

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**PREDIÇÃO DE COBERTURA EM ENLACES  
RADIOELÉTRICOS SOBRE TERRENOS IRREGULARES  
ATRAVÉS DE EQUAÇÕES INTEGRAIS**

**Antônio Evangelista de Freitas**

**29 de Agosto de 2001**



**GAPTEM – Grupo de Antenas, Propagação e Teoria Eletromagnética**

**Departamento de Engenharia Eletrônica  
Escola de Engenharia  
Universidade Federal de Minas Gerais**

**Este trabalho é dedicado a meu pai, que participou do início mas não pôde ver o término de mais essa superação.**

## **AGRADECIMENTOS**

À minha família e amigos, especialmente minha mãe, pelo apoio e compreensão dos sacrifícios necessários.

Ao meu orientador, professor Fernando Moreira, pela paciência, orientação e perseverança durante todo o desenvolvimento da dissertação.

Aos professores e funcionários do CPDEE.

## RESUMO

Neste trabalho é feito o estudo e a implementação de duas técnicas determinísticas baseadas em equações integrais (do campo elétrico, EFIE, e do campo magnético, MFIE) para a predição de cobertura de ondas polarizadas verticalmente em canais de rádio na faixa de VHF e UHF. O perfil do terreno é considerado eletricamente suave e a incidência do campo rasante, de forma que para a polarização vertical o terreno é assumido como condutor magnético perfeito. O problema é então substituído por outro equivalente, onde correntes magnéticas são introduzidas para impor as condições de contorno pertinentes. Estas correntes e as fontes irradiam, então, em um espaço livre e ideal (linear, homogêneo e isotrópico).

Para a simplificação das equações integrais, o terreno é suposto invariante perpendicularmente ao plano de incidência. Além disso, uma distribuição esférica para a fase da corrente é assumida, possibilitando a redução das integrais de superfície em uma integral de linha. A solução numérica das correntes equivalentes é então obtida através do Método dos Momentos tradicional. Porém, assumindo o terreno eletricamente suave e para reduzir o esforço computacional, o retro-espalhamento é desprezado, possibilitando a avaliação recorrente das correntes. A partir das correntes, o campo espalhado pode então ser calculado.

Após o desenvolvimento das duas formulações (EFIE e MFIE), são feitas simulações sobre um perfil hipotético (cunha) e também sobre um perfil prático, investigando-se o comportamento da atenuação ao longo do perfil e com a altura do receptor. É demonstrado que, tendo em vista as hipóteses simplificadoras mencionadas, a MFIE provê resultados acurados com um número significativamente menor de funções de base e, conseqüentemente, em menos tempo.

## ABSTRACT

In the present work two deterministic techniques, based on the electric- and magnetic- field integral equations (EFIE and MFIE, respectively) are applied in the propagation prediction of VHF and UHF vertically-polarized waves over irregular terrains. An electrically-smooth terrains profile and a near-grazing incidence are assumed, enabling the terrains to be treated as a perfect magnetic conductor (PMC). By means of the equivalent principle, the terrain is further removed and equivalent magnetic currents placed to impose the necessary boundary conditions. In the equivalent problem, both source and equivalent currents are assumed to radiate in an ideal free-space.

To reduce the numerical burden, the terrains is further assumed perpendicular invariant (with respect to the plane of incidence). Also, a spherical distribution is assumed for the magnetic current enabling the reduction of the involved integrals into simple line integrals. The usual Moment-Method technique is applied to solve for the unknown currents. However, to render the problem numerically tractable in practical scenarios, backscattering is further neglected and a forward scheme implemented to recurrently obtains the currents. The scattered field is then obtained from the source and equivalent currents.

Both techniques are then compared in two case studies: a PMC wedge and a practical terrains profile. Numerical predictions are conducted to establish the path-loss behavior as a function of both the distances from the transmitter and the height above ground. For the cases investigated, is demonstrated that the MFIE-based technique provides the same level of accuracy (as the EFIE-based one) but with less basis functions to describe the currents (specially where the line-of-sight is obstructed), thus speeding up the whole process.

# ÍNDICE

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	1
1.1 CONTEXTO .....	1
1.1.1 Sistemas de Comunicação .....	1
1.1.1.1 Sistemas de Comunicação por Meios de Transmissão Guiados .....	1
1.1.1.2 Sistemas de Comunicação por Meios de Transmissão Abertos (sem fio) .....	3
1.1.2 Propagação das Ondas Radioelétricas .....	4
1.1.3 Predição de Cobertura para a Caracterização do Canal .....	5
1.1.3.1 Predição de Cobertura através de Traçado de Raios ..	6
1.1.3.2 Predição de Cobertura através de Técnicas Baseadas nas Equações Integrais .....	7
1.2 OBJETIVOS E APRESENTAÇÃO DO TRABALHO .....	7
<b>2. TÉCNICA DE PREDIÇÃO BASEADA NA EQUAÇÃO INTEGRAL DO CAMPO ELÉTRICO PARA A POLARIZAÇÃO VERTICAL</b> .....	11
2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	11
2.2 EFIE PARA A POLARIZAÇÃO VERTICAL .....	12
2.2.1 A Solução da EFIE através do Método da Fase Estacionária ...	15
2.2.2 Solução das Correntes Magnéticas através do Método dos Momentos .....	19
2.2.3 Processo Recursivo para a Obtenção das Correntes Desprezando o Retro-Espalhamento .....	24
2.2.4 Cálculo do Campo Elétrico Espalhado pelo Terreno .....	25
2.3 CASO DE ESTUDO PARA VALIDAÇÃO DO ALGORITMO .....	27

<b>3.</b>	<b>TÉCNICA DE PREDIÇÃO BASEADA NA EQUAÇÃO INTEGRAL DO CAMPO MAGNÉTICO PARA A POLARIZAÇÃO VERTICAL .....</b>	<b>39</b>
3.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	39
3.2	MFIE PARA A POLARIZAÇÃO VERTICAL .....	40
3.2.1	A Solução da MFIE através do Método da Fase Estacionária .....	42
3.2.2	Solução das Correntes Magnéticas através do Método dos Momentos .....	46
3.2.3	Processo Recursivo para a Obtenção das Correntes Equivalentes e Cálculo do Campo Espalhado .....	48
3.3	CASO DE ESTUDO PARA VALIDAÇÃO E COMPARAÇÃO .....	49
3.4	COMPARAÇÕES ENTRE AS TÉCNICAS BASEADAS NA EFIE E MFIE .....	59
<b>4.</b>	<b>APLICAÇÃO DA EFIE E MFIE NA PREVISÃO DE COBERTURA DE UM PERFIL REAL .....</b>	<b>62</b>
4.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	62
4.2	SIMULAÇÕES .....	64
<b>5.</b>	<b>CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES .....</b>	<b>71</b>

## LISTA DE FIGURAS

- Figura 1.1 Sistema de telefonia fixa com transmissão através de meios guiados
- Figura 1.2 Sistema de telefonia fixa com transmissão através da atmosfera
- Figura 2.1 Comportamento dos campos eletromagnéticos na reflexão com incidência rasante e polarização vertical
- Figura 2.2 Parâmetros da geometria básica do perfil
- Figura 2.3 Parâmetros da geometria básica do perfil segmentado.
- Figura 2.4 Vetores envolvidos no cálculo do campo elétrico
- Figura 2.5 Geometria e parâmetros básicos (usados na simulação) da cunha
- Figura 2.6 Predição da Atenuação para a cunha em função de  $h_R$ : a)  $h = 50$  m e  $h_T = 10$  m e b)  $h = 50$  m e  $h_T = 50$  m
- Figura 2.7 Predição da Atenuação para a cunha em função de  $h_R$ : a)  $h = 100$  m e  $h_T = 10$  m e b)  $h = 100$  m e  $h_T = 50$  m
- Figura 2.8 Predição da Atenuação para a cunha em função de  $h_R$ : a)  $h = 150$  m e  $h_T = 10$  m e b)  $h = 150$  m e  $h_T = 50$  m
- Figura 2.9 Predição da Atenuação para a cunha em função de  $d_R$ : a)  $h = 50$  m e  $h_T = 10$  m e b)  $h = 50$  m e  $h_T = 50$  m
- Figura 2.10 Predição da Atenuação para a cunha em função de  $d_R$ : a)  $h = 100$  m e  $h_T = 10$  m e b)  $h = 100$  m e  $h_T = 50$  m
- Figura 2.11 Predição da Atenuação para a cunha em função de  $d_R$ : a)  $h = 150$  m e  $h_T = 10$  m e b)  $h = 150$  m e  $h_T = 50$  m
- Figura 3.1 Predição da Atenuação para a cunha em função de  $h_R$ : a)  $h = 50$  m e  $h_T = 10$  m e b)  $h = 50$  m e  $h_T = 50$  m
- Figura 3.2 Predição da Atenuação para a cunha em função de  $h_R$ : a)  $h = 100$  m e  $h_T = 10$  m e b)  $h = 100$  m e  $h_T = 50$  m
- Figura 3.3 Predição da Atenuação para a cunha em função de  $h_R$ : a)  $h = 150$  m e  $h_T = 10$  m e b)  $h = 150$  m e  $h_T = 50$  m
- Figura 3.4 Predição da Atenuação para a cunha em função de  $d_R$ : a)  $h = 50$  m e  $h_T = 10$  m e b)  $h = 50$  m e  $h_T = 50$  m
- Figura 3.5 Predição da Atenuação para a cunha em função de  $d_R$ : a)  $h = 100$  m e  $h_T = 10$  m e b)  $h = 100$  m e  $h_T = 50$  m



- Figura 3.6 Predição da Atenuação para a cunha em função de  $d_R$ : a)  $h = 150$  m e  $h_T = 10$  m e b)  $h = 150$  m e  $h_T = 50$  m
- Figura 4.1 Perfil real “Hjørringvej” utilizado nas simulações
- Figura 4.2 Atenuação para o perfil “Hjørringvej” utilizando frequência de 139.9 MHz e 0.5 segmento/ $\lambda$
- Figura 4.3 Atenuação para o perfil “Hjørringvej” utilizando frequência de 139.9 MHz e 1 segmento/ $\lambda$
- Figura 4.4 Atenuação para o perfil “Hjørringvej” utilizando frequência de 435 MHz e 0.5 segmento/ $\lambda$
- Figura 4.5 Atenuação para o perfil “Hjørringvej” utilizando frequência de 435 MHz e 1 segmento/ $\lambda$
- Figura 4.6 Atenuação para o perfil “Hjørringvej” utilizando frequência de 970 MHz e 0.5 segmento/ $\lambda$
- Figura 4.7 Atenuação para o perfil “Hjørringvej” utilizando frequência de 970 MHz e 1 segmento/ $\lambda$
- Figura 4.8 Atenuação para o perfil “Hjørringvej” utilizando frequência de 1900 MHz e 0.5 segmento/ $\lambda$
- Figura 4.9 Atenuação para o perfil “Hjørringvej” utilizando frequência de 1900 MHz e 1 segmento/ $\lambda$
- Figura 4.10 Atenuação normalizada para o perfil “Hjørringvej” utilizando frequência de 3000 MHz e 0.5 segmento/ $\lambda$
- Figura 4.11 Atenuação normalizada para o perfil “Hjørringvej” utilizando frequência de 3000 MHz e 1 segmento/ $\lambda$

# **CAPÍTULO 1**

## **INTRODUÇÃO**

### **1.1 CONTEXTO**

#### **1.1 .1 Sistemas de Comunicação**

Há, basicamente, dois grupos de sistemas de comunicação: aqueles aonde a informação é transmitida através de meios guiados, como linhas de transmissão (cabos coaxiais), guias de onda e fibras ópticas, e aqueles aonde a atmosfera é o próprio canal de propagação, conhecidos como sistemas sem fio. O primeiro grupo é mais usado em regiões densamente povoadas e com usuários fixos. Vale a pena ressaltar os altos gastos relacionados à implantação e à manutenção de tais sistemas, sendo contra-balanceados pelas altas taxas de transmissão de dados e maior confiabilidade. O segundo grupo de sistemas (sistemas sem fio) sofre de problemas relacionados, por exemplo, às condições climáticas do ambiente e geralmente não são capazes de suportar taxas de transmissão relativamente altas (em relação aos meios guiados). Porém, permitem uma maior flexibilização na implementação do sistema e, em princípio, a mobilidade dos usuários.

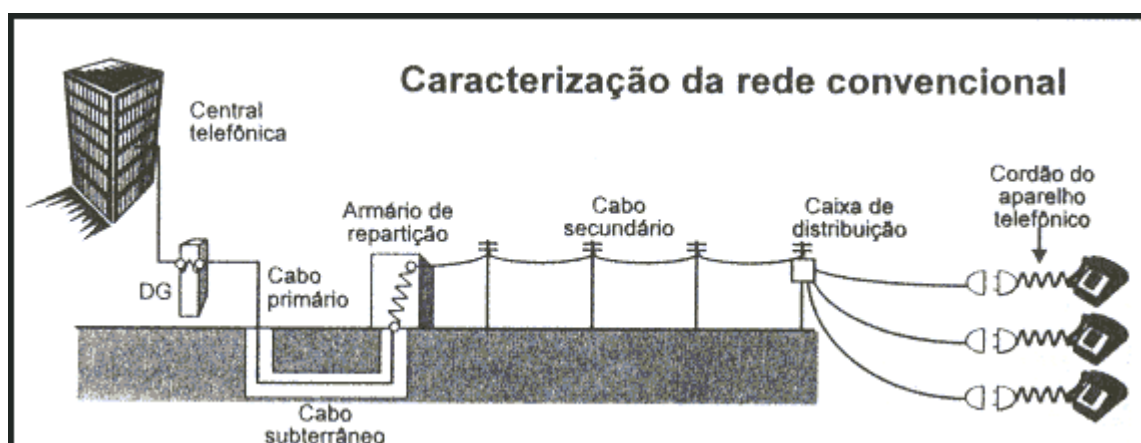
##### **1.1.1.1 Sistemas de Comunicação por Meios de Transmissão Guiados**

A rede externa de sistemas de comunicação por meios guiados, representando um componente disseminado por toda a área a ser atendida, sofre com as dificuldades em obter permissão das autoridades municipais, do trânsito, interferência com outras

obras públicas, e com a interrupção das obras de implantação devido a fenômenos naturais (como chuvas). Além disso, pelas suas características físicas inerentes, a rede é de difícil remanejamento após a implantação, resultando em um projeto extremamente sensível às alterações das tendências de crescimento da cidade e a conseqüente demanda por um maior número de terminais. Seu tempo de maturação entre a coleta de dados para o projeto e sua conclusão é muito longo: dois ou três anos, sendo freqüente seu descompasso com a distribuição geográfica da demanda quando da sua conclusão. Essa falta de flexibilidade é freqüentemente responsável pela escassez de facilidades da rede em bairros emergentes, e ociosidade de cabos em partes da cidade que pararam bruscamente de se desenvolver.

A rede externa dos sistemas de comunicação por meios guiados tem se mostrado, ao longo dos anos, uma atividade de difícil gerenciamento de prazos, custos e qualidade. A rede, por sua dispersão geográfica, sua exposição direta aos agentes climáticos, bem como interferências com os serviços de água, esgotos, eletricidade, vias públicas e edificações, é freqüentemente sujeita a acidentes, com altos custos de manutenção e com interrupção dos serviços de comunicação. Todos esses fatores vêm sendo encarados pragmaticamente.

A figura abaixo ilustra um sistema de telefonia fixa, um exemplo clássico de uma rede de comunicação através de meios de transmissão guiados.



**Figura 1.1 - Sistema de telefonia fixa com transmissão através de meios guiados – retirado do site da Lucent Technologies**

### 1.1.1.2 Sistemas de Comunicação por Meios de Transmissão Abertos (sem fio)

Sistemas de transmissão sem fio são utilizados desde os tempos do telégrafo sem fio e tiveram seus tempos áureos com o advento da radiodifusão. Nos anos 70, com a difusão da comunicação via satélite, ocorreu outro período marcante. Com o surgimento de enlaces ópticos nos anos 80, os sistemas sem fio perderam um pouco da atenção que lhes era peculiar. Porém, graças ao desenvolvimento e à proliferação dos sistemas e serviços móveis celulares e, mais recentemente, da Internet sem fio, os sistemas sem fio tornaram a despertar um grande interesse [1—5].

Tais sistemas, onde a transmissão da informação se dá através da atmosfera e está sujeita às condições climáticas e geográficas do ambiente, permitem uma maior flexibilidade em relação à localização do transmissor e receptor. Um exemplo típico é a enorme flexibilidade de localização (liberdade de movimentação) do receptor oferecida pelos sistemas móveis celulares, tão difundidos nos dias atuais. Os sistemas sem fio também se justificam quando a distância entre transmissor e receptor é muito grande, como, por exemplo, nas comunicações via satélite e na radiodifusão. Outras vantagens desses sistemas são evidentes: a redução do número de fios nas construções e a facilidade de introdução de novos serviços, sem a necessidade de modificações estruturais, como por exemplo nos sistemas de telefonia fixa WLL (*Wireless Local Loop*). A figura abaixo ilustra este último tipo de sistema, sendo interessante compará-lo com o apresentado na Figura 1.1.

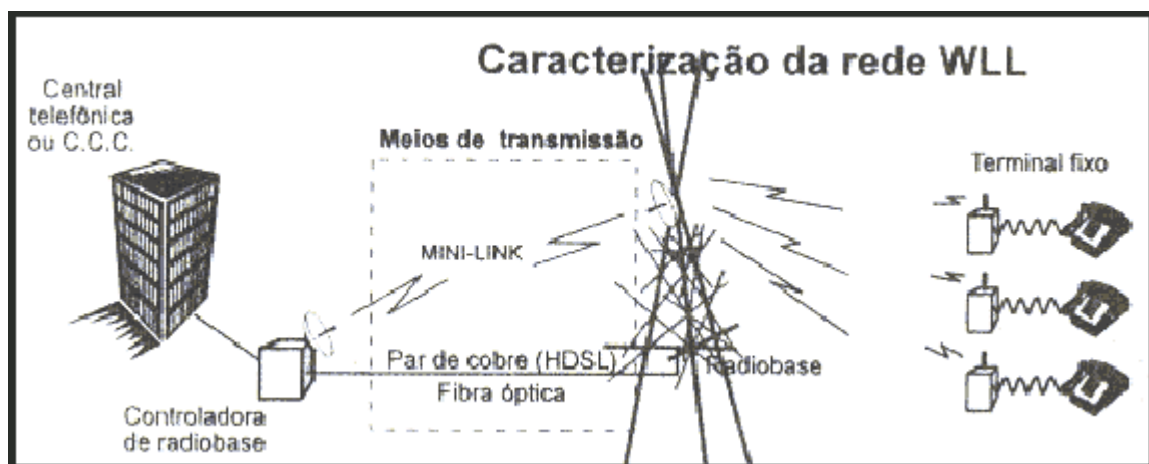


Figura 1.2 - Sistema de telefonia fixa com transmissão através da atmosfera – retirado do site da Lucent Technologies

A primeira aplicação de comunicação sem fio é atribuída a Marconi em 1897, embora em 1895 algumas experiências bem sucedidas já tinham sido estabelecidas na Inglaterra [2]. Na década de 1930, diversas corporações de polícia nos EUA começaram a utilizar o conceito de vários usuários sendo atendidos por uma única estação de rádio [1]. O conceito de telefonia móvel celular foi posto em prática no início da década de 1980, quase que simultaneamente na Escandinávia (*Nordic Mobile Telephony*) como nos EUA (*Advanced Mobile Phone System—AMPS*). Logo no início do ano de 1983, a faixa de frequências 800/900 MHz foi destinada ao sistema de comunicações rádio celular [1]. O sistema AMPS só veio a ser introduzido no Brasil no início da década de 1990. Na última década, observou-se uma expansão e digitalização dos sistemas rádio de comunicações móveis (voz e dados), tanto em ambientes micro-celulares (exteriores) quanto pico-celulares (interiores). Essa tendência deverá continuar no futuro, com a introdução de novas gerações de sistemas de comunicações celulares.

Atualmente os sistemas de comunicação ocupam praticamente todo o espectro de frequências radioelétricas, totalizando um grande investimento já instalado e um maior ainda por vir. Nesse contexto, é indispensável o conhecimento dos mecanismos de propagação das ondas radioelétricas, para assim poder-se (tentar) prever o comportamento dos enlaces e avaliar os resultados de tal previsão, evitando o dimensionamento incorreto que comprometeria o investimento através de um desempenho insatisfatório dos mesmos. Além disso, o enorme crescimento dos sistemas celulares e o eminente crescimento da Internet sem fio fizeram o interesse em previsões de cobertura crescer significativamente nos últimos anos. Conseqüentemente, predições automáticas de enlaces baseadas em dados geográficos para sistemas rádio, fixos e móveis, são intensamente desejadas, justificando plenamente o presente estudo.

### **1.1.2 Propagação das Ondas Radioelétricas**

O presente trabalho trata de sistemas de comunicação sem fio. O projeto, a operação e o gerenciamento destes sistemas requerem o conhecimento dos mecanismos de propagação que regem o comportamento eletromagnético da onda

desde um determinado transmissor até um receptor. Estes mecanismos basicamente dependem de fatores geográficos (rugosidade e condutividade do terreno, relevo, etc.) e climáticos (pressão atmosférica, temperatura, umidade relativa do ar, etc.) do ambiente onde estes transmissor e receptor se encontram, denominado canal rádio [6]. Entre os mecanismos de propagação destacam-se a visibilidade direta, a reflexão, a propagação através de onda de superfície, a difração e a refração ionosférica [6]. Existe uma forte interdependência entre o tipo de serviço, a faixa de frequência e o mecanismo de propagação mais eficiente [2].

Os mecanismos presentes na propagação da onda através do canal rádio afetam diretamente as características do sinal recebido, o qual geralmente encontra-se atenuado e distorcido. Desta forma, o canal rádio pode ser matematicamente interpretado como um sistema, linear ou não-linear, dependendo da maneira como o canal é caracterizado. Logo, é de suma importância a utilização de modelos de propagação dedicados à predição das características do canal rádio e, conseqüentemente, do sinal recebido, considerando da forma mais apropriada os mecanismos de propagação e o ambiente no qual se insere o sistema em questão.

### **1.1.3 Predição de Cobertura para a Caracterização do Canal**

Os sistemas de comunicação sem fio requerem estudos específicos sobre a propagação de ondas radioelétricas e sobre as antenas utilizadas na recepção e/ou transmissão destas ondas. Em particular, há um grande interesse no desenvolvimento de modelos/técnicas para a predição da cobertura (caracterização do canal rádio) oferecida por uma base transmissora numa determinada área (em sistemas ponto-multiponto) ou enlace (ponto-a-ponto). Estas técnicas são baseadas em modelos clássicos (geralmente bastante aproximados), empíricos (obtidos e ajustados através de medições no local da cobertura), determinísticos (baseados em soluções assintóticas e/ou numéricas das equações de Maxwell) e, finalmente, de combinações destes modelos. Técnicas e modelos mais precisos são de suma importância, já que, numa visão simplificada do problema, estão diretamente relacionados à implementação de sistemas de comunicação sem fio com menores custos (muitos dos

problemas podem ser detectados e corrigidos antes da implementação física do sistema).

Uma breve discussão das técnicas mais utilizadas na predição de cobertura, acompanhada por uma breve revisão bibliográfica, é apresentada na Referência [7], e pode também ser encontrada em diversos livros [1—6]. A seguir são apresentadas breves discussões sobre duas técnicas determinísticas comumente empregadas na atualidade (e que serão discutidas e/ou utilizadas no presente trabalho): as técnicas baseadas em traçado de raios e nas equações integrais.

### **1.1.3.1 Predição de Cobertura através de Traçado de Raios**

A técnica de traçado de raios, considerando os efeitos da difração, recebeu um grande impulso com o surgimento da Teoria Uniforme da Difração (UTD) [9], a qual descreve assintoticamente os fenômenos de difração associados a arestas através do rastreamento de raios. Desta forma, tanto a reflexão como a difração podem ser interpretadas e analisadas geometricamente (através do traçado dos raios pertinentes ao problema). Esta técnica foi adaptada e implementada na predição de cobertura em sistemas rádio e comparada aos métodos clássicos tradicionalmente empregados, como, por exemplo, na Referência [10].

A UTD apresenta bons resultados para problemas envolvendo frequências relativamente elevadas e vem sendo satisfatoriamente utilizada na predição de cobertura de sistemas micro- e pico-celulares, como, por exemplo, na Referência [11]. Contudo, o possível número elevado de vértices em um perfil de terreno típico e, de múltiplas zonas de transição de difração trazem problemas para a implementação e, conseqüentemente, dificultam a utilização desta técnica para enlaces com geometrias complexas e relativamente longos.

### **1.1.3.2 Predição de Cobertura através de Técnicas Baseadas nas Equações Integrais**

No passado as técnicas baseadas em equações integrais foram colocadas de lado, no que se refere à predição de cobertura, devido ao seu alto custo computacional, especialmente em aplicações envolvendo frequências relativamente altas. Com o advento de computadores mais velozes e eficazes, estas técnicas sinalizam como opção interessante, devido à inerente capacidade de se modelar o problema em questão através de uma análise eletromagnética completa e, conseqüentemente, precisa.

As técnicas baseadas em equações integrais podem ser derivadas diretamente das equações de Maxwell, utilizando-se condições de contorno apropriadas [12]. Estas técnicas, na maioria das vezes, estimam as densidades de corrente elétrica e/ou magnética equivalentes sobre o terreno, a partir das quais o campo eletromagnético espalhado é determinado e, juntamente com o campo proveniente diretamente do transmissor, utilizado na determinação do nível de sinal na localização do suposto receptor.

A Referência [13] apresenta uma breve revisão bibliográfica de trabalhos referentes à aplicação das equações integrais na predição de cobertura de enlaces VHF (*Very High Frequencies*) e UHF (*Ultra High Frequencies*). A Referência [14] apresenta alguns trabalhos onde técnicas baseadas em equações integrais são utilizadas no estudo do retro-espalhamento por superfícies rugosas. É também interessante citar que diversos métodos de processamento foram estudados e aplicados na aceleração da convergência das técnicas em questão, como, por exemplo, em [7, 8] e [15—17].

## **1.2 OBJETIVOS E APRESENTAÇÃO DO TRABALHO**

Dado o contexto apresentado na seção anterior, o objetivo primordial do presente trabalho é o estudo e o desenvolvimento de técnicas determinísticas baseadas em equações integrais para a predição de cobertura em canais rádio na faixa de UHF e



VHF sobre terrenos com irregularidades relativamente suaves, características estas geralmente associadas às transmissões via rádio em áreas rurais (por exemplo, telefonia rural).

O ponto de partida é o trabalho desenvolvido por Hviid *et al.* [13], o qual será apresentado e discutido com mais detalhes no Capítulo 2. Diversas simulações numéricas são apresentadas e comparadas com resultados obtidos da UTD e/ou aqueles disponíveis em [13], para a devida validação do algoritmo desenvolvido. Como citado em [13], diversos trabalhos lidaram com a aplicação de equações integrais para a predição de cobertura sobre terrenos irregulares. Estas formulações, contudo, ou consomem um enorme esforço computacional, tornando-as proibitivas para enlaces relativamente longos, ou foram desenvolvidas assumindo-se uma geometria (terreno e excitação) puramente bidimensional. Porém, desde que as irregularidades do terreno não sejam extremamente pronunciadas (no caso, variações de altura do terreno de, no máximo, 100 metros para VHF e UHF), a Referência [13] demonstra, inclusive através de comparações com medições, que a equação integral do campo elétrico (EFIE) pode ser utilizada com sucesso nos casos de polarização vertical. Não se trata, porém, de uma análise tridimensional rigorosa, como será observado no Capítulo 2. Diversas aproximações são utilizadas até que se chegue a uma formulação extremamente simples e prática, fundamental para aplicações envolvendo enlaces radioelétricos longos. Deve-se ressaltar, também, que a técnica considera a atmosfera homogênea, linear e isotrópica (meio ideal). Desta forma, fenômenos como os dutos troposféricos não podem ser considerados. Porém, tal limitação poderia, em princípio, ser atenuada através da utilização conjunta de equações parabólicas [18] para o tratamento aproximado da variação do índice de refração atmosférico, o que não é discutido no presente trabalho.

A maior contribuição do presente trabalho encontra-se no Capítulo 3, onde uma formulação baseada na equação integral do campo magnético (MFIE) é deduzida e discutida. Para tal, são utilizados o mesmo tratamento matemático apresentado em [13] para a técnica baseada na EFIE e as mesmas aproximações sobre a geometria do problema (ou seja, continua-se assumindo uma polarização vertical para o campo). No nosso melhor entendimento, trata-se de uma formulação recentemente disponível na literatura aberta [19, 20], ressaltando-se que a Referência [17] trata da aplicação de

uma formulação MFIE puramente bidimensional. Diversas simulações numéricas, envolvendo exatamente os mesmos exemplos do Capítulo 2, são apresentadas e comparadas aos resultados anteriores, para as devidas comparações entre as técnicas baseadas na EFIE e na MFIE. De uma forma geral, os resultados indicam de maneira categórica que a técnica baseada na MFIE converge com um número de funções de base (utilizadas para descrever a corrente induzida na superfície do terreno) bem menor do que aquele requerido pela técnica baseada na EFIE, especialmente para as predições em regiões onde não ocorre visada direta entre transmissor e receptor. As possíveis causas para tal fato são também discutidas no Capítulo 3.

Além da vantagem apresentada no parágrafo anterior, a implementação das duas técnicas (EFIE e MFIE) para a polarização vertical permite também o tratamento da polarização horizontal (e, conseqüentemente, de qualquer polarização arbitrária). Para tal, basta aplicar o princípio da dualidade [21] para, por simples inspeção, obter as técnicas baseadas na MFIE e na EFIE das formulações apresentadas nos Capítulos 2 e 3, respectivamente. Porém, a polarização horizontal não será tratada neste trabalho, já que do ponto de vista matemático e numérico nenhuma informação adicional de interesse seria obtida, além do que a aplicação do conceito de dualidade é relativamente simples [21].

No Capítulo 4, as formulações EFIE (apresentada no Capítulo 2) e MFIE (Capítulo 3) são aplicadas a um perfil previamente estudado na literatura [13], para as devidas comparações entre as duas formulações. Os resultados são também comparados à simulação numérica (baseada na EFIE) apresentada na Referência [13], que foi disponibilizada por um dos autores (Prof. Jørgen Bach Andersen, IEEE Fellow e professor do Center for Personkommunikation, Aalborg University, Dinamarca). Os resultados deixam claro que, para a geometria em questão, a qual possui um relevo eletricamente suave, a predição baseada na MFIE possibilita o mesmo grau de precisão da EFIE porém com um número expressivamente reduzido de funções de base locais representando a densidade de corrente equivalente. A conseqüência direta deste resultado é uma predição relativamente mais rápida, já que o tempo de processamento é proporcional ao quadrado do número de funções de base. O exemplo a ser estudado (o perfil “Hjørringvej”) é extremamente ilustrativo pois medições foram realizadas e atestam a precisão das técnicas aqui utilizadas. Tais medições são

apresentadas na Referência [13] e não foram disponibilizadas pelos autores para serem reproduzidas aqui. O mesmo perfil foi utilizado como exemplo em outros trabalhos relacionados à aceleração da técnica baseada na EFIE [15—17] e que pode ser também aplicada à presente MFIE, o que não é discutido neste trabalho.

Finalmente, o trabalho é concluído no Capítulo 5, juntamente com sugestões para futuros trabalhos.

## **CAPÍTULO 2**

### **TÉCNICA DE PREDIÇÃO BASEADA NA EQUAÇÃO INTEGRAL DO CAMPO ELÉTRICO PARA A POLARIZAÇÃO VERTICAL**

#### **2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS**

Nos tempos atuais, com a disponibilidade de computadores de alta capacidade de processamento e armazenamento, os métodos numéricos baseados em equações integrais sinalizam como uma interessante opção na predição de enlaces, aliando robustez e confiabilidade.

Os métodos baseados em equações integrais podem ser derivados diretamente das equações de Maxwell, utilizando-se condições de contorno apropriadas [12]. Estes métodos, na maioria das vezes, calculam a densidade de corrente elétrica ou magnética, estabelecidas apropriadamente através do princípio da equivalência e das condições de contorno sobre a superfície do terreno, tendo como entrada o próprio perfil topográfico, as características elétricas do terreno, a frequência de operação e o campo radiado pelas fontes externas (no presente caso, as antenas transmissoras). Após o cálculo destas correntes equivalentes, o campo eletromagnético em um dado ponto de observação é obtido pela superposição do campo radiado pelas fontes externas mais aquele radiado por tais correntes equivalentes [12].

No presente capítulo uma predição de enlace com resolução baseada na equação integral do campo elétrico (EFIE—*Electric Field Integral Equation*) para uma polarização vertical será apresentada e discutida. A formulação é baseada naquela proposta na Referência [13]. Os passos aqui apresentados servirão também

como referência ao Capítulo 3, aonde uma técnica semelhante baseada na equação integral do campo magnético (MFIE—*Magnetic Field Integral Equation*) será apresentada e comparada à EFIE.

## 2.2 EFIE PARA A POLARIZAÇÃO VERTICAL

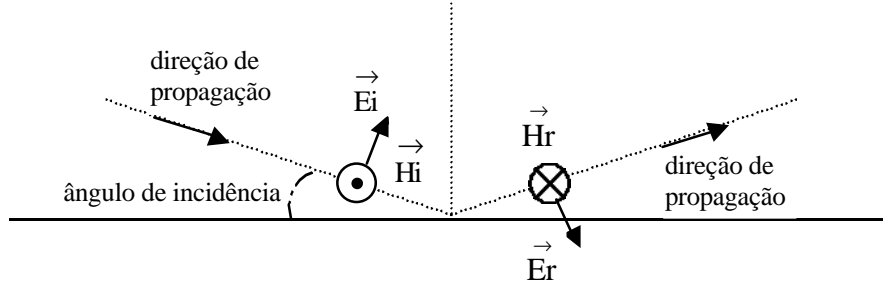
A solução do problema de predição dos níveis de campo e a consequente viabilidade do canal de comunicação, usando-se para isso as equações integrais, exige uma série de suposições simplificadoras, devido à complexidade do problema. Entretanto deve existir uma relação de compromisso entre essas suposições e a acurácia dos resultados.

Como uma primeira suposição, a superfície do terreno sobre o qual encontram-se o transmissor e receptor é assumida suave, o que não é uma suposição muito restritiva, desde que as irregularidades do terreno sejam desprezíveis quando comparadas ao comprimento de onda em questão. Isto comumente ocorre para aplicações em VHF (*Very High Frequency* – de 30 a 300 MHz), UHF (*Ultra High Frequency* – de 300 a 3.000 MHz), ou, obviamente, em frequências inferiores.

Outra suposição que simplifica o trabalho numérico é considerar que o terreno possui uma geometria invariante na direção perpendicular ao plano de incidência, que é o plano que contém a reta que une o transmissor e o receptor (raio de visada direta) e é normal à superfície do terreno. Isto é válido desde que as zonas de Fresnel sejam estreitas [13]. Ainda segundo essa suposição, não deve então haver obstáculos muito pronunciados nas regiões laterais próximas. Somente comparações com medições irão demonstrar a magnitude do erro causado por tais aproximações.

Além das suposições anteriores o terreno é considerado como um condutor magnético perfeito [13]. Para explicar essa suposição vale mencionar que estamos considerando a incidência rasante (ângulo de incidência perto de zero), o que é uma aproximação razoável visto que na grande maioria das vezes as alturas das antenas são muito menores do que o comprimento do enlace. Além disso estamos considerando que o transmissor irradia um campo com polarização vertical. Mas

sabemos que a incidência rasante e polarização vertical implicam em um coeficiente de reflexão muito próximo de  $-1$  [1, 13]. Nesse tipo de reflexão os campos comportam-se como na Figura 2.1, imediatamente antes (campos com índice “i”) e depois (índice “r”) da reflexão no solo.



**Figura 2.1 – Comportamento dos campos eletromagnéticos na reflexão com incidência rasante e polarização vertical.**

Uma inspeção da Figura 2.1 mostra que, na superfície, o campo elétrico total  $\vec{E}$  (incidente mais refletido) tem componente normal aproximadamente nula, enquanto que o campo magnético total  $\vec{H}$  tem componente tangencial aproximadamente nula. Tais características correspondem às condições de contorno de um condutor magnético perfeito [19, 20], apesar de tal superfície fisicamente não existir.

Devido à aplicação do princípio da equivalência [13] e o fato do solo ter sido aproximado por um condutor magnético perfeito, o problema equivalente somente apresenta densidade superficial de corrente magnética equivalente ( $\vec{M}$ ) sobre a interface entre o solo e a atmosfera. No presente trabalho assume-se que esta corrente, junto com a fonte externa, irradia em um meio linear, homogêneo e isotrópico livre de obstáculos (espaço livre) [12]. O campo elétrico pode ser expresso, nesse caso e negligenciando-se qualquer tipo de perda, como [12]:

$$\vec{E}(\vec{r}) = T \left[ \vec{E}_{in}(\vec{r}) - L(\vec{M}) \right], \quad (2.1)$$

onde  $\vec{E}_{in}$  é o campo elétrico incidente radiado pelas fontes externas,  $T$  é 1 ou 2 para um observador fora ou sobre a superfície  $S$  (superfície do solo), respectivamente,

$$\vec{L}(\vec{M}) = \int_{S'} \vec{M}(\vec{r}') \times \nabla' G ds', \quad (2.2)$$

e

$$G = G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{\exp\left(-jk|\vec{r} - \vec{r}'|\right)}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (2.3)$$

é a função de Green para o espaço livre. Vale lembrar que  $\vec{r}$  refere-se à posição do observador e  $\vec{r}'$  à posição da fonte. Todas as integrais sobre a superfície  $S$  serão calculadas através do limite associado ao valor principal de Cauchy quando  $\vec{r}$  estiver também sobre  $S$  [12]. As correntes equivalentes  $\vec{M}$  são resolvidas a partir de (2.1) tomando-se como ponto de partida as condições de contorno relativas às componentes tangenciais do campo sobre a superfície [12]:

$$\hat{n} \times \vec{E}(\vec{r}) = -\vec{M}(\vec{r}), \quad (2.4)$$

para  $\vec{r}$  sobre  $S$ , onde  $\hat{n}$  é o vetor normal à superfície exatamente no ponto  $\vec{r}$ .

A equação (2.1) torna-se então (após aplicarmos a condição de contorno anterior e lembrando que  $T = 2$ ),

$$\hat{n} \times \vec{E}(\vec{r}) = 2 \left[ \hat{n} \times \vec{E}_{in}(\vec{r}) - \hat{n} \times \vec{L}(\vec{M}) \right] = -\vec{M}(\vec{r}), \quad (2.5)$$

a qual implica diretamente em

$$\hat{n} \times \vec{E}_{in}(\vec{r}) = -\frac{\vec{M}(\vec{r})}{2} + \hat{n} \times \vec{L}(\vec{M}). \quad (2.6)$$

A equação acima é a equação integral do campo elétrico (EFIE) para o problema em questão. Esta equação integral pode ser avaliada, por exemplo, pelo Método dos Momentos [22]. Porém, antes iremos aplicar o Método da Fase Estacionária para simplificar o cálculo da integral dada pela equação (2.2), que é o assunto da próxima seção.

### 2.2.1 A Solução da EFIE através do Método da Fase Estacionária

A integral representada pelas equações (2.2) e (2.6) são avaliadas na superfície do solo. Mas vale ressaltar que essa superfície pode ser truncada, limitando-se à região compreendida entre o transmissor e o receptor. Isso deve-se ao fato das correntes mais importantes para o cálculo do campo espalhado estarem próximas da região especular localizada entre as antenas [13]. Conseqüentemente as integrais de superfície fechadas tornam-se integrais de superfície abertas.

Além disso, de forma a simplificar a formulação para a redução do esforço computacional, vamos assumir certas condições que levarão à redução da integral de superfície em uma de linha. Para tal é interessante introduzir os sistemas de coordenadas ilustrados pela Figura 2.2.

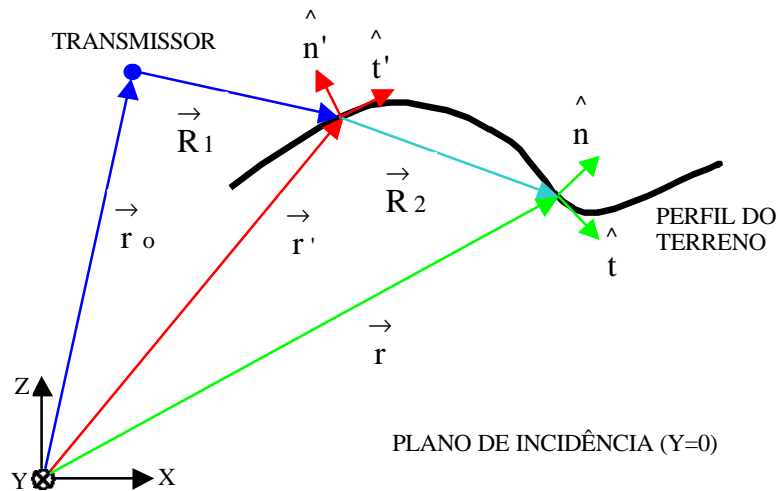


Figura 2.2 – Parâmetros da geometria básica do perfil.



Considerando a Figura 2.2 podemos notar que a normal unitária ao plano de incidência (localizado no plano  $y = 0$ ) é  $\hat{y}$ . O vetor posição da antena transmissora é  $\vec{r}_o$  (com coordenadas cartesianas  $x = x_o$ ,  $y = 0$  e  $z = z_o$ ). As coordenadas  $t'$  e  $y'$  formam um sistema localmente ortogonal sobre  $S$  com vetores unitários  $\hat{t}'$  e  $\hat{y}$ , respectivamente. O vetor unitário normal à superfície é  $\hat{n}' = \hat{t}' \times \hat{y}$ . Também temos que  $ds' = dt' dy'$  para as integrais de superfície. Para as coordenadas relativas ao ponto de observação basta retirar os “primos” das coordenadas anteriores (veja a Figura 2.2).

Para a manipulação da integral (2.2) precisamos descrever de maneira apropriada tanto a densidade de corrente magnética como o gradiente da função de Green. A densidade de corrente magnética, pela escolha de coordenadas feitas acima, torna-se  $\vec{M} = M_t \hat{t}' + M_y \hat{y}$ , dado que esta é tangente à superfície  $S$ . Com relação à fonte, considera-se como irradiando uma onda localmente esférica e, conseqüentemente, a fonte é considerada pontual. Logo, a fase da corrente magnética equivalente sobre a superfície  $S$  será também assumida localmente esférica [13], sendo a corrente modelada por (veja a Figura 2.2):

$$\vec{M}(\vec{r}') = \vec{M}_A(\vec{r}') \exp\left[-jk\sqrt{(x'-x_o)^2 + y'^2 + (z'-z_o)^2}\right], \quad (2.7)$$

levando-se em conta que estamos assumindo que a fonte encontra-se localizada no plano de incidência  $y_o = 0$ . Vale ressaltar que  $\vec{M}_A(\vec{r}')$  possui apenas componentes em  $\hat{t}'$  e  $\hat{y}$  e não incorpora nenhuma variação de fase relativa à coordenada  $y'$ . Esta variação está sendo aqui explicitada para a posterior aplicação do Método da Fase Estacionária na solução da integral em  $y'$  [13], e tal fase, como evidenciado em (2.7), é dada por

$$k\sqrt{(x'-x_o)^2 + y'^2 + (z'-z_o)^2}. \quad (2.8)$$

Por inspeção da Figura 2.2 temos que

$$R_1 = \sqrt{(x' - x_0)^2 + (z' - z_0)^2}. \quad (2.9)$$

Logo, das equações (2.8) e (2.9)

$$k\sqrt{(x' - x_0)^2 + y'^2 + (z' - z_0)^2} = k\sqrt{R_1^2 + y'^2} = k R_1 \sqrt{1 + \frac{y'^2}{R_1^2}}, \quad (2.10)$$

onde após uma expansão em Taylor e tomando-se apenas os dois primeiros termos, a fase da corrente torna-se:

$$k\sqrt{(x' - x_0)^2 + y'^2 + (z' - z_0)^2} \cong k \left( R_1 + \frac{y'^2}{2R_1} \right). \quad (2.11)$$

Para o tratamento do gradiente da função de Green, este pode ser reescrito como [23]:

$$\nabla' G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{4\pi} \left( \frac{j\mathbf{k}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} + \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2} \right) \frac{\exp\left(-jk|\vec{r} - \vec{r}'|\right)}{|\vec{r} - \vec{r}'|}, \quad (2.12)$$

onde (veja Figura 2.2)

$$|\vec{r} - \vec{r}'| = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}. \quad (2.13)$$

Esta última equação pode ser reescrita como:

$$|\vec{r} - \vec{r}'| = \sqrt{R_2^2 + (y - y')^2} = R_2 \sqrt{1 + \frac{(y - y')^2}{R_2^2}}, \quad (2.14)$$

onde, de acordo com a Figura 2.2,

$$R_2 = \sqrt{(x - x')^2 + (z - z')^2}. \quad (2.15)$$

Após uma expansão em Taylor e tomando-se apenas os dois primeiros termos, lembrando que estamos no plano  $y=0$ :

$$|\vec{r} - \vec{r}'| \cong R_2 + \frac{y'^2}{2R_2}, \quad (2.16)$$

Vale salientar mais uma vez que as contribuições mais importantes para o cálculo do campo espalhado geralmente vêm da região do terreno em volta do plano de incidência, especialmente para zonas de Fresnel estreitas [13]. Logo as contribuições laterais podem ser descartadas, fazendo com que a superfície possa ser considerada perpendicularmente invariante ao plano de incidência. Então as integrais ao longo desta direção, que no nosso caso é a direção  $\hat{y}$  (de acordo com a Figura 2.2), podem ser calculadas assintoticamente utilizando-se o Método da Fase Estacionária, como foi feito em [13]. Em decorrência disso, os termos associados às amplitudes são supostos invariantes em relação a  $y'$ , com o valor dado no plano  $y = 0$ . Já as fases dentro do integrando são descritas como nas equações (2.11) e (2.16). Desta forma e com o auxílio das equações (2.7) e (2.12), a integral (2.2) pode ser reescrita como:

$$\vec{L}(\vec{M}) = \int_{t'}^{\vec{M}_A(t') \times \hat{R}_2 \left( jk + \frac{1}{R_2} \right) \exp[-jk(R_1 + R_2)] \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left( -j \frac{k}{2} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) y'^2 \right) dy' dt' \quad (2.17)$$

A integral em  $y'$  é então avaliada analiticamente [24]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[ -j \frac{k}{2} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) y'^2 \right] dy' = \exp\left( -j \frac{\pi}{4} \right) \sqrt{\frac{2\pi R_1 R_2}{k(R_1 + R_2)}}, \quad (2.18)$$

e após algumas manipulações algébricas a equação (2.17) pode ser finalmente reescrita como:

$$\vec{L}(\vec{M}) = \frac{\sqrt{\pi}(1-j)}{4\pi} \int_{kt'} \vec{M}_A(t') \times \hat{R}_2 \frac{\left( j + \frac{1}{kR_2} \right)}{\sqrt{kR_2 \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)}} \exp[-jk(R_1 + R_2)] d(kt'). \quad (2.19)$$

É importante evidenciar que, depois do cálculo das integrais em  $y'$  através do Método da Fase Estacionária, a solução da equação integral (2.6) é válida no perfil do terreno em que  $y = y_o = 0$  (veja a Figura 2.2). Conseqüentemente, a imposição das condições de contorno, implícitas na equação (2.6), só se faz necessária no perfil do terreno ao longo do plano de incidência (Figura 2.2). Ou seja, a posterior solução da EFIE através do Método dos Momentos necessita apenas da definição do produto escalar com a função de teste (usada para a solução através do Método dos Momentos) sobre este perfil do terreno, o que significa dizer que será avaliada uma integral de linha em relação à coordenada  $t$  do observador, com  $y = 0$ . Finalmente há que se tratar das singularidades presentes quando  $R_2 \rightarrow 0$  [veja equação (2.19)]. A maneira de se fazer isso depende de como a técnica do Método dos Momentos será conduzida, que é o assunto da próxima seção.

### 2.2.2 Solução das Correntes Magnéticas através do Método dos Momentos

O uso em eletromagnetismo da técnica do Método dos Momentos para a resolução de equações integrais é bem conhecida e não será discutida em detalhes [22]. O uso de tal método será feito exatamente como na Referência [13]. Neste ponto, a fase da corrente magnética equivalente já foi aproximadamente estabelecida de acordo com a equação (2.7). Logo, precisamos determinar a parcela  $\vec{M}_A$  da corrente. Esta é basicamente expandida em um certo número  $N_b$  de funções de base:

$$\vec{M}_A(\vec{r}') = \sum_{j=1}^{N_b} M_j \vec{m}_j(\vec{r}'), \quad (2.20)$$

significando que a densidade de corrente magnética  $\vec{M}_A$  é igual ao somatório do produto das funções de base  $\vec{m}_j(\vec{r}')$ , conhecidas, pelos coeficientes  $M_j$ , desconhecidos, com o somatório variando de 1 até o número de funções de base  $N_b$ . Uma vez substituindo a equação (2.20) nas (2.6) e (2.19), a solução dos coeficientes  $M_j$  é imposta através do produto escalar da equação (2.6) pelas funções de teste  $\vec{w}_i(\vec{r})$ , escolhidas tangentes à superfície do terreno [13]. Como visto anteriormente a amplitude da corrente magnética equivalente  $\vec{M}_A$  possui componentes em  $\hat{t}'$  e  $\hat{y}$ , a qual pode ser reescrita como:

$$\vec{M}_A = M_t \hat{t}' + M_y \hat{y}. \quad (2.21)$$

Como mencionado no final da Seção 2.3, após a aplicação do Método da Fase Estacionária a solução necessita de ser imposta ao longo do perfil no plano de incidência, o que na prática significa que todas as integrais de superfície agora estão reduzidas a integrais de linha em função das coordenadas  $t$  e  $t'$  do observador e da fonte, respectivamente. Logo, multiplicando-se escalarmente ambos os lados da equação (2.6) por  $\vec{w}_i(\vec{r})$  e integrando-se com relação a  $t$ :

$$\int_t \vec{w}_i \cdot (\hat{n} \times \vec{E}_{in}) dt = -\frac{1}{2} \int_t \vec{w}_i \cdot \vec{M} dt + \int_t \vec{w}_i \cdot \left[ \hat{n} \times \vec{L}(\vec{M}) \right] dt, \quad (2.22)$$

onde  $\vec{L}(\vec{M})$  é dado pela expressão (2.19), lembrando que nessa expressão a fase da corrente já foi manipulada através do Método da Fase Estacionária, e a corrente foi expandida como em (2.21). Substituindo (2.19) e (2.21) em (2.22)

$$\int_t \vec{w}_i \cdot (\hat{n} \times \vec{E}_{in}) dt = -\frac{1}{2} \int_t \vec{w}_i \cdot (M_t \hat{t} + M_y \hat{y}) \exp(-jkR_1) dt +$$

$$\frac{\sqrt{\pi}(1-j)}{4\pi} \int_t \vec{w}_i \cdot \left[ \hat{n} \times \int_{kt'} (M_t \hat{t}' + M_y \hat{y}) \times \hat{R}_2 \frac{\left( j + \frac{1}{kR_2} \right)}{\sqrt{kR_2 \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)}} \exp[-jk(R_1 + R_2)] d(kt') \right] dt.$$

(2.23)

O uso da técnica convencional do Método dos Momentos para enlaces práticos demandam um enorme esforço computacional, devido ao número demasiado de variáveis a serem determinadas (no caso, os coeficientes  $M_j$ ). Para simplificar a formulação, o caminho de integração ao longo do perfil do terreno é subdividido em segmentos, como ilustrado na Figura 2.3. O parâmetro para se mensurar se as variações no terreno irão prejudicar a acurácia dos resultados é o tamanho desses segmentos em relação ao comprimento de onda, que deverão também comportar as variações de altura do relevo. Sobre cada segmento é então definida uma única função de base local  $\vec{m}_j$  e o segmento associado passa a ser caracterizado pelo índice  $j$  correspondente (veja a Figura 2.3).

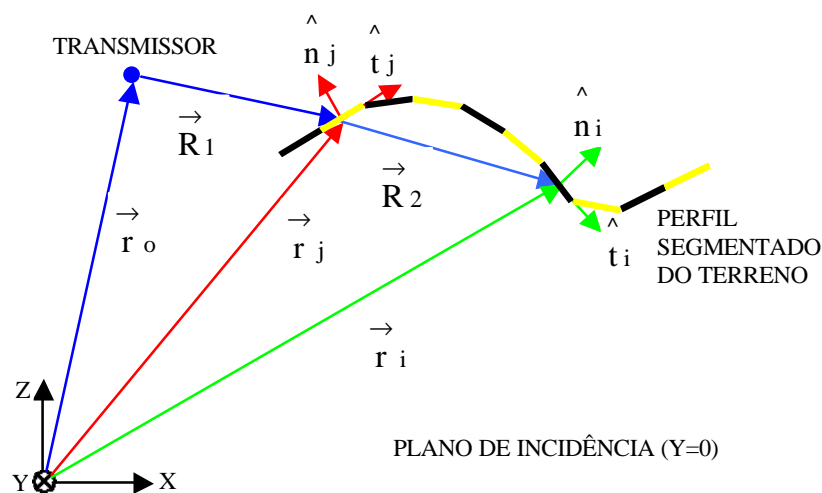


Figura 2.3 – Parâmetros da geometria básica do perfil segmentado.

Para a definição das funções de teste e de base, deve-se inicialmente notar que, no plano de incidência  $y=0$ , a corrente magnética terá apenas componente na direção  $\hat{y}$ , dada a polarização vertical do campo incidente e dada a geometria suposta invariante ao longo da direção  $\hat{y}$  [13]. Define-se então a função de teste  $\vec{w}_i$  paralela a  $m_j$ , implicando que  $\vec{w}_i = w_i \hat{y}$ , seguindo a definição apresentada em [13]. Note que esta definição está relacionada ao método de Galerkin, onde a função de teste é escolhida igual à de base [22]. Porém, sempre no sentido de reduzir o esforço computacional e seguindo os passos da Referência [13], as funções de teste serão especificadas de acordo com o método da colocação de pontos (*point-matching*) [22]. Neste caso, a função de teste é escolhida como a função delta de Dirac, definida no centro de cada segmento de observação, ou seja, do segmento  $i$ , de forma a forçar a satisfação das condições de contorno neste ponto (veja a Figura 2.3). Finalmente, as funções de base locais são definidas como  $m_{j=1} \hat{y}$  sobre o segmento fonte (segmento  $j$ ) e zero fora dele (ou seja, a função de base é um pulso retangular com largura igual ao comprimento do segmento  $j$ ). A escolha dessas duas funções para funções de teste e de base também levam em conta a característica de simplicidade dessas funções, o que tem como consequência um menor esforço computacional [13].

Aplicando as considerações feitas acima, em conjunto com a expansão em série (2.20), na equação (2.23), esta torna-se:

$$\left\{ \hat{y} \cdot (\hat{n} \times \vec{E}_{in}) \right\}_{\vec{r} = \vec{r}_i} = \left\{ -\frac{M_i}{2} \hat{y} \exp(-jkR_1) \right\}_{\vec{r} = \vec{r}_i} + \sum_{j=1}^{N_b} \left\{ M_j \exp(-jkR_1) \frac{\sqrt{\pi}(1-j)}{4\pi} \int_{kt'} \left( \hat{n} \cdot \hat{R}_2 \right) \frac{\left( j + \frac{1}{kR_2} \right)}{\sqrt{kR_2 \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)}} \exp(-jkR_2) d(kt') \right\}_{\vec{r} = \vec{r}_i}, \quad (2.24)$$

onde agora os vetores posição relativos ao observador e a fonte localizam os centros dos segmentos  $i$  e  $j$ , respectivamente (veja a Figura 2.3). Além disso, vale ressaltar que na equação (2.24) foi utilizada a seguinte relação:

$$\left\{ \hat{y} \cdot \left[ \hat{n} \times \left( \hat{y} \times \hat{R}_2 \right) \right] \right\} = \left( \hat{y} \times \hat{R}_2 \right) \cdot \left( \hat{y} \times \hat{n} \right) = \hat{t} \cdot \left( \hat{y} \times \hat{R}_2 \right) = \hat{R}_2 \cdot \left( \hat{t} \times \hat{y} \right) = \hat{n} \cdot \hat{R}_2. \quad (2.25)$$

Continuando a aplicação tradicional do Método dos Momentos [22], note que a equação (2.24) possui  $N_b$  coeficientes ( $M_j$ ) desconhecidos. Logo, precisamos impor as condições de contorno (através das funções de teste impulsionalis) no centro de cada um dos  $N_b$  segmentos  $i$ . Isto nos fornece um sistema com  $N_b$  equações lineares com  $N_b$  incógnitas, sistema este que pode ser melhor representado sob a forma matricial:

$$[V_i] = [Z_{ij}][M_j], \quad (2.26)$$

onde, da equação (2.24) e após uma apropriada troca de sinais,

$$V_i = -\hat{y} \cdot [\hat{n}(\vec{r}_i) \times \vec{E}_{in}(\vec{r}_i)] \quad (2.27)$$

e

$$Z_{ij} = \frac{\beta_{ij}}{2} \exp(-jkR_1) - \frac{(1-j)}{4\sqrt{\pi}} \exp(-jkR_1) \int_{kt'}^{\hat{n}(\vec{r}_i) \cdot \hat{R}_2} \frac{j + \frac{1}{kR_2}}{\sqrt{kR_2 \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)}} \exp(-jkR_2) dk t', \quad (2.28)$$

onde  $\beta_{ij} = 1$  se  $i = j$  e  $\beta_{ij} = 0$  se  $i \neq j$ .

Dadas as características locais das funções de base e de teste, note que para segmentos diferentes (ou seja,  $i \neq j$ ), o primeiro termo da equação (2.28) é nulo, pois a função de teste é definida no segmento  $i$  e a função de base definida somente no



segmento  $j$ . Assumindo o segmento suficientemente curto podemos aproximar a integral da equação (2.28) através da fórmula da área do retângulo [13]. Considerando  $i \neq j$ :

$$Z_{ij} = \frac{(-1+j)}{4\sqrt{\pi}} [\hat{n}(\vec{r}_i) \cdot \hat{R}_2] \frac{j + \frac{1}{kR_2}}{\sqrt{kR_2 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}} \exp[-jk(R_1 + R_2)] k\Delta j, \quad (2.29)$$

onde  $\Delta j$  é o comprimento do segmento  $j$ . Porém, note da equação (2.29) que sobre o mesmo segmento (ou seja,  $i = j$ ), o produto escalar entre a normal e o vetor  $\hat{R}_2$  é nulo (veja Figura 2.3), de forma que o segundo termo do lado direito da equação (2.28) será nulo e, conseqüentemente, para  $i = j$ :

$$Z_{ii} = \frac{1}{2} \exp(-jkR_1). \quad (2.30)$$

Através das equações (2.26)—(2.30) podemos então solucionar os coeficientes e obter a representação das correntes magnéticas equivalentes.

### 2.2.3 Processo Recursivo para a Obtenção das Correntes Desprezando o Retro-Espalhamento

A solução convencional do Método dos Momentos é pesada computacionalmente, especialmente para enlaces eletricamente extensos, pois exige a solução de um sistema matricial onde geralmente a matriz impedância  $[Z_{ij}]$  é cheia. Mas algumas hipóteses simplificadoras podem ajudar. Por exemplo, se o perfil do terreno puder ser tratado como eletricamente suave e obstáculos não muito íngremes forem característicos de tal perfil, então o retro-espalhamento pode ser desprezado [13]. Isto significa dizer que somente a propagação “para frente” é considerada, negligenciando as contribuições das partes posteriores do terreno. A razão para isto está intimamente relacionada com a eficiência computacional e também porque o maior interesse é no desvanecimento lento [13]. Reflexões e espalhamento retroativo

de objetos próximos contribuem para o desvanecimento rápido, o qual não pode ser previsto ou modelado em detalhes sem acarretar em um elevado esforço computacional (memória e tempo). Somente a média do campo descrevendo o desvanecimento lento é determinada de maneira satisfatória no presente estudo [13]. Matematicamente esta suposição de propagação “para frente” significa que os elementos da porção triangular superior da matriz impedância  $[Z_{ij}]$  podem ser assumidos nulos:

$$Z_{ij} = 0 \quad \text{para } j > i. \quad (2.31)$$

Conseqüentemente, a solução para os coeficientes da densidade de corrente magnética equivalente pode ser efetuada de forma recorrente:

$$M_i = \frac{1}{Z_{ii}} \left( V_i - \sum_{j=1}^{i-1} Z_{ij} M_j \right), \quad (2.32)$$

com  $i$  variando seqüencialmente de 1 a  $N_b$ .

#### 2.2.4 Cálculo do Campo Elétrico Espalhado pelo Terreno.

Determinados os valores da densidade de corrente magnética equivalente em todos os elementos do terreno, o campo elétrico espalhado pelo terreno pode então ser calculado, fornecendo, juntamente com o campo direto da fonte externa, o campo elétrico total em um certo ponto de observação. Logo, o ponto de partida para a determinação do campo elétrico é a própria equação integral (2.1), onde agora  $T = 1$  pois o observador não se encontra mais sobre a superfície do terreno [12]. Conseqüentemente, todos os passos anteriores utilizados para a discretização da corrente magnética e para a solução da integral em relação à coordenada  $y'$  através do Método da Fase Estacionária podem ser repetidos. Isto acaba por oferecer equações muito semelhantes às obtidas anteriormente. A única diferença é que, além de  $T = 1$ , não se faz necessário o produto vetorial da equação integral pela normal unitária à

superfície, como efetuado na equação (2.5), e nem o produto escalar da equação integral pelas funções de teste  $\vec{w}_i$ , como efetuado na equação (2.22).

Logo, por simples inspeção das equações (2.26)—(2.30) e tendo em mente a relação dada pela equação (2.25), podemos obter o campo elétrico total através das correntes magnéticas equivalentes (já calculadas) e do campo incidente  $\vec{E}_{in}$ , fornecido pela fonte externa, através da seguinte equação:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_{in}(\vec{r}) + \frac{(-1+j)}{4\sqrt{\pi}} \sum_{j=1}^{Nb} \left\{ M_j \left( \hat{y} \times \hat{R}_2 \right) \frac{j + \frac{1}{kR_2}}{\sqrt{kR_2 \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)}} \exp[-jk(R_1 + R_2)] k \Delta j \right\}, \quad (2.33)$$

onde agora, de acordo com a Figura 2.4,

$$\vec{R}_2 = R_2 \hat{R}_2 = (x - x_j) \hat{x} + (z - z_j) \hat{z}, \quad (2.34)$$

onde as coordenadas  $x$  e  $z$  referem-se à localização do observador no plano de incidência  $y = 0$  e  $x_j, z_j$  referem-se ao centro do segmento  $j$  da fonte.

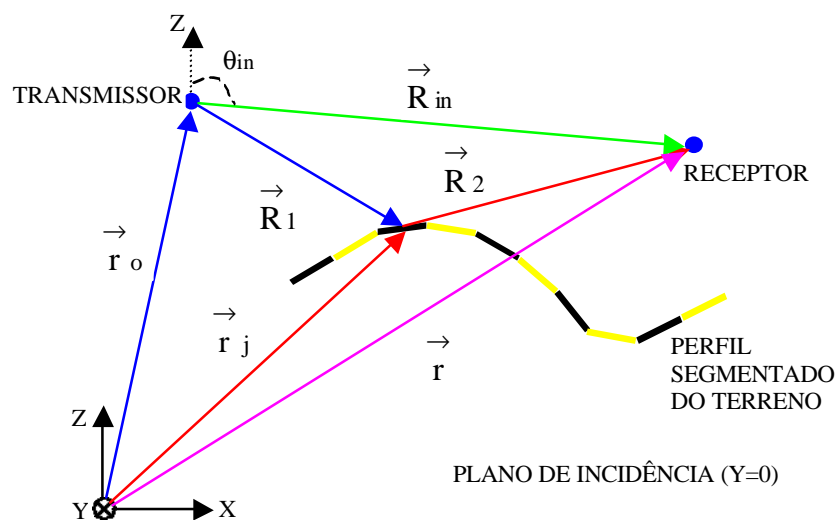


Figura 2.4 – Vetores envolvidos no cálculo do campo elétrico

Nas simulações apresentadas a seguir, é utilizado um dipolo infinitesimal polarizado verticalmente [23]. Neste caso (veja a Figura 2.4):

$$\vec{E}_{in}(\vec{r}) = E_0 \frac{\exp(-jkR_{in})}{R_{in}} \left[ \hat{z} \cdot \hat{R}_{in} \hat{R}_{in} - \hat{z} \right], \quad (2.35)$$

onde (veja Figura 2.4)

$$\vec{R}_{in} = R_{in} \hat{R}_{in} = \vec{r} - \vec{r}_o \quad (2.36)$$

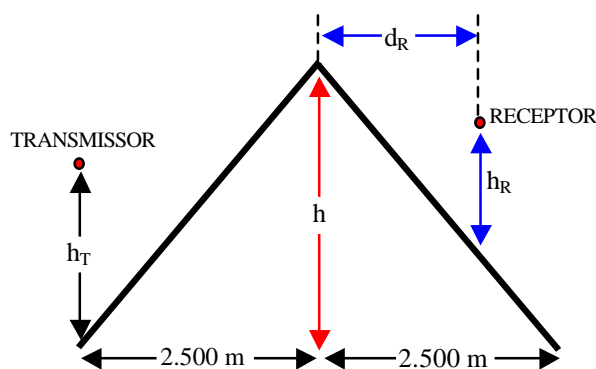
e

$$\hat{z} \cdot \hat{R}_{in} \hat{R}_{in} - \hat{z} = (\text{sen } \theta_{in}) \hat{\theta}_{in}. \quad (2.37)$$

### 2.3 CASO DE ESTUDO PARA VALIDAÇÃO DO ALGORITMO

Para verificar a eficiência da técnica baseada na EFIE, a atenuação sofrida por uma onda eletromagnética propagando-se sobre um perfil topográfico hipotético foi investigada. O perfil foi considerado um condutor magnético perfeito, como justificado na Seção 2.2. A comparação dos resultados obtidos através da EFIE foi feita tendo-se como referência os resultados fornecidos pela UTD (*Uniform Theory of Diffraction*) [9, 10]. Para realizar-se tal comparação fez-se necessário a escolha de uma geometria de perfil.

O perfil hipotético para as primeiras simulações foi escolhido como sendo uma configuração simples e que já tivesse sido investigada na literatura [10, 13]. Tal perfil, uma cunha, e seus parâmetros básicos podem ser visualizados na Figura 2.5.



**Figura 2.5 – Geometria e parâmetros básicos (usados na simulação) da cunha**

Esta geometria é essencialmente a mesma estudada na Referência [13]. Mas buscando-se um volume maior e mais consistente de informações variou-se a altura da cunha  $h$  (50 m, 100 m e 150 m). Em [13], apenas  $h = 50$  m foi considerado. Tal variação investigará o efeito de considerar-se o perfil como uma superfície suave. O perfil foi dividido em uma série de pequenos segmentos (comparáveis ao comprimento de onda  $\lambda$ ), cada um correspondendo a uma função de base local (veja Seção 2.2.2). Todas as simulações foram feitas para diferentes frequências (100 MHz e 1 GHz) e diferentes valores de segmentos por comprimento de onda (1, 3 e 5 segmentos/ $\lambda$ ). O transmissor e o receptor foram ambos modelados como sendo dipolos de Hertz infinitesimais e verticalmente polarizados, com campo elétrico dado de acordo com a equação (2.35).

Para tais simulações foi desenvolvido um programa de computador utilizando a linguagem C, onde a formulação apresentada nesse capítulo foi implementada. O programa para a geração dos resultados referentes à UTD foi disponibilizado pelo Prof. Fernando Moreira e é baseado na Referência [10].

Numa primeira etapa a altura do receptor  $h_R$  foi variada, com a distância do receptor ao centro da cunha  $d_R$  mantida fixa em 2.500 m (ou seja, no final do perfil), de acordo com a geometria apresentada na Figura 2.5. Estão presentes casos para duas alturas de transmissor  $h_T$  distintas (10 m e 50 m) e duas frequências de operação (100 MHz e 1 GHz). Os resultados destas simulações podem ser visualizados nas Figuras 2.6, 2.7 e 2.8, para as quais a única diferença na geometria é a altura da cunha ( $h = 50$  m, 100 m e 150 m, respectivamente). Em todos os casos são apresentados resultados

para diferentes números de segmento por comprimento de onda  $\lambda$  (1, 3 e 5 segmentos/ $\lambda$ ), com  $\lambda$  sempre ajustado de acordo com a frequência.

Como primeira observação (sempre em relação aos resultados apresentados nas Figuras 2.6, 2.7 e 2.8), as maiores discrepâncias nos resultados, quando comparados à UTD, se fazem presentes na região de sombra, justamente a região de maior interesse por tratar de alturas de receptor encontradas em enlaces de comunicação práticos. Vale aqui ressaltar que a região de sombra é definida como o domínio dos pontos de observação onde o raio direto (unindo o transmissor ao receptor) encontra-se bloqueado (no presente caso, pela cunha). A definição da fronteira de sombra associada pode ser obtida através da geometria apresentada na Figura 2.5. Esta fronteira encontra-se assinalada nas Figuras 2.6, 2.7 e 2.8, juntamente com a fronteira de reflexão. Esta, por sua vez, é definida pela trajetória do último raio refletido pela face esquerda da cunha, de acordo com a Figura 2.5.

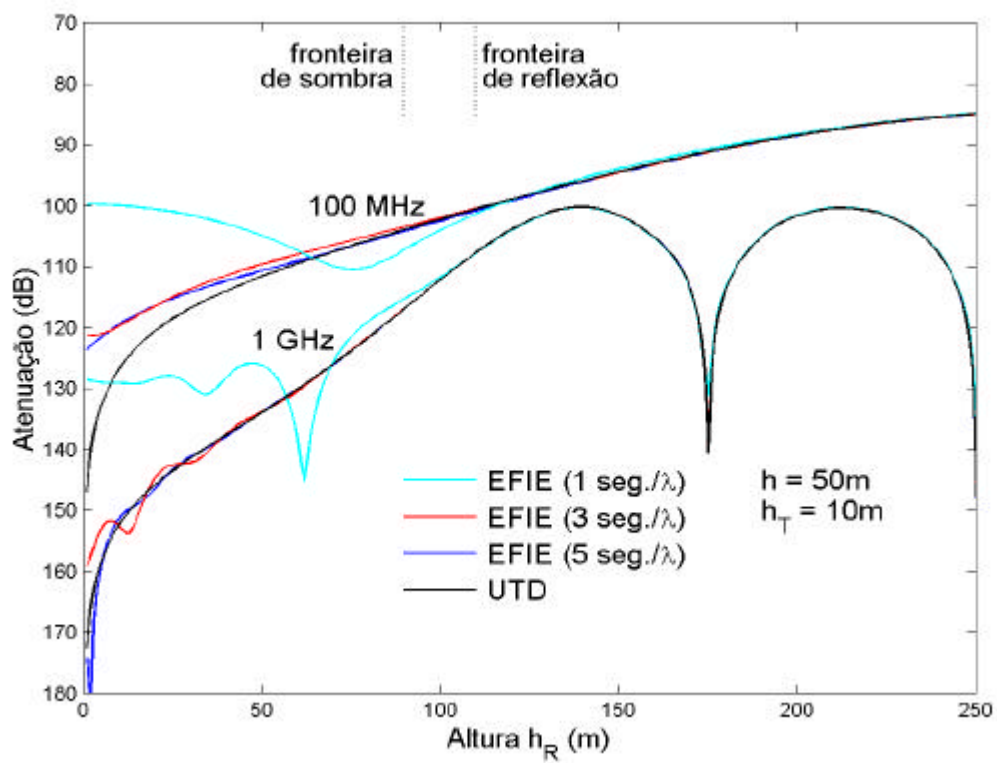
Prosseguindo com as comparações, de uma maneira geral a acurácia dos resultados numéricos obtidos pela EFIE (quando comparados à UTD) aumenta com o número de segmentos por  $\lambda$ , fato este esperado já que há uma melhora na descrição das correntes equivalentes, pois o valor da mesma é calculado no centro de cada segmento (em decorrência da definição das funções de base) e se tal segmento torna-se menor este cálculo é melhorado. Em todos os casos a predição é inaceitável quando apenas 1 segmento/ $\lambda$  é utilizado. Exceção interessante ocorre nas Figuras 2.7 (a) e 2.8(a) para 100 MHz onde a previsão de atenuação baseada na EFIE diverge da UTD mesmo com o aumento do número de segmentos. A explicação plausível para tal fato é a negligência do retro-espalhamento na obtenção das correntes equivalentes através da EFIE (veja a Seção 2.2.3), o qual torna-se mais intenso na medida em que a diferença entre a altura da cunha ( $h$ ) e a do transmissor ( $h_T$ ) aumenta. Neste aspecto, a Figura 2.8(a) representa justamente o pior caso. Para avaliar se tal justificativa é realmente aceitável, seria necessário realizar a análise completa, como explicado na Seção 2.2.2, o que torna-se impraticável na presente situação dado o número de segmentos (cerca de 80.000 para 5 segmentos/ $\lambda$  em 100 MHz). Por outro lado, a mesma Figura 2.8(a) mostra que, com o aumento da frequência (1 GHz), a predição baseada na EFIE volta a ter uma concordância aceitável com a UTD. Neste caso, dado

que a frequência aumenta, a contribuição da difração passa a estar mais concentrada na borda da cunha, compensando o desprezo do retro-espalhamento.

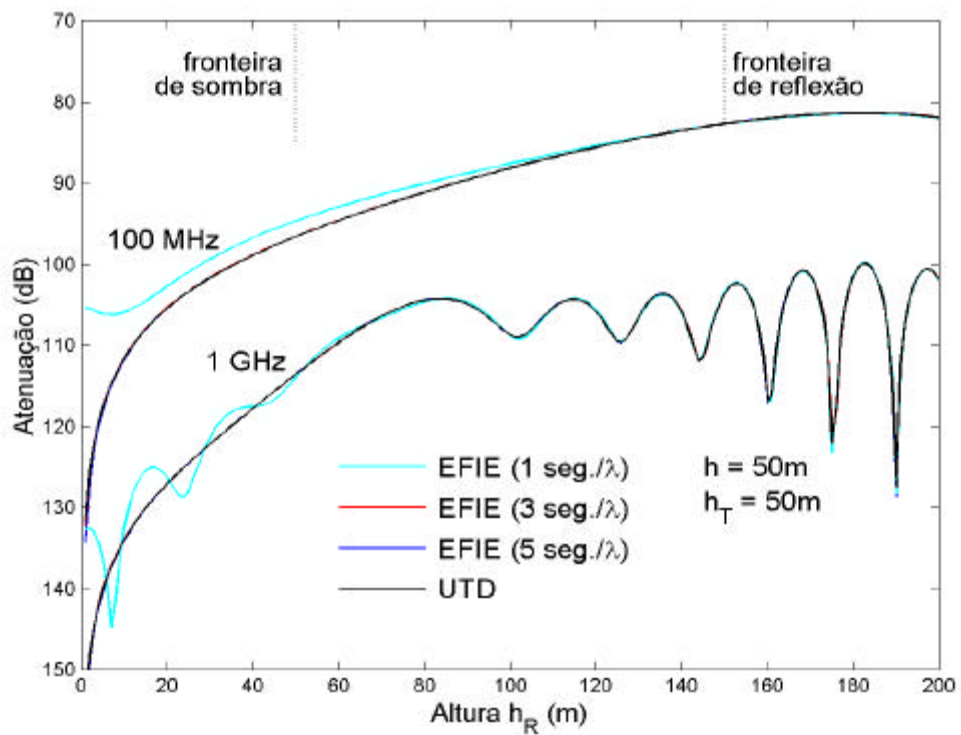
Nota-se também que os resultados pioram proporcionalmente à medida que a cunha torna-se mais íngreme (aumento de  $h$ ), o que pode ser percebido comparando-se as Figuras 2.6, 2.7 e 2.8 para  $h = 50$  m, 100 m e 150 m, respectivamente. Este fato está intimamente relacionado ao desprezo do retro-espalhamento, como explicado no parágrafo anterior. Além da piora dos resultados, percebe-se também que a predição de atenuação começa a apresentar um caráter oscilatório, o que é indesejável em um procedimento de previsão de cobertura.

Comparando-se os resultados quanto à altura  $h_T$  do transmissor, nota-se que o aumento desta para uma mesma cunha ( $h$  fixo) e mesma frequência, os resultados, de uma maneira geral, melhoram. Isso está, mais uma vez, relacionado ao desprezo do retro-espalhamento pela técnica EFIE adotada neste trabalho, o qual torna-se menos significativo na medida em que  $h_T$  se aproxima de  $h$ , reforçando os comentários feitos previamente nesta seção.

Como última consideração podemos observar através dos resultados que com o aumento da frequência de operação a relação  $h/\lambda$  aumenta. Logo os resultados tendem a piorar, com exceção dos casos em que  $h = 50$  m. O aumento da frequência pode ser encarado como um aumento elétrico da altura  $h$ , o que torna mais evidente desprezo do retro-espalhamento.



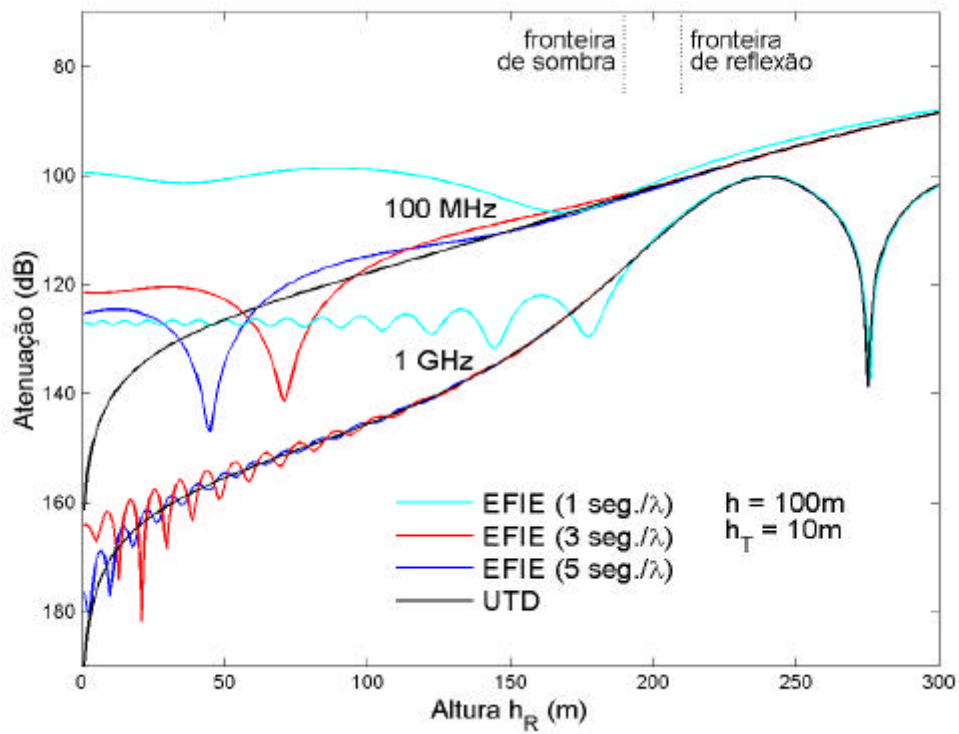
(a)



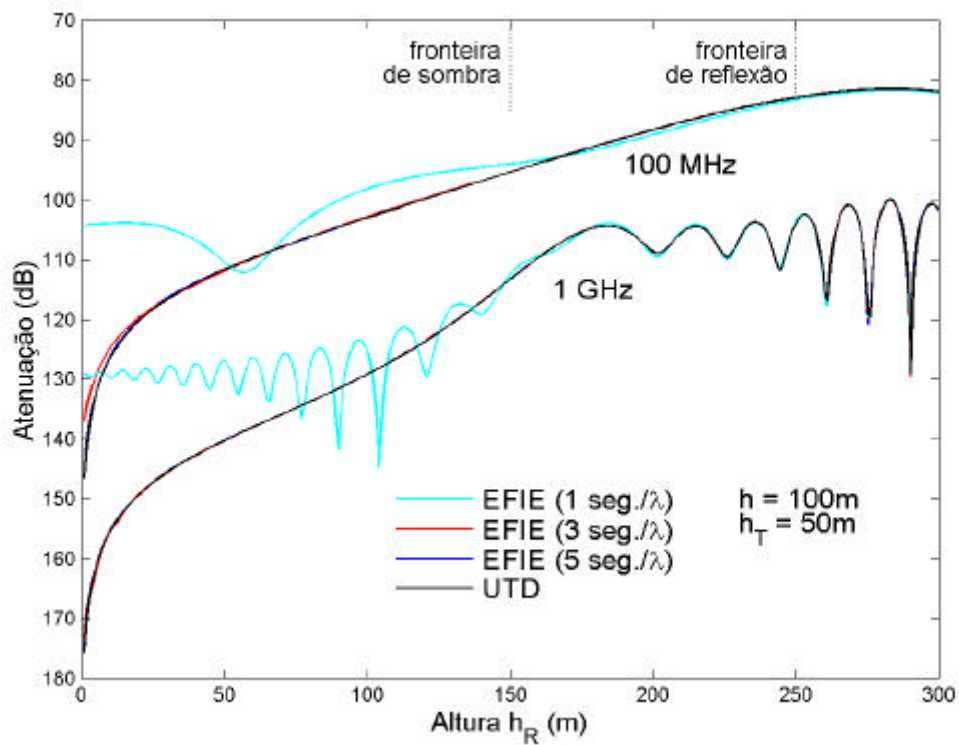
(b)

Figura 2.6 – Predição da Atenuação para a cunha em função de  $h_R$ : a)  $h = 50$  m e  $h_T = 10$  m e b)  $h = 50$  m e  $h_T = 50$  m



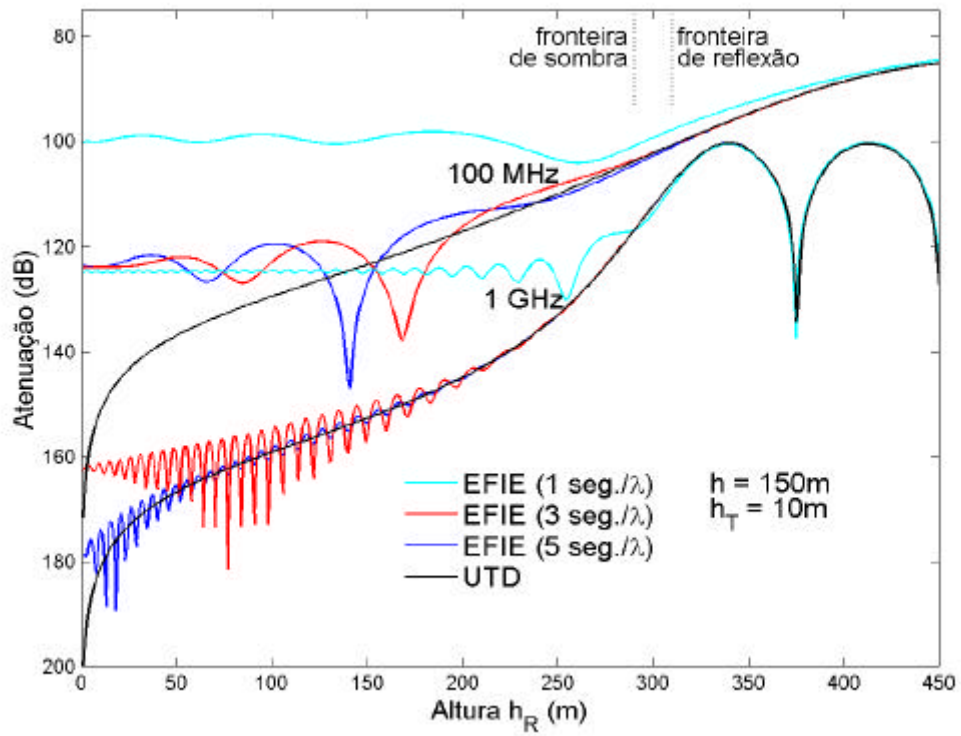


(a)

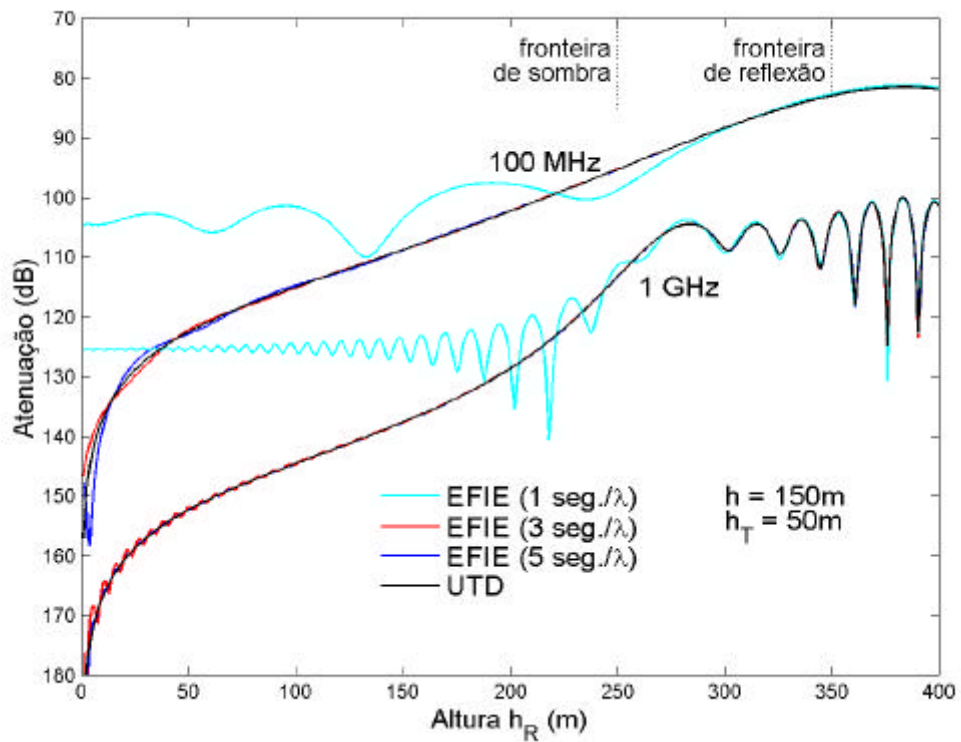


(b)

Figura 2.7 – Predição da Atenuação para a cunha em função de  $h_R$ : a)  $h = 100$  m e  $h_T = 10$  m e b)  $h = 100$  m e  $h_T = 50$  m



(a)



(b)

Figura 2.8 – Predição da Atenuação para a cunha em função de  $h_R$ : a)  $h = 150$  m e  $h_T = 10$  m e b)  $h = 150$  m e  $h_T = 50$  m

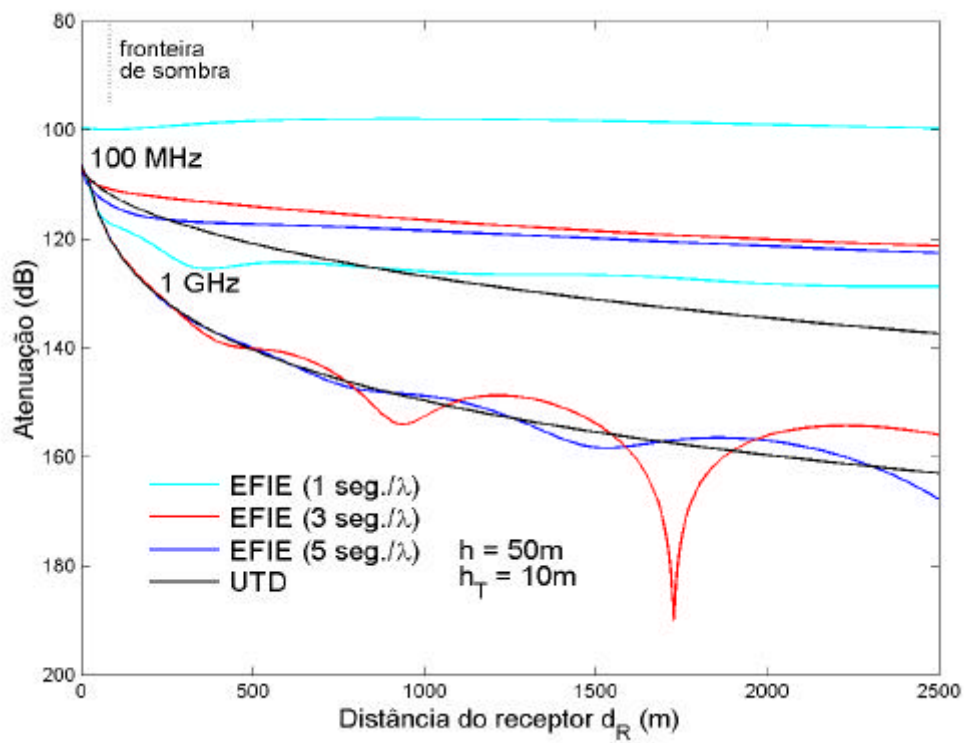
Numa segunda etapa de simulações buscou-se uma investigação do nível de campo, e conseqüentemente da atenuação, ao longo do perfil. Esta segunda etapa foi feita mantendo-se  $h_R$  fixa em 3 m e 10 m, e variando-se  $d_R$  do cume até o final do perfil, ou seja, de 0 a 2.500 m (veja a Figura 2.5). Como feito nas simulações anteriores, duas freqüências de operação (100 MHz e 1 GHz) estão presentes. Os resultados destas simulações podem ser visualizados nas Figuras 2.9, 2.10 e 2.11, onde somente os resultados para  $h_R = 3$  m foram apresentados, por serem suficientes para a posterior análise. Nas figuras mencionadas a única diferença na geometria é a altura da cunha ( $h = 50$  m, 100 m e 150 m, respectivamente). Em todos os casos são apresentados resultados para diferentes números de segmentos por comprimento de onda  $\lambda$  (1, 3 e 5 segmentos/ $\lambda$ ). Vale mencionar que este tipo de investigação de nível de campo ao longo do perfil é mais adequado a casos práticos, onde o interesse por regiões de menor atenuação é marcante, o que possibilita uma boa qualidade do sinal recebido.

Os resultados para esta investigação da atenuação ao longo do perfil foram muito parecidos aos obtidos anteriormente, ou seja, da investigação da atenuação relacionada à variação da altura do transmissor, e todas as justificativas feitas naquele momento também aqui se aplicam. Novamente os resultados melhoram com o aumento do número de segmentos/ $\lambda$  para uma mesma freqüência e geometria de perfil. Como já mencionado, tal aumento de segmentos/ $\lambda$  garante uma melhor descrição das correntes magnéticas equivalentes ao longo do perfil. Quando utiliza-se 1 segmento/ $\lambda$  todos os resultados são inaceitáveis. A predição baseada na EFIE diverge da UTD, aqui nas Figuras 2.10 (a) e 2.11 (a), devido à não inclusão do retro-espalhamento na formulação. Mas com o aumento da freqüência tal divergência diminui, não desaparecendo como no caso da variação de  $h_R$ , pela mesma razão explicada nas simulações anteriores, ou seja, concentração dos efeitos da difração na borda da cunha, o que compensa o desprezo do retro-espalhamento.

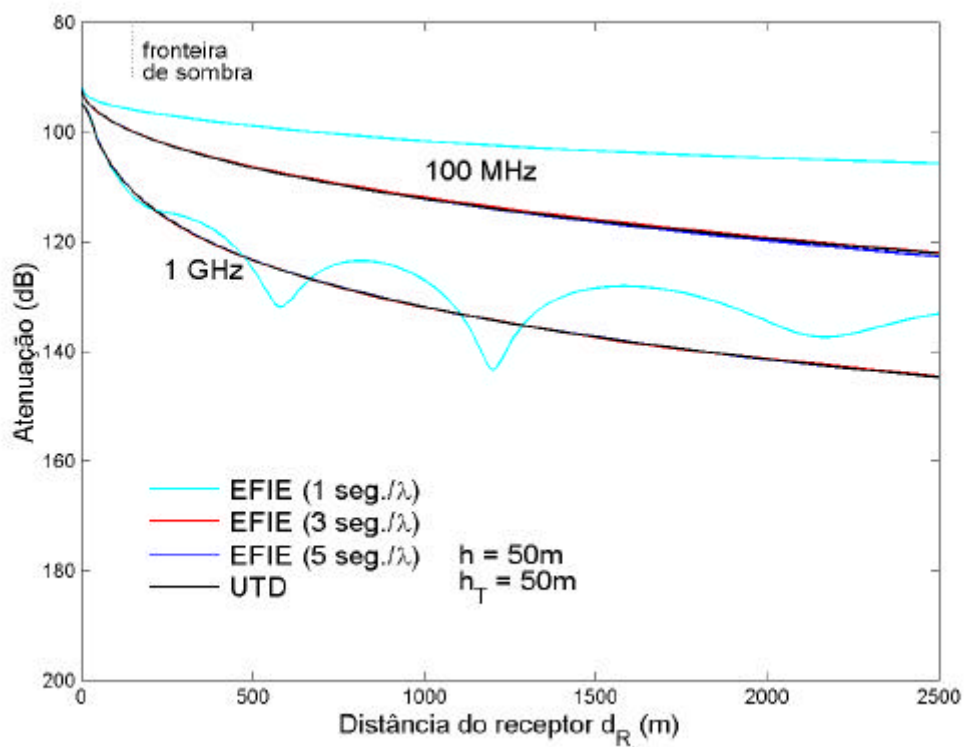
Percebe-se também que os resultados pioram com o aumento de  $h$ , o que pode ser comprovado nas Figuras 2.9, 2.10 e 2.11, respectivamente. Novamente o desprezo do retro-espalhamento é a causa para tal fato, que é mais visível para geometrias íngremes.

Com o aumento da altura do transmissor  $h_T$ , de 3 m para 10 m, todos os resultados foram ligeiramente melhores se comparados aos obtidos através da UTD, o que poderia ser deduzido da investigação anterior (Figuras 2.6–2.8), e não são apresentados aqui. A razão para a não inclusão dos resultados obtidos com  $h_T = 10$  m é que o comportamento do nível de campo ao longo do perfil é exatamente o mesmo do caso em que  $h_T = 3$  m, sendo a única diferença nos valores absolutos da atenuação, mesmo assim de pequena magnitude. A explicação para a melhora de resultados com o aumento da altura do transmissor é que tal aumento atenua o desprezo do retro-espalhamento.

Por último, podemos observar através dos resultados que com o aumento da frequência de operação a relação  $h/\lambda$  aumenta, visto que tal aumento de frequência diminui o comprimento de onda  $\lambda$ . O aumento da relação  $h/\lambda$ , em última análise, pode ser encarado como uma diminuição da característica de suavidade elétrica do terreno, fazendo com que os resultados tendam a piorar quando comparados à UTD, exceção feita nos casos em que  $h = 50$  m.

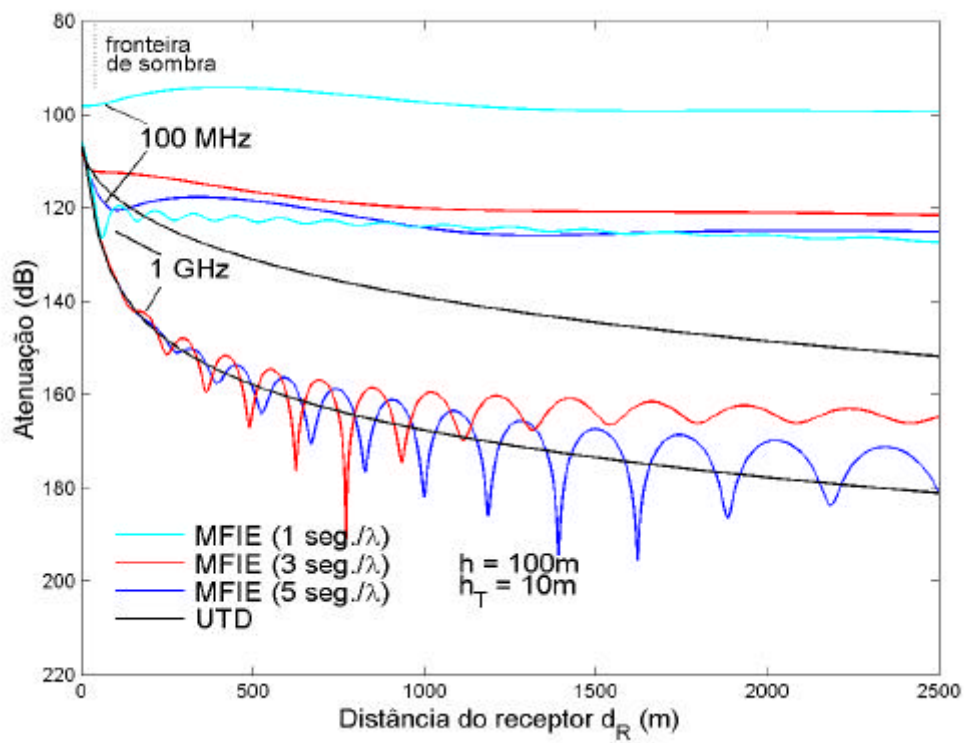


(a)

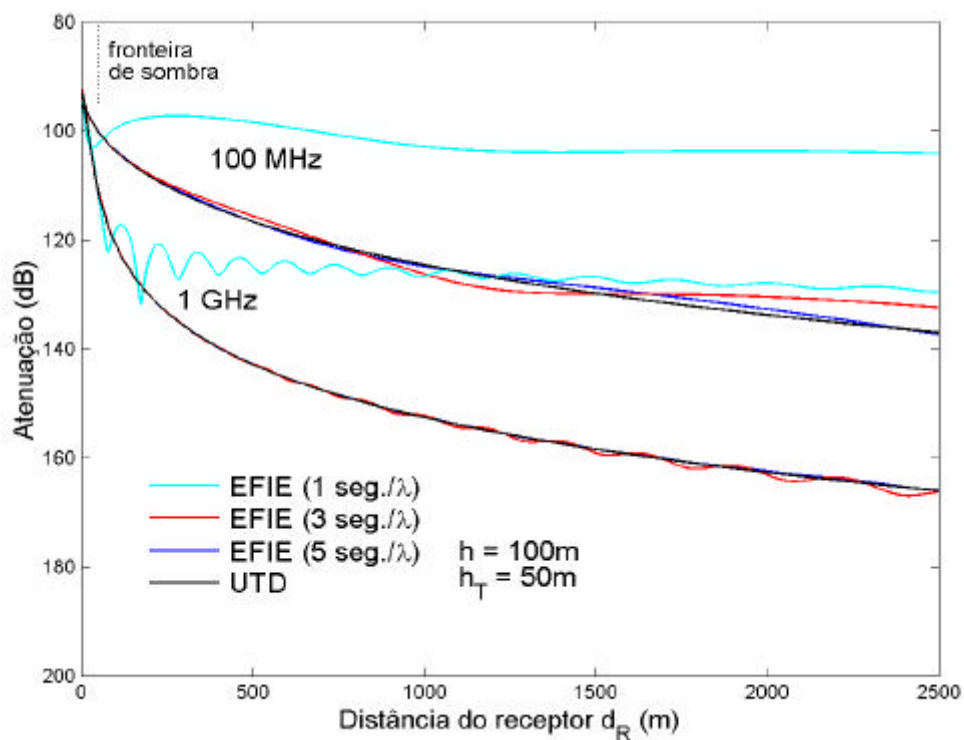


(b)

Figura 2.9 – Predição da Atenuação para a cunha em função de  $d_R$ : a)  $h = 50\text{ m}$  e  $h_T = 10\text{ m}$   
e b)  $h = 50\text{ m}$  e  $h_T = 50\text{ m}$

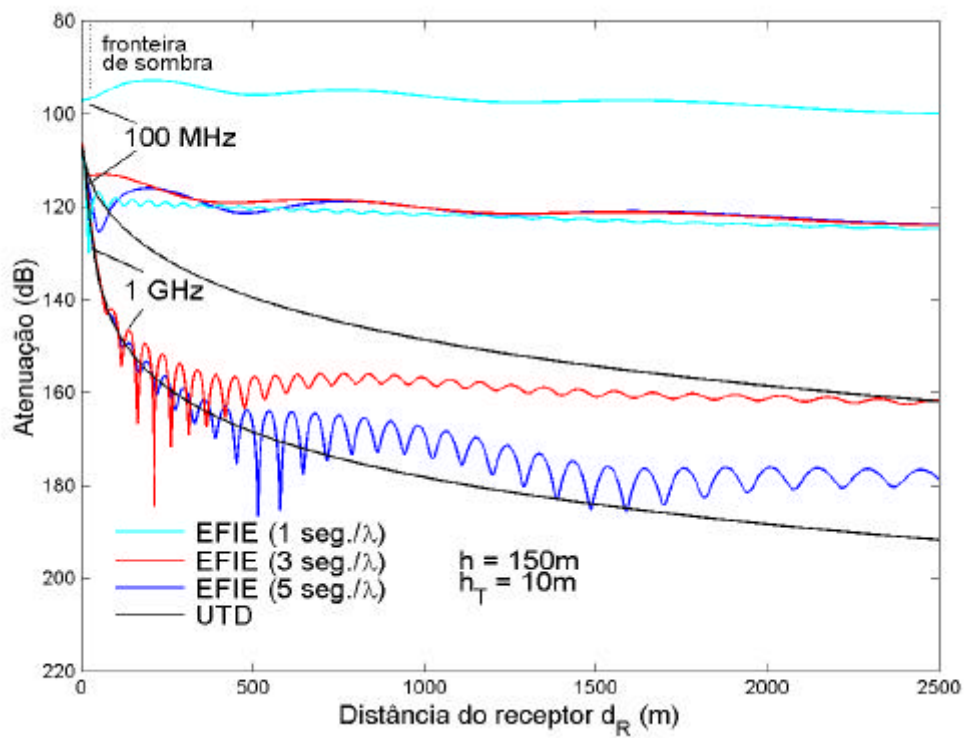


(a)

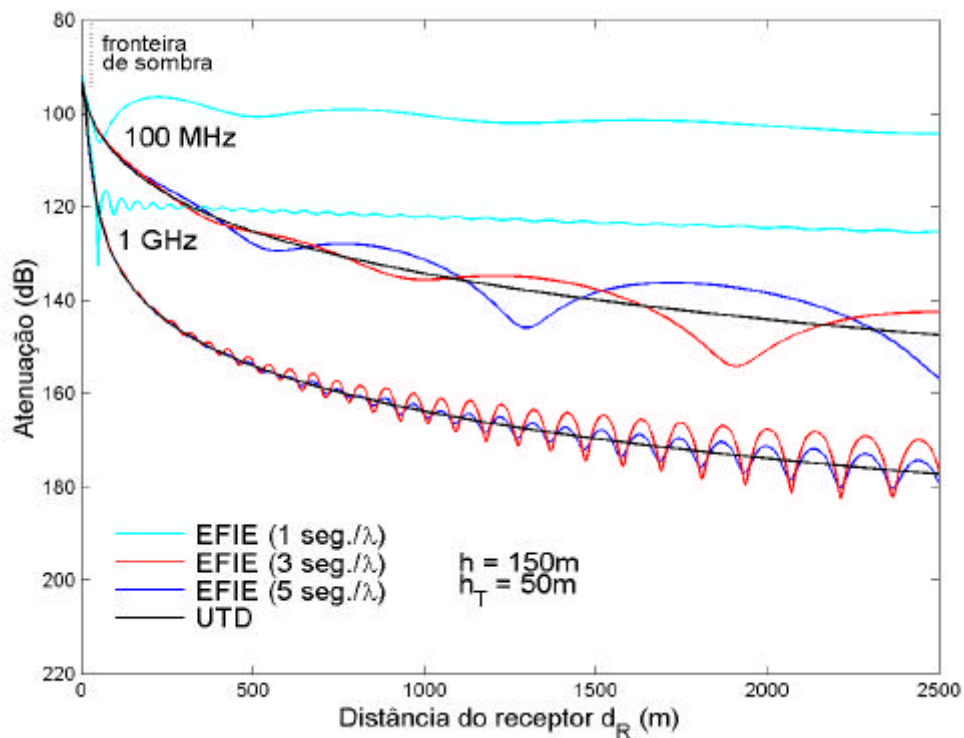


(b)

Figura 2.10 – Predição da Atenuação para a cunha em função de  $d_R$ : a)  $h = 100\text{ m}$  e  $h_T = 10\text{ m}$   
e b)  $h = 100\text{ m}$  e  $h_T = 50\text{ m}$



(a)



(b)

Figura 2.11 – Predição da Atenuação para a cunha em função de  $d_R$ : a)  $h = 150\text{ m}$  e  $h_T = 10\text{ m}$   
e b)  $h = 150\text{ m}$  e  $h_T = 50\text{ m}$

## CAPÍTULO 3

### TÉCNICA DE PREDIÇÃO BASEADA NA EQUAÇÃO INTEGRAL DO CAMPO MAGNÉTICO PARA A POLARIZAÇÃO VERTICAL

#### 3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

No Capítulo 2 uma predição de enlace com resolução baseada na equação integral do campo elétrico (EFIE) para uma polarização vertical foi apresentada e desenvolvida, de acordo com um trabalho previamente estabelecido [13]. Durante o desenvolvimento de tal formulação foram feitas uma série de suposições simplificadoras que ajudaram a diminuir a complexidade do problema, como por exemplo, superfície eletricamente suave e geometria invariante na direção perpendicular ao plano de incidência. Além disso, dada a suposição de uma incidência rasante e a polarização vertical da fonte, o solo sem perdas foi também assumido como condutor magnético perfeito, conforme discutido na Seção 2.2 e ilustrado pela Figura 2.1. Consequentemente, o problema original foi então substituído por um equivalente, com correntes magnéticas equivalentes impostas sobre a superfície  $S$  (antes ocupada pela interface solo/ar) e irradiando em um meio linear, homogêneo e isotrópico.

No presente capítulo serão seguidos os mesmos passos do capítulo anterior mas, diferentemente, a predição de enlace para uma polarização vertical será baseada na equação integral do campo magnético (MFIE—*Magnetic Field Integral Equation*). No nosso melhor entendimento, o presente desenvolvimento da MFIE é uma investigação recente na literatura disponível [19, 20], ressaltando que a formulação



apresentada na Referência [17] trata de uma formulação MFIE puramente bidimensional. Além disso, os resultados a serem apresentados no final deste capítulo (que abrangem os mesmos casos apresentados no final do Capítulo 2, só que agora com resultados gerados pela MFIE) indicam que a presente MFIE, quando comparada à EFIE, fornece uma mesma precisão com menos funções de base para a representação da corrente magnética equivalente.

### 3.2 MFIE PARA A POLARIZAÇÃO VERTICAL

Para a solução do problema de predição dos níveis de campo sobre um perfil arbitrário utilizando-se a MFIE serão tomadas as mesmas suposições simplificadoras assumidas anteriormente para a EFIE (vide o Capítulo 2), tais como superfície eletricamente suave, geometria invariante na direção perpendicular ao plano de incidência e, dada a incidência rasante para uma polarização vertical, solo aproximado como condutor magnético perfeito [13]. Todas as justificativas que validaram tais suposições (e que foram apresentadas ao longo do Capítulo 2) aplicam-se também no presente desenvolvimento, pois o problema é exatamente o mesmo, só que resolvido de forma diferente.

Aplicando-se o princípio da equivalência [13], ou seja, substituindo-se o solo por um condutor magnético perfeito, somente irão existir na interface entre a superfície (solo) e a atmosfera correntes superficiais magnéticas equivalentes ( $\vec{M}$ ), teoricamente as mesmas do capítulo anterior, mas resolvidas por uma outra formulação (aqui pela MFIE). Também aqui tais correntes equivalentes, junto com a fonte externa, irradiam em um meio linear, homogêneo e isotrópico. Nesse caso o campo magnético total pode ser expresso com o auxílio da seguinte equação integral [12]:

$$\vec{H}(\vec{r}) = T \left[ \vec{H}_{in}(\vec{r}) + \frac{1}{\eta} \vec{L}(\vec{M}) \right], \quad (3.1)$$

onde  $\vec{H}_{in}$  é o campo magnético incidente radiado pelas fontes externas, T é 1 ou 2 para um observador fora ou sobre a superfície S, respectivamente,  $\eta$  é a impedância característica da atmosfera ( $\eta \approx 120\pi\Omega$ ) e

$$\vec{L}_1(\vec{M}) = -jk \int_{S'} \left[ \vec{M}(\vec{r}')G - \frac{1}{k^2} \nabla' \cdot \vec{M}(\vec{r}') \nabla' G \right] ds', \quad (3.2)$$

lembrando que G é a função de Green para o espaço livre, dada pela equação (2.3). Vale lembrar também que  $\vec{r}$  refere-se à posição do observador e  $\vec{r}'$  à posição da fonte, sendo tais vetores ilustrados na Figura 2.2. A resolução das correntes equivalentes  $\vec{M}$  é iniciada a partir da equação (3.1). O ponto de partida para a obtenção de tais correntes é a condição de contorno relativa às componentes tangenciais do campo sobre a superfície condutora magnética perfeita:

$$\hat{n} \times \vec{H}(\vec{r}) = 0 \quad (3.3)$$

para  $\vec{r}$  sobre S, onde  $\hat{n}$  é o vetor unitário normal à superfície exatamente no ponto  $\vec{r}$ .

A condição de contorno dada pela equação (3.3) é imposta considerando o observador sobre a superfície. Conseqüentemente, o parâmetro T é igual a 2, admitindo-se uma superfície suave [12]. Logo, aplicando-se a condição de contorno (3.3) na equação (3.1), esta, após algumas manipulações algébricas, torna-se:

$$\hat{n} \times \vec{H}_{in}(\vec{r}) = -\frac{1}{\eta} \hat{n} \times \vec{L}_1(\vec{M}). \quad (3.4)$$

Com a equação acima temos a equação integral do campo magnético (MFIE), que será avaliada posteriormente utilizando-se o Método dos Momentos (como feito na Seção 2.2.2). Porém, antes de proceder a tal método, a integral dada pela equação

(3.2) será antes simplificada através do Método da Fase Estacionária (de maneira análoga ao procedimento adotado na Seção 2.2.1), o que vem a ser o assunto da próxima seção.

### 3.2.1 A Solução da MFIE através do Método da Fase Estacionária

A integral representada pela equação (3.2) e que aparece na equação (3.4) é considerada uma integral de superfície aberta pelas mesmas razões previamente discutidas ao longo da Seção 2.2. Posteriormente ela será reduzida a uma integral de linha através das mesmas condições discutidas na Seção 2.2.1. O mesmo sistema de coordenadas localmente ortogonal apresentado na Figura 2.2 e as considerações correspondentes também são pertinentes aqui.

Para a manipulação da integral (3.2) precisamos descrever de maneira apropriada tanto a densidade de corrente magnética como o seu divergente. A fase da corrente magnética equivalente  $\vec{M}$  será tratada exatamente como representado pela equação (2.7), onde  $\vec{M}_A$  representará mais uma vez a “amplitude” desta corrente. Já a fase associada à função de Green (ou seja,  $k|\vec{r} - \vec{r}'|$ ) será representada como na equação (2.13). Desta maneira, tais fases acabam por serem aproximadas conforme apresentado pelas equações (2.11) e (2.16), respectivamente.

Com o intuito de simplificar o cálculo da equação (3.2) é interessante reescrevê-la como

$$\vec{L}_1(\vec{M}) = -jk \left[ \vec{I}_1(\vec{M}) - \frac{1}{k^2} \vec{I}_2(\vec{M}) \right], \quad (3.5)$$

onde

$$\vec{I}_1(\vec{M}) = \int_{S'} \vec{M}(\vec{r}') G ds', \quad (3.6)$$

$$\vec{I}_2(\vec{M}) = \int_{S'} \nabla' \cdot \vec{M}(\vec{r}') \nabla' G ds'. \quad (3.7)$$

Como feito no desenvolvimento da EFIE (Capítulo 2), a superfície é considerada perpendicularmente invariante ao plano de incidência. Então as integrais ao longo da direção  $\hat{y}$  (de acordo com a Figura 2.2), podem ser calculadas assintoticamente pelo Método da Fase Estacionária. Em decorrência disso, os termos associados às amplitudes são supostos invariantes em relação a  $y'$ , com o valor dado no plano  $y = 0$  (que é o plano de incidência, conforme a Figura 2.2). Já as fases dentro do integrando são descritas como nas equações (2.11) e (2.16). Dessa forma e com o auxílio das equações (2.7) e (2.12), a integral (3.6) torna-se:

$$\vec{I}_1(\vec{M}) = \frac{1}{4\pi} \int_{t'} \frac{\vec{M}_A(\vec{r}')}{R_2} \exp[-jk(R_1 + R_2)] \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-j\frac{k}{2}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)y'^2\right] dy' dt', \quad (3.8)$$

onde  $R_1$  e  $R_2$  são dados pelas equações (2.9) e (2.15), respectivamente, conforme ilustrado na Figura 2.2.  $\vec{M}_A$  é a “amplitude” da corrente equivalente, conforme a definição da equação (2.7). A integral em  $y'$  é solucionada usando-se a expressão (2.18) [24]. Logo podemos reescrever (3.8) como:

$$\vec{I}_1(\vec{M}) = \frac{\sqrt{\pi}(1-j)}{4\pi k} \int_{kt'} \frac{\vec{M}_A(t')}{\sqrt{kR_2\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}} \exp[-jk(R_1 + R_2)] d(kt'). \quad (3.9)$$

Vale aqui ressaltar que, dada a polarização vertical, no plano de incidência ( $y = 0$ ) a corrente magnética equivalente tem apenas componente na direção  $\hat{y}$  (veja Seção 2.2.2), de forma que a equação acima pode ser convenientemente reescrita como:

$$\vec{I}_1(\vec{M}) = \frac{\sqrt{\pi}(1-j)}{4\pi k} \int_{kt'} \frac{\hat{M}_A y}{\sqrt{kR_2 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}} \exp[-jk(R_1 + R_2)] d(kt'). \quad (3.10)$$

No caso da integral (3.7), cabe uma primeira manipulação, visto que  $\nabla'G = -\nabla G$  [23]. Logo:

$$\vec{I}_2(\vec{M}) = \int_{S'} \nabla' \cdot \vec{M}(\vec{r}') \nabla' G ds' = -\nabla \int_{S'} \nabla' \cdot \vec{M}(\vec{r}') G ds', \quad (3.11)$$

onde a passagem do gradiente para fora da integral deve-se ao fato de que esta, da mesma forma como  $\vec{M}$ , dependerem apenas da coordenada da fonte  $\vec{r}'$ . Para simplificar a equação (3.11) devemos primeiro tratar o divergente  $\nabla' \cdot \vec{M}(\vec{r}')$ :

$$\begin{aligned} \nabla' \cdot \vec{M}(\vec{r}') &= \nabla' \cdot \left[ \vec{M}_A(\vec{r}') \exp\left(-jk \left| \vec{r}' - \vec{r}_o \right| \right) \right] = \\ &= \vec{M}_A(\vec{r}') \nabla' \left[ \exp\left(-jk \left| \vec{r}' - \vec{r}_o \right| \right) \right] + \exp\left(-jk \left| \vec{r}' - \vec{r}_o \right| \right) \nabla' \cdot \vec{M}_A(\vec{r}'), \end{aligned} \quad (3.12)$$

onde  $\vec{r}_o$  é o vetor que localiza a fonte externa, como ilustrado pela Figura 2.2. Porém,

$$\nabla' \left[ \exp\left(-jk \left| \vec{r}' - \vec{r}_o \right| \right) \right] = -jk \exp\left(-jk \left| \vec{r}' - \vec{r}_o \right| \right) \frac{\left( \vec{r}' - \vec{r}_o \right)}{\left| \vec{r}' - \vec{r}_o \right|}. \quad (3.13)$$

Logo

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{M}(\vec{r}') = \left[ -jk \vec{M}_A(\vec{r}') \frac{(\vec{r}' - \vec{r}_o)}{|\vec{r}' - \vec{r}_o|} + \vec{\nabla}' \cdot \vec{M}_A(\vec{r}') \right] \exp\left(-jk|\vec{r}' - \vec{r}_o|\right). \quad (3.14)$$

Substituindo (3.14) em (3.11), utilizando a expressão (2.18) e lembrando que

$\vec{r}' - \vec{r}_o = R_1 \hat{y}$  no plano  $y = 0$  (veja Figura 2.2):

$$\vec{I}_2(\vec{M}) = \frac{(1-j)}{4\sqrt{\pi}} \vec{\nabla} \int_{kt'} \left[ \frac{\vec{\nabla}' \cdot \vec{M}_A(\vec{r}')}{k} - j \vec{M}_A(\vec{r}') \cdot \hat{R}_1 \right] \frac{\exp[-jk(R_1 + R_2)]}{\sqrt{kR_2 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}} d(kt'). \quad (3.15)$$

Duas observações são aqui necessárias. No plano  $y = 0$  a corrente magnética equivalente possui apenas componente em  $\hat{y}$  (veja Seção 2.2.2). Além disso, no mesmo plano o  $\hat{R}_1$  é perpendicular a  $\hat{y}$  (veja a Figura 2.2). Logo, o segundo termo dentro do integrando da equação (3.15) é identicamente nulo. Além disso, dadas as condições que nos permitiram aplicar o Método da Fase Estacionária, a variação da “amplitude”  $\vec{M}_A$  é desprezível quando comparada à da fase. Logo, o divergente de  $\vec{M}_A$  pode ser aproximado como sendo nulo e, conseqüentemente,

$$\vec{I}_2(\vec{M}) \approx 0. \quad (3.16)$$

Finalmente de posse das equações (3.10) e (3.16), a equação (3.5) tornou-se uma integral de linha em relação à coordenada  $t'$  das fontes (correntes), sendo o valor de tal integral avaliado ao longo do perfil no plano de incidência ( $y = 0$ ), devido à aplicação do Método da Fase Estacionária. Novamente estão presentes singularidades [veja a equação (3.10)] quando  $R_2 \rightarrow 0$ . A aplicação da técnica do Método dos Momentos irá definir o tratamento de tais singularidades, o que será visto na próxima seção.

### 3.2.2 Solução das Correntes Magnéticas através do Método dos Momentos

O uso do Método dos Momentos na avaliação das equações integrais expostas na Seção 3.2.1 será feito como para a EFIE na Seção 2.2.2. Vale lembrar que a fase da corrente magnética equivalente foi explicitada conforme a representação dada pela equação (2.7), enquanto que a “amplitude”  $\vec{M}_A$  será expandida em uma série de  $N_b$  funções de base como na equação (2.20), onde as funções de base  $\vec{m}_j(\vec{r}')$  são conhecidas e os respectivos coeficientes  $M_j$  são desconhecidos. Uma vez substituindo (2.20) em (3.10) e, conseqüentemente, em (3.5), a solução dos coeficientes  $M_j$  é imposta através do produto escalar da equação (3.4) pelas funções de teste  $\vec{w}_i(\vec{r})$ , escolhidas tangentes à superfície do terreno.

Neste ponto, dada a aplicação do Método da Fase Estacionária discutida na Seção 3.2.1, a imposição das condições de contorno através do produto escalar por  $\vec{w}_i(\vec{r})$  só é necessária ao longo do perfil do terreno no plano de incidência ( $y = 0$ ), conforme previamente discutido na Seção 2.2.2. Na prática isto significa que todas as integrais de superfície agora estão reduzidas a integrais de linha em função das coordenadas  $t$  e  $t'$  do observador e da fonte, respectivamente. Então, multiplicando-se escalarmente ambos os lados da equação (3.4) por  $\vec{w}_i(\vec{r})$ , posteriormente integrando-se com relação a  $t$  e lembrando-se dos resultados apresentados nas equações (3.5), (3.10) e (3.16):

$$\int_t \vec{w}_i \cdot (\hat{n} \times \vec{H}_{in}) dt = \frac{jk}{\eta} \int_t \vec{w}_i \cdot \left\{ \hat{n} \times \left[ \vec{I}_1(\vec{M}) - \frac{1}{k^2} \vec{I}_2(\vec{M}) \right] \right\} dt =$$

$$\frac{j(1-j)}{\eta 4\sqrt{\pi}} \int_t \vec{w}_i \cdot \left[ \hat{n} \times \int_{kt'} \frac{M_A \hat{y}}{\sqrt{kR_2 \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)}} \exp[-jk(R_1 + R_2)] d(kt') \right] dt.$$

(3.17)

Procedendo de maneira análoga à Seção 2.2.2, o caminho de integração ao longo do perfil do terreno é subdividido em muitos segmentos, como visualizado na Figura 2.3. Em cada segmento (identificado pelo índice “j” da fonte) é definida uma única função de base local  $\vec{m}_j$ . Só que agora, a função de teste é definida orientada ao longo da direção  $\hat{t}$ , ou seja,  $w_i = w_i \hat{t}$  sendo  $w_i$  especificada de acordo com o método da colocação de pontos (vide Seção 2.2.2). Logo a função de teste  $w_i$  será um delta de Dirac, definido no centro de cada segmento de observação (identificado pelo índice “i” do observador). Como na Seção 2.2.2, as funções de base locais serão  $\vec{m}_j = \hat{y}$  sobre o segmento fonte “j” e zero fora dele.

Tendo em mente tais considerações e após uma conveniente multiplicação da equação (3.17) por  $\eta$ , temos que:

$$\left\{ \eta \hat{t} \cdot (\hat{n} \times \vec{H}_{in}) \right\}_{\vec{r} = \vec{r}_i} = \frac{(1+j)}{4\sqrt{\pi}} \left\{ \sum_{j=1}^{Nb} \hat{t} \cdot (\hat{n} \times \hat{y}) M_j \int_{kt'} \frac{\exp[-jk(R_1 + R_2)]}{\sqrt{kR_2 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}} d(kt') \right\}_{\vec{r} = \vec{r}_i} \quad (3.18)$$

A representação matricial do problema é feita exatamente como na Seção 2.2.2 [equação (2.26)]. Só que no presente desenvolvimento, de acordo com a equação (3.18) e após a troca do sinal em ambos os lados da equação, e notando

que  $\hat{t} \cdot (\hat{n} \times \hat{y}) = -1$ , temos que

$$V_i = -\eta \hat{t} \cdot \left[ \hat{n} \times \vec{H}_{in}(\vec{r}_i) \right] = -\eta \vec{H}_{in}(\vec{r}_i) \cdot (\hat{t} \times \hat{n}) = \eta \hat{y} \cdot \vec{H}_{in}(\vec{r}_i) \quad (3.19)$$

e



$$Z_{ij} = \frac{(1+j)}{4\sqrt{\pi}} \int_{kt'} \frac{\exp[-jk(R_1+R_2)]}{\sqrt{kR_2 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}} d(kt'). \quad (3.20)$$

Assumindo o segmento suficientemente curto podemos aproximar a integral da equação (3.20) através da fórmula da área do retângulo, exatamente como efetuado na Seção 2.2.2 e na Referência [13]:

$$Z_{ij} = \frac{(1+j) \exp[-jk(R_1+R_2)]}{4\sqrt{\pi} \sqrt{kR_2 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}} k \Delta j, \quad (3.21)$$

onde  $\Delta j$  é o tamanho do segmento “j” e a expressão acima só é válida quando  $i \neq j$ . No caso em que  $i = j$ , o integrando da equação (3.20) deve ser analisado no limite em que  $R_2$  tende para zero (veja a Figura 2.3). Neste caso, por inspeção da equação (3.20) nota-se que:

$$Z_{ii} \cong \frac{(1+j)}{4\sqrt{\pi}} \exp(-jkR_1) \int_{kt'} \frac{1}{\sqrt{kR_2}} d(kt') \cong (1+j) \sqrt{\frac{k\Delta i}{2\pi}} \exp(-jkR_1). \quad (3.22)$$

Através das equações (3.19)—(3.22) podemos então solucionar os coeficientes e obter a representação das correntes magnéticas equivalentes.

### 3.2.3 Processo Recursivo para a Obtenção das Correntes Equivalentes e Cálculo do Campo Espalhado

Assumindo somente a propagação para frente, ou seja, desprezando o retro-espalhamento, o processo recursivo para a obtenção das correntes magnéticas discutido na Seção 2.2.3 pode ser novamente utilizado. Desta forma, a equação (2.32) continua válida para a obtenção dos coeficientes  $M_j$ , só que, obviamente, utilizando-se os parâmetros dados agora pelas equações (3.19), (3.21) e (3.22).

Como o problema tratado neste capítulo é exatamente o mesmo considerado no Capítulo 2 (só que aqui solucionado através da MFIE ao invés da EFIE), o campo elétrico total pode ser diretamente obtido através da formulação apresentada e discutida na Seção 2.2.4, só que agora com os coeficientes  $M_j$  determinados através da formulação do presente capítulo.

### 3.3 CASO DE ESTUDO PARA VALIDAÇÃO E COMPARAÇÃO

Com a formulação baseada na MFIE desenvolvida e apresentada cabe agora uma validação de resultados. Isso será conseguido fazendo-se as mesmas simulações efetuadas na Seção 2.3, onde a técnica utilizando-se a MFIE será comparada com a UTD. Para tal um novo programa em linguagem C foi desenvolvido, implementando-se agora a MFIE. Depois das simulações serem expostas e comentadas será possível comparar-se os resultados obtidos utilizando-se a MFIE e a EFIE, bastando para isso confrontar os resultados que serão expostos nessa Seção com aqueles da Seção 2.3, respectivamente.

Buscando-se verificar a eficiência da técnica baseada na MFIE, a atenuação ao longo de um perfil topográfico hipotético, uma cunha, foi investigada. As razões para a escolha de tal perfil são as mesmas expostas na Seção 2.3. Os parâmetros dessa cunha estão presentes na Figura 2.5. O perfil foi considerado um condutor magnético perfeito, pelas razões expostas na Seção 2.2.

Como feito no Capítulo 2, o perfil é dividido em uma série de pequenos segmentos, cada um correspondendo a uma função de base local (veja Seção 2.2.2). A altura da cunha  $h$  foi variada (50 m, 100 m e 150 m). Todas as simulações foram feitas para diferentes frequências (100 MHz e 1 GHz) e diferentes valores de segmentos por comprimento de onda ( $\lambda$ ). O transmissor e o receptor foram modelados como dipolos de Hertz infinitesimais e verticalmente polarizados, com campo elétrico dado pela equação (2.35). Neste caso:

$$\vec{H}_{in}(\vec{r}) = \frac{1}{\eta} \hat{R}_{in} \times \vec{E}_{in}(\vec{r}), \quad (3.23)$$

com  $\hat{R}_{in}$  dado conforme a equação (2.36).

Numa primeira etapa de simulações a altura do receptor  $h_R$  foi variada, com a distância do receptor ao centro da cunha  $d_R$  mantida fixa em 2.500 m (ou seja, no final do perfil), como pode ser visualizado com o auxílio da Figura 2.5. Estão presentes casos para duas alturas de transmissor  $h_T$  distintas (10 m e 50 m) e duas frequências (100 MHz e 1 GHz). Os resultados destas simulações estão apresentados nas Figuras 3.1, 3.2 e 3.3, para as quais a única diferença na geometria é a altura da cunha ( $h = 50$  m, 100 m e 150 m, respectivamente). Em todos os casos são apresentados resultados para diferentes números de segmentos/ $\lambda$  (1, 3 e 5), com  $\lambda$  sempre ajustado de acordo com a frequência.

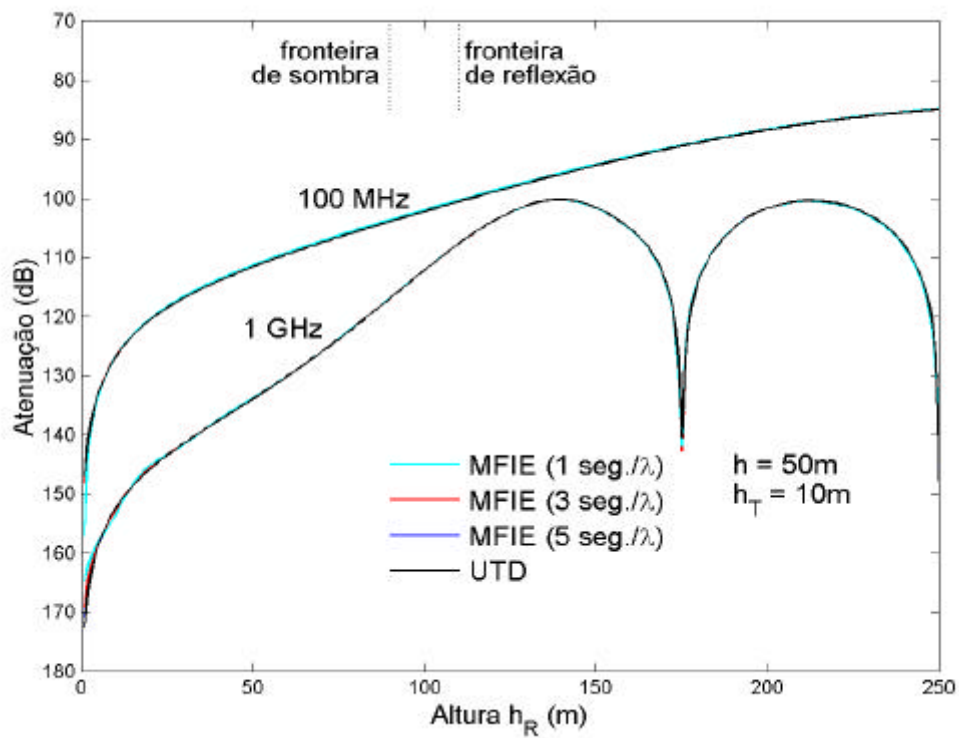
Uma primeira observação, em relação aos resultados apresentados nas Figuras 3.1, 3.2 e 3.3, é que as maiores discrepâncias nos resultados, quando comparados à UTD, se fazem presentes na região de sombra. Pode-se observar também que a acurácia dos resultados numéricos obtidos pela MFIE (quando comparados à UTD) aumenta com o número de segmentos/ $\lambda$  utilizado, devido a consequente melhora na descrição das correntes equivalentes, exatamente como no caso da EFIE, pois a filosofia de cálculo das correntes é a mesma, apenas a formulação é diferente. Os resultados utilizando-se apenas 1 segmento/ $\lambda$  são muito bons nas Figuras 3.1 (a) e (b) e 3.2 (b). Já nos demais casos com 1 segmento/ $\lambda$  o efeito do desprezo do retro-espalhamento é mais evidente. É interessante observar que no caso da Figura 3.3 a previsão baseada na MFIE diverge da UTD para pequenos valores de  $h_R$ . Novamente a explicação para tal fato deve-se a negligência do retro-espalhamento, notando-se que a Figura 3.3 é o pior caso, pois apresenta elevada diferença entre a altura da cunha ( $h$ ) e a do transmissor ( $h_T$ ).

Prosseguindo com as comparações podemos notar que a concordância entre a MFIE e a UTD piora proporcionalmente à medida que a cunha tem a sua altura  $h$  aumentada, o que pode ser percebido comparando-se as Figuras 3.1, 3.2 e 3.3, para o parâmetro  $h = 50$  m, 100 m e 150 m, respectivamente. Este fato deve-se também ao desprezo do retro-espalhamento. Além da piora dos resultados, percebe-se também

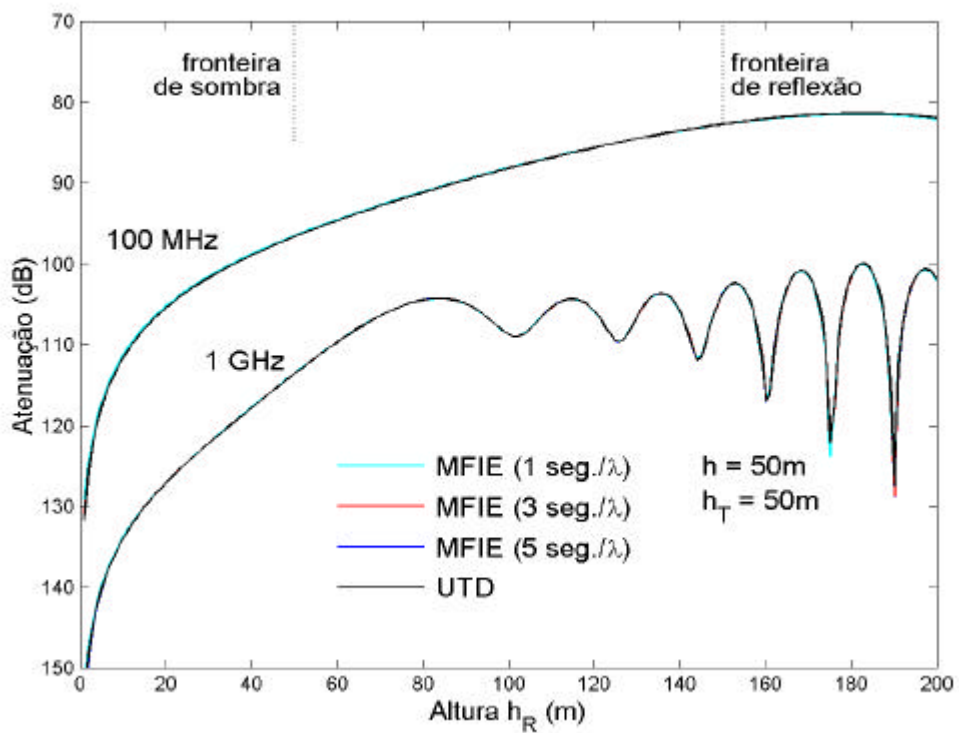
que a predição de atenuação começa a apresentar um caráter oscilatório, mais evidente numa frequência mais alta, no caso, 1 GHz.

Com relação à altura  $h_T$  do transmissor, nota-se que o aumento desta para uma mesma geometria de perfil (altura da cunha  $h$  fixa) e mesma frequência de operação os resultados das simulações melhoram. Isso está, mais uma vez, relacionado ao desprezo do retro-espalhamento que está intrínseco à abordagem utilizada no desenvolvimento da MFIE, o qual torna-se menos significativo na medida em que  $h_T$  se aproxima de  $h$ , reforçando os comentários feitos previamente nesta seção e na Seção 2.3.

Por último, podemos observar através dos resultados que com o aumento da frequência de operação a relação  $h/\lambda$  aumenta, visto que tal aumento de frequência diminui o comprimento de onda  $\lambda$ . O aumento da relação  $h/\lambda$ , em última análise, pode ser encarado como uma diminuição da característica de “suavidade elétrica” do terreno, fazendo com que os resultados tendam a piorar quando comparados à UTD, exceção feita nos casos em que  $h = 50$  m.

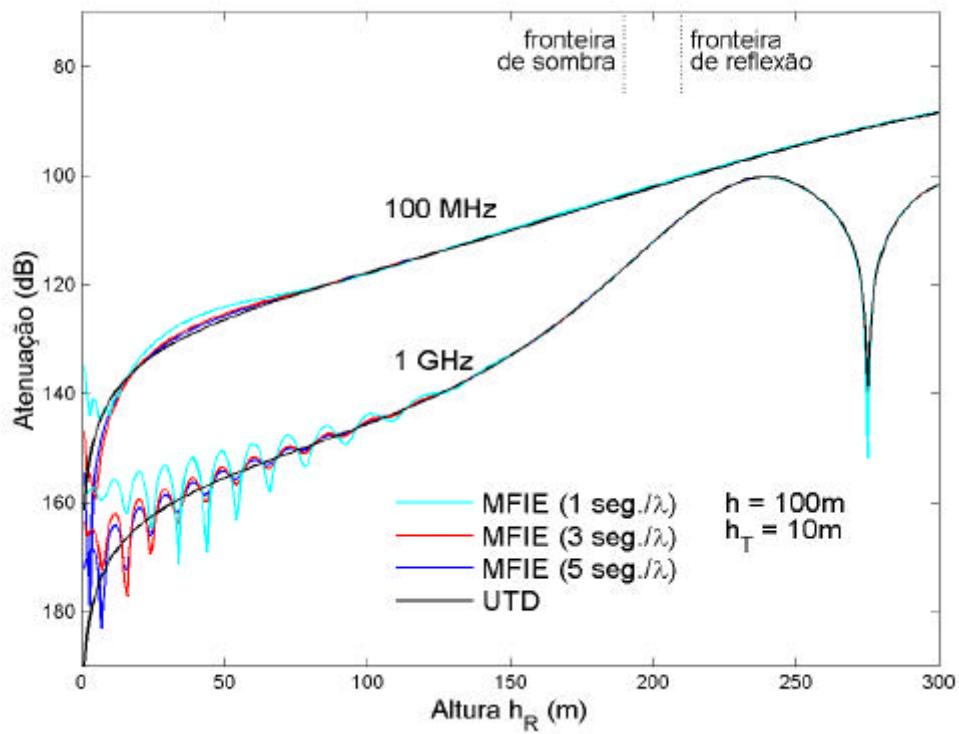


(a)

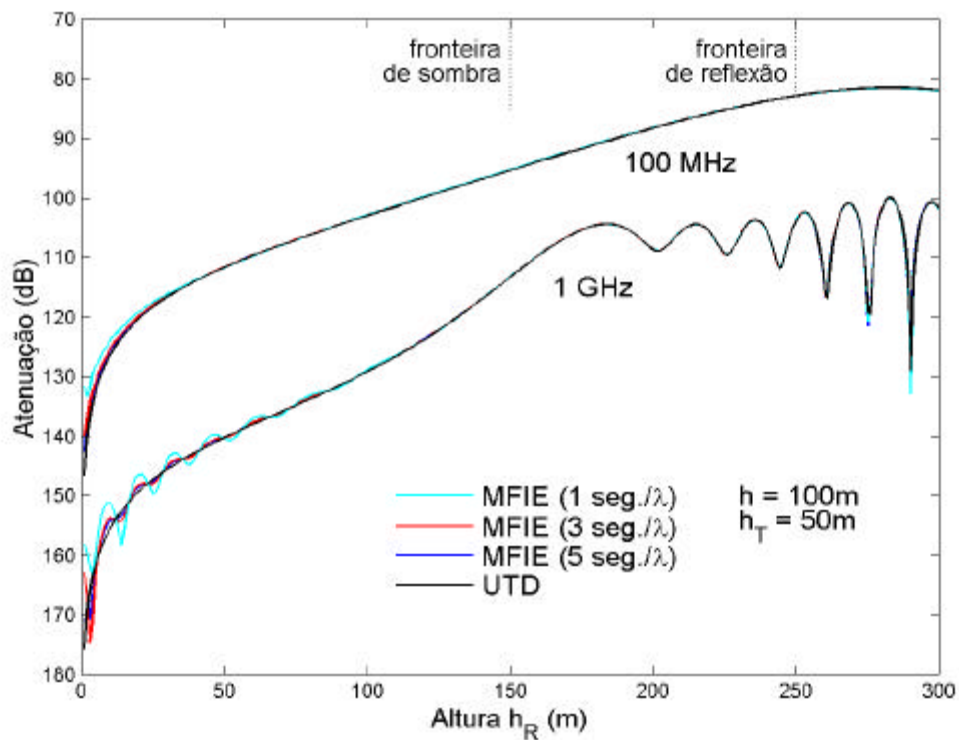


(b)

Figura 3.1 – Predição da Atenuação para a cunha em função de  $h_R$ : a)  $h = 50$  m e  $h_T = 10$  m e b)  $h = 50$  m e  $h_T = 50$  m

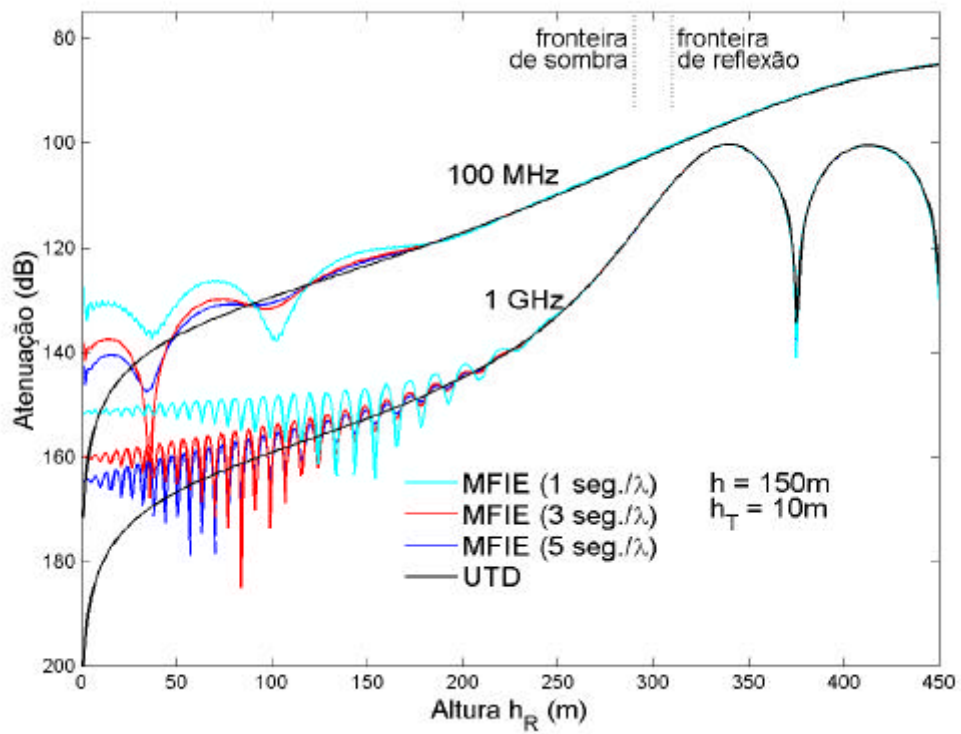


(a)

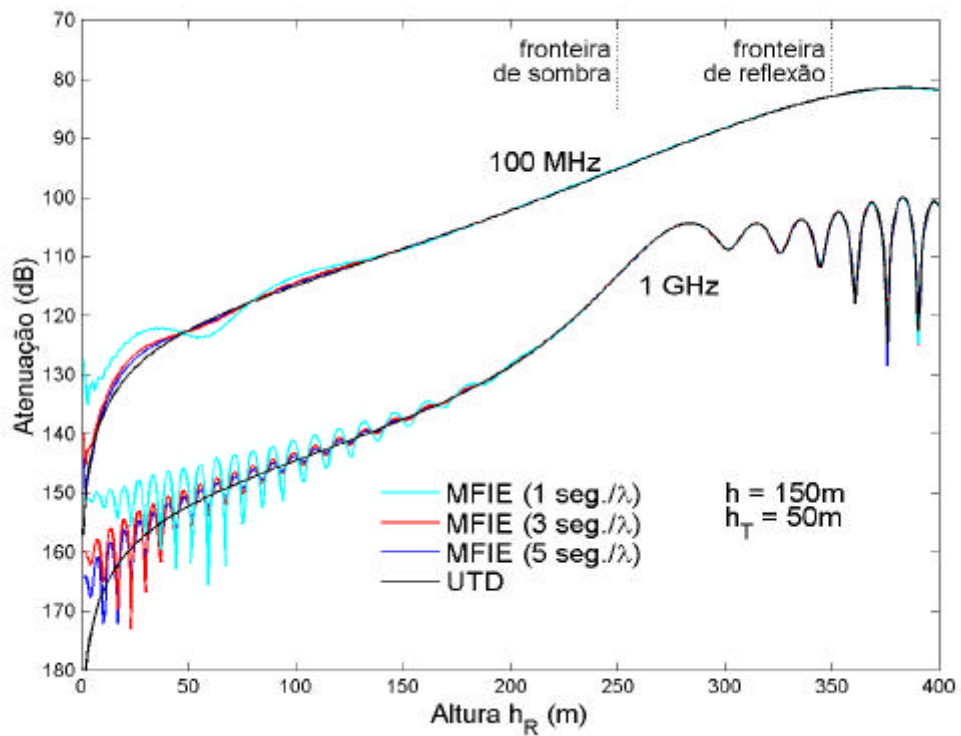


(b)

Figura 3.2 – Predição da Atenuação para a cunha em função de  $h_R$ : a)  $h = 100$  m e  $h_T = 10$  m e b)  $h = 100$  m e  $h_T = 50$  m



(a)



(b)

Figura 3.3 – Predição da Atenuação para a cunha em função de  $h_R$ : a)  $h = 150$  m e  $h_T = 10$  m e b)  $h = 150$  m e  $h_T = 50$  m

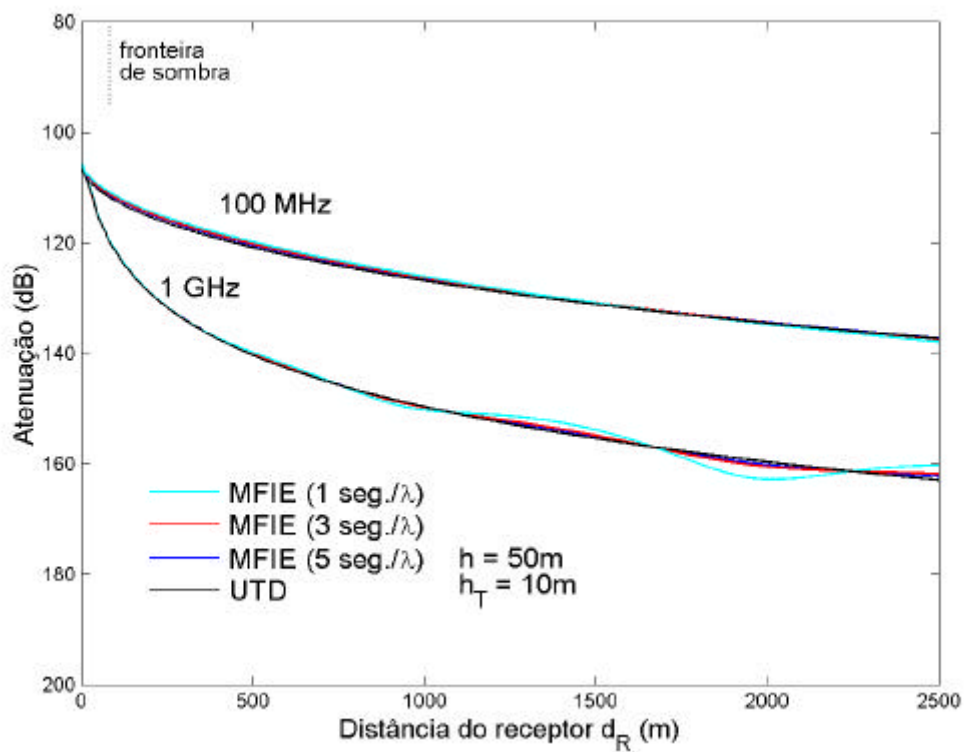
Numa segunda etapa de simulações, como feito para o caso da EFIE, buscou-se uma investigação da atenuação ao longo do perfil, usando-se desta vez a técnica baseada na MFIE. Esta segunda etapa foi feita mantendo-se  $h_R$  fixa em 3 m e 10 m, e variando-se  $d_R$  do cume até o final do perfil, ou seja, de 0 a 2.500 m (veja a Figura 2.5). Novamente duas frequências de operação (100 MHz e 1 GHz) estão presentes. Os resultados destas simulações podem ser visualizados nas Figuras 3.4, 3.5 e 3.6, onde somente os resultados para  $h_R = 3$  m foram apresentados. Nas figuras mencionadas a única diferença na geometria é a altura da cunha ( $h = 50$  m, 100 m e 150 m, respectivamente). Em todos os casos são apresentados resultados para diferentes números de segmentos por comprimento de onda  $\lambda$  (1, 3 e 5 segmentos/ $\lambda$ ).

Uma primeira observação é que os resultados melhoram com o aumento do número de segmentos/ $\lambda$  para uma mesma frequência e geometria de perfil. Tal aumento de segmentos/ $\lambda$  garante uma melhor descrição das correntes magnéticas equivalentes ao longo do perfil. Uma exceção a esse comportamento pode ser observado na Figura 3.5 (a) onde para 5 segmentos/ $\lambda$  o resultado é pior. Para 1 segmento/ $\lambda$  os resultados são muito bons nos casos das Figuras 3.4 (a) e (b) e 3.5 (b), esta última somente em 100 MHz. Novamente a predição baseada na MFIE diverge da UTD e apresenta um caráter oscilatório, aqui nas Figuras 3.5 (a) e 3.6 (a) e (b), devido à não inclusão do retro-espalhamento na formulação.

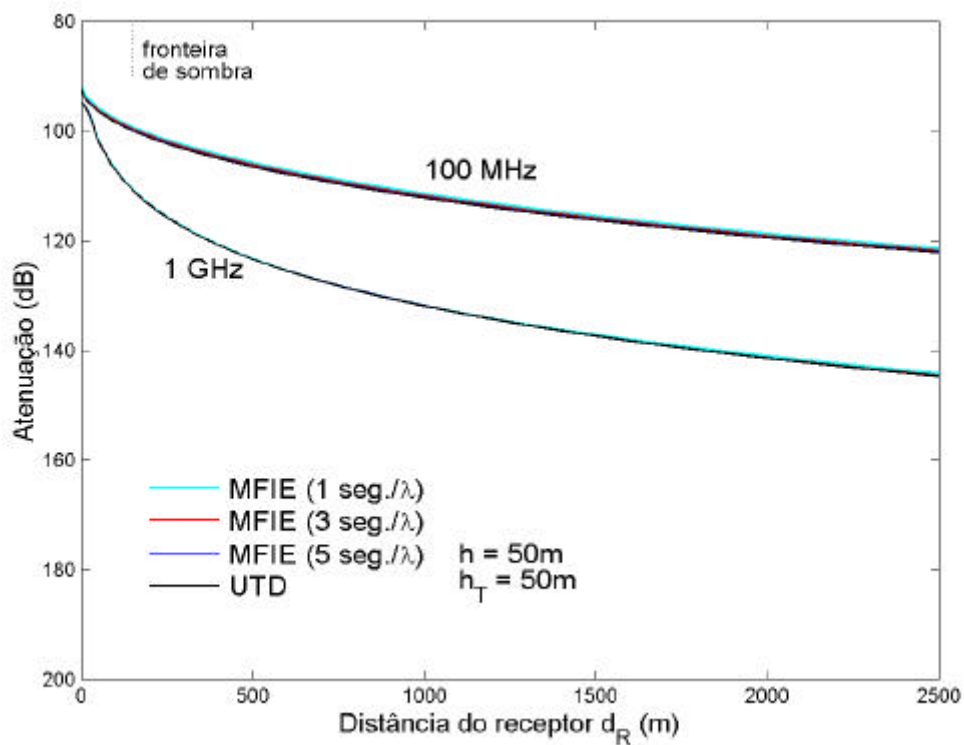
Percebe-se também que os resultados pioram com o aumento de  $h$ , o que pode ser comprovado nas Figuras 3.4, 3.5 e 3.6, respectivamente. O desprezo do retro-espalhamento é a causa para tal fato, que é mais visível para geometrias íngremes. Por último, com o aumento de  $h_T$ , de 3 m para 10 m, todos os resultados foram ligeiramente melhores, o que poderia ser deduzido da investigação com relação a  $h_T$ , e não são apresentados aqui. A explicação para esta melhora de resultados é que o aumento de  $h_T$  atenua o desprezo do retro-espalhamento.

Por último, podemos observar através dos resultados que com o aumento da frequência de operação a relação  $h/\lambda$  aumenta. Logo os resultados tendem a piorar, com exceção dos casos em que  $h = 50$  m.



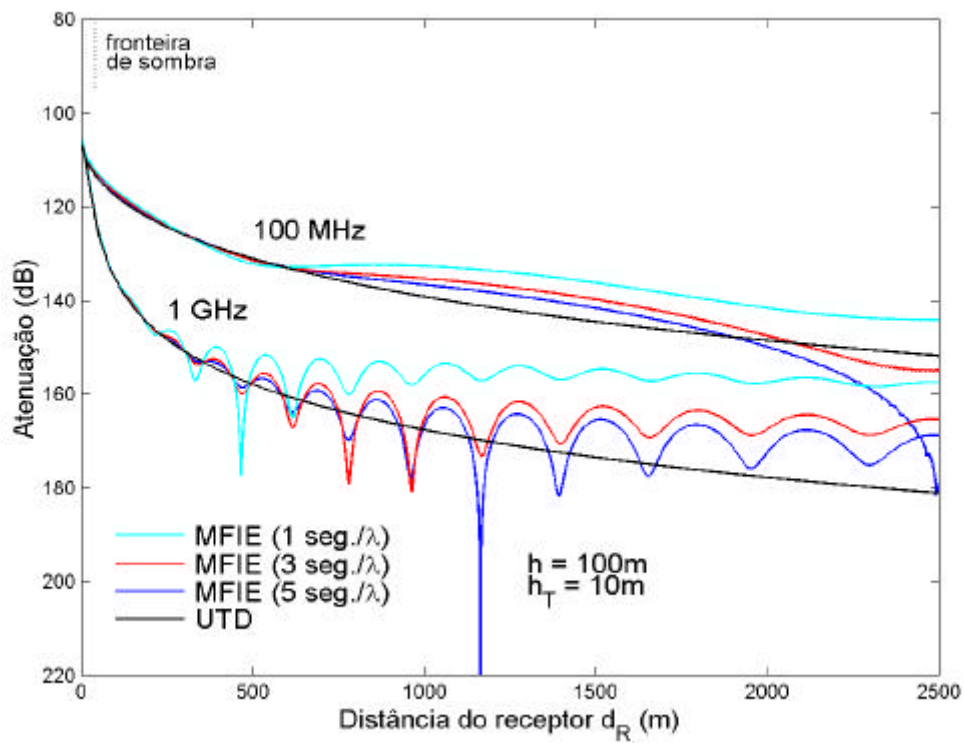


(a)

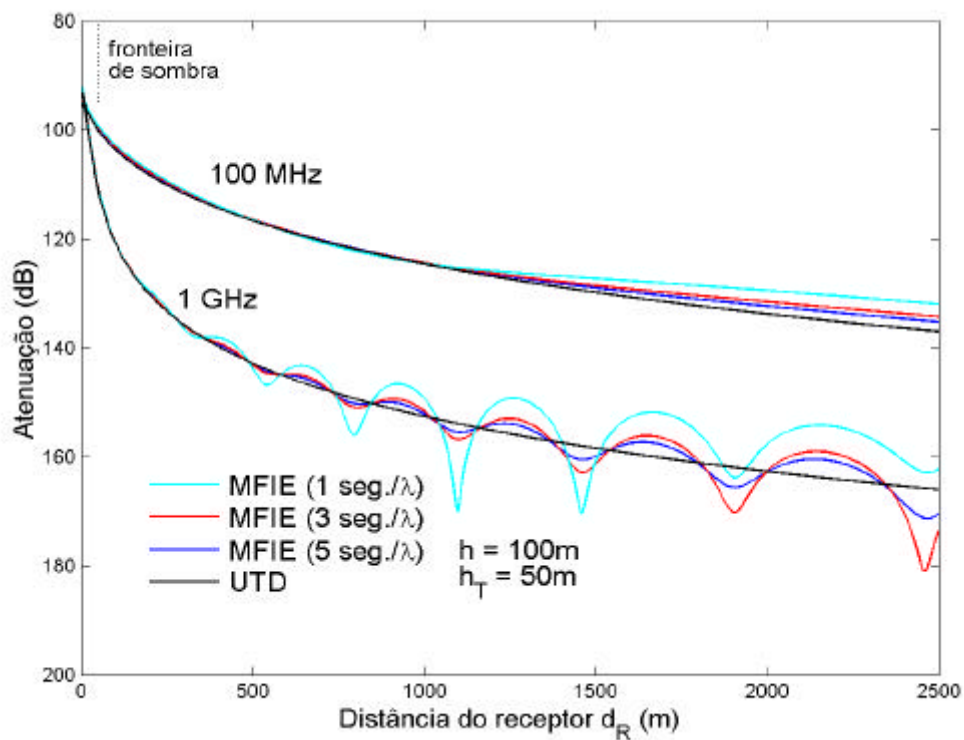


(b)

Figura 3.4 – Predição da Atenuação para a cunha em função de  $d_R$ : a)  $h = 50\text{ m}$  e  $h_T = 10\text{ m}$   
 e b)  $h = 50\text{ m}$  e  $h_T = 50\text{ m}$

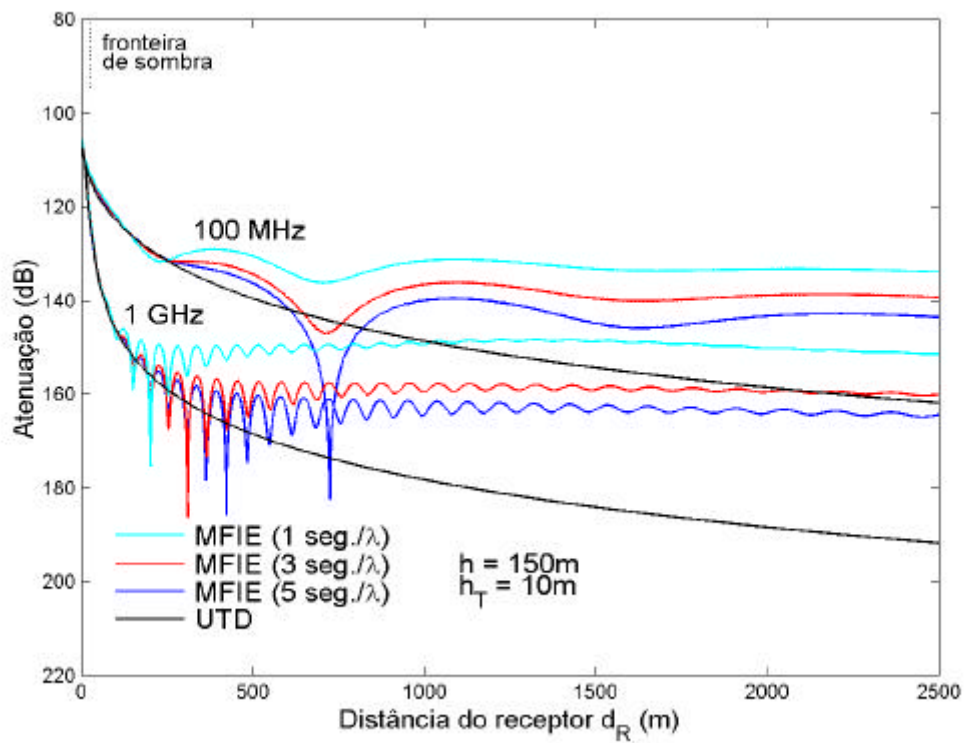


(a)

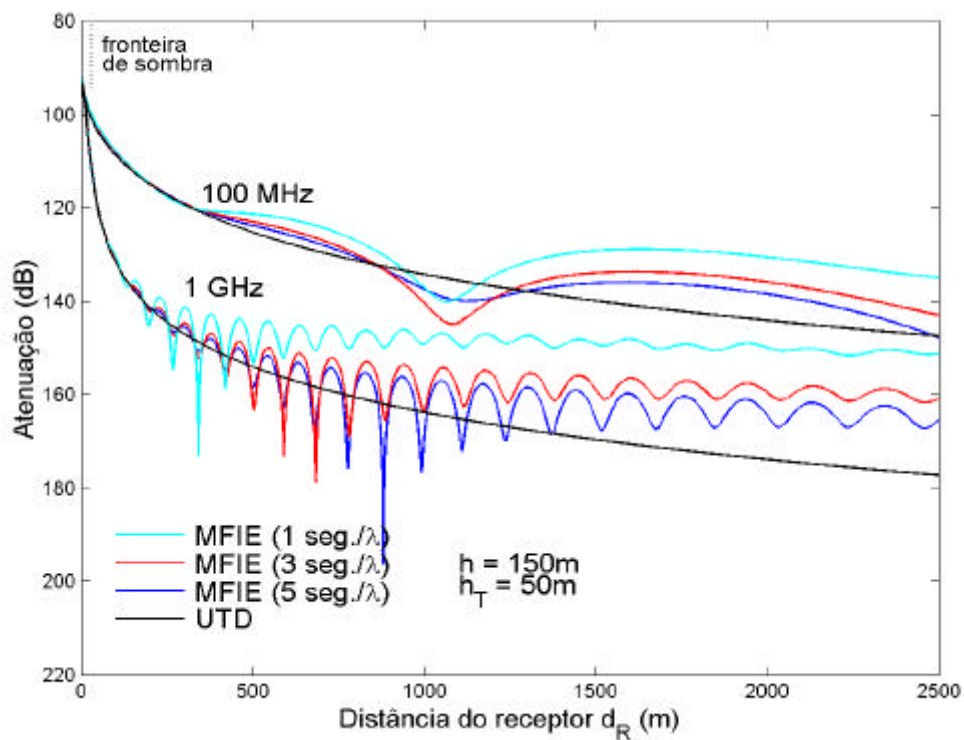


(b)

Figura 3.5 – Predição da Atenuação para a cunha em função de  $d_R$ : a)  $h = 100$  m e  $h_T = 10$  m e b)  $h = 100$  m e  $h_T = 50$  m



(a)



(b)

Figura 3.6 – Predição da Atenuação para a cunha em função de  $d_R$ : a)  $h = 150\text{ m}$  e  $h_T = 10\text{ m}$   
e b)  $h = 150\text{ m}$  e  $h_T = 50\text{ m}$

### 3.4 COMPARAÇÕES ENTRE AS TÉCNICAS BASEADAS NA EFIE E MFIE

Uma vez feitas todas as comparações das técnicas baseadas na EFIE e MFIE tendo-se como parâmetro a UTD, pode-se agora proceder a uma comparação entre as duas técnicas integrais. Para isso basta comparar-se as figuras uma a uma, da Seção 2.3 com as da Seção 3.3, tomando-se o cuidado para observar sempre casos com parâmetros idênticos. Isto significa comparar-se as Figuras 2.6 – 2.8 com as Figuras 3.1 – 3.3, respectivamente, e as Figuras 2.9 – 2.11 às Figuras 3.4 – 3.6, respectivamente.

Ambas as técnicas integrais têm seus resultados, na maioria das vezes, melhorados com o aumento do número de funções de base utilizados, ou seja, número de segmentos/ $\lambda$ , para uma mesma frequência e geometria de perfil. Com o aumento da altura da cunha todos os resultados são piorados. Já com o aumento da altura do transmissor os resultados tornam-se melhores.

A divergência de alguns resultados quando comparados à UTD ocorrem tanto para a EFIE [Figuras 2.7 (a), 2.8 (a) em 100 MHz, 2.10 (a), 2.11 (a)] quanto para a MFIE [Figuras 3.3 (a) e (b), 3.5 (a), 3.6 (a) e (b)]. Vale observar que tal divergência de resultados ocorrem para casos com uma elevada diferença entre as alturas do transmissor e da cunha, onde o efeito do retro-espalhamento é mais evidente. O que evidencia que ambas as técnicas integrais, da forma como foram implementadas neste trabalho, aplicam-se a perfis com topologia eletricamente suaves.

Na quase totalidade dos casos, a MFIE provê resultados tão bons quanto a EFIE, mas com um número muito menor de funções de base. Por exemplo, no caso da EFIE usando-se 1 segmento/ $\lambda$  os resultados são inaceitáveis, tanto na investigação com relação à altura do receptor quanto com relação à posição do mesmo. Já no caso da MFIE usando-se apenas 1 segmento/ $\lambda$  os resultados são excelentes em algumas situações, podendo ser confirmados nas Figuras 3.1 (a) e (b), 3.2 (b), 3.4 (a) e (b), 3.5 (b) em 100 MHz. Isso irá refletir no tempo de simulação, o qual é proporcional ao quadrado do número de segmentos do perfil. Essa situação dá uma grande vantagem à

MFIE, que em superfícies suaves, gera resultados excelentes com um tempo de simulação muito menor.

A explicação para a melhor convergência da técnica baseada na MFIE, quando comparada à EFIE, pode ser matematicamente identificada com o auxílio das equações (2.28—2.32) e (3.20—3.22). Em primeiro lugar, quando o perfil do terreno onde se pretende avaliar o nível de campo é bastante suave, os segmentos que compõem tal perfil são praticamente colineares. Através da inspeção da equação (2.29), que é usada no cálculo das correntes magnéticas equivalentes através da EFIE, e com o auxílio da Figura 2.3, nota-se que o produto escalar presente em tal equação (termo  $\hat{n}(\vec{r}_i) \cdot \hat{R}_2$ ) tende a zero quando os segmentos que descrevem o terreno são colineares. Logo o acoplamento mútuo entre as correntes magnéticas equivalentes não é fortemente considerado pela EFIE. Além disso, na medida em que a frequência aumenta mais segmentos devem ser utilizados para a correta descrição das correntes em uma mesma região do terreno, o que reforça ainda mais a existência de segmentos colineares próximos um do outro (desde que o terreno seja suficientemente suave, que é uma das condições para a aplicação confiável das presentes técnicas). Todos estes fatos levam a um termo  $Z_{ij}$  (para  $i$  muito próximo de  $j$ ) muito pequeno para a EFIE. Neste caso, a contribuição para o cálculo da corrente é primordialmente dada pelo campo incidente através do termo  $Z_{ii}$  [veja equação (2.30)].

Por outro lado, o mesmo não ocorre com o termo  $Z_{ij}$  da MFIE [equação (3.21)], ou seja, não existe nenhum produto escalar que tenda a zero neste caso mesmo considerando-se segmentos praticamente colineares. Mais do que isso, a MFIE considera também o acoplamento próprio da corrente nela mesma, através do termo  $Z_{ii}$  [o que pode ser verificado através da comparação entre as equações (2.30) e (3.22)]. Logo, a MFIE acaba considerando “um segmento” a mais do que a EFIE quando o retro-espalhamento é desprezado, justamente o segmento onde encontra-se a própria corrente. Sabe-se que os acoplamentos entre as correntes próximas e, principalmente, o acoplamento próprio são os mais significativos para a precisa determinação da corrente equivalente. Logo, pelo fato da MFIE considerar o acoplamento próprio em um procedimento onde o retro-espalhamento é ignorado, acaba possivelmente caracterizando a necessidade de se utilizar menos funções de

base quando a MFIE é utilizada. Isto significa dizer que o acoplamento, calculado pela EFIE, das correntes induzidas próximas e no ponto de observação, justamente a região onde o acoplamento seria mais pronunciado, é muito pequeno.

Do ponto de vista físico a explicação é mais simples: correntes magnéticas paralelas entre si possuem um acoplamento elétrico desprezível, enquanto que o acoplamento magnético é muito mais intenso (dual ao acoplamento elétrico entre correntes elétricas paralelas entre si).

## **CAPÍTULO 4**

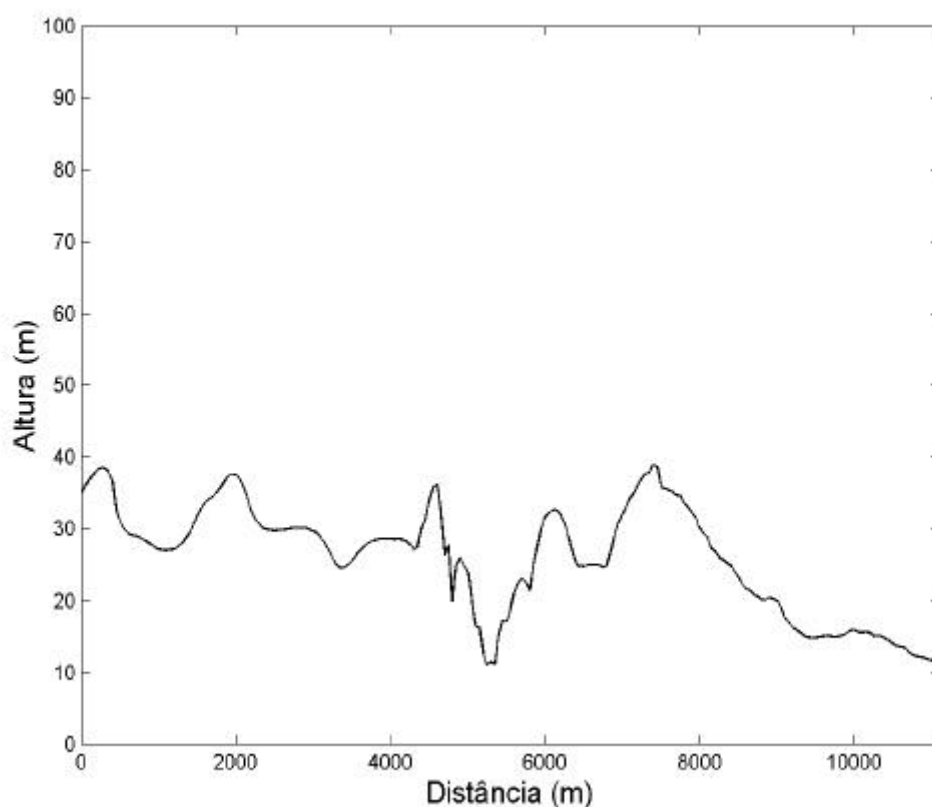
### **APLICAÇÃO DA EFIE E MFIE NA PREVISÃO DE COBERTURA DE UM PERFIL REAL**

#### **4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS**

No final do Capítulo 2 foram apresentados resultados de simulação da técnica baseada na EFIE considerando-se um perfil hipotético, uma cunha. Também no final do Capítulo 3 foram feitas as mesmas simulações sobre o mesmo perfil só que, nesse caso, utilizando-se a técnica baseada na MFIE. Ainda no final do Capítulo 3 foi feita então a comparação dos resultados das duas formulações integrais, onde chegou-se à conclusão que a MFIE converge com um número reduzido de funções de base, diminuindo consideravelmente o tempo de simulação.

Visando uma confirmação dessa conclusão a respeito da convergência das duas técnicas, neste capítulo foram feitas simulações sobre um perfil real previamente estudado na literatura. Os resultados da EFIE e MFIE foram comparados à simulação numérica (baseada na EFIE) apresentada na Referência [13]. Tal perfil e dados de simulação numérica foram disponibilizados pelo Prof. Jørgen Bach Andersen (IEEE Fellow e professor do Center for Personkommunikation, Aalborg University, Dinamarca), um dos autores da Referência [13]. Os dados numéricos cedidos pelo Prof. Andersen utilizam a técnica da EFIE com aproximadamente 4 segmentos/ $\lambda$ , e tais resultados foram comparados a medições (que não nos foram disponibilizadas) feitas ao longo do perfil, atestando a precisão das técnicas abordadas no presente trabalho.

O perfil aplicado às simulações é de uma região próxima a Aalborg na Dinamarca, conhecida como “Hjørringvej”. Trata-se de um perfil onde não se encontram obstáculos pronunciados nas regiões paralelas próximas ao plano de incidência, o que garante a aproximação feita na Seção 2.2. O perfil pode ser dividido em três diferentes áreas. Os primeiros 6 km são caracterizados por uma região de fazendas, com algumas plantações e árvores. Na parte correspondente a faixa de 6 a 9 km o perfil é caracterizado por algumas construções e árvores. Os últimos 2 km voltam a ser uma região de fazendas [13]. Tais características levam a crer que o perfil estudado pode ser considerado suave e não muito obstruído por edificações. A Figura 4.1 mostra a topologia do perfil utilizado.



**Figura 4.1 – Perfil real “Hjørringvej” utilizado nas simulações**



## 4.2 SIMULAÇÕES

Nas simulações foi utilizada uma altura de transmissor de 10.4 m acima do terreno, localizada na coordenada  $x = 0$ , ou seja no início do perfil, conforme a Figura 4.1. O receptor foi considerado a 2.4 m do solo ao longo de todo o terreno, ou seja, uma investigação da atenuação ao longo do perfil foi realizada. Foram feitas simulações para 0.5 e 1 segmento/ $\lambda$ , tentando demonstrar a alta convergência da MFIE. Utilizou-se as mesmas frequências da Referência [13], que são 139.9 MHz, 435 MHz, 970 MHz e 1.900 MHz. Os resultados de tais simulações podem ser visualizados nas Figuras 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7, 4.8 e 4.9. Adicionalmente é apresentado também os resultados para 3.000 MHz (Figuras 4.10 e 4.11), mas que não podem ser comparados à Referência [13], que não aborda tal frequência. Visando uma melhor visualização dos resultados apresentados nas Figuras 4.10 e 4.11, estas foram normalizadas tomando-se o menor valor de atenuação como referência para as duas figuras.

Como uma primeira observação dos resultados apresentados vemos que a MFIE provê excelentes resultados com um número bem reduzido de funções de base. Por exemplo, quando é utilizado apenas 0.5 segmento/ $\lambda$  os resultados da MFIE são muito bons, especialmente em regiões obstruídas, se comparados com a EFIE fornecido pela Referência [13], que utiliza 4 segmentos/ $\lambda$ . Já a EFIE não apresenta resultados satisfatórios com um baixo número de funções de base. Isso pode ser explicado pelo fato de que o acoplamento mútuo entre as correntes magnéticas equivalentes não é fortemente computado pela EFIE para perfis bastante suaves, onde segmentos adjacentes são quase colineares, conforme discutido na Seção 3.4. O fato da MFIE fornecer resultados satisfatórios com um número menor de funções de base lhe confere um tempo de simulação muito menor. Isso pode significar uma diminuição de um fator de 6 no número de funções de base e, conseqüentemente, um fator de 36 no tempo total de processamento para os casos apresentados nas Figuras 4.2 – 4.11. Tal diminuição deve-se às características do algoritmo utilizado nas técnicas integrais aqui apresentadas, onde o tempo de simulação é proporcional ao quadrado do número de segmentos usados para descrever o terreno. Então a MFIE

revela-se uma ferramenta extremamente poderosa para a análise de enlaces de comunicação longos.

Uma outra observação é que os resultados tornam-se piores à medida em que a frequência aumenta, principalmente para a região do perfil próxima ao transmissor. Este fato já era esperado, devido aos resultados encontrados nos Capítulos 2 e 3. A causa para tal efeito é o desprezo do retro-espalhamento. E já que o aumento da frequência, em última análise, é visto como uma diminuição da “suavidade elétrica” do terreno, tal desprezo do retro-espalhamento torna-se mais pronunciado.

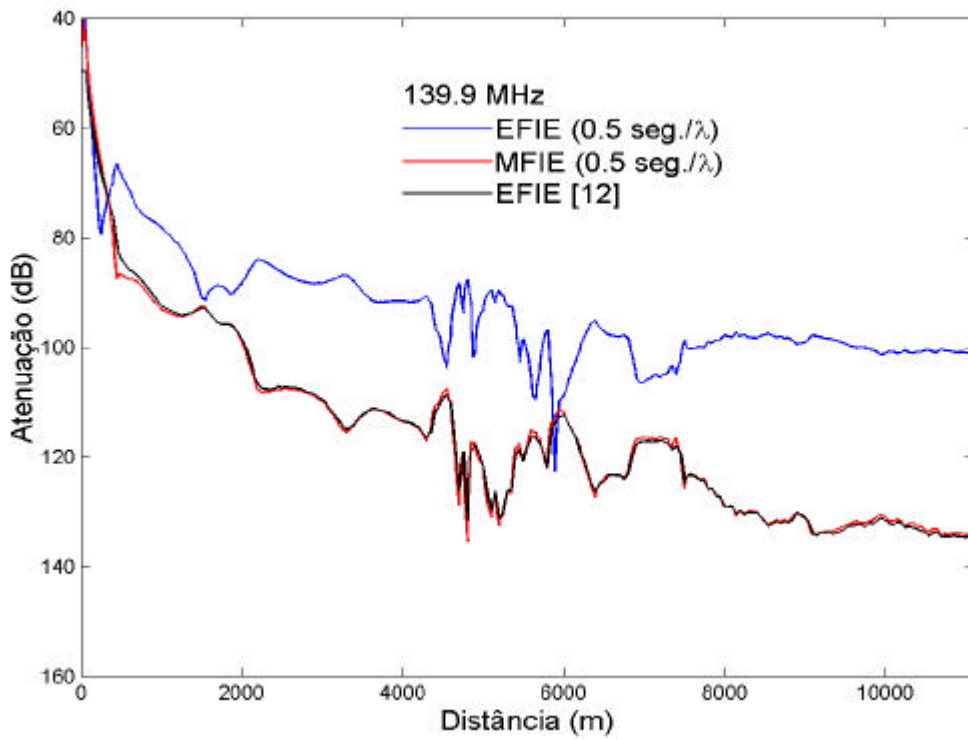


Figura 4.2 – Atenuação para o perfil “Hjørringvej” utilizando frequência de 139.9 MHz e 0.5 segmento/l

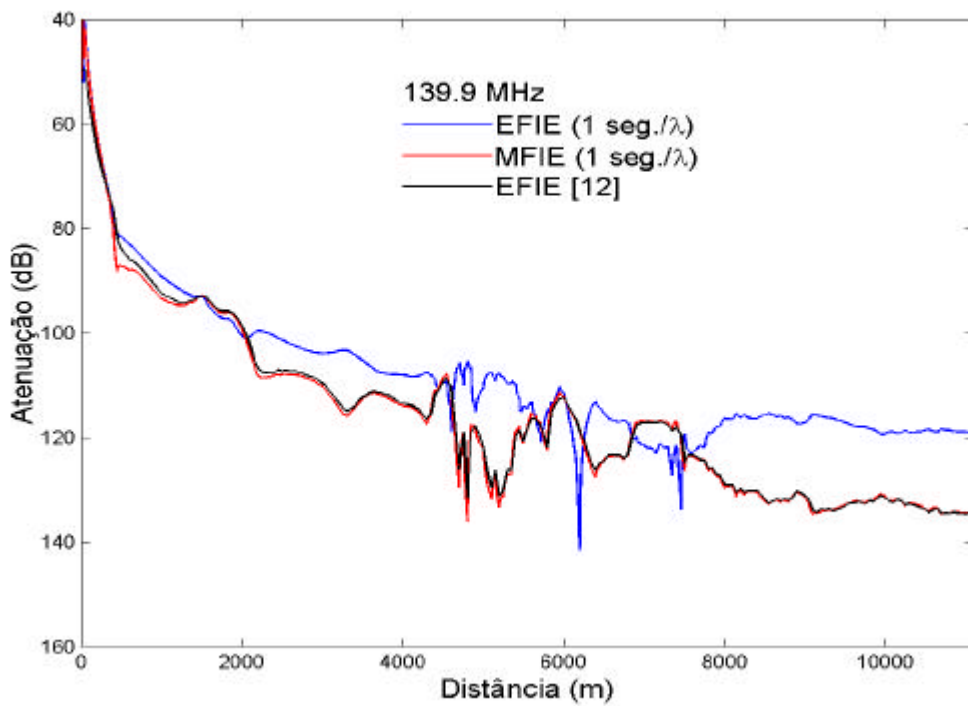


Figura 4.3 – Atenuação para o perfil “Hjørringvej” utilizando frequência de 139.9 MHz e 1 segmento/l

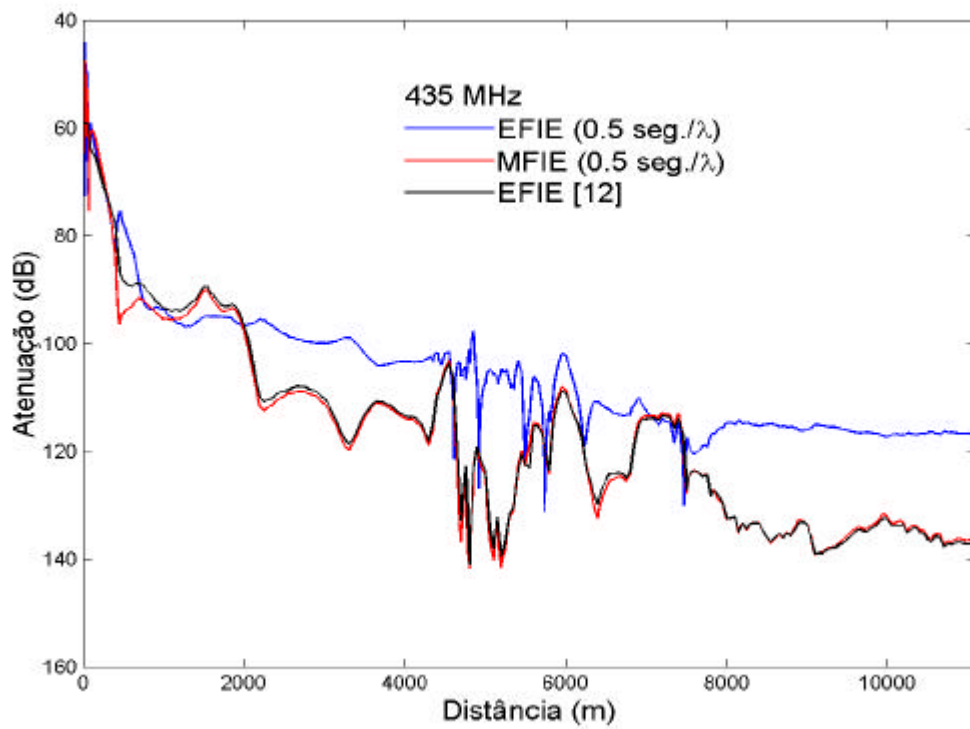


Figura 4.4 – Atenuação para o perfil “Hjørningvej” utilizando frequência de 435 MHz e 0.5 segmento/l

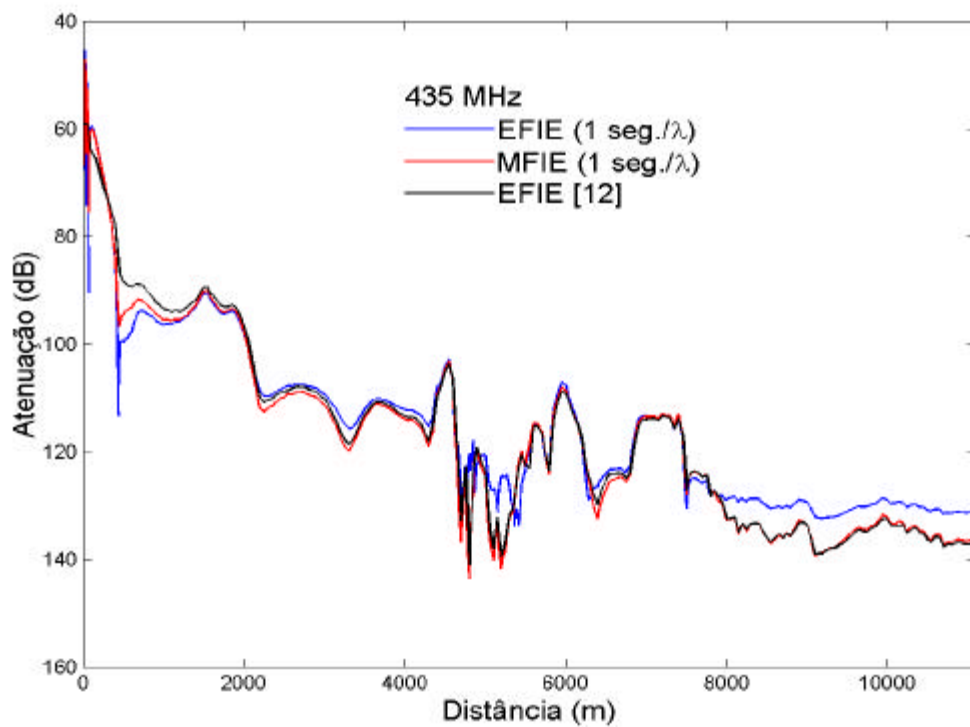


Figura 4.5 – Atenuação para o perfil “Hjørningvej” utilizando frequência de 435 MHz e 1 segmento/l

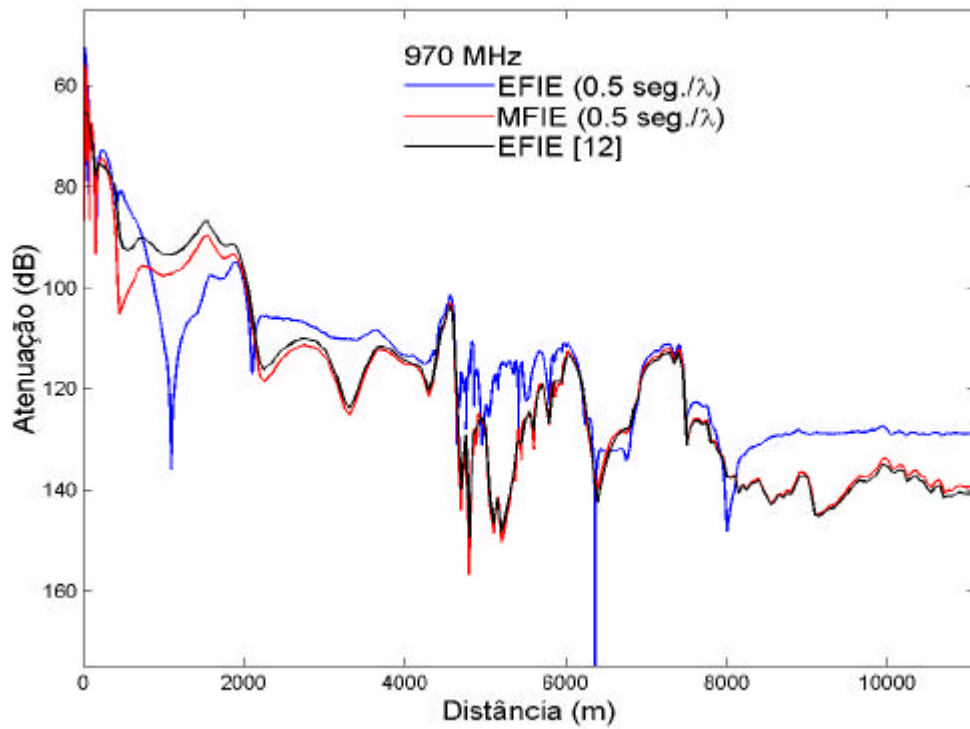


Figura 4.6 – Atenuação para o perfil “Hjørringvej” utilizando frequência de 970 MHz e 0.5 segmento/l

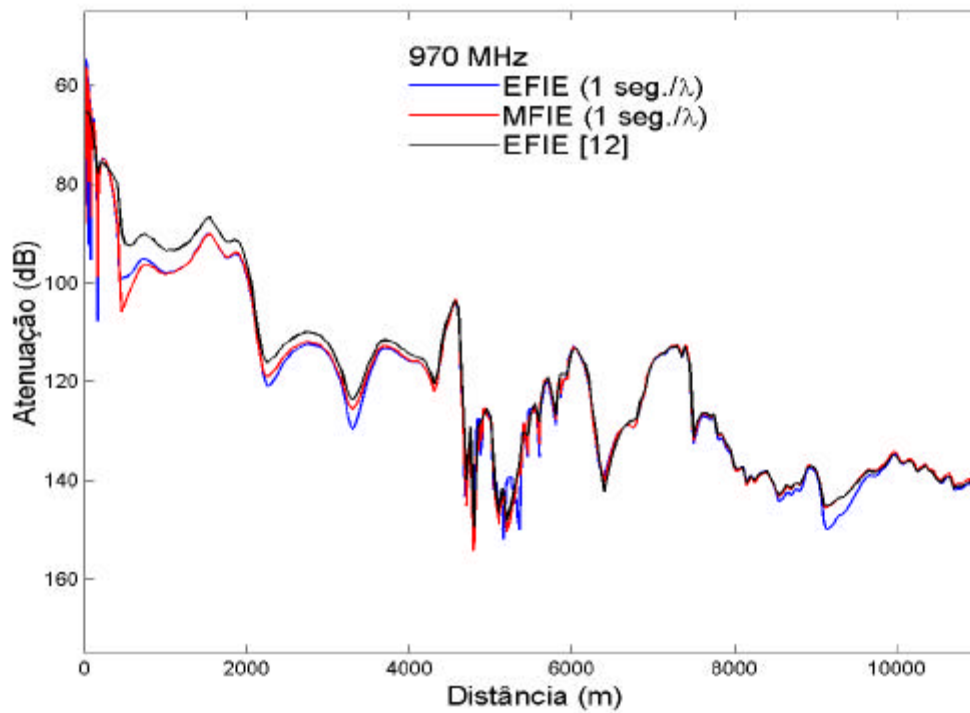
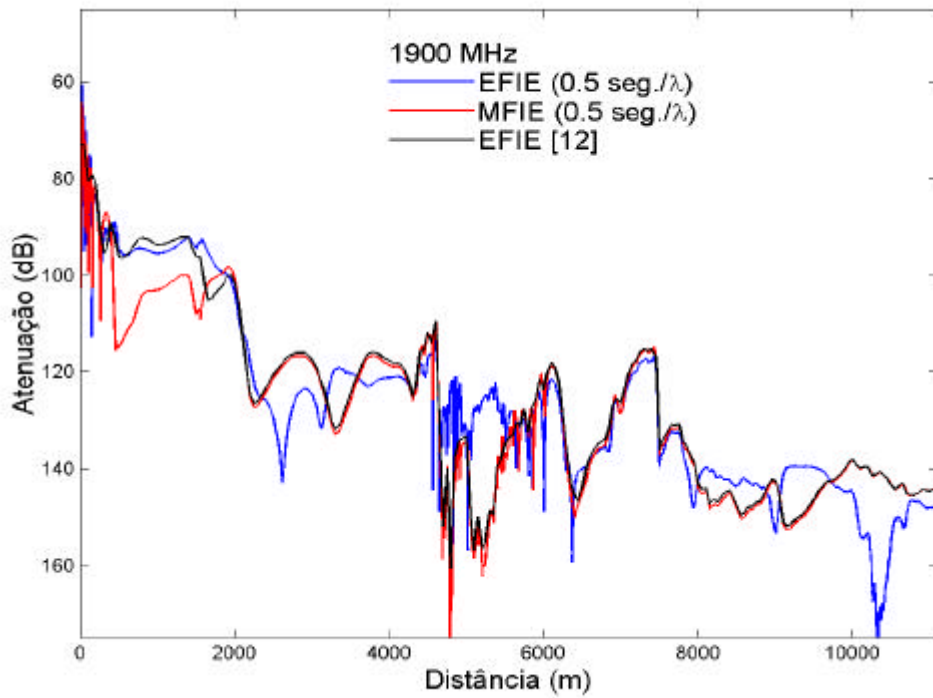
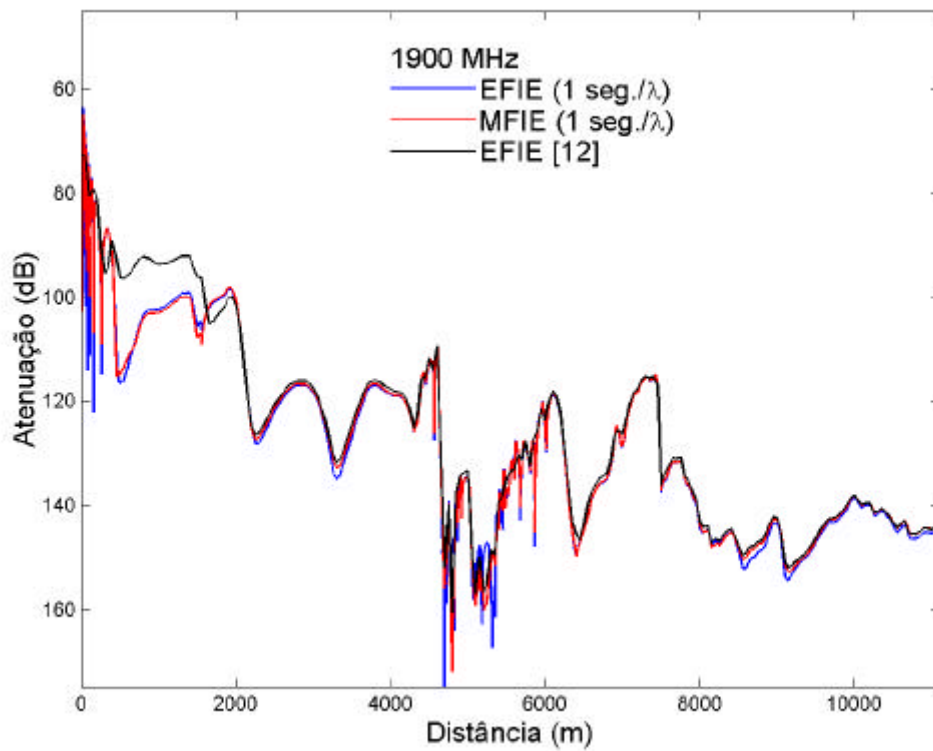


Figura 4.7 – Atenuação para o perfil “Hjørringvej” utilizando frequência de 970 MHz e 1 segmento/l



**Figura 4.8 – Atenuação para o perfil “Hjørringvej” utilizando frequência de 1900 MHz e 0.5 segmento/l**



**Figura 4.9 – Atenuação para o perfil “Hjørringvej” utilizando frequência de 1900 MHz e 1 segmento/l**

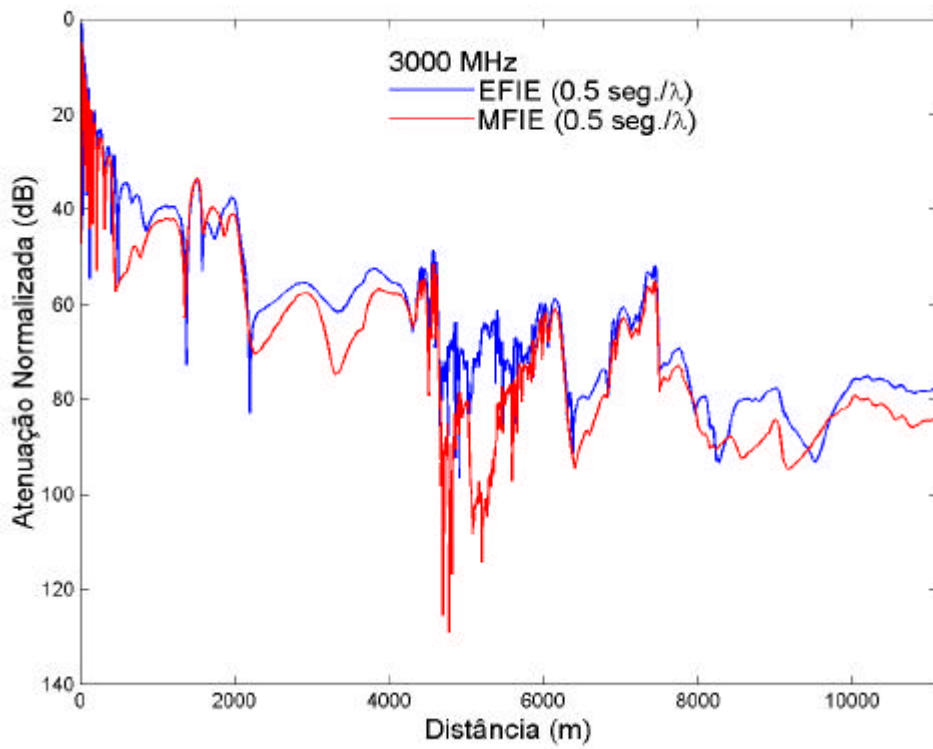


Figura 4.10 – Atenuação normalizada para o perfil “Hjørringvej” utilizando frequência de 3000 MHz e 0.5 segmento/l

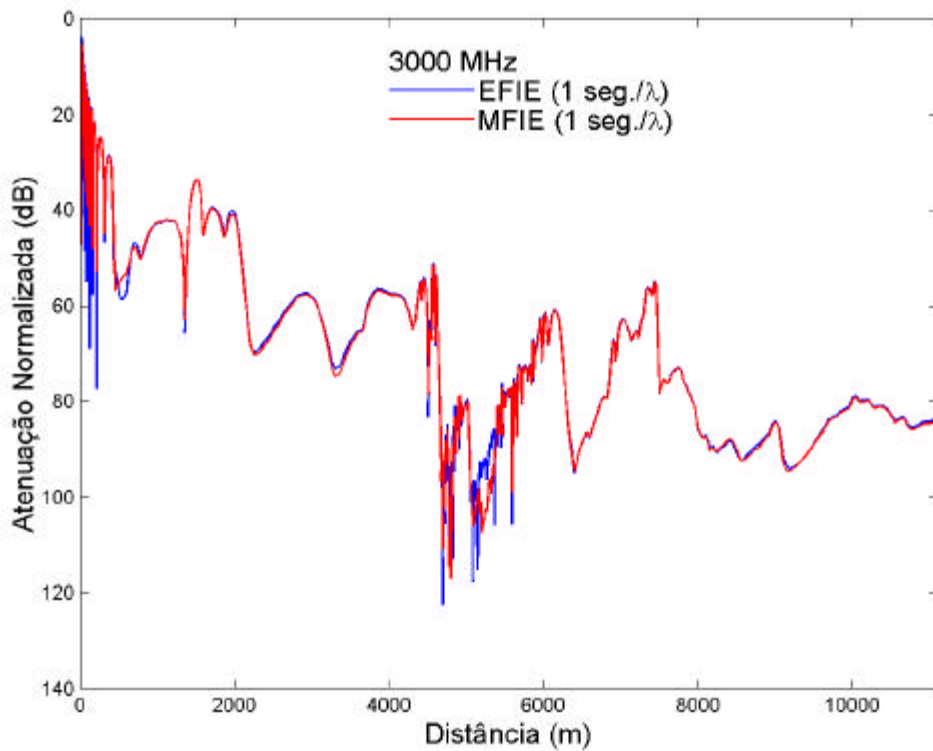


Figura 4.11 – Atenuação normalizada para o perfil “Hjørringvej” utilizando frequência de 3000 MHz e 1 segmento/l

## CAPÍTULO 5

### CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

No presente trabalho foram estudadas e desenvolvidas duas técnicas determinísticas baseadas em equações integrais (EFIE e MFIE) para a predição de cobertura em canais rádio na faixa de UHF e VHF sobre terrenos com irregularidades relativamente suaves, características estas geralmente associadas às transmissões via rádio em áreas rurais.

O ponto de partida foi o trabalho desenvolvido por Hviid *et al.* [13], o qual foi apresentado e discutido com mais detalhes no Capítulo 2. No desenvolvimento da EFIE diversas aproximações foram utilizadas até que se chegasse a uma formulação extremamente simples e prática, fundamental para aplicações envolvendo enlaces radioelétricos longos. Uma primeira aproximação é considerar-se o perfil do terreno eletricamente suave e a incidência do campo rasante, de forma que, para a polarização vertical, o terreno é assumido como condutor magnético perfeito. O problema é então substituído por outro equivalente, onde correntes magnéticas são introduzidas para impor as condições de contorno pertinentes. Estas correntes e as fontes irradiam, então, em um espaço livre e ideal (linear, homogêneo e isotrópico).

Para a simplificação das equações integrais, o terreno é suposto invariante perpendicularmente ao plano de incidência. Além disso, uma distribuição esférica para a fase da corrente é assumida, possibilitando a redução das integrais em uma de linha. A solução numérica das correntes equivalentes é então obtida através do método dos momentos tradicional. Porém, assumindo o terreno eletricamente suave e para reduzir o esforço computacional, o retro-espalhamento é desprezado,



possibilitando a avaliação recorrente das correntes. A partir das correntes, o campo espalhado pode então ser calculado.

Algumas dessas suposições, principalmente o desprezo do retro-espalhamento, teve conseqüências na acurácia dos resultados, mas a relação de compromisso simplificações—acurácia foi, no nosso entendimento, bastante satisfatória.

Diversas simulações numéricas foram apresentadas e comparadas com resultados obtidos através da UTD, para a devida validação do algoritmo desenvolvido. Para tal foi considerado um perfil hipotético, uma cunha, e investigações da atenuação ao longo do perfil e com a variação da altura do receptor foram feitas. As observações e explicações dos resultados foram oportunamente feitas. De uma maneira geral os resultados foram melhores com o uso de um número maior de funções de base (segmentos/ $\lambda$ ). Na medida em que a cunha tornou-se mais íngreme os resultados numéricos pioraram, visto que a suposição de “perfil suave” era assim comprometida. Por outro lado, com o aumento da altura do transmissor a precisão dos resultados obtidos, sempre comparados com a UTD, melhorava. Foi também observado que com o aumento da frequência de operação a precisão dos resultados foi diminuída, já que tal aumento diminui o comprimento de onda fazendo com que a relação entre a altura da cunha e do próprio comprimento de onda torne-se cada vez maior.

A maior contribuição do presente trabalho encontra-se no Capítulo 3, onde uma formulação baseada na equação integral do campo magnético (MFIE) foi deduzida e discutida. Para tal, foi utilizado o mesmo tratamento matemático apresentado em [13] para a técnica baseada na EFIE e as mesmas aproximações sobre a geometria do problema e características de irradiação (polarização vertical para o campo) foram feitas. Trata-se de uma formulação recentemente disponível na literatura aberta [19, 20], ressaltando-se que a Referência [17] trata da aplicação de uma formulação MFIE puramente bidimensional. Diversas simulações numéricas, envolvendo exatamente os mesmos exemplos do Capítulo 2, foram apresentadas e comparadas aos resultados anteriores, para as devidas comparações entre as técnicas baseadas na EFIE e na MFIE. O comportamento dos resultados, levando-se em conta

a MFIE isoladamente, foram semelhantes à EFIE. Já na comparação entre as duas formulações, de uma forma geral, a maioria dos resultados apresentados neste trabalho indicam de maneira categórica que a técnica baseada na MFIE converge com um número de funções de base (utilizadas para descrever a corrente magnética equivalente na superfície do terreno) menor do que aquele requerido pela técnica baseada na EFIE, especialmente para as predições em regiões onde não ocorre visada direta entre transmissor e receptor. Como mencionado na Seção 3.4, a explicação para tal fato vem basicamente do fato do acoplamento magnético entre as correntes magnéticas equivalentes (paralelas entre si) ser muito mais intenso do que o acoplamento elétrico, o que se torna relevante na medida em que o retro-espalhamento é ignorado.

A implementação das duas técnicas (EFIE e MFIE) para a polarização vertical permite também o tratamento da polarização horizontal (e, conseqüentemente, de qualquer polarização arbitrária). Para tal, bastaria aplicar o princípio da dualidade [21] para, por simples inspeção, obter as técnicas baseadas na MFIE e na EFIE das formulações apresentadas nos Capítulos 2 e 3, respectivamente. Porém, a polarização horizontal não foi tratada neste trabalho, já que do ponto de vista matemático e numérico nenhuma informação adicional de interesse seria obtida.

No Capítulo 4, as formulações EFIE (apresentada no Capítulo 2) e MFIE (Capítulo 3) foram aplicadas a um perfil previamente estudado na literatura [13], para as devidas comparações entre as duas formulações. Os resultados foram também comparados à simulação numérica (baseada na EFIE) apresentada na Referência [13], que foram cedidas pelo Prof. Jørgen Andersen. Os resultados deixaram claro que, para o perfil em questão, o qual possui um relevo eletricamente suave, a predição baseada na MFIE possibilita o mesmo grau de precisão da EFIE porém com um número expressivamente reduzido de funções de base locais representando a densidade de corrente equivalente. A conseqüência direta deste resultado é uma predição sensivelmente mais rápida. Isto sinaliza que a MFIE é um instrumento poderoso na predição de enlaces longos, podendo reduzir o número de funções de base de um fator aproximadamente de 6, o que implica em uma diminuição no tempo de simulação de um fator de 36, visto que o tempo de simulação é proporcional ao quadrado do

número de segmentos, em última análise funções de base, formadores do perfil segmentado.

Uma possível continuação deste trabalho deveria modificar as formulações integrais de modo a considerar os efeitos dos parâmetros do terreno (constante dielétrica, condutividade e rugosidade). Deve-se ressaltar, também, que as técnicas consideradas no presente estudo consideraram a atmosfera homogênea, linear e isotrópica (meio ideal). Desta forma, fenômenos como os dutos troposféricos não puderam ser considerados. Porém, tal limitação poderia, em princípio, ser atenuada através da utilização conjunta de equações parabólicas [18] para o tratamento aproximado da variação do índice de refração atmosférico, sendo uma possível continuação deste trabalho.

Seria interessante também generalizar as técnicas integrais apresentadas para incorporar os efeitos do retro-espalhamento, importante quando o espalhador é maior que o comprimento de onda e situado além do ponto de observação, introduzindo uma variação abrupta no perfil vertical do terreno. Esta situação é típica das regiões densamente urbanizadas, principalmente quando o ponto de observação encontra-se nas proximidades de edificações. Além disso técnicas relacionadas à aceleração da EFIE e MFIE podem ser utilizadas, o que diminuiria o tempo de simulação, melhorando a aplicabilidade de tais técnicas a enlaces práticos que utilizam altas frequências.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [ 1 ] Rappaport, T. S., *Wireless Communications: Principles and Practice*, Prentice Hall, New York, 1996.
- [ 2 ] Parsons, J. D., *The Mobile Radio Propagation Channel*, Wiley, New York, 1996.
- [ 3 ] Lee, W. C. Y., *Mobile Cellular Telecommunications*, second edition, McGraw Hill, New York, 1995.
- [ 4 ] Lee, W. C. Y., *Mobile Communications Engineering*, second edition, McGraw Hill, New York, 1998.
- [ 5 ] Gibson, J. D. (editor), *The Mobile Communications Handbook*, second edition, CRC Press, 1999.
- [ 6 ] Kerr, D. E., *Propagation of Short Radio Waves*, Peter Peregrinus, London, 1987.
- [ 7 ] Akorli, F. K., “Solução Eficiente de uma Equação Integral e sua Aplicação na Previsão da Cobertura de Sistemas Celulares”, Tese de Doutorado, CETUC, PUC-Rio, Junho de 1999.
- [ 8 ] Akorli, F. K. and Costa, E., “An Efficient Solution of an Integral Equation Applicable to Simulation of Propagation Along Irregular Terrain”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 49, pp. 1033—1036, July 2001.
- [ 9 ] Kouyoumjian, R. G. and Pathak, P. H., “A uniform geometrical theory of diffraction for an edge in a perfectly conducting surface”, *Proceedings of the IEEE*, vol. 62, pp. 1448—1461, 1974.
- [10] Luebbers, R. J., “Finite conductivity uniform GTD versus knife edge diffraction in prediction of propagation path loss”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-32, pp. 70—76, 1984.
- [11] Lawton, M. C. and McGeehan, J. P., “The application of a deterministic ray launching algorithm for the prediction of radio channel characteristics in small-cell environments”, *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 43, pp. 955—969, 1994.
- [12] Poggio, A. J. and Miller, E. K., in *Computer Techniques for Electromagnetics*, Pergamon, Oxford, UK, 1973, ch. 4.
- [13] Hviid, J. T., Andersen, J. B., Toftgard, J., and Bojer, J., “Terrain-based propagation model for rural area—An integral equation approach”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 43, pp. 41—46, 1995.
- [14] Brown, G.S. (editor), “Special issue on low-grazing-angle backscatter from rough surfaces”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 46, 1998.

- [15] Brennan, C. and Cullen, P. J. “Application of the fast far-field approximation to the computation of UHF pathloss over irregular terrain”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 46, pp. 881—890, 1998
- [16] Brennan, C. and Cullen, P. J., “Multilevel tabulated interaction method applied to UHF propagation over irregular terrain”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 47, pp. 1574—1578, 1999.
- [17] Brennan, C., Cullen, P. J., and Rossi, L., “An MFIE-based Tabulated interaction method for UHF terrain propagation problems”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 48, pp. 1003—1005, 2000.
- [18] Levy, M., *Parabolic Equation Methods for Electromagnetic Wave Propagation*, IEE Electromagnetic Waves Series 45, London, 2000.
- [19] Moreira, F. J. S., “A MFIE-based prediction for UHF vertically-polarized wave propagation over irregular terrains,” 2001 IEEE Antennas and Propagation International Symposium Digest, Boston, Massachusetts, USA, vol. 1, pp. 456—459, July 2001.
- [20] Moreira, F. J. S., “MFIE-Based Propagation Prediction”, 2001 SBMO / IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC’01), Belém, Pará, Brazil, pp. 195—198, August 2001.
- [21] Harrington, R. F., *Time-Harmonic Electromagnetic Fields*, McGraw Hill, New York, 1961.
- [22] Harrington, R. F., *Field Computation by Moment Methods*, IEEE Press, Piscataway, 1993.
- [23] Balanis, C. A., *Antenna Theory Analysis and Design*, second edition, John Wiley & Sons, New York, 1997
- [24] Abramowitz, M., Stegun, I. A., *Handbook of Mathematical Functions*, Dover Publications, New York, 1972