

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
**FACULDADE DE EDUCAÇÃO**  
**MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO E DOCÊNCIA**

**ERICA DE AGUIAR QUEIROZ**

**O USO DO GPS COMO RECURSO PEDAGÓGICO PARA O ESTUDO DE**  
**ELEMENTOS DA GEOMETRIA ANALÍTICA**

Belo Horizonte

2016

Érica de Aguiar Queiroz

**O USO DO GPS COMO RECURSO PEDAGÓGICO PARA O ESTUDO DE  
ELEMENTOS DA GEOMETRIA ANALÍTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional Ensino e Docência da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação.

Linha de pesquisa: Educação Matemática

Orientadora: Profa. Dra. Samira Zaidan

Belo Horizonte

2016

Q3u  
T

Queiroz, Érica de Aguiar, 1982-

O uso do GPS como recurso pedagógico para o estudo de elementos da Geometria Analítica / Érica de Aguiar Queiroz. - Belo Horizonte, 2016. 86 f., enc, il.

Dissertação - (Mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação.

Orientadora : Samira Zaidan.

Bibliografia : f. 51-52.

Apêndices: f. 53-86.

1. Educação -- Teses. 2. Tecnologia educacional -- Teses. 3. Matemática -- Estudo e ensino -- Teses. 4. Geometria analítica -- Estudo e ensino -- Teses. 5. Sistema de Posicionamento Global -- Estudo e ensino -- Teses. 6. Ensino auxiliado por computador -- Teses. 7. Matemática -- Metodos de ensino -- Teses. I. Título. II. Zaidan, Samira. III. Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação.

CDD- 371.3078

**Catálogo da Fonte : Biblioteca da FaE/UFMG**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO E DOCÊNCIA/MP

UFMG

FOLHA DE APROVAÇÃO

**O uso do GPS como recurso pedagógico para  
o estudo de elementos da Geometria Analítica**

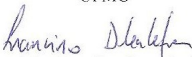
**ERICA DE AGUIAR QUEIROZ**

Dissertação submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em EDUCAÇÃO E DOCÊNCIA/MP, como requisito para obtenção do grau de Mestre em EDUCAÇÃO E DOCÊNCIA, área de concentração ENSINO E APRENDIZAGEM.

Aprovada em 31 de maio de 2016, pela banca constituída pelos membros:

  
Prof(a). Dra. Samira Zaidan - Orientadora  
UFMG

  
Prof(a). Dra. Teresinha Fumi Kawasaki  
UFMG

  
Prof. Dr. Francisco Dutenhelner  
UFMG

  
Prof. Dr. Airton Carrião Machado  
UFMG/COLTEC

Belo Horizonte, 31 de Maio de 2016

## Dedicatória

Aos meus pais que me ensinaram a ser perseverante em meus sonhos, a não desisti nunca, por mais árdua que pareça a caminhada; em especial, à minha mãe que me ensinou o apreço e a importância dos estudos.

Aos meus filhos, Lorena e Raphael, dedico todo o fruto desse trabalho; espero que um dia eles possam se orgulhar e ter esse processo como fonte de inspiração em suas vidas.

A minha sogra, Anália, que sempre está presente em todos os momentos de nossas vidas.

A minha orientadora, Samira Zaidan, pois sem a sua ajuda não seria possível a realização desse sonho.

## Agradecimentos

Ao meu marido, Thiago Lauer, por ter tido paciência nos meus momentos tensos de mestrado; por ter tido amor, carinho e sabedoria em lidar com situações em nossas vidas, principalmente no período de gravidez, uma situação que ocorreu paralelamente ao Mestrado. Agradeço a sua humildade, tranquilidade, paz, honestidade e do seu grande amor por mim e nossos filhos.

À minha orientadora, Samira Zaidan, pela oportunidade de vivenciar experiências tão ricas; por sua orientação segura, atenciosa, confiante e compromissada; pela sua maneira simples, amorosa e inteligente de ser. Agradeço todo o seu tempo dedicado a esse trabalho.

À professora, Nora Olinda Cabrera Zuiniga, pelas valiosas contribuições, disponibilidade e colaboração, fundamentais para a construção desse trabalho.

À minha Tia Branca, por ter me proporcionado a tranquilidade em saber que meu filho estava sendo muito bem cuidado, podendo assim ter condições de produção na escrita.

A todos os professores do curso que fizeram parte dessa trajetória com ensinamentos que contribuíram para minha formação.

Às minhas colegas de linha, Maria Alice, Ilma Linhares e Jurama, pelo incentivo e troca de experiências.

Aos professores Francisco Dutenhfner, Teresinha Fumi, Airtão Carrião e Wagner Ahmad pelas valiosas considerações ao participarem da banca de qualificação e da banca da defesa.

À Secretaria Estadual de Educação de Minas Gerais por conceder a licença remunerada para o estudo.

À Escola Estadual Maria Andrade Resende por ceder o espaço para que realizasse a pesquisa.

## Resumo:

Este trabalho apresenta e analisa uma possibilidade de ensinar Geometria Analítica usando o GPS como recurso pedagógico. O desenvolvimento desta pesquisa inicia-se com o estudo de alguns referenciais teóricos que se relacionam com o “conhecimento pedagógico do conteúdo”, o “conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo” e a “matemática escolar”. Foi realizada uma pesquisa de campo com uma turma do 1º ano do Ensino Médio onde a pesquisadora desenvolveu, com a presença da Professora da Escola, uma sequência de atividades previamente programadas. As aulas foram gravadas em áudio, assim como os comentários de cada uma, realizados pela pesquisadora. Nossa análise vai considerar a proposta de aula na perspectiva do conhecimento escolar (Moreira e David, 2003), valorizando o uso de tecnologias, o que se mostrou adequado à turma na ótica da Professora e dos Estudantes que concordaram em participar. A proposta foi muito bem aceita pelos estudantes, apoiada pela Professora que demonstrou admiração pelo interesse que ela despertou nas aulas e observamos que o resultado foi positivo, já que mostrou-se interessante, dinâmico e alcançando avanços no entendimento dos conhecimentos em relação à Geometria Analítica. Tal experimento confirma a importância e, ao mesmo tempo, as dificuldades do uso de tecnologia no ensino. Ao final, apresentamos uma proposta de ensino (material didático) com o uso do GPS para ensinar elementos de Geometria Analítica.

Palavras-chave: GPS, Geometria Analítica, Conhecimento Escolar, Tecnologia e Ensino, Educação matemática.

## Abstract

This paper presents and analyzes a possibility of teaching analytic geometry using GPS as a pedagogical resource. The development of this research begins with the study of some theoretical frameworks that relate to the "pedagogical content knowledge", the "technological and pedagogical content knowledge" and "school mathematics". The research was conducted in school with a group of the 1st year of high school where the researcher has developed, with the presence of the teacher of school, a sequence of previously scheduled activities. The classes were recorded in audio, included the comments of the researcher comments. Our analysis consider the proposed class in the perspective of school knowledge and enhancing the use of technology, which was adequate to the class in the view of the teacher and the students agreed to participate. The proposal was very well accepted by the students, supported by the teacher who showed admiration for the interest of the class and found that the result was positive, as it proved to be interesting, dynamic and reaching advances in the understanding of knowledge in relation to Analytical Geometry. This experiment confirms the importance and at the same time, the difficulties of technology use in education. In conclusion, we show a proposal for classe about the GPS for teach Analytic Geometry.

Keys-word – GPS, Analytic Geometry, School Knowledge, Technology and Education, Mathematics Education.

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	7
CAPÍTULO 1 – REFERENCIAIS TEÓRICOS .....	11
1.1 Estudos já realizados com o GPS e o ensino .....	11
1.2 Alguns conceitos necessários para o estudo proposto .....	14
CAPÍTULO 2 – PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS E SEQUÊNCIA DIDÁTICA	
2.1 Procedimentos Metodológicos .....	19
2.2 O desenvolvimento da sequência didática na Escola .....	23
2.3 Opiniões da Professora regente da turma .....	44
2.4 Uma análise geral .....	46
CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	49
REFERÊNCIAS .....	51
APÊNDICE A – Material didático – Sequência de ensino com orientações para o professor .....	53
APÊNDICE B – Material didático – Caderno do Aluno .....	73



## INTRODUÇÃO

Atuando como professora de Matemática em escolas públicas no Ensino Médio, observei e vivenciei vários desafios que se apresentam para os docentes desta disciplina. Dentre eles, está a busca de metodologias diversificadas ou recursos didáticos que favoreçam uma aprendizagem mais satisfatória dos conteúdos matemáticos. Além disso, percebo uma cobrança muito grande em relação ao uso de tecnologias nas escolas de forma geral, os alunos, pais e diretores estão pressionando para que acrescentemos metodologias em nossas práticas diárias. Nossos alunos do mundo de hoje vivem uma época onde a tecnologia faz parte de tal forma que, não possuindo o conhecimento básico da mesma, está culturalmente rejeitado da sociedade em que vive (Borba e Penteado 2001),

Assim, no momento em que os computadores, enquanto artefato cultural e enquanto técnica, ficam cada vez mais presentes em todos os domínios da atividade humana, é fundamental que eles também estejam presentes nas atividades escolares. Na escola, a alfabetização informática precisa ser considerada como algo tão importante quanto a alfabetização na língua materna e em Matemática.

Em minha vida acadêmica recordo que, durante o curso de formação realizado no Centro Universitário Newton Paiva no período de 2001 a 2004, as aulas consistiam predominantemente na exposição de conteúdos matemáticos e na resolução de exercícios. Não recordo de nenhuma aula na qual nos fosse mostrada ou discutida alguma maneira diferente desta de ensinar um determinado conteúdo matemático.

Logo que formei, em 2005, iniciei minha carreira na docência, concursada na Rede Estadual de Ensino de Minas Gerais, ministrando aulas para o ensino médio no turno da noite. Eram turmas heterogêneas e grande parte dos alunos tinha muita dificuldade de aprendizagem, o que às vezes eu relacionava com o desinteresse causado pelas minhas próprias aulas, pois estava iniciando a carreira e não tinha experiência.

Pensando em buscar novas estratégias para o ensino de Matemática, sem deixar de lado o interesse em também aprender ou reaprender os conteúdos que lecionava, entre os anos 2007 e 2008, fiz o Curso de Especialização em Matemática para Professores do Departamento de Matemática, ICEX-UFMG. Neste curso tive a oportunidade de estudar vários conteúdos de matemática do ensino médio, sempre discutindo e trocando experiências com os professores das disciplinas e com os colegas de turma que também eram professores de Matemática. Foi

um curso muito proveitoso, no entanto tinha como foco nos conteúdos matemáticos de modo mais aprofundado visando o conhecimento do professor, sendo que somente uma disciplina se relacionava com a prática do professor em sala de aula. Nesta disciplina foi que tive a oportunidade de discutir e produzir algumas aulas com metodologias diferentes do que já tinha vivenciado, tanto como aluna, quanto sendo professora.

Durante o curso, uma questão que sempre me incomodava era como ensinar um conteúdo para o aluno de forma a mobilizar o interesse pela disciplina ou até mesmo o interesse pela matéria a ser ministrada. Ou seja, buscava formas de ensinar no ensino médio de modo a despertar o interesse do aluno pela Matemática. Esta questão que eu tinha como interrogação e as possibilidades que passaram a existir com a disciplina de “Produção de material didático”, fez surgir a ideia da elaboração do meu trabalho final de curso. Então, no final do Curso de Especialização, escrevi uma monografia de conclusão intitulada “Aplicação matemática do GPS como motivador do estudo de geometria analítica no ensino médio” sob a orientação do professor Francisco Dutenhefner. Nessa monografia, elaborei alguns planos de aula em que o GPS (Global Positioning System - Sistema de Posicionamento Global) era utilizado como um recurso pedagógico para ensinar conteúdos de geometria analítica, tais como: plano cartesiano, distância entre dois pontos no plano, equação da circunferência, coordenadas no espaço, distância entre dois pontos no espaço, a equação da esfera e sistemas de equações lineares. Como estes assuntos são conteúdos usualmente abordados na escola básica de modo formal e bastante descontextualizados das suas aplicações práticas, esperava com a proposta melhorar as possibilidades de ensiná-los. Pensava também que um aparelho como este – GPS - levaria aos alunos um interesse maior pelo conteúdo, além de deixá-los em contato com uma tecnologia que estava em crescimento para o uso em sua vida prática.

Busquei, a partir de um artefato tecnológico, mostrar aplicações para alguns conteúdos de geometria analítica, tentando sempre relacionar esses conteúdos com a forma em que o GPS funciona. De modo ligeiro, em função do tempo que dispúnhamos à época, desenvolvi a proposta de atividades em minhas próprias turmas de ensino médio. Levar este conjunto de ideias para a sala de aula foi uma experiência um pouco diferente do que já tinha vivenciado. No primeiro dia da aula, iniciei levando o aparelho GPS e um texto mostrando suas aplicabilidades. Começaram-se as perguntas: Como funciona? Qual a relação com a geometria analítica? Não consigo perceber nenhuma fórmula na tela? Apesar de uma experiência rápida, pude perceber como a abordagem havia despertado o interesse dos

estudantes em entender a relação GPS e a geometria analítica. Para mim, foi uma grande surpresa, pois ainda não tinha vivenciado uma introdução de alguma aula na qual os alunos participassem de maneira curiosa e participativa. No decorrer das aulas, um aparelho era levado para a sala e todo o tópico de geometria analítica era relacionado com o funcionamento do GPS. Foram em poucas aulas que os alunos usaram efetivamente este artefato, mas consegui perceber uma diferença significativa em relação ao ano anterior em que o conteúdo foi dado da maneira tradicional. Experiências com o uso de tecnologias oferecidas aos alunos oportunidades para que eles estejam preparados para o mercado profissional.

Esses planos de aula foram feitos, à época, sem nenhum estudo que desse suporte ao aspecto pedagógico do ensino. As aulas foram propostas seguindo, principalmente, a lógica do conteúdo matemático e de algumas experiências de ensino, tanto minhas quanto do meu Professor Orientador.

Quando surgiu o edital do Mestrado Profissional em Educação e Docência pensei que essa poderia ser uma alternativa para avançar algumas questões que me preocupavam e também estimulavam sobre a educação em geral e, mais especificamente, sobre a minha formação como professora de Matemática.

Reconhecendo que na minha graduação e especialização a prioridade foi quase totalmente dada ao aprofundamento dos conteúdos matemáticos propriamente ditos, e que poucas vezes foram abordadas questões de ensino ou aprendizagem da matemática, busco nesse trabalho realizar estudos que relacionem os conhecimentos matemáticos do professor para o ensino de Geometria Analítica, usando o GPS como recurso tecnológico e pedagógico em sala de aula.

Assim, desenvolvemos sequências didáticas do conteúdo de Geometria Analítica usando o GPS como recurso e ampliar os conhecimentos pedagógicos relativos a esta proposta. A expectativa é que articulando conhecimentos pedagógicos, matemáticos e tecnológicos, possamos contribuir para melhores práticas de ensino pelos professores de Matemática do ensino médio.

Dessa maneira, este trabalho tem como objetivo propor uma sequência didática usando o GPS, saber se tal proposta implica em resultados de aprendizados mais satisfatórios, se os alunos participam de forma mais efetiva quando se é sugerido aulas diferentes das tradicionais. Para isto, elaboramos uma proposta de ensino de Geometria Analítica, usando o GPS, para o ensino médio, desenvolvemos uma experiência de ensino observando as

dificuldades e possibilidades da proposta. Ao final, analisamos a experiência e elaboramos um material didático para disponibilizar a outros professores.

Esta dissertação está organizada da seguinte maneira: capítulo 1 – síntese de estudos realizados; capítulo 2 – procedimentos metodológicos, apresentação da experiência proposta e análise geral; considerações finais; referências e material didático como produto educacional.

## CAPÍTULO 1 – REFERENCIAIS TEÓRICOS

Nossas preocupações, no sentido de construção de uma sequência didática para o ensino de geometria com o uso do GPS, nos levaram a uma pesquisa teórica em busca de trabalhos existentes vinculados ao tema e aos conceitos que dessem suporte à proposta que apresentamos. Realizamos uma busca no conjunto de dissertações e teses, assim como de textos direta ou indiretamente relacionados. Apresentamos a seguir algumas elaborações que fazem referência ao nosso trabalho.

### 1.1 Estudos já realizados com o GPS e o ensino

Tivemos contato com uma pesquisa intitulada “O GPS como instrumento didático auxiliar no processo de significação conceitual no ensino da Geometria Analítica”, escrita pela pesquisadora Nilra Jane Filgueira Bezerra, da Universidade Luterana do Brasil. Nesta dissertação, Bezerra (2006), buscou apresentar uma proposta de ensino e aprendizagem da geometria analítica. Ela utilizou o GPS como recurso pedagógico nas aulas, afim de que os aprendizes demonstrassem uma predisposição a aprender e participassem ativamente do processo de aprendizagem, promovendo assim um ensino centrado no aluno, o que, segundo a pesquisadora, é fundamental para facilitar a aprendizagem significativa.

Bezerra se propôs a responder a seguinte questão: “O emprego do GPS no ensino de geometria analítica pode tornar a aprendizagem mais significativa?” A pesquisadora usa o conceito de *aprendizagem significativa* de David P. Ausubel e entende que esse conceito envolve “relações entre o desenvolvimento, o ensino e a aprendizagem”. BEZERRA (2006, p.29). Bezerra relata que a teoria da *aprendizagem significativa* foi baseada em duas características importantes na aprendizagem humana: o caráter cognitivo e o caráter aplicativo, e ainda salienta que Ausubel se preocupou com o ensino e a aprendizagem da maneira como ocorre em sala de aula, buscando construir novos conhecimentos com ações de ampliação dos conhecimentos já existentes.

Na teoria de Ausubel, a aprendizagem significativa é o conceito central, sendo compreendido como um processo através do qual uma nova informação é relacionada a um aspecto relevante já existente na estrutura cognitiva do indivíduo, de modo a ser importante para o novo material a ser aprendido. Desta forma, esse processo irá interagir com a estrutura de conhecimentos específicos, definida por Ausubel como conceitos subsunçores ou apenas “subsunçores” pré-existentes na estrutura cognitiva do indivíduo. Ocorrendo isto os subsunçores vão ficando mais elaborados e mais capazes de ancorar novas informações à medida que a aprendizagem significativa acontece. BEZERRA (2006, P.31)

A pesquisa de Bezerra (2006), que se apoiou na teoria da aprendizagem significativa, na engenharia didática e na análise estatística de dados, foi aplicada com 17 alunos de uma turma da graduação do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Luterana do Brasil. Este curso tinha em seu currículo a disciplina Geometria Analítica. Bezerra selecionou conteúdos existentes na ementa desta disciplina tais como: matrizes; sistemas de equações lineares; noção intuitiva de vetores; vetores no plano e no espaço; produto vetorial; estudo da reta: equação paramétrica, simétrica e reduzida; retas paralelas, perpendiculares, ângulos e interseção; estudo do plano: paralelismo, ortogonalidade, ângulo e interseção; distância envolvendo pontos, retas e planos; áreas de superfícies planas; superfície esférica e plano tangente e estudo das cônicas: elipse e hipérbole. Selecionando o estudo sobre a distância entre dois pontos, determinantes e equação da reta, Bezerra formulou e aplicou um pré-teste para diagnosticar os conhecimentos prévios dos alunos. No decorrer da pesquisa, foram trabalhados os conteúdos da ementa de um modo comum, explorando em poucas ocasiões o uso do GPS, quando Bezerra sai de sala e vai para os arredores da universidade para “coletar” junto aos alunos alguns pontos usando o GPS. No final da pesquisa, ela realizou um pós-teste. Para sua conclusão final, Bezerra, analisou os resultados obtidos no pré-teste com os resultados do pós-teste, que foi aplicado ao término de todas suas aulas.

Segundo a autora, os resultados obtidos corroboram com ensino de geometria analítica, utilizando o GPS, fundamentado na aprendizagem significativa, pode enriquecer o processo de aprendizagem e tornar o aluno mais participativo, pois o aluno passa a relacionar a geometria analítica a um assunto que é do cotidiano de sua vida. Essa associação do conhecimento com a atividade prática criou uma melhor participação do aluno dentro da sala de aula. O aluno produz seu próprio conhecimento de forma mais ágil e crítica, podendo relacionar esses conhecimentos com a aplicabilidade em seu cotidiano.

Em outra pesquisa, desenvolvida pelo pesquisador Davi Dantas Lima (2013) intitulada: “Desvendando a Matemática do GPS”, o objetivo foi explicitar os princípios matemáticos envolvidos no funcionamento do GPS. Para tanto, o pesquisador resume a história do surgimento do GPS, apresenta alguns conceitos relacionados à localização geográfica (latitude, longitude, meridiano e paralelos), apresenta algumas definições e teoremas das geometrias plana, espacial e analítica (superfície esférica, esfera, plano tangente, plano secante, sistema ortogonal de coordenadas cartesianas, interseção de quatro superfícies esféricas, transformação de coordenadas geográficas em coordenadas cartesianas, distância

entre dois pontos em uma superfície esférica, ângulo central, comprimento de arco, sistemas de equações, produto interno usual e norma, distância e velocidade da luz), relacionando esses conteúdos. Descreve brevemente o funcionamento do GPS e propõe três atividades, as quais dirigem a estudantes do ensino fundamental e médio. Essas atividades envolvem os conceitos de distância entre dois pontos, estudo da circunferência (comprimento de circunferência, ângulo central, equação da circunferência), sistemas de equações quadráticas, etc., conteúdos matemáticos que sugerem ao professor explorar com os alunos, mediante o GPS. A pesquisa de Lima não apresenta conclusões acerca do assunto, somente sugere atividades que estimulem a curiosidade dos estudantes em aprender os conteúdos citados.

Fazendo um paralelo entre as duas pesquisas, observo que a primeira prioriza algumas contribuições provenientes da teoria da aprendizagem significativa e do conhecimento do conteúdo matemático. Ou seja, com o objetivo de elaborar conhecimento a partir da prática proposta, Bezerra (2006) conclui sua pesquisa com uma análise teórica e não apresenta elementos para uma prática, já que este não era seu objetivo. Assim, esse trabalho tem um caráter teórico e apresenta um aporte mais restrito para a prática docente. A segunda pesquisa (Lima, 2013) aborda principalmente o conhecimento matemático relativo aos conteúdos de geometria analítica e propõe algumas atividades para sala de aula, contudo, pouco desenvolve a respeito do ensino desses conteúdos pelo professor. Logo, os dois trabalhos nos oferecem referências interessantes, mas não se apresentam com a perspectiva da prática docente, com elementos para orientá-la, já que não tinham esse objetivo.

O trabalho de Bezerra aponta aspectos importantes da aprendizagem significativa, o aluno aprende um novo conceito dependendo do que já sabe. Lima apresenta conceitos matemáticos relevantes para o aprendizado de nossos alunos, como coordenadas no plano, coordenadas no espaço, circunferência e entre outras.

Consideramos que podemos avançar mais sobre estudos que priorizem o desenvolvimento ou mobilização de conhecimentos do tipo pedagógico pelos professores de Matemática e, então, propomos contribuir tanto na compreensão de aportes teóricos relacionados ao conhecimento matemático escolar, quanto na elaboração de atividades didáticas envolvendo o uso do GPS no ensino de geometria analítica para alunos do ensino médio regular. Para isso apresentamos essa dissertação.

## 1.2 Alguns conceitos necessários para o estudo proposto

Na década de 1980, o pesquisador Shulman (1986) distinguiu pelo menos três categorias do conhecimento para ensinar: o conhecimento do conteúdo, o conhecimento curricular e o conhecimento pedagógico do conteúdo. Em relação a esta última categoria, os pesquisadores Ball, Thames&Phelps (2005) afirmam que Shulman identificou um domínio especial do conhecimento do professor no sentido de distinguir entre o conteúdo na maneira como ele é estudado e como pode ser ensinado. O autor apresenta o “conhecimento pedagógico do conteúdo” como necessário para o ensino disciplinar que se volta para o entendimento. Tal distinção, ainda segundo esses pesquisadores, vem tendo impacto na comunidade científica; alguns pesquisadores focalizam sua atenção sobre a importância fundamental do conhecimento do conteúdo no ensino e no conhecimento pedagógico do conteúdo em particular, no entendimento de que formar para ensinar tem especificidades que precisam ser consideradas.

O *conhecimento pedagógico do conteúdo* é, em nosso entendimento, o conhecimento que o professor mobiliza para distinguir quais representações são mais eficazes para apresentar um conceito matemático específico na aula, buscando analogias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações de maneira que se torne mais compreensiva para o aluno. Ou seja, supõe um tratamento aos conteúdos para que os tornem compreensíveis para o ensino. Segundo Shulman,

As formas mais úteis de representação dessas ideias, as mais poderosas analogias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações - em uma palavra, a forma mais útil de representação e formulação de um assunto para torná-lo compreensível para os outros. Conhecimento pedagógico do conteúdo também inclui uma compreensão do que torna a aprendizagem de tópicos específicos fácil ou difícil: as concepções e preconceitos que os alunos de diferentes idades e origens trazem consigo para o aprendizado desses tópicos e lições mais frequentemente ensinados. (SHULMAN, 1986)

Na tentativa de relacionar o conceito de *conhecimento pedagógico do conteúdo* proposto por Shulman (1986) ao ensino de matemática, a equipe de pesquisadores coordenados por Ball analisa relações entre “conhecimento matemático dos professores”, “qualidade do seu ensino” e “desempenho dos alunos”. Ball e seu grupo estudaram *O que os professores precisam saber e ser capaz de fazer para efetivamente realizar o trabalho de ensino de matemática?* (Ball, Hill, & Bass, 2005, APUD Ball, Thames&Phelps 2008). Estes pesquisadores procuraram descobrir maneiras nas quais a matemática está envolvida para



enfrentar as demandas do dia-a-dia, momento-a-momento do ensino, estabelecendo as bases para uma *teoria do conhecimento matemático para o ensino baseada na prática*, que, segundo eles, vem a ser o *conhecimento matemático que os professores precisam para realizar o seu trabalho como professores de matemática*. Este grupo de pesquisadores desenvolveu o conceito de *conhecimento matemático para o ensino* que se formava a partir de seis conhecimentos: *conhecimento do conteúdo comum, conhecimento do conteúdo especializado, conhecimento do conteúdo e dos alunos, conhecimento do conteúdo e do ensino, horizonte do conhecimento do conteúdo, conhecimento do conteúdo e do currículo*<sup>1</sup>.

Os autores, então, definem como *conhecimento do conteúdo comum* aquele conhecimento que temos do conteúdo a ser ministrado na escola básica, sendo ele o mínimo de conhecimento necessário que os professores de Matemática precisam para exercer sua função. O *conhecimento do conteúdo especializado* como o conhecimento que compreende os conceitos e sua representação do ponto de vista do campo científico da Matemática. O *conhecimento do conteúdo e dos alunos* como aquele conjunto de saberes práticos em que o professor sabe identificar as dificuldades e erros mais comuns cometidos pelos estudantes em determinados conteúdos. O *conhecimento do conteúdo e do ensino* são como estratégias e articulações feitas para se ensinar com maior chance de êxito nas escolas, ou seja, articulam conteúdo matemático com saberes da prática de ensino.

As ideias dos autores citados mostram a importância de se buscar o conteúdo matemático que se quer ensinar, construindo relações com outros conhecimentos, utilizando metodologias adequadas, visando o ensino.

Em vista de que o professor tem papel crucial na aprendizagem de seus alunos, além de um rigoroso conhecimento da disciplina e do conhecimento pedagógico do conteúdo, é imprescindível que o professor desenvolva sua capacidade de empregar e mobilizar de forma eficaz esses conhecimentos em sala de aula. Nesse sentido, e na linha das análises de Shulman e Ball, consideramos o entendimento do “conhecimento matemático escolar”, onde as especificidades e características do conhecimento para o ensino se mostram melhor desenvolvidas. Segundo Moreira e David,

*A matemática escolar* referir-se-á ao conjunto dos saberes “validados”, associados especificamente ao desenvolvimento do processo de educação escolar básica em matemática. Com essa formulação, a matemática escolar inclui tanto saberes produzidos e mobilizados pelos professores de matemática em sua ação pedagógica na sala de aula da escola, como também resultados de pesquisas que se referem à aprendizagem e ao ensino escolar de

---

<sup>1</sup> Os termos foram por nós traduzidos.

conceitos matemáticos, técnicas, processos etc. Dessa forma distanciamos-nos, em certa medida, de uma concepção de matemática escolar que a identifica com uma disciplina “ensinada” na escola, para tomá-la como um conjunto de saberes associados ao exercício da profissão docente. (MOREIRA, 2004, p.18)

A partir dos entendimentos apresentados, vamos considerar que a *matemática escolar* implica no conhecimento do conteúdo aprofundado e, ao mesmo tempo, relacionado ao ensino, incorporando ao seu estudo durante a formação docente os saberes da prática pedagógica. Isto é, numa mesma articulação, o conhecimento matemático escolar compreende os conceitos como cientificamente concebidos pela matemática e os saberes da prática, conteúdos que se colocam numa relação de ensino e que se voltam para a educação básica. Conteúdos e metodologias não se separam, assim como conteúdos e contextos de aprendizagem, conteúdos e sujeitos envolvidos nos processos, o entendimento dos erros e das diversas possibilidades de compreensão, as formas de ensino e avaliação, etc.

Palis (2010) discute sobre a integração de ferramentas tecnológicas ao ensino, tanto em sala de aula quanto em cursos de formação continuada de professores. Segundo a pesquisadora, além dos tipos de conhecimento mencionados como necessários ao professor para ensinar matemática, há, nos atuais contextos educacionais, o conhecimento do tipo tecnológico e pedagógico do conteúdo, já incorporado a muitas práticas e considerado essencial. Palis esclarece que alguns pesquisadores definem o conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo como o conhecimento que os professores precisam ou mobilizam para ensinar com e sobre tecnologia em suas áreas disciplinares. Esse conhecimento inclui questões instrucionais e de gestão de sala de aula, relações entre tecnologia e conteúdo específico, assim como concepções e usos pedagogicamente apropriados da tecnologia.

Não existe uma maneira única de descrever o conhecimento requerido dos professores para fazer uma integração eficiente de tecnologia no ensino e na aprendizagem de matemática, nem a maneira correta de preparar professores para esta tarefa e nem tampouco uma única forma de realizar uma integração tecnológica. (PALIS, 2010, p.449)

Acredita-se que a tecnologia faz parte do mundo atual e introduzi-la na educação faz parte de ser professor dos alunos de hoje. “Já existe considerável evidência de que o uso de tecnologias pode enriquecer a compreensão da matemática que é construída pelos alunos. No entanto, esses resultados dependem crucialmente de como essas tecnologias são empregadas com e pelos alunos, daí o papel central dos professores no ensino e na aprendizagem com suporte tecnológico.” (Zbiek & Hollebrands, 2008, APUD Palis, 2010, p.449)

Também não podemos deixar de relacionar o uso das tecnologias com a educação matemática. Borba e Penteadó (2001) entendem que o uso das tecnologias em sala de aula transforma a própria prática do professor. O interessante é que os autores não percebem as tecnologias ou mídias como somente os computadores, elas podem ser pensada como todo instrumento que faz parte do processo para acontecer a aprendizagem, citam o quadro, giz, lápis, instrumentos diversos utilizados nos processos. Borba e Penteadó (2001) acreditam que os alunos têm o direito a acesso ao conhecimento, ao uso das tecnologias e mídias. Segundo Borba e Penteadó,

Entendemos que uma nova mídia, como a informática, abre possibilidades de mudanças dentro do próprio conhecimento e que é possível haver uma ressonância entre uma dada pedagogia, uma mídia e uma visão de conhecimento. (BORBA e PENTEADO, 2001)

Esses autores também estudam as implicações que essas novas mídias causam na prática docente, mostrando que muitos profissionais têm receio de trabalhar com a informática por medo de não superar as expectativas dos alunos ou mesmo por não terem habilidades e/ou formação para com elas lidar. No mundo de hoje vive-se um grande acesso às tecnologias pelos adolescentes, que mostram facilidades e grande interesse por elas. Podemos observar que os professores também mostram que temem pelos alunos saberem mais do que eles, se julgam não preparados e inseguros para utilizar tecnologias em suas aulas.

Além disto, podemos apontar que o planejamento e prática de ensino com o uso de tecnologias demandam muito tempo, especificamente para a produção de planos de aula, fato que hoje, infelizmente, dificulta a ação profissional, já que os docentes possuem extensa jornada de trabalho para conseguir sobreviver financeiramente. Por alguns desses motivos, podemos observar que muitos docentes deixam de lado atividades pedagógicas com o uso de tecnologias.

As novas gerações dos adolescentes, segundo Fanfani (2000), são afetadas pelas transformações em âmbito demográfico, morfológico e cultural que vem ocorrendo nos últimos tempos. Na percepção demográfica e socialmente inclusiva, a escola vem sofrendo um período de expansão, mas infelizmente tal fato ocorre com dificuldades, pois os recursos públicos provavelmente não estão acompanhando as demandas para esse crescimento. Além disso, essa massificação da educação básica implica que a escola recebe toda aquela população que antes não tinha acesso à educação, juntamente com a população que possuía o acesso a escola, levando a grande diversificação sócio-econômico-cultural na instituição. Essa interação de fatores da universalização da educação, especialmente em sistemas sociais de

grande desigualdade, faz ocorrer várias modificações nas instituições, no que diz respeito ao conjunto de regras, práticas sociais e educativas. Segundo Fanfani,

Os velhos dispositivos que regulavam a relação professor - aluno e a relação com o conhecimento, que garantiam a autoridade pedagógica e produziam uma ordem institucional, se corrompem quando deixam de ser eficientes e significativas na vida dos atores envolvidos.  
<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/EmilioTentiF.pdf> - Consultado em 03/02/2016

Ainda segundo este autor, vivemos hoje uma realidade diferente do passado, as famílias e sociedade estão estruturalmente distintas, apresentando organização diferenciada e não mais rígida como antes, sendo que essas mudanças mostram condições também diferenciadas dos estudantes e afetam os processos de formação. Tal realidade pode ser perfeitamente identificada nas escolas públicas diante dessa realidade escolar, o educador precisa de um olhar voltado para o sujeito com suas especificidades. Um sujeito que para aprender necessita estar cercado de significados e sentidos.

Todas essas mudanças norteiam a forma de trabalho do professor, é necessário, muitas vezes, sair de uma "zona de conforto" e olhar os nossos alunos como sujeitos de aprendizagem, ou seja, pessoas ativas que têm uma história, uma memória, uma cultura.

Nem sempre é possível produzir aulas diferenciadas relacionadas com mídias ou não, mas se elaborarmos uma aula pensada nesses sujeitos, que seja validada para esses alunos, que desperte mais interesse, talvez façamos com que as outras também se envolvam de significados. Nossos alunos são carentes de entendimento dos significados para aprender Matemática, que se mostram difíceis e provoca muitos conflitos; diversificar metodologias com uso de mídias pode ser um meio de indicar caminhos que talvez com isso os próprios estudantes comecem a fazer matemática.

A literatura de um modo geral, assim como as aqui citadas, mostram a importância da incorporação de metodologias tecnológicas à sala de aula e nossa proposta irá no sentido de considerar isto.

## CAPÍTULO 2 - PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS E SEQUENCIA DIDÁTICA

### 2.1 Procedimentos Metodológicos

Com base nas disciplinas cursadas no Promestre e nos estudos mais específicos direcionados por minha orientadora, desenvolvemos uma fundamentação teórica para uma metodologia da pesquisa visando o ensino com uso de tecnologias, o que nos preparou para a pesquisa de campo.

A pesquisa tem seu início com a elaboração de uma sequência didática, formulada para tratar de conteúdos de Geometria Analítica que podem ser relacionados ao funcionamento do GPS, assim como então ao ensino que os utiliza. As atividades organizadas foram planejadas para serem desenvolvidas em uma turma de 1º ano do Ensino Médio, em uma Escola da Rede Estadual de Minas Gerais, em Belo Horizonte. A expectativa do estudo e do seu resultado vem junto com a proposta que professores possam utilizar a sequência desenvolvida e aqui apresentada (nos apêndices três e quatro), utilizá-la como material didático, fazendo as devidas adaptações em seu contexto e seus objetivos.

Preocupamo-nos também em produzir algo que desse sentido aos conteúdos matemáticos para os alunos do ensino médio, esses sujeitos de nossa pesquisa que são adolescentes/jovens que se dispersam muito e precisam perceber significado nas atividades que realizam para o seu aprendizado. Logo, ao final das contas, o principal objetivo de tudo isto é a apresentação de uma proposta de ensino que se mostre interessante e instigante para o estudante, favorecendo sua melhor aprendizagem do conteúdo envolvido.

Após as atividades elaboradas e desenvolvidas, dentro de um plano de aulas, elaboramos questões para uma entrevista com uma Professora que nos recebeu em sua sala de aula para o desenvolvimento da sequência didática. A entrevista se pautou em questões relacionadas à prática e a formação da professora, expondo o conhecimento sobre Geometria Analítica plana e espacial e também estratégias de ensino utilizadas frequentemente por ela em sala de aula. Além disso, indagamos sobre o conhecimento e uso do GPS no cotidiano e em suas aulas e também sobre os conhecimentos prévios dos alunos em relação à Geometria Analítica.

Consideramos essa pesquisa do tipo qualitativa que, segundo Borba (2004), vai além de levantamento e tratamento de dados, mas deve ter procedimentos como entrevista, análise

de vídeos, entre outros e interpretações feitas pelo pesquisador, visando um levantamento de informações e análises.

O que se convencionou chamar de pesquisa qualitativa, prioriza procedimentos descritivos à medida em que sua visão de conhecimento explicitamente admite a interferência subjetiva, o conhecimento como compreensão que é sempre contingente, negociada e não é verdade rígida. O que é considerado “verdadeiro”, dentro desta concepção, é sempre dinâmico e passível de ser mudado. (BORBA, 2004)

A elaboração da sequência didática foi realizada considerando fonte de livros didáticos e internet, com a sequência didática pronta, estava na hora de ir para o campo. A Escola escolhida foi a mesma onde a pesquisadora trabalha, da Rede Estadual de Minas Gerais. Possui cerca de novecentos alunos e setenta professores, é uma Escola de difícil acesso com poucas linhas de ônibus e as que possuem param distante. Ela atende alunos da própria região e de algumas regiões vizinhas, sendo que os últimos se locomovem por transporte especial. É uma região muito erma, onde os movimentos maiores são nos horários de entrada e saída da Escola. A Escola funciona em três turnos (manhã, tarde e noite), sendo que no período da manhã são dez turmas (sendo cinco turmas de 2º ano e cinco turmas de 3º ano do Ensino Médio), no período da tarde funcionam também dez turmas (sendo todas de 1º ano do Ensino Médio) e no período da noite são cinco turmas (sendo três turmas de EJA e duas turmas de Magistério).

No período da manhã, trabalham três professores de Matemática, sendo um efetivo e os outros dois contratados<sup>2</sup> e que iniciaram suas atividades na Escola nesse ano. À tarde, também são três professores de Matemática sendo dois efetivos e um é contratado, mas este está na Escola há pelo menos três anos. No turno da noite trabalha somente uma Professora de Matemática contratada e que iniciou na Escola neste ano. Necessário destacar que um mesmo professor efetivo trabalha em dois cargos manhã e tarde, tendo assim somente dois efetivos na Escola, sendo um a própria pesquisadora.

Tais informações confirmam uma situação já conhecida, de ser muito difícil desenvolver um trabalho com continuidade e articulação, pois não se tem conseguido constituir uma equipe em Escolas Estaduais de Minas Gerais, já que há grande movimentação de profissionais de ano para ano.

---

<sup>2</sup> O professor contratado da Rede Estadual de MG é temporário, não tendo vínculos efetivos de trabalho.

Dentre esses professores, optamos por trabalhar com a única Professora efetiva que estava presente à época, tendo esta apresentado disposição em se aproximar da pesquisa, pois ela mostrava interesse em aprofundar conhecimentos sobre ensino e já havia demonstrado interesse em fazer o mestrado. Pensamos que esse interesse ajudaria sua aceitação na participação do trabalho, por ser uma profissional aberta a novos conhecimentos. Após a escolha dessa profissional, fizemos o primeiro contato, aceitei o convite, marcamos outros encontros para traçarmos nossa estratégia de ensino.

Após a leitura da atividade proposta, quando iniciáramos nossas articulações para desenvolvê-la, a Professora expressou sentir dificuldades ou mesmo insegurança para desenvolvê-la, o que se mostrou compreensivo para nós, já que se tratava de uma sequência que trazia uma novidade e não havia sido possível elaborá-la juntamente com a Professora. Refletindo sobre a situação, tomamos a decisão de ser a própria pesquisadora a desenvolver a sequência, levando a uma mudança da metodologia inicialmente proposta. Com isto, a Professora da Escola prontificou-se a acompanhar, observar e conosco conversar sobre a experiência, o que proporcionou uma outra forma de registro da prática que se desenvolveu, mas agora a atividade seria desenvolvida pela pesquisadora e gravada em áudio. Selecionamos uma turma de 1º ano de Ensino Médio e iniciamos a atividade.

No dia e hora combinado, chegamos à turma com as atividades impressas, incluindo orientações metodológicas específicas para a Professora e folhas de exercícios dirigidos aos alunos. As folhas com as atividades impressas e respondidas pelos alunos foram recolhidas e guardadas por mim ao longo dos dias de aulas para consulta e comprovante da pesquisa de campo.

Foi entregue aos alunos e aos pais dos alunos o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), conforme requisitos obrigatórios da ética na pesquisa. Foram também registradas, em um caderno de campo, todas as observações relacionadas a aspectos priorizados por mim e pela minha orientadora, sobre: como foram introduzidas as atividades; a forma em que a turma foi organizada; como foram conduzidas as perguntas, dúvidas ou comentários dos alunos; como se expõe e articula o conteúdo de geometria analítica com o funcionamento do GPS; como se exemplificam conceitos ou situações envolvendo geometria analítica; qual a disposição ou envolvimento da turma com a atividade; quais comentários, estratégias e hipóteses que são formuladas pelos alunos; etc. Nessas anotações foram usados nomes fictícios para zelar com a integridade dos participantes.

Além do caderno de campo, utilizamos a gravação em áudio das atividades em sala de aula como um item importante nas etapas de levantamento de dados e análise das aulas (atividades). Essa gravação em áudio das aulas foi autorizada pela Professora e alunos da turma. Também como registro, fizemos gravação em áudio de comentários da pesquisadora de todas as aulas, ao final de cada uma, feitos durante o trajeto da escola para casa, pois seria este o único tempo disponível para fazê-lo.

Em resumo, a pesquisa consistiu na elaboração de uma sequência didática e no seu desenvolvimento pela própria pesquisadora em uma turma de ensino médio, considerando as teorias estudadas para o entendimento do uso de tecnologias no ensino. Apresentamos a seguir os dados de campo e nossas análises.



## 2.2 O desenvolvimento da sequência didática na escola

Apresentamos o desenvolvimento de aula por aula, do trabalho de campo que ocorreu no período de 04/04/2016 à 14/04/2016. Nossa apresentação compreende: o relato de cada aula, as atividades apresentadas pela professora–pesquisadora, o desenvolvimento da aula, considerações e análises.

### 1ª. Aula (04/04)

Iniciei a aula com a minha apresentação, relatando aos alunos sobre quem sou, onde e há quanto tempo leciono e local onde estudo. Apresentei o projeto de pesquisa fazendo uma explicação resumida e de fácil entendimento aos alunos. Durante os esclarecimentos, foi mencionado o uso de gravador em áudio nas aulas, neste momento os estudantes entraram em estado de euforia, pois não são acostumados a vivenciar este tipo de pesquisa e mostraram achar tudo muito interessante.

Esclareci também a respeito do preenchimento dos documentos necessários a uma pesquisa de campo. Os termos foram lidos e explicados, item por item, para não ficar nenhuma dúvida.

Feito isso, dei início à aula solicitando aos estudantes que formassem duplas para facilitar a discussão das atividades propostas e apresentei o uso do celular como item necessário ao desenvolvimento da sequência. Esse momento foi muito relevante, pois os alunos se pronunciaram de uma forma extremamente positiva e animada em relação ao uso do celular em sala de aula. Já começaram a surgir algumas curiosidades a respeito de como seria o uso dessa tecnologia.

### Atividades apresentadas pela professora - pesquisadora

*ATIVIDADE 1: Esta atividade introduz uma situação que claramente irá indicar a possibilidade de uso do GPS.*

*Helena e suas amigas desejam conhecer uma lanchonete muito famosa que é especialista em creme de açaí. Nesta semana, seu grupo de amigas decidiu experimentar o açaí, mas elas estão com um pequeno problema, conhecem o endereço da lanchonete, mas não sabem*

*chegar até o local. Como podemos ajudar este grupo de amigas, de um modo mais fácil, a encontrar a lanchonete? Faça no caderno um roteiro geral para se chegar à Lanchonete, saindo da Escola. Endereço da lanchonete: Avenida Portugal, 555 Bairro: Santa Amélia.*

### Desenvolvimento da aula

Foi concedido um tempo para que os estudantes resolvessem a questão um, o que foi feito de modo bastante natural e ocorreu durante mais ou menos dez minutos; logo após esse período, solicitei e escutei a estratégia de cada dupla; várias respostas foram apresentadas: redação do trajeto feito a pé e do trajeto feito de ônibus, desenho de mapa para chegarem à lanchonete; alguns não conseguiram redigir e se expressaram com palavras a sua solução e outros tiveram dificuldades até na expressão com palavras e utilizaram a linguagem corporal levantando da cadeira e com movimentos braçais indicando o caminho. Surgiu também a utilização do próprio GPS, utilizando o celular, onde uma dupla acessou o aplicativo e foi narrando a trajetória. Uma dupla se recusou a responder, demonstrando não querer participar, fato esse que não questionamos. Consideramos a atividade satisfatoriamente realizada.

Ao fim dessa atividade, a turma ficou agradecida aplaudindo a aula, demonstraram muita satisfação com o uso de tecnologia e o entendimento da atividade proposta. A produção apresentada por eles correspondeu ao que era esperado: realizava a atividade, discutiram e socializavam no grupo.

A Professora da turma, que acompanhava e observava a aula, mostrou-se bastante surpresa com a reação e grande envolvimento, e até mesmo alegria, dos alunos. Expressou também a sua admiração pela forma em que a aula foi conduzida, encaminhou uma mensagem via celular a mim dizendo o quanto estava encantada. Tal reação nos deixou muito satisfeitas, pois nosso interesse era uma aproximação e relação de compartilhamento com ela.

Acredito que podemos analisar que nossa ação retirou a Professora e a nós mesmos de uma “zona de conforto”, no sentido de que não esperávamos tamanho envolvimento e interesse dos alunos, assim como a potencialidade da aprendizagem proposta. No dia seguinte, a Professora nos relatou que tinha até perdido o sono durante a noite, pensando nas questões advindas da

experiência com a aula e também já pensando em um tema de escrita para um futuro projeto de Mestrado.

#### Considerações em relação à aula

Percebemos que por mais simples que a atividade proposta possa aparecer, ela mostrou um enorme potencial para desenvolver habilidades de localização. Quando a questão foi elaborada, imaginávamos respostas com desenho de mapas, pois seria uma resposta mais simples de ser feita. Mas no decorrer das soluções, como professora – pesquisadora, fiquei surpresa com a criatividade das soluções apresentadas pelos alunos. Não demonstrei estranheza, resaltei cada uma delas durante a própria aula e lembrei a respeito das diversas formas de se locomover. Além disto, o uso da mídia despertou a participação dos estudantes. Foi uma aula interessante, interativa e participativa.

Sugiro ao professor que possuir mais tempo de realizar essa tarefa, a escolher uma estratégia de caminho entre as muitas propostas e organizar uma caminhada para levar os alunos a lanchonete escolhida para de fato tomarem o açaí sugerido pelo problema que compõe a atividade. Acreditamos que tal iniciativa daria concretude ao que foi estudado e, ainda, possibilitaria uma socialização na sala e até mesmo discussões sobre a temática.

2ª. Aula (05/04)

#### Atividade apresentada pela professora - pesquisadora

## ATIVIDADE 2: O que já sabemos sobre GPS?

### O QUE É O GPS

O GPS (Global Positioning System) ou Sistema de Posicionamento Global trata-se de um sistema de posicionamento no globo terrestre. Conta com um conjunto de vinte e quatro satélites mais quatro sobressalentes, em seis planos orbitais, orbitando em torno da Terra a uma altitude aproximada de 20200 km acima do nível do mar. Esses satélites estão distribuídos de maneira que um receptor, posicionado em qualquer ponto da superfície terrestre, estará sempre em área de alcance de pelo menos quatro dos satélites. É a melhor tecnologia disponível nos dias de hoje para determinar a posição exata de um ponto.



(foto: flickr.com/ chriggy1 – CC BY NC ND 2.0)

Além de ser utilizado para a localização, o GPS possui outras aplicabilidades como: agrimensura, guardas florestais, trabalhos de prospecção e exploração de recursos naturais, geólogos, arqueólogos, bombeiros, na agricultura (cálculo de áreas), todos são beneficiados pela tecnologia do GPS, que também se torna cada vez mais popular entre ciclistas, pescadores, ecoturistas e aventureiros que queiram apenas orientação durante as suas viagens.

Sugestão de vídeo: “As Aventuras do Geodetive – GPS”

<http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1107>

#### Desenvolvimento da aula

A aula inicia-se com a produção de um texto pelos estudantes a respeito do que eles entendiam sobre o GPS. Muitas foram as discussões na aula e a atividade foi sendo realizada. Logo após, fiz uma sistematização oral junto aos alunos sobre o assunto. Feito isso, passei o vídeo sugerido na atividade. Houve muita atenção e interesse pelo vídeo, pois ele apresenta o GPS na linguagem de fácil entendimento aos adolescentes, sendo claro e concisa os conceitos apresentados. O apresentador é um detetive com idade próxima a dos estudantes.

#### Considerações em relação à aula

A aula foi muito trabalhosa, pois além de sair com a turma de sua sala para a outra, onde havia as condições técnicas para a apresentação do vídeo, houve demanda de um tempo maior para sua instalação e pudemos perceber um desgaste de todos ao aguardar a montagem da sala de multimídias para poder projetar o filme. A aula teve duração de 50 minutos e foi preciso utilizar trinta minutos só para deixar o vídeo no ponto de ser passado.

Não observei a utilidade de apresentação do texto (“O que é o GPS”), devendo ser retirado desta atividade, pois no momento que solicitei aos alunos uma escrita sobre o que sabiam a respeito do GPS, eles acessaram a Internet em busca de informações. Por essa experiência, talvez seja interessante iniciar a aula com o vídeo e depois os alunos pesquisarem sobre o assunto; talvez o texto possa ser utilizado no final como mais um elemento, ficando assim a sistematização de suas conclusões em uma folha para ser entregue pelo aluno ao professor.

A atividade de conhecimento do GPS pelo filme foi também muito bem aceita pelos estudantes, eles gostam quando saímos da forma tradicional de se conceder o conhecimento. Fizemos, na aula seguinte, alguns apontamentos sobre os conteúdos matemáticos existentes no funcionamento do GPS, como o espaço tri e bidimensional surgiu também ideias para que eles pesquisem sobre outros assuntos que são apontados pelo Geodetive.

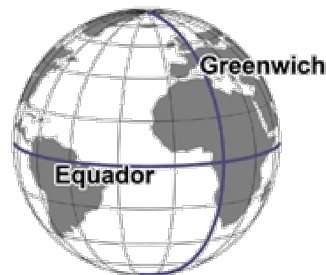
3ª. Aula (06/04)

*ATIVIDADE 3: Localização na Terra*

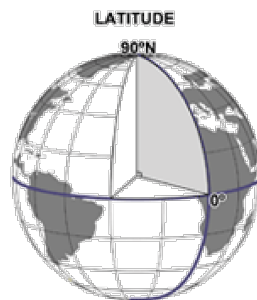
Atividades apresentada pela professora - pesquisadora

*O que é Latitude e Longitude?*

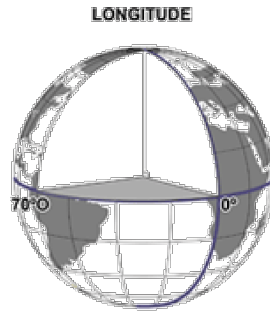
*Nossa localização na Terra é feita em relação a linha do equador e ao meridiano de Greenwich, sendo expressa em dois valores, a latitude e a longitude.*



*A **latitude** é a distância de qualquer objeto ao Equador, medida ao longo do meridiano de Greenwich. É medida em graus e varia entre 0° e 90° para Norte(N) ou para Sul(S).*



*A **longitude** é a distância de qualquer objeto ao meridiano de Greenwich, medida ao longo do Equador. É medida em graus e varia entre 0° e 180° para Leste(E) ou para Oeste(W).*

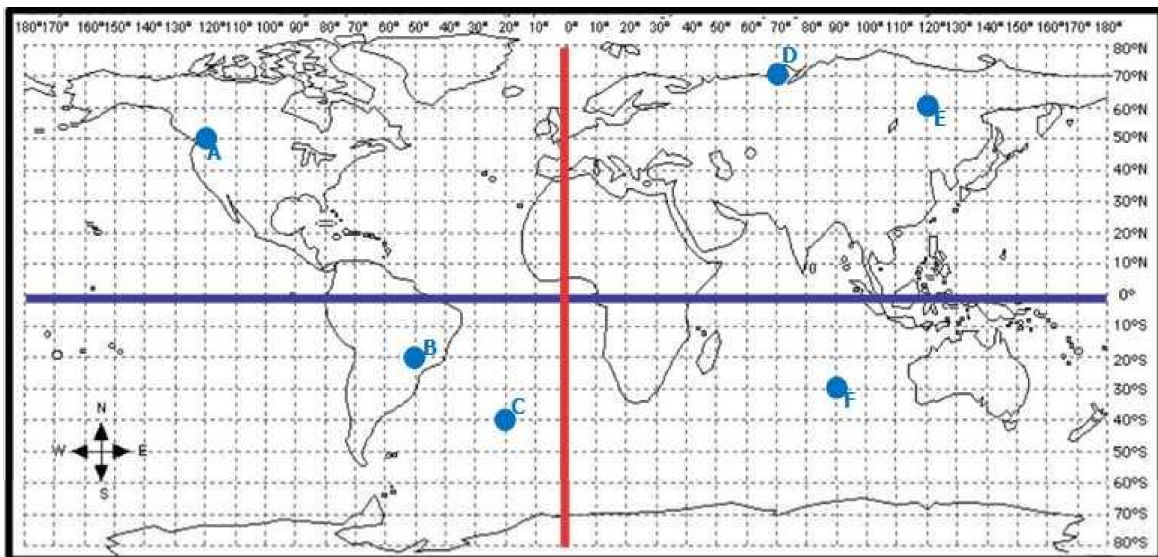


*Agora é com vocês! Vamos entrar neste site e jogar com as coordenadas: latitude e longitude.*

<http://www.geografia7.com/jogo-das-coordenadas-geograficas.html>

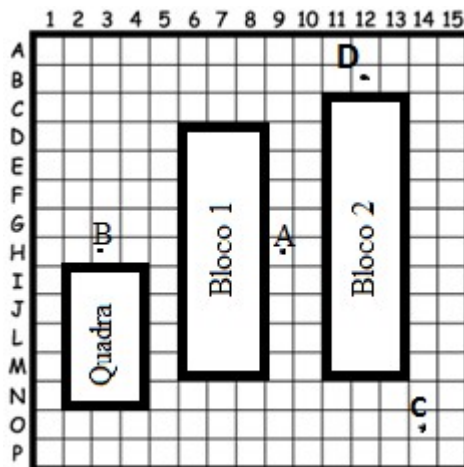
#### **ATIVIDADE 4:**

*No mapa abaixo estão marcados alguns pontos, nele está traçado na linha vertical no grau 0°, o Meridiano de Greenwich, e na linha horizontal no grau 0°, está sendo marcada a linha do Equador. Determine as coordenadas em latitude e longitude dos seguintes pontos abaixo:*



#### **ATIVIDADE 5:**

*Supondo a imagem abaixo ser a planta baixa da Escola Estadual Maria Andrade Resende, em Belo Horizonte, MG. Vamos colorir a menor rota a ser realizada por uma pessoa que sai do ponto A, em frente ao bloco 1, e vai até o ponto B, ao lado da quadra. Esta rota é representada pelos quadrinhos coloridos. A escola tem trânsito livre ao redor dos blocos.*



*Agora escrevam quais são os quadrinhos que você coloriu, identificando cada um como um par de uma letra e um número.*

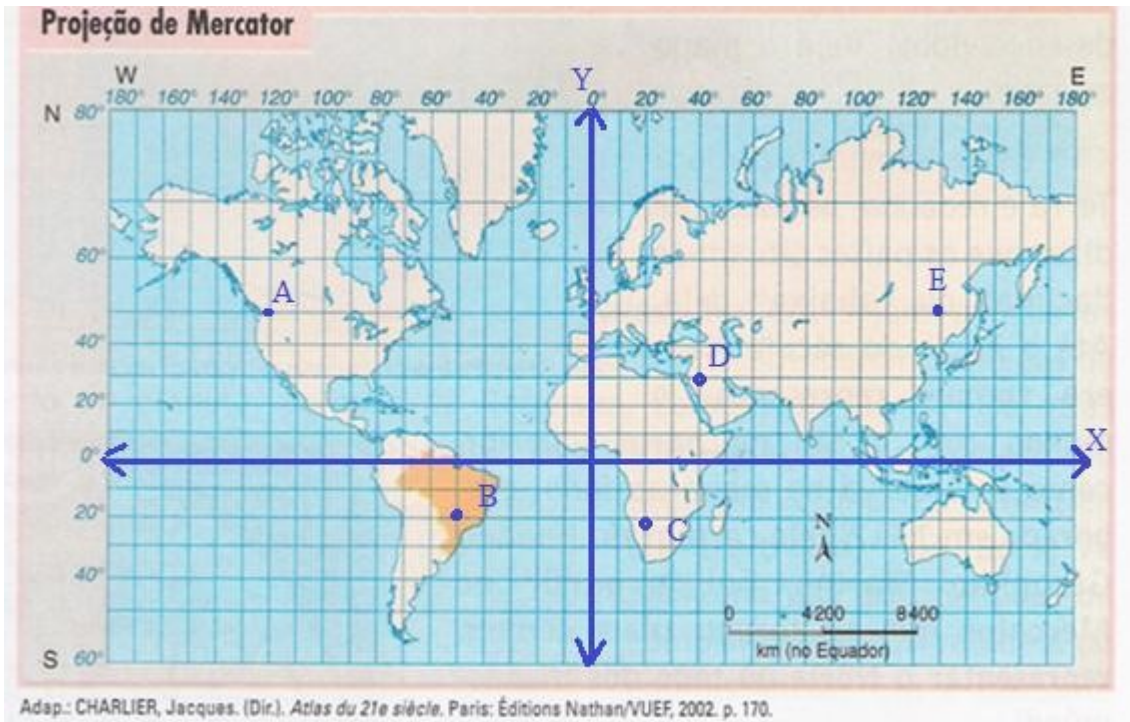
*Agora, vamos treinar mais um pouquinho, localizando os pontos C e D com um par de uma letra e um número:*

#### **ATIVIDADE 6: PROJEÇÃO DE MERCATOR**

*A Projeção de Mercator foi criada em 1569 pelo cartógrafo holandês Gerard Mercator. É uma projeção cartográfica cilíndrica e tornou-se a preferida dos navegantes por ser a única em que as direções podiam ser desenhadas em linha reta sobre o mapa, ou seja, apresenta uma projeção da Terra no plano. Na Projeção de Mercator, paralelos e meridianos são representados por linhas retas que se cruzam formando ângulos de 90°.*

*Considerando o Meridiano de Greenwich o eixo  $y$  e a linha do Equador o eixo  $x$ , dê as coordenadas geográficas e cartesianas das seguintes cidades A, B, C, D e E:*

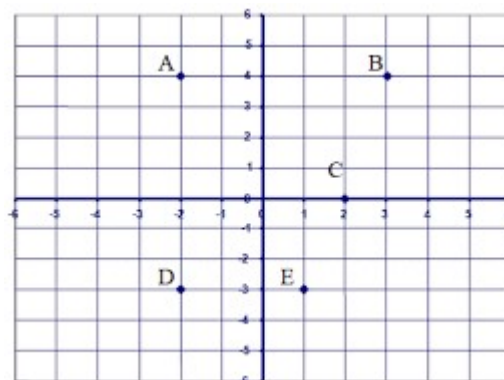




**ATIVIDADE 7:**

Observe a figura onde as retas centrais do plano são numeradas, tendo o 0 como centro e a partir dele as direções definidas pelos sinais + e -.

Determine os pontos, ou seja, dê suas coordenadas:



**ATIVIDADE 8:**

*“Localize no plano cartesiano ortogonal os pontos:  $A(3,4)$ ,  $B(-2,6)$ ,  $C(-4,-5)$ ,  $D(5,-2)$ ,  $E(3,0)$ ,  $F(0,4)$ ,  $G(-3,0)$  e  $H(0,-3)$ .”<sup>3</sup>*

### Desenvolvimento da aula

Começamos a aula retornando aos comentários acerca do vídeo passado na aula anterior. Esclareci sobre a matemática existente no funcionamento do GPS que de uma estrutura planetária constitui por satélite no espaço tridimensional, apresenta – se para o usuário em espaço bidimensional. Os alunos ficaram curiosos a respeito do assunto.

Iniciamos o conteúdo de latitude e longitude, os alunos fizeram a leitura da atividade três. Essa atividade necessitava do uso da internet Wi-Fi da escola, na sala em que estava o sinal não chegava. Precisei conceder a Internet do meu celular para conseguir cumprir a tarefa. Quando os alunos acessaram o seu celular, o jogo não foi possível de ser realizado, aconteceu um erro de compatibilidade, ou seja, o jogo não funciona em celular, somente no computador. Como essas aulas foram montadas em um computador e não foi possível fazer anteriormente o teste no celular, pude descobrir essa incompatibilidade somente no momento da atividade. Em verdade, descobrimos que nem todo sitio de Internet é compatível e acessível em celular, de modo que não teria sido possível realizar esse acesso.

As atividades quatro, cinco e seis os alunos permaneceram em dupla para a sua realização. E as atividades sete e oito ficaram para que os estudantes fizessem em casa para que assimilassem mais os conteúdos.

No final da aula fizemos uma rodada de correções, sendo que algumas duplas participaram dessas correções, ora apresentando e discutindo na sala suas correções no quadro, ora respondendo a questões que eu mesma anotava no quadro.

### Considerações em relação à aula

A aula foi bem proveitosa, os alunos, coincidentemente, estavam aprendendo sobre o conteúdo de latitude e longitude em Geografia. Nessa aula ficou demonstrado que trabalhar com a interdisciplinaridade faz com que os alunos tenham uma visão ampla do conteúdo de

---

<sup>3</sup> A atividade 8 foi retirada do livro “MATEMÁTICA”, Kátia e Roku, São Paulo - SP, Editora Saraiva, 1999.

Matemática, pois os alunos resolveram as questões dessa aula com grande desenvoltura, pois já estavam familiarizados com o tema. No momento das resoluções das atividades, a Professora que estava acompanhando também participou, atuando comigo na orientação e na resolução de dúvidas dos alunos nas carteiras. Também entre nós, professoras, fomos esclarecendo dúvidas sobre o assunto.

A questão número três não foi possível de ser realizada no laboratório de informática da Escola, pois, segundo a direção, o laboratório estava em manutenção. Sendo assim, resolvi utilizar o celular. Nessa aula também senti um pouco de dificuldade em relação ao uso da Internet e do celular, primeiro o acesso não chegava até a sala onde estávamos e depois o jogo não funcionou no celular. Precisei conceder a senha da minha Internet, o que causou uma grande euforia nos alunos, que rapidamente copiaram e buscaram acesso e improvisamos um notebook que um aluno tinha; fizemos uma demonstração para a turma inteira, ficando assim a atividade para ser cumprida pelos alunos em casa. Sugeri também que eles mostrassem a atividade à professora de Geografia.

Na rodada das correções, os alunos participaram bastante com suas respostas e dúvidas. Achei interessante que em algumas dúvidas eram os próprios colegas que às vezes já respondiam. A participação dos estudantes foi intensa todo o tempo, com interesse, perguntas, disposição de ajudar principalmente na parte de tecnologia e, pelo que pudemos observar, com a aprendizagem dos conhecimentos matemáticos envolvidos.

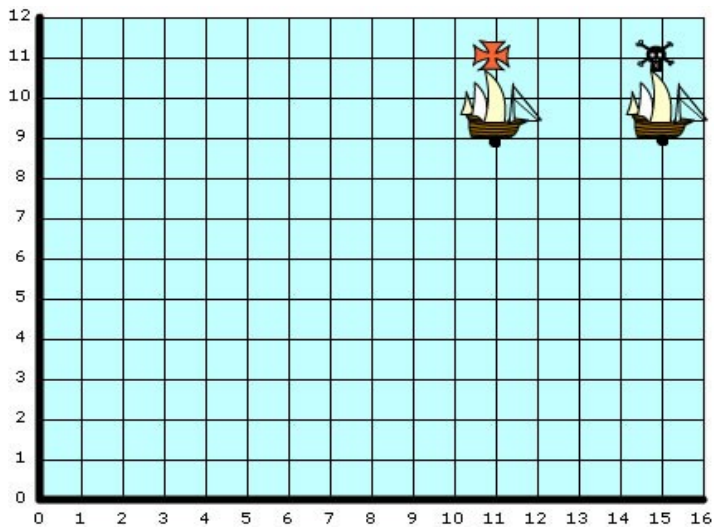
4ª. Aula (13/04)

Atividades apresentada pela professora - pesquisadora

*ATIVIDADE 9:*

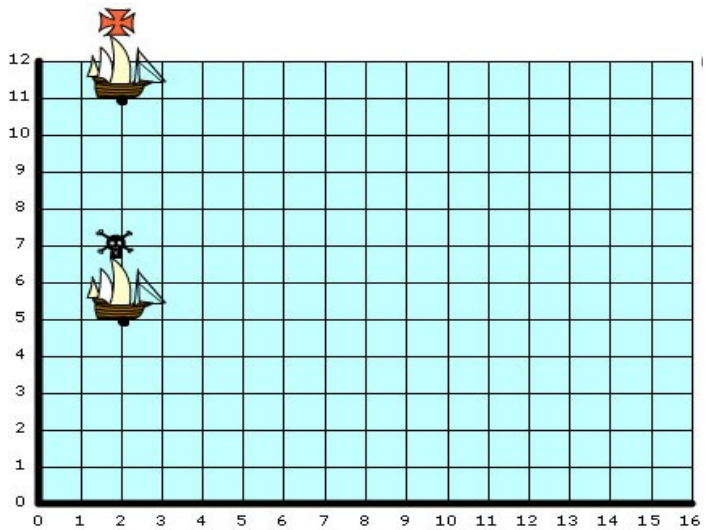
*Veja abaixo situações com três desafios. O primeiro desafio será encontrar a distância dos dois barcos do MAPA 1. O segundo desafio será encontrar a distância dos dois barcos no MAPA 2. E finalmente o terceiro desafio que será encontrar a distância dos dois barcos do MAPA 3.*

MAPA 1:

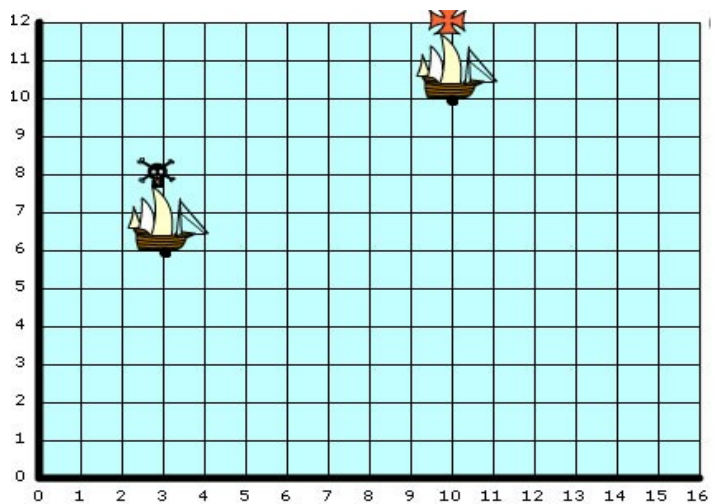


Registro:

MAPA 2:



Registro:



MAPA 3:

*Registro:*

*ATIVIDADE 10:*

*“Calcular a distância entre os pontos  $A(1,3)$  e  $B(-1,4)$ .”*

*ATIVIDADE 11:*

*“Calcular a distância do ponto  $P(-6,8)$  à origem do sistema cartesiano.”<sup>4</sup>*

*ATIVIDADE 12:*

*“Os pontos  $A(2,2)$ ,  $B(x,1)$  e  $C(-1,3)$  são vértices de um triângulo retângulo em  $B$ . Determine  $x$ . ”<sup>5</sup>*

#### Desenvolvimento da aula

Iniciamos a aula quatro com a retomada das atividades da aula anterior. Foram sanadas algumas dúvidas que os alunos trouxeram da tarefa de casa. Feito isso, pedi às duplas que realizassem a atividade nove. Os alunos se mostraram bastante interessados e desafiados e rapidamente realizaram os desafios um e dois e quando se deparam com o desafio do Mapa três, criaram estratégias para a sua resolução.

As estratégias dos alunos podem ser assim descritas: consideraram como uma unidade cada quadradinho; para sair de um barco e chegar ao outro, percorreram os quadradinhos que os separavam cortando-os, indicando a menor distância (formando a hipotenusa); a segunda estratégia foi fazer um caminho entre os dois barcos que não era a menor distância, mas considerando cada quadradinho por inteiro (formando os catetos do triângulo retângulo). Como não foi explicitamente pedido no enunciado do problema que se apontasse a menor distância, as duas soluções foram aceitas. No entanto, tive que interferir fazendo a devida correção, colocando a exigência do cálculo para mostrar a menor distância possível entre os

---

<sup>4</sup> As atividades 10 e 11 foram retiradas do livro “Fundamentos de Matemática Elementar”, Gelson Iezzi, São Paulo - SP, Atual Editora, volume 7.

<sup>5</sup> A atividade 12 foi retirada do livro “MATEMÁTICA”, Manoel Paiva, São Paulo - SP, Editora Moderna, 1ª edição.

barcos. Para isto, foi possível aproveitar uma das estratégias que apareceu (a segunda), onde construímos junto um triângulo, que os próprios alunos identificaram como triângulo retângulo. Ainda foi possível desenvolver as ideias e conhecimentos envolvendo o triângulo retângulo, por mim perguntado e por eles respondido, de modo que aos poucos os alunos foram se familiarizando e naturalmente chegando ao conceito de Teorema de Pitágoras, quando eles perceberam que o menor caminho era pela hipotenusa do triângulo retângulo.

Aplicando o Teorema de Pitágoras no desafio três, concluímos a fórmula de distância entre dois pontos, que a partir disso fica muito natural o aluno calcular a distância entre dois pontos quaisquer. Logo após essa explicação, pedi aos alunos que realizassem as atividades dez, onze e doze. As atividades dez e onze foram cumpridas com mais facilidade, mas na atividade doze precisei interferir com mais frequência, pois ela extrapolava mais, exigindo o conhecimento algébrico no triângulo retângulo.

#### Considerações em relações à aula

Gostaria de comentar sobre o fato ocorrido antes de começar a aula; eu tinha ficado uma semana sem comparecer na sala, pois em um dia houve uma paralisação dos docentes, em função de luta salarial, e nos outros dois dias foi proposto pela Professora a realização de uma revisão para a avaliação final da etapa, que os alunos fariam, conforme a programação da Escola. Quando cheguei à sala, junto com a Professora, os alunos começaram a vibrar e bater palmas com a minha volta de uma maneira que fiquei surpresa e sem reação. Eles demonstraram muita satisfação e interesse pelas minhas aulas e sua retomada. Nesse momento, a Professora solicitou o caderno dos alunos para avaliar e se retirou da sala, alegando a realização da tarefa de correção e fechamento das notas.

Em nosso entendimento, não houve tempo suficiente antes do início da experiência para o contato e amadurecimento da proposta junto à Professora. Além disto, a reação tão positiva dos estudantes, chegando a alguns momentos a fazer uma aclamação à presença da pesquisadora e à proposta de ensino, o que acreditamos que também possa ter criado algum incômodo, mostrando para nós o valor de propostas que instiguem os estudantes. Para isso, o uso das tecnologias foi essencial, em particular o uso do celular que, via de regra na escola, é de uso proibido. Acreditamos, ainda, que a presença de uma nova professora com o

compromisso de desenvolver apenas algumas aulas, também atuou no sentido de maior receptividade dos estudantes, o que não implica em nenhum demérito à Professora da turma.

Foi uma aula muito proveitosa e participativa em relação aos alunos e suas aprendizagens. Atividades produzidas para os adolescentes que envolvam desafios são muito bem aceitas, pois essa idade gosta de ser provocada. Durante a resolução da atividade nove, de maneira geral, os alunos se concentraram e não aceitavam que os colegas os interrompessem com seus raciocínios, às vezes, observava que um ou outro aluno chamava a atenção de seu colega pedindo que ficassem quietos para resolverem a atividade.

Confesso que estava receosa na hora de fazer a demonstração da fórmula de distância entre dois pontos, é um conceito novo para eles e sua demonstração demanda atenção. O que ocorreu foi inesperado: os alunos participaram bastante, mas também percebi que precisava estar sempre os envolvendo na resolução, colocando-os como pensantes das estratégias que seriam utilizadas em cada passo da construção do cálculo de distância entre dois pontos.

Em alguns momentos a aula foi interrompida pela curiosidade dos alunos em relação às notas e resultados da etapa, com a devolução das avaliações pela Professora. Nesses momentos, preferi parar a explicação alguns minutinhos para que todos recebessem as avaliações, pois percebi que se continuasse ficariam conversas paralelas e não prestariam a atenção no desenvolvimento da atividade. Achei importante, também, valorizar a ação paralela desenvolvida pela Professora.

Tudo isso mostra a importância da sintonia do professor em relação a seus alunos, porque se as condutas puderem ser acolhidas e combinadas, eles poderão se sentir contemplados nos seus desejos e o ensino se torna mais prazeroso.

Enfim, essa aula me fez acreditar ainda mais na ideia em que o aluno precisa conhecer de onde veem as fórmulas matemáticas, o que foi possível no caso, fazendo a dedução. Construir junto aos estudantes as demonstrações de cada conceito foi possível e com isso percebi mais facilidade na aplicabilidade das fórmulas.

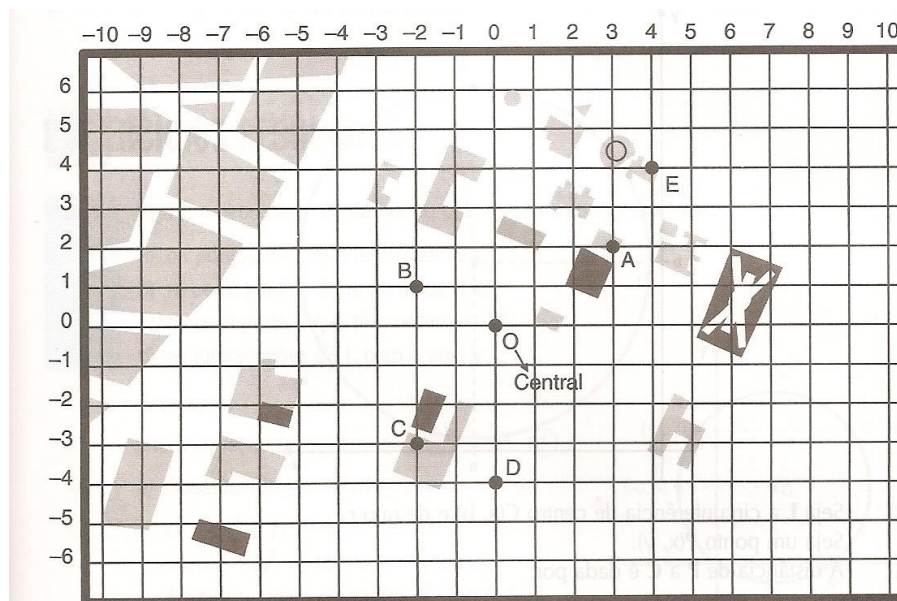
5ª. Aula (14/04)

Atividades apresentada pela professora - pesquisadora

*ATIVIDADE 13: Encontrando caminhos!*







Os rádios intercomunicadores utilizados pelos guardas têm alcance máximo de 5 km. Como podemos determinar quais dos cinco postos assinalados no mapa podem se comunicar diretamente com a central, sem mudar de local, considerando que no mapa cada lado do pequeno quadrado representa 1 km?

Qual é o conjunto de pontos que abrigaria postos policiais a exatamente 5 km da central?

Qual é o conjunto de pontos que estão, no máximo, a 5 km da central?”<sup>6</sup>

### ATIVIDADE 15: CONHECENDO A TRILATERAÇÃO

O GPS usa a trilateração de quatro esferas ou mais para localizar um receptor em qualquer ponto do planeta. Para entendermos um pouco sobre a trilateração do GPS, vamos conhecer a trilateração em duas dimensões, que basicamente será o mesmo raciocínio da trilateração em três dimensões, em duas dimensões usaremos circunferência e na de três dimensões usaremos esferas.

Começemos por um desafio: Suponhamos que uma pessoa esteja perdida ao redor da escola de posse de um mapa da região, um GPS, celular ou tablete que possua o “google maps” e consiga três informações de pessoas diferentes.

Primeira informação: Você está a 811m da escola.

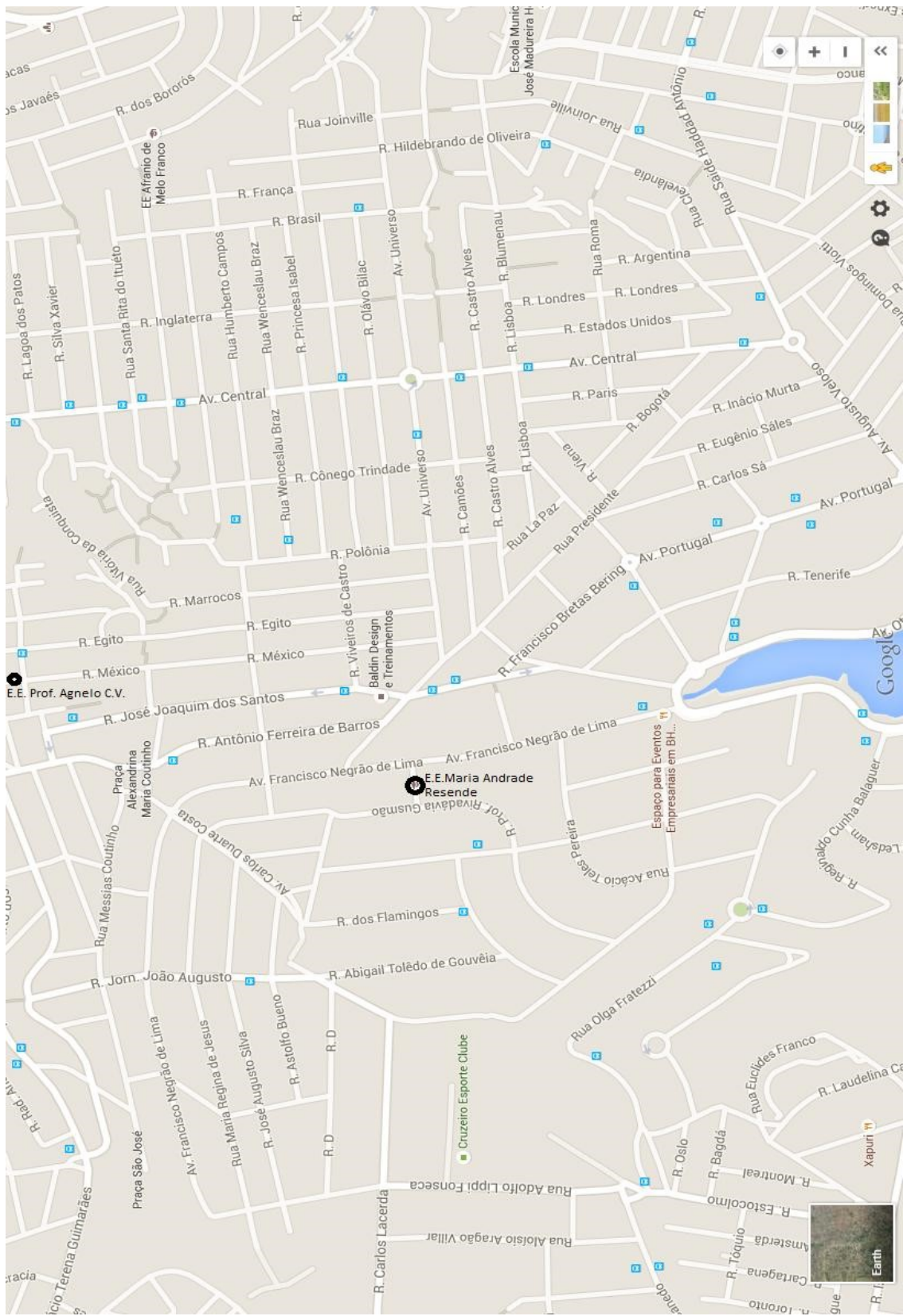
<sup>6</sup>A atividade 10 foi retirada do livro “MATEMÁTICA”, Kátia e Roku, São Paulo - SP, Editora Saraiva, 1999.

*Segunda informação: Você está a 1460m da Escola Estadual Professor Agnelo Correia Viana.*

*Terceira informação: Você está a 1050m do Espaço para Eventos Empresariais em BH - Clubinho Pampulha.*

*O que você pode fazer para ajudar essa pessoa?*

*Use o mapa abaixo para se localizar.*



<https://www.google.com.br/maps/@-19.8334686,-43.9937555,16z> - Acesso em 17/06/2015.

### Desenvolvimento da aula

A atividade treze não foi realizada na íntegra como proposta, por falta de tempo, pois precisava ter solicitado anteriormente autorização de mais aulas de outros professores, já que com 50 minutos não seria possível fazer o sugerido. Essa situação com o tempo só foi percebida por nós posteriormente. Contudo, reuni a turma em grupos de aproximadamente cinco alunos e juntos escolhemos um local com endereço e exploramos o uso do GPS somente em sala de aula. Após a rota ser calculada pelo GPS, os alunos transcreveram-na para o mapa impresso e discutimos sobre outros possíveis caminhos. Os alunos se empenharam bastante nessa atividade, tendo ela também se mostrado interessante. Ao final discutimos a respeito das facilidades e dificuldades em relação ao uso do GPS.

A atividade quatorze não foi realizada, pois diante do combinado com a Professora, precisava encerrar a experiência nesse dia e a atividade quatorze demandaria mais uma aula para ser realizada. Para a atividade quinze, onde precisaríamos construir um trajeto, havia comunicado aos alunos que em outro momento seria realizado, pois o laboratório de informática ainda não estava funcionando. Propus, assim, que em outro momento, quando eu retornar a escola, realizaríamos as duas atividades, o que seria possível, já que sou professora efetiva nessa mesma Escola.

Encerrei minhas atividades colocando a sala em círculo para uma roda de conversa, agradei a participação de todos e pedi que escrevam sobre o que acharam das aulas; entrego uma folha para cada aluno fazer o seu registro; saliento que a opinião deles é muito importante para o meu projeto; cada aluno escreveu suas impressões e entregou e, ao final, muitos bateram palmas e agradeceram pela oportunidade.

Na roda de conversa, ao finalizar, eles se expressaram com poucas palavras: “gostei, achei interessante, muito bom”. Interferi perguntando por que gostaram, ou acharam interessante, e as respostas foram sempre as mesmas: “porque saiu da mesmice da aula chata” ou “porque usamos o celular” ou “porque vimos a matemática na prática”.

Nos registros produzidos pelos alunos, percebi diversas formas de se expressarem, uns desenharam uma mãozinha sinalizando um “jóia”, outros escreveram da mesma forma, com uma linguagem informal e reduzida, como conversam com os colegas no aplicativo

“WhatsApp”. De um modo geral, todos que se expressaram oralmente elogiaram, disseram que foi uma oportunidade de sair da aula tradicional e vivenciar a matemática na prática. Um aluno entregou sua folha com a anotação “não gostei”.

#### Considerações em relação à aula

Foi uma aula muito corrida, precisava encerrar minhas atividades naquele dia, o que não foi positivo. Senti dificuldades quando precisei usar a sala de informática e a Internet da Escola, mais uma vez foi preciso que liberasse o acesso do meu celular, pois o Wi-fi não chegava até a sala. Uma coisa interessante que descobri, os alunos possuem uma senha de uma internet Wi-fi que chega até esta sala, mas a direção da Escola não a conhece e os alunos não divulgam para que não seja cancelada. A maioria dos alunos não possuía dificuldades em fazer o uso do aplicativo, me pareceu muito comum na rotina deles, o que não parece ser de conhecimento da Escola e, também, possivelmente foi o que mais favoreceu a satisfação deles em trabalhar com as atividades propostas.

A aula, assim como toda a atividade, mostra que as condições da ação docente são também dependentes das condições locais e, embora tenhamos conseguido desenvolver quase todas as atividades propostas, houve algumas fragmentações no tempo e no espaço que dificultaram. Certamente se tivéssemos a sala de informática montada e liberada, assim como o tempo até mesmo para percorrer trajetos, nossa proposta seria ainda mais positiva.

O encerramento mostra um resultado de ensino bastante satisfatório, a surpresa da recepção e participação intensa dos alunos, a compreensiva dificuldade nossa de inserção na Escola, já que há pouco tempo que temos o contato e a participação da professora. Houve, contudo, alunos que não ficaram satisfeitos, sendo que apenas um assim se manifestou, não tendo nós conseguido compreender o motivo.

### **2.3 Opiniões da Professora regente da turma**

Após o encerramento das aulas, realizamos na própria Escola uma entrevista com a Professora<sup>7</sup>, proposta que já havia sido combinada. Nossas perguntas foram formuladas baseadas na apresentação da Professora com dados pessoais gerais, tempo de experiência e tempo que trabalha nessa Escola, em que series ela atua nesse turno e como são os seus alunos. Fizemos também outras perguntas relacionadas com o uso de tecnologias, por exemplo se ela já teve experiência com o uso do GPS antes, na sala de aula, ou com outro recurso tecnológico.

Elaboramos também algumas questões que envolvem a sequência didática, como por exemplo: Você achou válida a nossa Sequência Didática? Por quê? Você achou que com ela os alunos ficaram mais interessados? Você achou que os conteúdos foram bem aproveitados na experiência? Que dificuldades você acha que existiram? Você poderia nos dizer o que mudaria na Sequência Didática para uma segunda utilização? O que você pensa que o professor precisa saber para trabalhar com essa Sequência? Todas essas perguntas foram respondidas e encaminhadas por e-mail para a pesquisadora.

A professora tem aproximadamente trinta anos, com experiência na docência de cinco anos. Atua na Escola em que ocorreu a pesquisa há três anos e nesse ano está com os alunos do 1º ano do ensino médio. Segundo a Professora, os seus alunos possuem características diversas, como estudiosos e dedicados, também desinteressados, e aqueles que se dedicam somente quando o assunto os interessa. É uma turma diversificada, como já esperado.

Relatos feitos pela Professora sugerem não ter tido experiência com o uso do GPS antes dessa participação na pesquisa. No que diz respeito ao uso de informática, ela costuma trabalhar com os alunos tabela e gráficos, utilizando o programa de computador Excel. “As aulas se tornam interessantes, pois saímos da rotina” a Professora salienta. Porém, a dificuldade é a mesma citada por nós em relação às tecnologias utilizadas na escola, não se consegue trabalhar de forma eficaz pela falta de computadores para os alunos, sendo necessário três ou mais alunos utilizarem o mesmo computador. Essa dificuldade influencia de forma negativa o

---

<sup>7</sup> A entrevistada assinou um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, conforme as normas de ética na pesquisa, tendo por nós a garantia de sigilo de sua identidade.

trabalho, não permitindo que se desenvolva de forma mais eficaz as habilidades individuais de cada aluno, segundo a Professora.

Em relação à sequência didática, a Professora achou de grande valia, pois se trabalhou a matemática associando o cotidiano do aluno, o que tornou o ensino do conteúdo mais significativo. Os alunos ficaram mais interessados e participativos, pois analisavam o problema, discutiam a melhor resolução e apresentavam suas conclusões, segundo o seu entendimento. De acordo com a Professora, os conteúdos foram muito bem aproveitados na experiência.

Em contrapartida, a Professora relata que a falta de alguns recursos tecnológicos dificultou a aplicação dessa sequência; “Tivemos que lidar com a falha na rede da Internet”, e também a falta de computadores para que se realizassem algumas atividades, conforme nós mesmos já havíamos mencionado, confirmando uma dificuldade estrutural de escolas públicas.

A professora sugere a alteração da aula em que os alunos escrevem um texto sobre o GPS e depois assistem ao vídeo, para que seja feita a ordem inversa, ou seja, passar o vídeo e depois a produção do texto. Nas outras atividades ela não opinou em mais alterações. Consideramos que sua opinião foi coincidente com o que também observamos.

Encerramos a entrevista com a opinião dela em relação ao que o professor precisa saber para trabalhar com essa sequência didática proposta: “Precisamos saber utilizar os recursos tecnológicos e conhecer o GPS”. A presença, participação e opiniões da Professora foram pertinentes e vieram a enriquecer nossos dados. Como ela, reforçamos a necessidade dos professores conhecerem e utilizarem tecnologias, o que esperamos poder colaborar com o material didático que deixamos como sugestão a partir desse estudo.

Nossa relação como pesquisadora com a Professora reafirma a necessidade de construir uma parceria colaborativa desde a concepção da sequência didática, o que acolhemos como aprendizagem nesse processo.

## 2.4 Uma análise geral

O uso das tecnologias tem apresentado uma importância cada vez maior na sociedade, abrangendo os mais diversos setores. Essa presença crescente das tecnologias na vida social, e consequentemente na escola, remete os professores à reflexão de suas práticas pedagógicas, seja pelo potencial que elas representam, seja pela formação que os professores passam a ter com o seu uso. Inserir essas tecnologias em nossas aulas torna-se quase uma obrigação, pois os nossos alunos de hoje estão vivenciando o mundo informatizado e esse será, certamente, o futuro da sociedade.

Por outro lado, inserir as tecnologias somente como outra forma de apresentar o conteúdo, não se justifica. Por exemplo, um professor que redige um texto no quadro e ao invés de escrever no quadro usa o “data show” para se projetar o texto, não está explorando adequadamente uma tecnologia para desenvolver o aprendizado e sim para projetar o texto para que o estudante o copie e a partir disso possa promover o aprendizado. Não queremos dizer que tal prática não seja válida, nós queremos é ir além. Como analisa Palis (2010), existem múltiplas possibilidades de uso de tecnologias, trata-se pois de uma escolha do docente, conforme suas condições de trabalho e uso. Aqui fizemos algumas escolhas.

Na experiência em questão, aqui relatada, o uso da tecnologia envolveu um instrumento de fácil acesso e disponível aos estudantes, propondo a eles uma ação. Em contrapartida tivemos alguns empecilhos, como a falta de rede de Internet.

Também é tradição da escola a proibição do uso do celular em sala de aula, o que geralmente causa insatisfação nos alunos, pois o aparelho é desejado e de grande uso. O uso do celular na aula é assunto controverso, talvez seja necessária uma negociação com os estudantes. Em nossas atividades isso não foi problema para a realização das tarefas, pois combinamos como e quando usaríamos o aparelho, o que foi muito bem recebido pelo alunos. Para que isso ocorresse de forma mais efetiva, foi essencial o estabelecimento de uma relação professor-aluno dialógica, no sentido de propor a atividade e ouvir os alunos, seus comentários e perguntas; fazer a resolução das questões com a participação deles, dialogando sobre as possibilidades de cada resultado e valorizando suas produções. Acreditamos que o papel do professor está em envolver as tecnologias no aprendizado, processo esse que acontece no dia-a-dia, durante a prática mesmo.



Essa sequência didática foi produzida pela pesquisadora baseada em sua experiência de alguns anos atrás, o que levou à pesquisa. Depois de pronta, desenvolvida com os alunos em sala de aula, mostrando aspectos bastante positivos, mas também alguns negativos. Por isso, após essa nova experiência, a sequência didática sofreu algumas alterações visando o uso mais adequado por outros professores. Isto porque, no decorrer das aulas, percebemos que algumas alterações seriam cabíveis para que tornasse o aprendizado mais efetivo, tendo a experiência oportunizada as modificações que fizemos.

Pudemos observar também, durante o desenvolvimento das atividades, que os alunos se dispuseram a uma experimentação, que conversaram, levantaram ideias, discutiram seus pontos de vista e criaram entendimentos próprios. Segundo Borba (2010),

“Diante disso, as possibilidades de investigação e experimentação propiciada por essas mídias podem levar estudantes a desenvolverem suas ideias a ponto de criarem conjecturas, validá-las e levantar subsídios para a elaboração de uma demonstração matemática.”

Ball (2008) destaca, um aspecto relativo à necessidade dos professores reconhecerem estratégias diferentes, não padronizadas, produzidas muitas vezes pelos alunos, quando da realização de atividades, além de reconhecer, saber utilizá-las em função do aprendizado. Espera-se que o professor seja capaz de levantar questionamentos do tipo: “É legítimo fazer isto?”; “Por quê?”; “Isto funciona em geral?”. O professor precisa estar engajado com essa espécie de “discurso interno da matemática”, o qual é crucial para determinar o que fazer ao ensinar conteúdos matemáticos na escola básica.

Acreditamos que a grande aceitação da proposta de ensino que levamos à turma esteve inicialmente relacionada à introdução de tecnologias, em particular do celular. No entanto, a manutenção do interesse e participação durante toda a atividade, em aulas subsequentes, inclusive com exercícios e investigações feitos em casa, está relacionado ao tipo de aula proposto, trabalhando em grupos, ouvindo as correções, incentivando a curiosidade e incorporando as discussões e opiniões dos alunos, acrescentando e induzindo a ideias que levaram a uma sistematização final do conhecimento sobre Geometria Analítica.

Podemos dizer ainda que a tecnologia favoreceu enormemente o desenvolvimento da proposta, pois abriu o interesse dos alunos e foi útil para a resolução das atividades, cumprindo seu papel didático e favorecendo a aprendizagem de um instrumento de uso social, assim como das ferramentas da álgebra para a resolução de certos problemas. (Bezerra, 2006 e Lima, 2013)

A geometria analítica é um conteúdo cujo desenvolvimento nas aulas não é de fácil entendimento dos estudantes, pois trata-se da compreensão do plano cartesiano, da representação gráfica de situações e construção de retas, da realização de cálculos como a distância de pontos, a equação da circunferência, que foram por nós deduzidas na sala de aula. É um conhecimento útil e interessante, mas que exige um grau de abstração e habilidade de representação gráfica. Acreditamos que atividades como as que propusemos contribuem para a aprendizagem pois foram aqui tratadas como “conhecimento escolar” (Moreira, 2004), já que o conteúdo não se separa da metodologia e das condições de entendimento dos educandos.

Outro aspecto essencial que veio da experiência, agora do ponto de vista da pesquisadora, foi, além da elaboração e desenvolvimento da proposta, a própria necessidade de realizar o relato da mesma para a elaboração dessa dissertação. Para o relato aqui descrito tivemos que refletir sobre a nossa prática em sala de aula e, assim, aprendemos com a nossa própria experiência, no que diz respeito às tecnologias, à importância das relações dialógicas e colaborativas na pesquisa, na articulação do conhecimento teórico com o seu uso social, entre outros.

### 3. Considerações finais

Propusemos nessa pesquisa a construção de uma sequência didática para o ensino de elementos da Geometria Analítica usando o GPS como recurso pedagógico. Essa sequência foi desenvolvida em uma turma de 1º ano do Ensino Médio de uma Escola da Rede Estadual de Minas Gerais, em articulação com a Professora regente, proporcionando a elaboração final de um material didático como produto educacional.

Realizamos estudos aonde vimos que o uso de tecnologias em sala de aula se torna obrigatório nas práticas docentes, percebemos que essa ideia poderia ser uma solução para a falta de motivação dos alunos, além de estarmos inserindo-os na sociedade que esta cada vez mais informatizada. Segundo Borba (2010),

Desse modo, o acesso à informática na educação deve ser visto não apenas como um direito, mas como parte de um projeto coletivo que prevê a democratização de acessos a tecnologias por essa mesma sociedade. É dessas duas formas que a informática na educação deve ser justificada: alfabetização tecnológica e direito ao acesso.

No desenvolvimento da proposta com os estudantes na Escola, foi necessário que a própria pesquisadora assumisse o desenvolvimento do ensino, ponto esse que não era esperado, mas em nossa percepção foi positivo, pois nos forneceu a oportunidade de refletir sobre a própria aula que planejamos. Assim pudemos construir, aplicar e fazer as alterações cabíveis numa proposta de ensino que se tornará um recurso didático. Concluimos que se este fato não tivesse ocorrido talvez essas aulas não tomassem o desenrolar desejado, poderia a sequência aplicada por outro professor não fosse conduzida da maneira planejada. Percebemos, porém, que não foi adequado chegar à Professora com a sequência pronta, que poderíamos ter outros desdobramentos se tivéssemos tido condições de elaboração da proposta de ensino juntamente com ela.

Podemos associar os conhecimentos relacionados à atividade proposta, seu desenvolvimento e reflexões finais à teoria de Moreira (2004), dizendo que o *conhecimento escolar* implica no conhecimento do conteúdo e, ao mesmo tempo, relacionado ao ensino, incorporando aos docentes os saberes da prática pedagógica. Também podemos associar essa experiência ao “conhecimento pedagógico do conteúdo” descrito por Shulman, pois, esse conceito envolve saberes os professores mobilizam para distinguir quais representações são mais eficazes para

apresentar um conceito matemático específico para o ensino; analogias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações de maneira mais compreensiva para o aluno.

Nossas conclusões mostram que nem sempre uma aula transcorre da maneira planejada, por mais que nos coloquemos de corpo presente nela, na hora da prática a realidade se mostra diferente. Podem acontecer situações não previstas, como a maneira com que os alunos se interagem nas soluções que apresentam e as dificuldades também, o que exige flexibilidade do professor no pensamento e escuta dos alunos. Sendo assim, em alguns momentos será preciso fazer algumas alterações de planejamento.

Outro ponto observado por nós é a respeito do tratamento das aulas e observações gravadas em áudio, pois o trabalho de escuta e transcrição remete a uma reflexão sobre os fatos ocorridos. É um momento em que observamos sobre a nossa conduta em sala de aula, refletimos se a maneira que se conduziu a aula foi a mais adequada, sobre o que se pode fazer na próxima para que se melhore ainda mais o aprendizado dos alunos. Acreditamos que aprendemos e crescemos com essa experiência.

Aprendemos também, com a experiência do Mestrado Profissional, a articular os saberes acadêmicos com a prática docente. Entendemos em que algum momento se faz necessário refletir como professores sobre as nossas aulas e nossos alunos. Durante o curso vivenciamos trocas de experiências extremamente valiosas. Aprendemos sobre a importância das novas tecnologias estarem presente no cotidiano dos alunos e professores. Esperamos ainda que nossa produção, baseada nessa pesquisa, possa levar a um maior aprendizado a outros professores.

## Referências

ALVES, S. A matemática do GPS, *Revista do Professor de Matemática*, n.59, SBM, 2006.

BALL, Deborah Loewenberg, Thames, Mark Hoover , and Geoffrey Phelps, 2008. *Content knowledge for teaching: what makes it special?* Disponível em: <https://www.math.ksu.edu/~bennett/onlinehw/qcenter/ballmkt.pdf>. Acessado em: setembro 2014.

BEZERRA, Nilra Jane Filgueira & Scartazzini, Luiz Sílvio. O uso do GPS como fator de motivação na aprendizagem da geometria analítica. *Acta Scientiae* – v.8 – n.2 – jul./dez. 2006

BEZERRA, Nilra Jane Filgueira. *O GPS como instrumento didático auxiliar no processo de significação conceitual no ensino de Geometria Analítica*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Luterana do Brasil. Canoas, 2006

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. *Informática e Educação Matemática*. 4. Ed., Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BORBA, M. C.; ZULATTO, R. B. A.; O Uso de Softwares na Prática Profissional do Professor de Matemática. *Revista Ciência e Educação*; V.18, n.3, p. 527 – 542, 2012.

BORBA, Marcelo C. A pesquisa qualitativa em Educação Matemática. Publicado em CD nos *Anais da 27ª reunião anual da Anped*, Caxambu, MG, 21-24 nov. 2004.

BORBA, Marcelo de Carvalho. Softwares e Internet na Sala de Aula de Matemática. *Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática*, Salvador, Bahia, julho de 2010.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1998.

Vídeo: <http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1107>

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio*. Brasília: MEC, 1999.

FANFANI, Emílio Tenti. Culturas jovens e cultura escolar. *Documento apresentado no seminário “Escola Jovem: um novo olhar sobre o ensino médio”*. Organizado pelo Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Coordenação-Geral de Ensino Médio, Brasília, junho de 2000.

FIORENTINI, Dario. *Alguns Modos e ver e conceber o ensino da matemática no Brasil*. In: *Zetetiké*, ano 3, nº. 4, 1995, p.1-37.

LIMA, Davi Dantas. *Desvendando a Matemática do GPS*. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - ProfMat) Universidade Federal de Sergipe, 2013.

MOREIRA, Plínio C. e DAVID, Maria Manuela Martins Soares. Matemática escolar, matemática científica, saber docente e formação de professores. *Zetetiké*. – Unicamp – v.11 – n.19, - jan./jun. 2003.

MOREIRA, Plínio C. O conhecimento matemático do professor: formação na licenciatura e prática docente na escola básica. Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação da UFMG, 2004.

MOREIRA, Plínio Cavalcanti e DAVID, Maria Manuela Martins Soares. O conhecimento matemático do professor: formação e prática docente na escola básica. *Rev. Bras. Educ.* [online]. 2005, n.28, pp. 50-61. ISSN 1413-2478. <http://dx.doi.org/10.1590/S1413-24782005000100005>.

PALIS, Gilda de La Rocque. O conhecimento tecnológico, pedagógico e do conteúdo do professor de matemática. Em *Educação Matemática em Pesquisa*, São Paulo. V.12, n.3, PP. 432-451, 2010.

SHULMAN, Lee. *Knowledge and teaching: Foundations of the new reform*. *Harvard Educational Review* nº 1, vol. 57, febr.1987, p. 1-22.

## APÊNDICE A

# MATERIAL DIDÁTICO

## CADERNO DO PROFESSOR

### O USO DO GPS COMO RECURSO PEDAGÓGICO PARA O ESTUDO DE ELEMENTOS DA GEOMETRIA ANALÍTICA

Apresentamos a seguir uma proposta de sequência didática para o desenvolvimento de uso do GPS para o estudo de Geometria Analítica. A proposta abaixo é dirigida ao Professor, com indicações de atividades a serem propostas por ele aos estudantes do Ensino Médio, com sugestões e orientações. Apresentamos também o Caderno de Atividades para ser apresentado aos estudantes. O Professor poderá fazer adaptações que forem pertinentes ao contexto em que atuar.

Esta proposta se dirige ao ensino médio, preferencialmente ao primeiro ano. Tem como objetivo o ensino com uso de tecnologias e o desenvolvimento de conteúdos da geometria analítica: plano cartesiano, localização no plano e no espaço, relação entre movimentação no plano e no espaço, construção de retas, distância entre dois pontos, resolução de problemas.

#### Prezado Professor,

Apresentamos a seguir uma proposta de sequência didática com objetivos, atividades e orientações, uma sugestão de trabalho para tornar mais interessante para os estudantes o aprendizado de elementos da Geometria Analítica.

O estudo de Geometria Analítica compreende as relações e construções no plano cartesiano, também a representação de figuras geométricas por equações algébricas. Alguns conceitos, tais como: sistema cartesiano ortogonal, distância entre dois pontos, equação da reta, distância entre ponto e reta, equação da circunferência, entre outros, fazem parte conteúdo de Geometria Analítica, podendo ser abordado conforme a turma e as demandas que se colocarem.

Sabemos que o GPS opera no espaço, através de satélites que orbitam o planeta Terra, portanto sua organização pressupõe um conjunto de conhecimentos mais amplos e complexos, que não poderão ser tratados por esta atividade. No entanto, a visualização do GPS para as pessoas no dia a dia da vida atual se apresenta no plano e esta transformação do modelo espacial para o plano pode ser explicada e explorada, já que este instrumento tem tido grande uso social. Salientamos novamente, contudo, que o nível de abrangência e profundidade do tema e dos conceitos matemáticos que podem com ele se envolver, fica a critério do Professor na relação com suas turmas.

Nessa sequência, poderemos tratar de modo mais interessante e contextualizado para os estudantes elementos como a localização de pontos, o senso de direção, a construção de roteiros, as medições, noção de espaço, entre outros elementos importantes para sua vida prática.

A Sequência Didática apresentada tem os seguintes objetivos:

- Que os estudantes possam:
  - Reconhecer um GPS, suas finalidades e utilização;
  - Compreender o seu funcionamento para além do senso comum;
  - Ter contato com a ideia da representação tridimensional no plano;
  - Aprender/retomar alguns conceitos básicos da Geometria Analítica.
  
- Que o professor possa ter uma boa experiência com o uso do GPS como tecnologia que auxilia na compreensão da geometria analítica.

O desenvolvimento da Sequência Didática na sala de aula se dará mediante um conjunto de atividades propostas para os alunos, na forma de Caderno do Aluno, que se organizarão em duplas. A vantagem da organização em duplas pode ser considerada pelo incentivo à troca de ideias, contudo, o professor precisará reforçar o trabalho em dupla respondendo questões sempre após as remeter à dupla, ouvindo um e outro quando solicitado, o que facilitará a sua aula no sentido de colaboração.

O Caderno do Aluno encontra-se em anexo e nele são reproduzidas as atividades que aqui apresentamos. Ao serem formadas as duplas, o Caderno pode ser distribuído, ficando o ritmo de trabalho a ser estabelecido pelo Professor. Sugerimos, ainda, que as questões sejam



corrigidas e discutidas no quadro pelos próprios alunos, uma a uma, sempre ouvindo e possibilitando correções e visões diferenciadas de cada problema.

Inicialmente, ao distribuir o Caderno do Aluno, o Professor deve pedir às duplas que resolvam as Atividades 1 e 2, deixando para assistirem o vídeo conjuntamente. Ao final desta parte, realizar sistematização coletiva na sala, valorizando a troca de ideias e as diferentes formas de solução dos problemas. Após isto, os estudantes retornam às duplas e podem resolver as demais questões. Ao final, nova rodada de correção coletiva no quadro, convidando os estudantes a realizá-las, conferindo e fazendo observações sobre as diversas soluções que surgirem.

Sugerimos, assim, que sejam acolhidas as formas mais espontâneas e informais de resolução, mas que, ao final de cada questão, as respostas e os conteúdos ali existentes, sejam sistematizadas adequadamente pelo Professor.

#### ATIVIDADE 1:

Conteúdos desenvolvidos: Noção de espaço e localização.

Objetivos:

- Localizar no espaço com base em pontos de referência e algumas indicações de posição.
- Descrever sua posição e a posição de objetos no espaço, dando informações sobre pontos de referência, direção e sentido.

Esta atividade introduz uma situação que claramente irá indicar a possibilidade de uso do GPS.

**Helena e suas amigas desejam conhecer uma lanchonete muito famosa que é especialista em creme de açaí. Nesta semana, seu grupo de amigas decidiu experimentar o açaí, mas elas estão com um pequeno problema, conhecem o endereço da lanchonete, mas não sabem chegar até o local. Como podemos ajudar este grupo de amigas, de um modo mais fácil, a encontrar a lanchonete? Faça no caderno um roteiro geral para se chegar à Lanchonete, saindo da Escola. Endereço da lanchonete: Avenida Portugal, 555 Bairro: Santa Amélia.**

Orientação para a atividade 1:

Sugerimos que, uma vez apresentado o problema à turma, deixar que as duplas discutam e localizem a lanchonete. Instigue a participação de todos e peça para que cada dupla registre com desenho as ideias em uma cartolina e ao final afixe-a no mural da sala, juntamente com o problema discutido. Depois afixado os cartazes em sala de aula, socialize as diversas formas apresentadas pelas duplas. Valorize cada opinião dada por eles. Deixe que cada dupla explique sua solução.

Caso não apareça nenhuma sugestão de uso do GPS para a solução do problema, converse com a turma sobre o que acham de conhecerem mais sobre uma forma interessante de se localizarem. Uma forma muito utilizada e conhecida pelas pessoas, o GPS.

## **ATIVIDADE 2: O que já sabemos sobre GPS?**

Conteúdo desenvolvido: GPS

Objetivo:

- Explorar o conhecimento prévio dos alunos em relação ao GPS.

### Orientação para a atividade 2:

Peça para cada dupla escrever o que pensa sobre o GPS, dando para isto um tempo de até cinco minutos. Devemos explorar o conhecimento prévio dos alunos, deixem que exponham o que sabem deste aparelho. Depois, socialize esses conhecimentos, instigue a curiosidade dizendo a eles que conhecerão mais sobre o seu funcionamento e inclusive é baseado em conteúdos matemáticos. Podem ser feitos registros no quadro à medida que os estudantes falam.

Após a socialização das ideias, chame a atenção para as várias formas de uso do GPS. Em seguida, passe o vídeo que mostre a correlação do GPS com conhecimentos da Matemática.

### Sugestão de vídeo:

“As Aventuras do Geodetive – GPS”, <http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1107>

### Orientação para o vídeo:

Este vídeo é uma síntese sobre o que é, pra que serve e como funciona o GPS. Descreve um pouco da matemática utilizada, mas não relata sobre a geometria analítica que é usada em seu funcionamento.

Sugerimos ao professor que, ao término do vídeo, escute a opinião dos alunos. Converse com eles sobre qual a matemática que eles acham aparecer no funcionamento do GPS, desperte sua curiosidade em saber aonde aparecerá este conteúdo em seu funcionamento. Caso ninguém pronuncie a Geometria Analítica, apresente alguns conceitos básicos como: espaço, plano, distância entre dois pontos, equação da circunferência. Mencione que estes conceitos são de uma determinada área da matemática que é a Geometria Analítica.

### Orientação para a atividade 3:

Sugerimos ao professor a atividade interdisciplinar a seguir, vinculando Matemática e Geografia. É uma atividade bem simples para o conhecimento de como nos orientamos no planeta Terra. O GPS usa pontos de coordenadas, latitude e longitude, para sua localização. Se for de interesse do Professor, procure o colega da disciplina de Geografia para fazer esse trabalho articulado.

#### ATIVIDADE 3: Localização na Terra

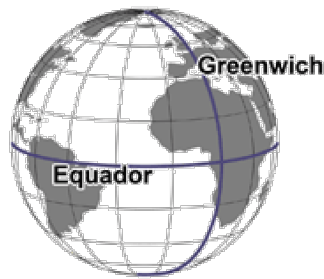
Conteúdos desenvolvidos: Localização geográfica, latitude e longitude.

Objetivos:

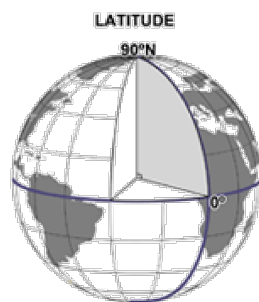
- Compreender o que são paralelos e meridianos, latitude e longitude.
- Construir noção de localização e orientação.

#### **O que é Latitude e Longitude?**

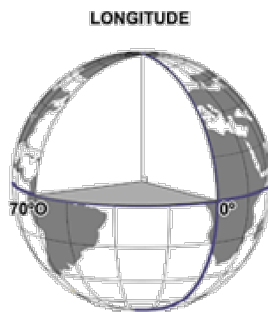
**Nossa localização na Terra é feita em relação a linha do equador e ao meridiano de Greenwich, sendo expressa em dois valores, a latitude e a longitude.**



A **latitude** é a distância de qualquer objeto ao Equador, medida ao longo do meridiano de Greenwich. É medida em graus e varia entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$  para Norte(N) ou para Sul(S).



A **longitude** é a distância de qualquer objeto ao meridiano de Greenwich, medida ao longo do Equador. É medida em graus e varia entre  $0^\circ$  e  $180^\circ$  para Leste(E) ou para Oeste(W).



**Agora é com vocês! Vamos entrar neste site e jogar com as coordenadas: latitude e longitude.**

**Observação: Este jogo não funciona em celular, somente em computadores.**

**<http://www.geografia7.com/jogo-das-coordenadas-geograacuteficas.html>**

#### ATIVIDADE 4:

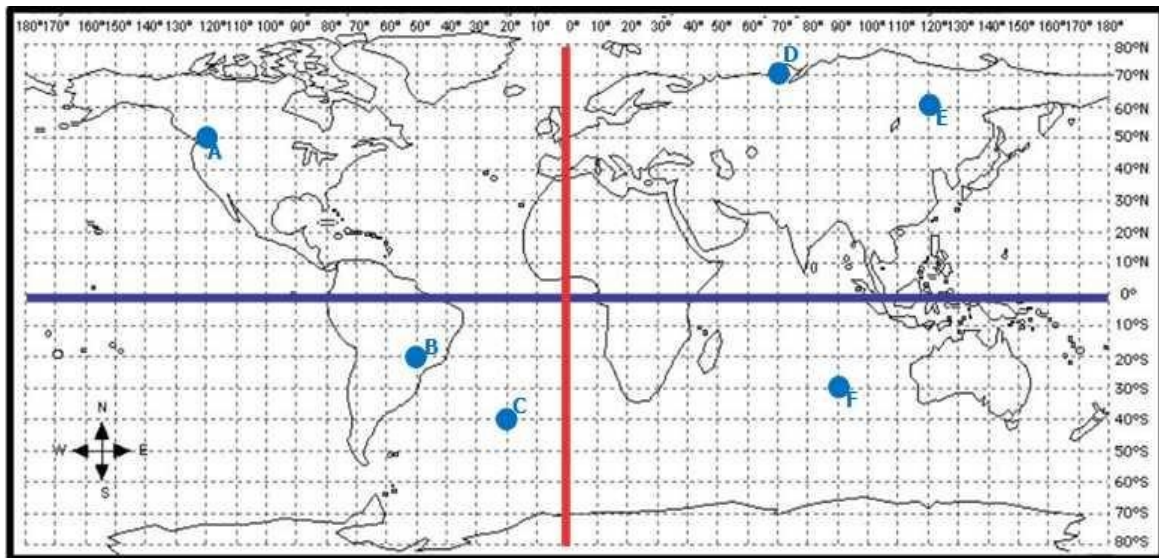
Conteúdos desenvolvidos:

- Latitude e longitude.
- Plano Cartesiano.

Objetivos:

- Identificar as coordenadas em latitude e longitude.
- Localizar pontos no plano cartesiano.

No mapa abaixo estão marcados alguns pontos, nele está traçado na linha vertical no grau  $0^\circ$ , o Meridiano de Greenwich, e na linha horizontal no grau  $0^\circ$ , está sendo marcada a linha do Equador. Determine as coordenadas em latitude e longitude dos seguintes pontos abaixo:



#### ATIVIDADE 5:

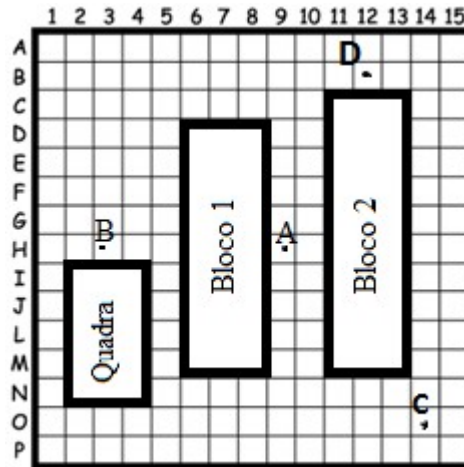
Conteúdo desenvolvido: Noção de espaço e localização.

Objetivos:

- Localizar no espaço com base em pontos de referência e algumas indicações de posição.
- Associar um ponto a um par ordenado de uma letra e um número.

Supondo a imagem abaixo ser a planta baixa da Escola Estadual Maria Andrade Resende, em Belo Horizonte, MG, vamos colorir a menor rota a ser realizada por uma pessoa que sai do ponto A, em frente ao bloco 1, e vai até o ponto B, ao lado da quadra.

Esta rota é representada pelos quadrinhos coloridos. A escola tem trânsito livre ao redor dos blocos.



Agora escreva quais são os quadrinhos que você coloriu, identificando cada um como um par de uma letra e um número.

Agora, vamos treinar mais um pouquinho, localizando os pontos C e D com um par de uma letra e um número:

## ATIVIDADE 6: PROJEÇÃO DE MERCATOR

Conteúdo desenvolvido:

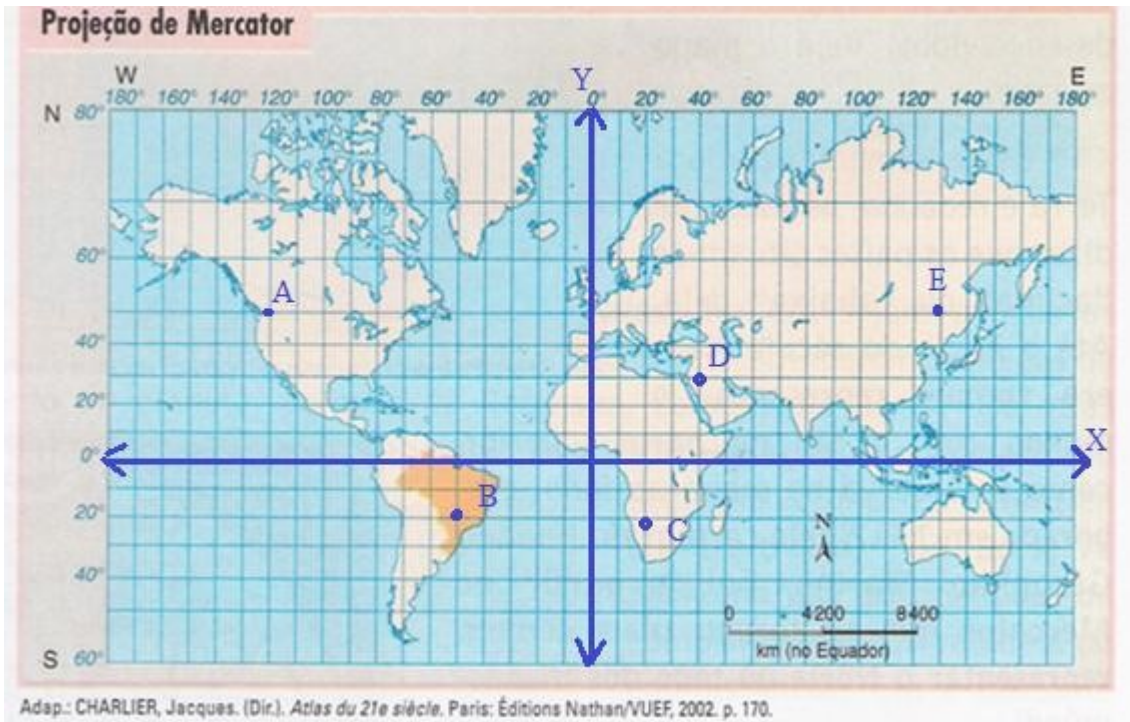
- Plano cartesiano.

Objetivos:

- Localizar no plano cartesiano os pares ordenados  $(x,y)$ .
- Associar os valores da latitude e longitude com o par ordenado  $(x,y)$ .

A Projeção de Mercator foi criada em 1569 pelo cartógrafo holandês Gerard Mercator. É uma projeção cartográfica cilíndrica e tornou-se a preferida dos navegantes por ser a única em que as direções podiam ser desenhadas em linha reta sobre o mapa, ou seja, apresenta uma projeção da Terra no plano. Na Projeção de Mercator, paralelos e meridianos são representados por linhas retas que se cruzam formando ângulos de  $90^\circ$ .

Considerando o Meridiano de Greenwich o eixo Y e a linha do Equador o eixo X, dê as coordenadas geográficas e cartesianas das seguintes cidades A, B, C, D e E:



**ATIVIDADE 7:**

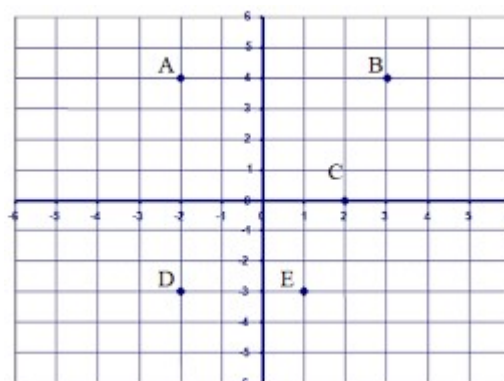
Conteúdo desenvolvido: Plano cartesiano.

Objetivo:

- Localizar no plano cartesiano os pares ordenados (x,y).

**Observe a figura onde as retas centrais do plano são numeradas, tendo o 0 como centro e a partir dele as direções definidas pelos sinais + e -.**

**Determine os pontos, ou seja, dê suas coordenadas:**



#### ATIVIDADE 8:

Conteúdo desenvolvido: Plano cartesiano.

Objetivo:

- Desenhar e localizar no plano cartesiano os pares ordenados  $(x,y)$ .

**“Localize no plano cartesiano ortogonal os pontos: A(3,4), B(-2,6), C(-4,-5), D(5,-2), E(3,0), F(0,4), G(-3,0) e H(0,-3).”<sup>8</sup>**

#### Orientação para a atividade 9:

Nesta atividade será apresentado o conceito de distância entre dois pontos. Sugerimos que sejam apresentados três mapas contendo dois barcos para que os alunos encontrem a distância entre eles. Nos dois primeiros mapas eles encontraram a distância facilmente, pois os barcos estão numa mesma reta. No terceiro mapa os alunos se deparam com uma dificuldade, deixe que eles criem estratégias para descobrir a distância entre os barcos. Construa o conceito junto aos alunos, instigue a participação deles. Escute a sugestão dada por eles para determinar a distância.

Caso apareça a resolução com o Teorema de Pitágoras, peça ao aluno que encontrou a solução que socialize com seus demais colegas. Caso não apareça, mostre no quadro como fica a solução.

#### ATIVIDADE 9:

Conteúdo desenvolvido: Distância entre dois pontos no plano cartesiano

Objetivo:

- Demonstrar a fórmula de distância entre dois pontos.

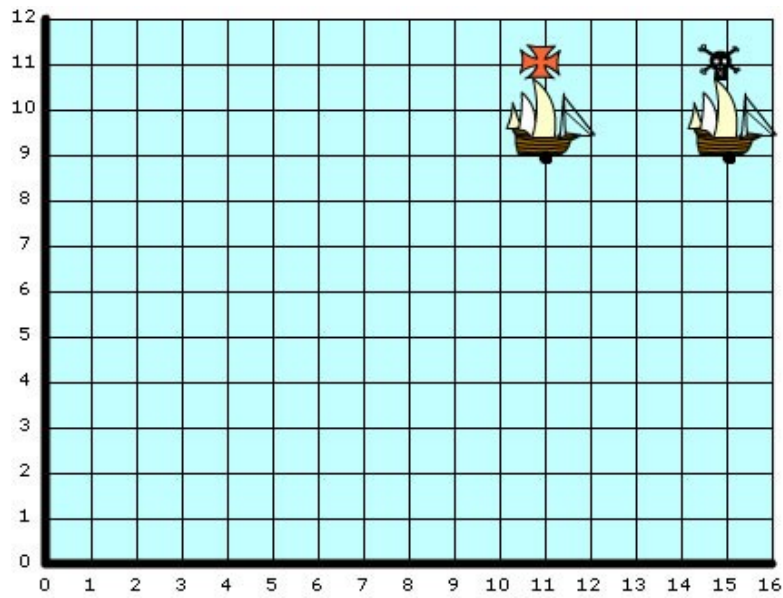
**Veja abaixo situações com três desafios. O primeiro desafio será encontrar a menor distância entre os dois barcos do MAPA 1. O segundo desafio será encontrar a menor distância entre os dois barcos no MAPA 2. E finalmente o terceiro desafio que será encontrar a menor distância entre os dois barcos do MAPA 3.**

---

<sup>8</sup> A atividade 8 foi retirada do livro “MATEMÁTICA”, Kátia e Roku, São Paulo - SP, Editora Saraiva, 1999.

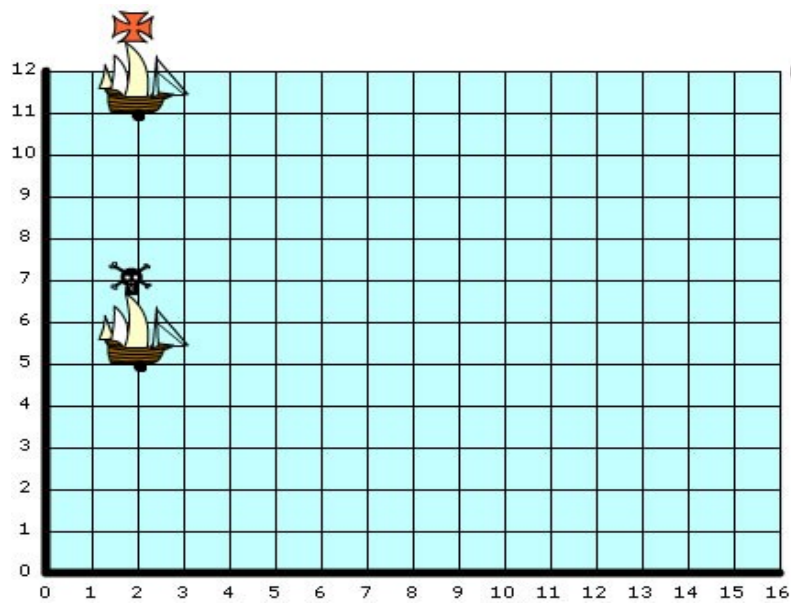


**MAPA 1:**



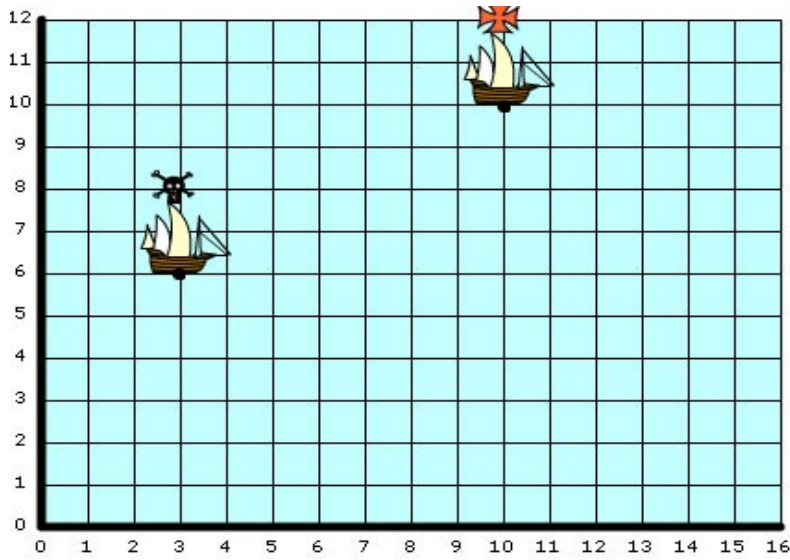
Registro:

**MAPA 2:**



Registro:

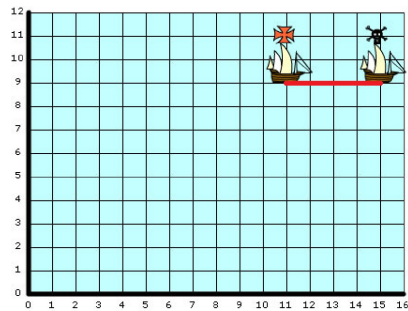
### MAPA 3:



Registro:

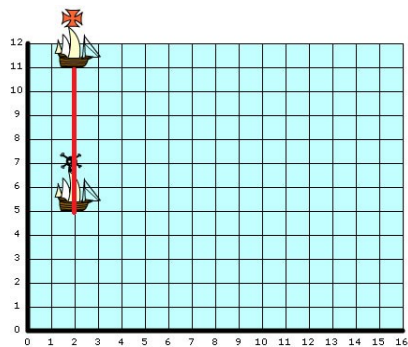
Professor seguem as respostas dos desafios acima:

Resposta MAPA 1:



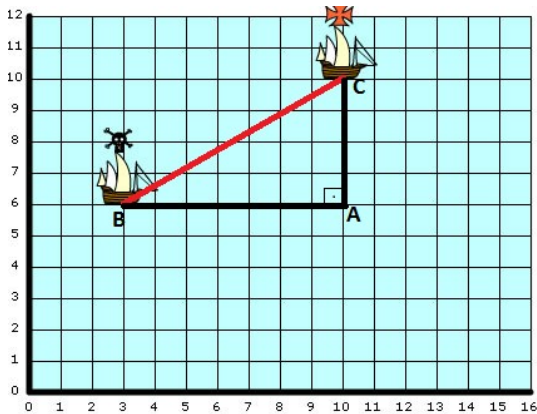
Distância entre os dois barcos = 4 unidades

Resposta MAPA 2:



Distância entre os dois barcos = 6 unidades

Resposta MAPA 3:



Construa junto aos alunos o desenho do triângulo retângulo e registre no quadro quais são as propriedades existentes no triângulo retângulo que os alunos conhecem.

Para solucionar este problema, utilizaremos o Teorema de Pitágoras. A distância entre os dois barcos representa a hipotenusa do triângulo retângulo desenhado na figura.

Veja:

$$\text{Dist}(B,C)^2 = \text{Dist}(B,A)^2 + \text{Dist}(A,C)^2$$

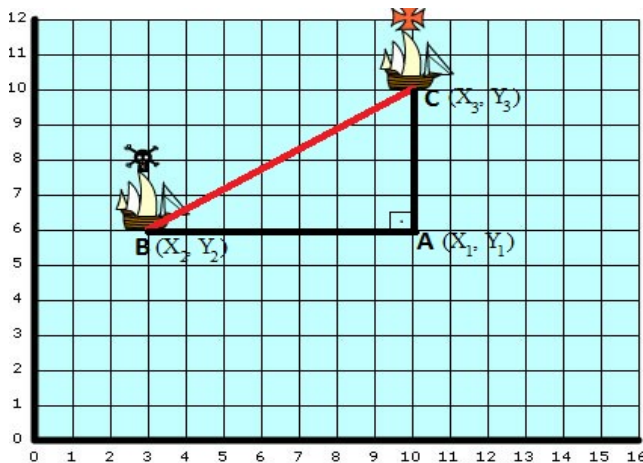
$$\text{Dist}(B,C)^2 = 7^2 + 4^2$$

$$\text{Dist}(B,C)^2 = 49 + 16$$

$$\text{Dist}(B,C)^2 = 65$$

$$\text{Dist}(B,C) = \sqrt{65}, \text{ aproximadamente } 8 \text{ unidades}$$

Logo, a distância entre os pontos B e C é:



Sejam os pontos  $B(X_2, Y_2)$  e  $C(X_3, Y_3)$  representados pelos dois barcos acima, temos que a distância entre B e C é igual a hipotenusa do triângulo ABC, retângulo em A. Assim, para calcular essa medida, aplicamos o Teorema de Pitágoras:

$$\text{Dist}(B,C)^2 = \text{Dist}(B,A)^2 + \text{Dist}(A,C)^2$$

$$\text{Dist}(B,C)^2 = (X_3 - X_2)^2 + (Y_3 - Y_2)^2$$

$\text{Dist}(B,C) = \sqrt{(X_1 - X_2)^2 + (Y_3 - Y_1)^2}$ , sendo que  $X_1 = X_3$  e  $Y_1 = Y_2$ . Temos então:

$$\text{Dist}(B,C) = \sqrt{(X_3 - X_2)^2 + (Y_3 - Y_2)^2}$$

(Fórmula de distância entre dois pontos quaisquer no plano).

#### ATIVIDADE 10:

Conteúdo desenvolvido: Distância entre dois pontos no plano cartesiano

Objetivo:

- Aplicar a fórmula de distância entre dois pontos no plano cartesiano.

“Calcular a distância entre os pontos A(1,3) e B(-1,4).”

#### ATIVIDADE 11:

Conteúdo desenvolvido: Distância entre dois pontos no plano cartesiano

Objetivo:

- Aplicar a fórmula de distância entre dois pontos no plano cartesiano.

“Calcular a distância do ponto P(-6,8) à origem do sistema cartesiano.”<sup>9</sup>

#### ATIVIDADE 12:

Conteúdo desenvolvido: Distância entre dois pontos no plano cartesiano

Objetivo:

- Aplicar a fórmula de distância entre dois pontos no plano cartesiano.

“Os pontos A(2,2), B(x,1) e C(-1,3) são vértices de um triângulo retângulo em B. Determine x.”<sup>10</sup>

---

<sup>9</sup> As atividades 10 e 11 foram retiradas do livro “Fundamentos de Matemática Elementar”, Gelson Iezzi, São Paulo - SP, Atual Editora, volume 7.

<sup>10</sup> A atividade 12 foi retirada do livro “MATEMÁTICA”, Manoel Paiva, São Paulo - SP, Editora Moderna, 1ª edição.

### Orientações para atividade 13:

Para as atividades propostas com o uso do GPS, utilizaremos um aplicativo padrão e de fácil acesso a todos, o “google maps”. Este aplicativo pode ser instalado em qualquer celular ou *tablet* que possua *android*. Se todos os alunos não possuírem um celular ou *tablet* com *android*, forme grupos em sala de aula que contemple o acesso a todos ao “Google maps”. Durante o passeio, aproveite para explorar o trajeto e localização, como o nome das ruas que estão passando. Com isso, os alunos, desenvolverão habilidades práticas para o dia a dia de como se localizar.

No retorno à escola, crie um diálogo com a turma no que se refere às facilidades e às dificuldades encontradas com a utilização do aparelho.

Alguns lembretes importantes para esta atividade: pegar autorização da família para sair da escola com os alunos; organize o passeio para a próxima aula com o local definido.

### ATIVIDADE 13: Encontrando caminhos!

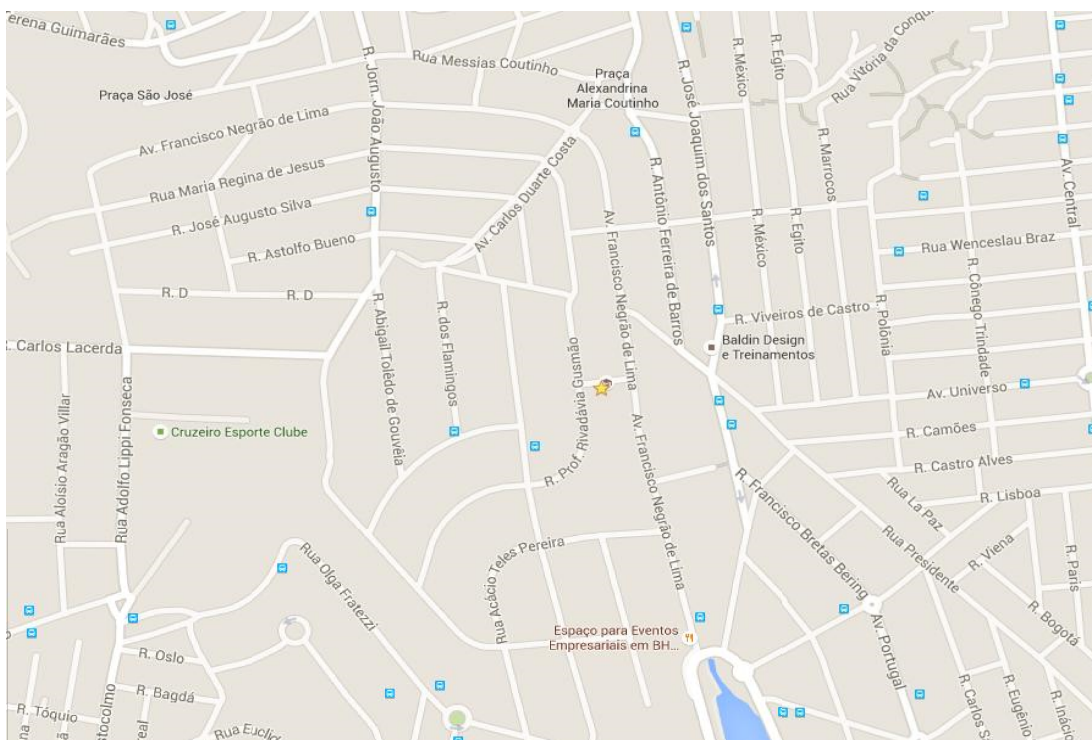
Conteúdos desenvolvidos:

- Noção de espaço e localização.
- GPS.

Objetivos:

- Localizar no espaço com o uso do GPS.

Após a observação do mapa, vamos explorar o uso do GPS. Escolheremos um local para que possamos conhecer com o trajeto feito a pé. Após definido o local, juntamente com os alunos, registrem os dados no GPS e veja a rota calculada pelo aparelho. Cada aluno pode transcrever a rota do GPS para o seu mapa e depois discutir se existe outro caminho para chegar ao local de destino.



<https://www.google.com.br/maps/@-19.8342645,-43.996888,16z> - Acesso em 17/06/2015.

#### Orientação da atividade 14:

Esta atividade foi elaborada com o intuito de relembrar o conceito de circunferência; ao final socialize com os alunos a definição de forma simples e intuitiva.

“Circunferência é o lugar geométrico dos pontos de um plano que estão a uma mesma distância  $r$  de um ponto  $C$  fixado, chamado de centro da circunferência.” ( Katia e Roku, 1999)

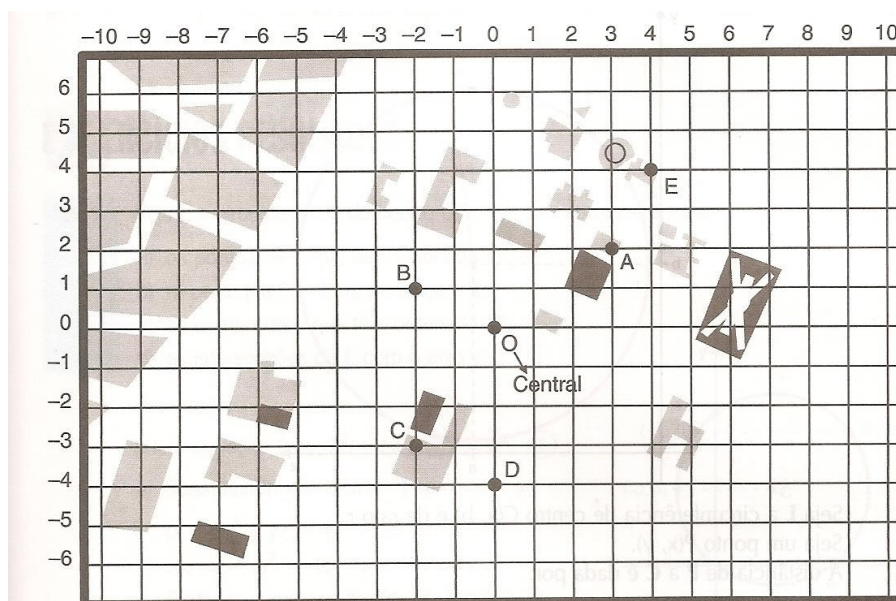
#### ATIVIDADE 14:

Conteúdos desenvolvidos: Introdução ao conceito de circunferência.

Objetivos:

- Definir a circunferência como um lugar geométrico.

**“Uma pequena cidade resolveu distribuir, a partir da delegacia central, postos policiais em várias direções. Alguns dos postos estão localizados conforme o mapa abaixo:**



**Os rádios intercomunicadores utilizados pelos guardas têm alcance máximo de 5 km. Como podemos determinar quais dos cinco postos assinalados no mapa podem se comunicar diretamente com a central, sem mudar de local, considerando que no mapa cada lado do pequeno quadrado representa 1 km?**

**Qual é o conjunto de pontos que abrigaria postos policiais a exatamente 5 km da central?**

**Qual é o conjunto de pontos que estão, no máximo, a 5 km da central?”<sup>11</sup>**

<sup>11</sup>A atividade 10 foi retirada do livro “MATEMÁTICA”, Kátia e Roku, São Paulo - SP, Editora Saraiva, 1999.

### Orientação da atividade 15:

Devemos entregar para o aluno o mapa impresso da região, compasso e um computador ou *tablet* ou seu próprio celular com o aplicativo do *google maps* ou um GPS. De posse desses materiais deixe o aluno pensar na estratégia que irá utilizar para resolver esta atividade.

### ATIVIDADE 15: CONHECENDO A TRILATERAÇÃO

Conteúdos desenvolvidos:

- Introdução ao conceito de circunferência.
- Intercessão entre duas, três e quatro circunferências.

Objetivos:

- Entender como funciona a localização do GPS a partir da trilateração no plano cartesiano.

**O GPS usa a trilateração de quatro esferas ou mais para localizar um receptor em qualquer ponto do planeta. Para entendermos um pouco sobre a trilateração do GPS, vamos conhecer a trilateração em duas dimensões, que basicamente será o mesmo raciocínio da trilateração em três dimensões, em duas dimensões usaremos circunferência e na de três dimensões usaremos esferas.**

**Começemos por um desafio: Suponhamos que uma pessoa esteja perdida ao redor da escola de posse de um mapa da região, um GPS, celular ou *tablet* que possua o “google maps” e consiga três informações de pessoas diferentes.**

**Primeira informação: Você está a 811m da escola.**

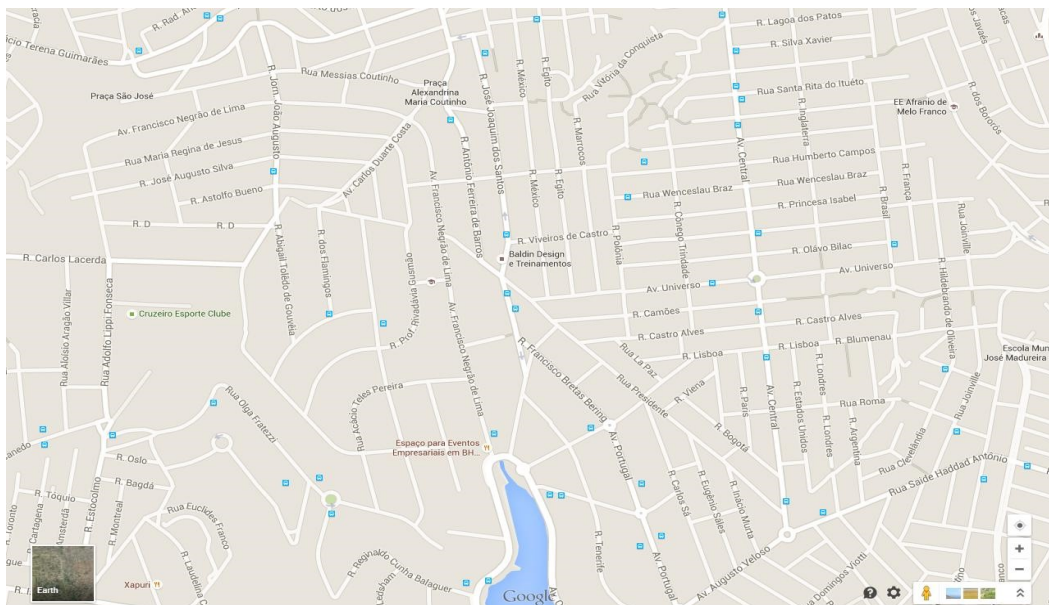
**Segunda informação: Você está a 1460m da Escola Estadual Professor Agnelo Correia Viana.**

**Terceira informação: Você está a 1050m do Espaço para Eventos Empresariais em BH - Clubinho Pampulha.**

**O que você pode fazer para ajudar essa pessoa?**



Use o mapa abaixo para se localizar.



<https://www.google.com.br/maps/@-19.8334686,-43.9937555,16z> - Acesso em 17/06/2015.

### Orientações para a atividade 15:

Após escutar a opinião de cada aluno, mostre como funciona a trilateração em duas dimensões:

Primeira informação: Você está a 811 m da escola.

- Abra no “google map” o mapa da região e localize a Escola Estadual Maria Andrade Resende.
- Clica com o botão direito do mouse em cima da localização da Escola e peça para “medir a distância” e depois meça o valor 811m em qualquer direção. Marque em seu mapa o ponto onde terminou este segmento que teve início no ponto de localização da Escola Estadual Maria Andrade Resende.
- Use um compasso e desenhe uma circunferência cujo o raio é a medida de 811m e centro no ponto de localização da Escola Estadual Maria Andrade Resende.

Segunda informação: Você está a 1460 m da Escola Estadual Professor Agnelo Correia Viana.

- Abra no *google maps* o mapa da região e localize a Escola Estadual Professor Agnelo Correia Viana.
- Clica com o botão direito do mouse em cima da localização da Escola e peça para “medir a distância” e depois meça o valor 1460m em qualquer direção. Marque em seu mapa o ponto onde terminou este segmento que teve início no ponto de localização da Escola Estadual Professor Agnelo Correia Viana.
- Use um compasso e desenhe uma circunferência cujo o raio é a medida de 1460m e centro no ponto de localização da Escola Estadual Professor Agnelo Correia Viana.

Terceira informação: Você está a 1050m do Espaço para Eventos Empresariais em BH - Clubinho Pampulha.

- Abra no *google maps* o mapa da região e localize o Eventos Empresariais em BH - Clubinho Pampulha.
- Clica com o botão direito do mouse em cima da localização do lugar e peça para “medir a distância” e depois meça o valor 1050m em qualquer direção. Marque em seu mapa o ponto onde terminou este segmento que teve início no ponto de localização do Eventos Empresariais em BH - Clubinho Pampulha.
- Use um compasso e desenhe uma circunferência cujo o raio é a medida de 1050 m e centro no ponto de localização no Espaço para Eventos Empresariais em BH - Clubinho Pampulha.

Ao término da construção, verificamos que a localização da pessoa que está perdida é a interseção destas três circunferências, localizada no Cruzeiro Esporte Clube.

Nesta atividade estão envolvidos os conceitos de raio, diâmetro, circunferência, leitura e identificação de pontos em mapa. Temos os conceitos de geometria analítica aplicados em uma situação que ilustra o conceito básico envolvido no funcionamento do GPS de maneira acessível aos alunos.

**APÊNDICE B**

**MATERIAL DIDÁTICO**

# **CADERNO DO ESTUDANTE**

**PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA**

**ENSINO MÉDIO**

**O USO DO GPS COMO RECURSO PEDAGÓGICO PARA O ESTUDO DE ELEMENTOS  
DA GEOMETRIA ANALÍTICA**

Autora: Érica de Aguiar Queiroz

## **COMO SE LOCALIZAR NO ESPAÇO?**

Este conjunto de atividades é para ser feito em duplas na sala de aula. Escolha seu/sua parceiro/a e mãos à obra

ATIVIDADE 1: Esta atividade introduz uma situação que claramente irá indicar a possibilidade de uso do GPS.

Helena e suas amigas desejam conhecer uma lanchonete muito famosa que é especialista em creme de açaí. Nesta semana, seu grupo de amigas decidiu experimentar o açaí, mas elas estão com um pequeno problema, conhecem o endereço da lanchonete, mas não sabem chegar até o local. Como podemos ajudar este grupo de amigas, de um modo mais fácil, a encontrar a lanchonete? Faça no caderno um roteiro geral para se chegar à Lanchonete, saindo da Escola. Endereço da lanchonete: Avenida Portugal, 555 Bairro: Santa Amélia.

## ATIVIDADE 2: O que já sabemos sobre GPS?

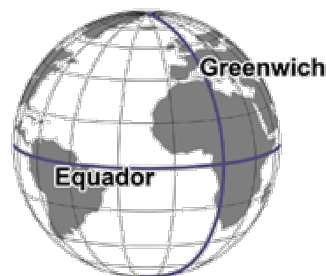
Escreva um pequeno texto contendo todas as informações que você tenha sobre o GPS, pra que serve, o que significa a sigla e outras informações que souber. Escreva também se você o conhece, caso afirmativo, diga se o utiliza e com qual frequência.

Sugestão de vídeo: “As Aventuras do Geodetive – GPS”,  
<http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1107>

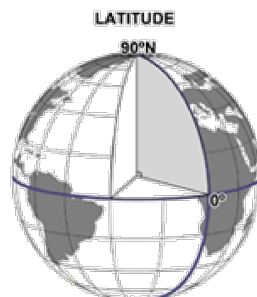
## ATIVIDADE 3: Localização na Terra

O que é Latitude e Longitude?

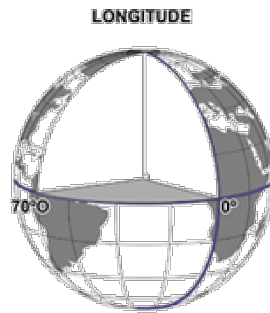
Nossa localização na Terra é feita em relação a linha do equador e ao meridiano de Greenwich, sendo expressa em dois valores, a latitude e a longitude.



A **latitude** é a distância de qualquer objeto ao Equador, medida ao longo do meridiano de Greenwich. É medida em graus e varia entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$  para Norte(N) ou para Sul(S).



A **longitude** é a distância de qualquer objeto ao meridiano de Greenwich, medida ao longo do Equador. É medida em graus e varia entre  $0^\circ$  e  $180^\circ$  para Leste(E) ou para Oeste(W).

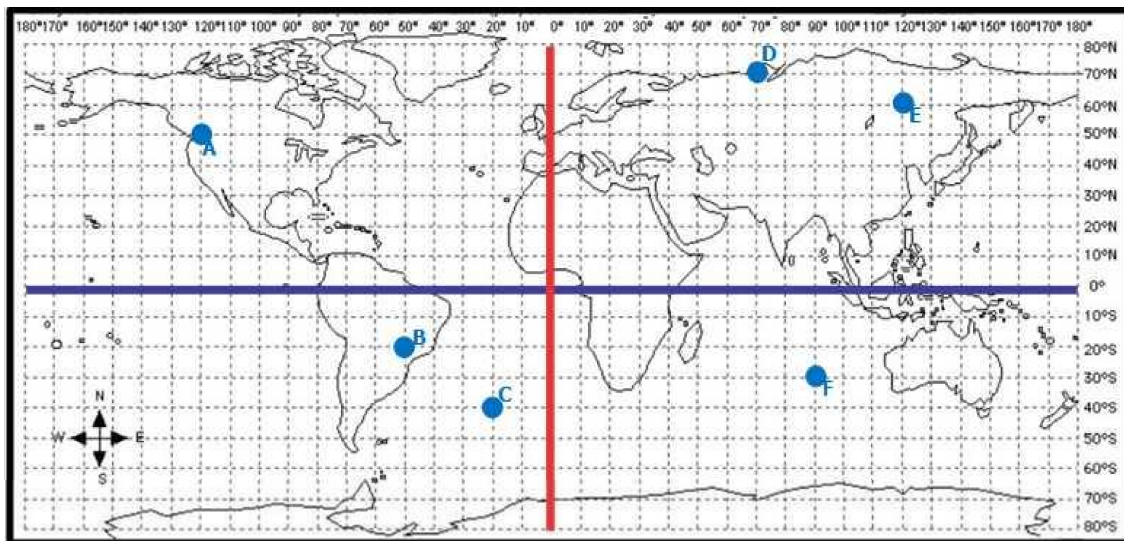


Agora é com vocês! Vamos entrar neste site e jogar com as coordenadas: latitude e longitude.

<http://www.geografia7.com/jogo-das-coordenadas-geograacuteficas.html>

**ATIVIDADE 4:**

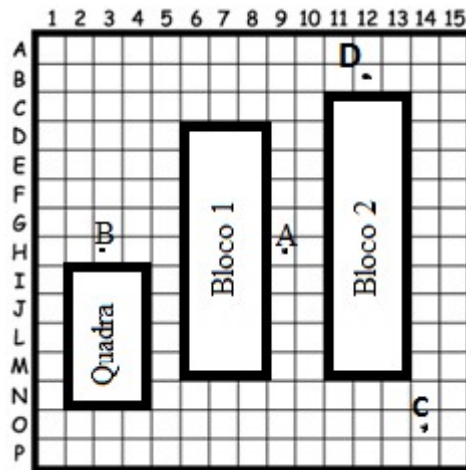
No mapa abaixo estão marcados alguns pontos, nele está traçado na linha vertical no grau 0°, o Meridiano de Greenwich, e na linha horizontal no grau 0°, está sendo marcada a linha do Equador. Determine as coordenadas em latitude e longitude dos seguintes pontos abaixo:



- A
- B
- C
- D
- E
- F

ATIVIDADE 5:

Supondo a imagem abaixo ser a planta baixa da Escola Estadual Maria Andrade Resende, em Belo Horizonte, MG, vamos colorir a menor rota a ser realizada por uma pessoa que sai do ponto A, em frente ao bloco 1, e vai até o ponto B, ao lado da quadra. Esta rota é representada pelos quadrinhos coloridos. A escola tem trânsito livre ao redor dos blocos.



Agora escreva quais são os quadrinhos que você coloriu, identificando cada um como um par de uma letra e um número.

Agora, vamos treinar mais um pouquinho, localizando os pontos C e D com um par de uma letra e um número:

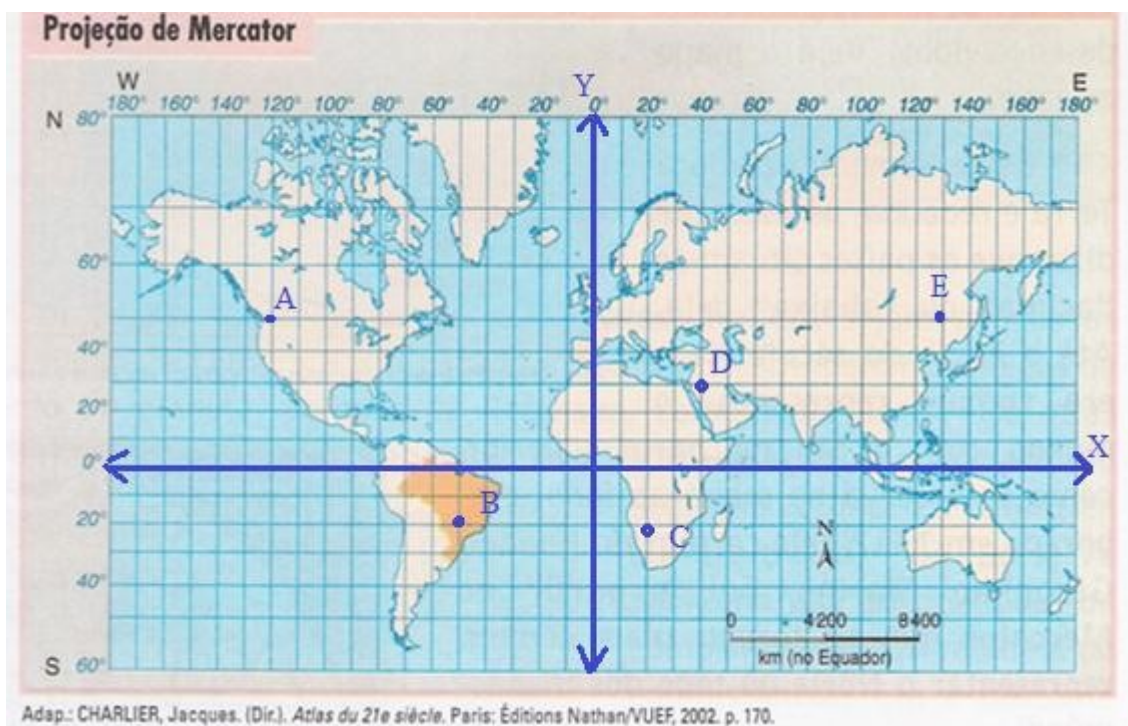
C

D

## ATIVIDADE 6: PROJEÇÃO DE MERCATOR

A Projeção de Mercator foi criada em 1569 pelo cartógrafo holandês Gerard Mercator. É uma projeção cartográfica cilíndrica e tornou-se a preferida dos navegantes por ser a única em que as direções podiam ser desenhadas em linha reta sobre o mapa, ou seja, apresenta uma projeção da Terra no plano. Na Projeção de Mercator, paralelos e meridianos são representados por linhas retas que se cruzam formando ângulos de  $90^\circ$ .

Considerando o Meridiano de Greenwich o eixo Y e a linha do Equador o eixo X, dê as coordenadas geográficas e cartesianas das seguintes cidades *A*, *B*, *C*, *D* e *E*:



A

B

C

D

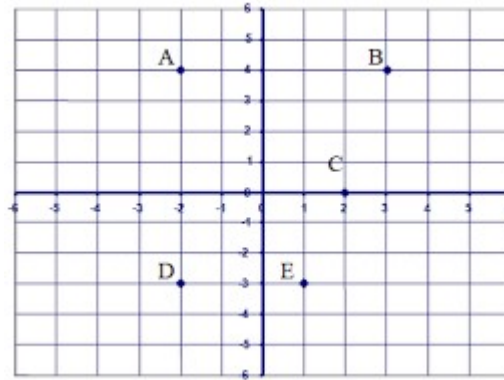
E



ATIVIDADE 7:

Observe a figura onde as retas centrais do plano são numeradas, tendo o 0 como centro e a partir dele as direções definidas pelos sinais + e -.

Determine os pontos, ou seja, dê suas coordenadas:



A

B

C

D

E

ATIVIDADE 8:

“Localize no plano cartesiano ortogonal os pontos: A(3,4), B(-2,6), C(-4,-5), D(5,-2), E(3,0), F(0,4), G(-3,0) e H(0,-3).”<sup>12</sup>

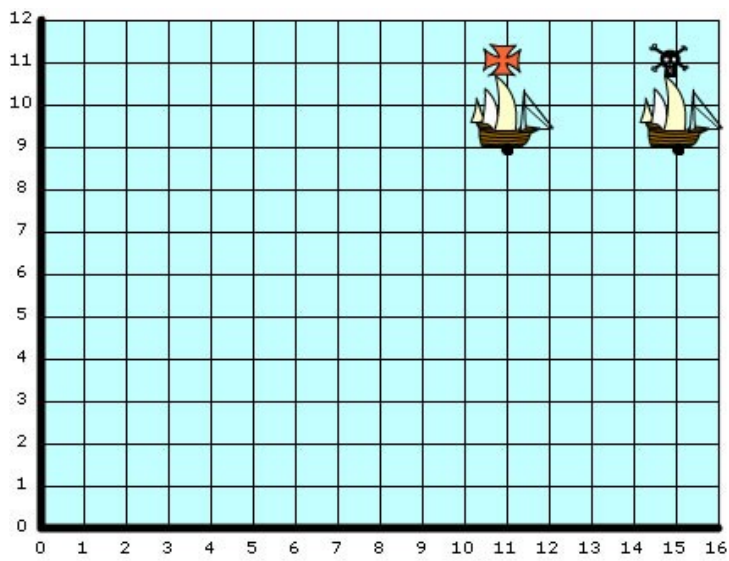
---

<sup>12</sup> A atividade 8 foi retirada do livro “MATEMÁTICA”, Kátia e Roku, São Paulo - SP, Editora Saraiva, 1999.

### ATIVIDADE 9:

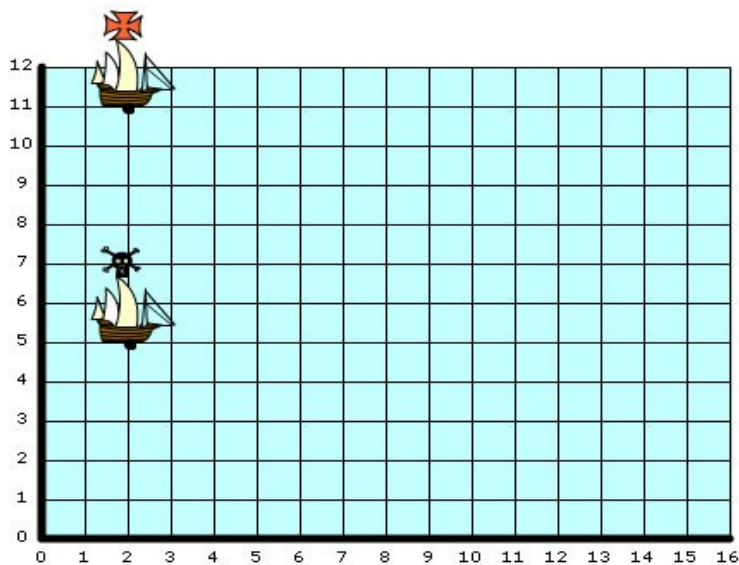
Veja abaixo situações com três desafios. O primeiro desafio será encontrar a menor distância entre os dois barcos do MAPA 1. O segundo desafio será encontrar a menor distância entre os dois barcos no MAPA 2. E finalmente o terceiro desafio que será encontrar a menor distância entre os dois barcos do MAPA 3.

#### MAPA 1:



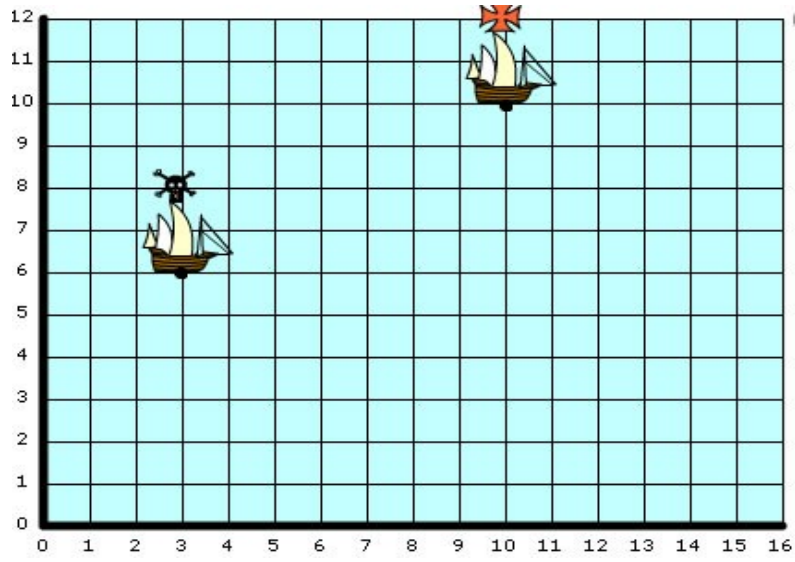
Registro:

#### MAPA 2:



Registro:

MAPA 3:



Registro:

ATIVIDADE 10:

“Calcular a distância entre os pontos  $A(1,3)$  e  $B(-1,4)$ .”

ATIVIDADE 11:

“Calcular a distância do ponto  $P(-6,8)$  à origem do sistema cartesiano.”<sup>13</sup>

ATIVIDADE 12:

“Os pontos  $A(2,2)$ ,  $B(x,1)$  e  $C(-1,3)$  são vértices de um triângulo retângulo em  $B$ . Determine  $x$ .”<sup>14</sup>

---

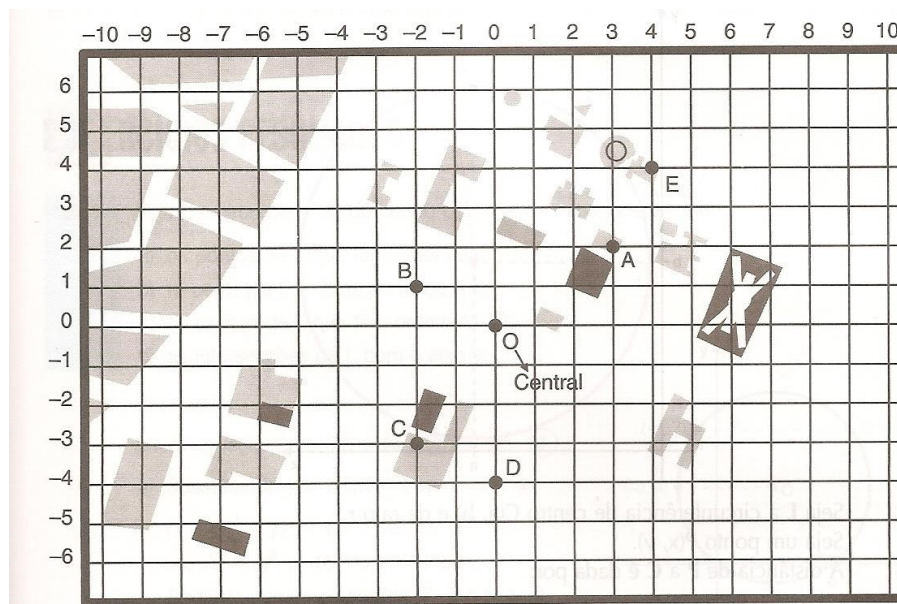
<sup>13</sup> As atividades 10 e 11 foram retiradas do livro “Fundamentos de Matemática Elementar”, Gelson Iezzi, São Paulo - SP, Atual Editora, volume 7.

<sup>14</sup> A atividade 12 foi retirada do livro “MATEMÁTICA”, Manoel Paiva, São Paulo - SP, Editora Moderna, 1ª edição.



ATIVIDADE 14:

“Uma pequena cidade resolveu distribuir, a partir da delegacia central, postos policiais em várias direções. Alguns dos postos estão localizados conforme o mapa abaixo:



Os rádios intercomunicadores utilizados pelos guardas têm alcance máximo de 5 km. Como podemos determinar quais dos cinco postos assinalados no mapa podem se comunicar diretamente com a central, sem mudar de local, considerando que no mapa cada lado do pequeno quadrado representa 1 km?

Qual é o conjunto de pontos que abrigaria postos policiais a exatamente 5 km da central?

Qual é o conjunto de pontos que estão, no máximo, a 5 km da central?”<sup>15</sup>

<sup>15</sup>A atividade 10 foi retirada do livro “MATEMÁTICA”, Kátia e Roku, São Paulo - SP, Editora Saraiva, 1999.

## ATIVIDADE 15: CONHECENDO A TRILATERAÇÃO

O GPS usa a trilateração de quatro esferas ou mais para localizar um receptor em qualquer ponto do planeta. Para entendermos um pouco sobre a trilateração do GPS, vamos conhecer a trilateração em duas dimensões, que basicamente será o mesmo raciocínio da trilateração em três dimensões, em duas dimensões usaremos circunferência e na de três dimensões usaremos esferas.

Começemos por um desafio: Suponhamos que uma pessoa esteja perdida ao redor da escola de posse de um mapa da região, um GPS, celular ou tablete que possua o “google maps” e consiga três informações de pessoas diferentes.

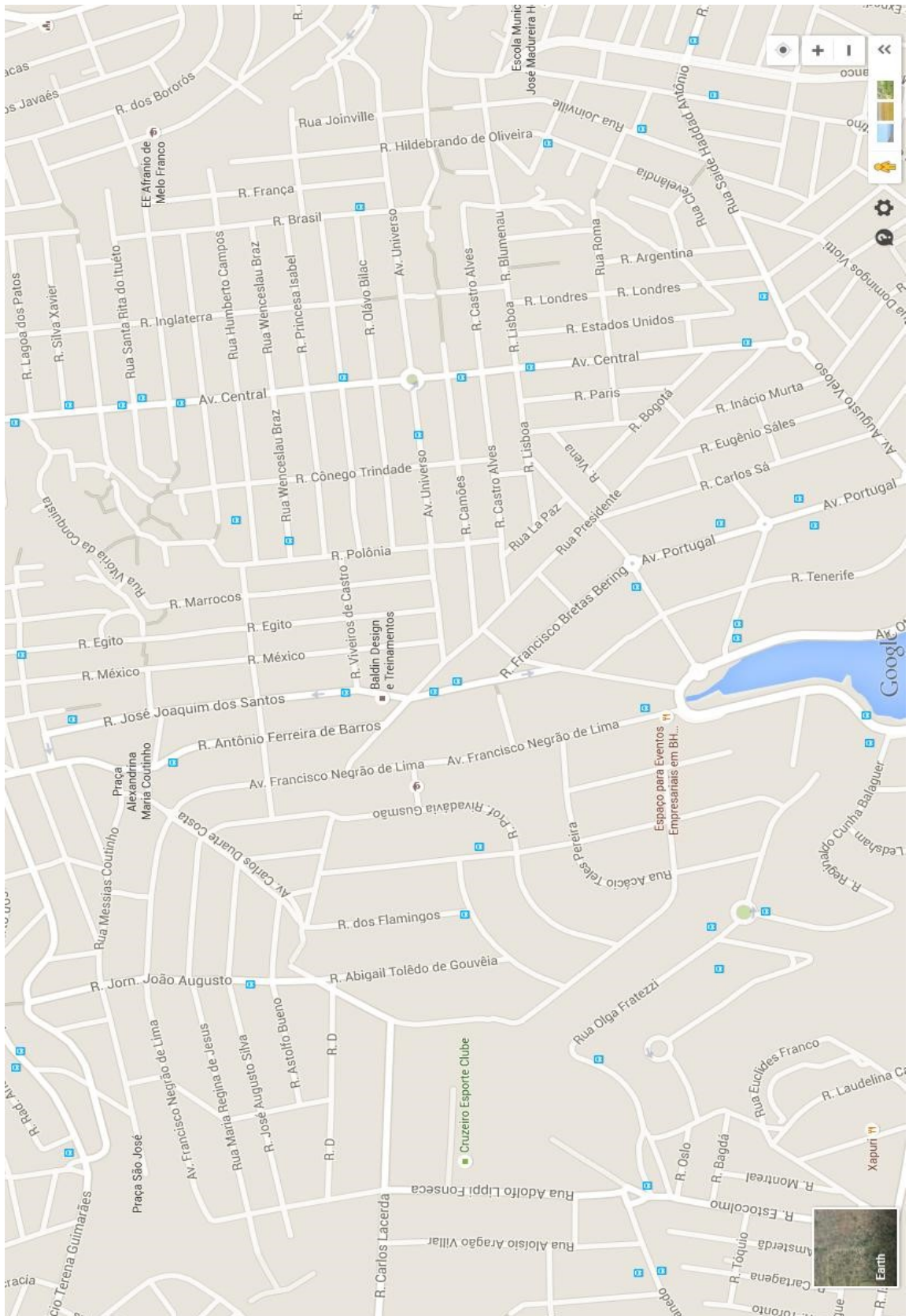
Primeira informação: Você está a 811m da escola.

Segunda informação: Você está a 1460m da Escola Estadual Professor Agnelo Correia Viana.

Terceira informação: Você está a 1050m do Espaço para Eventos Empresariais em BH - Clubinho Pampulha.

O que você pode fazer para ajudar essa pessoa?

Use o mapa abaixo para se localizar.



<https://www.google.com.br/maps/@-19.8334686,-43.9937555,16z> - Acesso em 17/06/2015.