

Universidade Federal de Minas Gerais
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Av. Antônio Carlos, 6627, 31270-901, Belo Horizonte, M.G. Brasil
Fone: +55 (31) 3409-5465 - Fax: +55 (31) 3409-5980



Estudo do Sincronismo de Múltiplos Osciladores Acoplados: Aplicação ao Paralelismo de UPS

Edgar Campos Furtado

Tese submetida à banca examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientadores: Dr. Leonardo A. B. Tôrres
Dr. Luis A. Aguirre

Belo Horizonte, abril de 2009

*À minha amada Iara, pelo amor, sensibilidade e apoio diário;
Aos meus pais, Altair e Irisnéia, pelo amor e confiança;
Aos meus irmãos, Alex e Mônica, pelo amor e amizade fraternal;*

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pelo dom da vida, por todos os dias derramar sua graça sobre nós e renovar sempre a esperança.

Agradeço à minha doce e amada Iara, pelo amor, atenção, compreensão e apoio incondicional em todos esses anos do doutorado, e por muitos outros que ainda virão.

Agradeço aos meus orientadores Leonardo Tôrres e Luis Aguirre pelo inefável apoio, compreensão e paciência durante o desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço aos meus pais e irmãos pelo amor, preocupação e confiança dedicados a mim. Por me ajudarem em todos os momentos, principalmente nos mais difíceis, e me ensinarem o verdadeiro sentido de uma família.

Agradeço aos colegas, professores e funcionários do CPDEE e do CPH pelos momentos os quais passamos juntos. Em especial os amigos do MACSIN: Dair, Mara, Julio, Giovani, Bruno Henrique e Bruno Otávio.

Agradeço àqueles que me mostraram o valor do tesouro precioso chamado amigo: Jean Venato, Edson Wander, Eduardo Bonato, Davi Lopes, Breno Leite, Diego.

Agradeço a CAPES pelo apoio financeiro, durante uma parte do doutorado.

Peço humildes desculpas àqueles que esqueci de mencionar e aos que decepcionei de alguma forma.

RESUMO

Neste trabalho desenvolveu-se técnicas de análise de estabilidade da condição de sincronismo entre sistemas ininterruptos de energia - UPS, interligados e isolados do barramento infinito. Considerou-se os sistemas UPS como osciladores não lineares para os quais se busca uma condição especial de sincronismo, qual seja a igual divisão de potência ativa fornecida à carga, além de se manter um comportamento periódico próximo ao senoidal. Buscou-se determinar a estabilidade desta condição de sincronismo, considerando diversos fatores, tais como variações paramétricas e número de osciladores interligados. Dentre as contribuições do trabalho para o problema em questão, destaca-se: (i) a proposição de uma nova implementação para a técnica de sincronismo baseada em variação de amplitude e frequência de cada UPS a partir de estimativas da potência ativa fornecida pela mesma, sem necessidade de estimação explícita da potência reativa; e (ii) o uso da Teoria de Floquet para determinação da estabilidade de soluções periódicas do sistema composto por múltiplos osciladores acoplados, o que possibilitou investigar limites superiores para o número de UPS que podem ser acopladas usando a técnica de sincronismo baseada em estimação de potências ativa e reativa.

ABSTRACT

In this work stability analysis techniques were developed to investigate synchronization of interconnected and isolated multiple uninterruptible power supplies - UPS. The UPS systems were considered as nonlinear oscillators that should attain a special synchronization condition, namely the equal sharing of active power demanded by the load, while keeping as sinusoidal as possible the voltage on the load. Various factors were considered in the above mentioned analysis, such as parameter uncertainties and maximum number of interconnected UPS systems. Among the contributions of the present thesis, it is possible to highlight: (i) the proposition of a new implementation for the synchronization strategy based on frequency and amplitude variation according to the estimated active power delivered by each UPS, without explicitly estimating the corresponding reactive power; (ii) the use of Floquet Theory to analyse the stability of periodic solutions exhibited by the system comprised by multiple isolated UPS systems, which has led naturally to the investigation of superior limits for the number of interconnected UPS synchronized using the technique based on estimated delivered active and reactive power.

CONTEÚDO

Resumo	vii
Abstract	ix
Lista de Figuras	xx
Lista de Tabelas	xxi
Lista de Símbolos	xxiv
Lista de Siglas e Abreviações	xxvi
1 Introdução	1
1.1 Teoria do Sincronismo	4
1.2 Visão Geral do Problema	5
1.3 Motivação	6
1.4 Justificativa	8
1.5 Objetivos do Trabalho	9
1.6 Organização do Trabalho	10

2	Sincronismo de Sistemas Dinâmicos	13
2.1	Introdução	13
2.2	Conceitos sobre Sistemas Dinâmicos	14
2.3	Oscilações em Sistemas Dinâmicos	17
2.3.1	Ciclos Limite	18
2.3.2	Oscilações Caóticas	20
2.4	Dinâmica Não-Linear em Eletrônica de Potência	22
2.5	Definindo Sincronismo entre Sistemas Dinâmicos	24
2.6	Formas de Acoplamento	25
2.7	Modalidades de Sincronismo	29
2.8	Estabilidade da Sincronização	31
2.8.1	Análise Numérica de Formas de Acoplamento	32
2.8.2	Análise Estrutural de Formas de Acoplamento	36
2.9	Medindo a Qualidade do Sincronismo Idêntico	38
2.9.1	Custo de Sincronização	38
2.9.2	Classes de Sincronismo	38
2.10	Casos comuns na teoria de sincronização	39
2.10.1	Sincronização Utilizando-se Sinal Escalar	40
2.10.2	Sincronismo entre sistemas com excitação senoidal	40
2.11	Acoplamento entre Múltiplos Osciladores	41
2.12	Conclusão	42

3	UPS: Controle da Operação em Paralelo e Modelagem	45
3.1	Introdução	45
3.2	Estratégias de Paralelismo Baseadas em Equilíbrio de Potências	47
3.2.1	Decomposição da corrente de saída	50
3.2.2	Método de controle por curvas de decaimento	51
3.2.3	Semelhanças entre as Estratégias de Paralelismo	55
3.3	Métodos para Estimação das Potências	56
3.3.1	Transformação em Quadratura e Filtragem - TQF	59
3.3.2	Transformação em Quadratura e Filtragem com Malhas de Estabilização - TQFME	60
3.3.3	Função estática Não-Linear e Filtragem - FNLF	62
3.3.4	Comparação dos métodos de medição de potência reativa	64
3.4	Geração do Sinal de Referência para paralelismo	67
3.5	Modelo Completo de uma UPS Monofásica para Fins de Paralelismo	68
3.5.1	Modelagem das Chaves Estáticas e do Filtro LC	69
3.5.2	Modelo Completo da UPS monofásica	72
3.6	Resultados de Simulação Numérica	77
3.7	Conclusão	84
4	Paralelismo de UPS: Uma Abordagem pela Teoria do Sincronismo	89
4.1	Introdução	89
4.2	Paralelismo como um problema de sincronização	90
4.2.1	UPS como oscilador senoidal	91

4.2.2	Conectando oscilador e carga resistiva	94
4.3	Análise do Acoplamento entre dois osciladores	97
4.3.1	Erro de sincronização	102
4.3.2	Variedade de sincronismo	106
4.4	Conclusão	106
5	Análise da Estabilidade do Acoplamento entre UPS	109
5.1	Introdução	109
5.2	Análise da Estabilidade Local: Estado Síncrono Conhecido	110
5.2.1	Acoplamento entre dois osciladores	110
5.2.2	Teoria dos multiplicadores de Floquet	112
5.2.3	Análise numérica do acoplamento entre dois osciladores por ELT . .	114
5.2.4	Análise numérica do acoplamento entre dois osciladores por MF . .	122
5.3	Análise de Estabilidade Local: Estado Síncrono Desconhecido	130
5.3.1	Estabilidade Parcial Local	130
5.3.2	Formalismo da Teoria da Passividade	132
5.4	Acoplamento entre mais de dois osciladores	134
5.4.1	Resultados Numéricos	136
5.5	Conclusão	140
6	Considerações finais	141
6.1	Introdução	141
6.2	Discussão sobre as contribuições	142

6.2.1	Análise e síntese das técnicas de estabilidade aplicadas ao sincronismo	142
6.2.2	Nova formulação para as curvas de decaimento	143
6.2.3	Análise de estabilidade de sistemas multi-UPS	144
6.3	Propostas de Continuidade	145
6.4	Conclusão final	145
A	Classificação e Topologias para Paralelismo de UPS	147
A.1	Classificação das UPS	147
A.2	Topologias para conexão em paralelo	149
A.2.1	Topologia <i>Passive standby</i>	149
A.2.2	Topologia <i>Line-Interactive</i>	151
A.2.3	Topologia <i>Double-Conversion</i>	152
A.3	Seleção do tipo de topologia	153
B	Conceitos e Técnicas para Análise de Sistemas Dinâmicos	155
B.1	Expoentes de Lyapunov - EL	155
B.2	Seção de Poincaré	156
B.3	Conceitos sobre Estabilidade de Sistemas Dinâmicos	157
B.3.1	Análise de Estabilidade Parcial	162
B.3.2	Análise de Estabilidade aplicada a Sistemas Periódicos	163
C	Expressões para Análise do Sincronismo entre UPS	167
C.1	Obtenção da equação de referência senoidal	167
C.2	Critério de Sylvester	168

LISTA DE FIGURAS

1.1	Diagrama de blocos de duas modalidades de paralelismo entre UPS	3
1.2	Acoplamento entre múltiplos osciladores na natureza	4
1.3	Estrutura para fornecimento de energia a cargas elétricas por meio de duas fontes distintas e independentes	6
1.4	Sistema de geração de energia elétrica distribuída	7
2.1	Sistema dinâmico sob influência/produzindo diversos sinais	15
2.2	Exemplos de ciclos limite	20
2.3	Sensibilidade às condições iniciais apresentada por sistemas caóticos	21
2.4	Evolução das variáveis de estado do sistema de Lorenz	22
2.5	Circuito de Chua e respectiva evolução dinâmica	23
2.6	Exemplo de acoplamento por substituição completa	27
2.7	Exemplo de acoplamento unidirecional	28
2.8	Exemplo de acoplamento bidirecional	29
2.9	Exemplo de uma variedade de sincronismo idêntico e de variedades transversais à mesma	32
2.10	Duas topologias para redes de osciladores acoplados	42
3.1	UPS conectada a uma carga por meio de impedância resistiva e indutiva	49
3.2	Estratégia de paralelismo de UPS por decomposição da corrente de saída	51
3.3	Diferentes configurações para as curvas de decaimento	53
3.4	Diagramas de blocos da estratégia para estimação de potências TQF	60

3.5	Diagramas de blocos da estratégia para estimação de potências TQFME	61
3.6	Comparação da evolução temporal da função $\text{cosec}(2\omega t)$ com a mesma limitada a uma constante ϵ para $ \text{sen}(2\omega t) \leq \epsilon$	62
3.7	Comparação da evolução temporal da função $\text{cosec}(2\omega t)$ antes e após processo de suavização.	63
3.8	Cargas elétricas utilizadas para se comparar os métodos de estimação de potências	65
3.9	Estimativa da potência ativa obtida aplicando-se TQFME e FNLF	66
3.10	Estimativa da potência reativa obtida aplicando-se TQFME e FNLF	66
3.11	Estrutura de um circuito inversor monofásico conectado a uma carga	70
3.12	Sinal PWM gerado a partir da comparação entre u_r e u_t	70
3.13	Circuito representativo de uma UPS monofásica conectada a uma carga	71
3.14	Diagrama de blocos da UPS, proposta neste trabalho, com controle do paralelismo por curvas de decaimento	73
3.15	Diagrama de blocos simplificado de uma unidade UPS monofásica	74
3.16	UPS monofásica fornecendo energia a três cargas resistivas, em períodos distintos	77
3.17	Potência ativa estimada para diferentes configurações de parâmetros das curvas de decaimento e de carga	79
3.18	Evolução temporal das variáveis de estado do modelo da UPS dado pela Eq. (3.40)	80
3.19	Diagrama de blocos da UPS proposta por Coelho et al. (2002).	81
3.20	Evolução da variável de estado que representa a potência ativa nos Modelos (3.42) e (3.40)	83
3.21	Análise espectral do sinal de potência reativa generalizada	84
3.22	Potência reativa generalizada filtrada por passa-baixas para os modelos (3.40) e (3.42)	85
3.23	Variação dos parâmetros de frequência e de amplitude da tensão do sinal de referência senoidal, considerando-se os Modelos (3.42) e (3.40)	85
4.1	Estrutura de acoplamento do tipo célula-conector	90

4.2	UPS representada na forma simplificada como um oscilador senoidal	92
4.3	Estrutura de acoplamento entre dois osciladores por meio de rede simétrica	93
4.4	Oscilador senoidal conectado a uma carga resistiva	94
4.5	Espaço de estados para o modelo não-autônomo da UPS com carga resistiva	96
4.6	Espectro de frequências para potência ativa generalizada	97
4.7	Evolução das variáveis de estado do sistema multi-UPS com duas unidades	105
5.1	Solução síncrona \mathbf{x}_s para um sistema multi-UPS com duas unidade e carga resistiva	115
5.2	Regime permanente senoidal para acoplamento entre dois osciladores . . .	116
5.3	ELT para uma dada trajetória síncrona e com diferentes valores de inclinação das curvas de decaimento	118
5.4	Histograma do ELT λ_3 para as diferentes inclinações	120
5.5	ELT para uma dada trajetória síncrona e diferentes valores de indutor de acoplamento	121
5.6	Histograma do maior ELT para dois valores diferentes de l_a	122
5.7	Seção de Poincaré aplicada a cinco ciclos da solução síncrona	123
5.8	Valor absoluto do maior e do menor multiplicador de Floquet considerando-se diferentes valores de inclinação das curvas de decaimento	124
5.9	Norma do erro de sincronismo para um sistema multi-UPS com duas unidades	125
5.10	Valor absoluto dos multiplicadores de Floquet para diferentes valores de inclinação, constante de suavização e passo de integração	126
5.11	Evolução temporal da secante para dois valores de constante de suavização	127
5.12	Valor absoluto do maior e do menor multiplicador de Floquet considerando-se diferentes valores de indutor de acoplamento e $k_\omega = k_u = 0,5 \times 10^{-6}$. .	127
5.13	Valor absoluto do maior e do menor multiplicador de Floquet considerando-se diferentes valores de indutor de acoplamento e $k_\omega = k_u = 0,5 \times 10^{-3}$. .	127
5.14	Evolução temporal das variáveis de estado e do erro de sincronismo para o acoplamento entre dois osciladores	128
5.15	Estrutura do acoplamento entre três osciladores idênticos	136

5.16	Valor absoluto do maior e do menor multiplicador de Floquet para diferentes valores de indutor de acoplamento	137
5.17	Curva limite de estabilidade para variação de l_a em função do aumento de osciladores acoplados	138
5.18	Valor absoluto do maior e do menor multiplicador de Floquet para diferentes valores de inclinação das curvas de decaimento	139
5.19	Curva limite de estabilidade para variação de $k_\omega = k_u$ em função do aumento de osciladores acoplados	139
A.1	Diagrama de blocos de uma típica UPS rotacional.	148
A.2	Diagrama de blocos de uma típica UPS híbrida estática/rotacional.	148
A.3	Topologia de uma UPS <i>Off-line</i>	150
A.4	Topologia de uma UPS <i>Line-interactive</i>	151
A.5	Topologia de uma UPS <i>On-line</i>	152
B.1	Exemplo de uma seção de Poincaré	157
B.2	Exemplos de trajetórias estáveis e instáveis no plano (t, x)	159

LISTA DE TABELAS

3.1	Parâmetros utilizados na comparação dos métodos de estimação das potências TQFME e FNLF	65
3.2	Comparação da complexidade estrutural entre os métodos TQF, TQFME e FNFL	65
3.3	Valores de THD estimados para o sinal ζ_ϵ	69
3.4	Conjuntos de parâmetros utilizados na comparação da evolução dos modelos para as UPS	78
3.5	Parâmetros utilizados na simulação do sistema multi-UPS com variação de carga	81
3.6	Parâmetros utilizados na simulação da estrutura proposta em Coelho (2000)	83
4.1	Conjunto de parâmetros utilizados na simulação do oscilador representado pela Eq. (4.4)	96
5.1	Análise em regime permanente de um oscilador senoidal com frequência de operação de 60Hz	117
5.2	Expoentes de Lyapunov Transversais para três valores de inclinações	119
5.3	Multiplicadores de Floquet para três valores de inclinações das curvas de decaimento	124
5.4	Comparação entre os resultados obtidos das análises por ELT e por MF . .	129
5.5	Resultados da simulação Monte-Carlo para acoplamento entre dois osciladores idênticos	129

LISTA DE SÍMBOLOS

T	Indica transposto de matriz;
\cdot	Indica derivada primeira;
\cong ou \approx	Indica aproximadamente;
\triangleq	Indica por definição;
$ \cdot $	Norma l_1 ou valor absoluto;
$\ \cdot\ $	Norma euclidiana ou l_2 ;
A, B, C, K	Matriz genérica;
C^∞	Define a classe de funções que possuem derivadas de todas as ordens;
D_f	Matriz Jacobiana em relação ao campo vetorial f ;
$\det[\cdot]$	Determinante;
e	Erro de sincronismo;
$f, g, h, v, s, \psi, \Psi$	Função genérica;
i	Sinal de corrente elétrica;
k_ω	Inclinação curva decaimento da potência ativa;
k_u	Inclinação curva decaimento da potência reativa;
l_a	Indutor de Acoplamento;
M	Matriz Monodromia;
\mathbb{N}	Conjunto dos números naturais;
p_a	Potência ativa;
p_{ag}	Potência ativa generalizada;
p_{inst}	Potência Instantânea;
p_r	Potência reativa;
p_{rg}	Potência reativa generalizada;
\mathbb{R}	Conjunto dos números reais;
r_a	Resistor de acoplamento;
\mathcal{S}	Variedade de sincronismo;
\mathcal{S}_\perp	Variedade de sincronismo transversal;
$\text{signal}(\cdot)$	Indica sinal;
t_s	Tempo transiente;
t_p	Período do estado síncrono \mathbf{x}_s ;

u, v	Sinal de tensão;
u_{0r}	Tensão de operação nominal;
\mathbf{u}	Sinal de Entrada;
\mathbf{x}	Vetor de estado;
x_{ij}	Variável de estado j do sistema i ;
\mathbf{x}_s	Estado Síncrono;
$\mathcal{X}, \mathcal{D}, \Omega, I$	Conjuntos numéricos;
\mathbf{y}	Sinal de Saída;
\mathbb{Z}	Conjunto dos números inteiros;
η	Expoente de Lyapunov;
λ	Multiplicador de Floquet;
Σ_m	Indica m osciladores acoplados;
Φ	Matriz de transição de estados;
ζ_s	Sinal de referência de paralelismo com suavização;
ζ_ϵ	Sinal de referência de paralelismo com valor limitante ϵ ;
ω	Frequência angular;
ω_c	Frequência de corte;
ω_{0r}	Frequência de operação nominal.

LISTA DE ABREVIACOES

CA	<u>C</u> orrente <u>A</u> lternada;
CC	<u>C</u> orrente <u>C</u> ont�nua;
DF	<u>D</u> etector de <u>F</u> ase;
DSP	Processador de Sinais Digitais (<u>D</u> igital <u>S</u> ignal <u>P</u> rocessor);
EL	<u>E</u> xpoentes de <u>L</u> yapunov;
ELT	<u>E</u> xpoentes de <u>L</u> yapunov <u>T</u> ransversais;
FBP	<u>F</u> iltro <u>P</u> assa- <u>B</u> aixas;
FNLF	M�todo para estimaco de pot�ncia baseado em uma <u>F</u> uno <u>N</u> o- <u>L</u> inear e <u>F</u> iltragem de sinal;
IEC	Comisso Eletrot�cnica Internacional (<u>I</u> nternational <u>E</u> lectrotechnical <u>C</u> ommission);
IEEE	Instituto de Engenheiros Eletricistas e Eletr�nicos (<u>I</u> nstitute of <u>E</u> lectrical and <u>E</u> lectronic <u>E</u> ngineers);
LC	Filtro passivo do tipo indutivo <u>L</u> e capacitivo <u>C</u> ;
MCF	<u>M</u> ultiplicadores <u>C</u> aracter�sticos de <u>F</u> loquet;
MF	<u>M</u> �todo de <u>F</u> oquet;
MSF	Funo de Estabilidade Mestre (<u>M</u> aster <u>S</u> tability <u>F</u> unction);
PI	Controlador do tipo <u>P</u> roportional e <u>I</u> ntegral;
PLL	Malha de Fase Travada (<u>P</u> hase- <u>L</u> ocked <u>L</u> oop);
PWM	Modulao por Largura de Pulso (<u>P</u> ulse <u>W</u> idth <u>M</u> odulation);
THD	Distoro Harm�nica Total (<u>T</u> otal <u>H</u> armonic <u>D</u> istortion);
TQF	M�todo para estimaco de pot�ncia baseado em <u>T</u> ransformao em <u>Q</u> uadratura e <u>F</u> iltragem de sinal;
TQFME	M�todo para estimaco de pot�ncia baseado em <u>T</u> ransformao em <u>Q</u> uadratura e <u>F</u> iltragem de sinal com <u>M</u> alhas de <u>E</u> stabilizao;
UPO	�rbita Periódica Instável (<u>U</u> nstable <u>P</u> eriodic <u>O</u> rbit);
UPS	Fonte de energia ininterrupta (<u>U</u> ninterruptible <u>P</u> ower <u>S</u> upply);
VSVC	Fonte de tenso controlada por tenso (<u>V</u> oltage <u>C</u> ontrolled- <u>V</u> oltage <u>S</u> ource);

INTRODUÇÃO

“Outrossim, o Espírito vem em auxílio à nossa fraqueza; porque não sabemos o que devemos pedir, nem orar como convém, mas o Espírito mesmo intercede por nós com gemidos inefáveis. E aquele que perscruta os corações sabe o que deseja o Espírito, o qual intercede pelos santos, segundo Deus. Aliás, sabemos que todas as coisas concorrem para o bem daqueles que amam a Deus, daqueles que são os eleitos, segundo os seus desígnios.”

Romanos, 8, 26–28.

Nos dias atuais tem havido uma crescente demanda por um fornecimento de energia ininterrupto e de qualidade. Haja vista os avanços tecnológicos dos microprocessadores eletrônicos utilizados na fabricação de equipamentos para os mais diversos fins, tais como aparelhos de suporte à vida em hospitais, centrais telefônicas, computadores e instrumentos que controlam e/ou monitoram o tráfego aéreo, usinas nucleares, entre outros. Para os quais, por menor que seja a falta de energia, os possíveis danos, não apenas econômicos mas também sociais, seriam incalculáveis.

O estudo da confiabilidade de fontes de energia ininterruptas, também conhecidas por UPS,¹ tem sido alvo de pesquisas nas últimas duas décadas (Kawabata e Higashino, 1988; Schneider, 1989; Sachs, 1989; Holtz e Werner, 1990; Oshima et al., 1991; Sato e Kawamura, 2005b; Rahmat et al., 2006). Trehan, em 2000, apresentou um estudo sobre o impacto de falhas de UPS em usinas nucleares, classificando os sessenta e dois eventos de falhas encontrados em oito grupos (Trehan, 2000):

1. falhas de componentes;
2. temperatura e/ou umidade e/ou ventilação inadequadas;

¹Do inglês *Uninterruptible Power Supply*.

3. erros de manutenção/operação;
4. perturbações na tensão de alimentação da UPS como, por exemplo, *spikes*²;
5. elevada distorção harmônica devido a cargas não-lineares;
6. vida útil dos componentes ultrapassada;
7. erro de projeto, e
8. deficiência durante a instalação.

Sendo que o maior número de eventos ocorreu devido a falhas nos componentes (38 eventos).

Dentre as principais conclusões das pesquisas sobre confiabilidade, destacam-se as vantagens da utilização de UPS em paralelo, principalmente no que tange ao aumento da redundância do fornecimento de energia.

A redundância está relacionada com a demanda de energia da carga, bem como com a capacidade de fornecimento das UPS. Um sistema com $m+1$ UPS, operando em paralelo, é redundante se, caso ocorra uma falha em alguma das m UPS, a unidade extra juntamente com as restantes for capaz de suprir a demanda da carga. Do contrário, não existe redundância, mas sim uma maior disponibilidade de potência. O nível de redundância $m+1$, $m+2$, $m+3$ depende de fatores econômicos e da estrutura de conexão em paralelo das UPS.

A operação em paralelo de UPS, também conhecida como paralelismo, pode ser realizada com ou sem o auxílio de uma conexão extra entre as unidades. A Fig. 1.1a ilustra o diagrama de blocos do paralelismo com comunicação entre duas UPS, observa-se que além da conexão com o barramento, existe outra via para possível troca de informação entre as UPS. Atualmente existem diversas técnicas propostas e validadas para operação estável do paralelismo com comunicação, dentre elas citam-se: mestre-escravo (Holtz e Werner, 1990; Chen e Chu, 1995), central de limite (Siri e Lee, 1990), compartilhamento da corrente média (Sun et al., 2003; Chen et al., 2003), cadeia circular (Wu et al., 2000), e sinais de modo comum (Cheng e Kenneth, 2006).

Por outro lado, quando não se considera essa conexão extra entre as unidades (Fig. 1.1b), ou seja, no caso do paralelismo sem comunicação, aumenta-se a confiabilidade do sistema como um todo, pois elimina-se outra possível falha, além daquelas mencionadas anteriormente. Haja vista a probabilidade de perda ou erro de comunicação entre as unidades. Além disso, aumenta-se a versatilidade e a modularidade do sistema, pois o uso de comunicação entre as UPS dificulta a operação de sistemas de potência com grandes

²Um *spike* representa uma variação transitória abrupta e de curta duração na tensão ou na corrente.

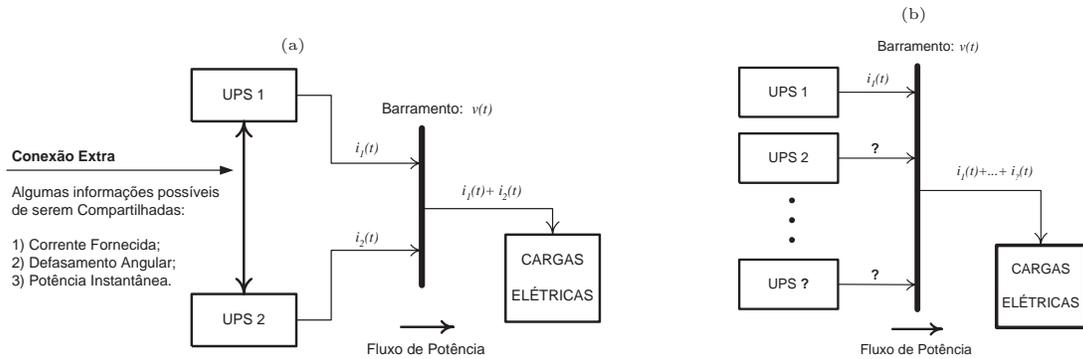


Figura 1.1: Diagrama de blocos do paralelismo entre UPS conectadas a um mesmo barramento: (a) com conexão extra, para possível troca de informação além daquelas disponíveis no barramento, e (b) sem conexão extra entre as unidades fornecedoras.

distâncias entre as fontes e cargas. Outro requisito é a necessidade de compatibilização da comunicação entre as unidades. Isso implica a programação de gerenciadores de dispositivos e de interfaceamento, ou mesmo a compra de UPS de um mesmo fabricante.

Entretanto, o paralelismo sem comunicação é mais complexo, pois não se conhece o número de unidades conectadas e, nem mesmo, qual o valor da potência solicitada pela carga. Dispõe-se apenas de variáveis locais ao barramento. Nesse tipo de paralelismo, as técnicas de controle operam com a potência média (Tuladhar et al., 1997), ou apenas com a corrente fornecida por cada UPS (Sato e Kawamura, 2005a).

Como mencionado anteriormente, a principal vantagem do paralelismo é aumentar a redundância. Contudo, não existe redundância sem a existência de estabilidade na operação em paralelo. Uma das bases para o estudo da estabilidade é a modelagem matemática da UPS. Em princípio, a UPS pode ser representada por um sistema dinâmico não-linear, mais especificamente por um oscilador conectado a carga por meio de um barramento.

Essa modelagem tem sido realizada em diversos trabalhos com base no domínio da frequência, ou seja, a partir da análise em regime permanente para uma dada frequência de operação, considerando-se as impedâncias do circuito. Nesse caso, analisa-se a estabilidade a partir de modelos para pequenos sinais (Coelho et al., 2002; Santos Filho, 2007). Entretanto, ao se assumir uma frequência fixa, degrada-se a investigação do sistema em regime transiente, o qual tem grande influência na estabilização do sistema acoplado.

Diferentemente da análise apenas em regime permanente, a estabilidade desses osciladores conectados em paralelo pode ser investigada por meio da teoria da sincronização de sistema dinâmicos (Pecora et al., 1997; Pikovsky et al., 2001; Boccaletti et al., 2002), a qual está fundamentada em modelos obtidos no domínio do tempo, representados em espaço de estados, tendo a vantagem de contemplar tanto o regime permanente, quanto

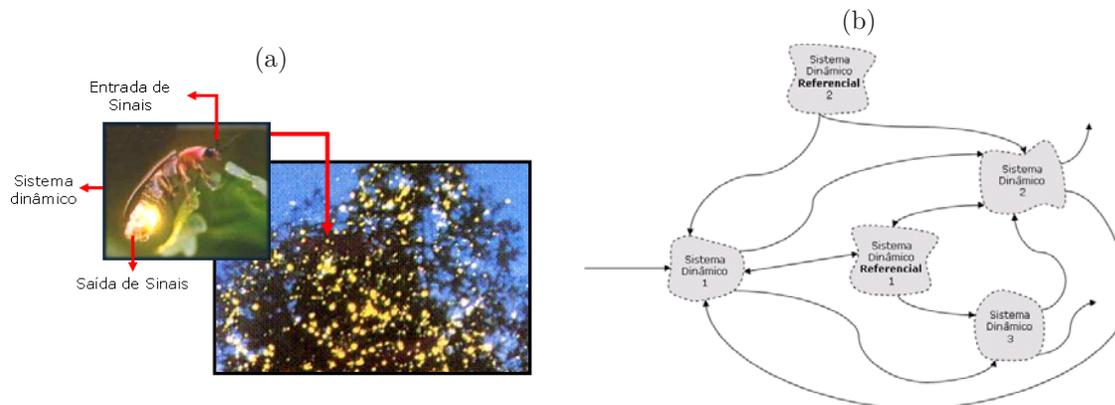


Figura 1.2: Acoplamento entre múltiplos osciladores na natureza: (a) nuvem de vaga-lumes piscando em sincronismo; (b) exemplo de conexão entre múltiplos osciladores.

o transiente.

1.1 Teoria do Sincronismo

A teoria da sincronização de sistemas dinâmicos concatena técnicas de projeto e de análise de estruturas de acoplamento, as quais visam responder se a partir de uma dada forma de acoplamento é possível se estabelecer um comportamento harmonioso e cooperativo entre os sistemas.

Diversos exemplos na natureza podem ser citados para ilustrar a ocorrência de sincronismo entre sistemas acoplados. Em especial, pode-se citar o fenômeno estudado pelo biólogo Arthur Winfree, e que ocorre todas as noites com vaga-lumes ao longo das margens da maioria dos rios na Malásia, sudeste asiático, os quais começam a piscar cada qual em seu ritmo (Fig. 1.2). Contudo, depois de transcorrido um dado tempo, estabelece-se um comportamento harmonioso entre eles, sendo este comportamento caracterizado pela sincronização dos ritmos dos mesmos, sem nenhum “líder” ou “maestro” (Strogatz, 2003; Mohanty, 2005).

O primeiro a relatar fenômenos de sincronismo entre sistemas dinâmicos foi Christian Huygens (1596-1687), em 1665, a partir da observação do movimento oscilatório dos pêndulos de relógios presos em uma parede. Huygens verificou que independentemente da posição inicial dos pêndulos, depois de transcorrido um determinado tempo em que os mesmos eram liberados, o movimento de ambos alcançava o estado síncrono. Huygens atribuiu esse fato a pequenas pulsações transmitidas através da parede, e que afetava o movimento dos pêndulos dos relógios.

Mas foi em 1990, a partir da observação de que sistemas que apresentavam compor-

tamento caótico podiam ser sincronizados (Pecora e Carroll, 1990), é que este fenômeno recebeu atenção de um número significativo de pesquisadores. Motivados, principalmente, pelo fato de que isso poderia conduzir a uma nova abordagem para transmissão de informação segura (Pecora e Carroll, 1990; Hasler, 1998; Tôrres e Aguirre, 2004). Essa motivação resultou na investigação de outras questões, dentre elas podem ser citadas a estabilidade do acoplamento entre múltiplos sistemas (Pecora et al., 1998; Furtado e Tôrres, 2005) e a avaliação de modelos matemáticos (Brown et al., 1994; Aguirre et al., 2006).

Paralelamente, fenômenos não-lineares eram analisados e reproduzidos utilizando-se circuitos eletrônicos. Isto contribuiu para a promissora parceria entre análise de sistemas, lineares ou não-lineares, e a eletrônica, juntamente com suas diversas ramificações.

A Eletrônica de Potência constitui um dos braços da eletrônica, abrangendo sistemas que processam a energia elétrica, dentre eles as fontes de energia ininterruptas. Diferentemente da maioria das outras ramificações, as quais objetivam o processamento de sinais ou informações. A aplicação de técnicas de análise de sistemas não-lineares em Eletrônica de Potência tem contribuído para o desenvolvimento de tecnologias e produtos, haja vista a riqueza de fenômenos não-lineares encontrados na Eletrônica de Potência (Hamill, 1995). Essa junção de áreas visa não apenas a melhoria na qualidade de vida do homem, mas também, o melhor aproveitamento dos recursos naturais disponíveis, uma vez que a eficiência dos equipamentos tem aumentado, e as perdas de energia têm sido minimizadas.

Nesse contexto se insere o presente trabalho, no qual se investiga um problema premente da Engenharia Elétrica: a estabilidade da conexão em paralelo, sem comunicação, entre fontes de energia ininterruptas. Para isso, utilizam-se técnicas de estabilidade desenvolvidas para análise do sincronismo de sistemas dinâmicos não-lineares.

1.2 Visão Geral do Problema

A Fig. 1.3 ilustra a estrutura simplificada da UPS a ser abordada no trabalho. O paralelismo é sem comunicação, sendo o controle realizado pelo método de curvas de decaimento (Tuladhar et al., 1997), o qual é um método tradicional para esse fim. As variáveis disponíveis são a tensão do barramento e a corrente de saída da UPS (variáveis medidas). A UPS será acoplada ao barramento, no qual estão conectadas as cargas elétricas, por meio de um linha resistiva (r_a) e indutiva (l_a). O conversor estático transforma tensão contínua, em tensão alternada, mais especificamente na forma senoidal.

A Fig. 1.3 ilustra uma estrutura para o fornecimento de energia a cargas elétricas por meio de duas fontes distintas e independentes. A chave estática é responsável por transferir a carga automaticamente para a UPS, somente se ocorrer falha ou falta do fornecimento pela concessionária de energia. A partir da ausência da concessionária a UPS assume o fornecimento e, nesse contexto se insere o presente problema, pois se

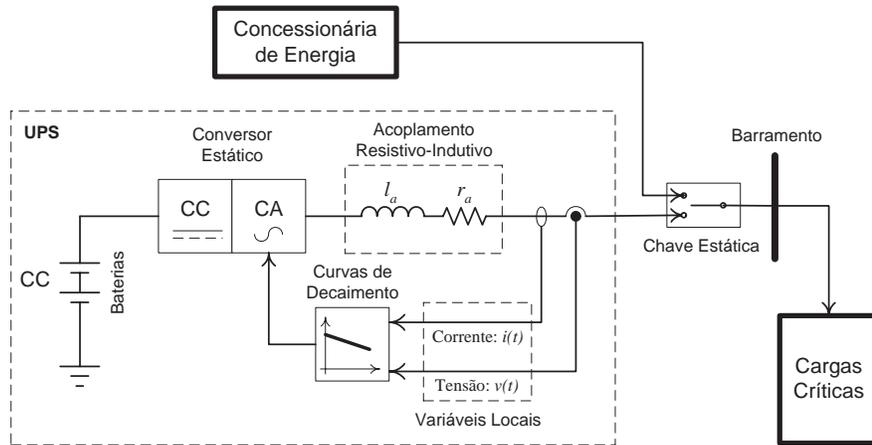


Figura 1.3: Estrutura para o fornecimento de energia a cargas elétricas por meio de duas fontes distintas e independentes. A UPS assume o fornecimento após uma falta da concessionária, podendo ocorrer a inclusão de mais unidades ao barramento e, por conseguinte, necessidade de paralelismo entre as unidades ingressantes e aquelas em operação.

considera a possibilidade da conexão de outras UPS ao barramento E e, por conseguinte, necessidade da ocorrência do paralelismo. É importante mencionar que não se investiga o problema do paralelismo entre a concessionária de energia e a(s) UPS.

1.3 Motivação

A área de Eletrônica de Potência tem crescido em importância. A razão para isso consiste no fato de que esta área constitui requisito fundamental para o desenvolvimento tecnológico. Estima-se que desde 2000 mais da metade da energia gerada é processada por dispositivos eletrônicos de potência, antes de ser disponibilizada ao consumidor final. Além disso, essa percentagem poderá aumentar bastante em um futuro próximo (Hamill, 1995).

Dentre as diversas questões sob investigação nesta área está o desenvolvimento de técnicas de controle que possibilitem o acoplamento e a operação conjunta entre diversos sistemas que processam a energia. Tendo em vista alguns dos principais objetivos da Eletrônica de Potência, quais sejam:

1. converter energia elétrica de uma forma em outra, garantindo-se padrões de qualidade no fornecimento desta energia, sendo que tais padrões são normalizados de forma a não causar danos às cargas alimentadas;
2. manter uma busca contínua pela maior eficiência na conversão com minimização das perdas de energia, em especial, perdas na forma de calor.

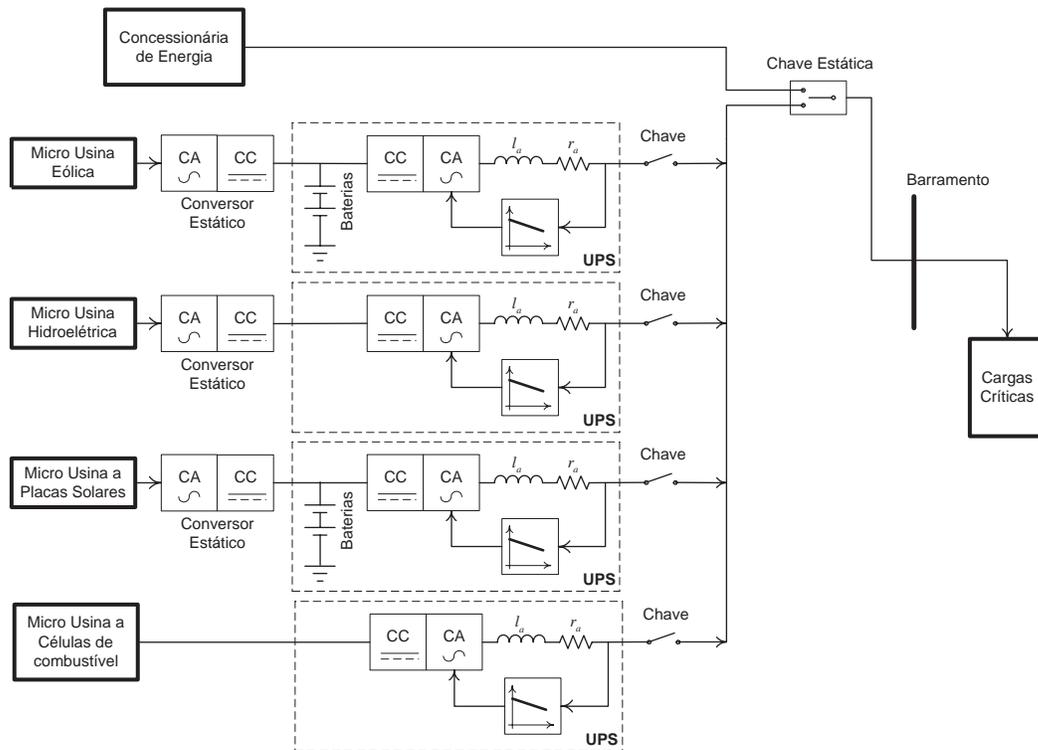


Figura 1.4: Geração de energia elétrica distribuída operando-se em paralelo por meio de sistemas UPS sincronizantes.

Os sistemas que processam a energia podem ser vistos como aqueles que recebem a energia em uma forma, a manipulam e a retornam em outra forma. O interesse está em controlar a maneira como tais sistemas manipulam esta energia, buscando estratégias capazes de estabelecer uma operação harmoniosa entre eles.

O acoplamento e a operação conjunta de diversos sistemas têm sido objeto de estudo da teoria de sincronização de sistemas dinâmicos, a qual tem desenvolvido diversas técnicas que possibilitam a análise da operação conjunta de sistemas, bem como o projeto de acoplamentos que sejam estáveis. Por outro lado, há uma relação direta entre os sistemas eletrônicos de potência e, problemas de sincronização de sistemas dinâmicos. Explorar este relacionamento e buscar possíveis contribuições advindas do mesmo constitui a principal motivação desta pesquisa.

Outra motivação importante consiste na direta aplicação das conclusões desse trabalho em geração distribuída, ilustrada na Fig. 1.4, na qual diversas fontes de energia podem ser sincronizadas, no sentido de fornecer potência proporcional às suas respectivas capacidades, para as cargas conectadas ao barramento. Os sistemas investigados no presente trabalho podem servir de mecanismos sincronizantes entre tais fontes.

1.4 Justificativa

As UPS são amplamente utilizadas em diversas situações nas quais se necessita de estabilidade no fornecimento de energia. Um típico exemplo é o caso das salas de cirurgias dos hospitais, nas quais é de fundamental importância que esse fornecimento seja ininterrupto e de boa qualidade.

Como mencionado anteriormente, a redundância no sistema de fornecimento de energia aumenta a confiabilidade no mesmo. Essa redundância pode ser obtida pelo paralelismo com ou sem comunicação entre as fontes. Além da redundância, o preço de um sistema UPS de grande potência pode ser muito maior que vários sistemas UPS de menor potência.

Diferentemente do paralelismo com comunicação, para o qual existem várias técnicas consolidadas, o paralelismo sem comunicação impõe diversos desafios. Na literatura observa-se o enfoque em duas técnicas de paralelismo sem comunicação, sendo elas: curvas de decaimento (Tuladhar et al., 1997), e divisão da corrente fornecida (Sato e Kawamura, 2005a). A primeira utiliza a medição das potências médias fornecidas às cargas, sendo baseada em técnicas clássicas de controle do paralelismo entre máquinas síncronas. A segunda se baseia na medição e divisão da corrente fornecida pela UPS. As duas técnicas apresentam uma relação muito próxima, como será mostrado ao longo do trabalho. Entretanto, a primeira é mais amplamente utilizada.

Mesmo sendo mais utilizada, diversas limitações para o método por curvas de decaimento foram relatadas na literatura, sendo as principais (Sun et al., 2003; Guerrero et al., 2005):

1. excessivo tempo de acomodação para a resposta transiente;
2. erro, em regime permanente, na regulação dos níveis de tensão e de frequência;
3. necessidade da linha de conexão ter características predominantemente indutivas.

Neste trabalho as três limitações são consideradas. Especificamente, o item 1 depende da forma como se implementa a estimação (medição) das potências. Os itens 2 e 3 estão relacionados com os parâmetros de inclinação das curvas de decaimento, e com o valor do indutor de acoplamento, respectivamente, conforme será visto nos capítulos subsequentes.

Na literatura existem relatos da influência das inclinações na estabilidade do paralelismo (Coelho et al., 2002; Guerrero et al., 2005). Entretanto, não foram encontrados trabalhos que estabeleçam limites para as inclinações, nem para o indutor de acoplamento, de forma a se ter um paralelismo estável entre duas ou mais UPS. Mesmo quando se considera apenas cargas estáticas lineares.

Em se tratando da redução do tempo de resposta transiente, alguns trabalhos abordam mudanças nas curvas de decaimento (Guerrero et al., 2004) e na linha de conexão (Guerrero et al., 2005). Outras pesquisas apontam melhorias na estimação da potência reativa (Fairney, 1994; Chow e Yam, 1994; Yoon e Devaney, 2000; Santos Filho, 2007; Hao et al., 2007).

Entretanto, não se encontrou em nenhum dos trabalhos uma abordagem para implementação do método por curvas de decaimento utilizando-se apenas a potência ativa e a potência instantânea. Apenas Gibbes (2000) cita a dificuldade para se realizar tal tarefa, uma vez que é preciso considerar campos vetoriais não diferenciáveis. Nesta abordagem, o número de filtros passa-baixas necessários para se implementar a estimação das potências é reduzido a apenas um, conforme será discutido no Capítulo 3. Apenas a título de exemplo, foram encontradas estruturas com até quatro filtros passa-baixas (Tuladhar et al., 1997). A redução no número de filtros, principalmente aqueles em cascata, tem direta implicação na redução do tempo de resposta transiente.

Além dessas justificativas, a abordagem do paralelismo no âmbito da teoria da sincronização de sistemas parece ser inédita. Técnicas de análise e/ou projeto de estruturas de acoplamento estáveis têm sido investigadas e aplicadas ao longo dessas duas décadas em problemas de engenharia. Dois exemplos são a transmissão de informação segura (Hayes et al., 1993; Tôrres, 2001; Tôrres e Aguirre, 2004; Marinho et al., 2005), identificação paramétrica (Parlitz, 1996; Freitas et al., 2005) e avaliação de modelos dinâmicos (Furtado, 2004)

Entretanto, atualmente tem-se percebido uma maior aplicação das técnicas de sincronização em sistemas com comportamento não caótico como, por exemplo, a interação entre sistemas biológicos (Di Bernardo et al., 1998; Hadji et al., 2008), equipamentos eletromecânicos (Ngueuteu et al., 2008), entre outros.

Em vista do exposto, este trabalho vai de encontro a esta tendência, explorando esse grau de maturidade alcançado pela teoria de sincronização de sistemas dinâmicos.

1.5 Objetivos do Trabalho

Este trabalho tem como objetivo principal contribuir na investigação do problema de múltiplos osciladores acoplados, com ênfase no acoplamento entre várias fontes de energia ininterruptas.

A metodologia utilizada é baseada na adequação e aplicação de técnicas desenvolvidas na teoria de sincronização de sistemas dinâmicos, investigando suas particularidades e buscando possíveis soluções, quando aplicada ao problema de engenharia mencionado anteriormente.

Especificamente, os objetivos do presente trabalho são:

1. revisar as técnicas de acoplamento entre sistemas dinâmicos e de análise de estabilidade do estado síncrono. Especialmente aquelas aplicáveis ao problema de sincronismo de múltiplos osciladores;
2. revisar os recentes desenvolvimentos e abordagens feitas ao problema do controle da operação em paralelo entre várias UPS, bem como contribuir na modelagem matemática de uma UPS controlada;
3. investigar a técnica de paralelismo sem comunicação por curvas de decaimento, utilizando-se modelagem temporal, em vez de análise no domínio da frequência;
4. propor uma nova abordagem para a técnica por curvas de decaimento, com o objetivo de facilitar o desempenho em regime transiente e a implementação em controladores digitais;
5. investigar o comportamento de múltiplos osciladores acoplados no fornecimento de potência a cargas resistivas ligadas ao barramento.

1.6 Organização do Trabalho

O Capítulo 2 e parte do Capítulo 3 constituem-se capítulos de revisão bibliográfica. No Capítulo 2 são apresentados os conceitos e as definições sobre sistemas dinâmicos e estabilidade, bem como a maior parte da notação a ser utilizada ou mencionada ao longo do trabalho.

Especificamente, no Capítulo 2 apresenta-se a definição de sincronismo, e técnicas de sincronização entre dois ou mais sistemas dinâmicos. Ressaltam-se as formas de se realizar o acoplamento entre os sistemas e as técnicas de análise da estabilidade do estado síncrono entre múltiplos sistemas.

No Capítulo 3 apresenta-se a estrutura da UPS, bem como as técnicas utilizadas para paralelismo. Nesse capítulo mostra-se uma maneira de se implementar a técnica de controle por curvas de decaimento baseada na utilização de apenas um filtro passa-baixas. Um modelo matemático para a UPS é obtido implementando-se o controle para paralelismo por curvas de decaimento. Tal modelo é sugerido para se investigar o acoplamento entre duas ou mais UPS (Furtado et al., 2008).

No Capítulo 4 investiga-se o paralelismo de UPS no contexto de um problema de sincronização. Especial atenção é dada para a construção da variedade de sincronismo, tanto para o caso de UPS idênticas, quanto para não-idênticas.

No Capítulo 5 apresenta-se o estudo de estabilidade do paralelismo de duas a até dez UPS acopladas. Ressalta-se, neste capítulo, a obtenção das faixas de variação para parâmetros importantes da técnica de paralelismo por curvas de decaimento.

Por fim, no Capítulo 6 as principais contribuições do trabalho são resumidas e discutidas. Além disso, apresenta-se alguns temas que podem ser futuramente abordados em outros projetos de pesquisa.

SINCRONISMO DE SISTEMAS DINÂMICOS

“Às folhas tantas do livro de matemática, um quociente apaixonou-se um dia doidamente por uma incógnita. Olhou-a com seu olhar inumerável e viu-a, do ápice à base. Uma figura ímpar olhos rombóides, boca trapezóide, corpo ortogonal, seios esferóides. Fez da sua uma vida paralela a dela até que se encontraram no infinito.”

Millôr Fernandes

2.1 Introdução

Um sistema representa uma entidade composta por um conjunto de elementos que interagem entre si manipulando informações a ele fornecidas, de forma a gerar outras informações. O conhecimento de como tais informações são manipuladas é fundamental para a análise do comportamento do mesmo em diversas situações, bem como para o projeto de controle. Em geral as informações estão disponíveis sob a forma de sinais.

A interação entre os elementos de um sistema que, a partir de sinais de entrada produzem sinais de saída, é usualmente descrita por um modelo matemático, sendo a obtenção desse modelo foco de pesquisas ao longo da história da humanidade (Monteiro, 2002; Aguirre, 2004; Garcia, 2005).

O sincronismo é um fenômeno universal encontrado em diversos contextos, sendo resultado de um estado de equilíbrio decorrente da interação conjunta de dois ou mais sistemas dinâmicos, idênticos ou não, que por meio de uma dada forma de acoplamento são conectados, produzindo a interação de um ou mais sinais, chamados *sinais de acoplamento*.

Sincronizar dois ou mais sistemas dinâmicos significa tentar estabelecer, por meio de alguma forma de acoplamento, uma evolução coerente entre variáveis mensuráveis de interesse dos sistemas, como por exemplo, entre as variáveis de estado dos sistemas. Em alguns casos a forma do acoplamento está definida, sendo de interesse a análise das condições para se estabelecer o estado síncrono.

Assim, o problema da sincronização possui duas vertentes. A primeira consiste nos casos em que se deseja controlar as saídas de um dos sistemas dinâmicos de forma a seguirem sinais de referência. Como exemplo, considere a interação entre fontes de energia e uma dada carga elétrica. Para o correto funcionamento do sistema acoplado (fontes-carga) deve-se garantir, dentre outros requisitos, que as fases das tensões de saída de cada fonte estejam sincronizadas. Isso pode ser realizado utilizando-se um sinal de referência comum a todas as fontes.

A segunda vertente refere-se aos casos em que não se possui uma referência definida, sendo que os sistemas, após serem acoplados e depois de decorrido um *transiente de sincronismo*,¹ evoluem em estado síncrono estável. Esse é o caso do fenômeno de sincronização natural observado entre vaga-lumes (Strogatz, 2003), que após transcorrido um dado tempo de interação emitem luz simultaneamente, mesmo para o caso de milhares de indivíduos (sistemas).

Em ambas as vertentes, a maneira que parece mais adequada para se abordar esse problema é tratá-lo como um problema de estabilidade assintótica da diferença entre variáveis mensuráveis dos sistemas dinâmicos, ou seja, do erro de sincronização (He e Vaidya, 1992; Curran et al., 1997; Wu e Chua, 1994). Nota-se que a primeira vertente está mais próxima do problema de projeto de observadores (Nijmeijer e Mareels, 1997; Nijmeijer, 2001; Millerioux, 1997; Grassi e Mascolo, 1997), uma vez que existe um sinal de referência a ser seguido por um dos sistemas. Contudo, vale ressaltar que tais abordagens possuem objetivos distintos, ou seja, o projeto de observadores consiste em reconstruir estados, enquanto que no problema de sincronização se deseja estabelecer uma evolução coerente entre variáveis mensuráveis (Wu, 2002).

Vale ressaltar que a sincronização tratada neste trabalho aborda sistemas dinâmicos autônomos, que apresentam oscilações sustentadas e, não-autônomos excitados por entradas periódicas.

Neste capítulo são apresentados alguns conceitos e ferramentas de análise de sistemas dinâmicos, bem como uma revisão das diferentes técnicas e métodos utilizados para se estabelecer um estado síncrono entre tais sistemas. Esses conceitos e ferramentas de análise serão utilizadas ou sustentarão as argumentações construídas ao longo deste trabalho.

2.2 Conceitos sobre Sistemas Dinâmicos

Os sistemas podem ser caracterizados como dinâmicos ou estáticos. Sistemas dinâmicos apresentam comportamento evolutivo com o passar do tempo, ou seja, a resposta do sistema em um dado instante de tempo depende de valores passados da entrada e da saída.

¹O transiente de sincronismo se inicia assim que começa a existir influência de um sistema no outro ou interação entre ambos.

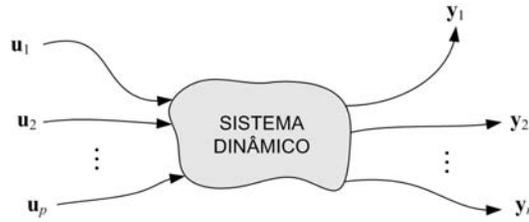


Figura 2.1: Sistema dinâmico sob a influência de diversos sinais externos $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_p$ e produzindo outros sinais $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_n$.

Por isso, diz-se também que os sistemas dinâmicos possuem memória. Por outro lado, no caso dos sistemas estáticos a saída em um dado instante de tempo depende da entrada somente naquele instante, ou seja, tais sistemas não possuem memória. Em última análise todos os sistemas reais são dinâmicos, contudo nem sempre se tem interesse em analisar a característica dinâmica dos mesmos, prevalecendo nestes casos a característica estática.

A evolução de um sistema dinâmico nem sempre é dependente apenas dos elementos ou variáveis que o compõe, mas de sinais que atuam sobre o mesmo e que podem ser independentes dele. Tais sinais podem conduzir ou até governar o comportamento dinâmico do sistema.

A Figura 2.1 ilustra a representação de um sistema sob a influência de vários sinais externos $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_p$, sendo produzidas várias saídas $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_n$, com $p, n \in \mathbb{N}$.

Uma entrada é o meio pelo qual sinais ou informações são fornecidos aos sistemas. Da mesma forma, uma saída é o meio pelo qual se obtém sinais de um sistema. Um dado meio pode ser representado, com relação ao tempo, de forma contínua ou discreta. Neste tem-se que a informação existe apenas em intervalos enumeráveis de tempo $k \in \mathbb{Z}$, enquanto que naquele existe informação em qualquer instante de tempo $t \in \mathbb{R}$.

Sistemas que manipulam apenas sinais discretos são ditos sistemas discretos. Por outro lado, sistemas contínuos são aqueles que tratam sinais na forma contínua no tempo.

Sistemas dinâmicos contínuos no tempo são descritos por equações diferenciais. Nesse trabalho consideram-se os sistemas descritos por equações diferenciais ordinárias de ordem finita $n \in \mathbb{N}$, os quais podem ser representados na forma de espaços de estados, ou seja, por meio de um sistema de n equações diferenciais de primeira ordem com valor inicial conhecido, da forma:

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \\ \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0, \end{cases} \quad (2.1)$$

em que $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estado do sistema no tempo $t \in I$, sendo $I = [t_0, \infty[$, $\forall t_0 \in \mathbb{R}$ ou $I =]t_0, \infty[$ para $t_0 = -\infty$, \mathbf{x}_0 é o vetor de estado inicial (instante t_0) ou vetor de

condições iniciais, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^p$ é o vetor de entradas do sistema, e, por fim, uma função suave²

$$f : \Omega_1 \times \Omega_2 \rightarrow \mathbb{R}^n,$$

chamada campo vetorial, em que Ω_1 e Ω_2 representam conjuntos abertos conexos de \mathbb{R}^n e \mathbb{R}^p , respectivamente, ambos contendo a origem. Além disso, como se assume que f é suave, qualquer condição inicial $(t_0, \mathbf{x}_0) \in I \times \Omega_1$ pertence a uma e somente uma solução de (2.1).

O estado de um sistema dinâmico representa o menor conjunto de variáveis, chamadas de variáveis de estado, tal que o conhecimento dessas variáveis no instante inicial t_0 , juntamente com o conhecimento do sinal de entrada para $t \geq t_0$, determina completamente o comportamento do sistema para qualquer instante $t \geq t_0$ (Chen, 1998).

Para um vetor de estados inicial \mathbf{x}_0 , o sistema (2.1) evolui gerando uma solução única composta de um conjunto de valores de estados a partir da condição inicial. Essa solução é chamada de trajetória ou órbita do sistema. O conjunto de todas as trajetórias possíveis determinadas pela função f , a partir de diferentes condições iniciais e sinais de entrada, é chamado de fluxo.

Um sistema na forma (2.1) que não apresenta variação em sua estrutura e em seus parâmetros ao longo do tempo, é dito sistema invariante no tempo. Quando algum de seus parâmetros se altera como o passar do tempo, tem-se um sistema variante no tempo.

Caso a função f , em (2.1), dependa explicitamente do tempo, o sistema será representado como:

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \dot{\mathbf{x}} = f(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}), \\ \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0, \end{cases} \quad (2.2)$$

sendo $f : I \times \Omega_1 \times \Omega_2 \rightarrow \mathbb{R}^n$.

Nesse caso diz-se que o sistema descrito na forma (2.2) é não-autônomo. Se tal dependência não estiver explicitada, o sistema é dito autônomo. Contudo, pode-se transformar um sistema não-autônomo em um sistema autônomo, bastando acrescentar uma outra variável de estado, por exemplo, $x_{n+1} = t$, ao vetor de estados, aumentando-se sua ordem em uma unidade, ou seja,

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{x}_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f \left(\begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ x_{n+1} \end{bmatrix}, \mathbf{u} \right) \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (2.3)$$

²Um função é considerada suave quando for contínua e possuir derivadas contínuas de qualquer ordem (\mathcal{C}^∞).

Além disso, o sistema pode ser periódico no tempo, para o caso em que $f(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}) = f(t + t_p, \mathbf{x}, \mathbf{u})$, sendo t_p o período.

Em alguns casos define-se uma função de medição da forma:

$$\mathbf{y} = h(\mathbf{x}, \mathbf{u}),$$

sendo que $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^q$ é vetor de saída do sistema, e $h : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^q$ é uma função suave conhecida como função de medição, para sistemas puramente dinâmicos $y = h(\mathbf{x})$.

Assim, pode-se representar um sistema dinâmico autônomo e de dimensão finita como:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \\ \mathbf{y} = h(\mathbf{x}). \end{cases} \quad (2.4)$$

O sistema na forma (2.4) que satisfaz o princípio da superposição dos efeitos³ é dito linear. Do contrário, o sistema é dito não-linear.

Existem outras formulações menos gerais que a Eq. (2.4) para se representar um sistema dinâmico. Essas formulações são usadas para classes mais restritas de sistemas com características semelhantes. Dentre essas destaca-se a representação de Lur'e (Vidyasagar, 2002), a qual é dada por:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + g(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \\ \mathbf{y} = h(\mathbf{x}), \end{cases} \quad (2.5)$$

sendo $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ uma matriz constante, e $g : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^n$ uma função estática não-linear. A Eq. (2.5) será utilizada no Capítulo 3 para se representar um modelo simplificado para a UPS.

Os principais conceitos sobre a análise de estabilidade de sistemas dinâmicos são apresentados no Apêndice B.

2.3 Oscilações em Sistemas Dinâmicos

Sistemas dinâmicos que apresentam movimento oscilatório sustentável são chamados de osciladores. Um dos primeiros relatos sobre um oscilador foi creditado a Galileu Galilei (1564-1642), que observando o movimento pendular de um candelabro, no interior da catedral de Paris, constatou a independência do período de oscilação em relação à amplitude do movimento.

O pêndulo talvez seja o sistema dinâmico mais estudado e referenciado em se tra-

³O princípio da superposição estabelece que se for verdade que $y_1 = h(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}_1)$ e $y_2 = h(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}_2) \Rightarrow ay_1 + by_2 = h(t, \mathbf{x}, a\mathbf{u}_1 + b\mathbf{u}_2)$, então o sistema (2.4) é linear.

tando de movimento oscilatório. Primeiro pela sua relativa facilidade de modelagem, pois simplificações podem ser realizadas de forma a se obter tanto um modelo linear quanto não-linear. Segundo pelo seu caráter prático e versátil, uma vez que esse sistema é de fácil montagem, conseguindo representar uma vasta gama de comportamentos dinâmicos.

A importância da análise do comportamento dinâmico apresentado pelo pêndulo foi demonstrada por Christian Huygens (1629-1695), em seu trabalho intitulado *Horologium Oscillatorium* (“O Relógio de Pêndulo”), datado de 1673, no qual apresenta uma descrição do movimento pendular e como se poderia medir o tempo, utilizando-se um mecanismo baseado nesse tipo de movimento. Isso foi possível depois que Huygens deduziu a relação entre o período de oscilação (t_p), o comprimento do pêndulo (l) e a gravidade (g), ou seja, $t_p = 2\pi\sqrt{l/g}$.

A dificuldade da análise de sistemas não-lineares é que, na maioria dos casos, soluções analíticas não podem ser obtidas a partir das equações diferenciais. Isso motivou o desenvolvimento de outros métodos de análise qualitativa, dentre eles pode-se citar a seção de Poincaré e o diagrama de bifurcações (Ferrara e Prado, 1994).

Em última análise todos os sistemas reais são não-lineares. Em muitos casos a dinâmica de interesse pode ser analisada utilizando-se a abordagem linear. Entretanto, existem regimes dinâmicos que somente sistemas não-lineares são capazes de apresentar, dentre eles citam-se ciclos limite e caos.

2.3.1 Ciclos Limite

Um importante comportamento apresentado por sistemas dinâmicos não-lineares é conhecido como ciclo limite. Um ciclo limite consiste em uma trajetória fechada e isolada⁴ que pode atrair ou repelir soluções próximas (Monteiro, 2002). O balanço de energia está no cerne dos processos físicos que podem conduzir a ciclos limites (Ferrara e Prado, 1994).

A maneira como trajetórias vizinhas, interna e externamente ao ciclo limite, se comportam ditam sua estabilidade. O ciclo limite pode ser assintoticamente estável, instável ou semi-estável. No primeiro caso trajetórias vizinhas ao ciclo limite, tanto internas quanto externas, se aproximam do mesmo. No segundo caso as trajetórias vizinhas se afastam. O último caso considera trajetórias que se aproximam por um lado e se afastam por outro.

Sistemas lineares e não-lineares com um ponto de equilíbrio do tipo centro⁵ apresentam trajetórias fechadas no espaço de estados. Em ambos os casos a condição inicial

⁴Por trajetória isolada entende-se a inexistência de trajetórias fechadas infinitesimalmente próximas à trajetória considerada.

⁵Um ponto de equilíbrio do tipo centro é caracterizado por autovalores puramente imaginários, sendo estável, mas não assintoticamente (Ferrara e Prado, 1994).

determina a amplitude de oscilação. Contudo, na prática a reprodução desse comportamento não é trivial, devido à falta de robustez estrutural desses sistemas, uma vez que há a necessidade de se ajustar de forma exata os parâmetros para se conseguir a condição desse ponto de equilíbrio.

A característica mais importante que diferencia um ciclo limite de um centro consiste no fato de que, nestes, duas condições iniciais infinitesimalmente próximas produzem trajetórias infinitesimalmente próximas, mas não isoladas. Por outro lado, naqueles constata-se a ocorrência de uma órbita fechada e isolada, sendo que sua característica de forma não é afetada pelas condições iniciais. Nesse caso se diz que o sistema é robusto às condições iniciais.

Um exemplo de sistema não-linear que apresenta ciclo limite é o oscilador modificado de Van-der-Pol, representado como (Ueda e Akamatsu, 1981):

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = \mu(1 - x_1^2)x_2 - x_1^3 + a \cos(\omega t). \end{cases} \quad (2.6)$$

Este sistema tem sido utilizado como paradigma no estudo de diversos problemas, tais como comportamento do coração (Di Bernardo et al., 1998), respiradores artificiais (Achour et al., 2004), entre outros. Interessante notar que mesmo para $a = 0$, o sistema pode exibir oscilações sustentadas.

A Figura 2.2a ilustra um ciclo limite estável produzido pelo oscilador (2.6). Nessa figura são mostradas duas condições iniciais, a primeira dentro da região delimitada pelo ciclo limite e a segunda fora desta região. Observa-se que em ambos os casos as trajetórias tendem ao ciclo limite, caracterizando-o como estável. Outro ciclo limite também produzido por (2.6) é ilustrado na Figura 2.2b, nesse caso $a = 6$, ou seja, mesmo com excitação externa é possível que o regime dinâmico apresente ciclo limite.

A existência de um ciclo limite em uma dada região, \mathcal{D} , de um espaço de fases bidimensional, pode ser verificada utilizando-se alguns critérios, dentre eles ressalta-se o critério de Dulac, que é uma generalização do critério de Bendixson, e o teorema de Poincaré-Bendixson. Maiores informações, além das que serão apresentadas a seguir sobre esses e outros critérios, podem ser encontradas em Ferrara e Prado (1994) e Monteiro (2002).

Considerando-se a Eq. (2.4) para o caso autônomo e bidimensional, ou seja, $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2]^T$, o critério de Dulac apresenta uma condição suficiente para a não existência de um ciclo limite em \mathcal{D} , para o caso em que $\partial(gf)/\partial x_1 + \partial(gf)/\partial x_2$ não seja identicamente nula e não mude de sinal na região considerada, sendo g uma função determinada empiricamente. Se $g(\mathbf{x}) = 1$, $\mathbf{x} \in \Omega_1$, tem-se o critério de Bendixson.

O teorema de Poincaré-Bendixson estabelece que se \mathcal{D} for uma região fechada e limitada do espaço de fases, não possuindo pontos de equilíbrio e da qual trajetórias não

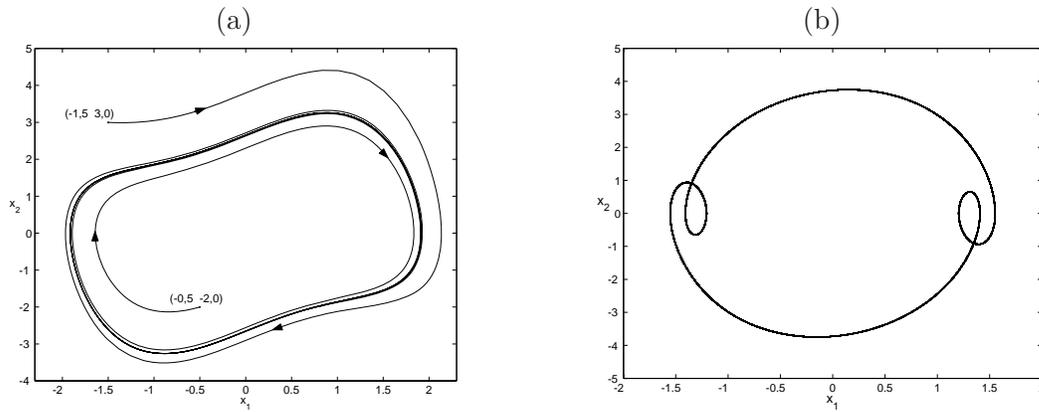


Figura 2.2: Ciclos limite apresentado pela Eq. (2.6) para (a) $a = 0$ e $\mu = -1$, a partir de duas condições iniciais: $[-1,5 \ 3,0]^T$ e $[-0,5 \ -2,0]^T$; (b) $a = 6$ e $\mu = -0,5$, ou seja, com perturbação introduzida por uma função periódica.

partem,⁶ então em \mathcal{D} existirá um ciclo limite.

2.3.2 Oscilações Caóticas

Oscilações sustentadas aperiódicas também podem ser obtidas de sistemas dinâmicos não-lineares (Ferrara e Prado, 1994). Esse se constitui outro importante regime dinâmico, de natureza complexa, conhecido como comportamento caótico (Ruelle e Takens, 1971). O regime caótico é caracterizado pela sensibilidade a pequenas variações nas condições iniciais, ou seja, duas condições iniciais extremamente próximas fazem com que o sistema, depois de transcorrido um determinado tempo, apresente evoluções temporais diferentes. Isso caracteriza a perda em taxa exponencial de previsibilidade do comportamento do sistema, mesmo conhecendo as equações que o descrevem, sejam elas a tempo contínuo ou discreto. Outras características importantes são a transitividade (recorrência) e o determinismo.

A Figura 2.3 ilustra duas simulações do sistema (2.6), com $\mu = 0,2$ e $a = 17$, considerando-se pequenas diferenças nos valores de condições iniciais.

A natureza complexa do regime caótico foi inicialmente constatada por Poincaré, ao investigar o problema da determinação da trajetória de três corpos celestes considerando as forças gravitacionais entre eles. A investigação desse problema motivou Poincaré a desenvolver ferramentas de análise qualitativa, uma vez que não era possível obter soluções analíticas a partir das equações diferenciais.

Entretanto, o interesse pela análise de sistemas em regime caótico foi despertado a

⁶Trajetórias que se iniciam nesta região nela permanecerão para $t \rightarrow \infty$.

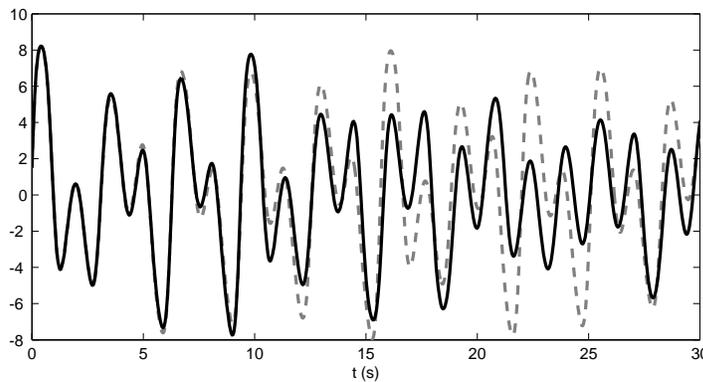


Figura 2.3: Sensibilidade a pequenas variações nas condições iniciais: característica marcante de sistemas caóticos.

partir do trabalho publicado por Edward Lorenz, em 1963, que ao integrar numericamente um modelo contínuo de previsão climatológica, com três parâmetros reais, o qual ele havia desenvolvido, se deparou com soluções extremamente sensíveis às condições iniciais (Lorenz, 1963). A razão para a surpresa se deve ao fato de que as soluções apresentavam oscilações sustentadas aperiódicas que se mantinham para $t \rightarrow \infty$, ou seja, descartava-se a hipótese de regime transitório. Além disso, tais soluções se originavam de um sistema determinístico, o qual não possuía termos aleatórios ou estocásticos. O modelo determinado por Lorenz foi:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \sigma(x_2 - x_1), \\ \dot{x}_2 = \rho x_1 - x_2 - x_1 x_3, \\ \dot{x}_3 = x_1 x_2 - \beta x_3, \end{cases} \quad (2.7)$$

em que $\sigma = 10$, $\beta = 8/3$ e $\rho = 28$ são os três parâmetros reais.

A Figura 2.4 ilustra um resultado obtido a partir da simulação computacional da equação (2.7). Observa-se que a trajetória do sistema permanece confinada em uma região no espaço de estados (Figura 2.4a). Esta região que confina o fluxo é conhecida como atrator caótico ou atrator estranho.⁷

Para um sistema dinâmico contínuo apresentar comportamento caótico é necessário que o mesmo tenha, no mínimo, três dimensões (Ferrara e Prado, 1994, pag. 170). Além disso, o sistema deve ser dissipativo, requisito básico para a existência de atratores.

O grande interesse na análise do regime caótico foi motivado por três fatos. O primeiro é que, apesar de complexo, sistemas extremamente simples podem exibir oscilações caóticas (Sprott, 1994). O segundo foi a observação de oscilações caóticas em diversas áreas do conhecimento. Por fim, constatou-se que dois sistemas caóticos poderiam ter

⁷Esta terminologia foi introduzida por Ruelle e Takens (1971) para definir a evolução de sistemas que apresentam sensível dependência com relação às condições iniciais, bem como a terminologia caótico para o comportamento dinâmico.

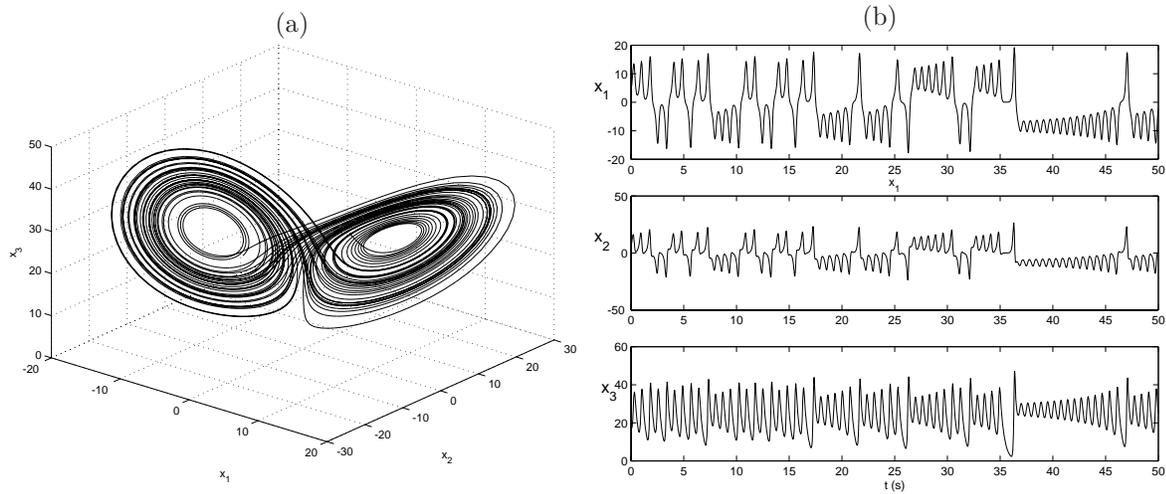


Figura 2.4: (a) Representação em espaço de estados de uma solução determinada por simulação computacional do sistema dinâmico (2.7), utilizando-se os parâmetros $\sigma = 10$, $\beta = 8/3$ e $\rho = 28$; (b) evolução temporal das variáveis de estado desse sistema.

sua evolução temporal sincronizada, apenas promovendo a interação dos estados dos mesmos (Pecora e Carroll, 1990). Esse último foi o grande motivador para o crescimento exponencial da pesquisa sobre sincronização de sistemas dinâmicos.

2.4 Dinâmica Não-Linear em Eletrônica de Potência

Técnicas de modelagem, análise e controle de sistemas não-lineares têm encontrado na área de eletrônica um campo fértil para testes e aplicações. Destacam-se os circuitos eletrônicos, como, por exemplo, o circuito de Chua (Chua et al., 1993a,b), que podem apresentar vasta gama de regimes dinâmicos, sendo utilizados para diversos fins como, por exemplo, na transmissão de informação (Tôrres, 2001; Wu, 2002).

Os primeiros relatos da ocorrência de caos em um circuito eletrônico são creditados a Van-der-Pol, cujo circuito apresentava um “ruído irregular”, o qual podia ser escutado (Kennedy e Chua, 1986). Contudo, esse ruído ficou inexplorado por mais de 50 anos. Em 1980, Baillieu e colegas sugeriram que conversores CC-CC e outros sistemas que utilizavam moduladores PWM⁸ poderiam apresentar comportamento caótico (Baillieu et al., 1980).

Contudo foram os trabalhos de Linsay (1981), Matsumoto (1984), Matsumoto et al. (1985) e Chua et al. (1993a,b) que confirmaram a grande aplicabilidade da eletrônica na

⁸Do inglês: *Pulse Width Modulation*. Moduladores PWM são dispositivos que dado um período de tempo t_p , ajustam quanto tempo o sinal de saída do dispositivo apresentará nível lógico 1, também conhecido como t_{on} , e quanto tempo o sinal de saída apresentará nível lógico 0, t_{off} , sendo que $t_p = t_{on} + t_{off}$.

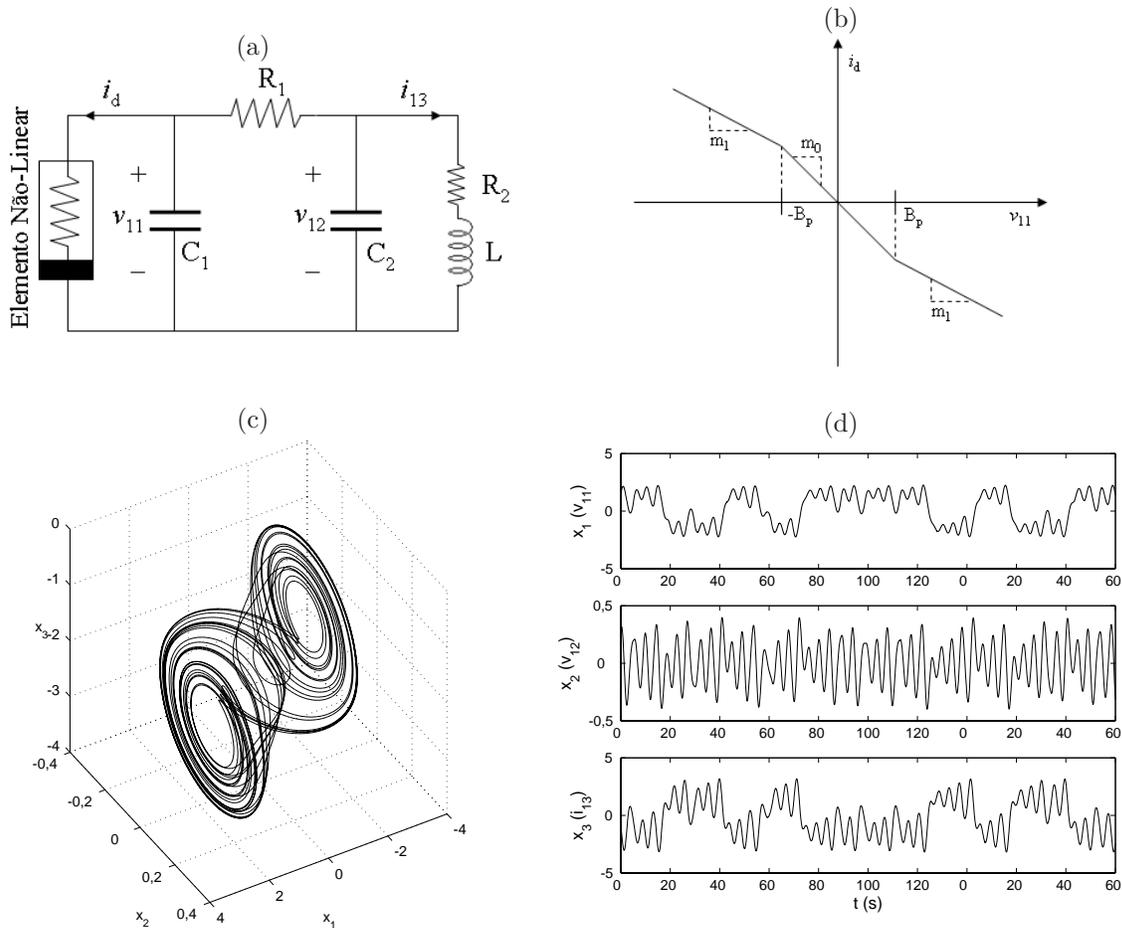


Figura 2.5: (a) Circuito de Chua; (b) curva característica do elemento não-linear; (c) atrator caótico apresentado por este circuito e (d) evolução temporal das variáveis de estado.

análise de sistemas não-lineares, especialmente sistemas caóticos. As Figuras 2.5a e 2.5b ilustram o circuito eletrônico obtido por Chua e a curva característica do elemento não-linear, respectivamente. Para um determinado conjunto de parâmetros esse circuito pode apresentar comportamento caótico, o qual é ilustrado nas Figuras 2.5c e 2.5d (evolução temporal das variáveis de estado).

O circuito de Chua tem sido utilizado para se investigar diversas metodologias para controle de caos e formas de sincronização (Tôrres, 2001; Wu, 2002; Tôrres e Aguirre, 2005).

Em se tratando da Eletrônica de Potência, o trabalho de Hamil e Jefferies (1988) foi o pioneiro a relatar a ocorrência de caos em circuitos eletrônicos de potência. Posteriormente, Deane e Hamill (1990) identificaram diversas formas pelas quais regime caótico poderia ser obtido em tais circuitos. Em especial cita-se o conversor CC-CC *Buck* como o primeiro desses dispositivos, no qual se constatou e investigou regime caótico (Brockett

e Wood, 1984; Deane e Hamill, 1991).

Com o desenvolvimento de pesquisas verificou-se que diversos conversores poderiam exibir caos (Tse, 1994; Tse e Chan, 1995). Além disso, outros fenômenos complexos foram relatados como, por exemplo, bifurcação por colisão de bordas⁹ (Yuan et al., 1998; Iu e Tse, 2001).

Uma revisão dos comportamentos complexos apresentados por alguns desses circuitos, em especial conversores CC-CC, pode ser encontrada em Tse e Di Bernardo (2002).

2.5 Definindo Sincronismo entre Sistemas Dinâmicos

Considere dois sistemas autônomos, de mesma dimensão e campos vetoriais suaves, sendo definidos por $f_1, f_2 : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, ou seja,:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = f_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2), \\ \dot{\mathbf{x}}_2 = f_2(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1), \end{cases} \quad (2.8)$$

em que $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in \mathbb{R}^n$ representam os vetores de estado dos sistemas.

Quando se diz que dois ou mais sistemas dinâmicos estão em sincronismo, o entendimento mais comum é que os mesmos apresentam igualdade na evolução temporal. Isso procede do próprio sentido intuitivo da palavra sincronismo, que deriva do grego e significa *concordância de atos ou eventos no tempo*. Contudo, nem sempre a igualdade na evolução temporal das variáveis de estado é o que se deseja, como no caso em que se busca a igualdade de fase entre os sistemas.

O problema da sincronização tem como objetivo estabilizar uma evolução coerente, no tempo, de alguma propriedade dos sistemas, e pode ser resumido em três etapas:

1. A primeira etapa consiste em acoplar os sistemas e medir a propriedade de interesse. Isso pode ser feito definindo-se uma função $h : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^p$, não nula,¹⁰ cujo domínio é o produto cartesiano do espaço \mathbb{R}^n das trajetórias de um dos sistemas de (2.8) e do tempo ($t \in \mathbb{R}$), sendo a imagem a propriedade de interesse, de dimensão p . Uma função h pode ser definida similarmente para o outro sistema. Vale ressaltar que, $h_{\mathbf{x}_1}$ é a propriedade do sistema (2.8) e $h(\mathbf{x}_1, t)$ é o valor da mesma;
2. A segunda etapa consiste em comparar as medições dessa propriedade. Para isso

⁹Esse fenômeno ocorre em sistemas cujo espaço de estados possui limites correspondentes às diferentes configurações do conversor. Quando um ponto fixo do sistema cruza esse limite, ocorre uma bifurcação por colisão de bordas.

¹⁰A necessidade da função h ser não-nula significa que a propriedade medida não pode ser nula para todas as trajetórias do sistema, para todo o tempo. Com essa restrição elimina-se o caso trivial de sincronismo, ou seja, quando não se mede nem se compara nenhuma propriedade.

pode-se definir a função $s : \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^p$, sendo a mesma independente do tempo;

3. Por fim, a terceira etapa se resume em estabelecer a condição para sincronismo, ou seja, $\|\Gamma [h(\mathbf{x}_1, t), h(\mathbf{x}_2, t)]\| = 0$.

Com base nessas etapas, pode-se definir o estado síncrono como:

Definição 1 (Brown e Kocarev (2000)) *Os sistemas definidos por f_1 e f_2 na Eq. (2.9) estão sincronizados, com respeito às propriedades $h_{\mathbf{x}_1}$ e $h_{\mathbf{x}_2}$, se existe uma mapeamento, independente do tempo, $\Gamma : \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^p$, tal que $\|\Gamma [h(\mathbf{x}_1, t), h(\mathbf{x}_2, t)]\| = 0$ é válido para todas as trajetórias.*

Nessa definição a existência de mecanismos que acoplam os sistemas está implícita, uma vez que $\|\Gamma\| = 0$ deve acontecer para todas as possíveis trajetórias. Isto implica a existência de um vínculo que impede os sistemas de serem completamente independentes. Outra consequência da definição é a necessidade da estabilidade do sistema acoplado.

Dessa forma, a teoria da sincronização trata de sistemas que estão acoplados entre si de alguma maneira. A necessidade do acoplamento elimina o caso do sincronismo trivial, ou seja, quando se tem sistemas idênticos com mesmas condições iniciais. Nesse caso, na ausência de perturbações, a evolução temporal seria idêntica, apesar de um não produzir qualquer influência no outro e vice-versa.

2.6 Formas de Acoplamento

Considere o caso do acoplamento entre dois sistemas dinâmicos representado por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Sistema 1:} \left\{ \begin{array}{l} \dot{\mathbf{x}}_1 = f_1(\mathbf{x}_1) + g_1(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2), \\ \mathbf{y}_1 = h_1(\mathbf{x}_1), \end{array} \right. \\ \text{Sistema 2:} \left\{ \begin{array}{l} \dot{\mathbf{x}}_2 = f_2(\mathbf{x}_2) + g_2(\mathbf{y}_2, \mathbf{y}_1), \\ \mathbf{y}_2 = h_2(\mathbf{x}_2), \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (2.9)$$

em que as funções $g_1, g_2 : \mathbb{R}^q \times \mathbb{R}^q \rightarrow \mathbb{R}^n$ são responsáveis pelo acoplamento.

As formas de acoplamento são classificadas como: *unidirecional* ($g_1 = 0$ ou $g_2 = 0$) e *bidirecional* ($g_1 \neq 0$ e $g_2 \neq 0$). No primeiro caso apenas um dos sistemas é afetado pelo acoplamento, enquanto que, no segundo caso ambos os sistemas são afetados.

O acoplamento unidirecional também é conhecido como *mestre-escravo*, sendo que o sistema mestre (geralmente representado com subíndice “1” ou “m”) fornece a referência que deve ser seguida pelo sistema escravo (subíndice “2” ou “e”).

A partir dessas formas de acoplamento, várias estruturas de acoplamento foram desenvolvidas. Dentre elas as mais comuns são a substituição completa e a realimentação

linear. Outras estruturas podem ser encontradas em Wu e Chua (1994); Wu (2002); Pikovsky et al. (2001).

O método de acoplamento por substituição completa consiste em decompor o sistema dinâmico apresentado na equação (2.9), em três subsistemas $\dot{\mathbf{x}}_{11}$, $\dot{\mathbf{x}}_{12}$ e $\dot{\mathbf{x}}_2$, ou seja,

$$\text{Sistema 1 : } \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_{11} = s_1(\mathbf{x}_{11}, \mathbf{x}_{12}), \\ \dot{\mathbf{x}}_{12} = s_2(\mathbf{x}_{11}, \mathbf{x}_{12}), \end{cases}$$

$$\text{Sistema 2 : } \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_2 = s_3(\mathbf{x}_{11}, \mathbf{x}_2) \end{cases}$$

em que, $\mathbf{x}_{11} \in \mathbb{R}^m$, $\mathbf{x}_{12} \in \mathbb{R}^k$ e $\mathbf{x}_2 \in \mathbb{R}^l$. O sistema 1, composto pelos subsistemas $\dot{\mathbf{x}}_{11}$ e $\dot{\mathbf{x}}_{12}$, define o mestre. O sistema 2, formado por $\dot{\mathbf{x}}_2$, define o escravo, sendo os mesmos acoplados por meio da transmissão do sinal \mathbf{x}_{11} do mestre ao escravo, gerando um novo sistema de dimensão $n = m + k + l$.

O primeiro subíndice da variável de estado indica qual o sistema a que a mesma se refere. O segundo subíndice indica qual é a variável de estado naquele sistema. Por exemplo, x_{13} representa a terceira variável de estado do primeiro sistema. Essa convenção será adotada no decorrer do trabalho.

Um exemplo de acoplamento por substituição completa é mostrado na Figura 2.6. Os sistemas mostrados nessa figura representam dois circuitos de Chua. O acoplamento começa a existir a partir do momento em que a chave S_1 é fechada, conseqüentemente a sua complementar \bar{S}_1 se abre. Esta operação substitui a primeira equação do sistema 2 e impõe a do sistema 1. As equações que descrevem estes sistemas, após o acoplamento, são dadas por:

$$\text{Sistema 1: } \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_{11} = \begin{cases} \dot{v}_{11} = \frac{1}{c_1 r_1} (v_{12} - v_{11}) - \frac{1}{c_1} \phi(v_{11}), \\ \dot{v}_{12} = \frac{1}{c_2 r_1} (v_{11} - v_{12}) + \frac{1}{c_2} i_{13}, \\ \dot{i}_{13} = -\frac{1}{l} v_{12} + \frac{r_2}{l} i_{13}, \end{cases} \end{cases} \quad (2.10)$$

$$\text{Sistema 2: } \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_2 = \begin{cases} \dot{v}_{11} = \frac{1}{c_1 r_1} (v_{12} - v_{11}) - \frac{1}{c_1} \phi(v_{11}), \\ \dot{v}_{22} = \frac{1}{c_2 r_1} (v_{11} - v_{22}) + \frac{1}{c_2} i_{23}, \\ \dot{i}_{23} = -\frac{1}{l} v_{22} + \frac{r_2}{l} i_{23}, \end{cases} \end{cases}$$

em que c_1 e c_2 representam valores de capacitância, l valor de indutância e r_1 e r_2 são as

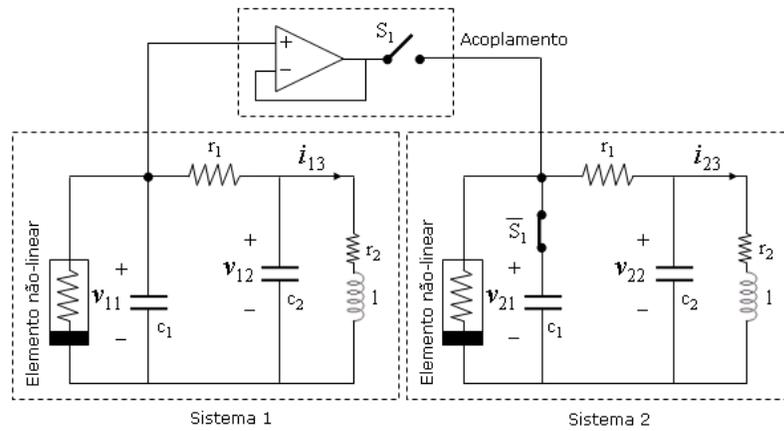


Figura 2.6: Exemplo de acoplamento por substituição completa entre dois circuitos de Chua. Observa-se que quando a chave S estiver fechada substitui-se a primeira equação do sistema 2 e pela correspondente do sistema 1, ou seja, substitui-se por completo a variável de estado v_{21} por v_{11} .

resistências. A função $\phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ caracteriza o elemento não-linear, sendo definida como

$$\phi(v_{11}) = a_1 v_{11} + \frac{1}{2}(a_2 - a_1)(|v_{11} + a_3| - |v_{11} - a_3|),$$

em que $\{a_i\}_{i=1}^3$ são constantes reais.

Outra estratégia de acoplamento muito utilizada é a *realimentação linear do erro de sincronismo*, sendo representada como:

$$\text{Sistema 1: } \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = f_1(\mathbf{x}_1) + K_1(y_1 - y_2), \\ \mathbf{y}_1 = C_1 \mathbf{x}_1, \end{cases} \quad (2.11)$$

$$\text{Sistema 2: } \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_2 = f_2(\mathbf{x}_2) + K_2(y_2 - y_1), \\ \mathbf{y}_2 = C_2 \mathbf{x}_2, \end{cases} \quad (2.12)$$

em que $C_1, C_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ são matrizes que determinam quais dos estados de (2.11) e (2.12) são medidos, respectivamente. $K_1, K_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ são matrizes de ganhos. No caso de realimentação linear unidirecional $K_1 = 0$ ou $K_2 = 0$. Para o caso bidirecional $K_1 \neq 0$ e $K_2 \neq 0$.

Exemplos de acoplamento por realimentação linear do erro entre variáveis de estado são ilustrados nas Figuras 2.7 e 2.8, as quais contemplam os casos unidirecional e bidirecional, respectivamente. O acoplamento começa a existir a partir do momento em que a chave S_1 é fechada. As equações que descrevem o comportamento do sistema acoplado

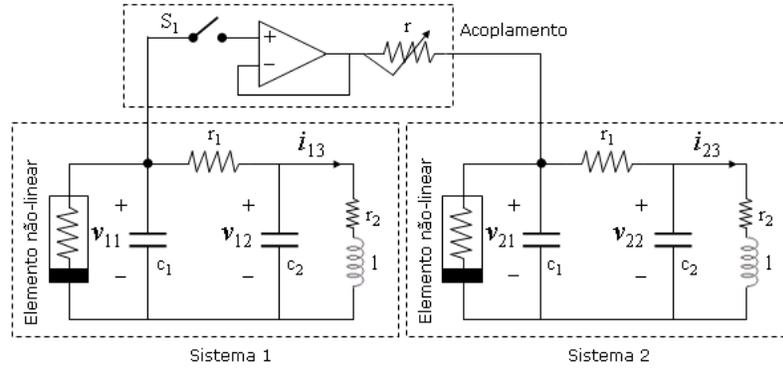


Figura 2.7: Exemplo de acoplamento unidirecional entre dois circuitos de Chua idênticos, por realimentação linear do erro entre as variáveis de estado v_{11} e v_{21} , sendo o ganho de acoplamento representado pelo resistor r .

para o caso unidirecional são dadas por:

$$\text{Sistema 1: } \begin{cases} \dot{v}_{11} = \frac{1}{c_1 r_1} (v_{12} - v_{11}) - \frac{1}{c_1} \phi(v_{11}), \\ \dot{v}_{12} = \frac{1}{c_2 r_1} (v_{11} - v_{12}) + \frac{1}{c_2} i_{13}, \\ \dot{i}_{13} = -\frac{1}{l} v_{12} + \frac{r_2}{l} i_{13}, \end{cases}$$

$$\text{Sistema 2: } \begin{cases} \dot{v}_{21} = \frac{1}{c_1 r_1} (v_{22} - v_{21}) - \frac{1}{c_1} \phi(v_{21}) + \frac{1}{c_1} \left[\frac{1}{r} (v_{11} - v_{21}) \right], \\ \dot{v}_{22} = \frac{1}{c_2 r_1} (v_{21} - v_{22}) + \frac{1}{c_2} i_{23}, \\ \dot{i}_{23} = -\frac{1}{l} v_{22} + \frac{r_2}{l} i_{23}. \end{cases}$$

A diferença para o caso bidirecional é o aparecimento do termo de acoplamento também na primeira equação do sistema 1, ou seja:

$$\text{Sistema 1: } \begin{cases} \dot{v}_{11} = \frac{1}{c_1 r_1} (v_{12} - v_{11}) - \frac{1}{c_1} \phi(v_{11}) + \frac{1}{c_1} \left[\frac{1}{r} (v_{21} - v_{11}) \right], \\ \dot{v}_{12} = \frac{1}{c_2 r_1} (v_{11} - v_{12}) + \frac{1}{c_2} i_{13}, \\ \dot{i}_{13} = -\frac{1}{l} v_{12} + \frac{r_2}{l} i_{13}, \end{cases}$$

$$\text{Sistema 2: } \begin{cases} \dot{v}_{21} = \frac{1}{c_1 r_1} (v_{22} - v_{21}) - \frac{1}{c_1} \phi(v_{21}) + \frac{1}{c_1} \left[\frac{1}{r} (v_{11} - v_{21}) \right], \\ \dot{v}_{22} = \frac{1}{c_2 r_1} (v_{21} - v_{22}) + \frac{1}{c_2} i_{23}, \\ \dot{i}_{23} = -\frac{1}{l} v_{22} + \frac{r_2}{l} i_{23}. \end{cases}$$

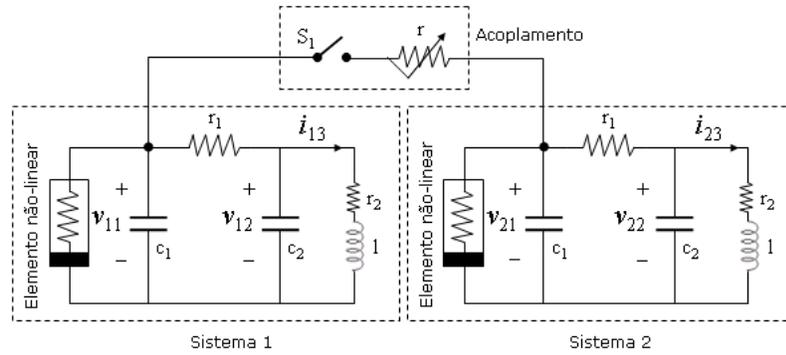


Figura 2.8: Exemplo de acoplamento bidirecional entre dois circuitos de Chua idênticos, por realimentação linear do erro nas variáveis de estado v_{11} e v_{21} , sendo o ganho de acoplamento determinado pelo resistor r .

O acoplamento atua na mesma equação diferencial em ambos os sistemas. Isso implica que as matrizes de ganhos, K_1 e K_2 , são iguais e neste caso possuem apenas um elemento diferente de zero.

Outra estrutura relevante para as funções de acoplamento g_1 e g_2 é chamada de *acoplamento dinâmico*, na qual o acoplamento é feito por meio de funções com dinâmica (Wu, 2002).

Determinar a melhor estrutura de acoplamento, bem como seus parâmetros, de forma que o estado síncrono seja estável não é uma questão simples, pois depende também da dinâmica inerente aos sistemas. Além disso, tais funções podem ser estáticas não-lineares, o que torna a análise de estabilidade do sincronismo uma tarefa laboriosa. Isso ocorre no acoplamento entre fontes de energia, como será visto no Capítulo 3. O projeto de estruturas de acoplamento continua sendo campo fértil de investigação na área de sincronismo (Macau et al., 2002; Furtado, 2004; Sarasola et al., 2003; Junge e Parlitz, 2001; Liao, 1998).

2.7 Modalidades de Sincronismo

O objetivo principal da sincronização é alcançar um estado de coerência entre propriedades de interesse dos sistemas em questão. Contudo, existem algumas propriedades que são muito utilizadas como indicativas de condição síncrona. Devido a isso, tais propriedades caracterizam algumas modalidades de sincronismo.

A modalidade mais geral de sincronização é chamada de *sincronismo generalizado* (Rulkov et al., 1995; Kocarev e Parlitz, 1996; Abarbanel et al., 1996), que abrange casos de sincronismo entre sistemas idênticos ou não. Essa modalidade ocorre quando a

propriedade dos subsistemas está relacionada por:

$$s [h(\mathbf{x}_1, t), h(\mathbf{x}_2, t)] = \psi [h(\mathbf{x}_1, t)] - h(\mathbf{x}_2, t), \quad (2.13)$$

sendo $\psi : \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^p$ uma função suave, inversível e independente do tempo. A hipótese de sincronismo assume que $s \equiv 0$, nesse caso tem-se que $h(\mathbf{x}_2, t) = \psi [h(\mathbf{x}_1, t)]$. Esse mapeamento define uma variedade no espaço de estados (Veja apêndice B), que pode ser utilizada para se determinar unicamente a propriedade de interesse de um sistema, dado que se conheça a propriedade do outro.

Um caso comum é quando a propriedade de interesse consiste nos estados dos sistemas. Considerando-se o vetor de estados de ambos os sistemas com dimensão igual a n , tem-se que o sistema acoplado evolui em um espaço de estados de dimensão $2n$. A variedade nesse caso é definida por $\mathbf{x}_2 = \psi(\mathbf{x}_1)$. Ou seja, pode-se utilizar a variedade para se determinar o estado do sistema, dado que se conhece o outro estado. Esse é o ponto comum entre a teoria de sincronização e a teoria de observadores de estado, sendo essa última um caso particular da primeira.

Uma modalidade muito utilizada é o *sincronismo idêntico* entre os estados, que ocorre quando $h(\mathbf{x}_1, t) = \mathbf{x}_1$, $h(\mathbf{x}_2, t) = \mathbf{x}_2$ e $\psi [h(\mathbf{x}_1, t)] = I_n \mathbf{x}_1$, ou seja, $h(\mathbf{x}_2, t) = \psi [h(\mathbf{x}_1, t)] \Rightarrow \mathbf{x}_2 = I_n \mathbf{x}_1$, em que I_n representa a matriz identidade de ordem n .

Exemplos de modalidades de sincronização são:

- *Sincronismo de fase* (Rosenblum et al., 1996): ocorre quando as fases dos sistemas mantém uma relação proporcional entre ambas, podendo o comportamento em amplitude estar completamente incoerente. Vale ressaltar que a medição da fase precisa ser definida para cada caso;
- *Sincronismo de frequência* (Rosenblum et al., 1996): acontecendo sincronismo de fase, as frequências também estarão sincronizadas, devido à relação existente em fase e frequência, qual seja a frequência é a variação temporal da fase. Contudo o contrário não é verdadeiro;
- *Sincronismo com atraso de tempo* (Rosenblum et al., 1997): caracterizado quando os estados são idênticos a menos de uma defasagem de tempo fixo.

Um fato interessante, que foi observado quando se acopla sistemas por realimentação linear, é a transição entre modalidades de sincronização. À medida que o ganho de acoplamento varia, os estados evoluem de um comportamento incoerente para sincronismo com atraso de tempo e, por fim, sincronismo idêntico. Um exemplo desse fato é apresentado em Rosenblum et al. (1997).

O sincronismo de fase/frequência é muito investigado na área biomédica com trabalhos

sobre respiração artificial (Achour et al., 2004), ritmo dos batimentos cardíacos (Santos et al., 2004) e outros (Pikovsky et al., 2001). Por outro lado, o sincronismo idêntico é de interesse na área de identificação de sistemas (Brown et al., 1994; Aguirre et al., 2006), transmissão de informação (Makoto et al., 1997; Hasler, 1998; Tôrres, 2001) e eletrônica de potência (Coelho, 2000). Esses são exemplos de algumas áreas do conhecimento nas quais o estudo da sincronização de sistemas tem contribuído para conclusões relevantes.

2.8 Estabilidade da Sincronização

Sincronizar dois ou mais sistemas implica verificar a possibilidade da ocorrência de:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \{\psi(h[\mathbf{x}_2, t]) - h[\mathbf{x}_1, t]\} = \lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e} = 0, \quad (2.14)$$

sendo que $\psi(h[\mathbf{x}_2, t]) - h[\mathbf{x}_1, t]$ representa o erro de sincronização, \mathbf{e} . No caso especial de sincronismo idêntico, em que a função h mede os estados, deseja-se que $\mathbf{e} = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2 = 0$. Em outras palavras, espera-se que os estados de ambos os sistemas passem a evoluir em concordância temporal.

A sincronização está condicionada à hipótese de estabilidade da superfície definida pela variedade $\psi(h(\mathbf{x}_2, t)) - h(\mathbf{x}_1, t) = 0$ ser verdadeira. De fato, a equação $\psi(\mathbf{x}_1) - \mathbf{x}_2 = 0$ define uma hipersuperfície, \mathcal{S} , no espaço de dimensão \mathbb{R}^{2n} , que pode ser estável ou estabilizável. Essa hipersuperfície é denominada *variedade de sincronismo*, sendo definida como:

Definição 2 (Kresimir (1998)) *Uma variedade de sincronismo \mathcal{S} é uma variedade de dimensão n , suave, compacta e da forma diagonal, a qual é invariante sob o fluxo, absorvedora e localmente atrativa.*

No caso de sincronismo idêntico, a hipersuperfície se resume a um hiperplano definido em \mathbb{R}^n , dado por $\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_2$. Da mesma forma, pode-se definir um conjunto de coordenadas transversais dado por $\mathbf{e}_\perp = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2$, para $\mathbf{e} \neq 0$, sendo que cada ponto \mathbf{e}_\perp está contido em uma variedade transversal à variedade de sincronismo idêntico.

A Fig. 2.9 ilustra o espaço de fases de dois sistemas dinâmicos contínuos unidimensionais. A variedade de sincronismo idêntico é dada pela reta que passa pela origem. Na figura estão ilustrados dois pontos não pertencentes a \mathcal{S} , \mathbf{e}_1 e \mathbf{e}_2 , sendo esses pontos pertencentes às variedades transversais a \mathcal{S} , nomeadas $\mathcal{S}_{\perp 1}$ e $\mathcal{S}_{\perp 2}$, respectivamente.

Dessa forma, a hipótese de um estado síncrono para alguma modalidade de sincronismo está condicionada não apenas à existência de \mathcal{S} , mas também ao fato da variedade estabelecida ser estável.

Diversos métodos foram apresentados na literatura para investigar a estabilidade do

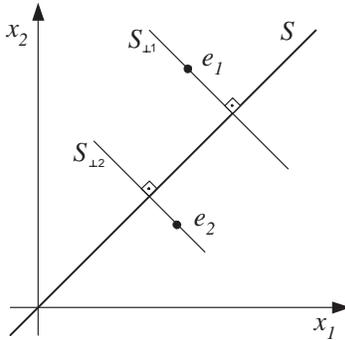


Figura 2.9: Exemplo de gráfico para uma variedade de sincronismo idêntico \mathcal{S} , definida pelo acoplamento entre dois sistemas contínuos unidimensionais (\dot{x}_1 e \dot{x}_2), e, também, duas variedades de sincronismo transversais à variedade idêntica, nomeadas $\mathcal{S}_{\perp 1}$ e $\mathcal{S}_{\perp 2}$. Na figura estão ilustrados dois pontos, e_1 e e_2 , fora de \mathcal{S} , sendo esses pontos pertencentes às variedades transversais $\mathcal{S}_{\perp 1}$ e $\mathcal{S}_{\perp 2}$, respectivamente.

acoplamento entre sistemas dinâmicos. A maioria desses dedicados à análise do acoplamento *mestre-escravo* por realimentação linear do erro de sincronismo. Atualmente, percebe-se o aumento de trabalhos dedicados à investigação de mais sistemas acoplados bidirecionalmente, com estruturas de acoplamento diversificadas .

De forma geral, os métodos para análise de estabilidade podem ser classificados de duas formas: análise numérica e análise estrutural (Furtado e Tôrres, 2005). O primeiro congrega métodos que utilizam, por exemplo, equações variacionais para investigar a estabilidade assintótica local da variedade de sincronismo, considerando-se soluções suficientemente próximas à mesma de forma que linearizações são válidas. A segunda categoria considera a estrutura das equações diferenciais que definem o campo vetorial na busca, por exemplo, de funções de Lyapunov que garantam o sincronismo em um sentido mais global, ou mesmo na determinação da bacia de atração¹¹ de um dado ponto de equilíbrio. Essas duas formas de análise serão descritas a seguir.

2.8.1 Análise Numérica de Formas de Acoplamento

Considere dois sistemas acoplados unidirecionalmente,

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = f_1(\mathbf{x}_1), \\ \dot{\mathbf{x}}_2 = f_2(\mathbf{x}_2) + g_2(\mathbf{y}_2, \mathbf{y}_1). \end{cases}$$

¹¹A bacia de atração é definida pelo conjunto de todas as possíveis condições iniciais que convergem para o ponto de equilíbrio em questão.

Definindo-se o erro de sincronismo como $\mathbf{e} = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2$, tem-se

$$\Sigma_1 : \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = f_1(\mathbf{x}_1), \\ \dot{\mathbf{e}} = f_1(\mathbf{x}_1) - f_2(\mathbf{x}_1 - \mathbf{e}) - g_2(\mathbf{y}_2, \mathbf{y}_1), \end{cases} \quad (2.15)$$

em que o sistema $\dot{\mathbf{x}}_2$ foi reescrito em função de \mathbf{e} e $\dot{\mathbf{x}}_1$, ou seja, $\dot{\mathbf{x}}_2 = \dot{\mathbf{x}}_1 - \dot{\mathbf{e}}$. Além disso, $\mathbf{y}_1 = h_1(\mathbf{x}_1)$ e $\mathbf{y}_2 = h_2(\mathbf{x}_2)$. Logo, a estabilidade do estado síncrono idêntico pode ser analisada do ponto de vista da estabilidade parcial, tanto no caso unidirecional quanto bidirecional. Para isso deve-se garantir que o ponto de equilíbrio parcial $\mathbf{e} = 0$ seja estável.

No caso de sistemas idênticos ($f_1 = f_2 = f$), acoplados da forma Σ_1 , a equação variacional, ou seja, aquela obtida da linearização por série de Taylor de f para \mathbf{x}_2 evoluindo próximo a \mathbf{x}_1 , é dada por

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}} &= \dot{\mathbf{x}}_1 - \dot{\mathbf{x}}_2 = f(\mathbf{x}_1) - f(\mathbf{x}_2) - g_2(\mathbf{y}_2, \mathbf{y}_1), \\ \dot{\mathbf{e}} &\approx f(\mathbf{x}_1) - [f(\mathbf{x}_1) - D_f(\mathbf{x}_1)\mathbf{e}] - [g_2(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_1) - D_{g_2}(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_1)D_{h_2}(\mathbf{x}_1)\mathbf{e}], \\ \dot{\mathbf{e}} &\approx [D_f(\mathbf{x}_1) + D_{g_2}(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_1)D_{h_2}(\mathbf{x}_1)]\mathbf{e}, \\ \dot{\mathbf{e}} &\approx D(\mathbf{x}_1)\mathbf{e}, \end{aligned} \quad (2.16)$$

sendo $D_f(\mathbf{x}_1)$ e $D_{h_2}(\mathbf{x}_1)$ as matrizes Jacobianas de $f(\mathbf{x}_2)$ e $h_2(\mathbf{x}_2)$ avaliadas em $\mathbf{x}_2 = \mathbf{x}_1$; e $D_{g_2}(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_1)$ a matriz Jacobiana de $g_2(\mathbf{y}_2, \mathbf{y}_1)$ em relação a \mathbf{y}_2 , avaliada em $\mathbf{y}_2 = \mathbf{y}_1$. É importante mencionar que adotou-se a hipótese de invariância para a variedade de sincronismo.

A matriz variante no tempo

$$D(\mathbf{x}_1) = D_f(\mathbf{x}_1) + D_{g_2}(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_1)D_{h_2}(\mathbf{x}_1), \quad (2.17)$$

dependente da trajetória $\mathbf{x}_1(t)$, define a dinâmica linear local próxima a variedade de sincronismo idêntico \mathcal{S} . Além disso, $\mathbf{x}_1(t)$ não sofre influência da trajetória $\mathbf{x}_2(t)$ em nenhum momento.

Para o caso de sistemas acoplados na forma bidirecional, pode-se reescrever a Eq. (2.15) como,

$$\Sigma_2 : \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = f_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}), \\ \dot{\mathbf{e}} = f_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}) - f_2(\mathbf{x}_1 - \mathbf{e}, \mathbf{x}_1), \end{cases} \quad (2.18)$$

por simplicidade considera-se que f_1 e f_2 incluem respectivamente as funções de acoplamento g_1 e g_2 . Assumindo-se que exista uma solução que defina o estado síncrono entre os sistemas \mathbf{x}_s , a qual pode ser periódica ou não, o erro de sincronismo para acoplamento bidirecional é definido por:

$$\mathbf{e}_b = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_s \\ \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_s \end{bmatrix}, \quad (2.19)$$

em que $\mathbf{e}_b = [\mathbf{e}_1^T \quad \mathbf{e}_2^T]^T \in \mathbb{R}^{2n}$. Quando ambos os sistemas atingem o estado síncrono $\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_s$ e $\mathbf{x}_2 = \mathbf{x}_s$, o erro de sincronismo se torna nulo ($\mathbf{e}_b = 0$), tal como ocorre para o acoplamento unidirecional nessa mesma condição.

A definição do erro de sincronismo dada pela Eq. (2.19) é mais restritiva que $\mathbf{e} = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2$, pois é necessário o conhecimento prévio da solução do estado síncrono. Entretanto, também para a Eq. (2.19) é possível escrever uma equação variacional considerando-se tanto $\mathbf{x}_1(t)$ quanto $\mathbf{x}_2(t)$ evoluindo suficientemente próximos a $\mathbf{x}_s(t)$.

Considerando-se sistemas idênticos e que $\mathbf{x}_s(t)$ é solução para $\dot{\mathbf{x}}_{ss} = f(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_s)$, a dinâmica do erro de sincronismo é dada por:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{e}}_1 &= \dot{\mathbf{x}}_1 - f(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_s), \\ \dot{\mathbf{e}}_2 &= \dot{\mathbf{x}}_2 - f(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_s). \end{cases}$$

Linearizando em torno da solução síncrona tanto para \mathbf{x}_1 quanto para \mathbf{x}_2 , tem-se:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}_1 &= \left[f(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_s) + \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}_1}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \Big|_{\mathbf{x}_1=\mathbf{x}_s; \mathbf{x}_2=\mathbf{x}_s} \right) \mathbf{e}_1 + \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}_2}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \Big|_{\mathbf{x}_1=\mathbf{x}_s; \mathbf{x}_2=\mathbf{x}_s} \right) \mathbf{e}_2 \right] \\ &\quad - f(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_s), \\ \dot{\mathbf{e}}_2 &= \left[f(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_s) + \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}_1}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) \Big|_{\mathbf{x}_2=\mathbf{x}_s; \mathbf{x}_1=\mathbf{x}_s} \right) \mathbf{e}_1 + \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}_2}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) \Big|_{\mathbf{x}_2=\mathbf{x}_s; \mathbf{x}_1=\mathbf{x}_s} \right) \mathbf{e}_2 \right] \\ &\quad - f(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_s). \end{aligned}$$

Dessa forma,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{e}}_1 \\ \dot{\mathbf{e}}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} D_f(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_s) \Big|_{\mathbf{x}_1=\mathbf{x}_s} & D_f(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_2) \Big|_{\mathbf{x}_2=\mathbf{x}_s} \\ D_f(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_1) \Big|_{\mathbf{x}_2=\mathbf{x}_s} & D_f(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_s) \Big|_{\mathbf{x}_2=\mathbf{x}_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \end{bmatrix}, \\ \dot{\mathbf{e}}_b &= D_{f(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_s)} \mathbf{e}_b, \end{aligned} \tag{2.20}$$

em que $D_{f(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_s)}$ representa a matriz Jacobiana do sistema de erro.

A Eq. (2.20), que dependente apenas da trajetória $\mathbf{x}_s(t)$, pode ser utilizada para se investigar a dinâmica linear local próxima à variedade de sincronismo idêntico \mathcal{S} .

Diversos critérios de análise numérica do sincronismo, para a estrutura mestre-escravo, foram investigados por Blakely e Gauthier (2000) na análise de qualidade do sincronismo em dois exemplos práticos. Dentre esses critérios pode-se destacar:

1. Expoentes de Lyapunov transversais (Fujisaka e Yamada, 1983);
2. Decomposição da matriz Jacobiana (Brown e Rulkov, 1997);
3. Estimativa do erro de sincronização máximo (Illing et al., 2002).

O primeiro método investiga a taxa média de convergência ou divergência de trajetórias suficientemente próximas a \mathcal{S} , ou seja, a partir dos expoentes de Lyapunov obtidos da matriz Jacobiana (Eq. (2.17)), para o sistema variacional definido pela Eq. (2.16). O caráter variacional está relacionado ao fato da dinâmica linear local do sistema de erro de sincronismo (2.15) depender do estado do sistema mestre. A definição dos Expoentes de Lyapunov é apresentada no apêndice A.

O nome transversal se deve ao fato da equação variacional depender do erro de sincronismo, nesse caso qualquer ponto não contido em \mathcal{S} pertence a uma variedade transversal à mesma. Por outro lado, caso a equação variacional seja obtida por meio da linearização do sistema escravo, sendo a matriz Jacobiana calculada para trajetórias do sistema mestre tem-se os chamados os expoentes de Lyapunov condicionais (Pecora e Carroll, 1990). O nome condicional se deve ao fato da equação variacional ser condicionada aos estados do sistema mestre.

Caso o maior expoente de Lyapunov transversal (ou condicional) for negativo, então a hipótese de sincronismo é plausível, mas não é garantida. Ou seja, trata-se de uma condição apenas suficiente (Gauthier e Biefang, 1996).

De fato, uma vez que os expoentes de Lyapunov são obtidos como uma média ao longo de uma trajetória, considerando-se trajetórias do sistema mestre de comprimento significativo, não é possível capturar adequadamente a influência de pequenos trechos nos quais o comportamento local é divergente em relação a \mathcal{S} . Na presença de ruído o sistema, ao passar por estas regiões instáveis, é lançado para fora da variedade de sincronismo, originando os chamados *eventos de dessincronização*,¹² que compreendem intervalos de tempo durante os quais há uma amplificação da perturbação inicial, antes que ocorra um decaimento do vetor de erro para a variedade de sincronismo idêntico \mathcal{S} .

É interessante notar que esses eventos também podem surgir mesmo quando os autovalores de $D_{\mathbf{x}_1}$, em (2.17), são estáveis, mas as direções de estabilidade definidas pelos autovetores correspondentes são quase paralelas, conforme bem ilustrado em Blakely e Gauthier (2000).

Uma condição suficiente para a estabilização da variedade de sincronismo é que o maior expoente de Lyapunov transversal, entre todos os expoentes de Lyapunov transversais obtidos considerando-se todas as possíveis variedades invariantes do subsistema mestre, seja negativo (Ashwin et al., 1994). Isto difere da estratégia original, uma vez

¹²Do Inglês: *desynchronization bursts*.

que se considera a trajetória do sistema mestre evoluindo também segundo comportamentos localmente instáveis não observados na prática, tais como órbitas periódicas instáveis UPO.¹³ Entretanto, apesar dessa condição refletir comportamentos divergentes locais, em alguns casos se torna uma tarefa árdua como, por exemplo, na investigação do sincronismo de sistemas caóticos, para os quais existem infinitas UPO imersas no atrator estranho.

Uma alternativa proposta por Galias (1999) foi observar o comportamento estatístico da distribuição de valores dos maiores expoentes de Lyapunov transversais locais, para intervalos de tempo curtos, ao longo de trajetórias naturais do subsistema mestre. A finalidade é obter um conjunto de expoentes que capture os comportamentos locais, indicando a prevalência ou não de valores negativos e, portanto, de comportamento convergente. Entretanto, trata-se apenas de uma estratégia qualitativa de análise.

O segundo método listado anteriormente, proposto por Brown e Rulkov (1997), prevê condições suficientes para a estabilidade local de \mathcal{S} . Trata-se da decomposição de $D_{\mathbf{x}_1}(t)$, em (2.17), em duas parcelas distintas, uma invariante no tempo e outra explicitamente dependente do tempo. Se a influência da parcela dependente do tempo não for superior à parcela independente e assumindo que essa última é estável, no sentido da parte real do maior autovalor ser negativo, então a hipótese de sincronismo estável é possível.

Entretanto, verificou-se por meio de simulações que esse método é sensível ao tipo de norma escolhida e, também, a normalizações aplicadas aos estados do sistema. Além disso, uma vez que essa condição é suficiente, o estado síncrono pode ser possível mesmo para valores que não satisfazem o critério (Furtado e Tôres, 2005).

O terceiro método é usado para se investigar a robustez de \mathcal{S} à presença de pequenas diferenças paramétricas entre os sistemas, ou a sinais de ruído, avaliando-se uma medida que aproxima o fator de amplificação de possíveis sinais de perturbação, introduzidos quando o sistema está em \mathcal{S} .

2.8.2 Análise Estrutural de Formas de Acoplamento

A análise estrutural trata da busca por condições necessárias e/ou suficientes para a estabilidade de \mathcal{S} em relação a estrutura matemática da função de acoplamento g_2 , no caso unidirecional, e g_1 e g_2 , para o caso bidirecional. Além disso, pode-se investigar também as funções de saída h_1 e h_2 , em (2.8), de tal forma que a variedade de sincronismo idêntico \mathcal{S} seja globalmente estável.

Em muitos casos essas condições estruturais podem ser traduzidas em procedimentos numéricos, constituindo estratégias híbridas para análise dos acoplamentos.

¹³Do inglês: *Unstable Periodic Orbits*.

2.8.2.1 Funções de Lyapunov

Ainda não há nenhuma teoria, em análise de estabilidade de sistemas dinâmicos não-lineares, mais geral que a teoria de estabilidade de Lyapunov (Vidyasagar, 2002).

Uma vez que seja conhecida uma função de Lyapunov para o sistema de erro (2.16), então a variedade de sincronismo idêntico \mathcal{S} é estável no sentido assintótico.

A existência de uma função de Lyapunov é condição necessária e suficiente para a estabilidade global da variedade \mathcal{S} . Entretanto, não há procedimento sistemático padrão para se determinar, *a priori*, uma função $v(\mathbf{e})$ que satisfaça as hipóteses do Teorema 1 (Apêndice B). Por isso, provas de sincronizabilidade empregando a teoria de estabilidade de Lyapunov são quase sempre restritas a casos específicos, ou a classes mais restritas de sistemas não-lineares.

Um exemplo da aplicação desse tipo de análise é encontrado em Jiang et al. (2003), no qual é mostrada a obtenção de uma função de Lyapunov para sistemas de Lur'e acoplados por realimentação linear, garantindo-se a estabilidade global de \mathcal{S} .

2.8.2.2 Teoria Geométrica de Controle

Em Solis-Perales et al. (2003) os autores propõem indicar condições necessárias e suficientes para a sincronização de sistemas não-lineares acoplados, mesmo para o caso de sistemas diferentes. A estratégia se baseia na verificação da existência de leis de controle linearizantes, no sentido de Controle Geométrico, para o sistema (2.15).

De fato, uma vez que condições estruturais precisas para a existência destas leis de controle linearizantes possam ser testadas, pode-se dizer que, caso as condições se verifiquem, então será possível sincronizar ambos os sistemas, garantindo-se a estabilidade de \mathcal{S} na região de validade dessas leis de controle.¹⁴

Entretanto, a despeito do fato das condições indicadas em Solis-Perales et al. (2003) serem necessárias e suficientes para a existência de mecanismos linearizantes por meio de realimentação não linear de estados, não foi demonstrada a necessidade de existir tal realimentação sempre que dois sistemas puderem ser sincronizados. Isto é, do ponto de vista da estabilização de \mathcal{S} , mostrou-se apenas que a existência dessa lei de controle é condição suficiente.

Além disso, é importante salientar que as manipulações algébricas necessárias para se verificar as condições para a existência ou não de formas de realimentação não-linear de estados, que sejam linearizantes, é tarefa não trivial; mais bem conduzida empregando-se programas matemáticos de manipulação simbólica.

¹⁴Observa-se que leis de controle linearizantes podem apresentar regiões de validade não muito extensas (Isidori, 1989).

2.9 Medindo a Qualidade do Sincronismo Idêntico

Em diversas aplicações existe a necessidade de se garantir que o erro de sincronismo máximo, após terminado o transiente de sincronização, não exceda um nível finito permitido, por exemplo, na transmissão de informação (Macau et al., 2002), seleção de modelos identificados por meio de sincronismo (Furtado, 2004), entre outras. Na prática a existência de ruído, incertezas paramétricas, entre outros fenômenos, pode fazer com que o erro de sincronização não se anule. Além disso, o esforço necessário para se sincronizar dois sistemas de forma a garantir o nível máximo de erro permitido pode ser inviável.

Nesses casos, a qualidade do sincronismo pode ser vista como um equilíbrio entre a energia, ou o esforço, para se estabelecer o estado síncrono e o nível aceitável de erro de sincronismo. A seguir apresenta-se uma função para obtenção do custo de sincronização e outra função que estabelece uma classe para o nível de erro de sincronismo.

2.9.1 Custo de Sincronização

O custo de sincronização pode ser interpretado como a energia da ação de controle despendida para manter sincronizados os sistemas dinâmicos, sendo dado por (Sarasola et al., 2003):

$$J_s = \lim_{t_i \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{(t_i - t_s)} \int_{t_s}^{t_i} \|g_1(\mathbf{y}_2, \mathbf{y}_1) + g_2(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2)\|^2 dt}, \quad (2.21)$$

em que g_1 e g_2 representam as ações de controle, t_i representa o intervalo de tempo considerado a partir do estabelecimento do acoplamento, desprezado o transiente de sincronização t_s , que é assumido igual a $5/\|\lambda_{\min}\|$, sendo λ_{\min} o menor expoente de Lyapunov transverso para o sistema acoplado. A partir do instante t_s todos os fenômenos observados são contabilizados, incluindo eventuais aumentos espúrios no erro de sincronização. No caso unidirecional tem-se que $g_1 \equiv 0$.

Em um contexto de ausência de ruído, caso os sistemas sejam suficientemente flexíveis para se adaptarem a uma evolução comum, um baixo custo de sincronização ou, eventualmente, custo zero será possível. É importante ressaltar que esse custo é usado para se avaliar a energia necessária para manter os sistemas sincronizados, ou seja, não se considera o transiente de sincronização.

2.9.2 Classes de Sincronismo

Em situações práticas devido à influencia de ruído, incertezas paramétricas e outros fatores, o erro de sincronismo pode ser não-divergente. Nesses casos, existe um valor finito

máximo para o erro, ou seja,

$$\sup \|\mathbf{e}\| = e_{\max}, \quad \forall t > t_s. \quad (2.22)$$

Caso isso ocorra, os dois sistemas acoplados apresentam uma outra modalidade de sincronização diferente do sincronismo idêntico. Essa modalidade é chamada de *sincronismo quase-idêntico de classe ϵ* (Tôrres, 2001), pois:

$$\frac{\|\mathbf{e}\|}{\|\mathbf{e}\| + 1} \leq \epsilon, \quad \forall t > t_s, \quad (2.23)$$

sendo ϵ dado por

$$\epsilon = \frac{e_{\max}}{e_{\max} + 1}. \quad (2.24)$$

Desta forma, o erro de sincronização normalizado (Eq. (2.23)) é limitado superiormente por ϵ .

Observa-se pela Eq. (2.24) que a faixa de variação do erro máximo de sincronização estará contida no intervalo $0 \leq \epsilon \leq 1$, sendo que quando $\epsilon \rightarrow 0$, caso em que $\|\mathbf{e}\| \rightarrow 0$, sincronismo idêntico pode ser possível. Por outro lado, quando $\epsilon \rightarrow 1$ o sincronismo idêntico não pode ser estabelecido, pois $\|\mathbf{e}\| \rightarrow \infty$.

Além disso, a quantidade ϵ é sensível à estabilidade local do estado síncrono, sendo muito importante para caracterizar sincronismo idêntico de alta qualidade,¹⁵ uma vez que existem casos em que os sistemas acoplados, mesmo evoluindo em sincronismo quase-idêntico de alta qualidade por longos períodos, experimentam eventos de desincronização os quais fazem com que ϵ tenha um valor excessivamente elevado.

2.10 Casos comuns na teoria de sincronização

Nessa seção relata-se dois casos que freqüentemente se apresentam em problemas de sincronização de sistemas dinâmicos, sendo eles:

- Sincronização utilizando-se sinal escalar;
- Sincronismo de sistemas não-autônomos periódicos.

O primeiro aborda o fato de se ter apenas um sinal escalar que pode ser, por exemplo, apenas uma das variáveis de estado do sistema mestre transmitida ao escravo. É um questão que desperta interesse principalmente em transmissão de informação segura e no

¹⁵Considera-se um sincronismo idêntico de alta qualidade quando ϵ é menor que 1% do maior comprimento da dimensão do atrator (Gauthier e Biefang, 1996).

sincronismo de fontes de energia sem comunicação. O segundo caso trata de sistemas não-lineares que apresentam oscilações sustentadas mas que não estão evoluindo em regime caótico.

2.10.1 Sincronização Utilizando-se Sinal Escalar

Acreditava-se que o número de sinais escalares necessários para sincronizar dois osciladores caóticos estava relacionado com o número de expoentes de Lyapunov positivos. Conseqüentemente, osciladores hipercaóticos¹⁶ não poderiam ser sincronizados por sinais escalares. Contudo, provou-se que tal conjectura era falsa (Peng et al., 1996; Tamasevicius e Cenys, 1997; Macau et al., 2002).

Diversas técnicas foram desenvolvidas baseando-se no cancelamento de dinâmica para classes de sistemas específicos (Wu, 2002). Usualmente a parte não linear do sistema escravo é cancelada permanecendo apenas a parte linear. Isso é realizado transmitido-se um sinal pelo mestre que contenha a dinâmica não-linear de interesse, mais a parcela não-linear do sistema escravo. Ao se realimentar no sistema escravo o sinal vindo do mestre, na equação da dinâmica do erro de sincronismo permanecia apenas a parte linear. Isso torna a análise de estabilidade trivial. Entretanto, tais técnicas são limitadas pois, necessitam do conhecimento da dinâmica a qual se deseja cancelar.

2.10.2 Sincronismo entre sistemas com excitação senoidal

Sistemas não-autônomos, em especial sistemas com excitação senoidal, também podem ser sincronizados. Nesse caso o problema apresenta aspectos diferentes do caso de sistemas autônomos. Por exemplo, se ambos os sistemas são excitados por um sinal periódico, do tipo senoidal, há a necessidade de que a diferença de fase entre as funções de excitação seja nula.

Uma maneira de se igualar a fase entre os termos periódicos de excitação consiste em utilizar uma malha de fase travada ou PLL.¹⁷ Um exemplo pode ser encontrado em (Carroll e Pecora, 1993), no qual os autores utilizam um PLL para auxiliar na sincronização de dois circuitos acoplados na configuração mestre-escravo. Entretanto, Wu et al. (1996) propuseram duas técnicas que dispensam o uso de PLL para sincronização, sendo uma aplicada ao acoplamento unidirecional e outra ao bidirecional.

¹⁶Osciladores hipercaóticos são sistemas que apresentam dinâmica caótica com mais de um expoente de Lyapunov positivo.

¹⁷Do inglês: *Phase-Locked Loop*.

2.11 Acoplamento entre Múltiplos Osciladores

Considera-se acoplamento entre múltiplos osciladores quando se busca sincronização entre mais de dois sistemas acoplados.

O problema do sincronismo entre múltiplos osciladores idênticos pode ser tratado com a teoria de grafos, em que os osciladores são classificados como uma coleção de nós idênticos, nos quais algum sinal é coletado de um nó e aplicado em outro, na maioria dos casos utilizando-se ganhos constantes. Esses valores de ganho variam entre os pares de nós acoplados.

Em seu trabalho, Fink e colegas mostraram que o problema da estabilidade da variedade de sincronismo idêntico, entre múltiplos osciladores acoplados, poderia ser investigada utilizando-se uma configuração com apenas três dos osciladores acoplados (Fink et al., 2000). Para isso, deve-se obter a função de estabilidade mestre MSF¹⁸ (Pecora et al., 1998), a qual se constitui em uma equação variacional dos três osciladores acoplados, que fornece a evolução dos mesmos próximos à variedade de sincronismo idêntico.

Wu e Chua (1995a,b) apresentaram condições suficientes para estabilidade do acoplamento entre múltiplos osciladores acoplados por realimentação linear. Uma outra abordagem desse problema no contexto de observadores foi realizada por Wu (2002), resultando também em condições suficientes aplicáveis ao sincronismo de sistemas de Lur'e.

Essas abordagens consideram uma matriz que contém a informação da existência ou não de conexão entre os osciladores, ou seja, a estrutura da rede influencia diretamente a hipótese de estado síncrono estável. Dois exemplos de redes são ilustrados na Fig. 2.10, sendo que na primeira (Fig. 2.10a) tem-se uma rede em anel em que cada um dos osciladores se conecta ao subsequente, na segunda (Fig. 2.10b) tem-se uma rede completa na qual existe conexão entre todos os osciladores.

Um exemplo de múltiplos osciladores acoplados por uma rede completa é o caso de várias UPS fornecendo energia para um conjunto de cargas.

Outra técnica apresentada por Fink et al. (2000) investiga o problema da estabilidade da condição síncrona entre múltiplos osciladores idênticos do ponto de vista de apenas três desses osciladores acoplados. Os autores obtêm a equação variacional,

$$\dot{\boldsymbol{\xi}} = [D_f + \mu D_g] \boldsymbol{\xi}, \quad (2.25)$$

em que $\boldsymbol{\xi} = [\xi_1 \ \xi_2 \ \dots \ \xi_m]^T$ é o vetor de variações em cada um dos osciladores; D_f representa a matriz Jacobiana do campo vetorial f de um oscilador; D_g é a matriz Jacobiana da função de acoplamento g ; μ representa cada um dos autovalores não-nulos da matriz constante G , o qual pode ser representado na forma polar $\mu = \alpha + i\beta$. A matriz G con-

¹⁸Do inglês: *Master Stability Function*.

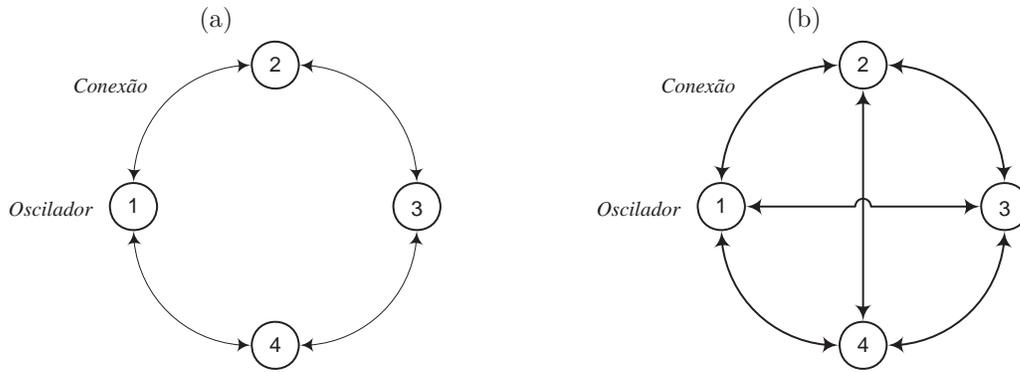


Figura 2.10: Exemplos de redes para múltiplos osciladores acoplados: (a) rede em anel; (b) rede completa de acoplamento.

sidera os valores de acoplamento por realimentação linear dos termos de acoplamento em cada oscilador.

Assim, a equação variacional (2.25) obtida de três osciladores idênticos acoplados pode ser utilizada para garantir a estabilidade da condição síncrona de uma rede com mais de três osciladores.

Vale ressaltar que para se aplicar esta abordagem, deve-se satisfazer quatro restrições:

1. os sistemas acoplados são todos idênticos;
2. utiliza-se uma mesma função para se realizar o acoplamento entre os sistemas;
3. a variedade de sincronização idêntica é invariante;
4. a função de acoplamento pode ser aproximada por uma função linear próximo à variedade de sincronização idêntica.

As restrições 1 e 3 garantem a existência da variedade de sincronismo idêntico. A restrição 2 especifica uma única MSF. Por fim, a última restrição limita a classe de variação para as função de acoplamento, de maneira que próximo ao estado síncrono a função deve ser linear.

2.12 Conclusão

Nesse capítulo foram apresentados alguns conceitos sobre os sistemas dinâmicos e tópicos da teoria de sincronização de sistemas dinâmicos, os quais serão utilizados no restante do trabalho. É necessário lembrar que o objetivo da sincronização é estabelecer

o estado síncrono de alguma propriedade do sistema. É de interesse para este trabalho o caso de sincronismo idêntico entre as variáveis de estados dos sistemas.

Existem duas vertentes de abordagem para o problema do sincronismo entre dois ou mais sistemas. A primeira consiste em tratá-lo como um problema de estabilidade assintótica do erro de sincronização. Na segunda vertente, aborda-se como um problema de controle. Nesta última pode-se utilizar técnicas desenvolvidas para o projeto de observadores, uma vez que o intuito é fazer com que o observador reproduza a mesma evolução temporal das variáveis de estado do sistema observado. Entretanto, deve-se ressaltar que a sincronização não tem por objetivo reconstruir variáveis de estado e sim, investigar sob quais condições os sistemas estabelecem uma estado de evolução coerente no tempo.

A análise local para o caso unidirecional se diferencia para o caso bidirecional, uma vez que nesse último a equação variacional é dependente da solução síncrona. O caso bidirecional é o mais comum em se tratando de múltiplos osciladores acoplados, bem como para sistemas acoplados que não possuem uma referência definida, tal como ocorre para fontes de energia sem comunicação extra entre as mesmas.

No caso de sincronismo entre osciladores excitados por funções periódicas a literatura apresenta a necessidade de PLL para que ocorra o sincronismo. As técnicas de sincronização baseadas em cancelamento de dinâmica dispensam a necessidade do uso da PLL em todos os sistemas, uma vez que a referência de fase pode ser imposta pelo sistema mestre.

Foram ainda apresentadas técnicas relativas à análise do acoplamento entre múltiplos osciladores. Esse tópico é ainda pouco explorado na teoria de sincronização, limitando-se a casos em que as funções de acoplamento são lineares tanto estáticas ou quanto dinâmicas. Para funções de acoplamento não-lineares se a mesma é bem descrita por uma função linear suficientemente próxima a \mathcal{S} pode-se usar a técnica proposta por Fink et al. (2000). Entretanto, resultados recentes mostram que a teoria de Floquet como promissora para a abordagem desse problema (Zhou et al., 2002; Xiong et al., 2007).

UPS: CONTROLE DA OPERAÇÃO EM PARALELO E MODELAGEM

“Não te desvaneças, pois, de qualquer arte ou ciência; antes teme pelas luzes que recebeste. Se te parece que sabes muitas coisas e perfeitamente as compreendes, considera que muito mais é o que desconheces.”

Tomás de Kempis (1379–1471)

3.1 Introdução

Como apresentado no Capítulo 1, o fornecimento de energia contínuo e de qualidade tem sido uma necessidade premente na sociedade atual. Principalmente devido ao aumento contínuo de cargas consideradas críticas.

As fontes de energia ininterruptas ou UPS podem ser classificadas como estáticas, rotacionais, ou híbridas. As UPS rotacionais são caracterizadas por possuírem elementos girantes, tais como geradores elétricos. Essas UPS são utilizadas quando se necessita de elevada demanda por energia. As UPS estáticas são compostas predominantemente por elementos semicondutores, não apresentando elementos girantes. Nas UPS híbridas têm-se uma mescla das estáticas e rotacionais.

As principais topologias para conexão em paralelo de UPS são:

1. *Passive-standby*;
2. *Line-Interactive*;
3. *Double conversion*.

Essas topologias estão em consonância com a norma IEC 62.040-3. Na topologia *Passive-standby* as UPS operam em regime de espera, ou seja, na ocorrência de uma falta

da rede principal, ou quando a mesma opera fora dos limites de tolerância, a UPS assume o fornecimento da energia. Por outro lado, na *Line-Interactive* a UPS opera em paralelo com a rede principal fornecendo energia se necessário e, por fim, na *Double-Conversion* a energia é fornecida à carga pela rede principal através da UPS. Esse nome se dá pelo fato de existir duas conversões de energia.

Nesse trabalho investiga-se, por meio de técnicas da teoria de sincronismo, questões associadas à estabilidade da conexão em paralelo de UPS estáticas. Não são abordadas questões relativas ao paralelismo entre rede principal e UPS, ou seja, a situação de paralelismo investigada no presente consiste naquela em que a energia está sendo fornecida exclusivamente pelas UPS e, deseja-se conectar mais unidades em paralelo, como forma de melhorar a confiabilidade do sistema como um todo. Isso torna os resultados obtidos independentes de topologia. No Apêndice A descreve-se com mais detalhes a classificação e as topologias para o paralelismo de UPS.

Dois fatores determinantes para a seleção das técnicas de investigação do sincronismo entre dois ou mais sistemas dinâmicos são o tipo e a estrutura dos modelos matemáticos usados para descrevê-los.

A partir do modelo pode-se definir e investigar a dinâmica do erro de sincronismo próximo à variedade de sincronização, bem como, em alguns casos, proceder análise de estabilidade global para o sistema acoplado.

Dada a importância do modelo para a sincronização, esse capítulo tem por objetivo principal descrever a modelagem de uma UPS monofásica por meio da física do processo, ou seja, o modelo é obtido considerando-se a teoria de circuitos elétricos.

Uma UPS pode ser representada por um oscilador senoidal, cuja frequência, amplitude e defasagem angular podem ser controladas. Os benefícios da conexão de osciladores em paralelo, sem comunicação, tal como relatado no Capítulo 1, motivou o desenvolvimento de técnicas de paralelismo, inspiradas na operação em paralelo de geradores síncronos.

Na técnica comumente utilizada, a qual é denominada “Método das curvas de decaimento”(Tuladhar et al., 1997),¹ a potência ativa e a potência reativa fornecidas pela UPS representam as variáveis de decisão, sendo a frequência e a amplitude as variáveis controladas. A partir das variáveis controladas obtém-se um sinal de referência do tipo senoidal, o qual é utilizado pelos controladores da UPS para definir o estado da saída da mesma.

O método por curvas de decaimento é a referência principal de controle independente nas literaturas que apresentam as técnicas utilizadas no paralelismo Bekiarov e Emadi (2002). Essa estratégia, a despeito de diversas desvantagens, as quais serão abordadas na Seção 3.2, tem sido utilizada na operação em paralelo de sistemas multi-UPS com controle

¹Em Inglês *Droop Method*.

independente, apresentando desempenho satisfatório (Tuladhar et al., 1997; Coelho et al., 2002).

Desde o trabalho de Tuladhar et al. (1997) diversas foram as contribuições para a melhoria dessa técnica (Guerrero et al., 2005, 2006). Entretanto, nenhuma das contribuições visou aprimorar a implementação da mesma, no que tange a redução da ordem dinâmica do modelo, bem como possibilitar a redução do tempo de convergência do método. Em vista disso, apresenta-se nesse capítulo, especificamente na Seção 3.4, uma nova formulação para se obter o sinal de referência utilizado para controle da UPS, a partir das curvas de decaimento. Nessa nova formulação não se utiliza diretamente a potência reativa, apenas a potência ativa e a potência instantânea fornecidas pela UPS.

Ao longo do capítulo aborda-se as principais técnicas utilizadas no paralelismo de UPS, bem como a modelagem temporal, em espaço de estados, da UPS, incorporando a nova formulação para as curvas de decaimento. Ao final, o modelo obtido é comparado, por meio de simulação, com aquele quando se utiliza a implementação tradicional do método por curvas de decaimento.

3.2 Estratégias de Paralelismo Baseadas em Equilíbrio de Potências

As técnicas de paralelismo de sistemas multi-UPS podem ser divididas em dois grupos, dependendo da existência ou não de troca de informação entre as unidades. No caso das estratégias de controle com comunicação (troca de informação) destacam-se o controle concentrado ou centralizado, o quase-centralizado e, o controle mestre-escravo. Para UPS sem comunicação, utiliza-se o chamado controle independente.

No controle centralizado, uma das UPS é responsável por detectar a corrente total e calcular a parcela que cada unidade deverá fornecer. Essa informação é transmitida por meio de conexões extras entre as unidades. Além disso, necessita-se de uma PLL em cada unidade UPS, para que se possa garantir sincronismo de fase e de frequência.

O controle mestre-escravo é semelhante ao anterior, sendo que a diferença está no fato de somente a unidade mestre possuir a PLL habilitada. Esta PLL fornece a referência de frequência e de fase para as outras unidades, consideradas escravas. Se ocorrer uma falha na unidade mestre, uma das escravas é escolhida como mestre, habilitando a operação da sua respectiva PLL. Essa estratégia garante estabilidade e alto desempenho na divisão de potência entre as unidades (Chen e Chu, 1995). Entretanto, a implementação dessa estratégia requer muitos sensores em cada UPS, para se obter as informações necessárias para o controle. Além disso, a dependência da unidade mestre reduz a robustez do sistema como um todo. Apesar dessas limitações, essa é a estratégia mais utilizada para

paralelismo com comunicação (Sato e Kawamura, 2005b).

No controle quase-centralizado utilizam-se conexões extras entre as unidades sem, contudo, haver uma unidade mestre. Cada uma das UPS é capaz de gerar um sinal com a informação da frequência que a mesma está operando. A partir desses sinais, realiza-se uma operação lógica E, resultando em um sinal de frequência único para todas as unidades (Liu et al., 2003).

A maior disponibilidade de informação no paralelismo com comunicação, propicia uma maior possibilidade na diversificação das técnicas. Não obstante, no paralelismo sem comunicação encontram-se também grandes desafios, principalmente devido à escassez de informação. O controle nesse tipo de operação é chamado de independente, pois cada unidade deve, a partir da medição de variáveis locais, controlar sua respectiva operação de forma a estabelecer e manter o paralelismo. As variáveis locais comumente utilizadas são a corrente de saída da UPS e a tensão do barramento.

No controle independente, duas técnicas estão relatadas na literatura:

1. curvas de decaimento (Tuladhar et al., 1997);
2. decomposição da corrente de saída (Sato e Kawamura, 2003).

Nesse trabalho, optou-se por investigar o método por curvas de decaimento. Primeiro, por ser o método mais utilizado em se tratando de controle independente. Segundo, por não se ter encontrado uma análise de estabilidade no âmbito temporal para tal técnica, ou seja, com modelos para as UPS escritos em espaço de estados. Diferentemente da análise em frequência e em regime permanente, para a qual têm-se análises consolidadas (Coelho, 2000; Coelho et al., 2002; Santos Filho, 2007).

Entretanto, se faz necessário observar as características do fluxo de potência em regime permanente entre a UPS e uma dada carga, supondo-se a princípio, que o acoplamento entre ambos seja realizado por meio de uma impedância resistiva e indutiva, cujo módulo e fase são, respectivamente, $|z| = \sqrt{r_a^2 + (2\pi f l_a)^2}$ e $\theta = \arctan\left(\frac{2\pi f l_a}{r_a}\right)$, sendo f a frequência de operação, conforme mostrado na Fig. 3.1.

O fluxo de potência é dado por:

$$\begin{cases} p_a &= \frac{|u_o||u|}{|z|} \cos(\theta - \phi) - \frac{|u|^2}{|z|} \cos(\theta), \\ p_r &= \frac{|u_o||u|}{|z|} \text{sen}(\theta - \phi) - \frac{|u|^2}{|z|} \text{sen}(\theta), \end{cases} \quad (3.1)$$

em que $|u_o|$ e $|u|$ representam, respectivamente, os valores eficazes das tensões de saída

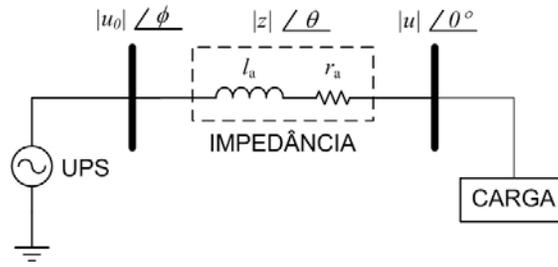


Figura 3.1: UPS conectada a uma carga por meio de uma impedância resistiva e indutiva.

da UPS e do barramento ao qual a carga está conectada, sendo ϕ o ângulo de carga.

Para uma conexão predominantemente indutiva ($\theta \approx 90^\circ$), mantendo-se constante a frequência de operação e, assumindo-se ϕ pequeno,² o sistema (3.1) pode ser reescrito como:

$$\begin{cases} p_a \cong \frac{|u_o||u|}{|2\pi f l_a|} \phi, \\ p_r \cong \frac{|u_o||u| - |u|^2}{|2\pi f l_a|}. \end{cases} \quad (3.2)$$

Observa-se pela Eq. (3.2) que o ângulo de carga ϕ afeta apenas a potência ativa. Entretanto, a potência reativa é dependente da tensão de saída da UPS.

O tipo de impedância de acoplamento influencia o fluxo de potência. Guerrero et al. (2005) demonstraram a importância da conexão quando se utiliza o controle independente baseado nas estimativas de potência ativa e potência reativa. Para cargas puramente resistivas, ou seja, sem um indutor de acoplamento com magnitude apropriada, o ângulo de carga influencia mais a potência reativa, enquanto que a potência ativa se torna mais dependente da tensão, uma vez que para uma conexão predominantemente resistiva, ou seja, para $\theta \approx 0$ e ϕ pequeno, o sistema (3.1) se torna:

$$\begin{cases} p_a = \frac{|u_o||u| - |u|^2}{r_a}, \\ p_r = \frac{|u_o||u|}{r_a} \phi. \end{cases} \quad (3.3)$$

Na prática como o comprimento da maioria das conexões de sistemas multi-UPS é pequeno, a característica resistiva predomina sobre a indutiva (Tuladhar et al., 1997; Guerrero et al., 2006).

Dessa forma, como ressaltado por Guerrero et al. (2005), as estratégias baseadas

²O suficiente para que as aproximações $\sin(\alpha) \approx \alpha$ e $\cos(\alpha) \approx 1$ sejam válidas.

em fluxo de potência sofrem grande influência do tipo de impedância de acoplamento. Especificamente, caso a estratégia utilize a potência ativa para regular a frequência da tensão no barramento e a potência reativa para se regular a amplitude dessa tensão, é imprescindível garantir que a conexão tenha uma característica indutiva bem maior que resistiva.

Isso pode ser realizado adicionando-se um indutor de acoplamento na saída da UPS (Hua et al., 2002) ou, emulando-se esse indutor por meio da inclusão de malhas de controle da impedância de saída (Guerrero et al., 2002; Wallace e Mantov, 1999; Chiang et al., 2001).

O uso de um indutor aumenta o peso e as dimensões da UPS, tornando seu manuseio e transporte demasiadamente trabalhosos. Por outro lado, o modelo dinâmico para análise de estabilidade possui dimensão (elementos do vetor em espaço de estados) inferior àquele quando se considera diversas malhas de controle da impedância de saída. Além disso, o uso de um indutor para o acoplamento não limita a corrente de saída de assumir valores maiores, tal como ocorre quando se emula um indutor (Andrade, 2005), apenas deve-se tomar o cuidado de se projetar o indutor de forma a suportar o nível máximo de corrente.

Nas duas seções a seguir apresenta-se os dois métodos para controle independente listados nessa seção.

3.2.1 Decomposição da corrente de saída

Nesse método, proposto por Sato e Kawamura (2003), assume-se que as UPS estão operando com a mesma frequência, sendo a defasagem angular e a amplitude do sinal de referência de tensão da UPS os únicos parâmetros a serem alterados, ou seja,

$$u_o = (u_{0r} + du_o) \cos(\omega t + d\theta), \quad (3.4)$$

em que du_o e $d\theta$ representam as variáveis a serem controladas, a partir do conhecimento da corrente de saída; u_o representa a tensão de referência da UPS e u_{0r} a tensão quando a UPS não fornece carga.

O autor propõe a decomposição da corrente de saída em eixo direto i_d e em quadratura i_q , e demonstra a relação entre a velocidade angular do eixo do rotor com a componente de corrente de eixo direto. A outra componente é usada para ajustar a amplitude. Além disso, as leis de controle são baseadas na utilização de dois controladores do tipo Proporcional-

mente indutiva, garantida, por exemplo, pela inclusão de um indutor de acoplamento de valor apropriado, o controle do paralelismo pode ser baseado nas seguintes leis, propostas por Tuladhar et al. (1997):

$$\omega(t) = \omega_{0r} - k_{\omega} p_a(t), \quad (3.5)$$

$$u(t) = u_{0r} - k_u p_r(t), \quad (3.6)$$

em que ω_{0r} e u_{0r} representam a freqüência e a amplitude da tensão de referência da UPS quando não existe carga conectada ao barramento.

As Eqs. (3.5) e (3.6) representam as curvas de decaimento de potência (ilustradas nas Figs. 3.3a e 3.3b). Um incremento na demanda de potência ativa (p_{a1} para p_{a2}) resulta em um decréscimo na freqüência de operação da UPS (ω_1 para ω_2).

Da mesma forma, para a potência reativa e a tensão de saída, ou seja, um aumento na demanda de potência reativa (p_{r1} para p_{r2}) resulta em um decréscimo da amplitude da tensão (u_{o1} para u_{o2}).

Andrade (2005) apresenta uma forma de se obter as inclinações k_{ω} e k_u , a partir das potências máximas fornecida pela UPS p_{amax} e p_{rmax} , respectivamente para a ativa e para a reativa, bem como dos limites aceitáveis de variação de tensão ($u_{0r} \pm u_p$) e de freqüência ($\omega_{0r} \pm \omega_p$), ou seja,

$$\begin{cases} k_{\omega} = \frac{2\omega_p}{p_{amax}}, \\ k_u = \frac{2u_p}{p_{rmax}}. \end{cases} \quad (3.7)$$

Esse procedimento de ajuste das inclinações leva em consideração o compromisso entre os limites aceitáveis de variação para freqüência e tensão, bem como o fornecimento máximo de potência por parte da UPS. Entretanto, não garante a estabilidade do paralelismo entre as UPS. Esse trabalho apresenta uma forma de se obter as inclinações a partir da aplicação da análise de estabilidade de Floquet, considerando-se o paralelismo de até dez UPS (Capítulo 5).

Em se tratando de UPS idênticas as curvas de decaimento possuem a mesma inclinação. Não obstante, para UPS com potências nominais diferentes deve-se estabelecer uma relação entre as inclinações de forma a possibilitar uma divisão proporcional da potência em regime permanente de operação. Ou seja, aquela com maior potência nominal deve contribuir com uma parcela maior da potência. A Fig. 3.3c ilustra curvas com inclinação diferentes, observa-se que uma mudança no ponto de operação da freqüência (ω_2 para ω_1) resulta em uma variação de potência ativa fornecida maior para uma das UPS ($\Delta p_{a1} < \Delta p_{a2}$).

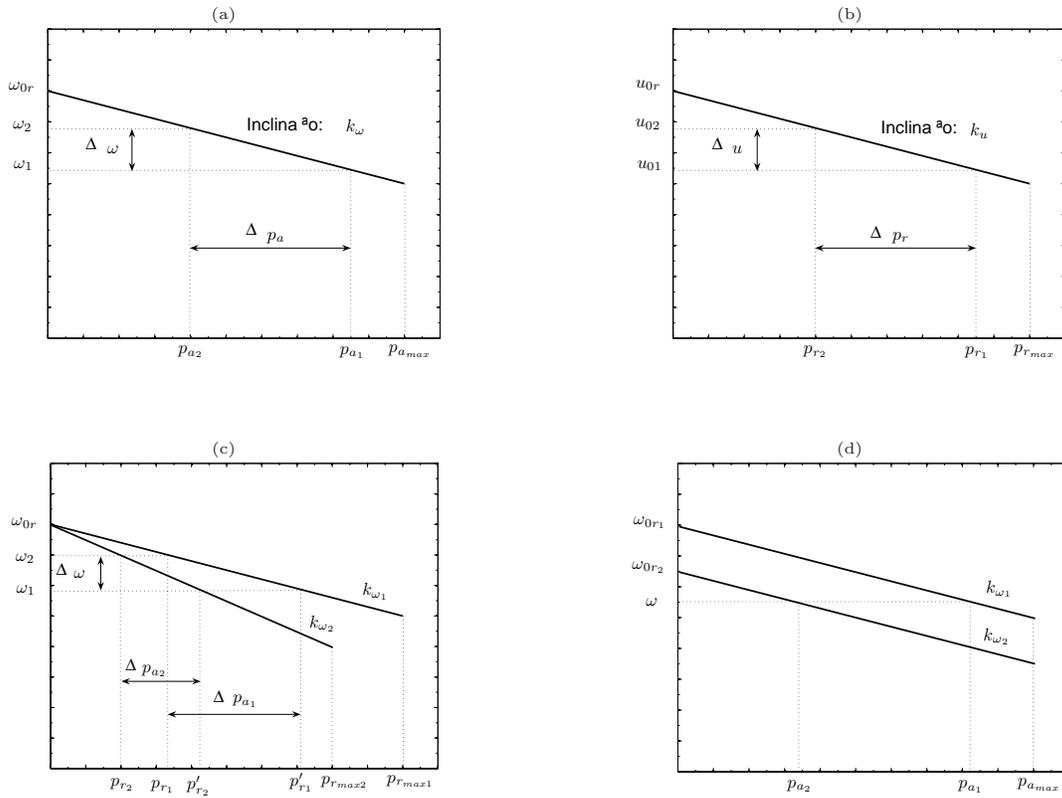


Figura 3.3: Curvas de decaimento que regem variações na (a) potência ativa e na (b) potência reativa; (c) curvas de decaimento para duas UPS com potências nominais diferentes e com o mesmo valor de operação a vazio de frequência (ω_{0r}); (d) curvas de decaimento para duas UPS idênticas com diferentes pontos de operação a vazio da frequência (ω_{0r1} e ω_{0r2}).

Outra importante observação consiste nos valores de frequência e de amplitude de tensão quando não existe carga conectada ao barramento ou, também chamada de operação a vazio da UPS. É importante que tais valores sejam iguais para todas as unidades, de forma a se evitar circulação de energia entre as mesmas. Além disso, como é mostrado na Fig. 3.3d, na operação em paralelo de UPS idênticas com ω_{0r} diferentes, ocorrerá uma divisão desproporcional da potência ativa entre as unidades. Isso também ocorrerá para a potência reativa se for utilizado diferentes valores para u_{0r} na operação entre UPS idênticas.

Assim, uma forma de se garantir divisão proporcional de potência, entre unidades com potências nominais diferentes, é considerar que as inclinações obedecem à relação (Chandorkar, 1995):

$$\frac{\frac{\Delta \omega}{\Delta p_{a1}}}{\frac{\Delta \omega}{\Delta p_{a2}}} = \frac{k_{\omega 1}}{k_{\omega 2}} \Rightarrow \frac{p_{a2}}{p_{a1}} = \frac{k_{\omega 1}}{k_{\omega 2}} \Rightarrow k_{\omega 1} p_{a1} = k_{\omega 2} p_{a2}. \quad (3.8)$$

Para o caso de m UPS em paralelo, tem-se:

$$k_{\omega 1} p_{a1} = k_{\omega 2} p_{a2} = \dots = k_{\omega m} p_{am}, \quad (3.9)$$

em que $m \in \mathbb{N}^+$ representa o subíndice da m -ésima UPS. Da mesma forma, para a inclinação da curva de decaimento para a tensão tem-se que:

$$k_{u1} p_{u1} = k_{u2} p_{u2} = \dots = k_{um} p_{um}. \quad (3.10)$$

O método das curvas de decaimento tem sido utilizado em diversos esquemas de controle de sistemas multi-UPS sem comunicação (Tuladhar et al., 1997; Coelho et al., 2002; Guerrero et al., 2005, 2006; Santos Filho, 2007). Contudo, esse método apresenta algumas desvantagens (Sun et al., 2003; Guerrero et al., 2005, 2006):

1. diferença em regime permanente dos valores de frequência e de amplitude da tensão de saída em relação aos valores nominais;
2. possível perda de sincronismo de fase e de frequência com o barramento de carga;
3. maior tempo para o regime transiente;
4. divisão não proporcional de harmônicos de corrente;
5. divisão de potência influenciada pelas características da linha de conexão.

Para o caso de um sistema multi-UPS na topologia *Passive-Standby*, ocorrendo uma falha da rede de fornecimento principal (rede da concessionária de energia), as unidades devem entrar em operação e, para novas unidades conectadas ao barramento após a falha da rede principal, é necessário que se estabeleça um estado síncrono, no âmbito das potências fornecidas. Nesse processo, observa-se que a frequência e a amplitude da tensão de saída em regime permanente podem ser diferentes em relação aos valores nominais.

Por outro lado, quando a operação da concessionária é restabelecida, ocorre uma diferença entre os parâmetros da tensão fornecida pela mesma (tensão, frequência e fase), daqueles exercidos pelas UPS em estado síncrono. Isso é uma consequência da primeira desvantagem e implica a impossibilidade de se utilizar o método por curvas de decaimento em sistemas UPS *passive-standby*, sem implementação de técnicas de restauração da frequência nominal (Guerrero et al., 2002, 2005). A precisão na sincronização de fase deve ser adequada,³ uma vez que apenas um grau de diferença no ângulo de fase entre duas unidades pode resultar em um desbalanceamento de até 50% de carga entre elas (Holtz e Werner, 1990).

³Assume-se uma sincronização de fase *adequada* quando as diferenças de fase são inferiores a $(1/50)^\circ$.

Além disso, a metodologia de estimação das potências é fundamental na resposta em regime transitório, uma vez que o ajuste na frequência e na amplitude do sinal de referência se faz após a estimação da potência ativa e da potência reativa. Algoritmos que utilizam processos de filtragem de sinais tendem a ser mais lentos nessa estimação.

No método por curvas de decaimento não é investigada/considerada a potência de distorção, isto é, a potência gerada pelos harmônicos de corrente observados quando há uma carga não-linear conectada ao barramento. Isso afeta a divisão da potência demandada entre as UPS, uma vez que poderá haver um desbalanceamento na divisão da potência de distorção.

Diversos trabalhos têm sido apresentados na literatura abordando técnicas para solução dos problemas listados anteriormente (Guerrero et al., 2005, 2006). Dentre esses, a resposta em regime transitório, ocasionada pela inclusão de uma nova unidade no sistema, ou por uma mudança na carga, tem importância fundamental na análise da operação estável do paralelismo. Esse problema está relacionado à maneira como as potências, ativa e reativa, são obtidas, como será analisado numericamente na Seção 3.6.

Para o caso de conexão com característica predominantemente resistiva, Guerrero et al. (2006) propuseram alterar o método das curvas de decaimento de forma que o controle por fluxo de potência continue válido, bem como reduzir o tempo em regime transitório, ou seja,

$$\begin{aligned}\omega(t) &= \omega_{0r} + k_{\omega}p_r + k_{\omega 1}\frac{dp_r}{dt}, \\ u(t) &= u_{0r} - k_u p_a - k_{u1}\frac{dp_a}{dt}.\end{aligned}\tag{3.11}$$

Nesse caso, incluem-se termos que contabilizam a variação das potências e, considera-se a inclinação da curva de decaimento da frequência como positiva. Entretanto, nenhum esforço foi realizado no sentido de melhorar a medição de p_a e de p_r .

3.2.3 Semelhanças entre as Estratégias de Paralelismo

Existe uma relação direta entre o método por curvas de decaimento e aquele baseado na decomposição da corrente de saída, uma vez que:

$$p_a = \int_t^{t+t_p} u_o i_d \text{sen}(2[\omega t + \theta]),\tag{3.12}$$

$$p_r = - \int_t^{t+t_p} u_o i_q \text{sen}(2[\omega t + \theta]),\tag{3.13}$$

em que t_p representa o período considerado, u_o é o valor da amplitude da tensão de saída e θ o defasamento angular entre corrente e tensão.

De fato, garantindo-se que tanto a frequência quanto a tensão no barramento de carga se mantenham constantes, as potências são relacionadas pelas correntes em eixo direto e em quadratura, e pelo ângulo de defasagem θ . Ou seja, a filosofia de controle baseada no fluxo de potência permanece a mesma. A forma de implementação é que se altera.

3.3 Métodos para Estimação das Potências

Para sistemas trifásicos, o conceito de potência ativa e potência reativa considerando-se a presença de tensões não senoidais, tanto em regime transitório quanto permanente, está bem definido pela teoria da potência instantânea (Akagi et al., 1983, 1984; Watanabe et al., 1993).

Em sistemas monofásicos não existem definições precisas para as potências, ativa e reativa, que contemplem tanto o regime transitório quanto o regime permanente (Watanabe e Aredes, 1998). Mesmo em regime permanente, quando se considera componentes de potências resultantes do produto de correntes de frequência diferentes, existem divergências quanto ao conceito de potência reativa (Emanuel, 1990).

Em vista disso, o IEEE⁴ propôs a norma IEEE 1459-2000 (IEEE Standard - 1459-2000, 2000), a qual apresenta um conjunto de definições para as potências com o objetivo de prover diretivas com respeito às grandezas que devem ser medidas ou monitoradas para fins de cobrança, decisões econômicas de engenharia e, determinação de poluidores harmônicos principais.

Entretanto, todas as definições para as potências monofásicas são válidas apenas para sinais periódicos de tensão v e de corrente i , em regime permanente, os quais podem ser expressos em função de suas componentes harmônicas como:

$$v(t) = \sum_{h=0}^{\infty} v_m \text{sen}(h\omega t + \theta_h), \quad (3.14)$$

$$i(t) = \sum_{h=0}^{\infty} i_m \text{sen}(h\omega t + \varphi_h), \quad (3.15)$$

em que $h \in \mathbb{N}$ é a ordem do harmônico. Quando $h = 0$, $\theta_0 = \varphi_0 = 90^\circ$ tem-se as componentes constantes de tensão e de corrente na Eq. (3.14) e Eq. (3.15), respectivamente.

⁴Sigla para *Institute of Electrical and Electronic Engineers*, que significa Instituto de Engenheiros Eletricistas e Eletrônicos.

Os valores eficazes de v e de i são:

$$v_{\text{ef}} = \sqrt{\frac{1}{kt_p} \int_t^{t+kt_p} v_{\text{ef}}^2(\tau) d\tau} = \sqrt{\sum_{h=0}^{\infty} v_{\text{hef}}^2},$$

$$i_{\text{ef}} = \sqrt{\frac{1}{kt_p} \int_t^{t+kt_p} i_{\text{ef}}^2(\tau) d\tau} = \sqrt{\sum_{h=0}^{\infty} i_{\text{hef}}^2},$$

em que $k \in \mathbb{N}$, com $k \neq 0$ e t_p representa o período do harmônico fundamental, o qual é representado por $h = 1$.

A norma IEEE Standard - 1459-2000 (2000) definiu um índice relativo, denominado THD,⁵ para quantificar os harmônicos presentes nos sinais periódicos de tensão e de corrente. O valor desse índice para um sinal de tensão e de corrente é dado, respectivamente, por:

$$\text{THD}_v = \sqrt{\frac{v_{\text{ef}}^2}{v_{1\text{ef}}^2} - 1}, \quad (3.16)$$

$$\text{THD}_i = \sqrt{\frac{i_{\text{ef}}^2}{i_{1\text{ef}}^2} - 1}, \quad (3.17)$$

em que $v_{1\text{ef}}$ e $i_{1\text{ef}}$ representam os valores eficazes de tensão e de corrente para o harmônico fundamental. Um sinal com valor de THD nulo, significa que o mesmo possui apenas a frequência fundamental.

Assim, a potência instantânea monofásica, considerando-se sinais periódicos em regime permanente, pode ser escrita como:

$$p_{\text{inst}}(t) = v(t)i(t),$$

$$p_{\text{inst}}(t) = v_0 i_0 + \sum_{h=1}^{\infty} \frac{v_h i_h}{2} \cos \phi_h [1 - \cos(2h\omega t)] + \sum_{h=1}^{\infty} \frac{v_h i_h}{2} \sin \phi_h \sin(2h\omega t) + \sum_{\substack{p \neq q \\ p, q \neq 1}}^{\infty} v_p i_p \sin(p\omega t + \theta_p) \sin(q\omega t + \varphi_q), \quad (3.18)$$

em que $\phi_h = \theta_h - \varphi_h$ e $p, q \in \mathbb{N}$, com $p, q \neq 0$, representam índices de harmônicos. Observa-se pela Eq. (3.18) que apenas o primeiro somatório possui valor médio diferente de zero.

⁵Sigla para *Total Harmonic Distortion*, que significa Distorção Harmônica Total.

Se a carga for linear e a tensão de alimentação apresentar THD nula, a corrente também apresentará THD nula. Nesse caso, a Eq. (3.18) pode ser escrita considerando-se apenas $h = 1$, ou seja,

$$\begin{aligned} p_{\text{inst}}(t) &= \frac{v_1 \dot{i}_1}{2} [\cos(\phi) - \cos(2\omega t - \phi)], \\ &= \frac{v_1 \dot{i}_1}{2} \cos(\phi) [1 - \cos(2\omega t)] - \frac{v_1 \dot{i}_1}{2} \text{sen}(\phi) \text{sen}(2\omega t). \end{aligned} \quad (3.19)$$

Nesse contexto, a potência ativa é dada por:

$$p_a = \frac{v_1 \dot{i}_1}{2} \cos(\phi),$$

e a potência reativa é dada por:

$$p_r = \frac{v_1 \dot{i}_1}{2} \text{sen}(\phi).$$

Ressalta-se que essas definições contemplam apenas sinais periódicos, em regime permanente. Em se tratando de UPS monofásicas a hipótese de haver mudança freqüente no valor da carga ou adição de novas unidades ao sistema deve ser considerada. Nesse caso, as medições de potência, tanto no regime permanente quanto no regime transitório, são importantes para se estabelecer um comportamento estável do sistema multi-UPS. Ou seja, faz-se necessário redefinir a potência ativa e a potência reativa.

As técnicas de medição da potência ativa monofásica fundamentam-se em filtrar a potência instantânea usando-se um filtro passa-baixas.

Mantendo-se esse princípio, pode-se considerar a potência ativa em regime transitório também como o sinal de saída do filtro, uma vez que após uma mudança de carga existe um tempo para a mudança na potência. Nesse sentido defini-se a potência ativa generalizada, a qual considera a potência média transferida para a carga tanto no regime transitório, quanto no regime permanente, como a saída de um filtro passa-baixas de primeira ordem.

Definição 3 A potência ativa generalizada p_{ag} pode ser definida como o sinal de saída de um filtro passa-baixas excitado pela potência instantânea, ou seja,

$$\begin{cases} \dot{x} &= \omega_c [-x + p_{\text{inst}}(t)], \\ p_{\text{ag}} &\triangleq x. \end{cases} \quad (3.20)$$

em que $p_{\text{inst}} = v(t)i(t)$ representa a potência instantânea, $\omega_c = 2\pi f_c$, sendo f_c a freqüência de corte do filtro.

No caso da medição da potência reativa, dois métodos são comumente utilizados no

paralelismo de UPS. No primeiro método, aplica-se uma transformação de quadratura e filtra-se o sinal resultante. No segundo método, defasa-se a tensão de 90° , multiplicando-a pela corrente, em seguida filtra-se esse sinal, sendo que a saída do filtro representa a potência reativa.

Os métodos de estimação das potências que se baseiam em transformação de quadratura, e defasagem da tensão ou da corrente, necessitam do uso de circuitos de malha de fase travada PLL, uma vez que os sinais empregados na transformação e no defasamento devem estar em fase com a corrente ou a tensão. Uma revisão sobre os principais métodos PLL aplicados a UPS pode ser encontrada em (Hsieh e Hung, 1996; Santos Filho et al., 2008).

Além dos dois métodos descritos, pode-se medir p_r em função de p_a e de p_{inst} , apenas isolando-se tal grandeza em (3.19). Entretanto, essa forma de medição é sumariamente evitada, pois envolve singularidades do tipo $\sec(\omega t)$ para $t \rightarrow \infty$ (Gibbes, 2000).

A despeito das singularidades, esse caminho se mostra promissor, principalmente sob a ótica da redução da ordem dinâmica do modelo e, também, da diminuição do tempo de resposta transitória para convergência da medição, uma vez que a potência reativa é obtida por meio de uma função estática não-linear e, não através do uso de filtros passa-baixas e da PLL.

Nas seções 3.3.1, 3.3.2 e 3.3.3 são apresentadas três metodologias para a estimação de p_a e de p_r . As duas primeiras, baseadas na transformação em quadratura e, a última, baseada na Eq. (3.18). É importante ressaltar que diversas metodologias foram utilizadas na tentativa de se estimar a potência reativa, dentre elas citam-se redes neurais (Chow e Yam, 1994), Wavelets (Yoon e Devaney, 2000) e filtragem de Hilbert (Hao et al., 2007).

3.3.1 Transformação em Quadratura e Filtragem - TQF

Provavelmente um dos métodos mais utilizados para obtenção das potências se baseia na filtragem da potência instantânea (Eq. (3.19)) e da potência instantânea defasada de 90° , a qual é dada por:

$$\begin{aligned} p_{inst}^{-90} &= u_{om} \cos(\omega t) i_{om} \text{sen}(\omega t + \theta), \\ &= \frac{u_{om} i_{om}}{2} \text{sen}(\theta) [1 - \cos(2\omega t)] - \frac{u_{om} i_{om}}{2} \cos(\theta) \text{sen}(2\omega t). \end{aligned} \quad (3.21)$$

Um diagrama de blocos desse método é mostrado na Fig. 3.4.

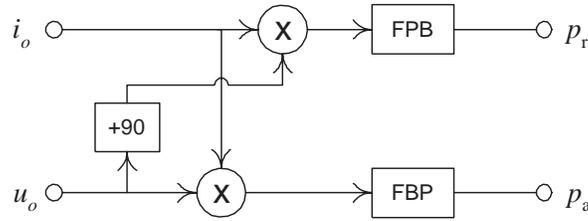


Figura 3.4: Diagramas de blocos da estratégia para a estimação de potências baseada em Transformação em Quadratura e Filtragem do sinal de potência instantânea (Eq. (3.19)) e do sinal de potência instantânea obtido com a tensão defasada de 90° (Eq. (3.21)).

O modelo dinâmico para essa estratégia é dado por:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\omega_c x_1 + \omega_c u_{\text{om}} \sin(\omega t + \theta) i_o, \\ \dot{x}_2 = -\omega_c x_2 + \omega_c u_{\text{om}} \cos(\omega t + \theta) i_o, \end{cases} \quad (3.22)$$

$$\begin{bmatrix} p_{\text{ag}} \\ p_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}.$$

sendo i_o e u_o a corrente e tensão de saída da UPS, respectivamente; ω_c é a frequência de corte dos filtros passa-baixas. O ângulo θ representa a diferença angular entre u_o e a referência $\sin(\omega t)$, sendo obtido da PLL, a qual não está incluída no modelamento anterior.

Como não se utilizam malhas de controle para se melhorar o desempenho dos filtros, a resposta transitória se torna dependente do tempo de convergência dos mesmos. Pode-se utilizar filtros com resposta dinâmica mais rápida como, por exemplo, filtros *Butterworth* ou *Chebyshev* de ordem dois ou superior. Entretanto, isso torna o modelo mais complexo. Essa técnica possibilita, inclusive, a medição da potência reativa por meio de um wattímetro (Gibbes, 2000).

Pode-se realizar o mesmo processo defasando-se a corrente em 90° , em vez da tensão. Tal como é feito na rotina para cálculo das potências monofásicas do pacote SimPowerSystems do SimulinkTM/MatlabTM. Entretanto, na prática, a defasagem aplicada à tensão é mais fácil de ser implementada.

Outra variação para esse método consiste em defasar a corrente e multiplicá-la pela tensão e, defasar a tensão e multiplicá-la pela corrente. A potência reativa representa a metade da diferença entre essas (Chow e Yam, 1994).

3.3.2 Transformação em Quadratura e Filtragem com Malhas de Estabilização - TQFME

Tuladhar et al. (1997) propuseram um método, ilustrado na Fig. 3.5, o qual decompõe

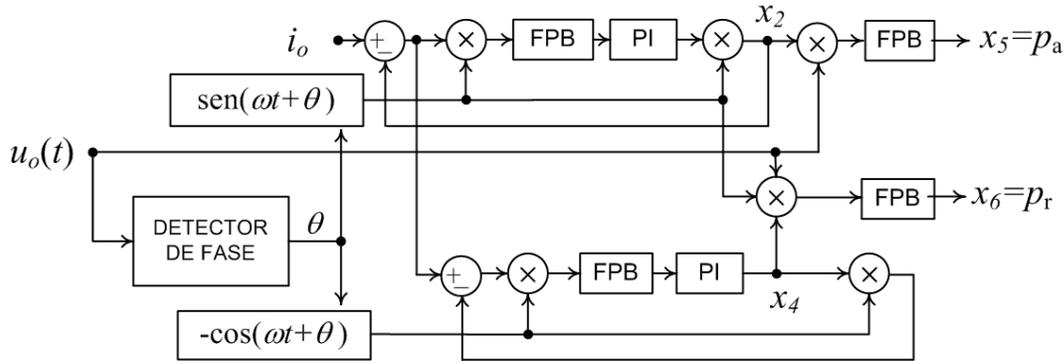


Figura 3.5: Diagrama de blocos da estratégia para estimação de potências baseada em Transformação em Quadratura e Filtragem de sinal com Malhas de Estabilização, que foi proposta por Tuladhar et al. (1997).

a corrente de saída da UPS em três componentes, sendo uma em fase, outra em quadratura com a tensão de saída e a última é composta por harmônicos decorrentes de cargas não-lineares. A partir dessas componentes calcula-se p_a , p_r e a potência de distorção. Esse método é dado por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = -\omega_c x_1 + \omega_c [i_o - x_2 \sin(\omega t + \theta)] \sin(\omega t + \theta), \\ \dot{x}_2 = k_1 x_1 - k_2 \omega_c x_1 + k_2 \omega_c [i_o - x_2 \sin(\omega t + \theta)] \sin(\omega t + \theta), \\ \dot{x}_3 = -\omega_c x_3 + \omega_c [-i_o + x_2 \sin(\omega t + \theta) - x_4 \cos(\omega t + \theta)] \cos(\omega t + \theta), \\ \dot{x}_4 = k_3 x_3 + k_4 \omega_c \cos(\omega t + \theta) [-x_3 - x_4 \cos(\omega t + \theta) + x_2 \sin(\omega t + \theta)], \\ \dot{x}_5 = -\omega_c x_5 + \omega_c u_o x_2 \sin(\omega t + \theta), \\ \dot{x}_6 = -\omega_c x_6 + \omega_c u_o x_4 \sin(\omega t + \theta), \end{array} \right. \quad (3.23)$$

$$\begin{bmatrix} p_a \\ p_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_5 \\ x_6 \end{bmatrix},$$

em que ω_c é a frequência de corte dos filtros passa-baixas, θ representa o ângulo de defasagem entre a tensão e a referência $\sin(\omega t)$, sendo fornecida pela PLL; $x_2 = i_{od}$ e $x_4 = i_{oq}$ representam a decomposição em eixo direto e em quadratura de i_o ; k_1 e k_3 representam os ganhos dos controladores proporcionais e, k_2 e k_4 os ganhos dos controladores integrais.

Observa-se que esse método utiliza dois filtros para se estimar cada potência, o que prejudica o desempenho em regime transitório devido ao tempo de convergência dos mesmos. Uma forma de diminuir esse tempo é a inclusão de controladores PI. Entretanto, a dimensão de um modelo temporal, em espaço de estados, para UPS baseado nessa estratégia se torna demasiadamente elevada, uma vez que são adicionadas mais seis variáveis de estado. Além daquelas variáveis do modelo para a PLL, que é necessária devido à utilização de sinais de referências, como mencionado na seção anterior.

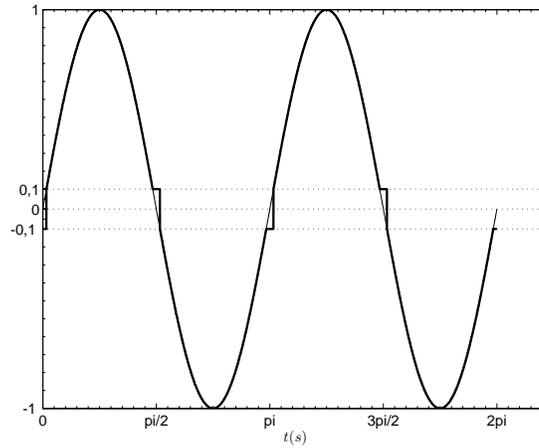


Figura 3.6: Comparação da evolução temporal de $h_1(t)$ (—) e $h_\epsilon(t)$ (---) para $\epsilon = 0,1$.

3.3.3 Função estática Não-Linear e Filtragem - FNLF

Em regime permanente e sinais de tensão e de corrente periódicos a potência reativa é definida como uma constante dada pela amplitude da componente de potência senoidal. Mantendo-se o fundamento desta definição, mas estendendo-o de forma a considerar o período transitório, pode-se expressar a potência reativa como uma função variante no tempo, obtida a partir da Eq. (3.19), ou seja,

$$p_r(t) = \frac{p_{ag} [1 - \cos(2\omega t)] - p_{inst}(t)}{\text{sen}(2\omega t)}. \quad (3.24)$$

Neste caso, torna-se explícita a dependência da potência reativa em relação às potência ativa, que é um valor médio, e a potência instantânea. Entretanto, p_r expressa pela Eq. (3.24) não está definida para o conjunto $\mathcal{X}_1 = \left\{ \omega \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{Z} \mid \omega t \neq \frac{n}{2}\pi \right\}$. Esses pontos de singularidade podem ser eliminados limitando-se a função $\text{sen}(2\omega t)$ ou, suavizando-se a função $\text{cosec}(2\omega t)$ em torno dos mesmos.

No primeiro caso, $h_1(t) = \text{sen}(2\omega t)$, próximo aos pontos de \mathcal{X}_1 , é limitada a um valor $\epsilon \neq 0$, ou seja,

$$h_\epsilon(t) = \begin{cases} h_1(t), & \text{se } |\text{sen}(2\omega t)| > \epsilon, \\ [\text{sinal}(h_1(t))]\epsilon, & \text{do contrário,} \end{cases} \quad (3.25)$$

sendo que $\epsilon \in (0, 1] \subset \mathbb{R}$.

A Figura 3.6 ilustra a evolução de h_1 limitada. Vale ressaltar que, apesar dos pontos de singularidade terem sido retirados, p_r em função de h_1 se torna contínua por partes mas não é diferenciável.

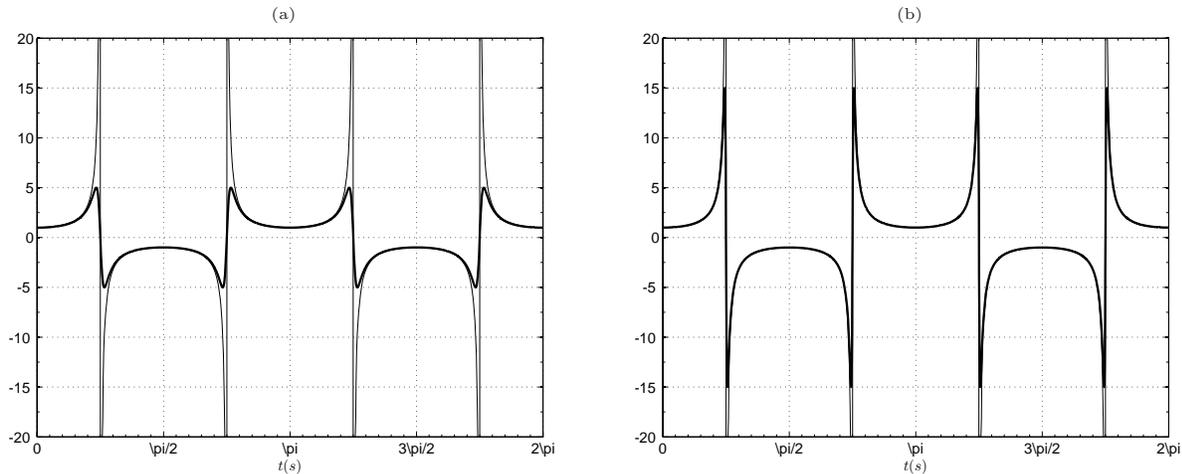


Figura 3.7: Comparação da evolução temporal de $\text{cosec}(2\omega t)$ (---) e de $h_2(2\omega t)$ (—) para: (a) $k = 10$; (b) $k = 30$.

As implicações para o paralelismo sem comunicação dessa abordagem foram investigadas por Furtado et al. (2008).

No segundo caso, multiplica-se a função $\text{cosec}(2\omega t)$ por outra função que tenda a zero mais rápido do que a cossecante vai para infinito, próximo aos pontos de singularidades. Ou seja, o comportamento da função $\text{cosec}(2\omega t)$ é suavizado em torno de tais pontos. Uma possível função de suavização é:

$$h_2(2\omega t) = \frac{1}{\text{sen}(2\omega t)} \left[\frac{(k\text{sen}(2\omega t))^2}{1 + (k\text{sen}(2\omega t))^2} \right],$$

$$h_2(2\omega t) = \frac{k^2\text{sen}(2\omega t)}{1 + (k\text{sen}(2\omega t))^2} \approx \frac{1}{\text{sen}(2\omega t)}. \quad (3.26)$$

Essa aproximação torna a função $p_r(t)$, em (3.24), de classe \mathcal{C}^∞ , para qualquer $k \in \mathbb{R}$. A Figura 3.7 ilustra a evolução dessa função em comparação com a cossecante.

Considerando-se o regime transitório e o permanente pode-se utilizar o conceito de potência ativa generalizada e definir, do mesmo modo, a potência reativa generalizada como base na função de suavização representada pela Eq. (3.26). Ressalta-se que a potência reativa generalizada também pode ser definida com base em (3.25), mas prefere-se aquela à essa pelo fato de p_r se tornar \mathcal{C}^∞ .

Definição 4 A potência reativa generalizada p_{rg} pode ser definida como

$$p_{rg} \triangleq \left(p_{ag} [1 - \cos(2\omega t)] - p_{inst}(t) \right) \left(\frac{k^2 \text{sen}(2\omega t)}{1 + (k \text{sen}(2\omega t))^2} \right), \quad (3.27)$$

em que $k \in \mathbb{R}$, representa a constante de suavização em torno dos pontos de singularidade \mathcal{X}_1 .

Dessa forma, a potência reativa pode ser obtida por meio da função estática não-linear representada pela Eq. (3.27). O processo de obtenção das potências generalizadas dispensa o uso de diversos filtros passa-baixas. De fato, necessita-se apenas de um filtro passa-baixas para se estimar a potência ativa generalizada, conforme Definição 3. Assim sendo, a metodologia FNLFF se baseia nas Definições 3 e 4.

É importante ressaltar que a abordagem por meio das potências generalizadas atende o caso da UPS fornecendo energia a cargas lineares, visto que a medição da potência de distorção (Eq. (3.18)), originada dos harmônicos produzidos por cargas não-lineares, não é considerada na estrutura de controle independente para paralelismo proposta nesse trabalho.

3.3.4 Comparação dos métodos de medição de potência reativa

Nessa seção, os métodos para obtenção de potência reativa 3.3.2 e 3.3.3 são comparados, baseando-se nos seguintes parâmetros:

1. comportamento dinâmico;
2. complexidade estrutural.

Considere a Fig. 3.8, na qual uma fonte de tensão senoidal fornece inicialmente energia para a carga 1. Após transcorridos 2s de operação, a carga se altera para a carga 2. As potências, ativa e reativa, solicitadas pela carga 1 são, respectivamente, 2677,7W e 1211,3VAr; e pela carga 2: 1998,4W e 188,3VAr.

As Figs. 3.9 e 3.10 ilustram as medições das potências, ativa e reativa, respectivamente, para os dois métodos. Observa-se pela Fig. 3.9 que o desempenho dos métodos para obtenção da potência ativa é similar, haja vista o comportamento em regime transitório e permanente. De fato, a potência ativa, em ambos os métodos, é obtida por meio de um filtro passa-baixas que, nesse estudo, foi o mesmo para ambos.

Por outro lado, a medição da potência reativa por meio da Eq. (3.27) contém muitas variações abruptas, que ocorrem em torno dos pontos de singularidades, conforme pode

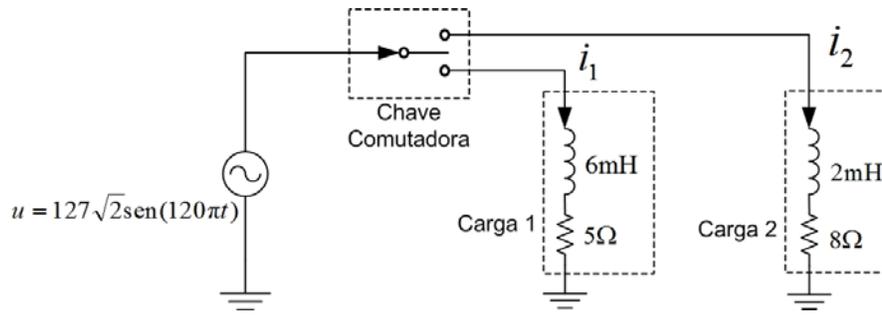


Figura 3.8: Cargas elétricas utilizadas para se comparar os métodos de estimação de potências. Inicialmente é fornecida energia apenas para a carga 1. Após transcorridos 2s, desliga-se do circuito a carga 1 e aciona-se a carga 2.

Tabela 3.1: Parâmetros utilizados na comparação dos métodos de estimação das potências.

Método	Parâmetros
TQFME	$k_1 = k_3 = 500, k_3 = k_4 = 5, \omega_c = 37,7\text{rad/s}$
FNLF	$k = 100, \omega_c = 37,7\text{rad/s e}$

ser observado na Fig. 3.10a, dificultando inclusive a visualização da potência medida por (3.23), também mostrada nessa figura. Percebe-se que, ambas as medições oscilam em torno dos valores nominais solicitados pelas cargas.

Para efeito de comparação de valor médio, a Fig. 3.10b mostra a medição da potência reativa realizada pela Eq. (3.27), filtrada por um passa-baixas de primeira ordem, com frequência de corte de 3Hz. Mostra-se também, nessa figura, a medição realizada pela Eq. (3.23) sem outra filtragem do sinal de saída. Os parâmetros utilizados são mostrados na Tab. 3.1.

A Tab. 3.2 ilustra a complexidade estrutural para os dois métodos de estimação das potências. Observa-se que a estrutura do método de medição da potência reativa proposta nesse trabalho, a despeito das singularidades que podem ser removidas, possui complexidade inferior ao outros. De fato, a estrutura proposta necessita apenas um filtro passa-baixas.

Tabela 3.2: Comparação da complexidade estrutural entre os métodos TQF, TQFME e FNFL, sendo que FPB, DF e PI representam, respectivamente, Filtro Passa-Baixas, Detec-tor de Fase, e controlador do tipo Proporcional e Integral.

Método	Complexidade Estrutural
TQF	2FPB e 1DF
TQFME	2FPB, 1DF e 1PI
FNLF	1FPB

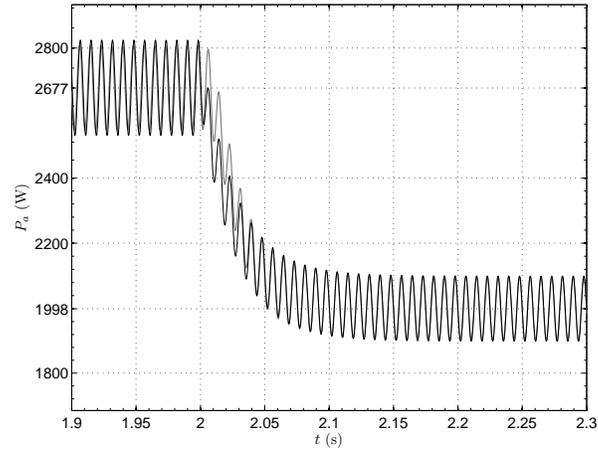


Figura 3.9: Estimativa da potência ativa obtida por meio dos métodos TQFME (Eq. (3.23)) (linha escura) e FNLF (Eq. (3.27)) (linha clara).

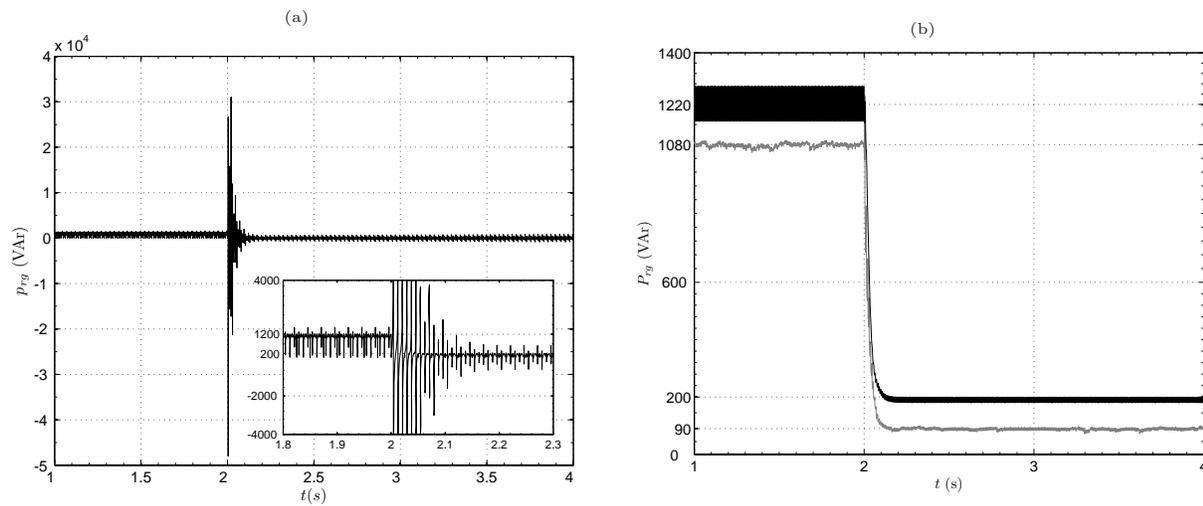


Figura 3.10: (a) Potência reativa obtida por meio dos métodos TQFME (Eq. (3.23)) (linha escura) e FNLF (Eq. (3.27)) (linha clara). (b) Estimação da potência reativa obtida pelo método FNLF (linha escura), para efeito de comparação, filtrada por um passa-baixas com frequência de corte de 3Hz, em comparação com a potência reativa, sem outra filtragem do sinal de saída, obtida pelo método TQFME (linha escura).

Observou-se um tempo de regime transitório similar na mudança no nível da potência reativa para os métodos comparados. No caso da metodologia FNLF, a despeito da potência reativa ser dada por meio de uma equação estática não-linear, existe a dependência com a medição da potência ativa generalizada, que é obtida por meio de filtragem da potência instantânea. Da mesma forma, contudo com mais elementos, para a metodologia TQFME. Entretanto, ressalta-se que o tempo transitório para obtenção da potência reativa, na metodologia FNLF, depende exclusivamente do tempo de estimação da potência ativa generalizada.

3.4 Geração do Sinal de Referência para paralelismo

A parte mais importante do controle independente do paralelismo, utilizando-se curvas de decaimento, consiste na geração do sinal de referência, que é utilizado em cada unidade para ajustar a respectiva evolução dinâmica. A partir das potências generalizadas, tal como definidas em (3.24) e em (3.20), pode-se reescrever as Eqs. (3.5) e (3.6) como,

$$\omega(t) = \omega_{0r} - k_{\omega} p_{ag}, \quad (3.28)$$

$$u_r(t) = u_{0r} - k_u \underbrace{\left[\frac{p_{ag} [1 - \cos(2\omega t) - p_{inst}(t)]}{\sin(2\omega t)} \right]}_{p_{rg}}. \quad (3.29)$$

Multiplicando-se Eq. (3.29) por $\frac{\sin(2\omega t)}{2 \cos(\omega t)}$ tem-se:

$$\begin{aligned} u_r \frac{\sin(2\omega t)}{2 \cos(\omega t)} &= u_{0r} \frac{\sin(2\omega t)}{2 \cos(\omega t)} - k_u p_{rg} \frac{\sin(2\omega t)}{2 \cos(\omega t)}, \\ u_r \sin(\omega t) &= u_{0r} \sin(\omega t) - \frac{k_u}{2 \cos(\omega t)} \{ p_a [1 - \cos(2\omega t)] - p_{inst}(t) \}, \\ &= u_{0r} \sin(\omega t) - \frac{k_u}{2} \{ p_a [1 - \cos(2\omega t)] - p_{inst}(t) \} \left(\frac{1}{\cos(\omega t)} \right), \\ &= u_{0r} \sin(\omega t) - \frac{k_u}{2} \{ p_a [2 - 2 \cos^2(\omega t)] - p_{inst}(t) \} \left(\frac{1}{\cos(\omega t)} \right), \\ &= u_{0r} \sin(\omega t) - \frac{k_u}{2} \left\{ (2p_a \sin^2(\omega t) - p_{inst}(t)) \right\} \left(\frac{1}{\cos(\omega t)} \right), \\ &= \zeta(t, p_{ag}, p_{inst}). \end{aligned} \quad (3.30)$$

A função $\zeta : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ possui pontos de singularidade definidos pelo conjunto $\mathcal{X}_2 = \{t \in \mathbb{R} \mid t = \pm(2m + 1)\pi/(2\omega)\}$, $m \in \mathbb{Z}$; $\omega \in \mathbb{R}^+$ e, a partir da Eq. (3.5), $\omega = \omega_{0r} - k_{\omega} p_{ag}$. Essa função representa a referência de tensão que a UPS deve seguir. Em

princípio, se em um sistema multi-UPS com todas as unidades idênticas, se as referências forem iguais, a resposta dinâmica das mesmas deve ser igual.

Da mesma forma como observado na definição da potência reativa generalizada, se faz necessário tratar as singularidades apresentadas por ζ . Para tanto, essa função pode ser reescrita como:

$$\zeta_s(t, p_{ag}, p_{inst}) = u_{0r} \text{sen}(\omega t) - \frac{k_u}{2} \left(p_{inst}(t) - 2p_{ag} \text{sen}^2(\omega t) \right) \left(\frac{k^2 \cos(\omega t)}{1 + k^2 \cos(\omega t)^2} \right), \quad (3.31)$$

em que se aplicou a suavização descrita na Seção 3.3.3 para a função $\text{sec}(\omega t)$.

Uma outra forma de se eliminar o problema dos pontos de singularidades é limitar a função $\text{sec}(\omega t)$ em torno dos mesmos, ou seja,

$$\zeta_\epsilon(t, p_{ag}, p_{inst}) = \begin{cases} \zeta(t, p_{ag}, p_{inst}), & \text{se } |\cos(\omega t)| > \epsilon, \\ \zeta(t_\epsilon, p_{ag}, p_{inst}), & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (3.32)$$

em que t_ϵ é o instante em que $\cos(\omega t) = \epsilon$, $\epsilon \in [0, 1] \subset \mathbb{R}$ é um valor suficientemente pequeno, no sentido que as componentes harmônicas de ζ não contribuam significativamente para a energia total do sinal.

Considerando-se a situação ilustrada na Fig. 3.8, pág. 65, obteve-se o sinal de referência a partir da potência instantânea e da potência ativa generalizada para cada carga, considerando-se as duas formas de se tratar as singularidades (Eqs. (3.31) e (3.32)).

A Tab. 3.3 resume a estimativa da THD para diferentes configurações de ζ_ϵ e de ζ_s . Observa-se que a distorção (geração de harmônicos) causada pela correção das singularidades pode ser desprezada para ambas as formas. Percebe-se, também, que a THD é maior para maiores valores de inclinação da curva de decaimento e, para cargas mais indutivas.

O comportamento dinâmico de um sistema multi-UPS composto por duas unidades idênticas, com modelos utilizando ζ_ϵ , foi investigado em Furtado et al. (2008).

A vantagem em se utilizar ζ_s se resume no fato da mesma ser uma função de classe \mathcal{C}^∞ . Ou seja, isso possibilita a aplicação de técnicas locais de análise de estabilidade, tal como será apresentado no Capítulo 5.

3.5 Modelo Completo de uma UPS Monofásica para Fins de Paralelismo

O modelo para uma UPS monofásica pode ser obtido considerando-se três partes: o comportamento das chaves estáticas e do filtro LC, o algoritmo para cálculo das potências

Tabela 3.3: Valores de THD estimados para o sinal ζ_ϵ , considerando-se $\epsilon = 0,1$, intervalo de limite para se evitar singularidades, e diferentes coeficientes de inclinação.

k_u	THD (1×10^{-3})					
	ζ_s				ζ_ϵ	
	$k = 10$		$k = 100$		$\epsilon = 0,1$	
	Carga 1	Carga 2	Carga 1	Carga 2	Carga 1	Carga 2
5×10^{-4}	0,80%	0,15%	1,31%	0,19%	1,00%	0,15%
5×10^{-5}	0,08%	0,04%	0,14%	0,04%	0,09%	0,04%
5×10^{-6}	0,04%	0,04%	0,04%	0,04%	0,04%	0,04%
5×10^{-7}	0,04%	0,04%	0,04%	0,04%	0,04%	0,04%

e o sistema de controle. As duas últimas foram abordados nas seções precedentes, em especial, a Seção 3.3.3 apresentou uma nova estratégia para se estimar as potências, a partir da potência instantânea fornecida pela UPS. Nas próximas seções o comportamento dinâmico das chaves estáticas, bem como o filtro LC de saída serão considerados. Por fim, o modelo completo da UPS para duas situações de carga será apresentado.

3.5.1 Modelagem das Chaves Estáticas e do Filtro LC

A Fig. 3.11 ilustra uma estrutura típica para um circuito inversor monofásico conectado a uma carga. Ressalta-se nessa estrutura, a fonte de tensão CC, um circuito de comando PWM, um filtro passivo do tipo indutivo-capacitivo LC de saída e, uma linha de acoplamento, entre inversor e carga, composta por um indutor em série com um resistor.

Na maioria das aplicações para as UPS a linha de acoplamento ou, linha de conexão, pode ser representada apenas por uma resistência, uma vez que o comprimento da mesma, bem como o nível de tensão de operação, não são suficientes o bastante para destacar outros tipos de fenômenos, geralmente considerados em estudos de linhas de transmissão de energia elétrica, tais como capacitâncias (Stevenson Jr., 1986). A fonte de tensão CC é considerada ideal, fornecendo tensão constante v_d .

Os parâmetros c_f , l_f e r_f representam a capacitância, a indutância e a resistência do filtro LC de saída; l_a e r_a representam, respectivamente, a indutância e a resistência da linha de acoplamento. A carga, mostrada na Fig. 3.11, pode ser linear ou não-linear, de acordo com a relação entre a tensão e a corrente da carga.

O circuito de comando PWM, em conjunto com as chaves estáticas, gera uma série de pulsos de largura modulada de acordo com a comparação entre o sinal de referência u_r e um sinal triangular u_t , periódico de frequência f_s , como ilustra a Fig. 3.12a para o caso em que u_r é senoidal. O sinal resultante u_i (Fig. 3.12b) é aplicado na entrada do filtro LC.

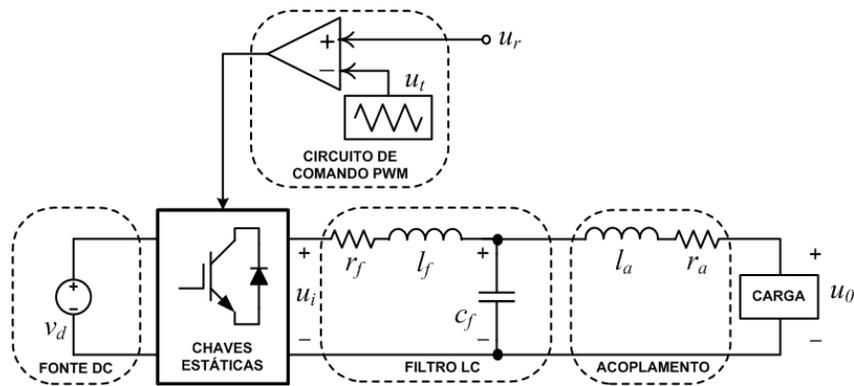


Figura 3.11: Estrutura de um circuito inversor monofásico conectado a uma carga, tipicamente utilizado em unidades UPS monofásicas. A resistência série equivalente do capacitor não foi considerada, uma vez que seu efeito pode ser desprezado, para a faixa de frequência de operação da UPS considerada neste trabalho (Ryan et al., 1997).

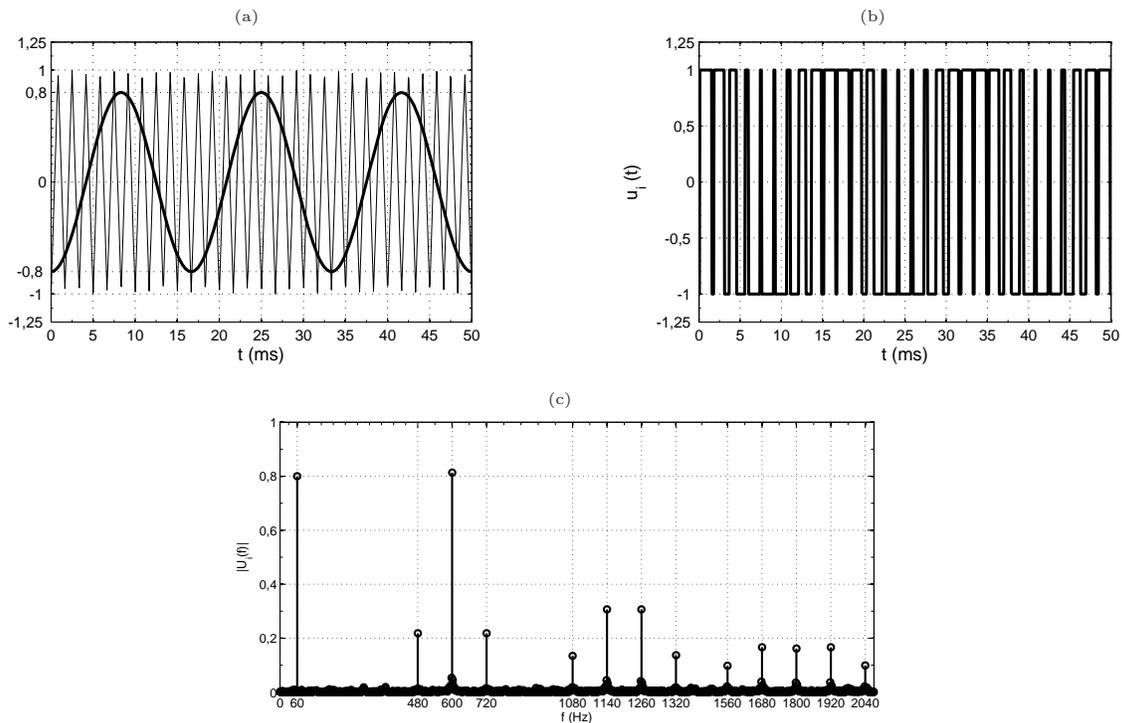


Figura 3.12: (a) Comparação entre o sinal de referência e o sinal triangular; (b) sinal PWM gerado, sendo aplicado no filtro LC; (c) conteúdo harmônico do sinal PWM.

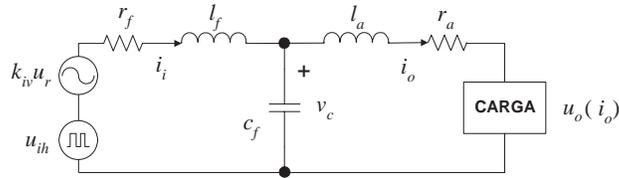


Figura 3.13: Circuito representativo de uma UPS conectada a uma carga.

A frequência do sinal triangular define a frequência de operação das chaves estáticas, as quais formam um circuito em ponte completa (Mohan et al., 1995). Devido ao fato de f_s ser usualmente muito maior que a frequência do sinal de saída (u_o), a dinâmica das chaves estáticas pode ser desconsiderada (Mohan et al., 1995). Neste caso, pode-se modelar o conjunto circuito de comando PWM e chaves estáticas apenas como um ganho estático, dado por:

$$k_{iv} = \frac{v_d}{\max[u_t]},$$

em que se supõe $\max u_r \leq \max[u_t]$. O sinal u_i resultante possui uma componente de frequência ω_o igual à frequência do sinal de referência u_r , mais componentes espectrais inseridas pelo sinal de comando PWM, cuja frequência básica é estabelecida pela frequência f_s da onda triangular u_t . Esse fato é ilustrado na Fig 3.12c, na qual a frequência de u_r é de 60Hz, enquanto $f_s = 600\text{Hz}$. As componentes espectrais aparecem a partir de 480Hz, ou seja, em torno de 60Hz prevalece o conteúdo espectral de u_r . O filtro LC tem a função de eliminar as componentes de altas frequências inseridas pela modulação PWM.

Desta forma, pode-se representar o inversor por meio do circuito mostrado na Fig. 3.13. O modelo que descreve o comportamento dinâmico do mesmo é dado por:

$$\begin{cases} \frac{di_o}{dt} = \frac{1}{l_a}v_c - \frac{r_a}{l_a}i_o - \frac{1}{l_a}u_o(i_o), \\ \frac{dv_c}{dt} = \frac{1}{c_f}i_i - \frac{1}{c_f}i_o, \\ \frac{di_i}{dt} = -\frac{r_f}{l_f}i_i - \frac{1}{l_f}v_c + \frac{1}{l_f}k_{iv}[u_r(\omega_o, t) + u_{ih}(t)], \end{cases} \quad (3.33)$$

em que u_{ih} contém as outras componentes espectrais, com exceção da componente de u_r ; u_o representa a tensão sobre a carga, sendo dependente da corrente de saída i_o .

O filtro LC tem a função de eliminar u_{ih} . Assim, assume-se que a tensão sobre o capacitor c_f é uma tensão senoidal. A tensão de saída do inversor é dada pela soma da tensão v_c , mais a queda de tensão no indutor de acoplamento l_a e na resistência da linha de conexão r_a .

Para cargas resistivas a corrente de saída i_o também é senoidal. Contudo, para cargas não-lineares, como i_o é não-linear, a tensão de saída do inversor pode se tornar não

senoidal. Nesse caso, é necessário se implementar métodos de controle para garantir que tal tensão permaneça senoidal (Coelho et al., 2002; Cheng e Kenneth, 2006).

Considerando-se o sinal de referência como senoidal e cargas lineares, tem-se que $u_i = k_{iv}u_r = k_{iv}u_{rm}\text{sen}(\omega_o t)$. A equação (3.33) pode ser reescrita como:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= -\beta x_1 + \alpha x_2 - \alpha u_o(x_1), \\ \dot{x}_2 &= \gamma(x_3 - x_1), \\ \dot{x}_3 &= -\sigma x_2 - \rho x_3 + \sigma u_{im}\text{sen}(\omega_o t), \end{cases} \quad (3.34)$$

em que $x_1 = i_o$, $x_2 = v_c$ e $x_3 = i_i$ são as variáveis de estado do circuito inversor; $\alpha = 1/l_a$, $\beta = r_a/l_a$, $\gamma = 1/c_f$, $\rho = r_f/l_f$ e $\sigma = 1/l_f$ são os parâmetros e $u_{im} = k_{iv}u_{rm}$ representa a amplitude da função forçante senoidal.

3.5.2 Modelo Completo da UPS monofásica

A Fig. 3.14 ilustra a estrutura de uma unidade UPS monofásica com chaves estáticas, medição da potência e, controle do paralelismo. A função ζ_s representa o sinal de referência senoidal utilizado no controle da tensão de saída da UPS, sendo que os valores de amplitude e de frequência desse sinal são obtidos por meio das curvas de decaimento.

Utilizam-se dois controladores PI inseridos em duas malhas de realimentação, sendo que a mais externa regula a tensão sobre o capacitor c_f (variável x_2) e, a mais interna é usada para controlar a corrente do indutor do filtro l_f (variável x_3). Essa estrutura de controle foi adotada em diversos trabalhos sobre paralelismo de UPS (Coelho et al., 2002). Esse trabalho não aborda a obtenção dos ganhos para os controladores PI, visto que para um padrão de comparação manteve-se os mesmos valores utilizados por Coelho et al. (2002). Tais parâmetros, em especial a banda passante dos controladores, podem ser escolhidos por meio de técnicas apresentadas em Ryan e Lorenz (1995).

Desta forma, a UPS pode ser representada por uma VSVC.⁶

Desprezando-se o comportamento dinâmico de alta frequência, associado às chaves estáticas, é possível representar a estrutura mostrada na Fig. 3.14, conforme mostrado na Fig. 3.15.

Assim, um modelo dinâmico não-autônomo para a unidade UPS monofásica, de acordo com a estrutura mostrada na Fig. 3.15, é dado por:

⁶VCVS: sigla para *Voltage-Controlled-Voltage-Source*, que significa fonte de tensão controlada por tensão.

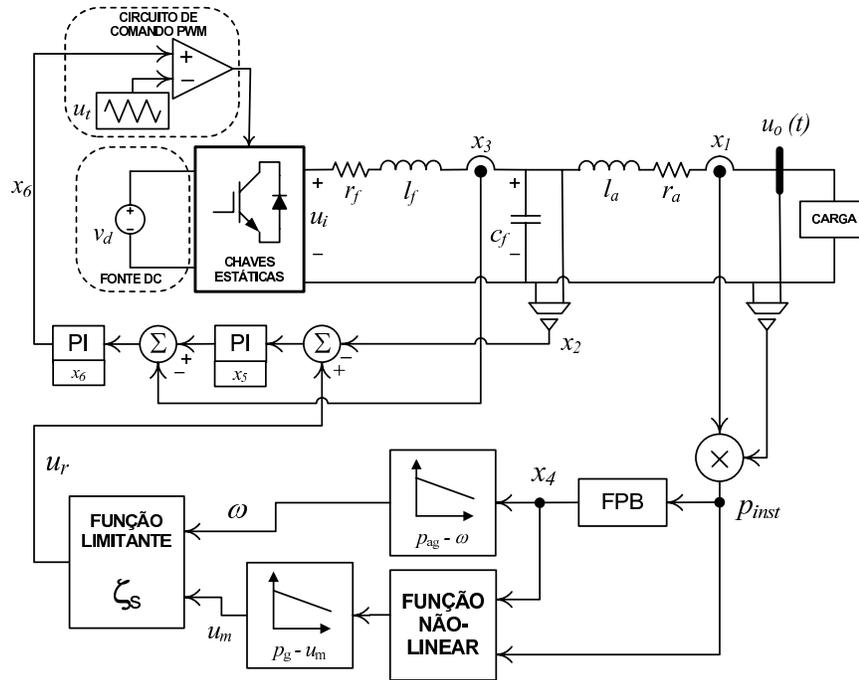


Figura 3.14: Diagrama de blocos da UPS, proposta neste trabalho, com controle do paralelismo por curvas de decaimento e utilizando-se a técnica de estimação de potências FNFL, conforme proposto na Seção 3.3.3.

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = -\beta x_1 + \alpha x_2 - \alpha u_o(x_1), \\ \dot{x}_2 = -\gamma(x_1 - x_3), \\ \dot{x}_3 = -\sigma x_2 - \rho x_3 + \sigma k_{iv} \left\{ k_{p2} \left[k_{p1} (\zeta_s(t, \mathbf{x}, p_{inst}) - x_2) + x_5 - x_3 \right] + x_6 \right\}, \\ \dot{x}_4 = -\omega_c x_4 + \omega_c x_1 u_o(x_1), \\ \dot{x}_5 = k_{i1} \left[\zeta_s(t, \mathbf{x}, p_{inst}) - x_2 \right], \\ \dot{x}_6 = k_{i2} \left[k_{p1} (\zeta_s(t, \mathbf{x}, p_{inst}) - x_2) + x_5 - x_3 \right], \end{array} \right. \quad (3.35)$$

em que x_1 representa a corrente de saída i_0 , x_2 a tensão sobre o capacitor c_f , x_3 a corrente i_i e x_4 representa a potência ativa generalizada; $\alpha = 1/l_a$, $\beta = r_a/l_a$, $\gamma = 1/c_f$, $\rho = r_f/l_f$ e $\sigma = 1/l_f$ são os parâmetros. As variáveis de estado x_5 e x_6 representam os sinais de saída dos controladores integrais 1 e 2, respectivamente. Além disso, k_{p1} e k_{p2} representam os ganhos proporcionais e, k_{i1} e k_{i2} os ganhos integrais para os controladores.

Pode-se reescrever o modelo (3.35) na forma de Lur'e (Vidyasagar, 2002, Seção 5.6), ou seja,

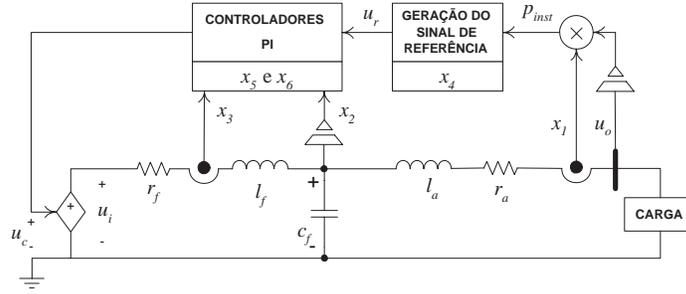


Figura 3.15: Diagrama de blocos simplificado de uma unidade UPS monofásica, em que desprezou-se os efeitos dinâmicos rápidos associados à operação das chaves estáticas. Há três estados associados ao circuito passivo (x_1 , x_2 e x_3) e, três estados associados à estratégia de paralelismo por curvas de decaimento e aos controladores locais (x_4 , x_5 e x_6).

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\beta & +\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\gamma & 0 & \gamma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sigma(1 + k_{iv}k_{p2}k_{p1}) & -\rho - \sigma k_{iv}k_{p2} & 0 & \sigma k_{iv}k_{p2} & \sigma k_{iv} \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_c & 0 & 0 \\ 0 & -k_{i1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_{i2}k_{p1} & -k_{i2} & 0 & k_{i2} & 0 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} -\alpha u_o(x_1) \\ 0 \\ \sigma k_{iv}k_{p2}k_{p1} \zeta_s(t, \mathbf{x}, p_{inst}(t)) \\ \omega_c x_1 u_o(x_1) \\ k_{i1} \zeta_s(t, \mathbf{x}, p_{inst}(t)) \\ k_{i1} k_{p1} \zeta_s(t, \mathbf{x}, p_{inst}(t)) \end{bmatrix}}_{\Psi(t, \mathbf{x})}. \quad (3.36)$$

A função ζ_s reescrita em função das variáveis de estado e da estratégia de controle é dada por:

$$\begin{aligned}
 \zeta_s(t, \mathbf{x}, p_{inst}(t)) &= u_{0r} \text{sen} \left((\omega_{0r} - k_\omega x_4) t \right) - \frac{k_u}{2} \left[p_{inst}(t) - 2x_4 \text{sen}^2 \left((\omega_{0r} - k_\omega x_4) t \right) \right] \\
 &\quad \times \left[\frac{k^2 \cos \left((\omega_{0r} - k_\omega x_4) t \right)}{1 + k^2 \cos \left((\omega_{0r} - k_\omega x_4) t \right)^2} \right]. \quad (3.37)
 \end{aligned}$$

A equação (3.36) possui uma parte dinâmica linear A e uma função não-linear $\Psi : \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^6 \rightarrow \mathbb{R}^6$.

O modelo (3.35) pode ser representado na forma autônoma. Para isso, acrescenta-se

outra variável de estado $x_7 = (\omega_{0r} - k_\omega x_4)t$, sendo que $\dot{x}_7 = \omega_{0r} - k_\omega x_4$ e, arbitra-se a condição inicial $x_7(0) = \theta_0$, como a fase inicial. Nesse caso, Eq. (3.35) se torna:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = -\beta x_1 + \alpha x_2 - \alpha u_o(x_1), \\ \dot{x}_2 = -\gamma(x_1 - x_3), \\ \dot{x}_3 = -\sigma x_2 - \rho x_3 + \sigma k_{iv} \left\{ k_{p2} \left[k_{p1} (\zeta(\mathbf{x}, p_{inst}) - x_2) + x_5 - x_3 \right] + x_6 \right\}, \\ \dot{x}_4 = -\omega_c x_4 + \omega_c x_1 u_o(x_1), \\ \dot{x}_5 = k_{i1} \left[\zeta(\mathbf{x}, p_{inst}) - x_2 \right], \\ \dot{x}_6 = k_{i2} \left[k_{p1} (\zeta(\mathbf{x}, p_{inst}) - x_2) + x_5 - x_3 \right], \\ \dot{x}_7 = \omega_{0r} - k_\omega x_4; \end{array} \right. , \quad (3.38)$$

sendo que

$$\zeta(\mathbf{x}, p_{inst}) = u_{0r} \text{sen}(x_7) - \frac{k_u}{2} \left[p_{inst}(t) - 2x_4 \text{sen}^2(x_7) \right] \left[\frac{k^2 \cos(x_7)}{1 + k^2 \cos(x_7)^2} \right]. \quad (3.39)$$

Observa-se pela Eq. (3.35) que o modelo para a unidade UPS monofásica é dependente da tensão sobre a carga, bem como da potência instantânea fornecida. Mesmo para o caso de cargas não-lineares, a tensão sobre a carga deve se manter aproximadamente senoidal (para UPS classe 2, THD < 8%, de acordo com IEC 62.040-3). Entretanto, a corrente absorvida pode apresentar taxas de distorção harmônica superiores a 100%, inclusive com fatores de crista⁷ podendo chegar a 3. Ou seja, a obtenção de uma expressão analítica para a potência instantânea pode se tornar uma tarefa demasiadamente complexa, dificultando a análise de estabilidade.

Em vista disso nesse trabalho serão abordadas apenas cargas lineares. Salienta-se que essa escolha ainda representa um amplo conjunto de aplicações para as UPS. Além disso, existe uma lacuna de trabalhos com resultados rigorosos sobre a estabilidade do paralelismo para esse caso.

3.5.2.1 Modelo para o caso de carga linear resistiva

Considerando-se uma carga linear resistiva, a tensão sobre a mesma varia linearmente com a corrente de saída, ou seja, $u_o(x_1) = r_c x_1$, sendo que $r_c > 0$ representa a resistência

⁷O fator de crista é a relação entre o valor de pico da corrente e seu valor eficaz. Para cargas lineares o fator de crista é igual $\sqrt{2}$.

de carga. Além disso, $p_{\text{inst}}(x_1) = r_c x_1^2$. Nesse caso, o modelo para a UPS é dado por:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\beta - \alpha r_c & +\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\gamma & 0 & \gamma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sigma(1 + k_{\text{iv}}k_{\text{p2}}k_{\text{p1}}) & -\rho - \sigma k_{\text{iv}}k_{\text{p2}} & 0 & \sigma k_{\text{iv}}k_{\text{p2}} & \sigma k_{\text{iv}} \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_c & 0 & 0 \\ 0 & -k_{\text{i1}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_{\text{i2}}k_{\text{p1}} & -k_{\text{i2}} & 0 & k_{\text{i2}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sigma k_{\text{iv}}k_{\text{p2}}k_{\text{p1}}\zeta(t, \mathbf{x}) \\ \omega_c r_c x_1^2 \\ k_{\text{i1}}\zeta(t, \mathbf{x}) \\ k_{\text{i1}}k_{\text{p1}}\zeta(t, \mathbf{x}) \end{bmatrix}, \quad (3.40)$$

em que

$$\begin{aligned} \zeta(t, \mathbf{x}) &= u_{0r} \text{sen}\left((\omega_{0r} - k_\omega x_4)t\right) - \frac{k_u}{2} \left[r_c x_1^2 - 2x_4 \text{sen}^2\left((\omega_{0r} - k_\omega x_4)t\right) \right] \\ &\quad \times \left[\frac{k^2 \cos((\omega_{0r} - k_\omega x_4)t)}{1 + k^2 \cos((\omega_{0r} - k_\omega x_4)t)^2} \right]. \end{aligned}$$

3.5.2.2 Modelo para o caso de carga linear resistiva e indutiva

Para uma carga linear composta de uma parcela resistiva e outra indutiva, a tensão de saída varia dinamicamente com a corrente, ou seja, $u_o(x_1) = l_c \dot{x}_1 + r_c x_1$. Além disso, $p_{\text{inst}}(x_1) = l_c x_1 \dot{x}_1 + r_c x_1^2$. O modelo da UPS nesse caso é dado por:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\beta + r_c \alpha}{1 + \alpha l_c} & \frac{\alpha}{1 + \alpha l_c} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\gamma & 0 & \gamma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sigma(1 + k_{\text{iv}}k_{\text{p2}}k_{\text{p1}}) & -\rho - \sigma k_{\text{iv}}k_{\text{p2}} & 0 & \sigma k_{\text{iv}}k_{\text{p2}} & \sigma k_{\text{iv}} \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_c & 0 & 0 \\ 0 & -k_{\text{i1}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_{\text{i2}}k_{\text{p1}} & -k_{\text{i2}} & 0 & k_{\text{i2}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sigma k_{\text{iv}}k_{\text{p2}}k_{\text{p1}}\zeta(t, \mathbf{x}) \\ \omega_c x_1 (l_c \dot{x}_1 + r_c x_1) \\ k_{\text{i1}}\zeta(t, \mathbf{x}) \\ k_{\text{i1}}k_{\text{p1}}\zeta(t, \mathbf{x}) \end{bmatrix}. \quad (3.41)$$

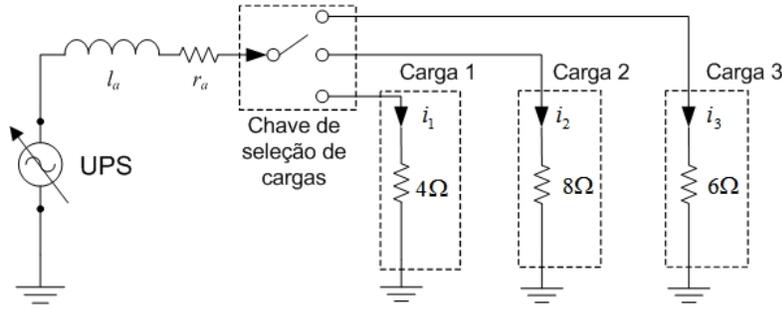


Figura 3.16: UPS monofásica fornecendo energia a cargas resistivas, em períodos distintos: de 0s a 3s tem-se conectada apenas a carga de 4Ω ; de 3s a 6s apenas a carga de 8Ω e de 6s a 10s apenas carga de 6Ω .

em que

$$\zeta(t, \mathbf{x}) = u_{0r} \text{sen} \left((\omega_{0r} - k_{\omega} x_4) t \right) - \frac{k_u}{2} \left[x_1 (l_c \dot{x}_1 + r_c x_1) - 2x_4 \text{sen}^2 \left((\omega_{0r} - k_{\omega} x_4) t \right) \right] \\ \times \left[\frac{k^2 \cos \left((\omega_{0r} - k_{\omega} x_4) t \right)}{1 + k^2 \cos \left((\omega_{0r} - k_{\omega} x_4) t \right)^2} \right],$$

sendo $\dot{x}_1 = - \left(\frac{\beta + r_c \alpha}{1 + \alpha l_c} \right) x_1 + \left(\frac{\alpha}{1 + \alpha l_c} \right) x_2$.

Tanto a tensão quanto a potência dependerão da derivada da corrente de saída.

3.6 Resultados de Simulação Numérica

Nessa seção apresenta-se um estudo sobre o desempenho dinâmico da nova implementação do método de controle independente por curvas de decaimento, dada pela Eq. (3.36). O objetivo principal é compará-lo, por meio de simulação, com uma estrutura tipicamente empregada no paralelismo de sistemas multi-UPS, a qual pode ser encontrada em Coelho et al. (2002). Mais especificamente tem-se interesse na:

1. duração do regime transitório para variações no valor da carga alimentada;
2. efeitos de variações do parâmetro de inclinação das curvas de decaimento;
3. efeitos de variações no valor do indutor de acoplamento sobre o regime transitório e permanente.

Considere a situação mostrada na Fig. 3.16, na qual tem-se uma UPS alimentando uma carga cuja impedância resistiva varia entre 4, 8 e 6Ω em instantes de tempo definidos. A potência ativa solicitada por cada uma das cargas, para tensão eficaz aplicada de 127V,

Tabela 3.4: Quatro conjuntos de parâmetros de indutor de acoplamento e das curvas de inclinação, para os casos ilustrados na Fig. 3.17.

Caso 1		Caso 2	
l_a	300×10^{-6} H	l_a	300×10^{-6} H
$k_\omega = k_u$	5×10^{-7}	$k_\omega = k_u$	5×10^{-4}

Caso 3		Caso 4	
l_a	300×10^{-5} H	l_a	300×10^{-5} H
$k_\omega = k_u$	5×10^{-7}	$k_\omega = k_u$	5×10^{-4}

é de 4032,3W, 2016,1W e 2688,2W, respectivamente. No período de 0s até 3s a UPS fornece energia à carga 4Ω , no instante 3s a carga se altera para 8Ω , a qual permanece conectada até o instante 6s. Por fim, no período de 6s até 10s a UPS fornece energia a de 6Ω .

A UPS está conectada à carga por meio de uma linha de conexão composta por um indutor l_a , que concatena o indutor de acoplamento e a característica indutiva do cabo, e um resistor r_a , o qual contempla a resistência tanto do cabo quanto do próprio indutor l_a .

Para essa situação investiga-se quatro conjuntos de valores para a inclinação das curvas de decaimento k_ω e k_u e, para o indutor de acoplamento l_a , os quais são listados na Tab. 3.4.

Utilizou-se nessa simulação o método de integração de *Runge-Kutta* de $4^a/5^a$ ordens (*Dormand-Price* de 5^a ordem), com passo de integração de 1×10^{-4} . Foram escolhidos os mesmos ganhos integral e proporcional utilizados por Coelho et al. (2002), para o controlador do tipo PI.

A Fig. 3.17 apresenta o resultado de simulação para obtenção da potência ativa generalizada (Definição 3) para os quatro conjuntos de parâmetros. Observa-se pelas Figs. 3.17b e 3.17d que para valores de inclinação de 5×10^{-4} ocorre divergência em relação aos valores nominais. Essa questão será abordada no capítulo 5, que apresentará uma estimativa para a faixa de variação das curvas de inclinação de modo a se ter estabilidade.

Como ressaltado na Seção 3.2, para que as curvas de decaimento sejam válidas, é necessário que a linha de conexão tenha característica predominantemente indutiva. Dessa forma, mesmo aumentando a característica indutiva da linha de conexão em relação à resistência r_a , no caso 4 o indutor de acoplamento é dez vezes maior que no caso 1, houve divergência na estimação da potência ativa generalizada.

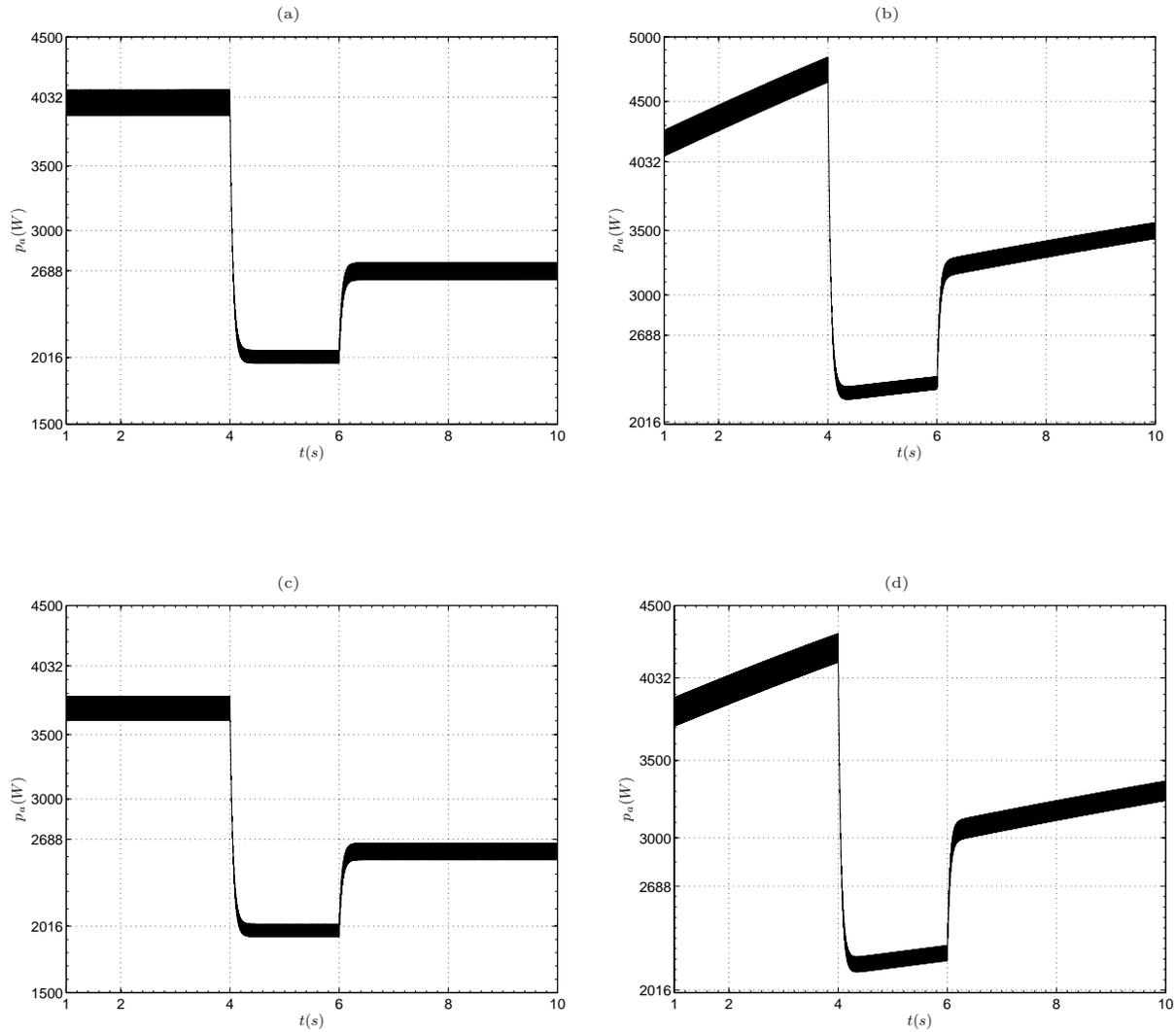


Figura 3.17: Resultados numéricos para estimativa da potência ativa para as cargas ilustradas na Fig. 3.16 para os casos mostrados na Tabela 3.4: (a) caso 1; (b) caso 2; (c) caso 3 e (d) caso 4.

Por outro lado, pelas Figs. 3.17a e 3.17c observa-se que, para valores de inclinação de 5×10^{-7} , ocorreu uma não divergência da estimativa da potência ativa generalizada, para ambos os valores de l_a . Contudo, vale ressaltar que ocorreu uma diferença, em regime permanente, para os casos 1 e 3, pois com o aumento do valor de l_a , tem-se uma queda de tensão maior na linha de conexão.

As Figs. 3.18a-f ilustram as variáveis de estado para o caso 1. Observa-se que as mudanças nos níveis das variáveis ocorre de forma praticamente instantânea, à exceção da variável x_3 ($i_i(t)$). A tensão sobre o capacitor do filtro, representada por x_2 , apresenta variações quase imperceptíveis, visto que o controlador tende a mantê-la igual ao sinal de referência.

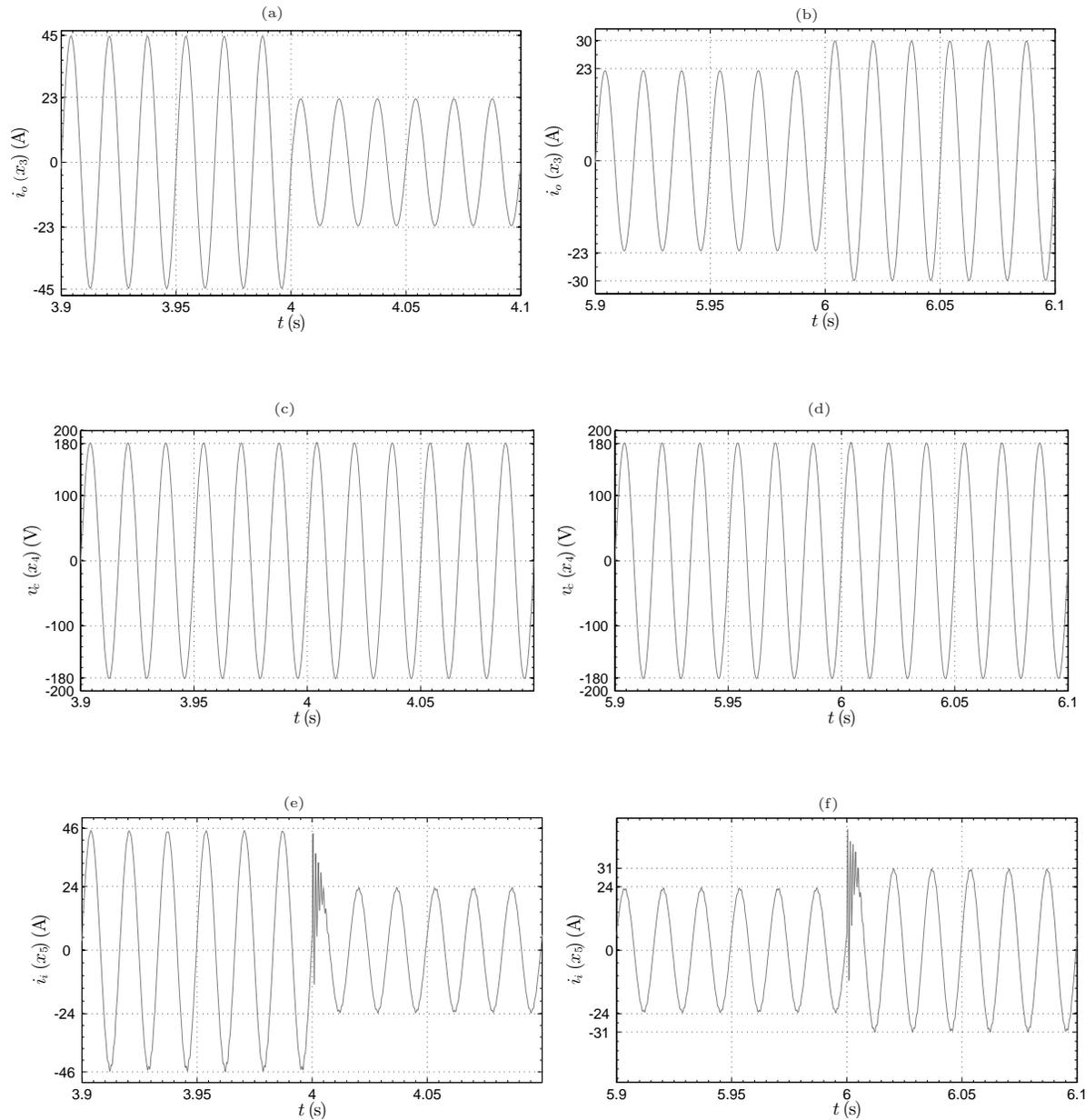


Figura 3.18: Variáveis de estado do modelo (3.40), para o caso 1, em torno dos instantes de mudança das cargas: (a) e (b) x_3 ; (c) e (d) x_4 ; (e) e (f) x_5 . Observa-se em todas as variáveis uma transição de carga suave, exceto para x_5 .

Tabela 3.5: Parâmetros utilizados na simulação do sistema multi-UPS com variação de carga.

Parâmetros	Valores
l_f	$600 \mu\text{H}$
r_f	$0,02 \Omega$
c_f	$90 \mu\text{F}$
r_a	$0,05 \Omega$
ω_c	$6\pi \text{ rad/s}$
k_{iv}	91,67
k_1	500
k_2	5
u_{0r}	$128\sqrt{2}$
ω_{0r}	379 rad/s

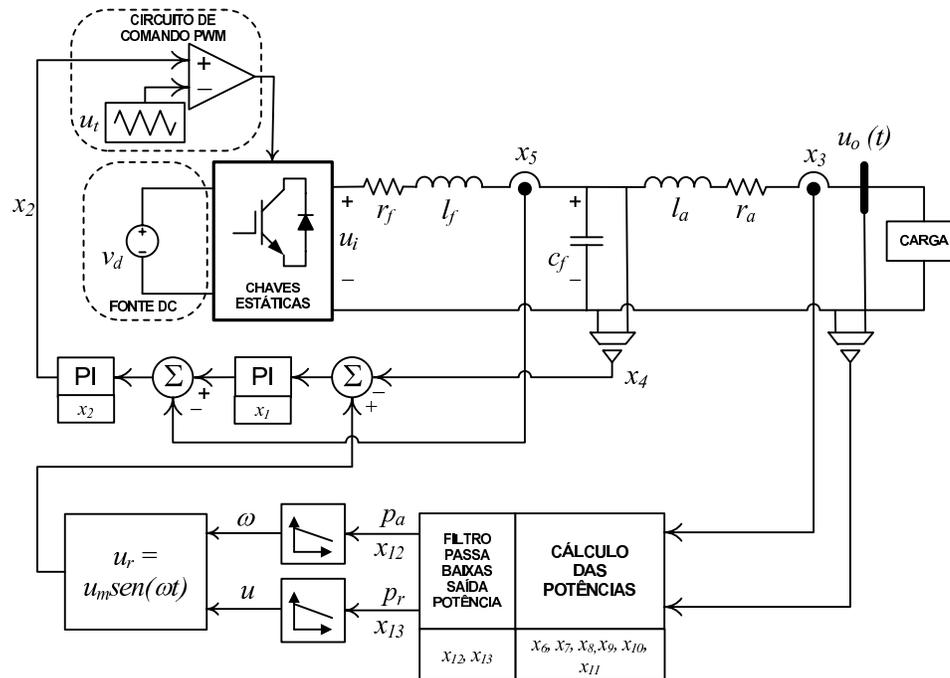


Figura 3.19: Diagrama de blocos da UPS com controle de paralelismo por curvas de decaimento proposto por Coelho et al. (2002), utilizando-se o método para obtenção de potências TQFME, proposto por Tuladhar et al. (1997).

A complexidade da estrutura de uma unidade UPS proposta nesse trabalho e mostrada na Fig. 3.14, pode ser comparada com aquela proposta por Coelho (2000), a qual é mostrada na Fig. 3.19. A diferença entre ambas consiste no método de medição de potência, sendo que a primeira utiliza aquele apresentado na seção 3.3.3 e, o método da seção 3.3.2 é utilizado na segunda.

A estrutura para controle independente mostrada na Fig. 3.19 pode ser modelada por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = -x_4 + u_r, \\ \dot{x}_2 = -x_5 + k_{p1}(-x_4 + u_r) + k_{i1}x_1, \\ \dot{x}_3 = -\beta x_3 + \alpha x_4 - \alpha u_o(t), \\ \dot{x}_4 = \gamma(x_5 - x_3), \\ \dot{x}_5 = -\sigma x_4 - \rho x_5 + \sigma u_i, \\ \dot{x}_6 = -\omega_1 x_6 + \omega_1 \cos(\omega t) u_o(t), \\ \dot{x}_7 = -\omega_1 x_7 + \omega_1 \text{sen}(\omega t) u_o(t), \\ \dot{x}_8 = -\omega_1 x_8 + \omega_1 \text{sen}(\omega t + \theta) [x_3 - x_9 \text{sen}(\omega t + \theta)], \\ \dot{x}_9 = k_{p1} x_8 - k_{i1} \omega_1 [x_8 - x_3 \text{sen}(\omega t + \theta) + x_9 \text{sen}^2(\omega t + \theta)], \\ \dot{x}_{10} = -\omega_1 x_{10} + \omega_1 \cos(\omega t + \theta) [-x_3 + x_9 \text{sen}(\omega t + \theta) - x_{11} \cos(\omega t + \theta)], \\ \dot{x}_{11} = k_{p2} x_{10} - k_{q2} \omega_1 x_{10} - k_{q2} \omega_1 \cos(\omega t + \theta) [x_3 - x_9 \text{sen}(\omega t + \theta) + x_{11} \cos(\omega t + \theta)], \\ \dot{x}_{12} = -\omega_c x_{12} + \omega_c x_9 \text{sen}(\omega t + \theta) [u_o(x_3)], \\ \dot{x}_{13} = -\omega_c x_{13} + \omega_c x_{11} \text{sen}(\omega t + \theta) [u_o(x_3)], \end{array} \right. ,$$

$$\begin{aligned} u_r &= u_m \text{sen}(\omega t), \\ u_i &= k_{p2} [-x_5 + k_{p1}(-x_4 + u_r) + k_{i1}x_1] + k_{i2}x_2. \end{aligned} \quad (3.42)$$

em que $\omega = \omega_{0r} - k_\omega x_{12}$, $u_m = u_{0r} - k_u x_{13}$ e $\theta = \arctan\left(\frac{x_6}{x_7}\right)$. As constantes ω_1 e ω_f representam, respectivamente, as frequências de corte dos filtros passa-baixas do algoritmo para cálculo das potências e, dos filtros passa-baixas aplicados aos sinais das potências. As variáveis de estados dessa estrutura são mostradas na Fig. 3.19.

A maior complexidade apresentada pela forma de implementação (3.42) em comparação à (3.40) é devida, principalmente, ao método de medição de potência utilizado em (3.42).

Investigou-se também o caso da variação de carga, conforme mostrado na Fig. 3.16, para a estrutura modelada por (3.42). Utilizou-se o método de integração de *Runge-Kutta* de 4ª/5ª ordens (*Dormand-Price* de 5ª ordem), com passo de integração de 1×10^{-4} e, os parâmetros listados na Tab. 3.6. Observa-se pela Fig. 3.20 que o comportamento dinâmico de ambas as estruturas é similar, considerando-se a estimativa da potência ativa generalizada para as variações de carga propostas. Vale ressaltar que a estrutura mostrada na Fig. 3.19 foi construída e testada em laboratório (Coelho, 2000).

Tabela 3.6: Parâmetros utilizados na simulação da estrutura mostrada na Fig. 3.19.

Parâmetros	Valores
α	$3,33 \times 10^3$ 1/H
β	$1,67 \times 10^2$ Ω /H
γ	$1,11 \times 10^4$ 1/C
σ	1,67 1/H
ρ	$3,33 \times 10^{-2}$ Ω /H
ω_1	6π rad/s
ω_c	6π rad/s
$k_u = k_\omega$	5×10^{-7}
k_{iv}	1
$k_{p1} = k_{p2}$	500
$k_{i1} = k_{i2}$	5
k_p	500
k_i	5
ω_{0r}	120π rad/s
u_{0r}	$128\sqrt{2}$ V

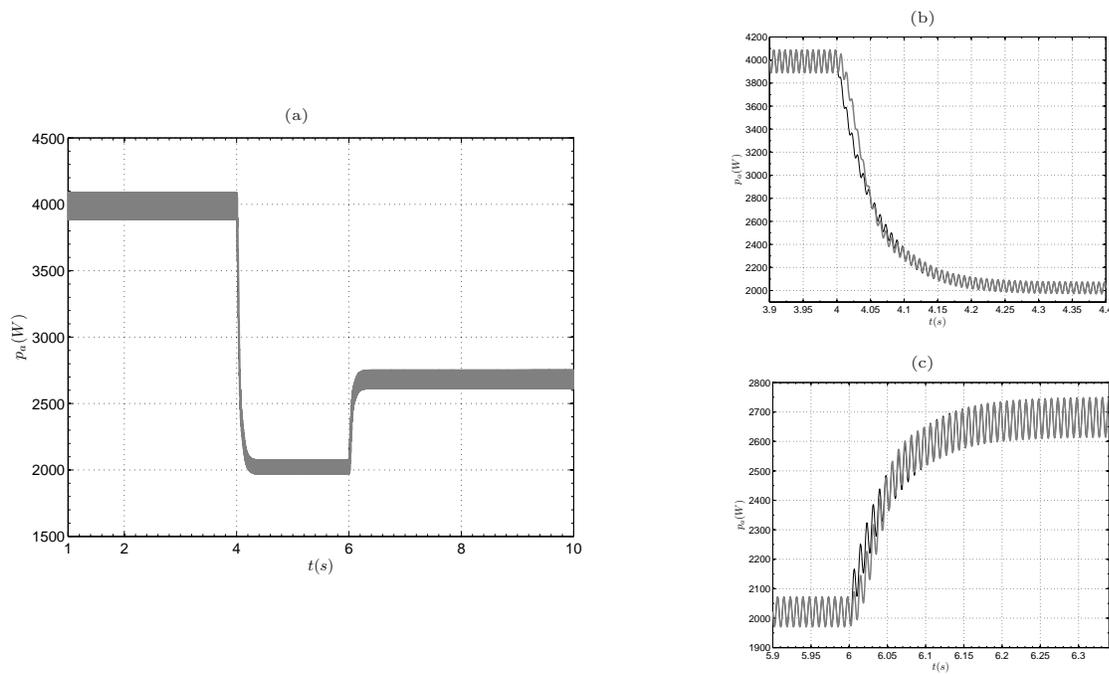


Figura 3.20: Evolução da variável de estado que representa a potência ativa nos Modelos (3.42) (x_{12}) (linha escura) e (3.40) (x_4) (linha clara).

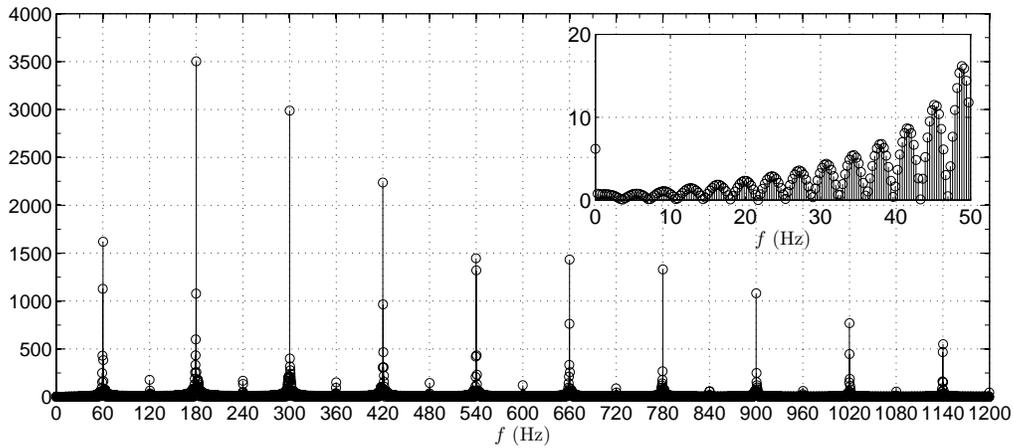


Figura 3.21: Análise espectral do sinal de potência reativa generalizada para a UPS fornecendo energia para carga 1, considerando-se o Modelo (3.40).

Além disso, para efeito de comparação pode-se filtrar o sinal de potência reativa generalizada por meio de um filtro passa-baixas (frequência de corte 6π rad/s), nesse caso observa-se que a componente espectral de frequência zero pode ser considerada nula (gráfico em detalhe na Fig. 3.21). Uma comparação da estimativa da potência reativa generalizada para as formas de implementação (3.42) e (3.40) é apresentada na Fig. 3.22. Observa-se que, apesar de não ser nulo o valor de potência reativa generalizada, em comparação à demanda de potência ativa ($\approx 3000W$) esse valor pode ser desprezado. Essa divergência entre os valores pode ser explicada devido a aproximações numéricas do sinal de potência reativa utilizado no modelo (3.40), que foi filtrado a fim de comparação.

Vale ressaltar que como a medição de potência reativa generalizada se faz por meio de uma função estática não-linear, o tempo de convergência é dependente do filtro passa-baixas utilizado na estimativa da potência ativa generalizada.

Os gráficos 3.23a e 3.23b mostram as variações dos parâmetros de amplitude e de frequência do sinal de referência para cada uma das implementações ((3.42) e (3.40)). Percebe-se que a variação da frequência é indistinguível, ao contrário da amplitude, na qual a resposta dinâmica dos modelos é distinta. Observa-se também que, a diferença entre os valores dos parâmetros, em regime permanente, é muito pequena, visto que as curvas de decaimento têm inclinações na ordem de 1×10^{-7} .

3.7 Conclusão

Nesse capítulo apresentou-se a modelagem dinâmica de uma UPS monofásica com controle independente, para aplicação na operação de sistemas multi-UPS sem comunicação. Abordou-se a estratégia de controle por curvas de decaimento, a qual se originou das características de operação de máquinas síncronas, juntamente com a teoria de fluxo de

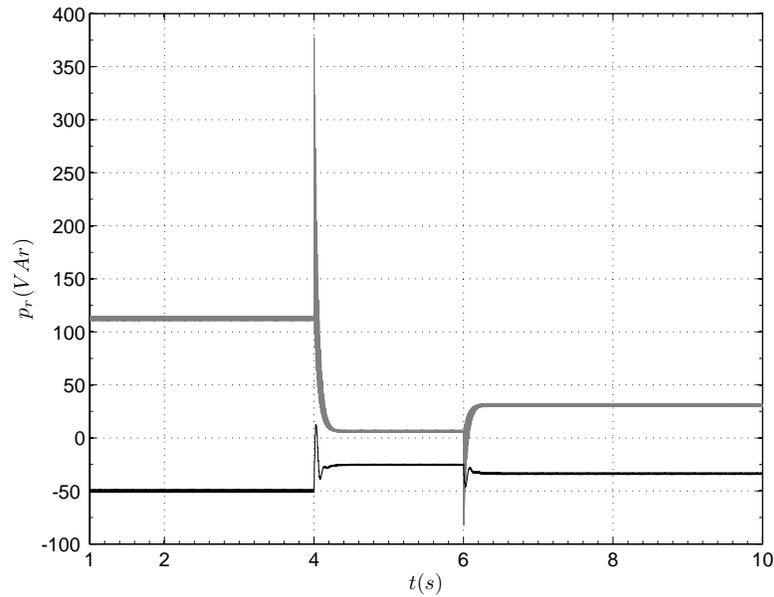


Figura 3.22: Potência reativa generalizada filtrada por passa-baixas com frequência de corte 6π rad/s para os Modelos (3.40) (linha clara) e (3.42) (linha escura).

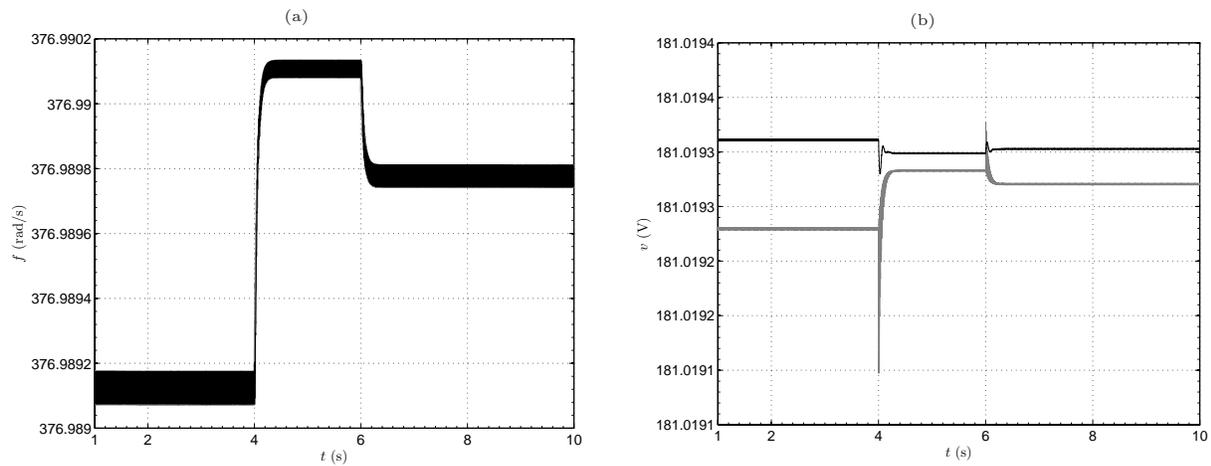


Figura 3.23: Evolução temporal dos parâmetros (a) frequência e (b) amplitude da tensão do sinal de referência senoidal, para $k_\omega = k_u = 5 \times 10^{-7}$, considerando-se os Modelos (3.42) (linha escura) e (3.40) (linha clara).

potência, sendo tal estratégia a mais utilizada nessa modalidade de paralelismo de UPS Coelho et al. (2002); Guerrero et al. (2006); Santos Filho (2007).

O método por curvas de decaimento possui algumas desvantagens quando implementado em sua versão original. Vários trabalhos publicados na literatura abordam uma ou mais dessas desvantagens (Coelho et al., 2002; Guerrero et al., 2002; Sun et al., 2003; Guerrero et al., 2005, 2006; Cheng e Kenneth, 2006). Em especial, destaca-se o limitado desempenho da UPS em regime transitório, o que é um problema em sistemas multi-UPS onde as cargas podem ser alteradas com frequência. Esse desempenho está relacionado ao tempo para se estimar as potências, ou seja, quanto maior o tempo para a convergência dos estimadores maior tende a ser o tempo do regime transitório (Sun et al., 2003; Santos Filho, 2007).

Nesse capítulo apresentou-se uma nova maneira para se obter as potências, baseada nas definições de potência ativa generalizada, e de potência reativa generalizada. A primeira representa o valor médio da potência instantânea fornecida pela UPS à carga, obtida a partir de um filtro passa-baixas de primeira ordem. A segunda é obtida utilizando-se uma função estática não-linear, dependente da potência ativa generalizada, e da potência instantânea.

A vantagem dessa formulação consiste na dispensa da necessidade de se implementar processos de filtragem para se obter a potência reativa. Diferentemente das formas de se obter as potências propostas por Tuladhar et al. (1997); Guerrero et al. (2006) e outros, a implementação da formulação proposta nesse capítulo conduz a um modelo dinâmico para a UPS, em espaço de estados, com ordem menor. Haja vista a comparação entre as ordens dos modelos matemáticos (3.42) e (3.40). Por outro lado, a implementação do modelo (3.40) em controladores digitais demandará um esforço maior no que tange a utilização de funções trigonométricas.

Obteve-se resultados numéricos de simulação para o comportamento dinâmico do modelo (3.40). Constatou-se que três parâmetros têm papel fundamental, sendo eles a frequência de corte do filtro passa-baixas, usado para se estimar a potência ativa generalizada, o valor do indutor de acoplamento e, as inclinações das curvas de decaimento, em especial aquela que define a frequência.

O tempo de convergência do filtro passa-baixas utilizado para se estimar a potência ativa generalizada, bem como as oscilações que tal grandeza apresenta em regime permanente, parece influenciar diretamente a ordem de grandeza das inclinações. Constatou-se a não divergência das variáveis de estado dos modelos, quando se assumia as inclinações na ordem de 10^{-7} . Isso não acontecia quando tais inclinações eram ajustada para 10^{-4} . Mesmo quando se aumentou a característica indutiva da linha de conexão. Acredita-se que os valores dos ganhos dos controladores PI, tanto do método de obtenção das potências quanto das malhas de controle do paralelismo, também contribuam para essa divergência.

Entretanto, nesse trabalho, manter-se-á como premissa a utilizada de um filtro passa-baixas de primeira ordem para a obtenção das potências. Apesar da possibilidade de se utilizar filtros com resposta dinâmica mais rápida, uma vez que isso acarretaria um modelo dinâmico de maior ordem.

Por fim, comparou-se o comportamento dinâmico, por meio de simulação, dos modelos (3.42) e (3.40). Verificou-se que os modelos apresentam respostas dinâmicas equivalentes em regime estacionário. Ou seja, a nova implementação do controle independente por curvas de decaimento proposta nesse trabalho apresenta resposta dinâmica equivalente à forma tradicional, com a vantagem da redução na ordem dinâmica do modelo do UPS e, por conseguinte, menor complexidade na estrutura do controle do paralelismo.

PARALELISMO DE UPS: UMA ABORDAGEM PELA TEORIA DO SINCRONISMO

“Se permanecerdes no meu ensino, verdadeiramente sereis meus discípulos. Então conhecereis a verdade e a verdade vos libertará.”

João, 8, 31–32.

4.1 Introdução

O problema da sincronização entre dois sistemas, como apresentado no Capítulo 2, pode ser dividido em duas abordagens:

1. síntese do acoplamento;
2. análise do sistema acoplado.

Na síntese do acoplamento determina-se a forma de se acoplar os sistemas para que o sincronismo seja estável, considerando questões do tipo: a estrutura do termo de acoplamento, a direção do acoplamento e, a seleção da(s) variável(is) a ser(em) compartilhadas entre os sistemas. Por outro lado, no processo de análise o acoplamento está bem definido e investiga-se sob quais condições o sincronismo é estável.

Nesse capítulo formula-se o problema do paralelismo entre duas UPS no âmbito da teoria do sincronismo. O objetivo principal é analisar as principais características do controle do paralelismo por curvas de decaimento. Ademais, argumenta-se sobre as possíveis técnicas de análise de estabilidade que podem ser aplicadas.

Para tanto, o modelo da UPS obtido no Capítulo 3 é simplificado considerando-se apenas o acoplamento resistivo-indutivo e o sinal de referência. Abstrai-se da camada de

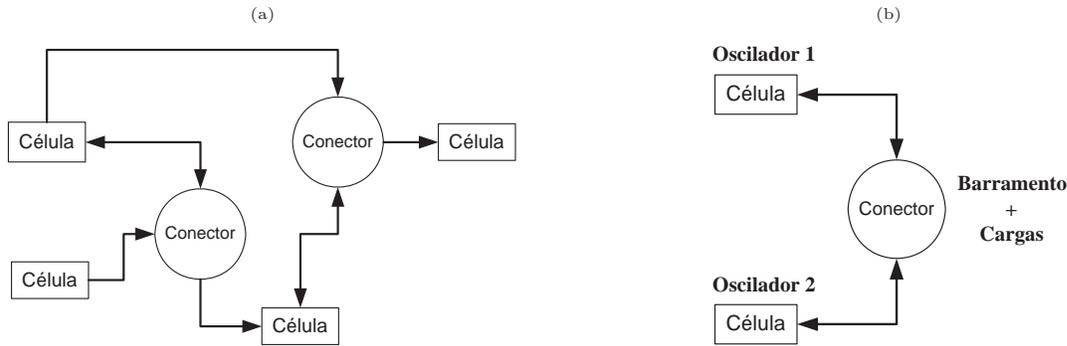


Figura 4.1: Estrutura de acoplamento entre sistemas célula-conector: (a) caso geral; (b) dois osciladores acoplados no contexto de paralelismo de UPS.

controle, composta pelas duas malhas fechadas com controladores do tipo proporcional e integral, bem como do filtro de saída. Nesse sentido a UPS será doravante designada como um oscilador senoidal, ou simplesmente um oscilador.

O capítulo é organizado da seguinte maneira: na Seção 4.2 aspectos do paralelismo entre UPS, no contexto de um problema de sincronização, são apresentados, detalha-se também a simplificação do modelo obtido no Capítulo 3. Na Seção 4.3 é apresentada uma análise do acoplamento entre duas UPS, considerando-se o erro de sincronismo, bem como a variedade de sincronismo, conceitos fundamentais que precedem a conclusão do Capítulo 5, no qual se investiga a estabilidade da condição síncrona.

4.2 Paralelismo como um problema de sincronização

No paralelismo os osciladores devem interagir e fornecer potência proporcional às suas respectivas capacidades, de forma a suprir a necessidade da carga. Ou seja, é desejável que os osciladores estabeleçam uma evolução síncrona da potência fornecida, com menor tempo possível para o transiente de sincronização, obedecendo os limites de tolerância para a tensão e a corrente fornecidas ao barramento.

Uma forma de se representar essa interação é considerar os osciladores como células, e o barramento mais a carga como o conector. As células representam os sistemas a serem sincronizados, enquanto que os conectores representam os termos de acoplamento. Um caso é ilustrado na Fig. 4.1a. O sentido da seta indica se o oscilador contribui para o acoplamento (sentido célula para conector), por exemplo, com alguma variável de estado, e/ou se sofre influência do mesmo (sentido conector para célula).

No paralelismo de UPS a interação é da forma bidirecional, ou seja, todos os osciladores contribuem e também sofrem a influência do acoplamento. A Fig. 4.1b ilustra o caso de dois osciladores acoplados no contexto de paralelismo de UPS.

O tipo de sincronismo dependerá dos osciladores serem idênticos ou não. No caso de osciladores idênticos a potência fornecida por cada um deverá ser igual, o que é garantido se a hipótese de estabilidade do sincronismo idêntico for verdadeira. Assim, investiga-se a invariância e estabilidade da variedade de sincronismo idêntico. Por outro lado, para osciladores diferentes as potências fornecidas devem ser proporcionais às suas respectivas capacidades. Isso implica o sincronismo generalizado, no qual os estados dos osciladores possuem uma relação funcional entre si.

Dessa forma, a variedade de sincronismo não depende apenas do número de osciladores conectados em paralelo, mas também de quão diferente é a capacidade de fornecimento de energia de cada um.

Como mencionado, o acoplamento é realizado pelo barramento, sendo diretamente dependente da carga ligada ao mesmo. Assim sendo, o acoplamento pode ser linear ou não-linear; dinâmico ou estático.

Se o conector possuir dinâmica própria então o acoplamento é dito dinâmico (Wu, 2002). Esse é o caso quando se considera elementos armazenadores de energia, tais como indutores e capacitores, na formação do termo de acoplamento. Para cargas puramente resistivas, o acoplamento é linear e estático.

A análise se torna complexa quando se considera cargas não-lineares como, por exemplo, retificadores de tensão, as quais necessitam de componentes harmônicas de correntes. Nesse caso, para se ter uma divisão apropriada da potência fornecida foram propostas recentemente estratégias para se estimar e dividir a potência de distorção (Tuladhar et al., 1997; IEEE Standard - 1459-2000, 2000; Santos Filho, 2007), ou seja, a potência gerada pelas componentes harmônicas.

Nesse trabalho é analisado o acoplamento entre dois osciladores fornecendo energia a uma carga puramente resistiva. Não se considera a hipótese de sincronismo com a concessionária, ou seja, assume-se que as UPS fornecem exclusivamente energia às cargas e podem ser conectadas novas unidades ao barramento, sendo, por conseguinte, necessário o sincronismo.

4.2.1 UPS como oscilador senoidal

Como observado no Capítulo 3 a UPS pode ser modelada como um sistema de Lur'e, sendo composta dentre outros blocos pelo filtro de saída e duas malhas de controle, os quais garantem que a tensão sobre o capacitor do filtro seja igual ao sinal de referência senoidal, e que se mantenha estabilidade na corrente de saída.

Entretanto é possível abstrair-se tanto do filtro de saída quanto da camada de controle, e considerar que a tensão de saída do oscilador será o sinal de referência senoidal. Isso é

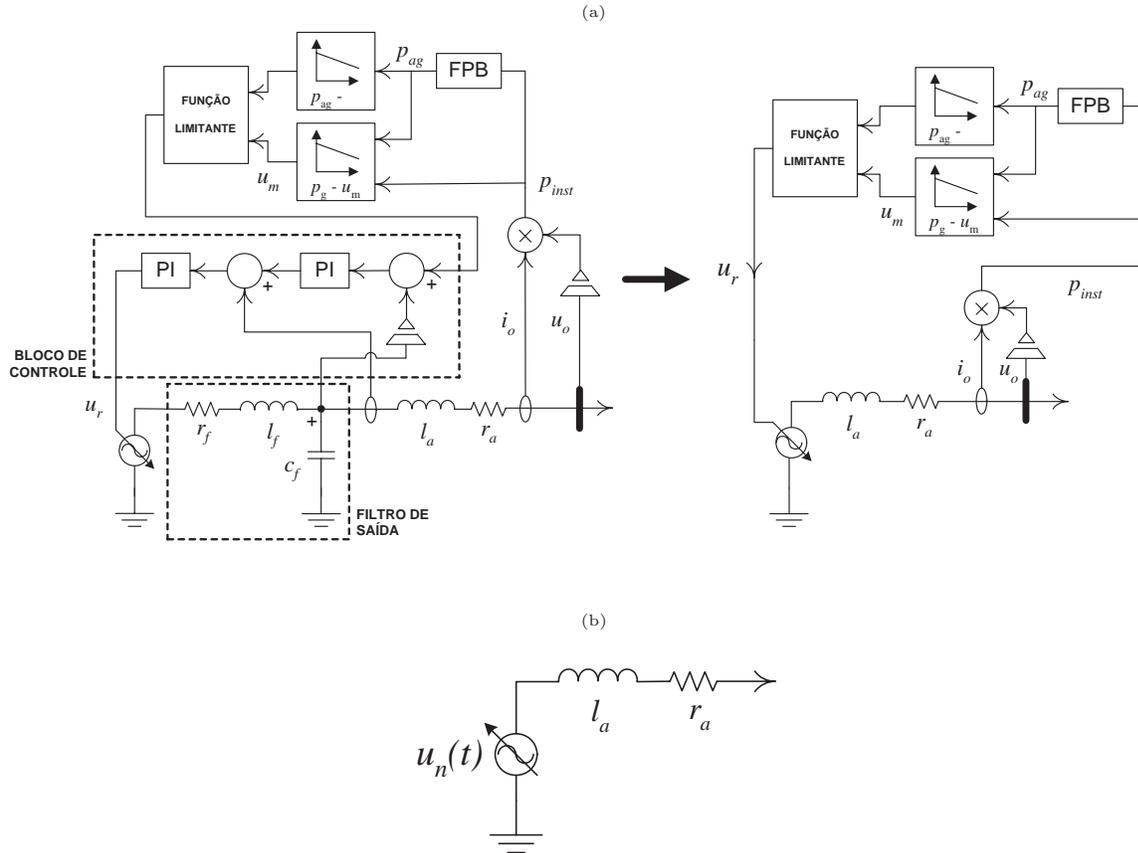


Figura 4.2: UPS representada na forma simplificada como um oscilador senoidal: (a) supressão da camada de controle e do filtro de saída; (b) representação simplificada.

justificado pelo fato de que o controle por curvas de decaimento é baseado na medição das potências, ativa e reativa, a qual utiliza filtros passa-baixas cuja banda passante é muito inferior à banda dos controladores internos do inversor (malha de tensão e de corrente). Ou seja, as evoluções dinâmicas dos filtros associados às medições de potência praticamente determinam o comportamento dinâmico da distribuição dos fluxos de potência (Coelho, 2000).

Nesse caso, a UPS pode ser representada como um oscilador senoidal não-autônomo, cuja amplitude e frequência são controladas por curvas de decaimento (Fig. 4.2), ou seja,

$$u_n(t) = v_n(t)\text{sen}(\theta_n(t)), \quad (4.1)$$

em que u_n representa o n -ésimo oscilador, com parâmetros de amplitude v_n , que é função da curva de decaimento associada à potência reativa, e fase θ_n variantes no tempo. Mais especificamente, a função θ_n , assumindo-se que ω_n terá pouca variação próximo a valor um valor constante ω_{0r} , pode ser definida como:

$$\theta_n(t) = \omega_n t + \phi_n(t),$$

sendo ω_n a frequência de operação do oscilador, que é função da curva de decaimento associada à potência ativa, e ϕ_n uma constante que representa o defasamento angular do mesmo em relação a uma senóide de referência ($\text{sen}(\omega_n t)$).

A Fig. 4.3 ilustra o caso em que dois osciladores ($n \in \{1, 2\}$) estão acoplados por intermédio de um barramento a uma carga puramente resistiva.

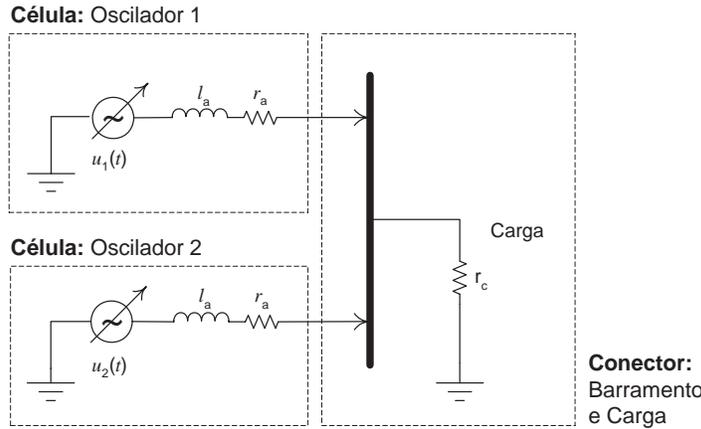


Figura 4.3: Estrutura de acoplamento entre dois osciladores por meio de rede simétrica.

Como observado no Capítulo 3, a etapa principal do método de paralelismo por curvas de decaimento é o algoritmo para estimação das potências. Utilizando-se o método da função estática não-linear e filtragem (Seção 3.3.3), a potência instantânea fornecida por cada oscilador à carga é dada por,

$$p_{in}(u_n, i_n, t) = \left\{ r_c \left(\sum_{i=1}^n i_n(t) \right) \right\} i_n(t), \quad (4.2)$$

em que i_n representa a corrente de saída do n -ésimo oscilador (Fig. 4.3). Como os osciladores são senoidais, e a carga é linear, a corrente também será senoidal com a mesma frequência do oscilador.

A potência ativa generalizada p_{ag} , nesse caso, é dada por:

$$\begin{cases} \dot{x} &= -\sigma x + \sigma p_{in}, \\ p_{ag} &= x, \end{cases}$$

em que σ representa a frequência de corte do filtro passa-baixas.

Da mesma forma, a potência reativa generalizada p_{rg} é dada por:

$$p_{rg}(t) = (p_{ag} [1 - \cos(2\omega t_n)] - p_{in}) \left(\frac{k^2 \text{sen}(2\omega t_n)}{1 + k^2 \text{sen}(2\omega t_n)^2} \right),$$

sendo k a constante de suavização.

A partir das potências generalizadas e das curvas de decaimento, obtém-se o sinal de referência ζ (Seção 3.31). Assim, a UPS pode ser representada, de forma aproximada, como um oscilador senoidal dado por:

$$u_n(t) \approx \zeta_n(t) = u_{0r} \text{sen}(\omega t) - \frac{k_u}{2} \left(p_{\text{inst}}(t) - 2p_{\text{ag}} \text{sen}^2(\omega t) \right) \left(\frac{k^2 \cos(\omega t)}{1 + k^2 \cos(\omega t)^2} \right). \quad (4.3)$$

Na aproximação em (4.3) utilizou-se a função limitante aplicada à secante (Ver Seção 3.3.3).

4.2.2 Conectando oscilador e carga resistiva

Inicialmente, considera-se apenas um oscilador conectado a uma carga resistiva (Fig. 4.4). Esse acoplamento pode ser modelado por:

$$\begin{cases} \dot{x}_{11} = -\alpha x_{11} - \beta x_{11} + \gamma u_n(v_n, \theta_n, t), \\ \dot{x}_{12} = -\sigma x_{12} + \sigma (r_c x_{11}) x_{11}, \end{cases} \quad (4.4)$$

sendo x_{nm} a m -ésima variável de estado do n -ésimo subsistema e \mathbf{x}_n representa o vetor de variáveis de estado do n -ésimo subsistema, com $n, m \in \mathbb{N}$. As constantes α , β , γ representam, respectivamente, r_a/l_a , r_c/l_a , $1/l_a$, e σ é a frequência de corte do filtro passa-baixas. A variável x_{11} representa a corrente fornecida pelo oscilador, enquanto que a variável x_{12} é a potência ativa generalizada fornecida à carga.

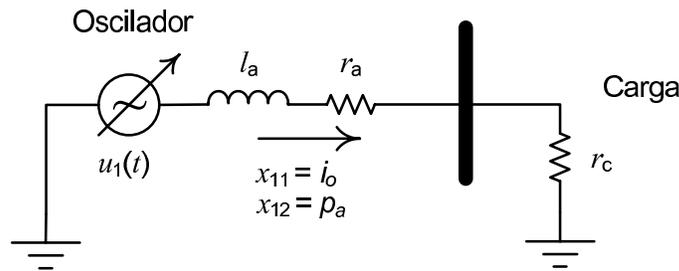


Figura 4.4: Oscilador senoidal conectado a uma carga resistiva.

Na Eq. (4.4) considerou-se a potência instantânea fornecida pelo oscilador como resultado da tensão sobre a carga e da corrente de saída, ou seja, $p_{\text{inst}} = (r_c x_{11}) x_{11}$. Nesse caso pode-se reescrever a Eq. (4.3) utilizando-se relações trigonométricas, o que possibilita

representar a mesma tal como na Eq. (4.1), $u_i(t) = v_1(t)\text{sen}(\theta_1(t))$, em que

$$\begin{aligned} v_1(t) &= \sqrt{u_{0r}^2 + \left\{ \frac{k_u k^2}{2} \left[\frac{2x_{12}\text{sen}^2(\omega_1) - r_c x_{11}^2}{1 + k^2 \cos^2(\omega_1)} \right] \right\}^2}, \\ \theta_1(t) &= \omega_1 + \tan^{-1} \left(\frac{k_u k^2}{2u_{0r}} \left[\frac{2x_{12}\text{sen}^2(\omega_1) - r_c x_{11}^2}{1 + k^2 \cos^2(\omega_1)} \right] \right), \\ &= \omega_1(t)t + \phi_1(t, \mathbf{x}_1), \end{aligned}$$

em que $\omega_1(t) = \omega_{0r} - k_\omega x_{12}$ representa a freqüência de operação. Novamente, considera-se uma variação pequena de ω_1 próximo a ω_{0r} . Para simplificar a representação a dependência com relação ao tempo da freqüência angular será suprimida, por exemplo, $\omega_1(t)$ será representado como ω_1 .

Observa-se que o defasamento angular ϕ da tensão de referência se torna dependente das condições iniciais do oscilador. No Apêndice C mostra-se o desenvolvimento para se reescrever a Eq. (4.3) no formato da Eq. (4.1).

Na Eq. (4.2) considerou-se a potência instantânea como produto da tensão no barramento pela corrente de saída da UPS. Por outro lado, se a potência instantânea for considerada composta pela tensão da UPS $u_n(t)$ e a corrente de saída, ou seja, $p_{\text{inst}} = u_n(t)i_n(t)$, tem-se que:

$$u_n(t) = \frac{\sqrt{u_{0r}^2 + k_u^2 x_{12}^2}}{2 \cos(\omega_1 t) + k_u x_{11}} \left[\cos\left(\frac{u_{0r}}{k_u x_{12}}\right) - \cos\left(2\omega_1 t + \frac{u_{0r}}{k_u x_{12}}\right) \right], \quad (4.5)$$

em que $\omega_1 = \omega_{0r} - k_\omega x_{12}$, não sendo possível reescrever (4.5) no formato da Eq. (4.1). Ou seja, os parâmetros a serem controlados (amplitude, freqüência e defasamento angular) não se tornam explícitos. Além disso, é mais coerente considerar a potência instantânea da n -ésima UPS no aspecto da potência requerida pela carga, ou seja, a tensão do barramento, que é composição das correntes fornecidas pelas UPS, e a corrente de saída da n -ésima UPS.

A evolução das variáveis de estado do sistema (4.4), para os parâmetros listados na Tab. 4.1, é ilustrada na Fig. 4.5.

Observa-se pela Fig. 4.5a que a projeção no plano x_{11} versus x_{12} da evolução temporal das variáveis de estado de (4.4) define um comportamento limite. Considerando-se três condições iniciais, observa-se que a evolução do sistema tende para o comportamento limite, como mostrado em Fig. 4.5b. A Fig. 4.5c ilustra a evolução das variáveis de estado de (4.4).

A oscilação observada na potência ativa generalizada x_{12} é devida à imperfeição no

Tabela 4.1: Parâmetros usados para se obter a evolução temporal das variáveis de estado do sistema (4.4).

Parâmetros	Valores
r_a	50 m Ω
l_a	300 μ H
r	4 Ω
σ	2 π 6 rad/s
ω_{0r}	2 π 60 rad/s
u_{0r}	127 $\sqrt{2}$ V
$k_u = k_\omega$	5 $\times 10^{-7}$ rad/(sW)
k_ω	5 $\times 10^{-7}$ V/VAr

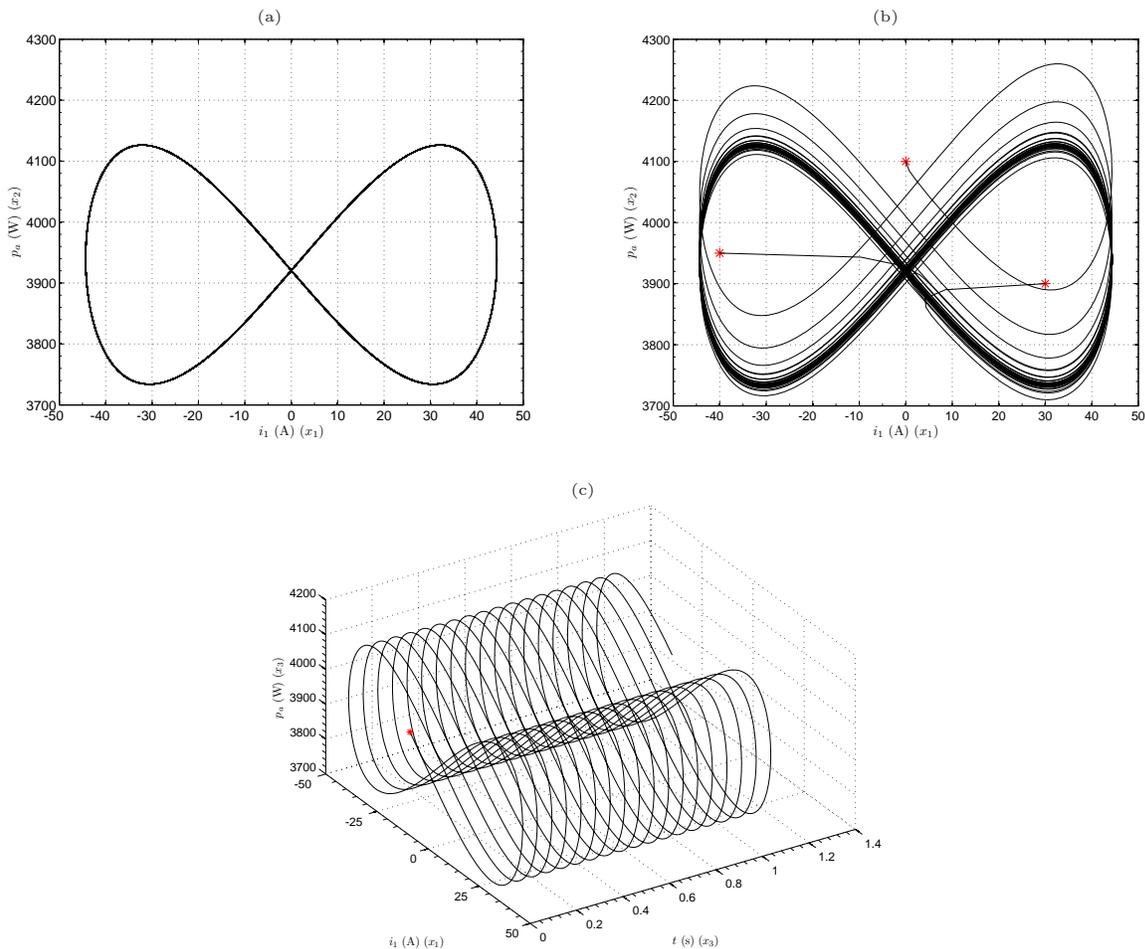


Figura 4.5: Espaço de estados do modelo não-autônomo (4.4) com carga resistiva: (a) comportamento limite (projeção da evolução no plano x_{11} versus x_{12}); (b) três diferentes trajetórias com condições iniciais indicadas por *; (c) espaço de estados retratando evolução das variáveis ao longo do tempo.

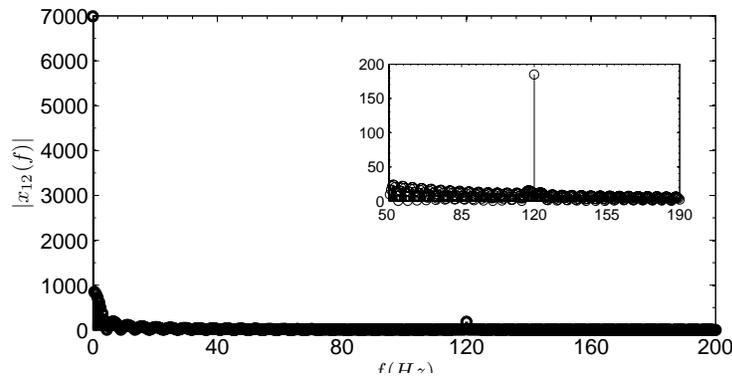


Figura 4.6: Espectro de frequências para a variável de estado x_{12} , que representa a potência ativa generalizada.

processo de filtragem da potência instantânea, a qual permite a passagem de frequências múltiplas da fundamental, como ilustra a Fig. 4.6, que pela análise do espectro de frequências observa-se uma maior contribuição devida ao termo constante, entretanto existe uma contribuição significativa na componente de 120 Hz, por isso a característica de dupla volta da projeção do comportamento limite no plano (x_{11}, x_{12}) .

4.3 Análise do Acoplamento entre dois osciladores

O sistema acoplado mostrado na Fig. 4.3 pode ser escrito como,

$$\Sigma_2 : \begin{cases} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_{11} \\ \dot{x}_{12} \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}_1} = \underbrace{A_1 \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{12} \end{bmatrix}}_{f(\mathbf{x}_1)} + \underbrace{B_1 \begin{bmatrix} v(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, t) \text{sen}(\theta(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, t)) - r_c x_{21} \\ r_c(x_{11} + x_{21})x_{11} \end{bmatrix}}_{\Psi_1(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)}, \\ \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_{21} \\ \dot{x}_{22} \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}_2} = \underbrace{A_2 \begin{bmatrix} x_{21} \\ x_{22} \end{bmatrix}}_{f(\mathbf{x}_2)} + \underbrace{B_2 \begin{bmatrix} v(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1, t) \text{sen}(\theta(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1, t)) - r_c x_{11} \\ r_c(x_{21} + x_{11})x_{21} \end{bmatrix}}_{\Psi_2(t, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1)}, \end{cases} \quad (4.6)$$

em que

$$A_1 = A_2 = \begin{bmatrix} -(\alpha + \beta) & 0 \\ 0 & -\sigma \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} \gamma & 0 \\ 0 & \sigma \end{bmatrix},$$

sendo x_{n1} corrente fornecida à carga pelo oscilador n , x_{n2} potência ativa fornecida à carga pelo oscilador n , com $n \in \{1, 2\}$, e $r_c(x_{21} + x_{11})$ a tensão sobre a carga.

A função Ψ_n em cada sistema é uma função vetorial $\mathbb{R}^{2p+1} \rightarrow \mathbb{R}^p$, para $p = 2$. A primeira componente dessa função vetorial é a diferença entre a tensão de saída do oscilador senoidal; com a amplitude, frequência e a defasagem angular controladas; e a tensão sobre a carga. A segunda componente da função vetorial Ψ_n representa a potência

instantânea fornecida à carga.

A partir do sistema Σ_2 pode-se listar algumas características importantes desse acoplamento:

1. o termo de acoplamento é dado pelas funções estáticas não-lineares Ψ_n para $n \in \{1, 2\}$;
2. o acoplamento é bidirecional, pois $\Psi_1 \neq 0$ e $\phi_2 \neq 0$, para algum $t \neq 0$;
3. os osciladores são sistemas passivos;
4. o estado síncrono pode ser considerado periódico, conforme observa-se pela Fig. 4.5a.

O acoplamento sendo da forma bidirecional implica que não existe uma trajetória de referência a ser seguida, mas que os osciladores estabelecerão um estado síncrono periódico, caso seja verdadeira a hipótese de sincronismo estável.

As características do termo de acoplamento impossibilitam o uso da maioria das técnicas de análise de estabilidade, pois em muitas delas se considera o acoplamento realizado por meio de termos lineares (Sun, 2002) ou localmente lineares (Brown e Kocarev, 2000). Além disso, é importante ressaltar que existe uma simetria das funções Ψ_n , ou seja, se \mathbf{x}_1 for trocado por \mathbf{x}_2 no argumento de Ψ_1 e, da mesma forma para Ψ_2 , tem-se que $\Psi_1(t, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) = \Psi_2(t, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1)$ e $\Psi_2(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \Psi_1(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$. Desta forma, o acoplamento, para o caso não-autônomo, será representado apenas como $\Psi(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$ e $\Psi(t, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1)$ para o primeiro e o segundo oscilador, respectivamente.

Por fim, como será visto na análise pela teoria da passividade de Σ_2 (Seção 5.3.1), os osciladores são sistemas passivos. Isso implica que a energia disponível em Σ_2 é limitada, sendo essa uma das hipóteses para a obtenção de funções nas quais se contabiliza a relaxação por parte dos sistemas até atingir a solução síncrona.

A estratégia de controle independente do paralelismo, apresentada no Capítulo 3, e resumida na função mostrada na equação (4.3), pode ser representada no caso de dois osciladores acoplados como:

$$v(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \sqrt{u_{0r}^2 + \left\{ \frac{k_u k^2}{2} \left[\frac{2x_{12} \text{sen}^2(\omega_1(t, x_{12})) - r_c x_{11}(x_{11} + x_{21})}{1 + k^2 \cos^2(\omega_1(t, x_{12}))} \right] \right\}^2}, \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} \theta(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) &= \omega_1(x_{12}) + \tan^{-1} \left(\frac{k_u k^2}{2u_{0r}} \left[\frac{2x_{12} \text{sen}^2(\omega_1(t, x_{12})) - r_c x_{11}(x_{11} + x_{21})}{1 + k^2 \cos^2(\omega_1(t, x_{12}))} \right] \right), \\ &= \omega_1(x_{12})t + \phi_1(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2), \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\omega_1(t, x_{12}) = \omega_{0r} - k_\omega x_{12}, \quad (4.9)$$

e,

$$v(t, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) = \sqrt{u_{0r}^2 + \left\{ \frac{k_u k^2}{2} \left[\frac{2x_{22} \sin^2(\omega_2(t, x_{22})) - r_c x_{21}(x_{21} + x_{11})}{1 + k^2 \cos^2(\omega_2(t, x_{22}))} \right] \right\}^2}, \quad (4.10)$$

$$\begin{aligned} \theta(t, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) &= \omega_2(x_{22}) + \tan^{-1} \left(\frac{k_u k^2}{2u_{0r}} \left[\frac{2x_{22} \sin^2(\omega_2(t, x_{22})) - r_c x_{21}(x_{21} + x_{11})}{1 + k^2 \cos^2(\omega_2(t, x_{22}))} \right] \right), \\ &= \omega_2(x_{22})t + \phi_2(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2), \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\omega_2(t, x_{22}) = \omega_{0r} - k_\omega x_{22}, \quad (4.12)$$

O desenvolvimento dessas equações é uma extensão daquele apresentado no Apêndice C para um oscilador.

Como mencionado na seção anterior, se a hipótese de sincronismo estável é válida a estratégia proposta para o controle independente pode dispensar o uso de uma PLL, pois assim que o estado síncrono $\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_2$ for estabelecido, então $\theta(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \theta(t, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1)$. Isso porque todas as variáveis do oscilador senoidal, ou seja, amplitude, frequência e defasamento angular, são controladas diretamente, sem a utilização de mecanismos diretos para estimação do erro de fase entre os osciladores e a tensão sobre a carga. Em se tratando de osciladores idênticos e observando-se as Eqs. (4.8) e (4.11), três situações se destacam:

1. $\{x_{11} \neq x_{21}, x_{12} = x_{22}\}$, a amplitude e fase serão distintas, mas a frequência de operação será a mesma;
2. $\{x_{11} = x_{21}, x_{12} \neq x_{22}\}$, equivalente a $\{x_{11} \neq x_{21}, x_{12} \neq x_{22}\}$, pois a amplitude, a frequência e a fase serão distintas;
3. $\{\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_2\}$, a amplitude, a frequência e o defasamento angular serão iguais.

Ou seja, a única possibilidade para igualdade dos osciladores senoidais (u_1 e u_2) é que a hipótese do sincronismo idêntico seja verdadeira, isto é, $\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_2$.

Existem duas maneiras de se reescrever o sistema Σ_2 na forma autônoma. Tais formas

são dadas a seguir:

$$\Sigma_2 : \begin{cases} \begin{cases} \dot{x}_{11} = -\alpha x_{11} - \beta x_{11} + \gamma u_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2), \\ \dot{x}_{12} = -\sigma x_{12} + \sigma r_c(x_{21} + x_{11})x_{11}, \\ \dot{x}_{13} = \omega_{0r} - k_\omega x_{12}, \\ u_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = v(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)\text{sen}(\theta(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)); \end{cases} \\ \begin{cases} \dot{x}_{21} = -\alpha x_{21} - \beta x_{21} + \gamma u_2(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1), \\ \dot{x}_{22} = -\sigma x_{22} + \sigma r_c(x_{11} + x_{21})x_{21}, \\ \dot{x}_{23} = \omega_{0r} - k_\omega x_{22}, \\ u_2(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) = v(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1)\text{sen}(\theta(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1)). \end{cases} \end{cases} \quad (4.13)$$

Na Eq. (4.13) introduziu-se no modelo de cada oscilador a variável de estado:

$$x_{n3} = (\omega_{0r} - k_\omega x_{n2})t + (2m)\pi \Rightarrow \dot{x}_{n3} = \omega_{0r} - k_\omega x_{n2},$$

sendo que $m \in \mathbb{Z}$.

$$\Sigma_2 : \begin{cases} \begin{cases} \dot{x}_{11} = -\alpha x_{11} - \beta x_{11} + \gamma u_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2), \\ \dot{x}_{12} = -\sigma x_{12} + \sigma r_c(x_{21} + x_{11})x_{11}, \\ \dot{x}_{13} = (\omega_{0r} - k_\omega x_{12})x_{14}, \\ \dot{x}_{14} = -(\omega_{0r} - k_\omega x_{12})x_{13}, \\ u_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \left\{ u_{0r}x_{13} - \frac{k_\omega}{2} \left[r_c(x_{11} + x_{21})x_{11} - 2x_{12}x_{13}^2 \right] \left(\frac{k^2 x_{14}}{1 + (kx_{14})^2} \right) \right\}; \end{cases} \\ \begin{cases} \dot{x}_{21} = -\alpha x_{21} - \beta x_{21} + \gamma u_2(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1), \\ \dot{x}_{22} = -\sigma x_{22} + \sigma r_c(x_{11} + x_{21})x_{21}, \\ \dot{x}_{23} = (\omega_{0r} - k_\omega x_{22})x_{24}, \\ \dot{x}_{24} = -(\omega_{0r} - k_\omega x_{22})x_{23}, \\ u_2(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) = \left\{ u_{0r}x_{23} - \frac{k_\omega}{2} \left[r_c(x_{21} + x_{11})x_{21} - 2x_{22}x_{23}^2 \right] \left(\frac{k^2 x_{24}}{1 + (kx_{24})^2} \right) \right\}. \end{cases} \end{cases} \quad (4.14)$$

Na Eq. (4.14) introduziram-se, em cada sistema, duas variáveis de estado $x_{n3} = \text{sen}(\omega_n(t, x_{n2}))$ e $x_{n4} = \cos(\omega_n(t, x_{n2}))$, sendo que:

$$\dot{x}_{n3} = \omega_{0r}x_{n4} - k_\omega x_{n2}x_{n4}$$

e

$$\dot{x}_{n4} = -\omega_{0r}x_{n3} + k_\omega x_{n2}x_{n3},$$

com $n \in \{1, 2\}$. A vantagem da representação (4.14) é reescrever a função de excitação como um polinômio racional. Entretanto, para se utilizar a Eq. (4.14) é necessário que as condições iniciais para x_{n3} e x_{n4} satisfaçam $x_{n3}^2 + x_{n4}^2 = 1$.

Assim, o acoplamento entre os dois osciladores pode ser resumido como:

$$\Sigma_2 : \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = f(\mathbf{x}_1) + \Psi(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2), \\ \dot{\mathbf{x}}_2 = f(\mathbf{x}_2) + \Psi(t, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1), \end{cases} \quad (4.15)$$

em que as características de f , Ψ e da forma do acoplamento, bem como, do tipo de sincronismo desejado foram expostas. Nas seções seguintes explora-se os quesitos diretamente relacionados à teoria de sincronização aplicados ao problema do paralelismo.

A título de generalização, a estrutura do acoplamento apresentada na Eq. (4.6) pode ser estendida para m osciladores, ou seja,

$$\Sigma_m : \left\{ \begin{array}{l} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_{11} \\ \dot{x}_{12} \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}_1} = \underbrace{A_1 \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{12} \end{bmatrix}}_{f(\mathbf{x}_1)} + B_1 \underbrace{\left[\begin{array}{l} v(t, \mathbf{x}_m, \dots, \mathbf{x}_1) \text{sen}(\theta(t, \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m)) - r_c \sum_{i=2}^m (x_{i1}) \\ r_c \sum_{i=1}^m (x_{i1}) x_{11} \end{array} \right]}_{\Psi_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_m)}, \\ \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_{21} \\ \dot{x}_{22} \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}_2} = \underbrace{A \begin{bmatrix} x_{21} \\ x_{22} \end{bmatrix}}_{f(\mathbf{x}_2)} + B_2 \underbrace{\left[\begin{array}{l} v(t, \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m) \text{sen}(\theta(t, \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m, t)) - r_c \sum_{i=1, i \neq 2}^m (x_{i1}) \\ r_c \sum_{i=1}^m (x_{i1}) x_{21} \end{array} \right]}_{\Psi_2(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m)}, \\ \vdots \\ \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_{m1} \\ \dot{x}_{m2} \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}_m} = \underbrace{A_m \begin{bmatrix} x_{m1} \\ x_{m2} \end{bmatrix}}_{f(\mathbf{x}_m)} + B_m \underbrace{\left[\begin{array}{l} v(t, \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m) \text{sen}(\theta(t, \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m)) - r_c \sum_{i=1, i \neq m}^m (x_{i1}) \\ r_c \sum_{i=1}^m (x_{i1}) x_{m1} \end{array} \right]}_{\Psi_m(\mathbf{x}_m, \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{m-1})}. \end{array} \right. \quad (4.16)$$

Nesse trabalho considera-se $A_1 = A_2 = \dots = A_m$ e $B_1 = B_2 = \dots = B_m$, isto é, as unidades UPS são idênticas construtivamente.

4.3.1 Erro de sincronização

O erro de sincronização representa a diferença temporal entre propriedades de interesse dos sistemas dinâmicos (ver Sec. 2.5). Para o caso de dois osciladores acoplados, o erro de sincronismo pode ser definido como,

$$\mathbf{e} = \mathbf{x}_1 - \psi(\mathbf{x}_2). \quad (4.17)$$

Lembrando que, como ressaltado no Capítulo 2, ψ representa uma relação funcional entre os estados dos sistemas acoplados.

Nessa seção o erro de sincronização será estudado considerando-se tanto osciladores idênticos quanto não-idênticos. Nos osciladores não-idênticos as inclinações das curvas de decaimento, ajustadas em cada oscilador, são diferentes. Nesse caso, a potência fornecida por cada um também será diferente.

4.3.1.1 Erro de sincronismo para osciladores não-idênticos

No caso de osciladores com potências nominais diferentes, o estado síncrono é caracterizado por uma relação determinística entre as variáveis de estado dos sistemas (Eq. (4.17)).

Essa relação pode ser determinada considerando-se que as potências ativas nominais, em regime permanente, sejam proporcionais:

$$\left(\frac{x_{12}}{x_{22}} \right) \Big|_{t \rightarrow \infty} = \eta,$$

com $\eta \in \mathbb{R}$.

Assumindo-se o mesmo valor da tensão no barramento, a corrente que cada oscilador deverá fornecer também apresentará a mesma relação de proporcionalidade, em regime permanente, ou seja,

$$\left(\frac{x_{11}}{x_{21}} \right) \Big|_{t \rightarrow \infty} = \eta.$$

De acordo com o controle por curvas de decaimento, mantendo-se igual em todos os osciladores a frequência nominal ω_{0r} , a frequência de operação será a mesma $\omega_1 = \omega_2$, se:

$$\begin{aligned} \omega_{0r} - k_{\omega 1} x_{12} &= \omega_{0r} - k_{\omega 2} x_{22}, \\ \frac{x_{12}(t)}{x_{22}(t)} \Big|_{t \rightarrow \infty} &= \frac{k_{\omega 2}}{k_{\omega 1}} = \eta. \end{aligned}$$

Ou seja, para osciladores com potências diferentes o erro de sincronismo é definido por:

$$\mathbf{e} = \mathbf{x}_1 - A\mathbf{x}_2, \quad (4.18)$$

em que

$$A = \begin{bmatrix} \frac{k_{\omega 2}}{k_{\omega 1}} & 0 \\ 0 & \frac{k_{\omega 2}}{k_{\omega 1}} \end{bmatrix}.$$

Nesse caso tem-se interesse na análise de estabilidade da condição de sincronismo generalizado, na qual investiga-se sob quais condições a relação $\mathbf{x}_1 = A\mathbf{x}_2$ é dinamicamente estável. Técnicas para análise do sincronismo entre sistemas diferentes podem ser encontradas em Femat e Ramírez (1997), Femat et al. (2005), Bowong e McClintock (2006), Li et al. (2007) e Wu et al. (2008).

4.3.1.2 Erro de sincronização para osciladores idênticos

Em se tratando de osciladores idênticos tem-se (Ver Eq. (4.17)),

$$\mathbf{e} = \mathbf{x}_1 - I\mathbf{x}_2, \quad (4.19)$$

em que $A = I$, sendo I a matriz identidade.

A dinâmica do erro de sincronismo é dada por:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}} &= [f(\mathbf{x}_1) - f(\mathbf{x}_2)] + [\Psi(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) - \Psi(t, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1)], \\ \dot{\mathbf{e}} &= h(\mathbf{e}) + g(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2). \end{aligned} \quad (4.20)$$

No caso dos osciladores em questão, a dinâmica do erro de sincronismo é composta por duas parcelas: a primeira representa a diferença entre a parte linear dos sistemas e, a segunda representa a diferença entre a parte não-linear.

A dinâmica do erro de sincronismo pode ser representada como parte de um sistema composto também por um dos osciladores. Fazendo-se $\mathbf{x}_2 = \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}$, e considerando-se a versão autônoma (4.13), de (4.20) tem-se que,

$$\Gamma : \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 &= f(\mathbf{x}_1) + \Psi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}), \\ \dot{\mathbf{e}} &= h(\mathbf{e}) + g(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}), \end{cases} \quad (4.21)$$

ou,

$$\Gamma : \left\{ \begin{array}{l} \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \dot{x}_{11} \\ \dot{x}_{12} \\ \dot{x}_{13} \end{bmatrix} = A_1 \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ x_{13} \end{bmatrix} + B_1 \begin{bmatrix} u_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}) - r_c(x_{11} + x_{21}) \\ r_c(x_{11} + x_{21})x_{11} \\ \omega_{0r} \end{bmatrix} \\ u_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}) = v_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1 - \mathbf{e})\text{sen}(\theta(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1 - \mathbf{e})), \end{array} \\ \\ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{bmatrix} = A_e \underbrace{\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix}}_h + B_e \underbrace{\begin{bmatrix} u_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}) - u_2(\mathbf{x}_1 - \mathbf{e}, \mathbf{x}_1), \\ r_c(2x_{11} - e_1)e_1 \\ 0 \end{bmatrix}}_g, \\ \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{bmatrix}}_e = v_2(\mathbf{x}_1 - \mathbf{e}, \mathbf{x}_1)\text{sen}(\theta(\mathbf{x}_1 - \mathbf{e}, \mathbf{x}_1)), \end{array} \end{array} \right. \quad (4.22)$$

sendo,

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\alpha & -\beta & 0 \\ 0 & -\sigma & 0 \\ 0 & -k_\omega & 0 \end{bmatrix}, \quad A_e = \begin{bmatrix} -\alpha & 0 & 0 \\ 0 & -\sigma & 0 \\ 0 & -k_\omega & 0 \end{bmatrix}, \quad B_e = B_1 = \begin{bmatrix} \gamma & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Nessa formulação percebe-se que a dinâmica do erro de sincronismo, a qual representa um subsistema de Γ , é continuamente influenciada por um dos subsistemas. A hipótese de sincronismo idêntico pode ser investigada analisando-se a invariância e a estabilidade da condição $\mathbf{e} = 0$.

É interessante notar que, quando se escreve a dinâmica do erro de sincronismo resultante do acoplamento entre os osciladores (Eq. (4.21), matriz A_e), o parâmetro β desaparece. Apesar do mesmo estar presente em ambos os sistemas. Diversas técnicas de estimação de parâmetros foram propostas na literatura baseadas no sistema que define a dinâmica do erro de sincronismo (Parlitz, 1996; Parlitz et al., 1996; Freitas et al., 2005; Duane et al., 2007; Li et al., 2007; Creveling et al., 2008). Tais técnicas são utilizadas para se avaliar a estabilidade para uma dada incerteza paramétrica de interesse. Entretanto, o exemplo do acoplamento entre os osciladores em questão mostra que essa estratégia de estimação pode não ser aplicável a todos os parâmetros.

Para a estrutura da rede considerada na Fig. 4.3 existe somente uma condição de equilíbrio para o subsistema $\dot{\mathbf{e}}$, a qual é $\mathbf{e} = 0$.

Contudo, se o resistor r_a for desconsiderado (parâmetro $\alpha = 0$), obtêm-se outra condição de equilíbrio para $\dot{\mathbf{e}}$, a qual é $x_{11} = -x_{21}$ e $x_{12} = x_{22}$, de forma que o vetor erro de sincronismo se torna $\mathbf{e} = [2x_{11} \ 0]^T$. Nesse caso, elimina-se a constante de tempo, parâmetro α , que atua na condição inicial da corrente ($x_{11} = -10$ e $x_{21} = 10$), tendo-se, assim, um termo constante nas mesmas. As Figuras 4.7a-b ilustram o caso em que o resistor r_a é considerado, ao contrário das Figuras 4.7c-d. Em situações práticas, esse

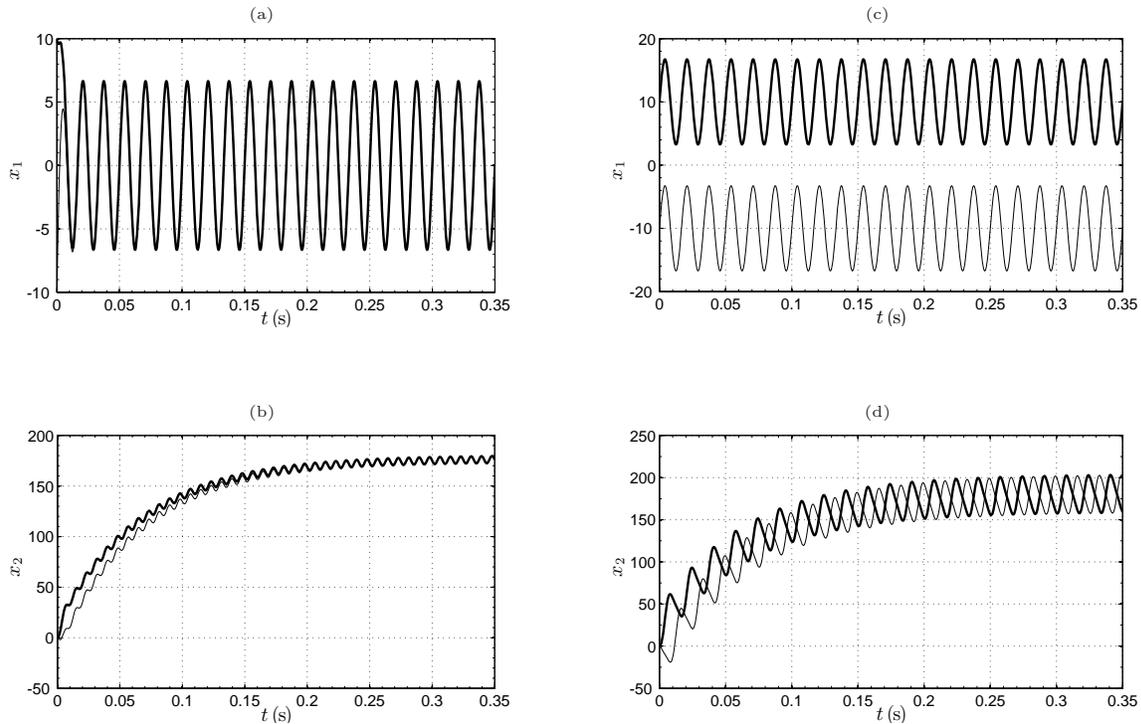


Figura 4.7: Evolução das variáveis de estado do sistema multi-UPS Σ_2 , com duas unidades acopladas, sendo $(-)$ x_{n1} as variáveis de estado da UPS 1 e $(-)$ x_{n2} as variáveis de estado da UPS 2, para $n \in \{1, 2\}$. (a) e (b) Desconsiderando-se r_a ($\alpha = 0$); (c) e (d) com r_a presente ($\alpha > 0$).

resistor está sempre presente, uma vez que ele representa, no mínimo, a soma da resistência dos cabos de conexão com a resistência interna do indutor de acoplamento l_a . Desse modo, a estabilidade do ponto fixo $\mathbf{e} = 0$ é a única a ser investigada.

4.3.1.3 Erro de sincronização para estado síncrono conhecido

Observa-se pela Eq. (4.22) que não se pode obter uma equação para a dinâmica do erro de sincronismo que seja independente das variáveis de estado de algum dos osciladores. Em termos de acoplamento bidirecional, isso inviabiliza o uso de diversas técnicas tradicionais de análise local, tais como determinação dos expoentes de Lyapunov Condicionais, ou a técnica de análise proposta por Brown e Rulkov (1997) e apresentada na Seção 2.8.1, que são baseadas em equações variacionais. Dessa forma, caso se queira investigar a estabilidade da condição de sincronismo idêntico, técnicas mais aprimoradas devem ser utilizadas, tais como aquelas baseadas na Teoria de Floquet para sistemas variantes no tempo, ou em Teoria da Estabilidade Parcial, conforme será discutido no Capítulo 5.

Na forma de acoplamento bidirecional, os sistemas estabelecem o estado síncrono a partir da interação mútua. Uma vertente para a investigação da estabilidade do sincronismo nesse caso consiste em se assumir que o estado síncrono é conhecido, analisando-se

diferenças entre os pontos da trajetória síncrona conhecida e os estados de cada sistema (Zhou et al., 2002; Xiong et al., 2007), ou seja,

$$\mathbf{e}_b = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_s \\ \mathbf{e}_2 = \psi(\mathbf{x}_2) - \mathbf{x}_s \end{bmatrix}, \quad (4.23)$$

em que \mathbf{x}_s representa a trajetória síncrona, \mathbf{e}_1 e \mathbf{e}_2 representam os erros do primeiro e do segundo oscilador, respectivamente, em relação ao estado síncrono. Para osciladores idênticos $\psi(\mathbf{x}_2) = \mathbf{x}_2$, do contrário, $\psi(\mathbf{x}_2) = A_e \mathbf{x}_2$.

É importante ressaltar que o sincronismo idêntico ocorre para $\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_2 = \mathbf{x}_s$. Além disso, nessa formulação é possível investigar diferentes trajetórias candidatas a estados síncronos estáveis. Entretanto, é menos geral que aquela representada pela Eq. (4.19), pois necessita-se do conhecimento prévio da trajetória síncrona.

4.3.2 Variedade de sincronismo

Como apresentado na Seção 2.8, o erro de sincronismo diferente de zero, tanto representado como em (4.17) ou em (4.23), pode ser interpretado como pertencente a uma variedade transversal \mathcal{S}_\perp à variedade de sincronismo \mathcal{S} definida por $\mathbf{x}_1 = \psi(\mathbf{x}_2)$. O único ponto de intersecção entre \mathcal{S}_\perp e \mathcal{S} é $\mathbf{e} = 0$.

Para o caso dos dois osciladores acoplados, o fornecimento igualitário e estável das potências para a carga é garantido se \mathcal{S} for invariante e estável. A invariância de \mathcal{S} é verdadeira uma vez que $\mathbf{e}(t_0) = 0 \Rightarrow \dot{\mathbf{e}} = 0$, ou seja, caso o erro de sincronismo se anule em um dado instante t_0 , permanecerá nulo a partir desse instante.

Por outro lado, a estabilidade de \mathcal{S} pode ser investigada segundo dois pontos de vista: local ou globalmente. Estabilidade global significa a tendência do sistema convergir para \mathcal{S} partindo de qualquer condição inicial. Estabilidade local significa que, caso o sistema abandone a variedade devido a pequenas perturbações externas, a tendência do sistema será a de retornar a \mathcal{S} . Nesse caso, deve-se investigar a evolução de $\mathbf{e}(t)$ para condições iniciais suficientemente próximas a \mathcal{S} .

No caso de dois osciladores acoplados, a variedade de sincronismo tem dimensão três ou quatro, dependendo do modelo autônomo que for adotado. Por outro lado, os osciladores acoplados evoluem em um espaço de estados de dimensão seis ou oito.

4.4 Conclusão

Nesse capítulo apresentou-se a descrição matemática do paralelismo entre duas ou mais UPS no contexto de sincronização de sistemas dinâmicos. Inicialmente simplificou-

se o modelo para a UPS obtido no Capítulo 3, suprimindo-se o filtro de saída e as malhas de controle da tensão e corrente.

Dessa forma, o comportamento da UPS, utilizando-se a estratégia de paralelismo por curvas de decaimento, pode ser descrito por um oscilador senoidal com amplitude e frequência variáveis.

Definiu-se como a potência instantânea aquela composta pela tensão do barramento (tensão sobre a carga) multiplicada pela corrente de saída do oscilador. Nesse caso, os parâmetros a serem controlados, amplitude, frequência e defasamento angular, se tornaram explícitos. Diferentemente de se considerar a tensão de saída da UPS (antes dos elementos l_a e r_a).

As equações que definem a dinâmica do erro de sincronismo entre dois ou mais osciladores impossibilita a aplicação direta da maioria das técnicas de análise de estabilidade do estado síncrono. Entretanto, conforme será tratado no Capítulo 5, a característica periódica das variáveis de estado dos osciladores permite a utilização da Teoria de Floquet, uma vez que assume-se conhecido o estado síncrono, a despeito da perda de generalidade.

Se a hipótese de sincronismo idêntico for viável, então a defasagem angular, a frequência e a amplitude dos osciladores se tornam iguais. Nesta condição, apresentou-se também duas formulações para o erro de sincronização, sendo a última diretamente aplicável na análise pela Teoria de Floquet.

Por fim, investigou-se a estrutura da variedade de sincronismo para o caso de osciladores idênticos e para o caso de osciladores não-idênticos.

ANÁLISE DA ESTABILIDADE DO ACOPLAMENTO ENTRE UPS

“Eu segurei muitas coisas em minhas mãos, e eu perdi tudo; mas tudo que eu coloquei nas mãos de Deus eu ainda possuo.”

Martin Luther King (1929–1968)

5.1 Introdução

Nesse capítulo é apresentada uma análise de estabilidade da variedade de sincronismo idêntico \mathcal{S} , para variação de dois parâmetros: o indutor de acoplamento e, as inclinações das curvas de decaimento. Assume-se como premissa que o estado síncrono é periódico e conhecido. O objetivo é delimitar as faixas de variação para esses parâmetros de forma que se estabeleça o paralelismo.

A análise de estabilidade é baseada na teoria de Floquet para sistemas variantes no tempo e periódicos, sendo os fundamentos dessa teoria apresentados na Seção 5.2.

Em seguida, estende-se essa análise para um sistema multi-UPS com m osciladores idênticos acoplados. Resultados numéricos de estabilidade para o paralelismo de até 10 unidades são apresentados. Esses resultados são validados por simulação de Monte-Carlo do sistema multi-UPS acoplado, partindo-se de várias condições iniciais. Faz-se, também, uma sucinta abordagem do caso de sistemas multi-UPS com unidades não-idênticas acopladas.

Por fim, apresenta-se uma discussão sobre a aplicação da teoria da estabilidade parcial e, da teoria da passividade, bem como os pontos comuns entre tais ferramentas matemáticas para análise de estabilidade de um sistema multi-UPS com duas unidades conectadas. Essas teorias são aplicáveis quando não se conhece o estado síncrono *a priori*. Os principais conceitos sobre estabilidade de sistemas dinâmicos são apresentados no Apêndice B.

5.2 Análise da Estabilidade Local: Estado Síncrono Conhecido

Considera-se conhecido um conjunto de parâmetros para o qual um sistema multi-UPS, com unidades idênticas, estabelece uma órbita periódica, denominada estado síncrono. O estado síncrono pertence à variedade de sincronismo idêntico \mathcal{S} .

Essa seção apresenta a análise do comportamento do sistema multi-UPS evoluindo suficientemente próximos a \mathcal{S} . Inicialmente, obtém-se a dinâmica do erro de sincronismo bidirecional, que é linearizada em torno do estado síncrono. Em seguida, utiliza-se da teoria de Floquet para se investigar a influência da variação do indutor de acoplamento e, das inclinações das curvas de decaimento na estabilidade local.

Resultados numéricos dessa análise são comparados com aqueles obtidos por meio dos Expoentes de Lyapunov Transversais ELT, para a mesma situação de variação de parâmetros.

5.2.1 Acoplamento entre dois osciladores

Considere um sistema multi-UPS com duas unidades acopladas, o qual pode ser modelado matematicamente como:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} \dot{x}_{11} = -\alpha x_{11} - \beta(x_{11} + x_{21}) + \gamma u_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2), \\ \dot{x}_{12} = -\sigma x_{12} + \sigma r_c(x_{21} + x_{11})x_{11}, \\ \dot{x}_{13} = \omega_{0r}x_{14} - k_\omega x_{12}x_{14}, \\ \dot{x}_{14} = -\omega_{0r}x_{13} + k_\omega x_{12}x_{13}, \end{cases} \\ & u_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \left\{ u_{0r}x_{13} - \frac{k_\omega}{2} [r_c(x_{11} + x_{21})x_{11} - 2x_{12}x_{13}^2] \left(\frac{k^2x_{14}}{1 + (kx_{14})^2} \right) \right\}; \\ \Sigma_2 : & \begin{cases} \dot{x}_{21} = -\alpha x_{21} - \beta(x_{21} + x_{11}) + \gamma u_2(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1), \\ \dot{x}_{22} = -\sigma x_{22} + \sigma r_c(x_{11} + x_{21})x_{21}, \\ \dot{x}_{23} = \omega_{0r}x_{24} - k_\omega x_{22}x_{24}, \\ \dot{x}_{24} = -\omega_{0r}x_{23} + k_\omega x_{22}x_{23}, \end{cases} \\ & u_2(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) = \left\{ u_{0r}x_{23} - \frac{k_\omega}{2} [r_c(x_{11} + x_{21})x_{21} - 2x_{22}x_{23}^2] \left(\frac{k^2x_{24}}{1 + (kx_{24})^2} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (5.1)$$

em que x_{n1} e x_{n2} representam a corrente e a potência ativa fornecidas pelo oscilador $n \in \{1, 2\}$ à carga resistiva r_c . Além disso, $x_{n3} = \text{sen}(\omega_{0r} - k_\omega x_{n2})$ e $x_{n4} = \text{cos}(\omega_{0r} - k_\omega x_{n2})$.

Vale ressaltar que utilizou-se da segunda forma de representação autônoma para o oscilador, tal como apresentado na Seção 4.3.

A partir do conhecimento do estado síncrono \mathbf{x}_s , pode-se escrever o erro de sincronização bidirecional como:

$$\mathbf{e}_b = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_s \\ \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_s \end{bmatrix},$$

em que $\mathbf{e}_b \in \mathbb{R}^8$.

A dinâmica do erro de sincronização bidirecional $\dot{\mathbf{e}}_b$ é dada por:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{e}}_1 = [f(\mathbf{x}_1) + g(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)] - [f(\mathbf{x}_s) + g(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_s)], \\ \dot{\mathbf{e}}_2 = [f(\mathbf{x}_2) + g(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1)] - [f(\mathbf{x}_s) + g(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_s)]. \end{cases}$$

Linearizando-se $\dot{\mathbf{e}}_b$ em torno da solução síncrona, tem-se que,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{e}}_1 \\ \dot{\mathbf{e}}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} D_{fg}^{\mathbf{x}_1=\mathbf{x}_s} & D_{fg}^{\mathbf{x}_2=\mathbf{x}_s} \\ D_{fg}^{\mathbf{x}_2=\mathbf{x}_s} & D_{fg}^{\mathbf{x}_1=\mathbf{x}_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \end{bmatrix}, \\ \dot{\mathbf{e}}_b &= D_{fg}^{\mathbf{x}=\mathbf{x}_s} \mathbf{e}_b, \end{aligned} \quad (5.2)$$

em que $D_{fg} \in \mathbb{R}^{8 \times 8}$ é a matriz Jacobiana do sistema de erro, sendo que a partir do sistema acoplado (5.1) obtêm-se as matrizes Jacobianas da equação variacional (5.2),

$$\begin{aligned} D_{fg}^{\mathbf{x}_1=\mathbf{x}_s} &= A + \left. \frac{\partial g(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_s)}{\partial \mathbf{x}_1} \right|_{\mathbf{x}_1=\mathbf{x}_s}, \\ D_{fg}^{\mathbf{x}_2=\mathbf{x}_s} &= \left. \frac{\partial g(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_2)}{\partial \mathbf{x}_2} \right|_{\mathbf{x}_2=\mathbf{x}_s}, \\ D_{fg}^{\mathbf{x}_2=\mathbf{x}_s} &= A + \left. \frac{\partial g(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_s)}{\partial \mathbf{x}_2} \right|_{\mathbf{x}_2=\mathbf{x}_s}, \\ D_{fg}^{\mathbf{x}_1=\mathbf{x}_s} &= \left. \frac{\partial g(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_1)}{\partial \mathbf{x}_1} \right|_{\mathbf{x}_1=\mathbf{x}_s}. \end{aligned}$$

Entretanto, como se assume que as UPS são idênticas,

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial g(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_s)}{\partial \mathbf{x}_1} \right|_{\mathbf{x}_1=\mathbf{x}_s} &= \left. \frac{\partial g(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_s)}{\partial \mathbf{x}_2} \right|_{\mathbf{x}_2=\mathbf{x}_s} = B(t); \\ \left. \frac{\partial g(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_2)}{\partial \mathbf{x}_2} \right|_{\mathbf{x}_2=\mathbf{x}_s} &= \left. \frac{\partial g(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_1)}{\partial \mathbf{x}_1} \right|_{\mathbf{x}_1=\mathbf{x}_s} = C(t). \end{aligned}$$

Dessa forma, o comportamento do sistema acoplado (5.1) evoluindo suficientemente

próximo a \mathcal{S} é dado por:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{e}}_{1l} \\ \dot{\mathbf{e}}_{2l} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A + B(t) & C(t) \\ C(t) & A + B(t) \end{bmatrix}}_{D_{fg}} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{1l} \\ \mathbf{e}_{2l} \end{bmatrix}. \quad (5.3)$$

Como ressaltado no Capítulo 4, a forma do acoplamento entre as UPS resulta em simetria da matriz Jacobiana.

A Eq. (5.3) representa um sistema linear variante no tempo ou, uma equação variacional dependente de \mathbf{x}_s .

5.2.2 Teoria dos multiplicadores de Floquet

A teoria de Floquet surgiu na década de 60, como uma ferramenta para se investigar a estabilidade assintótica de sistemas lineares variantes no tempo (Chen, 1998). Um caso particular que permite a aplicação dessa teoria é o de sistemas lineares com coeficientes que variam de forma periódica.

Considere a seguinte equação

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = D_{fg}^{\mathbf{x}=\mathbf{x}_s} \mathbf{e}(t), \quad (5.4)$$

em que para cada condição inicial, representadas pelas colunas da matriz

$$E(t_0) = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1(t_0) & \dots & \mathbf{e}_i(t_0) & \dots & \mathbf{e}_n(t_0) \end{bmatrix},$$

sendo que $\{i\}_1^n$ e n é a dimensão do vetor \mathbf{e} , existe uma única solução $\mathbf{e}_i(t, i)$. A matriz quadrada $E(t)$ de dimensão $n \times n$ é chamada de matriz fundamental de soluções de (5.4).

A matriz fundamental não é única, uma vez que a condição inicial para cada solução pode ser arbitrariamente definida. Além disso, para condições iniciais distintas essa matriz é não-singular para todo $t \geq t_0$, pois é composta por soluções linearmente independentes.

Definição 5 *Seja $E(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ uma matriz fundamental de soluções para (5.4), então*

$$\Phi(t, t_0) = E(t)E^{-1}(t_0),$$

é chamada de matriz de transição dos estados de (5.4).

A partir da matriz de transição de estados é possível provar que, um sistema linear variante no tempo pode se tornar invariante no tempo, por meio de uma transformação

de similaridade (Chen, 1998, pags. 114-115): $\bar{\mathbf{e}}(t) = Q(t)\mathbf{e}(t)$, a qual transforma (5.4) em

$$\dot{\bar{\mathbf{e}}}(t) = \overline{D_{fg}} \bar{\mathbf{e}}(t), \quad (5.5)$$

sendo $\overline{D_{fg}}$ uma matriz constante.

Essa transformação de similaridade pode ser considerada uma transformação Lyapunov equivalente quando uma das situações a seguir é verdadeira:

- 1) $Q(t)$ for não-singular; $Q(t)$ e $\dot{Q}(t)$ forem contínuas; $Q(t)$ e $Q^{-1}(t)$ forem limitadas para todo t , ou
- 2) $D_{fg}^{\mathbf{x}=\mathbf{x}_s}$ for periódica.

Nesse caso, diz-se que o sistema (5.5) é equivalente Lyapunov de (5.4), ou seja, as conclusões de estabilidade assintótica obtidas para o sistema linearizado são equivalentes, no sentido de Lyapunov, para o sistema variante no tempo.

No caso do acoplamento entre os osciladores em questão, como \mathbf{x}_s é periódica, tem-se que a variação dos parâmetros $B(t)$ e $C(t)$ de (5.3) também será periódica.

Para soluções periódicas, com período t_p , tem-se que $E(t + t_p) = E(t)E^{-1}(0)E(t_p)$. Definindo-se

$$M = E^{-1}(0)E(t_p) = e^{\overline{D_{fg}} t_p},$$

tem-se que, $E(t + t_p) = E(t)e^{\overline{D_{fg}} t_p}$. A matriz M é chamada de monódroma da matriz fundamental de soluções, ou também matriz de monodromia.

A transformação do sistema variante no tempo no equivalente invariante pode ser realizada aplicando-se a matriz de transformação de similaridade definida como $Q(t) = e^{\overline{D_{fg}} t_p} E^{-1}(t)$.

Apesar da matriz de monodromia não ser única, os seus respectivos autovalores são únicos, pois qualquer outra matriz fundamental correspondente a $D_{fg}^{\mathbf{x}=\mathbf{x}_s}$ possui matriz monodromia similar a M .

A estabilidade assintótica da Eq. (5.3) pode ser determinada por meio dos autovalores de M , também chamados de multiplicadores característicos de Floquet. A relação entre os multiplicadores característicos λ_i e os expoentes característicos η_j de $D_{fg}^{\mathbf{x}=\mathbf{x}_s}$, para $\{i\}_1^n$ e $\{j\}_1^n$, é dada por:

$$\lambda_i = e^{t_p \eta_j}.$$

Os multiplicadores podem ser obtidos de forma única. Entretanto, somente a parte real dos expoentes característicos pode ser obtida unicamente (Montagnier et al., 2003).

O critério de estabilidade assintótica exige que todos os expoentes característicos

tenham parte real negativa. Isso é equivalente a se exigir que os multiplicadores característicos permaneçam dentro do círculo de raio unitário.

No caso de soluções puramente periódicas tem-se que um dos multiplicadores é unitário (Montagnier et al., 2003; Zhou, 2007). Equivalentemente, tem-se um dos expoentes característico nulo (Haken, 1983)

A principal desvantagem da análise por meio dos expoentes característicos é que ainda não existe um procedimento para determinação dos mesmos. Ao passo que, pela teoria de Floquet é possível se investigar a estabilidade local a partir de uma análise numérica, que se baseia na obtenção dos multiplicadores de Floquet ao longo de uma dada solução periódica.

Assumindo-se que em $t_0 = 0$ as condições iniciais são dadas pela matriz identidade de dimensão n , tem-se que $E^{-1}(t_0) = I$. Nesse caso, após transcorrido um período, ou seja, $t = t_p$, pode-se escrever a matriz de monodromia como,

$$\begin{aligned} M &= \Phi(0, 0)\Phi^{-1}(0, t_p), \\ &= IE(t_p). \end{aligned} \tag{5.6}$$

Ou seja, para se obter a análise de estabilidade local é necessário e suficiente analisar apenas os autovalores de M , obtendo-se numericamente a matriz fundamental de soluções de (5.3) em $t = t_p$, tendo-se como condições iniciais as colunas da matriz identidade de dimensão n .

É importante ressaltar que, o tamanho do passo de integração utilizado para se obter a trajetória de (5.3) para $t = 0$ a $t = t_p$, tem influência direta na análise numérica, conforme bem investigado por Wang e Hale (2001).

A análise de estabilidade de Floquet para uma órbita periódica é equivalente à análise de estabilidade de um ponto fixo na Seção de Poincaré (mais detalhes sobre a Seção de Poincaré são fornecidos no Apêndice B.2).

5.2.3 Análise numérica do acoplamento entre dois osciladores por ELT

A estabilidade local de um sistema multi-UPS pode também ser investigada por meio da estimação dos expoentes de Lyapunov transversais (ELT), utilizando-se a equação variacional (5.3) ao longo da trajetória síncrona. Esse é um método clássico da teoria de sincronização, advindo da análise de estabilidade do acoplamento entre sistemas caóticos (Fujisaka e Yamada, 1983; Pecora e Carroll, 1990).

A estimação dos ELT é de alto custo computacional e pode apresentar, dependendo da dinâmica local, resultados discordantes com as observações como, por exemplo, a

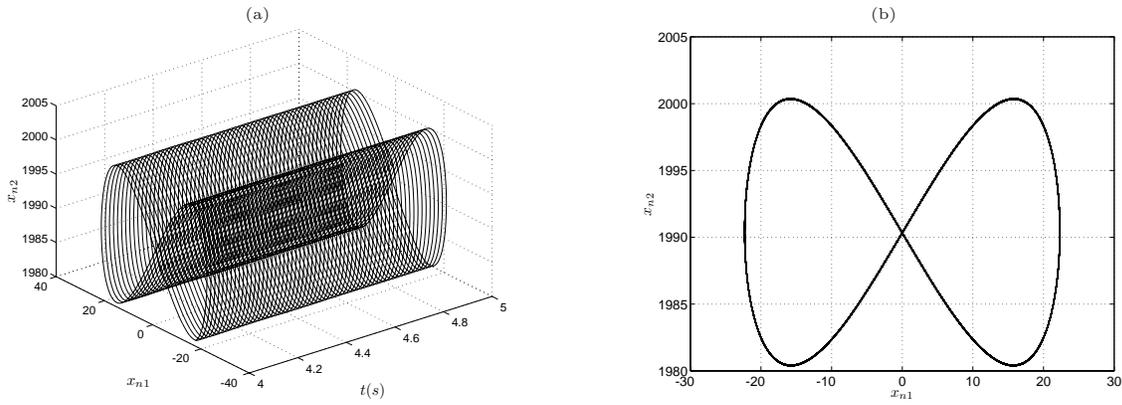


Figura 5.1: Solução síncrona \mathbf{x}_s para um sistema multi-UPS com duas unidades e carga, modelado por (4.4): (a) evolução temporal de x_{s1} e x_{s2} ; (b) projeção da trajetória no plano $x_{s1} \times x_{s2}$.

não detecção da ocorrência de eventos de dessincronização (*bursts*) (Gauthier e Biefang, 1996), uma vez que o valor do ELT representa a média dos valores ao longo da trajetória. Ademais, são necessárias importantes considerações em relação à trajetória avaliada como, por exemplo, a necessidade de que o sistema que a gerou seja ergótico.

A vantagem da análise por ELT consiste no fato de que é possível utilizar qualquer trajetória como solução síncrona \mathbf{x}_s para se obter a análise de estabilidade local. Para o caso de dois osciladores idênticos tem-se que a potência ativa fornecida por cada um deverá ser metade daquela necessitada pela carga. Da mesma forma para a corrente de saída.

A Fig. 5.1a ilustra as duas primeiras variáveis da solução síncrona \mathbf{x}_s , juntamente com o tempo. A Fig. 5.1b ilustra a projeção da evolução temporal no plano da corrente de saída versus a potência ativa. Considerou-se uma carga de $r_c = 4\Omega$. A questão a ser investigada é se o sistema acoplado (5.1) é estável, localmente, em torno dessa solução.

A matriz D_{fg} é dada por (5.1), sendo:

$$A = \begin{bmatrix} -\alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_{0r} \\ 0 & 0 & -\omega_{0r} & 0 \end{bmatrix}; \quad C(t) = \begin{bmatrix} -\beta - \frac{1}{2}\gamma k_u r_c x_{1s} \left(\frac{k^2 x_{4s}}{1 + k^2 x_{4s}^2} \right) & 0 & 0 & 0 \\ \sigma r_c x_{1s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$B(t) = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ 3\sigma r_c x_{1s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_\omega x_{4s} & 0 & -k_\omega x_{2s} \\ 0 & k_\omega x_{3s} & k_\omega x_{2s} & 0 \end{bmatrix},$$

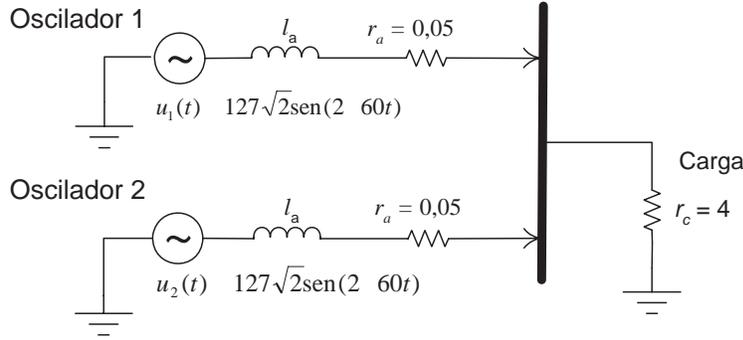


Figura 5.2: Acoplamento entre dois osciladores: investigação em regime permanente senoidal.

em que,

$$b_1 = -\beta - \frac{3}{2}\gamma k_u x_{3s}^2 \left(\frac{k^2 x_{4s}}{1 + k^2 x_{4s}^2} \right), \quad b_2 = \gamma k_u x_{3s}^2 \left(\frac{k^2 x_{4s}}{1 + k^2 x_{4s}^2} \right),$$

$$b_3 = \gamma \left[u_{0r} + 2k_u x_{2s} x_{3s} \left(\frac{k^2 x_{4s}}{1 + k^2 x_{4s}^2} \right) \right], \quad b_4 = \frac{-\gamma k_u k^2 (r_c x_{1s}^2 - x_{2s} x_{3s}^2) (1 - k^2 x_{4s}^2)}{(1 + k^2 x_{4s}^2)^2}.$$

A análise de estabilidade se baseou em dois casos:

1. variação das inclinações das curvas de decaimento k_ω e k_u ;
2. variação do indutor de acoplamento l_a .

Esses parâmetros foram escolhidos por serem fundamentais no controle independente por curvas de decaimento (Tuladhar et al., 1997; Guerrero et al., 2005) (Veja Cap. 3).

No primeiro caso variou-se o valor da inclinação das curvas de decaimento de $k_\omega = k_u = 0,5 \times 10^{-6}$ a 5×10^{-3} .

A escolha da faixa de variação para o indutor de acoplamento deve levar em consideração, como limitante superior a queda de tensão no mesmo, e limitante inferior o valor mínimo para que a influência do indutor não seja desprezada.

Desta forma, a variação para l_a teve com base a análise em regime permanente senoidal do sistema representado na Fig. 5.2. A Tabela 5.1 mostra os resultados, em que v_{cef} representa o valor eficaz da tensão na carga, sendo o valor eficaz da tensão na fonte fixa de 127V. Considerou-se, também, frequência de 60Hz, $r_a = 0,05\Omega$ e $r_c = 4\Omega$. A última linha na tabela representa o valor das tensões e potência da carga para $l_a = 0H$ e $r_a = 0\Omega$.

Observa-se que para valores de $l_a = 300 \times 10^{-5}H$ a queda de tensão eficaz sobre a carga v_{cef} é de 1,59%. Para $l_a = 300 \times 10^{-4}H$ essa queda é de 42,00%, esse valor ultrapassa

Tabela 5.1: Análise em regime permanente senoidal de um oscilador senoidal com frequência de operação de 60Hz.

l_a (H)	v_{cef} (V)	p_{ag} (W)
300×10^{-4}	73,67	676,65
300×10^{-5}	124,98	1952,61
300×10^{-6}	126,20	1990,76
300×10^{-7}	126,21	1991,15
0	127,0	2016,13

os limites aceitáveis. Além disso, quanto maior for o indutor, mais pesada e cara se torna a UPS.

No caso do limite inferior, observa-se que para valores de $l_a \leq 300 \times 10^{-7} \text{H}$ a influência do indutor pode ser desprezada, visto que a diferença entre a tensão sobre a carga e a da fonte é praticamente devida à queda de tensão no resistor de acoplamento (em torno de 0,79V).

Em vista do exposto, selecionou-se o intervalo $300\mu\text{H} \leq l_a \leq 3\text{mH}$ para análise da influência do indutor de acoplamento. Considerou-se $r_a = 0,05\Omega$, $r_c = 4\Omega$ e, dois valores de inclinações $k_\omega = k_u = 0,5 \times 10^{-6}$ e $k_\omega = k_u = 0,5 \times 10^{-3}$. Além disso, utilizou-se algoritmo *Runge-Kutta* de 4ª ordem, com passo de integração fixo de $\Delta t = 10\mu\text{s}$ e constante de suavização $k = 100$.

Dadas a trajetória síncrona e as faixas de variações para os parâmetros investigados, estimou-se os ELT considerando-se uma trajetória com 100.000 pontos, a qual equivale a aproximadamente 60 ciclos da solução síncrona.

As Figs. 5.3a-h ilustram os ELT obtidos a partir da integração numérica de Eq. (5.3) com base na trajetória síncrona, considerando-se as inclinações variando dentro do intervalo $0,5 \times 10^{-6} \leq k_\omega = k_u \leq 5 \times 10^{-3}$. As barras verticais representam os desvios-padrão para o ELT.

Observa-se que apenas os ELT $\{\eta_i\}_{i=1}^4$ se tornam positivos para valores de inclinação no intervalo considerado, indicando instabilidade do sistema multi-UPS acoplado. Os ELT η_1 , η_2 e η_3 apresentam uma variação em torno de 0 para uma dada quantidade de valores de inclinações. Entretanto, observa-se que η_3 se torna positivo para uma inclinação em torno de $1,4 \times 10^{-3}$. Entretanto, uma mudança mais quantitativa para esse ELT acontece quando $k_u = k_\omega \geq 1,75 \times 10^{-3}$. Da mesma forma, η_1 e η_4 apresentam uma mudança quantitativa também em torno desse valor.

Cada valor de expoente mostrado nas Figs. 5.3a-h representa a média dos ELT calculados ao longo da trajetória síncrona. As Figs. 5.4 ilustram a distribuição dos ELT para η_3 considerando-se as inclinações $1,2 \times 10^{-3}$, $1,4 \times 10^{-3}$, $1,6 \times 10^{-3}$, $1,75 \times 10^{-3}$ e $1,80 \times 10^{-3}$.

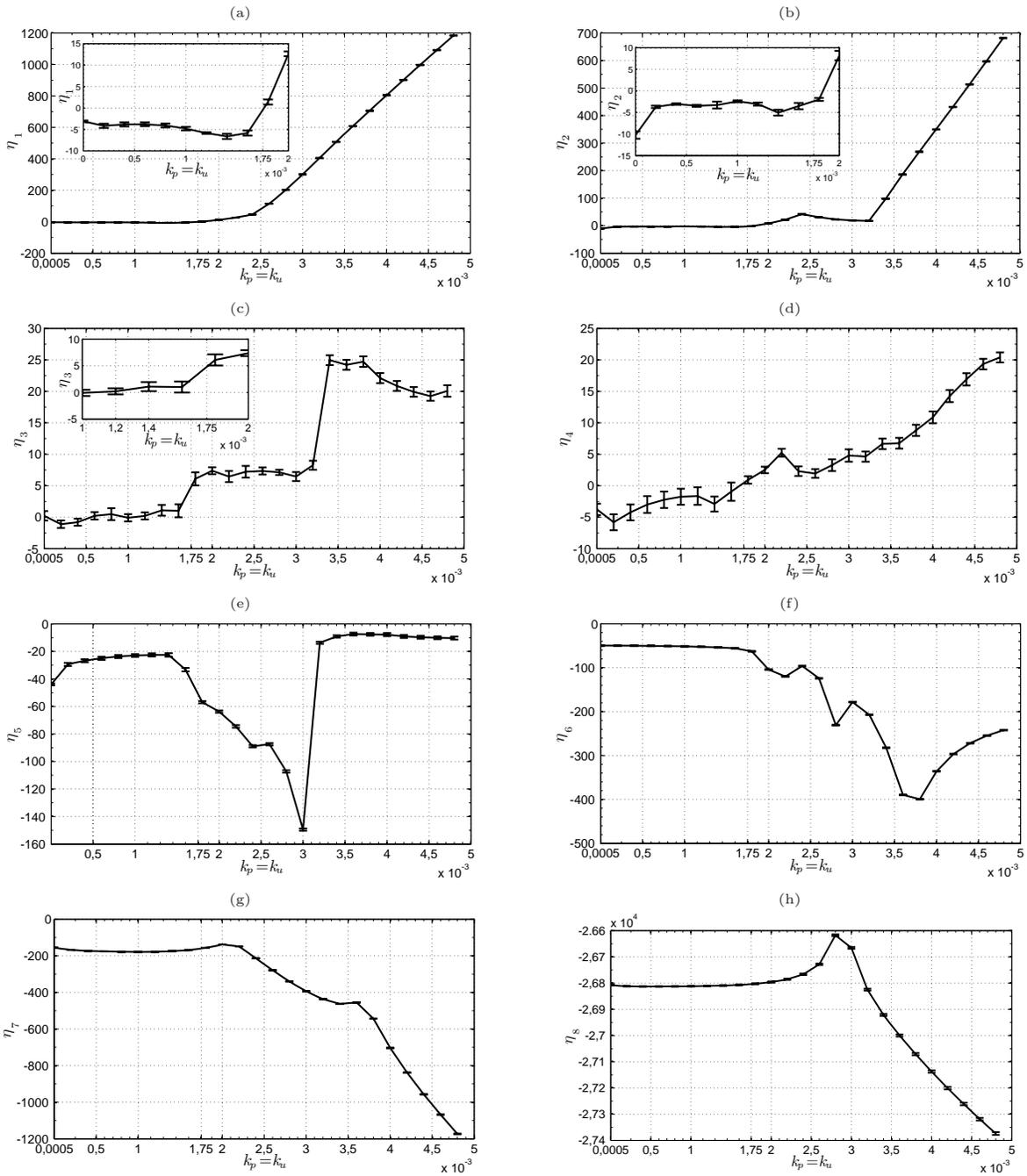


Figura 5.3: ELT obtidos a partir da integração de Eq. (5.3) ao longo de uma dada trajetória síncrona e com considerando-se inclinações no intervalo $0,5 \times 10^{-6}$ a 5×10^{-3} : (a) η_1 ; (b) η_2 ; (c) η_3 ; (d) η_4 ; (e) η_5 ; (f) η_6 ; (g) η_7 ; (h) η_8 .

Tabela 5.2: Expoentes de Lyapunov Transversais para três valores de inclinações das curvas de decaimento de um sistema multi-UPS com duas unidades acopladas.

ELT	$k_\omega = k_u$	
	$0,5 \times 10^{-6}$	$0,5 \times 10^{-3}$
η_1	- 3,09±0,20	- 3,77±0,47
η_2	- 10,25±0,85	- 3,06±0,11
η_3	0,21±0,75	- 0,46±0,55
η_4	- 3,76±0,91	- 3,54±1,35
η_5	- 44,01±0,70	- 25,88±1,19
η_6	- 49,66±1,02	- 50,13±0,96
η_7	- 155,59±0,72	- 174,69±0,26
η_8	-26807,79±1,55	-26812,91±1,30

Observa-se que, apesar da maior quantidade de ELT serem positivos, para $1,2 \times 10^{-3}$, $1,4 \times 10^{-3}$, $1,6 \times 10^{-3}$ ainda observa-se uma parcela desses ELT negativos, indicando que em alguma parte da trajetória ocorre a convergência para o estado síncrono. Isso não ocorre para $1,75 \times 10^{-3}$ e $1,80 \times 10^{-3}$, pois toda a distribuição está suportada no lado positivo.

Esses gráficos ilustram a dificuldade de se obter uma resposta sobre estabilidade do sistema acoplado tendo-se como base os ELT. Outro exemplo que reforça essa dificuldade é mostrado na Tabela 5.2, na qual consta a média dos ELT para dois valores de inclinações utilizados em outros trabalhos sobre paralelismo de UPS (Coelho et al., 2002; Guerrero et al., 2005; Furtado et al., 2008), $k_u = k_\omega = 0,5 \times 10^{-6}$ e $k_u = k_\omega = 0,5 \times 10^{-3}$.

Constata-se que η_3 parece indicar o expoente nulo, levando-se em consideração o desvio-padrão. Segundo Haken (1983) para se ter uma solução oscilatória um dos ELT deve ser nulo. Observa-se, também, que os outros ELT podem ser considerados nulos. Enfim, após um esforço computacional elevado e uma análise estatística pode-se sugerir que para esses dois valores de inclinação o sistema multi-UPS irá convergir para o estado síncrono.

No segundo caso estimou-se os ELT para o indutor de acoplamento variando no intervalo $30\mu\text{H}$ a 3mH , os quais são mostrados nas Figs. 5.5a-h. Nesse caso, fixou-se o valor das curvas de decaimento em $k_\omega = k_u = 0,5 \times 10^{-3}$.

Observa-se que os ELT η_2 e $\{\eta\}_{i=5}^8$ permanecem negativos, para toda a faixa avaliada. Dentre aqueles que apresentam em algum trecho parte real positiva, η_1 , η_3 e η_4 , observa-se para $l_a \leq 0,87 \times 10^{-3}\text{H}$, esses ELT se tornam, também, negativos. Além disso, observa-se também que η_3 parece ser o expoente que indica solução oscilatória (Haken, 1983).

A Fig. 5.6a-b ilustra a distribuição dos valores de expoentes calculados para η_3 ao

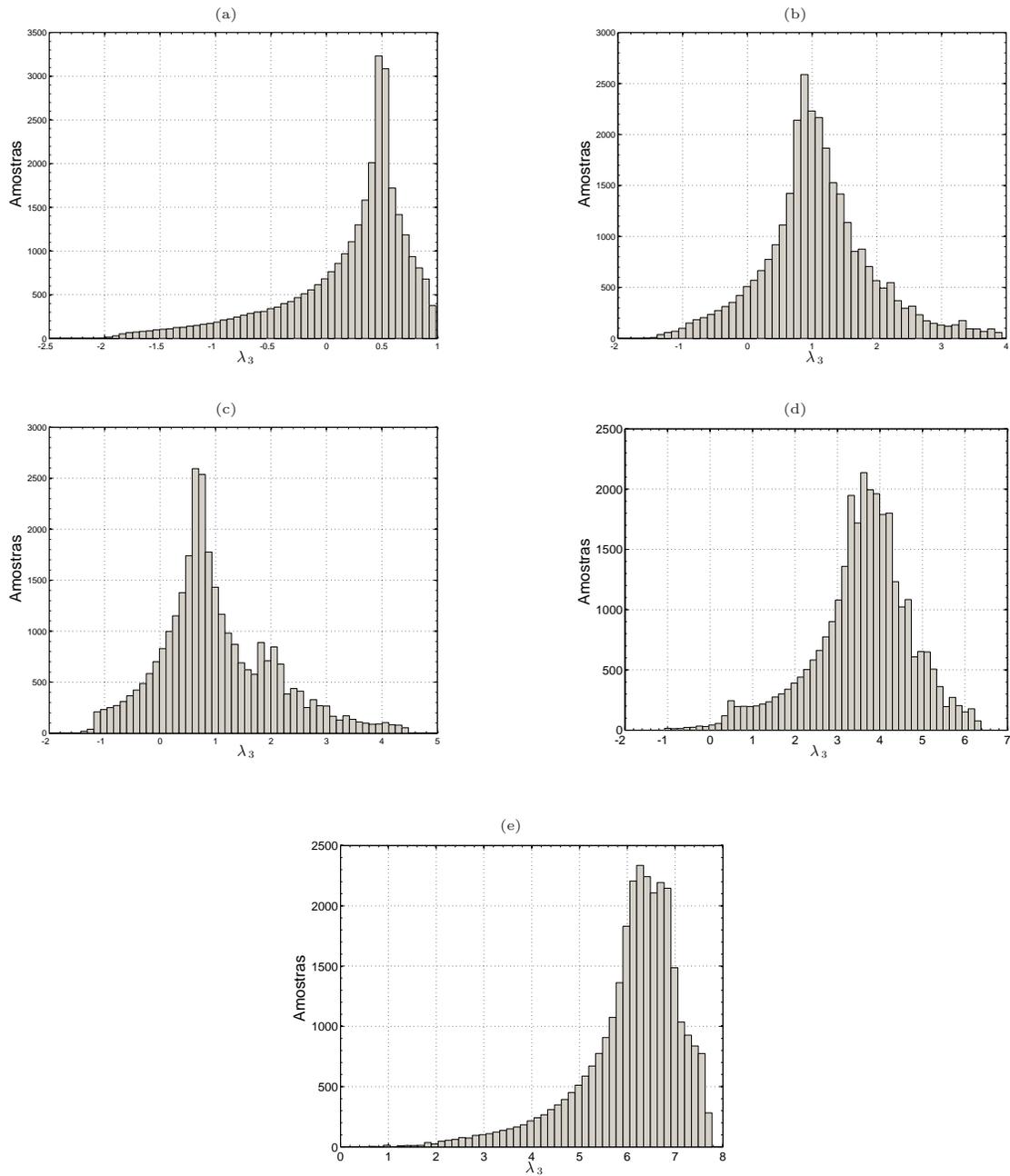


Figura 5.4: Histograma dos ELT η_3 , calculados em cada ponto ao longo da trajetória síncrona, para as inclinações $k_u = k_\omega =$: (a) $1,2 \times 10^{-3}$; (b) $1,4 \times 10^{-3}$; (c) $1,6 \times 10^{-3}$; (d) $1,75 \times 10^{-3}$; (e) $1,80 \times 10^{-3}$. Apenas para os dois últimos é que toda a distribuição dos ELT η_3 está suportada no lado positivo.

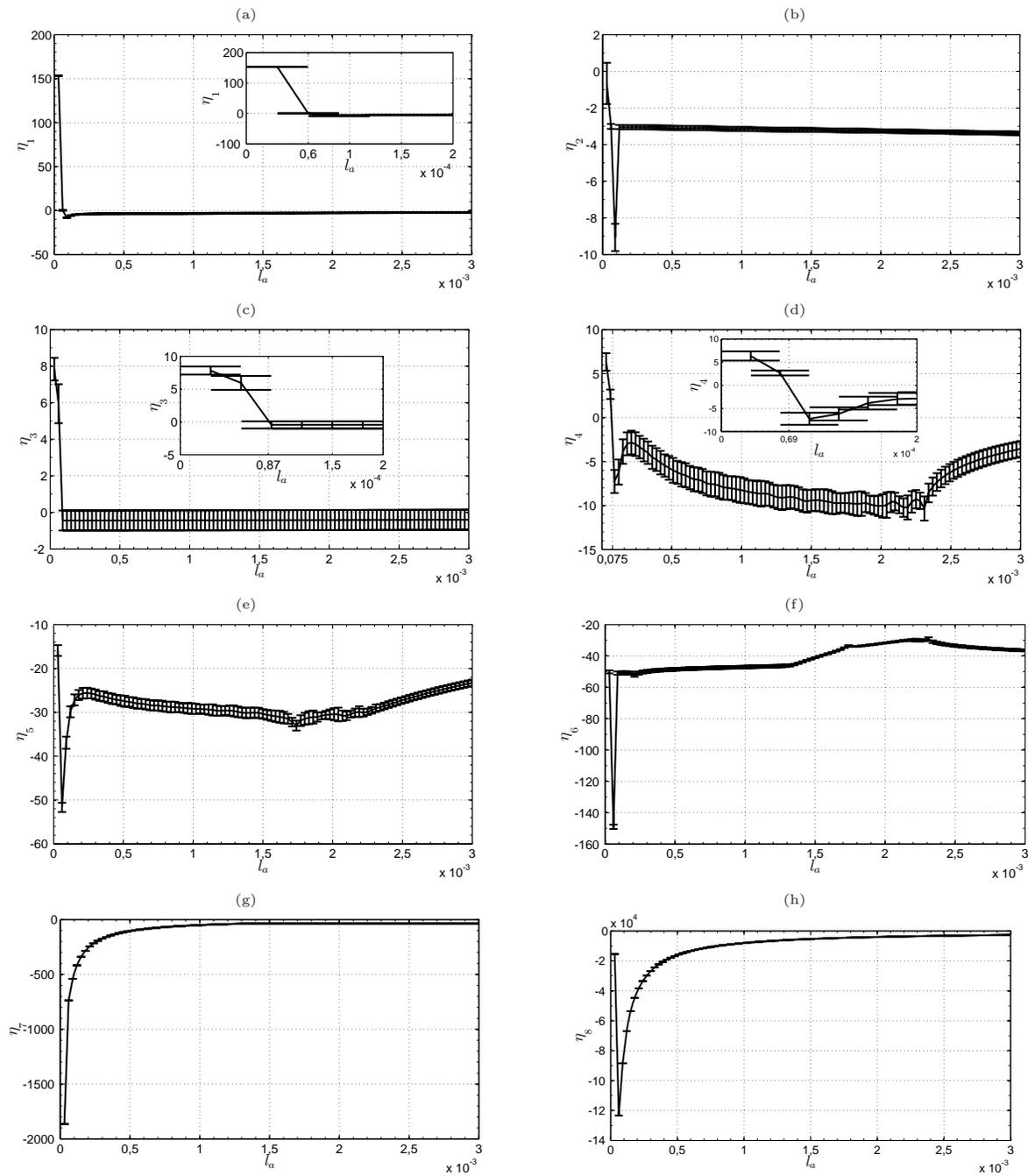


Figura 5.5: ELT obtidos a partir da integração de Eq. (5.3) ao longo de uma dada trajetória síncrona e considerando-se valores para o indutor de acoplamento l_a no intervalo $30\mu\text{H}$ a 3mH : (a) η_1 ; (b) η_2 ; (c) η_3 ; (d) η_4 ; (e) η_5 ; (f) η_6 ; (g) η_7 ; (h) η_8 .

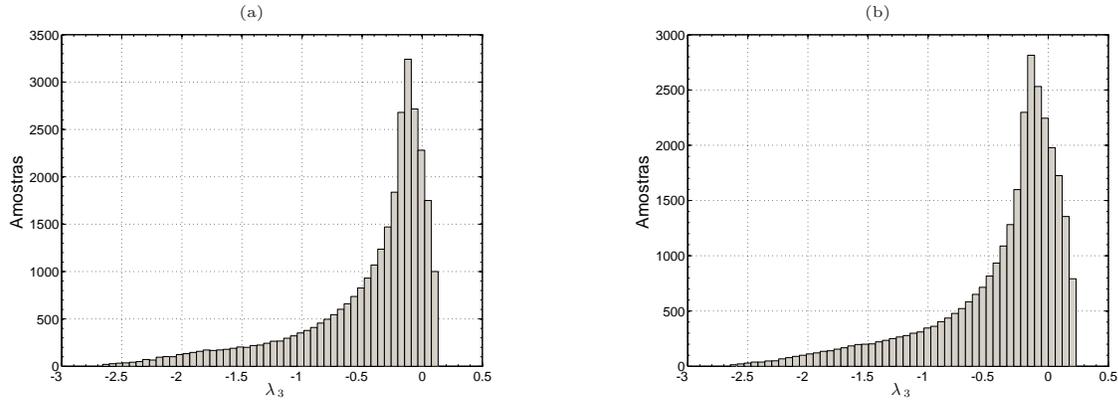


Figura 5.6: Histograma do maior ELT para: (a) $l_a = 300\mu\text{H}$ e (b) $l_a = 3\text{mH}$.

longo da trajetória síncrona para $l_a = 300\mu\text{H}$ e para $l_a = 3\text{mH}$, respectivamente. Observa-se que em ambas as distribuições a maior parte dos ELT estimados ao longo da trajetória permaneceu negativo.

Ressalta-se que, a obtenção dos ELT demanda um grande esforço computacional. Nessas análises, para cada valor das inclinações e do indutor de acoplamento, utilizou-se uma trajetória contendo 100.000 pontos e, algoritmos computacionais mais sofisticados, a fim de se evitar mal condicionamentos numéricos (Parker e Chua, 1989). Além disso, foram necessárias diversas considerações importantes, tais como a ergodicidade do sistema que gerou a trajetória, entre outras (Parker e Chua, 1989; Galias, 1999; Udwaia e von Bremen, 2001).

5.2.4 Análise numérica do acoplamento entre dois osciladores por MF

Diferentemente da análise pelos ELT, que apresenta diversas limitações, uma outra forma de se investigar a estabilidade local de (5.1), explorando o fato de D_{fg} ser periódica, consiste na utilização da análise de Floquet. Essa abordagem, se baseia na estimação dos multiplicadores de Floquet λ a partir da matriz de monodromia $M(t)$ para o instante $t = t_p$.

A frequência fundamental da solução síncrona pode ser obtida por meio da aplicação da seção de Poincaré (Veja apêndice B.2). A título de exemplo, a Fig. 5.7 ilustra a seção aplicada a 5 ciclos de uma solução síncrona candidata.

Nessas análises utilizou-se como período $t_p = 16,67\text{ms}$. Deve-se observar que, em sinais com múltiplas frequências, o período a ser utilizado deverá ser aquele obtido da frequência fundamental. Nesse caso, tem-se que a corrente oscila com frequência de 60Hz, enquanto que a potência ativa, com frequência de 120Hz.

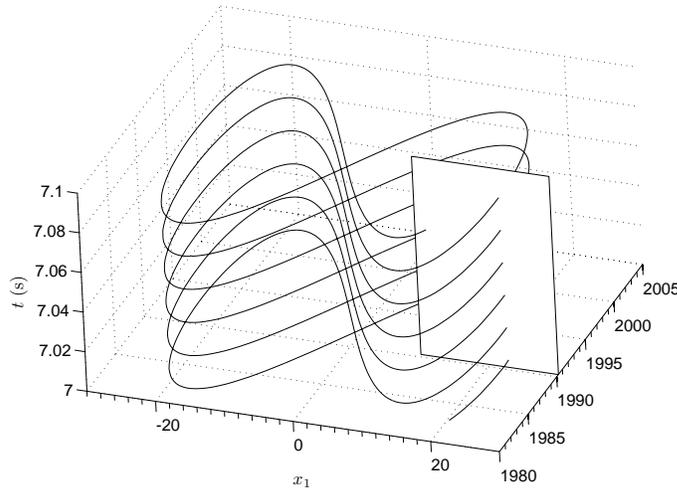


Figura 5.7: Seção de Poincaré aplicada a cinco ciclos da solução síncrona \mathbf{x}_s .

De fato, caso se considere a frequência de 120Hz, em $t = t_p$ não existe informação suficiente da corrente para se analisar os multiplicadores de Floquet. Ao passo que, para a frequência de 60Hz tanto a corrente quanto a potência ativa completam um período.

Primeiramente, obteve-se quatro soluções da Eq. (5.3) considerando-se as colunas da matriz identidade de ordem 4 como as condições iniciais, e integrando-a para cada uma delas de $t = 0$ a $t = 16,67\text{ms}$. Utilizou-se *Runge-Kutta* de 4ª ordem com passo de integração fixo de $100\mu\text{s}$. Essas condições iniciais garantem que $E^{-1}(0) = I$, logo a matriz de transição de estados em $t = t_p$ é dada por

$$\Phi(t_0, t_p) = E^{-1}(0)E(t_p) = E(t_p).$$

Desta forma, a matriz monodromia é

$$M = E(t_p).$$

Para cada valor de inclinação obteve-se uma matriz de monodromia e, por conseguinte um conjunto de multiplicadores característicos $\{\lambda_i\}_{i=1}^8$.

A Fig. 5.8 mostra o valor máximo e mínimo para os multiplicadores. Observa-se que, para valores de inclinações $k_\omega = k_u = 0,5 \times 10^{-5}$ até próximo a $1,7 \times 10^{-3}$ tem-se estabilidade assintótica local garantida. Contudo, para $k_\omega = k_u \geq 1,8 \times 10^{-3}$ ocorre divergência local das trajetórias iniciadas suficientemente próximo à \mathcal{S} .

A Tab. 5.3 mostra os multiplicadores característicos de Floquet para três valores de inclinações. Observa-se que, para $k_\omega = k_u = 5 \times 10^{-3}$ o sistema acoplado exibe uma forte divergência local.

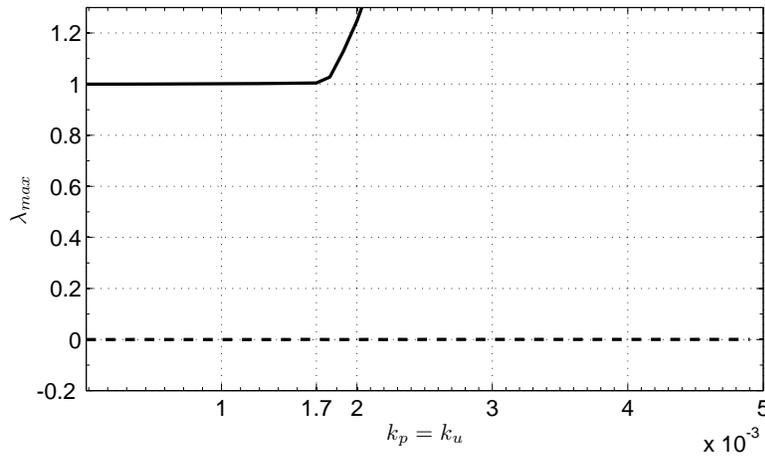


Figura 5.8: Gráfico do valor absoluto do (—) maior e do (---) menor multiplicador de Floquet considerando-se $0,5 \times 10^{-6} \leq k_{\omega} = k_u \leq 5 \times 10^{-3}$.

Tabela 5.3: Multiplicadores Característicos de Floquet para três valores de inclinações das curvas de decaimento para um sistema multi-UPS com duas unidades acopladas.

MCF	$k_{\omega} = k_u$		
	$0,5 \times 10^{-6}$	$0,5 \times 10^{-3}$	5×10^{-3}
λ_1	0	0	0
λ_2	0,062	0,051	0
λ_3	0,053	0,053	0,024
λ_4	0,053	0,98	1,064
λ_5	$0,999+0,003i$	$0,657+0,474i$	1,281
λ_6	$0,999-0,003i$	$0,657-0,474i$	1,403
λ_7	$0,999+0,002i$	$0,999+0,032i$	$3,618 \times 10^5$
λ_8	$0,999-0,002i$	$0,999-0,032i$	$1,781 \times 10^6$

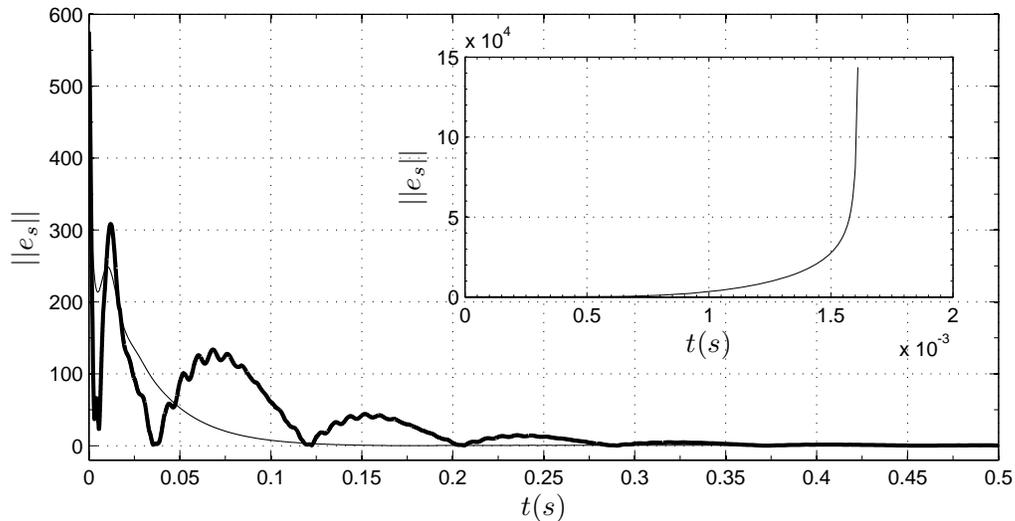


Figura 5.9: Norma do erro de sincronismo para um sistema multi-UPS com duas UPS para: (—) $k_\omega = k_u = 0,5 \times 10^{-6}$ e (---) $k_\omega = k_u = 0,5 \times 10^{-3}$. Gráfico em detalhe mostra o erro de sincronismo para $k_\omega = k_u = 5 \times 10^{-3}$.

Esses resultados são reforçados pela Fig. 5.9, a qual ilustra o erro de sincronismo de duas UPS, que são acopladas a partir de $t = 0$ s. Considerando-se condições iniciais UPS₁: $\mathbf{x}_1 = [11,97 \ 2028,08 \ 1 \ 0]^T$ e UPS₂: $\mathbf{x}_2 = [3,30 \ 1746,73 \ 1 \ 0]^T$. Para $k_\omega = k_u = 0,5 \times 10^{-3}$ observa-se um regime transitório maior de sincronização, visto que esse valor de inclinação apresenta multiplicadores com parte imaginária diferente de zero (Ver Tab. 5.3). Por outro lado, para $k_\omega = k_u = 0,5 \times 10^{-6}$ ocorre convergência com menor oscilação no regime transitório, basta observar a parte imaginária dos λ obtidas para essa inclinação. O gráfico em detalhe na Fig. 5.9 mostra o aumento na norma do erro de sincronismo para quando os sistemas utilizam as inclinações $k_\omega = k_u = 5 \times 10^{-3}$.

Ressalta-se, a importância do passo de integração Δt e da constante de suavização k . As Figs. 5.10a-c ilustra o maior e o menor multiplicador de Floquet para a faixa de inclinações considerada, quando se altera o passo de integração e a constante de suavização. Observa-se pelas Figs. 5.10a e 5.10b que, mantendo-se $\Delta t = 100\mu\text{s}$ e alterando-se, por um fator de 10, a constante de suavização, tem-se que o limite de estabilidade para o parâmetro inclinação se altera. De fato, com uma constante de suavização menor, elimina-se mais altas frequências do sinal de potência reativa. Nesse caso, as funções ζ em cada sistema apresentam variações menos abruptas. Isso implica a possibilidade de se aumentar o parâmetro $k_\omega = k_u$.

Outro exemplo da influência da constante de suavização é mostrado na Fig. 5.10c, a qual foi obtida considerando-se $\Delta t = 10\mu\text{s}$ e $k = 10$. Nesse caso, tem-se que o limite de estabilidade para as curvas de decaimento é $k_\omega = k_u \approx 4,1 \times 10^{-3}$. Esse limite é diferente daquele mostrado na Fig. 5.8 ($k_\omega = k_u \approx 1,8 \times 10^{-3}$), que foi obtido para $\Delta t = 10\mu\text{s}$ e $k = 100$. Desta forma, percebe-se que quando o sinal ζ contém um maior número de altas

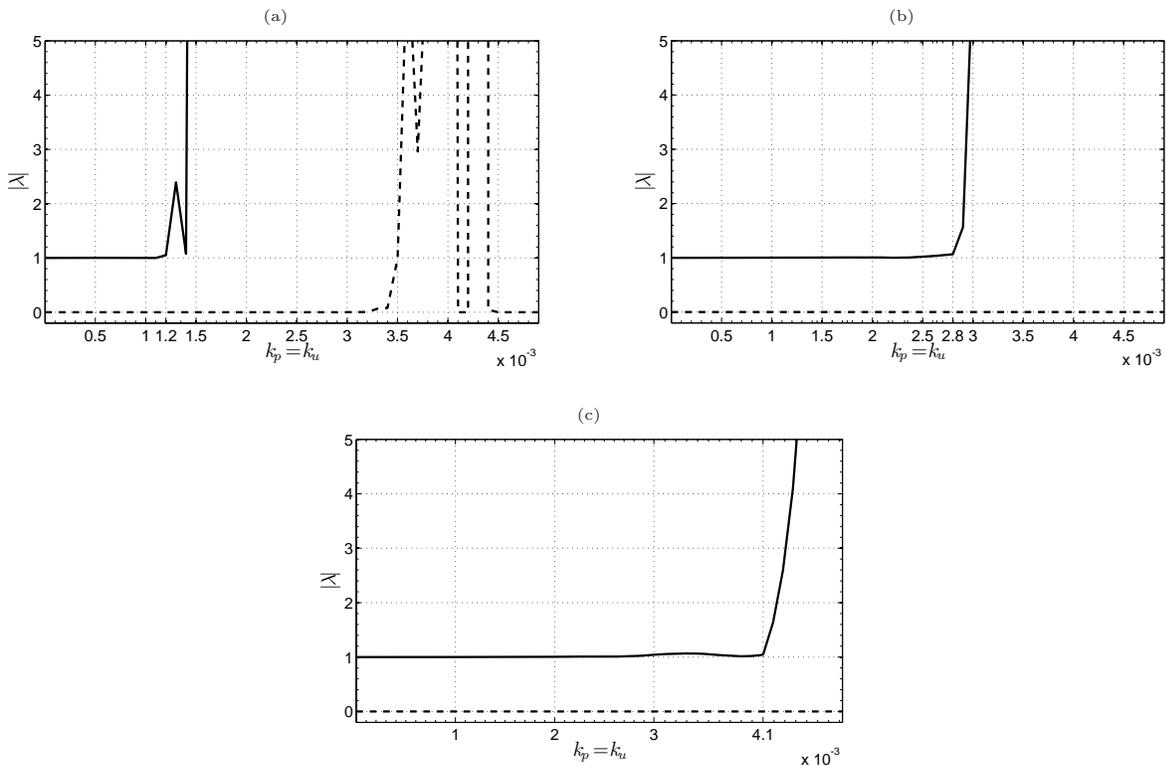


Figura 5.10: Gráfico do valor absoluto dos multiplicadores característico de M considerando-se $k_\omega = k_u$ variando de $0,5 \times 10^{-6}$ a 5×10^{-3} para: (a) $k = 100$ e $\Delta t = 100\mu s$; (b) $k = 10$ e $\Delta t = 100\mu s$; (c) $k = 10$ e $\Delta t = 10\mu s$.

freqüências, o limite de estabilidade para o parâmetro inclinação tende a ser menor.

A título de ilustração, a Fig. 5.11 mostra a função secante de ζ para dois casos de suavização, ou seja, $k = 10$ e $k = 100$. Observa-se que no primeiro caso, as variações abruptas, própria da secante nos pontos de singularidades, desaparecem. Por outro lado, essas variações são mais bem reproduzidas quando se considera $k = 100$.

Observa-se pela Fig. 5.12 que, para toda a faixa de variação de l_a e considerando-se $k_\omega = k_u = 0,5 \times 10^{-6}$, tem-se que o acoplamento é estável. Por outro lado, para $k_\omega = k_u = 0,5 \times 10^{-3}$ observa-se que o valor mínimo necessário para estabilidade é $l_a \approx 80\mu H$, como ilustrado na Fig. 5.13.

Analisando-se as Figs. 5.13 e 5.12 percebe-se uma relação entre o aumento das inclinações das curvas de decaimento e a necessidade de aumento no valor do indutor de acoplamento. Haja vista que, na primeira figura, toda a faixa considerada era estável. Diferentemente do observado na segunda figura, na qual a faixa de valores que garantem estabilidade do acoplamento ficou limitada a $80\mu H \leq l_a \leq 3mH$.

Entretanto, o aumento do indutor de acoplamento para valores de inclinações da ordem de 10^{-3} ou maior pode fazer com que, apesar do erro de sincronismo tender a

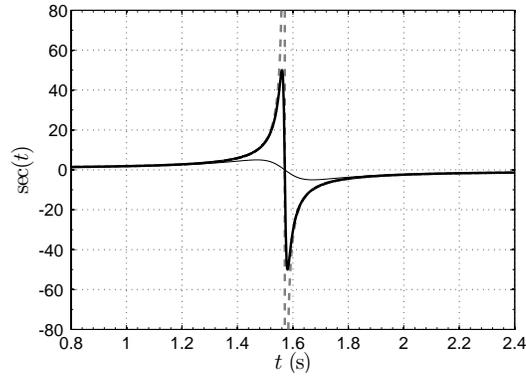


Figura 5.11: Evolução temporal da (--) secante, (-) suavização para $k = 10$ e (—) suavização para $k = 100$.

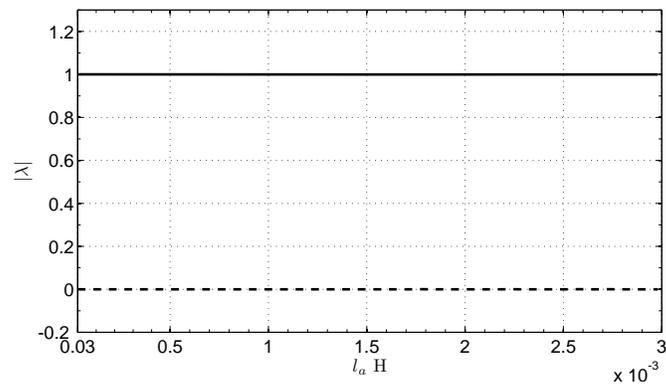


Figura 5.12: Gráfico do valor absoluto para o maior (—) λ_{\max} e o menor (---) λ_{\min} multiplicador de Floquet, obtido de M considerando-se l_a variando de $300\mu\text{H}$ a 3mH para inclinação fixa igual a $k_\omega = k_u = 0,5 \times 10^{-6}$.

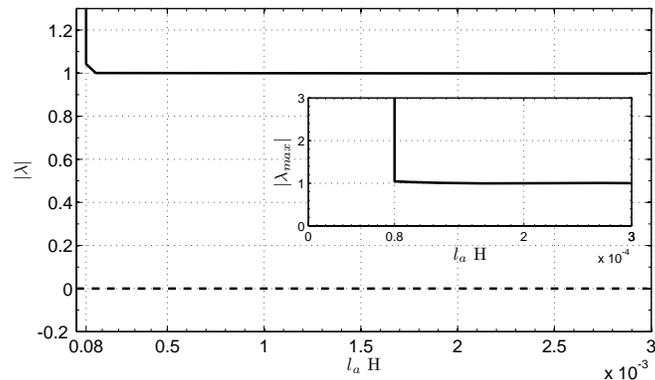


Figura 5.13: Gráfico do valor absoluto para o maior (—) λ_{\max} e o menor (---) λ_{\min} multiplicador de Floquet, obtido de M considerando-se l_a variando de $300\mu\text{H}$ a 3mH para inclinação fixa igual a $k_\omega = k_u = 0,5 \times 10^{-3}$.

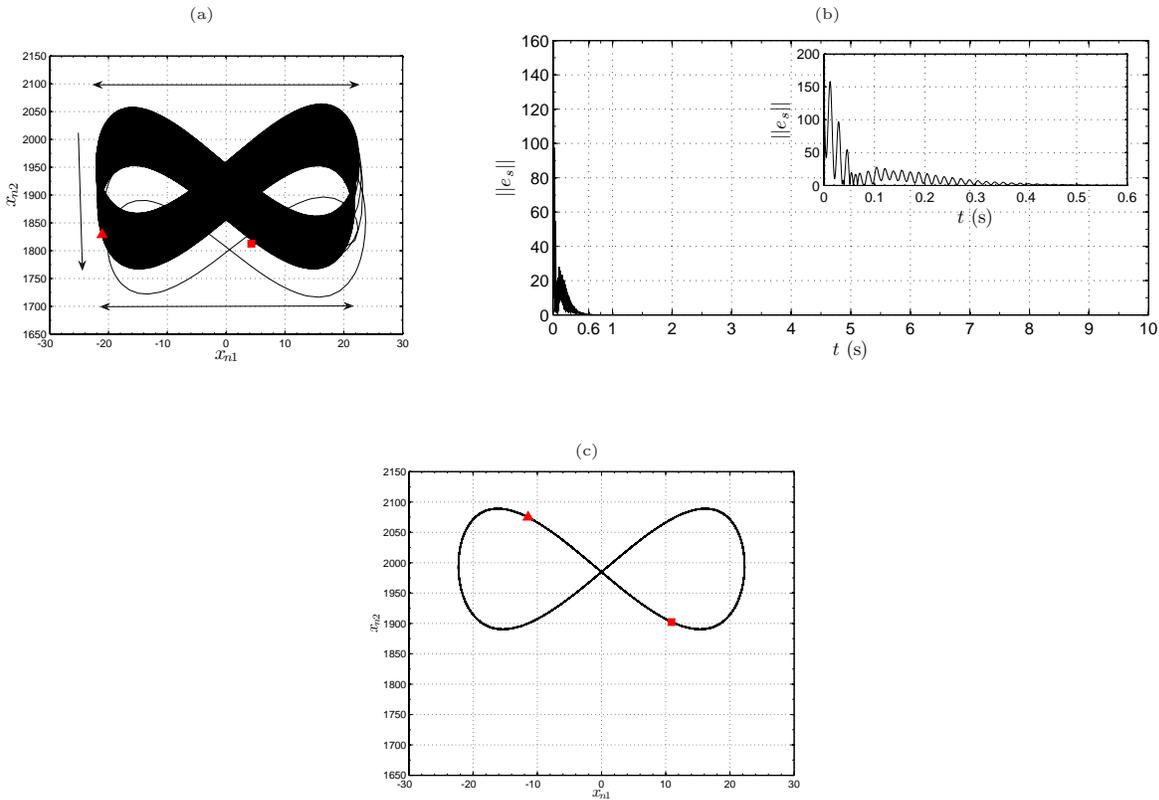


Figura 5.14: (a) Projeção da trajetória no plano $x_{n1} \times x_{n2}$ para $l_a = 3\text{mH}$ e $k_\omega = k_u = 0,5 \times 10^{-3}$, sendo que o quadrado indica o ponto inicial e o triângulo o ponto final da trajetória; (b) norma do erro de sincronismo entre os osciladores; (c) projeção da trajetória no plano $x_{n1} \times x_{n2}$ para $l_a = 0,3\text{mH}$ e $k_\omega = k_u = 0,5 \times 10^{-3}$.

zero, a evolução do sistema acoplado tender a convergir para a origem ($[\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2]^T = 0$). Esse caso é ilustrado pelas Figs. 5.14a-b, nas quais dois osciladores são acoplados em $t = 0$. Obtendo-se a evolução do sistema acoplado até $t = 20\text{s}$, com passo de integração de $10 \times 10^{-6}\text{s}$ e $k = 100$, percebe-se que a projeção da trajetória no plano das variáveis de corrente x_{n1} versus potência ativa x_{n2} não resulta em um comportamento limite, mas sim em uma trajetória com tendência de redução de amplitude, à medida que o tempo aumenta.

Isso não foi percebido quando se diminuiu por um fator de 10 o indutor de acoplamento, mantendo-se a mesma inclinação para as curvas de decaimento (Fig. 5.14c)

A Tab. 5.4 apresenta os limites de estabilidade dos parâmetros l_a e $k_\omega = k_u$ de um sistema multi-UPS com dois osciladores idênticos acoplados, tanto por meio dos ELT quanto pelos multiplicadores de Floquet.

Ressalta-se que em vista do reduzido esforço computacional, do embasamento teórico mais bem fundamentado, e dos resultados obtidos serem similares àqueles oriundos dos

Tabela 5.4: Comparação entre os resultados obtidos das análises por ELT e por MF, para um sistema multi-UPS com dois osciladores idênticos acoplados.

Parâmetro	ELT	MF
l_a	0,6 μ H a 3mH	0,8 μ H a 3mH
$k_\omega = k_\omega$	$0,5 \times 10^{-6}$ a $1,6 \times 10^{-3}$	$0,5 \times 10^{-6}$ a $1,7 \times 10^{-3}$

Tabela 5.5: Resultados da simulação Monte-Carlo para acoplamento entre dois osciladores idênticos. n_{ED} contabiliza o número de erros dentro da tolerância assumida e n_{EF} totaliza o número de erros fora tolerância assumida.

Indicador	$k_\omega = k_u$		l_a	
	$1,6 \times 10^{-6}$	2×10^{-6}	80 μ H	130 μ H
n_{EF}	59	730	999	0
n_{ED}	941	270	1	1000

ELT (Tab. 5.4), a análise de estabilidade local para três ou mais osciladores acoplados será realizada apenas por meio da teoria de Floquet.

A validação das conclusões obtidas da análise de Floquet se baseou em simulação Monte-Carlo do sistema (5.1), sendo que 1000 condições iniciais foram selecionadas aleatoriamente segundo uma distribuição normal com:

- média de x_{s1} e desvio-padrão 5% do valor máximo de x_{s1} ;
- média de x_{s2} e desvio-padrão 5% do valor da média de x_{s2} .

Os desvios-padrões escolhidos garantem que 95,45% das condições iniciais estejam dentro de $\pm 15\%$ dos valores médios em relação ao estado síncrono, ou seja, na vizinhança do mesmo.

Considerou-se um tempo de integração para as simulações Monte-Carlo de $t = 0$ a $t = 2s$, sendo que os osciladores estavam inicialmente acoplados. Separou-se os últimos 0,3s, ou 18 ciclos finais, e avaliou-se se o erro máximo entre as variáveis dos osciladores era menor que 5% dos seus respectivos valores em regime, nesse caso incrementava-se a variável n_{ED} , a qual contabiliza o número de erros dentro da tolerância assumida. Do contrário incrementava-se n_{EF} , a qual representa o número de erros fora tolerância assumida.

A Tab. 5.5 mostra os valores de n_{ED} e n_{EF} para dois valores de $k_\omega = k_u$ (fixou-se $l_a = 0,3mH$) e l_a (fixou-se as inclinações em $0,5 \times 10^{-3}$).

Ao utilizar-se um valor para as inclinações das curvas de decaimento fora do limite de estabilidade ($> 1,6mH$) observou-se um aumento significativo no número de trajetórias

que não atenderam ao critério estabelecido. Da mesma forma, quando se utilizou um indutor de acoplamento de $130\mu\text{H}$, dentro do limite de estabilidade ($>80\mu\text{H}$), obteve-se a totalidade das trajetórias satisfazendo o critério estabelecido.

5.3 Análise de Estabilidade Local: Estado Síncrono Desconhecido

Como apresentado na seção anterior, o problema da estabilidade local de uma dada forma de acoplamento pode ser investigado numericamente por meio dos multiplicadores de Floquet, desde que se conheça *a priori* o estado síncrono do sistema.

Entretanto, é possível empreitar uma abordagem utilizando-se a teoria da estabilidade parcial, ou mesmo a teoria da passividade. Nesse caso, a despeito da premissa do conhecimento do estado síncrono não ser necessária, a obtenção de resultados analíticos, dependendo da complexidade do problema, se torna uma tarefa árdua e infrutífera.

Nas seções que seguem, apresenta-se uma introdução à análise de estabilidade local por meio da teoria da passividade (Seção 5.3.1), e por meio do formalismo da passividade (Seção 5.3.2). O objetivo é caracterizar melhor o acoplamento proposto para o sistema multi-UPS.

5.3.1 Estabilidade Parcial Local

Considere o sistema multi-UPS na forma não autônoma, ou seja,

$$\Sigma_2 : \begin{cases} \dot{x}_{11} &= -\alpha x_{11} - \beta(2x_{11} - e_1) + \gamma v_1(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{e}) \text{sen}(\theta_1(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{e})), \\ \dot{x}_{12} &= -\sigma x_2 + \sigma r_c(2x_{11} - e_1)x_{11}, \\ \dot{e}_1 &= -\alpha e_1 + \gamma v_1(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{e}) \text{sen}(\theta_1(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{e})) - \gamma v_2(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{e}) \text{sen}(\theta_2(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{e})), \\ \dot{e}_2 &= -\sigma e_2 + \sigma r_c(2x_{11} - e_1)e_1, \end{cases} \quad (5.7)$$

O segundo sub-sistema foi reescrito em função do erro de sincronização, ou seja, $\mathbf{x}_2 = \mathbf{x}_1 - \mathbf{e}$. O objetivo da análise por meio de estabilidade parcial é determinar sob quais condições o ponto equilíbrio parcial $\mathbf{e} = 0$ do sistema $\Sigma_2 : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ é estável, assumindo-se que \mathbf{x}_s não diverge.

Essa análise se fundamenta no método direto de Lyapunov, que apresenta a desvantagem de não se ter um procedimento geral para se obter uma função de Lyapunov válida. Entretanto, Vorotnikov (2002) apresentou uma metodologia que delimita uma região de validade para as conclusões sobre estabilidade, ou seja, a despeito de não se ter uma função de Lyapunov válida para qualquer ponto inicial $[\mathbf{x}_0^T \ \mathbf{e}_0^T]^T \subset \mathbb{R}^6$, tem-se que em uma dada região e, respeitando-se algumas hipóteses, é possível garantir a estabilidade assintótica

local do acoplamento.

Define-se uma função escalar $\Gamma(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{e})$, tal que $\Gamma(t, 0, 0) = 0$, e uma vetorial função auxiliar $w(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{e})$ de forma que $w(t, 0, 0) \equiv \mathbf{0}$, que seja \mathcal{C}^∞ em $t > 0$, $\|\mathbf{e}\| \leq h$ e $\|\mathbf{x}_1\| < \infty$, sendo $h \in \mathbb{R}^+$ uma constante positiva. Se na região dada por

$$\|\mathbf{x}_1\| + \|w(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{e})\| \leq \gamma, \quad \|\mathbf{x}_1\| \leq \infty, \quad (5.8)$$

para $t > 0$ e $\|\mathbf{x}_1\| < \infty$ forem verdadeiras as condições:

1. $\Gamma(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{e}) \geq \alpha (\|\mathbf{x}_1\| + \|w(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{e})\|)$,
2. $\Gamma(t, \mathbf{x}_1, 0) \equiv 0$ e
3. $\dot{\Gamma}(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{e}) \leq 0$.

Então, o ponto de equilíbrio parcial $\mathbf{e} = 0$ é assintoticamente estável na região dada pela Eq. (5.8).

Seja $\mathbf{z} = [\mathbf{x}_1^T \ \mathbf{e}^T]^T$ e $w(t, \mathbf{z}) = (2x_{11} - e_1)e_1$ uma função auxiliar, a qual representa o erro da potência instantânea entre os osciladores acoplados para um resistor unitário, pois expandindo-se essa função encontra-se $1(x_{11} + x_{21})x_{11} - 1(x_{11} + x_{21})x_{21}$, em que $1(x_{11} + x_{21})$ representa a tensão sobre o resistor unitário e, x_{n1} a corrente do oscilador n .

Seja a função Γ dada por:

$$\Gamma(t, \mathbf{x}, \mathbf{e}) = \frac{1}{2}e_1^2 + \frac{1}{2}e_2^2 + \frac{1}{4}w^2, \quad (5.9)$$

de forma que $\Gamma(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{e}) \geq \alpha (\|\mathbf{x}_1\| + \|w(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{e})\|)$, $\Gamma(t, \mathbf{x}_1, 0) \equiv 0$ e $w(t, 0) \equiv 0$.

No decorrer desta seção, os argumentos das funções v_1 , v_2 , θ_1 e θ_2 serão omitidos.

A derivada da Eq. (5.9) é dada por:

$$\begin{aligned} \dot{\Gamma}(t, \mathbf{x}, \mathbf{e}) &= -\alpha e_1^2 - \sigma e_2^2 - 2(\alpha + \beta)w^2 + \sigma r_c e_2 w + \gamma e_1 [v_1 \text{sen}(\theta_1) - v_2 \text{sen}(\theta_1)] \\ &\quad + \gamma w [v_1 \text{sen}(\theta_1)x_{11} - v_2 \text{sen}(\theta_2)(x_{11} - e_1)]. \end{aligned} \quad (5.10)$$

Entretanto,

$$\begin{aligned} \dot{\Gamma}(t, \mathbf{x}, \mathbf{e}) &= \underbrace{-\alpha e_1^2 - \sigma e_2^2 - 2(\alpha + \beta)w^2 + \sigma e_2 w}_{f_1} \\ &\quad + \underbrace{\gamma v_2 \text{sen}(\theta_2) e_1 w + \gamma (x_{11} w + e_1) (\gamma v_1 \text{sen}(\theta_1) - \gamma v_2 \text{sen}(\theta_2))}_{f_2}. \end{aligned}$$

Na região do espaço de estados \mathbb{R}^4 definida pela Eq. (5.8), tem-se que $f_1 \geq f_2$. Pelo critério de Silvester (ver Apêndice C), a função f_1 é negativa definida se forem verdadeiras as condições:

1. $\alpha > 0$;
2. $0 < \sigma < 8(\alpha + \beta)$.

A primeira condição é satisfeita por restrição prática, uma vez que $\alpha = \frac{r_a}{l_a}$ e tanto r_a quanto l_a são positivos. A segunda condição também é satisfeita por questões práticas uma vez que σ é um décimo da frequência angular de operação do sistema multi-UPS ($\approx 37,5\text{rad/s}$), ao passo que, $\alpha + \beta = \frac{r_a + r_c}{l_a}$ como l_a é da ordem de 10^{-5} tem-se que $\alpha + \beta$ possui ordem de 10^4 a 10^5 .

Uma dificuldade dessa técnica consiste em mapear qual a extensão da região dada pela Eq. (5.8).

5.3.2 Formalismo da Teoria da Passividade

O problema da estabilidade de um sistema multi-UPS pode também ser investigado por meio do formalismo oriundo da teoria da Passividade. Nessa seção, desenvolve-se uma demonstração de que o sistema de erro é passivo. Novamente, considere o sistema multi-UPS não-autônomo com duas unidades acopladas escrito por:

$$\Sigma_2 : \begin{cases} \dot{x}_1 &= -\beta x_1 - \alpha(2x_1 - e_1) + \gamma a(t, \mathbf{x}, \mathbf{e}) \text{sen}(\theta_1(t, \mathbf{x}, \mathbf{e})), \\ \dot{x}_2 &= -\sigma x_2 + \sigma p_{\text{inst}1}, \\ \dot{e}_1 &= -\beta e_1 + \gamma (a(t, \mathbf{x}, \mathbf{e}) \text{sen}(\theta_1(t, \mathbf{x}, \mathbf{e})) - b(t, \mathbf{x}, \mathbf{e}) \text{sen}(\theta_2(t, \mathbf{x}, \mathbf{e}))), \\ \dot{e}_2 &= -\sigma e_2 + \sigma (p_{\text{inst}1} - p_{\text{inst}2}). \end{cases} \quad (5.11)$$

Seja

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}$$

e

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} a(t, \mathbf{x}, \mathbf{e}) \text{sen}(\theta_1(t, \mathbf{x}, \mathbf{e})) - b(t, \mathbf{x}, \mathbf{e}) \text{sen}(\theta_2(t, \mathbf{x}, \mathbf{e})) \\ \frac{p_{\text{inst}1} - p_{\text{inst}2}}{r} \end{bmatrix}.$$

Considere uma função de Lyapunov candidata associada à primeira equação do sistema de erro dada por:

$$v_1 = \frac{1}{2} l_a e_1^2.$$

Essa equação se assemelha àquela utilizada para se contabilizar a energia armazenada

em um indutor l_a , sendo e_1 o valor da corrente que o atravessa.

A variação de energia é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{dv_1}{dt} &= l_a e_1 \dot{e}_1 \\ &= \underbrace{(a(t, \mathbf{x}, \mathbf{e}) \text{sen}(\theta_1(t, \mathbf{x}, \mathbf{e})) - b(t, \mathbf{x}, \mathbf{e}) \text{sen}(\theta_2(t, \mathbf{x}, \mathbf{e})))}_{p_{in}} e_1 - \underbrace{r_a e_1^2}_{p_{out}}. \end{aligned}$$

Considere outra função de Lyapunov candidata associada à segunda equação de erro dada por:

$$v_2 = \frac{1}{2} c e_2^2.$$

A função v_2 se assemelha àquela utilizada para se contabilizar a energia armazenada em um capacitor de valor $c = \frac{1}{\sigma}$, sendo e_2 o valor da tensão sobre o mesmo.

A variação de energia para v_2 é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{dv_2}{dt} &= c e_2 \dot{e}_2 \\ &= \underbrace{(p_{inst1} - p_{inst2})}_{p_{in}} e_2 - \underbrace{e_2^2}_{p_{out}}. \end{aligned}$$

Pode-se escrever $v = v_1 + v_2 \Rightarrow \dot{v} = \dot{v}_1 + \dot{v}_2$ na forma passiva, ou seja,

$$\begin{aligned} \dot{v}_1 + \dot{v}_2 &= \mathbf{e}^T \mathbf{u} - (r_a e_1^2 + e_2^2) \\ \dot{v} &= \mathbf{e}^T \mathbf{u} - g_1(\mathbf{e}). \end{aligned}$$

Se $r_a, r > 0$ então $g_1(\mathbf{e}) \geq 0$, sendo nula apenas para $\mathbf{e} = 0$.

O objetivo é mostrar que o subsistema \mathbf{e} é passivo. Nesse caso basta mostrar que

$$\dot{v} \leq \mathbf{e}^T \mathbf{u},$$

$\forall t > t_0$. Para simplificar a análise representa-se o primeiro termo do vetor \mathbf{u} por Λ , ou seja,

$$\Lambda = a(t, \mathbf{x}, \mathbf{e}) \text{sen}(\theta_1(t, \mathbf{x}, \mathbf{e})) - b(t, \mathbf{x}, \mathbf{e}) \text{sen}(\theta_2(t, \mathbf{x}, \mathbf{e})),$$

e a diferença entre as potências instantâneas por $P = p_{inst1} - p_{inst2}$. Ou seja,

$$\begin{aligned} \dot{v} &\leq \mathbf{e}^T \mathbf{u}, \\ \mathbf{e}^T K_1 \dot{\mathbf{e}} &\leq \mathbf{e}^T \mathbf{u}, \end{aligned} \tag{5.12}$$

em que

$$K_1 = \begin{bmatrix} l_a & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma} \end{bmatrix}.$$

Assim,

$$\begin{aligned} \mathbf{e}^T K_1 \begin{bmatrix} -\beta e_1 \\ -\sigma e_2 \end{bmatrix} + \mathbf{e}^T K_1 \begin{bmatrix} \delta \Lambda \\ \sigma P \end{bmatrix} &\leq \mathbf{e}^T \begin{bmatrix} \Lambda \\ P \end{bmatrix}, \\ \mathbf{e}^T K_1 \begin{bmatrix} -\beta & 0 \\ 0 & -\sigma \end{bmatrix} \mathbf{e} &\leq -\mathbf{e}^T K_1 \begin{bmatrix} \delta \Lambda \\ \sigma P \end{bmatrix} + \mathbf{e}^T \begin{bmatrix} \Lambda \\ P \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Sabe-se que $\delta = \frac{1}{l_a}$. Nesse caso,

$$-\mathbf{e}^T K_1 \begin{bmatrix} \delta \Lambda \\ \sigma P \end{bmatrix} + \mathbf{e}^T \begin{bmatrix} \Lambda \\ P \end{bmatrix} = 0.$$

O que implica:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}^T K_1 \begin{bmatrix} -\beta & 0 \\ 0 & -\sigma \end{bmatrix} \mathbf{e} &\leq 0, \\ \mathbf{e}^T \begin{bmatrix} -r_a & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{e} &\leq 0. \end{aligned}$$

O subsistema de erro \mathbf{e} é passivo se $r_a > 0$, pois torna a desigualdade verdadeira.

5.4 Acoplamento entre mais de dois osciladores

A análise de estabilidade local apresentada na Seção 5.2 pode ser estendida para o caso de m -osciladores acoplados. Para tanto, a equação do erro de sincronismo (Eq. (5.13)), que pode ser aplicada no caso de acoplamento bidirecional, deve contemplar todos os osciladores acoplados, ou seja,

$$\mathbf{e}_b = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{e}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_s \\ \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_s \\ \vdots \\ \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s \end{bmatrix}. \quad (5.13)$$

Linearizando-se a equação que descreve a dinâmica do erro de sincronismo, a qual é função das equações dos sistemas acoplados, ao longo da solução síncrona tem-se,

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{e}}_{11} \\ \dot{\mathbf{e}}_{21} \\ \vdots \\ \dot{\mathbf{e}}_{m1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{f(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_s, \dots, \mathbf{x}_s)}^{\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_s} & D_{f(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_s, \dots, \mathbf{x}_s)}^{\mathbf{x}_2 = \mathbf{x}_s} & \cdots & D_{f(\mathbf{x}_s, \dots, \mathbf{x}_s, \mathbf{x}_m)}^{\mathbf{x}_m = \mathbf{x}_s} \\ D_{f(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_s, \dots, \mathbf{x}_s)}^{\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_s} & D_{f(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_s, \dots, \mathbf{x}_s)}^{\mathbf{x}_2 = \mathbf{x}_s} & \cdots & D_{f(\mathbf{x}_s, \dots, \mathbf{x}_s, \mathbf{x}_m)}^{\mathbf{x}_m = \mathbf{x}_s} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ D_{f(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_s, \dots, \mathbf{x}_s)}^{\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_s} & D_{f(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_s)}^{\mathbf{x}_2 = \mathbf{x}_s} & \cdots & D_{f(\mathbf{x}_m, \dots, \mathbf{x}_s, \mathbf{x}_s)}^{\mathbf{x}_m = \mathbf{x}_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{11} \\ \mathbf{e}_{21} \\ \vdots \\ \mathbf{e}_{m1} \end{bmatrix},$$

$$\dot{\mathbf{e}}_b = D_f^{\mathbf{x} = \mathbf{x}_s} \mathbf{e}_b, \quad (5.14)$$

em que $D_f^{\mathbf{x} = \mathbf{x}_s} \in \mathbb{R}^{4m \times 4m}$ representa a matriz Jacobiana do sistema de erro para os m -osciladores acoplados. Entretanto,

$$D_{f(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_s, \dots, \mathbf{x}_s)}^{\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_s} = A + \left. \frac{\partial g(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_s, \dots, \mathbf{x}_s)}{\partial \mathbf{x}_i} \right|_{\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_s} = A_i + B_i(t),$$

$$D_{f(\mathbf{x}_s, \dots, \mathbf{x}_j, \dots, \mathbf{x}_{m-1})}^{\mathbf{x}_j = \mathbf{x}_s} = \left. \frac{\partial g(\mathbf{x}_s, \dots, \mathbf{x}_j, \dots, \mathbf{x}_{m-1})}{\partial \mathbf{x}_j} \right|_{\mathbf{x}_j = \mathbf{x}_s} = C_{ij}(t),$$

para $i, j, m \in \mathbb{N}$, com $i, j \subset [1, m]$, $i \neq j$ e $m > 2$.

Desta forma, a dinâmica do erro de sincronismo linearizado em torno da solução síncrona pode ser representada por:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{e}}_{11} \\ \dot{\mathbf{e}}_{21} \\ \vdots \\ \dot{\mathbf{e}}_{m1} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A_1 + B_1(t) & C_{12}(t) & \cdots & C_{1m}(t) \\ C_{21}(t) & A_2 + B_2(t) & \cdots & C_{2m}(t) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{m1}(t) & C_{m2}(t) & \cdots & A_m + B_m(t) \end{bmatrix}}_{D_f^{\mathbf{x} = \mathbf{x}_s}} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{11} \\ \mathbf{e}_{21} \\ \vdots \\ \mathbf{e}_{m1} \end{bmatrix}. \quad (5.15)$$

Observa-se que a Eq. (5.15) representa, também, uma equação variacional para os m -osciladores acoplados.

Como exemplo, considere o caso de três osciladores acoplados (Fig. 5.15), a Eq. (5.15) se torna,

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{e}}_{11} \\ \dot{\mathbf{e}}_{21} \\ \dot{\mathbf{e}}_{31} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A_1 + B_1(t) & C_{12}(t) & C_{13}(t) \\ C_{21}(t) & A_2 + B_2(t) & C_{23}(t) \\ C_{31}(t) & C_{32}(t) & A_3 + B_3(t) \end{bmatrix}}_{D_f^{\mathbf{x} = \mathbf{x}_s}} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{11} \\ \mathbf{e}_{21} \\ \mathbf{e}_{31} \end{bmatrix}. \quad (5.16)$$

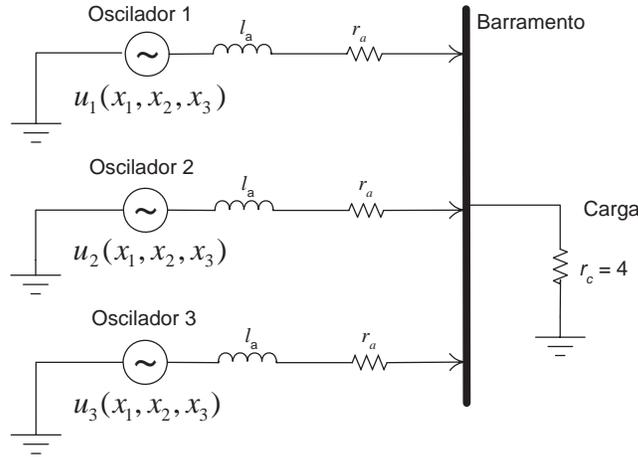


Figura 5.15: Três osciladores idênticos acoplados por meio do barramento e carga resistiva.

O estado síncrono foi obtido por meio de simulação do acoplamento entre três osciladores idênticos utilizando-se $k_\omega = k_u = 5 \times 10^{-7}$ e $k = 100$. O período estimado por meio seção de Poincaré ficou em torno de 16,667ms para todos os casos $3 \leq m \leq 10$ analisados.

É importante ressaltar que a simetria apresentada pela matriz $D_f(\mathbf{x}_s, \dots, \mathbf{x}_s)$ é devido ao fato dos osciladores serem idênticos. Caso os osciladores fossem diferentes, cada linha dessa matriz dependeria dos parâmetros de um oscilador.

5.4.1 Resultados Numéricos

Nessa seção são apresentados resultados numéricos do estudo da estabilidade local do estado síncrono para o acoplamento de até 10 osciladores $\{m_i\}_{i=2}^{10}$. O objetivo dessa análise é investigar a dependência da estabilidade local do paralelismo à medida que se aumenta o número de unidades conectadas em paralelo, com a variação dos parâmetros de inclinação das curvas de decaimento e, o valor do indutor de acoplamento.

A primeira premissa adotada é assumir que todos os osciladores são idênticos. Assim sendo, a estabilidade local pode ser investigada a partir da Eq. (5.15). A dimensão da matriz D_{fg} variará de $\mathbb{R}^{12 \times 12}$ para $m = 3$ a $\mathbb{R}^{40 \times 40}$ para $m = 10$.

Para compor a matriz de monodromia gerou-se, a partir da Eq. (5.15), $4m$ trajetórias, sendo as colunas da matriz identidade de dimensão \mathbb{R}^{4m} as respectivas condições iniciais.

Utilizou-se o método de integração *Runge-Kutta* de 4ª ordem com passo de integração fixo em $10\mu s$, sendo que o sistema foi simulado de 0 a 16,67ms. Além disso, adotou-se a constante de suavização com o valor de $k = 100$.

A Fig. 5.16 ilustra os multiplicadores de Floquet máximo λ_{\max} e mínimo λ_{\min}

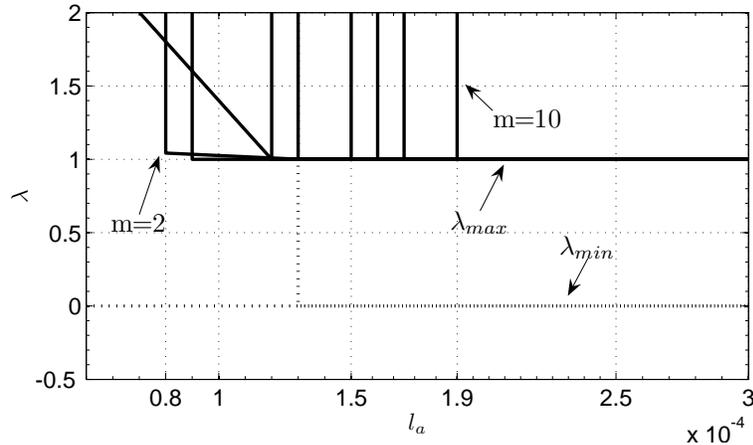


Figura 5.16: Valor absoluto do maior (-) λ_{max} e do menor (\cdots) λ_{min} multiplicador de Floquet para $3\mu\text{H} \leq l_a \leq 3\text{mH}$.

considerando-se o indutor l_a variando de $3\mu\text{H}$ a $0,3\text{mH}$.

Observa-se que, à medida que se aumenta o número de unidades em paralelo, o valor mínimo de l_a necessário para estabilização do sistema multi-UPS aumenta. Para $m = 2$, o valor mínimo para o qual todos os multiplicadores de Floquet permanecem dentro do círculo de raio unitário é $l_a \approx 80\mu\text{H}$ (Fig. 5.16). Da mesma forma, para $m = 10$ esse valor é de $l_a \approx 190\mu\text{H}$. Assim, o sistema multi-UPS com até 10 unidades modelado pela Eq. (4.16), apresenta estabilidade local garantida, dentro da faixa de valores de l_a investigados, para $190\mu\text{H} \leq l_a \leq 3\text{mH}$.

Os resultados numéricos, resumidos na Fig. 5.16, indicam que, para se estabilizar o sistema multi-UPS, do ponto de vista do indutor de acoplamento, é necessário aumentar o valor do mesmo em cada oscilador. Ou seja, apesar da potência unitária fornecida se tornar menor, o que implica corrente fornecida por cada oscilador menor, para se estabilizar o sistema multi-UPS deve-se aumentar o valor de l_a .

Aparentemente, esse aumento no indutor de acoplamento ocorre em virtude da necessidade de um maior amortecimento para a corrente de saída em cada unidade, no período transitório de acoplamento, que transcorre após a inclusão de uma ou mais unidades ao sistema multi-UPS. Entretanto, essa hipótese precisa ser ainda melhor investigada.

A Fig. 5.17 ilustra as regiões de estabilidade para a seleção do indutor de acoplamento, em função do aumento do número de osciladores acoplados. Acima do limiar mostrado na figura, tem-se a região de estabilidade. Acredita-se que a tendência apresentada pelo curva limiar se mantém, ou seja, pode-se propor uma equação para definir o valor limite de l_a , a qual é dada por:

$$l_a = 55,4 \times 10^{-6} + (13,2 \times 10^{-6})m,$$

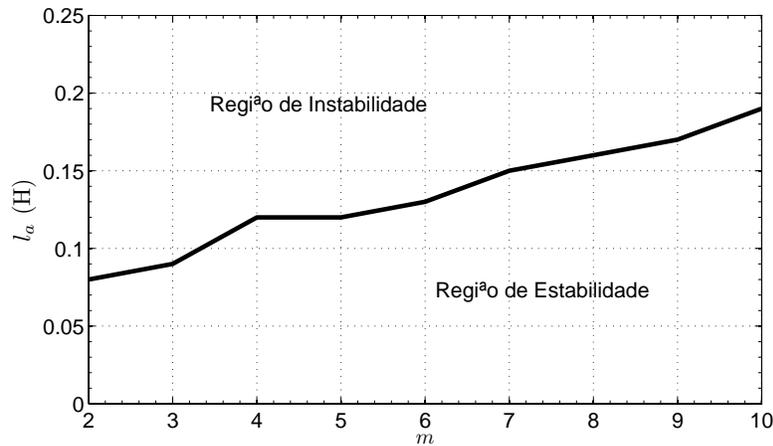


Figura 5.17: Curva limitante de estabilidade para variação de l_a em função do aumento de osciladores acoplados. Acima da curva tem-se os valores de l_a para os quais o sistema multi-UPS com m -osciladores acoplados ($2 \leq m \leq 10$), seja localmente estável.

para $m \geq 2$. Essa equação foi obtida aplicando-se o método dos mínimos quadrados aos valores limiares de l_a dentro da região de estabilidade, para cada $\{m\}_{i=2}^{10}$.

Da mesma forma, a Fig. 5.18 ilustra λ_{\max} e λ_{\min} para o parâmetro $k_\omega = k_u$ variando de 1×10^{-3} a 5×10^{-3} . Não se observou alteração em relação a $\lambda_{\min} = 0$ e $\lambda_{\max} = 1$ para valores de inclinação variando de $0,5 \times 10^{-6}$ a 1×10^{-3} .

Novamente, observa-se que o número de osciladores acoplados influencia o valor máximo para a inclinação das curvas de decaimento. Entretanto, nesse caso percebe-se uma pequena liberdade para se aumentar a inclinação. Para $m = 2$, $\lambda_{\max} > 1$ ocorreu em torno de $k_\omega = k_u = 1,7 \times 10^{-3}$, e para $m = 10$, $k_\omega = k_u = 2,05 \times 10^{-3}$.

A possibilidade de aumento na inclinação apresenta um demérito e um benefício. O primeiro é que a regulação de tensão e frequência se torna pior para uma inclinação maior. O segundo é a influência da imprecisão numérica na realização de cálculos por um DSP¹ quando se trata com grandezas da ordem de 1×10^{-7} , por exemplo, para valores de inclinação de 5×10^{-7} , é maior que quando tais grandezas são da ordem de 1×10^{-4} ou 1×10^{-3} .

A Fig. 5.19 ilustra as regiões de estabilidade e de instabilidade para a inclinação das curvas de decaimento variando de 5×10^{-6} a 5×10^{-3} , em função do aumento do número de osciladores acoplados. Observa-se que a partir de $m = 6$ o limite se mantém aproximadamente constante, qual foi de $k_\omega = k_u \approx 2,05 \times 10^{-3}$.

¹Processador de sinais digitais, do inglês *Digital Signal Processor*

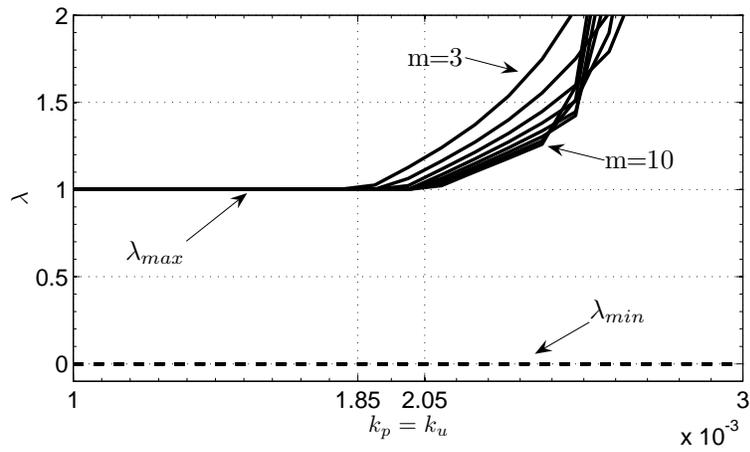


Figura 5.18: Valor absoluto do maior (-) λ_{max} e do menor (\dots) λ_{min} para $1 \times 10^{-3} \leq k_{\omega} = k_u \leq 5 \times 10^{-3}$.

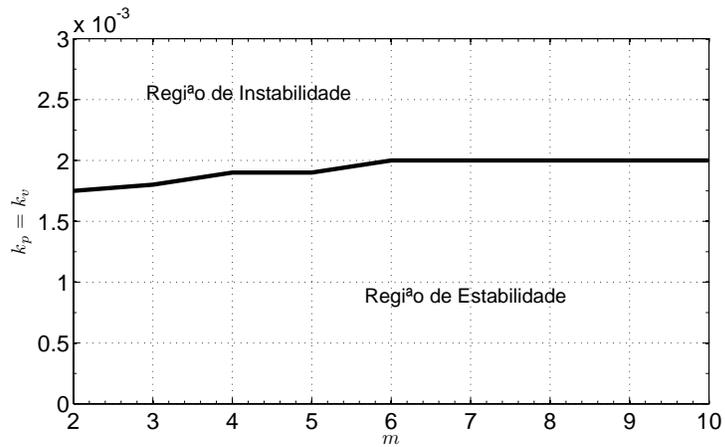


Figura 5.19: Limite de estabilidade para variação de $k_{\omega} = k_u$ em função do aumento de osciladores acoplados. Observa-se uma convergência para $m \geq 6$ em torno de $k_{\omega} = k_u = 2,05 \times 10^{-3}$.

5.5 Conclusão

Esse capítulo apresentou a análise de estabilidade local para um sistema multi-UPS de 2 a 10 unidades acopladas. Essa análise se baseou na aplicação de técnicas clássicas para análise do sincronismo, tais como os ELT, bem como na utilizada da teoria de Floquet.

Primeiramente, limitou-se o sistema multi-UPS a duas unidades, sendo a análise por ELT comparada com a realizada pela Teoria de Floquet. As conclusões obtidas se equivaleram. Desta feita, a análise local foi estendida para m osciladores acoplados, sendo que se analisou numericamente o acoplamento de até 10 unidades.

Os resultados apontam para os limites dos parâmetros de indutor de acoplamento, e para as inclinações das curvas de decaimento, quais foram:

1. a faixa sugerida para o indutor de acoplamento é de $200\mu\text{H} \leq l_a \leq 3\text{mH}$, como mostrado na Tabela 5.1. Valores maiores que 3mH podem causar uma excessiva demanda por potência reativa pelo indutor de acoplamento. Também, pode tornar a UPS pesada e mais cara. Por outro lado, para valores $l_a \leq 150\mu\text{H}$ o método por curvas de decaimento se torna ineficiente;
2. a faixa sugerida para as inclinações das curvas de decaimento é de $k_w = k_u \leq 1,5\mu$. Valores maiores que $1,5\mu$ podem levar o sistema acoplado à instabilidade.

Ressalta-se que, tanto o passo de integração quanto a constante de suavização tem fundamental influência na estabilidade do acoplamento. Isso se torna preocupação importante na implementação do controle da UPS por microprocessadores digitais.

Observou-se, também, que para alguns valores do indutor de acoplamento e das curvas de decaimento, apesar de estarem na faixa estabilizante em relação ao erro de sincronismo, fazem com que o sistema acoplado apresente uma evolução contínua do ciclo limite até a origem.

É importante mencionar que a análise realizada pela teoria de Floquet exigiu um esforço computacional muito inferior, uma vez que o cálculo dos multiplicadores era realizado apenas na intersecção da trajetória com a seção de Poincaré, ou seja, em apenas um ponto da trajetória síncrona, ao passo que, os ELT foram obtidos a partir da média de 100.000 expoentes, um para cada ponto dessa trajetória.

Por fim, deve-se ressaltar que, a aplicação da teoria de Floquet foi possível devido ao fato do estado de equilíbrio de interesse apresentar forte indicação de periodicidade.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

“Feliz o homem que não procede conforme o conselho dos ímpios, não trilha o caminho dos pecadores, nem se assenta entre os escarnecedores.

Feliz aquele que se compraz no serviço do Senhor e medita sua lei dia e noite.”

Salmos 1, 1–2.

6.1 Introdução

Esse trabalho se propôs a investigar o problema de estabilidade da operação em paralelos de múltiplos osciladores senoidais acoplados por meio de uma rede linear passiva. Esse problema tem direta correlação com um pertinente problema em Engenharia Elétrica, qual é a operação em paralelo, sem comunicação, entre fontes de energia ininterruptas, UPS.

Pode-se representar as UPS por meio de osciladores senoidais, sendo o controle dos parâmetros desse oscilador realizado pelo método de curvas de decaimento. Esses osciladores estão acoplados por meio de um indutor e um resistor de acoplamento, a uma carga resistiva, ou seja, por meio de uma rede linear passiva. Deseja-se que os osciladores estabeleçam sincronismo no fornecimento de potência à carga.

A UPS é foco de estudo da Eletrônica de Potência, que é um campo rico para aplicação e desenvolvimento das diversas técnicas de análise de sistemas não-lineares. Dentre essas, destacam-se as técnicas de sincronismo de sistema dinâmicos, as quais podem ser divididas em análise e em projeto de estruturas de acoplamento sincronizantes.

A análise de estabilidade do paralelismo, sem comunicação, entre fontes de energia é um problema reconhecidamente complexo. Diversos aspectos desse problema têm sido abordados em trabalhos publicados recentemente, em especial, questões como melhora no desempenho em regime transiente, formulação de novas técnicas para paralelismo, resposta a perturbações produzidas por cargas não-lineares.

Entretanto, no que tange a análise de sistemas multi-UPS poucos trabalhos foram encontrados na literatura. Mais raros ainda são aqueles que utilizam análise no tempo, em detrimento da análise em frequência.

Em vista do exposto, este trabalho apresentou três contribuições à área de sincronismo de sistemas dinâmicos, bem como ao supracitado problema de engenharia, sendo elas:

- Análise e síntese das principais técnicas de estabilidade aplicadas ao sincronismo de sistemas dinâmicos mestre-escravo (artigos: Furtado e Tôrres (2005)) e bidirecional com múltiplos osciladores acoplados;
- Uma nova maneira de se implementar a técnica por curvas de decaimento (artigo: (Furtado et al., 2006, 2008));
- Análise de estabilidade para sistema multi-UPS com três até dez unidades acopladas, resultando na obtenção de limites para o indutor de acoplamento, e para as inclinações das curvas de decaimento;

6.2 Discussão sobre as contribuições

6.2.1 Análise e síntese das técnicas de estabilidade aplicadas ao sincronismo

As primeiras técnicas de análise de estabilidade do sincronismo foram baseadas no acoplamento dito mestre-escravo, ou seja, considerando-se apenas dois osciladores, sendo que um não sofre a influência do outro. Motivadas principalmente pela potencial aplicação dos sistemas caóticos na transmissão de informação.

Diversas outras técnicas foram propostas ao longo dessas quase duas décadas de pesquisas em sincronismo, ainda abordando esse tipo de acoplamento, com dois osciladores. Essas técnicas podem ser divididas em Análise Estrutural, e em Análise Numérica (Furtado et al., 2006). Na análise estrutural avalia-se se a estrutura da função de acoplamento é sincronizante. Na análise numérica, a estabilidade local do sistema acoplado, evoluindo suficientemente próximo à variedade de sincronismo, é investigada.

Diferentemente do caso mestre-escravo, ao se considerar o acoplamento bidirecional entre dois osciladores, as técnicas de análise, tanto estrutural quanto numérica, não poderiam ser diretamente aplicadas, pois o erro de sincronismo afeta ambos os sistemas, e não apenas o sistema escravo. Por exemplo, não é possível se obter uma equação variacional do sistema de erro, de forma a possibilitar aplicação da análise numérica. Além disso, a maioria das técnicas desenvolvidas se baseia na seguinte formulação,

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= f(\mathbf{x}_1) + g(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2), \\ \dot{x}_2 &= f(\mathbf{x}_2) + g(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2). \end{cases} \quad (6.1)$$

em que $g(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = K(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)$ e $g(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) = K(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)$, sendo $K \in \mathbb{R}^{n \times n}$ uma matriz de ganhos que, pode ser apenas diagonal. Nesse trabalho, abordou-se o caso em que g é uma função estática não-linear.

Esse cenário se torna mais complexo, quando se considera o caso do acoplamento bidirecional entre mais de dois osciladores. Principalmente, pelo fato da dificuldade de se definir e tratar com um conjunto de variáveis que fosse transversal à variedade de sincronismo de interesse.

É nesse cenário que se insere o sincronismo entre múltiplos osciladores senoidais acoplados por meio de uma rede passiva, objeto de estudo do presente trabalho.

Uma forma de se contornar esses problemas, e tornar possível a análise de estabilidade numérica, é assumir que o estado síncrono é conhecido *a priori*. Nesse caso, o erro de sincronismo, transversal à \mathcal{S} , poderia ser definido como a diferença entre os estados de cada oscilador em relação ao estado síncrono. O primeiro trabalho a utilizar essa abordagem em sincronização foi Xiong et al. (2007), em conjunto com a análise de Floquet.

6.2.2 Nova formulação para as curvas de decaimento

A estratégia de paralelismo por curvas de decaimento foi tratada dentro de uma nova formulação, cuja implementação se tornou mais simplificada e o tempo de resposta em regime transiente passou a depender apenas do tempo de resposta de um filtro passa-baixas (Furtado et al., 2008).

Nesse trabalho utilizou-se um filtro passa-baixas de primeira ordem. Motivado, principalmente pela redução da ordem do modelo. Entretanto, outros filtros de maior ordem podem ser utilizados de forma a reduzir ainda mais o tempo transiente.

Não foi considerada a divisão da potência de distorção. O que possibilitaria uma divisão apropriada da potência para cargas não-lineares. Entretanto, acredita-se que dependendo da relação entre potência ativa e a potência de distorção, essa nova estratégia apresente desempenho satisfatório, pois existem trabalhos em que a potência de distorção não foi considerada e, mesmo assim, obteve-se estabilidade no acoplamento em paralelo (Tuladhar et al., 2000).

Essa nova formulação é factível de ser implementada em controladores digitais. Todavia, a análise de estabilidade do sincronismo ficou mais complexa, uma vez que a estrutura da função de acoplamento se tornou não-linear. Principalmente, pelo fato de se utilizar uma suavização na função secante, o que possibilitou a análise numérica.

6.2.3 Análise de estabilidade de sistemas multi-UPS

A evolução em estado síncrono de osciladores não-caóticos gera um ciclo limite no espaço de estados do sistema acoplado. Ou seja, o estado síncrono é caracterizado por uma trajetória periódica.

Esse é um dos principais elementos que possibilitam a aplicação da análise de Floquet, para se investigar a estabilidade local. Nesse contexto, essa análise é equivalente à análise de estabilidade do mapa de Poincaré, o qual é obtido a partir da intersecção das trajetórias com a seção de Poincaré.

Em comparação com a técnica clássica dos expoentes de Lyapunov Transversais, percebeu-se a similaridade nas conclusões. Entretanto, o ganho computacional e, também, de fundamentação teórica, justifica completamente a análise de estabilidade ser realizada apenas pela estimação e inspeção numérica dos multiplicadores de Floquet, em detrimento aos ELT.

Neste trabalho investigou-se o acoplamento de até dez osciladores, com foco em dois parâmetros importantes: o indutor de acoplamento, e a inclinação das curvas de decaimento. Observou-se que quanto maior o número de osciladores maior deverá ser o indutor de acoplamento. Ao passo que, a inclinação das curvas de decaimento pode ser aumentada.

A análise pode ser estendida a quanto osciladores acoplados se desejar. Entretanto, a matriz de monodromia aumenta de dimensão na ordem de 4 vezes a cada oscilador acrescentado. Ou seja, deve-se ter preocupação com a limitação numérica.

Outra importante observação foi a influência da constante de suavização, bem como do passo de integração na análise de Floquet. Esse problema foi relatado por Wang e Hale (2001), no qual os autores investigam, por meio de uma transformação de Lyapunov-Schmidt, o tamanho do passo crítico a se utilizar em análises numéricas da matriz de monodromia.

Nesse trabalho considerou-se tanto um passo de integração quanto uma constante de suavização que disponibilizasse o maior número de informações ao método de estabilidade. Essas informações podem ser traduzidas em se considerar mais frequências nos sinais. Visto que quanto menor a constante de suavização maior a atenuação da função secante. Da mesma forma, quanto maior o passo de integração menor o número de frequências consideradas.

Os limites obtidos foram validados utilizando simulação de Monte-Carlo do sistema multi-UPS.

6.3 Propostas de Continuidade

Um dos principais frutos de uma pesquisa consiste em apontar direcionamentos para os próximos estágios. A bem da verdade, muitas perguntas sobre o sincronismo de múltiplos osciladores, em especial o paralelismo de fontes de energia, ainda precisam ser respondidas.

Como projetos de continuidade sugere-se os seguintes temas:

- análise da estabilidade global para sistemas multi-UPS, utilizando-se da teoria da passividade e/ou teoria da estabilidade parcial. A Seção 5.3.1 apresenta um estudo preliminar dessa última aplicada a um sistema multi-UPS com dois osciladores. A teoria de passividade poderia complementar esse estudo, no sentido de fornecer embasamento teórico sobre quais condições os osciladores irão dissipar a energia resultante do acoplamento (erro de sincronismo) até convergirem à trajetória síncrona;
- análise da estabilidade para sistemas multi-UPS com unidades não-idênticas. Uma possível abordagem a esse problema poderia partir da teoria de controle robusto, ou seja, obter-se um politopo, tendo-se como base a Eq. (5.3), definido pelos limites de variação paramétrica das UPS. O estudo teria como foco investigar a estabilidade desse politopo;
- análise da estabilidade para sistemas multi-UPS idênticas com cargas não-lineares. Para isso, seria necessário incorporar na estratégia de paralelismo a estimação e divisão da potência de distorção. Além disso, para se proceder as análises matemáticas também seria importante se modelar a carga não-linear padrão, adotada pela norma IEC 62.040-3;
- implementação prática dos sistemas multi-UPS estudados neste trabalho, visando confirmar na prática as análises realizadas e publicação em revista especializada em Eletrônica de Potência.
- aplicar a análise da estabilidade apresentada neste trabalho, na variação do indutor l_f e no capacitor c_f do filtro LC de saída da UPS, parâmetros estes apresentados na Seção 3.5.1, de forma a se obter os limites de seleção dos mesmos que garantam a estabilidade local do sistema multi-UPS.

6.4 Conclusão final

A análise de Floquet, apesar de proposta na década de 60, tem se mostrado uma ferramenta extremamente útil para a análise de estabilidade do sincronismo de múltiplos osciladores não-caóticos.

Os limites paramétricos obtidos, além de validar a utilização da tradicional técnica por curvas de decaimento, possibilitam a utilização de diversas fontes de energia em conjunto, sendo essa a principal motivação do trabalho (Seção 1.3).

A despeito da falta de uma análise em um sistema real, acredita-se que as contribuições e análises realizadas venham a auxiliar e a motivar outros pesquisadores da área de sincronismo e de Eletrônica de Potência.

CLASSIFICAÇÃO E TOPOLOGIAS PARA PARALELISMO DE UPS

“A curiosidade de um mente nobre sinceramente cessa onde o amor pela verdade não a encoraja a ir além e o amor pelo seu semelhante a convida a parar.”

Samuel Taylor Coleridge (1772–1834)

Apresenta-se nesse Apêndice uma classificação para os tipos de UPS, baseada nos elementos que as compõem. Além disso, as principais topologias utilizadas para paralelismo são revistas. Discute-se as vantagens e desvantagens para cada uma delas, bem como uma discussão sucinta sobre a seleção da topologia de paralelismo.

Vale ressaltar que a classificação apresentada a seguir está de acordo com a Norma IEC 62.040–3. É comum encontrar na literatura outras denominações, as quais acarretam dúvidas de interpretação como bem observado por Karve (2000). Essas interpretações são discutidas ao longo da próxima seção.

A.1 Classificação das UPS

As UPS podem ser classificadas como: estáticas, rotacionais e híbridas estáticas /rotacionais. As UPS baseadas em elementos semicondutores são chamadas de estáticas. Tais UPS possuem um espectro de aplicação que abrange principalmente baixas e médias potências¹, e.g. computadores pessoais, equipamentos de suporte à vida, sistemas de telecomunicações. Entretanto, é possível a utilização das mesmas em alta potência. Essas UPS são caracterizadas pela grande eficiência e confiabilidade e, também, pelo baixo THD. Além disso, o uso dessas UPS é limitado a interrupções com tempo médio de 1 a 2 horas. Por outro lado, as desvantagens são o baixo desempenho para cargas não-lineares e não-balanceadas (Hung e McDowell, 1990; Bekiarov e Emadi, 2002).

No caso das UPS rotacionais a principal característica é a presença de partes girantes mecanicamente acopladas, por exemplo, um motor a combustão e um gerador CA

¹Potência solicitada de até 5KVA.

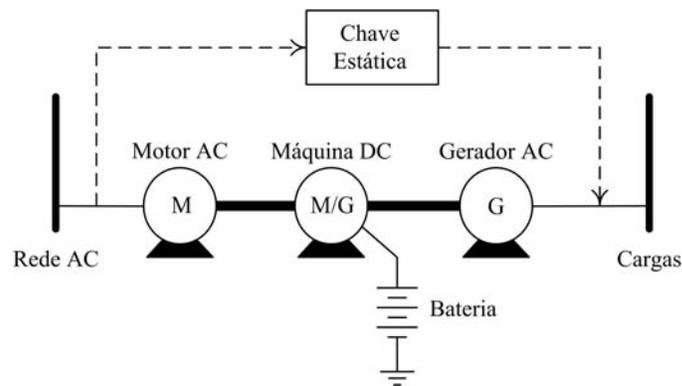


Figura A.1: Diagrama de blocos de uma típica UPS rotacional.

(Hung e McDowell, 1990). A Fig. A.1 ilustra um típico diagrama de blocos para essas UPS. A principal vantagem desse tipo de UPS é a maior confiabilidade, em comparação com as UPS estáticas (Bekiarov e Emadi, 2002), sendo mais utilizadas para interrupções com duração superior a 3 horas e para alta potência², e.g. suporte a equipamentos em plantas petroquímicas (Sachs, 1989). Entretanto, o tamanho e peso, o nível de ruído e a necessidade de manutenção constante limitam o uso de tais UPS.

Por fim, as UPS híbridas estáticas/rotacionais combinam as vantagens de ambas, aumentando a confiabilidade, a regulação da tensão e da frequência de saída (Hung e McDowell, 1990; Windhorn, 1990). A Fig. A.2 apresenta o diagrama de blocos de uma UPS híbrida comumente utilizada.

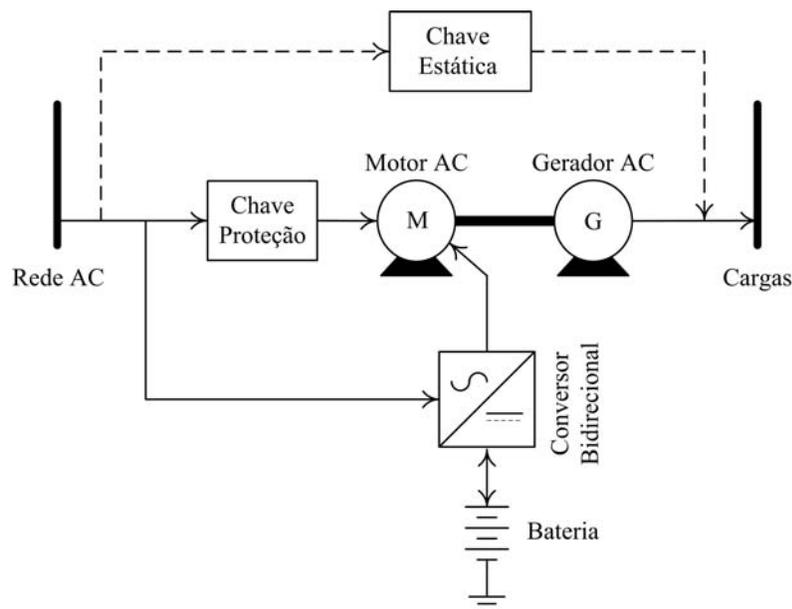


Figura A.2: Diagrama de blocos de uma típica UPS híbrida estática/rotacional.

²Potência superior a 5KVA.

A tendência de maior crescimento de cargas críticas de baixa e média potência, aliado às características físicas, tais como tamanho, peso e frequência de manutenção, e a grande eficiência, têm influenciado a escolha por UPS estáticas em detrimento dos outros dois tipos (Karve, 2000). Além disso, o problema da confiabilidade de UPS estáticas pode ser contornado ao se implementar um sistema multi-UPS.

A.2 Topologias para conexão em paralelo

Nessa seção são apresentadas as principais topologias de conexão em paralelo para sistemas compostos por UPS estáticas. Essas topologias estão em consonância com a norma IEC 62.040 – 3 e podem ser utilizadas para sistemas multi-UPS tanto sem comunicação quanto com comunicação, sendo elas:

1. *Passive standby*;
2. *Line-interactive*;
3. *Double conversion*.

Topologias para UPS rotacionais e UPS híbridas podem ser encontradas em (Bekiarov e Emadi, 2002).

É importante ressaltar que a normalização das topologias ocorreu somente no final da década de 90. Antes disso, os nomes adotados na literatura eram *Off-Line*, *On-Line* e *Line-Interactive*. Contudo, essa nomenclatura não refletia a intuição prática, a qual classifica as topologias de acordo com quem fornece a potência para a carga. Exemplo disso é a topologia *On-Line*, a qual transmite a idéia de que a rede fornece energia diretamente à carga. Isso não é verdade, uma vez que a carga está conectada a um inversor e este a um retificador, que por sua vez, está conectado à rede CA. Logo, quem fornece energia para a carga é o inversor, mesmo na situação de falta da rede CA.

Da mesma forma ocorre para a *Off-Line*, a qual transmite a idéia de que a UPS está fora de operação conjunta com a rede CA. Na realidade, as UPS nessa topologia operam em regime de espera, ou seja, quando identificada alguma falha da rede CA o fornecimento de energia passa a ser provido pela UPS.

A.2.1 Topologia *Passive standby*

As UPS nessa topologia operam em dois modos: normal e fornecimento. No primeiro a energia é fornecida pela rede CA tanto para a carga quanto para o banco de baterias. O segundo é estabelecido quando ocorre uma falha da rede CA ou quando a mesma opera fora dos limites de tolerância, sendo que a energia é fornecida pelo banco de baterias. Uma

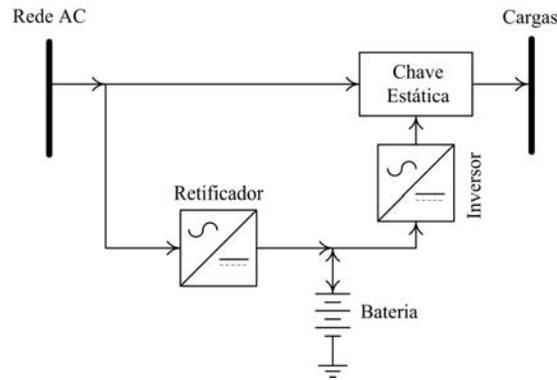


Figura A.3: Diagrama de bloco de uma UPS conectada à carga e à rede principal utilizando-se topologia *on-line*.

estrutura típica para essa topologia é ilustrada na Fig. A.3. A chave estática verifica continuamente a presença da energia provida pela rede CA, dando preferência para a mesma em detrimento daquela provida pelas baterias. Por isso, essa topologia também é conhecida como *Line-preferred* (Kamran e Habetler, 1998; Krishnan e Srinivasan, 1993).

O tempo necessário para que o sistema perceba a falta da rede CA e atue varia entre 2 a 10ms, sendo chamado de tempo de transferência (Coelho, 2000). Isso restringe o uso de tais UPS a aplicações que aceitem interrupções de energia nesse período. O retificador pode ser projetado para uma potência bem inferior à demandada pela carga, uma vez que sua função é carregar o banco de baterias, o que implica na redução de custo e tamanho da UPS. As principais vantagens dessa topologia são:

1. Redução de custo e tamanho;
2. O condicionamento da tensão de saída é simplificado;
3. Possibilidade de sincronismo com a rede tanto na falta quanto no retorno da mesma.

As desvantagens são:

1. Necessidade de tempo de transferência;
2. Baixa regulação de tensão;
3. Baixo desempenho com cargas não-lineares;
4. Não possibilita isolamento entre a carga e a rede CA.

Essa topologia é geralmente utilizada em UPS com potência inferior a 5kVA (Félix, 2003).

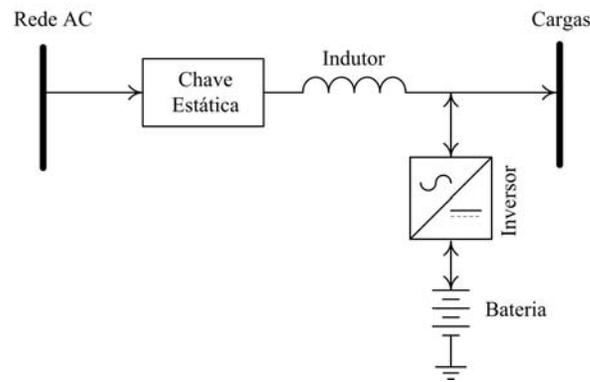


Figura A.4: Diagrama de bloco de uma UPS conectada à carga e à rede principal utilizando-se topologia *Line-interactive*.

A.2.2 Topologia *Line-Interactive*

Nessa topologia as UPS operam em paralelo com a rede CA, possuindo diversos arranjos, um exemplo é mostrado na Fig. A.4. Outro exemplo de arranjo dessa topologia é a *Delta-conversion* (Rathmann e Warner, 1996), na qual é possível se obter fator de potência unitário e uma maior precisão na regulação de tensão em comparação às outras topologias.

Existem três modos de operação para essa topologia: normal, fornecimento e *bypass*. No modo normal a energia para a carga e/ou banco de baterias é fornecida pela rede CA, sendo apenas condicionada pela UPS. Quando ocorre uma falta ou operação fora dos limites de tolerância a UPS inicia o modo de fornecimento, no qual a energia é suprida pelo bando de baterias. Nesse caso, a chave estática desconecta a rede CA de forma a evitar que parte da energia seja transferida para a rede. O modo *bypass* possibilita a manutenção da UPS ou a retirada da mesma em caso de mal funcionamento, transferido a carga para a rede CA.

As principais vantagens são:

1. Maior rendimento, por utilizar apenas um estágio de conversão de energia;
2. Alta regulação de tensão e confiabilidade;
3. Possibilidade de correção do fator de potência (Kamran e Habetler, 1998; Wu e J., 1995);
4. Baixo custo e tamanho, pois o conversor se encarrega tanto de carregar as baterias quanto de suprir energia para a carga quando solicitado.

As desvantagens são:

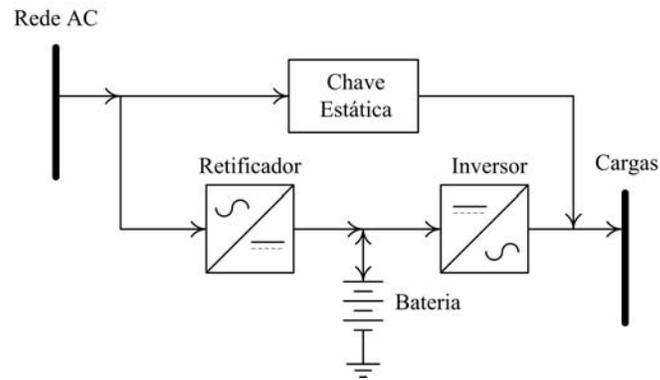


Figura A.5: Diagrama de bloco de uma UPS conectada à carga e à rede principal utilizando-se topologia *on-line*.

1. Dependência do controle com a corrente de entrada e a tensão de saída;
2. Baixo isolamento entre a carga e a rede CA;
3. Existência de um regime transiente quando do acionamento da chave estática, devido ao indutor de acoplamento entre a rede CA e a carga.

A faixa de potência usual para essa UPS vai até 5kVA (Silva, 2001).

A.2.3 Topologia *Double-Conversion*

Nessa topologia, ilustrada na Fig. A.5, a energia é fornecida da rede CA à carga através da UPS. O nome da topologia se deve às duas conversões de energia que ocorrem (Kamran e Habetler, 1998; Krishnan e Srinivasan, 1993; Karve, 2000). Diferentemente do que ocorre na topologia *Passive-standby*, o retificador deve ser projetado para suprir potência maior que a nominal solicitada pela carga (em geral 1,5 vezes maior (Silva, 2001)), pois o mesmo fornece energia também para o banco de baterias. A *Double-Conversion* possui três modos de operação: normal, fornecimento e *bypass*.

Os modos de fornecimento e de *bypass* são iniciados da mesma forma como descrito para a topologia *Line-Interactive*. Vale ressaltar, apenas o modo normal, no qual a energia é fornecida pela rede CA à carga, por meio da dupla conversão CA-CC-CA.

A chave estática aumenta a confiabilidade do sistema, pois pode atuar caso aconteça uma falha no funcionamento da UPS ou uma sobrecarga. Contudo, para se utilizar essa chave estática é necessário que a rede e a tensão fornecida pela UPS estejam em sincronismo de fase.

As principais vantagens são:

1. Não necessita de tempo de transferência;

2. Grande tolerância a variações da tensão de entrada;
3. Alta regulação da tensão de saída com baixa distorção harmônica;

As desvantagens são:

1. Baixa eficiência, devido à dupla conversão;
2. Baixo fator de potência e alto THD na corrente de entrada, sendo necessárias o uso de técnicas de compensação no retificador;
3. Aumento no custo e no tamanho, devido ao retificador e a necessidade se utilizar um circuito de correção do fator de potência (Ho et al., 1997);

Em geral, essa topologia é utilizada em UPS com potência superior a 5kVA (Félix, 2003).

A.3 Seleção do tipo de topologia

A escolha da topologia de UPS depende da relação desempenho versus custo. A medida do desempenho de uma UPS é baseada em três fatores (Bekiarov e Emadi, 2002):

1. Qualidade da tensão de saída;
2. Fator de potência da corrente de entrada;
3. Tempo de transferência.

A qualidade da tensão fornecida pode ser avaliada por meio do THD, o qual deve ficar abaixo de 5%, mesmo para cargas não-lineares ou desbalanceadas, do tempo transiente entre mudanças súbitas de cargas, o qual deve ser o menor possível, e do nível de regulação da tensão de saída. O segundo fator é crítico em UPS para alta potência, as quais devem implementar técnicas de correção de fator de potência (Shimizu et al., 1997; Qiao e Smedley, 2000; Ho et al., 1997), que dependem da topologia escolhida. Por fim, o tempo de transferência deve ser menor possível.

Sob a ótica do desempenho a topologia *Double-Conversion* é superior às outras, seguida pela *Line-Interactive* e, por fim, a *Passive-standby*. Entretanto, apesar das vantagens da *Double-Conversion*, o custo para tal topologia a inviabiliza em muitos casos. Esse cenário é exatamente o contrario para a topologia *Passive-Standby*, a qual apresenta baixo custo, mas desvantagens significativas, tais como tempo de transferência maior que todas as topologias e baixa regulação.

Em geral, UPS para baixa potência (inferior a 2kVA) todas as topologias podem ser utilizadas, em especial a *Passive-Standby* é preferida devido ao baixo custo. UPS para potências médias (entre 2kVA e 10kVA) e altas ($> 10\text{kVA}$) existe uma preferência do mercado acima de 95% pela topologia *Double-Conversion* (Karve, 2000).

CONCEITOS E TÉCNICAS PARA ANÁLISE DE SISTEMAS DINÂMICOS

“Não julgue cada dia pela colheita que você obtém, mas pelas sementes que você planta.”

Robert Louis Stevenson (1850 – 1894)

Nesse Apêndice serão apresentadas duas técnicas para se extrair informações e/ou caracterizar sistemas dinâmicos, sendo elas: os expoentes de Lyapunov e a seção de Poincaré.

Considere um sistema dinâmico n -dimensional, autônomo e não-linear dado por:

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}), \quad (\text{B.1})$$

em que $\mathbf{x}(t, t_0)$, para $t \geq t_0$, representa uma solução ou órbita de (B.1) cujo ponto inicial é $\mathbf{x}(t_0, t_0) = \mathbf{x}$. O conjunto de todas as soluções ou órbitas de (B.1) é denominado fluxo $\phi(\mathbf{x}, t)$.

B.1 Expoentes de Lyapunov - EL

Os Expoentes de Lyapunov são utilizados para se medir a taxa de divergência média de uma órbita $\mathbf{x}(t, t_0)$.

Considere uma hipersfera de raio $\epsilon_0(\mathbf{x}, t_0)$, centrada em \mathbf{x} . À medida que $\mathbf{x}(t, t_0)$ evolui no espaço de estados, a hipersfera se degenera em um hiperelipsoidal cujos comprimentos dos eixos principais $\epsilon_i(\mathbf{x}, t)$ são dados por:

$$\epsilon_i(\mathbf{x}, t) \approx \epsilon_0(\mathbf{x}, t_0) e^{\lambda_i(\mathbf{x}, t) t}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (\text{B.2})$$

em que n representa a dimensão do sistema.

Os valores λ_i , chamados de *Expoentes de Lyapunov*, fornecem a taxa de variação

exponencial desses eixos, os quais são dados por:

$$\lambda_i(\mathbf{x}, t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \lim_{\epsilon_0(\mathbf{x}, t_0) \rightarrow 0} \frac{1}{t} \ln \frac{\epsilon_i(\mathbf{x}, t)}{\epsilon_0(\mathbf{x}, t_0)}.$$

Estes expoentes podem ser utilizados para se caracterizar as soluções de (B.1), por exemplo, para uma solução periódica tem-se pelo menos um EL nulo. O regime dinâmico caótico (Wolf et al., 1985; Príncipe et al., 1992) pode ser caracterizado quando se possui pelo menos um dos EL positivo.

Para sistemas discretos, os EL podem ser estimados utilizando-se:

$$\lambda_i = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m} \log_e \left| \prod_{j=0}^{m-1} \mathbf{J}_f^{\mathbf{x}_j} \right|, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (\text{B.3})$$

sendo que $\{\mathbf{x}_j\}_{j=0}^{m-1}$ denota uma possível solução, partindo-se de uma condição inicial \mathbf{x}_0 , a qual pertence a um subconjunto de pontos do espaço de estado com medida de Lebesgue não-nula (Roman, 1975).

A quantidade $\left| \prod_{j=0}^{N-1} \mathbf{J}_f^{\mathbf{x}_j} \right| \in \mathbb{R}^{n \times n}$ representa o módulo dos autovalores do produto das matrizes Jacobianas do sistema discreto f , calculado em \mathbf{x}_j .

Pode-se obter os EL a partir de dados. Entretanto, o procedimento não é trivial. Existem algoritmos simplificados que estimam o valor do maior expoente (Wolf et al., 1985). Para se estimar todo o espectro de expoentes se faz necessário algoritmos mais sofisticados (Parker e Chua, 1989), os quais evitam problemas, tais como de mal-condicionamento numérico de matrizes.

B.2 Seção de Poincaré

A seção de Poincaré é uma técnica para análise de fluxos contínuos de ordem n a partir de um mapa discreto, chamado de *mapa de Poincaré*, de ordem $n - 1$.

Seja $\mathbf{x}_0(t, t_0)$ uma das órbitas associadas a um fluxo $\phi(\mathbf{x}, t)$ gerado por (B.1). Considere uma hipersuperfície $\mathcal{S} \subset \mathbb{R}^n$ de dimensão $n - 1$, de forma que o fluxo seja transversal a mesma. Se \mathbf{p}_0 for o ponto no qual a órbita $\mathbf{x}_0(t, t_0)$ intercepta \mathcal{S} e $\mathcal{U} \subseteq \mathcal{S}$ uma vizinhança de \mathbf{p}_0 . Então o mapa de Poincaré $\chi : \mathcal{U} \rightarrow \mathcal{S}$ é definido para um ponto $\mathbf{p}_1 \in \mathcal{U}$ como:

$$\chi(\mathbf{p}_1) = \phi(\mathbf{p}_1, t_r), \quad (\text{B.4})$$

em que $t_r = t(\mathbf{p}_1)$ representa o tempo necessário para que a órbita $\mathbf{x}_1(t, t_0)$, que parte de \mathbf{p}_1 , retorne pela primeira vez a \mathcal{S} .

Caso a órbita $x_0(t, t_0)$ seja periódica, então $\mathcal{X}(\mathbf{p}_0) = \mathbf{p}_0$. Ou seja, um ponto fixo na seção representa uma órbita periódica do fluxo. Similarmente uma órbita aperiódica será representada em χ por meio de infinitos pontos ($t \rightarrow \infty$) não coincidentes. Esta é uma maneira de se detectar uma possível ocorrência de regime caótico no sistema (B.1).

No caso de sistemas não-autônomos com excitação periódica de período t_p , a seção de Poincaré pode ser obtida considerando-se a intersecção da trajetória com a hipersuperfície \mathcal{S} , toda vez que t for múltiplo de t_p (Ferrara e Prado, 1994). Esta maneira de se obter a seção de Poincaré é chamada de amostragem estroboscópica.

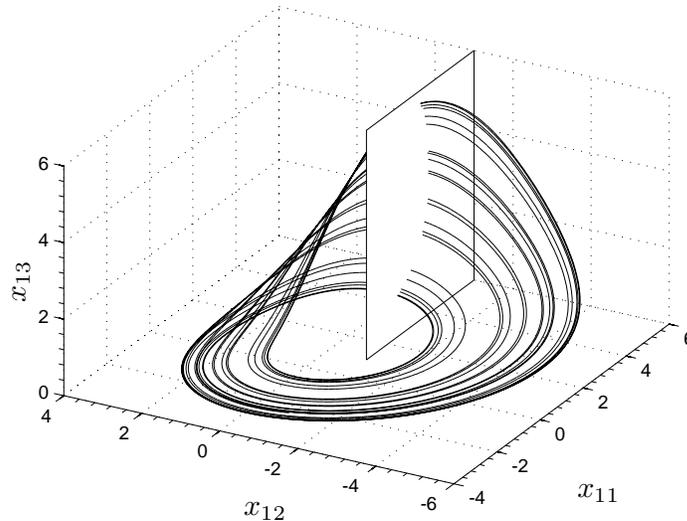


Figura B.1: Exemplo da aplicação de uma seção de Poincaré (dimensão dois) transversal a uma órbita aperiódica (dimensão 3). A seção foi definida de forma perpendicular ao eixo da variável x_{12} .

A Figura B.1 ilustra uma seção de Poincaré aplicada a uma órbita aperiódica.

É importante ressaltar que a estabilidade de uma órbita periódica pode ser investigada considerando-se a vizinhança do ponto de intersecção dessa órbita na seção.

B.3 Conceitos sobre Estabilidade de Sistemas Dinâmicos

Algumas considerações sobre características do campo vetorial são importantes no estudo da estabilidade. Por isso, seguem algumas definições:

Definição 6 *Uma função $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ é chamada Lipschitziana quando existe $\gamma > 0$, chamada de constante de Lipschitz de f , tal que, para quaisquer $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in \mathbb{R}^n$, tem-se $\|f(\mathbf{x}_1) - f(\mathbf{x}_2)\| \leq \gamma \|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2\|$.*

Definição 7 Uma função $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ é crescente, se $(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)^T(f(\mathbf{x}_1) - f(\mathbf{x}_2)) \geq 0$ e estritamente crescente se $(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)^T(f(\mathbf{x}_1) - f(\mathbf{x}_2)) > 0$, para quaisquer $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in \mathbb{R}^n$.

Uma função f é dita *decrecente* se $-f$ é crescente.

Definição 8 Uma função $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ é uniformemente crescente, se existe uma constante $c > 0$ $c \in \mathbb{R}$, tal que, para quaisquer $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in \mathbb{R}^n$, tem-se:

$$(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)^T(f(\mathbf{x}_1) - f(\mathbf{x}_2)) \geq c \|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2\|^2.$$

Uma função f é dita *uniformemente decrecente* se $-f$ é uniformemente crescente.

Definição 9 Uma função $\phi : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ é dita de classe K , ou seja, $\phi \in K$, se for contínua, estritamente crescente e $\phi(0) = 0$.

Definição 10 Uma função $v : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $(t, \mathbf{x}) \rightarrow v(t, \mathbf{x})$ é definida positiva em relação a \mathbf{x} se existir uma função $\phi \in K$ tal que

$$(i) \quad v(t, 0) = 0;$$

$$(ii) \quad v(t, \mathbf{x}) \geq \phi(\|\mathbf{x}\|).$$

Uma função v é dita *negativa definida* se $-v$ é positiva definida.

Definição 11 Uma função $v : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $(t, \mathbf{x}) \rightarrow v(t, \mathbf{x})$ é semi-definida positiva em relação a \mathbf{x} se

$$(i) \quad v(t, 0) = 0;$$

$$(ii) \quad v(t, \mathbf{x}) \geq 0.$$

Uma função v é dita *semi-definida negativa* se $-v$ é semi-definida positiva.

Uma questão de grande interesse na análise de sistemas dinâmicos representados por (2.4) é determinar as condições para que se tenha estabilidade na evolução temporal dos estados. Os conceitos sobre estabilidade são usualmente divididos em duas categorias: estabilidade estrutural e estabilidade de uma solução estacionária. A primeira investiga a robustez da evolução do sistema no espaço de estados para uma perturbação de *parâmetros* da equação diferencial que o define. Na segunda a estabilidade é investigada perturbando-se as *condições iniciais*, sendo que nessa categoria destaca-se a estabilidade no sentido de Lyapunov.

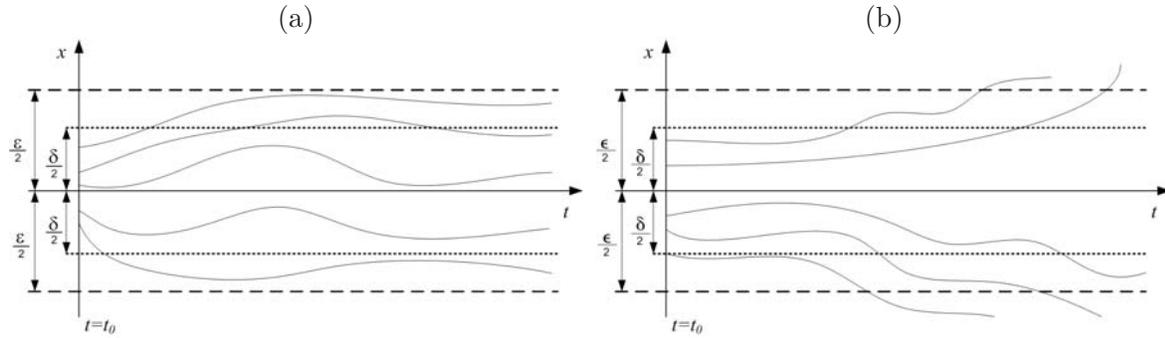


Figura B.2: Ilustração da definição de estabilidade no sentido de Lyapunov: (a) Estabilidade; (b) Instabilidade.

Uma solução $\bar{\mathbf{x}}(t)$ da Eq. (2.2) é dita estável no sentido de Lyapunov, a partir de um instante $t = t_0$, se, para qualquer $\epsilon > 0$, existir $\delta > 0$, tal que qualquer outra condição inicial com $\|\mathbf{x}(t_0) - \bar{\mathbf{x}}(t_0)\| < \delta$ produz $\|\mathbf{x}(t) - \bar{\mathbf{x}}(t)\| < \epsilon$ para todo $t \geq t_0$. Do contrário, $\bar{\mathbf{x}}(t_0)$ é uma solução instável.

Para o caso em que a entrada na Eq. (2.2) é nula, e que $f(t, \mathbf{x}^*, 0) \equiv 0$, para todo $t \in I$ e $\mathbf{x}^* \in \Omega_1$, tem-se que \mathbf{x}^* é um ponto de equilíbrio ou ponto crítico. Um caso especial é quando a origem é um ponto de equilíbrio, ou seja, $\mathbf{x}^* = 0$. Assumindo-se que $\|\cdot\|$ representa a norma euclidiana em \mathbb{R}^n e, que $B_\delta = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \|\mathbf{x}\| < \delta\}$, pode-se definir:

Definição 12 A solução $\mathbf{x}^* = 0$ de (2.2), para $\mathbf{u} \equiv 0$, é dita estável se dado $\epsilon > 0$ e $t_0 \in I$, existe um $\delta > 0$, de forma que para qualquer $\mathbf{x}_0 \in B_\delta$ e $t \in [t_0, \infty[$, a solução $\mathbf{x}(t)$ permanece na região delimitada por $\|\mathbf{x}(t)\| < \epsilon$. Do contrário, a solução $\mathbf{x}^* = 0$ de (2.2), para $\mathbf{u} \equiv 0$, é dita instável.

As Figs. B.2a-b ilustram a definição 12. Soluções iniciadas na região delimitada por B_δ permanecem limitadas, tal que $\|\mathbf{x}(t)\| < \epsilon$, ao passo que no caso instável as soluções iniciadas na mesma região não permanecem limitadas para $t \rightarrow \infty$.

Definição 13 A solução $\mathbf{x}^* = 0$ de (2.2), para $\mathbf{u} \equiv 0$, é dita uniformemente estável, se dado um $\epsilon > 0$, existe um $\delta = \delta(\epsilon)$, de forma que $\|\mathbf{x}(t)\| < \epsilon$, para todo $t_0 \in I$, sempre que $\|\mathbf{x}_0\| < \delta$ e $t \geq t_0$.

Definição 14 A solução $\mathbf{x}^* = 0$ de (2.2), para $\mathbf{u} \equiv 0$, é dita atrativa se, para cada $t_0 \in I$ existe um $\eta = \eta(t_0)$, e para cada $\epsilon > 0$, com $\|\mathbf{x}_0\| < \eta$, existe $\sigma(t_0, \epsilon, \mathbf{x}_0) > 0$, tal que $\|\mathbf{x}(t)\| \leq \epsilon$ para todo $t \geq t_0 + \sigma$.

Definição 15 A solução $\mathbf{x}^* = 0$ de (2.2), para $\mathbf{u} \equiv 0$, é dita uniformemente atrativa se, para algum $\eta > 0$, e cada $\epsilon > 0$, existe $\sigma(\epsilon) > 0$, tal que $\|\mathbf{x}(t)\| \leq \epsilon$, para $\|\mathbf{x}_0\| < \eta$, e $t \geq t_0 + \sigma$, sendo $t_0 \in \mathbb{I}$.

Definição 16 A solução $\mathbf{x}^* = 0$ de (2.2), para $\mathbf{u} \equiv 0$, é assintoticamente estável se ela é estável e atrativa.

Definição 17 A solução $\mathbf{x}^* = 0$ de (2.2), para $\mathbf{u} \equiv 0$, é globalmente assintoticamente estável se ela é estável, e globalmente atrativa. Globalmente atrativa significa que $\exists \sigma(t_0, \epsilon)$ tal que $\|\mathbf{x}(t)\| \leq \epsilon$, para todo $t \geq t_0 + \sigma$.

Por simplicidade, quando a entrada no sistema for nula, o campo vetorial será representado como $f(\mathbf{x})$ ou $f(t, \mathbf{x})$, respectivamente para o caso autônomo e não-autônomo.

Se o ponto de equilíbrio é assintoticamente estável, a resposta transitória do sistema a uma pequena perturbação converge para o ponto quando $t \rightarrow \infty$. Nesse caso o ponto de equilíbrio é considerado um atrator, e o conjunto de todas as condições iniciais que convergem para ele é designado de bacia de atração.

No caso do ponto de equilíbrio ser estável tem-se que a resposta para uma pequena perturbação transitória permanecerá pequena para $t \rightarrow \infty$. Por outro lado, se o ponto de equilíbrio for instável tem-se um repulsor, ou seja, as órbitas iniciadas suficientemente próximas a ele serão repelidas. Contudo, vale lembrar que se a condição inicial for exatamente o ponto de equilíbrio, e não havendo outras perturbações externas ao sistema, a evolução permanecerá inalterada, mesmo o ponto sendo classificado como repulsor. No decorrer do trabalho será utilizado o termo estável no sentido de estabilidade assintótica.

A estabilidade local de um ponto de equilíbrio para sistemas não-lineares autônomos pode ser investigada avaliando-se o comportamento do sistema dinâmico linearizado, por meio de expansão em série de Taylor do campo vetorial, na vizinhança desse ponto. A matriz resultante da linearização é chamada matriz Jacobiana. O procedimento consiste em se obter os autovalores do Jacobiano calculado nos pontos de equilíbrio. Se os autovalores não tiverem parte real nula, pode-se caracterizar a estabilidade local do ponto de equilíbrio por meio deles.

Considere uma função v definida positiva e um ponto p na superfície dessa função. O gradiente de v nesse ponto é dado por:

$$v_{\perp} = \left[\frac{\partial v}{\partial x_1} \quad \cdots \quad \frac{\partial v}{\partial x_n} \right].$$

A variação de v em relação a tempo é dada por:

$$\begin{aligned}\dot{v} = \frac{dv}{dt} &= \frac{\partial v}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \dots + \frac{\partial v}{\partial x_n} \dot{x}_n, \\ &= \dot{\mathbf{x}}^T \cdot \mathbf{v}_\perp,\end{aligned}\tag{B.5}$$

em que $\dot{\mathbf{x}}^T = [\dot{x}_1 \dots \dot{x}_n]$ representa a velocidade da evolução dos estados. Observa-se pela Eq. (B.5) que a variação ao longo do tempo da função v é dada pelo produto interno do vetor velocidade do campo vetorial pelo gradiente dessa função em um dado ponto. Três casos podem ocorrer, para um dado ponto no espaço de estados:

1. $\dot{v} < 0$: o ângulo entre o vetor gradiente e o vetor velocidade é obtuso, ou seja, existe tendência de decréscimo de v ;
2. $\dot{v} = 0$: o ângulo entre os vetores é reto, ou seja, a trajetória do sistema é tangente à superfície $v = \text{constante}$;
3. $\dot{v} > 0$: o ângulo entre o vetor gradiente e o vetor velocidade é agudo, ou seja, existe tendência de crescimento de v .

O resultado resumido no Teorema 1 é conhecido como método direto de Lyapunov, o qual investiga a estabilidade assintótica de um sistema por meio da obtenção de uma função v , também chamada de função auxiliar ou função de Lyapunov.

Uma interpretação para v é considerá-la como a função que contabiliza a energia armazenada em um sistema dinâmico. Nesse caso, a Eq. (B.5) representa a variação da energia armazenada no sistema. Se tal derivada for sempre negativa, o sistema sempre dissipará energia.

Teorema 1 (Lyapunov (1907)) *Se existir uma função \mathcal{C}^1 $v : I \times \Omega_1 \rightarrow \mathbb{R}$ tal que, para funções $\phi_1, \phi_2 \in K$, e para todo $(t, \mathbf{x}) \in I \times \Omega_1$:*

$$(i) \ v(t, \mathbf{x}) \geq \phi_1(\|\mathbf{x}\|);$$

$$(ii) \ v(t, 0) = 0;$$

$$(iii) \ \dot{v}(t, \mathbf{x}) < -\phi_2(\|\mathbf{x}\|).$$

Então a origem $\mathbf{x} = 0$ é um ponto de equilíbrio uniformemente estável.

Em muitos casos obter uma função de Lyapunov para o sistema é uma tarefa árdua e nem sempre bem sucedida. Para tanto, outros resultados matemáticos foram apresentados com o objetivo de relaxar as hipóteses do Teorema 1.

Uma abordagem considera que v é definida positiva e que após expandir \dot{v} em uma série de potência de MacLaurin, eliminando-se termos de mais alta ordem, a função resultante é definida negativa para valores de \mathbf{x} suficientemente próximos à origem (Merkin, 1996, pag. 26 a 29).

Outra abordagem é considerar que v é positiva definida mas \dot{v} é semi-definida negativa, em que $\dot{v} = 0$ para um conjunto de pontos Ω_1 e $\dot{v} < 0$ para valores fora de Ω_1 . As condições requeridas para aplicação dessa abordagem são que o conjunto Ω_1 não contenha trajetórias completas do sistema, e que $\lim_{\mathbf{x} \rightarrow \infty} v(\mathbf{x}) = \infty$. Esse resultado é denominado Teorema de Barbashin-Krasovsky (Merkin, 1996).

B.3.1 Análise de Estabilidade Parcial

Em diversas situações no sincronismo entre sistemas dinâmicos deseja-se que apenas um dos possíveis subsistemas do sistema original tenha estabilidade assintótica da origem. Nesses casos o objetivo consiste em investigar estabilidade parcial do sistema em relação a um subconjunto de variáveis de estado.

Considere que o campo vetorial f possa ser decomposto em outros dois $f_1 : I \times \Omega_1 \times \Omega_2 \rightarrow \mathbb{R}^n$ e $f_2 : I \times \Omega_1 \times \Omega_2 \rightarrow \mathbb{R}^m$, sendo Ω_1 e Ω_2 domínios de \mathbb{R}^n e \mathbb{R}^m , respectivamente. Além disso, assumindo-se que $f_1(t, 0, 0) = f_2(t, 0, 0) = 0$, e que tanto f_1 quanto f_2 são suaves, de forma que por qualquer ponto de $I \times \Omega_1 \times \Omega_2$ passe uma, e somente uma, solução para o sistema:

$$\dot{\mathbf{x}} = f(t, \mathbf{x}) \Rightarrow \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 &= f_1(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2), \\ \dot{\mathbf{x}}_2 &= f_2(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2), \end{cases} \quad (\text{B.6})$$

em que $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1^T \quad \mathbf{x}_2^T]^T$, com $\mathbf{x}_1 \in \mathbb{R}^n$ e $\mathbf{x}_2 \in \mathbb{R}^m$.

Nesse caso, Rumiantsev (1957) apresentou um resultado que garante a estabilidade uniforme da origem $\mathbf{x} = 0$, em relação a um dos conjuntos de variáveis \mathbf{x}_1 ou \mathbf{x}_2 . Entretanto, em muitos casos de sincronismo entre dois sistemas dinâmicos deseja-se investigar a estabilidade da origem de um dos subsistemas $\mathbf{x}_1 = 0$ ou $\mathbf{x}_2 = 0$, ou seja, o problema de estabilidade parcial é visto sob a ótica da estabilidade de uma posição de equilíbrio parcial.

Definição 18 *A posição de equilíbrio parcial $\mathbf{x}_1 = 0$ ($\mathbf{x}_2 = 0$) do sistema (B.6) é:*

- (i) *Estável para valores grandes de $\|\mathbf{x}\|$ se, para $\epsilon > 0$, $t_0 \in I$ e $k > 0$ arbitrários, é possível encontrar $\delta(\epsilon, t_0, k) > 0$ de forma que para qualquer condição inicial $\mathbf{x}_{1_0} \in B_\delta$ ($\mathbf{x}_{2_0} \in B_\delta$) e $t \in [t_0, \infty[$, a solução que contenha essa condição inicial permaneça na região delimitada por $\|\mathbf{x}_1(t)\| < \epsilon$ ($\|\mathbf{x}_2(t)\| < \epsilon$);*

(ii) *Assintoticamente estável para valores grandes de $\|\mathbf{x}\|$, se for estável para valores grandes de $\|\mathbf{x}\|$ sendo possível, também, encontrar $\gamma(t_0, k) > 0$ e $t_0 \in I$ arbitrários de forma que $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}_1(t) = 0$ ($\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}_2(t) = 0$) para qualquer solução de (B.6) com $\mathbf{x}_{1_0} \in B_\gamma$ ($\mathbf{x}_{2_0} \in B_\gamma$), e $\|\mathbf{x}_0\| < k$.*

Vorotnikov (2002) demonstrou a equivalência entre a noção de estabilidade parcial da origem $\mathbf{x} = 0$ e a estabilidade de uma posição de equilíbrio parcial. Além disso, apresentou o seguinte resultado.

Teorema 2 (Vorotnikov (2002)) *Se existir uma função $v : I \times \Omega_1 \times \Omega_2 \rightarrow \mathbb{R}$, de classe \mathcal{C}^1 , e uma função $w : I \times \Omega_1 \rightarrow \mathbb{R}^n$, de classe também \mathcal{C}^1 , com $w(t, 0) \equiv 0$, tal que para alguma função $\phi \in k$ na região,*

$$t \geq 0, \quad \|\mathbf{x}_2\| + \|w(t, \mathbf{x})\| \leq k, \quad \|\mathbf{x}_1\| < \infty, \quad (\text{B.7})$$

são satisfeitas as condições

$$(i) \quad v(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \geq \phi(\|\mathbf{x}_2\| + \|w(t, \mathbf{x})\|);$$

$$(ii) \quad v(t, \mathbf{x}_1, 0) \equiv 0;$$

$$(iii) \quad \dot{v}(t, \mathbf{x}) \leq 0.$$

Então, a posição de equilíbrio parcial $\mathbf{x}_2 = 0$ do sistema (B.6) é estável para grandes valores de $\|\mathbf{x}_0\|$.

O Teorema 2 relaxa a condição exigida pelo Teorema 1, principalmente pelo fato de especificar uma bacia de atração (Eq. (B.7)) para a condição estável da posição de equilíbrio parcial.

B.3.2 Análise de Estabilidade aplicada a Sistemas Periódicos

Alguns resultados sobre estabilidade são aplicáveis a sistemas representados na forma de Lur'e (Eq. (2.5)) e, também, sistemas dinâmicos que apresentam resposta periódica, ou seja, $f(t, \mathbf{x}) = f(t + t_p, \mathbf{x})$ sendo t_p o período. A seguir são apresentados aqueles de maior interesse para este trabalho.

Teorema 3 (Yoshizawa (1966)) *Se $f(t, \mathbf{x})$ na Eq.(2.2) for independente ou periódica com relação ao tempo, então a estabilidade da origem implica estabilidade uniforme, e estabilidade assintótica implica estabilidade assintótica uniforme.*

Teorema 4 *Se todos os autovalores da matriz A , em (2.5), possuírem parte real negativa, e se*

$$\frac{\|g(t, \mathbf{x})\|}{\|\mathbf{x}\|} \rightarrow 0, \quad \mathbf{x} \rightarrow 0, \quad (\text{B.8})$$

uniformemente para $t \in I$, então a origem é uniformemente assintoticamente estável.

É importante mencionar que não existe nenhuma extensão do Teorema 4 para o caso em que a matriz A varia como uma função contínua do tempo. Ademais, existem contra-exemplos em que a origem é instável para sistemas lineares do tipo $\dot{\mathbf{x}} = A(t)\mathbf{x}$, mesmo se, para qualquer t , a parte real dos autovalores de $A(t)$ for estritamente negativa (Rouche et al., 1977).

Entretanto, se $A(t)$ for periódica, ou seja, $A(t) = A(t + t_p)$, então as condições mencionadas no Teorema 4 são aplicáveis. A desvantagem do Teorema 4 e de sua extensão para A periódica é o fato do mesmo não fornecer uma estimativa da bacia de atração para a origem (Rouche et al., 1977).

Outro método utilizado para o estudo da estabilidade de trajetórias periódicas é chamado de *Análise de Floquet*. Considere o sistema linear n -dimensional variante no tempo dado por,

$$\dot{\mathbf{x}} = A(t)\mathbf{x}, \quad (\text{B.9})$$

o qual admite n soluções linearmente independentes, que podem ser usadas como vetores coluna da matriz $X(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, a qual é chamada de matriz fundamental do sistema. Essa matriz não é única, pois depende das condições iniciais.

Definição 19 *Seja $X(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ qualquer matriz fundamental de (B.9). Nesse caso a matriz*

$$\Phi(t, t_0) := X(t)X^{-1}(t_0),$$

é chamada de matriz de transição de estados de (B.9), a qual representa a única solução para

$$\frac{\partial \Phi(t, t_0)}{\partial t} = A(t)\Phi(t, t_0),$$

com condição inicial $\Phi(t_0, t_0) = \Phi(t, t) = I$, sendo I a matriz identidade n -dimensional.

É possível provar que a solução para Eq. (B.9) é dada por $\mathbf{x}(t) = \Phi(t, t_0)\mathbf{x}_0$ (Chen, 1998). Para o caso de sistemas periódicos, existe um mapeamento entre as matrizes de transições de estado, após transcorrido um dado período, descrito por:

$$\Phi(t + t_p, t_0) = \Phi(t, t_0)M,$$

em que $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é chamada de matriz monódroma e os autovalores de M são os multiplicadores característicos de Floquet. Além disso, $M = \Phi(t_p, 0)$.

A vantagem da abordagem de Floquet consiste no fato de que é possível realizar uma transformação de equivalência considerando $\bar{\mathbf{x}} = P(t)\mathbf{x}$ e $\dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \dot{P}(t)\mathbf{x} + P(t)\dot{\mathbf{x}}$, de maneira que o sistema escrito na forma (B.9) se torna

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}} = A_0\bar{\mathbf{x}},$$

ou seja, um sistema com parâmetros variantes no tempo se torna um sistema com parâmetros constantes, sendo

$$P(t) = e^{A_0 t X^{-1}(t)}. \quad (\text{B.10})$$

A_0 é uma matriz constante que pode ser obtida a partir da matriz monódroma, considerando-se $M = e^{A_0 t_p}$.

A desvantagem da abordagem por Floquet é o fato de que nem sempre é possível determinar analiticamente uma matriz de transição de estados para o sistema em questão.

Para o caso de sistemas não-lineares, a estabilidade de uma solução periódica $\mathbf{x}_p(t)$ pode ser investigada linearizando-se o sistema ao longo da mesma, ou seja,

$$\delta\dot{\mathbf{x}} = D_f(\mathbf{x})|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_p} \delta\mathbf{x}, \quad (\text{B.11})$$

em que $D_f(\mathbf{x})|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_p}$ representa a matriz Jacobiana de f calculada para valores da solução periódica. Como $\mathbf{x}_p(t)$ é periódica, também o serão os coeficientes da matriz Jacobiana. O período pode ser obtido analisando-se o mapa obtido a partir de uma seção de Poincaré (Apêndice B) no espaço de estados do sistema.

EXPRESSÕES PARA ANÁLISE DO SINCRONISMO ENTRE UPS

“Nenhuma batalha jamais foi ganha sem o poder do entusiasmo.”

John Lord O’Brian (1874 – 1974)

Nesse Apêndice serão apresentados o desenvolvimento da equação de referência senoidal, bem como um critério de aplicado na análise de positividade (ou negatividade) de funções.

C.1 Obtenção da equação de referência senoidal

Considere o sinal de referência dado por,

$$\begin{aligned} u_n(t) &= u_{0r} \text{sen}(\omega t) - \frac{k_u}{2} \left(p_{\text{inst}}(t) - 2p_{\text{ag}} \text{sen}^2(\omega t) \right) \left(\frac{k^2 \cos(\omega t)}{1 + k^2 \cos^2(\omega t)} \right), \\ &= u_{0r} \text{sen}(\omega t) + \frac{k_u k^2}{2} \left[\frac{2p_{\text{ag}} \text{sen}^2(\omega t) - p_{\text{inst}}(t)}{1 + k^2 \cos^2(\omega t)} \right] \cos(\omega t). \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

Seja

$$\begin{aligned} a_1 &= u_{0r}, \\ a_2 &= \frac{k_u k^2}{2} \left[\frac{2p_{\text{ag}} \text{sen}^2(\omega t) - p_{\text{inst}}(t)}{1 + k^2 \cos^2(\omega t)} \right], \end{aligned}$$

nesse caso tem-se que,

$$\begin{aligned} \rho &= \sqrt{a_1^2 + a_2^2}, \\ \theta &= \tan^{-1} \left(\frac{a_2}{a_1} \right), \end{aligned}$$

assim,

$$\begin{aligned}
u_n(t) &= \rho \cos(\theta) \text{sen}(\omega t) + \rho \text{sen}(\theta) \cos(\omega t), \\
&= \rho \text{sen}(\omega t + \theta), \\
&= \sqrt{u_{0r}^2 + \left\{ \frac{k_u k^2}{2} \left[\frac{2p_{\text{ag}} \text{sen}^2(\omega t) - p_{\text{inst}}(t)}{1 + k^2 \cos^2(\omega t)} \right] \right\}^2} \\
&\quad \times \text{sen} \left(\omega t + \sqrt{\frac{k_u k^2}{2u_{0r}} \left[\frac{2p_{\text{ag}} \text{sen}^2(\omega t) - p_{\text{inst}}(t)}{1 + k^2 \cos^2(\omega t)} \right]} \right), \tag{C.2}
\end{aligned}$$

em que $\omega = \omega_{0r} - k_\omega p_{\text{ag}}$.

C.2 Critério de Sylvester

Considere uma função contínua $V : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ dada por,

$$v(w, \mathbf{e}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} e_i e_j + \sum_{i=1}^n c_i e_i w, \tag{C.3}$$

em que $c_{ij}, c_i \in \mathbb{R}$ são os coeficientes dos monômios de v e $n \in \mathbb{N}$ representa o número de monômios.

A forma quadrática em (C.3) é positiva definida se a matriz de coeficientes:

$$E = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & \dots & c_{2n} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & \dots & c_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & c_{n3} & \dots & c_{nn} \end{bmatrix}, \tag{C.4}$$

cujas n menores são:

$$\Delta_1 = c_{11}, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{vmatrix}, \quad \dots, \quad \Delta_n = \begin{vmatrix} c_{11} & \dots & c_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & \dots & c_{nn} \end{vmatrix}, \tag{C.5}$$

obedecer o critério $\Delta_1 > 0, \Delta_2 > 0 \dots \Delta_n > 0$.

Para o caso de se avaliar se V é negativa definida, basta verificar $-V$. Nesse caso, o critério de Sylvester se resume em:

- $\Delta_i < 0$ para i par;
- $\Delta_i > 0$ para i ímpar.

BIBLIOGRAFIA

- Abarbanel, H. D. I., Rulkov, N. F., e Sushchik, M. M. (1996). Generalized synchronization of chaos: the auxiliary system approach. *Physical Review E*, 53(5):4528–4535.
- Achour, L., Letellier, C., Cuvelier, A., e Muir, J. F. (2004). Synchronization in mechanical ventilation: a dynamical approach. In *Proceedings of the 8th Experimental Chaos Conference ECC*, Florença, Itália.
- Aguirre, L. A. (2004). *Introdução à identificação de sistemas: técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais*. Editora UFMG, Belo Horizonte, MG, Brasil, 2a edição.
- Aguirre, L. A., Furtado, E. C., e Tôrres, L. A. B. (2006). Evaluation of dynamical models: Dissipative synchronization and other techniques. *Physical Review E*, 74(066203):1–16.
- Akagi, H., Kanazawa, Y., e Nabae, A. (1983). Generalized theory of the instantaneous reactive power in three-phase circuits. In *Proceedings of the International Power Electronics Conference - IPEC*, páginas 1375–1386, Tokyo, Japão.
- Akagi, H., Kanazawa, Y., e Nabae, A. (1984). Instantaneous reactive power compensators comprising switching devices without energy storage components. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 1A-20(3):625–630.
- Andrade, B. G. (2005). Contribuição ao controle e paralelismo de UPS. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - Centro de Pesquisa e Desenvolvimento em Engenharia Elétrica.
- Ashwin, P., Buescu, J., e Stewart, I. (1994). Bubbling of attractors and synchronisation of chaotic oscillators. *Physics Letters A*, 193(2):126–139.
- Baillieu, J., Brocket, R. W., e Washburn, R. B. (1980). Chaotic motion in nonlinear feedback systems. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 27(11):990–997.
- Bekiarov, S. B. e Emadi, A. (2002). Uninterruptible power supplies: classification, operation, dynamics, and control. In *Proceedings of Applied Power Electronics Conference and Exposition - APEC*, volume 1, páginas 597–604.

- Blakely, J. N. e Gauthier, D. J. (2000). Experimental investigation of high-quality synchronization of coupled oscillators. *Chaos*, 10(3):738–744.
- Boccaletti, S., Kurths, J., Osipov, G., Valladares, D. L., e Zhou, C. S. (2002). The synchronization of chaotic systems. *Physics Reports*, 366(1-2):1–101.
- Bowong, S. e McClintock, P. V. E. (2006). Adaptive synchronization between chaotic dynamical systems of different order. *Physics Letters A*, 358(2):134–141.
- Brockett, R. W. e Wood, J. R. (1984). Understanding power converter chaotic behavior mechanisms in protective and abnormal modes. Proceedings of the 11th Annual International Power Electronics Conference - POWERCON.
- Brown, R. e Kocarev, L. (2000). A unifying definition of synchronization for dynamical systems. *Chaos*, 10(2):344–349.
- Brown, R. e Rulkov, N. (1997). Synchronization of chaotic systems: transverse stability of trajectories in invariants manifolds. *Chaos*, 7(3):395–413.
- Brown, R., Rulkov, N. F., e Tracy, E. R. (1994). Modeling and synchronizing chaotic systems from time-series data. *Physical Review E*, 49(5):3784–3800.
- Carroll, T. L. e Pecora, L. M. (1993). Synchronizing nonautonomous chaotic circuits. *IEEE Transactions on Circuits and Systems - II: Analog and Digital Signal Processing*, 40(10):646–650.
- Chandorkar, M. C. (1995). *Distributed Uninterruptible Power Supply Systems*. Tese de Doutorado, University of Winsconsin-Madison.
- Chen, C. T. (1998). *Linear System Theory and Design*. Oxford University Press, 3a edição.
- Chen, J. F. e Chu, C. L. (1995). Combination voltage-controlled and current-controlled PWM inverters for UPS parallel operation. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 10(5):547–558.
- Chen, Y. K., Wu, Y. E., Wu, F., T., e Ku, C. P. (2003). ACSS for paralleled multi-inverter systems with DSP-based robust controls. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 39(3):1002–1015.
- Cheng, Y. J. e Kenneth, K. (2006). A novel communication strategy for decentralized control of paralleled multi-inverter systems. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 21(1):148–156.
- Chiang, S. J., Yen, Y., e Chang, K. T. (2001). A multimodule parallelable series-connected PWM voltage regulator. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 48(3):506–516.

- Chow, T. W. S. e Yam, Y. F. (1994). Measurement and evaluation of instantaneous reactive power using neural networks. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 9(3):1253–1260.
- Chua, L. O., Wu, C. W., Huang, A., e Zhong, G. Q. (1993a). A universal circuit for solving and generating chaos-Part I: Routes to chaos. *IEEE Transactions on Circuits and Systems - I: Fundamental, Theory and Applications*, 40(10):732–744.
- Chua, L. O., Wu, C. W., Huang, A., e Zhong, G. Q. (1993b). A universal circuit for solving and generating chaos-Part II: Strange attractors. *IEEE Transactions on Circuits and Systems - I: Fundamental, Theory and Applications*, 40(10):745–761.
- Coelho, E. A. A. (2000). *Técnicas de Controle Aplicadas ao Paralelismo de Inversores*. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Minas Gerais, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - Centro de Pesquisa e Desenvolvimento em Engenharia Elétrica.
- Coelho, E. A. A., Cortizo, P. C., e Garcia, P. F. D. (2002). Small-signal stability for parallel-connected inverters in stand-alone AC supply systems. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 38(2):533–542.
- Creveling, D. R., Jeanne, J. M., e Abardanel, H. D. I. (2008). Parameter estimation using balanced synchronization. *Physics Letters A*, 372(12):2043–2047.
- Curran, P. F., Suykens, J. A. K., e Chua, L. O. (1997). Absolute stability theory and master-slave synchronization. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 7(12):2891–2896.
- Deane, J. H. B. e Hamill, D. C. (1990). Instability, subharmonics and chaos in power electronic systems. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 5(3):260–268.
- Deane, J. H. B. e Hamill, D. C. (1991). Chaotic behaviour in current-mode controlled DC-DC convertor. *Electronics Letters*, 27(13):1172–1173.
- Di Bernardo, D., Signorini, M. G., e Cerutti, S. (1998). A model of two nonlinear coupled oscillators for study of heartbeat dynamics. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 8(10):1975–1985.
- Duane, G. S. D., Dongchuan, Y., e Kocarev, L. (2007). Identical synchronization, with translation invariance, implies parameter estimation. *Physics Letters A*, 371(5–6):416–420.
- Emanuel, A. E. (1990). Powers in nonsinusoidal situations a review of definitions and physical meaning. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 5(3):1377–1389.

- Fairney, W. (1994). Reactive power – real or imaginary? *Power Engineering Journal*, 8(2):69 – 75.
- Félix, C. H. F. (2003). Controle digital de uma UPS trifásica. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - Centro de Pesquisa e Desenvolvimento em Engenharia Elétrica.
- Femat, R., Kocarev, L., Gerven, L. V., e Pérez, M. E. M. (2005). Towards generalized synchronization of strictly different chaotic systems. *Physical Letters A*, 342:247–255.
- Femat, R. e Ramírez, J. A. (1997). Synchronization of a class of strictly different chaotic oscillators. *Physics Letters A*, 236:307–313.
- Ferrara, N. F. e Prado, C. P. C. (1994). *Caos - Uma introdução*. Editora Edgard Blücher, 1a edição.
- Fink, K. S., Johnson, G., Carroll, T., e Pecora, L. (2000). Three coupled oscillators as a universal probe of synchronization stability in coupled oscillator arrays. *Physical Review E*, 61(5):5080–5090.
- Freitas, U. S., Macau, E. E. N., e Grebogi, C. (2005). Using geometric control and chaotic synchronization to estimate an unknown model parameter. *Physical Review E*, 71:047203.
- Fujisaka, H. e Yamada, T. (1983). Stability theory of synchronized motion in coupled-oscillator systems II - The mapping approach. *Progress of Theoretical Physics*, 70(5):1240–1248.
- Furtado, E. C. (2004). Validação via sincronismo de modelos identificados: Aplicação à estrutura NARMAX polinomial. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - Centro de Pesquisa e Desenvolvimento em Engenharia Elétrica.
- Furtado, E. C., Aguirre, L. A., e Tôrres, L. A. B. (2006). Modelagem e sincronização de duas UPS acopladas. In *Anais do XVI Congresso Brasileiro de Automática*, Salvador, BA, Brasil.
- Furtado, E. C., Aguirre, L. A., e Tôrres, L. A. B. (2008). UPS parallel balanced operation without explicit estimation of reactive power - a simpler scheme. *IEEE Transactions on Circuits and Systems – II: Express Briefs*, 55(10):1061–1065.
- Furtado, E. C. e Tôrres, L. A. B. (2005). Formas de acoplamento na sincronização de osciladores caóticos mestre e escravo. In *4o DINCON - Congresso Temático de Dinâmica, Controle e Aplicações*, Bauru, SP, Brasil.

- Galias, Z. (1999). Local transversal Lyapunov exponents for analysis of synchronization of chaotic systems. *International Journal of Circuit Theory and Applications*, 27(6):589–604.
- Garcia, C. (2005). *Modelagem e simulação de processos industriais e de sistemas eletromecânicos*. Editora USP, São Paulo, São Paulo, 2a edição.
- Gauthier, D. J. e Biefang, J. C. (1996). Intermittent loss of synchronization in coupled chaotic oscillators: Toward a new criterion for high quality synchronization. *Physical Review Letters*, 77(9):1751–1754.
- Gibbes, A. M. (2000). Measurement of reactive power using a 90° reference and a wattmeter. In *Proceedings of Conference on Precision Electromagnetic Measurements Digest*, páginas 43–44, Sidney, Austrália.
- Grassi, G. e Mascolo, S. (1997). Nonlinear observer design to synchronize hyperchaotic systems via a scalar signal. *IEEE Transactions on Circuits and Systems - I: Fundamental Theory and Applications*, 44(10):1011–1014.
- Guerrero, J., de Vicuna, L., Matas, J., Miret, J., e Castilla, M. (2004). A high-performance DSP-controller for parallel operation of online UPS systems. In *Proceedings of the 9th IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition - APEC*, volume 1, páginas 463–469.
- Guerrero, J. M., Berbel, N., Vicuña, L. G., Matas, J., e Mirer, J. (2006). Droop control method for the parallel operation of online uninterruptible power systems using resistive output impedance. In *Proceedings of the 21st IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition - APEC*, páginas 1716–1722.
- Guerrero, J. M., de Vicuña, L. G., Matas, J., e Miret, J. (2002). Steady-state invariant-frequency control of parallel redundant uninterruptible power supplies. In *Proceedings of the 28th IEEE Industrial Electronics Conference - IECON*, volume 1, páginas 274–277.
- Guerrero, J. M., Vicuna, L. G., Matas, J., Castilla, M., e Miret, J. (2005). Output impedance design of parallel-connected UPS inverters with wireless load-sharing control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 52(4):1126–1135.
- Hadji, H. G. E., Orou, J. B. C., e Wofo, P. (2008). Synchronization dynamics in a ring of four mutually coupled biological systems. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 13(7):1361–1372.
- Haken, H. (1983). At least one Lyapunov exponent vanishes if the trajectory of an attractor does not contain a fixed point. *Physics Letters A*, 94(2):71–72.
- Hamil, D. C. e Jefferies, D. J. (1988). Subharmonics and chaos in a controlled switched-mode power converter. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 35(8):1059–1061.

- Hamill, D. C. (1995). Power electronics: a field rich in nonlinear dynamics. In *Workshop on Nonlinear Dynamics of Electronic Systems*, Dublin, Irlanda.
- Hao, P., Zanzi, W., e Jianye, C. (2007). A measuring method of the single-phase AC frequency, phase, and reactive power based on the hilbert filtering. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 56(3):918–923.
- Hasler, M. (1998). Synchronization of chaotic systems and transmission of information. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 8(4):647–659.
- Hayes, S., Grebogi, C., e Ott, E. (1993). Communicating with caos. *Physical Review Letters*, 70(20):3031–3034.
- He, R. e Vaidya, P. G. (1992). Analysis and synthesis of synchronous periodic and chaotic systems. *Physical Review A*, 46(12):7387–7392.
- Ho, J. W., Lio, J. B., e Feng, W. S. (1997). Economic UPS structue with phase-controlled battery charger and input-power-factor improvement. *IEE Proceedings Electric Power Applications*, 144(4):221–226.
- Holtz, J. e Werner, K. H. (1990). Multi-inverter UPS system with redundant load sharing control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 37(6):506–513.
- Hsieh, G. C. e Hung, J. C. (1996). Phase-locked loop techniques – A survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 43(06):609 – 615.
- Hua, C. C., Liao, K. A., e Lin, J. R. (2002). Parallel operation of inverters for distributed photovoltaic power supply systems. In *Proceedings of IEEE 33rd Annual Power Electronics Specialists Conference - PESC*, volume 4, páginas 1979–1983, Cairns, Austrália.
- Hung, W. W. e McDowell, W. A. (1990). Hybrid UPS for standby power systems. *Power Engineering Journal*, 4(6):281–291.
- IEEE Standard - 1459-2000 (2000). Trial-use standard definitions for the measurement of electric power quantities under sinusoidal, nonsinusoidal, balanced, or unbalanced conditions.
- Illing, L., Bröcher, J., Kocarev, L., Parlitz, U., e Abarbanel, H. D. I. (2002). When are synchronization errors small? *Physical Review E*, 66(3):036229.1–036229.8.
- Isidori, A. (1989). *Nonlinear Control Systems*. Springer-Verlag, 2a edição.
- Iu, H. H. C. e Tse, C. K. (2001). Bifurcation behavior in parallel-connected buck converters. *IEEE Transactions on Circuits and Systems - I: Fundamental Theory and Applications*, 48(2):233–240.

- Jiang, G. P., Tang, W. K. S., e Chen, G. (2003). A simple global synchronization criterion for coupled chaotic systems. *Chaos, Solitons and Fractals*, 15(5):925–935.
- Junge, L. e Parlitz, U. (2001). Synchronization using dynamic coupling. *Physical Review E*, 64(5):055204.1–055204.4.
- Kamran, F. e Habetler, I. G. (1998). A novel on-line UPS with universal filtering capabilities. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 13(3):366–371.
- Karve, S. (2000). Three of a kind. *IEE Review*, 46(2):27–31.
- Kawabata, T. e Higashino, S. (1988). Parallel operation of voltage source inverters. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 24(2):281–287.
- Kennedy, M. P. e Chua, L. O. (1986). Van der Pol and chaos. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 33(10):974–980.
- Kocarev, L. e Parlitz, U. (1996). Generalized synchronization, predictability and equivalence of unidirectionally coupled dynamical systems. *Physical Review Letters*, 76(11):1816–1819.
- Kresimir, J. (1998). Invariant manifolds and synchronization of coupled dynamical systems. *Physical Review Letters*, 80(14):3053–3056.
- Krishnan, R. e Srinivasan, S. (1993). Topologies for uninterruptible power supplies. In *Proceedings of IEEE International Symposium on Industrial Electronics - ISIE*, páginas 122–127, Budapest, Hungría.
- Li, S., Xu, W., Li, R., e Zhao, X. (2007). A general method for chaos synchronization and parameters estimation between different systems. *Journal of Sound and Vibration*, 302(4–5):777–788.
- Liao, T. L. (1998). Adaptive synchronization of two Lorenz systems. *Chaos, Solitons and Fractals*, 9(9):1555–1561.
- Linsay, P. S. (1981). Period doubling and chaotic behavior in a driven anharmonic oscillator. *Physical Review Letter*, 47(19):1349–1352.
- Liu, Y., Xing, Y., Huang, L., e Hirachi, K. (2003). A novel distributed control scheme for parallel operation of UPS. In *The 29th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics - IECON*, volume 1, páginas 668–672.
- Lorenz, E. (1963). Deterministic nonperiodic flows. *Journal of Atmospheric Sciences*, 20:130–141.

- Lyapunov, A. M. (1907). Problème général de la stabilité du mouvement. *Annales de la faculté des sciences de Toulouse (Traduzido de um artigo publicado em Comm. Soc. Math. Kharkow, 1893)*, 9:203 – 474.
- Macau, E. E. N., Grebogi, C., e Lai, Y. C. (2002). Active synchronization in nonhyperbolic hyperchaotic systems. *Physical Review E*, 65(027202):1–4.
- Makoto, I., Wu, C. W., e Chua, L. O. (1997). Communication systems via chaotic signals from a reconstruction viewpoint. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 7(2):275–286.
- Marinho, C. M. P., Macau, E. E. N., e Yoneyama, T. (2005). Chaos over chaos: A new approach for satellite communication. *Acta Astronautica*, 57(2):230–238.
- Matsumoto, T. (1984). A chaotic attractor from chua’s circuit. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 31(12):1055–1058.
- Matsumoto, T., Chua, L. O., e Komuro, M. (1985). The double scroll. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 32(8):797–818.
- Merkin, D. R. (1996). *Introduction to the Theory of Stability*, volume 24. Springer-Verlag, Nova York, NY, EUA.
- Millerioux, G. (1997). Chaotic synchronization conditions based on control theory for systems described by discrete piecewise linear maps. *Physica D*, 7(7):1635–1649.
- Mohan, N., Undeland, T. M., e Robbins, W. P. (1995). *Power electronics: converters, applications and design*. John Wiley and Sons, Nova York, NY, 2a edição.
- Mohanty, P. (2005). Nano-oscillators get it together. *Nature*, 437(15):325–326.
- Montagnier, P., Paige, C. C., e Spiteri, R. J. (2003). Real floquet factors of linear time-periodic systems. *Systems and Control Letters*, 50(4):251–262.
- Monteiro, L. H. A. (2002). *Sistemas Dinâmicos*. Editora Livraria da Física, São Paulo, SP, 1a edição.
- Ngueuteu, G. S. M., Yamapi, R., e Wofo, P. (2008). Effects of higher nonlinearity on the dynamics and synchronization of two coupled electromechanical devices. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 13(7):1213–1240.
- Nijmeijer, H. (2001). A dynamical control view on synchronization. *Physica D*, 154(3-4):219–228.
- Nijmeijer, H. e Mareels, M. Y. (1997). An observer looks at synchronization. *IEEE Transactions on Circuits and Systems - I: Fundamental Theory and Applications*, 10(44):882–890.

- Oshima, H., Miyazaya, Y., e Hirata, A. (1991). Parallel redundant UPS with instantaneous PWM control. In *Proceedings of 13th International Telecommunications Energy Conference - INTELEC*, páginas 436–442, Kyoto, Japão.
- Parker, T. S. e Chua, L. O. (1989). *Practical numerical algorithms for chaotic systems*. Springer Verlag.
- Parlitz, U. (1996). Estimating model parameters from time series by autosynchronization. *Physical Review E*, 76(8):1232–1235.
- Parlitz, U., Junge, L., e Kocarev, L. (1996). Synchronization-based parameter estimation from time series. *Physical Review E*, 54(6):6253–6259.
- Pecora, L. M., Carroll, T., e Heagy, J. (1998). Master stability functions for synchronized coupled systems. *Physical Review Letters*, 80(10):2109–2112.
- Pecora, L. M. e Carroll, T. L. (1990). Synchronization in chaotic systems. *Physical Review Letters*, 64(8):821–824.
- Pecora, L. M., Carroll, T. L., Johnson, G. A., e Mar, D. J. (1997). Fundamentals of synchronization in chaotic systems, concepts, and applications. *Chaos*, 7(4):520–541.
- Peng, P. H., Ding, E. J., Ding, M., e Yang, W. (1996). Synchronizing hyperchaos with a scalar transmitted signal. *Physical Review Letters*, 76(6):904–907.
- Pikovsky, A., Rosenblum, M., e Kurths, J. (2001). *Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Sciences*, volume 12. Cambridge Nonlinear Science.
- Principe, J. C., Rathie, A., e Kuo, J. M. (1992). Prediction of chaotic time series with neural networks and the issue of dynamic modeling. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2(4):986–996.
- Qiao, C. e Smedley, K. M. (2000). A topology survey of single-stage power factor corrector with a boost type input-current-shaper. In *15th IEEE Applied Power Electronics Conference - APEC*, páginas 460–467.
- Rahmat, M. K., Jovanovic, S., e Kwok, L. L. (2006). Reliability estimation of uninterruptible power supply systems: Boolean truth table method. In *Proceedings of 28th International Telecommunications Energy Conference - INTELEC*, páginas 1–6, Providence, RI, EUA.
- Rathmann, S. e Warner, H. A. (1996). New generation UPS technology, the delta conversion principle. In *Proceedings of Industry Applications Conference*, volume 4, páginas 2389–2395, San Diego, Califórnia, EUA.

- Roman, P. (1975). *Some modern mathematics for physicists and other outsiders*. Pergamon Press, New Jersey, EUA.
- Rosenblum, M. G., Pikovsky, A. S., e Kurths, J. (1996). Phase synchronization of chaotic oscillators. *Physical Review Letters*, 76(11):1804–1807.
- Rosenblum, M. G., Pikovsky, A. S., e Kurths, J. (1997). From phase to lag synchronization in coupled chaotic oscillators. *Physical Review Letters*, 78(22):4193–4196.
- Rouche, N., Habets, P., e Laloy, M. (1977). *Stability theory by Liapunov's direct method*, volume 22 of *Applied Mathematical Sciences*. Springer-Verlag, Nova York, NY, EUA.
- Ruelle, D. e Takens, F. (1971). On the nature of turbulence. *Communications in Mathematical Physics*, 20(3):167–192.
- Rulkov, N. F., Sushchik, M. M., e Tsimring, L. S. (1995). Generalized synchronization of chaos in directionally coupled chaotic systems. *Physical Review E*, 51(2):980–994.
- Rumiantsev, V. V. (1957). *On the stability of a motion in a part of variables*. Vestnik Moskov. Univ.
- Ryan, M. J., Brumsickle, W. E., e Lorenz, R. D. (1997). Control topology options for single-phase UPS inverters. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 33(2):493–501.
- Ryan, M. J. e Lorenz, R. D. (1995). A high performance sine wave inverter controller with capacitor current feedback and “back-emf” decoupling. In *Proceedings of The 26th Power Electronics Specialists Conference - PESC*, volume 1, páginas 507–513, Atlanta, GA, EUA.
- Sachs, K. (1989). Dynamic or static: the role of dynamic UPS in the growing world of static systems. In *Proceedings of the 11th Telecommunications Energy Conference - INTELEC*, volume 2, páginas 14.3/1–14.3/8, Florença, Itália.
- Santos, A. M., Lopes, S. R., e Viana, R. L. (2004). Rhythm synchronization and chaotic modulation of coupled Van der Pol oscillators in a model for the heartbeat. *Physica A*, 338(3–4):335–355.
- Santos Filho, R. M. (2007). Contribuição ao controle digital do paralelismo sem comunicação de sistemas de energia. Texto de Qualificação de doutorado. Universidade Federal de Minas Gerais. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - Centro de Pesquisa e Desenvolvimento em Engenharia Elétrica.
- Santos Filho, R. M., Seixas, P. F., Cortizo, P. C., Tôres, L. A. B., e Souza, A. F. (2008). Comparison of three single-phase PLL algorithms for UPS applications. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 55(8):2923–2932.

- Sarasola, C., Torrealdea, F. J., d'Anjou, A., Moujahid, A., e Graña, M. (2003). Nonzero error synchronization of chaotic systems via dynamic coupling. *Physica D*, 177(1–4):39–49.
- Sato, E. K. e Kawamura, A. (2003). Theoretical and experimental verification of independent control for parallel-connected multi-UPSs. In *Proceedings of the 25th International Telecommunications Energy Conference - INTELEC*, páginas 485–492, Yokohama, Japão.
- Sato, E. K. e Kawamura, A. (2005a). Decentralized control for redundant parallelism of uninterruptible power supplies with different ratings using only current sensors. In *Proceedings of the IEEE 36th Power Electronics Specialists Conference - PESC*, páginas 2823–2829, Recife, PE, Brasil.
- Sato, E. K. e Kawamura, A. (2005b). High reliability and high performance parallel-connected UPS system with independent control. In *Proceedings of the 27th International Telecommunications Energy Conference - INTELEC*, páginas 389–394, Berlim, Alemanha.
- Schneider, F. (1989). Reliability of uninterruptible power supply systems. In *Proceedings of the 11th International Telecommunications Energy Conference - INTELEC*, volume 2, páginas 14.4/1 – 14.4/7, Florença, Itália.
- Shimizu, T., Fujita, T., Kimura, G., e Hirose, J. (1997). A unity power factor PWM rectifier with DC ripple compensation. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 44(4):447–455.
- Silva, S. A. O. (2001). *Sistemas de Energia Ininterrupta Line interactive Trifásicos com Compensação Ativa de Potência Série e Paralela*. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Minas Gerais, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - Centro de Pesquisa e Desenvolvimento em Engenharia Elétrica.
- Siri, K. e Lee, C. Q. (1990). Current distribution control of converters connected in parallel. In *Proceedings of IEEE Industry Applications Society*, volume 2, páginas 1274–1280, Seattle, WA, EUA.
- Solis-Perales, G., Ayala, V., Klieman, W., e Femat, R. (2003). Complete synchronizability of chaotic systems: a geometric approach. *Chaos*, 13(2):495–501.
- Sprott, J. C. (1994). Some simple chaotic flows. *Physical Review E*, 50(2):R647–R650.
- Stevenson Jr., W. D. (1986). *Elementos de análise de sistemas de potência*. McGraw-Hill, São Paulo, SP, 2a edição.
- Strogatz, S. H. (2003). *Sync: The Emerging Science of Spontaneous Order*. Hyperion Books, Nova York, NY, 1a edição.

- Sun, X., Lee, Y. S., e Xu, D. (2003). Modeling, analysis, e implementation of parallel multi-inverter systems with instantaneous average-current-sharing scheme. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 18(3):844–856.
- Sun, Y. J. (2002). Global stabilizability of uncertain systems with time-varying delays via dynamic observer-based output feedback. *Linear algebra and its applications*, 353(1–3):91 – 105.
- Tamasevicius, A. e Cenys, A. (1997). Synchronizing hyperchaos with a single variable. *Physical Review E*, 55(1):297–299.
- Tôrres, L. A. B. (2001). *Controle e sincronismo de osciladores caóticos*. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Minas Gerais, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - Centro de Pesquisa e Desenvolvimento em Engenharia Elétrica.
- Tôrres, L. A. B. e Aguirre, L. A. (2004). Information transmission by controlling nonlinear oscillators. *Physica D*, 196(3–4):387–406.
- Tôrres, L. A. B. e Aguirre, L. A. (2005). PCCHUA-a laboratory setup for real-time control and synchronization of chaotic oscillations. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 15(8):2349–2360.
- Trehan, N. K. (2000). Impact of failure of uninterruptible power supplies on nuclear power generating stations. In *Proceedings of the 35th Energy Conversion Engineering Conference and Exhibit*, volume 2, páginas 741–746, Las Vegas, NV, EUA.
- Tse, C. K. (1994). Flip bifurcation and chaos in 3-state boost switching regulators. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 41(1):16–23.
- Tse, C. K. e Chan, W. C. Y. (1995). Chaos from a current-programmed cuk converter. *International Journal of Circuit Theory and Applications*, 23(3):217–225.
- Tse, C. K. e Di Bernardo, M. (2002). Complex behavior in swithing power converters. *Proceedings of IEEE*, 90(5):768–781.
- Tuladhar, A., Jin, H., Unger, J., e Mauch, K. (1997). Parallel operation of single phase inverter modules with no control interconnections. In *Proceedings of the IEEE 12th Applied Power Electronics Conference and Exposition - APEC*, volume 1, páginas 94–100.
- Tuladhar, A., Jin, H., Unger, T., e Mauch, K. (2000). Control of parallel inverters in distributed AC power systems with consideration of line impedance effect. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 36(1):131–138.

- Udwaia, F. E. e von Bremen, H. F. (2001). Computation of Lyapunov characteristic exponents for continuous dynamical systems. *Zeitschrift für angewandte mathematik und physik (ZAMP)*, 53(1):123–146.
- Ueda, Y. e Akamatsu, N. (1981). Chaotically transitional phenomena in the forced negative-resistance oscillator. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 28(3):217–224.
- Vidyasagar, M. (2002). *Nonlinear systems analysis. Classics in Applied Mathematics, N. 42*. Society for Industrial and Applied Mathematics - SIAM.
- Vorotnikov, V. I. (2002). Two classes of partial stability problems: unification of the notions and common conditions of solvability. *Doklady Physics*, 47(5):377–381.
- Wallace, K. e Mantov, G. (1999). Wireless load sharing of single phase telecom inverters. In *Proceedings of the IEEE 21st International Telecommunications Energy Conference - INTELEC*, Copenhagen, Dinamarca.
- Wang, X. e Hale, J. K. (2001). On monodromy matrix computation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190(18):2263–2275.
- Watanabe, E. H. e Aredes, M. (1998). Teoria de potência ativa e reativa instantânea e aplicações – filtros ativos e FACTS. In *Anais do XII Congresso Brasileiro de Automática - CBA*, volume 1, páginas 81–122, Uberlândia, MG, Brasil.
- Watanabe, E. H., Stephan, R. M., e Aredes, M. (1993). New concepts of instantaneous active and reactive powers in electrical systems with generic loads. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 8(2):697–703.
- Windhorn, A. (1990). A hybrid static/rotary UPS system. In *Proceedings of the Applied Power Electronics Conference and Exposition - APEC*, páginas 422–427, Los Angeles, CA, EUA.
- Wolf, A., Swift, J. B., Swinney, H. L., e Vastano, J. A. (1985). Determining Lyapunov exponents from a time series. *Physica D*, 16(3):285–317.
- Wu, C. W. (2002). *Synchronization in coupled chaotic circuits and systems*, volume 41. World Scientific.
- Wu, C. W. e Chua, L. O. (1994). A unified framework for synchronization and control of dynamical systems. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 4(4):979–998.
- Wu, C. W. e Chua, L. O. (1995a). Application of kronecker products to the analysis of system with uniformlinear coupling. *IEEE Transactions on Circuits and Systems - I: Fundamental theory and applications*, 42(10):775–778.

- Wu, C. W. e Chua, L. O. (1995b). Synchronization in an array of linearly coupled dynamical systems. *IEEE Transactions on Circuits and Systems - I: Fundamental theory and applications*, 42(8):430–447.
- Wu, C. W., Zhong, G. Q., e Chua, L. O. (1996). Synchronizing nonautonomous chaotic systems without phase-locking. *Journal of Circuits, Systems and Computers*, 6(3):449–474.
- Wu, J. C. e J., H. L. (1995). A new UPS scheme provides harmonic suppression and input power factor correction. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 42(6):629–635.
- Wu, T. F., Chen, Y. K., e Huang, Y. H. (2000). 3C strategy for inverters in parallel operation achieving an equal current distribution. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 47(2):273–281.
- Wu, X., Guan, Z. H., e Wu, Z. (2008). Adaptive synchronization between two different hyperchaotic systems. *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications*, 68(5):1346–1351.
- Xiong, X., Hong, S., Wang, J., e Gan, D. (2007). Synchronization rate of synchronized coupled systems. *Physica A*, 385(2):689–699.
- Yoon, W. K. e Devaney, M. J. (2000). Reactive power measurement using the wavelet transform. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 49(2):246–252.
- Yoshizawa, T. (1966). *Stability theory by Lyapunov's second method*, volume 9. The Mathematical Society of Japan, Tokyo, Japão.
- Yuan, G., Banerjee, S., Ott, E., e Yorke, J. A. (1998). Border-collision bifurcation in the buck converter. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 45(7):707–716.
- Zhou, J. (2007). Floquet factorization algorithms in linear continuous-time periodic systems. In *Proceeding of International Conference on Instrumentation, Control and Information Technology*, páginas 2955–2959, Takamatsy, Japão.
- Zhou, T., Lü, J., Chen, G., e Tang, Y. (2002). Synchronization stability of three chaotic systems with linear coupling. *Physics Letters A*, 301(3–4):231–240.