

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Algoritmo FDTD para a análise de circuitos passivos em  
microfita com dielétricos de pequenas perdas

Júlio Lana Roldão da Silva

GAPTEM - Grupo de Antenas, Propagação e Teoria Eletromagnética

Departamento de Engenharia Eletrônica

Março de 2008

Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG

**Algoritmo FDTD para a análise de  
circuitos passivos em microfitas com  
dielétricos de pequenas perdas**

Dissertação de mestrado submetida ao Colegiado de Pós-Graduação do Departamento de Engenharia Elétrica da UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS como requerimento parcial para obtenção do título de mestre em Engenharia.

Área de concentração: ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO E TELECOMUNICAÇÕES

Aluno: Júlio Lana Roldão da Silva (UFMG)

Orientador: Prof. Dr. Cássio Gonçalves Rego (UFMG)

Departamento de Engenharia - UFMG

2008

*A meus pais e meu irmão.*

# Agradecimentos

Agradeço inicialmente a Deus.

Gostaria de agradecer a meus pais. Eles foram responsáveis pela formação de quem eu sou hoje. Há coisas que nem as melhores escolas podem ensinar, mas que os melhores pais do mundo me fizeram entender. A eles todo o meu amor e carinho, hoje e sempre. Obrigado pela força!

Agradeço ao meu irmão, pelo seu pensamento sempre positivo e a meu favor. Por entender que a sua pessoa é muito maior que a minha e que isso me torna fraco perante o seu potencial. Pelo seu constante encorajamento e força.

Ao GAPTEM e seus membros, por terem me acolhido tão bem, mesmo vindo de outra universidade. Nesse espaço fiz amigos que hoje estão longe, mas que, com certeza, têm grande influência no resultado de hoje.

Ao professor Cássio pela sua incansável ajuda. Pela sua paciência e pela confiança depositada em mim e no meu trabalho.

A todos os meus amigos que durante a minha caminhada me apoiaram e incentivaram para que eu continuasse esse trabalho, não deixando nada para trás. Por suas constantes perguntas relacionadas a ele, que não me deixavam nunca esquecer que sempre faltava um pouco. Entre eles, os amigos do PEE que acompanharam a fase final desse trabalho.

Agradeço ainda a Ive e Fred que tanto me ajudaram.

Por fim, mas não menos importante, a Andréa. Pessoa íntegra e completa, que me apoiou sempre de perto, mesmo sabendo que esse apoio muitas vezes significava um distanciamento. Quando a encontrei, não foi por acaso.

# Resumo

O presente trabalho apresenta resultados da aplicação da técnica de FDTD em circuitos de microfita. Esses circuitos são analisados no domínio do tempo por meio das suas repostas impulsionais, e também da frequência onde são apresentados os parâmetros de espalhamento. Tais análises são realizadas com a utilização da técnica WP-PML de condição de contorno que permite avaliar as perdas nos circuitos evidenciando seus efeitos nas figuras de mérito que os representam.

As análises foram realizadas de forma a contemplar circuitos com substratos de baixas e altas perdas, mostrando a pouca atenuação causada pelas baixas perdas nas repostas em ambos os domínios. Esse contexto mostra a aplicabilidade da referida técnica em circuitos de microfita sob diferentes condições, incluindo a possibilidade ainda de uma resposta impulsional obtida com menor utilização de manipulações matemáticas entre domínios.

# Abstract

The present work presents results of the application of the FDTD technique on microstrip circuits. These circuits are analyzed in time domain by their impulse response and in frequency domain where the scattering parameters are presented. These analyses are realized with the utilization of the WP-PML boundary condition that allows the evaluation of losses on the circuits and their effects on the merit figures that represents them.

Circuits including high and low loss substrate were analysed and results showed the little attenuation caused by the low losses in both domains. This context show the applicability of the technique in microstrip circuits under different conditions, including the possibility of an impulsional response obtained with less use of mathematical manipulations between domains.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Contexto atual . . . . .	1
1.2	FDTD . . . . .	3
1.2.1	Histórico da técnica FDTD . . . . .	5
1.2.2	Aplicações da técnica FDTD em circuitos de microfita . . . . .	6
1.3	Objetivos . . . . .	7
1.4	Metodologia . . . . .	8
1.5	Organização do texto . . . . .	11
<b>2</b>	<b>Diferenças Finitas no Domínio do Tempo</b>	<b>13</b>
2.1	Equações de Maxwell . . . . .	14
2.2	Algoritmo de Yee . . . . .	16
2.2.1	Discretização de espaço e tempo . . . . .	17
2.2.2	Notação . . . . .	19
2.2.3	Equações do método FDTD . . . . .	19
2.3	O método e as equações Gauss . . . . .	22
2.4	Dispersão e Estabilidade Numérica . . . . .	23
2.4.1	Relação de dispersão numérica para propagação unidimensional . . . . .	24
2.4.2	Relação de dispersão numérica para propagação tridimensional . . . . .	26
2.4.3	Relação de dispersão numérica ideal . . . . .	27
2.4.4	Estabilidade Numérica . . . . .	28
2.4.5	Efeitos da dispersão nos casos preliminares . . . . .	28
2.5	Conclusões parciais . . . . .	29

<b>3</b>	<b>Condições de Contorno Absorventes</b>	<b>31</b>
3.1	Condições de Contorno . . . . .	32
3.1.1	Condições de contorno de Mür . . . . .	32
3.1.2	Camadas Perfeitamente Casadas - PML . . . . .	34
3.1.3	Performance teórica da camada PML . . . . .	36
3.2	PML para meios com perdas . . . . .	37
3.2.1	WP-PML . . . . .	37
3.2.2	Equações WP-PML para o caso tridimensional . . . . .	39
3.2.3	Equações WP-PML tridimensionais no espaço de Yee . . . . .	41
3.3	Conclusões parciais . . . . .	43
<b>4</b>	<b>Análise de estruturas microfita</b>	<b>45</b>
4.1	Circuitos em microfita . . . . .	46
4.2	Considerações para análise . . . . .	47
4.2.1	Fonte de campo . . . . .	48
4.2.2	Tratamento da interface dielétrico-ar . . . . .	49
4.2.3	Fitas condutoras . . . . .	50
4.2.4	Matriz de espalhamento . . . . .	51
4.2.5	Resposta impulsional . . . . .	52
4.3	Análise da microfita condutora simples . . . . .	54
4.4	Filtro de acoplamento lateral . . . . .	60
4.5	Antena planar retangular . . . . .	65
4.6	Filtro passa-baixa . . . . .	71
4.7	Acoplador de microfita . . . . .	77
4.8	Conclusões parciais . . . . .	83
<b>5</b>	<b>Conclusão</b>	<b>85</b>
5.1	Comentários Finais . . . . .	85
5.2	Proposta de trabalhos futuros . . . . .	87

# Lista de Figuras

1.1	Número de publicações relacionadas a FDTD . . . . .	5
1.2	Representação dos arquivos utilizados no código computacional . . . . .	9
1.3	Representação em perspectiva do ambiente simulado computacionalmente . . . . .	10
1.4	Representação três vistas do ambiente simulado computacionalmente . . . . .	10
2.1	Posicionamento das componentes vetoriais dos campos E e H na célula unitária - Cubo de Yee . . . . .	17
2.2	Disposição das células unitárias preenchendo o espaço . . . . .	18
2.3	Variação da $\tilde{k}$ com $N_\lambda$ para $S = 0.5$ . . . . .	26
2.4	Campo $E_z$ normalizado do sistema unidimensional utilizando escolha de $\Delta t$ instável . . . . .	29
3.1	Representação das camadas absorventes no caso tridimensional . . . . .	32
3.2	Representação vetorial das componentes de campo do caso bidimensional e plano tangente . . . . .	33
3.3	Dominio de estudo e camadas pml envolventes . . . . .	35
4.1	Plano de excitação para estrutura microfita . . . . .	46
4.2	Tamanho da região tridimensional sob análise expresso em número de células de Yee . . . . .	48
4.3	Plano de excitação para estrutura microfita . . . . .	49
4.4	Posicionamento dos campos elétricos com relação as bordas das fitas condutoras . . . . .	50
4.5	Plano de interface da fita condutora - metalização representada pela parte escura . . . . .	55
4.6	Distribuição do campo $E_z$ abaixo do plano de interface - instantes distintos . . . . .	56
4.7	Transformada de Fourier em tempo discreto do sinal na fita . . . . .	57
4.8	Módulo dos vetores de campo elétrico no plano perpendicular à direção de pro- pagação - fita em cinza . . . . .	58
4.9	Módulo dos vetores de campo magnético no plano perpendicular à direção de propagação - fita em cinza . . . . .	58

4.10	Módulo dos vetores de campo elétrico no plano de interface - limites da fita em cinza . . . . .	59
4.11	Plano de interface do filtro de acoplamento lateral . . . . .	60
4.12	Campo $E_Z$ normalizado abaixo do plano de interface - instantes distintos . . . . .	61
4.13	Módulo dos parâmetros S para o filtro sem perdas . . . . .	62
4.14	$ S_{11} $ para o filtro de acoplamento lateral - referência [7] . . . . .	63
4.15	Evolução de $ S_{21} $ com tempo de simulação - FAL . . . . .	64
4.16	Evolução do erro com tempo de simulação - FAL . . . . .	64
4.17	Plano de interface da antena de microfita - metalização representada pela parte escura . . . . .	65
4.18	Distribuição do campo $E_Z$ abaixo do plano de interface - instantes distintos . . . . .	66
4.19	Módulo do parametro de espalhamento $ S_{11} $ para antena de microfita . . . . .	67
4.20	$ S_{11} $ antena de microfita - referência [21] . . . . .	68
4.21	Resposta impulsional da antena microfita - $h_{11} * \Delta t$ . . . . .	69
4.22	Módulo do parâmetro de espalhamento $ S_{11} $ para antena de microfita a partir da resposta impulsional . . . . .	70
4.23	Plano de interface do filtro de microfita - metalização representada pela parte escura . . . . .	71
4.24	Distribuição do campo $E_Z$ abaixo do plano de interface - instantes distintos . . . . .	72
4.25	Módulo do parametro de espalhamento - $ S_{11} $ - para filtro de microfita . . . . .	73
4.26	Módulo do parâmetro de espalhamento - $ S_{21} $ - para filtro de microfita . . . . .	74
4.27	Módulo dos parâmetros de espalhamento para filtro de microfita - referência [21] . . . . .	75
4.28	Resposta impulsional do filtro de microfita - $h_{11} * \Delta t$ . . . . .	76
4.29	Resposta impulsional do filtro de microfita - $h_{21} * \Delta t$ . . . . .	76
4.30	Módulo dos parâmetros de espalhamento para o filtro de microfita a partir da resposta impulsional . . . . .	77
4.31	Plano de interface do acoplador de microfita - metalização representada pela parte escura . . . . .	78
4.32	Distribuição do campo $E_Z$ abaixo do plano de interface - instantes distintos . . . . .	79
4.33	Módulo dos parâmetros de espalhamento para acoplador de microfita sem perdas . . . . .	80
4.34	Módulo dos parâmetros de espalhamento para acoplador de microfita com perdas . . . . .	81
4.35	Módulo dos parâmetros de espalhamento para acoplador de microfita - (e) sem perdas (d) com perdas - referência [21] . . . . .	81
4.36	Plano de excitação para estrutura microfita . . . . .	82

# Capítulo 1

## Introdução

“It is not the possession of truth, but the success which attends the seeking after it, that enriches the seeker and brings happiness to him.”

Max Planck

À medida que as aplicações de circuitos complexos operando em frequências de micro-ondas crescem e têm uma maior demanda, surge a necessidade da utilização de uma técnica numérica computacional eficiente para avaliação de campos eletromagnéticos. Sendo um importante requisito de projeto essas técnicas permitem reduzir o número de protótipos reais, substituindo o processo de tentativa e erro para alcançar um comportamento desejado, por projetos virtuais. Os modelos obtidos a partir da aplicação do método de Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD) abrangem as perspectivas inerentes às necessidades e se apresentam com potencialidade nesse contexto. O presente capítulo apresenta o cenário atual para aplicação da referida técnica, bem como sua evolução, com o objetivo de colocar o leitor em contato com o trabalho realizado nesta Dissertação.

### 1.1 Contexto atual

Ultimamente tem-se percebido um rápido crescimento de aplicações de circuito eletrônicos com a necessidade de operação em banda larga bem como de integração e miniaturização das estruturas. Em aeronaves de alta performance, veículos espaciais, satélites e aplicações militares tais evoluções passam a ser uma das prioridades, com restrições ainda maiores de perfil de superfícies. Nesses casos a aplicação de circuitos de microfita tem alto diferencial sendo quase que inevitável sua utilização.

Os circuitos de microfita possuem um baixo perfil podendo ser adequados a diferentes superfícies planares ou não e com um processo de manufatura simples utilizando técnicas

modernas de circuitos impressos. Além disso, essas estruturas possuem uma larga faixa de operação no domínio da frequência. Somado a essas qualidades o baixo peso, a compactação dos circuitos e os baixos custos envolvidos na produção caracterizam o grande potencial desse tipo de circuito.

A versatilidade desse tipo de tecnologia tornou a sua aplicação cada vez mais usual desde seu desenvolvimento inicial em 1952 [1]. Neste sentido, o projeto e a consequente construção de circuito de microfita tornaram-se cada vez mais comuns na obtenção de dispositivos e componentes eficientes.

Os estudos baseados nos modelos de circuitos elétricos levam em conta a análise da interação das ondas eletromagnéticas com a estrutura. Há de se ressaltar que os modos fundamentais de propagação não são TEM puros, o que resulta em uma maior dificuldade no alcance dos objetivos anteriormente expostos por não existirem expressões analíticas exatas para a distribuição de campos, reatâncias distribuídas e impedâncias características. Surge então a necessidade de modelar o comportamento dos campos eletromagnéticos nesse tipo de estrutura através do emprego de métodos numéricos. Esse tipo de abordagem teve início em meados da década de 1960 e por quase dez anos os estudos realizados utilizavam basicamente conceitos quasi-estáticos com análises em poucas faixas de frequências [2].

Os primeiros modelos e análises com faixa de frequência mais ampla ocorreram por volta de 1975 [3, 4]. Utilizavam conceitos de guias de ondas com paredes condutoras elétricas no plano superior e inferior e paredes de condutores magnéticos perfeitos nos lados. Assim, os campos nas discontinuidades eram expandidos em modos distintos de propagação em estruturas guadoras de onda. Este modelamento inicial, no entanto, não foi adequado para cálculos em altas frequências já que é fechado e, portanto, não leva em conta efeitos de irradiação. O problema de modelos fechados foi solucionado com a análise utilizando técnica de expansão em modos contemplando ondas de superfície e ondas radiantes proposto por James e Henderson em 1979 [5]. Os resultados obtidos por esse método também não são precisos por haver uma aproximação grosseira do padrão de campo assumido.

Modelos de domínio espectral foram também utilizados com base nas transformadas de Fourier dos perfis de corrente da fita condutora [6]. Esses métodos também apresentaram dificuldades já que dependem da distribuição de correntes das fitas, o que em muitos casos é difícil de se especificar.

Além dos métodos anteriores, encontram-se na literatura uma gama de trabalhos que utilizam a aplicação da técnica Método dos Momentos (MoM). Nesse tipo de aplicação

cita-se [7], que apesar de ser um trabalho novo se apresenta como uma potencial aplicação. A complexidade das funções de Green, no entanto, impõe restrições a essa técnica e em muitos casos não apresenta-se como uma solução de custo-benefício desejável com relação a precisão dos resultados [2].

Os métodos anteriormente citados, apesar de apresentarem algumas particularidades, têm aplicabilidade no caso de circuitos de microfita. Todos eles utilizam análises no domínio da frequência e por isso o estudo de uma faixa de frequência deve ser feito frequência por frequência. Nesse contexto, a técnica de FDTD surge como uma proposta bastante razoável permitindo não só simulações de uma larga faixa como uma apresentação gráfica de fácil compreensão do comportamento físico dos campos eletromagnéticos.

Com uma representação temporal dos campos eletromagnéticos, a técnica FDTD permite uma correta interpretação do comportamento físico dos circuitos. Apesar de apresentar algumas exigências com relação ao domínio computacional de estudos, o que leva a uma necessidade de correta avaliação do custo computacional, a aplicação da FDTD possibilita importantes avaliações das estruturas de microfita tanto na forma quanto no tipo de substrato. Com análises que contemplam a performance dos circuitos, um projeto moderno de sistemas complexos de microondas pode ser alcançado mesmo com as fortes restrições propostas para as aplicações mais atuais.

## 1.2 FDTD

A FDTD, inicialmente proposta por Kane S. Yee em 1966 [8], foi desenvolvida a partir da necessidade de migração das soluções do domínio da frequência, com limitações já compreendidas, para o domínio temporal. O método apresentou uma solução simples e elegante de discretização das equações de Maxwell.

Yee fez uso de um algoritmo com passos distintos para cálculo dos campos elétricos e magnéticos. Na discretização, grades para cada um dos campos são alocadas, deslocadas uma da outra espacial e temporalmente, possibilitando o cálculo de um determinado campo em termos dele mesmo e do outro, calculado em instantes de tempo anteriores. A evolução temporal dos campos acontece, assim, por meio de atualizações periódicas e intercaladas. Essa abordagem permite uma simulação completa e única no domínio temporal.

A discretização utilizada é baseada em diferenças centradas permitindo ao algoritmo a classificação de exatidão à segunda ordem da aproximação, tanto temporal quanto espacial. Essa abordagem possibilita o surgimento de erros e dispersão numéricos. No

entanto, a utilização de grades bem dimensionadas pode manter os mesmos dentro de um valor aceitável.

Apesar da simplicidade e da elegância do método, ele não teve ampla utilização logo após sua publicação original. Pode-se atribuir tal fato à falta de recursos computacionais. Porém, como bem ressaltado por Taflove [9], existem várias razões primárias para a expansão do interesse da utilização da técnica FDTD para soluções de problemas eletromagnéticos das quais podemos destacar:

1. A técnica FDTD utiliza cálculos explícitos sem limitações impostas por campos desconhecidos como acontece em outras técnicas;
2. A técnica FDTD é aproximada a segunda ordem das derivadas e robusta, sendo que os erros proporcionados são bem entendidos e por isso podem ser controlados;
3. Por ser uma técnica no domínio do tempo a FDTD trata respostas impulsivas com naturalidade podendo prover respostas em uma faixa de frequência bastante ampla;
4. Proporciona tratamento natural de não-linearidades;
5. É um processo sistemático dependendo apenas de sua grade e não da complexidade das equações;
6. O rápido aumento da capacidade computacional amplia a aplicação da técnica;
7. A capacidade de visualização dos campos eletromagnéticos obtidos pela aplicação da técnica é muito alta, dependendo apenas dos recursos computacionais para prover um cenário bem realista de uma dada estrutura.

O incremento da capacidade e dos recursos computacionais permitiu um aumento considerável da utilização, e por conseguinte de publicações referentes à técnica, no final da última década do século anterior, como explicitado em [10] e mostrado no gráfico da Figura 1.1. Nessa, além dos números apresentados pela referência, são apresentados números referentes a publicações envolvendo FDTD que podem ser encontrados na base de dados científicos ISI Web of Science [11] como uma forma de extrapolação, mostrando a continuidade do crescimento no início do novo século.

O mesmo avanço computacional que permitiu o crescimento de publicações técnico-científicas, permitiu a maior difusão da FDTD bem como sua aplicação em diversas áreas do eletromagnetismo. Dessa forma estudos foram possibilitados nas áreas de: radar,

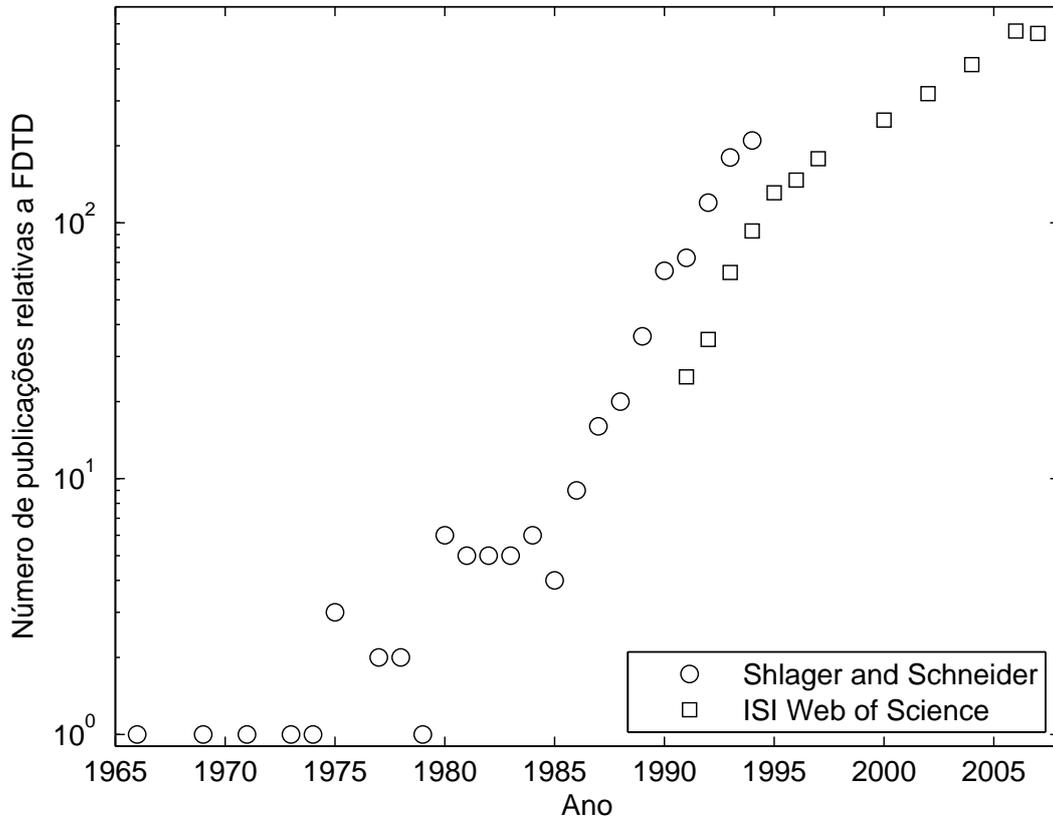


Figura 1.1: Número de publicações relacionadas a FDTD

circuitos digitais de alta velocidade, amplificadores de microondas, telefonia celular, circuitos ópticos ressonantes e estruturas fotônicas. Além destes, a utilização para o projeto de circuitos de microfita tem também importância significativa.

### 1.2.1 Histórico da técnica FDTD

Como ressaltado na Seção anterior, uma vasta gama de trabalhos sucedeu o trabalho inicialmente proposto por Yee sendo que a maior parte desses teve seu desenvolvimento nos últimos 20 anos. No desenvolvimento da técnica, assim como do presente trabalho, algumas dessas publicações tiveram importância significativa; estas estão listadas a seguir sendo que uma referência mais detalhada pode ser obtida em [9, 10]:

**1966** - Descrição básica da técnica de FDTD por Kane S. Yee [8];

**1975** - Obtenção dos critérios corretos de estabilidade para o algoritmo de Yee por Taflove e Brodwin [12];

- 1980** - Taflove institui o termo FDTD publicando os primeiros modelos de ondas eletromagnéticas em uma cavidade tridimensional [13];
- 1981** - Mür publica a primeira condição de contorno absorvente numericamente estável para o algoritmo de Yee [14];
- 1986** - Choi e Hoefler publicam a primeira simulação FDTD de estruturas guadoras de ondas [15];
- 1988** - São publicados os primeiros artigos na teoria das condições de contorno absorventes [16];
- 1988** - Zhang *et. al.* introduzem o modelamento de circuitos microfita [2];
- 1990** - Sheen *et. al.* publicam resultados da aplicação de FDTD em circuitos microfita com modificações interessantes com relação a aplicação de Zhang [17];
- 1994** - Berenger publica a teoria de camadas perfeitamente casadas - PML - de alta eficiência para grades bidimensionais que é estendida para grades tridimensionais por Katz [18];
- 1995/6** - Sacks *et. al.* e Gedney introduzem o conceito das camadas perfeitamente casadas sem separação de campos - UPML [19, 20];
- 2001** - Wittwer *et. al.* utilizam condições de contorno absorventes para limitação de domínio incluindo materiais com perdas para avaliar estruturas microfita [21];
- 2003** - Fan *et. al.* propõem a técnica WP-PML e a aplicam a casos PSTD [22].

### 1.2.2 Aplicações da técnica FDTD em circuitos de microfita

As aplicações de FDTD em circuitos de microfita, começaram a ser publicadas por Fang, Mei e Zang [2, 23, 24], onde algumas características do plano de excitação foram explicitadas e utilizou-se a teoria de planos de simetria para aumentar a capacidade dos domínios. Com relação específica ao plano de excitação houveram algumas soluções para campos espúrios induzidos nas microfita devido à natureza não-física da terminação dos domínios. No entanto uma solução que se mostrou bastante eficiente foi apresentada por Sheen *et. al.* em [17]. Além disso, essa publicação apresenta várias análises de estruturas de microfita (antena, filtro e acoplador), das quais algumas são encontradas também no presente trabalho.

Pesquisadores, no início da década de 1990, publicaram também alguns trabalhos mostrando a aplicabilidade da técnica para outros tipos de estruturas (dobras) [25, 26]. Mas, não somente as estruturas estavam sendo avaliadas, como também a adequação do método e, por esse motivo grades não uniformes para o algoritmo FDTD também foram estudadas como em [27]. A evolução nesse sentido também progrediu bastante sendo que na atualidade grades com refinamento dinâmico são motivo de estudo como em [28].

No âmbito das condições de contorno absorventes, vários trabalhos foram publicados com expressiva abrangência sendo que o primeiro deles a considerar especificamente a estrutura de microfita foi apresentado em 1992 por Bi *et. al.* [29]. A condição de contorno proposta neste trabalho foi projetada para absorver perfeitamente ondas incidentes de duas velocidades específicas determinadas pela constante dielétrica efetiva do substrato na faixa de frequência de interesse. A evolução desse trabalho foi apresentada por Betz e Mittra e teve sua performance comparada com de outros trabalhos em [30]. Nessa linha outras publicações sucederam, sendo que chama-se atenção para os trabalhos de Li *et. al.* [31] e Wittwer *et. al.* [21]. Em especial, Wittwer avalia as mesmas estruturas de Sheen [17] incluindo perdas no substrato.

Além dos estudos anteriores que se baseavam basicamente em análise e projeto dos circuitos no domínio da frequência, algumas pesquisas foram conduzidas em uma abordagem no domínio temporal. Em 2001 Marrocco e Bardati apresentaram em seu trabalho um método de deconvolução de sinais para obtenção da resposta impulsional de circuitos de microfita [32] apresentando análises para sinais de excitação com perfil do tipo gaussiano.

É interessante notar que a análise bibliográfica aqui apresentada ressalta os principais trabalhos da aplicação da técnica de FDTD em estruturas microfita com um olhar focado nos estudos realizados nesse trabalho. Para uma bibliografia completa sugere-se a referência [9] que contempla uma revisão elogiável, bem como uma explanação dos principais conceitos da técnica e de suas aplicações.

### 1.3 Objetivos

O objetivo do presente trabalho é a análise de circuitos de microfita através da correta interpretação do efeito de descontinuidades no comportamento dos mesmos. Os efeitos são avaliados tanto no domínio temporal quanto no domínio da frequência, mostrando uma figura de mérito das estruturas de forma a poder contemplar um posterior projeto detalhado. Para tanto o método FDTD é utilizado para modelar campos eletromagnéticos nas estruturas e sua interação com as mesmas. Os circuitos utilizados para validar a

técnica são comumente encontrados na literatura em análises semelhantes utilizando a mesma técnica ou técnicas numéricas correlatas como o Método dos Momentos.

Utilizando o FDTD juntamente com condições de contorno absorventes do tipo WP-PML deseja-se avaliar também o efeito da perda no substrato dos circuitos nas respostas temporais e no domínio da frequência. Objetiva-se com isso uma comparação entre os modelos sem perdas com relação aos circuitos de poucas perdas atualmente utilizados. Atualmente essas abordagens são realizadas em apenas um dos domínios e normalmente para somente um tipo de estrutura de substrato, dessa forma deseja-se uma maior abrangência para os casos contemplando resultados diversos com aplicação única da técnica. Essas análises são obtidas a partir de modelamentos das técnicas em domínios tridimensionais.

## 1.4 Metodologia

O presente trabalho apresenta respostas das simulações computacionais de circuitos microfita e os parâmetros comumente avaliados. A gama de resultados aqui desenvolvidos foi possível a partir da implementação das equações da técnica FDTD e também das técnicas de condições de contorno adequadas. A linguagem de programação FORTRAN foi utilizada para o modelamento, sendo que os resultados foram interpretados graficamente utilizando-se o MatLab.

No intuito de construir um código computacional conciso e coerente, os algoritmos implementados tiveram o seu grau de complexidade aumentado gradativamente, da mesma forma que o presente texto é apresentado. Nesse sentido os passos seguidos para implementação do algoritmo são apresentados a seguir:

1. Algoritmo unidimensional FDTD;
2. Algoritmo bidimensional FDTD;
3. Algoritmo tridimensional FDTD;
4. Condições de contorno de Mür;
  - Unidimensional;
  - Bidimensional;
  - Tridimensional;
5. Condições de contorno PML;

- Bidimensional;
  - Tridimensional;
6. Condições de contorno WP-PML;
- Tridimensional.

A construção do código foi realizada de forma a contemplar o maior número de casos possíveis a partir da simples alteração das entradas. Por esse motivo foram definidos dois arquivos para entrada: um contendo a matriz referente ao plano de interface da microfita e outro contendo os parâmetros do circuito juntamente com o tempo total de simulação a ser contemplado. Assim, a utilização tem restrições apenas quanto ao tamanho da matriz do plano de interface que no presente caso foi utilizada como  $60 \times 100$ . A Figura 1.2 apresenta uma visão do código implementado e suas interfaces com os arquivos de entrada e saída.

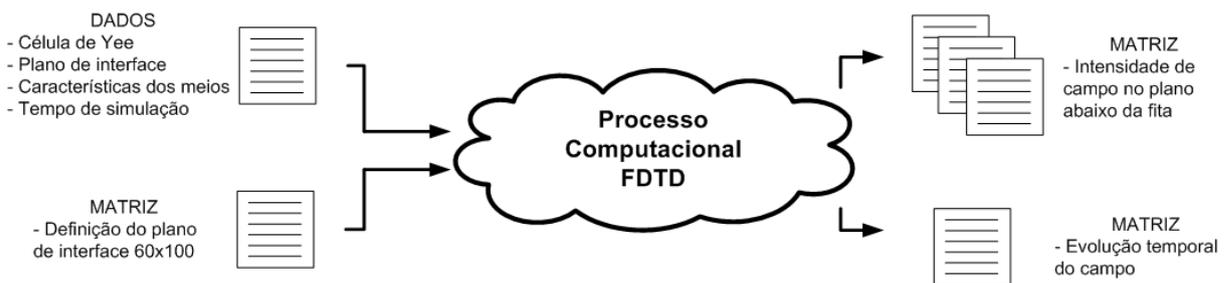


Figura 1.2: Representação dos arquivos utilizados no código computacional

O programa desenvolvido tem condições de contorno em todas as direções excluindo-se o plano condutor do circuito de microfita. O código armazena respostas durante todo o tempo de simulação de 4 pontos distintos no plano abaixo da interface com os campos elétricos. As amostras de campo são obtidas em 4 pontos de forma a contemplar os estudos das estruturas deste trabalho que possuem até 4 portas de sinal. É possível, no entanto, implementar mais pontos de extração de amostras com facilidade caso necessário. Além disso, são armazenadas matrizes correspondentes a todos os campos em todo esse plano em 20 instantes de tempo distintos durante a simulação.

Para que o leitor possa ter um melhor entendimento do ambiente em que são simulados os circuitos aqui estudados, as Figuras 1.3 e 1.4 apresentam, respectivamente, a visão em perspectiva e as três vistas do mesmo. Nestas podem ser identificados o ambiente completo e também os limites onde são implementadas as condições de contorno. Além disso, podem ser visualizados os pontos de amostragem de campo.

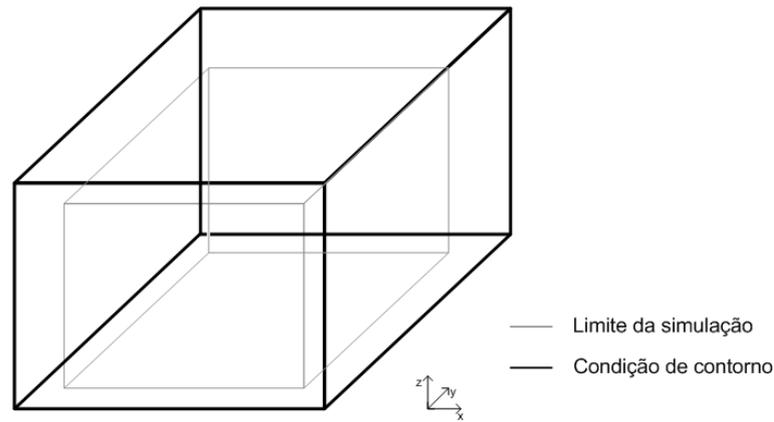


Figura 1.3: Representação em perspectiva do ambiente simulado computacionalmente

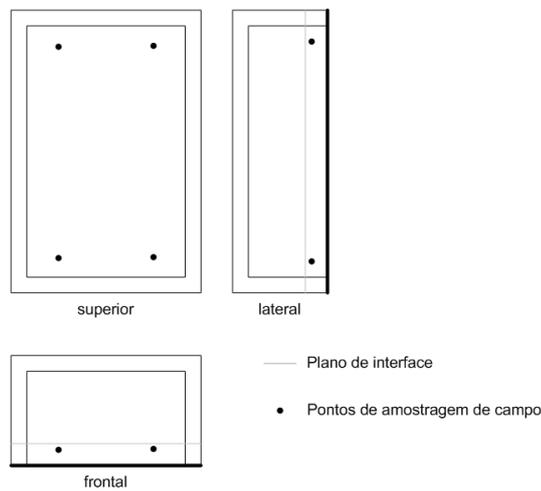


Figura 1.4: Representação três vistas do ambiente simulado computacionalmente

Implementado de forma modular na linguagem FORTRAN, é possível alterar cada um dos módulos do programa sem afetar os outros. Os módulos foram divididos em: cálculos da FDTD, leitura de arquivos de entrada, definição da fonte excitante, cálculo do perfil da PML, e cálculo das condições de contorno (quando forem separadas do cálculo de FDTD).

Ressalta-se que houve preocupação na correta obtenção das equações para implementação na forma de diferenças finitas, onde procurou-se obter sistemas de mais fácil implementação computacional a partir da movimentação da célula de Yee como sugerido por Sheen [17]. Houve também uma atenção especial às condições de contorno WP-PML que não têm suas equações de diferenças finitas bem difundidas na literatura e devem passar por um processo de discretização bastante trabalhoso do ponto de vista analítico. Atenção também foi dispensada na obtenção de um perfil adequado para as condições de contorno absorvas.

## 1.5 Organização do texto

O presente trabalho é organizado de forma a trazer o leitor ao encontro da utilização da técnica FDTD aplicada à análise de circuitos de microfita amplamente utilizados em aplicações atuais. Nesse sentido, os eventuais passos seguidos para a construção de um algoritmo robusto com condições de contorno específicas para o modelamento de estruturas com perdas são explicitados. A apresentação do texto reflete o caminho seguido pelo autor na obtenção do referido algoritmo.

O Capítulo 2 apresenta a fundamentação matemática da técnica de diferenças finitas no domínio do tempo baseando-se inicialmente nas equações da proposta original de Yee [8]. Com base na proposta de uma evolução do algoritmo construído, as equações apresentadas na proposta original são implementadas em domínios tridimensionais. A particularidade apresentada nessa solução refere-se à implementação das equações, que utiliza um deslocamento da célula de Yee, levando assim a um conjunto de equações de diferenças finitas mais facilmente implementadas. São apresentadas ainda as equações para implementação tridimensional além da análise de estabilidade e erros numéricos advindos da discretização do espaço e tempo utilizados na técnica.

O segundo Capítulo finda colocando o leitor frente a restrição da técnica quanto ao tamanho dos domínios simulados. A forma de lidar com esta limitação é tratada no Capítulo 3, onde são apresentadas técnicas de condições de contorno. O desenvolvimento de uma dessas técnicas, a de camadas perfeitamente casadas, leva a proposição da técnica WP-PML que se aplica nos casos de estudo para meios envolvendo perdas em um domínio tridimensional. As equações de diferenças finitas dessa técnica não são bem difundidas na literatura, motivo pelo qual, apresenta-se nesse capítulo o desenvolvimento das mesmas com base nas equações diferenciais.

No Capítulo 4 são abordadas as técnicas utilizadas na caracterização de circuitos de microfita envolvendo os conceitos de resposta impulsional e matriz de espalhamento. É apresentada a análise da microfita simples onde a condição de confinamento do campo eletromagnético é avaliada, e valida-se o código computacional de forma qualitativa.

Este capítulo apresenta os estudos de caso realizados durante o desenvolvimento desse trabalho. São apresentados os resultados para os diferentes casos de aplicação do algoritmo em estruturas de microfita. Uma comparação entre os modelos para sistemas com e sem perdas é apresentada e é possível avaliar o efeito das perdas nas respostas dos circuitos tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência. Chama-se a atenção desde já para o fato de que apesar de serem apresentados apenas resultados para os casos

utilizando a técnica WP-PML, resultados semelhantes foram obtidos com a utilização das outras técnicas de contorno nos casos sem perdas.

Após o exposto em cada um dos capítulos são apresentadas conclusões parciais para que o leitor se familiarize com os conceitos ali discutidos. Tais discussões fundamentam as conclusões apresentadas no capítulo 4 pertinentes ao trabalho como um todo bem como as propostas de trabalhos futuros.

## Capítulo 2

# Diferenças Finitas no Domínio do Tempo

“The agreement of the results seems to show that light and magnetism are affections of the same substance, and that light is an electromagnetic disturbance propagated through the field according to electromagnetic laws.”

James Clerk Maxwell

O presente capítulo apresenta a fundamentação básica da técnica do FDTD, que tem como ponto de partida as equações de Maxwell. Utilizando a base da teoria eletromagnética e os conceitos propostos por Yee [8] um conjunto de equações de diferenças finitas é apresentado para implementação computacional em substituição às conhecidas equações integrais e diferenciais. A transposição entre esses dois domínios, contínuo e discreto, é possibilitada com a discretização espacial e temporal proposta na técnica. Tal mudança de domínios gera uma grade espacial de pontos onde os campo elétrico e magnético são amostrados. A resolução dessa grade é responsável então pela acuidade e refinamento com que os problemas serão tratados.

Alguns conceitos referentes à estabilidade numérica do algoritmo são apresentados, bem como dos erros advindos da discretização espacial. A discussão dessas particularidades leva, por fim, à relação entre os valores utilizados como incrementos temporal e espacial que garantem a estabilidade da técnica. Ressalta-se que o texto foi escrito com a intenção de aumentar gradativamente a complexidade daquilo que é discutido, tornando a familiarização do leitor com o assunto o mais simples possível.

## 2.1 Equações de Maxwell

O comportamento dos campos elétrico e magnético e sua interação mútua é descrito por leis físicas que foram o resultado do trabalho de diferentes pesquisadores no sentido de compreender fenômenos eletromagnéticos. James Clerk Maxwell sintetizou tais trabalhos nas equações que hoje recebem o seu nome. A ele são atribuídos o agrupamento das teorias e a inclusão do termo de corrente de deslocamento. A implementação do algoritmo de Yee requer antes um estudo dessa teoria.

As equações de Maxwell para fontes e materiais com propriedades genéricas são escritas da seguinte forma:

Lei de Gauss para o campo elétrico

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_e, \quad (2.1a)$$

Lei de Gauss para o campo magnético

$$\nabla \cdot \vec{B} = \rho_m, \quad (2.1b)$$

Lei de Faraday

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\nabla \times \vec{E} - \vec{M}, \quad (2.1c)$$

Lei de Ampère

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \nabla \times \vec{H} - \vec{J}, \quad (2.1d)$$

onde

$\vec{E}$  : Campo elétrico ( $V/m$ ),

$\vec{D}$  : Densidade de fluxo elétrico ( $C/m^2$ ),

$\vec{H}$  : Campo magnético ( $A/m$ ),

$\vec{B}$  : Densidade de fluxo magnético ( $Wb/m^2$ ),

$\vec{J}$  : Densidade de corrente elétrica ( $A/m^2$ ),

$\vec{M}$  : Densidade de corrente magnética equivalente ( $V/m^2$ ),

$\vec{\rho}_e$  : Densidade volumétrica de carga elétrica ( $C/m^3$ ),

$\vec{\rho}_m$  : Densidade volumétrica de carga magnética equivalente ( $Wb/m^3$ ).

Nas equações foram incluídos termos de densidade de corrente magnética equivalente ( $\vec{M}$ ) e densidade volumétrica de carga magnética equivalente ( $\rho_m$ ). Tais termos não têm representatividade física, porém foram incluídos para apresentar as equações de uma forma simétrica e para o desenvolvimento de condições de contorno absorventes a serem apresentadas posteriormente.

A relação entre a densidade de fluxo e o seu respectivo campo em meios lineares, isotrópicos e não-dispersivos pode ser descrita como:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} = \epsilon_r \epsilon_0 \vec{E}, \quad (2.2a)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_r \mu_0 \vec{H}, \quad (2.2b)$$

onde:

- $\epsilon$  : Permissividade elétrica ( $F/m$ ),
- $\epsilon_r$  : Permissividade elétrica relativa,
- $\epsilon_0$  : Permissividade elétrica do vácuo,
- $\mu$  : Permeabilidade magnética ( $H/m$ ),
- $\mu_r$  : Permeabilidade magnética relativa,
- $\mu_0$  : Permeabilidade magnética do vácuo.

A corrente elétrica e equivalente magnética representadas nas equações (2.1c) e (2.1d) devem incluir a possibilidade de atuação como fontes independentes de energia ou representar perdas e atenuações de meios com características próprias. Considerando os vetores  $\vec{J}^f$  e  $\vec{M}^f$  para representação das fontes de campo elétrico e magnético, que no caso devem ser conhecidos e bem definidos, as correntes devem ser descritas como a adição desses termos e de uma parcela representando as perdas no meio onde a onda se propaga, que deve ter também características conhecidas, a saber:

$$\vec{J} = \vec{J}^f + \sigma \vec{E} = \underbrace{J_x^f \hat{x} + J_y^f \hat{y} + J_z^f \hat{z}}_{\vec{J}^f} + \sigma \vec{E}, \quad (2.3)$$

$$\vec{M} = \vec{M}^f + \sigma * \vec{E} = \underbrace{M_x^f \hat{x} + M_y^f \hat{y} + M_z^f \hat{z}}_{\vec{M}^f} + \sigma * \vec{E}, \quad (2.4)$$

onde:

- $\sigma$  : Condutividade elétrica ( $S/m$ ),

$\sigma^*$  : Perda magnética equivalente ( $\Omega/m$ ).

Aplicando a definição proposta para as correntes e considerando a definição do operador rotacional em coordenadas cartesianas, podemos reescrever as equações (2.1c) e (2.1d) na forma [9]:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} - (M_x^f + \sigma^* H_x) \right], \quad (2.5a)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} - (M_y^f + \sigma^* H_y) \right], \quad (2.5b)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} - (M_z^f + \sigma^* H_z) \right], \quad (2.5c)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left[ \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - (J_x^f + \sigma E_x) \right], \quad (2.5d)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left[ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - (J_y^f + \sigma E_y) \right], \quad (2.5e)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left[ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - (J_z^f + \sigma E_z) \right]. \quad (2.5f)$$

É importante ressaltar que o conjunto de equações parciais apresentado, (2.5a) - (2.5f), obtido para o caso particular de um sistema cartesiano, não é único. Diferentes conjuntos de equações podem ser obtidos utilizando-se outros sistemas como cilíndrico ou mesmo esférico. No entanto, o algoritmo inicialmente apresentado por Yee utiliza o primeiro desses sistemas. Além disso, a formulação de Yee foi desenvolvida para se encontrar uma representação que possibilite a utilização somente das equações rotacionais de Maxwell, deixando implícitas as equações divergentes [8], o que será demonstrado oportunamente.

## 2.2 Algoritmo de Yee

A proposta de Yee de 1966 consiste em um método elegante para a solução numérica de problemas envolvendo propagação de ondas eletromagnéticas [8]. No seu trabalho as equações de Maxwell são substituídas por um conjunto de equações de diferenças finitas. Dessa forma, Yee possibilitou a solução de problemas no domínio do tempo agregando uma mais fácil compreensão de cada caso. Sua solução se apresenta mais robusta do que outras que utilizam apenas um dos campos [9], possibilitando o modelamento de propriedades elétricas e magnéticas.

### 2.2.1 Discretização de espaço e tempo

A base do algoritmo está na solução de ambos os campos no tempo e no espaço de estudo. Para tanto foi utilizado um método de discretização do espaço onde o campo elétrico possui um deslocamento espacial em relação ao campo magnético. Como seu modelo foi concebido para um espaço tridimensional cartesiano, Yee utilizou um cubo para posicionar cada uma das componentes de cada campo. Nesse elemento, cada componente do vetor  $\vec{E}$  é circundada por quatro componentes do vetor  $\vec{H}$  e vice-versa, enfatizando os conceitos do operador rotacional. Dessa forma Yee estabeleceu uma célula unitária hoje conhecida como *cubo de Yee* apresentado na Figura 2.1.

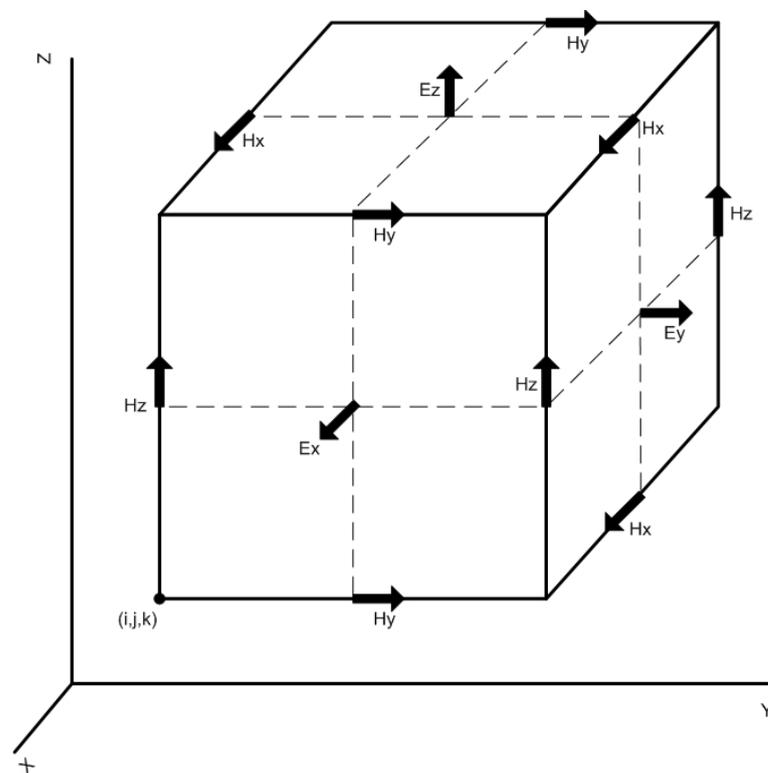


Figura 2.1: Posicionamento das componentes vetoriais dos campos E e H na célula unitária - Cubo de Yee

A utilização do cubo como célula unitária mostrou-se uma forma elegante e simples de tratamento do problema, de forma que para preencher todo um espaço é utilizada uma grande quantidade desses elementos dispostos a uma distância definida uns dos outros. Para um caso geral, por exemplo, os cubos são dispostos na direção  $x$  a uma distância  $\Delta x$  uns dos outros, na direção  $y$  a uma distância  $\Delta y$  uns dos outros, e na direção  $z$  a uma distância  $\Delta z$ . O preenchimento de todo o espaço se dá como demonstrado na Figura 2.2.

Outros atributos da rede espacial propostos por Yee são:

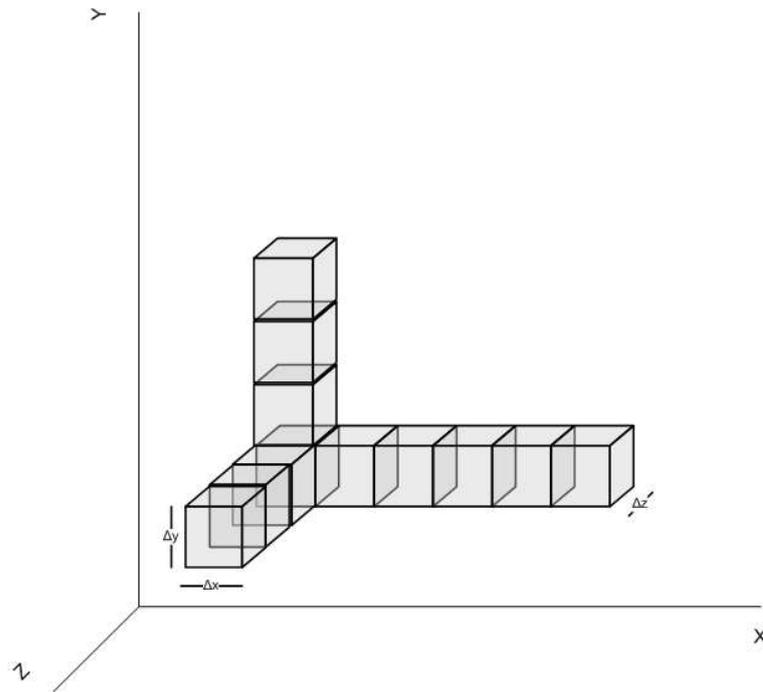


Figura 2.2: Disposição das células unitárias preenchendo o espaço

- O algoritmo simula simultaneamente, em caráter puntual, as formas diferencial e integral macroscópicas das equações de Maxwell;
- A continuidade das componentes tangenciais de  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$  é mantida naturalmente na interface de meios com materiais diferentes se a interface é paralela a um dos eixos das coordenadas do cubo ;
- A alocação das componentes de  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$  satisfazem às leis de Gauss mostradas anteriormente.

O sistema formado pela disposição das células desta maneira permite a obtenção de equações para o cálculo dos campos em um determinado instante a partir do conhecimento da situação no instante anterior. Assim, Yee utiliza a diferença temporal  $\Delta t$  entre os campos para a atualização dos mesmos. Este esquema de atualização é conhecido como *leap-frog* e será explicitado mais adiante.

Outros tipos de discretização de espaço podem ser implementados de forma a tratar problemas com condições específicas. Outras possibilidades incluem grade hexagonal (bidimensional) e tetradecaedro / dual-tetraedro (tridimensional) [9].

## 2.2.2 Notação

Devido ao grande número de cubos que irão preencher o espaço de estudo é necessária a introdução de uma notação específica para determinar a posição de cada um deles. Tal notação utiliza os incrementos espaciais ( $\Delta x$ ,  $\Delta y$  e  $\Delta z$ ) já incorporados de cada célula. Sendo assim, um ponto no espaço é representado por Yee [8] pela seguinte notação:

$$(x, y, z) = (i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z) = (i, j, k) \quad (2.6)$$

Com esse conceito, pode-se escrever os campos na forma discreta como:

$$u(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = u^n(i, j, k) = u_{i,j,k}^n, \quad (2.7)$$

onde  $u(x, y, z, t)$  é uma componente de um dos campos eletromagnéticos.

## 2.2.3 Equações do método FDTD

Yee utilizou diferenças centrais para obter expressões para as derivadas espaciais e temporais. Com uma aproximação baseada em uma expansão da série de Taylor de segunda ordem foram determinadas as seguintes equações [8]

$$\frac{\partial u}{\partial x}(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = \frac{u_{i+1/2,j,k}^n - u_{i-1/2,j,k}^n}{\Delta x} + O[(\Delta x)^2], \quad (2.8a)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = \frac{u_{i,j,k}^{n+1/2} - u_{i,j,k}^{n-1/2}}{\Delta t} + O[(\Delta t)^2], \quad (2.8b)$$

onde os termos 1/2 estão explicitados devido à intenção de Yee adequar as equações ao seu espaço. Se, por conveniência, a definição do ponto  $(i, j, k)$  for alterada como proposto em [17] as equações podem ter seus termos espaciais com uma notação mais simplificada e conveniente para a implementação computacional. Utilizando esses conceitos em (2.5a) - (2.5f) as equações de diferenças finitas são descritas como a seguir [9]:

$$\begin{aligned} Hx|_{i,j,k}^{n+1/2} &= Hx|_{i,j,k}^{n-1/2} + \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}\Delta z} (Ey|_{i,j,k}^n - Ey|_{i,j,k-1}^n) - \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}\Delta y} (Ez|_{i,j,k}^n - Ez|_{i,j-1,k}^n) \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}} (Mx|_{i,j,k}^n + \sigma_{i,j,k}^* Hx|_{i,j,k}^n), \end{aligned} \quad (2.9a)$$

$$\begin{aligned} Hy|_{i,j,k}^{n+1/2} &= Hy|_{i,j,k}^{n-1/2} + \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}\Delta x} (Ez|_{i,j,k}^n - Ez|_{i-1,j,k}^n) - \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}\Delta z} (Ex|_{i,j,k}^n - Ex|_{i,j,k-1}^n) \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}} (My|_{i,j,k}^n + \sigma_{i,j,k}^* Hy|_{i,j,k}^n), \end{aligned} \quad (2.9b)$$

$$\begin{aligned}
Hz|_{i,j,k}^{n+1/2} &= Hz|_{i,j,k}^{n-1/2} + \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}\Delta y} (Ex|_{i,j,k}^n - Ex|_{i,j-1,k}^n) - \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}\Delta x} (Ey|_{i,j,k}^n - Ey|_{i-1,j,k}^n) \\
&\quad - \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}} (Mz|_{i,j,k}^n + \sigma_{i,j,k}^* Hz|_{i,j,k}^n), \tag{2.9c}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Ex|_{i,j,k}^{n+1} &= Ex|_{i,j,k}^n + \frac{\Delta t}{\epsilon_{i,j,k}\Delta y} (Hz|_{i,j+1,k}^{n+1/2} - Hz|_{i,j,k}^{n+1/2}) - \frac{\Delta t}{\epsilon_{i,j,k}\Delta z} (Hy|_{i,j,k+1}^{n+1/2} - Hy|_{i,j,k}^{n+1/2}) \\
&\quad - \frac{\Delta t}{\epsilon_{i,j,k}} (Jx|_{i,j,k}^{n+1/2} + \sigma_{i,j,k} Ex|_{i,j,k}^{n+1/2}), \tag{2.9d}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Ey|_{i,j,k}^{n+1} &= Ey|_{i,j,k}^n + \frac{\Delta t}{\epsilon_{i,j,k}\Delta z} (Hx|_{i,j,k+1}^{n+1/2} - Hx|_{i,j,k}^{n+1/2}) - \frac{\Delta t}{\epsilon_{i,j,k}\Delta x} (Hz|_{i+1,j,k}^{n+1/2} - Hz|_{i,j,k}^{n+1/2}) \\
&\quad - \frac{\Delta t}{\epsilon_{i,j,k}} (Jy|_{i,j,k}^{n+1/2} + \sigma_{i,j,k} Ey|_{i,j,k}^{n+1/2}), \tag{2.9e}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Ez|_{i,j,k}^{n+1} &= Ez|_{i,j,k}^n + \frac{\Delta t}{\epsilon_{i,j,k}\Delta x} (Hy|_{i+1,j,k}^{n+1/2} - Hy|_{i,j,k}^{n+1/2}) - \frac{\Delta t}{\epsilon_{i,j,k}\Delta y} (Hx|_{i,j+1,k}^{n+1/2} - Hx|_{i,j,k}^{n+1/2}) \\
&\quad - \frac{\Delta t}{\epsilon_{i,j,k}} (Jz|_{i,j,k}^{n+1/2} + \sigma_{i,j,k} Ez|_{i,j,k}^{n+1/2}). \tag{2.9f}
\end{aligned}$$

Nota-se ainda um termo do lado direito de cada equação que é referente ao campo que está sendo calculado. Para um caso mais geral é conveniente definir coeficientes e novas equações.

Coeficientes para cálculo das componentes do campo  $\vec{E}$ :

$$C_a|_{i,j,k} = \frac{1 - \frac{\sigma_{i,j,k}\Delta t}{2\epsilon_{i,j,k}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k}\Delta t}{2\epsilon_{i,j,k}}}, \tag{2.10a}$$

$$C_b|_{i,j,k} = \frac{\frac{\Delta t}{\epsilon_{i,j,k}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k}\Delta t}{2\epsilon_{i,j,k}}}, \tag{2.10b}$$

$$C_{b1}|_{i,j,k} = \frac{\frac{\Delta t}{\epsilon_{i,j,k}\Delta_1}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k}\Delta t}{2\epsilon_{i,j,k}}}, \tag{2.10c}$$

$$C_{b2}|_{i,j,k} = \frac{\frac{\Delta t}{\epsilon_{i,j,k}\Delta_2}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k}\Delta t}{2\epsilon_{i,j,k}}}. \tag{2.10d}$$

Coeficientes para cálculo das componentes do campo  $\vec{H}$ :

$$D_a|_{i,j,k} = \frac{1 - \frac{\sigma_{i,j,k}^* \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k}^* \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}}, \quad (2.11a)$$

$$D_b|_{i,j,k} = \frac{\frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k}^* \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}}, \quad (2.11b)$$

$$D_{b1}|_{i,j,k} = \frac{\frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k} \Delta_1}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k}^* \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}}, \quad (2.11c)$$

$$D_{b2}|_{i,j,k} = \frac{\frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k} \Delta_2}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k}^* \Delta t}{2\mu_{i,j,k}}}, \quad (2.11d)$$

Onde  $\Delta_1$  e  $\Delta_2$  são os dois incrementos espaciais utilizados no cálculo de cada uma das componente de cada vetor de campo, que nas equações a seguir são denominadas  $x$ ,  $y$  e  $z$ , como exemplo  $\Delta y$  e  $\Delta z$  para a componente  $Hx$ . As novas equações são apresentadas a seguir onde as referências  $(i, j, k)$  foram suprimidas das novas constantes de forma a simplificar a notação <sup>1</sup>:

$$\begin{aligned} Hx|_{i,j,k}^{n+1/2} &= D_a Hx|_{i,j,k}^{n-1/2} + D_{bz} (Ey|_{i,j,k}^n - Ey|_{i,j,k-1}^n) \\ &\quad - D_{by} (Ez|_{i,j,k}^n - Ez|_{i,j-1,k}^n) - D_b (Mx|_{i,j,k}^n), \end{aligned} \quad (2.12a)$$

$$\begin{aligned} Hy|_{i,j,k}^{n+1/2} &= D_a Hy|_{i,j,k}^{n-1/2} + D_{bx} (Ez|_{i,j,k}^n - Ez|_{i-1,j,k}^n) \\ &\quad - D_{bz} (Ex|_{i,j,k}^n - Ex|_{i,j,k-1}^n) - D_b (My|_{i,j,k}^n), \end{aligned} \quad (2.12b)$$

$$\begin{aligned} Hz|_{i,j,k}^{n+1/2} &= D_a Hz|_{i,j,k}^{n-1/2} + D_{by} (Ex|_{i,j,k}^n - Ex|_{i,j-1,k}^n) \\ &\quad - D_{bx} (Ey|_{i,j,k}^n - Ey|_{i-1,j,k}^n) - D_b (Mz|_{i,j,k}^n), \end{aligned} \quad (2.12c)$$

$$\begin{aligned} Ex|_{i,j,k}^{n+1} &= C_a Ex|_{i,j,k}^n + C_{by} (Hz|_{i,j+1,k}^{n+1/2} - Hz|_{i,j,k}^{n+1/2}) \\ &\quad - C_{bz} (Hy|_{i,j,k+1}^{n+1/2} - Hy|_{i,j,k}^{n+1/2}) - C_b (Jx|_{i,j,k}^{n+1/2}), \end{aligned} \quad (2.12d)$$

$$\begin{aligned} Ey|_{i,j,k}^{n+1} &= C_a Ey|_{i,j,k}^n + C_{bz} (Hx|_{i,j,k+1}^{n+1/2} - Hx|_{i,j,k}^{n+1/2}) \\ &\quad - C_{bx} (Hz|_{i+1,j,k}^{n+1/2} - Hz|_{i,j,k}^{n+1/2}) - C_b (Jy|_{i,j,k}^{n+1/2}), \end{aligned} \quad (2.12e)$$

---

<sup>1</sup>Cada constante é referente ao campo que está sendo calculado, com os mesmos índices espaciais

$$\begin{aligned}
Ez|_{i,j,k}^{n+1} &= C_a Ez|_{i,j,k}^n + C_{bx} \left( Hy|_{i+1,j,k}^{n+1/2} - Hy|_{i,j,k}^{n+1/2} \right) \\
&\quad - C_{by} \left( Hx|_{i,j+1,k}^{n+1/2} - Hx|_{i,j,k}^{n+1/2} \right) - C_b \left( Jz|_{i,j,k}^{n+1/2} \right). \quad (2.12f)
\end{aligned}$$

O sistema de equações de diferenças apresentado (2.12a - 2.12f) é geral e pode ser implementado para diferentes tipos de meios bem caracterizados. Aplicações específicas devem então ser estudadas separadamente. Um outro ponto a ser ressaltado é que formas de economia de memória computacional são propostas [9] para que as matrizes que armazenam os coeficientes  $C$  e  $D$  sejam otimizadas.

### 2.3 O método e as equações Gauss

A determinação das equações referentes ao cálculo de cada uma das componentes foi obtida a partir das equações rotacionais de Maxwell (2.1c) e (2.1d). No entanto, faz-se necessário atender também às leis de Gauss. Considerando-se a ausência de cargas elétricas e magnéticas na região analisada, reescrevem-se as leis de Gauss como:

$$\nabla \cdot \vec{D} = \oint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = 0, \quad (2.13a)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = \oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0. \quad (2.13b)$$

Para o caso específico do vetor do campo elétrico na célula de Yee original (Fig. 2.1), temos:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} \oint_{cubo} \vec{D} \cdot d\vec{S} &= \underbrace{\epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (Ex|_{i,j+1/2,k+1/2} - Ex|_{i-1,j+1/2,k+1/2})}_{termo1} \Delta y \Delta z \\
&\quad + \underbrace{\epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (Ey|_{i-1/2,j+1,k+1/2} - Ey|_{i-1/2,j,k+1/2})}_{termo2} \Delta x \Delta z \\
&\quad + \underbrace{\epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (Ez|_{i-1/2,j+1/2,k+1} - Ez|_{i-1/2,j+1/2,k})}_{termo3} \Delta x \Delta y. \quad (2.14)
\end{aligned}$$

Com o agrupamento dos termos de campos podemos reescrever:

$$\frac{\partial}{\partial t} \oint_{cubo} \vec{D} \cdot d\vec{S} = (termo1)\Delta y \Delta z + (termo2)\Delta x \Delta z + (termo3)\Delta x \Delta y, \quad (2.15)$$

onde cada um dos termos pode ser descrito como

$$\begin{aligned}
termo1 &= \left( \frac{Hz|_{i,j+1,k+1/2} - Hz|_{i,j,k+1/2}}{\Delta y} - \frac{Hy|_{i,j+1/2,k+1} - Hy|_{i,j+1/2,k}}{\Delta z} \right) \\
&\quad - \left( \frac{Hz|_{i-1,j+1,k+1/2} - Hz|_{i-1,j,k+1/2}}{\Delta y} - \frac{Hy|_{i-1,j+1/2,k+1} - Hy|_{i-1,j+1/2,k}}{\Delta z} \right), \quad (2.16a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
termo2 = & \left( \frac{Hx|_{i-1/2,j+1,k+1} - Hx|_{i-1/2,j+1,k}}{\Delta z} - \frac{Hz|_{i,j+1,k+1/2} - Hz|_{i-1,j+1,k+1/2}}{\Delta x} \right) \\
& - \left( \frac{Hx|_{i-1/2,j,k+1} - Hx|_{i-1/2,j,k}}{\Delta z} - \frac{Hz|_{i,j,k+1/2} - Hz|_{i-1,j,k+1/2}}{\Delta x} \right),
\end{aligned} \tag{2.16b}$$

$$\begin{aligned}
termo3 = & \left( \frac{Hy|_{i,j+1/2,k+1} - Hy|_{i-1,j+1/2,k+1}}{\Delta x} - \frac{Hx|_{i-1/2,j+1,k+1} - Hx|_{i-1/2,j,k+1}}{\Delta y} \right) \\
& - \left( \frac{Hy|_{i,j+1/2,k} - Hy|_{i-1,j+1/2,k}}{\Delta x} - \frac{Hx|_{i-1/2,j+1,k} - Hx|_{i-1/2,j,k}}{\Delta y} \right).
\end{aligned} \tag{2.16c}$$

Substituindo o conjunto (2.16) em (2.15) a lei de Gauss para o campo elétrico é satisfeita. Assim o algoritmo de Yee utilizando sua célula básica também satisfaz à mesma equação. De forma semelhante acontece para o caso do campo magnético quando aplicado o procedimento adotado acima.

## 2.4 Dispersão e Estabilidade Numérica

O conceito de dispersão está associado a variações no comprimento de onda de acordo com a frequência da onda propagante. Essa característica pode ser associada a qualquer tipo de onda, não sendo uma propriedade específica da onda eletromagnética, e são usualmente associadas aos meios onde as ondas se propagam. Características moleculares bem como magnéticas podem influenciar nesse comportamento.

No caso das ondas eletromagnéticas tal efeito é definido como a variação da velocidade de fase ( $v_p$ ) das componentes espectrais de uma onda durante a sua propagação. Por conveniência dispersão é também comumente representada como a variação do número de onda  $k$  com a frequência angular  $\omega$ . Assim temos uma função do tipo  $k = k(\omega)$  que descreve o comportamento da onda propagando em um determinado material. A propagação de ondas sem dispersão tem velocidade de fase constante. Porém, para casos onde há dispersão o perfil (envelope) da onda pode ser alterado conforme a onda se propaga:

$$v_p = \frac{\omega}{k}. \tag{2.17}$$

O algoritmo de Yee pode apresentar um tipo de dispersão para ondas eletromagnéticas que independe das características do material analisado. Tal comportamento é denomi-

nado *dispersão numérica*, e é um comportamento não-físico que advém da discretização do espaço. Conseqüentemente, a velocidade de propagação da onda simulada numericamente pode diferir da velocidade da luz que se propaga no meio com variações dependentes da grade de discretização utilizada e dos parâmetros da onda [9].

A instabilidade numérica é uma possibilidade de crescimento indesejado e não limitado da solução. Conseqüência da má utilização de parâmetros da discretização, esse fenômeno leva a soluções instáveis mesmo quando utilizamos valores de entrada da simulação estáveis. Então é de extrema importância que se estabeleça uma relação entre os incrementos espaciais  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  e  $\Delta z$  e o incremento temporal  $\Delta t$ .

### 2.4.1 Relação de dispersão numérica para propagação unidimensional

A relação de dispersão numérica para o caso da propagação unidimensional pode ser obtida quando analisamos uma onda senoidal propagante de frequência  $\omega$  representada pela equação 2.18. Realizando uma amostragem no domínio espacial e temporal  $(x_i, t)$  e ainda explicitando o número de onda definido como um valor complexo ( $\tilde{k} = \tilde{k}_{real} + j\tilde{k}_{imag}$ ) chegamos a expressão dada na equação 2.19.

$$u(x, t) = e^{j(\omega t - kx)} \quad (2.18)$$

$$u_i^n = e^{j(\omega n \Delta t - \tilde{k} i \Delta x)} = e^{j[\omega n \Delta t - (\tilde{k}_{real} + j\tilde{k}_{imag})i \Delta x]} = e^{\tilde{k}_{imag} i \Delta x} e^{j(\omega n \Delta t - \tilde{k}_{real} i \Delta x)} \quad (2.19)$$

O valor  $\tilde{k}$  geralmente difere do valor  $k$  correspondente ao número de onda do fenômeno físico associado. Essa diferença, artefato da dispersão numérica, pode levar ao crescimento da amplitude da onda e valores de velocidade diferentes dos valores exatos. Pode-se notar em 2.19 que o valor de  $\tilde{k}_{imag}$  afeta diretamente a amplitude da onda propagante, de forma que:

- $\tilde{k}_{imag} = 0$  - Amplitude constante
- $\tilde{k}_{imag} < 0$  - Redução exponencial da amplitude
- $\tilde{k}_{imag} > 0$  - Aumento exponencial da amplitude

Visto que existe uma relação do número de onda com as condições de propagação é interessante encontrar uma relação para dispersão numérica. Tal relação pode ser obtida se substituirmos a equação da onda propagante 2.19 na equação de onda unidimensional, que neste caso pode ser expressa como uma equação de onda genérica, que discretizada tem

a forma apresentada na equação 2.20. E assim temos a relação de dispersão apresentada em 2.21

$$u_i^{n+1} = (c\Delta t)^2 \left[ \frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{(\Delta x)^2} \right] \quad (2.20)$$

$$\tilde{k} = \frac{1}{\Delta x} \cos^{-1} \left\{ 1 + \left( \frac{\Delta x}{c\Delta t} \right)^2 [\cos(\omega\Delta t) - 1] \right\} \quad (2.21)$$

O que pode ser observado é que a equação 2.21 é mais complicada do que a relação apresentada para velocidade de fase 2.17 quando utilizamos  $c$  como velocidade de propagação no meio definido. Dessa forma podemos obter informações sobre a natureza da propagação da onda em cada grade. Com efeito, vale analisar dois casos especiais antes mesmo de analisar a solução geral:

- $\Delta t \rightarrow 0$  e  $\Delta x \rightarrow 0$

$$\tilde{k} \cong \frac{1}{\Delta x} (k\Delta x) = k \quad (2.22)$$

Nesse caso o valor numérico de  $\tilde{k}$  é exatamente o valor físico real da propagação. Isso pelo fato de que aumentando o número de pontos amostrados aumentamos a fidelidade do modelo que está sendo representado.

- $c\Delta t = \Delta x$

$$\tilde{k} \cong \frac{1}{c\Delta t} \cos^{-1}[\cos(\omega\Delta t)] = \frac{\omega\Delta t}{c\Delta t} = k \quad (2.23)$$

Apesar de não ser tão intuitivo quanto o caso anterior, neste também o número de onda da aproximação numérica tende para o valor físico, apenas utilizando o fato de que incrementos espaciais e temporais tenham compromisso com a constante de velocidade da luz  $c$ .

Além dos casos específicos que apresentam condições restritas de aplicações, é necessário estudar o caso geral da relação de dispersão numérica. Para tanto, é válida a utilização de novas variáveis, no intuito de simplificar o entendimento do comportamento de  $\tilde{k}$ . Como a resolução da grade tem impacto direto na velocidade de fase numérica [9] é interessante utilizar um fator de estabilidade, também conhecido como *Fator de Courant* ( $S$ ) [33].

$$S = \frac{c\Delta t}{\Delta x} \quad (2.24)$$

Define-se ainda a resolução de amostragem da grade  $N_\lambda$  com referência ao comprimento de onda no espaço livre :

$$N_\lambda = \frac{\lambda_0}{\Delta x} \quad (2.25)$$

Dessa forma a equação da relação de dispersão numérica 2.21 pode ser reescrita na forma apresentada no conjunto de equações 2.26.

$$\tilde{k} = \frac{1}{\Delta x} \cos^{-1}(\zeta) \quad (2.26a)$$

$$\zeta = 1 + \left(\frac{1}{S}\right)^2 \left[ \cos\left(\frac{2\pi S}{N_\lambda}\right) - 1 \right] \quad (2.26b)$$

Nota-se que, dependendo da escolha de  $S$  e  $N_\lambda$ , podemos obter valores de  $\tilde{k}$  complexos [33], o que pode levar a atenuação bem como a uma diferença na velocidade de propagação numéricas. Para elucidar o fato é apresentada na Figura 2.3 a relação da velocidade de fase numérica com a densidade de amostragem para o caso onde  $S = 0.5$ . O que se observa nesse caso é que para um valor de  $N_\lambda$  próximo de 10 tem-se uma boa aproximação para a velocidade de fase, atingindo um ponto eficiente da curva apresentada.

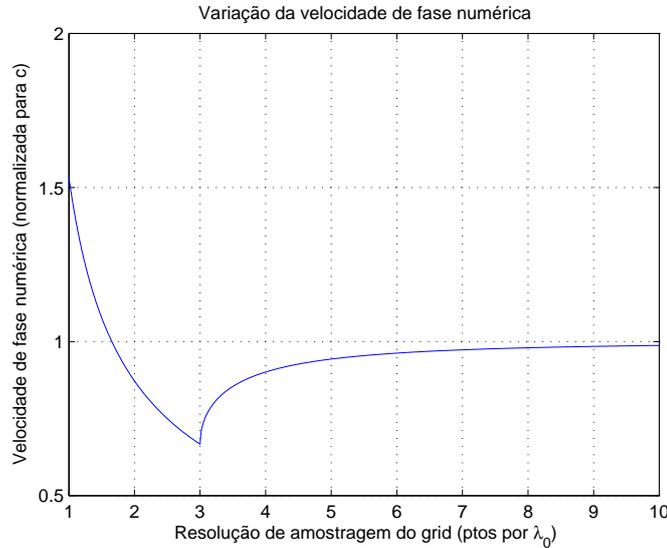


Figura 2.3: Variação da  $\tilde{k}$  com  $N_\lambda$  para  $S = 0.5$

## 2.4.2 Relação de dispersão numérica para propagação tridimensional

A análise de dispersão numérica para a condição de propagação tridimensional é apresentada em sua completude na referência [9] sendo que aqui serão apresentados apenas os

resultados. A análise, assim como aquela apresentada na Seção anterior, baseia-se na utilização de uma equação de um vetor de onda propagante nas equações de implementação tridimensional do método FDTD (2.12) [9]. Obtem-se assim a relação de dispersão para o caso tridimensional:

$$\left[ \frac{1}{c\Delta t} \text{sen} \left( \frac{\omega\Delta t}{2} \right) \right]^2 = \left[ \frac{1}{\Delta x} \text{sen} \left( \frac{\tilde{k}_x\Delta x}{2} \right) \right]^2 + \left[ \frac{1}{\Delta y} \text{sen} \left( \frac{\tilde{k}_y\Delta y}{2} \right) \right]^2 + \left[ \frac{1}{\Delta z} \text{sen} \left( \frac{\tilde{k}_z\Delta z}{2} \right) \right]^2. \quad (2.27)$$

onde  $\tilde{k}_x$ ,  $\tilde{k}_y$  e  $\tilde{k}_z$  são as componentes do vetor de onda numérico nas direções x, y e z respectivamente, assim como definido na equação 2.21. .

### 2.4.3 Relação de dispersão numérica ideal

A expressão de dispersão numérica para o caso tridimensional, para uma onda propagante em um meio homogêneo e sem perdas, pode ser descrita pela equação 2.28, e pode ser rapidamente transportada para os outros dois casos.

$$\left( \frac{\omega}{c} \right)^2 = (k_x)^2 + (k_y)^2 + (k_z)^2 \quad (2.28)$$

Comparando os casos tridimensional e ideal 2.27 e 2.28 pode-se notar que ambos são iguais no limite em que  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  e  $\Delta t$  tendem a zero. Isso sugere qualitativamente que podemos fazer com que o valor da dispersão seja reduzido para qualquer grau desejado desde que utilizemos para isso uma malha que cumpra esse objetivo.

Atenta-se para o fato de que os casos particulares podem ser analisados separadamente resultando no chamado "passo mágico" (*magic time-step*), casos esses que são apresentados a seguir:

- Caso 3D  
 $S = 1/\sqrt{3} \Rightarrow \tilde{k}_x = \tilde{k}_y = \tilde{k}_z = \tilde{k}/\sqrt{3}$
- Caso 2D  
 $S = 1/\sqrt{2} \Rightarrow \tilde{k}_x = \tilde{k}_y = \tilde{k}/\sqrt{2}$
- Caso 1D  
 $S = 1 \Rightarrow \tilde{k} = k$

#### 2.4.4 Estabilidade Numérica

Nas Seções precedentes foi discutido que as escolhas de valor para discretização de espaço, bem como de  $\Delta t$ , podem afetar as características de propagação numérica e como consequência levar a erros numéricos. No artigo de Yee, alguns ruídos são evidentes e são consequência dessas escolhas. Essas relações foram também estudadas em trabalhos de outros autores [34], [35] e [36].

Dessa forma é interessante que a escolha da grade de FDTD seja feita com discernimento para garantir uma simulação coerente. Como os parâmetros da grade física são normalmente definidos pela resolução que se deseja obter para cada problema específico, deve-se encontrar o limite para o qual a escolha de  $\Delta t$  é válida. O limite superior existente é conhecido como limite de estabilidade de Courant [9]:

$$\Delta t = \frac{1}{c \sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2}}}. \quad (2.29)$$

Os algoritmos desenvolvidos neste trabalho levaram em conta a relação de máximo apresentada em (2.29). O objetivo foi o de alcançar o menor erro numérico para cada simulação mas com o compromisso de custo computacional.

#### 2.4.5 Efeitos da dispersão nos casos preliminares

Uma observação de efeitos de uma má escolha dos parâmetros do algoritmo se faz pertinente nesse momento. Com efeito, na Figura 2.4 observa-se o resultado de um teste com instabilidade numérica. Nesse caso utilizou-se um valor para  $\Delta t$  que não obedeceu a regra apresentada 2.29. Numa breve análise desse resultado vê-se a rápida degradação do sinal propagante.

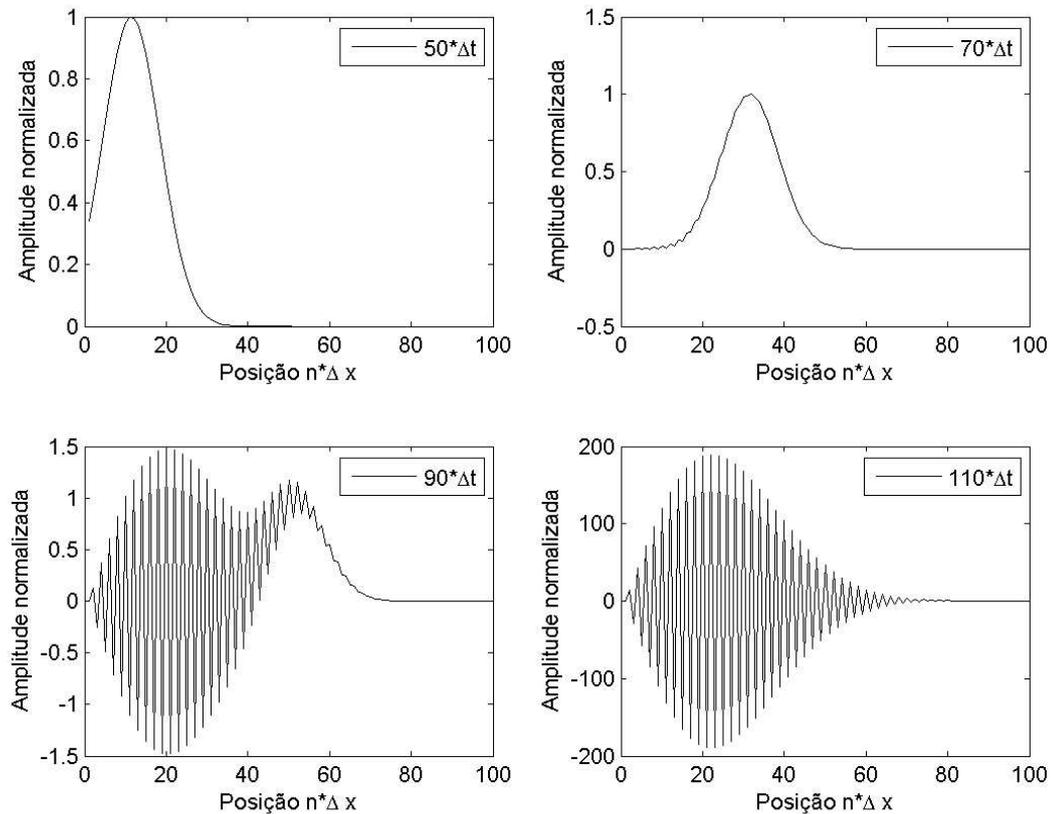


Figura 2.4: Campo  $E_z$  normalizado do sistema unidimensional utilizando escolha de  $\Delta t$  instável

## 2.5 Conclusões parciais

A partir das equações de Maxwell tridimensionais as bases da técnica de diferenças finitas no domínio do tempo foram definidas. Esses primeiros passos têm como objetivo ambientar o leitor com as bases da técnica.

O modelo de dispersão para o caso tridimensional apresentado permite definir a condição de estabilidade do algoritmo para que a discretização do espaço não leve a erros numéricos. A possibilidade de uma eventual instabilidade no algoritmo devido a esses erros impõe restrições ao sistema a ser simulado. Estabelece-se assim uma relação para o limite superior do incremento temporal referenciado aos parâmetros da grade, relação essa que deve ser seguida nos desenvolvimentos mais complexos posteriores.

Apesar da estabilidade numérica do método ter sido estudada com base nos parâmetros do algoritmo de Yee, o processo completo que é contemplado pelo método depende de outros fatores para que seja estável. De fato, o problema geral de estabilidade deve ser analisado de forma a contemplar as relações do algoritmo de Yee e o sistema proposto.

Assim, devem ser analisadas as condições de contorno, as condições da grade e também as condições do meio propagante. Tais fatores serão explicitados nos capítulos seguintes, dando continuidade a elaboração de um sistema de simulação sólido do ponto de vista da técnica e ao mesmo tempo flexível a diferentes casos de análise.

## Capítulo 3

# Condições de Contorno Absorventes

“One of the greatest challenges of the FDTD method has been the efficient and accurate solution of electromagnetic wave interaction problems in unbounded regions.”

Allen Taflove

Usualmente as condições de discretização empregadas no FDTD levam em conta os comprimentos de onda a serem analisados. Dependendo da geometria sob análise essa discretização pode levar a um alto número de células tornando o processo inviável. A dificuldade de tratar problemas de grandes dimensões elétricas mostra que é de extrema importância o estudo de condições de contorno para o truncamento dos limites dos domínios. Essas condições de contorno têm como objetivo principal a absorção artificial de ondas incidentes nas mesmas, de forma a minimizar reflexões não-físicas decorrentes de truncamento do meio. Para tanto, no caso de um problema tridimensional, faz-se necessária a utilização de uma camada absorvente em cada direção de propagação como mostrado na Figura 3.1.

As camadas absorventes podem ser simuladas de diferentes maneiras, tendo sido propostas várias formas de tratamento desse problema. Dentre essas podemos citar os operadores de interface [16] que parecem ter caído em desuso ultimamente [18], as condições de contorno de Mür [14] e as camadas perfeitamente casadas [18], sendo que a última vem sendo amplamente utilizada e aprimorada.

O presente capítulo traz uma breve apresentação das formas de tratamento das camadas absorventes que hoje são utilizadas na literatura. O enfoque maior é dado às evoluções mais recentes da técnica de camadas perfeitamente casadas, as quais possibilitam o tratamento de meios genéricos que venham a incluir materiais com perdas. Essa abordagem tem importância significativa no presente trabalho já que há uma preocupação na caracterização de materiais dessa natureza em circuitos de microfita.

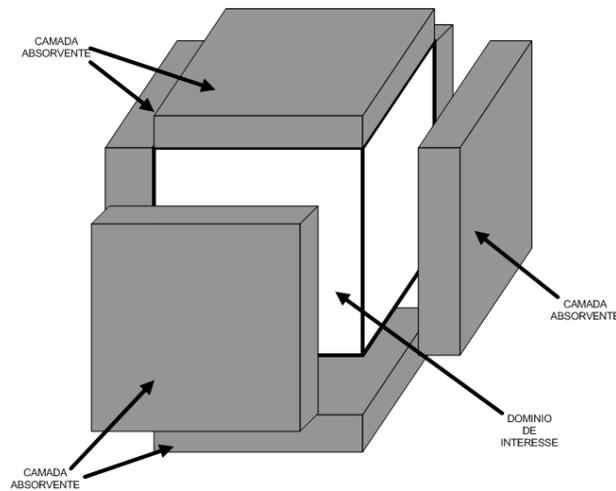


Figura 3.1: Representação das camadas absorventes no caso tridimensional

## 3.1 Condições de Contorno

As condições de contorno são classificadas de acordo com a base teórica utilizada para sua formulação. Dentre as condições relatadas na literatura as mais conhecidas são as analíticas e as de camadas de materiais absorvedores de energia [9]. Na presente Seção serão analisadas as condições de Mür e PML que são tipos amplamente conhecidos.

### 3.1.1 Condições de contorno de Mür

O entendimento da propagação de energia eletromagnética envolve a utilização de equações diferenciais que representam a realidade física das ondas. Essa realidade permite fluxo de energia em qualquer direção em um ambiente tridimensional. No entanto, nada impede que uma descrição não-física do sistema seja realizada de forma a permitir propagação em apenas uma das direções. Soluções desse tipo são definidas como analíticas e podem ser obtidas a partir da fatoração das equações de onda tradicionais sem causar alteração no domínio de interesse.

A proposta de condição de contorno para a simulação formulada por Mür [14] apresenta-se como uma forma elegante de solução analítica. Partindo de equações que limitam a propagação em determinadas direções é possível truncar o domínio. Tal construção é, de fato, baseada em aproximações com um mínimo de reflexão aceitável.

Engquist e Majda desenvolveram equações teóricas que permitem a propagação de uma onda somente em algumas direções [37], as quais ficaram conhecidas como *one-way wave equations*. Quando aplicadas nas bordas do domínio FDTD de interesse absorvem numericamente as ondas incidentes.

A teoria proposta por Engquist e Majda pode ser explicada em termos de operadores diferenciais parciais derivados da equação de onda. O que os autores demonstraram é que as equações podem definir dois domínios de absorção distintos, sendo que ondas propagantes em um determinado sentido são absorvidas enquanto que ondas no sentido oposto não sofrem absorção [37].

Em sua formulação de condição de contorno, Mür utiliza uma aproximação polinomial de Taylor simples para representar o radical presente nessas equações, que não será explicitada aqui. Expressões para as interfaces são, assim, facilmente obtidas. Tais expressões, em sua forma discreta, são aplicadas nos planos tangentes onde deseja-se truncar o domínio formando assim uma fronteira para o mesmo como apresentado na Figura 3.2.

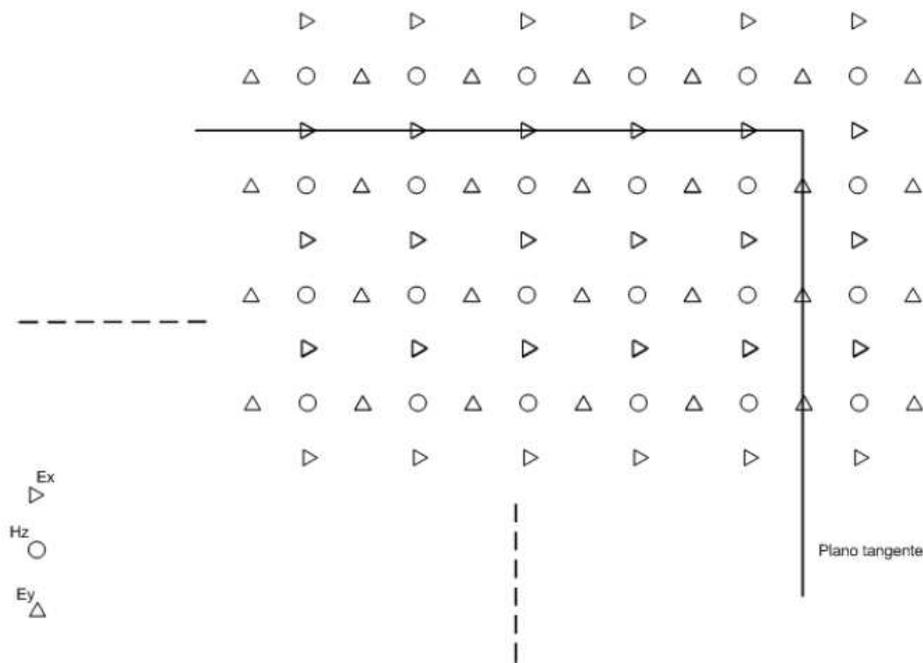


Figura 3.2: Representação vetorial das componentes de campo do caso bidimensional e plano tangente

O objetivo desse trabalho não é estudar exaustivamente as formas de construir e utilizar os polinômios de aproximação para as condições de contorno analíticas, mas ressalta-se que outros autores apresentam abordagem nesse sentido como em [9] e [38]. A apresentação dessa abordagem é, no entanto, interessante para fins de comparação das respostas no domínio da frequência desse método com o método PML utilizado nesse trabalho.

### 3.1.2 Camadas Perfeitamente Casadas - PML

Condições de contorno absorventes para a região de interesse podem ser implementadas utilizando-se um meio material artificial. Nesse caso a representação sugere um meio com perdas que absorve o campo incidente com um baixo nível de reflexões, tendo um comportamento semelhante a uma câmara anecóica. Apesar de ter um conceito bastante simples, tais condições só tiveram um avanço significativo em 1994 com o trabalho de Berenger [18], o qual denominou sua solução de camada perfeitamente casada (*Perfect Matched Layer - PML*).

Berenger derivou para essas camadas uma nova formulação das equações de Maxwell onde cada uma das componentes vetoriais do campo é separada em duas componentes ortogonais. O artifício, conhecido como *split-field*, garante que a velocidade de fase tangencial à região da PML seja a mesma que a do espaço livre para todas as frequências e para todos os ângulos de incidência [9]. Escolhendo parâmetros consistentes com um meio não-dispersivo e fazendo com que as 12 novas componentes do campo obedeçam a uma equação diferencial, uma interface perfeitamente casada com o domínio de estudo pode ser obtida. Tal construção aparenta ser totalmente matemática não tendo representatividade física. No entanto, o trabalho levou ao desenvolvimento posterior de uma técnica que não necessita da referida separação [20], a qual será explorada aqui. Essa técnica é denominada PML-uniaxial (UPML) e utiliza o conceito de continuidade analítica das coordenadas nas equações de Maxwell [39].

Na realidade, a condição de transmissão total através das camadas perfeitamente casadas só seria possível em um meio contínuo, o que não é o caso da técnica FDTD. Sendo assim, reflexões ocorrem na região de interface dos meios, mas essas são menores do que as de outras técnicas sendo melhores para tratamento de domínios que serão avaliados através da Transformada de Fourier. Em seu trabalho, Berenger propôs ainda fatores que influenciam nos erros de reflexão como é o caso da largura da camada [18].

Após a proposição feita por Berenger vários autores utilizaram a sua técnica apresentando suas colaborações. Dentre as de interesse para esse trabalho podemos citar a extensão da teoria para grades tridimensionais [39, 40]. Nesse tipo de abordagem todo o espaço é envolvido por uma camada de material absorvente terminada por um condutor elétrico perfeito (Fig. 3.3). Na figura os valores de  $\sigma$  representam o material absorvente que tem características distintas para propagação em cada direção. Tal terminação é proposta por Berenger [18] e enfatizada por outros autores como em [9].

Um ponto importante nessa abordagem é a impedância do meio. A diferença de impedância entre dois meios adjacentes causa reflexões espúrias na interface, o que é

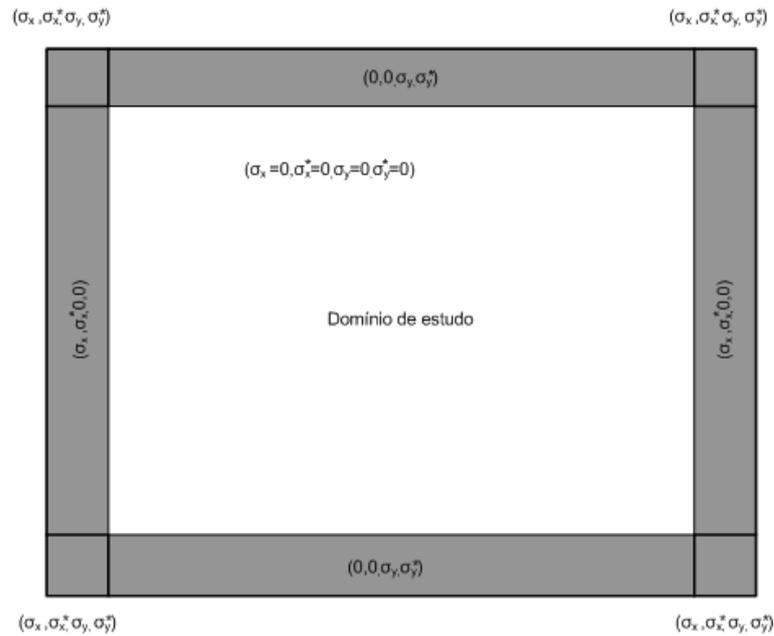


Figura 3.3: Domínio de estudo e camadas pml envolventes

altamente indesejado no presente caso. Portanto a impedância do meio PML deve ser analisada e comparada àquela do domínio de estudo.

### Uniaxial Perfectly Matched Layer - UPML

Existem algumas limitações do meio PML proposto por Berenger discutidas na referência [41]. Entre elas a utilização da separação no sistema cartesiano dificulta a manipulação matemática para outros domínios. Além disso, a utilização de campos que são governados por equações que não são as de Maxwell impede uma interpretação direta do comportamento físico das ondas, sendo esse um ponto contra a técnica. Mas, se existe um meio que pode representar fisicamente a absorção, esse meio deve ser anisotrópico [9].

De fato, um meio sem a separação dos campos pode ser formulado e foi inicialmente estudado por Sacks [19] e posteriormente aplicado a problemas específicos por Gedney [20]. Para uma interface o meio anisotrópico é uniaxial e composto por tensores de permissividade para os campos elétrico e magnético. O material exerce então o mesmo papel do que a teoria proposta por Berenger para o meio PML mas evitando a separação não-física das componentes de cada campo. Esse tipo de tratamento das condições de contorno teve grande influência nos desenvolvimentos posteriores de processos correlatos.

### 3.1.3 Performance teórica da camada PML

Quando utilizada para truncar a grade FDTD as camadas PML têm uma largura  $\delta$  e são terminadas com uma camada de condutor elétrico perfeita (PEC) (Fig. 3.3). Nesse caso acontecem reflexões nas faces do domínio completo (domínio de estudo + camadas PML) mesmo que de pequena amplitude. Essas reflexões voltam para o domínio de estudo após atravessar por duas vezes a camada PML. Para o caso de uma onda incidindo no meio PML com um ângulo  $\theta$  relativo a normal da superfície o coeficiente de reflexão da interface pode ser definido como:

$$R(\theta) = e^{-2(\sigma^* \cos \theta / \mu c) \delta}, \quad (3.1)$$

onde nesse caso o fator que contribui para atenuação da onda é expresso apenas pela componente propagante no sentido da normal da interface.

O coeficiente de reflexão apresentado pode ser também referenciado como erro de reflexão e é uma propriedade não-física, já que deve-se apenas ao fato de a camada absorvente ser terminada por um condutor elétrico perfeito. A expressão ressalta a dependência do erro como função de um produto entre  $\sigma^*$  e  $\delta$ . Isso demonstra que teoricamente a largura da camada  $\delta$  pode ser diminuída o quanto se queira levando ao mesmo erro, desde que a relação seja mantida, o que levaria a uma economia de recursos para o domínio completo. Mas variações bruscas da condutividade levam a reflexões numéricas como explicitado em [18]. Dessa forma em utilizações práticas deve haver uma relação de compromisso entre as duas grandezas.

As propostas mais utilizadas atualmente levam em conta um perfil gradual para a grade  $\sigma^*$  [9]. Assumindo esse tipo de perfil, a equação de erro de reflexão pode ser reescrita:

$$R(\theta) = e^{-2(\sigma^* \cos \theta / \mu c) \int_0^\delta \sigma^*(\rho) d\rho}. \quad (3.2)$$

O perfil reportado por Berenger [18] e que será utilizado nesse trabalho apresenta uma variação polinomial para a perda com relação a profundidade ( $\rho$ ) da camada PML e pode ser explicitado como a seguir:

$$\sigma^*(\rho) = \sigma_m \left( \frac{\rho}{\delta} \right)^n, \quad (3.3)$$

e quando expresso na equação 3.2 leva a uma reflexão aparente dada por:

$$R(\theta) = e^{-2/(n+1)(\sigma_m \delta / \mu c) \cos \theta}. \quad (3.4)$$

Essa construção permite que os parâmetros do meio PML sejam calculados facilmente para uma dada estimativa de erro. Por exemplo, para  $n$  e  $\delta$  conhecidos, temos:

$$\sigma_m = -\frac{(n+1) \ln[R(0)]}{2\eta\delta}, \quad (3.5)$$

onde  $\eta$  é a impedância do meio.

Outros tipos de perfil para o meio PML podem ser obtidos com diferentes equações, sendo que alguns deles são explicitados em [9]. Mas o perfil polinomial parece ser um dos mais bem sucedidos como Taflove explicita em seus trabalhos [9]. Ressalta-se ainda que esse perfil é aplicável a ambos os casos  $TM_Z$  e  $TE_Z$ , cabendo aos valores de condutividade e de perda magnética equivalente. Eles são utilizáveis também para os casos tridimensionais com a mesma aplicabilidade que para grades não-uniformes [31].

## 3.2 PML para meios com perdas

Desde a idéia inicial a técnica de camadas perfeitamente casadas (PML) [18] tem sido amplamente utilizada para impor limites ao meio de estudo de propagação de uma onda eletromagnética. Como visto nas Seções anteriores essa técnica basea-se numa separação não física de campos e foi atualizada utilizando novos conceitos para extinguir a separação.

A utilização do conceito de continuidade analítica de coordenadas proposto por Chew [39] mostrou-se um avanço na aplicação da técnica, permitindo diferentes tipos de aplicações para propagação em meios até então pouco exploradas. No entanto, foi demonstrado que a formulação utilizando separação de campos é fracamente proposta levando a problemas de instabilidade sob pequenas perturbações [22].

Para aplicações envolvendo meios com perdas, tais perturbações podem facilmente tornar o algoritmo instável e por esse motivo é de extrema importância um método capaz de absover, sem reflexões, ondas nesses casos. Utilizando o conceito de continuidade analítica das coordenadas Fan e Liu propuseram esse novo sistema [22]. Como a solução utiliza uma derivação sistemática isso ajuda a aplicação em meios mais complexos. A esse método os autores deram o nome WP-PML do inglês *Well-Posed Perfectly Matched Layer*.

### 3.2.1 WP-PML

O método WP-PML utiliza o conceito de continuidade analítica para as coordenadas e quando comparado com as formulações já existentes as semelhanças são muitas. O processo para a derivação do método pode ser definido em três passos básicos:

1. Introduzir o conceito de continuidade analítica das coordenadas nas equações de Maxwell expressas no domínio complexo;

2. Definir as variáveis de campo a serem integradas no tempo e obter as equações nesse domínio;
3. Definir as variáveis de campo modificadas de forma que os termos envolvendo derivadas espaciais mantenham-se inalterados.

Para ilustrar a obtenção desse novo modelo a proposta será feita para um sistema bidimensional e depois extrapolada para o sistema tridimensional. Considerando um meio com perdas descrito pelos parâmetros  $(\epsilon, \mu, \sigma)$ , as equações de Maxwell no domínio da frequência para o caso  $TM_z$  são:

$$-i\omega\mu H_x = -\frac{\partial E_z}{\partial y}, \quad (3.6a)$$

$$-i\omega\mu H_y = -\frac{\partial E_z}{\partial x}, \quad (3.6b)$$

$$-i\omega\epsilon E_z = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z. \quad (3.6c)$$

Na aplicação da técnica de continuidade analítica das coordenadas as derivadas parciais são reescritas como:

$$\partial x \Rightarrow \left[ a_x + i\frac{\omega_x(x)}{\omega} \right] \partial x, \quad (3.7a)$$

$$\partial y \Rightarrow \left[ a_y + i\frac{\omega_y(y)}{\omega} \right] \partial y, \quad (3.7b)$$

onde  $a_\eta$  ( $\eta = x, y$ ) será utilizado como igual a 1, sem perda de generalidade. Chama-se a atenção para a definição de  $\omega_\eta$  que é o coeficiente de atenuação, e que a dependência temporal  $e^{-i\omega t}$  está implícita. As equações (3.6) reescritas no domínio temporal com esses novos conceitos ficam da seguinte forma:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} + \omega_y H_x = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial y}, \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} + \omega_x H_y = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial x}, \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_z}{\partial t} + \left( \omega_{xy} + \frac{\sigma}{\epsilon} \right) E_z + \left[ \theta_{xy} + \frac{\sigma}{\epsilon} \omega_{xy} \right] E_z^{(1)} + \frac{\sigma}{\epsilon} \theta_{xy} E_z^{(2)} = \\ \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial}{\partial x} (H_y + \omega_y H_y^{(1)}) - \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial}{\partial y} (H_x + \omega_x H_x^{(1)}), \end{aligned} \quad (3.10)$$

neste caso as novas variáveis existentes nas equações são dadas por:

$$\omega_{xy} = \omega_x + \omega_y, \quad (3.11a)$$

$$\theta_{xy} = \omega_x \omega_y, \quad (3.11b)$$

$$\frac{\partial \vec{H}^{(1)}}{\partial t} = \vec{H}, \quad (3.11c)$$

$$\frac{\partial \vec{E}^{(1)}}{\partial t} = \vec{E}, \quad (3.11d)$$

$$\frac{\partial \vec{E}^{(2)}}{\partial t} = \vec{E}^{(1)}. \quad (3.11e)$$

Para se chegar a formulação bem definida os termos devem ser reorganizados utilizando variáveis de campo. Essas variáveis são definidas como:

$$\tilde{H}_x = H_x + \omega_x H_x^{(1)}, \quad (3.12a)$$

$$\tilde{H}_y = H_y + \omega_y H_y^{(1)}. \quad (3.12b)$$

Dessa forma as novas equações do meio PML são:

$$\frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial y} - (\omega_y - \omega_x) \left( \tilde{H}_x - \omega_x H_x^{(1)} \right), \quad (3.13a)$$

$$\frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial x} - (\omega_x - \omega_y) \left( \tilde{H}_y - \omega_y H_y^{(1)} \right), \quad (3.13b)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left( \frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial y} \right) - \left( \frac{\sigma}{\epsilon} + \omega_x + \omega_y \right) E_z \\ - \left[ \frac{\sigma}{\epsilon} (\omega_x + \omega_y) + \omega_x \omega_y \right] E_z^{(1)} - \frac{\sigma}{\epsilon} \omega_x \omega_y E_z^{(2)}. \end{aligned} \quad (3.13c)$$

Pode-se notar nas equações que os superescritos (1) e (2) significam a primeira e a segunda derivada da variável de campos respectivamente. Estas equações são base de um meio PML que tem componentes de campos não separadas, o que facilita a implementação. Além disso é evidente que quando  $\omega_x = \omega_y = 0$  as equações se reduzem às equações originais de Maxwell.

### 3.2.2 Equações WP-PML para o caso tridimensional

Na seção anterior foi obtido um sistema de equações para o caso bidimensional  $TM_Z$ . O processo utilizado partiu das equações de Maxwell no domínio da frequência do sistema e o conceito de continuidade analítica das coordenadas. Esse mesmo processo pode ser utilizado para o caso tridimensional na obtenção do conjunto de equações dos campos.

Esse processo não será explicitado aqui novamente, sendo que são apresentadas abaixo somente as equações obtidas com o mesmo:

$$\frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial z} \right) - \omega_{yzx} \tilde{H}_x - \phi_{xy} \phi_{xz} H_x^{(1)}, \quad (3.14a)$$

$$\frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial \tilde{E}_x}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial x} \right) - \omega_{xzy} \tilde{H}_y - \phi_{yx} \phi_{yz} H_y^{(1)}, \quad (3.14b)$$

$$\frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{E}_x}{\partial y} \right) - \omega_{xyz} \tilde{H}_z - \phi_{zx} \phi_{zy} H_z^{(1)}, \quad (3.14c)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{E}_x}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left( \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial z} \right) - \left( \frac{\sigma}{\epsilon} + \omega_{yzx} \right) \tilde{E}_x \\ - \frac{\sigma}{\epsilon} \omega_y \omega_z E_x^{(2)} - \left[ \frac{\sigma}{\epsilon} \omega_{yzx} + \phi_{xy} \phi_{xz} \right] E_x^{(1)}, \end{aligned} \quad (3.14d)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left( \frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial x} \right) - \left( \frac{\sigma}{\epsilon} + \omega_{xzy} \right) \tilde{E}_y \\ - \frac{\sigma}{\epsilon} \omega_x \omega_z E_y^{(2)} - \left[ \frac{\sigma}{\epsilon} \omega_{xzy} + \phi_{yx} \phi_{yz} \right] E_y^{(1)}, \end{aligned} \quad (3.14e)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left( \frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial y} \right) - \left( \frac{\sigma}{\epsilon} + \omega_{xyz} \right) \tilde{E}_z \\ - \frac{\sigma}{\epsilon} \omega_x \omega_y E_z^{(2)} - \left[ \frac{\sigma}{\epsilon} \omega_{xyz} + \phi_{zx} \phi_{zy} \right] E_z^{(1)}. \end{aligned} \quad (3.14f)$$

As novas variáveis presentes nas equações podem ser descritas como:

$$\tilde{\vec{E}} = \vec{E} + \bar{\omega} \vec{E}^{(1)}, \quad (3.15a)$$

$$\tilde{\vec{H}} = \vec{H} + \bar{\omega} \vec{H}^{(1)}, \quad (3.15b)$$

$$\bar{\omega} = \omega_x \omega_y \omega_z, \quad (3.15c)$$

com  $\vec{E}^{(1)}$  e  $\vec{E}^{(2)}$  definidos a seguir:

$$\frac{\partial \vec{H}^{(1)}}{\partial t} = \tilde{\vec{H}} - \bar{\omega} \vec{H}^{(1)}, \quad (3.16a)$$

$$\frac{\partial \vec{E}^{(1)}}{\partial t} = \tilde{\vec{E}} - \bar{\omega} \vec{E}^{(1)}, \quad (3.16b)$$

$$\frac{\partial \vec{E}^{(2)}}{\partial t} = \vec{E}^{(1)}. \quad (3.16c)$$

$$\omega_{xyz} = \omega_x + \omega_y - \omega_z, \quad (3.17a)$$

$$\phi_{xy} = \omega_x - \omega_y. \quad (3.17b)$$

Nota-se que as equações apresentadas para o caso tridimensional também se reduzem às conhecidas equações de Maxwell quando  $\omega_x = \omega_y = \omega_z = 0$ . Além disso, deve haver um incremento do custo computacional das soluções já que essas novas equações incluem novos termos que necessitam ser armazenados para a iteração dos cálculos.

A técnica WP-PML foi aplicada ao método pseudoespectral (PSTD) mostrando-se bastante eficiente [22], o que a torna propensa para a utilização em problemas de FDTD bastando apenas a discretização da mesma no espaço de Yee.

### 3.2.3 Equações WP-PML tridimensionais no espaço de Yee

Nessa seção será apresentada a discretização do sistema de equações proposto na seção anterior para o WP-PML. . Visando um entendimento mais eficaz do processo e também uma apresentação mais sucinta, os índices de posição não serão explicitados. Isso não leva a perda de generalidade do processo e da maneira que as equações serão apresentadas esses índices podem ser facilmente referenciados àqueles expressos nas equações de diferenças obtidas a partir das equações de propagação de Maxwell.

Todo o processo de discretização temporal, que também pode ser entendido como um processo de amostragem está baseado no conjunto de equações (3.14) e nas equações das novas variáveis presentes nesse sistema. Deve-se iniciar o processo, no entanto pelo conjunto auxiliar (3.16), onde inicialmente será tratado o campo  $\vec{H}$ . Ressalta-se o fato de que o índice superescrito é referente aos instantes temporais do sistema e que utiliza-se a linearização para os pontos independentes de derivadas, e dessa forma:

$$\vec{H} = \frac{\vec{H}^{n+1} + \vec{H}^n}{2}; \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial \vec{H}^{(1)}}{\partial t} = \tilde{\vec{H}} - \bar{\omega} \vec{H}^{(1)} = \vec{H}, \Rightarrow \frac{\vec{H}^{(1)n+1} - \vec{H}^{(1)n}}{\Delta t} = \frac{\vec{H}^{n+1} + \vec{H}^n}{2},$$

$$\tilde{\vec{H}}^{n+1} = \tilde{\vec{H}}^{n+1} + \bar{\omega} \left[ \vec{H}^{(1)n} + \frac{\Delta t}{2} (\vec{H}^{n+1} + \vec{H}^n) \right]. \quad (3.19)$$

Se a equação acima é utilizada em qualquer uma das equações (3.14a), (3.14b) ou (3.14c) o processo algébrico para o desenvolvimento do sistema de equações de diferenças finitas

é o mesmo. Por esse motivo apenas uma dessas equações será explicitada:

$$H_x^{n+1} \left( 1 + \bar{\omega} \frac{\Delta t}{2} - \frac{1}{A} \phi \frac{\Delta t}{2\bar{\omega}} \right) = \frac{1}{A} \left[ -\frac{\Delta t}{\mu} (\nabla \times \vec{E})|_x \right] + \left( \frac{B}{A} - 1 \right) \tilde{H}_x^n + \left( 1 - \bar{\omega} \frac{\Delta t}{2} + \frac{1}{A} \phi \frac{\Delta t}{2\bar{\omega}} \right) H_x^n, \quad (3.20)$$

onde neste caso, temos

$$A = 1 + \frac{\omega \Delta t}{2} + \frac{\phi \Delta t}{2\bar{\omega}}, \quad (3.21a)$$

$$B = 1 - \frac{\omega \Delta t}{2} - \frac{\phi \Delta t}{2\bar{\omega}}. \quad (3.21b)$$

Para a obtenção das equações de diferenças do campo  $\vec{E}$  utiliza-se um método bastante semelhante. Nesse caso, porém, deve-se ter maior atenção já que o processo algébrico é um pouco mais extenso, compreendendo mais passos do que o anterior. Inicia-se novamente pelas expressões auxiliares:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{E}^{(1)}}{\partial t} = \tilde{\vec{E}} - \bar{\omega} \vec{E}^{(1)} = \vec{E} &\Rightarrow \frac{\vec{E}^{(1)n+1} - \vec{E}^{(1)n}}{\Delta t} = \frac{\vec{E}^{n+1} + \vec{E}^n}{2}, \\ \frac{\partial \vec{E}^{(2)}}{\partial t} = \vec{E}^{(1)} &\Rightarrow \frac{\vec{E}^{(2)n+1} - \vec{E}^{(2)n}}{\Delta t} = \frac{\vec{E}^{(1)n+1} + \vec{E}^{(1)n}}{2}. \end{aligned}$$

Substituindo-se os valores anteriores em qualquer uma das equações (3.14d), (3.14e) ou (3.14f) o resultado é semelhante, mas somente uma das componentes será expressa. A primeira dessas pode ser reescrita na forma de diferenças como:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_x^{n+1} - \tilde{E}_x^n = \frac{\Delta t}{\epsilon} (\nabla \times \vec{H})|_x - \Delta t \left[ \frac{\sigma}{\epsilon} + \omega_{yzx} \right] \frac{\tilde{E}_x^{n+1} + \tilde{E}_x^n}{2} \\ - \frac{\Delta t \sigma}{\epsilon} \omega_y \omega_z \frac{E_x^{(2)n+1} + E_x^{(2)n}}{2} - \frac{\Delta t}{2} \left[ \frac{\sigma}{\epsilon} \omega_{yzx} + \phi_{xy} \phi_{xz} \right] (E_x^{(1)n+1} + E_x^{(1)n}). \end{aligned} \quad (3.22)$$

Utilizando as variáveis auxiliares, temos:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_x^{n+1} = \frac{1}{1+B_1} \frac{\Delta t}{\epsilon} (\nabla \times \vec{H})|_x + \frac{1-B_1}{1+B_1} \tilde{E}_x^n - \frac{A_1 \omega_y \omega_z}{1+B_1} E_x^{(2)n} - \frac{2C_1}{1+B_1} E_x^{(1)n} \\ - \frac{C_1}{1+B_1} \frac{\Delta t}{2} E_x^{n+1} - \frac{C_1}{1+B_1} \frac{\Delta t}{2} E_x^n, \end{aligned} \quad (3.23)$$

onde

$$A_1 = \frac{\Delta t \sigma}{\epsilon}, \quad (3.24a)$$

$$B_1 = \frac{A_1 + \Delta t \omega_{yzx}}{2}, \quad (3.24b)$$

$$C_1 = A_1 \omega_y \omega_z \frac{\Delta t}{4} + \frac{A_1 \omega_{yzx} + \Delta t \phi_{xy} \phi_{xz}}{2}. \quad (3.24c)$$

A componente  $\tilde{E}$  é apenas um passo do cálculo e por esse motivo reorganizam-se os termos para dois passos distintos conforme as equações a seguir:

$$\bar{E}_x^{n+1} = \frac{1}{1+B_1} \frac{\Delta t}{\epsilon} (\nabla \times \vec{H})|_x + \left( \frac{1-B_1}{1+B_1} - 1 \right) \tilde{E}_x^n - \frac{A_1 \omega_y \omega_z}{1+B_1} E_x^{(2)n} - \frac{2C_1}{1+B_1} E_x^{(1)n}, \quad (3.25)$$

$$E_x^{n+1} \left( 1 + \bar{\omega} \frac{\Delta t}{2} + \frac{C_1}{1+B_1} \frac{\Delta t}{2} \right) = \bar{E}_x^{n+1} + \left( 1 - \bar{\omega} \frac{\Delta t}{2} - \frac{C_1}{1+B_1} \frac{\Delta t}{2} \right) E_x^n, \quad (3.26)$$

onde as constantes foram todas expressas anteriormente.

Assim como no caso PML simples, a utilização desse caso está condicionada a um perfil de absorção para que não haja reflexões na interface com o domínio que contém o meio de interesse. A diferença básica é a nomenclatura utilizada nos dois métodos além do fato da separação dos campos proposta no primeiro deles. No caso da PML o perfil de absorção deve ser aplicado à variável  $\sigma$  e no presente caso o perfil deverá ser aplicado às variáveis  $\omega_\eta$ . Ambas foram mantidas como na forma proposta pelos artigos [18] e [22] para melhor entendimento.

### 3.3 Conclusões parciais

A técnica FDTD deve ser acondicionada aos recursos computacionais e portanto necessita de uma forma de limitação dos domínios de análise. Tal proposição é realizada com a utilização de condições de contorno nos problemas, que podem ser de diferentes tipos sendo explicitadas nesse trabalho condições analíticas e condições utilizando absorção.

A condição analítica, inicialmente proposta por Mür [14], é simples e de fácil implementação. Ela faz uso de operadores nas equações de Maxwell e pode ser utilizada com poucas camadas nos limites do domínio de interesse. Os resultados obtidos e demonstrados em outras referências mostram, no entanto, que esta técnica acarreta reflexões notáveis nas interfaces. Além disso, esta técnica está restrita a condições de ângulo de incidência da onda eletromagnética na interface.

Camadas perfeitamente casadas parecem compor atualmente a condição de contorno mais difundida para a FDTD. Sua aplicação tem menores erros de reflexão do que aqueles obtidos pelas técnicas analíticas, levando a aplicações nas mais distintas áreas incluindo problemas com alta sensibilidade às reflexões. Na proposição inicial utilizou-se a separação dos campos em componentes ortogonais, mas posteriormente incorporou-se a continuidade analítica das coordenadas para interpretar melhor a realidade física.

Meios com perdas têm se mostrado de difícil modelamento para as técnicas de condições de contorno. No entanto, a técnica de WP-PML proposta por Fan em [22] se mostra bastante estável para esse tipo de problema. Inicialmente proposta para problemas de PSTD, técnica correlata ao FDTD, a WP-PML parece ter grande potencial para aplicação também em outros trabalhos.

Contudo, vê-se que a gama de possibilidades de limitação do domínio de estudo torna o problema de escolha da condição de contorno altamente relacionado ao nível de reflexões aceitáveis para cada caso. Além disso o fato de o tratamento de meios com perdas ser contemplado por poucas técnicas mostra que o nível de complexidade dessas condições é bastante variável. Portanto, para uma completa interpretação do tema tanto a proposição quanto a implementação devem ser feitas de forma gradual no nível de complexidade.

# Capítulo 4

## Análise de estruturas microfita

“It followed from the special theory of relativity that mass and energy are both but different manifestations of the same thing; a somewhat unfamiliar conception for the average mind.”

Albert Einstein

Neste Capítulo a estrutura de microfita propriamente dita é apresentada com as definições e características básicas da mesma. Segue-se uma discussão sobre as condições dos problemas a serem analisados. Nesta etapa são apresentados o tipo de tratamento a ser dado a fonte de excitação do problema e as interfaces do circuito, bem como os tipos de análises a serem apresentados em cada caso.

A análise de uma estrutura básica de microfita é apresentada e o comportamento dos campos elétricos e magnéticos é avaliado. Têm-se assim uma correta interpretação do confinamento do campo eletromagnético na estrutura.

O presente capítulo apresenta ainda vários estudos de caso onde são realizadas análises no domínio da frequência, a partir dos parâmetros de espalhamento, e também análises no domínio temporal, a partir da resposta impulsional. Ressalta-se o fato de que comparações devem ser realizadas tanto com algoritmos FDTD implementados de forma distinta, quanto com outros algoritmos de semelhante potencialidade. Assim, o caso inicial apresenta uma relação com um resultado obtido da aplicação da técnica de Método dos Momentos (MoM) e os casos seguintes são então focados em comparações de implementações distintas.

Os circuitos passivos a serem estudados no presente Capítulo são:

- Filtro de acoplamento lateral
- Antena de microfita planar

- Filtro passa-baixa
- Acoplador

## 4.1 Circuitos em microfita

A microfita é um tipo de linha de transmissão de energia que acondiciona sinais na faixa de frequência de microondas. Com configurações específicas é possível projetar e construir antenas, acopladores, filtros e divisores de potência. Normalmente a construção desses dispositivos é mais barata e também mais leve do que a tecnologia tradicional de guiamento de ondas. A desvantagem desse tipo de circuito face aos guias de onda está na baixa capacidade de potência dos mesmos.

Os circuitos são compostos de uma fita condutora separada de um plano terra por um substrato dielétrico. O perfil da estrutura é apresentado na Figura 4.1. O contorno da fita condutora é que determina as características de cada circuito. Como observado na mesma figura a fita está localizada em uma região de interface entre dois meios dielétricos distintos, substrato e ar, sendo que chamaremos esse plano de plano de interface.

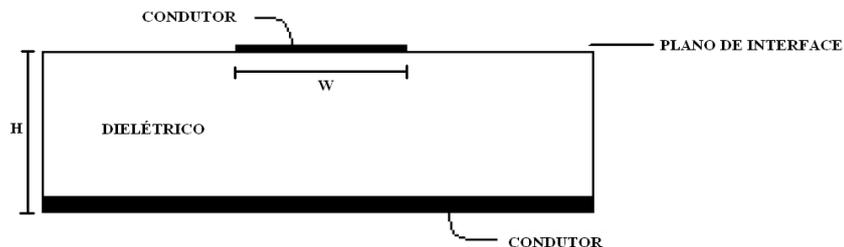


Figura 4.1: Plano de excitação para estrutura microfita

Observa-se que o circuito é basicamente composto de duas partes: uma parte condutora e outra parte dielétrica. A respeito dessas duas partes podemos dizer que para a parte condutora utiliza-se normalmente o cobre como material. Já o substrato é feito normalmente de Duroid 5880, material que possui constante dielétrica  $\epsilon_r \approx 2,2$ , e com uma tangente de perdas  $\tan \delta = 9,0 \times 10^{-4}$  na frequência de 10 GHz o que equivale a um valor de condutividade  $\sigma = 1,1 \times 10^{-3} S/m$ .

## 4.2 Considerações para análise

Resultados numéricos foram obtidos a partir da técnica de FDTD para diferentes tipos de estruturas de microfita. A partir do correto dimensionamento da microfita do plano de interface os comportamentos foram estudados para diferentes condições. A não ser quando explicitado no texto as estruturas foram analisadas para um substrato com constante dielétrica  $\epsilon_r = 2,2$  e com uma altura  $H=0,794\text{mm}$ . As mesmas foram simuladas para diferentes casos de condutividade do substrato:

- $\sigma = 0$  caso sem perdas;
- $\sigma = 1,1 \times 10^{-3} S/m$  caso com baixas perdas;
- $\sigma = 1,1 \times 10^{-1} S/m$  caso com altas perdas.

Deseja-se com a análise desses casos contemplar o substrato utilizado atualmente para a construção desses circuitos, Duroid 5880, bem como dielétricos de altas perdas incluindo sílica, alumina e arseaneto de gálio.

A construção do algoritmo referente ao programa utilizado para simulação se deu de forma gradual. Inicialmente foram utilizadas condições de contorno para meios sem perdas do tipo Mür para obter os resultados apresentados na literatura. Posteriormente foram utilizadas condições de contorno PML para meios sem perdas e finalmente as condições mais genéricas para meios quaisquer, WP-PML, foram implementadas.

Utilizou-se a linguagem de programação FORTRAN para a obtenção de arquivos executáveis que implementassem o algoritmo desenvolvido. Essa linguagem permitiu a criação de programas modulares, onde foi possível implementar uma correta hierarquia para cada processo, bem como uma separação coerente que permitisse futuras alterações em partes distintas, como por exemplo no caso do modelamento de novas fontes.

O código implementado utiliza uma região tridimensional de  $60 \times 100 \times 16$  células para acomodação do circuito a ser analisado (Figura 4.2). Utilizando um arquivo de entrada, com um padrão previamente formulado, as dimensões de cada célula de Yee podem ser atribuídas pelo usuário do programa. Esse arquivo deve ainda definir os meios dielétricos e condutores bem como o tempo de simulação. Um outro arquivo permite a entrada do perfil do plano de interface possibilitando também entradas definidas pelo usuário.

O método desenvolvido implementou a técnica FDTD para a matriz especificada com condições de contorno WP-PML respeitando um perfil de absorção quadrático com o máximo de forma a minimizar reflexões, como apresentado em [21]. As estruturas anali-

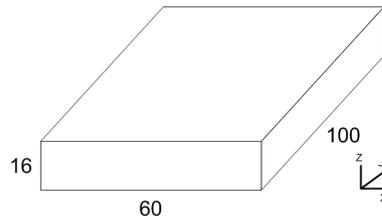


Figura 4.2: Tamanho da região tridimensional sob análise expresso em número de células de Yee

sadas foram consideradas numa faixa de frequência de DC a 20 GHz e as particularidades do algoritmo são apresentadas no decorrer dessa Seção.

### 4.2.1 Fonte de campo

Uma das características da utilização da técnica FDTD é a possibilidade de análise de um determinado problema em uma faixa de frequência contínua. A transformada de Fourier possibilita esse tipo de estudo através da utilização da resposta temporal obtida. Para tanto é necessária a utilização de sinais de excitação específicos para esse fim. Nesse trabalho utilizaram-se pulsos Gaussianos que são bastante conhecidos e utilizados na literatura por possuírem um espectro também com forma Gaussiana. Esse tipo de sinal provê informação em uma banda bem definida no espectro indo da frequência 0 (sinal dc) até a frequência de corte do mesmo, que é determinada pela largura do pulso temporal. Além disso esse tipo de sinal tem comportamento suave o que é interessante para simulações de ambiente discreto.

Um pulso Gaussiano é representado matematicamente pela seguinte função:

$$E(t) = e^{\left(-\frac{t-t_0}{T}\right)^2}. \quad (4.1)$$

Os parâmetros  $t_0$  e  $T$  são responsáveis pelo atraso temporal e pela largura do pulso respectivamente, sendo que o comportamento tanto temporal quanto espectral do pulso são determinados pela escolha de valores corretos para os mesmos sendo a definição sujeita à grade espacial FDTD. Para minimizar os efeitos de dispersão numérica e também erros de truncamento é interessante que a largura do pulso permita pelo menos 20 pontos de amostragem por comprimento de onda na maior frequência representativa.

Uma outra consideração importante a ser feita sobre a fonte é a forma de excitação. Usualmente pode ser realizada de duas formas: por um vetor de corrente em um determinado ponto da grade FDTD ou pela definição de um plano de excitação. Utiliza-se nesse trabalho o plano de excitação através da imposição de um campo elétrico vertical numa

região retangular abaixo da estrutura a ser estudada (Figura 4.3). Esse tipo de modelo permite a concentração direta da energia sobre a fita sem a dissipação inerente no caso do uso da fonte pontual.

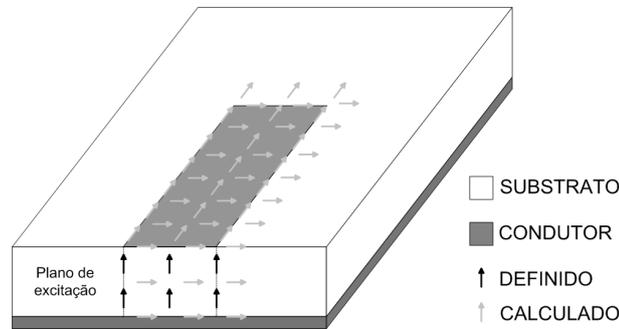


Figura 4.3: Plano de excitação para estrutura microfita

Devido cuidado deve ser tomado com as componentes de campo no plano de excitação de forma a produzir a menor distorção possível no pulso. A utilização de um plano magnético forçado no mesmo plano da fonte de excitação utilizando teoria das imagens ( $\vec{H}_{tan}$  fora do plano magnético é igual a  $-\vec{H}_{tan}$  no plano magnético) permite a extinção de componentes de campo magnético espúrias no plano da fonte e por isso uma menor distorção [17].

Utilizando esse tipo de excitação juntamente com um plano magnético, as outras componentes de campo no mesmo plano podem ser calculadas. Dessa forma assume-se que a excitação especificada para a região irá resultar no modo fundamental de propagação de cada estrutura na faixa de frequência desejada. Esse modo pode, no entanto, ter que se acomodar após a propagação da onda na estrutura.

### 4.2.2 Tratamento da interface dielétrico-ar

As estruturas de microfita a serem analisadas possuem uma característica bastante específica de interface entre dois meios dielétricos. Essa descontinuidade deve ser tratada de forma eficiente para que não influencie nos cálculos a serem realizados. Como a obtenção do conjunto de equações da técnica FDTD é realizada para uma região uniforme, casos como este devem ser estudados separadamente.

No tratamento do problema leva-se em conta que o plano da interface é composto por duas componentes de campo elétrico tangentes e uma componente de campo magnético perpendicular, independentemente da orientação utilizada para a estrutura. No cálculo da componente de campo magnético perpendicular a esse plano o valor de  $\mu$  existente

nas equações de diferenças finitas não muda, já que as componentes do campo elétrico utilizadas no cálculo segundo as leis de Maxwell são tangentes ao plano.

Para o cálculo dos campos elétricos tangentes a esse plano utiliza-se, no entanto, componentes de campos magnéticos em ambos os meios dielétricos. Sendo os meios diferentes existe uma discrepância entre os valores de  $\epsilon$  o que reflete nas equações de FDTD. A nova formulação que contempla a diferença entre os meios é obtida de forma simples a partir das equações base da FDTD, e sugere uma modificação na constante  $\epsilon$  das mesmas [2]. Em outras palavras, para o plano da interface deve-se substituir o valor de  $\epsilon$  por uma média dos valores dos dois meios:

$$\epsilon = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2}. \quad (4.2)$$

### 4.2.3 Fitas condutoras

Os casos estudados neste trabalho tratam as fitas condutoras que compõem o circuito de microfita como de espessura zero. No entanto, atenção especial deve ser dada ao contorno dessas fitas. Os limites das mesmas devem ser modelados de forma que campos elétricos tangenciais sejam posicionados exatamente nas bordas das fitas como demonstrado na Figura 4.4.

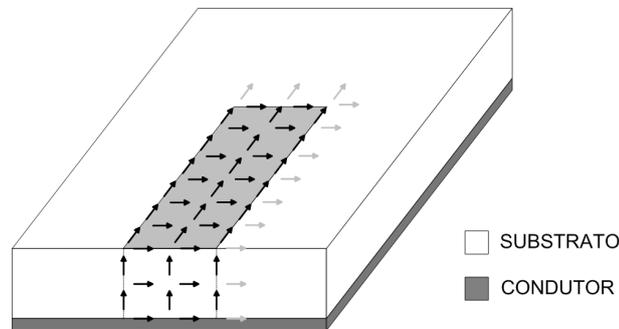


Figura 4.4: Posicionamento dos campos elétricos com relação as bordas das fitas condutoras

Nos casos de tratamento da superfície condutora como condutor elétrico perfeito (PEC) as componentes de campo elétrico tangenciais são impostas como igual a zero. Já as componentes de campo magnético do mesmo plano, devem ser calculadas durante o processo.

#### 4.2.4 Matriz de espalhamento

Existem várias formas de realizar análises e comparações entre estruturas que interagem com o campo eletromagnético. Medidas comumente realizadas incluem campos refletidos ou espalhados. Esses campos, quando comparados com os campos incidentes na estrutura, formam um figura de mérito. A comparação pode ser feita na amplitude ou na fase de cada um dos campos, sendo que segundo as propriedades de linearidade das equações de campo e dos circuitos de microondas, as amplitudes de campo das ondas espalhadas têm relação linear com as amplitudes das ondas incidentes.

Considerando-se uma estrutura espalhadora qualquer, se uma onda (representada pela tensão equivalente  $V_1^i$ ) incide em uma das portas da estrutura existe uma relação direta para a onda refletida pela mesma porta (representada pela tensão equivalente  $V_1^o$ ) que é dada por  $V_1^o = S_{11}V_1^i$ , sendo  $S_{nm}$  conhecido como parâmetro de espalhamento. Da mesma forma deve haver uma equação para a onda espalhada pelas outras portas do tipo  $V_x^o = S_{x1}V_1^i$ . Assim, para uma estrutura espalhadora de N portas vale a seguinte relação matricial [9]:

$$\begin{bmatrix} V_1^o \\ V_2^o \\ \vdots \\ V_N^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1N} \\ S_{21} & S_{22} & \dots & S_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{N1} & S_{N2} & \dots & S_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^i \\ V_2^i \\ \vdots \\ V_N^i \end{bmatrix}, \quad (4.3a)$$

ou de forma simplificada:

$$[V^o] = [S][V^i]. \quad (4.3b)$$

No caso de circuitos de microfita, o valor da tensão em cada um das portas pode ser facilmente obtido integrando-se numericamente o campo elétrico vertical abaixo do centro da fita condutora. No entanto, assim como nas referências [2] e [17], assume-se a tensão proporcional ao valor do campo para o caso da propagação no modo fundamental. Dessa forma um ponto de amostragem abaixo de cada uma das portas de interesse é suficiente para caracterizar o problema.

Nota-se que o parâmetro de espalhamento tem dependência com a frequência, de forma que:  $S_{nm} = S_{nm}(f)$ . Esse fato impede que o mesmo seja calculado diretamente a partir dos valores amostrados dos campos. Para tanto deve-se utilizar a transformada de Fourier dos sinais, que assim possibilitará uma representação fidedigna do sistema. Assim o parâmetro de espalhamento pode ser descrito como:

$$S_{nm}(f) = \frac{\mathcal{F}\{V_n(t)\}}{\mathcal{F}\{V_m(t)\}} \propto \frac{\mathcal{F}\{E_n(t)\}}{\mathcal{F}\{E_m(t)\}}. \quad (4.4)$$

### Transformada de Fourier de tempo discreto

A transformada de Fourier (FT) permite representações de um sinal em domínios distintos: temporal ou da frequência. Um sinal não-periódico no domínio de tempo contínuo pode ser representado por uma superposição de senoides complexas [42]. Dessa forma a conversão de um sinal representado no domínio de tempo contínuo se dá da seguinte forma:

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt; \quad (4.5)$$

onde  $x(t)$  é a representação temporal do sinal,  $X(j\omega)$  é a representação do sinal no domínio da frequência aqui representado como  $\omega$ .

A ferramenta análoga para tempo discreto é conhecida como Transformada de Fourier de Tempo Discreto (DTFT), sendo que sua representação pode ser descrita como:

$$X(j\Omega) = \sum_{-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\Omega n}; \quad (4.6)$$

onde  $x[n]$  é a representação do sinal em tempo discreto,  $X(j\Omega)$  é a representação do sinal no domínio da frequência aqui representado como  $\Omega$ . Essa formulação é mais próxima da situação a ser estudada onde o sinal é representado por amostragens em um domínio temporal discreto. Tal proposição é utilizada na obtenção dos parâmetros de espalhamento.

### 4.2.5 Resposta impulsional

A resposta impulsional de circuitos de microondas é utilizada para o projeto de circuitos complexos de sistemas eletrônicos. Faz-se necessária assim a correta avaliação dessas respostas num ambiente computacional antes da construção de modelos físicos. No entanto, os recursos computacionais muitas vezes podem limitar a simulação dos circuitos completos e por isso estes são segmentados e analisados separadamente.

Em análises dessa natureza a resposta impulsional tem importância significativa. Utilizando-se os conceitos de convolução aplicados a esses sinais é possível estudar o comportamento dos circuitos completos no domínio do tempo. Assim, há um grande interesse com relação a essa abordagem para obtenção de métodos de análise mais eficientes.

Marrocco e Bardati apresentaram em seus trabalhos uma formulação para obtenção da resposta impulsional a partir da análise da resposta do circuito a excitação de sinais conhecidos [43] [32]. O processo se apresenta como uma expansão de modos, presentes na resposta do sistema, e se mostrou computacionalmente mais eficiente e rápido do que processos de deconvolução do espectro envolvendo transformada de Fourier [32].

Para um sistema linear com múltiplas portas que seja passivo, vale a integral de convolução para a resposta:

$$y_n(t) = \int_0^t h_{mn}(t - \tau)x_m(\tau)d\tau = h_{mn}(t) * x_m(t), \quad (4.7)$$

onde  $x_m$  representa a excitação na porta  $m$  e  $y_n$  a saída apresentada na porta  $n$ . A função  $h_{mn}$  representa a resposta impusional entre as portas  $m$  e  $n$ . Essa função pode ser formalmente descrita como:

$$h_{mn}(t) = \mathcal{F}^{-1} \left[ \frac{Y_n(\omega)}{X_m(\omega)} \right], \quad (4.8)$$

onde  $\mathcal{F}^{-1}$  representa a transformada de Fourier inversa,  $X_m(\omega)$  e  $Y_n(\omega)$  as transformadas dos sinais  $x_m(t)$  e  $y_n(t)$  respectivamente.

A equação (4.8) permite a obtenção da resposta impulsional. No entanto, é interessante o desenvolvimento de uma técnica que envolva apenas operações no domínio temporal. A expansão da solução em modos é aplicável quando o sinal de excitação tem duração pequena quando comparado ao sinal de saída. Este é o caso de sinais de excitação Gaussianos (Eq. 4.1) [32]. Para tanto utiliza-se a expansão em potências de  $(-j\omega)$  como a seguir:

$$\frac{1}{X_m(\omega)e^{j\omega t_0}} \approx \sum_{l=0}^{\infty} \frac{a_l}{l!} (-j\omega)^l, \quad (4.9)$$

onde o parâmetro de deslocamento  $t_0 > 0$  deve ser escolhido de forma a posicionar o centro de gravidade do sinal de entrada em  $t = 0$  e os coeficientes  $\{a_l\}$  dependem de  $x(t)$ . Sendo assim a equação (4.8) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$h_{mn}(t - t_0) \approx \sum_{l=0}^{\infty} \frac{a_l}{l!} \mathcal{F}^{-1} [(-j\omega)^l Y_n(\omega)], \quad (4.10)$$

sendo que agora os coeficientes  $\{a_l\}$  devem ser determinados por um processo de casamento de modos com a expansão de Taylor de  $X_m(\omega)e^{j\omega t_0}$ . Considerando que a mesma tem momentos  $\zeta_k$  que podem ser descritos como [32]

$$\zeta_k = \int_{-\infty}^{\infty} (t - t_0)^k x_m(t) dt = \sum_{p=0}^k \binom{k}{p} (-t_0)^{k-p} (j)^p X_m^{(p)}(0). \quad (4.11)$$

A relação entre os coeficientes  $\zeta_k$  e  $\{a_l\}$  pode ser obtida para um sinal com média não nula de forma que para os 4 primeiros coeficientes tem-se:

$$a_0 = \frac{1}{\zeta_0}, \quad a_1 = 0, \quad a_2 = -\frac{\zeta_2}{\zeta_0^2}, \quad a_3 = -\frac{\zeta_3}{\zeta_0^2}, \quad a_4 = -\frac{\zeta_4}{\zeta_0^2} + \frac{6\zeta_2^2}{\zeta_0^3}. \quad (4.12)$$

Finalmente, utilizando uma discretização no tempo  $t = p\Delta t$  e diferenças centrais para computar as derivadas levando em conta que o sinal de excitação é Gaussiano (equação 4.1) podemos encontrar a resposta ao impulso do sistema no domínio de tempo discreto como sendo

$$\begin{aligned} h_{mn}(p) = & \frac{a_4}{24\Delta t} [y_n(p+2+p_0) + y_n(p-2+p_0)] \\ & + \left( \frac{a_2}{2\Delta t^2} - \frac{a_4}{6\Delta t^4} \right) [y_n(p+1+p_0) + y_n(p-1+p_0)] \\ & + \left( a_0 - \frac{a_2}{\Delta t^2} + \frac{a_4}{4\Delta t^4} \right) y_n(p+p_0), \end{aligned} \quad (4.13)$$

onde  $p_0 = \text{int}(t_0/\Delta t)$ <sup>1</sup> com  $t_0 = jX^{(1)}(0)/X(0)$ .

A formulação apresentada em 4.13 utiliza uma aproximação de quarta ordem para a série. Esta foi utilizada com sucesso nos casos apresentados na referência [32] em detrimento de aproximações de mais baixa ordem. Para a utilização de um sinal de excitação Gaussiano, os coeficientes  $\{a_l\}$  da mesma são relacionados com os parâmetros da equação (4.1) da seguinte forma:

$$a_0 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}, \quad a_2 = -a_0 T^2, \quad a_4 = 3a_0 T^4. \quad (4.14)$$

### 4.3 Análise da microfita condutora simples

A estrutura base de todas os circuitos de microfita é a fita propriamente dita. Sendo composta apenas por uma fita condutora no plano de interface, seu único papel é da acomodação do campo eletromagnético. Por esse motivo essa é a primeira estrutura a ser analisada. Algumas das verificações feitas neste caso valem para as outras estruturas devido à semelhança das condições observadas.

As dimensões da microfita analisada estão demonstradas na Figura 4.5. Nesse caso específico o modelamento dos contornos da fita é bastante simples devido a forma da superfície condutora e conforme a Figura 4.4. Com a grade especificada anteriormente foram utilizados os seguintes valores para a discretização:  $\Delta x = 0,389\text{mm}$ ,  $\Delta y = 0,4\text{mm}$  e  $\Delta z = 0,265\text{mm}$ . Sendo assim, a fita pode ser modelada com largura de  $6\Delta x$  e o substrato como  $3\Delta z$ . Observando o critério de Courant utilizou-se  $\Delta t = 0,441\text{ps}$  como passo temporal. Além disso, o pulso Gaussiano utilizado teve como parâmetros  $T = 15\text{ps}$  e  $t_0 = 3T$ , garantindo o seu início em aproximadamente  $t = 0$ .

O tamanho do domínio está condicionado a um número fixos de células de Yee e o domínio completo a ser simulado tem tamanho  $33,34\text{mm} \times 40\text{mm} \times 4,24\text{mm}$ . Dessa forma

---

<sup>1</sup>int - parte inteira

é possível inferir que as dimensões relativas da microfita são pequenas quando comparadas ao tamanho do domínio computacional.

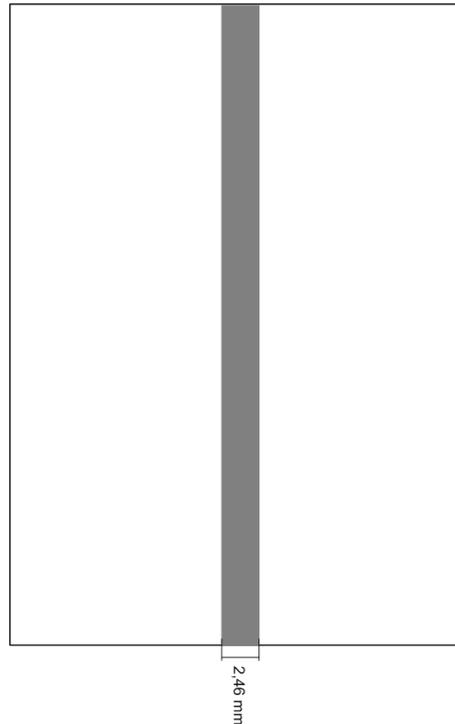


Figura 4.5: Plano de interface da fita condutora - metalização representada pela parte escura

O objetivo desse estudo de caso é demonstrar apenas algumas particularidades do método; o mesmo foi simulado durante apenas 1000 passos de tempo. Essa simulação garantiu o correto funcionamento das condições de contorno utilizadas, no caso WP-PML. As mesmas foram alocadas como apresentado no Figura 3.1 excluindo-se a face inferior (face da camada condutora) sendo que as paredes impostas absorveram energia incidente dos campos principalmente na direção da fita condutora. A Figura 4.6 mostra a distribuição espacial do campo  $E_z$  na primeira célula abaixo do plano de interface nos primeiros instantes da simulação antes mesmo do pulso atingir o final do domínio computacional. A propagação do pulso é evidenciada nos primeiros instantes sem perda de estabilidade do processo. Na mesma figura é também apresentado o contorno da microfita, que nesse caso é representado pelas duas linhas paralelas.

Os modos de propagação do campo são evidenciados nessa mesma figura, incluindo campos mais intensos nas bordas da fita. Essa característica é inerente ao circuito, sendo que é obtida a partir da acomodação do sinal na mesma. A excitação gerada no plano de excitação (Fig. 4.3) é feita de forma uniforme, mesmo não sendo esse o modo de distribuição de campo dominante do sistema, e adquire a forma mostrada após algum

espaço percorrido. Tal fato sugere a acomodação do modo dominante de propagação fazendo com que modos de propagação não desejados deixem de existir [2].

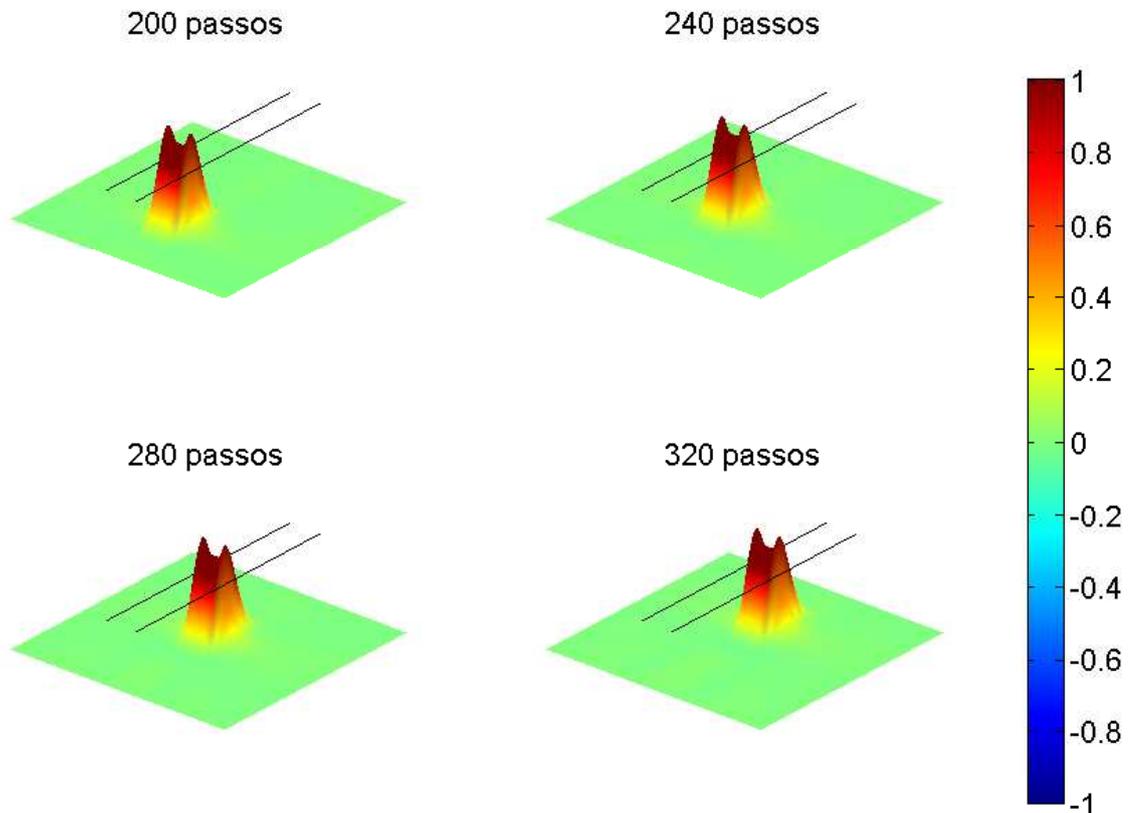


Figura 4.6: Distribuição do campo  $E_z$  abaixo do plano de interface - instantes distintos

O fato do pulso se propagar no sentido da fita sugere que deve haver um casamento de impedância no final do domínio propiciado pela técnica de condição de contorno. Nesse ponto, é interessante ressaltar o melhor comportamento de técnicas baseadas na PML. Para tanto são apresentadas na Figura 4.7 as transformadas de Fourier do sinal na fita para ambos os casos de condição de contorno (Mür e PML). Observa-se uma oscilação bastante significativa no sinal que representa a técnica de Mür. Tais oscilações estão associadas a reflexões de campos expúrios, já que esta técnica tem diferentes fatores de absorção dependentes do ângulo de incidência da onda. Essas oscilações podem resultar em erros nos sinais a serem analisados, principalmente na faixa de frequência menor do que 15GHz. Mostra-se, assim, que técnicas baseadas na PML são mais interessantes para as análises que serão aqui apresentadas.

De forma a explicitar melhor a situação a Figura 4.8, apresenta o módulo dos vetores de

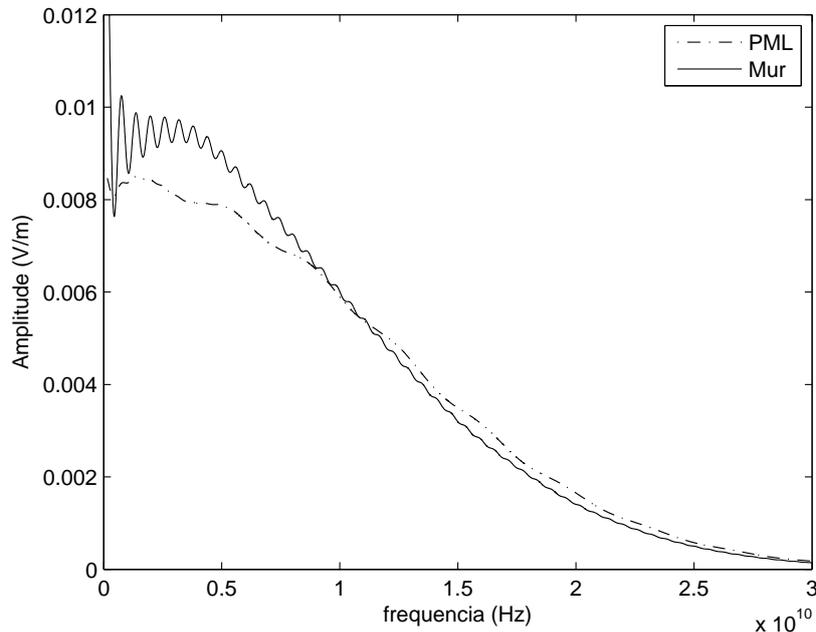


Figura 4.7: Transformada de Fourier em tempo discreto do sinal na fita

campo elétrico em um plano perpendicular à direção de propagação, mais especificamente no plano  $(x,35,z)$  nas imediações da fita condutora. Fica evidente aqui a intensidade do campo nas bordas da fita bem como o comportamento no seu entorno, com os campos sendo direcionados à mesma. Novamente ressalta-se o fato de que esse modo é obtido a partir da acomodação do sinal na estrutura. Nesse mesmo plano obteve-se o módulo dos vetores de campo magnético que são apresentados na Figura 4.9. Observa-se nesse caso o caráter circular dessas linhas de campo ao redor da fita metálica.

Finalmente o módulo do campo elétrico no plano de interface é demonstrado na Figura 4.10. Fica evidente que o tratamento dado para as partes consideradas condutores elétricos perfeitos, como no caso, os campos que são tangentes a essas partes são zero. Observa-se ainda nessa figura a acomodação do sinal também nesse plano contemplando os quesitos para a propagação do modo dominante.

A microfita simples apresentada será utilizada para alimentar as estruturas que serão analisadas nesse trabalho. Os resultados aqui obtidos devem então ser levados em conta nos estudos subsequentes principalmente no que diz respeito à acomodação do sinal na linha. Há uma certa preocupação quanto a isso nas simulações realizadas já que os pontos de extração de sinal podem ser afetados. Ainda com relação a acomodação chama-se a atenção para o fato de que o sinal propagante não sofre dispersão numérica significativa quando esta é comparada a dispersão causada por essa estrutura básica.

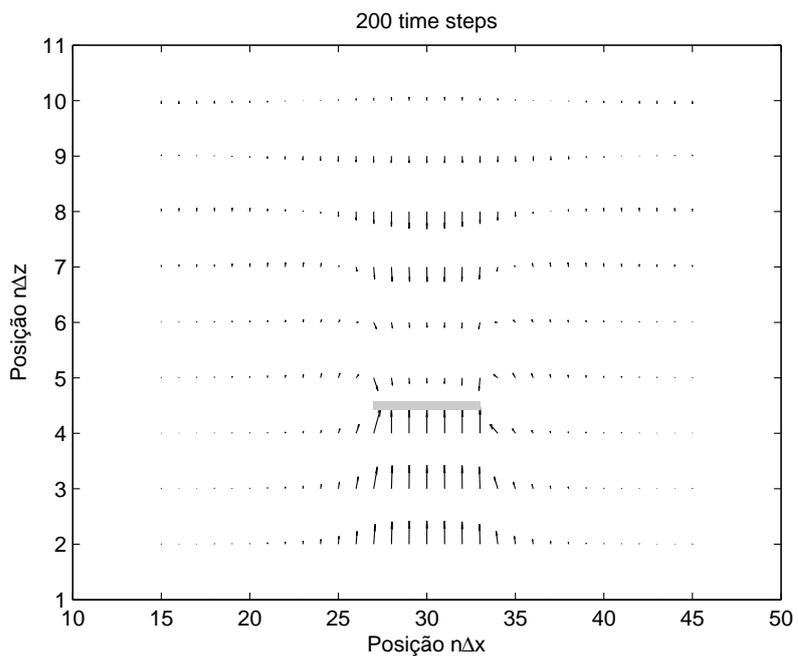


Figura 4.8: Módulo dos vetores de campo elétrico no plano perpendicular à direção de propagação - fita em cinza

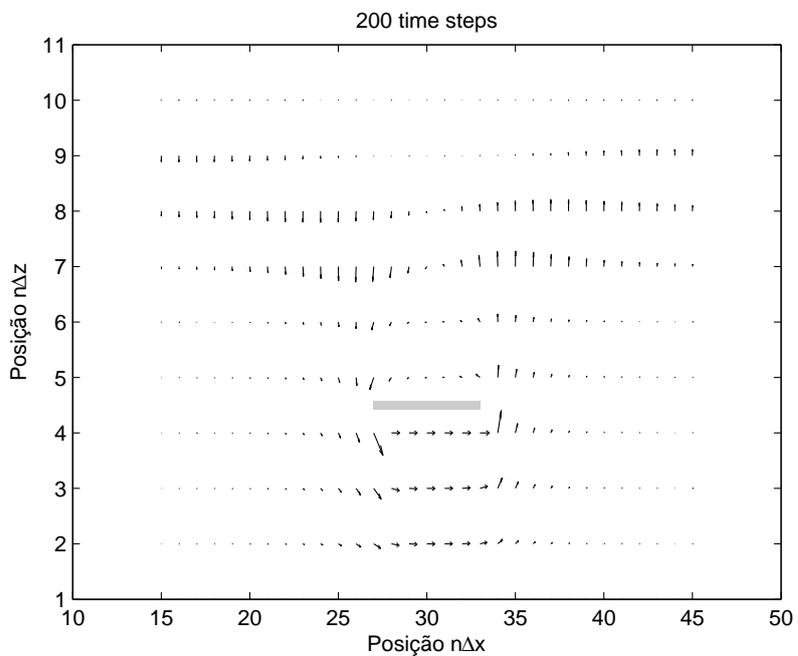


Figura 4.9: Módulo dos vetores de campo magnético no plano perpendicular à direção de propagação - fita em cinza

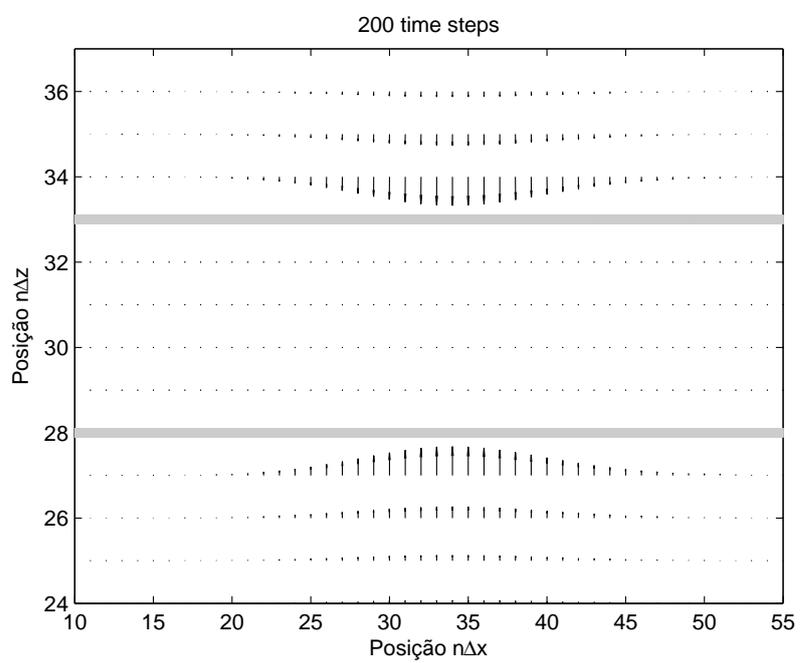


Figura 4.10: Módulo dos vetores de campo elétrico no plano de interface - limites da fita em cinza

## 4.4 Filtro de acoplamento lateral

Na propagação de energia eletromagnética, ao longo de uma microfita, pode haver transbordamento da energia para fora do volume abaixo da fita condutora. Como já demonstrado no estudo de caso anterior há um fluxo fora dessa região o qual pode eventualmente se acoplar a volumes próximos mesmo sem haver contato entre as duas fitas definidas na superfície.

O filtro de acoplamento lateral apresenta um exemplo dessa situação. Sua geometria é mostrada na Figura 4.11, onde é bem clara a separação entre as fitas condutoras. Há, no entanto, acoplamento entre essas fitas e a conseqüente transferência de energia entre as mesmas. A configuração apresentada é bastante simples com apenas uma fita intermediária, sendo que, em geral o acoplamento lateral pode acontecer entre  $n$  fitas.

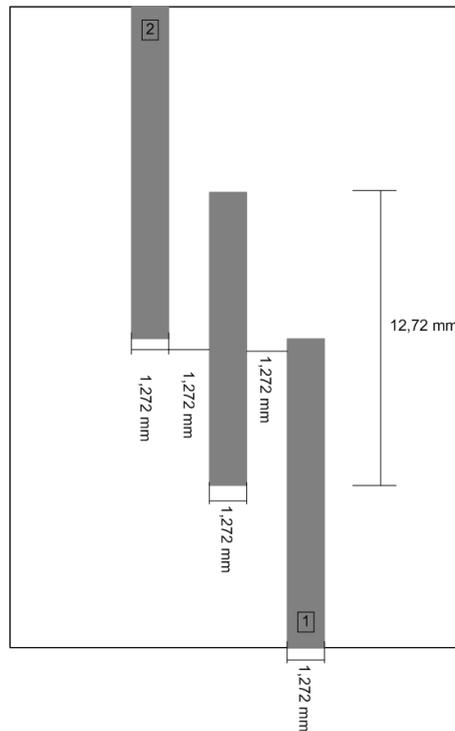


Figura 4.11: Plano de interface do filtro de acoplamento lateral

A estrutura estudada apresenta um substrato de altura  $H=1,272\text{mm}$ , o qual tem constante dielétrica  $\epsilon_r = 10$ . Na análise dessa geometria foram utilizados os seguintes parâmetros de discretização:  $\Delta x = 0,2544\text{mm}$ ,  $\Delta y = 0,318\text{mm}$  e  $\Delta z = 0,2544\text{mm}$  com passo de tempo  $\Delta t = 0,359\text{ps}$  respeitando o critério de Courant. O pulso Gaussiano é o mesmo utilizado anteriormente com parâmetros  $T = 15\text{ps}$  e  $t_0 = 3T$ .

A distribuição espacial do campo elétrico abaixo do plano da interface é apresentada

na Figura 4.12 para os primeiros instantes de propagação do pulso. A concentração do campo nas bordas da estrutura é evidente sendo que há uma parcela de energia para fora do volume abaixo da fita. Quando a energia atinge a região de início da fita subsequente há uma notável transferência da energia para ela, e o mesmo acontece para a terceira fita. Vale lembrar as cores representativas do gráfico têm relação com o valor do campo em cada ponto, valores estes que estão normalizados.

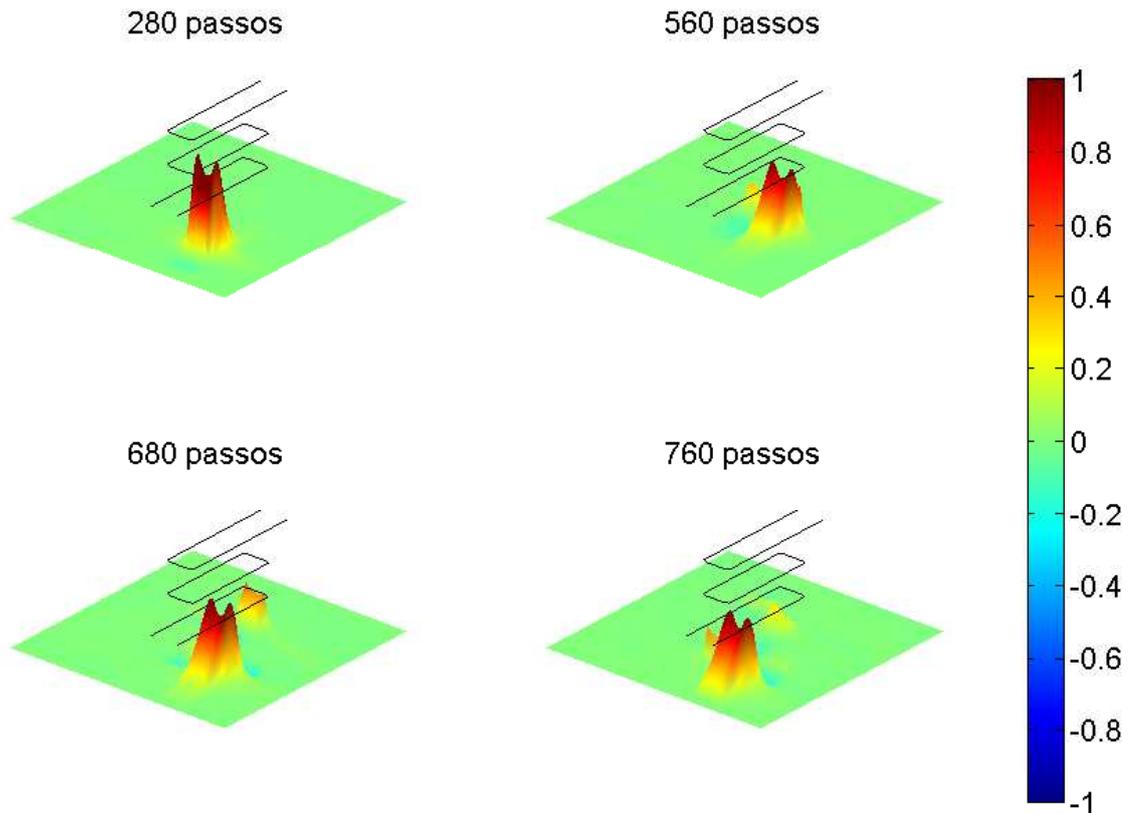


Figura 4.12: Campo  $E_z$  normalizado abaixo do plano de interface - instantes distintos

Uma característica peculiar desse circuito é a abrupta terminação da fita de entrada de sinal. Essa descontinuidade gera energia refletida quando a onda incide na mesma. Interessante é notar que a onda refletida tem pulso de mesma polaridade. No entanto, decorrente do acoplamento há uma deformação no pulso que é refletido.

Sendo o filtro uma estrutura de duas portas, simétrica, é necessário apenas determinar  $S_{11}$  e  $S_{21}$ . Nesse caso os módulos desses parâmetros estão mostrados nos gráficos da Figura 4.13 para o caso de substrato e condutores sem perdas, onde se empregou a definição 4.4 nos sinais obtidos com o algoritmo expresso no conjunto 2.12.

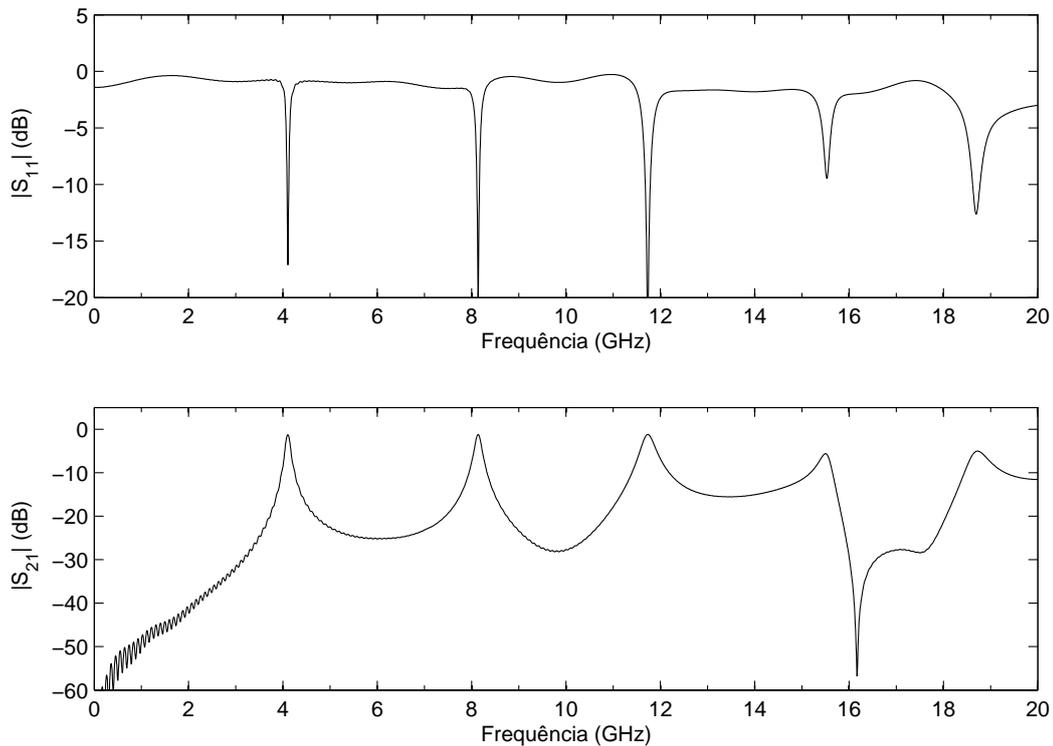


Figura 4.13: Módulo dos parâmetros S para o filtro sem perdas

Analisando conjuntamente os resultados obtidos observa-se bastante coerência entre ambos. As frequências referentes aos nulos de  $S_{11}$  se apresentam como picos no gráfico de  $S_{21}$ , indicando assim a transferência de energia entre as portas. A faixa de frequência na qual a estrutura foi analisada é bastante ampla, sendo que a faixa de 3 a 9 GHz é semelhante com a apresentada na referência [7], que é apresentada na Figura 4.14. Observa-se, no entanto, um deslocamento dos picos à esquerda; fato esse que pode ser resultado da diferença existente nos limites dos dois circuitos. O circuito apresentado na referência é modelado como sendo interno a um guia de ondas de paredes metálicas com dimensões bem definidas, ao contrário desse exemplo onde o circuito é modelado no espaço livre.

O estudo realizado em [7] utiliza o MoM para a análise da estrutura contemplando a faixa de 3 a 9 GHz já especificada. De forma a poder comparar ambos os métodos, FDTD e MoM, são apresentados os gráficos de evolução da resposta do algoritmo FDTD de acordo com o número de passos temporais utilizados para a simulação (Fig. 4.15). O que pode ser notado nos gráficos apresentados é que à medida que o número de passos temporais utilizados na simulação aumenta a resposta se aproxima mais da resposta desejada. As

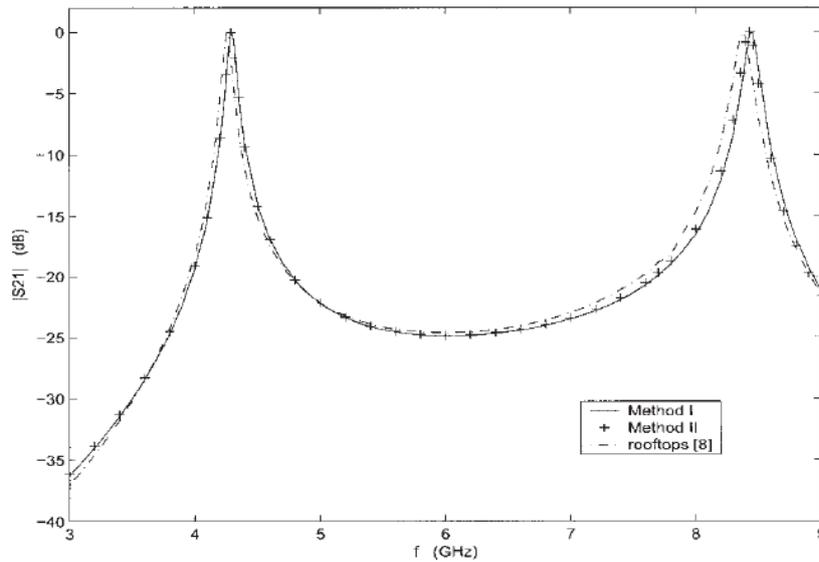


Figura 4.14:  $|S_{11}|$  para o filtro de acoplamento lateral - referência [7]

oscilações presentes nos gráficos iniciais são referentes a reflexões regulares, devido a geometria, que ocorrem na fita intermediária e tendem a diminuir com o tempo.

Nesse contexto deve ser avaliada a evolução do erro com relação ao tempo de simulação utilizado para o cálculo do parâmetro  $S_{11}$ . Na Figura 4.16 essa evolução é apresentada com relação a linha média obtida para uma simulação com 30000 passos temporais de tempo total de simulação, onde a estabilização do erro parece acontecer após 25000 passos temporais. O ganho nesse tipo de análise com referência ao MoM é a possibilidade de contemplar uma faixa mais larga com simulação única utilizando uma excitação de alta resolução espectral [9]. No entanto, como não são apresentados os tempos totais de simulação na referência, uma comparação do custo computacional das respostas não pode ser aprofundada ainda mais.

A análise da estrutura do filtro mostra a aplicabilidade da técnica de FDTD para casos onde ocorre propagação da energia eletromagnética fora do volume abaixo da fita condutora da interface. Esse circuito mostrou-se bastante ressonante sendo que os resultados da resposta em frequência apresentados foram obtidos após simulação com 30000 passos de tempo. Apesar de com 10000 passos já haver uma forma definida a resposta apresenta oscilações atingindo resultado semelhante ao de MoM assintoticamente. Por esse fato acredita-se que as oscilações próximas da frequência zero possam ser ainda mais reduzidas.

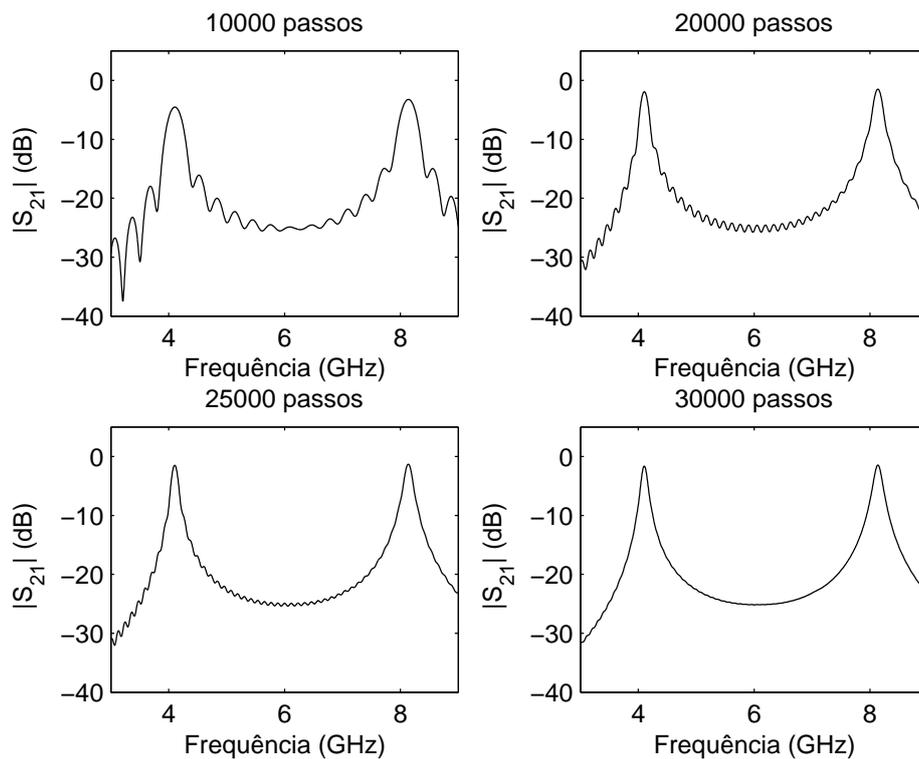


Figura 4.15: Evolução de  $|S_{21}|$  com tempo de simulação - FAL

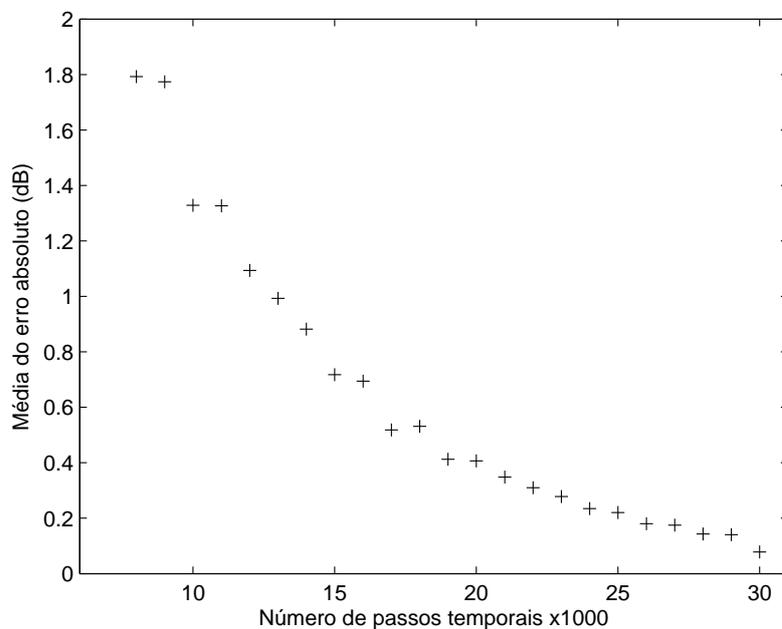


Figura 4.16: Evolução do erro com tempo de simulação - FAL

## 4.5 Antena planar retangular

A antena de microfita planar retangular é uma configuração altamente utilizada em estudos de circuitos de microondas. Pela sua natureza, permite análises aproximadas utilizando-se o método das linhas de transmissão ou método de cavidade [44]. Usualmente esse tipo de antena é empregado em conjuntos com vários elementos.

A geometria da antena de microfita a ser analisada, bem como suas dimensões são demonstradas na Figura 4.17. Essa estrutura é bastante conhecida na literatura, sendo que algumas de suas características são comumente apresentadas, como é o caso da ressonância correspondente à frequência para a qual  $L = 12,45\text{mm} = \lambda/2$  [17, 44].

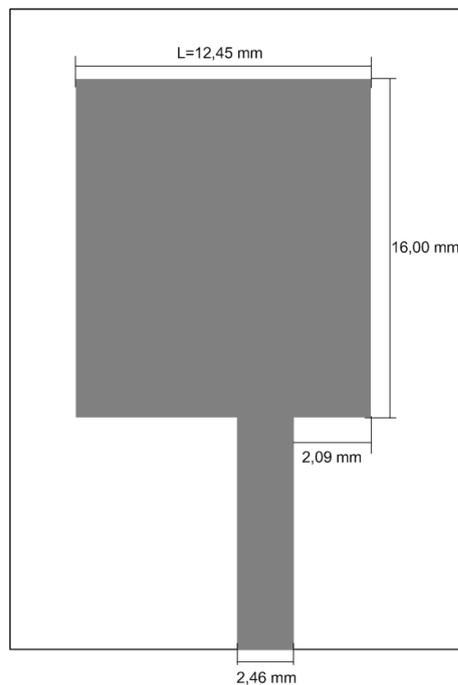


Figura 4.17: Plano de interface da antena de microfita - metalização representada pela parte escura

Na análise dessa estrutura foram utilizados os seguintes parâmetros de discretização:  $\Delta x = 0,389\text{mm}$ ,  $\Delta y = 0,4\text{mm}$  e  $\Delta z = 0,265\text{mm}$  com passo de tempo  $\Delta t = 0,441\text{ps}$  respeitando o critério de Courant. Observa-se que nesse caso a microfita que alimenta a antena propriamente dita fica ligeiramente deslocada do ponto onde deveria se localizar devido à discretização. No entanto, essa solução se apresenta como um compromisso entre as dimensões do sistema para o tamanho da grade utilizada, permitindo uma análise bastante realista. Assim a antena engloba uma matriz  $32\Delta x \times 40\Delta y$ . O pulso Gaussiano utilizado teve como parâmetros  $T = 15\text{ps}$  e  $t_0 = 3T$ .

Para garantir o correto acondicionamento do campo eletromagnético na fita a estrutura retangular da antena foi posicionada a 40 células de distância ( $40\Delta y$ ) do plano de excitação. Pelo mesmo motivo e também para evitar interferência de campos evanescentes, as medidas de referência de campo elétrico para estudo de matriz de espalhamento foram realizadas a uma distância de 10 células do início da estrutura retangular. O sistema foi simulado durante 8000 passos temporais devido ao seu caráter altamente ressonante.

A distribuição espacial do campo elétrico abaixo do plano da interface é apresentada na Figura 4.18 para os primeiros instantes de propagação do campo. Assim como nos casos anteriores observa-se a proeminência do campo na borda da fita e também nas bordas correspondentes da estrutura retangular. Notam-se ainda reflexões causadas nas descontinuidades da estrutura sendo as mais notáveis devido a transição fita-retângulo, que invertem o pulso, e no final do retângulo condutor, que não chegam a invertê-lo. Logo, observa-se uma relação do tipo de transição com a impedância apresentada à onda propagante.

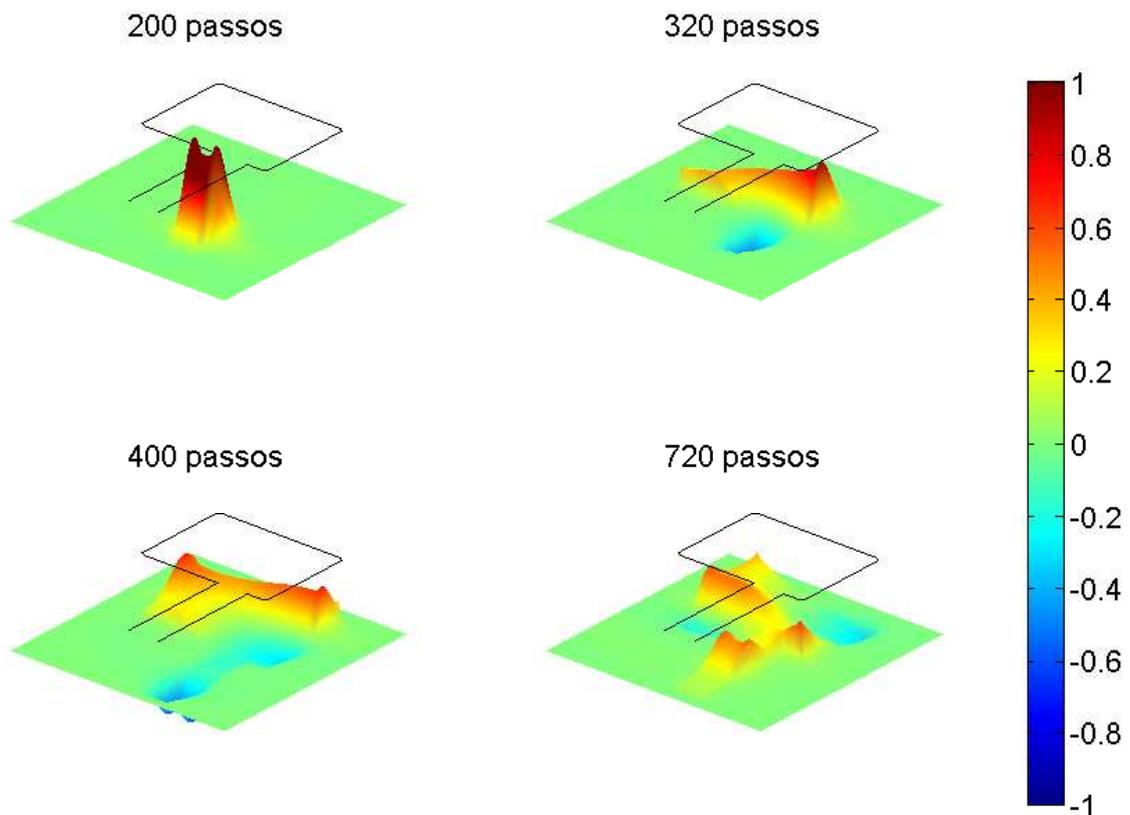


Figura 4.18: Distribuição do campo  $E_z$  abaixo do plano de interface - instantes distintos

Em estruturas do tipo da antena de microfita, que têm apenas um porta, a matriz de espalhamento é totalmente caracterizada por apenas um elemento, sendo ele  $S_{11}$ , cujo módulo é apresentado no gráfico da Figura 4.19 para diferentes situações de perdas no substrato. Os casos sem perda e com pouca perda, representados respectivamente por  $\sigma = 0$  S/m e  $\sigma = 1,1 \times 10^{-3}$  S/m, apresentam pouca diferença entre si. Em ambos obteve-se a frequência de ressonância para operação próxima a 7,5GHz, de acordo com medidas realizadas em [17, 21]. Esses resultados foram obtidos pela aplicação da definição 4.4 com o algoritmo expresso no conjunto 2.12.

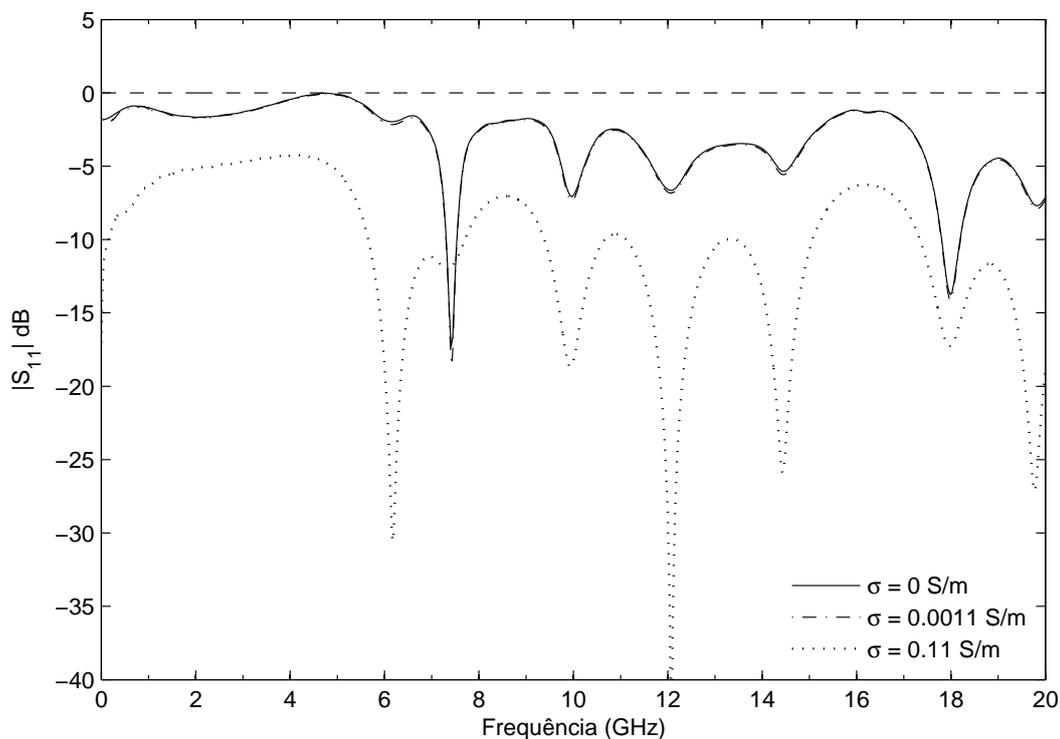


Figura 4.19: Módulo do parâmetro de espalhamento  $|S_{11}|$  para antena de microfita

O comportamento do parâmetro de espalhamento analisado é altamente alterado quando o valor do coeficiente  $\sigma$  tem um aumento de 100 vezes. Neste caso, nota-se que há uma atenuação bastante evidente em todo o espectro de aproximadamente 5dB. Nota-se ainda a alteração bastante significativa da primeira frequência de ressonância. Este fenômeno apresenta uma nova frequência de operação para o dispositivo, que é causado pelo melhor casamento da frequência próxima de 6GHz, antes pouco expressivo.

Como forma de comparação o resultado apresentado na referência [21] é repetido aqui na Figura 4.20. Uma comparação do gráfico apresentado nessa figura com o gráfico ante-

rior mostra o correto funcionamento das condições de contorno, bem como do algoritmo, para o mesmo caso de aplicação. A diferença entre os dois métodos está na estruturação do WP-PML, que quando comparado ao material absorutivo L2TDLM<sup>2</sup> utilizado na referência, apresenta-se como mais sistemático baseando-se no conceito de continuidade analítica que foi originalmente utilizado para a formulação da PML *split-field PML*. Além desse fato utilizam-se apenas 5 células de largura para terminar o domínio de estudo no caso do WP-PML, enquanto que para L2TDLM são utilizadas 10 células, o que acarreta em um aumento de área útil para a simulação.

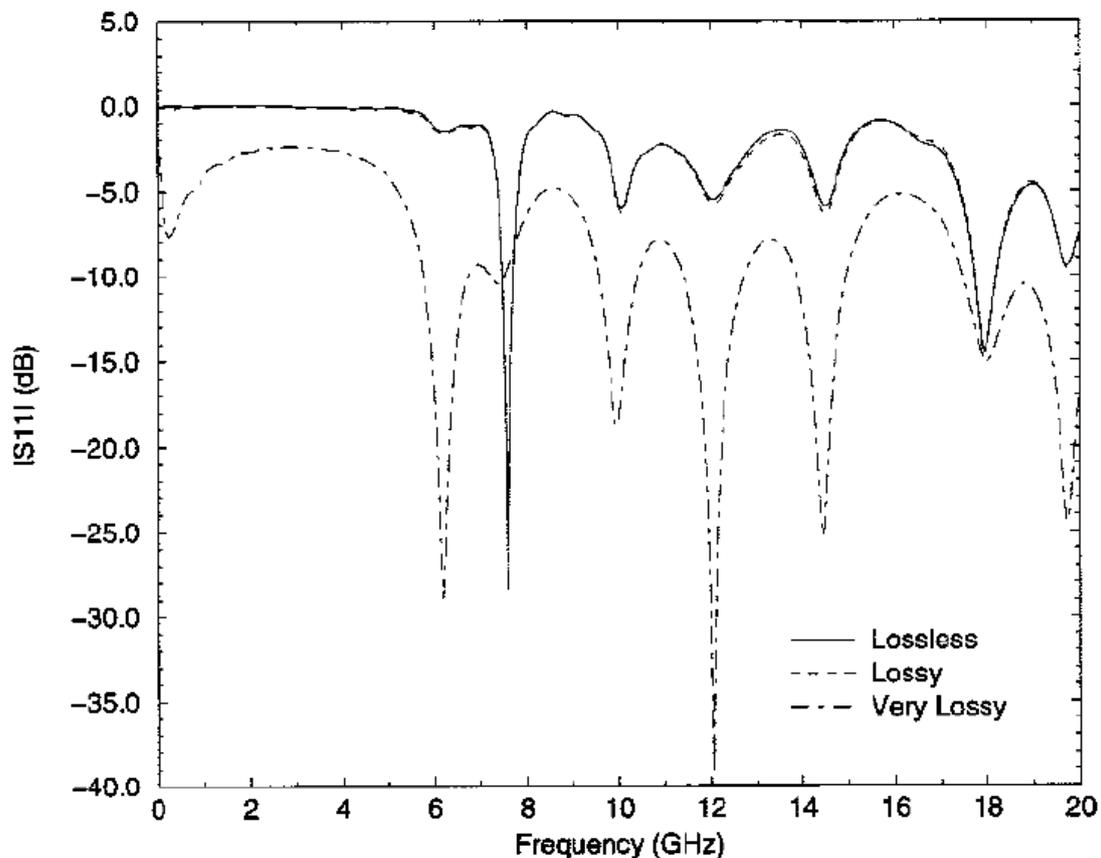


Figura 4.20:  $|S_{11}|$  antena de microfita - referência [21]

Utilizando-se os mesmos valores de perdas no substrato, e aplicando o algoritmo expresso em 4.13, a resposta impulsional do sistema foi analisada. O gráfico da Figura 4.21 apresenta as respostas obtidas. Nota-se um comportamento pouco alterado entre o caso sem perdas e o caso com poucas perdas, explicitando novamente o fato do bom resultado obtido para modelamentos feitos com estruturas sem perdas para aproximação de

<sup>2</sup>L2TDLM - lossy two-time derivative Lorentzian material

estruturas com poucas perdas. Há, também nessa análise, expressiva atenuação do sinal quando a condutividade é aumentada em duas ordens de grandeza, fato já esperado.

Expresso no mesmo gráfico vemos o caráter da estrutura com altos picos de onda refletida. Chama-se atenção para o fato de que a amplitude do primeiro pulso é inversa ao valor do impulso aplicado, remetendo à reflexão na descontinuidade fita-retângulo. Apesar de não ser utilizado em grande escala para esse tipo de circuito, o gráfico pode elucidar a respeito do tipo de sistema que deve preceder uma estrutura como esta, onde pulsos de alta intensidade são refletidos, e quando utilizado com o gráfico da Figura 4.19 remete a um comportamento específico do circuito.

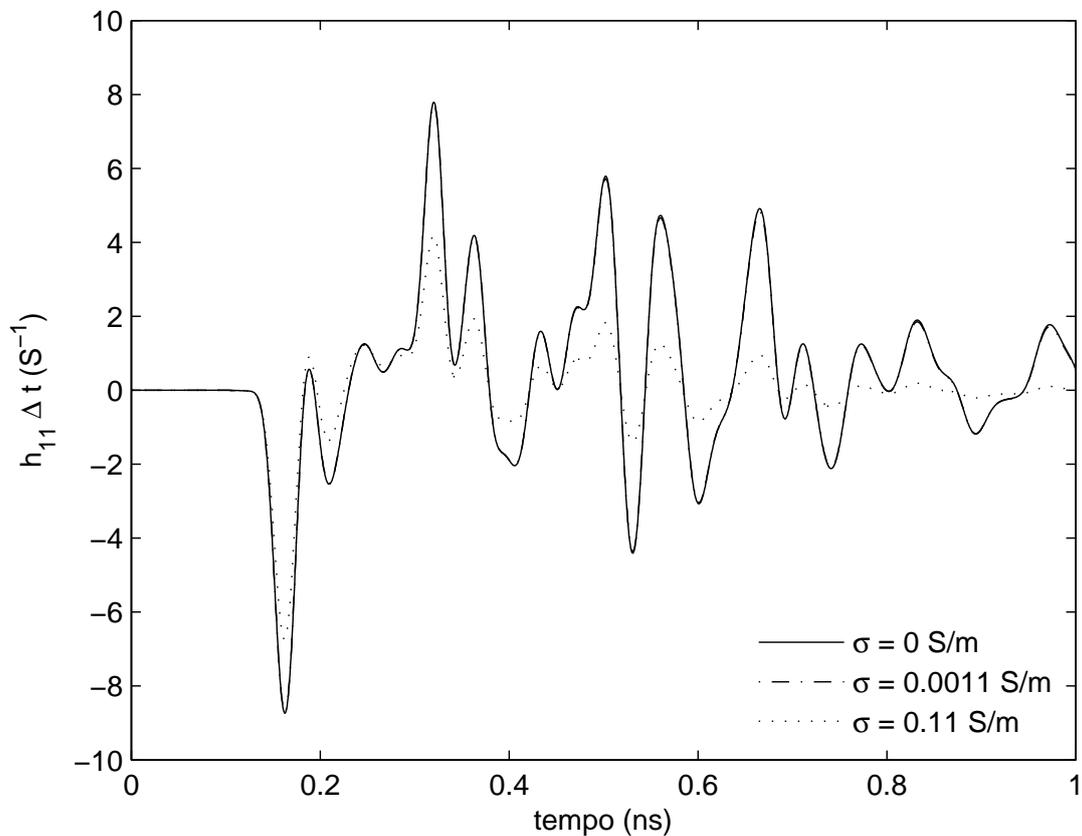


Figura 4.21: Resposta impulsional da antena microfita -  $h_{11} * \Delta t$

A obtenção da resposta impulsional do circuito têm caráter mais extenso do que somente a sua representação gráfica. Ela se apresenta como uma segunda forma de obtenção da resposta em frequência do circuito. Avaliando a transformada de Fourier desse sinal é possível então comparar a eficácia do método implementado. O módulo do parâmetro de espalhamento obtido a partir dessa abordagem é apresentado na Figura 4.22. Uma com-

paração desse resultado com os gráficos anteriores mostra que esse cálculo é tão eficiente quanto o anterior, o que matematicamente é um resultado esperado.

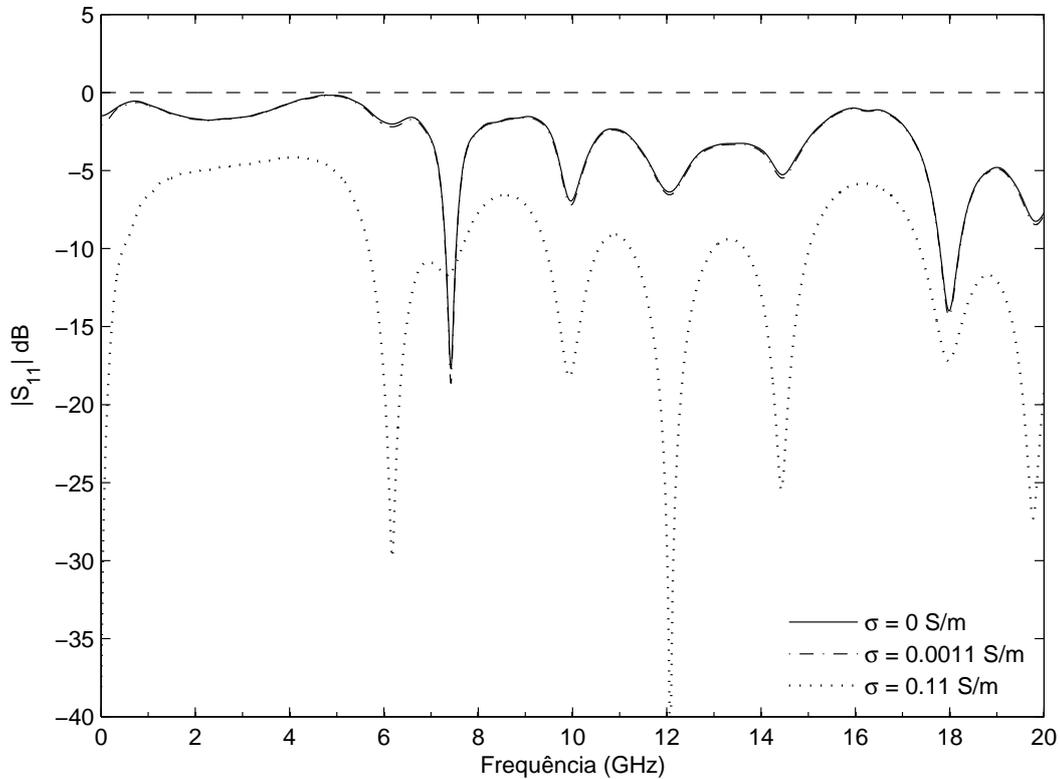


Figura 4.22: Módulo do parâmetro de espalhamento  $|S_{11}|$  para antena de microfita a partir da resposta impulsional

Para essa estrutura é importante ressaltar seu caráter altamente ressonante, onde a técnica FDTD aplica-se bem, mesmo havendo um pequeno deslocamento na porta de entrada do sinal. Observa-se não haver prejuízos, devido aos deslocamentos, nos resultados apresentados tanto para os casos sem perdas quanto para os casos com perdas. Esse fato mostra que a malha se adapta bem à estrutura conseguindo modelar de forma satisfatória as consequências das discontinuidades mesmo quando essas têm pequenas alterações.

Os algoritmos implementados mostram-se de acordo com os resultados demonstrados na literatura. Há ainda uma coerência nos resultados no que diz respeito às respostas temporais e no domínio da frequência.

## 4.6 Filtro passa-baixa

O filtro de microfita planar passa-baixa é um elemento passivo altamente utilizado em circuitos de microondas. Esse tipo de circuito tem diferentes tipos de aplicação e, ultimamente, observa-se um aumento no número de estudos sobre o mesmo para circuitos de banda ultra larga, Ultra Wide-Band (UWB), sendo o correto projeto do mesmo um dos grandes focos. A sua análise torna-se assim essencial no desenvolvimento de trabalhos atuais possibilitando um projeto mais acurado dos sistemas.

A estrutura do filtro a ser analisada nesse trabalho é apresentada na Figura 4.23 com as respectivas dimensões. A mesma foi simulada utilizando os seguintes parâmetros de discretização:  $\Delta x = 0,60325\text{mm}$ ,  $\Delta y = 0,4233\text{mm}$  e  $\Delta z = 0,265\text{mm}$  com passo de tempo  $\Delta t = 0,483\text{ps}$  respeitando o critério de Courant. Novamente tem-se um pequeno deslocamento da fita condutora que alimenta o sistema. No entanto, essa solução se apresenta como um compromisso entre as dimensões do sistema. O pulso Gaussiano é o mesmo utilizado no caso anterior com parâmetros  $T = 15\text{ps}$  e  $t_0 = 3T$ .

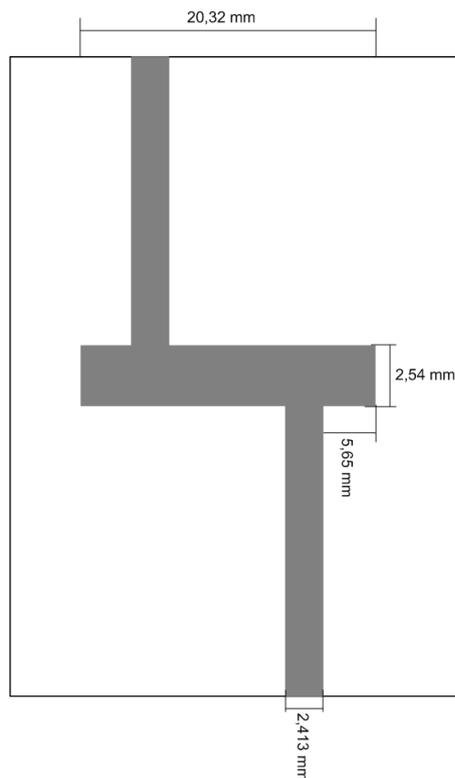


Figura 4.23: Plano de interface do filtro de microfita - metalização representada pela parte escura

Em relação ao posicionamento na grade, a estrutura retangular foi posicinada a 40 células de distância ( $40\Delta y$ ) do plano de excitação. As medidas de referência de campo

elétrico para estudo de matriz de espalhamento foram realizadas a uma distância de 10 células do início da estrutura retangular. Como a estrutura é simétrica a excitação pode ser feita em qualquer das portas sem prejuízo para as análises que serão realizadas. O sistema foi simulado durante 6000 passos temporais até que os campos atingissem valores próximos a zero.

A distribuição espacial do campo elétrico abaixo do plano da interface é apresentada na Figura 4.24 para os primeiros instantes de propagação do campo. A maior intensidade do campo na borda da fita é novamente observada assim como nas bordas correspondentes da estrutura retangular. Reflexões devido as descontinuidades da fita são observadas e também a propagação da energia para a fita no outro extremo da estrutura. A energia contida no pulso excitado é distribuída por toda estrutura após atingir o retângulo, levando a uma redução nas intensidades dos campos.

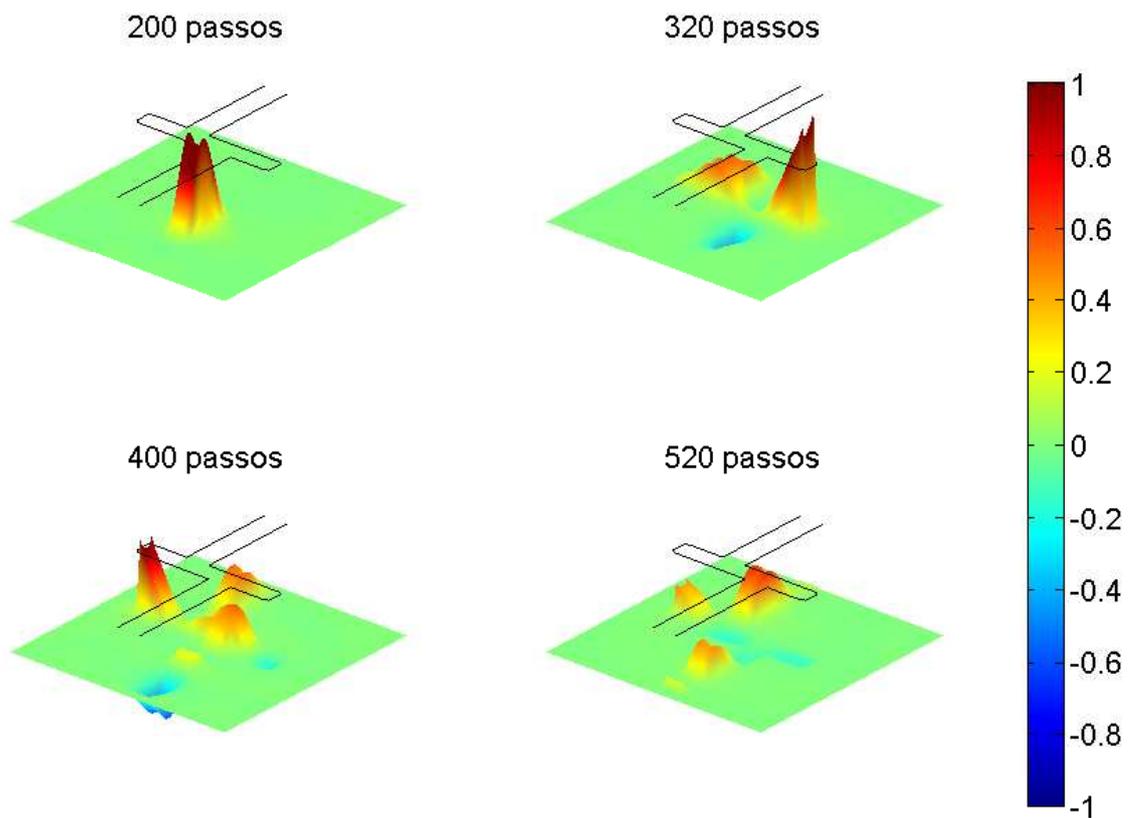


Figura 4.24: Distribuição do campo  $E_z$  abaixo do plano de interface - instantes distintos

Os módulos de  $S_{11}$  e  $S_{21}$  estão mostrados nas Figuras 4.25 e 4.26 para diferentes situações de perdas no substrato. Assim como para a antena de microfita casos sem

perda e com pouca perda, representados respectivamente por  $\sigma = 0$  S/m e  $\sigma = 1,1 \times 10^{-3}$  S/m, apresentam pouca diferença entre si. Esses resultados foram obtidos pela utilização da definição expressa na Equação 4.4 nos sinais resultantes da aplicação do algoritmo expresso no conjunto 2.12.

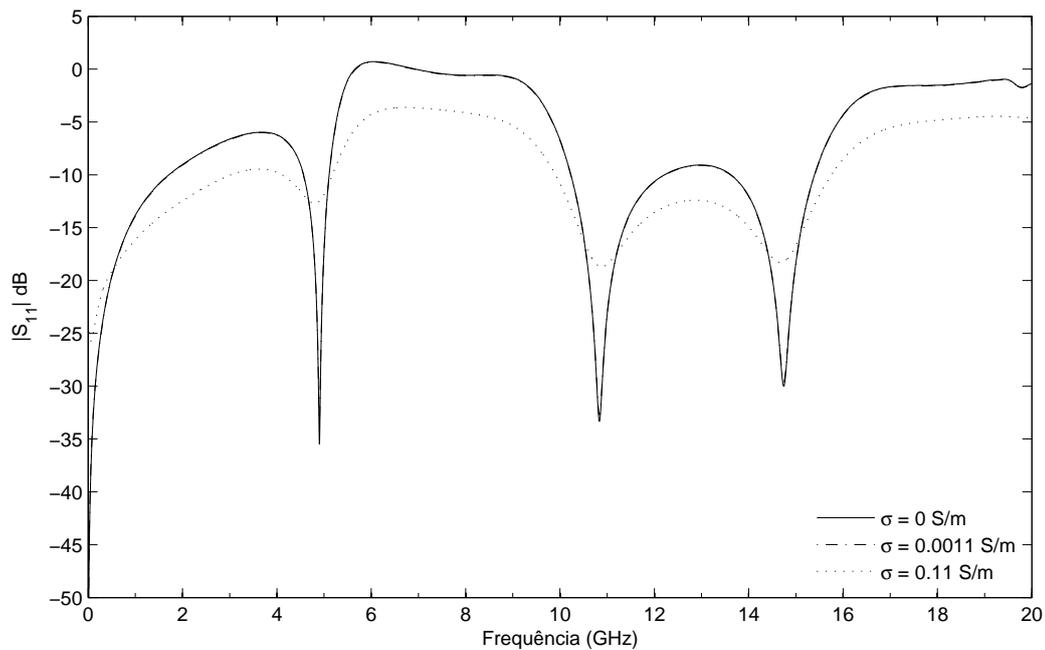


Figura 4.25: Módulo do parâmetro de espalhamento -  $|S_{11}|$  - para filtro de microfita

O comportamento dos parâmetros de espalhamento analisados é pouco alterado com o aumento acentuado das perdas quando comparado com o caso anterior. Essa característica reside no fato de que as propriedades do circuito dependem do comprimento elétrico da estrutura retangular que faz a interface entre as duas portas. Esse comprimento não tem alteração significativa quando da adição de perda no substrato. Por esse motivo as alterações mais aparentes mostram os vales do gráfico mais rasos e menos definidos, com pouca alteração na frequência dos mesmos. Em outras palavras, existe uma alteração na seletividade do filtro, parâmetro altamente importante em projetos de circuitos dessa natureza.

Para se conseguir contemplar uma comparação evidente entre esse método e os resultados da referência [21] apresentam-se os gráficos da mesma para o presente caso (Figura 4.27). São explícitas as concordâncias entre ambos. Ressaltam-se, entretanto, as diferenças entre a concepção dos métodos como anteriormente citado e o aumento de área útil do WP-PML utilizado fazendo uso de apenas 5 células para terminar o domínio.

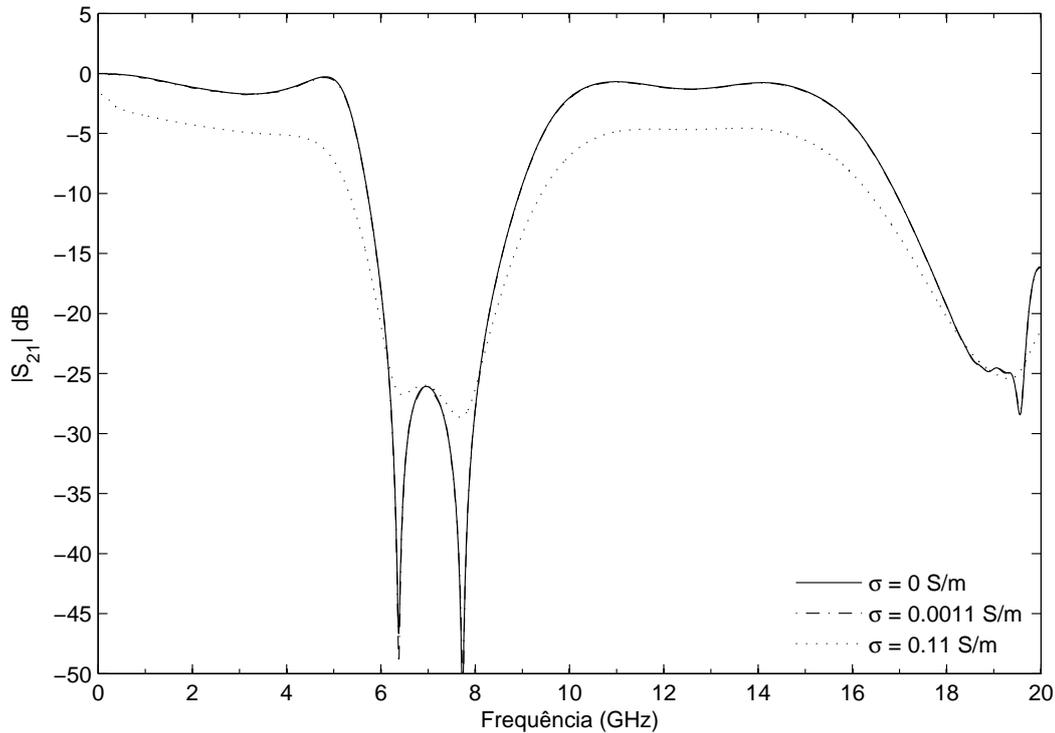


Figura 4.26: Módulo do parâmetro de espalhamento -  $|S_{21}|$  - para filtro de microfita

A resposta impulsional do sistema foi analisada utilizando-se os mesmos valores de perdas no substrato. Os gráficos das Figuras 4.28 e 4.29 apresentam as respostas obtidas. As respostas dos casos sem perdas e com poucas perdas são, novamente, indistinguíveis. Há, também nesse caso, expressiva atenuação dos sinais quando a tangente de perdas é aumentada em duas ordens de grandeza.

Na análise dos dois gráficos correspondentes às respostas impulsionais fica evidente pelo perfil no início da resposta a característica de cada uma delas. O parâmetro  $S_{11}$ , que representa as reflexões do circuito, apresenta um alto valor de onda refletida. Já  $S_{21}$ , que representa a transmissão do sinal, apresenta picos iniciais positivos. Como era de se esperar, para uma excitação impulsional ambas as respostas têm caráter continuamente atenuado, com a diminuição da amplitude das oscilações.

A Figura 4.30 apresenta o módulo dos parâmetros de espalhamento para o filtro obtido por meio da aplicação da equação (4.13). Novamente observa-se uma concordância entre os resultados, como esperado. Chama-se a atenção do leitor para o fato de que essa metodologia apresenta uma menor complexidade computacional do que aquela apresentada anteriormente onde duas transformadas de Fourier são utilizadas, sendo uma para o sinal

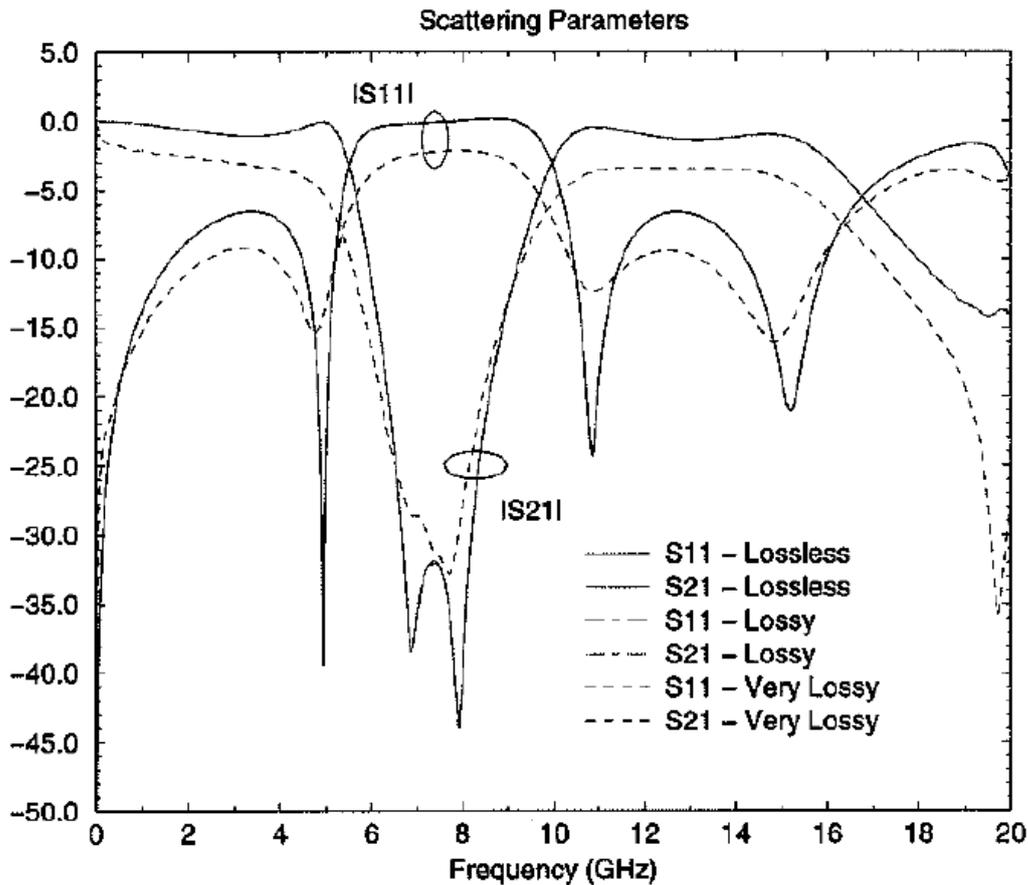
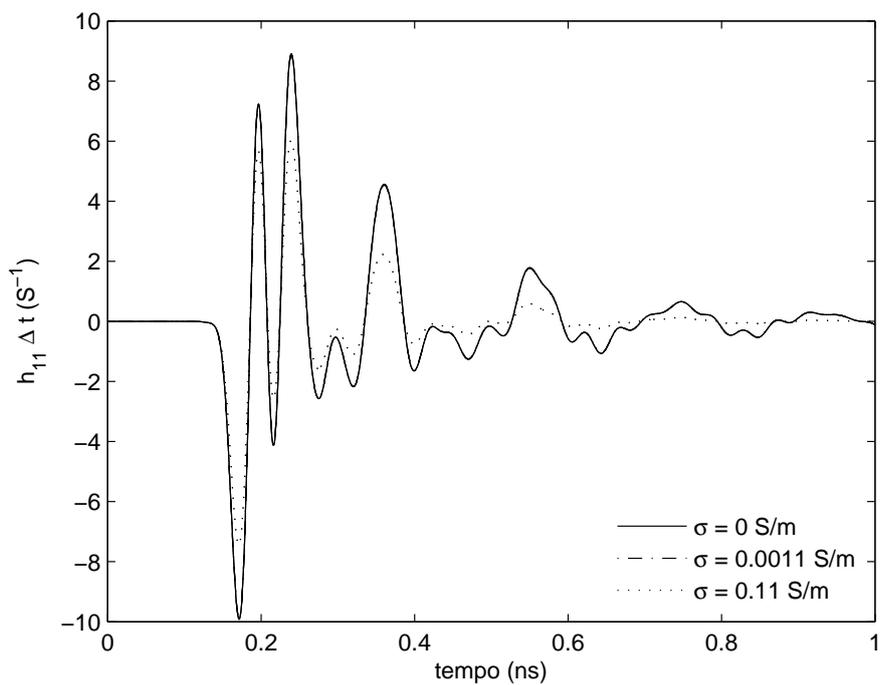
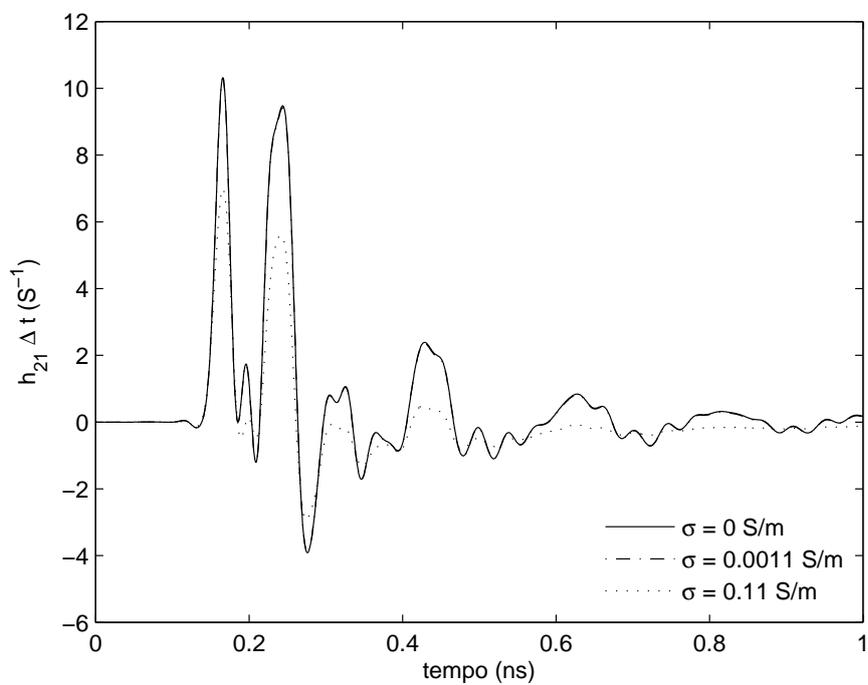


Figura 4.27: Módulo dos parâmetros de espalhamento para filtro de microfita - referência [21]

de referência de entrada e outra para o sinal de referência da saída.

O filtro de microfita tem caráter pouco ressonante e a técnica FDTD também aplica-se bem. Assim como no caso anterior um pequeno deslocamento na porta de entrada do sinal não afetou os resultados das simulações quando comparados com resultados de medidas apresentados na literatura [21]. Essa estrutura possui características específicas para a resposta impulsional de cada uma das portas ficando explícitas as propriedades de transmissão e reflexão de cada uma. A utilização da análise em frequência em conjunto com a análise temporal pode ser um facilitador para o projeto dessas estruturas e também para casos mais complexos envolvendo sequência de estruturas similares.

Figura 4.28: Resposta impulsional do filtro de microfita -  $h_{11} * \Delta t$ Figura 4.29: Resposta impulsional do filtro de microfita -  $h_{21} * \Delta t$

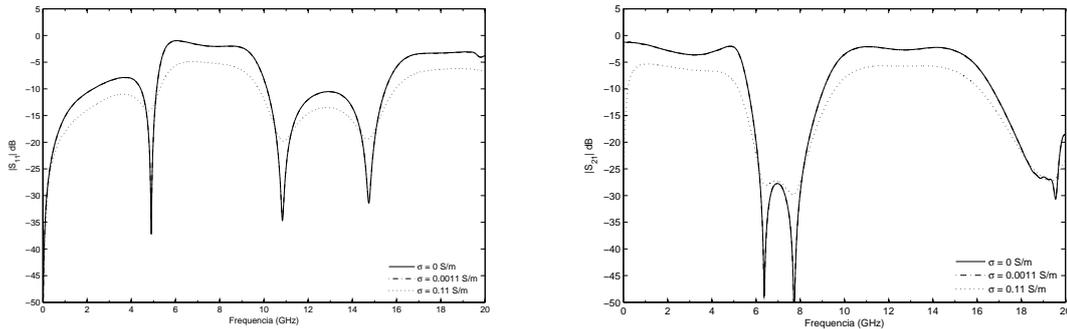


Figura 4.30: Módulo dos parâmetros de espalhamento para o filtro de microfita a partir da resposta impulsional

## 4.7 Acoplador de microfita

Acopladores têm um papel fundamental na inserção e extração de sinal de circuitos. O projeto eficiente desses dispositivos permite menor perda de energia nos processos de inserção e extração de sinais por desacoplamento de modos.

A geometria do acoplador de microfita a ser analisado, bem como suas dimensões são mostradas na Figura 4.31. O circuito foi analisado utilizando-se os seguintes parâmetros de discretização:  $\Delta x = 0,406\text{mm}$ ,  $\Delta y = 0,406\text{mm}$  e  $\Delta z = 0,265\text{mm}$  com passo de tempo  $\Delta t = 0,447\text{ps}$  respeitando o critério de Courant. O pulso Gaussiano é o mesmo utilizado anteriormente com parâmetros  $T = 15\text{ps}$  e  $t_0 = 3T$ .

De forma a respeitar o tamanho da grade utilizada o braço perpendicular não foi posicionado tão distante do plano de excitação, sendo posicionado a 33 células de distância deste ( $33\Delta y$ ). As medidas de referência de campo elétrico para estudo de matriz de espalhamento foram realizadas a uma distância de 8 células do início de cada um desses braços. Sendo a estrutura simétrica a excitação pode ser feita em qualquer das portas sem prejuízo para os resultados. Há, no entanto, uma diferenciação nas saídas das portas adjacentes e por esse motivo a numeração apresentada na Figura 4.31 é respeitada levando-se em conta que a excitação é realizada na porta 1. Esse circuito foi analisado empregando-se 4000 passos temporais até que os campos atingissem valores próximos a zero.

A distribuição espacial do campo elétrico abaixo do plano da interface é apresentada na Figura 4.24 para os primeiros instantes de propagação do campo. Observa-se também nesse caso a validade do já exposto nos casos anteriores quanto a campos mais intensos nas bordas das fitas. Apesar de não ser tão intuitivo nesse caso como nos anteriores, observam-se reflexões devido às descontinuidades da fita. A energia contida no pulso excitado é também distribuída por toda estrutura passando por cada um dos braços

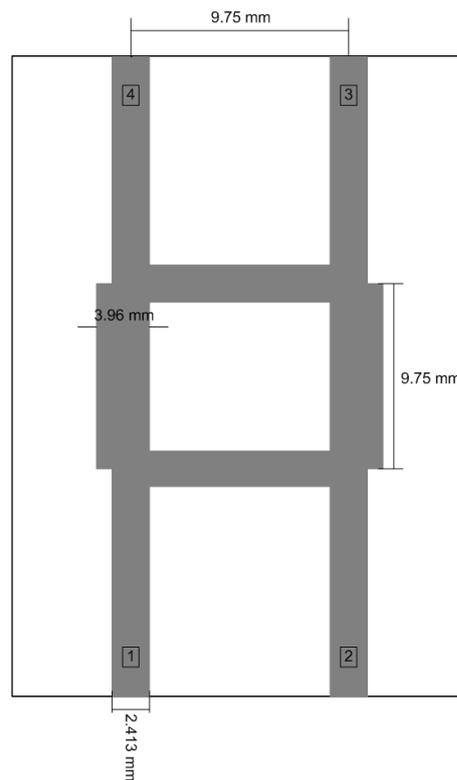


Figura 4.31: Plano de interface do acoplador de microfita - metalização representada pela parte escura

chegando a todas as portas. Devido ao tempo e distância de propagação o pulso deverá atingir cada uma das portas em tempos distintos como pode ser observado na mesma figura.

A matriz de espalhamento tem dimensão  $4 \times 4$ , mas pela simetria em 2 eixos do circuito é necessário definir apenas  $S_{11}$ ,  $S_{21}$ ,  $S_{31}$  e  $S_{41}$ , cujos módulos são apresentados na Figura 4.33 para o caso sem perdas e na Figura 4.34 para o caso com altas perdas. Não são apresentados gráficos para o caso com baixas perdas já que os mesmos são indistinguíveis do caso sem perdas. Os resultados apresentados foram obtidos pela aplicação da definição 4.4 nos sinais obtidos com o algoritmo expresso no conjunto 2.12.

Nota-se que a energia eletromagnética proveniente da porta 1 é dividida, porém distribuída equalitariamente para as portas 3 e 4 em apenas uma frequência. Essa frequência é referente ao ponto de cruzamento entre os parâmetros  $S_{31}$  e  $S_{41}$ . Idealmente esse ponto de cruzamento ocorre a  $-3\text{dB}$  do máximo de cada parâmetro [21].

Para o caso de altas perdas no substrato, os valores dos gráficos ficam mais rasos e portanto menos definidos. Uma pequena alteração nas frequências de ressonâncias é aparente além da pequena alteração no ponto de cruzamento entre os parâmetros das

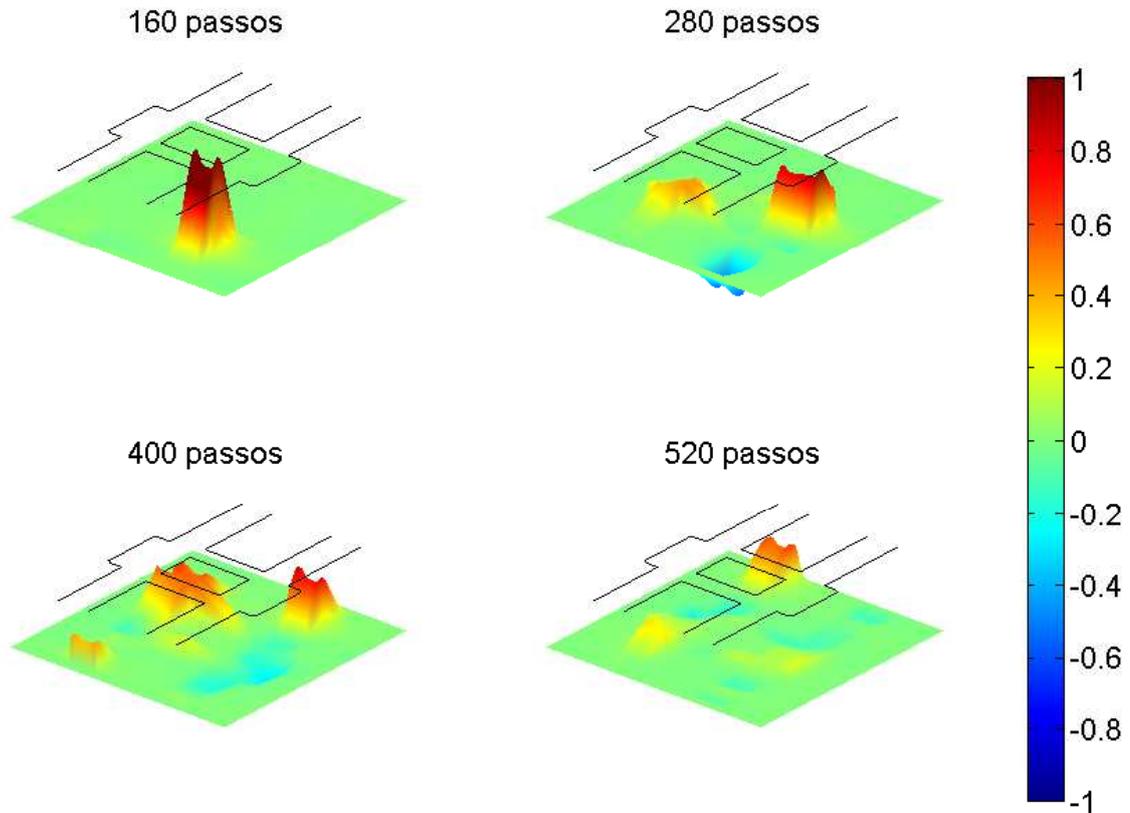


Figura 4.32: Distribuição do campo  $E_z$  abaixo do plano de interface - instantes distintos

portas 3 e 4. Em toda a faixa do espectro é também observada pequena atenuação nos gráficos.

Novamente explicita-se uma comparação com a referência [21] apresentando-se os gráficos da mesma, para o presente caso de estudo (Figura 4.35). As concordâncias devem novamente ser evidenciadas ressaltando-se as diferenças entre a concepção dos métodos, como já citado.

A resposta impulsional do sistema foi determinada utilizando-se ambos os tipos de substrato (sem perdas e com altas perdas). Os gráficos da Figura 4.36 apresentam as respostas obtidas para cada uma das portas em ambos os casos. Em todos os casos nota-se atenuação dos sinais quando a tangente de perdas é aumentada. Na análise dos gráficos fica novamente evidente pelo perfil no início da resposta a característica de cada uma das portas. A porta 1 apresenta um alto valor de onda refletida com pulso invertido. Já as portas 2, 3 e 4 apresentam picos iniciais positivos. Ressalta-se com isso que a inserção do sinal foi feita na porta 1 sendo transmitido para as outras portas. A excitação impulsional

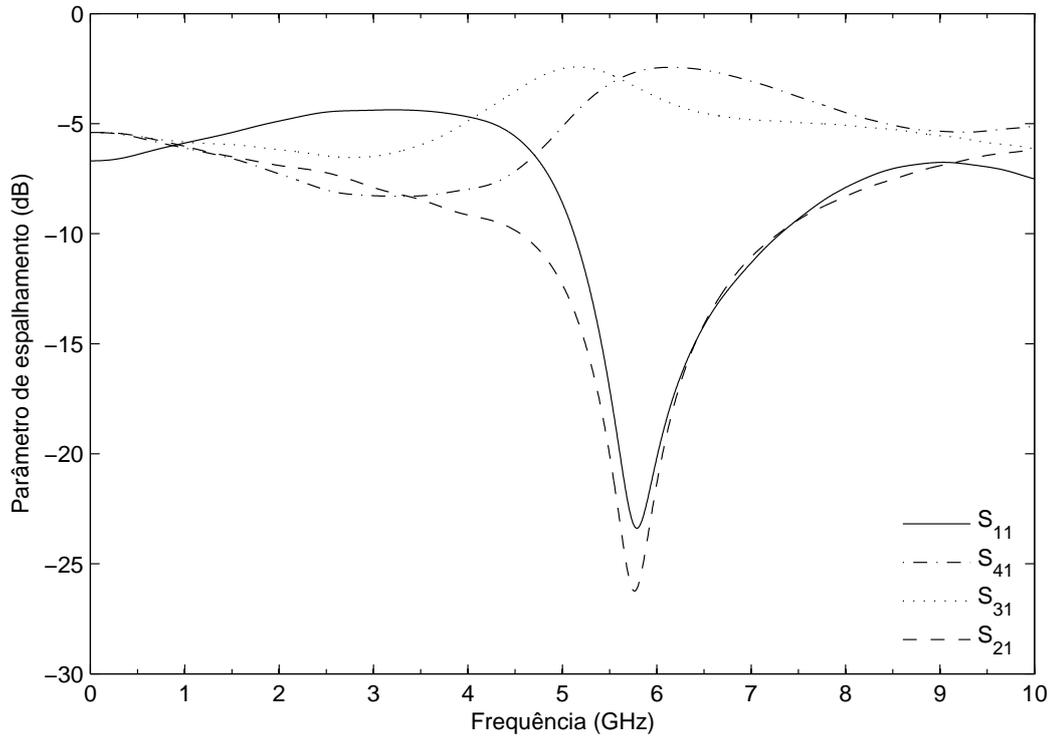


Figura 4.33: Módulo dos parâmetros de espalhamento para acoplador de microfita sem perdas apresenta novamente respostas com diminuição da amplitude das oscilações ao longo do tempo.

Acopladores de microfita tem como utilização básica a divisão de potência proveniente das portas 1 e 2 para as portas 3 e 4, porém através das análises notou-se que esse fato ocorre de forma equilibrada somente para uma frequência. Esse fato ocorre para a frequência na qual a distância entre a intersecção dos centros das microfita que compoem o quadrado central é igual a um quarto do comprimento de onda [17]. Essa distribuição de energia pode apresentar também um atraso de aproximadamente  $90^\circ$  na fase entre os sinais  $S_{31}$  e  $S_{41}$  na frequência do nulo de  $S_{11}$ . Essas características podem ser observadas nos gráficos apresentados mostrando a validade do modelo FDTD para o caso do acoplador de microfita.

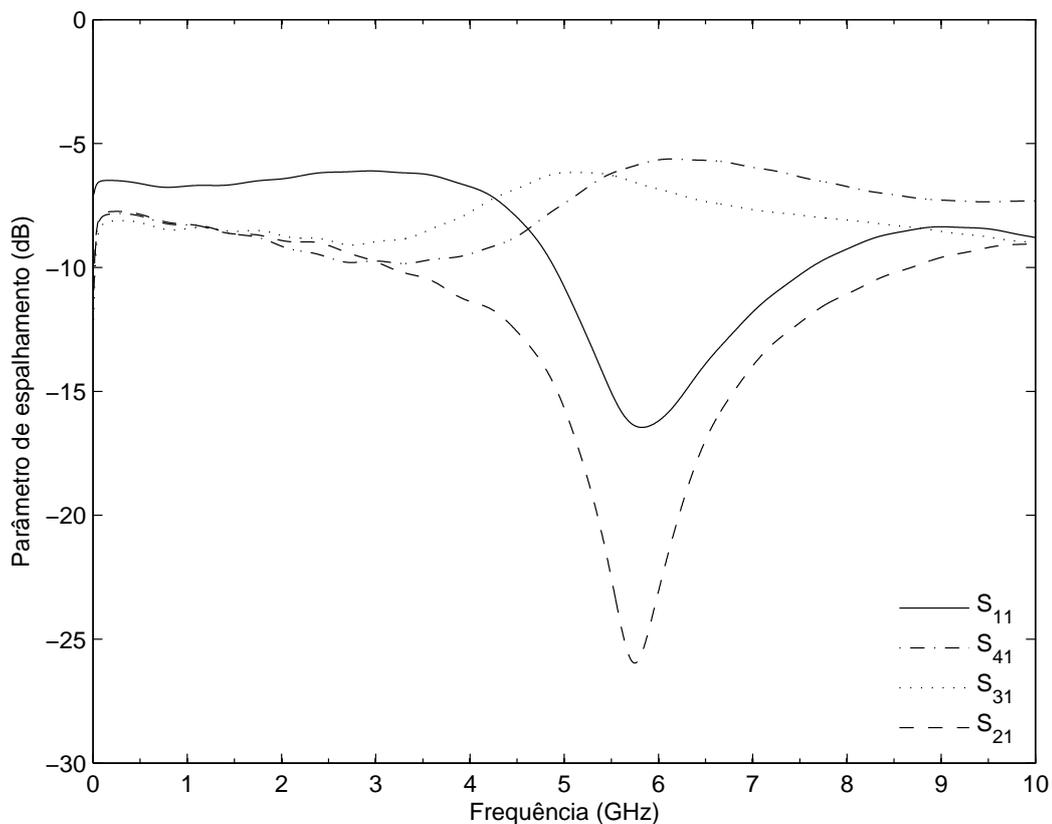


Figura 4.34: Módulo dos parâmetros de espalhamento para acoplador de microfita com perdas

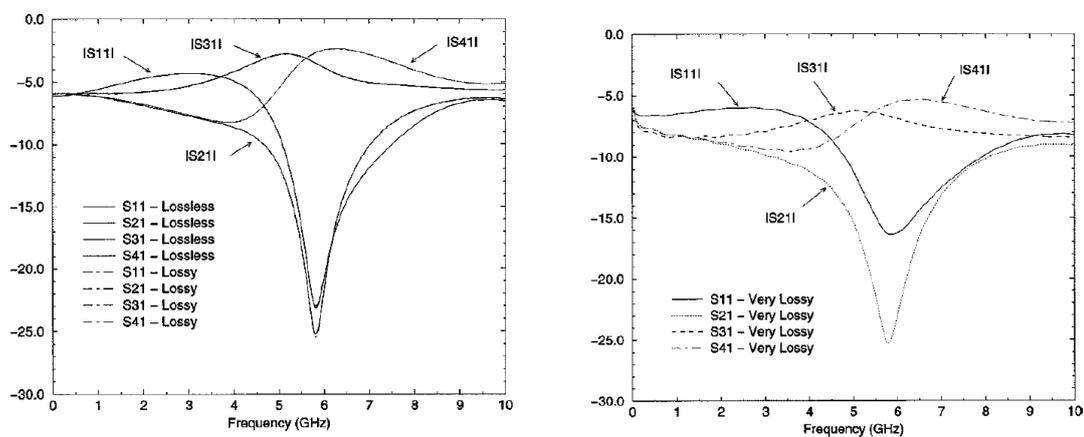


Figura 4.35: Módulo dos parâmetros de espalhamento para acoplador de microfita - (e) sem perdas (d) com perdas - referência [21]

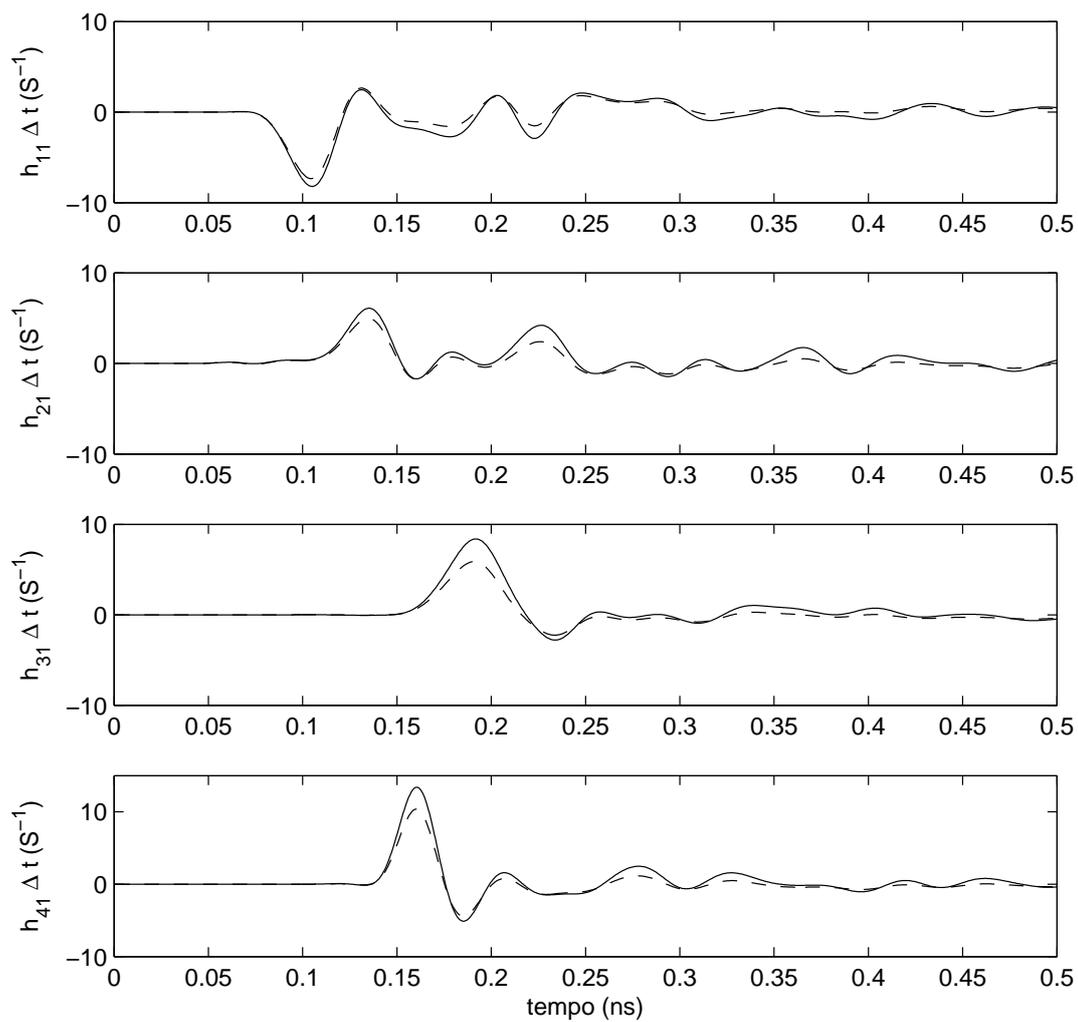


Figura 4.36: Plano de excitação para estrutura microfita

## 4.8 Conclusões parciais

A construção de um ambiente para a análise dos problemas de microfita é interessante já que as análises podem ser múltiplas. Análises do tipo matriz de espalhamento e resposta impulsional do sistema podem construir uma figura de mérito das estruturas a serem analisadas.

Uma preocupação inerente de simulações da natureza do FDTD é o tratamento dos itens de excitação e de contorno da estrutura. A escolha de um sinal de excitação Gaussiano juntamente com WP-PML mostrou ser bastante interessante para os objetivos propostos.

Analisando inicialmente a estrutura básica dos circuitos de microfita, a fita planar, verificou-se qualitativamente o confinamento da energia do campo magnético no volume do substrato abaixo da fita. Esse confinamento, no entanto, transcende os limites da estrutura definida para o plano de interface. A extrapolação desses limites pela energia permite o acoplamento entre estruturas que não tenham contato entre as fitas do plano de interface como é o caso do filtro de acoplamento lateral.

A estrutura da fita planar é parte integrante das estruturas de microfita conhecidas. Tais estruturas devem utilizar composição dessa fita com outras geometrias para a formação de circuitos mais complexos. A correta interpretação da interação entre esses diferentes elementos de circuito deve ser buscada nos projetos complexos.

A partir da fita simples planar foram analisadas outras estruturas de microfita nesse capítulo tanto no domínio da frequência quanto no domínio do tempo. As respostas na frequência foram simuladas e observadas pelos parâmetros de espalhamento de cada uma das estruturas utilizando-se para isso uma excitação de alta resolução espectral e a transformada de Fourier.

As respostas temporais foram estudadas do ponto de vista da resposta impulsional dos circuitos, utilizando para isso a técnica de deconvolução por expansão modal. Essa análise permite aumentar a resolução espectral da resposta já obtida. O perfil de resposta permite a posterior análise do circuito para diferentes tipos de sinais de entrada se forem utilizados os conceitos de convolução de sinais. Além disso uma rápida análise qualitativa dessas respostas permite avaliar o comportamento perante as discontinuidades dos circuitos.

Ambas as análises mostraram pouca influência entre as simulações realizadas para meios dielétricos sem perdas e com baixas perdas. Isso demonstra a viabilidade de tratar esses casos como sem perdas sem onerar os resultados obtidos, bem como a consistência da escolha do meio dielétrico realizada por engenheiros para utilização no substrato.

O código computacional implementado mostrou-se eficiente para utilização nesses casos, apresentando um tempo computacional da ordem de dez vezes menor do que aqueles apresentados em [17] devido ao crescimento da capacidade computacional ocorrido durante esse tempo. Essa diferença comprova que o aumento da capacidade computacional obtido nos últimos anos tem grande impacto nas análises que podem ser feitas com a técnica FDTD e levam a maior utilização da mesma em uma vasta gama de aplicações distintas.

# Capítulo 5

## Conclusão

“A work is never completed except by some accident such as weariness, satisfaction, the need to deliver, or death: for, in relation to who or what is making it, it can only be one stage in a series of inner transformations.”

Paul Valéry

O projeto de sistemas complexos de microondas tem sido cada vez mais difundido devido a aplicação intensa desse tipo de estrutura em circuitos de alta velocidade. Para tanto comumente são empregadas técnicas de segmentação visando diminuir a complexidade dos mesmos estudando de forma separada as descontinuidades do circuito. No entanto, a utilização desse conceito leva à necessidade da correta interpretação de cada uma das partes.

Nesse contexto a técnica FDTD tem se apresentado com destaque frente a outros métodos. Com habilidade para tratar problemas de geometria complexa e que envolvem diferentes materiais a técnica permite análises no domínio temporal, que posteriormente podem levar a uma correta interpretação do comportamento no domínio da frequência.

O trabalho apresentado contextualizou a aplicação da técnica junto a circuitos de microfita apresentando descontinuidades. Mostrou-se a relevante preocupação na determinação do efeito das perdas em circuitos desse tipo bem como de condições de contorno que permitam avaliar esse efeito. A seguir são apresentados os comentários finais do trabalho e posteriormente propostas para trabalhos futuros.

### 5.1 Comentários Finais

Os resultados aqui apresentados se mostraram coerentes com os resultados apresentados na literatura. Os mesmos respaldam o correto funcionamento tanto do algoritmo quanto

das técnicas utilizadas para o cálculo de cada um dos parâmetros analisados.

A construção de um algoritmo FDTD de forma gradual, no que diz respeito a complexidade, foi fator essencial para obtenção dos resultados coerentes. Esse tipo de abordagem permitiu a correta implementação tanto da técnica FDTD quanto das novas condições de contorno para meios com perdas.

Nesse sentido, o comportamento das condições de contorno do tipo WP-PML pôde ser analisado no ambiente FDTD. Essa técnica permitiu uma correta avaliação do impacto das perdas no substrato na performance dos circuitos, tanto no domínio temporal quanto no domínio da frequência. Além disso, por ser baseada em uma formulação bem sedimentada, a mesma permite uma correta interpretação física do seu perfil de absorção ao contrário da já difundida PML de campos separados.

No que diz respeito ao tempo de simulação apresentado pela técnica WP-PML, pode-se dizer que este é bem maior do que aquele apresentado pela técnica de condição de contorno de Mür, e é pouco maior do que o apresentado pela aplicação da técnica UPML. Todas as técnicas foram implementadas mostrando-se eficientes para os casos sem perdas, mas apenas a WP-PML pode ser utilizada para meios com altas perdas. Deve haver portanto uma análise crítica do usuário a respeito de qual delas lhe será de melhor custo-benefício e que portanto deverá utilizar.

Nos casos estudados foi possível manter sob controle a dispersão numérica utilizando-se o fator de Courant de forma eficiente. Nesse sentido as respostas apresentadas tiveram um correto controle com relação a estabilidade.

Todas as técnicas apresentadas se mostraram de simples implementação computacional e com resultados de fácil interpretação. Porém, a obtenção das equações de diferenças finitas para cada um dos modelos se mostrou um processo trabalhoso do ponto de vista analítico com expressões matemáticas bastante extensas.

Cabe ressaltar finalmente a versatilidade do algoritmo de FDTD implementado, tanto do ponto de vista das análises de casos diferentes quanto com relação a modularidade da solução desenvolvida. Os arquivos utilizados como entrada para o programa permitem uma troca fácil do perfil da fita condutora do plano de interface bem como dos parâmetros de cada um dos meios envolvidos. Além disso, a inclusão de novas fontes e novos pontos de medidas diferentes dos utilizados é de fácil implementação.

## 5.2 Proposta de trabalhos futuros

Observa-se que há um esforço bastante significativo nos trabalhos referentes tanto à técnica de FDTD quanto relativos à análise de circuitos de microfita para aplicações em dispositivos microondas de alta velocidade. Isso torna vasta a gama de aplicações da técnica apresentada bem como de futuros trabalhos com base nos casos aqui estudados. Por esse motivo são sugeridas nesta seção propostas de continuidade para o mesmo acreditando na base já formulada.

- Aplicação de algoritmos de refinamento da grade na intenção de modelar de forma eficiente as descontinuidades com vistas a diminuir o tempo de processamento de cada caso;
- Utilização do algoritmo já criado em rotina de otimização, que eventualmente utilize lógica de redes neurais, para o projeto iterativo de circuitos a partir de uma definição de comportamento no domínio da frequência ou mesmo no domínio temporal;
- Adequação da rotina apresentada para grades cilíndricas e esféricas para contemplar outros tipos de circuitos microfita mais adequados a esses domínios;
- Aplicação do algoritmo em estruturas que sejam totalmente circundadas por condutores elétricos perfeitos, caso de circuitos que operam dentro de paredes de guias de onda, sem a necessidade de condições de contorno;
- Estudo do comportamento da técnica de condição de contorno WP-PML referente às técnicas tradicionais no que diz respeito ao nível das reflexões indesejadas na intenção de determinar os melhores parâmetros para o perfil de absorção;
- Comparação das respostas numéricas das análises no domínio da frequência para condições de contorno do tipo WP-PML e Mür para meios sem perdas;
- Utilização do código computacional desenvolvido para a interpretação dos perfis de impedância de circuitos microfita comparando com resultados apresentados na literatura e equacionamento empírico.

# Referências Bibliográficas

- [1] GRIEG, D. D.; ENGELMAN, H. F. Microstrip - a new transmission technique for the kilomegacycle range. *Proceedings of the IRE*, v. 40, p. 1644–1650, 1952.
- [2] ZHANG, X.; MEI, K. K. Time-domain finite difference approach to the calculation of the frequency-dependent characteristics of microstrip discontinuities. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech*, v. 36, p. 1775–1787, December 1988.
- [3] KOMPA, G.; MEHRAN, R. Planar waveguide model for calculating microstrip components. *Electron. Lett.*, v. 11, p. 459–460, 1975.
- [4] MENZEL, W.; WOLFF, I. A method for calculating the frequency dependent properties of microstrip discontinuities. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, v. 25, p. 107–112, 1977.
- [5] JAMES, J. R.; HENDERSON, A. High-frequency behavior of microstrip open-circuit terminations. *IEEE Microwave Optic. Acoust.*, v. 3, p. 205–211, 1979.
- [6] JANSEN, R. H. The spectral domain approach for microwave integrated circuits. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, v. 33, p. 1043–1056, 1985.
- [7] FILHO, O. M. C. P.; SILVA, L. C. da; REGO, C. G. do. Current modeling of microstrip filters. *Microwave Optical Tech. Lett.*, v. 48, p. 183–187, January 2006.
- [8] YEE, K. S. Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equation in isotropic media. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-14, p. 302–307, May 1966.
- [9] TAFLOVE, A.; HAGNESS, S. C. *Computational electrodynamics: the Finite Difference Time Domain Method*. second. [S.l.]: Artech House, 2000.

- [10] SHLAGER, K. L.; SCHENEIDER, J. B. A selective survey of the finite-difference time-domain literature. *IEEE Antenna and Propagation Magazine*, v. 37, p. 39–56, 1995.
- [11] [HTTP://ISIWEBOFKNOWLEDGE.COM](http://isiwebofknowledge.com).
- [12] TAFLOVE, A.; BRODWIN, M. E. Numerical solution of steady-state electromagnetic scattering problems using the time-dependent maxwell's equations. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech*, v. 23, p. 623–630, 1975.
- [13] TAFLOVE, A. Application of the finite-difference time-domain method to sinusoidal steady-state electromagnetic penetration problem. *IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility*, v. 22, p. 191–202, 1980.
- [14] MUR, G. Absorbing boundary conditions for the finite difference approximation of the time domain electromagnetic field equations. *IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility*, v. 23, p. 377–382, 1981.
- [15] CHOI, D. H.; HOEFER, W. J. The finite-difference time-domain method and its application to eigenvalue problems. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech*, v. 34, p. 1464–1470, 1986.
- [16] MOORE, T. G. et al. Theory and application of radiation boundary operators. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, v. 36, p. 1797–1811, 1988.
- [17] SHEEN, D. M.; ALI, S. M. Application of the three-dimensional finite-difference time-domain method to the analysis of planar microstrip circuits. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech*, v. 38, p. 849–857, July 1990.
- [18] BERENGER, J.-P. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *J. Computational Physics*, v. 114, p. 185–200, 1994.
- [19] SACKS, Z. S. et al. A perfectly matched anisotropic absorber for use as an absorbing boundary condition. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, v. 43, p. 1460–1463, 1995.
- [20] GEDNEY, S. D. An anisotropic perfectly matched layer absorbing media for the truncation of fdtd lattices. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, v. 44, p. 1630–1639, 1996.
- [21] WITTWER, D. C.; ZIOLKOWSKI, R. W. The effect of dielectric loss in fdtd simulations of microstrip structures. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech*, v. 49, p. 250–262, February 2001.

- [22] FAN, G. X.; LIU, Q. H. A strongly well-posed pml in lossy media. *IEEE Anten. Wirel. Propag. Lett.*, v. 2, p. 97–100, 2003.
- [23] FANG, J.; ZHANG, X.; MEI, K. K. Dispersion characteristics of microstrip lines in the vicinity of a coplanar ground. *Elect. Lett.*, v. 23, p. 1142–1143, 1987.
- [24] FANG, J.; ZHANG, X.; MEI, K. K. Calculations of the dispersive characteristics of microstrips by the time-domain finite difference method. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech*, v. 36, p. 263–267, 1988.
- [25] MOORE, J.; LING, H. Characterization of a 90° microstrip bend with arbitrary miter via time-domain finite difference method. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech*, v. 38, p. 405–410, 1990.
- [26] FEIX, N.; LALANDE, M.; JECKO, B. Harmonical characterization of a microstrip bend via the finite difference time domain method. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech*, v. 40, p. 955–961, 1992.
- [27] RAILTON, C. J.; MCGEEHAN, J. P. An analysis of microstrip with rectangular and trapezoidal conductor cross sections. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech*, v. 38, p. 1017–1022, 1990.
- [28] LIU, Y.; SARRIS, C. D. Efficient modeling of microwave integrated-circuit geometries via a dynamically adaptive mesh refinement - ftdt technique. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech*, v. 54, p. 689–703, 2006.
- [29] BI, Z. et al. A dispersive boundary condition for microstrip component analysis using fd-td method. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech*, v. 40, p. 774–776, 1992.
- [30] BETZ, V.; MITTRA, R. Comparison and evaluation of boundary conditions for the absorption of guided waves in an fdtd simulation. *IEEE Microwave Guided Waves Lett.*, v. 2, p. 499–501, 1992.
- [31] LI, T.; SUI, W.; ZHOU, M. Extending pml absorbing boundary condition to truncate microstrip line in nonuniform 3-d fdtd grid. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech*, v. 47, p. 1771–1776, 1999.
- [32] MARROCCO, G.; BARDATI, F. Time-domain macromodel of planar microwave devices by fdtd and moment expansion. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech*, v. 49, p. 1321–1328, July 2001.

- [33] SCHNEIDER, J. B.; WAGNER, C. L. Fdtd dispersion revisited: faster-than-light propagation. *IEEE Microwave and Guided Wave Lett.*, v. 9, p. 54–56, 1999.
- [34] TAFLOVE, A. Review of the formulation and applications of the finite-difference time-domain method for numerical modeling of electromagnetic wave interactions with arbitrary structures. *Wave Motion*, v. 10, p. 547–582, 1988.
- [35] KIM, L. S.; HOEFER, W. J. R. Numerical dispersion characteristics and stability factor for the fdtd method. *Electronics Letters*, v. 26, p. 485–487, 1990.
- [36] CHOI, D. H. A comparison of the dispersion characteristics associated with the tlm and fdtd methods. *International Journal of Numerical Modelling*, v. 2, p. 203–214, 1989.
- [37] ENGQUIST, B.; MAJDA, A. Absorbing boundary conditions for numerical simulation of waves. *Mathematics of Computation*, v. 31, p. 629–651, 1977.
- [38] TREFETHEN, L. N.; HALPERN, L. Well-posedness of the one-way wave equations and absorbing boundary conditions. *Mathematics of Coputation*, v. 47, p. 421–435, 1986.
- [39] CHEW, W. C.; H.WEEDON, W. A 3d perfectly matched medium from modified maxwell's equations with stretched coordinates. *Microwave Opt. Technol. Lett.*, v. 7, p. 599–604, 1994.
- [40] BERENGER, J.-P. Three-dimensional perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *J. Computational Physics*, v. 127, p. 363–379, 1996.
- [41] MITTRA, R.; PEKEL, . A new look at the perfectly matched layer (pml) concept for the reflectionless absorption of electromagnetic waves. *IEEE Microwave and Guided Wave Lett.*, v. 5, p. 84–87, 1995.
- [42] HAYKIN, S.; VEEN, B. V. *Sinais e Sistemas*. [S.l.]: Bookman, 2001.
- [43] MARROCCO, G.; BARDATI, F. Fdtd computational of a microwave device impulse response. *Eletron. Lett.*, v. 35, no.3, p. 223–224, 1999.
- [44] BALANIS, C. A. *Antenna theory*. second. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1982.