

*Campos eletromagnéticos produzidos por  
descargas atmosféricas:  
Uma abordagem analítica no domínio do tempo.*

Célio Fonseca Barbosa

Tese de doutorado submetida à banca examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito necessário à obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. José Osvaldo Saldanha Paulino

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA  
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: ENGENHARIA DE POTÊNCIA  
LINHA DE PESQUISA: COMPATIBILIDADE ELETROMAGNÉTICA  
E QUALIDADE DE ENERGIA

Belo Horizonte - MG

Maio de 2009

Tese de Doutorado sob o título "*Campos eletromagnéticos produzidos por descargas atmosféricas: Uma abordagem analítica no domínio do tempo*", defendida por Célio Fonseca Barbosa e aprovada em 07 de maio de 2009, em Belo Horizonte, Minas Gerais, pela banca examinadora constituída pelos doutores:

---

Prof. Dr. José Osvaldo Saldanha Paulino  
Departamento de Engenharia Elétrica - UFMG  
Orientador

---

Prof. Dr. Renato Cardoso Mesquita  
Departamento de Engenharia Elétrica - UFMG

---

Prof. Dr. Antonio Emílio Angueth de Araújo  
Departamento de Engenharia Elétrica - UFMG

---

Prof. Dr. Wallace do Couto Boaventura  
Departamento de Engenharia Elétrica - UFMG

---

Prof. Dr. José Pissolato Filho  
Departamento de Sistemas e Controles de Energia - UNICAMP

---

Prof. Dr. Alexandre Piantini  
Instituto de Eletrotécnica e Energia - USP

## PREFÁCIO

Durante oito anos (de 2000 a 2007) esteve em operação um campo de testes com descargas atmosféricas induzidas por foguetes nas dependências do INPE, em Cachoeira Paulista - SP. Este campo de testes propiciou o estabelecimento de um abrangente programa de pesquisas sobre as descargas atmosféricas e seus efeitos. Dentre as pesquisas realizadas, inclui-se a investigação dos efeitos das descargas atmosféricas sobre os sistemas de telecomunicações, como cabos aéreos, cabos enterrados e estações rádio-base de telefonia celular. Esta investigação em telecomunicações foi coordenada pelo Centro de Pesquisas e Desenvolvimento em Telecomunicações (CPqD), utilizando recursos do Fundo para o Desenvolvimento Tecnológico das Telecomunicações (Funttel) e contando com a participação de pesquisadores da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp) e do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE). Também colaboraram ativamente com esta investigação, através de convênios específicos, a France Telecom (França) e a Telstra Corporation (Austrália). Os resultados obtidos foram utilizados na elaboração de diversas Recomendações da União Internacional de Telecomunicações (UIT), assim como subsidiaram a elaboração da regulamentação nacional sobre proteção elétrica emitida pela Agência Nacional de Telecomunicações (Anatel).

Visando entender os resultados dos experimentos realizados, passei a estudar a bibliografia sobre o assunto, o que levou à adaptação e extensão dos modelos teóricos estudados. Os resultados destes estudos foram sendo publicados em anais de congressos e periódicos, motivando o Prof. José Osvaldo Paulino a me incentivar a transformar um dos temas estudados em uma tese de doutorado. Elegemos o modelamento dos campos eletromagnéticos gerados pelas descargas atmosféricas como tema, pois a abordagem no domínio do tempo utilizada é inovadora em diversos aspectos. Esta tese é, portanto, o resultado deste trabalho.

Cabe aqui expressar meus agradecimentos ao Prof. José Osvaldo Paulino (UFMG), pelo incentivo, pela orientação e pelas valiosas discussões. Agradeço também a todos que contribuíram com os experimentos de Cachoeira Paulista, em especial ao Prof. José Pissolato Filho (Unicamp), por "fazer acontecer" o campo de testes, ao Flávio Nallin (CPqD), por viabilizar as medições realizadas e ao Sylvain Person (France Telecom), grande mestre na "caça de raios". Estendo meus agradecimentos aos colegas da UFMG, em especial ao Prof. Glássio Miranda, pelo incentivo e pelas proveitosas discussões e ao Prof. Hani Yehia, pelo apoio, assim como aos colegas do CPqD, em especial ao Alexandre Bagarolli, pelo apoio. Finalmente, um agradecimento especial para minha esposa, Maria Clara, pelo constante incentivo.

## RESUMO

Este trabalho desenvolve um conjunto de equações analíticas no domínio do tempo que permite o cálculo dos campos eletromagnéticos produzidos por uma descarga atmosférica. Inicialmente é apresentada uma revisão do tratamento deste assunto na literatura técnica, desde os trabalhos pioneiros realizados no início do século passado até as publicações mais recentes. Em seguida, são descritas as diversas características de uma descarga atmosférica, com ênfase nos parâmetros que serão utilizados nos chamados "modelos de engenharia" desenvolvidos para o cálculo de campos e tensões induzidas. São também descritas as premissas e as técnicas de cálculo adotadas no trabalho, onde são discutidas as suas implicações no cálculo dos campos eletromagnéticos. O cálculo é realizado inicialmente considerando o solo como um condutor perfeito, originando equações que serão fundamentais para o cálculo dos campos para um solo de condutividade finita. Considerando o solo como um condutor perfeito, são desenvolvidas expressões para o campo elétrico vertical, o campo elétrico radial e o campo magnético azimutal. Passa-se então à análise do efeito da condutividade finita do solo, sendo obtidas expressões analíticas para o campo elétrico radial na superfície do solo, o qual é gerado pelo campo magnético azimutal e pelo fluxo de corrente através do solo. As expressões são desenvolvidas para estímulos na forma de degrau, sendo posteriormente expandidas analiticamente para estímulos na forma de trapézio. A aplicação das expressões para estímulos de forma arbitrária é feita numericamente através da Integral de Duhamel. Ao longo de todo o trabalho, as principais expressões são verificadas através da comparação de seus resultados com os obtidos por outras técnicas, como integração numérica, Integrais de Sommerfeld ou diferença finita no domínio do tempo (FDTD). O último capítulo é dedicado à apresentação da medição do campo elétrico radial na superfície do solo, obtida através de descargas atmosféricas induzidas por foguetes, e os resultados experimentais são comparados com os resultados obtidos das expressões desenvolvidas neste trabalho.

## ABSTRACT

This work develops a set of time-domain analytical equations which allows the calculation of the electromagnetic fields produced by lightning discharges. A revision of the treatment of this subject in the technical literature is presented, from the pioneering studies carried out in the beginning of the last century up to the most recent publications. In the following, the characteristics of a lightning discharge are described, highlighting the parameters used in the "engineering models" developed for the calculation of the fields and induced voltages. This description includes the basic assumptions and techniques used along the text, including a discussion on its implications in the calculation of the electromagnetic fields. The calculation is carried out initially considering perfectly conducting earth, leading to equations that are very important for the calculation of the fields for finitely conducting earth. Considering perfectly conducting earth, expressions for the vertical electric field, radial electric field and azimuthal magnetic field are developed. After that, the work addresses the effect of finitely conducting earth, leading to analytical expressions for the radial electric field at the earth surface, which is generated by the azimuthal magnetic field and by the flow of current through the earth. The equations are developed for stimuli in the shape of step, being lately expanded analytically for stimuli in the shape of trapezium. The application of the expressions for arbitrary stimuli is carried out numerically through the Duhamel Integral. Along the text, the main expressions are verified by comparing their results with results obtained from other techniques, like numeric integration, Sommerfeld Integrals or finite-difference in time-domain (FDTD). The last chapter is dedicated to present the measurement of the radial electric field at the earth surface, using rocket-triggered lightning (RTL), and the experimental results are compared with the results obtained from the expressions developed in this work.

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>Introdução.....</b>	<b>8</b>
<b>2</b>	<b>Descarga atmosférica.....</b>	<b>12</b>
2.1	Formação da descarga atmosférica.....	12
2.2	Amplitude da corrente.....	13
2.3	Forma de onda da corrente.....	15
2.4	Velocidade da descarga.....	16
2.5	Formas de onda padronizadas.....	17
<b>3</b>	<b>Premissas e técnicas adotadas.....</b>	<b>20</b>
3.1	Sistema de coordenadas.....	20
3.2	As variáveis.....	20
3.3	Modelo para a descarga de retorno.....	22
3.4	Integral de Duhamel.....	25
<b>4</b>	<b>Solo perfeitamente condutor.....</b>	<b>27</b>
4.1	Potenciais elétricos.....	28
4.2	Campo elétrico vertical.....	30
4.3	Campo elétrico radial.....	34
4.4	Campo magnético azimutal.....	36
4.5	Contextualização do capítulo.....	38
<b>5</b>	<b>Solo com condutividade finita: efeito do campo magnético.....</b>	<b>40</b>
5.1	Campo elétrico radial induzido por campo magnético na forma de rampa.....	40
5.2	Campo elétrico radial induzido por campo magnético na forma de degrau.....	43
5.3	Efeito da corrente de deslocamento no ar.....	46
5.4	Campo elétrico radial induzido por uma corrente trapezoidal.....	48
5.5	Campo elétrico radial induzido por uma corrente de forma de onda arbitrária.....	51
5.6	Contextualização do capítulo.....	52
<b>6</b>	<b>Solo com condutividade finita: efeito da circulação de corrente.....</b>	<b>54</b>
6.1	Campo elétrico radial devido ao fluxo de corrente pela terra.....	54
6.2	Modelo de Sunde para a componente conduzida do campo elétrico.....	56
6.3	Contextualização do capítulo.....	60
<b>7</b>	<b>Campo elétrico radial resultante.....</b>	<b>61</b>
7.1	Campo na superfície do solo.....	61
7.2	Campo acima da superfície do solo.....	64
7.3	Campo abaixo da superfície do solo.....	66
7.4	Comportamento do campo elétrico radial em função da distância.....	67
7.5	Contextualização do capítulo.....	71
<b>8</b>	<b>Verificação experimental.....</b>	<b>72</b>
8.1	Descargas atmosféricas induzidas por foguetes.....	72

8.2	Descrição do experimento.....	74
8.3	Resultados obtidos .....	78
8.4	Análise dos resultados .....	81
8.5	Contextualização do capítulo.....	84
<b>9</b>	<b>Conclusões.....</b>	<b>85</b>
<b>10</b>	<b>Referências.....</b>	<b>87</b>
Anexo I	Nomenclatura .....	92
Anexo II	Resumo das equações para o cálculo dos campos eletromagnéticos .....	94

## 1 Introdução

O cálculo dos campos eletromagnéticos gerados por uma descarga atmosférica é necessário para se obter as sobretensões induzidas em linhas de potência e de telecomunicações. Estas sobretensões são importantes para o projeto destas linhas, assim como para a especificação da proteção dos seus equipamentos contra danos e interferências causados pela descarga atmosférica.

Uma das primeiras tentativas de calcular a tensão induzida em uma linha aérea devido a uma descarga atmosférica foi realizada por K. W. WAGNER (1908, *apud* RUSCK, 1957). Em seu modelo, cargas elétricas são induzidas no condutor de uma linha aérea durante a eletrificação da nuvem e, quando ocorre a descarga, estas cargas são instantaneamente liberadas e se propagam pela linha, causando a sobretensão. De acordo com este modelo, a tensão induzida na linha é dada pelo campo elétrico vertical existente antes da descarga, multiplicado pela altura da linha. Os tempos de frente e de cauda da tensão induzida são determinados pela variação ao longo da linha do campo elétrico vertical pré-descarga, resultando em tempos de frente e cauda muito elevados. BEWLEY (1929) complementou este modelo ao introduzir um tempo para a liberação das cargas elétricas, o que ampliou ainda mais os tempos de frente e de cauda da tensão induzida.

A abordagem moderna deste problema teve início com o artigo publicado por C. F. WAGNER e MCCANN (1942). O modelo adotado considera que a tensão induzida é determinada pelo campo elétrico gerado pelo canal da descarga de retorno, e não pela nuvem. Neste cálculo, considera-se que o canal da descarga é inicialmente carregado com uma densidade de carga uniforme e que a descarga de retorno se propaga para cima com velocidade uniforme. Desta forma, a onda de corrente resultante assume a forma de um degrau. Através das Equações de Maxwell e do conceito de potenciais retardados (ver HALLÉN, 1962, pp. 365-401), os autores calculam numericamente o campo elétrico devido às cargas no canal (potencial escalar). GOLDE (1954) modificou ligeiramente o modelo de WAGNER E MCCANN (1942), ao assumir que a densidade de carga ao longo do canal decresce exponencialmente com a altura e que a velocidade de propagação da descarga de retorno decresce exponencialmente com o tempo. Assim como no trabalho de WAGNER E MCCANN, apenas o campo devido às cargas do canal é considerado.

Um trabalho de grande relevância nesta área foi produzido por RUSCK (1957, 1958), no qual ele calcula analiticamente a integral do campo elétrico devido às cargas no canal (potencial escalar) baseado no modelo de WAGNER E MCCANN (1942), e complementa este modelo através da introdução de uma nova componente de campo elétrico devida à corrente no canal (potencial vetor). RUSCK também apresenta uma técnica bastante elegante para o cálculo de tensões induzidas em linhas. Em seu modelo, RUSCK (1957) despreza a influência da condutividade finita do solo no cálculo do campo elétrico gerado pela descarga atmosférica e, por consequência, no cálculo da tensão induzida. Para justificar este procedimento, RUSCK calcula o campo elétrico radial induzido na superfície de um solo de condutividade finita pela corrente da descarga de retorno e mostra que, para uma condição particular, este campo é uma ordem de grandeza menor do que o campo elétrico vertical calculado para um solo perfeitamente condutor. No entanto, a condição particular escolhida considera um ponto relativamente próximo da descarga (100 m) e uma velocidade da descarga de retorno relativamente baixa (60 m/μs), o que favorece o campo vertical em relação ao campo radial ao nível do solo. Além disso, como os campos atuam ao longo dos condutores e os condutores horizontais de uma linha são muito mais extensos que os condutores verticais (transição aéreo-subterrânea ou conexão com a terra), resulta que mesmo campos horizontais relativamente fracos (em relação ao campo vertical) podem ter uma influência significativa na tensão induzida. Portanto, em que pese a grande relevância do trabalho de RUSCK, o mesmo ficou incompleto por não considerar os efeitos da condutividade finita do solo.

MASTER E UMAN (1983) também desenvolveram expressões no domínio do tempo para o campo elétrico vertical e o campo magnético azimutal considerando o solo como um condutor perfeito. Neste desenvolvimento, o canal da descarga é modelado por uma série de dipolos e as expressões analíticas resultantes são diferentes das obtidas por RUSCK (1957). Esta diferença levou MASTER E UMAN (1984) a argumentar que a abordagem de RUSCK estaria incorreta, pois a mesma não atenderia à Condição de Lorenz (ver HALLÉN, 1962, pp.376), mas logo a seguir HALDER E LIEW (1987) demonstraram que a abordagem de RUSCK satisfazia à Condição de Lorenz. RUBINSTEIN E UMAN (1989) concordam com a conclusão de HALDER E LIEW (1987) e, embora eles não tenham sido capazes de demonstrar analiticamente a equivalência das expressões de MASTER E UMAN (1984) com aquelas desenvolvidas por RUSCK (1957), eles realizaram cálculos numéricos e os resultados obtidos foram idênticos até o sexto algarismo significativo.

Uma extensão do modelo de Rusck (1957) foi realizada por PIANTINI E JANISZEWSKI (2003), onde o início da descarga de retorno foi movido para um ponto acima da superfície do solo, visando representar uma descarga atmosférica incidindo em uma estrutura elevada e / ou a presença de um líder ascendente. Este modelo considera também o efeito do comprimento finito do canal da descarga no cálculo dos campos eletromagnéticos, assim como o efeito do comprimento finito da linha no cálculo das tensões induzidas. No entanto, o modelo de PIANTINI E JANISZEWSKI (2003) continua considerando o solo como um condutor perfeito.

O cálculo do campo elétrico produzido por uma descarga atmosférica considerando a condutividade finita do solo foi realizado pela primeira vez por ZEDDAM E DEGAUQUE (1990). O modelo utilizado requer a solução do problema clássico de uma antena monopolo sobre um solo de condutividade finita, o qual foi equacionado por SOMMERFELD (1909, *apud* SOMMERFELD, 1949). Uma apresentação mais detalhada desta solução é também disponível em língua inglesa, na forma de livro (SOMMERFELD, 1949). Segundo o desenvolvimento de SOMMERFELD, o cálculo dos campos eletromagnéticos é feito através de integrais difíceis de serem calculadas numericamente, pois o integrando diverge com facilidade. Para contornar o problema, NORTON (1937) desenvolveu uma formulação aproximada para as Integrais de Sommerfeld, as quais são mais fáceis de serem calculadas numericamente. Como este cálculo é realizado para uma determinada frequência, o mesmo deve ser repetido inúmeras vezes, de forma a cobrir o espectro de frequências representativo da corrente da descarga de retorno. Finalmente, o resultado é convertido para o domínio do tempo através da Transformada de Fourier. Os resultados mostram que a resistividade finita do solo contribui de forma significativa para o campo elétrico radial na altura de uma linha aérea, especialmente para pontos afastados da descarga e para valores baixos de condutividade do solo.

RUBINSTEIN (1996) publicou um artigo no qual apresenta uma fórmula simplificada para o cálculo do campo elétrico radial produzido por uma descarga de retorno, a qual reduz significativamente os recursos computacionais necessários, em comparação com a técnica utilizada por ZEDDAM E DEGAUQUE (1990). O modelo de RUBINSTEIN parte da premissa de que o campo elétrico vertical e o campo magnético azimutal produzidos por uma descarga de retorno não são significativamente afetados pela condutividade finita do solo. A partir das expressões para o campo elétrico vertical e o campo magnético azimutal obtidas para um solo perfeitamente condutor e da expressão para a impedância de superfície proposta por COORAY (1992), RUBINSTEIN obteve uma expressão no domínio da frequência cujos resultados apresentam uma boa correlação com os resultados obtidos por ZEDDAM E DEGAUQUE. Esta expressão, conhecida como Fórmula Cooray-Rubinstein, tem sido largamente utilizada para o cálculo de tensões induzidas em linhas (e.g., RACHIDI et al., 1996; NUCCI, 2007). Uma modificação na fórmula desenvolvida por RUBINSTEIN (1996) foi proposta por COORAY (2002), cujo efeito é uma ligeira amplificação do efeito do solo de condutividade finita. SHOORY et al. (2005) apresentaram uma expressão genérica para o cálculo do campo elétrico radial, da qual a Fórmula Cooray-Rubinstein pode ser deduzida como um caso especial.

As Integrais de Sommerfeld, a Fórmula de Norton e a Fórmula Cooray-Rubinstein trabalham no domínio da frequência. Isto significa que os resultados têm de ser convertidos para o domínio do tempo através de transformações de domínio (Transformada de Fourier) calculadas numericamente. Esta característica inerente das técnicas no domínio da frequência traz alguns inconvenientes ao processo de cálculo, como a necessidade de significativos recursos computacionais para o cálculo numérico, assim como a possível introdução de erro devido ao truncamento do espectro de frequências da descarga de retorno. Cabe observar que BABA E RAKOV (2006) e MIMOUNI et al. (2007) publicaram artigos nos quais a solução direta das Equações de Maxwell é realizada no domínio do tempo através do método FDTD (finite-difference time-domain). Embora este método não requeira nenhuma aproximação na sua formulação nem transformação de domínio, o mesmo requer um grande processamento numérico e erros podem eventualmente ser introduzidos tanto pelo processamento numérico quanto pela segmentação do espaço e do tempo.

BARBOSA E PAULINO (2007) apresentaram um artigo no qual a formulação original de RUSCK (1957) é revista de forma a levar em conta a condutividade finita do solo. O resultado é uma expressão no domínio do tempo que possibilita o cálculo direto do campo elétrico radial devido à descarga de retorno. Os resultados obtidos com esta expressão apresentam boa correspondência com os resultados obtidos por ZEDDAM E DEGAUQUE (1990) e por RUBINSTEIN (1996). Esta expressão baseia-se em funções elementares, o que a torna interessante para o cálculo de tensões induzidas, pois o campo elétrico pode ser facilmente calculado em vários pontos ao longo da linha.

CALIGARIS et al. (2008) publicaram um artigo no qual é apresentada uma expressão no domínio do tempo para a Fórmula Cooray-Rubinstein, obtida a partir da expressão original de RUBINSTEIN (1996). No entanto, a expressão resultante inclui uma integral que envolve o campo magnético incidente e que deve ser resolvida numericamente. Os resultados obtidos com esta expressão são idênticos aos obtidos pela fórmula analítica de BARBOSA E PAULINO (2007).

BARBOSA et al. (2008) publicaram um artigo no qual apresentam medições do campo elétrico radial obtidas a partir de experimentos com raios iniciados por foguetes. Estes resultados são comparados com os modelos teóricos, o que evidencia a existência de uma componente conduzida do campo elétrico radial que até então quase não havia sido tratada na literatura técnica. O resultado experimental é reproduzido com sucesso através da superposição de uma componente do campo elétrico induzida pelo campo magnético gerado pela descarga e outra componente devida ao fluxo de corrente pela terra. A primeira componente é obtida pela expressão no domínio do tempo obtida por BARBOSA E PAULINO (2007) enquanto a componente conduzida é modelada através da modificação de uma expressão proposta originalmente por SUNDE (1968, pp. 337), também no domínio do tempo. Logo a seguir, COORAY (2008) publica um artigo no qual reconhece as limitações da Fórmula Cooray-Rubinstein para a região próxima da descarga (e.g., menos de 100 m), devido à falta da componente conduzida. A demonstração é feita comparando-se resultados da fórmula com os obtidos através das Integrais de Sommerfeld. Para contornar o problema, COORAY (2008) propõe um termo de correção semi-empírico a ser adicionado na Fórmula Cooray-Rubinstein.

A presente monografia tem por objetivo descrever de forma abrangente o cálculo dos campos eletromagnéticos produzidos por uma descarga atmosférica. O modelamento do problema é feito no domínio do tempo, de forma que referências frequentes são feitas ao trabalho de RUSCK (1957). O conteúdo dos artigos publicados (BARBOSA E PAULINO, 2007 e BARBOSA et al., 2008) recebe um tratamento mais extenso e didático, além de ser adequadamente contextualizado no escopo geral desta monografia. O tratamento do assunto é também ampliado através de novos desenvolvimentos.

Como resultado, obtém-se a descrição dos campos eletromagnéticos gerados por uma descarga atmosférica através de expressões analíticas fechadas e no domínio do tempo.

Inicialmente é feita uma descrição geral da descarga atmosférica, desde os processos envolvidos na sua formação até as suas principais características, como amplitude e forma de onda da corrente, assim como a velocidade com que a descarga se propaga ao longo do canal. Em seguida, são definidas algumas premissas e apresentadas algumas técnicas utilizadas ao longo do trabalho, como a Integral de Duhamel, que permite generalizar o cálculo dos campos eletromagnéticos, desde que se conheça o campo gerado por um estímulo na forma de degrau. Portanto, embora ao longo do trabalho sejam desenvolvidas expressões analíticas para os campos gerados por correntes na forma de rampa e de trapézio, é dada ênfase na forma de degrau, pela sua simplicidade e potencialidade em generalizar o cálculo para uma corrente com forma de onda arbitrária.

O cálculo dos campos eletromagnéticos é feito inicialmente considerando o solo como um condutor perfeito, e as expressões resultantes são posteriormente complementadas de forma a levar em consideração os efeitos da condutividade finita do solo. Na obtenção de soluções analíticas para o efeito da condutividade finita do solo foi utilizada a técnica de aproximações assintóticas e os resultados obtidos são comparados com resultados de soluções exatas obtidos por cálculo numérico, visando sua validação. Ao final de cada capítulo de conteúdo mais denso foi incluída uma seção intitulada "Contextualização do capítulo", cujo objetivo é destacar, dentre o material apresentado, o que é uma contribuição deste trabalho do que é reprodução de informações disponíveis na literatura técnica.

Foi dedicado um capítulo para a análise de resultados experimentais obtidos com descargas atmosféricas induzidas por foguetes (Rocket Triggered Lightning - RTL), os quais são comparados com os previstos pela formulação teórica. Cabe observar que estes experimentos foram realizados antes do desenvolvimento teórico, pois este último decorre justamente das tentativas de modelar os resultados experimentais que foram obtidos. No entanto, em função do encadeamento lógico do conteúdo deste trabalho, os resultados experimentais são apresentados ao final.

As equações desenvolvidas neste trabalho comportam algumas premissas que são também consideradas em diversos outros trabalhos como, por exemplo, no desenvolvimento da Fórmula Cooray-Rubinstein. O domínio de validade destas premissas é analisado em detalhe e, sempre que possível, os resultados são confrontados com cálculos numéricos originados de uma formulação mais exata, visando validar os resultados. De qualquer modo, há que ter em mente que as incertezas inerentes aos parâmetros envolvidos nos cálculos é de tal magnitude que alguns pontos percentuais de imprecisão de um método de cálculo não têm nenhuma relevância prática.

Finalmente, ressalta-se que na apresentação dos capítulos foi priorizada a compreensão dos fenômenos físicos envolvidos, em detrimento do rigor matemático. Para tal, diversas vezes foram suprimidos a Função de Heaviside e o sinal de polaridade dos campos, desde que estas informações estivessem implícitas no contexto. Esta abordagem visou dar uma compreensão mais intuitiva do modelamento dos campos eletromagnéticos e das expressões resultantes.

## 2 Descarga atmosférica

### 2.1 Formação da descarga atmosférica

A eletrificação das nuvens que dá origem às descargas atmosféricas é um fenômeno complexo que ainda não é completamente conhecido (DEGAUQUE E HAMELIN, 1990). Uma vez que a nuvem está eletrificada, podem ocorrer descargas atmosféricas entre aglomerações de cargas de sinais opostos situadas nas nuvens (descarga nuvem-nuvem) ou entre aglomerações de cargas situadas nas nuvens e as cargas de sinais opostos induzidas na superfície da terra (descarga nuvem-terra). Em geral, são as descargas nuvem-terra as que apresentam maior risco para as linhas e estruturas, devido à maior proximidade entre o canal da descarga e o objeto a ser protegido. Pelos registros obtidos (ANDERSON E ERIKSSON, 1980), a maioria das descargas atmosféricas nuvem-terra tem polaridade negativa, isto é, a parte inferior da nuvem está carregada negativamente em relação à terra.

Uma descarga nuvem-terra típica começa através de um líder descendente que conduz cargas negativas da nuvem em direção à terra. Este líder progride através de passos sucessivos, onde cada passo tem um comprimento da ordem de 50 m. A duração de cada passo é cerca de 1  $\mu$ s e o intervalo de tempo entre dois passos sucessivos é cerca de 50  $\mu$ s (DEGAUQUE E HAMELIN, 1990). Na medida em que o líder descendente se aproxima da superfície da terra, o aumento do campo elétrico faz com que sejam emitidos um ou mais líderes ascendentes da terra em direção ao líder descendente. Uma vez que um dos líderes ascendentes se encontra com o líder descendente, se estabelece uma descarga de retorno da terra em direção à nuvem. Esta descarga de retorno é caracterizada por uma elevada corrente elétrica que produz também a emissão de uma forte luminosidade ao longo do canal previamente ionizado pelo líder descendente (relâmpago). O súbito aquecimento e expansão do ar provocado pela descarga de retorno produzem uma intensa onda sonora, conhecida como trovão. A descarga de retorno se propaga ao longo do canal com uma velocidade de cerca de um terço da velocidade da luz e tem associada uma corrente da ordem de várias dezenas de milhares de ampères.

Em geral, algumas dezenas de milésimos de segundo mais tarde, um outro líder descendente percorre a trajetória do canal e, ao chegar na superfície do solo, dá origem a outra descarga de retorno. Este processo pode se repetir várias vezes, de forma que uma descarga atmosférica pode conter uma primeira descarga de retorno e várias descargas de retorno subseqüentes. A forma de onda da corrente da descarga de retorno subseqüente apresenta, em geral, um tempo de frente bem mais curto do que a corrente da primeira descarga de retorno.

O modelo de descarga atmosférica descrito até aqui é chamado de descarga descendente negativa e é, de longe, o tipo de descarga nuvem-terra mais comum na natureza. Há que se observar que, em certas circunstâncias, outros tipos de descargas podem ocorrer. Por exemplo, nas tempestades de inverno observadas no Japão a nuvem descarrega cargas positivas para a terra, dando origem a descargas descendentes positivas. Uma descarga atmosférica também pode ser iniciada a partir de um líder ascendente emitido do topo de uma estrutura muito alta (por exemplo, a torre CN de Toronto). Neste caso, dependendo se a nuvem descarrega cargas negativas ou positivas para a terra, tem-se uma descarga ascendente negativa ou positiva, respectivamente.

Como as descargas ascendentes são produzidas por condições muito particulares, são as descargas descendentes as que apresentam maior interesse prático. Dentre as diversas medições realizadas em diferentes partes do mundo e reportadas por ANDERSON E ERIKSSON (1980), 11,4 % do total das descargas descendentes são positivas e 88,6 % são negativas. Cabe observar que este percentual é fortemente influenciado pelas medições realizadas por ANDERSON (1971) na Rodésia (atual Zimbábue) , que representam 41 % do total de observações. Também chama a atenção o fato de

todas as medições de descargas descendentes realizadas por BERGER (1978 *apud* ANDERSON e ERIKSSON, 1980) na Suíça serem de polaridade negativa. No restante deste trabalho, a descarga atmosférica será considerada como sendo negativa descendente, por ser este o tipo mais comum de descarga. De qualquer modo, o modelamento teórico a ser desenvolvido se aplica também a uma descarga positiva descendente, bastando apenas inverter a polaridade do campo elétrico resultante.

## 2.2 Amplitude da corrente

A descarga de retorno pode ser concebida como cargas que se movem ao longo do canal da descarga. Portanto, o fluxo de cargas através de um plano perpendicular ao canal caracteriza uma corrente elétrica. Como a descarga de retorno vai neutralizando a carga depositada ao longo do canal pelo líder descendente, é de esperar que a amplitude da corrente decresça com a altura. Portanto, para determinar a corrente da descarga de retorno é necessário especificar a altura do solo considerada como referência. Uma referência muito usual é a corrente ao nível do solo, também chamada de corrente da base do canal. Ao longo deste trabalho, a menos que especificado em contrário, subentende-se que a corrente da descarga de retorno refere-se à base do canal.

Visando conhecer a corrente das descargas atmosféricas, diversas campanhas de medição foram realizadas em diferentes partes do mundo. Dentre estas, uma das mais criteriosas foi a realizada por BERGER (1978 *apud* ANDERSON e ERIKSSON, 1980) no Monte Salvatore, na Suíça. ANDERSON E ERIKSSON (1980) fizeram uma análise detalhada dos dados das medições de BERGER.

Um aspecto que deve ser considerado é o efeito da resposta transiente da torre sobre a corrente medida. De fato, quanto menor for a torre, menor será sua influência na corrente, já que torres muito pequenas não afetam a corrente medida. Entende-se por torres pequenas aquelas cuja altura seja bem menor do que o tempo de frente da onda de corrente multiplicado pela velocidade da luz. Para uma descarga de retorno que tenha  $5 \mu\text{s}$  de frente, o comprimento de sua frente de onda é 1500 m. Portanto, uma torre de 60 m é pequena em relação à frente de onda. No entanto, descargas subsequentes podem apresentar tempos de frente da ordem de  $0,1 \mu\text{s}$ , o que leva a um comprimento de 30 m. De fato, BARBOSA et al. (2007) observaram a partir de experimentos com descargas atmosféricas induzidas por foguetes, que uma torre metálica de 30 m de altura chega a influenciar a corrente na base da torre, levando a um maior valor de pico da corrente na base do que no topo da torre. Naturalmente, estas observações se aplicam a algumas descargas de retorno que apresentaram tempos de frente muito pequenos (menores que  $0,3 \mu\text{s}$ ). Em uma análise mais abrangente deste problema, RAKOV (2001) demonstra que o efeito da resposta transiente da torre sobre a corrente medida pode ser desprezado, desde que a medição seja realizada no topo da torre. Felizmente, esta foi a orientação tomada por diversas campanhas de medição de corrente da descarga. Cabe observar que as medições realizadas por BERGER (1978 *apud* ANDERSON e ERIKSSON, 1980) no Monte San Salvatore foram realizadas no topo da torre, o que significa que estas medições não foram significativamente afetadas pelo transiente na torre. Esta conclusão é particularmente importante porque as medições de BERGER são usualmente consideradas como referência para diversas aplicações.

Outra análise de dados interessante foi realizada por RAKOV (2001), considerando os valores de pico das correntes em descargas descendentes naturais, descargas ascendentes naturais (iniciadas por estruturas elevadas) e descargas iniciadas por foguetes, todas elas transportando carga negativa para a terra. Os resultados das análises de RAKOV (2001) e de ANDERSON E ERIKSSON (1980) são resumidos na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 - Valores de pico da corrente da descarga de retorno (em kA).

Referência	Altura da estrutura	Local	Amostra	Percentual acima do valor tabulado					
				99%	95%	90%	50%	10%	5%
BERGER (1978) <sup>(1,2)</sup>	60 m	Suíça	80	-	14	-	31	-	69
BERGER (1978) <sup>(1,3)</sup>	60 m	Suíça	114	-	5,2	-	12	-	29
FUCHS et al. (1998) <sup>(1,4)</sup>	160 m	Alemanha	35	2,7	-	-	8,5	-	20
GORIN E SHKILEV (1984) <sup>(1,5)</sup>	540 m	Rússia	58	-	-	4	9	19	-
GORIN E SHKILEV (1984) <sup>(1,6)</sup>	540 m	Rússia	76	-	-	4	18	40	-
HAGENGUTH E ANDERSON (1952) <sup>(1,4)</sup>	410 m	EUA (NY)	84	-	4	5	10	27	35
FISCHER et al. (1993) <sup>(1,7)</sup>	7,8 m	EUA	45	-	4,7	-	13	-	29
DEPASSE (1994) <sup>(1,8)</sup>	6-20 m	EUA	305	-	4,7	-	12	-	31
DEPASSE (1994) <sup>(1,9)</sup>	5-20 m	França	54	-	4,5	-	9,8	-	22

- (1) *Apud* ANDERSON e ERIKSSON, 1980.
- (2) Primeiras descargas em descargas atmosféricas naturais.
- (3) Descargas subseqüentes em descargas atmosféricas naturais.
- (4) Descargas ascendentes iniciadas por estruturas elevadas.
- (5) Descargas ascendentes iniciadas por estruturas elevadas, com a medição realizada a 533 m do solo.
- (6) Descargas ascendentes iniciadas por estruturas elevadas, com a medição realizada a 47 m do solo.
- (7) Descargas iniciadas por foguetes (Florida e Alabama).
- (8) Descargas iniciadas por foguetes (Florida).
- (9) Descargas iniciadas por foguetes (França).

Observa-se nos dados obtidos por BERGER que a amplitude de uma descarga subseqüente é, em geral, menor do que a amplitude da primeira descarga. Observa-se também que os valores medianos são relativamente próximos, com exceção das primeiras descargas medidas por BERGER e das medições feitas por GORIN E SHKILEV a 47 m do solo, isto é, próximo da base da estrutura. Estas últimas medições foram realizadas na torre Ostankino de Moscou, que tem 540 m de altura. Como a resistência de aterramento da torre é muito menor que sua impedância característica, tem-se um fator de reflexão próximo de +1 para a corrente. Portanto, é de se esperar que a corrente praticamente dobre ao chegar na base da torre, o que é mostrado nas medições de GORIN E SHKILEV, pois o valor obtido para a mediana a 47 m do solo é o dobro do obtido a 533 m.

A semelhança dos valores medianos das descargas subseqüentes e das descargas iniciadas por foguetes indica que estes tipos de descargas apresentam similaridades, pelo menos no que diz respeito à amplitude da corrente da descarga de retorno. De fato, é geralmente reconhecido que as descargas atmosféricas iniciadas por foguetes apresentam descargas de retorno muito parecidas, senão idênticas, às descargas subseqüentes de descargas atmosféricas naturais. Esta característica torna as descargas induzidas por foguetes uma ferramenta muito útil no estudo das descargas atmosféricas, como será demonstrado no Capítulo 8.

### 2.3 Forma de onda da corrente

A forma de onda da corrente da descarga de retorno também foi analisada por ANDERSON E ERIKSSON (1980) a partir das medições de BERGER (1978 *apud* ANDERSON e ERIKSSON, 1980). Dentre os diversos parâmetros analisados, os principais são definidos a seguir:

- Tempo de frente: 5/4 do intervalo de tempo que a corrente leva para ir de 10% a 90% de seu valor de pico;
- Taxa de crescimento máxima: máxima taxa de variação temporal da corrente;
- Taxa de crescimento média: taxa de variação temporal da corrente obtida entre 30% e 90% do valor de pico;
- Tempo de cauda: intervalo de tempo necessário para a corrente cair até 50% de seu valor de pico.

Os valores obtidos para estes parâmetros da corrente, separados para a primeira descarga e para as descargas subsequentes, são mostrados na Tabela 2.2.

Tabela 2.2 - Parâmetros da corrente de descargas naturais.

Parâmetro	Unidade	Percentual de casos que ultrapassam os valores tabulados					
		Primeira descarga			Descarga subsequente		
		95%	50%	5%	95%	50%	5%
Tempo de frente	$\mu\text{s}$	2,3	5,6	14,1	0,13	0,75	3,5
Taxa de cresc. máxima	$\text{kA}/\mu\text{s}$	9,1	24,3	65,0	9,9	39,9	161,5
Taxa de cresc. média	$\text{kA}/\mu\text{s}$	2,6	7,2	20,0	4,1	20,1	98,5
Tempo de cauda	$\mu\text{s}$	30	75	200	6,5	32	140

Um parâmetro importante da descarga de retorno é sua taxa de crescimento, pois ela afeta diretamente os efeitos indutivos da descarga de retorno. LETEINTURIER et al. (1990) apresentam uma compilação de parâmetros de descarga de retorno obtidos através de descargas atmosféricas induzidas por foguetes, os quais são reproduzidos na Tabela 2.3.

Tabela 2.3 - Parâmetros da corrente de descargas induzidas por foguetes.

Local	Ano	Amostra	Corrente de pico (kA)		Taxa de cresc. máxima ( $\text{kA}/\mu\text{s}$ )	
			Média	Máximo	Média	Máximo
EUA (Florida)	1985	31	13,5	48	112	260
França (St. Privat)	1986	9	17	49	68	135
EUA (Florida)	1987	45	18	76	125	411
EUA (Florida)	1988	29	17,6	42	130	271

Observa-se na Tabela 2.3 valores da taxa de crescimento máxima significativamente maiores do que os registrados por BERGER (1978 *apud* ANDERSON e ERIKSSON, 1980) para as correntes

subseqüentes. Como esta diferença aparece também entre os valores obtidos nos EUA e na França (ver na Tabela 2.3), aparentemente ela pode estar relacionada com o local onde são realizados os experimentos. Experimento realizado em Cachoeira Paulista - Brasil e reportado por BARBOSA et al. (2005) forneceu taxas média de 39 kA/ $\mu$ s e máxima de 270 kA/ $\mu$ s, para uma descarga atmosférica induzida por foguetes a partir do topo de uma torre metálica de 30 m de altura. A Fig. 2.1 mostra a forma de onda de duas descargas de retorno induzidas por foguetes, as quais foram obtidas em Cachoeira Paulista - Brasil, através da plataforma de lançamento situada no topo da torre.

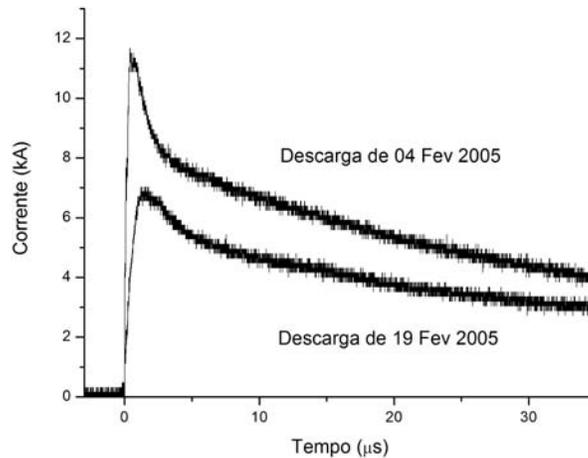


Fig. 2.1 - Forma de onda de corrente de descarga de retorno induzida por foguete.

#### 2.4 Velocidade da descarga

Em 1955, LUNDHOLM (1955 *apud* RUSCK, 1957) propôs uma interessante teoria que demonstrava a dependência da velocidade da descarga de retorno com o valor de pico da corrente. A equação desenvolvida por LUNDHOLM mostra que, quanto maior a intensidade da corrente, maior a velocidade da descarga. Como na época não havia medições simultâneas da velocidade da descarga e da intensidade da corrente, RUSCK (1957, pp. 37-41) partiu de medições independentes destes parâmetros e, assumindo uma correlação entre eles, obteve uma curva empírica semelhante à prevista pela equação de LUNDHOLM. No entanto, análise realizada por RAKOV (2007) a partir de medições simultâneas da velocidade e da corrente da descarga mostra que não há uma correlação entre estes dois parâmetros.

A velocidade da descarga de retorno é em geral medida através de meios ópticos, destacando-se as técnicas de câmera de listras e sensores fotoelétricos. Câmera de listras ("streak camera") é uma técnica que utiliza uma câmera cuja imagem se desloca horizontalmente sobre o filme (por exemplo, devido à ação de um espelho rotativo), de modo a superpor várias imagens em uma mesma foto, onde o canal da descarga aparece como uma sucessão de listras paralelas de comprimentos crescentes. O método fotoelétrico baseia-se em uma série de sensores fotoelétricos focalizados em diferentes pontos do canal da descarga, de forma que as defasagens das ondas registradas nos diferentes canais de um osciloscópio permitem avaliar a velocidade da descarga. Os dados de medições compilados por RAKOV (2007) são reproduzidos na Tabela 2.4. Nesta tabela, as descargas artificiais são aquelas iniciadas por foguetes disparados contra nuvens carregadas. Os canais curtos são aqueles menores que 500 m, isto é, a extremidade do canal no qual foi medida a velocidade da descarga está a menos de 500 m de altura.

De sua análise, RAKOV conclui que a velocidade média da descarga de retorno nos primeiros 100 m de canal situa-se tipicamente entre 100 m/μs e 200 m/μs, enquanto a velocidade média logo abaixo da nuvem situa-se tipicamente entre 100 m/μs e 150 m/μs. Pelos dados disponíveis, a velocidade da descarga varia com a altura. Inicialmente, a velocidade parece aumentar com a altura para posteriormente diminuir. No entanto, esta aparente variação da velocidade da descarga deve ser vista com critério, não só pelo limitado conjunto de dados disponíveis como, principalmente, pela incerteza que envolve as técnicas de medição disponíveis.

Tabela 2.4 - Velocidade da descarga de retorno (m/μs)

Fonte	Descarga natural			Comentário
	Mín.	Média	Máx.	
BOYLE E ORVILLE (1976) <sup>(1)</sup>	20	71	120	Descarga natural / câmara de listras
IDONE E ORVILLE (1982) <sup>(1)</sup>	29	110	240	Descarga natural / câmara de listras
HUBERT E MOUGET (1981) <sup>(1)</sup>	45	99	170	Descarga artificial / fotoelétrico
IDONE et al. (1984) <sup>(1)</sup>	67	120	170	Descarga artificial / câmara de listras
WILLET et al. (1988) <sup>(1)</sup>	100	120	150	Descarga artificial / câmara de listras
WILLET et al. (1989) <sup>(1)</sup>	120	150	190	Descarga artificial / câmara de listras
MACHE RUST (1989) <sup>(1)</sup>	20	130	260	Descarga natural / fotoelétrico <sup>(2)</sup>
	80	190	>280	Descarga natural / fotoelétrico <sup>(3)</sup>
MACHE RUST (1989) <sup>(1)</sup>	60	120	160	Descarga artificial / fotoelétrico <sup>(2)</sup>
	60	140	200	Descarga artificial / fotoelétrico <sup>(3)</sup>

(1) *Apud* RAKOV, 2007

(2) canal longo

(3) canal curto

## 2.5 Formas de onda padronizadas

Para efeito de modelamento e análise dos efeitos das descargas atmosféricas, torna-se necessário representar a forma de onda da descarga por uma expressão analítica que capture os principais aspectos da descarga real. Uma das maneiras mais simples de representar a forma de onda da corrente é através de um ou mais trapézios. A expressão para a corrente trapezoidal é dada em (2.1), onde  $u(x)$  é a Função de Heaviside, que vale 0 para  $x < 0$  e 1 para  $x \geq 0$ . Esta expressão representa razoavelmente bem os efeitos indutivos da descarga e, através da superposição de diversos trapézios adequadamente defasados, pode representar uma forma de onda arbitrária. A forma de onda trapezoidal é mostrada na Figura 2.2.

$$i = I_0 \left( \frac{t}{T} - u(t-T) \frac{(t-T)}{T} \right). \quad (2.1)$$

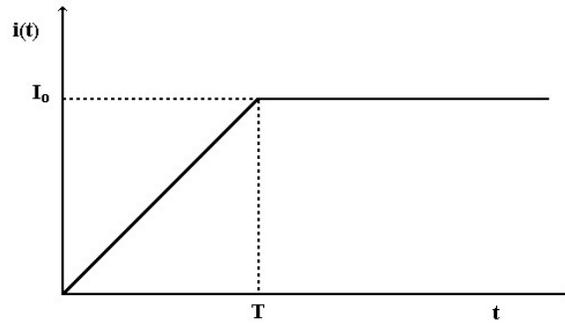


Fig. 2.2 - Forma de onda de corrente trapezoidal.

Outra expressão analítica muito utilizada para representar a forma de onda da corrente é a expressão dupla-exponencial, conforme (2.2). Nesta expressão,  $I_0$  fornece a amplitude da corrente e as constantes de tempo  $k_1$  e  $k_2$  determinam sua forma de onda. Por sua simplicidade, esta forma de onda tem sido utilizada para representar a corrente da descarga de retorno por diversos pesquisadores. A Fig.2.3 mostra a forma de onda segundo (2.2), para os valores das constantes  $I_0 = 10$  kA,  $k_1 = 3 \times 10^4$  s<sup>-1</sup> e  $k_2 = 10^7$  s<sup>-1</sup>.

$$i = I_0 [\exp(-k_1 t) - \exp(-k_2 t)]. \quad (2.2)$$

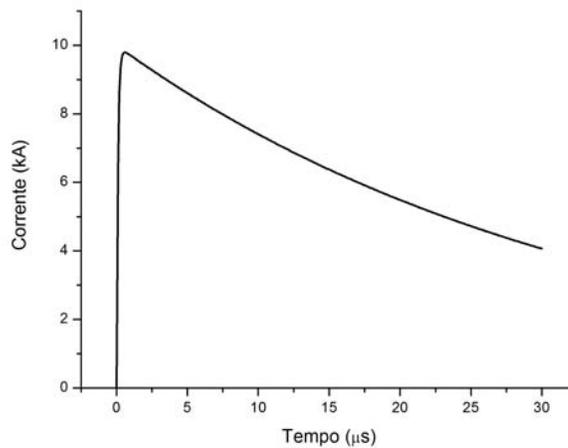


Fig.2.3 - Forma de onda dupla-exponencial.

HEIDLER (1985a *apud* COORAY, 2008) propôs uma função um pouco mais complexa para representar a descarga de retorno, visando uma melhor reprodução das formas de onda obtidas através de medições. A função proposta por HEIDLER é reproduzida em (2.3):

$$i = \frac{I_1}{\eta_1} \left( \frac{t}{\tau_{11}} \right)^{n_1} \frac{\exp\left(-t/\tau_{12}\right)}{1 + \left( \frac{t}{\tau_{11}} \right)^{n_1}} + \frac{I_2}{\eta_2} \left( \frac{t}{\tau_{21}} \right)^{n_2} \frac{\exp\left(-t/\tau_{22}\right)}{1 + \left( \frac{t}{\tau_{21}} \right)^{n_2}}, \quad (2.3)$$

onde: 
$$\eta_m = \exp \left[ - \left( \frac{\tau_{m1}}{\tau_{m2}} \right) \left( \frac{n_m \tau_{m2}}{\tau_{m1}} \right)^{1/n_m} \right].$$

A Figura 2.4 mostra a forma de onda obtida por (2.3) para os parâmetros da Tabela 2.5. Uma comparação com as ondas da Fig. 2.1 mostra que (2.3) possibilita uma boa representação de correntes de descargas atmosféricas reais.

Tabela 2.5 - Exemplo de parâmetros para a corrente da descarga segundo (2.3).

$I_1$ (kA)	$\tau_{11}$ ( $\mu$ s)	$\tau_{12}$ ( $\mu$ s)	$n_1$	$I_2$ (kA)	$\tau_{21}$ ( $\mu$ s)	$\tau_{22}$ ( $\mu$ s)	$n_2$
10,7	0,25	2,5	2	6,5	2	230	2

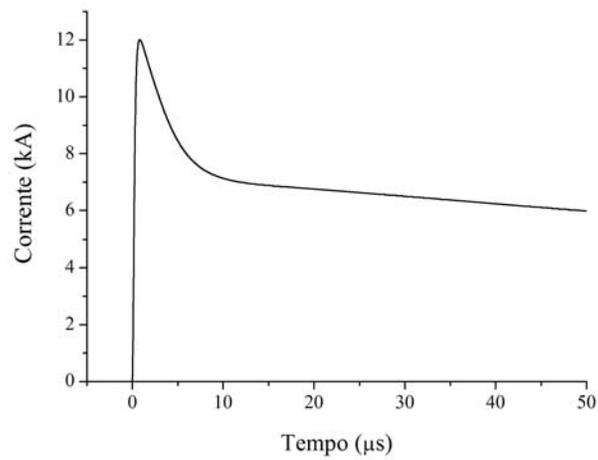


Fig.2.4 - Forma de onda de corrente segundo (2.3), para os parâmetros da Tabela 2.5.

### 3 Premissas e técnicas adotadas

Visando realizar o cálculo analítico do campo elétrico produzido por descargas atmosféricas, torna-se necessário adotar algumas premissas e definir as condições em que os modelos se aplicam.

#### 3.1 Sistema de coordenadas

Considera-se o sistema de coordenadas cilíndricas mostrado na Figura 3.1, o qual é definido pelas coordenadas  $r$ ,  $\theta$  e  $z$ . Neste sistema,  $r$  é a distância horizontal,  $\theta$  é o ângulo azimutal e  $z$  é a altura. O plano  $z = 0$  corresponde à superfície do solo e o canal da descarga é considerado como retilíneo e vertical, correspondendo ao eixo  $z$ . O ponto de interesse  $P$  para o cálculo dos campos eletromagnéticos é definido pelas coordenadas  $r_0$  e  $z_0$  pois, devido à simetria radial do problema, os campos eletromagnéticos são independentes da coordenada azimutal  $\theta$ .

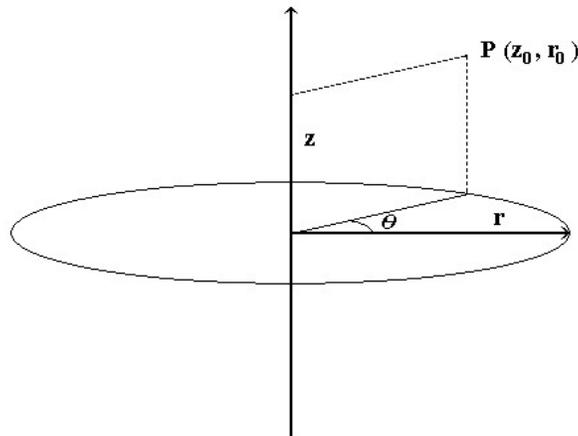


Fig. 3.1 - Sistema de coordenadas e ponto de interesse para cálculo do campo.

#### 3.2 As variáveis

O plano  $z = 0$  separa dois meios homogêneos e isotrópicos. O meio do semi-espaço superior corresponde ao ar e suas características elétricas são consideradas como iguais às do espaço livre, enquanto o meio do semi-espaço inferior corresponde ao solo. As propriedades elétricas destes meios são mostradas na Tabela 3.1. A permeabilidade do solo é considerada como sendo igual à do vácuo, pois apenas solos com elevado teor de minério de ferro apresentam permeabilidade mais elevada do que o vácuo. A permissividade do solo é considerada como variando de 4 a 40 vezes a permissividade do vácuo, o que abrange a grande maioria dos solos. Cabe observar que a permissividade do solo pode ser expressa por  $\epsilon = \epsilon_R \epsilon_0$ , onde  $\epsilon_R$  é a permissividade relativa do solo. Finalmente, a condutividade do solo varia de  $10^{-4}$  S/m para um solo muito mau condutor até infinito, para um solo perfeitamente condutor. Estes valores das propriedades elétricas não representam limitações do modelo utilizado e servem apenas de referência para os exemplos numéricos apresentados.

Tabela 3.1 - Propriedades elétricas dos meios.

Propriedade	Ar		Solo	
	Símbolo	Valor	Símbolo	Valor
Permeabilidade	$\mu_0$	$4\pi \times 10^{-7}$ H/m	$\mu$	$\mu_0$
Permissividade	$\varepsilon_0$	$8,85 \times 10^{-12}$ F/m	$\varepsilon$	(4 a 40) $\varepsilon_0$
Condutividade	$\sigma_0$	0	$\sigma$	( $10^{-4}$ a $\infty$ ) S/m

É comum encontrar-se na literatura técnica referências à resistividade do solo, usualmente definida pelo símbolo  $\rho$  e cujos valores são expressos em  $\Omega$  m. A resistividade nada mais é do que o inverso da condutividade. Outra variável útil no desenvolvimento dos cálculos é a impedância do espaço livre  $Z_E$ , que é dada por (3.1) em Ohms ( $\Omega$ ). A permissividade e a permeabilidade do vácuo podem ser expressas pela impedância do espaço livre, conforme (3.2) e (3.3), onde  $c$  é a velocidade da luz no vácuo:

$$Z_E = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi, \quad (3.1)$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{c Z_E}, \quad (3.2)$$

$$\mu_0 = \frac{Z_E}{c}. \quad (3.3)$$

O cálculo do campo elétrico é realizado para a descarga de retorno de uma descarga atmosférica descendente negativa. O processo de pré-descarga associado ao líder descendente apresenta efeito indutivo relativamente pequeno e, desta forma, não é considerado. Portanto, o canal da descarga é considerado como carregado com cargas negativas e a descarga de retorno transporta cargas positivas da terra. O sentido do campo elétrico radial que aponta para longe do canal é considerado como positivo (sentido de  $r$ ), assim como o sentido do campo elétrico vertical que aponta para cima (sentido de  $z$ ). Esta convenção para o sentido do campo elétrico vertical também é adotada por RUSCK (1957, pp. 34-37) e é conveniente para a realização de cálculos analíticos, pois o gradiente em  $z$  de um potencial que cresce com a altura fornece um campo elétrico negativo. No entanto, diversos autores convencionam designar o campo elétrico vertical que aponta para baixo como positivo. Esta convenção não tem maiores implicações práticas, mas deve ser observada quando da comparação de resultados.

A velocidade da descarga de retorno é denotada pelo símbolo  $v$  e seu valor relativo à velocidade da luz no vácuo ( $c = 300$  m/ $\mu$ s) corresponde ao símbolo  $v_R$ , onde  $v = v_R c$ . A Seção 2.4 mostra diversos valores de velocidade obtidos experimentalmente, onde se verifica que a velocidade da descarga de retorno situa-se tipicamente em torno de 50% da velocidade da luz no vácuo.

A forma de onda da corrente é considerada inicialmente como sendo um degrau e, através da aplicação do teorema da convolução, obtém-se os campos eletromagnéticos para as diversas formas de onda descritas na Seção 2.5. O valor de pico da corrente é  $I_0$  e, quando se considera uma forma de onda trapezoidal, a variável  $T$  corresponde ao tempo necessário para a corrente atingir o seu valor de pico (ver Figura 2.2).

Finalmente, cabe descrever a variável que determina o domínio utilizado: o tempo. Utiliza-se o símbolo  $t$  para o tempo, o qual começa a decorrer a partir do instante em que se inicia a descarga de

retorno. Em algumas situações particulares, pode ser interessante definir o início do tempo a partir da chegada da onda incidente no ponto de interesse, para o que será utilizado o símbolo  $\tau$ . Para se considerar os tempos de propagação da onda até o ponto de interesse, utiliza-se a função de Heaviside  $u(x)$ , que vale 0 para  $x < 0$  e 1 para  $x \geq 0$ . O tempo de trânsito da onda originada na base do canal até o ponto de interesse é designado por  $t_0$ , que é dado pela expressão:

$$t_0 = \frac{r_0}{c}. \quad (3.4)$$

De fato, a expressão (3.4) fornece o tempo de trânsito da onda originada na base do canal até a projeção sobre o solo do ponto de interesse. Para um ponto de interesse situado a uma altura  $z_0$  do solo, esta expressão leva um campo que estará adiantado de  $((z_0^2 + r_0^2)^{1/2} - r_0)/c$  em relação ao campo real. Como normalmente  $r_0 \gg z_0$  este adiantamento é irrelevante. Por exemplo, para  $r_0 = 50$  m e  $z_0 = 10$  m, o adiantamento é de apenas 3,3 ns.

Em resumo, a partir das premissas consideradas, o cálculo do campo eletromagnético será realizado levando em consideração as principais variáveis listadas a seguir:

- o  $t$ : tempo contado a partir do início da descarga de retorno;
- o  $r_0$ : distância da descarga ao ponto de interesse;
- o  $z_0$ : altura do ponto de interesse em relação ao solo;
- o  $\varepsilon$ : permissividade elétrica do solo;
- o  $\sigma$ : condutividade elétrica do solo;
- o  $v$ : velocidade da descarga de retorno;
- o  $I_0$ : valor de pico da corrente da descarga;
- o  $T$ : tempo até o valor de pico da corrente da descarga.

O Anexo I apresenta uma lista das variáveis utilizadas ao longo deste trabalho.

### 3.3 Modelo para a descarga de retorno

Ao longo do tempo, diversos modelos foram propostos para representar a descarga de retorno, visando principalmente as aplicações no campo da engenharia. RAKOV (2003) faz uma detalhada comparação entre os diversos modelos, sendo que atualmente os mais utilizados na literatura técnica são os modelos baseados em linha de transmissão. Estes modelos são designados como TL (*Transmission Line*) e são variantes do modelo proposto originalmente por WAGNER E MCCANN (1942) e complementado por UMAN E MCLAIN (1969). O modelo TL considera que a corrente da descarga de retorno se propaga verticalmente e com velocidade uniforme a partir da base do canal, sem sofrer atenuação ou distorção. As variantes deste modelo consideram que a amplitude da corrente decai exponencialmente com a altura (modelo MTLE, conforme descrito por NUCCI (1988)) ou decai linearmente com a altura (modelo MTLL, conforme descrito por RAKOV (1987)). Portanto, para os modelos TL, MTLE e MTLL a forma de onda da corrente ao longo do canal é constante, embora para os modelos MTLE e MTLL a sua amplitude decai com a altura. Tanto o modelo MTLE quanto o MTLL requerem a definição de um parâmetro que determina a taxa de decaimento da amplitude da corrente ao longo do canal. Cabe observar que os modelos MTLE e MTLL reproduzem de forma mais adequada uma descarga real, pois possibilitam que parte da carga transportada pela descarga de retorno seja depositada ao longo do canal, de forma a neutralizar a carga depositada pelo líder descendente.

Segundo RAKOV (2003), a corrente ao longo do canal pode ser determinada em função da corrente na base do canal, através de:

$$i(z,t) = u\left(t - \frac{z}{v}\right) P(z) i\left(0, \frac{z}{v}\right), \quad (3.5)$$

onde  $u(x)$  é a Função de Heaviside, que vale 0 para  $x < 0$  e 1 para  $x \geq 0$ , e  $P(z)$  é dada na Tabela 3.2, onde  $L$  é a altura do canal da descarga e  $y$  é a constante de atenuação da corrente no modelo MTLE.

Tabela 3.2 - Função  $P(z)$  utilizada em (3.5).

Modelo	$P(z)$
TL	1
MTLL	$1-z/L$
MTLE	$\exp(-z/y)$

Outra classe de modelos para o canal da descarga se baseia no conceito de uma fonte de corrente viajante (HEIDLER, 1985b). Estes modelos consideram que as cargas aprisionadas pelo líder descendente em uma capa de corona em torno do canal são liberadas na medida em que a descarga de retorno vai progredindo ao longo do canal. Esta característica é representada por uma fonte de corrente que se propaga ao longo do canal. Análises comparativas realizadas por RAKOV (2003) mostram que os modelos de linha de transmissão fornecem resultados mais consistentes com os registros experimentais do que os modelos de fonte de corrente viajante.

BABA E RAKOV (2008) modelam o canal como composto por um condutor vertical de parâmetros elétricos distribuídos (resistência e indutância) e/ou envolto por um meio de propriedades elétricas específicas (permeabilidade e permissividade). A corrente da base do canal é definida arbitrariamente e as correntes ao longo do canal, assim como os campos eletromagnéticos resultantes, são calculados numericamente pelo método de diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD). BABA E RAKOV (2008) apresentam as correntes calculadas ao longo do canal, onde se verifica que a redução observada na amplitude com a altura é relativamente pequena. Por exemplo, os modelos que apresentaram campos eletromagnéticos mais próximos dos registros experimentais também mostram que a corrente a 2 km de altura é cerca de 90% da corrente da base do canal. Este resultado contrasta com a constante de atenuação usualmente considerada no modelo MTLE (NUCCI, 1988) que considera que a corrente a 2 km de altura é apenas 37% da corrente da base do canal. COORAY et al. (2008) demonstraram que, para reproduzir as formas de onda do campo elétrico vertical através do modelo MTLE, a constante de atenuação da corrente deve ter valores muito elevados (da ordem de 15 km), o que faz com que a corrente seja substancialmente constante nos primeiros quilômetros do canal e, por consequência, os resultados do modelo MTLE se aproximem dos do modelo TL.

A descarga de retorno considerada neste trabalho é representada pelo modelo TL, cuja escolha justifica-se pela sua simplicidade, pelo grande número de resultados publicados utilizando este modelo e pela sua eficácia no cálculo dos campos eletromagnéticos e das tensões induzidas em linhas. De fato, a principal objeção que se pode fazer ao modelo TL é que ele não prevê uma deposição de carga ao longo do canal, de forma a neutralizar a carga previamente depositada pelo líder descendente. Ou seja, a carga associada à descarga de retorno do modelo TL refere-se apenas à carga transportada ao longo do canal. Como consequência, a neutralização do campo produzido pelo líder descendente ocorre apenas enquanto estiver fluindo corrente pelo canal, o que não corresponde à realidade. Este aspecto pode ser melhor entendido através da Fig. 3.2, que mostra o

campo elétrico radial produzido pelo modelo TL e pelo modelo MTLE ( $y = 2$  km), ambos calculados por MIMOUNI (2008) através da técnica de diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD) e considerando o solo como um condutor perfeito. Observa-se nesta figura que os campos segundo os modelos TL e MTLE apresentam os mesmos valores na frente da onda. Já as caudas das ondas divergem, pois o campo do modelo TL tende a cair a zero, acompanhando a queda da corrente, enquanto o campo do modelo MTLE tende assintoticamente a um valor constante, proporcional à carga total transportada pela descarga de retorno. Observa-se que neste cálculo o campo do líder descendente foi desconsiderado. Caso este campo seja considerado (por exemplo,  $-150$  V/m), o modelo TL fornece uma onda que começa em  $-150$  V/m, sobe para perto de zero, e posteriormente cai lentamente para o valor inicial. Já o modelo MTLE fornece um campo que começa em  $-150$  V/m e sobe assintoticamente para zero.

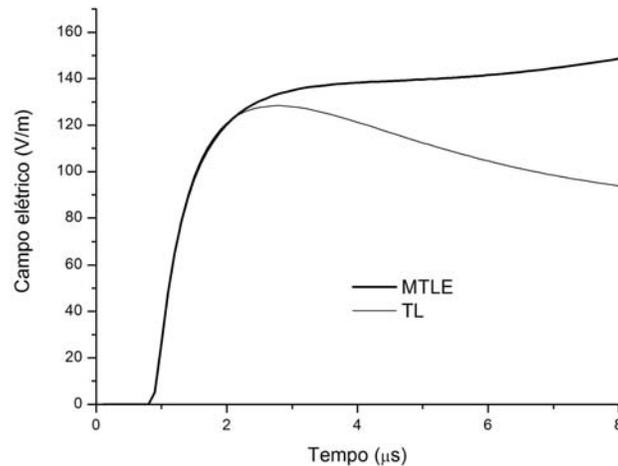


Fig. 3.2 - Campo elétrico radial para solo perfeitamente condutor e corrente da base do canal dada na Figura 2.4. Demais parâmetros:  $r_0 = 250$  m;  $z_0 = 8$  m;  $I_{pico} = 12$  kA;  $v = 190$  m/ $\mu$ s;  $y = 2$  km.

Cabe observar que, para efeito do cálculo da tensão induzida em linhas de energia elétrica e de telecomunicações, o que importa não é o campo elétrico em si, mas sim a sua taxa de variação temporal. Este aspecto é demonstrado por RUSCK (1957, pp. 29), que o sintetiza no teorema que é reproduzido a seguir:

"The voltage of a transmission line induced by a lightning discharge is directly dependent on the time derivative of the inducing field".

Este teorema de RUSCK permite desprezar não apenas o campo produzido pelo líder descendente, como também a diferença entre os campos dos modelos TL e MTLE, já que a mesma se dá na região de baixa taxa de variação temporal. Para ilustrar melhor esta proposição, a Fig. 3.3 mostra as taxas de variação temporal dos campos mostrados na Fig. 3.2. Observa-se uma excelente correspondência entre as taxas de variação temporal do campo elétrico calculado pelos dois modelos, as quais apresentam apenas uma pequena discrepância na cauda. Portanto, para efeito de cálculo da tensão induzida em linhas, o modelo TL fornece resultados equivalentes aos do modelo MTLE e, por extensão de raciocínio, também aos do modelo MTLL.

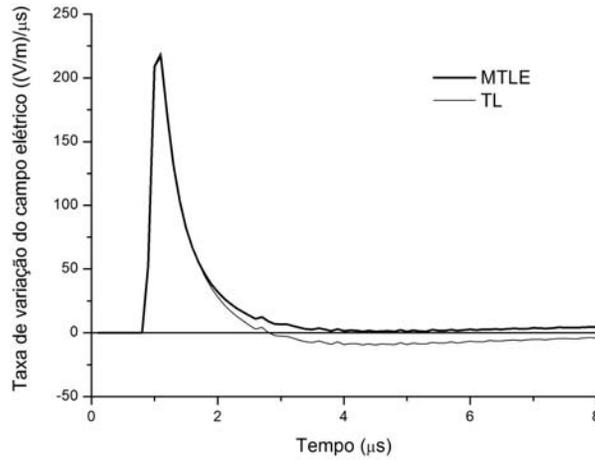


Fig. 3.3 - Taxa de variação temporal dos campos elétricos mostrados na Fig. 3.2.

### 3.4 Integral de Duhamel

As equações analíticas desenvolvidas ao longo deste trabalho possibilitam o cálculo dos campos eletromagnéticos produzidos por uma excitação (corrente ou campo magnético) cuja forma de onda possa ser aproximada por um degrau ou por um trapézio. No entanto, os campos eletromagnéticos gerados por uma excitação com forma de onda arbitrária podem ser calculados a partir dos campos devidos a uma excitação em forma de degrau. Este cálculo é realizado através da Integral de Duhamel, a qual é explicada em detalhes por GREENWOOD (1971). A seguir é exemplificada a aplicação da Integral de Duhamel para o cálculo do campo elétrico vertical.

Seja  $f(t)$  o campo elétrico vertical gerado por uma corrente unitária na forma de degrau. Portanto, a dimensão de  $f(t)$  é (V/m)/A. O campo elétrico gerado por uma corrente de forma genérica  $i(t)$  pode ser dado por:

$$E_z(t) = u(t-t_0) i(0) f(t) + u(t-t_0) \int_{t_0}^t f(\varphi) i'(t-t_0-\varphi) d\varphi, \quad (3.6)$$

$$\text{onde } i'(\varphi) = \frac{\partial i}{\partial t}(\varphi).$$

A operação realizada pela integral contida em (3.6) é também conhecida como convolução e a Função de Heaviside é necessária para levar em conta o tempo de propagação  $t_0$  da base do canal até o ponto de interesse. Na maioria dos casos de interesse a corrente parte de zero, de forma que a primeira parcela de (3.6) é nula. Existem outras formas de expressar a Integral de Duhamel, as quais são descritas por GREENWOOD (1971), cuja escolha depende das características do problema em questão. Para efeito do cálculo de campo utilizado neste trabalho, a forma descrita em (3.6) se mostra adequada.

Para a corrente na forma de trapézio descrita em (2.1), tem-se  $i(0) = 0$  e sua derivada é dada em (3.7). Como a derivada de uma rampa é uma constante, a convolução é relativamente simples. Aplicando-se (3.7) em (3.6), obtém-se (3.8) para a parte inicial do trapézio (rampa):

$$i'(t) = \frac{I_0}{T} - u(t-T) \frac{I_0}{T}, \quad (3.7)$$

$$E_{ZR}(t) = u(t-t_0) \frac{I_0}{T} \int_{t_0}^t f(\varphi) d\varphi. \quad (3.8)$$

Considerando a segunda parte do trapézio e aplicando-se o princípio da superposição, obtém-se o campo elétrico gerado por uma corrente de forma trapezoidal:

$$E_{ZT}(t) = u(t-t_0)E_{ZR}(t) - u(t-t_0-T)E_{ZR}(t-T). \quad (3.9)$$

Em princípio, a expressão (3.6) é válida para qualquer forma de onda de corrente. No entanto, algumas formas de onda utilizadas para representar a corrente de uma descarga atmosférica não admitem uma integração analítica a partir de (3.6). Este caso ocorre frequentemente, por exemplo, com as formas de onda que utilizam a função exponencial, como as ondas descritas por (2.2) e (2.3). Para estes casos, pode-se fazer a convolução numérica, que se aplica a qualquer forma de onda. Para tal, o período de tempo de interesse é dividido em  $n$  segmentos de comprimento  $\delta t$ . É então construído um vetor com os incrementos de corrente em cada segmento, de acordo com a expressão:

$$\delta_i(j) = i(j) - i(j-1), \quad \text{para } j = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (3.10)$$

O campo elétrico é calculado para um degrau unitário (i.e., uma corrente em forma de degrau e com amplitude igual a 1) para  $n$  passos de comprimento  $\delta t$ , resultando no vetor  $E_{ZU}(j)$ . O campo elétrico no tempo  $t = k \delta t$  (onde  $k$  é um número inteiro e  $1 \leq k \leq n$ ) é dado pela superposição do campo produzido por  $k$  degraus unitários multiplicados pelos incrementos de corrente e considerando os respectivos atrasos, como representado por (3.11). Cabe observar que, na condição limite  $\delta t \rightarrow 0$ , a convolução numérica representada por (3.11) leva à integral de Duhamel (3.6):

$$E_Z(k) = \sum_{j=1}^k E_{ZU}(j) \delta_i(k-j+1). \quad (3.11)$$

Portanto, quer seja na sua forma analítica dada em (3.6) ou na sua forma numérica dada em (3.11), conclui-se que a Integral de Duhamel permite o cálculo do campo produzido por uma excitação de forma onda arbitrária, desde que se conheça o campo produzido por uma excitação com onda na forma de degrau. Em outras palavras, a obtenção de uma expressão analítica para o campo produzido por uma excitação na forma de degrau possibilita o cálculo do campo para uma excitação de forma de onda arbitrária.

#### 4 Solo perfeitamente condutor

Há uma grande conveniência em começar o cálculo dos campos eletromagnéticos produzidos por uma descarga atmosférica considerando o solo como um condutor perfeito. A razão desta conveniência é que, pelo menos para distâncias não muito grandes da descarga ( $r_0 < 10$  km) e para pontos aéreos relativamente próximos da superfície do solo ( $0 \leq z_0 < 20$  m), o campo elétrico vertical e o campo magnético azimutal produzidos pela descarga são praticamente independentes da condutividade do solo. RUBINSTEIN (1996) apresenta uma interessante e intuitiva justificativa para este fato, no qual baseia o desenvolvimento de suas expressões. Mais recentemente, resultados obtidos por MIMOUNI et al. (2008) utilizando a técnica de diferença finita no domínio do tempo (FDTD), levam à mesma conclusão. BABA E RAKOV (2008), utilizando FDTD, também chegaram a esta conclusão. Eles compararam os campos elétricos verticais e magnéticos azimutais calculados para solos de condutividade muito baixa ( $\sigma = 0,1$  mS/m) com os campos calculados para solo perfeitamente condutor e concluíram que as diferenças são insignificantes para distâncias até 5 km ( $r_0 \leq 5$  km) e que diferenças significativas só começam a serem notadas a partir de 50 km. Ainda segundo BABA E RAKOV (2008), o valor de pico inicial do campo elétrico vertical para  $r_0 = 50$  km e  $\sigma = 0,1$  mS/m é 20% menor do que o valor para  $\sigma = \infty$ . Já o tempo de subida aumenta de 1  $\mu$ s (solo perfeitamente condutor) para 5,5  $\mu$ s (solo de baixa condutividade considerado).

Como observado anteriormente, a principal região de interesse dos campos eletromagnéticos produzidos por uma descarga atmosférica reside em um raio de alguns quilômetros da descarga, onde os campos são mais intensos e capazes de induzir tensões significativas em condutores expostos a estes campos. Portanto, o cálculo do campo elétrico vertical e do campo magnético azimutal considerando o solo como condutor perfeito produz resultados aplicáveis a esta região de maior interesse. Além disto, estes campos serão também utilizados para o cálculo do campo elétrico radial, o qual é fortemente influenciado pela condutividade finita do solo.

Considerar o solo como um condutor perfeito permite também utilizar o método das imagens, no qual a distribuição de cargas e correntes no solo pode ser representada por uma imagem do canal abaixo da superfície do solo. Esta representação é ilustrada na Fig.4.1, onde a cada elemento de carga  $dq(z)$  e de corrente  $di(z)$  correspondem elementos de carga  $-dq(-z)$  e de corrente  $di(-z)$  gerados pela imagem do canal abaixo da superfície do solo. Naturalmente, o método das imagens é válido para pontos de interesse  $P$  na superfície do solo ou acima desta, i.e.,  $z_0 \geq 0$ .

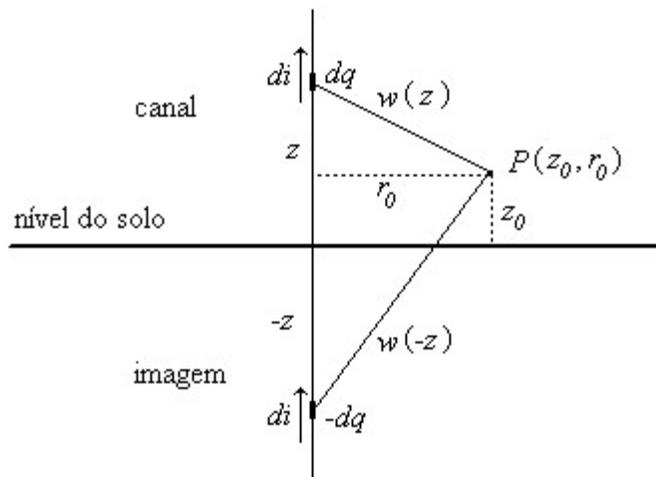


Fig. 4.1 - Ilustração do método das imagens.

#### 4.1 Potenciais elétricos

Segundo HALLÉN (1962, pp. 375) o campo elétrico  $E$  em um dado ponto do espaço pode ser expresso pela combinação de um potencial escalar ( $V$ ) com um potencial vetor ( $A$ ):

$$E = -grad V - \frac{\partial A}{\partial t}. \quad (4.1)$$

Como o canal da descarga é vertical (na direção de  $z$ ), o potencial vetor também é vertical. O gradiente do potencial escalar possui uma componente na direção de  $z$ , que resulta no campo elétrico vertical, e outra componente na direção de  $r$ , que resulta na componente radial do campo elétrico. Considerando as premissas adotadas no Capítulo 3 e o método das imagens (ver Fig. 4.1), HALLÉN fornece as seguintes expressões para os potenciais de um ponto de coordenadas  $(r_0, z_0)$ :

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{q(z, t - w/c)}{w} dz, \quad (4.2)$$

$$A = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{i(z, t - w/c)}{w} dz, \quad (4.3)$$

onde:

$$w = \sqrt{(z - z_0)^2 + r_0^2},$$

$q(z, t)$  é a densidade linear de carga ao longo do canal da descarga,

$i(z, t)$  é a corrente ao longo do canal da descarga,

$c$  é a velocidade da luz no vácuo.

Os diversos modelos para a descarga de retorno, descritos de forma sucinta na Seção 3.3, visam justamente descrever  $q(z, t)$  e  $i(z, t)$  de forma que os campos eletromagnéticos resultantes se aproximem ao máximo dos registros experimentais. Além de adotar o modelo TL, considera-se inicialmente que o canal está carregado com uma densidade linear de carga uniforme dada por  $-q_0$  e que a corrente da descarga de retorno propaga-se verticalmente com uma onda na forma de degrau. Sendo  $I_0$  a amplitude do degrau de corrente e  $v$  a velocidade com ela se propaga, as seguintes relações são obtidas:

$$I_0 = v q_0, \quad (4.4)$$

$$q(z, t) = u \left( t - \frac{z}{v} \right) q_0, \quad (4.5)$$

$$i(z, t) = u \left( t - \frac{z}{v} \right) I_0. \quad (4.6)$$

As expressões (4.4), (4.5) e (4.6) consideram apenas as cargas associadas com a corrente da descarga de retorno, ou seja, não considera o efeito das cargas depositadas previamente no canal pelo líder descendente. Este procedimento justifica-se porque o campo produzido pelas cargas do líder é considerado como estático e, portanto, não induz correntes em condutores. Esta premissa também é considerada na maioria dos trabalhos de cálculo de campo de descargas atmosféricas, mas muitas vezes não é explicitada. Uma das exceções é o trabalho de RUSCK (1957, pp. 30-50), que considera o campo pré-descarga através de um termo constante nas suas equações.

Desconsidera-se, em um primeiro momento, a contribuição da imagem sob o solo para o campo. Levando (4.5) e (4.6) em (4.2) e (4.3), respectivamente, resulta em:

$$V = \frac{q_0}{4\pi \varepsilon_0} \int_0^{z_1} \frac{dz}{\sqrt{(z-z_0)^2 + r_0^2}} = \frac{q_0}{4\pi \varepsilon_0} \ln \left[ \frac{z_1 - z_0 + \sqrt{(z_1 - z_0)^2 + r_0^2}}{-z_0 + \sqrt{z_0^2 + r_0^2}} \right] + V_0, \quad (4.7)$$

$$A = \frac{\mu_0 I_0}{4\pi} \int_0^{z_1} \frac{dz}{\sqrt{(z-z_0)^2 + r_0^2}} = \frac{\mu_0 I_0}{4\pi} \ln \left[ \frac{z_1 - z_0 + \sqrt{(z_1 - z_0)^2 + r_0^2}}{-z_0 + \sqrt{z_0^2 + r_0^2}} \right] + A_0. \quad (4.8)$$

onde  $z_1$  é o limite de integração correspondente ao ponto do canal cuja contribuição acabou de chegar no ponto de interesse. Em outras palavras, o tempo de trânsito da descarga de retorno do solo até o ponto  $z = z_1$  mais o tempo de trânsito da onda de campo de  $z = z_1$  até o ponto de interesse  $P(r_0, z_0)$  deve ser igual ao tempo presente  $t$ :

$$\frac{z_1}{v} + \frac{\sqrt{(z_1 - z_0)^2 + r_0^2}}{c} = t. \quad (4.9)$$

Resolvendo (4.9) para  $z_1$ :

$$z_1 = \frac{v_R}{1 - v_R^2} \left[ ct - v_R z_0 - \sqrt{(vt - z_0)^2 + (1 - v_R^2) r_0^2} \right]. \quad (4.10)$$

De (4.7) e (4.8) observa-se uma grande semelhança entre as expressões para os potenciais escalar e vetor. Substituindo-se (4.10) em (4.7) e (4.8) pode-se escrever:

$$V = \frac{q_0}{\varepsilon_0} F(z_0, r_0, v, t) + V_0, \quad (4.11)$$

$$A = I_0 \mu_0 F(z_0, r_0, v, t) + A_0, \quad (4.12)$$

onde:

$V_0$  e  $A_0$  são as constantes de integração dependentes das condições iniciais e

$$F(z_0, r_0, v, t) = \frac{1}{4\pi} \left\{ \ln \left[ vt - z_0 + \sqrt{(vt - z_0)^2 + (1 - v_R^2) r_0^2} \right] - \ln(1 + v_R) - \ln \left( -z_0 + \sqrt{z_0^2 + r_0^2} \right) \right\}.$$

A contribuição das imagens pode ser considerada invertendo-se o sinal de  $z_0$  em (4.11) e (4.12), assim como o sinal de  $q_0$ , pois as cargas da imagem têm polaridade oposta às cargas do canal. Cabe observar que o sinal de  $I_0$  não se inverte, pois a corrente da imagem tem o mesmo sentido da corrente do canal (ver Fig. 4.1). Com isto obtêm-se as seguintes expressões para os potenciais:

$$V = \frac{q_0}{\varepsilon_0} [F(z_0, r_0, v, t) - F(-z_0, r_0, v, t)] + V_0(z_0, r_0) - V_0(-z_0, r_0), \quad (4.13)$$

$$A = I_0 \mu_0 [F(z_0, r_0, v, t) + F(-z_0, r_0, v, t)] + A_0(z_0, r_0) + A_0(-z_0, r_0). \quad (4.14)$$

Observa-se em (4.13) que o potencial escalar é nulo ao nível do solo ( $z_0 = 0$ ) pois, conforme o método das imagens, as contribuições das cargas do canal e da imagem se cancelam. Já em (4.14) observa-se que o potencial vetor recebe contribuições idênticas das correntes do canal e da imagem, para um ponto na superfície do solo. Neste ponto é interessante analisar o domínio de validade de

(4.13) e (4.14) no tempo. Naturalmente, esta expressão só passa a ser válida a partir da chegada da onda no ponto de interesse, ou seja, para o tempo  $t \geq t_0 = r_0 / c$ . O limite superior do tempo é determinado pela chegada da contribuição do topo do canal no ponto de interesse, ou seja:

$$t \leq \frac{L}{v} + \frac{\sqrt{(L - z_0)^2 + r_0^2}}{c}, \quad (4.15)$$

onde  $L$  é o comprimento do canal da descarga. Cabe observar que RUSCK (1957, pp. 30-50) considera o comprimento do canal no desenvolvimento das expressões de campo elétrico vertical, mas não considera as limitações decorrentes da premissa de um canal finito sobre o limite superior para a variável tempo. Ao fazer isto, RUSCK acaba por assumir um canal infinito. A premissa de canal infinito será também considerada aqui, pois o efeito do canal finito só se manifesta em tempos relativamente longos, i.e., na cauda da onda de campo. Portanto, a premissa de canal infinito é plenamente válida para as primeiras dezenas de  $\mu\text{s}$ , que é onde reside o principal interesse nos campos gerados. De qualquer forma, a consideração de um canal finito pode ser feita a partir do modelo de um canal infinito, através da técnica da superposição e da estimativa de um coeficiente de reflexão para a onda de corrente no topo do canal.

## 4.2 Campo elétrico vertical

### 4.2.1 Corrente na forma de degrau

Conforme (4.1), o campo elétrico vertical tem duas componentes, uma devida ao potencial escalar ( $E_V$ ) gerado pela carga e outra devida ao potencial vetor ( $E_A$ ) gerado pela corrente. A primeira é obtida derivando-se o potencial escalar em relação a  $z$ , enquanto a segunda é obtida derivando-se o potencial vetor em relação a  $t$ :

$$E_Z = E_V + E_A = -\frac{\partial V}{\partial z} - \frac{\partial A}{\partial t}. \quad (4.16)$$

Derivando-se (4.13) em relação a  $z_0$  resulta em:

$$E_V = \frac{Z_E I_0}{4\pi v_R} \left\{ \left[ (vt - z_0)^2 + (1 - v_R^2) r_0^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \left[ (vt + z_0)^2 + (1 - v_R^2) r_0^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} + E_0, \quad (4.17)$$

onde  $Z_E = 120 \pi$  é a impedância do espaço livre em  $\Omega$  e  $E_0$  é uma componente constante derivada das condições iniciais. A densidade de carga  $q_0$  e a permissividade do vácuo  $\epsilon_0$  foram eliminadas em (4.17) através de sua substituição pelas identidades dadas em (4.4) e (3.2), respectivamente. Como o campo existente antes da descarga de retorno (devido às cargas depositadas pelo líder descendente) foi desconsiderado, o campo vertical é nulo em  $t = t_0 = r_0 / c$ . Aplicando esta condição em (4.17) resulta em:

$$E_0 = -\frac{Z_E I_0}{4\pi v_R} \left\{ \left[ r_0^2 - 2z_0 v_R r_0 + z_0^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \left[ r_0^2 + 2z_0 v_R r_0 + z_0^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}. \quad (4.18)$$

De (4.16) verifica-se que a componente do campo elétrico vertical devido ao potencial vetor ( $E_A$ ) pode ser obtida derivando (4.14) em relação ao tempo:

$$E_A = -\frac{Z_E I_0 v_R}{4\pi} \left\{ \left[ (vt - z_0)^2 + (1 - v_R^2) r_0^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \left[ (vt + z_0)^2 + (1 - v_R^2) r_0^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}. \quad (4.19)$$

Observa-se que, neste caso, a constante de integração  $A_0$  desaparece na diferenciação, pois é invariante no tempo, e a permeabilidade do vácuo  $\mu_0$  foi substituída pela relação dada em (3.3). Além disso,  $E_A$  apresenta um valor finito em  $t = t_0$ , o que decorre da consideração de uma corrente na forma de degrau. Levando (4.17) e (4.19) em (4.16) resulta na expressão para o campo elétrico vertical devido a uma corrente na forma de degrau:

$$E_Z = E_0 + \frac{Z_E I_0 (1-v_R^2)}{4\pi v_R} \left\{ \left[ (vt - z_0)^2 + (1-v_R^2) r_0^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \left[ (vt + z_0)^2 + (1-v_R^2) r_0^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}. \quad (4.20)$$

A Fig.4.2 mostra o campo elétrico vertical ( $E_Z$ ) e suas componentes devido à carga ( $E_V$ ) e à corrente ( $E_A$ ). A polaridade negativa indica que o campo aponta para baixo. Observa-se que a componente  $E_A$  cresce instantaneamente quando da chegada da onda incidente e depois cai monotonicamente com o tempo. Já a componente  $E_V$  inicia em zero e cresce negativamente até seu valor de pico  $E_0$ . O campo elétrico resultante  $E_Z$  acompanha  $E_A$  no seu impulso inicial e depois se aproxima assintoticamente da curva de  $E_V$ . Observa-se em (4.20) que, quando a velocidade da descarga se aproxima da velocidade da luz, o fator  $(1-v_R^2)$  tende a zero. Nesta condição, o campo elétrico vertical passa instantaneamente de zero ao valor final  $E_0$  em  $t = t_0$ , ou seja, o campo  $E_Z$  passa a apresentar uma onda na forma de degrau.

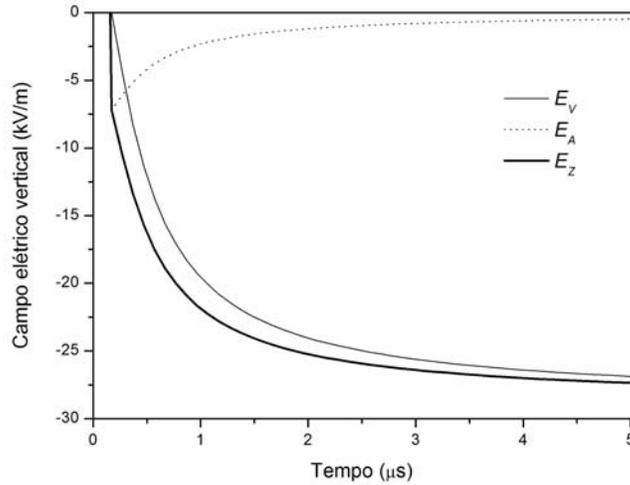


Fig.4.2 - Campo elétrico vertical e suas componentes ( $I_0 = 12$  kA;  $r_0 = 50$  m;  $z_0 = 10$  m;  $v_R = 0,5$ ).

#### 4.2.2 Campo ao nível do solo

Para alturas típicas de linhas de telecomunicações ou de distribuição de energia elétrica, que raramente ultrapassam 20 m, (4.20) pode ser simplificada através de uma aproximação bem razoável. Como o campo elétrico vertical varia muito pouco do solo até a altura de interesse, pode-se utilizar o artifício de calcular o campo elétrico ao nível do solo e considerar que ele se mantém constante até a altura de interesse. Neste caso, (4.20) pode ser re-escrita como (4.21), onde o subscrito D foi adicionado para lembrar que esta expressão foi desenvolvida para uma corrente na forma de degrau:

$$E_{ZD} = E_0 + \frac{Z_E I_0 \lambda}{2\pi v_R} \left[ (vt)^2 + \lambda r_0^2 \right]^{-\frac{1}{2}}, \quad (4.21)$$

onde:

$$E_0 = -\frac{Z_E I_0}{2\pi v_R r_0}, \quad (4.22)$$

$$\lambda = (1 - v_R^2). \quad (4.23)$$

A expressão (4.21) é válida para  $t \geq t_0$ , onde  $t_0$  é o tempo necessário para a onda chegar até o ponto de interesse.  $E_0$  é o campo elétrico final (i.e., para  $t \rightarrow \infty$ ) e  $\lambda$  é o quadrado do Fator de Contração de Lorentz (ver SOMMERFELD, 1952, pp. 226). Para pontos onde  $r_0 \gg z_0$ , (4.20) e (4.21) fornecem resultados equivalentes. A altura do ponto de interesse em relação ao solo ( $z_0$ ) normalmente designa a altura de um objeto onde se pretende calcular o campo elétrico como, por exemplo, o condutor de uma linha aérea. Isto implica que a relação  $r_0 \gg z_0$  seja observada na grande maioria dos casos de interesse, pois se  $r_0 < 3 z_0$  já se passa a ter uma grande probabilidade de que a descarga atmosférica atinja a linha e não o solo. A Fig.4.3 mostra os campos elétricos calculados por (4.20) e (4.21) para condição limite  $r_0 = 30$  m e  $z_0 = 10$  m. Verifica-se na figura que as formas de onda são muito próximas, o que valida a utilização de (4.21) para o cálculo do campo elétrico vertical. Mantendo-se  $z_0 = 10$  m e aumentando-se  $r_0$ , verifica-se que a partir de  $r_0 = 50$  m as curvas já se tornam indistinguíveis.

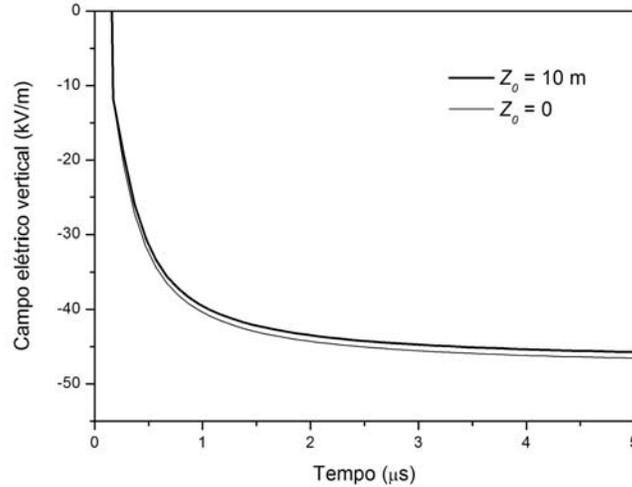


Fig.4.3 - Campo elétrico vertical para  $z_0 = 10$  m segundo (4.20) e para  $z_0 = 0$  segundo (4.21);  $I_0 = 12$  kA,  $r_0 = 30$  m,  $v_R = 0,5$ .

### 4.2.3 Generalização da forma de onda de corrente

A expressão (4.21) fornece o campo elétrico vertical para uma corrente na forma de um degrau. Conforme visto na Seção 3.4, o cálculo do campo elétrico gerado por correntes de outras formas de onda pode ser realizado através da aplicação da Integral de Duhamel. Na expressão (3.8),  $f(\varphi)$  é obtida fazendo-se  $I_0 = 1$  em (4.21). Deixando sub-entendida por um instante a função  $u(t-t_0)$ , ou seja, considerando que (3.8) só vale a partir de  $t \geq t_0$  e realizando a integração, obtém-se:

$$E_{ZR} = \frac{(t-t_0)}{T} E_0 + \frac{Z_E I_0 \lambda}{2\pi v_R T v} \ln \left[ \frac{vt + \sqrt{(vt)^2 + \lambda r_0^2}}{r_0 (1 + v_R)} \right]. \quad (4.24)$$

Considerando a segunda parte do trapézio, conforme (3.9), obtém-se o campo elétrico gerado por uma corrente de forma trapezoidal:

$$E_{zT}(t) = u(t - t_0)E_{zR}(t) - u(t - t_0 - T)E_{zR}(t - T). \quad (4.25)$$

A Figura 4.4 mostra a forma de onda do campo elétrico vertical em um ponto na superfície do solo distando 50 m da base do canal da descarga, segundo (4.25). Foi considerada uma corrente trapezoidal definida por  $I_0 = 12$  kA e  $T = 1$   $\mu$ s. Para efeito comparativo, esta figura mostra também o campo produzido por uma corrente de 12 kA na forma de degrau segundo (4.21). O campo resultante da corrente trapezoidal cresce suavemente com o tempo e tende para um valor final igual ao campo produzido pelo degrau.

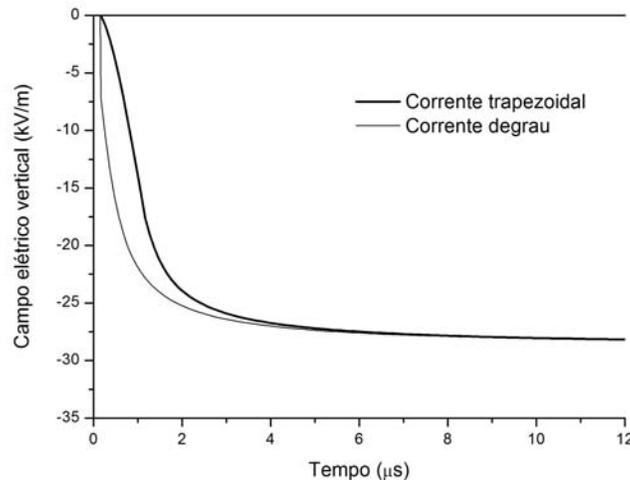


Fig. 4.4 - Campo elétrico vertical produzido por corrente trapezoidal e por corrente na forma de degrau ( $T = 1$   $\mu$ s;  $r_0 = 50$  m;  $I_0 = 12$  kA;  $v_R = 0,5$ ;  $z_0 = 0$ ).

Conforme visto na Seção 3.4, o campo elétrico pode ser calculado para uma corrente de forma de onda arbitrária, através da aplicação de (3.11). Visando ilustrar esta aplicação, foi selecionada a forma de onda mostrada na Figura 2.4. Esta onda de corrente apresenta um valor de pico igual a 12 kA que é atingido em cerca de 0,8  $\mu$ s. A Figura 4.5 mostra a forma de onda do campo elétrico vertical calculado utilizando (3.11) e (4.21). Esta figura mostra também resultados obtidos por MIMOUNI (2008) para a mesma onda de corrente, utilizando a técnica de diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD). Observa-se uma excelente correlação entre os resultados, muito embora tenham sido utilizados métodos de cálculo muito distintos.

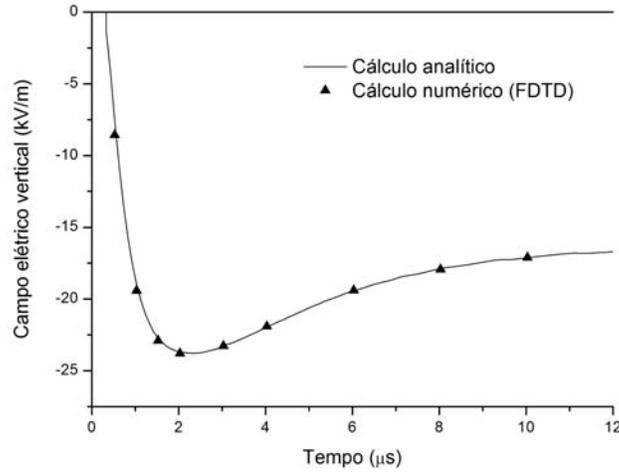


Fig. 4.5 - Campo elétrico vertical para a corrente da Figura 2.4; Cálculo analítico: convolução a partir de (4.21); Cálculo numérico: MIMOUNI (2008);  $r_0 = 50$  m;  $I_{pico} = 12$  kA;  $v_R = 0,5$ ;  $z_0 = 0$ .

### 4.3 Campo elétrico radial

#### 4.3.1 Corrente na forma de degrau

Em princípio, o campo elétrico radial pode ser obtido derivando-se o potencial escalar de (4.13) em relação a  $r_0$ . No entanto, conforme demonstrado na Seção 4.2.2, o campo elétrico vertical é bastante uniforme para valores de  $z_0$  na faixa de interesse. Portanto, o potencial escalar na altura  $z_0$  pode ser obtido multiplicando-se  $z_0$  pela componente do campo vertical na superfície do solo devido ao potencial escalar. Esta última componente pode ser obtida fazendo-se  $z_0 = 0$  em (4.17). O resultado é mostrado em (4.26), que passa a valer a partir de  $t \geq t_0$ :

$$V = \frac{Z_E I_0 z_0}{2\pi v_R} \left\{ \left[ (vt)^2 + \lambda r_0^2 \right]^{\frac{1}{2}} - r_0^{-1} \right\}. \quad (4.26)$$

Cabe observar que o potencial vetor é exclusivamente vertical, de forma que ele não gera campo elétrico radial. Portanto, o campo elétrico radial é obtido derivando-se (4.26) em relação a  $r_0$ :

$$E_{RD} = \frac{Z_E I_0 z_0}{2\pi v_R r_0^2} \left\{ 1 - \lambda \left[ \lambda + \left( \frac{vt}{r_0} \right)^2 \right]^{-\frac{3}{2}} \right\}. \quad (4.27)$$

#### 4.3.2 Generalização da forma de onda de corrente

A equação (4.27) foi desenvolvida a partir de uma corrente na forma de degrau. A expressão correspondente a uma corrente trapezoidal pode ser obtida através da Integral de Duhamel, conforme descrito na Seção 3.4. A expressão resultante para uma corrente em forma de rampa é:

$$E_{RR} = \frac{Z_E I_0 z_0}{2\pi v_R r_0^2} \frac{t}{T} \left\{ 1 - \left[ \lambda + \left( \frac{vt}{r_0} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \right\}. \quad (4.28)$$

Para uma corrente trapezoidal:

$$E_{RT}(t) = u(t - t_0)E_{RR}(t) - u(t - t_0 - T)E_{RR}(t - T). \quad (4.29)$$

A Figura 4.6 mostra as formas de onda do campo elétrico radial para uma corrente na forma de degrau segundo (4.27) e para uma corrente trapezoidal segundo (4.29). O campo produzido pela corrente em degrau começa com um valor inicial em  $t = t_0$  e depois converge rapidamente para seu valor final. O campo produzido pela corrente trapezoidal cresce suavemente de zero e se aproxima assintoticamente do mesmo valor final do campo da corrente em degrau.

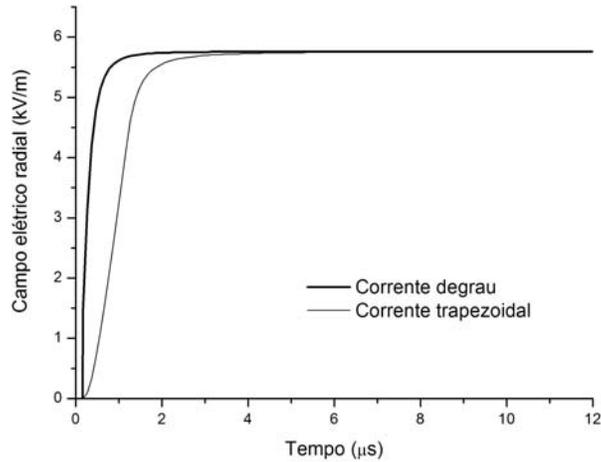


Fig. 4.6 - Campo elétrico radial produzido por corrente trapezoidal e por corrente na forma de degrau ( $T = 1 \mu\text{s}$ ;  $r_0 = 50 \text{ m}$ ;  $I_0 = 12 \text{ kA}$ ;  $v_R = 0,5$ ;  $z_0 = 10 \text{ m}$ ).

A Figura 4.7 mostra a forma de onda do campo elétrico radial calculado utilizando (4.27) e a corrente da Figura 2.4. Foi considerado um ponto a 10 m de altura e distando 50 m da base do canal, e a velocidade da descarga de retorno foi considerada como sendo igual a 150 m/μs. Para efeito de comparação, esta figura mostra também resultados obtidos por MIMOUNI et al. (2008) utilizando a técnica de FDTD, onde observa-se uma excelente concordância entre as curvas.

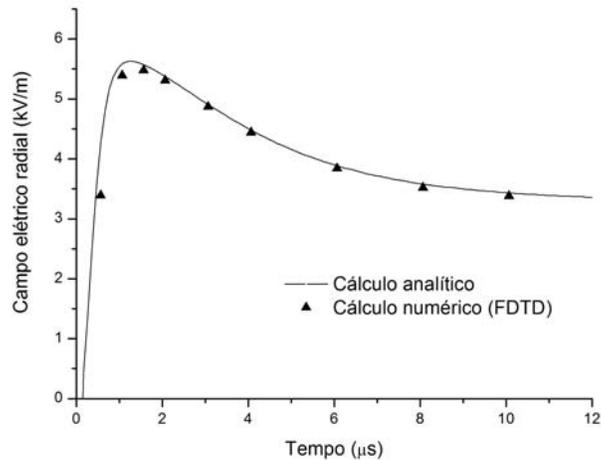


Fig. 4.7 - Campo elétrico radial para a corrente da Figura 2.4; Cálculo analítico: convolução a partir de (4.27); Cálculo numérico: MIMOUNI et al. (2008);  $r_0 = 50 \text{ m}$ ;  $I_{pico} = 12 \text{ kA}$ ;  $v_R = 0,5$ ;  $z_0 = 10 \text{ m}$ .

## 4.4 Campo magnético azimutal

### 4.4.1 Corrente na forma de degrau

Segundo HALLÉN (1962, pp. 375), o campo magnético é dado por:

$$H = \frac{1}{\mu_0} \text{rot } A. \quad (4.30)$$

Da mesma forma que o campo elétrico vertical, o campo magnético azimutal também varia muito pouco com a altura (para valores de  $z_0$  dentro da faixa de interesse), o que permite uma simplificação nas equações. Fazendo  $z_0 = 0$  em (4.14) obtém-se o potencial vetor ao nível do solo:

$$A = \frac{Z_E I_0}{2\pi c} \ln \left[ \frac{vt + \sqrt{(vt)^2 + \lambda r_0^2}}{(1 + v_R) r_0} \right] + 2A_0. \quad (4.31)$$

Como  $A(t_0) = 0$ , resulta de (4.31) que  $A_0 = 0$ . Para o cálculo do rotacional de (4.30), cabe lembrar que as coordenadas são  $r$ ,  $\theta$  e  $z$  (ver Figura 3.1) e  $a_r$ ,  $a_\theta$  e  $a_z$  são os respectivos vetores unitários. Utilizando esta notação, o rotacional de  $A$  pode ser escrito como:

$$\text{rot } A = a_r \left( \frac{\partial A_z}{r \partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) + a_\theta \left( \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) + a_z \left( \frac{1}{r} \frac{\partial (r A_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{r \partial \theta} \right). \quad (4.32)$$

Como o potencial vetor  $A$  é exclusivamente vertical, existe apenas a componente  $A_z$  em (4.32). Além disso, devido à simetria radial,  $A_z$  não varia com  $\theta$ . Portanto, (4.30) pode ser re-escrita como:

$$H = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_z}{\partial r} a_\theta. \quad (4.33)$$

Como era de esperar, o campo magnético  $H$  tem a direção da coordenada azimutal ( $\theta$ ), ou seja, ele é horizontal (paralelo à superfície do solo) e perpendicular a  $r_0$ . Aplicando (4.33) em (4.31) obtém-se (4.34), onde o vetor unitário  $a_\theta$  foi substituído pelo subscrito  $\theta$ :

$$H_{\theta D} = \frac{I_0 vt}{2\pi r_0} \left[ (vt)^2 + \lambda r_0^2 \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (4.34)$$

Uma análise de (4.34) mostra que, no início da onda ( $t = t_0$ ), o campo magnético parte de um valor inicial dado por (4.35) e cresce assintoticamente pra seu valor final dado por (4.36):

$$H_{\theta D}(t = t_0) = \frac{I_0 v_R}{2\pi r_0}, \quad (4.35)$$

$$H_{\theta D}(t = \infty) = \frac{I_0}{2\pi r_0}. \quad (4.36)$$

#### 4.4.2 Generalização da forma de onda de corrente

A equação (4.34) foi desenvolvida a partir de uma corrente na forma de degrau. A expressão correspondente a uma corrente trapezoidal pode ser obtida através da Integral de Duhamel, conforme descrito na Seção 3.4. A expressão resultante para uma corrente em forma de rampa é:

$$H_{\theta R} = \frac{H_0 t_0}{v_R T} \left[ \left( \lambda + \left( \frac{v_R t}{t_0} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right]. \quad (4.37)$$

Para uma corrente trapezoidal:

$$H_{\theta T}(t) = u(t - t_0) H_{\theta R}(t) - u(t - t_0 - T) H_{\theta R}(t - T). \quad (4.38)$$

A Figura 4.8 mostra as formas de onda do campo magnético azimutal para uma corrente na forma de degrau segundo (4.34) e para uma corrente trapezoidal segundo (4.38). O campo produzido pela corrente em degrau começa com um valor inicial em  $t = t_0$  e depois converge rapidamente para seu valor final. O campo produzido pela corrente trapezoidal cresce suavemente de zero e se aproxima assintoticamente do mesmo valor final do campo da corrente em degrau.

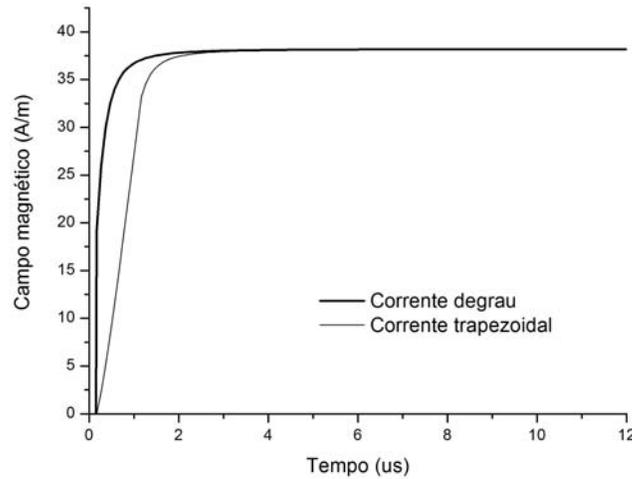


Fig. 4.8 - Campo magnético ao nível do solo produzido por corrente trapezoidal e por corrente na forma de degrau ( $T = 1 \mu s$ ;  $r_0 = 50 \text{ m}$ ;  $I_0 = 12 \text{ kA}$ ;  $v_R = 0,5$ ).

A Figura 4.9 mostra a forma de onda do campo magnético azimutal calculado utilizando (4.34) e a corrente da Figura 2.4. Esta figura mostra também resultados obtidos por MIMOUNI (2008) para a mesma onda de corrente, utilizando a técnica de diferenças finitas no tempo (FDTD). Observa-se uma excelente correlação entre as curvas, onde as diferenças ficam menores que 1%. Como era de esperar, para um ponto próximo do canal como o considerado ( $r_0 = 50 \text{ m}$ ), a forma de onda do campo magnético tende a acompanhar a forma de onda de corrente.

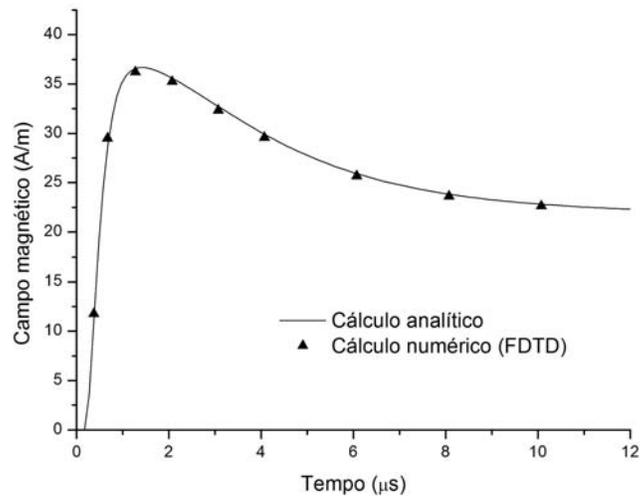


Fig. 4.9 - Campo magnético ao nível do solo para corrente segundo a Figura 2.4. Cálculo analítico: convolução a partir de (4.34); Cálculo numérico: MIMOUNI et al. (2007);  $r_0 = 50$  m;  $I_{pico} = 12$  kA;  $v = 150$  m/μs.

#### 4.5 Contextualização do capítulo

O objetivo desta seção é destacar as contribuições do presente trabalho ao estado da técnica relativo ao conteúdo do capítulo. Inicialmente é feita uma análise comparativa com o trabalho pioneiro de RUSCK (1957), a qual é complementada com contribuições de cunho mais genérico. Em linhas gerais, o desenvolvimento das equações analíticas realizado neste capítulo é semelhante ao realizado por RUSCK (1957). No entanto, este trabalho apresenta algumas contribuições que, no entendimento do autor, possibilitam um melhor entendimento do assunto. Portanto, cabe aqui fazer um contra-ponto deste capítulo com o trabalho de RUSCK, visando evidenciar e discutir as contribuições agregadas por este trabalho.

A primeira contribuição diz respeito ao tratamento do campo elétrico produzido pelas cargas depositadas pelo líder descendente, também chamado de "campo pré-descarga". RUSCK considera este campo ao calcular o potencial vetor integrando as contribuições dos elementos de carga sobre o canal de  $z_1$  até  $L$ , onde  $L$  é o comprimento do canal. Com isto, ele calcula um campo elétrico vertical positivo que é neutralizado pela descarga de retorno. Posteriormente RUSCK elimina este campo pré-descarga utilizando uma derivada temporal (visando obter o potencial induzido), já que o mesmo é invariável no tempo. No tratamento dado neste capítulo, o campo pré-descarga é desprezado a priori, fazendo-se a integral sobre o canal de 0 até  $z_1$ . Com isto obtém-se expressões mais simples, as quais permitem identificar uma grande semelhança entre as expressões dos potenciais escalar e vetor.

Outro aspecto relevante a observar quanto ao processo de integração de RUSCK é que ele nitidamente considera um canal finito de comprimento  $L$ . No entanto, a consideração de um canal finito implica necessariamente em um limite superior para a variável tempo, o qual é determinado pelo tempo de trânsito da descarga da base até o topo do canal, adicionado do tempo de trânsito da onda produzida no topo do canal até o ponto de interesse. Ao ignorar este limite superior, RUSCK está implicitamente considerando um canal infinito. No presente trabalho, a premissa de canal infinito é adotada explicitamente, fazendo-se as considerações relativas às suas implicações, o que

inclui a formulação do limite superior para o tempo, contido em (4.15). Para tempos superiores a este limite, há que se considerar a reflexão da corrente no topo do canal. Cabe observar que a extensão do modelo de RUSCK realizada por PIANTINI E JANISZEWSKI (2003) considera um canal finito para a descarga atmosférica.

Talvez a maior contribuição deste capítulo resida na formulação de uma expressão para o campo elétrico radial, pois em nenhum momento RUSCK deduz uma expressão para o campo elétrico radial a partir dos potenciais elétricos. Curiosamente, ao final da Seção 2.1 de seu trabalho, RUSCK (1957, pp.17) diz:

"As the surface of the earth in accordance with the assumption of infinite conductivity is a line of symmetry of the field and the images of the charges and currents have opposite polarity and direction respectively, grad  $V_i$  and  $A_i$  will be perpendicular to the surface of the earth, irrespective of the distribution of currents and charges on a lightning discharge."

A rigor, grad  $V_i$  só é perpendicular à superfície do solo para um ponto localizado na superfície do solo, i.e.,  $z_0 = 0$ . Para uma condição genérica  $z_0 > 0$ , grad<sub>r</sub>  $V_i \neq 0$ . De fato, partindo do potencial escalar foi possível calcular a expressão (4.27) para o campo elétrico radial. Cabe observar que o cálculo subsequente de tensões induzidas em linhas, realizado por RUSCK, não foi prejudicado pela ausência do campo elétrico radial. No seu cálculo, RUSCK utiliza o campo elétrico vertical para obter uma expressão simplificada para os potenciais elétricos  $V$  e  $A$ . A partir de então ele utiliza o campo elétrico vertical e a derivada temporal do potencial escalar para, através de um método muito elegante, calcular as tensões induzidas em linhas aéreas. Esta não explicitação do campo elétrico radial no trabalho de RUSCK gerou no passado muita polêmica, onde os resultados de RUSCK para tensões induzidas foram contestados. Como a maioria dos trabalhos subsequentes sobre campos eletromagnéticos produzidos por descargas atmosféricas foram realizados no domínio da frequência, salvo melhor entendimento, a formulação de uma expressão analítica no domínio do tempo para o campo elétrico radial produzido por uma descarga atmosférica para solo perfeitamente condutor é uma contribuição inédita deste trabalho. Este resultado foi publicado por BARBOSA E PAULINO (2007), ao lado de outras contribuições que serão comentadas oportunamente.

Como comentado no parágrafo anterior, RUSCK (1957) calcula os potenciais  $V$  e  $A$  para um ponto no ar ( $z_0 > 0$ ) e, a partir destes potenciais, calcula o campo elétrico vertical. Então ele faz  $z_0 = 0$  e obtém expressões simplificadas para os campos elétricos verticais devido aos potenciais escalar e vetor. É a partir destas expressões simplificadas, obtidas para a superfície do solo, que RUSCK desenvolve o cálculo das tensões induzidas em linhas aéreas. Neste processo de cálculo ele chega inclusive a re-calcular o potencial escalar em  $z_0 > 0$ , através da multiplicação de  $z_0$  pelo campo elétrico vertical na superfície do solo devido ao potencial escalar. No entanto, fica faltando no trabalho de RUSCK uma avaliação da validade desta aproximação, a qual é feita neste trabalho. Na Seção 4.2.2 é mostrado que esta aproximação é perfeitamente válida para a condição  $r_0 \geq 3 z_0$ , a qual se aplica à grande maioria dos casos de interesse.

Este capítulo contém também algumas contribuições que não estão relacionadas com o trabalho de RUSCK. Uma delas é a formulação de um eficiente algoritmo para a realização de convolução numérica, o que permitiu generalizar os cálculos analíticos baseados em uma corrente na forma de degrau para uma corrente de forma de onda arbitrária. Este algoritmo foi também publicado (BARBOSA E PAULINO, 2007) e sua utilização neste capítulo permitiu a comparação dos resultados obtidos pelas expressões analíticas com resultados publicados utilizando métodos numéricos, como diferença finita no domínio do tempo (FDTD). Os resultados das comparações possibilitaram validar as expressões analíticas.

## 5 Solo com condutividade finita: efeito do campo magnético

No Capítulo 4 foram calculados o campo elétrico vertical, o campo elétrico radial e o campo magnético azimutal, considerando o solo como um condutor perfeito. Conforme discutido no início do Capítulo 4, a presença de um solo de condutividade finita praticamente não influencia o campo elétrico vertical e o campo magnético azimutal. No entanto, o campo elétrico radial recebe contribuições devido ao solo de condutividade finita. Uma contribuição importante decorre da interação do campo magnético com o solo. Como visto, o potencial vetor é exclusivamente vertical, e o campo elétrico que ele induz também é vertical. No entanto, caso o solo tenha condutividade maior que zero, o campo magnético azimutal produzido pelo potencial vetor induz Correntes de Foucault no solo. Caso a condutividade do solo seja finita, as correntes induzidas dão origem a uma componente de campo elétrico radial na superfície do solo. Este capítulo dedica-se ao cálculo desta componente de campo elétrico.

### 5.1 Campo elétrico radial induzido por campo magnético na forma de rampa

A descarga de retorno produz um campo magnético  $H$  na superfície da terra, o qual tem a direção azimutal e varia com o tempo. A Figura 5.1 mostra uma linha de força do campo magnético e o sistema de coordenadas cilíndricas utilizado (que tem o canal da descarga sobre o eixo  $z$ ), assim como o ponto de interesse  $P$  situado imediatamente abaixo da superfície do solo. A distância deste ponto até a base do canal é  $r_0$ .

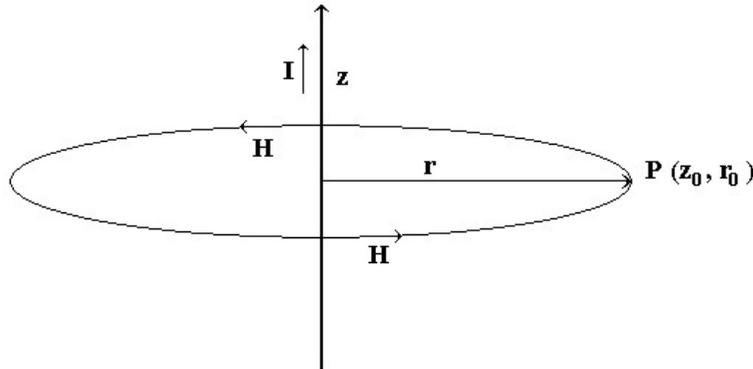


Fig. 5.1 - Ponto de interesse situado imediatamente abaixo da superfície do solo ( $z_0 < 0$  e  $z_0 \approx 0$ ).

Para a região abaixo da superfície da terra, as seguintes Equações de Maxwell se aplicam:

$$\text{rot } \vec{H} = \sigma \vec{E} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (5.1)$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad (5.2)$$

onde  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$  são os vetores dos campos elétrico e magnético. Como o campo magnético é azimutal, ele não tem componentes na direção de  $r$  nem de  $z$ , i.e.,  $H_r = H_z = 0$ . Portanto, (5.1) e (5.2) podem ser reescritas como:

$$-\frac{\partial H_\theta}{\partial z} = \sigma E_r + \varepsilon \frac{\partial E_r}{\partial t}, \quad (5.3)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (r H_\theta)}{\partial r} = \sigma E_z + \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t}, \quad (5.4)$$

$$\frac{\partial E_R}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} = -\mu \frac{\partial H_\theta}{\partial t}. \quad (5.5)$$

As equações (5.3), (5.4) e (5.5) podem ser ainda mais simplificadas caso se despreze as correntes de deslocamento no ar. A justificativa para isto baseia-se na evidência de que estas correntes são relativamente pequenas frente às correntes de condução e de deslocamento no solo e seu efeito pode ser desprezado. A Seção 5.3 se dedica ao estudo desta premissa. Ao se desprezar as correntes de deslocamento no ar, conclui-se que o campo elétrico vertical  $E_z$  imediatamente abaixo da superfície do solo é desprezível, de forma que (5.4) fica nula e (5.5) pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial E_R}{\partial z} = -\mu \frac{\partial H_\theta}{\partial t}. \quad (5.6)$$

Diferenciando (5.3) em relação a  $z$  obtém-se:

$$-\frac{\partial^2 H_\theta}{\partial z^2} = \sigma \frac{\partial E_R}{\partial z} + \varepsilon \frac{\partial \left( \frac{\partial E_R}{\partial z} \right)}{\partial t}. \quad (5.7)$$

Substituindo-se (5.6) em (5.7):

$$\frac{\partial^2 H_\theta}{\partial z^2} = \mu \sigma \frac{\partial H_\theta}{\partial t} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 H_\theta}{\partial t^2}. \quad (5.8)$$

Para a solução de (5.8) é interessante utilizar a Transformada de Laplace, o que resulta em:

$$\frac{\partial^2 \hat{H}_\theta}{\partial z^2} = \mu s \hat{H}_\theta (\sigma + s \varepsilon). \quad (5.9)$$

onde  $\hat{H}_\theta$  é o campo magnético azimutal no domínio da frequência. A solução de (5.9) é:

$$\hat{H}_\theta = \hat{H}_{\theta(z=0)} \exp\left(z \sqrt{s \mu (\sigma + s \varepsilon)}\right), \quad (5.10)$$

onde  $\hat{H}_{\theta(z=0)}$  é o campo magnético azimutal na superfície do solo. Expressando-se (5.3) no domínio da frequência obtém-se:

$$\hat{E}_R (\sigma + s \varepsilon) = -\frac{\partial \hat{H}_\theta}{\partial z}. \quad (5.11)$$

Derivando (5.10) em relação a  $z$  e substituindo o resultado em (5.11) leva a:

$$\hat{E}_R = -\hat{H}_{\theta(z=0)} \exp\left(z \sqrt{s \mu (\sigma + s \varepsilon)}\right) \frac{\sqrt{s \mu}}{\sqrt{\sigma + s \varepsilon}}. \quad (5.12)$$

Para um ponto na superfície da terra, faz-se  $z = 0$  em (5.12), o que fornece:

$$\hat{E}_R = -\hat{H}_{\theta(z=0)} \frac{\sqrt{s \mu}}{\sqrt{\sigma + s \varepsilon}}. \quad (5.13)$$

O sinal negativo em (5.13) significa que o campo elétrico radial aponta para o canal da descarga. Considera-se inicialmente que o campo magnético na superfície da terra cresce linearmente com o tempo, conforme (5.14), sendo seu equivalente no domínio da frequência dado por (5.15):

$$H_{\theta(z=0)} = H_0 \frac{(t-t_0)}{T} u(t-t_0), \quad (5.14)$$

$$\hat{H}_{\theta(z=0)} = H_0 \frac{\exp(-t_0 s)}{T s^2}. \quad (5.15)$$

Substituindo (5.15) em (5.13) leva a:

$$\hat{E}_R = -H_0 \frac{\exp(-t_0 s)}{T s^{3/2}} \frac{\sqrt{\mu}}{\sqrt{\sigma + s \varepsilon}}. \quad (5.16)$$

A expressão (5.16), salvo melhor entendimento, não admite uma equivalência exata no domínio do tempo que seja na forma de uma expressão analítica fechada. No entanto, uma solução analítica pode ser obtida através de aproximações assintóticas. Considera-se inicialmente que as correntes de condução são preponderantes sobre as correntes de deslocamento no solo, o que significa que  $\sigma \gg s\varepsilon$ . Neste caso, o equivalente de (5.16) no domínio do tempo é:

$$E_R = -\frac{H_0}{T} \sqrt{\frac{4\mu}{\pi\sigma}} \sqrt{t-t_0} u(t-t_0). \quad (5.17)$$

A seguir, considera-se que as correntes de deslocamento no solo são preponderantes sobre as correntes de condução, i.e.,  $\sigma \ll s\varepsilon$ . Neste caso, o equivalente de (5.16) no domínio do tempo é:

$$E_R = -\frac{H_0}{T} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} (t-t_0) u(t-t_0). \quad (5.18)$$

A solução geral para  $E_R(t)$  deve ser equivalente a (5.18) para pequenos valores de tempo, quando as correntes de deslocamento são preponderantes, e equivalente a (5.17) para elevados valores de tempo, quando as correntes de condução são preponderantes. Uma observação de (5.17) e (5.18) mostra que  $E_R(t)$  deve ter o fator comum  $-H_0 \sqrt{\mu}/T$  e que o termo remanescente deve convergir para  $2\sqrt{(t-t_0)/\pi\sigma}$  se  $(t-t_0)$  é grande, e para  $(t-t_0)/\sqrt{\varepsilon}$  se  $(t-t_0)$  é pequeno. Portanto, o termo remanescente deve ser na forma  $(t-t_0)/\sqrt{(\kappa_1 + \kappa_2(t-t_0))}$  onde  $\kappa_1$  e  $\kappa_2$  devem ser determinados a partir de (5.17) e (5.18). Fazendo  $(t-t_0)$  pequeno fornece  $\kappa_1 = \varepsilon$  e fazendo  $(t-t_0)$  grande fornece  $\kappa_2 = \pi\sigma/4$ , o que resulta em:

$$E_R = -\frac{H_0}{T} \frac{(t-t_0)\sqrt{\mu}}{\sqrt{\varepsilon + (t-t_0)\pi\sigma/4}} u(t-t_0). \quad (5.19)$$

Uma outra solução para (5.16) pode ser obtida aplicando-se as propriedades da Transformada de Laplace, o que permite expressar o campo elétrico radial no domínio do tempo como:

$$E_R = -\frac{H_0}{T} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{2}{\pi} \int_0^\tau \frac{\sqrt{u} \exp[-\sigma(\tau-u)/\varepsilon]}{\sqrt{\tau-u}} du. \quad (5.20)$$

Embora (5.20) não admita uma solução analítica, pode-se calcular o campo elétrico numericamente, de forma a comparar com os resultados de (5.19). A Fig.5.2 mostra o campo elétrico radial de acordo com (5.17), (5.18), (5.19) e (5.20), onde o tempo foi considerado a partir da chegada da onda no ponto de interesse e a polaridade do campo foi invertida. Esta figura mostra que, com exceção dos valores de tempo bem pequenos, a forma de onda do campo elétrico radial é determinada pelas correntes de condução. O efeito das correntes de deslocamento pode ser visto como uma redução nos valores do campo elétrico, a qual é bem pronunciada nos instantes iniciais, mas se torna progressivamente irrelevante com o passar do tempo. Outra contribuição relevante das correntes de deslocamento é propiciar uma derivada temporal finita do campo elétrico no tempo  $t = t_0$ , a qual é importante no cálculo de tensões induzidas. A comparação entre o campo elétrico calculado analiticamente por (5.19) e o calculado numericamente por (5.20) mostra que (5.19) é uma boa aproximação para o equivalente de (5.16) no domínio do tempo.

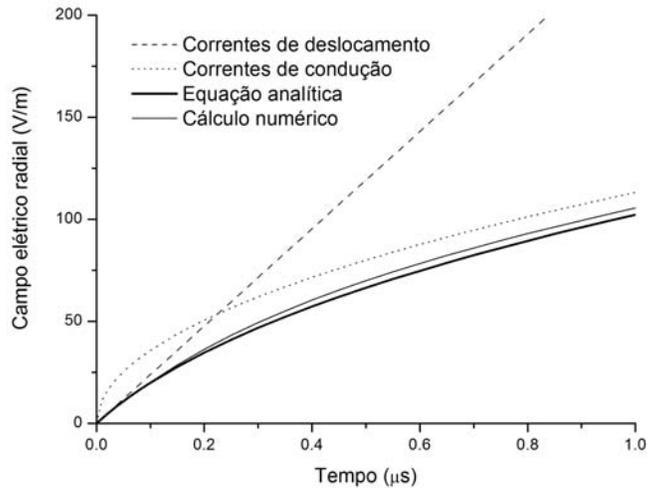


Fig.5.2 - Campo elétrico radial e seus limites assintóticos para um campo magnético na forma de rampa. Correntes de deslocamento: (5.18); correntes de condução: (5.17); equação analítica: (5.19); cálculo numérico: (5.20).  $H_0 = 2$  A/m,  $T = 1$   $\mu$ s,  $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  H/m,  $\varepsilon = 10$   $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-11}$  F/m e  $\sigma = 5 \times 10^{-4}$  S/m.

## 5.2 Campo elétrico radial induzido por campo magnético na forma de degrau

Uma vez que foi obtida uma expressão para o campo elétrico radial induzido na superfície da terra por um campo magnético que cresce linearmente com o tempo, é possível calcular o campo elétrico radial induzido por um campo magnético na forma de degrau. A Equação (5.19) é reescrita em (5.21), onde  $Z_E$  representa a impedância do espaço livre,  $\varepsilon_R$  é a permissividade relativa do solo e um segundo subscrito foi acrescentado ao campo elétrico para lembrar que ele foi deduzido para um campo magnético na forma de rampa:

$$E_{RR} = -\frac{Z_E H_0}{T} \frac{(t-t_0)}{\sqrt{\varepsilon_R + a(t-t_0)}} u(t-t_0), \quad (5.21)$$

onde:  $a = \frac{\pi \sigma}{4 \varepsilon_0}$ .

Como mostrado por BARBOSA et al. (2005), o campo elétrico induzido por um campo magnético trapezoidal pode ser obtido a partir do campo induzido por um campo magnético na forma de rampa, utilizando o teorema da superposição e a Função de Heaviside, i.e.:

$$E_{RT} = E_{RR}(t-t_0)u(t-t_0) - E_{RR}(t-t_0-T)u(t-t_0-T). \quad (5.22)$$

Com base em (5.21) pode-se reescrever (5.22) como:

$$E_{RT} = -Z_E H_0 \left[ \frac{1}{T} G(t-t_0)u(t-t_0) - \frac{1}{T} G(t-t_0-T)u(t-t_0-T) \right], \quad (5.23)$$

onde:

$$G(\tau) = \frac{\tau}{\sqrt{\varepsilon_R + a\tau}}. \quad (5.24)$$

Fazendo o tempo de frente  $T$  tender a zero em (5.23) leva ao campo elétrico radial induzido por um campo magnético na forma de degrau:

$$E_{RD} = -Z_E H_0 \frac{\partial G}{\partial t} u(t-t_0). \quad (5.25)$$

Diferenciando-se  $G$  em relação ao tempo obtém-se:

$$E_{RD} = -Z_E H_0 \left[ \frac{\varepsilon_R + a\tau/2}{(\varepsilon_R + a\tau)^{\frac{3}{2}}} \right]. \quad (5.26)$$

Naturalmente, uma expressão equivalente a (5.26) pode ser deduzida de (5.13) aplicando-se um campo magnético na forma de degrau. A vantagem de se utilizar (5.26) é que ela incorpora a boa aproximação assintótica obtida em (5.19). De fato, excitando-se (5.13) com um campo magnético na forma de degrau, obtém-se:

$$\hat{E}_{RD} = -H_0 \frac{\exp(-t_0 s)}{\sqrt{s}} \frac{\sqrt{\mu}}{\sqrt{\sigma + s\varepsilon}}. \quad (5.27)$$

De (5.27) verifica-se que o campo elétrico radial no domínio do tempo pode ser expresso por:

$$E_{RD} = -\frac{H_0}{\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \int_0^\tau \frac{\exp[-\sigma u/\varepsilon]}{\sqrt{u} \sqrt{\tau-u}} du. \quad (5.28)$$

Embora (5.28) não tenha uma solução analítica, sua solução numérica permite uma comparação com (5.26), o que é feito na Figura 5.3, onde o tempo foi considerado a partir da chegada da onda no ponto de interesse e a polaridade do campo foi invertida. Observa-se nesta figura uma excelente correspondência entre os campos. Em ambos os casos, o campo elétrico se inicia em  $H_0 Z_E/\varepsilon_R^{1/2}$ , que corresponde ao campo em um dielétrico de permissividade relativa  $\varepsilon_R$ . Com o correr do tempo, o campo elétrico cai assintoticamente para zero, em decorrência da condutividade do solo. A Figura 5.4 mostra o comportamento do campo elétrico segundo (5.26) para diferentes valores de condutividade do solo, onde se observa que o campo cai mais rapidamente para maiores valores de condutividade.

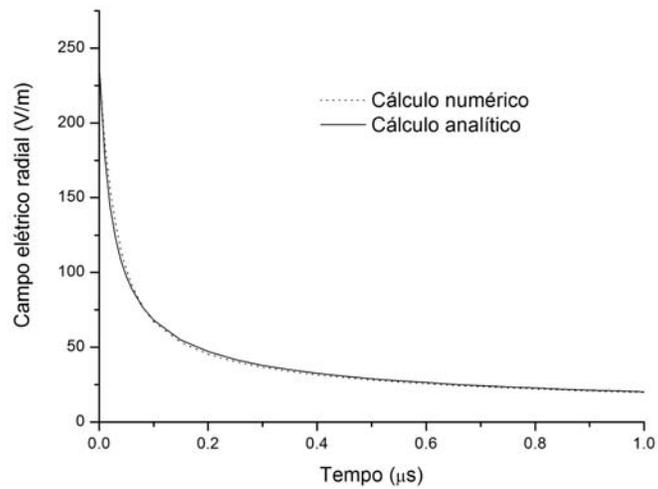


Fig.5.3 - Campo elétrico radial induzido por um campo magnético na forma de degrau. Cálculo numérico: (5.28); cálculo analítico: (5.26).  $H_0 = 2$  A/m,  $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  H/m,  $\sigma = 4 \times 10^{-3}$  S/m e  $\varepsilon = 10 \varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-11}$  F/m.

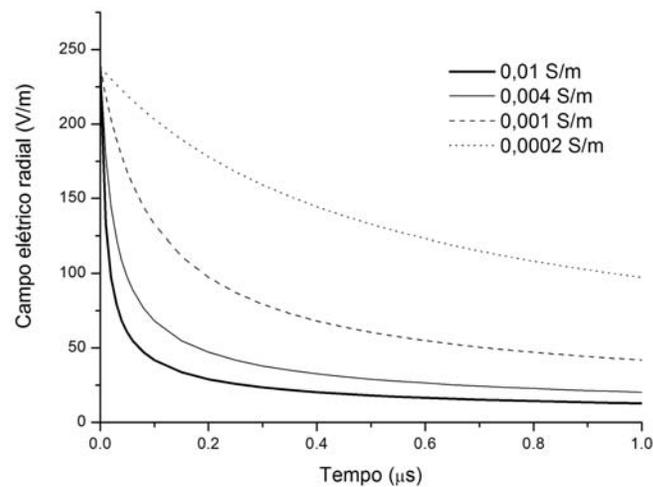


Fig.5.4 - Campo elétrico radial induzido por um campo magnético na forma de degrau, segundo (5.26), para diferentes condutividades do solo.  $H_0 = 2$  A/m,  $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  H/m,  $\varepsilon = 10 \varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-11}$  F/m.

### 5.3 Efeito da corrente de deslocamento no ar

A Equação (5.6) baseia-se na premissa de que a corrente de deslocamento no ar é desprezível frente à corrente no solo, ou seja, que o campo elétrico vertical logo abaixo da superfície do solo é desprezível. Antes de prosseguir com a utilização das equações desenvolvidas nas Seções 5.1 e 5.2, cabe analisar os limites de validade desta premissa. A corrente de deslocamento no ar, junto à superfície do solo, se converte majoritariamente em corrente de condução no solo. Esta corrente de condução dá origem a um campo elétrico vertical e a um campo magnético azimutal que se relacionam segundo (5.2), ou seja:

$$\rho \operatorname{rot} \vec{J}_Z = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}_{\theta J}}{\partial t}, \quad (5.29)$$

onde  $\rho$  é a resistividade do solo,  $J_Z$  é a densidade de corrente vertical e  $H_{\theta J}$  é o campo magnético azimutal devido à corrente de deslocamento no ar convertida em corrente de condução no solo. Como  $J_Z$  é vertical, (5.29) pode ser reescrita como:

$$\rho \frac{\partial J_Z}{\partial r} = -\mu_0 \frac{\partial H_{\theta J}}{\partial t}. \quad (5.30)$$

A densidade de corrente vertical corresponde à corrente de deslocamento no ar, ou seja:

$$J_Z = \varepsilon_0 \frac{\partial E_Z}{\partial t}. \quad (5.31)$$

Levando (5.31) em (5.30) fornece:

$$\rho \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E_Z}{\partial r \partial t} = -\mu_0 \frac{\partial H_{\theta J}}{\partial t}. \quad (5.32)$$

Resolvendo (5.32) para  $H_{\theta J}$  resulta em:

$$H_{\theta J} = -\frac{\rho}{Z_E^2} \frac{\partial E_Z}{\partial r}. \quad (5.33)$$

A expressão para  $E_Z$  é dada em (4.21) para uma corrente na forma de degrau, onde a parcela invariável no tempo ( $E_0$ ) deve ser desconsiderada, pois ela desaparece ao se derivar  $E_Z$  no tempo, conforme indicado em (5.31). Portanto, (5.33) pode ser reescrita como:

$$H_{\theta J} = -\frac{\rho I_0 \lambda^2 r_0}{2\pi Z_E v_R} \left[ (vt)^2 + \lambda r_0^2 \right]^{\frac{3}{2}}. \quad (5.34)$$

Comparando-se (5.34) com (4.34) verifica-se que o campo magnético induzido pela corrente vertical ( $H_{\theta J}$ ) se contrapõe ao campo magnético induzido pela descarga de retorno ( $H_{\theta D}$ ). Tanto em (5.34) quanto em (4.34), o campo magnético começa de um valor finito em  $t = t_0$  mas, enquanto  $H_{\theta D}$  cresce monotonicamente para seu valor final,  $H_{\theta J}$  decresce rapidamente para zero. A Figura 5.5 mostra estes campos para um ponto relativamente próximo da descarga ( $r_0 = 50$  m) e para um valor de resistividade do solo relativamente elevado ( $\rho = 1000 \Omega \text{ m}$ ), condições que favorecem o campo  $H_{\theta J}$ . Verifica-se nesta figura que, mesmo nestas condições, o campo magnético induzido pela corrente de deslocamento é muito pequeno frente ao campo magnético da descarga. A curva em linha pontilhada corresponde ao campo magnético resultante, o qual é muito próximo do campo magnético induzido pela descarga de retorno. Portanto, justifica-se plenamente desprezar o efeito da corrente de deslocamento no ar para efeito do cálculo do campo elétrico induzido pelo campo magnético imediatamente abaixo da superfície do solo, conforme realizado na Seção 5.1.

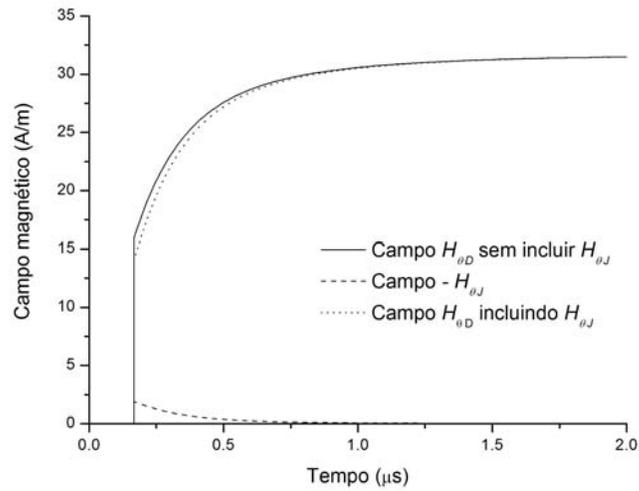


Fig. 5.5 - Campo magnético  $H_{\theta D}$  segundo (4.34) e  $H_{\theta J}$  segundo (5.34), para  $I_0 = 10$  kA,  $r_0 = 50$  m,  $\rho = 1000 \Omega \text{ m}$ ,  $v_R = 0,5$ .

É interessante observar que a influência de  $H_{\theta J}$  em  $H_{\theta D}$  só passa a ser significativa para distâncias muito curtas da descarga e / ou elevados valores de resistividade do solo. A título de exemplo, a Figura 5.6 mostra os campos magnéticos para  $r_0 = 10$  m, mantendo-se as outras condições do exemplo da Figura 5.5. Observa-se neste caso uma alteração já um pouco mais significativa na onda do campo magnético da descarga. No entanto, para uma distância tão pequena, o campo elétrico radial passa a ser fortemente influenciado pela ionização do solo.

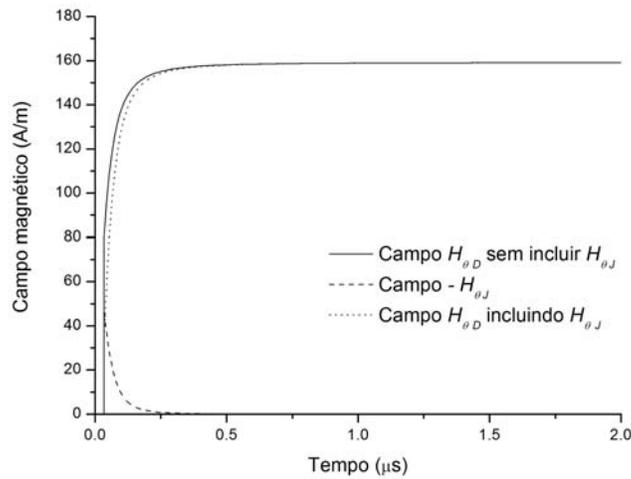


Fig. 5.6 - Campo magnético  $H_{\theta D}$  segundo (4.34) e  $H_{\theta J}$  segundo (5.34), para  $I_0 = 10$  kA,  $r_0 = 10$  m,  $\rho = 1000 \Omega \text{ m}$ ,  $v_R = 0,5$ .

#### 5.4 Campo elétrico radial induzido por uma corrente trapezoidal

Uma vez obtido o campo elétrico induzido na superfície do solo por um campo magnético na forma de degrau, pode-se obter o campo elétrico induzido na superfície do solo pelo campo magnético devido a uma descarga de retorno, utilizando-se a técnica da convolução, como será visto na Seção 5.5. Um caso particular é o cálculo do campo elétrico radial induzido por uma corrente trapezoidal, o qual será descrito nesta seção. Como a convolução de (5.26) com a derivada de (4.37) não leva a uma expressão analítica fechada, algumas aproximações se fazem necessárias visando obter uma expressão analítica para o campo elétrico radial. O campo magnético produzido por uma descarga de retorno com corrente trapezoidal é dado em (4.37) e (4.38), e sua forma de onda é mostrada na Figura 4.8. Observa-se nesta figura que o campo magnético tende assintoticamente para seu valor final dado por (4.36). Além disso, o campo magnético cresce inicialmente de forma quase linear até o valor  $\beta H_{\theta D}(t = \infty)$ , o qual é atingido no tempo  $t_0 + T$ , após o que ele tende para seu valor final através de uma curva suave. A expressão para  $\beta$  pode ser obtida a partir de (4.37), fazendo-se  $t = t_0 + T$ , o que resulta em:

$$\beta = \frac{t_0}{v_R T} \left\{ \sqrt{1 + v_R^2 \left[ \left( \frac{T}{t_0} \right)^2 + 2 \left( \frac{T}{t_0} \right) \right]} - 1 \right\}. \quad (5.35)$$

Portanto, a forma de onda do campo magnético pode ser representada pela superposição de duas componentes: uma onda trapezoidal que tem início em  $t_0$  e atinge seu pico em  $t_0 + T$  e outra onda que tem início em  $t_0 + T$  e tende assintoticamente para um valor máximo dado por  $(1 - \beta) H_{\theta D}(t = \infty)$ . Esta segunda componente complementar do campo magnético deve ser nula em  $t = t_0 + T$  e deve tender para seu valor máximo quando o tempo tende a infinito. A expressão (5.36) para a componente complementar do campo magnético atende a estas características, onde o expoente 2 foi determinado empiricamente e  $H_{\theta D}(t = \infty)$  é substituído de (4.36):

$$H_{\theta C} = \frac{I_0}{2\pi r_0} (1 - \beta) \left\{ 1 - \left[ \frac{T_H}{t - t_0 - T + T_H} \right]^2 \right\}. \quad (5.36)$$

O parâmetro  $T_H$  pode ser determinado impondo-se a condição de que a derivada temporal de (5.36) seja igual à derivada temporal de (4.37) em  $t = t_0 + T$ . Esta condição é interessante para propiciar um bom ajuste entre as curvas, especialmente na região onde a taxa de variação temporal é mais intensa. Desta forma, obtém-se a seguinte expressão para  $T_H$ :

$$T_H = \frac{2t_0(1 - \beta) \left( 1 + \beta v_R \frac{T}{t_0} \right)}{v_R(1 - \beta v_R)}. \quad (5.37)$$

Adicionando-se a componente complementar dada por (5.36) com a componente trapezoidal, obtém-se uma expressão aproximada do campo magnético gerado por uma corrente trapezoidal:

$$H_{\theta T} = \frac{I_0}{2\pi r_0} \left\{ u(t - t_0) \beta \frac{(t - t_0)}{T} - u(t - t_0 - T) \left[ \beta \frac{(t - t_0 - T)}{T} - (1 - \beta) \left( 1 - \frac{T_H^2}{(t + T_H - t_0 - T)^2} \right) \right] \right\} \quad (5.38)$$

Os campos magnéticos para uma corrente trapezoidal calculados por (4.38) e por (5.38) são mostrados na Figura 5.7, para diferentes valores de  $r_0$ . Observa-se nesta figura uma boa correlação entre as curvas, de modo que (5.38) pode ser considerada como uma expressão equivalente de (4.38). Observa-se que esta correspondência é quase exata na região de maior derivada temporal do campo magnético, que é a região que determina o campo elétrico induzido.

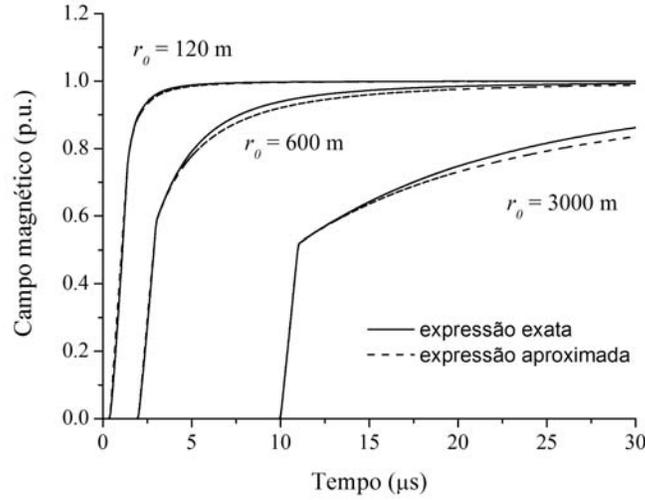


Fig. 5.7 - Expressão exata do campo magnético segundo (4.38) e expressão aproximada segundo (5.38), para  $v_R = 0,5$  e  $T = 1 \mu s$ .

O campo elétrico produzido pela componente trapezoidal de (5.38) é dado por (5.22). Este campo deve ser complementado pela componente de campo elétrico induzida por (5.36), para o que recorre-se à Integral de Duhamel. Derivando-se (5.36) em relação ao tempo obtém-se:

$$\frac{dH_{\theta C}}{dt} = \frac{I_0}{2\pi r_0} (1-\beta) \frac{2 T_H^2}{(t-t_0+T_H)^3} \quad (5.39)$$

O campo elétrico devido a esta componente é dado por:

$$E_{RC} = -\frac{Z_E I_0}{\pi r_0} T_H^2 (1-\beta) \int_0^\tau \frac{\varepsilon_R + au/2}{(\varepsilon_R + au)^{\frac{3}{2}} (\tau + T_H - u)^3} du, \quad (5.40)$$

onde  $\tau = t - t_0 - T$ . A integral de (5.40) comporta uma solução analítica fechada, segundo o integrador de Wolfram Mathematica™ (<http://wolfram.integrator.com>). No entanto, esta solução é extensa e complexa. Uma solução mais simples pode ser obtida caso se admita algumas simplificações. Inicialmente, despreza-se as correntes de deslocamento no solo, de forma que (5.40) se reduz a:

$$E_{RC} = -\frac{Z_E I_0}{2\pi r_0} (1-\beta) a^{\frac{1}{2}} \int_0^\tau T_H^2 u^{-\frac{1}{2}} (\tau + T_H - u)^{-3} du. \quad (5.41)$$

O resultado da integral contida em (5.41) é:

$$F(\tau) = \frac{\sqrt{\tau}}{2(\tau + T_H)} + \frac{3\sqrt{\tau} T_H}{4(\tau + T_H)^2} + \frac{3T_H^2 \ln\left(\frac{\sqrt{\tau + T_H} + \sqrt{\tau}}{\sqrt{\tau + T_H} - \sqrt{\tau}}\right)}{8(\tau + T_H)^2 \sqrt{\tau + T_H}} \quad (5.42)$$

O efeito das correntes de deslocamento pode ser introduzido multiplicando-se  $F(\tau)$  por  $K(\tau)$ , dado por (5.43), sendo o resultado é mostrado em (5.44):

$$K(\tau) = \sqrt{\frac{a\tau}{\varepsilon_R + a\tau}}, \quad (5.43)$$

$$E_{RC} = -\frac{Z_E I_0}{2\pi r_0} (1-\beta) \frac{\sqrt{\tau}}{\sqrt{\varepsilon_R + a\tau}} F(\tau). \quad (5.44)$$

Para justificar este procedimento, considera-se os instantes iniciais quando  $\tau \ll T_H$ . Nestas condições, (5.42) pode ser simplificada, de forma que (5.44) pode ser reescrita como:

$$E_{RC} = -\frac{5Z_E I_0}{8\pi r_0 T_H} (1-\beta) \frac{\tau}{\sqrt{\varepsilon_R + a\tau}}. \quad (5.45)$$

Comparando-se (5.45) com (5.21), conclui-se que (5.45) representa o campo elétrico radial induzido por um campo magnético que cresce linearmente com taxa de crescimento igual a:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{5I_0}{8\pi r_0 T_H} (1-\beta). \quad (5.46)$$

Na medida em que o tempo passa, as correntes de deslocamento vão se tornando insignificantes frente às correntes de condução, de forma que  $G(\tau) \rightarrow 1$  e a premissa considerada no desenvolvimento de (5.44) se torna plenamente válida. Um teste interessante da aproximação utilizada em (5.44) é realizar o cálculo do campo elétrico segundo esta expressão e comparar o resultado com o cálculo numérico segundo (5.40). Esta comparação pode ser vista na Figura 5.8, onde observa-se uma excelente correlação entre as curvas, com a diferença máxima ficando abaixo de 3%. Cabe observar que o valor máximo desta componente do campo elétrico é da ordem de 30% do valor de pico do campo resultante, o que torna a diferença ainda mais insignificante. Portanto, o campo elétrico radial induzido na superfície da terra por um corrente trapezoidal pode ser dado por:

$$E_{RT} = -\frac{Z_E I_0}{2\pi r_0 T} \left\{ \frac{\beta \tau}{\sqrt{\varepsilon_R + a\tau}} - u(\tau - T) \frac{\beta (\tau - T)}{\sqrt{\varepsilon_R + a(\tau - T)}} + u(\tau - T) \frac{(1-\beta)T \sqrt{\tau - T}}{\sqrt{\varepsilon_R + a(\tau - T)}} F(\tau - T) \right\}, \quad (5.47)$$

onde  $\tau = t - t_0$  é o tempo contado a partir da chegada da onda no ponto de interesse.

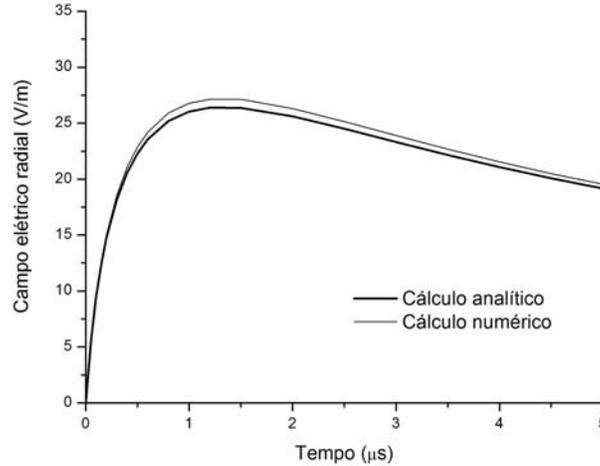


Fig. 5.8 - Campo elétrico devido ao campo magnético complementar. Cálculo analítico segundo (5.47) e cálculo numérico segundo (5.40).  $I_0 = 10$  kA,  $T = 1$  μs,  $r_0 = 300$  m,  $\sigma = 10^{-3}$  S/m,  $v_R = 0,5$  e  $\varepsilon_R = 10$ . Tempo iniciando em  $t_0$  e onda mostrada com polaridade positiva por conveniência.

A Figura 5.9 mostra o campo elétrico calculado segundo (5.47), incluindo as componentes trapezoidal (dois primeiros termos de (5.47)) e complementar (último termo de (5.47)). Observa-se que o efeito da componente complementar é levantar a cauda da onda resultante.

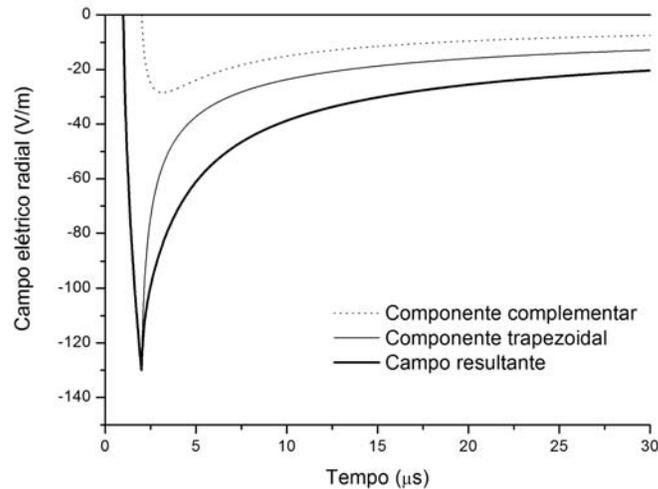


Fig. 5.9 - Campo elétrico radial devido a corrente em forma de trapézio segundo (5.47).  $I_0 = 10$  kA,  $T = 1$   $\mu$ s,  $r_0 = 300$  m,  $\sigma = 10^{-3}$  S/m,  $v_R = 0,5$  e  $\epsilon_R = 10$ .

### 5.5 Campo elétrico radial induzido por uma corrente de forma de onda arbitrária.

Conforme visto na Seção 3.4, o campo elétrico induzido por uma corrente de forma de onda arbitrária pode ser representado a partir da resposta para um degrau unitário, utilizando-se a técnica da convolução. Visando ilustrar a aplicação das equações desenvolvidas neste capítulo, considera-se a corrente da base do canal descrita em (2.3) e com os seguintes parâmetros:  $I_1 = 28$  kA,  $I_2 = 0$ ,  $\tau_{11} = 1.8$   $\mu$ s,  $\tau_{12} = 95$   $\mu$ s e  $n = 2$ . Os demais parâmetros de cálculo são dados na Figura 5.10, que mostra o resultado do cálculo analítico realizado por (4.34) e (5.26), assim como o mesmo cálculo realizado por COORAY (2008) utilizando a Fórmula Cooray-Rubinstein (RUBINSTEIN, 1996).

O cálculo analítico foi realizado nas seguintes etapas: primeiro calcula-se a corrente da descarga com base em (2.3); em seguida calcula-se o campo magnético produzido pela descarga no ponto de interesse utilizando (4.34) e a Integral de Duhamel; por fim, calcula-se o campo elétrico radial utilizando (5.26) e o campo magnético calculado anteriormente, também através da Integral de Duhamel. Observa-se uma boa correlação entre os resultados obtidos pelos diferentes métodos, principalmente para a frente da onda. Os valores do campo na cauda da onda obtida por COORAY são ligeiramente menores do que os obtidos por (4.34) e (5.26), provavelmente porque COORAY utilizou o modelo MTLE para a descarga de retorno, onde a corrente vai se reduzindo ao longo do canal, enquanto (4.34) e (5.26) foram desenvolvidas com base no modelo TL, no qual a corrente se mantém constante.

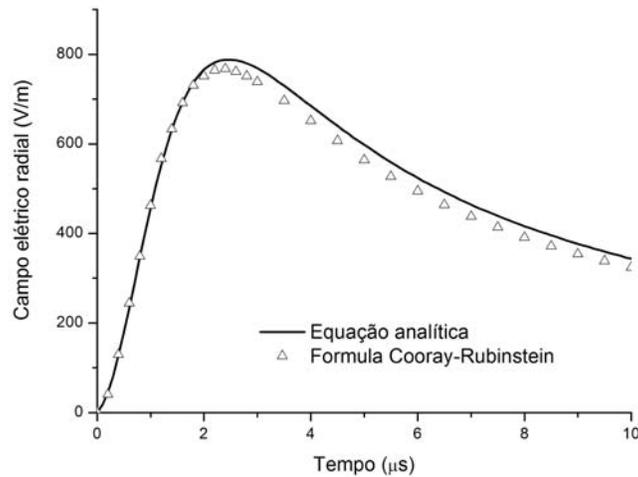


Fig. 5.10 - Campo elétrico radial calculado pelas equações analíticas (4.34) e (5.26) e pela Fórmula Cooray-Rubinstein (COORAY, 2008), para  $r_0 = 100$  m,  $z_0 = 0$ ,  $v_R = 0,5$  e  $\rho = 1000 \Omega$  m.

## 5.6 Contextualização do capítulo

Este capítulo se inicia com o cálculo do campo elétrico induzido na superfície da terra por um campo magnético que cresce linearmente com o tempo. Para este cálculo, parte-se das Equações de Maxwell, em uma abordagem que é, em diversos aspectos, inédita. De fato, RUSCK (1957, pp. 47-50) faz uma incursão neste sentido na Seção 2.7 de sua tese. No seu desenvolvimento, RUSCK despreza as correntes de deslocamento no solo e chega a uma expressão equivalente a (5.17). Embora esta expressão seja desenvolvida por RUSCK considerando uma aproximação para o campo magnético que é válida para um ponto localizado a grande distância do canal, ele a aplica em um exemplo onde o ponto de interesse situa-se próximo do canal ( $r_0 = 100$  m), o que leva a uma significativa atenuação do campo elétrico radial. Ao considerar um ponto próximo do canal, RUSCK também privilegia o campo vertical frente ao campo radial, pois o primeiro cai mais rapidamente com a distância que o segundo. Além de escolher condições para o exemplo que privilegiam o campo vertical frente ao campo radial, RUSCK compara as magnitudes destes campos diretamente, sem considerar que o campo vertical atuará apenas nos segmentos verticais das linhas (por exemplo, ligações à terra), enquanto o campo radial atuará ao longo dos condutores horizontais. Esta abordagem leva RUSCK (1957, pp. 50) a concluir:

"To sum up, we may conclude that the earth resistivity may, as a good approximation, be neglected when computing the induced voltages in every case in the proximity of lightning strokes".

Utilizando-se uma linguagem figurada, pode-se dizer que RUSCK entreabriu a porta, olhou pela fresta, e concluiu que ela não levava a lugar nenhum. Em contra-partida, neste capítulo procurou-se escancarar a porta e pavimentar o caminho até a obtenção de expressões analíticas para o campo elétrico radial induzido na superfície do solo, o qual é atualmente reconhecido como muito relevante para o cálculo de tensões induzidas em linhas (GUERRIERI et al., 1996; POKHAREL et al., 2003; BARBOSA et al., 2005; NUCCI, 2007), tanto para pontos próximos quanto para pontos afastados da descarga.

Um aspecto relevante no cálculo realizado na Seção 5.1 é a consideração das correntes de deslocamento no solo durante o desenvolvimento da expressão para o campo elétrico radial.

Embora estas correntes não influenciem significativamente o valor de pico do campo elétrico, elas asseguram uma taxa de variação temporal finita para o campo elétrico em  $t = t_0$ , o que é importante para o cálculo de tensões induzidas. Para considerar as correntes de deslocamento, foi necessário utilizar aproximações assintóticas para a Transformada Inversa de Laplace, cuja validade foi comprovada através da comparação com resultados obtidos através de cálculo numérico. Cabe observar que as correntes de deslocamento no ar foram desprezadas no cálculo do campo elétrico radial, o que foi plenamente justificado pelo estudo exposto na Seção 5.3.

Talvez o resultado mais importante deste capítulo e, salvo melhor entendimento, também inédito, é a expressão no domínio do tempo para o campo elétrico induzido na superfície do solo por um campo magnético na forma de degrau. Também neste caso, foram consideradas as correntes de deslocamento no solo e os resultados da expressão foram validados através de sua comparação com resultados de cálculo numérico.

Foi também desenvolvida uma expressão analítica para o campo elétrico induzido na superfície do solo por uma descarga atmosférica na forma de trapézio. Esta expressão foi incluída neste trabalho (Seção 5.4) porque ela foi utilizada por BARBOSA E PAULINO (2007) para reproduzir os resultados obtidos por ZEDDAM E DEGAUQUE (1990) e por RUBINSTEIN (1996). Para tal, foi necessário desenvolver uma expressão simplificada para o campo magnético azimutal, de forma a permitir o cálculo analítico.

Finalmente, foi feito o cálculo do campo elétrico radial para uma corrente de forma de onda arbitrária, através da aplicação da Integral de Duhamel em duas etapas: primeiro determina-se o campo magnético e depois o campo elétrico. O campo elétrico resultante foi comparado favoravelmente com resultados obtidos da literatura (COORAY, 2008).

## 6 Solo com condutividade finita: efeito da circulação de corrente

No Capítulo 5 foi analisada a interação do campo magnético produzido pela descarga de retorno com um solo de condutividade finita, resultando em uma expressão para o campo elétrico radial induzido na superfície do solo. Neste capítulo será analisado o efeito da circulação de corrente através de um solo de condutividade finita, resultando em mais uma componente de campo elétrico radial. O modelamento rigoroso da propagação da corrente da descarga através do solo é uma tarefa bastante complexa. Nas palavras de RUSCK (1957, pp. 48):

"A mathematical analysis of the conditions at a lightning stroke which takes the earth resistivity into account is a tremendously difficult problem which, as yet, has not been treated in the literature".

De fato, o único tratamento analítico de um problema similar encontrado na literatura foi o realizado por SOMMERFELD (1909 *apud* SOMMERFELD, 1949), onde é considerada uma antena de comprimento fixo e excitada na base por uma corrente senoidal. Pode-se encontrar na literatura diversas aplicações das Integrais de Sommerfeld no cálculo dos campos gerados por descargas atmosféricas, desde o trabalho pioneiro de ZEDDAM E DEGAUQUE (1990) até o trabalho recente de COORAY (2008). Outra abordagem do assunto que se observa na literatura é o emprego de métodos numéricos como diferença finita no domínio do tempo (FDTD), que segmenta o espaço em pequenos volumes onde as Equações de Maxwell podem ser facilmente aplicadas. Destacam-se nesta linha os trabalhos de BABA E RAKOV (2008) e MIMOUNI et al. (2008).

A única referência obtida na literatura que modela este problema analiticamente e no domínio do tempo foi o trabalho realizado por SUNDE (1968). No seu modelo, SUNDE representa o canal da descarga por duas linhas verticais semi-infinitas carregando correntes de sentidos opostos: uma linha terminando na base do canal da descarga e dispersando corrente de condução no solo e outra linha terminando no topo do canal e dispersando corrente de deslocamento no ar. Como o modelo de SUNDE se restringe a velocidades da descarga relativamente baixas, foi feita uma extensão do mesmo visando contemplar velocidades mais elevadas, a qual é apresentada na Seção 6.2. Além da extensão do modelo de SUNDE, este capítulo apresenta também um novo modelamento para o problema, baseado na premissa de que a propagação da onda eletromagnética produzida pela descarga de retorno é dominada pelas características do ar. A rigor, esta é a mesma premissa adotada no cálculo dos potenciais elétricos realizado no Capítulo 4. A partir desta premissa, se obtém uma expressão para a componente de campo elétrico radial devido ao fluxo de corrente pelo solo que se mostra mais aderente à física do fenômeno estudado do que o modelo de SUNDE.

### 6.1 Campo elétrico radial devido ao fluxo de corrente pela terra

Considera-se como premissa que a onda de campo eletromagnético produzida pela descarga de retorno é pouco influenciada pela condutividade finita do solo, isto é, considera-se que a onda no ar se propaga como se o solo fosse um condutor perfeito. Na medida em que a onda se propaga no ar, uma corrente se propaga no solo e vai depositando cargas na sua superfície, ao longo do percurso. Se o solo for um condutor perfeito, esta corrente flui por uma fina lâmina na superfície do solo. Para um solo de condutividade finita, a corrente flui por um maior volume de solo. A corrente que sobe pela base do canal da descarga retorna para a terra através das correntes de deslocamento, conforme mostrado na Fig. 6.1. A densidade da corrente de deslocamento na superfície do solo é proporcional à derivada temporal do campo elétrico vertical segundo (4.21), onde o fator de proporcionalidade é a permissividade do ar. A corrente de deslocamento que penetra no solo desde a base do canal até o ponto de interesse ( $r = r_0$ ) é dada pela integral da densidade de corrente considerando um elemento de área definido como  $2 \pi r dr$ , conforme (6.1):

$$I_{ZD} = 2\pi \varepsilon_0 \int_0^{r_0} r \frac{dE_{ZD}}{dt} dr. \quad (6.1)$$

Levando a expressão de  $E_Z$  de (4.21) em (6.1), derivando no tempo e integrando no espaço leva a:

$$I_{ZD} = I_0 \left\{ 1 - vt \left[ (vt)^2 + \lambda r_0^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \right\}. \quad (6.2)$$

A corrente que penetra no solo a jusante do ponto de interesse ( $r > r_0$ ) é dada pela corrente da descarga menos a corrente de deslocamento calculada por (6.2), ou seja:

$$I_{RD} = I_0 vt \left[ (vt)^2 + \lambda r_0^2 \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (6.3)$$

Em (6.2) e (6.3) o sinal negativo foi omitido para facilitar o entendimento do cálculo, ficando subentendido que para uma corrente da descarga que sobe pelo canal, a corrente de deslocamento flui do canal para a terra e a corrente na terra flui em direção à base do canal (ver Fig. 6.1). É interessante notar que (6.3) é muito semelhante à expressão do campo magnético azimutal dada em (4.34). De fato, dividindo-se a corrente de (6.3) por  $2\pi r_0$  fornece o campo magnético observado no ponto de interesse, que é idêntico ao fornecido por (4.34). Assim como o campo magnético, a corrente que penetra no solo a jusante do ponto de interesse apresenta um valor diferente de zero em  $t = t_0$ , que no caso é dado por:

$$I_{RD}(t = t_0) = I_0 v_R. \quad (6.4)$$

A partir deste valor inicial, esta corrente cresce até seu valor final dado por  $I_0$ . Para um valor de tempo suficientemente longo, é razoável supor que a corrente no solo se difunde de forma homogênea, gerando superfícies equipotenciais hemisféricas e centradas na base do canal. Nessas condições, a densidade de corrente na direção radial e no ponto de interesse é obtida dividindo-se  $I_{RD}$  pela área do hemisfério correspondente:

$$J_{RD} = \frac{I_0 vt}{2\pi r_0^2} \left[ (vt)^2 + \lambda r_0^2 \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (6.5)$$

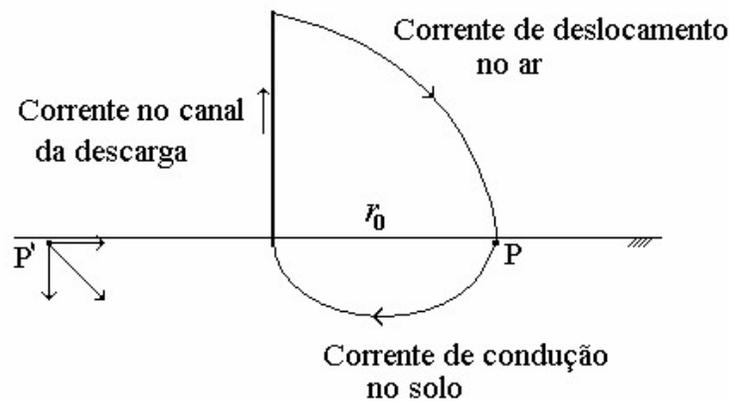


Fig. 6.1 - Correntes associadas à descarga de retorno.

Para se obter o campo elétrico radial devido à densidade de corrente dada por (6.5), despreza-se a corrente de deslocamento no solo e multiplica-se a densidade de corrente pela resistividade do solo, onde o sinal negativo foi novamente incorporado:

$$E_{RD} = -\frac{I_0 \rho v t}{2 \pi r_0^2} \left[ (vt)^2 + \lambda r_0^2 \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (6.6)$$

A Equação (6.6) fornece uma aproximação para a componente conduzida do campo elétrico radial na superfície do solo para uma descarga de retorno com onda na forma de degrau, a qual se torna exata após ter decorrido um tempo suficiente para que ocorra a uniformização da corrente no solo. Para uma descarga com onda na forma de rampa, basta fazer a convolução de (6.6) com a derivada temporal da rampa, o que resulta em:

$$E_{RR} = -\frac{I_0 \rho}{2 \pi r_0^2 T v} \left\{ \left[ (vt)^2 + \lambda r_0^2 \right]^{-\frac{1}{2}} - r_0 \right\}. \quad (6.7)$$

A Figura 6.2 mostra o campo elétrico radial segundo (6.7) para uma corrente de descarga na forma de trapézio, o que é obtido através da superposição da resposta de duas rampas defasadas de  $T$ .

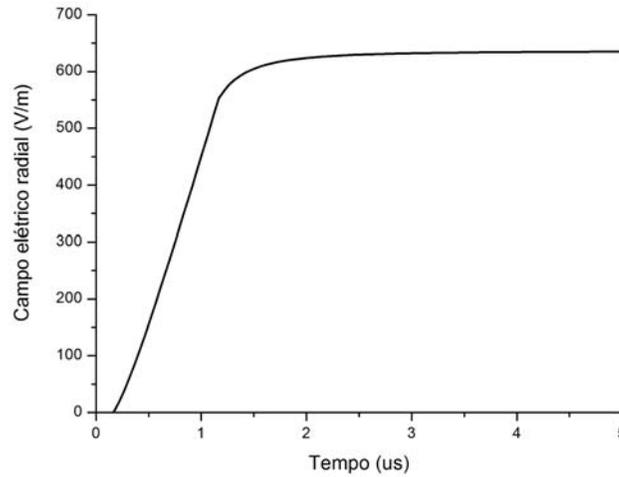


Fig. 6.2 - Componente conduzida do campo elétrico radial segundo (6.7), para corrente da descarga trapezoidal.  $I_0 = -10$  kA,  $T = 1$   $\mu$ s,  $r_0 = 50$  m,  $\sigma = 0,001$  S/m,  $v = 150$  m/ $\mu$ s.

## 6.2 Modelo de Sunde para a componente conduzida do campo elétrico

A Seção 6.1 apresentou o desenvolvimento de uma expressão para a componente conduzida do campo elétrico radial. SUNDE (1968) também apresenta um modelo para este fenômeno, o qual foi utilizado para reproduzir os resultados de medições realizadas com descargas atmosféricas induzidas por foguetes (BARBOSA et al., 2008). Portanto, embora o tratamento dado ao assunto na Seção 6.1 seja mais rigoroso, torna-se oportuno reproduzir aqui o modelo proposto por SUNDE. Em seu trabalho, SUNDE (1968) modela o canal da descarga por duas linhas verticais semi-infinitas, carregando correntes de sentidos opostos: uma linha terminando na base do canal da descarga e dispersando corrente de condução no solo e a outra linha terminando no topo do canal e dispersando corrente de deslocamento no ar, conforme mostrado na Figura 6.3. Por este modelo, as correntes de deslocamento no ar se convertem em correntes de condução na terra, de forma que o potencial na superfície do solo é dado por:

$$V(t) = -\frac{I(t)\rho}{2\pi} \left[ r_0^{-1} - (z^2 + r_0^2)^{-\frac{1}{2}} \right]. \quad (6.8)$$

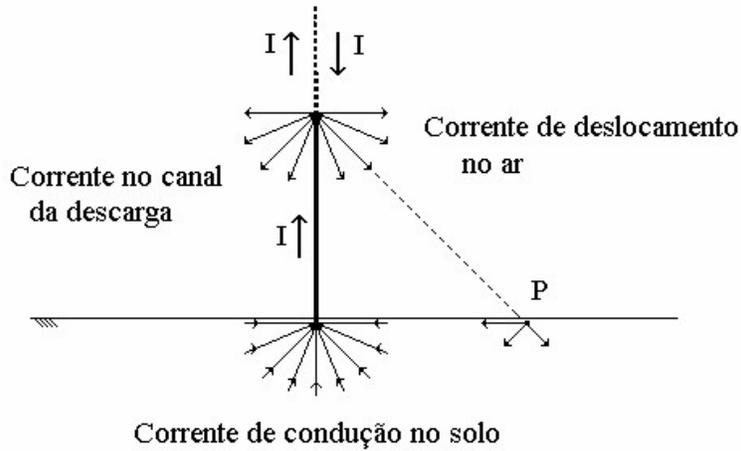


Fig.6.3 - Representação do modelo proposto por SUNDE (1968).

Considerando uma corrente na forma de degrau e derivando (6.8) com relação a  $r_0$  obtém-se a componente de campo elétrico na superfície do solo devido à circulação de corrente no solo de condutividade finita:

$$E_{RD}(t) = -\frac{I_0 \rho}{2\pi} \left[ r_0^{-2} - r_0 (z^2 + r_0^2)^{-\frac{3}{2}} \right]. \quad (6.9)$$

No artigo de BARBOSA et al. (2008), o atraso de propagação é considerado de forma mais elaborada, mas aqui o mesmo é considerado de forma simplificada fazendo-se:

$$z = v(t - t_0). \quad (6.10)$$

Os resultados obtidos com a aproximação expressa em (6.10) não são muito diferentes dos obtidos com a forma mais elaborada apresentada no artigo. A expressão do campo elétrico para uma corrente na forma de rampa pode ser obtida através da aplicação da Integral de Duhamel:

$$E_{RD}(t) = -\frac{I_0 \rho (t - t_0)}{2\pi T r_0} \left[ \left( v^2 (t - t_0)^2 + r_0^2 \right)^{-\frac{1}{2}} - r_0^{-1} \right]. \quad (6.11)$$

Para uma corrente na forma de trapézio basta compor a resposta para duas rampas, conforme descrito na Seção 3.4. É interessante observar em (6.6) e em (6.9) que, com o passar do tempo, o campo elétrico radial converge para o valor de regime permanente dado por:

$$E_{RD}(t = \infty) = -\frac{I_0 \rho}{2\pi r_0^2}. \quad (6.12)$$

A expressão (6.12) fornece o campo elétrico radial devido ao fluxo de uma corrente contínua  $I_0$  que se distribui uniformemente através do solo. Portanto, a componente conduzida do campo elétrico tem um papel fundamental na transição do regime transiente para o regime permanente. Neste ponto, é interessante fazer uma comparação entre a componente conduzida do campo elétrico radial calculada pelo modelo de SUNDE (1968) e pelo modelo apresentado na Seção 6.1. A Figura 6.4 mostra as ondas calculadas pelos dois modelos, onde se observa que elas são bastante parecidas, pelo menos para as condições consideradas no exemplo. De fato, a principal diferença consiste em um pequeno atraso da onda de SUNDE em relação à onda obtida da Seção 6.1.

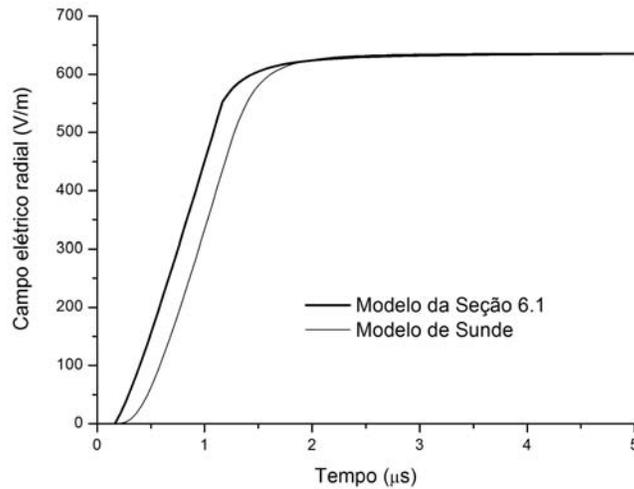


Fig. 6.4 - Componente conduzida do campo elétrico radial para corrente da descarga trapezoidal.  $I_0 = -10$  kA,  $T = 1$   $\mu$ s,  $r_0 = 50$  m,  $\sigma = 0,001$  S/m,  $v = 150$  m/ $\mu$ s.

Um teste comparativo a ser feito é trazer o ponto de observação para bem perto do canal, pois nesta situação os efeitos da corrente de deslocamento são desprezíveis e a forma de onda do campo elétrico deve reproduzir a forma de onda da corrente da descarga. A Figura 6.5 mostra a comparação entre os modelos para  $r_0 = 10$  m, onde se observa que as ondas são praticamente idênticas e se aproximam bastante da forma de onda da corrente da descarga, conforme esperado. Outro teste interessante consiste em deslocar o ponto de observação para uma região medianamente distante e fazer a velocidade da descarga igual à velocidade da luz. Neste caso, é de se esperar que a onda de campo que chega no ponto de interesse reproduza a forma de onda da corrente da descarga de retorno, já que em nenhum dos dois modelos considerados a condutividade finita do solo distorce a forma de onda do campo elétrico radial. A Figura 6.6 mostra a comparação entre os modelos para  $r_0 = 300$  m, onde se observa que o modelo da Seção 6.1 reproduz a onda trapezoidal de corrente (conforme esperado), enquanto o modelo de Sunde fornece uma onda de frente bem mais lenta.

Portanto, conclui-se que para a região próxima da descarga (e.g.,  $r_0 < 100$  m), onde a componente conduzida do campo elétrico radial se mostra mais relevante, os dois modelos considerados fornecem resultados equivalentes. No entanto, o modelo apresentado na Seção 6.1 representa de forma mais rigorosa o fenômeno físico envolvido.

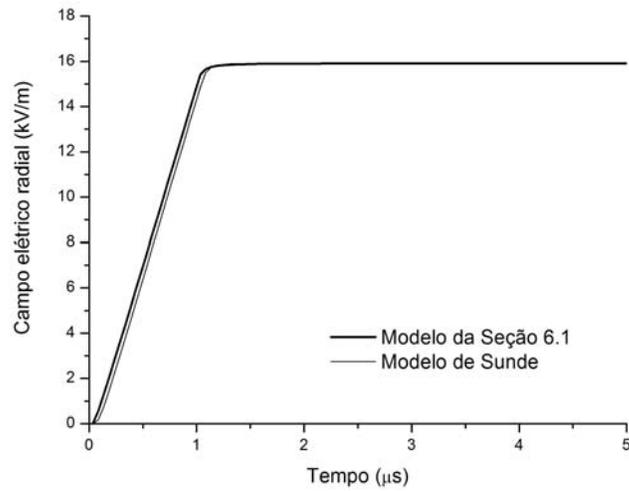


Fig. 6.5 - Componente conduzida do campo elétrico radial para corrente da descarga trapezoidal.  
 $I_0 = -10$  kA,  $T = 1$   $\mu$ s,  $r_0 = 10$  m,  $\sigma = 0,001$  S/m,  $v = 150$  m/ $\mu$ s.

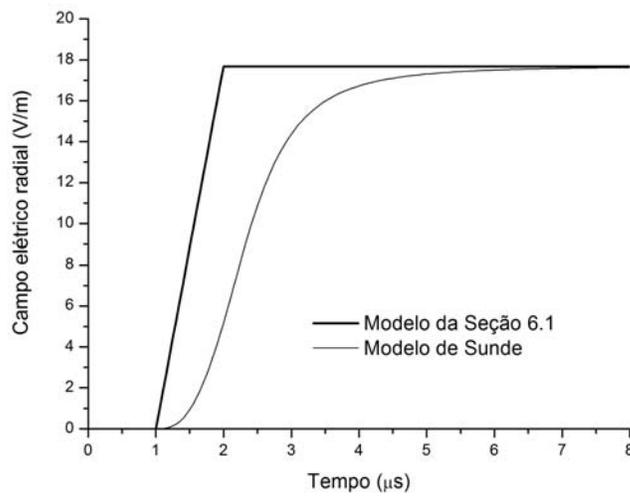


Fig. 6.6 - Componente conduzida do campo elétrico radial para corrente da descarga trapezoidal.  
 $I_0 = -10$  kA,  $T = 1$   $\mu$ s,  $r_0 = 300$  m,  $\sigma = 0,001$  S/m,  $v = 300$  m/ $\mu$ s.

### 6.3 Contextualização do capítulo

Este capítulo trata de uma componente do campo elétrico radial pouco tratada na literatura técnica sobre o assunto. O uso disseminado da impedância de superfície (ou de sua extensão conhecida como Fórmula Cooray-Rubinstein) para o cálculo do campo elétrico radial pode ser apontado como uma das causas deste esquecimento, uma vez que esta fórmula reproduz apenas a componente induzida do campo elétrico. Para efeito do cálculo de tensões induzidas em linhas aéreas razoavelmente afastadas da descarga (acima de cerca de 100 m) e em solos de condutividade elevada (e.g.,  $\sigma > 0,01$  S/m), a desconsideração da componente conduzida tem pouca implicação prática. No entanto, para pontos próximos da descarga (e.g.,  $r_0 < 100$  m) e solos de baixa condutividade (e.g.,  $\sigma < 0,002$  S/m), a componente conduzida se mostra importante. Em particular, para efeito de cálculo das tensões desenvolvidas no solo (tensões de passo) ou entre o solo e condutores aterrados (tensões de toque), esta componente é fundamental.

Pode-se dizer que a componente conduzida do campo elétrico radial passou a receber uma maior atenção ao se fazer notar nas medições realizadas no campo de testes de Cachoeira Paulista, conforme será discutido no Capítulo 8. Para que os resultados das medições pudessem ser adequadamente reproduzidos, foi necessário introduzir a componente conduzida no modelo teórico. Uma busca na literatura técnica mostrou que este tema havia sido muito pouco tratado. De fato, o único trabalho encontrado que modela este fenômeno foi o realizado por SUNDE (1968). Este modelo de SUNDE foi modificado para melhor representar a descarga de retorno e os resultados obtidos representaram de forma razoável os dados das medições, os quais foram publicados por BARBOSA et al. (2008) e são apresentados no Capítulo 8. Coincidentemente, após este trabalho já haver sido aceito para publicação, COORAY (2008) publica um trabalho no qual ele identifica a ausência da componente conduzida no modelo da Fórmula Cooray-Rubinstein e, através das Integrais de Sommerfeld, desenvolve um termo de correção semi-empírico a ser aplicado na Fórmula Cooray-Rubinstein. Nesta mesma oportunidade, MIMOUNI et al. (2008) também publicaram um trabalho onde a componente conduzida se manifesta, implicitamente, a partir de cálculos realizados com FDTD. Portanto, após um longo esquecimento, a componente conduzida do campo elétrico radial voltou a receber atenção da comunidade acadêmica.

Na Seção 6.1 é apresentada uma nova formulação para a componente conduzida do campo elétrico radial, a qual é derivada no domínio do tempo diretamente dos potenciais elétricos calculados no Capítulo 4. Os resultados obtidos com esta formulação se mostraram mais aderentes à física do fenômeno estudado do que os resultados obtidos pelo modelo de SUNDE (1968).

## 7 Campo elétrico radial resultante

### 7.1 Campo na superfície do solo

No Capítulo 5 foi deduzida uma expressão para o campo elétrico radial induzido na superfície da terra pelo campo magnético gerado pela corrente da descarga, enquanto na Seção 6.1 foi deduzida uma expressão para o campo elétrico radial desenvolvido na superfície da terra devido ao fluxo da corrente da descarga. Estas duas componentes de campo elétrico radial têm o mesmo sentido, ou seja, a corrente induzida na superfície da terra flui na mesma direção da corrente conduzida. Nesta seção será desenvolvida uma expressão analítica aproximada para o campo elétrico radial na superfície da terra que contenha estas duas componentes.

Considera-se inicialmente um campo magnético que cresce linearmente com o tempo segundo (7.1). Conforme visto na Seção 6.1, a componente conduzida apresenta a mesma forma de onda do campo magnético, de forma que ela pode ser representada por (7.2). A componente induzida é dada por (5.21), que é reproduzida em (7.3) por conveniência. As duas componentes do campo elétrico radial são mostradas na Figura 7.1 para uma condição típica, onde o sinal negativo foi omitido. Cabe observar que a componente conduzida prevalece nos tempos mais elevados, na medida em que a distribuição de corrente no solo se torna uniforme (ver Seção 6.1). Portanto, com o passar do tempo o campo elétrico radial deve fazer uma transição de (7.3) para (7.2).

$$H_{\theta} = H_0 \frac{(t-t_0)}{T} \quad (7.1)$$

$$E_{RR} (cond.) = -\frac{H_0 \rho (t-t_0)}{T r_0} \quad (7.2)$$

$$E_{RR} (ind.) = -\frac{Z_E H_0}{T} \frac{(t-t_0)}{\sqrt{\epsilon_R + a(t-t_0)}} \quad (7.3)$$

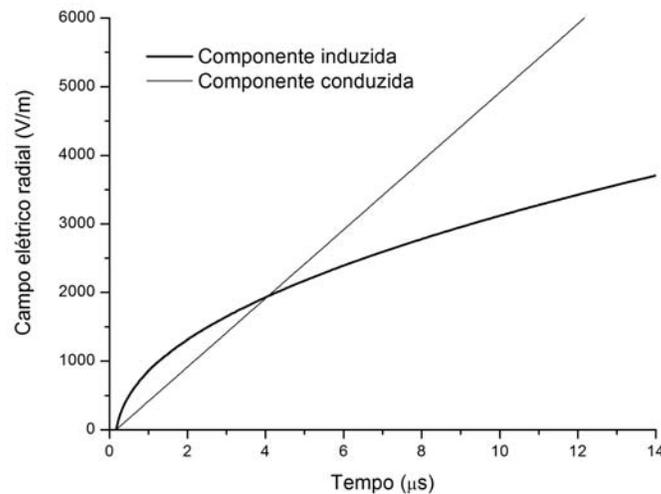


Fig. 7.1 - Componentes do campo elétrico radial na superfície do solo para campo magnético que cresce linearmente com o tempo.  $H_0 = -25$  A/m,  $T = 1$   $\mu$ s,  $\rho = 1000$   $\Omega$  m,  $\epsilon_R = 10$  e  $r_0 = 50$  m.

Tomando-se como premissa que a taxa de crescimento de (7.3) é maior do que a de (7.2) em  $t = t_0$ , conclui-se que o campo elétrico radial resultante na superfície do solo é determinado inicialmente pela componente induzida dada por (7.3). Por outro lado, para tempos muito grandes ( $t \rightarrow \infty$ ), o campo elétrico resultante é determinado pela componente conduzida dada por (7.2), pois a componente conduzida cresce linearmente com o tempo enquanto a componente induzida cresce com a raiz quadrada do tempo. Para deduzir uma expressão para o campo elétrico radial que contenha as duas componentes, recorre-se à técnica das aproximações assintóticas utilizada na Seção 5.1, o que resulta em:

$$E_{RR} = -\frac{Z_E H_0 (t-t_0)}{T} \sqrt{\frac{1+ab(t-t_0)}{\epsilon_R + a(t-t_0)}}, \quad (7.4)$$

onde:

$$a = \frac{\pi}{4\rho\epsilon_0} \quad e \quad b = \left(\frac{\rho}{Z_E r_0}\right)^2 \quad (7.5)$$

Observando (7.4), verifica-se que para valores de tempo bem pequenos (i.e.,  $t \approx t_0$ ), o argumento da raiz quadrada é constante e igual ao inverso da permissividade relativa do solo. Nestas condições, o campo elétrico radial é determinado pela corrente de deslocamento no solo e cresce linearmente com o tempo. Na medida em que o tempo passa, a corrente de deslocamento se torna desprezível frente à corrente de condução e o termo  $a(t-t_0)$  passa a ser dominante frente a  $\epsilon_R$ , o que faz com que o campo elétrico passe a crescer com a raiz quadrada do tempo. Finalmente, o termo no numerador do argumento da raiz quadrada se faz notar, e o campo elétrico volta a crescer linearmente com o tempo. A premissa de que a taxa de crescimento inicial de (7.3) seja maior do que a de (7.2) se expressa na condição:

$$r_0 > \frac{\rho\sqrt{\epsilon_R}}{Z_E}. \quad (7.6)$$

Lembrando que  $Z_E$  é a impedância do espaço livre ( $Z_E = 377 \Omega$ ), para um solo de  $\rho = 1000 \Omega\text{m}$  e  $\epsilon_R = 10$ , (7.4) é válida para distâncias da descarga maiores que 8,4 m. Portanto, a limitação expressa em (7.6) não apresenta implicações práticas significativas, pois o campo elétrico a menos de 8,4 m estará fortemente influenciado pela ionização do solo.

A Equação (7.4) foi deduzida para um campo magnético que cresce linearmente com o tempo. Conforme demonstrado na Seção 5.2, para obter o campo elétrico radial para um campo magnético na forma de degrau, basta multiplicar (7.4) por  $T$  e derivar no tempo, o que fornece:

$$E_{RD} = -Z_E H_0 \left\{ \frac{2\epsilon_R + a\tau(1+3b\epsilon_R+2ab\tau)}{2(1+ab\tau)^{1/2}(\epsilon_R+a\tau)^{3/2}} \right\}. \quad (7.7)$$

Onde  $\tau = t - t_0$ . Para baixas resistividades do solo e elevadas distâncias da descarga (i.e., pequenos valores de  $\rho/r_0$ ), a variável  $b$  é desprezível, o que equivale a desprezar a componente conduzida. Fazendo  $b = 0$  em (7.7) leva a (5.26), que corresponde ao campo elétrico induzido por um campo magnético na forma de degrau. Por outro lado, fazendo-se o tempo tender a infinito em (7.7) e com o auxílio de (4.36) obtém-se:

$$E_{RD}(t = \infty) = -\frac{H_0 \rho}{r_0} = -\frac{I_0 \rho}{2\pi r_0^2}. \quad (7.8)$$

A Equação (7.8) fornece o campo elétrico radial de regime permanente, que corresponde ao campo elétrico gerado por uma corrente contínua  $I_0$  fluindo pelo solo.

A Figura 7.2 mostra o campo elétrico radial devido a um campo magnético em forma de degrau, segundo (7.7) e suas componentes conduzida e induzida. Observa-se que o campo resultante cai rapidamente com o tempo, acompanhando a componente induzida. No entanto, ao invés de tender a zero, o campo resultante tende assintoticamente para seu valor final dado por (7.8). Este comportamento pode também ser visto na Figura 7.3, que mostra o campo elétrico radial na superfície do solo a 50 m da descarga, devido à corrente da base do canal mostrada na Figura 2.4. Nesta figura podem ser observadas a componente conduzida calculada por (6.6), a componente induzida calculada por (4.34) e (5.26), e o campo resultante calculado por (7.7). Em todos os casos, a extensão do cálculo feito de uma corrente na forma de degrau para a corrente da Figura 2.4 foi feita através da técnica descrita na Seção 3.4 (Integral de Duhamel).

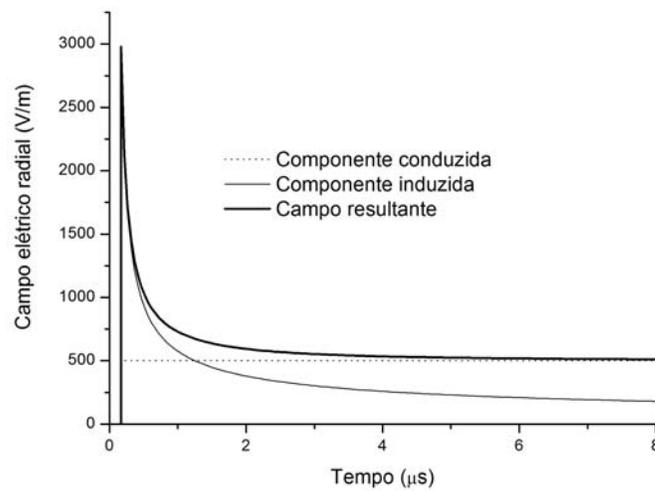


Fig. 7.2 - Componentes do campo elétrico radial na superfície do solo para campo magnético na forma de degrau.  $H_0 = -25$  A/m,  $\rho = 1000$   $\Omega$  m,  $\epsilon_R = 10$ ,  $v = 150$  m/ $\mu$ s e  $r_0 = 50$  m.

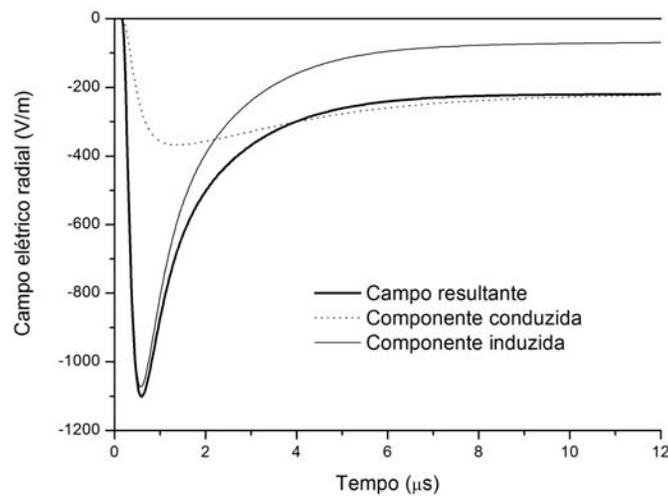


Fig. 7.3 - Campo elétrico radial na superfície do solo e suas componentes para corrente conforme Figura 2.4,  $\rho = 500$   $\Omega$  m,  $\epsilon_R = 10$ ,  $v = 150$  m/ $\mu$ s e  $r_0 = 50$  m.

Recentemente, COORAY (2008) publicou uma série de resultados para o campo elétrico radial na superfície do solo, em pontos próximos da descarga ( $r_0 < 100$  m). Estes resultados foram calculados a partir das Integrais de Sommerfeld, onde COORAY procura destacar a influência da componente conduzida (embora ele não utilize esta designação). A corrente da base do canal utilizada é a mostrada na Figura 2.4. Para efeito de comparação, estes cálculos foram também realizados através de (7.7) e (4.34). Em uma primeira etapa, obtém-se o campo magnético gerado pela corrente da descarga, através da convolução numérica da derivada de (2.3) com (4.34). Em uma segunda etapa, obtém-se o campo elétrico radial, através da convolução numérica da derivada do campo magnético obtido na etapa anterior com (7.7). Estes resultados são mostrados na Figura 7.4, assim como o resultado correspondente obtido por COORAY (2008). A correspondência das curvas é surpreendentemente boa, considerando os diferentes métodos utilizados e seus erros intrínsecos. Além disso, cabe observar que enquanto (4.34) utiliza o modelo TL, COORAY utiliza o modelo MTLE. Isto mostra que, pelo menos para as condições do exemplo, estes modelos levam a resultados equivalentes.

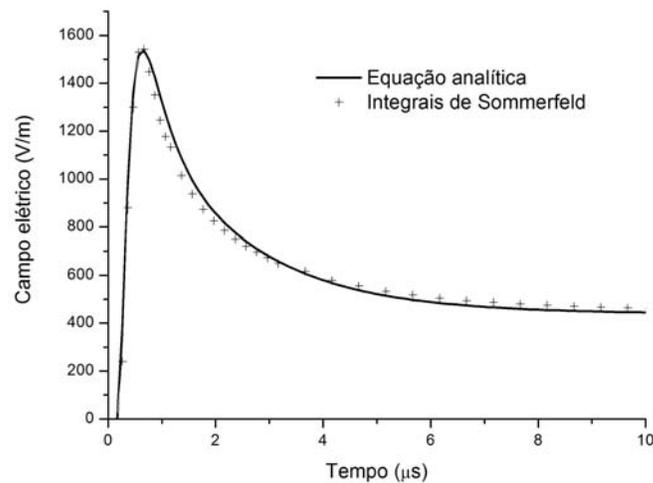


Fig. 7.4 - Campo elétrico radial na superfície do solo para corrente da Figura 2.4; Equação analítica segundo (7.7) e Integrais de Sommerfeld segundo COORAY (2008);  $\rho = 1000 \Omega \text{ m}$ ,  $v = 150 \text{ m}/\mu\text{s}$ ,  $e_R = 10$  e  $r_0 = 50$  m. Onda mostrada como positiva por conveniência.

## 7.2 Campo acima da superfície do solo

Na Seção 7.1 foi desenvolvida uma expressão para o campo elétrico radial na superfície do solo. Como este campo é paralelo à superfície do solo, ele é contínuo na interface solo / ar e, portanto, se propaga até uma altura  $z_0$  acima da superfície do solo. Conforme visto na Seção 4.3, para pontos acima da superfície do solo, as cargas do canal da descarga também induzem um campo elétrico radial, o qual é dado em (4.27) para uma corrente na forma de degrau. Portanto, o campo elétrico resultante na altura  $z_0$  será dado pela superposição destas duas componentes. Como elas têm polaridades opostas, a excursão do campo resultante será inicialmente negativa, seguida de uma excursão positiva, resultando em uma onda bipolar. Para uma região próxima da descarga (e.g.,  $r_0 < 100$  m), a componente positiva (devido às cargas do canal) é predominante, de forma que a excursão negativa é pequena. Na medida em que se afasta da descarga, a componente negativa passa a ser relativamente mais intensa, de forma que o campo resultante permanece negativo por um período de tempo mais longo. A Figura 7.5 mostra o campo elétrico radial gerado por uma descarga de retorno com corrente trapezoidal, onde as contribuições das duas componentes podem ser vistas.

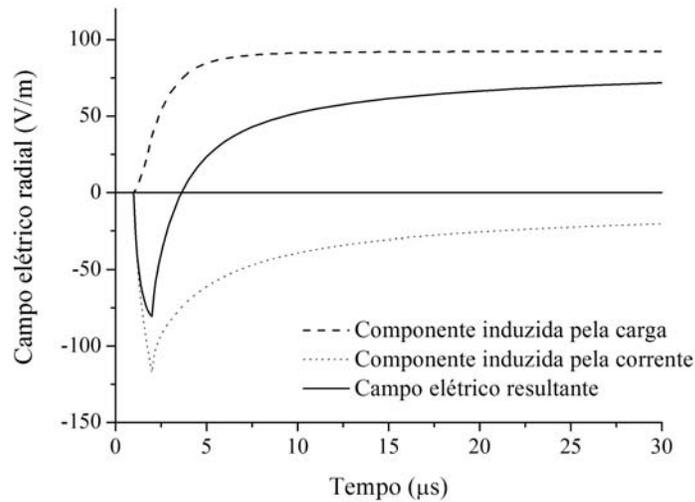


Fig. 7.5 - Campo elétrico radial para um ponto acima da superfície do solo para corrente trapezoidal;  $I_0 = 10$  kA;  $T = 1$   $\mu$ s;  $r_0 = 300$  m;  $v = 130$  m/ $\mu$ s;  $z_0 = 6$  m;  $\sigma = 10^{-3}$  S/m;  $\epsilon_R = 10$ .

Para a região afastada da descarga (e.g.,  $r_0 > 1000$  m), a componente devida à carga torna-se progressivamente desprezível e o campo elétrico radial passa a ser determinado exclusivamente pela componente induzida pela corrente. Como esta componente não é afetada pela altura  $z_0$ , resulta que os surtos induzidos em linhas afastadas da descarga serão independentes da altura da linha, conforme foi verificado experimentalmente por KOGA (1985). A Figura 7.6 mostra o campo elétrico radial calculado através da superposição dos campos calculados a partir de (4.27) e (7.7), para a corrente com forma de onda dupla-exponencial mostrada na Figura 2.3. Na Figura 7.6 são mostrados também os resultados obtidos por ZEDDAM E DEGAUQUE (1990) utilizando as Integrais de Sommerfeld e por RUBINSTEIN (1996) utilizando a Fórmula Cooray-Rubinstein.

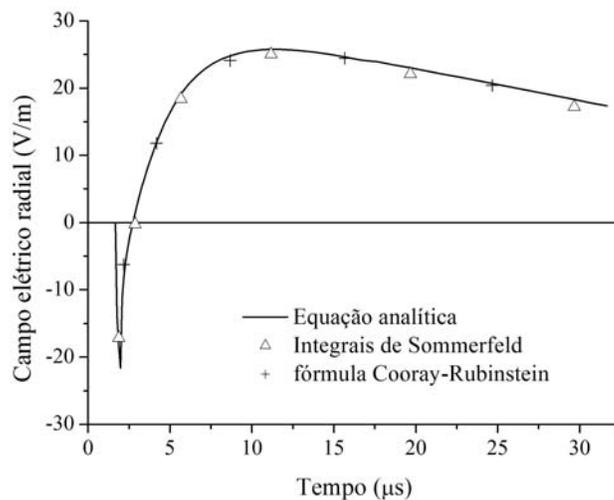


Fig. 7.6. Campo elétrico radial para um ponto acima da superfície do solo; Corrente da Figura 2.3,  $z_0 = 6$  m,  $v = 110$  m/ $\mu$ s,  $\epsilon_R = 10$ ,  $\sigma = 10^{-2}$  S/m e  $r_0 = 500$  m. Integrais de Sommerfeld segundo ZEDDAM E DEGAUQUE (1990) e fórmula Cooray-Rubinstein segundo RUBINSTEIN (1996).

### 7.3 Campo abaixo da superfície do solo

Para o cálculo do campo elétrico radial induzido abaixo da superfície do solo, há que se retomar o desenvolvimento realizado na Seção 5.1 até (5.12) e continuar o cálculo sem fazer  $z = 0$ . No entanto, a solução da expressão resultante não é trivial, de forma que tal desenvolvimento fica para um trabalho futuro. Por outro lado, o grande interesse no cálculo do campo elétrico radial abaixo da superfície do solo reside no cálculo de tensões induzidas em cabos subterrâneos ou diretamente enterrados. Como estes cabos estão em profundidades que raramente excedem 1 m, torna-se interessante analisar o comportamento do campo elétrico radial para esta condição particular.

MIMOUNI et al. (2007) publicaram uma série de resultados para o campo elétrico radial abaixo da superfície do solo, para um ponto próximo da descarga ( $r_0 = 50$  m), utilizando FDTD. Estes resultados foram praticamente idênticos aos publicados por DELFINO et al. (2006) utilizando as Integrais de Sommerfeld. A Figura 7.7 mostra o campo elétrico radial na superfície do solo e a 5 m de profundidade, conforme calculado por MIMOUNI et al. para a corrente da descarga de retorno da Figura 2.4. Este campo aponta para a descarga, sendo mostrado como uma onda positiva por conveniência. Os demais parâmetros são:  $r_0 = 50$  m,  $\sigma = 0,001$  S/m,  $v = 130$  m/ $\mu$ s e  $\epsilon_R = 10$ . Observa-se na Fig. 7.7 que o efeito da profundidade se manifesta como uma atenuação do valor de pico da onda, praticamente sem influenciar a sua cauda, e que esta atenuação é de 0,84. O valor de pico a 10 m de profundidade também foi publicado, fornecendo uma atenuação de 0,85 em relação ao valor a 5 m, o que sugere que para  $0 > z_0 > -10$  m o valor de pico cai exponencialmente com a profundidade. Portanto, pode-se formular uma expressão empírica para a atenuação do valor de pico do campo:

$$\eta = \exp(k z_0) . \quad (7.9)$$

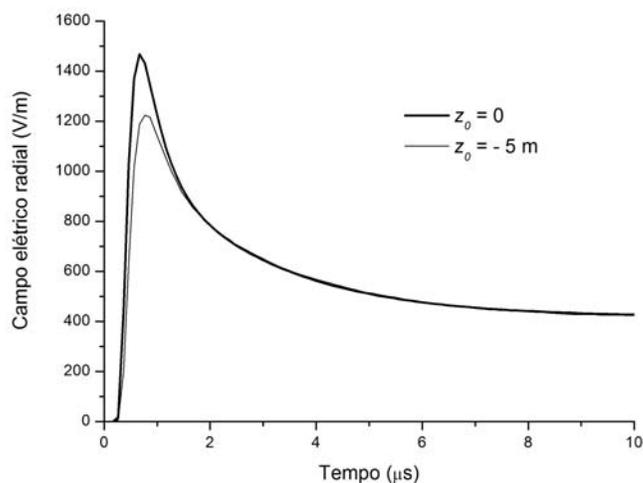


Fig. 7.7 - Campo elétrico radial calculado por FDTD (MIMOUNI et al., 2007) para corrente da Figura 2.4,  $r_0 = 50$  m,  $\sigma = 0,001$  S/m,  $v = 130$  m/ $\mu$ s e  $\epsilon_R = 10$ .

O valor da constante  $k$  em (7.9) pode ser calculado para a atenuação de  $z_0 = 0$  até  $z_0 = -5$  m, fornecendo  $k = 0,035$  m<sup>-1</sup>. A atenuação para  $z_0 = 1$  m calculada por (7.9) fornece  $\eta = 0,97$ . Portanto, para as condições consideradas, o campo a 1 m de profundidade tem seu valor de pico atenuado de apenas 3% do valor do campo na superfície do solo. Repetindo o mesmo cálculo para um valor mais elevado condutividade do solo ( $\sigma = 0,01$  S/m), obtém-se  $k = 0,12$  m<sup>-1</sup> e uma atenuação de  $\eta = 0,89$

(11%) para 1 m de profundidade. Portanto, para profundidades típicas de cabos subterrâneos ou enterrados, o campo elétrico radial calculado na superfície do solo é uma boa aproximação para o campo na profundidade do cabo, particularmente para solos de baixa condutividade.

#### 7.4 Comportamento do campo elétrico radial em função da distância

Conforme visto ao longo deste trabalho, diferentes fenômenos físicos influenciam o campo elétrico radial produzido por uma descarga atmosférica, os quais se tornam preponderantes ou irrelevantes em função da distância do ponto de interesse em relação à descarga ( $r_0$ ). Esta seção analisa este comportamento, para o que é padronizada a corrente da descarga de retorno da Figura 2.4. A resistividade do solo é considerada como igual a  $500 \Omega\text{m}$  e a permissividade relativa igual a 10. A velocidade da descarga de retorno é considerada como igual a  $150 \text{ m}/\mu\text{s}$ . Para cada distância, os cálculos foram feitos para a superfície do solo e para 5 m de altura, que é a altura típica de uma linha de telecomunicações. Os cálculos foram realizados utilizando as equações para degrau ((4.27), (4.34), (5.26) e (7.7)) e a técnica da convolução descrita na Seção 3.4.

##### 7.4.1 Região muito próxima da descarga

Para um ponto de interesse muito próximo da descarga (e.g.,  $r_0 < 20 \text{ m}$ ), o campo elétrico radial é fortemente influenciado pela ionização do solo. Embora o modelamento do campo nesta região esteja fora do escopo deste trabalho, cabe citar o modelo proposto por SUNDE (1968, pp. 295-299), que considera que o solo apresenta um campo crítico para ionização da sua superfície bem inferior ao campo crítico para a ionização do seu interior. Desta forma, SUNDE modela a ionização do solo como um disco ionizado na superfície do solo, cujo raio médio ( $r_c$ ) é determinado pelo campo elétrico que causa a ionização da superfície do solo ( $E_C$ ):

$$r_c = \sqrt{\frac{I_0 \rho}{4 E_C}}, \quad (7.10)$$

onde  $I_0$  é o valor de pico da corrente e  $\rho$  é a resistividade do solo. Baseado em resultados experimentais, SUNDE estima que o campo crítico para ionização da superfície do solo esteja compreendido na faixa  $10^5 \text{ V/m} \leq E_C \leq 5 \times 10^5 \text{ V/m}$ . Para uma corrente de amplitude mediana como  $I_0 = 31 \text{ kA}$  (ver Tabela 2.1), um solo de  $\rho = 500 \Omega\text{m}$  e  $E_C = 10^5 \text{ V/m}$ , (7.10) fornece  $r_0 = 6,2 \text{ m}$ . Para uma corrente intensa ( $I_0 = 100 \text{ kA}$ ), o valor de  $r_0$  sobe para  $11 \text{ m}$ .

Deve-se observar que o fenômeno real pode ser bem diferente deste modelo teórico, dadas as características não lineares do processo de ionização do solo. SUNDE (1968) observa que vestígios de ionização do solo (fulguritos) da ordem de  $20 \text{ m}$  são relativamente comuns e alguns da ordem de  $100 \text{ m}$  já foram encontrados, estes últimos associados a descargas atmosféricas que atingiram árvores e abriram caminho através da ionização do solo até cabos enterrados. Experimentos com descargas atmosféricas induzidas por foguetes reportados por RAKOV (1999) mostram evidências fotográficas da formação de uma área ionizada ao redor do ponto de injeção de corrente no solo, a partir da qual partem ramos ionizados (plasma) para diferentes direções. O comprimento destes ramos é bastante variado, podendo eventualmente exceder a  $20 \text{ m}$ . Foi observado que o número e a direção destes ramos ionizados também variam bastante, inclusive para descargas subsequentes de uma mesma descarga atmosférica. Portanto, verifica-se que para pontos muito próximos da descarga (e.g.,  $r_0 < 20 \text{ m}$ ) o campo elétrico radial não pode ser modelado com precisão, pois ele é fortemente influenciado pela aleatoriedade do processo de ionização do solo.

### 7.4.2 Região próxima da descarga

A região próxima da descarga (e.g.,  $20 \text{ m} \leq r_0 < 100 \text{ m}$ ) se caracteriza pelo fato do campo elétrico radial ao nível do solo ser significativamente influenciado pelo fluxo da corrente da descarga através do solo (corrente de condução). Esta influência se manifesta principalmente na cauda da onda, conforme mostrado na Figura 7.3. A Figura 7.8 apresenta o campo elétrico radial na superfície do solo e a 5 m de altura. Observa-se que o campo a 5 m de altura é fortemente determinado pela componente devida às cargas no canal, onde o pequeno pico negativo é devido ao efeito da condutividade finita do solo.

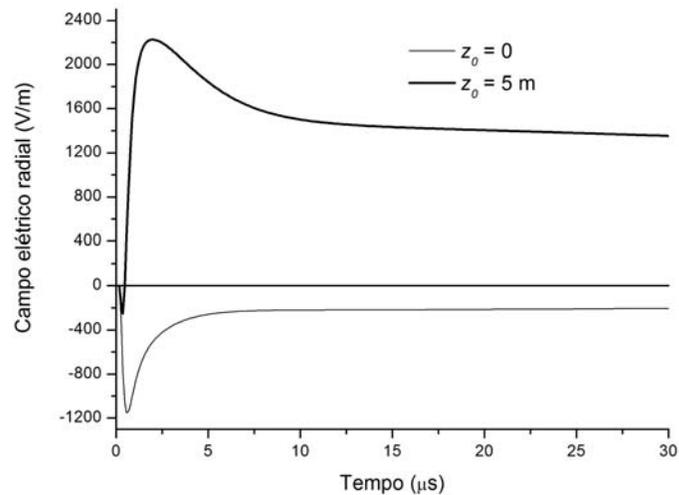


Fig. 7.8 - Campo elétrico radial a 50 m da descarga.

### 7.4.3 Região intermediária

A região intermediária (e.g.,  $100 \text{ m} \leq r_0 < 1000 \text{ m}$ ) se caracteriza pelo fato do campo elétrico radial acima da superfície do solo ser determinado pela carga e pela corrente do canal, apresentando uma forma de onda bipolar, com uma primeira excursão negativa rápida seguida de uma excursão positiva lenta. De fato, o campo a 5 m resulta da superposição do campo ao nível do solo com o campo que existiria a 5 m de altura caso o solo fosse perfeitamente condutor. Como estes campos têm polaridades opostas, o campo resultante a 5 m de altura apresenta um pico negativo inicial, seguido de uma onda positiva. As Figuras 7.9 e 7.10 mostram os campos na superfície do solo e a 5 m de altura para  $r_0 = 150 \text{ m}$  e  $r_0 = 500 \text{ m}$ , respectivamente. Observa-se que, com o aumento da distância da descarga, a contribuição da condutividade finita do solo (parte negativa) vai se tornando progressivamente preponderante no campo a 5 m de altura.

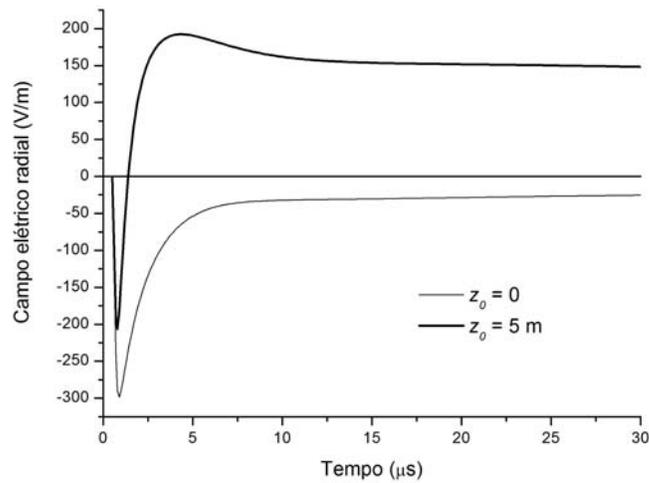


Fig. 7.9 - Campo elétrico radial a 150 m da descarga.

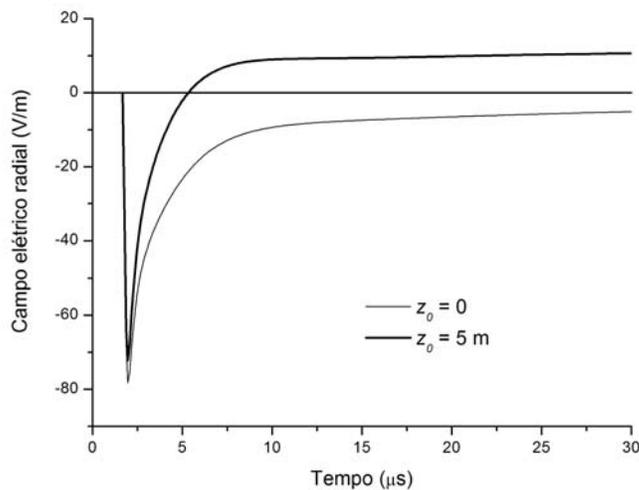


Fig. 7.10 - Campo elétrico radial a 500 m da descarga.

#### 7.4.4 Regiões distante e muito distante

A região distante da descarga (e.g.,  $1000 \text{ m} \leq r_0 < 10.000 \text{ m}$ ) se caracteriza pelo fato do campo elétrico radial acima da superfície do solo ser determinado basicamente pela corrente do canal, resultando em um campo elétrico radial unipolar (negativo). Isto é mostrado nas Figuras 7.11 e 7.12, para distâncias de 1500 m e 5000 m da descarga. Nestas figuras se observa que, com o aumento da distância, o campo elétrico a 5 m de altura vai se aproximando do campo ao nível do solo. Cabe observar que, como as tensões induzidas em linhas são proporcionais à taxa de variação temporal do campo elétrico indutor, a partir de uma dada distância as tensões induzidas ficam independentes da altura da linha.

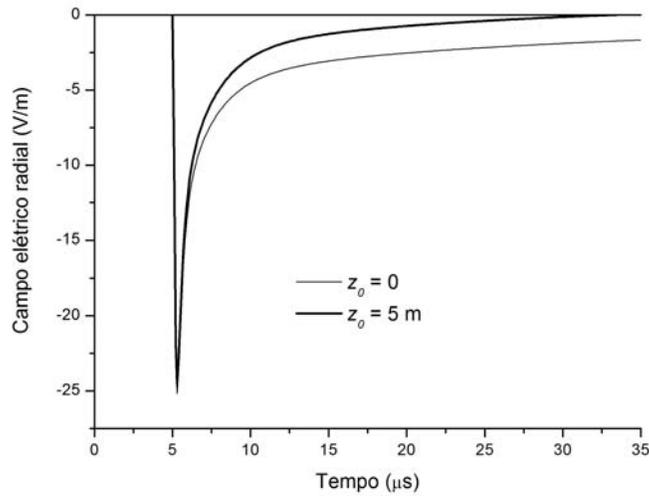


Fig. 7.11 - Campo elétrico radial a 1500 m da descarga.

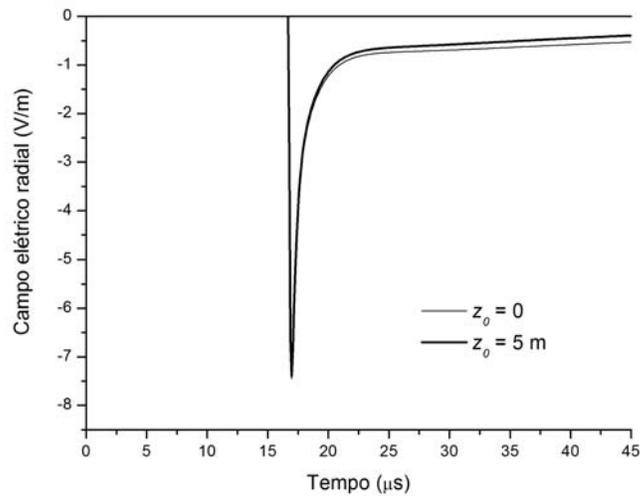


Fig. 7.12 - Campo elétrico radial a 5000 m da descarga.

Para distâncias muito grandes (e.g.,  $r_0 \geq 10.000$  m) o campo elétrico radial acima da superfície do solo continua a ser determinado apenas pela corrente do canal, resultando em um campo elétrico radial unipolar e independente da altura. No entanto, os efeitos de propagação dos campos eletromagnéticos (atenuação e distorção) se tornam relevantes nesta região, o que não é considerado em diversos modelos teóricos, incluindo o modelo apresentado neste trabalho. De qualquer modo, o campo elétrico nesta região já é bem fraco, sendo de pouco interesse para efeito de cálculo de tensões induzidas em linhas. O interesse maior em campos de descargas atmosféricas muito distantes reside em aplicações específicas, como o projeto de sistemas de localização de descargas atmosféricas.

## 7.5 Contextualização do capítulo

A principal contribuição deste capítulo é o desenvolvimento da expressão (7.7), que fornece o campo elétrico radial considerando as componentes induzida e conduzida. Esta expressão levou a resultados que concordam muito bem com os calculados por COORAY (2008), apesar dos métodos de cálculo serem distintos e os modelos de descarga de retorno serem diferentes. Cabe ressaltar que (7.7) não está amarrada a um modelo de descarga de retorno, uma vez que ela representa o campo elétrico radial que resulta de um campo magnético em forma de degrau. Para o modelo TL, o campo magnético é dado por (4.34). Caso o campo magnético seja calculado para outros modelos de descarga (por exemplo, MTLL ou MTLE), o campo elétrico radial pode ser calculado por (7.7) da mesma forma, i.e., fazendo-se a convolução numérica com a onda do campo magnético. Portanto, conclui-se que (7.7) apresenta grande potencialidade para o cálculo do campo elétrico radial.

O campo elétrico radial acima da superfície do solo é calculado como resultado da superposição entre o campo induzido na superfície da terra dado por (7.7) com o campo devido às cargas no canal dado por (4.27). Esta técnica é verificada comparando-se os resultados obtidos com aqueles publicados por ZEDDAM E DEGAUQUE (1990) e por RUBINSTEIN (1996), que são marcos importantes no cálculo do campo elétrico radial. A partir de uma dada distância da descarga (e.g.,  $r_0 > 100$  m), o termo  $b$  em (7.7) fica desprezível, e (7.7) passa a ser dada por (5.26). Os resultados obtidos nesta condição foram publicados (BARBOSA E PAULINO, 2007) como forma de validar as expressões no domínio do tempo obtidas para o campo elétrico radial.

Foi também demonstrado que o campo abaixo da superfície do solo, em profundidades típicas de cabos subterrâneos ou diretamente enterrados (até 1 m), é muito próximo do campo calculado ao nível do solo. Esta aproximação é tanto melhor quanto menor for a condutividade do solo. Esta demonstração é importante por validar as expressões desenvolvidas neste trabalho para o cálculo de tensões induzidas em cabos subterrâneos ou enterrados.

Finalmente, a análise feita na Seção 7.4 possibilita avaliar o comportamento do campo elétrico radial em função da distância de descarga, identificando diferentes regiões onde determinados fenômenos físicos são determinantes do campo elétrico. Esta análise permite também estimar os limites de validade das expressões desenvolvidas neste trabalho em função da distância da descarga, que vão de cerca de 20 m até cerca de 10.000 m. O limite inferior é determinado pela ionização do solo em torno do ponto de incidência da descarga, enquanto o limite superior é determinado pelos efeitos de propagação dos campos eletromagnéticos (atenuação e distorção).

## 8 Verificação experimental

Apesar do grande número de publicações sobre os campos eletromagnéticos gerados pelas descargas atmosféricas, são poucos os dados experimentais disponíveis, especialmente sobre o campo elétrico radial. NUCCI et al. (1993) e ISHII et al. (1999) ressaltaram a inexistência de medições publicadas sobre o campo elétrico radial em distâncias curtas. Além disso, dentre os poucos dados experimentais publicados (e.g., THOMPSON et al., 1988; RUBINSTEIN et al., 1989; ISHII et al., 1999), alguns são restritos a modelos em escala e outros não fornecem uma descrição completa do experimento que propicie uma comparação com valores previstos pelos modelos teóricos. Para tal, é necessário que a medição do campo elétrico possa ser correlacionada com a medição da corrente da descarga de retorno, o que só pode ser obtido através de experimentos controlados a partir de torres instrumentadas ou de descargas atmosféricas induzidas por foguetes. No entanto, as poucas medições de campo elétrico obtidas nos experimentos com raios induzidos por foguetes privilegiaram o campo elétrico vertical em detrimento do campo elétrico radial (e.g., RAKOV et al., 1999). Este foco no campo elétrico vertical provavelmente decorre do uso deste campo pelos sistemas de localização de descargas atmosféricas. Aproveitando a oportunidade criada pelo campo de testes com descargas atmosféricas induzidas por foguetes instalado em Cachoeira Paulista - SP, foram programados experimentos para a medição simultânea da corrente da descarga de retorno e do campo elétrico radial induzido por esta descarga. Este capítulo descreve estes experimentos e analisa seus resultados.

### 8.1 Descargas atmosféricas induzidas por foguetes

A técnica de induzir descargas atmosféricas através de foguetes já foi descrita com detalhes na literatura (RAKOV, 1999; DEGAUQUE E HAMELIN, 1990), de forma que esta seção tratará o assunto de forma sucinta. A idéia básica consiste em disparar um foguete contra uma nuvem carregada de eletricidade, de forma que o foguete leve consigo um fio condutor e estabeleça um caminho para as cargas elétricas serem conduzidas até a terra. Desta descrição simples até a sua implementação com sucesso há um longo caminho a percorrer, o qual foi sendo aperfeiçoado ao longo dos anos.

As primeiras descargas atmosféricas induzidas por foguetes foram obtidas por NEWMAN (1967) nos EUA. a partir de um barco e as primeiras descargas a partir do solo foram obtidas em 1973 no campo de testes de Saint Privat D'Alier, na França (FIEUX et al., 1978). O campo de testes com descargas atmosféricas de Saint Privat D'Alier foi pioneiro neste tipo de pesquisas e muito contribuiu para aperfeiçoar a técnica. De fato, a experiência obtida neste campo francês foi fundamental na implantação de campos de testes similares em outros locais, como no Novo México, EUA, Florida, EUA. e Cachoeira Paulista - SP, Brasil. O campo de testes de Cachoeira Paulista resultou de uma cooperação entre a Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), o Instituto de Pesquisas Espaciais (INPE), a Indelec (França) e a Hinndelet Pára-Raios (Brasil). A este grupo original foram posteriormente agregadas equipes da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Fundação Centro de Pesquisas e Desenvolvimento em Telecomunicações (CPqD), France Telecom (França), IREQ (Canadá), Telstra (Austrália) e Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUC-RS). Este campo de testes começou a sua operação no verão de 1999/2000 e teve sua última campanha realizada no verão de 2006/2007.

O foguete utilizado em Cachoeira Paulista é mostrado na Figura 8.1. Este foguete tem 1,0 m de altura, fuselagem feita de material plástico e é dotado de um motor a combustível sólido que permite atingir uma velocidade de cerca de 200 m/s. Esta velocidade de ascensão é um parâmetro importante na taxa de sucesso de um disparo. Uma bobina é fixada na base do foguete, de forma que o fio vai sendo desenrolado na medida em que o foguete sobe. Para tal, a fixação do fio na

bobina é um fator crítico, pois tem ser firme o bastante para evitar que o fio se desprenda sem tração e deve ser fraca o bastante para não frear excessivamente o foguete durante a sua subida. O fio da bobina tem núcleo de cobre (0,2 mm de diâmetro) e é recoberto com uma malha de aramida (Kevlar) para dar resistência mecânica. O comprimento do fio em cada bobina varia conforme o experimento, sendo normalmente da ordem de 600 m. A composição do fio na bobina também varia conforme o experimento, podendo ser da combinação cobre / aramida descrita anteriormente ou ter um primeiro trecho (cerca de 100 m) apenas de aramida e o restante de cobre / aramida. O primeiro tipo (fio cobre / aramida) é utilizado em experimentos onde a descarga atmosférica é conduzida para um objeto aterrado (descarga clássica), enquanto o segundo tipo é utilizado em experimentos nos quais a descarga atmosférica é conduzida até um dado ponto acima do solo e posteriormente continua seu caminho através do ar (descarga em altitude).



Fig. 8.1 - Foguetes utilizados em Cachoeira Paulista.

Segundo DEGAUQUE E HAMELIN (1990), a descarga se inicia a partir dos líderes ascendentes provocados pelo campo elétrico muito intenso da extremidade superior do fio. Uma corrente contínua precursora, da ordem de algumas dezenas de ampères, flui pelo fio e causa a sua fusão. O meio condutor resultante canaliza as cargas até a base do fio, permitindo a formação de uma descarga de retorno. Portanto, com exceção dos processos iniciais, uma descarga atmosférica induzida por foguetes é bem semelhante a uma descarga atmosférica natural. Em particular, as descargas de retorno induzidas por foguetes apresentam amplitude e forma de onda muito semelhantes às descargas subsequentes naturais. Esta característica faz com que as descargas atmosféricas induzidas por foguetes sejam muito úteis para o estudo das descargas atmosféricas naturais.

O critério para disparar o foguete baseia-se no campo elétrico vertical medido na superfície do solo, pois o mesmo permite estimar a carga da nuvem. Como este campo elétrico apresenta uma taxa de variação temporal muito baixa, ele pode ser caracterizado como um campo eletrostático e deve ser medido através de um moinho de campo (field mill). Cabe notar que a convenção normalmente utilizada para as medições com moinho de campo considera que o campo elétrico vertical produzido ao nível do solo por uma nuvem carregada negativamente é negativo, i.e., o contrário da convenção utilizada nas seções anteriores deste trabalho. Pela experiência de Cachoeira Paulista, um disparo com campo elétrico menos intenso que  $-5$  kV/m apresenta baixa probabilidade de produzir uma descarga atmosférica. Esta probabilidade aumenta significativamente para um campo da ordem de  $-6$  kV/m, que era o valor normalmente utilizado como critério de disparo. No entanto, além do

campo eletrostático, o sucesso de um disparo também depende de outros fatores, como a ocorrência de descargas naturais na área e a perícia do responsável pelo disparo. De fato, o responsável pelo disparo tem de detectar o momento mais propício para disparar o foguete, pois um disparo prematuro pode levar apenas à fusão do fio e um disparo tardio pode ser frustrado pela ocorrência de uma descarga natural que descarrega a nuvem antes do foguete. A Figura 8.2 mostra um gráfico do campo eletrostático durante uma tempestade, onde as duas quedas abruptas do campo até  $-3$  kV/m correspondem a descargas induzidas por foguetes (DIF) e as outras quedas abruptas correspondem a descargas naturais. Observa-se também que a duração da tempestade foi de cerca de 30 minutos (campo mais intenso que  $-3$  kV/m) e a região propícia para disparo de foguete (campo mais intenso que  $-6$  kV/m) foi de apenas 17 minutos. Estas tempestades rápidas e curtas são típicas de Cachoeira Paulista, o que dificulta a indução de descargas atmosféricas.

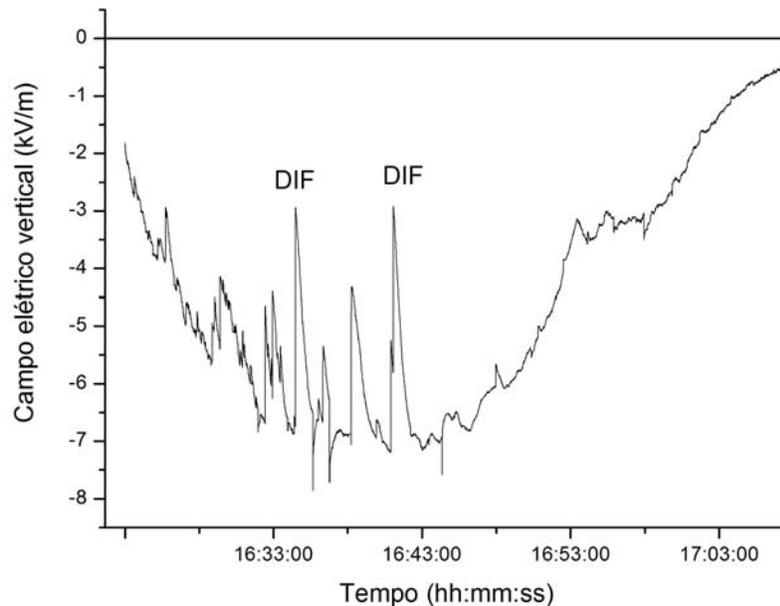


Fig. 8.2 - Campo eletrostático registrado durante uma tempestade em Cachoeira Paulista.

## 8.2 Descrição do experimento

As medições de campo elétrico radial foram realizadas para um ponto na superfície do solo situado relativamente perto (60 m) da base do canal da descarga. A realização de medições na superfície do solo visa privilegiar o campo elétrico radial produzido pela corrente da descarga (tratada nos Capítulos 5 e 6). Além disso, a possibilidade de ter os eletrodos de medição em contato com o solo reduz significativamente o efeito de carga proporcionado pelo instrumento de medição, permitindo realizar uma medição mais simples e com boa resposta em baixa frequência, em comparação com o uso de eletrodos no ar (e.g., antena de placas paralelas). A localização do ponto de medição perto da descarga permite captar tanto o efeito da corrente induzida no solo quanto o efeito da corrente conduzida a partir da base do canal. Desta forma, os resultados obtidos podem ser utilizados para testar os modelos teóricos que calculam o efeito da resistividade finita do solo no campo elétrico radial.

Uma vista geral deste experimento é mostrada na Figura 8.3, onde podem ser vistas quatro estações. A Plataforma de Foguetes, a Estação de Campo Elétrico e a Estação Auxiliar são conectadas à Estação de Controle através de meios dielétricos: a Estação de Campo Elétrico é conectada através de um sistema sem fio, enquanto a Plataforma de Foguetes e a Estação Auxiliar são conectadas por meio de fibras ópticas. O computador da Estação de Controle é equipado com um software que fornece uma supervisão automática dos osciloscópios e faz a aquisição dos dados registrados. Todas as estações têm fontes de energia autônomas, através de grupo motor-gerador a diesel (Estação de Controle e Estação Auxiliar) ou de baterias (Estação de Campo Elétrico e Plataforma de Foguetes). A Estação de Campo Elétrico conta também com painel foto-voltaico para carga da bateria, o que lhe dá grande autonomia. Esta autonomia, associada com o alcance do rádio, permite que a estação de Campo Elétrico seja facilmente instalada a até 500 m da estação de controle. A Plataforma de Foguetes é alimentada através de uma bateria de grande capacidade, a qual é substituída e recarregada periodicamente durante uma campanha de medições.

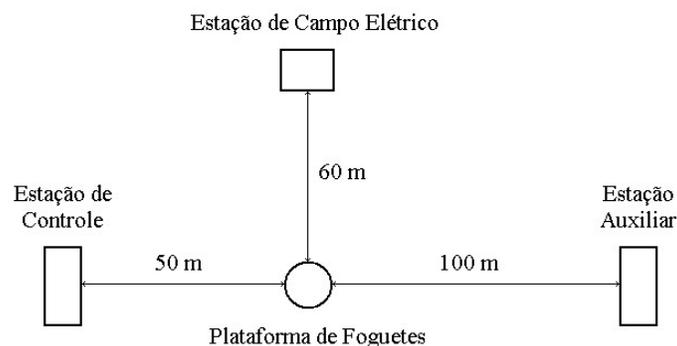


Fig. 8.3 - Vista geral do experimento.

A Figura 8.4 mostra a Plataforma de Foguetes, que é suportada por um isolador de cerâmica de 1,5 m de altura. Seu condutor de aterramento passa através da ponta de prova de corrente e termina em um eletrodo de aterramento, que é feito de uma haste de cobre de 1 m de comprimento. Este pequeno eletrodo de aterramento tem por objetivo apenas fornecer uma corrente de carga para o fio do foguete e tem uma influência desprezível no campo elétrico produzido pela descarga de retorno, exceto nas suas imediações. A blindagem externa da ponta de prova de corrente (Pearson 1330, 5 V/kA, 100 kA) é fixada no gabinete metálico que abriga os equipamentos e sua saída é conectada ao osciloscópio (Tektronix TDS 3014B, 100 MHz) através de um divisor de tensão (Radiall, 50  $\Omega$ , 10 X). O tempo de subida utilizável do sistema de medição foi obtido em laboratório como igual a 0,10  $\mu$ s. A resposta em tempo longo da ponta de prova ("droop") foi também medido em laboratório, resultando em 2% por ms. O sinal do divisor de tensão é aplicado a dois canais do osciloscópio através de um derivador coaxial (splitter). Estes canais são ajustados para 1 V/div e 10 V/div, de forma que a máxima corrente que pode ser medida é 100 kA. A varredura é ajustada para 100  $\mu$ s, o tempo entre duas amostragens consecutivas é 10 ns e o disparo (trigger) é ajustado para uma divisão no Canal 1, o que significa uma corrente mínima de 2 kA. A Plataforma de Foguetes é equipada com quatro rampas de foguetes, de forma que até quatro foguetes podem ser lançados em uma mesma tempestade. A conexão da Plataforma de Foguetes com a estação de controle é feita através de um cabo de fibra óptica contendo seis fibras ativas: uma fibra para cada rampa de foguete e duas fibras para o osciloscópio. Uma vez que o osciloscópio é disparado, os dados são automaticamente transferidos para a Estação de Controle e o osciloscópio é rearmado para uma nova descarga, o que leva aproximadamente 20 segundos.

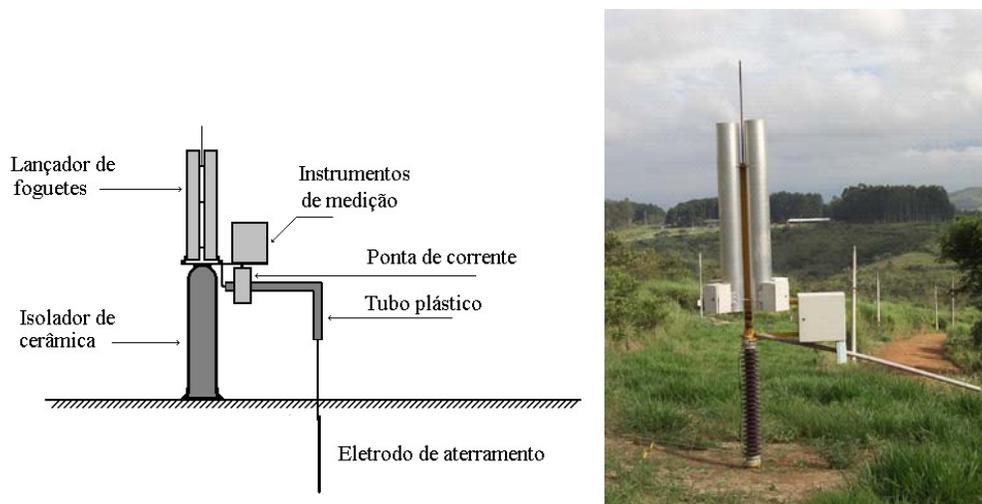


Fig. 8.4 - Plataforma de foguetes: diagrama esquemático e foto real.

A Fig. 8.5 mostra uma vista da Estação de Controle e da Plataforma de Foguetes, as quais são interconectadas por um cabo de fibra óptica lançado sobre o solo, o que permite o deslocamento da Plataforma de Foguetes. A estrutura metálica do telhado da Estação de Controle serve como sistema de proteção contra descargas atmosféricas (SPDA).



Fig. 8.5 - Estação de Controle e Plataforma de Foguetes

A Figura 8.6 mostra a Estação de Campo Elétrico, onde podem ser vistos o par de eletrodos utilizado para a medição do campo elétrico. A distância entre os eletrodos da estação de Campo Elétrico e a Plataforma de Foguetes é 60 m. Estes eletrodos são alinhados com a Plataforma de Foguetes e o espaçamento entre os mesmos é 0,5 m, de forma que a tensão medida deve ser multiplicada por 2 para se obter o campo elétrico (em V/m). Cada eletrodo é uma hemisfera com 0,1 m de diâmetro e está em contato com o solo. Cabe observar que a tensão entre os dois eletrodos é dada pelo produto do campo elétrico uniforme que existiria se os eletrodos estivessem ausentes, pela distância entre os centros dos eletrodos. Isto pode ser demonstrado integrando-se o campo elétrico ao longo das linhas tracejadas da Figura 8.6. Como demonstrado por SOMMERFELD (1952, pp. 62), o campo elétrico é nulo ao longo das linhas tracejadas verticais (assumindo-se que o efeito de carga da ponta de prova de tensão é desprezível). Se a linha tracejada horizontal é suficientemente afastada dos eletrodos, ela estará em uma região onde o campo elétrico  $E$  é uniforme e a tensão entre os eletrodos será  $V = 0,5 E$ .

A tensão entre os eletrodos é aplicada a uma ponta de prova de tensão (Tektronix P6015A, 1000 X) através de dois fios retos e isolados, dispostos na superfície do solo (ver Fig. 8.6). Como a resistência entre os eletrodos através do solo ( $2,2 \text{ k}\Omega$ ) é muito menor do que a resistência da ponta de prova ( $100 \text{ M}\Omega$ ), o sistema de medição tem uma faixa de frequência que vai até corrente contínua (CC). A capacitância de entrada da ponta de prova é  $3 \text{ pF}$  e o tempo de subida do sistema é estimado em  $0,04 \mu\text{s}$ . O sinal da ponta de tensão é aplicado a um osciloscópio (Tektronix THS 720A,  $100 \text{ MHz}$ ) ajustado para  $0,1 \text{ V/div}$ . A varredura é  $10 \mu\text{s}$  e o tempo entre amostras é  $4 \text{ ns}$ . Uma vez que um registro é obtido pelo osciloscópio, os dados são automaticamente transferidos para a estação de controle através de um rádio operando em  $2,4 \text{ GHz}$  (IEEE 802.11b) e o sistema é automaticamente rearmado para um novo registro.

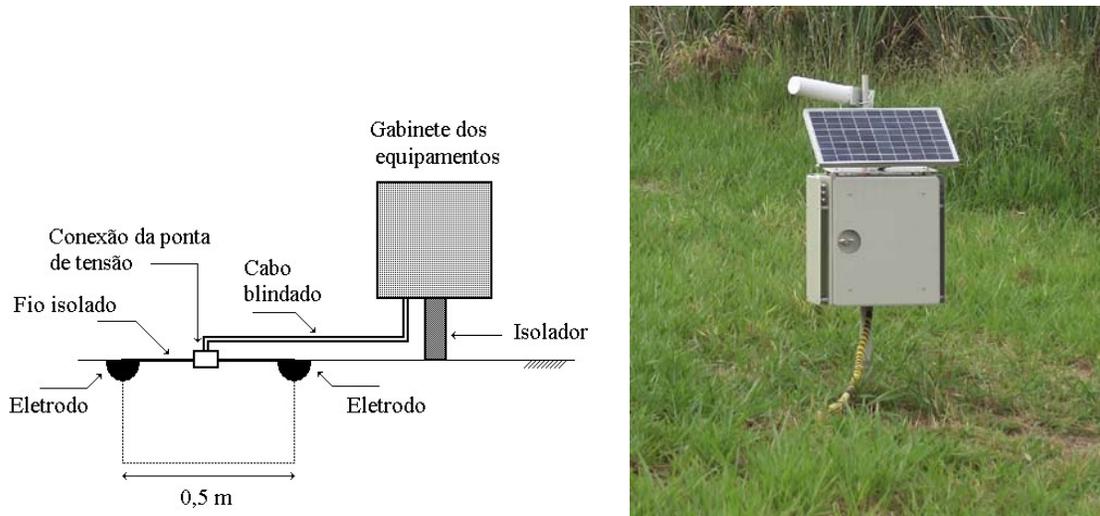


Fig. 8.6 - Estação de campo elétrico: diagrama esquemático e foto real.

A Estação Auxiliar foi equipada com uma antena para medição de campo magnético, a qual foi instalada no topo de um prédio de alvenaria (cerca de  $4 \text{ m}$  de altura) e conectada a um osciloscópio (Le Croy LT 344). As medições de campo magnético permitem não apenas estimar a velocidade da descarga de retorno, como também fornecem uma outra medição da onda de corrente da descarga. Esta função é particularmente importante pois, como o osciloscópio Le Croy LT 344 é dotado de memória segmentada, torna-se possível medir todas as descargas de retorno. Cabe observar que a instalação do osciloscópio LT 344 na Plataforma de Foguetes se mostrou inviável devido ao grande consumo de energia do mesmo.

A antena é mostrada na Fig. 8.7 e é constituída por uma espira fechada feita com tubo de cobre, a qual passa dentro de uma ponte de corrente (Pearson 110). A corrente induzida na espira é proporcional ao campo magnético incidente e o fator de proporcionalidade pode ser calculado a partir das características da espira. Após os instantes iniciais, a forma de onda do campo magnético medido aproxima-se bastante da forma de onda da corrente da descarga (ver Fig. 4.8), de forma que a medição de campo magnético permite estimar também a corrente das demais descargas subsequentes que não são registradas pelo osciloscópio da Plataforma de Foguetes.

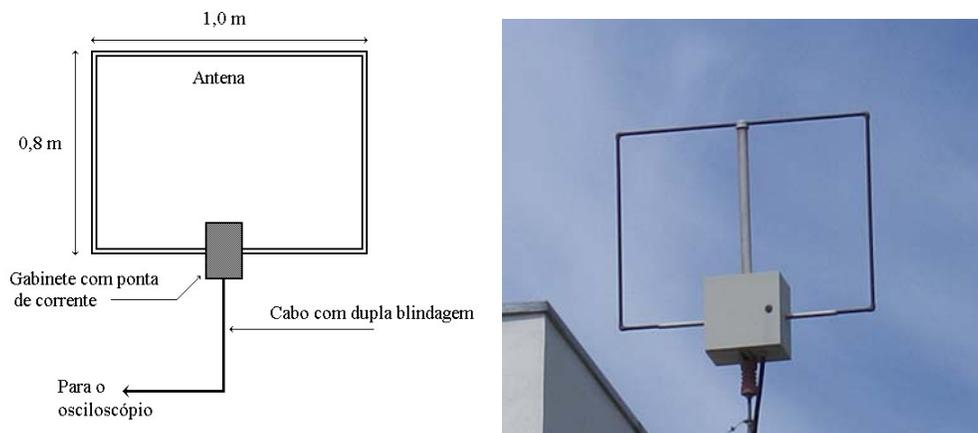


Fig. 8.7 - Antena para medição de campo magnético na estação auxiliar.

### 8.3 Resultados obtidos

As medições de campo elétrico tiveram início na Campanha de 2005 (Jan. a Fev. de 2005), quando dois registros foram obtidos. O experimento continuou na Campanha de 2006 (Jan. a Fev. de 2006), utilizando um sistema de medição aprimorado, descrito na Seção 8.2. As principais modificações introduzidas no sistema de medição foram a melhoria do cabo de conexão até os eletrodos (melhor blindagem e menor capacitância), substituição do gabinete da estação (melhor blindagem, proteção contra incidência de luz do sol direta e contra condensação de umidade) e substituição do sistema de comunicação de fibra óptica para rádio. No entanto, devido às condições climáticas desfavoráveis, apenas um registro foi obtido na Campanha de 2006. Neste trabalho será apresentada a descarga registrada em 2006 porque, embora os registros da Campanha de 2005 apresentem formas de onda similares, elas são muito ruidosas para permitir uma análise quantitativa. Por conveniência, as ondas registradas serão mostradas como excursões positivas. A Fig.8.8 mostra a Plataforma de Foguetes vista da Estação de Controle, antes e durante a captura de uma descarga atmosférica induzida por foguetes. Nesta figura pode-se observar que o canal da descarga é retilíneo, pois o mesmo acompanha o trajeto original do fio. Esta característica também é interessante para efeito de modelamento, pois um canal da descarga retilíneo é geralmente considerado nos modelos teóricos.

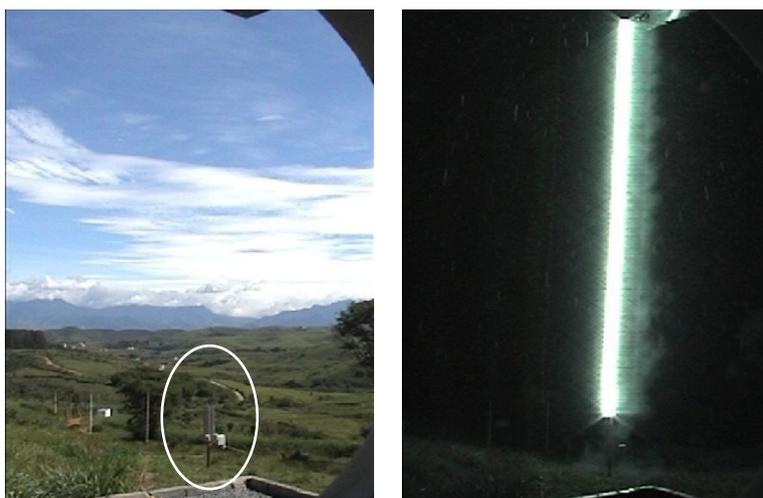


Fig. 8.8 - Plataforma de Foguetes vista da Estação de Controle antes e durante uma descarga.

A Fig. 8.9 mostra a forma de onda de corrente registrada na Plataforma de Foguetes. Seu valor de pico é 13 kA, com um tempo de cauda de 25  $\mu$ s. A Fig. 8.10 mostra um zoom nos primeiros 4  $\mu$ s, revelando um tempo de frente bem curto (0,12  $\mu$ s). Tempos de frente curtos são uma característica de descargas de retorno induzidas por foguetes, as quais são similares a descargas subsequentes de descargas atmosféricas naturais. Deve ser observado que esta corrente flui da terra para a nuvem, sendo mostrada como uma onda positiva por conveniência. O registro de campo elétrico correspondente à descarga mostrada na Fig. 8.9 é mostrado na Fig. 8.11. Este campo aponta para a Plataforma de Foguetes e também é mostrado como uma onda positiva por conveniência. A onda medida apresenta uma frente íngreme, seguida por uma cauda com decaimento suave. O valor de pico é 977 V/m e o tempo de frente é 0,06  $\mu$ s.

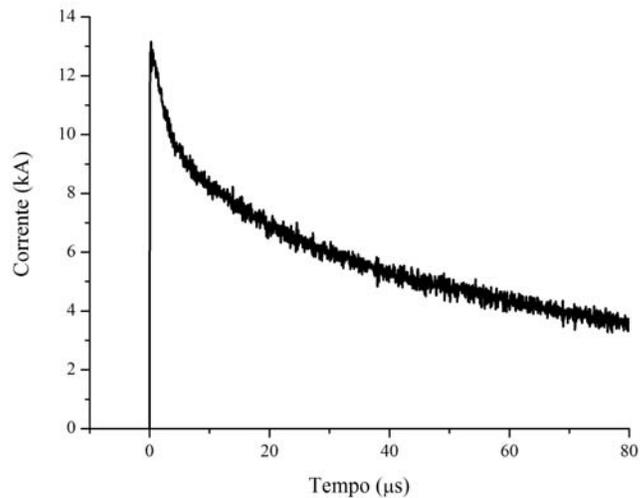


Fig. 8.9 - Corrente da descarga de retorno (escala de tempo de 80  $\mu$ s).

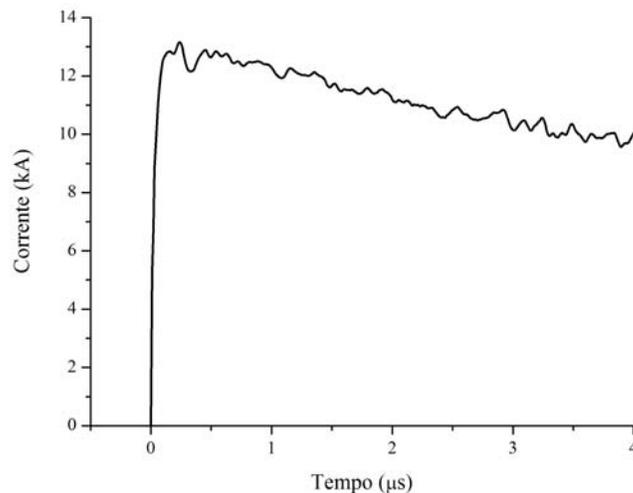


Fig. 8.10 - Corrente da descarga de retorno (escala de tempo de 4  $\mu$ s).

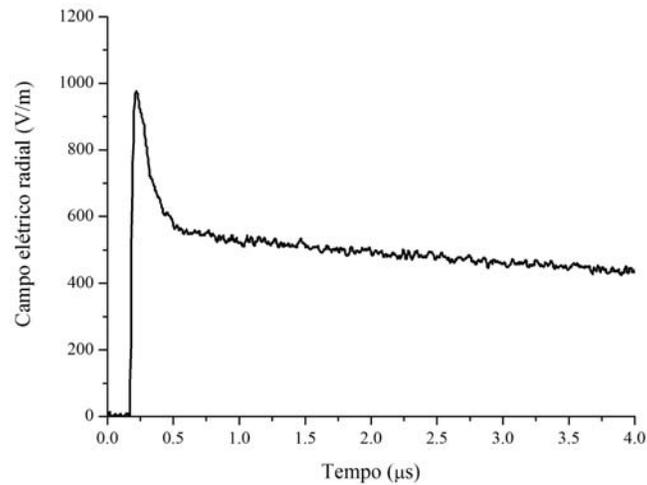


Fig. 8.11 - Campo elétrico radial.

A velocidade da descarga de retorno na parte inferior do canal da descarga foi obtida a partir da medição de campo magnético realizada na Estação Auxiliar. O valor obtido foi de  $130 \text{ m}/\mu\text{s}$ , o qual é compatível com os valores medianos disponíveis na literatura [RAKOV, 2007]. Esta estimativa foi realizada comparando a onda de campo magnético medida com um conjunto de ondas teóricas calculadas a partir de (4.37) considerando uma corrente trapezoidal (visando reproduzir a onda da Fig. 8.10), os dados do campo de testes e diferentes valores de velocidade da descarga de retorno. Como a Estação Auxiliar fica relativamente próxima da descarga atmosférica, a velocidade estimada pode ser considerada como representativa da porção inferior do canal da descarga (cerca de 100 m). A Fig. 8.12 mostra as diversas ondas calculadas a partir de (4.38) e a onda medida, onde se pode verificar que a velocidade da descarga de retorno se situa em torno de  $130 \text{ m}/\mu\text{s}$ .

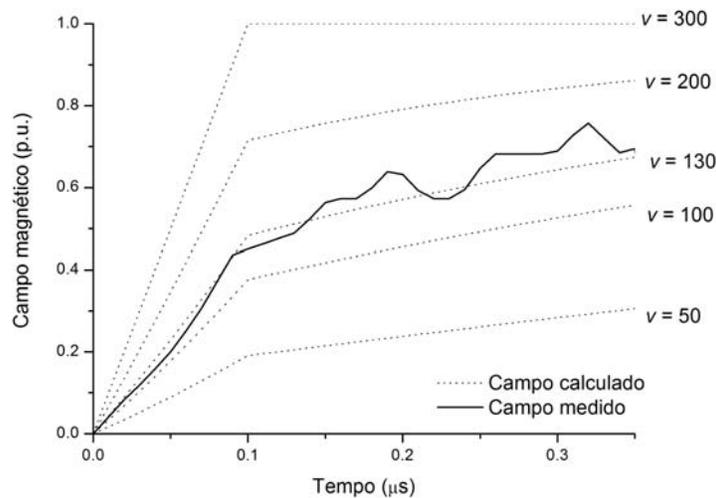


Fig. 8.12 - Estimativa da velocidade da descarga de retorno a partir da medição de campo magnético ( $v$  em  $\text{m}/\mu\text{s}$ ).

A resistividade do solo foi medida utilizando o Método de Wenner (SUNDE, 1968, pp. 44-46), onde os dois eletrodos utilizados para a medição do campo elétrico foram utilizados como os eletrodos internos e dois outros pequenos eletrodos auxiliares foram instalados em linha com os primeiros. As medições de resistividade do solo foram realizadas regularmente durante o período de teste utilizando um medidor de resistência de aterramento (Gossen, Geohm 2) e os resultados foram estáveis. A leitura realizada no dia da medição tratada nesta seção foi  $400 \Omega \text{ m}$ . Como o foguete foi disparado imediatamente após a chegada da chuva, é de se esperar que a resistividade do solo não tenha variado do valor medido.

Após o final da campanha de medições, uma amostra de terra foi retirada da região entre os eletrodos, visando determinar o seu valor de permissividade elétrica. Esta amostra foi secada, moída e colocada entre duas placas metálicas. A amostra foi então umedecida com água destilada, visando a sua compactação, e deixada a secar naturalmente. A permissividade do solo foi calculada a partir dos valores de capacitância medidos com uma Ponte RLC (HP 4284A) na faixa de frequências de 80 kHz a 1 MHz e os resultados foram razoavelmente estáveis. A permissividade relativa obtida para a terra seca foi 8,5 (em 1 MHz). A amostra foi novamente umedecida com água destilada até que sua resistividade estivesse próxima do valor medido em campo ( $400 \Omega \text{ m}$ ) e os valores obtidos para a permissividade relativa nestas condições variou monotonicamente de 16 para 80 kHz até 14 para 1 MHz, de forma que o valor  $\epsilon_R = 15$  foi considerado como representativo para o solo do campo de testes.

Cabe observar que a medição da permissividade do solo se mostrou bem mais complexa do que aparentava inicialmente. As primeiras medições com terra úmida se mostraram inconsistentes, aparentemente devido à formação de uma interface capacitiva entre a terra e a placa metálica, a qual pode ser explicada pela dissolução dos sais contidos na terra. Esta interferência mostrou-se pouco sensível ao metal utilizado nas placas (cobre, alumínio ou aço galvanizado) e só foi contornada ao se aplicar uma fina película de material plástico sobre a superfície do metal. Naturalmente, esta película teve de ser caracterizada eletricamente e considerada no cálculo da permissividade do solo. O isolamento das placas determinou também a necessidade de utilizar eletrodos auxiliares para a medição da resistividade do solo, visando reproduzir as condições de campo. Uma análise mais detalhada das técnicas de medição das propriedades elétricas de solos pode ser encontrada no artigo publicado por PORTELA et al. (2006).

#### **8.4 Análise dos resultados**

O conjunto de resultados apresentados na Seção 8.3 permite o cálculo do campo elétrico radial na superfície da terra e sua comparação com a onda medida. A primeira tentativa de modelamento realizada considerou apenas a componente induzida do campo elétrico radial, mas logo verificou-se que esta componente não poderia reproduzir a cauda da onda medida. De fato, a componente induzida tende assintoticamente para zero, enquanto a onda de campo elétrico na superfície no solo deveria acompanhar a queda lenta da onda de corrente (ver Fig. 7.3). Isto pode ser ilustrado na Fig. 8.13, onde o campo medido é mostrado junto com o campo calculado, este último utilizando apenas a componente induzida do campo elétrico radial. Para este cálculo, a corrente medida foi considerada como arquivo de entrada para a convolução numérica.

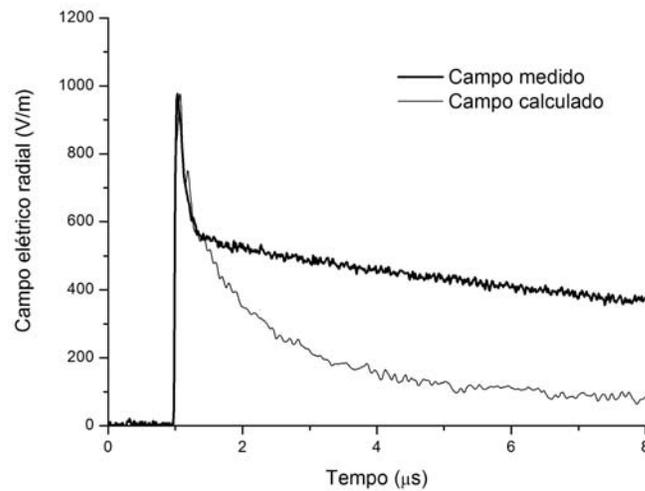


Fig. 8.13 - Campo elétrico radial medido e calculado utilizando apenas a componente induzida.

Visando melhor representar o fenômeno físico envolvido, foi postulada a existência de uma componente conduzida do campo elétrico radial ao nível do solo, a qual foi modelada através da formulação descrita na Seção 6.2. As componentes induzida e conduzida foram superpostas, visando compor o campo elétrico resultante, e os resultados foram publicados por BARBOSA E PAULINO (2008). O campo elétrico calculado utilizando a corrente medida como arquivo de entrada é mostrado na Fig. 8.14, onde pode-se observar uma correlação muito boa com a onda de campo medido até cerca de 2 μs, região dominada pela componente induzida. Para valores maiores de tempo, observa-se ainda uma diferença entre estas ondas, onde o campo elétrico calculado cai mais rapidamente que o campo medido (ver Fig. 8.15). No entanto, esta diferença é muito menor do que a observada quando se considera apenas a componente induzida (ver Fig. 8.13). Os cálculos foram refeitos utilizando a formulação mais rigorosa da Seção 6.1 e os resultados apresentaram o mesmo comportamento.

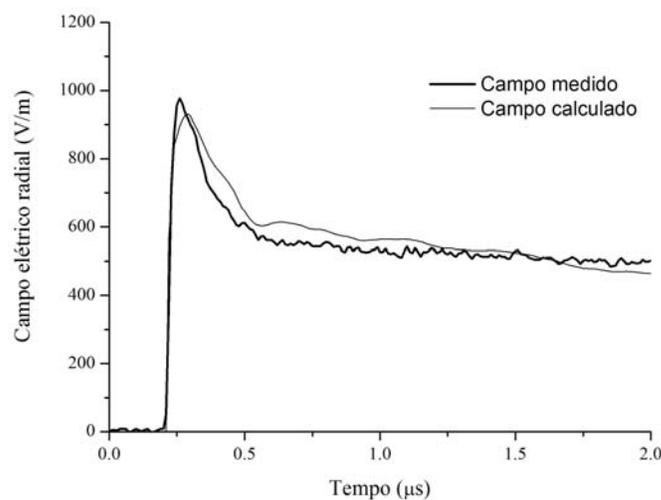


Fig. 8.14 - Campo elétrico radial medido e calculado - escala de tempo de 2 μs.

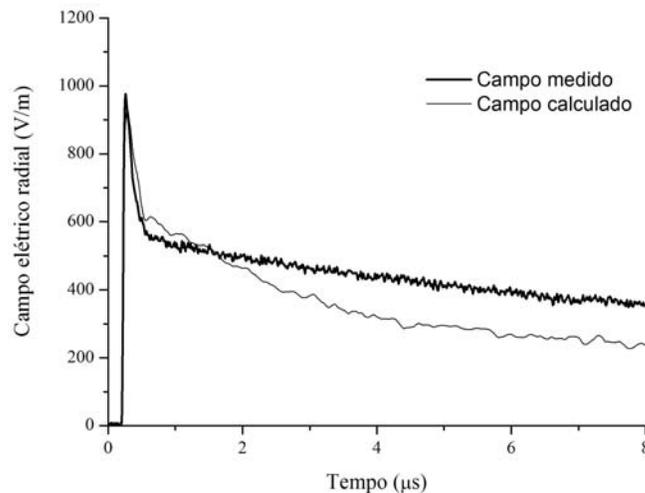


Fig. 8.15 - Campo elétrico radial medido e calculado - escala de tempo de 8  $\mu$ s.

A diferença entre as curvas da Fig. 8.15 se manifesta na região onde prepondera a componente conduzida do campo elétrico radial. Isto significa que a diferença entre as curvas provavelmente se deve a heterogeneidades do campo de testes, que fazem com que a distribuição de corrente no solo se afaste da distribuição homogênea considerada no modelo teórico. De fato, no campo de testes existem diversos aspectos não considerados no modelo:

- A resistividade do solo foi suposta como homogênea, mas na realidade ela varia com a posição na superfície da terra e com a profundidade. Medições realizadas mostram que a resistividade das camadas mais profundas do solo é mais elevada do que a resistividade da camada superficial, o que justifica uma elevação da cauda da onda.
- O relevo do local de medição não é plano, sendo que a região próxima da Plataforma de Foguetes e oposta à Estação de Campo Elétrico (ver Fig. 8.1) apresenta um declive muito acentuado. Isto implica que a área efetiva de distribuição de corrente no solo é um pouco menor do que a área do hemisfério considerado no modelo teórico.
- Na região dos experimentos existem linhas com conexões à terra, as quais também podem influenciar a distribuição de corrente no solo.
- Conforme discutido na Seção 7.4.1, a ionização do solo nas imediações do ponto de incidência da descarga ocorre principalmente na superfície, o que tende a aumentar a densidade de corrente na superfície do solo.

Em síntese, considerando as dificuldades envolvidas em modelar as condições do Campo de Testes de Cachoeira Paulista, conclui-se que os resultados experimentais obtidos estão em razoável concordância com o modelo teórico, principalmente no que diz respeito aos instantes iniciais, incluindo o valor de pico do campo elétrico radial, conforme mostrado na Figura 8.14. De qualquer modo, ressalta-se que um maior número de medições é necessário para se poder fazer uma validação experimental completa dos modelos teóricos para o campo elétrico radial. Novas medições foram tentadas na Campanha de 2007 (Jan. a Fev. de 2007) mas, devido às condições climáticas adversas, não foi possível obter outros resultados experimentais.

## 8.5 Contextualização do capítulo

Os experimentos realizados no campo de testes de Cachoeira Paulista representam uma contribuição significativa deste trabalho, por fornecerem resultados inéditos na literatura técnica. As dificuldades técnicas e operacionais envolvidas nos experimentos impediram a obtenção de um maior número de registros, o que seria necessário para a plena validação dos modelos teóricos. Dentre estas dificuldades, a principal foi a baixa ocorrência de tempestades nas últimas campanhas de medição, chegando a não ter nenhuma tempestade na última campanha, realizada em Jan. / Fev. de 2007. De qualquer modo, os resultados obtidos estão consistentes com os modelos teóricos desenvolvidos.

Na implementação e operação dos experimentos houve a necessidade de se dominar uma série de tecnologias, sem as quais as medições não teriam sido realizadas. Os instrumentos de medição utilizados (osciloscópios, pontas de prova, atenuadores, etc) tiveram que ser analisados em detalhe, visando aproveitar todas as suas características. Além disso, o controle remoto dos equipamentos envolveu o desenvolvimento de programas de computador específicos e a adaptação de sistemas de comunicação por fibra óptica e sem fio (WiFi). O desenvolvimento de armários para abrigar os equipamentos também foi um trabalho importante, tendo que aliar uma excelente blindagem contra campos externos, boa imunidade ao calor e prevenção de condensação de umidade. Técnicas de medição tiveram que ser desenvolvidas, muitas vezes utilizando o material disponível no momento. Por exemplo, a técnica utilizada para estimar a velocidade da descarga de retorno, ilustrada na Fig. 8.12, foi desenvolvida durante uma campanha de medições. Salvo melhor entendimento, trata-se de técnica inédita e que apresenta algumas vantagens em relação à técnica tradicional baseada em sensores eletro-ópticos (RAKOV, 2007).

Cabe observar que a técnica de disparo de foguetes utilizada pelos experimentos aqui descritos também incorpora aprimoramentos em relação à técnica original. Por exemplo, o acionamento dos foguetes foi feito através de sinais conduzidos por fibras ópticas, enquanto no sistema francês o acionamento era feito por meio de válvulas acionadas a ar comprimido. Há também que se ressaltar as dificuldades envolvidas neste tipo de experimento, que requer manter uma equipe de plantão em uma localidade remota, na espera de curtos períodos de tempo propícios para capturar uma descarga atmosférica. Nestas raras oportunidades, todo instrumental tem de funcionar a contento, pois durante uma tempestade não há condições para se checar os equipamentos e tentar novamente, prática comum quando se trabalha em um laboratório tradicional.

Finalmente, observa-se que a nítida presença de uma componente conduzida no oscilograma obtido para o campo elétrico chamou a atenção para a mesma. De fato, na literatura técnica quase não há referência a esta componente, com exceção de um desenvolvimento feito por SUNDE (1968). O modelo de SUNDE foi adaptado para tentar reproduzir a medição de campo elétrico e os resultados foram publicados por BARBOSA E PAULINO (2008). Após este trabalho ter sido aceito para publicação, COORAY (2008) publica resultados de cálculo do campo elétrico radial na superfície do solo e próximo da descarga (50 m), utilizando as Integrais de Sommerfeld. Estes resultados mostram um comportamento semelhante ao observado por BARBOSA E PAULINO (2008), i.e., a parte inicial da onda concorda com a onda prevista pela Fórmula Cooray-Rubinstein, mas a cauda da onda segundo as Integrais de Sommerfeld é bem mais longa. COORAY (2008) conclui que a Fórmula Cooray-Rubinstein não pode ser utilizada para calcular o campo elétrico radial ao nível do solo nas proximidades da descarga. Para tal, ele propõe um termo de correção semi-empírico para ser adicionado à Fórmula Cooray-Rubinstein, visando sua utilização nas proximidades da descarga. Embora seja no domínio da frequência, este termo de correção desempenha um papel semelhante ao da componente conduzida identificada e modelada por BARBOSA E PAULINO (2008).

## 9 Conclusões

A revisão da literatura técnica mostrou que o cálculo dos campos eletromagnéticos produzidos por descargas atmosféricas, considerando a condutividade finita do solo, tem sido feito através de métodos numéricos, seja através das Integrais de Sommerfeld (e.g., ZEDDAM E DEGAUQUE, 1988; COORAY, 2008), da Fórmula Cooray-Rubinstein (e.g., RUBINSTEIN, 1996; RACHIDI et al., 1996; NUCCI, 2007) ou do método Diferença Finita no Domínio do Tempo - FDTD (e.g., BABA E RAKOV, 2008; MIMOUNI et al., 2007). Este trabalho retoma a abordagem analítica no domínio do tempo desenvolvida por RUSCK (1957) para solos perfeitamente condutores e, utilizando as Equações de Maxwell, a expande para solos de condutividade finita. Esta expansão foi possível graças à solução de equações contendo derivadas parciais utilizando a técnica das aproximações assintóticas. Esta técnica foi utilizada pela primeira vez por HEAVISIDE (*apud* Carson, 1953), embora a sua formalização teórica tenha sido realizada por CARSON (1953). Neste trabalho ela é aplicada de forma bastante intuitiva, na linha do desenvolvimento original de HEAVISIDE. Cabe observar que as aproximações assintóticas são também utilizadas por outros autores, como SOMMERFELD (1949) e SUNDE (1968).

Uma das vantagens da formulação analítica desenvolvida neste trabalho é a simplificação do cálculo dos campos eletromagnéticos. Os gráficos apresentados, em sua maioria, foram calculados a partir de planilhas eletrônicas (e.g., Excell<sup>TM</sup>) e apenas o cálculo para estímulos arbitrários requereu o uso de um programa de computador simples (em QBasic<sup>TM</sup>) para o cálculo da convolução numérica. Em contraste, o mesmo cálculo realizado diretamente através das Integrais de Sommerfeld (e.g., COORAY, 2008) requer o cálculo do integrando cerca de 60 mil vezes para uma única frequência. Para cobrir o espectro de frequências da descarga atmosférica, este cálculo deve ser repetido cerca de 30 mil vezes (para um período de 10  $\mu$ s), resultando no cálculo do integrando cerca de 2 bilhões de vezes. Cabe observar que o integrando contém Funções de Bessel e funções elementares com pontos de singularidade, o que resulta em um programa de computador complexo e um processamento numérico significativo. Este exemplo (cálculo direto das Integrais de Sommerfeld) é extremo, mas mesmo o cálculo a partir de formulações mais simples, como a Fórmula Cooray-Rubinstein, não deixa de requerer a sua repetição em dezenas de milhares de vezes para fazer a transformada de domínio (FFT). O volume de processamento requerido para quantificar os campos eletromagnéticos se torna relevante principalmente no cálculo de tensões induzidas em linhas, pois os campos elétricos têm de ser calculados em inúmeros de pontos ao longo da linha.

Uma outra vantagem da formulação analítica é a possibilidade de se realizar estudos de sensibilidade dos campos frente à variação de algum parâmetro. Por exemplo, uma observação atenta de (5.26) mostra que, excetuando-se os instantes iniciais (dominados pela permissividade do solo), o campo elétrico radial induzido na superfície do solo é diretamente proporcional à raiz quadrada da resistividade do solo. Para se chegar à mesma conclusão através de técnicas numéricas, há que se repetir o cálculo do campo diversas vezes e inferir empiricamente esta dependência. Outro exemplo é a determinação de máximos e mínimos, que pode ser feita analiticamente através da análise das derivadas em relação ao parâmetro de interesse. Por último, mas não menos importante, há também o aspecto estético (ou metafísico, no dizer de SOMMERFELD (1949, pp.1)) associado à representação analítica de um fenômeno da natureza.

Embora o escopo deste trabalho tenha sido razoavelmente abrangente, existem aspectos que demandam estudos específicos, os quais podem ser entendidos como uma continuidade natural do trabalho. Um destes aspectos é o cálculo do campo elétrico radial induzido abaixo da superfície do solo, que pode ser realizado a partir do desenvolvimento realizado na Seção 5.1 até (5.12), continuando sem fazer  $z = 0$ . Para tal, pode-se utilizar o interessante método descrito por CARSON (1953) para solução de Transformadas de Laplace.

Outro aspecto que pode ser desenvolvido é o modelamento dos efeitos de propagação sobre os campos eletromagnéticos, i.e., a atenuação e a distorção da onda de campo devido à sua propagação sobre um solo de condutividade finita. Estes efeitos já foram estudados por outros autores, utilizando técnicas numéricas como as Integrais de Sommerfeld (e.g., COORAY, 2008) e FDTD (e.g., BABA E RAKOV, 2008). No entanto, existem publicações na literatura técnica que modelam os efeitos de propagação analiticamente e no domínio do tempo (e.g., COORAY E LUNDQUIST, 1983; WAIT, 1956), as quais podem ser adaptadas de forma a expandirem os limites de validade das expressões obtidas para solo perfeitamente condutor (e.g., (4.21), (4.27) e (4.34)). Cabe observar que, como as expressões para o campo elétrico radial na superfície do solo (e.g., (5.26) e (7.7)) têm como estímulo o campo magnético azimutal, as mesmas não são afetadas pelos efeitos de propagação, desde que o campo magnético utilizado como estímulo considere tais efeitos. Conforme descrito por BABA E RAKOV (2008), os efeitos de propagação se tornam mais pronunciados para grandes distâncias da descarga (e.g.,  $r_0 > 10.000$  m), o que faz com que estes efeitos sejam relevantes para os sistemas de localização de descargas atmosféricas (e.g., Rede Rindat<sup>TM</sup>).

Finalmente, uma outra continuidade natural consiste no cálculo de tensões induzidas em linhas a partir das equações desenvolvidas neste trabalho. Esta atividade está sendo realizada e os primeiros resultados já foram encaminhados para publicação (e.g., PAULINO et al., 2009), onde os campos calculados analiticamente são acoplados com a linha através do método proposto por AGRAWAL (1980). Os resultados obtidos para as tensões induzidas apresentam boa concordância com publicações disponíveis na literatura técnica e também com resultados experimentais obtidos no campo de testes com descargas atmosféricas induzidas por foguetes de Cachoeira Paulista - SP.

## 10 Referências

- ANDERSON, R. B. e ERIKSSON, A. J., 1980. "Les parametres de la foudre en vue des applications industrielles", *CIGRÉ Elektra*, no. 69, pp.65-102.
- ANDERSON, R. B., 1971. "The lightning discharge - Part I", CSIR Special Report, *CIGRÉ Elektra*, no. 12.
- AGRAWAL, A. K., PRICE, H. J. e GURBAXAMI, S. H., 1980. "Transient response of a multiconductor transmission line excited by a nonuniform electromagnetic field," *IEEE Trans. on EMC*, no. 2, pp.119-129.
- BABA Y. e RAKOV, V.A., 2006. "Voltages induced on an overhead wire by lightning strikes to a nearby tall grounded object", *IEEE Trans. on EMC*, vol. 48, no. 1, pp.212-224.
- BABA, Y. e RAKOV, V. A., 2008. "Evaluation of lightning return stroke electromagnetic models," *29th Int. Conf. Lightning Protection*, Uppsala, Sweden, pp.1a-1-1-8.
- BARBOSA, C. F., NALLIN, F. E., ROSSI, J. A., RIBEIRO, J., PERSON, S. e ZEDDAM, A., 2005. "Lightning induced surges on aerial telecommunication lines with special reference to the effect of earth resistivity," *Proc. VIII Int. Symp. Lightning Protection*, São Paulo, Brazil, pp.71-75.
- BARBOSA, C. F. e PAULINO, J. O. S., 2007. "An approximate time domain formula for the calculation of the horizontal electric field from lightning," *IEEE Trans. EMC*, vol. 49, no. 3, pp. 593-601.
- BARBOSA, C. F., NALLIN, F. E., PERSON, S. e ZEDDAM, A., 2007. "Current distribution in a telecommunication tower struck by rocket-triggered lightning", *Proc. of the IX Int. Symp. on Lightning Protection*, pp.523-527, Foz do Iguaçu, Brazil.
- BARBOSA, C. F., PAULINO, J. O. S., G. C. MIRANDA, W. C. BOAVENTURA, F. E. NALLIN, S. PERSON e A. ZEDDAM, 2008. "Measured and modeled horizontal electric field from rocket-triggered lightning", *IEEE Trans. EMC*, vol. 50, no. 4, pp. 913-920.
- BARBOSA, C., NALLIN, F. E., CARDINALI, V., CARNETTA, N., RIBEIRO, J., PERSON, S. e ZEDDAM, A., 2005. "Current distribution on power conductors of an installation struck by rocket-triggered lightning," *Proc. VIII Int. Symp. on Lightning Protection*, pp. 82-86.
- BERGER, K., 1978. "Lightning current parameters of upward strokes measured at Monte San Salvatore, Lugano", *CE Trans. 7358, Bull. SEV/VSE* 69, pp.353-359.
- BEWLEY, L. W., 1929. "Traveling waves due to lightning", *AIEE Trans.*, no. 48, pp. 1050-1064.
- BOYLE, J. S. e ORVILLE, R. E., 1976. "Return stroke velocity measurements in multistroke lightning flashes," *J. Geophy. Res.*, vol. 81, pp.4461-4466.
- CALIGARIS, C., DELFINO, F. e PROCOPIO, R., 2008. "Cooray-Rubinstein formula for the evaluation of lightning radial electric fields: derivation and implementation in the time domain," *IEEE Trans. EMC*, vol.50, no.1, pp.194-197.
- CARSON, J. R., 1953. "Electric circuit theory and the operational calculus - Chapter V: The theory of asymptotic solution of operational equations", pp. 62-84, *Chelsea Publishing Comp.*, New York.
- COORAY, V. e LUNDQUIST, S., 1983. "Effects of propagation on the rise times and the initial peaks of radiation fields from return strokes", *Radio Science*, Vol. 18, n. 3, pp. 409-415.
- COORAY, V., 1992. "Horizontal fields generated by return strokes", *Radio Science*, vol. 27, pp. 529-537.

- COORAY, V., 2002. "Some considerations on the Cooray-Rubinstein formulation used in deriving the horizontal electric field of lightning return strokes over finitely conducting ground", *IEEE Trans. on EMC*, vol.44, no. 4, pp.560-566.
- COORAY, V., 2008. "Horizontal electric field at ground level in the vicinity of lightning return stroke channels evaluated using Sommerfeld's integrals", *Proc. of the 29th Int. Conf. on Lightning Protection*, Uppsala, Sweden, pp.3a-1-1-9.
- COORAY, V., RAKOV, V. A., RACHID, F., MONTANO, R. e NUCCI, C. A., 2008. "On the relationship between the signature of close electric field and the equivalent corona current in lightning return stroke models", *IEEE Trans. EMC*, vol. 50, Issue 4, pp.921-927.
- DEGAUQUE, P. e HAMELIN, J., 1990. "Compatibilité Électromagnétique - Sec. 2.1. Phénomènes orageux", pp.35-61, *Bordas et CNET-ENST*, Paris.
- DEPASSE, P., 1994. "Statistics on artificially triggered lightning," *J. Geophys. Res.*, vol. 99, no. 18, pp. 515-522.
- FIEUX, R. P., GARY, C. H., HUTZLER, B. P., EYBERT-BERARD, A. R., HUBERT, P. L., MEESTERS, A. C., PERROUD, P. H., HAMELIN, J. H. e PERSON, J. M., 1978. "Research on artificially triggered lightning in France", *IEEE Trans. on PAS*, vol. 97, pp. 725-733.
- FISCHER, R. J., SCHNETZER, G. H., THOTTAPPILLIL, R., RAKOV, V. A., UMAN, M. A. e GOLDBERG, J. D., 1993. "Parameters of triggered-lightning flashes in Florida and Alabama," *J. Geophys. Res.*, vol. 98, no. 22, pp. 887-902.
- FUCHS, F., LANDERS, E. U., SCHIMD, R. e WIESINGER, J., 1998. "Lightning current and magnetic field parameters caused by lightning strikes to tall structures relating to interference of electronic systems", *IEEE Trans. EMC*, vol.40, pp. 444-451.
- GOLDE, R. H., 1954. "Indirect lightning surges on overhead distribution lines", *The Electrical Research Association, S/T 75*, Leatherhead.
- GORIN, B. N., SHKILEV, A. V., 1984. "Measurements of lightning currents at the Oskantino tower," *Elektrich.*, no. 8, pp. 64-65.
- GREENWOOD, A., 1971. "Electrical transients in power systems - Section 2.6: Duhamel's Integral - Response of a circuit to an arbitrary stimulus", *John Wiley & Sons* - pp.27-31.
- GUERRIERI, S., IANOZ, M., MAZZETI, C., NUCCI, C. A. e RACHIDI, F., 1996. "Lightning induced voltages on an overhead line above a lossy ground: a sensitivity analysis", *Proc. 23rd Int. Conf. Lightning Protection*, Firenze, pp. 23-27.
- HEAVISIDE, O., "Electromagnetic Theory", vol. 2.
- HAGENGUTH, J. H. e ANDERSON, J. G., 1952. "Lightning to the Empire State Building - Part III," *AIEE Trans.*, pt. III, vol. 71, pp. 641-649.
- HALDER, M. K. e LIEW, A. C., 1987. "Validation of Rusck's scalar and vector potential expressions due to a return stroke in a lightning channel," *Proc. Inst. Elec. Eng.*, vol.134, no. 5, pp. 366-367.
- HALLÉN, E., 1962. "Electromagnetic theory," John Wiley & Sons, New York.
- HAMELIN, J. e LETEINTURIER, C., 1981. "Champ électromagnétique rayonné par des décharges orageuses: données expérimentales et modèles théoriques", *Journées Nationales sur la Compatibilité Electromagnétique*, Lille, France.
- HEIDLER, F., 1985a. "Analytische blitzstromfunktion zur LEMP-berechnung," *Proc. 18th Int. Conf. Lightning Protection*, Munich, Germany.

- HEIDLER, F., 1985b. "Traveling current source model for LEMP calculation," *Proc. 6th Int. Symp. on EMC*, Zurich, Switzerland, pp.157-162.
- HUBERT, P. e MOUGET, G., 1981. "Return stroke velocity measurement in two triggering lightning flashes," *J. Geophys. Res.*, no. 86, pp 5253-5261.
- IDONE, V. P. e ORVILLE, R. E., 1982. "Lightning return stroke velocities in the Thunderstorm Research International Program (TRIP)," *J. Geophys. Res.*, no. 87, pp. 4903-4915.
- IDONE, V. P., ORVILLE, R. E., BARRET, P. e EYBERT-BERARD, A., 1984. "Correlated observations of three triggered lightning flashes," *J. Geophys. Res.*, no. 89, pp 1385-1394.
- ISHII, M., MICHISHITA, K. e HONGO, Y., 1999. "Experimental study of lightning-induced voltage on an overhead wire over lossy ground," *IEEE Trans. EMC*, vol. 41, no. 1, pp. 39-45.
- KOGA, H. e MOTOMITSU, T., 1985. "Lightning-induced surges in paired telephone subscriber cable in Japan", *IEEE Trans. EMC*, vol.27, n.3.
- LETEINTURIER, C., WEIDMAN, C. e HAMELIN, J., 1990. "Current and electric field derivatives in triggered lightning return strokes," *J. Geophys. Res.*, vol. 95, no. D1, pp.811-828.
- LUNDHOLM, R., 1955. "Induced overvoltages on transmission lines and their bearing on the lightning performance of medium voltage networks," *Duplic Göteborg*.
- MACH, D. M. e RUST, W. D., 1989. "Photo-electric return stroke velocity and peak current estimates in natural and triggered lightning," *J. Geophys. Res.*, no. 94, pp. 13,237-47.
- MASTER, M. J. e UMAN, M. A., 1983. "Transient electric and magnetic fields associated with establishing a finite electrostatic dipole", *Am. J. Phys.* no.51, pp.118-126.
- MASTER, M. J. e UMAN, M. A., 1984. "Lightning induced voltages on power lines: Theory," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. PAS-103, pp. 2502-2518.
- MIMOUNI, A., RACHIDI, F. e AZZOUZ, Z., 2007. "Electromagnetic environment in the immediate vicinity of a lightning return stroke", *Journal of Lightning Research*, vol. 2, pp. 64-75.
- MIMOUNI, A., RACHIDI, F. e AZZOUZ, Z., 2008. "Electromagnetic fields in the immediate vicinity of a tower struck by lightning," *29th Int. Conf. Lightning Protection*, Uppsala, Sweden, pp.3b-2-1-8.
- MIMOUNI, A., 2008. "Electric fields from FDTD", correspondência pessoal.
- NEWMAN, M. M., 1967. "Triggered lightning strokes at very close range", *J. Geophys. Res.*, vol. 72, pp.4261-4764.
- NORTON, K. A., 1937. "Propagation of radio waves over the surface of the earth and in the upper atmosphere: Part II", *Proc. IRE*, vol.25, pp.1203-1236.
- NUCCI, C.A., MAZZETTI, C., RACHIDI, F. e IANOZ, M., 1988. "On lightning return stroke models for LEMP calculations", *Proc. 19th Int. Conf. on Lightning Protection*, Graz, Austria, pp.463-9.
- NUCCI, C. A., RACHIDI, F., IANOZ, M. V. e MAZZETTI, C., 1993. "Lightning-induced voltages on overhead lines", *IEEE Trans. EMC*, vol. 35, no. 1, pp. 75-86.
- NUCCI, C. A., 2007. "Lightning-induced voltages on distribution systems: influence of ground resistivity and system topology", *Journal of Lightning Research*, vol. 1, pp. 148-157.
- PAULINO, J. O. S., BARBOSA, C. F., LOPES, I. J. S., MIRANDA G. C., 2009. "Time Domain Analysis of Rocket-Triggered Lightning-Induced Surges on an Overhead Line", aceito para publicação no *IEEE Trans. EMC*, em Março de 2009.

- PIANTINI, A., JANISZEWSKI, J. M., 2003. "The extended Rusck model for calculating lightning induced voltages on overhead lines", *Proc. of the VIII Int. Symp. on Lightning Protection*, Curitiba, Brasil, pp. 151-155.
- POKHAREL, R. K., ISHII, M. e BABA, Y., 2003. "Numeric electromagnetic analysis of lightning-induced voltage over ground of finite conductivity," *IEEE Trans. EMC*, vol. 45, no. 4, pp. 651-656.
- PORTELA, C. M., GERTRUDES, J. B., TAVARES, M. C. e PISSOLATO, J., 2006. "Earth conductivity and permittivity data measurements: influence in transmission line transient performance," *Electric Power Systems Research*, vol. 76, Issue 11, pp. 907-915.
- RACHIDI, F., NUCCI, C. A., IANOZ, M. e MAZZETTI, C., 1996. "Influence of a lossy ground on lightning-induced voltages on overhead lines," *IEEE Trans. EMC*, vol. 38, no. 3, pp. 250-264.
- RAKOV, V. A. e DULZON, A. A., 1987. "Calculated electromagnetic fields of lightning return stroke", *Tekh. Elektrodinam.*, 1:87-7.
- RAKOV, V. A., 1999. "Rocket-triggered lightning experiments at Camp Blanding, Florida", *Proc. V Int. Symp. on Lightning Protection*, pp. 375-394, São Paulo, Brasil.
- RAKOV, V., 2001. "Transient response of a tall object to lightning", *IEEE Trans. EMC*, vol.43, no.4, pp.654-661.
- RAKOV, V. A., 2003. "Engineering models of the lightning return stroke," *Proc. VII Int. Symp. on Lightning Protection*, pp.511-530, Curitiba, Brasil.
- RAKOV, V. A., 2007. "Lightning return stroke speed," *J. Lightning Res.* (www.jolr.org), vol. 1, pp. 80-89.
- RUBINSTEIN, M. e UMAN, M., 1989. "Methods for calculating the electromagnetic fields from a known source distribution: application to lightning", *IEEE Trans. on EMC*, vol. 31, no.2.
- RUBINSTEIN, M., TZENG, A. Y., UMAN, M. A., MEDELIUS, P. J. e THOMPSON, E. M., 1989. "An experimental test of a theory of lightning-induced voltages on an overhead wire," *IEEE Trans. EMC*, vol. 31, no. 4, pp. 376-383.
- RUBINSTEIN, M., 1996. "An approximate formula for the calculation of the horizontal electric field from lightning at close, intermediate and long range", *IEEE Trans. on EMC*, vol.38, no. 3.
- RUSCK, S., 1957. "Induced lightning overvoltages on power transmission lines with special reference to the overvoltage protection of low voltage networks", Ph.D. dissertation, *Royal Institute of Technology*, Stockholm.
- RUSCK, S., 1958. "Induced lightning over-voltages on power transmission lines with special reference to the overvoltage protection of low-voltage networks", *Trans. Royal Inst. of Tech.*, no. 120, pp.16.
- SHOORY, A., MOINI, R., SADEGHI, S. H. H. e RAKOV, V.A., 2005. "Analysis of lightning-radiated electromagnetic fields in the vicinity of lossy ground", *IEEE Trans. on EMC*, vol. 47, no. 1, pp. 131-145.
- SOMMERFELD, A., 1909. "Über die Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie", *Ann. d. Phys.*, vol. 28, no. 4.
- SOMMERFELD, A., 1949. "Partial differential equations in physics - Chapter VI: The vertical antenna over an arbitrary earth", *Columbia University Press*, New York, pp. 246-257.
- SOMMERFELD, A., 1952. "Electrodynamics", *Academic Press*, New York.

- SUNDE, E. D., 1968. "Earth Conduction Effects in Transmission Systems", *Dover Publications*, New York.
- THOMPSON, E. M., MEDELIUS, P. J., RUBINSTEIN, M., UMAN, M. A., JOHNSON, J. e STONE, J. W., 1988. "Horizontal electric fields from lightning return strokes," *J. Geophys. Res.*, vol. 93, pp. 2429-2441.
- UMAN, M.A. e MCLAIN, D.K., 1969. "Magnetic field of the lightning return stroke", *J. Geophys. Res.*, 74:6899-910.
- WAGNER, K. W., 1908. "Elektromagnetische ausgleichvorgänge in freileitungen und kabeln", Per. 5, Leipzig.
- WAGNER, C. F. e MCCANN, G. D., 1942. "Induced voltages on transmission lines", *AIEE Trans.*, no. 61, pp. 916-930.
- WAIT, J. R., 1956. "Transient fields of a vertical dipole over a homogeneous curved ground", *Can. J. Phys.*, vol. 34, pp. 27-35.
- WILLET, J. C., IDONE, V. P., ORVILLE, R. E., LETEITURIER, C., EYBERT-BERARD, A. e KRIDER, E. P., 1988. "An experimental test of the "transmission-line model" of electromagnetic radiation from triggered lightning return strokes," *J. Geophys. Res.*, no. 93, pp 3867-3878.
- WILLET, J. C., BAILEY, J. C., IDONE, V. P., EYBERT-BERARD, A. e BARRET, L., 1989. "Submicrosecond intercomparison of radiation fields and currents in triggered lightning return strokes based on the transmission-line model," *J. Geophys. Res.*, no. 94, pp. 13,275-86.
- ZEDDAM, A. e DEGAUQUE, P., 1990. "Current and voltage induced on a telecommunication cable by a lightning stroke", *Lightning Electromagnetic*, R. L. Gardner Ed., Hem. Public. Corp., pp.377-400.

## Anexo I Nomenclatura

$A$	potencial vetor;
$a$	constante da componente induzida do campo elétrico ( $a = \pi \sigma / 4 \varepsilon_0$ );
$b$	constante da componente conduzida do campo elétrico ( $b = (\rho / Z_E r_0)^2$ );
$c$	velocidade da luz no espaço livre ( $c = 3 \times 10^8$ m/s);
$E$	campo elétrico;
$E_A$	campo elétrico vertical gerado pelo potencial vetor;
$E_R$	campo elétrico radial;
$E_{RD}$	campo elétrico radial gerado por campo magnético na forma de degrau;
$E_{RR}$	campo elétrico radial gerado por campo magnético na forma de rampa;
$E_{RT}$	campo elétrico radial gerado por campo magnético na forma de trapézio;
$E_V$	campo elétrico vertical gerado pelo potencial escalar;
$E_Z$	campo elétrico vertical;
$E_{ZD}$	campo elétrico vertical gerado por corrente na forma de degrau;
$E_{ZR}$	campo elétrico vertical gerado por corrente na forma de rampa;
$E_{ZT}$	campo elétrico vertical gerado por corrente na forma de trapézio;
$H$	campo magnético;
$H_R$	campo magnético radial;
$H_Z$	campo magnético vertical;
$H_0$	valor de pico do campo magnético (formas de onda degrau e trapézio);
$H_\theta$	campo magnético azimutal;
$H_{\theta C}$	campo magnético azimutal complementar (para corrente na forma de trapézio);
$H_{\theta D}$	campo magnético azimutal gerado por corrente na forma de degrau;
$H_{\theta J}$	campo magnético azimutal gerado por corrente de deslocamento no ar;
$H_{\theta R}$	campo magnético azimutal gerado por corrente na forma de rampa;
$H_{\theta T}$	campo magnético azimutal gerado por corrente na forma de trapézio;
$i(z, t)$	corrente ao longo do canal da descarga;
$I_0$	valor de pico da corrente da descarga (formas de onda degrau e trapézio);
$J$	densidade de corrente no solo;
$J_R$	densidade de corrente radial;
$J_Z$	densidade de corrente vertical;
$J_\theta$	densidade de corrente azimutal;
$k_I$	constante de tempo de cauda de uma onda dupla-exponencial;

$k_2$	constante de tempo de frente de uma onda dupla-exponencial;
$L$	comprimento do canal da descarga;
$q(z, t)$	densidade linear de carga ao longo do canal da descarga;
$q_0$	densidade linear de carga uniforme do canal da descarga (modelo TL);
$r$	coordenada radial de posição (ver Fig. 3.1);
$r_0$	distância da descarga ao ponto de interesse (ver Fig. 3.1);
$s$	frequência (utilizada na transformada de Laplace);
$T$	tempo até o valor de pico da corrente da descarga (forma de onda trapezoidal);
$t$	tempo contado a partir do início da descarga de retorno;
$t_0$	tempo de trânsito do canal até o ponto de interesse ( $t_0 = r_0 / c$ );
$T_H$	constante utilizada para representar o campo magnético produzido por corrente trapezoidal;
$u(x)$	função de Heaviside, $u(x \geq 0) = 1$ e $u(x < 0) = 0$ ;
$V$	potencial escalar;
$v$	velocidade da descarga de retorno;
$v_R$	velocidade relativa da descarga de retorno ( $v_R = v / c$ );
$y$	constante de atenuação da corrente no modelo MTLE;
$z$	coordenada vertical de posição (ver Fig. 3.1);
$Z_E$	impedância do espaço livre ( $Z_E = 377 \Omega$ );
$z_0$	altura do ponto de interesse em relação ao solo (ver Fig. 3.1);
$z_l$	coordenada do ponto do canal cuja contribuição acabou de chegar ao ponto de interesse;
$\beta$	constante utilizada para representar o campo magnético produzido por corrente trapezoidal;
$\varepsilon$	permissividade elétrica do solo;
$\varepsilon_0$	permissividade elétrica do espaço livre ( $8,85 \times 10^{-12}$ F/m);
$\varepsilon_R$	permissividade relativa do solo ( $\varepsilon_R = \varepsilon / \varepsilon_0$ );
$\lambda$	quadrado do fator de contração de Lorentz ( $\lambda = (1 - v_R^2)$ );
$\mu$	permeabilidade magnética do solo;
$\mu_0$	permeabilidade magnética do espaço livre ( $\mu_0 = 4 \pi 10^{-7}$ H/m);
$\theta$	coordenada azimutal de posição (ver Fig. 3.1);
$\rho$	resistividade elétrica do solo ( $\rho = 1/\sigma$ );
$\sigma$	condutividade elétrica do solo ( $\sigma = 1/\rho$ );
$\tau$	tempo contado a partir da chegada da onda no ponto de interesse;

## Anexo II Resumo das equações para o cálculo dos campos eletromagnéticos

Este anexo faz um resumo das equações baseadas em estímulos na forma de degrau ( $I_0$  e  $H_0$ ), cuja extensão para um estímulo arbitrário pode ser feita através da técnica descrita na Seção 3.4. Cabe lembrar que:

- Embora (4.21), (4.27) e (4.34) tenham sido deduzidas para solo perfeitamente condutor, elas são aproximações razoáveis para solos de condutividade finita, desde que a distância até a descarga esteja limitada a  $20 \text{ m} < r_0 < 10.000 \text{ m}$ ;
- O campo elétrico radial, para solo de condutividade finita, é dado pela superposição de (4.27) e (7.7).

Campo elétrico vertical na superfície de solo perfeitamente condutor, para degrau de corrente:

$$E_{ZD} = \frac{Z_E I_0}{2\pi v_R} \left\{ \lambda \left[ (vt)^2 + \lambda r_0^2 \right]^{-\frac{1}{2}} - r_0^{-1} \right\}. \quad (4.21)$$

Campo elétrico radial no ar, para solo perfeitamente condutor e degrau de corrente:

$$E_{RD} = \frac{Z_E I_0 z_0}{2\pi v_R r_0^2} \left\{ 1 - \lambda \left[ \lambda + \left( \frac{vt}{r_0} \right)^2 \right]^{-\frac{3}{2}} \right\}. \quad (4.27)$$

Campo magnético azimutal na superfície de solo perfeitamente condutor, para degrau de corrente:

$$H_{\theta D} = \frac{I_0 vt}{2\pi r_0} \left[ (vt)^2 + \lambda r_0^2 \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (4.34)$$

Campo elétrico radial induzido na superfície do solo, para degrau de campo magnético:

$$E_{RD} = -Z_E H_0 \left[ \frac{\varepsilon_R + a\tau/2}{(\varepsilon_R + a\tau)^{\frac{3}{2}}} \right]. \quad (5.26)$$

Campo elétrico radial conduzido na superfície do solo, para degrau de corrente:

$$E_{RD} = -\frac{I_0 \rho vt}{2\pi r_0^2} \left[ (vt)^2 + \lambda r_0^2 \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (6.6)$$

Campo elétrico radial resultante na superfície do solo, para degrau de campo magnético:

$$E_{RD} = -Z_E H_0 \left\{ \frac{2\varepsilon_R + a\tau (1 + 3b\varepsilon_R + 2ab\tau)}{2(1 + ab\tau)^{\frac{1}{2}} (\varepsilon_R + a\tau)^{\frac{3}{2}}} \right\}. \quad (7.7)$$