

**MODELAGEM E MINIMIZAÇÃO DO CONSUMO DE  
COMBUSTÍVEL PARA ROTAS DE COLETA DE LIXO**

REINALDO DE SOUZA XAVIER

**MODELAGEM E MINIMIZAÇÃO DO CONSUMO DE  
COMBUSTÍVEL PARA ROTAS DE COLETA DE LIXO**

Proposta de dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

ORIENTADOR: DR. ADRIANO CHAVES LISBOA  
CO-ORIENTADOR: PROF. RODNEY REZENDE SALDANHA  
CO-ORIENTADOR: DR. DOUGLAS ALEXANDRE GOMES VIEIRA

Belo Horizonte

Abril de 2010





# Agradecimentos

- Agradeço, em primeiro lugar, ao nosso bom Pai, por nos ter conduzido ao lugar onde agora estamos.
- Ao nosso mestre e ex-aluno dos bons tempos do São José, Walmir de Matos Caminha, por onde tudo começou.
- Ao orientador Adriano Chaves Lisboa, pela força, entusiasmo e imenso apoio em todos os momentos de desenvolvimento do trabalho, pela prontidão e apoio em esclarecer minhas dúvidas
- Aos co-orientadores Douglas A. G. Vieira e Rodney Rezende Saldanha que se mostraram sempre solícitos durante todo o tempo e foram determinantes no desenvolvimento do trabalho. A eles minha eterna gratidão
- A Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), especialmente ao Centro de Pesquisa e Desenvolvimento em Engenharia Elétrica (CPDEE), pelo aprendizado obtido durante todo este tempo
- Aos professores, Walmir, Lynnier, Rodney, João, Braga, e Déia com quem tive oportunidade de muito aprender nas disciplinas que com eles cursei
- Aos membros da banca examinadora, pela presença e pelo interesse em meu trabalho.
- Aos meus filhos, pelo apoio e incentivo constantes. Pelas caronas do meu filho Yure para chegar às aulas na hora certa.
- Aos amigos e colegas de curso, em especial, ao Élice e ao Claudio pela amizade sincera que nasceu desta convivência.
- Ao professor Nilton da Faculdades Santo Agostinho pela força que me deu nos momentos iniciais.
- À Joana, pelas mensagens enviadas, pelos telefonemas nas horas mais certas, pela sua paixão para as coisas belas da vida, pelo carinho e pelo amor para comigo, tornando tudo mais prazeroso, divertido e feliz;

*“A ciência sem a fé conduz à dúvida; a fé sem a ciência conduz à superstição. As duas reunidas dão a certeza, e para uni-las não se deve jamais confundi-las.”*

(Eliphas Lévi)

# Resumo

A coleta de lixo consiste de um veículo e de um conjunto de empregados que devem atender às demandas existentes nos segmentos de ruas, respeitando-se as restrições existentes. O atendimento deve ser feito reduzindo-se os custos relativos à coleta de lixo, e tais custos dizem respeito principalmente à minimização do custo de combustível cuja característica não linear dificulta a elaboração de algoritmo eficaz para a sua solução. O propósito desta dissertação é apresentar uma solução de minimização de consumo de combustível, utilizando técnicas de programação linear associadas a métodos heurísticos. O modelo é validado em um conjunto de problemas-teste no decorrer do seu desenvolvimento e, em seguida, aplicado em um dos dezoito distritos da área urbana de Montes Claros - Minas Gerais, permitindo uma comparação dos valores obtidos com aqueles atualmente praticados. Foi obtida uma redução de 5% no consumo de combustível que é um valor bastante significativo, haja vista que os gastos com os serviços de limpeza urbana representam 15% do custeio total do município.

# Abstract

The waste collection consists of a vehicle and a set of workers that should collect the demand identified in the edges, considering the existing constraints. The attendance should be made reducing the garbage collecting costs, and such costs refer mainly to the fuel consumption whose nonlinearity characteristic embarrasses the formulation of algorithms that can solve the problem. The purpose of this work is to present a solution to the fuel consumption minimization, using linear programming model joined with heuristic methods. The model is authenticated in a set of problems during the development of the model and after that it is tested in the garbage collection in one urban district of Montes Claros - Minas Gerais, allowing a comparison between both of the values. It was perceived a reduction of 5% in the fuel consumption when both of the cases are compared. This percentage is expressive, considering that urban cleanness services are responsible for 15% of the costs of the municipality.

# Lista de Figuras

2.1	Pontes de <i>Königsberg</i> e a formação do grafo . . . . .	15
2.2	Mapa de ruas (esquerda) e respectiva representação em grafo (direita). . . . .	17
2.3	Grafos Euleriano (a) e semi-Euleriano (b). . . . .	18
2.4	Circuitos $C_1$ e $C_2$ . . . . .	19
2.5	Grafo não-direcionado de um problema do carteiro chinês. . . . .	21
2.6	Grafo completo dos vértices de grau ímpar. . . . .	21
2.7	Grafo Euleriano ótimo. . . . .	22
3.1	Grafo representativo de um problema da coleta de lixo. . . . .	27
3.2	Solução <b>CARP</b> para o problema da coleta de lixo. . . . .	27
3.3	Grafo exemplo. . . . .	29
3.4	Primeira subrota . . . . .	31
3.5	Segunda subrota . . . . .	31
4.1	Distrito Maracanã. . . . .	35
4.2	Representação do bairro Maracanã como um grafo. . . . .	36
4.3	Distrito Maracanã: Primeira subrota coleta atual . . . . .	43
4.4	Distrito Maracanã: segunda subrota coleta atual . . . . .	44
4.5	Distrito Maracanã: solução do problema do carteiro chinês. . . . .	46
4.6	Distrito Maracanã: primeira subrota do modelo proposto . . . . .	48
4.7	Distrito Maracanã: segunda subrota do modelo proposto . . . . .	49
4.8	Distrito Maracanã: caminho mínimo obtido . . . . .	50
4.9	Gráfico de consumo . . . . .	51
B.1	Grafo Euleriano. . . . .	67
B.2	Evolução do algoritmo de Fleury. . . . .	68
C.1	Método dos mínimos quadrados. . . . .	69

# Lista de Tabelas

4.1	Definição das arestas . . . . .	37
4.2	Valores de custo $c_i(m)$ por aresta $i$ . . . . .	39
4.3	Polinômios $w(d) = a_3d^3 + a_2d^2 + a_1d + a_0$ de interpolação de peso $w$ (kg) em função da distância percorrida $d$ (km). . . . .	40
4.4	Definição dos polinômios por via de acesso. . . . .	40
4.5	Valores de demanda $w_i(kg)$ por aresta $i$ . . . . .	41
4.6	Comparação dos resultados. . . . .	51
A.1	Classificação dos resíduos sólidos . . . . .	56
A.2	Características dos resíduos sólidos . . . . .	58

# Sumário

<b>Agradecimentos</b>	<b>v</b>
<b>Resumo</b>	<b>vii</b>
<b>Abstract</b>	<b>viii</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>ix</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>x</b>
<b>Lista de Siglas</b>	<b>1</b>
<b>Lista de Símbolos</b>	<b>3</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>5</b>
1.1 Revisão bibliográfica . . . . .	7
1.2 Objetivos . . . . .	11
1.3 Estrutura do trabalho . . . . .	12
<b>2 Problemas de roteamento em arcos</b>	<b>14</b>
2.1 Histórico dos problemas de roteamento em arcos . . . . .	14
2.2 Conceitos básicos em teoria dos grafos . . . . .	15
2.3 Grafo Euleriano e circuito Euleriano . . . . .	17
2.4 O problema do carteiro chinês . . . . .	19
2.4.1 Não-direcionado . . . . .	19
2.4.1.1 Solução em tempo polinomial . . . . .	20
2.4.2 Direcionado . . . . .	22
2.4.3 Misto . . . . .	22
2.4.4 Relação com o problema de consumo de combustível . . . . .	23
2.5 Problema de roteamento em arcos capacitados . . . . .	23
2.5.1 Misto . . . . .	23
2.5.2 Relação com o problema de consumo de combustível . . . . .	25

<b>3</b>	<b>O consumo de combustível</b>	<b>26</b>
3.1	Por que formulações sem circuitos não são adequadas? . . . . .	26
3.2	Heurística para restrição da guarnição . . . . .	28
3.2.1	Exemplo . . . . .	29
3.3	Modelo do consumo de combustível . . . . .	31
3.4	Minimização do consumo de combustível . . . . .	32
<b>4</b>	<b>Aplicação na coleta de lixo em Montes Claros</b>	<b>34</b>
4.1	Levantamento de dados . . . . .	34
4.1.1	Demanda . . . . .	36
4.1.2	Subrotas de coleta atual . . . . .	38
4.2	Minimização do consumo de combustível . . . . .	42
4.3	Comparação dos resultados . . . . .	51
<b>5</b>	<b>Conclusão e perspectivas futuras</b>	<b>53</b>
<b>A</b>	<b>Resíduos sólidos: conceitos e definições</b>	<b>55</b>
A.1	Resíduos sólidos . . . . .	56
A.1.1	Classificação dos resíduos sólidos . . . . .	56
A.1.2	Características dos resíduos sólidos . . . . .	58
A.1.3	Acondicionamento de resíduos sólidos . . . . .	59
A.1.4	Recipientes para acondicionamento de resíduos domiciliares . . . . .	59
A.1.5	Coleta e transporte dos resíduos sólidos . . . . .	60
A.2	Veículos coletores . . . . .	60
A.3	Destinação final dos resíduos sólidos . . . . .	61
A.4	Formas de administração e custos do serviço de limpeza . . . . .	63
A.4.1	Dimensionamento da coleta domiciliar . . . . .	64
A.5	Definição dos itinerários dos serviços de coleta domiciliar . . . . .	64
	<b>Apêndice B Algoritmo de Fleury</b>	<b>66</b>
	<b>Apêndice C Ajuste polinomial</b>	<b>69</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>71</b>

# Lista de Siglas

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
AME	Rua do América
ARC	Automatic Routing Collection
ARP	Arc Routing Problem
ATE	Rua do Ateneu
ATL	Rua do Atlético
BEV	Rua do Bela Vista
BOT	Rua do Botafogo
BRA	Avenida Brasília
CAA	Rua do Cassimiro de Abreu
CAR	Rua do Canto do Rio
CARP	Capacitated Arc Routing Problem
COM	Rua da Concórdia
COR	Rua do Coríntians
CPP	Chinese Postman Problem
CRU	Rua do Cruzeiro
DCPP	Directed Chinese Postman Problem
DEM	Rua do Democrata
DON	Rua Donana
ESP	Rua da Esperança
FLA	Rua do Flamengo
FLU	Rua do Fluminense
FRA	Rua da Fraternidade
GCPH	Garbage Collection Problem Heuristic
GIS	Geographic Information System
GUA	Rua do Guarani
GVNT	Guided Variable Neighborhood Thresholding

IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
LB	Lower Bounding
MAR	Avenida Marginal
MCARP	Mixed Capacitated Arc Routing Problem
MCPP	Mixer Chinese Postman Problem
MER	Rua do Meridional
NSF	Avenida Nossa Senhora de Fátima
OLA	Rua do Olaria
PAC	Avenida Padre Chico
PAL	Rua do Palmeiras
QUE	Avenida Queluz
SAC	Rua do São Cristóvão
SAN	Rua do Santos
SCOLDSS	Decision Support System for the Planning of Solid Waste Collection
SES	Rua do Sete de Setembro
SOL	Rua da Solidariedade
VAS	Rua do Vasco
VIN	Rua do Vila Nova
VRP	Vehicle Routing Problem
VRPTW	Vehicle Routing Problem with Time Window
UCPP	Undirected Chinese Postman Problem
USEPA	United States Environmental Protection Agency

# Lista de Símbolos

$a_k$	$k$ -ésima aresta orientada de um grafo
$\mathbb{A}$	conjunto de arestas orientadas de um grafo
$b_k$	$k$ -ésima aresta orientada de um grafo aumentado
$\mathbb{B}$	conjunto de arestas $\mathbb{B} = \mathbb{A} \cup \mathbb{E}^+ \cup \mathbb{E}^-$ de um grafo aumentado
$c$	vetor $c \in \mathbb{R}^m$ , $c \geq 0$ , com o custo para se passar em cada aresta
$\delta(\mathbb{S})$	conjunto de arestas incidentes a $\mathbb{S}$
$\delta^+(\mathbb{S})$	conjunto dos arcos chegando em $\mathbb{S}$
$\delta^-(\mathbb{S})$	conjunto dos arcos saindo de $\mathbb{S}$
$e_k$	$k$ -ésima aresta não-orientada de um grafo
$E$	matriz $E \in \{1, \dots, n\}^{m_e \times 2}$ com conectividade de arestas não-direcionadas
$\mathbb{E}$	conjunto de arestas não-orientadas de um grafo
$\mathbb{E}^+$	conjunto de arestas $\mathbb{E}$ de um grafo orientadas em um sentido
$\mathbb{E}^-$	conjunto de arestas $\mathbb{E}$ de um grafo orientadas no sentido contrário ao de $\mathbb{E}^+$
$\mathcal{G}$	grafo definido por vértices $\mathbb{V}$ e arestas ( $\mathbb{E}$ , $\mathbb{A}$ , ou ambas)
$m$	número de arestas de um grafo $m = m_a + m_e$
$m_a$	número de arestas orientadas de um grafo
$m_e$	número de arestas não-orientadas de um grafo
$\mathbb{M}$	emparelhamento (conjunto de arestas sem vértices em comum) em um grafo
$\mathbb{N}$	conjunto dos números naturais $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$
$\mathbb{N}^*$	conjunto dos números naturais sem o zero $\mathbb{N}^* = \{1, 2, \dots\}$
$n$	número de vértices de um grafo
$\mathbb{S}$	subconjunto de vértices de um grafo
$t$	vetor com sequência de vértices de um caminho
$T$	vetor de representação de conectividade de um grafo em árvore
$v_i$	$i$ -ésimo vértice de um grafo
$\mathbb{V}$	conjunto de vértices $\mathbb{V} = \{v_1, \dots, v_n\}$ de um grafo
$w$	vetor $w \in \mathbb{R}^m$ , $w \geq 0$ , com demanda de cada aresta
$W$	capacidade de um veículo



# Capítulo 1

## Introdução

A gerência de coleta de lixo municipal vem recebendo uma atenção crescente devido ao seu impacto financeiro, social e ambiental [Simonetto & Borenstein, 2007]. As autoridades municipais, geralmente responsáveis por todas as atividades de planejamento e execução, vêem-na como um dos maiores problemas operacionais em qualquer cidade. Estas dificuldades são devidas ao custo inerente à sua execução, além dos impactos negativos que provocam no meio ambiente e na qualidade de vida do cidadão.

De uma forma generalizada pode-se descrever um sistema de coleta de lixo da seguinte forma:

1. A localidade é dividida em áreas onde são definidos os dias da semana e os horários em que haverá a coleta de lixo.
2. As frotas de veículos são divididas em turnos e os caminhões utilizados para a coleta são estacionados em um depósito central. Partem deste ponto e se associam com um conjunto de trabalhadores nas áreas da cidade conforme definido no item 1.
3. Os trabalhadores<sup>1</sup> são responsáveis por carregar o caminhão com o material que é depositado pela população ao longo das ruas ou segmentos de via.
4. Cada veículo possui uma capacidade limitada de carga. Desta forma, na chegada em um novo atendimento deve se avaliar a capacidade atual do veículo e podem ocorrer duas situações: o veículo possui capacidade de carregamento do segmento de via seguinte e então o atendimento é feito. Caso contrário, o caminhão deve retornar ao depósito onde se situa também o aterro, ser descarregado e retomar novamente as suas atividades. O aterro, pelas características do material que armazena, situa-se comumente distante da área urbana e o seu acesso é feito utilizando o tráfego em rodovias. O deslocamento do veículo ao aterro é feito somente pelo motorista. Isto se explica pelo fato do veículo não ser preparado para o traslado de pessoas em rodovias, o que torna ilegal esta forma

---

<sup>1</sup>Os trabalhadores responsáveis pela atividade de coleta de resíduos sólidos formam uma guarnição

de transporte. Existindo a necessidade de descarga, a guarnição tem que esperar pelo descarregamento do veículo, o que torna bastante peculiar a solução do problema.

5. Quando a área sob sua responsabilidade é completada, ele retorna ao depósito onde será estacionado para as atividades do próximo turno ou do dia seguinte.

Dentro deste enfoque nota-se que o processo acima citado exige uma movimentação constante, evidenciando uma atividade de transportes como um elemento de fundamental importância dentro do processo, resultando naturalmente em custos para a sua execução. De fato, os serviços urbanos de limpeza absorvem cerca de 15% dos recursos de um orçamento municipal [use, 1999], e os serviços de coleta e transporte de lixo são responsáveis por 75 – 80% deste custo total [Bhat, 1996]. Traduzindo esses percentuais para valores financeiros e considerando uma cidade de porte médio com receita mensal de R\$ 32 milhões, tem-se uma receita anual de R\$ 384 milhões, significando um gasto com serviços de limpeza em torno de R\$ 57,6 milhões anuais ou gastos com coleta e transporte de resíduos sólidos igual a R\$ 46 milhões anuais. Baseado nestes números, pode-se afirmar que um ganho de 5% representa R\$ 2,3 milhões de economia para o município, o que é bastante significativo. Mais detalhes sobre normas e definições referentes ao assunto de resíduos sólidos são encontradas no apêndice A. Desta forma, é propósito deste estudo tratar do desenvolvimento de ferramentas computacionais que sejam capazes de otimizar os custos de coleta e transporte dos resíduos sólidos respeitando as restrições operacionais. Para otimizar os custos, considera-se a variável de controle a rota pela qual o caminhão fará a coleta, configurando-se assim um problema de roteamento.

O termo roteamento pode ser definido como a determinação da melhor sequência em que as vias ou nós podem ser percorridos por veículos, visando o atendimento de demandas por serviço e tendo como objetivo minimizar os custos operacionais, distâncias percorridas, tempo dos trajetos e/ou o consumo de combustível dentre outras. As decisões a serem tomadas irão se referir à definição dos melhores trajetos que devem ser executados através de grafo gerado por uma malha viária.

Os problemas de roteamento apresentam variações. No entanto, é possível reduzi-los de uma maneira geral, em duas formas básicas:

- Problemas de roteamento em nós: os locais de atendimento são representados como pontos específicos em uma rede viária, caracterizados como nós ou vértices e as demandas estão concentradas.
- Problemas de roteamento em arcos: os locais de atendimento são representados de forma contínua ao longo dos segmentos de via, caracterizados como arcos ou arestas e as demandas estão espalhadas ao longo do caminho.

A generalização destes dois casos em um único problema é conhecida como problema de roteamento geral. O problema roteamento em nós consiste em determinar em que sequência os

pontos de demanda dispersos em uma determinada região devem ser visitados por um veículo que parte de um depósito central, realiza suas tarefas e retorna ao ponto de destino. Algumas restrições podem ser consideradas neste caso, como por exemplo, o limite de carregamento do veículo, o tempo máximo da jornada de trabalho dos trabalhadores e as faixas de horários que os clientes devem ser atendidos e que são conhecidas como janelas de tempo.

Os problemas de roteamento em arcos consistem em determinar um percurso de custo mínimo através dos segmentos de uma determinada rede. Este tipo de problema aparece nos serviços de varrição de ruas, serviços de coleta de lixo, entrega de correspondências, jornais e folhetos de publicidade, leitura de medidores de energia elétrica, distribuição de gás, manutenção de aparelhos telefônicos fixos dentre tantos outros. Observa-se que tais serviços apresentam uma grande utilização de mão-de-obra e de equipamentos, significando que um mau planejamento pode trazer resultados danosos sobre os custos operacionais e sobre a qualidade dos serviços prestados aos clientes.

A busca de um percurso mínimo implica, em sua essência, na minimização de custos. Dentro desse contexto, o consumo de combustível constitui em uma importante parcela dos custos totais embutidos na coleta de lixo. O consumo de combustível é uma função da velocidade de operação do veículo (velocidade de coleta, trânsito urbano e em rodovias) e da sua carga (cheio, vazio e carregando). Estas situações devem ser modeladas para se contabilizar qual o consumo total de combustível de uma rota. Isto permitirá conhecer o consumo real nas condições atuais e no modelo a ser desenvolvido. A motivação em analisar o consumo de combustível deve-se ao fato de ser ele a principal parcela controlável dos custos. As suas características são não lineares, o que torna a solução do problema de natureza combinatória não linear.

## 1.1 Revisão bibliográfica

Haja vista que os resíduos a serem coletados se situam ao longo das arestas, e que o veículo deve percorrê-las para atender a toda demanda, fica evidente que o problema a ser resolvido se caracteriza como um problema de roteamento em arcos. Na literatura existem várias publicações referentes ao desenvolvimento de modelos com objetivos variados. Em relação a coleta e transporte de resíduos sólidos, muitos trabalhos em vários países foram desenvolvidos e dentre eles podem ser citados:

[Tung & Pinnoi \[2000\]](#) formulam um método baseado em programação inteira mista com o objetivo de minimizar os custos operacionais das atividades de coleta de lixo em Hanoi, Vietnam. O método heurístico utilizado consiste de duas fases: na primeira fase é criada uma rota inicial, onde uma nova demanda é inserida na rota corrente, de acordo com a melhor economia que ela pode gerar; a segunda fase inicia-se a partir desta solução inicial obtida e consiste em remover uma sequência de no máximo três nós e inseri-la em uma outra locação da mesma rota. Este método é denominado *Or-opt* em homenagem ao seu criador [Or \[1976\]](#).

Nuortio et al. [2006] descrevem um modelo para planejamento de rotas de veículos para a coleta de lixo no oeste da Finlândia. A forma atual de coleta consiste em alocar contêineres distribuídos ao longo das ruas e o lixo nele contido deve ser coletado por veículos compactadores cuja capacidade não deve ser excedida. Existem diferentes tipos de lixo e eles são categorizados por contêineres. Somente um tipo de lixo pode ser coletado simultaneamente por cada veículo. Os veículos saem do depósito no início do dia de trabalho, devendo retornar antes do seu encerramento. No final do turno, o veículo está carregado com a coleta do dia e ele somente irá efetuar a descarga no aterro caso a sua carga seja maior do que 50% de sua capacidade. O dia de trabalho é de 08:00 horas, e caso exceda, os trabalhadores terão direito a horas extras. Além disso são estabelecidos horários de almoço com duração de 30 minutos e dois horários para café, com duração de 15 minutos cada um deles. É proibida a coleta aos sábados e domingos e nos dias úteis ela ocorre entre 06:00 e 22:00 horas. O algoritmo de roteamento utilizado consiste de duas fases: a primeira encontra uma solução factível utilizando a heurística de inserção. Na segunda fase, é feita uma tentativa de melhorar a solução inicial obtida, com a metaheurística *guided variable neighborhood thresholding* (GVNT) de Kytojoki et al. [2004].

Teixeira et al. [2004] descrevem um planejamento de rotas de veículos para coleta de lixo urbano reciclável na costa central de Portugal. Técnicas heurísticas são utilizadas para tratar o modelo em três fases: definição da área geográfica a ser atendida pelos veículos, definição do tipo de coleta em cada dia do mês para cada uma das áreas definidas e a definição das rotas a serem utilizadas. Os resultados deste trabalho produzem uma economia considerável nos custos.

Mourão [2000] apresenta um trabalho que objetiva reduzir os custos de coleta de lixo em um quarteirão específico de Lisboa, Portugal. O modelo atual se inicia com um veículo que parte da garagem localizada fora do quarteirão e apanha a guarnição que está no seu interior. A primeira viagem é então iniciada e os resíduos sólidos são coletados ao longo das ruas até que o veículo atinja sua capacidade de carga. Neste momento, ele desloca-se ao aterro, situado fora do quarteirão, para descarga. O veículo retorna novamente ao quarteirão e inicia uma nova viagem. Na viagem final, a guarnição é deixada em sua base e ele retorna para a garagem. O objetivo do trabalho é obter um conjunto de rotas que minimiza o custo total, sendo usado o *capacitated arc routing problem* (CARP). A solução adotada consiste em utilizar um método denominado *lower bounding* (LB), que inicialmente gera uma relaxação para o problema e é construído todo o conjunto de viagens possíveis, estabelecendo um limite inferior. A seguir, é utilizada a heurística "rotear primeiro agrupar depois", onde as restrições são consideradas e são geradas soluções factíveis. Esta heurística consiste em criar uma rota gigante que, em seguida, é dividida em um conjunto de rotas factíveis onde as restrições não são excedidas. Estas restrições são: definição das viagens inicial e final, definição das viagens intermediárias, garantia da não formação de viagens ilegais, garantia da carga não exceder a capacidade do veículo e garantia que cada rua será atendida por uma e somente uma viagem.

Ong et al. [1990] desenvolvem uma heurística "rotear primeiro e agrupar depois" para utilização na coleta de lixo em Singapura. Esta heurística consiste na construção de um ciclo, no qual todos os segmentos que possuem demanda são percorridos pelo menos uma vez. Este ciclo, denominado roteiro gigante, é obtido através do relaxamento das restrições associadas ao problema. Na fase seguinte este roteiro é particionado em uma série de roteiros viáveis que possuem extensão compatível com o limite dado pelas restrições consideradas. Cada um dos roteiros viáveis resultantes consistirá em um caminho entre dois vértices distintos.

Kulcar [1996] apresenta um estudo que objetiva escolher a melhor maneira de se transportar resíduos sólidos em Bruxelas. Este artigo utiliza uma metodologia que combina métodos de pesquisa operacional com engenharia de sistemas e mostra como os custos de transporte podem ser minimizados em uma grande área urbana.

Eisenstein & Iyer [1997] apresentam um artigo que trata do planejamento de veículos para coleta de lixo em Chicago, EUA. Uma análise dos dados referentes a coleta de lixo nesta cidade mostra que os blocos diferem entre si no aspecto relativo ao quantitativo de lixo gerado. Independentemente disto, o sistema atual de coleta define que cada veículo deve visitar o aterro sanitário duas vezes por dia. O propósito do trabalho é planejar um esquema de roteamento, de forma que algumas rotas façam esta visita somente uma vez por dia, enquanto os demais continuam a realizá-la duas vezes diariamente, dependendo dos blocos que a elas forem designadas. Para modelar o trabalho foi utilizado o processo de tomada de decisões de Markov, que fornece as ferramentas matemáticas para modelar tomadas de decisão onde os resultados são parcialmente aleatórios e estão sob o controle do tomador de decisões.

Muitos outros trabalhos interessantes abordando outros tipos de coleta também aparecem na literatura e podem ser citados:

Baptista et al. [2002] apresentam um estudo de caso sobre a coleta de papeis em *Council of Almada*, Portugal. A solução para o problema consiste em estabelecer rotas e definir a frequência de visita a 59 contêineres localizados em pontos distintos do município. É usado um único veículo e a atividade de 8 horas diárias é dividida em dois turnos iguais. O problema é visto como um problema de roteamento de veículos, onde devem ser respeitadas as restrições de tempo e de capacidade: cada roteiro deve durar menos que 4 horas e a capacidade do veículo não deve ser excedida. O objetivo é maximizar os lucros provenientes da diferença entre a venda do material coletado e os custos de operação. O método heurístico proposto é uma extensão do algoritmo heurístico proposto por Christofides [1976], acrescido de alguns aspectos particulares, tais como a antisimetria da matriz distância e o objetivo de maximização nos lucros.

Saravanan et al. [2009] desenvolvem um interessante trabalho na cidade de Coimbatore na Índia. O artigo analisa emissão de gases associada com a coleta e transporte de lixo. O estudo mostra que veículos conduzindo resíduos sólidos contribuem substancialmente com seus gases poluentes. Um modelo foi desenvolvido para predição e quantificação de emissões de gases lançados na atmosfera de acordo com o crescimento da população até o ano de 2020.

Shih & Chang [2001] desenvolvem um sistema computacional para a coleta e transporte

de material infeccioso de um conjunto de hospitais. O problema de planejar e rotear de forma ótima a coleta de lixo médico de um grupo disperso é visto como um problema de roteamento de veículos. Este estudo desenvolve um sistema que vai encontrar a solução otimizada em duas fases. A primeira fase determina um conjunto de rotas individuais para os veículos de coleta. A segunda fase utiliza um modelo de programação inteira mista para determinar quais rotas serão utilizadas em determinado dia da semana. É apresentado um estudo de caso com 348 hospitais na cidade de Tainan, Taiwan.

Janssens [1993] descreve um modelo matemático que define a quantidade ótima de veículos para coleta de lixo oriundo do óleo combustível em Antuérpia, Bélgica. O modelo consiste em estimar a coleta que estabelece o número de rotas mínimas para atender a demanda e o tempo de viagem necessário para coleta de todo o material.

Outros trabalhos interessantes, com objetivos que estão ligados de alguma forma à gerência de coleta e transporte de resíduos sólidos, podem ainda ser citados:

Simonetto & Borenstein [2007] apresenta o processo de validação de um sistema de suporte aplicado no planejamento operacional de sistemas de coleta de resíduos sólidos. O sistema denominado SCOLDSS, tem por funcionalidade principal a geração de alternativas ao processo decisório no que se refere a alocação de veículos para a coleta seletiva, bem como o roteiro a ser percorrido pelos mesmos e a determinação da quantidade diária de resíduos sólidos a ser enviada a cada unidade de triagem. Para o desenvolvimento do mesmo foi utilizada a combinação de técnicas advindas da pesquisa operacional [Law & Kelton, 1991], que são a simulação computacional de eventos discretos e heurísticas para o problema da alocação e roteamento de veículos. Para validação do sistema foi feito um estudo de caso na cidade de Porto Alegre - Brasil e os resultados mostram uma redução média de 8,82% para os percursos realizados e 17,89% no número de viagens dos veículos de coleta.

Bhat [1996] apresenta um estudo partindo do princípio que os custos relativos à coleta e transporte de resíduos sólidos são responsáveis por 75% a 80% do orçamento disponibilizado para a gerência do lixo, implicando que uma pequena melhoria nestes custos pode trazer resultados significativos. Considerando esta premissa, é mostrado que os custos com o deslocamento de veículos para atender a demanda em diferentes partes das cidades é bastante alto. Em seu trabalho é desenvolvido um modelo que objetiva alocar os veículos em diversos sítios e de forma ótima, visando desta maneira minimizar os custos de viagem.

Alvarez-Valdez et al. [1993] apresentam um sistema computadorizado denominado ARC, que é utilizado em projetos de rotas de coleta eficientes, permitindo também avaliar as alternativas inerentes a questões como, tipo de veículos, número de veículos, frequência da coleta e tipo e locação dos contêineres utilizados.

Chang et al. [1997] descrevem um modelo de programação linear inteira mista para planejamento e roteamento de veículos em sistemas de gerência de resíduos sólidos no interior de um ambiente GIS, que é um sistema de informações geográficas utilizado na solução de vários problemas de engenharia. A integração de modelos de programação linear e o GIS é testada em um distrito de Taiwan. Fazendo-se uso do GIS, é possível analisar várias alternativas de

coleta de lixo, antes de escolher aquela que será efetivada.

Kim et al. [2006] descrevem um problema de coleta de lixo utilizando o problema de roteamento de veículos com janela de tempo, considerando ainda várias viagens ao aterro sanitário e horários de almoço para os motoristas. Aqui é tratada a minimização do número de veículos e a redução do tempo de viagem, objetivos principais da grande maioria dos trabalhos de *Vehicle Routing Problem* existentes na literatura. Entretanto, é considerada ainda a redução do número de rotas e o balanceamento da carga de trabalho. Para atingir o objetivo do trabalho é desenvolvido e implementado um algoritmo *Vehicle Routing Problem with Time Window* (VRPTW) de coleta de lixo baseado em clusterização. Segundo os autores, os problemas de coleta de lixo são frequentemente tratados como problema de roteamento em arcos sem janela de tempo, entretanto esta situação se aplica em problemas de coleta residencial e o objetivo principal do trabalho dos autores é a coleta de resíduos industriais que se enquadram no contexto do trabalho desenvolvido.

Li et al. [2008] elaboram um trabalho cujo contexto é o planejamento de veículos na coleta de lixo na cidade de Porto Alegre, Brasil. O problema consiste em projetar rotas de veículos em relação a um conjunto de viagens previamente definidas, coletar o lixo e descarregá-lo em um dos aterros sanitários ou em uma unidade de reciclagem de resíduos sólidos. O principal objetivo é minimizar os custos com veículo e os custos operacionais. A idéia é considerar a solução do caso como sendo com um único depósito, tornando-o um *Vehicle Routing Problem* (VRP) com simples depósito, o que faz o problema ser solucionável em tempo polinomial. Uma abordagem heurística que associa um algoritmo *auction* e uma penalidade dinâmica é desenvolvida, apresentando uma boa solução.

Edmonds & Johnson [1973] publicaram um trabalho no qual foram estabelecidos os principais algoritmos de solução do problema do carteiro chinês em redes representadas por grafos não orientados, orientados e mistos. Beltrami & Bodin [1974] publicaram um trabalho que relaciona os problemas conceituais de roteamento em arcos com as aplicações de ordem prática, envolvendo o serviço de coleta resíduos em Nova Iorque.

## 1.2 Objetivos

Esta dissertação tem como objetivo principal:

- Desenvolver métodos e modelos para a minimização do consumo de combustível no problema de coleta de resíduos sólidos, considerando as restrições legais e operacionais.

Como citado anteriormente, o modelo desenvolvido considera a existência de um depósito/aterro para o qual o caminhão deve se encaminhar para descarregar o lixo coletado. Adicionalmente, nosso modelo considera que este aterro está localizado distante da área urbana, sendo que o acesso a este se dá por rodovias. Desta forma, também é fundamental considerar o fato que a guarnição não pode ser transportada até o depósito, logo o caminhão deve começar o novo ciclo do ponto final do ciclo anterior, ou pelo menos nas proximidades.

Outro ponto importante a ressaltar é que o consumo de combustível depende da ordem na qual se percorre os arcos, i.e., o consumo é uma função não linear do peso e velocidade.

Este trabalho explora a combinação de formulações exatas baseadas em programação linear inteira com heurísticas para tratar algumas restrições e não linearidades. A utilização de programação linear inteira tem a vantagem de ser eficiente computacionalmente, como discutido no capítulo 2.

Será implementada uma solução heurística que utiliza as soluções exatas que podem ser obtidas através de uma formulação linear. As dificuldades de ordenamento e as restrições da guarnição deverão então ser levadas em consideração. Assim sendo, o trabalho deverá apresentar a seguinte metodologia:

- Desenvolvimento de um modelo sem restrições: utilizar a formulação que apresente um modelo sem restrições de carga. Este modelo deverá servir de limite inferior, isto é, a melhor condição que pode ser obtida em um percurso mínimo no grafo.
- Desenvolvimento de um algoritmo como solução para o problema: implementar heurísticas que, levando em conta as restrições operacionais, indiquem a sequência na qual os segmentos de via devem ser percorridos de forma ótima, considerando a demanda despertada em cada uma das arestas e que permita encontrar o valor ótimo relativo aos custos com o consumo de combustível.
- Teste do modelo desenvolvido em um dos distritos de Montes Claros - MG e comparação dos resultados obtidos com o modelo atualmente praticado pelos administradores municipais.

Diante dos objetivos propostos a questão a ser respondida é:

- Como desenvolver um método heurístico que seja capaz de minimizar um custo de natureza não linear, partindo de técnicas de programação linear?

Diante do acima exposto, o objetivo principal é a proposição de um modelo de resolução para o problema de roteamento em arcos capacitados, aplicável a uma rede de grafos não orientados, orientados e mistos, visando minimizar o custo com combustível. Um exemplo de aplicação deste estudo foi conduzido para resolver o problema de coleta em um dos distritos de Montes Claros - MG.

### 1.3 Estrutura do trabalho

O trabalho está organizado da seguinte forma: no capítulo 2 são apresentados os conceitos referentes a grafos, uma breve definição de circuitos Eulerianos e as nomenclaturas utilizadas. São também mostradas as formulações utilizadas: o problema do carteiro chinês e o problema de roteamento em arcos capacitados, evidenciando as suas características. No capítulo 3 são mostrados os estudos desenvolvidos que mostram como foi tratada a questão do consumo de

combustível. O capítulo 4 apresenta a aplicação do modelo em um dos distritos da cidade de Montes Claros - MG. Os resultados obtidos são então comparados com aqueles referentes a situação real. Finalmente, no capítulo 5 são apresentadas a conclusão do trabalho e as considerações finais.

## Capítulo 2

# Problemas de roteamento em arcos

O sistema de roteamento é um conjunto organizado de meios que tem como objetivo responder às demandas localizadas em arcos ou em nós de qualquer rede de transportes [Goldbarg & Luna, 2005].

O problema de roteamento em arcos (ARP) consiste em determinar uma solução que seja um circuito de custo mínimo, de tal maneira que todos os arcos ou arestas sejam atravessados ao menos uma vez. Nos arcos ou arestas podem haver ou não restrições. Os processos de formulação e resolução dos ARP's são alicerçados sobre um conjunto de princípios teóricos. Assim, para um bom entendimento do problema, neste capítulo é feita uma análise prévia de tais princípios.

### 2.1 Histórico dos problemas de roteamento em arcos

A primeira referência sobre um problema de roteamento em arcos está na linha de tempo, muito próxima da teoria dos grafos, feita então pelo matemático suíço Leonhard Euler, no ano de 1736, a partir dos casos das pontes de Königsberg.

A cidade de Königsberg (atualmente denominada Kaliningrado) é banhada pelo rio Pregel que, ao atravessar a cidade se ramifica formando uma ilha (Kneiphof) que está ligada ao restante da cidade por sete pontes. Dizia-se que os habitantes da cidade tentavam efetuar um percurso que os obrigassem a passar por todas as pontes, mas apenas uma vez em cada uma. Como as suas tentativas foram sempre sem sucesso, muitos deles acreditavam que não era possível encontrar tal percurso.

Euler usou um raciocínio muito simples. Transformou os caminhos em retas e suas intersecções em pontos criando possivelmente o primeiro grafo da história. Então percebeu que só seria possível atravessar o caminho inteiro passando uma única vez em cada ponte se houvesse no máximo dois pontos com um número ímpar de caminhos incidentes. A explicação para tal fato é que cada ponto deve ter um número par de caminhos incidentes, pois será preciso um caminho para “entrar” e outro para “sair”. Os dois pontos com caminhos ímpares referem-se ao início e ao final do percurso, pois estes não precisam de um para entrar e um

para sair, respectivamente. A figura 2.1 mostra o grafo elaborado por Euler, a partir das sete pontes de Königsberg.

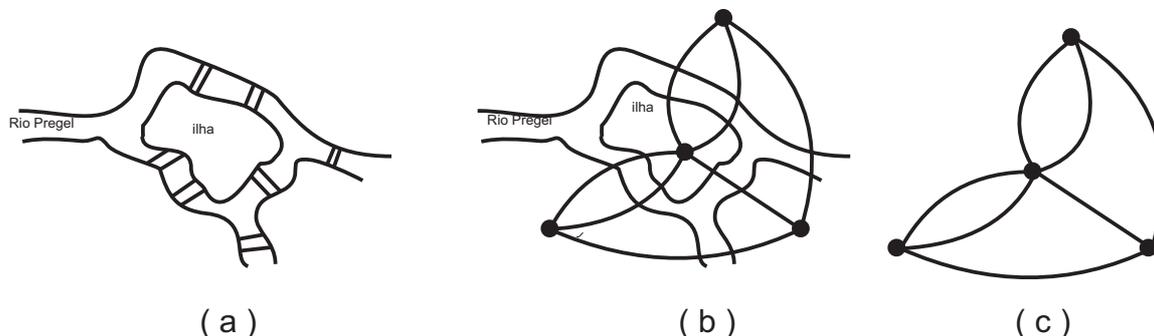


Figura 2.1. Pontes de Königsberg e a formação do grafo

## 2.2 Conceitos básicos em teoria dos grafos

O conceito de grafo é simples e intuitivo. Ele pode ser visto como uma representação gráfica de interdependência entre elementos que são identificados como nós ou vértices. Esses elementos são simbolicamente interligados através de um traço denominado aresta.

Dois nós em um grafo são ditos adjacentes se forem os extremos de uma mesma aresta. Um laço em um grafo é uma aresta com extremos no mesmo nó. Duas arestas que contêm os mesmos extremos são chamadas de arestas paralelas. Um grafo é dito simples se ele não possui laços nem arestas paralelas. Um vértice isolado não é adjacente a qualquer outro vértice. O grau de um vértice é o número de arestas que o tem como extremo e ele é classificado como par ou ímpar em função da quantidade arestas.

Um subgrafo de um grafo consiste em um conjunto de vértices e um conjunto de arestas que são subconjuntos dos conjuntos de vértices e arestas originais, respectivamente, nos quais os extremos de qualquer aresta precisam ser os mesmos que no grafo original. Em outras palavras, é um grafo obtido apagando parte do grafo original e deixando o restante sem alterações.

Um caminho de um vértice  $v_0$  a um vértice  $v_k$  é uma sequência de pares  $(v_0, a_0), (v_1, a_1), \dots, (v_{k-1}, a_{k-1}), v_k$  de vértices e arestas onde, para cada  $i$ , os extremos da aresta  $a_i$  são  $v_i, v_{i+1}$ . O comprimento de um caminho é o número de arestas que ele contém. Se uma aresta for usada mais de uma vez, ela deve ser contada tantas vezes quantas for usada. Um ciclo ou circuito em um grafo é um caminho de algum vértice  $v_0$  até  $v_0$  de novo de forma que nenhum vértice ocorra mais de uma vez no caminho,  $v_0$  é o único vértice que ocorre mais de uma vez e este ocorre apenas nos extremos do caminho.

Um grafo é dito conexo se houver um caminho entre quaisquer dois vértices do grafo. Um ciclo em um grafo é um caminho de algum vértice  $v_0$  até  $v_0$  de novo, de forma que

nenhum vértice ocorra mais de uma vez no caminho, exceto  $v_0$  que ocorre exatamente duas vezes. Quando um grafo não possui ciclos ele é dito ser acíclico.

Existem alguns grafos que se notabilizam por peculiaridades que existem em suas estruturas. Essas peculiaridades podem ser bastante úteis na representação de situações reais ou na utilização de algoritmos de solução para os problemas que fazem uso dos grafos. Dentre os diferentes tipos de grafos, pode-se destacar:

- Grafo não-direcionado: um grafo não-direcionado é definido como um conjunto de vértices e um conjunto de pares não-ordenados de vértices distintos, denominados arestas.
- Grafo direcionado: um grafo é dito direcionado quando o sentido das ligações entre os vértices é importante. Neste caso as arestas são chamadas de arcos.
- Grafo misto: um grafo misto é definido como um conjunto de vértices, um conjunto de pares ordenados denominados arcos e um conjunto de pares não-ordenados denominados arestas.
- Grafo bipartido: um grafo é dito bipartido quando seu conjunto de vértices pode ser dividido em dois conjuntos disjuntos onde todas as arestas possuem extremos nos dois conjuntos.
- Grafo completo: um grafo é dito completo se existir ao menos uma ligação associada a cada par de vértices.
- Árvore: um grafo é denominado árvore se ele for conexo e não possuir ciclos.

Ainda em relação a grafos,  $\mathcal{G}(\mathbb{V}, \mathbb{E})$  denota um grafo não-direcionado,  $\mathcal{G}(\mathbb{V}, \mathbb{A})$  denota um grafo direcionado, e  $\mathcal{G}(\mathbb{V}, \mathbb{E}, \mathbb{A})$  denota um grafo misto, onde  $\mathbb{V} = \{v_1, \dots, v_n\}$  é um conjunto de  $n$  vértices,  $\mathbb{E} = \{e_1, \dots, e_{m_e}\}$  é um conjunto de  $m_e$  arestas não-direcionadas, e  $\mathbb{A} = \{a_1, \dots, a_{m_a}\}$  é um conjunto de  $m_a$  arcos direcionados. Uma aresta pode ser definida por qualquer par de vértices em  $\mathbb{V}$ , denotada por  $(v_i, v_j)$ ,  $v_i, v_j \in \mathbb{V}$ , onde a ordem importa quando a aresta é direcionada.

Em relação à incidência em grafos,

$$\delta(\mathbb{S}) = \{(v_i, v_j) \in \mathbb{E} \mid v_i \in \mathbb{S}, v_j \notin \mathbb{S}\} \quad (2.1)$$

denota o conjunto de arestas incidentes ao conjunto de vértices  $\mathbb{S}$ ,

$$\delta^+(\mathbb{S}) = \{(v_i, v_j) \in \mathbb{A} \mid v_j \in \mathbb{S}, v_i \notin \mathbb{S}\} \quad (2.2)$$

denota o conjunto dos arcos chegando em  $\mathbb{S}$ , e

$$\delta^-(\mathbb{S}) = \{(v_i, v_j) \in \mathbb{A} \mid v_i \in \mathbb{S}, v_j \notin \mathbb{S}\} \quad (2.3)$$

denota o conjunto dos arcos saindo de  $\mathbb{S}$ . Para simplificar notação, quando  $v_i \wedge v_j \in \mathbb{S}$ , então a aresta é denotada como  $(v_i, v_j) \in \mathbb{S}$ . De forma complementar,  $(v_i, v_j) \notin \mathbb{S}$  apenas quando  $v_i \vee v_j \notin \mathbb{S}$ .

O grafo aumentado de um grafo misto  $\mathcal{G}(\mathbb{V}, \mathbb{E}, \mathbb{A})$  é denotado por  $\mathcal{G}(\mathbb{V}, \mathbb{B})$ , onde  $\mathbb{B} = \{b_1, \dots, b_{2m_e+m_a}\} = \mathbb{E}^+ \cup \mathbb{E}^- \cup \mathbb{A}$ ,  $\mathbb{E}^+ = \{e_1^+, \dots, e_{m_e}^+\}$  denota o conjunto de arestas em  $\mathbb{E}$  orientadas em uma direção arbitrária, e  $\mathbb{E}^- = \{e_1^-, \dots, e_{m_e}^-\}$  denota o conjunto de arestas orientadas no sentido oposto às em  $\mathbb{E}^+$ . Para complementaridade,  $b_i \in \mathbb{E}^\pm$  denota a aresta orientada no sentido oposto à aresta  $b_i \in \mathbb{E}^\mp$ .

No presente trabalho, o objetivo é buscar a minimização do consumo de combustível em um mapa com suas rotas associadas. A utilização de grafo é a maneira mais clara de se fazer esta representação, para então, fazer a modelagem do problema a partir dos conceitos alusivos à teoria dos grafos. A figura 2.2 mostra parte do mapa de uma cidade onde estão representadas algumas ruas e o acesso ao mesmo. Na mesma figura é mostrada a respectiva representação em grafo, supondo que o acesso ao distrito e as ruas horizontais sejam de duplo sentido, e que as ruas verticais sejam de sentido único.

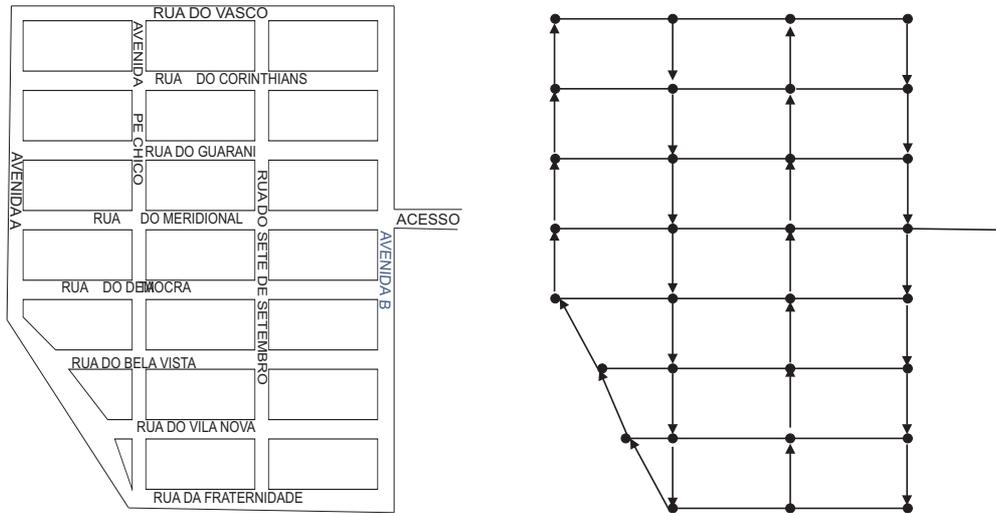
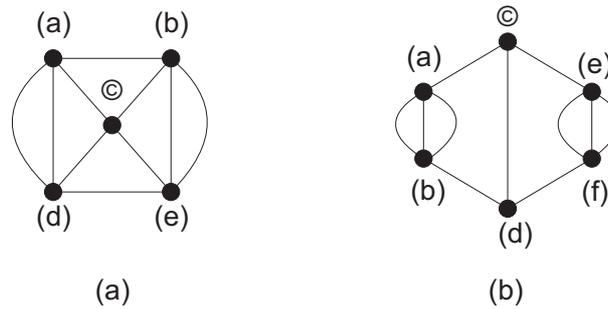


Figura 2.2. Mapa de ruas (esquerda) e respectiva representação em grafo (direita).

### 2.3 Grafo Euleriano e circuito Euleriano

Um caminho ou um circuito é dito Euleriano se ele contém todas as arestas de um grafo. Um grafo que contém um circuito Euleriano é um grafo Euleriano. Um grafo que não contém um circuito Euleriano mas contém um caminho Euleriano será chamado grafo semi-Euleriano. A figura 2.3 ilustra grafos Euleriano e semi-Euleriano.



**Figura 2.3.** Grafos Euleriano (a) e semi-Euleriano (b).

Por definição, um caminho é sempre conexo. Como um circuito Euleriano contém todas as arestas de um grafo, um grafo Euleriano é sempre conexo, com a exceção dos vértices isolados.

**Teorema 2.1** *Um grafo não-direcionado conexo possui um circuito Euleriano se e somente se o grau de todos os seus vértices é par.*

*Proof. Ida:* Seja  $\mathcal{G}$  um grafo Euleriano, logo ele contém um circuito Euleriano. Por cada ocorrência de vértice desse caminho, existe uma aresta que chega nesse vértice e outra que sai desse vértice. Como toda aresta faz parte do caminho, isto é, nenhuma aresta fica fora do caminho, necessariamente o número de arestas por cada vértice é par. **Volta:** Suponhamos que todos os vértices possuem grau par. Seja  $v_i$  um vértice do grafo. Tentemos, a partir de  $v_i$ , construir um caminho que não passa duas vezes pela mesma aresta, e até que não seja possível continuar. Como todos os vértices possuem um grau par, sempre será possível entrar e sair de um vértice. A única exceção é o vértice  $v_i$  onde o caminho vai terminar. Se esse caminho, que chamaremos  $C_1$ , contém todas as arestas de  $\mathcal{G}$ , temos um circuito Euleriano. Se não, retiramos de  $\mathcal{G}$  todas as arestas que fazem parte de  $C_1$ . No grafo resultante  $\mathcal{G}'$ , todos os vértices também possuem grau par e necessariamente um deles faz parte de  $C_1$ , caso contrário o grafo não seria conexo. Recomeçamos o mesmo processo com o grafo  $\mathcal{G}'$ , partindo de um vértice comum com  $C_1$ , obtendo assim um novo circuito  $C_2$ . A figura 2.4 mostra que dois circuitos que tem um vértice em comum podem formar um circuito único: chegando no vértice comum em um dos dois circuitos, continuamos o percurso no outro circuito. Continuando esse processo, necessariamente obteremos um circuito único que contém todas as arestas de  $\mathcal{G}$ .  $\square$

Um aspecto muito interessante dessa prova é que ela sugere um algoritmo para identificar um circuito Euleriano. Para a construção deste circuito pode-se utilizar o algoritmo de Fleury, cujos detalhes são apresentados no apêndice B.

Segundo [Goldbarg & Luna \[2005\]](#), em grafos orientados conexos, a condição suficiente para que exista um circuito de Euler é que cada vértice tenha semigrau nulo, isto é, o número de arcos que chegam e que saem de um vértice são iguais.

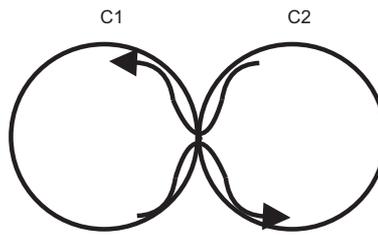


Figura 2.4. Circuitos  $C_1$  e  $C_2$ .

De igual forma, podem ser citados os teoremas que estabelecem as condições de existência de circuito Euleriano para grafos direcionado e misto.

**Teorema 2.2** *Um grafo direcionado conexo possui um circuito Euleriano se e somente se o número de arcos que entram e saem de cada vértice são iguais, isto é, o grafo deve ser simétrico.*

**Teorema 2.3** *Um grafo misto conexo possui um circuito Euleriano se e somente se o grau de todos os seus vértices é par e, além disso é balanceado.*

Problemas de roteirização em arcos (ARP) são um tipo especial de problema de roteamento em veículos que têm que atravessar as arestas ao invés de visitar os nós. Os arcos ou arestas representam as ruas onde são demandados os serviços. Exemplos de tais problemas podem ser: o problema do carteiro chinês e o problema de roteamento em arcos capacitados. Os ARP's possuem uma infinidade de aplicações práticas no mundo real, como por exemplo na entrega de serviços postais, nos serviços de coleta de lixo, nos serviços de leitura dos medidores de energia e de água, dentre tantos outros. Nas seções a seguir, estes dois modelos serão introduzidos.

## 2.4 O problema do carteiro chinês

*Um carteiro deve passar por um dado conjunto de ruas seguindo a rota de menor custo.*

### 2.4.1 Não-direcionado

Considere o grafo não-orientado  $\mathcal{G}(\mathbb{V}, \mathbb{E})$ . Seja  $c_j \geq 0$  o custo associado para passar na aresta  $e_j \in \mathbb{E}$ , e  $x_j$  o número de vezes que é necessário passar pela aresta  $e_j \in \mathbb{E}$ . O problema do carteiro chinês não-direcionado (UCPP do inglês *undirected Chinese postman problem*) pode

ser escrito como

$$\text{minimize } \sum_{j=1}^m c_j x_j \quad (2.4a)$$

$$\text{sujeito a } \sum_{j : e_j \in \delta(\{v_i\})} x_j = 2k_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.4b)$$

$$x \in \mathbb{N}^{*m} \quad (2.4c)$$

$$k \in \mathbb{N}^{*n} \quad (2.4d)$$

Onde  $x \geq 1$  implica que todas as arestas de  $\mathbb{E}$  são percorridas, e  $k \geq 1$  implica que não haverá nós isolados. A restrição (2.4b) implica que  $\mathcal{G}(\mathbb{V}, \mathbb{E} \cup \mathbb{M})$  será um grafo Euleriano, onde  $\mathbb{M}$  é um conjunto de arestas adicionais (multiplicidade das arestas dadas por  $x$ ).

### 2.4.1.1 Solução em tempo polinomial

Quando o grafo não-direcionado  $\mathcal{G}(\mathbb{V}, \mathbb{E})$  possui vértices de grau ímpar, a solução adotada é adicionar novas arestas com custo mínimo de forma que todos os vértices tenham grau par.

Como um grafo sempre possui um número par de vértices de grau ímpar, a criação do novo grafo pode ser feita adicionando arestas no grafo original que irão interligar exatamente os vértices de grau ímpar. Edmonds & Johnson [1973] mostraram que a definição dos melhores emparelhamentos entre os vértices de grau ímpar pode ser feita utilizando a solução para o emparelhamento perfeito de peso mínimo.

O algoritmo de Edmonds opera sobre um grafo completo não-direcionado com um número par de nós. Este grafo pode ser escrito como  $\mathcal{G}'(\mathbb{V}', \mathbb{E}')$ , onde  $\mathbb{V}' = \{v_i \in \mathbb{V} \mid |\delta(\{v_i\})| = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}\} \subseteq \mathbb{V}$  e  $\mathbb{E}' = \{(v_i, v_j) \mid v_i, v_j \in \mathbb{V}'\}$ . O custo  $c'_j$  de cada aresta de  $(v_i, v_j) \in \mathbb{E}'$  é dado pelo caminho de menor custo entre os nós  $v_i$  e  $v_j$ , tipicamente obtido com o algoritmo de Dijkstra (Gersting [2005]). O algoritmo de Edmonds então retorna o emparelhamento perfeito de peso mínimo  $\mathbb{M}' \subset \mathbb{E}'$ . A partir de  $\mathbb{M}'$  é possível definir  $\mathbb{M} \subset \mathbb{E}$  a partir dos caminhos de custo mínimo em  $\mathbb{E}$  entre os nós de cada aresta de  $\mathbb{M}'$ , obtido com o algoritmo de Dijkstra.

Um algoritmo para resolver o problema do carteiro chinês não-direcionado pode ser dado através da sequência:

1. Se todos os vértices do grafo  $\mathcal{G}(\mathbb{V}, \mathbb{E})$  possuem grau par, então ele já é Euleriano e ótimo.
2. Senão, reúna todos os vértices de grau ímpar  $\mathbb{V}'$  de  $\mathcal{G}$  e construa um grafo completo  $\mathcal{G}'(\mathbb{V}', \mathbb{E}')$ , associando a cada par de vértices  $v_i$  e  $v_j$  uma aresta com peso igual ao caminho mais curto que liga  $v_i$  a  $v_j$  em  $\mathcal{G}$ .
3. Determine o emparelhamento perfeito de peso mínimo  $\mathbb{M}'$  em  $\mathcal{G}'(\mathbb{V}', \mathbb{E}')$ . Para cada aresta contida em  $\mathbb{M}'$ , associe um novo conjunto de arestas em  $\mathbb{M} \subset \mathbb{E}$  relativo ao caminho mínimo que ela representa, obtendo assim um grafo Euleriano ótimo  $\mathcal{G}^*(\mathbb{V}, \mathbb{E} \cup \mathbb{M})$ .

A figura 2.5 mostra um grafo onde pode ser observada a existência de 6 vértices de grau ímpar. Com este total de vértices, devem ser adicionados um total de 3 caminhos para tornar o grafo Euleriano. O grafo completo dos vértices de grau ímpar, com o respectivo custo mínimo entre eles, está mostrado na figura 2.6. O emparelhamento perfeito de peso mínimo é obtido entre as arestas situadas nos pares (2, 3), (5, 10), e (8, 11). A figura 2.7 mostra o grafo Euleriano ótimo  $\mathcal{G}^*(\mathbb{V}, \mathbb{E} \cup \mathbb{M})$  formado a partir das arestas que foram identificadas, replicadas e que serão atravessadas mais de uma vez. O circuito do carteiro é dado pela sequência de vértices 1, 2, 3, 2, 6, 7, 3, 4, 8, 12, 8, 7, 11, 12, 11, 10, 6, 10, 9, 5, 6, 5, 1 cujo custo total é de 91.

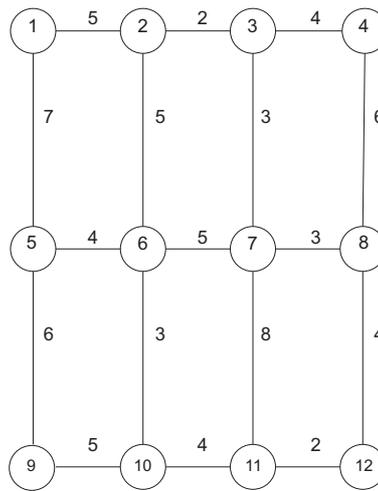


Figura 2.5. Grafo não-direcionado de um problema do carteiro chinês.

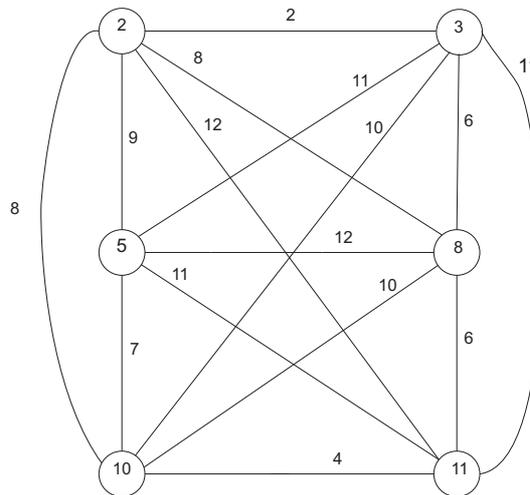


Figura 2.6. Grafo completo dos vértices de grau ímpar.

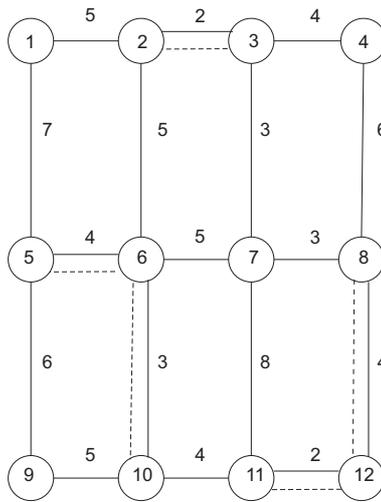


Figura 2.7. Grafo Euleriano ótimo.

### 2.4.2 Direcionado

Considere o grafo orientado  $\mathcal{G}(\mathbb{V}, \mathbb{A})$ . Seja  $c_j \geq 0$  o custo associado para passar no arco  $a_j \in \mathbb{A}$ , e  $x_j$  o número de vezes que é necessário passar por  $a_j \in \mathbb{A}$ . O problema do carteiro chinês direcionado (DCPP do inglês *directed Chinese postman problem*) pode ser escrito como

$$\text{minimize } \sum_{j=1}^m c_j x_j \tag{2.5a}$$

$$\text{sujeito a } \sum_{j : a_j \in \delta^+(\{v_i\})} x_j - \sum_{j : a_j \in \delta^-(\{v_i\})} x_j = 0, \quad i = 1, \dots, n \tag{2.5b}$$

$$x \in \mathbb{N}^{*m} \tag{2.5c}$$

A restrição (2.5b) implica que  $\mathcal{G}(\mathbb{V}, \mathbb{A} \cup \mathbb{M})$  será um grafo Euleriano simétrico.

$x \geq 1$  implica que todas os arcos de  $\mathbb{A}$  são percorridos.

$\mathbb{M}$  é um conjunto de arcos adicionais (multiplicidade dos arcos ditados por  $x$ ).

### 2.4.3 Misto

Considere o grafo misto  $\mathcal{G}(\mathbb{V}, \mathbb{E}, \mathbb{A})$  e seu respectivo grafo aumentado  $\mathcal{G}(\mathbb{V}, \mathbb{B})$ . Considere  $c_j \geq 0$  o custo associado para passar no arco direcionado  $b_j \in \mathbb{B}$ , e  $x_j$  o número de vezes que é necessário passar por  $b_j \in \mathbb{B}$ . O problema do carteiro chinês misto (MCPD do inglês *mixed*

(*Chinese postman problem*) pode ser escrito como

$$\text{minimize} \quad \sum_{j=1}^{2m_e+m_a} c_j x_j \quad (2.6a)$$

$$\text{sujeito a} \quad \sum_{j : b_j \in \delta^+(\{v_i\})} x_j - \sum_{j : b_j \in \delta^-(\{v_i\})} x_j = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.6b)$$

$$x_j + x_{\bar{j}} \geq 1, \quad \forall j : b_j \in \mathbb{E}^+ \quad (2.6c)$$

$$x_j \in \mathbb{N}, \quad \forall j : b_j \in \mathbb{E}^+ \cup \mathbb{E}^- \quad (2.6d)$$

$$x_j \in \mathbb{N}^*, \quad \forall j : b_j \in \mathbb{A} \quad (2.6e)$$

A restrição (2.6b) implica que  $\mathcal{G}(\mathbb{V}, \mathbb{B})$  será um grafo Euleriano simétrico, e a restrição (2.6c) implica na passagem de pelo menos uma vez em cada aresta de  $\mathbb{E}$ .

#### 2.4.4 Relação com o problema de consumo de combustível

O uso do problema do carteiro chinês para tratamento do consumo de combustível, objeto desta dissertação, é limitado por dois motivos.

1. Capacidade do caminhão: o CPP não considera a capacidade do caminhão.
2. Circuitos Eulerianos: as formulações do CPP consideram apenas o grafo Euleriano, não o circuito. O consumo de combustível é função do peso do caminhão, e assim depende do circuito, ou melhor, depende da ordem com que o caminhão passa nas arestas.

O CPP pode ser utilizado para se estabelecer um limite inferior para distância percorrida.

## 2.5 Problema de roteamento em arcos capacitados

O problema de roteamento em arcos capacitados pode ser considerado uma generalização do problema de roteamento em arcos, onde são levadas em conta restrições de cunho operacional. Estas restrições podem ser limite de carregamento, duração da jornada de trabalho, janelas de tempo ou heterogeneidade das equipes. Ele pode ser enunciado como:

*Um veículo de capacidade limitada deve atender demandas em arcos seguindo as rotas de menor custo total.*

### 2.5.1 Misto

Considere o grafo misto  $\mathcal{G}(\mathbb{V}, \mathbb{E}, \mathbb{A})$  e seu respectivo grafo aumentado  $\mathcal{G}(\mathbb{V}, \mathbb{B})$ . Considere  $c_j \geq 0$  o custo associado para passar no arco direcionado  $b_j \in \mathbb{B}$ , e  $x_j$  o número de vezes que é necessário passar por  $b_j \in \mathbb{B}$ . Seja  $w_j \geq 0$  a demanda em cada aresta  $b_j$ , e  $W \geq \max_j w_j$  a capacidade do veículo. O veículo não precisa passar por todas as arestas em  $\mathbb{B}$ . Ele tem apenas

que atender as demandas. Considere o vértice  $v_n$  sendo o depósito onde o caminhão descarrega, o qual deve pertencer a todas rotas. O problema de roteamento em arcos capacitados misto (MCARP do inglês *mixed capacitated arc routing problem*) pode ser escrito como

$$\text{minimize} \quad \sum_{j=1}^{2m_e+m_a} \sum_{k=1}^q c_j x_{jk} \quad (2.7a)$$

$$\text{sujeito a} \quad \sum_{j : b_j \in \delta^+(\{v_i\})} x_{jk} - \sum_{j : b_j \in \delta^-(\{v_i\})} x_{jk} = 0, \forall i, k \quad (2.7b)$$

$$\sum_{k=1}^q l_{jk} = 1, \quad \forall j : b_j \in \mathbb{A}, w_j > 0 \quad (2.7c)$$

$$\sum_{k=1}^q (l_{jk} + l_{\bar{j}k}) = 1, \quad \forall j : b_j \in \mathbb{E}^+, w_j > 0 \quad (2.7d)$$

$$\sum_{j=1}^{2m_e+m_a} l_{jk} w_j \leq W, \quad \forall k \quad (2.7e)$$

$$x_{jk} \geq l_{jk}, \quad \forall k, \quad \forall j : w_j > 0 \quad (2.7f)$$

$$\sum_{j : b_j \in \delta(\{v_n\})} x_{jk} \geq 2, \quad \forall k \quad (2.7g)$$

$$\text{ou} \begin{cases} \sum_{j : b_j \in \delta(\mathbb{S})} x_{jk} \geq 2 \\ \sum_{j : b_j \in \mathbb{S}} x_{jk} \leq |\mathbb{S}| - 1 \end{cases}, \quad \forall k, \quad \forall \mathbb{S} \subset \mathbb{V} \setminus \{v_n\} \quad (2.7h)$$

$$x \in \mathbb{N}^{2m_e+m_a \times q} \quad (2.7i)$$

$$l \in \{0, 1\}^{2m_e+m_a \times q} \quad (2.7j)$$

A variável  $l_{jk}$  sinaliza que a demanda  $w_j$  foi atendida pelo veículo  $k$ , e assim na implementação ela só é definida para arcos  $b_j$  onde  $w_j > 0$ . A restrição (2.7b) garante que o grafo ótimo será Euleriano simétrico. As restrições (2.7c) e (2.7d) garantem que o veículo irá atender cada demanda em apenas uma das rotas. A restrição (2.7e) garante que a capacidade do veículo não será ultrapassada dentro de uma rota. A restrição (2.7f) garante que as rotas passarão pelas demandas. A restrição (2.7g) garante que todas as rotas incluirão o vértice depósito. Pelo menos uma das restrições (2.7h) satisfeita garante que as rotas serão conexas. É suficiente definir as restrições para  $|\mathbb{S}| = 2, \dots, n-2$ . Para implementar a lógica ou-inclusiva podem ser usadas variáveis binárias extras, pela equivalência das restrições

$$g_1(x) \leq 0 \quad \text{ou} \quad (2.8a)$$

$$g_2(x) \leq 0 \quad (2.8b)$$

com

$$g_1(x) - M_1 u_1 \leq 0 \text{ e} \quad (2.9a)$$

$$g_2(x) - M_2 u_2 \leq 0 \text{ e} \quad (2.9b)$$

$$u_1 + u_2 \leq 1 \text{ e} \quad (2.9c)$$

$$u_1, u_2 \in \{0, 1\} \quad (2.9d)$$

onde  $M_i \geq g_i(x)$ ,  $\forall x, i$ . Para a formulação em questão,  $M_1 = 2$  e  $M_2 = (2m_e + m_a)^2$  é suficiente.

O M-CARP se degenera no M-CPP quando  $w_j > 0$ ,  $\forall j$ , e  $W \geq \sum_j w_j$ , ou seja, pode-se considerar o CARP como uma generalização do CPP.

### 2.5.2 Relação com o problema de consumo de combustível

O uso do problema de roteamento em arcos capacitados para tratamento do consumo de combustível, objeto desta dissertação, é limitado por dois motivos:

1. Circuitos Eulerianos: as formulações do CARP, assim como as do CPP, consideram apenas o grafo Euleriano, não o circuito pois podem existir mais de uma rota cujos circuitos sejam mínimos. O consumo de combustível é função do peso do caminhão, e assim depende do circuito escolhido, ou seja, depende da ordem com que o caminhão passa nas arestas.
2. Restrição de guarnição: o caminhão não pode trafegar em rodovias com a guarnição. Dessa maneira, após atender a última rua de uma subrota, ele deve deixar a guarnição em um nó, ir ao depósito descarregar e retornar ao mesmo nó onde deixou a guarnição. Note que essa restrição também depende do circuito Euleriano.

O CARP também pode ser utilizado para se estabelecer um limite inferior para distância percorrida, pois um número maior de restrições irá implicar em um resultado melhor ou igual àquele obtido pelo CPP. Entretanto a complexidade de resolução desse problema é muito maior.

## Capítulo 3

# O consumo de combustível

O objetivo principal desta dissertação é desenvolver um modelo que minimize o custo com o consumo de combustível, por se tratar do principal componente dos custos associados à operação de uma frota que visa atender uma demanda. No presente capítulo, serão mostradas as principais características do modelo desenvolvido.

### 3.1 Por que formulações sem circuitos não são adequadas?

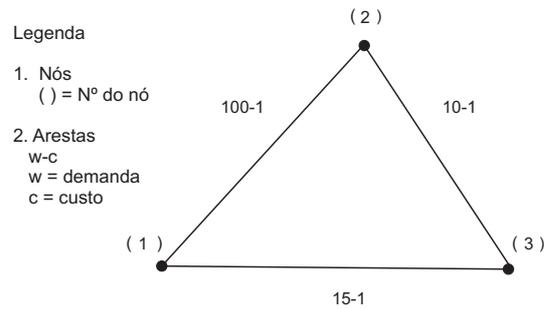
As formulações para o problema do carteiro chinês e o problema de roteamento em arcos capacitados estão principalmente interessadas em minimizar a distância percorrida, não sendo consideradas restrições de cunho operacional como a capacidade do veículo e de deslocamento da guarnição.

Quando o assunto é o consumo de combustível, um aspecto de fundamental importância deve ser levado em apreciação, considerando que ele não é contemplado nas formulações do carteiro chinês e do roteamento em arcos capacitados: a ordenação das arestas. Esse mesmo fator impede a inserção da restrição da guarnição.

A título ilustrativo, considere o grafo com três arestas representado na figura 3.1, onde os números ao lado de cada aresta representam respectivamente a sua demanda e o seu comprimento, e os valores entre parênteses representam a identificação de cada nó.

Nesse exemplo, utilizando o UCPP, qualquer dos circuitos  $1 - 2 - 3 - 1$  ou  $1 - 3 - 2 - 1$  são igualmente mínimos, apresentando um custo total igual a 3. Assim pode existir mais de uma rota com distâncias iguais. Se a questão a ser tratada é o consumo de combustível, os resultados serão diferentes dependendo do caminho a ser escolhido. Se, por exemplo, for escolhida a rota  $1 - 2 - 3 - 1$ , o veículo já inicia carregando e ao chegar ao vértice 2 estará com uma carga igual a 100. Se no entanto ele iniciar o percurso pela rota  $1 - 3 - 2 - 1$ , no vértice 3 ele estará com uma carga igual a 15. A extensão desse raciocínio nos leva a conclusão que no penúltimo vértice, 3 para o primeiro circuito e 2 para o segundo, as cargas serão 110 e 25, respectivamente. Como o consumo é uma função do peso contido no veículo, ele será então diferente dependendo da rota escolhida. A heurística a ser implementada deverá considerar

estas premissas.

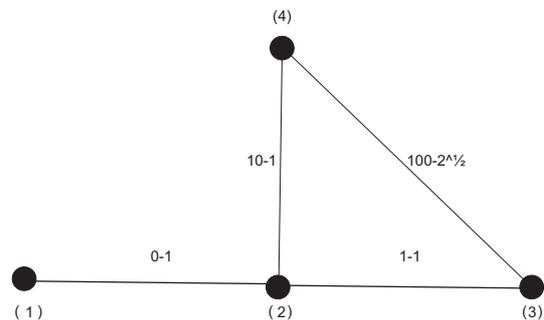


**Figura 3.1.** Grafo representativo de um problema da coleta de lixo.

A influência da guarnição no consumo de combustível pode ser bem visualizada no exemplo mostrado na figura 3.2, onde os números aqui apresentados possuem representação idêntica àquelas já explanadas na figura 3.1.

Considerando que o veículo possui uma capacidade de carga  $W = 100$  e considerando ainda as demandas despertadas conforme mostradas na figura em apreço, o veículo inicia no vértice 1 e vai carregando à medida que o atendimento às arestas vai ocorrendo. Ao chegar em um vértice onde não é mais possível atender a demanda seguinte, o veículo deve retornar ao aterro para descarga. Neste momento podem ocorrer duas situações: Na primeira, ele deixa a guarnição neste ponto e se desloca para efetuar a descarga. Ele deve então retornar a este vértice onde a guarnição ficou aguardando, reiniciando as atividades neste nó. Na segunda situação ele leva a guarnição consigo e reinicia as atividades em qualquer aresta não atendida. No entanto, deve ser lembrado que por imposições legais a restrição da guarnição não pode ser relaxada e o CARP não a contempla. É óbvio que para as duas situações acima citadas, o consumo de combustível terá valores distintos em cada um dos casos.

A existência de caminhos distintos em função da restrição guarnição irá acarretar consumos diferentes, pois ele é função do peso e da velocidade do veículo.



**Figura 3.2.** Solução CARP para o problema da coleta de lixo.

## 3.2 Heurística para restrição da guarnição

O UCPP e o CARP não podem ser usados de maneira direta, pois não atendem às restrições inerentes ao problema, não contemplando portanto, o objetivo principal do trabalho: a redução do consumo de combustível. Isso ficou evidente na análise contida na seção 3.1. Eles não tratam o ordenamento das arestas (circuitos), que é fundamental para escrever a função consumo de combustível e a restrição da guarnição. A idéia fundamental da heurística proposta neste trabalho é utilizar a solução do UCPP para definir um circuito global e adicionar caminhos de ida e volta ao depósito em todos os vértices em que o caminhão encher.

Para implementação da heurística foram utilizadas algumas funções desenvolvidas ao longo da dissertação e implementadas em MatLab. Suas funcionalidades são explanadas a seguir:

- $\mathbf{t} = \text{ucpp}(\mathbf{E}, \mathbf{c})$ : função que resolve o problema do carteiro chinês não-direcionado. Recebe como argumentos a conectividade de arestas  $\mathbf{E}$  do grafo e o custo  $\mathbf{c}$  de cada uma delas. Retorna o circuito de menor custo  $\mathbf{t}$ .
- $\mathbf{T} = \text{shortestpath}(\mathbf{E}, \mathbf{c}, \mathbf{v})$ : função que implementa o algoritmo de Dijkstra para encontrar o menor caminho em um grafo para chegar em um vértice raiz. Recebe como argumentos a conectividade de arestas  $\mathbf{E}$  do grafo, o custo  $\mathbf{c}$  de cada uma delas e o vértice raiz  $\mathbf{v}$ . Retorna a árvore, representada em um vetor  $\mathbf{T}$ , com todos os caminhos mínimos para chegar até o vértice raiz.

O algoritmo da heurística em função do `ucpp` e `shortestpath` pode ser estabelecido da seguinte forma:

Algoritmo:  $[\mathbf{t} \ \mathbf{b}] = \text{gcph}(\mathbf{E}, \mathbf{c}, \mathbf{w}, \mathbf{W})$

Entrada

- $\mathbf{E} \leftarrow$  conectividade das arestas
- $\mathbf{c} \leftarrow$  vetor custo das arestas
- $\mathbf{w} \leftarrow$  vetor demanda das arestas
- $\mathbf{W} \leftarrow$  capacidade de carga do veículo

Saída

- $\mathbf{t} \leftarrow$  rota menor custo
- $\mathbf{b} \leftarrow$  flag de coleta

1.  $\mathbf{u} = \text{ucpp}(\mathbf{E}, \mathbf{c})$
2.  $\mathbf{T} = \text{shortestpath}(\mathbf{E}, \mathbf{c}, \mathbf{1})$
3.  $\mathbf{t} \leftarrow \mathbf{1}$
4.  $\mathbf{b} \leftarrow \emptyset$

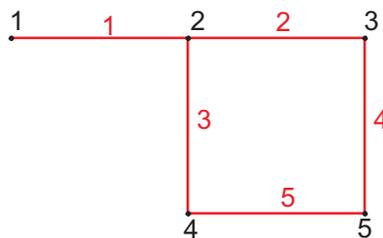
5.  $w_c \leftarrow 0$       $w_c$  é a carga atual
6. **Para** cada aresta  $e_i$  em  $u$ 
  - a) **Se**  $w_i$  mais a carga atual ultrapassa  $W$ 
    - i. concatene em  $\mathbf{t}$  a ida e a volta ao depósito obtida em  $T$
    - ii. concatene em  $\mathbf{b}$  zeros relativos a cada aresta nova
  - b) **Fim**
  - c) Concatene em  $\mathbf{b}$  o valor 1 para cada demanda  $w_i$  coletada
  - d) Concatene em  $\mathbf{t}$  o nó atual de  $u$
  - e)  $w_i \leftarrow 0$
7. **Fim**

### 3.2.1 Exemplo

Para averiguar a consistência dos algoritmos utilizados, será considerada a situação em que o veículo faz um circuito partindo do depósito, percorre todas as arestas e retorna em seguida para o depósito. Várias simulações foram realizadas utilizando-se grafos mais simples e um exemplo é mostrado a seguir.

Seja o grafo formado pelos nós e arestas como mostrado na figura 3.3, onde tem-se o problema de coleta de lixo definido por

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 2 & 4 \\ 3 & 5 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad w = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad W = 2 \quad (3.1)$$



**Figura 3.3.** Grafo exemplo.

Pode ser observado que este grafo possui os nós 1 e 2 de grau ímpar, tornando necessário efetuar o emparelhamento de custo mínimo na sua solução como um UCPP. Uma análise do circuito nos mostra que a solução ótima para o emparelhamento perfeito de custo mínimo é (1, 2), de modo que sua inserção no grafo original o torna Euleriano. O caminho

$$t_u = [1 \ 2 \ 3 \ 5 \ 4 \ 2 \ 1] \quad (3.2)$$

representa um custo total de 6 e é um dos caminhos de menor custo que iniciam e terminam no vértice 1 (depósito) atravessando todas as arestas.

Considerando que existem restrições de cunho operacional não consideradas no UCPP, a heurística entra em cena para levá-las em conta. As arestas apresentam uma demanda dada pelos elementos do vetor  $w$  e o veículo possui uma capacidade limitada de carga  $W$ . A heurística então começa a seguir o caminho  $t$  e é implementada de tal forma que, caso o veículo suporte a demanda da próxima aresta definida no caminho  $t$ , então ele a atravessa e a atende. Caso contrário, ele deve retornar ao depósito para efetuar a descarga e retornar ao vértice em questão. Note que, como resultado, tanto a restrição de carga quanto a de guarnição são satisfeitas.

Para identificar o caminho mínimo para descarga no aterro, foi utilizada a implementação (função `shortestpath`) do algoritmo de Dijkstra de caminho mínimo. Esta função recebe a conectividade de arestas com seus respectivos custos, o vértice raiz para onde se deseja o menor caminho e o número de nós, fornecendo como argumento de saída uma árvore que contém o menor caminho de qualquer nó para o vértice raiz. A sua representação é:

$$T = \text{shortestpath}(E, c, 1) \quad (3.3)$$

Para o exemplo da figura 3.3 o valor de  $T$  é

$$T = [1 \ 1 \ 2 \ 2 \ 3] \quad (3.4)$$

fornecendo o seguinte caminho mínimo:

$$t_{min} = [3 \ 2 \ 1] \quad (3.5)$$

A heurística implementada fornece duas subrotas como resposta, definidas por

$$t = [ \ 1 \ 2 \ 3 \ \mathbf{5} \ 3 \ 2 \ 1 \ 2 \ 3 \ 5 \ 4 \ 2 \ 1 ] \quad (3.6a)$$

$$b = [ \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ ] \quad (3.6b)$$

e ilustradas nas figuras 3.4 e 3.5. Nas figuras 3.4 e 3.5, existem duas setas (uma para cada direção) em cada aresta, e elas podem estar cheias ou vazias. Setas cheias indicam que o veículo passou por elas coletando as respectivas demandas. O número ao lado de uma seta indica o número de vezes que o veículo passou por ela para cumprir a subrota. Pode ser observado que no nó 5 indicado em negrito em (3.6a), é feita uma avaliação da demanda seguinte e percebe-se que ela irá exceder a capacidade do veículo. Ele então retorna ao nó correspondente ao aterro, para em seguida reiniciar a atividade no mesmo nó 5, pois esse é o local onde a guarnição ficou aguardando.

Cada elemento  $b_i \in \{0, 1\}$  do conjunto  $\mathbf{b}$ , indica a forma pela qual o veículo está trafegando naquele segmento. Se o valor for igual a 0 significa que o veículo atravessou o segmento

em apreço sem efetuar carregamento, isto é, ele está somente passando. Se o seu valor for 1, indica que a demanda daquela aresta está sendo atendida. Esta definição é fundamental para definição do tipo de equação que será utilizada para o cálculo do consumo de combustível.

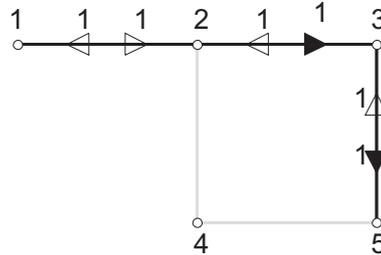


Figura 3.4. Primeira subrota

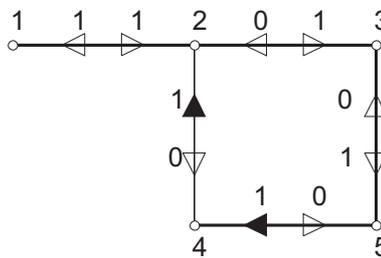


Figura 3.5. Segunda subrota

### 3.3 Modelo do consumo de combustível

Para que seja possível analisar o consumo de combustível, deve ser considerado que o movimento do veículo no exercício das suas atividades possui características distintas de consumo, que será em função da sua velocidade, do tipo de atividade que está sendo realizada pelo mesmo e pelo seu quantitativo de carga.

O modelo define três condições em que o veículo trafega:

- i. Caminhão carregando: ocorre quando o veículo está efetivamente realizando suas atividades de carregamento, atendendo as demandas existentes nas arestas por onde está circulando.
- ii. Caminhão passando: ocorre quando o veículo percorre as arestas sem efetuar carga.
- iii. Caminhão sem guarnição: ocorre quando o veículo trafega sem guarnição.

Para as três condições acima, o comportamento da velocidade do veículo é distinto e, como conseqüência, mudam-se as características de consumo de combustível.

Quando o veículo está trafegando e simultaneamente carregando, ele o faz em velocidades baixas e variadas, tendo de permanecer parado por diversas vezes, seja para aguardar a guarnição efetuar a coleta de lixo, seja para efetuar a compactação do resíduo nele contido.

Quando o veículo passa pelas arestas sem efetuar carga, ele o faz com uma velocidade constante, sem paradas, e o comportamento de consumo é bastante diferente da situação anterior.

Há ainda a situação em que ele trafega sem guarnição (normalmente em rodovias), em movimento uniforme e com características de consumo também diferenciadas.

Um modelo matemático que relaciona o consumo de combustível  $q$  (L/km) às variáveis condição de navegação (relacionada à velocidade  $v$  no tempo) e peso  $w$  (kg), foi definido como

$$q(w, v) = \begin{cases} I_{1,1}w + I_{1,2} & \text{condição i} \\ I_{2,1}w + I_{2,2} & \text{condição ii} \\ I_{3,1}w + I_{3,2} & \text{condição iii} \end{cases} \quad (3.7)$$

onde  $\mathbb{I} \in \mathbb{R}^{3 \times 2}$  é uma matriz com coeficientes de polinômios de primeira ordem.

### 3.4 Minimização do consumo de combustível

Os trabalhos relativos à gerência de coleta e transporte de lixo tratam principalmente da minimização da distância percorrida visando a redução de custos operacionais. Esses custos operacionais não são no entanto, bem identificados.

O presente trabalho tem o objetivo de buscar a minimização no consumo de combustível, porque entende-se ser ele uma das principais parcelas presentes nos custos da gerência de resíduos sólidos.

Para o tratamento da minimização da distância, existem formulações capazes de fornecer bons resultados em tempo factível. Quando a questão é o consumo de combustível, a realidade nos mostra que o mesmo é uma função da carga coletada ao longo das arestas e da velocidade em que o veículo trafega. Além disso, deve ser considerada uma importante restrição de cunho operacional que é a existência da guarnição. Ela existe, é essencial na atividade e não pode trafegar com o caminhão em rodovias, conforme já abordado, sendo importante ressaltar que a restrição associada à guarnição não pode ser relaxada, isto é, tem que estar presente no desenvolvimento do modelo.

Embora a minimização da distância não corresponda diretamente à minimização do consumo de combustível, elas estão de alguma forma relacionadas e, conforme já relatado, a proposta é gerar um dos caminhos de menor custo e utilizar uma heurística que siga este caminho e calcule para cada uma das arestas o valor do consumo de combustível como uma função da carga acumulada no veículo e da sua velocidade.

Estas condições, definidas em (3.7), retratam bem o consumo de cada aresta. No entanto, algumas condições extras precisam ser levadas em consideração para algumas situações específicas.

- **Ruas e avenidas com relevo:** quando existe esta condição, a minimização do consumo

se diferencia e este fator pode ser utilizado para otimizar a redução do consumo, pois a idéia neste caso é utilizar os aclives com o veículo vazio e os declives com o caminhão cheio.

- **Sazonalidade:** esta é uma situação que exerce grande influência na qualidade e quantidade de lixo. Existem meses em que é muito grande a produção de produtos regionais cujos resíduos sólidos gerados são completamente diferentes, tornando-se necessário mudar as formas de coleta e transporte, além da necessidade de se agregar reforços material e humano para atendimento às demandas diferenciadas. Há de se considerar também um grande deslocamento da população nos períodos de férias, o que implica na alteração do quantitativo de resíduos gerados em determinadas áreas, dependendo da forma como ocorre o fluxo de pessoal. A ocorrência de eventos aleatórios, tais como jogos esportivos, ou shows, são capazes de alterar o comportamento da produção de lixo. Por fim, pode se citar o dinamismo ou a capacidade de crescimento das localidades que é capaz de alterar não somente as atividades inerentes à questão de tratamento do lixo do município, mas toda sua estrutura econômica. Os exemplos citados de características sazonais requererão, sempre que ocorrerem, novas restrições a serem impostas na aplicação da heurística de forma que ela possa apresentar os resultados de forma confiável.

Pode-se afirmar que a distância minimizada é sempre a mesma. A presença de fatores diferentes no processo pode levar a uma redução ou aumento nos ganhos obtidos em relação àqueles alcançados em condições normais. O importante é analisar cada caso a ser estudado e levar sempre em consideração estas sazonalidades.

É muito importante ressaltar que a heurística desenvolvida se aplica em qualquer situação ou em qualquer localidade, mas ela será mais precisa quando o consumo de combustível apresentar uma relação linear com a distância percorrida (e.g. em regiões planas), e a formulação do CPP não levar em consideração a capacidade do veículo, o que torna as viagens de ida e volta ao depósito insignificantes. Pode-se citar dois pontos fortes da heurística utilizada no presente trabalho: ela é de tempo polinomial e a importante restrição da guarnição é satisfeita naturalmente.

A participação dos planejadores no processo de identificação das informações é de extrema importância.

## Capítulo 4

# Aplicação na coleta de lixo em Montes Claros

O sistema atual de coleta de resíduos sólidos em Montes Claros - MG, é feita dividindo a cidade em dezoito distritos e, em cada um deles, a sua execução é realizada em dias alternados da semana, incluindo os sábados mas com descanso aos domingos. No distrito estudado, são realizadas duas viagens por turno e a duração medida em campo de cada uma delas é de 2,75 horas. Para que se possa implementar um modelo de roteamento otimizado, torna-se necessário avaliar os resultados correntes a fim de que se possa compará-los com os valores propostos. Neste capítulo será mostrada a forma como foram realizados os levantamentos em campo dos dados necessários, bem como a forma de operação do sistema em operação.

### 4.1 Levantamento de dados

O distrito escolhido para avaliação dos dados, foi o distrito Maracanã. É importante ressaltar que o modelo desenvolvido para ele pode ser aplicado em qualquer dos demais. O Maracanã se caracteriza por ser um bairro plano, possuindo as suas ruas e avenidas com sentido duplo de trânsito, o que sugere a aplicação de um modelo de grafo não-direcionado. O mapa do distrito está mostrado na figura 4.1.

O bairro é constituído de 32 vias de acesso. Deve ser incluso ainda o acesso ao ponto onde está situado o depósito/aterro, que é o local onde se iniciam e se findam as atividades. Este fica a uma distância de 3,7km, e o acesso ao mesmo é feito através de uma rodovia federal, o que implica em um menor consumo de combustível. Associado ao depósito/aterro está uma importante restrição do problema, que é o fato da guarnição não poder ir ao aterro devido às condições legais impostas.

Para obtenção do grafo que representa o mapa do distrito Maracanã, todos os vértices e arestas foram devidamente numerados. Definidas as numerações, foram obtidos através do serviço [GoogleEarth \[2008\]](#) os valores das coordenadas de cada um dos vértices, possibilitando



Figura 4.1. Distrito Maracanã.

o cálculo do comprimento de cada um dos segmentos de via. A figura 4.2 mostra o grafo que representa os segmentos de via. Ele é constituído de 194 arestas, originadas de 107 vértices. A tabela 4.1 mostra as ruas com os respectivos nomes, siglas, total de arestas e seu comprimento total. Os valores dos comprimentos das ruas e dos segmentos de via foram também medidos em campo, e os resultados obtidos corroboram os obtidos com o GoogleEarth. Os valores dos comprimentos de cada aresta estão mostrados na tabela 4.2

A análise da figura 4.2 permite observar que o distrito é bem comportado. Além de não possuir acíves, as suas ruas são ortogonais, o que implica em um número pequeno de nós de grau ímpar, evidenciando que uma solução empírica se torna de mais fácil execução. Em um

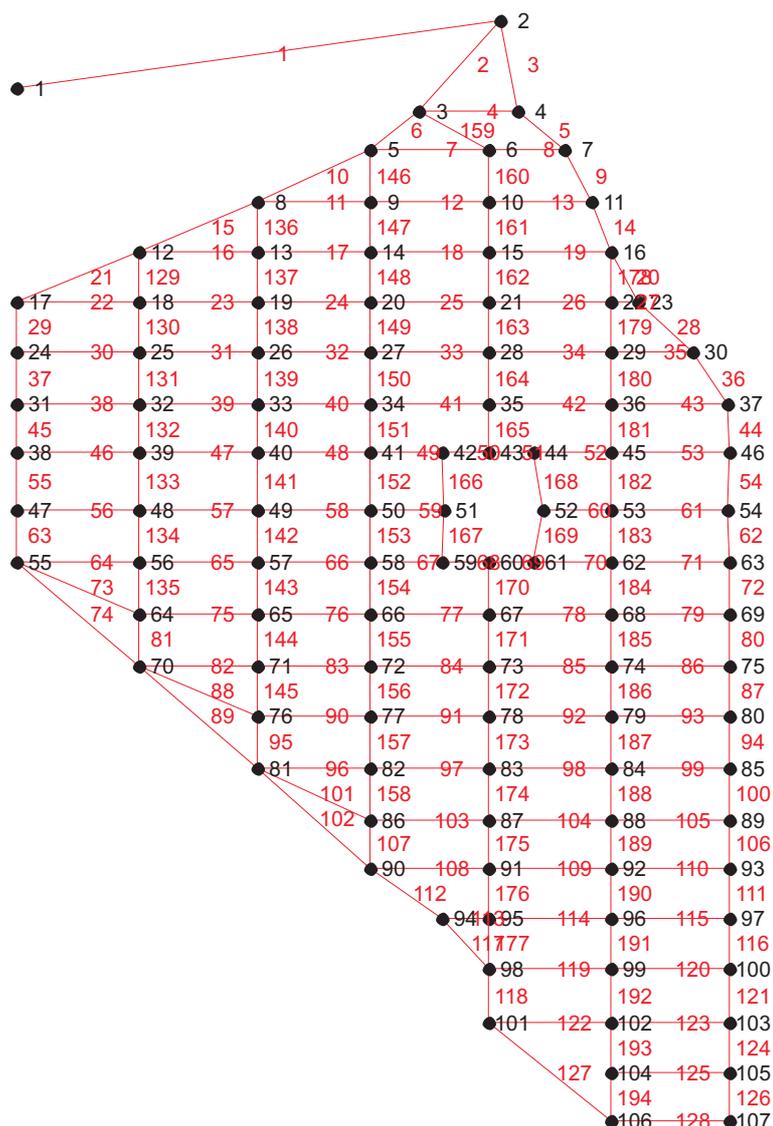


Figura 4.2. Representação do bairro Maracanã como um grafo.

grafo mais complexo, que é normal de acontecer, a otimização estudada se torna muito mais efetiva.

#### 4.1.1 Demanda

A coleta de dados foi realizada visitando todas as ruas do distrito. Nessa visita, foram registradas as distâncias de todas elas e pesagens de lixo coletado em algumas.

Para simplificar a base de dados, foram criados seis grupos de ruas que tivessem características comuns:

- Rua Solidariedade
- Rua Canto do Rio

Rua	Sigla	Arestas	Comprimento (m)
América	AME	4	640,92
Ateneu	ATE	6	940,51
Bela vista	BEV	3	500,25
Atlético	ATL	14	1008,60
Botafogo	BOT	8	991,05
Brasília	BRA	6	851,09
Canto do Rio	CAR	11	794,69
Cassimiro de Abreu	CAA	6	822,18
Concórdia	COM	2	333,95
Corinthians	COR	5	820,62
Cruzeiro	CRU	5	364,31
Democrata	DEM	3	500,25
Donana	DON	2	104,35
Esperança	ESP	1	163,32
Flamengo	FLA	8	991,05
Fluminense	FLU	6	989,39
Fraternidade	FRA	2	333,95
Guarani	GUA	4	655,83
Marginal	MAR	9	1629,50
Meridional	MER	4	655,83
N Sra de Fátima	NSF	5	752,74
Olaria	OLA	3	464,30
Padre Chico	PAC	19	1498,60
Palmeiras	PAL	8	580,79
Queluz	QUE	7	665,42
Santos	SAN	2	268,67
São Cristóvão	SAC	14	1010,70
Sete de Setembro	SES	17	1221,60
Solidariedade	SOL	1	163,32
Vasco da Gama	VAS	5	820,62
Vila Nova	VIN	3	398,65

Tabela 4.1. Definição das arestas

- Rua Botafogo
- Rua Sete de Setembro
- Avenida Padre Chico
- Rua Olaria

Para formar esse conjunto foram consideradas as similaridades existentes quanto ao estilo de vida, tipo de moradia, quantidade de ambientes residenciais, quantitativo dos membros da família e número de lotes vagos. Estes elementos conformes são capazes de mostrar as semelhanças entre as vias e, por consequência, o mesmo padrão quanto à quantidade de

resíduos sólidos produzidos. Foram selecionados 6 elementos, um de cada grupo, e para toda a coleta realizada pela guarnição, os valores eram pesados em uma balança, além de serem anotadas as distâncias respectivas. Foi assim gerado um conjunto de dados peso versus distância percorrida para cada uma das seis ruas elencadas, e ajustado um polinômio de grau 3 para interpolação dos dados de cada uma (tabela 4.3), utilizando o método de mínimos quadrados conforme dado no apêndice C.

A tabela 4.4 mostra cada uma das ruas, com o seu respectivo polinômio.

Definidos os polinômios para todas as vias (tabela 4.4), é possível então calcular o valor da demanda  $w$  de cada aresta conforme dado na tabela 4.5.

A capacidade do veículo  $W$  é estabelecida de acordo com as suas especificações, considerando as limitações impostas pela administração municipal que, no intuito de preservar a sua vida útil, admite uma carga máxima de 4500kg.

#### 4.1.2 Subrotas de coleta atual

No intuito de se comparar os resultados do modelo implementado, será apresentada a forma de coleta atual. A sua análise permitirá que se averigüe o ganho real obtido com o desenvolvimento da heurística de otimização. O sistema atual consiste em percorrer as ruas do distrito em um roteiro previamente definido pelos planejadores da administração municipal.

As rotas atuais são dadas pela equação (4.1)

$i$	$c_i$	$i$	$c_i$	$i$	$c_i$	$i$	$c_i$	$i$	$c_i$
1	3691,15	40	155,58	79	163,32	118	76,20	157	72,86
2	171,60	41	166,30	80	72,20	119	170,63	158	72,46
3	142,65	42	170,63	81	72,72	120	163,32	159	122,80
4	104,35	43	161,63	82	164,79	121	76,15	160	74,34
5	81,31	44	69,02	83	155,58	122	170,63	161	70,34
6	86,80	45	69,02	84	166,30	123	163,32	162	69,93
7	164,62	46	170,46	85	170,63	124	71,51	163	71,35
8	104,05	47	164,79	86	163,32	125	163,32	164	71,21
9	89,97	48	155,58	87	70,70	126	68,87	165	69,02
10	176,51	49	99,60	88	179,30	127	221,00	166	79,60
11	155,61	50	66,70	89	218,60	128	163,32	167	73,30
12	166,30	51	60,90	90	155,58	129	69,93	168	80,80
13	142,39	52	109,70	91	166,30	130	71,35	169	73,83
14	83,68	53	163,32	92	170,63	131	71,21	170	72,72
15	150,50	54	79,51	93	163,32	132	69,02	171	70,70
16	148,44	55	79,51	94	72,86	133	79,51	172	72,86
17	155,58	56	170,46	95	72,86	134	73,22	173	72,46
18	166,30	57	164,79	96	155,58	135	73,83	174	69,14
19	170,60	58	155,58	97	166,30	136	70,34	175	70,22
20	77,01	59	103,22	98	170,63	137	69,93	176	68,90
21	167,33	60	93,72	99	163,32	138	71,35	177	68,90
22	164,79	61	163,32	100	72,46	139	71,21	178	69,90
23	128,31	62	73,22	101	171,60	140	69,02	179	71,35
24	155,58	63	73,22	102	210,40	141	79,51	180	71,21
25	166,30	64	170,46	103	166,30	142	73,22	181	69,02
26	170,63	65	164,79	104	170,63	143	73,83	182	79,51
27	36,57	66	155,58	105	163,32	144	72,72	183	73,22
28	104,40	67	99,60	106	69,14	145	70,70	184	73,83
29	71,35	68	66,70	107	69,16	146	74,34	185	72,72
30	170,46	69	60,90	108	166,30	147	70,34	186	70,70
31	164,79	70	109,70	109	170,63	148	69,93	187	72,86
32	155,58	71	163,32	110	163,32	149	71,35	188	72,46
33	166,30	72	73,83	111	70,22	150	71,21	189	69,14
34	170,63	73	185,80	112	123,50	151	69,02	190	70,22
35	112,75	74	224,80	113	64,70	152	79,51	191	68,90
36	87,40	75	164,79	114	170,63	153	73,22	192	76,15
37	71,21	76	155,58	115	163,32	154	73,83	193	71,51
38	170,46	77	166,30	116	68,90	155	72,72	194	68,87
39	164,79	78	170,63	117	94,50	156	70,70		

Tabela 4.2. Valores de custo  $c_i(m)$  por aresta  $i$

Rua	$a_3$	$a_2$	$a_1$	$a_0$
SOL	$-1,12 \times 10^{-5}$	$3,27 \times 10^{-3}$	$6,86 \times 10^{-2}$	$1,33 \times 10^0$
CAR	$2,00 \times 10^{-7}$	$-3,19 \times 10^{-4}$	$4,11 \times 10^{-1}$	$6,57 \times 10^{-3}$
BOT	$2,00 \times 10^{-7}$	$-6,65 \times 10^{-5}$	$4,67 \times 10^{-1}$	$6,90 \times 10^0$
SES	$-2,00 \times 10^{-3}$	$3,89 \times 10^{-4}$	$2,65 \times 10^{-1}$	$1,23 \times 10^{-1}$
PAC	$-9,00 \times 10^{-8}$	$-8,26 \times 10^{-5}$	$5,01 \times 10^{-1}$	$-2,27 \times 10^1$
OLA	$1,00 \times 10^{-6}$	$-6,68 \times 10^{-4}$	$4,94 \times 10^{-1}$	$7,16 \times 10^{-1}$

**Tabela 4.3.** Polinômios  $w(d) = a_3d^3 + a_2d^2 + a_1d + a_0$  de interpolação de peso  $w$  (kg) em função da distância percorrida  $d$  (km).

Rua	Polinômio utilizado	Comprimento (m)
América	CAR	640,92
Ateneu	BOT	940,51
Bela vista	OLA	500,25
Atlético	BOT	1008,6
Botafogo	BOT	991,05
Brasília	BOT	851,09
Canto do Rio	CAR	794,69
Cassimiro de Abreu	CAR	822,18
Concórdia	SOL	333,95
Corinthians	CAR	820,62
Cruzeiro	OLA	364,31
Democrata	OLA	500,25
Donana	SOL	104,35
Esperança	SOL	163,32
Flamengo	BOT	991,05
Fluminense	BOT	989,39
Fraternidade	OLA	333,95
Guarani	CAR	655,83
Marginal	CAR	1629,50
Meridional	CAR	655,83
N Sra de Fátima	CAR	752,74
Olaria	OLA	464,30
Padre Chico	PAC	1498,60
Palmeiras	CAR	580,79
Que luz	SOL	665,42
Santos	SOL	268,67
São Cristóvão	BOT	1010,70
Sete de Setembro	SES	1221,60
Solidariedade	SOL	163,32
Vasco da Gama	CAR	820,62
Vila Nova	OLA	398,65

**Tabela 4.4.** Definição dos polinômios por via de acesso.

$i$	$w_i$								
1	0	40	78,68	79	59,57	118	14,95	157	40,66
2	62,25	41	83,61	80	40,35	119	70,69	158	40,47
3	44,77	42	85,61	81	28,29	120	68,08	159	37,40
4	31,15	43	81,46	82	60,05	121	42,17	160	14,04
5	22,36	44	38,89	83	57,05	122	52,08	161	12,09
6	33,42	45	32,00	84	60,54	123	50,49	162	11,89
7	50,79	46	85,53	85	61,93	124	40,04	163	12,58
8	31,04	47	82,92	86	59,57	125	50,49	164	12,51
9	25,65	48	78,68	87	39,66	126	38,82	165	11,45
10	63,82	49	52,96	88	64,70	127	77,62	166	16,60
11	65,32	50	37,82	89	76,90	128	50,49	167	13,53
12	69,15	51	35,15	90	57,05	129	27,26	168	17,18
13	60,52	52	57,60	91	60,54	130	27,78	169	13,79
14	23,25	53	82,24	92	61,93	131	27,73	170	13,25
15	55,38	54	43,72	93	59,57	132	26,92	171	12,27
16	54,70	55	36,32	94	40,66	133	30,77	172	13,32
17	57,05	56	85,53	95	28,34	134	28,47	173	13,12
18	60,54	57	82,92	96	57,05	135	28,70	174	11,50
19	61,92	58	78,68	97	60,54	136	27,41	175	12,03
20	20,76	59	54,62	98	61,93	137	27,26	176	11,39
21	60,87	60	50,25	99	59,57	138	27,78	177	11,39
22	60,05	61	82,24	100	40,47	139	27,73	178	20,51
23	47,95	62	40,82	101	62,25	140	26,92	179	20,97
24	57,05	63	33,74	102	74,40	141	30,77	180	20,92
25	60,54	64	85,53	103	69,15	142	28,47	181	20,23
26	61,93	65	82,92	104	70,69	143	28,70	182	23,58
27	14,62	66	78,68	105	68,08	144	28,29	183	21,56
28	31,17	67	52,96	106	38,94	145	27,54	184	21,75
29	32,97	68	37,82	107	38,95	146	41,34	185	21,40
30	85,53	69	35,15	108	69,15	147	39,50	186	20,76
31	82,92	70	57,60	109	70,69	148	39,31	187	21,45
32	78,68	71	82,24	110	68,08	149	39,96	188	21,32
33	83,61	72	41,10	111	39,44	150	39,90	189	20,27
34	85,61	73	66,76	112	46,31	151	38,89	190	20,61
35	59,00	74	78,77	113	30,19	152	43,72	191	20,19
36	24,28	75	60,05	114	70,69	153	40,82	192	22,50
37	32,91	76	57,95	115	68,08	154	41,10	193	21,01
38	85,53	77	60,54	116	38,84	155	40,59	194	20,18
39	82,92	78	61,93	117	36,18	156	39,66		

Tabela 4.5. Valores de demanda  $w_i(kg)$  por aresta  $i$

$$\begin{aligned}
t_a = & [1 \quad 2 \quad 3 \quad 5 \quad 8 \quad 12 \quad 13 \quad 14 \quad 15 \quad 16 \quad 22 \quad 29 \quad 36 \quad 45 \quad 53 \\
& 62 \quad 68 \quad 74 \quad 79 \quad 84 \quad 88 \quad 92 \quad 96 \quad 99 \quad 102 \quad 104 \quad 106 \quad 107 \quad 105 \quad 104 \\
& 102 \quad 103 \quad 100 \quad 99 \quad 98 \quad 95 \quad 96 \quad 97 \quad 93 \quad 92 \quad 91 \quad 90 \quad 86 \quad 87 \quad 88 \\
& 89 \quad 85 \quad 84 \quad 83 \quad 82 \quad 81 \quad 76 \quad 77 \quad 78 \quad 79 \quad 80 \quad 75 \quad 74 \quad 73 \quad 72 \\
& 71 \quad 70 \quad 64 \quad 65 \quad 66 \quad 67 \quad 68 \quad 69 \quad 63 \quad 54 \quad 63 \quad 62 \quad 61 \quad 52 \quad 53 \\
& 54 \quad 46 \quad 45 \quad 44 \quad 43 \quad 42 \quad 51 \quad 50 \quad 49 \quad 48 \quad 47 \quad \mathbf{38} \quad 31 \quad 24 \quad 17 \\
& 12 \quad 8 \quad 5 \quad 3 \quad 2 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 5 \quad 8 \quad 12 \quad 17 \quad 24 \quad 31 \quad 38 \\
& 47 \quad 55 \quad 56 \quad 57 \quad 58 \quad 59 \quad 51 \quad 42 \quad 41 \quad 40 \quad 39 \quad 38 \quad 31 \quad 32 \quad 33 \\
& 34 \quad 35 \quad 36 \quad 37 \quad 30 \quad 29 \quad 28 \quad 27 \quad 26 \quad 25 \quad 24 \quad 17 \quad 18 \quad 19 \quad 20 \\
& 21 \quad 22 \quad 23 \quad 16 \quad 11 \quad 10 \quad 9 \quad 8 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 4 \quad 2 \quad 3 \quad 6 \\
& 10 \quad 15 \quad 21 \quad 28 \quad 35 \quad 43 \quad 42 \quad 51 \quad 59 \quad 60 \quad 61 \quad 52 \quad 44 \quad 43 \quad 42 \\
& 51 \quad 59 \quad 60 \quad 67 \quad 73 \quad 78 \quad 83 \quad 87 \quad 91 \quad 95 \quad 98 \quad 101 \quad 102 \quad 103 \quad 100 \\
& 97 \quad 96 \quad 95 \quad 94 \quad 90 \quad 86 \quad 82 \quad 77 \quad 72 \quad 66 \quad 58 \quad 50 \quad 41 \quad 34 \quad 27 \\
& 20 \quad 14 \quad 9 \quad 5 \quad 8 \quad 13 \quad 19 \quad 26 \quad 33 \quad 40 \quad 49 \quad 57 \quad 65 \quad 71 \quad 76 \\
& 81 \quad 86 \quad 81 \quad 76 \quad 70 \quad 64 \quad 55 \quad 64 \quad 56 \quad 48 \quad 39 \quad 32 \quad 25 \quad 18 \quad 12 \\
& 17 \quad 24 \quad 31 \quad 38 \quad 47 \quad 55 \quad 70 \quad 81 \quad 90 \quad 94 \quad 98 \quad 101 \quad 106 \quad 107 \quad 105 \\
& 103 \quad 100 \quad 97 \quad 93 \quad 89 \quad 85 \quad 80 \quad 75 \quad 69 \quad 63 \quad 54 \quad 46 \quad 37 \quad 30 \quad 23 \\
& 16 \quad 11 \quad 7 \quad 4 \quad 2 \quad 1]
\end{aligned} \tag{4.1}$$

À medida que as arestas vão sendo percorridas, o veículo vai sendo carregado até chegar à aresta correspondente ao par de vértices (47, 38) (figura 4.2). Nesse ponto, os trabalhadores ali permanecem aguardando o retorno do veículo que se dirige ao aterro para descarregar e em seguida retornar a esse mesmo vértice. A figura 4.3 mostra o roteiro executado até este nó, configurando a primeira subrota. Retornando ao vértice 38, o veículo inicia a segunda subrota e quando todas as demandas são atendidas ele retorna ao depósito, encerrando suas atividades. A figura 4.4 mostra o percurso do veículo em sua segunda viagem, completando assim o percurso mostrado na equação 4.1. Foram calculadas as medidas para os caminhos acima definidos e foi encontrado um percurso de comprimento total igual a 43,20km. Pode ser observado que a criação desse itinerário não contempla nenhum modelo matemático. Ele é gerado partindo do pressuposto de que melhor pode ser feito a partir do uso da intuição. Na seção seguinte será mostrado como pode ser criado um roteiro utilizando a heurística proposta neste trabalho.

## 4.2 Minimização do consumo de combustível

Os algoritmos mostrados na seção 3.2 foram aplicados no grafo representativo do distrito Maracanã. Primeiramente foi feita a busca do caminho mínimo considerando que existem demandas em todas as arestas e que o veículo possui capacidade ilimitada, resultando no problema do carteiro chinês. A solução desse problema

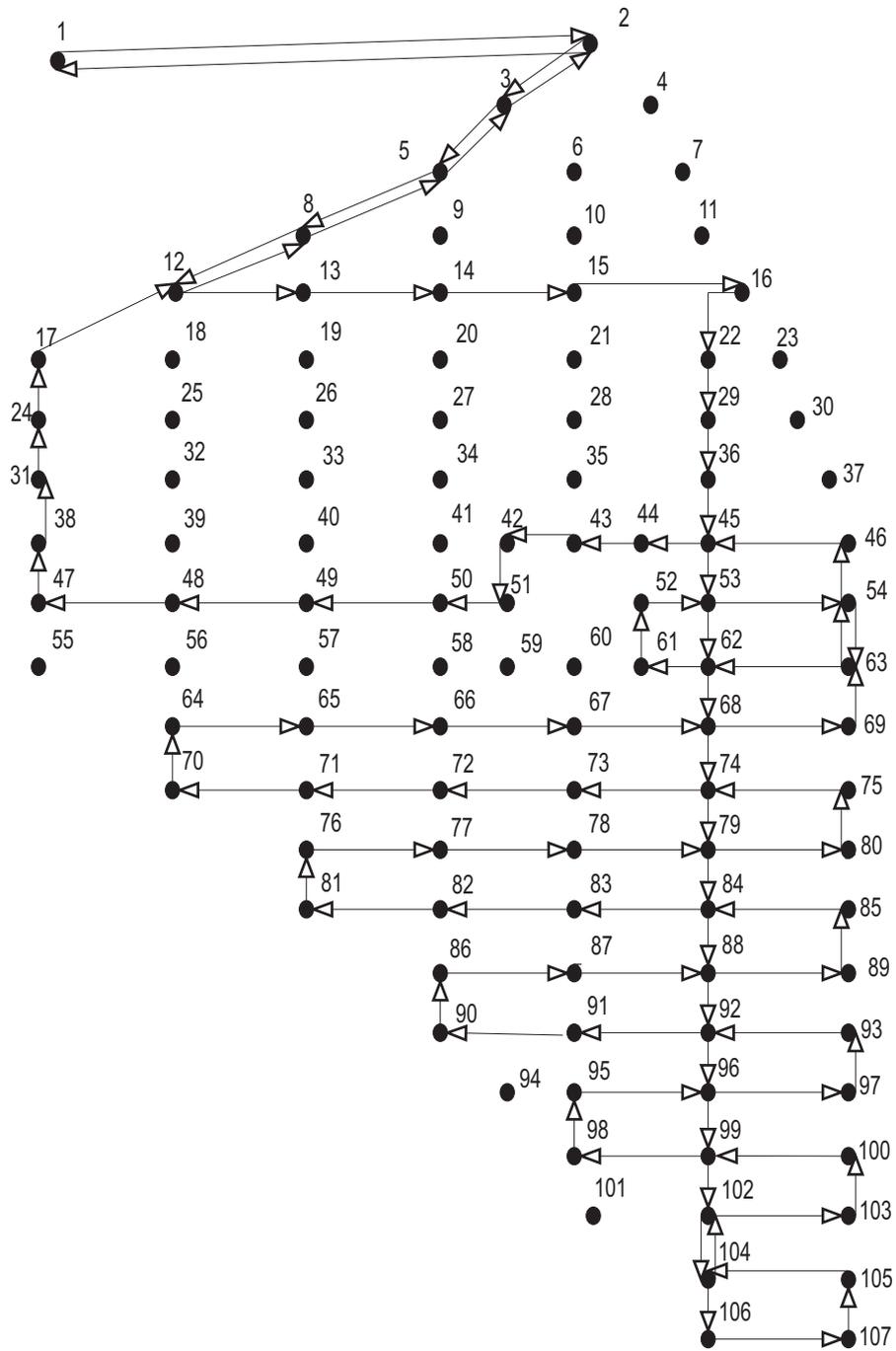


Figura 4.3. Distrito Maracanã: Primeira subrota coleta atual

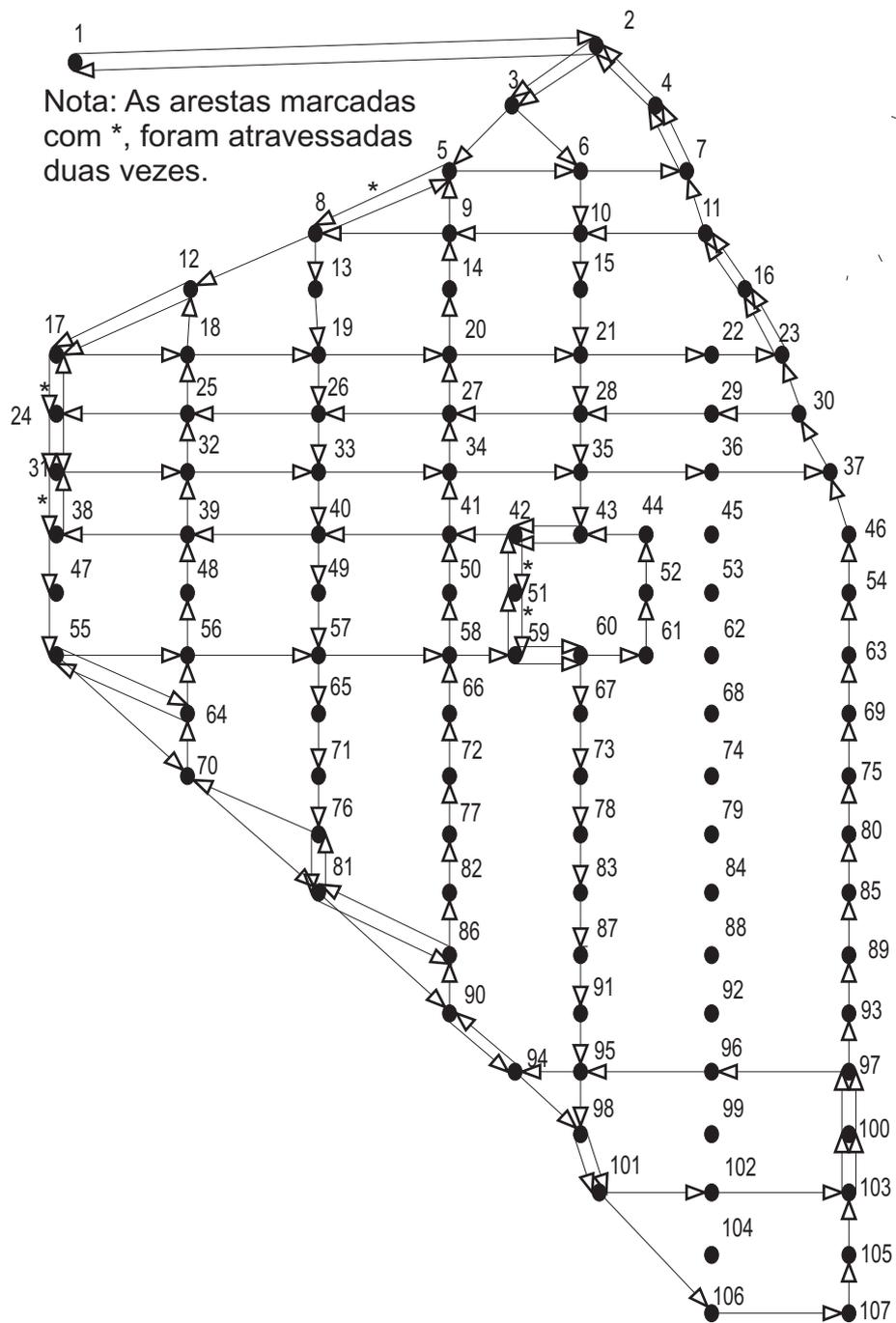


Figura 4.4. Distrito Maracanã: segunda subrota coleta atual

$$\begin{aligned}
t_c = & [1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 7 \quad 6 \quad 5 \quad 3 \quad 6 \quad 10 \quad 9 \quad 8 \quad 5 \quad 9 \quad 14 \\
& 13 \quad 12 \quad 8 \quad 13 \quad 19 \quad 18 \quad 17 \quad 12 \quad 18 \quad 25 \quad 24 \quad 17 \quad 24 \quad 31 \quad 32 \\
& 33 \quad 34 \quad 35 \quad 36 \quad 37 \quad 30 \quad 23 \quad 16 \quad 11 \quad 10 \quad 15 \quad 14 \quad 20 \quad 19 \quad 26 \\
& 25 \quad 32 \quad 39 \quad 38 \quad 31 \quad 38 \quad 47 \quad 48 \quad 49 \quad 50 \quad 51 \quad 42 \quad 41 \quad 40 \quad 39 \\
& 48 \quad 56 \quad 55 \quad 47 \quad 55 \quad 64 \quad 65 \quad 66 \quad 67 \quad 68 \quad 69 \quad 63 \quad 54 \quad 46 \quad 37 \\
& 30 \quad 29 \quad 28 \quad 27 \quad 26 \quad 33 \quad 40 \quad 49 \quad 57 \quad 56 \quad 64 \quad 70 \quad 55 \quad 70 \quad 71 \\
& 72 \quad 73 \quad 74 \quad 75 \quad 69 \quad 63 \quad 62 \quad 61 \quad 60 \quad 59 \quad 51 \quad 59 \quad 58 \quad 57 \quad 65 \\
& 71 \quad 76 \quad 70 \quad 81 \quad 76 \quad 77 \quad 78 \quad 79 \quad 80 \quad 75 \quad 80 \quad 85 \quad 84 \quad 83 \quad 82 \\
& 81 \quad 86 \quad 87 \quad 88 \quad 89 \quad 85 \quad 89 \quad 93 \quad 92 \quad 91 \quad 90 \quad 81 \quad 90 \quad 86 \quad 82 \\
& 77 \quad 72 \quad 66 \quad 58 \quad 50 \quad 41 \quad 34 \quad 27 \quad 20 \quad 21 \quad 22 \quad 23 \quad 16 \quad 15 \quad 21 \\
& 28 \quad 35 \quad 43 \quad 42 \quad 43 \quad 44 \quad 45 \quad 46 \quad 54 \quad 53 \quad 52 \quad 44 \quad 52 \quad 61 \quad 60 \\
& 67 \quad 73 \quad 78 \quad 83 \quad 87 \quad 91 \quad 95 \quad 94 \quad 90 \quad 94 \quad 98 \quad 101 \quad 102 \quad 103 \quad 100 \\
& 97 \quad 93 \quad 97 \quad 96 \quad 95 \quad 98 \quad 99 \quad 100 \quad 103 \quad 105 \quad 104 \quad 106 \quad 101 \quad 106 \quad 107 \\
& 105 \quad 104 \quad 102 \quad 99 \quad 96 \quad 92 \quad 88 \quad 84 \quad 79 \quad 74 \quad 68 \quad 62 \quad 53 \quad 45 \quad 36 \\
& 29 \quad 22 \quad 16 \quad 11 \quad 7 \quad 4 \quad 2 \quad 1]
\end{aligned} \tag{4.2}$$

pode ser vista como limite inferior de distância, uma vez que seu respectivo problema é menos restrito. O comprimento total do percurso  $t_c$  foi de 31,63km e está mostrado na equação (4.2).

A figura 4.5 mostra a rota obtida conforme o caminho mostrado na equação 4.2.

Considerando a demanda real existente em cada aresta e a capacidade correta do veículo, a heurística forneceu as subrotas apresentadas na equação (4.3)

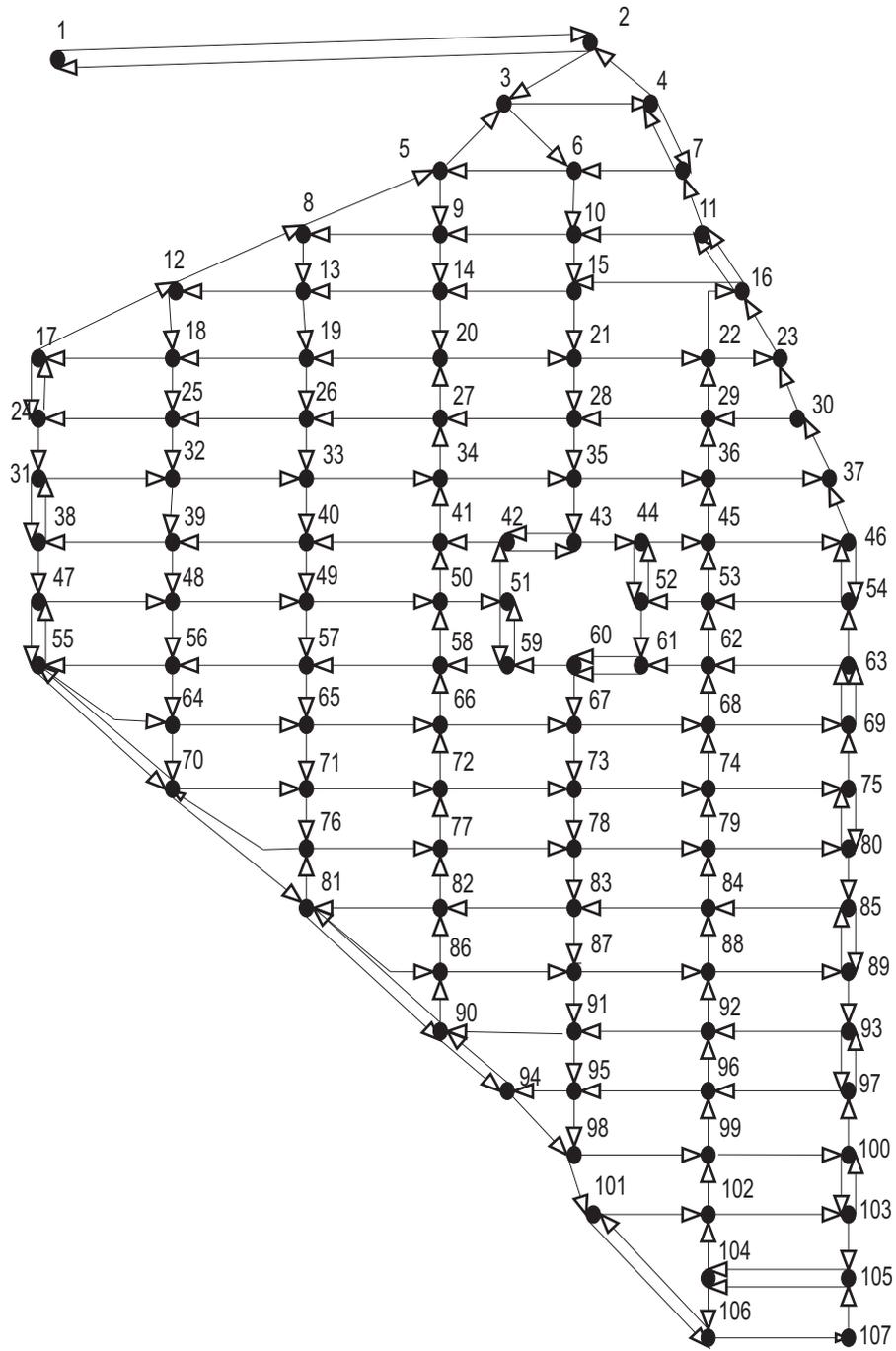


Figura 4.5. Distrito Maracanã: solução do problema do carteiro chinês.

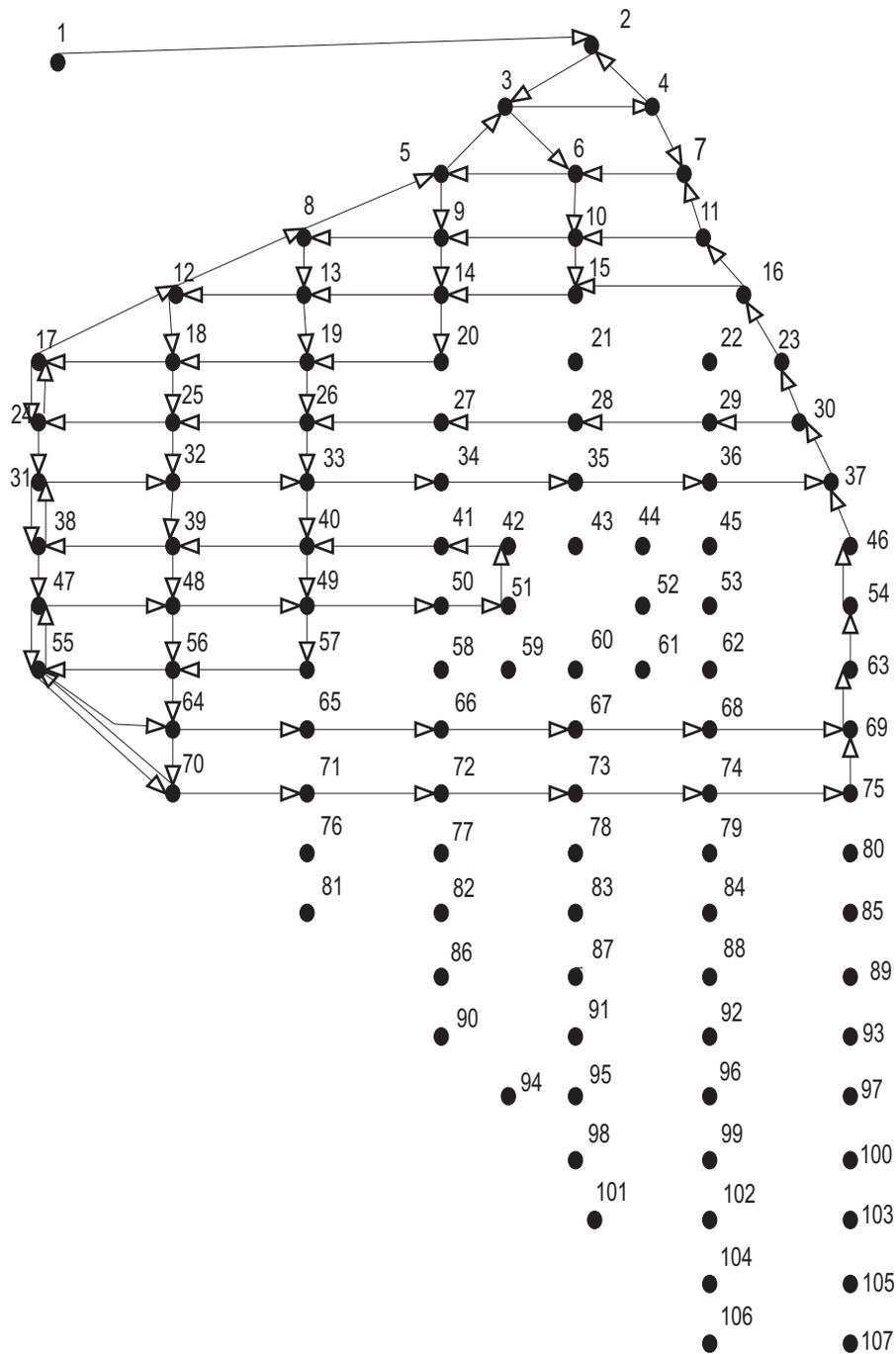
$$\begin{aligned}
t_h = & [1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 7 \quad 6 \quad 5 \quad 3 \quad 6 \quad 10 \quad 9 \quad 8 \quad 5 \quad 9 \quad 14 \\
& 13 \quad 12 \quad 8 \quad 13 \quad 19 \quad 18 \quad 17 \quad 12 \quad 18 \quad 25 \quad 24 \quad 17 \quad 24 \quad 31 \quad 32 \\
& 33 \quad 34 \quad 35 \quad 36 \quad 37 \quad 30 \quad 23 \quad 16 \quad 11 \quad 10 \quad 15 \quad 14 \quad 20 \quad 19 \quad 26 \\
& 25 \quad 32 \quad 39 \quad 38 \quad 31 \quad 38 \quad 47 \quad 48 \quad 49 \quad 50 \quad 51 \quad 42 \quad 41 \quad 40 \quad 39 \\
& 48 \quad 56 \quad 55 \quad 47 \quad 55 \quad 64 \quad 65 \quad 66 \quad 67 \quad 68 \quad 69 \quad 63 \quad 54 \quad 46 \quad 37 \\
& 30 \quad 29 \quad 28 \quad 27 \quad 26 \quad 33 \quad 40 \quad 49 \quad 57 \quad 56 \quad 64 \quad 70 \quad 55 \quad 70 \quad 71 \\
& 72 \quad 73 \quad 74 \quad \mathbf{75} \quad 69 \quad 63 \quad 54 \quad 46 \quad 37 \quad 30 \quad 23 \quad 16 \quad 11 \quad 7 \quad 4 \\
& 2 \quad 1 \quad 2 \quad 4 \quad 7 \quad 11 \quad 16 \quad 23 \quad 30 \quad 37 \quad 46 \quad 54 \quad 63 \quad 69 \quad 75 \\
& 69 \quad 63 \quad 62 \quad 61 \quad 60 \quad 59 \quad 51 \quad 59 \quad 58 \quad 57 \quad 65 \quad 71 \quad 76 \quad 70 \quad 81 \\
& 76 \quad 77 \quad 78 \quad 79 \quad 80 \quad 75 \quad 80 \quad 85 \quad 84 \quad 83 \quad 82 \quad 81 \quad 86 \quad 87 \quad 88 \\
& 89 \quad 85 \quad 89 \quad 93 \quad 92 \quad 91 \quad 90 \quad 81 \quad 90 \quad 86 \quad 82 \quad 77 \quad 72 \quad 66 \quad 58 \\
& 50 \quad 41 \quad 34 \quad 27 \quad 20 \quad 21 \quad 22 \quad 23 \quad 16 \quad 15 \quad 21 \quad 28 \quad 35 \quad 43 \quad 42 \\
& 43 \quad 44 \quad 45 \quad 46 \quad 54 \quad 53 \quad 52 \quad 44 \quad 52 \quad 61 \quad 60 \quad 67 \quad 73 \quad 78 \quad 83 \\
& 87 \quad 91 \quad 95 \quad 94 \quad 90 \quad 94 \quad 98 \quad 101 \quad 102 \quad 103 \quad 100 \quad 97 \quad 93 \quad 97 \quad 96 \\
& 95 \quad 98 \quad 99 \quad 100 \quad 103 \quad 105 \quad 104 \quad 106 \quad 101 \quad 106 \quad 107 \quad 105 \quad 104 \quad 102 \quad 99 \\
& 96 \quad 92 \quad 88 \quad 84 \quad 79 \quad 74 \quad 68 \quad 62 \quad 53 \quad 45 \quad 36 \quad 29 \quad 22 \quad 16 \quad 11 \\
& 7 \quad 4 \quad 2 \quad 1]
\end{aligned} \tag{4.3}$$

que já satisfazem as restrições de carga e de guarnição. Quando a carga do caminhão atinge um valor tal que a demanda da próxima aresta vá ultrapassar a sua capacidade, o veículo deve ir ao aterro para efetuar a descarga. No grafo do distrito Maracanã, isso ocorre quando ele vai acessar a aresta seguinte à aresta correspondente ao par de vértices (74, 75). Ele então vai ao depósito e retorna a esse último nó, onde foi deixada a guarnição, para retomar as atividades.

As figuras 4.6, 4.7 e 4.8 mostram as duas subrotas obtidas, bem como o caminho mínimo percorrido pelo veículo para efetuar a descarga no aterro, de acordo com o caminho obtido na equação 4.3.

Foram feitas medidas das demandas para as situações real e de aplicação do modelo. Os valores encontrados foram:

- Situação atual
  - Primeira subrota: 4280,10 kg
  - Segunda subrota: 4069,40 kg
- Aplicação da heurística
  - Primeira subrota: 4485,10 kg
  - Segunda subrota: 4325,10 kg



**Figura 4.6.** Distrito Maracanã: primeira subrota do modelo proposto

Pode ser observado que os valores obtidos na situação atual estão bem próximos daqueles obtidos com a aplicação do modelo, o que de certa forma caracteriza a validação dos resultados.

O comprimento total do percurso  $t_h$  é de 41,04km.

Para o cálculo do consumo de combustível, foi considerada a função consumo de com-

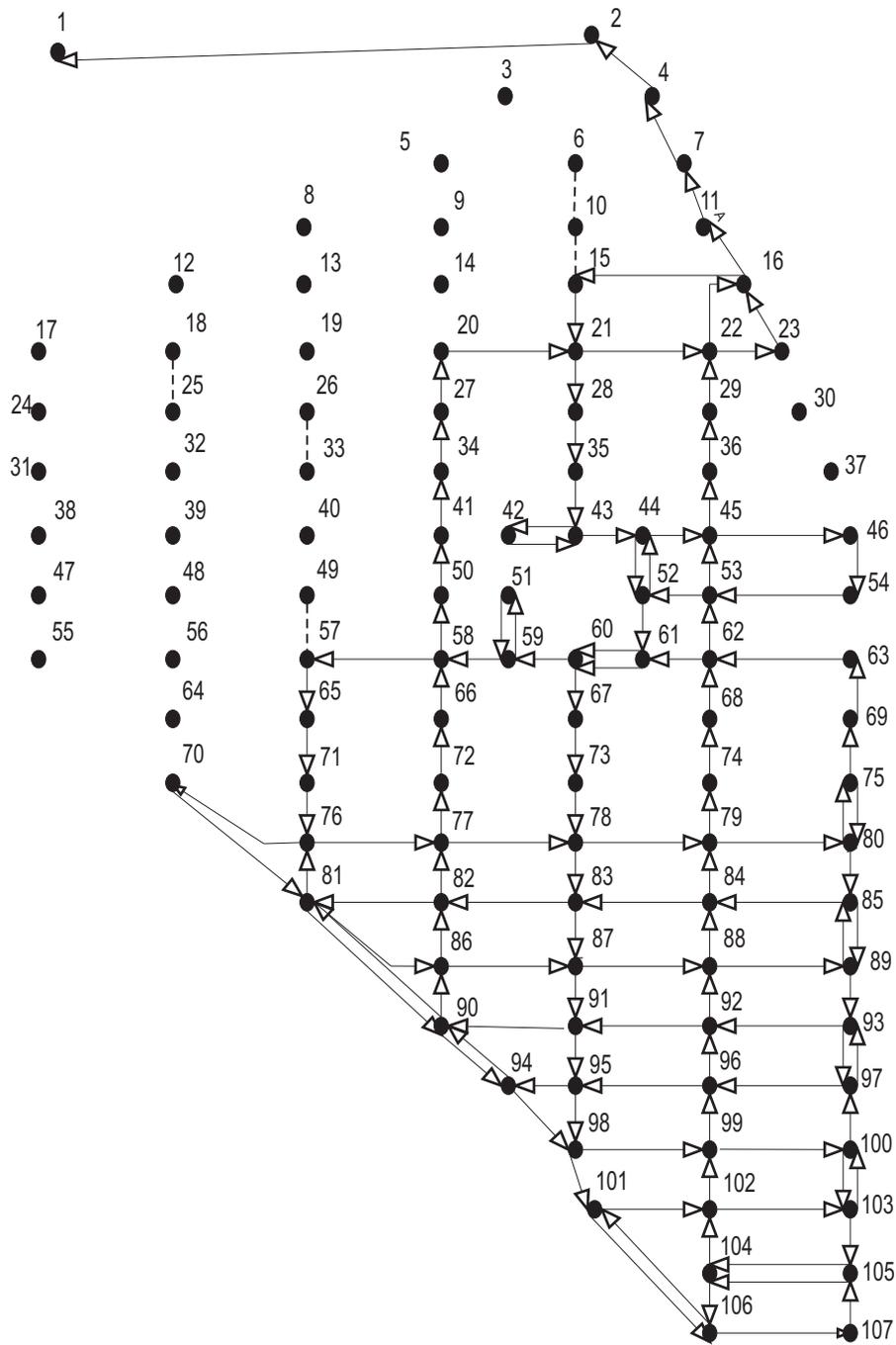


Figura 4.7. Distrito Maracanã: segunda subrota do modelo proposto

bustivel  $q(w, v)$  (3.7), onde

$$I = \begin{bmatrix} 9,111 \times 10^{-8} & 2,200 \times 10^{-4} \\ 8,000 \times 10^{-8} & 1,900 \times 10^{-4} \\ 4,222 \times 10^{-8} & 1,600 \times 10^{-4} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Estes dados foram obtidos através das informações constantes nas especificações dos

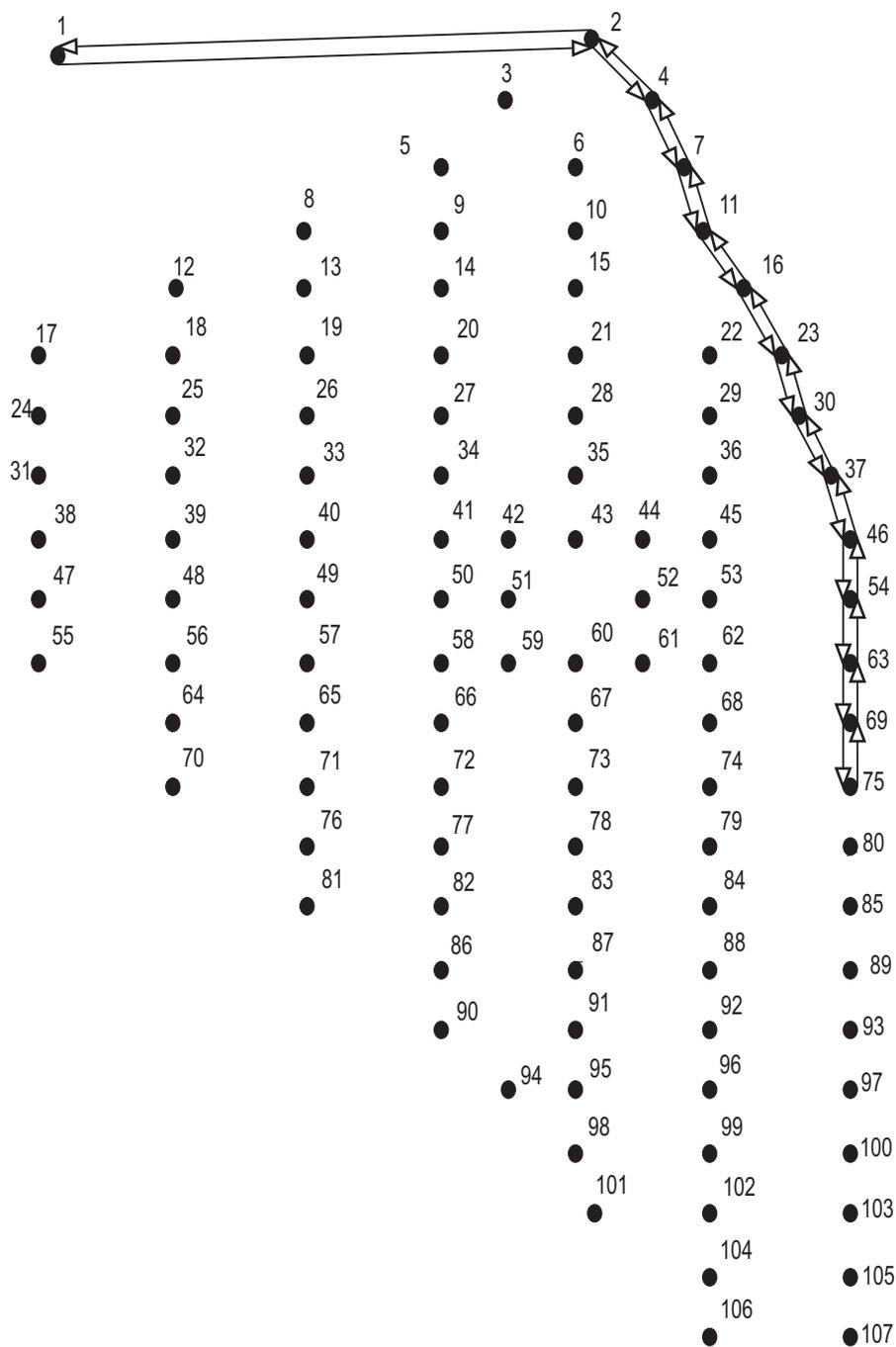


Figura 4.8. Distrito Maracanã: caminho mínimo obtido

fabricantes dos veículos. Além disso o consumo de combustível para cada uma das condições foi testada para validação dos valores fornecidos. A figura 4.9 mostra os valores utilizados na obtenção da equação 4.4

Utilizando os dados do grafo do distrito Maracanã, o consumo de combustível para a coleta atual  $t_a$  é de 15,46L e para a coleta obtida com a heurística  $t_h$  é de 14,51L.

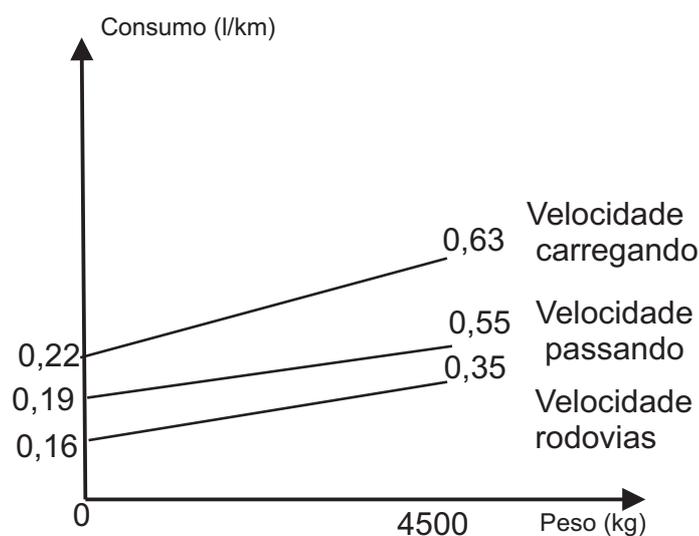


Figura 4.9. Gráfico de consumo

### 4.3 Comparação dos resultados

Os resultados obtidos para o sistema de coleta atual e utilizando a heurística estão mostrados na tabela 4.6. Pode ser observada uma economia de 5,0% em distância percorrida e 6,1% em consumo de combustível. Retirando a aresta  $e_1 = (1,2)$  de retorno ao depósito, cujo comprimento é 3,69km e onde não há o que otimizar, a redução da distância sobe para 7,6% e a redução do consumo de combustível para 8,2%.

	UCPP	Modelo atual	Modelo proposto
Distância percorrida (km)	31,63	43,20	41,04
Consumo de combustível (L)	6,96	15,46	14,51

Tabela 4.6. Comparação dos resultados.

Considerando os dados da tabela 4.6, pode-se estimar a economia de combustível ao longo do tempo. O veículo realiza três viagens semanais, isto implica em 156 viagens anuais. O consumo de combustível anual no modelo atual é de 2411,76 litros. No modelo proposto o consumo é de 2263,56 litros, resultando em um ganho de 148,2 litros. Para um total de 18 distritos e supondo todos com a mesma frequência, a economia anual é 2667,6 litros. Em valores financeiros, considerando o preço do óleo diesel igual a US\$ 0,98, tem-se uma economia de US\$ 2614,25. A otimização de rotas de coleta de lixo traz ainda outros bons resultados que às vezes não aparecem perceptíveis ou mensuráveis. Podem ser citados:

- Menor custo de operação.
- Melhoria da poluição ambiental.
- Maior disponibilidade da frota para manutenção.

- Menor desgaste da frota.
- Maior agilidade e flexibilização para definição de novos roteiros de acordo com as demandas.

## Capítulo 5

# Conclusão e perspectivas futuras

Através dos dados mostrados na tabela 4.6, pode ser visto que, aplicando a heurística obteve-se uma redução no consumo de combustível de 8,2% se descontado o trecho de acesso ao aterro. Isto significa que é possível otimizar roteiros e reduzir custos operacionais, sem a necessidade de qualquer investimento adicional, mas tão somente, otimizando os processos atualmente praticados. Na revisão bibliográfica muito se falou na redução de custos, mas em nenhum dos trabalhos estudados se faz menção ao consumo de combustível, e o fato de buscar a sua otimização, que é uma função não linear, a partir de métodos de programação linear, torna o trabalho bastante interessante.

Esses dados podem ser estendidos para todos os distritos, pois o modelo é aplicável para qualquer um deles. Isto acarretaria uma redução semanal aproximada de 54 litros semanais de combustível ou uma redução mensal de aproximadamente 234 litros, o que torna uma economia bastante significativa. A redução na distância percorrida implica em uma menor deterioração dos veículos de coleta, que apesar de não possuir uma medida direta, representa um ganho evidente. Há de se considerar ainda que o modelo desenvolvido pode ser utilizado em outras localidades, fazendo-se apenas pequenas adaptações nos dados de entrada que são peculiares a cada situação específica.

Conforme foi observado ao longo desta dissertação, o exemplo utilizado na aplicação do modelo constitui um sistema simples onde é fácil um observador planejar e atingir ótimos resultados. Mesmo assim foi possível obter ganhos expressivos na comparação. É bastante interessante aplicar a heurística em situações mais complexas, onde outras variáveis, além do peso e velocidade, irão exercer influência no consumo de combustível. Os resultados obtidos são promissores, entretanto mais estudos são necessários para melhorar a heurística implementada. Assim, como continuação deste trabalho pode-se propor a inclusão das seguintes atividades influenciadoras no consumo de combustível:

- Aclives/declives acentuados.
- Cálculo do consumo em áreas com ruas abertas sem qualquer planejamento ou planejamento mal adequado.

- Monitoramento *online* da carga do veículo, possibilitando flexibilizar a mudança de rotas dinamicamente.
- Implantação de um sistema global com particionamento dinâmico.
- Modificação do algoritmo de Fleury possibilitando a escolha da melhor aresta em função da demanda.
- Tratamento da sazonalidade dos municípios

Além disso, pode-se utilizar o modelo para implantação de políticas justas de cobrança dos serviços prestados pela prefeitura municipal, pagando mais quem produz mais resíduos. O conhecimento do lixo produzido possibilita a prefeitura incentivar a participação do cidadão na coleta seletiva através da redução proporcional da sua fatura de acordo com o seu envolvimento no processo.

## Apêndice A

# Resíduos sólidos: conceitos e definições

As grandes cidades acumulam riquezas e aparecem como centros de oportunidades econômicas, gerando novos empregos, idéias, cultura e educação. Por outro lado, essas aglomerações urbanas são também grandes consumidoras de expressivas quantidades de água, energia, alimentos e matérias primas, gerando uma significativa quantidade de lixo que precisa ser coletado, transportado e disposto de maneira segura e confiável.

A produção de lixo é um fenômeno inevitável que ocorre diariamente e a sua quantidade varia em função do nível de desenvolvimento econômico, e dentro da população, nas suas diferentes camadas sociais. Estima-se atualmente que 30 bilhões de toneladas de lixo sejam produzidas anualmente [D'Almeida & Vilhena, 2000].

No Brasil, conforme previsto na constituição federal, fica a cargo dos administradores municipais, legislar sobre assuntos de interesse local e organizar os serviços públicos. Por isso a gestão da limpeza urbana e dos resíduos gerados em seu território é de responsabilidade do município.

Os serviços de limpeza urbana constituem essencialmente de serviços, como a coleta e o transporte dos resíduos. A sua operação requer o pleno engajamento da administração municipal, garantindo o fluxo de recursos permanentes para a sua realização. Qualquer serviço de limpeza urbana devem conter prioridades máximas na sua execução e devem:

- coletar e transportar todo o lixo gerado no município, dando um destino final adequado;
- buscar formas de tratamento para os resíduos gerados;
- promover campanhas ou implantar programas educacionais voltados à conscientização pela limpeza da cidade e incentivar medidas que visem a diminuição da própria geração de lixo.

## A.1 Resíduos sólidos

De acordo com a ABNT [abn, 1987], resíduos sólidos são:

“... resíduos nos estados sólidos e semi-sólidos, que resultam de atividades da comunidade de origem industrial, doméstica, hospitalar, comercial, agrícola, de serviços e de varrição. Ficam incluídos nesta definição os lodos provenientes de sistemas de tratamento de água, aqueles gerados em equipamentos e instalações de controle da poluição, bem como determinados líquidos cujas particularidades tornam inviável o seu lançamento na rede pública de esgoto ou corpos de água, ou exijam para isso soluções técnicas e economicamente inviáveis em face à melhor tecnologia disponível.”

O termo resíduo sólido diferencia-se do termo lixo, pois o último não possui qualquer tipo de valor, já que seria aquilo que seria apenas descartado, enquanto o primeiro possui valor econômico, por possibilitar o reaproveitamento no processo. Entretanto a grande maioria das publicações utiliza indistintamente os termos lixo e resíduo sólido.

Segundo Mansur & Monteiro [1990], lixo é basicamente todo e qualquer resíduo sólido proveniente das atividades humanas ou gerado pela natureza em aglomerações urbanas, como folhas, galhos de árvores, terra e areia espalhada pelo vento, dentre outros.

### A.1.1 Classificação dos resíduos sólidos

Existem várias formas possíveis de se classificar o lixo:

- por natureza física: seco e molhado.
- por sua composição química: matéria orgânica e inorgânica.
- pelos riscos potenciais ao meio ambiente: perigosos, não inertes e inertes.

A tabela A.1 mostra as características dos resíduos sólidos quanto à periculosidade

Categoria	Característica
Classe I (perigosos)	Apresentam riscos à saúde pública
Classe II (Não-inertes)	Combustibilidade
Classe III (Inertes)	Alta concentração de solúveis

**Tabela A.1.** Classificação dos resíduos sólidos

Outra forma de classificação dos resíduos sólidos é quanto à sua origem, que pode ser:

- **Domiciliar:** originado da vida diária das residências, constituído por restos de alimentos, produtos deteriorados, jornais e revistas, garrafas embalagens em geral, papel higiênico, fraldas descartáveis e uma grande diversidade de outros itens. Contém ainda resíduos que podem ser tóxicos. De acordo com o IBGE (2002), mais de 125 mil toneladas de resíduos domiciliares são coletadas diariamente nos municípios brasileiros.

- **Comercial:** originado dos diversos estabelecimentos comerciais e de serviços, tais como, supermercados, estabelecimentos bancários, lojas, bares, restaurantes, etc. O lixo destes estabelecimentos e serviços tem um forte componente de papel, plásticos, embalagens diversas e resíduos de asseio dos funcionários, tais como, papéis toalha, papel higiênico, etc. O grupo de lixo comercial, assim como os entulhos de obras, pode ser dividido em subgrupos chamados de pequenos geradores (até 120 litros de lixo por dia) e grandes geradores (acima de 120 litros por dia).
- **Público:** originados dos serviços de limpeza pública urbana, incluindo todos os resíduos da varrição das vias públicas, limpeza de praias, de galerias, de córregos e de terrenos, restos de podas de árvores, corpos de animais, feiras livres, obras de arte, etc. Estima-se que sejam coletadas aproximadamente 37 mil toneladas desses resíduos diariamente no Brasil (IBGE(2002)).
- **Serviços de saúde e hospitalar:** constituem os resíduos sépticos, isto é, aqueles que contém ou potencialmente podem conter germes patogênicos, oriundos de locais como: hospitais, clínicas, laboratórios, farmácias, clínicas veterinárias, postos de saúde, etc. Tratam-se de agulhas, seringas, gazes, bandagens, algodões, órgãos e tecidos removidos, meios de cultura e animais utilizados em testes, sangue coagulado, luvas descartáveis, remédios com prazos de validade vencidos, instrumentos de resina sintética, filmes fotográficos de raios X, etc. De acordo com o IBGE(2002), são coletados pouco mais de 4 mil toneladas diariamente desse tipo de resíduo no Brasil.
- **Portos, aeroportos, terminais rodoviários e ferroviários:** constituem resíduos sépticos. Basicamente são constituídos de materiais de higiene, asseio pessoal e restos de alimentos que pudessem veicular doenças provenientes de outras cidades, estados e países. Também nesse caso, os resíduos assépticos destes locais são considerados como domiciliares.
- **Industrial:** originado nas atividades dos diversos ramos da indústria, tais como metalurgia, química, petroquímica, alimentícia, etc. O lixo industrial é bastante variado, podendo ser representado por cinzas, lodos, óleos, resíduos alcalinos ou ácidos, plástico, papel, madeira, fibra, borracha, metal, escórias, vidros ou cerâmicas. Nesta categoria inclui-se a grande maioria do lixo considerado tóxico.
- **Agrícola:** são os resíduos sólidos das atividades agrícolas e da pecuária. Incluem embalagens de fertilizantes e de defensivos agrícolas, ração, restos de colheita, etc. Em várias regiões do mundo, estes resíduos já constituem uma preocupação crescente, destacando-se as enormes quantidades de esterco animais geradas nas fazendas de pecuária intensiva. Também as embalagens de agroquímicos diversos, em geral altamente tóxicos, tem sido alvo de legislação específica, definindo os cuidados na sua destinação final e, por vezes, corresponsabilizando a própria indústria fabricante destes produtos.

- **Entulho:** resíduos da construção civil, composto por materiais de demolição e restos de obras, solos de escavações, etc. O entulho é geralmente um material inerte, passível de reaproveitamento, porém, geralmente contém uma vasta gama de materiais que podem lhe conferir toxicidade, destacando-se os restos de tintas e de solventes, peças de amianto e metais diversos, cujos componentes podem ser remobilizados caso o material não seja disposto adequadamente. Segundo Monteiro et al (2001), o entulho corresponde em torno de 50% da quantidade em peso de resíduos sólidos urbanos coletada em cidades com mais de 500 mil habitantes de diferentes países, inclusive no Brasil.

### A.1.2 Características dos resíduos sólidos

Para se começar a pensar em um serviço de limpeza urbana torna-se necessário identificar as características dos resíduos sólidos, pois estes variam conforme a cidade, em função de diversos fatores, tais como, o número de habitantes, o poder aquisitivo da população, a atividade dominante, os hábitos e costumes da população, os aspectos culturais e o clima. A atualização de dados devem ser feitas de forma periódica em virtude de mudanças que vão ocorrendo ao longo do tempo.

A influência dos fatores citados é melhor expressa pela quantidade de lixo gerada, pela sua composição física e parâmetros físico-químicos, todos indispensáveis ao correto prognóstico de cenários futuros. A tabela A.2 mostra uma síntese das principais características dos resíduos sólidos.

Parâmetro	Descrição	Importância
Geração <i>percapita</i>	Quantidade de lixo gerada por habitante	Dimensionamento das instalações e equipamentos
Composição física	Percentagens das várias frações do lixo	Estudos de aproveitamento e compostagem
Densidade aparente	Relação entre massa e volume do lixo	Determina a capacidade volumétrica dos meios de coleta
Teor de umidade	Quantidade de água contida na massa do lixo	Influencia a escolha da tecnologia de tratamento e equipamentos de coleta
Poder calorífico	Quantidade de calor gerada por Kg de lixo	Para instalações de incineração
Composição química	Análise de N, P, K, S, C e o pH	Define forma adequada de tratamento e disposição final
Teor de matéria orgânica	Quantidade matéria orgânica contida	Utilizado no processo de compostagem e estágio de estabilização do lixo aterrado

Tabela A.2. Características dos resíduos sólidos

### A.1.3 Acondicionamento de resíduos sólidos

Acondicionar resíduos sólidos significa prepará-los para a coleta de forma sanitariamente adequada e ainda compatível com o tipo e a quantidade de resíduos. A qualidade da operação de coleta e transporte dos resíduos depende da forma adequada do seu acondicionamento, armazenamento e das disposições dos recipientes no local, dia e horários especificados pelo órgão de limpeza urbana. A participação da população é decisiva nesta operação.

O lixo deve ser tratado e disposto em locais afastados do seu ponto de geração. O envio do lixo a essas áreas envolve uma fase interna e uma fase externa. A primeira é de responsabilidade do gerador (residência, estabelecimento comercial, etc.) e compreende a coleta interna, acondicionamento e armazenamento. A fase externa abrange os serviços de limpeza cuja responsabilidade é das administrações municipais. Embora a primeira fase seja de responsabilidade do usuário, a administração municipal deve exercer as funções de regulamentação, educação e fiscalização, assegurando condições sanitárias e operacionais adequadas.

### A.1.4 Recipientes para acondicionamento de resíduos domiciliares

O recipiente apropriado para o lixo deverá atender as condições sanitárias, não possuir um aspecto repulsivo ou desagradável, ter capacidade para conter o lixo gerado durante o intervalo entre uma coleta e outra, permitir uma coleta rápida, promovendo dessa forma a produtividade do serviço e proporcionar uma manipulação segura por parte da equipe de coleta.

Os principais recipientes para acondicionamento do resíduo sólido domiciliares são:

- **Sacos plásticos:** devem inicialmente estar contidos e posicionados em recipientes rígidos apropriados que permitam a retirada do saco ou seu esvaziamento para um receptor maior, ou ainda para disponibilização da coleta. Embora sejam ideais para acondicionamento e agilização da coleta, possuem o inconveniente de serem frágeis em relação a materiais cortantes.
- **Tambores:** possuem capacidade até 200 litros e podem ser utilizados adaptados com alça de manuseio e tampa, impedindo a dispersão do odor e a entrada de animais. O seu material de fabricação deve ser resistente à corrosão e deve ainda ser capaz de reter líquidos.
- **Contêineres:** existem contêineres de diversas capacidades, fabricados em polietileno de alta densidade ou então de metais, cuja capacidade varia na faixa de 120 litros a 1500 litros. Há ainda os contêineres intercambiáveis de maior capacidade que podem ser manejados por sistema de poliguindastes ou do tipo *roll-on, roll-off*. Alguns modelos são dotados de sistema de compactação embutido.

### A.1.5 Coleta e transporte dos resíduos sólidos

Coletar o lixo significa recolher o lixo acondicionado por quem o produz e encaminhá-lo, mediante transporte adequado, a um eventual tratamento ou à disposição final e o principal objetivo da sua remoção regular, é evitar a proliferação de insetos e animais causadores de doenças. Na norma *NBR – 12980* [abn, 1993] encontram-se as definições dos diferentes tipos de serviço de coleta de resíduos sólidos:

- **Coleta domiciliar:** consiste na coleta de lixo de residências, estabelecimentos comerciais e industriais cujo volume não ultrapasse o previsto em legislação municipal.
- **Coleta pública:** referente ao recolhimento dos resíduos provenientes de feiras, praias, calçadas e demais áreas de uso público.
- **Coleta de serviços de saúde:** engloba hospitais, postos de saúde, laboratórios, farmácias, clínicas veterinárias e outras afins.
- **Coleta seletiva:** visa recolher os resíduos segregados na fonte. Está relacionado com a reciclagem, devendo ser executado por um plano específico.

A coleta regular consiste na coleta de resíduos executada em determinados intervalos e a coleta especial contempla os resíduos não contemplados na coleta regular, tais como entulhos, animais mortos e podas de jardins. A coleta particular é obrigatoriamente de responsabilidade do gerador, em decorrência do tipo de resíduo ou da sua quantidade ser superior à prevista em legislação municipal. Indústrias, supermercados, *shopping centers* construtoras e empreiteiras, dentre outros, devem providenciar a coleta de seus resíduos em função do volume gerado. Hospitais, ambulatórios, centros de saúde e farmácias, dentre outros, devem ter coleta particular em função do tipo de lixo. Nestes aspectos, o papel de fiscalização por parte da prefeitura é de fundamental importância. A coleta e o transporte requerem ainda um fluxo permanente de informações, que subsidiem o seu planejamento e a sua gestão.

## A.2 Veículos coletores

Conforme estabelecido na norma *NBR – 12980* [abn, 1993] existem dois tipos de carrocerias montadas sobre chassi de veículos, destinadas à coleta de resíduos sólidos domiciliares:

- **Carrocerias sem compactação:** para este tipo de caminhão existem dois tipos de modelos: tipo prefeitura e caçamba basculante. O modelo coletor tipo prefeitura se caracteriza pela carroceria fechada, metálica e construída em forma retangular, com tampas escorregadiças abauladas. É utilizado em pequenas comunidades de baixa densidade demográfica e em locais íngremes, apresentando um volume que varia de  $4m^3$  a  $15m^3$  e sua carga é vazada por meio de basculamento hidráulico. É um equipamento de baixo custo e aquisição e manutenção, entretanto requer bastante esforço dos trabalhadores de coleta que devem erguer o lixo até a borda da caçamba, com mais de dois

metros de altura.

O modelo caçamba basculante difere do modelo anterior por possuir sua parte superior aberta, necessitando de lona para proteção da ação do vento e da poluição visual. Suas capacidades volumétricas variam entre  $3m^3$  e  $12m^3$ .

- **Carrocerias com compactador:** são veículos com carrocerias fechadas contendo dispositivos mecânicos ou hidráulicos que possibilitam a distribuição e compressão dos resíduos no interior da carroceria. O sistema de carregamento pode ser traseiro, lateral ou frontal e as capacidades variam entre  $5m^3$  e  $25m^3$ . Os equipamentos de compactação são recomendados para áreas de média e alta densidade em vias que apresentem condições favoráveis de tráfego.

Para áreas de difícil acesso, tais como, ruas não pavimentadas, estreitas ou até mesmo inexistentes, como ocorre em favelas, recomenda-se o uso de tratores, motocicletas ou veículos de tração animal.

Para uma escolha adequada do tipo de veículo a ser utilizado, deve-se considerar a natureza e a quantidade do lixo, as condições de operação do equipamento, custo-benefício de sua execução e as condições de tráfego da cidade.

### A.3 Destinação final dos resíduos sólidos

Motivada pela diminuição de terrenos ou pela oposição da população vizinha, as áreas de aterro estão sendo feitas cada vez mais distantes dos centros urbanos. Isto resulta em um aumento substancial da distância percorrida pelos coletores de resíduos, o que acarreta atraso nos roteiros de coleta, aumento do tempo improdutivo dos colaboradores, aumento no custo de transporte e a redução na produtividade nos caminhões de coleta.

O uso de estações de transferência ou transbordo é um recurso que limita o percurso dos veículos coletores, gerando maior economia e permitindo o transporte do lixo em veículos com capacidade superiores aos utilizados na coleta e com custos unitários de transporte reduzidos. As estações de transferência podem ser definidas como pontos intermediários, onde o lixo é coletado e passado a caminhões de maior porte, com capacidade para transportar o equivalente a três ou mais caminhões coletores.

As estações de transferência exercem um importante papel no sistema de gerenciamento de lixo, atuando como ligação entre o sistema de coleta e o destino final, consolidando a carga de lixo coletada pela frota de veículos coletores, para posterior descarregamento em veículos de capacidades maiores, visando uma transferência com menor custo às áreas de destino final.

Pesquisas indicam que pode haver viabilidade econômica para implantação de estações de transferência a partir de um valor limite de 32 quilômetros, sendo este valor apenas indicativo, tornando-se necessário um estudo comparativo que leve em consideração os custos de implantação e de operação de uma estação de transferência e a economia gerada com a diminuição das distâncias a serem percorridas pelos caminhões coletores.

Conforme dados da pesquisa nacional de saneamento básico 88 municípios brasileiros já se beneficiam de estações de transferência em seus sistemas de coleta e transporte de resíduos, movimentando um volume aproximado de 22 mil toneladas.

Uma das grandes preocupações dos administradores de sistema de limpeza urbana, refere-se à destinação final dos resíduos sólidos municipais, pois ainda que haja tratamento com aproveitamento ou não dos resíduos, ainda se teria o resíduo dos resíduos e desta forma deve existir um local para destino final dos resíduos.

Atualmente no Brasil, os sistemas de disposição final mais observados são:

- **Descarga a céu aberto, vazadouro ou lixão:** caracteriza-se pela simples descarga sobre o solo, sem qualquer tipo de proteção ao meio ambiente ou à saúde pública. Nessa forma de disposição, há proliferação de doenças, geração de maus odores e poluição das águas provocada pelo chorume<sup>1</sup>. Está geralmente associado à presença de animais e de pessoas, que, algumas vezes, residem no próprio local.
- **Aterro controlado:** pode ser considerado uma variação do lixão, onde os resíduos são cobertos com terra, sem aplicação de qualquer tipo de critério. Neste caso, os problemas de poluição visual são reduzidos e sendo a área de disposição minimizada, produz poluição localizada. Geralmente não há impermeabilização de base, o que compromete as águas subterrâneas e também não um sistema de tratamento do percolato<sup>2</sup>.
- **Aterro sanitário:** processo fundamentado em critérios de engenharia e normas operacionais específicas, permite o confinamento seguro em termos de controle de poluição ambiental e proteção à saúde pública. Os resíduos são reduzidos a um valor mínimo permissível, sendo coberto por uma camada de terra ao final de cada jornada de trabalho
- **Compostagem:** processo de decomposição da matéria orgânica contida em restos de origem animal e vegetal. Resulta em um produto que pode ser usado no solo para melhoria das suas características. Não provoca riscos ao meio ambiente. Segundo o IBGE [ibg, 2002] 6,5 mil toneladas de resíduos são destinadas diariamente para as estações de compostagem.
- **Reciclagem:** processo de coleta seletiva em que são utilizados os materiais que se tornariam lixos, para serem usados como matéria-prima na manufatura de novos produtos. De acordo com o IBGE [ibg, 2002] pouco mais de 1% do volume de lixo coletado no Brasil é destinado às estações de triagem. A título de comparação, nos EUA e na Alemanha este valor gira em torno de 30% D'Almeida & Vilhena [2000].
- **Incineração:** tratamento térmico acima de 500°C para destruição ou remoção da fração orgânica presente no resíduo, reduzindo significativamente sua massa e o seu volume em 70% e 90%, respectivamente. A energia contida nestes resíduos, pode ser parcialmente

---

<sup>1</sup>Líquido preto, mal cheiroso e produzido pela decomposição da matéria orgânica contida no lixo

<sup>2</sup>Termo empregado para caracterizar a mistura entre chorume e a água da chuva que percola o aterro

aproveitada, podendo gerar energia elétrica, água quente e vapor, auxiliando na redução do custo operacional do tratamento térmico. No Japão e nos EUA, aproximadamente 15% do volume gerado recebem este tratamento, enquanto no Brasil, segundo o IBGE [ibg, 2002], este número gira em torno de 0,5% do volume total.

No Brasil, segundo o IBGE [ibg, 2002], a destinação final de lixo é de 47,1% em aterros sanitários, 22,3% em aterros controlados e 30,5% em lixões.

O percentual em número de municípios não se apresenta favorável, ainda segundo o IBGE [ibg, 2002]. 63,6% dos municípios ainda utilizam lixões e 18,4% utilizam aterros controlados e 13,8% fazem uso de aterros sanitários, sendo que 5% dos municípios não informaram o destino final dos seus resíduos, levando-se a crer que este percentual não deve possuir um tratamento adequado.

#### A.4 Formas de administração e custos do serviço de limpeza

A constituição federal nos incisos VI e IX do artigo 23, estabelece que é competência comum da união, dos estados e do município proteger o meio ambiente e combater a poluição em qualquer de suas formas. Já os incisos I e V do artigo 30, estabelecem que legislar sobre assuntos de interesse local, como é o caso da limpeza urbana [Brasil, 2002], é uma atribuição municipal.

No Brasil, conforme a pesquisa nacional de saneamento básico [ibg, 2002], mostram que 88% das suas cidades, os serviços de limpeza urbana são prestados exclusivamente pelos próprios municípios. Em 11% dos casos os serviços são prestados pelo município e por empresas privadas e apenas 1% possuem todo o serviço prestado por empresas contratadas. As empresas privadas operam em grandes municípios o que faz com que apenas 45 empresas sejam responsáveis pela coleta de 30% do lixo gerado no Brasil.

Segundo Monteiro [2001], seja a administração dos serviços de limpeza pública direta ou indireta, a remuneração correta e suficiente dos serviços e a garantia na arrecadação de receitas destinadas à limpeza urbana da cidade, são questões que devem ser muito bem resolvidas pela administração dos serviços de limpeza urbana.

Os sistemas de limpeza urbana consomem, entre 5% e 15% do orçamento municipal, segundo Monteiro [2001]. Dados da Pesquisa Nacional de Saneamento Básico [ibg, 2002], demonstram que pequenos municípios, em sua maioria, não cobram qualquer tipo de tarifa para cobertura dos serviços de limpeza urbana. Mais de 50% dos municípios brasileiros não cobram dos usuários pela execução de coleta de resíduo sólido e, aqueles que o fazem, cobram valores muito inferiores à despesa real, o que naturalmente compromete a qualidade dos serviços, pois a limpeza urbana nem sempre é prioritária na alocação dos recursos municipais.

Nos municípios maiores, com população acima de 50 mil habitantes, a situação se inverte com a cobrança pelos municípios de algum tributo específico sendo maior do que aqueles que não arrecadam diretamente pelos serviços. Os municípios com população acima de 100 mil habitantes, em sua grande maioria, possuem uma taxa específica para limpeza urbana.

#### A.4.1 Dimensionamento da coleta domiciliar

O dimensionamento e a programação da coleta estão relacionados à estimativa dos recursos necessários, isto é, tipo de veículo, quantitativo de pessoal, equipamentos e à definição de como o serviço será executado, definindo-se frequências, horários, roteiros, dentre outros. A tarefa de dimensionar e programar o serviço visa ampliar o atendimento para áreas não atendidas, bem como a necessidade de reformular os serviços atualmente prestados. O aumento ou diminuição da população, as mudanças de características de bairros e a existência de recolhimento irregular dos resíduos são alguns fatores que indicam a necessidade de redimensionamento dos roteiros de coleta.

A USEPA [use, 1999] descreve um procedimento visando o dimensionamento ou modificações de um sistema de coleta, de forma a suprir as necessidades de uma comunidade:

- i. Definição dos objetivos e restrições da comunidade, quanto ao sistema de coleta e transporte de resíduos.
- ii. Caracterização da geração e da área envolvida no serviço de coleta e transporte de resíduos.
- iii. Avaliação das alternativas e necessidades do sistema de coleta e transferência.
- iv. Determinação das opções de coleta pública e/ou privada e das opções de transferência.
- v. Determinação da estrutura de financiamento do sistema.
- vi. Identificação do processo de acondicionamento dos resíduos e procedimentos de coleta.
- vii. Definição dos equipamentos de coleta e tamanho das equipes de trabalho.
- viii. Desenvolvimento de rotas e horários de coleta.
- ix. Implementação do sistema de coleta.
- x. Monitoramento da performance do sistema, realizando ajustes quando necessário.

#### A.5 Definição dos itinerários dos serviços de coleta domiciliar

Segundo D'Almeida & Vilhena [2000], o itinerário de coleta é o trajeto que o veículo coletor percorre dentro de um setor, transportando o máximo de lixo num mínimo de percurso improdutivo, com o menor desgaste possível para a guarnição e para o veículo coletor. Os itinerários devem sempre ser projetados de forma a evitar percursos improdutivos, e para tal, os seguintes critérios devem ser adotados [D'Almeida & Vilhena, 2000]:

- Início da coleta próximo a garagem.
- Término da coleta próximo à área de descarga.

- Coleta em sentido descendente, quando feito em vias íngremes, poupando a guarnição e os veículos.
- Percurso contínuo: coleta nos dois lados da rua, podendo-se no entanto, fazer o percurso novamente caso a rua ou avenida tenha tráfego intenso, evitando-se assim o cruzamento de vias pela guarnição.

Deve-se sempre ter em mente que o projeto da coleta é dinâmico e deverá ser verificado periodicamente, visando observar variações quanto à geração de resíduos em cada setor, pavimentação de ruas e outros fatores que influenciem na coleta, podendo-se fazer alteração nos roteiros originais ou, até mesmo nos setores de coleta.

Segundo a USEPA [use, 1995], para se elaborar um projeto de itinerários, algumas premissas devem ser observadas no intuito de se obter uma estratégia eficiente para o roteamento de veículos. A seguir são mostradas algumas destas regras, que em conjunto com um processo de otimização trazem reduções de custo no serviço de coleta e transporte do lixo:

- i. As rotas devem ser fragmentadas ou sobrepostas, isto é, cada rota deve consistir de segmentos de rua agrupados na mesma área geográfica.
- ii. Os tempos de viagem e total de coleta devem ser razoavelmente constantes para cada rota.
- iii. A rota deve se iniciar o mais próximo possível da garagem, considerando-se vias de tráfego intenso e de mão única.
- iv. Vias de tráfego intenso não devem ser coletadas nos horários de pico.
- v. Nas vias de inclinação acentuada, a coleta deve ser efetuada nos dois lados da rua no movimento de descida do veículo, favorecendo a segurança e a velocidade da coleta com eminente redução de combustível e desgaste do veículo.
- vi. Pontos de maior elevação devem estar no início da rota.

A criação de itinerários para coleta e transporte de resíduos sólidos é um problema de roteamento de veículos. O uso de recursos computacionais que permite definir um conjunto de roteiros, assegurando percursos com o menor custo, otimizando o número de viagens, a quantidade de veículos e o tempo total. Isto trás em consequência a redução de custos em outros itens de custeio envolvidos nos serviços de coleta, tais como, número de trabalhadores, horas extras, etc.

A obtenção de boas soluções na utilização do modelo matemático e algoritmo de solução depende dos dados de entrada a serem levantados, considerando-se o sistema com suas restrições inerentes.

## Apêndice B

# Algoritmo de Fleury

Os teoremas de Euler são descritos a seguir:

**Teorema B.1** *Se um grafo possuir vértices de grau ímpar então não possui nenhum circuito de Euler. Se ele for conexo e todos os seus vértices forem de grau par então possui pelo menos um circuito de Euler.*

**Teorema B.2** *Se um grafo possuir mais de dois vértices de grau ímpar então não possui nenhum caminho de Euler. Se um grafo for conexo e possuir apenas dois vértices de grau ímpar então possui pelo menos um caminho de Euler. Qualquer que seja o caminho ele terá de começar em um dos vértices de grau ímpar e terminar no outro.*

**Teorema B.3** *A soma dos graus de todos os vértices de um grafo é igual ao dobro do número de arestas desse mesmo grafo. O número de vértices de grau ímpar tem de ser par.*

Baseado nos teoremas acima descritos, é fácil descobrir se um determinado grafo possui ou não um caminho ou um circuito de Euler. No entanto, não se tem como identificá-lo. Em grafo simples, torna-se fácil esta identificação. Considere entretanto, o gráfico mostrado na figura [B.1](#).

É fácil perceber que é um grafo Euleriano, pois todos os vértices são de grau par. Mas fica a questão. Qual circuito Euleriano? Um dos algoritmos utilizados para responder a esta questão é o chamado algoritmo de Fleury, cuja descrição é mostrada a seguir:

**função** *Fleury*( $G = (V,E)$ : grafo) : caminho

i.  $G' \leftarrow G \{ G' = (V', E') \}$

ii.  $v_0 \leftarrow$  um vértice de  $G'$

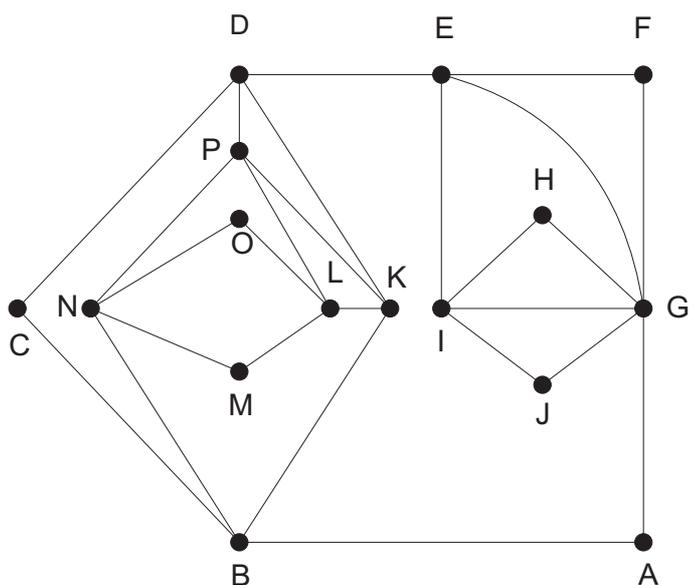


Figura B.1. Grafo Euleriano.

- iii.  $C \leftarrow [v_0]$  Inicialmente, o circuito contém só  $v_0$
- iv. **Enquanto**  $E'$  não vazio
  - a)  $v_i \leftarrow$  último vértice de  $C$
  - b) **Se**  $v_i$  tem só uma aresta incidente;  
 $a_i \leftarrow$  a aresta incidente a  $v_i$  em  $G'$
  - c) **Senão**  $a_i \leftarrow$  uma aresta incidente a  $v_i$  em  $G'$  e que não é uma ponte  
 Retirar a aresta  $a_i$  do grafo  $G'$   
 Acrescentar  $a_i$  no final de  $C$   
 $v_j \leftarrow$  vértice ligado a  $v_i$  por  $a_i$   
 Acrescentar  $v_j$  no final de  $C$
- v. **Retornar**  $C$

A idéia principal deste algoritmo é a de que só se deve atravessar uma ponte quando for estritamente necessário, isto é, quando não se tiver outra possibilidade.

Utilizemos então, o algoritmo de Fleury para encontrar um circuito de Euler no grafo da figura B.1. Um dos circuitos possíveis é o seguinte: J, I, H, G, F, E, D, P, K, B, N, O, L, P, N, M, L, K, D, C, B, A, G, I, E, G, J.

Para entender como funciona o algoritmo de Fleury, considere o grafo da figura B.2 a. Suponhamos que o algoritmo começa com o vértice 6. Ele pode escolher uma das arestas h,

d, e ou i. Supondo que ele escolhe d, ele se encontra depois no vértice 2, onde ele é obrigado a seguir pela ponte que liga com o vértice 5. Isso é ilustrado na figura B.2 b. Nesse momento, ele pode escolher entre b, g ou h. O último é descartado por ser uma ponte. Então sobram somente b e g. Supondo que b é selecionado, ele chega ao vértice 1, como ilustrado na figura B.2 c. Nas três próximas etapas, ele não tem escolha. Chegando ao vértice 6, de novo ele tem mais de uma opção. Em mais três etapas, ele volta à origem, o que completa o circuito Euleriano.

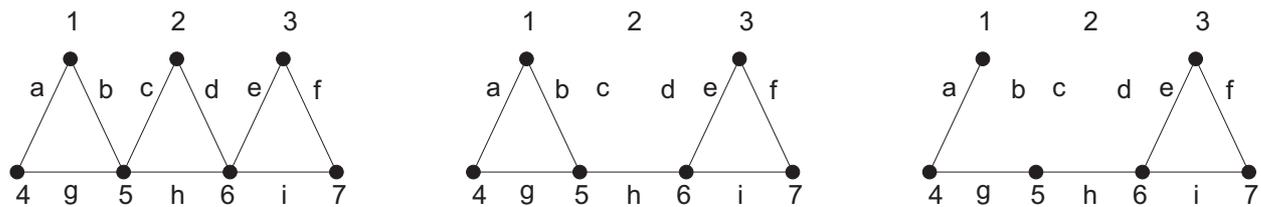


Figura B.2. Evolução do algoritmo de Fleury.

## Apêndice C

# Ajuste polinomial

Este trabalho utiliza o método de mínimos quadrados para fazer ajuste polinomial a um conjunto de pontos. Os coeficientes do polinômio são determinados pela minimização da soma dos quadrados dos resíduos de todo o conjunto de pontos. O resíduo de cada ponto é definido como a diferença entre os valores do polinômio de ajuste e do ponto real.

Um exemplo simples de ajuste é mostrado a seguir, a partir dos pontos  $(x_i, y_i)$  da figura C.1. São utilizados 4 pontos e o polinômio obtido é de primeira ordem do tipo  $f(x) = a_1x + a_0$ . O resíduo  $R_i$  é dado por  $R_i = f(x_i) - y_i$ . A equação para a soma dos quadrados dos resíduos de todos os pontos é:

$$R = [f(x_1) - y_1]^2 + [f(x_2) - y_2]^2 + [f(x_3) - y_3]^2 + [f(x_4) - y_4]^2 \quad (\text{C.1})$$

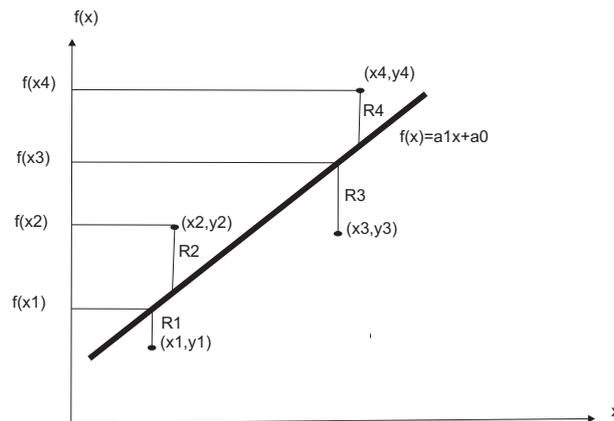


Figura C.1. Método dos mínimos quadrados.

Após a substituição da equação da reta em cada ponto da equação de  $R$ , obtém-se

$$R = (a_1x_1 + a_0 - y_1)^2 + (a_1x_2 + a_0 - y_2)^2 + (a_1x_3 + a_0 - y_3)^2 + (a_1x_4 + a_0 - y_4)^2 \quad (\text{C.2})$$

Assim,  $R$  é uma função dos coeficientes  $a_1$  e  $a_0$ . O mínimo de  $R$  é determinado tomando-se as derivadas parciais de  $R$  com relação a cada um dos coeficientes, e igualando-as a zero. Matematicamente, tem-se duas equações lineares e duas incógnitas que podem ser assim determinadas. A solução delas fornece os valores de  $a_1$  e  $a_0$ , que são os coeficientes do polinômio que melhor se ajustam aos dados.

Para um conjunto maior de pontos e polinômios de maior grau, o procedimento se generaliza de maneira direta.

# Referências Bibliográficas

- (1987). *NBR 10004: Resíduos sólidos - classificação*. ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas, São Paulo.
- (1993). *NBR 12980: Coleta, varrição e acondicionamento de resíduos sólidos urbanos - terminologia*. ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas.
- (1995). *Decision-makers guide to solid waste management, volume II*. USEPA - United States Environmental Protection Agency, Office of solid waste division, Washington.
- (1999). *Getting more for less: improving collection efficiency*. USEPA - United States Environmental Protection Agency, Office of solid waste division, Washington.
- (2002). *Pesquisa nacional de saneamento básico: 2000*. IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, Rio de Janeiro.
- Alvarez-Valdez, R.; Benavent, E.; Campos, V.; Corberan, A.; Mota, E.; Tamarit, J. & Valls, V. (1993). A computerized system for urban garbage collection. *Topology*, 1:89–105.
- Baptista, S.; Oliveira, R. C. & Zúquete, E. (2002). A period vehicle routing case study. *European Journal of Operational Research*, 139:220–229.
- Beltrami, E. J. & Bodin, L. (1974). Networks and vehicle routing for municipal waste collection. *Networks*, 4:65–94.
- Bhat, V. N. (1996). A model for the optimal allocation of trucks for the solid waste management. *Waste Management and Research*, 14:87–96.
- Brasil (2002). *Constituição da república federativa do Brasil: promulgada em 5 de outubro de 1988*. Saraiva, São Paulo, 29 edição.
- Chang, N. B.; Lu, H. Y. & Wei, Y. L. (1997). Gis technology for vehicle routing and scheduling in solid waste collection systems. *Journal of Environmental Engineering*, 123:901–910.
- Christofides, N. (1976). Worst-case analysis of a new heuristic for the travelling salesman problem. *CMU Tech. Report*, Report 388.

- D'Almeida, M. L. O. & Vilhena, A. (2000). *Lixo municipal: Manual de gerenciamento integrado*. IPT/CEMPRE, São Paulo, 2 edição.
- Edmonds, J. & Johnson, E. (1973). Euler tours and the Chinese postman. *Mathematical Programming*, 5:88–124.
- Eisenstein, D. D. & Iyer, A. V. (1997). Garbage collection in [c].
- Gersting, J. L. (2005). *Fundamentos Matemáticos para a Ciência da Computação*. Editora LTC, 3 edição.
- Goldberg, M. C. & Luna, H. P. L. (2005). *Otimização combinatória e programação linear*. Editora Campus, 2 edição.
- GoogleEarth (2008). <http://earth.google.com>.
- Janssens, G. K. (1993). Fleet size determination for waste oil collection in the province of antwerp. *Yugoslav Journal of Operational Research*, 3:103–113.
- Kim, B.; Kim, S. & Sahoo, S. (2006). Waste collection vehicle routing problem with time windows. *Computers and Operations Research*, 33:3624–3642.
- Kulcar, T. (1996). Optimizing solid waste collection in Brussels. *European Journal of Operational Research*, 90:71–77.
- Kytojoki, J.; Nuortio, T. & Braysy, O. (2004). Two efficient metaheuristics for huge scale vehicle routing problems. Technical report, Department of Environmental Sciences, University of Kuopio, 2004., Finland.
- Law, A. M. & Kelton, W. D. (1991). *Simulation modeling and analysis*. McGraw-Hill, 2 edição.
- Li, J.-Q.; Borenstein, D. & Mirchandani, P. B. (2008). Truck scheduling for solid waste collection in the city of Porto Alegre, Brazil. *Omega*, 36:1133–1149.
- Mansur, G. L. & Monteiro, J. H. P. (1990). *O que é preciso saber sobre limpeza urbana*. IBAM/CPU, Rio de Janeiro.
- Monteiro, J. H. P. (2001). *Manual de gerenciamento integrado de resíduos sólidos*. IBAM, Rio de Janeiro.
- Mourão, M. (2000). Lower-bounding and heuristic methods for collection vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, 121:420–434.
- Nuortio, T.; Kytöjokib, J.; Niskaa, H. & Bräysy, O. (2006). Improved route planning and scheduling of waste collection and transport. *Expert Systems with Applications*, 30(2):223–232.

- Ong, H. L.; Goh, T. N. & Poh, K. L. (1990). A computerized vehicle routing system for refuse collection. *Advances in Engineering Softwares*, 12:54–58.
- Or, I. (1976). *Traveling salesman type combinatorial problems and their relation to the logistic of blood banking*. PhD thesis, Department of Industrial Engineering and Management Science, Northwestern University.
- Saravanan, K.; Velumani, A. & Ganesan, K. (2009). Model development on disposal of municipal solid waste through experimental studies. *Modern Applied Science*, 3.
- Shih, L.-H. & Chang, H.-C. (2001). A routing and scheduling system for infectious waste collection. *Environmental Modeling and Assessment*, 6:261–269.
- Simonetto, E. O. & Borenstein, D. (2007). A decision support system for the operational planning of solid waste collection. *Waste Management*, 27(10):1286–1297.
- Teixeira, J.; Antunes, A. P. & de Souza, J. P. (2004). Recyclable waste collection planning: a case study. *European Journal of Operational Research*.
- Tung, D. V. & Pinnoi, A. (2000). Vehicle routing-scheduling for waste collection in Hanoi. *European Journal of Operational Research*, 125:449–468.