

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas

Dissertação de Mestrado

**APLICAÇÃO DE MÉTODOS DE SIMULAÇÃO PARA A
ESTIMATIVA DE RECURSOS MINERAIS.**

Autor: Luiz Alberto de Carvalho

Orientador: Prof. Dr. Roberto Galéry

Fevereiro/2018

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas

Luiz Alberto de Carvalho

**APLICAÇÃO DE MÉTODOS DE SIMULAÇÃO PARA A ESTIMATIVA DE
RECURSOS MINERAIS.**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas

Área de Concentração: Tecnologia Mineral

Orientador: Professor Roberto Galery

Belo Horizonte

Universidade Federal de Minas Gerais

Escola de Engenharia

2018

Agradecimentos

Primeiramente, agradeço a Deus, por sempre estar ao meu lado.

Agradeço à minha família, em especial minha esposa Ana Flávia e nosso filho Luiz Miguel por sempre me apoiar e fazer cada dia mais feliz que o anterior.

Aos meus pais, José Eustáquio e Geralda Maria, por me darem uma educação e perseverança eterna para sempre buscar os meus sonhos e aos meus irmãos Leonardo Eustáquio e Leandro Henrique por terem me dado todo apoio nas decisões mais difíceis.

Ao meu orientador Roberto Galéry por ter me acolhido nesta jornada.

Aos meus amigos de graduação, “Bita”, “Jacoso”, “Dudu” “Tonico”, “John”, “Silada”, “Lucão”, “Leozin” e “Rafa” pelos momentos de alegria e diversão que fazem da minha vida cada vez mais alegre e cheia de risos.

Aos meus amigos da UFMG, Angelo, Felipe, Leonardo, Hudson, Ricardo, Michel, Kelly, Fabiano, Gisele entre outros que espero continuar mantendo o elo de amizade que conquistei ao longo desses últimos anos.

Ao professor Cláudio Lúcio, por ser sempre solícito e esclarecedor quanto as minhas dúvidas.

Aos professores do DEMET, Roberto Parreiras e Aline Lima com quem espero trabalhar novamente no futuro

Ao professor Beck Nader, Vidal Torres e Taís Câmara por terem me dado a oportunidade de trabalhar nesse projeto, cujo aprendizado foi grandioso.

A CAPES-PROEX, pelo apoio financeiro na realização desta pesquisa.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
2	OBJETIVOS	4
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
3.1	Estimativa de Recursos	5
3.1.1	Variografia	5
3.1.2	Krigagem	7
3.2	Simulação de Recursos minerais	10
3.2.1	Bandas Rotativas.....	10
3.2.2	Simulação por Multipontos.....	12
4	METODOLOGIA	18
	Banco de dados	19
	Simulação multiponto	19
	Krigagem Ordinária	21
	Simulação por bandas rotativas	22
	Análise dos resultados	22
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	23
	Simulação Multiponto.....	23
	Resultado estatístico dos dados.....	26
	Resultados da Krigagem Ordinária.....	33
6	CONCLUSÕES	42
7	RELEVÂNCIA DOS RESULTADOS	43
8	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	44
9	REFERÊNCIAS.....	45

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Exemplo da obtenção de pares de pontos para utilização no variograma. A direita para direção norte, e a esquerda para direção 45° oeste (Isaaks & Srivastava, 1989)	6
Figura 2 - Exemplo do semivariograma para três diferentes direções (Goovaerts, 1997) 6	
Figura 3 - Exemplo de modelagens de semivariograma (Isaaks & Srivastava, 1989)	7
Figura 4 - Bandas rotativas (adaptado de Journel e Huijbregts, 1989).....	11
Figura 5 - Modelo de um <i>template</i> para um evento com n igual a 9 (Fonte: Autor).....	12
Figura 6 - exemplo de uma imagem de treinamento (Fonte: Autor)	13
Figura 7 - Imagem de treinamento e os eventos que a compõem (MARIETHOZ e CAERS, 2015)	16
Figura 8 - Árvore de busca para a imagem de treinamento anterior com as respectivas frequências absolutas dos eventos (MARIETHOZ e CAERS, 2015)	17
Figura 9 – Organograma da metodologia de trabalho	18
Figura 10 – Vista superior da localização dos furos de sondagem utilizados no estudo (Fonte: Autor)	19
Figura 11 – Seções verticais referentes interpretação da litologia hematita	20
Figura 12 – Vista superior do corpo tridimensional das litologias hematita (verde) e itabirito (vermelho) provenientes do processo de geração da imagem de treinamento ..	20
Figura 13 – Imagem de treinamento dos dados de estudo. Em verde litologia hematita e em vermelho itabirito (Fonte: Autor).....	21
Figura 14 - Distribuição relativa das litologias das simulações e da Imagem de treinamento.	24
Figura 15 - Vista de topo da imagem de treinamento.....	25
Figura 16 - vista de topo dos resultados das simulações	25
Figura 17 – Distribuição de frequência dos teores de ferro global nos dados amostrais.	27
Figura 18 – Resultados do processo de determinação dos melhores tamanhos de janela para declusterização.....	28
Figura 19 - Distribuição de frequência dos teores de ferro global nos dados amostrais declusterizados.....	29

Figura 20 – Variograma omnidirecional para os dados de ferro	30
Figura 21 - Variogramas direcionais para 10 diferentes direções para os dados de ferro	30
Figura 22 – Variograma direcional na direção N40 e em sua perpendicular D-90	31
Figura 23 – Ajuste do variograma N40 pelo modelo esférico	32
Figura 24 - Histograma dos dados de teores de ferro gaussianos	32
Figura 25 - Variograma ajustado dos dados gaussianos	33
Figura 26 – Resultados da Krigagem para o ferro (vista superior).....	34
Figura 27 – Resultados da krigagem (vista lateral)	34
Figura 28 – Resultados da krigagem ordinária de ferro.....	35
Figura 29 – Resultados do desvio padrão da krigagem	35
Figura 30 – Vista de topo das simulações 1, 5, 10, 15, 20 e 25	37
Figura 31 – Média das simulações por bandas rotativas (vista superior)	38
Figura 32 – Média das simulações por bandas rotativas (vista lateral)	38
Figura 33 – Média das simulações por bandas rotativas	39
Figura 34 – Desvio padrão da média das simulações por bandas rotativas	39
Figura 35 – Comparação entre a média das simulações por bandas rotativas (esquerda) e a krigagem ordinária (direita)	40
Figura 36 – Exemplo da presença de ruídos na simulação por bandas rotativas.....	41

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Parâmetros de entrada para o algoritmo da MPS.	23
Tabela 2 – Estatística básica do teor de ferro global das amostras de furo de sondagem	26
Tabela 3 - Limites das variações para determinação dos melhores tamanhos das janelas para a melhor declusterização.....	28
Tabela 4 - Valores ótimos para declusterização dos dados	28
Tabela 5 - Dados de ajuste do variograma experimental e as dimensões do elipsóide de busca	31
Tabela 6 - Dados de ajuste do variograma experimental e das dimensões do elipsóide de busca para os dados gaussianos	33
Tabela 7 – Comparação entre os blocos krigados e simulados.....	41

RESUMO

Para o sucesso de um empreendimento minerário é necessário estimar e determinar o tamanho das reservas minerais, tarefa de extrema relevância para a mineração. Para tal, existem diversos métodos de estimativa de recursos, dentre os quais se destacam a krigagem ordinária, que é o método mais utilizado e conceituado. Nos últimos anos com o avanço tecnológico, com a melhoria na capacidade de processamento computacional, os métodos de simulação de modelos geológicos vêm ganhando destaque, principalmente por conseguir suprir algumas lacunas deixadas pelos métodos determinísticos. Porém ainda existe uma barreira cultural na indústria que age de impedimento quanto ao uso de simulações. Este trabalho realizou uma análise e comparação entre a krigagem ordinária e a simulação por bandas rotativas, e também simulou a litologia de um depósito mineral através do método de simulação multiponto. Para sua realização, utilizou um banco de dados de uma mina de minério de ferro da região do Quadrilátero Ferrífero. Os resultados mostraram que a simulação multiponto apresentou bons resultados quanto a simulação do depósito, possuindo um leque de possibilidades de variação quanto ao seu uso. Já a comparação entre a krigagem ordinária e a simulação por bandas rotativas mostrou não haver diferença significativa entre os métodos, de forma que esses resultados consolidam esse algoritmo de simulação como ferramenta para estimar teores em depósito mineral.

Palavras-Chave: Krigagem Ordinária, Simulação por Bandas Rotativas, Simulação Multiponto, Estimativa de recursos minerais.

ABSTRACT

For the success of a mining enterprise it is necessary to estimate and determine the size of the mineral reserves, a task of extreme relevance for mining. For this, there are several methods of resource estimation, among them the ordinary kriging is the method most used and conceptualized. In the last years with the technological advance, with the improvement in the computational processing capacity, the methods of simulation of geological models have been gaining spotlight, mainly for managing to fill some gaps left by deterministic methods. However, there is still a cultural barrier in the industry that acts as an impediment to the use of simulations. This work performed an analysis and comparison between ordinary kriging and turning band simulation, and also simulated the lithology of a mineral deposit through the multi-point simulation method. For its accomplishment, it used a database of an iron ore mine of the region of the Ferriferous Quadrangle. The results showed that the multi-point simulation presented good results regarding the simulation of the deposit, having a range of variation possibilities in its use. The comparison between ordinary kriging and turning bands simulation showed no significant difference between the methods, so that these results consolidate this simulation algorithm as a tool to estimate mineral deposit contents.

Keywords: Ordinary Kriging, Turning Bands Simulation, Multi-point Simulation, Mineral resource estimation.

1 INTRODUÇÃO

A mineração é uma das áreas mais antigas da sociedade e sempre possuiu papel fundamental no desenvolvimento do Homem. Com a evolução da sociedade e o concomitante aumento da população mundial, necessitou-se também de uma maior obtenção de recursos minerais que possibilitassem atender a demanda cada vez maior. Infelizmente os recursos minerais não são renováveis e a medida que estes vêm sendo consumidos, sua obtenção passa a ser cada vez mais difícil.

Diferentes regiões do planeta apresentam distintas características geológicas que podem ser usufruídas em projetos minerários. Mesmo em regiões próximas uma das outras os projetos de mineração apresentam diversas peculiaridades, porém um fato é comum a todos eles: a estimativa dos recursos. Todo projeto mineral requer a realização de procedimentos que visem estimar quais os recursos disponíveis e dentre as ferramentas disponíveis uma das mais poderosas é a Geoestatística.

A Geostatística é um setor da estatística espacial que estuda variáveis georeferenciadas e através de modelos matemáticos visa estimar valores de variáveis em locais não amostrados. O ponto de partida para aplicação de métodos geoestatísticos são os dados amostrais, normalmente furos de sonda, que em projetos minerais são normalmente escassos devido seu alto custo e demora de obtenção. Os métodos geoestatísticos podem ser em geral definidos como procedimentos matemáticos que estudam um conjunto de dados gerando uma função, que é utilizada na predição de valores em regiões não amostradas (YAMAMOTO, 1998).

Dentre os métodos existentes estes podem ser definidos como globais ou locais: os globais atuam buscando encontrar uma função que tenha capacidade de interpolar um valor em qualquer região do domínio amostral, de forma que uma alteração em qualquer região deste domínio propaga em todo o domínio. Em contrapartida, os métodos locais define funções que são válidas apenas para pequenas regiões do domínio, tais funções são

replicadas sucessivamente até abranger todo o domínio, de forma que qualquer alteração resultará em uma interferência apenas a pontos próximos a esta.

Normalmente, técnicas de regressão linear que minimizem o erro das estimativas são denominadas krigagem. Dentre as diversas técnicas de krigagens, as mais famosas são a krigagem simples, a krigagem ordinária e a krigagem universal. Por apresentar um alto grau de confiabilidade e precisão local, a krigagem é a mais popular e utilizada técnica para modelagem espacial, tais como para cubagem de jazidas, dimensionamento de reservatório de petróleo e delimitação de áreas contaminadas (FURUIE, 2009).

Mesmo tendo tamanha popularidade, a krigagem apresenta limitações que inibem sua aplicação. As limitações mais impactantes na aplicação da técnica são: ocorrência de pesos negativos e a suavização das estimativas resultantes. Esta última, também chamada de “efeito de suavização da krigagem”, é a mais problemática e discutida na literatura atualmente. Esse efeito acontece em decorrência da krigagem ser uma técnica de precisão local, ou seja ela tende a “suavizar” os valores dos dados, o que proporciona uma perda no modelo de variabilidade da distribuição global. Em tentativa de superar as limitações da krigagem, que na verdade são comuns a todas técnicas de interpolação que buscam a minimização da variância dos erros, utiliza-se o método de simulação estocástica.

Na simulação estocástica utiliza-se um algoritmo que simule o comportamento da variável de estudo, que neste caso é o seu comportamento espacial. Essa metodologia recebe o nome de estocástica devido a presença de um fator aleatório existente no processo de simulação, ou seja, em algum ponto da execução do algoritmo a escolha se dará de forma aleatória, o que pode gerar inúmeras realizações a partir de um mesmo conjunto de dados amostrais.

Simulações estocástica possuem precisão global, ao contrário da krigagem, e também não apresentam o problema de suavização uma vez que irão reproduzir a variabilidade

espacial dos dados amostrais. Um ponto negativo no uso destas técnicas é que a mesma gera n resultados a partir de um mesmo conjunto de dados, todos equiprováveis, dificultando assim a escolha de uma realização ótima para a situação. Essas técnicas de simulação não eram muito utilizadas devido uma alta demanda computacional, mas atualmente tal demanda já foi superada pela evolução tecnológica dos últimos anos.

As simulações estocásticas não são livres de erros (OLEA, 1999) e por isso é sempre importante avaliar o erro de suas realizações e compará-los com os métodos de precisão local, tal como a krigagem ordinária, para conseqüentemente avaliar a sua aplicabilidade no setor mineral que tange a área de estimativas de recursos minerais.

2 OBJETIVOS

Este trabalho tem por objetivo avaliar a aplicabilidade do uso de métodos de simulação estocástica para a estimativa de recursos minerais, tanto no que tange a estimativa de teores quanto na caracterização litológica. A krigagem ordinária será utilizada como comparativo uma vez que a mesma é o método padrão utilizado na estimativa de teores.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 Estimativa de Recursos

Os métodos determinísticos de estimativa mineral se baseiam em uma distribuição normal dos dados, de forma a se utilizar uma função que os representem. O conceito mais básico é fundamental para sua realização é sobre o variograma

3.1.1 Variografia

Para se compreender o variograma é necessário ter clara a condição de estacionaridade dos dados, que pode ser definida como:

Um fenômeno A, pertencente a um campo aleatório $Z(A)$ onde o fenômeno pertence ao espaço tridimensional \mathfrak{R}^3 , tem-se que sua esperança matemática independe do suporte ou de sua localidade;

$$E\{Z(A)\} = k, \text{ onde } k = \text{constante} \quad (1)$$

A lei espacial que se destina tal função não varia em qualquer translação.

A covariância entre os pontos depende da separação dada por um vetor h, ou seja, os dados não são independentes.

O variograma é a principal ferramenta para se estudar a variabilidade de fenômenos regionalizados. Essa ferramenta estuda a relação entre diferentes pares de pontos, separados por uma distância h cuja direção é pré-determinada (Figura 1)(Yamamoto & Landim, 2013). Dessa forma, se avalia a existência da continuidade do fenômeno e também sua magnitude.

$$2\gamma(h) = \frac{1}{n} \sum_n \{[Z(x+h) - Z(x)]^2\} \quad (2)$$

Nessa equação $2\gamma(h)$ é a função variograma; n é o número de pares de pontos separados pela distância h ; $Z(x)$ é o valor da variável regionalizada no ponto x ; e $Z(x+h)$ é o valor da variável regionalizada no ponto $(x+h)$. Esses conjuntos de pares de pontos para diferentes valores de h são plotados em um gráfico, onde o eixo x corresponde aos diferentes valores de h , e o eixo y o valor da função variograma.

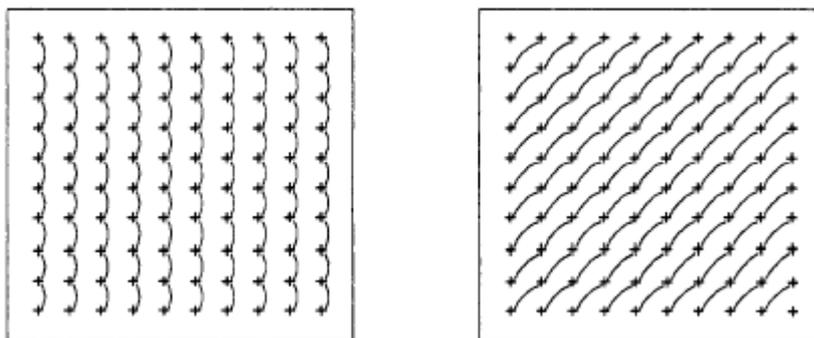


Figura 1 - Exemplo da obtenção de pares de pontos para utilização no variograma. A direita para direção norte, e a esquerda para direção 45° oeste (Isaaks & Srivastava, 1989)

É mais comum encontrar a utilização da função semivariograma, que nada mais é a metade da função variograma, cujo gráfico que a exemplifica pode ser visto na figura 2.

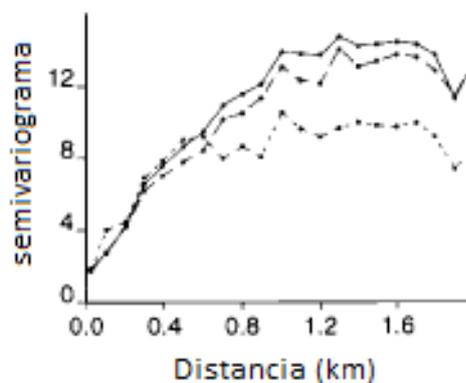


Figura 2 - Exemplo do semivariograma para três diferentes direções (Goovaerts, 1997)

O gráfico do semivariograma fornece duas informações importantes: o alcance, que se refere à distancia a qual existe relação entre as amostras; o patamar, que é o limite da relação entre os pares de pontos. Após se encontrar o variograma, é necessário realizar uma modelagem matemática, onde os mais comuns são os modelos esférico, exponencial e gaussiano (Figura 3).

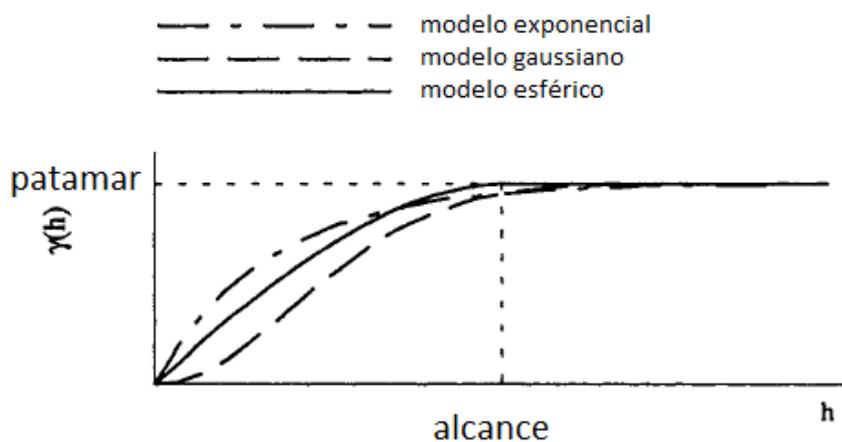


Figura 3 - Exemplo de modelagens de semivariograma (Isaaks & Srivastava, 1989)

Os resultados da modelagem do variograma, são utilizados em diversas estimativas, onde a mais conhecida é a Krigagem. A simplicidade do semivariograma é positiva no momento em que se avalia sua realização, porém esta é falha na determinação de estruturas mais complexas, tais como dobramentos e falhas. Seu ponto falho se dá principalmente por esta ser fundamentada em informações de pares de pontos e esses tipos de estruturas necessitarem de mais informações.

3.1.2 Krigagem

A krigagem é uma técnica de estimativa que busca trabalhar com a minimização do erro de estimativa, ou seja, minimização da variância dos dados e por isso é amplamente reconhecida pelo acrônimo BLUE (do inglês *best linear unbiased estimator*) (ISAACS e SRIVASTAVA, 1989). O método utiliza da distância entre os dados providos e o local a

ser estimado, e a redundância dos dados, por exemplo agrupamento espacial. Além disso é necessário informações de uma função que represente a continuidade do espaço amostral, ou seja, o variograma, para fazer estimativas lineares dos dados.

A krigagem tem por objetivo gerar superfícies que incorporem estatísticas presentes nos dados, e a partir daí atribuir pesos em cada um dos valores observados para que assim seja minimizada a variância dos mesmos sempre considerando sua distribuição espacial (MATHERON, 1970).

$$\text{Variância } [Z(x) - Z^*(x)] = 0 = \sigma_E^2 \quad (3)$$

Onde s^2 é a variância dos erros de estimativa, $Z(x)$ é o valor de um dado no ponto x , e $Z^*(x)$ é o valor estimado neste mesmo ponto. Para que isso ocorra, são atribuídos pesos nas amostras (1), de forma que:

$$Z^*(x) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i) \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \quad (5)$$

E a partir da equação da variância dos erros de estimativa, é possível se obter a mesma em função da covariância ($C(0)$), que é conhecida pelo variograma (YAMAMOTO e LANDIM, 2013):

$$\sigma_E^2 = E \left[(Z(x_0) - Z^*(x_0))^2 \right] - (E[Z(x_0) - Z^*(x_0)])^2 \quad (6)$$

$$\sigma_E^2 = C(0) - 2 \sum_i \lambda_i C(x_0 - x_i) + \sum_i \sum_j \lambda_i \lambda_j C(x_i - x_j) \quad (7)$$

Para se encontrar os pesos (1) ótimos utiliza-se a técnica dos multiplicadores de Lagrange (μ), de onde se obtém a lagrangiana $L(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n, \mu)$:

$$L(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n, \mu) = C(0) - 2 \sum_i \lambda_i C(x_0 - x_i) + \sum_i \sum_j \lambda_i \lambda_j C(x_i - x_j) - 2\mu \left(\sum_i \lambda_i - 1 \right) \quad (8)$$

Igualando-se as derivadas parciais da lagrangiana à zero e derivando-a em função de μ , obtém-se o sistema de equações da krigagem ordinária (JOURNEL e HUIJBREGTS, 1989).

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \lambda_j C(x_i - x_j) - \mu = C(x_i - x_0) \text{ para } i = 1, n \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \end{cases} \quad (9)$$

Essas funções escritas em com base na função variograma:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \lambda_j \gamma(x_i - x_j) + \mu = \gamma(x_0 - x_i) \text{ para } i = 1, n \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \end{cases} \quad (10)$$

Por fim obtém-se a equação da variância da krigagem ordinária em função do variograma:

$$\sigma_E^2 = \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(x_0 - x_i) + \mu \quad (11)$$

O uso desse método estima os valores pontualmente, podendo ser extrapolado para uma região no espaço. No caso da mineração cujo o objetivo é estimar um bloco, pode-se dividir este bloco em sub-blocos menores. E se estimar cada um desses sub-blocos pela krigagem de seu centróide e atribuir tal valor a todo o bloco. Dessa forma o bloco assume valor da média dos sub-blocos que o compõe (YAMAMOTO e LANDIM, 2013).

3.2 Simulação de Recursos minerais

Existem diversas técnicas para a simulação de recursos minerais, dentre as quais a simulação por bandas rotativas junto com a simulação sequencial gaussiana se destacam como as mais populares na simulação de teores. A simulação por multi-pontos é uma técnica relativamente nova, (GUARDIANO e SRIVASTAVA, 1993), que vem sendo desenvolvida nos últimos anos por diversos autores (STREBELLE, 2002), (JOURNEL e ZHANG, 2006) (CAERS, 2001) (CAERS, 2002). Este trabalho utilizará de duas técnicas de simulação: a de bandas rotativas para simular os teores e a de multi-pontos para simulação da litologia.

3.2.1 Bandas Rotativas

O método de bandas rotativas, do inglês *Turning Bands*, é um método estocástico de simulação espacial que utiliza da transformação não linear dos dados para o domínio gaussiano (MATHERON, 1973). O método é considerado um algoritmo aproximado, pelo fato de gerar realizações de forma aleatória em que suas distribuições são próximas da multigaussiana dos dados de entrada, uma vez que o campo simulado não é ergódico (FURUIE, 2009).

Essa metodologia trabalha com uma redução do espaço dimensional, ou seja, ela utiliza de dados em 2 dimensões ou 3 dimensões e os reduz a várias simulações independentes unidimensionais (FURUIE, 2009). Segundo (EMERY e LANTUÉJOUL, 2006) uma das propriedades dessa técnica permite que a simulação de um campo aleatório multidimensional, cuja covariância é C_y , seja substituído pela covariância C_x de um campo unidimensional simulado, por consequência obtem-se que C_x é isotrópico a C_y .

O método funciona da seguinte maneira: uma linha no espaço em \mathcal{R}^3 possui uma função aleatória unidimensional $Y(x_{D1})$. Essa função deverá ser estacionária, com esperança $E\{Y(x_{D1})\}=0$ e com covariância unidimensional $C^{(1)}(h_{D1})$. Tendo x_{D1} como projeção de um ponto no espaço, x , na linha D_1 , e considerando a função aleatória tridimensional dos dados $Z_1(x) = Y(x_{D1})$, para todo x pertencendo ao \mathcal{R}^3 , a função $Z_1(x)$ terá esperança igual a zero, será estacionária e sua covariância será (JOURNEL e HUIJBREGTS, 1989):

$$E\{Z_1(x) \cdot Z_1(x+h)\} = E\{Y(x_{D1}) \cdot Y(x_{D1} + h_{D1})\} = C^{(1)}(h_{D1}) \quad (12)$$

Onde h_{D1} é a projeção do vetor h na linha D_1 (figura 4).

A reprodução de uma simulação ($Z_1(x)$) será proveniente do valor $z(x_{D1})$ simulado no ponto x_{D1} , como explicado anteriormente, que é atribuído a todo o espaço dentro da banda centrada no plano perpendicular a D_1 no ponto x_{D1} . A largura da banda é determinada pela equidistância entre os valores simulados na linha D_1 (Figura 4).

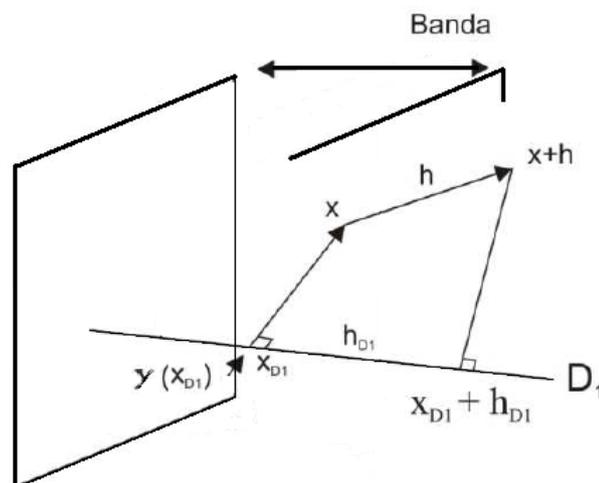


Figura 4 - Bandas rotativas (adaptado de Journel e Huijbregts, 1989)

3.2.2 Simulação por Multipontos

A simulação de multiponto (SMP) possui um grande diferencial que é sua capacidade de reproduzir as estruturas de maior complexidade (MARIETHOZ e CAERS, 2015). Dessa forma, essa metodologia consegue reproduzir características como falhas e dobramentos que não conseguem ser reproduzidas pelos modelos clássicos (estatística de dois pontos). (CAERS e ZHANG, 2004)

A SMP simula as variáveis através do estudo da vizinhança de um nó central, onde nessa vizinhança se avalia n pontos avaliados em conjunto. O *template* é definido como um evento (d_n) de tamanho n , cujo nó central A é o ponto a ser simulado (figura 5).

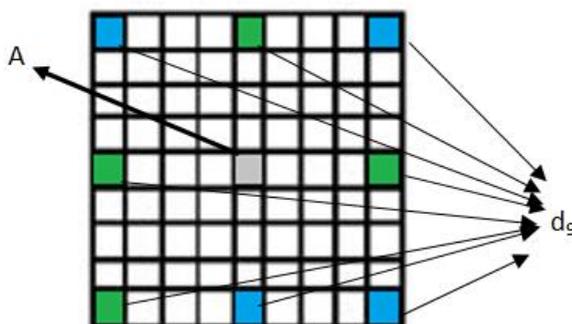


Figura 5 - Modelo de um *template* para um evento com n igual a 9 (Fonte: Autor).

A imagem de treinamento (IT) é escaneada para a obtenção da estrutura do *template*.

3.2.2.1 Imagem de Treinamento

A imagem de treinamento (IT) é uma representação simplificada das principais características do fenômeno (Mariethoz & Caers, 2015) (Figura 6). Na modelagem geológica, a IT deve apresentar características como falhas e dobramentos presentes na

geologia do corpo mineral, além de uma interpretação simplificada do formato das características presentes.

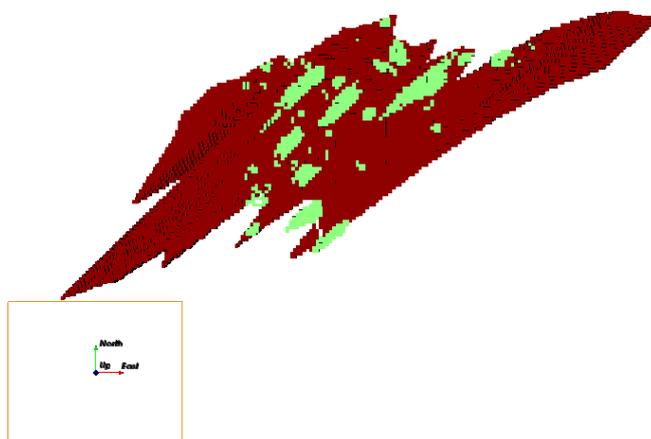


Figura 6 - Exemplo de uma imagem de treinamento (Fonte: Autor)

3.2.2.2 Probabilidade condicional na SMP

A SMP utiliza-se da probabilidade condicional para determinar o valor de um ponto a ser simulado. A probabilidade condicional da variável categórica ($S(x)$) em assumir um valor s_k é dado a ocorrência evento $\mathbf{dev}(x)$. O valor de k varia de 1 até o número total de variáveis (K):

$$P[S(x) = s_k | \mathbf{dev}(x)] = f(x, k, \mathbf{dev}(x)) \quad k = 1, \dots, K \quad (13)$$

Com a vizinhança com n pontos definida como:

$$\mathbf{dev}(x) = \{s(x + \mathbf{h}1), \dots, s(x + \mathbf{h}\alpha), \dots, s(x + \mathbf{h}n)\} = d_n \quad (14)$$

Essa probabilidade condicional é semelhante a da krigagem, porém na SMP o número de pontos (n) da função vai além dos pares de pontos considerados na krigagem. Na SMP não sabemos a distribuição local da probabilidade, mas assumimos que esta é a fornecida na IT. Para isso se estabelece uma relação entre o evento d_n em sua totalidade e o ponto

a ser simulado (Mariethoz& Caers, 2015), onde se define uma variável b indicatriz binária que determina quando o evento existe ou não:

$$I_{dev}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{se } S(x + h\alpha) = s(x + h\alpha) \quad \forall \alpha \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (15)$$

O ponto a ser simulado é composto pelas tradicionais variáveis indicadoras (GOOVAERTS, 1997):

$$I_k = \begin{cases} 1 & \text{se } S(x) = sk \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (16)$$

Como $\forall \alpha$ temos que não consideramos que o evento de dados consistem de um conjunto de amostras individuais, cada uma tendo uma correlação com o desconhecido e entre si. Ao invés disso, consideramos que o evento de dados é um padrão considerado por completo, onde queremos estabelecer uma relação com o ponto desconhecido, através da probabilidade condicional. Consequentemente, temos a probabilidade condicional dada pela equação da krigagem simples:

$$P(I_k(x) = 1 | I_{dev}(\mathbf{x})) = E[I_k(x)] + \lambda(1 - E[I_{dev}(\mathbf{x})]) \quad (17)$$

Essa última equação se refere ao estabelecimento de que a expectativa de uma variável binária aleatória é a probabilidade da variável sendo igual a 1. Dessa forma o valor 1 é simplesmente um valor indicador, que indica a presença de um único evento. A resolução dessa equação é obtida utilizando-se a equação normal simples (Guardiano & Srivastava, 1993).

$$P(I_k(x) = 1 | I_{dev}(x) = 1) = \frac{P(I_k(x) = 1, I_{dev}(x) = 1)}{P(I_{dev}(x) = 1)} \quad (18)$$

Os dados do numerador e do denominador da equação são obtidos pela IT, de forma que o valor para a variável binária i passa a ser determinada pela frequência do evento na IT em função da configuração dos dados:

$$i(x) = \frac{\text{frequência}_{IT_{cd}}(i, i_{dev})}{\text{frequência}_{IT_{cd}}(i_{dev})} \quad (19)$$

3.2.2.3 Algoritmo SNESIM – Single Normal Equation Simulation

Desenvolvido em 2002, o algoritmo do SNESIM atua realizando a varredura da IT obtendo-se assim a frequência de cada padrão existente nos eventos de dados, onde tais frequências são posteriormente armazenadas em uma árvore de busca. O algoritmo atua seguindo os passos (STREBELLE, 2002):

1. Armazenagem na árvore de busca dos eventos de dados existentes na IT;
2. Carimbar as amostras existentes nos nós mais próximos e definir um caminho aleatório visitando apenas uma vez todos os nós não amostrados;
3. Em cada local sem amostragem u , obter os dados condicionantes presentes dentro do *template* de busca máximo e utilizado para construir a árvore de busca;
4. Carimbar o nó u aleatoriamente utilizando a distribuição acumulada e a informação presente na árvore de busca. Esse valor é adicionado ao banco de dados para ser utilizado na simulação do próximo nó;
5. Ir para o próximo nó pelo caminho aleatório e repetir os passos 3 e 4;
6. Realizar o *loop* até que todos os nós sejam simulados.

3.2.2.4 Árvore de busca

A obtenção da árvore de busca ocorre da conforme a Figura 7, onde se avaliam todos os diferentes padrões para o *template* escolhido.

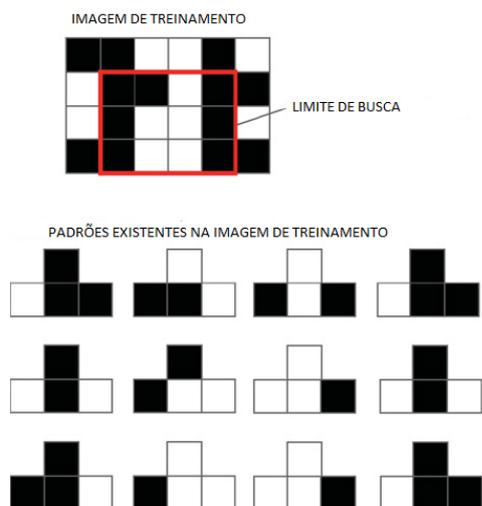


Figura 7 - Imagem de treinamento e os eventos que a compõem (MARIETHOZ e CAERS, 2015)

Para a IT acima, a árvore de busca resultante seria como na Figura 8. Para essa imagem, podemos exemplificar da seguinte maneira com base nas figuras demarcadas em vermelho: quando vai ser realizada a simulação de um nó cujo vizinho de cima é preto e os vizinhos laterais são brancos, esse evento ocorre 2 vezes, sendo a probabilidade de 0/2 do bloco ser branco e de 2/2 do bloco ser preto, ou seja, a probabilidade de que o bloco seja preto é de 100% neste caso.

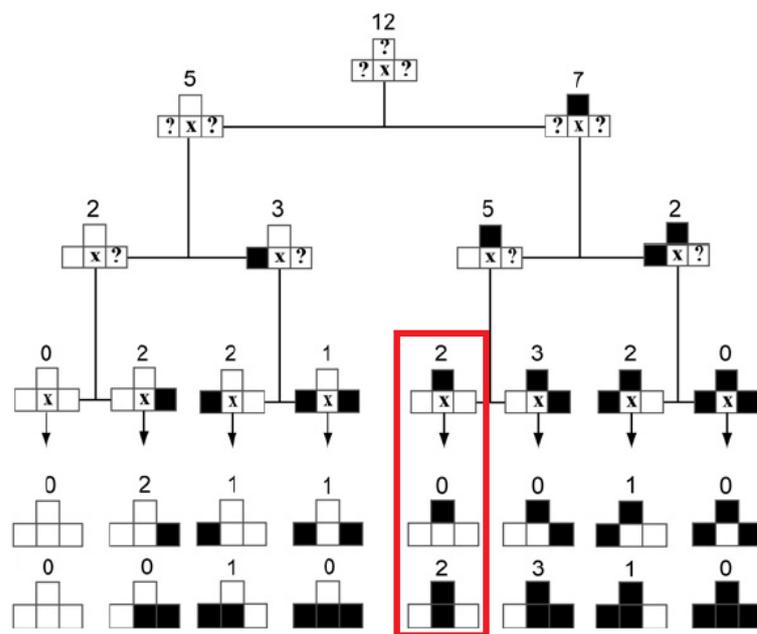


Figura 8 - Árvore de busca para a imagem de treinamento anterior com as respectivas frequências absolutas dos eventos (MARIETHOZ e CAERS, 2015)

4 METODOLOGIA

A metodologia utilizada foi dividida em cinco etapas. A primeira consistiu em um ajuste no banco de dados, uma vez que o mesmo apresentou diversas informações não relevantes para este estudo, foi realizada uma filtragem nos parâmetros de forma a se utilizar apenas aqueles que possuem informação a ser utilizadas nesse projeto. A segunda consistiu na preparação e realização da simulação por multiponto, uma vez que esta necessitou-se da criação da imagem de treinamento pra a sua realização.

A terceira etapa foi a da estimativa de recursos através da krigagem ordinária. A quarta foi a simulação por bandas rotativas, a qual foi realizada posteriormente à krigagem ordinária uma vez que alguns parâmetros utilizados são os mesmos para ambos os métodos.

Por fim irá se realizar a comparação entre as técnicas realizadas e também analisar a aplicabilidade da simulação para a indústria (Figura 9). Os *softwares* utilizado estão disponíveis para uso no laboratório de pesquisa mineral do Departamento de Engenharia de Minas.

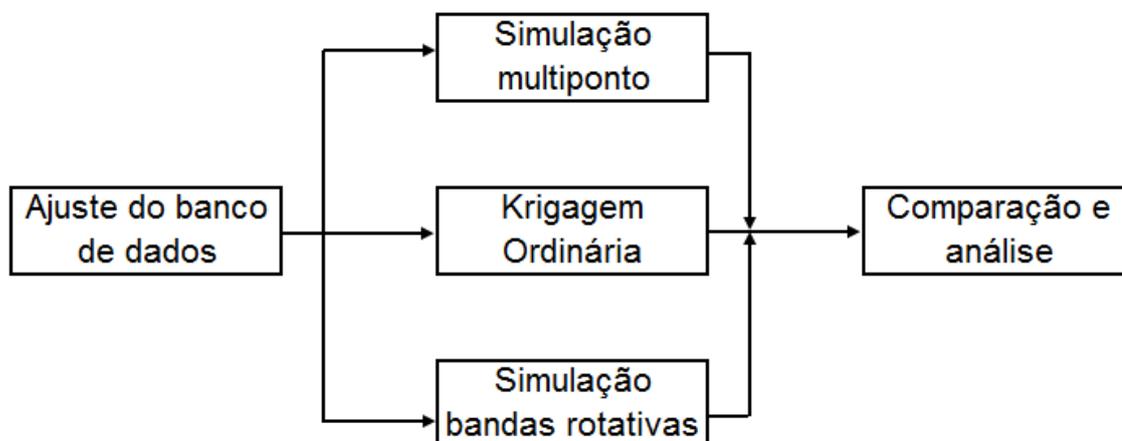


Figura 9 – Organograma da metodologia de trabalho

Banco de dados

O banco de dados utilizado neste trabalho é composto por informações de testemunhos de furos de sondagem (Figura 10). As informações existentes são: localização espacial através do sistema de coordenadas UTM (*Universal Transversa de Mercator*); litologia da rocha em questão (canga, itabirito e hematita); teor dos elementos ferro e sílica. O banco de dados inicial foi ajustado uma vez que algumas informações não eram relevantes para o contexto desse trabalho, tais como teor de manganês, alumina, perda ao fogo e número da amostra, de forma que os teores de ferro foram os principais dados utilizados devido a serem os mais relevantes neste trabalho.

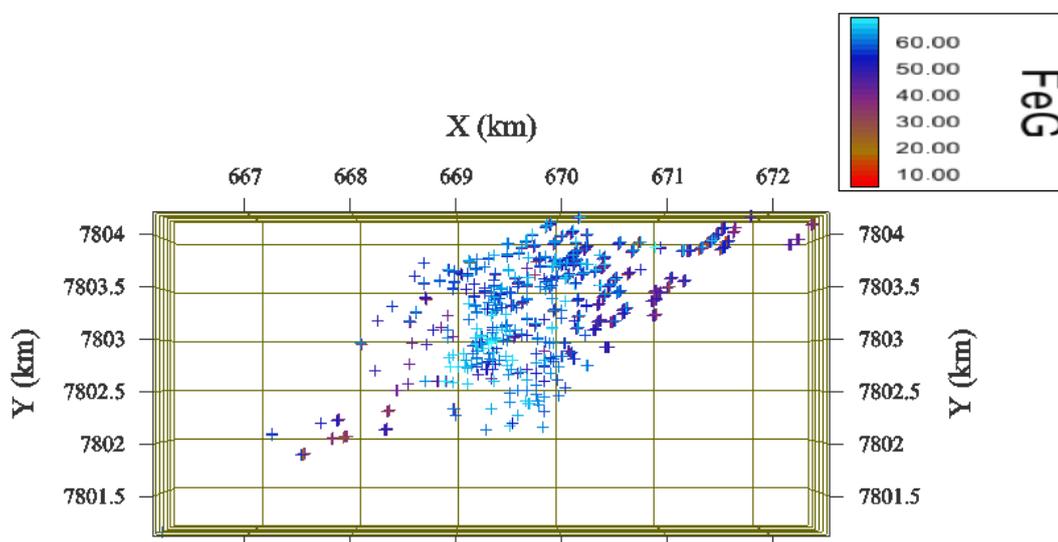


Figura 10 – Vista superior da localização dos furos de sondagem utilizados no estudo (Fonte: Autor)

Simulação multiponto

Para se realizar a simulação multiponto foi necessário a criação da imagem de treinamento (IT). Para isso utilizou-se das litologias existentes no banco de dados. Devido a grande variedade presente dentro de uma mesma mineralogia, estes foram agrupados de forma a se obter três diferentes classes: Hematita, Itabirito e Estéril. Com essas três classes foi criada a imagem de treinamento que serviu como dado de entrada na simulação. O processo de criação passa pela visualização dos dados no espaço, de forma a se interpretar

os mesmo e realizar o desenho das seções que representassem os corpos litológicos (Figura 11). O processo foi realizado no software Micromine 2016. Essas seções são extrudidas e triangularizadas resultando em uma geologia em três dimensões (Figura 12).

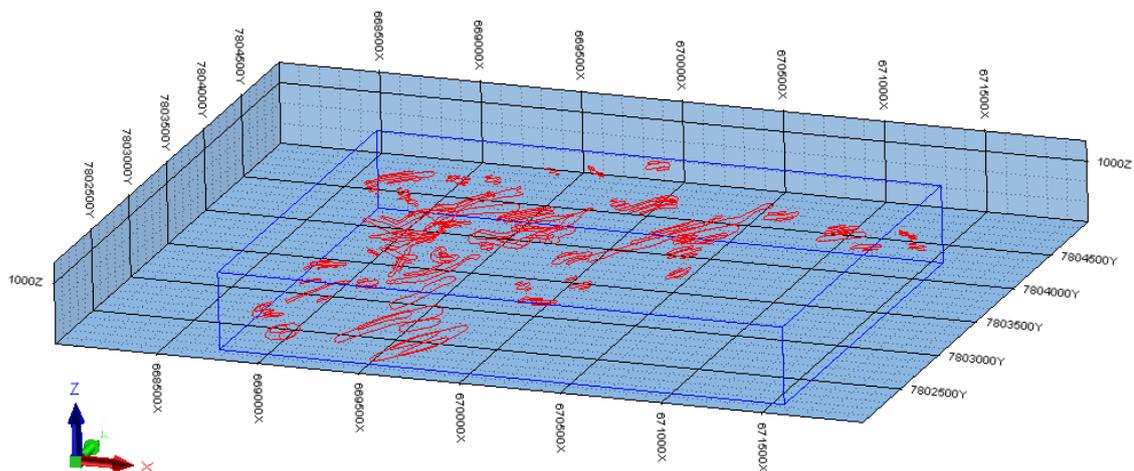


Figura 11 – Seções verticais referentes interpretação da litologia hematita.

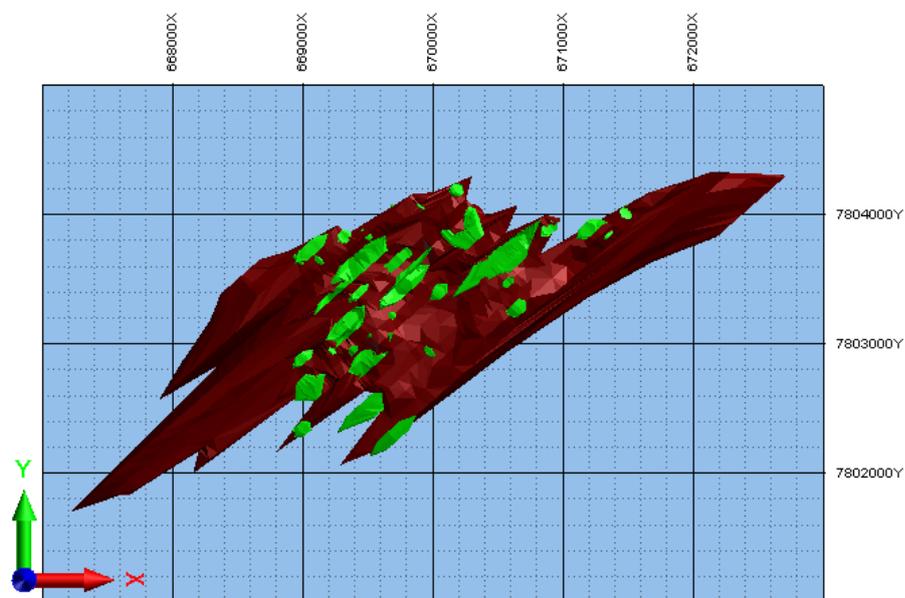


Figura 12 – Vista superior do corpo tridimensional das litologias hematita (verde) e itabirito (vermelho) provenientes do processo de geração da imagem de treinamento

Após a geração de um corpo tridimensional, o mesmo precisa ser cubado para ser utilizado como uma imagem de treinamento, neste caso os blocos foram de 30x30x15 metros baseado no espaçamento dos furos de sondagem e em outros empreendimentos de característica semelhante (Figura 13).

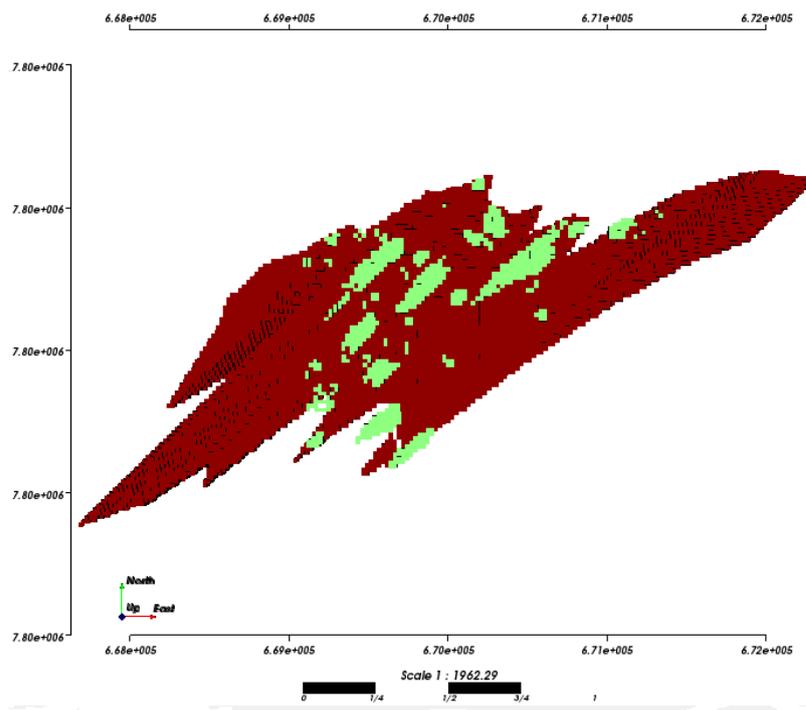


Figura 13 – Imagem de treinamento dos dados de estudo. Em verde litologia hematita e em vermelho itabirite (Fonte: Autor).

Krigagem Ordinária

A krigagem ordinária necessita-se de uma análise estatística espacial dos dados, tais como variografia e análise de desagrupamento. A variografia é um processo que requer análise minuciosa pois uma escolha errada na direção preferencial pode ocasionar grandes erros nas etapas posteriores. Após a escolha do variograma e de seu ajuste matemático, foi realizada a krigagem através do software SGeMS.

Simulação por bandas rotativas

A simulação por bandas rotativas também foi realizada pelo software SGeMS e utilizou como dados de entrada dados gaussianos. Esses dados são os mesmos utilizados na krigagem, porém após a transformação gaussiana deve-se reajustar o variograma tais como seu patamar e alcance, além do modelo utilizado. Após a obtenção do variograma foram geradas 25 simulações equiprováveis da região de estudo.

Análise dos resultados

A última etapa consiste na análise dos resultados e comparação entre os métodos buscando nortear a eficiência e rapidez em que as simulações podem ser realizadas, e principalmente uma comparação entre a krigagem ordinária e a simulação por bandas rotativas uma vez que os dois métodos apresentam resultados em uma mesma base unitária, neste caso teor mineral.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Simulação Multiponto

Pelo fato de serem variáveis categóricas, será apresentado primeiramente os resultados referentes a simulação multiponto. As simulações foram realizadas no *software* SGeMS (*Stanford Geostatistical Modeling Software*) que já possui o algoritmo SNESIM embutido. Para iniciar as simulações é necessário o preenchimento de alguns parâmetros (Tabela 1).

Tabela 1 - Parâmetros de entrada para o algoritmo da MPS.

Número de simulações	10
<i>Seednumber</i>	211175
Número de variáveis	3
Distribuição marginal alvo (A B C)	0.9126 0.0018 0.0856
Número de nós no <i>template</i> de busca	40
Alcance para o <i>template</i> de busca	200 200 50
Ângulos para o <i>template</i> de busca	00 0
Número Mínimo de replicação	10
Fator <i>Servosystem</i>	0.9
Número de <i>Multigrids</i>	4

A função de cada uma dessas variáveis foi descrita por (LIU, 2006) e de forma geral estas tendem a ser modificadas em função das características dos dados de entrada. Os principais parâmetros são a distribuição marginal alvo, que se refere a distribuição percentual das variáveis a serem simuladas, que neste caso são as litologias 0, 1 e 2. Outro fator muito importante é o *Servosystem* que se refere ao quanto se deseja aproximar da distribuição marginal alvo, ou seja, ao se escolher *servosystem* igual a .99 (valor máximo), significa condicionar estritamente as simulações do forma que as distribuições das litologias dos modelos simulados serão exatamente, ou muito próximo dos valores escolhidos no parâmetro distribuição marginal alvo.

Com esses parâmetros foram gerados 10 modelos simulados, sendo este número escolhido apenas como forma de se realizar uma análise preliminar para um posterior refinamento dos parâmetros de entrada.

O gráfico da Figura 14 ilustra a distribuição das litologias dos resultados das simulações e da IT. Percebe-se que houve uma superestimação da litologia 1 e uma subestimação da litologia 2 por parte das simulações. Isso se deve pela necessidade de um melhor refinamento quanto aos parâmetros de entrada e também devido a IT se tratar de um modelo simplificado, onde a mesma nem sempre apresenta as distribuições que realmente existem nos depósitos. Outro fato que influencia nessa anomalia é o fato da litologia 1 possuir uma proporção extremamente pequena quando comparada com as demais, dessa forma em um modelo de probabilidade condicional com base em variáveis aleatórias, há dificuldade de se ajustar a tais valores.

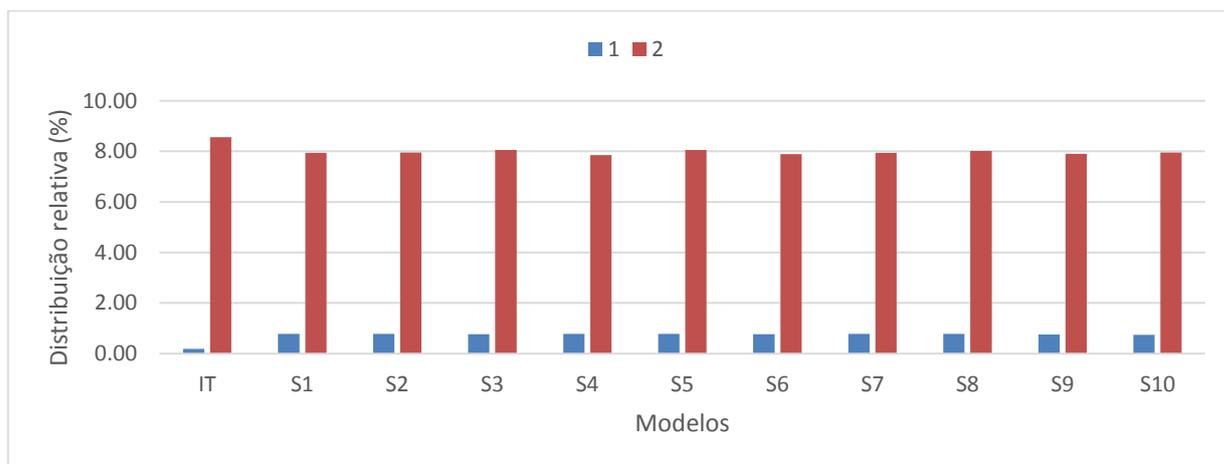


Figura 14 - Distribuição relativa das litologias das simulações e da Imagem de treinamento.

Visualmente verifica-se que as simulações tenderam a representar as principais formas do depósito apresentadas na imagem de treinamento (Figura 15), porém foi necessário realizar um refinamento dos parâmetros de entrada para uma melhor representação das extremidades da litologia 2 (Figura 16). Mesmo após o refinamento dos dados, foi possível visualizar alguns pontos distribuídos no espaço de simulação, os quais são denominados ruídos e são inevitáveis aos processos de simulação MP.

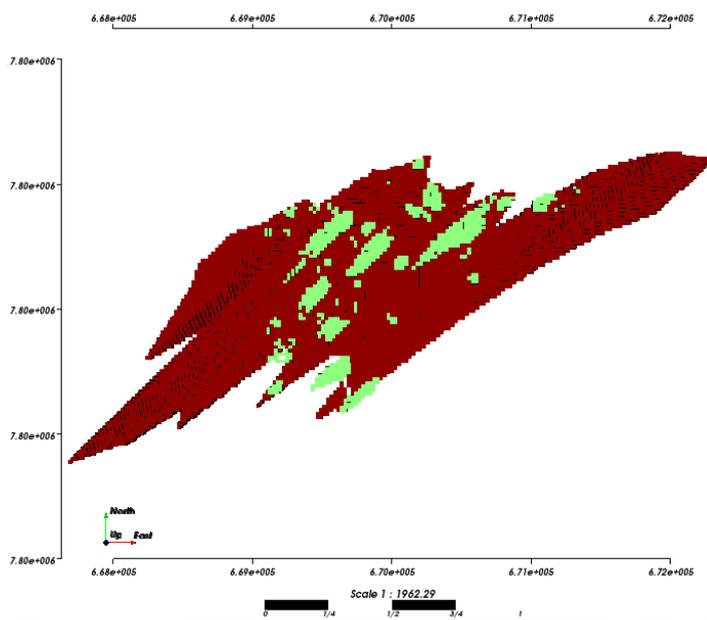


Figura 15 - Vista de topo da imagem de treinamento

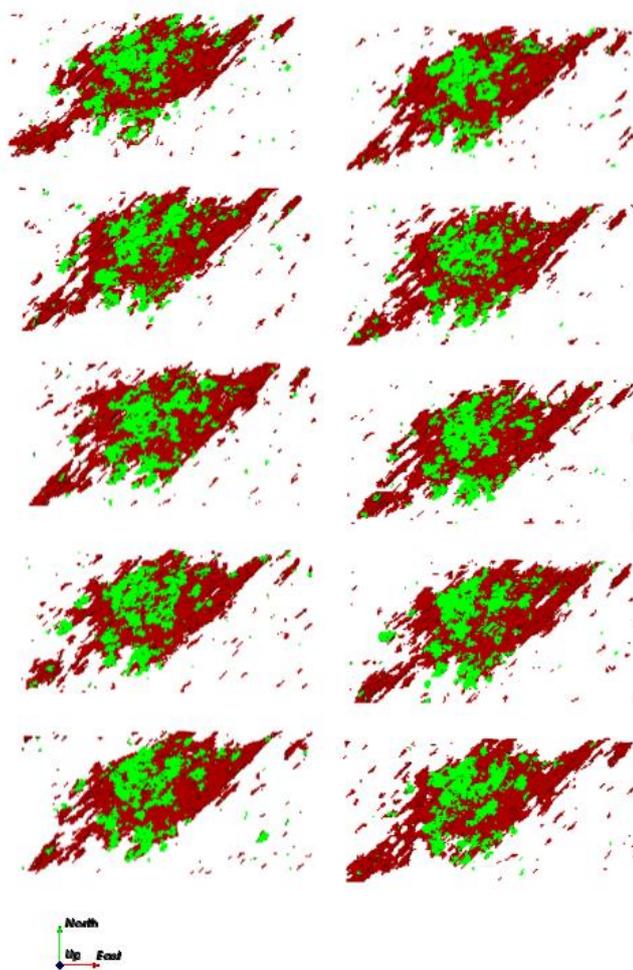


Figura 16 - Vista de topo dos resultados das simulações

Com a realização dessas simulações concluiu-se que os resultados foram positivos uma vez que estas apresentaram de forma geral o que se espera da geologia local, de acordo com a análise da interpretação de um geólogo. Deve-se considerar que a IT não é a interpretação mais fiel e científica da geologia do modelo, de forma que diferenças entre as IT e as simulações é algo esperado nos resultados. Conclui-se também que o algoritmo possui uma boa possibilidade de variação quanto a variáveis de entrada, de forma que isso faz com que o seu operador repita o processo até obter resultados que tenham a característica desejada.

Não foi realizada uma comparação muito aprofundada desses resultados, uma vez que a geologia do depósito é proveniente de uma análise subjetiva do seu elaborador. De forma que o que pode ser observado é uma interpretação estatística sobre a IT que é o que o algoritmo reproduz.

Resultado estatístico dos dados

Os primeiros resultados sobre a estatística básica dos dados, onde estas podem ser vistas na tabela 2 e no histograma da Figura 17

Tabela 2.

Tabela 2 – Estatística básica do teor de ferro global das amostras de furo de sondagem

Variável	Mínimo (%)	Máximo (%)	Média (%)	Desvio Padrão (%)
Ferro	5,40	69,62	47,72	11,72

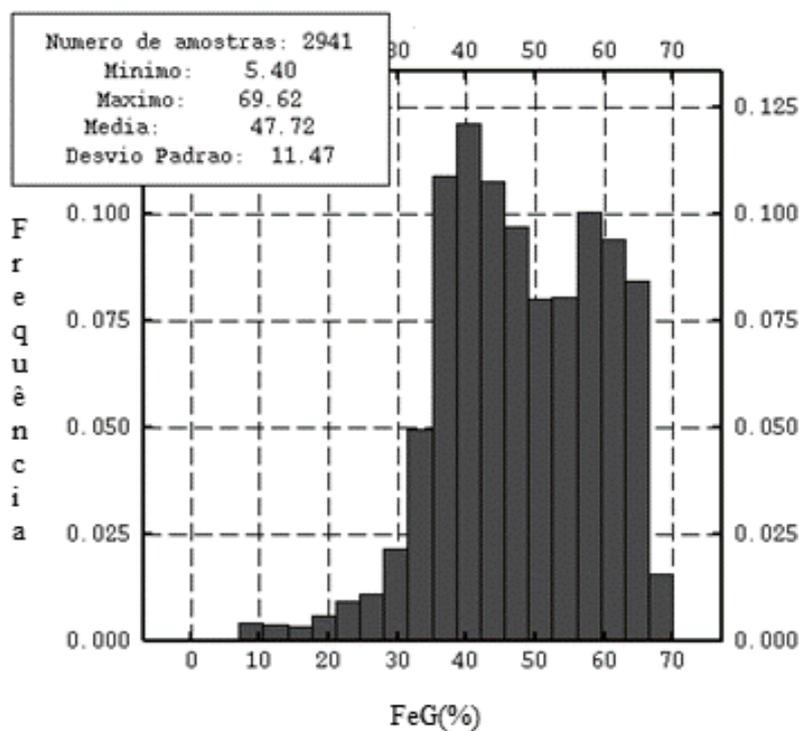


Figura 17 – Distribuição de frequência dos teores de ferro global nos dados amostrais.

Um dos fatores que interferem na distribuição dos dados é a alta quantidade de amostragem que ocorrem nas regiões de alto teor mineral. Portanto, realizou-se uma declusterização dos dados, para isso, utiliza-se uma função para determinar o melhor tamanho das janelas utilizadas no processo. Nesse processo, testou-se 100 diferentes combinações, onde a melhor delas é a que representa o mínimo na distribuição do gráfico gerado. As variáveis analisadas são as variações nos tamanhos em x, y e z (Dx, Dy e Dz respectivamente) cujos valores variavam dentro das faixas descritas na Tabela 3.

Os resultados do gráfico gerado são importantes para a determinação de qual o tamanho ótimo das janelas para a declusterização, que neste caso é o valor mínimo da Figura 18. Esse valor corresponde ao passo 43, cujo seus valores estão descritos na Tabela 4.

Tabela 3 - Limites das variações para determinação dos melhores tamanhos das janelas para a melhor declusterização.

Variável	Limite Máximo (m)	Valor Mínimo (m)
Dx	12,5	3000
Dy	12,5	3000
Dz	10	30

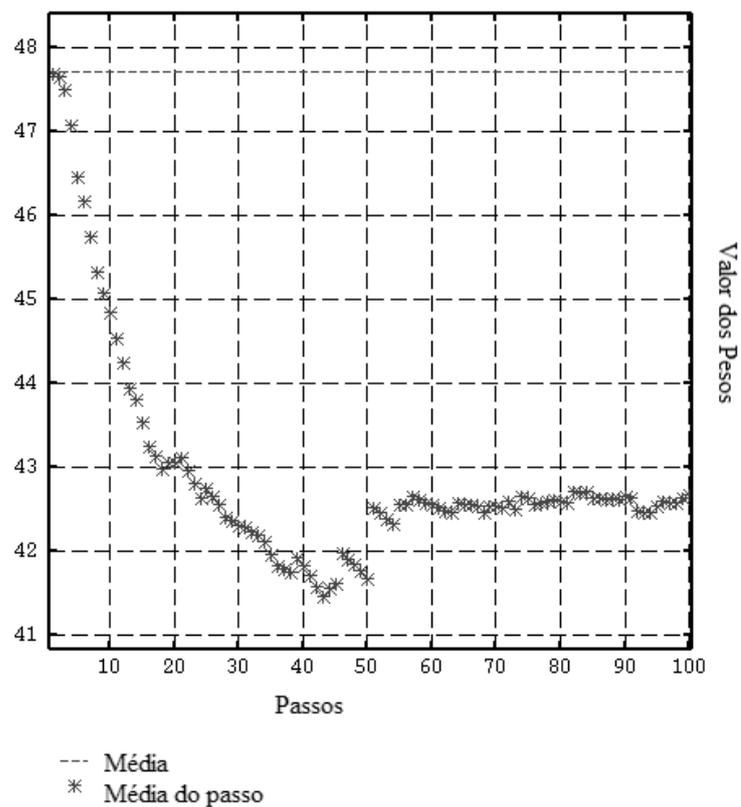


Figura 18 – Resultados do processo de determinação dos melhores tamanhos de janela para declusterização.

Tabela 4 - Valores ótimos para declusterização dos dados

Dx (m)	Dy (m)	Dz (m)	Média dos pesos	Desvio padrão dos pesos
1280	1280	18,5	41,5	12,13

Com esses resultados, realizou-se uma nova declusterização dos dados (Figura 19). Com a declusterização verifica-se uma melhor distribuição dos dados em relação a uma distribuição normal, de forma a existir dois conjuntos de distribuição, uma com alto teor, na faixa dos 58% de Ferro, e outra com baixo teor, na faixa dos 38% de ferro. Cabe

salientar que essa declusterização é fundamental nessa situação, uma vez que os dados amostrais possuem uma malha irregular.

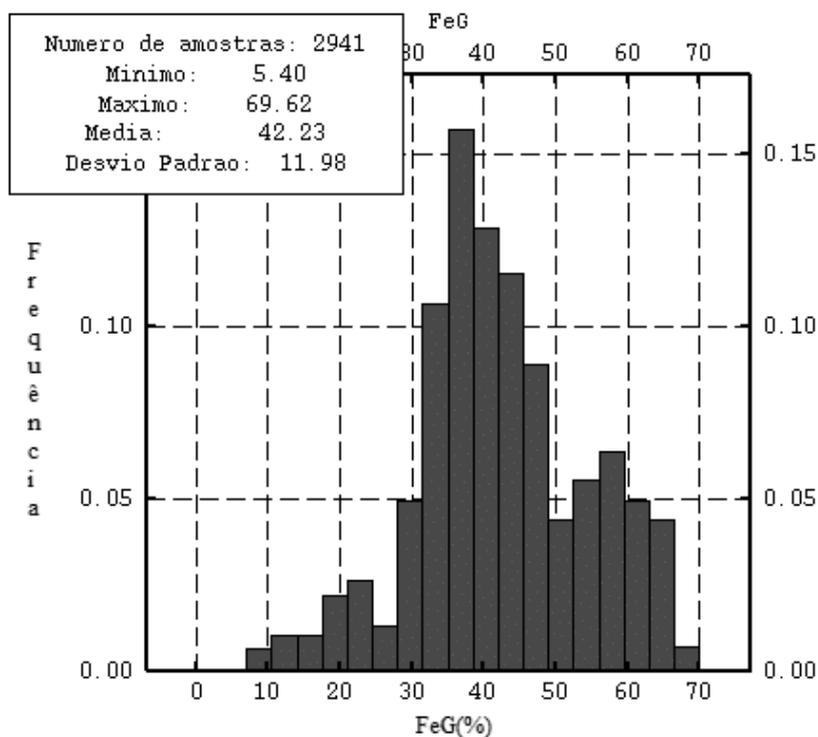


Figura 19 - Distribuição de frequência dos teores de ferro global nos dados amostrais declusterizados.

Posteriormente foi realizado a análise variográfica, que é um importante procedimento para a estimativa de recursos. Inicialmente realizou-se a análise variográfica omnidirecional (Figura 20) e posteriormente uma análise variográfica direcional para 10 diferentes direções (Figura 21). Esta última serve para se averiguar a existência de anisotropia dos dados, ou seja, uma tendência dos dados em apresentar maior continuidade em determinada direção. Esses resultados indicam que os dados possuem anisotropia na direção N40 (40° de azimute) cujo gráfico está representado na Figura 22. Uma variação na direção vertical não gerou modificações significativas nos dados, de forma que se considerou os estudos sem inclinação.

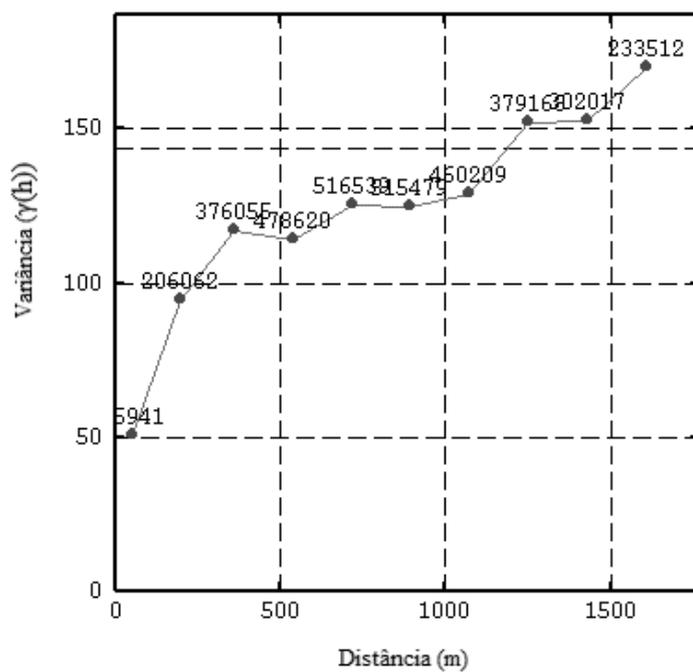


Figura 20 – Variograma omnidirecional para os dados de ferro

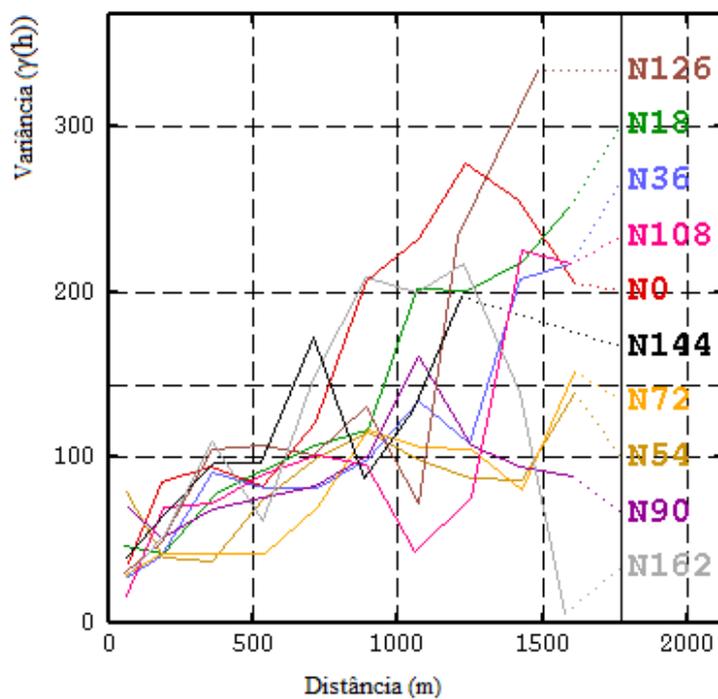


Figura 21 - Variogramas direcionais para 10 diferentes direções para os dados de ferro

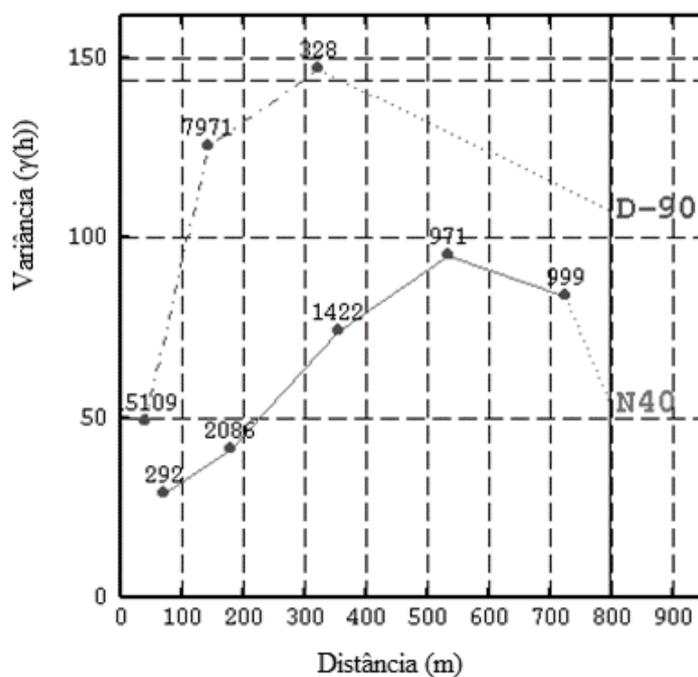


Figura 22 – Variograma direcional na direção N40 e em sua perpendicular D-90

Com posse desses resultados, determinou-se as dimensões do elipsóide de busca, onde U é a direção preferencial (N40), V é a perpendicular no plano horizontal (D-90) e W é a perpendicular na vertical (Tabela 5). O ajuste do variograma foi feito com uma estrutura esférica e com o valor de 15 para o efeito pepita (Figura 23).

Tabela 5 - Dados de ajuste do variograma experimental e as dimensões do elipsóide de busca

Dados do ajuste	Valor
Alcance U	600m
Alcance V	450m
Alcance W	130m
Patamar	80
Efeito Pepita	15

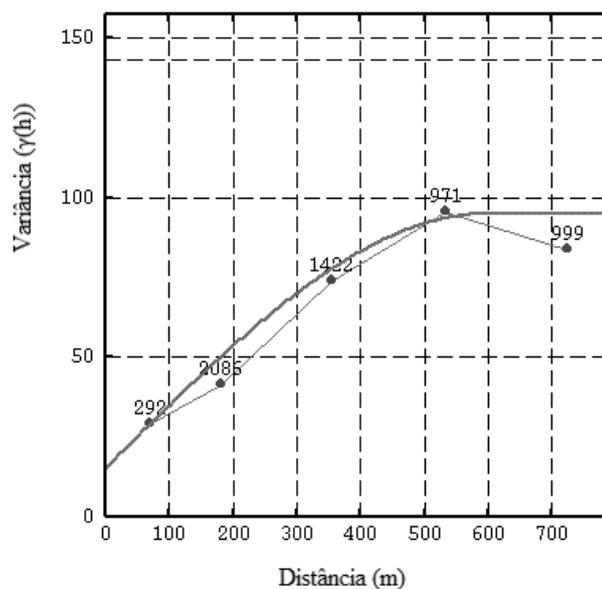


Figura 23 – Ajuste do variograma N40 pelo modelo esférico

Para a simulação por bandas rotativas é necessário uma transformação gaussiana dos dados de entrada (Figura 24). Após esse procedimento foi feita uma nova análise variográfica para esses dados, com um novo ajuste para esses dados gaussianos (Figura 25).

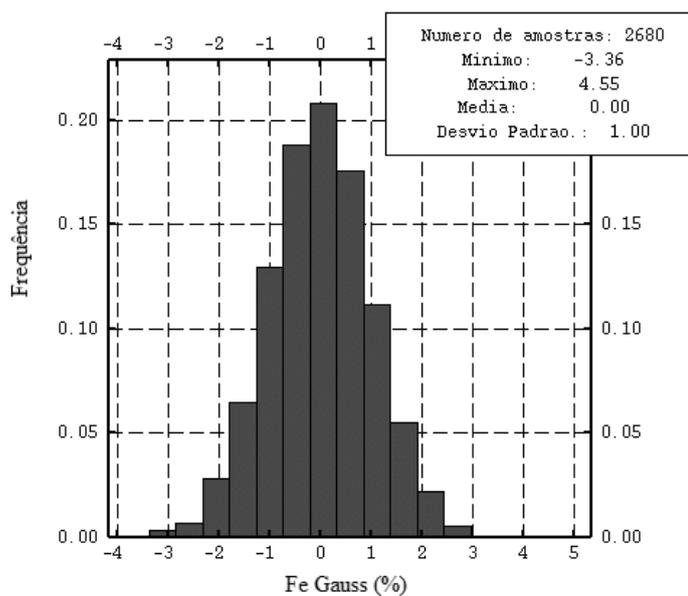


Figura 24 - Histograma dos dados de teores de ferro gaussianos

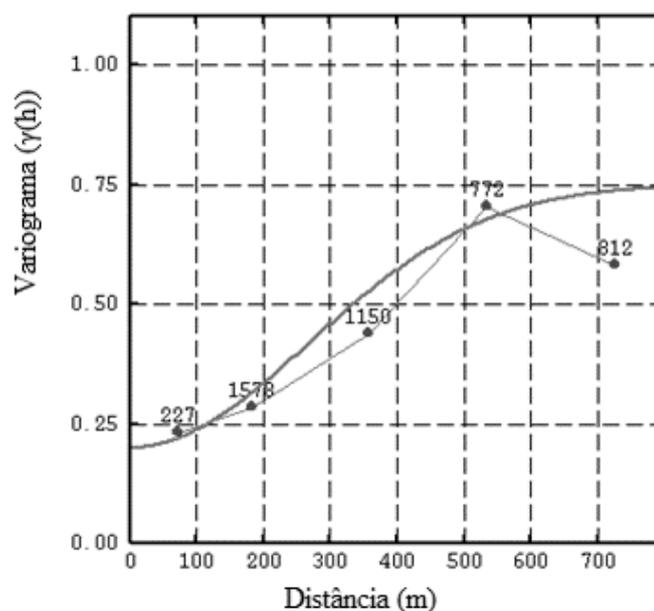


Figura 25 - Variograma ajustado dos dados gaussianos

Tabela 6 - Dados de ajuste do variograma experimental e das dimensões do elipsóide de busca para os dados gaussianos

Dados de ajuste	Valor
Alcance U	650m
Alcance V	380m
Alcance W	150m
Patamar	0.55
Efeito Pepita	0.22

Após o ajuste do variograma foram determinados os dados para o elipsóide de busca que seriam utilizado na simulação por bandas rotativas (Tabela 6).

Resultados da Krigagem Ordinária

Com posse de todos esses dados, primeiramente realizou-se a krigagem ordinária para os dados referentes ao elemento ferro. Os resultados foram de encontro com o esperado, uma vez que o mesmo apresentou altos teores de ferro global nas regiões cujos dados amostrais eram mais ricos e também apresentou a suavidade na distribuição dos dados o que é bem característico do método (Figura 26, Figura 27, Figura 28 e Figura 29).

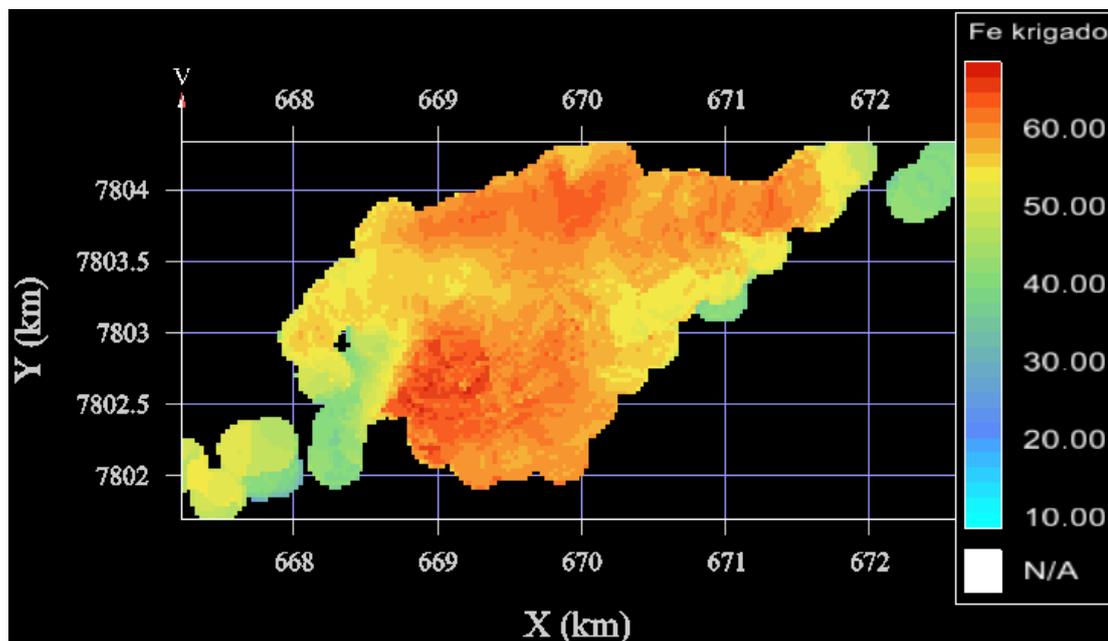


Figura 26 – Resultados da Krigagem para o ferro (vista superior)

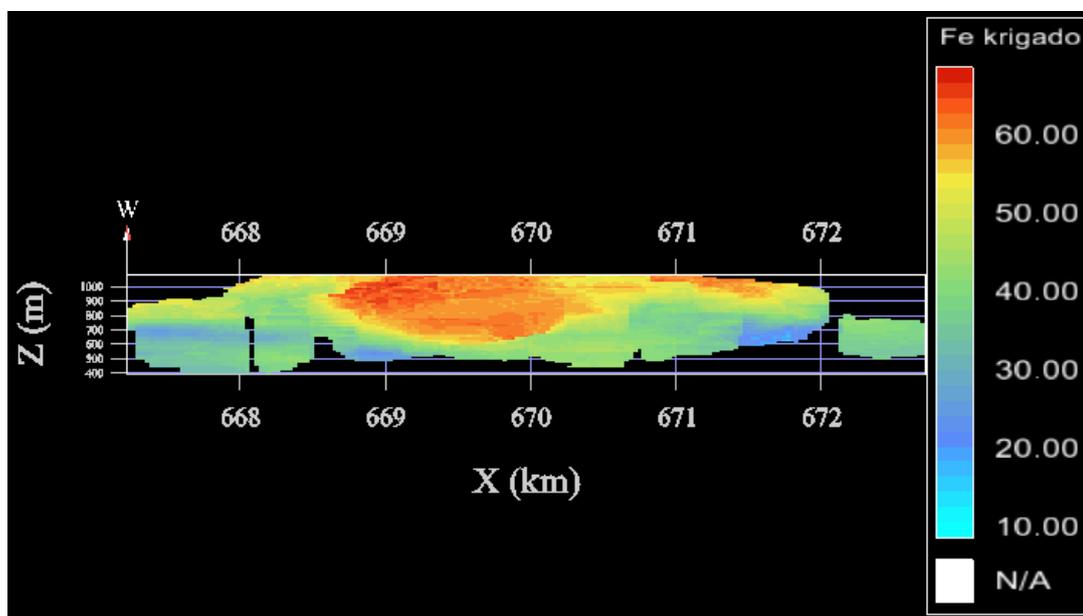


Figura 27 – Resultados da krigagem (vista lateral)

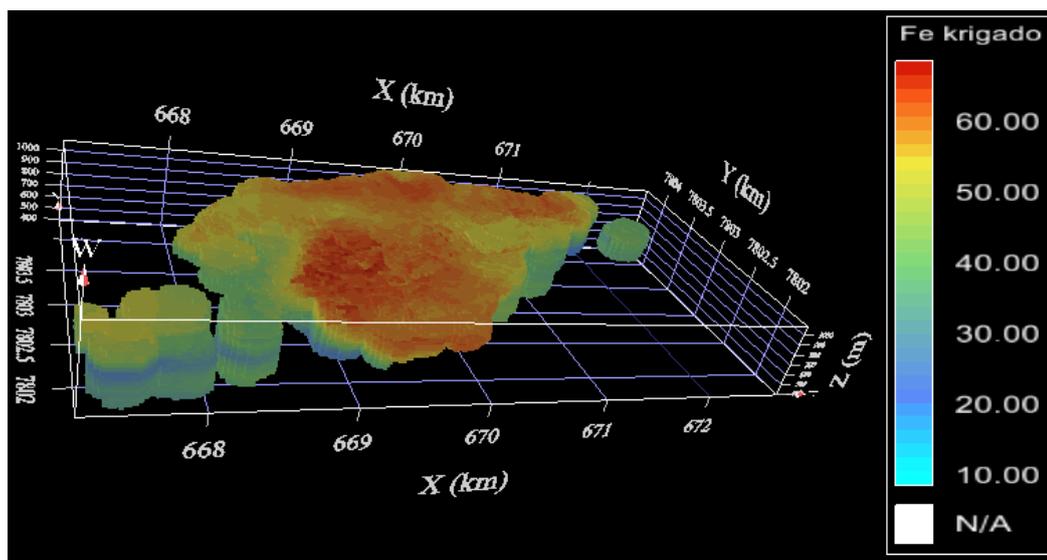


Figura 28 – Resultados da krigagem ordinária de ferro

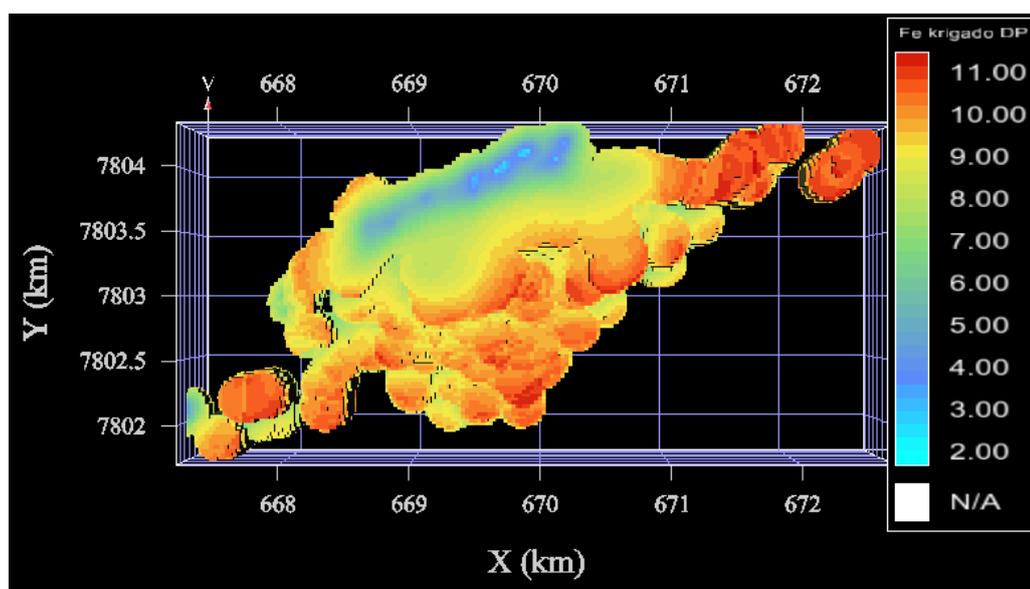


Figura 29 – Resultados do desvio padrão da krigagem

Para a realização das simulações, utilizou-se como parâmetro de entrada os dados estatísticos gaussianos (variograma ajustado para os dados gaussianos, os dados também gaussianos e dimensões de elipsóide) e o número de 15 bandas rotativas como é proposto por (JOURNAL e HUIJBREGTS, 1989). Foram realizadas 25 simulações. Algumas dessas simulações podem ser vistas na Figura 30. É fácil perceber uma variabilidade dos resultados da simulação, porém deve-se lembrar que ao se trabalhar com simulações

utiliza-se a média das simulações como um resultado final (Figura 31, Figura 32 e Figura 33) o que no final não ocasiona uma variabilidade tão grande (Figura 34).

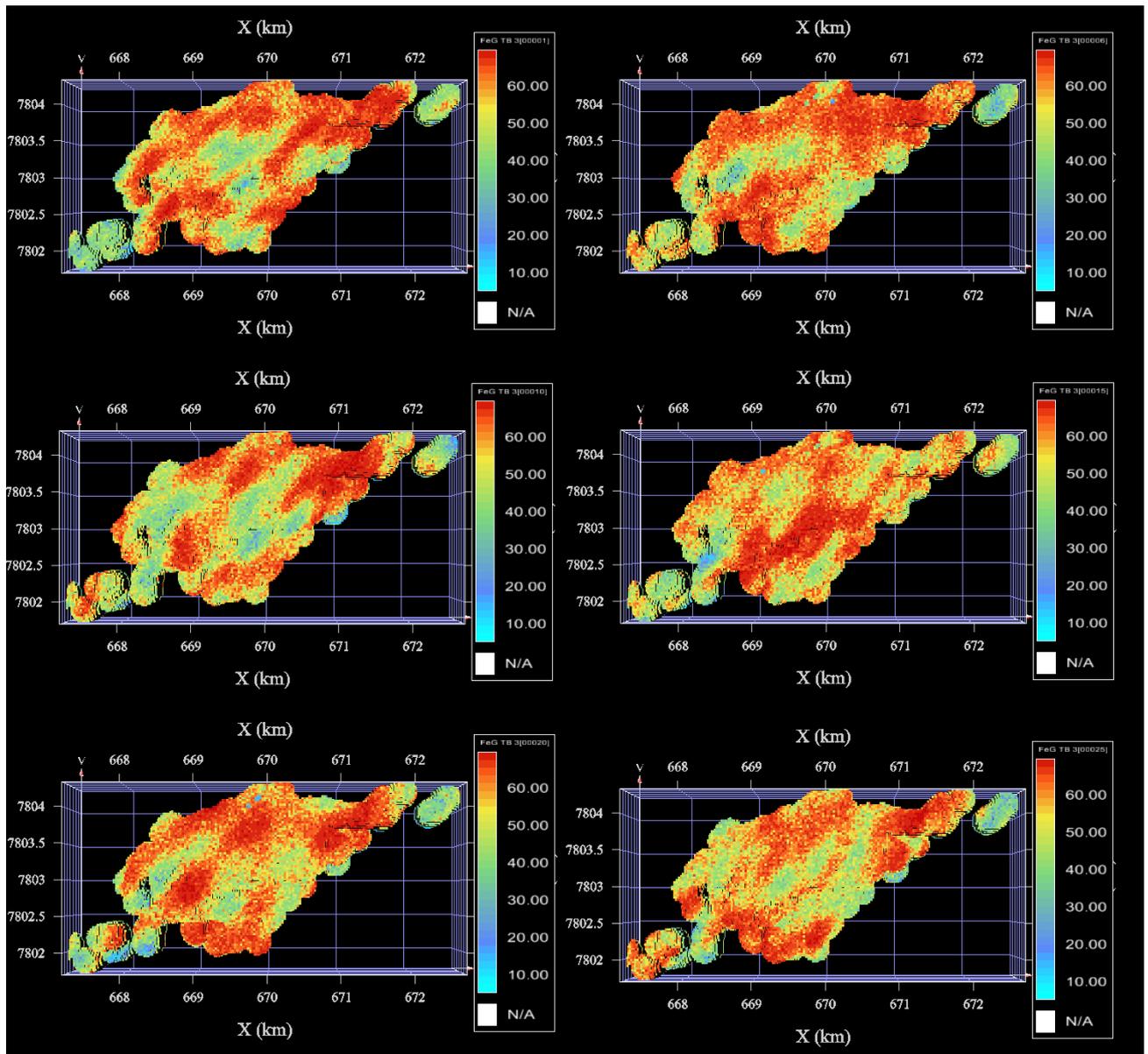


Figura 30 – Vista de topo das simulações 1, 5, 10, 15, 20 e 25

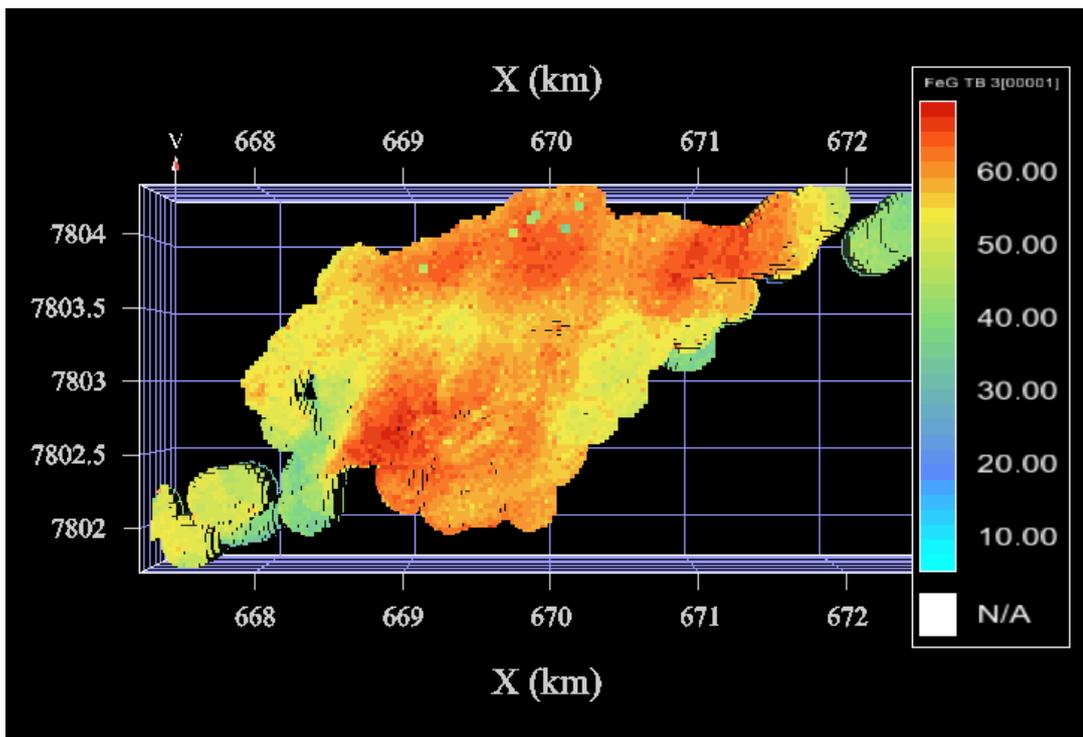


Figura 31 – Média das simulações por bandas rotativas (vista superior)

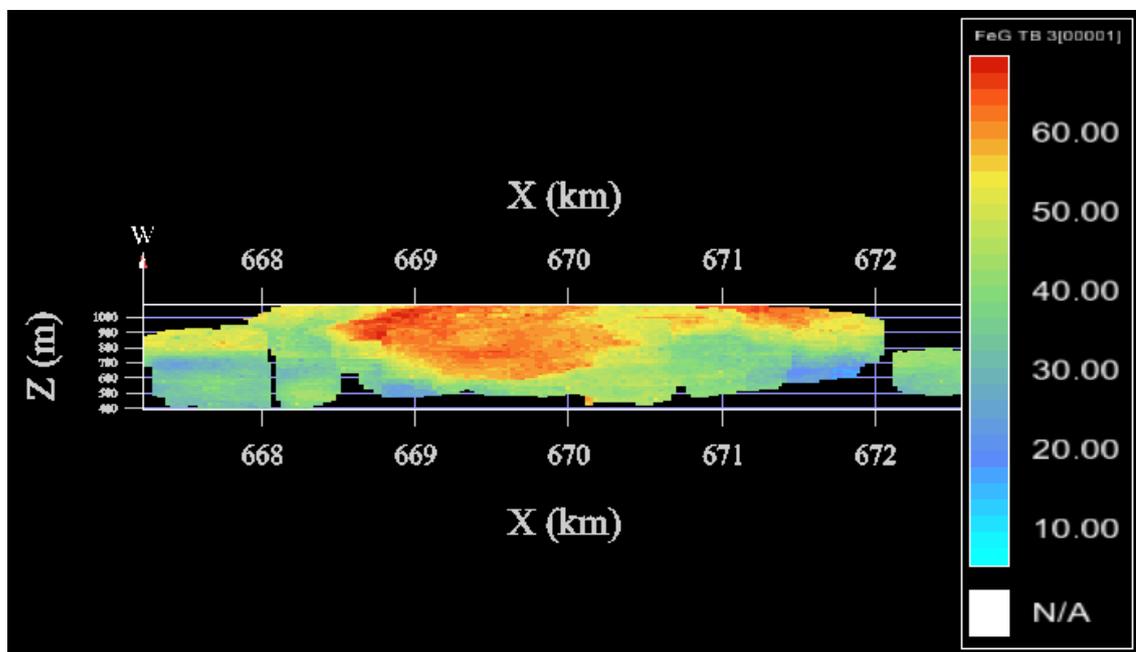


Figura 32 – Média das simulações por bandas rotativas (vista lateral)

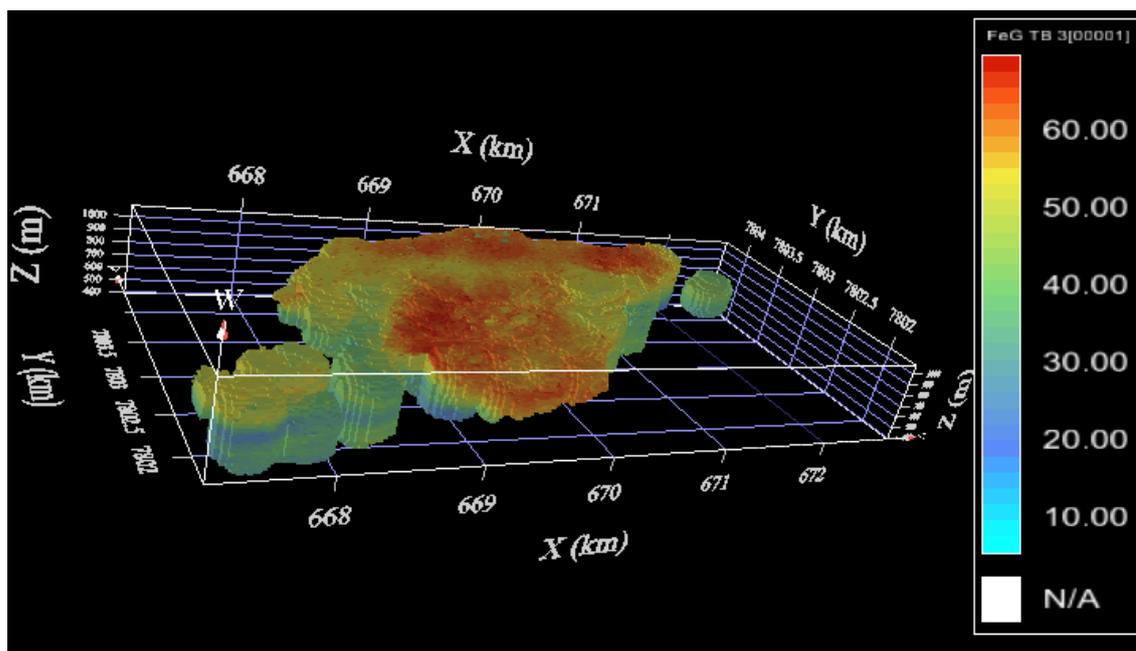


Figura 33 – Média das simulações por bandas rotativas

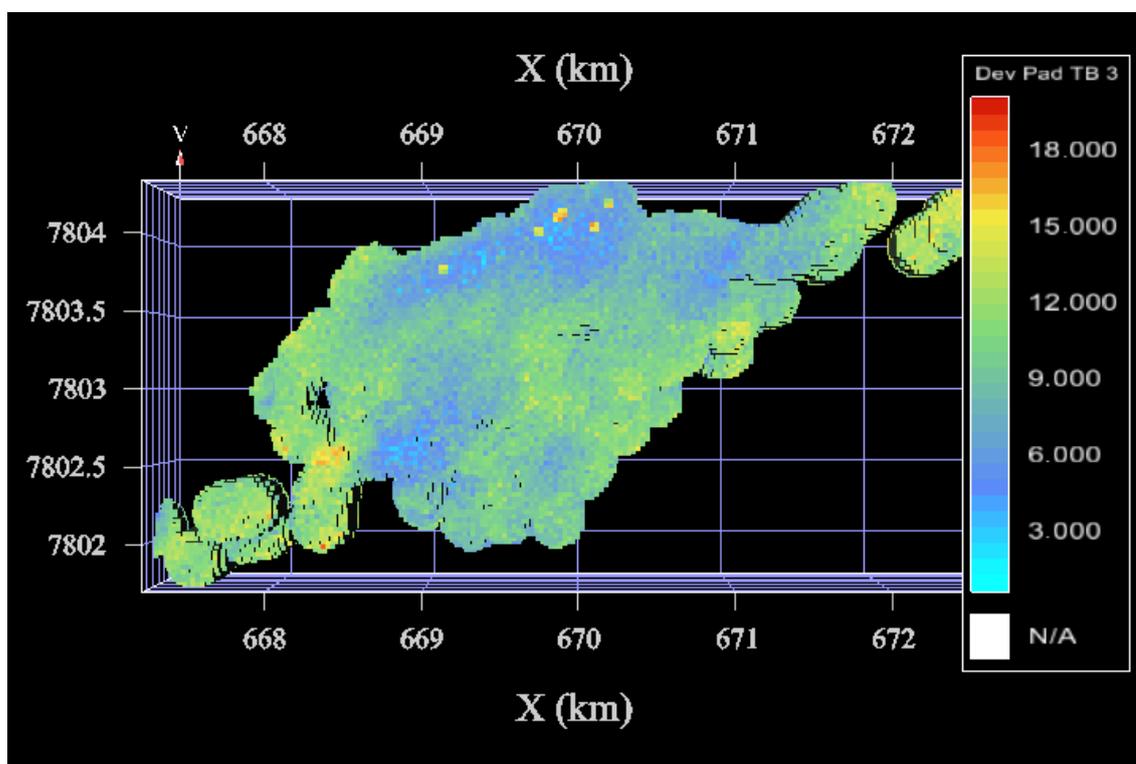


Figura 34 – Desvio padrão da média das simulações por bandas rotativas

Em uma análise visual qualitativa os resultados da simulação por bandas rotativas seguem a mesma tendência da krigagem, com uma certa continuidade nas regiões de grande quantidade de dados como é o esperado devido este método ter como base a mesma direção da função variograma e utilizar-se desta para sua realização. Outro fato esperado é a não suavização dos dados que também é perceptível (Figura 35).

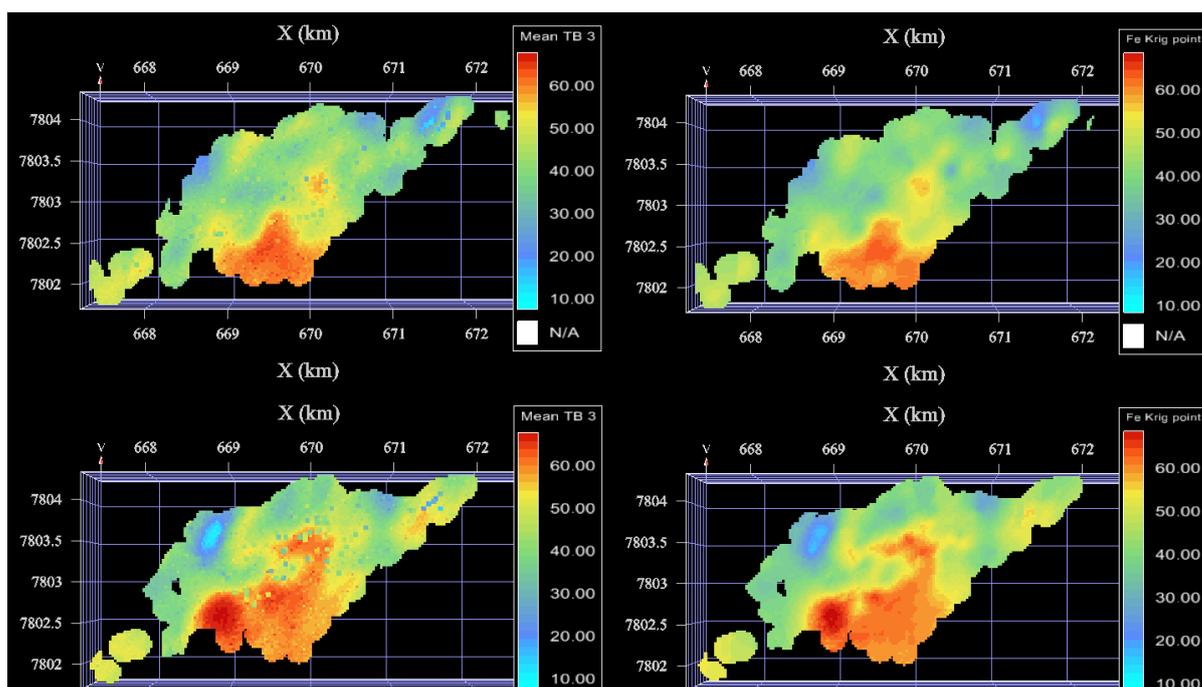


Figura 35 – Comparação entre a média das simulações por bandas rotativas (esquerda) e a krigagem ordinária (direita)

Um ponto negativo a ser destacado na simulação por bandas rotativas é a existência de ruídos, semelhante ao método de simulação multiponto, que nada mais é do que a presença de valores completamente diferente de sua vizinhança. Apesar de não ocorrer em grande escala é perceptível em diversas regiões do modelo gerado (Figura 36).

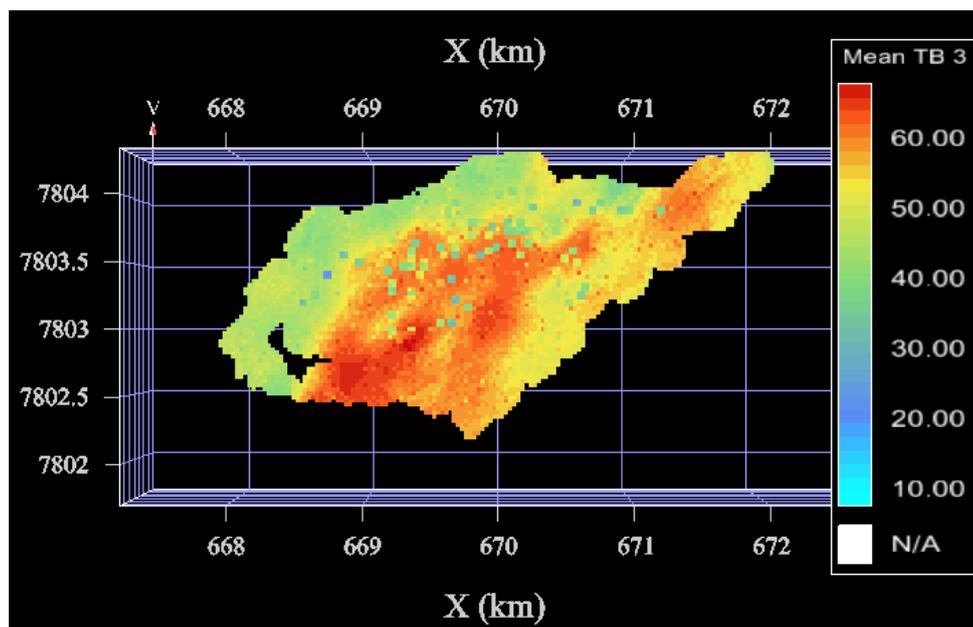


Figura 36 – Exemplo da presença de ruídos na simulação por bandas rotativas

Para uma maior comparação entre os dados, se realizou uma comparação entre os blocos krigados e os blocos da média das simulações (Tabela 7). Os blocos que foram estimados ou simulados por um dos métodos e não pelo outro foram desconsiderados. Os resultados demonstram uma diferença pequena entre os valores dos métodos (menor do que 1% do teor).

Tabela 7 – Comparação entre os blocos krigados e simulados

	Médias (%)	Desvio padrão (%)
Krigagem Ordinária	44.53	10.45
Bandas Rotativas	44.18	10.57
Diferença entre os blocos	0.08	1.6

6 CONCLUSÕES

A estimativa de recursos minerais é a base para os empreendimentos minerários. Por muitos anos a krigagem reinou como principal forma de estimativa de teores, Este trabalho compara a krigagem ordinária com a simulação por bandas rotativas e os resultados mostram que a simulação pode ser adotada como uma metodologia para estimar os recursos. Os resultados mostraram uma pequena diferença entre os valores, cuja média foi menor do que 1% entre os teores. A simulação por bandas rotativas apresentou como pontos positivos a não suavização dos dados, uma rápida execução com baixo consumo computacional e também facilidade de execução. Como ponto negativo foram encontrados ruídos, que são normais em métodos de simulação estocástica mas que devem ser reavaliados em situações práticas, porém a quantidade destes não é suficiente para interferir numa tomada de decisão final.

Já a simulação multiponto mostrou-se uma ferramenta de grande praticidade e possibilidade de alteração dos resultados. O seus resultados podem ser muito sensíveis mediante a variação dos dados de entrada, de forma que o seu utilizador deve ter cautela no momento de atribuir valores nos campos requeridos. O grande diferencial do método é a simulação de estruturas curvilíneas que são comuns em depósitos minerais utilizando estatística dos dados para sua realização. O seu uso juntamente com o uso de um método de simulação de teores, como por exemplo o de bandas rotativas, pode ser uma ferramenta imprescindível no uso de *softwares* de sequenciamento direto de blocos que almejem explorar ao máximo o desvio padrão dos dados para a tomada de decisão.

7 RELEVÂNCIA DOS RESULTADOS

Os resultados são relevantes por se tratarem de dados não teóricos, ou seja, dados reais sobre um projeto de pesquisa de depósito mineral. A partir disso verifica-se a comprovação da eficácia do uso da simulação por bandas rotativas como método para estimativa de recursos minerais, uma vez que este não apresentou diferenças significativas com o método padrão que é a krigagem ordinária.

Do ponto de vista da simulação multiponto os resultados são importantes pois mostraram que essa metodologia tem eficiência na geração de um modelo geológico estatístico, e que os resultados podem se assemelhar muito com a modelagem tradicional que é feita por interpretações subjetivas de geólogos.

8 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para trabalhos futuros recomenda-se utilizar as metodologias estudadas em um algoritmo ou *software* de sequenciamento direto de blocos, de modo que o *software* possa explorar a variância dos dados para a tomada de decisão sobre os blocos presentes no modelo.

Outra possibilidade é utilizar a simulação multiponto em outros tipos de depósito, uma vez que depósitos de ferro geralmente são contínuos e de grande extensão. Seria interessante utilizar o método em depósitos com características mais peculiares, como veios ou corpos mais estreitos e estruturas geométrica mais tabulares e com dobramentos.

9 REFERÊNCIAS

- CAERS, J. Geostatistical reservoir modelling using statistical pattern recognition. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, v. 29, p. 177-188, 2001.
- CAERS, J. History Matching Under Training-Image-Based Geological Model Constraints. **Society of Petroleum Engineers**, v. 8, 2002.
- CAERS, J.; ZHANG, T. Multiple-point geostatistics: a quantitative vehicle for integrating geologic analogs into multiple reservoir models. **American Association Petroleum Geology Memoir**, Stanford, v. 80, p. 384-394, January 2004.
- EMERY, X.; LANTUÉJOUL, C. TBSIM: A computer programa for conditional simulation of three-dimensional Gaussian random fields via the turning bands method.. **Computers & Geosciences**, 2006. 1615-1628.
- FURUIE, R. D. A. **Dissertação de Mestrado: Estudo comparativo de métodos geoestatísticos de estimativas e simulações estocásticas**. Universidade Federal de São Paulo. São Paulo, p. 183. 2009.
- GOOVAERTS, P. **Geostatistics for Natural Resources**. New York: Oxford University Press, 1997.
- GUARDIANO, F. B.; SRIVASTAVA, R. M. Multivariate Geostatistics: Beyond Bivariate Moments. **Geostatistics troia**, 1993.
- ISAAKS, E. H.; SRIVASTAVA, R. M. **Applied Geostatistics**. New York: Oxford University Press, 1989.
- JOURNEL, A. G.; HUIJBREGTS, C. J. **Mining Geostatistics**. San Diego: Academic Press, 1989.
- JOURNEL, A.; ZHANG, T. The necessity of a multiple-point prior model. **Mathematical Geology**, p. 391-610, Dezembro 2006.
- LIU, Y. Using the Snesim program for multiple-point statistical simulation. **Computers & Geosciences**, 7 Fevereiro 2006. 1544-1563.

MARIETHOZ, G.; CAERS, J. **Multiple-Point Geostatistics Stochastic Modeling with Training Images**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2015.

MATHERON, G. **The theory of regionalized variables and its applications**. Paris: École Nationale Supérieure des Mines , 1970.

MATHERON, G. The intrinsic random functions and their applications. **Advances in applied Probability**, 1973. 439-468.

OLEA, R. A. **Geostatistics for Engineers and Earth Scientists**. [S.l.]: Kluwer Academic Publishers, 1999.

STREBELLE, S. Conditional Simulation of Complex Geological Structures Using Multiple-Points Statistics. **Mathematical Geology**, Janeiro 2002.

YAMAMOTO, J. K. A Review of Numerical Methods for the Interpolation of Geological Data. **Anais da Academia Brasileira de Ciências**, v. 70, 1998. ISSN 1.

YAMAMOTO, K.; LANDIM, P. M. B. **Geoestatística: conceitos e aplicações**. São Paulo: Oficina de Textos, 2013.