

LEI DO DIREITO AUTORAL

Todos os direitos reservados e protegidos  
pela Lei 9.610/1998.

Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
transmitido sejam quais forem os meios  
empregados: eletrônicos, mecânicos,  
fotográficos ou quaisquer outros.

ESTUDO COMPARATIVO DE RESPOSTAS ESTRUTURAIS, APÓS A  
CURA DO CONCRETO, DE ALGUMAS FÓRMAS METÁLICAS  
INCORPORADAS ÀS LAJES, DISPONÍVEIS NOS MERCADOS  
NACIONAL E INTERNACIONAL

Alexander Galvão Martins

CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO

EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

ESCOLA DE ENGENHARIA DA UFMG

N.Cham 624.01 M383e 2001

Autor: Martins, Alexander Galvão.

Título: Estudo comparativo de respostas



70250205

Ac. 324452

LEI DO DIREITO AUTORAL

Todos os direitos reservados e protegidos  
pela Lei 9.610/1998.

Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
transmitido sejam quais forem os meios  
empregados: eletrônicos, mecânicos,  
fotográficos ou quaisquer outros.

**ESTUDO COMPARATIVO DE RESPOSTAS ESTRUTURAIS, APÓS A  
CURA DO CONCRETO, DE ALGUMAS FÔRMAS METÁLICAS  
INCORPORADAS ÀS LAJES, DISPONÍVEIS NOS MERCADOS  
NACIONAL E INTERNACIONAL**

**Alexander Galvão Martins**

**UFMG - BIBLIOTECA GERAL**  
**MEMÓRIA PERMANENTE**

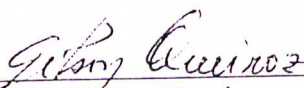
UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

**“ESTUDO COMPARATIVO DE RESPOSTAS ESTRUTURAIS, APÓS  
A CURA DO CONCRETO, DE ALGUMAS FORMAS METÁLICAS  
INCORPORADAS ÀS LAJES, DISPONÍVEIS NOS MERCADOS  
NACIONAL E INTERNACIONAL”**


Alexander Galvão Martins

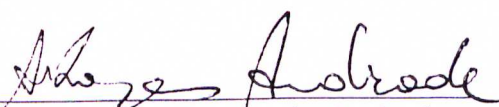
Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de “Mestre em Engenharia de Estruturas”.

Comissão Examinadora:

  
Prof. Dr. Gilson Queiroz  
DEES - UFMG - (Orientador)

  
Prof. Dr. Armando Cesar Campos Lavall  
DEES - UFMG

  
Prof. Dr. Ricardo Hallal Fakury  
DEES - UFMG

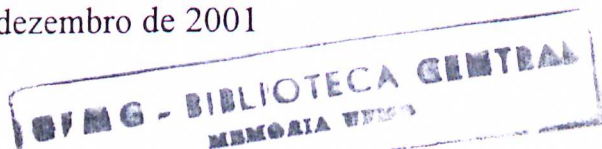
  
Prof. Dr. Sebastião Arthur Lopes de Andrade  
PUC - RIO

U.F.M.G. - BIBLIOTECA UNIVERSITÁRIA



NÃO DANIFIQUE ESTA ETIQUETA

Belo Horizonte, 18 de dezembro de 2001



624.01  
143832  
2001  
DIREITO AUTORAL  
Todos os direitos reservados e protegidos pela Lei 9.610/1998.  
Este arquivo não pode ser reproduzido ou distribuído sem a autorização por escrito da UFMG. Qualquer reprodução ou distribuição em meios eletrônicos, mecânicos, ou quaisquer outros.

LEI DO DIREITO AUTORAL

Todos os direitos reservados e protegidos pela Lei 9.610/1998.

Este arquivo não pode ser reproduzido ou transmitido sejam quais forem os meios empregados: eletrônicos, mecânicos, fotográficos ou quaisquer outros.

A minha mãe, Camila,  
aos meus irmãos, Rodrigo e Allan,  
a minha noiva, Viviane.

UFMG - BIBLIOTECA CENTRAL  
MEMÓRIA VIVA

## RESUMO

LEI DO DIREITO AUTORAL  
Todos os direitos reservados e protegidos  
pela Lei 9.610/1998.  
Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
transmitido sejam quais forem os meios  
empregados: eletrônicos, mecânicos,  
fotográficos ou quaisquer outros.

As lajes mistas são constituídas por fôrmas de aço de seção trapezoidal ou reentrantes, justapostas nas bordas e preenchidas com concreto. Tais fôrmas são chapas de aço conformadas a frio que possuem características especiais, tais como a presença de mossas e enrijecedores longitudinais.

Observando os mercados nacional e internacional da construção civil, constata-se uma grande disparidade entre os mesmos. O mercado nacional possui alguns tipos de fôrmas de aço disponíveis e a utilização desse sistema construtivo é feita ainda em um número reduzido de edificações. Por outro lado, o mercado internacional possui uma grande diversidade, não só de fôrmas como também de fabricantes, além de uma consolidação desse processo na construção civil.

É importante conhecer os parâmetros que influem no comportamento estrutural das lajes mistas, determinar a eficiência dos tipos mais representativos no mercado internacional e compará-los com os tipos existentes no Brasil. O conhecimento desses parâmetros, associado a um estudo comparativo de alguns modelos, pode orientar no desenvolvimento de novos tipos de fôrmas de aço a serem fabricados no Brasil.

Os objetivos deste trabalho consistem no estudo teórico dos parâmetros que influenciam o comportamento estrutural das lajes mistas e em um estudo comparativo de algumas fôrmas de aço com base nos conceitos teóricos pesquisados.

**Palavras chave:** lajes mistas, fôrmas de aço, aço, concreto;

## ABSTRACT

Composite slabs are formed by profiled steel sheetings with trapezoidal or re-entrant section, fitted in each other at the edges and covered with concrete. These profiled steel sheetings are cold formed and have special characteristics like embossments and lengthwise stiffeners.

There is a great difference between the national civil construction market and the international one. There are few kinds of profiled steel sheetings available in the national market and this construction system is still used in a reduced number of edifications. On the other hand, there are many profiled steel sheetings and manufacturers in the international market, in addition to a consolidation of this process in the civil construction.

It is important to know the factors which influence the structural behavior of composite slabs and also, to determine the efficiency of the most representative kinds of composite slabs in the international market and to compare them with the Brazilian ones. The knowledge of these factors, linked to a comparative study of some models, may be helpful in the development of new kinds of profiled steel sheetings to be manufactured in Brazil.

The aims of this job are a theoretical study of the factors which influence the structural behavior of the composite slabs and a comparative study of some profiled steel sheetings according to the theoretical studies.

**Key words:** composite slabs, profiled steel sheetings, steel, concrete

# SUMÁRIO

LEI DO DIREITO AUTORAL  
 Todos os direitos reservados e protegidos  
 pela Lei 9.610/1998.  
 Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
 transmitido sejam quais forem os meios  
 empregados: eletrônicos, mecânicos,  
 fotográficos ou quaisquer outros.

<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
<b>2. OBJETIVO E METODOLOGIA</b>	<b>5</b>
<b>3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>8</b>
3.1. Tipos principais de fôrmas de aço e suas características gerais.....	8
3.2. Resistência ao deslizamento na superfície de contato aço/concreto.....	12
3.3. Mecanismo de transferência de carga por meio da ligação mecânica entre o aço e o concreto e influência da inclinação das almas da fôrma de aço.....	15
3.4. Influência das mossas, da espessura da fôrma de aço e da altura final da laje no desenvolvimento da resistência à flexão de uma laje mista com fôrmas trapezoidais.....	18
3.5. Algumas considerações sobre a influência da altura da fôrma, da distribuição de áreas e da largura da onda no comportamento das lajes mistas.....	27
3.6. Ensaios de lajes mistas.....	31
3.6.1. <i>Full scale test</i> .....	31
3.6.2. <i>Slip block test</i> .....	34
3.6.3. <i>Pull-out test</i> .....	36
3.6.4. <i>Friction Test</i> .....	38
3.6.5. <i>Push test</i> .....	39
3.6.6. <i>Tension-push test</i> .....	39
3.7. O método <i>m</i> e <i>k</i> .....	40
3.8. Método da Interação Parcial.....	45
3.9. Lajes contínuas.....	50
<b>4. PLANILHA DE CÁLCULO</b>	<b>51</b>

4.1.	Estados limites últimos.....	52
4.1.1.	Verificação da resistência ao momento fletor.....	52
4.1.2.	Verificação da resistência ao cisalhamento longitudinal.....	56
4.1.3.	Verificação da resistência ao cisalhamento vertical.....	58
4.1.4.	Resistência da laje mista ao cisalhamento por punção.....	60
4.2.	Algumas considerações sobre cargas concentradas em linhas e pontos.....	61
4.3.	Estados limites de utilização.....	65
4.3.1.	Fissuração do concreto.....	65
4.3.2.	Vibrações.....	66
4.3.3.	Flechas.....	67
4.4.	Verificação da laje mista em temperatura elevada.....	69
4.5.	Fluxogramas.....	74
4.5.1.	Subrotina para determinação do vão máximo admissível segundo a resistência da laje mista ao momento fletor positivo.....	74
4.5.2.	Subrotina para determinação do vão máximo Admissível segundo a resistência da laje mista ao cisalhamento vertical.....	76
4.5.3.	Subrotina para determinação do vão máximo admissível segundo a resistência da laje mista ao cisalhamento longitudinal.....	77
4.5.4.	Subrotina para determinação do vão máximo admissível segundo o critério da flecha.....	78
4.5.5.	Subrotina para verificação do critério de isolamento térmico da laje mista para 30 minutos de exposição ao fogo.....	92
4.6.	Exemplo de aplicação.....	93
<b>5.</b>	<b>ESTUDO COMPARATIVO DE ALGUNS TIPOS DE LAJES MISTAS</b>	<b>97</b>



5.1.	Tipos de fôrma de aço a serem estudadas.....	97
5.2.	Variação dos parâmetros.....	103
5.3.	Apresentação dos resultados.....	103
5.4.	Exemplo de aplicação dos gráficos.....	112
5.5.	Análise dos gráficos à luz dos conceitos vistos no capítulo 3.....	112
<b>6.</b>	<b>CONCLUSÕES E PROPOSIÇÕES PARA ESTUDOS POSTERIORES</b>	
	<b>POSTERIORES</b>	<b>121</b>
6.1.	Conclusões.....	121
6.2.	Proposições para trabalhos futuros.....	125
<b>7.</b>	<b>BIBLIOGRAFIA</b>	<b>126</b>
	<b>ANEXO A</b>	

LEI DO DIREITO AUTOMÁTICO  
 Todos os direitos reservados e protegidos  
 pela Lei 9.120/1998.  
 Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
 transmitido seja por meios eletrônicos, mecânicos,  
 empregados: eletrônicos, mecânicos,  
 fotográficos ou quaisquer outros.

## LISTA DE FIGURAS

1.1	Tipos de fôrma de aço: a) trapezoidal b) reentrante [NBR 14323, 1999].....	3
3.1	Algumas fôrmas de aço disponíveis no mercado europeu [Daniels et al, 1990].....	9
3.2	Tipos de fôrmas de aço utilizadas nas lajes Mistas [Schuurman, 2001].....	10
3.3	Ângulo de inclinação das almas das fôrmas de aço.....	10
3.4	Alguns tipos de mossas e algumas de suas possíveis variações nas fôrmas de aço [ASCE, 1992].....	11
3.5	Comportamento de uma estrutura sem interação e com interação total entre os materiais [Schuurman, 2001].....	13
3.6	Tensão de cisalhamento na superfície de interação aço/concreto x deslizamento [Daniels e Crisinel, 1993].....	14
3.7	Deslocamentos e forças atuantes na região das mossas.....	16
3.8	Resposta da fôrma reentrante ao deslocamento relativo entre o aço e o concreto [Schuurman, 2001].....	17
3.9	Resposta da fôrma trapezoidal ao deslocamento relativo entre o aço e o concreto.....	17
3.10	Esquema da distribuição de forças resistentes na flexão.....	19
3.11	Fôrmas de aço ensaiadas por Luttrell.....	20
3.12	Classificação das fôrmas por Luttrell, de acordo com o tipo de mossa da fôrma de aço [Luttrell, 1984].....	21
3.13	Determinação do parâmetro $p_s$ [Luttrell, 1984].....	21
3.14	Fator $k_1$ em função de propriedades das mossas e da altura da fôrma [Luttrell, 1984].....	22
3.15	$Y$ em função da espessura da fôrma e da altura final da laje [Luttrell, 1984].....	23

3.16	Diferentes deslocamentos das almas em função de sua posição em relação às bordas [Luttrell, 1984].....	24
3.17	Fator $k_3$ em função do número de almas [Luttrell, 1984].....	24
3.18	Fator $k_4$ em função da espessura da fôrma e da altura final da laje mista [Luttrell, 1984].....	25
3.19	Comparação entre momentos fletores para fôrmas com 1,5" de altura [Luttrell, 1984].....	26
3.20	Comparação entre momentos fletores para fôrmas com 2" de altura [Luttrell, 1984].....	27
3.21	<i>Full scale test</i> [EUROCODE 4, 1992].....	32
3.22	Seções passíveis de colapso durante o <i>full scale test</i> [EUROCODE 4, 1992].....	33
3.23	Possíveis modos de falha em função do vão de cisalhamento da laje ensaia [EUROCODE 4, 1992].....	33
3.24	<i>Slip block test</i> [Johnson, 1994].....	35
3.25	Resultados do <i>slip block test</i> . (a) força H x força V; (b) força H x deslizamento; (c) média das tensões de cisalhamento x deslizamento [Johnson, 1994].....	35
3.26	<i>Pull-out test</i> [Daniels e Crisinel, 1993].....	37
3.27	<i>Small scale tests</i> .....	38
3.28	(a) resultados experimentais obtidos com o <i>tension-push test</i> ; (b) redução aproximada da ligação mecânica implementada em modelo de elementos finitos [Veljkovic, 1996].....	40
3.29	Fatores $m$ e $k$ [EUROCODE 4, 1992].....	41
3.30	Esforços resistentes na plastificação da seção mista, com a linha neutra plástica passando pela laje de concreto [Johnson, 1994].....	42
3.31	Diagrama simplificado de tensões com interação parcial entre o aço e o concreto.....	46
3.32	Diagrama do momento fletor resistente da laje mista com interação parcial entre o aço e o concreto [EUROCODE 4, 1992].....	47

3.33	Diagrama de momento fletor resistente da laje mista com interação parcial e diagramas de momentos fletores solicitantes para algumas situações de carregamento.....	48
3.34	Exemplo de desenvolvimento da interação total entre o aço e o concreto sem ocorrência de colapso da laje mista [Johnson, 1994].....	49
4.1	Diagramas simplificados de tensões de acordo com a posição da linha neutra plástica [Johnson, 1994].....	53
4.2	(a) aproximação para a redução do momento fletor resistente da fôrma de aço devida à ação da força normal; (b) aproximação para o braço de alavanca da força $N_{cf}$ [Johnson, 1994].....	56
4.3	Determinação do vão de cisalhamento para uma carga uniformemente distribuída sobre a laje [EUROCODE 4, 1992]....	57
4.4	Área resistente de concreto ao cisalhamento vertical.....	59
4.5	(a) Perímetro crítico para uma carga de base retangular (b) alargamento da área de influência da carga segundo um ângulo de 45° [Johnson, 1994].....	61
4.6	Distribuição das cargas concentradas lineares [NBR 14323, 1999].....	62
4.7	Distribuição de forças na região de carga concentrada.....	64
4.8	Dimensões da seção transversal da laje mista para o cálculo da espessura efetiva [NBR 14323, 1999].....	71
4.9	Distâncias das armaduras às faces expostas ao fogo [NBR 14323, 1999].....	73
4.10	Seção transformada para o cálculo do momento de inércia da seção não fissurada.....	79
4.11	Linha neutra elástica passando acima da fôrma de aço. Dimensões utilizadas para o cálculo do momento de inércia da seção fissurada.....	80

4.12	Linha neutra elástica passando pela fôrma de aço. Dimensões utilizadas para o cálculo do momento de inércia da seção fissurada.....	81
4.13	Seção transformada para o cálculo do momento de inércia da seção não-fissurada da fôrma reentrante.....	83
4.14	Linha neutra elástica passando acima da fôrma de aço. Dimensões utilizadas para o cálculo do momento de inércia da seção fissurada.....	84
4.15	Linha neutra elástica passando pela fôrma de aço. Dimensões utilizadas para o cálculo do momento de inércia da seção fissurada.....	85
4.16	Entrada dos coeficientes de minoração da resistência dos materiais na planilha de cálculo.....	94
4.17	Definição da forma como os parâmetros $m$ e $k$ foram obtidos e das considerações de cálculo para a laje mista.....	95
4.18	Entrada dos dados referentes à fôrma de aço, ao concreto e ao carregamento atuante.....	95
4.19	Aviso emitido pela planilha para correção do vão máximo admissível segundo o critério da flecha.....	96
4.20	Vão máximo admissível segundo cada um dos estados limites últimos e de utilização.....	96
5.1	Fôrma extraída do exemplo dado por Johnson [Johnson, 1994] em seu livro texto.....	98
5.2	Fôrma trapezoidal do modelo 2.....	100
5.3	Fôrma trapezoidal do modelo 3.....	101
5.4	Fôrma reentrante do modelo 4.....	102
5.5	Vão máximo resistente x Sobrecarga - Grupo 1 sem efeito da fluência do concreto.....	106
5.6	Vão máximo resistente x Sobrecarga - Grupo 1 com efeito da fluência do concreto.....	107
5.7	Vão máximo resistente x Sobrecarga - Grupo 2 sem efeito da fluência do concreto.....	108

5.8	Vão máximo resistente x Sobrecarga - Grupo 2 com efeito da fluência do concreto.....	109
5.9	Vão máximo resistente x Sobrecarga - Grupo 3 sem o efeito da fluência do concreto.....	110
5.10	Vão máximo resistente x Sobrecarga - Grupo 3 com efeito da fluência do concreto.....	111
5.11	Diagrama simplificado de esforços resistentes à flexão em uma onda característica da força de aço.....	116

LEI DO DIREITO AUTORAL  
 Todos os direitos reservados e protegidos  
 pela Lei 9.610/98.

Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
 transmitido sem que sejam tomados os meios  
 apropriados para a proteção dos direitos  
 autorais, mecânicos, mecânicos, mecânicos,  
 fotográficos ou quaisquer outros.

## LISTA DE TABELAS

3.1	Dimensões Médias de Perfis e Lajes Mistas [Schuurman, 2001]	12
3.2	Máximas relações largura/espessura para as almas dos perfis de aço [EUROCODE 4, 1992].....	29
4.1	Espessura efetiva mínima [NBR 14323, 1999].....	71
4.2	Temperatura da armadura [NBR 14323, 1999].....	72
5.1	Propriedades da fôrma de aço do modelo 1.....	98
5.2	Propriedades da fôrma de aço do modelo 2.....	100
5.3	Propriedades da fôrma de aço do modelo 3.....	101
5.4	Propriedades da fôrma de aço do modelo 4.....	102

LEIDO DIREITO AUTORAL

Todos os direitos reservados e protegidos pela Lei 9.610/1998.

Este arquivo não pode ser reproduzido ou transmitido sejam quais forem os meios empregados: eletrônicos, mecânicos, fotográficos ou quaisquer outros.

## SÍMBOLOS

$A_p$	área da seção transversal da fôrma de aço por metro de largura de laje
$A_s$	área da seção transversal da fôrma de aço em um determinado intervalo
$b$	largura da laje mista ensaiada
$b_{em}, b_{ev}, b_m$	largura de distribuição
$b_t, b_l, b_s, b_{NT}, b_M, b_d, b_{MT}$	variáveis auxiliares para o cálculo dos momentos de inércia das seções fissurada e não-fissurada
$b_l$	largura da carga concentrada na direção paralela ao vão da laje
$b_n$	distância entre duas nervuras consecutivas
$b_p$	largura da carga concentrada perpendicular ao vão da laje
$b_0$	largura média das nervuras para as fôrmas trapezoidais ou largura mínima das nervuras para as fôrmas reentrantes
$d_p$	distância entre a superfície da laje de concreto e o centro de gravidade da fôrma de aço
$e$	distância entre a linha neutra plástica e a superfície inferior da fôrma de aço
$e_p$	distância entre a linha neutra plástica e a superfície inferior da fôrma de aço
$C$	força resultante na área comprimida de concreto
$C_p$	perímetro crítico da área de aplicação da carga concentrada
$F_i, F', F_s, F_{\perp}, F_{\parallel}$	forças que atuam na superfície de contato aço/concreto
$f_c$	resistência obtida no ensaio do cilindro ou do cubo de concreto
$f_{ck}$	resistência característica à compressão do concreto
$f_{ct0,05}$	resistência do concreto correspondente ao quantil de 5%
$f_{yp}$	limite de escoamento do aço da fôrma
$E_a$	módulo de elasticidade do aço da fôrma

LEIDO DIREITO AUTORAL  
 Todos os direitos reservados e protegidos pela Lei 9.610/1998.  
 Este arquivo não pode ser reproduzido ou transmitido sejam quais forem os meios eletrônicos, mecânicos, fotográficos ou quaisquer outros.



$E_c$	módulo de elasticidade do concreto
$h_c$	altura de concreto acima da fôrma de aço
$h_{ef}$	espessura efetiva da laje mista
$h_f$	altura da camada de revestimento da laje mista
$h_p$	altura da fôrma de aço
$h_t$	altura total da laje mista
$I_{cm}$	momento de inércia da seção mista
$I_{cm3}$	momento de inércia considerando o efeito das cargas de longa duração
$I_F$	momento de inércia da seção fissurada
$I_{NF}$	momento de inércia da seção não-fissurada
$I_p$	momento de inércia da fôrma de aço
$k_v$	parâmetro de aumento da resistência ao cisalhamento vertical
$k_1, k_2$	fatores associados à seção transversal da fôrma de aço
$k_3$	fator associado à altura da laje
$k_4$	fator associado ao vão de cisalhamento
$L_{cL}$	vão máximo resistente ao cisalhamento longitudinal
$L_{cv}$	vão máximo resistente ao cisalhamento vertical
$L_f$	vão teórico da laje mista
$L_{flecha}$	vão máximo resistente em relação à flecha máxima admissível
$L_o$	distância entre a borda da laje mista e o centro do apoio
$L_{mf}$	vão máximo resistente à flexão
$L_p$	distância do centro da carga ao apoio mais próximo;
$L_s$	vão de cisalhamento da laje mista
$l_i$	dimensões da seção transversal da laje mista
$m, k$	coeficientes para determinação da resistência ao cisalhamento longitudinal entre a fôrma de aço e o concreto
$M_{pa}$	momento de plastificação do aço da fôrma
$M_{pr}$	momento fletor resistente plástico reduzido do aço da fôrma
$M_{p,Rd}$	momento fletor resistente de cálculo da laje mista
$M_{p,Rm}$	momento fletor máximo resistente da laje mista
$M_f$	momento fletor último da laje mista

LEI DO DIREITO AUTORAL  
 Todos os direitos reservados e protegidos  
 pela Lei 9.610/1998.  
 Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
 transmitido sejam quais forem os meios  
 empregados: eletrônicos, mecânicos,  
 fotográficos ou quaisquer outros.

$M'_f$	momento fletor resistente da laje mista após a retirada dos escoramentos
$M_s$	momento fletor oriundo da retirada dos escoramentos
$M_t$	momento fletor resistente que considera a eficiência da ligação entre aço e concreto
$N_c$	força de compressão do concreto
$N_{cf}$	força máxima de compressão do concreto
$N_{pa}$	força que provoca a plastificação do aço da fôrma
$P$	carga concentrada aplicada
$p_h$	profundidade da mossa
$p_s$	soma das dimensões transversais à direção longitudinal das mossas existentes em 1 pé de comprimento da alma
$q_{sc}$	sobrecarga uniformemente distribuída sobre a laje
$S'$	metade do vão da laje, subtraída do vão de cisalhamento
$T_i$	forças que atuam no centro de gravidade das áreas de aço da fôrma
$t_p$	espessura da fôrma de aço
$u_i$	distância entre o centro de gravidade da armadura e as faces da fôrma de aço expostas ao fogo
$V$	força cortante atuante na laje mista
$x$	distância entre a superfície da laje de concreto e a linha neutra elástica ou plástica da seção mista
$X, Y$	variáveis determinadas através de ábacos propostos por Luttrell
$y_i$	distância entre o ponto de aplicação da força e a linha neutra plástica
$y_{NF}$	posição do centro de gravidade da seção não-fissurada, em relação à superfície inferior da fôrma de aço
$y_m$	posição do centro de gravidade da seção fissurada, em relação à superfície inferior da fôrma de aço
$\delta_f$	flecha final considerando a deformação lenta
$\delta_{CD}$	flecha devido à ação das cargas de curta duração

$\delta_{LD}$	flecha devido à ação das cargas de longa duração
$\delta_{\parallel}$	deslizamento longitudinal da fôrma de aço
$\delta_{\perp}$	deslizamento perpendicular da fôrma de aço
$\gamma_{ap}$	coeficiente de minoração da resistência do aço da fôrma
$\gamma_c$	coeficiente de minoração da resistência do concreto
$\gamma_{vs}, \phi_{sL}$	coeficiente de minoração da resistência da laje mista ao cisalhamento longitudinal
$\mu$	coeficiente de atrito entre laje de concreto e fôrma de aço
$\tau_{R,d}$	resistência básica ao cisalhamento
$\tau_{u,Rk}$	tensão de cisalhamento longitudinal característica
$\tau_{u,Rd}$	tensão de cisalhamento longitudinal de cálculo
$\tau_u$	média das tensões de cisalhamento por unidade de área
$\theta$	ângulo de inclinação entre a alma da fôrma de aço e o plano horizontal
$\theta_s$	temperatura da barra da armadura da laje de concreto

LEI DO DIREITO AUTORAL  
 Todos os direitos reservados e protegidos  
 pela Lei 9.610/1998.  
 Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
 transmitido sejam quais forem os meios  
 empregados: eletrônicos, mecânicos,  
 fotográficos ou quaisquer outros.

## 1. INTRODUÇÃO

LEI DO DIREITO AUTORAL  
Todos os direitos reservados e protegidos  
pela Lei 9.610/1998.  
Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
transmitido sejam quais forem os meios  
empregados: eletrônicos, mecânicos,  
fotográficos ou quaisquer outros.

As lajes mistas são constituídas por fôrmas de aço de seção trapezoidal ou reentrante, justapostas nas bordas e preenchidas com concreto. Tais fôrmas são constituídas por chapas de aço conformadas a frio que possuem características especiais, tais como:

- Presença de mossas para promover a ligação entre o aço e o concreto;
- Seção transversal com geometria e enrijecimentos que visam a otimização do comportamento estrutural.

Distinguem-se duas etapas no mecanismo de funcionamento da laje mista. Em uma primeira etapa, chamada fase de construção, a fôrma de aço serve como plataforma de trabalho e, na maior parte dos casos, dispensa-se a utilização de escoramentos, o que permite uma grande facilidade de execução da obra. Nesta etapa, o concreto fresco é lançado sobre a fôrma de aço, que é o único elemento resistente aos esforços oriundos do peso próprio dos materiais e das sobrecargas de construção. No momento em que o concreto adquire resistência, tem início uma segunda etapa, chamada fase mista, onde os dois materiais passam a resistir conjuntamente aos carregamentos aplicados. A interação entre concreto e aço é garantida por meio de mossas existentes nas fôrmas e/ou atrito.

Na fábrica, as fôrmas de aço sofrem um processo de galvanização com o objetivo de aumentar sua resistência à corrosão. Em geral, este processo aumenta em 0,04mm a espessura total da fôrma de aço [Johnson, 1994]. Além disso, as fôrmas podem receber uma pintura eletrostática em sua face inferior, a fim de que possam ter uma resistência maior à corrosão.

A laje de concreto com fôrma de aço incorporada é considerada por muitos o sistema mais apropriado de construção de lajes. Nos Estados Unidos, por

exemplo, o sistema de laje mista é amplamente utilizado, havendo um alto consumo de aço destinado à construção das fôrmas [Codeme, 1997]. Já no Brasil, a diminuição dos custos diretos e indiretos na execução da obra, aliada à necessidade de rapidez em sua conclusão, fazem com que este sistema venha conquistando cada vez mais o mercado da construção civil. Destacam-se, no cenário nacional, o emprego das fôrmas de aço para a construção de shopping centers, hotéis, hospitais, escolas, garagens, mezaninos para armazéns, edifícios residenciais e comerciais, além de edifícios industriais em geral. Atualmente, os principais centros consumidores no Brasil são os Estados de São Paulo e Rio de Janeiro [Metform, 2001].

Podem-se citar alguns fatores que favorecem o desenvolvimento desse sistema construtivo:

- Utilização de uma metodologia de projeto que permita a realização de uma construção mista aço-concreto, reduzindo-se o peso da estrutura;
- Otimização dos perfis das fôrmas de aço, tornando-as cada vez mais resistentes e leves;
- Grande facilidade para passagem de tubos devido à geometria da laje;
- Maior eficiência da viga mista devido à elevação do centro de gravidade da laje em comparação com uma laje maciça de concreto equivalente;
- Além de servir como fôrma e plataforma de trabalho, a chapa conformada funciona também como armadura positiva da laje;
- Conforme comentado anteriormente, dispensa-se, em geral, qualquer tipo de escoramento, deixando o pavimento inferior totalmente desobstruído e protegido para os operários que nele trabalham.

Existem atualmente no mercado dois tipos básicos de fôrma de aço: fôrmas trapezoidais e fôrmas reentrantes, conforme se mostra na figura 1.1 [NBR 14323, 1999]. Existe ainda um terceiro tipo que consiste em uma combinação das duas fôrmas citadas anteriormente.

A geometria da seção transversal da fôrma de aço influencia diretamente em seu comportamento estrutural. Além da diferença de comportamento

observado entre fôrmas trapezoidais e reentrantes, têm-se respostas estruturais diferentes dentro destes mesmos tipos de fôrmas. Isto acontece devido a um conjunto de fatores que interferem diretamente na transferência de esforços entre a laje de concreto e a fôrma de aço.

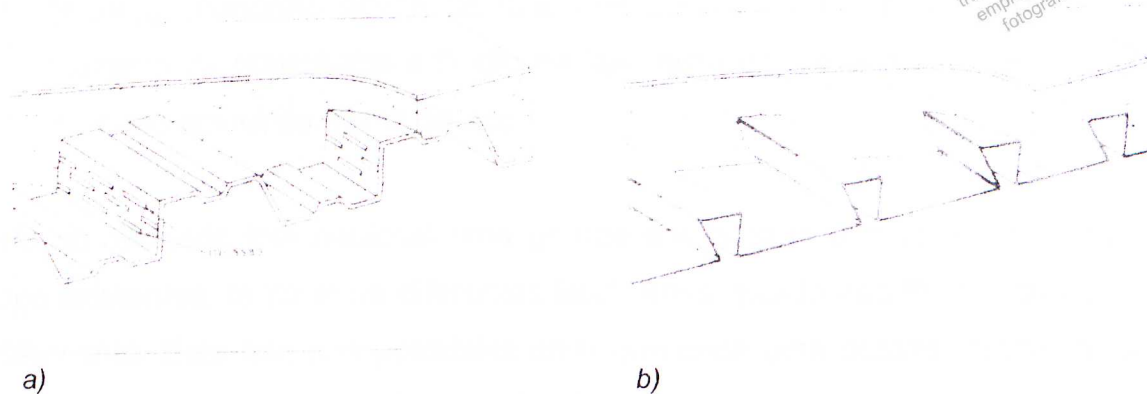


Figura 1.1 - Tipos de fôrma de aço: a) trapezoidal b) reentrante [NBR 14323, 1999]

Podem-se citar os seguintes fatores que influenciam na transferência de esforços entre aço e concreto:

- Forma, disposição e posicionamento das mossas – conforme será descrito nos capítulos posteriores, as mossas desempenham um papel fundamental no comportamento das lajes mistas, ao promover um tipo de ligação capaz de diminuir o deslocamento relativo entre aço e concreto e possibilitar a transferência de esforços entre os materiais;
- Inclinação das paredes laterais da fôrma de aço – este fator influencia diretamente o afastamento ou aproximação da fôrma de aço em relação à laje de concreto, em função da direção das forças internas que atuam entre os materiais;
- Larguras das mesas superior e inferior – a quantidade de concreto no interior das nervuras e o número de paredes laterais presentes em um metro de largura de laje são dependentes deste fator;
- Espessura da fôrma de aço – fôrmas mais espessas possuem maior rigidez local e, conseqüentemente, maior resistência à tendência de separação entre fôrma de aço e laje de concreto;

- Altura da fôrma de aço – tem-se um aumento do momento de inércia da fôrma de aço com a altura, mas, em contrapartida, suas paredes laterais tornam-se mais esbeltas e suscetíveis de deslocamentos para fora da laje de concreto, caso a fôrma seja trapezoidal;
- Altura de concreto acima da fôrma de aço – tem-se, principalmente, um aumento da resistência à flexão da laje mista com o aumento da altura de concreto acima da fôrma de aço.

Há no mercado internacional uma grande diversidade dos tipos de fôrma de aço existentes, tanto entre diferentes fabricantes quanto nas fôrmas do mesmo fabricante. Este fato nos possibilita dizer que cada uma dessas fôrmas de aço possui uma combinação diferente dos fatores citados acima, com o objetivo de otimizar o desempenho da fôrma, tanto em sua fase de construção quanto em sua fase mista.

Além da diversidade dos tipos de fôrma de aço existentes no mercado, deve-se ressaltar também a variedade dos procedimentos adotados nos ensaios dessas lajes mistas para obtenção do par de fatores  $m, k$ , que procuram retratar o comportamento da superfície de contato aço/concreto da laje em sua fase mista. Como exemplo, podem-se citar o procedimento adotado pelo EUROCODE [EUROCODE 4, 1992] e o procedimento adotado por Schuster [Schuster, 1991], este último esta presente na norma brasileira [NBR 14323, 1999].

Mediante os aspectos mencionados, torna-se difícil a avaliação do desempenho das diversas fôrmas existentes no mercado com base somente nas tabelas de sobrecarga/vão admissível disponibilizadas pelos fabricantes. Faz-se necessário um estudo dos fatores de influência, estabelecendo-se critérios de dimensionamento comuns para as fôrmas de aço, de forma a ser possível comparar a eficiência de fôrmas diferentes.

## 2. OBJETIVO E METODOLOGIA

LEI DO DIREITO AUTORAL  
Todos os direitos reservados e protegidos  
pela Lei 9.610/1998.  
Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
transmitido sejam quais forem os meios  
empregados: eletrônicos, mecânicos,  
fotográficos ou quaisquer outros.

Observando os mercados nacional e internacional da construção civil, constata-se uma grande disparidade entre os mesmos. O mercado nacional possui apenas alguns tipos de fôrmas de aço disponíveis e a utilização do método construtivo descrito no capítulo 1 é feita ainda em um número reduzido de edificações. Já o mercado internacional possui uma grande diversidade, não só de fôrmas como também de fabricantes, além de uma consolidação desse processo na construção civil.

É importante conhecer os parâmetros que influem no comportamento estrutural das lajes mistas, determinar a eficiência dos tipos mais representativos no mercado internacional e compará-los com os tipos existentes no Brasil. O conhecimento desses parâmetros, associado a um estudo comparativo de alguns modelos, pode orientar no desenvolvimento de novos tipos de fôrmas de aço a serem fabricados no Brasil.

O presente trabalho foi desenvolvido tendo como objetivos:

- a) Estudo teórico dos parâmetros da fôrma de aço que influenciam o comportamento estrutural das lajes mistas, a saber:
- altura da fôrma;
  - largura das mesas superior e inferior;
  - inclinação das paredes laterais da fôrma;
  - disposição, forma e posicionamento das mossas;
  - espessura da fôrma.

O conhecimento da influência desses parâmetros pode conduzir ao desenvolvimento de uma fôrma de aço otimizada, com uma grande relação vão admissível/sobrecarga.



- b) Estudo comparativo de algumas fôrmas de aço existentes nos mercados nacional e internacional e interpretação dos resultados em função do estudo teórico dos parâmetros. Uma vez que não foram realizados ensaios, o estudo comparativo permite avaliar os métodos teóricos propostos para determinar a influência dos parâmetros no comportamento da laje mista.

A fim de se atingir os objetivos propostos acima, os seguintes procedimentos foram adotados:

- Análise do acervo bibliográfico teórico e experimental disponível;
- Levantamento de informações, junto a alguns fabricantes, de dados provenientes dos ensaios de suas fôrmas de aço e os respectivos procedimentos utilizados. Os principais dados solicitados foram:
  - momento de plastificação da fôrma de aço por metro de largura;
  - limite de escoamento do aço da fôrma;
  - posição dos eixos neutros elástico e plástico;
  - coeficientes  $m$  e  $k$ , para determinação da resistência ao cisalhamento longitudinal entre a fôrma e o concreto;
  - tensão de cisalhamento longitudinal de cálculo  $\tau_{R,d}$ ;
  - área da fôrma de aço por metro de largura;
  - dimensões dos elementos que compõem a seção transversal da fôrma;
  - peso da fôrma de aço por metro quadrado de laje;
  - procedimentos adotados para obtenção do par de valores  $m, k$  e de  $\tau_{R,d}$ .
- Elaboração de uma planilha de cálculo no Excel da Microsoft, que possibilita o cálculo do vão máximo resistente da laje mista para cada um dos estados limites seguintes:

#### Estados Limites Últimos

- colapso por flexão;
- colapso por cisalhamento longitudinal;
- colapso por cisalhamento vertical;

#### Estado Limite de Utilização

- deformação excessiva.

- Aplicação da planilha de cálculo utilizando os dados fornecidos pelos fabricantes – as fôrmas, cujos dados foram fornecidos pelos fabricantes, foram dispostas em grupos em função de seu peso próprio por metro quadrado de laje. Variando-se a altura de concreto acima da fôrma de aço e a sobrecarga atuante, dentro de faixas usuais de projeto, determinou-se o vão máximo resistente para cada um dos estados limites listados anteriormente.
- Apresentação dos resultados através de gráficos, de forma a permitir uma comparação entre as fôrmas estudadas.
- Interpretação dos resultados à luz do estudo teórico dos parâmetros de influência.

### 3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

#### 3.1 – Tipos principais de fôrmas de aço e suas características gerais

Existem atualmente no mercado vários tipos de fôrmas de aço, como se mostra na figura 3.1 [Daniels *et al*, 1990]. Estas podem ser divididas em duas formas básicas: as fôrmas trapezoidais e as fôrmas reentrantes. Existe ainda uma terceira possibilidade que é uma combinação das duas fôrmas anteriores (figura 3.2) [Schuurman, 2001].

Em uma fôrma trapezoidal o ângulo de inclinação  $\theta$  entre a alma e o plano horizontal é inferior ou igual a  $90^\circ$  (figura 3.3(a)). Observa-se, porém, que na grande parte das fôrmas trapezoidais disponíveis no mercado este ângulo de inclinação encontra-se numa faixa de  $55^\circ$  a  $90^\circ$ . Outro ponto importante na caracterização da fôrma trapezoidal é a presença de mossas em suas almas. Tais mossas variam em forma, tamanho, profundidade, posicionamento ao longo da alma da fôrma de aço, espaçamento entre as mesmas e seqüência ao longo do comprimento longitudinal da fôrma de aço, como se mostra na figura 3.4 [ASCE, 1992]. A modificação de qualquer um desses parâmetros implica em alteração na resposta da laje mista.

Em uma fôrma reentrante o ângulo de inclinação  $\theta$  entre a alma e o plano horizontal é superior a  $90^\circ$  (figura 3.3(b)). Este fato modifica o comportamento da fôrma reentrante em relação à fôrma trapezoidal, conforme será comentado no item 3.3. As mossas, em geral, estão posicionadas na mesa superior da fôrma de aço e também apresentam grande variedade de parâmetros.

SHEETING	CROSS-SECTION	EMBOSSMENT PATTERN
HOLORIB 51 (1)		
SUPER-HOLORIB (2)		
MONTARIB 58 (3)		
COFRASTRA 40 (4)		
COFRASTRA 70 (5)		
HAIRCOL 55S (6)		
HAIRCOL 80S (7)		
COFRADAL 60 (8)		
HIBOND 55 (9)		
HIBOND 77 (10)		
PRUS PSV 73 (11)		

Figura 3.1 - Algumas fôrmas de aço disponíveis no mercado europeu [Daniels et al, 1990]

Para os dois tipos de fôrmas de aço a distribuição de áreas em sua seção transversal pode ser simétrica ou assimétrica, ou seja, pode-se ter ou não diferentes dimensões para as mesas inferior e superior. Quanto maior a largura da mesa para uma espessura constante, menor será a rigidez da mesma, ficando suscetível a flambagem local e perda de área efetiva. É necessário, portanto, a utilização de dobras longitudinais (enrijecedores) nestas mesas, que permitam o aumento de sua rigidez e, conseqüentemente, da resistência da fôrma de aço ao momento fletor.

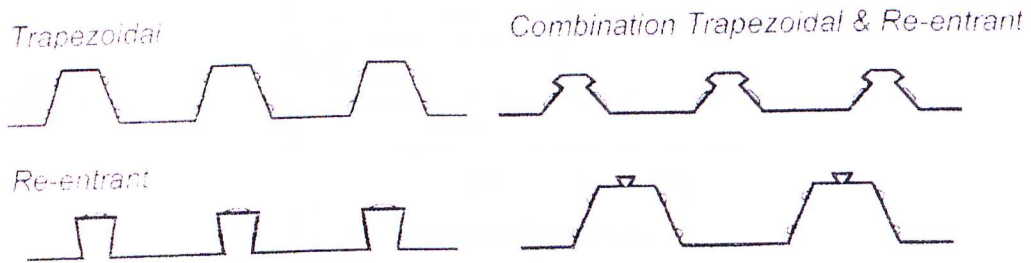


Figura 3.2 - Tipos de fôrmas de aço utilizadas nas lajes Mistas [Schuurman, 2001]

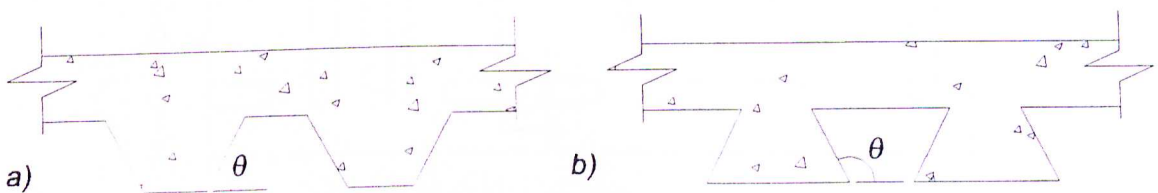
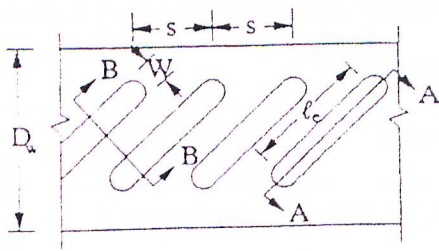
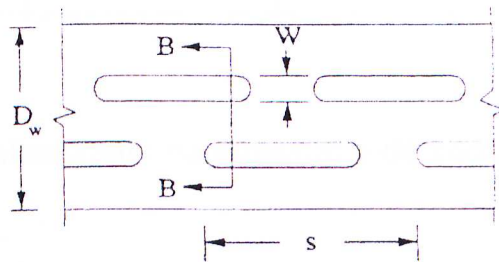


Figura 3.3 - Ângulo de inclinação das almas das fôrmas de aço

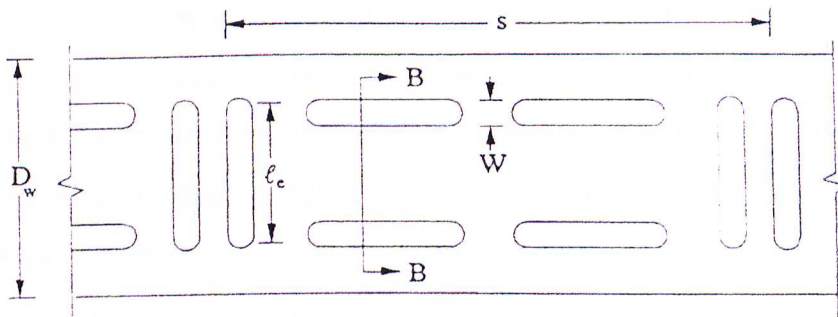
Com relação ao consumo de concreto, para uma mesma altura de fôrma, quanto maior a largura da mesa inferior, maior será o consumo de concreto para uma mesma altura final da laje mista. Outro aspecto que deve ser considerado é a diminuição da quantidade de ondas na fôrma de aço, para uma determinada largura de laje, com o aumento da largura de suas mesas. Este fato resulta em uma diminuição da rigidez e da resistência da fôrma de aço, prejudicando, principalmente, seu comportamento antes da cura do concreto.



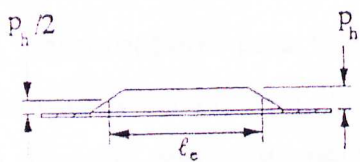
A. Type I Embossments with length measured along centerline



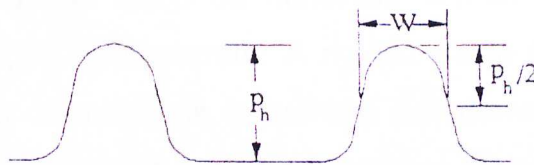
B. Type II Embossments



C. Type III Embossments



Section A - A



Section B - B

Figura 3.4 - Alguns tipos de mossas e algumas de suas possíveis variações nas fôrmas de aço [ASCE, 1992]

Com base na altura da fôrma de aço, pode-se distinguir três campos de aplicação: vãos pequenos, vãos médios e grandes vãos. A tabela 3.1 [Schuurman, 2001] contém algumas dimensões médias de fôrmas de aço e de lajes mistas para os três campos de aplicação.

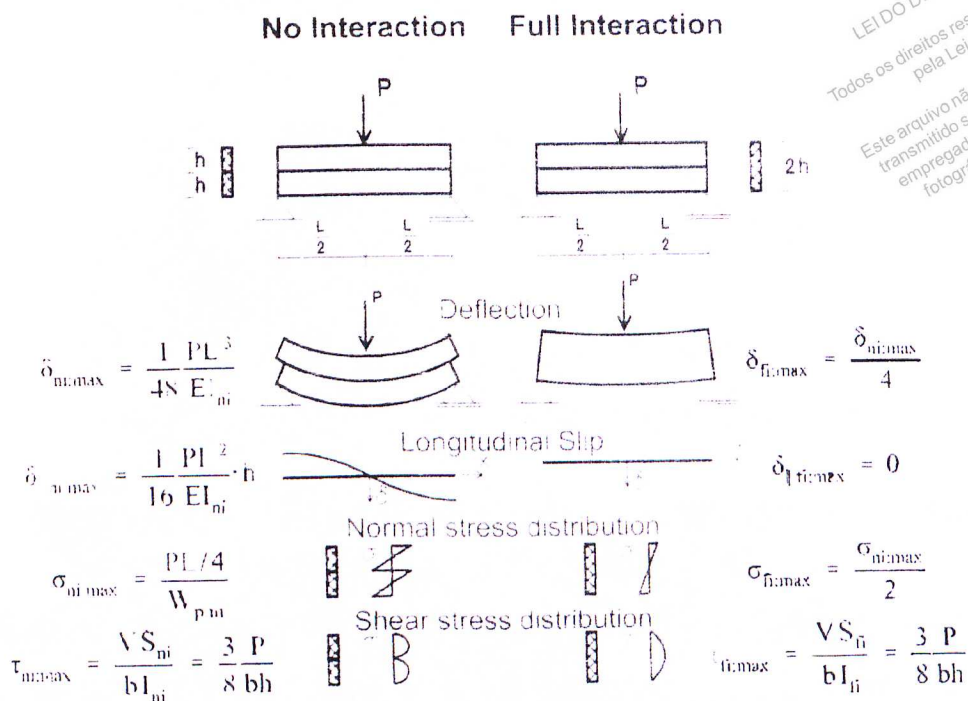
Tabela 3.1 – Dimensões Médias de Perfis e Lajes Mistas [Schuurman, 2001]

		Vãos pequenos	Vãos médios	Grandes vãos
Fôrma de aço	Altura	15-35mm	40-80mm	200-225mm
	Espessura	0,50-0,70mm	0,70-1,00mm	1,00-1,50mm
Laje mista	Altura final	40-100mm	100-200mm	280-340mm
	Vão	0,60-1,50m	2,0-6,0m	4,0-9,0m

### 3.2 – Resistência ao deslizamento na superfície de contato aço/concreto

A superfície de contato aço/concreto desempenha um importante papel na resistência da laje mista aos esforços aplicados. A simples justaposição dos materiais, sem um mecanismo de transferência de esforços entre os mesmos, implica na resistência isolada de cada um deles às cargas atuantes, além do deslocamento relativo entre o aço e o concreto, conforme se mostra na figura 3.5 [Schuurman, 2001].

Ao se criarem mecanismos de ligação entre os materiais tem-se um novo sistema, caracterizado pela interação aço/concreto. A rigidez deste sistema é maior do que a do anterior, onde os materiais trabalham isoladamente, uma vez que a seção composta pelos 2 materiais tende a funcionar como um todo (figura 3.5) [Schuurman, 2001].



LEI DO DIREITO AUTORAL  
 Todos os direitos reservados e protegidos  
 pela Lei 9.610/1998.  
 Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
 transmitido sejam quais forem os meios  
 empregados: eletrônicos, mecânicos,  
 fotográficos ou quaisquer outros.

*Figura 3.5 - Comportamento de uma estrutura sem interação e com interação total entre os materiais [Schuurman, 2001]*

Ensaio de lajes mistas (item 3.6) indicaram a existência de três mecanismos de ligação entre a fôrma de aço e a laje de concreto. São eles:

- Ligação por aderência – é o primeiro mecanismo que atua na transferência de esforços entre os materiais. É produzido pela ação química entre a pasta de cimento e o aço. Devido a sua grande rigidez, não há deslizamento entre a fôrma e o concreto (interação total ao cisalhamento), como se mostra no gráfico da figura 3.6 [Daniels e Crisinel, 1993]. Este mecanismo possui baixa resistência e, após as primeiras fissuras do concreto, tem-se a quebra da ligação e início dos deslizamentos de extremidade. A partir deste momento atuam a ligação mecânica e/ou de atrito, dependendo da geometria da fôrma de aço. As normas de dimensionamento não consideram a ligação por aderência efetiva para o comportamento misto, sendo, portanto, desprezada a sua contribuição para a resistência da laje.



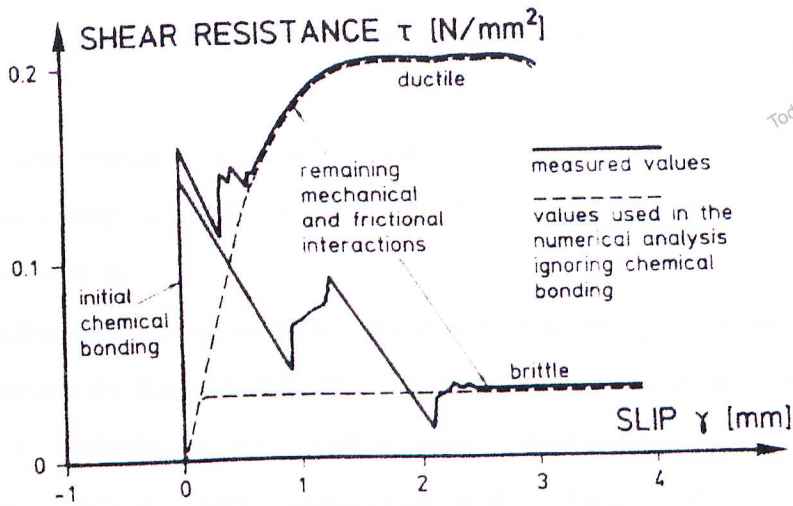


Figura 3.6 - Tensão de cisalhamento na superfície de interação aço/concreto x deslizamento [Daniels e Crisinel, 1993]

- Ligação mecânica – é originada pelo contato do concreto com a região de mudança abrupta de geometria da fôrma de aço (mossas). É utilizada principalmente nas fôrmas trapezoidais e é uma das responsáveis pela transferência de esforços entre os materiais após a quebra da ligação por aderência. Sua eficiência depende, além de outros fatores, das características geométricas das mossas, conforme descrito no item 3.4.
- Ligação por atrito – como o próprio nome indica, é produzida pelo atrito oriundo do confinamento do concreto nas fôrmas de aço reentrantes, ou pelo atrito gerado no apoio de qualquer laje mista. Nas fôrmas reentrantes que não possuem mossas em sua seção transversal, a ligação por atrito é garantida pelas deformações da fôrma de aço.

O EUROCODE [EUROCODE 4, 1992] define a carga de deslizamento inicial como aquela que provoca um deslizamento horizontal relativo entre a fôrma e o concreto igual a 0,5 mm. Através da curva carga x flecha no meio do vão, o EUROCODE [EUROCODE 4, 1992] classifica o comportamento do sistema de laje mista como dúctil ou frágil. O comportamento é classificado como dúctil se a carga de ruptura excede a carga que causa o deslizamento inicial de extremidade em mais que 10%, caso contrário, o comportamento do sistema é considerado frágil. Se na carga de ruptura atingida, a laje mista possuir uma

flecha no meio do vão maior que  $L/50$ , a carga de ruptura deve ser tomada como aquela correspondente à flecha de  $L/50$  no meio do vão.

Partindo-se dos mecanismos de ligação aço/concreto e das definições de comportamento frágil e dúctil dadas pelo EUROCODE [EUROCODE 4, 1992], pode-se concluir que:

- se a resistência ao cisalhamento entre a fôrma de aço e a laje de concreto, obtida através da ligação mecânica e do atrito, for substancialmente menor do que a resistência ao cisalhamento obtida através da ligação por aderência, tem-se um comportamento frágil do sistema. Este comportamento corresponderia a valores da resistência a cisalhamento menores que  $0,075N/mm^2$ , aproximadamente, no gráfico da figura 3.6 [Daniels e Crisinel, 1993]. Sistemas com comportamento frágil são tipicamente associados às fôrmas de aço sem mossas (trapezoidais ou reentrantes) e às fôrmas com mossas de pequena profundidade.
- sistemas de comportamento dúctil não apresentam uma ruptura repentina após o primeiro deslizamento entre o aço e o concreto, sendo a resistência da laje mista garantida pelas ligações mecânica e por atrito.

### **3.3 – Mecanismo de transferência de carga por meio da ligação mecânica entre o aço e o concreto e influência da inclinação das almas da fôrma de aço**

Qualitativamente, Schuurman [Schuurman, 2001] explica o mecanismo de transferência de carga por meio da ligação mecânica entre o aço e o concreto conforme descrito a seguir.

Ao se aplicar uma carga em uma laje mista o primeiro mecanismo de transferência de carga acionado é a ligação por aderência natural entre o aço e o concreto. Como este mecanismo possui pouca resistência, com o aumento

da carga aplicada ocorre a quebra da ligação por aderência e, imediatamente, ocorre um deslizamento longitudinal ( $\delta_{\parallel}$ ) entre a fôrma de aço e o concreto, seguido de um deslocamento vertical ( $\delta_{\perp}$ ) da fôrma de aço, conforme pode ser visto na figura 3.7. Na região de contato entre a fôrma de aço e a laje de concreto surge uma força de contato ( $F_i$ ) que produz uma força de tração ( $F_{\parallel}$ ) na fôrma de aço, paralela à direção longitudinal da laje, e uma força ( $F_s$ ) perpendicular a esta direção, que tende a separar a fôrma de aço da laje de concreto. Se a fôrma de aço não for capaz de resistir à ação da força  $F_s$ , ocorre a separação total entre a fôrma de aço e o concreto, impossibilitando o desenvolvimento da resistência ao cisalhamento longitudinal.

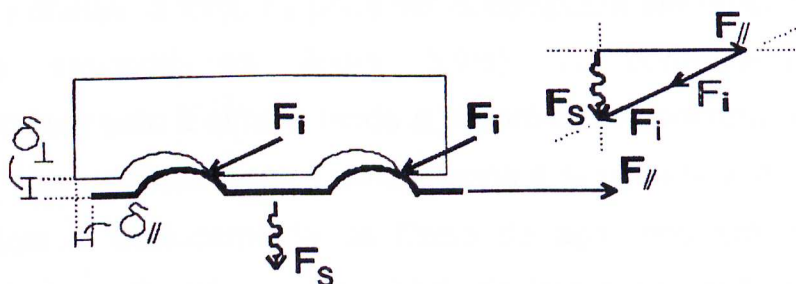
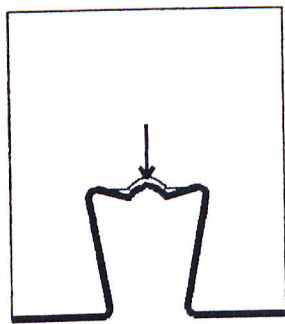


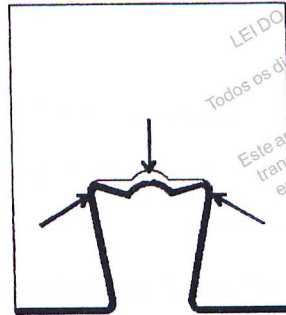
Figura 3.7 - Deslocamentos e forças atuantes na região das mossas.

O efeito da força ( $F_s$ ) na seção transversal da laje mista depende da geometria da fôrma:

- a fôrma reentrante possui, em geral, mossa na mesa superior de sua seção transversal. Ao atuar  $F_s$  na região das mossa tem-se um deslocamento vertical da mesa superior, fazendo com que as almas da fôrma reentrante sejam compelidas contra a laje de concreto, conforme figura 3.8 [Schuurman, 2001]. Este fato aumenta a ligação por atrito entre os dois materiais, assegurando a resistência ao cisalhamento longitudinal da laje mista.



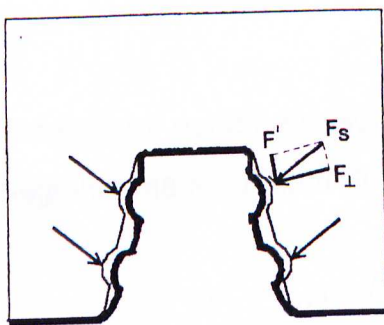
a. Initiation Deformation



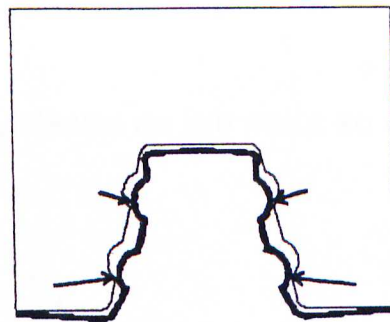
b. Deformed Shape

Figura 3.8 - Resposta da fôrma reentrante ao deslocamento relativo entre o aço e o concreto [Schuurman, 2001]

- a fôrma trapezoidal possui, em geral, mossas em suas almas. Devido à inclinação destas, a força  $F_s$  pode ser decomposta em duas componentes, conforme indicado na figura 3.9(a). A componente  $F_{\perp}$  age perpendicularmente à alma e tende a separá-la do concreto, enquanto que a força  $F'$  age paralelamente à alma e tende a deslocá-la verticalmente para baixo. Com o deslocamento da fôrma de aço, ocorrem mudanças na direção da força  $F_s$  até que o equilíbrio de forças na seção transversal da laje mista seja alcançado (figura 3.9(b)). Portanto, a presença do deslizamento longitudinal na fôrma trapezoidal implica em uma tendência de separação entre a fôrma de aço e a laje de concreto.



a. Deformação inicial e decomposição das forças atuantes



b. Forma deformada e equilíbrio de forças na seção transversal

Figura 3.9 - Resposta da fôrma trapezoidal ao deslocamento relativo entre o aço e o concreto

Através da análise qualitativa feita anteriormente, Schuurman [Schuurman, 2001] concluiu que:

- a existência de mossas na mesa superior da fôrma trapezoidal implica em um aumento da tendência de separação entre o aço e o concreto, o que reduz ainda mais a transferência de esforços entre os dois materiais;
- para a fôrma reentrante, a existência de mossas em suas almas faz com que a força  $F_S$  atue de maneira a deslocar a fôrma de aço para cima, não apresentando, portanto, uma tendência de separação vertical entre os dois materiais.

### 3.4 – Influência das mossas, da espessura da fôrma de aço e da altura final da laje no desenvolvimento da resistência à flexão de uma laje mista com fôrmas trapezoidais

Conforme visto anteriormente, as mossas desempenham um importante papel no desenvolvimento da resistência ao cisalhamento longitudinal. Quanto melhor a transmissão de esforços entre os dois materiais, maior é a possibilidade da laje mista desenvolver a resistência última da seção transversal ao momento fletor.

Esquemáticamente, pode-se descrever a resistência da laje mista ao momento fletor da seguinte maneira [Luttrell, 1984]

$$M_f = T_1 y_1 + T_2 y_2 + T_3 y_3 + C y_4 \quad (3.1)$$

onde:

$T_i$  são as forças que atuam no centro de gravidade das áreas da fôrma de aço, conforme figura 3.10;

$C$  é a força resultante na área comprimida de concreto;

$y_i$  são os respectivos braços de alavanca das forças.

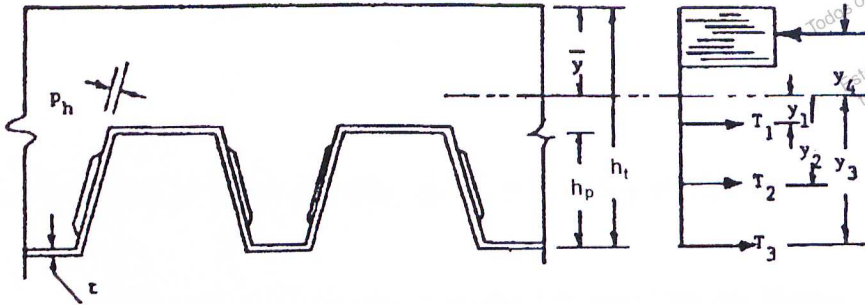


Figura 3.10 - Esquema da distribuição de forças resistentes na flexão

Na resistência última ao momento fletor atinge-se a força que causa o escoamento do aço por tração ( $T_1 + T_2 + T_3 = A_s f_y$ ) ou a força que causa o esmagamento do concreto por compressão.

Ao se introduzirem escoramentos na laje mista antes da cura do concreto, a retirada dos mesmos implica em se adicionarem cargas no sistema, oriundas do peso próprio da laje. Considerando-se uma transferência completa de cisalhamento entre a laje de concreto e a fôrma de aço, a resistência restante da laje mista ao momento fletor, após a retirada dos escoramentos, é dada por

$$M'_f = M_f - M_s \quad (3.2)$$

onde:

$M'_f$  é o momento fletor resistente da laje mista após a retirada dos escoramentos;

$M_f$  é o momento fletor último da laje mista;

$M_s$  é o momento oriundo da retirada dos escoramentos.

Luttrell [Luttrell, 1984] realizou 80 ensaios em escala real (ver item 3.6) de alguns tipos de fôrmas trapezoidais (figura 3.11) com o objetivo de determinar o momento resistente efetivamente disponível na laje mista. Foi proposta a seguinte equação, que leva em conta o comportamento real do sistema

$$M_t = KM'_f - k_4S'$$

$$\text{com } K = \frac{k_3}{k_1 + k_2} \leq 1,0$$

LEI DO DIREITO AUTORAL  
 Todos os direitos reservados e protegidos  
 pela Lei 9.610/1998.  
 (3.3)  
 Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
 transmitido sejam quais forem os meios  
 empregados: eletrônicos, mecânicos,  
 fotográficos ou quaisquer outros.  
 (3.4)

onde:

$M_t$  é o momento fletor resistente que considera a eficiência da ligação entre o aço e o concreto;

$k_1$  e  $k_2$  são fatores associados à seção transversal da fôrma (incluindo as mossas);

$k_3$  é um fator associado ao número de almas presentes em uma certa largura de laje;

$k_4$  é um fator associado ao vão de cisalhamento (ver item 4.1.2);

$S'$  é a metade do vão da laje, subtraída do vão de cisalhamento.

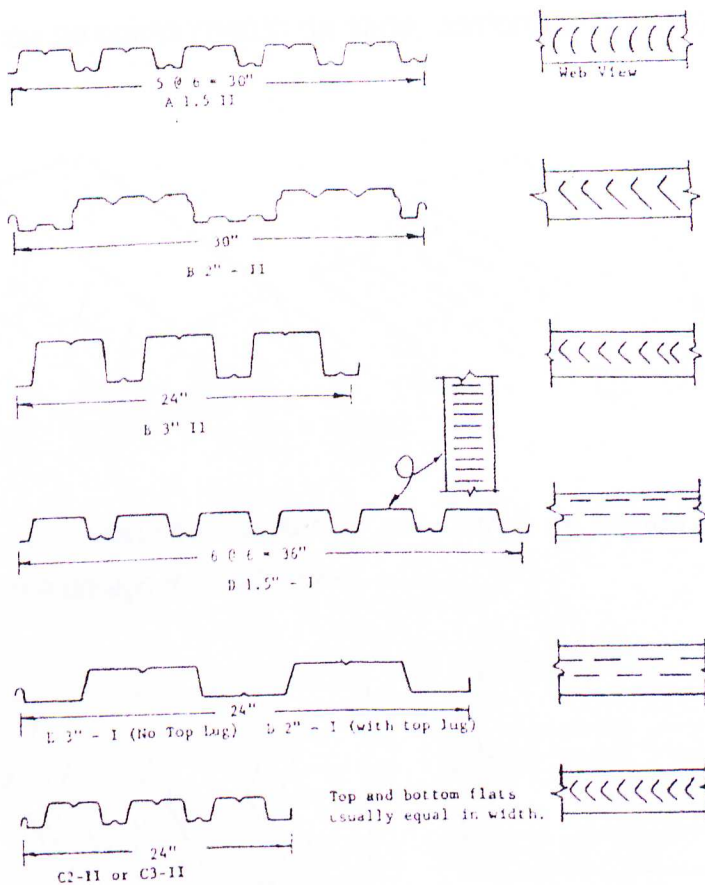


Figura 3.11 - Fôrmas de aço ensaiadas por Luttrell

Percebe-se, portanto, que o valor de  $K$  procura reproduzir o quanto a seção transversal (incluindo as mossas) de uma fôrma de aço fica próxima da seção

transversal ideal, enquanto o termo  $k_4 S'$  retrata a influência do vão de cisalhamento na resistência ao momento fletor.

O fator  $k_1$  leva em conta a influência da profundidade da moesa, do comprimento da moesa por unidade de comprimento da alma e da altura da fôrma de aço. Para todas as fôrmas de aço ensaiadas com 2" e 3" de altura, painéis tipos I e II (figura 3.12) [Luttrell, 1984]

$$k_1 = \frac{(2,75h_p - 2,94) - (p_s \cdot p_h)^{\frac{1}{h_p}}}{1,55h_p - 2,1} \quad (\text{unidades em polegadas}) \quad (3.5)$$

onde:

$h_p$  é a altura da fôrma de aço;

$p_h$  é a profundidade da moesa;

$p_s$  é a soma das dimensões transversais à direção longitudinal das moesas existentes em 1 pé de comprimento da alma, conforme figuras 3.13(a) e 3.13(b) [Luttrell, 1984].

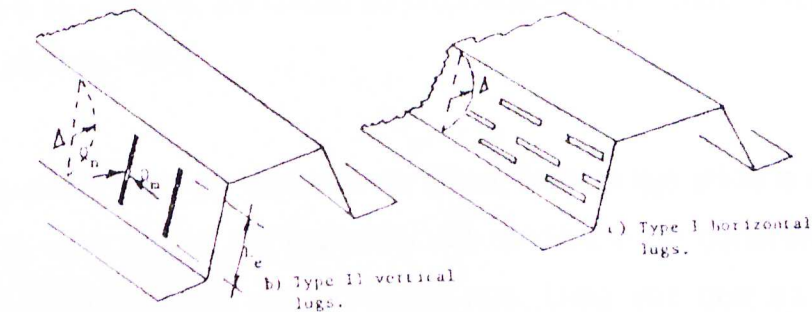


Figura 3.12 - Classificação das fôrmas por Luttrell, de acordo com o tipo de moesa da fôrma de aço [Luttrell, 1984]

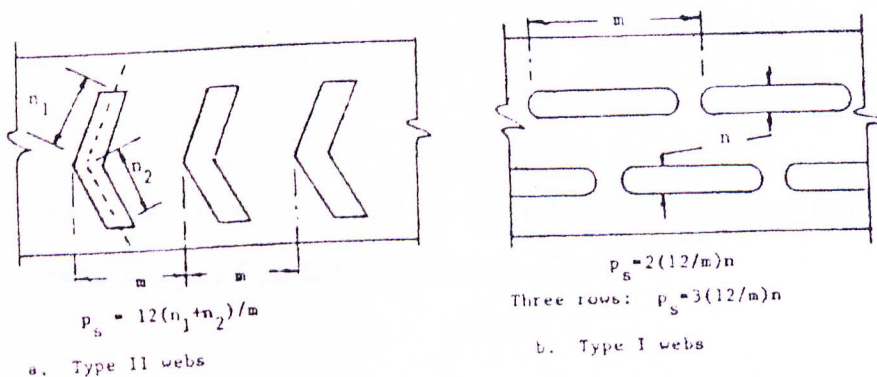


Figura 3.13 - Determinação do parâmetro  $p_s$  [Luttrell, 1984]



O valor de  $k_1$  pode ser encontrado diretamente com a utilização do ábaco da figura 3.14 [Luttrell, 1984]. Quanto menor o valor de  $k_1$  melhor será o comportamento da laje mista quanto ao cisalhamento entre o concreto e o aço.

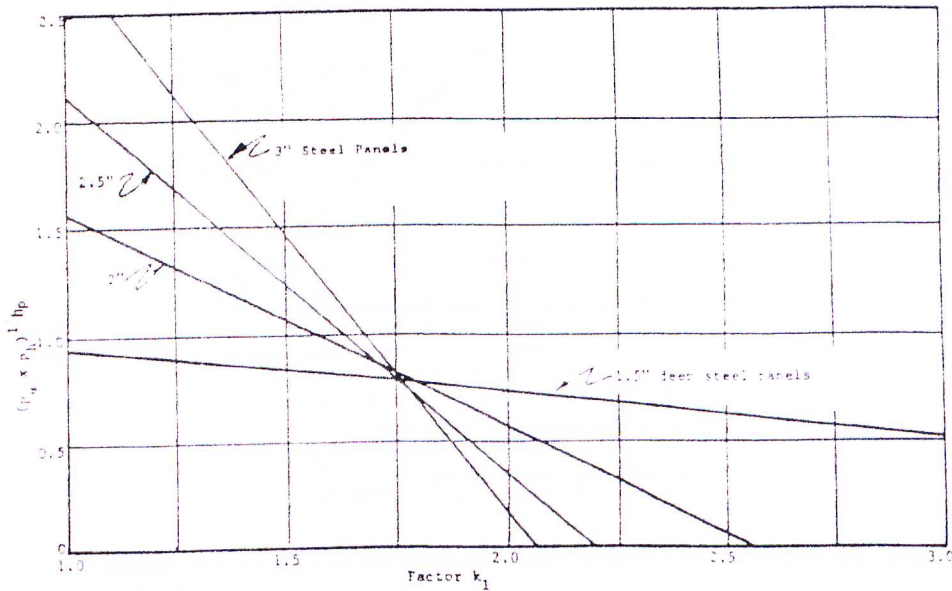


Figura 3.14 - Fator  $k_1$  em função de propriedades das mossas e da altura da fôrma [Luttrell, 1984]

O fator  $k_2$  leva em conta a influência da altura final da laje mista e da espessura da fôrma de aço, sendo um indicador da tendência do concreto se separar como uma unidade rígida da fôrma de aço. Uma vez que as mossas são responsáveis pela ligação mecânica aço/concreto, sua influência é também considerada por este fator. O fator  $k_2$  é dado pela seguinte equação

$$k_2 = Y \frac{\sqrt{p_s} h_p^2}{200 p_h} \quad (\text{unidades em polegadas}) \quad (3.6)$$

onde:

$Y$  é obtido entrando-se com a altura final da laje mista e a espessura da fôrma de aço no ábaco da figura 3.15 [Luttrell, 1984].

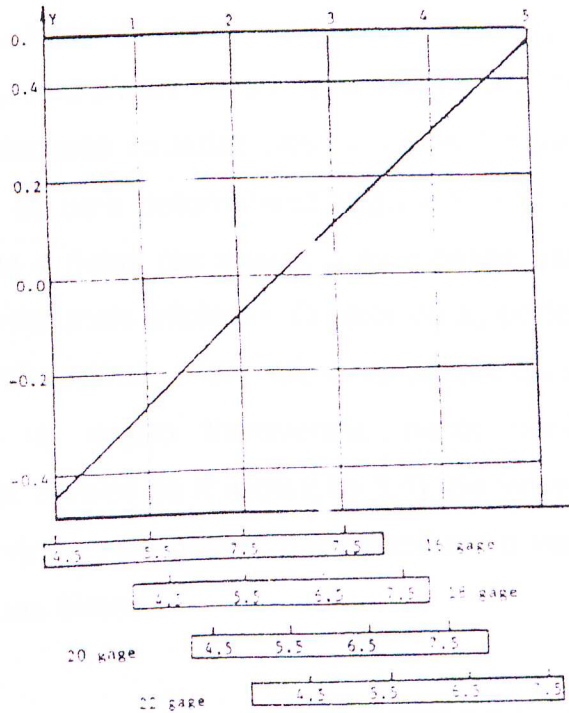


Figura 3.15 -  $Y$  em função da espessura da fôrma e da altura final da laje [Luttrell, 1984]

Algumas conclusões podem ser tiradas com base na equação anterior:

- quanto maior o valor de  $p_s$  maior o valor de  $k_2$  e, conseqüentemente, menor o valor de  $K$  (equação 3.4). Este fato pode estar relacionado à grande quantidade de mossas na alma da fôrma por unidade de comprimento, o que prejudica a entrada do concreto entre as mossas e, evidentemente, a interação entre os materiais;
- o valor de  $k_2$  aumenta com o quadrado da altura da fôrma, o que pode ser associado a uma perda de rigidez da alma da fôrma com o aumento de  $h_p$  e, com isso, à maior facilidade desta alma se deslocar e se separar do concreto;
- quanto maior a altura da moessa, menor o valor de  $k_2$ , uma vez que esta se encontra mais inserida no volume de concreto, dificultando assim a separação entre os dois materiais.

A influência do número de almas em uma certa largura da fôrma de aço é medida através do fator  $k_3$ . As almas que se situam próximo às bordas são mais flexíveis do que as almas mais internas. Com isto, tem-se uma diminuição na eficiência das mossas situadas nestas almas (figura 3.16) [Luttrell, 1984]. Logo, se ao longo de uma determinada largura de fôrma existirem 6 almas (3 ondas), em apenas 4 delas (as internas) as mossas estarão desempenhando seu papel de maneira mais eficiente. O valor de  $k_3$  pode ser obtido através do ábaco da figura 3.17 [Luttrell, 1984]. Observa-se que quanto maior o número de almas presentes na seção transversal, maior será o valor de  $k_3$  e, conseqüentemente, o valor de  $K$  (equação 3.4). Salienta-se, entretanto, que há um limite para o número de ondas, para viabilizar a instalação de conectores tipo "stud" entre duas almas.

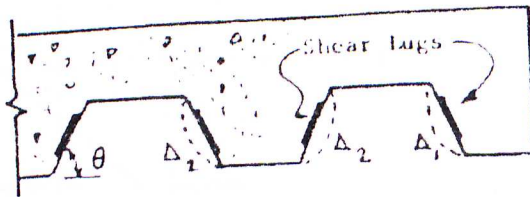


Figura 3.16 - Diferentes deslocamentos das almas em função de sua posição em relação às bordas [Luttrell, 1984]

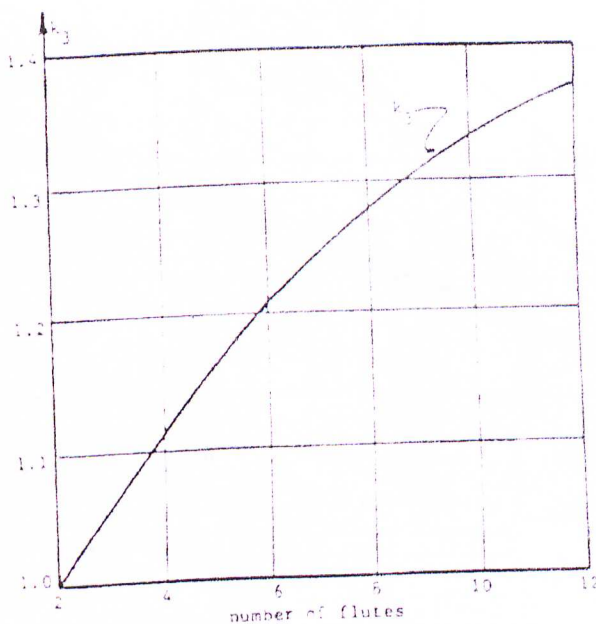


Figura 3.17 - Fator  $k_3$  em função do número de almas [Luttrell, 1984]

O fator  $k_4$  é associado ao vão de cisalhamento e depende de propriedades da fôrma de aço. Seu valor pode ser obtido diretamente do ábaco da figura 3.18 [Luttrell, 1984] ou utilizando-se a equação

$$k_4 = 3 \times 10^5 p_h^4 + (0,9 + 16 \frac{P_s P_h^2}{\sqrt{h_p}}) \cdot (30 - X) \quad (\text{unidades em polegadas}) \quad (3.7)$$

onde:

$X$  corresponde ao valor obtido no eixo das abscissas do ábaco da figura 3.18 [Luttrell, 1984], ao se entrar com o valor da altura final da laje e da espessura da fôrma de aço.

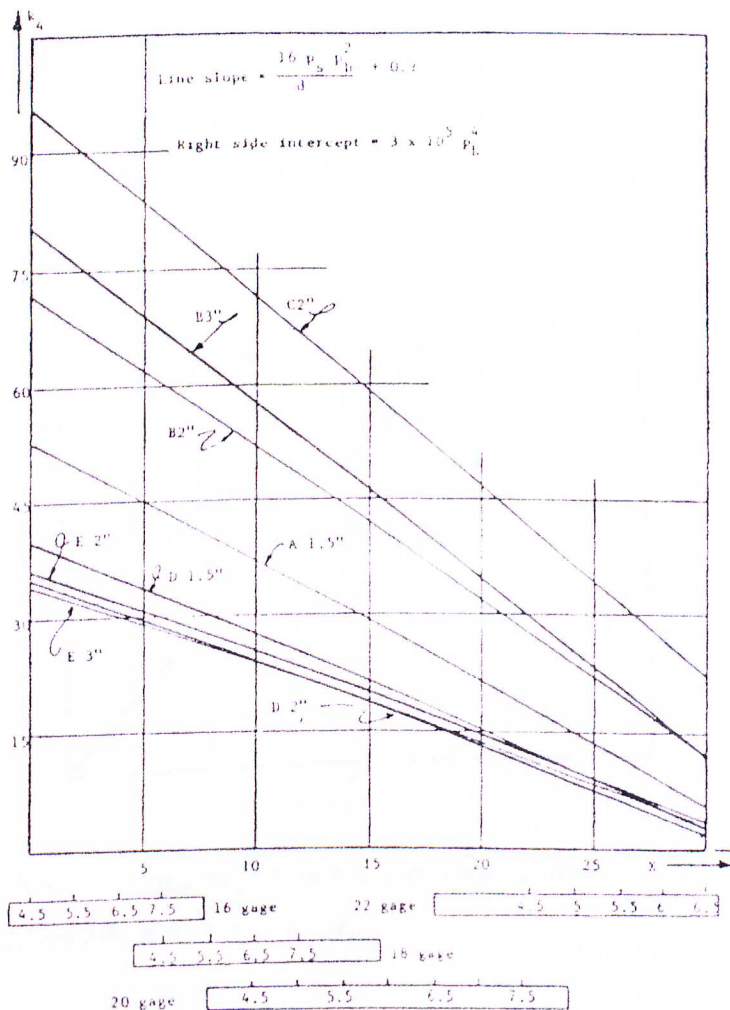


Figura 3.18 - Fator  $k_4$  em função da espessura da fôrma e da altura final da laje mista [Luttrell, 1984]

As figuras 3.19 e 3.20 [Luttrell, 1984] apresentam uma comparação entre os valores experimentais e teóricos para a resistência ao momento fletor. Através da análise dos gráficos, percebe-se uma boa correlação entre os mesmos. O sistema tipo I, conforme figura 3.13, apresentou uma dispersão maior, devido à reduzida capacidade resistente da laje mista depois do primeiro deslizamento. Tal sistema é mais dependente da aderência entre o aço e o concreto e, portanto, tem comportamento menos previsível. O sistema tipo II, com maiores valores de  $p_s$  e  $p_h$ , é controlado pelo contato mecânico entre os dois materiais e, portanto, é menos sensível ao deslizamento inicial e à ruptura repentina.

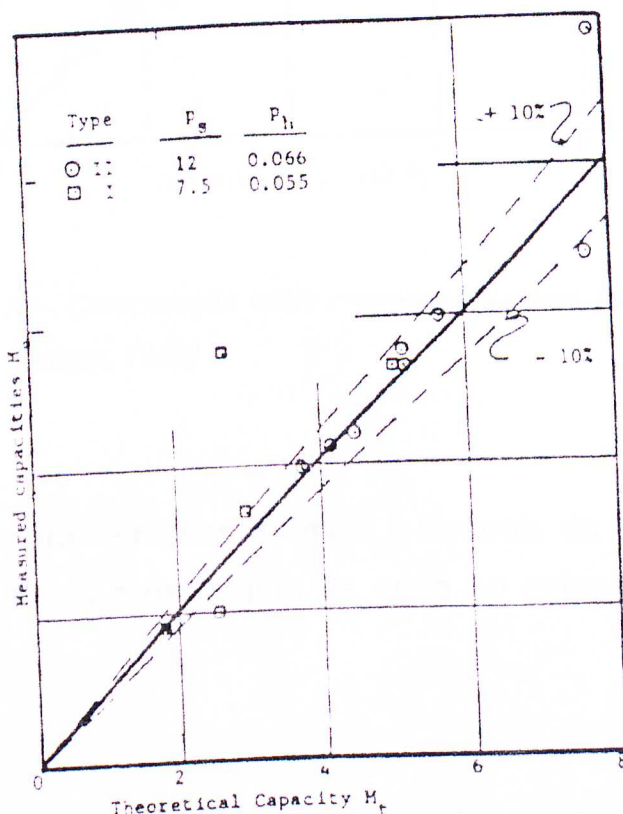


Figura 3.19 - Comparação entre momentos fletores para fôrmas com 1,5" de altura [Luttrell, 1984]

As figuras 3.19 e 3.20 [Luttrell, 1984] apresentam uma comparação entre os valores experimentais e teóricos para a resistência ao momento fletor. Através da análise dos gráficos, percebe-se uma boa correlação entre os mesmos. O sistema tipo I, conforme figura 3.13, apresentou uma dispersão maior, devido à reduzida capacidade resistente da laje mista depois do primeiro deslizamento. Tal sistema é mais dependente da aderência entre o aço e o concreto e, portanto, tem comportamento menos previsível. O sistema tipo II, com maiores valores de  $p_s$  e  $p_h$ , é controlado pelo contato mecânico entre os dois materiais e, portanto, é menos sensível ao deslizamento inicial e à ruptura repentina.

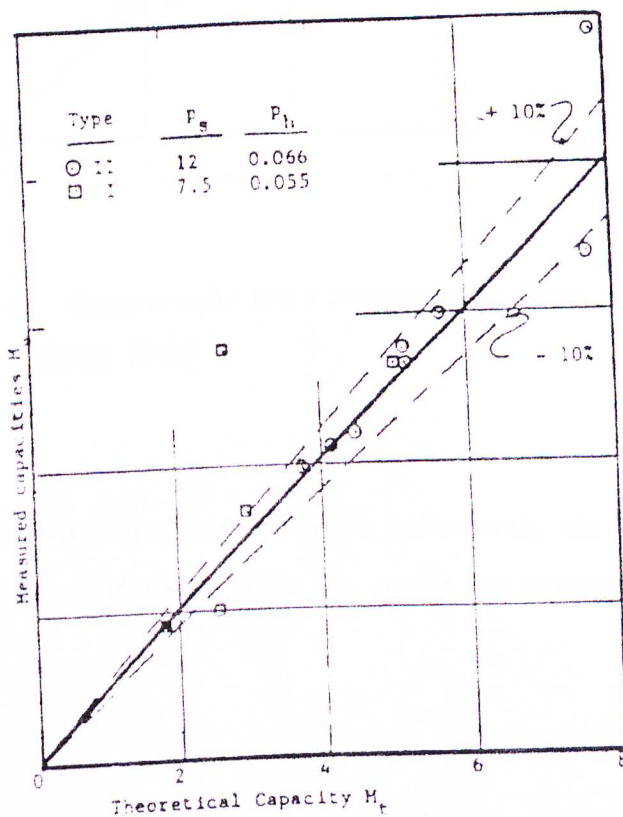


Figura 3.19 - Comparação entre momentos fletores para fôrmas com 1,5" de altura [Luttrell, 1984]

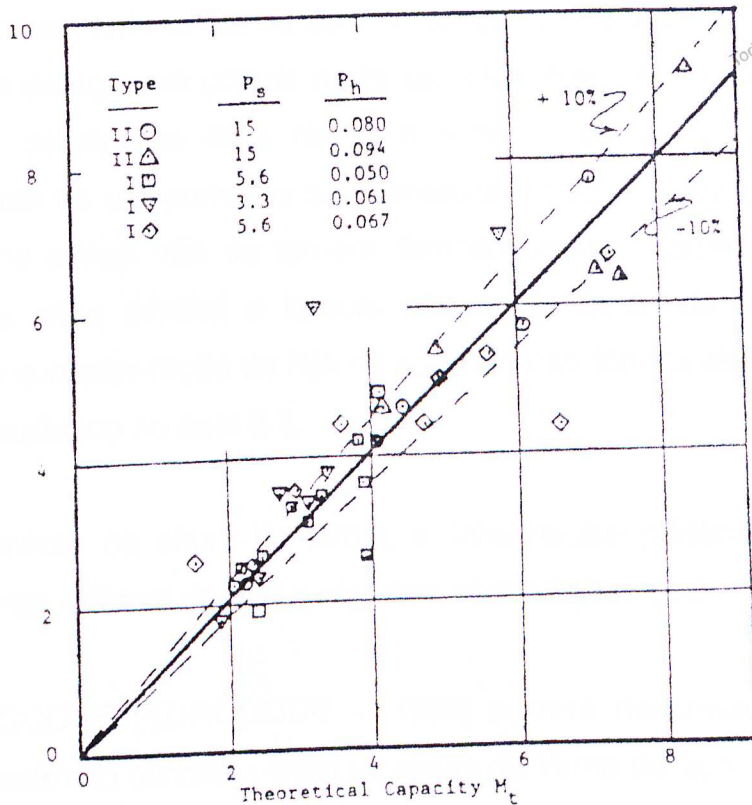


Figura 3.20 - Comparação entre momentos fletores para fôrmas com 2" de altura [Luttrell, 1984]

### 3.5 – Algumas considerações sobre a influência da altura da fôrma, da distribuição de áreas e da largura da onda no comportamento das lajes mistas

Devido à pequena quantidade de informações disponíveis a respeito da influência da altura, da distribuição de áreas e da largura da onda das fôrmas de aço no comportamento da laje mista, apresentam-se a seguir algumas considerações empíricas sobre esses assuntos.

Conforme mencionado no item 3.1, a capacidade da laje mista vencer grandes vãos está diretamente relacionada com a altura da fôrma de aço, conforme se

mostra na tabela 3.1 [Schuurman, 2001] (pág. 12). O ganho de resistência à flexão, principalmente antes da cura do concreto, é inegável. Este fato permite que a fôrma de aço, em grande parte das situações, não utilize escoramentos, tornando a construção mais rápida e econômica. O aumento da altura é acompanhado de um aumento da espessura média das fôrmas de aço, a fim de que suas almas não se tornem demasiadamente esbeltas. Uma grande esbeltez da alma diminui a largura efetiva resistente da mesma, além de favorecer a sua separação da laje de concreto nas fôrmas de aço trapezoidais, conforme explicado no item 3.3.

Com o aumento da altura da fôrma, a linha neutra plástica da seção mista passa a cortar a fôrma de aço e algumas observações podem ser feitas a esse respeito:

- o EUROCODE [EUROCODE 4, 1992] permite desprezar a resistência à compressão do concreto entre as almas da fôrma de aço com o objetivo de simplificar o cálculo do momento fletor resistente da laje mista. Ao se adotar este procedimento está-se obtendo uma resistência de cálculo menor do que a resistência efetiva da laje mista. Quanto maior a altura da fôrma de aço, maior será a diferença entre as resistências de cálculo e efetiva. Já a norma brasileira [NBR 14323, 1999] indica a utilização da NBR 6118 [NBR 6118, 1980] para o cálculo da resistência da laje mista ao momento fletor. Nesta norma, despreza-se apenas a resistência do concreto tracionado, o que conduz a um valor mais próximo da resistência efetiva da laje mista à flexão.
- estando alguns elementos que compõem a fôrma de aço sujeitos a tensões de compressão, deve-se verificar a possibilidade de flambagem local e conseqüente perda de área resistente desses elementos. O EUROCODE [EUROCODE 4, 1992] não permite que a esbeltez dos elementos comprimidos exceda a duas vezes o valor estabelecido para a esbeltez das almas de classe 1, dado pela tabela 3.2 [EUROCODE 4, 1992]. A norma brasileira [NBR 14323, 1999] é omissa com relação à possibilidade de



flambagem local dos elementos que compõem a fôrma de aço na fase mista.

LEI DO DIREITO AUTORAL  
 Todos os direitos reservados e protegidos pela Lei 9.610/1998.  
 Este arquivo não pode ser reproduzido ou transmitido sem que sejam quais forem os meios empregados: eletrônicos, mecânicos, fotográficos ou quaisquer outros.

Tabela 3.2 - Máximas relações largura/espessura para as almas dos perfis de aço [EUROCODE 4, 1992]

Webs: (Internal elements perpendicular to axis of bending)				
Class	Web subject to bending	Web subject to compression	Web subject to bending and compression	
Stress distribution (compression positive)				
1	$d/t \leq 72\epsilon$	$d/t \leq 33\epsilon$	when $\alpha > 0,5$ : $d/t \leq 396\epsilon/(13\alpha - 1)$  when $\alpha < 0,5$ : $d/t \leq 36\epsilon/\alpha$	
2	$d/t \leq 83\epsilon$	$d/t \leq 38\epsilon$	when $\alpha > 0,5$ : $d/t \leq 456\epsilon/(13\alpha - 1)$  when $\alpha < 0,5$ : $d/t \leq 41,5\epsilon/\alpha$	
Stress distribution (compression positive)				
3	$d/t \leq 124\epsilon$	$d/t \leq 42\epsilon$	when $\psi > -1$ : $d/t \leq 42\epsilon(0,67 + 0,33\psi)$  when $\psi \leq -1$ : $d/t \leq 52\epsilon(1-\psi) \sqrt{(-\psi)}$	
$\epsilon = \sqrt{235/f_y}$	$f_y$	235	275	355
	$\epsilon$	1	0,92	0,81

O consumo de concreto em uma laje mista, fixada sua altura final, está diretamente relacionado à distribuição de áreas na fôrma de aço. No mercado nacional, tem-se optado pela fabricação de fôrmas com larguras iguais para as mesas superior e inferior, o que gera uma certa uniformidade na distribuição do volume de concreto entre as regiões acima da fôrma e interna às almas da fôrma. Analisando o mercado internacional, percebe-se a existência de fôrmas com diferentes larguras para as mesas superior e inferior, conforme se mostra na figura 3.1 [Daniels, 1990] (pág.9). A fim de exemplificar a influência da distribuição de áreas no consumo de concreto, admita-se que as fôrmas 10 e 11 da figura 3.1 possuam a mesma altura. Com isto, a fôrma 11 terá um consumo de concreto entre suas almas maior do que a fôrma 10. Este fato é ocasionado pelo maior volume interno da fôrma 11, originado pela maior dimensão de suas mesas inferiores. Uma vantagem das fôrmas que possuem uma distribuição de áreas que favoreça as mesas inferiores é o fato de que as mesas superiores estão menos suscetíveis à perda de área efetiva devido à flambagem local oriunda dos esforços de compressão tanto na fase antes da cura do concreto quanto na fase após a cura do concreto, caso a linha neutra plástica passe pela fôrma de aço. Entretanto, mesas superiores largas podem ser enrijecidas longitudinalmente.

A largura de uma onda da fôrma de aço é função da inclinação da alma e da largura das mesas superior e inferior. Quanto maior o número de ondas por metro de largura de laje, maior será a resistência da fôrma à flexão. Essa resistência é devida ao aumento de rigidez da fôrma oriunda do maior número de almas por metro de largura de laje. Conforme salientado anteriormente, o número de almas por metro de largura de laje é limitado pelos conectores tipo "stud", que precisam de uma distância mínima entre as almas para sua instalação [NBR 8800, 1986].

### 3.6 – Ensaios de lajes mistas

Os fabricantes, ao desenvolverem uma nova fôrma de aço, precisam realizar ensaios com os objetivos de se conhecer o comportamento da laje mista e de se determinarem alguns parâmetros que permitam prever a resistência da mesma quando sujeita a carregamento.

O principal ensaio utilizado pelos fabricantes é o chamado *full scale test*. Este ensaio é muito trabalhoso e caro de ser realizado. Uma maneira de se reduzir o número de ensaios a serem feitos é através da realização dos ensaios em pequena escala ou *small scale tests*. São eles: *slip block test*, *pull-out test*, *friction test*, *push test* e *tension-push test*. Tais ensaios fornecem dados relativos ao comportamento da superfície de contato aço-concreto, possibilitando ao fabricante ter uma noção de como será o comportamento real da laje mista.

Os ensaios em pequena escala têm algumas desvantagens, tais como:

- as condições de contorno das ondas das fôrmas que se situam nas bordas longitudinais dos modelos ensaiados não são idênticas às das ondas das fôrmas que se encontram no meio da largura da laje mista. Este fato faz com que as almas das fôrmas que se situam próximas às bordas não sejam totalmente efetivas, conforme mostrado no item 3.4.
- a curvatura da laje e a fissuração do concreto não são captadas nestes ensaios, o que conduz a valores mais elevados para as tensões de cisalhamento oriundas da ligação por aderência natural.

Apresenta-se, a seguir, um pequeno resumo de cada um dos ensaios listados anteriormente:

#### 3.6.1 – Full scale test

É o ensaio que mais se aproxima das condições reais de funcionamento da estrutura. A figura 3.21 [EUROCODE 4, 1992] mostra a maneira como o ensaio é realizado.

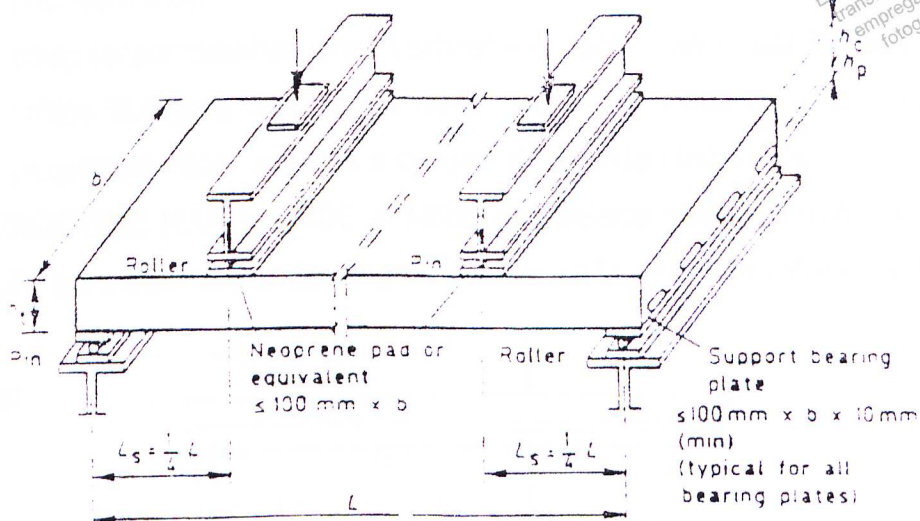


Figura 3.21 - Full scale test [EUROCODE 4, 1992]

Duas linhas de cargas concentradas são aplicadas simetricamente a  $L/4$  e a  $3L/4$  do vão. O ensaio é realizado em duas etapas:

- em uma primeira etapa a laje mista é sujeita a um carregamento cíclico com o objetivo de se quebrar a ligação por aderência e proporcionar uma melhor acomodação da estrutura. O EUROCODE [EUROCODE 4, 1992] sugere a aplicação de 5000 ciclos em um período não inferior a 3 horas.
- em uma segunda etapa, tem-se o aumento da carga aplicada até que um dos seguintes modos de colapso seja observado:
  - colapso por flexão – caracterizado pela falha da seção crítica I (figura 3.22) [EUROCODE 4, 1992]. Este colapso ocorre quando há uma interação total entre a fôrma de aço e a laje de concreto, possibilitando o desenvolvimento da resistência máxima dos materiais e conseqüente plastificação da seção de momento fletor máximo.
  - colapso por cisalhamento longitudinal – caracterizado pela falha da seção crítica II (figura 3.22). A carga máxima de colapso da laje é inferior à obtida anteriormente, sendo determinada pela resistência

ao cisalhamento entre a fôrma de aço e a laje de concreto. A resistência última ao momento fletor da laje mista não pode ser atingida, pois, tem-se uma interação parcial entre os dois materiais (ver item 3.8).

- colapso por cisalhamento vertical – caracterizado pela falha da seção crítica III (figura 3.22). Esta seção pode ser crítica em lajes mistas de pequenos vãos, sujeitas a cargas de grande magnitude.

O EUROCODE [EUROCODE 4,1992] estabelece que o tempo mínimo de duração para esta segunda etapa de ensaio não deve ser inferior a 1 hora.

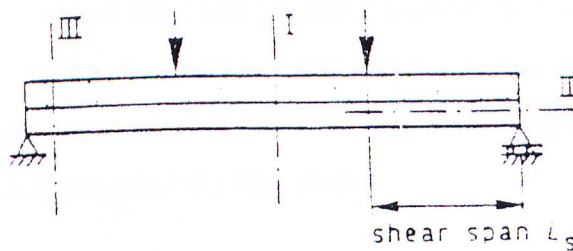


Figura 3.22 - Seções passíveis de colapso durante o full scale test [EUROCODE 4, 1992]

Embora exista a possibilidade de ocorrência de um dos três modos de colapso descritos anteriormente, o objetivo deste ensaio é determinar a resistência ao cisalhamento longitudinal, devendo o mesmo ser conduzido de maneira a se obter resultados dentro do intervalo I-II da gráfico da figura 3.23 [EUROCODE 4, 1992].

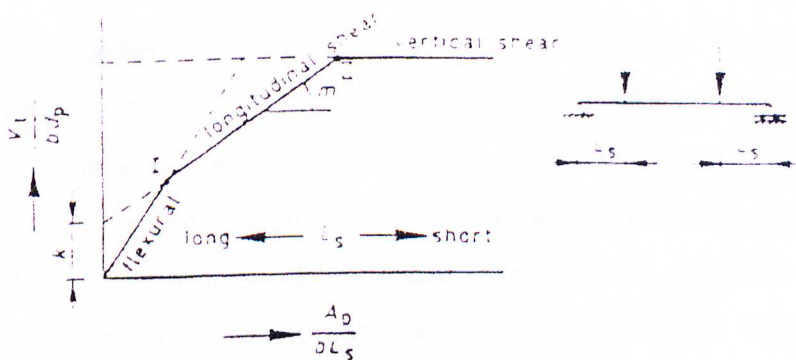


Figura 3.23 - Possíveis modos de falha em função do vão de cisalhamento da laje ensaia [EUROCODE 4, 1992]

Para o cálculo da resistência ao cisalhamento longitudinal da laje mista, dois métodos podem ser utilizados: o método  $m$  e  $k$  e o método da interação parcial (ver itens 3.7 e 3.8 respectivamente).

Quando os ensaios são usados para determinar os fatores  $m$  e  $k$ , para cada variável a ser investigada dois grupos de três ensaios (indicados na figura 3.29 [EUROCODE 4, 1992], pág. 41, pelas regiões A e B) ou três grupos de dois ensaios devem ser realizados. Para os ensaios da região A, o vão de cisalhamento (ver item 4.1.2, pág.56) deve ser tão grande quanto possível, mantendo-se, ainda, o modo de colapso por cisalhamento longitudinal. Para os ensaios da região B, o vão de cisalhamento deve ser tão curto quanto possível (mantendo-se o modo de ruptura por cisalhamento longitudinal), mas nunca inferior a três vezes a altura total da laje mista.

Quando os ensaios são realizados para determinar  $\tau_{u,Rd}$  para o método da interação parcial, devem ser realizados no mínimo 6 ensaios sem a utilização de armaduras adicionais ou ancoragens de extremidade. As lajes ensaiadas devem ser escolhidas de maneira que as informações obtidas com os ensaios possam ser consideradas representativas para todos os graus de interação, inclusive interação total.

### 3.6.2 – *Slip block test*

Este ensaio foi desenvolvido na Austrália em 1989 para fôrmas de aço que apresentam comportamento dúctil. É utilizado um pedaço da fôrma de aço cuja largura é correspondente a uma onda e comprimento longitudinal de aproximadamente 300mm, como se mostra na figura 3.24 [Johnson, 1994]. Esta fôrma é fixada em uma placa de base por pontos de solda e coberta por uma altura de concreto correspondente à laje mista. Uma força vertical  $V$  é aplicada através de roletes na parte superior do concreto e uma força horizontal  $H$  em sua lateral (figura 3.24), sendo medido o deslizamento

longitudinal entre a fôrma de aço e a laje de concreto. Basicamente, pode-se descrever o ensaio da seguinte maneira:

- aplica-se uma força vertical  $V$  (ponto A da figura 3.25(a) [Johnson, 1994]) que é mantida constante enquanto a força  $H$  aumenta em módulo, até que se inicie o deslizamento (ponto B). Então, a força  $V$  é reduzida vagarosamente enquanto o deslizamento continua e a força  $H$  cai ligeiramente, até que o bloco esteja prestes a levantar em uma borda (ponto C). A força  $V$  é, então, novamente aumentada (para o ponto D) e o ciclo é repetido com a ocorrência de deslizamentos ligeiramente crescentes.

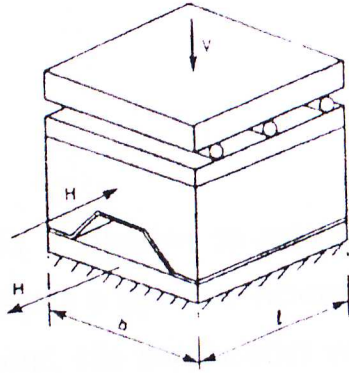


Figura 3.24 - Slip block test [Johnson, 1994]

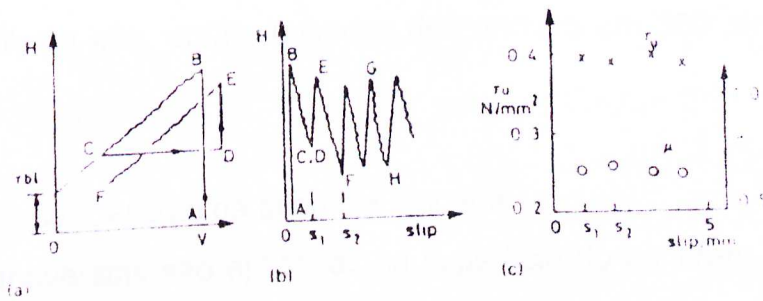


Figura 3.25 - Resultados do slip block test. (a) força  $H$  x força  $V$ ; (b) força  $H$  x deslizamento; (c) média das tensões de cisalhamento x deslizamento [Johnson, 1994]

A seqüência de deslizamentos pode ser observada no gráfico da figura 3.25(b). A inclinação de cada reta de deslizamento na figura 3.25(a) fornece um valor para o coeficiente de atrito  $\mu$ , e a interseção desta reta com o eixo  $H$  fornece

um valor para  $\tau_u bl$ , onde  $\tau_u$  é a média das tensões de cisalhamento por unidade de área, porque:

$$H = \tau_u bl + \mu V \quad (3.8)$$

Os valores de  $\tau_u$  e  $\mu$  encontrados são plotados em função dos deslizamentos dos pontos C, F, H etc como se mostra na figura 3.25(c). Esta figura mostra claramente o quanto o comportamento da laje mista é dúctil. Quando são usados valores para  $\tau_u$  e  $\mu$  correspondentes a deslizamentos da ordem de 2 mm a 3 mm, tem-se uma boa aproximação do comportamento real da laje mista.

### 3.6.3 – *Pull-out test*

O objetivo deste ensaio é também de estudar as ligações mecânicas e por atrito entre a fôrma de aço e a laje de concreto. Dois pedaços de fôrma de aço, retiradas do mesmo painel, são parafusadas verticalmente a uma placa de aço com suas faces opostas, conforme se mostra na figura 3.26 [Daniels e Crisinel, 1993]. A largura desses pedaços é a correspondente a uma onda mais 50 mm em cada borda e seu comprimento é de, aproximadamente, 400 mm. Os pedaços da fôrma são, então, cobertos de concreto em 300 mm ao longo do comprimento.

O ensaio pode ser descrito da seguinte maneira:

- cargas transversais são aplicadas na superfície do concreto (figura 3.26) e permanecem constantes durante o ensaio. Estas cargas representam um valor mínimo do peso próprio do concreto sobre a fôrma. Normalmente, estas cargas correspondem ao peso próprio de uma laje de concreto de 100 mm de altura [Daniels e Crisinel, 1993], que é o mínimo que se pode esperar para uma laje de concreto em construções usuais. Uma carga é aplicada axialmente em uma das extremidades da fôrma (figura 3.26). Esta carga é resistida por apoios localizados na parte superior de cada bloco de concreto. A carga axial é aumentada lentamente e são medidos,



periodicamente, a carga axial e o correspondente deslizamento entre a extremidade descarregada da fôrma de aço e o bloco de concreto. O ensaio prossegue normalmente, mesmo após a máxima carga resistente ter sido atingida. Esta carga geralmente ocorre para deslizamentos entre 1 mm e 4 mm, para as fôrmas com mossas.

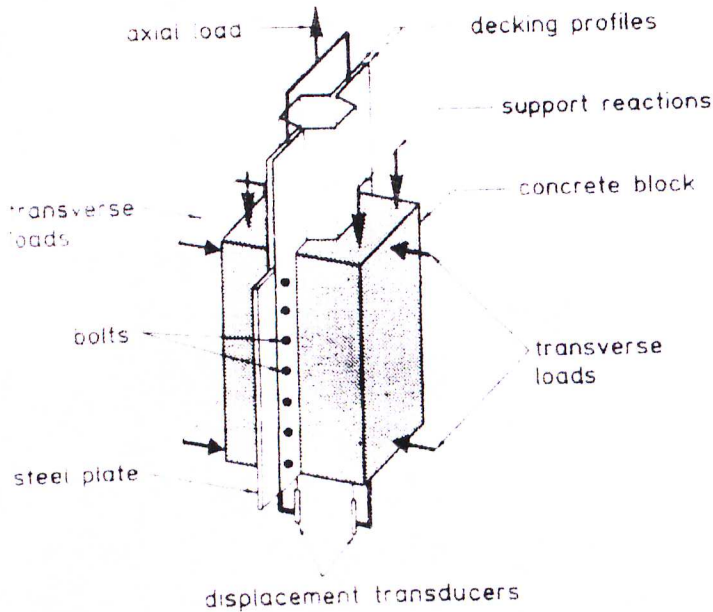


Figura 3.26 - Pull-out test [Daniels e Crisinel, 1993]

Devido aos grandes deslizamentos relativos observados em muitas fôrmas de aço, assume-se uma distribuição linear do cisalhamento entre os materiais, ao longo de todo o comprimento da fôrma ensaiada [Daniels e Crisinel, 1993]. A resistência da ligação por aderência natural é superestimada nos ensaios, devido à falta de uma curvatura do modelo ensaiado. A distribuição do cisalhamento entre os materiais, devido à ligação por aderência natural, não é linear ao longo do comprimento da fôrma ensaiada.

Alguns fatores são importantes no dimensionamento das peças a serem ensaiadas e nos procedimentos adotados durante o ensaio:

- o comprimento da área concretada deve ser longo o suficiente para conter um número representativo de mossas, mas não tão longo que induza

plastificação da fôrma de aço ou distribuição não-linear das tensões de cisalhamento;

- a fôrma deve ser submetida à tração para eliminar instabilidades locais;
- as cargas transversais devem ser constantemente verificadas para que permaneçam constantes durante a realização do ensaio;
- os movimentos laterais das bordas longitudinais do modelo ensaiado devem ser eliminados.

### 3.6.4 – *Friction Test*

Neste ensaio, utiliza-se apenas um pedaço da fôrma de aço retirada do painel (figura 3.27). O procedimento realizado durante o ensaio é idêntico ao anterior, alterando-se apenas a magnitude das cargas transversais aplicadas nas superfícies do bloco de concreto, que assumem um valor bem maior, procurando representar o comportamento das regiões de apoio das lajes. Nestas regiões, tem-se um grande aumento da ligação por atrito devido à grande força normal oriunda da reação de apoio. Entretanto, comete-se um equívoco ao dizer que este ensaio fornece apenas dados referentes à ligação por atrito, uma vez que a presença das mossas na fôrma faz surgir uma ligação mecânica entre esta e a laje de concreto, contribuindo para a resistência ao deslizamento longitudinal.

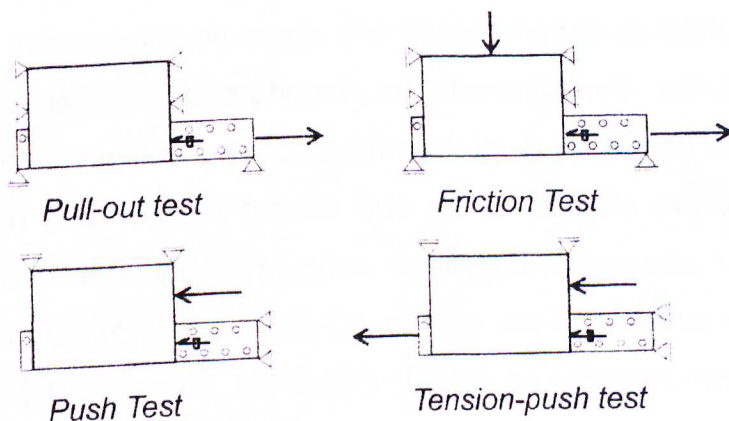


Figura 3.27 Small scale tests

### 3.6.5 – Push test

Tem também por objetivo o estudo da ligação mecânica e da ligação por atrito entre a fôrma de aço e a laje de concreto. Assim como no ensaio anterior, utiliza-se apenas um pedaço da fôrma de aço retirada do painel (figura 3.27). A diferença básica entre o *push test* e o *pull-out test* é que no primeiro a laje de concreto é empurrada com a fôrma fixa, e no segundo a fôrma é puxada com a laje fixa. Não foi encontrada na literatura pesquisada um motivo que justificasse a mudança na maneira de se ensaiar o modelo utilizando-se o *push test* ou o *pull-out test*.

### 3.6.6 – Tension-push test

Este ensaio tem por objetivo estudar a influência das deformações longitudinais de tração da fôrma de aço na ligação mecânica entre os materiais. A força de tração na fôrma produz um alongamento das mossas que acarreta diminuição de suas alturas. Este fato favorece o deslizamento entre o concreto e o aço (item 3.4) e, conseqüentemente, diminui os esforços transmitidos entre os dois materiais.

É aplicada uma força de tração na fôrma de aço, simultaneamente à aplicação das cargas auto equilibradas na superfície do bloco de concreto e na fôrma (figura 3.27). Os incrementos de carga são determinados de forma que a força máxima de tração na fôrma seja atingida simultaneamente com uma carga no concreto correspondente a um escorregamento igual ao obtido na situação de carga máxima do *push test*. A função que dá a redução da capacidade de ligação mecânica devido às deformações de tração é baseada nos resultados do *push-test* e do *tension-push test*. Os pontos característicos da função de redução (figura 3.28) [Veljkovic, 1996] são obtidos da seguinte maneira:

- a deformação inicial da função de redução corresponde ao nível de deformação obtido na fôrma, no *push test* e, portanto, nenhuma redução é imposta neste nível de deformação. Os seguintes três pontos ligados por

retas correspondem ao nível médio de deformação medido no *tension-push test*, e o fator de redução representa a razão entre as máximas forças horizontais obtidas no *tension-push test* e a máxima força obtida no *push test*.

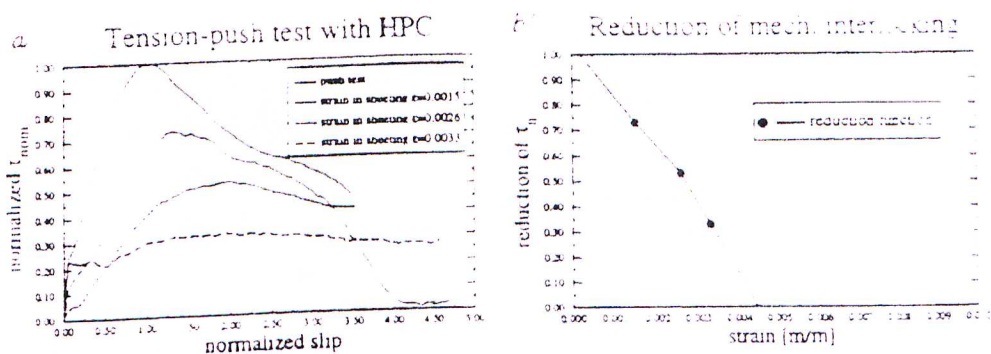


Figura 3.28 - (a) resultados experimentais obtidos com o *tension-push test*; (b) redução aproximada da ligação mecânica implementada em modelo de elementos finitos [Veljkovic, 1996]

A quantidade de redução da ligação mecânica devido às deformações de tração na fôrma de aço depende do nível de deformação e do deslizamento entre os materiais. Se nenhum deslizamento for observado, o alongamento das massas é contido pelo concreto vizinho, o que certamente diminui a influência das deformações de tração.

### 3.7 – O método $m$ e $k$

O método  $m$  e  $k$  tem por objetivo prever a resistência da laje mista ao cisalhamento longitudinal. Pode ser usado tanto para as fôrmas de comportamento dúctil quanto para as fôrmas de comportamento frágil. Conforme comentado no item 3.6.1 os fatores  $m$  e  $k$  são obtidos através de *full scale tests*. O valor de  $m$  corresponde à inclinação da reta que representa o colapso por cisalhamento longitudinal, enquanto o valor de  $k$  corresponde à

interseção desta reta com o eixo das ordenadas, conforme se mostra na figura 3.29 [EUROCODE 4, 1992].

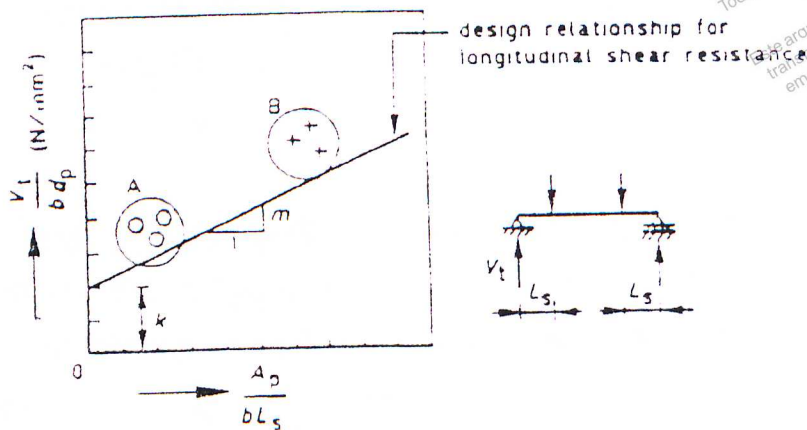


Figura 3.29 - Fatores  $m$  e  $k$  [EUROCODE 4, 1992]

De acordo com o EUROCODE [EUROCODE 4, 1992], se dois grupos de três ensaios são utilizados para a determinação dos fatores  $m$  e  $k$  e a dispersão de qualquer um dos resultados dos ensaios, realizados em um grupo, em relação à média deste grupo, não exceder 10%, o seguinte procedimento pode ser utilizado para a construção da reta que determina os fatores  $m$  e  $k$ :

- de cada grupo obtém-se um ponto cujo valor é igual ao menor dos resultados dos três ensaios, reduzido em 10%. Tem-se, portanto, dois pontos: um para o grupo A e outro para o grupo B. Ao se ligar estes pontos, determina-se a reta que representa o colapso por cisalhamento longitudinal.

Conforme se mostra na figura 3.29, os resultados dos *full scale tests* são representados, segundo o EUROCODE [EUROCODE 4, 1992], em um diagrama de eixos  $V/bd_p$  e  $A_p/bL_s$ , onde:

- $V$  é o valor da força cortante atuante na laje mista;
- $b$  é a largura da laje ensaiada;
- $d_p$  é a distância entre a superfície da laje de concreto e o centro de gravidade da fôrma de aço (figura 3.30) [Johnson, 1994];
- $A_p$  é a área da seção transversal da fôrma de aço;
- $L_s$  é o vão de cisalhamento.

Johnson [Johnson, 1994] comenta a utilização de tais parâmetros para os eixos do diagrama da seguinte maneira:

- para uma relação  $L_S/d_P$  elevada, ocorre o colapso por flexão. O momento fletor máximo atuante  $M_U$  é dado por:

$$M_U = VL_S \quad (3.9)$$

Considerando-se a plastificação da seção mista (figura 3.30) com a linha neutra plástica passando pela laje de concreto e o braço de alavanca das forças aproximadamente igual a  $d_P$ , tem-se a seguinte aproximação para o momento fletor resistente da laje mista:

$$M_U \propto A_p f_{yp} d_P \quad (3.10)$$

onde  $f_{yp}$  é o limite de escoamento da fôrma de aço.

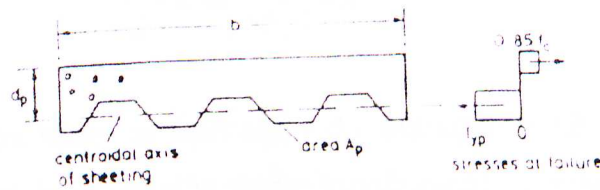


Figura 3.30 - Esforços resistentes na plastificação da seção mista, com a linha neutra plástica passando pela laje de concreto [Johnson, 1994]

Das equações 3.9 e 3.10 pode-se escrever:

$$\frac{V}{bd_P} = \frac{M_U}{bd_P L_S} \propto \frac{A_p f_{yp}}{b L_S} \quad (3.11)$$

O limite de escoamento  $f_{yp}$  não é variável durante a série de ensaios e não tem influência no colapso por cisalhamento longitudinal, sendo, portanto, omitido do eixo das abscissas do gráfico nas figuras 3.23 (pág.33) e 3.29 (pág. 41). Ao se analisar a equação 3.11 percebe-se que o modo de

colapso por flexão pode ser descrito por uma reta que passa pela origem, conforme se mostra na figura 3.23.

- quando a relação  $L_S/d_P$  é pequena, ocorre o colapso por cisalhamento vertical. A tensão de cisalhamento vertical média no concreto é aproximadamente igual a  $V/bd_P$ . Assume-se em algumas normas de dimensionamento que a relação  $A_P/bL_S$  tem pouca influência na resistência ao cisalhamento vertical. Logo, o colapso por cisalhamento vertical é representado por uma linha horizontal no gráfico da figura 3.23, embora Patrick e Bridge [Patrick e Bridge, 1993] tenham mostrado que esta linha deveria ser uma curva ascendente.
- para valores intermediários da relação  $L_S/d_P$  ocorre o colapso por cisalhamento longitudinal. A reta que descreve esse tipo de colapso pode ser dada pela seguinte equação:

$$\frac{V}{bd_p} = m \left( \frac{A_p}{bL_s} \right) + k \quad (3.12)$$

O método  $m$  e  $k$  consiste na aplicação da equação 3.12 para o cálculo da resistência da laje mista ao cisalhamento longitudinal. Johnson [Johnson, 1994] apresenta uma primeira versão para a equação 3.12, definida por

$$V = bd_p \sqrt{f_c} \left( m \frac{A_p}{bL_s \sqrt{f_c}} + k \right) \quad (3.13)$$

onde  $f_c$  é a resistência obtida no ensaio do cilindro ou do cubo de concreto.

Esta equação pode fornecer resultados insatisfatórios para  $m$  e  $k$  quando  $f_c$  varia amplamente dentro da série de ensaios, logo, o parâmetro  $f_c$  tem sido omitido da equação 3.13, o que conduz à equação 3.12.

Um fato importante observado na literatura pesquisada, diz respeito à existência de outras equações, além da equação 3.12, que descrevem o colapso por cisalhamento longitudinal. Tais variações se devem a concepções

diferentes na definição dos parâmetros do diagrama que descreve as formas de colapso. Apresentam-se, a seguir, dois exemplos:

- a NBR 14323 [NBR 14323, 1999] apresenta em seu texto a equação obtida por Schuster [Schuster, 1991]. Para facilitar uma comparação com a equação 3.12, a expressão obtida por Schuster será escrita da seguinte maneira:

$$\frac{V}{bd_p} = m \left( \frac{1}{L_s} \right) + k \quad (3.14)$$

Analisando-se a equação 3.14, percebe-se que os fatores  $m$  e  $k$  foram obtidos utilizando-se os parâmetros  $X=1/L_s$  e  $Y=V/bd_p$  para os eixos coordenados.

Apesar de  $m$  e  $k$  continuarem sendo a inclinação da reta e o ponto de interseção desta com o eixo das ordenadas, estes fatores passam a ter uma dimensão diferente à apresentada no EUROCODE [EUROCODE4, 1992]. De acordo com o EUROCODE  $m$  e  $k$  estão em  $N/mm^2$  enquanto que na equação obtida por Schuster o valor de  $m$  está em  $N/mm$  e o valor de  $k$  em  $N/mm^2$ .

- De acordo com Merlet [Merlet, 1996] a verificação da resistência ao cisalhamento longitudinal para a fôrma Haircol 59S da Hairoville S.A. é feita pela seguinte inequação:

$$\tau_{SOLICITANTE} \leq \tau_{RESISTENTE} \quad \text{ou}$$

$$\frac{V}{b \cdot \left( d_p - \frac{x}{3} \right)} \leq m \left( \frac{A_p h}{bd_p L} \right) + k \quad (3.15)$$

onde:

$V$  é a força cortante nominal;

$x$  é a distância entre a superfície da laje de concreto e a linha neutra elástica da seção da laje mista;

$L$  é igual a  $4L_s$  para as lajes biapoiadas.



Apesar das dimensões dos fatores  $m$  e  $k$  serem as mesmas do EUROCODE, seus valores são, evidentemente, diferentes dos aplicáveis à equação 3.12.

As observações feitas anteriormente servem de alerta aos projetistas. Mesmo que estes estejam de posse de dados referentes à fôrma de aço, faz-se necessário o conhecimento da forma como os mesmos foram obtidos, a fim de que se possa avaliar o comportamento real da laje mista.

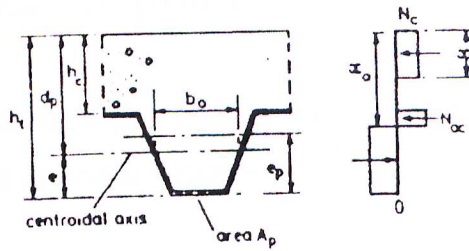
### 3.8 – Método da Interação Parcial

O método da interação parcial aplica-se somente às lajes que possuem um comportamento dúctil em sua fase mista. Assume-se que, antes da carga máxima da laje mista ser atingida, haja uma completa redistribuição das tensões de cisalhamento longitudinal na superfície de contato aço-concreto. Através dos *full scales tests*, é possível determinar-se o valor da tensão de cisalhamento longitudinal de cálculo  $\tau_{u,Rd}$  a ser utilizada para o dimensionamento das lajes mistas. O EUROCODE [EUROCODE 4, 1992] indica o seguinte procedimento para a determinação de  $\tau_{u,Rd}$ :

- utilizando-se as dimensões e as propriedades medidas dos elementos que compõem a seção transversal da laje mista, determinam-se o momento fletor máximo resistente  $M_{p,Rm}$  da seção mista e a força máxima de compressão  $N_{cf}$  (interação total) no concreto

$$N_{cf} = N_{pa} = A_p \cdot f_{yp} \quad (3.16)$$

A força de compressão no concreto  $N_c$  é menor do que a força de compressão  $N_{cf}$ , situação em que ocorre a interação total entre os materiais. O diagrama simplificado de tensões resistentes à flexão para esta situação é mostrado na figura 3.31.



LEI DO DIREITO AUTORAL  
 Todos os direitos reservados e protegidos  
 pela Lei 9.610/1998.  
 Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
 transmitido sejam quais forem os meios  
 empregados: eletrônicos, mecânicos,  
 fotográficos ou quaisquer outros.

Figura 3.31 - Diagrama simplificado de tensões com interação parcial entre o aço e o concreto.

- para cada fôrma ensaiada considerando-se os parâmetros de ensaio como espessura da fôrma, altura total da laje, vão de cisalhamento e a carga aplicada, traça-se o diagrama de interação parcial  $M_{pRm} \times \eta$  (figura 3.32). Este gráfico é traçado considerando-se a variação de  $0 \leq \eta \leq 1$  e utilizando-se as equações (3.17) a (3.21):

$$M = N_c z + M_{pr} \quad (3.17)$$

$$\text{sendo} \quad z = h_t - 0,5x - e_p + (e_p - e) \frac{N_c}{A_p f_{yp}} \quad (3.18)$$

$$x = \frac{N_c}{b(0,85 f_{cm})} \leq h_c \quad (3.19)$$

$$N_c = \eta \cdot N_{cf} \quad (3.20)$$

$$M_{pr} = 1,25 M_{pa} \left( 1 - \frac{N_{cf}}{N_{pa}} \right) \leq M_{pa} \quad (3.21)$$

onde:

$h_t$  é a altura total da laje mista;

$e_p$  é a distância entre a linha neutra plástica e a superfície inferior da fôrma de aço;

$e$  é a distância entre o centro de gravidade da fôrma de aço e sua superfície inferior;

$A_p$  é a área da seção transversal da fôrma de aço;

$b$  é a largura da laje ensaiada;

$f_{cm}$  é a resistência à compressão obtida no ensaio do cilindro ou cubo de concreto;

$M_{pa}$  é o momento fletor que ocasiona a plastificação do aço da fôrma;

$h_c$  é a altura de concreto sobre a fôrma de aço.

Uma vez determinado  $M_{TEST}$  nos ensaios, segue-se o caminho ABC da figura 3.32 e determina-se o valor de  $\eta_{TEST}$ .

- O valor de  $\tau_u$  é dado pela seguinte equação:

$$\tau_u = \frac{\eta_{TEST} N_{cf}}{b(L_S + L_O)} = \frac{N_c}{b(L_S + L_O)} \quad (3.22)$$

onde:

$L_O$  é a distância entre a borda da laje mista e o centro do apoio.

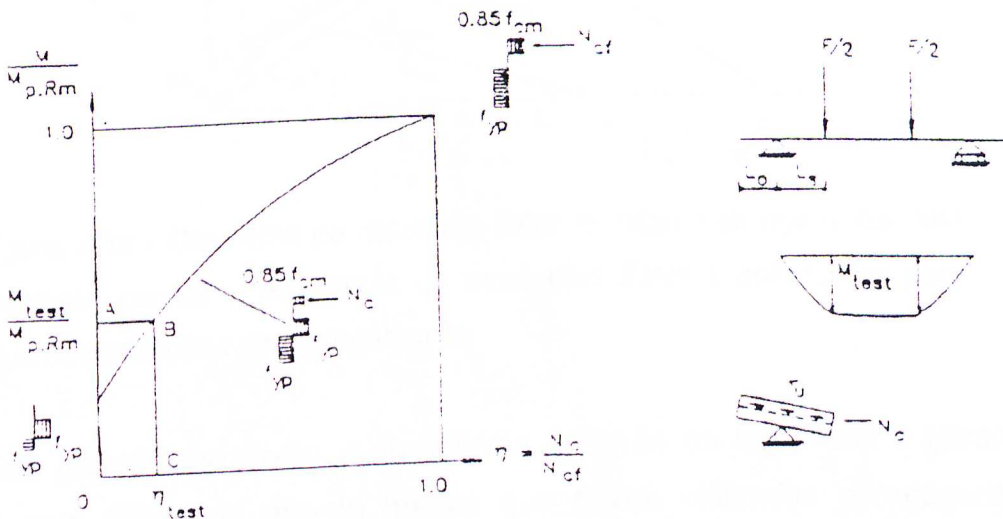


Figura 3.32 - Diagrama do momento fletor resistente da laje mista com interação parcial entre o aço e o concreto [EUROCODE 4, 1992]

- A tensão de cisalhamento longitudinal característica  $\tau_{u,Rk}$  deve ser tomada como o menor valor obtido em todos os ensaios, reduzido de 10%;
- A tensão de cisalhamento longitudinal de cálculo  $\tau_{u,Rd}$  é dada pela seguinte equação:

$$\tau_{u,Rd} = \frac{\tau_{u,Rk}}{1,25} \quad (3.23)$$

LEI DO DIREITO AUTORAL  
 Todos os direitos reservados e protegidos  
 pela Lei nº 9.610/1998.  
 Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
 transmitido sejam quais forem os meios  
 empregados: eletrônicos, mecânicos,  
 fotocópias ou quaisquer outros.

Para a verificação da resistência da laje mista, utiliza-se o diagrama de interação parcial, relacionando-se o momento fletor solicitante com o momento fletor resistente de cada seção transversal da laje mista ao longo de seu vão, conforme se mostra na figura 3.33.

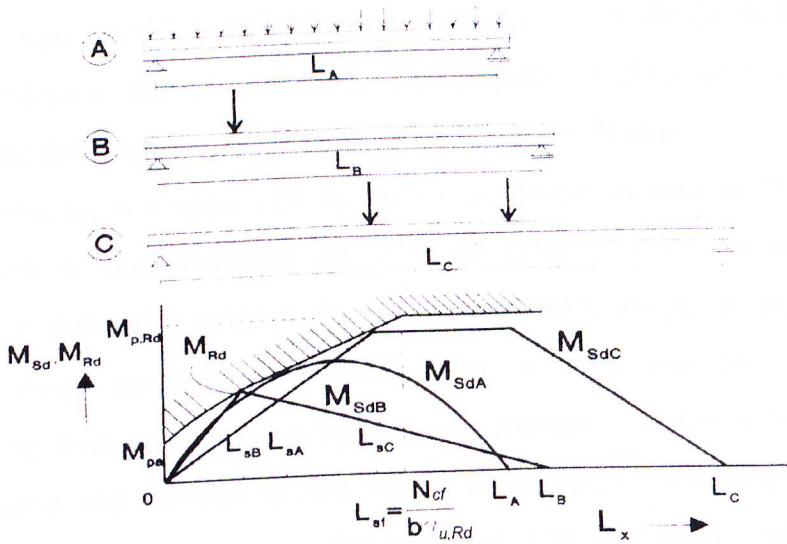


Figura 3.33 - Diagrama de momento fletor resistente da laje mista com interação parcial e diagramas de momentos fletores solicitantes para algumas situações de carregamento.

Na região próxima ao apoio, a resistência à flexão da laje mista é garantida apenas pela fôrma de aço (a menos que sejam utilizadas ancoragens de extremidade), devido à pequena transferência de esforços entre os materiais. À medida que se afasta do apoio, tem-se um aumento da transferência de esforços entre o aço e o concreto, o que conduz a um aumento da resistência à flexão das seções mais afastadas dos apoios, proporcionando aos materiais a possibilidade de atingirem sua resistência última. A distância necessária para o desenvolvimento da capacidade máxima resistente da laje mista à flexão é dada pela equação:

$$L_{sf} = \frac{N_{cf}}{b \tau_{u,Rd}} \quad (3.24)$$

LEI DO DIREITO AUTORAL  
 Todos os direitos reservados e protegidos  
 pela Lei 9.610/1998.  
 Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
 transmitido sejam quais forem os meios  
 empregados: eletrônicos, mecânicos,  
 fotográficos ou quaisquer outros.

Observando-se o gráfico da figura 3.33 pode-se concluir que:

- a carga aplicada pode ser aumentada até que os diagramas de momento fletor solicitante e momento fletor resistente se toquem; o ponto de contato indica a seção onde ocorre o colapso;
- estando este ponto localizado antes da laje mista atingir sua resistência à flexão máxima, tem-se um modo de colapso por cisalhamento longitudinal; caso contrário, tem-se um modo de colapso por flexão;
- a distância entre o centro do apoio e o ponto de contato entre os diagramas determina o comprimento do vão de cisalhamento para a laje mista ensaiada, quando o colapso for por cisalhamento longitudinal;
- se ao longo de todo o comprimento, o diagrama de momento fletor resistente ficar acima do diagrama de momento fletor solicitante, tem-se garantida a não ocorrência dos modos de colapso por flexão e cisalhamento longitudinal, conforme se mostra na figura 3.34 [Johnson, 1994].

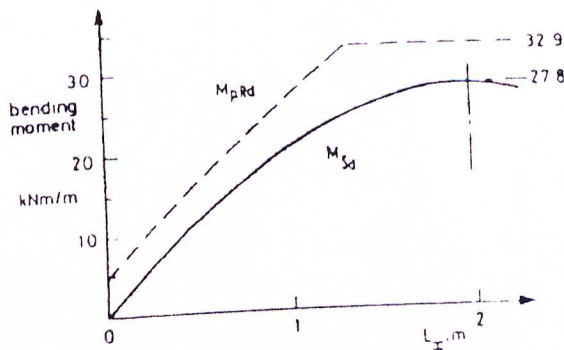


Figura 3.34 - Exemplo de desenvolvimento da interação total entre o aço e o concreto sem ocorrência de colapso da laje mista [Johnson, 1994]

### 3.9 – Lajes contínuas

Na determinação da resistência de cálculo ao momento fletor negativo sobre os apoios em lajes contínuas, a contribuição da fôrma de aço poderá ser levada em conta somente se for contínua, com devida atenção aos problemas de flambagem local.

LEI DO DIREITO AUTORAL  
Todos os direitos reservados e protegidos  
Toda e qualquer reprodução ou  
transmissão por qualquer meio  
eletrônico, mecânico, gráfico ou  
qualquer outros.

## 4. PLANILHA DE CÁLCULO

LEIDO DIREITO AUTORAL  
Todos os direitos reservados e protegidos  
pela Lei 9.610/1998.  
Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
transmitido sejam quais forem os meios  
empregados: eletrônicos, mecânicos,  
fotográficos ou quaisquer outros.

Com o objetivo de se fazer um estudo comparativo de algumas fôrmas de aço existentes nos mercados nacional e internacional, são apresentados neste capítulo os critérios e os fluxogramas empregados para o desenvolvimento de uma planilha de cálculo no Excel da Microsoft. Será considerada, apenas, a fase após a cura do concreto, assumindo-se que a fôrma de aço atende aos critérios de dimensionamento previstos para a fase onde esta resiste isoladamente aos esforços aplicados. A planilha de cálculo verifica a resistência da laje mista aos estados limites últimos e de utilização, para a situação onde as lajes se encontram bi-apoiadas, sem a utilização de ancoragens de extremidade e sujeitas a um carregamento distribuído uniformemente.

Nos itens 4.1 e 4.3, respectivamente, são descritos os estados limites últimos e de utilização empregados, usualmente, para o dimensionamento das lajes mistas, enquanto o item 4.2 apresenta algumas considerações sobre as cargas concentradas em linhas e pontos. O item 4.4 traz uma breve descrição sobre a verificação das lajes mistas em temperatura elevada segundo a NBR 14323 [NBR 14323, 1999]. Uma vez descritas as principais verificações da laje mista para as temperaturas ambiente e elevada, apresentam-se a seguir os fluxogramas utilizados na criação da planilha de cálculo e um exemplo de aplicação da mesma, itens 4.5 e 4.6, respectivamente.

### 4.1 – Estados limites últimos

Os estados limites últimos estão relacionados com a segurança da estrutura, ou seja, a ocorrência de qualquer um deles pode implicar em colapso total ou de partes da estrutura. Os estados limites últimos relacionados às lajes mistas são:

- colapso por flexão;
- colapso por cisalhamento longitudinal;
- colapso por cisalhamento vertical.

A fim de que não sejam atingidos os estados limites últimos citados anteriormente, deve ser verificada a resistência da laje mista aos esforços aplicados. Apresentam-se, a seguir, as verificações usualmente utilizadas pelas normas de dimensionamento para as lajes de concreto com fôrmas de aço incorporadas.

#### 4.1.1 – Verificação da resistência ao momento fletor

Em geral, o cálculo é feito por metro de largura de laje. Com exceção das fôrmas profundas, a linha neutra plástica da seção mista encontra-se, em geral, na laje de concreto (interação total), mas, na ocorrência de interação parcial entre os materiais, existem duas linhas neutras na seção mista: uma na laje de concreto e outra na fôrma de aço. Estando a linha neutra plástica passando pela fôrma de aço, deve-se verificar a flambagem local dos elementos da fôrma sujeitos à compressão. Conforme mencionado no item 3.5, o EUROCODE [EUROCODE 4, 1992] não permite que a esbeltez dos elementos comprimidos exceda duas vezes o valor estabelecido para a esbeltez das almas de classe 1, dado pela tabela 3.2 [EUROCODE 4, 1992] (pág. 29). Este fato é devido à presença do concreto, que restringe a flambagem dos elementos que compõem a fôrma de aço.

A NBR 14323 [NBR 14323, 1999] indica a utilização da NBR 6118 [NBR 6118, 1980] para a determinação da resistência de cálculo da laje mista ao momento fletor. O procedimento apresentado a seguir é o indicado pelo EUROCODE [EUROCODE 4, 1992] para a determinação da resistência ao momento fletor positivo para cada uma das possíveis posições da linha neutra plástica da seção mista:



a) Uma linha neutra plástica acima da fôrma de aço ( $x \leq h_c$ )

Tem-se interação total entre o aço e o concreto. Um diagrama simplificado de tensões resistentes é apresentado na figura 4.1(b) [Johnson, 1994], sendo a força de compressão no concreto ( $N_{cf}$ ) igual à força que causa o escoamento da fôrma de aço ( $N_{pa}$ ):

$$N_{cf} = N_{pa} = \frac{A_p f_{yp}}{\gamma_{ap}} \quad (4.1)$$

onde:

- $\gamma_{ap}$  é o coeficiente de minoração da resistência do aço.  
 $A_p$  é a área efetiva da fôrma de aço por metro de largura de laje;  
 $f_{yp}$  é o limite de escoamento do aço da fôrma.

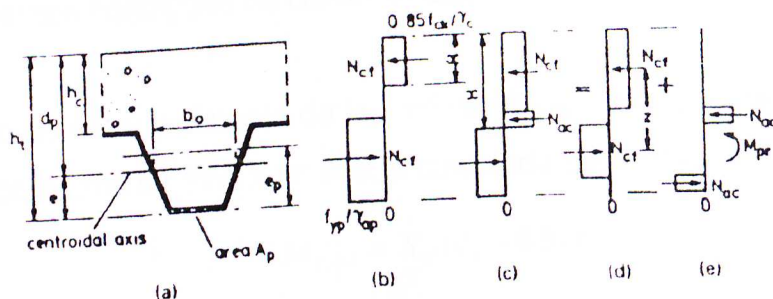


Figura 4.1 - Diagramas simplificados de tensões de acordo com a posição da linha neutra plástica [Johnson, 1994]

A distância entre a linha neutra plástica e a superfície da laje de concreto ( $x$ ) é:

$$x = \frac{N_{cf}}{b \left( \frac{0,85 f_{ck}}{\gamma_c} \right)} \leq h_c \quad (4.2)$$

onde:

- $b$  é a largura da seção transversal da laje mista, geralmente considerada igual a 1 m;  
 $f_{ck}$  é a resistência característica à compressão do concreto;

$\gamma_c$  é o coeficiente de minoração da resistência do concreto.

$h_c$  é a altura de concreto acima da fôrma de aço;

De acordo com Johnson [Johnson, 1994], o fator 0,85 aplicado à resistência característica à compressão do concreto (efeito Rüsçh), procura compensar alguns fatores, tais como:

- diferenças entre o comportamento do concreto no ensaio de corpo de prova cilíndrico e como parte integrante do sistema estrutural real;
- diminuição de volume do concreto e transferência de carga para os outros materiais que compõem a estrutura, para cargas de longa duração;
- presença de gradientes de tensão através da seção considerada;
- diferentes condições de contorno etc.

O momento fletor resistente da laje mista ( $M_{p,Rd}$ ), com a linha neutra plástica passando acima da fôrma de aço, é calculado segundo a equação:

$$M_{p,Rd} = N_{cf}(d_p - 0,5x) \quad (4.3)$$

onde:

$d_p$  é a distância entre o centro de gravidade da fôrma de aço e a superfície da laje de concreto.

b) Uma linha neutra plástica passando pela fôrma de aço ( $x > h_c$ )

A figura 4.1(c) mostra o diagrama simplificado de tensões para esta situação. A força de compressão no concreto é, agora, menor que a força que causa o escoamento da fôrma de aço:

$$N_{cf} = bh_c \frac{0,85 f_{ck}}{\gamma_c} \quad (4.4)$$

Para simplificar os cálculos, a resistência do concreto no interior das almas da fôrma de aço pode ser desprezada. Não há um método simplificado para determinação da posição da linha neutra plástica em relação à superfície da

laje de concreto, devido à geometria complexa da fôrma de aço. O EUROCODE apresenta um método aproximado, através da decomposição dos esforços atuantes na fôrma de aço em uma força ( $N_a$ ), igual à força  $N_{cf}$ , e um binário formado por duas forças iguais a  $N_{ac}$ , conforme se mostra nas figuras 4.1 (d) e (e).

As forças iguais e opostas  $N_{ac}$  fornecem o momento fletor resistente ( $M_{pr}$ ), igual ao momento fletor resistente de plastificação da fôrma de aço ( $M_{pa}$ ) reduzido pelo efeito da força axial  $N_a$ . A relação entre  $M_{pr}/M_{pa}$  e  $N_{cf}/N_{pa}$  depende da fôrma de aço, mas uma forma típica é dada pela linha tracejada ABC do gráfico da figura 4.2(a) [Johnson, 1994]. Esta forma típica é aproximada no EUROCODE pela equação:

$$M_{pr} = 1,25M_{pa} \left( 1 - \frac{N_{cf}}{N_{pa}} \right) \leq M_{pa}, \quad (4.5)$$

correspondente ao diagrama bilinear ADC do gráfico da figura 4.2(a). O momento fletor resistente ( $M_{p,Rd}$ ), com interação total entre os materiais e linha neutra plástica passando pela fôrma de aço, é calculado segundo a equação:

$$M_{p,Rd} = N_{cf}z + M_{pr} \quad (4.6)$$

$$\text{com} \quad z = h_t - 0,5h_c - e_p + \frac{(e_p - e)N_{cf}}{N_{pa}} \quad (4.7)$$

onde:

$z$  é uma aproximação para o braço de alavanca da força  $N_{cf}$ , baseada na reta EF do gráfico da figura 4.2(b). Observar que, quando  $N_{cf} \rightarrow 0$ , a fôrma é sujeita à flexão simples e a força  $N_{cf}$  fica a uma distância  $e_p$  da base; por outro lado, quando  $N_{cf} \rightarrow N_{pa}$ , esta força passa pelo centro de gravidade da seção, a uma distância  $e$  da base.

$h_t$  é a altura total da laje mista;

$e_p$  é a distância entre a linha neutra plástica da seção mista e a superfície inferior da fôrma de aço;

e é a distância entre o centro de gravidade da fôrma de aço e sua superfície inferior.

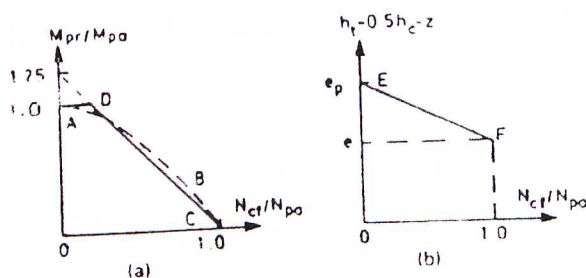


Figura 4.2 - (a) aproximação para a redução do momento fletor resistente da fôrma de aço devida à ação da força normal; (b) aproximação para o braço de alavanca da força  $N_{ct}$  [Johnson, 1994]

c) Interação parcial, com a existência de duas linhas neutras plásticas na seção transversal da laje mista

A planilha de cálculo não contempla este caso na verificação da resistência ao momento fletor positivo da laje mista, devido ao não fornecimento do valor de  $\tau_{u,Rd}$  por alguns fabricantes das fôrmas de aço. Uma vez adotado este procedimento, está-se verificando conjuntamente a resistência à flexão e a resistência ao cisalhamento longitudinal da laje mista. (ver item 3.8)

#### 4.1.2 – Verificação da resistência ao cisalhamento longitudinal

A verificação do cisalhamento longitudinal pode ser feita através do método  $m$  e  $k$  ou do método da interação parcial. Conforme comentado anteriormente, a planilha de cálculo realiza somente a verificação da resistência através do método  $m$  e  $k$ . Este tem sido o método mais empregado pelos projetistas para a verificação da resistência ao cisalhamento longitudinal das lajes mistas.

Como existem concepções diferentes para a obtenção da equação que verifica a resistência ao cisalhamento longitudinal, foram implantadas na planilha três

opções de equações, cuja escolha depende da forma como os parâmetros  $m$  e  $k$  da laje foram obtidos. As três opções implantadas na planilha de cálculo são:

- Conforme o EUROCODE [EUROCODE 4, 1992] a resistência de cálculo ao cisalhamento longitudinal da laje mista deve ser verificada de acordo com a equação:

$$V_{l,Rd} = \frac{bd_p \left[ \frac{mA_p}{bL_S} + k \right]}{\gamma_{VS}} \quad (4.8)$$

onde:

$L_S$  é o vão de cisalhamento da laje mista devendo ser tomado como:

- $L/4$  para cargas uniformemente distribuídas;
- a distância entre uma carga aplicada e o apoio mais próximo para duas cargas concentradas simétricas;
- a distância entre uma carga equivalente de valor igual à máxima força cortante e o apoio mais próximo, para um carregamento genérico qualquer. Esta distância deverá ser calculada igualando-se as áreas sob o diagrama de força cortante do carregamento real e do carregamento equivalente, conforme se mostra na figura 4.3 [EUROCODE 4, 1992].

$\gamma_{VS}$  é o coeficiente de minoração da resistência da laje mista ao cisalhamento longitudinal;

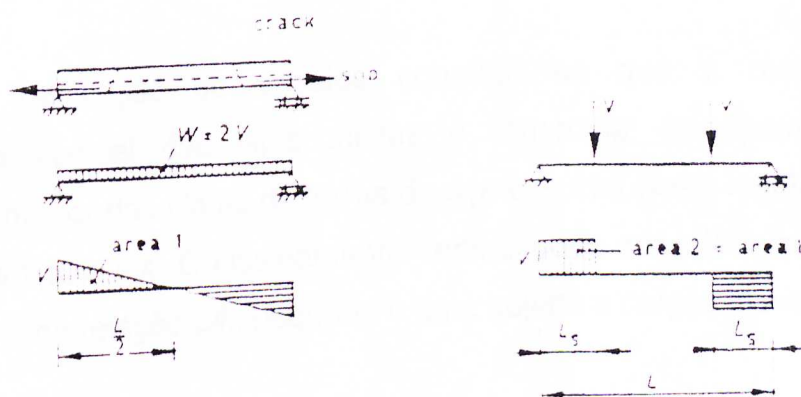


Figura 4.3 - Determinação do vão de cisalhamento para uma carga uniformemente distribuída sobre a laje [EUROCODE 4, 1992]

- De acordo com a NBR 14323 [NBR 14323, 1999], que apresenta a equação proposta por Schuster [Schuster, 1991]:

$$V_{1.Rd} = \phi_{SL} b d_p \left[ \frac{m}{L_S} + k \right] \quad (4.9)$$

onde  $\phi_{SL}$  é o coeficiente de minoração da resistência da laje mista, tomado igual ao valor estabelecido na norma ou especificação usada para obtenção das constantes  $m$  e  $k$ . Em nenhum caso, entretanto, o valor deste coeficiente poderá superar 0,80.

Alerta-se que a NBR 14323 [NBR 14323, 1999] determina que os ensaios devem ser feitos conforme prescrições do ENV 1994 1-1; porém, o gráfico final do ENV 1994 1-1 é conflitante com a equação de Schuster [Schuster, 1991], o que pode conduzir a erros grosseiros.

- A inequação fornecida por Merlet [Merlet, 1996], em seu artigo técnico, para a verificação da resistência ao cisalhamento longitudinal da fôrma Haircol 59S da Hairoville S.A., conforme apresentado no item 3.7, também foi implantada.

#### 4.1.3 – Verificação da resistência ao cisalhamento vertical

Através da realização de ensaios constatou-se que a resistência ao cisalhamento vertical das lajes mistas é fornecida, principalmente, pelo concreto no interior das almas da fôrma de aço e acima desta região, conforme se mostra na figura 4.4. O cisalhamento vertical pode ser crítico quando a laje mista possui uma relação  $L/h_t$  pequena e está sujeita a cargas elevadas.

Segundo o EUROCODE [EUROCODE 4, 1992] a resistência de cálculo ao cisalhamento vertical ( $V_{v,Rd}$ ) de uma laje mista é obtida de acordo com a equação:

$$V_{v,Rd} = \frac{b_0 d_p \tau_{R,d} k_v (1,2 + 40 \rho)}{b_n} \quad (4.10)$$

LEIDO (REITO AUTORAL  
 Todos os direitos reservados e protegidos  
 pela Lei 9.610/1998.  
 Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
 transmitido sejam quais forem os meios  
 empregados: eletrônicos, mecânicos,  
 fotográficos ou quaisquer outros.

onde:

$b_0$  é a largura média das nervuras para as fôrmas trapezoidais ou a largura mínima das nervuras para as fôrmas reentrantes;

$b_n$  é a distância entre duas nervuras consecutivas;

$\tau_{R,d}$  é a resistência básica ao cisalhamento:

$$\tau_{Rd} = \frac{0,25 f_{ctk0,05}}{\gamma_c} \quad (4.11)$$

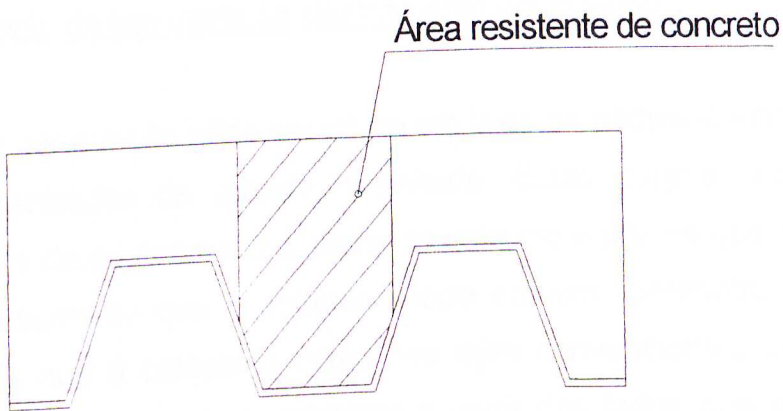


Figura 4.4 - Área resistente de concreto ao cisalhamento vertical

O EUROCODE [EUROCODE 2, 1991] define  $f_{ctk0,05}$  como a resistência do concreto correspondente ao quantil de 5%, sendo igual a  $0,7(0,3f_{ck}^{2/3})$ ;

$k_v$  é um parâmetro que permite um aumento na resistência devido ao confinamento do concreto, dado por:

$$k_v = (1,6 - d_p) \geq 1,0 \quad (4.12)$$

$d_p$  deve estar em metros;

$\rho$  é um coeficiente que leva em consideração a pequena contribuição da fôrma de aço:

$$\rho = \frac{A_p}{b_0 d_p} < 0,02 \quad (4.13)$$

$A_p$  deve ser tomado como a área efetiva da fôrma de aço sujeita à tração, dentro da largura  $b_0$ .

Um ponto interessante a ser observado é que o coeficiente de minoração da resistência do concreto não está explícito na equação 4.10. Ele está embutido no cálculo de  $\tau_{Rd}$  (ver equação 4.11). A NBR 14323 apresenta uma equação bastante semelhante à equação 4.10, com a diferença de que o coeficiente de minoração da resistência do concreto está explícito e a tabela de valores de  $\tau_{Rd}$  em função do  $f_{ck}$  do concreto apresenta seus valores nominais.

#### 4.1.4 – Resistência da laje mista ao cisalhamento por punção

O cisalhamento por punção pode ser crítico em lajes de pequena altura sujeitas a cargas concentradas de grande magnitude. Estas cargas concentradas podem ser bases de equipamentos, rodas de veículos e pilares que nascem na própria laje. Assume-se que o colapso ocorre em um “perímetro crítico” de comprimento  $C_p$  que é calculado como nas lajes convencionais de concreto armado, ou seja, tem-se um alargamento a partir dos lados que delimitam a área carregada, segundo um ângulo de  $45^\circ$  (figura 4.5) [Johnson, 1994].

O EUROCODE [EUROCODE 4, 1992] apresenta a seguinte formulação para a obtenção da resistência de cálculo ao puncionamento provocado por uma carga concentrada:

$$V_{p,Rd} = C_p h_c \tau_{Rd} k_v (1,2 + 40\rho) \quad (4.14)$$

onde:

$C_p$  é o perímetro crítico da área de aplicação da carga concentrada. Para cargas concentradas aplicadas através de bases retangulares, o valor de  $C_p$  é dado por:

$$C_p = 2\pi h_c + 2(2d_p + a_p - 2h_c) + 2b_p + 8h_f \quad (4.15)$$



sendo  $h_f$  a altura do revestimento da laje e,  $a_p$  e  $b_p$  correspondentes aos lados da base retangular (figura 4.5).

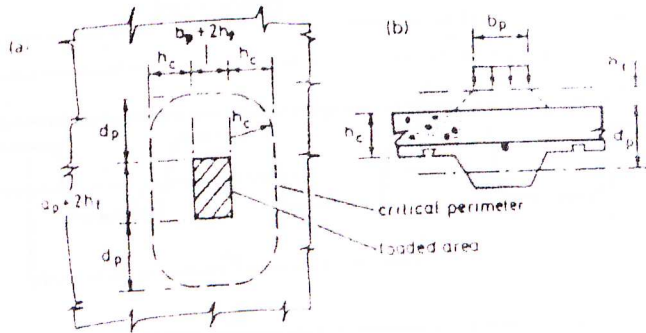


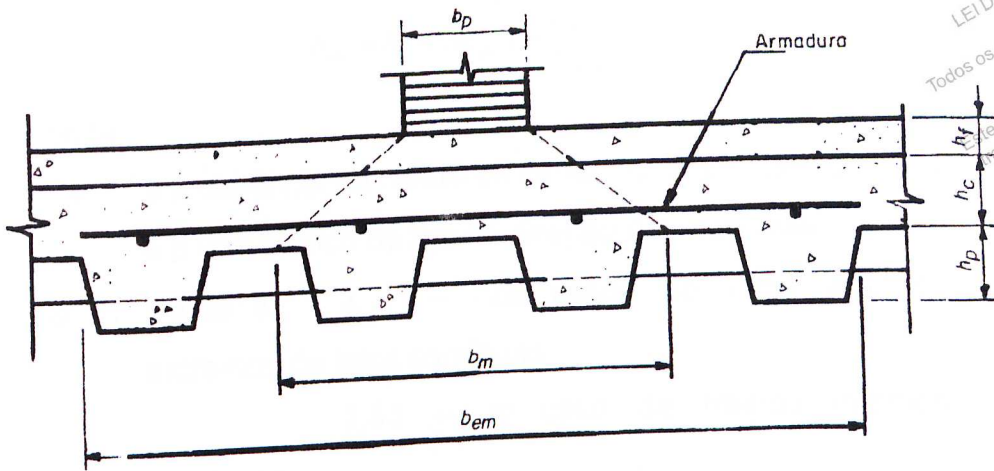
Figura 4.5 - (a) Perímetro crítico para uma carga de base retangular (b) alargamento da área de influência da carga segundo um ângulo de  $45^\circ$  [Johnson, 1994]

A equação apresentada pela NBR 14323 difere da equação (4.14), novamente, pela utilização explícita do coeficiente de minoração da resistência e pela utilização de valores nominais para  $\tau_{Rd}$ .

A planilha de cálculo não realiza a verificação da resistência ao cisalhamento por punção, uma vez que ela é restrita à utilização de um carregamento uniformemente distribuído sobre a laje mista.

## 4.2 – Algumas considerações sobre cargas concentradas em linhas e pontos

Como a laje mista trabalha apenas em uma direção, sua capacidade de resistir a alvenarias e outras cargas localizadas é limitada. A NBR 14323 [NBR 14323, 1999] estabelece regras para a determinação da largura de distribuição ( $b_m$ ) dessas cargas e para a determinação da largura efetiva ( $b_{em}$  ou  $b_{ev}$ ) da laje que resiste a tais esforços (figura 4.6). Os procedimentos indicados a seguir pela NBR 14323 são baseados em análises simplificadas, resultados de ensaios e valores práticos obtidos com a experiência:



LEI DO DIREITO AUTORAL  
 Todos os direitos reservados e protegidos  
 pela Lei 9.610/1998.  
 Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
 transmitido sejam quais forem os meios  
 empregados: eletrônicos, mecânicos,  
 fotográficos ou quaisquer outros.

Figura 4.6 - Distribuição das cargas concentradas lineares [NBR 14323, 1999]

- largura de distribuição  $b_m$ 
  - quando as cargas forem concentradas ou lineares paralelas às nervuras da fôrma de aço, pode-se considerá-las como distribuídas em uma largura  $b_m$ , medida imediatamente acima do topo da fôrma, de acordo com a figura 4.6, dada por:

$$b_m = b_p + 2(h_c + h_f) \quad (4.16)$$

onde:

$b_p$  é a largura da carga concentrada perpendicular ao vão da laje;

$h_f$  é a altura do revestimento da laje, se houver.

- para cargas lineares perpendiculares às nervuras, a mesma fórmula pode ser utilizada, desde que  $b_p$  seja tomada como o comprimento da carga linear.

- largura efetiva  $b_{em}$  ou  $b_{ev}$   
 Para determinação da resistência, deve-se considerar uma largura efetiva que não supere os seguintes valores:
  - a) para momento fletor e cisalhamento longitudinal:

$$b_{em} = b_m + \alpha L_p \left( 1 - \frac{L_p}{L_f} \right) \quad (4.17)$$

onde:

$L_p$  é a distância do centro da carga ao apoio mais próximo;

$L_f$  é o vão teórico da laje na direção das nervuras;

$\alpha$  é igual a: 2 – nos casos de vãos simples e tramos extremos de lajes contínuas;

1,33 – no caso de tramos internos de lajes

contínuas.

b) para cisalhamento vertical:

$$b_{ev} = b_m + L_p \left( 1 - \frac{L_p}{L_f} \right) \quad (4.18)$$

Não poderão ser considerados valores para  $b_{em}$  e  $b_{ev}$  superiores a  $2700 \cdot [h_c / (h_p + h_c)]$  mm, onde  $h_p$  é a altura da fôrma de aço. Este limite não se aplica para cargas lineares perpendiculares às nervuras nem para qualquer situação em que a armadura de distribuição for igual ou superior a 0,2% da área de concreto acima da fôrma de aço.

- armadura de distribuição

Deve-se colocar uma armadura transversal de distribuição em toda a largura efetiva considerada, devidamente ancorada conforme prescrições

$$M_{d,Rd} = \left[ \frac{P(b_{em} \text{ ou } b_{ev})}{15w} \right] \quad (4.19)$$

$$\text{com} \quad w = \frac{L_f}{2} + b_l \leq L_f \quad (4.20)$$

da NBR 6118 [NBR 6118, 1980], para assegurar a distribuição das cargas concentradas ou lineares. Esta armadura deve ser calculada para o momento transversal dado por:

onde:

$P$  é a carga concentrada;

LEI DO DIREITO AUTORAL  
 Todos os direitos reservados e protegidos  
 pela Lei nº 9.610/1998.  
 Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
 transmitido sejam quais forem os meios  
 empregados: eletrônicos, mecânicos,  
 fotográficos ou quaisquer outros.

$b_l$  é a largura da carga concentrada na direção paralela ao vão da laje, conforme se mostra na figura 4.7.

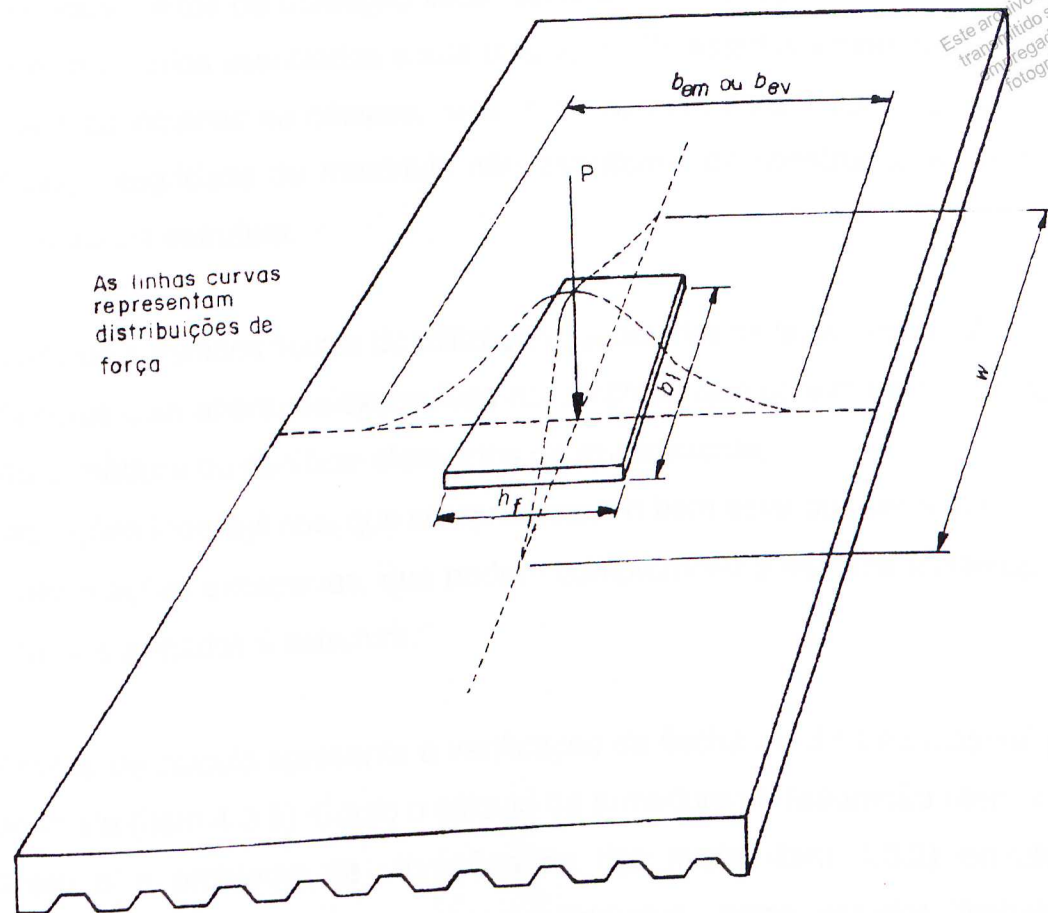


Figura 4.7 – Distribuição de forças na região de carga concentrada.

Para carga linear paralela ao vão, pode-se adotar o mesmo processo descrito anteriormente, tomando-se para  $P$  o valor da carga no comprimento  $b_l$  ou  $L_f$ , o que for menor.

Na ausência de armadura de distribuição, a largura efetiva deve ser tomada como  $b_m$ , exceto no caso de carga linear perpendicular ao vão, onde pode ser adotada somente a armadura de fissuração.

### 4.3 – Estados limites de utilização

Os estados limites de utilização estão relacionados à capacidade da estrutura atender a critérios associados a sua utilização. Os estados limites de utilização não são associados ao colapso, mas, sim, ao bem estar físico e psíquico de pessoas, integridade de materiais não estruturais da construção e utilização econômica da estrutura.

Os principais estados limites de utilização associados às lajes mistas são:

- fissuras com aberturas excessivas no concreto, que podem causar corrosão da armadura ou danificar elementos de revestimento;
- vibrações indesejáveis, que comprometem o bem estar dos usuários;
- deformações excessivas, que podem comprometer a estética e danificar os materiais ligados à estrutura.

A planilha de cálculo apresenta a verificação da flecha máxima admissível para a laje mista (item 4.3.3). Como o cálculo da armadura de fissuração (item 4.3.1) é direto e o problema de vibrações na laje mista (item 4.3.2) envolve o conhecimento de outros elementos estruturais, estes estados limites de utilização não foram contemplados na planilha de cálculo.

#### 4.3.1 – Fissuração do concreto

As fissuras do concreto podem ser oriundas do efeito da retração e/ou tensões de tração superiores à resistência do concreto. Como a parte inferior da laje mista é protegida pela fôrma de aço, as fissuras visíveis ocorrem na superfície superior do concreto, principalmente na região próxima aos apoios. Verifica-se um aumento da fissuração quando as lajes mistas são escoradas durante a fase de construção. Este fato está associado à ação de todo o carregamento (antes e após à cura do concreto) na fase mista, que não produz uma conformação inicial da fôrma de aço durante a fase de construção.

A abertura admissível das fissuras no concreto deve ser determinada de acordo com o grau de agressividade do ambiente e da finalidade da estrutura.

Para ambientes agressivos, por exemplo, faz-se necessário um controle mais rigoroso, o que conduz a um maior consumo de armadura para o controle da fissuração. Nas construções prediais, em geral, as lajes ficam em meios pouco agressivos e as normas de dimensionamento indicam a utilização de uma armadura mínima para as lajes mistas calculadas como bi-apoiadas. Uma grande disparidade é observada com relação ao cálculo dessa armadura. O EUROCODE [EUROCODE 4, 1992], por exemplo, sugere os seguintes valores para a área da armadura de combate à fissuração:

- construções escoradas – 0,4% da área de concreto acima da fôrma de aço;
- construções não-escoradas – 0,2% da área de concreto acima da fôrma de aço.

Já a NBR 14323 [NBR 14323, 1999] não faz uma distinção entre a utilização ou não de escoramentos durante a fase de construção e sugere uma área de armadura correspondente a 0,1% da área de concreto acima da fôrma de aço. Este valor é quatro vezes menor que a armadura sugerida pelo EUROCODE para as construções escoradas. Não foi encontrada na literatura pesquisada informações que pudessem dizer qual das duas normas está mais próxima da situação ideal para o controle da fissuração.

#### 4.3.2 – Vibrações

Segundo Johnson [Johnson, 1994] a causa preponderante de vibrações em lajes mistas nas construções prediais é o movimento de pessoas, cujos passos possuem uma frequência entre 1,4 Hz e 2,5 Hz. Mas, o problema da vibração pode ocorrer devido a outras atividades, inclusive em área vizinhas conjugadas, como a dança e a ginástica aeróbica. O nível de aceleração admissível deve considerar a atividade que causa a vibração e a atividade da área onde está sendo feita a análise. Caso ocorram problemas de vibração, uma possível solução é o aumento de rigidez da laje mista. Este aumento de rigidez da laje mista é obtido através do aumento de altura da laje ou redução

do vão ou ambos. Quando não for possível aumentar a rigidez, podem ser analisadas soluções baseadas em aumento do amortecimento (por exemplo, revestimentos adequados do piso).

RESERVA DE DIREITO AUTURAL  
Todos os direitos reservados e protegidos  
pela Lei nº 9.610/1998.  
Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
transmitido sejam quais forem os meios  
empregados: eletrônicos, mecânicos,  
fotográficos ou quaisquer outros.

#### 4.3.3 – Flechas

Estruturas com deformações excessivas, além de proporcionar uma sensação desagradável para as pessoas que as vêem, podem prejudicar o funcionamento de equipamentos que estão apoiados sobre as mesmas e/ou danificar elementos não-estruturais que estão ligados às estruturas, como as alvenarias e as esquadrias. Deve-se, portanto, limitar o valor da flecha máxima admissível de acordo com o tipo da estrutura e a finalidade a qual se destina.

Um fator importante relacionado às flechas em lajes mistas diz respeito à possibilidade de acúmulo de material de revestimento ou empoçamento de água sobre as mesmas. Segundo a NBR 14323 [NBR 14323, 1999], para a fase mista o deslocamento vertical de lajes com fôrma de aço incorporada não poderá ser maior que  $L_f/350$ , considerando-se apenas o efeito da sobrecarga, onde  $L_f$  é o vão teórico da laje na direção das nervuras. Como se trata de estado limite de utilização, devem ser usados valores nominais das ações. A NBR 14323 não indica uma maneira de se calcular o momento de inércia da seção mista, mas de acordo com o EUROCODE [EUROCODE 4, 1992] este deve ser tomado como a média entre os momentos de inércia das seções não-fissurada e fissurada da laje mista [Melo, 1999]. No momento de inércia da seção não-fissurada, considera-se toda a seção transversal da laje mista, enquanto no momento de inércia da seção fissurada despreza-se a contribuição do concreto tracionado. Antes, porém, do cálculo do momento de inércia da laje mista, a largura de concreto deve ser transformada em uma largura equivalente de aço. Esta transformação é feita dividindo-se a largura do concreto pela relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto ( $n=E_a/E_c$ ). Uma vez determinado o momento de inércia da seção mista, a

flecha devida a uma sobrecarga uniformemente distribuída em uma laje mista bi-apoiada é dada pela seguinte equação:

$$\delta_{sc} = \frac{5q_{sc}L_f^4}{384E_a I_{cm}} \quad (4.21)$$

onde:

$q_{sc}$  é a sobrecarga uniformemente distribuída sobre a laje;

$L_f$  é o vão teórico na direção das nervuras da laje;

$E_a$  é o módulo de elasticidade do aço;

$I_{cm}$  é o momento de inércia da seção mista.

A planilha de cálculo permite ao usuário decidir se o efeito da fluência do concreto devido à ação das cargas de longa duração deve ser considerado ou não no cálculo da flecha da laje mista. Caso o usuário opte pela consideração da fluência do concreto, tem-se o seguinte procedimento para a determinação da flecha final:

$$\delta_f = \delta_{sc} + \delta_{LD} - \delta_{CD} \quad (4.22)$$

$$com \quad \delta_{CD} = \frac{5qL_f^4}{384E_a I_{cm}} \quad (4.23)$$

$$\delta_{LD} = \frac{5qL_f^4}{384E_a I_{cm3}} \quad (4.24)$$

onde:

$\delta_{LD}$  é a flecha devido à ação das cargas de longa duração;

$\delta_{CD}$  é a flecha devida à ação das cargas de curta duração;

$q$  é igual ao peso próprio do concreto + peso próprio da fôrma de aço + carga permanente após à cura do concreto;

$I_{cm3}$  é o momento de inércia que considera a diminuição de volume do concreto causado pelas cargas de longa duração e conseqüente transferência de carga para a fôrma de aço. Ao se transformar a largura de concreto em largura equivalente de aço, considera-se a divisão da largura de concreto pela seguinte razão modular:



$$n = \frac{E_a}{\frac{E_c}{3}} \quad (4.25)$$

De acordo com o EUROCODE [EUROCODE 4, 1992]  $\delta_f$  deve ser inferior ou igual a  $L_{ff}/300$  ou  $L_{ff}/350$ , dependendo da finalidade à qual a estrutura se destina.

#### 4.4 – Verificação da laje mista em temperatura elevada

O aço e o concreto são materiais que têm suas resistências mecânicas diminuídas quando sujeitos a temperaturas elevadas. Entre os dois materiais, o aço é o que tem uma diminuição mais significativa de sua resistência com a elevação da temperatura dos gases. Isto se deve à sua alta condutividade térmica, ao seu baixo calor específico e ao fator de massividade dos elementos de aço que, em geral, é muito maior do que dos elementos de concreto. Quando a temperatura atinge aproximadamente 600°C a resistência do aço e também do concreto são inferiores à metade do seu respectivo valor inicial e, aos 1200°C, ela praticamente não existe. Entretanto, a temperatura do aço sobe muito mais rapidamente que a do concreto.

De acordo com a NBR 14323 [NBR 14323, 1999] as combinações de ações para os estados limites últimos em situação de incêndio devem ser consideradas como combinações últimas excepcionais e obtidas de acordo com a NBR 8681 [NBR 8681, 1984]. Deve-se considerar que as ações decorrentes da elevação da temperatura na estrutura em virtude do incêndio têm um tempo de atuação muito pequeno. A NBR 14323 permite que o dimensionamento de uma estrutura em situação de incêndio possa ser feito por qualquer um dos processos citados abaixo:

- com base em resultados de ensaios;
- utilizando método simplificado de dimensionamento;
- utilizando método avançado de análise estrutural e térmica;

- utilizando uma combinação de ensaios e cálculos.

Os ensaios devem ser realizados de acordo com norma brasileira específica ou de acordo com norma ou especificação estrangeira reconhecida internacionalmente. No dimensionamento por meio de cálculos, considera-se que as propriedades mecânicas do aço e do concreto debilitam-se progressivamente com o aumento de temperatura e, como consequência, pode ocorrer o colapso de um elemento estrutural ou ligação como resultado de sua incapacidade de resistir às ações aplicadas. Os métodos avançados de análise estrutural e térmica são aqueles em que os princípios da engenharia de incêndio são aplicados de maneira realística em situações específicas.

Além da verificação da capacidade resistente da laje mista ao aumento de temperatura, dois critérios devem ser atendidos para esta situação:

- critério de estanqueidade;
- critério de isolamento térmico.

Estanqueidade é a capacidade de impedir a ocorrência de rachaduras ou outras aberturas, através das quais podem passar chamas e gases quentes capazes de ignizar um chumaço de algodão [Queiroz *et al*, 2001]. Considera-se, pela presença da fôrma de aço, previamente satisfeito este critério.

Isolamento térmico é a capacidade da laje de impedir a ocorrência, na face não exposta ao incêndio, de incrementos de temperatura superiores a 140°C, na média dos pontos de medida, ou superiores a 180°C, em qualquer ponto de medida [Queiroz *et al*, 2001]. Garantindo-se o isolamento térmico pela laje, impede-se que as pessoas no andar imediatamente superior àquele em que haja a ocorrência do incêndio sejam afetadas pelas altas temperaturas.

A planilha de cálculo verifica apenas o critério de isolamento térmico para um TRRF de 30min, não fazendo a verificação da resistência da laje mista em temperatura elevada.

O tempo de resistência em temperatura elevada da laje mista, com ou sem armadura adicional, pode ser considerado de no mínimo 30 minutos, desde que a espessura efetiva da laje  $h_{ef}$  (equação 4.26), de acordo com o critério de isolamento térmico, seja superior ou igual ao valor dado na tabela 4.1 [NBR 14323, 1999].

$$h_{ef} = h_1 + \frac{h_2 l_1 + l_2}{2 l_1 + l_3} \quad (4.26)$$

onde  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $l_1$ ,  $l_2$  e  $l_3$  são definidos na figura 4.8 [NBR 14323, 1999]. Se  $l_3 > 2l_1$ , a espessura efetiva deverá ser tomada igual a  $h_1$ . Quando for usado concreto de baixa densidade, as espessuras da tabela 4.1 podem ser reduzidas em 10%. A planilha de cálculo realiza a verificação da laje mista quanto ao critério de isolamento térmico.

Tabela 4.1 - Espessura efetiva mínima [NBR 14323, 1999]

Tempo requerido de resistência ao fogo (minutos)	Espessura efetiva mínima $h_{ef}$ (mm)
30	60
60	80
90	100
120	120

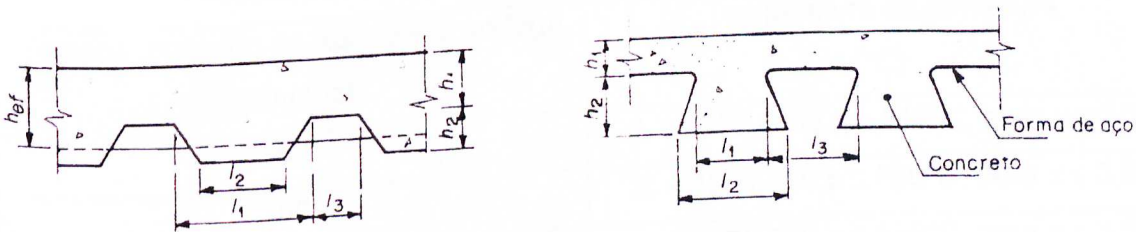


Figura 4.8 - Dimensões da seção transversal da laje mista para o cálculo da espessura efetiva [NBR 14323, 1999]

Na determinação da resistência ao momento fletor supõe-se que o incêndio ocorre sempre abaixo da laje. Este fato faz com que se despreze a resistência da fôrma de aço. É necessário, portanto, a utilização de uma armadura

adequada na laje de concreto a fim de que esta possa resistir aos esforços aplicados. Tal armadura pode ser negativa sobre os apoios e vãos intermediários e positiva nos vãos extremos.

Para o cálculo da resistência ao momento fletor positivo, a resistência à compressão do concreto e à tração da armadura negativa podem ser tomadas à temperatura ambiente, enquanto a resistência da armadura positiva deve ser minorada de acordo com o aumento da temperatura. A temperatura da armadura positiva é função do tempo requerido de resistência ao fogo e da distância da armadura às bordas da fôrma de aço expostas ao fogo, conforme se mostra na figura 4.9 [NBR 14323, 1999].

A relação entre a temperatura da armadura ( $\theta_s$ ) e os tempos requeridos de resistência ao fogo podem ser obtidos da tabela 4.2 [NBR 14323, 1999], usando-se o parâmetro  $z$  definido a seguir:

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{\sqrt{u_1}} + \frac{1}{\sqrt{u_2}} + \frac{1}{\sqrt{u_3}} \quad (4.27)$$

onde  $u_1$ ,  $u_2$  e  $u_3$  são definidos na figura 4.9 e devem ser tomados em milímetros.

Tabela 4.2 - Temperatura da armadura [NBR 14323, 1999]

Tempos requerido de resistência ao fogo (minutos)	Temperatura da armadura (°C)
60	$\theta_s = 1175 - 350 z \leq 810^\circ\text{C}$ , para $z \leq 3,3$
90	$\theta_s = 1285 - 350 z \leq 880^\circ\text{C}$ , para $z \leq 3,6$
120	$\theta_s = 1370 - 350 z \leq 930^\circ\text{C}$ , para $z \leq 3,8$

A resistência ao momento negativo pode ser calculada levando-se em conta a resistência do concreto das nervuras, reduzida pelo efeito da alta temperatura, por integração através da espessura da laje. A resistência da armadura da parte tracionada da laje pode ser calculada à temperatura ambiente.

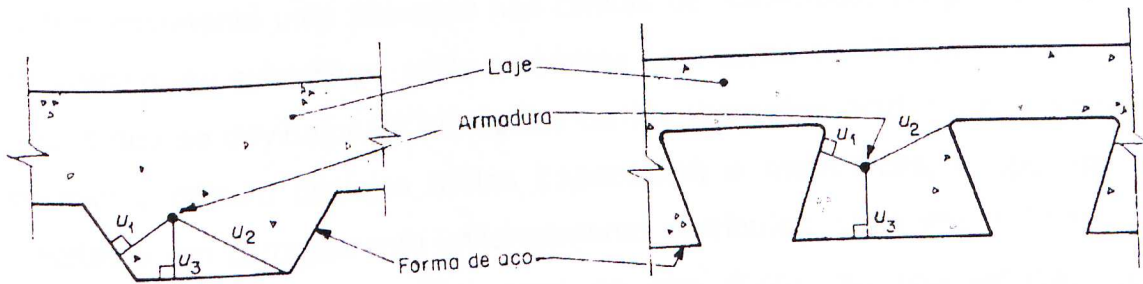


Figura 4.9 - Distâncias das armaduras às faces expostas ao fogo [NBR 14323, 1999]

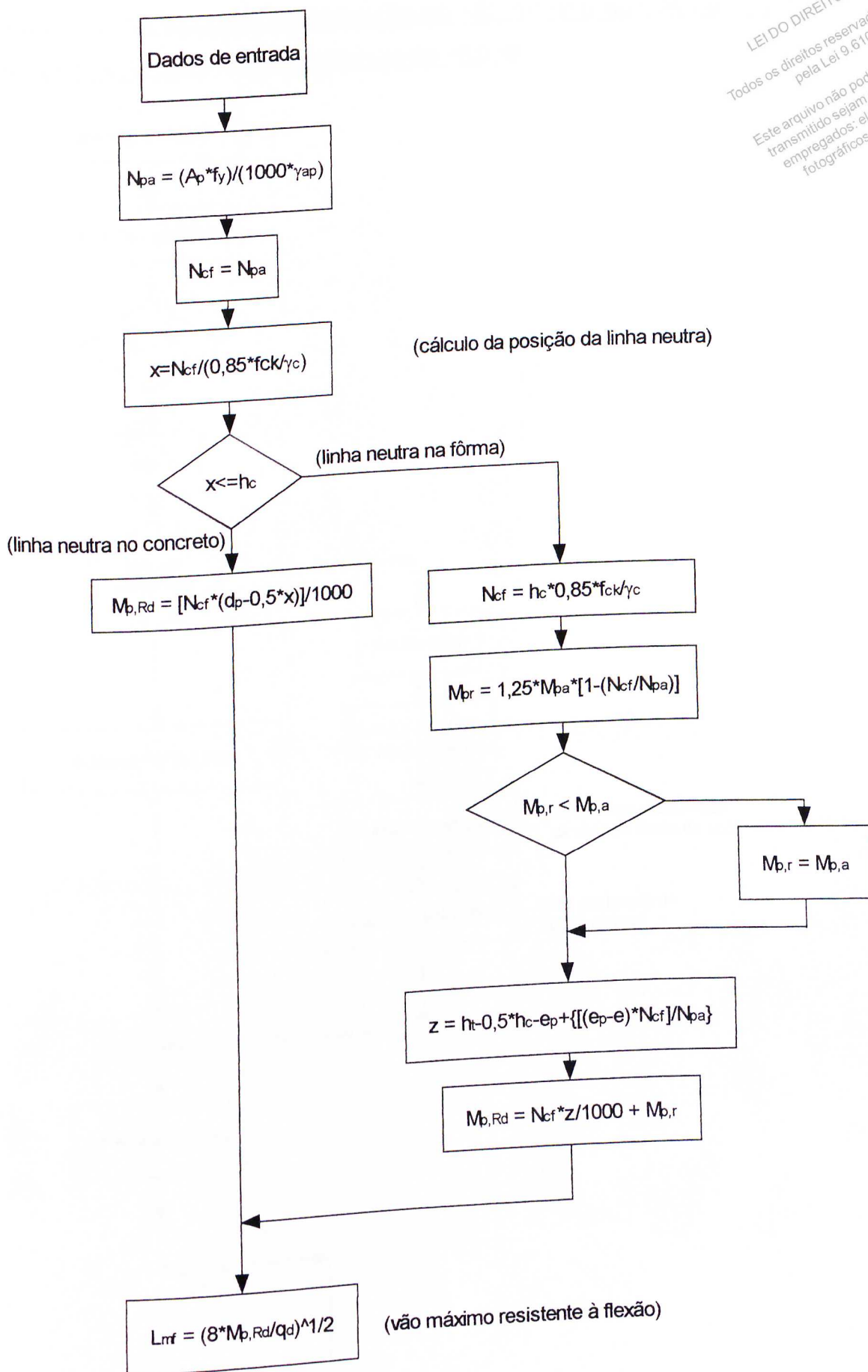
Pode-se aumentar a resistência das lajes mistas em temperaturas elevadas com o uso de materiais de proteção. Estes materiais têm por objetivo diminuir a transferência de calor para a laje e, com isso, amenizar as perdas de resistência do aço e do concreto. Os meios mais utilizados são a pulverização de fibras na face inferior da laje ou a colocação de forros suspensos.

## 4.5 – Fluxogramas

Como o ambiente de trabalho é o EXCEL, o processo se torna extremamente dinâmico uma vez que ao se modificar um dado de entrada, observa-se automaticamente uma alteração nas células de resultados. Os procedimentos de cálculo, ou subrotinas, estão presentes na mesma planilha (item 4.6), mas encontram-se devidamente protegidos contra alterações acidentais. A planilha permite o cálculo de lajes mistas trapezoidais e reentrantes, bi-apoiadas e sujeitas a um carregamento uniformemente distribuído. Uma vez definidas as características da seção transversal da laje mista, as propriedades dos materiais e os carregamentos atuantes, tem-se como resultado o vão máximo admissível para cada um dos estados limites últimos e de utilização indicados anteriormente. A planilha permite, ainda, a entrada dos coeficientes de majoração das cargas e dos coeficientes de minoração da resistência dos materiais, o que possibilita ao usuário utilizar coeficientes provenientes de diferentes normas de dimensionamento.

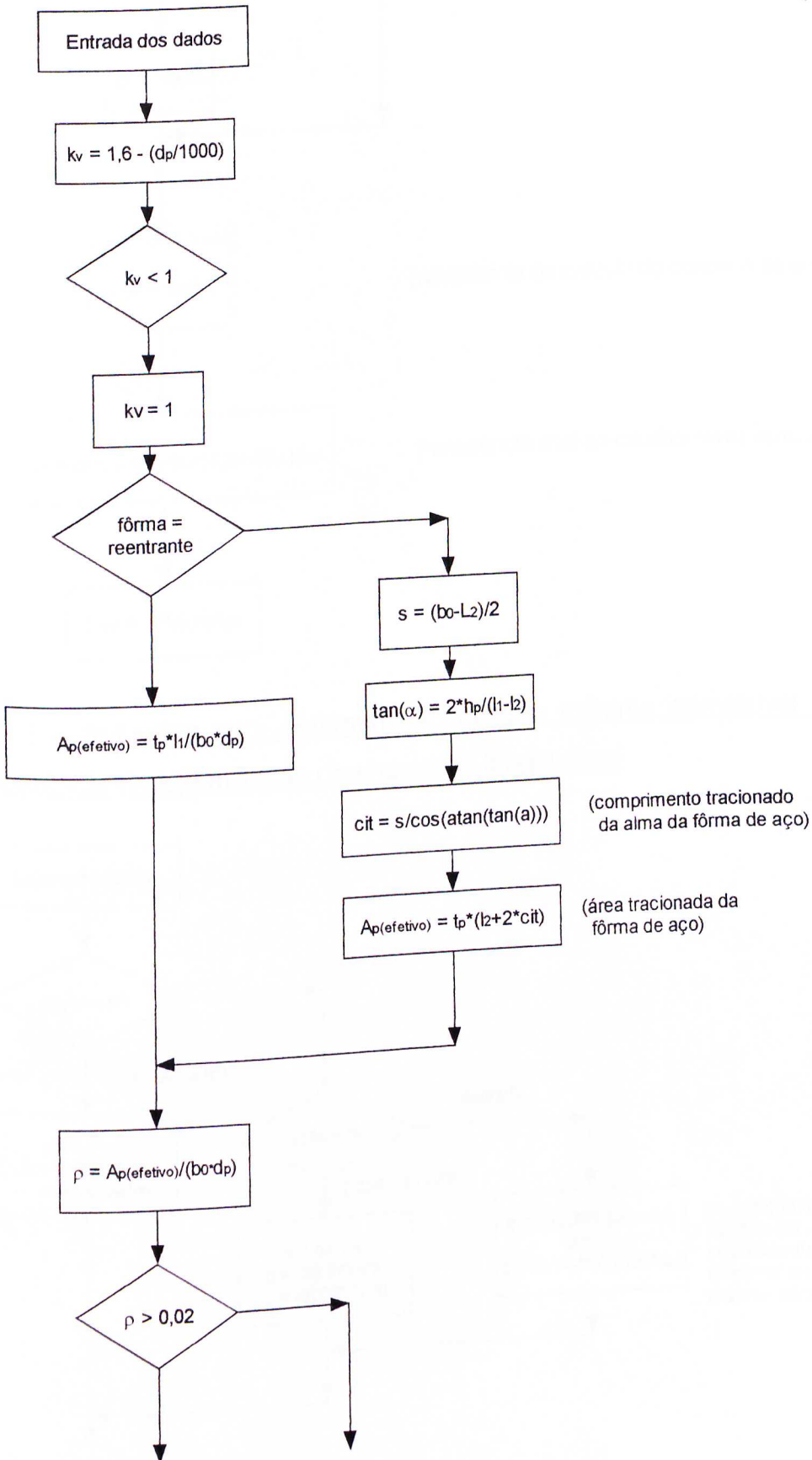
O vão máximo admissível para cada um dos estados limites últimos é determinado igualando-se o esforço solicitante de cálculo à resistência de cálculo da laje mista. Para o estado limite de utilização de deformação elástica excessiva, o vão máximo é obtido igualando-se a flecha devida ao carregamento à flecha máxima admissível da laje mista. A equação final para obtenção do vão máximo, de acordo com cada um dos estados limites, pode ser do primeiro ou do segundo grau, conforme se observa nos fluxogramas apresentados a seguir.

### 4.5.1 – Subrotina para determinação do vão máximo admissível segundo a resistência da laje mista ao momento fletor positivo



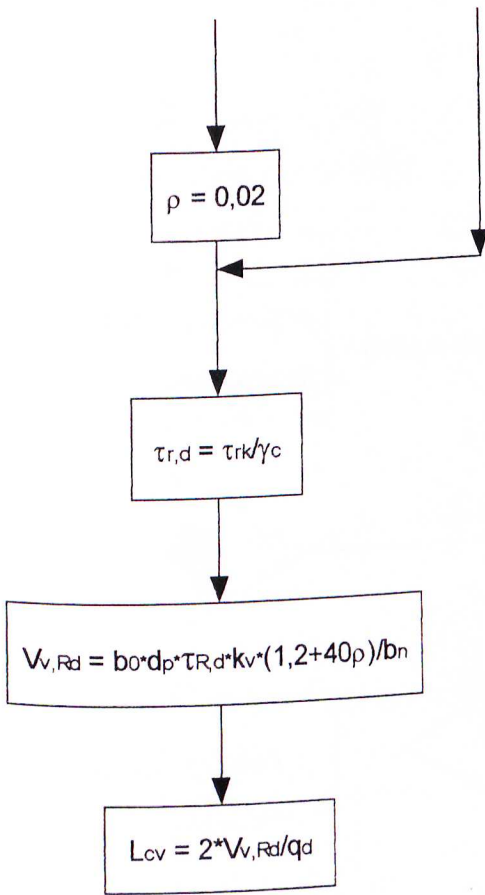
#### 4.5.2 – Subrotina para determinação do vão máximo admissível segundo a resistência da laje mista ao cisalhamento vertical

LEI DO DIREITO AUTORAL  
 Todos os direitos reservados e protegidos  
 pela Lei 9.610/1998.  
 Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
 transmitido sejam quais forem os meios  
 empregados: eletrônicos, mecânicos,  
 fotográficos ou quaisquer outros.





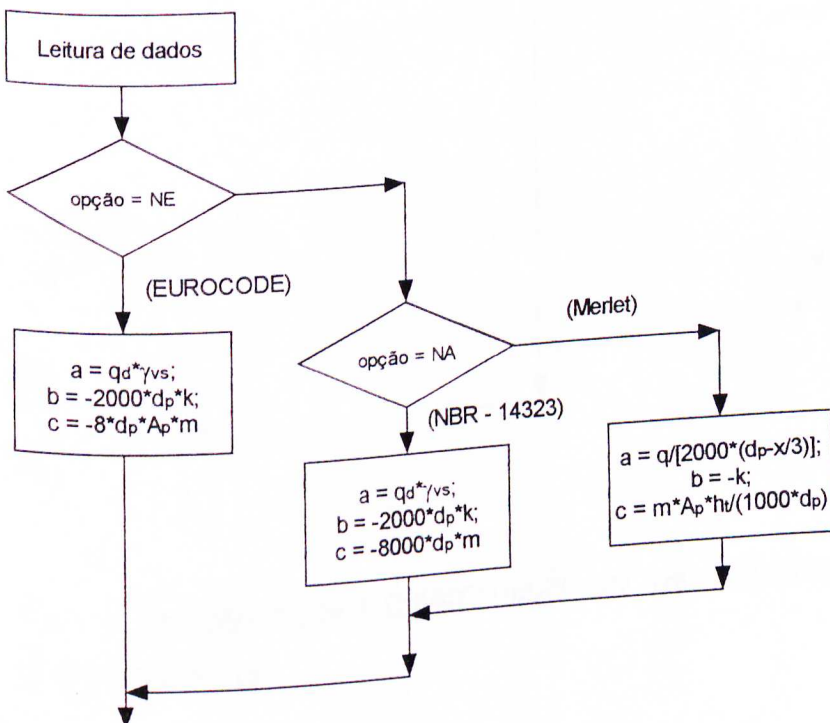
LEI DO DIREITO AUTORAL  
 Todos os direitos reservados e protegidos  
 pela Lei 9.610/1998.  
 Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
 transmitido sejam quais forem os meios  
 empregados: eletrônicos, mecânicos,  
 fotográficos ou quaisquer outros.



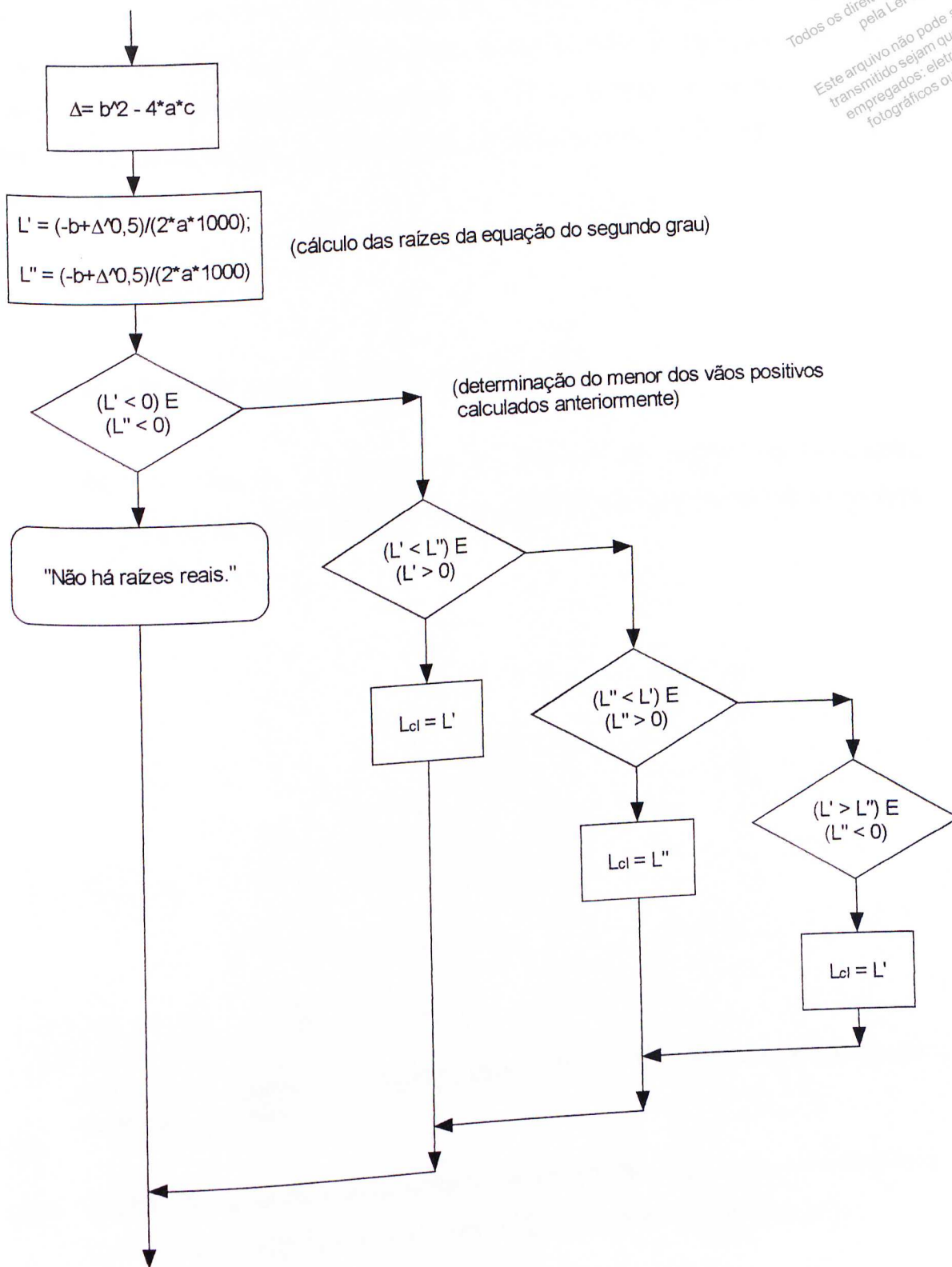
(resistência de cálculo do concreto ao cisalhamento)

(resistência final ao cisalhamento vertical)

4.5.3 – Subrotina para determinação do vão máximo admissível segundo a resistência da laje mista ao cisalhamento longitudinal



(x - posição da linha neutra elástica em relação à superfície superior da laje mista, calculada na subrotina da flecha máxima admissível)



4.5.4 – Subrotina para determinação do vão máximo admissível segundo o critério da flecha



as dimensões indicadas na equação (4.28) são mostradas na figura 4.10. Determinado o centro de gravidade da seção transversal, o momento de inércia da seção não-fissurada é dado pela seguinte equação:

$$I_{NF} = \frac{b_s \cdot h_c^3}{12} + b_s \cdot h_c \cdot (h_t - 0,5 \cdot h_c - y_{NF})^2 + \frac{b_l \cdot h_p^3}{12} + b_l \cdot h_p \cdot (y_{NF} - 0,5 \cdot h_p)^2 + 2 \cdot \left[ \frac{b_l \cdot h_p^3}{36} + \frac{b_l \cdot h_p}{2} \cdot \left( y_{NF} - \frac{2}{3} \cdot h_p \right)^2 \right] + I_p + A_p \cdot (y_{NF} - e)^2 \quad (4.29)$$

- Momento de inércia da seção fissurada

No cálculo do momento de inércia da seção fissurada, despreza-se a contribuição do concreto tracionado. Obtém-se a linha neutra elástica, igualando-se os momentos estáticos da fôrma de aço e do concreto. Duas situações podem ocorrer com relação à posição da linha neutra elástica:

1° situação – linha neutra elástica na laje de concreto (figura 4.11)

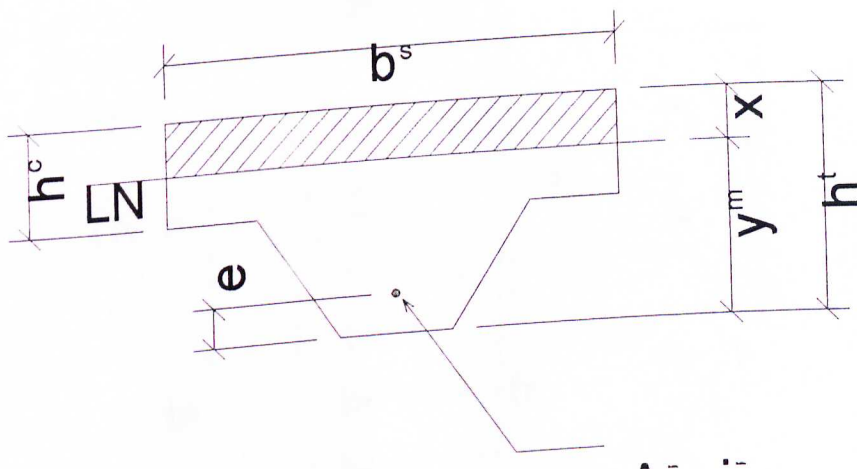


Figura 4.11 – Linha neutra elástica passando acima da fôrma de aço. Dimensões utilizadas para o cálculo do momento de inércia da seção fissurada.

$$y_m = h_t - x = \frac{b_s \cdot x \cdot (h_t - 0,5 \cdot x) + A_p \cdot e}{b_s \cdot x + A_p} \quad (4.30)$$

as dimensões utilizadas na equação (4.30) são definidas na figura 4.11.  
Explicitando (4.30) em função de  $x$ , obtém-se a seguinte equação do segundo grau:

$$-0,5b_s \cdot x^2 - A_p \cdot x + A_p(h_t - e) = 0 \quad (4.31)$$

Se  $x \leq h_c$ , o momento de inércia da seção fissurada é dado por:

$$I_F = \frac{b_s \cdot x^3}{12} + b_s \cdot x \cdot (0,5 \cdot x)^2 + I_p + A_p \cdot (h_t - x - e)^2 \quad (4.32)$$

caso  $x > h_c$  tem-se uma segunda situação, devendo-se utilizar um novo procedimento para se conhecer a posição da linha neutra elástica.

2° situação – linha neutra elástica na fôrma de aço (figura 4.12)

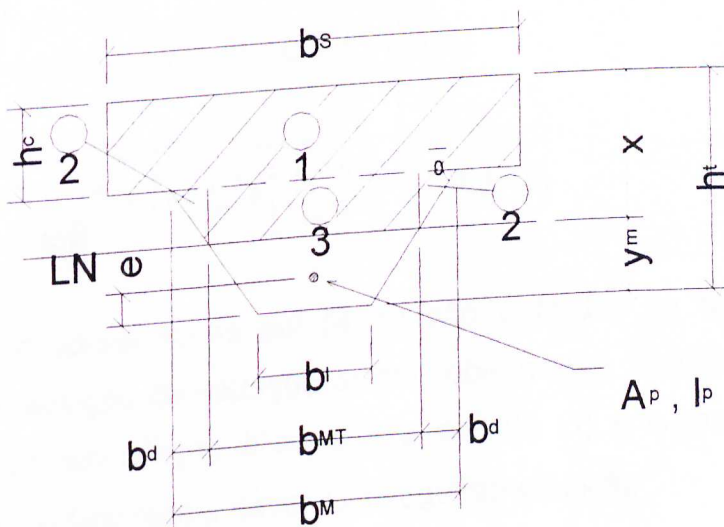


Figura 4.12 – Linha neutra elástica passando pela fôrma de aço.  
Dimensões utilizadas para o cálculo do momento de inércia da seção fissurada.

Com a linha neutra elástica passando pela fôrma de aço, tem-se uma geometria mais complexa para o cálculo da área de concreto comprimido. Para facilitar a montagem das equações, definiram-se os seguintes parâmetros auxiliares:

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{h_p}{b_t} \quad (4.33)$$

$$b_d = \frac{x - h_c}{\operatorname{tg} \vartheta} \quad (4.34)$$

$$b_{NT} = b_M - 2 \cdot b_d \quad (4.35)$$

as dimensões utilizadas nas equações (4.33) a (4.35) são definidas na figura 4.12. A posição da linha neutra elástica da seção fissurada ( $x$ ) pode ser obtida com a seguinte equação:

$$y_m = h_t - x = \frac{b_s \cdot h_c \cdot (h_t - 0,5 \cdot h_c) + \left( b_M - \frac{2 \cdot x - 2 \cdot h_c}{\operatorname{tg} \vartheta} \right) \cdot (x - h_c) \cdot \left( h_t - x + \frac{x - h_c}{2} \right) + 2 \left[ \frac{\frac{x - h_c}{\operatorname{tg} \vartheta} \cdot (x - h_c)}{2} \right] + A_p}{b_s \cdot h_c + \left( b_M - \frac{2 \cdot x - 2 \cdot h_c}{\operatorname{tg} \vartheta} \right) \cdot (x - h_c) + 2 \left[ \frac{\frac{x - h_c}{\operatorname{tg} \vartheta} \cdot (x - h_c)}{2} \right] + A_p} + \frac{2 \left\{ \frac{\frac{x - h_c}{\operatorname{tg} \vartheta} \cdot (x - h_c)}{2} \cdot \left[ h_t - x + \frac{2}{3} (x - h_c) \right] \right\} + A_p}{b_s \cdot h_c + \left( b_M - \frac{2x - 2h_c}{\operatorname{tg} \vartheta} \right) \cdot (x - h_c) + \left( \frac{x - h_c}{\operatorname{tg} \vartheta} \right) \cdot (x - h_c) + A_p} \quad (4.36)$$

as dimensões apresentadas em (4.36) são definidas na figura 4.12. Através da resolução da equação acima, obtém-se a posição da linha neutra elástica em relação à superfície da laje ( $x$ ) e o momento de inércia da seção fissurada é dado pela seguinte equação:

$$I_F = \frac{b_s \cdot h_c^3}{12} + b_s \cdot h_c \cdot (x - 0,5h_c)^2 + \left( b_M - \frac{2x - 2h_c}{\operatorname{tg} \vartheta} \right) \cdot (x - h_c)^3 \cdot \frac{1}{12} + \left( b_M - \frac{2x - 2h_c}{\operatorname{tg} \vartheta} \right) \cdot \frac{(x - h_c)^3}{2} + 2 \left\{ \frac{(x - h_c)^4}{36 \cdot \operatorname{tg} \vartheta} + \frac{2}{3 \cdot \operatorname{tg} \vartheta} \cdot (x - h_c)^4 \right\} + I_p + A_p \cdot (h_t - x - e)^2 \quad (4.37)$$

- Fôrma reentrante

- Momento de inércia da seção não-fissurada

Da mesma forma que para a fôrma trapezoidal, considera-se toda a seção transversal da laje mista, conforme se mostra na figura 4.13.

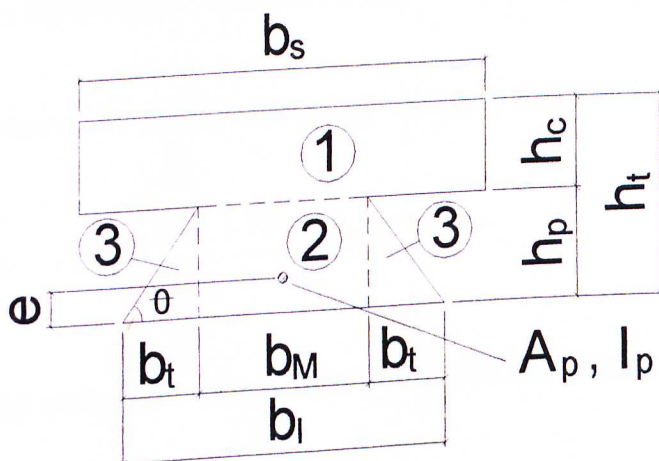


Figura 4.13 – Seção transformada para o cálculo do momento de inércia da seção não-fissurada da fôrma reentrante.

O centro de gravidade da seção não-fissurada, em relação à superfície inferior da fôrma de aço, é dada pela seguinte equação:

$$y_{NF} = \frac{b_s \cdot h_c \cdot (h_t - 0,5 \cdot h_c) + 0,5 \cdot b_M \cdot h_p^2 + \frac{b_l \cdot h_p^2}{3} + A_p \cdot e}{b_s \cdot h_c + b_M \cdot h_p + b_l \cdot h_p + A_p} \quad (4.38)$$

as dimensões indicadas na equação (4.38) são mostradas na figura 4.13. O momento de inércia da seção não-fissurada é dado pela seguinte equação:

$$I_{NF} = \frac{b_s \cdot h_c^3}{12} + b_s \cdot h_c \cdot (h_t - 0,5 \cdot h_c - y_{NF})^2 + \frac{b_M \cdot h_p^3}{12} + b_M \cdot h_p \cdot (y_{NF} - 0,5 \cdot h_p)^2 + \frac{b_l \cdot h_p^3}{18} + b_l \cdot h_p \cdot \left( y_{NF} - \frac{h_p}{3} \right)^2 + I_p + A_p \cdot (y_{NF} - e)^2 \quad (4.39)$$

- Momento de inércia da seção fissurada

Assim como para a fôrma trapezoidal, despreza-se a contribuição do concreto sujeito a tensões de tração. Igualando-se os momentos estáticos da fôrma de aço e do concreto comprimido, determina-se a posição da linha neutra elástica da seção fissurada. Mais uma vez, duas situações podem ocorrer:

1° situação – linha neutra elástica na laje de concreto (figura 4.14)

Para a determinação de  $(x)$  a seguinte equação é adotada:

$$y_m = h_t - x = \frac{b_s \cdot x \cdot (h_t - 0,5 \cdot x) + A_p \cdot e}{b_s \cdot x + A_p} \quad (4.40)$$

as dimensões utilizadas na equação (4.40) são definidas na figura 4.14.

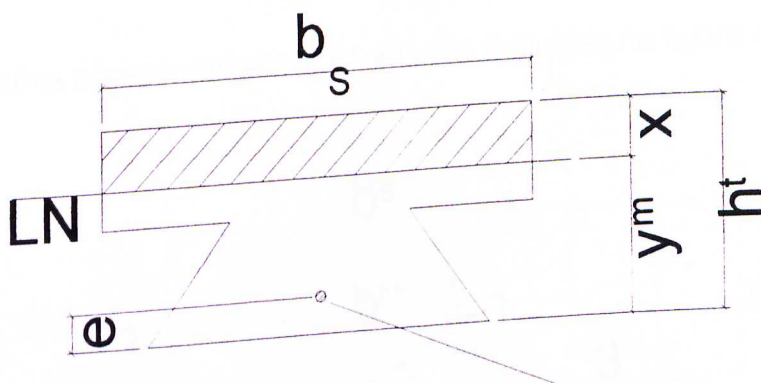


Figura 4.14 – Linha neutra elástica passando acima da fôrma de aço. Dimensões utilizadas para o cálculo do momento de inércia da seção fissurada.

Explicitando (4.40) em função de  $x$ , obtém-se a seguinte equação do segundo grau:

$$-0,5 \cdot b_s \cdot x^2 - A_p \cdot x + A_p \cdot (h_t - e) = 0 \quad (4.41)$$

Se  $x \leq h_c$ , o momento de inércia da seção fissurada é dado por:

$$I_F = \frac{b_s \cdot x^3}{12} + b_s \cdot x \cdot (0,5 \cdot x)^2 + I_p + A_p \cdot (h_t - x - e)^2 \quad (4.42)$$



Caso  $x > h_c$  deve-se passar para a segunda situação de cálculo, onde a linha neutra elástica encontra-se na fôrma de aço.

2ª situação – linha neutra elástica na fôrma de aço (figura 4.15)

A posição da linha neutra elástica em relação à superfície inferior da laje mista é dada por:

$$y_m = \frac{b_s \cdot h_c \cdot (h_t - 0,5 \cdot h_c) + b_M \cdot (x - h_c) \cdot \left( h_t - x + \frac{x - h_c}{2} \right) + \frac{(x - h_c)^2}{\text{tg } \vartheta} + A_p}{b_s \cdot h_c + b_M \cdot (x - h_c) + \frac{(x - h_c)^2}{\text{tg } \vartheta} + A_p} + \frac{\frac{(x - h_c)^2}{\text{tg } \vartheta} \cdot \left( h_t - x + \frac{x - h_c}{3} \right) + A_p \cdot e}{b_s \cdot h_c + b_M \cdot (x - h_c) + \frac{(x - h_c)^2}{\text{tg } \vartheta} + A_p} \quad (4.43)$$

as dimensões apresentadas em (4.43) são definidas na figura 4.15.

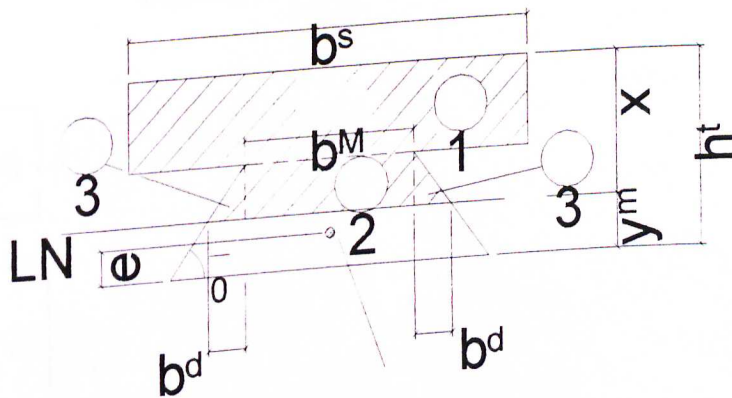


Figura 4.15 - Linha neutra elástica passando pela fôrma de aço. Dimensões utilizadas para o cálculo do momento de inércia da seção fissurada.

Resolvendo a equação anterior para  $x$ , o momento de inércia da seção fissurada é dado pela seguinte equação:

$$I_F = \frac{b_s \cdot h_c^3}{12} + b_s \cdot h_c \cdot (x - 0,5 \cdot h_c)^2 + \frac{b_M \cdot (x - h_c)^3}{12} + \frac{b_M \cdot (x - h_c)^3}{4} + \frac{(x - h_c)^4}{18 \cdot \text{tg}^2 \theta} + \frac{(x - h_c)^4}{9} + I_p + A_p \cdot (h_t - x - e)^2 \quad (4.44)$$

Todos os direitos reservados e protegidos pela Lei 9.610/1998. Este trabalho não pode ser reproduzido ou transmitido em quaisquer meios empregados: eletrônicos, mecânicos, fotográficos ou quaisquer outros.

Uma vez descritas as equações para o cálculo do momento de inércia das seções não-fissurada e fissurada para fôrmas trapezoidais e reentrantes, tem-se a seguir o fluxograma para a determinação do vão máximo admissível segundo o critério da flecha.

- Fôrma trapezoidal

Leitura de dados

$$n = E_a / E_c$$

(razão entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto)

$$b_s = 1000 / n$$

(Transformação das largura de concreto em larguras equivalentes de aço)

$$b_M = (1000 \cdot l_1) / (b_n \cdot n)$$

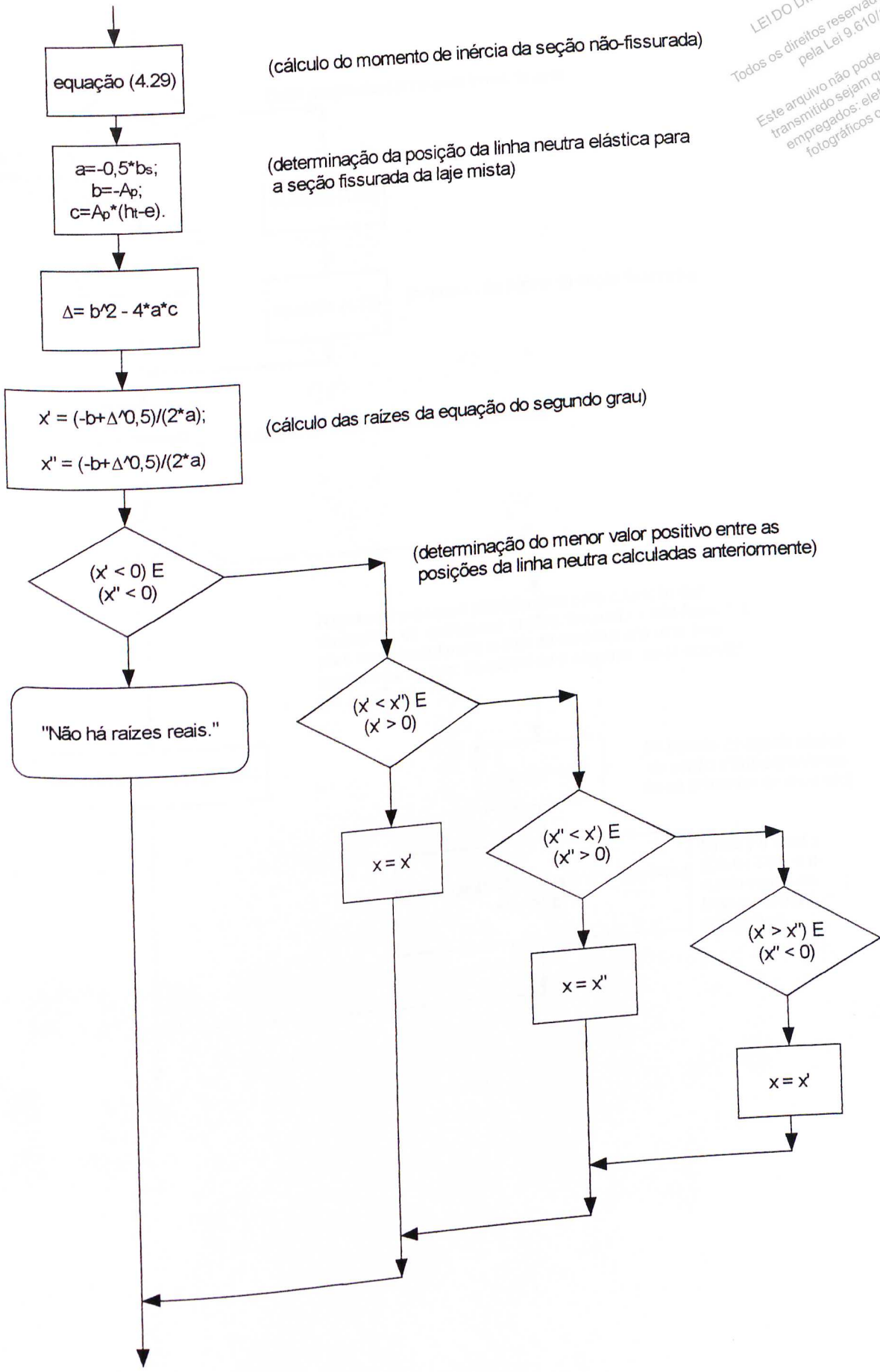
$$b_I = (1000 \cdot l_2) / (b_n \cdot n)$$

$$b_x = (b_M - b_I) / 2$$

equação (4.28)

(cálculo da posição do centro de gravidade da seção mista)

LEI DO DIREITO AUTORAL  
 Todos os direitos reservados e protegidos  
 pela Lei 9.610/1998.  
 Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
 transmitido sejam quais forem os meios  
 empregados: eletrônicos, mecânicos,  
 fotográficos ou quaisquer outros.



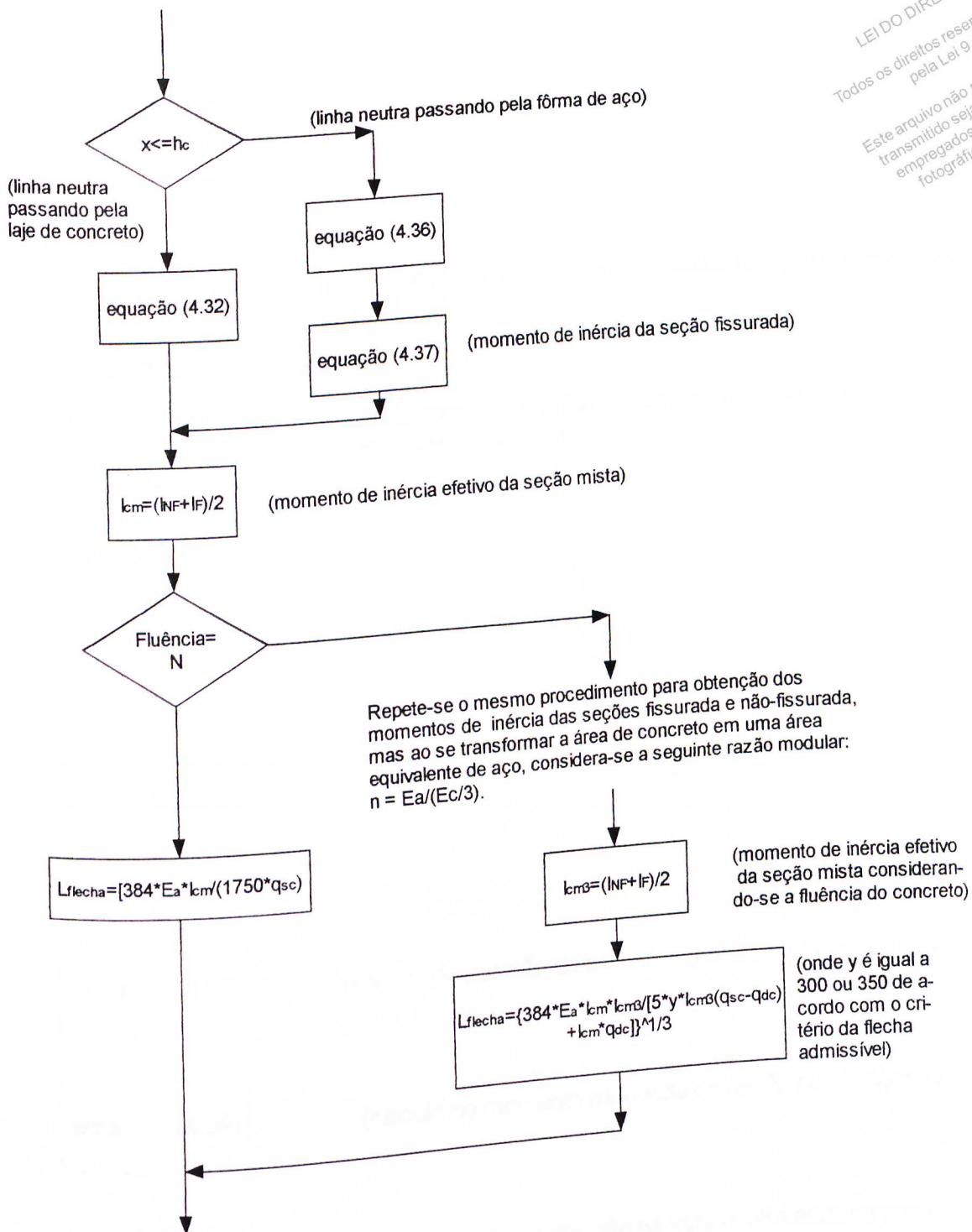
(cálculo do momento de inércia da seção não-fissurada)

(determinação da posição da linha neutra elástica para a seção fissurada da laje mista)

(cálculo das raízes da equação do segundo grau)

(determinação do menor valor positivo entre as posições da linha neutra calculadas anteriormente)

LEI DO DIREITO AUTORAL  
 Todos os direitos reservados e protegidos  
 pela Lei 9.610/1998.  
 Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
 transmitido sejam quais forem os meios  
 empregados: eletrônicos, mecânicos,  
 fotográficos ou quaisquer outros.



## - Fôrma reentrante

Leitura de dados

$$n = E_a / E_c$$

(razão entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto)

$$b_s = 1000 / n$$

(Transformação das largura de concreto em larguras equivalentes de aço)

$$b_M = (1000 \cdot l_1) / (b_n \cdot n)$$

$$b_I = (1000 \cdot l_2) / (b_n \cdot n)$$

$$b_t = (b + b_M) / 2$$

equação (4.38)

(cálculo da posição do centro de gravidade da seção mista)

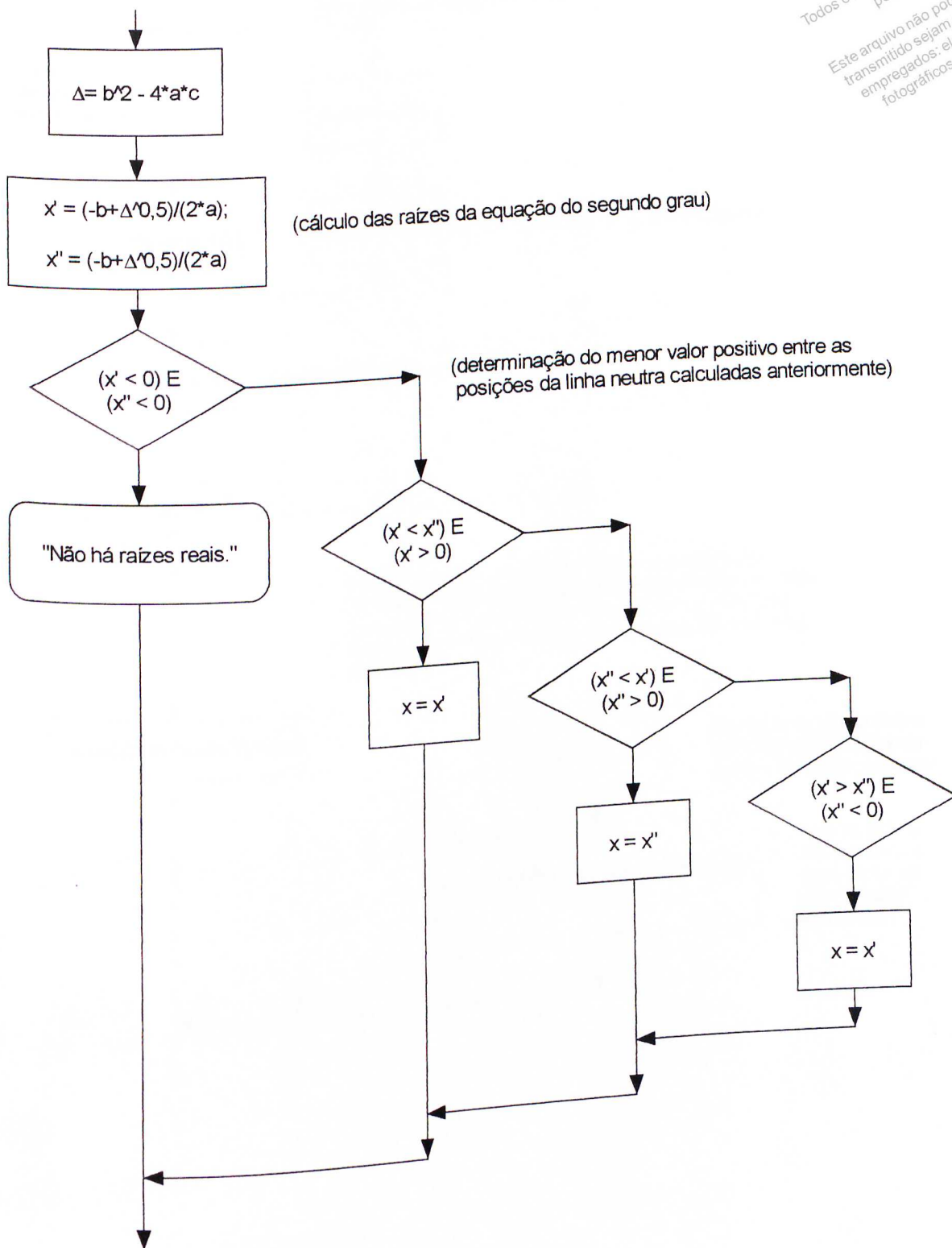
equação (4.39)

(cálculo do momento de inércia da seção não-fissurada)

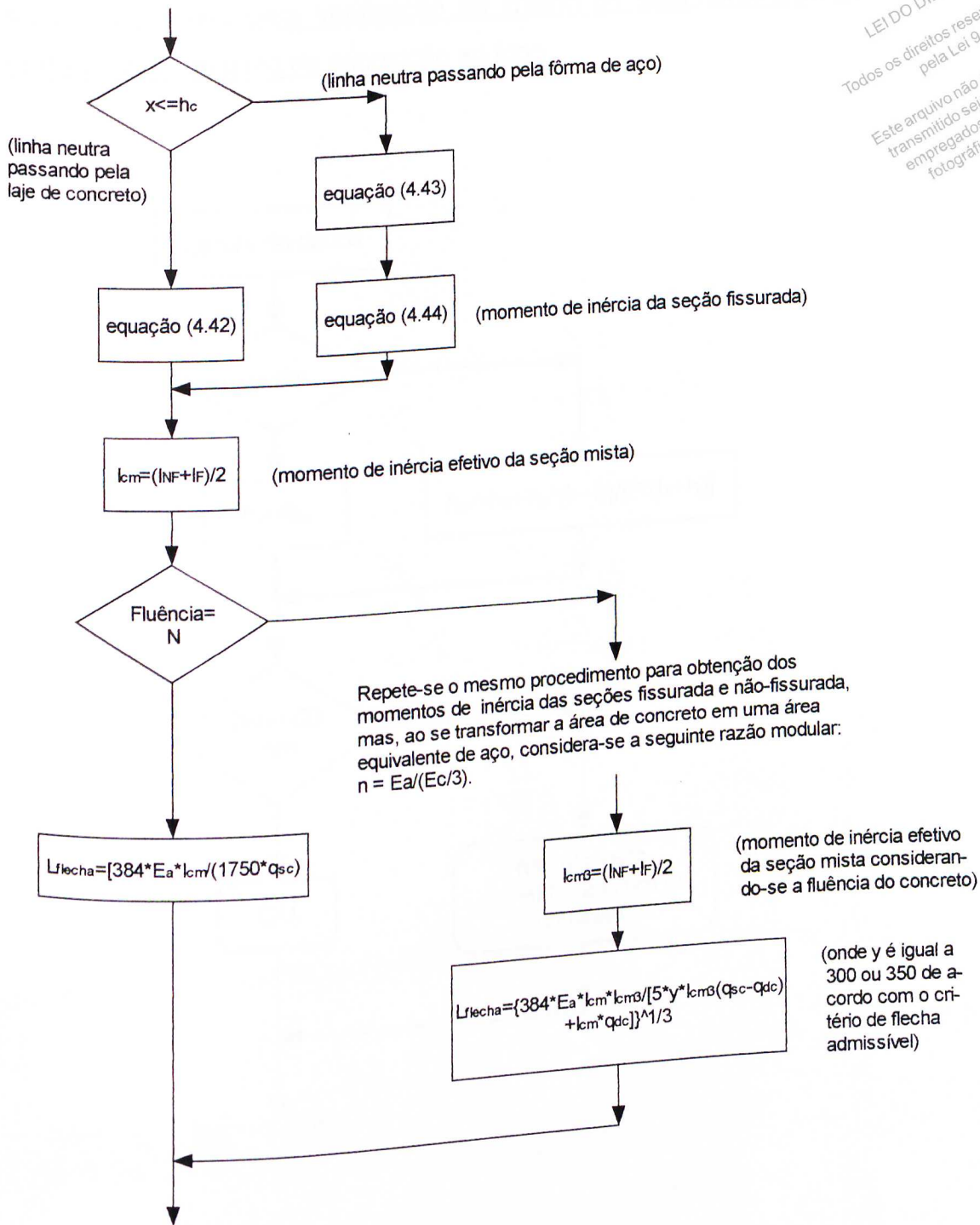
$$\begin{aligned} a &= -0,5 \cdot b_s; \\ b &= -A_p; \\ c &= A_p \cdot (h_t - e). \end{aligned}$$

(determinação da posição da linha neutra elástica para a seção fissurada da laje mista)

LEI DO DIREITO AUTORAL  
 Todos os direitos reservados e protegidos  
 pela Lei 9.610/1998.  
 Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
 transmitido sejam quais forem os meios  
 empregados: eletrônicos, mecânicos,  
 fotográficos ou quaisquer outros.

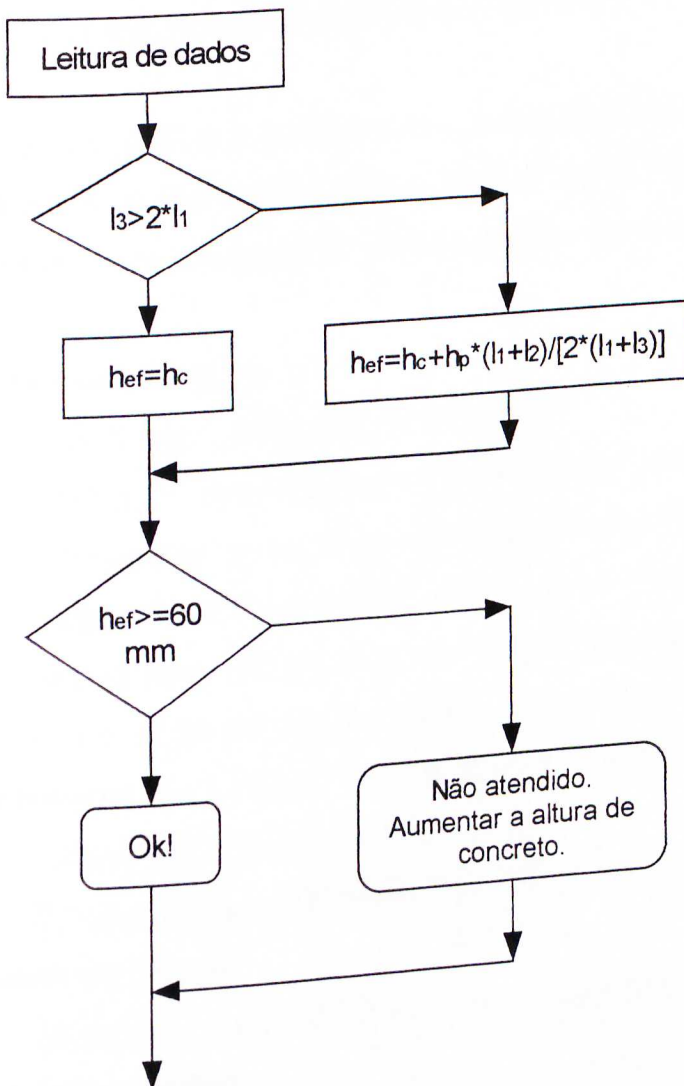


LEI DO DIREITO AUTORAL  
 Todos os direitos reservados e protegidos  
 pela Lei 9.610/1998.  
 Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
 transmitido sejam quais forem os meios  
 empregados: eletrônicos, mecânicos,  
 fotográficos ou quaisquer outros.



4.5.5 – Subrotina para verificação do critério de isolamento térmico da laje mista para 30 minutos de exposição ao fogo

LEI DO DIREITO AUTORAL  
Todos os direitos reservados e protegidos  
pela Lei 9.610/1998.  
Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
transmitido sejam quais forem os meios  
empregados: eletrônicos, mecânicos,  
fotográficos ou quaisquer outros.





#### 4.6 – Exemplo de aplicação

A fim de apresentar os procedimentos que devem ser adotados na utilização da planilha de cálculo, mostra-se um exemplo de aplicação da mesma abordando as entradas de dados, os avisos emitidos e a leitura dos resultados.

Determinar-se-á o vão máximo admissível para a fase mista de uma laje com 140 mm de altura total e seção trapezoidal. Os dados referentes à fôrma de aço, ao concreto e ao carregamento atuante encontram-se listados a seguir:

- Dados relativos à fôrma de aço

$$f_{yp} = 280 \text{ N/mm}^2 \text{ (limite de escoamento);}$$

$$A_p = 1112 \text{ m}^2/\text{m} \text{ (área da seção transversal por metro de largura);}$$

$$M_{pa} = 6,02 \text{ kN.m/m} \text{ (momento de plastificação por metro de largura);}$$

$$I_p = 1,02 \times 10^6 \text{ mm}^4/\text{m} \text{ (momento de inércia por metro de largura);}$$

$$m = 152,14 \text{ N/mm} \text{ (parâmetros } m, k \text{ obtidos por Melo [Melo, 1999]);}$$

$$k = 0,001697 \text{ N/mm}^2 \text{ (parâmetros } m, k \text{ obtidos por Melo [Melo, 1999]);}$$

obs.: parâmetros  $m$  e  $k$  obtidos de acordo com Schuster [Schuster, 1991];

$$h_p = 75 \text{ mm} \text{ (altura da fôrma de aço);}$$

$$e = 37,49 \text{ mm} \text{ (distância entre o centro de gravidade da fôrma de aço}$$

e sua superfície inferior);

$$e_p = 33,88 \text{ mm} \text{ (distância entre o eixo neutro plástico da fôrma de aço}$$

e sua superfície inferior);

$$t_p = 0,8 \text{ mm} \text{ (espessura da fôrma de aço);}$$

$$b_n = 274 \text{ mm} \text{ (comprimento de uma onda característica);}$$

$$l_1 = 155 \text{ mm} \text{ (parâmetro para o cálculo da altura efetiva da laje mista);}$$

$$l_2 = 119 \text{ mm} \text{ (parâmetro para o cálculo da altura efetiva da laje mista);}$$

$$l_3 = 119 \text{ mm} \text{ (parâmetro para o cálculo da altura efetiva da laje mista).}$$

( $l_1$ ,  $l_2$  e  $l_3$  conforme se mostra na figura 4.8)

- Dados relativos ao concreto

$$f_{ck} = 20 \text{ MPa} \text{ (resistência característica à compressão);}$$

- $h_c = 65 \text{ mm}$  (altura do concreto acima da fôrma de aço);
- $\tau_{R,k} = 0,375 \text{ N/mm}^2$  (resistência característica ao cisalhamento);
- $E_c = 29 \text{ kN/mm}^2$  (módulo de elasticidade secante);

Todos os direitos reservados e protegidos  
 pela Lei 9.610/1998.  
 Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
 transmitido sejam quais forem os meios  
 empregados: eletrônicos, mecânicos,  
 fotográficos ou quaisquer outros.

- Carregamento atuante (valores nominais)
  - peso próprio do concreto = 2,41 kN/m<sup>2</sup>;
  - peso próprio da fôrma de aço = 0,09 kN/m<sup>2</sup>;
  - carga permanente após a cura do concreto = 1,0 kN/m<sup>2</sup>;
  - sobrecarga = 7,0 kN/m<sup>2</sup>;

Uma vez relacionados os dados relativos aos materiais e ao carregamento atuante, o primeiro passo corresponde à entrada dos coeficientes de minoração da resistência dos materiais (figura 4.16).

	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC
25											
26											
27											
28											
29											
30											
31											
32											
33											
34											
35											
36											
37											
38											
39											
40											
41											
42											
43											
44											
45											

Figura 4.16 -Entrada dos coeficientes de minoração da resistência dos materiais na planilha de cálculo.

Feito isto, definem-se a forma como os parâmetros  $m$  e  $k$  da fôrma de aço foram obtidos, a consideração ou não do efeito da fluência do concreto quando sujeito a cargas de longa duração e o valor limite para a flecha, conforme se mostra na figura 4.17.

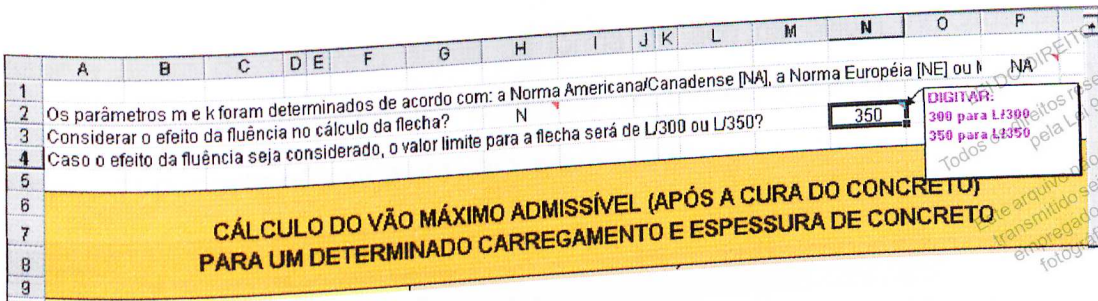


Figura 4.17 - Definição da forma como os parâmetros  $m$  e  $k$  foram obtidos e das considerações de cálculo para a laje mista.

Têm-se, a seguir, as entradas de dados referentes à fôrma de aço, ao concreto e ao carregamento atuante (figura 4.18).

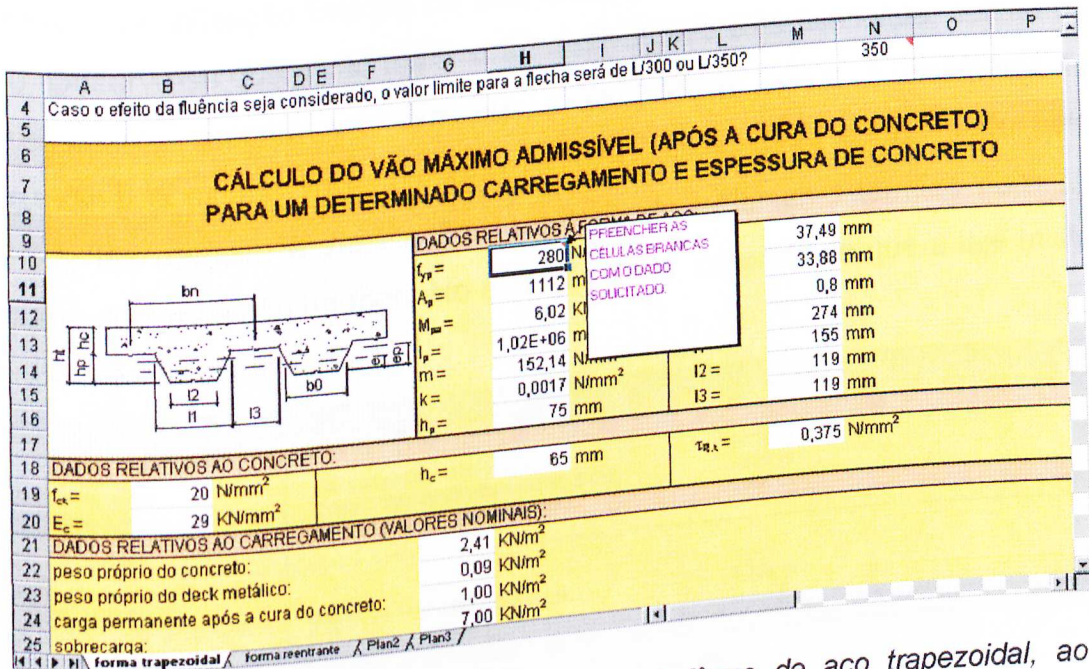


Figura 4.18 - Entrada dos dados referentes à fôrma de aço trapezoidal, ao concreto e ao carregamento atuante.

Observando as equações (4.36) e (4.43) nota-se que a obtenção da variável  $(x)$  somente é possível por métodos aproximados. Deve-se, portanto, verificar o campo destinado aos avisos, à respeito da necessidade de utilização do comando SOLVER do Excel para a aproximação da posição da linha neutra elástica na seção transversal da laje mista, caso esta esteja na fôrma de aço. No aviso encontrar-se-á indicada a célula onde se deve utilizar o comando SOLVER (figura 4.19), que se encontra no menu Ferramentas. Aconselha-se

digitar a altura de concreto acima da fôrma de aço na célula indicada pelo aviso, antes da utilização do comando SOLVER, para que a solução encontrada por este não seja um valor equivocado.

33	Com base no	Flecha limite devida à sobrecarga:		3,362 m
34	Estado Limite de Utilização			
35				
36	CRITÉRIO DE ISOLAMENTO TÉRMICO PARA 30 MINUTOS DE EXPOSIÇÃO AO FOGO:			
37	$h_{d,cr} =$	61 mm	>	$h_{d,min} =$ 60 mm OK!
38				
39	AVISO: VÁ PARA A CÉLULA AB15 E UTILIZE O COMANDO 'SOLVER' DO EXCEL PARA CORREÇÃO DO VÃO MÁXIMO ADMISSÍVEL SEGUNDO O CRITÉRIO DA FLECHA.			
40				

Figura 4.19 - Aviso emitido pela planilha para correção do vão máximo admissível segundo o critério da flecha.

A planilha fornece o vão máximo admissível para cada um dos estados limites últimos e de utilização listados no item anterior, conforme se mostra na figura 4.20. Observa-se que o vão máximo admissível para esta laje mista, sujeita ao carregamento descrito anteriormente, é de 2,556m, sendo o cisalhamento longitudinal o estado limite preponderante. O último dado apresentado pela planilha diz respeito à verificação do critério de isolamento térmico para 30 minutos de exposição ao fogo. No exemplo dado, constata-se que a laje mista atende a este critério.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
26	VÃO MÁXIMO ADMISSÍVEL:					2,556 m										
27												3,656 m				
28	Com base nos					Colapso pelo momento fletor:						2,556 m				
29	Estados Limites Últimos					Colapso pelo cisalhamento longitudinal:						4,400 m				
30						Colapso pelo cisalhamento vertical:										
31																
32	Com base no					Flecha limite devida à sobrecarga:						4,726 m				
33	Estado Limite de Utilização															
34																
35																
36	CRITÉRIO DE ISOLAMENTO TÉRMICO PARA 30 MINUTOS DE EXPOSIÇÃO AO FOGO:															
37	$h_{d,cr} =$	103 mm		>	$h_{d,min} =$	60 mm		OK!								
38																
39	AVISO: -															

Figura 4.20 - Vão máximo admissível segundo cada um dos estados limites últimos e de utilização.

## 5. ESTUDO COMPARATIVO DE ALGUNS TIPOS DE LAJES MISTAS

DIREITO AUTORAL  
Todos os direitos reservados e protegidos  
pela Lei 9.610/1998.  
Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
transmitido sejam quais forem os meios  
empregados: eletrônicos, mecânicos,  
fotográficos ou quaisquer outros.

Neste capítulo é apresentado um estudo comparativo de quatro lajes mistas existentes nos mercados nacional e internacional. Para isto, será utilizada uma planilha de cálculo no Excel da Microsoft (capítulo 4). Uma vez fixada a geometria da seção transversal da laje, as propriedades de seus materiais e os carregamentos atuantes, a planilha de cálculo permite a determinação do vão máximo admissível da laje mista para cada um dos estados limites últimos (colapsos por flexão, cisalhamento vertical, cisalhamento longitudinal) e de utilização (flecha).

As fôrmas de aço a serem estudadas e suas propriedades são relacionadas no item 5.1, enquanto que no item 5.2, são descritos os parâmetros que sofrerão variações dentro de faixas usuais de projeto. Com os resultados do estudo comparativo sob a forma de gráficos (item 5.3), apresentar-se-ão dois exemplos de seleção de laje mista (item 5.4) mediante a escolha do vão a ser vencido e dos carregamentos atuantes. E, para finalizar este capítulo, serão dadas justificativas dos resultados obtidos à luz dos conceitos vistos no capítulo 3 (item 5.5).

### 5.1 – Tipos de fôrma de aço a serem estudadas

Solicitou-se a alguns fabricantes os dados provenientes dos ensaios de sua(s) fôrma(s) de aço. Encontrou-se por parte dos fabricantes uma grande restrição quanto à liberação desses dados, alegando-se como maior empecilho para a sua disponibilização a confidencialidade dos mesmos. Dos diversos fabricantes consultados, apenas três deles disponibilizaram dados provenientes de suas fôrmas de aço e, dentre esses três, apenas um forneceu todos os dados

solicitados e a forma como os mesmos foram obtidos. Por este motivo, os dados que não foram fornecidos pelos fabricantes foram calculados, aproximadamente, utilizando o AISI [AISI, 1996] e serão indicados com um asterisco (\*). Por questões éticas, não serão indicados os nomes das fôrmas de aço e de seus respectivos fabricantes.

Para possibilitar uma maior quantidade de fôrmas de aço para o estudo comparativo, utilizar-se-á uma fôrma de aço extraída do exemplo dado por Johnson [Johnson, 1994] em seu livro texto. Tem-se, a seguir, a descrição das propriedades de cada uma das quatro fôrmas utilizadas no estudo comparativo.

- Modelo 1 (figura 5.1)

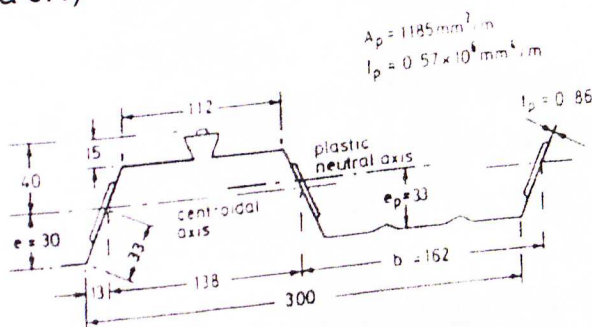


Figura 5.1 - Fôrma extraída do exemplo dado por Johnson [Johnson, 1994] em seu livro texto.

Os dados referentes à fôrma do modelo 1 são descritos na tabela 5.1.

Tabela 5.1 - Propriedades da fôrma de aço do modelo 1

	Propriedades da fôrma de aço do modelo 1
$t_p$	0,86 mm
$f_{yp}$	280 N/mm <sup>2</sup>
$h_p$	55 mm
$A_p$	1185 mm <sup>2</sup> /m
$I_p$	0,57x10 <sup>6</sup> mm <sup>4</sup> /m
$M_{pa}$	4,92 kN.m/m
$e$	30 mm

$e_p$	33 mm
$m$	184 N/mm <sup>2</sup>
$k$	0,0530 N/mm <sup>2</sup> ;
$b_n$	300 mm
$l_1$	188 mm
$l_2$	136 mm
$l_3$	112 mm

obs.:  $m$  e  $k$  conforme Eurocode [Eurocode 4, 1992].

Na tabela 5.1:

- $f_{yp}$  é o limite de escoamento do aço da fôrma;
- $t_p$  é a espessura de cálculo da fôrma de aço;
- $h_p$  é a altura da fôrma de aço;
- $A_p$  é a área da fôrma de aço por metro de largura;
- $I_p$  é o momento de inércia da fôrma de aço por metro de largura;
- $M_{pa}$  é o momento de plastificação da fôrma de aço por metro de largura;
- $e$  é a distância entre a linha neutra elástica da fôrma de aço e sua superfície inferior;
- $e_p$  é a distância entre a linha neutra plástica da fôrma de aço e sua superfície inferior;
- $m$  e  $k$  são coeficientes para cálculo da resistência ao cisalhamento longitudinal;
- $b_n$  é o comprimento de uma onda característica da fôrma de aço;
- $l_1, l_2$  e  $l_3$  são parâmetros para o cálculo da altura efetiva da laje mista (item 4.4).

LEI DO DIREITO AUTORAL  
 Todos os direitos reservados e protegidos  
 pela Lei 9.610/1998.  
 Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
 transmitido sejam quais forem os meios  
 empregados: eletrônicos, mecânicos,  
 fotográficos ou quaisquer outros.

- Modelo 2 (figura 5.2)

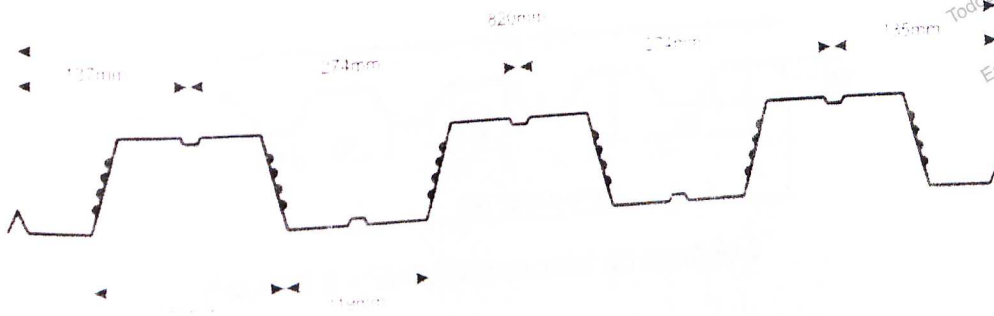


Figura 5.2 - Forma trapezoidal do modelo 2

Os dados referentes à forma de aço do modelo 2 são descritos na tabela 5.2.

Tabela 5.2 - Propriedades da forma de aço do modelo 2

Propriedades da forma de aço do modelo 2			
$t_p$	0,76 mm	0,91 mm	1,21 mm
$f_{yp}$	280 N/mm <sup>2</sup>		
$h_p$	75 mm		
$A_p$	1112 mm <sup>2</sup> /m	1332 mm <sup>2</sup> /m	1771 mm <sup>2</sup> /m
$I_p$	1,017x10 <sup>6</sup> mm <sup>4</sup> /m	1,255x10 <sup>6</sup> mm <sup>4</sup> /m	1,667x10 <sup>6</sup> mm <sup>4</sup> /m
$M_{pa}$	6,02 kN.m/m	7,46 kN.m/m	10,76 kN.m/m
$e$	37,49 mm	37,57 mm	37,72 mm
$e_p$	33,88 mm	34,88 mm	35,88 mm
$m$	152,14 N/mm	170,97 N/mm	208,63 N/mm
$k$	0,001697 N/mm <sup>2</sup> ;	0,014196 N/mm <sup>2</sup>	0,039194 N/mm <sup>2</sup>
$b_n$	274 mm		
$l_1$	155 mm		
$l_2$	119 mm		
$l_3$	119 mm		

obs.:  $m$  e  $k$  conforme Schuster [Schuster, 1991]

LEI DO DIREITO AUTORAL  
 Todos os direitos reservados e protegidos  
 pela Lei 9.610/1998.  
 Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
 transmitido sejam quais forem os meios  
 empregados: eletrônicos, mecânicos,  
 fotográficos ou quaisquer outros.



- Modelo 3 (figura 5.3)

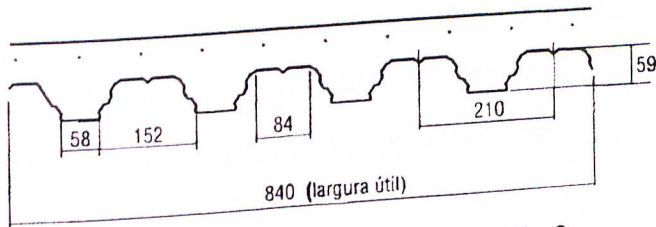


Figura 5.3 - Fôrma trapezoidal do modelo 3

Os dados referentes à fôrma de aço do modelo 3 são descritos na tabela 5.3.

Tabela 5.3 - Propriedades da fôrma de aço do modelo 3

Propriedades da fôrma de aço do modelo 3			
$t_p$	0,76 mm	0,96 mm	1,21 mm
$f_{yp}$	280 N/mm <sup>2</sup>		
$h_p$	59 mm		
$A_p$	1112 mm <sup>2</sup> /m	1405 mm <sup>2</sup> /m	1771 mm <sup>2</sup> /m
$I_p$	0,552x10 <sup>6</sup> mm <sup>4</sup> /m	0,746x10 <sup>6</sup> mm <sup>4</sup> /m	0,940x10 <sup>6</sup> mm <sup>4</sup> /m
$M_{pa}$	3,97(*) kN.m/m	5,20(*) kN.m/m	6,97(*) kN.m/m
$e$	32,4 mm		
$e_p$	35(*) mm	35(*) mm	35(*) mm
$m$	200,4 N/mm <sup>2</sup>		
$k$	0,005 N/mm <sup>2</sup> ;		
$b_n$	205 mm		
$l_1$	141 mm		
$l_2$	58 mm		
$l_3$	84 mm		

Obs.:  $m$  e  $k$  conforme Merlet [Merlet, 1996]

Alguns dos dados fornecidos por este fabricante são questionáveis. Tem-se, por exemplo, um único par  $m, k$  para todas as espessuras da fôrma de aço.

LEI DO DIREITO AUTORAL  
 Todos os direitos reservados e protegidos  
 pela Lei 9.610/1998.  
 Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
 transmitido sejam quais forem os meios  
 empregados: eletrônicos, mecânicos,  
 fotográficos ou quaisquer outros.

De acordo com os conceitos teóricos abordados no capítulo 3, estes parâmetros são dependentes da espessura da fôrma e, portanto, não devem ser iguais para fôrmas de diferentes espessuras. Uma possível explicação para este fato seria que esses parâmetros referem-se à fôrma de menor espessura, ficando as demais a favor da segurança.

- Modelo 4 (figura 5.4)

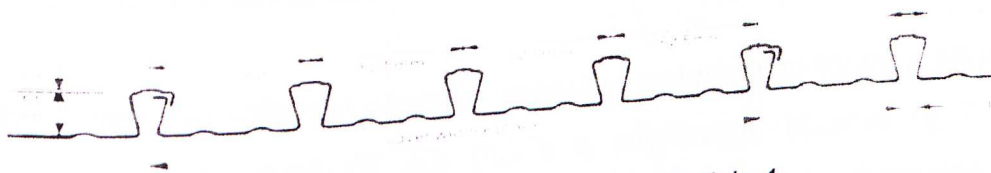


Figura 5.4 - Fôrma reentrante do modelo 4

Os dados referentes à fôrma de aço do modelo 4 são descritos na tabela 5.4.

Tabela 5.4 - Propriedades da fôrma de aço do modelo 4

	Propriedades da fôrma de aço do modelo 4		
	0,9 mm	1,0 mm	1,2 mm
$t_p$	0,9 mm	1,0 mm	1,2 mm
$f_{yp}$	280 N/mm <sup>2</sup>		
$h_p$	51 mm		
$A_p$	1550 mm <sup>2</sup> /m	1746 mm <sup>2</sup> /m	2124 mm <sup>2</sup> /m
$I_p$	0,500x10 <sup>6</sup> mm <sup>4</sup> /m	0,568x10 <sup>6</sup> mm <sup>4</sup> /m	0,742x10 <sup>6</sup> mm <sup>4</sup> /m
$M_{pa}$	5,02 kN.m/m	5,90 kN.m/m	7,13 kN.m/m
$e$	17,1 mm	17,2 mm	17,3 mm
$e_p$	0,89(*) mm	0,98(*) mm	1,18(*) mm
$m$	200,0 N/mm <sup>2</sup>	205,9 N/mm <sup>2</sup>	217,7N/mm <sup>2</sup>
$k$	0,005 N/mm <sup>2</sup> ;	0,002N/mm <sup>2</sup>	-0,0037N/mm <sup>2</sup>
$b_n$	152,5 mm		
$l_1$	114,5 mm		
$l_2$	140,5 mm		

$l_3$	38 mm
-------	-------

obs.: o fabricante não confirmou a forma como o par de valores  $m$ ,  $k$  foi obtido, mas comparando-se os resultados oriundos da equação (3.13), pág. 43, com a tabela sobrecarga-vão fornecida pelo fabricante, encontraram-se valores extremamente próximos. Adotou-se, portanto, a equação (3.13) para o cálculo da resistência da laje mista ao cisalhamento longitudinal.

## 5.2 – Variação dos parâmetros

Os parâmetros que sofreram variação no estudo comparativo foram a altura de concreto acima da fôrma de aço ( $h_c$ ) e a sobrecarga atuante ( $q_{sc}$ ). Tais variações correspondem a valores usuais utilizados em projeto. Consideraram-se, para cada um dos modelos, as seguintes alturas de concreto acima da fôrma de aço: 50mm, 75mm, 100mm e 125mm. Utilizaram-se valores de sobrecarga variando de 0 a 20 kN/m<sup>2</sup>, fixando-se uma carga permanente após a cura do concreto de 1 kN/m<sup>2</sup>, correspondente a uma camada de revestimento na laje.

## 5.3 – Apresentação dos resultados

O primeiro procedimento adotado foi separar as fôrmas de aço de acordo com o peso por metro quadrado. Os seguintes grupos foram formados:

- grupo 1: modelo 1 ( $t_p = 0,86\text{mm}$ ), modelo 2 ( $t_p = 0,76\text{mm}$ ) e modelo 3 ( $t_p = 0,76\text{mm}$ );
- grupo 2: modelo 2 ( $t_p = 0,91\text{mm}$ ), modelo 3 ( $t_p = 0,96\text{mm}$ ) e modelo 4 ( $t_p = 0,9\text{mm}$ );
- grupo 3: modelo 2 ( $t_p = 1,21\text{mm}$ ), modelo 3 ( $t_p = 1,21\text{mm}$ ) e modelo 4 ( $t_p = 1,0\text{mm}$ ).

Em relação ao concreto, consideraram-se as seguintes propriedades:

- $f_{ck} = 20$  MPa (resistência característica à compressão obtida através de ensaio de corpo de prova cilíndrico);

- $E_c = 29 \text{ MPa}$  (módulo de elasticidade secante segundo o EUROCODE 4, 1992);
- $\tau_{R,k} = 0,375 \text{ MPa}$  (resistência característica ao cisalhamento);
- $\rho = 2400 \text{ kg/m}^3$  (massa específica – densidade normal);

Para os coeficientes de minoração da resistência dos materiais, adotaram-se os seguinte valores:

$\gamma_c = 1,40$  (coeficiente de minoração da resistência do concreto);

$\gamma_a = 1,10$  (coeficiente de minoração da resistência do aço da fôrma);

$\gamma_s = 1,15$  (coeficiente de minoração da resistência do aço da armadura);

$\gamma_{vs} = 1,25$  (coeficiente de minoração da resistência da laje mista ao cisalhamento longitudinal).

$\gamma_{vs} = 1,43$  (coeficiente de minoração da resistência da laje mista ao cisalhamento longitudinal para o modelo 2).

Uma vez definidas a entrada de dados e a forma como os resultados serão dispostos, estabeleceu-se a altura de concreto acima da fôrma de aço ( $h_c$ ) e, para cada valor da sobrecarga atuante, determinou-se o vão máximo resistente da laje mista por meio da planilha de cálculo (capítulo 4). Os resultados obtidos são mostrados nas figuras 5.5 a 5.10. Na legenda de cada gráfico são mostrados dois números junto ao nome do modelo. O primeiro número corresponde ao volume de concreto por metro quadrado de laje, enquanto que o segundo número corresponde ao peso da fôrma em quilogramas-força por metro quadrado de laje. Logo, a legenda Modelo 1 (0,076; 15,02) significa que para uma determinada espessura de fôrma de aço e altura de concreto o Modelo 1 apresenta um consumo de concreto de  $0,076 \text{ m}^3/\text{m}^2$  e um peso da fôrma de aço de  $15,02 \text{ kgf/m}^2$ .

Como comentado anteriormente, os grupos estão dispostos em ordem crescente com relação ao peso da fôrma de aço e, dentro destes grupos, tem-

se uma ordem crescente com relação ao consumo de concreto por metro quadrado de laje (aumento da altura de concreto acima da fôrma de aço).

É necessário ressaltar que os gráficos das figuras 5.5 a 5.10 correspondem somente à fase mista, devendo o usuário conciliá-los com os gráficos correspondentes à fase antes da cura do concreto, para se ter uma idéia do comportamento global dos modelos 1 a 4. Os gráficos referentes à fase antes da cura do concreto estão sendo desenvolvidos pelo mestrando Osvaldo Teixeira Baião Filho em sua dissertação de mestrado.

São apresentadas no anexo A tabelas com o valor do vão máximo resistente para cada sobrecarga utilizada e os respectivos modos de colapso.

LEI DO DIREITO AUTORAL  
Todos os direitos reservados e protegidos  
pela Lei 9.610/1998.  
Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
transmitido sejam quais forem os meios  
empregados: eletrônicos, mecânicos,  
fotográficos ou quaisquer outros.

se uma ordem crescente com relação ao consumo de concreto por metro quadrado de laje (aumento da altura de concreto acima da fôrma de aço).

É necessário ressaltar que os gráficos das figuras 5.5 a 5.10 correspondem somente à fase mista, devendo o usuário conciliá-los com os gráficos correspondentes à fase antes da cura do concreto, para se ter uma idéia do comportamento global dos modelos 1 a 4. Os gráficos referentes à fase antes da cura do concreto estão sendo desenvolvidos pelo mestrando Osvaldo Teixeira Baião Filho em sua dissertação de mestrado.

São apresentadas no anexo A tabelas com o valor do vão máximo resistente para cada sobrecarga utilizada e os respectivos modos de colapso.

LEI DO DIREITO AUTORAL  
Todos os direitos reservados e protegidos  
pela Lei 9.610/1998.  
Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
transmitido sejam quais forem os meios  
empregados: eletrônicos, mecânicos,  
fotográficos ou quaisquer outros.

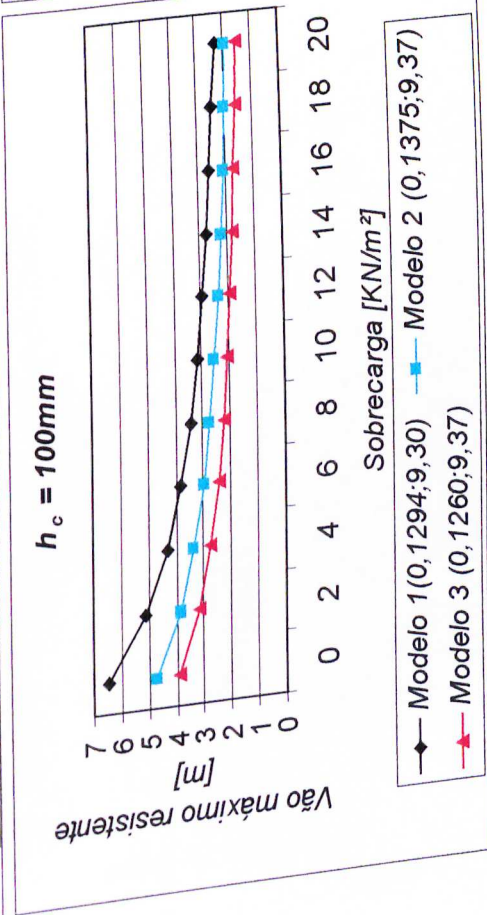
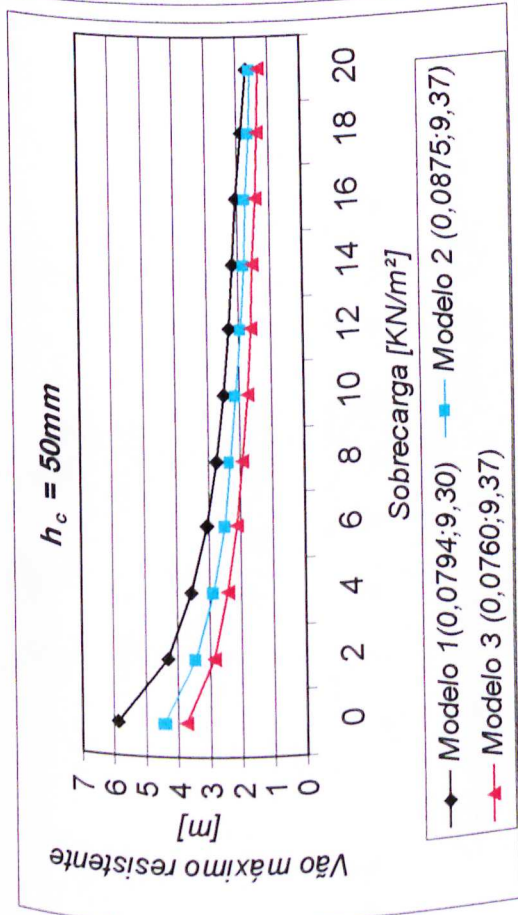
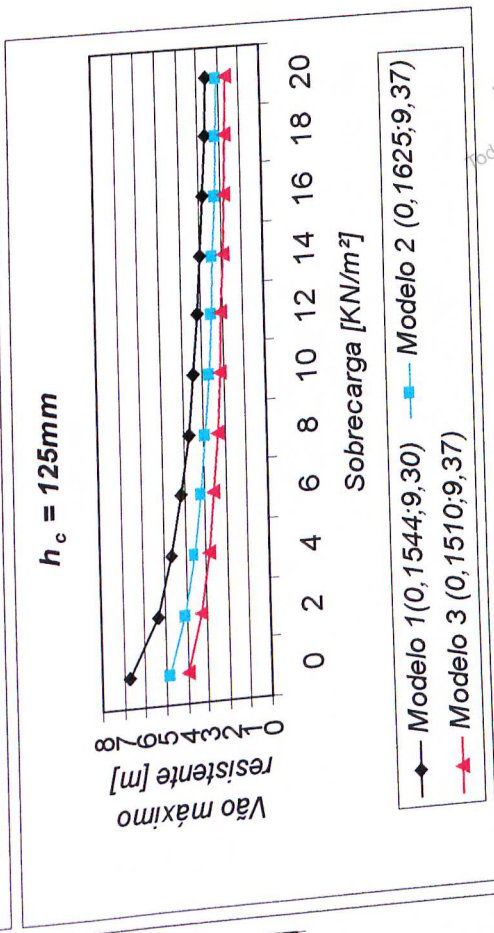
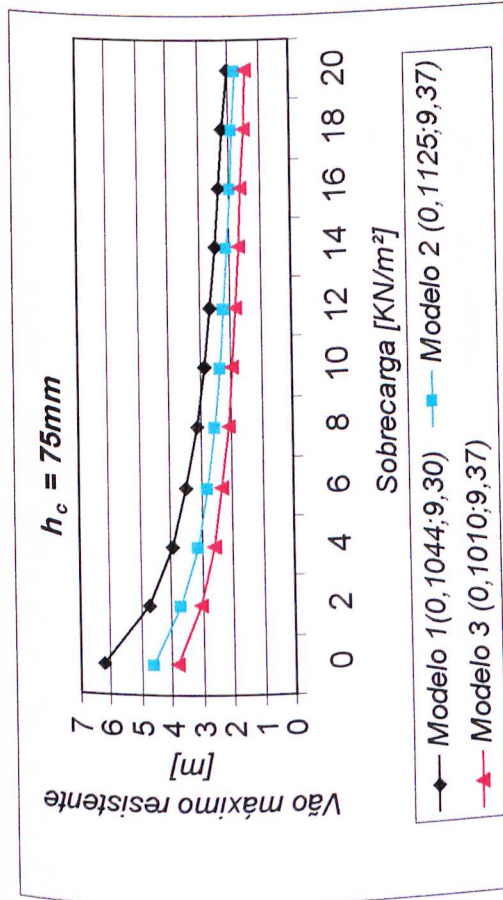


Figura 5.5 - Vão máximo resistente X Sobrecarga - Grupo 1 sem efeito da fluência do concreto. Os gráficos foram gerados sem avaliar problemas relacionados à grandes vãos e correspondem apenas à fase após a cura do concreto

LEI DO DIREITO AUTORAL  
 Todos os direitos reservados e protegidos  
 pela Lei 9.610/1998.  
 Este trabalho não pode ser reproduzido ou  
 divulgado sem que sejam tomados os meios  
 necessários para assegurar a origem dos  
 materiais empregados: eletrônicos, mecânicos,  
 fotográficos ou quaisquer outros.

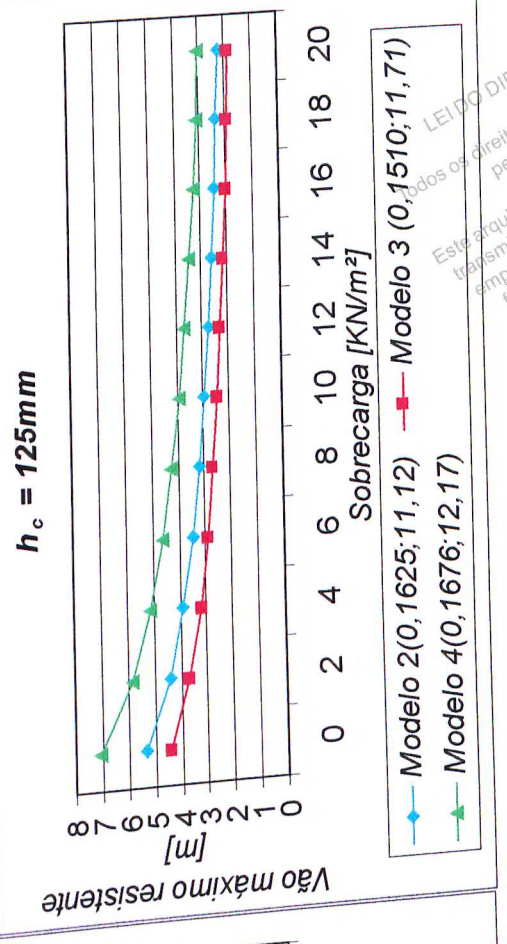
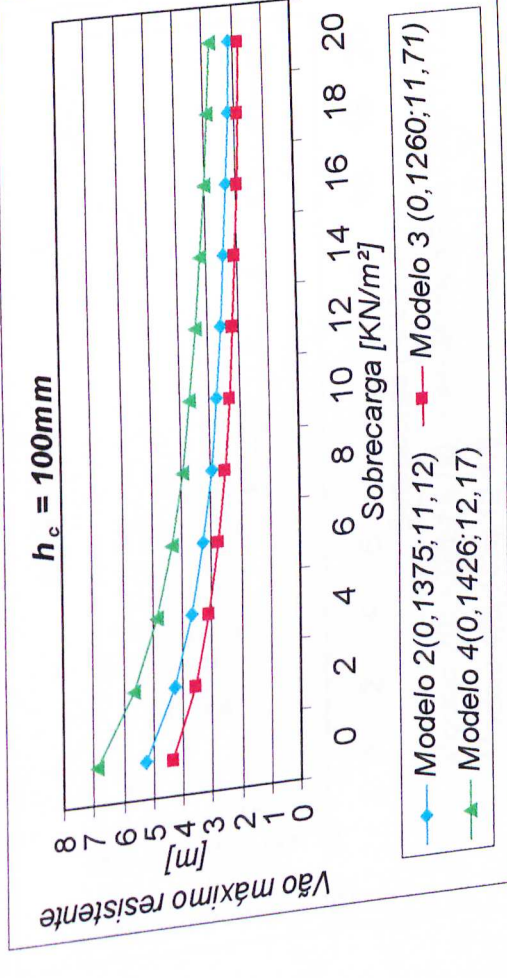
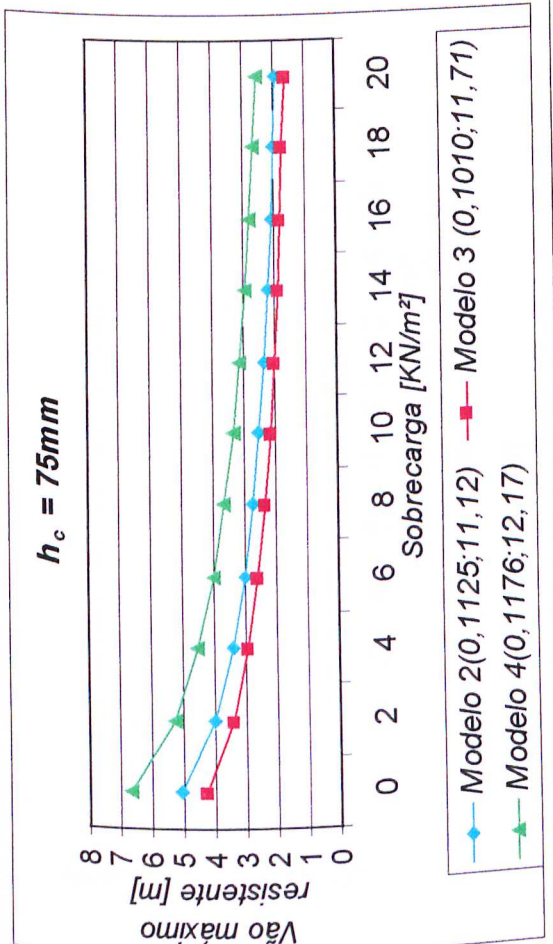
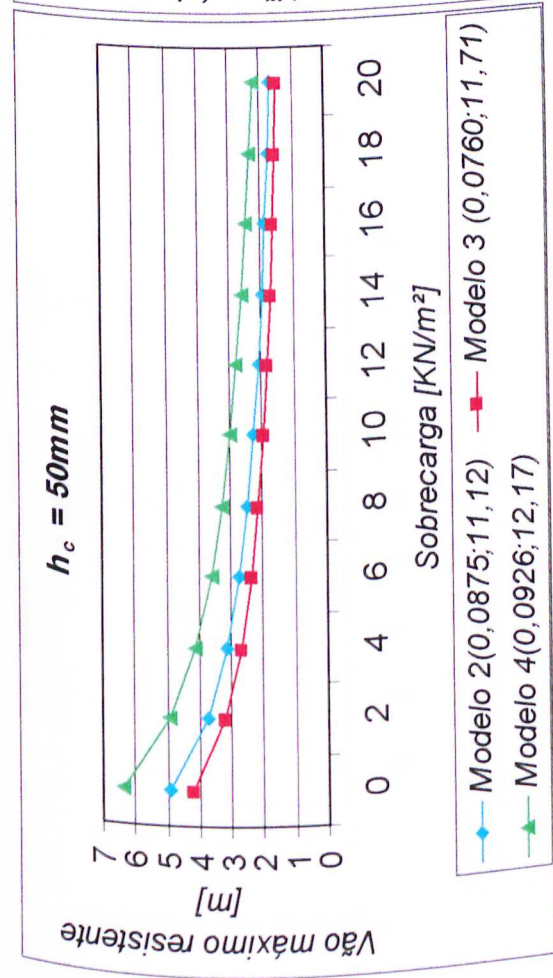


Figura 5.7 - Vão máximo resistente X Sobrecarga - Grupo 2 sem efeito da fluência do concreto. Os gráficos foram gerados sem avaliar problemas relacionados à grandes vãos e correspondem apenas à fase após a cura do concreto.

BIBLIOTECA CENTRAL  
MEMÓRIA UFPA

LEI DO DIREITO AUTORAL  
Todos os direitos reservados e protegidos  
por Lei nº 9.610/1998.  
Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
transmitido sem a autorização por escrito da  
empresaria, eletrônicos, mecânicos,  
fotográficos ou quaisquer outros.



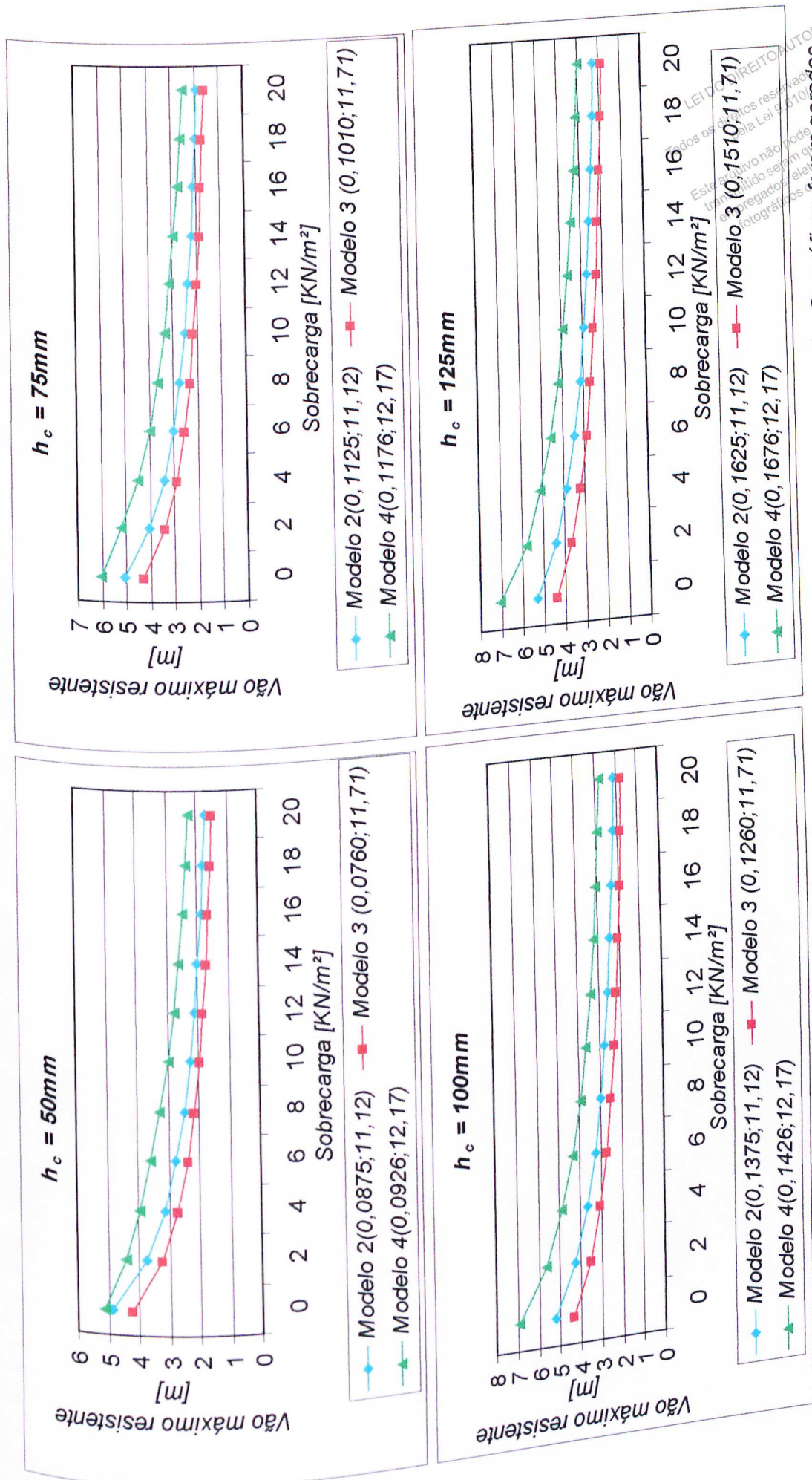


Figura 5.8 - Vão máximo resistente X Sobrecarga - Grupo 2 com efeito da fluência do concreto. Os gráficos foram gerados sem avaliar problemas relacionados à grandes vãos e correspondem apenas à fase após a cura do concreto.

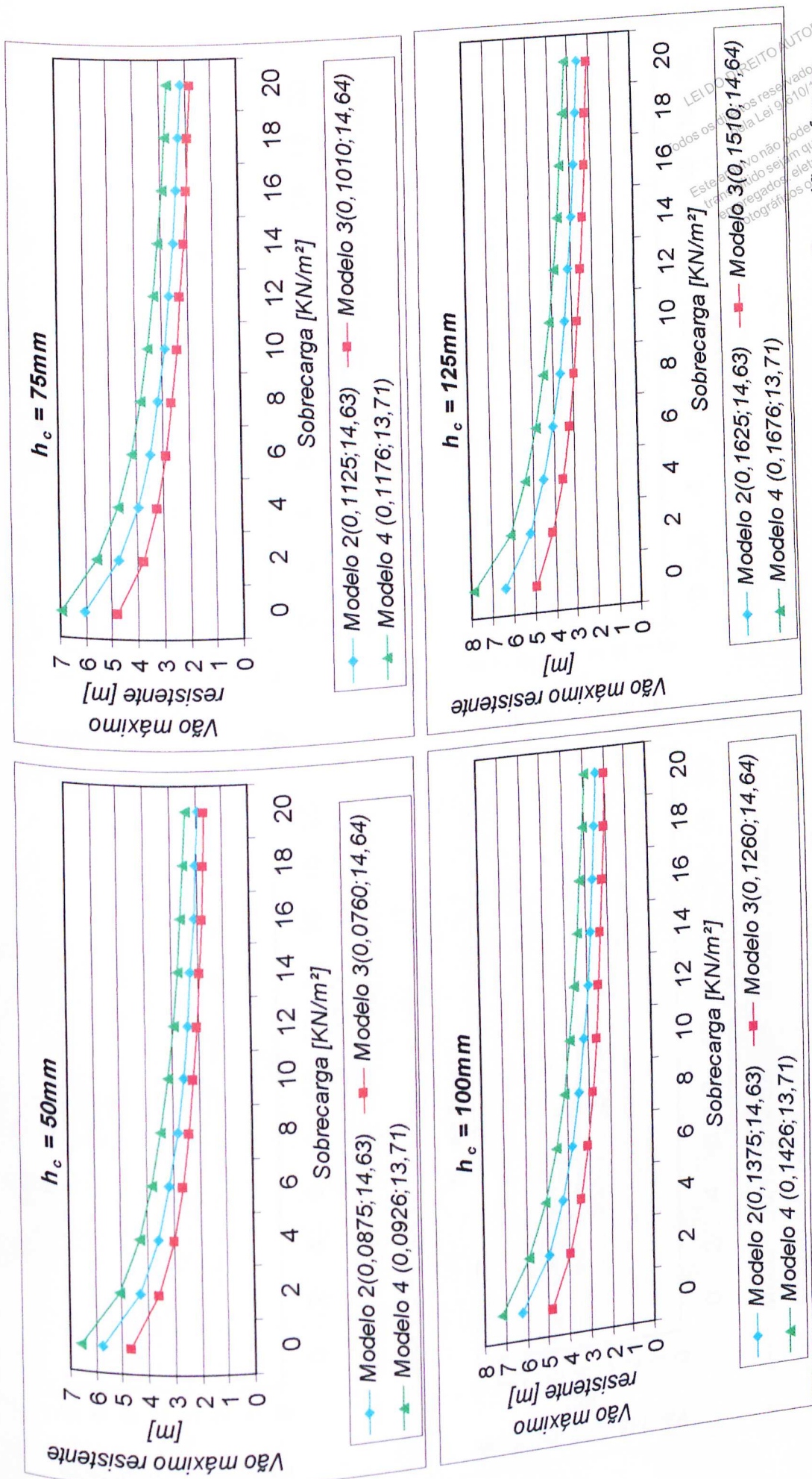


Figura 5.9 - Vão máximo resistente X Sobrecarga - Grupo 3 sem efeito da fluência do concreto. Os gráficos foram gerados sem avaliar problemas relacionados à grandes vãos e correspondem apenas à fase após a cura do concreto.

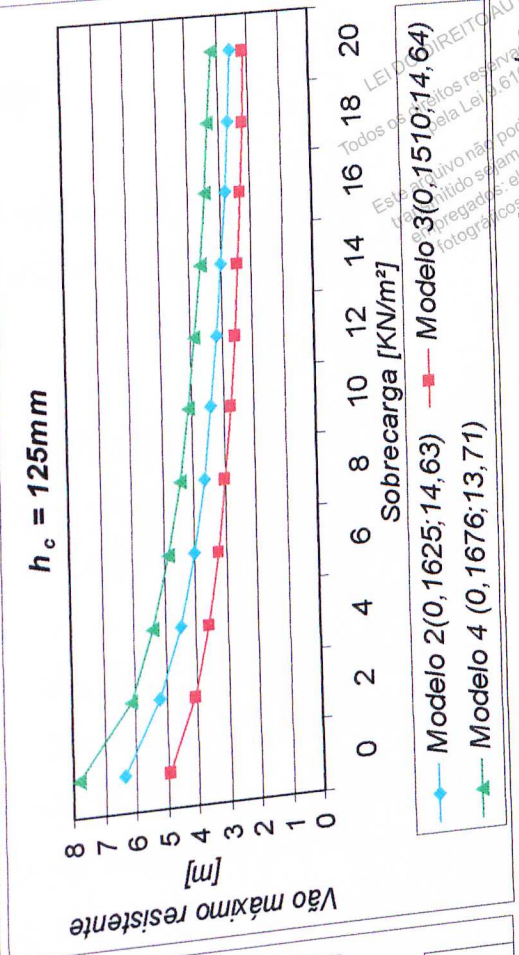
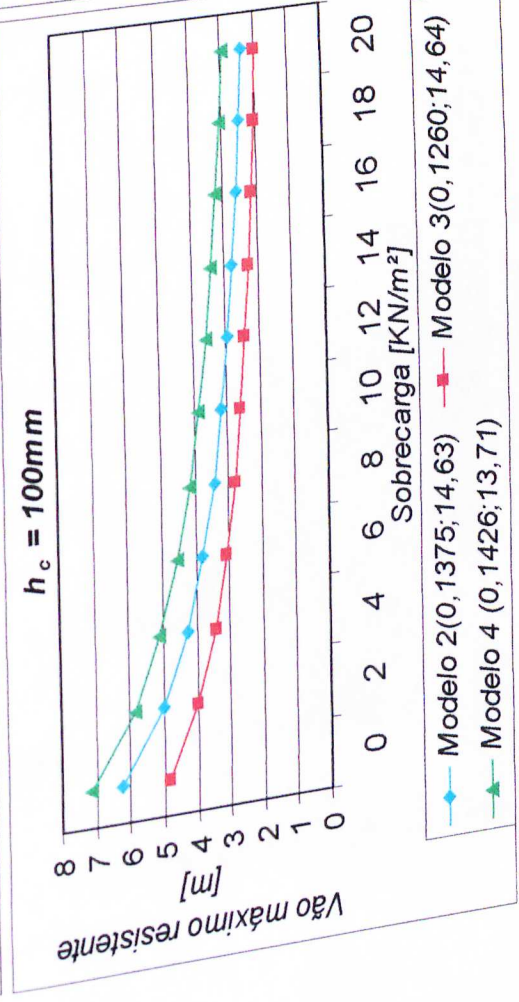
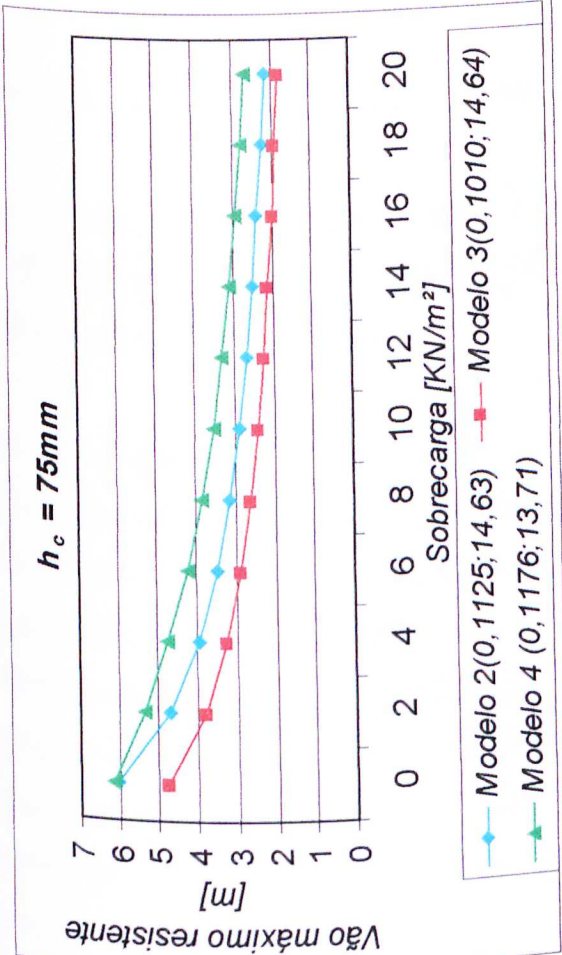
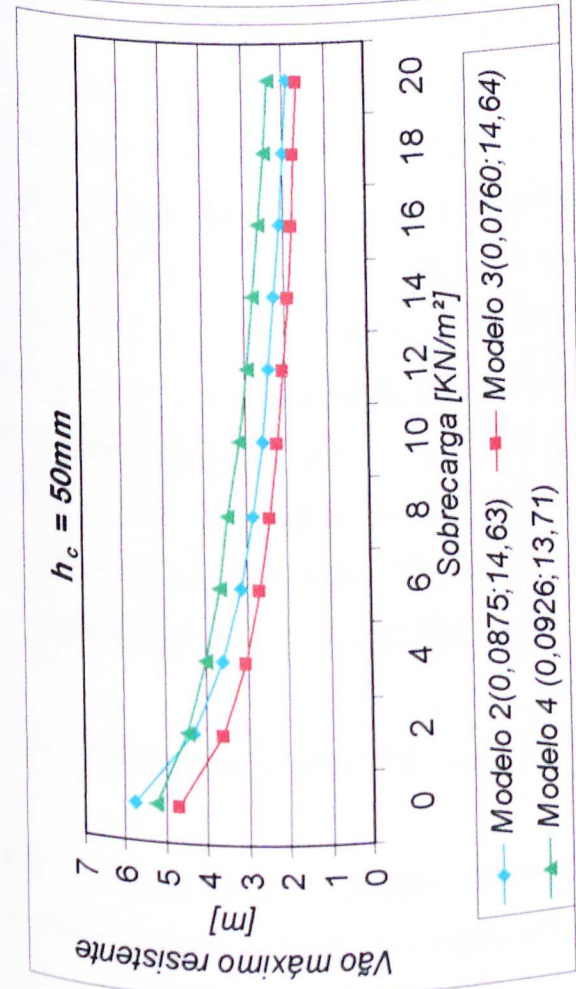


Figura 5.10 - Vão máximo resistente X Sobrecarga - Grupo 3 com efeito da fluência do concreto. Os gráficos foram gerados sem avaliar problemas relacionados à grandes vãos e correspondem apenas à fase após a cura do concreto.

LEI DO DIREITO AUTORAL  
 Todos os direitos reservados e protegidos  
 Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
 transmitido sem a autorização por escrito do  
 responsável. Os meios eletrônicos, mecânicos,  
 fotográficos ou quaisquer outros.

#### 5.4 – Exemplo de aplicação dos gráficos

Sem levar em conta as possíveis reduções de vão devidas à fase de concretagem, serão apresentados dois exemplos para ilustrar a utilização dos gráficos das figuras 5.5 a 5.10.

Desejando-se obter com um consumo mínimo de material (aço e concreto) o maior vão admissível para uma sobrecarga de  $8,0 \text{ kN/m}^2$ , deve-se pesquisar, inicialmente, os gráficos da figura 5.5 (caso o efeito da fluência do concreto não seja considerado) ou os gráficos da figura 5.6 (caso se queira considerar o efeito da fluência do concreto). Pesquisando-se, por exemplo, os gráficos da figura 5.6 observa-se que o modelo 1, com  $h_c = 50 \text{ mm}$ , apresenta um vão resistente admissível de, aproximadamente, 2,9 metros. Caso este vão não atenda às necessidades do usuário, deve-se pesquisar os gráficos do mesmo grupo e, caso não se encontre o vão desejado, passa-se para o grupo seguinte, repetindo-se o mesmo processo. Ao se escolher uma laje mista de um grupo, observa-se que no grupo seguinte há uma laje mista que pode vencer um vão próximo ao escolhido com uma altura de concreto acima da fôrma de aço menor do que a anterior. Cabe ao usuário escolher a melhor alternativa: maior consumo de concreto e menor peso da fôrma de aço ou menor consumo de concreto e maior peso da fôrma de aço. Para ilustrar este fato, assume-se que o usuário deseje obter um vão máximo resistente em torno de 3,5 metros para uma sobrecarga de  $8,0 \text{ kN/m}^2$ . Têm-se duas alternativas, considerando-se o efeito da fluência do concreto:

- modelo 1 (0,1294; 9,30), (figura 5.6 –  $h_c = 100 \text{ mm}$ ) – grupo 1;
- modelo 4 (0,1176; 12,17) (figura 5.8 –  $h_c = 75 \text{ mm}$ ) – grupo 2.

#### 5.5 – Análise dos gráficos à luz dos conceitos vistos no capítulo 3

Analisando-se os gráficos das figuras 5.5 a 5.10 juntamente com as tabelas apresentadas no anexo A pode-se concluir que:

- O colapso por cisalhamento longitudinal predomina sobre as demais formas de colapso nos modelos utilizados. Conforme comentado no capítulo 3 a transferência de esforços entre laje de concreto e fôrma de aço é de fundamental importância no comportamento da laje, determinando o grau de aproveitamento da seção transversal mista.
- Não se tem um ganho muito pronunciado na resistência da laje mista com o aumento da altura de concreto acima da mesma fôrma de aço. Nos modelos utilizados, pode-se afirmar que para  $h_c \geq 75$  mm este fato torna-se mais evidente. Ao se aumentar a altura de concreto, está-se melhorando mais a resistência ao colapso por flexão do que a resistência ao colapso por cisalhamento longitudinal; o peso próprio do concreto aumenta, restando menos resistência disponível para a carga posterior à cura.
- Ao se passar de uma determinada espessura de fôrma de aço para uma imediatamente superior, está-se melhorando a transferência de esforços entre os materiais e, conseqüentemente, a resistência ao cisalhamento longitudinal. Possibilita-se, portanto, atingir um vão resistente maior, para a mesma altura de concreto acima da fôrma. No capítulo 3, comentou-se a respeito da influência da espessura da fôrma na transmissão de esforços entre o aço e o concreto. Uma fôrma mais espessa possui uma rigidez local maior, sendo capaz de resistir com mais eficiência às deformações causadas pela interação com o concreto.
- No grupo 1, o modelo 1 apresentou três limitadores para o vão máximo resistente: colapso por cisalhamento longitudinal, colapso por cisalhamento vertical e flecha máxima admissível. Ao se comparar o modelo 1 com os modelos 2 e 3, observa-se que, apesar do colapso por cisalhamento longitudinal ser predominante para os três modelos, a laje do modelo 1 apresenta maior vão resistente para o mesmo carregamento atuante. Este fato nos permite dizer que o mecanismo de transferência de esforços entre o aço e o concreto do modelo 1 é mais eficiente do que o dos outros dois modelos. Outras evidências da eficiência do modelo 1 são o aparecimento da flecha máxima admissível (estado limite de utilização) como limitador do vão máximo resistente quando atuam pequenos valores de sobrecarga e o

LEI DO DIREITO AUTORAL  
 Todos os direitos reservados e protegidos  
 pela Lei nº 9.610/1998.  
 Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
 distribuído sem a autorização dos meios  
 eletrônicos, mecânicos, fotográficos ou quaisquer outros.

colapso por cisalhamento vertical quando atuam carregamentos mais elevados.

- Nos grupos 2 e 3, o modelo 4 apresentou os melhores resultados. Ressalta-se, porém, que está-se analisando somente a fase após a cura do concreto e, como esta fôrma possui um grande volume no interior de suas nervuras (ver figura 5.4), o peso de concreto a ser sustentado pela fôrma é muito alto, o que conduz à utilização de escoramentos em sua fase de construção. Os gráficos das figuras 5.8 a 5.10 mostram uma menor distância entre o vão máximo resistente do modelo 4 e o vão máximo resistente do modelo 2, para menores valores de sobrecarga. Isto evidencia uma maior influência do peso do concreto na laje do modelo 4. Analisando os catálogos disponibilizados pelo fabricante desta fôrma, observa-se que a fase antes da cura do concreto torna-se predominante para a determinação do vão máximo resistente.

Utilizando um exemplar do modelo 2 e um exemplar do modelo 3, fizeram-se algumas medições em suas mossas a fim de que a teoria proposta por Luttrell [Luttrell, 1984] pudesse ser aplicada a estes modelos. Devido à falta de informação sobre as fôrmas dos modelos 1 e 4 não foi possível fazer o mesmo estudo para estas fôrmas.

Analisando a figura 5.8, observa-se que ao se considerar uma altura de concreto de 75mm acima da fôrma de aço e um vão para a laje igual a 3m, tem-se para o modelo 2 uma sobrecarga de aproximadamente 6 kN/m<sup>2</sup> e para o modelo 3 uma sobrecarga de aproximadamente 4 kN/m<sup>2</sup>. Tais valores conduzem às seguintes cargas totais de cálculo:

$$\bullet \text{ Modelo 2} - q_d = 1,4 \times (2,76 \text{ [pp]} + 1,0 \text{ [rev]}) + 1,5 \times 6,0 \text{ [sc]} = 14,26 \text{ kN/m}^2 \quad (5.1)$$

$$\bullet \text{ Modelo 3} - q_d = 1,4 \times (2,49 \text{ [pp]} + 1,0 \text{ [rev]}) + 1,5 \times 4,0 \text{ [sc]} = 10,89 \text{ kN/m}^2 \quad (5.2)$$

Utilizando as formulações propostas por Luttrell [capítulo 3], calcular-se-á, para cada uma das fôrmas, o momento fletor resistente que considera a eficiência da ligação entre o aço e o concreto. Uma vez determinado este momento,

calcular-se-á a carga distribuída correspondente e comparar-se-á ao valor obtido segundo as equações (5.1) e (5.2).

RESERVA DE DIREITO AUTORAL  
 Todos os direitos reservados e protegidos pela Lei nº 9.610, de 19/02/1998.  
 Este arquivo não pode ser reproduzido ou transmitido sejam quais forem os meios empregados: eletrônicos, mecânicos, fotográficos ou quaisquer outros.

As seguintes medições foram realizadas para os modelos 2 e 3:

- Modelo 2

Altura da mossa -  $p_h$ : 2,61mm = 0,1028";

Distância entre mossas -  $m$ , conforme se mostra na figura 3.13: 85mm = 3,3465";

Largura das mossas -  $n$ , conforme se mostra na figura 3.13: 7,9mm = 0,3106";

Esta fôrma possui cinco linhas de mossas ao longo de sua altura.

- Modelo 3

Altura da mossa -  $p_h$ : 2,80mm = 0,11";

Distância entre mossas -  $m$ , conforme se mostra na figura 3.13: 98mm = 3,858";

Largura das mossas -  $n$ , conforme se mostra na figura 3.13: 14,8mm = 0,583".

Esta fôrma possui duas linhas de mossas ao longo de sua altura.

Aplicando as formulações propostas por Luttrell [capítulo 3] para o modelo 2 tem-se:

$$p_s = 5 \cdot \left( \frac{12}{3,3465} \right) \cdot 0,3106 = 5,569 \quad (5.3)$$

$$k_1 = \frac{(2,75 \cdot 2,953 - 2,94) - (5,569 \cdot 0,1028)^{\frac{1}{2,953}}}{1,55 \cdot 2,953 - 2,1} = 1,757 \quad (5.4)$$

Para  $h_t = 150\text{mm} = 5,9"$  e  $t = 0,91\text{mm} = 20 \text{ gage}$  tem-se  $Y = 0,05$  (figura 3.15), logo

$$k_2 = 0,05 \frac{\sqrt{5,569 \cdot 2,953^2}}{200 \cdot 0,1028} = 0,05 \quad (5.5)$$

Para uma situação real, tem-se uma largura de laje mista muito grande o que permite a existência de uma grande quantidade de almas nesse trecho. Este fato nos permite adotar um valor para o coeficiente  $k_3 = 1,4$  (figura 3.17).

O valor do coeficiente  $K$  (equação 3.4) é, portanto

$$K = \frac{1,4}{1,757 + 0,05} = 0,775 \quad (5.6)$$

Na figura 3.18, para  $h_t = 150\text{mm} = 5,9''$  e  $t = 0,91\text{mm} = 20 \text{ gage}$ , tem-se  $X = 15,3$ . Logo,

$$k_4 = 3 \times 10^5 \cdot 0,1028^4 + \left( 0,9 + 16 \cdot \frac{5,569 \cdot 0,1028^2}{\sqrt{2,953}} \right) \cdot (30 - 15,3) = 54,79 \quad (5.7)$$

Para um vão de 3m e uma carga uniformemente distribuída, tem-se um vão de cisalhamento igual a 0,75m, logo

$$S'' = (1500 - 750) \cdot \frac{1}{25,4} = 29,528'' \quad (5.8)$$

O momento fletor último da laje mista ( $M_f$ ) para um pé de largura de laje pode ser calculado conforme apresentado abaixo:

a área da fôrma de aço de uma onda característica (fig. 5.11) é

$$A_s = 2 \cdot (11,9 + 7,7) \cdot 0,091 = 3,57\text{cm}^2 \quad (5.9)$$

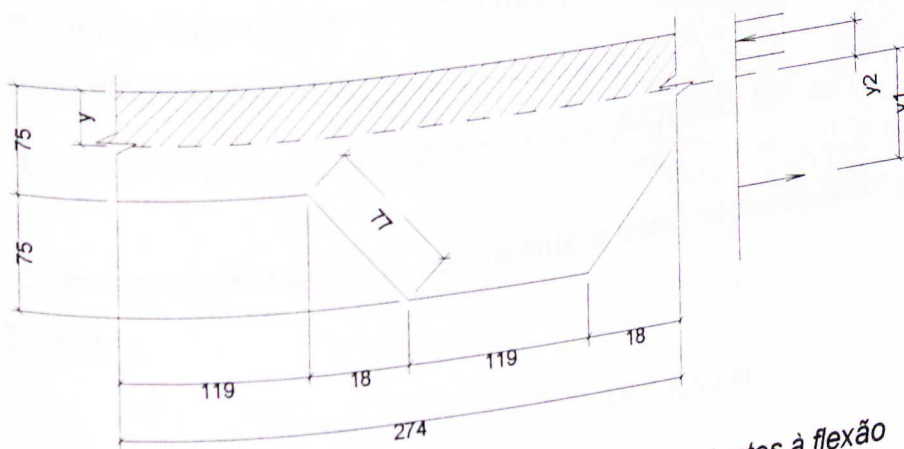


Figura 5.11 - Diagrama simplificado de esforços resistentes à flexão em uma onda característica da forca de aço.



em um pé de largura de laje tem-se

$$A_s = 3,57 \cdot \frac{30,48}{27,40} = 3,97 \text{ cm}^2 / \text{ft}$$

- A distância entre o topo da laje e a linha neutra plástica é

$$y = \frac{3,97 \cdot 2800}{0,85 \cdot 0,85 \cdot 30,48 \cdot 200} = 2,52 \text{ cm} \quad (5.11)$$

- Os braços de alavanca das forças de tração e compressão (fig. 5.11) são, respectivamente:

$$y_1 = 15 - 2,52 - \frac{7,5}{2} = 8,73 \text{ cm} \quad (5.12)$$

$$y_2 = 2,52 \cdot \left(1 - \frac{0,85}{2}\right) = 1,45 \text{ cm} \quad (5.13)$$

- O momento fletor último por pé de largura de laje é, portanto

$$M_f = 3,97 \cdot 2800 \cdot 8,73 + 0,85^2 \cdot 30,48 \cdot 200 \cdot 2,52 \cdot 1,45 \quad (5.14)$$

$$M_f = 113136 \text{ kgf} \cdot \text{cm} / \text{ft} = 8183 \text{ lb} \cdot \text{ft} / \text{ft}$$

O fator 0,85 utilizado nas equações anteriores deve-se ao fato de estar-se utilizando o diagrama simplificado de resistência à compressão do concreto.

Não será considerada a utilização de escoramentos, logo  $M'_f = M_f$  (equação 3.2). O momento fletor resistente que considera a eficiência da ligação entre o aço e o concreto (equação 3.3) é:

$$M_r = 0,775 \cdot 8183 - 54,79 \cdot 29,528 = 4724 \text{ lb} \cdot \text{ft} / \text{ft} = 21 \text{ KN} \cdot \text{m} / \text{m} \quad (5.15)$$

A carga uniformemente distribuída equivalente a este momento fletor para uma vão de 3,0m é:

$$21 = \frac{q \cdot 3,0^2}{8} \Rightarrow q = 18,7 \text{ KN} / \text{m}^2 \quad (5.16)$$

O valor encontrado em (5.16) é 31% superior à carga de cálculo total obtida em (5.1).

Utilizando os mesmos procedimentos para o modelo 3, chegaram-se aos seguintes resultados:

$$p_s = 2 \cdot \left( \frac{12}{3,858} \right) \cdot 0,583 = 3,627 \quad (5.17)$$

$$k_1 = \frac{(2,75 \cdot 2,323 - 2,94) - (3,627 \cdot 0,11)^{2,323}}{1,55 \cdot 2,323 - 2,1} = 1,849 \quad (5.18)$$

Para  $h_t = 134 \text{ mm} \approx 5,3''$  e  $t = 0,96 \text{ mm} \approx 20 \text{ gage}$ , tem-se  $Y = -0,03$ . Logo,

$$k_2 = -0,03 \frac{\sqrt{3,627 \cdot 2,323^2}}{200 \cdot 0,11} = -0,014 \quad (5.19)$$

Mais um vez, considerou-se uma situação real, onde há uma grande quantidade de almas ao longo da largura da laje mista. Logo, o coeficiente  $k_3$  será considerado igual a 1,4 (figura 3.17).

O valor do coeficiente  $K$  (equação 3.4) é, portanto

$$K = \frac{1,4}{1,849 - 0,014} = 0,763 \quad (5.20)$$

Na figura 3.18, para  $h_t \approx 134 \text{ mm} = 5,3''$  e  $t = 0,96 \text{ mm} \approx 20 \text{ gage}$ , tem-se  $X = 13,1$ . Logo,

$$k_4 = 3 \times 10^5 \cdot 0,11^4 + \left( 0,9 + \frac{16 \cdot 3,627 \cdot 0,11^2}{\sqrt{2,323}} \right) \cdot (30 - 13,1) = 66,97 \quad (5.21)$$

O momento fletor último da laje mista ( $M_f$ ) para um pé de largura de laje pode ser calculado conforme apresentado abaixo:

a área da fôrma de aço de uma onda característica é

$$A_s = 0,096 \cdot (8,4 + 2 \times 6,69 + 5,8) = 2,65 \text{ cm}^2 \quad (5.22)$$

em um pé de largura de laje tem-se

$$A_s = 2,65 \cdot \frac{30,48}{20,5} = 3,94 \text{ cm}^2 / \text{ft} \quad (5.23)$$

- A distância entre o topo da laje e a linha neutra plástica é

$$y = \frac{3,94 \cdot 2800}{0,85^2 \cdot 30,48 \cdot 200} = 2,51 \text{ cm} \quad (5.24)$$

- Os braços de alavanca das forças de tração e compressão (fig. 5.11) são, respectivamente:

$$y_1 = 13,4 - 2,51 - 3,24 = 7,65 \text{ cm} \quad (5.25)$$

$$y_2 = 2,51 \left( 1 - \frac{0,85}{2} \right) = 1,44 \text{ cm} \quad (5.26)$$

- O momento fletor último por pé de largura de laje é, portanto

$$M_f = 3,94 \cdot 2800 \cdot 7,65 + 0,85^2 \cdot 30,48 \cdot 200 \cdot 2,51 \cdot 1,44 = 100314 \text{ kgf} \cdot \text{cm} / \text{ft} = 7256 \text{ lb} \cdot \text{ft} / \text{ft} \quad (5.27)$$

Não se considerando a utilização de escoramentos, o momento fletor resistente que considera a eficiência da ligação entre o aço e o concreto (equação 3.3) é

$$M_i = 0,763 \cdot 7256 - 66,97 \cdot 29,528 = 3558 \text{ lb} \cdot \text{ft} / \text{ft} = 15,8 \text{ KN} \cdot \text{m} / \text{m} \quad (5.28)$$

A carga uniformemente distribuída equivalente a este momento fletor para uma vão de 3,0m é:

$$15,8 = \frac{q \cdot 3,0^2}{8} \Rightarrow q = 14 \text{ KN} / \text{m}^2 \quad (5.29)$$

O valor encontrado em (5.29) é 29% superior à carga total de cálculo obtida em (5.2).

LEI DO DIREITO AUTORAL  
 Todos os direitos reservados e protegidos  
 pela Lei 9.610/1998.  
 Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
 transmitido sejam quais forem os meios  
 empregados: eletrônicos, mecânicos,  
 fotográficos ou quaisquer outros.

O fato das resistências obtidas com o procedimento de Luttrell serem superiores às obtidas a partir dos coeficientes  $m, k$  reflete a segurança empregada ao estabelecer tais coeficientes nos ensaios.

Mostrou-se assim que as influências dos diversos parâmetros (altura da mesa, largura da massa, incidência de massas etc) previstas pelas fórmulas de Luttrell apresentaram boa correlação com resultados obtidos a partir dos coeficientes  $m, k$  fornecidos pelos fabricantes.

LEI DE DIREITO AUTORAL  
Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
transmitido sem a permissão expressa do  
autor, Lei 9.610/1998.  
Todos os direitos reservados e protegidos  
empregados: eletrônicos, mecânicos,  
fotográficos ou quaisquer outros.

## 6. CONCLUSÕES E PROPOSIÇÕES PARA ESTUDOS POSTERIORES

LEI DO DIREITO AUTORAL  
Todos os direitos reservados e protegidos  
pela Lei nº 10.198/1998.  
Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
transmitido sejam quais forem os meios  
empregados: eletrônicos, mecânicos,  
fotográficos ou quaisquer outros.

### 6.1 – Conclusões

A laje de concreto com fôrma de aço incorporada tem-se mostrado um sistema construtivo eficaz na construção civil. A grande rapidez e facilidade com que os operários montam as fôrmas de aço, aliadas à capacidade resistente das lajes, têm feito os construtores optarem por sua utilização. Este fato vem despertando nas empresas o interesse no desenvolvimento de novos produtos que atendam ao crescente mercado consumidor.

Ao se estudar os parâmetros que influem no comportamento das lajes mistas, procurou-se entender o mecanismo de funcionamento das mesmas, avaliando-se, qualitativamente, a função de cada um dos parâmetros no mecanismo de funcionamento da laje. É necessário ressaltar a escassez de trabalhos sobre este assunto e a enorme dificuldade em se obterem informações das pesquisas realizadas pelas empresas. Apesar dos vários obstáculos encontrados, algumas conclusões interessantes puderam ser obtidas com o presente trabalho.

Fôrmas reentrantes e trapezoidais possuem diferentes mecanismos preferenciais para transferência de esforços entre aço e concreto. As fôrmas reentrantes têm na ligação por atrito, ocasionada pelo confinamento do concreto no interior das nervuras, o principal meio para transferência de esforços entre os materiais. Já nas fôrmas trapezoidais, a ligação mecânica, ocasionada pelo contato das mossas da fôrma de aço com a laje de concreto, é a principal responsável pelo comportamento misto da laje. Por este motivo, as fôrmas trapezoidais apresentam um comportamento dúctil enquanto as fôrmas

reentrantes apresentam um comportamento frágil. É preciso lembrar que possuir um mecanismo preferencial para transferência de esforços entre aço e concreto não implica na inexistência dos demais tipos de ligação. Cita-se, como exemplo, a existência de mossas na mesa superior de algumas fôrmas reentrantes que, através da ligação mecânica e conseqüente deslocamento vertical da mesa superior, projetam as almas da fôrma de aço contra a laje de concreto e, conseqüentemente, aumentam a ligação por atrito entre os materiais.

Concluiu-se que a presença de mossas na fôrma e o ângulo de inclinação das almas inferior a  $90^\circ$  (figura 3.3, pág. 10) são os principais responsáveis pela tendência de separação entre aço e concreto. Portanto, as almas das fôrmas trapezoidais, que possuem estes dois fatores, têm de possuir uma rigidez mínima capaz de evitar a separação dos materiais.

Não se fez um estudo quantitativo da influência das larguras das mesas superior e inferior no comportamento da laje. Entretanto, pode-se afirmar que:

- As mesas superiores largas estão sujeitas à flambagem local quando solicitadas à compressão. Para se evitar a perda de área efetiva resistente, é necessário prever enrijecedores longitudinais. Se as mesas superiores forem mais largas que as mesas inferiores, tem-se uma elevação do centro de gravidade da fôrma de aço, o que reduz a resistência à flexão da laje mista.
- As mesas inferiores devem ter uma largura tal que o volume de concreto no interior das nervuras, para uma mesma altura de fôrma, não aumente demasiadamente o peso próprio do sistema e, com isso, comprometa o desempenho da fôrma isolada. Em contrapartida, além das mesas inferiores de largura reduzida causarem uma elevação do centro de gravidade da fôrma de aço, deve-se respeitar um valor mínimo previsto por norma para a instalação de "stud bolts", considerando a existência de vigas mistas.

Um fator importante para o desempenho da laje mista é o número de almas presentes em sua largura. Quanto maior o número de ondas por metro de largura de laje, melhor é o desempenho da laje mista. O número de almas está diretamente associado ao comprimento de uma onda da fôrma de aço.

Quanto maior a altura da fôrma de aço maior a sua resistência à flexão. Em contrapartida, o aumento da altura tem de estar associado ao aumento da espessura da fôrma, de maneira que as almas não se tornem demasiadamente esbeltas e, com isso, favoreçam a separação entre aço e concreto. Outro problema relacionado ao aumento de altura da fôrma diz respeito à possibilidade da linha neutra plástica cortá-la, resultando em uma diminuição da capacidade de resistência à flexão da laje mista. Esta diminuição da resistência à flexão é ocasionada pela flambagem das partes da fôrma que estão comprimidas e pela diminuição do braço de alavanca das forças. A resistência de cálculo à flexão dessas lajes é menor do que a resistência proveniente de ensaios, sempre que nos procedimento de cálculo adotados for desprezada a resistência do concreto comprimido no interior das nervuras, para efeito de simplificação [Eurocode 4, 1992].

As formulações propostas por Luttrell [Luttrell, 1984] aplicam-se aos modelos analisados. Tais formulações fornecem valores que correspondem a resultados provenientes de ensaios, não havendo minoração na resistência dos materiais. Este fato faz com que as resistências encontradas através do método de Luttrell sejam superiores às obtidas através do método  $m, k$ , o que comprova a segurança empregada no estabelecimento de tais coeficientes.

Observando-se as equações de Luttrell, percebe-se que mossas de maior altura e com melhor distribuição em uma área de alma favorecem a transferência de esforços entre os materiais e, conseqüentemente, o desempenho da laje mista. Nas duas lajes mistas analisadas por estas equações, entretanto, não foi possível confirmar esta asserção, porque as fôrmas tinham alturas diferentes (modelos 2 e 3).

As expressões de Luttrell não contemplam a influência da inclinação das almas. Uma possível explicação é o fato de que Luttrell utilizou em seus ensaios somente fôrmas trapezoidais com pequena variação na inclinação de suas almas.

Em relação ao estudo comparativo realizado com a planilha de cálculo desenvolvida, pode-se concluir que:

- O colapso por cisalhamento longitudinal é predominante sobre os demais tipos de colapso nos modelos utilizados.
- Não se tem um ganho muito pronunciado na capacidade de carga útil da laje mista com o aumento da altura de concreto acima da mesma fôrma de aço. Nos modelos utilizados, pode-se afirmar que para  $h_c \geq 75$  mm este fato torna-se mais evidente.
- Ao se passar de uma determinada espessura de fôrma de aço para uma imediatamente superior, está-se melhorando a transferência de esforços entre os materiais e, conseqüentemente, a resistência ao cisalhamento longitudinal. Possibilita-se, portanto, atingir um vão resistente maior para a mesma altura de concreto acima da fôrma.
- Apesar dos modelos 1 e 4 terem apresentado os melhores resultados em seus respectivos grupos, é necessário conhecer-se o comportamento dessas fôrmas antes da cura do concreto para se ter uma idéia global do comportamento da laje. Pode-se afirmar, com base nos resultados obtidos, que a resistência ao cisalhamento longitudinal das lajes mistas dos modelos 1 e 4 é superior à resistência ao cisalhamento longitudinal das lajes dos modelos 2 e 3.



## 6.2 – Proposições para trabalhos futuros

O grande número de parâmetros que influenciam o comportamento das lajes mistas torna seu estudo bastante complexo. É necessário, portanto, tratar isoladamente cada um desses parâmetros, quantificando sua influência no comportamento estrutural da laje mista. Para se alcançar esse objetivo, duas proposições são apresentadas:

- Modelamento em elementos finitos para melhor entendimento da região de contato aço/concreto e do comportamento estrutural da laje mista. Tem-se, com isso, maior liberdade para a variação dos parâmetros que interferem no comportamento da laje, permitindo a realização de um menor número de ensaios.
- Realização de ensaios simples (push-test, slip-block test, tension push-test) para confirmação de resultados numéricos e/ou teóricos.

## 7. BIBLIOGRAFIA

LEI DO DIREITO AUTORAL  
 Todos os direitos reservados e protegidos  
 pela Lei 9.610/1998.

Este arquivo não pode ser reproduzido ou  
 transmitido sejam quais forem os meios  
 empregados: eletrônicos, mecânicos,  
 fotográficos ou quaisquer outros.

- 1) ABNT-NBR 6118 – “Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado”, ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, Rio de Janeiro, 1978;
- 2) ABNT-NBR8800 – “Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios”, ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, Rio de Janeiro, 1986;
- 3) ABNT-NBR 14323 – “Dimensionamento de Estruturas de Aço de Edifícios em Situação de Incêndio - Procedimento”, ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, Rio de Janeiro, 1999;
- 4) AISI – “Load and Resistance factor design specification for cold-formed steel structural members” - LRFD Cold-Formed Steel Design Manual – Part I, AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE, Washington, agosto, 1991;
- 5) BODE, H.; MINAS, F.; SAUERBORN, I. – “Partial Connection Design of Composite Slabs” - Journal of the International Association for Bridge and Structural Engineering, volume 6, number 1, 53-56, February, 1996;
- 6) CODEME PRODUTOS DE AÇO S/A – “Steel Deck CE-75 – Noções de Utilização e Dimensionamento”, Betim, junho, 1997;
- 7) CRISINEL, M.; O'LEARY, D. – “Composite Floor Slab Design and Construction” – Journal of the International Association for Bridge and Structural Engineering, volume 6, number 1, 41-46, February, 1996;
- 8) DANIELS, B. J. – “Comportement et capacité portante des dalles mixtes: modélisation mathématique et étude expérimentale” PhD Thèse, Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, Lausanne, Switzerland, 1990;
- 9) DANIELS, B. J.; CRISINEL, M. – “Composite Slab Behavior and Strength Analysis Part I: Calculation Procedure” J. Struct. Engrg., ASCE, 119(1), Paper N°.2293, 1993;

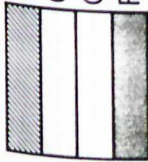
- 10) DANIELS, B. J.; CRISINEL, M. – "Composite Slab Behavior and Strength Analysis Part II: Comparisons with test results and parametric analysis" J. Struct. Engrg., ASCE, 119(1), Paper N°. 4112, 1993;
- 11) DANIELS, B. J.; O'LEARY, D. C.; CRISINEL, M. – "The Analysis of Composite Slabs with Profiled Sheeting using a Computer Based Semi-Empirical Partial Interaction Approach" – Tenth International Speciality Conference on Cold-Formed Steel Structures, University of Missouri-Rolla, U.S.A, ICOM 232, October 23-24, 1990;
- 12) EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION - "Eurocode 4: Design of Composite Steel and Concrete Structures Part 1 -1 : General Rules and Rules for Buildings", European Prestandard, abril, 1992;
- 13) EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION - "Eurocode 2: Design of Concrete Structures – Part 1: General Rules and Rules for Buildings" – Preliminary, outubro, 1991;
- 14) HAIRONVILLE DO BRASIL – "PolyDeck 59s Manual Geral para Dimensionamento", São Paulo, maio, 2000;
- 15) JOHNSON, R.P. - "Composite Structures of Steel and Concrete". vol. 1 – 2ª Ed., Blackwell Scientific Publications, Oxford, 1994;
- 16) LUTTRELL, L. D.; PRASANNAN, S. – "Strength Formulations for Composite Slabs" – Seventh International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures St. Luis, Missouri, U.S.A, November, 307-326, 1984;
- 17) LUURE, P.; CRISINEL M. – "Comparison Tests for Cold-Formed Sheeting with and without Embossments used in Composite Floors", École Polytechnique Fédérale de Lausanne, novembre, 1993;
- 18) MELO, C.B.F. – "Análise do comportamento e da resistência do sistema de lajes mistas" – Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais, Departamento de Engenharia de Estruturas, 1999;
- 19) MELO, C. B. F.; LAVALL, A. C. C.; CALIXTO, J. M. F.; PIMENTA, R. J.; MONTEIRO, R. C. – "Análise da Resistência e do comportamento do Sistema de Lajes Mistas – Steel Deck" – Relatório de ensaios - Universidade Federal de Minas Gerais, Departamento de Engenharia de Estruturas, 1999;

- 20) MERLET, J.D. – “Haircol 59 S”, Bulletin des Avis Techniques nº 375, décembre, 1996;
- 21) METFORM – “Steel Deck CE-75 – Noções de Utilização e Dimensionamento”, Betim, junho, 2001;
- 22) PATRICK, M.; BRIDGE R. Q. – “Design of composite slabs for vertical shear. In Composite construction in steel and concrete II”, pp. 304-322, Proc. Of na Engineering Foundation Conference, Amer. Soc. Civil Engrs. New York, 1993;
- 23) QUEIROZ, G.; PIMENTA, R. J.; MATA, L. A. C. – “Elementos das Estruturas Mistas Aço-Concreto”, editora O Lutador, Belo Horizonte, 2001;
- 24) SCHUSTER, R. M. – “Strength and Behaviour of the P – 2430 – 12 H, Composite Slab System (normal weight concrete)”, Report N° WRI 110-12-02 Department of Civil Engineering, University of Waterloo, March, 1991;
- 25) SCHUURMAN, R.G. – “The physical Behaviour of Shear Connections in Composite Slabs” – Doctoral Thesis, Delft University, Netherlands, 2001;
- 26) VELJKOVIC, M. – “Behaviour and Resistance of Composite Slabs – Experiments and Finite Element Analysis” – Doctoral Thesis, Lulea University of Technology, Sweden, 1996;

## ANEXO A

Apresentação das tabelas que fornecem o tipo de colapso e o respectivo valor do vão máximo admissível em função da sobrecarga atuante e da altura de concreto acima da fôrma de aço para cada um dos grupos de lajes mistas.

LEI DO DIREITO AUTORAL  
Todos os direitos reservados e protegidos  
pela Lei 9.610/1998.  
Este trabalho não pode ser reproduzido ou  
transmitido em quaisquer meios  
eletrônicos, mecânicos, gráficos ou  
quaisquer outros.



FLEXÃO  
CISALHAMENTO VERTICAL  
CISALHAMENTO LONGITUDINAL  
FLECHA EXCESSIVA

TIPOS DE COLAPSO:

ESTADO LIMITE DE UTILIZAÇÃO :

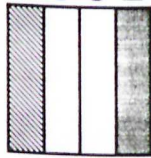
GRUPO 1

Sobrecarga	Vão máximo em metros sem efeito da fluência do concreto															
	$h_c = 50\text{mm}$				$h_c = 75\text{mm}$				$h_c = 100\text{mm}$				$h_c = 125\text{mm}$			
	Modelo 1 (0,0794;9,30)	Modelo 2 (0,0875;9,37)	Modelo 3 (0,0760;9,37)	Modelo 1 (0,1044;9,30)	Modelo 2 (0,1125;9,37)	Modelo 3 (0,1010;9,37)	Modelo 1 (0,1294;9,30)	Modelo 2 (0,1375;9,37)	Modelo 3 (0,1260;9,37)	Modelo 1 (0,1544;9,30)	Modelo 2 (0,1625;9,37)	Modelo 3 (0,1510;9,37)				
0	5,855	4,426	3,776	6,225	4,607	3,852	6,482	4,735	3,902	6,671	4,829	3,937				
2	4,300	3,409	2,882	4,752	3,668	3,048	5,099	3,867	3,174	5,375	4,025	3,273				
4	3,542	2,873	2,419	3,975	3,137	2,599	4,323	3,349	2,742	4,610	3,523	2,859				
6	3,075	2,530	2,124	3,480	2,786	2,303	3,812	2,995	2,448	4,092	3,171	2,570				
8	2,751	2,286	1,916	3,129	2,531	2,089	3,444	2,734	2,232	3,713	2,907	2,354				
10	2,511	2,102	1,759	2,865	2,335	1,925	3,163	2,531	2,064	3,420	2,700	2,184				
12	2,323	1,956	1,635	2,657	2,178	1,794	2,940	2,367	1,929	3,186	2,531	2,046				
14	2,171	1,836	1,534	2,487	2,050	1,687	2,757	2,232	1,817	2,993	2,390	1,931				
16	2,045	1,736	1,449	2,346	1,941	1,597	2,604	2,117	1,723	2,831	2,271	1,834				
18	1,867	1,651	1,377	2,197	1,848	1,520	2,474	2,018	1,642	2,692	2,168	1,749				
20	1,703	1,577	1,315	2,008	1,768	1,453	2,287	1,932	1,571	2,541	2,077	1,676				

Vão máximo em metros com efeito da fluência do concreto

Sobrecarga	Vão máximo em metros com efeito da fluência do concreto															
	$h_c = 50\text{mm}$				$h_c = 75\text{mm}$				$h_c = 100\text{mm}$				$h_c = 125\text{mm}$			
	Modelo 1 (0,0794;9,30)	Modelo 2 (0,0875;9,37)	Modelo 3 (0,0760;9,37)	Modelo 1 (0,1044;9,30)	Modelo 2 (0,1125;9,37)	Modelo 3 (0,1010;9,37)	Modelo 1 (0,1294;9,30)	Modelo 2 (0,1375;9,37)	Modelo 3 (0,1260;9,37)	Modelo 1 (0,1544;9,30)	Modelo 2 (0,1625;9,37)	Modelo 3 (0,1510;9,37)				
0	4,862	4,426	3,776	5,59	4,607	3,852	6,275	4,735	3,902	6,671	4,829	3,937				
2	4,096	3,409	2,882	4,752	3,668	3,048	5,099	3,867	3,174	5,375	4,025	3,273				
4	3,542	2,873	2,419	3,975	3,137	2,599	4,323	3,349	2,742	4,610	3,523	2,859				
6	3,075	2,530	2,124	3,480	2,786	2,303	3,812	2,995	2,448	4,092	3,171	2,570				
8	2,751	2,286	1,916	3,129	2,531	2,089	3,444	2,734	2,232	3,713	2,907	2,354				
10	2,511	2,102	1,759	2,865	2,335	1,925	3,163	2,531	2,064	3,420	2,700	2,184				
12	2,323	1,956	1,635	2,657	2,178	1,794	2,940	2,367	1,929	3,186	2,531	2,046				
14	2,171	1,836	1,534	2,487	2,050	1,687	2,757	2,232	1,817	2,993	2,390	1,931				
16	2,045	1,736	1,449	2,346	1,941	1,597	2,604	2,117	1,723	2,831	2,271	1,834				
18	1,867	1,651	1,377	2,197	1,848	1,520	2,474	2,018	1,642	2,692	2,168	1,749				
20	1,703	1,577	1,315	2,008	1,768	1,453	2,287	1,932	1,571	2,541	2,077	1,676				

TIPOS DE COLAPSO:



FLEXÃO  
 CISALHAMENTO VERTICAL  
 CISALHAMENTO LONGITUDINAL  
 FLECHA EXCESSIVA

ESTADO LIMITE DE UTILIZAÇÃO :

GRUPO 2

Sobrecarga	Vão máximo em metros sem efeito da fluência do concreto															
	$h_c=50\text{mm}$				$h_c=75\text{mm}$				$h_c=100\text{mm}$				$h_c=125\text{mm}$			
	Modelo 2 (0,0875;11,12)	Modelo 3 (0,0760;11,71)	Modelo 4 (0,0926;12,17)	Modelo 4 (0,1125;11,12)	Modelo 2 (0,1010;11,71)	Modelo 3 (0,1176;12,17)	Modelo 4 (0,1375;11,12)	Modelo 4 (0,1426;12,17)	Modelo 2 (0,1375;11,12)	Modelo 3 (0,1260;11,71)	Modelo 4 (0,1426;12,17)	Modelo 4 (0,1625;11,12)	Modelo 2 (0,1510;11,71)	Modelo 3 (0,1676;12,17)	Modelo 4 (0,1676;12,17)	
0	4,879	4,206	6,345	5,090	4,293	6,676	5,239	4,351	6,911	5,350	4,392	7,087				
2	3,725	3,217	4,879	4,019	3,404	5,298	4,247	3,545	5,623	4,428	3,656	5,822				
4	3,126	2,703	4,105	3,422	2,905	4,521	3,661	3,065	4,855	3,858	3,197	5,132				
6	2,744	2,376	3,610	3,029	2,576	4,007	3,264	2,738	4,333	3,462	2,875	4,608				
8	2,475	2,144	3,258	2,746	2,337	3,634	2,972	2,497	3,948	3,166	2,634	4,217				
10	2,271	1,968	2,991	2,529	2,154	3,349	2,746	2,310	3,650	2,934	2,445	3,910				
12	2,110	1,830	2,781	2,356	2,009	3,121	2,565	2,160	3,410	2,747	2,291	3,661				
14	1,979	1,717	2,609	2,214	1,889	2,934	2,415	2,035	3,211	2,591	2,193	3,453				
16	1,870	1,623	2,465	2,095	1,788	2,776	2,289	1,930	3,043	2,459	2,054	3,278				
18	1,777	1,543	2,343	1,993	1,702	2,642	2,180	1,839	2,899	2,345	1,960	3,126				
20	1,696	1,473	2,237	1,905	1,627	2,525	2,085	1,760	2,774	2,245	1,878	2,994				

Vão máximo em metros com efeito da fluência do concreto

Sobrecarga	Vão máximo em metros com efeito da fluência do concreto															
	$h_c=50\text{mm}$				$h_c=75\text{mm}$				$h_c=100\text{mm}$				$h_c=125\text{mm}$			
	Modelo 2 (0,0875;11,12)	Modelo 3 (0,0760;11,71)	Modelo 4 (0,0926;12,17)	Modelo 4 (0,1125;11,12)	Modelo 2 (0,1010;11,71)	Modelo 3 (0,1176;12,17)	Modelo 4 (0,1375;11,12)	Modelo 4 (0,1426;12,17)	Modelo 2 (0,1375;11,12)	Modelo 3 (0,1260;11,71)	Modelo 4 (0,1426;12,17)	Modelo 4 (0,1625;11,12)	Modelo 2 (0,1510;11,71)	Modelo 3 (0,1676;12,17)	Modelo 4 (0,1676;12,17)	
0	4,879	4,206	5,149	5,090	4,293	6,015	5,239	4,351	6,911	5,350	4,392	7,087				
2	3,725	3,217	4,391	4,019	3,404	5,222	4,247	3,545	5,623	4,428	3,656	5,822				
4	3,126	2,703	3,944	3,422	2,905	4,521	3,661	3,065	4,855	3,858	3,197	5,132				
6	2,744	2,376	3,610	3,029	2,576	4,007	3,264	2,738	4,333	3,462	2,875	4,608				
8	2,475	2,144	3,258	2,746	2,337	3,634	2,972	2,497	3,948	3,166	2,634	4,217				
10	2,271	1,968	2,991	2,529	2,154	3,349	2,746	2,310	3,650	2,934	2,445	3,910				
12	2,110	1,830	2,781	2,356	2,009	3,121	2,565	2,160	3,410	2,747	2,291	3,661				
14	1,979	1,717	2,609	2,214	1,889	2,934	2,415	2,035	3,211	2,591	2,193	3,453				
16	1,870	1,623	2,465	2,095	1,788	2,776	2,289	1,930	3,043	2,459	2,054	3,278				
18	1,777	1,543	2,343	1,993	1,702	2,642	2,180	1,839	2,899	2,345	1,960	3,126				
20	1,696	1,473	2,237	1,905	1,627	2,525	2,085	1,760	2,774	2,245	1,878	2,994				



TIPOS DE COLAPSO:

ESTADO LIMITE DE UTILIZAÇÃO :

GRUPO 3

Vão máximo em metros sem efeito da fluência do concreto

Sobrecarga	h <sub>c</sub> =50mm				h <sub>c</sub> =75mm				h <sub>c</sub> =100mm				h <sub>c</sub> =125mm					
	Modelo 2		Modelo 3		Modelo 4		Modelo 2		Modelo 3		Modelo 4		Modelo 2		Modelo 3		Modelo 4	
	(0,0875;14,63)	(0,0760;14,64)	(0,0926;13,71)	(0,1125;14,63)	(0,1010;14,64)	(0,1176;13,71)	(0,1375;14,63)	(0,1260;14,64)	(0,1426;13,71)	(0,1625;14,63)	(0,1510;14,64)	(0,1676;13,71)	(0,1875;14,63)	(0,1760;14,64)	(0,1926;13,71)	(0,2125;14,63)	(0,2010;14,64)	(0,2176;13,71)
0	5,754	4,674	6,586	6,028	4,776	6,921	6,222	4,843	7,158	6,367	4,891	7,836	6,367	4,891	7,158	6,367	4,891	7,836
2	4,333	3,585	5,107	4,697	3,795	5,535	4,980	3,953	5,865	5,208	4,078	6,128	5,208	4,078	5,865	5,208	4,078	6,128
4	3,608	3,016	4,316	3,968	3,242	4,744	4,261	3,422	5,087	4,504	3,569	5,369	4,504	3,569	5,087	4,504	3,569	5,369
6	3,151	2,652	3,806	3,494	2,876	4,216	3,778	3,059	4,552	4,020	3,212	4,835	4,020	3,212	4,552	4,020	3,212	4,835
8	2,831	2,395	3,442	3,155	2,611	3,832	3,427	2,791	4,157	3,661	2,943	4,434	3,661	2,943	4,157	3,661	2,943	4,434
10	2,591	2,200	3,165	2,897	2,408	3,537	3,157	2,582	3,849	3,383	2,733	4,118	3,383	2,733	3,849	3,383	2,733	4,118
12	2,402	2,045	2,946	2,693	2,245	3,301	2,941	2,414	3,601	3,158	2,561	3,861	3,158	2,561	3,601	3,158	2,561	3,861
14	2,249	1,920	2,766	2,525	2,112	3,106	2,763	2,276	3,395	2,973	2,418	3,647	2,973	2,418	3,395	2,973	2,418	3,647
16	2,122	1,815	2,616	2,386	2,000	2,942	2,614	2,158	3,221	2,816	2,297	3,464	2,816	2,297	3,221	2,816	2,297	3,464
18	2,013	1,725	2,488	2,266	1,903	2,802	2,486	2,057	3,071	2,681	2,192	3,307	2,681	2,192	3,071	2,681	2,192	3,307
20	1,920	1,647	2,377	2,163	1,820	2,679	2,375	1,969	2,940	2,563	2,101	3,169	2,563	2,101	2,940	2,563	2,101	3,169

Vão máximo em metros com efeito da fluência do concreto

Sobrecarga	h <sub>c</sub> =50mm				h <sub>c</sub> =75mm				h <sub>c</sub> =100mm				h <sub>c</sub> =125mm					
	Modelo 2		Modelo 3		Modelo 4		Modelo 2		Modelo 3		Modelo 4		Modelo 2		Modelo 3		Modelo 4	
	(0,0875;14,63)	(0,0760;14,64)	(0,0926;13,71)	(0,1125;14,63)	(0,1010;14,64)	(0,1176;13,71)	(0,1375;14,63)	(0,1260;14,64)	(0,1426;13,71)	(0,1625;14,63)	(0,1510;14,64)	(0,1676;13,71)	(0,1875;14,63)	(0,1760;14,64)	(0,1926;13,71)	(0,2125;14,63)	(0,2010;14,64)	(0,2176;13,71)
0	5,754	4,674	5,234	6,028	4,776	6,156	6,222	4,843	7,158	6,367	4,891	7,836	6,367	4,891	7,158	6,367	4,891	7,836
2	4,333	3,585	4,457	4,697	3,795	5,325	4,980	3,953	5,865	5,208	4,078	6,128	5,208	4,078	5,865	5,208	4,078	6,128
4	3,608	3,016	4,001	3,968	3,242	4,744	4,261	3,422	5,087	4,504	3,569	5,369	4,504	3,569	5,087	4,504	3,569	5,369
6	3,151	2,652	3,668	3,494	2,876	4,216	3,778	3,059	4,552	4,020	3,212	4,835	4,020	3,212	4,552	4,020	3,212	4,835
8	2,831	2,395	3,442	3,155	2,611	3,832	3,427	2,791	4,157	3,661	2,943	4,434	3,661	2,943	4,157	3,661	2,943	4,434
10	2,591	2,200	3,165	2,897	2,408	3,537	3,157	2,582	3,849	3,383	2,733	4,118	3,383	2,733	3,849	3,383	2,733	4,118
12	2,402	2,045	2,946	2,693	2,245	3,301	2,941	2,414	3,601	3,158	2,561	3,861	3,158	2,561	3,601	3,158	2,561	3,861
14	2,249	1,920	2,766	2,525	2,112	3,106	2,763	2,276	3,395	2,973	2,418	3,647	2,973	2,418	3,395	2,973	2,418	3,647
16	2,122	1,815	2,616	2,386	2,000	2,942	2,614	2,158	3,221	2,816	2,297	3,464	2,816	2,297	3,221	2,816	2,297	3,464
18	2,013	1,725	2,488	2,266	1,903	2,802	2,486	2,057	3,071	2,681	2,192	3,307	2,681	2,192	3,071	2,681	2,192	3,307
20	1,920	1,647	2,377	2,163	1,820	2,679	2,375	1,969	2,940	2,563	2,101	3,169	2,563	2,101	2,940	2,563	2,101	3,169