

Laboratório de Modelagem, Análise e Controle de Sistemas Não-Lineares
Departamento de Engenharia Eletrônica
Universidade Federal de Minas Gerais
Av. Antônio Carlos 6627, 31270-901 Belo Horizonte, MG Brasil
Fone: +55 3499-4866 - Fax: +55 3499-4850



Sistema de Comunicação Digital baseado em Geração de Órbitas Periódicas Instáveis de Mapas Caóticos

Larissa Rezende Assis Ribeiro

Dissertação submetida à banca examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais, para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Leonardo Antônio Borges Torres

Belo Horizonte, agosto de 2010

Agradecimentos

Ao orientador Professor Leonardo A. B. Torres pelo apoio e orientação na elaboração desta dissertação mesmo nos momento mais difíceis.

Aos professores Hani Camile e Eduardo Mazoni pelas contribuições dadas quanto à defesa desta dissertação.

Aos meus familiares, em especial ao meu pai Galbas Ribeiro e minha avó Maria da Graça, pelo apoio e incentivo.

Ao Laboratório de Modelagem e Análise de Sistemas Não Lineares da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais.

Ao CNPq pelo apoio financeiro.

Sumário

Resumo	vii
Abstract	ix
Lista de Figuras	xii
Lista de Tabelas	xiii
Lista de Símbolos	xv
Lista de Abreviações	xvii
1 Introdução	1
1.1 Comunicação Digital usando Sinais Caóticos	1
1.2 Metodologia	3
1.3 Objetivos	3
1.4 Organização da Dissertação	4
2 Conceitos Básicos em Teoria do Caos e Modulação Digital	5
2.1 Mapas e Pontos Fixos	5
2.2 Estabilidade de Pontos Fixos	6
2.3 Estabilidade de Órbitas	7
2.4 Caracterização da Dinâmica Caótica	8
2.4.1 Dependência Sensível às Condições Iniciais	9
2.4.2 Expoente de Lyapunov	10
2.4.3 Sinais Caóticos	11
2.5 Exemplos de Mapas Caóticos	11
2.5.1 Mapa Tenda	11

2.5.2	Mapa Logístico e Conjugação de Mapas	12
2.6	Dinâmica Simbólica	13
2.6.1	Partição do Espaço de Estados e Matriz de Transição de Estados	13
2.7	Comunicação Digital	15
2.7.1	Elementos Básicos da Comunicação Digital	15
2.7.2	Símbolo, Sinal Transmitido e Sinal Recebido	17
2.7.3	Modelos Equivalentes de Tempo Discreto	18
2.7.4	Receptores	20
2.7.5	Medida de Desempenho	21
3	Comunicação Digital ML-CSK	23
3.1	Visão Geral do Sistema de Comunicação Digital	
ML-CSK		23
3.2	Geração de Órbitas Caóticas	24
3.3	O Algoritmo de Viterbi	27
3.3.1	Exemplo	30
3.4	Demodulação	34
3.5	Simulações	35
3.5.1	Curva de Desempenho em Canal AWGN	38
4	Comunicação Digital ML-UPOSK	41
4.1	O ML-UPOSK	41
4.1.1	Geração de Órbitas Periódicas Instáveis	42
4.1.2	Modulação e Demodulação ML-UPOSK	44
4.2	Simulações e Resultados	46
4.2.1	Curva de Desempenho em Canal AWGN	46
4.2.2	Par de Órbitas Periódicas Instáveis	48
5	Conclusão e Trabalhos Futuros	55
5.1	Contribuições	55
5.2	Análise Crítica do Trabalho Realizado	57
5.3	Trabalhos Futuros	58
	Bibliografia	60

Resumo

Neste trabalho investigou-se o emprego de modulações digitais usando sequências de valores geradas usando mapas caóticos. O uso de sinais caóticos em modulação digital apresenta algumas características interessantes relacionadas com uma possível melhoria na segurança dos sistemas de comunicação contra acessos não autorizados. Contudo, a eficiência dos sistemas de modulação digital usando sinais caóticos em canais com ruído branco Gaussiano aditivo tem se mostrado inferior àquela apresentada por técnicas convencionais de modulação que empregam sinais periódicos. Neste trabalho foi investigada uma técnica recente de modulação e demodulação digital caótica usando receptores baseados em estimação por máxima verossimilhança: o ML-CSK (*Maximum Likelihood Chaos shift Keying*). Nesta técnica o algoritmo de Viterbi é utilizado no processo de detecção de símbolos transmitidos contaminados por ruído, aumentando a eficiência global do sistema de comunicação. A partir desta técnica e considerando as características dos sistemas de modulação convencionais, propôs-se neste trabalho o uso de pares de órbitas periódicas instáveis (UPO - *Unstable Periodic Orbits*), de alta periodicidade, de um dado mapa caótico, como sequências de base dos símbolos a serem transmitidos. O sistema proposto foi denominado Chaveamento de Órbitas Periódicas Instáveis com estimação por Máxima Verossimilhança (ML-UPOSK - *Maximum Likelihood Unstable Periodic Orbits Shift Keying*). Para implementação do algoritmo ML-UPOSK propõe-se uma forma inovadora, mas fundamentada em trabalho anterior para se obterem facilmente órbitas periódicas instáveis de alta periodicidade dos seguintes mapas caóticos: Deslocamento de Bernoulli (*Bernoulli Shift*), Tenda e Logístico. Testes foram realizados para o caso de utilização de pares de UPO em um sistema de modulação binária ML-UPOSK, obtendo-se um resultado significativamente melhor do que aquele obtido empregando-se a técnica ML-CSK. Além disso, observou-se que, aparentemente, parece não haver correlação entre as características estatísticas dos pares de sequências de UPO escolhidas e a eficiência obtida no sistema de comunicação ML-UPOSK.

Abstract

In this work digital modulation techniques relying on numeric sequences generated by chaotic maps were investigated. Chaos based communication systems have attracted much attention due to an alleged security enhancement against unauthorized access. On the other hand, chaos based communication systems efficiency in additive white Gaussian noise channels has been found to be inferior to that presented in communication systems based on conventional modulation schemes using periodic signals. A recent modulation and demodulation technique called ML-CSK (Maximum Likelihood Chaos Shift Keying) based on Viterbi algorithm, and therefore relying on maximum likelihood estimation, was investigated. From this technique, and considering conventional modulation techniques, a variation was proposed, namely the use of high period Unstable Periodic Orbits (UPO) as symbols to be transmitted, instead of sequences of chaotic signals. This new system, called ML-UPOSK (Maximum Likelihood Unstable Periodic Orbits Shift Keying), was implemented using a new method to generate high period periodic orbits from the following chaotic maps: Bernoulli shift, Tent and Logistic. For a binary digital communication ML-UPOSK system, i.e. using two UPO as symbols to be transmitted, it was observed, through numerical simulation, a significant enhancement in system efficiency compared to that obtained in the ML-CSK case. In addition, from the numerical results it was not observed linear correlation between UPO statistical characteristics and communication system efficiency.

Lista de Figuras

2.1	Gráfico dos pontos fixos do Mapa Logístico a) $p = 1$ b) $p = 2$ c) $p = 3$	6
2.2	Sinais caóticos gerados em condições iniciais diferentes.	9
2.3	a) Mapa Tenda; b) Órbita do mapa tenda com condição inicial $\sqrt{2}/2$	12
2.4	a) Mapa Logístico; b) Órbita do Mapa Logístico	13
2.5	Diagrama de bloco de um sistema de comunicação digital	16
2.6	Letra "C" em Código ASCII e modulada em FSK	17
2.7	Modelo do canal de comunicação	18
2.8	Diagrama de blocos de um receptor de correlação com $N_b = 2$	20
2.9	Curvas de BER para modulações ML-CSK e FSK	21
3.1	Diagrama de bloco do sistema de comunicação digital ML-CSK	23
3.2	Diagrama de bloco do gerador do mapa de Bernoulli	26
3.3	Diagrama de bloco do gerador de sequência de mapas caóticos	26
3.4	Mapa tenda gerado pelo método proposto por Drake e pelo método usual	27
3.5	Sinal transmitido $x(n)$ e o sinal recebido $x'(n)$ corrompido por ruído AWGN, sendo $E_b/N_0 = 15\text{dB}$	31
3.6	Exemplo de uso do Algoritmo de Viterbi.	33
3.7	Exemplo mostrando o resultado obtido após o uso do Algoritmo de Viterbi completo.	34
3.8	Diagrama de blocos do receptor do ML-CSK	35
3.9	Construção do mapa $f_2(\cdot)$ para $f_1(\cdot) = T(\cdot)$	36
3.10	Tentativa de construção do mapa $f_2(\cdot)$ para $f_1(\cdot) = L(\cdot)$ usando a regra da Eq. 3.39. Em destaque o ponto fixo superatrator que aparece neste caso	37
3.11	Construção do mapa $f_2(\cdot)$ para $f_1(\cdot) = L(\cdot)$	37
3.12	Taxa de erro de bit do ML-CSK com duas funções de base utilizando $f_1(\cdot) = T(\cdot)$	39
3.13	Taxa de erro de bit do ML-CSK com duas funções de base utilizando $f_1(\cdot) = L(\cdot)$	39
3.14	Taxa de erro de bit do ML-CSK com $N = 10$ e FSK	40
4.1	Esquema do sistema de comunicação digital ML-CSK	42
4.2	Diagrama de blocos da geração de sequência de órbitas periódicas instáveis	42
4.3	Sinal gerado por órbita periódica instável do Mapa Tenda com $N = 50$	43
4.4	Mapas de primeiro retorno das órbitas periódicas do Mapa Tenda com a) $P = 20$ e b) $P = 50$	44
4.5	Geração de $x_m(n)$ a partir das sequências de base caóticas, caso $N_b = 2$	45
4.6	Diagrama de blocos do receptor do ML-IPOSK	45
4.7	Taxa de erro de bit do ML-UPOSK e do ML-CSK.	47

4.8	Taxa de erro de bit do ML-UPOSK e do 4FSK.	47
4.9	Correlação entre a ortogonalidade da matrizes de transição de estados e BER	48
4.10	Correlação entre a ortogonalidade dos pares de UPOs e BER.	49
4.11	Correlação entre a distância de Hamming da sequências binárias que geram as sequências de UPOS e BER.	50
4.12	Correlação entre a distância euclidiana das sequências de UPOs e BER. .	51
4.13	Taxa de BER para os melhores e piores pares de UPOs com $N = 10$ e $N = 30$	51
4.14	Sequências do melhor par de UPO com $N = 10$	52
4.15	Sequências do pior par de UPO com $N = 10$	53
4.16	Sequências do melhor par de UPO com $N = 30$	53
4.17	Sequências do pior par de UPO com $N = 30$	54

Lista de Tabelas

4.1	Tabela dos índices de correlação dos testes realizados.	52
-----	---	----

Lista de Símbolos

Os vetores colunas são representados por caracteres minúsculos em negrito. As matrizes são representadas por caracteres maiúsculos também em negrito. Variáveis escalares são apresentadas em itálico. O símbolo $f'(\cdot)$ é a derivada da função f em relação ao seu argumento.

Símbolos gerais

N	Conjunto dos números naturais (inteiros não-negativos)
R	Conjunto dos números reais
n	Índice de tempo discreto
t	Índice de tempo contínuo
$f^n(\cdot)$	n -ésima aplicação sucessiva de $f(\cdot)$
$p(\cdot)$	Função densidade de probabilidade
$P(A)$	Probabilidade do evento A
$E[\cdot]$	Esperança matemática
\bar{x}	Média temporal do sinal $x(n)$
$[\cdot]^T$	Transposição de vetores ou matrizes

Sinais e sistemas caóticos

U	Domínio de definição dos mapas, $U = [-1,1]$
$s(n)$	Órbita de um sistema dinâmico
$s(n, s_0)$	Órbita com condição inicial s_0
s	$[s(0), s(1), \dots, s(N-1)]^T$
$T(\cdot)$	Mapa Tenda
$L(\cdot)$	Mapa Logístico
$w(s_0)$	Conjunto limite da órbita $s(n, s_0)$
S_{s_0}	Trajectoria de $s(n, s_0)$
$h(s_0)$	Expoente de Lyapunov de $s(n, s_0)$
P	Operador de Frobenius-Perron
$p^*(\cdot)$	Função densidade invariante

Modulação digital utilizando sinais caóticos

M	Número de símbolos diferentes utilizados num sistema de comunicações
N_b	Número de elementos do conjunto de funções de base
N	Comprimento das sequências utilizadas para representar cada símbolo
$s_i(n)$	i -ésimo elemento do conjunto de funções de base ($1 \leq i \leq N_b$)
$\hat{s}_i(n)$	Estimativa de $s_i(n)$ obtida em receptores coerentes
$x_m(n)$	Sequência enviada representando o m -ésimo símbolo ($1 \leq m \leq M$)
\mathbf{x}_m	$[x_{m1}, x_{m2}, \dots, x_{mN_b}]^T$ - coeficientes da combinação dos $s_i(n)$ que gera $x_m(n)$
\mathbf{z}_m	$[z_{m1}, z_{m2}, \dots, z_{mN_b}]^T$ - saídas dos correladores do receptor ao se transmitir $x_m(n)$
E_b	Energia média por símbolo
N_0	Dobro da DEP do ruído branco gaussiano presente no canal

Estimação de órbitas e condições iniciais

$r(n)$	Processo ruído branco gaussiano com média nula
\mathbf{r}	$[r(0), r(1), \dots, r(N-1)]^T$
$\hat{s}(n)$	Órbita estimada
$\hat{\mathbf{s}}$	$[\hat{s}(0), \hat{s}(1), \dots, \hat{s}(N-1)]^T$
$q(n)$	Sequência de estados de uma órbita
\mathbf{q}	$[q(0), q(1), \dots, q(N-1)]^T$
\mathbf{q}_k	$[q(0), q(1), \dots, q(k)]^T$
$\hat{q}(n)$	Sequência de estados estimada
$\hat{\mathbf{q}}$	$[\hat{q}(0), \hat{q}(1), \dots, \hat{q}(N-1)]^T$
N_s	Número de intervalos de partição para aplicação do algoritmo de Viterbi
U_j	j -ésimo subintervalo em que U foi dividido ($1 \leq j \leq N_s$)
ΔS	Comprimento de cada subintervalo para partição uniforme
$\gamma(n, j)$	Probabilidade da sequência de estados mais provável a terminar no estado j no instante n dado o vetor corrompido por ruído \mathbf{s}'
a_{ij}	Probabilidade de transição do estado i para o estado j
\mathbf{A}	$a_{ij} \mathbf{1}_{1 \leq i, j \leq N_s}$ - Matriz de transição de estados
SNR_{in}	Relação sinal-ruído antes da estimação

Lista de Abreviações

4FSK	<i>Frequency Shift Keying</i> (Chaveamento de frequência)
ASCII	<i>American Standard Code for Information Interchange</i>
ASK	<i>Amplitude Shift Keying</i> (Chaveamento de amplitude))
AWGN	<i>Additive White Gaussian Noise</i> (Ruído gaussiano branco aditivo)
BER	<i>Bit Error Rate</i> (Taxa de erro de bit)
CSK	<i>Chaos Shift Keying</i> (Chaveamento caótico)
DCSK	<i>Differential Chaos Shift Keying</i> (Chaveamento caótico diferencial)
FSK	<i>Frequency Shift Keying</i> (Chaveamento de frequência)
LTI	<i>Linear Time Invariant</i> (Linear e invariante no tempo)
ML	<i>Maximum Likelihood</i> (Máxima verossimilhança)
ML-CSK	<i>Maximum Likelihood CSK</i> (CSK com estimação de máxima verossimilhança)
ML-UPOSK	<i>Maximum Likelihood Unstable Periodic Orbits Shift Keying</i> (Chaveamento de órbitas periódicas instáveis caóticas por máxima verossimilhança)
PSK	<i>Phase Shift Keying</i> (Chaveamento de fase)
RSR	Relação sinal-ruído
SLTI	<i>Systems Linear Time Invariant</i> (Sistema linear e invariante no tempo)
SNR	<i>Signal-to-Noise Ratio</i> (Relação sinal-ruído)

Introdução

1.1 Comunicação Digital usando Sinais Caóticos

O uso de sinais caóticos em sistemas de comunicação foi considerado muito promissor no início de 1990, após a publicação do artigo (Pecora and Carrol, 1990) sobre sincronização de sistemas caóticos. Observou-se um grande interesse em usar sinais caóticos em aplicações de sistemas de comunicações.

Os sinais caóticos possuem características interessantes do ponto de vista de sistemas de comunicações. Suas propriedades estatísticas se assemelham às propriedades de sistemas aleatórios por terem função de covariância cruzada com valores baixos entre órbitas geradas com condições iniciais diferentes e função de autocovariância em formato impulsivo. As aplicações destes sinais em comunicações caracterizam-se por terem segurança intrínseca devido ao acaso. Séries temporais determinísticas geradas por mapas caóticos apresentam forma inovadora de melhorar a relação sinal-ruído, explorando as dependências sensíveis a condições iniciais. Assim, os sinais caóticos são fortes candidatos a atuar em sistemas de comunicação.

Quando se usam sinais caóticos para modular sinais de banda estreita, os sinais resultantes adquirem largura de banda maior ao mesmo tempo em que se atenua o nível de sua densidade espectral. Portanto, é um sistema que realiza espalhamento espectral (Lathi, 1998). Assim, os sistemas que utilizam modulações usando sinais caóticos possuem as mesmas qualidades dos sistemas de espalhamento espectral convencional (Haykin, 2000).

As pesquisas sobre comunicações usando sinais caóticos podem ser divididas em três grandes linhas: sequências para espalhamento espectral por sequência direta, modulação analógica e modulação digital. Esse trabalho concentra-se na modulação digital.

Em sistemas de comunicação digital convencional uma única forma de onda é usada para transmitir cada um dos M símbolos possíveis. Assim, cada símbolo é representado por uma sequência de N pontos gerada por um conjunto de sequências de bases ortogonais. Quando se usam sinais senoidais, os sinais resultantes são de banda estreita. Em contrapartida, em sistemas de modulação digital caótica, as sequências de base são representadas por trechos de sinais caóticos de comprimento N e as condições iniciais variam a cada símbolo. Devido à não-periodicidade dos sinais caóticos, cada vez que um mesmo símbolo for transmitido, este será representado por diferentes sequências do mesmo mapa, o que dificulta a estimação do sinal após um longo prazo,

mas aumenta o sigilo da informação.

Um dos métodos mais estudados é o chaveamento caótico (CSK - *Chaos Shift Keying*) em que diferentes símbolos são gerados por mapas diferentes ou mapeados em trechos de sinais caóticos com energias médias diferentes (Didieu et al., 1993).

Neste sistema, pode-se usar na detecção sincronização caótica ou não. Quando se usa na detecção sincronização caótica, este é denominado detector coerente, pois possui cópias dos sinais de base utilizadas no transmissor. A detecção coerente é feita avaliando o erro de sincronismo (Didieu et al., 1993; Parlitz et al., 1992) ou por meio de correlação (Kolumbán et al., 1998). Em contrapartida, o detector que não usa sincronização caótica é denominado detector não coerente. Nesse caso, a demodulação é feita a partir das propriedades estatísticas que diferem os sinais caóticos (Kennedy and Kolumbán, 2000).

Nesses trabalhos, verificou-se que, infelizmente, em muitos casos, não é tão difícil extrair informações transmitidas usando mapas não-lineares perturbados, mesmo quando as equações subjacentes são desconhecidas, além de existirem algoritmos numéricos que proporcionam maior segurança empregando cálculos menos complexos, e o desempenho do sistema ainda é inferior aos de comunicações digitais tradicionais.

Apesar dos problemas apresentados, Eisenkraft (2006) desenvolveu uma pesquisa sobre os limites teóricos de comunicações digitais caóticas. Nesse trabalho, a modulação digital foi realizada através do envio de trajetórias caóticas de diferentes mapas correspondentes aos bits a serem transmitidos. A melhoria proposta em Eisenkraft (2006) é usar o algoritmo Viterbi para limpar o sinal contaminado por ruído antes da fase de detecção de símbolos.

Os sistemas caóticos podem ser vistos como geradores de símbolos tomados de um alfabeto infinito de comportamentos periódicos quase estáveis (Baptista et al., 2002). Tais comportamentos são representados por trechos de trajetórias do sistema no espaço de estados, conhecidos como órbitas periódicas instáveis (UPO - *Unstable Periodic Orbits*) (Lathrop and Kostelich., 1989).

No presente projeto pretende-se investigar os limites de eficiência em termos de taxa de erro de bit (BER - Bit Error Rate) versus relação sinal-ruído presente no canal de comunicação para um sistema de comunicação digital baseado na geração de órbitas periódicas instáveis de mapas caóticos

O sistema caótico é controlado de forma a exibir sequências simbólicas desejadas como resultado de sua evolução temporal; a informação digital será enviada através de um dado canal de comunicação caracterizado pela presença de uma certa quantidade de ruído aditivo. A taxa de erro de bits no receptor será comparada com os valores obtidos usando-se técnicas clássicas de modulação digital. O trabalho é amplamente inspirado em tese de doutorado defendida em 2006, por Márcio Eisenkraft, na Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, sob orientação do Prof. Luis Baccalá (Eisenkraft, 2006). Entretanto, busca-se agregar novos elementos, tais como utilização de órbitas periódicas instáveis de mapas caóticos. Neste sentido, caracteriza-se a inovação pretendida para o projeto.

1.2 Metodologia

Nesta dissertação adotaram-se os seguintes procedimentos metodológicos:

1. Revisão bibliográfica sobre sistemas dinâmicos não-lineares e comunicação digital;
2. Reprodução dos principais resultados obtidos em Eisenkraft (2006), objetivando obter plena compreensão do estado da arte do assunto, para o caso de mapas caóticos não perturbados;
3. Investigar geração de sequências do Mapa Deslocamento de Bernoulli, por meio de sequências binárias aleatórias filtradas por um filtro LTI apresentado em Drake and Willians (2007);
4. Gerar órbitas periódicas instáveis;
5. Investigar correlação entre pares de UPOs e desempenho em canais com ruído AWGN;
6. Procedimento padrão de levantamento da curva de BER versus relação sinal-ruído será desenvolvido e registrado. Todos os métodos de transmissão digital serão, então, comparados seguindo o mesmo procedimento e fazendo uso da mesma métrica;
7. Método de modulação digital clássicos 4FSK será também avaliado, usando o mesmo procedimento adotado para as técnicas baseadas em imposição de dinâmica simbólica, para fins de comparação.

1.3 Objetivos

Nesta dissertação, busca-se definir as funções de base utilizadas na modulação caótica e explorar as propriedades da dinâmica caótica e simbólica em sistemas de modulação digital usando caos. Este trabalho envolve conhecimento e resultados de quatro áreas diferentes: sistemas dinâmicos não lineares, sistemas de comunicações, teoria de estimação e dinâmica simbólica.

Os objetivos desta dissertação são:

- Fazer uma revisão bibliográfica sobre sistemas dinâmicos não lineares e modulações digitais;
- Investigar o uso de mapas caóticos em sistemas de transmissão de informação;
- Investigar técnicas de geração de sequências de mapas caóticos;
- Investigar a geração de órbitas periódicas instáveis;

- Investigar a combinação de métodos de imposição de dinâmica simbólica em sistemas caóticos;
- Propor e desenvolver, em ambiente de simulação, sistemas de transmissão digital baseados em imposição de dinâmica simbólica;
- Avaliar o desempenho das técnicas de modulação digital caótica com as modulações digitais convencionais.

1.4 Organização da Dissertação

Esta dissertação está estruturada em cinco capítulos.

No capítulo 2, apresentam-se definições e noções básicas sobre sistemas dinâmicos não lineares empregados no restante da dissertação e fundamento de comunicações digitais. O objetivo é relacionar notações utilizadas e uma base teórica comum entre as modulações digitais convencionais e as modulações digitais caóticas, tornando o assunto acessível a um público maior.

No capítulo 3, apresenta-se a teoria de sistemas de comunicações digitais caóticas focando o ML-CSK. Também trata do problema de estimação de condições iniciais, órbitas de sistemas dinâmicos discretos unidimensionais e geração de sequências de mapas caóticos. O desempenho do ML-CSK submetido a um canal com ruído branco gaussiano é analisado por meio de simulações computacionais.

No capítulo 4, apresenta-se o sistema proposto nesta dissertação: o ML-UPOSK. Este sistema é baseado no ML-CSK proposto em Eisencraft (2006) e na geração de sequências do Mapa Deslocamento de Bernoulli proposto em Drake and Williams (2007). Seu desempenho submetido a um canal com ruído branco e gaussiano é analisado e comparado com o ML-CSK e com modulações digitais convencionais

Finalmente, no capítulo 5, são relacionadas as contribuições, apresentadas as conclusões e sugeridos temas para trabalhos futuros.

Conceitos Básicos em Teoria do Caos e Modulação Digital

Neste capítulo apresentam-se conceitos básicos relacionados a sistemas dinâmicos não lineares, caos, mapas caóticos, dinâmica simbólica e sistemas de modulação digital. Estes conceitos são importantes para compreender o funcionamento do chaveamento caótico com máxima verossimilhança ML-CSK (*Maximum Likelihood Shift Keying*) que será apresentado no capítulo subsequente.

2.1 Mapas e Pontos Fixos

Os sistemas dinâmicos possuem um conjunto de possíveis estados determinados por uma regra que depende dos valores de estados anteriores. A regra que determina a evolução temporal do sistema pode ser linear ou não. Algumas propriedades e conceitos relacionados a sistemas dinâmicos não-lineares são importantes para entender e classificar os mesmos. As definições e notações usadas nesta dissertação são baseadas no livro (Alligood et al., 1996).

Os sistemas dinâmicos não-lineares em estudo são todos de tempo discreto, ou seja, a evolução dos estados ocorre em instantes discretos de tempo. Estes sistemas também podem ser chamados de mapas.

Definição 2.1.1 *Seja $f(\cdot)$ uma função cujo espaço de partida $U \in \mathbb{R}$ é igual ao espaço de chegada (contra-domínio) e $s(0) \in U$. A equação de diferença $s(n + 1) = f(s(n))$, com $n \in \mathbb{N}$ representa um sistema dinâmico autônomo de tempo discreto.*

Definição 2.1.2 *Seja $s(0)$ um ponto e $f(\cdot)$ um mapa. A órbita a partir de $s(0)$ do mapa $f(\cdot)$ é o conjunto de pontos $x, f(x), f(f(x)), \dots, f^n(x)$ que representa a n -ésima aplicação sucessiva de $f(\cdot)$. O ponto inicial de uma órbita é denominado de condição inicial, s_0 .*

Definição 2.1.3 *Seja $f(\cdot)$ o mapa que determina um sistema dinâmico discreto. Um ponto c é dito fixo de período- k se $f^k(c) = c$.*

Ou seja, o ponto fixo c de período-2 satisfaz $f(f(c)) = c$ e de período-3 satisfaz $f(f(f(c))) = c$ (Monteiro, 2002). No diagrama de iteração do mapa, pode-se encontrar graficamente os pontos fixos de uma órbita, conforme mostrado na Fig. 2.1. Porém,

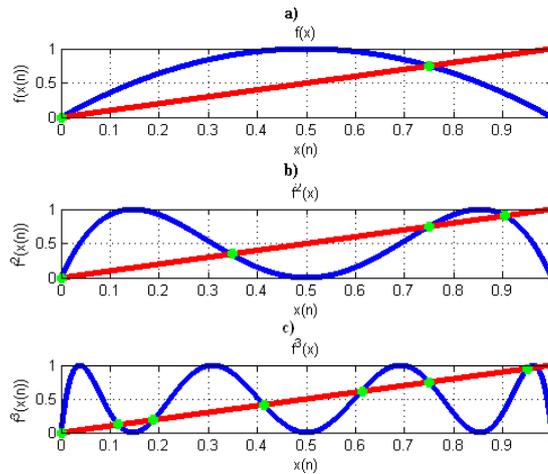


Figura 2.1: Gráfico dos pontos fixos do Mapa Logístico a) $p = 1$ b) $p = 2$ c) $p = 3$

para cada ponto fixo pode-se ter um comportamento dinâmico linear local diferente (Alligood et al., 1996).

Na Fig. 2.1, mostram-se os mapas de primeiro retorno de $f(x)$, $f^2(x)$, $f^3(x)$ do Mapa Logístico definido pela Eq. 2.1

$$s(n+1) = 4x(1-x). \quad (2.1)$$

Nota-se que os pontos fixos são determinados pela intercessão dos mapas de primeiro retorno com a reta definida por $x = y$.

A estabilidade de um ponto fixo caracteriza a trajetória de um sistema quando este sofre alguma perturbação. Portanto, a estabilidade de um ponto fixo irá descrever o comportamento local da trajetória de uma órbita que parte de um ponto inicial próximo a esse ponto fixo.

2.2 Estabilidade de Pontos Fixos

Conceitos sobre estabilidade são importantes para se analisar o comportamento de um sistema dinâmico. Seja na implementação física ou nas simulações computacionais, não é possível obter precisão absoluta na geração de órbitas, mesmo fixadas as condições iniciais e os parâmetros que as definem (Monteiro, 2002). A análise da estabilidade garante que o comportamento de um sistema dinâmico possa ser observado ou não.

Segundo Lagrange, uma órbita $s(n, s_0)$ apresenta estabilidade limitada se $s(n)$ é uma função limitada, ou seja, o valor de $s(n)$ é finito. Em outras palavras, existe uma constante C tal que $C < \infty$ tal que $\|s(n)\| < C, \forall n$, (Monteiro, 2002).

A estabilidade no sentido de Lyapunov é baseada na evolução temporal da distância

entre a trajetória de $s(n)$ e o ponto fixo c . As definições nesta seção são baseadas em (Monteiro, 2002).

Definição 2.2.1 *Um ponto fixo c de um mapa é:*

1. *Atrator se, após qualquer perturbação na condição inicial $s(n, s_0) = c$, $\lim_{n \rightarrow \infty} s(n, s_0) = c$.*
2. *Estável se, e somente se, dado $\epsilon > 0$, existe $\delta > 0$ tal que $|s_0 - c| < \delta$, então $|s(n, s_0) - c| < \epsilon$ para todo $n > 0$.*
3. *Assintoticamente Estável se, e somente se, existe $\delta > 0$ tal que $|s_0 - c| < \delta$, então $|s(n, s_0) - c| \rightarrow 0$ para $n \rightarrow \infty$.*
4. *Instável se não é atrator e nem estável.*

Em outras palavras, se um ponto fixo c de um mapa é um atrator, independente da condição inicial s_0 ser inicializada perto do atrator, a trajetória de $s(n)$ é atraída para o atrator. O conjunto de todas as condições iniciais que converge para um mesmo atrator forma a bacia de atração daquele atrator. Se um ponto fixo c é estável, a trajetória $s(n)$ nunca se afasta mais que uma distância de ϵ dado que a condição inicial pertence a uma vizinhança de raio δ em torno do ponto fixo c . Se o ponto fixo c é assintoticamente estável, a trajetória $s(n)$ se aproxima de c com $n \rightarrow \infty$. E se o ponto fixo c é instável, após uma perturbação na condição inicial, a trajetória $s(n)$ se afasta do ponto fixo c .

Definição 2.2.2 *Seja λ_1 e λ_2 os autovalores da equação de diferença, e c um ponto fixo de uma órbita:*

1. *se $|\lambda_1| < 1 < |\lambda_2|$, o ponto fixo c é chamado de sela, que é instável no sentido de Lyapunov.*
2. *se $\lambda_{1,2}$ são reais com $|\lambda_{1,2}| > 1$, o ponto fixo c é um nó instável; se $|\lambda_{1,2}| < 1$, o ponto fixo c é um nó assintoticamente estável.*
3. *se $\lambda_{1,2}$ são complexos conjugados com $|\lambda_{1,2}| > 1$, o ponto fixo c é um foco instável; e se $|\lambda_{1,2}| < 1$, o ponto fixo c é um foco assintoticamente estável.*

2.3 Estabilidade de Órbitas

Nesta seção apresenta-se a estabilidade de órbitas segundo Lyapunov e segundo Poincaré, adaptadas para o caso discreto e que generaliza as definições da subseção anterior para um caso qualquer (Alligood et al., 1996).

Definição segundo Lyapunov:

Definição 2.3.1 *Seja a órbita $s(n, s_0)$ do mapa $s(n+1) = f(s(n))$ e A um intervalo real aberto tal que $S_{s_0} \subset A$, sendo S_{s_0} a trajetória de $s(n, s_0)$. Esta órbita é dita estável se:*

1. *existe um $\delta > 0$ e uma outra condição inicial r_0 tal que se $|r_0 - s_0| \leq \delta$ então $S_{s_0} \subset A$;*

2. dado $\epsilon > 0$, existe δ_1 , $0 < \delta_1 \leq \delta$, tal que se $|r_0 - s_0| \leq \delta_1$, então $|s(n, s_0) - s(n, r_0)| \leq \epsilon$ para todo $n \geq 0$.

A órbita $s(n, s_0)$ é dita assintoticamente estável se 1 e 2 são satisfeitas e

3. existe um δ_2 , $0 < \delta_2 \leq \delta$, tal que se $|r_0 - s_0| \leq \delta_2$, então $\lim_{n \rightarrow \infty} |s(n, s_0) - s(n, r_0)| = 0$

A definição de estabilidade de órbitas; segundo Lyapunov, é bastante restrita e produz erros na classificação de estabilidade para algumas órbitas. Este inconveniente ocorre porque a estabilidade de órbitas segundo Lyapunov é definida em termos do comportamento das trajetórias que partem de uma condição inicial localizada na vizinhança do ponto de equilíbrio. Porém, Poincaré formulou o conceito de estabilidade orbital que não leva em conta a escala de tempo dos movimentos (Monteiro, 2002).

Definição 2.3.2 Seja C_1 e C_2 um caminho fechado, no espaço de fase, descrito pelas condições iniciais $s_{0,1}$ e $s_{0,2}$, respectivamente. Diz-se que C_1 é orbitalmente:

1. estável, se dado $\epsilon > 0$, existe $\delta(\epsilon) > 0$ tal que se $\|s(n_0, s_{0,1}) - s(n_1, s_{0,2})\| < \delta(\epsilon)$ para os instantes n_0 e n_1 , então existem instantes n_2 e n_3 em que $\|s(n_2, s_{0,1}) - s(n_3, s_{0,2})\| < \epsilon$;
2. assintoticamente estável, se $\|s(n, s_{0,1}) - s(n, s_{0,2})\| \rightarrow 0$ para $n \rightarrow \infty$;
3. instável, se não é estável.

O conjunto limite de uma órbita é o conjunto de pontos cuja vizinhança é frequentemente visitado por ela, ou seja:

Definição 2.3.3 O conjunto limite da órbita $s(n, s_0)$ de $f(\cdot)$ é dado por:

$$w(s_0) = \left\{ s \in U / \forall \{n_*, \epsilon\}, \exists n > n_* \mid |f^n(s_0) - s| < \epsilon \right\}. \quad (2.2)$$

Se $w(s_0)$ é um conjunto limite de uma órbita e r_0 é uma outra condição inicial, então diz-se que a órbita $s(n, r_0)$ é atraída para $w(s_0)$ se $w(r_0) \subset w(s_0)$.

Pontos de uma órbita podem ou não estar contidos em seu conjunto limite. O conjunto limite pode não ter nenhum ponto em comum com a órbita, como no caso do conjunto limite de uma órbita convergindo assintoticamente para um ponto fixo atrator. Nesse caso, o conjunto limite é um único ponto, o ponto fixo atrator. A órbita é atraída para esse ponto fixo, (Eisencraft, 2006).

Definição 2.3.4 Um atrator é um conjunto limite que atrai um conjunto de condições iniciais não nulo. Este conjunto de condições iniciais é chamado de bacia de atração.

2.4 Caracterização da Dinâmica Caótica

Nesta seção serão apresentados conceitos relativos a sistemas dinâmicos não lineares, mais precisamente sobre caos, tais como dependência sensível às condições iniciais, expoentes de Lyapunov e conjugação de mapas.

2.4.1 Dependência Sensível às Condições Iniciais

Um sistema dinâmico apresenta dependência sensível às condições iniciais quando o sinal gerado pelo sistema com condições iniciais ligeiramente diferentes apresenta valores completamente distintos do sinal anterior após algumas iterações (Alligood et al., 1996).

Definição 2.4.1 *Seja $s(n + 1) = f(s(n))$ um mapa em $U \subset \mathbb{R}$. Um ponto $s_0 \in U$ tem dependência sensível às condições iniciais (DCI) se existe uma distância não-nula ϵ tal que pelo menos algum ponto arbitrariamente próximo de s_0 é eventualmente mapeado a pelo menos ϵ unidades da imagem correspondente a s_0 . Mais precisamente, existe $\epsilon > 0$ tal que qualquer vizinhança $\{s \in U / |s - s_0| < \delta\}$ de s_0 contém pelo menos um ponto s_* tal que $|f^{n_*}(s_*) - f^{n_*}(s_0)| \geq \epsilon$ para algum $n_* \in \mathbb{N}$. Nessas condições a órbita $s(n, s_0)$ tem DCI.*

Considere o Mapa Quadrático definido pela Eq. 2.3:

$$f(x) = -2x^2 + 1. \quad (2.3)$$

Este mapa, apesar de simples, apresenta comportamento complexo. Sabe-se que para quase todas as condições iniciais limitadas no intervalo de $(-1,1)$ ele apresenta órbitas caóticas, Seção 2.4.3. O gráfico da Figura (2.2) mostra duas órbitas, $s_1(n)$ e $s_2(n)$, com as condições iniciais $s_1(0) = 0,8$ e $s_2(0) = 0,80000001$. Nota-se que, apesar das condições iniciais serem bem próximas, após aproximadamente 21 iterações, as órbitas apresentam valores completamente diferentes.

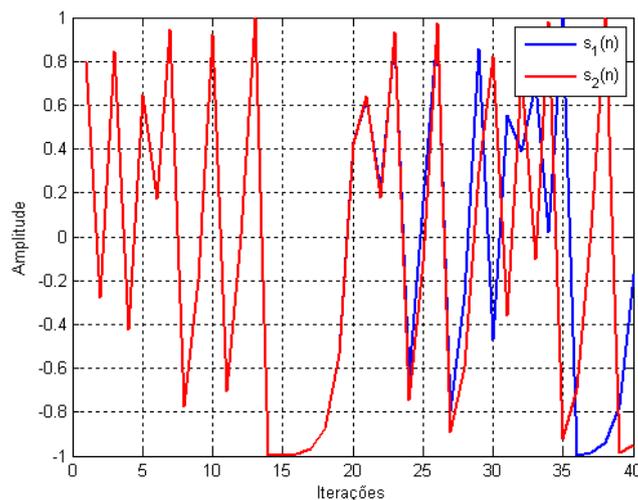


Figura 2.2: Sinais caóticos gerados em condições iniciais diferentes.

2.4.2 Expoente de Lyapunov

Conforme Seção 2.2, a estabilidade de uma órbita nas proximidades do ponto fixo c de um sistema dinâmico discreto é fortemente influenciada pelo comportamento linear local do mapa neste ponto. Por exemplo, se c é um ponto fixo de um mapa unidimensional f e $f'(c) = l > 1$, então a órbita de cada ponto x perto de c afasta-se de c com uma taxa multiplicativa de aproximadamente l por iteração, isto é, a distância entre $f^k(x)$ e $f^k(c)$ será ampliada por aproximadamente $l > 0$ a cada iteração de f .

Para um ponto periódico c de período p , aplica-se a regra da cadeia e observa-se que a derivada da p -ésima iteração, ou seja $f^{p'}(c)$ é o produto das derivadas de $f(\cdot)$ calculada nos p pontos distintos da órbita, supondo-se que o módulo desse produto seja $l > 1$. Uma órbita com condição inicial próxima de c separa-se a uma taxa aproximadamente l depois de cada iteração, portanto a taxa multiplicativa média de separação entre duas órbitas é $L = l^{1/p}$.

O número de Lyapunov generaliza estas taxas para casos em que os pontos fixos não são necessariamente periódicos. As definições e teoremas a seguir são baseados em (Alligood et al., 1996).

Definição 2.4.2 *Seja o mapa $s(n + 1) = f(s(n))$. Se $f(\cdot)$ for diferenciável nos pontos da trajetória da órbita $s(n, s_0)$, o número de Lyapunov é:*

$$L(s_0) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\prod_{n=0}^{N-1} |f'(s(n))| \right)^{1/p}, \quad (2.4)$$

se o limite existir. O expoente de Lyapunov é definido como

$$h(s_0) = \ln(L(s_0)), \quad (2.5)$$

se $L(s_0)$ existir.

Portanto, o número de Lyapunov de um ponto fixo c do mapa $s(n + 1) = f(s(n))$ é $|f'(c)|$ e o expoente de Lyapunov de um ponto periódico $s_0 = c$ de período p desse mesmo mapa é

$$h(c) = \frac{\sum_{n=0}^{p-1} \ln |f'(s(n, c))|}{p}. \quad (2.6)$$

Com base no expoente de Lyapunov, observa-se, quanto a estabilidade, que:

- c é um ponto fixo, se $L < 0$.
- c é um ponto periódico, se $L = 0$.
- c é um ponto aperiódico ou têm dependência sensível a condições iniciais, se pelo menos um expoente de Lyapunov for positivo, ou seja, $L > 0$.

Após apresentar os conceitos descritos acima, pode-se definir um sinal caótico.

2.4.3 Sinais Caóticos

Informalmente, um sinal caótico é determinístico, aperiódico e apresenta dependência sensível a condições iniciais. Há várias definições aceitas por diversos pesquisadores, porém aqui a definição será baseada na referência (Alligood et al., 1996)

Órbitas com dependência sensível a condições iniciais possui imprevisibilidade na evolução temporal. Portanto, é impossível determinar com exatidão a trajetória de uma condição inicial próxima a uma órbita com dependência sensível a condições iniciais após algumas iterações.

É difícil determinar com exatidão a condição inicial de um órbita. Por isso, quando se trabalha com sinais caóticos deve-se considerar esta incerteza. Como o expoente de Lyapunov quantifica a dependência sensível a condições iniciais, este pode ser usado para indicar se uma órbita é caótica ou não.

Definição 2.4.3 *Um órbita limitada é caótica se, e somente se, é aperiódica e $L(s_0) > 1$.*

2.5 Exemplos de Mapas Caóticos

Nesta seção são apresentados dois exemplos de mapas caóticos usados no presente trabalho. Inicialmente é discutido o Mapa Tenda, depois o Mapa Logístico e sua conjugação com o Mapa Tenda. Os dois mapas são unidimensionais e unimodais, apenas um mínimo local, com domínio $U = [-1,1]$.

2.5.1 Mapa Tenda

O Mapa Tenda é determinado pela seguinte equação de diferença

$$T(n) = \begin{cases} 2x; & \text{se } x \leq \frac{1}{2}; \\ 2(1-x); & \text{se } x \geq \frac{1}{2}; \end{cases} \quad (2.7)$$

e o sistema dinâmico

$$s(n+1) = T(s(n)), \quad (2.8)$$

com condição inicial $s_0 \in U$. A Figura 2.3 mostra o gráfico de $T(s)$ e $s_0 = 0,2$.

Usando a Eq. (2.7) tem-se que o número de Lyapunov correspondente é $L_T = 2$ para $s_0 \neq 1/2$ pois $|T'(s)| = 2$. O fato do número de Lyapunov ser positivo indica que há órbitas caóticas nesse sistema.

Observa-se que para qualquer condição inicial s_0 racional, a órbita $s(n, s_0)$ converge para um ponto fixo $c = -1$. Assim, o comportamento caótico das órbitas desse mapa não pode ser observado na prática por meio de iteração da Eq. 2.8. Uma solução é utilizar a abordagem de sistemas lineares alimentados por entradas aleatórias descrita por Drake and Willians (2007). Esta abordagem será explicada no capítulo subsequente, Seção 3.2.

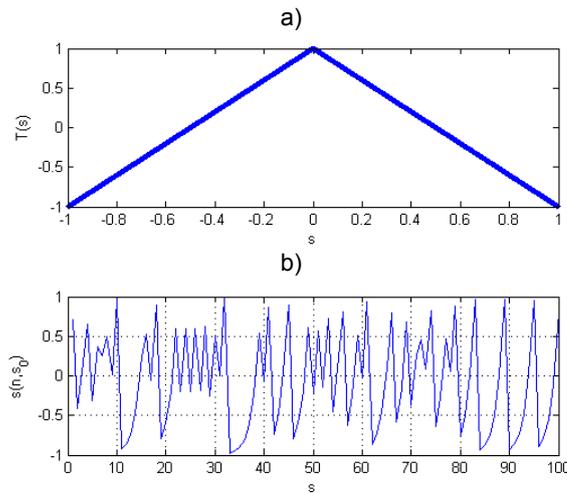


Figura 2.3: a) Mapa Tenda; b) Órbita do mapa tenda com condição inicial $\sqrt{2}/2$.

2.5.2 Mapa Logístico e Conjugação de Mapas

O Mapa Logístico é determinado pela seguinte equação de diferença

$$s(n+1) = L(s(n)) = 4s(1-s), \quad (2.9)$$

com condição inicial $s_0 \in U$. A Figura 2.4 mostra o gráfico de $L(s)$ e uma órbita gerada pela Eq. 2.9 com $s_0 = 0,0861$.

Encontrar $|L'(s)|$ não é tão trivial como no caso do Mapa Tenda, pois $|L'(s)|$ varia ponto a ponto. Portanto, algumas propriedades do mesmo também se tornam difíceis de se calcular explicitamente. A conjugação entre alguns mapas permite deduzir algumas propriedades de órbitas do mapa a partir da relação dele com outro mais simples.

Definição 2.5.1 *Seja $C(\cdot)$ um mapeamento contínuo e injetor. Os mapas $f(\cdot)$ e $g(\cdot)$ são conjugados se eles estão relacionados por uma mudança de coordenadas $C(\cdot)$, tal que $C \circ f(\cdot) = g \circ C(\cdot)$. A notação $C \circ f(\cdot)$ significa $C(f(\cdot))$ e $C(\cdot)$ é chamado de mapa de conjugação.*

Os Mapas $T(\cdot)$ e $L(\cdot)$ são conjugados. O seguinte teorema demonstrado no livro (Alligood et al., 1996) mostra a relevância da conjugação de mapas no estudo de sistemas dinâmicos não-lineares.

Teorema 2.5.2 *Considere os mapas $f(\cdot)$ e $g(\cdot)$ conjugados por $C(\cdot)$. Pode-se afirmar que:*

1. *Se c é um ponto fixo de período p de $f(\cdot)$, então $C(c)$ é um ponto periódico de período p de $g(\cdot)$.*
2. *Se a derivada de $C(\cdot)$ é não nula em todos os pontos da órbita $s(n, s_0)$ de $f(\cdot)$, então existe uma órbita correspondente $C(s(n, s_0))$ de $g(\cdot)$ com mesmo número de Lyapunov.*

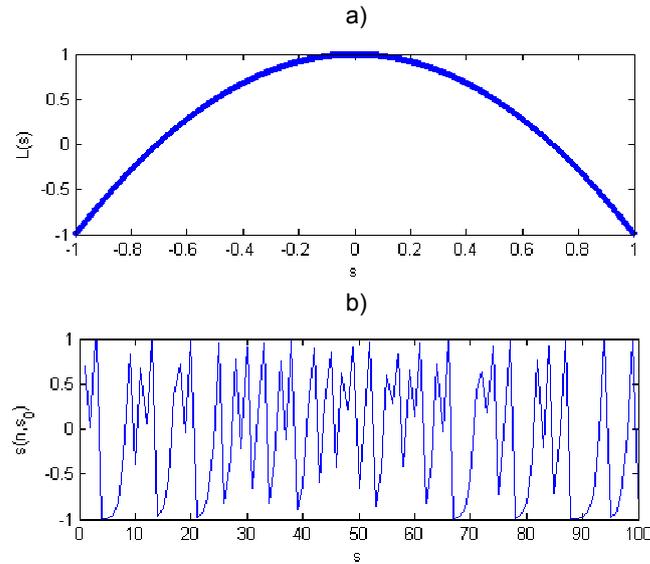


Figura 2.4: a) Mapa Logístico; b) Órbita do Mapa Logístico .

Este teorema comprova que dados dois mapas conjugados, a cada órbita de um corresponde uma órbita do outro com mesmo número de Lyapunov. Portanto, $L_L = L_T = 2$.

É interessante ressaltar que algumas condições iniciais irracionais de $T(\cdot)$ são mapeadas em condições iniciais racionais de $L(\cdot)$. Dessa forma, nesse caso, o comportamento caótico pode ser observado por meio de iterações da Eq. 2.9.

2.6 Dinâmica Simbólica

A dinâmica simbólica é uma ferramenta útil para definir o comportamento caótico em sistemas dinâmicos. O objetivo é particionar o espaço de estados sendo que cada partição representa um símbolo. A idéia básica é interpretar as sequências geradas por mapas como um processo de primeira ordem de Markov em que, a cada instante n , $x(n)$ assume um dos N_s estados possíveis, sendo N_s o número de partições do espaço. Estes estados são, portanto, definidos a partir do domínio U , e dos N_s subintervalos (Hao, 1989).

2.6.1 Partição do Espaço de Estados e Matriz de Transição de Estados

O particionamento do espaço de estado U em N_s subintervalos distintos têm que cobrir todos os valores possíveis de $x(n)$. Portanto,

$$\bigcup_{j=1}^{N_s} U_j = U = [-1,1]; \quad j = 1,2,\dots,N_s; \quad (2.10)$$

para os casos dos Mapas Tenda e Logístico.

Define-se que no instante n o sistema está no estado $q(n) = j$ se $x(n) \in U_j$ e o centro do subintervalo U_j é denotado por $B(j)$.

A partição usada nesta dissertação é a empregada por Didieu and Kisel (1999) onde os subintervalos U_j devem ter comprimentos iguais. Os Mapas Tenda e Logístico têm intervalos de comprimento igual a 2, portanto $\Delta_s = 2/N_s$. Então, a partição do espaço de estados U é definida por:

$$U_j = \begin{cases} [(j-1)\Delta_s - 1; j\Delta_s - 1[; & j = 1, 2, \dots, N_s - 1; \\ [1 - \Delta_s; 1]; & j = N_s. \end{cases} \quad (2.11)$$

Esta partição apresenta bons resultados se o mapa em questão tiver densidade invariante¹ uniforme como no caso do Mapa Tenda simétrico. Para aplicar esta partição a mapas com densidade invariante não uniforme, como o mapa $L(\cdot)$, aplicar-se-á conjugação descrita na Seção 2.5.2 às extremidades dos intervalos de U_j . A conjugação garante que os pontos das órbitas se distribuam uniformemente nos novos subintervalos.

A dinâmica do sistema é analisada por meio das probabilidades de transição a_{ij} da amostra $x(n)$ estarem no subconjunto U_j dado que $x(n-1)$ estava no subconjunto U_i ; e as probabilidades de transição são estacionárias, isto é, as probabilidades não mudam com o tempo (Papoulis and Pillai, 2002), ou seja:

$$a_{ij} = P(x(n) = j | x(n-1) = i) = \text{constante}. \quad (2.12)$$

Segundo Markov, um processo estocástico com essa propriedade é chamado homogêneo (Monteiro, 2002). Como a_{ij} são probabilidades, então $0 \leq a_{ij} \leq 1$ e:

$$\sum_j P(x(n) = j | x(n-1) = i) = 1. \quad (2.13)$$

As probabilidades de transição a_{ij} podem ser representadas pela matriz de transição de estado \mathbf{A} , dada por:

$$A = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,N_s} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,N_s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N_s,1} & a_{N_s,2} & \dots & a_{N_s,N_s} \end{bmatrix}. \quad (2.14)$$

Assim, o comportamento do sistema dinâmico pode ser analisado por meio das probabilidades da matriz de transição do mapa.

¹Um mapa apresenta densidade invariante se, independentemente da sua condição inicial o conjunto de amostras obtidas iterando-se o mapa sucessivas vezes apresentar a mesma distribuição, isto é, o mesmo histograma.

Exemplo: Matriz de Transição de Estados do Mapa Tenda

O primeiro passo para se obter a matriz de transição de estados é subdividir o espaço de estados do domínio U em N_s subintervalos. Para facilitar a análise desse exemplo usa-se $N_s = 5$. Os limites dos subintervalos da partição de espaço de acordo com a Eq. 2.11 para o Mapa Tenda com $U = [-1,1]$ são:

$$U_1 = [-1; -0,6[; U_2 = [-0,6; -0,2[; U_3 = [-0,2; 0,2[; U_4 = [0,2; 0,6[; U_5 = [0,6; 1]. \quad (2.15)$$

Nota-se que os subintervalos são uniformes, pois o Mapa Tenda possui densidade invariante uniforme.

Após subdividir o espaço de estados, devem-se calcular as probabilidades de transições. Na prática, o mapa é iterado mais ou menos 10000 vezes. Quanto maior o número de iterações mais preciso será o cálculo das probabilidades de transições. Depois calcula-se as probabilidades da amostra $x(n)$ estar no subconjunto U_j dado que $x(n-1)$ estava no subconjunto U_i . Em outras palavras, a probabilidade de transição a_{ij} é a soma de todas as vezes em que $x(n)$ esteve no subintervalo U_j dado que $x(n-1)$ estava no subconjunto U_i dividido pelo número total de vezes em que $x(n)$ esteve no subintervalo U_j . Assim a matriz de transição de estados calculada é:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.16)$$

Observa-se que, se $x(n) \in U_2$ a probabilidade de $x(n+1) \in U_3$ é de 0,5, a probabilidade de $x(n+1) \in U_4$ é de 0,5. Portanto, pode-se proceder à análise do comportamento de um sistema dinâmico por meio da análise da matriz de transição de estados do mapa que o gerou.

2.7 Comunicação Digital

O objetivo de um enlace de comunicação é transmitir de forma eficiente informação de um transmissor para um receptor. O enlace de comunicação digital possui a estrutura genérica apresentada nas seções seguintes. Essa estrutura facilita compreender como funciona a comunicação digital e comparar diferentes tipos de comunicação digital.

2.7.1 Elementos Básicos da Comunicação Digital

Na Figura 2.5, mostra-se um sistema de comunicação digital que transporta informação de uma fonte digital para um receptor.

As sequências de informação digital são convertidas para aumentar a segurança da transmissão, compressão dos dados e a capacidade de correção de alguns erros. O

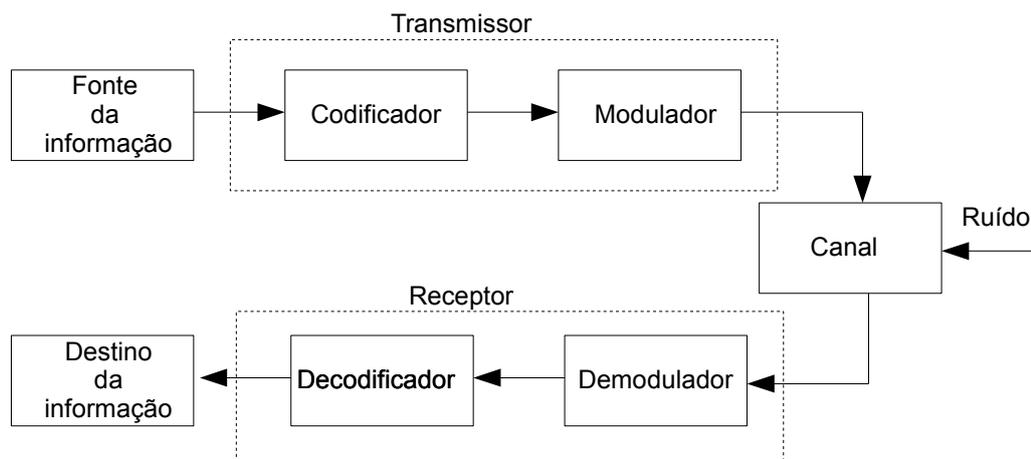


Figura 2.5: Diagrama de bloco de um sistema de comunicação digital

processo de conversão das sequências de informação digital é denominado codificação. Este processo gera símbolos que serão transmitidos.

A maioria dos sinais não apresentam características para propagação em canais de comunicações usuais. Portanto, é necessário adicionar a informação a um sinal portador e deslocar a frequência para uma faixa adequada à transmissão. Este processo é denominado modulação. As modulações digitais tradicionais são o chaveamento em amplitude (ASK - Amplitude Shift Keying), o chaveamento em frequência (FSK - Frequency Shift Keying) e o chaveamento de fase (PSK - Phase Shift Keying). Sobre modulações digitais caóticas podemos citar as modulações por chaveamento caótico (CSK - Chaos Shift Keying), o chaveamento caótico diferencial (DCSK - Differential Shift Keying) e a modulação baseada em máxima verossimilhança e chaveamento caótico (ML-CSK Maximum Likelihood Chaos Shift Keying). Referências sobre modulações digitais tradicionais podem ser encontradas nos livros Haykin (2000) e Proakis (1995). As referências sobre modulação digital caótica podem ser encontradas nos livros Lau and Tse (2003) e Kennedy et al. (2000).

O canal é o meio físico pelo qual o sinal que contém a informação transmitida se propaga desde o transmissor até o receptor. Por exemplo: cabo coaxial, fibra óptica ou o ar.

O demodulador detecta os símbolos transmitidos pelo receptor. O sinal que chega ao receptor está invariavelmente corrompido por ruído. Então, o demodulador estima a sequência de símbolos transmitidos já que não consegue extrair estes símbolos com exatidão. Já o decodificador estima a informação original transmitida a partir dos símbolos estimados na etapa de demodulação.

2.7.2 Símbolo, Sinal Transmitido e Sinal Recebido

A fonte de informação utiliza símbolos para transmitir a informação desejada. Em comunicação digital, os símbolos são representados por códigos binários. O mais utilizado é o código ASCII (*American Standard Code for Information Interchange*). O ASCII é uma codificação de caracteres de sete bits baseada no alfabeto inglês e representa texto em equipamentos de comunicação, entre outros dispositivos que trabalham com texto. Cada caracter do código ASCII é representado por oito bits. Portanto, tem-se somente dois símbolos, 1 e 0. Os sinais que representam os bits são inadequados para transmissão e, para que seja possível transmitir estes sinais, é preciso modulá-los.

A modulação adiciona a informação a um sinal portador e desloca a frequência para uma faixa adequada à transmissão. As modulações tradicionais utilizam sinais senoidais e as modulações caóticas utilizam sinais caóticos. O sinal resultante da modulação é denominado sinal transmitido, pois este será enviado pelo transmissor.

Na modulação FSK, cada bit é representado por uma onda senoidal com frequências diferentes, conforme Fig. 2.6. Nota-se que o sinal que representa o bit 1 tem frequência diferente do sinal que representa o bit 0. Já na modulação ML-CSK, cada bit é representado por trechos de mapas caóticos diferentes. Após a modulação o sinal é transmitido.

Todo sinal transmitido que chega ao receptor está invariavelmente corrompido por ruído e limitado em banda pela presença de filtro passa-banda na entrada do receptor. O sinal na entrada do receptor é denominado sinal recebido. As características do ruído e do filtro definem o modelo do canal de um sistema de comunicação.

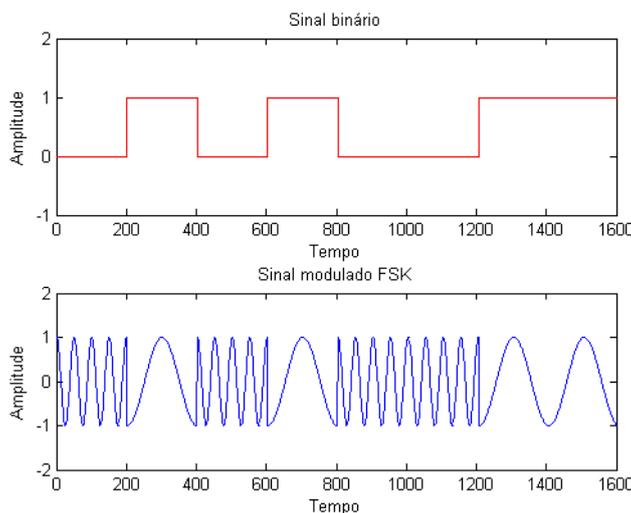


Figura 2.6: Letra “C” em Código ASCII e modulada em FSK

Em todo modelo do canal de um sistema de comunicação considera-se que o sinal está invariavelmente corrompido por ruído térmico modelado como ruído branco gaussiano aditivo (AWGN - Additive White Gaussian Noise) com média nula. O AWGN

permite obter, na maioria dos casos, resultado teóricos exatos e o desempenho do sistema não se altera significativamente com o uso de canais com características espectrais mais complicadas (Haykin, 2000). O modelo do canal de comunicação é mostrado na Figura 2.7.

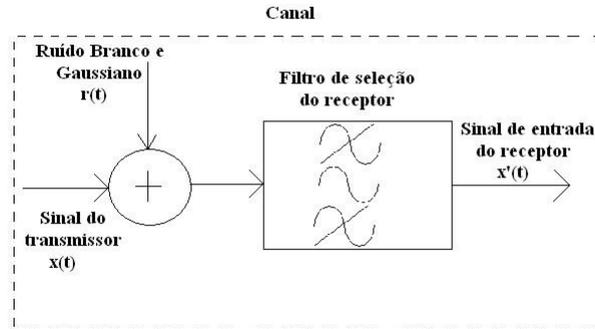


Figura 2.7: Modelo do canal de comunicação

2.7.3 Modelos Equivalentes de Tempo Discreto

Para simplificar a simulação e a análise das modulações digitais é usual trabalhar com modelos equivalentes em banda base de tempo discreto. Este modelo permite a representação dos sinais transmitidos usando sequências de comprimento finito. Os resultados obtidos são compatíveis com os modelos originais. Nesta dissertação usam-se modelos equivalentes em banda base de tempo discreto baseado no livro (Proakis, 1995).

O sinal passa-banda é descrito pela seguinte equação:

$$x(t) = x_c(t)\cos(2\pi f_0 t) - x_s(t)\sin(2\pi f_0 t), \quad (2.17)$$

sendo $x_c(t)$ a parte real e $x_s(t)$ a parte imaginária do sinal $x(t)$. A Eq. 2.17 pode ser reescrita como

$$x_l(t) = x_c(t) + jx_s(t). \quad (2.18)$$

O sinal transmitido $x_l(t)$ corrompido por ruído $r'(t)$ em termos de equivalente passa-baixa é:

$$x'_l(t) = x_l(t) + r'_l(t). \quad (2.19)$$

O sinal equivalente em passa-baixa é amostrado com um período de amostragem igual a

$$T_a = \frac{1}{B'}, \quad (2.20)$$

sendo B largura da faixa de passagem da banda.

Conforme Teorema da Amostragem (Eisencraft, 2006), o sinal equivalente em banda base de tempo contínuo pode ser recuperado a partir do sinal amostrado por meio de um filtro passa-baixas ideal com largura de banda $B/2$. Considerando $x_l(nT_a) = x(n)$, $x'_l(nT_a) = x'(n)$ e $r'_l(nT_a) = r'(n)$, a Eq. 2.20 pode ser reescrita usando notação de tempo discreto. Assim,

$$x'(n) = x(n) + r'(n). \quad (2.21)$$

Se $r(t)$ é AWGN, então as amostras $r(n)$ são estatisticamente independentes (Proakis, 1995).

Modulação e Demodulação

O sistema equivalente de tempo discreto da forma do sinal produzido por um sistema com M símbolos distintos é representado por $x_m(n)$, $m = 1, 2, \dots, M$, em que $x_m(n)$ assume valores não nulos no intervalo $0 \leq n \leq N - 1$. O sinal representado em tempo discreto por $x(n)$ é transmitido pelo canal analógico e sofre distorção. Em outras palavras, o sinal é invariavelmente corrompido por ruído. O objetivo do demodulado é mapear de volta em um símbolo o sinal recebido cujo equivalente $x'_m(n)$ é uma sequência estocástica.

O processo de demodulação é simplificado usando um conjunto com menos sinais denominados funções de base. O sinal recebido $x'_m(n)$ é uma combinação linear dos elementos de base (Wozencraft and Jacobs, 1965).

Seja $s_i(n)$, $i = 1, 2, \dots, N_b$, $n = 0, 1, \dots, N - 1$, uma base de sequências ortogonais, ou seja,

$$\sum_{n=0}^{N-1} s_i(n)s_j(n) = \begin{cases} 1, & \text{se } i = j; \\ 0, & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (2.22)$$

Dessa forma, a combinação linear dada pelas N_b sequências de $s_i(n)$ representa cada um dos M sinais $x_m(n)$, sendo $N_b \leq M$:

$$x_m(n) = \sum_{i=1}^{N_b} x_{mi}s_i(n), \quad m = 1, 2, \dots, M. \quad (2.23)$$

Os coeficientes x_{mi} na Eq. 2.23 podem ser interpretados como componentes de um vetor coluna N_b -dimensional \mathbf{x}_m . Cada símbolo determina um vetor \mathbf{x}_m . A sequência transmitida para cada \mathbf{x}_m é gerada conforme Eq. 2.23.

Como as sequências de base são ortogonais, o vetor \mathbf{x}_m pode ser recuperado a partir do sinal transmitido, mas todos os sinais de base $s_i(n)$ precisam ser reconhecidos pelo receptor. Portanto, basta calcular:

$$x_{mi} = \sum_{n=0}^{N-1} x_m(n)s_i(n), \quad i = 1, 2, \dots, N_b. \quad (2.24)$$

Assim, o denominador pode ser implementado por meio de um conjunto de N_b correlatores, cada um obtendo um dos pesos x_{mi} associados à função de base $s_i(n)$.

2.7.4 Receptores

O objetivo do receptor é reconhecer os símbolos enviados pelo transmissor recuperando a informação transmitida. Quando se recupera um único símbolo isolado deixa-se de lado a interferência intersimbólica (Lathi, 1998).

Ao se considerar um canal AWGN e que os possíveis símbolos transmitidos são equiprováveis, o método de detecção por máxima verossimilhança (ML - *Maximum Likelihood*) deve ser empregado para se obter um receptor ótimo. Este método pode ser implementado por meio de receptores de correlação ou por filtro casado (Haykin, 2000). Na comunicação que usa sinais caóticos, a sequência transmitida muda a cada símbolo sendo impossível a utilização de filtro casado. Somente a recepção por correlação é discutida aqui.

Por meio da Eq. 2.24, nota-se que as componentes x_{mi} podem ser obtidas a partir do sinal transmitido por meio de correlatores se as N_b sequências de base $s_i(n)$ forem ortogonais e conhecidas no receptor. Além das funções de base, o comprimento das sequências N e a amostra em que $x_m(n)$ começou a ser transmitida também devem ser conhecidos. Estes últimos dados são denominados informação de temporização. Com base na Eq. 2.24, a Fig 2.8 mostra um receptor de correlação para $N_b = 2$.

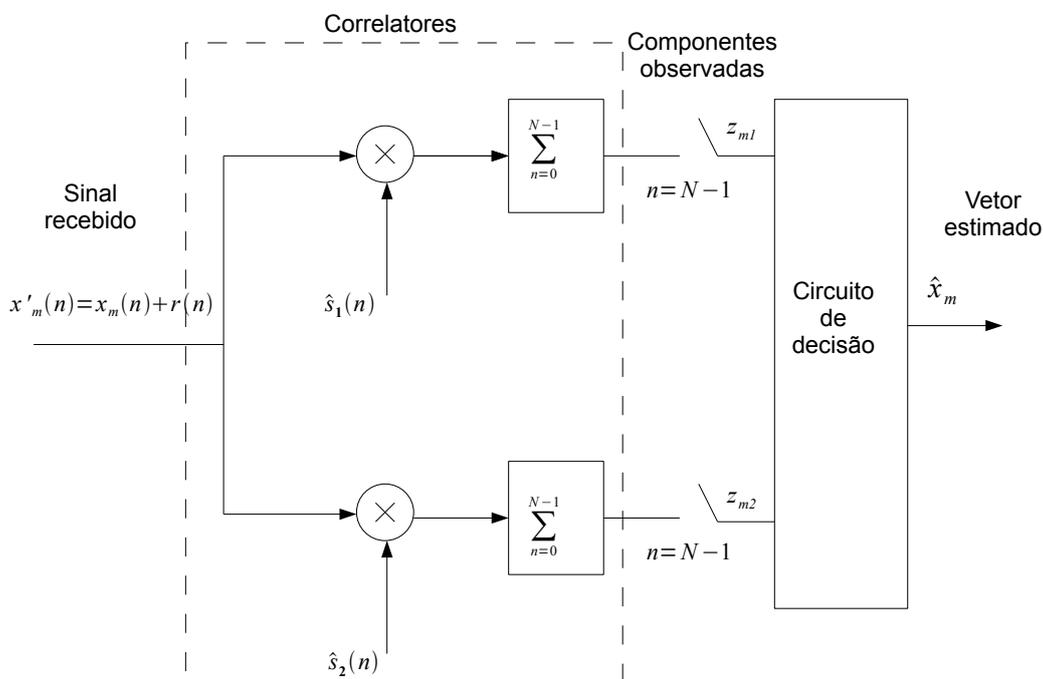


Figura 2.8: Diagrama de blocos de um receptor de correlação com $N_b = 2$.

As saídas dos correlatores são denominadas componentes observadas, pois devido

ao ruído, os valores observados possivelmente não coincidem com os valores nominais. As componentes observadas formam um vetor Z_m que são as entradas do circuito decisor. Esse circuito usa o método de detecção ML que escolhe dentre os possíveis valores x_m qual tem a menor distância euclidiana do vetor de observações z_m . O vetor estimado \hat{x}_m , corresponde a um símbolo estimado que determina a informação recuperada. Nota-se que, num receptor de correlação, todas as sequências de base e informação de temporização são necessárias.

2.7.5 Medida de Desempenho

A medida de desempenho de um sistema de comunicação é a relação entre a taxa de erro por bit (BER - Bit Error Rate) que varia em relação a energia média por bit e o dobro da densidade espectral de potência do ruído (E_b/N_o).

BER é a relação entre o número de bits detectados errados em relação ao número total de bits enviados. (E_b/N_o) é a energia média por símbolo sob o dobro da densidade de potência do ruído. Em outras palavras, é uma medida da relação entre o sinal transmitido e o ruído. Portanto, quanto maior for a densidade espectral de potência do ruído menor será (E_b/N_o) e o sinal transmitido será mais fortemente corrompido por ruído. A Figura 2.9 mostra as curvas de BER para o FSK e o ML-CSK. Observa-se que a modulação ML-CSK tem um desempenho inferior a modulação FSK. Estudos atuais tentam melhorar a eficiência das modulações caóticas (Eisencraft, 2006).

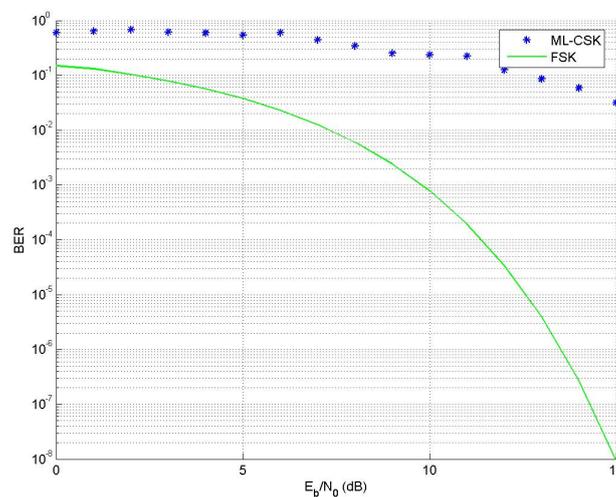


Figura 2.9: Curvas de BER para modulações ML-CSK e FSK

Comunicação Digital ML-CSK

3.1 Visão Geral do Sistema de Comunicação Digital ML-CSK

O ML-CSK (Maximum Likelihood Chaos Shift Keying - Chaveamento caótico com máxima verossimilhança) foi apresentado recentemente por (Eisencraft, 2006). A Fig. 3.1 ilustra o sistema de comunicação digital usando ML-CSK.

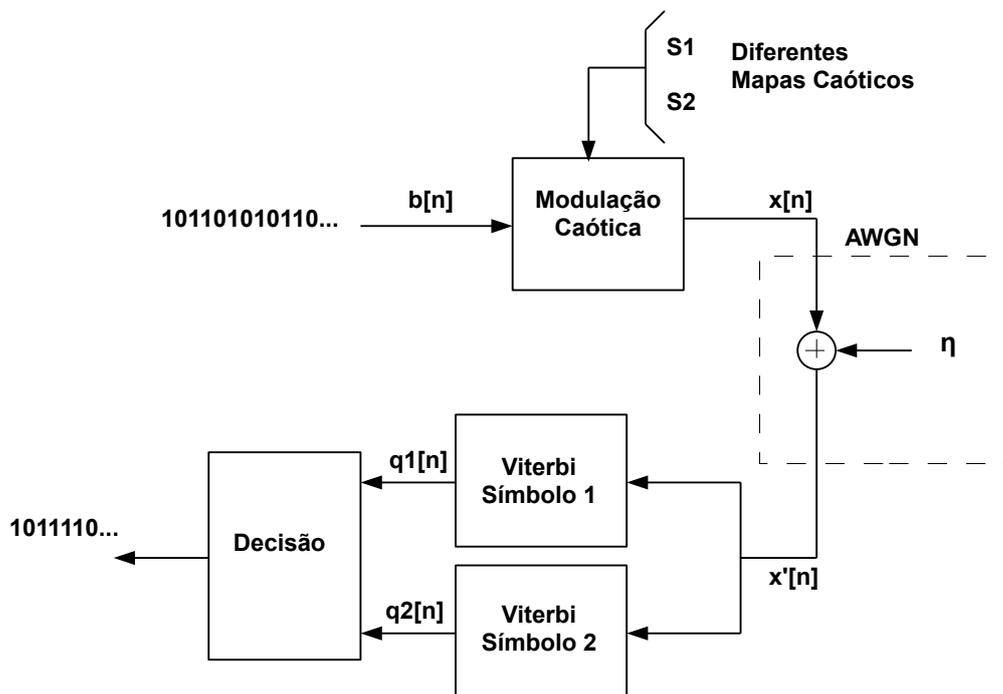


Figura 3.1: Diagrama de bloco do sistema de comunicação digital ML-CSK

Conforme descrito na Seção 2.7.2, a sequência de bits na entrada do modulador caótico representa a sequência de símbolos que serão transmitidos. Quando o símbolo 0 é transmitido, envia-se uma sequência $s_1(N)$ de comprimento N gerada pelo mapa caótico $f_1(\cdot)$; e se o símbolo 1 é transmitido envia-se uma sequência $s_2(N)$ gerada pelo

mapa caótico $f_2(\cdot)$ de igual comprimento. Portanto, o sinal transmitido $x_m(n)$ é dado por:

$$x_m(n) = x_{m1}s_1(n) + x_{m2}s_2(n), \quad m = 1,2; \quad (3.1)$$

sendo E_b a energia média de cada símbolo, conforme descrito na Seção 2.7.5 e $(x_{11}, x_{12}) = (\sqrt{E_b}, 0)$ e $(x_{21}, x_{22}) = (0, \sqrt{E_b})$.

Os mapas $f_1(\cdot)$ e $f_2(\cdot)$ devem ser distintos e não é possível gerar sequências caóticas, s_1 e s_2 , por meio do Mapa Tenda usando o método de iteração com comprimento $N \geq 53$. Essas peculiaridades serão abordados nas próximas seções.

Na transmissão, o sinal transmitido $x_m(n)$ é corrompido pelo ruído η . Neste caso o sinal recebido pelo receptor é dado por:

$$x'_m(n) = x_m(n) + \eta(n). \quad (3.2)$$

No receptor, o sinal $x'_m(n)$ é processado usando dois algoritmos de Viterbi com os parâmetros correspondentes a cada um dos possíveis símbolos transmitidos. Nesse processo a sequência enviada $x_m(n)$ é estimada, tendo como subproduto a probabilidade da sequência mais provável correspondente ao símbolo recebido. Por meio da comparação entre as probabilidades obtidas, estima-se finalmente o sinal recebido.

Este processo de demodulação pode ser denominado como demodulação não-coerente, porque no receptor não há cópias dos sub-sistemas utilizados para gerar símbolos s_1 e s_2 . Entretanto, como será visto nas próximas subseções, utiliza-se substancial informação a priori na implementação deste esquema de demodulação.

O processo de geração das sequências caóticas s_1 e s_2 , o algoritmo de Viterbi e o processo de demodulação serão apresentados nas próximas seções.

3.2 Geração de Órbitas Caóticas

A representação de números irracionais em programas de simulações é limitada em N bits, impossibilitando a representação destes números após N iterações. Neste caso, é impossível gerar de sequências caóticas do Mapa Tenda e do Mapa Deslocamento de Bernoulli com comprimento maior que N , usando o método de iteração de mapas. Drake and Willians (2007) descrevem um método de sistemas lineares alimentados por entradas aleatórias. Esta abordagem soluciona o problema de geração de órbitas caóticas em programas de simulação e será descrita a seguir.

Considere o sistema dinâmico do Mapa Deslocamento de Bernoulli:

$$s[n+1] = 2s[n] \text{ mod } 1, \quad (3.3)$$

sendo que $s[n] \in [0,1)$. A forma alternativa para obtenção de órbitas genuínas deste mapa depende de duas etapas: escrever uma equação de diferenças linear cujas soluções são seqüências do mapa e determinar as estatísticas que governam as variáveis da equação de diferenças obtida. As sequências geradas pelo sistema dinâmico não linear da Eq. 3.3 podem ser vistas como soluções de uma equação de diferenças

linear simples.

$$s[n + 1] = 2s[n] - b[n + 1], \quad (3.4)$$

sendo que a variável auxiliar $b[n + 1]$ é definida como:

$$b[n + 1] = \begin{cases} 0, & 0 \leq s[n] \leq \frac{1}{2}; \\ 1, & \frac{1}{2} \leq s[n] \leq 1. \end{cases} \quad (3.5)$$

Portanto,

$$s[n] = \frac{1}{2}b[n + 1] + \frac{1}{2}s[n + 1]. \quad (3.6)$$

A solução da Eq. 3.6 é dada por:

$$s[n] = \left[\sum_{k=1}^{N-1} 2^{-k} b[n + k] \right] + 2^{-(N-1)} s[n + (N - 1)]. \quad (3.7)$$

Seja $\underline{s} = (s[0], s[1], \dots, s[N - 1])^T$ um vetor que representa N amostras da seqüência do mapa e $\underline{b} = (b[0], b[1], \dots, b[N - 1])^T$ o vetor correspondente a $N - 1$ valores da variável auxiliar. Então, com base na Eq. 3.7, a descrição linear de \underline{s} é dada por

$$\underline{s} = \underline{H}\underline{b} + \underline{h}s[N - 1], \quad (3.8)$$

onde

$$H = \begin{bmatrix} 2^{-1} & 2^{-2} & \dots & 2^{-(N-1)} \\ 0 & 2^{-1} & \dots & 2^{-(N-2)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 2^{-1} \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}; \quad (3.9)$$

e

$$\underline{h} = (2^{-(N-1)}, 2^{-(N-2)}, \dots, 2^{-1}, 1)^T. \quad (3.10)$$

A Eq. 3.8 fornece uma seqüência válida do mapa para cada combinação de valores anteriores e do vetor auxiliar \underline{v} . Para obter a descrição linear das seqüências de comprimento finito do mapa, toma-se o limite da Eq. 3.7, para $N \rightarrow \infty$, isto é,

$$s[n] = \sum_{i=1}^{\infty} 2^{-i} b[n + i]. \quad (3.11)$$

A equação de diferença 3.6 descreve um Sistema não causal, Linear e Invariante no Tempo alimentado pelo sinal de entrada $b[n]$. Assim, a descrição de comprimento infinito, Eq. 3.11, representa de fato a convolução

$$s[n] = h[n] * b[n], \quad (3.12)$$

da seqüência aleatória binária $b[n]$ com a resposta ao impulso

$$h[n] = 2^n u[-(n + 1)], \quad (3.13)$$

onde $u[n]$ é a seqüência correspondente ao degrau unitário.

O método completo desenvolvido por (Drake and Willians, 2007) é mostrado na Fig. 3.2. O registrador armazena uma seqüência $b[n]$ de bits aleatórios. O filtro SLIT não causal é excitado pela seqüência de bits armazenada no registrador, gerando seqüências caóticas do Mapa Deslocamento de Bernoulli.

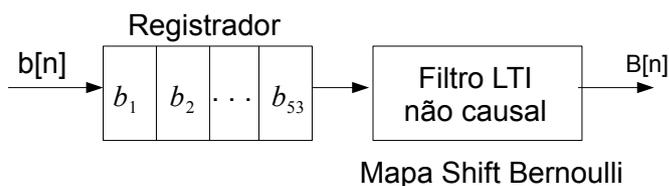


Figura 3.2: Diagrama de bloco do gerador do mapa de Bernoulli

O registrador dos programas de simulação usados têm capacidade limitada em 53 bits para representar números reais. É interessante notar que esta interpretação para o processo de iteração do Mapa Deslocamento de Bernoulli indica que para um dada condição inicial x , tem-se um conjunto inicial de bits no registrador que corresponde à representação binária de x , para $0 \leq x < 1$. A cada iteração o registro digital é deslocado para a direita. Após 53 iterações, o registro não terá mais nenhum bit armazenado, impossibilitando a geração de seqüências caóticas com mais de 53 pontos. Seguindo a metodologia de (Drake and Willians, 2007), a cada iteração o registrador é incrementado com mais um bit gerado aleatoriamente, conforme Fig. 3.3. Assim, a cada iteração um novo bit escolhido aleatoriamente é armazenado na primeira posição no registrador, ou seja, ele permanece com 53 bits a cada iteração, podendo gerar seqüências caóticas de comprimento infinito do Mapa Deslocamento de Bernoulli.

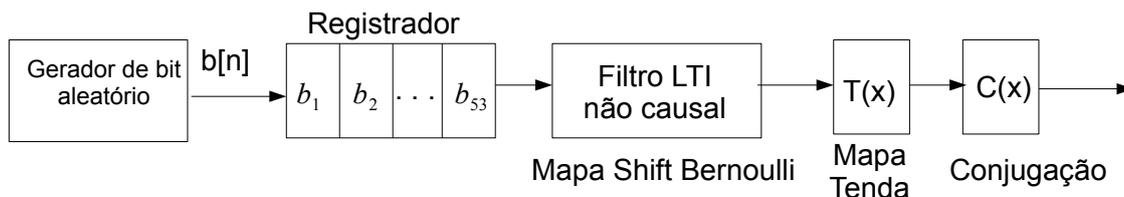


Figura 3.3: Diagrama de bloco do gerador de seqüência de mapas caóticos

É importante ressaltar que o Mapa Logístico é conjugado com o Mapa Tenda, que está relacionado com o Mapa Deslocamento de Bernoulli, de acordo com as expressões:

$$T^2(x) = T(B(x)), \quad (3.14)$$

$$L(x) = \frac{-\cos[\pi T(x) + 1]}{2}, \quad (3.15)$$

sendo $B(x)$ o Mapa Deslocamento de Bernoulli aplicado ao valor x , com $0 \leq x < 1$; $T(x)$ é o Mapa Tenda e $L(x)$ é o Mapa Logístico. Usando as relações acima, é possível gerar sequências caóticas dos mapas unimodais, Tenda e Logístico.

Na Fig. 3.4 mostra-se a geração de sequências do Mapa Tenda usando abordagem descrita por (Drake and Willians, 2007) e usando o método de iteração de mapas. Observa-se que após 55 iterações geradas pela iteração da Eq. 2.7 do Mapa Tenda, o sinal gerado converge para -1, que é ponto fixo do mapa. Isto não acontece quando se utiliza o método usado por (Eisencraft, 2006).

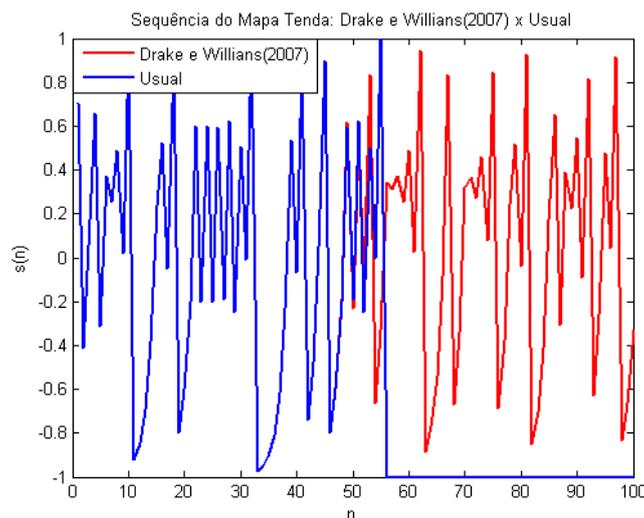


Figura 3.4: Mapa tenda gerado pelo método proposto por Drake e pelo método usual

3.3 O Algoritmo de Viterbi

O algoritmo de Viterbi é uma ferramenta útil para estimar um sinal corrompido por ruído aditivo. Conforme conceitos descritos na Seção 2.6, se o número de subintervalos N_s for suficientemente grande, o problema de estimação de órbitas caóticas corrompida por AWGN é encontrar uma sequência de estados $\hat{q} = [\hat{q}(0), \hat{q}(1), \dots, \hat{q}(N-1)]^T$ que melhor descreve a sequência original s dado o vetor s' com N observações. Após a estimação da sequência de estados visitados, a órbita estimada \hat{s} correspondente é dada por:

$$\hat{s} = [U_c(\hat{q}(0)), U_c(\hat{q}(1)), \dots, U_c(\hat{q}(N-1))]. \quad (3.16)$$

sendo U_c centro dos subintervalos do domínio U .

Dado um sinal observado s' , deve-se encontrar um critério de proximidade para estimar a sequência de estados \hat{q} correspondente às partições descritas na Seção 2.6. Portanto, deve-se maximizar a probabilidade a posteriori, de forma que:

$$P(\hat{q}, s') = \underset{q}{\operatorname{argmax}} P(q, s'); \quad (3.17)$$

sendo $P(q, s')$ a probabilidade de que os pontos da órbita original s ocupem os estados q , dado que se observou a sequência s' corrompida por ruído.

Aplicando o Teorema de Bayes, tem-se que:

$$P(q, s') = \frac{p(s'|q)P(q)}{p(s')}, \quad (3.18)$$

onde $p(s')$ é a função densidade de probabilidade dos possíveis vetores s' ; e $p(s'|q)$ é a função densidade de probabilidade dos vetores s' , dado o vetor q de estados correspondente a órbita. A probabilidade $P(q)$ é chance de se obter a sequência de estados q por meio da iteração do mapa. Portanto,

$$\hat{q} = \underset{q}{\operatorname{argmax}} P(q|s') = \underset{q}{\operatorname{argmax}} p(s'|q)P(q). \quad (3.19)$$

Define-se q_k como os $k+1$ primeiros termos do vetor q e s'_k como as $k+1$ primeiras amostras observadas, ou seja

$$q_k = [q(0), q(1), \dots, q(k)]^T, \quad (3.20)$$

e

$$s'_k = [s'(0), s'(1), \dots, s'(k)]^T. \quad (3.21)$$

Considera-se que o vetor q_k é um processo de Markov de primeira ordem discreto. Assim

$$P(q_k) = P(q(k)|q(k-1))P(q_{k-1}), \quad (3.22)$$

onde $P(q(k)|q(k-1))$ é a probabilidade de transição do estado $q(k-1)$ para o estado $q(k)$. Devido a independência das amostras do ruído, tem-se que

$$P(s'_k|q_k) = \prod_{n=0}^k p(s'(n)|q(n)) = \prod_{n=0}^k p_r(s'(n) - U_c(q(n))), \quad (3.23)$$

sendo $p_r(\cdot)$ a função densidade de probabilidade do ruído e $U_c(q(n))$ o centro do subintervalo correspondente ao estado $q(n)$, conforme descrito na Seção 2.6.

Usando as Eqs. 3.19, 3.22 e 3.23, pode-se expressar $P(q|s')$ como um produto de probabilidades de transição de estados por probabilidades de observação condicionais,

ou seja,

$$\hat{q} = \arg \max_q \prod_{n=1}^{N-1} P(q(n)|q(n-1))p(s'(n)|q(n)). \quad (3.24)$$

Define-se $\gamma(n, j)$ como a probabilidade da sequência mais provável (no sentido de máxima verossimilhança) que termina no estado j , no instante n , dada a sequência observada s' , ou seja

$$\gamma(n, j) = \max_{q_n} P(q_{n-1}, q(n) = j | s'). \quad (3.25)$$

Utilizando a Eq. 3.22 e a Eq. 3.23, a Eq. 3.25 pode ser escrita na seguinte forma recursiva:

$$\gamma(n, j) = \max_i [\gamma(n-1, i) a_{ij}] b_j(s'(n)), \quad 1 \leq i \leq N_s \quad (3.26)$$

em que

$$a_{ij} = P(q(n) = j | q(n-1) = i), \quad (3.27)$$

e

$$b_j(s'(n)) = P(s'(n) | q(n) = j). \quad (3.28)$$

O coeficiente a_{ij} é a probabilidade de transição de estados que depende do mapa $f(\cdot)$ e da partição usada. O coeficiente $b_j(\cdot)$ é a probabilidade condicional de observação que depende apenas da função densidade de probabilidade do ruído $p_r(\cdot)$, ou seja, é a probabilidade da sequência de estados q no instante n esteja no estado j dado que se observou $s'(n)$. Os conceitos relacionados a a_{ij} e $b_j(\cdot)$ foram discutidos na Seção 2.6.

Seja π a probabilidade a priori de $s'(0)$ estar no estado i , se a densidade invariante do mapa for uniforme, pode-se considerar $\pi = 1/N_s$. O algoritmo de Viterbi completo é o seguinte:

1. Inicialização:

$$\begin{cases} \gamma(0, i) = \pi_i b_i(s'(0)), & 1 \leq i \leq N_s; \\ \varphi(0, i) = 0. \end{cases} \quad (3.29)$$

2. Fase de avanço:

$$\begin{cases} \gamma(n, j) = \max_{1 \leq i \leq N_s} [\gamma(n-1, i) a_{ij}] b_j(s'(n)), & 1 \leq n \leq N-1, 1 \leq j \leq N_s; \\ \varphi(n, j) = \arg \max_{1 \leq i \leq N_s} [\gamma(n-1, i) a_{ij}] b_j(s'(n)), & 1 \leq n \leq N-1, 1 \leq j \leq N_s. \end{cases} \quad (3.30)$$

3. Término do avanço:

$$\hat{q}(N-1) = \arg \max_{1 \leq i \leq N_s} [\gamma(N-1, i)]. \quad (3.31)$$

4. Fase de retrocesso:

$$\hat{q}(n) = \varphi(n+1, \hat{q}(n+1)); \quad n = N-2, \dots, 0. \quad (3.32)$$

O algoritmo de Viterbi trabalha em duas etapas: avanço e retrocesso. Durante a fase de avanço a Eq. 3.25 é usada para calcular $\gamma(n, j)$ no instante n para todos os N_s subintervalos da partição escolhida, conforme Seção 2.6. Somente o melhor caminho que liga os nós $(n-1; j = 1, 2, \dots, N_s)$ ao nó (n, j) é armazenado. No final dessa etapa, no instante $n = N-1$, seleciona-se o nó $(N-1, j^*)$ que tem a maior probabilidade.

Na etapa de retrocesso, obtém-se a sequência de estados mais prováveis. A matriz $\varphi(n, j)$ armazena o estado no instante $n-1$ que leva ao nó j no instante n com máxima probabilidade, ou seja, o argumento i que maximiza a expressão mostrada na Eq. 3.26 para cada n e j .

Observa-se que para aplicar esse algoritmo no receptor é preciso se conhecer a função densidade de probabilidade do ruído $p_r(\cdot)$, pois b_j depende de $p_r(\cdot)$. Didieu and Kisel (1999) propõem uma aproximação para o cálculo de $b_j(s'(n))$ que apresenta resultados razoáveis, dada por

$$b_j(s'(n)) = \begin{cases} [1 - |d|]^2, & \text{se } |d| < 1; \\ \epsilon, & \text{se } |d| \geq 1. \end{cases} \quad (3.33)$$

onde d é a distância entre $s'(n)$ e o centro do subintervalo no instante $j, U_c(j)$; e ϵ é uma constante próxima de zero, por exemplo, $\epsilon = 10^{-6}$.

Obtida a sequência de estados estimada \hat{q} , a órbita estimada é dada pelo centro dos subintervalos mais prováveis, de acordo com a Eq. 3.16.

Nota-se que o subproduto da obtenção da sequência mais provável é a probabilidade de essa ter ocorrido. Isso é importante, pois esse valor é usado na etapa de decisão para determinar qual foi o símbolo recebido.

3.3.1 Exemplo

Esta seção apresentará um exemplo de estimação de sequência de estados gerado pelo Mapa Tenda, usando o Algoritmo de Viterbi.

Seja $x_1(n)$ uma sequência gerada usando o Mapa Tenda $T(\cdot)$ de comprimento $N = 6$. Na transmissão, o sinal transmitido $x_1(n)$ é corrompido por ruído branco Gaussiano de média nula e variância unitária $\eta(n)$, conforme Eq.3.2. Na Fig. 3.5 mostra-se o sinal transmitido $x_1(n)$ e o sinal corrompido pelo ruído $x'_1(n)$.

Usando partição de estados dada pela Eq. 2.10 na página 24 com $N_s = 5$, tem-se os seguintes subintervalos de partição:

$$U_1 = [-1; -0,6[, U_2 = [-0,6; -0,2[, U_3 = [-0,2; 0,2[, U_4 = [0,2; 0,6[, U_5 = [0,6; 1], \quad (3.34)$$

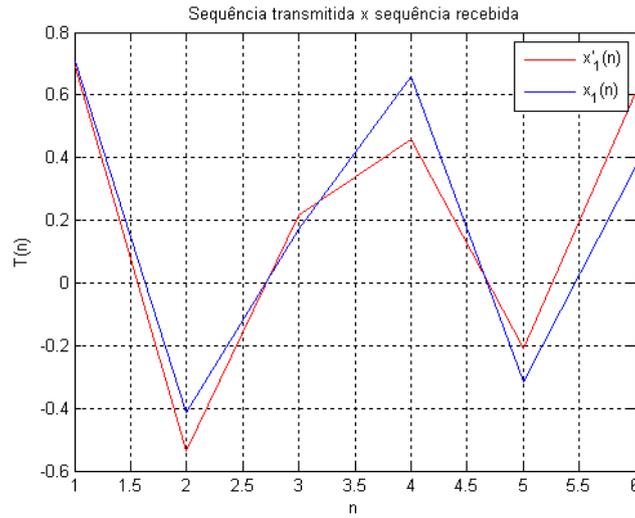


Figura 3.5: Sinal transmitido $x(n)$ e o sinal recebido $x'(n)$ corrompido por ruído AWGN, sendo $E_b/N_0 = 15\text{dB}$

e os seguintes centros dos subintervalos:

$$U_c(1) = -0,8; U_c(2) = -0,4; U_c(3) = 0; U_c(4) = 0,4; U_c(5) = 0,8. \quad (3.35)$$

A matriz de transição do Mapa Tenda para $N_s = 5$, obtida de acordo com o procedimento detalhado na Seção 2.6, é:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.36)$$

A obtenção da sequência de estados estimada \hat{q} , usando o Algoritmo de Viterbi, é descrita passo a passo a seguir.

Dados: $x'_1 = [0,6930, -0,5367, 0,2149, 0,4602, -0,2086, 0,6115]$, $\pi = 0,2$; $N_s = 5$; e $N = 6$.

1. Inicialização ($n = 0$):

Cálculo de $b_i(s(0))$ de acordo com Eq. 3.33.

$$d_1 = 0,6930 - (-0,8) = 1,493 \Rightarrow b_1(s(0)) = 10^{-6};$$

$$d_2 = 0,6930 - (-0,4) = 1,0930 \Rightarrow b_2(s(0)) = 10^{-6};$$

$$d_3 = 0,6930 - 0 = 0,6930 \Rightarrow b_3(s(0)) = 0,0942;$$

$$d_4 = 0,6930 - 0,4 = 0,2930 \Rightarrow b_4(s(0)) = 0,9978;$$

$$d_5 = 0,6930 - 0,8 = -0,1070 \Rightarrow b_5(s(0)) = 1.$$

Substituindo os valores calculado de $b_i(s(0))$ e $\pi = 0,2$ na Eq. 3.29, tem-se que:

$$\gamma(0,i) = [2 \times 10^{-7} \quad 2 \times 10^{-7} \quad 0,168 \quad 0,1998 \quad 0,2];$$

$$\varphi(0,i) = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0].$$

$\varphi(n,j)$ é a matriz que armazena o estado no instante $n - 1$ que leva ao nó j no instante n com máxima verossimilhança. Assim, $\varphi(0,i)$ é um vetor nulo, pois $n = 0$.

Na Fig. 3.6(a) mostra-se o Algoritmo de Viterbi na etapa de inicialização:

2. Fase de avanço:

Calcula-se $b_i(s(n))$, conforme descrito na etapa de inicialização.

Substituindo $b_i(s(n))$, a_{ij} (elementos da matriz de transição) e $\gamma(n - 1,i)$ na Eq. 3.30, tem-se que:

para $n = 1$

$$\gamma(1,i) = [0,4653 \quad 0,4916 \quad 0,3553 \quad 0,0609 \quad 1 \times 10^{-7}];$$

$$\varphi(1,i) = [5 \quad 5 \quad 4 \quad 4 \quad 3].$$

Na Fig. 3.6(b) mostra-se o Algoritmo de Viterbi para etapa de avanço com $n = 1$.

para $n = 2$

$$\gamma(2,i) = [2,3265 \times 10^{-7} \quad 0,1447 \quad 0,2344 \quad 0,2374 \quad 0,2337];$$

$$\varphi(2,i) = [1 \quad 1 \quad 2 \quad 2 \quad 3].$$

Na Fig. 3.6(c) mostra-se o Algoritmo de Viterbi para etapa de avanço com $n = 2$.

para $n = 3$

$$\gamma(3,i) = [1,1685 \times 10^{-7} \quad 0,0304 \quad 0,0936 \quad 0,2073 \quad 0,1183];$$

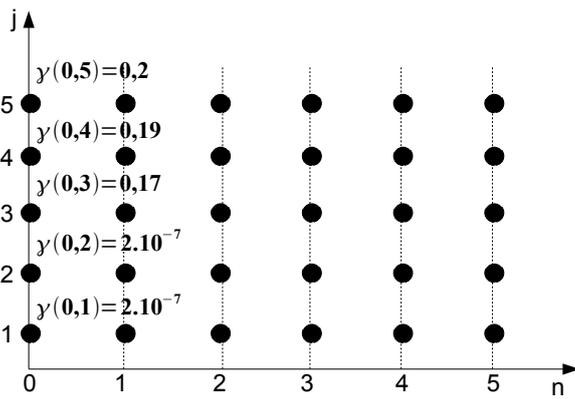
$$\varphi(3,i) = [5 \quad 5 \quad 4 \quad 4 \quad 3].$$

Na Fig. 3.6(d) mostra-se o Algoritmo de Viterbi para etapa de avanço com $n = 3$.

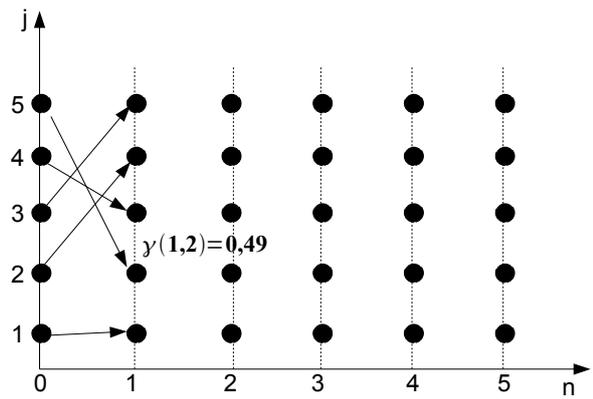
para $n = 4$

$$\gamma(4,i) = [0,0674 \quad 0,0566 \quad 0,0999 \quad 0,0372 \quad 9 \times 10^{-8}];$$

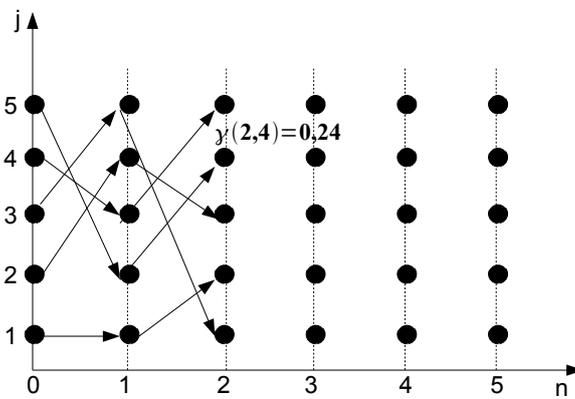
$$\varphi(4,i) = [5 \quad 5 \quad 4 \quad 4 \quad 3].$$



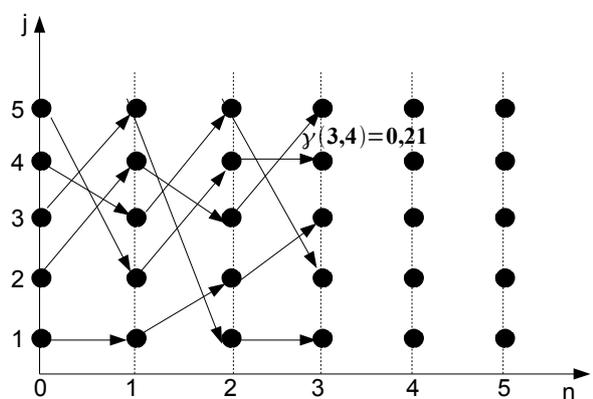
(a) Inicialização, n=0.



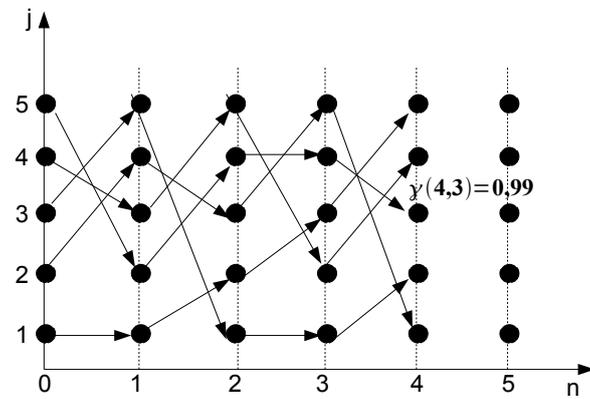
(b) Fase de avanço, n=1.



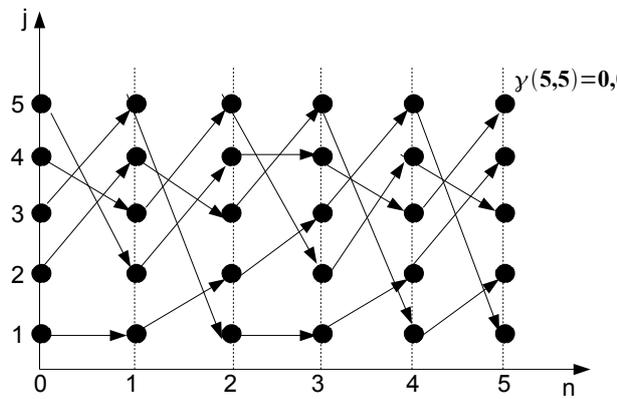
(c) Fase avanço, n=2.



(d) Fase de avanço, n=3.



(e) Fase de avanço, n=4.



(f) Fase de avanço, n=5.

Figura 3.6: Exemplo de uso do Algoritmo de Viterbi.

Na Fig.3.6(e) mostra-se o Algoritmo de Viterbi para etapa de avanço com $n = 4$.

para $n = 5$

$$\gamma(5,i) = [3,37 \times 10^{-8} \quad 3,37 \times 10^{-8} \quad 0,0177 \quad 0,0270 \quad 0,9635];$$

$$\varphi(5,i) = [5 \quad 5 \quad 4 \quad 4 \quad 3].$$

Na Fig. 3.6(f) mostra-se o Algoritmo de Viterbi para etapa de avanço com $n = 5$.

3. Término do avanço:

Calcula-se $\hat{q}(N - 1)$, de acordo com Eq.3.31, tem-se:

$$\hat{q}(n) = 5.$$

4. Fase de retrocesso:

Calcula-se $\hat{q}(n)$, de acordo com Eq.3.32, tem-se:

$$\hat{q}(n) = [5 \ 2 \ 4 \ 4 \ 3 \ 5].$$

A probabilidade de ocorrer a sequência $\hat{q}(n)$ é de 0,9635.

Na Fig. 3.7 mostra-se o Algoritmo de Viterbi completo.

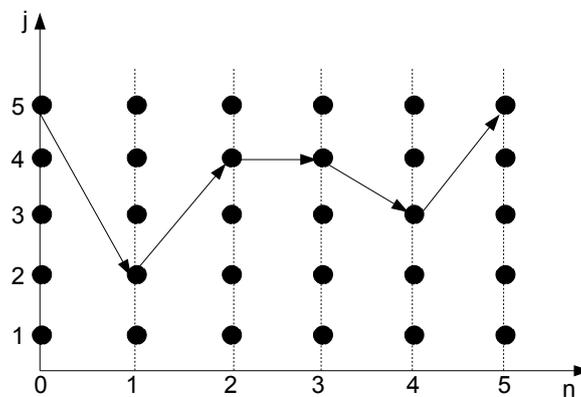


Figura 3.7: Exemplo mostrando o resultado obtido após o uso do Algoritmo de Viterbi completo.

3.4 Demodulação

O receptor ML-CSK é ilustrado pela Fig. 3.8. Os decodificadores de Viterbi estimam o sinal original $x_m(n)$ a partir das matrizes de transição de estados, veja (Seção(2.6)), A_1 ou A_2 correspondentes a diferentes evoluções temporais, conforme visto na Seção 3.3. A

cada símbolo são estimadas as sequências de estados, \hat{q}_1 e \hat{q}_2 , a partir do conhecimento do nível do ruído e do conhecimento de A_1 e A_2 , respectivamente.

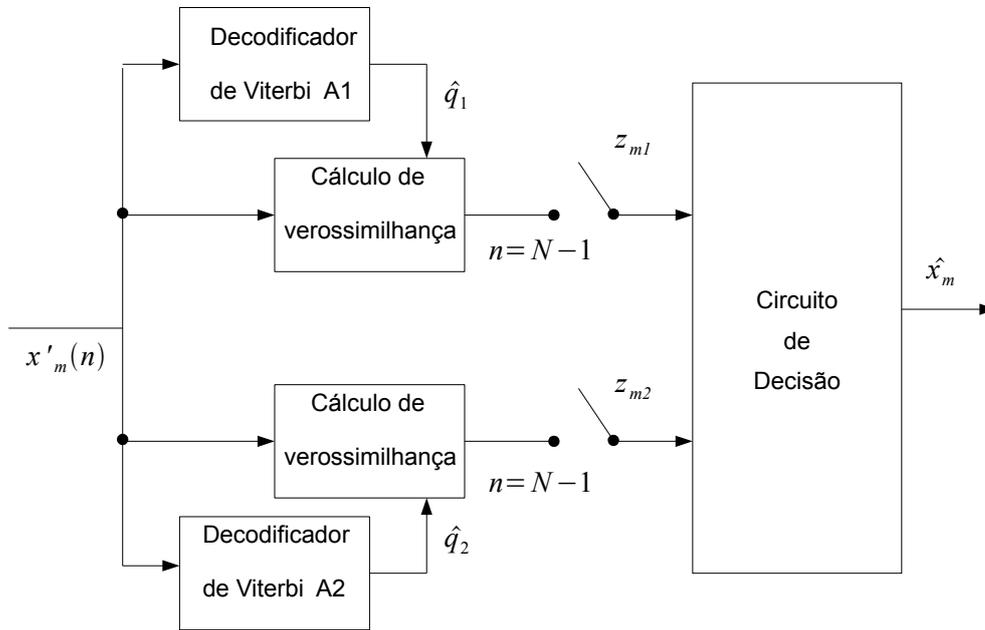


Figura 3.8: Diagrama de blocos do receptor do ML-CSK

Por meio do cálculo de verossimilhança de \hat{q}_1 e \hat{q}_2 , a partir de A_1 e A_2 , respectivamente, obtêm-se as variáveis de observação z_{m1} e z_{m2} que são proporcionais a probabilidade de se obter \hat{q}_1 e \hat{q}_2 , ou seja:

$$z_{m1} = \prod_{n=1}^{N-1} P(\hat{q}_1(n)|\hat{q}_1(n-1), A_1) p(x'(n)|\hat{q}_1(n)), \quad (3.37)$$

$$z_{m2} = \prod_{n=1}^{N-1} P(\hat{q}_2(n)|\hat{q}_2(n-1), A_2) p(x'(n)|\hat{q}_2(n)). \quad (3.38)$$

O circuito de decisão compara as duas medidas de verossimilhança z_{m1} e z_{m2} , e de acordo com a maior determina qual mapa foi utilizado no transmissor para gerar o símbolo que acaba de ser recebido, ou seja, se $\hat{x}_m = x_1$ ou $\hat{x}_m = x_2$. Isto é sempre possível quando as matrizes de transição A_1 e A_2 forem distintas.

3.5 Simulações

Nesta seção apresenta-se a reprodução de vários resultados obtidos por (Eisencraft, 2006). O objetivo é avaliar o desempenho em termos de SER em canais AWGN dos sistemas ML-CSK descritos com as modulações tradicionais. No primeiro teste realizado

em (Eisencraft, 2006) utilizou-se o Mapa Tenda, $f_1(\cdot) = T(\cdot)$, e um segundo mapa $f_2(\cdot)$ usado na produção do segundo símbolo, baseado na regra utilizada por Kisel et al. (2001), onde:

$$f_2(s) = \begin{cases} f_1(s) + 1, & f_1(s) < 0; \\ f_1(s) - 1, & f_1(s) \geq 0. \end{cases} \quad (3.39)$$

Na Fig.3.9 mostra-se a construção de $f_2(\cdot)$ a partir da Eq. 3.39. As órbitas geradas por $f_2(\cdot)$ têm número de Lyapunov igual a 2. Isso garante que as órbitas geradas por $f_2(\cdot)$ sejam sensíveis às condições iniciais, característica necessária para um mapa caótico.

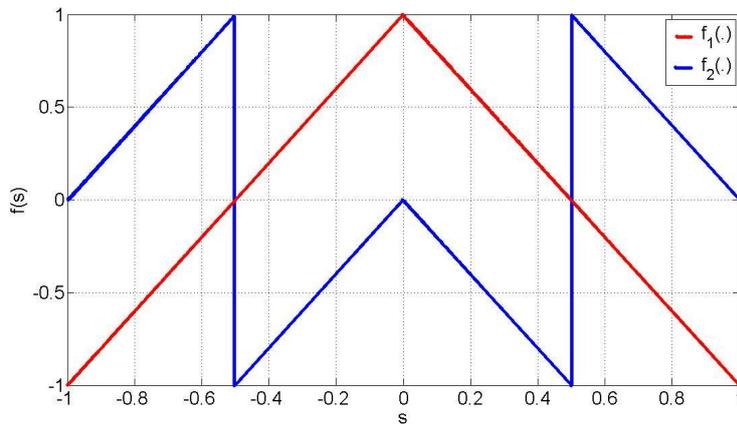


Figura 3.9: Construção do mapa $f_2(\cdot)$ para $f_1(\cdot) = T(\cdot)$

Usando a regra descrita pela Eq. 3.39, e adotando-se $N_s = 5$ partições, tem-se as seguintes matrizes de transição, calculadas conforme descrito na Seção 2.6:

$$A_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}. \quad (3.40)$$

No teste realizado com o mapa logístico, $f_1(\cdot) = L(\cdot)$, a escolha de $f_2(\cdot)$ não foi baseada na regra descrita pela Eq. 3.39. A Fig. 3.10 mostra que as órbitas de $f_2(\cdot)$ convergem para um ponto fixo estável superatrator em $s = 0$, que atrai todas as órbitas no intervalo $[-1,1]$. Portanto, não é possível produzir órbitas caóticas, usando a regra da Eq. 3.39.

Para a simulação, utilizando Mapa Logístico em (Eisencraft, 2006), utilizou como base o mapa $f_2(\cdot) = -f_L(\cdot)$ mostrado na Fig. 3.11. Este mapa não é ótimo no sentido de selecionar a melhor opção que conduziria a menor taxa de erro de símbolo, pois os pontos próximos das raízes de $f_1(\cdot)$ e $f_2(\cdot)$ são mapeados próximos pelas duas funções.

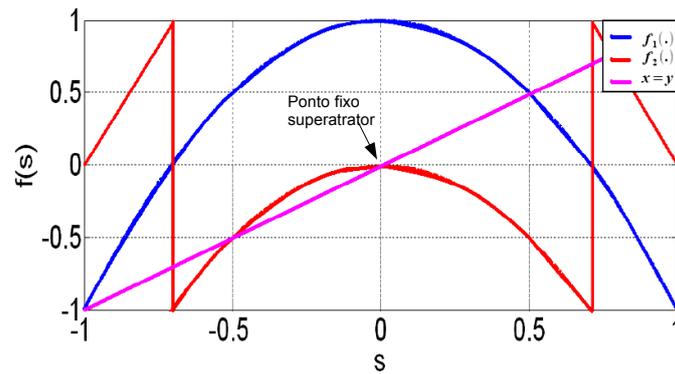


Figura 3.10: Tentativa de construção do mapa $f_2(\cdot)$ para $f_1(\cdot) = L(\cdot)$ usando a regra da Eq. 3.39. Em destaque o ponto fixo superatrator que aparece neste caso

As matrizes de transição de A_1 e A_2 , com $N_s = 5$, são:

$$A_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}. \quad (3.41)$$

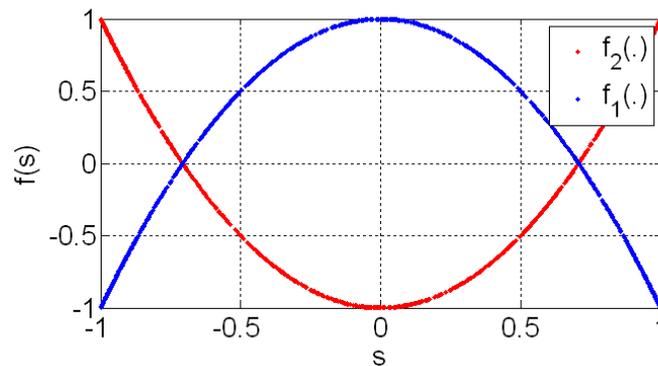


Figura 3.11: Construção do mapa $f_2(\cdot)$ para $f_1(\cdot) = L(\cdot)$

As órbitas geradas por $f_2(\cdot)$ têm número de Lyapunov igual a 2. Isso garante que as órbitas sejam sensíveis às condições iniciais. Porém, nota-se que nas posições a_{23} e a_{24} há probabilidades de transição de estados não nulas em ambas as matrizes de transição. Isso dificulta a distinção entre as matrizes o que gera erros na detecção ML-CSK. Encontrar $f_2(\cdot)$ que gere órbitas caóticas e apresenta propriedades de separação ótimas entre as matrizes A_1 e A_2 ainda parece ser um problema em aberto (Eisencraft, 2006).

É importante ressaltar que a energia por bit não é constante. A energia é variável porque se transmite sequências diferentes compostas por trechos de órbitas caóticas a cada símbolo transmitido. Desta forma, o valor quadrático de cada sequência flutua ao longo do tempo.

$$E_b(s) = \sum_{i=1}^n s(n)^2. \quad (3.42)$$

Para garantir que uma dada relação sinal-ruído, RSR, seja mantida, calcula-se N_0 :

$$N_0 = E_b/RSR \quad (3.43)$$

e multiplica-se uma série temporal de ruído branco Gaussiano de média nula $\eta(n)$ e variância unitária por $\sqrt{N_0}/2$. Portanto, a sequência que chega ao receptor é dada por:

$$x'(n) = x(n) + \sqrt{\frac{N_0}{2}}\eta(n). \quad (3.44)$$

3.5.1 Curva de Desempenho em Canal AWGN

No trabalho proposto por (Eisencraft, 2006) utilizaram-se como medida de desempenho curvas da taxa de erro de símbolo SER em função da relação sinal-ruído, E_b/N_o , com sequências de comprimento $N = 2, 6, 10, 20$ e 50 para o ML-CSK com dois mapas e $N_s = 100$. O número de subintervalos N_s é grande, no sentido de que se espera que o tamanho da partição não afete de forma significativa o desempenho do sistema na faixa de E_b/N_o considerada. Como $E_b/N_o = (SNR_{in})N$, quanto menor N , maior a SNR_{in} para uma mesma E_b/N_o , tornando melhores a qualidade da estimação do desempenho do ML-CSK. Em contrapartida, quanto menor N , mais difícil fica a discriminação entre os dois mapas, o que tende a piorar o desempenho do ML-CSK. A junção desses dois efeitos produz um comportamento complicado da variação das taxas de erro de símbolo com o comprimento das sequências transmitidas N , detalhado em (Eisencraft, 2006)

Nas Fig. 3.12 e 3.13 mostram-se curvas de desempenho para o ML-CSK utilizando um mapa e a transformação $T(s) = -T(s)$. Na Fig. 3.12, é simulado o ML-CSK utilizando o Mapa Tenda, $f_1(.) = T(.)$ e na Fig. 3.13 utilizando o Mapa Logístico, $f_1(.) = L(.)$. Observa-se que para ambos os mapas, $T(.)$ e $L(.)$, a sequência transmitida com comprimento $N = 10$ apresenta desempenho melhor, para $E_b/N_o \geq 10$.

O melhor desempenho do mapa $T(.)$ em relação ao mapa $L(.)$ comprova a importância da escolha do mapa e da transformação empregada.

Na Fig. 3.14 compara-se o desempenho do ML-CSK com dois mapas e com $f_1(.) = T(.)$ ou $f_1(.) = L(.)$ para $N = 10$. Observa-se que o ML-CSK com dois mapas e $f_1(.) = T(.)$ apresenta melhor desempenho em relação ao $f_1(.) = L(.)$, e o ML-CSK apresenta um desempenho inferior ao método usual de modulação digital FSK (Proakis, 1995). Portanto, há espaço para se tentar otimizar os métodos de modulação caótico para se explorar mais características dos sinais caóticos melhorando algumas características dos sistemas de comunicações.

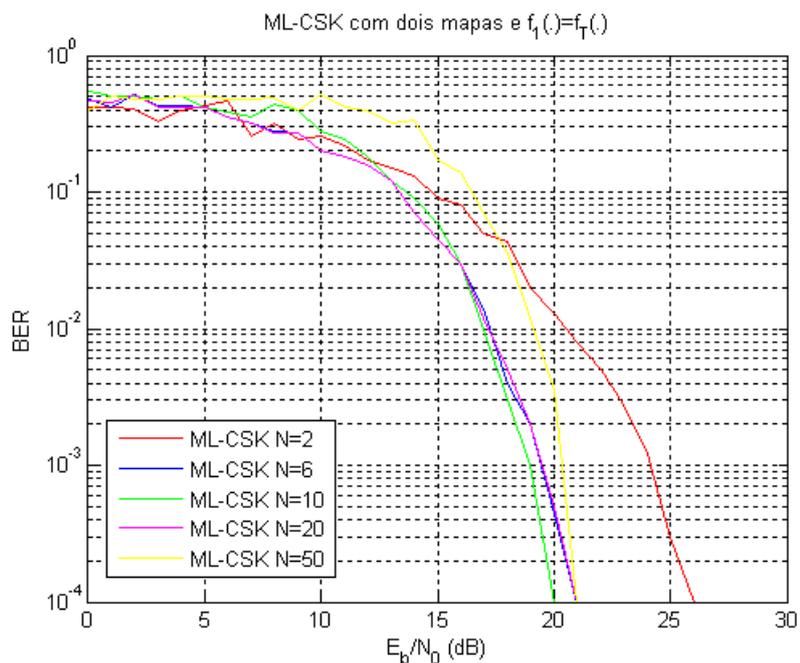


Figura 3.12: Taxa de erro de bit do ML-CSK com duas funções de base utilizando $f_1(.) = T(.)$

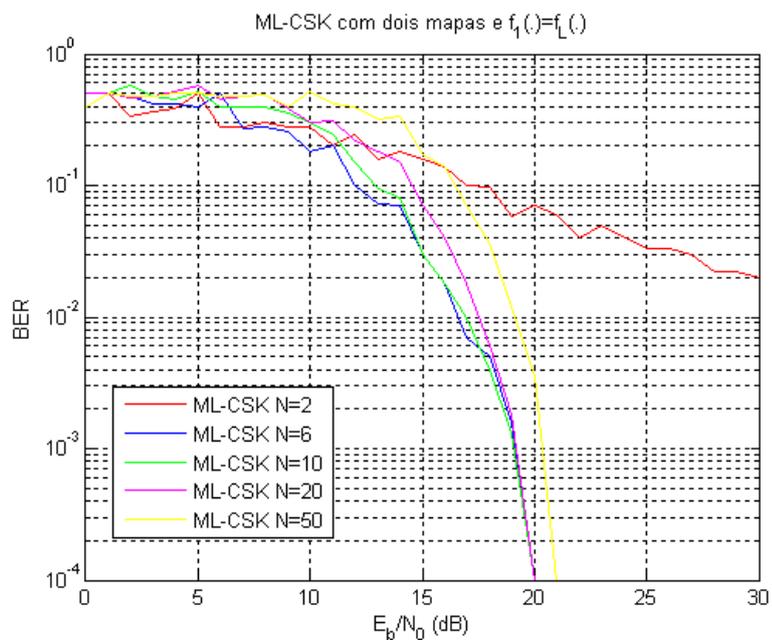


Figura 3.13: Taxa de erro de bit do ML-CSK com duas funções de base utilizando $f_1(.) = L(.)$

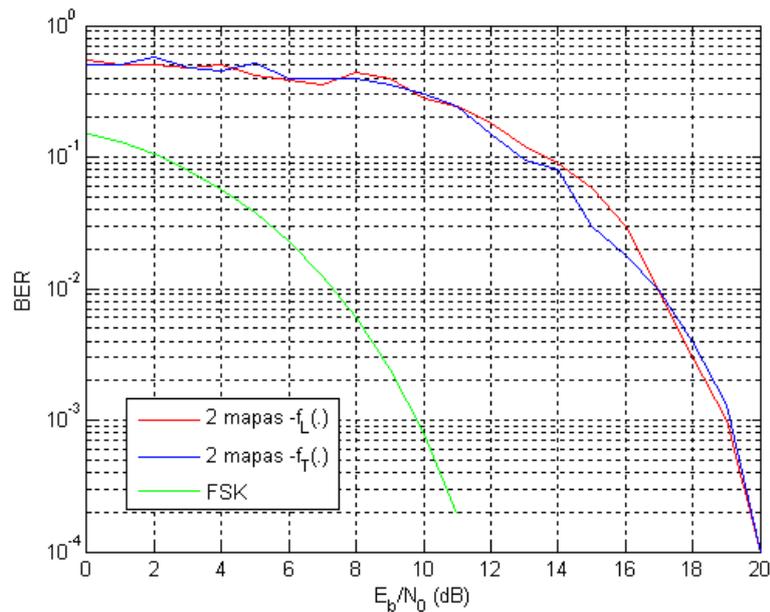


Figura 3.14: Taxa de erro de bit do ML-CSK com $N = 10$ e FSK

No próximo capítulo será proposto e analisado o ML-UPOSK (Maximum Likelihood Unstable Periodic Orbits Shift Keying) que utiliza sequência de órbitas periódicas instáveis de um mesmo mapa caótico ao invés de sequências de mapas caóticos distintos. Esta modulação é baseada no método de geração de sequência de mapas caóticos proposto por (Drake and Willians, 2007), conforme explicado na Seção 3.2. O objetivo é usar como sequências órbitas periódicas instáveis para aproximar a modulação digital caótica da modulação digital convencional, pois estas utilizam sinais periódicos na modulação e, assim, melhorar o desempenho do sistema.

Comunicação Digital ML-UPOSK

Neste capítulo propõe-se um sistema de modulação digital que utiliza sinais caóticos baseado em técnicas de geração de sequências caóticas discutidas no Capítulo 4. Este sistema é analisado e seu desempenho é comparado com a modulação digital ML-CSK e a modulação tradicional FSK.

O sistema proposto é o chaveamento de órbitas periódicas instáveis caóticas por máxima verossimilhança (ML-UPOSK - *Maximum Likelihood Unstable Periodic Orbits Shift Keying*). Estes sistemas se baseia no ML-CSK proposto por Eisencraft (2006) e na geração de sequências caóticas proposta por Drake and Willians (2007), que permite gerar sequências de órbitas periódicas instáveis dos Mapa Deslocamento de Bernoulli. Este sistema é uma contribuição original deste trabalho.

Simulações computacionais comparam o desempenho deste sistema em canal AWGN com os correspondentes sistemas descritos no Capítulo 3.

4.1 O ML-UPOSK

A eficiência das modulações digitais caóticas é inferior à obtida pelas modulações tradicionais que usam sinais periódicos. Portanto, há espaço para explorar melhor as características dos sinais caóticos otimizando algumas características dos sistemas de comunicações.

O objetivo principal do sistema ML-UPOSK é usar sequências de órbitas periódicas instáveis na modulação para se aproximar do sistema de modulação digital tradicional, já que ambos usam sinais periódicos.

O ML-UPOSK é semelhante ao ML-CSK, a única diferença entre os dois sistemas consiste nas funções de base utilizadas na modulação. O sistema ML-UPOSK utiliza como funções de base sequência de diferentes órbitas periódicas instáveis do Mapa Deslocamento de Bernoulli ou mapas conjugados, ao invés de utilizar sequências de diferentes mapas caóticos. Este sistema de comunicação pode ser descrito pelo diagrama de blocos da Fig. 4.1.

A geração de sequências de órbitas periódicas instáveis é baseada em (Drake and Willians, 2007) que gera sequências do Mapa Deslocamento de Bernoulli que será detalhada na subseção a seguir.

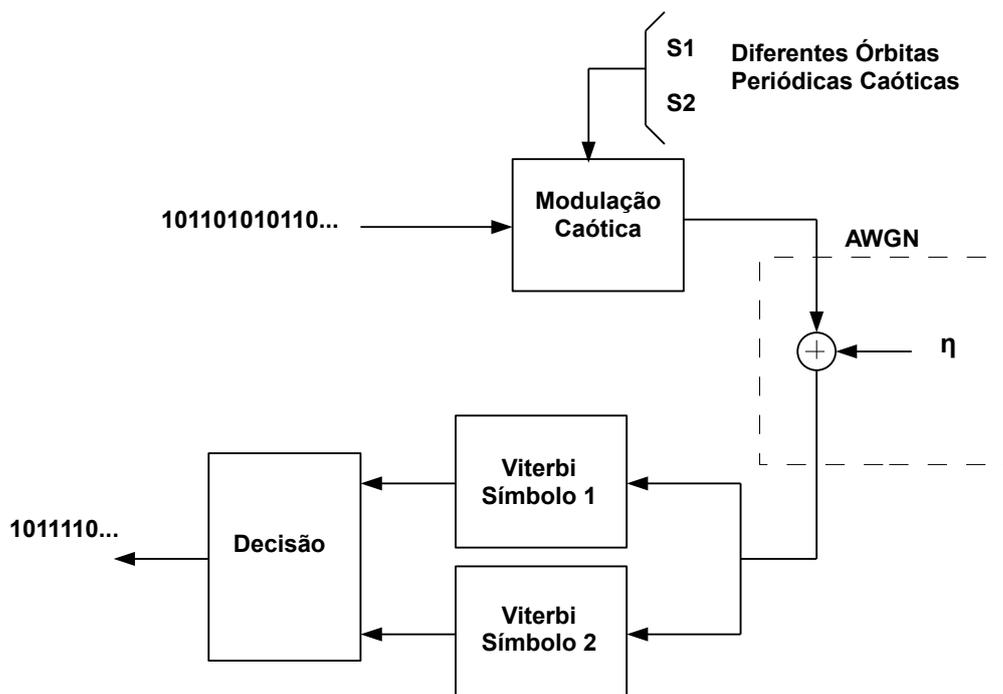


Figura 4.1: Esquema do sistema de comunicação digital ML-CSK

4.1.1 Geração de Órbitas Periódicas Instáveis

O método proposto para geração de órbitas periódicas instáveis é descrito pela Fig. 4.2. O registrador é realimentado com o último bit armazenado no mesmo. O filtro SLTI não causal é excitado pela sequência armazenada no registrador, gerando sequências caóticas do Mapa deslocamento de Bernoulli. Por meio da relação entre o Mapa Deslocamento de Bernoulli e Mapa Tenda gera-se sequência do Mapa Tenda.

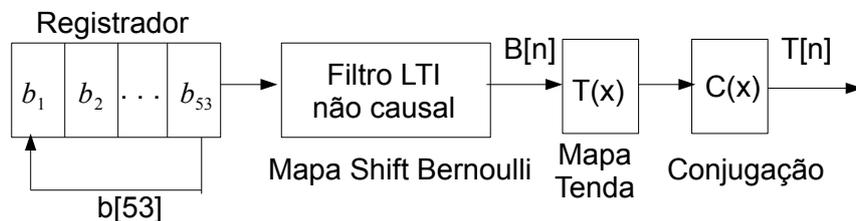


Figura 4.2: Diagrama de blocos da geração de sequência de órbitas periódicas instáveis

Dada uma condição inicial x , tem-se um conjunto inicial no registrador que corresponde a representação binária de x , para $0 \leq x < 1$. A cada iteração o registro digital é deslocado para direita. O bit descartado pelo deslocamento do registro digital é

alocado na primeira posição do registrador. O registrador tem capacidade limitada C . Então, após N iterações, o bit no instante $N + 1$ é igual ao bit no instante $N = 1$. Assim, a sequência de bits no registrador irá se repetir. Este procedimento gera sequência periódica de bits de período C , sendo $2 \leq C \leq 53$.

A sequência binária alimenta um filtro LTI (Linear e Invariante no Tempo). O filtro LTI gera sequências do Mapa Deslocamento de Bernoulli. O Mapa Logístico é conjugado com o Mapa Tenda que está relacionado com o Mapa Deslocamento de Bernoulli, conforme Eq. 3.14 e Eq. 3.15 na Seção 3.2. Como a sequência de inicialização armazenada no registrador é uma palavra binária periódica com período de N bits, então, a sequência do Mapa Deslocamento de Bernoulli também será periódica de período N . O mesmo é válido para o Mapa Tenda e Mapa Logístico.

Na Fig. 4.3, mostra-se o sinal gerado pelo procedimento descrito usando o Mapa Logístico com $N = 50$. Nota-se que após 50 iterações o sinal se repete.

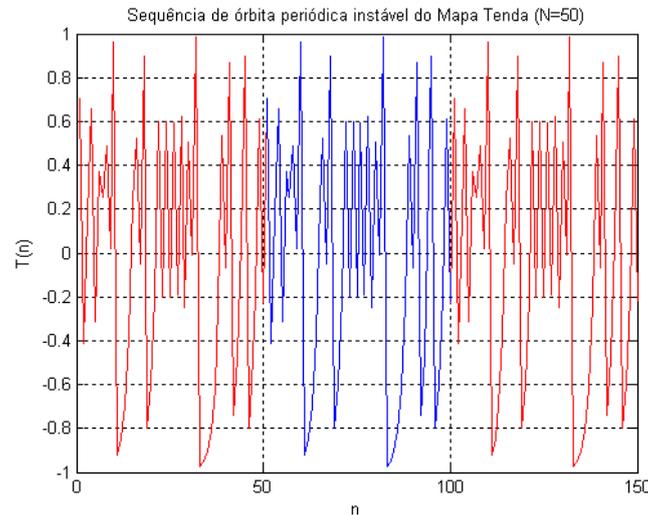


Figura 4.3: Sinal gerado por órbita periódica instável do Mapa Tenda com $N = 50$.

É importante ressaltar que para cada condição inicial representada por N bits há 2^N órbitas periódicas instáveis de período N , pois condições iniciais diferentes são representadas por diferentes números binários. Porém, dentre as 2^N órbitas periódicas instáveis com $p = N$ existem órbitas com $p_* < N$, sendo p_* um divisor inteiro de N . Assim, o número de órbitas periódicas instáveis geradas por condições iniciais representadas por N bits é 2^N , subtraindo as órbitas que são periódicas de período $p_* < N$. Por exemplo, o número de possíveis órbitas periódicas instáveis de período $N = 10$ é:

$$num_{orbit} = 2^{10} - (2^1 + 2^2 + 2^5) = 986. \quad (4.1)$$

É importante ressaltar que as órbitas periódicas instáveis não preenchem todo o domínio U do mapa usado devido à periodicidade imposta. Na Figura 4.4, mostra-se

o mapa de primeiro retorno das órbitas periódicas do Mapa Tenda com períodos 20 e 50.

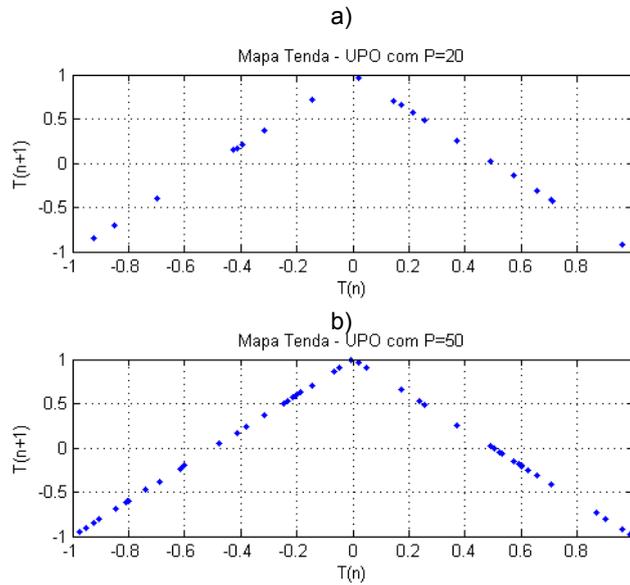


Figura 4.4: Mapas de primeiro retorno das órbitas periódicas do Mapa Tenda com a) $P = 20$ e b) $P = 50$.

Nota-se que as amostras das órbitas periódica instáveis de período 20 visitam menos pontos no domínio U em relação as de período 50. Portanto, quanto maior o período, os mapas de primeiro retorno se assemelham ao mapa de primeiro retorno do mapa sem controle de UPO.

4.1.2 Modulação e Demodulação ML-UPOSK

O ML-UPOSK é uma modulação digital em que o símbolo a ser transmitido é codificado com os coeficientes de uma combinação linear de sinais caóticos gerados por diferentes órbitas periódicas instáveis de um mesmo mapa.

Usando a notação definida no Capítulo 2, o equivalente em banda-base do sinal transmitido associado ao m -ésimo símbolo é

$$x_m(n) = \sum_{i=1}^{N_b} x_{mi}s_i(n), \quad n = 0, 1, \dots, N-1, \quad m = 1, 2, \dots, M. \quad (4.2)$$

em que as seqüências de base $s_i(n)$ são trechos de sinais caóticos gerados por N_b órbitas periódicas instáveis. Os sinais $x_m(n)$ podem ser produzidos como mostrado na Fig. 4.5.

As órbitas periódicas instáveis geradoras dos sinais $s_1(n)$ e $s_2(n)$ devem ser escolhidas de maneira que suas matrizes de transição de estados, \mathbf{A}_1 e \mathbf{A}_2 , sejam ortogonais. A medida de ortogonalidade mede o quanto duas ou mais órbitas são distintas. Nota-se que há várias órbitas periódicas instáveis com mesmo período. A escolha do melhor par de órbitas periódicas de mesmo período não é trivial.

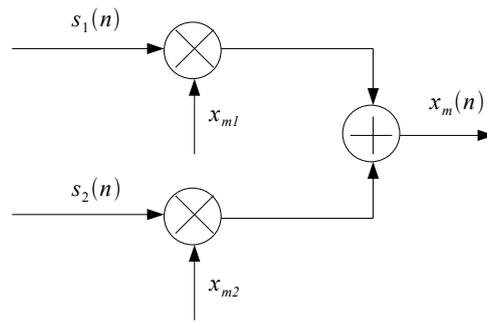


Figura 4.5: Geração de $x_m(n)$ a partir das sequências de base caóticas, caso $N_b = 2$.

Nota-se que o receptor do ML-UPOSK é igual do ML-CSK, conforme Fig. 4.6.

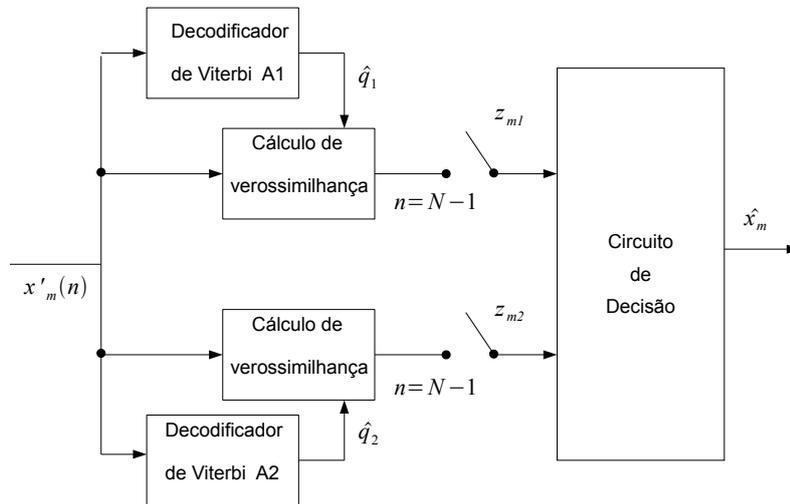


Figura 4.6: Diagrama de blocos do receptor do ML-IPOSK

O decodificador de Viterbi no receptor tenta recuperar o sinal original $x_m(n)$ a partir das matrizes de transição de estados, \mathbf{A}_1 ou \mathbf{A}_2 . Assim, a cada símbolo são obtidas as sequências de estados estimadas, \hat{q}_1 e \hat{q}_2 . Por meio do cálculo de verossimilhança calculam-se as variáveis de observações z_{m1} e z_{m2} que são proporcionais à probabilidade de obter \hat{q}_1 e \hat{q}_2 dados as observações $x'(n)$, ou seja:

$$z_{m1} = \prod_{n=1}^{N-1} P(\hat{q}_1(n)|\hat{q}_1(n-1), A_1) p(x'(n)|\hat{q}_1(n)), \quad (4.3)$$

$$z_{m2} = \prod_{n=1}^{N-1} P(\hat{q}_2(n)|\hat{q}_2(n-1), A_2) p(x'(n)|\hat{q}_2(n)). \quad (4.4)$$

A probabilidade $P(\hat{q}_1(n)|\hat{q}_1(n-1), A_i)$ é lida diretamente da matriz de transição de estados A_i e $p(x'(n)|\hat{q}(n))$ depende apenas da função densidade de probabilidade do ruído e pode ser aproximada como descrito por (Didieu and Kisel, 1999), conforme Eq. 3.33 na página 30.

O circuito de decisão compara as duas medidas de verossimilhança z_{m1} e z_{m2} e, de acordo com a maior, determina qual mapa foi utilizado no transmissor para gerar o símbolo que acaba de ser recebido, ou seja, se $\hat{x}_m = x_1$ ou $\hat{x}_m = x_2$. Isso é sempre possível quando as matrizes de transição A_1 e A_2 forem distintas.

4.2 Simulações e Resultados

Nesta seção, mostram-se algumas métricas usadas para selecionar o melhor par de órbitas periódicas instáveis, a correlação entre elas e resultados de simulações computacionais do sistema ML-UPOSK descrito, buscando avaliar seu desempenho em termos de BER em canais AWGN.

4.2.1 Curva de Desempenho em Canal AWGN

Nesta seção, mostram-se alguns resultados de simulação do sistema ML-UPOSK avaliando seu desempenho em termos de BER em canal AWGN. O número de subintervalos usado é $N_s = 50$, pois, devido à periodicidade das UPO's, a matriz de transição de estados não ocupa todos os subintervalos do domínio U , Seção 4.1.1. Dessa forma, o tamanho da partição não afetará de forma significativa o desempenho do sistema na faixa de E_b/N_o considerada.

Em todos os testes de correlação, a sequência do par de órbitas periódicas tem $p = 10$ e $N = 10$. O procedimento de escolha do par de órbitas periódicas usado nas simulações é detalhado na próxima seção.

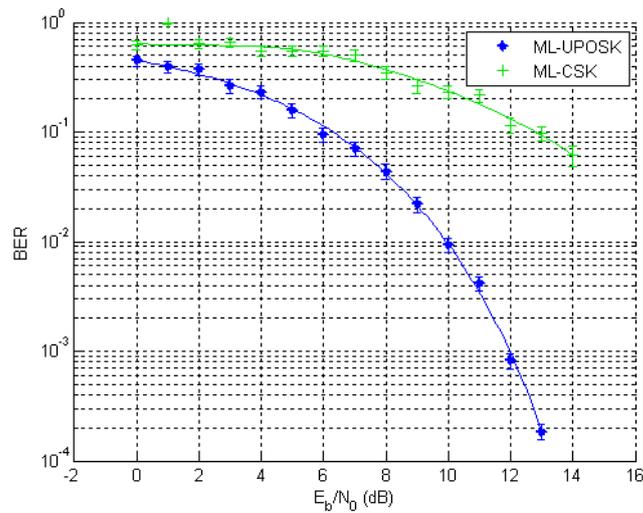


Figura 4.7: Taxa de erro de bit do ML-UPOSK e do ML-CSK.

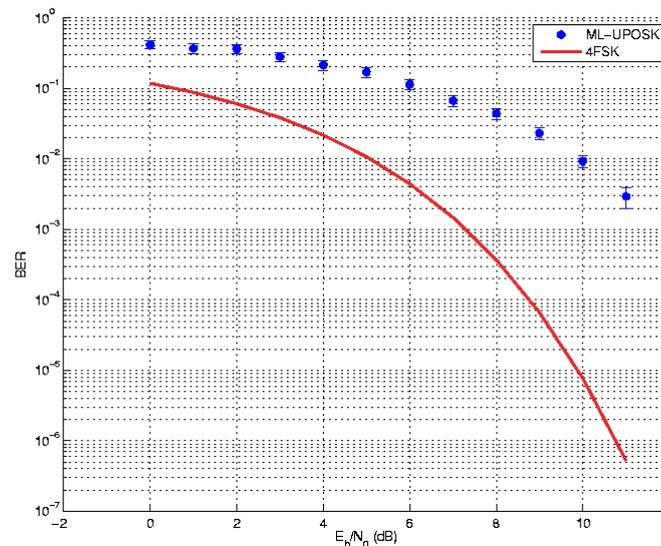


Figura 4.8: Taxa de erro de bit do ML-UPOSK e do 4FSK.

Na Fig. 4.7, mostram-se curvas de desempenho para o ML-UPOSK e para o ML-CSK com duas funções de base e $N = 10$. Nota-se que o ML-UPOSK apresenta desempenho superior ao ML-CSK.

Na Fig. 4.8, mostram-se curvas de desempenho para o 4FSK e o ML-UPOSK. Nota-se que o ML-UPOSK apresenta desempenho inferior ao 4FSK. Portanto, há espaço para explorar características dos métodos de modulação digital caótico viabilizando seu uso em sistemas de comunicações reais.

4.2.2 Par de Órbitas Periódicas Instáveis

Na Seção 4.1.2, mostrou-se que a escolha do par de órbitas periódicas instáveis não é trivial. A fim de verificar o melhor par de órbitas periódicas instáveis, usaram-se três métricas. As métricas apresentadas foram usadas para encontrar o melhor par de órbitas periódicas instáveis. Em todos os testes usaram-se 1000 pares órbitas periódicas instáveis exclusivos do Mapa Tenda com período $p = 10$, $N = 10$ e $E_b/N_0 = 10dB$.

Realizaram-se quatro testes para verificar se há alguma correlação entre o par das sequências binárias que gera as sequências caóticas, o par de sequências de órbitas periódicas instáveis, o par de matriz de transição de estados e BER. O primeiro teste usou a ortogonalidade entre os pares de matrizes de transição de estados e BER. O segundo usou a ortogonalidade entre os pares de sequências de órbitas periódicas instáveis e BER. O terceiro usou a distância de Hamming entre os pares das sequências binárias que geram as sequências caóticas e BER. E o quarto usou a distância Euclidiana entre os pares de sequências de órbitas periódicas instáveis e BER.

A medida de ortogonalidade entre duas matrizes é :

$$\beta = \frac{|\langle \mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2 \rangle|}{\|\mathbf{A}_1\| \|\mathbf{A}_2\|} \quad (4.5)$$

sendo $\|\mathbf{A}_i\|$ as normas e $|\langle \mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2 \rangle|$ o produto interno das matrizes de transição de estados \mathbf{A}_i

Nota-se que quanto mais próxima de 0, mais distintas são as matrizes e quanto mais próximo de 1, menos distintas são as matrizes.

Na Fig. 4.9, mostra-se a correlação entre a ortogonalidades das matrizes de transição de estados dos pares de UPOs e BER.

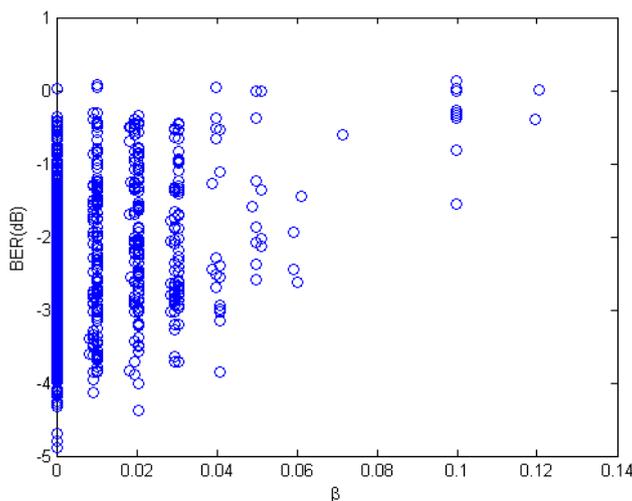


Figura 4.9: Correlação entre a ortogonalidade da matrizes de transição de estados e BER

Na Fig. 4.10, mostra-se a correlação entre a ortogonalidades dos pares de UPOs e BER.

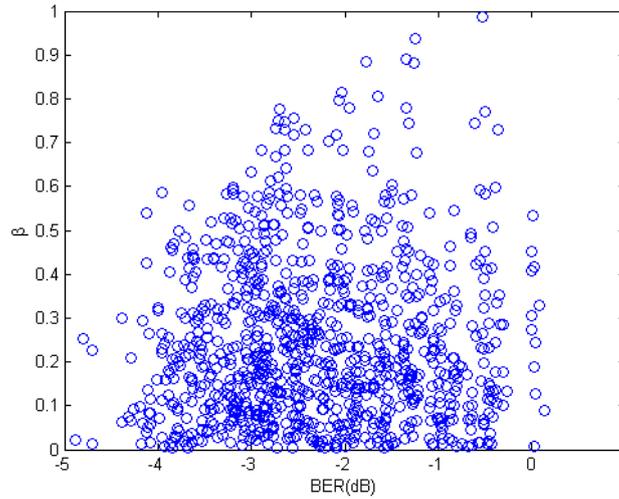


Figura 4.10: Correlação entre a ortogonalidade dos pares de UPOs e BER.

A distância de Hamming é usada para calcular o número de posições em que duas sequências de bits de mesmo tamanho se diferem. Esta métrica será usada para avaliar o quão distintas as sequências de bits que geram as sequências de UPOs. Na Fig. 4.11, mostra-se que há correlação entre a distância de Hamming das sequências binárias que geram as sequências de UPOs.

A distância Euclidiana é a distância entre os pares de sequências de UPOs, ou seja:

$$d = \sum_{i=1}^n (p_i - q_i)^2, \quad (4.6)$$

sendo p_i e q_i os pontos dos pares de sequências de UPOs $P = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ e $Q = (q_1, q_2, \dots, q_n)$. Aplicando essa fórmula como distância, o espaço euclidiano torna-se um espaço métrico.

Na Fig. 4.12, mostra-se a correlação entre a distância euclidiana dos pares de UPOs.

Na Tabela 4.1, mostram-se os índices de correlação dos testes realizados. Nota-se que a correlação é muito baixa, exceto a correlação da ortogonalidade das matrizes de transição de estados e BER. Esta apresenta muita correlação significativa de 0,3980, porém é muito pequena para ser considerada como único critério de seleção de pares de UPOs. Este resultado é importante, pois mostra que não há garantia de que um par de sequências de bits distintos gerará sequências de órbitas periódicas instáveis distintas e estas não gerarão matrizes de transição de estados distintas. Estes mesmos testes foram realizados para pares de órbitas periódicas instáveis exclusivas do Mapa Tenda com período $p = 10$, $N = 30$ e $E_b/N_0 = 10dB$. Os resultados foram os mesmos, ou seja, estes não podem ser usados como critério de seleção de pares de UPOs.

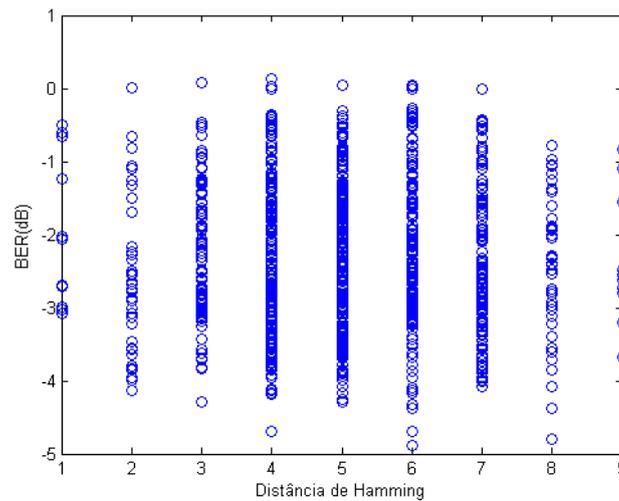


Figura 4.11: Correlação entre a distância de Hamming da sequências binárias que geram as sequências de UPOS e BER.

É importante ressaltar que mesmo não havendo forte correlação entre os testes realizados, o par de UPO interfere no desempenho do sistema em canal AWGN, conforme Fig. 4.13.

O par de sequências binárias, $B_1 = [1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1]$ e $SB1 = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0]$, foi escolhido para simular computacionalmente a curva de desempenho em canal AWGN, pois obteve menor BER. Esta escolha não é necessariamente ótima e deve ser aplicada com cautela.

Encontrar o melhor par de sequências binárias que gera sequências de UPO's que apresenta ótimas propriedades de separação entre as matrizes A_1 e A_2 é um problema ainda em aberto.

Os pares de sequências de órbitas periódicas instáveis usados nos testes são mostrados nas Fig. 4.14, Fig. 4.15, Fig. 4.16 e Fig. 4.17. Nota-se que, tanto o melhor par quanto o pior par de sequências de UPOs com $N = 10$ parecem ser semelhantes com um pequeno atraso de diferença entre os dois. Já o melhor e o pior par de sequências de UPOs com $N = 30$ parecem ser distintos. Não há como determinar qual o melhor critério para escolher o melhor par de sequências de UPOs. Este é ainda um problema em aberto.

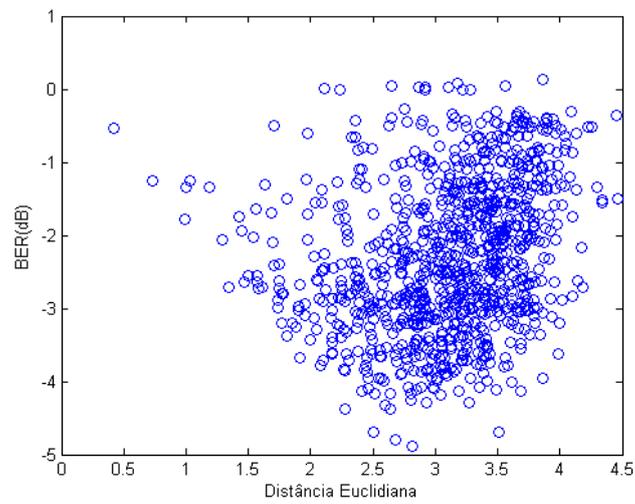


Figura 4.12: Correlação entre a distância euclidiana das sequências de UPOs e BER.

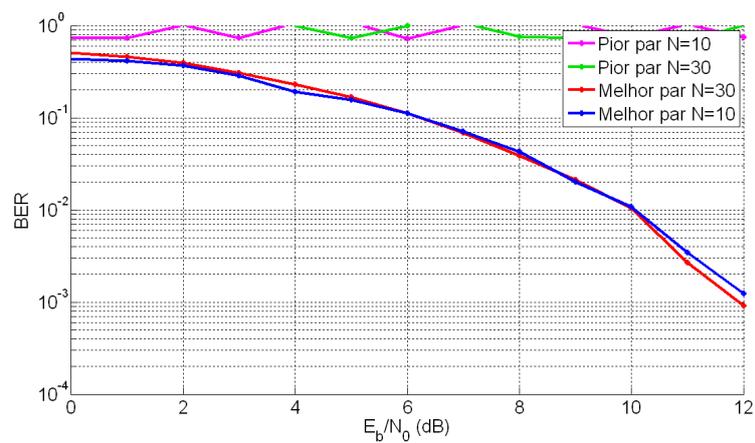


Figura 4.13: Taxa de BER para os melhores e piores pares de UPOs com $N = 10$ e $N = 30$.

Teste	Índice de correlação
Ortogonalidade entre as sequências UPO's e BER	0,0044
Ortogonalidade das matrizes de transição de estados e BER	0,3980
Distância de Hamming das sequências de bits que gera as UPO's e BER	0,042
Distância Euclidiana das sequências UPO's e BER	0,2063

Tabela 4.1: Tabela dos índices de correlação dos testes realizados.

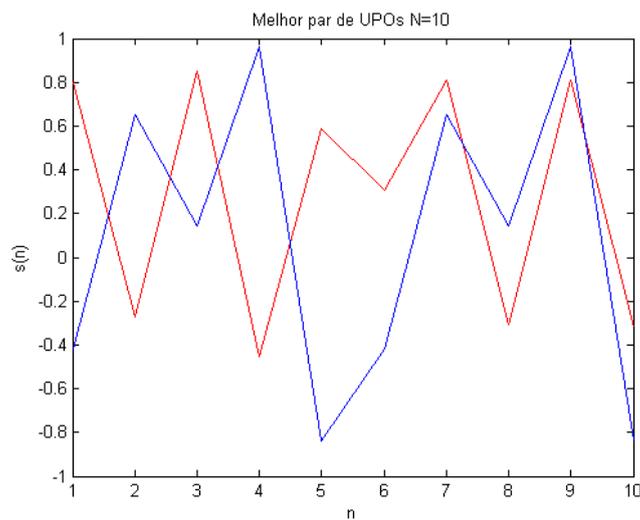


Figura 4.14: Sequências do melhor par de UPO com $N = 10$.

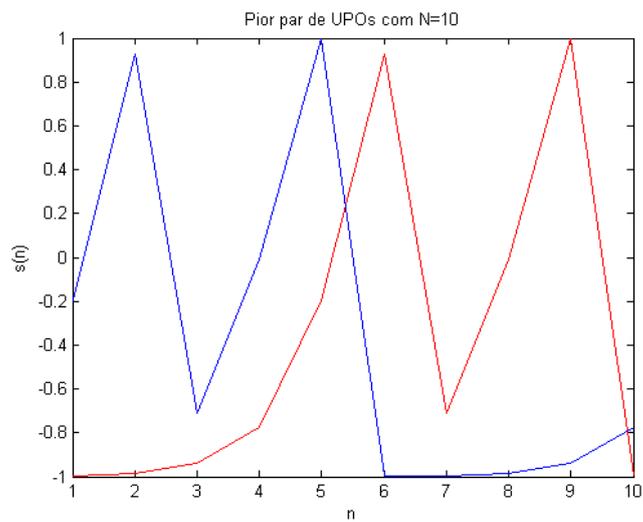


Figura 4.15: Sequências do pior par de UPO com $N = 10$.

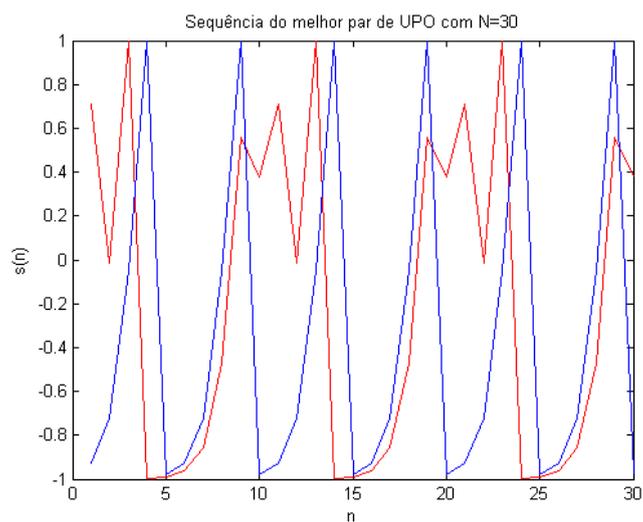


Figura 4.16: Sequências do melhor par de UPO com $N = 30$.

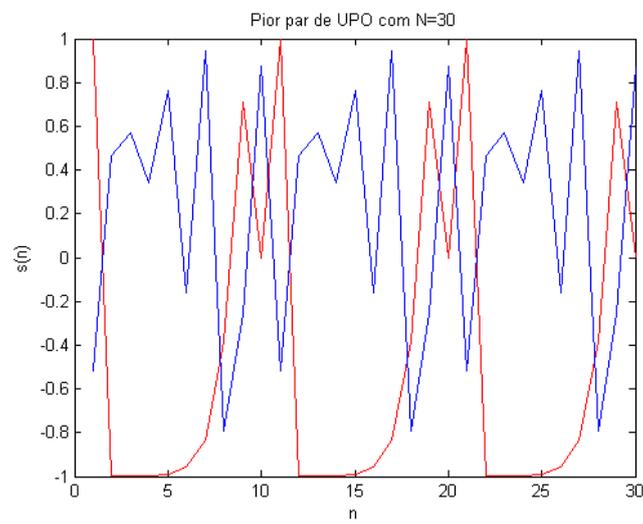


Figura 4.17: Sequências do pior par de UPO com $N = 30$.

Conclusão e Trabalhos Futuros

Nas últimas décadas surgiu interesse crescente na utilização de sinais caóticos em sistemas de modulações. Os trabalhos pioneiros nesta área foram desenvolvidos por Yamada and Fujisaka (1983); Pecora and Carrol (1990); Cuomo and Oppenheim (1993). Os dois primeiros trabalhos propuseram a sincronização entre sistemas com condições iniciais arbitrárias. Estes sistemas são muito vulneráveis quando submetidos a ruído aditivo ou quando há diferença de parâmetro entre transmissor e receptor (Greken and Eisencraft, 2000; Eisencraft, 2001).

As técnicas de modulação caóticas avançaram nos últimos anos (Millerioux and Daafouz, 2001; Boutayeb et al., 2002) e tiveram maior ênfase em modulações digitais não coerentes e diferenciais, ou seja, que não precisam recuperar as sequências de base para demodular o sinal recebido. Entre as modulações digitais destacou-se o CSK e o DCSK e suas variações (Kolumbán et al., 1998). Nestas técnicas de modulação digital caótica a informação sobre a dinâmica dos mapas geradores de sinais caóticos não é utilizada no processo de demodulação. A informação é codificada em propriedades mais simples do sinal transmitido, como sua energia e correlação entre seus trechos.

O primeiro trabalho que usa informação sobre a dinâmica dos mapas geradores de sinais caóticos foi proposto por Eisencraft (2006), que aborda técnicas de estimação de sinais caóticos gerados por sistemas unidimensionais de tempo discreto e de suas condições iniciais, denominado de ML-CSK. O ML-CSK propõe a utilização a estimação de condições iniciais caóticas em função das propriedades estatísticas de seu atrator e a utilização do algoritmo de Viterbi generalizado (Didieu and Kisel, 1999) na demodulação de modo que este possa ser aplicado a mapas mais genéricos e não somente a mapas com densidade invariante uniforme.

Nesta dissertação, foram abordadas técnicas de geração de sequências de órbitas periódicas instáveis visando aplicá-las para melhorar as características do sistema ML-CSK. Neste sentido obteve-se uma generalização do método proposto por Drake and Willians (2007) para gerar sequências do Mapa Deslocamento de Bernoulli de forma que pudesse ser aplicado a mapas mais genéricos e gerar sequências de órbitas periódicas instáveis.

5.1 Contribuições

Nesta dissertação, discutiram-se os problemas que limitam a aplicação de modulações caóticas em sistemas de comunicação reais, tais como:

1. escolha de mapas geradores de sequências caóticas a serem utilizados;
2. geração de órbitas periódicas instáveis;
3. investigação da relação entre a eficiência do sistema de comunicação e pares de sequências UPO.

Investigação de mapas geradores de sequências caóticas

O ML-CSK com duas funções de base utiliza na demodulação o algoritmo de Viterbi com objetivo de estimar a sequência de estados do sinal transmitido x_m . Para que o algoritmo de Viterbi apresente bom desempenho na estimativa da sequência de estados do sinal transmitido x_m , as matrizes de transição dos mapas que geram as sequências de base s_i precisam ser distintas e gerar sinais caóticos.

Esse problema foi apresentado por Eisencraft (2006) e apresenta solução eficiente para o uso do Mapa Tenda, porém as matrizes de transição de estados da solução apresentadas para o Mapa quadrático são distintas.

Este trabalho propõe o uso de diferentes órbitas periódicas instáveis, como sequências de base para gerar matrizes de transições de estados distintas e melhorar a performance do algoritmo de Viterbi.

Geração de órbitas periódicas instáveis

A geração de órbitas periódicas instáveis é baseada no artigo de Drake and Willians (2007) em que sequências do Mapa Deslocamento de Bernoulli é gerada por sequência binária aleatória filtradas por um filtro LTI. A sequência binária é armazenada no registrador e a cada interação o último bit é descartado e um novo bit aleatório é alocado na primeira posição do registrador gerando uma sequência binária aleatória

A proposta deste trabalho foi usar o modelo descrito por Drake and Willians (2007), porém, a cada interação o bit descartado foi alocado na primeira posição do registrador, gerando uma sequência binária periódica. Esta sequência binária aleatória filtrada por um filtro LTI gera sequências periódicas do Mapa Deslocamento de Bernoulli. O Mapa de Bernoulli está relacionado com o Mapa Tenda que é conjugado com o Mapa Logístico. Portanto, por meio do método descrito, geram-se sequências de órbitas periódicas do Mapa Logístico.

Investigação da relação entre a eficiência do sistema de comunicação e pares de sequências UPO

Cada condição inicial diferente gera uma representação binária diferente, gerando UPO's diferentes, portanto as UPO's de mesmo período possuem um largo conjunto de combinações de pares de UPO's.

Determinar um método que relaciona pares de sequências de UPO's e a eficiência do sistema de comunicação é um problema ainda em aberto. Testes foram realizados, mas não consegui encontrar uma métrica que relacione os pares de sequências de UPOs e BER. Será preciso realizar mais estudos sobre o assunto.

Como resultado das contribuições dessa dissertação foi publicado o artigo Torres and Ribeiro (2010) no congresso Dynamics Days.

5.2 Análise Crítica do Trabalho Realizado

Nesta seção é levantada um análise crítica do trabalho e dificuldades encontradas no decorrer do desenvolvimento desta dissertação.

Os objetivos desta dissertação eram:

- Fazer uma revisão bibliográfica sobre sistemas dinâmicos não lineares e modulações digitais;
- Investigar o uso de mapas caóticos em sistemas de transmissão de informação;
- Investigar técnicas de geração de sequências de mapas caóticos;
- Investigar a combinação de métodos de imposição de dinâmica simbólica em sistemas caóticos;
- Propor e desenvolver, em ambiente de simulação, sistemas de transmissão digital baseados em imposição de dinâmica simbólica;
- Avaliar o desempenho das técnicas de modulação digital caótica com as modulações digitais convencionais.

Primeiramente fez-se uma revisão bibliográfica sobre sistemas dinâmicos não lineares e modulações digitais para se ter domínio sobre estas duas vertentes. Em seguida, investigou-se o uso de mapas caóticos em sistemas de transmissão de informação. Dentre os sistemas estudados destacou-se o ML-CSK apresentado por Eisenkraft (2006). Foi desenvolvido um estudo detalhado sobre o ML-CSK e os resultados obtidos por Eisenkraft (2006) foram levantados.

Alguns mapas caóticos não podem ser gerados por meio de iteração das equações dos mesmos. Para solucionar esse problemas, Eisenkraft (2006) usou a técnica apresentada por Drake and Willians (2007). Essa técnica gera sequências do Mapa Deslocamento de Bernoulli por meio de sequências binárias aleatórias filtradas por um filtro LTI. O Mapa Deslocamento de Bernoulli está relacionado com o Mapa Tenda e este é conjugado com o Mapa Logístico. É importante ressaltar que o procedimento de se gerarem sequências do Mapa Deslocamento de Bernoulli é uma técnica que parte de uma sequência aleatória filtrada por um modelo linear que resulta em comportamento caótico.

Um estudo sobre técnicas de imposição de dinâmica simbólica foi levantado. Diante do cenário encontrado, foi proposta a utilização de imposição simbólica e percebeu-se que a técnica de gerar sequências do Mapa Deslocamento de Bernoulli com alguma alteração pode gerar sequências de UPOs. Esta técnica de geração de UPOs é uma técnica simples de ser implementada.

O sistema proposto usa como sequências de base sequências de UPOs do mesmo mapa. Percebeu-se que o par de UPOs influencia significadamente o desempenho do sistema em canal AWGN. Como há várias UPOs de um mesmo mapa, tem-se que desenvolver um método que otimize a escolha do par de UPOs que apresenta melhor desempenho.

Alguns testes foram realizados com objetivo de encontrar uma relação entre os pares de sequências de UPOs e BER. Os testes realizados não conseguiram encontrar correlação entre os pares de sequências de UPOs e BER. Mais estudos são necessários para desenvolver uma métrica que relacione os pares de sequências de UPOs e BER.

5.3 Trabalhos Futuros

A pesquisa realizada durante a elaboração desta dissertação, levou a possibilidades de trabalhos futuros:

- utilização de métodos de detecção de símbolos baseados em inteligência computacional (e.g. redes neurais artificiais, sistemas nebulosos, etc);
- desenvolver método analítico que determine o melhor par de sequências de UPO's que garanta a máxima discriminação entre os estimadores;
- investigar uso de detecção não coerente usada em modulações digitais convencionais para o ML-UPO;
- analisar e comparar a complexidade computacional dos estimadores descritos;

Referências Bibliográficas

- Alligood, K. T., Sauer, T. D., and Yorke, J. A. (1996). *Chaos: an introduction to dynamical systems*. Springer, New York.
- Baptista, M., Rosa, E., and Grebogi, C. (2002). Communication through chaotic modeling of languages. *Physical Review E*, 61(4):3590–3600.
- Boutayeb, M., Darouach, M., and Rafaralahy, H. (2002). Generalized state-space observers of chaotic synchronization and secure communication. *IEEE Transactions on Circuit Systems - I*, 49(3):345–349.
- Cuomo, M. K. and Oppenheim, A. V. (1993). Chaotic signal and systems of communication. In *IEEE conference on Acoustic, Speech and Signal Processing*, volume 3, pages 137–140.
- Didieu, H., Kennedy, M. P., and Hasler, M. (1993). Chaos shift keying: modulation and demodulation of a chaotic carrier using self-synchronized chua's circuits. *IEEE Transactions on Circuit Systems - II*, 40(10):634–642.
- Didieu, H. and Kisel, A. (1999). Communications with chaotic times series: Probabilistic methods for noise reduction. *International Journal of Circuit Theory and Applications*, 27:577–587.
- Drake, D. F. and Williams, D. B. (2007). Linear; random representations of chaos. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 55(4):1379–1389.
- Eisencraft, M. (2001). Sistemas de comunicações usando sinais caóticos. Master's thesis, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- Eisencraft, M. (2006). *Contribuição da teoria de estimação para modulações digitais que utilizam sinais caóticos*. PhD thesis, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- Greken, M. and Eisencraft, M. (2000). Comunicação utilizando sinais caóticos: influência do ruído e limitação em banda. In *Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*.
- Hao, B.-L. (1989). *Elementary Symbolic Dynamics and Chaos in Dissipative Systems*. World Scientific, Singapore.
- Haykin, S. S. (2000). *Communication systems*. Wiley, New York.

- Kennedy, M. P. and Kolumbán, G. (2000). Digital communication using chaos. *Signal Processing*, 80:1307–1320.
- Kennedy, M. P., Rovatti, R., and Setti, G. (2000). *Chaos electronics in telecommunication*. CRC Press, Boca Raton.
- Kisel, A., Didieu, H., and Schimming, T. (2001). Maximum likelihood approaches for noncoherent communications with chaotic carriers. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 48(5):533–542.
- Kolumbán, G., Kennedy, M. P., and Chua, L. O. (1998). The role of synchronization in digital communication using chaos - part ii : chaotic modulation and chaotic synchronization. *IEEE Transactions on Circuit Systems - I*, 45(11):1129–1140.
- Lathi, B. P. (1998). *Modern digital and analog communication systems*. Oxford University Press, New York.
- Lathrop, D. P. and Kostelich., E. J. (1989). Characterization of an experimental strange attractor by periodic orbits. *Physical Review A*, 40(7):4028–4031.
- Lau, F. C. M. and Tse, C. K. (2003). *Chaos-based digital communication systems*. Springer, Berlin.
- Millerioux, G. and Daafouz, J. (2001). Global chaos synchronization and robust filtering in noisy context. *IEEE Transactions on Circuit and Systems*, 48(10):1170–1176.
- Monteiro, L. H. A. (2002). *Sistemas dinâmicos*. Livraria da Física, São Paulo.
- Papoulis, A. and Pillai, S. U. (2002). *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*. McGraw-Hill, New York.
- Parlitz, U., Chua, O. L., Kocarev, J. L., Halle, S. K., and Shang, A. (1992). Transmission of digital signal by chaotic synchronization. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2(4):973–977.
- Pecora, L. M. and Carrol, T. L. (1990). Synchronization in chaotic systems. *Physical Review*, 64(8):821–824.
- Proakis, J. G. (1995). *Digital communication*. McGraw-Hill, New York.
- Torres, L. A. B. and Ribeiro, L. R. A. (2010). Digital modulation using high period unstable periodic orbits. In *International Conference on Chaos and Nonlinear Dynamics*.
- Wozencraft, J. M. and Jacobs, I. M. (1965). *Principles of communication engineering*. John Wiley and Sons, New York.
- Yamada, T. and Fujisaka, H. (1983). Stability theory of synchronized motion in coupled-oscillator systems - ii the mapping approach. *Progress of Theoretical Physics*, 70(5):1240–1248.