



Universidade Federal de Minas Gerais
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Inversores Entrelaçados Aplicados a Sistemas de Energia Ininterrupta

Sergio Alejandro Díaz Contreras

Dissertação submetida à banca examinadora designada pelo Colegiado do programa da Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Porfírio Cabaleiro Cortizo, Dr. Ing.
Co-Orientador: Prof. Rubens dos Santos Filho, Dr. E.E.

Belo Horizonte, junho de 2010

Agradecimentos

Agradeço à Universidade Federal de Minas Gerais por ter me aceitado no seu programa de Pós-Graduação, a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior CAPES pelo apoio econômico.

Aos meus orientadores o professor Porfirio Cabaleiro Cortizo e o professor Rubens dos Santos Filho pela paciência, ajuda e conhecimentos que recebi deles neste período de estudos. Especialmente ao professor Rubens quem embora estivesse muito ocupado com a defesa da sua tese me ajudou enormemente em todos os passos deste trabalho. Agradeço também aos professores do GEP. Especialmente ao professor Marcos Severo pela ajuda no desenvolvimento do algoritmo de controle no DSP, e ao professor Seleme Isaac pela colaboração na modelagem do sistema.

À família Sinisterra Cortés pela abundante ajuda que recebi, e sem os quais não teria nem começado estes estudos. A minha família toda por acreditar em mim e pelo carinho e apoio apesar da distância.

Agradeço a Deus por ter me dado a oportunidade de chegar até aqui.

Resumo

O paralelismo é uma técnica comumente utilizada para aumentar a potência dos conversores para lidar com as limitações atuais da tecnologia de semicondutores. Além disso, se corretamente aplicado, o paralelismo pode gerar mais vantagens do que somente o aumento da potência. Assim, a conexão em paralelo de módulos inversores com os seus sinais de controle entrelaçados apresenta vantagens como uma redução dos *ripples* da corrente e da tensão de saída, o que permite diminuir o tamanho dos elementos passivos ou a redução da frequência de chaveamento. Porém, apresenta problemas na distribuição das correntes nos módulos em paralelo e gera correntes que não contribuem com a corrente de saída.

O trabalho apresenta um estudo do entrelaçamento de inversores em meia ponte, no qual são mostradas as vantagens e desvantagens do entrelaçamento mediante simulações e demonstrações analíticas. Além disso, é modelado e testado um inversor entrelaçado de dois braços com uma potência de 4kVA cada braço. A modelagem e projeto dos controladores são feitas no tempo discreto, e o controle é feito num processador digital TMS320F2812. O controle é feito mediante realimentação com controladores do tipo Proporcional Integral para controlar a distribuição das correntes e a tensão de saída. Adicionalmente é usado um controlador repetitivo para levar a THD até limites aceitáveis. Os resultados obtidos mostram que o método utilizado controla a distribuição da corrente sem alterar consideravelmente as características do entrelaçamento.

Este trabalho apresenta como contribuição as demonstrações analíticas das características e problemas do entrelaçamento de inversores. Isto porque na literatura revisada estas propriedades somente são mencionadas fornecendo apenas resultados de simulação ou experimentais. Assim, neste trabalho é analisado o cancelamento de harmônicos na tensão de saída, a corrente de circulação (composição harmônica, comportamento e expressão matemática) e as ondulações das grandezas num inversor entrelaçado de dois braços com acoplamento magnético entre os dois braços.

Abstract

The parallelism is a commonly used technique to increase the power of the converters in order to overcome with the current limitations of the semiconductor technology. Besides, if correctly applied, the parallelism is able to grant more advantages than just the augmentation of the power of the converter. In this way, the parallel connection of inverter modules, by interleaving their control signals gives advantages like ripple reduction in the output current and voltage, allowing reducing the size of the passive elements or reducing the switching frequency. Nevertheless, this connection is sensitive to disequilibrium in the currents distribution, and generates cross-currents.

This work is a study of the interleaving of half-bridge inverters; the advantages and disadvantages of the interleaving are shown by means of simulations and analytical demonstrations. Besides, this work shows the modeling and testing process of a two arm interleaved inverter with 4kVA each arm. The modeling and design of the controllers were done in the discrete time frame, and the controller was implemented in a TMS320F2812 digital processor. The system control was done with feedback by using a set of PI controllers in order to ensure the currents distribution and the regulation of the output voltage. Also, a repetitive controller was used to take the THD to acceptable limits. The obtained results show that the used methodology controls the currents distribution without altering considerably the interleaving characteristics.

This work presents as a contribution the analytic demonstration of the characteristics and drawbacks of the interleaved inverters because in the literature that was found, the properties of this parallelism are only mentioned and shown by means of simulations or experimental results. So, in this work is performed a mathematic analysis of the harmonic cancellation in the output voltage, of the cross-current (its harmonic composition, its behavior and its mathematic expression) and of the ripples that appear in a two-leg interleaved inverter using magnetic coupling.

Sumário

Sumário	1
Introdução	3
Capítulo 1 Conexões em paralelo.....	6
1.1 Componentes em paralelo	6
1.2 Inversores em paralelo.....	8
1.3 Conclusões.....	10
Capítulo 2 Inversores entrelaçados	11
2.1 Topologia.....	11
2.2 Sinais de modulação	12
2.3 Espectro harmônico da tensão de saída	14
2.4 Dimensionamento elétrico dos elementos passivos.....	19
2.4.1 Ondulação da corrente de saída	19
2.4.2 Ondulação da tensão de saída V_C	23
2.4.3 Frequência de ressonância do filtro LC.....	24
2.5 Dinâmica do conversor em malha aberta	25
2.6 Equilíbrio das correntes nos braços do inversor.....	27
2.7 Correntes de circulação entre os braços do inversor	31
2.7.1 Análise da corrente de circulação baseada no espectro harmônico.....	32
2.8 Estratégias de controle da corrente em conversores entrelaçados.....	36
2.8.1 Melhoria da distribuição de corrente por acoplamento magnético.....	37
2.8.2 Melhoria da distribuição da corrente por filtros passivos.....	42
2.9 Diminuição do ripple da corrente nos braços	44
2.10 Soluções para diminuir a corrente de circulação em inversores em paralelo	45
2.11 Conclusões.....	46
Capítulo 3 Projeto do inversor entrelaçado	48
3.1 Especificação dos componentes	48
3.1.1 Dimensionamento dos elementos	48
3.2 Controle do inversor	49
3.2.1 Modelagem do inversor	49
3.2.2 Projeto dos controladores instantâneos	56
3.2.3 Resultados de simulação com o controle instantâneo	71
3.2.4 Projeto da malha de controle da tensão de saída (controle repetitivo).....	73
3.2.5 Resultados de simulação com o controle repetitivo	76
3.2.6 Distribuição das correntes nos braços	81
3.3 Conclusões.....	85
Capítulo 4 Implementação e resultados experimentais	87
4.1 Implementação do controle no DSP	87
4.1.1 Entrelaçamento dos sinais de controle.....	88
4.1.2 Efeito dos ganhos dos sensores no controle	90
4.2 Resultados obtidos.....	92
4.2.1 Entrelaçamento das correntes dos braços	92
4.2.2 Distribuição das correntes nos braços	96
4.2.3 Diferenças entre os sinais de controle dos braços	98
4.2.4 Distorção harmônica total na tensão de saída.....	99

4.2.5	Corrente de circulação	103
4.2.6	Rendimento do conversor	105
4.3	Resultados com um indutor acoplando os braços	110
4.4	Conclusões	114
Capítulo 5	Conclusões gerais e propostas de continuidade	117
Capítulo 6	Anexos	121
6.1	Ondulação da corrente e tensão de saída em inversores entrelaçados	121
6.1.1	Ondulação da corrente de saída do inversor	121
6.1.2	Ondulação da corrente e tensão no capacitor de filtro C_f	125
6.2	Espectro harmônico da tensão de saída do inversor de meia ponte	127
6.3	Controle repetitivo	137
6.3.1	Estabilidade	138
6.3.2	Taxa de convergência	139
6.3.3	Erro em regime permanente	140
6.3.4	Projeto	141
6.3.5	Problemas	143
6.4	Especificações da Carga Não-Linear segundo a norma IEC62040-3	144
Capítulo 7	Apêndices	146
7.1	Circuito equivalente do inversor entrelaçado	146
7.2	Espectro harmônico da tensão de saída de um inversor entrelaçado	147
7.3	Controlador PI com aproximação à integral tipo Forward Euler	149
7.4	Análise de um inversor entrelaçado de dois braços com acoplamento magnético	152
7.4.1	Cálculo do ripple da corrente de saída i_T e da tensão de saída v_C	152
7.4.2	Cálculo do ripple da corrente nos braços do inversor	153
7.4.3	Modelagem do inversor	157
7.5	Rotina de software para o cálculo do valor eficaz da corrente de circulação	163
Referências	165
Lista de símbolos	168

Introdução

O crescimento da eletrônica trouxe muitas vantagens em todas as áreas, mas de forma indireta produziu novos problemas para as empresas de distribuição de energia elétrica. Há alguns anos a preocupação das empresas com respeito à qualidade da energia fornecida estava focada, sobretudo na continuidade do serviço oferecido e no controle da frequência e da amplitude da tensão fornecida [22]. Nessa época as cargas eram em boa parte lineares, e a forma de onda das grandezas elétricas era senoidal e somente ocorriam variações de fase e de amplitude. Atualmente devido ao incremento das cargas eletrônicas, as formas de onda das grandezas elétricas são deformadas. Assim, a qualidade da energia fornecida pelas concessionárias é afetada por cargas não lineares que aumentam a distorção harmônica e o número de inter-harmônicos presentes na tensão da rede elétrica, aumentando a interferência eletromagnética e reduzindo o fator de potência da instalação. Outros fatores também afetam a qualidade da energia elétrica, tais como interrupções momentâneas do fornecimento de energia, subtensões momentâneas (*sag*), sobretensões momentâneas (*swell*), oscilações de baixa frequência (*flicker*), descontinuidades (*notches*) e transitórios eletromagnéticos [22].

Para controlar a qualidade de energia existem várias normas e recomendações que limitam o conteúdo harmônico que os equipamentos podem inserir na rede elétrica. Assim, o IEC (*International Electrotechnical Commission*) estabelece normas e o IEEE (*Institute of Electrical and Electronics Engineers*) recomendações. Contudo, muitas vezes estas normas e recomendações não são totalmente atendidas pelos equipamentos por causa do incremento nos custos de produção.

Um sistema elétrico apresentando problemas de qualidade de energia tem conseqüências danosas sobre os equipamentos a ele conectados. Assim, um fornecimento de energia de baixa qualidade pode gerar um funcionamento inadequado dos equipamentos, sobreaquecimento e queima de dispositivos eletro-eletrônicos e interferência nos aparelhos de comunicação. Além disso, quando alimentando cargas críticas (equipamentos médicos, de comunicações, centrais de bases de dados, aeroportos, entre outros), os sistemas elétricos não podem interromper a alimentação destas cargas. Uma boa alternativa nestes casos é o uso de UPSs (*Uninterruptible Power Supply*), que são equipamentos que garantem um fornecimento de energia contínuo e de alta qualidade quando a autonomia for de alguns minutos, ou de grupos de geradores diesel quando a autonomia for maior que algumas dezenas de minutos ou uma combinação de grupo gerador diesel e UPSs.

Existem várias topologias de inversores para o projeto de uma UPS, como inversores multiníveis, associação de inversores em série e em paralelo. Neste trabalho será analisado um tipo específico de conexão em paralelo chamada inversores entrelaçados, os quais apresentam vantagens oferecidas pelos inversores em paralelo e outras adicionais, as quais são apresentadas abaixo:

Redundância: No caso de um módulo falhar, o sistema pode continuar trabalhando com uma potência menor, e não simplesmente parar de funcionar [1].

Redução do custo: Em pequena escala o custo dos componentes pode ser reduzido porque eles não precisam suportar correntes elevadas como as que circulariam em conversores sem paralelismo [1], [2]. Em grande escala o custo dos componentes é também menor se comparado com outras topologias, já que para a construção de conversores em paralelo são utilizados diversos componentes idênticos. Isto permite condições mais vantajosas na compra dos dispositivos evitando a compra e armazenamento de várias componentes de diferentes características.

Manutenção: Maior facilidade de manutenção graças à arquitetura modular dos inversores em paralelo [1].

Maior potência: Devido às atuais limitações na tecnologia de semicondutores, os inversores que não usam paralelismo não conseguem fornecer potências tão altas como as que podem ser fornecidas por um inversor que utiliza paralelismo [1], [3].

Expansão do sistema: Devido à característica modular dos conversores em paralelo, a inserção de um novo módulo para ampliar a potência do conversor é mais fácil [1].

Diminuição da distorção harmônica da tensão de saída (somente inversores entrelaçados): Por causa do entrelaçamento dos sinais de controle muitas das componentes harmônicas da tensão de saída são canceladas, pelo que a THD da tensão de saída é menor se comparada com a obtida em inversores em paralelo sem entrelaçamento [1], [2].

Diminuição dos elementos passivos ou da frequência de chaveamento (somente inversores entrelaçados): É possível diminuir os filtros ou a frequência de chaveamento [1], [2].

Embora o entrelaçamento de inversores apresente as vantagens mencionadas, também tem problemas adicionais aos apresentados pelos inversores em paralelo. Assim, além dos problemas de distribuição de corrente que tem a conexão de inversores em paralelo, o entrelaçamento de inversores gera correntes que circulam entre os inversores e não pela saída, aumentando desta maneira as perdas no ferro e cobre dos elementos magnéticos do conversor. Este problema existe de forma geral nos inversores em paralelo, porém, somente nos inversores entrelaçados a geração desta corrente de circulação é uma consequência natural gerada mesmo em condições ideais, enquanto que em condições ideais nos outros inversores em paralelo a corrente de circulação não existe. Na literatura existem soluções propostas para os dois problemas do entrelaçamento baseadas no uso de elementos passivos que devem ser adicionados ao projeto do inversor [1], [2], [6], [7], [18] e que acrescentam algumas dificuldades como será mostrado neste trabalho.

Os objetivos do presente trabalho são analisar as características dos inversores entrelaçados e controlar a distribuição das correntes nos braços de um inversor entrelaçado de dois braços utilizando a teoria de controle digital. Assim, serão utilizados controladores lineares simples como o PI (Proporcional Integral) para o controle das correntes, e um controlador repetitivo para rejeitar as distorções da tensão de saída de modo a atender as normas de qualidade de energia impostas para conversores deste tipo.

O trabalho está dividido em cinco capítulos principais para diferenciar os temas a tratar. O primeiro capítulo faz uma breve descrição dos tipos de paralelismo mostrando as vantagens, problemas e soluções existentes para eles. O segundo capítulo trata sobre o inversor entrelaçado em si. Neste capítulo as características desta topologia, problemas e vantagens são analisados mediante simulações e cálculos matemáticos. Além disso, serão resumidas as soluções encontradas na literatura aos problemas do entrelaçamento. O terceiro capítulo aborda o procedimento adotado para projetar um inversor entrelaçado de dois braços, abordando o seu dimensionamento, modelagem e controle. O quarto capítulo corresponde à análise dos resultados, e finalmente o quinto capítulo indica as propostas de continuidade da pesquisa e as conclusões do trabalho.

Capítulo 1 Conexões em paralelo

A conexão em paralelo é empregada para aumentar a potência que os inversores de tensão podem fornecer sem utilizar semicondutores de maiores calibres de tensão e de corrente. Isto porque existem limites tecnológicos na fabricação de dispositivos. Deste modo, ao aumentar a potência do inversor o projetista é obrigado a conectar dispositivos ou conversores em paralelo. Então, ao conectar componentes ou módulos de potência em paralelo, a corrente total do sistema é idealmente dividida entre os módulos ou componentes, possibilitando desta maneira que o conversor forneça correntes maiores sem ultrapassar os limites suportados pelos semicondutores. Portanto, podem ser construídos inversores estáticos de potências mais elevadas utilizando-se semicondutores projetados para potências menores. Isto e o fato de que os semicondutores de potências menores são mais competitivos do que os semicondutores de maiores capacidades, faz com que os inversores que utilizam conexões em paralelo sejam mais interessantes [2].

1.1 Componentes em paralelo

É possível definir dois tipos de conexões em paralelo. A primeira é a conexão de componentes em paralelo, a segunda é a conexão de inversores em paralelo [2]. A primeira consiste em conectar fisicamente os terminais dos componentes semicondutores em paralelo como mostrado na Figura 1-1.

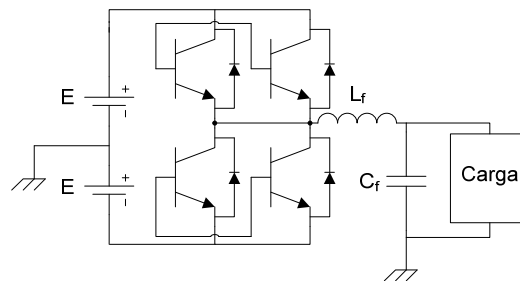


Figura 1-1 Inversor com componentes em paralelo

Este tipo de conexão precisa compartilhar o sinal de controle para os componentes conectados em paralelo de modo que, os interruptores idealmente comutem ao mesmo tempo e seus estados (bloqueio ou condução) sejam iguais. Ao utilizar este tipo de conexão em um inversor convencional obtém-se o circuito mostrado na Figura 1-1, onde o inversor pode fornecer o dobro da corrente do inversor convencional.

O número de interruptores em paralelo aumenta a corrente que o inversor pode fornecer, mas o número de graus de liberdade na saída do inversor não aumenta com respeito ao número de interruptores, isto é, o número de estados que tem esta topologia sempre é igual a dois. Então, a única vantagem que este tipo de conexão tem sobre um inversor convencional é a capacidade de fornecer mais corrente utilizando o mesmo tipo de semicondutor e a simplicidade.

Um problema comum que apresentam as conexões em paralelo é o controle da corrente de cada componente. A corrente que circula em cada conjunto de chaves em paralelo precisa ser

distribuída equitativamente entre os interruptores em paralelo, garantindo desta maneira que nenhum dos interruptores vai aquecer além do permissível.

Mesmo que os interruptores conectados em paralelo sejam do mesmo fabricante, as características deles normalmente não são idênticas. Isto e o fato que a tensão nos terminais dos interruptores em paralelo é igual fazem com que a corrente que cada um conduz seja diferente (dependendo da curva característica de cada um deles). Além disso, as características particulares de cada chave influem também na magnitude do comando necessária para conduzir uma determinada corrente, piorando a dependência que a corrente conduzida tem com as características do semicondutor. Então, de maneira geral, a distribuição da corrente nos interruptores conectados em paralelo vê-se afetada pelas características próprias do semicondutor utilizado na conexão, dificultando o uso do paralelismo de componentes. Assim, quando os interruptores estão em estado de condução existe a possibilidade de que as correntes que circulam neles não sejam iguais gerando problemas de aquecimento em alguns deles.

A diferença entre as correntes que circulam pelos componentes em paralelo representa um problema importante porque, os interruptores com correntes maiores terão em consequência temperaturas maiores, fato que poderia levá-los a uma avalanche térmica dependendo do coeficiente térmico do semicondutor utilizado. Existem duas tecnologias na fabricação das chaves, PT (*Punch Through*) com coeficiente de temperatura negativo da tensão de saturação e NPT (*Non Punch Through*) com coeficiente de temperatura positivo da tensão de saturação.

Nos semicondutores com coeficiente de temperatura negativo (PT) quando a temperatura aumenta para uma corrente determinada diminui a tensão neles. Isto fica mais claro ao pensar que a resistência que apresenta o semicondutor no estado de condução diminui para incrementos de temperatura e aumenta para decrementos dela, desta maneira, a corrente tende a aumentar quando a temperatura aumenta.

Numa conexão de componentes em paralelo com semicondutores tipo PT, uma diferença entre as correntes que circulam pelos interruptores leva a uma avalanche térmica [2]. Por exemplo, no caso de dois interruptores em paralelo, se o interruptor “ T_1 ” estiver conduzindo uma corrente maior em comparação com o segundo interruptor “ T_2 ”, a temperatura de “ T_1 ” seria maior do que a temperatura de “ T_2 ”; então, “ T_1 ” aumentaria a corrente que circula por ele enquanto “ T_2 ” a diminuiria, levando “ T_1 ” a aumentar a corrente nele cada vez mais, assim a temperatura se elevaria até destruir o componente.

Nos semicondutores com coeficiente de temperatura positivo (NPT) quando a temperatura aumenta para uma corrente determinada aumenta a tensão também. Ou pensando de novo na resistência que apresenta o semicondutor no estado de condução, ela aumenta para incrementos de temperatura e diminui para decrementos desta última. Assim, a corrente que circula por um interruptor tende a diminuir quando a temperatura aumenta.

Se os interruptores utilizados numa conexão de componentes em paralelo tiverem o coeficiente de temperatura positivo, o equilíbrio das correntes neles seria garantido naturalmente porque se a corrente aumentar num interruptor ele iria diminuir a fazendo que os outros interruptores em paralelo aumentem a corrente neles, equilibrando as correntes do conjunto de interruptores em paralelo. Então, uma possível solução para o problema de distribuição de corrente no estado de condução é o uso de semicondutores com características NPT.

O desequilíbrio da corrente também pode acontecer na comutação de transistores devido a diferenças entre os sinais de controle dos interruptores [2]. Assim, se o sinal de controle das chaves em paralelo não for igual, têm-se duas possibilidades onde pode acontecer uma distribuição desigual da corrente durante a comutação:

- As chaves em paralelo estão no estado de bloqueio de corrente: Quando o conjunto de chaves for comandado para conduzir, o primeiro interruptor que for ligado terá que suportar a corrente toda num intervalo de tempo até que outro interruptor entre em condução.
- As chaves em paralelo estão todas no estado de condução: Quando o conjunto de chaves for comandado para entrar no estado de bloqueio, o interruptor mais lento ou o último que for comandado para bloquear suportará a corrente toda num intervalo de tempo.

Este efeito indesejado aumenta devido à disparidade dos tempos de comutação das chaves. Este problema da distribuição da corrente durante as comutações é tratado para alguns tipos de dispositivos utilizando técnicas que reagem naturalmente, mas tornam o circuito mais caro e complexo devido aos componentes adicionais [2]. Então, o paralelismo de componentes resulta complexo por causa dos cuidados que se precisam ter para a distribuição equitativa da corrente. Existe um limite no número de componentes que podem ser conectados em paralelo a partir do qual o paralelismo de conversores se torna mais interessante. Contudo, este tipo de paralelismo é a primeira alternativa dos fabricantes de inversores por causa da relativa simplicidade.

1.2 Inversores em paralelo

O outro método de paralelismo é a conexão de inversores em paralelo, que consiste em conectar as saídas de vários inversores utilizando elementos indutivos para que as diferenças de tensão dos inversores conectados sejam absorvidas por esses elementos. Assim, do mesmo jeito que a colocação de elementos em paralelo, a conexão de inversores em paralelo aumenta a capacidade de fornecer corrente. Além disso, a conexão de inversores em paralelo não precisa que os comandos de cada conversor sejam idênticos. A Figura 1-2 mostra a topologia básica da conexão de inversores em paralelo, ela mostra cada inversor como um módulo que tem sua própria fonte de tensão c.c. e as saídas desses módulos são conectadas entre si utilizando os indutores dos circuitos de filtro LC.

A distribuição da potência neste tipo de conexão também representa um problema no sentido que a corrente que os módulos podem fornecer é limitada e precisa ser controlada para não danificar nenhum dos módulos por sobre-corrente. Além disso, o fluxo de energia entre os módulos que resulta

da interligação deles apresenta mais um problema porque gera um fluxo de corrente reativa e ativa circulando pelos inversores; o pior caso acontece quando não há carga [4].

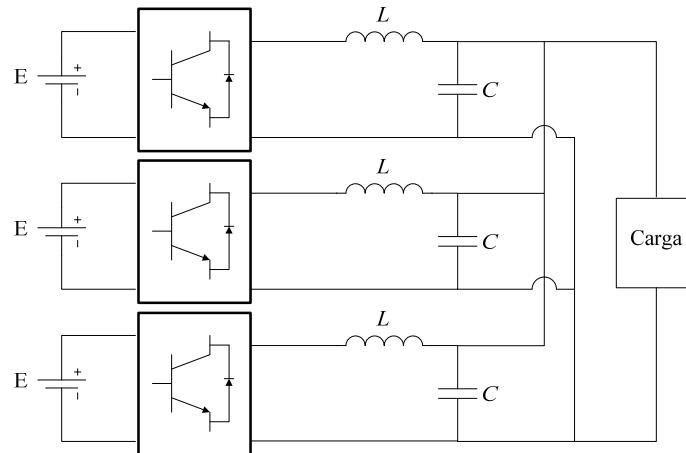


Figura 1-2 Inversor em paralelo

Num circuito de dois inversores em paralelo e sem carga, a corrente reativa e ativa que circula pelos inversores pode ser calculada como:

$$I_{reativa} = \frac{V_2 - V_1 \cos(\varphi)}{2\pi \cdot f \cdot L_f} \quad I_{ativa} = \frac{V_1 \sin(\varphi)}{2\pi \cdot f \cdot L_f} \quad (1-1)$$

onde V_1 e V_2 correspondem às componentes fundamentais das tensões geradas pelos inversores, φ é a defasagem entre as tensões dos inversores, f é a frequência da tensão de saída dos inversores e L_f é a indutância equivalente existente entre os dois inversores somada com a indutância do cabo que os conecta.

As equações (1-1), mostram que existe uma circulação de corrente reativa quando as tensões de saída dos inversores são diferentes, e circula corrente ativa quando as fases das tensões geradas pelos inversores são diferentes.

O controle de correntes e tensões dos módulos inversores conectados em paralelo é uma parte importante do projeto deste tipo de conversores. Assim, existem vários tipos de controle utilizados na conexão de inversores em paralelo, estes tipos de controle podem se classificar num primeiro momento em duas classes que são o controle com comunicação e sem comunicação. No controle com comunicação as informações de qualquer módulo do sistema em paralelo (estados a serem controlados como a corrente, tensão, etc.) estão disponíveis para os outros módulos do sistema, enquanto que no controle sem comunicação cada módulo somente tem as informações correspondentes a ele mesmo.

Assim, o controle sem comunicação é utilizado em situações onde as distâncias físicas entre os inversores conectados em paralelo são tão grandes que não permitem uma comunicação eficiente entre eles [4], e é baseado na quantidade de potência ativa e reativa que fornece cada inversor. Outra forte vantagem da ausência de comunicação é o aumento da confiabilidade do sistema, já que a comunicação representa um ponto de falha de modo comum. Na literatura existem varias técnicas para este tipo de controle [8], [19], [20], [21], uma das mais utilizadas usa curvas de decaimento entre as

variáveis do sistema. Isto é entre a frequência da tensão de saída com a potência ativa do inversor e entre a amplitude da tensão de saída com a potência reativa. Assim, a potência reativa é controlada variando a amplitude da tensão de saída do inversor e a potência ativa é controlada variando a fase ou a frequência da tensão de saída [8], [20].

No controle com comunicação têm sido desenvolvidas varias técnicas para a distribuição da corrente entre os módulos dos inversores em paralelo, onde a variação entre elas está na escolha dos sinais de referência utilizados para a realimentação do sistema. Entre estas estratégias têm-se o MSC (*Master Slave Control*) [9], [10], [21], CLC (*Central Limit Control*) [9], [11], malhas em cascata [12], 3C (*Circular Chain Control*) [12], [13], entre outras [2], [12].

Algumas variações destas técnicas geraram os métodos de controle PCDC (*Programmed Current Distribution Control*) e MCLC (*Maximum Current Limit Control*) [14] definindo a geração da corrente de referência que cada módulo deve fornecer.

No PCDC todos os módulos em paralelo conduzem a mesma quantidade de corrente, não importando se a carga é muito pequena ou grande. Por sua vez, o MCLC ativa somente um número mínimo de módulos em função da carga do conversor, isto é, somente é posto em funcionamento o número necessário de módulos para fornecer a corrente demandada pela carga, desta maneira a eficiência do conversor é melhorada. No MCLC a ativação e desativação dos módulos são feitas utilizando circuitos de comparação que determinam o número de módulos necessários para fornecer a corrente desejada [2], [9]. As técnicas CLC e malhas em cascata são utilizadas com MCLC por causa das boas características delas, enquanto o uso de MCLC com a técnica MSC não é recomendado [9] devido ao comportamento transitório indesejado do mestre nesta configuração.

1.3 Conclusões

A distribuição das correntes tanto no estado de comutação como no estado de condução é um problema importante no paralelismo, isto devido a que desequilíbrios na distribuição da corrente podem levar a sobreaquecimentos dos componentes, aumentando as perdas, ou no pior dos casos podem levar à destruição dos componentes por efeitos de avalanche térmica. Para controlar estes problemas existem na literatura diversas técnicas baseadas em componentes passivos, e na teoria de controle.

O paralelismo de módulos é mais vantajoso do que o feito diretamente sobre os componentes, isto porque além de aumentar a potência que pode fornecer o inversor, o paralelismo de módulos permite aumentar o número de posições das chaves, permitindo diminuir a distorção harmônica da tensão de saída. Assim, o paralelismo de módulos pode ser melhorando mediante uma escolha adequada dos sinais de controle utilizando os graus de liberdade oferecidos pelo paralelismo. O seguinte capítulo trata dos inversores entrelaçados, os quais aproveitam esses graus de liberdade para diminuir a distorção da tensão de saída e reduzir o tamanho dos filtros necessários.

Capítulo 2 Inversores entrelaçados

Os inversores entrelaçados são um tipo de conexão de inversores em paralelo na qual os sinais de controle de cada módulo são sincronizados e defasados de maneira a obter uma diminuição na distorção da tensão de saída. Este tipo de conexão apresenta várias vantagens e desvantagens com relação ao paralelismo de inversores, mas de forma geral, as vantagens neste tipo de conexão são mais importantes do que os problemas envolvidos, fazendo do entrelaçamento uma opção interessante para o projeto de inversores de potência. Entre as vantagens têm-se o fato dele permitir a construção de inversores de grandes potências, a redução da frequência de chaveamento ou dos elementos passivos, entre outras mencionadas anteriormente.

Este capítulo apresenta uma descrição da conexão de inversores entrelaçados, onde serão mostradas a topologia, os sinais de controle, as vantagens, as desvantagens e as respectivas propostas existentes para lidar com os problemas desta conexão.

2.1 Topologia

O inversor entrelaçado consiste em N módulos inversores conectados em paralelo utilizando indutores para a conexão, os quais são denominados como indutores de ligação. A Figura 2-1 mostra um inversor entrelaçado de quatro módulos ou braços (quatro inversores de meia ponte). Embora neste trabalho somente seja analisado o entrelaçamento de inversor de meia ponte como o mostrado na Figura 2-1, o entrelaçamento também pode ser utilizado em conversores c.c.-c.c. [2] e outras topologias de inversores, como o NPC (*Neutral Point Clamped*) [7], ou como a proposta Salmon *et al.* [38], a qual consiste no entrelaçamento do sinal superior e inferior do mesmo braço; isto é feito utilizando indutores acoplados entre as duas chaves do braço e diodos de roda livre, o resultado desta proposta é um inversor multiníveis que utiliza menos chaves, porém apresenta também outros problemas [39].

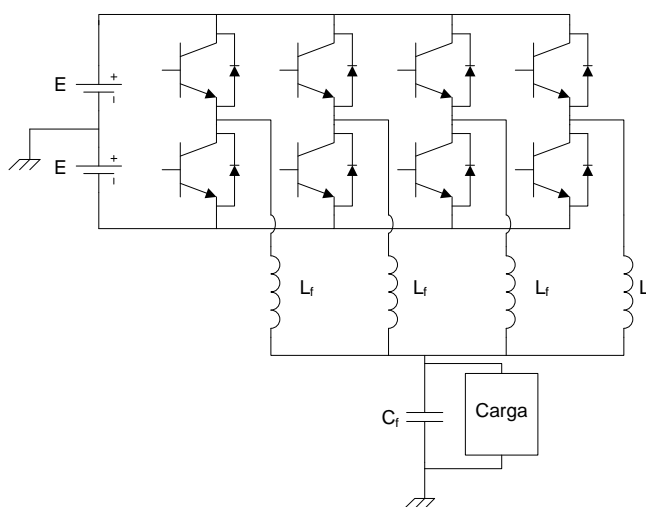


Figura 2-1 Inversor entrelaçado de quatro braços

Cada braço do inversor compõe-se de dois interruptores ou chaves com os seus respectivos diodos em antiparalelo e um indutor utilizado para o entrelaçamento. Neste caso todos os braços estão conectados ao mesmo barramento c.c., mas o uso de diferentes barramentos de corrente contínua para os diferentes braços também é possível. De fato, quando os inversores entrelaçados são utilizados em filtros ativos tipo *Shunt*, a separação dos lados c.c. dos inversores ajuda a diminuir efeitos indesejados de circulação de corrente cruzada porque os harmônicos de corrente são absorvidos pela rede [5]. No caso de aplicar inversores entrelaçados em UPSs o uso de somente um barramento c.c. é preferível pelas seguintes razões:

- O custo e tamanho do inversor aumentam com um maior número de barramentos de corrente contínua;
- Se houver diferenças entre as tensões dos barramentos c.c., o valor da componente fundamental dos diferentes braços não será igual para todos eles porque o sinal modulador é comum para todos os módulos, então a amplitude da tensão de saída do inversor entrelaçado será afetada;
- A circulação de correntes reativas dentro do inversor aumentará segundo (1-1) porque as tensões de saída de cada braço terão magnitudes diferentes;

2.2 Sinais de modulação

Os inversores entrelaçados constituem um tipo de paralelismo de inversores cuja diferença está na escolha dos sinais utilizados para a modulação por largura de pulso PWM (*Pulse Width Modulation*). O sinal modulante e a portadora utilizada nos inversores entrelaçados são escolhidos sob os seguintes critérios:

Modulante: O sinal modulante precisa ser comum a todos os módulos inversores, assim é garantido que a componente fundamental do sinal senoidal produzido por cada módulo inversor tenha a mesma amplitude e fase [3], [6].

Portadora: São utilizados vários sinais triangulares defasados numa quantidade de graus em função do número de módulos inversores utilizados para o entrelaçamento. Desta maneira, cada módulo inversor tem sua própria portadora, isto é, são necessários N sinais para N módulos inversores. A defasagem utilizada entre cada portadora é calculada utilizando a relação (2-1).

$$\varphi = \frac{360^\circ}{N} \quad (2-1)$$

A Figura 2-2 mostra as portadoras para quatro módulos entrelaçados, normalizados em amplitude e tempo, onde E e T_{ch} são a tensão de uma das fontes do barramento c.c. e o período de chaveamento, respectivamente.

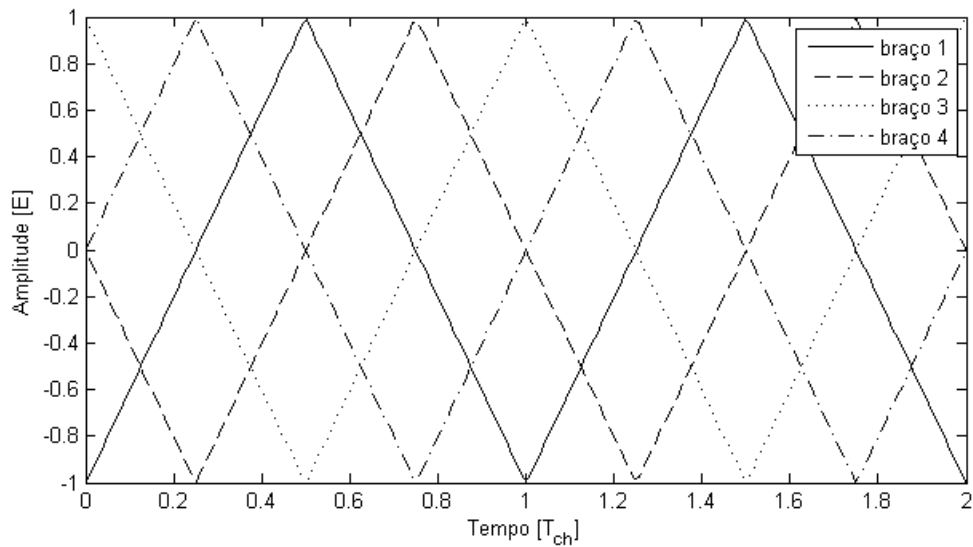


Figura 2-2 Sinais portadoras para um inversor entrelaçado de quatro braços

Como as portadoras têm fases diferentes, algumas das componentes harmônicas geradas por cada braço são também diferentes [3], porém a componente fundamental é igual para todos os braços. Por causa disso, são suprimidas algumas componentes harmônicas, conseqüentemente a distorção do sinal de saída é diminuída. Além disso, a defasagem entre as portadoras faz com que a freqüência de chaveamento pareça ser N vezes maior do que a freqüência de cada uma das portadoras [7], portanto os primeiros harmônicos da tensão de saída somente aparecem em torno de N vezes a freqüência de chaveamento [2].

A Figura 2-3 mostra as formas de onda geradas por um inversor entrelaçado de quatro braços para uma razão cíclica fixa, que está determinada pela comparação de uma tensão de referência V_{ref} e as portadoras de cada braço (S_1 , S_2 , S_3 e S_4). Esta figura mostra a defasagem entre as tensões de cada braço, e a conseqüente defasagem das correntes de cada braço (i_1 , i_2 , i_3 e i_4). Esta defasagem faz com que a soma das correntes (i_T) tenha um *ripple* menor do que o apresentado nas correntes de cada braço.

A Figura 2-4 exemplifica a redução do *ripple* da corrente de saída do inversor utilizando as correntes apresentadas na Figura 2-3. Pode-se ver que idealmente o valor médio das correntes em cada braço é igual, em conseqüência, o valor médio da corrente de saída é N vezes o valor médio de uma das correntes de um braço, por outra parte, o valor instantâneo da corrente de saída apresenta uma redução do *ripple* e um aumento na freqüência do sinal.

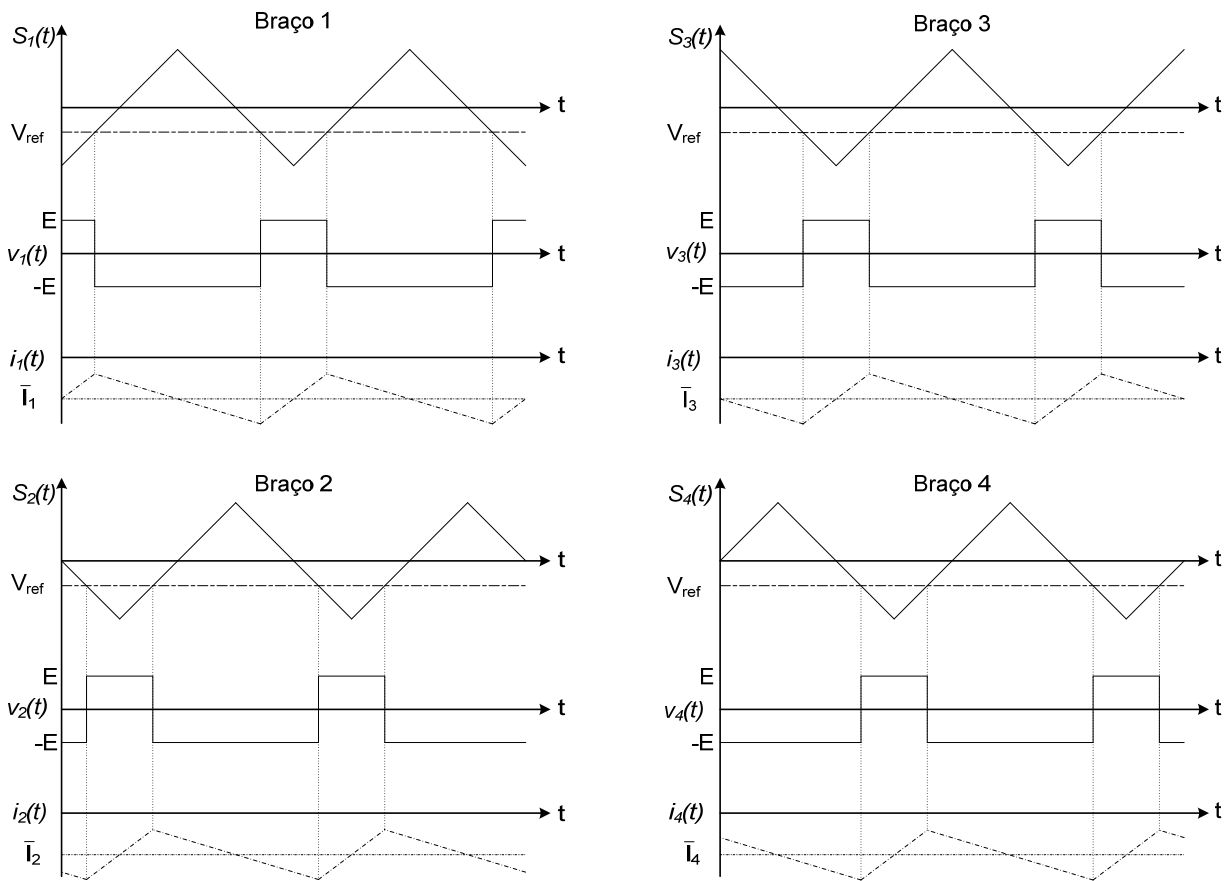


Figura 2-3 Tensões e correntes nos braços um inversor entrelaçado ($N=4$)

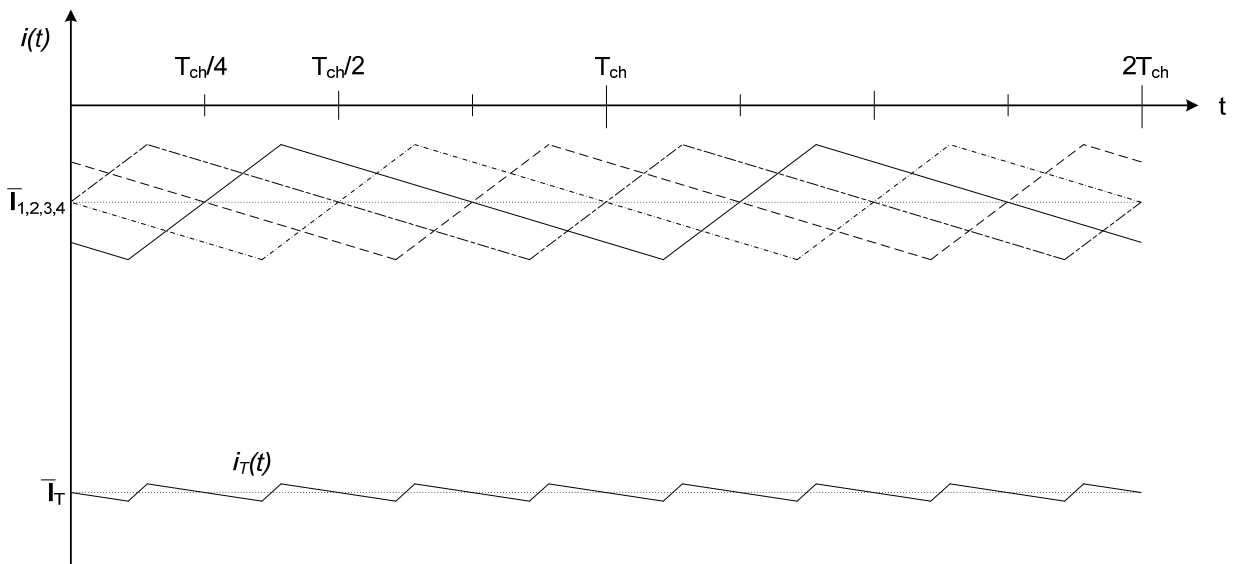


Figura 2-4 Redução do *ripple* na corrente i_T de um inversor entrelaçado ($N=4$)

2.3 Espectro harmônico da tensão de saída

A série de Fourier da tensão v_{io} de um inversor como o mostrado na Figura 2-5, que utiliza uma portadora triangular é mostrada em (2-2) e cuja dedução está no anexo número 6.2 [16].

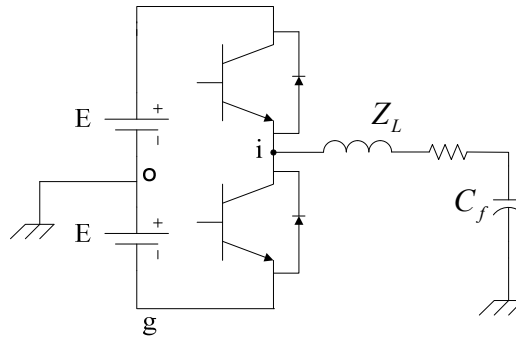


Figura 2-5 Inversor de meia ponte

$$v_{io}(t) = ME \cos(w_m t + \varphi_m) + \frac{4E}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{1}{m} J_0 \left(m \frac{\pi}{2} M \right) \sin \left(\frac{\pi}{2} m \right) \cos(m(w_c t + \varphi_c)) \right) + \frac{4E}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \left(\frac{1}{m} J_n \left(m \frac{\pi}{2} M \right) \sin \left(\frac{\pi}{2} (m+n) \right) \cos(m(w_c t + \varphi_c) + n(w_m t + \varphi_m)) \right) \quad (2-2)$$

As variáveis w_m e φ_m correspondem à frequência e fase do sinal modulante respectivamente, enquanto que w_c e φ_c correspondem analogamente à portadora, M é o índice de modulação e J_n é a função de Bessel de ordem n .

Supondo que a fase da modulante φ_m é zero, a tensão no i -ésimo braço do inversor entrelaçado pode ser obtida como:

$$v_{io}(t) = ME \cos(w_m t) + \frac{4E}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{1}{m} J_0 \left(m \frac{\pi}{2} M \right) \sin \left(\frac{\pi}{2} m \right) \cos \left(m(w_c t + \frac{2\pi}{N} i) \right) \right) + \frac{4E}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \left(\frac{1}{m} J_n \left(m \frac{\pi}{2} M \right) \sin \left(\frac{\pi}{2} (m+n) \right) \cos \left((mw_c + nw_m)t + m \frac{2\pi}{N} i \right) \right) \quad (2-3)$$

O inversor da Figura 2-5 pode ser representado pelo circuito equivalente mostrado na Figura 2-6. Pelo que as características do inversor podem ser avaliadas mediante a série de Fourier mostrada na expressão (2-2). De maneira similar o inversor entrelaçado pode ser analisado mediante a manipulação da mesma expressão.

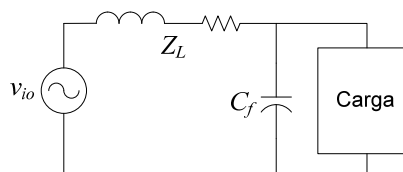


Figura 2-6 Circuito equivalente de um inversor de meia ponte

Conforme mostrado no apêndice 7.1, supondo os indutores de ligação idênticos em cada braço, o inversor entrelaçado da Figura 2-7 pode ser representado pelo circuito equivalente da Figura 2-8. Assim, a série de Fourier da tensão equivalente do inversor entrelaçado pode ser calculada somando as N séries de Fourier das tensões de cada braço do inversor e dividindo o resultado por N .

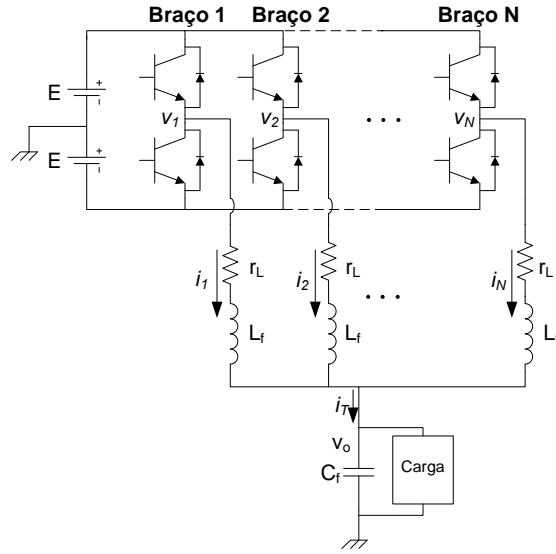


Figura 2-7 Inversor entrelaçado de N braços

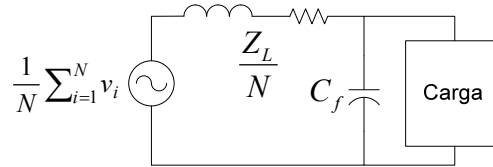


Figura 2-8 Circuito equivalente de um inversor de entrelaçado

Utilizando a expressão (2-3) pode se obter a série de Fourier da tensão equivalente do inversor entrelaçado mostrado na Figura 2-7, o procedimento de cálculo é mostrado no apêndice 7.2 e o resultado obtido é reescrito aqui:

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i(t) = & ME \cos(\omega_m t) + \frac{4E}{N\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{1}{m} J_0\left(m \frac{\pi}{2} M\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} m\right) \cos(m\omega_c t) \sum_{i=1}^N \cos\left(m \frac{2\pi}{N} i\right) \right) + \\ & \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{4E}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \left(\frac{1}{m} J_n\left(m \frac{\pi}{2} M\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} (m+n)\right) \cos((m\omega_c + n\omega_m)t) \sum_{i=1}^N \cos\left(m \frac{2\pi}{N} i\right) \right) \right] \right] \end{aligned} \quad (2-4)$$

A expressão anterior pode ser dividida para facilitar a análise. Assim, pode-se ver que a componente fundamental (expressão (2-5)) não é afetada pelo entrelaçamento, enquanto que as harmônicas da portadora (expressão (2-6)) e as componentes que estão em torno das harmônicas da portadora (expressão (2-7)) são afetadas pelo somatório definido como β em (2-8).

$$ME \cos(\omega_m t) \quad (2-5)$$

$$\frac{4E}{N\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{1}{m} J_0\left(m \frac{\pi}{2} M\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} m\right) \cos(m\omega_c t) \sum_{i=1}^N \cos\left(m \frac{2\pi}{N} i\right) \right) \quad (2-6)$$

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{4E}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \left(\frac{1}{m} J_n\left(m \frac{\pi}{2} M\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} (m+n)\right) \cos((m\omega_c + n\omega_m)t) \sum_{i=1}^N \cos\left(m \frac{2\pi}{N} i\right) \right) \right] \quad (2-7)$$

$$\beta = \sum_{i=1}^N \cos\left(m \frac{2\pi}{N} i\right) \quad (2-8)$$

O cancelamento de vários harmônicos em (2-4) depende de β , que por sua vez depende de N , assim, é necessário expandir β para avaliar o cancelamento de harmônicos. A Tabela 2-1 mostra exemplos do cancelamento de harmônicos para alguns valores de N .

Tabela 2-1 Cancelamento de harmônicos por causa do entrelaçamento

N	β	
1	1	Não cancela harmônicos
2	$1 + \cos(\pi m)$	Zero para qualquer m que não seja múltiplo de 2 (m ímpar)
3	$1 + \cos\left(2 \frac{\pi}{3} m\right) + \cos\left(2 \frac{\pi}{3} m\right)$	Zero para qualquer m que não seja múltiplo de 3
4	$1 + \cos\left(\frac{\pi}{2} m\right) + \cos(\pi m) + \cos\left(3 \frac{\pi}{2} m\right)$	Zero para qualquer m que não seja múltiplo de 4

Embora não seja mostrado matematicamente, pode-se ver que a tendência do espectro harmônico do inversor entrelaçado, é de localizar as bandas de harmônicos que não são cancelados em torno das frequências múltiplas de N vezes a frequência de chaveamento. Além disso, os harmônicos pares da frequência de chaveamento são zero para qualquer N .

Na Figura 2-9 são mostrados os espectros harmônicos da tensão de saída equivalente do inversor entrelaçado da Figura 2-7 para N igual a um (inversor meia ponte convencional), dois, três e quatro, para uma frequência de chaveamento f_{ch} de 7680Hz, um índice de modulação de 0,9 e uma tensão no barramento normalizada. Pode-se ver que devido ao entrelaçamento dos inversores, o espectro harmônico da tensão equivalente de saída apresenta características como:

- Cancelamento dos harmônicos nas bandas das frequências que não são múltiplas de Nf_{ch} ;
- A amplitude dos harmônicos não cancelados não aumenta nem diminui com a variação de N ;
- A primeira banda dos harmônicos não cancelados está em torno de Nf_{ch} ;
- A amplitude da fundamental não é afetada pelo entrelaçamento;

Caso os indutores de ligação dos braços não sejam idênticos, a tensão equivalente de saída pode apresentar componentes da frequência de chaveamento menores do que Nf_{ch} . A Figura 2-10 mostra o circuito equivalente para este caso, dele é possível expressar a tensão na carga como:

$$v_C(j2\pi f) = \frac{Z_p Z_C}{Z_p + Z_C} \sum_{i=1}^N \frac{v_i(j2\pi f)}{Z_i} \quad (2-9)$$

onde Z_p é a impedância obtida do paralelo dos N indutores de ligação, Z_C é a impedância da carga (paralelo entre a carga e a capacitância de filtro) e Z_i a impedância do indutor do i -ésimo braço do inversor.

De (2-3) pode-se ver que quando m é múltiplo de N a tensão nos N braços é a mesma, o que pode ser escrito como indica (2-10). Assim, para essas frequências a expressão (2-9) pode ser escrita

como indica (2-11), portanto, a diferença entre a tensão de saída ideal e não ideal é pequena pois Z_p tende a Z_L/N . De fato, estas frequências correspondem às componentes da tensão de saída que não são canceladas em condições ideais (Figura 2-9). Para as outras frequências as componentes de v_i estão defasadas entre os braços, e somente são canceladas ao serem somadas. Assim, na expressão (2-9), Z_i deveria ser igual em todos os braços para obter o cancelamento das componentes, pelo que com indutâncias de ligação diferentes podem aparecer componentes que em condições ideais são canceladas.

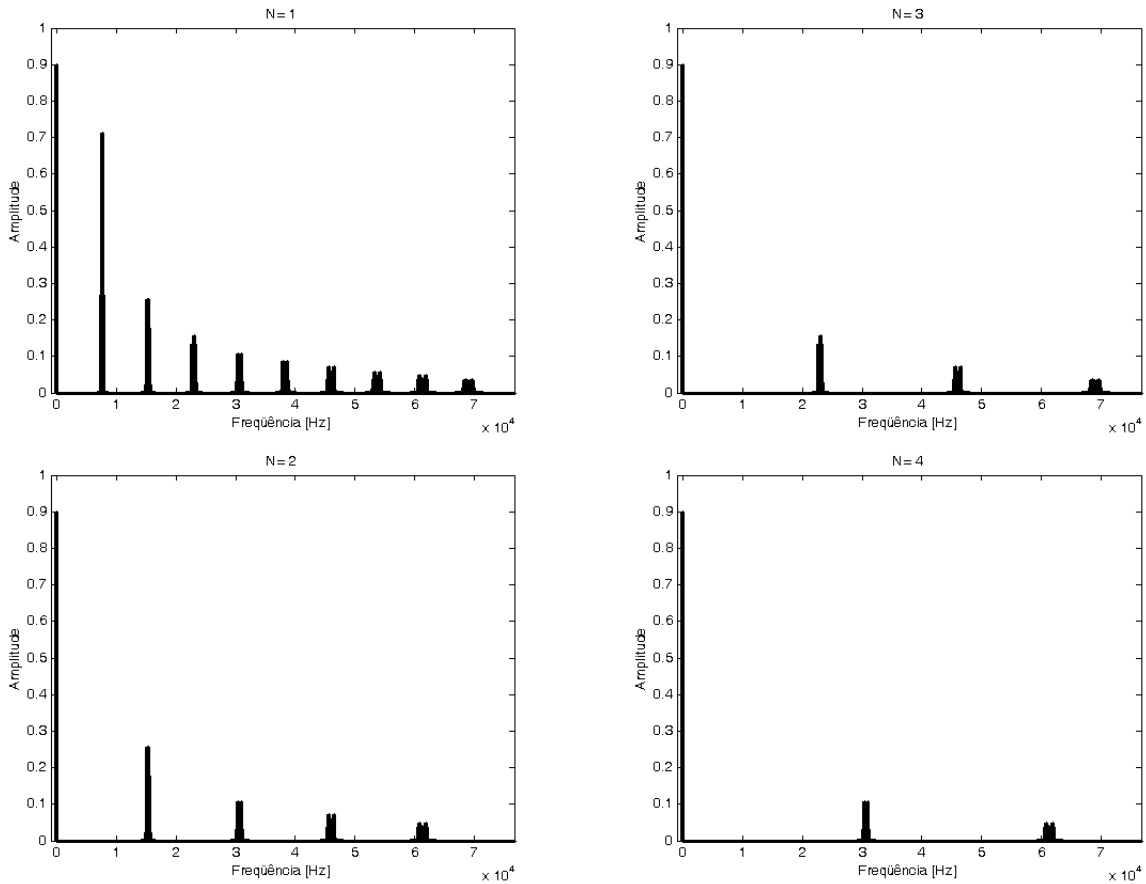


Figura 2-9 Espectro harmônico da tensão de saída equivalente

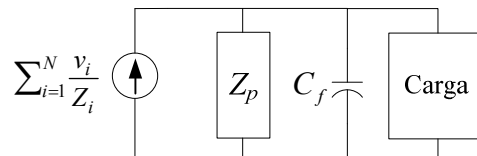


Figura 2-10 Circuito equivalente de um inversor de entrelaçado com indutores de ligação não idênticos

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \vec{v}_i(m, n) = \vec{v}_1(m, n) \text{ para } m=kN; k=1, 2, 3, \dots \quad (2-10)$$

$$\vec{v}_C(m, n) = \vec{v}_1(m, n) \frac{Z_C Z_p}{Z_p + Z_C} \sum_{i=1}^N \frac{1}{Z_i} = \frac{Z_C}{Z_p + Z_C} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \vec{v}_i(m, n) \text{ para } m=kN; k=1, 2, 3, \dots \quad (2-11)$$

2.4 Dimensionamento elétrico dos elementos passivos

O valor da indutância de ligação e da capacitância de filtro utilizados no inversor são determinados pelo *ripple* máximo permitido na corrente e na tensão, e pela frequência de chaveamento. Assim, esta seção trata do cálculo dos *ripples* na corrente de saída do inversor entrelaçado, nas correntes nos indutores de cada braço e na tensão de saída do inversor.

O circuito da Figura 2-7 mostra um inversor entrelaçado de N braços, onde as tensões mostradas estão referidas ao ponto de conexão comum das fontes de alimentação c.c., os indutores de ligação L_f são supostos iguais para cada braço, e r_L representa a resistência série dos indutores L_f , a resistência em série do capacitor é desprezada para facilitar os cálculos. A frequência de chaveamento de cada braço é f_{ch} e o correspondente período de chaveamento é T_{ch} . Os procedimentos também apresentados em [2] são feitos com base no circuito da Figura 2-7. Nesta parte serão mostradas algumas expressões importantes, cujas deduções encontram-se no anexo número 6.1.

2.4.1 Ondulação da corrente de saída

Supondo a resistência série de cada indutor (r_L) pequena o suficiente para desprezá-la, a corrente de saída do inversor atende a seguinte igualdade:

$$\sum_{n=1}^N v_n(t) - Nv_o(t) = L_f \frac{di_T(t)}{dt} \quad (2-12)$$

Segundo a equação (2-12) as variações de corrente na saída dependem do somatório das tensões de cada braço e da tensão no capacitor, assim, para calcular o *ripple* da corrente de saída é necessário conhecer o somatório das tensões dos braços e a tensão de saída do sistema.

Devido ao fato de que as tensões nos N braços estão defasadas entre si, $\sum_{n=1}^N v_n(t)$ apresenta N diferentes formas de onda dependendo do valor da razão cíclica α . Assim, define-se p como uma variável para numerar e indicar as possibilidades de $\sum_{n=1}^N v_n(t)$; ela deve atender à expressão (2-13):

$$\frac{p-1}{N} < \alpha < \frac{p}{N} \quad ; p = 1, 2, 3, \dots, N \quad (2-13)$$

Assim, para um inversor com dois braços entrelaçados a Tabela 2-2 mostra a construção do sinal $\sum_{n=1}^N v_n(t)$ indicando a seção p , a tensão e o respectivo intervalo de tempo. A Figura 2-11 exemplifica as possíveis formas de onda de $\sum_{n=1}^N v_n(t)$ para dois e três braços entrelaçados.

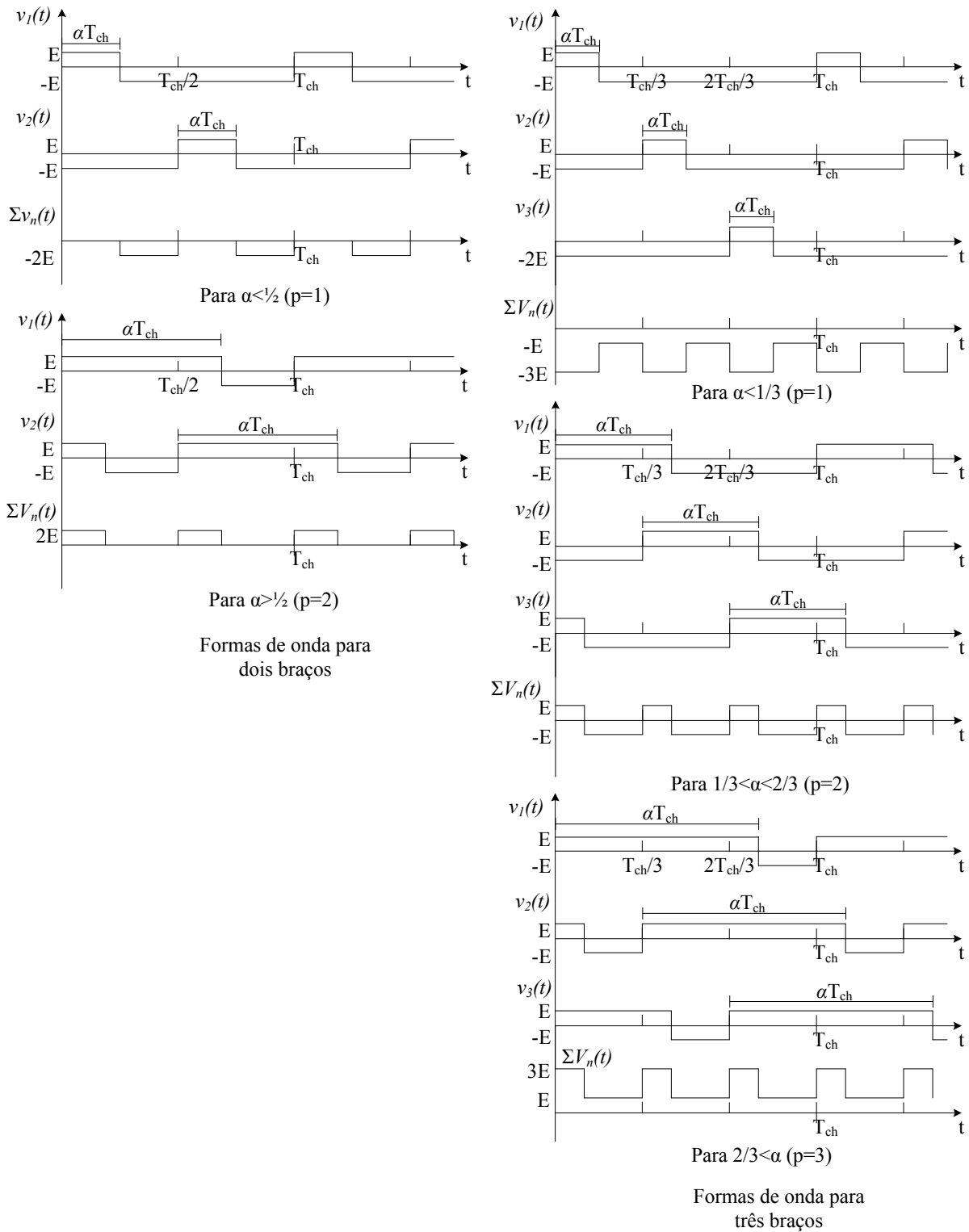


Figura 2-11 Tensões de saída nos braços do inversor

Como $\sum_{n=1}^N v_n(t)$ é uma função periódica num intervalo de T_{ch}/N , de forma geral ela pode ser

definida nesse período como mostrado em (2-14) e (2-15).

$$\sum_{n=1}^N v_n(t) = -E(N-2p) \quad \forall t \in \left[0, \alpha T_{ch} - (p-1)\frac{T_{ch}}{N}\right] \quad (2-14)$$

$$\sum_{n=1}^N v_n(t) = -E(N-2(p-1)) \quad \forall t \in \left[\alpha T_{ch} - (p-1)\frac{T_{ch}}{N}, \frac{T_{ch}}{N}\right] \quad (2-15)$$

Supondo a tensão no capacitor constante durante um período de chaveamento, temos que o seu valor em função da razão cíclica é dado por:

$$V_c(\alpha) = 2E\left(\alpha - \frac{1}{2}\right) \quad (2-16)$$

Utilizando (2-14), (2-16) e (2-12) pode-se obter a corrente i_T no primeiro intervalo de chaveamento num período de T_{ch}/N para qualquer p , assim, a ondulação em função do ciclo útil é dada pela relação mostrada em (2-17).

$$\Delta I_T = \frac{2E}{f_{ch}L_f}(p - \alpha N)\left(\alpha - (p-1)\frac{1}{N}\right) \quad \forall \alpha \in \left[\frac{p-1}{N}, \frac{p}{N}\right] \quad (2-17)$$

Tabela 2-2 $\sum_{n=1}^N v_n(t)$ para $N=2$

p	α	$\sum_{n=1}^N v_n(t)$	Intervalos de tempo
1	[0, 0,5)	0	$\left[0, \alpha\alpha_{ch}\right] \cup \left[\frac{T_{ch}}{2}, \frac{T_{ch}}{2} + \alpha T_{ch}\right]$
		-2E	$\left[\alpha T_{ch}, \frac{T_{ch}}{2}\right] \cup \left[\frac{T_{ch}}{2} + \alpha T_{ch}, T_{ch}\right]$
2	(0,5, 1]	2E	$\left[0, \alpha\alpha_{ch} - \frac{T_{ch}}{2}\right] \cup \left[\frac{T_{ch}}{2}, \alpha\alpha_{ch}\right]$
		0	$\left[\alpha T_{ch} - \frac{T_{ch}}{2}, \frac{T_{ch}}{2}\right] \cup \left[\alpha T_{ch}, T_{ch}\right]$

Para comparar o efeito que tem a quantidade de braços entrelaçados sobre o *ripple* da corrente i_T , suponha-se que f_{ch} , E e L_f são fixos. A Figura 2-12 mostra esta comparação normalizando as curvas com o valor máximo do *ripple* de i_T para $N=1$ (inversor de meia ponte convencional).

Vê-se que a ondulação na corrente de saída i_T , diminui conforme o número de braços entrelaçados aumenta. Para estimar a indutância necessária para obter-se determinado *ripple* máximo para qualquer situação (qualquer razão cíclica) pode ser utilizada a expressão dada em (2-18), a qual é derivada do cálculo dos máximos de (2-17). Pode-se ver que mantendo E , f_{ch} e L_f constantes, a ondulação máxima da corrente ΔI_{MAX} é reduzida com o aumento do número de braços num fator de N , por exemplo, para $N=2$ a ondulação máxima cai para a metade com respeito ao inversor de meia ponte.

$$L_f = \frac{E}{2f_{ch}N\Delta I_{\max}} \quad (2-18)$$

Além disso, como a corrente média em cada braço é N vezes menor do que a corrente média de saída (I_T), o tamanho físico dos indutores pode ser diminuído porque a energia armazenada neles é também menor [1], [2]. Para ver isto, Devancens em [2] propõe fazer uma comparação da energia armazenada em cada bobina dado que a energia armazenada num elemento fornece uma idéia do seu volume. Assim, assumindo que a energia no indutor é proporcional ao quadrado da corrente média, e não à corrente máxima (para facilitar a análise) [2], e que a indutância de cada bobina de ligação é fixa e igual a L_f sem importar o número de braços.

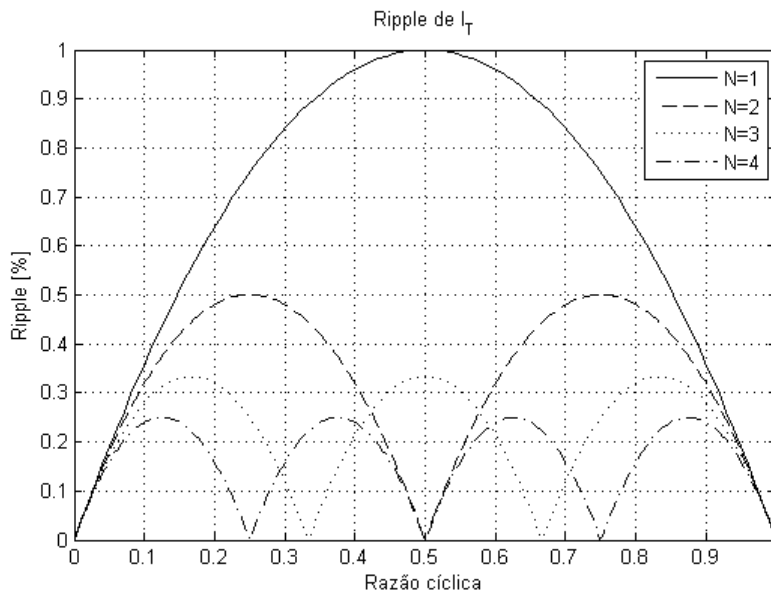


Figura 2-12 Ondulação normalizada da corrente i_T para N braços entrelaçados (elementos iguais)

$$U_L = \frac{I^2 L_f}{2} \quad (2-19)$$

Então, sabendo que a energia num indutor é dada por (2-19), pode-se escrever a energia em cada indutor do inversor entrelaçado como:

$$U_L = \frac{\left(\frac{I}{N}\right)^2 L_f}{2} = \frac{I^2 L_f}{2N^2} \quad (2-20)$$

Assim, a energia em cada indutor do inversor diminui com o quadrado do número de braços; isto é em relação à energia de um inversor de meia ponte convencional. Além disso, se o inversor entrelaçado for projetado para manter o *ripple* de um inversor de meia ponte convencional, a energia em cada indutor diminuiria com o cubo do número de braços como indica (2-21). Isto ocorre porque para manter o mesmo *ripple*, a indutância necessária em cada bobina do inversor entrelaçado é N vezes menor do que a indutância de um inversor de meia ponte convencional.

$$U_L = \frac{I^2 \left(\frac{L_f}{N} \right)}{2N^2} = \frac{I^2 L_f}{2N^3} \quad (2-21)$$

Embora seja possível manter o *ripple* da corrente de saída de um inversor de meia ponte convencional utilizando indutores menores, o *ripple* da corrente em cada braço aumenta com a diminuição dos indutores utilizados. Assim, o *ripple* da corrente em cada braço pode ser calculado com (2-17) e (2-18) para $N=1$, cujo resultado mostra que o *ripple* da corrente em cada braço será N vezes maior do que o *ripple* na corrente de saída. O aumento do *ripple* nas correntes dos braços do inversor dificulta o projeto dos indutores devido ao aumento das perdas neles [18]. Além disso, a diminuição da indutância aumenta o problema da corrente de circulação no inversor como se explicará em seções posteriores.

2.4.2 Ondulação da tensão de saída V_c

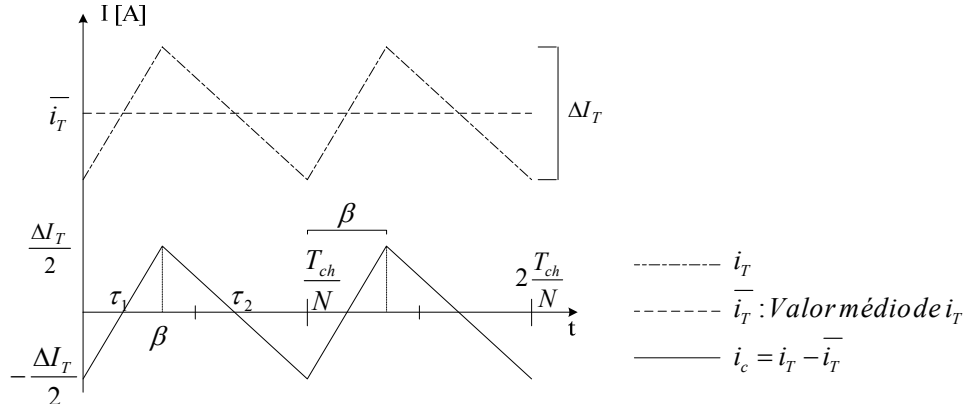


Figura 2-13 Correntes no capacitor e na saída dos indutores (I_T)

Para conhecer a capacitância necessária do filtro LC de saída, pode-se supor que as ondulações de alta frequência da corrente i_T passam todas pelo capacitor como é mostrado na Figura 2-13, assim, a corrente no capacitor pode ser escrita para um período de chaveamento T_{ch}/N como:

$$i_c(t) = \begin{cases} \frac{\Delta I_T}{\beta} t - \frac{\Delta I_T}{2} & \forall t \in [0, \beta] \\ -\frac{\Delta I_T}{\frac{T_{ch}}{N} - \beta} (t - \beta) + \frac{\Delta I_T}{2} & \forall t \in \left[\beta, \frac{T_{ch}}{N} \right] \end{cases} \quad (2-22)$$

Sob estas condições, a corrente no capacitor é positiva no intervalo de tempo $[\tau_1, \tau_2]$ como mostrado na Figura 2-13, pelo que o capacitor se carrega neste intervalo de tempo aumentando sua tensão. Então, calculando a tensão do capacitor neste intervalo mediante a equação diferencial para a tensão no capacitor, tem-se:

$$\Delta V_o = \frac{1}{C_f} \int_{\tau_1}^{\tau_2} I_c(t) dt = \frac{\Delta I_T}{8Nf_{ch}C_f} \quad (2-23)$$

Vê-se que o *ripple* na tensão do capacitor é proporcional ao *ripple* na corrente, então, a máxima variação da tensão no capacitor num período de chaveamento T_{ch}/N é obtida substituindo o máximo *ripple* da corrente (2-18) na expressão (2-23), assim, obtém-se:

$$\Delta V_{oMAX} = \frac{E}{16(Nf_{ch})^2 L_f C_f} \quad (2-24)$$

A Figura 2-14 mostra a avaliação de (2-24) variando N entre um e quatro, e deixando fixos os outros valores. As curvas foram normalizadas dividindo (2-24) pelo valor máximo que pode ter (2-24) para $N=1$ (inversor de meia ponte convencional).

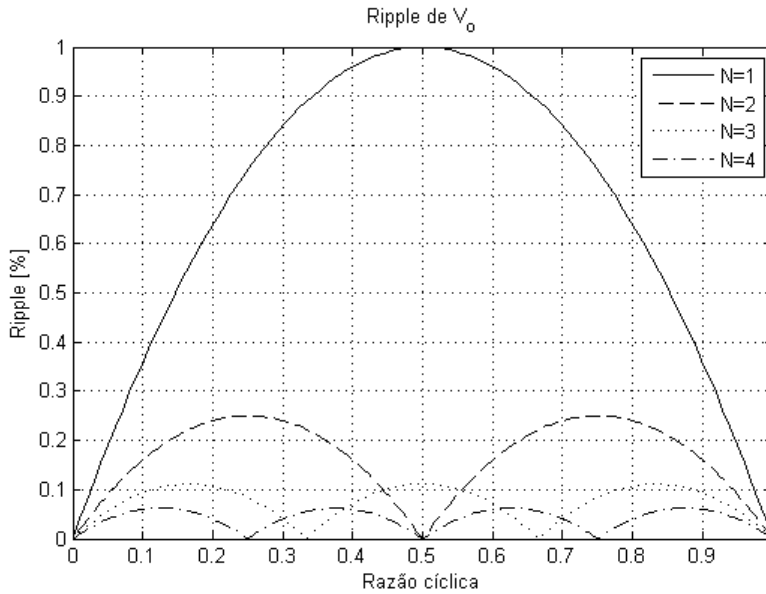


Figura 2-14 Ondulação normalizada da tensão de saída V_o para N braços entrelaçados (elementos iguais)

Da mesma forma que acontece com os indutores, a capacitância do filtro LC necessária para manter um *ripple* constante pode ser reduzida com o aumento do número de braços, porém, a ondulação máxima da tensão de saída é reduzida com o quadrado do número de braços, enquanto a ondulação máxima da corrente é reduzida num fator de N . Em consequência o tamanho físico ocupado pelo capacitor será menor. A expressão (2-24) pode ser utilizada para calcular o valor da capacitância mínima para limitar o *ripple* da tensão de saída num valor determinado por ΔV_{oMAX} .

2.4.3 Freqüência de ressonância do filtro LC

O circuito equivalente do inversor entrelaçado mostrado na Figura 2-8 permite calcular a freqüência de ressonância do inversor, ela é obtida utilizando a expressão (2-25).

$$\omega_{res} = \sqrt{\frac{1}{C_f(L_f/N)}} = \sqrt{\frac{N}{C_f L_f}} \quad (2-25)$$

A freqüência de ressonância do filtro de saída do inversor precisa estar pelo menos uma década antes da freqüência correspondente ao primeiro harmônico da tensão de saída [4]. Assim,

devido a que os primeiros harmônicos na tensão de saída de um inversor entrelaçado causados pelo chaveamento estarem em torno de Nf_{ch} , a escolha dos elementos passivos está limitada por:

$$\frac{2\pi Nf_{ch}}{10} > \sqrt{\frac{N}{C_f L_f}} \quad (2-26)$$

Assim, supondo que se pretende projetar um inversor entrelaçado com os mesmos *ripples* de tensão e corrente de um inversor de meia ponte convencional, seria necessário utilizar um capacitor N vezes menor do que capacitor do inversor convencional e indutores N vezes menores do que o indutor utilizado no inversor convencional. Então, substituindo os valores da capacitância e indutância necessárias em (2-26) tem-se que:

$$\frac{2\pi f_{ch}}{10} > \sqrt{\frac{N}{C_f L_f}} \quad (2-27)$$

Então, se a frequência de corte do filtro LC do inversor convencional estivesse projetada próxima de $f_{ch}/10$, não seria possível diminuir simultaneamente as indutâncias e a capacitância num fator de N , isto porque a frequência de corte resultante do inversor entrelaçado seria \sqrt{N} vezes maior do que a frequência de ressonância do inversor convencional, e não N vezes maior.

2.5 Dinâmica do conversor em malha aberta

Os inversores entrelaçados também podem ser avaliados com relação a sua dinâmica em malha aberta [18], assim, para determinadas escolhas dos componentes do circuito, a dinâmica do circuito fica mais rápida ou lenta dependendo do número de braços entrelaçados. A Figura 2-15 mostra a resposta ao degrau de quatro inversores entrelaçados (N variando entre 1 e 4) cujos elementos passivos foram dimensionados para atender as seguintes características do conversor:

- O *ripple* na corrente de cada braço de todos os inversores é igual, então a indutância para todos os inversores é L_f ;
- O *ripple* da tensão de saída de todos os inversores é igual, então, devido a que as indutâncias são iguais a L_f , a capacitância é calculada como C_f/N^2 ;
- Os outros parâmetros (f_{ch} , E , r_L e resistência de carga) são iguais para os quatro inversores.

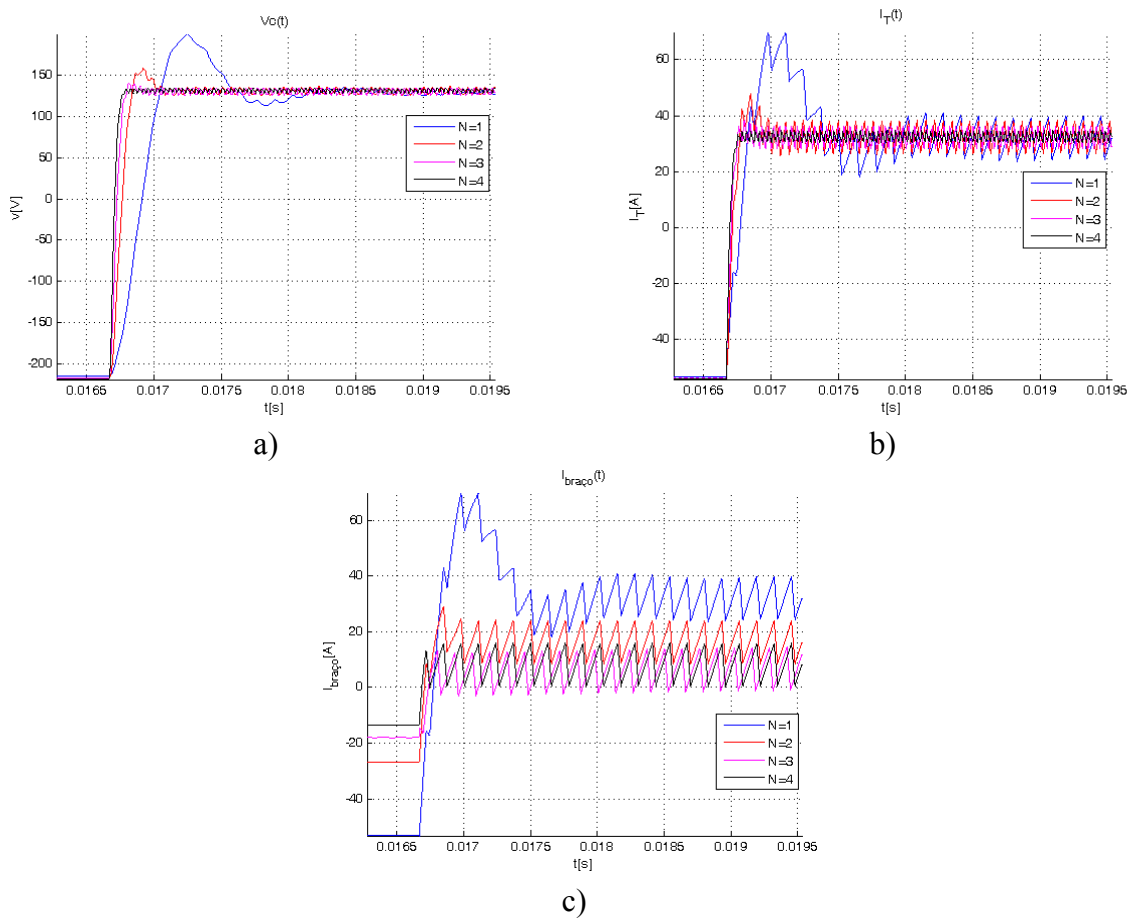


Figura 2-15 Resposta ao degrau do inversor entrelaçado em malha aberta (Diminuindo C_f)

a) Tensão de saída v_C , b) Corrente de saída i_T , c) Correntes num braço i_l

Nestas condições, as respostas transientes da tensão de saída, corrente de saída e corrente em cada braço do inversor, melhoram enquanto o número de braços aumenta (respostas com menor tempo de estabilização, menor *overshoot* e menos oscilatórias). Porém, dependendo dos critérios da escolha dos elementos passivos, a resposta pode piorar com o aumento do número de braços entrelaçados, dificultando o projeto do controlador. A Figura 2-16 exemplifica o fato anterior, onde os traços mostrados correspondem às respostas de inversores com as seguintes características:

- O *ripple* na corrente de saída de todos os inversores é igual, então a indutância calcula-se como L_f/N ;
- O *ripple* da tensão de saída de todos os inversores é igual, então, devido a que as indutâncias são calculadas como L_f/N , a capacitância é calculada como C_f/N ;
- Os outros parâmetros (f_{ch} , E , r_L e resistência de carga) são iguais para os quatro inversores.

A Figura 2-16 mostra que para as condições em que foram adquiridas as formas de onda, o tempo de estabilização diminui na medida em que o número de braços aumenta, mas, a resposta se torna mais oscilatória e o *overshoot* aumenta. Desta maneira, nas condições avaliadas pode ser visto que reduzindo somente a capacitância é obtida uma dinâmica do conversor melhor devido à menor

oscilação das grandezas. Contudo, o comportamento pode variar dependendo do valor dos elementos passivos.

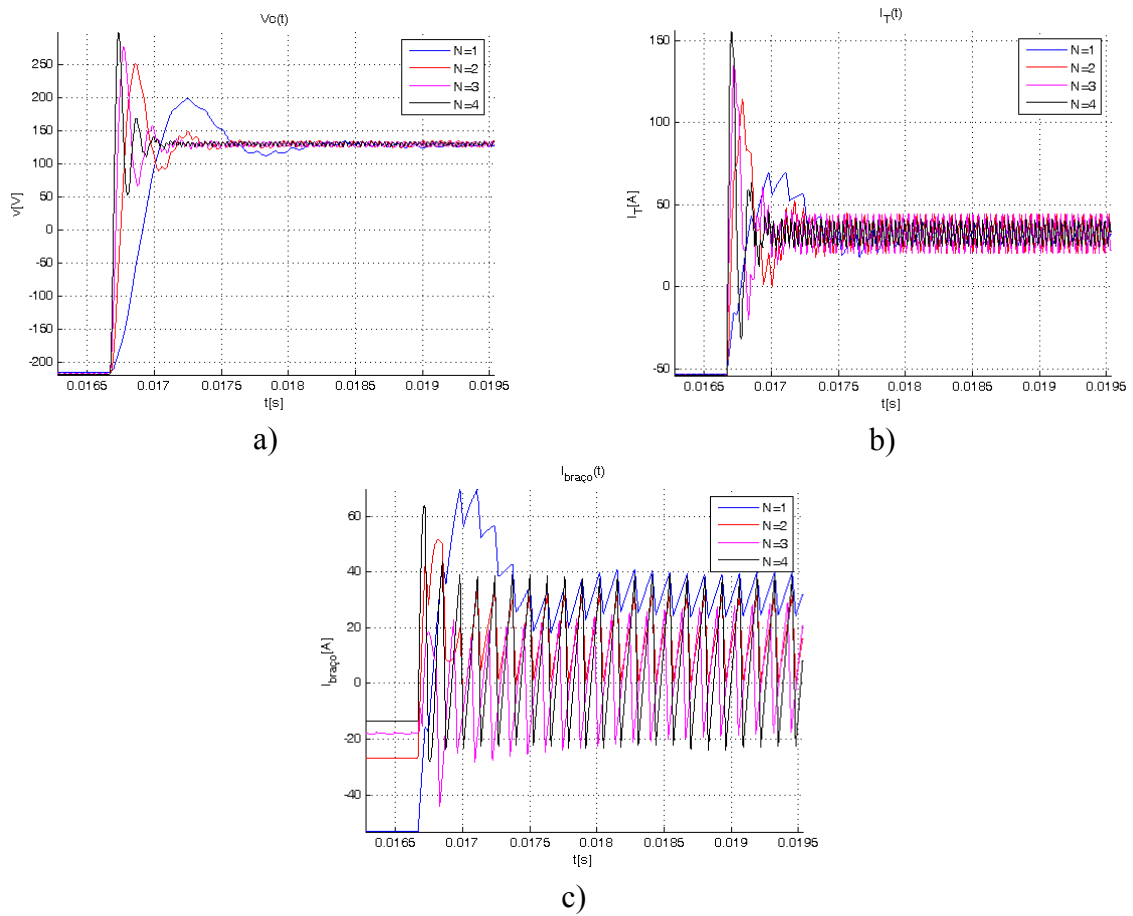


Figura 2-16 Resposta ao degrau do inversor entrelaçado (Diminuindo L_f e C_f)

a) Tensão de saída v_C , b) Corrente de saída i_T , c) Correntes num braço i_l

2.6 Equilíbrio das correntes nos braços do inversor

A distribuição equitativa da corrente nos braços do inversor é afetada pelas diferenças entre os sinais de controle e as diferenças entre os elementos constituintes, como por exemplo, as resistências parasitas (dos semicondutores e dos indutores de ligação) e as próprias indutâncias.

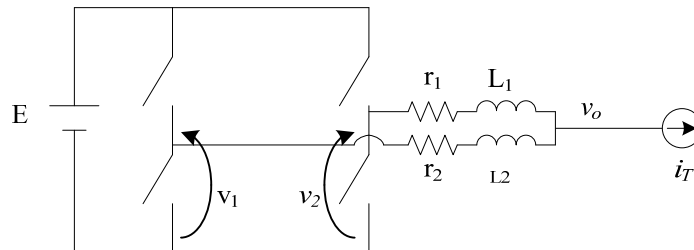


Figura 2-17 Inversor de dois braços

A Figura 2-17 mostra o circuito utilizado em [2] para a análise do efeito das resistências parasitas (r_1 e r_2) e dos sinais de controle na distribuição das correntes. O procedimento é proposto para um conversor paralelo, mas é válido também para inversores entrelaçados. Assim, a corrente

média que circula por cada braço (i_{1med} e i_{2med}) pode ser escrita em função da corrente média de saída i_{Tmed} e a tensão de alimentação E como:

$$\begin{aligned} i_{1med} &= \frac{r_2}{r_1 + r_2} i_{Tmed} + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{r_1 + r_2} E \\ i_{2med} &= \frac{r_1}{r_1 + r_2} i_{Tmed} - \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{r_1 + r_2} E \end{aligned} \quad (2-28)$$

onde α_1 e α_2 representam a razão cíclica de cada braço.

Assim, utilizando (2-28) e supondo que α_1 e α_2 são iguais (condições ideais para o controle do inversor) e que r_2 é igual a kr_1 , onde k é um fator que indica a diferença entre as resistências parasitas, tem-se:

$$\frac{i_{1med}}{i_{2med}} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{kr_1}{r_1} = k \quad (2-29)$$

Então, segundo (2-29) uma diferença num fator de k entre as resistências parasitas gera uma diferença na mesma proporção nas correntes. Por outro lado, a diferença entre os sinais de controle tem efeitos piores sobre o desequilíbrio das correntes [2]; utilizando (2-28) e supondo que r_1 e r_2 são iguais tem-se:

$$i_{1med} - i_{2med} = \left(\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{r_1} \right) E$$

Assim, diferenças entre os sinais de controle geram desequilíbrios proporcionais à diferença das razões cíclicas e inversamente proporcionais às resistências parasitas. Devido ao fato de que as resistências parasitas são geralmente muito pequenas (menores do que a unidade), as diferenças entre as razões cíclicas geram desequilíbrios nas correntes maiores do que os gerados pelas diferenças entre as resistências parasitas [2] porque a diferença entre os sinais de controle é amplificada pelo inverso multiplicativo da resistência parasita dos braços.

Outra diferença que se pode apresentar entre os braços do inversor entrelaçado é a indutância de cada braço. O uso de indutâncias diferentes além de gerar ondulações de corrente diferentes, gera diferenças entre os valores médios das correntes nos braços. A Figura 2-18 mostra a resposta ao degrau das correntes de um inversor entrelaçado de dois braços com indutâncias diferentes em cada braço. Nessa figura, em relação ao valor ideal do indutor projetado para o inversor, um braço tem uma indutância 10% maior e o outro 10% menor.

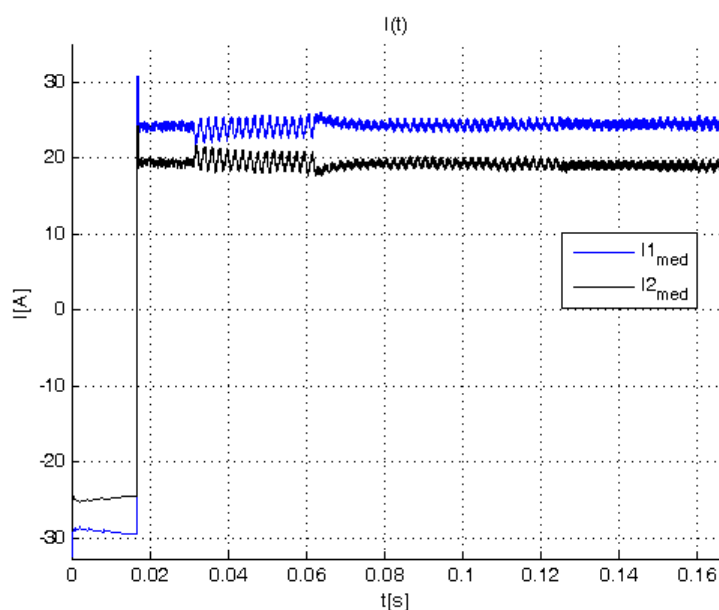


Figura 2-18 Correntes nos braços de um inversor entrelaçado ($N=2$) para uma razão cíclica fixa

A Figura 2-19 mostra as correntes utilizando o mesmo inversor nas mesmas condições da Figura 2-18, mas com um sinal modulante senoidal. Vê-se que tanto na resposta ao degrau quanto na resposta a uma excitação senoidal, a amplitude das correntes nos braços é diferente.

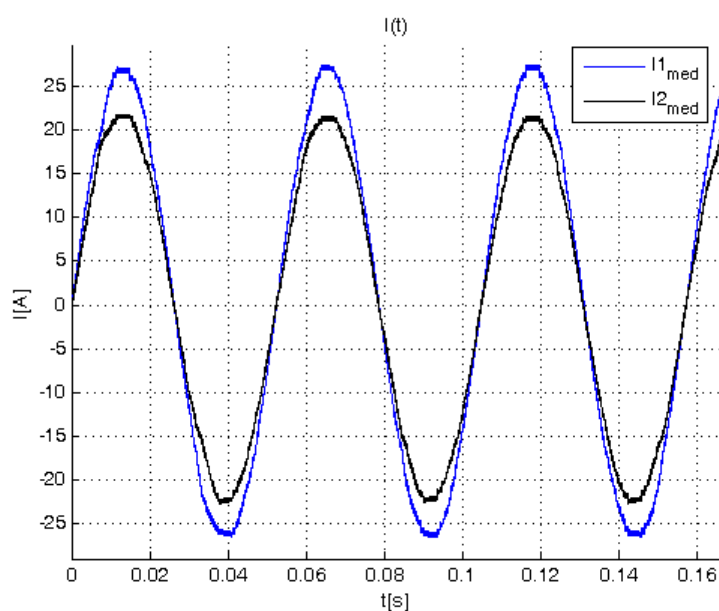


Figura 2-19 Correntes nos braços de um inversor entrelaçado ($N=2$) para uma modulação senoidal

Em termos da componente fundamental, o desequilíbrio entre as correntes nos braços gerado pelas diferenças dos indutores pode ser facilmente quantificado utilizando a representação em séries de Fourier da tensão de cada braço. De (2-2) pode-se ver que a componente fundamental da tensão gerada por cada braço (v_{fund}) é igual para todos eles. Assim, é possível representar o inversor entrelaçado de N braços em termos das componentes fundamentais das correntes (i_{Tfund} , i_{1fund} , i_{2fund} , ..., i_{Nfund}) como é mostrado na Figura 2-20.

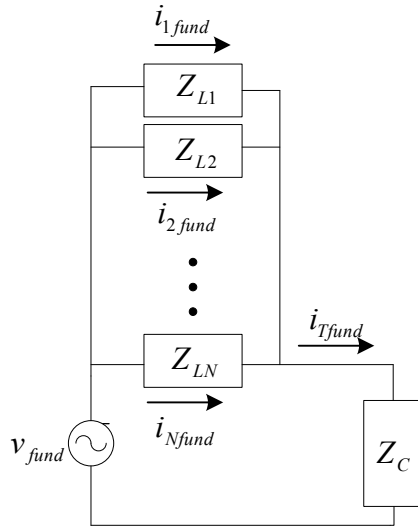


Figura 2-20 Circuito equivalente do inversor entrelaçado em termos das componentes fundamentais

Nessa figura Z_{Ln} corresponde à impedância do indutor do n -ésimo braço, Z_C é a impedância correspondente ao paralelo entre o capacitor e a carga do inversor. A partir do circuito da Figura 2-20 pode-se calcular a corrente média de saída da seguinte maneira:

$$i_{Tfund} = \frac{v_{fund}}{Z_C + Z_{Leq}}$$

onde Z_{Leq} é o paralelo de todas as impedâncias dos indutores de cada braço. Da mesma maneira, a corrente média do n -ésimo braço pode ser calculada como:

$$i_{nfund} = \left(1 - \frac{Z_C}{Z_C + Z_{Leq}}\right) \frac{v_{fund}}{Z_{Ln}}$$

onde Z_{Ln} corresponde à impedância do indutor do n -ésimo braço. Então, calculando a relação entre a corrente média no braço e a corrente que deveria circular nele (i_{Tfund}/N) tem-se:

$$\frac{i_{nfund}}{i_{esp}} = N \frac{Z_{Leq}}{Z_{Ln}} \quad (2-30)$$

onde i_{esp} é a corrente esperada em cada braço (correspondente à componente fundamental). Assim, pode-se ver que quando todos os indutores são iguais, a relação (2-30) é igual a um, enquanto que com indutores de impedâncias diferentes a relação muda e indica desequilíbrio das correntes nos braços. Para a corrente no primeiro braço de um inversor de dois braços a relação anterior gera:

$$\frac{i_{1fund}}{i_{esp}} = 2 \frac{Z_{L2}}{Z_{L1} + Z_{L2}}$$

Assim, para a simulação mostrada na Figura 2-19 a relação anterior indica que a variação da corrente no braço um é:

$$\frac{i_{fund}}{i_{esp}} = 2 \frac{1,1Z_{Lf}}{1,1Z_{Lf} + 0,9Z_{Lf}} = 1,1$$

Então, nas condições da simulação da Figura 2-19 a corrente no braço um é 10% maior do que deveria e o outro braço conduz 10% menos da corrente esperada.

2.7 Correntes de circulação entre os braços do inversor

Considere-se um inversor paralelo de dois braços cujos sinais de controle são diferentes para cada braço, como mostrado na Figura 2-21. Esta última mostra os sinais de controle de cada módulo, na parte “A)” encontram-se as modulantes e as portadoras do modulador por largura de pulso, na parte “B)” os sinais de controle para os dois módulos nessas condições, e na parte “C)” o circuito no estado que apresenta o efeito analisado.

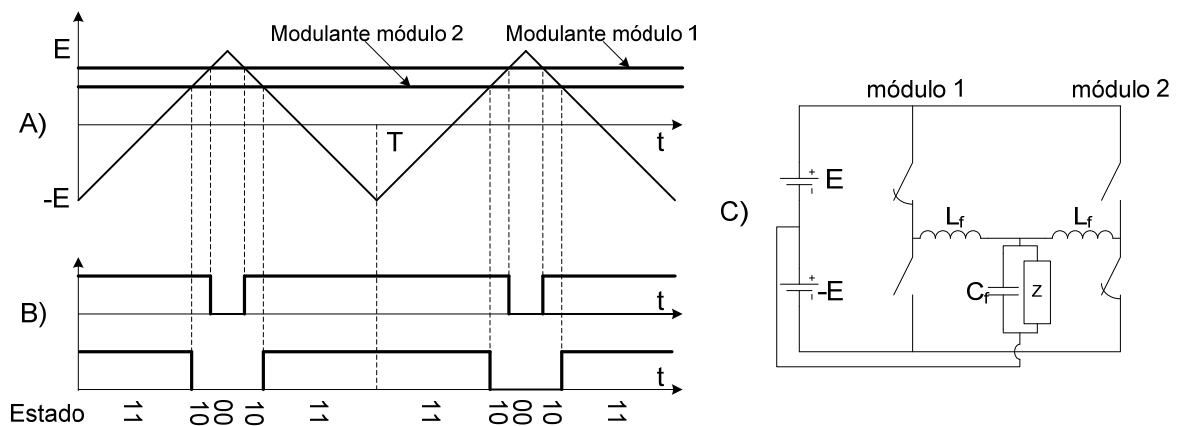


Figura 2-21 Diferença entre os tempos de comutação em dois inversores em paralelo

Nos inversores paralelos, os dois sinais modulantes da parte “A)” da Figura 2-21 podem ser diferentes por vários motivos (diferença nos sinais de controle, semicondutores, circuitos de comando das chaves). Estes sinais são comparados com uma portadora comum gerando os estados mostrados. O estado “10” é gerado devido às diferenças entre os instantes de comutação, e como é mostrado na parte “C)”, este estado fecha o circuito possibilitando a circulação de corrente entre os módulos, a qual é chamada *cross current* ou corrente de circulação, e incrementa as perdas de comutação e condução das chaves [1].

Quando a portadora é comum para todos os módulos e todos os módulos são iguais, as diferenças entre os instantes de comutação são pequenas, e o indutor é dimensionado para limitar esta corrente durante este pequeno intervalo de tempo. Porém, diferentemente da conexão de componentes em paralelo, na conexão de inversores em paralelo essas diferenças nos tempos de comutação não geram aceleração térmica [2]. Se o sinal portador estivesse defasado entre os módulos, as diferenças entre os instantes de comutação aumentariam. Assim, para maiores defasagens, maiores as diferenças entre os instantes de comutação, pelo que os indutores devem ser grandes o suficiente para evitar que as correntes cresçam muito.

No caso dos inversores entrelaçados a defasagem entre os sinais portadores é inerente, fazendo das correntes de circulação uma consequência natural do entrelaçamento. A corrente de circulação nos inversores entrelaçados representa um problema maior porque as diferenças entre os instantes de chaveamento são maiores em comparação com inversores que somente utilizam um sinal portador, em consequência a corrente de circulação é maior.

2.7.1 Análise da corrente de circulação baseada no espectro harmônico

A existência da corrente de circulação pode ser entendida e quantificada utilizando a análise do espectro harmônico obtido na seção 2.3. Para facilitar o procedimento é conveniente primeiro fazer duas definições da seguinte maneira. O conjunto de frequências do espectro harmônico de (2-2) que correspondem aos harmônicos de f_{ch} que não são múltiplos de N e suas respectivas bandas laterais é definido como frequências C (Circulação); As outras frequências do espectro harmônico, isto é, a frequência fundamental (f_m) e o conjunto de frequências que compõem os harmônicos de Nf_{ch} e suas respectivas bandas laterais é definido como frequências S (Saída).

Podemos dizer da Figura 2-8 que a corrente de saída do inversor $i_T(t)$ (soma da corrente no capacitor e na carga) somente tem componentes nas frequências S porque a tensão equivalente $v_{eq}(t)$ somente tem componentes harmônicas nessas frequências. Em consequência, a tensão de saída somente tem componentes nas frequências S, pelo que a corrente de saída pode ser representada fasorialmente como:

$$\vec{I}_T = \sum_f \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \vec{V}_i(j2\pi f)}{\frac{Z_L(j2\pi f)}{N} + Z_C(j2\pi f)} \quad \forall f \in S \quad (2-31)$$

onde Z_L é a impedância equivalente de cada indutor, Z_C é a impedância equivalente do paralelo entre a carga e o capacitor, e o somatório somente é avaliado para as frequências S (observa-se que neste caso i indica o i -ésimo braço do inversor).

Então, devido a que a tensão de saída de cada braço ($v_i(t)$) possui todas as componentes, e as componentes de $v_o(t)$ não cancelam nenhuma das componentes de $v_i(t)$ (porque são menores e com fases diferentes), a tensão sobre os indutores dos braços ($v_i(t) - v_o(t)$) tem componentes nas mesmas frequências que $v_i(t)$. Em consequência a corrente de cada braço ($i_i(t)$) tem componentes nas frequências S e C. As componentes de $i_i(t)$ nas frequências C somente dependem de $v_i(t)$ e da impedância Z_L porque $v_o(t)$ somente tem componentes nas frequências S, assim, a corrente i_i correspondente a qualquer uma das frequências C pode ser representada fasorialmente como:

$$\vec{I}_{iCC}(j2\pi f) = \frac{\vec{V}_{iCC}(j2\pi f)}{Z_L(j2\pi f)} \quad (2-32)$$

onde \vec{I}_{icc} e \vec{V}_{icc} são as representações fasoriais da tensão e corrente do i -ésimo braço para qualquer f que pertença às frequências C, respectivamente.

Pelo fato de que a corrente de saída não tem componentes nas frequências C e as correntes nos braços do inversor têm, as correntes que correspondem às componentes C de i_i somente podem circular pelos braços do inversor. Em condições ideais (indutores iguais e sinais de controle ideais) as correntes correspondentes às componentes C de i_i são as correntes de circulação. Isto pode ser visto mais claramente utilizando o seguinte procedimento:

Na representação em série de Fourier da tensão em cada braço dada em (2-2) pode ser visto que as fases da m -ésima componente harmônica da portadora e das componentes que formam suas bandas laterais estão determinadas por (2-33).

$$\varphi = m \frac{2\pi}{N} i \quad (2-33)$$

Segundo (2-33), para qualquer n as componentes de v_i têm o mesmo sentido para valores de m múltiplos de N , e para os outros valores de m as componentes formam vetores cuja soma é zero; Isto é mostrado na Figura 2-22 para um inversor entrelaçado de quatro braços.

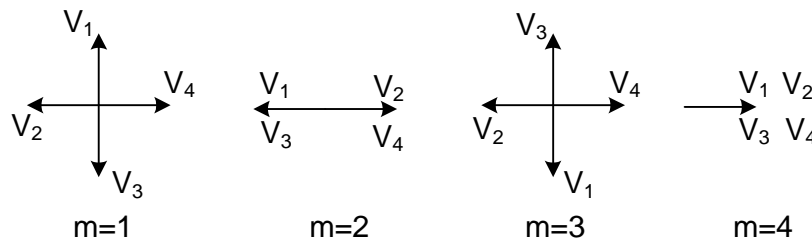


Figura 2-22 Diagrama de fasores das tensões nos braços (V_i) de um inversor entrelaçado ($N=4$)

Na condição dos indutores de cada braço do inversor serem iguais, para qualquer componente das frequências C, as componentes das correntes $i_i(t)$ estão defasadas entre si na mesma quantidade que as componentes das tensões $v_i(t)$ estão defasadas entre si. Isto é, a fase entre as correntes se calcula através de (2-33). Assim, a soma das correntes nos braços correspondentes às frequências C também é sempre zero, pelo que essas correntes não contribuem na corrente $i_T(t)$ e somente circulam entre os braços, contribuindo para correntes de circulação. Por outra parte, as correntes i_i correspondentes às frequências S podem ser calculadas fasorialmente como:

$$\vec{I}_{ics}(j2\pi f) = \frac{\vec{V}_{ics}(j2\pi f) - \vec{V}_o(j2\pi f)}{Z_L(j2\pi f)} \quad (2-34)$$

onde \vec{I}_{ics} e \vec{V}_{ics} são as representações fasoriais da corrente e tensão no i -ésimo braço para qualquer f que pertença às frequências S, \vec{V}_o é a representação fasorial da tensão de saída na correspondente frequência.

Para um f dado que pertence às frequências S (qualquer um), a tensão \vec{V}_{iCS} tem sempre a mesma fase e a mesma magnitude para todos os braços. Devido a que a tensão \vec{V}_o é comum para todos os braços, pode-se afirmar que as correntes \vec{I}_{iCS} nos N braços são também iguais. Conseqüentemente, a soma das correntes \vec{I}_{iCS} somente pode circular pela saída, contribuindo com a corrente $i_T(t)$. Elas não contribuem para as correntes de circulação porque todas as correntes \vec{I}_{iCS} têm a mesma fase e amplitude. Além disso, a soma das correntes \vec{I}_{iCS} é igual à corrente de saída porque as correntes \vec{I}_{iCC} não aparecem em $i_T(t)$, pelo que a corrente de saída pode ser escrita fasorialmente como:

$$\vec{I}_T(j2\pi f) = \sum_{i=1}^N \vec{I}_{iCS}(j2\pi f)$$

Como as N correntes \vec{I}_{iCS} são iguais, a expressão anterior pode ser escrita como:

$$\vec{I}_T(j2\pi f) = N \vec{I}_{iCS}(j2\pi f) \quad (2-35)$$

Então, dado que a corrente no i -ésimo braço (\vec{I}_i) é a soma das componentes \vec{I}_{iCS} e \vec{I}_{iCC} , utilizando (2-35) pode-se escrever a corrente de circulação no i -ésimo braço (\vec{I}_{iCC}) como:

$$\vec{I}_{circulação}(j2\pi f) = \vec{I}_{iCC}(j2\pi f) = \vec{I}_i(j2\pi f) - \frac{\vec{I}_T(j2\pi f)}{N}$$

ou escrita em função das correntes instantâneas i_i obtendo-se:

$$i_{circulação} = i_i - \frac{\sum_{i=1}^N i_i}{N} \quad (2-36)$$

Assim, a corrente de circulação no i -ésimo braço é definida como a corrente no braço menos a média de todas as correntes [17], como indica (2-36).

A corrente de circulação pode ser escrita em função das tensões nos braços e da tensão sobre o capacitor v_C . Assim, utilizando a transformada de *LaPlace* a expressão (2-36) pode ser escrita como:

$$\mathcal{L}\{i_{circulação}\} = \frac{v_i - v_C}{r_L + sL_f} - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{v_i - v_C}{r_L + sL_f}$$

Como a tensão no capacitor não depende de i , ela pode ser tirada do somatório. Pelo que a expressão anterior pode ser reduzida a:

$$\mathcal{L}\{i_{circula\c{c}ao}\} = \frac{v_i}{r_L + sL_f} - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{v_i}{r_L + sL_f}$$

Substituindo s por $j2\pi f$ e somando a corrente de circula\c{c}ao para as frequ\ec{e}ncias de interesse (de zero at\eaacute; uma frequ\ec{e}ncia f_{MAX}) como \eaacute; mostrado em (2-37) obt\em-se a representa\c{c}ao completa da corrente de circula\c{c}ao em componentes harm\onicas.

$$i_{circula\c{c}ao} = \sum_{k=0}^{k_{MAX}} \left(\frac{v_i(2\pi 60k) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i(2\pi 60k)}{r_L + j2\pi 60kL_f} \right) \quad (2-37)$$

Como idealmente as tens\oes nos bra\c{c}os n\ao t\eam componentes c.c., o somat\orio anterior pode ser feito desde $k=1$, pelo que o valor eficaz da corrente de circula\c{c}ao pode ser calculado como:

$$i_{circula\c{c}ao_{RMS}} = \sqrt{\sum_{k=0}^{k_{MAX}} \left(\frac{\left(v_i(2\pi 60k) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i(2\pi 60k) \right)^2}{(r_L + j2\pi 60kL_f)\sqrt{2}} \right)} \quad (2-38)$$

Como as componentes de v_i e de $\sum_{i=1}^N v_i$ s\ao conhecidas das express\oes (2-2) e (2-4), utilizando a express\ao anterior \eaacute; poss\ivel analisar o comportamento do valor eficaz da corrente de circula\c{c}ao. Assim, \eaacute; sabido que v_i \eaacute; igual a $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i$ para as componentes S, pelo que o numerador est\aa composto somente por componentes em frequ\ec{e}ncias C. Ent\ao, como para um n\umero maior de bra\c{c}os entrela\c{c}ados t\em-se mais componentes nas frequ\ec{e}ncias C, o valor eficaz da corrente de circula\c{c}ao tamb\em aumentar\aa com o n\umero de bra\c{c}os. Adicionalmente, da representa\c{c}ao em s\eries de Fourier de v_i e de $\sum_{i=1}^N v_i$ pode ser fatorada a constante E e tirada da raiz, o que indica que a corrente de circula\c{c}ao aumenta linearmente com maiores barramentos c.c.. Por outra parte, a corrente de circula\c{c}ao diminui com o aumento da frequ\ec{e}ncia de chaveamento. Isto porque embora a magnitude e fase das componentes de v_i e de $\sum_{i=1}^N v_i$ n\ao dependa da frequ\ec{e}ncia de chaveamento, elas est\ao localizadas em frequ\ec{e}ncias maiores, pelo que as componentes da corrente s\ao menores porque a imped\ancia do indutor \eaacute; maior. Al\em disso, supondo que o valor de r_L \eaacute; muito pequeno, a constante L_f pode ser tirada da raiz, o que indica que a corrente de circula\c{c}ao \eaacute; inversamente proporcional ao valor da indut\ancia de liga\c{c}ao.

Apesar de que a expressão (2-38) pareça complexa, pode ser utilizada para calcular o valor eficaz da corrente de circulação evitando a necessidade de simular o circuito. Assim, fazendo as simplificações mencionadas no parágrafo anterior, a corrente de circulação pode ser escrita como:

$$i_{circulação_{RMS}} = \frac{E}{L_f} K(f_{ch}, N) \quad (2-39)$$

Onde $K(f_{ch}, N)$ é uma constante que depende da frequência de chaveamento e da quantidade de braços do inversor. Por exemplo, utilizando uma frequência de chaveamento de 7680Hz para dois braços K é igual a $1,275701 \times 10^{-5}$ enquanto que para quatro braços K tem um valor igual a $1,323586 \times 10^{-5}$. No apêndice 7.5 é incluída uma rotina feita em MatLab para a obtenção do valor eficaz da corrente de circulação para um inversor de até quatro braços.

2.8 Estratégias de controle da corrente em conversores entrelaçados

Para controlar o fluxo de corrente no sistema podem-se utilizar as técnicas de distribuição de corrente para inversores em paralelo com controle com interconexão (MSC, CLC, malhas em cascata, 3C, etc.). Porém, as características do inversor entrelaçado como a diminuição dos *ripples* de tensão e corrente, e conseqüentemente a distorção harmônica da tensão de saída serão afetadas porque os sinais modulantes não serão necessariamente iguais.

Em [37] é controlado um inversor entrelaçado de três braços utilizando realimentação mostrando bons resultados (baixa THD e boa regulação da tensão). O controle proposto usa três malhas independentes para controlar as correntes com uma referência comum e uma malha externa para o controle da tensão. O controlador utilizado é do tipo *deadbeat* (projetado para colocar os pólos em malha fechada na origem do plano Z). Este tipo de controlador é muito sensível a variações do sistema e foi projetado com base em aproximações do modelo do inversor, pelo que desta maneira a estabilidade pode ser afetada para algumas condições de carga. Contudo, os resultados mostrados em [37] foram obtidos utilizando simulações e com propriedades do inversor vantajosas com respeito às características do inversor projetado neste trabalho (menos potência, maior frequência de chaveamento, maiores indutores de ligação e capacitância de filtro ligeiramente menor).

Além das estratégias de controle acima mencionadas, existem na literatura métodos para controlar a distribuição da corrente que não afetam os sinais de controle, e conseqüentemente não deterioram as características do entrelaçamento. Estas técnicas são de forma geral feitas com elementos passivos, solucionando os problemas da distribuição de corrente de forma natural. Assim, esta subseção trata sobre o funcionamento destas técnicas, suas vantagens e problemas.

2.8.1 Melhoria da distribuição de corrente por acoplamento magnético

Acoplamento magnético de dois braços

Acoplando magneticamente os indutores de dois braços como é mostrado na Figura 2-23 é possível distribuir equitativamente as correntes desses dois braços naturalmente [3], [6], [7].

Nesta topologia o indutor utilizado para o entrelaçamento ajuda na distribuição natural das correntes nos braços devido ao acoplamento magnético entre os indutores de ligação do inversor. Assim, se a corrente i_1 for maior do que i_2 , uma FEM será gerada no indutor em função da diferença entre as correntes, o que faz com que i_1 diminua e i_2 aumente [6]. A principal vantagem desta topologia é que a distribuição da corrente é teoricamente garantida de forma natural sem precisar de técnicas de controle complexas, e sem alterar o *ripple* nem magnitude da corrente de saída.

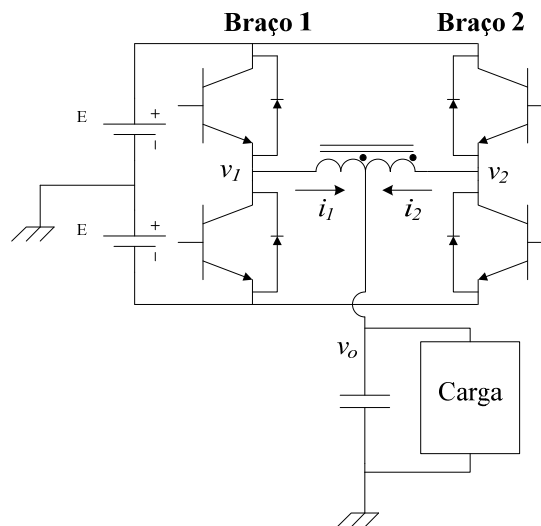


Figura 2-23 Inversor entrelaçado com indutores acoplados magneticamente

Esta solução está limitada para inversores com um número de braços igual a 2^m , onde m é qualquer número natural. Contudo, o maior problema desta topologia é que o acoplamento entre os indutores não pode ter um valor muito próximo de um porque quanto maior for o acoplamento, menor será a diferença entre a indutância própria do braço e a indutância mútua do acoplamento. Assim, a indutância real que estaria filtrando o *ripple* da corrente no braço seria muito pequena, e em consequência o *ripple* seria muito grande.

Embora os indutores acoplados utilizados no circuito da Figura 2-23 não possam ter acoplamentos com valores próximos de um, eles poderiam ser utilizados como um elemento adicional de um inversor entrelaçado, isto é, o inversor precisaria ter os indutores de ligação para controlar o *ripple* e os indutores acoplados para controlar a distribuição de corrente. Para exemplificar este último caso, considere-se um inversor entrelaçado de dois braços com indutores separados em cada braço cuja impedância ideal é Z_{Lf} , e dois indutores acoplados adicionais com uma indutância Z_{Lc} cada um, cujo acoplamento é 0,99. As impedâncias dos indutores separados de cada braço diferem do valor ideal em

$\pm 10\%$. Simulando o inversor nestas condições para vários valores de Z_{Lc} obtém-se a curva mostrada na Figura 2-24.

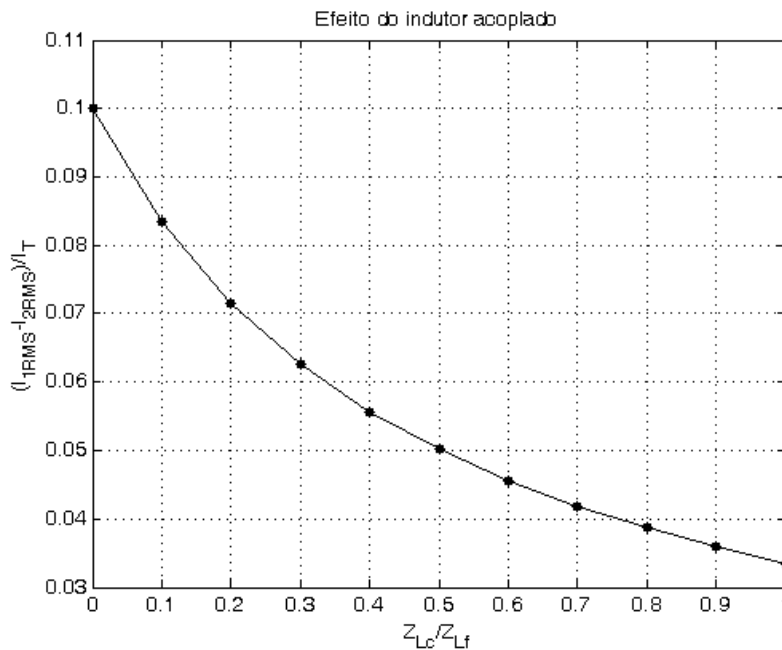


Figura 2-24 Redução da diferença entre as correntes de dois inversores entrelaçados utilizando indutores acoplados e indutores separados

A Figura 2-24 mostra a diferença entre os valores RMS das correntes nos braços normalizada no valor RMS da corrente de saída em função de Z_{Lc} . Assim, pode-se ver que a diferença entre as correntes decresce ao utilizar indutores acoplados com maiores impedâncias, e que para reduzir significativamente a diferença entre as correntes, os indutores acoplados precisam ter impedâncias comparáveis com a impedância do indutor de ligação.

Além do equilíbrio das correntes nos braços fornecido por esta estrutura, foi visto que utilizando indutores separados e indutores com índices de acoplamento próximos de um (ou somente indutores acoplados com índices de acoplamento baixos) o *ripple* das correntes nos braços é diminuído. Isto ocorre porque a corrente que um braço induz no outro devido ao acoplamento, encontra-se defasada em 180° (na frequência de chaveamento) com respeito à corrente própria do braço, assim, a corrente resultante apresenta ondulações no dobro da frequência e com amplitudes menores, o que adicionalmente diminui a corrente de circulação. A Figura 2-25 mostra o efeito do acoplamento na redução do *ripple* das correntes nos braços do inversor para uma razão cíclica igual a 0,9. As curvas mostradas correspondem às correntes de dois inversores entrelaçados de dois braços chaveando na mesma frequência (7680Hz). Um deles utiliza somente os indutores de ligação L_f (sem acoplamento), e o outro utiliza os mesmo indutores de ligação junto com um indutor acoplado adicional cuja auto-indutância é igual a $L_f/2$ e com um índice de acoplamento alto (0,99). Pode-se ver que as correntes nos braços do inversor com acoplamento apresentam quatro comutações num período de chaveamento enquanto que as correntes do inversor sem acoplamento apresentam duas. Além disso, o *ripple* das correntes nos braços do inversor com acoplamento é menor do que os obtidos no inversor

sem acoplamento magnético. Este comportamento permite utilizar núcleos menores para os indutores de ligação e diminuir as perdas nas chaves. Adicionalmente, a corrente de circulação é reduzida porque as componentes da corrente em torno da frequência de chaveamento são menores devido ao aumento da frequência de comutação e à redução das ondulações das correntes.

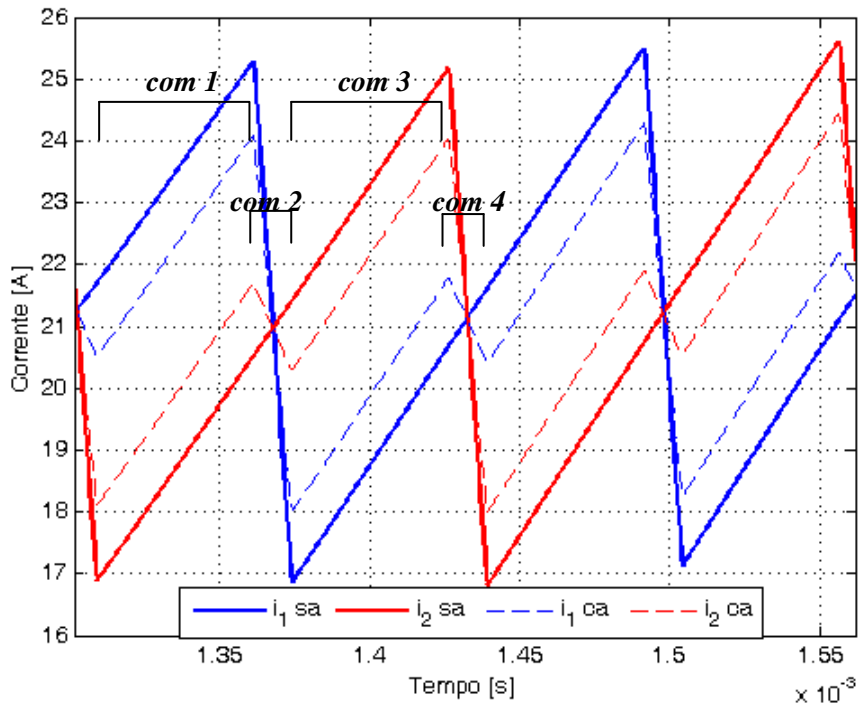


Figura 2-25 Redução do *ripple* das correntes nos braços utilizando acoplamento

(sa: sem acoplamento ca: com acoplamento com: comutação)

Pode-se ver que a ondulação da corrente apresenta uma resposta com mais comutações quando o acoplamento é utilizado. Assim, para um inversor que utiliza indutâncias de ligação iguais a L_f e um indutor acoplado com uma auto-indutância L_p e uma indutância mútua M . A ondulação da corrente de cada braço pode ser escrita em função da razão cíclica α para as quatro comutações num período de chaveamento como mostra a Tabela 2-3. O valor máximo do *ripple* das correntes nos braços pode ser calculado com (2-40).

$$\Delta i_{MAX} = \frac{E(L_f + L_p)^2}{2f_{ch}(L_f + L_p + M)^2(L_f + L_p - M)} \quad (2-40)$$

A Figura 2-26 compara os *ripples* das correntes nos braços dos dois inversores analisados. Os traços correspondentes ao inversor com acoplamento representam a ondulação que se apresenta na primeira metade do período de chaveamento (*com 1* e *com 2*). Devido à simetria dos braços, o *ripple* que aparece na segunda metade do período de chaveamento (*com 3* e *com 4*) pode ser representado pela mesma figura invertendo a legenda (i_1 : vermelho, i_2 : azul).

Para fazer a comparação em condições similares, as seguintes condições são definidas:

1. A soma das auto-indutâncias do inversor com acoplamento (indutância de ligação L_f e auto-indutância da bobina acoplada L_p) é escolhida igual à indutância de ligação do inversor sem acoplamento L_T .
2. O fator de acoplamento do indutor comum é muito alto (0,99).

Assim, na parte “a)” da Figura 2-26, o *ripple* do inversor com acoplamento magnético é avaliado com $L_p=L_f/2$. Enquanto que o inversor sem acoplamento é avaliado com $L_T=1,5L_f$. Os valores do *ripple* mostrados na figura estão normalizados com o valor máximo da ondulação da corrente que apresenta o inversor sem acoplamento num braço.

Tabela 2-3 Ondulação das correntes nos braços utilizando indutores acoplados

	com #	$ \Delta i_1 $	$ \Delta i_2 $
$\alpha < 0,5$	1	$\left \frac{E\alpha\alpha_{ch}}{L_f + L_p + M} - \frac{2E(\alpha - 1/2)\alpha T_{ch}}{L_f + L_p - M} \right $	$\left \frac{-E\alpha\alpha_{ch}}{L_f + L_p + M} - \frac{2E(\alpha - 1/2)\alpha T_{ch}}{L_f + L_p - M} \right $
	3	$\left \frac{-E\alpha T_{ch}}{L_f + L_p + M} - \frac{2E(\alpha - 1/2)\alpha T_{ch}}{L_f + L_p - M} \right $	$\left \frac{E\alpha\alpha_{ch}}{L_f + L_p + M} - \frac{2E(\alpha - 1/2)\alpha T_{ch}}{L_f + L_p - M} \right $
	2 e 4	$\left \frac{2E\alpha(\alpha - 1/2)}{f_{ch}(L_f + L_p - M)} \right $	$\left \frac{2E\alpha(\alpha - 1/2)}{f_{ch}(L_f + L_p - M)} \right $
$\alpha > 0,5$	1 e 3	$\left \frac{2E(1 - \alpha)(\alpha - 1/2)T_{ch}}{L_f + L_p - M} \right $	$\left \frac{2E(1 - \alpha)(\alpha - 1/2)T_{ch}}{L_f + L_p - M} \right $
	2	$\left \frac{E(1 - \alpha)T_{ch}}{L_f + L_p + M} - \frac{2E(\alpha - 1/2)(1 - \alpha)T_{ch}}{L_f + L_p - M} \right $	$\left \frac{-E(1 - \alpha)T_{ch}}{L_f + L_p + M} - \frac{2E(\alpha - 1/2)(1 - \alpha)T_{ch}}{L_f + L_p - M} \right $
	4	$\left \frac{-E(1 - \alpha)T_{ch}}{L_f + L_p + M} - \frac{2E(\alpha - 1/2)(1 - \alpha)T_{ch}}{L_f + L_p - M} \right $	$\left \frac{E(1 - \alpha)T_{ch}}{L_f + L_p + M} - \frac{2E(\alpha - 1/2)(1 - \alpha)T_{ch}}{L_f + L_p - M} \right $

Na parte “a)” da Figura 2-26 pode-se ver que o valor máximo do *ripple* é diminuído consideravelmente utilizando o indutor acoplado, porém, para algumas razões cíclicas o *ripple* é maior do que o obtido sem o acoplamento. Se a condição número um é mantida, para maiores valores da auto-indutância da bobina acoplada a relação entre os *ripples* mostrada na parte “a)” da Figura 2-26 piora para o inversor com acoplamento como mostra a parte “b)”. Se pelo contrario a auto-indutância é diminuída a relação melhora favorecendo o uso do indutor acoplado como mostra a parte “c)”. Por outra parte, a redução do *ripple* máximo utilizando o acoplamento piora para menores valores de L_p e aumenta com valores maiores.

Embora seja possível reduzir a diferença entre as correntes utilizando indutores acoplados, em qualquer dos dois casos explicados anteriormente (indutor acoplado com coeficiente de acoplamento próximo de um ou não) o projeto do inversor seria afetado porque o tamanho ocupado pelos elementos passivos aumentaria. Assim, ao inserir indutores com coeficientes de acoplamento próximos de um num inversor entrelaçado sem tirar os indutores de ligação, o volume aumentaria por causa do novo

elemento. No caso de utilizar indutores com coeficientes de acoplamento baixos, a indutância para cada braço teria que ser maior do que a utilizada num inversor entrelaçado sem acoplamento magnético; isto porque para manter o *ripple* de corrente do inversor sem acoplamento, o indutor acoplado teria que ter uma indutância igual à soma da indutância mútua e da indutância necessária para controlar o *ripple*.

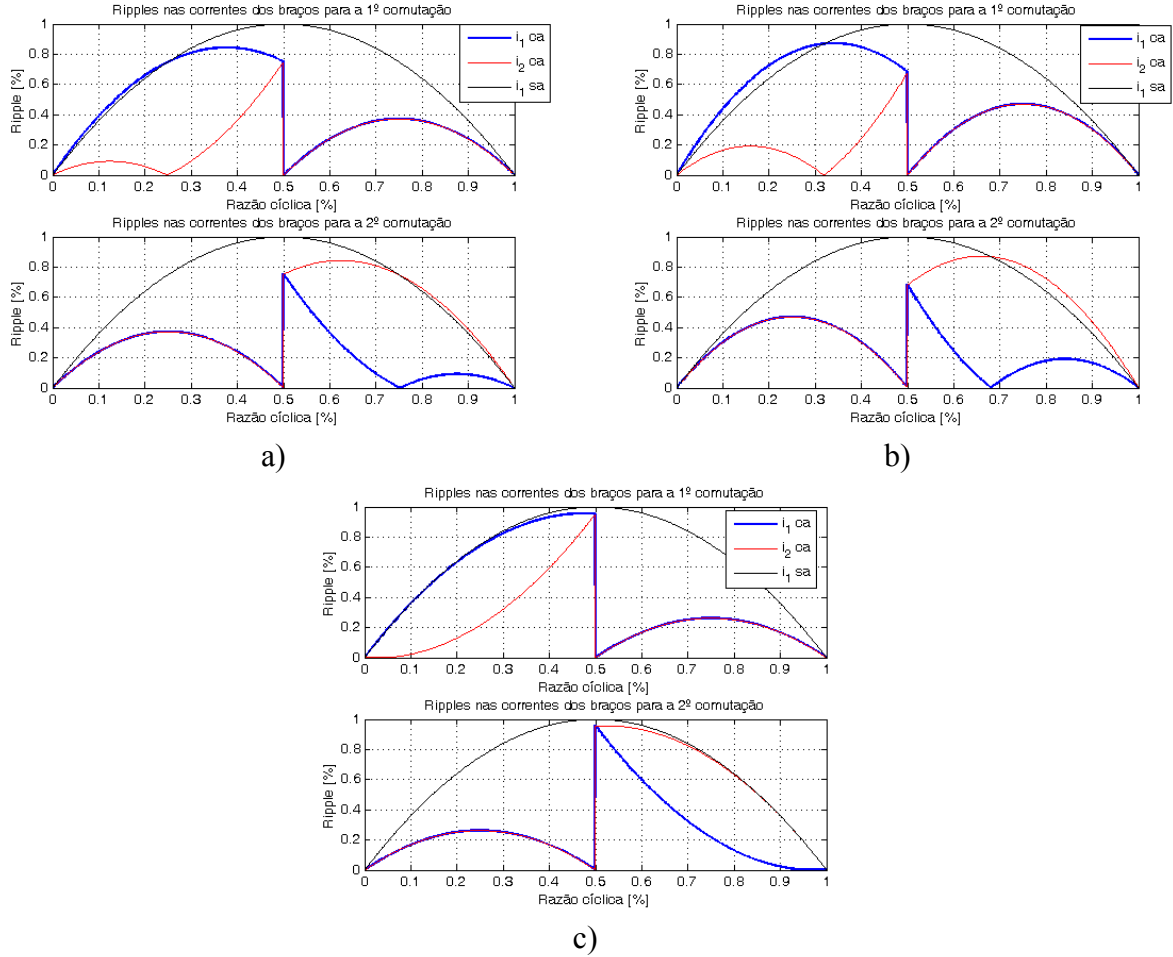


Figura 2-26 Comparação do *ripple* nos braços do inversor com e sem indutor acoplado.

a) $L_p=0,5L_f$ b) $L_p=0,9L_f$ c) $L_p=0,05L_f$

Para entender este efeito, considere-se que a indutância própria do indutor acoplado de cada braço é L_p e a indutância comum é M , assim, utilizando o circuito da Figura 2-23 podem ser escritas as equações de corrente em cada braço como:

$$\begin{aligned} v_1(t) - v_o(t) &= L_p \frac{di_1(t)}{dt} - M \frac{di_2(t)}{dt} \\ v_2(t) - v_o(t) &= L_p \frac{di_2(t)}{dt} - M \frac{di_1(t)}{dt} \end{aligned} \quad (2-41)$$

Somando-se duas equações de (2-41) temos:

$$\sum_{n=1}^2 v_n(t) - 2v_o(t) = L_p \left(\frac{di_1(t)}{dt} + \frac{di_2(t)}{dt} \right) - M \left(\frac{di_1(t)}{dt} + \frac{di_2(t)}{dt} \right)$$

Substituindo a soma das derivadas das correntes com a derivada da corrente total, e simplificando a expressão obtém-se:

$$\sum_{n=1}^2 v_n(t) - 2v_o(t) = L_f \frac{di_T(t)}{dt} \text{ onde } L_f = (L_p - M) \quad (2-42)$$

A expressão anterior é igual à expressão (2-12) para N igual a dois, assim, o *ripple* máximo da corrente de saída é calculado com (2-18). Então, como os dois indutores são considerados iguais, a indutância mútua seria o fator de acoplamento multiplicado pelo valor de uma indutância, com o que a indutância efetiva poderia ser escrita como:

$$L_f = L_p(1-k), \quad (2-43)$$

onde k é o fator de acoplamento.

Como k é sempre menor do que um, um inversor com os indutores acoplados magneticamente precisaria uma indutância $1/(1-k)$ vezes maior do que a indutância utilizada no inversor sem acoplamento magnético para manter o *ripple* da corrente igual nos dois inversores. Assim, para um fator de acoplamento de 0,9 (fator de acoplamento relativamente baixo para indutores com núcleo toroidal), a indutância necessária é dez vezes maior.

Acoplamento magnético de três braços

Utilizando também acoplamento magnético, em [15] é proposto um circuito para três braços entrelaçados cuja idéia de funcionamento é parecida com as apresentadas em [3], [6], [7]. A topologia sugerida em [15] utiliza indutores trifásicos acoplados magneticamente na saída dos três braços entrelaçados para controlar a distribuição equitativa de corrente nos braços. O problema desta topologia está no fato de que o núcleo dos indutores trifásicos precisa ser dimensionado de maneira a não ficar saturado por causa das componentes de 60Hz. Esta saturação pode acontecer porque a magnitude da componente de 60Hz das correntes é suposta igual para os três braços e o sentido dela é o mesmo, pelo que o fluxo dentro do núcleo tem o mesmo sentido e sua magnitude depende da corrente fornecida pelo inversor. O uso de indutores trifásicos acoplados é também proposto para conversores c.c.-c.c. [40] para ajudar na distribuição das correntes que circulam pelos diodos de roda livre pelo fato de que os estados de condução deles não são controlados por sinais de controle como acontece nos IGBTs, assim as correntes nos diodos são controladas magneticamente.

2.8.2 Melhoria da distribuição da corrente por filtros passivos

A outra solução encontrada na literatura [2] propõe o uso de filtros passivos para distribuir naturalmente as correntes nos braços, como mostrado na Figura 2-27.

A idéia de funcionamento está baseada na existência de uma impedância série ao barramento c.c. que limita as correntes dependendo da tensão gerada por elas. Desta maneira, se a corrente num braço for maior do que as correntes dos outros braços, a queda de tensão $v_{ef} = E - i_{braço} * Z$ gerada quando este braço conduz é menor do que a queda gerada quando os outros braços com correntes

menores conduzem; assim, o braço que tem a corrente maior, tem uma tensão média inferior com relação aos braços que tem correntes menores. Isto faz com que as correntes maiores tendam a decrescer porque a tensão média do braço correspondente é menor, enquanto as correntes menores tendam a aumentar porque a tensão média dos seus braços correspondentes é maior, equilibrando assim as correntes nos braços.

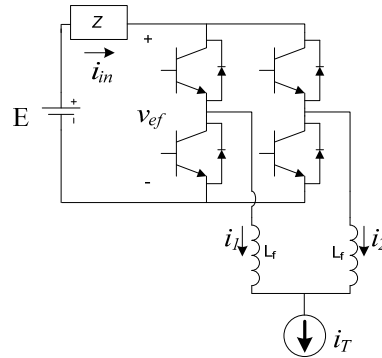


Figura 2-27 Inversor entrelaçado com filtro passivo em série

Segundo Devancens [2] os conversores entrelaçados geram diferentes componentes harmônicas na corrente de entrada i_{in} dependendo da distribuição das correntes nos braços. Assim, num conversor entrelaçado com as correntes equitativamente distribuídas, as frequências das componentes harmônicas de i_{in} esperadas são superiores ao número de braços entrelaçados multiplicado pela frequência de chaveamento. Então, se N é o número de braços entrelaçados, f_{ch} é a frequência de chaveamento e as correntes do conversor estão equitativamente distribuídas entre os braços, as únicas componentes harmônicas de i_{in} que existem são múltiplas de $N*f_{ch}$. Pelo contrario, caso as correntes nos braços não estivessem equitativamente distribuídas o espectro harmônico de i_{in} apresentaria componentes em frequências inferiores a $N*f_{ch}$.

As componentes harmônicas geradas no estado de desequilíbrio de correntes geram harmônicos na tensão v_{ef} afetando o valor médio da tensão de saída dos braços. Então, as componentes harmônicas de frequências inferiores a $N*f_{ch}$ são utilizadas para equilibrar as correntes nos braços fazendo que a impedância em série do barramento c.c. esteja composta por filtros ressonantes nas frequências múltiplas de f_{ch} menores do que $N*f_{ch}$ para intensificar o equilíbrio das correntes. Assim, os harmônicos de tensão são utilizados para equilibrar as correntes, e as perdas nas outras frequências (maiores do que $N*f_{ch}$) são minimizadas porque a impedância do filtro para essas frequências se supõe baixa. Apesar de que esta estratégia elimina o problema da distribuição de correntes de maneira natural, sua utilização pode ver-se restrita a aplicações de baixa tensão devido ao custo dos elementos passivos necessários para a construção dos filtros ressonantes. Além disso, a modelagem do sistema torna-se complexa dependendo do número de braços no sistema porque o número de filtros necessários no sistema cresce em proporção ao número de braços.

2.9 Diminuição do ripple da corrente nos braços

Como já foi mencionado, o entrelaçamento dos braços do inversor permite manter um *ripple* baixo na corrente de saída utilizando indutores menores, porém a ondulação da corrente em cada braço é bem maior do que a apresentada na saída devido à baixa indutância das bobinas de ligação. Isto leva a maiores perdas magnéticas no ferro e cobre. Para diminuir este problema Costan em [18] apresenta um estudo detalhado sobre o uso de indutores acoplados para diminuir as perdas no ferro e cobre. Na Figura 2-28 são mostrados alguns arranjos estudados em [18]. A idéia se baseia na defasagem das correntes nos braços que geram fluxos magnéticos também entrelaçados; assim, utilizando arranjos especiais de núcleos para direcionar os fluxos magnéticos de maneira que eles sejam somados convenientemente, pode-se obter um *ripple* reduzido no fluxo magnético equivalente. Assim, fluxos magnéticos com *ripples* menores geram correntes com *ripples* menores, pelo que as perdas no ferro e cobre serão também menores.

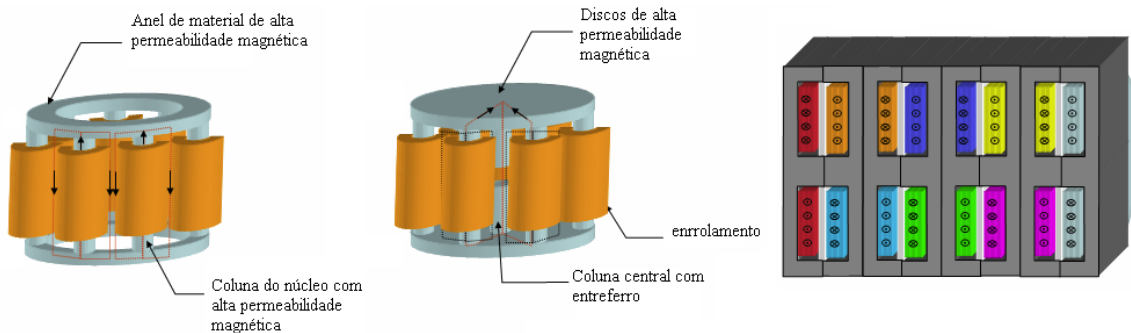


Figura 2-28 Arranjos de núcleos para diminuir o *ripple* das correntes nos braços de inversores entrelaçados ¹

Segundo [18] esta estratégia apresenta vantagens como a diminuição das perdas no cobre e ferro dos indutores, a redução do *ripple* das correntes nos braços sem incrementar o valor das indutâncias, a diminuição do tamanho ocupado pelos indutores e a possibilidade do entrelaçamento de uma quantidade massiva de inversores. Por outra parte, a distribuição equitativa das correntes nos braços do inversor não é garantida por este método. Isto é porque o arranjo dos núcleos proposto em [18] está focado na diminuição das perdas nos indutores. Assim, outras técnicas precisam ser utilizadas para controlar a correta distribuição das correntes; para isto, poderia ser utilizada a estratégia proposta por Devancens em [2], mas esta última está limitada para aplicações de baixas tensões. A outra opção é controlando as correntes utilizando realimentação. Neste caso a modelagem do sistema e o projeto dos controladores ficariam mais complexos do que sem utilizar os indutores acoplados.

¹ Figura reproduzida de [18]

2.10 Soluções para diminuir a corrente de circulação em inversores em paralelo

Nos inversores paralelos, a corrente de circulação pode ser diminuída controlando apropriadamente as chaves, isto é, evitando diferenças entre os tempos de chaveamento dos braços para conseqüentemente diminuir os tempos que dão origem as correntes de circulação. No caso dos inversores entrelaçados não é possível evitar as correntes de circulação controlando os tempos de comutação por causa do entrelaçamento dos sinais de controle e porque sua dinâmica é muito rápida (acontecem na freqüência de chaveamento) [1].

Uma possibilidade para diminuir a corrente de circulação é aumentar o tamanho dos indutores ou incrementar a freqüência de chaveamento, mas fazendo isto as vantagens próprias dos inversores entrelaçados são subutilizadas [1]. As soluções propostas na literatura estão baseadas na utilização de indutores acoplados, como a técnica proposta por Costan em [18] ou por Matsui *et al.* em [3] que foi analisada na seção 2.8.1. Para inversores entrelaçados trifásicos, por exemplo, em [1] é proposta uma arquitetura que consiste em colocar uma bobina de choque na saída de cada inversor trifásico para que estas apresentem uma impedância alta para as correntes de circulação e baixa para as correntes trifásicas. O circuito para dois inversores trifásicos entrelaçados é mostrado na Figura 2-29.

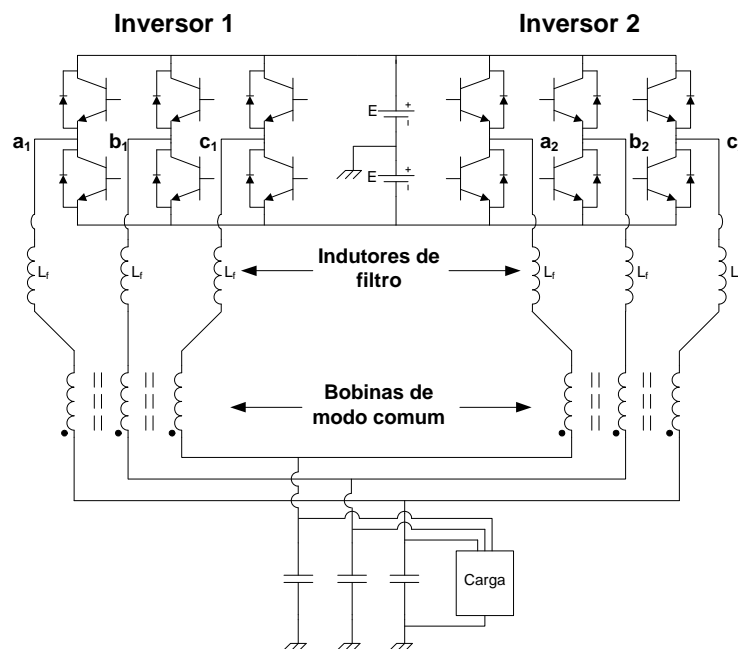


Figura 2-29 Inversor trifásico entrelaçado com bobinas de choque

O princípio de funcionamento desta solução, aproveita o fato de que as correntes de circulação geradas pelos braços de cada inversor trifásico são idealmente iguais, então o fluxo gerado no núcleo da bobina de choque é alto e, portanto a impedância é grande. No caso das correntes trifásicas, elas vêm uma impedância muito baixa devido a que são sinais diferenciais, e o fluxo que geram no núcleo é praticamente nulo, com o qual a impedância é também baixa. Segundo os autores do método, o problema está em que as bobinas de choque precisam ser dimensionadas para o valor nominal da corrente do inversor, e assim evitar a saturação do núcleo. No caso do núcleo ficar saturado, a corrente

de circulação veria uma impedância nula, assim, perderia-se o efeito desejado. No entanto, esta solução não deixa de ser interessante porque diminui notavelmente o valor da contracorrente, além disso, a complexidade desta solução não é alta.

2.11 Conclusões

Neste capítulo foi mostrado que o entrelaçamento dos comandos de inversores permite diminuir o tamanho dos elementos passivos ou a frequência de chaveamento sem aumentar a THD na tensão de saída. Porém, a utilização do entrelaçamento traz problemas associados que devem ser levados em consideração. Assim, a diminuição dos indutores de ligação aumenta o *ripple* da corrente de cada braço e a corrente de circulação. Em consequência, aumentam as perdas e os tamanhos dos núcleos necessários para cada indutor de ligação.

Foi visto que o entrelaçamento pode ser avaliado de várias maneiras. Por exemplo, mediante a redução das ondulações das grandezas de saída ou pela ondulação das correntes nos braços ou avaliando a corrente de circulação ou comparando a dinâmica do conversor para diferentes escolhas dos elementos passivos. Com respeito a esta última característica, foi visto que a resposta ao degrau nas grandezas de saída muda dependendo da escolha dos elementos passivos e do número de braços. Assim o conversor apresenta formas de onda com comportamentos similares para determinadas escolhas. Por exemplo, mediante a redução simultânea das indutâncias e da capacitância, as grandezas apresentaram comportamentos oscilatórios (para os valores testados) enquanto que reduzindo somente a capacitância de filtro as correntes e a tensão de saída têm respostas amortecidas. Desta maneira, a dinâmica do conversor pode ser simplificada mediante uma escolha apropriada dos elementos passivos em função do número de braços utilizados no entrelaçamento.

Diferenças entre os elementos dos módulos em paralelo geram desequilíbrios entre as correntes dos braços do inversor. Os sinais de controle, as resistências das chaves, os indutores de ligação e suas respectivas resistências parasitas afetam diretamente a distribuição das correntes e o adequado funcionamento do inversor. Estes desequilíbrios não são desejados porque podem sobre aquecer os componentes e até destruí-los; adicionalmente uma distribuição não equilibrada das correntes deteriora o efeito do entrelaçamento porque podem aparecer componentes de frequências menores do que Nf_{ch} na corrente e tensão de saída. Contudo, para melhorar a distribuição equitativa das correntes nos braços existem técnicas baseadas no uso de elementos passivos que não alteram os sinais de controle, e desta forma não alteram as características trazidas pelo entrelaçamento. Porém, a utilização destas técnicas está principalmente limitada pelo aumento do volume e custo do conversor. Além disso, algumas delas também não seriam vantajosas para aplicações de média e alta tensão.

Técnicas de realimentação podem ser utilizadas para o controle da distribuição das correntes nos braços do inversor, porém, sua utilização faria com que os sinais de comando dos braços do inversor fossem diferentes, alterando as características de funcionamento ideal dos inversores entrelaçados. Desta maneira, a utilização das técnicas de realimentação deve ser feita somente para

compensar pequenas diferenças entre os módulos do inversor, isto é, o controle das correntes nos braços deve ser feito em inversores cujos braços não tenham muitas diferenças entre eles. Assim, os sinais de controle para os braços do inversor terão diferenças menores, diminuindo desta maneira as alterações feitas no inversor entrelaçado ideal.

Idealmente as correntes de circulação não dependem da carga e estão conformadas somente por componentes de alta frequência, pelo que elas não podem ser diminuídas mediante a modificação dos sinais de controle. Para diminuir as correntes de circulação é possível aumentar o tamanho dos indutores de ligação, aumentar a frequência de chaveamento ou diminuir a tensão no barramento c.c. Porém o aumento dos componentes e da frequência de chaveamento opõe-se às características ganhas com o entrelaçamento e a diminuição do barramento c.c. está limitada pela tensão de saída.

Outros métodos para o controle da corrente de circulação envolvem o acoplamento magnético dos indutores de ligação. Neles nem sempre é necessário aumentar o tamanho dos indutores de ligação e a frequência de chaveamento não precisa ser aumentada. O problema destes métodos é que as correntes nos braços devem ser equilibradas, e para garantir isto devem ser utilizadas outras técnicas adicionais. Assim, utilizando técnicas de controle, a modelagem e projeto dos controladores seriam bem mais complexos, e o uso das técnicas passivas para a distribuição da corrente está sujeito a custos e volumes maiores.

Capítulo 3 Projeto do inversor entrelaçado

Para os testes práticos foi projetado um inversor entrelaçado de dois braços, de 4kVA cada um chaveado a 7680Hz. A tensão de saída é de 127Vrms e a tensão no barramento c.c. é de $\pm 220V_{cc}$.

O projeto do inversor divide-se em duas partes principais: especificação dos componentes e o projeto do controle do inversor. A parte referente ao controle do inversor divide-se na sua modelagem e no projeto do controlador.

3.1 Especificação dos componentes

O inversor entrelaçado foi obtido mediante a adaptação de um inversor trifásico da empresa ENGETRON, onde cada fase deste inversor tem uma potência de 4kVA. Foram utilizadas duas fases para obter o inversor monofásico entrelaçado. Assim, os semicondutores e a carcaça foram mantidos, a placa de controle dos IGBTs (*drivers* dos IGBTs) foi modificada o mínimo possível, isto é, somente foram feitos leves ajustes para garantir a correta comunicação entre os *drivers* dos IGBTs e o controlador (DSP). Além disso, a placa do controlador foi também levemente modificada para procurar uma correta aquisição dos dados fornecidos pelos sensores de tensão e corrente. Os indutores de ligação e os capacitores de filtro foram trocados visando atender os requisitos do sistema e avaliar as características do entrelaçamento.

3.1.1 Dimensionamento dos elementos

Valor da indutância e da capacitância

O valor do indutor utilizado foi calculado para obter um *ripple* na corrente de saída menor do que 15% do valor de pico da mesma. Assim, utilizando (2-18) tem-se:

$$\Delta I_{\max} = 0,15 * \sqrt{2} \left(\frac{8000VA}{127V_{rms}} \right) = 13,36 A_{pico}$$

$$L_f > \frac{E}{2f_{ch} N \Delta I_{\max}}$$

$$L_f > 535,9 \mu H$$

Escolheu-se uma indutância de $600 \mu H$, com o que a variação máxima da corrente de saída é 11,9A, o que corresponde a 13,4% da corrente de saída máxima. O *ripple* da corrente em cada braço é igual a 23,9A, o que corresponde a 53,6% da corrente máxima que circula por cada braço e a 26,79% da corrente de saída do inversor.

O valor da capacitância pode ser estimado utilizando (2-24) para limitar o *ripple* da tensão de saída. Porém, a escolha da capacitância está restrita por (2-26) porque a frequência de ressonância do filtro deve estar pelo menos uma década antes da frequência da primeira componente harmônica significativa da tensão de saída. Assim, segundo (2-26) a capacitância deve atender que:

$$C_f > \frac{10N}{(2\pi f_{ch} N)^2 L_f}$$

$$C_f > 3,6\mu F$$

Utilizando um capacitor de $45\mu F$ se tem segundo (2-24) que o *ripple* máximo da tensão de saída é 2,2V, o que corresponde a 1,2% da tensão máxima de saída. Com respeito à tensão máxima que ele tem que suportar, ela está determinada pela tensão no barramento c.c., a qual é 220Vcc. Assim, a tensão que o capacitor deveria suportar precisa ser maior desse valor, neste caso foi usado um capacitor que suporta $250V_{AC}$.

3.2 Controle do inversor

Como eventuais diferenças entre as correntes nos braços podem apresentar-se, o controle da distribuição da corrente é necessário. Na base teórica viu-se que existem algumas estratégias para controlar a distribuição da corrente nos braços e a corrente de circulação de forma natural (utilizando elementos passivos). Porém, como foi dito no capítulo anterior estas estratégias apresentam alguns inconvenientes, como aumento do volume do sistema e limitações econômicas para altas potências. A outra possibilidade para controlar a distribuição das correntes nos braços é utilizando técnicas de controle para forçar as correntes nos braços a valores desejados. Para o controle do inversor entrelaçado projetado nesta seção foram utilizadas técnicas de controle sendo necessário obter o modelo do inversor.

Os objetivos do controlador são a regulação da tensão de saída e controlar a distribuição das correntes. Assim, as correntes nos braços são medidas e realimentadas, formando duas malhas de controle internas para a distribuição da corrente. Uma terceira malha de controle é utilizada em cascata com as duas malhas de corrente para regular a tensão de saída do inversor. Adicionalmente é utilizado um controlador repetitivo para rejeitar as perturbações cíclicas originadas por cargas não-lineares, as quais o controle clássico não consegue corrigir.

3.2.1 Modelagem do inversor

Para representar o inversor entrelaçado é necessário lembrar que ele é um sistema contínuo, pelo que num primeiro momento é modelado como tal. Porém, o sistema como um todo passa a ser discreto porque o controle do inversor é feito com processadores digitais. Estes processadores amostram os sinais periodicamente, os processam e atualizam os sinais modulantes.

No DSP TMS320f2812 da Texas Instruments existem dois possíveis sinais portadores para utilizar com a modulação PWM, um sinal de tipo dente de serra e um triangular. No caso de uma modulação senoidal, é mais vantajoso utilizar o sinal triangular porque este diminui o conteúdo harmônico do sinal de saída [42] e permite aumentar a frequência de amostragem, pelo que a degradação da fase obtida da discretização do modelo contínuo é menor.

Utilizando o sinal triangular para a modulação PWM, podem-se configurar de diferentes maneiras os instantes de amostragem das variáveis a serem controladas. Assim, para diminuir o ruído nos sinais adquiridos pelo DSP, eles devem ser amostrados nos picos do sinal triangular [19]. Isto porque nesses instantes de tempo quase não acontecem chaveamentos, e em consequência as oscilações de alta frequência geradas nas comutações quase não são amostrados. Desta maneira os sinais amostrados correspondem praticamente ao valor médio do sinal real como mostra a Figura 3-1. Adicionalmente, as medições são feitas duas vezes num período de chaveamento e o sinal de controle pode ser atualizado duas vezes também, em consequência o período de amostragem é dividido por dois.

O processo de amostragem, processamento e atualização dos sinais modulantes precisa de um intervalo de tempo diferente de zero, isto é, o processador real insere um atraso entre o instante de amostragem e o instante de atualização dos sinais de controle do sistema. A Figura 3-2 mostra graficamente o processo anterior. Nesta figura, as setas apontando para cima indicam os instantes de amostragem, as setas que estão apontando para baixo indicam os instantes nos quais o processo de amostragem e processamento do sinal termina. Assim, o intervalo de tempo entre uma seta apontando para cima e a primeira seta à direita apontando para baixo representa o tempo que o processador precisa para amostrar e calcular a modulante do próximo ciclo.

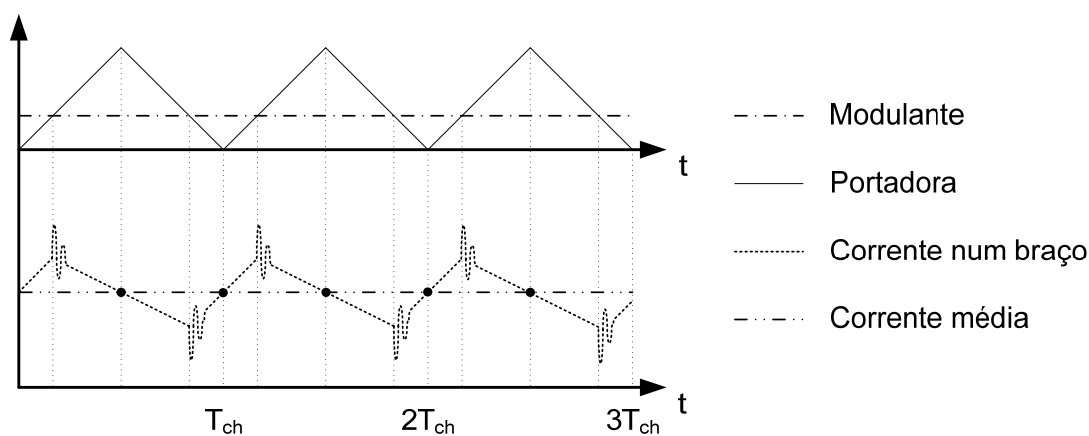


Figura 3-1 Chaveamento utilizando um sinal triangular

A Figura 3-2 mostra que o tempo que o processador precisa para amostrar e fazer o processamento do sinal é menor do que a metade do período de chaveamento; isto é necessário para garantir o correto funcionamento do controlador. Apesar de que esse tempo pode ser menor do que a metade do período de chaveamento, não é recomendável atualizar imediatamente o sinal modulador por dois motivos:

- O tempo que o processador utiliza para amostrar e processar a informação, não é necessariamente constante e pode não ser múltiplo da frequência de amostragem. Assim, a modelagem deste atraso é mais complexa.
- Se dentro de um período de chaveamento o transistor chavear antes da atualização da modulante ter acontecido (antes do que o processador tenha terminado o cálculo), o valor

calculado pelo processador será utilizado no próximo ciclo ou simplesmente não será utilizado. Desta maneira, a modelagem deste atraso não uniforme dificulta o projeto dos controladores.

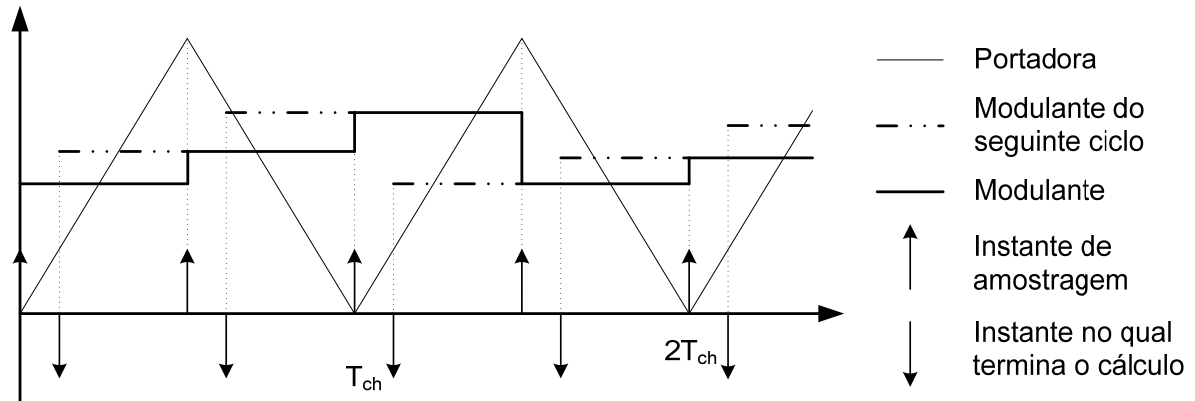


Figura 3-2 Atraso inserido pelo processador digital

Assim, a modulante é atualizada cada $T_{ch}/2$ evitando as dificuldades anteriores.

O atraso inserido representa um ponto importante na modelagem do sistema porque se a frequência de amostragem não for suficientemente alta (caso comum em conversores de potência) o atraso será considerável e não pode ser desprezado do modelo porque pode levar o sistema à instabilidade devido à perda na margem de fase.

Modelo contínuo

Jantharamin *et al.* em [41] propõem um método generalizado para a modelagem de conversores entrelaçados utilizando o modelo de pequenos sinais, porém, a razão cíclica definida no modelo é válida somente para valores inferiores a $1/N$, pelo que o modelo não é aplicável para este conversor. Assim, o modelo é obtido mediante a análise do circuito na Figura 3-3, onde a linha descontínua que une o resistor de carga r_{cc} e o capacitor de filtro C_f é para indicar que o sistema pode ser modelado com ou sem carga. Isto, porque no projeto do controlador será necessário avaliar a estabilidade do sistema nessas duas condições. Assim, as equações que descrevem o sistema com carga são:

$$\begin{aligned} \frac{di_1(t)}{dt} &= \frac{1}{L_f} (v_1(t) - v_c(t) - r_L i_1(t)) \\ \frac{di_2(t)}{dt} &= \frac{1}{L_f} (v_2(t) - v_c(t) - r_L i_2(t)) \\ \frac{dv_c(t)}{dt} &= \frac{1}{C_f} \left(i_1(t) + i_2(t) + i_p(t) - \frac{v_c(t)}{r_{cc}} \right) \end{aligned} \quad (3-1)$$

As equações do sistema sem carga são obtidas de (3-1) substituindo r_{cc} por infinito, assim, os dois conjuntos de equações somente se distinguem na equação diferencial da tensão no capacitor.

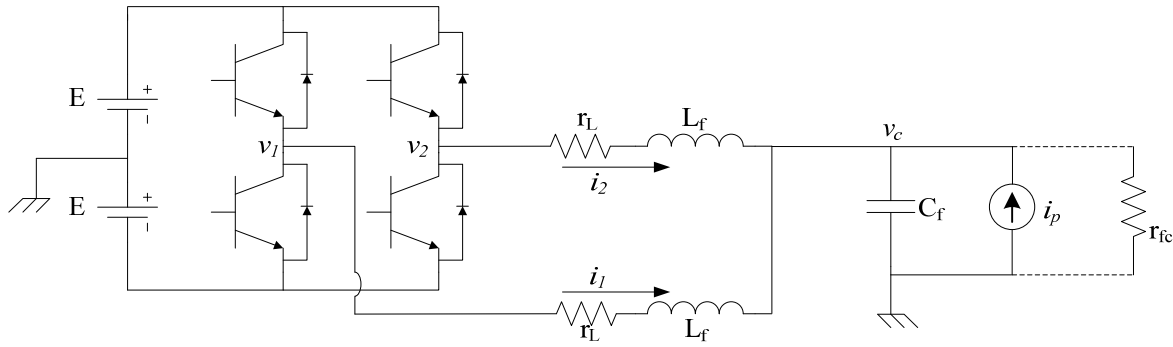


Figura 3-3 Circuito para a obtenção do modelo contínuo

Para os dois modelos, os valores da capacitância e indutância são iguais e seus valores foram calculados na seção anterior. O valor da resistência parasita do indutor é aproximado como o 2,5% da impedância base. Sendo que a potência base é igual à potência máxima de uma fase (4kVA) e a tensão base é o valor eficaz da tensão de saída desejada (127Vrms).

No caso do modelo com carga, o resistor de carga r_{cc} corresponde à carga do inversor para a metade da potência total do inversor porque para a obtenção dos resultados práticos a potência de alimentação do inversor estava limitada em 4,5kVA. Desta maneira, podem-se resumir os valores teóricos do inversor na Tabela 3-1.

Escolhendo como saídas do sistema as duas correntes e a tensão no capacitor, as equações de estado do sistema podem ser escritas como:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} = \mathbf{A}_c \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_f} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_f} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \\ i_p(t) \end{bmatrix} \quad (3-2)$$

$$\begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \\ i_p(t) \end{bmatrix}$$

onde \mathbf{A}_c para o sistema com carga é:

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} -\frac{r_L}{L_f} & 0 & -\frac{1}{L_f} \\ 0 & -\frac{r_L}{L_f} & -\frac{1}{L_f} \\ \frac{1}{C_f} & \frac{1}{C_f} & \frac{1}{r_{cc}C_f} \end{bmatrix}$$

Para o sistema sem carga é igual do que para o sistema com carga substituindo o valor da última fila na última coluna por zero (r_{cc} tende a infinito).

Tabela 3-1 Parâmetros do inversor

E	Tensão no barramento	220V _{CC} (1,73pu)
S _M	Potência	8000VA (2pu)
S _p	Potência para testes práticos	4000VA (1pu)
V _c	Tensão de saída (no capacitor)	127V _{AC} (1pu)
f _{ch}	Frequência de chaveamento	7680Hz
L _f	Indutância de cada braço	600μH (0,056pu 60Hz)
C _f	Capacitância de filtro	45μF 250V _{AC} (14,61pu 60Hz)
r _L	Resistência do indutor	0,1Ω (0,025pu)
r _{cc}	Resistência de carga	4,0Ω (1pu)

Modelo discreto

Como a amostragem do processador (DSP) utilizado é do tipo S&H (*Sample and Hold*), a discretização do modelo contínuo deve ser feita utilizando um ZOH (*Zero Order Hold*) como aproximação ao modelo. Assim, a teoria de controle [23] mostra que a discretização utilizando ZOH é calculada como:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_D &= e^{A_c T_{mst}} \\ \mathbf{B}_D &= (e^{A_c T_{mst}} - I) \mathbf{A}_c^{-1} \mathbf{B}_c \\ \mathbf{C}_D &= \mathbf{C}_c \\ \mathbf{D}_D &= \mathbf{D}_c \end{aligned}$$

onde T_{mst} é o período de amostragem utilizado para a discretização. Ao utilizar um sinal portador triangular, o período de amostragem pode ser escolhido igual a $T_{ch}/2$. Utilizando as equações anteriores obtém-se um primeiro sistema discreto da forma:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} i_1(n+1) \\ i_2(n+1) \\ v_c(n+1) \end{bmatrix} &= \mathbf{A}_{D1} \begin{bmatrix} i_1(n) \\ i_2(n) \\ v_c(n) \end{bmatrix} + \mathbf{B}_{D1} \begin{bmatrix} v_1(n) \\ v_2(n) \\ i_p(n) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} i_1(n) \\ i_2(n) \\ v_c(n) \end{bmatrix} &= \mathbf{C}_{D1} \begin{bmatrix} i_1(n) \\ i_2(n) \\ v_c(n) \end{bmatrix} + \mathbf{D}_{D1} \begin{bmatrix} v_1(n) \\ v_2(n) \\ i_p(n) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3-3)$$

A Figura 3-4 mostra a comparação entre a resposta em frequência do modelo com carga contínuo e discretizado; vê-se que o modelo discreto apresenta diferenças significativas na fase em torno de 1kHz e para frequências maiores. Assim, o sistema discreto tem um comportamento parecido com o contínuo para frequências menores do que 1kHz. Porém, o sistema discreto obtido tem uma fase muito degradada para frequências superiores a 1kHz. Por causa disto, no projeto dos controladores

será necessário definir as bandas passantes das malhas de controle não muito acima de 1kHz, isto porque para maiores frequências mais difícil será o projeto dos controladores.

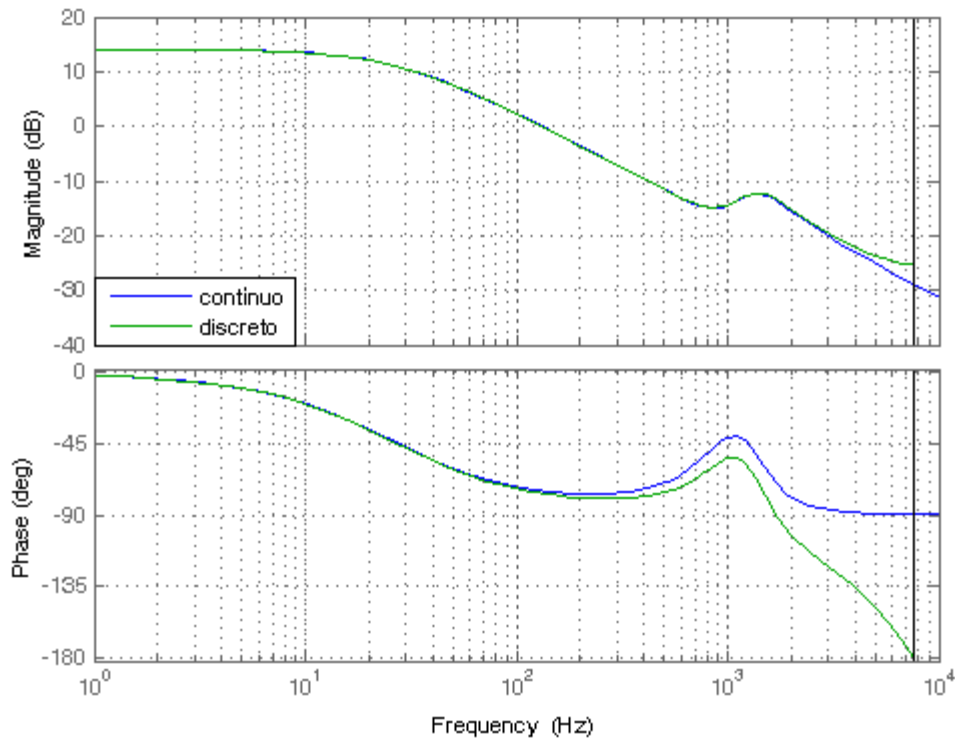


Figura 3-4 Resposta em frequência da corrente num braço em função do sinal de controle do mesmo braço para o modelo contínuo e discretizado sem considerar o atraso (com carga)

Como já foi dito, o sistema além de ser discreto, apresenta um atraso entre o momento da amostragem dos sinais e a atualização do sinal de controle. Esse atraso pode ser modelado como um atraso puro com duração de um período de amostragem, isto porque o atraso é fixo devido à configuração estabelecida para o modulador PWM. A Figura 3-5 ilustra a representação em blocos do atraso nas ações de controle.



Figura 3-5 Representação do atraso inserido pela amostragem utilizando diagramas de blocos

As equações que representam o atraso podem ser escritas como:

$$\begin{aligned} v_1(n+1) &= v_{1ref}(n) \\ v_2(n+1) &= v_{2ref}(n) \end{aligned}$$

Com a expressão anterior e manipulando (3-3), podem-se reescrever as matrizes de espaço de estados como mostra a expressão (3-4).

$$\begin{bmatrix} i_1(n+1) \\ i_2(n+1) \\ v_c(n+1) \\ v_1(n+1) \\ v_2(n+1) \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{D2} \begin{bmatrix} i_1(n) \\ i_2(n) \\ v_c(n) \\ v_1(n) \\ v_2(n) \end{bmatrix} + \mathbf{B}_{D2} \begin{bmatrix} v_{1ref}(n) \\ v_{2ref}(n) \\ i_p(n) \end{bmatrix} \quad (3-4)$$

$$\begin{bmatrix} i_1(n) \\ i_2(n) \\ v_c(n) \end{bmatrix} = \mathbf{C}_{D2} \begin{bmatrix} i_1(n) \\ i_2(n) \\ v_c(n) \\ v_1(n) \\ v_2(n) \end{bmatrix} + \mathbf{D}_{D2} \begin{bmatrix} v_{1ref}(n) \\ v_{2ref}(n) \\ i_p(n) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{D2} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{D1}(1:3,1:3)_{3 \times 3} & \mathbf{B}_{D1}(1:3,1:2)_{3 \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times 3} & \mathbf{0}_{2 \times 2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_{D2} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 3} & \mathbf{B}_{D1}(1:3,3)_{3 \times 1} \\ \mathbf{I}_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{2 \times 1} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_{D2} = [\mathbf{C}_{D1} \quad \mathbf{0}_{3 \times 2}]$$

$$\mathbf{D}_{D2} = \mathbf{D}_{D1}$$

onde os parênteses indicam o conteúdo da matriz, o índice indica seu tamanho, $\mathbf{0}$ é a matriz nula e \mathbf{I} a matriz identidade. Por exemplo, $\mathbf{A}_{D1}(1:3,1:3)_{3 \times 3}$ indica uma matriz que contém as primeiras três filas da matriz \mathbf{A}_{D1} entre as colunas 1 e 3, pelo que tem três filas e três colunas; no caso de $\mathbf{B}_{D1}(1:3, 3)_{3 \times 1}$, a matriz contém a terceira coluna entre as filas 1 e 3, e o índice expressa que a matriz tem três filas e uma coluna.

A Figura 3-6 mostra uma comparação entre a resposta do circuito simulado e a resposta do modelo, isto para o modelo mostrado em (3-3) e (3-4). Pode-se ver que o modelo que leva em conta o atraso é exatamente igual do que a resposta obtida da simulação, enquanto a resposta do modelo sem o atraso inserido apresenta diferenças que aumentam com a frequência. Assim, os resultados mostrados na Figura 3-6 foram obtidos para uma frequência de 600Hz; para frequências menores as diferenças são muito pequenas, mas para as maiores as diferenças crescem.

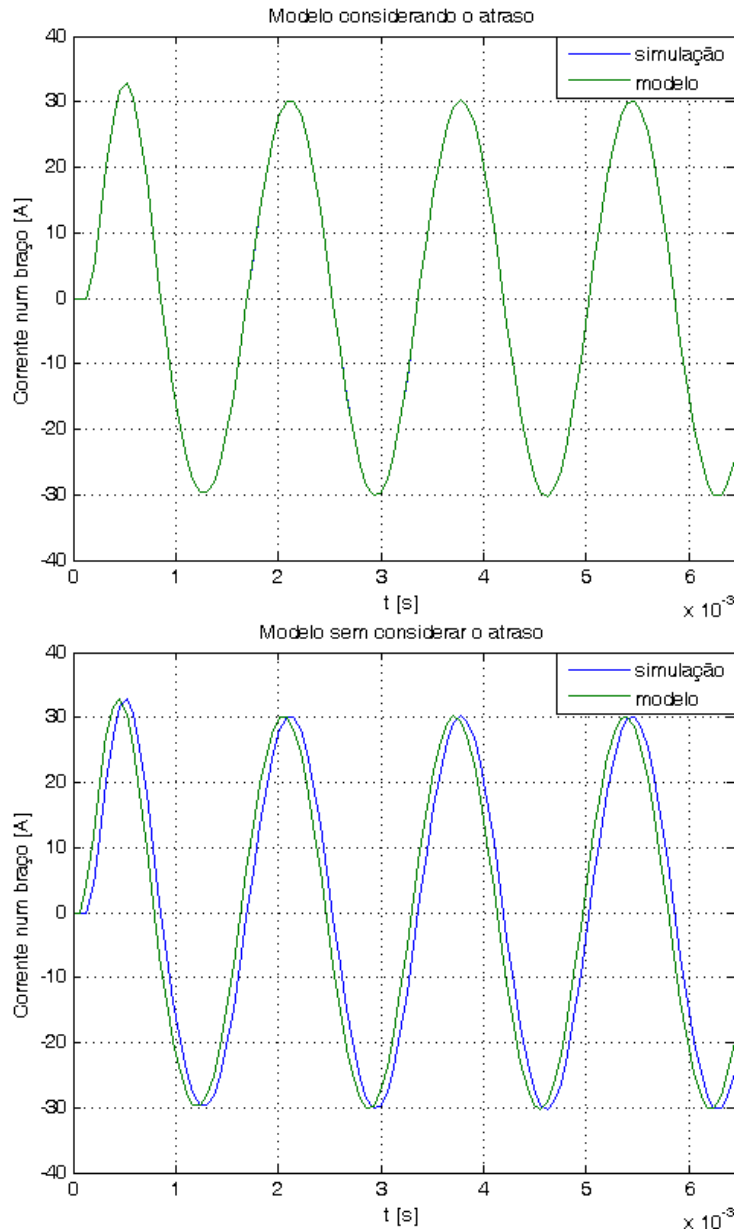


Figura 3-6 Efeito do atraso no modelo para uma frequência de 600Hz

3.2.2 Projeto dos controladores instantâneos

Controlabilidade e observabilidade

Para poder projetar os controladores é necessário primeiro avaliar se o sistema é controlável e observável [24]. Para isso calculam-se as matrizes de observabilidade e controlabilidade:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M}_{\text{Obs}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{D1} \\ \mathbf{C}_{D1}\mathbf{A}_{D1} \\ \mathbf{C}_{D1}\mathbf{A}_{D1}^2 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{M}_{\text{Con}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{D1} & \mathbf{A}_{D1}\mathbf{B}_{D1} & \mathbf{A}_{D1}^2\mathbf{B}_{D1} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3-5}$$

O número de estados não controláveis é a diferença entre o número de colunas de \mathbf{A}_{D1} e o *rank* da matriz de controlabilidade, e o número de estados não observáveis é a diferença entre o número de

colunas de \mathbf{A}_{D1} e o *rank* da matriz de observabilidade. Assim, utilizando-se o pacote de programas de simulação MatLab verificou-se que as matrizes de observabilidade e controlabilidade são de *rank* completo, pelo que todos os estados são controláveis e observáveis.

Acoplamento entre as correntes

Devido a que o inversor entrelaçado é um sistema MIMO (*Multiple Input Multiple Output*) é necessário avaliar o acoplamento entre os seus estados, que neste caso são também as saídas do sistema. As duas seguintes figuras mostram a resposta em frequência das correntes nos braços do inversor em função dos sinais de controle v_{1ref} e v_{2ref} . A Figura 3-7 mostra o caso do sistema com carga, enquanto a Figura 3-8 corresponde ao sistema sem carga. Vê-se nos dois casos que cada corrente é afetada pelos dois sinais de controle dos dois braços com magnitude semelhante até aproximadamente 1kHz. Para frequências maiores a corrente em cada braço tem um ganho significativamente maior para sinais de controle do seu respectivo braço.

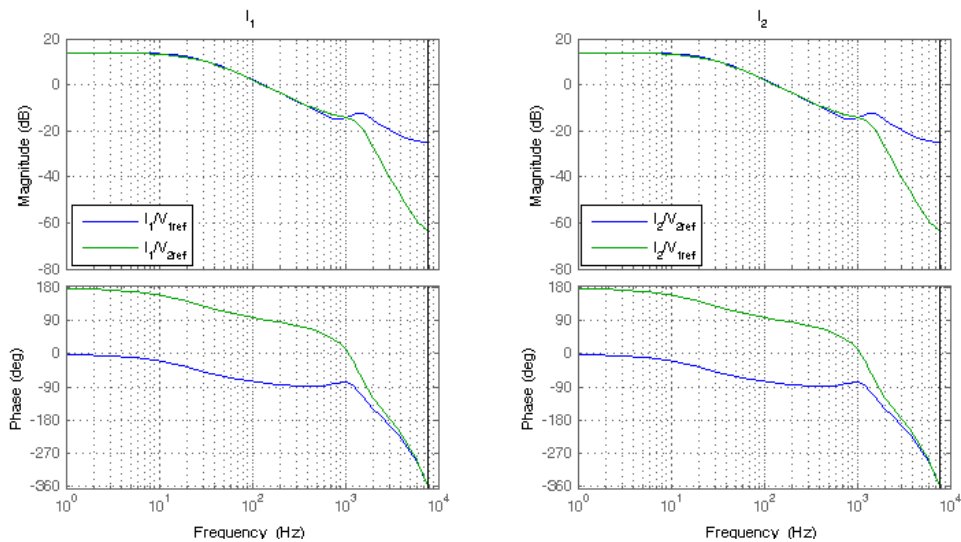


Figura 3-7 Acoplamento das correntes dos braços (com carga)

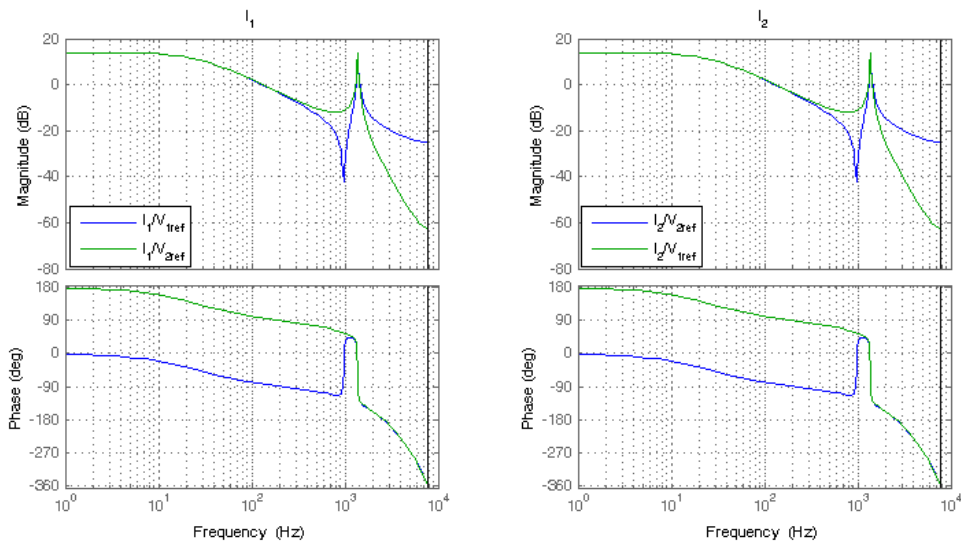


Figura 3-8 Acoplamento das correntes dos braços (sem carga)

Devido à forte relação entre os braços, o projeto do controlador deve ser feito por técnicas de controle multivariável (MIMO) ou desacoplando os braços para utilizar as técnicas de controle SISO (*Single Input Single Output*) [35]. Assim, com o intuito de projetar o controlador mais simples possível que atenda aos requisitos do sistema, optou-se por desacoplar os braços e aproximar o sistema do inversor entrelaçado (MIMO) a dois sistemas SISO. A Figura 3-9 mostra os diagramas de blocos do sistema multivariável e a aproximação por sistemas de uma variável é mostrada na Figura 3-10.

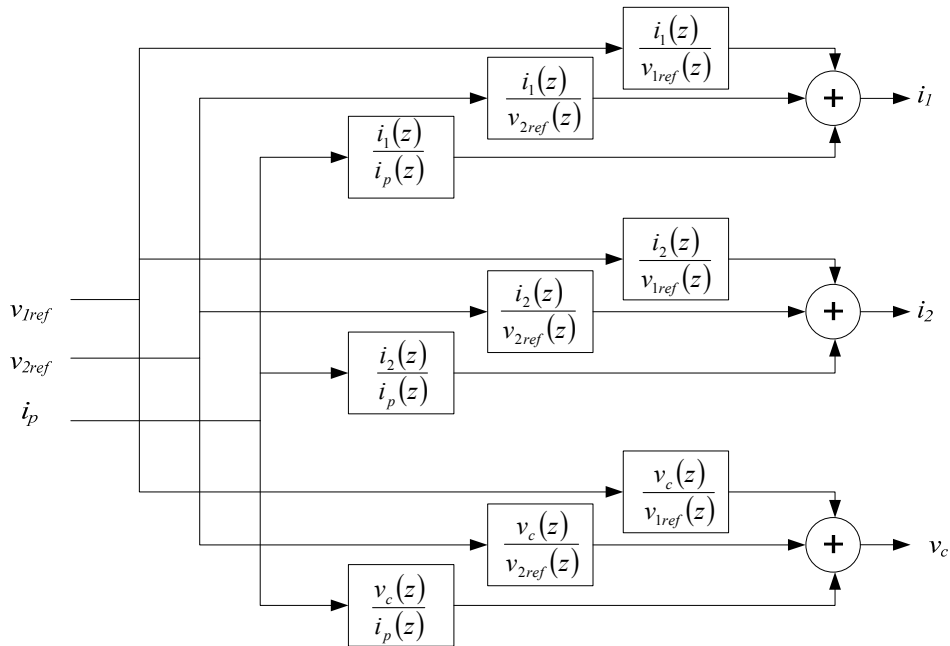


Figura 3-9 Diagrama de blocos do sistema MIMO

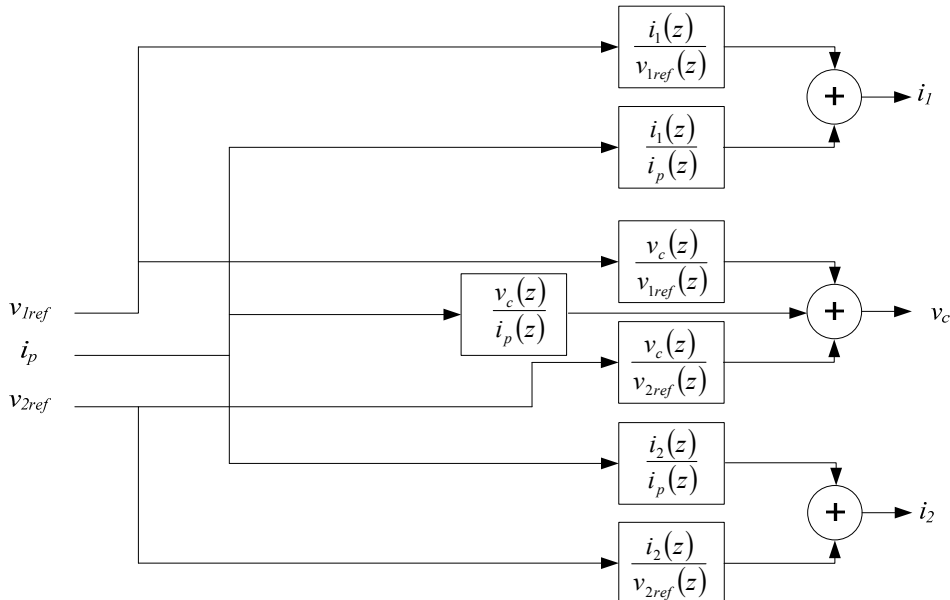


Figura 3-10 Diagrama de blocos do sistema da aproximação SISO

Para diminuir o acoplamento entre as correntes nos braços observou-se que desacoplando a tensão de saída como é proposto para o controle de inversores monofásicos [25], também se reduz o acoplamento entre os braços do inversor entrelaçado. Este desacoplamento é realmente um *feedforward* da tensão do capacitor, e consiste em somar a tensão do capacitor ao sinal de referência

utilizado para controlar os braços do inversor. A Figura 3-11 ilustra o diagrama de blocos correspondente ao desacoplamento feito para ajudar a controlar as correntes nos braços do inversor.

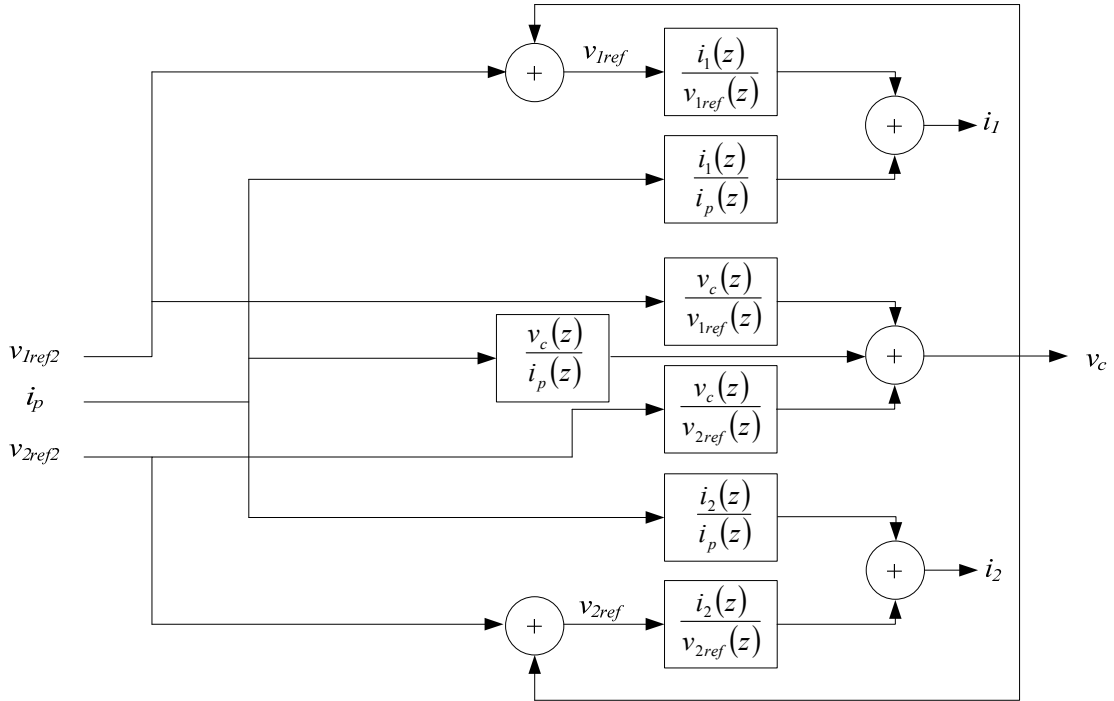


Figura 3-11 Diagrama de blocos das correntes desacoplando a tensão de saída

O desacoplamento pode ser representado mediante (3-6).

$$\begin{aligned} v_{1ref}(n) &= v_{1ref2}(n) + v_c(n) \\ v_{2ref}(n) &= v_{2ref2}(n) + v_c(n) \end{aligned} \quad (3-6)$$

Substituindo (3-6) em (3-4) se obtém o sistema com a tensão de saída desacoplada, cuja representação em espaço de estados é mostrada em (3-7).

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} i_1(n+1) \\ i_2(n+1) \\ v_c(n+1) \\ v_1(n+1) \\ v_2(n+1) \end{bmatrix} &= \mathbf{A}_{D3} \begin{bmatrix} i_1(n) \\ i_2(n) \\ v_c(n) \\ v_1(n) \\ v_2(n) \end{bmatrix} + \mathbf{B}_{D3} \begin{bmatrix} v_{1ref2}(n) \\ v_{2ref2}(n) \\ i_p(n) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} i_1(n) \\ i_2(n) \\ v_c(n) \end{bmatrix} &= \mathbf{C}_{D3} \begin{bmatrix} i_1(n) \\ i_2(n) \\ v_c(n) \\ v_1(n) \\ v_2(n) \end{bmatrix} + \mathbf{D}_{D3} \begin{bmatrix} v_{1ref2}(n) \\ v_{2ref2}(n) \\ i_p(n) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3-7)$$

$$\mathbf{A}_{D3} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{D2}(1:3,1:5)_{3 \times 5} \\ \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{I}_{1 \times 1} & \mathbf{0}_{2 \times 2} \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} \mathbf{B}_{D3} &= \mathbf{B}_{D2} \\ \mathbf{C}_{D3} &= \mathbf{C}_{D2} \\ \mathbf{D}_{D3} &= \mathbf{D}_{D2} \end{aligned}$$

Neste caso este procedimento não desacopla totalmente a tensão de saída devido à presença do atraso de cálculo no sistema. Porém, o procedimento ajuda a diminuir o acoplamento entre as correntes e facilita o projeto do controlador. Isto foi verificado mediante simulações e o efeito em termos de resposta na frequência está mostrado na Figura 3-12. Pode-se ver que para as duas correntes, o ganho entre o sinal de controle e a corrente do correspondente braço é maior do que o ganho entre a corrente e o sinal de controle do braço oposto.

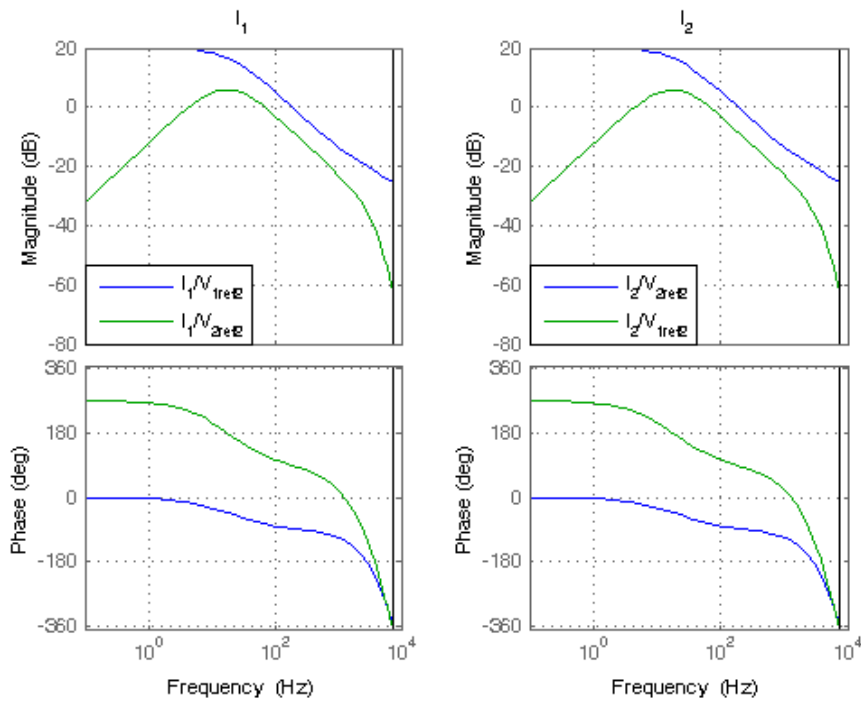


Figura 3-12 Respostas das correntes dos braços empregando-se desacoplamento da tensão de saída (sistema com carga)

A Figura 3-13 mostra a resposta em frequência das correntes em função dos sinais de controle para o sistema sem carga. Observa-se que nesta condição o desacoplamento não é tão favorável como para o sistema com carga. Porém o ganho entre cada corrente e o sinal de controle do seu respectivo braço é um decibel maior do que o ganho entre a mesma corrente e o sinal de controle do braço oposto. Além disso, quando o sistema está sem carga, as correntes nos braços são muito pequenas (idealmente zero), pelo que o controlador que for utilizado para as malhas de corrente gerará sinais desprezíveis do lado dos sinais inseridos pelo *feedforward* da tensão do capacitor. Assim, o sinal de referência utilizado para controlar os braços do inversor praticamente fica por conta do *feedforward* da tensão do capacitor.

Por outro lado, o acoplamento entre os braços diminui conforme os valores da resistência de carga e das resistências nos indutores diminuem, isto é, o sistema é mais facilmente controlável para um valor de potência dissipada maior. Assim, é possível projetar os controladores utilizando qualquer dos dois modelos, porém, é mais fácil projetá-los utilizando o modelo com carga porque o acoplamento é menor do que sem carga. Desta maneira, o projeto dos controladores será feito

primeiramente com o modelo com carga, depois a estabilidade do sistema sem carga será avaliada com o controlador obtido no primeiro passo.

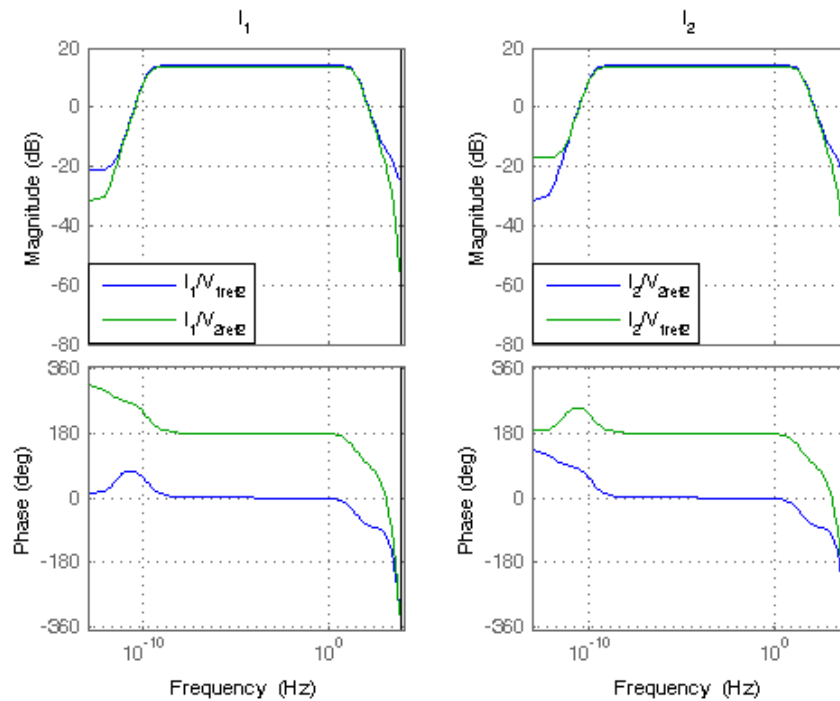


Figura 3-13 Respostas das correntes dos braços empregando-se desacoplamento da tensão de saída (sistema sem carga)

O efeito do *feedforward* da tensão de saída no acoplamento entre os braços também pode ser avaliado utilizando a RGA (*Relative Gain Array*), a qual é uma matriz que indica o grau de interação das variáveis de saída com os sinais de controle [35], [45]. Assim, esta matriz tem um número de colunas igual à quantidade de entradas controladas no sistema e um número de linhas igual à quantidade de saídas ; cada valor da matriz é escrito como λ_{ij} e indicam o grau de interação entre a j -ésima entrada com a i -ésima saída. O critério para a avaliação destes valores é mostrado na Tabela 3-2 e foi obtido da referência [45].

Tabela 3-2 Critérios para a avaliação dos valores da RGA

Valor de λ_{ij}	Critério
$\lambda_{ij} > 1$	A j -ésima entrada interage com a i -ésima saída. A interação aumenta quando λ_{ij} cresce.
$\lambda_{ij} < 0$	O sistema é instável se a j -ésima entrada é usada para controlar a i -ésima saída. A resposta da variável será invertida em malha aberta.
$\lambda_{ij} = 1$	A interação entre a j -ésima entrada e a i -ésima saída é total, as outras entradas não afetam a i -ésima saída.
$\lambda_{ij} = 0$	A j -ésima entrada não interage com a i -ésima saída.
$0 < \lambda_{ij} < 1$	Existe interação entre a j -ésima entrada e a i -ésima saída, porém, outras entradas também afetam a i -ésima saída.

Para avaliar o efeito do desacoplamento da tensão de saída foi calculada a matriz RGA utilizando as equações de espaço de estados obtidas na modelagem com algumas modificações.

Assim, a corrente de perturbação foi suposta igual a zero e foram consideradas como saídas somente as correntes nos braços. As relações λ obtidas entre a corrente no primeiro braço i_1 e os dois sinais de controle são mostradas na Figura 3-14 para o sistema com a carga resistiva de 4Ω e na Figura 3-15 para o inversor a vazio. As figuras mostram o valor de λ para o sistema com e sem o desacoplamento (com e sem o *feedforward* da tensão de saída). Da Figura 3-14 (inversor com carga resistiva) pode-se ver no sistema sem o desacoplamento que o sinal de controle do primeiro braço V_{L1} tem um efeito forte ($\lambda \geq 1$) sobre i_1 somente para frequências maiores do que 1kHz e menores do que 200Hz. Para as outras frequências o sinal de controle do segundo braço V_{L2} tem um efeito maior sobre i_1 , sendo que para essas frequências a relação entre i_1 e V_{L1} não é recomendada ($\lambda < 0$). Um comportamento similar acontece para o inversor a vazio (Figura 3-15), a diferença está em que o efeito de V_{L1} sobre i_1 somente é forte para frequências maiores do que 1370Hz.

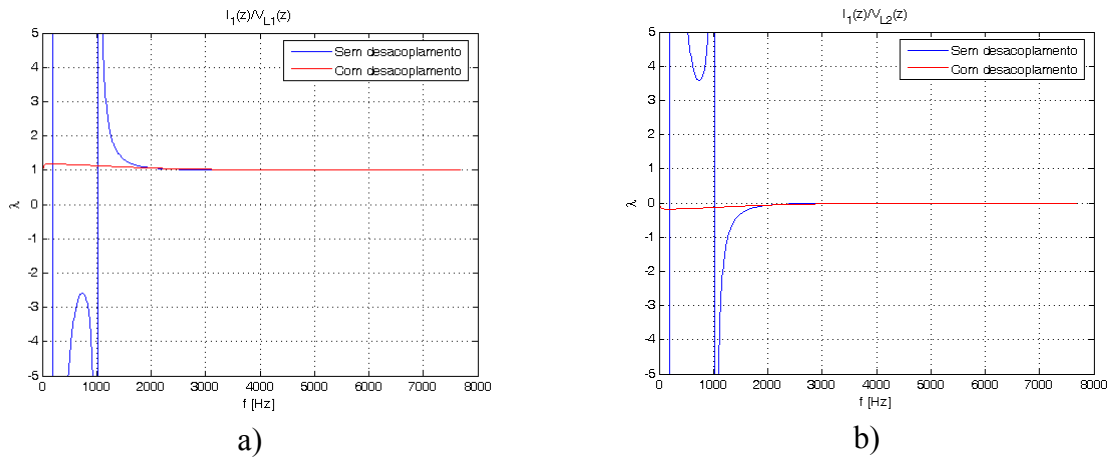


Figura 3-14 Efeito da RGA nas malhas de corrente para o sistema com carga resistiva

a) λ entre a corrente 1 e o sinal de controle 1 b) λ entre a corrente 1 e o sinal de controle 2

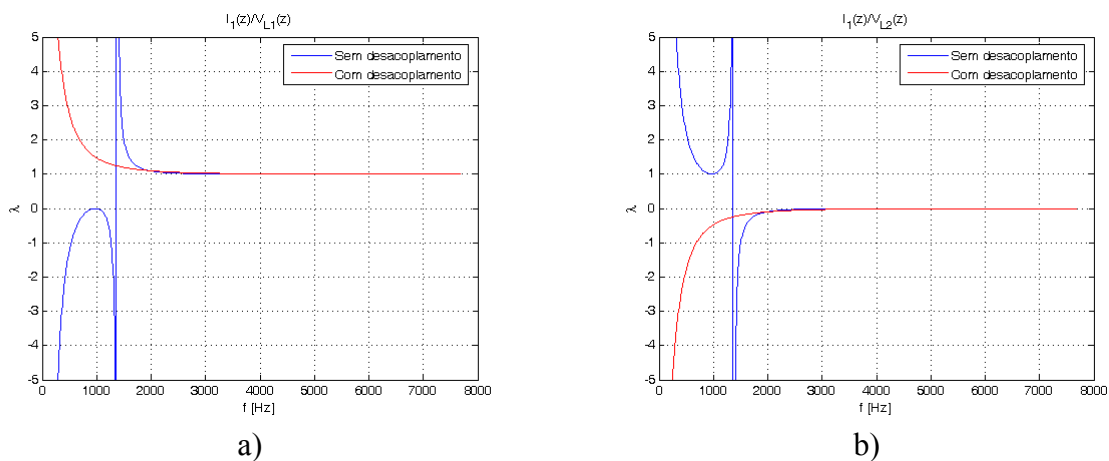


Figura 3-15 Efeito da RGA nas malhas de corrente para o sistema sem carga

a) λ entre a corrente 1 e o sinal de controle 1 b) λ entre a corrente 1 e o sinal de controle 2

Devido à simetria do inversor o comportamento da corrente que circula pelo segundo braço é similar ao mostrado aqui para i_1 . Desta maneira, sem desacoplar a tensão de saída o controle das correntes não pode ser feito com controladores lineares manipulando independentemente um dos

sinais de referência. Por outro lado, pode-se ver na parte “a)” da Figura 3-14 e Figura 3-15 que fazendo o *feedforward* da tensão de saída a relação entre V_{L1} e i_1 é forte para todas as frequências, enquanto que o valor de λ dado pela relação entre V_{L2} e i_1 é sempre menor do que zero, com o qual o efeito que tem V_{L2} sobre i_1 é muito pequeno.

Diagrama do controle

Para controlar a distribuição da corrente nos braços utilizam-se dois controladores de tipo proporcional integral (PI) para fechar uma malha de corrente em cada braço (idênticos para as duas malhas). A referência de corrente para estas duas malhas é fornecida por uma terceira malha de controle, ela é exterior às malhas de corrente e está em cascata com as mesmas; esta terceira malha de controle utiliza outro controlador PI para regular a tensão de saída. O diagrama de blocos da topologia de controle utilizada está mostrado na Figura 3-16.

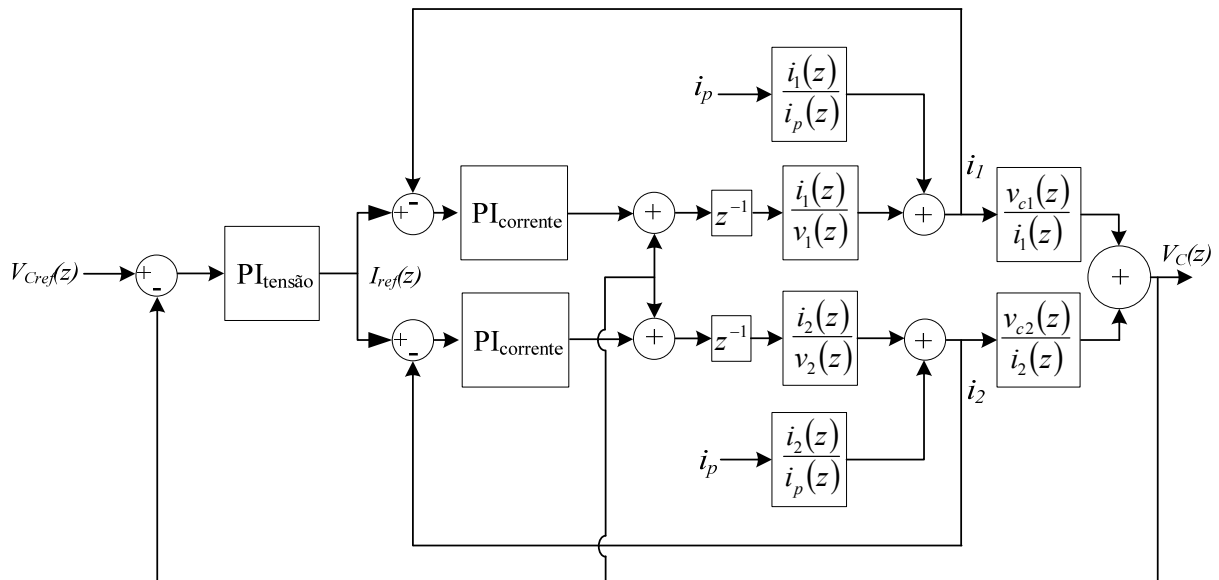


Figura 3-16 Diagrama de controle

Nesta seção são mostrados somente os ganhos dos PIs (da malha de corrente e tensão) para frequências e fases determinadas. Devido ao método utilizado (*Outward approach* [43]) para o projeto dos controladores, muitas tentativas foram feitas com o intuito de obter a maior banda passante possível para as duas malhas sem atingir a instabilidade do sistema. Assim, simulações e testes práticos foram feitos até alcançar-se um resultado aceitável, obtendo desta maneira os valores dos controladores mostrados nesta seção.

Projeto da malha de controle da corrente

O projeto das malhas de corrente é feito utilizando a função de transferência entre as correntes de cada braço i_1 e i_2 e o sinal de referência v_{ref1} e v_{ref2} . Estas funções de transferência são obtidas da Transformada Z de (3-7) e são iguais devido à simetria dos braços, obtendo-se:

$$i_{V_{ref}}(z) = \frac{i_1(z)}{v_{1ref2}(z)} = \frac{i_2(z)}{v_{2ref2}(z)}$$

A parte integral do controlador PI foi obtida utilizando a aproximação *Forward Euler*, com o que o controlador pode-se escrever como mostrado em (3-8). Assim, os parâmetros podem-se calcular utilizando (3-9), cuja demonstração encontra-se no apêndice 7.3.

$$\begin{aligned} y(n+1) &= y(n) + T_{mst} K_i e(n) \\ O(n) &= y(n) + K_p e(n) \end{aligned} \quad (3-8)$$

$$\begin{aligned} K_p &= \frac{M_c}{\left[(1 - k_2(w, \phi_c))^2 + k_1(w) k_2(w, \phi_c) \right]^{1/2}} & K_i &= \frac{2K_p \tan(\phi_c)}{T_{mst} (k_1(w) + \tan(\phi_c))} \\ k_1(w) &= -\frac{\sin(wT_{mst})}{1 - \cos(wT_{mst})} & k_2(w, \phi_c) &= \frac{\tan(\phi_c)}{k_1(w) + \tan(\phi_c)} \end{aligned} \quad (3-9)$$

onde K_p e K_i correspondem ao ganho proporcional e integral respectivamente, $y[n]$ é o estado adicional inserido pelo PI para calcular a integral, $O[n]$ e $e[n]$ são os sinais de saída e entrada ao PI respectivamente, M_c e ϕ_c são o ganho e fase desejados para o PI na frequência w .

Embora seja recomendado que a banda passante da malha de corrente seja restrita a até a um quinto da frequência de chaveamento do conversor, isto é, 1536Hz (7680Hz/5), limitou-se a banda passante da malha de corrente a 1200Hz devido à perda de fase para frequências superiores a 1kHz no modelo discreto deste caso. Assim, pelo fato de estar projetando o controlador com o sistema com carga escolhe-se uma margem de fase de 60° para a malha de corrente. Então, como $I_{Vref}(z = e^{jwT_{mst}})$ em 1200Hz apresenta um ganho igual a -14,73dB e uma fase de -118,49°, o PI tem que fazer uma correção de -15,1° na fase e 14,73dB na magnitude. Então avaliando (3-9) obtém-se:

$$\begin{aligned} K_p &= 5,5 \\ K_i &= 1103,1 \end{aligned}$$

Os diagramas de Bode obtidos para a malha de corrente são mostrados nas duas figuras seguintes. Assim, a Figura 3-17 mostra a resposta em frequência do sistema com carga e sem carga. A figura mostra à esquerda o diagrama de Bode de $I_{Vref}(z)$ e à direita o diagrama de Bode do produto entre $I_{Vref}(z)$ e o compensador PI.

As margens de ganho e fase obtidas na avaliação do controlador no sistema sem carga e as projetadas no sistema com carga são mostradas na Tabela 2-1. Segundo os dados da mesma e os critérios de estabilidade do projeto de controladores mediante diagramas de Bode, o sistema é estável com e sem carga. Porém, como o projeto dos controladores de corrente está feito utilizando uma aproximação aos sistemas SISO, a estabilidade do sistema deve ser avaliada levando em conta o acoplamento entre os braços. Isto foi feito avaliando os pólos e zeros da malha de corrente fechada.

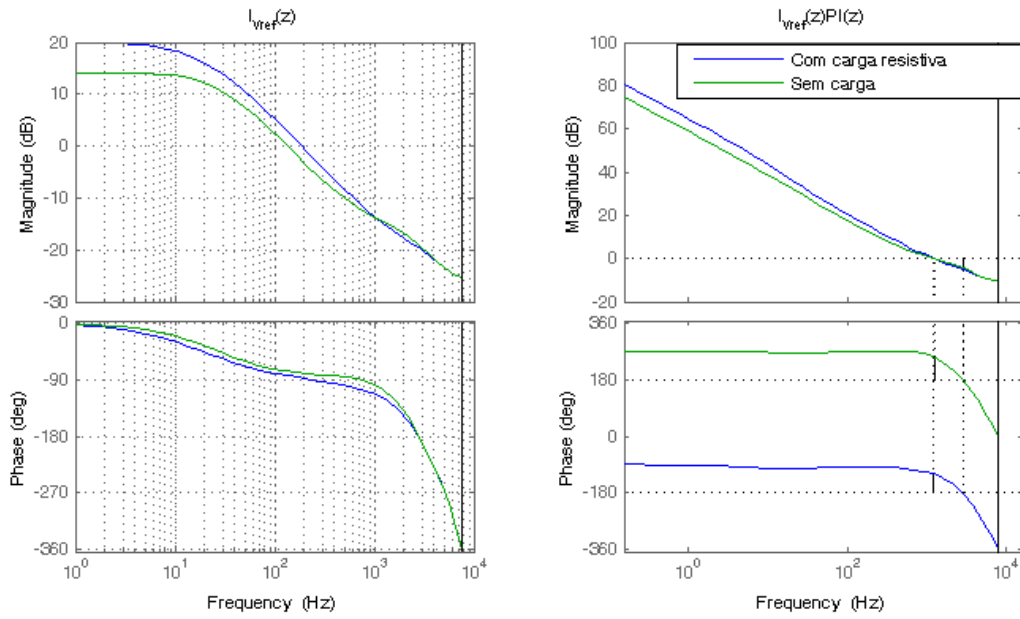


Figura 3-17 Diagrama de Bode da malha de corrente aberta

Tabela 3-3 Margens de fase e de ganho da malha de corrente

Modelo	Margem de ganho		Margem de Fase	
Com carga	4,90dB	2,83kHz	60,0°	1,20kHz
Sem Carga	4,29dB	2,83kHz	69,1°	1,27kHz

Ao fechar as malhas de corrente o sistema em (3-7) ganha mais dois estados, y_1 e y_2 . Isto devido aos controladores PI, cujas equações são:

$$\begin{aligned}
 y_1(n+1) &= y_1(n) + T_{mst} K_i (i_{ref}(n) - i_1(n)) \\
 v_{1ref2}(n) &= y_1(n) + (i_{ref}(n) - i_1(n)) \\
 y_2(n+1) &= y_2(n) + T_{mst} K_i (i_{ref}(n) - i_2(n)) \\
 v_{2ref2}(n) &= y_2(n) + (i_{ref}(n) - i_2(n))
 \end{aligned} \tag{3-10}$$

Assim, o sistema com o controle de corrente em malha fechada se obtém a partir de (3-7) e (3-10), gerando:

$$\begin{bmatrix} i_1(n+1) \\ i_2(n+1) \\ v_c(n+1) \\ v_1(n+1) \\ v_2(n+1) \\ y_1(n+1) \\ y_2(n+1) \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{D4} \begin{bmatrix} i_1(n) \\ i_2(n) \\ v_c(n) \\ v_1(n) \\ v_2(n) \\ y_1(n) \\ y_2(n) \end{bmatrix} + \mathbf{B}_{D4} \begin{bmatrix} i_{ref}(n) \\ i_p(n) \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} i_1(n) \\ i_2(n) \\ v_c(n) \end{bmatrix} = \mathbf{C}_{D4} \begin{bmatrix} i_1(n) \\ i_2(n) \\ v_c(n) \\ v_1(n) \\ v_2(n) \\ y_1(n) \\ y_2(n) \end{bmatrix} + \mathbf{D}_{D4} \begin{bmatrix} i_{ref}(n) \\ i_p(n) \end{bmatrix} \tag{3-11}$$

onde:

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_{D4} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{D3}(1:5,1:2)_{5 \times 2} - K_p \mathbf{B}_{D3}(1:5,1:2)_{5 \times 2} & \mathbf{A}_{D3}(1:5,3:5)_{5 \times 3} & \mathbf{B}_{D3}(1:5,1:2)_{5 \times 2} \\ \mathbf{I}_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{2 \times 3} & \mathbf{I}_{2 \times 2} \end{bmatrix} \\
\mathbf{B}_{D4} &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{D3}(1:5,1:2)_{5 \times 2} \times \begin{bmatrix} K_p \\ K_p \end{bmatrix}_{2 \times 1} & \mathbf{B}_{D3}(1:5,3)_{5 \times 1} \\ \begin{bmatrix} T_{mst} K_i \\ T_{mst} K_i \end{bmatrix}_{2 \times 1} & \mathbf{0}_{2 \times 1} \end{bmatrix} \\
\mathbf{C}_{D4} &= [\mathbf{I}_{3 \times 3} \quad \mathbf{0}_{3 \times 4}] \\
\mathbf{D}_{D4} &= \mathbf{0}_{3 \times 2}
\end{aligned}$$

A função de transferência entre a corrente i_1 e o sinal de referência i_{ref} (igual à função de transferência entre i_2 e i_{ref}) é obtida da Transformada Z de (3-11). O diagrama de pólos e zeros dessa função de transferência para o modelo com carga é mostrado na Figura 3-18 e para o modelo sem carga na Figura 3-19.

O modelo com carga tem todos seus pólos e zeros dentro do círculo unitário, pelo que o sistema é estável, o modelo sem carga tem um pólo e um zero sobre o círculo unitário e as outras raízes estão dentro dele. Nestas condições o sistema sem carga ainda é estável, mas oscilatório, contudo, é preciso levar em consideração duas coisas:

As resistências parasitas não modeladas aumentam a estabilidade do inversor deslocando os pólos para dentro do círculo unitário;

Caso o sistema com ou sem carga seja instável, a malha externa (malha de controle da tensão) controla a referência de corrente podendo estabilizar o sistema;

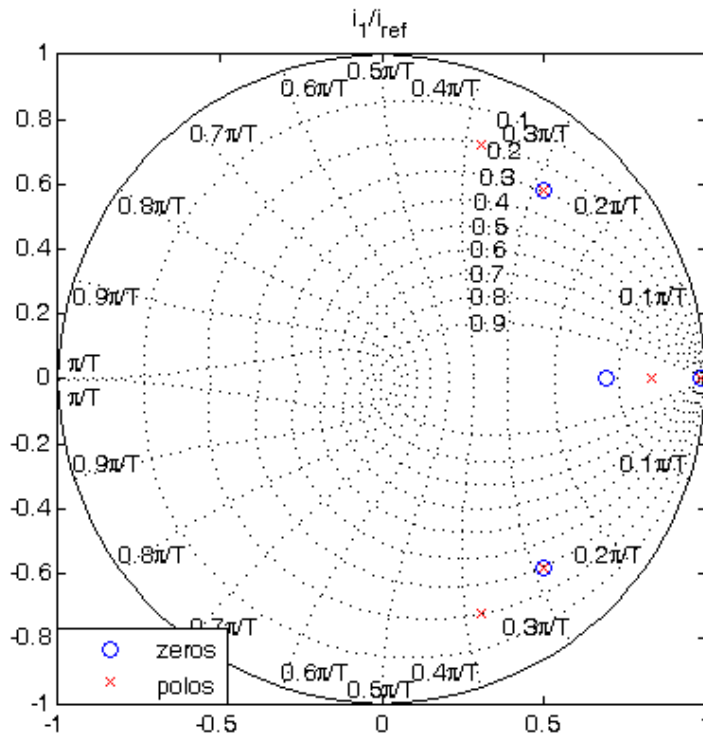


Figura 3-18 Diagrama de pólos e zeros com a malha de corrente fechada (modelo com carga)

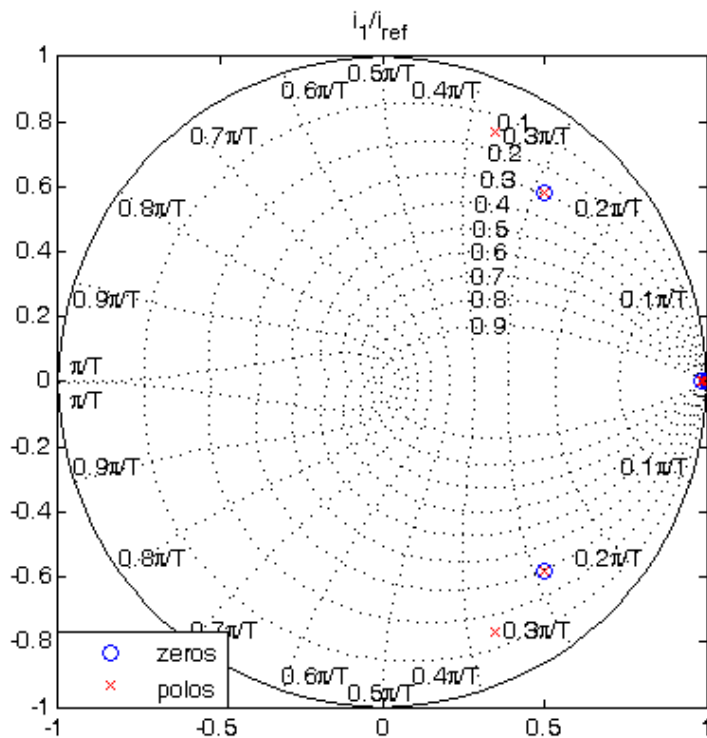


Figura 3-19 Diagrama de pólos e zeros com a malha de corrente fechada (modelo sem carga)

Projeto da malha de controle da tensão de saída (controle instantâneo)

Para o projeto do compensador de tensão utiliza-se a função de transferência $V_{Iref}(z)$, a qual é calculada a partir da Transformada Z de (3-11) para a relação entre a tensão de saída v_c e o sinal de referência da corrente i_{ref} . É recomendável que a banda passante da malha de tensão seja acomodada para obter no máximo a metade da banda utilizada na malha de controle interna (malha de corrente). Assim, a frequência de corte da malha de tensão é definida em 600Hz porque menores frequências comprometeriam o desempenho do controlador na correção dos erros entre a referência e a saída do sistema. Para calcular os ganhos do controlador PI, tem-se que a fase e magnitude de $V_{Iref}(z)$ em 600Hz é $-72,57^\circ$ e 14,32dB, assim a margem de fase é fixada em 60° devido às possíveis variações de carga, com o qual a fase que o PI precisa corrigir é de $-47,42^\circ$. Utilizando esses dados em (3-9) tem-se que os ganhos do PI da malha de tensão são:

$$K_{p2} = 0,15$$

$$K_{i2} = 535,9$$

Os diagramas de Bode obtidos no projeto dos controladores da malha de tensão são mostrados na Figura 3-20 para o modelo com e sem carga. Estas figuras mostram à esquerda o diagrama de Bode de $V_{Iref}(z)$ e à direita o diagrama de Bode do produto entre o compensador e $V_{Iref}(z)$. Vê-se que nos dois casos o sistema é estável e que a banda passante do modelo sem carga não mudou muito com respeito à banda passante projetada para o modelo com carga.

A Tabela 3-4 mostra as margens de fase e magnitude para o modelo com e sem carga. Pode-se verificar que o sistema é estável com e sem carga por causa da margem de fase positiva. No caso do sistema sem carga a margem de fase é relativamente baixa, porém, devido às perdas não modeladas o sistema tende a aumentar a estabilidade.

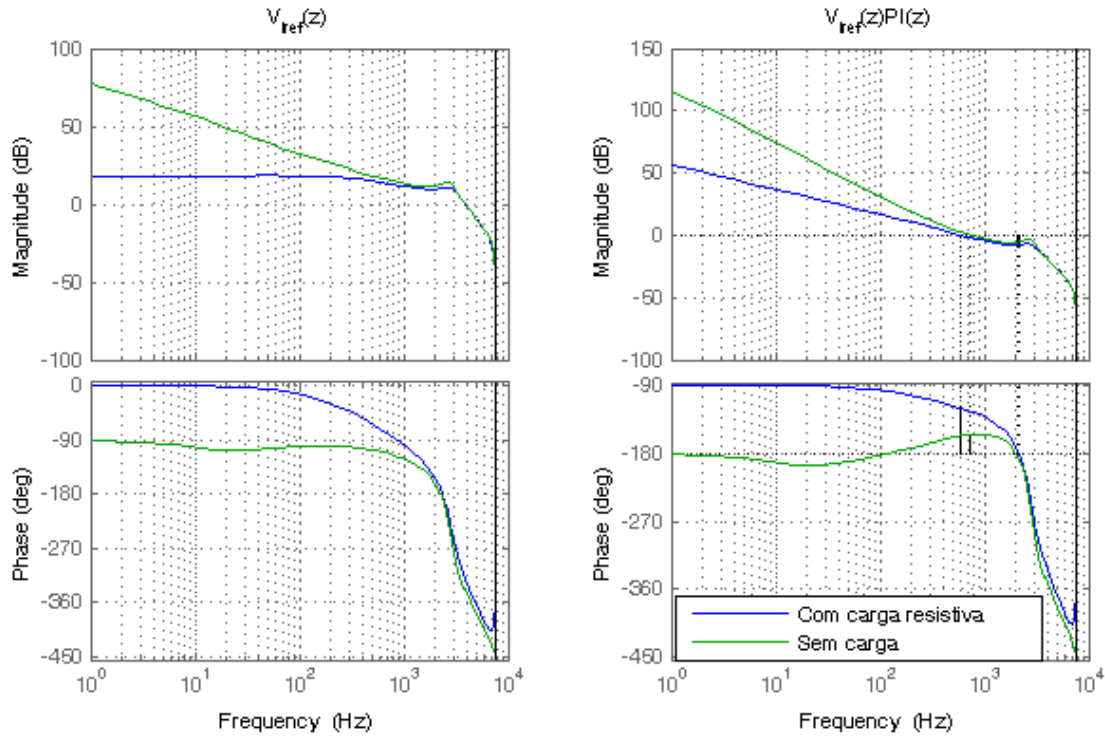


Figura 3-20 Diagrama de Bode da malha de tensão aberta

Tabela 3-4 Margens de fase e ganho da malha de tensão

Modelo	Margem de ganho		Margem de fase	
Com carga	7,47dB	2,16kHz	60,0°	600Hz
Sem Carga	5,93dB	2,04kHz	25,0°	740Hz

Para completar a modelagem do controle instantâneo fecha-se a malha de tensão. Para isto insere-se o estado adicional y_3 gerado pelo PI, que por sua vez gera a equação (3-12). Assim, de (3-11) e (3-12) obtém-se o sistema de equações de estado do inversor em malha fechada mostrado em (3-13).

$$\begin{aligned}
 y_3(n+1) &= y_3(n) + T_{mst} K_{i2} (v_{Cref}(n) - v_c(n)) \\
 i_{ref}(n) &= y_3(n) + (v_{Cref}(n) - v_c(n))
 \end{aligned} \tag{3-12}$$

$$\begin{bmatrix} i_1(n+1) \\ i_2(n+1) \\ v_c(n+1) \\ v_1(n+1) \\ v_2(n+1) \\ y_1(n+1) \\ y_2(n+1) \\ y_3(n+1) \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{DS} \begin{bmatrix} i_1(n) \\ i_2(n) \\ v_c(n) \\ v_1(n) \\ v_2(n) \\ y_1(n) \\ y_2(n) \\ y_3(n) \end{bmatrix} + \mathbf{B}_{DS} \begin{bmatrix} v_{Cref}(n) \\ i_p(n) \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} i_1(n) \\ i_2(n) \\ v_c(n) \end{bmatrix} = \mathbf{C}_{DS} \begin{bmatrix} i_1(n) \\ i_2(n) \\ v_c(n) \\ v_1(n) \\ v_2(n) \\ y_1(n) \\ y_2(n) \\ y_3(n) \end{bmatrix} + \mathbf{D}_{DS} \begin{bmatrix} v_{Cref}(n) \\ i_p(n) \end{bmatrix} \tag{3-13}$$

onde:

$$\mathbf{A}_{D5} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{D4}(1:7,1:2)_{7 \times 2} & [\mathbf{A}_{D4}(1:7,3)_{7 \times 1} - K_{p2} \mathbf{B}_{D4}(1:7,1)_{7 \times 1}]_{7 \times 1} & \mathbf{A}_{D4}(1:7,4:7)_{7 \times 4} & \mathbf{B}_{D4}(1:7,1)_{7 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 2} & -T_{mst} K_{i2} & \mathbf{0}_{1 \times 4} & \mathbf{I}_{1 \times 1} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_{D5} = \begin{bmatrix} K_{p2} \mathbf{B}_{D3}(1:7,1:1)_{7 \times 1} & \mathbf{B}_{D3}(1:7,1:1)_{7 \times 1} \\ T_{mst} K_{i2} & \mathbf{0}_{1 \times 1} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_{D5} = [\mathbf{I}_{3 \times 3} \quad \mathbf{0}_{3 \times 5}]$$

$$\mathbf{D}_{D5} = \mathbf{0}_{3 \times 2}$$

Para avaliar a estabilidade do sistema em malha fechada determinando a posição das raízes, os quais são obtidos de (3-13). Assim, o diagrama de pólos e zeros da função de transferência que relaciona a tensão de saída v_c com a referência utilizada para a tensão v_{Cref} ($V_{VCref}(z)$) é mostrado na Figura 3-21 para o sistema com carga e na Figura 3-22 para o sistema sem carga. Vê-se que todos os pólos e zeros estão dentro do círculo unitário, garantindo a estabilidade do sistema nas duas condições de carga limites.

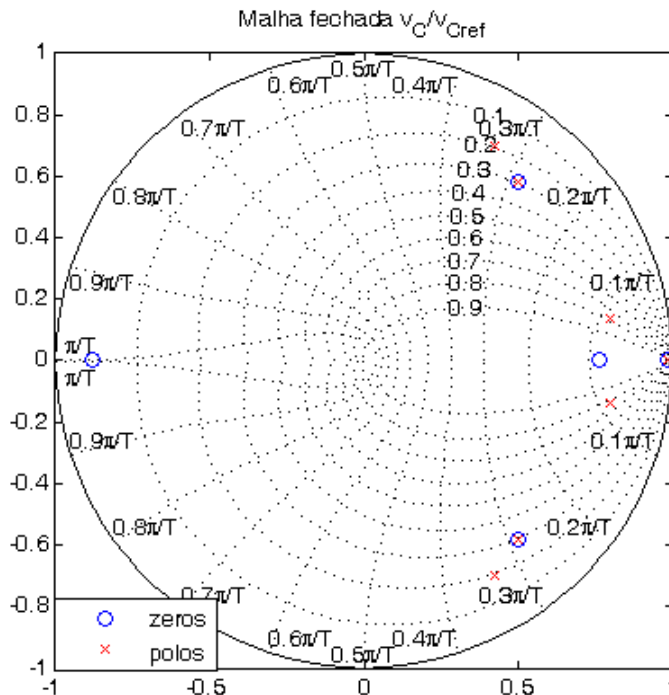


Figura 3-21 Diagrama de pólos e zeros com a malha de tensão fechada (modelo com carga)

A Figura 3-23 mostra a resposta em frequência de $V_{VCref}(z)$, à esquerda do modelo com carga e à direita do modelo sem carga. Pode-se ver que para os dois modelos o ganho nas frequências superiores a 1,1kHz é atenuado, e o ganho está em torno de um para frequências menores do que 800Hz no sistema com carga e menores do que 100Hz no sistema sem carga. O sistema sem carga apresenta um pico em torno de 670Hz com um valor máximo menor do que 8dB, porém, o efeito que este ganho pode trazer não é muito forte porque com o sistema sem carga os sinais de controle não terão componentes de grandes amplitudes em frequências diferentes de 60Hz. Além disso, as perdas não modeladas fazem com que o pico seja reduzido [28]. Assim, o sistema rejeita as componentes de frequências altas não modeladas. Com respeito à resposta da fase obtida, o sistema com carga

apresenta um defasamento de $-4,88^\circ$ em 60Hz, pelo que é esperado que a tensão esteja ligeiramente deslocada da referência; enquanto que no sistema sem carga, a fase é praticamente de 0° até 180Hz, assim, a tensão do sistema sem carga estará quase em fase com o sinal de referência v_{ref} .

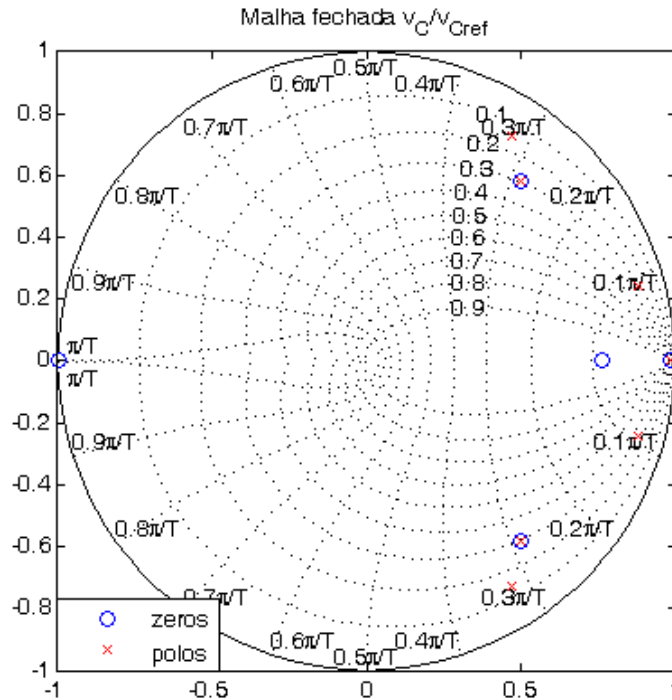


Figura 3-22 Diagrama de pólos e zeros com a malha de tensão fechada (modelo sem carga)

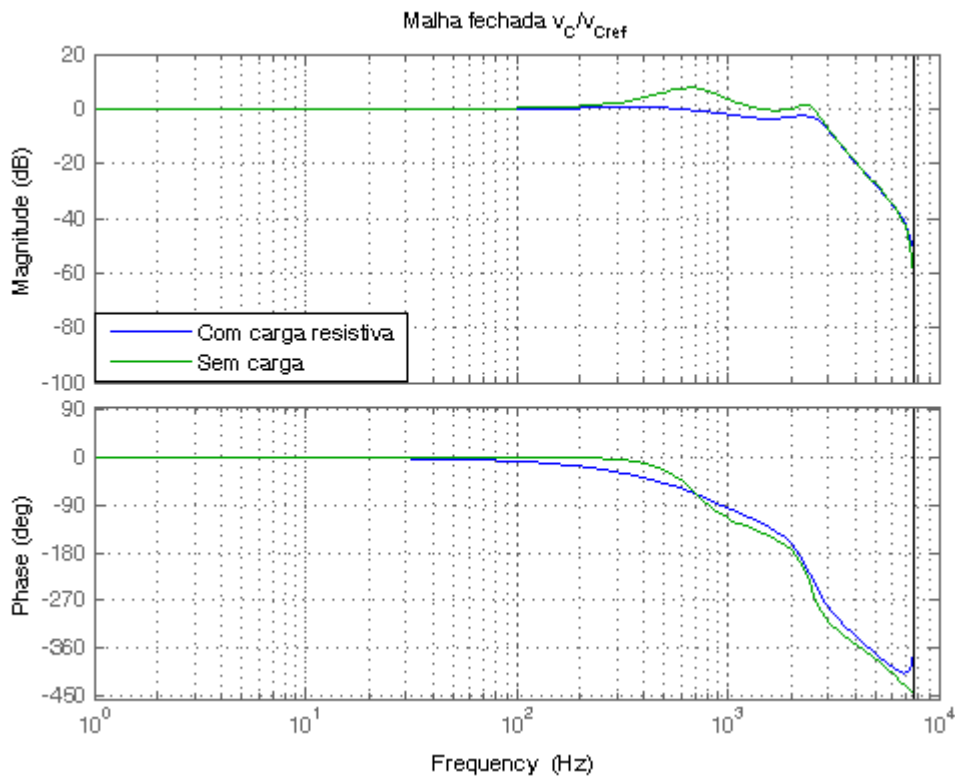


Figura 3-23 Diagrama de Bode da malha de tensão fechada $V_{V_{Cref}}(z)$

3.2.3 Resultados de simulação com o controle instantâneo

Para avaliar o desempenho dos controladores, foram feitas simulações com três tipos de carga diferentes: com carga resistiva máxima (4Ω), sem carga e com carga não-linear máxima. Embora no projeto do controlador não tivesse sido modelado o tempo morto, as respostas no domínio do tempo mostradas nesta seção foram feitas inserindo um tempo morto nos sinais PWM igual a $1\mu\text{s}$.

Na Figura 3-24 se evidencia a defasagem esperada entre o sinal de referência e o sinal de saída para o sistema com carga linear máxima. Também é possível verificar mediante inspeção que a amplitude da tensão de saída é ligeiramente menor do que a amplitude do sinal de referência, o que está coerente com as informações obtidas no diagrama de Bode mostrado na Figura 3-23. Além disso, o sistema é estável e a distorção da tensão de saída foi de menos de 2%.

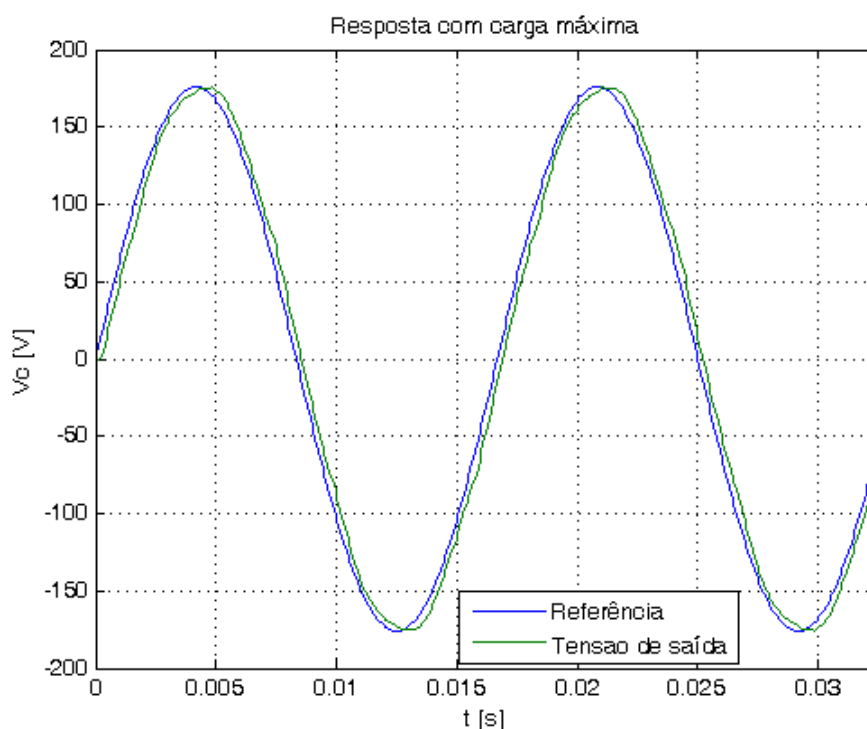


Figura 3-24 Tensão de saída com carga linear máxima para uma frequência de 60Hz

Através da resposta do sistema sem carga mostrada na Figura 3-25 pode ver-se que o sistema é estável, com pequenas deformações na forma de onda nos picos da mesma. A simulação respalda a informação obtida no diagrama de Bode na Figura 3-23 no sentido de que a defasagem entre o sinal de controle e a tensão de saída é praticamente nula. Além disso, a amplitude da tensão de saída tem o seu valor máximo praticamente igual ao valor de pico do sinal de referência.

A carga não-linear testada na simulação corresponde ao retificador não controlado mostrado na Figura 3-26, cujas especificações são dadas segundo a norma IEC62040-3 [19] para uma potência de 4kVA. A resposta para esta carga também foi obtida utilizando o pacote de programas MatLab e é mostrada na Figura 3-27. Vê-se que embora o sistema seja estável e o sinal de saída e referência estejam em fase, a distorção da tensão de saída do inversor é considerável.

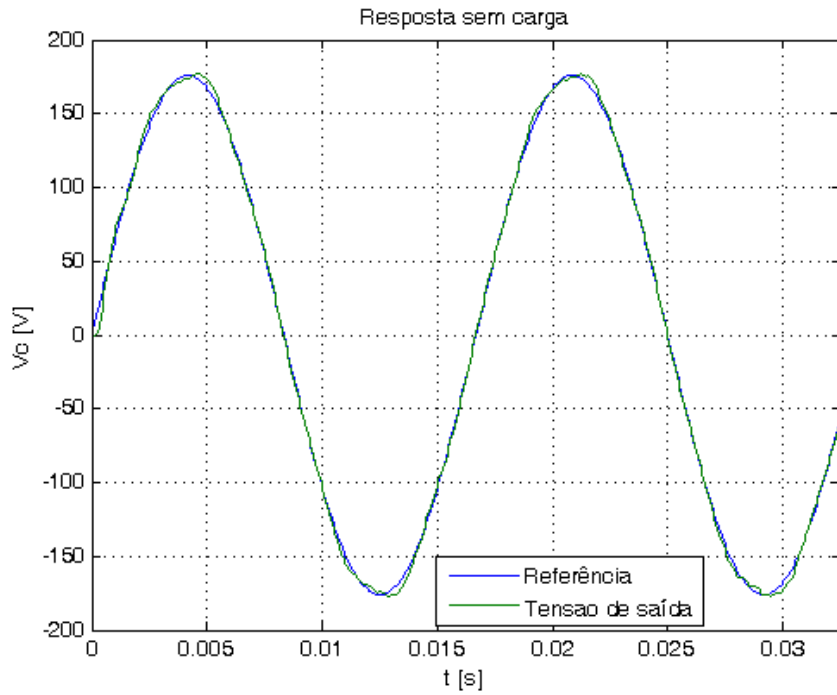


Figura 3-25 Tensão de saída sem carga para uma frequência de 60Hz

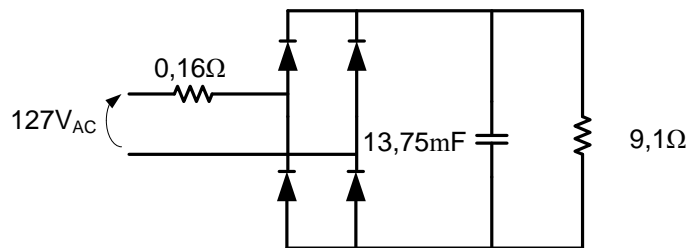


Figura 3-26 Carga não-linear padrão de 4kVA segundo IEC62040 -3

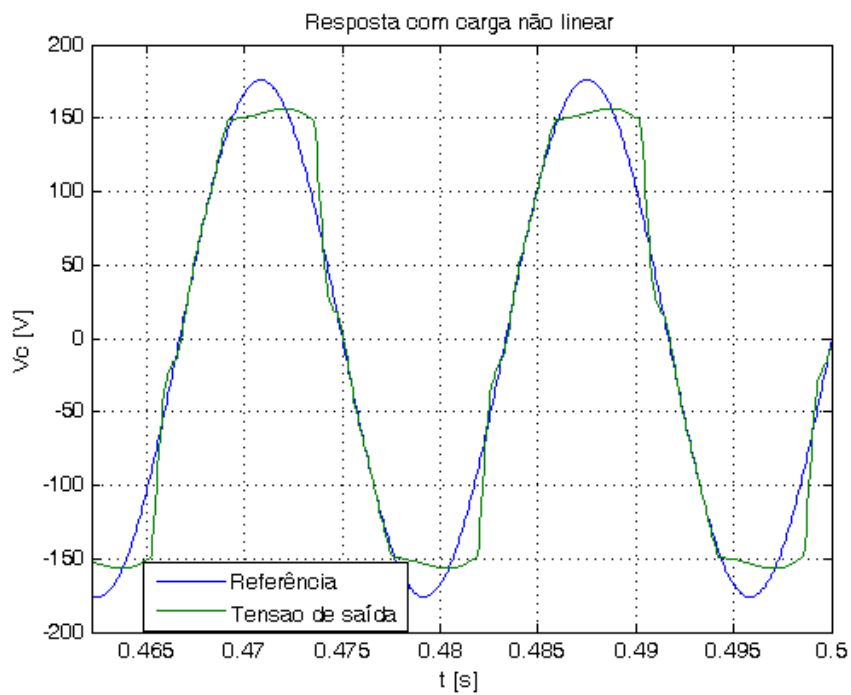


Figura 3-27 Tensão de saída com carga não-linear máxima

A Tabela 3-5 mostra a THD e o valor da componente fundamental obtidos mediante a FFT (*Fast Fourier Transform*) para os três tipos de carga simulados. Vê-se que o inversor com este controlador tem uma distorção harmônica de saída para cargas lineares que atende ao requisito (<8%). Porém, no caso da carga não-linear padrão, a tensão de saída tem um THD maior do que o admissível.

Tabela 3-5 Distorção harmônica da tensão de saída

Carga	THD [%]	Regulação da tensão de saída $\left 100 \frac{(V_C - 127)}{127} \right $ [%]
Resistiva máxima	1,66	2,5
Vazio	1,97	1,8
Não-linear máxima	14,28	3,3

3.2.4 Projeto da malha de controle da tensão de saída (controle repetitivo)

Erros na fase e amplitude da regulação da tensão de saída são inevitáveis porque o controle é feito com controladores de tipo PI. Além disso, como se pode ver na Figura 3-27 e na Tabela 3-5, as distorções na tensão e saída são maiores do que as aceitáveis para este tipo de equipamento, em consequência o controle deve ser aprimorado. Para lidar com estes problemas é utilizado o controle repetitivo, o qual é amplamente utilizado nestas aplicações porque consegue rejeitar distorções repetitivas de um sinal também periódico, tais como as perturbações que inserem as cargas não-lineares. As propriedades deste tipo de controle podem ser encontradas no anexo número 6.3 ou na literatura [27], [28], [29], [32], [33]. Inserindo o controle repetitivo o diagrama de controle completo fica como mostrado na Figura 3-28.

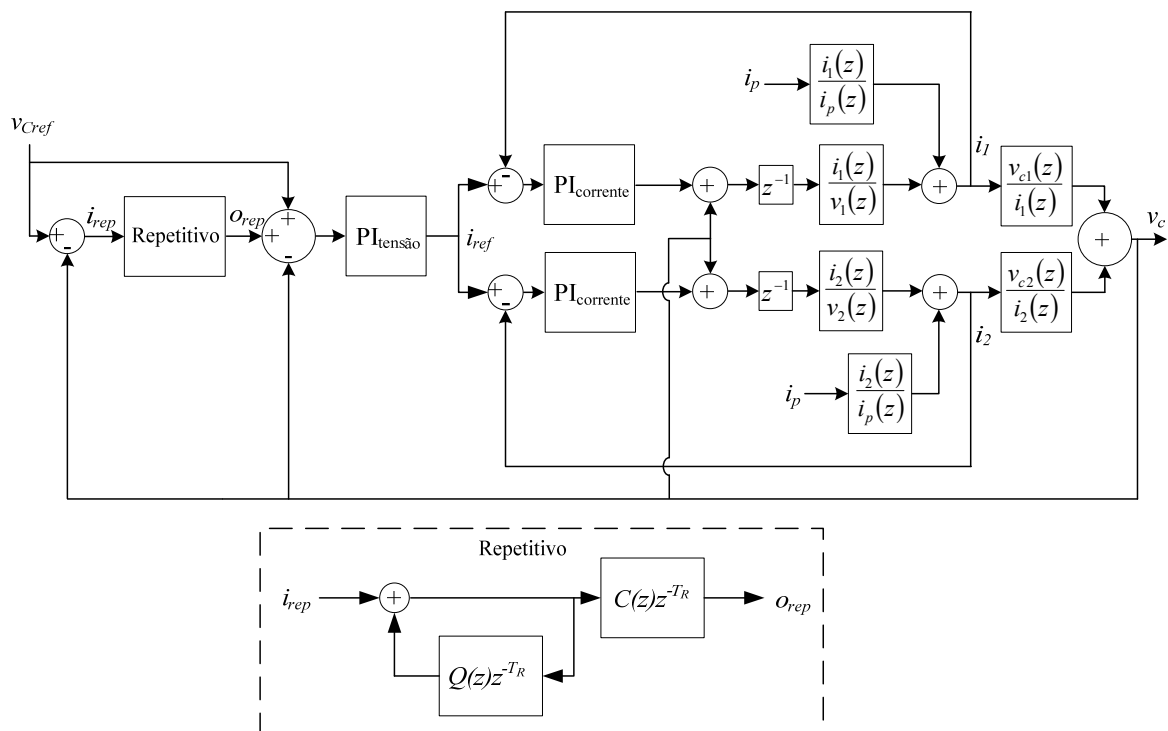


Figura 3-28 Diagrama de controle completo (com controle repetitivo)

Na Figura 3-28, T_R é o período do controle repetitivo e é calculado como a razão entre o período da fundamental e o período de amostragem utilizado, $Q(z)$ e $C(z)$ são filtros digitais, cujas características são descritas no anexo número 6.3. Aqui somente será reescrita a forma do filtro $C(z)$ proposta na literatura [28] (3-14).

$$C(z) = Kz^d C_d(z) \quad (3-14)$$

O projeto do controlador repetitivo está sujeito a procedimentos de tentativa e erro, assim, diferentes combinações de filtros foram testadas até obter-se na tensão de saída do inversor uma forma de onda com um THD menor do que 8%. Nesta seção será mostrado somente o procedimento feito para a obtenção dos resultados finais e não todas as tentativas.

Para o projeto do controlador repetitivo são necessárias as funções de transferência do sistema com carga máxima e sem carga para avaliar a estabilidade obtida com o controlador [27]. Assim, as funções de transferência $V_{V_{Cref}}(z)$ para o sistema com e sem carga são obtidas de (3-13), e os seus respectivos diagramas de Bode foram mostrados na Figura 3-23. Como proposto em [28] utiliza-se o modelo sem carga para o projeto do controlador, porém os dois modelos são utilizados para a verificação da estabilidade do sistema. Assim, com a função de transferência $V_{V_{Cref}}(z)$ para o modelo sem carga e escolhendo o filtro $C_d(z)$ constante e igual a um, avalia-se o valor de d necessário com o intuito de obter uma fase tão plana quanto possível. A Figura 3-29 mostra o produto $V_{V_{Cref}}(z)C_d(z)z^d$ para vários valores de d .

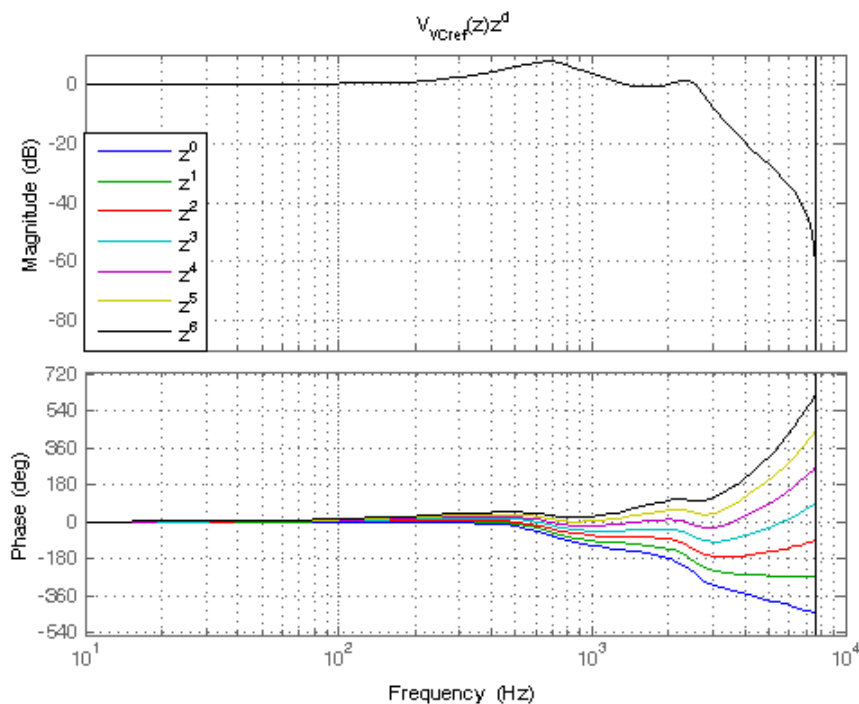


Figura 3-29 Escolha de z^d com o modelo sem carga

Escolheu-se d igual a quatro por apresentar a fase que na média está mais próxima de zero. É necessário avaliar a fase do produto $V_{V_{Cref}}(z)C_d(z)z^d$ para o sistema com carga, assim, a Figura 3-30

mostra o diagrama de Bode deste produto para o sistema com e sem carga. Pode-se observar que a fase do sistema sem carga oscila ao redor do zero até 3kHz, enquanto que a fase obtida para o sistema com carga está mais próxima do zero para a mesma faixa de frequências. Embora a fase não seja próxima de zero para frequências maiores do que 3kHz, o projeto não será afetado perigosamente porque a fase obtida do produto $V_{V_{ref}}(z)C_d(z)z^d$ precisa estar próxima de zero para as frequências de interesse [28], isto é, para as frequências nas quais a atenuação do filtro LC não é suficientemente grande. Então, para as frequências que estão depois do pico gerado pela ressonância do filtro LC, não é tão crítico que o produto $V_{V_{ref}}(z)C_d(z)z^d$ não tenha uma fase próxima de zero.

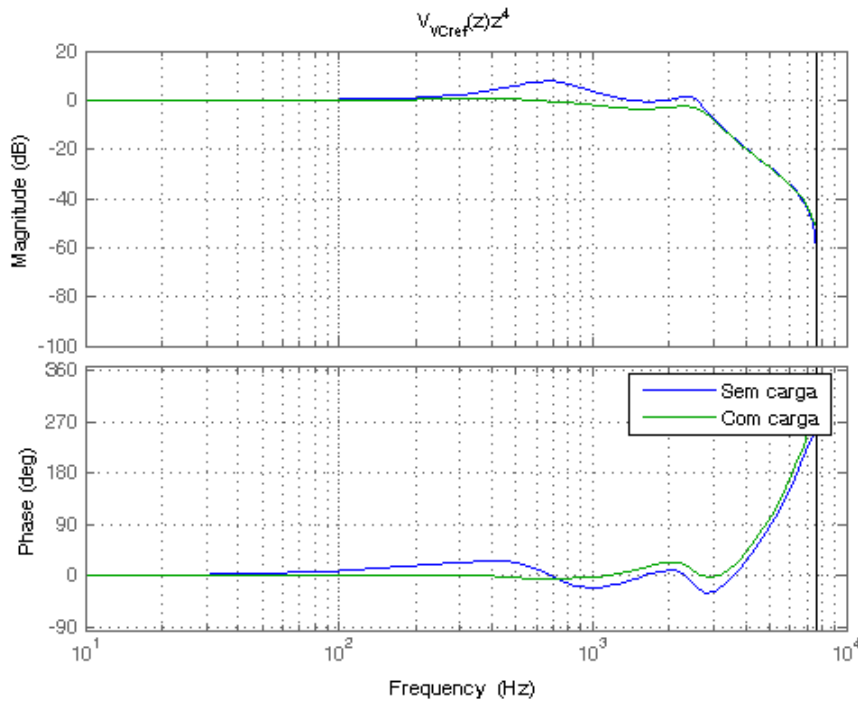


Figura 3-30 Fase e ganho de $V_{V_{ref}}(z)z^d$ para o d escolhido no modelo com e sem carga

Para melhorar a estabilidade do sistema, o filtro $Q(z)$ é escolhido como mostrado em (3-15). Este filtro é de tipo passa-baixas com deslocamento de fase nulo cuja faixa passante tem um ganho unitário. Este filtro foi multiplicado por 0,98 para atenuar a resposta para todas as frequências e aumentar a estabilidade.

$$Q(z) = 0,98(0,25z + 0,5 + 0,25z^{-1}) \quad (3-15)$$

O ganho K do filtro $C(z)$ é escolhido pequeno o suficiente para manter o sistema estável, desta maneira a desigualdade mostrada em (3-16) deve ser atendida para todas as frequências. Assim, encontrou-se que com um valor de 0,5 para K o sistema sem carga tem um ganho máximo de -4,86dB, e o sistema com carga -6,4dB. Isto pode ser observado na Figura 3-31, a qual mostra o diagrama de Bode da expressão do lado esquerdo da desigualdade (3-16) para o sistema com e sem carga. Os ganhos máximos obtidos são bem menores do que o limite estabelecido em (3-16) (0dB máximo), isto porque o modelo utilizado para avaliar a estabilidade pode diferir do sistema real por vários motivos, e é necessário deixar uma margem de segurança.

$$|Q(z) - C(z)V_{V_{Cref}}(z)| < 1 \quad (3-16)$$

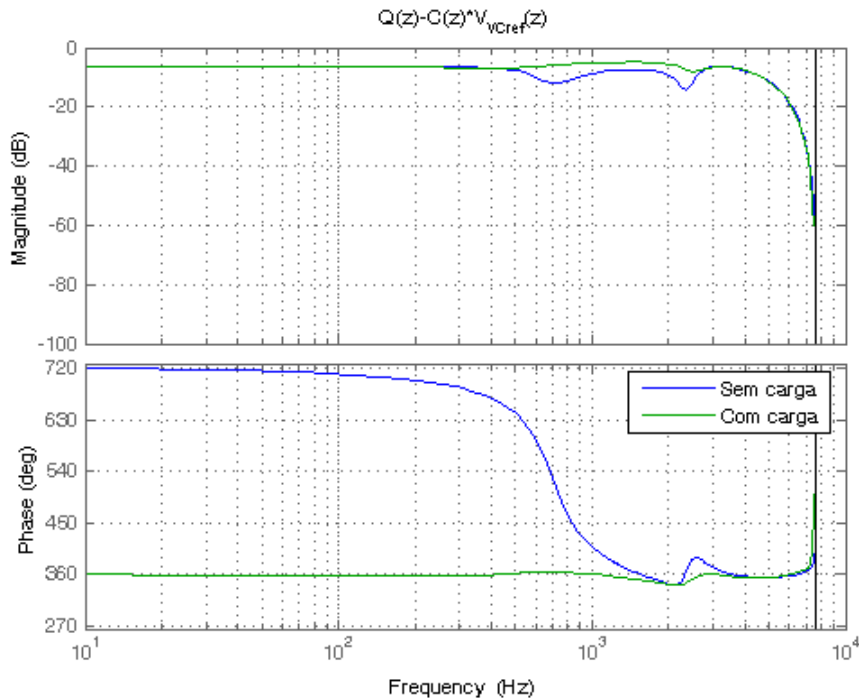


Figura 3-31 Avaliação da estabilidade do modelo com e sem carga

Desta maneira o único parâmetro que resta para definir é o período T_R , o qual tem um valor de 256 porque essa é a relação entre o período da fundamental e o período de amostragem. Assim, o seguinte passo é verificar o funcionamento do controlador repetitivo.

3.2.5 Resultados de simulação com o controle repetitivo

Para avaliar o desempenho do controlador, foram feitas simulações nas mesmas condições especificadas no projeto do controlador instantâneo. Assim, a Figura 3-32 mostra a resposta obtida para o inversor com carga resistiva (4Ω), onde se pode apreciar que no segundo período da fundamental o erro de fase e de magnitude é reduzido notavelmente. A distorção da tensão de saída também foi diminuída com respeito ao sistema com o controlador instantâneo. Assim, o controle repetitivo mostrou-se eficiente na correção do erro de estado estacionário para sinais de baixa frequência.

A Figura 3-33 mostra a resposta obtida para o sistema sem carga, onde se pode observar que o sistema continua estável e que da mesma maneira que a resposta para o sistema carregado, a distorção da tensão de saída diminuiu com respeito à resposta obtida do inversor controlado somente com controladores de tipo PI.

Com respeito à resposta obtida para cargas não-lineares, a Figura 3-34 mostra que o controle repetitivo diminui consideravelmente a distorção da tensão de saída, precisando de 5 ciclos da frequência fundamental para deixar a THD menor do que 8%, e de 30 ciclos para atingir um THD de 1,95%.

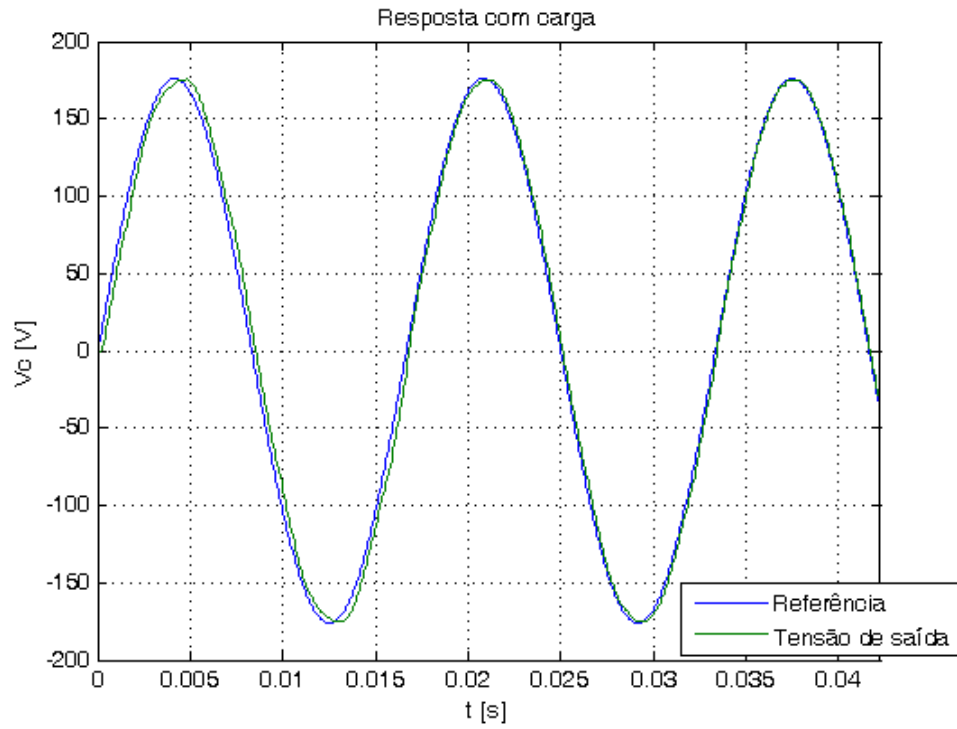


Figura 3-32 Tensão de saída com carga linear máxima (com controle repetitivo)

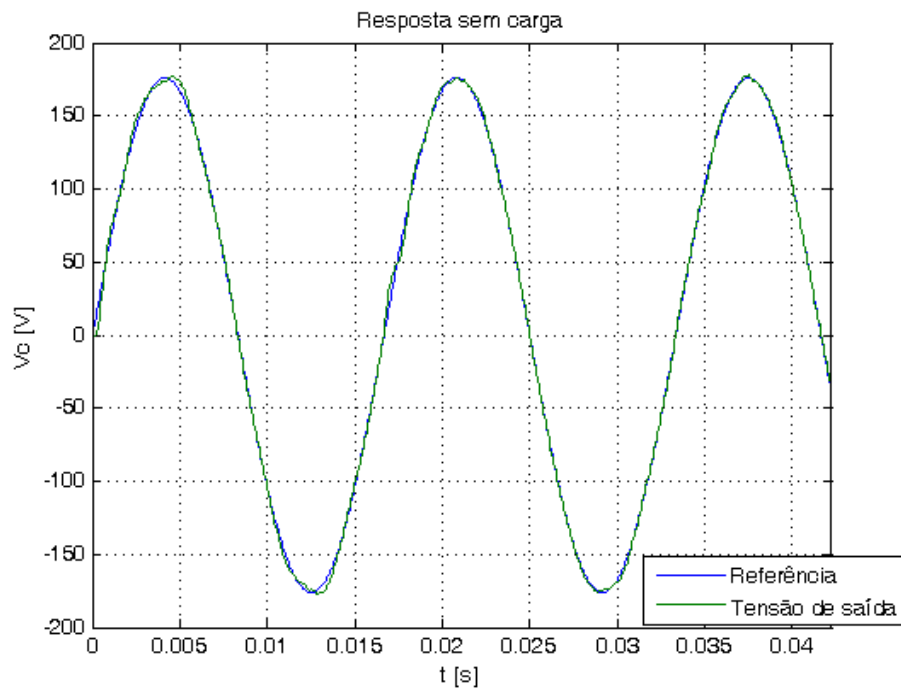


Figura 3-33 Tensão de saída sem carga (com controle repetitivo)

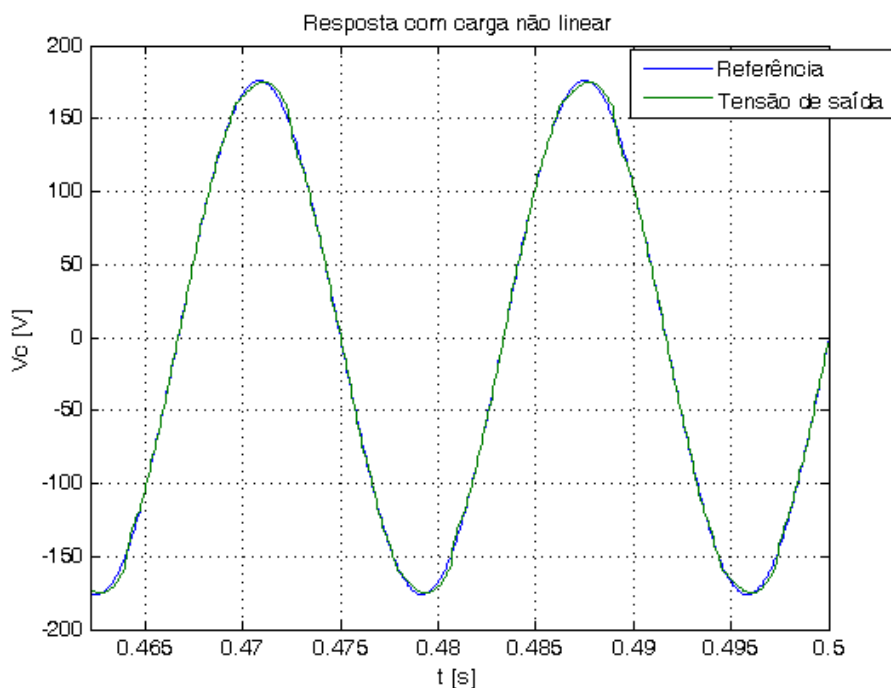


Figura 3-34 Tensão de saída com carga não linear máxima (com controle repetitivo)

A Tabela 3-6 mostra a THD obtida para o sistema sem carga e com carga linear máxima após 3 ciclos. Esses valores mudam pouco entre os ciclos seguintes. Pode-se ver que com respeito ao sistema sem controle repetitivo, a distorção diminuiu nestas duas condições de carga. O THD obtido para a carga não-linear é mostrado na Figura 3-35 porque ele muda consideravelmente com cada ciclo que o controle repetitivo integra o erro. Vê-se que a THD tem uma tendência a diminuir abaixo de 1,95%, porém, mais lentamente.

Tabela 3-6 Distorção harmônica da tensão de saída

Carga	THD [%]		Regulação da tensão de saída $\left 100 \frac{(V_c - 127)}{127} \right $ [%]	
	CI	CIR	CI	CIR
Resistiva máxima	1,66	0,43	0,23	0,0
Vazio	1,97	0,77	0,94	0,08
Não-linear	14,28	1,95	0,94	0,08

*CI: Controle instantâneo, CIR: Controle Instantâneo e Repetitivo

Embora o controle repetitivo melhore muito a qualidade da tensão de saída, ele apresenta problemas na dinâmica quando são feitas mudanças fortes na carga. Por exemplo, quando o inversor tem uma carga não-linear e repentinamente a carga é retirada ou trocada por uma linear. O efeito é a aparição de deformações na onda de saída nos ciclos seguintes à mudança da carga. Isto acontece porque o controle repetitivo utiliza um *buffer* para armazenar os dados obtidos no processamento do ciclo anterior para utilizá-los no seguinte. Assim, se os dados armazenados correspondem a uma carga não-linear e o ciclo seguinte não tiver carga ou ela for linear, o sinal de referência que o controle repetitivo fornecerá tentará compensar distorções que não existem, deformando desta maneira a forma de onda de saída. Isto é mostrado mediante simulações na Figura 3-36 e na Figura 3-37, onde o

instante no qual a carga foi trocada está indicado por uma seta vermelha. A primeira mostra o comportamento da tensão de saída quando a carga passa de tipo linear para vazio ($t=25/60s$), a segunda mostra a resposta quando a carga não-linear é conectada novamente ($t=40/60s$).

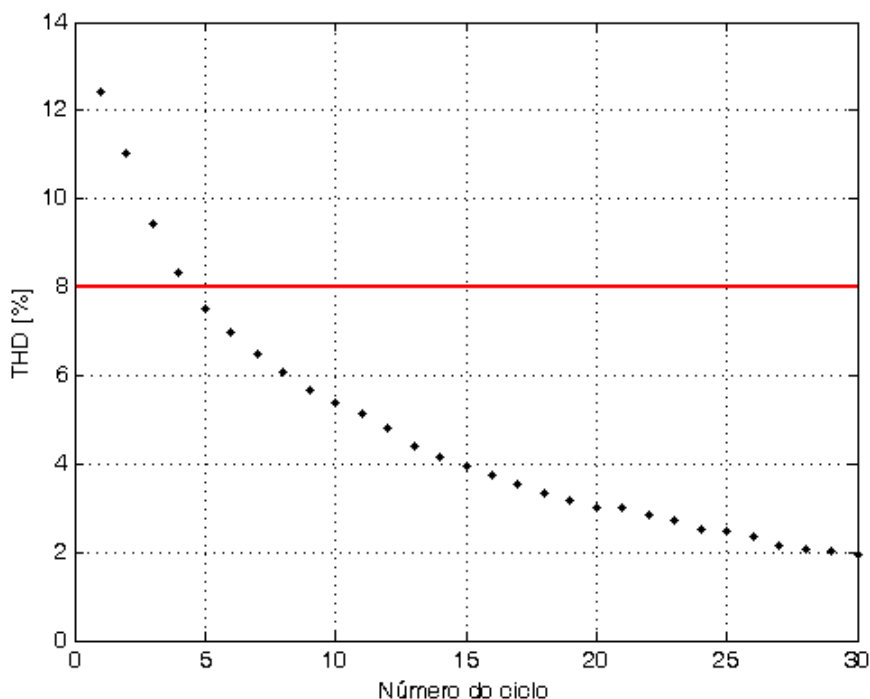


Figura 3-35 Distorção da tensão de saída com controle repetitivo e carga não-linear máxima

Para solucionar o problema descrito no parágrafo anterior é utilizada a proposta feita em [32], a qual consiste em reiniciar o controle repetitivo quando uma mudança na carga for detectada. A detecção da mudança da carga é feita comparando o erro (diferença entre a referência e a tensão de saída) obtido no ciclo anterior com o erro atual instantâneo. Se o erro atual for maior do que o anterior num valor pré-estabelecido, o controle é reiniciado. Isto é feito apagando os dados do buffer do controle repetitivo e impedindo o controle repetitivo de agir durante o ciclo seguinte.

Assim, mediante simulações foi visto que, definindo a diferença máxima entre o erro do ciclo anterior e o atual igual a 45, a resposta do inversor a variações de carga foi melhorada sem perder a rejeição fornecida pelo controle repetitivo. Isto pode ser observado na Figura 3-38, a qual mostra o resultado obtido mediante simulações para a mudança de carga de não-linear a vazio. Vê-se que as oscilações são diminuídas consideravelmente, porém elas não desaparecem instantaneamente. Isto ocorre porque a diferença permitida entre os erros dos dois ciclos é de 45, o que permite a deformação da onda de saída no instante da mudança de carga. Assim, o controle instantâneo age para corrigir o erro apresentado gerando uma oscilação menor. Se a máxima diferença entre os erros dos ciclos consecutivos fosse menor, a dinâmica nos instantes da mudança de carga seria melhor, porém, o controle repetitivo poderia ser reiniciado sem necessidade, afetando a rejeição a perturbações em regime permanente ou até evitando totalmente o funcionamento dele.

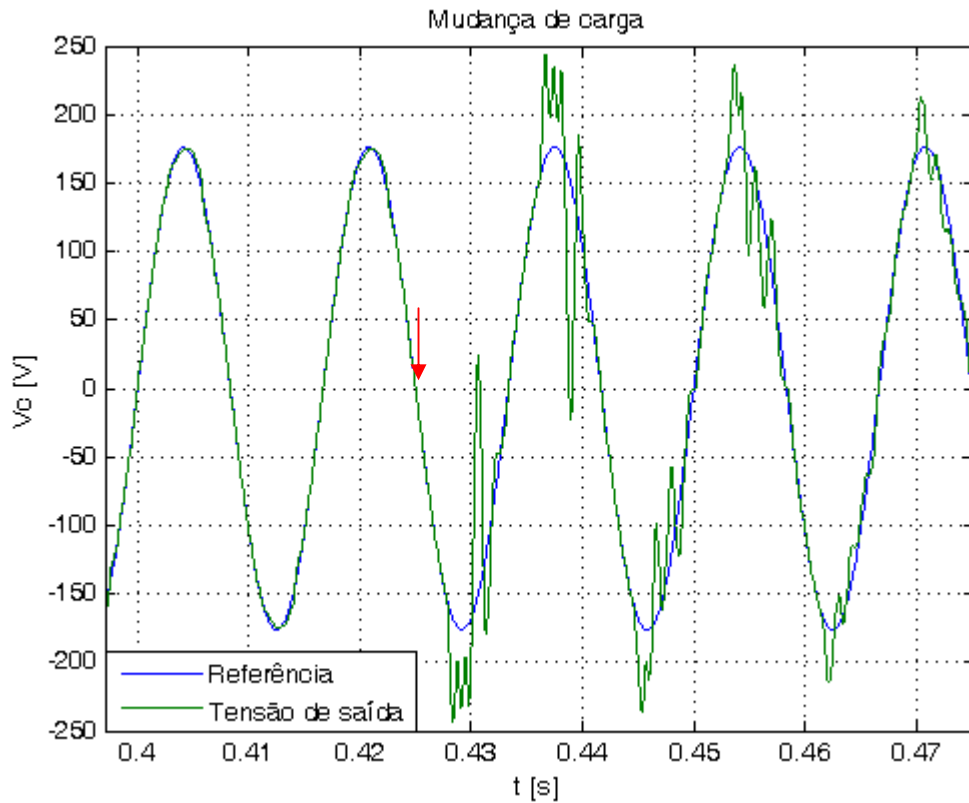


Figura 3-36 Mudança na carga de não-linear a vazio

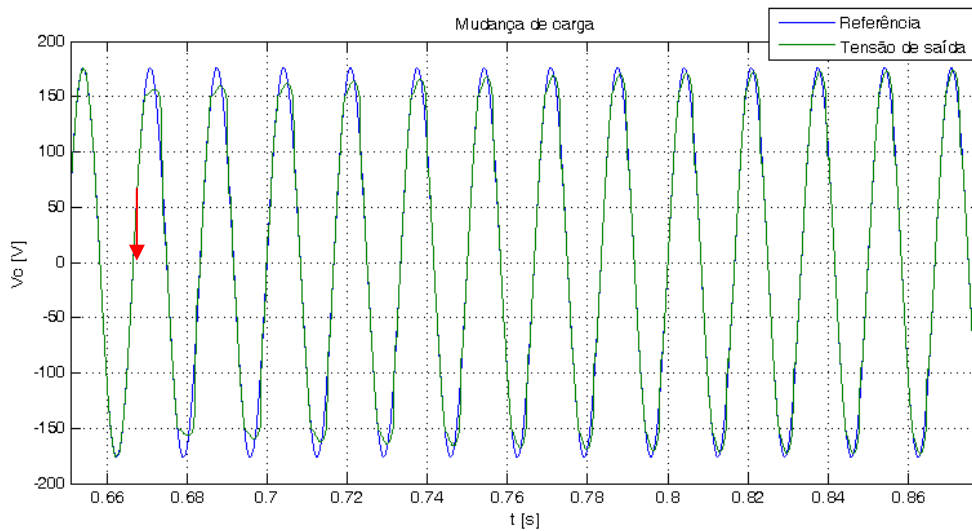


Figura 3-37 Mudança na carga de vazio a não-linear

A Figura 3-39 mostra a resposta obtida com o *reset* quando a carga passa de vazio a uma não-linear; vê-se que as respostas com ou sem *reset* neste tipo de mudança não são muito diferentes. De fato, foi visto em simulações que o *reset* ajuda primordialmente nas mudanças de carga não-lineares para as lineares, enquanto que para outras mudanças (entre cargas lineares e de cargas lineares a não-lineares) não ajuda.

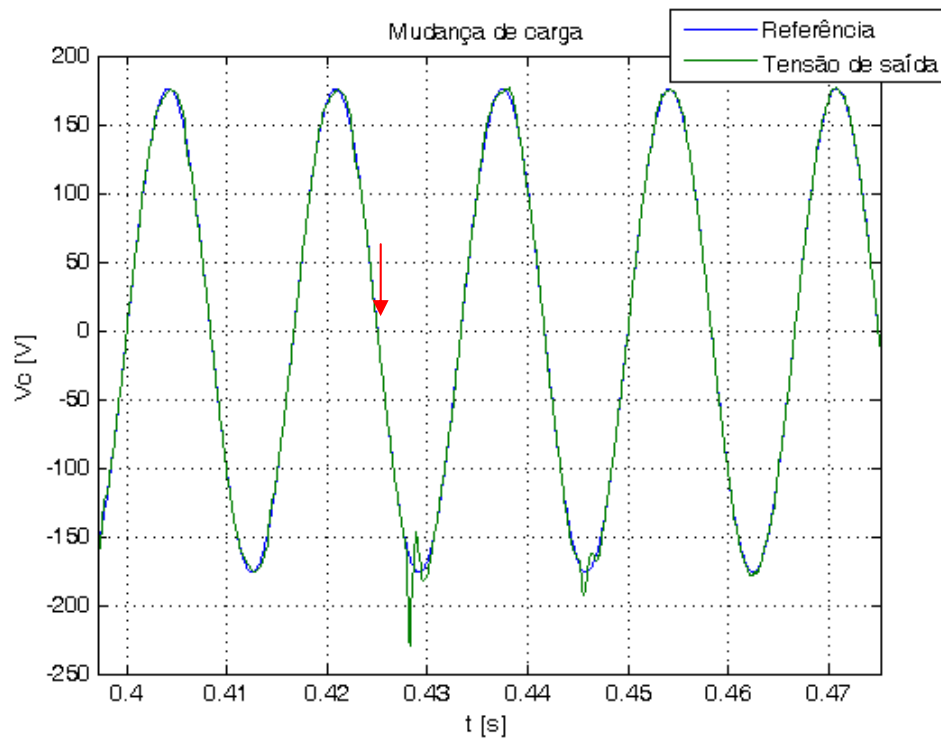


Figura 3-38 Mudança na carga com *reset* no controle repetitivo (não-linear a vazio)

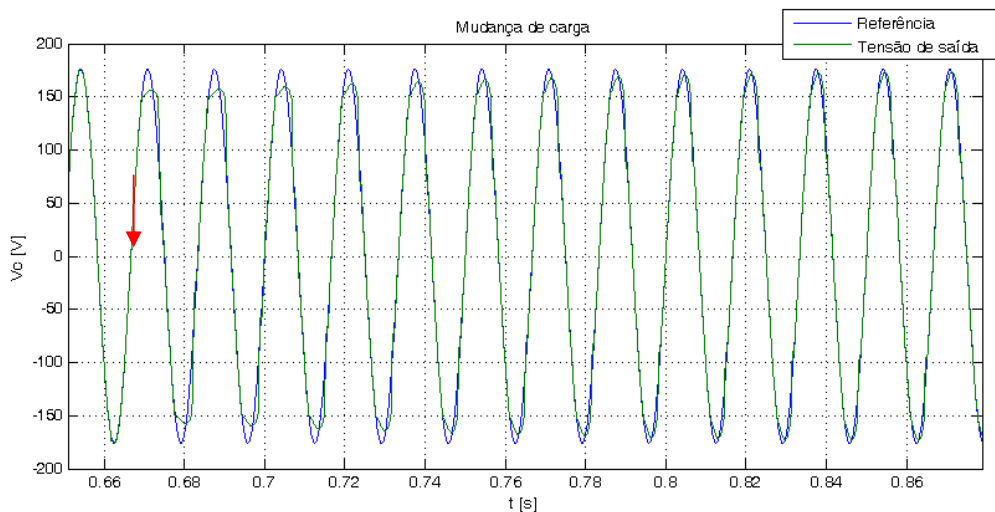


Figura 3-39 Mudança na carga com *reset* no controle (vazio a não-linear)

3.2.6 Distribuição das correntes nos braços

Além da estabilidade do sistema e da rejeição a perturbações que apresenta o controlador, a distribuição das correntes é de grande importância. Assim, com a inserção das malhas de controle das correntes a distribuição equitativa da corrente nos braços deve ser menos sensível a variações dos parâmetros do circuito. A verificação disto é feita com simulações supondo que a indutância e resistência parasita da bobina de um braço são um 10% maiores do que os valores modelados ($1,1 \cdot 600 \mu\text{H}$ e $1,1 \cdot 0,1 \Omega$), enquanto que o outro braço tem 10% a menos dos valores modelados ($0,9 \cdot 600 \mu\text{H}$ e $0,9 \cdot 0,1 \Omega$). Os resultados das correntes médias nos braços para o sistema sem

controlador com a carga não-linear padrão estão mostrados na Figura 3-40, e para a carga máxima linear estão mostrados na Figura 3-41.

Das simulações observa-se que a diferença máxima entre as correntes no sistema sem controle está em torno de 20% da corrente máxima que deveria circular pelo braço para carga não-linear. Para a carga linear o resultado é pior, havendo uma diferença entre as correntes máximas em torno de 27% da corrente máxima que deveria circular pelo braço.

Por outro lado, os controladores mostraram um bom desempenho na distribuição da corrente. Com a carga não-linear padrão a diferença máxima entre as correntes está em torno de 5% da corrente máxima que deveria circular em cada braço, e para a carga linear máxima a mesma relação está em torno de 6%. A Figura 3-42 mostra o resultado obtido com o controlador para a carga não-linear padrão, e a Figura 3-43 mostra o resultado para a carga linear máxima.

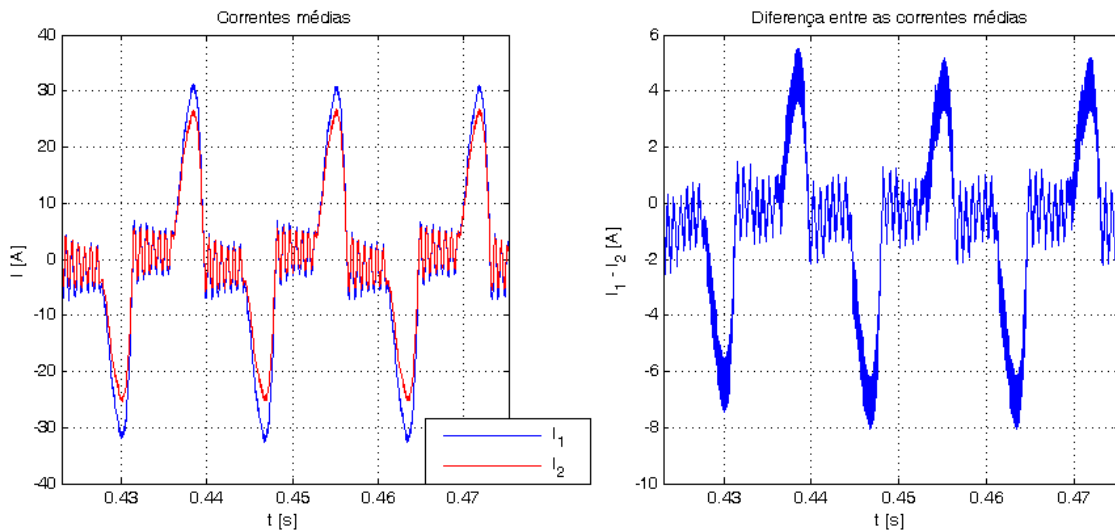


Figura 3-40 Diferença entre as correntes sem controle e com carga não-linear

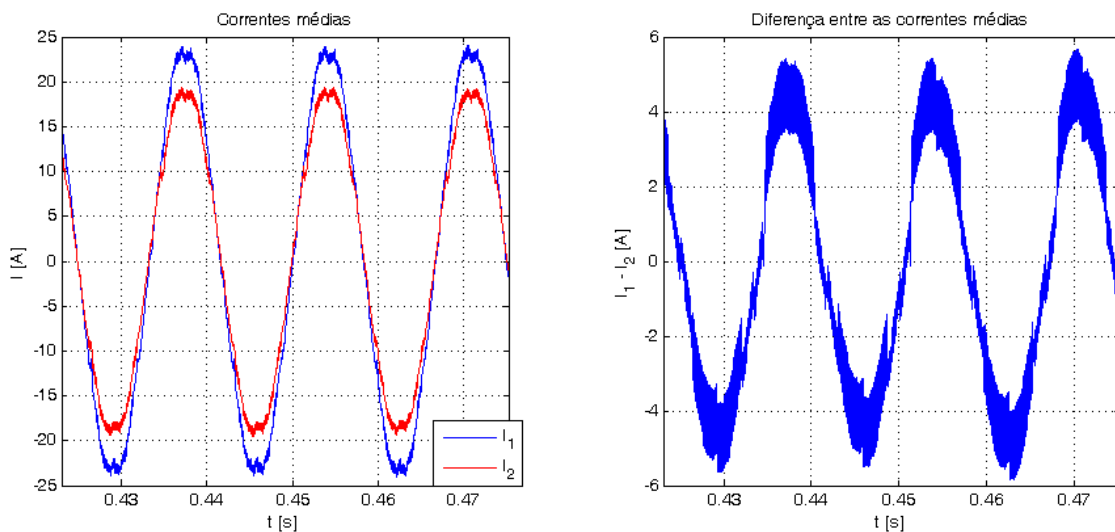


Figura 3-41 Diferença entre as correntes sem controle e com carga linear

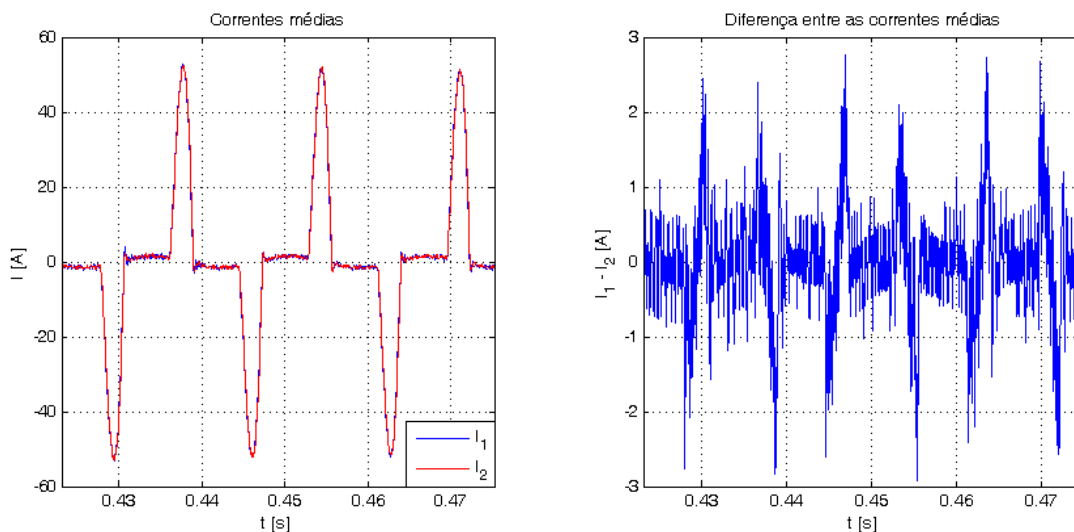


Figura 3-42 Diferença entre as correntes com controle e com carga não-linear

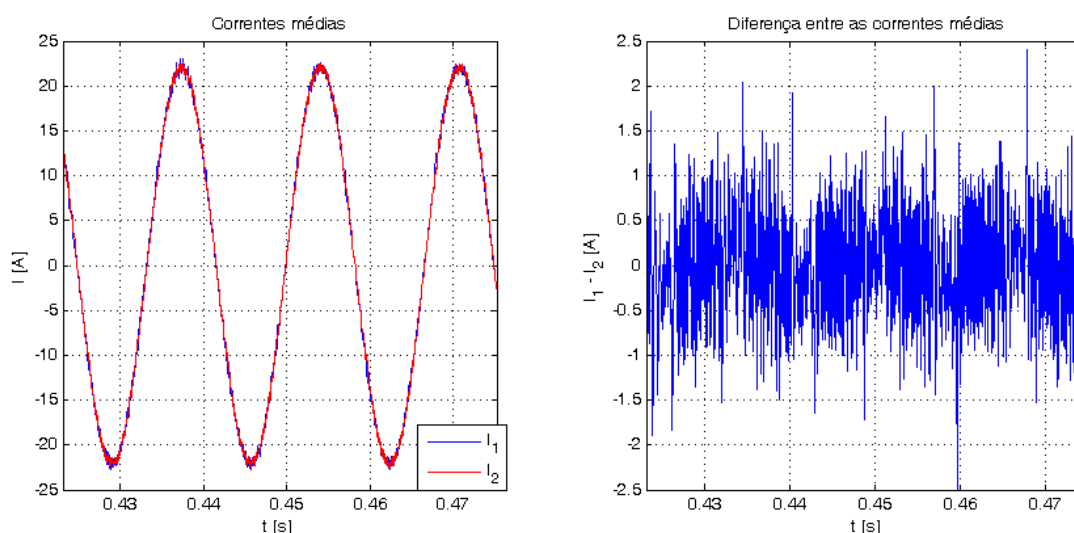


Figura 3-43 Diferença entre as correntes com controle e com carga linear

Além da distribuição da corrente, também é necessário avaliar a diferença entre os sinais de controle dos braços, porque estes sinais não podem ser muito diferentes para que não se percam as características do entrelaçamento. Assim, a Figura 3-44 e a Figura 3-45 mostram os sinais utilizados para a modulação PWM de cada braço para o inversor com a carga não-linear padrão e a carga linear máxima respectivamente.

Embora a diferença entre os sinais de controle para estas simulações tenha picos com amplitudes perto dos 16V, o que para um barramento de $\pm 220\text{V}$ corresponde a 3,6% em termos de razão cíclica, o espectro harmônico da tensão de saída equivalente $(v_1 + v_2)/2$ continua com a distribuição das componentes como era esperado do entrelaçamento e como mostra a Figura 3-46. Esta figura corresponde ao sistema com a carga não-linear padrão. Verifica-se que a primeira banda de harmônicas depois da componente fundamental ($X=1,0001$) está em torno de $X=255$, isto é, perto de duas vezes a frequência de chaveamento ($2 \cdot 128 \cdot 60\text{Hz}$), enquanto que as harmônicas em torno da

freqüência de chaveamento ($X=128$) são muito pequenas quando comparadas com as componentes que estão em torno das freqüências pares múltiplas da freqüência de chaveamento.

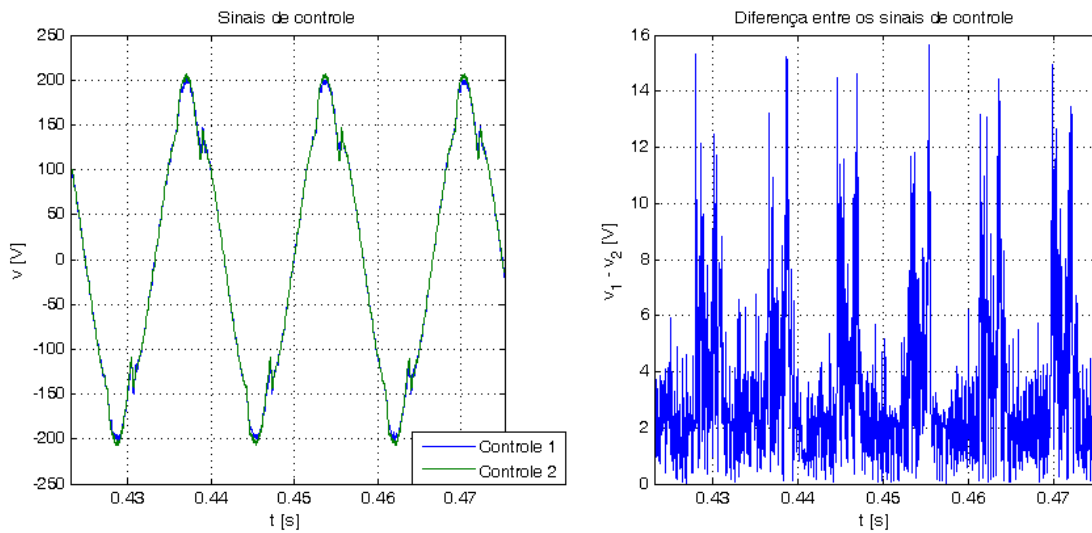


Figura 3-44 Diferença entre os sinais de controle com carga não-linear

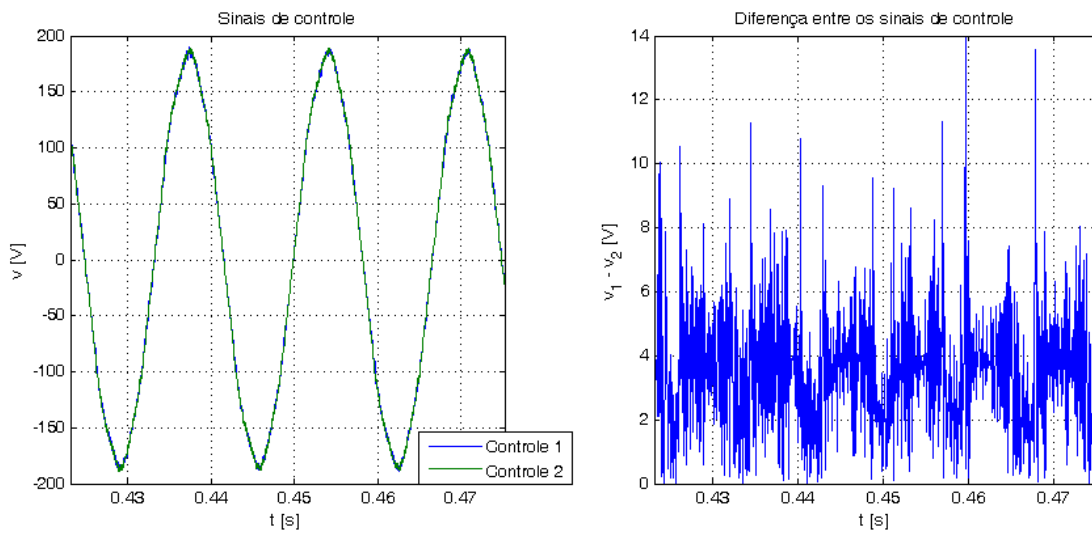


Figura 3-45 Diferença entre os sinais de controle com carga linear

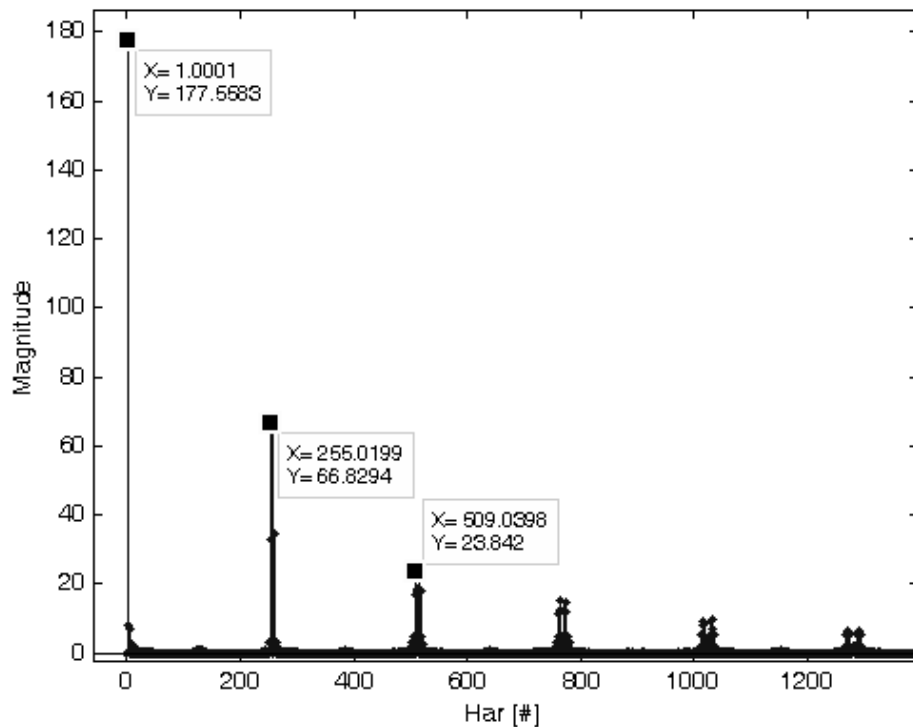


Figura 3-46 Espectro harmônico da tensão equivalente dos braços do inversor $(v_1 + v_2)/2$ (carga não-linear)

3.3 Conclusões

Neste capítulo foi desenvolvida a modelagem e o controle do inversor entrelaçado de dois braços em tempo discreto, cujos resultados foram avaliados mediante simulações. Foi verificado que o modelo com atraso utilizado para o projeto dos controladores resultou suficientemente aproximado ao circuito simulado, validando assim o método utilizado. Embora o inversor entrelaçado seja um sistema MIMO, aproximando o modelo com dois sistemas SISO foram obtidos resultados satisfatórios.

Além da modelagem do sistema em tempo discreto, a modelagem do atraso inserido pelo controle digital mostrou-se de grande importância. Foi mostrado neste capítulo o efeito deste atraso em malha aberta, o qual aparentemente não representa muita diferença. Porém, com o sistema em malha fechada este atraso pode levar a instabilidades se não for levado em consideração no projeto dos controladores.

Os controladores instantâneos PI das malhas de corrente mostraram-se suficientes para o controle da distribuição da corrente nos dois braços, enquanto o PI da malha de tensão somente conseguiu atracar a fase e amplitude para o sistema sem carga. Para a carga linear ocorreu uma diferença na fase e amplitude, e com a carga não-linear padrão não foi possível obter uma THD baixa o suficiente para atender as normas estabelecidas para este tipo de equipamento.

Com a inserção do controle repetitivo foi obtida uma melhora notável para as cargas linear máxima e não-linear padrão; para a carga máxima linear a fase e magnitude foram corrigidas, para a carga não-linear padrão a forma de onda ficou também em fase com uma THD baixa o suficiente para atender as normas estabelecidas para este tipo de carga. Por outro lado, a resposta do sistema a vazio

foi levemente melhorada devido ao fato de que somente com o controle instantâneo ela apresentava uma resposta razoável. Então, o controle repetitivo é uma alternativa de controle muito interessante porque melhora significativamente a forma de onda da tensão de saída sem adicionar uma complexidade alta nem na sua implementação nem no seu projeto.

Embora os controladores sejam idênticos, a existência de dois controladores gerando os sinais de controle para cada braço do inversor permite a aparição de diferenças entre os sinais de controle dos braços. Assim, não é atendido completamente um dos requisitos para o correto cancelamento de harmônicos (sinais de controle idênticos). Porém, foi verificado que embora os sinais de controle sejam diferentes, o espectro harmônico da tensão equivalente de saída não foi afetado fortemente. Isto porque a distribuição das componentes harmônicas não é muito diferente da esperada utilizando os sinais de controle idênticos. Além disso, as diferenças entre os sinais de controle mostradas neste capítulo foram obtidas alterando intencionalmente os parâmetros de cada braço de forma considerável. Assim, sob a suposição de que os elementos de cada braço do inversor sejam escolhidos tão parecidos como for possível, as diferenças entre os sinais de controle serão muito menores do que as mostradas neste capítulo. Em consequência o cancelamento de harmônicos estará mais próximo dos resultados ideais.

O controle repetitivo apresenta problemas na sua dinâmica nos instantes de variações de carga devido à sua “aprendizagem”. Estes acontecem principalmente quando a carga passa de não-linear para uma carga resistiva ou para vazio. Isto ocorre porque o sinal inserido pelo controle repetitivo é pequeno para cargas resistivas ou para o sistema em vazio, já que o erro que precisa ser compensado é também pequeno devido ao controle instantâneo. Para cargas não-lineares pesadas o sinal de compensação inserido pelo controle repetitivo é mais agressivo porque o erro que precisa ser corrigido é muito maior do que o erro obtido para as outras cargas explicadas. Porém, como foi mostrado neste capítulo, é possível diminuir este problema o suficiente com o uso de um algoritmo para a detecção de mudanças de carga que reinicia a memória do controlador repetitivo.

Capítulo 4 Implementação e resultados experimentais

Os resultados experimentais foram obtidos sob condições ligeiramente diferentes das estabelecidas na parte teórica do projeto do inversor. Além da inserção do tempo morto nos sinais PWM (1,06 μ s), o barramento c.c. foi substituído pela saída de um retificador trifásico com uma potência máxima de 4,5kVA; em consequência os testes do inversor foram feitos com cargas com uma potência máxima em torno de 4kVA. Além desta variação, existiram diferenças entre os indutores utilizados e os desejados idealmente; as indutâncias dos indutores de ligação utilizados são de 538,2 μ H e 527,0 μ H com fator de qualidade de 50 e 49,2, respectivamente. A diferença entre a indutância modelada e a real é superior a 10% do valor da indutância ideal (600 μ H); contudo, a diferença entre as indutâncias das bobinas reais é pequena, pelo que o problema dos desequilíbrios na distribuição da corrente é diminuído. Os componentes da montagem utilizada para os testes estão resumidos na Tabela 4-1.

Tabela 4-1 Componentes reais do inversor

<i>Componente</i>	<i>Características</i>	
Transistores	SKM75GB124D	
Indutores de ligação	L=538,2 μ H Q=50	L=527,0 μ H Q=49,2
Capacitor	EPCOS B32330 45 μ F 250V _{AC}	
Sensor de corrente	HAS 50-S	
Sensor de tensão	Divisor resistivo	
Processador	TMS320F2812	

4.1 Implementação do controle no DSP

Para a implementação do controle do inversor real foi utilizado o DSP TMS320F2812 da *Texas Instruments*. Este processador de 32 bits tem um módulo ADC de 12 bits (16 canais), dois módulos com contadores de 16 bits capazes de gerar até 3 pares independentes de sinais PWM cada um com os seus correspondentes tempos mortos. Além disso, este DSP com um *clock* de 150MHz executa uma instrução em 6,67ns. Com estas características foi possível implementar o controle do inversor. Porém, como o inversor projetado foi obtido mediante modificações de um módulo inversor da ENGETRON, foi necessário utilizar somente um dos módulos existentes para gerar os sinais PWM porque as saídas correspondentes ao outro módulo não estavam disponíveis. Assim, o entrelaçamento foi feito somente com uma portadora.

4.1.1 Entrelaçamento dos sinais de controle

Como foi explicado em seções anteriores, o entrelaçamento dos sinais de controle é obtido utilizando-se várias portadoras defasadas e uma modulante. No caso de dois braços entrelaçados o mesmo efeito pode ser obtido utilizando duas modulantes e uma portadora. Uma das modulantes (principal) é o sinal de controle normalmente utilizado para a modulação, a segunda modulante (secundária) é gerada da modulante principal e corresponde ao seu inverso aditivo. A portadora por sua vez é igual a qualquer das portadoras utilizadas no esquema proposto na base teórica (várias portadoras e uma modulante). A Figura 4-1 mostra a portadora e as modulantes principal $m_p(t)$ e secundária $m_s(t)$ para um valor fixo da razão cíclica.

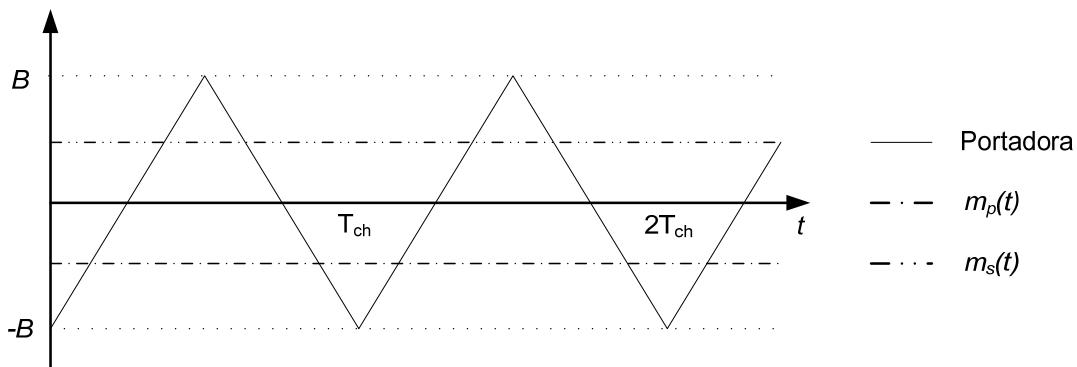


Figura 4-1 Sinais alternativos de controle para um inversor entrelaçado de dois braços

Como a portadora gerada pelo DSP não oscila em torno de zero, a relação entre as modulantes utilizada no algoritmo não é igual a -1. Neste caso as modulantes são:

$$\begin{aligned} m_{pDSP}(t) &= \frac{m_p(t)}{2B} + 0,5 \\ m_{sDSP}(t) &= 1 - m_{pDSP}(t) \end{aligned} \quad (4-1)$$

onde $m_{pDSP}(t)$ e $m_{sDSP}(t)$ são as modulantes principal e secundária utilizadas no algoritmo feito no DSP. A Figura 4-2 ilustra os sinais modulantes e portadora resultantes.

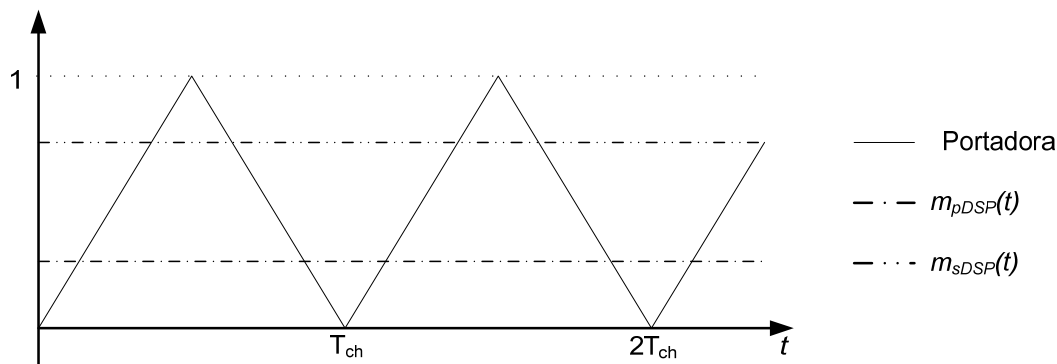


Figura 4-2 Sinais de modulantes e portadora no DSP para um inversor entrelaçado de dois braços e uma razão cíclica fixa

Cada saída de PWM deste DSP pode ser escolhida como *active low* ou *active high* independentemente. Se o sinal PWM for configurado como *active low*, este estará em nível alto (1)

enquanto a modulante for maior do que a portadora, no caso contrario estará em nível baixo (0). Por sua vez, um sinal PWM configurado como *active high*, estará em nível alto enquanto a modulante estiver sob a portadora, e em nível baixo se estiver acima dela. Desta maneira para qualquer dos braços do inversor, os sinais PWM do transistor superior e inferior de um braço precisam ser configurados para que um utilize *active high* e o outro *active low*, para assim evitar pôr em curto o barramento c.c.. A Figura 4-3 ilustra como são gerados os sinais PWM para as duas modulantes, nela o PWM1 e PWM2 são gerados com a modulante $m_{pDSP}(t)$ e o PWM3 e PWM4 com $m_{sDSP}(t)$. O PWM1 e PWM3 são obtidos utilizando *active low*, enquanto que o PWM2 e o PWM4 são gerados utilizando *active high*.

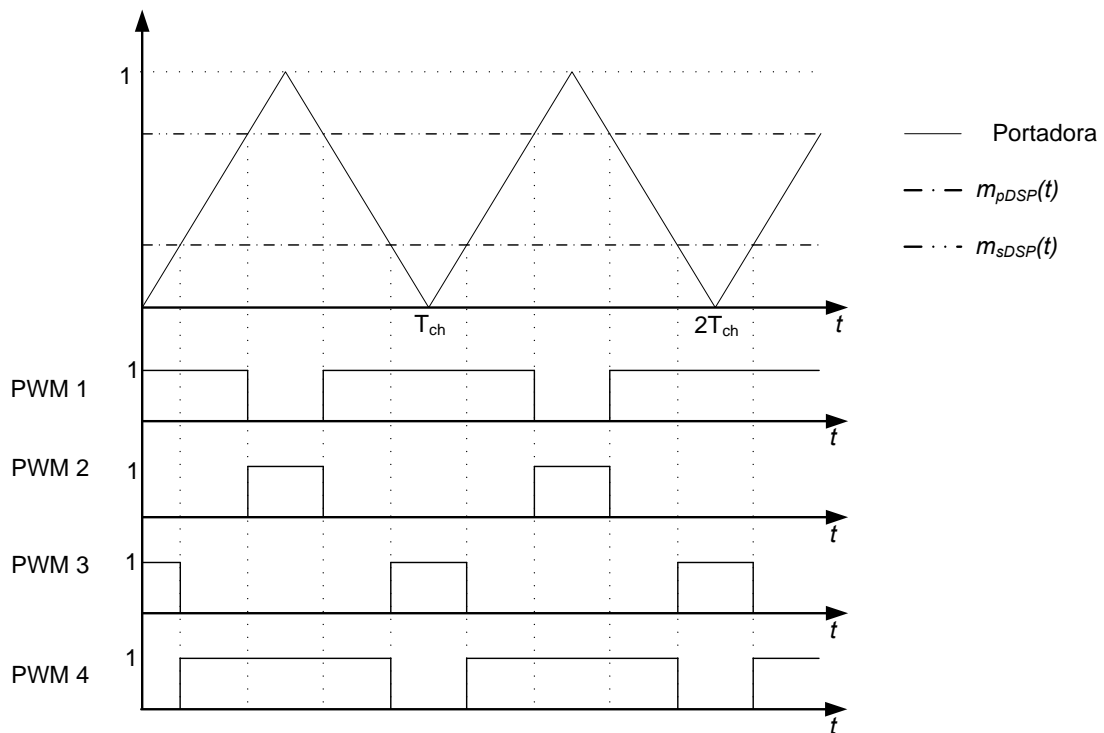


Figura 4-3 Geração dos sinais PWM no DSP para um inversor entrelaçado de dois braços e uma razão cíclica fixa

A Figura 4-3 mostra que o sinal PWM4 é igual ao sinal PWM1 deslocado em 180°. Então, pode-se obter o entrelaçamento dos comandos dos braços escolhendo os sinais PWM para cada transistor como é mostrado na Tabela 4-2

Tabela 4-2 Escolha dos sinais PWM para os transistores de cada braço

	Transistor superior	Transistor inferior
Braço 1	PWM1	PWM2
Braço 2	PWM4	PWM3

A Figura 4-3 permite ver que para a escolha mostrada na Tabela 4-2, valores pequenos da modulante principal geram razões cíclicas grandes (nível alto na maior parte do período de chaveamento) no PWM1 e PWM4. Isto foi feito assim porque os sinais PWM gerados pelo DSP foram

invertidos com um circuito externo (SN74LS06D), assim, quando o PWM1 ou o PWM4 estiverem no nível alto (1) o correspondente transistor superior estará no estado de bloqueio.

A expressão (4-1) é válida para o inversor entrelaçado de dois braços cuja modulante é idêntica para os dois braços. Porém, como o controle projetado gera duas modulantes, os sinais utilizados para a modulação PWM no DSP devem ser modificados. Desta maneira os dois sinais gerados pelo controlador devem ser normalizados e levados à faixa entre zero e um:

$$\begin{aligned} m_{pDSP}(t) &= \frac{m_1(t)}{2B} + 0,5 \\ m_{sDSP}(t) &= \frac{m_2(t)}{2B} + 0,5 \end{aligned} \quad (4-2)$$

onde $m_1(t)$ e $m_2(t)$ são as modulantes obtidas do controlador para cada braço. Dado que para obter o entrelaçamento dos sinais um deles deve ser o complementar do outro, a modulante secundária é subtraída de um, deixando a expressão (4-2) da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} m_{pDSP}(t) &= \frac{m_1(t)}{2B} + 0,5 \\ m_{sDSP}(t) &= 1 - \left(\frac{m_2(t)}{2B} + 0,5 \right) \end{aligned} \quad (4-3)$$

Como é esperado que as modulantes $m_1(t)$ e $m_2(t)$ sejam muito parecidas para não afetar o entrelaçamento, conseqüentemente as expressões (4-1) e (4-3) serão também parecidas.

4.1.2 Efeito dos ganhos dos sensores no controle

Na implementação real do controlador no DSP, os ganhos do controlador devem ser modificados de acordo com os ganhos dos sensores de tensão e corrente, os quais não foram modelados no projeto dos controladores. Assim, a Figura 4-4 mostra o diagrama de blocos resultante que mediante a inserção de ganhos dentro da malha de controle original cancela o efeito dos ganhos dos sensores. Os fatores A_v e A_i correspondem aos ganhos dos sensores de tensão e corrente respectivamente, e seus valores foram definidos como o inverso multiplicativo do fundo de escala. Assim, A_v é igual a $1/220$ e A_i é igual a $1/75$. O ganho $1/E$ inserido entre os sinais de referência e os moduladores (PWM₁ e PWM₂) é necessário para normalizar o sinal de controle porque as portadoras têm valores entre ± 1 . Assim, o valor de E em condições ideais deveria ser 220V, porém, devido a que a tensão no barramento c.c. não é necessariamente constante, ela é medida e utilizada neste último ganho ($1/E$) para ajudar a compensar as variações.

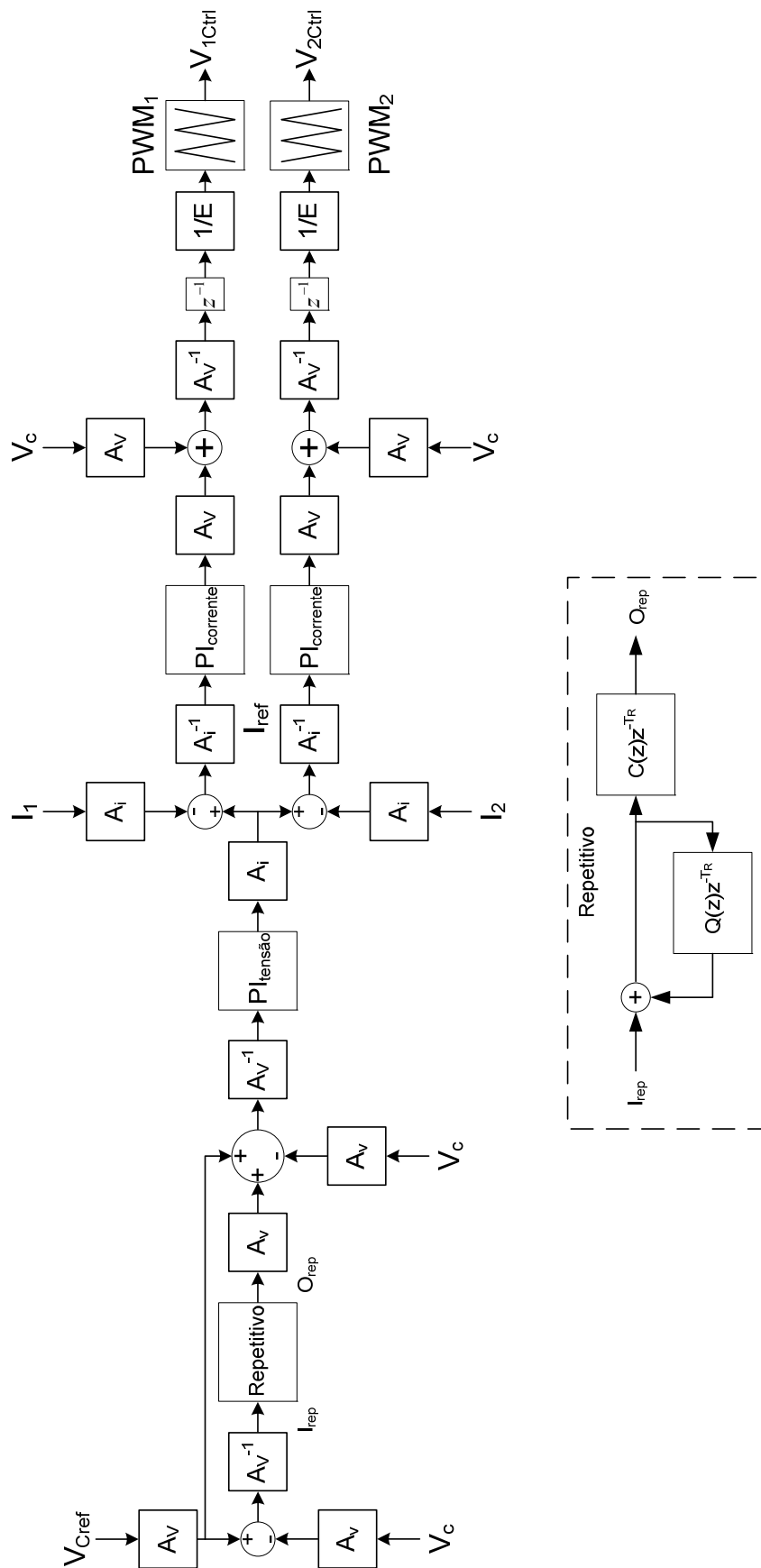


Figura 4-4 Diagrama de controle com a correção dos ganhos dos sensores

4.2 Resultados obtidos

Os resultados mostrados nesta seção foram adquiridos utilizando um osciloscópio digital para os valores instantâneos das grandezas (correntes e tensão de saída), e o programa CCS (*Code Composer Studio*) para os valores médios instantâneos da corrente e os sinais de controle. Assim, a potência, THD, a distribuição das correntes e as diferenças entre os sinais de controle são obtidas indiretamente mediante algoritmos computacionais desenvolvidos com o pacote de programas do MatLab.

Os resultados obtidos na parte experimental podem ser divididos em três fases. Na primeira fase dos testes foi avaliado o sistema em malha aberta, na segunda fase o sistema com o controle instantâneo e finalmente na última fase o sistema com o controle completo (instantâneo mais repetitivo). Em cada uma destas fases foram feitos quatro testes para diferentes cargas, um a vazio, um com carga resistiva e dois com carga não-linear (retificadores não controlados). As especificações das cargas não-lineares utilizadas estão mostradas na Tabela 4-3. Desta maneira foi possível avaliar cinco tópicos em várias circunstâncias, a saber: o entrelaçamento das correntes, a distribuição das correntes, a diferença entre os sinais de controle, a THD da tensão de saída e as correntes de circulação.

Tabela 4-3 Cargas não-lineares utilizadas

	Resistência [Ω]	Capacitância [μF]
Carga não-linear 1	8,75	2240
Carga não-linear 2	8,75	560

4.2.1 Entrelaçamento das correntes dos braços

O entrelaçamento das correntes foi avaliado mediante a inspeção da forma de onda das correntes nos braços. Assim, pode-se verificar o efeito do entrelaçamento com a soma das correntes dos dois braços (corrente total) ou comparando as formas de ondas das duas correntes numa escala de tempo próxima à frequência de chaveamento.

Então, para verificar o entrelaçamento das correntes com o sistema em malha aberta, a Figura 4-5 mostra as correntes nos braços (i_1 e i_2) para uma carga resistiva de $4,37\Omega$ e a Figura 4-6 mostra a corrente total de saída (i_1+i_2). Vê-se que o *ripple* da corrente de saída é muito menor (a metade ou menos) do que apresentado em qualquer das correntes nos braços. Além disso, pode-se ver que o *ripple* é praticamente zero quando a corrente de saída cruza por zero, fato que era esperado segundo a análise do *ripple* da corrente de saída mostrada no Capítulo 2.

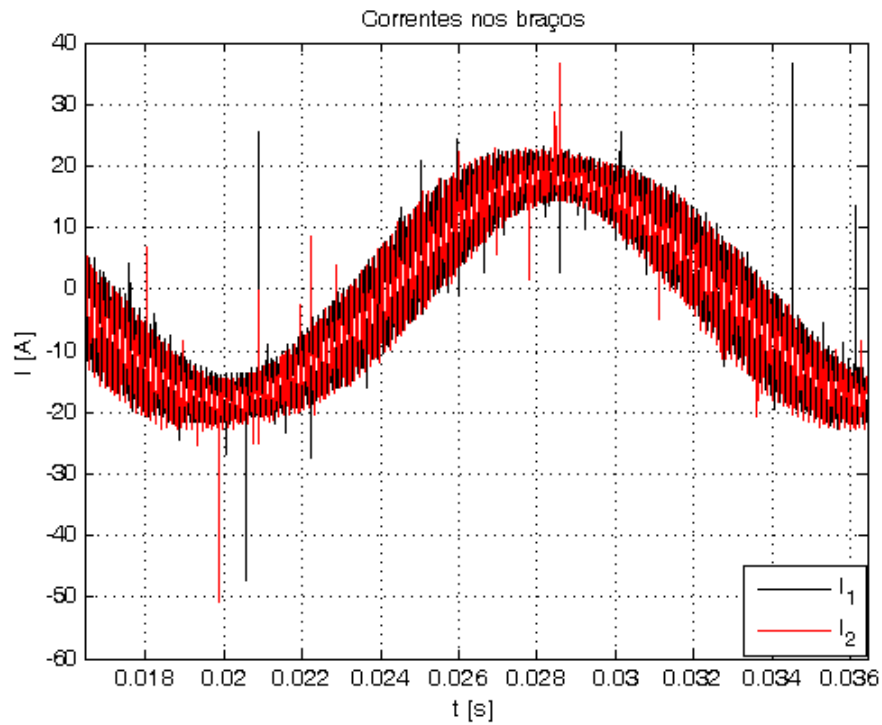


Figura 4-5 Correntes i_1 e i_2 para o sistema com carga resistiva ($4,37\Omega$) em malha aberta

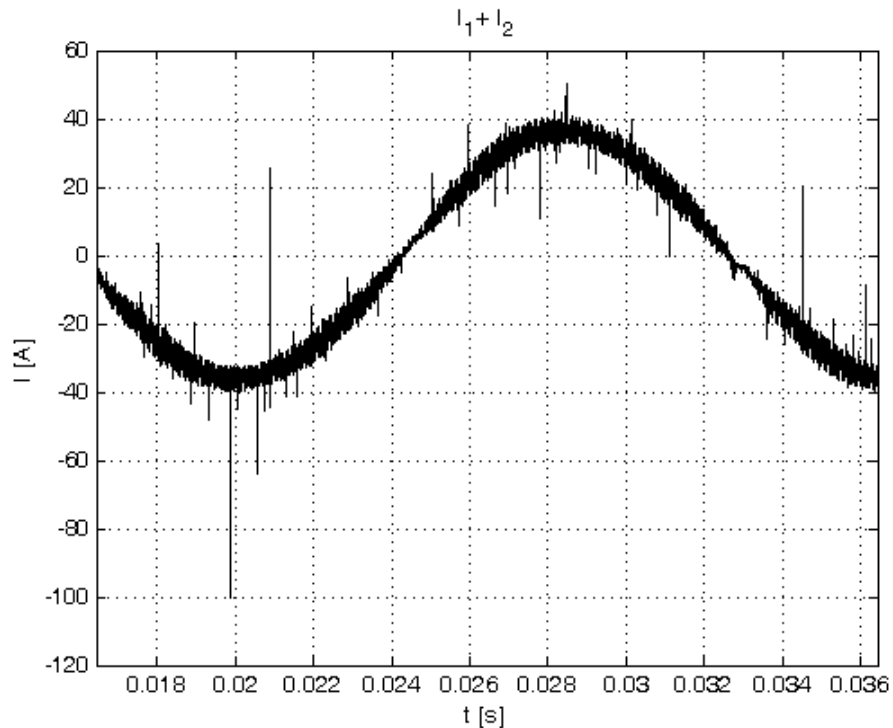


Figura 4-6 Corrente de saída ($i_1 + i_2$) para o sistema com carga resistiva ($4,37\Omega$) em malha aberta

Adicionalmente na Figura 4-7 são mostrados detalhes das correntes nos braços durante alguns períodos de tempo para verificar o entrelaçamento em períodos da ordem de T_{ch} . Nessa figura pode-se ver claramente o deslocamento de 180° entre as correntes para magnitudes negativas e próximas de zero.

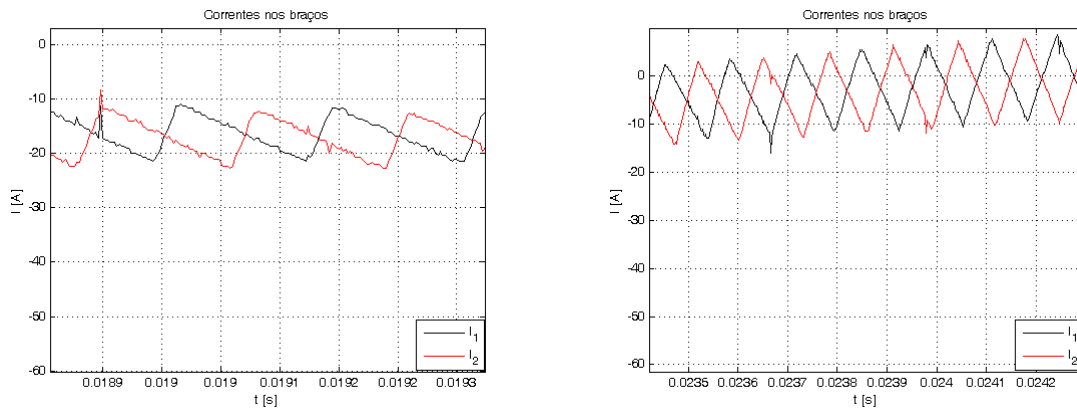


Figura 4-7 Detalhe das correntes i_1 e i_2 para o sistema com carga resistiva em malha aberta

Resultados semelhantes foram obtidos nos testes com o controlador instantâneo e com o controle completo (instantâneo e repetitivo). Para não sobrecarregar o documento somente serão mostrados aqui os resultados obtidos com o controle completo de maneira análoga ao feito com os resultados do sistema em malha aberta. Assim, a Figura 4-8 mostra as correntes nos braços do inversor, a Figura 4-9 mostra a soma delas (corrente total) e a Figura 4-10 mostra detalhes do entrelaçamento em intervalos de tempo curtos o suficiente para visualizar o entrelaçamento. Estas figuras mostram que o entrelaçamento das correntes aparentemente não foi afetado pelo fato das modulantes dos braços são diferentes.

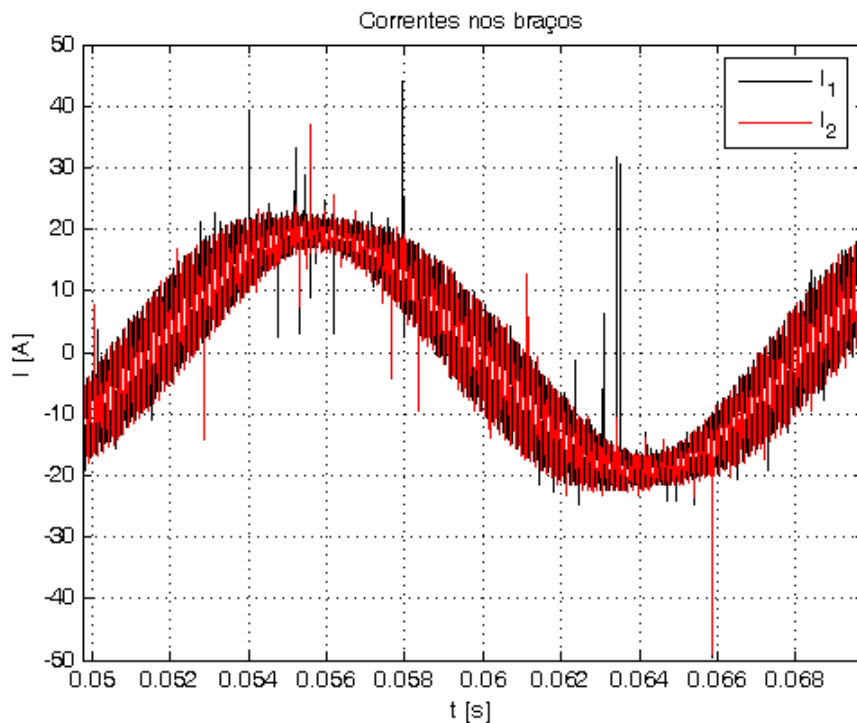


Figura 4-8 Correntes i_1 e i_2 para o sistema com carga resistiva com o controle completo (instantâneo e repetitivo)

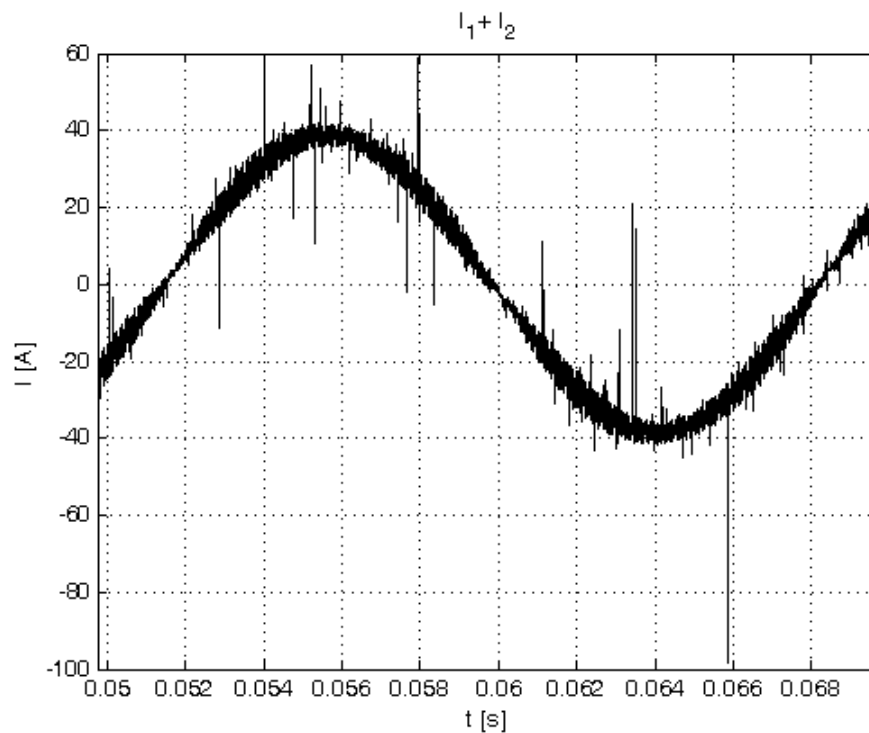


Figura 4-9 Corrente de saída ($i_1 + i_2$) para o sistema com carga resistiva com o controle completo

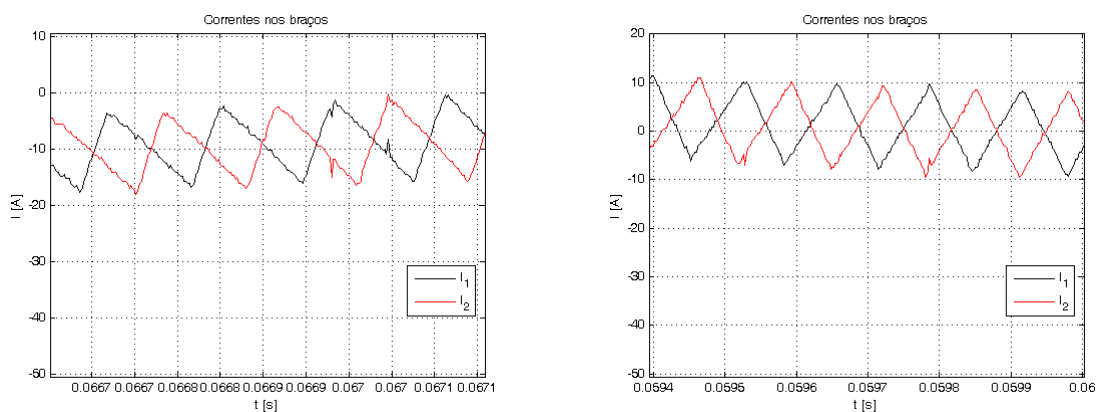


Figura 4-10 Detalhe das correntes i_1 e i_2 para o sistema com carga resistiva com o controle completo

O entrelaçamento das correntes também pode ser avaliado mediante a FFT da corrente de saída i_T . Em condições ideais (sinais modulantes idênticos) a soma das correntes nos braços deveria ter somente a componente fundamental e componentes em torno dos múltiplos de Nf_{ch} , pelo que neste caso a FFT da soma das correntes deveria estar formada principalmente por bandas de componentes em torno de 15360Hz e 30720Hz e pela componente fundamental. A Figura 4-11 mostra detalhes da FFT obtida da soma das correntes nos braços para as três condições de controle (normalizada com respeito à fundamental). Pode-se ver que nos três casos a corrente de saída está formada pelas componentes esperadas para o entrelaçamento feito, pelo que o efeito do entrelaçamento não é afetado consideravelmente utilizando sinais modulantes não idênticos.

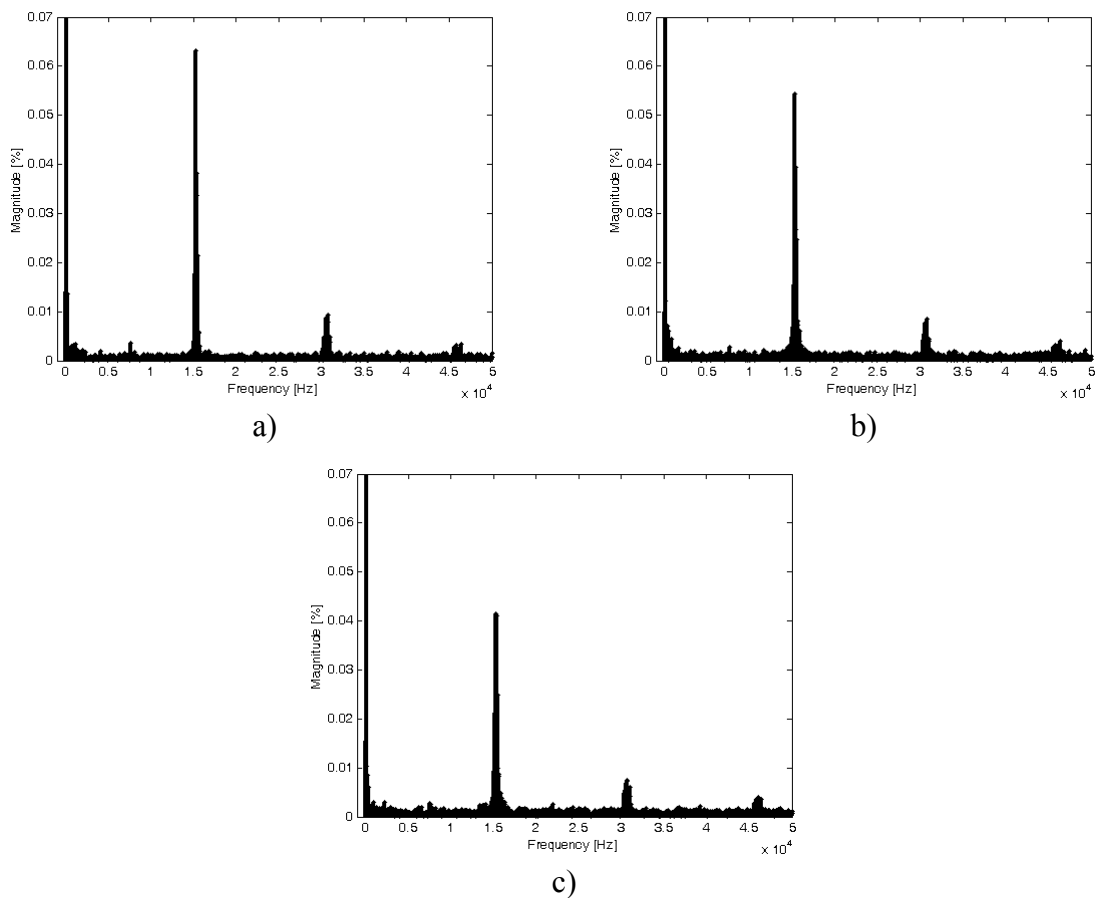


Figura 4-11 FFT de i_T (i_1+i_2) para o inversor com carga resistiva. a) Sem realimentação, b) Com o controlador instantâneo, c) Com o controle instantâneo e repetitivo

Pode-se ver que pequenas componentes aparecem nas três FFTs principalmente em frequências baixas, isto pode ser atribuído a que o chaveamento dos transistores não é ideal como foi suposto na análise feita no Capítulo 2, além disso, os sensores de corrente apresentaram comportamentos variáveis, inserindo erros nas medições. Pelo que além da componente fundamental, componentes de baixa frequência podem aparecer na corrente de saída i_T . Vê-se que para o sistema em malha aberta a componente em torno de 7680Hz é apreciavelmente maior do que nas outras condições de controle. Isto é devido a que no sistema em malha aberta as correntes não são controladas, o que afeta o cancelamento de harmônicos.

4.2.2 Distribuição das correntes nos braços

A distribuição da corrente deve ser analisada em termos do valor médio avaliado num período de chaveamento das correntes nos braços. Este está definido como uma função do tempo cujas ordenadas correspondem ao valor médio calculado num período de chaveamento do sinal $f(t)$ [36] e é representado como $\langle f(t) \rangle_{T_{ch}}$. Os dados gerados com o ADC do DSP foram obtidos com a ajuda do CCS e correspondem ao valor médio das correntes devido à amostragem feita no dobro da frequência de chaveamento. Por outro lado, os dados obtidos com o osciloscópio são os valores instantâneos das correntes, pelo que seria necessário primeiro calcular o valor médio deles para avaliar as diferenças

entre as correntes nos braços do inversor. Aqui são utilizados os dados obtidos com o CCS porque o processamento dos sinais instantâneos pode inserir erros no procedimento.

Para não sobrecarregar o documento somente são mostrados graficamente os resultados obtidos com a carga não-linear 1. A Figura 4-12 mostra as correntes obtidas para o sistema em malha aberta e com o controle completo (repetitivo e instantâneo). Somente inspecionando as respostas obtidas pode-se observar que as correntes no sistema em malha aberta apresentam diferenças maiores em comparação com a resposta obtida do sistema com o controle completo. A Figura 4-13 mostra a magnitude da diferença entre os valores médios das correntes ($\langle i_1 \rangle - \langle i_2 \rangle$) correspondentes aos sinais mostrados na Figura 4-12.

Pode-se observar na Figura 4-13 que as correntes nos braços apresentam diferenças para o sistema com controle e sem ele, porém, o desequilíbrio entre as correntes dos braços é visivelmente menor no sistema controlado.

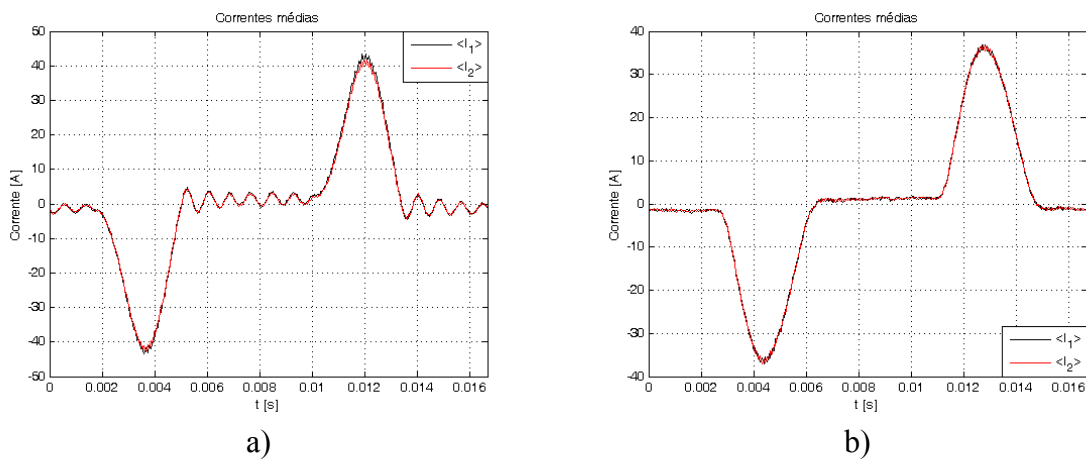


Figura 4-12 Valor médio instantâneo das correntes nos braços do inversor obtidas do ADC do DSP. a) Em malha aberta, b) Com o controle completo (instantâneo e repetitivo)

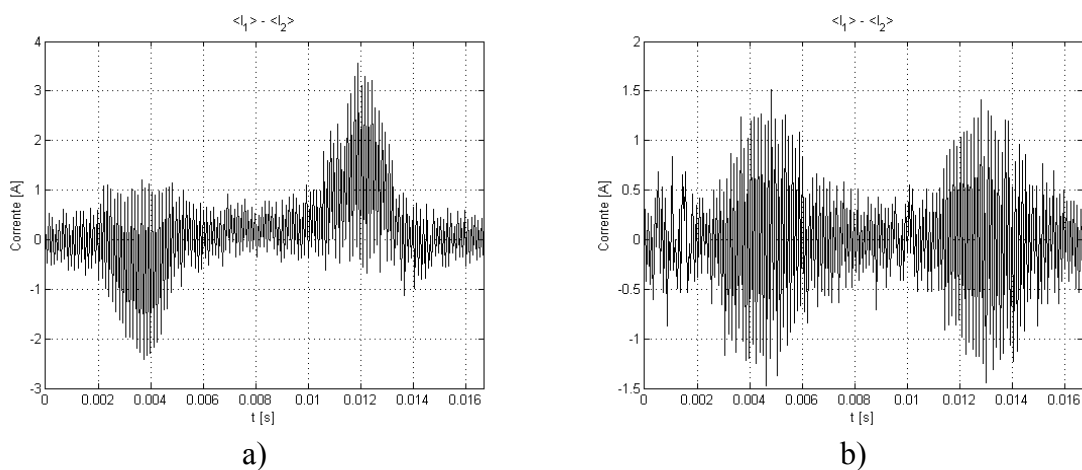


Figura 4-13 Diferença entre os valores médios das correntes nos braços do inversor obtidas do ADC do DSP a) Em malha aberta, b) Com o controle completo (instantâneo e repetitivo)

Como a comparação gráfica dos resultados de $\langle i_1 \rangle - \langle i_2 \rangle$ é subjetiva, são calculados três indicadores para comparar a distribuição da corrente do sistema em malha aberta e com o sistema

controlado. A Tabela 4-4 mostra para cada um dos testes feitos o valor médio, a diferença entre o valor máximo e mínimo, e o MSE (*Mean Squared Error*) do sinal $\langle i_1 \rangle - \langle i_2 \rangle$.

Pode-se ver que o valor médio da diferença entre $\langle i_1 \rangle$ e $\langle i_2 \rangle$ é muito menor para o sistema controlado do que para o sistema em malha aberta. Destes resultados vê-se que o controle ajuda à correta distribuição das correntes, porém, sob este mesmo parâmetro o sistema em malha aberta não apresenta diferenças importantes na distribuição das correntes.

O MSE e a diferença entre os valores máximo e mínimo de $\langle i_1 \rangle - \langle i_2 \rangle$ mostram que o controlador tem um efeito forte na distribuição das correntes. Isto se pode ver na redução geral do MSE devido ao controle, mostrando reduções do erro em quase 50% para as cargas não-lineares. A diferença entre o valor máximo e mínimo de $\langle i_1 \rangle - \langle i_2 \rangle$ mostra que a variação do erro é diminuída também com a inserção do controle no sistema, justificando o uso do controlador para o controle da distribuição da corrente.

Tabela 4-4 Comparação da distribuição da corrente nos sistemas com controle e em malha aberta

Carga	Sistema	Valor médio [A]	Diferença Pico-Pico [A]	MSE [A ²]
Não-linear 1	Controlado	$-3,46 \times 10^{-3}$	2,98	0,56
Não-linear 2	Controlado	$-8,50 \times 10^{-4}$	2,70	0,60
Resistiva 4,37Ω	Controlado	$8,71 \times 10^{-4}$	2,93	0,77
Não-linear 1	Malha aberta	0,18	5,99	1,12
Não-linear 2	Malha aberta	0,15	4,58	1,04
Resistiva 4,37Ω	Malha aberta	0,18	4,23	1,35

4.2.3 Diferenças entre os sinais de controle dos braços

As diferenças entre os sinais de controle dos braços precisam ser pequenas para que os efeitos delas não representem uma possível perda das características do entrelaçamento. A Figura 4-14 mostra os sinais de controle dos braços obtidos para as quatro cargas avaliadas, estes gráficos foram gerados a partir dos dados obtidos do CCS.

Na Figura 4-14 pode-se ver que as diferenças são pequenas para todas as cargas mostradas. A Tabela 4-5 suporta a afirmação anterior com duas operações calculadas sobre a diferença entre os sinais de controle, onde são mostrados o valor médio e o MSE da diferença entre os sinais de controle ($v_{1ref} - v_{2ref}$). Pode-se ver que o valor médio e o MSE dos sinais são muito pequenos, assim, do valor médio pode-se afirmar que o erro oscila em torno de zero, e do MSE pode-se dizer que suas variações não são muito grandes.

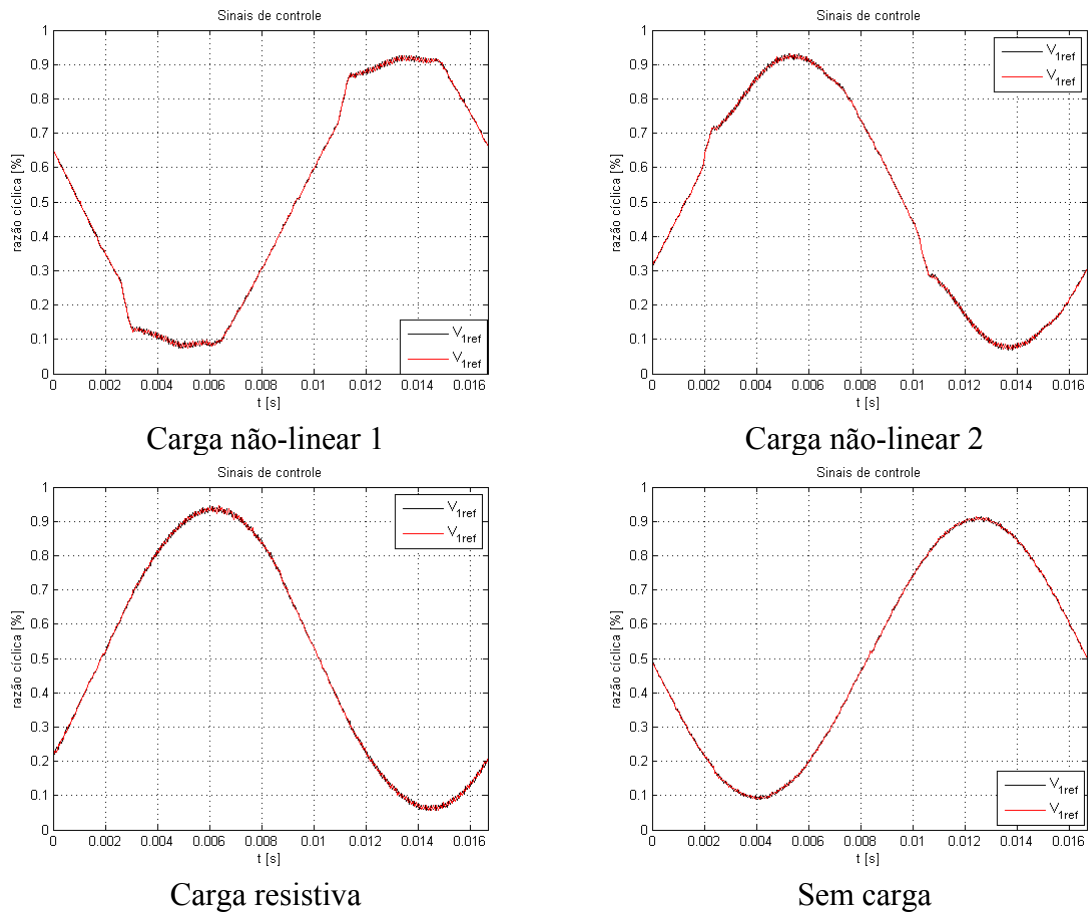


Figura 4-14 Sinais de controle dos braços (V_{1ref} e V_{2ref})

Tabela 4-5 Diferenças entre os sinais de controle

Carga	Valor médio	MSE
Não-linear 1	$1,85 \times 10^{-5}$	$8,63 \times 10^{-5}$
Não-linear 2	$-1,61 \times 10^{-5}$	$8,73 \times 10^{-5}$
Resistiva $4,37\Omega$	$-7,64 \times 10^{-5}$	$1,19 \times 10^{-4}$
Sem carga	$-6,43 \times 10^{-5}$	$4,02 \times 10^{-5}$

4.2.4 Distorção harmônica total na tensão de saída

A THD da tensão de saída foi calculada utilizando os dados amostrados pelo osciloscópio para todas as cargas utilizadas nos experimentos. A Figura 4-15 mostra uma representação gráfica da THD e o erro percentual na regulação da tensão eficaz de saída para as cargas testadas nas três diferentes condições de controle. Pode-se ver que a THD é reduzida com a utilização do controle repetitivo para todas as cargas testadas. A Tabela 4-6 mostra os detalhes dos resultados obtidos para as cargas testadas nas diferentes condições de controle. Nela pode ser conferido que a THD obtida para todas as cargas utilizando o controlador repetitivo atende às especificações da norma IEC62040-3.

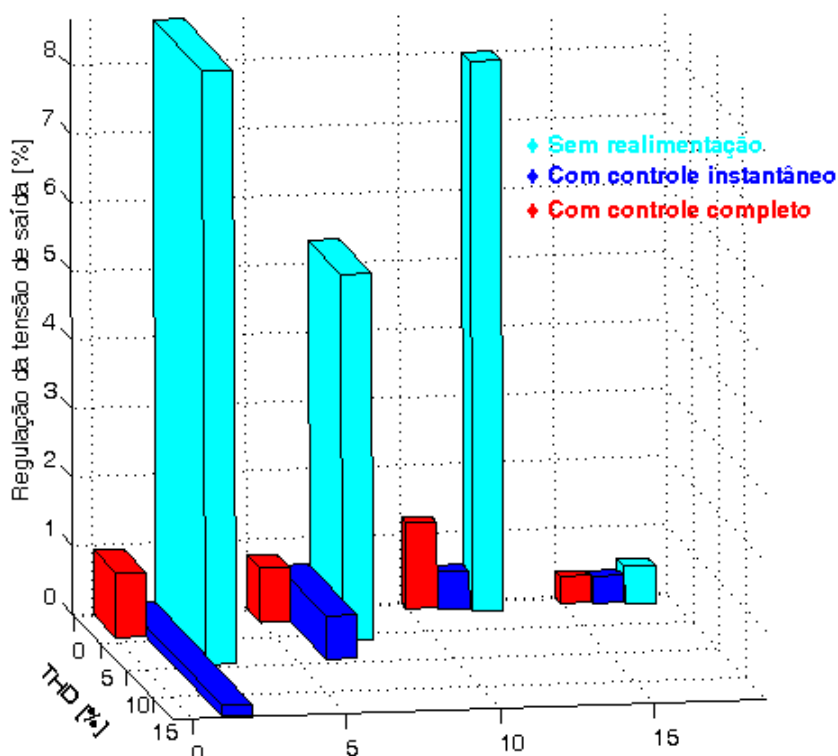


Figura 4-15 Comparação da THD e da regulação da tensão de saída do inversor

Pode-se ver que para as cargas não-lineares a THD é maior para o sistema com controle instantâneo do que para o sistema em malha aberta. Contudo, a regulação da tensão eficaz é melhor para o sistema realimentado. Além disso, o sistema realimentado apresenta melhores resultados para as outras cargas, pelo que em termos gerais a realimentação apresentou melhores resultados.

Tabela 4-6 Características da saída do inversor

Sistema	Carga	THD [%]	V_{rms} [V]	Regulação [%]	I_{rms} [A]	Fator de crista
CIR	Não-linear 1	4,2	125,8	-0,944	30,3	2,4
	Não-linear 2	2,3	126,0	-0,787	21,9	2,3
	Resistiva 4,37 Ω	0,9	125,4	-1,259	27,2	1,5
	Sem carga	0,9	126,5	-0,393	3,2	2,4
CI	Não-linear 1	18,7	127,2	0,157	29,1	2,3
	Não-linear 2	9,2	127,8	0,629	11,7	2,7
	Resistiva 4,37 Ω	1,2	126,3	-0,551	27,9	1,7
	Sem carga	1,1	127,5	0,393	3,1	3,3
SR	Não-linear 1	9,5	116,0	-8,661	31,4	2,6
	Não-linear 2	6,2	120,2	-5,354	22,9	3,0
	Resistiva 4,37 Ω	1,7	116,8	-8,031	25,3	1,7
	Sem carga	1,4	127,7	0,551	3,1	2,7

*CIR: Controle instantâneo e repetitivo, *CI: Controle instantâneo, *SR: Sem realimentação

Apesar de que para a carga resistiva o controlador instantâneo tenha apresentado um erro menor no valor eficaz da tensão de saída, o uso do controle repetitivo resulta mais conveniente devido à diminuição da THD da tensão de saída. Além disso, este erro foi devido a que o sensor de tensão não

tinha características constantes, o que fez o controlador corrigir a tensão eficaz para um valor ligeiramente diferente do real. Assim, devido a que as variações nos sensores apareciam quando o sistema era desligado, e a que as medições feitas para todas as cargas utilizando a mesma estratégia de controle foram feitas sem desligar o inversor. Pode-se avaliar a regulação do valor eficaz de cada estratégia de controle mediante o cálculo da variância da tensão eficaz obtida com o conjunto de cargas para cada estratégia de controle. Desta maneira, para o sistema com o controle completo a variância é igual a 0,21, para o sistema que utiliza somente o controle instantâneo é 0,42 e para o sistema sem realimentação é igual a 28,48. O qual indica que a regulação do valor eficaz da tensão de saída em torno de um ponto determinado pela condição dos sensores é melhor para o sistema que utiliza o controle repetitivo.

A Figura 4-16 mostra as formas de onda obtidas para o sistema sem controle. Pode-se ver que para as cargas não-lineares a forma de onda está muito distorcida como foi indicado na Tabela 4-6. Esta tabela também mostra que a THD do sistema com carga linear e sem carga é baixa, porém, o valor eficaz da tensão não é regulado, isto se pode ver também na Figura 4-16. Comparando as duas formas de onda, vê-se que a tensão com carga é menor do que a tensão sem carga.

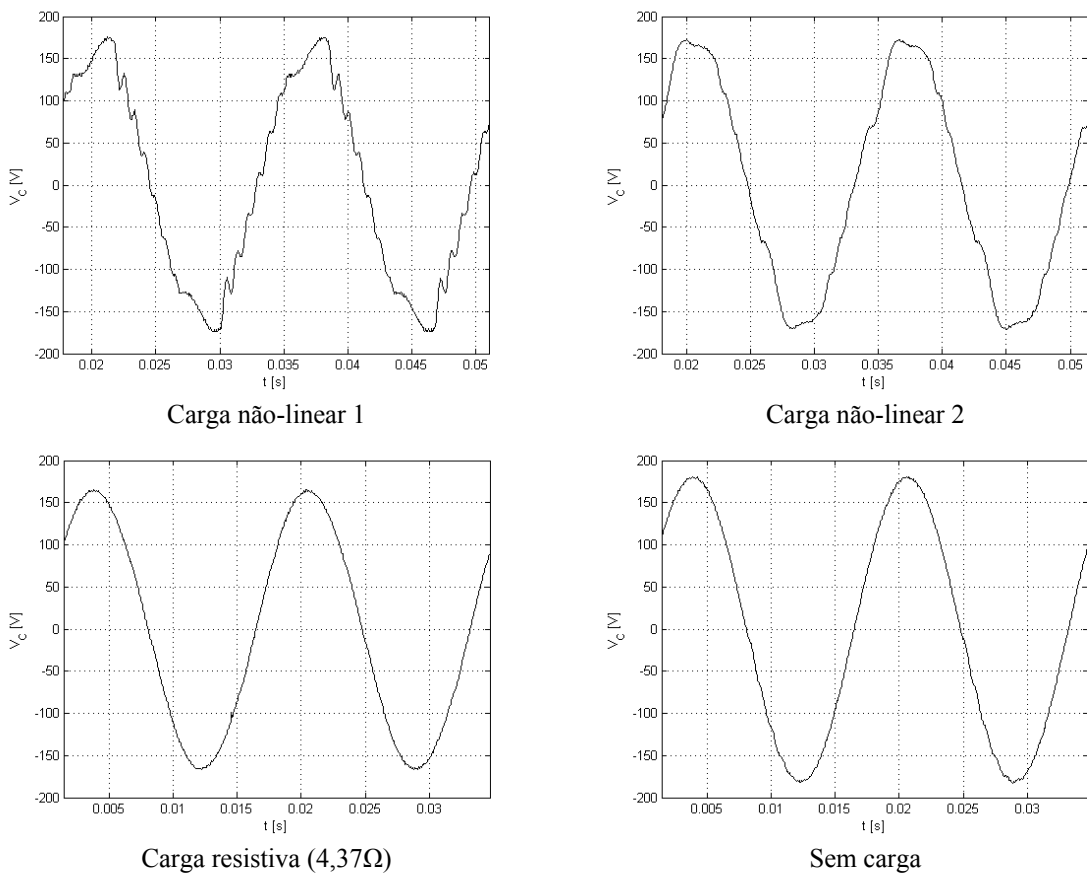


Figura 4-16 Tensão de saída para o sistema sem controle

A Figura 4-17 mostra as formas de onda obtidas com o sistema controlado somente com os controladores instantâneos, vê-se que para as cargas não-lineares a forma de onda apresenta menos oscilações de alta frequência, porém, a THD calculada e mostrada na Tabela 4-6 é maior. Contudo,

como foi dito antes, o controlador melhora a resposta do inversor porque regula o valor eficaz da tensão de saída (além de controlar a distribuição das correntes), o qual pode ser conferido na Tabela 4-6 e nas formas de onda correspondentes à carga resistiva e ao sistema sem carga na Figura 4-17.

A Figura 4-18 mostra as formas de onda obtidas com o controle repetitivo, onde se pode ver que a distorção da tensão de saída diminui bastante em comparação com os outros sistemas avaliados (CI e SR). Além disso, o valor eficaz não varia muito entre as diferentes cargas. A Tabela 4-6 mostra que o valor eficaz obtido utilizando este controlador é menor do que 127 Volts eficazes, este erro é gerado por causa do sistema de aquisição da tensão de saída no DSP. A informação fornecida pelo sistema de aquisição que é utilizada no algoritmo de controle não apresentou um comportamento uniforme, isto é, o ganho do sistema de aquisição apresentou variações entre os diferentes testes. Desta maneira, a correta regulação do algoritmo de controle foi afetada fazendo-o corrigir o valor eficaz da tensão para um estado da tensão de saída ligeiramente diferente do estado real. Contudo, o controlador rejeitou boa parte das perturbações na tensão de saída para as cargas não-lineares sem tornar o sistema sem carga instável. As perturbações não rejeitadas aparecem porque o controle repetitivo foi projetado priorizando a estabilidade do sistema e sacrificando uma melhor rejeição. Além disso, o sistema para o qual o controle foi projetado difere do sistema real no valor da indutância de ligação utilizada para o filtro, no comportamento do barramento c.c. e provavelmente nas resistências parasitas do inversor.

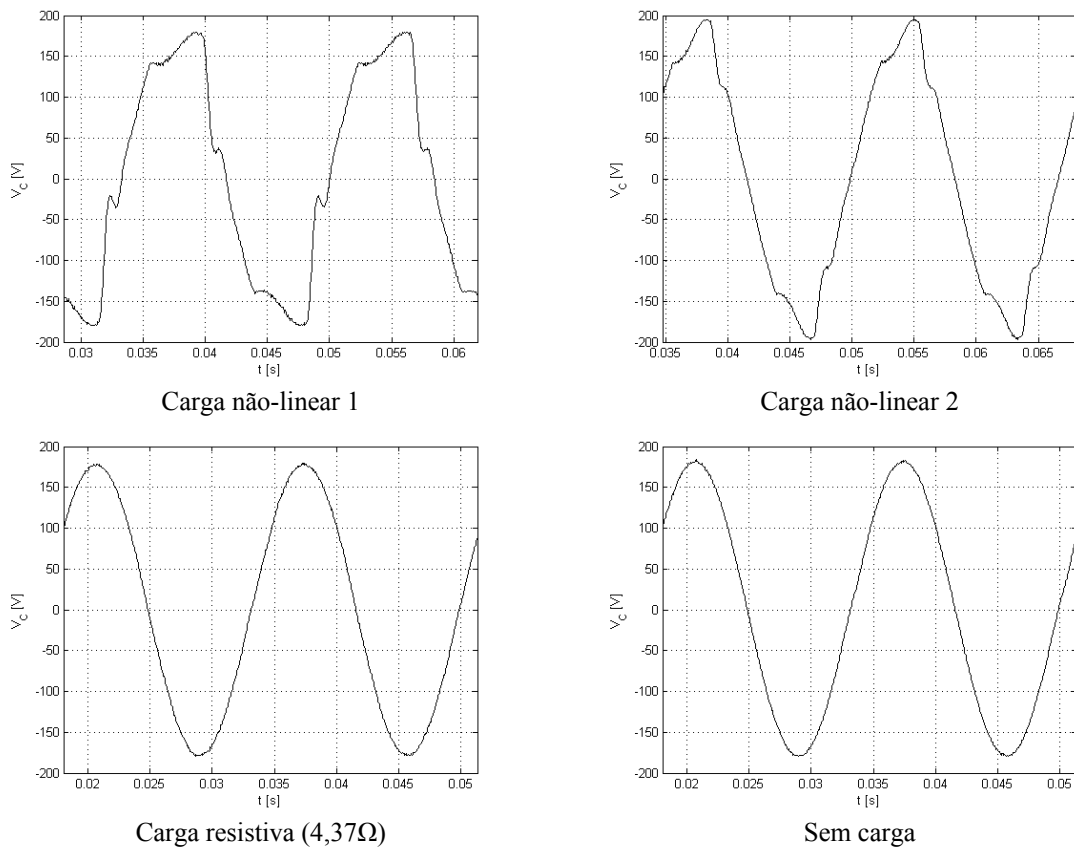


Figura 4-17 Tensão de saída para o sistema com controle instantâneo

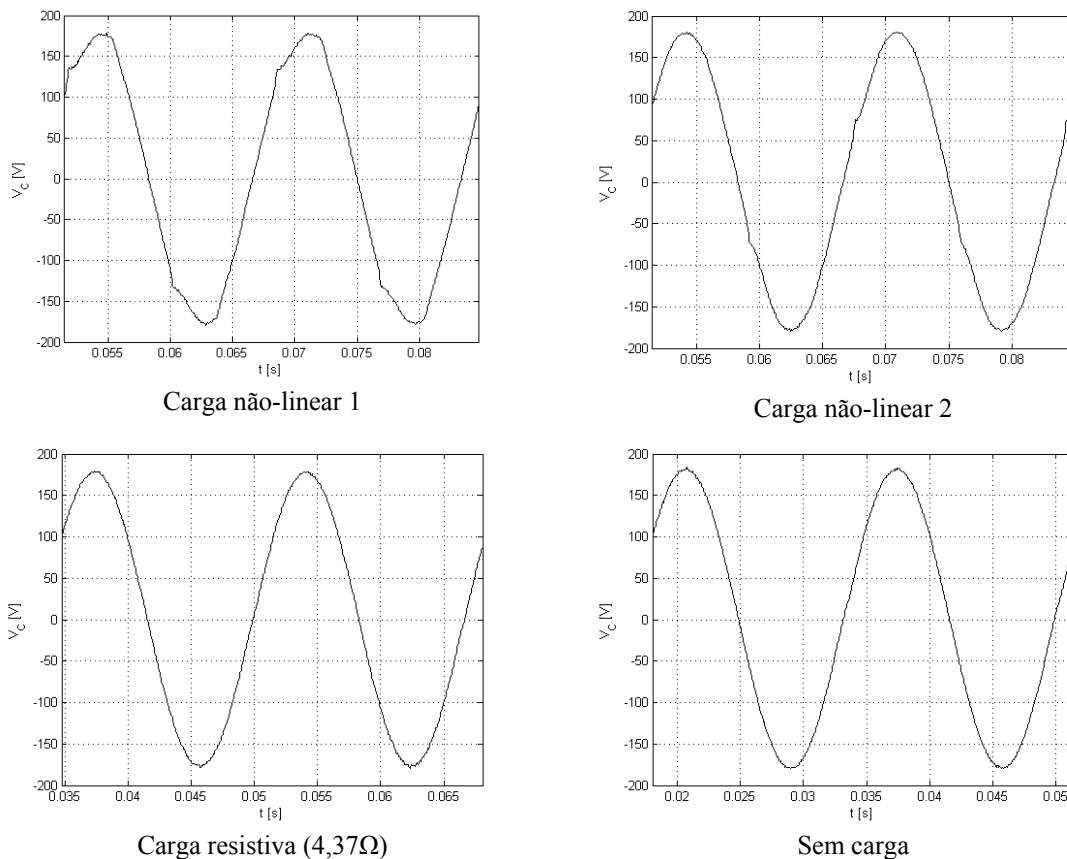


Figura 4-18 Tensão de saída para o sistema com controle repetitivo

4.2.5 Corrente de circulação

A corrente de circulação foi calculada utilizando-se as medições da corrente e a expressão (2-36). O sinal resultante para o sistema com uma carga resistiva de $4,37\Omega$ é mostrado na Figura 4-19 para o sistema em malha aberta e na Figura 4-20 para o sistema utilizando o controle completo. O valor eficaz da corrente de circulação é $3,7A$ para o sistema com o controle completo, $3,9A$ para o sistema em malha aberta e para o sistema com o controle instantâneo esta corrente é $4,00A$, valores que correspondem a $13,5\%$, $15,3\%$ $14,5\%$ da corrente eficaz de saída, respectivamente. Assim, vê-se que a corrente de circulação não varia significativamente mediante realimentação porque mesmo em condições não ideais, as componentes importantes dela estão em frequências que o controlador não pode afetar (acima da frequência de chaveamento). Contudo, as perdas nas chaves que são geradas pelas correntes de circulação são pequenas se comparadas com as perdas que existiriam ao utilizar um inversor sem entrelaçamento com os mesmos elementos passivos. Isto porque um inversor não entrelaçado com os mesmos elementos passivos teria que trabalhar no dobro da frequência de chaveamento para manter os *ripples*, gerando conseqüentemente perdas maiores [42].

A Figura 4-19 e a Figura 4-20 mostram também que a corrente de circulação aumenta quando a corrente de saída cruza por zero, onde o *ripple* da corrente de saída é idealmente zero. Isto ocorre porque nesses instantes de tempo a razão cíclica dos dois braços está em torno de $0,5$, assim, com a

defasagem dos sinais de controle tem-se que as chaves permitem a circulação da corrente por mais tempo em comparação com os outros instantes de tempo (razões cíclicas afastadas de 0,5).

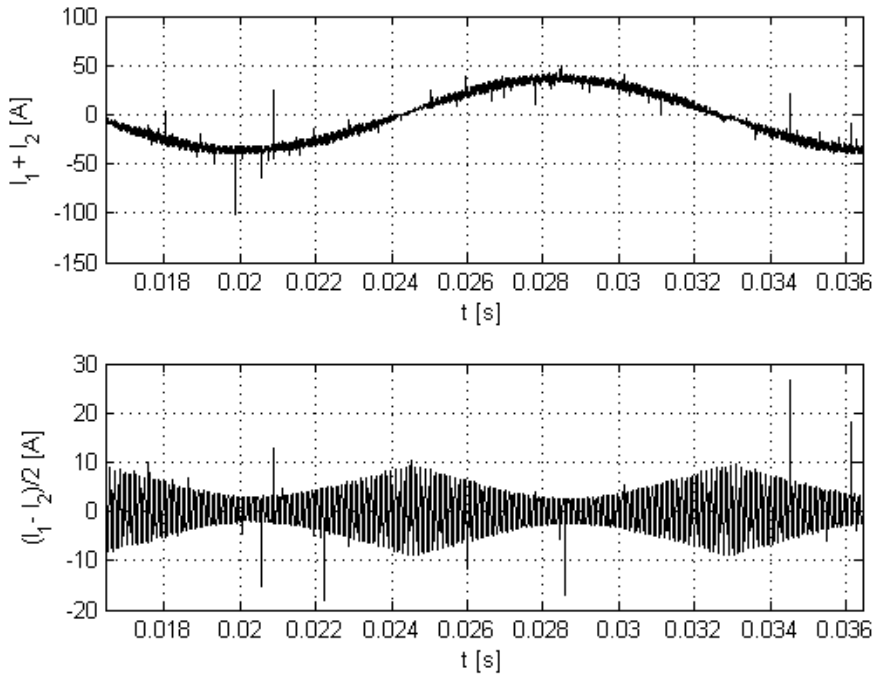


Figura 4-19 Corrente de circulação do inversor em malha aberta

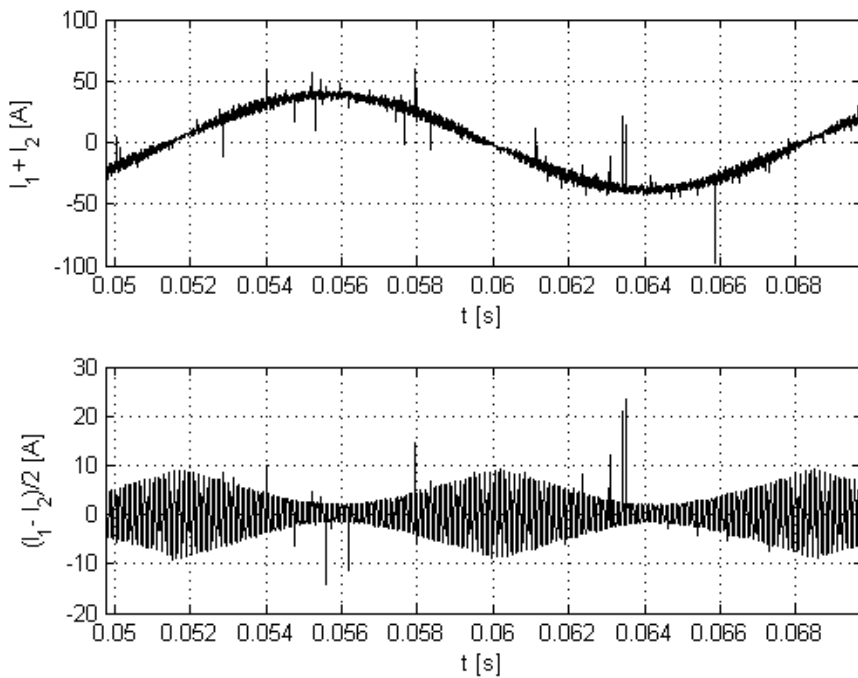


Figura 4-20 Corrente de circulação do inversor com o controle completo

A corrente de circulação tem uma forma de onda que parece estar modulada numa frequência de 120Hz. Isto é devido a que a corrente de circulação aumenta quando a razão cíclica está perto de 0,5. Assim, devido a que na modulação senoidal a razão cíclica passa por 0,5 duas vezes num período da fundamental, a corrente de circulação parece mostrar uma periodicidade em 120Hz. Contudo, em

condições ideais a corrente de circulação não tem uma componente em 120Hz conforme foi mostrado no Capítulo 2.

A Figura 4-21 mostra a FFT das correntes de circulação obtidas para as três condições de controle. Como era esperado a corrente de circulação está formada principalmente por componentes em torno das frequências múltiplas ímpares da frequência de chaveamento.

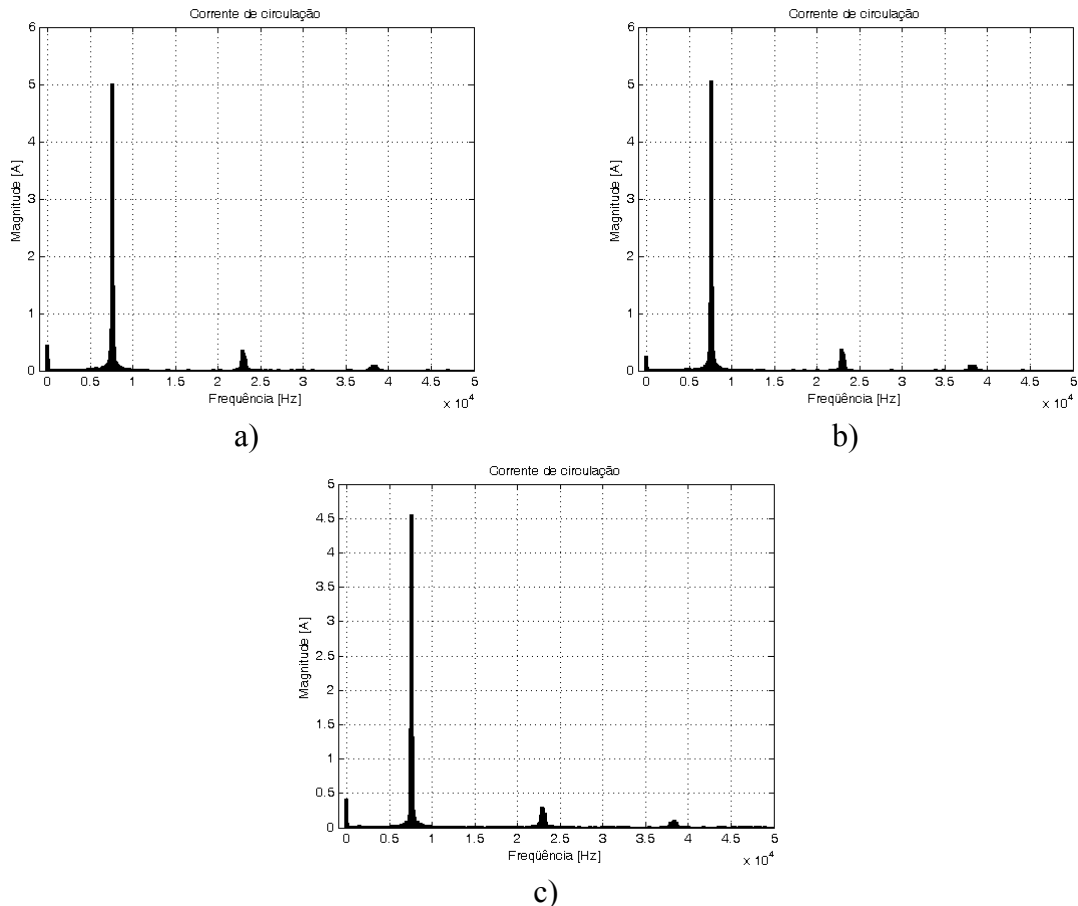


Figura 4-21 FFT das correntes de circulação no inversor entrelaçado de dois braços. a) Sem realimentação, b) Com o controle instantâneo, c) Com o controle instantâneo e repetitivo

Vê-se também que para todas as condições de controle, a corrente de circulação apresenta componentes de baixa frequência, das quais a componente c.c. é a mais significativa. O aparecimento destas componentes é devido a que o chaveamento do inversor não é ideal, e ao comportamento variável dos sensores de corrente. Contudo, devido a sua baixa frequência estas componentes podem ser reduzidas mediante o uso de controladores digitais.

4.2.6 *Rendimento do conversor*

O rendimento do inversor entrelaçado foi medido e comparado com o obtido em dois inversores de meia ponte convencionais. A comparação foi feita mantendo o mesmo *ripple* das grandezas de saída para os três inversores, pelo que um dos inversores de meia ponte (inversor 1) foi projetado com um indutor de 1,2mH (duas vezes a indutância do inversor entrelaçado), 90 μ F (duas vezes a capacitância do inversor entrelaçado) e uma frequência de chaveamento de 7680Hz. O

segundo inversor de meia ponte (inversor 2) foi projetado com um indutor de 600 μ H, 90 μ F e uma frequência de chaveamento de 15360Hz (duas vezes a frequência de chaveamento do inversor entrelaçado). Para os dois inversores de meia ponte foram projetados também seus respectivos controladores utilizando duas malhas (uma de corrente e outra de tensão) com controladores PI e um controlador repetitivo externo para garantir uma boa regulação da tensão de saída.

As comparações foram feitas medindo a potência na saída do inversor e a potência em cada uma das fontes c.c. do barramento. Assim, o rendimento foi calculado com essas medições utilizando vários valores de cargas resistivas para os três inversores. A Tabela 4-7, Tabela 4-8 e Tabela 4-9 mostram os resultados obtidos para o inversor 1, inversor 2 e para o inversor entrelaçado, respectivamente. As tabelas mostram a condição de carga ($Z\ carga$), a potência na saída do inversor (P_o), a potência em cada uma das fontes do barramento (P_{i1} e P_{i2}) e o rendimento. Pode-se ver que na média o rendimento dos inversores de meia ponte é melhor do que para o inversor entrelaçado. Além disso, o rendimento entre os dois inversores de meia ponte é muito próximo apesar de eles estarem chaveando em frequências diferentes.

Tabela 4-7 Potência de entrada e saída no inversor 1 (resultados experimentais)

$Z\ carga\ [\Omega]$	$P_o\ [kW]$	$P_{i1}\ [kW]$	$P_{i2}\ [kW]$	$P_{i1}+P_{i2}\ [kW]$	$P_o/(P_{i1}+P_{i2})$
∞ (0%)	0	0,080	0,018	0,098	0
33,5 (11,9%)	0,605	0,318	0,248	0,566	1,0689
17,5 (22,8%)	0,950	0,550	0,460	1,010	0,9405
11,5 (34,8%)	1,44	0,790	0,730	1,520	0,9473
8,75 (45,7%)	1,87	1,01	0,960	1,970	0,9492
6,94 (57,6%)	2,38	1,27	1,24	2,510	0,9482
5,83 (68,6%)	2,77	1,44	1,45	2,890	0,9584
4,97 (80,5%)	3,28	1,75	1,71	3,460	0,9479
4,17 (95,9%)	3,67	1,97	1,93	3,900	0,9410
				<i>média</i>	0,9475

Tabela 4-8 Potência de entrada e saída no inversor 2 (resultados experimentais)

$Z\ carga\ [\Omega]$	$P_o\ [kW]$	$P_{i1}\ [kW]$	$P_{i2}\ [kW]$	$P_{i1}+P_{i2}\ [kW]$	$P_o/(P_{i1}+P_{i2})$
∞ (0%)	0	0,083	0,006	89	0
33,5 (11,9%)	0,508	0,332	0,255	587	0,8654
17,5 (22,8%)	0,960	0,560	0,490	1050	0,9142
11,5 (34,8%)	1,46	8,10	0,740	1550	0,9419
8,75 (45,7%)	1,88	1,04	0,970	2010	0,9353
6,94 (57,6%)	2,41	1,29	1,24	2530	0,9525
5,83 (68,6%)	2,82	1,52	1,47	2990	0,9431
4,97 (80,5%)	3,34	1,72	1,72	3440	0,9709
4,17 (95,9%)	3,75	2,00	1,94	3940	0,9517
				<i>média</i>	0,9344

A Figura 4-22 mostra uma comparação gráfica do rendimento em função da carga porcentual descartando os resultados com rendimentos maiores do que 1 (obtido devido a erros na medição) e os resultados onde a potência de saída é zero. Pode-se ver que o rendimento dos três inversores melhora

para cargas mais exigentes, apresentando rendimentos próximos para as cargas com resistências menores.

Segundo a literatura [42] o rendimento do inversor entrelaçado deveria ser melhor do que o rendimento num inversor convencional chaveando ao dobro da frequência, além disso, era também esperado que o rendimento do inversor 2 tivesse um rendimento inferior ao apresentado pelo inversor 1 devido às perdas de chaveamento. Porém, para as cargas maiores ao 80,5% nos inversores de meia ponte e para todas as cargas no inversor entrelaçado os resultados obtidos são contraditórios com os esperados. Devido a esta inconsistência, para analisar melhor o resultado foram calculadas as perdas nos inversores mediante simulação para os três inversores testados. Os cálculos foram feitos no software Simulink do pacote MatLab utilizando as curvas características do módulo IGBT utilizado no inversor real (SKM75GB124D).

Tabela 4-9 Potência de entrada e saída no inversor entrelaçado (resultados experimentais)

Z carga [Ω]	P_o [kW]	P_{i1} [kW]	P_{i2} [kW]	$P_{i1}+P_{i2}$ [kW]	$P_o/(P_{i1}+P_{i2})$
∞ (0%)	0	0,130	0,052	182	0
33,5 (11,9%)	0,503	0,368	0,298	666	0,7552
17,5 (22,8%)	0,950	0,580	0,52	1100	0,8636
11,5 (34,8%)	1,45	7,90	0,770	1560	0,9294
8,75 (45,7%)	1,86	1,05	0,99	2040	0,9117
6,94 (57,6%)	2,40	1,24	1,24	2480	0,9677
5,83 (68,6%)	2,78	1,44	1,47	2910	0,9553
4,97 (80,5%)	3,28	1,76	1,71	3470	0,9452
4,17 (95,9%)	3,68	1,97	1,91	3880	0,9484
				<i>média</i>	0,9096

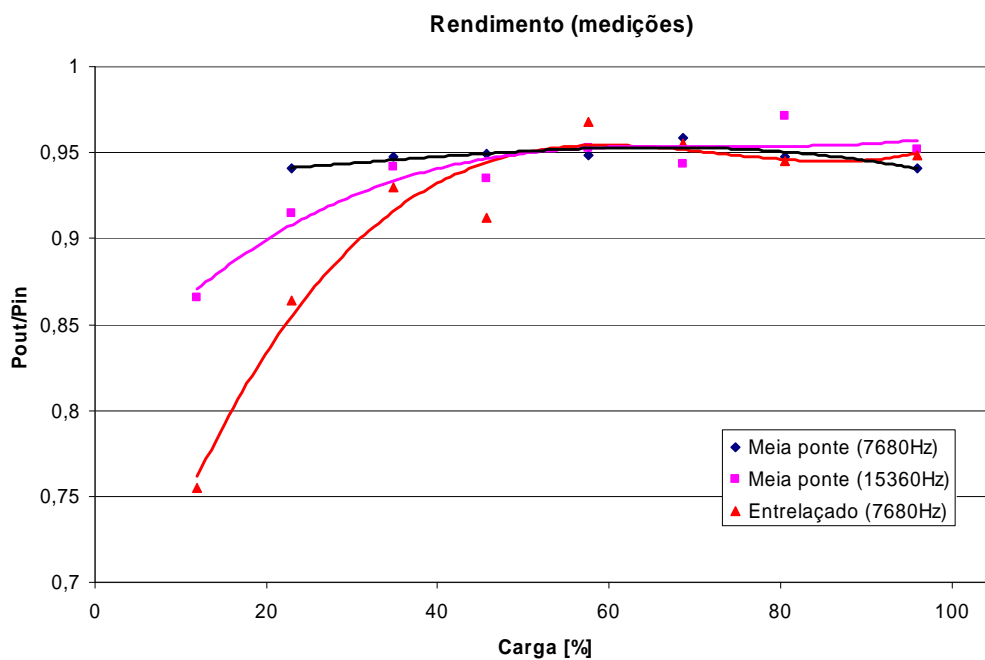


Figura 4-22 Comparação do rendimento dos inversores (resultados experimentais)

A Tabela 4-10, Tabela 4-11 e Tabela 4-12 mostram os resultados obtidos da simulação do inversor 1, inversor 2 e do inversor entrelaçado, respectivamente. Nelas é mostrada a carga utilizada no teste, a potência total dissipada, as perdas totais nas chaves (comutação e condução), as perdas na resistência parasita do indutor, a potência de saída e o rendimento, nessa ordem. As perdas na resistência parasita do indutor foram calculadas a partir da corrente que circula pelo indutor e da resistência utilizada na modelagem do inversor. Para o inversor entrelaçado e para o inversor 2 esta resistência é $0,1\Omega$, para o inversor 1 a resistência foi suposta igual ao dobro ($0,2\Omega$) porque nos testes práticos o indutor de $1,2\text{mH}$ foi obtido da conexão em série dos indutores de $600\mu\text{H}$.

Da forma esperada, as perdas nas chaves são maiores para o inversor 2 do que para o inversor 1. Contudo, para as cargas mais exigentes (2Ω e 4Ω) o rendimento do inversor 1 é comparável com o obtido no inversor 2. Sob esta condição de corrente relativamente alta, as perdas na resistência parasita do indutor são mais importantes do que as perdas nas chaves devido a que a resistência parasita no inversor 1 é duas vezes maior do que a simulada no inversor 2. Com respeito ao inversor entrelaçado, as perdas nos indutores são notavelmente menores devido a que a corrente que circula por cada um é menor e a resistência parasita é $0,1\Omega$, o mesmo acontece com as perdas nas chaves.

Tabela 4-10 Potência de saída e perdas no inversor 1 (resultados de simulação)

<i>Carga [Ω]</i>	<i>Pot dis. total [W]</i>	<i>Pot dis. Chaves [W]</i>	<i>Pot dis. Indutor [W]</i>	<i>Pot saída [W]</i>	<i>Rendimento</i>
2 (200%)	1169	355,88	813,12	8018,7	0,8727
4 (100%)	368,8	161,3	207,5	4020	0,9159
10 (40%)	121,97	84,65	37,32	1610,5	0,9295
15 (26,7%)	94,45	75,3	19,15	1074	0,9191
20 (20%)	84,2	71,1	13,1	805,7	0,9053

Tabela 4-11 Potência de saída e perdas no inversor 2 (resultados de simulação)

<i>Carga [Ω]</i>	<i>Pot dis. total [W]</i>	<i>Pot dis. Chaves [W]</i>	<i>Pot dis. Indutor [W]</i>	<i>Pot saída [W]</i>	<i>Rendimento</i>
2 (200%)	956,4	547,9	408,5	8055	0,8938
4 (100%)	367,18	263,2	103,98	4028,8	0,9164
10 (40%)	169,28	150,5	18,78	1612	0,9049
15 (26,7%)	147,7	138,15	9,55	1074,7	0,8791
20 (20%)	139,65	133,1	6,55	806	0,8523

Tabela 4-12 Potência de saída e perdas no inversor entrelaçado (resultados de simulação)

<i>Carga [Ω]</i>	<i>Pot dis. total [W]</i>	<i>Pot dis. Chaves [W]</i>	<i>Pot dis. Indutor [W]</i>	<i>Pot saída [W]</i>	<i>Rendimento</i>
2 (200%)	528,9	323,55	205,35	7953	0,9376
4 (100%)	244,7	189,6	55,1	3980	0,9420
10 (40%)	157,68	144,55	13,13	1592,5	0,9099
15 (26,7%)	146,85	138,25	8,6	1061,9	0,8785
20 (20%)	142,8	135,7	7,1	795,5	0,8478

A Figura 4-23 mostra uma comparação gráfica dos rendimentos dos inversores para as cargas simuladas. Pode-se ver que o rendimento dos inversores tende a melhorar para cargas más exigentes até determinado ponto e começa decrescer para cargas muito fortes. Por exemplo, para os valores simulados do inversor 1, o seu rendimento cresceu para as cargas entre 20Ω (20%) e 10Ω (40%) e decresceu para as cargas de 2Ω (200%) e 4Ω (100%). Um comportamento parecido foi obtido das

medições feitas no inversor real, sendo que o seu rendimento tende a crescer para as cargas com resistências maiores até a carga de $5,83\Omega$ (68,6%) e decresce para as cargas mais fortes. No inversor 2 e no inversor entrelaçado o rendimento obtido mediante as simulações tende a crescer desde as cargas leves até a carga de 4Ω , o qual tem um comportamento parecido com o obtido nos resultados experimentais, sendo que eles foram obtidos para cargas entre $33,5\Omega$ (11,9%) e $4,17\Omega$ (95,9%).

Dos resultados de simulação pode ser visto que o rendimento do inversor entrelaçado é menor do que para os outros inversores para cargas leves, enquanto que para cargas mais exigentes o inversor entrelaçado apresenta rendimentos melhores. Isto pode ser atribuído à corrente de circulação devido a que ela não depende da carga, pelo que as perdas geradas por ela são significativas com respeito à potência de saída para cargas leves, enquanto que para cargas que exigem maiores correntes, as perdas geradas pela corrente de circulação vão ficando pequenas se comparadas com a potência de saída.

Segundo os resultados obtidos nas medições, apesar de que o inversor entrelaçado melhorou o seu rendimento para cargas com menor resistência, ele apresenta rendimentos menores do que os outros inversores mesmo para as cargas mais exigentes. Isto pode ser atribuído a que nos resultados de simulação não foi simulado o efeito pelicular das resistências parasitas dos indutores nem as perdas no núcleo. Pelo que a resistência que o indutor apresenta em frequências altas é maior da simulada devido à fabricação do indutor. Conseqüentemente a corrente de circulação pode ter gerado maiores perdas dado que ela está formada principalmente por componentes de alta frequência. Com um melhor processo de construção do indutor, por exemplo, utilizando fios de Litz [44]; o efeito pelicular seria reduzido, conseqüentemente este tipo de perdas poderia ser diminuído, pelo que o comportamento dos rendimentos seria mais parecido com o observado nas simulações.

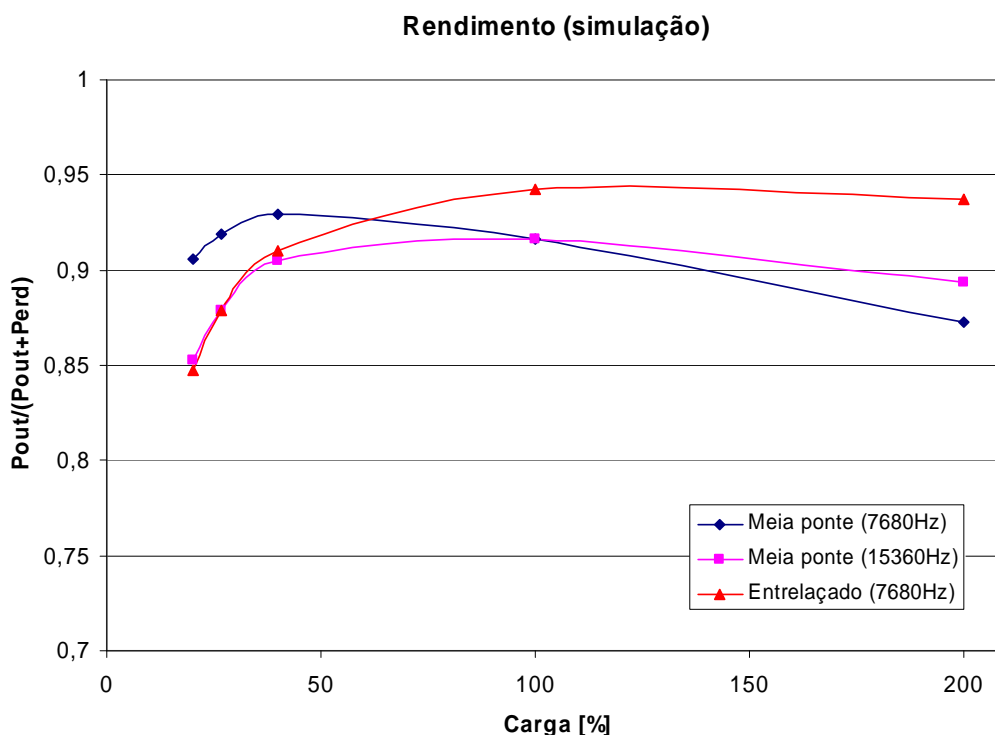


Figura 4-23 Comparação do rendimento dos inversores (resultados de simulação)

4.3 Resultados com um indutor acoplado os braços

Devido às pequenas diferenças entre os braços e à razoável distribuição das correntes neles que foram vistas para o inversor em malha aberta. Foi possível experimentar o comportamento do inversor inserindo um indutor acoplado de $300\mu\text{H}$ com núcleo toroidal entre os braços (Figura 4-24) dele. Isto com o intuito de avaliar a redução da corrente de circulação e o *ripple* das correntes nos braços que foi estudada no Capítulo 2.

Esta topologia não foi experimentada inicialmente porque existia a possibilidade de que um bom equilíbrio entre as correntes não acontecesse por diferenças mais severas entre os braços do inversor. Conseqüentemente, seria necessário controlar independentemente as correntes, o que representava uma dificuldade maior para o projeto dos controladores devido ao acoplamento entre os braços. Neste caso, devido às pequenas diferenças entre os braços, o controle do inversor utiliza o mesmo sinal de controle para os dois braços. Assim, a malha de corrente controla a corrente de saída i_T e uma malha externa regula a tensão de saída como mostra a Figura 4-25.

Nesta seção são mostrados somente os resultados obtidos com o inversor testado, o procedimento feito para a análise deste inversor é muito parecido com o feito para o inversor sem acoplamento. Assim, para não sobrecarregar o texto, a análise dos *ripples*, modelagem e projeto dos controladores estão no apêndice 7.4.

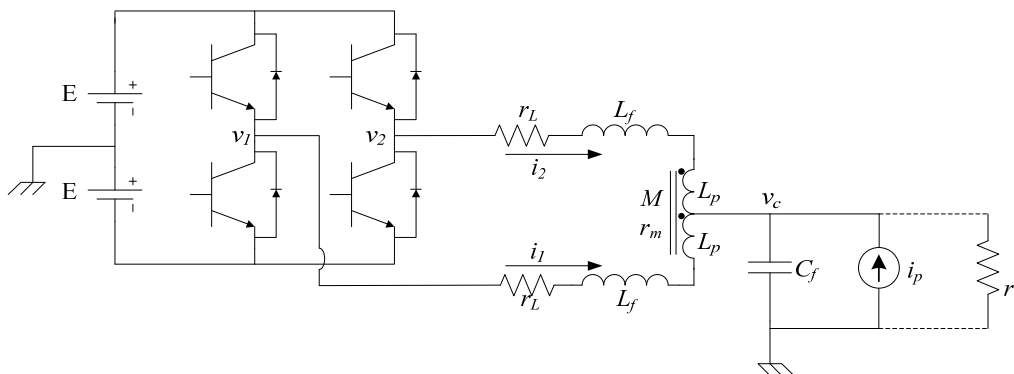


Figura 4-24 Inversor entrelaçado de dois braços com acoplamento magnético

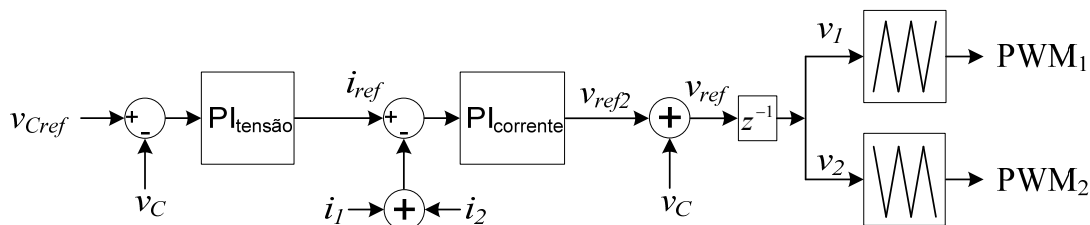


Figura 4-25 Diagrama de controle para o inversor entrelaçado de dois braços com acoplamento magnético

O comportamento das correntes neste inversor foi testado com a mesma carga resistiva para fazer uma comparação entre os dois inversores nas mesmas condições. Devido ao bom acoplamento dos núcleos toroidais, a indutância de dispersão da bobina que acopla os braços é considerada desprezível pelo que a redução do *ripple* da corrente de saída i_T deve ser também muito pequena. No entanto, o *ripple* das correntes nos braços deve ser menor devido ao forte acoplamento e ao valor da

indutância da bobina que acopla os braços. Conseqüentemente, a corrente de circulação diminuirá porque as componentes das correntes nos braços serão menores.

A parte a) e b) da Figura 4-26 mostra a corrente de saída i_T obtida com a carga resistiva no inversor sem e com acoplamento magnético, respectivamente. A parte c) e d) da Figura 4-26 mostram o *ripple* da corrente i_T dos dois inversores para dois intervalos de tempo diferentes. Pode-se ver que o *ripple* de i_T muda muito pouco entre os dois inversores, o qual permite conferir que nem i_T nem o seu *ripple* são afetados pelo uso de um indutor acoplado enquanto o índice de acoplamento seja alto.

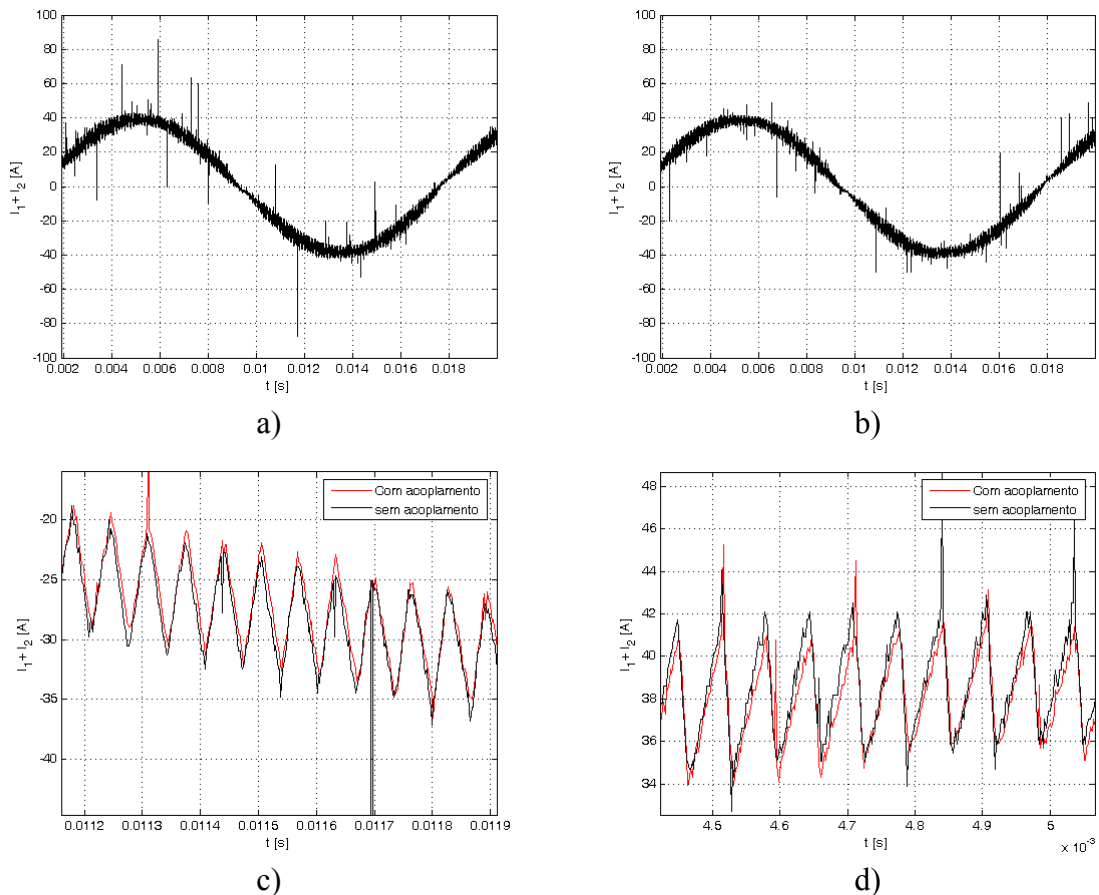


Figura 4-26 Comparação da corrente de saída i_T dos dois inversores (carga resistiva de $4,37\Omega$).

a) i_T sem acoplamento, b) i_T com acoplamento, c) Detalhe do *ripple* de i_T , d) Detalhe do *ripple* de i_T

A parte “a)” e “b)” da Figura 4-27 mostra a corrente que circula por um dos braços do inversor para as duas topologias testadas. Pode-se ver que o *ripple* da corrente no inversor sem acoplamento (parte “a)”) é maior do que o apresentado no inversor com o indutor acoplado (parte “b)”). Como já foi explicado, isto acontece devido a que as correntes nos braços do inversor são geradas por comutações defasadas em 180° na frequência de chaveamento. Assim, devido à conexão do indutor acoplado, a corrente que é induzida num braço devido à corrente no outro, encontra-se defasada com respeito à corrente própria do braço. Então, quando elas são somadas o *ripple* é reduzido e a forma de onda da corrente tem mais comutações num período de chaveamento. Este efeito é mostrado na parte “c)” e “d)” da Figura 4-27.

A Figura 4-28 mostra a corrente i_T e a corrente de circulação obtidas com o inversor acoplado para uma carga resistiva. Esta corrente foi obtida sob as mesmas condições de carga utilizadas para no inversor sem acoplamento. Por inspeção da forma de onda, pode-se ver que a corrente de circulação diminuiu em torno de 50% utilizando o indutor acoplado. Para o teste com o indutor acoplado, a corrente de saída i_T tem um valor de 27,58Arms e a corrente de circulação é 2,07Arms, o que corresponde a 7,51% da corrente eficaz de saída. Enquanto que com o inversor sem o indutor acoplado que utiliza somente o controle instantâneo, a corrente i_T tem um valor de 27,56Arms e a corrente de circulação é 4Arms, o que corresponde a 14,51% da corrente eficaz de saída. Assim, a corrente de circulação foi reduzida 48,24% acoplado os braços.

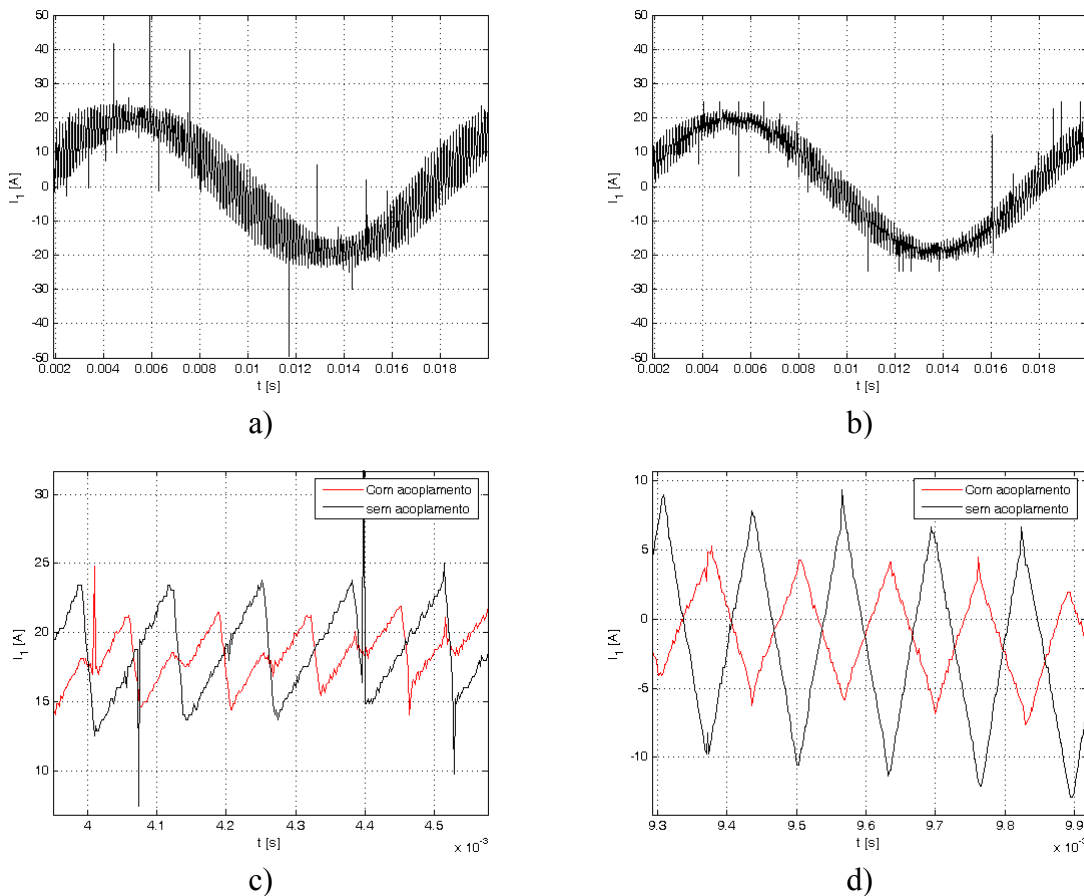


Figura 4-27 Comparação da corrente nos braços dos dois inversores (carga resistiva de 4,37Ω).

a) Corrente no braço do inversor sem acoplamento, b) Corrente no braço do inversor com acoplamento, c) Detalhe do *ripple* das correntes nos braços, d) Detalhe do *ripple* das correntes nos braços

A FFT da corrente de circulação obtida com o acoplamento dos braços para uma carga resistiva é mostrada na Figura 4-29. Pode-se ver que ela continua estando formada por componentes em torno das frequências múltiplas ímpares de f_{ch} . Comparando com a parte b) da Figura 4-21 pode-se ver as componentes em torno de f_{ch} foram razoavelmente reduzidas, enquanto que as componentes de frequências superiores não foram diminuídas apreciavelmente. Isto pode ser atribuído ao fato de que com o acoplamento, a corrente nos braços comuta duas vezes mais por período de chaveamento do que

a corrente nos braços do inversor sem acoplamento, além disso, o *ripple* na frequência de chaveamento é menor para o inversor com acoplamento. Vê-se também que a corrente de circulação tem uma componente forte para frequências baixas, especificamente para a componente c.c.. Neste caso, a componente c.c. da corrente de circulação é maior do que a apresentada no inversor sem acoplamento, isto é porque neste caso está sendo controlada a corrente i_T e não cada uma das correntes nos braços independentemente. Assim, nem o nível c.c. nem desequilíbrios entre as correntes dos braços podem ser controlados. De fato, a distribuição da corrente resultou melhor controlando os braços independentemente, contudo o acoplamento magnético diminuiu o desequilíbrio entre as correntes se comparado com o sistema sem controle e sem acoplamento magnético; isto pode ser visto na Tabela 4-13.

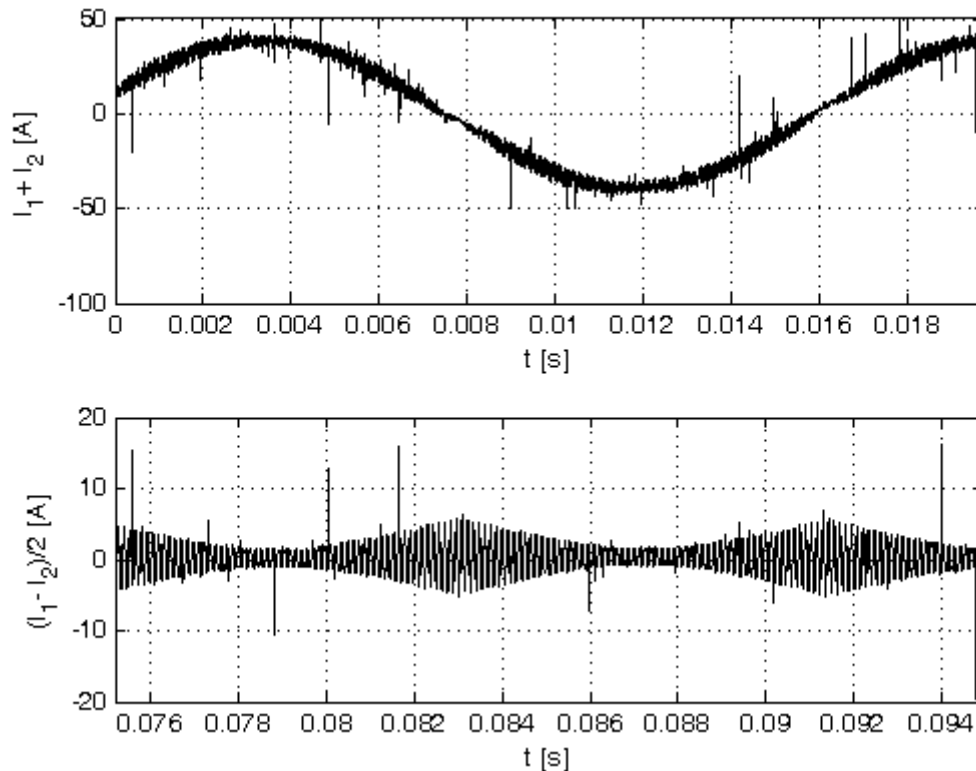


Figura 4-28 Corrente de saída i_T e de circulação no inversor com acoplamento magnético (carga resistiva de $4,37\Omega$)

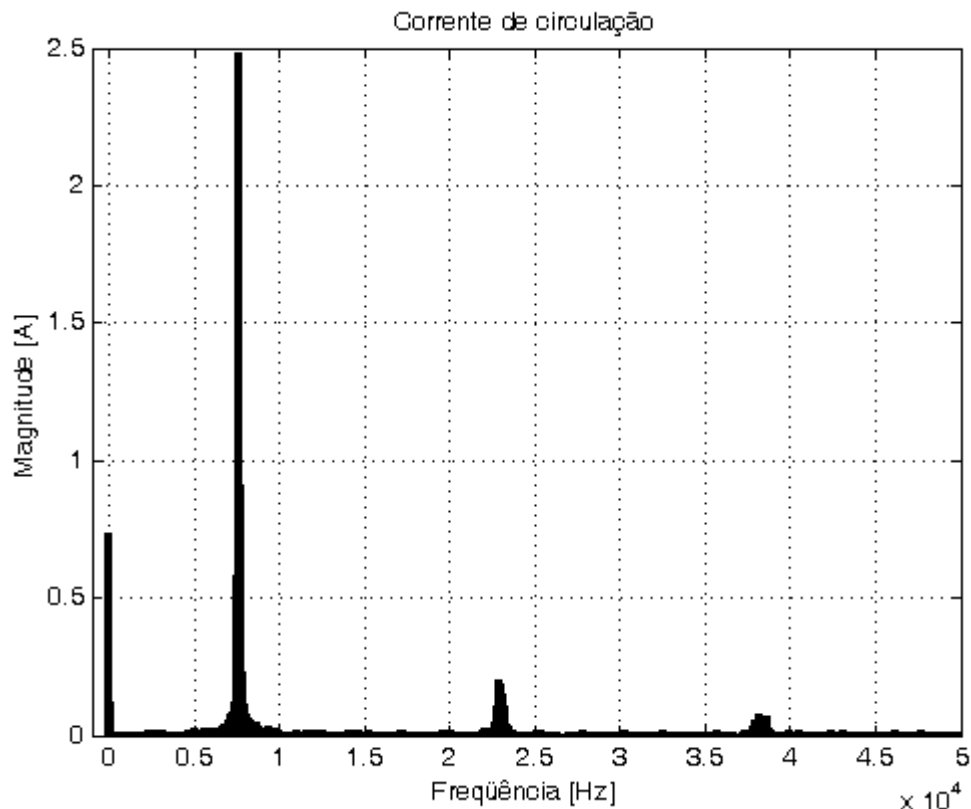


Figura 4-29 FFT da corrente de circulação no inversor com acoplamento magnético (carga resistiva de $4,37\Omega$)

Tabela 4-13 Diferença entre as componentes fundamentais das correntes nos braços do inversor

Topologia	Sem acoplamento magnético			Com acoplamento magnético
Controle	SR	CI	CIR	CI
$100 \frac{ i_{1fund} - i_{2fund} }{ i_{1fund} + i_{2fund} } [\%]$	1,1	0,3	0,3	0,6

4.4 Conclusões

No presente capítulo foram apresentados os resultados experimentais obtidos para um conversor entrelaçado de 4kVA. Para o inversor sem acoplamento magnético foi visto que apesar de que os sinais de controle dos dois braços serem diferentes, o entrelaçamento das correntes não foi fortemente afetado. Assim, foi obtida a redução do *ripple* da corrente de saída e uma distribuição das corrente razoavelmente equilibrada sem afetar fortemente os sinais de controle. Estas diferenças pequenas entre os sinais de controle indicam que a compensação necessária para equilibrar as correntes nos braços é também pequena. De fato, foi visto nos resultados que em malha aberta as correntes não apresentam grandes diferenças.

Com o inversor sem acoplamento magnético, foi visto que apesar de que a distribuição da corrente de saída nos dois braços foi melhor nos sistemas controlados, em malha aberta as diferenças entre os valores médios das correntes nos braços não foram muito grandes. Isto pode ser atribuído às diferenças relativamente pequenas entre os elementos de cada braço e à possível aparição de

impedâncias parasitas (resistências não modeladas e impedância de saída do transformador trifásico) que ajudariam à distribuição equilibrada das correntes conforme é explicado em [2].

O controle repetitivo proporcionou uma grande melhoria na forma de onda da tensão de saída, diminuindo a THD de valores maiores do que 8% até valores que atendem aos limites permitidos para este tipo de equipamento. Assim, a rejeição a perturbações foi obtida mantendo a estabilidade do inversor sem aumentar significativamente a dificuldade do projeto do controlador nem o tempo de processamento necessário para calcular os sinais de controle. Este último aumentou de 5,2 μ s no sistema com o controle instantâneo para 6,5 μ s no sistema com o controlador repetitivo; valores que no máximo representam 10% do período de amostragem (65,1 μ s).

Sem o acoplamento magnético dos braços, a corrente de circulação não mudou muito entre o sistema controlado e em malha aberta, sendo que as pequenas diferenças entre o seu valor eficaz foram geradas por causa da variação da corrente eficaz de saída do inversor. Assim, verificou-se que a corrente de circulação não é afetada pelo controle digital por acontecer na frequência de chaveamento e somente pode ser corrigida mediante elementos passivos. Além disso, viu-se que embora o entrelaçamento gere correntes de circulação que representam perdas adicionais, utilizando indutores com efeito pelicular leve o inversor entrelaçado é ainda melhor do que um convencional. Isto porque um inversor não entrelaçado com os mesmos elementos teria que chavear ao dobro da frequência para obter o mesmo *ripple*, gerando assim perdas maiores.

Mediante simulações e medições foi visto que o inversor entrelaçado tende a melhorar seu rendimento para cargas que demandam maior potência. Assim, quando comparado com inversores de meia ponte com as mesmas ondulações nas grandezas de saída como foi feito, o inversor entrelaçado apresenta rendimentos baixos para cargas leves e rendimentos próximos aos dos outros inversores (ou até melhores) para cargas de maiores potências. Isto é devido a que a corrente de circulação não depende da carga do inversor, pelo que as perdas que gera são constantes. Assim, estas perdas podem ser comparáveis com a potência de saída do inversor para cargas leves, porém resultam comparativamente pequenas para cargas mais exigentes. Viu-se dos resultados de simulação que o rendimento para as cargas mais exigentes foi apreciavelmente melhor para o inversor entrelaçado, porém, os resultados das medições não resultaram tão favoráveis para o inversor entrelaçado. Isto foi devido a que não foi simulado o efeito pelicular dos indutores e as perdas neles são importantes porque a resistência parasita deles aumenta muito para frequências altas. Assim, o uso de indutores com melhor qualidade (elaborados com fios de Litz) representaria uma diminuição nas perdas nos indutores dos três tipos de inversores. Com o qual o inversor entrelaçado seria mais interessante do que os outros inversores comparados porque o comportamento das perdas seria mais parecido com o obtido nas simulações.

A inserção de um indutor acoplando os dois braços magneticamente reduz os *ripples* das correntes nos braços e a corrente de circulação, pelo que as perdas serão reduzidas também. Contudo, a comparação experimental mostrada neste capítulo é vantajosa para o inversor com os braços

acoplados magneticamente, isto devido a que neste inversor foi utilizada uma bobina adicional com uma indutância que se for utilizada no inversor sem acoplamento teria melhorado sua resposta. Assim, seria necessário aumentar a indutância de ligação do inversor sem acoplamento para poder comparar em condições mais equitativas. Isto porque o aumento da indutância de ligação também diminuiria o *ripple* das correntes nos braços e a corrente de circulação. De fato, se no inversor que não utiliza acoplamento a indutância de ligação for aumentada num valor igual à auto-indutância da bobina que acopla os braços no inversor com acoplamento; para algumas razões cíclicas o *ripple* das correntes nos braços do inversor com acoplamento pode ser maior do que o *ripple* que se teria no inversor sem acoplamento. Isto depende da escolha do indutor que acopla os braços.

A inserção do indutor que acopla os braços também ajuda na distribuição equitativa das correntes nos braços, porém, o controle independente das correntes apresenta melhores resultados na distribuição das correntes e na redução da magnitude das componentes de baixa frequência que podem aparecer devido ao comportamento não ideal do inversor.

Capítulo 5 Conclusões gerais e propostas de continuidade

No presente trabalho foi estudado o entrelaçamento de inversores como uma alternativa para o aumento da potência do inversor sob as atuais limitações na tecnologia de semicondutores. Viu-se que com o uso de inversores entrelaçados é possível utilizar frequências de chaveamento menores, ou diminuir a indutância e capacitância dos elementos passivos mantendo pequenos os *ripples* na corrente e tensão de saída. Desta maneira, este tipo de paralelismo resulta interessante porque tem vantagens adicionais sobre os outros tipos de paralelismo mencionados neste trabalho.

Foi visto que o entrelaçamento de inversores apresenta três problemas principais, a saber: A distribuição equilibrada das correntes nos braços do inversor, o *ripple* grande nas correntes dos braços e a corrente de circulação. Dentre eles, a distribuição equitativa das correntes nos braços talvez seja o mais importante porque se não for controlada, os componentes podem-se sobre aquecer e até se destruir. Adicionalmente uma distribuição não equitativa afeta as características do entrelaçamento; especificamente o cancelamento das harmônicas na tensão e corrente de saída. Assim, com uma distribuição não equitativa podem aparecer componentes harmônicas em frequências menores do que Nf_{ch} e conseqüentemente deteriorar a THD da tensão de saída.

Os resultados encontrados neste trabalho são validados pela literatura técnica encontrada apresentando as vantagens e desvantagens do entrelaçamento. Porém, não foram encontradas demonstrações analíticas para algumas afirmações encontradas na literatura. Neste sentido, o presente trabalho contribui mostrando analiticamente as características do entrelaçamento de inversores.

Neste trabalho foi mostrado analiticamente que a tensão equivalente de saída do inversor entrelaçado corresponde à soma das tensões dos braços dividida pelo número de braços. A partir desta demonstração foi possível, mostrar mediante séries de Fourier, o cancelamento de harmônicos obtido do entrelaçamento. Também com as séries de Fourier obtidas foi possível demonstrar que as correntes de circulação idealmente estão formadas por bandas de componentes em torno das harmônicas da frequência de chaveamento que não são múltiplas do número de braços do inversor. Adicionalmente foi verificado matematicamente que a corrente de circulação é igual à corrente num braço menos a soma de todas as correntes dos braços dividida pelo número de braços.

Por outra parte, foram desenvolvidas expressões para o calculo do *ripple* da tensão de saída e das correntes de um inversor entrelaçado de dois braços acoplados magneticamente com um indutor adicional. Além disso, o desequilíbrio das correntes provocado por diferenças entre os indutores dos braços foi quantificado em função das impedâncias dos indutores de ligação. Adicionalmente foi obtida uma expressão e uma rotina de software para o cálculo do valor RMS da corrente de circulação para inversores de meia ponte entrelaçados.

Apesar de que não foram feitos testes com inversores que somente utilizam indutores acoplados magneticamente (sem indutores de ligação), foi mostrado mediante simulações que o uso de indutores acoplados deve ser feito cuidadosamente porque o índice de acoplamento não pode estar próximo de um para conseguir controlar o *ripple* da corrente. Mediante simulações foi mostrado que utilizando um conjunto de indutores acoplados e indutores sem acoplamento simultaneamente no inversor, a corrente tende a se equilibrar naturalmente. Contudo, a indutância das bobinas acopladas necessária para isto é comparável com a indutância das bobinas que controlam o *ripple* (indutores de ligação).

A utilização de modelos discretos para o projeto de conversores chaveados é recomendável porque o comportamento comutado deste tipo de sistema é naturalmente discreto, além disso, a modelagem do atraso inserido pelo controlador digital permite prever matematicamente com uma maior exatidão o comportamento do inversor real. Assim, o uso de modelos discretos para estes sistemas facilita o projeto do controlador diminuindo o trabalho da sintonização do controlador. No caso o controlador tivesse sido projetado utilizando o modelo contínuo do sistema, a modelagem do atraso não teria sido tão fácil quanto foi utilizando o sistema discreto. Isto porque a modelagem do atraso utilizando a transformada de *LaPlace* não é algébrica, e no caso for modelado com uma aproximação de *Padé* a ordem do sistema seria bem maior para obter uma boa aproximação.

O uso de sinais de controle separados para cada braço do inversor não afeta fortemente o entrelaçamento das correntes quando as diferenças entre os elementos dos braços são pequenas. Porém, a diferença entre os sinais de controle poderia aumentar para maiores disparidades dos elementos utilizados em cada braço, aumentando conseqüentemente o entrelaçamento das correntes, e assim, afetando as características esperadas desta topologia. Contudo, as características do entrelaçamento são também afetadas pela distribuição não equilibrada das correntes, pelo que enquanto não seja garantida a distribuição equitativa das correntes por meio de técnicas passivas, o uso de sinais de controle diferentes é obrigatório porque ele ajudará a reduzir as perdas do entrelaçamento e garantirá a distribuição equitativa das correntes.

Embora o uso de um *feedforward* da tensão de saída na malha de controle não desacople totalmente a tensão de saída devido ao atraso inserido pelo controlador digital. A técnica reduz o acoplamento entre os braços do inversor permitindo aproximar com sistemas SISO o comportamento do inversor entrelaçado, o qual é um sistema MIMO.

Para diferenças pequenas entre os elementos de cada braço, a distribuição da corrente não é muito desequilibrada. Assim, poderia tentar-se controlar somente a corrente e tensão de saída do inversor. Isto simplificaria enormemente o projeto do controlador porque a malha de corrente poderia ser tratada como um sistema SISO sem nenhuma aproximação. Além disso, a banda passante da malha de corrente poderia ser maior porque o primeiro harmônico que vê a corrente está em torno de Nf_{ch} e não de f_{ch} .

O controle repetitivo permite melhorar significativamente a qualidade da forma de onda da tensão de saída sem aumentar muito a complexidade do projeto do controlador. Porém, o uso do controlador repetitivo diminui a estabilidade do sistema, assim, a margem de estabilidade deve ser sobre dimensionada a pesar de que a velocidade e a capacidade de rejeição de perturbações sejam sacrificadas. Além disso, o controle repetitivo insere uma dinâmica não desejada sobre a tensão de saída quando a carga do sistema é trocada de não-linear para outra. Assim o uso do algoritmo de reinício do controlador é obrigatório porque evita oscilações que poderiam danificar o sistema.

A corrente de circulação afeta o rendimento do inversor entrelaçado principalmente pelas perdas geradas nos indutores, devido ao efeito pelicular neles e a que a corrente de circulação está formada principalmente por componentes de alta frequência. Contudo, as perdas geradas pela corrente de circulação não deveriam mudar muito para diferentes condições de carga devido a que ela não depende da carga, como foi mostrado analiticamente. Assim, com o anterior e o fato de que as perdas nas chaves do inversor entrelaçado são menores do que as apresentadas num inversor convencional chaveando ao dobro da frequência para manter os *ripples*. Viu-se que o rendimento do inversor entrelaçado resulta mais interessante, aliás, se indutores com um efeito pelicular leve forem utilizados no projeto do inversor, o rendimento poderia ser ainda melhor. Outra possibilidade para diminuir as perdas é acoplando os braços magneticamente porque assim os *ripples* das correntes nos braços e a corrente de circulação serão menores, com o que as perdas nas chaves e nos indutores diminuirão também.

A inserção do indutor acoplando os dois braços mostrou uma redução considerável na corrente de circulação e nos *ripples* das correntes nos braços do inversor. Além disso, foi possível conferir que a distribuição das correntes é melhorada mediante o acoplamento dos braços do inversor. Contudo, apesar de que o acoplamento ajuda na distribuição equitativa das correntes, ele não garante uma distribuição totalmente equitativa.

Apesar de que a comparação entre o inversor com e sem acoplamento foi feita em condições vantajosas para o inversor com acoplamento, pode-se dizer que a redução da corrente de circulação acontece mesmo fazendo a comparação em condições equitativas. Isto porque o acoplamento reduz o *ripple* da corrente nos braços principalmente para razões cíclicas em torno de 0,5 e a corrente de circulação apresenta o valor máximo nessa mesma faixa. Contudo, se a técnica for utilizada em conversores c.c-c.c., para alguns casos o aumento da indutância de ligação no conversor sem acoplamento poderia ser melhor, isto é devido a que a ondulação da corrente nos braços dele é menor para algumas faixas da razão cíclica (dependendo da indutância da bobina de acoplamento).

Dos resultados obtidos foram identificados alguns problemas que poderiam ser tratados com uma maior profundidade em trabalhos futuros, assim, têm-se as seguintes propostas de continuidade:

- Utilizar elementos magnéticos para acoplar os braços do inversor e controlar independentemente cada braço do inversor para reduzir as correntes de circulação, os *ripples* das correntes nos braços

e controlar a distribuição das correntes nos braços de maneira mais efetiva. Assim, o uso da teoria de controle multivariável seria também muito recomendável devido à relação mais forte que se apresenta entre os estados do modelo do inversor.

- Analisar o funcionamento do equilíbrio natural das correntes nos braços utilizando os filtros ressonantes propostos por Devancens [2] em conversores estáticos de baixa tensão e alta corrente.
- Procurar uma solução para a inconstância dos ganhos dos sensores para permitir que o controlador funcione corretamente.
- Aprofundar o estudo dos controladores repetitivos com o intuito de procurar métodos analíticos para o projeto deste tipo de controladores permitindo a obtenção de um método mais claro para a escolha dos filtros do controlador. Adicionalmente melhorar o algoritmo de reinício do controlador para evitar a subjetividade na escolha do limite para o *reset*.
- Estudar como podem ser modeladas as perdas no cobre devidas ao efeito pelicular nos indutores e as perdas de histerese e Foucault visando resultados de simulação mais próximos da realidade.

Capítulo 6 Anexos

6.1 Ondulação da corrente e tensão de saída em inversores entrelaçados

Os procedimentos mostrados nesta seção estão feitos em base ao circuito do inversor entrelaçado de N braços mostrado na Figura 6-1; onde as tensões estão referidas ao ponto de conexão comum das fontes de alimentação; as indutâncias L_f de cada braço são iguais e as respectivas resistências em série r_L também. Os procedimentos mostrados nesta seção estão baseados no excelente trabalho feito em [2], assim, as deduções são feitas de maneira similar com algumas modificações com o intuito de apresentar uma explicação mais fácil de entender.

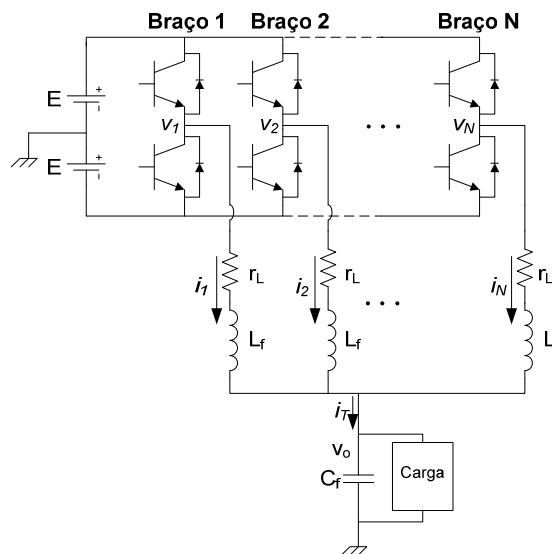


Figura 6-1 Inversor entrelaçado de N braços

6.1.1 Ondulação da corrente de saída do inversor

As correntes nos braços do inversor podem ser escritas como:

$$v_1 - v_c = r_L i_1 + L_f \frac{di_1}{dt}$$

$$v_2 - v_c = r_L i_2 + L_f \frac{di_2}{dt}$$

De maneira geral tem-se:

$$v_n - v_c = r_L i_n + L_f \frac{di_n}{dt} \quad \forall n \in [1, N] \quad (6-1)$$

onde n corresponde ao número do braço do inversor.

Devido a que a corrente de saída total i_T , é a soma das correntes de cada braço, tem-se:

$$i_T = \sum_{n=1}^N i_n \quad (6-2)$$

Somando as N equações (6-2) correspondentes a cada braço, tem-se:

$$\sum_{n=1}^N v_n - Nv_c = r_L \sum_{n=1}^N i_n + L_f \sum_{n=1}^N \frac{di_n}{dt} \quad (6-3)$$

Substituindo (6-2) em (6-3) obtém-se:

$$\sum_{n=1}^N v_n - Nv_c = r_L i_T + L_f \frac{di_T}{dt} \quad (6-4)$$

Vê-se em (6-4) que a corrente de saída do inversor depende da tensão de saída e da soma das tensões geradas por cada braço do sistema. A Figura 6-2 mostra as tensões de saída de cada braço e a soma delas para dois e três braços entrelaçados. Pode-se ver que o entrelaçamento dos braços faz com que a tensão de saída de um braço esteja defasada em $360^\circ/N$ com respeito ao braço seguinte e ao anterior, isto faz com que a soma das tensões de saída dos braços $\sum_{n=1}^N v_n$ apresente N possíveis formas de onda dependendo do valor do ciclo útil (α). Por exemplo, para $N=2$ a soma $\sum_{n=1}^N v_n$ é zero ou $-E$ quando α for menor do que $\frac{1}{2}$, e é zero ou $+E$ quando α for maior do que $\frac{1}{2}$. Define-se assim em (6-5) a variável p , a qual estabelece os intervalos de α correspondentes a cada forma de onda gerada para $\sum_{n=1}^N v_n$. Assim, p indica e separa cada uma das N formas de ondas que a soma $\sum_{n=1}^N v_n$ pode apresentar.

$$\frac{p-1}{N} < \alpha < \frac{p}{N} \quad \forall p \in [1, N] \quad (6-5)$$

A expressão $\sum_{n=1}^N v_n$ é periódica e tem uma frequência igual a N vezes a frequência de chaveamento f_{ch} , pelo que pode ser definida num período igual a T_{ch}/N ($f_{ch} = 1/T_{ch}$). A Tabela 6-1 mostra as funções que definem as N formas de onda da soma $\sum_{n=1}^N v_n$ num período T_{ch}/N para dois, três e quatro braços.

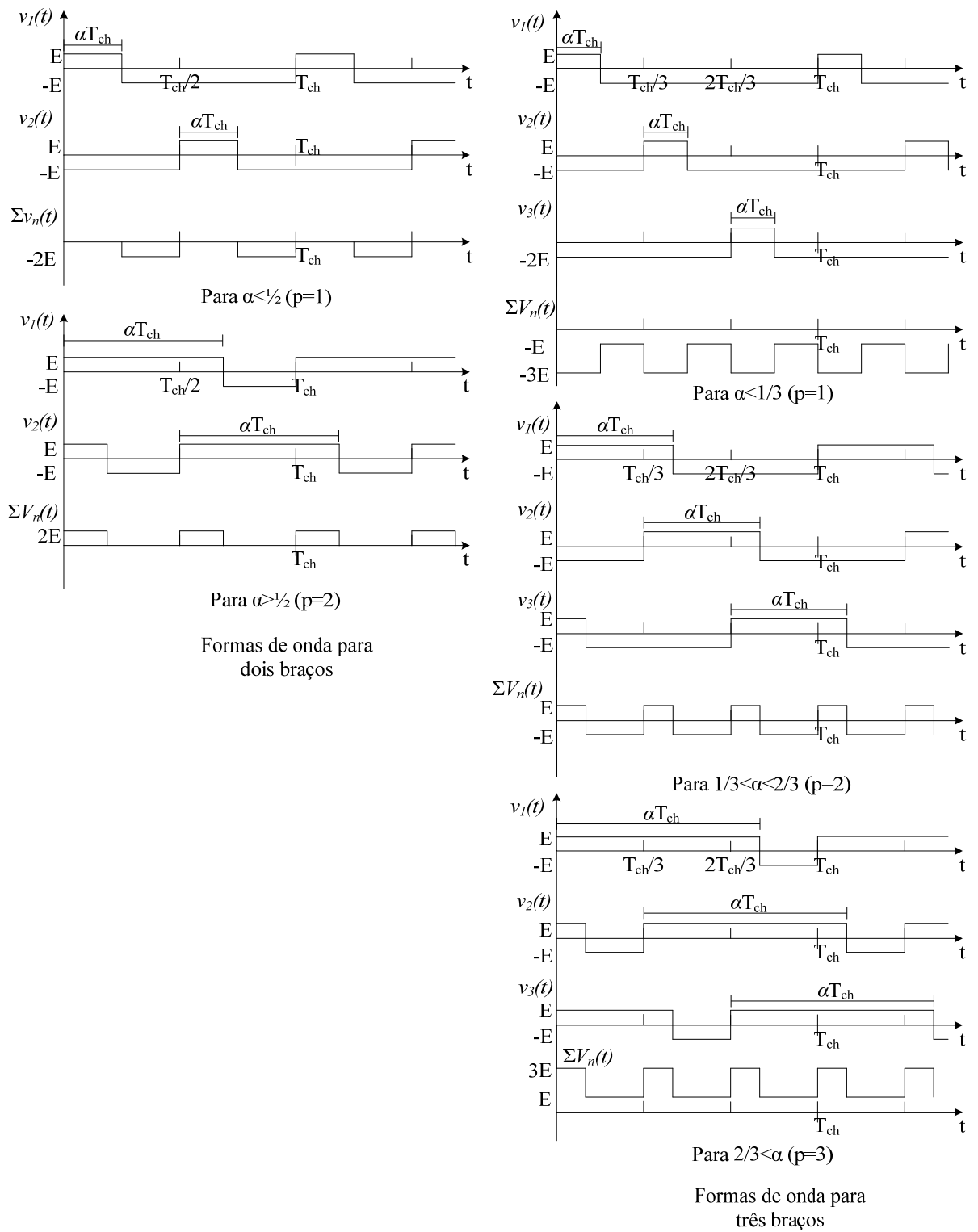


Figura 6-2 Tensões de saída para $N=2$ e 3

Tabela 6-1 Somatória das tensões de saída dos braços, $\sum_{n=1}^N V_n$ para $N=2, 3$ e 4

$\begin{matrix} N \\ p \end{matrix}$	2		3		4	
	$\sum_{n=1}^N V_n$	Intervalo de tempo	$\sum_{n=1}^N V_n$	Intervalo de tempo	$\sum_{n=1}^N V_n$	Intervalo de tempo
1	0	$[0, \alpha\alpha_{ch}]$	$-E$	$[0, \alpha\alpha_{ch}]$	$-2E$	$[0, \alpha\alpha_{ch}]$
	$-2E$	$\left[\alpha T_{ch}, \frac{T_{ch}}{2}\right]$	$-3E$	$\left[\alpha T_{ch}, \frac{T_{ch}}{3}\right]$	$-4E$	$\left[\alpha T_{ch}, \frac{T_{ch}}{4}\right]$
2	$2E$	$\left[0, \alpha\alpha_{ch} - \frac{T_{ch}}{2}\right]$	E	$\left[0, \alpha\alpha_{ch} - \frac{T_{ch}}{3}\right]$	0	$\left[0, \alpha\alpha_{ch} - \frac{T_{ch}}{4}\right]$
	0	$\left[\alpha T_{ch} - \frac{T_{ch}}{2}, \frac{T_{ch}}{2}\right]$	$-E$	$\left[\alpha T_{ch} - \frac{T_{ch}}{3}, \frac{T_{ch}}{3}\right]$	$-2E$	$\left[\alpha T_{ch} - \frac{T_{ch}}{4}, \frac{T_{ch}}{4}\right]$
3			$3E$	$\left[0, \alpha\alpha_{ch} - 2\frac{T_{ch}}{3}\right]$	$2E$	$\left[0, \alpha\alpha_{ch} - \frac{T_{ch}}{2}\right]$
			E	$\left[\alpha T_{ch} - 2\frac{T_{ch}}{3}, \frac{T_{ch}}{3}\right]$	0	$\left[\alpha T_{ch} - \frac{T_{ch}}{2}, \frac{T_{ch}}{4}\right]$
4					$4E$	$\left[0, \alpha\alpha_{ch} - 3\frac{T_{ch}}{4}\right]$
					$2E$	$\left[\alpha T_{ch} - 3\frac{T_{ch}}{4}, \frac{T_{ch}}{4}\right]$

De forma geral, a soma das tensões nos braços pode ser escrita como:

$$\sum_{n=1}^N v_n = -E(N-2p) \quad \forall t \in \left[0, \alpha\alpha_{ch} - (p-1)\frac{T_{ch}}{N}\right] \quad (6-6)$$

$$\sum_{n=1}^N v_n = -E(N-2(p-1)) \quad \forall t \in \left[\alpha T_{ch} - (p-1)\frac{T_{ch}}{N}, \frac{T_{ch}}{N}\right] \quad (6-7)$$

Para calcular a ondulação da corrente de saída, a tensão no capacitor pode-se supor constante num período de chaveamento e igual ao valor médio nesse intervalo. Seu valor médio depende de α e pode ser calculado como mostra (6-8).

$$V_c(\alpha\alpha) = \frac{1}{T_{ch}} \int_0^{\alpha T_{ch}} E dt - \frac{1}{T_{ch}} \int_{\alpha T_{ch}}^{T_{ch}} E dt = 2E\left(\alpha - \frac{1}{2}\right) \quad (6-8)$$

Supondo que r_L é pequena o suficiente para desprezá-la em (6-4), e substituindo (6-6) e (6-8) em (6-4) tem-se:

$$-E(N-2p) - 2NE\left(\alpha - \frac{1}{2}\right) = L_f \frac{di_T}{dt} \quad \forall t \in \left[0, \alpha\alpha_{ch} - (p-1)\frac{T_{ch}}{N}\right] \quad (6-9)$$

A solução para (6-9) supondo que a condição inicial da equação diferencial é $i_T(0)$ é:

$$i_T(t) = \frac{2E}{L_f}(p - \alpha N)t + i_T(0) \quad \forall t \in \left[0, \alpha T_{ch} - (p-1)\frac{T_{ch}}{N}\right] \quad (6-10)$$

Avaliando (6-10) em $t = \alpha T_{ch} - (p-1)\frac{T_{ch}}{N}$ obtém-se a variação da corrente em função do ciclo útil:

$$\begin{aligned} i_T\left(\alpha T_{ch} - (p-1)\frac{T_{ch}}{N}\right) &= \frac{2E}{L_f}(p - \alpha N)\left(\alpha T_{ch} - (p-1)\frac{T_{ch}}{N}\right) + i_T(0) \\ i_T\left(\alpha T_{ch} - (p-1)\frac{T_{ch}}{N}\right) - i_T(0) &= \frac{2E}{L_f}(p - \alpha N)\left(\alpha T_{ch} - (p-1)\frac{T_{ch}}{N}\right) = \Delta I_T \\ \Delta I_T &= \frac{2E}{f_{ch}L_f}(p - \alpha N)\left(\alpha - (p-1)\frac{1}{N}\right) \quad \forall \alpha \in \left[\frac{p-1}{N}, \frac{p}{N}\right] \end{aligned} \quad (6-11)$$

Os valores da razão cíclica que geram a maior ondulação na corrente podem ser obtidos mediante a derivada da função num intervalo contínuo específico, isto é, para p fixo. Avaliando a derivada de (6-11) com respeito a α obtém-se:

$$\frac{d(\Delta I_T)}{d\alpha} = \frac{2E}{f_{ch}L_f}(2p - 2\alpha N - 1)$$

Então o valor máximo da ondulação é gerado quando α atende (6-12).

$$\alpha = \frac{2p-1}{2N} \quad (6-12)$$

Avaliando p nos seus possíveis valores pode-se ver que a ondulação máxima acontece cada $1/(2N)$. O valor máximo da ondulação da corrente é então:

$$\Delta I_{\max} = \frac{E}{2L_f f_{ch} N} \quad (6-13)$$

6.1.2 Ondulação da corrente e tensão no capacitor de filtro C_f

Para calcular a ondulação da corrente no capacitor de saída, supõe-se que somente a parte alternada da corrente i_T passa por ele (Figura 6-3). Isto é válido porque se supõe que o capacitor é dimensionado para filtrar as ondulações de corrente na saída.

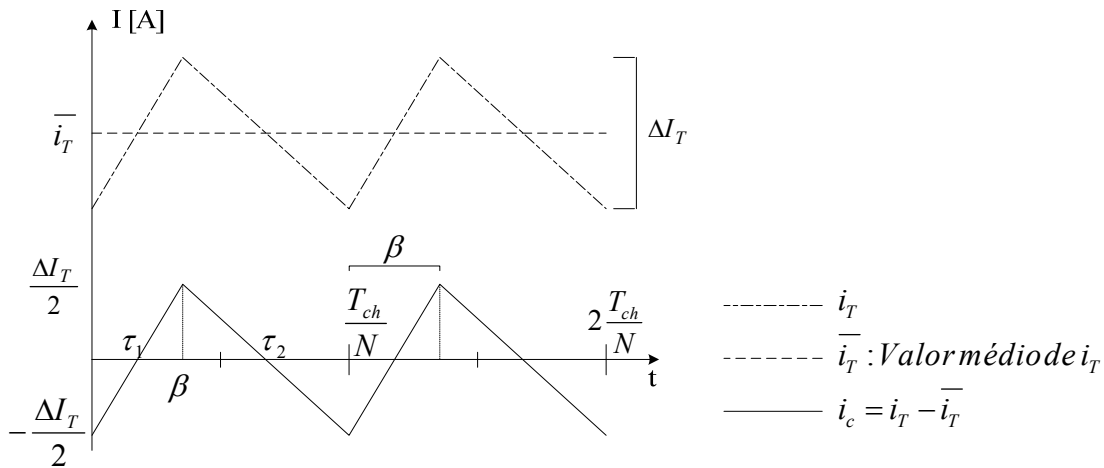


Figura 6-3 Correntes no capacitor e na saída dos indutores (I_T)

onde τ_1 e τ_2 são os tempos nos que a corrente no capacitor passa por zero e β é a quantidade de tempo para o qual o somatório de v_n é igual a $-E(N-2p)$ (veja-se (6-6)). Assim, β está definida como:

$$\beta = \alpha T_{ch} - (p-1) \frac{T_{ch}}{N} \quad (6-14)$$

Desta maneira, a corrente no capacitor num período T_{ch}/N , pode ser escrita da seguinte maneira:

$$i_c(t) = \begin{cases} \frac{\Delta I_T}{\beta} t - \frac{\Delta I_T}{2} & \forall t \in [0, \beta] \\ -\frac{\Delta I_T}{\frac{T_{ch}}{N} - \beta} (t - \beta) + \frac{\Delta I_T}{2} & \forall t \in \left[\beta, \frac{T_{ch}}{N} \right] \end{cases} \quad (6-15)$$

Igualando a zero as duas retas definidas em (2-22) são obtidas τ_1 e τ_2 :

$$\tau_1 = \frac{\beta}{2} ; \quad \tau_2 = \frac{\frac{T_{ch}}{N} + \beta}{2} \quad (6-16)$$

Devido a que a corrente no capacitor é positiva entre τ_1 e τ_2 a tensão nele cresce neste intervalo e decresce para o resto do tempo, então a máxima variação da tensão no capacitor pode ser obtida da integral da corrente que circula por ele no intervalo $[\tau_1, \tau_2]$. Isto é, pode-se obter da área do triângulo correspondente à parte positiva da corrente no capacitor, cuja base é $(\tau_2 - \tau_1)$ e a altura é $\Delta I_T/2$, assim obtém-se:

$$\Delta V_o = \frac{1}{C_f} \int_{\tau_1}^{\tau_2} I_c(t) dt = \frac{1}{C_f} \frac{1}{2} \frac{\Delta I_T}{2} (\tau_2 - \tau_1) \quad (6-17)$$

Substituindo (6-16) em (6-17) tem-se:

$$\Delta V_o = \frac{\Delta I_T T_{ch}}{8NC_f} = \frac{\Delta I_T}{8Nf_{ch}C_f} \quad (6-18)$$

Substituindo em (6-18) a variação máxima de corrente obtida em (6-13) obtém-se:

$$\Delta V_{oMAX} = \frac{E}{\frac{2L_f f_{ch} N}{8Nf_{ch}C_f}} = \frac{E}{16(Nf_{ch})^2 L_f C_f} \quad (6-19)$$

6.2 Espectro harmônico da tensão de saída do inversor de meia ponte

O cálculo do espectro harmônico da forma de onda de saída de um inversor de meia ponte foi inicialmente desenvolvido por Bowes e Bird [16], o procedimento é explicado em [16] e a dedução completa é apresentada neste anexo.

Considere-se um inversor de meia ponte como o mostrado na Figura 6-4, cuja portadora é uma onda triangular e o sinal modulador é uma onda senoidal da forma:

$$S_m = A \cos(y)$$

$$S_p = \begin{cases} -\frac{2B}{\pi}x - B & ; -\pi < x < 0 \\ \frac{2B}{\pi}x - B & ; 0 < x < \pi \end{cases} \quad (6-20)$$

onde x e y são funções do tempo da forma:

$$x = w_p t + \varphi_p$$

$$y = w_m t + \varphi_m \quad (6-21)$$

onde w_p corresponde à frequência do sinal portador e φ_p a sua fase respectiva, da mesma maneira, w_m e φ_m , correspondem à frequência e fase do sinal modulador, respectivamente.

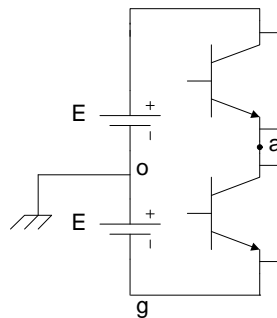


Figura 6-4 Inversor de meia ponte

Como a tensão de saída instantânea depende de dois sinais (portadora e modulante) que dependem das variáveis x e y , as quais por sua vez dependem do tempo; resulta conveniente representar a tensão de saída num plano tridimensional, onde x e y são os dois eixos independentes (embora dependentes do tempo) e o eixo z representa a tensão de saída. Com isso, e levando em

consideração que a portadora e a modulante são periódicas, pode-se visualizar o sinal completo num intervalo de 2π como mostra a Figura 6-5.

A Figura 6-5 mostra duas superfícies que indicam quando a tensão de saída é igual a E (parte superior), e quando é igual a $-E$ (parte inferior). Isto é, a função que define a Figura 6-5 indica qual é o valor da tensão instantânea de saída para as possíveis combinações (x, y) ; assim $V_{ao}(x,y)$ contém as tensões de saída para todos os possíveis instantes de tempo num período do sinal modulador.

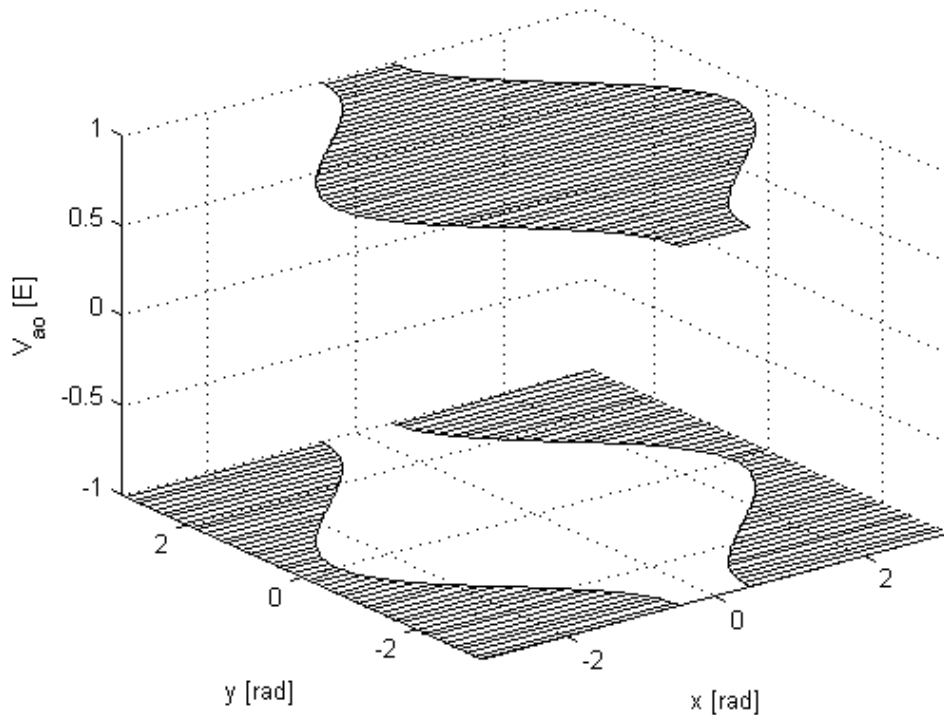


Figura 6-5 Representação tridimensional da tensão de saída

Como a tensão de saída é periódica, e os eixos x e y estão representados em radianos, têm-se replicas do sinal cada 2π no plano xy como é mostrado na Figura 6-6, onde a área marcada pelas linhas horizontais indica uma tensão igual a E , e a área em branco indica uma tensão igual a $-E$.

Na Figura 6-6 a linha grossa definida em (6-22) representa a trajetória do sinal PWM em função do tempo no plano xy . De fato, (6-21) é a representação paramétrica de (6-22) cujo parâmetro é o tempo, assim, a tensão de saída num tempo t pode-se calcular avaliando t em (6-21) para obter as coordenadas (x,y) que definem a tensão de saída na função $V_{ao}(x,y)$. Desta maneira, a trajetória de um período completo do sinal PWM está definida por (6-22) para $y \in [0, 2\pi]$. É necessário reparar que em (6-22) φ_p e φ_m foram igualados a zero neste exemplo, mas eles não são necessariamente iguais a zero.

$$y = \frac{w_m}{w_p} x \quad (6-22)$$

Devido a que o sinal tridimensional é periódico também, ele pode ser representado utilizando uma serie de Fourier bidimensional definida como [16]:

$$f(x,y) = \frac{A_{00}}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [A_{0n} \cos(ny) + B_{0n} \sin(ny)] + \sum_{m=1}^{\infty} [A_{m0} \cos(mx) + B_{m0} \sin(mx)] + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} [A_{mn} \cos(mx + ny) + B_{mn} \sin(mx + ny)] \quad (6-23)$$

onde o termo $A_{00}/2$ corresponde à parte c.c. do sinal, o primeiro somatório olhando de esquerda para a direita corresponde à componente fundamental e suas componentes laterais, o segundo somatório corresponde aos harmônicos da portadora e o último somatório corresponde aos harmônicos laterais dos harmônicos da portadora.

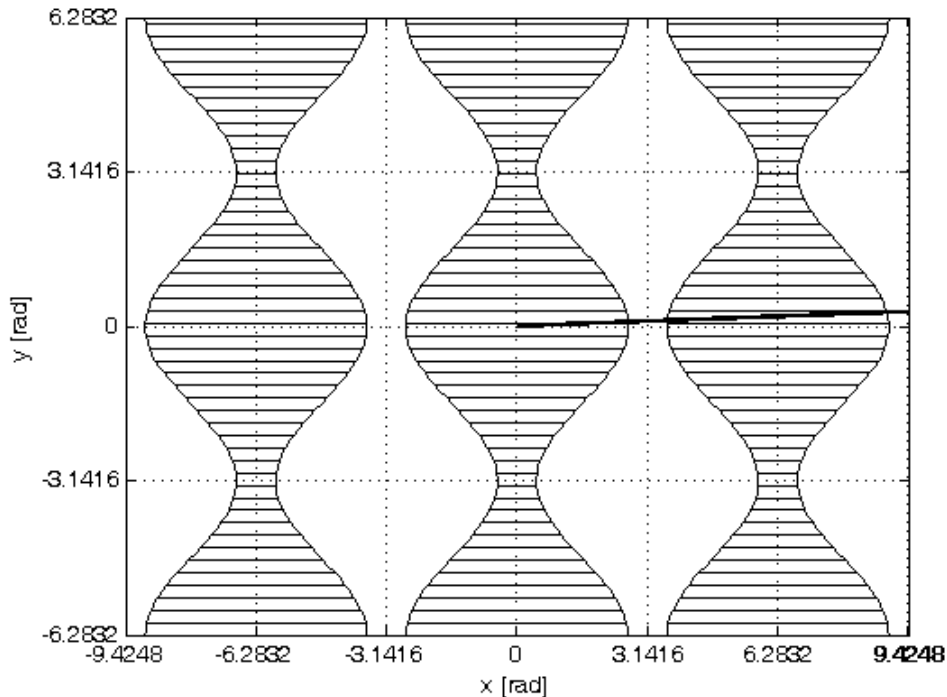


Figura 6-6 Representação bidimensional da tensão de saída

Os coeficientes desta série de Fourier calculam-se a partir de:

$$A_{mn} = \frac{1}{2\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x,y) \cos(mx + ny) dx dy$$

$$B_{mn} = \frac{1}{2\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x,y) \sin(mx + ny) dx dy \quad (6-24)$$

Ou utilizando uma representação em números complexos:

$$\overline{C_{mn}} = A_{mn} + B_{mn} = \frac{1}{2\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x,y) e^{j(mx+ny)} dx dy \quad (6-25)$$

Além da transformada bidimensional de Fourier, para facilitar o cálculo do espectro harmônico da tensão de saída, resulta conveniente conhecer que $e^{\pm j\zeta \cos \theta}$ pode-se escrever como uma série de Bessel utilizando a expansão de Jacobi-Anger da seguinte maneira [16]:

$$e^{\pm j\xi \cos \theta} = J_0(\xi) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} J_{\pm k}(\xi) \cos(k\theta) \quad (6-26)$$

Para calcular a série de Fourier é necessário definir primeiro $f(x, y)$ que neste caso é igual a $V_{ao}(x, y)$. Esta função oscila entre E e $-E$ dependendo do sinal modulador e portador utilizados na geração do sinal PWM, pelo que é necessário definir os intervalos para os quais a função $V_{ao}(x, y)$ é E ou $-E$. Isto é feito analisando o sinal mostrado na Figura 6-7.

A Figura 6-7 mostra que o sinal modulador e portador se cruzam duas vezes, uma entre $-\pi$ e 0 e a outra entre 0 e π . Igualando o sinal portador com o modulador definidos em (6-20) nos dois intervalos do sinal portador pode-se encontrar que as interseções entre eles acontecem para:

$$x = \begin{cases} -\frac{\pi}{2}(M \cos(y)+1) & ; -\pi < x < 0 \\ \frac{\pi}{2}(M \cos(y)+1) & ; 0 < x < \pi \end{cases} \quad (6-27)$$

onde M é o índice de modulação e é calculado como A/B .

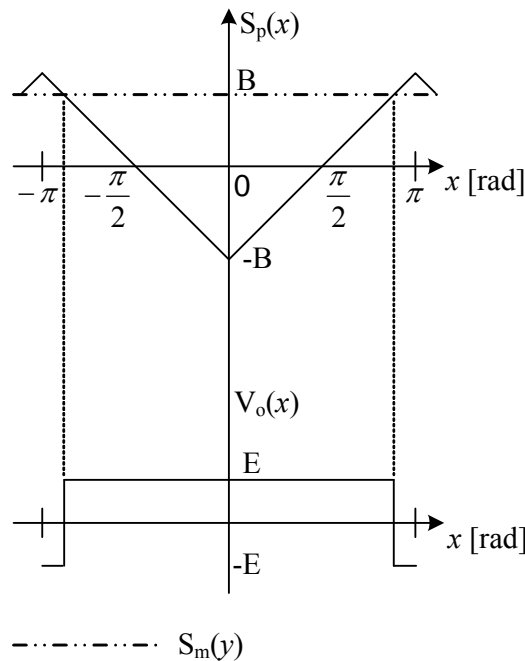


Figura 6-7 Geração do sinal PWM

Com os limites calculados a função fica:

$$v_{ao}(x, y) = \begin{cases} -E & ; -\pi < x < -\frac{\pi}{2}(M \cos(y)+1) \\ E & ; -\frac{\pi}{2}(M \cos(y)+1) < x < \frac{\pi}{2}(M \cos(y)+1) \\ -E & ; \frac{\pi}{2}(M \cos(y)+1) < x < \pi \end{cases} \quad (6-28)$$

A função (6-28) está representada em três e duas dimensões para um índice de modulação de 0.7 na Figura 6-5 e Figura 6-6, respectivamente. Embora a forma de onda que precisa ser analisada é

v_{ao} , a série de Fourier da função v_{ag} é mais fácil de calcular porque é igual a zero no primeiro e último intervalo. A diferença entre as duas funções é que v_{ag} tem um nível c.c. igual a E , mas com respeito às outras componentes, as duas funções são iguais. Assim, v_{ag} pode-se escrever como:

$$v_{ag}(x,y) = \begin{cases} 0 & ; -\pi < x < -\frac{\pi}{2}(M \cos(y)+1) \\ 2E & ; -\frac{\pi}{2}(M \cos(y)+1) < x < \frac{\pi}{2}(M \cos(y)+1) \\ 0 & ; \frac{\pi}{2}(M \cos(y)+1) < x < \pi \end{cases} \quad (6-29)$$

Desta maneira os coeficientes da série de Fourier para v_{ag} se calculam como:

$$\bar{C}_{mn} = \bar{A}_{mn} + j\bar{B}_{mn} = \frac{1}{2\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left(\int_{-\frac{\pi}{2}(M \cos(y)+1)}^{\frac{\pi}{2}(M \cos(y)+1)} 2Ee^{j(mx+ny)} dx \right) dy \quad (6-30)$$

O termo c.c. da série é calculado fazendo m e n iguais a zero, então:

$$\bar{C}_{00} = \frac{1}{2\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left(\int_{-\frac{\pi}{2}(M \cos(y)+1)}^{\frac{\pi}{2}(M \cos(y)+1)} 2E dx \right) dy = \frac{E}{\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} (\pi(1 + M \cos(y))) dy$$

Integrando:

$$\bar{C}_{00} = \frac{E}{\pi} (y + M \sin(y)) \Big|_{-\pi}^{\pi} = 2E \Leftrightarrow \bar{A}_{00} = 2E \quad (6-31)$$

Do jeito esperado, a componente c.c. de V_{ag} é E porque o coeficiente c.c. da série de Fourier é $\bar{A}_{00}/2$.

As componentes harmônicas laterais da moduladora junto com suas respectivas componentes são obtidas quando m é igual a zero e n maior do que zero, então, tem-se:

$$\bar{C}_{0n} = \frac{1}{2\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left(\int_{-\frac{\pi}{2}(M \cos(y)+1)}^{\frac{\pi}{2}(M \cos(y)+1)} 2Ee^{jny} dx \right) dy = \frac{E}{\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} (\pi(1 + M \cos(y))e^{jny}) dy$$

Utilizando a fórmula de Euler para expoentes complexos:

$$\bar{C}_{0n} = \frac{E}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left(1 + M \left(\frac{e^{jy}}{2} + \frac{e^{-jy}}{2} \right) \right) e^{jny} dy = \frac{E}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{jny} dy + \frac{EM}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{e^{jy(n+1)}}{2} + \frac{e^{-jy(n-1)}}{2} \right) dy$$

Integrando:

$$\bar{C}_{0n} = \frac{E}{jn\pi} (e^{jn\pi} - e^{-jn\pi}) + \frac{EM}{2\pi} \left(\frac{e^{j\pi(n+1)} - e^{-j\pi(n+1)}}{j(n+1)} + \frac{e^{j\pi(n-1)} - e^{-j\pi(n-1)}}{j(n-1)} \right)$$

Utilizando a formula de Euler para expoentes complexos:

$$\bar{C}_{0n} = \frac{E}{jn\pi} 2j \sin(n\pi) + \frac{EM}{2\pi} \left(\frac{2j \sin(\pi(n+1))}{j(n+1)} + \frac{2j \sin(\pi(n-1))}{j(n-1)} \right)$$

Eliminando os valores que são iguais a zero para qualquer n maior do que zero:

$$\bar{C}_{0n} = \frac{EM}{\pi} \frac{\sin(\pi(n-1))}{(n-1)}$$

Separando os possíveis casos para n :

$$\bar{C}_{0n} = \begin{cases} 0 & ; n > 0 \wedge n \neq 1 \\ \lim_{n \rightarrow 1} \frac{EM}{\pi} \frac{\sin(\pi(n-1))}{(n-1)} & ; n = 1 \end{cases}$$

Calculando o limite:

$$\lim_{n \rightarrow 1} \frac{EM}{\pi} \frac{\sin(\pi(n-1))}{(n-1)} = \lim_{n \rightarrow 1} EM \cos(\pi(n-1)) = EM$$

Então, tem-se:

$$\bar{C}_{0n} = \bar{A}_{0n} = \begin{cases} 0 & ; n > 0 \wedge n \neq 1 \\ EM & ; n = 1 \end{cases} \quad (6-32)$$

Vê-se que idealmente a componente fundamental da senoide de saída não tem bandas laterais e a magnitude da fundamental é o índice de modulação multiplicado por a tensão do barramento c.c..

As componentes harmônicas da portadora são obtidas fazendo n igual a zero e m maior do que zero, desta maneira temos:

$$\bar{C}_{m0} = \frac{1}{2\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left(\int_{-\frac{\pi}{2}(M \cos(y)+1)}^{\frac{\pi}{2}(M \cos(y)+1)} 2E e^{jmx} dx \right) dy = \frac{E}{\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{1}{jm} e^{jmx} \Big|_{-\frac{\pi}{2}(M \cos(y)+1)}^{\frac{\pi}{2}(M \cos(y)+1)} \right) dy$$

Avaliando os limites da integral interna:

$$\bar{C}_{m0} = \frac{E}{jm\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left(e^{jm\frac{\pi}{2}} e^{jm\frac{\pi}{2}M \cos(y)} - e^{-jm\frac{\pi}{2}} e^{-jm\frac{\pi}{2}M \cos(y)} \right) dy$$

Dividindo a integral em duas partes:

$$\bar{C}_{m0} = \frac{Ee^{jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left(e^{jm\frac{\pi}{2}M \cos(y)} \right) dy - \frac{Ee^{-jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left(e^{-jm\frac{\pi}{2}M \cos(y)} \right) dy = \bar{C}_{m0} - \bar{C}_{m0}$$

$$\bar{C}_{m0} = \frac{Ee^{jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left(e^{jm\frac{\pi}{2}M \cos(y)} \right) dy \quad \bar{C}_{m0} = \frac{Ee^{-jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left(e^{-jm\frac{\pi}{2}M \cos(y)} \right) dy$$

Integrando a primeira (\bar{C}_{m0}) parte utilizando (6-26):

$$\bar{C}_{m0} = \frac{Ee^{jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left(e^{jm\frac{\pi}{2}M \cos(y)} \right) dy = \frac{Ee^{jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left(J_0\left(m\frac{\pi}{2}M\right) + 2\sum_{k=1}^{\infty} j^k J_k\left(m\frac{\pi}{2}M\right) \cos(ky) \right) dy$$

Simplificando a integral:

$$\bar{C}_{m0} = \frac{Ee^{jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} J_0\left(m\frac{\pi}{2}M\right) dy + \frac{Ee^{jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left(2\sum_{k=1}^{\infty} j^k J_k\left(m\frac{\pi}{2}M\right) \cos(ky) \right) dy$$

Avaliando a integral:

$$\bar{C}_{m0} = 2\pi \frac{Ee^{jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi^2} J_0\left(m\frac{\pi}{2}M\right) + 2 \frac{Ee^{jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} j^k J_k\left(m\frac{\pi}{2}M\right) \frac{(\sin(\pi k) - \sin(-\pi k))}{k}$$

Simplificando a expressão:

$$\bar{C}_{m0} = 2 \frac{Ee^{jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi} J_0\left(m\frac{\pi}{2}M\right) + 4 \frac{Ee^{jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} j^k J_k\left(m\frac{\pi}{2}M\right) \frac{\sin(\pi k)}{k}$$

Eliminando os valores que são iguais a zero para qualquer m maior do que zero:

$$\bar{C}_{m0} = 2 \frac{Ee^{jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi} J_0\left(m\frac{\pi}{2}M\right)$$

Integrando a segunda parte (\bar{C}_{m0}) utilizando (6-26):

$$\bar{C}_{m0} = \frac{Ee^{-jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left(e^{-jm\frac{\pi}{2}M \cos(y)} \right) dy = \frac{Ee^{-jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left(J_0\left(-m\frac{\pi}{2}M\right) + 2\sum_{k=1}^{\infty} j^k J_k\left(-m\frac{\pi}{2}M\right) \cos(ky) \right) dy$$

Simplificando a integral:

$$\bar{C}_{m0} = \frac{Ee^{-jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} J_0\left(-m\frac{\pi}{2}M\right) dy + \frac{Ee^{-jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left(2\sum_{k=1}^{\infty} j^k J_k\left(-m\frac{\pi}{2}M\right) \cos(ky) \right) dy$$

Avaliando a integral:

$$\bar{C}_{m0} = 2 \frac{Ee^{-jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi} J_0\left(-m\frac{\pi}{2}M\right) + 4 \frac{Ee^{jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} j^k J_k\left(-m\frac{\pi}{2}M\right) \frac{\sin(\pi k)}{k}$$

Eliminando os valores que são iguais a zero para qualquer m maior do que zero:

$$\bar{C}_{m0} = 2 \frac{Ee^{-jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi} J_0\left(-m\frac{\pi}{2}M\right)$$

Somando as duas partes da integral:

$$\bar{C}_{m0} = 2 \frac{Ee^{jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi} J_0\left(m\frac{\pi}{2}M\right) - 2 \frac{Ee^{-jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi} J_0\left(-m\frac{\pi}{2}M\right)$$

Dado que $J_0(\zeta) = J_0(-\zeta)$ [16] pode-se escrever:

$$\bar{C}_{m0} = \frac{2E}{jm\pi} J_0\left(m\frac{\pi}{2}M\right) \left(e^{jm\frac{\pi}{2}} - e^{-jm\frac{\pi}{2}} \right) = \frac{2E}{jm\pi} J_0\left(m\frac{\pi}{2}M\right) 2j \sin\left(m\frac{\pi}{2}\right)$$

Simplificando obtém-se:

$$\bar{C}_{m0} = \frac{4E}{m\pi} J_0\left(m\frac{\pi}{2}M\right) \sin\left(m\frac{\pi}{2}\right) ; m > 0 \quad (6-33)$$

As bandas laterais das harmônicas da portadora são obtidas quando m é maior do que zero e n e diferente de zero, assim, tem-se:

$$\bar{C}_{mn} = \frac{1}{2\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left(\int_{-\frac{\pi}{2}(M \cos(y)+1)}^{\frac{\pi}{2}(M \cos(y)+1)} 2Ee^{j(mx+ny)} dx \right) dy = \frac{E}{\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left(e^{jny} \int_{-\frac{\pi}{2}(M \cos(y)+1)}^{\frac{\pi}{2}(M \cos(y)+1)} e^{jmx} dx \right) dy$$

Calculando a integral interna:

$$\bar{C}_{mn} = \frac{E}{jm\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left(e^{jny} \left(e^{jm\frac{\pi}{2}(M \cos(y)+1)} - e^{-jm\frac{\pi}{2}(M \cos(y)+1)} \right) \right) dy$$

Simplificando a integral:

$$\bar{C}_{mn} = \frac{Ee^{jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left(e^{jny} e^{jm\frac{\pi}{2}M \cos(y)} \right) dy - \frac{Ee^{-jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left(e^{jny} e^{-jm\frac{\pi}{2}M \cos(y)} \right) dy = \bar{C}_{mn} - \bar{C}_{mn}$$

$$\bar{C}_{1mn} = \frac{Ee^{jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left(e^{jny} e^{jm\frac{\pi}{2}M \cos(y)} \right) dy \quad \bar{C}_{2mn} = \frac{Ee^{-jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left(e^{jny} e^{-jm\frac{\pi}{2}M \cos(y)} \right) dy$$

Calculando a primeira parte da integral \bar{C}_{1mn} utilizando (6-26):

$$\bar{C}_{1mn} = \frac{Ee^{jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left(e^{jny} \left(J_0\left(m\frac{\pi}{2}M\right) + 2\sum_{k=1}^{\infty} j^k J_k\left(m\frac{\pi}{2}M\right) \cos(ky) \right) \right) dy$$

Simplificando a integral:

$$\bar{C}_{1mn} = \frac{Ee^{jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi^2} J_0\left(m\frac{\pi}{2}M\right) \int_{-\pi}^{\pi} \left(e^{jny} \right) dy + 2 \frac{Ee^{jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left(e^{jny} \sum_{k=1}^{\infty} j^k J_k\left(m\frac{\pi}{2}M\right) \cos(ky) \right) dy$$

Simplificando a expressão e utilizando a formula de Euler para expoentes complexos:

$$\bar{C}_{1mn} = -\frac{Ee^{jm\frac{\pi}{2}}}{mn\pi^2} J_0\left(m\frac{\pi}{2}M\right) \left(e^{jn\pi} - e^{-jn\pi} \right) + \frac{Ee^{jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left(e^{jny} \sum_{k=1}^{\infty} j^k J_k\left(m\frac{\pi}{2}M\right) \left(e^{jky} + e^{-jky} \right) \right) dy$$

Simplificando:

$$\bar{C}_{1mn} = -2j \frac{Ee^{jm\frac{\pi}{2}}}{mn\pi^2} J_0\left(m\frac{\pi}{2}M\right) \sin(n\pi) + \frac{Ee^{jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left(\sum_{k=1}^{\infty} j^k J_k\left(m\frac{\pi}{2}M\right) \left(e^{jy(k+n)} + e^{-jy(k-n)} \right) \right) dy$$

Eliminando os valores que são iguais a zero para qualquer n e simplificando:

$$\bar{C}_{1mn} = \frac{Ee^{jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \left(j^k J_k\left(m\frac{\pi}{2}M\right) \int_{-\pi}^{\pi} \left(e^{jy(k+n)} + e^{-jy(k-n)} \right) dy \right)$$

Integrando:

$$\bar{C}_{1mn} = \frac{Ee^{jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \left(j^k J_k\left(m\frac{\pi}{2}M\right) \left(\frac{e^{jy(k+n)}}{j(k+n)} - \frac{e^{-jy(k-n)}}{j(k-n)} \right) \right) \Bigg|_{-\pi}^{\pi}$$

Avaliando os limites da integral calculada:

$$\bar{C}_{1mn} = \frac{Ee^{jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \left(j^k J_k\left(m\frac{\pi}{2}M\right) \left(\frac{e^{j\pi(k+n)} - e^{-j\pi(k+n)}}{j(k+n)} - \frac{e^{-j\pi(k-n)} - e^{j\pi(k-n)}}{j(k-n)} \right) \right)$$

Simplificando utilizando a formula de Euler:

$$\bar{C}_{mn} = \frac{Ee^{jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \left(j^k J_k \left(m \frac{\pi}{2} M \right) \left(\frac{2 \sin(\pi(k+n))}{k+n} + \frac{2 \sin(\pi(k-n))}{k-n} \right) \right)$$

A expressão anterior é zero para qualquer combinação de n e k excetuando quando n é igual a k , quando isto acontece, a função fica indeterminada; então, calculando o limite para a condição obtém-se:

$$\bar{C}_{mn} = \lim_{n \rightarrow k} \frac{Ee^{jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi^2} j^k J_k \left(m \frac{\pi}{2} M \right) \left(\frac{2 \sin(\pi(k-n))}{k-n} \right)$$

$$\bar{C}_{mn} = \frac{Ee^{jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi^2} j^n J_n \left(m \frac{\pi}{2} M \right) \lim_{n \rightarrow k} \left(\frac{-2 \cos \pi(\pi(k-n))}{-1} \right) = \frac{2Ee^{jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi} j^n J_n \left(m \frac{\pi}{2} M \right)$$

Calculando a segunda parte de \bar{C}_{mn} (\bar{C}_{mn}^2) temos:

$$\bar{C}_{mn}^2 = \frac{Ee^{-jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left(e^{jny} e^{-jm\frac{\pi}{2} M \cos(y)} \right) dy$$

Simplificando utilizando (6-26) temos:

$$\bar{C}_{mn}^2 = \frac{Ee^{-jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \left(e^{jny} \left(J_0 \left(m \frac{\pi}{2} M \right) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} j^{-k} J_k \left(m \frac{\pi}{2} M \right) \cos(ky) \right) \right) dy$$

O procedimento de cálculo desta integral é praticamente igual ao feito com (\bar{C}_{mn}^1), a única diferença é o termo j^{-k} dentro do somatório, que dentro da integral é constante, pelo que não precisa se desenvolver o cálculo de novo, assim, tem-se:

$$\bar{C}_{mn}^2 = \frac{2Ee^{-jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi} j^{-n} J_n \left(m \frac{\pi}{2} M \right)$$

Somado as duas partes de \bar{C}_{mn} temos:

$$\bar{C}_{mn} = \frac{2Ee^{jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi} j^n J_n \left(m \frac{\pi}{2} M \right) - \frac{2Ee^{-jm\frac{\pi}{2}}}{jm\pi} j^{-n} J_n \left(m \frac{\pi}{2} M \right)$$

Agrupando termos:

$$\bar{C}_{mn} = \frac{2E}{jm\pi} J_n \left(m \frac{\pi}{2} M \right) \left(e^{jm\frac{\pi}{2}} j^n - j^{-n} e^{-jm\frac{\pi}{2}} \right) = \frac{2E}{jm\pi} J_n \left(m \frac{\pi}{2} M \right) \left(e^{jm\frac{\pi}{2}} e^{jn\frac{\pi}{2}} - e^{-jn\frac{\pi}{2}} e^{-jm\frac{\pi}{2}} \right)$$

Utilizando a formula de Euler para simplificar a expressão:

$$\bar{C}_{mn} = \frac{2E}{jm\pi} J_n \left(m \frac{\pi}{2} M \right) 2j \sin \left(\frac{\pi}{2} (m+n) \right)$$

Simplificando, obtém-se:

$$\bar{C}_{mn} = \bar{A}_{mn} = \frac{4E}{m\pi} J_n \left(m \frac{\pi}{2} M \right) \sin \left(\frac{\pi}{2} (m+n) \right)$$

Assim, a série de Fourier da função $v_{ag}(t)$ é:

$$\begin{aligned} v_{ag}(t) &= E + ME \cos(w_m t + \varphi_m) \\ &+ \frac{4E}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{1}{m} J_0 \left(m \frac{\pi}{2} M \right) \sin \left(\frac{\pi}{2} m \right) \cos(m(w_c t + \varphi_c)) \right) \\ &+ \frac{4E}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \left(\frac{1}{m} J_n \left(m \frac{\pi}{2} M \right) \sin \left(\frac{\pi}{2} (m+n) \right) \cos(m(w_c t + \varphi_c) + n(w_m t + \varphi_m)) \right) \end{aligned} \quad (6-34)$$

Pelo que $v_{ao}(t)$ é:

$$\begin{aligned} v_{ao}(t) &= ME \cos(w_m t + \varphi_m) + \frac{4E}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{1}{m} J_0 \left(m \frac{\pi}{2} M \right) \sin \left(\frac{\pi}{2} m \right) \cos(m(w_c t + \varphi_c)) \right) \\ &+ \frac{4E}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \left(\frac{1}{m} J_n \left(m \frac{\pi}{2} M \right) \sin \left(\frac{\pi}{2} (m+n) \right) \cos(m(w_c t + \varphi_c) + n(w_m t + \varphi_m)) \right) \end{aligned} \quad (6-35)$$

6.3 Controle repetitivo

No projeto de inversores de tensão é normalmente utilizada a realimentação com controladores instantâneos para garantir uma tensão de saída de alta qualidade e rápida dinâmica. Porém, na maioria dos casos os controladores instantâneos não conseguem rejeitar as perturbações geradas com o uso de cargas não lineares [27], pelo que às vezes os inversores com controladores instantâneos não atendem as normas vigentes respeito ao máximo THD admissível para estes equipamentos. Contudo, existem outras técnicas de baixo custo e complexidade que permitem diminuir a distorção harmônica da tensão de saída atendendo os limites estabelecidos. Entre estas técnicas está o controle repetitivo, o qual é um tipo de controle amplamente utilizado para a rejeição de perturbações periódicas em inversores [26].

O controle repetitivo pode ser entendido como um controle de tipo integral cujo período de integração N é o período do sinal fundamental de referência [28], isto é, as integrais deste controlador são atualizadas uma vez cada ciclo repetitivo [29]. O valor de N é calculado como a razão entre o período da onda fundamental e o período de amostragem do sistema digital:

$$N = \frac{T_{fundamental}}{T_{amostragem}}$$

Dentre os vários tipos de controle repetitivo, os baseados no princípio do modelo interno são amplamente utilizados [27]. Entre eles, o controle repetitivo que modifica o modelo interno original mostrado em (6-36) [28] com um filtro $Q(z)$ como mostrado em (6-37) é muito utilizado em aplicações

de inversores por ser *plug-in*, isto é, que pode ser inserido num inversor com um controlador instantâneo convencional já projetado sem precisar modificar nem o controle nem o inversor [27]. A arquitetura deste tipo de controlador é mostrada na Figura 6-8.

$$\frac{1}{1-z^{-N}} \quad (6-36)$$

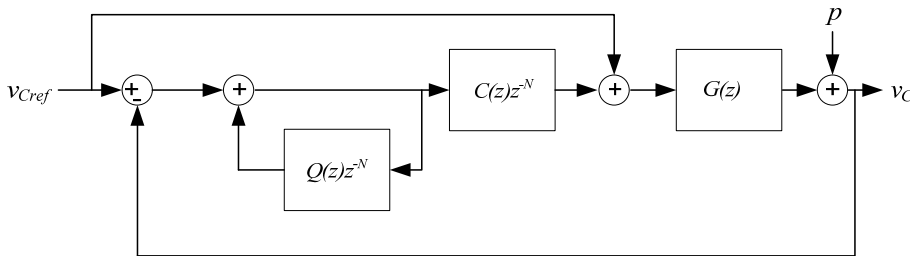


Figura 6-8 Arquitetura do controle repetitivo com filtro $Q(z)$

onde z^{-N} representa o atraso dos N passos que formam um período completo do sinal fundamental, $Q(z)$ é o filtro inserido no modelo interno para garantir a estabilidade do sistema, $C(z)$ é outro filtro para acomodar o ganho e fase do sinal integrado para inserir a ação integral apropriadamente [33]; $G(z)$ representa a função de transferência do inversor com o controlador instantâneo em malha fechada, p modela as perturbações do sistema, v_c e v_{Cref} são os sinais de saída da planta e de referência, respectivamente.

$$\frac{1}{1-Q(z)z^{-N}} \quad (6-37)$$

O princípio do modelo interno diz que a saída do sistema em regime permanente acompanha o sinal de referência sem erros, se a transformada de LaPlace do sinal de referência está incluída na malha entre a entrada da referência e a saída da planta [27]. Assim, inserindo na malha de controle a função de transferência (6-36), a saída do sistema idealmente acompanharia a referência. Porém, na prática é inserido o filtro $Q(z)$ para evitar que o sistema fique instável por causa das raízes características do modelo interno, as quais estão todas sobre o círculo unitário (limite da estabilidade) [29]. Em conseqüência, ao inserir o filtro $Q(z)$ o modelo interno não é mais um integrador puro, aumentando desta maneira a margem de estabilidade e perdendo a possibilidade de atingir o erro nulo em regime permanente [28].

6.3.1 Estabilidade

A estabilidade do sistema com o controle repetitivo inserido pode ser avaliada com o sinal de erro entre a referência e a tensão de saída. Assim, se o erro em estado estacionário for limitado o sistema é conseqüentemente estável. Da Figura 6-8 pode ser escrita uma relação entre o erro e os sinais de referência e perturbação como [28]:

$$e(z) = \frac{(1-G(z))(z^N - Q(z))}{z^N - (Q(z) - C(z)G(z))} v_{Cref}(z) + \frac{Q(z) - z^N}{z^N - (Q(z) - C(z)G(z))} p(z) \quad (6-38)$$

Com o teorema de ganhos pequenos [31] é possível mostrar que a condição suficiente de estabilidade está dada por:

$$1 > |H(z = e^{j\omega T_{mst}})| \quad ; \omega \in \left[0, \frac{\pi}{T_{mst}}\right] \quad (6-39)$$

$$H(z) = Q(z) - C(z)G(z)$$

Assim, para frequências abaixo da frequência de Nyquist $H(z)$ não pode ter ganhos maiores do que um. Isto é válido enquanto $G(z)$ tenha uma dinâmica bem mais rápida do que um período do sinal de referência [27], isto é, que o controlador instantâneo deve um tempo de resposta menor do que um período do sinal de referência.

6.3.2 Taxa de convergência

A taxa de convergência do sistema com o controlador repetitivo pode ser obtida considerando que o filtro $Q(z)$ é igual a um em todo o espectro de frequências analisado (até a frequência de Nyquist) [28], isto é, o modelo interno original (6-36).

$$\begin{aligned} V_{Cref}(z) &= z^N v_{Cref}(z) \\ p(z) &= z^N p(z) \end{aligned} \quad (6-40)$$

Supondo que os sinais de perturbação e referência são repetitivos com período N (equação (6-40)), o qual é o comportamento esperado de um sistema com perturbações periódicas idênticas e referência senoidal, de (6-38) tem-se:

$$e(z) = \frac{(1-G(z))(z^N - Q(z))}{z^N - H(z)} v_{Cref}(z) + \frac{Q(z) - z^N}{z^N - H(z)} p(z)$$

$$e(z)z^N - e(z)H(z) = (1-G(z))(v_{Cref}(z)z^N - V_{Cref}(z)Q(z)) + (p(z)Q(z) - p(z)z^N)$$

Substituindo (6-40) na expressão anterior:

$$e(z)z^N - e(z)H(z) = (1-G(z))(1-Q(z))v_{Cref}(z)z^N + (Q(z)-1)p(z)z^N$$

Simplificando:

$$e(z)z^N - e(z)H(z) = (1-Q(z))[(1-G(z))v_{Cref}(z)z^N - p(z)z^N]$$

Por causa de que $Q(z)$ foi suposto igual a um, tem-se:

$$e(z)z^N = e(z)H(z) \quad (6-41)$$

Assim, de (6-41) pode-se afirmar que entre um período da fundamental e o seguinte, o erro diminui num fator de $|H(z)|$ [28]. Este resultado também mostra que a magnitude de $H(z)$ deve ser menor do que um para que o erro seja limitado e diminua com cada período, para desta maneira garantir que o sistema é estável.

6.3.3 Erro em regime permanente

O erro em regime permanente pode ser analisado substituindo $z=e^{j\omega T_{mst}}$ em (6-38) e avaliando somente nas freqüências múltiplas da freqüência fundamental porque a resposta de regime permanente somente está formada por componentes nessas freqüências [27]. Desta maneira a magnitude do erro em regime permanente é calculada como:

$$\left| e(z = e^{j\omega T_{mst}}) \right| = \frac{\left| 1 - G(z = e^{j\omega T_{mst}}) \right| \left| z^N - Q(z = e^{j\omega T_{mst}}) \right|}{\left| e^{jN\omega T_{mst}} - H(z = e^{j\omega T_{mst}}) \right|} \left| v_{Cref}(z = e^{j\omega T_{mst}}) \right| +$$

$$\frac{\left| Q(z = e^{j\omega T_{mst}}) - e^{jN\omega T_{mst}} \right|}{\left| e^{jN\omega T_{mst}} - H(z = e^{j\omega T_{mst}}) \right|} \left| p(z = e^{j\omega T_{mst}}) \right|$$

Avaliando a expressão anterior em $\omega = k \frac{2\pi}{NT_{mst}}$ ($k=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$) pode-se analisar a

resposta nas freqüências múltiplas da fundamental:

$$\left| e\left(z = e^{j\frac{2\pi}{N}k}\right) \right| = \frac{\left| 1 - G\left(z = e^{j\frac{2\pi}{N}k}\right) \right| \left| 1 - Q\left(z = e^{j\frac{2\pi}{N}k}\right) \right|}{\left| 1 - H\left(z = e^{j\frac{2\pi}{N}k}\right) \right|} \left| v_{Cref}\left(z = e^{j\frac{2\pi}{N}k}\right) \right| +$$

$$\frac{\left| Q\left(z = e^{j\frac{2\pi}{N}k}\right) - 1 \right|}{\left| 1 - H\left(z = e^{j\frac{2\pi}{N}k}\right) \right|} \left| p\left(z = e^{j\frac{2\pi}{N}k}\right) \right|$$

Simplificando a notação:

$$\left| e\left(z = e^{j\frac{2\pi}{N}k}\right) \right| = \left| M\left(z = e^{j\frac{2\pi}{N}k}\right) \right| \left| e_{ref}\left(z = e^{j\frac{2\pi}{N}k}\right) \right| + \left| M\left(z = e^{j\frac{2\pi}{N}k}\right) \right| \left| p\left(z = e^{j\frac{2\pi}{N}k}\right) \right|$$

onde:

$$\left| M \left(z = e^{j \frac{2\pi}{N} k} \right) \right| = \frac{\left| 1 - Q \left(z = e^{j \frac{2\pi}{N} k} \right) \right|}{\left| 1 - H \left(z = e^{j \frac{2\pi}{N} k} \right) \right|}$$

$$\left| e_{ref} \left(z = e^{j \frac{2\pi}{N} k} \right) \right| = \left| \left(1 - G \left(z = e^{j \frac{2\pi}{N} k} \right) \right) v_{Cref} \left(z = e^{j \frac{2\pi}{N} k} \right) \right|$$

Vê-se que o erro $e_{ref}(z)$ gerado pela diferença entre a referência e a saída, e o erro inserido pela perturbação $p(z)$ estão atenuados por $M(z)$. Assim, a magnitude de $M(z)$ indica a capacidade de rejeição a distúrbios periódicos que o controlador repetitivo insere no sistema [27].

6.3.4 Projeto

Segundo [27] não existe na literatura um procedimento sistematizado para o projeto dos controladores repetitivos, assim, ele propõe utilizar uma função de desempenho para comparar varias combinações de filtros $Q(z)$ e $C(z)$ sob parâmetros como convergência e atenuação, contudo, não deixa de ser um procedimento de tentativa e erro (*Outward Approach*). Em [28] é proposto um procedimento para o projeto de inversores com controle repetitivo, o qual define o filtro $C(z)$ em função da resposta em frequência do inversor em malha aberta, porém, a escolha do filtro $Q(z)$ é também feita testando vários filtros. Embora não foi encontrado um procedimento sistematizado para o projeto de controladores repetitivos, existem algumas condições e sugestões que limitam as possibilidades para os filtros $Q(z)$ e $C(z)$.

O filtro $Q(z)$ normalmente é escolhido como uma constante próxima de um não maior do que a unidade ou como um filtro passa-baixas de ganho plano e deslocamento nulo cuja banda passante contenha as frequências de interesse para o projeto. Um exemplo deste tipo de filtro amplamente utilizado é o filtro da media móbil sem deslocamento de fase mostrado embaixo.

$$Q(z) = 0,25z^{-1} + 0,5 + 0,25z$$

O objetivo do filtro $Q(z)$ é limitar a ação integral do modelo interno para aumentar a estabilidade do sistema. Assim, a escolha de $Q(z)$ igual a uma constante menor do que um atenuará a taxa de integração dos erros em todas as frequências, com o que o erro atingido nunca será zero [28]. No caso $Q(z)$ for um filtro passa-baixas, somente a rejeição de perturbações de frequências altas será prejudicada, fazendo da escolha deste tipo de filtros uma alternativa mais interessante. No entanto, o projeto de $Q(z)$ é normalmente mais complexo ao utilizar filtros passa-baixas.

A escolha do filtro $C(z)$ está condicionada pela resposta obtida do produto dele com $G(z)$, assim, $C(z)G(z)$ idealmente deve ter um ganho unitário e deslocamento de fase nulo para qualquer frequência. Por isso, a escolha ideal seria o inverso do modelo da planta, porém, devido à carga

variável do inversor e ao fato que nem sempre o modelo representa fielmente a planta, não é recomendável esta alternativa. Assim, o filtro $C(z)$ é normalmente escolhido com a seguinte forma:

$$C(z) = Kz^d C_d(z)$$

onde K é uma constante real, z^d é um atraso inserido para corrigir a fase do filtro e $C_d(z)$ é um filtro digital que pode ser FIR ou IIR.

As propostas para a escolha de $C(z)$ encontradas na literatura concordam em escolher primeiro o filtro $C_d(z)$, para depois ajustar o atraso z^d até obter o menor deslocamento de fase possível no produto $z^d C_d(z)G(z)$. O último passo é ajustar o valor de K para garantir a estabilidade do sistema avaliando (6-39). Para maiores valores de K maior será a velocidade de resposta e menor o erro em regime permanente, mas a estabilidade diminuirá com maiores valores de K [28].

O filtro $C_d(z)$ pode ser escolhido igual a um, facilitando o projeto do controlador e a implementação dele num processador, porém, em [28] é proposta a utilização de filtros *Notch* com deslocamento de fase nulo (não causais) para atenuar os picos gerados pela ressonância do filtro LC do inversor. Assim, o filtro *Notch* é sintonizado para que a banda rejeitada coincida com a frequência de ressonância do filtro LC, e é complementado com um filtro passa-baixas. Assim, elimina-se a instabilidade que inserem os altos ganhos ao redor da frequência de ressonância e atenuam-se as altas frequências. O filtro *Notch* é obtido de um filtro da média móvel com deslocamento de fase nulo, este tipo de filtro pode ser escrito de forma geral como:

$$F(z) = \frac{\sum_{i=0}^m \alpha_i z^i + \sum_{i=1}^m \alpha_i z^{-i}}{2 \sum_{i=1}^m \alpha_i + \alpha_0} \quad ; m = 1, 2, 3, \dots \quad (6-42)$$

onde α_i são os coeficientes do filtro, os quais podem ser escolhidos arbitrariamente. Enquanto os coeficientes forem reais, este filtro terá sempre um deslocamento de fase nulo porque não tem parte imaginária, para mostrar isto é substituído $z = e^{jwT_{mst}}$ em (6-42) obtendo:

$$F(z = e^{jwT_{mst}}) = \frac{\sum_{i=1}^m \alpha_i e^{jwT_{mst}i} + \sum_{i=1}^m \alpha_i e^{-jwT_{mst}i} + \alpha_0}{2 \sum_{i=1}^m \alpha_i + \alpha_0} \quad ; m = 1, 2, 3, \dots \quad w \in [0, \pi]$$

$$F(z = e^{jwT_{mst}}) = \frac{\sum_{i=1}^m \alpha_i (e^{jwT_{mst}i} + e^{-jwT_{mst}i}) + \alpha_0}{2 \sum_{i=1}^m \alpha_i + \alpha_0} \quad ; m = 1, 2, 3, \dots \quad w \in [0, \pi]$$

$$F(z = e^{j\omega T_{mst}}) = \frac{2 \sum_{i=1}^m \alpha_i \cos(\omega T_{mst} i) + \alpha_0}{2 \sum_{i=1}^m \alpha_i + \alpha_0} ; m = 1, 2, 3, \dots \quad \omega \in [0, \pi] \quad (6-43)$$

Em (6-43) pode-se ver que o filtro não tem deslocamento de fase por ser real, e que sua magnitude está determinada pela somatória de funções cosseno.

Uma maneira de obter o filtro *Notch* é escolhendo α_0 igual a dois, α_m igual a um e os outros coeficientes iguais a zero. Assim, são gerados filtros com distintas bandas rejeitadas dependendo do m escolhido. A resposta em frequência da magnitude com os coeficientes escolhidos da maneira explicada é mostrada em (6-44), a Figura 6-9 mostra exemplos de respostas deste tipo de filtros obtidas no pacote de programas MatLab.

$$F(z = e^{j\omega T_{mst}}) = \frac{1}{2} (1 + \cos(\omega T_{mst} m)) \quad ; m = 1, 2, 3, \dots \quad \omega \in [0, \pi] \quad (6-44)$$

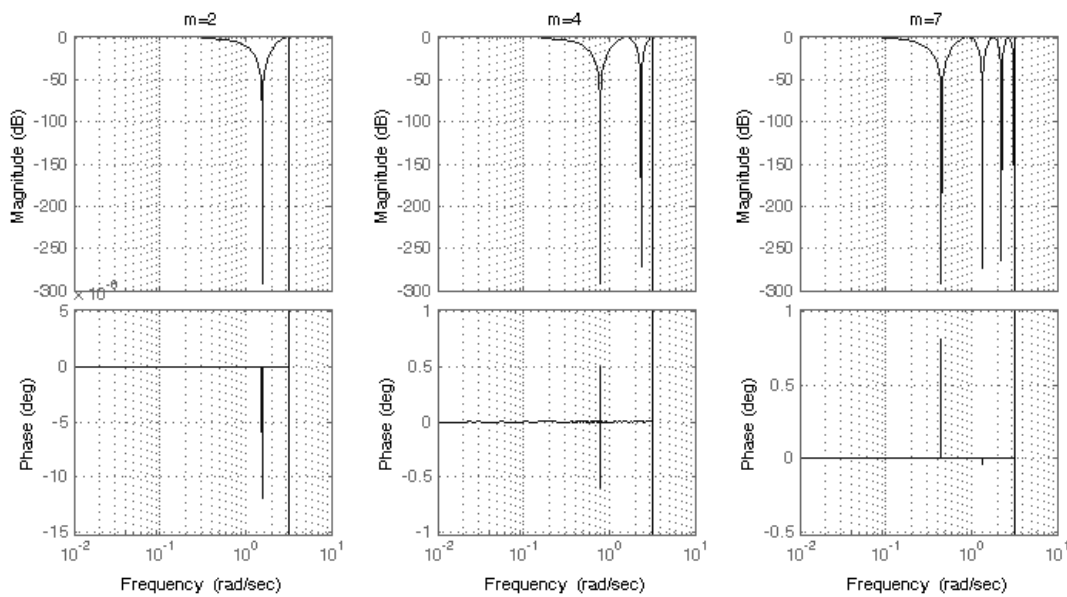


Figura 6-9 Exemplos de filtros *Notch* sem deslocamento de fase

6.3.5 Problemas

Embora o controle repetitivo apresente vantagens como redução do THD a um baixo custo e complexidade ou a possibilidade de usá-lo sem modificar o projeto anterior, apresenta também alguns problemas.

Em inversores de tensão, nem sempre os sinais de controle são simétricos ao redor do zero por causa de condições aleatórias inevitáveis [28], isto por sua vez gera níveis c.c. na saída dos inversores. Com isto, e pelo fato que o controle repetitivo tem um comportamento integral, pode-se apresentar *windup* [29], levando à saturação a ação de controle e perdendo o funcionamento linear esperado ao projetar o sistema. Na literatura existem soluções para lidar com este problema; como a inserção de controladores adicionais para evitar o *windup* [29], ou compensar o nível c.c. realimentando-o [28].

No caso dos inversores de meia ponte, a componente c.c. não é gerada [28], pelo que o sistema não se verá afeitado neste sentido. Porém, a assimetria dos sinais de controle ainda pode gerar uma distribuição desigual entre os capacitores do barramento c.c. que alimenta o inversor.

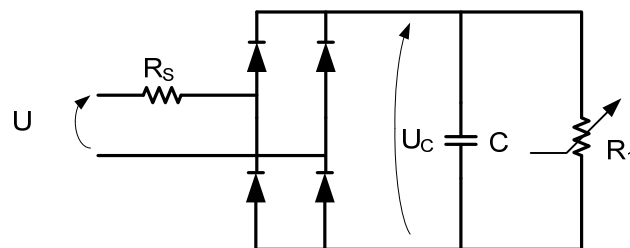
Outro problema que pode acontecer com os controladores repetitivos é a resposta que pode gerar num cambio brusco de carga, por exemplo, quando o inversor está alimentando uma carga não-linear e repentinamente a carga é trocada por uma linear. Nesse instante a dinâmica do inversor será afetada porque o controle repetitivo vai começar corrigir só depois de um ciclo da fundamental. Além disso, o sinal de referencia guardado na memória do controle repetitivo tentará compensar uma carga não-linear quando a mesma não é mais desse tipo; em conseqüência a tensão de saída apresentará grandes deformações.

A solução ao problema anterior é proposta em [32], a idéia é reiniciar o controle quando for detectado que a carga foi trocada. Assim, quando a carga for trocada o controle repetitivo parará de funcionar e sua memória será esvaziada. Em conseqüência o controle repetitivo aprenderá a nova referencia necessária para garantir uma saída de boa qualidade. O método é aprimorado também em [32], propondo preencher o *buffer* do controle repetitivo com valores iniciais que permitam aumentar a velocidade de convergência do controle.

Para a detecção de cambio de carga, em [32] é proposto um algoritmo baseado nas variações entre os ciclos consecutivos. Utilizando outro *buffer* para armazenar os erros obtidos no ciclo anterior, compara-se o erro instantâneo com o erro obtido N amostras antes. Assim, se o erro aumentou muito (a tolerância do erro é configurável) do ciclo anterior ao atual, o controle deve ser reiniciado, se não, o *reset* não é ativado.

6.4 Especificações da Carga Não-Linear segundo a norma IEC62040-3²

Nota: A situação se refere a uma freqüência de 50Hz, para uma saída com distorção de tensão máxima igual a 8% de acordo com IEC 61000-2-2 e fator de potência = 0,7 (i.e., 70% da potência aparente será dissipada como potência ativa nos dois resistores R_I e R_S)



U_C = tensão retificada

R_I = Resistor de carga, representando 66% da potência ativa total da potência aparente S

R_S = Resistor de linha em série, representando 4% de potência ativa do total da potência aparente S (os 4% estão de acordo com a norma IEC/TC64 sobre queda de tensão em linhas de potência)

² Informação reproduzida de [19]

Um *ripple* de 5% da tensão pico a pico U_C do capacitor, corresponde a uma constante de tempo $R_1 C = 0,15s$.

Observando a tensão de pico, a distorção da tensão da linha, a queda de tensão nos cabos e o *ripple* da tensão retificada, a média da tensão retificada U_C será a seguinte:

$$U_C = \sqrt{2}(0,92)(0,96)(0,975)U = 1,22U$$

e os valores dos resistores R_S , R_1 , e do capacitor C serão os seguintes:

$$R_S = 0,04 \frac{U^2}{S}, \quad R_1 = \frac{U_C^2}{0,66S}, \quad C = \frac{0,15}{R_1} \text{ para } 50\text{Hz} \text{ e } C = \frac{0,125}{R_1} \text{ para } 60\text{Hz}$$

A queda de tensão na ponte de diodos é desprezada.

Capítulo 7 Apêndices

7.1 Circuito equivalente do inversor entrelaçado

O circuito da Figura 6-1 pode-se representar pelo circuito equivalente mostrado na Figura 7-1, onde as fontes representam as mesmas tensões mostradas na Figura 6-1 e a variável Z_L representa a impedância do indutor de filtro, incluindo a parte resistiva e indutiva.

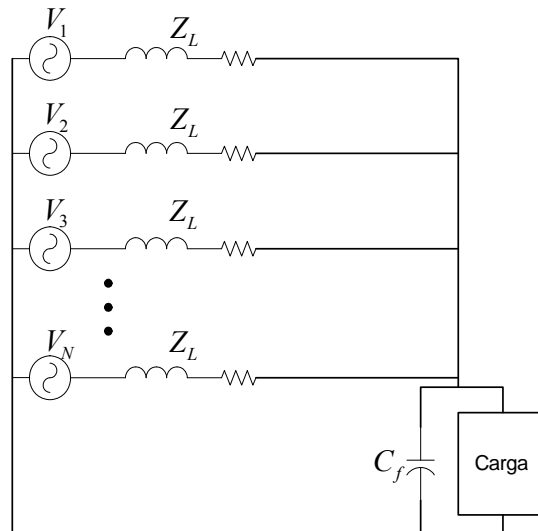


Figura 7-1 Representação de um inversor entrelaçado de N braços

O circuito da Figura 7-1 pode-se transformar no primeiro circuito da Figura 7-2 transformando cada fonte de tensão numa fonte de corrente equivalente. Devido a que as impedâncias em paralelo são iguais, pode-se simplificar o circuito somando as fontes de corrente para forma uma única fonte, e calculando o paralelo das N impedâncias. Assim, obtém-se o circuito mostrado na segunda parte da Figura 7-2.

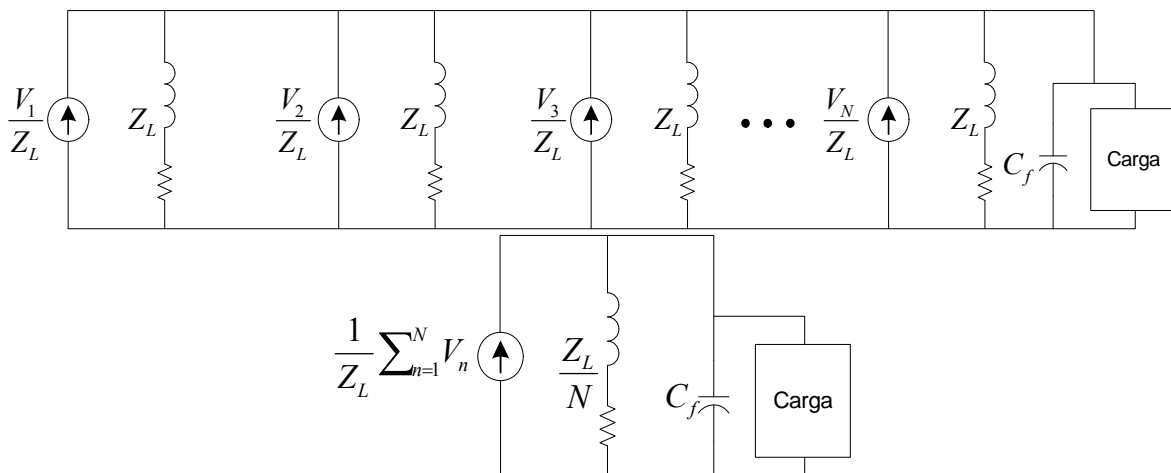


Figura 7-2 Representação de um inversor entrelaçado de N braços com fontes de corrente

Transformando o segundo circuito da Figura 7-2 em um circuito com fonte de tensão, obtém-se o circuito equivalente do inversor entrelaçado de N braços mostrado na Figura 7-3 que facilita o cálculo da frequência de ressonância do inversor e do espectro harmônico da tensão de saída.

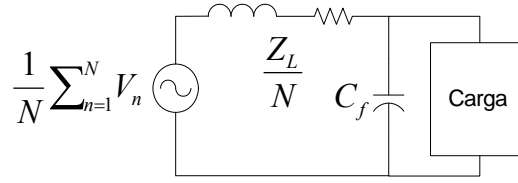


Figura 7-3 Circuito equivalente de um inversor entrelaçado de N braços

Do circuito resultante pode-se dizer que a tensão dos braços do inversor é medianizada, conforme é afirmado em 0. Do circuito anterior também é possível afirmar sob a suposição de que r_l é muito menor do que a impedância de carga, que a frequência de ressonância do sistema esta dada por:

$$w_{res} = \sqrt{\frac{1}{C_f \left(\frac{L_f}{N}\right)}} = \sqrt{\frac{N}{C_f L_f}} \quad (7-1)$$

7.2 Espectro harmônico da tensão de saída de um inversor entrelaçado

A expressão (6-35) pode-se utilizar para calcular o espectro harmônico da tensão de cada um dos braços de um inversor entrelaçado somente trocando φ_c segundo corresponde a cada fase do sinal portador do braço. Assim, utilizando o circuito equivalente mostrado na Figura 7-3, pode-se calcular o espectro harmônico da tensão de saída equivalente de um inversor entrelaçado de N braços, mediante a média das séries de Fourier das tensões de cada braço.

Então, a tensão equivalente V_{eq} do inversor entrelaçado da Figura 6-1 pode ser escrita como:

$$v_{eq}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N ME \cos(w_m t + \varphi_m) + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{4E}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{1}{m} J_0\left(m \frac{\pi}{2} M\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} m\right) \cos(m(w_c t + \varphi_c)) \right) \right] \\ + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{4E}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty, n \neq 0}^{\infty} \left(\frac{1}{m} J_n\left(m \frac{\pi}{2} M\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} (m+n)\right) \cos(m(w_c t + \varphi_c) + n(w_m t + \varphi_m)) \right) \right] \quad (7-2)$$

Os somatórios da expressão (7-2) podem ser simplificados separadamente como é mostrado embaixo:

A componente fundamental da tensão equivalente é simplificada utilizando propriedades básicas dos somatórios como mostrado em (7-3).

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N ME \cos(w_m t + \varphi_m) = ME \cos(w_m t + \varphi_m) \quad (7-3)$$

Os harmônicos múltiplos da frequência de chaveamento (segundo somatório em (7-2)) podem ser escritos como:

$$\frac{4E}{N\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{1}{m} J_0\left(m \frac{\pi}{2} M\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} m\right) \sum_{i=1}^N \cos(m(w_c t + \varphi_c)) \right) \quad (7-4)$$

O somatório interno em (7-3) e definido como β e simplificado embaixo:

$$\beta = \sum_{i=1}^N \cos(m(w_c t + \varphi_c)) = \sum_{i=1}^N \cos(mw_c t + m\varphi_c)$$

Escrevendo o cosseno da soma de ângulos numa expressão equivalente temos:

$$\beta = \sum_{i=1}^N \cos(mw_c t + m\varphi_c) = \sum_{i=1}^N \cos(mw_c t) \cos(m\varphi_c) - \sin(mw_c t) \sin(m\varphi_c)$$

Como φ_c é igual a $2\pi i/N$ e levando em consideração que nem m nem w_c dependem de i , temos:

$$\beta = \cos(mw_c t) \sum_{i=1}^N \cos\left(m \frac{2\pi}{N} i\right) - \sin(mw_c t) \sum_{i=1}^N \sin\left(m \frac{2\pi}{N} i\right) \quad (7-5)$$

Para simplificar o desenvolvimento, define-se β_1 e β_2 como:

$$\beta_1 = \sum_{i=1}^N \cos\left(m \frac{2\pi}{N} i\right) \quad \beta_2 = \sum_{i=1}^N \sin\left(m \frac{2\pi}{N} i\right)$$

Expandindo β_2 temos:

$$\beta_2 = \sin\left(\frac{2\pi}{N} m\right) + \sin\left(2 \frac{2\pi}{N} m\right) + \dots + \sin\left((N-2) \frac{2\pi}{N} m\right) + \sin\left((N-1) \frac{2\pi}{N} m\right) + \sin\left(N \frac{2\pi}{N} m\right)$$

$$\beta_2 = \sin\left(\frac{2\pi}{N} m\right) + \sin\left(2 \frac{2\pi}{N} m\right) + \dots + \sin\left(2\pi m - 2 \frac{2\pi}{N} m\right) + \sin\left(2\pi m - 1 \frac{2\pi}{N} m\right) + \sin(2\pi m)$$

Como m somente pode ser inteiro, a expressão anterior pode ser simplificada como:

$$\beta_2 = \sin\left(\frac{2\pi}{N} m\right) + \sin\left(2 \frac{2\pi}{N} m\right) + \dots - \sin\left(2 \frac{2\pi}{N} m\right) - \sin\left(\frac{2\pi}{N} m\right)$$

Assim, para N ímpar β_2 é sempre zero, e para N par β_2 é igual a:

$$\beta_2 = \sin\left(\frac{N}{2} \frac{2\pi}{N} m\right) = \sin(\pi m) = 0$$

Então, os harmônicos múltiplos da frequência de chaveamento expressados em (7-4) podem ser escritos como:

$$\frac{4E}{N\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{1}{m} J_0\left(m \frac{\pi}{2} M\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} m\right) \cos(mw_c t) \sum_{i=1}^N \cos\left(m \frac{2\pi}{N} i\right) \right) \quad (7-6)$$

As bandas laterais dos múltiplos dos harmônicos da frequência de chaveamento (terceira somatória da expressão (7-2)) podem ser simplificadas de maneira similar ao procedimento anterior, desta maneira obtém-se:

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{4E}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \left(\frac{1}{m} J_n \left(m \frac{\pi}{2} M \right) \sin \left(\frac{\pi}{2} (m+n) \right) \cos(m\omega_c t + \varphi_c) + n(\omega_m t + \varphi_m) \right) \right] \quad (7-7)$$

Organizando os somatórios de forma equivalente, temos:

$$\frac{4E}{N\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \left(\frac{1}{m} J_n \left(m \frac{\pi}{2} M \right) \sin \left(\frac{\pi}{2} (m+n) \right) \sum_{i=1}^N \cos(m\omega_c t + \varphi_c) + n(\omega_m t + \varphi_m) \right)$$

Supondo que a fase do sinal modulador é zero e substituindo φ_c por $2\pi i/N$, a expressão anterior fica simplificada da seguinte maneira:

$$\frac{4E}{N\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \left(\frac{1}{m} J_n \left(m \frac{\pi}{2} M \right) \sin \left(\frac{\pi}{2} (m+n) \right) \sum_{i=1}^N \cos \left(\omega_c t (m+n) + m \frac{2\pi}{N} i \right) \right)$$

Novamente, o somatório interno é simplificado da seguinte maneira:

$$\sum_{i=1}^N \cos \left(\omega_c t (m+n) + m \frac{2\pi}{N} i \right) = \sum_{i=1}^N \left(\cos(\omega_c t (m+n)) \cos \left(m \frac{2\pi}{N} i \right) - \sin(\omega_c t (m+n)) \sin \left(m \frac{2\pi}{N} i \right) \right)$$

Simplificando a expressão, tem-se:

$$\cos(\omega_c t (m+n)) \sum_{i=1}^N \left(\cos \left(m \frac{2\pi}{N} i \right) \right) - \sin(\omega_c t (m+n)) \sum_{i=1}^N \left(\sin \left(m \frac{2\pi}{N} i \right) \right)$$

A expressão anterior tem uma forma parecida com (7-5), pelo que utilizando o mesmo procedimento feito para simplificar (7-4) tem-se que (7-7) fica:

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{4E}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \left(\frac{1}{m} J_n \left(m \frac{\pi}{2} M \right) \sin \left(\frac{\pi}{2} (m+n) \right) \cos(m\omega_c t + n\omega_m t) \sum_{i=1}^N \cos \left(m \frac{2\pi}{N} i \right) \right) \right] \quad (7-8)$$

Então, a série de Fourier que representa a tensão equivalente do inversor entrelaçado da Figura 6-1 é:

$$v_{eq}(t) = ME \cos(\omega_m t) + \frac{4E}{N\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{1}{m} J_0 \left(m \frac{\pi}{2} M \right) \sin \left(\frac{\pi}{2} m \right) \cos(m\omega_c t) \sum_{i=1}^N \cos \left(m \frac{2\pi}{N} i \right) \right) + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{4E}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \left(\frac{1}{m} J_n \left(m \frac{\pi}{2} M \right) \sin \left(\frac{\pi}{2} (m+n) \right) \cos(m\omega_c t + n\omega_m t) \sum_{i=1}^N \cos \left(m \frac{2\pi}{N} i \right) \right) \right] \quad (7-9)$$

7.3 Controlador PI com aproximação à integral tipo Forward Euler

Esta seção mostra a dedução das equações utilizadas para o cálculo dos ganhos de um controlador PI digital cuja integral é feita com a aproximação conhecida como *Forward Euler*. Esta aproximação tem a Transformada Z mostrada em (7-10) [34].

$$\frac{y(z)}{e(z)} = \frac{T_{mst}}{z-1} \quad (7-10)$$

onde $y(z)$ é o erro integrado, $e(z)$ o erro para integrar e T_{mst} o período de amostragem. Assim, adicionando o término proporcional com seu respectivo ganho K_p , e o ganho integral K_i se tem a expressão completa do PI:

$$C_{PI}(z) = \frac{y(z)}{e(z)} = \frac{K_i T_{mst}}{z-1} + K_p \quad (7-11)$$

Substituindo $z=e^{j\omega T_{mst}}$ em (7-11) tem-se:

$$C_{PI}(z = e^{j\omega T_{mst}}) = \frac{K_i T_{mst}}{e^{j\omega T_{mst}} - 1} + K_p$$

Multiplicando pelo complexo conjugado do denominador:

$$C_{PI}(z = e^{j\omega T_{mst}}) = \frac{K_i T_{mst} (e^{-j\omega T_{mst}} - 1)}{(e^{j\omega T_{mst}} - 1)(e^{-j\omega T_{mst}} - 1)} + K_p$$

$$C_{PI}(z = e^{j\omega T_{mst}}) = \frac{K_i T_{mst} (e^{-j\omega T_{mst}} - 1)}{2 - (e^{j\omega T_{mst}} + e^{-j\omega T_{mst}})} + K_p$$

Utilizando a equação exponencial de Euler para números complexos tem-se:

$$C_{PI}(z = e^{j\omega T_{mst}}) = \frac{K_i T_{mst} (e^{-j\omega T_{mst}} - 1)}{2 - 2 \cos(\omega T_{mst})} + K_p$$

$$C_{PI}(z = e^{j\omega T_{mst}}) = K_i T_{mst} \frac{(\cos(\omega T_{mst}) - j \sin(\omega T_{mst}) - 1)}{2(1 - \cos(\omega T_{mst}))} + K_p$$

Assim, da expressão anterior pode ser calculada a parte real da resposta em frequência do PI.

$$\Re\{C_{PI}(z = e^{j\omega T_{mst}})\} = K_i T_{mst} \frac{(\cos(\omega T_{mst}) - 1)}{2(1 - \cos(\omega T_{mst}))} + K_p$$

$$\Re\{C_{PI}(z = e^{j\omega T_{mst}})\} = K_p - \frac{K_i T_{mst}}{2} = \frac{2K_p - K_i T_{mst}}{2} \quad (7-12)$$

A parte imaginária é calcula como:

$$\Im\{C_{PI}(z = e^{j\omega T_{mst}})\} = -K_i T_{mst} \frac{\sin(\omega T_{mst})}{2(1 - \cos(\omega T_{mst}))} = \frac{K_i T_{mst} k_1(\omega)}{2} \quad (7-13)$$

onde:

$$k_1(w) = -\frac{\sin(wT_{mst})}{1 - \cos(wT_{mst})}$$

Utilizando (7-12) e (7-13) calcula-se o quadrado da norma euclidiana:

$$\left| C_{PI}(z = e^{jwT_{mst}}) \right|^2 = M_c^2 = \frac{(K_i T_{mst})^2 k_1^2(w)}{4} + \frac{(2K_p - K_i T_{mst})^2}{4}$$

Da expressão anterior pode-se escrever K_p em função de K_i como:

$$K_p = \frac{\sqrt{(2M_c)^2 - (K_i T_{mst} k_1(w))^2} + K_i T_{mst}}{2} \quad (7-14)$$

A fase ϕ_c do PI para uma frequência w está relacionada com os ganhos do controlador da seguinte maneira:

$$\tan(\phi_c) = \frac{(K_i T_{mst} k_1(w))}{(2K_p - K_i T_{mst})}$$

onde:

$$\phi_c = \angle(C_{PI}(z = e^{jwT_{mst}}))$$

De maneira similar, da equação da fase do PI pode ser obtida uma expressão para K_i em função de K_p :

$$K_i = \frac{2K_p \tan(\phi_c)}{T_{mst} (k_1(w) + \tan(\phi_c))} \quad (7-15)$$

Substituindo (7-15) em (7-14) tem-se:

$$K_p = \frac{\sqrt{(2M_c)^2 - \left(\frac{2K_p \tan(\phi_c) k_1(w)}{(k_1(w) + \tan(\phi_c))} \right)^2} + \frac{2K_p \tan(\phi_c)}{(k_1(w) + \tan(\phi_c))}}{2}$$

Para simplificar a expressão define-se:

$$K_2(w, \phi_c) = \left(\frac{\tan(\phi_c)}{(k_1(w) + \tan(\phi_c))} \right)$$

Então para K_p a expressão fica como:

$$K_p = \frac{\sqrt{(M_c)^2 - (K_p k_1(w) k_2(w, \phi_c))^2} + K_p k_2(w, \phi_c)}{2}$$

Isolando K_p encontram-se duas soluções:

$$K_p = \pm \frac{M_c}{\sqrt{(1-k_2(w, \varphi_c))^2 + (k_1(w)k_2(w, \varphi_c))^2}}$$

A solução negativa é desprezada porque M_c e K_p precisam ser sempre positivos. Desta maneira K_p é calculado utilizando (7-16) e o ganho integral é calculado substituindo o resultado obtido de (7-16) em (7-15).

$$K_p = \frac{M_c}{\sqrt{(1-k_2(w, \varphi_c))^2 + (k_1(w)k_2(w, \varphi_c))^2}} \quad (7-16)$$

As equações (7-15) e (7-16) permitem o cálculo de K_p e K_i para garantir que o controlador PI tenha uma magnitude M_c e uma fase ϕ_c numa frequência w . Isto dentro dos limites do controlador, assim, correções de fase maiores a 90° não são realizáveis, como também não é possível utilizar frequências superiores á frequência de Nyquist.

7.4 Análise de um inversor entrelaçado de dois braços com acoplamento magnético

Esta seção mostra o procedimento para o cálculo das ondulações nas grandezas de um inversor entrelaçado de dois braços com acoplamento magnético. A Figura 7-4 mostra o circuito do inversor analisado. Onde L_f é a indutância de ligação, L_p é a auto-indutância do indutor acoplado, M é a indutância mútua, r_L é soma das resistências parasitas do indutor de ligação e do indutor acoplado e r_m é a resistência mútua do indutor acoplado.

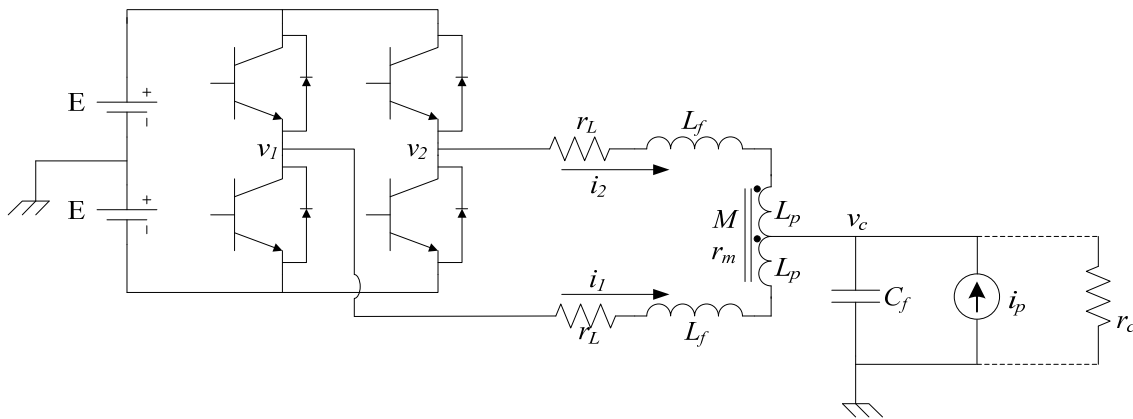


Figura 7-4 Inversor entrelaçado com acoplamento magnético

7.4.1 Cálculo do ripple da corrente de saída i_T e da tensão de saída v_C

O circuito da Figura 7-4 pode ser representado com as seguintes equações:

$$\begin{aligned} v_1 - v_C &= L_f \frac{di_1}{dt} + L_p \frac{di_1}{dt} + r_L i_1 - M \frac{di_2}{dt} - r_m i_2 \\ v_2 - v_C &= L_f \frac{di_2}{dt} + L_p \frac{di_2}{dt} + r_L i_2 - M \frac{di_1}{dt} - r_m i_1 \end{aligned} \quad (7-17)$$

$$C_f \frac{dv_C}{dt} = i_p + i_1 + i_2 - \frac{v_C}{r_c} \quad (7-18)$$

Somando as equações de (7-17) obtém-se:

$$v_1 + v_2 - 2v_C = (L_f + L_p - M) \frac{di_1}{dt} + (r_L - r_m) i_1 + (L_f + L_p - M) \frac{di_2}{dt} + (r_L - r_m) i_2$$

Definindo $L_{ef} = L_f + L_p - M$ e $r_{ef} = r_L - r_m$ pode-se reescrever a expressão anterior de uma forma mais conveniente como:

$$\sum_{n=1}^2 v_n - 2v_C = L_{ef} \left(\frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} \right) + r_{ef} (i_1 + i_2) \quad (7-19)$$

A expressão anterior tem a mesma forma de (6-4) para $N=2$. Pelo que o *ripple* da corrente de saída i_T e seu valor máximo podem ser calculados substituindo L_f com L_{ef} em (6-11) e (6-12) (para $N=2$), respectivamente. Conseqüentemente, o *ripple* da tensão de saída e o seu valor máximo podem ser calculados fazendo a mesma substituição com (6-18) e (6-19) (para $N=2$), respectivamente.

7.4.2 Cálculo do ripple da corrente nos braços do inversor

Supondo que as resistências parasitas são desprezíveis, as equações em (7-17) podem ser escritas como:

$$\begin{aligned} v_1 - v_C &= (L_f + L_p) \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} \\ v_2 - v_C &= -M \frac{di_1}{dt} + (L_f + L_p) \frac{di_2}{dt} \end{aligned}$$

Solucionando o sistema de equações anterior para $\frac{di_1}{dt}$ e $\frac{di_2}{dt}$ tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{di_1}{dt} &= \frac{Mv_2 + (L_f + L_p)v_1 - (L_f + L_p + M)v_C}{(L_f + L_p)^2 - M^2} \\ \frac{di_2}{dt} &= \frac{Mv_1 + (L_f + L_p)v_2 - (L_f + L_p + M)v_C}{(L_f + L_p)^2 - M^2} \end{aligned}$$

Para calcular a variação das correntes num período de chaveamento supõe-se que a tensão de saída v_C é constante nesse intervalo, e seu valor está dado pela expressão (6-8). Assim, a expressão anterior pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} \frac{di_1}{dt} &= \frac{Mv_2 + (L_f + L_p)v_1 - (L_f + L_p + M)2E(\alpha - 1/2)}{(L_f + L_p)^2 - M^2} ; t \in [t_0, t_0 + T_{ch}] \\ \frac{di_2}{dt} &= \frac{Mv_1 + (L_f + L_p)v_2 - (L_f + L_p + M)2E(\alpha - 1/2)}{(L_f + L_p)^2 - M^2} ; t \in [t_0, t_0 + T_{ch}] \end{aligned} \quad (7-20)$$

Assim, para calcular a variação das correntes num período de chaveamento é necessário conhecer a razão cíclica e a tensão nos braços do inversor. Então, como foi mostrado na Figura 6-2 e reproduzido na Figura 7-5, o entrelaçamento faz com que as formas de onda das tensões nos braços apresentem diferentes casos. Para o inversor entrelaçado com dois braços são dois casos como mostra a Figura 7-5.

O período de chaveamento pode ser dividido em quatro intervalos diferentes que são determinados pelas comutações nas tensões nos braços como mostra a Tabela 7-1. Em cada um desses intervalos o par $[v_1 \ v_2]$ apresenta combinações diferentes, conseqüentemente as derivadas das correntes $[i_1 \ i_2]$ também apresentam valores diferentes.

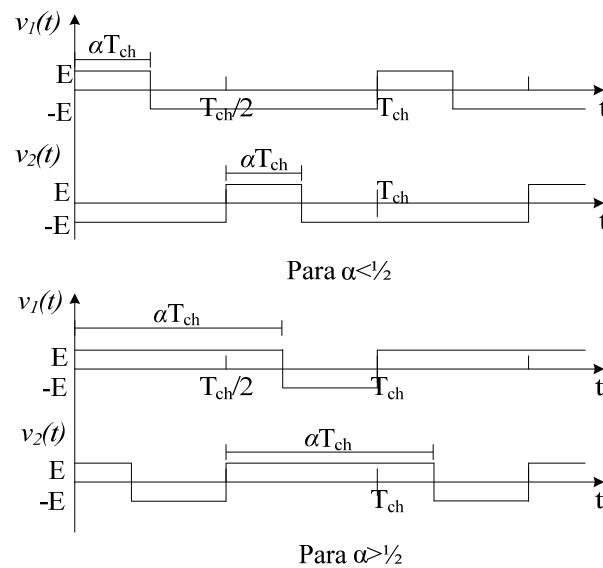


Figura 7-5 Tensão nos braços do inversor entrelaçado de dois braços

Tabela 7-1 Intervalos de comutação das correntes nos braços do inversor com acoplamento

Intervalo	$\alpha < 0,5$	$\alpha > 0,5$
1	$[0 \ \alpha T_{ch}]$	$[0 \ \alpha T_{ch} - T_{ch}/2]$
2	$[\alpha T_{ch} \ T_{ch}/2]$	$[\alpha T_{ch} - T_{ch}/2 \ T_{ch}/2]$
3	$[T_{ch}/2 \ \alpha T_{ch} + T_{ch}/2]$	$[T_{ch}/2 \ \alpha T_{ch}]$
4	$[\alpha T_{ch} + T_{ch}/2 \ T_{ch}]$	$[\alpha T_{ch} \ T_{ch}]$

Para $\alpha < 0,5$ tem-se três possíveis combinações para as tensões dos braços, assim, a variação de cada corrente apresenta três valores. A primeira variação acontece no intervalo 1 quando $[v_1 \ v_2] = [E \ -E]$, assim, substituindo os valores das tensões em (7-20) tem-se:

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{E}{L_f + L_p + M} - \frac{2E(\alpha - 1/2)}{L_f + L_p - M}$$

$$\frac{di_2}{dt} = \frac{-E}{L_f + L_p + M} - \frac{2E(\alpha - 1/2)}{L_f + L_p - M}$$

Devido a que a solução das equações diferenciais são duas retas, a variação das correntes pode ser calculada como:

$$\begin{aligned}\Delta i_1 &= \frac{E\alpha T_{ch}}{L_f + L_p + M} - \frac{2E(\alpha - 1/2)\alpha T_{ch}}{L_f + L_p - M} \\ \Delta i_2 &= \frac{-E\alpha T_{ch}}{L_f + L_p + M} - \frac{2E(\alpha - 1/2)\alpha T_{ch}}{L_f + L_p - M}\end{aligned}\quad (7-21)$$

A segunda variação para $\alpha < 0,5$ acontece nos intervalos 2 e 4, quando $[v_1 \ v_2] = [-E \ -E]$, assim, seguindo o mesmo procedimento tem-se:

$$\begin{aligned}\frac{di_1}{dt} &= \frac{di_2}{dt} = \frac{-2E\alpha}{L_f + L_p - M} \\ \Delta i_1 = \Delta i_2 &= \frac{-2E\alpha\left(\frac{1}{2} - \alpha\right)T_{ch}}{L_f + L_p - M}\end{aligned}\quad (7-22)$$

A terceira variação para $\alpha < 0,5$ acontece no intervalo 3 quando $[v_1 \ v_2] = [-E \ E]$. Assim, devido à simetria das correntes, a variação das correntes pode ser obtida de (7-21) obtendo:

$$\begin{aligned}\Delta i_1 &= \frac{-E\alpha T_{ch}}{L_f + L_p + M} - \frac{2E(\alpha - 1/2)\alpha T_{ch}}{L_f + L_p - M} \\ \Delta i_2 &= \frac{E\alpha T_{ch}}{L_f + L_p + M} - \frac{2E(\alpha - 1/2)\alpha T_{ch}}{L_f + L_p - M}\end{aligned}\quad (7-23)$$

Para $\alpha > 0,5$ também se tem três possíveis combinações para as tensões dos braços, pelo que a variação de cada corrente apresenta três valores. A primeira variação acontece nos intervalos 1 e 3 quando $[v_1 \ v_2] = [E \ E]$, assim, substituindo os valores das tensões em (7-20) tem-se:

$$\begin{aligned}\frac{di_1}{dt} &= \frac{di_2}{dt} = \frac{2E(1 - \alpha)}{L_f + L_p - M} \\ \Delta i_1 = \Delta i_2 &= \frac{2E(1 - \alpha)\left(\alpha - \frac{1}{2}\right)T_{ch}}{L_f + L_p - M}\end{aligned}\quad (7-24)$$

A segunda variação para $\alpha > 0,5$ acontece no intervalo 2, quando $[v_1 \ v_2] = [E \ -E]$, assim, seguindo o mesmo procedimento tem-se:

$$\begin{aligned}\frac{di_1}{dt} &= \frac{E}{L_f + L_p + M} - \frac{2E(\alpha - 1/2)}{L_f + L_p - M} \\ \frac{di_2}{dt} &= \frac{-E}{L_f + L_p + M} - \frac{2E(\alpha - 1/2)}{L_f + L_p - M}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta i_1 &= \frac{E(1-\alpha)T_{ch}}{L_f + L_p + M} - \frac{2E(\alpha - 1/2)(1-\alpha)T_{ch}}{L_f + L_p - M} \\ \Delta i_2 &= \frac{-E(1-\alpha)T_{ch}}{L_f + L_p + M} - \frac{2E(\alpha - 1/2)(1-\alpha)T_{ch}}{L_f + L_p - M}\end{aligned}\quad (7-25)$$

A terceira variação para $\alpha > 0,5$ acontece no intervalo 4 quando $[v_1 \ v_2] = [-E \ E]$. De novo, devido à simetria das correntes, a variação das correntes pode ser obtida de (7-25) obtendo:

$$\begin{aligned}\Delta i_1 &= \frac{-E(1-\alpha)T_{ch}}{L_f + L_p + M} - \frac{2E(\alpha - 1/2)(1-\alpha)T_{ch}}{L_f + L_p - M} \\ \Delta i_2 &= \frac{E(1-\alpha)T_{ch}}{L_f + L_p + M} - \frac{2E(\alpha - 1/2)(1-\alpha)T_{ch}}{L_f + L_p - M}\end{aligned}\quad (7-26)$$

A Tabela 7-2 mostra o resumo das ondulações das correntes para todos os casos (intervalos e razão cíclica), e a Figura 7-6 é a representação gráfica das funções mostradas na Tabela 7-2.

Tabela 7-2 Ondulações das correntes nos braços utilizando indutores acoplados

	Intervalos	$ \Delta i_1 $	$ \Delta i_2 $
$\alpha < 0,5$	$[0 \ \alpha T_{ch}]$	$\left \frac{E\alpha T_{ch}}{L_f + L_p + M} - \frac{2E(\alpha - 1/2)\alpha T_{ch}}{L_f + L_p - M} \right $	$\left \frac{-E\alpha T_{ch}}{L_f + L_p + M} - \frac{2E(\alpha - 1/2)\alpha T_{ch}}{L_f + L_p - M} \right $
	$[T_{ch}/2 \ \alpha T_{ch} + T_{ch}/2]$	$\left \frac{-E\alpha T_{ch}}{L_f + L_p + M} - \frac{2E(\alpha - 1/2)\alpha T_{ch}}{L_f + L_p - M} \right $	$\left \frac{E\alpha T_{ch}}{L_f + L_p + M} - \frac{2E(\alpha - 1/2)\alpha T_{ch}}{L_f + L_p - M} \right $
	$[\alpha T_{ch} \ T_{ch}/2]$ e $[\alpha T_{ch} + T_{ch}/2 \ T_{ch}]$	$\left \frac{2E\alpha(\alpha - 1/2)}{f_{ch}(L_f + L_p - M)} \right $	$\left \frac{2E\alpha(\alpha - 1/2)}{f_{ch}(L_f + L_p - M)} \right $
$\alpha > 0,5$	$[0 \ \alpha T_{ch} - T_{ch}/2]$ e $[T_{ch}/2 \ \alpha T_{ch}]$	$\left \frac{2E(1-\alpha)\left(\alpha - \frac{1}{2}\right)T_{ch}}{L_f + L_p - M} \right $	$\left \frac{2E(1-\alpha)\left(\alpha - \frac{1}{2}\right)T_{ch}}{L_f + L_p - M} \right $
	$[\alpha T_{ch} - T_{ch}/2 \ T_{ch}/2]$	$\left \frac{E(1-\alpha)T_{ch}}{L_f + L_p + M} - \frac{2E(\alpha - 1/2)(1-\alpha)T_{ch}}{L_f + L_p - M} \right $	$\left \frac{-E(1-\alpha)T_{ch}}{L_f + L_p + M} - \frac{2E(\alpha - 1/2)(1-\alpha)T_{ch}}{L_f + L_p - M} \right $
	$[\alpha T_{ch} \ T_{ch}]$	$\left \frac{-E(1-\alpha)T_{ch}}{L_f + L_p + M} - \frac{2E(\alpha - 1/2)(1-\alpha)T_{ch}}{L_f + L_p - M} \right $	$\left \frac{E(1-\alpha)T_{ch}}{L_f + L_p + M} - \frac{2E(\alpha - 1/2)(1-\alpha)T_{ch}}{L_f + L_p - M} \right $

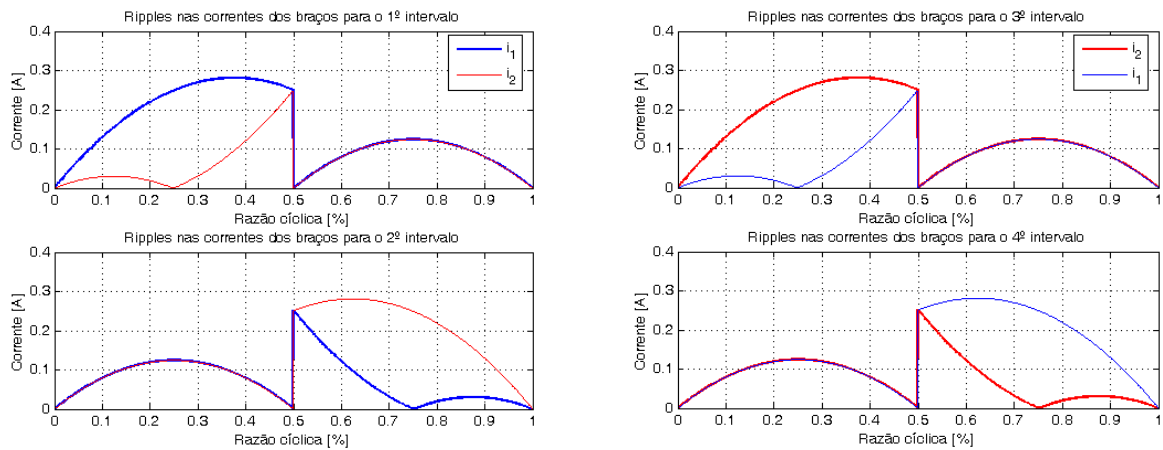


Figura 7-6 Ondulação das correntes nos braços do inversor entrelaçado de dois braços com acoplamento
 $(L_f=1, L_p=0,1, M=0,99L_p, E=1, T_{ch}=1)$

Embora a ondulação das correntes nos braços do inversor com acoplamento pareça complexa e dependa de varias condições, o valor máximo dela pode ser obtido de quatro das funções que expressam o *ripple*. Assim, derivando a função do *ripple* da corrente i_1 do primeiro intervalo para $\alpha < 0,5$ em função de α pode-se obter a razão cíclica que gera o máximo *ripple* mostrada em (7-27). Avaliando o resultado obtido na correspondente função do *ripple*, obtém-se o valor máximo da ondulação mostrado em (7-28).

$$\alpha_{MAX\ ripple} = \frac{L_f + L_p}{2(L_f + L_p + M)} \quad (7-27)$$

$$\Delta i_{MAX} = \frac{E(L_f + L_p)^2 T_{ch}}{2(L_f + L_p - M)(L_f + L_p + M)^2} \quad (7-28)$$

7.4.3 Modelagem do inversor

Esta subseção mostra a modelagem do inversor com acoplamento analisado neste apêndice e o projeto de um sistema de controle simples. Isto é feito com o intuito de avaliar experimentalmente o efeito do acoplamento sobre as correntes de circulação e as ondulações nas correntes dos braços. O inversor com acoplamento analisado nesta subseção consiste numa modificação do inversor entrelaçado testado experimentalmente nesta dissertação. Assim, todos os parâmetros físicos deste inversor são idênticos aos utilizados no inversor entrelaçado estudado nesta dissertação. A diferença está na inserção de um indutor que acopla magneticamente os dois braços e no controle utilizado, o qual é mais simples do que o projetado para o inversor sem acoplamento. O indutor que acopla os braços está feito com um núcleo toroidal, a auto-indutância desta bobina é de 300 μ H e supõe-se que o índice de acoplamento é muito próximo de um (0,99), a resistência parasita do indutor e a resistência de magnetização são supostas como 50% e 0,49% da resistência parasita série estimada para os indutores de ligação, respectivamente.

Devido a que as diferenças entre os braços são pequenas (isto foi visto nos testes com o inversor sem acoplamento) e ao fato de estar utilizando um indutor acoplado adicional, espera-se que a distribuição das correntes esteja muito próxima do equilíbrio. Assim, como mostra a Figura 7-7 o diagrama de controle proposto utiliza o mesmo sinal modulador para os dois braços, utilizando uma malha interna para controlar a corrente de saída i_T (i_1+i_2) com um controlador PI e uma malha externa para controlar a tensão de saída v_c .

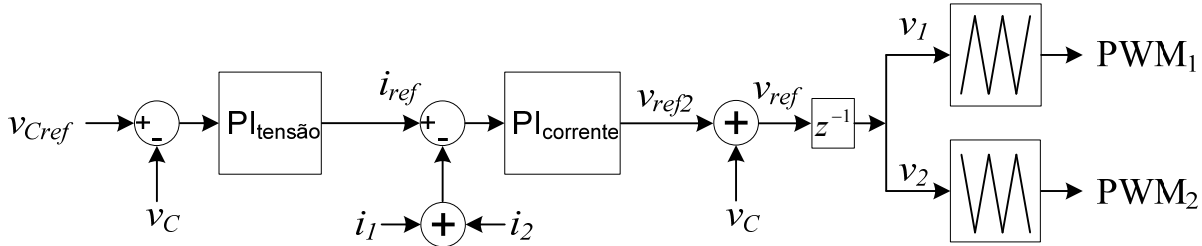


Figura 7-7 Diagrama de controle para o inversor acoplado

As equações mostradas em (7-17) e (7-18) podem ser utilizadas para representar o sistema nas equações de espaço de estados. Da expressão (7-18) pode-se obter a variação da tensão no capacitor simplesmente isolando a $\frac{dv_C}{dt}$. As equações da variação das correntes podem ser obtidas de (7-17), porém, elas não estão na forma adequada para representar o sistema em equações de espaço de estados. Solucionando o sistema de equações em (7-17) para $\frac{di_1}{dt}$ e $\frac{di_2}{dt}$ são obtidas as expressões em (7-29), as quais são as duas equações faltantes para a representação do sistema no espaço de estados.

$$\begin{aligned} \frac{di_1}{dt} &= \frac{1}{L_T^2 - M^2} ((r_m M - r_L L_T) i_1 + (r_m L_T - r_L M) i_2 - (M + L_T) v_C + L_T v_1 + M v_2) \\ \frac{di_2}{dt} &= \frac{1}{L_T^2 - M^2} ((r_m L_T - r_L M) i_1 + (r_m M - r_L L_T) i_2 - (M + L_T) v_C + M v_1 + L_T v_2) \end{aligned} \quad (7-29)$$

$$L_T = L_f + L_p$$

Definindo as saídas do sistema como a tensão no capacitor v_c e a corrente de saída i_T (i_1+i_2) e utilizando (7-29) e (7-18), a representação do sistema em espaço de estados pode ser escrita como:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r_m M - r_L L_T}{L_T^2 - M^2} & \frac{r_m L_T - r_L M}{L_T^2 - M^2} & \frac{-1}{L_T - M} \\ \frac{r_m L_T - r_L M}{L_T^2 - M^2} & \frac{r_m M - r_L L_T}{L_T^2 - M^2} & \frac{-1}{L_T - M} \\ \frac{1}{C_f} & \frac{1}{C_f} & \frac{-1}{r_c C_f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{L_T}{L_T^2 - M^2} & \frac{M}{L_T^2 - M^2} & 0 \\ \frac{M}{L_T^2 - M^2} & \frac{L_T}{L_T^2 - M^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \\ i_p(t) \end{bmatrix} \quad (7-30)$$

$$\begin{bmatrix} v_c(t) \\ i_T(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix}$$

A representação do sistema sem carga pode ser obtida calculando o limite de (7-30) quando r_c tende a infinito. Discretizando o sistema utilizando a aproximação ZOH com um período de amostragem T_{mst} obtém-se a representação discreta com a seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} i_1(n+1) \\ i_2(n+1) \\ v_C(n+1) \end{bmatrix} = \mathbf{A}_1 \begin{bmatrix} i_1(n) \\ i_2(n) \\ v_C(n) \end{bmatrix} + \mathbf{B}_1 \begin{bmatrix} v_1(n) \\ v_2(n) \\ i_p(n) \end{bmatrix} \quad (7-31)$$

$$\begin{bmatrix} v_c(n) \\ i_T(n) \end{bmatrix} = \mathbf{C}_1 \begin{bmatrix} i_1(n) \\ i_2(n) \\ v_c(n) \end{bmatrix}$$

Devido a que os sinais moduladores foram definidos idênticos e iguais a v_{ref} , a modelagem do atraso inserido pelo controlador digital pode ser representada por:

$$\begin{aligned} v_1(n+1) &= v_{ref}(n) \\ v_2(n+1) &= v_{ref}(n) \end{aligned} \quad (7-32)$$

Inserindo (7-32) em (7-31) obtém-se o sistema de espaço de estados do inversor com os sinais de controle idênticos, este pode ser escrito como:

$$\begin{bmatrix} i_1(n+1) \\ i_2(n+1) \\ v_C(n+1) \\ v_1(n+1) \\ v_2(n+1) \end{bmatrix} = \mathbf{A}_2 \begin{bmatrix} i_1(n) \\ i_2(n) \\ v_C(n) \\ v_1(n) \\ v_2(n) \end{bmatrix} + \mathbf{B}_2 \begin{bmatrix} v_{ref}(n) \\ i_p(n) \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} v_c(n) \\ i_T(n) \end{bmatrix} = \mathbf{C}_2 \begin{bmatrix} i_1(n) \\ i_2(n) \\ v_C(n) \\ v_1(n) \\ v_2(n) \end{bmatrix} \quad (7-33)$$

onde:

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1(1:3,1:3)_{3 \times 3} & \mathbf{B}_1(1:3,1:2)_{3 \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times 3} & \mathbf{0}_{2 \times 2} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{B}_1(1:3,3)_{3 \times 2} \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C}_2 = [\mathbf{C}_1(1:2,1:3)_{2 \times 3} \quad \mathbf{0}_{2 \times 2}]$$

onde $\mathbf{0}$ é a matriz nula, os parênteses do lado direito das matrizes indicam as filas e colunas (nessa ordem) que formam a matriz e o índice da parte inferior direita de cada matriz indica o seu tamanho; sendo o primeiro número a quantidade de linhas e o segundo o número de colunas. Por exemplo, a matriz $\mathbf{B}_1(1:3,1:2)_{3 \times 2}$ tem três filas e duas colunas e está formada pelas três primeiras filas de \mathbf{B}_1 entre a primeira e segunda coluna.

Até aqui o sistema somente foi modelado, pelo que as expressões anteriores são validas para o projeto de vários controladores. Neste caso, o controlador utiliza um *feedforward* da tensão de saída nos sinais de controle, o qual pode ser representado pelas seguintes equações:

$$v_{ref}(n) = v_{ref2}(n) + v_C(n)$$

Inserindo a equação anterior em (7-33) obtém-se:

$$\begin{bmatrix} i_1(n+1) \\ i_2(n+1) \\ v_C(n+1) \\ v_1(n+1) \\ v_2(n+1) \end{bmatrix} = \mathbf{A}_3 \begin{bmatrix} i_1(n) \\ i_2(n) \\ v_C(n) \\ v_1(n) \\ v_2(n) \end{bmatrix} + \mathbf{B}_3 \begin{bmatrix} v_{ref2}(n) \\ i_p(n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c(n) \\ i_T(n) \end{bmatrix} = \mathbf{C}_3 \begin{bmatrix} i_1(n) \\ i_2(n) \\ v_C(n) \\ v_1(n) \\ v_2(n) \end{bmatrix} \quad (7-34)$$

onde:

$$\mathbf{A}_3 = [\mathbf{A}_2(1:5,1:2)_{5 \times 2} \quad \mathbf{A}_2(1:5,3)_{5 \times 1} + \mathbf{B}_2(1:5,1)_{5 \times 1} \quad \mathbf{A}_2(1:5,4:5)_{5 \times 2}]$$

$$\mathbf{B}_3 = \mathbf{B}_2 \quad \mathbf{C}_3 = \mathbf{C}_2$$

Para fechar a malha de corrente utiliza-se o PI descrito por:

$$y_1(n+1) = y_1(n) + T_{mst} k_i (i_{ref}(n) - i_1(n) - i_2(n))$$

$$v_{ref2}(n) = y_1(n) + k_p (i_{ref}(n) - i_1(n) - i_2(n))$$

Onde k_p e k_i são os ganhos proporcional e integral do PI, respectivamente. O estado adicional inserido pelo integrador é representado por $y_1(n)$ e a referência de corrente é $i_{ref}(n)$. Os ganhos podem ser calculados mediante as expressões (7-15) e (7-16) avaliando a resposta em malha aberta da correspondente função de transferência ($i_T(z)/V_{ref2}(z)$). Para este caso a banda passante da malha de corrente foi escolhida em 1300Hz com uma margem de fase de 60°. Desta maneira o ganho proporcional e integral obtido foi 3,43 e 7625,54, respectivamente. A margem de ganho correspondente para este controlador foi 3dB em 2,88kHz.

Inserindo o controlador obtido em (7-34) são obtidas as equações do sistema em malha fechada, elas podem ser escritas de maneira geral como:

$$\begin{bmatrix} i_1(n+1) \\ i_2(n+1) \\ v_C(n+1) \\ v_1(n+1) \\ v_2(n+1) \\ y_1(n+1) \end{bmatrix} = \mathbf{A}_4 \begin{bmatrix} i_1(n) \\ i_2(n) \\ v_C(n) \\ v_1(n) \\ v_2(n) \\ y_1(n) \end{bmatrix} + \mathbf{B}_4 \begin{bmatrix} i_{ref}(n) \\ i_p(n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c(n) \\ i_T(n) \end{bmatrix} = \mathbf{C}_4 \begin{bmatrix} i_1(n) \\ i_2(n) \\ v_C(n) \\ v_1(n) \\ v_2(n) \\ y_1(n) \end{bmatrix} \quad (7-35)$$

onde:

$$\mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_3(1:5,1)_{5 \times 1} - k_p \mathbf{B}_3(1:5,1)_{5 \times 1} & \mathbf{A}_3(1:5,2)_{5 \times 1} - k_p \mathbf{B}_3(1:5,1)_{5 \times 1} & \mathbf{A}_3(1:5,3:5)_{5 \times 3} & \mathbf{B}_3(1:5,1)_{5 \times 1} \\ -T_{mst} k_i & -T_{mst} k_i & \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_4 = \begin{bmatrix} k_p \mathbf{B}_3(1:5,1)_{5 \times 1} & \mathbf{B}_3(1:5,2)_{5 \times 1} \\ T_{mst} k_i & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C}_4 = [\mathbf{C}_3 \quad \mathbf{0}_{2 \times 1}]$$

A malha externa que controla a tensão no capacitor utiliza também um PI, assim, as equações do controlador da malha de tensão podem ser escritas como:

$$y_2(n+1) = y_2(n) + T_{mst} k_{i2} (v_{Cref}(n) - v_C(n))$$

$$i_{ref}(n) = y_2(n) + k_{p2} (v_{Cref}(n) - v_C(n))$$

Definido uma banda passante de 700Hz com uma margem de fase igual a 60° para a malha de tensão, obtém-se que o ganho proporcional e integral do PI da malha de tensão é 0,25 e 848,41, respectivamente. A margem de ganho obtida foi de 5,5dB em 2,21kHz e a resposta em frequência do sistema em malha fechada é mostrada na Figura 7-8. Inserindo as equações do PI em (7-35) obtém-se as equações de espaço de estados para o sistema em malha fechada, as quais podem ser escritas como:

$$\begin{bmatrix} i_1(n+1) \\ i_2(n+1) \\ v_C(n+1) \\ v_1(n+1) \\ v_2(n+1) \\ y_1(n+1) \\ y_2(n+1) \end{bmatrix} = \mathbf{A}_5 \begin{bmatrix} i_1(n) \\ i_2(n) \\ v_C(n) \\ v_1(n) \\ v_2(n) \\ y_1(n) \\ y_2(n) \end{bmatrix} + \mathbf{B}_5 \begin{bmatrix} v_{Cref}(n) \\ i_p(n) \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} v_C(n) \\ i_T(n) \end{bmatrix} = \mathbf{C}_5 \begin{bmatrix} i_1(n) \\ i_2(n) \\ v_C(n) \\ v_1(n) \\ v_2(n) \\ y_1(n) \\ y_2(n) \end{bmatrix} \quad (7-36)$$

onde:

$$\mathbf{A}_5 = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_4(1:6,1:2)_{6 \times 2} & \mathbf{A}_4(1:6,3)_{6 \times 1} - k_{p2} \mathbf{B}_4(1:6,1)_{6 \times 1} & \mathbf{A}_4(1:6,4:6)_{6 \times 3} & \mathbf{B}_4(1:6,1)_{6 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 2} & -T_{mst} k_{i2} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_5 = \begin{bmatrix} k_{p2} \mathbf{B}_4(1:6,1)_{6 \times 1} & \mathbf{B}_4(1:6,2)_{6 \times 1} \\ T_{mst} k_{i2} & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C}_5 = [\mathbf{C}_4 \quad \mathbf{0}_{2 \times 1}]$$

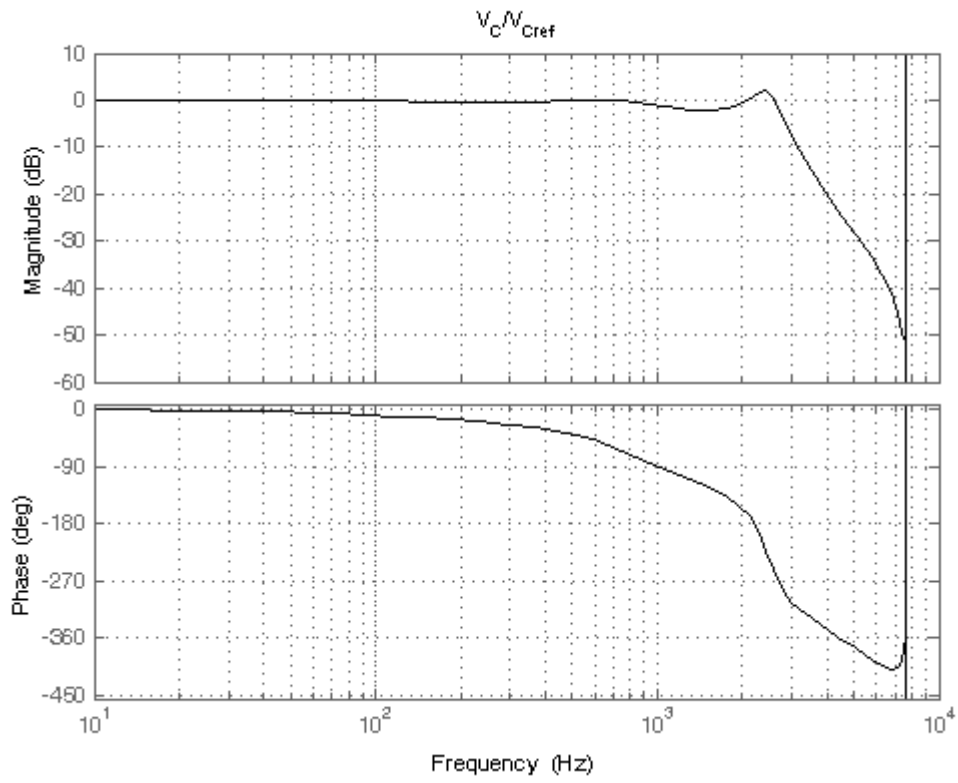


Figura 7-8 Diagrama de Bode da tensão de saída no inversor com a malha de tensão fechada

7.5 Rotina de software para o cálculo do valor eficaz da corrente de circulação

O presente apêndice mostra uma rotina feita no MatLab para o cálculo do valor eficaz da corrente de circulação num inversor entrelaçado de até quatro braços.

```

% % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % %
% Calculo do valor eficaz da corrente de circulação para um inversor entrelaçado com 4 braços máximo.
% % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % %
clear all
close all
clc
N=4; % Número de braços
M=180/220; % Índice de modulação
E=220; % Tensão de cada fonte do barramento
Lf=600e-6; % Indutância de ligação
w0=60; % Freqüência da fundamental
wc=128*60; % Freqüência de chaveamento
% A fase do sinal modulador é definida igual a zero
nhp=9; % Número de harmônicas a serem calculadas
nblp=127; % Número de harmônicas laterais para cada múltipla da portadora
% % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % %
% Calcula as componentes harmônicas do somatório para N definido
% % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % %
GN=zeros(wc*nhp/60+nblp,1);
fr=[60:60:nhp*wc+nblp*60];
GN(1)=M;
for m=1:nhp
    switch N
        case 1
            ftr=1;
        case 2
            ftr=1+cos(pi*m);
        case 3
            ftr=(1+cos(2*pi/3*m)+cos(2*2*pi/3*m));
        case 4
            ftr=1+cos(pi/2*m)+cos(pi*m)+cos(3*pi/2*m);
        otherwise
            break
    end
    GN(m*wc/w0)=(4/pi)*besselj(0,m*pi*M/2)*sin(m*pi/2)/m*ftr/N;
    fr(m*wc/w0)=m*wc;
    for n=1:nblp
        GN(m*wc/w0+n)=GN(m*wc/w0+n)+(4/pi)*besselj(n,m*pi*M/2)*sin(pi*(m+n)/2)*ftr/m/N;
        GN(m*wc/w0-n)=GN(m*wc/w0-n)+(4/pi)*besselj(-n,m*pi*M/2)*sin(pi*(m-n)/2)*ftr/m/N;
    end
end
v2=GN;
figure(1)
plot(fr,abs(v2)*E)
title(['sum(v_i,i=[1:' num2str(N) '])/' num2str(N)])
xlabel('f [Hz]')
ylabel('Magnitude [V]')
% % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % %
% Calcula as componentes harmônicas de v1
% % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % %

```

```

fas_p=0; % Fase do sinal portador
N=1; % Número de braços
GN=zeros(wc*nhp/60+nblp,1);
fr=[60:60:nhp*wc+nblp*60];
GN(1)=M;
for m=1:nhp
    switch N
        case 1
            ftr=1;
        case 2
            ftr=1+cos(pi*m);
        case 3
            ftr=(1+cos(2*pi/3*m)+cos(2*2*pi/3*m));
        case 4
            ftr=1+cos(pi/2*m)+cos(pi*m)+cos(3*pi/2*m);
        otherwise
            break
    end
    GN(m*wc/w0)=(4/pi)*besselj(0,m*pi*M/2)*sin(m*pi/2)/m*ftr/N;
    fr(m*wc/w0)=m*wc;
    for n=1:nblp
        GN(m*wc/w0+n)=GN(m*wc/w0+n)+(4/pi)*besselj(n,m*pi*M/2)*sin(pi*(m+n)/2)*ftr/m/N;
        GN(m*wc/w0-n)=GN(m*wc/w0-n)+(4/pi)*besselj(-n,m*pi*M/2)*sin(pi*(m-n)/2)*ftr/m/N;
    end
end
v1=GN;
figure(2)
plot(fr,abs(v1)*E)
title('v_1')
xlabel('f [Hz]')
ylabel('Magnitude [V]')
%%%%%%%%%%%%%%
% Calcula o valor eficaz da corrente de circulação
%%%%%%%%%%%%%%
for c=1:length(fr)
    if fr(c)==0
        icirc(c)=0;
    else
        icirc(c)=(v1(c)-v2(c))/(i*2*pi*fr(c));
    end
end
figure(3)
plot(fr(1:length(icirc)),abs(icirc)/Lf*E)
title('I_c_i_r_c')
xlabel('f [Hz]')
ylabel('Magnitude [A]')
disp(sprintf('K = %d',sqrt(sum(abs(icirc).*abs(icirc)))/sqrt(2)))
disp(sprintf('IcircRMS =%d A',sqrt(sum(abs(icirc).*abs(icirc)))/sqrt(2)/Lf*E))

```

Referências

- [1] Asiminoaei, L.; Aeloiza, E.; Enjeti, P.N.; Blaabjerg, F.; , "Shunt Active-Power-Filter Topology Based on Parallel Interleaved Inverters," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on* , vol.55, no.3, pp.1175-1189, March 2008
- [2] Pascal Devancens, "Étude de l'équilibrage Naturel des Courants dans les Convertisseurs Multicellulaires Parallèle. Validation Expérimentale sur une Structure à MCT", Tese de doutorado, L'Institut National Polytechnique de Toulouse, 1997
- [3] Matsui, K.; Murai, Y.; Watanabe, M.; Kaneko, M.; Ueda, F.; , "A pulsewidth-modulated inverter with parallel connected transistors using current-sharing reactors," *Power Electronics, IEEE Transactions on* , vol.8, no.2, pp.186-191, Apr 1993
- [4] Allan Pierre Barauna, "Paralelismo de Inversores de Tensão Controlados pelo Valor Médio Instantâneo da Tensão de Saída", Dissertação de Mestrado, UFSC, 2003
- [5] Asiminoaei, L.; Aeloiza, E.; Kim, J.H.; Enjeti, P.; Blaabjerg, F.; Moran, L.T.; Sul, S.K.; , "Parallel Interleaved Inverters for Reactive Power and Harmonic Compensation," *Power Electronics Specialists Conference, 2006. PESC '06. 37th IEEE* , pp.1-7, 18-22 June 2006
- [6] Ueda, F.; Matsui, K.; Asao, M.; Tsuboi, K.; , "Parallel-connections of pulsewidth modulated inverters using current sharing reactors," *Power Electronics, IEEE Transactions on* , vol.10, no.6, pp.673-679, Nov 1995
- [7] Matsui, K.; Asao, M.; Ueda, F.; Tsuboi, K.; Iwata, K.; , "A technique of parallel-connections of pulsewidth modulated NPC inverters by and using current sharing reactors," *Industrial Electronics, Control, and Instrumentation, 1993. Proceedings of the IECON '93., International Conference on* , pp.1246-1251 vol.2, 15-19 Nov 1993
- [8] Chandorkar, M.C.; Divan, D.M.; Adapa, R.; , "Control of parallel connected inverters in stand-alone AC supply systems," *Industry Applications Society Annual Meeting, 1991., Conference Record of the 1991 IEEE* , pp.1003-1009 vol.1, 28 Sep-4 Oct 1991
- [9] Siri, K.; Lee, C.Q.; , "Current distribution control of converters connected in parallel ," *Industry Applications Society Annual Meeting, 1990., Conference Record of the 1990 IEEE* , vol., no., pp.1274-1280 vol.2, 7-12 Oct 1990
- [10] Van Der Broeck, H.; Boeke, U.; , "A simple method for parallel operation of inverters," *Telecommunications Energy Conference, 1998. INTELEC. Twentieth International* , vol., no., pp.143-150, 1998
- [11] Banda, J.; Siri, K.; , "Improved central-limit control for parallel-operation of DC-DC power converters," *Power Electronics Specialists Conference, 1995. PESC '95 Record., 26th Annual IEEE* , vol.2, no., pp.1104-1110 vol.2, 18-22 Jun 1995
- [12] Marcos Antônio Severo Mendes, "Associação em Paralelo de Conversores Estáticos cc-cc: Uma Contribuição às Estratégias de Controladores", Dissertação de Mestrado, UFMG, 1996
- [13] Tsai-Fu Wu; Yu-Kai Chen; Yong-Heh Huang; , "3C strategy for inverters in parallel operation achieving an equal current distribution," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on* , vol.47, no.2, pp.273-281, Apr 2000
- [14] Lee, C.Q.; Siri, K.; Wu, T.-F.; , "Dynamic current distribution controls of a parallel connected converter system," *Power Electronics Specialists Conference, 1991. PESC '91 Record., 22nd Annual IEEE* , pp.875-881, 24-27 Jun 1991
- [15] Barbi, I.; Hausmann, R.; , "Three-phase multi-level DC-AC converter using three-phase, coupled inductors," *Power Electronics Conference, 2009. COBEP '09. Brazilian* , pp.332-339, Sept. 27 2009-Oct. 1 2009
- [16] D. Grahame Holmes, T. A. Lipo , "Pulse Width Modulation for Power Converters: Principles and practice", 1st Edition, Wiley-IEEE Press, 2003

- [17] Schroder, S.; Tenca, P.; Geyer, T.; Soldi, P.; Garces, L.; Zhang, R.; Toma, T.; Bordignon, P.; , "Modular High-Power Shunt-Interleaved Drive System: A Realization up to 35 MW for Oil & Gas Applications," *Industry Applications Society Annual Meeting, 2008. IAS '08. IEEE* , pp.1-8, 5-9 Oct. 2008
- [18] Valentin Costan, "Convertisseurs Parallèles Entrelacés: Etude des Pertes Fer dans les Transformateurs Inter-cellules", Tese de Doutorado, L'Institut National Polytechnique de Toulouse, 2007
- [19] Rubens Marcos dos Santos Filho, "Contribuição ao Controle Digital do Paralelismo sem Comunicação de Sistemas de Energia Ininterrupta", Tese de Doutorado, UFMG, 2009
- [20] Ernane Antônio Alves Coelho, "Técnicas de Controle Aplicadas ao Paralelismo de Inversores", Tese de Doutorado, UFMG, 2000
- [21] Bruno Gomes de Andrade, "Contribuição ao Controle e Paralelismo de UPS", Dissertação de Mestrado, UFMG, 2005
- [22] João Luiz Afonso e Júlio S. Martins, "Qualidade da Energia Eléctrica na Industria", Ciclo de Seminários – As Oportunidades das Ameaças: A Qualidade da Energia Eléctrica 2003, EUVEO, ISBN: 972-8063-15-6, PP. 1-35
- [23] Katsuhito Ogata, "Discrete Time Control Systems", 2nd Edition, Pearson Education, 1995
- [24] Chi-Tsong Chen, "Linear System Theory and Design", 3rd Edition, Oxford University Press
- [25] Ryan, M.J.; Brumsickle, W.E.; Lorenz, R.D.; , "Control topology options for single-phase UPS inverters," *Power Electronics, Drives and Energy Systems for Industrial Growth, 1996., Proceedings of the 1996 International Conference on* , pp.553-558 vol.1, 8-11 Jan 1996
- [26] Hongtao Shan; Li Peng; Xikun Chen; Chan Wu; Yong Kang; Hongbo Li; Zhao Liu; Mi Yu; Hui OuYang; , "The research on novel repetitive control technology of inverter," *Electrical Machines and Systems, 2008. ICEMS 2008. International Conference on* , pp.1758-1762, 17-20 Oct. 2008
- [27] Leandro Michels e Hilton A. Gründling, "Procedimento de Projeto de Controladores Repetitivos Aplicados em Inversores para Fontes Ininterruptas de Energia", *Eletrônica de potência*, Vol. 10. no.1, PP.39-50, Junho 2005
- [28] Kai Zhang; Yong Kang; Jian Xiong; Jian Chen; , "Direct repetitive control of SPWM inverter for UPS purpose," *Power Electronics, IEEE Transactions on* , vol.18, no.3, pp. 784- 792, May 2003
- [29] D. Sbarbaro, M. Tomizuka, B. Leon de la Barra, "The Windup Problem in Repetitive Control: A Simple Anti-Windup Strategy", *Mechatronic Systems*, Volume # 4 Part # 1, 2006
- [30] B. A. Francis e W. M. Wonham, "The Internal Model Principle for Multivariable Regulators", *Applied Mathematics and Optimization*, vol. 2, no. 1, pp. 170-194, 1975
- [31] Franklin, G. F.; Powell, J. D.; Emami-Naeini, A. "Feedback Control of Dynamic Systems", 1st ed. Reading, EUA: Addison-Wesley
- [32] Rech, C.; Pinheiro, J.R.; , "New repetitive control system of PWM inverters with improved dynamic performance under nonperiodic disturbances," *Power Electronics Specialists Conference, 2004. PESC 04. 2004 IEEE 35th Annual* , pp. 54- 60 Vol.1, 20-25 June 2004
- [33] Leandro Michels, "Metodologia de Projeto de Fontes Ininterruptas de Energia Monofásicas Empregando Controladores de Ação Repetitiva Auxiliar no Estágio de Saída", Tese de Doutorado, UFSM, RS, 2006
- [34] William S. Levine, "Control Systems Fundamentals", 1st Edition, CCR Press, 1999

- [35] Sigurd Skogestad, "Multivariable Feedback Control: Analysis and Design", 1st Edition, Wiley-Interscience, 1996
- [36] Robert W. Erickson, "Fundamentals of Power Electronics" , 2nd Edition, Springer, 2001
- [37] Yu-Tzung Lin; Ying-Yu Tzou; , "Digital Control of a Multi-Phase Interleaved PWM Inverter with Minimal Total Harmonic Distortion," *Power Electronics Specialists Conference, 2007. PESC 2007. IEEE* , pp.503-509, 17-21 June 2007
- [38] Salmon, J.; Knight, A.M.; Ewanchuk, J.; , "Single-Phase Multilevel PWM Inverter Topologies Using Coupled Inductors," *Power Electronics, IEEE Transactions on* , vol.24, no.5, pp.1259-1266, May 2009
- [39] Knight, A.M.; Ewanchuk, J.; Salmon, J.C.; , "Coupled Three-Phase Inductors for Interleaved Inverter Switching," *Magnetics, IEEE Transactions on* , vol.44, no.11, pp.4119-4122, Nov. 2008
- [40] Ferreira, A.C.; Kennel, R.M.; , "Interleaved or sequential switching - for increasing the switching frequency," *Power Electronics, 2007. ICPE '07. 7th International Conference on* , pp.738-741, 22-26 Oct. 2007
- [41] Jantharamin, N.; Zhang, L.; , "Analysis of multiphase interleaved converter by using state-space averaging technique," *Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology, 2009. ECTI-CON 2009. 6th International Conference on* , vol.01, pp.288-291, 6-9 May 2009
- [42] Neacsu, D.O.; Wagner, E.; Borowy, B.S.; , "A Simulation Benchmark for Selection of the PWM Algorithms for Three-Phase Interleaved Converters," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on* , vol.55, no.4, pp.1628-1636, April 2008
- [43] Chi-Tsong Chen, "Analog and Digital Control System Design: Transfer-Function, State-Space, and Algebraic Methods", Oxford University Press
- [44] Lotfi, A.W.; Lee, F.C.; , "A high frequency model for Litz wire for switch-mode magnetics," *Industry Applications Society Annual Meeting, 1993., Conference Record of the 1993 IEEE* , pp.1169-1175 vol.2, 2-8 Oct 1993
- [45] Fabio Sagaz, "", Dissertação de Mestrado, "Sistema Baseado em Lógica Nebulosa Aplicado ao Controle dos Níveis de um Processo Multivariável com Quatro Tanques", Instituto Militar de Engenharia, 2003

Lista de símbolos

<i>Sigla</i>	<i>Significado</i>
ω	Frequência em radianos por segundo
f	Frequência em Hertz
E	Tensão no barramento de corrente contínua
L_f	Indutância de ligação
C_f	Capacitância de filtro
r_L	Resistência parasita do indutor de ligação
r_{cc}	Resistência de carga
T_{mst}	Período de amostragem
T_{ch}	Período de chaveamento
f_{ch}	freqüência de chaveamento
N	Número de braços do inversor
M	Indutância mútua do indutor acoplado ou índice de modulação
\rightarrow	
x	Indica que a variável x é um fasor
\mathbf{A}	Indica que a variável A é uma matriz
$\langle f(t) \rangle$	Valor médio instantâneo da função do tempo $f(t)$
$\mathcal{L}\{f(t)\}$	Transformada de <i>LaPlace</i> de $f(t)$
$\Re\{x\}$	Parte real de x
$\Im\{x\}$	Parte imaginária de x
\bar{x}	
\bar{x}	Valor médio da variável x
$v_C(t)$	Tensão no capacitor de filtro, igual a $v_o(t)$
$v_o(t)$	Tensão de saída do inversor, igual a $v_C(t)$
$i_T(t)$	Corrente de saída do conversor, igual à soma das correntes nos braços do inversor
$i_n(t)$	Corrente no i -ésimo braço do inversor
α	Razão cíclica, tem valores entre 0 e 1