

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**Solução numérica e assintótica de propagadores para
a faixa de HF**

Danielle Mendonça Okamoto

GAPTEM - Grupo de Antenas, Propagação e Teoria Eletromagnética

Departamento de Engenharia Eletrônica

2010

Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG

Solução numérica e assintótica de propagadores para a faixa de HF

Dissertação de mestrado submetida ao Colegiado de Pós-Graduação do Departamento de Engenharia Elétrica da UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS como requerimento parcial para obtenção do título de mestre em Engenharia.

Área de concentração: ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO E TELECOMUNICAÇÕES

Aluno: Danielle Mendonça Okamoto

Orientador: Prof. Dr. Cássio Gonçalves Rego (UFMG)

Departamento de Engenharia - UFMG

2010

*Aos meus pais, à minha irmã e
ao meu amor.*

Agradecimentos

Agradeço a Deus, fonte de luz e proteção, por todas as bênçãos em minha vida.

Aos meus amados pais pela compreensão, incentivo e por toda a paciência.

Ao Gustavo, grande amor da minha vida, por estar sempre ao meu lado e pelo apoio imensurável.

Ao meu orientador Prof^o. Cássio Gonçalves do Rego por acreditar em meu trabalho, e principalmente, por todas as palavras de incentivo e amizade.

Aos professores Fernando José da Silva Moreira, Hani Camille Yehia, Odilon Maroja da Costa Pereira Filho por todo o conhecimento dispensado ao longo do curso, conhecimento que foi base fundamental para a conclusão do presente trabalho.

Ao Institute for Telecommunication Sciences pela atenção e pela gentileza de enviar artigos que foram úteis para minhas pesquisas.

Aos colegas e amigos do CPDEE, em especial, Bruno Leandro, Cláudio, Júnia, Rafael e Virgílio, pelas inúmeras conversas de incentivo e pelos momentos de estudos.

Ao CEFET-MG pela oportunidade de crescimento profissional.

Aos meus amigos pela amizade e compreensão, principalmente, nos momentos em que precisei estar ausente. Um agradecimento especial ao amigo Aluísio por vivenciar várias etapas do trabalho e por ajudar no meu crescimento pessoal.

À FAPEMIG pelo apoio financeiro.

Resumo

Desde há muitos anos, modelos de equações integrais têm sido desenvolvidos para caracterizar a propagação de ondas de rádio sobre terrenos suavemente irregulares e não-homogêneos cujo perfil varia continuamente no plano de propagação.

O trabalho propõe o estudo e a aplicação de uma equação integral que determina a função atenuação das ondas para a faixa de alta frequência (3 MHz a 30 MHz). O programa computacional utilizado para estimar a função atenuação na faixa HF é baseado na formulação desta equação integral para o campo sobre uma superfície levemente irregular e não-homogênea, usando a segunda identidade da função de Green no espaço-livre, a qual está relacionada com a função atenuação sobre terra plana com aplicação na faixa HF. O programa se torna numericamente instável para frequências maiores que 10 MHz. Para validar a eficiência do algoritmo na faixa de HF, os resultados obtidos foram comparados com os valores da recomendação ITU-R P.368-9.

Finalmente, estende-se a análise numérica a uma superfície genérica, através do método numérico de interpolação *spline* cúbica, que permite descrever o perfil do terreno. No presente estudo avaliou-se a aplicação da equação integral em cinco perfis reais localizados na Dinamarca.

Palavras-chave: Propagação de onda, equação integral, interpolação *spline* cúbica.

Abstract

For many years, integral equation models have been developed to characterize propagation of radio wave over smoothly varying and inhomogeneous terrain whose profile varies continuously in the propagation plane.

The work proposes the study and application of an integral equation that determines the attenuation function on a Gaussian profile in the high-frequency band (3 MHz a 30 MHz). The computer program used to estimate the attenuation function in HF band is based on the formulation of this integral equation for the field over smoothly varying and inhomogeneous terrain, using the free-space Green's function in Green's second identity, which is related to flat earth attenuation function in the HF band. The program becomes numerically unstable for frequencies above 10 MHz. In order to validate the efficiency of the algorithm in the HF band, the results were compared with the values of the recommendation ITU-R P.368-9.

Finally, the numerical analysis is extended to a generical surface through the numerical method of interpolation cubic *spline*. The study analyzes the integral equation in five profiles located in Denmark.

Keywords: Propagation of radio wave, integral equation, interpolation cubic *spline*.

Sumário

Lista de Figuras	iv
Lista de Siglas	vi
1 Introdução	1
1.1 Contexto	1
1.2 Objetivos e métodos	3
1.3 Organização da dissertação	5
2 Equação integral para a faixa de HF	6
2.1 Introdução	6
2.2 A equação integral	8
2.3 Análise numérica	17
2.4 Estudo de caso	22
2.5 A recomendação ITU-R P.368-7	36
2.6 Conclusão parcial	49
3 Estudo da equação integral em terrenos reais para a faixa de HF	50
3.1 Introdução	50
3.2 Interpolação por <i>spline</i> cúbica	51
3.3 Estudo de caso	53
3.4 Conclusão parcial	59
4 Conclusão	60
4.1 Considerações finais	60
4.2 Proposta de trabalhos futuros	61
Referências Bibliográficas	61

Lista de Figuras

2.1	A propagação das ondas de rádio [Rego, 2003].	7
2.2	Representação da geometria do terreno, das antenas transmissora e receptora, e do ponto de integração. [Ott and Berry, 1970].	9
2.3	Representação da geometria para a equação integral. [Ott, 1971].	12
2.4	Representação do perfil gaussiano. [Ott, 1992].	23
2.5	Magnitude da função atenuação normalizada relacionada com o perfil gaussiano. Frequência=1 MHz e $\Delta x = 0.1$ km.	25
2.6	Magnitude da função atenuação normalizada <i>versus</i> distância horizontal em km. Frequência=1 MHz e $\Delta x = 0.1$ km.	26
2.7	Magnitude da função atenuação normalizada <i>versus</i> distância horizontal em km. Frequência=3 MHz e $\Delta x = 0.02$ km.	27
2.8	Magnitude da função atenuação normalizada <i>versus</i> distância horizontal em km. Frequência=10 MHz e $\Delta x = 0.01$ km.	28
2.9	Magnitude da função atenuação normalizada <i>versus</i> distância horizontal em km. Frequência=30 MHz e $\Delta x = 0.1$ km.	29
2.10	Magnitude da função atenuação normalizada <i>versus</i> distância horizontal em km. Frequência=30 MHz e $\Delta x = 0.05$ km.	30
2.11	Magnitude da função atenuação normalizada <i>versus</i> distância horizontal em km. Frequência=30 MHz e $\Delta x = 0.04$ km.	31
2.12	Magnitude da função atenuação normalizada <i>versus</i> distância horizontal em km. Frequência=30 MHz e $\Delta x = 0.03$ km.	32
2.13	Magnitude da função atenuação normalizada <i>versus</i> distância horizontal em km. Frequência=30 MHz e $\Delta x = 0.02$ km.	33
2.14	Magnitude da função atenuação normalizada <i>versus</i> distância horizontal em km. Frequência=30 MHz e $\Delta x = 0.01$ km.	34
2.15	Magnitude da função atenuação normalizada <i>versus</i> distância horizontal em km. Frequência=30 MHz e $\Delta x = 0.005$ km.	35

2.16	Magnitude da função atenuação relacionada com o perfil gaussiano. Frequência=1 MHz e $\Delta x = 0.1$ km.	39
2.17	Magnitude da função atenuação relacionada com o perfil gaussiano. Frequência=3 MHz e $\Delta x = 0.02$ km.	40
2.18	Magnitude da função atenuação relacionada com o perfil gaussiano. Frequência=10 MHz e $\Delta x = 0.01$ km.	41
2.19	Magnitude da função atenuação relacionada com o perfil gaussiano. Frequência=30 MHz e $\Delta x = 0.1$ km.	42
2.20	Magnitude da função atenuação relacionada com o perfil gaussiano. Frequência=30 MHz e $\Delta x = 0.05$ km.	43
2.21	Magnitude da função atenuação relacionada com o perfil gaussiano. Frequência=30 MHz e $\Delta x = 0.04$ km.	44
2.22	Magnitude da função atenuação relacionada com o perfil gaussiano. Frequência=30 MHz e $\Delta x = 0.03$ km.	45
2.23	Magnitude da função atenuação relacionada com o perfil gaussiano. Frequência=30 MHz e $\Delta x = 0.02$ km.	46
2.24	Magnitude da função atenuação relacionada com o perfil gaussiano. Frequência=30 MHz e $\Delta x = 0.01$ km.	47
2.25	Magnitude da função atenuação relacionada com o perfil gaussiano. Frequência=30 MHz e $\Delta x = 0.005$ km.	48
3.1	Atenuação sobre o perfil de Hadsund em 1 MHz para polarização vertical.	54
3.2	Atenuação sobre o perfil de Hjørringvej em 1 MHz para polarização vertical.	55
3.3	Atenuação sobre o perfil de Jerslev em 1 MHz para polarização vertical.	56
3.4	Atenuação sobre o perfil de Mjels em 1 MHz para polarização vertical.	57
3.5	Atenuação sobre o perfil de Ravnstru em 1 MHz para polarização vertical.	58

Lista de Siglas

HF	High Frequency
VHF	Very High Frequency
UHF	Ultra High Frequency
SHF	Super High Frequency
S	Superfície irregular
Σ	Superfície semi-esférica maior
P	Ponto de observação
Q	Ponto de integração
ω	Frequência angular
k	Constante de propagação
τ	Distribuição da fonte
O	Ponto onde se localiza a fonte ou a antena transmissora
$r's$	Distâncias entre os pontos O, P e Q
φ	Componente vertical do campo elétrico com polarização vertical ou a componente vertical do campo magnético com polarização horizontal
Δ	Impedância normalizada do solo
ϵ	Permissividade complexa
ϵ_r	Constante dielétrica
σ	Condutividade do solo
ϵ_0	Permissividade do ar
$y(x)$	Função do perfil do terreno
ρ	Superfície semi-esférica menor
e_n	Normal à superfície
$g(P)$	Campo recebido pela antena receptora sobre terra plana

$f(x)$	Função atenuação
$W(x, 0)$	Função atenuação de Sommerfeld para terra plana
p	Distância numérica de Sommerfeld
$W(x, \xi)$	Aproximação da função de Norton que avalia o campo sobre a terra plana
HA	Altura da fonte
H	Ponto mais elevado do terreno
Δx	Passo de integração
f	Frequência
E	Intensidade do campo elétrico
E_{in}	Campo elétrico incidente
η	Impedância intrínseca do meio
P_t	Potência de transmissão
G_t	Ganho do transmissor
λ	Comprimento de onda
G_r	Ganho do receptor
P_r	Potência de recepção

Capítulo 1

Introdução

1.1 Contexto

A transmissão das ondas de rádio sobre a superfície da Terra é um tema que remonta ao início do século. Hoje, o uso da radiocomunicação inclui não somente a transmissão do som através das modulações de amplitude (AM) e frequência (FM), e vídeo através da televisão, mas também amplas aplicações de rádio, comunicação de voz e dados por militares, TV, fechaduras de portas de automóvel, portões de garagem, e assim por diante. O avanço das aplicações via rádio não está completo e, provavelmente, nunca estará. Particularmente, a última década assistiu a um crescimento explosivo de tais aplicações, bem como na variedade de sistemas utilizados [White, 2004].

No início das comunicações sem fio, os estudiosos discutiam a eficiência das frequências mais baixas para a comunicação a longas distâncias, e este princípio foi coerente para a propagação de ondas superficiais. No final de 1921, os radioamadores descobriram o potencial das altas frequências para a comunicação de longo alcance através da ionosfera usando transmissores e antenas mais simples, sem a necessidade de uma infra-estrutura externa complexa, ou seja, os *links* de HF podiam ser facilmente estabelecidos a partir de seus locais remotos. A faixa de HF é largamente usada para comunicação de voz e dados por militares, pela aeronáutica e marinha, serviços de radioamadorismo, entre outros. Entretanto, as características dispersivas da ionosfera impõem algumas exigências específicas no hardware e nos protocolos de comunicação a serem usados [Frederick H. Raab and Walker, 2002].

A história da propagação das ondas de rádio já é conhecida há muito tempo, porém, é difícil determinar quem descobriu a onda de rádio como um meio de transmissão. O dentista Mahlon Loomis foi o pioneiro a experimentar o telégrafo sem fio, transmitindo

e recebendo pulsos causados pela produção de um distúrbio na atmosfera. Ele recebeu a patente deste sistema em 1873. James Clerk Maxwell, cujas equações se consolidaram como a base do eletromagnetismo, demonstrou em 1862 que as ondas eletromagnéticas se propagam no vácuo. Em 1888, na cidade de Berlim, Heinrich Hertz conduziu um experimento em que demonstrou a geração e detecção das ondas eletromagnéticas previstas por Maxwell [White, 2004]. Seu trabalho inspirou as primeiras experiências de Guglielmo Marconi com telegrafia sem fio usando o código Morse. Em 1896, Marconi conseguiu se comunicar à distância de alguns quilômetros. Pensou-se no primeiro momento que as ondas de rádio na atmosfera viajassem em linha reta e que, portanto, não seria útil para a comunicação em outras direções. Esta opinião não desencorajou Marconi, que se tornou o primeiro a demonstrar a transmissão de ondas de rádio em longas distâncias [Har, 1996].

O sucesso de Marconi estimulou vários pesquisadores a explicar e explorar a sua descoberta. A questão de como as ondas de rádio podem ser recebidas em torno da superfície da Terra foi finalmente respondida por Edward Appleton. Foi o físico britânico quem descobriu que uma camada com partículas eletricamente carregadas ou ionizadas na atmosfera terrestre (ionosfera) é capaz de refletir as ondas de rádio. Por volta de 1920, os cientistas aplicaram esta teoria e desenvolveram formas de medir e prever as propriedades de refração da ionosfera [Har, 1996].

O primeiro conceito analítico que estimulou os principais físicos teóricos foi a possibilidade de se transmitir uma onda de superfície que se propaga ao longo da fronteira entre dois dielétricos, como a terra e o ar [Wait, 1998]. Este estudo foi conduzido por Zenneck, em 1907. Em 1909, Arnold Sommerfeld obteve uma solução formal para o problema de um dipolo elétrico vertical situado na interface plana que separa dois dielétricos. As expressões para as componentes do campo foram obtidas na forma de integrais por meio de um método assintótico. Para explicar a natureza física de sua solução, Sommerfeld dividiu a expressão para o campo em onda espacial e onda de superfície, com o objetivo de satisfazer as equações de Maxwell e as condições de contorno apropriadas. Ele concluiu que a onda de superfície de sua solução apresentava propriedades idênticas à onda de superfície de Zenneck. Através desse estudo, Sommerfeld concluiu que as ondas radioelétricas seriam guiadas ao longo da superfície da Terra. Por algum tempo, acreditou-se que a onda de superfície de Sommerfeld seria a componente predominante do campo de uma antena dipolo sobre a superfície de terra plana com condutividade finita. Anos depois, Hermann Weyl (1919) reformulou o problema do dipolo e expressou sua solução como um espectro angular de ondas planas que eram equivalentes à formulação integral de Sommerfeld. Os resultados de Weyl foram apresentados de uma forma conveniente para a obtenção de re-

sultados assintóticos para os campos distantes da antena. Em 1926, Sommerfeld publicou novas expressões integrais para os campos de dipolos vertical e horizontal para ambos os tipos, elétrico e magnético [Wait, 1964].

Mais tarde, em 1936, Burrows mostrou, numericamente, que a diferença entre a onda espacial e a onda de superfície era idêntica à onda de superfície de Sommerfeld. Ao mesmo tempo, K. A. Norton mostrou que a razão da discrepância encontrada na solução de Sommerfeld era a escolha do sinal da raiz quadrada de uma quantidade complexa. Com o estudo de Norton, concluiu-se que as fórmulas de Sommerfeld só se aplicam ao caso em que as correntes de deslocamento podem ser desprezadas, isto é, para as frequências mais baixas. Os trabalhos de Van der Pol e Niessen e Norton apresentam resultados consistentes com os de Weyl [Lima, 2008].

Apesar de inúmeras tentativas, ainda não foi encontrada uma forma numericamente viável para o cálculo da intensidade do campo de uma onda de rádio que se propaga sobre um terreno real, levemente irregular e não-homogêneo. George A. Hufford (1952) desenvolveu uma equação integral para tal situação, usando a segunda identidade da função de Green no espaço-livre. Berry (1967) conseguiu resolver a equação numericamente para ondas de rádio polarizadas verticalmente. Porém, caso a superfície a ser analisada possua impedância normalizada maior do que a unidade, as técnicas numéricas propostas por Berry são muito ineficientes e os erros de arredondamento acumulam-se tão rapidamente que os resultados não são úteis [Ott, 1971].

Em telecomunicações, é essencial compreender o meio de transmissão através do qual a energia irradiada pela antena transmissora atinge a antena receptora, pois, a propagação do sinal é influenciada por fenômenos como reflexão e difração, causadas por construções, árvores e rugosidades do terreno, que podem afetar o desempenho do sistema de comunicação. O canal rádio é um meio de transmissão que prediz a intensidade do sinal recebido no final do *link*, ou seja, ele determinará o desempenho dos sistemas de telecomunicações via ondas de rádio. Existem vários métodos para determinar a função atenuação sobre superfícies irregulares, e a maneira utilizada no presente trabalho tem como base o método das equações integrais.

1.2 Objetivos e métodos

Há muitos anos, os modelos de equações integrais são usados para caracterizar, eficientemente, a propagação das ondas de rádio sobre terrenos irregulares e não-homogêneos. Hufford (1952) mostrou que uma simples equação integral, obtida através do teorema de

Green, pode ser usada para resolver problemas de propagação nos casos de um plano e de terra esférica. Uma solução numérica desta equação foi implementada por Ott e Berry [Ott and Berry, 1970], cujos resultados numéricos não satisfizeram os autores. Por essa razão, eles partiram para outra dedução, baseada na equação parabólica. Os autores concluíram que a solução numérica em questão era mais eficiente do que a técnica de Hufford, porém, tornava-se numericamente instável para frequências maiores que 10 MHz. Mais tarde, contudo, Ott conseguiria resolver problemas para frequências de VHF [Gesny and Ravard, 1999].

A equação integral desenvolvida por Ott e sua respectiva solução numérica permitem determinar a intensidade de uma onda de rádio que se propaga sobre um terreno real, levemente irregular e não-homogêneo, cujo perfil do terreno varia continuamente no plano de propagação [Lipa and Barrick, 1989]. A abordagem utilizada, em seus estudos, foi formular o problema como uma equação integral de Volterra, cujo termo constante está relacionado à função atenuação de Sommerfeld sobre terra plana e que satisfaz a equação de onda parabólica [R. H. Ott and Hufford, 1979]. Esta equação é numericamente viável para as polarizações vertical e horizontal, e para as impedâncias de superfície normalizadas com aplicação na faixa de HF [Ott, 1971].

O propósito deste trabalho é reproduzir os resultados obtidos pela equação integral desenvolvida por Ott [Ott, 1971][Ott, 1992], utilizando o algoritmo WAGNER [Ott, 1971], desenvolvido pelo mesmo autor, com aplicação na faixa de HF. O algoritmo WAGNER tem como objetivo computar a equação integral, resolvida pelo mesmo autor, que está relacionada com a função que descreve o terreno a ser analisado, os pontos de observação onde a intensidade do campo ou o valor da atenuação são medidos, a frequência, a polarização, a altura da antena transmissora e as constantes que caracterizam o terreno. Além disso, os resultados obtidos foram comparados com curvas reproduzidas com base nas formulações presentes na recomendação ITU-R P.368-9 [Union, 2007] e no regulamento técnico para emissoras de radiodifusão sonora em ondas média e tropical [ANATEL, 1999], além do código numérico GRWAVE [Union, 2007] que gera as curvas de propagação. Em seu trabalho, Ott avaliou, numericamente, o emprego da equação integral por ele desenvolvido na solução de propagação de onda de rádio sobre um terreno com perfil gaussiano. No presente trabalho, como contribuição aos trabalhos existentes, realizou-se o cálculo numérico de atenuação do campo elétrico gerado por um dipolo vertical ao longo de cinco perfis reais de terrenos localizados na Dinamarca por meio do método de interpolação *spline* cúbica.

Os perfis são apresentados em termos de elevação *versus* distância. As colinas e os

vales são considerados uniformes na direção transversa à propagação. Além disso, os perfis devem também ser caracterizados pela condutividade e constante dielétrica que são funções da distância.

1.3 Organização da dissertação

No Capítulo 2 do presente trabalho, apresenta-se a equação integral desenvolvida por Hufford, o qual empregou a segunda identidade da função de Green no espaço-livre para deduzir a função atenuação das ondas de rádio que se propagam sobre terrenos irregulares. Neste mesmo capítulo, apresenta-se a equação integral proposta por Ott e Berry para o cálculo do campo sobre uma superfície levemente irregular e não-homogênea, usando a função de Green, a qual está relacionada com a função atenuação de Sommerfeld sobre terra plana com aplicação na faixa de HF. Em seguida, analisa-se o comportamento da função atenuação obtida por Ott e Berry sobre um perfil gaussiano utilizando o algoritmo WAGNER, desenvolvido pelos mesmos autores. Além disso, também se descreve o modelo teórico incluído na recomendação ITU-R P.368-9 e a comparação entre os resultados obtidos pela equação integral estudada e o modelo do ITU.

No capítulo 3, os resultados apresentados no capítulo anterior são utilizados para a análise da função atenuação sobre um perfil irregular. A análise numérica é estendida para situações em que as ondas de rádio se deparam com qualquer tipo de superfície. Para isso, utiliza-se o método numérico de interpolação *spline* cúbica com o objetivo de validar a eficiência do método matemático estudado. Analisou-se a equação integral em cinco perfis reais localizados na Dinamarca, sendo feitas comparações com o modelo do ITU.

Finalmente, as conclusões são apresentadas no Capítulo 4 e também propostas de trabalhos futuro.

Capítulo 2

Equação integral para a faixa de HF

2.1 Introdução

No presente trabalho se utiliza a equação integral desenvolvida por Ott e Berry, os autores empregaram uma função relacionada com a função atenuação de Hufford [Hufford, 1952], o qual empregou a segunda identidade da função de Green no espaço-livre e mostrou que sua solução produz resultados clássicos para a onda eletromagnética que se propaga sobre uma esfera lisa. A formulação de Hufford surgiu, primeiramente, como uma simplificação dos problemas de propagação das ondas de rádio sobre superfícies levemente irregulares e não-homogêneas. Nas frequências usadas atualmente, a transmissão de onda de rádio é influenciada, consideravelmente, por estas irregularidades. Por isso, é cada vez mais importante encontrar uma forma de estimar a intensidade dos campos.

Em [Ott and Berry, 1970] e [Ott and Berry, 1971], os autores apresentaram uma equação integral para o campo sobre uma superfície levemente irregular e não-homogênea, usando a função de Green, a qual está relacionada com a função atenuação de Sommerfeld sobre terra plana [Wait, 1964] com aplicação na faixa de HF. A fonte e o observador podem estar localizados em pontos arbitrários acima ou sobre o perfil do terreno, e a fonte pode ser polarizada verticalmente ou horizontalmente. O sinal no receptor é afetado pela curvatura da Terra, altura do perfil ao longo do caminho analisado e pela mudança da impedância do solo [Ott, 1971].

Vale ressaltar que a propagação descreve como os sinais de rádio irradiam a partir de uma fonte transmissora. É simples imaginar o efeito pelo qual as ondas de rádio viajam em uma linha reta. O verdadeiro caminho descrito por estas ondas, entretanto, é muito mais complexo. Um dos modos básicos de propagação é a onda terrestre que viaja ao longo da superfície da Terra e sofre influência direta das características eletromagnéticas e

do terreno. As ondas terrestres ainda podem ser subdivididas em dois tipos: ondas de superfície e espacial. A onda espacial retorna à terra em centenas ou milhares de quilômetros de distância e, por sua vez, é formada pelas ondas direta e refletida e apresentam grande importância para a comunicação em VHF, UHF e SHF. Geralmente, a onda espacial inclui também a energia recebida por refração em camadas elevadas da troposfera e por difração pela superfície terrestre. No presente trabalho, não são levadas em consideração as ondas direta e refletida associadas à onda espacial, sendo tratadas somente as ondas de superfície [Har, 1996], cujas características de propagação são intensamente influenciadas pela superfície da Terra. A comunicação com ondas de superfície é útil, por exemplo, nos sistemas de radiodifusão em frequências abaixo de 3 MHz. Nas baixas frequências, a onda eletromagnética não tende a se dispersar no espaço, ela concentra-se nas proximidades da superfície que a guiará até o receptor, por isso, a contribuição da onda espacial é muito pequena e o campo é dado essencialmente pela onda de superfície. A representação das ondas descritas acima pode ser vista na Figura 2.1.

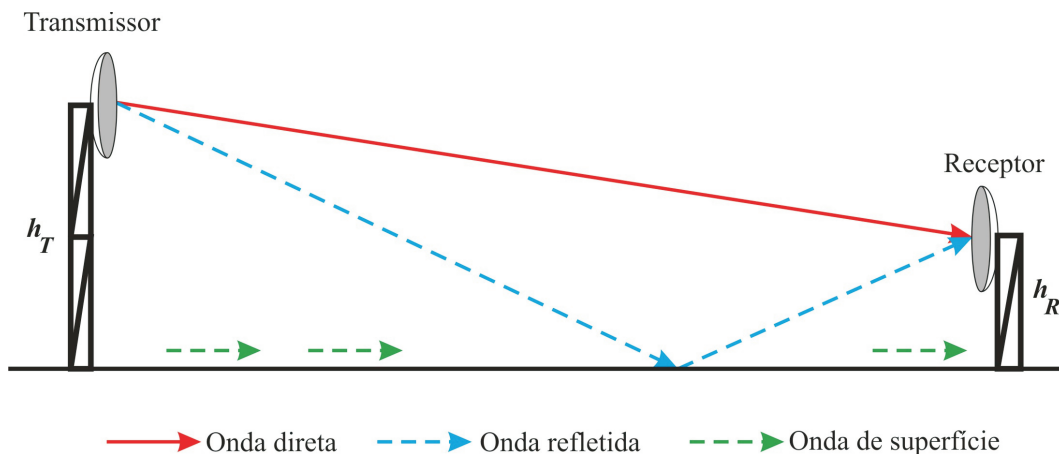


Figura 2.1: A propagação das ondas de rádio [Rego, 2003].

As ondas de superfície viajam ao longo da superfície da Terra, alcançando além do horizonte. A parte da energia das ondas de superfície é absorvida pela terra. O alcance efetivo destas ondas é, em grande parte, determinada pela frequência e condutividade da superfície sobre a qual as ondas viajam. Em geral, a absorção aumenta com a frequência. Os sinais de rádio que usam uma portadora que viaja como uma onda de superfície são dependentes da potência do transmissor, da sensibilidade do receptor, das características da antena, e do tipo do perfil percorrido. As ondas diretas viajam em linha reta, através da ligação entre o transmissor e o receptor, tornando-se mais fracas à medida que aumenta a distância entre a linha de visada. Elas podem ser refratadas pela atmosfera, que esten-

dem seu alcance um pouco além do horizonte. As antenas transmissora e receptora devem apresentar visada direta para que a comunicação ocorra, de forma que a altura da antena é um fator determinante. As ondas refletidas são parcelas da onda propagada que são refletidas pela superfície da Terra entre o transmissor e o receptor [Har, 1996]. O conhecimento do conceito de propagação das ondas de rádio é importante para o planejamento de um enlace de comunicação confiável, bem como para o entendimento do modo como as propriedades dos meios de transmissão influenciam no desempenho de um sistema de radiopropagação.

Em muitos problemas na área do eletromagnetismo, as soluções são obtidas através de equações diferenciais parciais de segunda ordem, que são deduzidas a partir das equações de Maxwell e das condições de contorno apropriadas [Balanis, 1989]. A técnica adotada no presente trabalho para resolver tais problemas é mais conhecida como função de Green G , pois através deste método pode-se obter uma solução na forma de uma integral. A função de Green é solução da equação diferencial não-homogênea cujo termo de não homogeneidade é a distribuição de uma fonte unitária ou impulso.

2.2 A equação integral

Um método para o cômputo da função atenuação para ondas de superfícies sobre terrenos levemente irregulares e não-homogêneos foi desenvolvido por [Ott and Berry, 1970] e [Ott and Berry, 1971]. A formulação desse método também foi baseada na equação integral de Volterra [Wagner, 1953], da qual o termo constante está relacionado com a função integral de Sommerfeld sobre terra plana. O programa computacional utilizado no presente trabalho é baseado no algoritmo WAGNER [Ott, 1971], cujo principal objetivo é estimar a função atenuação na faixa HF, o qual se torna numericamente instável para frequências maiores que 10 MHz.

De acordo com o método proposto por [Hufford, 1952], a geometria de um terreno qualquer pode ser representada por uma superfície irregular S mostrada na Figura 2.2, que se estende ao longo de um plano horizontal infinito e é composta por "enormes" corrugações. Entende-se, por enormes corrugações, ondulações em que o raio de curvatura em qualquer ponto é muito maior do que o comprimento de onda, do mesmo modo, os métodos assintóticos são representados por parâmetros ou muito grandes ou muito pequenos, tal que alguns termos ao longo da formulação podem ser desprezados. Considera-se que S limita uma superfície semi-esférica Σ , onde O é o ponto onde se localiza a fonte ou a antena transmissora, P é o ponto de observação ou onde se encontra a antena receptora e Q é o

ponto de integração sobre S . Sobre a superfície S , existe um campo $\varphi(x, y, z)e^{-j\omega t}$ que varia harmonicamente no tempo com a frequência angular ω e satisfaz a equação de onda:

$$\nabla^2\varphi + k^2\varphi = -2\pi\tau, \quad (2.1)$$

onde k é a constante de propagação, os segmentos r' s representam as distâncias entre os pontos O , P e Q ; e τ representa a distribuição da fonte.

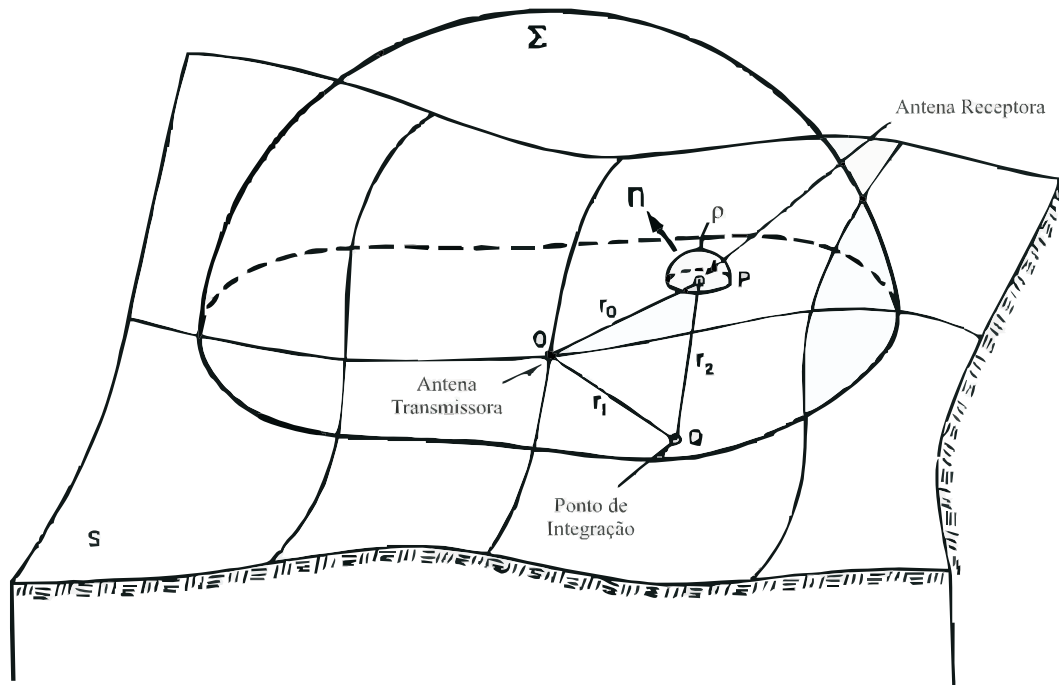


Figura 2.2: Representação da geometria do terreno, das antenas transmissora e receptora, e do ponto de integração. [Ott and Berry, 1970].

A solução φ da equação de onda bi-dimensional no sistema de coordenadas cartesianas (2.1) tem a forma:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + k^2\varphi = -2\pi\tau(x, y) \quad , \quad y > y(x). \quad (2.2)$$

Na superfície S , o campo satisfaz a condição de contorno sobre a superfície do terreno, que leva em consideração o seu perfil gaussiano e as suas características elétricas, a frequência

de operação e, finalmente, o campo radiado pelas fontes externas, no caso, a antena transmissora [Ott, 1971]:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = \frac{jk\Delta\varphi}{\sqrt{1+(y')^2}}, \quad y = y(x), \quad (2.3)$$

onde $y' = dy/dx$ e φ representa a componente vertical do campo elétrico \mathbf{E} com polarização vertical ou a componente vertical do campo magnético \mathbf{H} com polarização horizontal. O termo Δ corresponde à impedância normalizada do solo:

$$\Delta = \frac{\sqrt{\epsilon - 1}}{\epsilon}, \quad \text{polarização vertical}, \quad (2.4)$$

$$\Delta = \sqrt{\epsilon - 1}, \quad \text{polarização horizontal}, \quad (2.5)$$

com

$$\epsilon = \epsilon_r - \frac{j\sigma}{\omega\epsilon_0}, \quad (2.6)$$

onde ϵ é a permissividade complexa, ϵ_r é a constante dielétrica, σ é a condutividade, ω é a frequência angular e, finalmente, ϵ_0 é a constante de permissividade do ar ($8.854 \times 10^{-12} F/m$).

Seja:

$$\varphi = e^{-jkx}\psi(x, y), \quad (2.7)$$

e (2.2) torna-se:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - 2jk \frac{\partial \psi}{\partial x} = -2\pi\tau(x, y)e^{jkx}. \quad (2.8)$$

Assumindo que a variação rápida de x ocorre em e^{-jkx} :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \cong 0, \quad (2.9)$$

ou que a variação $\partial^2 \psi / \partial x^2$ é muito pequena se comparada com os termos restantes, encontra-se:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - 2jk \frac{\partial \psi}{\partial x} = -2\pi\tau(x, y)e^{jkx}. \quad (2.10)$$

Em [Ott, 1971], o autor expressou (2.10) através de uma função elementar:

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{2jk}{\pi}} G(x, y; \xi, \eta) = & \frac{\exp[-jk(\eta - y)^2/2(\xi - x)]}{\sqrt{\xi - x}} + \frac{jk\Delta e^{-jk\Delta\eta}}{\sqrt{\xi - x}} \\ & \cdot \int_{\eta}^{\infty} \exp[-jk(t - y)^2/2(\xi - x)] e^{jk\Delta t} dt, \\ & x < \xi, \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\sqrt{\frac{2jk}{\pi}} G(x, y; \xi, \eta) = \frac{\exp[-jk(\eta - y)^2/2(\xi - x)]}{\sqrt{\xi - x}} W(x, \xi), \quad x < \xi, \quad (2.12)$$

$$\sqrt{\frac{2jk}{\pi}} G(x, y; \xi, \eta) = 0, \quad x > \xi, \quad (2.13)$$

onde (ξ, η) é o ponto de integração e (x, y) é o ponto de observação, como pode ser visto na Figura 2.3. A função elementar pode ser reescrita como o produto de uma onda em coordenada cartesiana e uma função atenuação (2.12). Para $x > \xi$, os efeitos do retro-espalhamento são desprezados (2.13), ou seja, as ondas refletidas que voltam para a direção de onde foram transmitidas não são levadas em consideração na formulação, pois, o coeficiente de reflexão é tão pequeno para este tipo de solo que os múltiplos raios refletidos são fracos.

A função de Green $G(x, y; \xi, \eta)$ satisfaz a equação diferencial parcial:

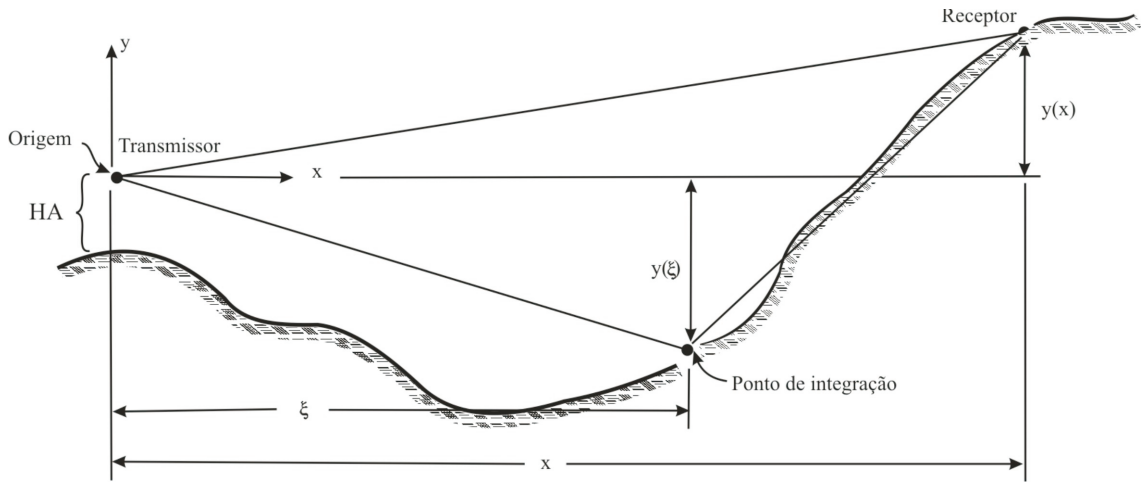


Figura 2.3: Representação da geometria para a equação integral. [Ott, 1971].

$$\frac{\partial^2 G}{\partial y^2} + 2jk \frac{\partial G}{\partial x} = -2\pi\tau(x - \xi, y - \eta). \quad (2.14)$$

A constante do lado esquerdo das equações (2.11), (2.12) e (2.13) é obtida através da integração de ambos os lados da equação (2.14) sobre a região $R = \{x, y : -\infty < x \leq \infty, y(x) < y < \infty\}$. Multiplicando a equação (2.10) por G e (2.14) por ψ , subtraindo os resultados e, logo após, integrando sobre a região R tem-se:

$$\begin{aligned} \iint_R \left(G \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \psi \frac{\partial^2 G}{\partial y^2} \right) dx dy - 2jk \iint_R \left(G \frac{\partial \psi}{\partial x} + \psi \frac{\partial G}{\partial x} \right) dx dy = \\ = -2\pi \iint_{\Sigma} e^{jkx} \tau G dx dy + \pi \psi(P), \end{aligned} \quad (2.15)$$

onde P é o ponto de observação sobre $y(x)$ que representa a função do perfil do terreno irregular, Σ é a região ao redor da fonte e a função $\psi(P)$ é o campo que seria obtido em P se houvesse visada direta. De acordo com o teorema da divergência, tem-se:

$$\int_R \frac{\partial}{\partial y} \left(G \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) da = \int_C G \frac{\partial \psi}{\partial y} e_n \cdot e_y dc, \quad (2.16)$$

e

$$\int_R \frac{\partial}{\partial y} \left(\psi \frac{\partial G}{\partial y} \right) da = \int_C \psi \frac{\partial G}{\partial y} e_n \cdot e_y dc. \quad (2.17)$$

Subtraindo (2.17) de (2.16), encontra-se a segunda identidade de Green:

$$\iint_R \left(G \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \psi \frac{\partial^2 G}{\partial y^2} \right) dx dy = \int_C \left(G \frac{\partial \psi}{\partial y} - \psi \frac{\partial G}{\partial y} \right) e_n \cdot e_y dc, \quad (2.18)$$

onde e_n é a normal à superfície, C é o contorno da região R . A superfície C consiste de três partes Σ , superfície semi-esférica grande ($\Sigma \rightarrow \infty$), ρ , superfície semi-esférica pequena ($\rho \rightarrow 0$), e S , superfície irregular.

$$e_n = -\frac{-y'e_x + e_y}{\sqrt{1 + (y')^2}}, \quad (2.19)$$

e para $y = y(x)$:

$$dc = \sqrt{1 + (y')^2} dx. \quad (2.20)$$

Usando a identidade vetorial (2.21) para o segundo termo da equação (2.15), obtém-se:

$$G\nabla\psi + \psi\nabla G = \nabla(G\psi), \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} 2jk \iint_R \left(G \frac{\partial \psi}{\partial x} + \psi \frac{\partial G}{\partial x} \right) dx dy &= 2jk \iint_R \frac{\partial(G\psi)}{\partial x} dx dy, \\ &= 2jk \int_C (G\psi) e_n \cdot e_x dc. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Partindo da equação (2.3) e desprezando o termo $\partial\psi/\partial x$, tem-se:

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = jk\Delta\psi - jky'\psi. \quad (2.23)$$

Substituindo (2.18), (2.22) e (2.23) em (2.15), e assumindo $\psi = 0$ para $x \leq 0$ e que todas as fontes estão na região $x > 0$, encontra-se:

$$\begin{aligned} - \int_0^\xi \left(jk\Delta\psi G - jky'\psi G - \psi \frac{\partial G}{\partial y} \right) dx - 2jk \int_0^\xi (G\psi y') dx + \\ + 2\pi \iint_\Sigma e^{jkx} \tau G dx dy = \pi\psi(P), \end{aligned} \quad (2.24)$$

ou

$$\int_0^\xi \left(-jk\Delta\psi G - jky'\psi G + \psi \frac{\partial G}{\partial y} \right) dx + 2\pi \iint_\Sigma e^{jkx} \tau G dx dy = \pi\psi(P). \quad (2.25)$$

Em [Ott and Berry, 1970], demonstra-se que (2.11) satisfaz as equações (2.14) e (2.26):

$$\sqrt{\frac{2jk}{\pi}} \frac{\partial G}{\partial y} = jk\Delta \sqrt{\frac{2jk}{\pi}} G + \frac{jk e^{-jk(\eta-y)^2/2(\xi-x)}}{\sqrt{\xi-x}} \left[\frac{\eta-y}{\xi-x} \right], \quad (2.26)$$

onde o primeiro termo do lado direito da equação (2.26) é dado por [Feinberg, 1944]. O segundo termo está relacionado com o perfil do terreno. Este termo desaparece quando a análise é feita sobre terra plana, neste caso $\eta - y = 0$, e a atenuação é dada pela função clássica de Sommerfeld.

Substituindo (2.26) em (2.25):

$$\begin{aligned} -jk \int_0^\xi \left\{ y'\psi G - \psi \frac{e^{-jk(\eta-y)^2/2(\xi-x)}}{\sqrt{\xi-x}} \left[\frac{\eta-y}{\xi-x} \right] \right\} dx + \\ + 2\pi \iint_\Sigma e^{jkx} \tau G dx dy = \pi\psi(P). \end{aligned} \quad (2.27)$$

Definindo $\widehat{G} = G e^{-jk(\xi-x)}$ e reintroduzindo φ no lugar de ψ , resulta:

$$\begin{aligned} \frac{-jk}{2\pi} \int_0^\xi \left\{ y' \varphi \widehat{G} - \varphi \frac{e^{-jk\{(\xi-x)+[(\eta-y)^2/2(\xi-x)]\}}}{\sqrt{\xi-x}} \left[\frac{\eta-y}{\xi-x} \right] \right\} dx + \\ + \iint_{\Sigma} \tau \widehat{G} dx dy = \frac{1}{2} \varphi(P) e^{-jk\xi}. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Observa-se que (2.28) é uma equação integral que define, unicamente, a função desconhecida $\psi(P)$ em todos os pontos da superfície Σ . Para o cálculo de $\psi(P)$ é necessário utilizar algumas aproximações. Primeiramente, assume-se que a distribuição da fonte está localizada no centro de fase da antena que está no ponto O sobre S . Então, pode-se escrever:

$$\tau(P) = g(P) \left\{ \frac{\exp \left[-jk \left(x + \frac{y^2}{2x} \right) \right]}{\sqrt{x}} \right\} \delta(x, y), \quad (2.29)$$

onde $(x + y^2/2x)$ representa os dois primeiros termos da expansão binomial para a distância entre o ponto da fonte O (antena transmissora) e o ponto de observação P . A função $g(P)$ é o ganho da antena sobre um radiador isotrópico localizado em O , ou seja, representa o campo que seria recebido pela antena receptora sobre terra plana. Em seguida, [Ott and Berry, 1971] define a função atenuação $f(P)$ como:

$$\varphi(P) = 2f(P) \frac{\exp \left[-jk \left(x + \frac{y^2}{2x} \right) \right]}{\sqrt{x}}. \quad (2.30)$$

Substituindo (2.29) e (2.30) em (2.28), encontra-se a representação aproximada para a função atenuação $f(x)$, para $(\xi, \eta) \rightarrow (x, y)$:

$$\begin{aligned} f(x) = g(x, y) W(x, 0) - \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \int_0^x f(\xi) \exp[-jk\omega(x, \xi)] \cdot \\ \cdot \left\{ y'(\xi) W(x, \xi) - \frac{y-\eta}{x-\xi} \right\} \sqrt{\frac{x}{\xi(x-\xi)}} d\xi, \end{aligned} \quad (2.31)$$

onde

$$\omega(x, \xi) = \frac{(y - \eta)^2}{2(x - \xi)} + \frac{\eta^2}{2\xi} - \frac{y^2}{2x}, \quad (2.32)$$

$$y = y(x), \quad (2.33)$$

$$\eta = y(\xi), \quad (2.34)$$

$$W(x, \xi) = 1 - j\sqrt{\pi p} w(-\sqrt{u}), \quad (2.35)$$

$$p = \frac{-jk\Delta^2(x - \xi)}{2}, \quad (2.36)$$

$$u = p \left\{ 1 - \frac{y - \eta}{\Delta(x - \xi)} \right\}^2, \quad \xi < x \quad (2.37)$$

$$w(-\sqrt{u}) = e^{-u} \operatorname{erfc}(j\sqrt{u}) = \frac{1}{j\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-t^2} dt}{\sqrt{u} + t}, \quad (2.38)$$

onde x , ξ , $y(x)$ e $y(\xi)$ são definidos na Figura 2.3; $f(x)$ é a intensidade do campo, $W(x, 0)$ é a função atenuação de Sommerfeld para terra plana, o fator $(y - \eta/x - \xi)$ está relacionado com o terreno a ser analisado, p é a distância numérica de Sommerfeld e $W(x, \xi)$ é a aproximação da função de Norton [Lipa and Barrick, 1989] que avalia o campo sobre a terra plana.

O ponto crucial está no fator $\exp[-jk\omega(x, \xi)]$, pois, o integrando da equação (2.31) oscila rapidamente de um ponto a outro sobre a superfície S . Este fato implica o uso do princípio da fase estacionária, isto é, pode-se aproximar a integral por um somatório somente das contribuições que estão próximas dos pontos onde a fase do integrando é estacionária [Hufford, 1952]. Estes pontos, em geral, formam um conjunto discreto que são exatamente os pontos de reflexão utilizados na óptica geométrica (GO). Entretanto, esta técnica não é usada para o problema em questão, onde os raios geométricos apresentam incidência rasante, e para casos onde as regiões de difração devem ser levadas em

consideração. Além disso, a GO não é uma aproximação suficientemente precisa. Deve-se salientar também que a fase entre os pontos O e P não é necessariamente estacionária, mas varia lentamente. Assim, para melhorar a solução da GO, a equação integral (2.31) não é reduzida a um somatório de contribuições discretas, mas a uma integral de linha do ponto O ao P .

A solução numérica da equação (2.31) é uma representação da função atenuação normalizada com o dobro do campo no espaço-livre. A equação é considerada como uma representação, devido as hipóteses ocorridas ao longo da formulação e pelas características bi-dimensionais inerentes. Além disso, os efeitos do retro-espalhamento da energia foram desprezados para $G = 0$ e $x > \xi$. Para incluir estes efeitos, a faixa de integração deveria abranger todo o terreno. Ressalta-se também que o espalhamento lateral foi desprezado ao longo da formulação, no qual a direção da onda se desvia do percurso da transmissão. Por isso, é necessário levar-se em consideração terrenos eletricamente suaves e invariantes na direção perpendicular à direção de propagação. No caso de suaves declives e da proximidade da antena transmissora com o solo, os efeitos do retro-espalhamento e do espalhamento lateral são considerados como efeitos de segunda ordem.

2.3 Análise numérica

As equações integrais são definidas através de uma superfície qualquer e seus limites de integração abrangem todo o terreno. Entretanto, a resolução numérica não pode ser feita em um domínio muito grande, pois torna-se numericamente instável, além do custo computacional alto. Por isso, é vantajoso empregar o teorema da fase estacionária no caso em questão para se obter uma equação integral unidimensional. O domínio de integração é, então, reduzido ao perfil que está entre os pontos da fonte e do observador. O resultado final (2.31) é uma equação integral que possui a forma da equação integral de Volterra de segunda espécie [Gesny and Ravard, 1999]:

$$f(x) = g(x) - c \int_0^x f(s)K(x, s) ds, \quad (2.39)$$

onde $f(x)$ é a função atenuação desconhecida cujo valor é determinado no intervalo $0 \leq s \leq x$, $K(x, s)$ é o kernel da equação integral e apresenta singularidades ($K(x, s) \rightarrow \infty$) quando $s = 0$ e $s = x$; e $g(x)$ é uma função conhecida. O problema, então, é determinar

o kernel e resolver a equação integral. Se $g(x)$ é limitada e contínua, e se:

$$\int_0^x |K(x, s)| ds \leq L < \infty, \quad (2.40)$$

então, a solução será única e contínua [Wagner, 1953]. A equação integral pode ser resolvida através de um cálculo gradual que divide o intervalo x em subintervalos de largura arbitrária. Nesse caso, a integral da equação (2.39) pode ser aproximada por um somatório [Ott, 1971]:

$$f(x_n) = W(x_n) - \sqrt{\frac{jk}{2\pi}} \left[\int_0^{x_1} f(s)K(x_n, s) ds + \int_{x_1}^{x_2} f(s)K(x_n, s) ds + \dots + \int_{x_{n-1}}^{x_n} f(s)K(x_n, s) ds \right]. \quad (2.41)$$

A função desconhecida $f(s)$ é ajustada utilizando-se um polinômio de segundo grau da forma:

$$f(s) = a_0 + a_1s + a_2s^2 \quad , \quad x_{n-1} \leq s \leq x_n. \quad (2.42)$$

A função quadrática (2.42) fornece um resultado mais preciso do que aquele que seria obtido com o auxílio de uma aproximação linear, ou seja, quanto maior for o grau do polinômio, a solução será ainda mais precisa; porém, a álgebra torna-se muito complexa. A solução da equação integral exige procedimentos especiais. No artigo [Ott and Berry, 1971], a interpolação polinomial é apresentada da seguinte forma:

$$f(s) = \alpha_0 + \alpha_1s^{\frac{1}{2}} + \alpha_2s + \alpha_3s^{\frac{3}{2}} \quad , \quad 0 \leq s \leq x_3. \quad (2.43)$$

Para o uso satisfatório da equação (2.43), deve-se assumir, próximo da antena transmissora, uma superfície plana. Se a superfície é plana, a distância numérica é, então,

representada por uma série de potência de ordem 1/2. Fazendo com que o polinômio em (2.43) passe por quatro pontos consecutivos, têm-se as seguintes equações:

$$\alpha_0 = 1, \quad (2.44)$$

$$\alpha_1 = R_1f(x_1) + R_2f(x_2) + R_3f(x_3) + R_4, \quad (2.45)$$

$$\alpha_2 = R_5f(x_5) + R_6f(x_6) + R_7f(x_7) + R_8, \quad (2.46)$$

$$\alpha_3 = R_9f(x_9) + R_{10}f(x_{10}) + R_{11}f(x_{11}) + R_{12}. \quad (2.47)$$

Para encontrar as constantes da equação (2.42), é necessário que o polinômio passe pelos pontos x_{i-2} , x_{i-1} e x_i :

$$a_0 = R_{13}f(x_i) + R_{14}f(x_{i-1}) + R_{15}f(x_{i-2}), \quad (2.48)$$

$$a_1 = R_{16}f(x_i) + R_{17}f(x_{i-1}) + R_{18}f(x_{i-2}), \quad (2.49)$$

$$a_2 = R_{19}f(x_i) + R_{20}f(x_{i-1}) + R_{21}f(x_{i-2}), \quad (2.50)$$

onde,

$$D = (x_1 x_2 x_3)^{1/2} \left[x_1 (x_3^{1/2} - x_2^{1/2}) + x_2 (x_1^{1/2} - x_3^{1/2}) + x_3 (x_2^{1/2} - x_1^{1/2}) \right], \quad (2.51)$$

$$R_1 = x_2 x_3 (x_3^{1/2} - x_2^{1/2}) / D, \quad (2.52)$$

$$R_2 = x_1 x_3 (x_1^{1/2} - x_3^{1/2}) / D, \quad (2.53)$$

$$R_3 = x_1 x_2 (x_2^{1/2} - x_1^{1/2}) / D, \quad (2.54)$$

$$R_4 = \left[x_1 (x_3^{3/2} - x_2^{3/2}) + x_2 (x_1^{3/2} - x_3^{3/2}) + x_3 (x_2^{3/2} - x_1^{3/2}) \right] / D, \quad (2.55)$$

$$R_5 = (x_2 x_3)^{1/2} (x_2 - x_3) / D, \quad (2.56)$$

$$R_6 = (x_1 x_3)^{1/2} (x_3 - x_1) / D, \quad (2.57)$$

$$R_7 = (x_1 x_2)^{1/2} (x_1 - x_2) / D, \quad (2.58)$$

$$R_8 = \left[x_1^{1/2} (x_2^{3/2} - x_3^{3/2}) + x_2^{1/2} (x_3^{3/2} - x_1^{3/2}) + x_3^{1/2} (x_1^{3/2} - x_2^{3/2}) \right] / D, \quad (2.59)$$

$$R_9 = (x_2 x_3)^{1/2} (x_3^{1/2} - x_2^{1/2}) / D, \quad (2.60)$$

$$R_{10} = (x_1 x_3)^{1/2} (x_1^{1/2} - x_3^{1/2}) / D, \quad (2.61)$$

$$R_{11} = (x_1 x_2)^{1/2} (x_2^{1/2} - x_1^{1/2}) / D, \quad (2.62)$$

$$R_{12} = \left[x_1^{1/2} (x_3 - x_2) + x_2^{1/2} (x_1 - x_3) + x_3^{1/2} (x_2 - x_1) \right] / D, \quad (2.63)$$

$$D_i = (x_{i-2} - x_{i-1}) \left[x_i^2 - x_i(x_{i-2} + x_{i-1}) + x_{i-2}x_{i-1} \right], \quad (2.64)$$

$$R_{13} = x_{i-1}x_{i-2} (x_{i-2} - x_{i-1}) / D_i, \quad (2.65)$$

$$R_{14} = x_i x_{i-2} (x_i - x_{i-2}) / D_i, \quad (2.66)$$

$$R_{15} = x_i x_{i-1} (x_{i-1} - x_i) / D_i, \quad (2.67)$$

$$R_{16} = (x_{i-1}^2 - x_{i-2}^2) / D_i, \quad (2.68)$$

$$R_{17} = (x_{i-2}^2 - x_i^2) / D_i, \quad (2.69)$$

$$R_{18} = (x_i^2 - x_{i-1}^2) / D_i, \quad (2.70)$$

$$R_{19} = (x_{i-2} - x_{i-1}) / D_i, \quad (2.71)$$

$$R_{20} = (x_i - x_{i-2}) / D_i, \quad (2.72)$$

$$R_{21} = (x_{i-1} - x_i) / D_i. \quad (2.73)$$

As integrais da equação (2.41) apresentam a seguinte forma genérica:

$$P_l(x_i, x_j, x_k) = \int_{x_k}^{x_j} s^{l/2} K(x_i, s) ds, \quad (2.74)$$

com

$$0 \leq k \leq j - 1, \quad (2.75)$$

$$1 \leq j \leq i, \quad (2.76)$$

$$2 \leq i \leq n, \quad (2.77)$$

$$l = 0, 1, 2, 3, 4. \quad (2.78)$$

Estas integrais são avaliadas numericamente através da integração de quadratura gaussiana com cinco pontos [Ott, 1971], sendo necessários cuidados com a variação da exponencial no integrando em qualquer um dos parâmetros de integração.

Substituindo as equações (2.42) a (2.78) em (2.41), tem-se a seguinte expressão para a função atenuação $f(x)$ no ponto i :

$$\begin{aligned}
& f(i) \left\{ 1 + (j/\lambda)^{1/2} \left[R_{13}(i)p_0(i, i, i-1) + R_{16}(i)p_2(i, i, i-1) + R_{19}(i)p_4(i, i, i-1) \right] \right\} \\
& = W(i) - (j/\lambda)^{1/2} \left\{ \sum_{j=1}^3 p_0(i, j, j-1) + R_4 \sum_{j=1}^3 p_1(i, j, j-1) + R_8 \sum_{j=1}^3 p_2(i, j, j-1) \right. \\
& \quad + R_{12} \sum_{j=1}^3 p_3(i, j, j-1) + f(1) \left[R_1 \sum_{j=1}^3 p_1(i, j, j-1) + R_5 \sum_{j=1}^3 p_2(i, j, j-1) \right. \\
& \quad \left. \left. + R_9 \sum_{j=1}^3 p_3(i, j, j-1) \right] + f(2) \left[R_2 \sum_{j=1}^3 p_1(i, j, j-1) + R_6 \sum_{j=1}^3 p_2(i, j, j-1) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + R_{10} \sum_{j=1}^3 p_3(i, j, j-1) R_{15}(4)p_0(i, 4, 3) + R_{18}(4)p_2(i, 4, 3) + R_{21}(4)p_4(i, 4, 3) \right] \right. \\
& \quad \left. + f(3) \left[R_3 \sum_{j=1}^3 p_1(i, j, j-1) + R_7 \sum_{j=1}^3 p_2(i, j, j-1) + R_{11} \sum_{j=1}^3 p_3(i, j, j-1) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + R_{14}(4)p_0(i, 4, 3) + R_{17}(4)p_2(i, 4, 3) + R_{20}(4)p_4(i, 4, 3) + R_{15}(5)p_0(i, 5, 4) + R_{18}(5)p_2(i, 5, 4) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + R_{21}(5)p_4(i, 5, 4) \right] + \sum_{m=4}^{i-2} f(m) \left[R_{13}(m)p_0(i, m, m-1) + R_{14}(m+1)p_0(i, m+1, m) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + R_{15}(m+2)p_0(i, m+2, m+1) + R_{16}(m)p_2(i, m, m-1) + R_{17}(m+1)p_2(i, m+1, m) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + R_{18}(m+2)p_2(i, m+2, m+1) + R_{19}(m)p_4(i, m, m-1) + R_{20}(m+1)p_4(i, m+1, m) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + R_{21}(m+2)p_4(i, m+2, m+1) \right] + f(i-1) \left[R_{13}(i-1)p_0(i, i-1, i-2) + R_{14}(i)p_0(i, i, i-1) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + R_{16}(i-1)p_2(i, i-1, i-2) + R_{17}(i)p_2(i, i, i-1) + R_{19}(i-1)p_4(i, i-1, i-2) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + R_{20}(i)p_4(i, i, i-1) \right] \right\}. \quad (2.79)
\end{aligned}$$

2.4 Estudo de caso

Nesta seção, o método numérico descrito na seção anterior é aplicado na equação (2.31), sendo analisado o comportamento da função atenuação sobre um perfil gaussiano $y(x)$ bi-dimensional:

$$y(x) = H \cdot \exp \left[-9 \left(\frac{x - B}{d} \right)^2 \right] - HA, \quad (2.80)$$

onde $y(x)$ é a altura do terreno sobre a fonte, HA é a altura da fonte, H é o ponto mais elevado do terreno em $x = B = 5000$ m, e seu valor é $H = 1000$ m. A largura da crista $d = 3000$ m é medida em $y(x) \cong H/10$. Esta forma foi usada em [Berry, 1967], porque pode-se conseguir perfis de variados tamanhos e formas através da variação de H , B e d . Estes parâmetros podem ser visualizados na Figura 2.4.

O programa computacional WAGNER [Ott, 1971] foi utilizado para analisar a intensidade do campo eletromagnético sobre o perfil em questão. Para que a análise seja feita em diversos tipos de terrenos, é necessário possuir a função analítica que descreve o perfil do terreno, porque a equação envolve a derivada primeira da função do terreno. A versão utilizada do algoritmo usa uma sequência de exponenciais gaussianas que lê um conjunto de pontos que representam um terreno real. Para o estudo de caso foi considerado que um sinal polarizado verticalmente se propaga sobre um terreno gaussiano, a partir de uma antena dipolo curto (hertziano) sobre a superfície $(0, 0)$ até o ponto de observação $(x, y(x))$, com frequências que variam de 1 MHz a 30 MHz. A altura do terreno no plano de propagação $x - y$ é $y(x)$, e a direção principal de propagação é ao longo do eixo x . Os valores relativos da condutividade e constante dielétrica são, respectivamente, $\sigma = 0.01$ mho/m e $\epsilon_r = 10$. A magnitude da função atenuação $|f(x)|$ é normalizada com o dobro do campo no espaço-livre, $2 \cdot \exp(-jkr_0)/r_0$, onde r_0 é a distância da fonte ao ponto de observação. Então, a função atenuação $f(x)$ a uma distância x do transmissor é definida pela equação (2.31).

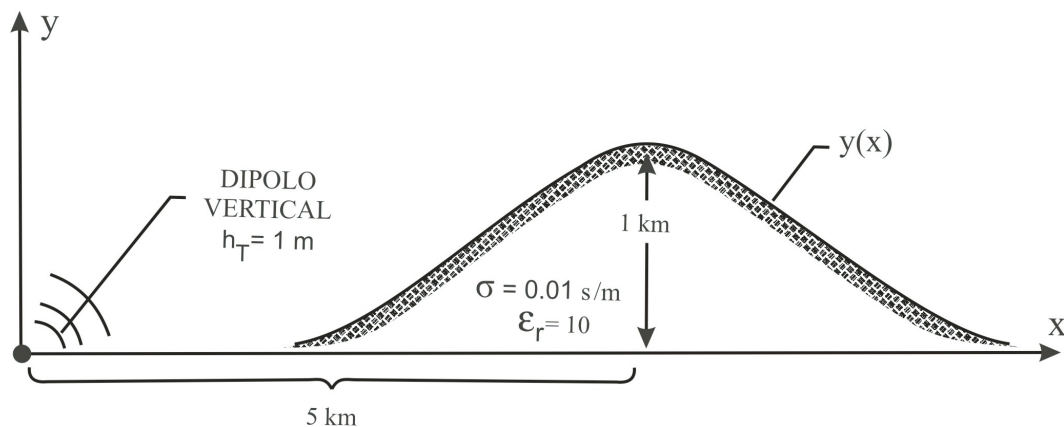


Figura 2.4: Representação do perfil gaussiano. [Ott, 1992].

As mudanças da magnitude da função atenuação *versus* a distância computadas numericamente usando a equação integral (2.31) podem ser observadas nas Figuras 2.5 - 2.15 para os casos em que a frequência varia de 1 a 30 MHz. Nas Figuras 2.6 - 2.8, varia-se o passo de integração (Δx) para cada frequência. Nas Figuras 2.9 - 2.15, Δx varia para a frequência fixa de 30 MHz.

Pode-se observar no resultado obtido na Figura 2.6 que a função atenuação decai igualmente como a função integral de Sommerfeld sobre terra plana para os primeiros $2\frac{1}{2}$ km, o que ocorre pelo fato do perfil gaussiano ser praticamente plano ao longo deste percurso. Então, à medida que o ponto de observação se desloca até a crista da colina, a função atenuação aumenta devido à concentração dos raios direto e de superfície sobre o lado iluminado da crista. A função atenuação alcança seu valor máximo próximo ao ponto sobre o terreno onde há um ponto de inflexão, como pode ser observado na Figura 2.5. Sobre o topo da colina a função atenuação decresce, pois a altitude do perfil é superior a um comprimento de onda e, apesar, da visada direta entre as antenas transmissora e receptora, a contribuição da frente de onda oriunda da propagação espacial deixa de existir. Assim, a partir de 5 km, tem-se uma recepção realmente obstruída ocasionando a diminuição acentuada do fator de atenuação [Lima, 2008]. Como o raio direto não está mais presente, a função atenuação parcial recupera novamente sua intensidade devido à interferência construtiva de um raio difratado direto e de um raio difratado que viaja ao longo da superfície antes de alcançar o observador. Pode-se observar também uma oscilação no intervalo de 6 a 9 km. Entretanto, esta oscilação é pequena e exagerada neste exemplo em particular, por causa dos grandes declives encontrados no perfil do terreno. Este erro é resultado da aproximação em (2.9). Para a maioria dos terrenos, (2.9) é uma boa aproximação e para o exemplo em questão concede resultados bem precisos.

Quando a frequência é superior a 1 MHz, as oscilações aparecem, principalmente, próximas ao ponto mais alto do perfil gaussiano, isso pode ser visto nas Figuras 2.7 - 2.15. Para [Ott, 1971], uma possível explicação para estas oscilações é a instabilidade numérica. No entanto, esta explicação foi descartada quando subdivisões mais finas do intervalo de integração não conseguiram eliminar as oscilações.

O limite da capacidade superior do programa computacional depende da frequência e do terreno a ser analisado, isto é, frequências mais altas podem ser tratadas, mas o terreno deve apresentar curvas suaves. Por outro lado, variações bruscas no terreno podem ser tratadas desde que a frequência seja menor.

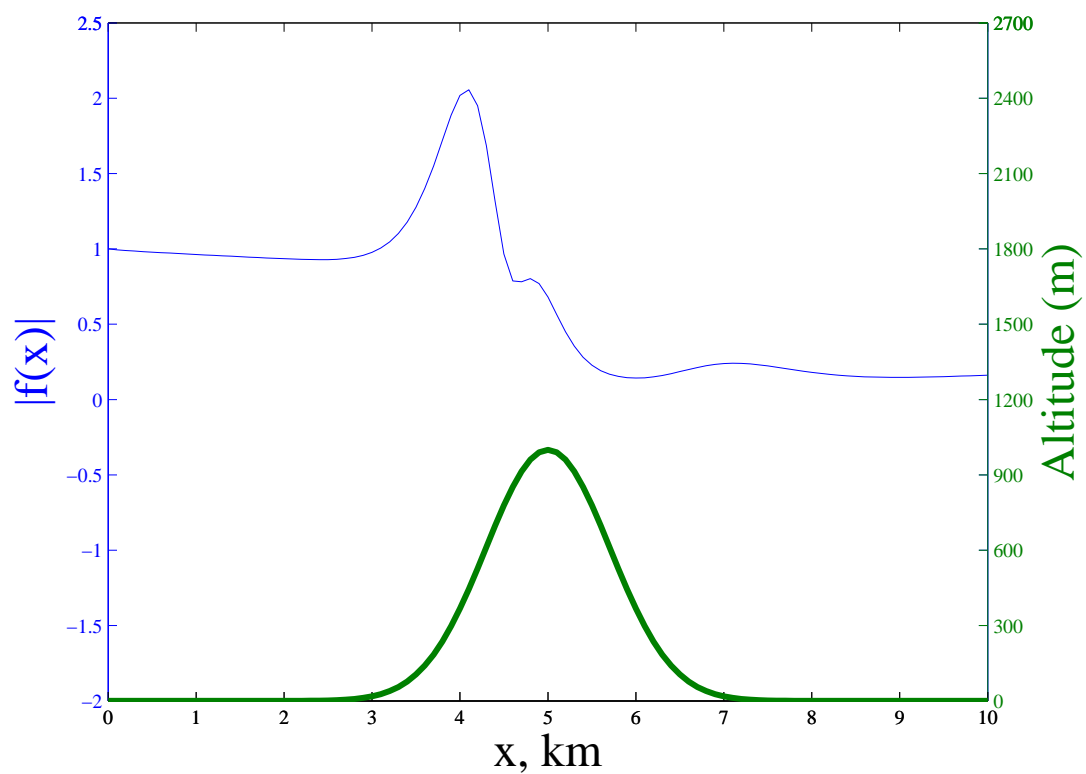


Figura 2.5: Magnitude da função atenuação normalizada relacionada com o perfil gaussiano. Frequência=1 MHz e $\Delta x = 0.1$ km.

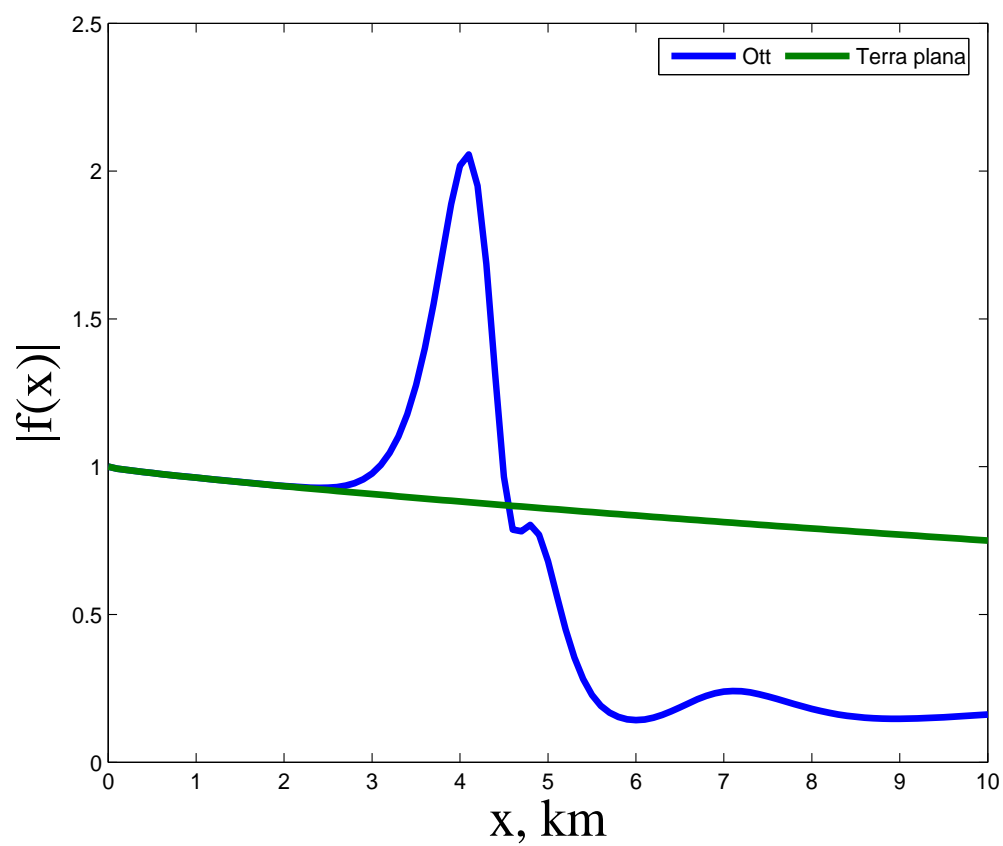


Figura 2.6: Magnitude da função atenuação normalizada *versus* distância horizontal em km. Frequência=1 MHz e $\Delta x = 0.1$ km.

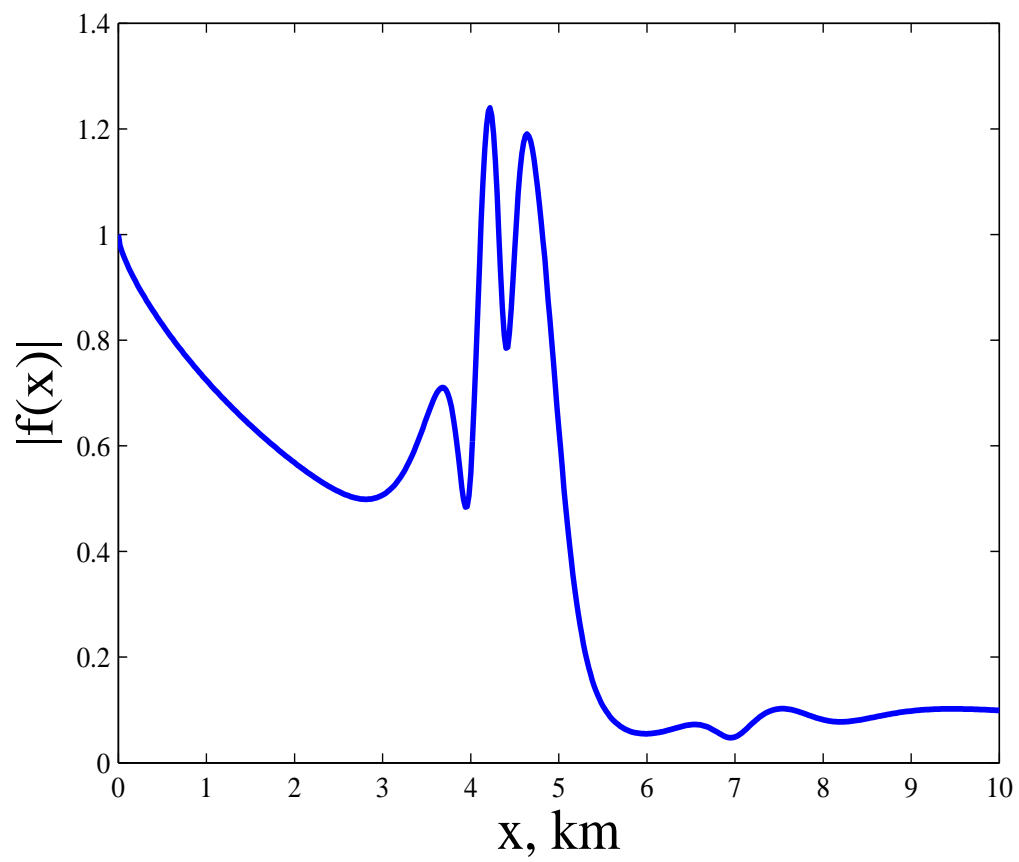


Figura 2.7: Magnitude da função atenuação normalizada *versus* distância horizontal em km. Frequência=3 MHz e $\Delta x = 0.02$ km.

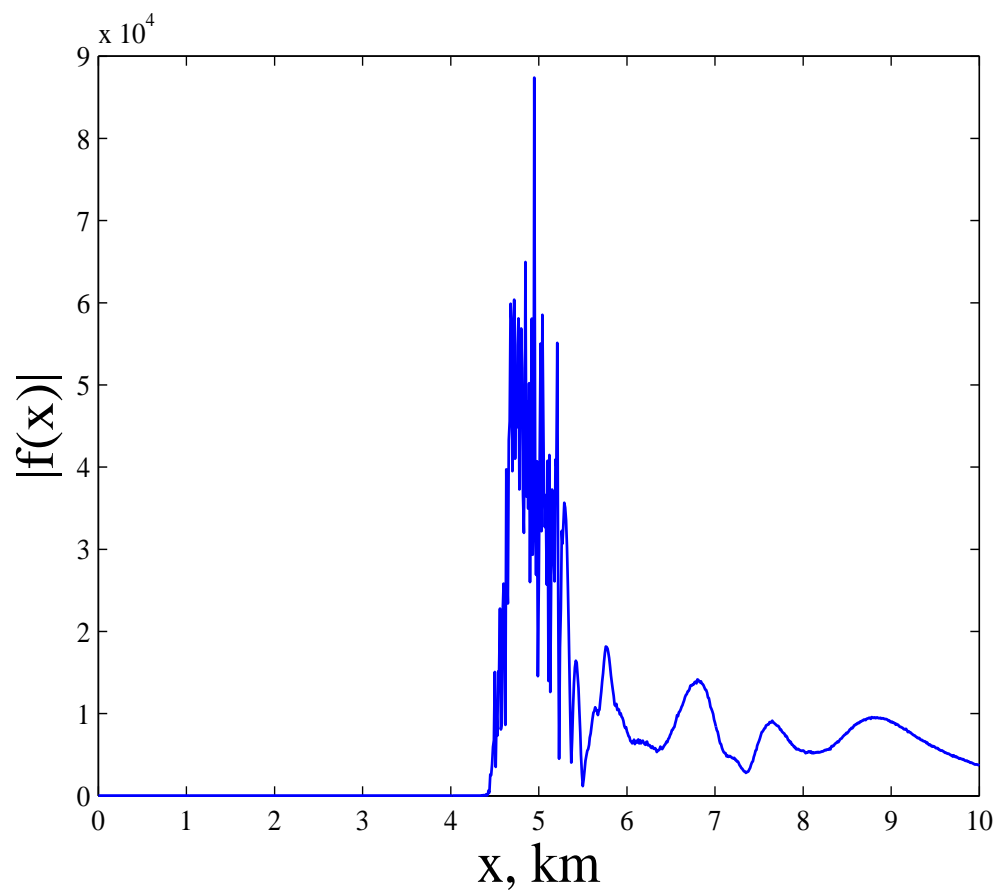


Figura 2.8: Magnitude da função atenuação normalizada *versus* distância horizontal em km. Frequência=10 MHz e $\Delta x = 0.01$ km.

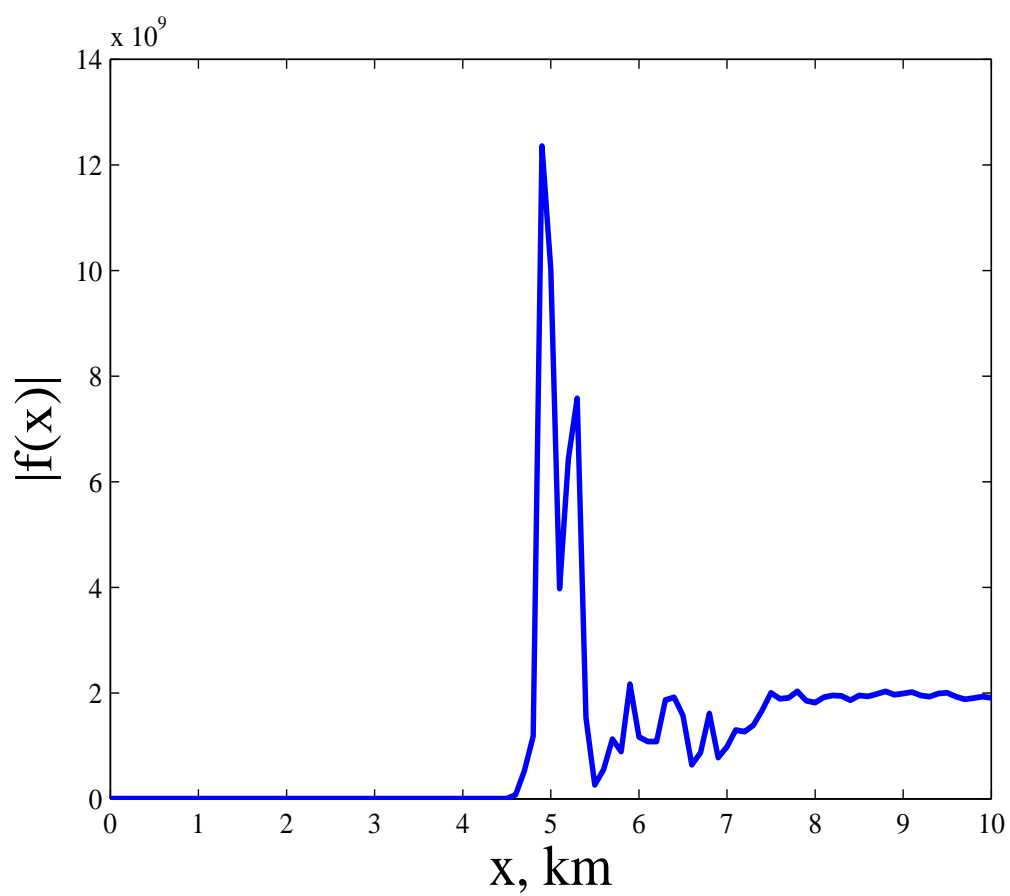


Figura 2.9: Magnitude da função atenuação normalizada *versus* distância horizontal em km. Frequência=30 MHz e $\Delta x = 0.1$ km.

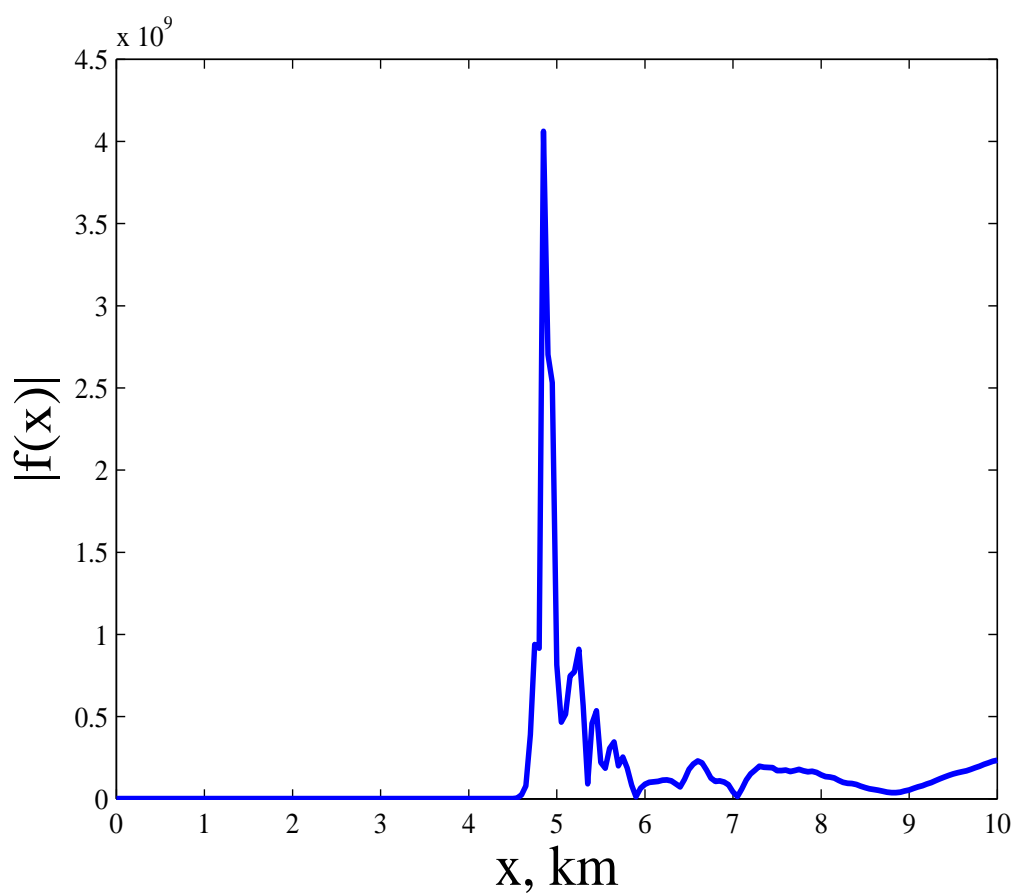


Figura 2.10: Magnitude da função atenuação normalizada *versus* distância horizontal em km. Frequência=30 MHz e $\Delta x = 0.05$ km.

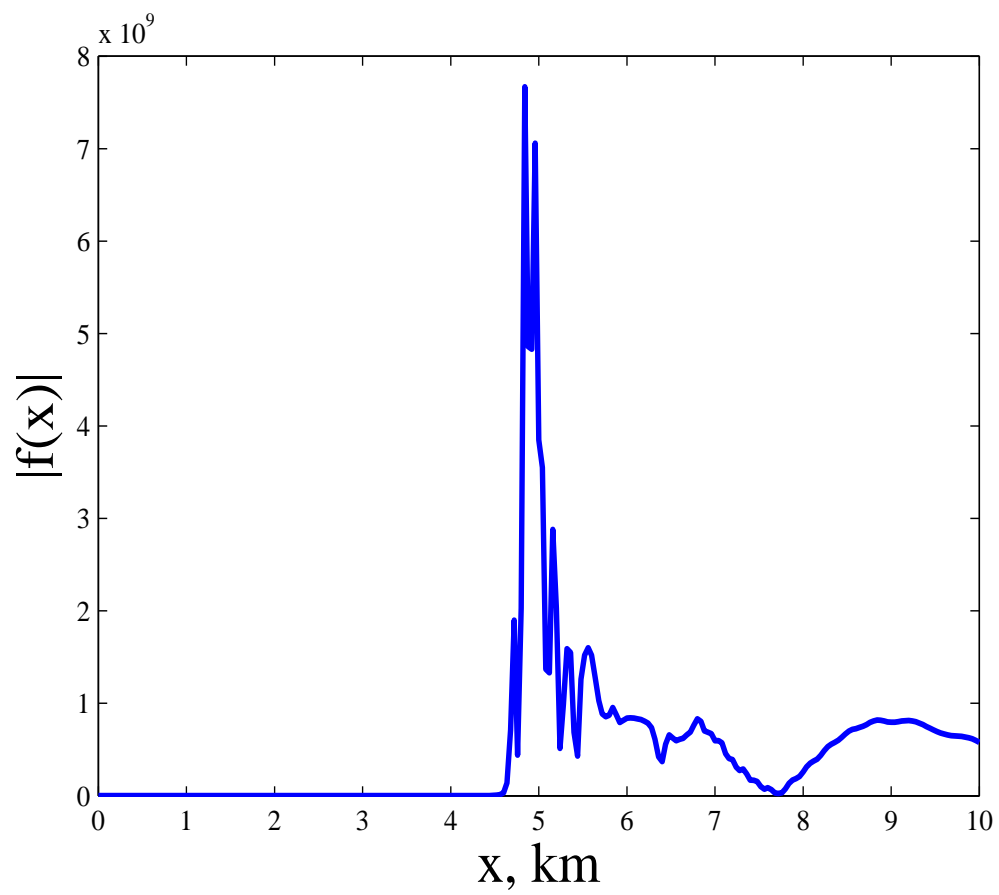


Figura 2.11: Magnitude da função atenuação normalizada *versus* distância horizontal em km. Frequência=30 MHz e $\Delta x = 0.04$ km.

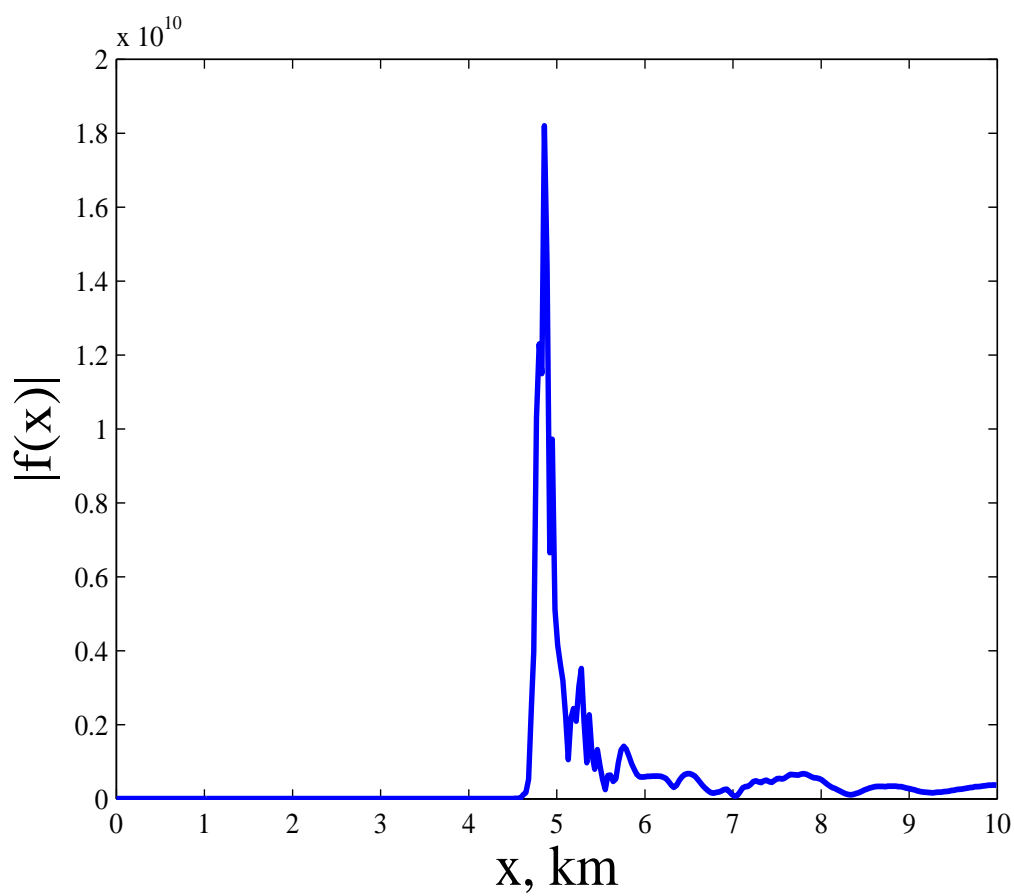


Figura 2.12: Magnitude da função atenuação normalizada *versus* distância horizontal em km. Frequência=30 MHz e $\Delta x = 0.03$ km.

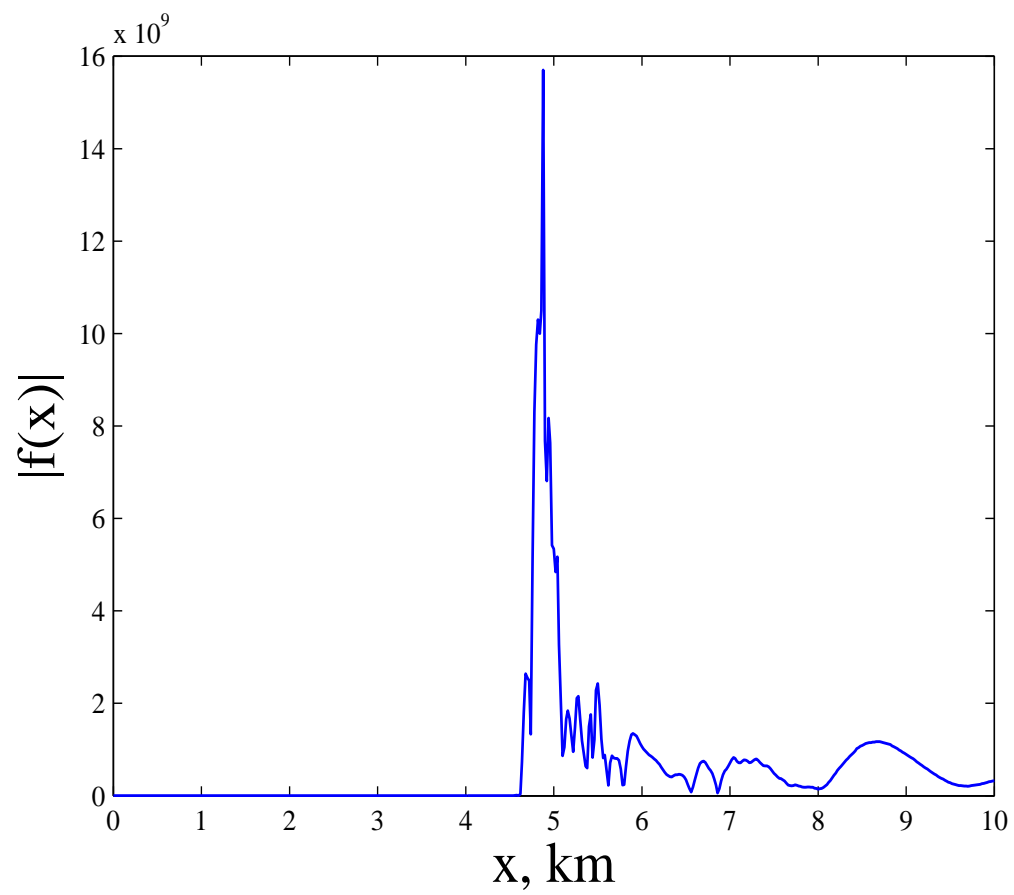


Figura 2.13: Magnitude da função atenuação normalizada *versus* distância horizontal em km. Frequência=30 MHz e $\Delta x = 0.02$ km.

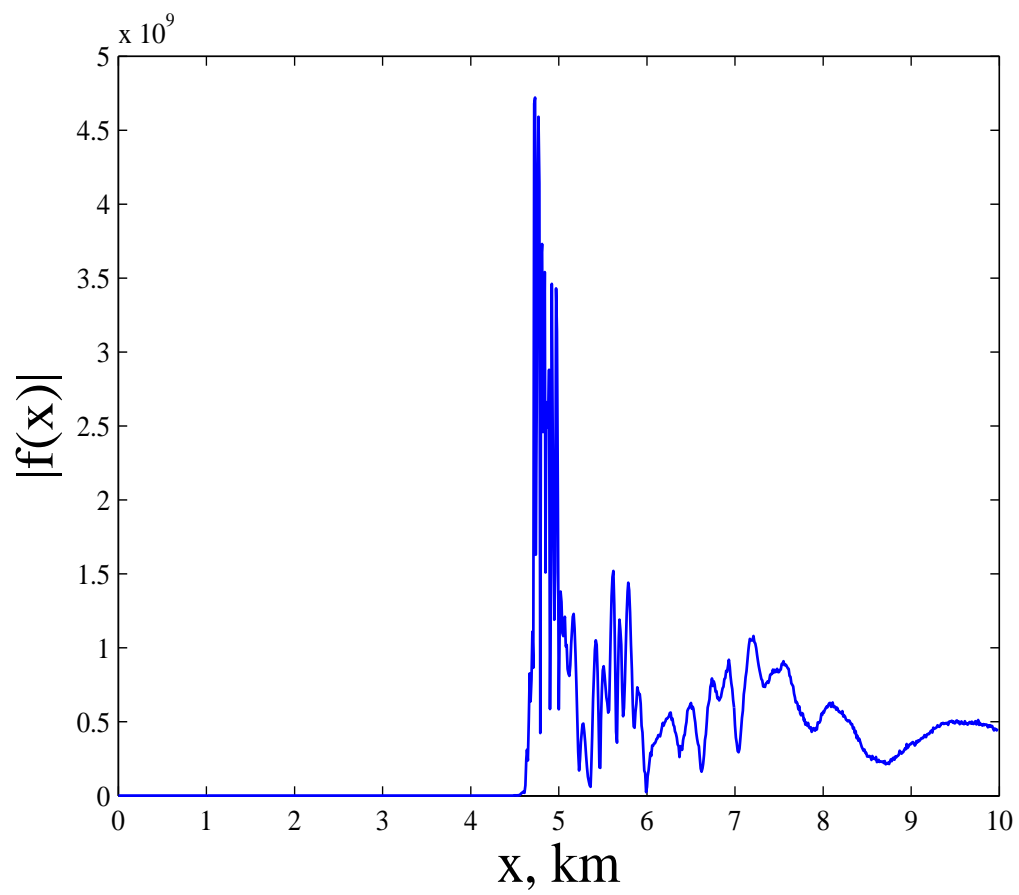


Figura 2.14: Magnitude da função atenuação normalizada *versus* distância horizontal em km. Frequência=30 MHz e $\Delta x = 0.01$ km.

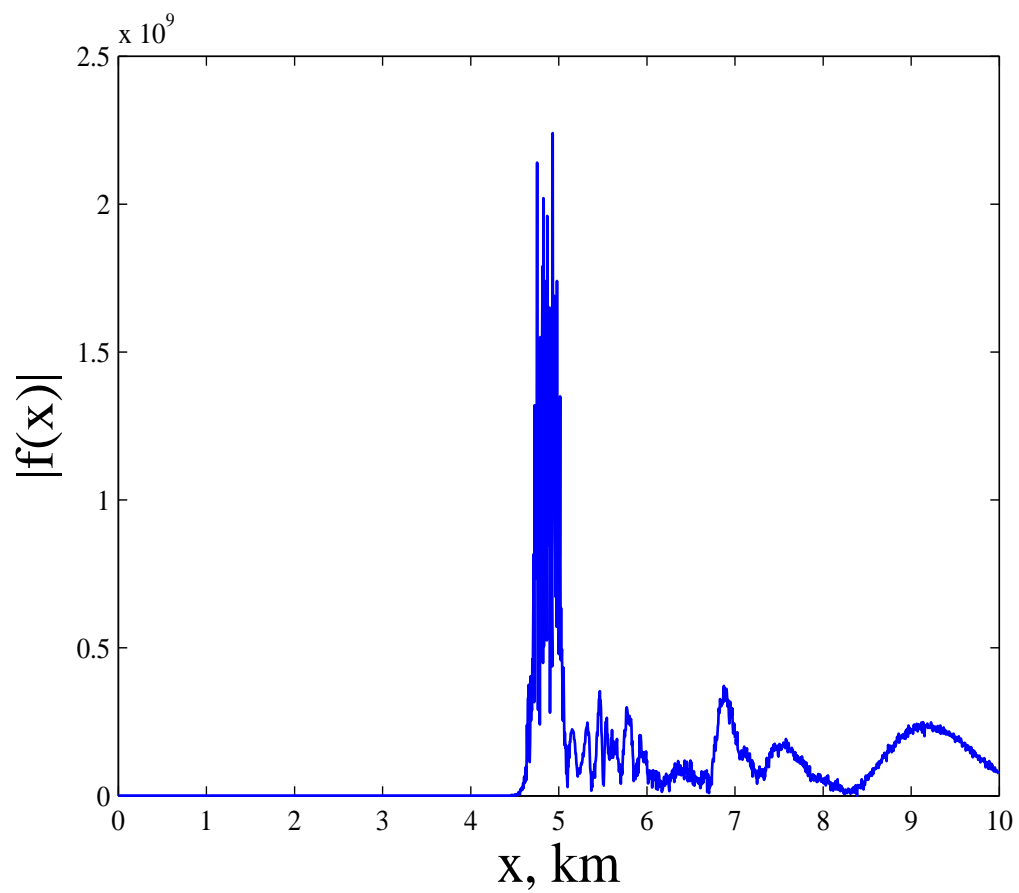


Figura 2.15: Magnitude da função atenuação normalizada *versus* distância horizontal em km. Frequência=30 MHz e $\Delta x = 0.005$ km.

2.5 A recomendação ITU-R P.368-7

Com os resultados obtidos através da equação integral estudada, verificou-se a ocorrência de oscilações à medida que o passo de integração e a frequência aumentavam. Assim, para validar esta equação integral, os resultados mostrados nas Figuras 2.5 - 2.15 são comparados com os valores obtidos através da formulação proposta pela recomendação ITU-R P.368-7.

A recomendação ITU-R P.368-7 apresenta um conjunto de curvas que fornece informações sobre a intensidade do campo e sua dependência das características do solo, devido à propagação das ondas de superfície em frequências inferiores a 30 MHz. Existe uma restrição para o uso destas curvas que estabelece que as reflexões ionosféricas devem ser insignificantes na componente da intensidade do campo. Além disso, a formulação matemática que gera as curvas é baseada numa superfície esférica e homogênea, não levando em consideração, no cálculo do campo, as irregularidades do terreno e os obstáculos presentes no trajeto da onda.

Além da intensidade do campo elétrico com polarização vertical, as curvas apresentadas pela recomendação ITU-R P.368-7 fornecem o valor da atenuação do campo. Para facilitar a comparação entre os resultados obtidos na seção anterior, deu-se preferência para a geração das curvas que representam as perdas do campo à medida que o mesmo se afasta da antena. As perdas de transmissão podem ser obtidas, a partir da intensidade do campo elétrico, através da seguinte equação [Union, 2007]:

$$L(dB) \equiv 142.0 + 20\log(f_{MHz}) - E(dB\mu V/m). \quad (2.81)$$

As características do solo com perfil gaussiano, dos pontos de recepção, frequência, altura das antenas, tipo de polarização do campo, analisados na seção anterior, continuam os mesmos, e servirão como base para comparar o valor da atenuação do campo elétrico em função da distância. Vale ressaltar que as curvas recomendadas pela ITU-R P.368-7 foram calculadas através do programa computacional GRWAVE [Union, 2007]. O programa computacional GRWAVE é usado para gerar as curvas de propagação que constam na recomendação ITU-R P.368-7 e executa o cálculo da intensidade da onda de superfície em função da frequência, altura das antenas transmissora e receptora; e as constantes que definem o terreno, além disso, a faixa de frequência limitada pelo programa é de 10 kHz a 10 GHz. No processo de estudo do programa, percebeu-se uma limitação quanto

ao cálculo dos pontos de recepção da atenuação do campo. Por isso, foi necessário fazer a interpolação dos pontos para que distâncias de até 10 km pudessem ser consideradas. Para que a comparação com os resultados da seção anterior fosse realizada de maneira coerente, houve a preocupação de se normalizar os valores a serem analisados, no caso de se, converter os valores que representam a magnitude da função atenuação normalizada com o dobro do campo no espaço-livre, $2 \cdot \exp(-jkr_0)/r_0$, onde r_0 é a distância da fonte ao ponto de observação, em valores que presumem a atenuação do campo elétrico.

A amplitude do campo elétrico pode ser obtida por:

$$E(x) = 2E_{in}|f(x)| \left[\frac{V}{m} \right], \quad (2.82)$$

onde E_{in} é o módulo do campo elétrico incidente no ponto de recepção, considerando espaço-livre e $|f(x)|$ é função atenuação obtida através da equação integral [Ott, 1971]. Logo, na região de campo distante, tem-se:

$$E(x) = 2 \cdot \left[\frac{1}{r} \sqrt{\frac{\eta P_t G_t}{2\pi}} \right] \cdot |f(x)| \left[\frac{V}{m} \right], \quad (2.83)$$

onde r é a distância, η impedância intrínseca do meio no espaço-livre, cujo valor é 120π , P_t é a potência de transmissão (1 kW), e G_t é o ganho do transmissor, que se supõe unitário. Logo, a potência de recepção pode ser calculada pela relação entre a densidade de potência média radiada, a área efetiva e o ganho do receptor:

$$P_r = \frac{[E(x)]^2 \lambda^2}{2\eta} \frac{G_r}{4\pi} [W], \quad (2.84)$$

Finalmente, a atenuação do campo elétrico, em dB, pode ser calculada pela relação:

$$L(dB) = 10 \log \left(\frac{P_t}{P_r} \right). \quad (2.85)$$

Como o modelo do ITU não inclui as irregularidades do terreno, pode-se verificar que as maiores diferenças entre o campo predito a partir da recomendação ITU-R P.368-7 e o campo obtido pela formulação de Ott [Ott, 1971] ocorrem próximo da região de $2\frac{1}{2}$ km, como pode ser observado nas Figuras 2.16 - 2.25 onde o ponto de observação começa a se deslocar até a crista da colina. Antes de $2\frac{1}{2}$ km na Figura 2.16, os valores obtidos com os modelos terra plana e terra irregular são iguais, como na análise realizada na seção anterior, ou seja, o perfil gaussiano é praticamente plano ao longo desse percurso. À medida que o ponto de observação se desloca até a crista do perfil gaussiano, a atenuação diminui devido à concentração dos raios direto e de superfície sobre o lado iluminado da crista, ou seja, as perdas serão mínimas. A partir de 4 km, a altitude do perfil é superior a um comprimento de onda e a contribuição da frente de onda espacial deixa de existir, mesmo não havendo obstrução entre as antenas transmissora e receptora, por isso, o valor da atenuação na Figura 2.16 começa a aumentar a partir desse trecho. A partir de 5 km, tem-se uma recepção realmente obstruída ocasionando o aumento acentuado da atenuação, consequência da diminuição do campo recebido no ponto de observação [Lima, 2008]. Vale lembrar que as oscilações ocorrem à medida que o passo de integração e a frequência aumentam, como pode ser observado nas Figuras 2.17 - 2.25

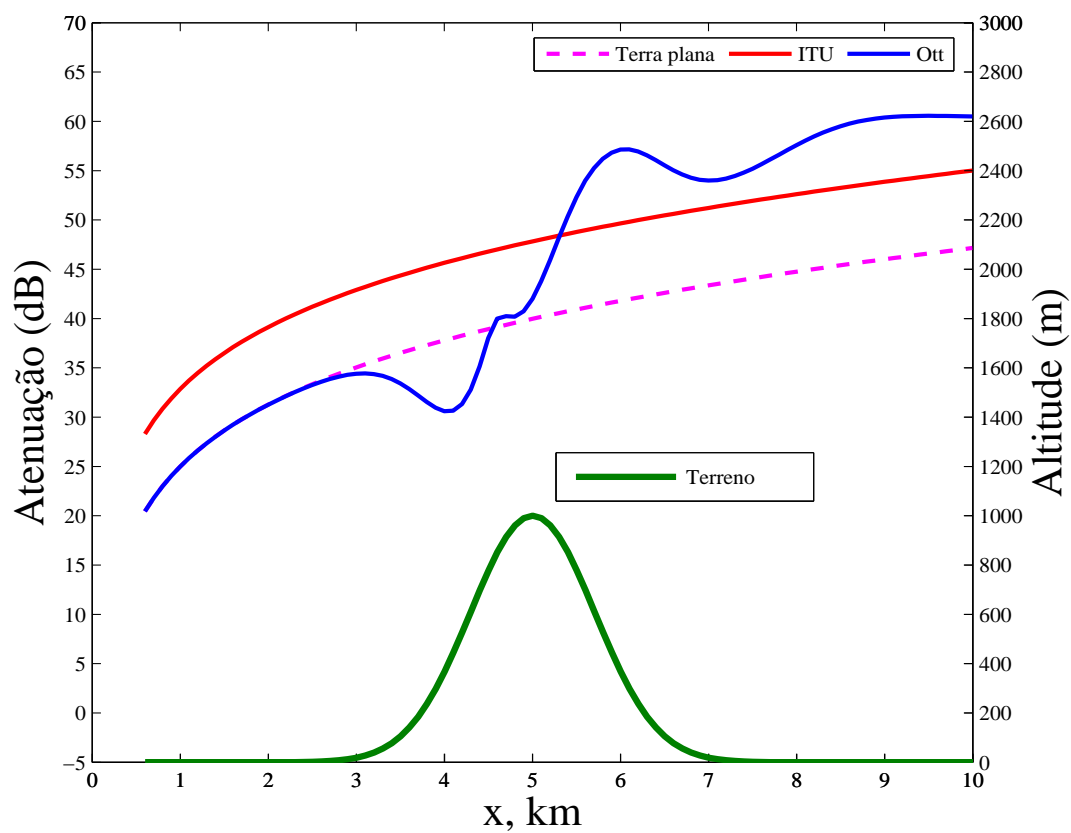


Figura 2.16: Magnitude da função atenuação relacionada com o perfil gaussiano. Frequência=1 MHz e $\Delta x = 0.1$ km.

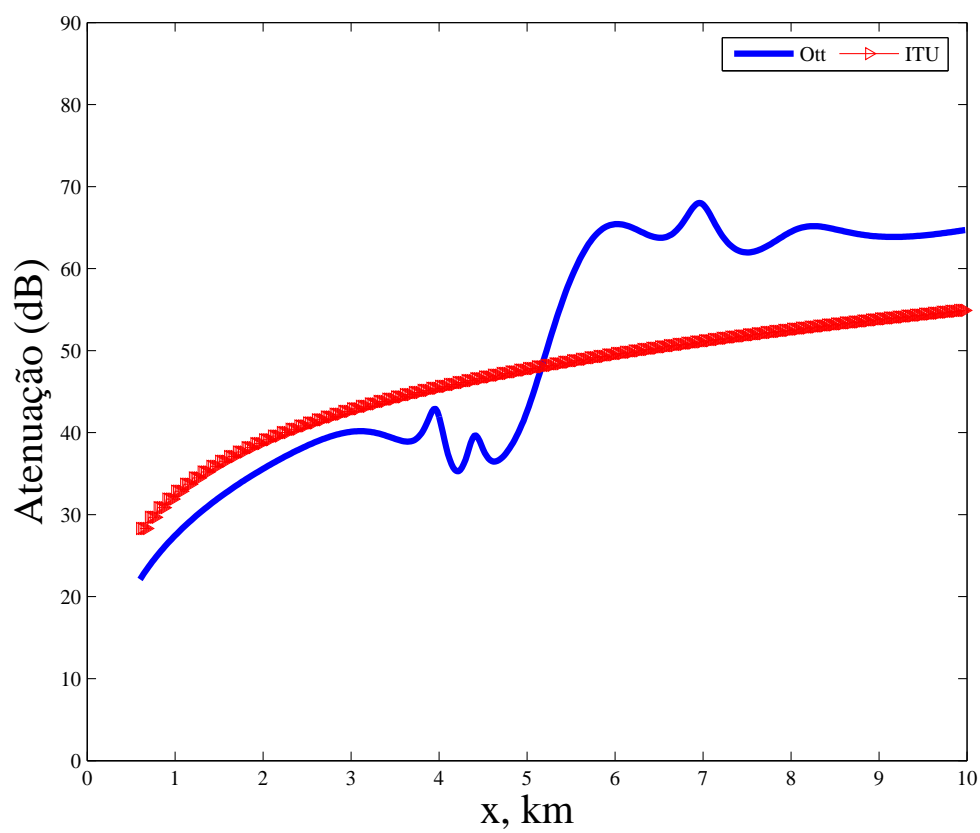


Figura 2.17: Magnitude da função atenuação relacionada com o perfil gaussiano. Frequência=3 MHz e $\Delta x = 0.02$ km.

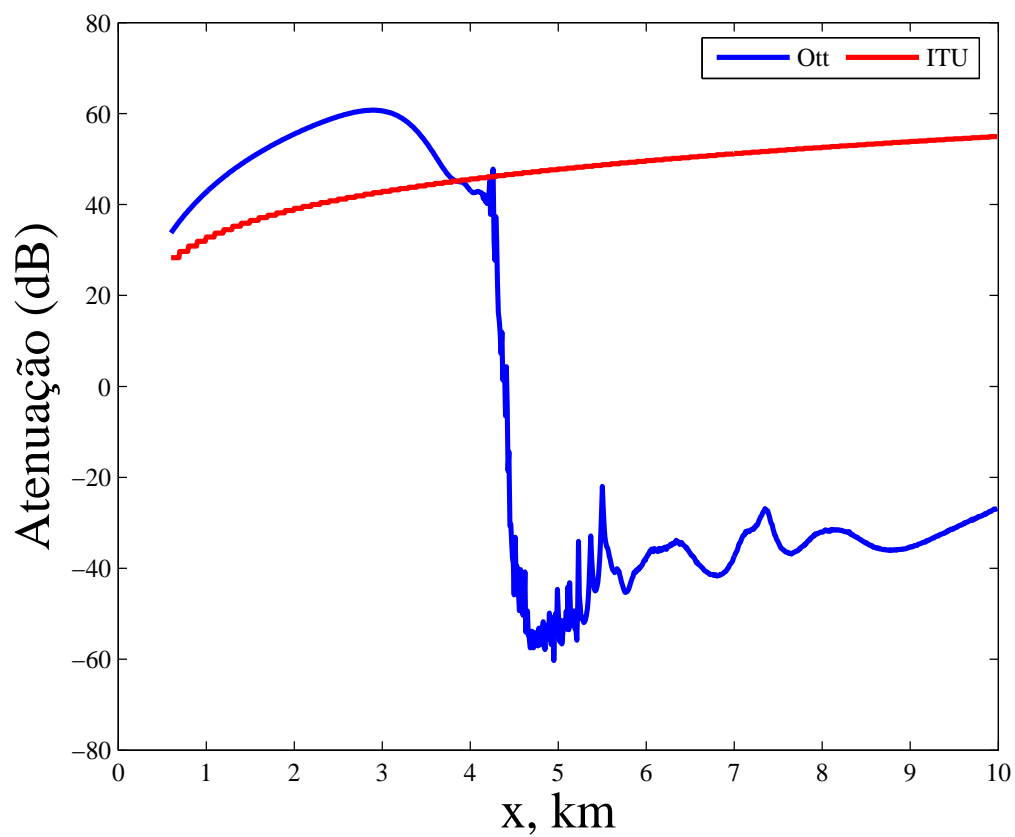


Figura 2.18: Magnitude da função atenuação relacionada com o perfil gaussiano. Frequência=10 MHz e $\Delta x = 0.01$ km.

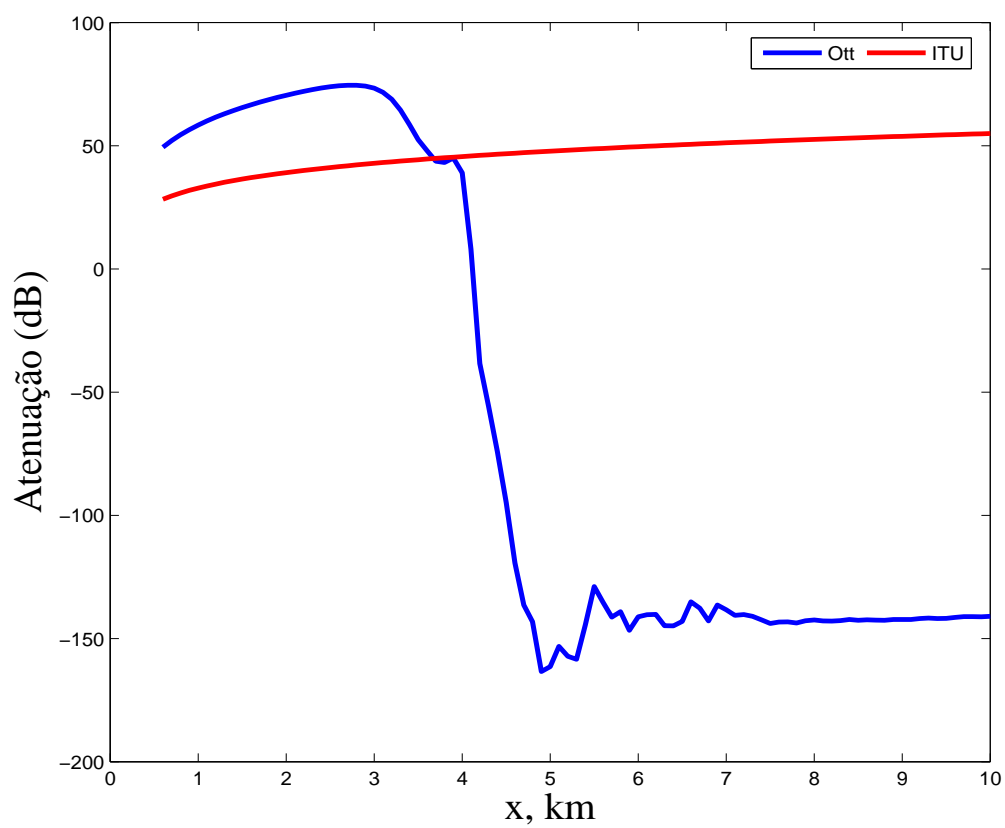


Figura 2.19: Magnitude da função atenuação relacionada com o perfil gaussiano. Frequência=30 MHz e $\Delta x = 0.1$ km.

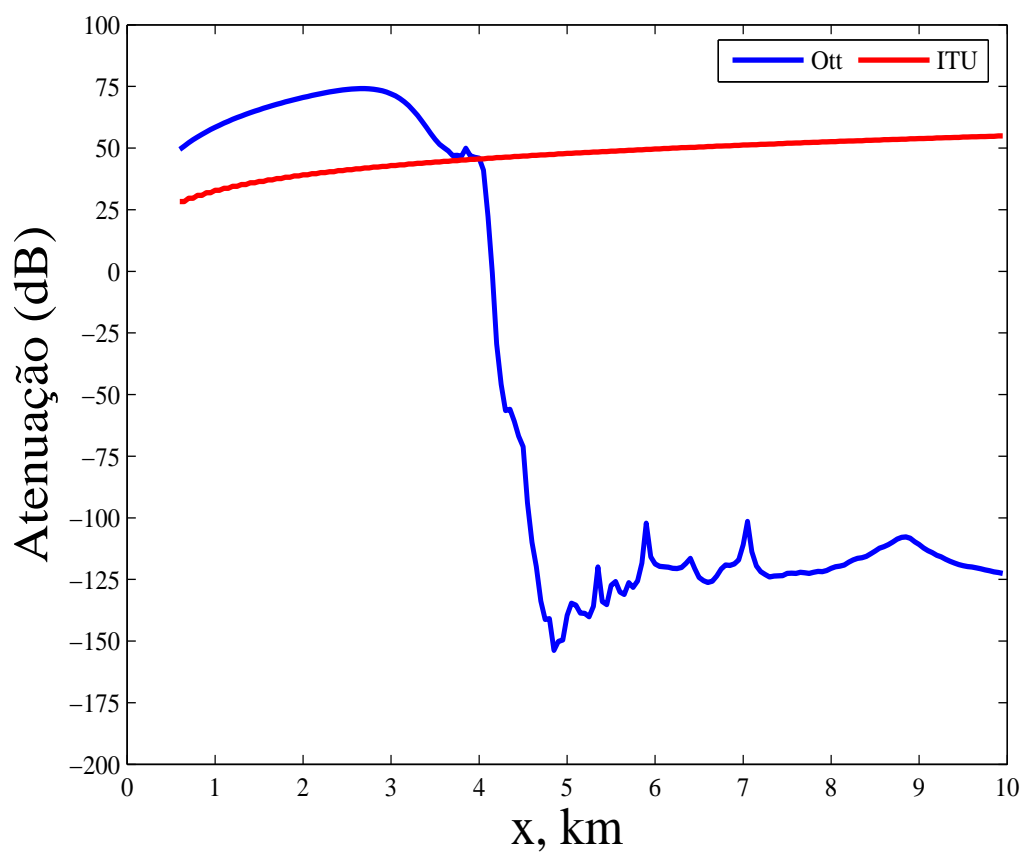


Figura 2.20: Magnitude da função atenuação relacionada com o perfil gaussiano. Frequência=30 MHz e $\Delta x = 0.05$ km.

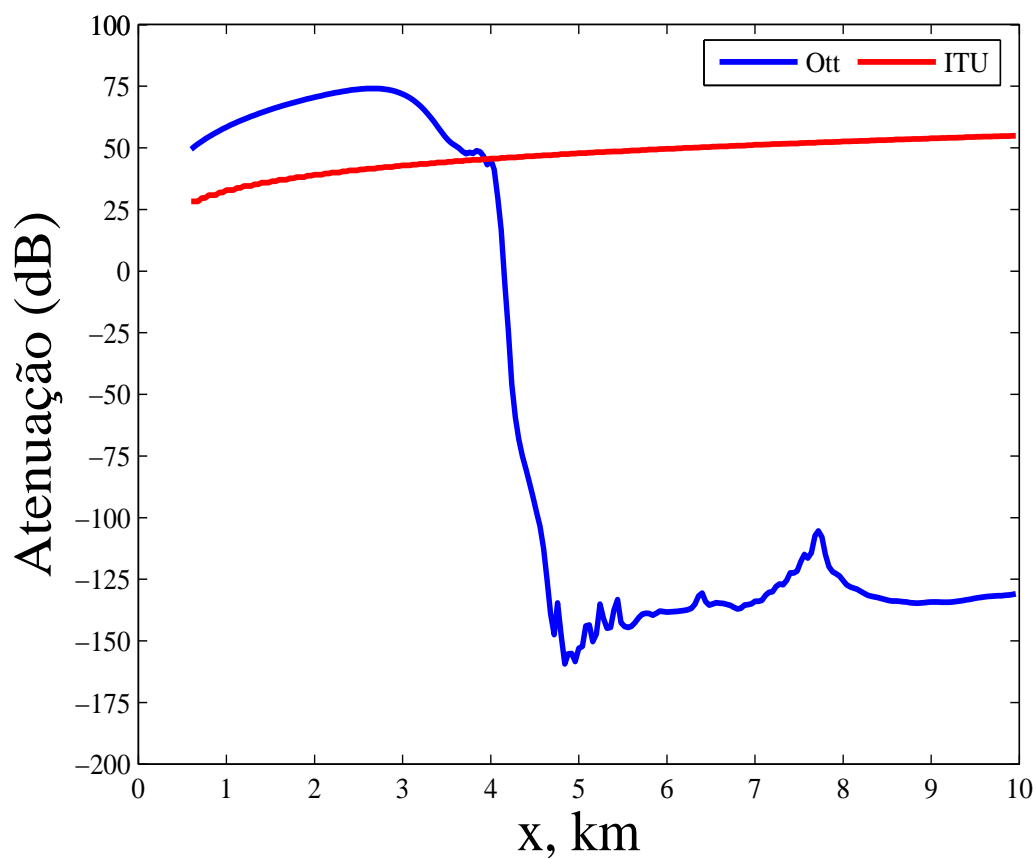


Figura 2.21: Magnitude da função atenuação relacionada com o perfil gaussiano. Frequência=30 MHz e $\Delta x = 0.04$ km.

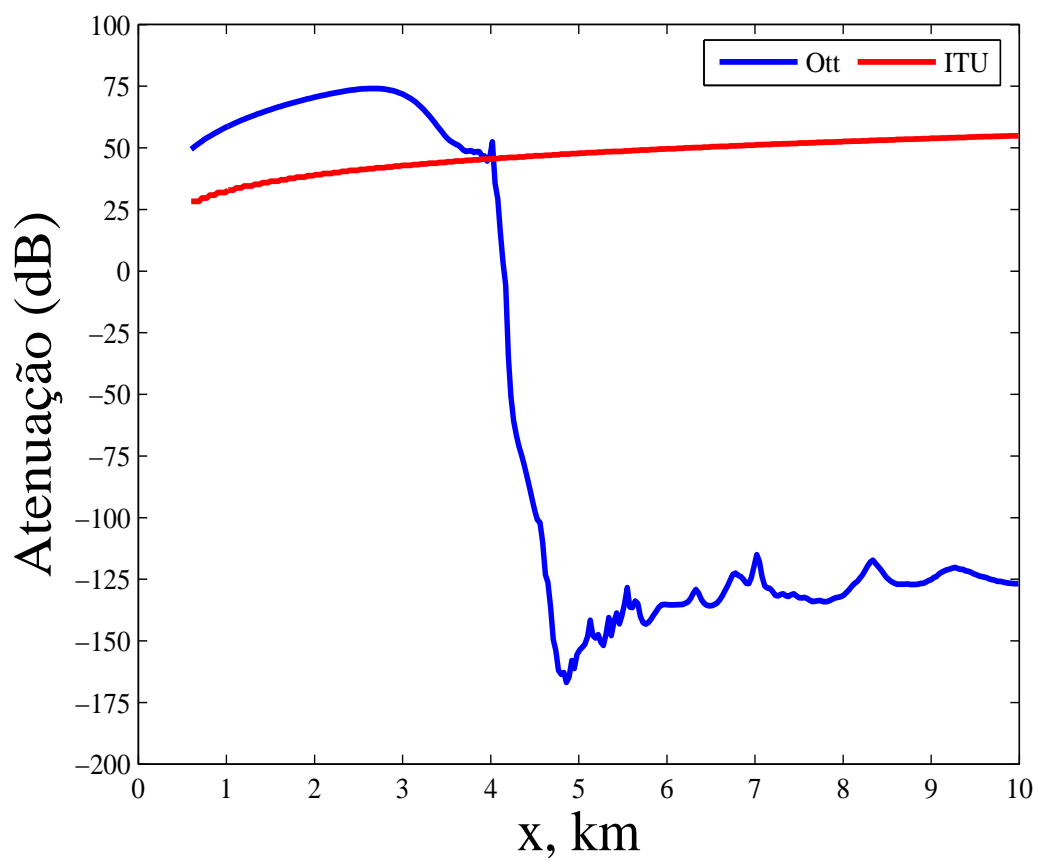


Figura 2.22: Magnitude da função atenuação relacionada com o perfil gaussiano. Frequência=30 MHz e $\Delta x = 0.03$ km.

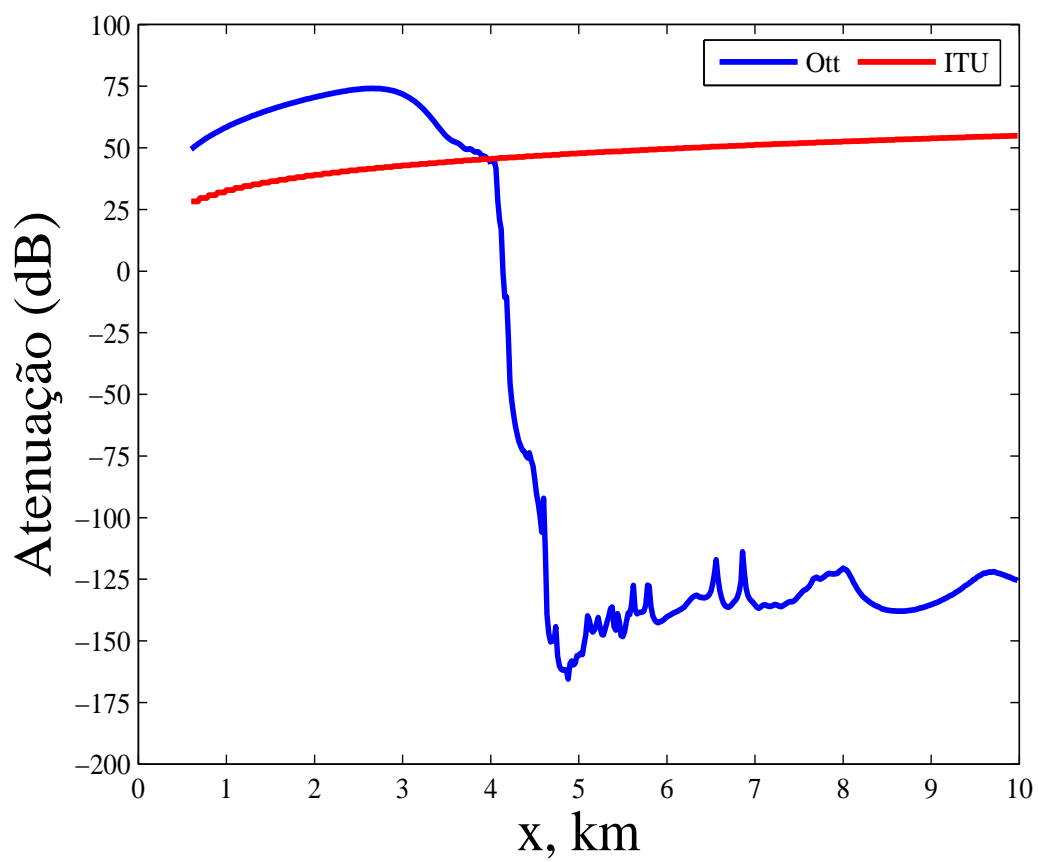


Figura 2.23: Magnitude da função atenuação relacionada com o perfil gaussiano. Frequência=30 MHz e $\Delta x = 0.02$ km.

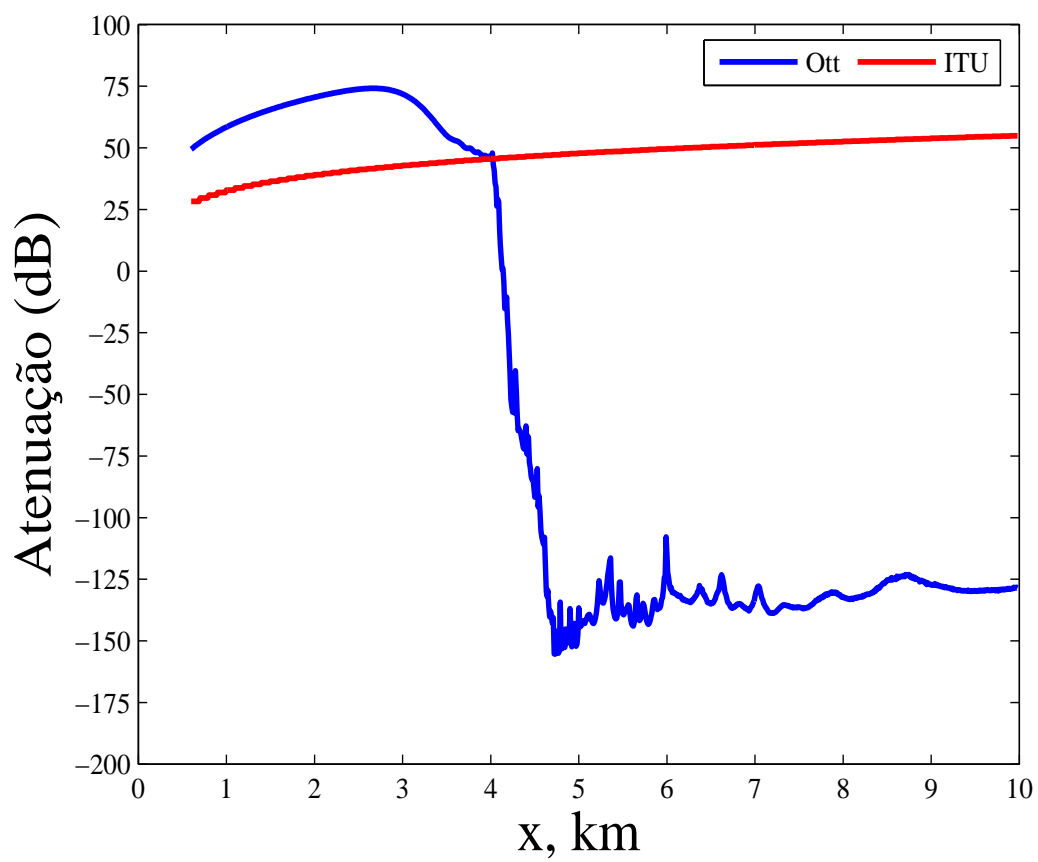


Figura 2.24: Magnitude da função atenuação relacionada com o perfil gaussiano. Frequência=30 MHz e $\Delta x = 0.01$ km.

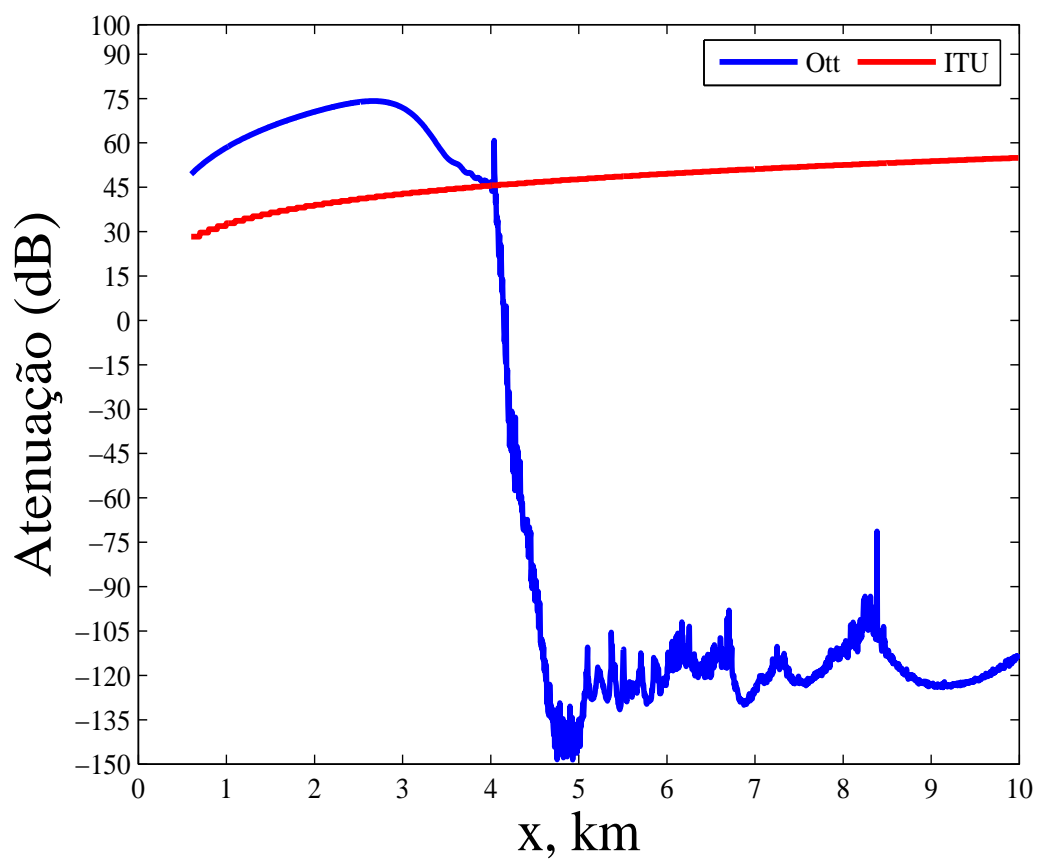


Figura 2.25: Magnitude da função atenuação relacionada com o perfil gaussiano. Frequência=30 MHz e $\Delta x = 0.005$ km.

2.6 Conclusão parcial

A avaliação numérica da equação integral para o campo sobre uma superfície irregular e não-homogênea foi demonstrada para vários casos, onde a frequência e o passo de integração (Δx) para análise numérica variavam. O primeiro resultado apresentado é para o caso terra plana, e a solução da equação integral é simplesmente o termo não-homogêneo ou a equação integral de Sommerfeld. Nos demais resultados, faz-se a análise da equação integral sobre uma superfície gaussiana. Para a frequência de 1 MHz, percebe-se que o campo converge pouco antes do pico, o que não acontece com base na teoria de difração, mas é de fato previsto pela solução numérica da equação integral. Porém, como pode ser observado nos resultados, oscilações ocorrem para os casos em que a frequência está em torno de 10 MHz e quando ocorrem variações dos passos de integração (Δx). Estas oscilações ocorrem porque a avaliação numérica não leva em consideração as regiões côncavas da superfície gaussiana. Além disso, a equação integral deveria passar por um tratamento adequado para gerar bons resultados para a faixa de VHF (30 MHz a 300 MHz). Como forma de validar a análise numérica da equação integral, foram comparados os resultados obtidos através da formulação desenvolvida por Ott com as curvas previstas pela recomendação ITU-R P.368-7. Conclui-se, então, que a equação integral desenvolvida por Ott e Berry sugere, dentro da expectativa, a solução para os problemas de propagação sobre terrenos irregulares, porém, o algoritmo de WAGNER [Ott, 1971] tornou-se numericamente instável para frequências acima de 10 MHz. Embora o cálculo a predição do sinal possa ser realizado por modelos canônicos e com precisão limitada, como terra plana e terra esférica, o modelo de terra irregular, como proposto por Ott, é importante, pois a propagação do sinal é influenciada pelas irregularidades do terreno, que podem afetar significativamente o desempenho de um sistema de comunicação.

Capítulo 3

Estudo da equação integral em terrenos reais para a faixa de HF

3.1 Introdução

Os resultados apresentados no capítulo anterior mostram que a equação integral desenvolvida por Ott e Berry constitui uma ferramenta útil para a análise da função atenuação das ondas de rádio que se deparam com terrenos irregulares. O estudo da equação integral para a faixa de frequência HF foi analisado sobre um perfil hipotético que representa uma curva gaussiana. Para isso, utilizou-se o algoritmo WAGNER, que emprega uma série de exponenciais gaussianas estimadas a partir de um conjunto de pontos que representam um terreno gaussiano.

No presente capítulo apresenta-se uma metodologia que permite estender, a análise numérica para qualquer tipo de superfície. Isto é feito por meio do método numérico de interpolação *spline* cúbica. Para avaliação deste método analisou-se a equação integral em cinco perfis reais localizados na Dinamarca.

A escolha pelo método numérico de interpolação *spline* cúbica baseia-se na obtenção de curvas suaves cujas derivadas de segunda ordem são contínuas. Isso permite a conexão de pontos sucessivos por curvas cúbicas unidas. A utilização de outros métodos de interpolação ou do uso de um polinômio de maior grau poderia gerar curvas com variações bruscas induzindo oscilações indesejáveis nas curvas a serem estudadas. Ao contrário, a função *spline* cúbica gera curvas suaves de terceira ordem e estabelece uma aproximação adequada para funções que apresentam mudanças abruptas, como os perfis a serem estudados.

3.2 Interpolação por *spline* cúbica

A interpolação é um importante método numérico largamente utilizado em uma série de aplicações científicas e de engenharia. Entretanto, deve-se fazer a escolha correta do método de interpolação, pois, há casos onde estas funções podem levar a resultados imprecisos. Graças a erros de arredondamento. Uma alternativa é aproximar dois pontos consecutivos por polinômios de terceira ordem, onde cada polinômio é denominado função *spline* cúbica [Chapra and Canale, 2002]:

$$f_i(x) = a_i x^3 + b_i x^2 + c_i x + d_i. \quad (3.1)$$

Assim, para $n + 1$ pontos ($i = 0, 1, 2, \dots, n$), existem n intervalos e, conseqüentemente, $4n$ constantes desconhecidas. Portanto, são necessárias $4n$ condições de contorno ou particularidades para determinar as constantes desconhecidas. Estas condições são impostas de modo a assegurar que $f_i(x)$, $f'_i(x)$ e $f''_i(x)$ sejam contínuas sempre que dois intervalos próximos se juntem. As particularidades do procedimento do cálculo de *splines* cúbicas são descritas a seguir [Chapra and Canale, 2002][Hoffman, 1992].

1. O número de funções deve ser igual ao número de pontos calculados pela interpolação entre dois pontos próximos, gerando $2n - 2$ condições.
2. A primeira e a última função devem passar pelos pontos que estão nas extremidades (2 condições).
3. A imposição de continuidade da derivada primeira no ponto de conexão dos intervalos corresponde à igualdade das derivadas laterais neste ponto. Têm-se com isso $n - 1$ condições.
4. A imposição de continuidade da derivada segunda no ponto de conexão dos intervalos corresponde à igualdade das derivadas laterais neste ponto. Têm-se com isso $n - 1$ condições.
5. A curvatura [$f''_i(x)$] especificada no primeiro e no último ponto é nula (2 condições).

Quando todas as cinco condições acima são associadas, $4n$ equações algébricas lineares são obtidas para cada $4n$ coeficientes a_i , b_i , c_i e d_i . Em [Chapra and Canale, 2002], apresentou-se uma técnica que soluciona $n - 1$ equações, ou seja, é possível desenvolver *splines* cúbicas desta maneira.

Observando a equação (3.1), é evidente que sua derivada de segunda ordem [$f''_i(x)$] dentro de cada intervalo é uma equação linear em função de x . Em [Chapra and Canale, 2002],

as derivadas segundas são representadas por uma interpolação polinomial de Lagrange de primeira ordem:

$$f_i''(x) = f_i''(x_{i-1}) \frac{x - x_i}{x_{i-1} - x_i} + f_i''(x_i) \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}, \quad (3.2)$$

onde $f_i''(x)$ é o valor da derivada segunda em cada ponto x entre cada i -ésimo intervalo. Assim, esta equação representa uma função linear que une o primeiro nó $f''(x_{i-1})$ da derivada segunda com o segundo nó $f''(x_i)$ da derivada segunda.

Integrando a equação (3.2) duas vezes, obtêm-se as expressões para $f_i'(x)$ e $f_i(x)$. Assim,

$$f_i'(x) = f_i''(x_{i-1}) \frac{x^2/2 - xx_i}{x_{i-1} - x_i} + f_i''(x_i) \frac{x^2/2 - xx_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} + C, \quad (3.3)$$

$$f_i(x) = f_i''(x_{i-1}) \frac{x^3/6 - x^2x_i/2}{x_{i-1} - x_i} + f_i''(x_i) \frac{x^3/6 - x^2x_{i-1}/2}{x_i - x_{i-1}} + Cx + D. \quad (3.4)$$

Entretanto, a expressão (3.4) apresenta duas constantes desconhecidas. Estas constantes podem ser estimadas pelas condições de igualdade entre as funções: $f(x)$ deve ser igual a $f(x_{i-1})$ no ponto x_{i-1} e $f(x)$ deve ser igual a $f(x_i)$ em x_i . Combinando os resultados, as constantes de integração C e D são eliminadas, obtendo-se a seguinte equação cúbica:

$$f_i(x) = f_i''(x_{i-1}) \frac{(x_i - x)^3}{6(x_i - x_{i-1})} + f_i''(x_i) \frac{(x - x_{i-1})^3}{6(x_i - x_{i-1})} + \left[\frac{f(x_{i-1})}{x_i - x_{i-1}} - \frac{f''(x_{i-1})(x_i - x_{i-1})}{6} \right] \cdot (x_i - x) + \left[\frac{f(x_i)}{x_i - x_{i-1}} - \frac{f''(x_i)(x_i - x_{i-1})}{6} \right] (x - x_{i-1}). \quad (3.5)$$

Observa-se que esta relação é muito mais complicada para o caso da função *spline* cúbica do que para a equação (3.1). Porém, a *spline* cúbica apresenta somente dois termos desconhecidos, $f_i''(x_{i-1})$ e $f_i''(x_i)$, que representam as derivadas segundas nos pontos inicial e final do intervalo, respectivamente. Para que a equação (3.5) seja um polinômio de ter-

ceira grau usado na interpolação em questão, basta estabelecer a continuidade nos pontos de derivação de primeira ordem $f'_i(x)$,

$$f'_{i-1}(x_i) = f'_i(x_i). \quad (3.6)$$

Uma expressão para $f'_i(x)$ pode ser obtida pelo método de diferenciação da equação (3.6). Aplicando esta expressão para os intervalos $(i - 1)$ e i , e igualando ambos os resultados, como na equação (3.6), esta relação pode ser usada para avaliar os termos desconhecidos e resulta na seguinte igualdade:

$$(x_i - x_{i-1})f''(x_{i-1}) + 2(x_{i+1} - x_{i-1})f''(x_i) + (x_{i+1} - x_i)f''(x_{i+1}) = \frac{6}{x_{i+1} - x_i}[f(x_{i+1}) - f(x_i)] + \frac{6}{x_i - x_{i-1}}[f(x_{i-1}) - f(x_i)]. \quad (3.7)$$

Aplicando a equação (3.7) nos $n - 1$ pontos dos intervalos, têm-se $n - 1$ equações simultâneas e $n + 1$ derivadas de segunda ordem desconhecidas, ou seja, dois valores excedentes de $f''_i(x)$ são necessários para resolver o sistema de equações. Porém, as derivadas $f''_i(x)$ nos nós finais são nulas e o problema é, então, reduzido para $n - 1$ equações com $n - 1$ incógnitas. Isso permite a solução do problema por meio de um sistema matricial tridiagonal.

3.3 Estudo de caso

O estudo de caso analisa cinco perfis situados em Northern Jutland perto de Aalborg, Dinamarca, denominados Hadsund, Hjørring, Jerslev, Mjels e Ravnstru. Estes foram obtidos através de mapas digitais com resolução de 50 m. Os terrenos apresentam regiões rurais com árvores e algumas construções, e são considerados eletricamente suaves em relação às frequências utilizadas [Batista, 2008].

A implementação computacional da equação integral sobre os perfis irregulares requer o conhecimento da função que representa o perfil do terreno a ser analisado. A interpolação *spline* cúbica permite a obtenção de funções aproximadas por meio de polinômios de baixa ordem. A escolha desta ferramenta matemática permite dividir o terreno em uma série de subintervalos e representá-los cada um por um polinômio cúbico, assegurando a

continuidade da derivada de segunda ordem em cada segmento.

A análise foi realizada com uma antena dipolo curto teórica como transmissor, com polarização vertical. A atenuação foi computada ao longo dos perfis escolhidos para a frequência de 1 MHz. Os valores relativos da condutividade e constante dielétrica são, respectivamente, $\sigma_r = 0.012$ S/m e $\epsilon_r = 15$. Os resultados obtidos são apresentados nas Figuras 3.1 - 3.5, onde são feitas comparações com a recomendação do ITU-R P.368-7 para terrenos curvilíneos.

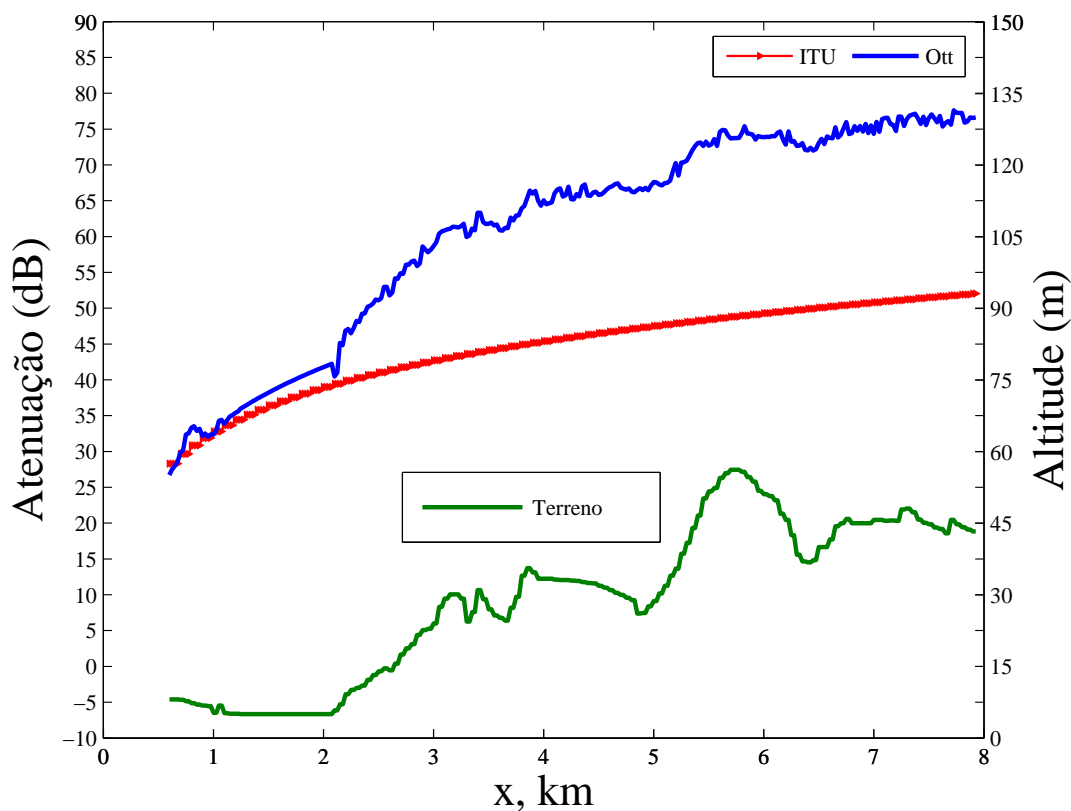


Figura 3.1: Atenuação sobre o perfil de Hadsund em 1 MHz para polarização vertical.

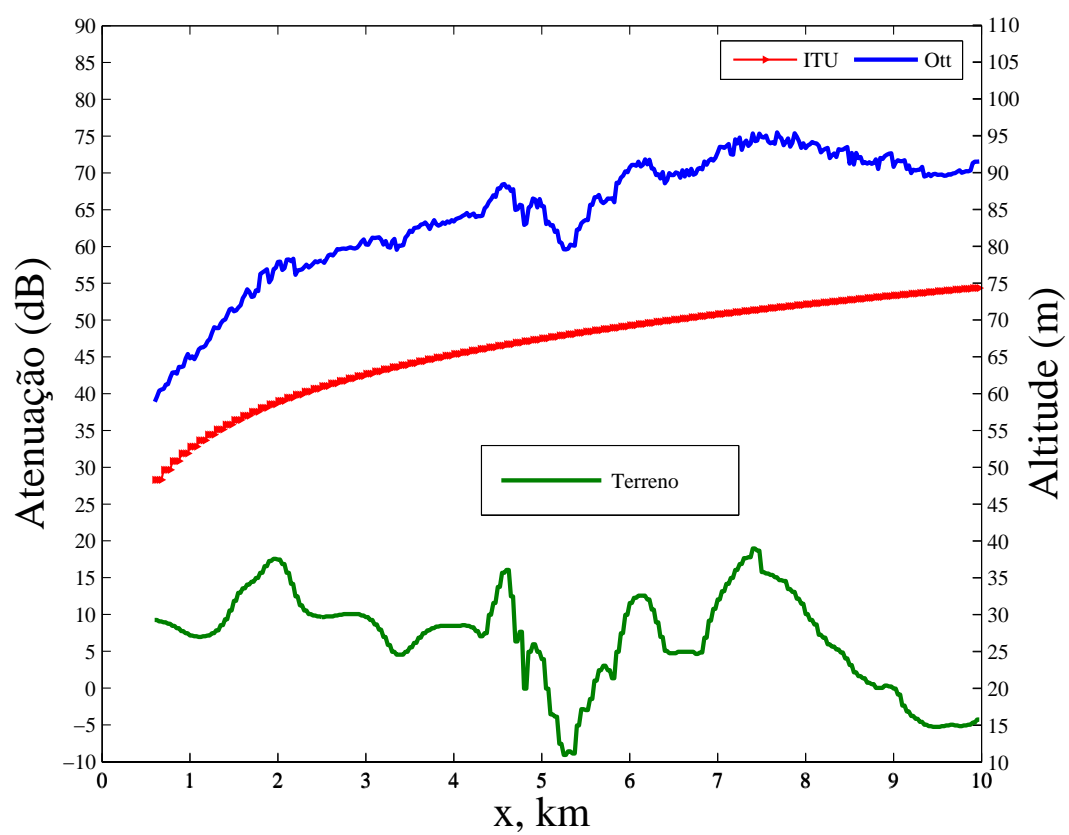


Figura 3.2: Atenuação sobre o perfil de Hjørringvej em 1 MHz para polarização vertical.

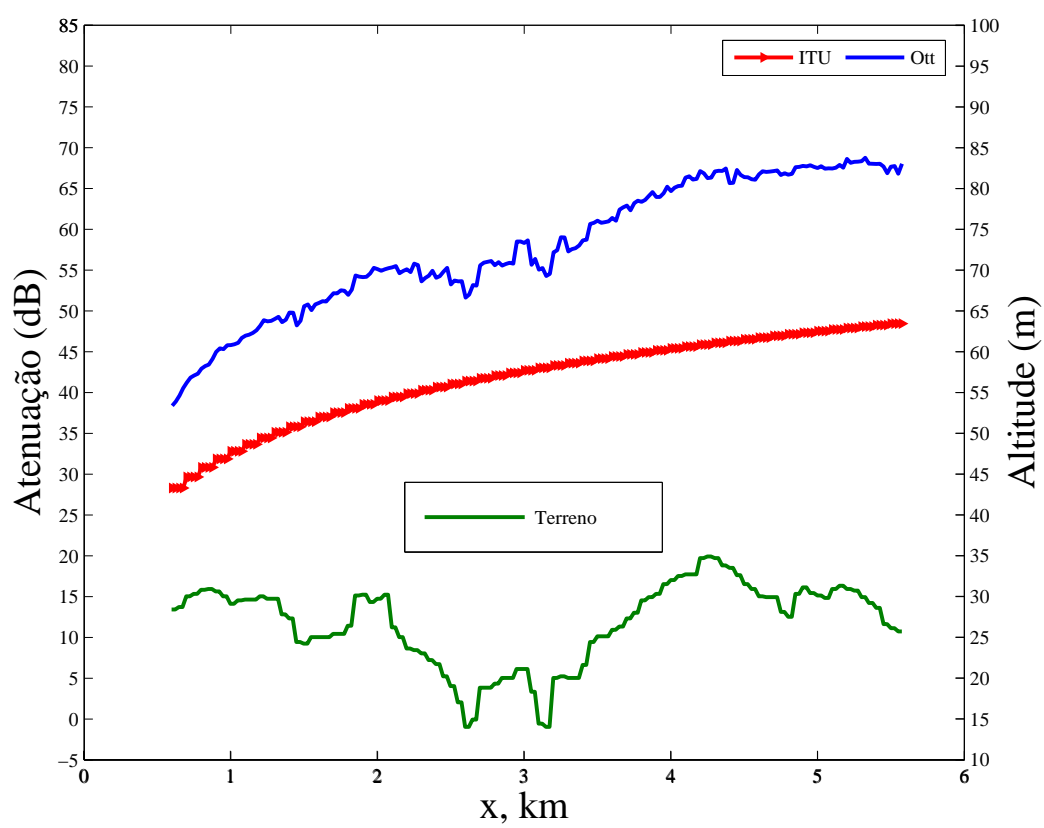


Figura 3.3: Atenuação sobre o perfil de Jerslev em 1 MHz para polarização vertical.

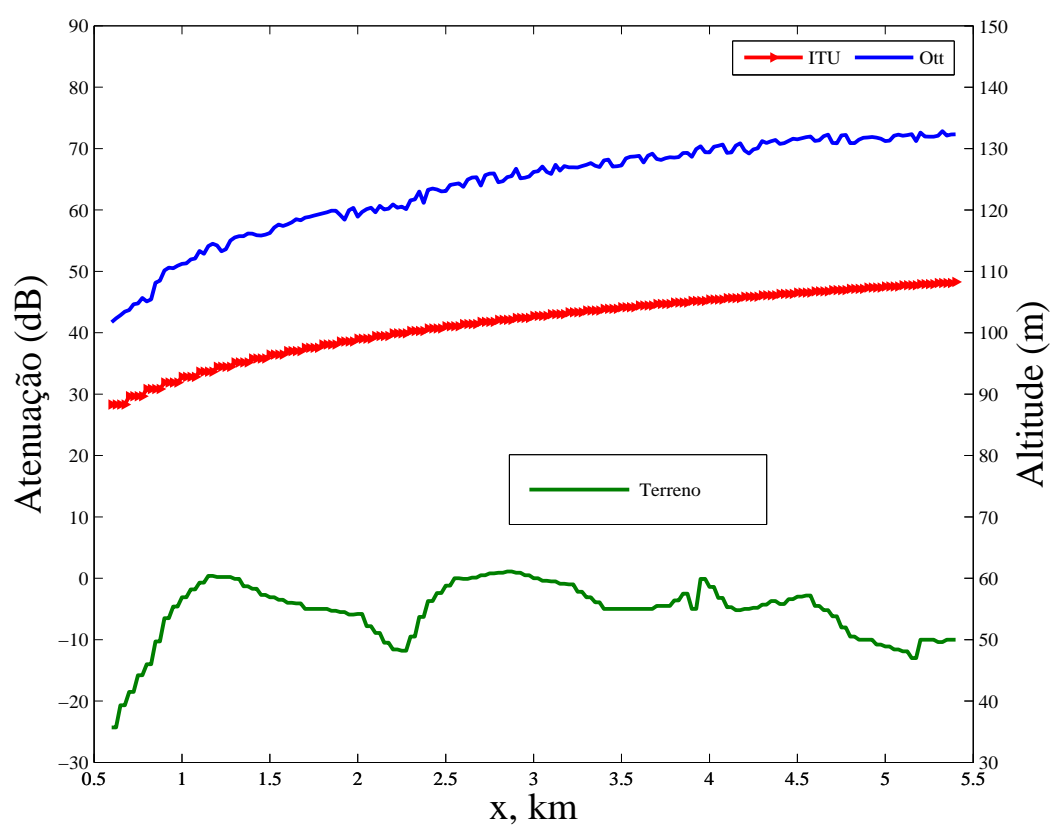


Figura 3.4: Atenuação sobre o perfil de Mjels em 1 MHz para polarização vertical.

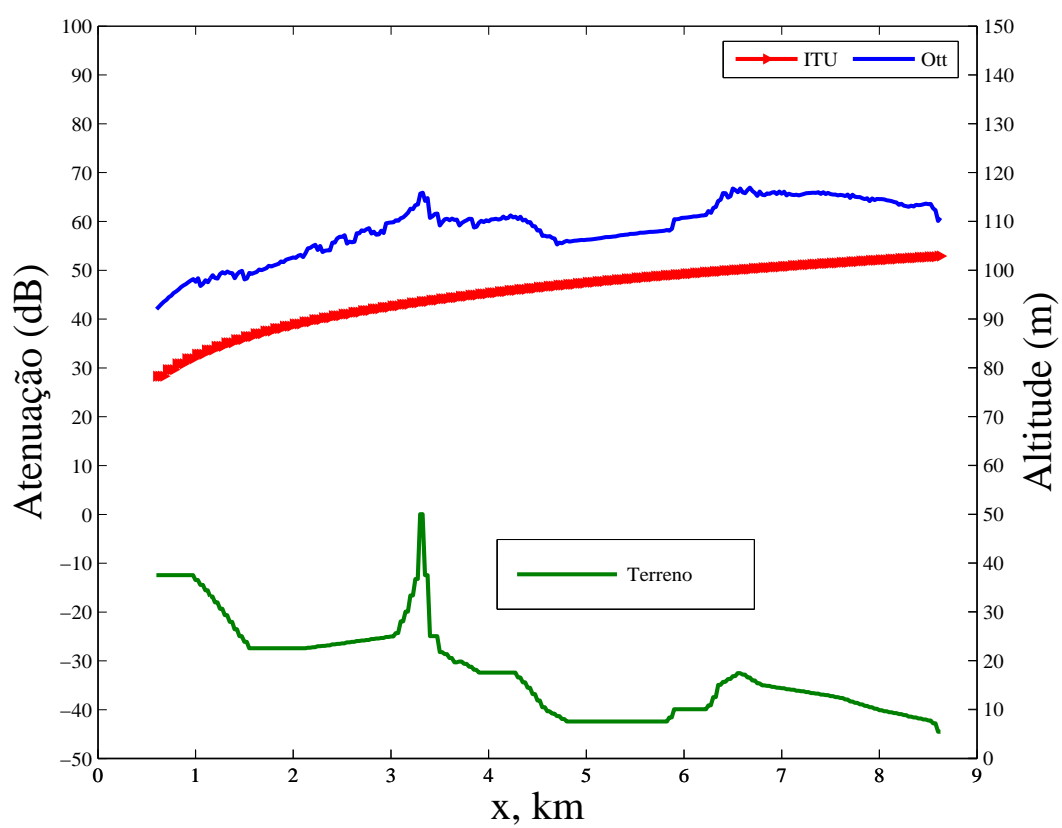


Figura 3.5: Atenuação sobre o perfil de Ravnstru em 1 MHz para polarização vertical.

Analisando-se as figuras anteriores, percebe-se que, o modelo do ITU não insere as irregularidades do terreno nos cálculos, o campo calculado segundo tal modelo apresenta valores mais conservativos. Já o modelo desenvolvido por Ott apresenta uma aproximação de uma análise real, pois leva em consideração as imperfeições presentes na superfície da Terra para o cálculo do campo elétrico. Pode-se verificar que as maiores diferenças entre ambos os modelos acontecem quando ocorrem elevadas depressões do terreno. Observa-se que a atenuação do campo elétrico é menor na região mais próxima da antena transmissora, onde a intensidade do campo é mais intensa, contudo, ao se afastar da antena transmissora, seu valor cresce gradativamente. Na Figura 3.4, diferente dos outros resultados dessa mesma seção, as perdas do campo calculado pelo modelo de Ott é mais conservativo e cresce de forma semelhante à curva da recomendação utilizada. Já nos outros casos, a rugosidade do terreno é maior, por isso, se observa as variações nos valores da atenuação que utiliza o modelo de Ott.

Para qualquer problema de propagação de ondas de superfície, é importante levar em consideração as irregularidades do terreno, pois as mesmas influenciam no comportamento do campo elétrico de maneira significativa. A desvantagem de se considerar estas irregularidades nos cálculos é o custo computacional, que, dependendo do perfil a ser analisado, pode tornar extremamente elevado.

3.4 Conclusão parcial

Neste capítulo, estendeu-se a análise numérica realizada no Capítulo 2 com a equação integral de Ott para qualquer tipo de superfície, através do método numérico de interpolação *spline* cúbica. O método baseia-se na obtenção de curvas suaves que conectam pontos sucessivos do terreno por meio de curvas cúbicas unidas. Com o emprego deste método, observou-se o comportamento do campo elétrico quando se depara com um perfil irregular e também a influência do terreno na propagação das ondas de superfície, para o caso em que a frequência de entrada é 1 MHz. Para a análise da função atenuação, foram usadas centenas de pontos correspondentes a cada caso, o que explica as várias oscilações no decorrer da direção de recepção do sinal. Em outras palavras, se o ponto de recepção varia ao longo do perfil do terreno, a intensidade do sinal recebido também varia.

Capítulo 4

Conclusão

4.1 Considerações finais

Um dos pré-requisitos para o desenvolvimento dos serviços de telecomunicações é o entendimento da propagação das ondas que são usadas para a transmissão de informações. A propagação das ondas de rádio pode ser descrita através da modelagem de diferentes mecanismos físicos, como por exemplo, através do espaço-livre, pela análise da atmosfera, através da difração, entre outros. Este tipo de modelagem é necessária para a concepção e implantação de sistemas de telecomunicações.

No presente trabalho apresentou-se um modelo de equação integral para prever a intensidade do campo elétrico para a faixa de HF. Com o objetivo de se estudar um método para esta faixa específica, implementou-se o algoritmo do modelo terra irregular proposto por R. H. Ott. Este modelo analisa o comportamento do campo elétrico de maneira eficiente e a maneira como o perfil do terreno influencia a propagação das ondas de superfície. Verificou-se que, para uma boa predição, o modelo necessita de um banco de dados do terreno analisado na direção de recepção do sinal.

A equação integral desenvolvida por Ott e Berry satisfaz a solução para os problemas de propagação sobre terrenos irregulares, porém, o algoritmo de WAGNER tornou-se numericamente instável para frequências acima de 10 MHz. Esta instabilidade ocorreu, principalmente, porque não se levou em consideração a região côncava do perfil que está relacionada com a escolha do sinal da função de Green [Ott, 1992], do contrário poderia se estender à aplicação para a faixa de VHF.

Os resultados apresentados mostram que a equação integral desenvolvida por Ott constitui uma ferramenta útil para a análise da função atenuação das ondas de rádio que se deparam com terrenos irregulares e não-homogêneos. Além disso, mostrou-se que a

análise numérica pode ser estendida para qualquer tipo de superfície através do método numérico de interpolação *spline* cúbica. Para validar a equação integral de Ott e Berry, os resultados obtidos foram comparados com os valores obtidos através da formulação proposta pela recomendação ITU-R P.368-7. Este modelo considera que a superfície da Terra seja lisa, não levando em consideração, no cálculo do campo, as irregularidades do terreno e os obstáculos presentes no trajeto da onda.

Após o estudo da teoria da propagação da onda de superfície e dos algoritmos implementados dos modelos de predição, foi realizada uma análise comparativa entre as atenuações do campo elétrico. Para uma boa predição do campo elétrico, os modelos necessitam de informações sobre o perfil do terreno e o ambiente real onde o sinal se propaga. Sob este prisma, o modelo da equação integral é o que mais se aproxima da realidade se comparado com o modelo predito pelo ITU-R P.368-7, pois o modelo desenvolvido por Ott considera as irregularidades do terreno.

Apesar de existirem vários estudos sobre a propagação das ondas de superfície, a solução ainda é um problema difícil, principalmente, quando a análise é feita para sistemas mais complexos. Isto ocorre da forte influência das características do solo, dos efeitos das propriedades eletromagnéticas e de obstáculos presentes no espaço que a onda percorre nas componentes de campo das ondas de superfície. Além disso, muitas vezes, os modelos teóricos não refletem a realidade do problema, e o uso de modelos mais completos pode exigir um custo computacional elevado.

4.2 Proposta de trabalhos futuros

Uma sugestão para a continuação deste estudo seria a modificação da equação integral estudada anteriormente, com o objetivo de tornar o algoritmo WAGNER numericamente estável para a faixa de VHF.

Outra recomendação seria a implementação de um modelo tridimensional, levando-se em consideração os efeitos da curvatura, bem como o uso de uma antena real com um fator de ganho específico, ao invés de uma fonte pontual idealizada. Além disso, pode-se avaliar a intensidade do sinal sobre terrenos mistos, onde os parâmetros do solo são variáveis.

Também seria interessante a comparação do método apresentado no presente trabalho com outras técnicas, determinando diversos parâmetros, como potência recebida no receptor, a taxa de erro de um método comparado com outro, o estudo aprofundado da qualidade e das características de um canal de propagação de ondas de rádio.

Referências Bibliográficas

- [Har, 1996] (1996). Radio communications in the digital age: Hf technology. *Harris Corporation*, 1:1–101.
- [ANATEL, 1999] ANATEL (1999). Regulamento técnico para a prestação do serviço de radiodifusão sonora em onda média e em onda tropical (faixa de 120 m). *Agência Nacional de Telecomunicações*.
- [Balanis, 1989] Balanis, C. A. (1989). *Advanced Engineering Electromagnetics*. John Wiley and Sons, Inc., New York.
- [Batista, 2008] Batista, C. G. (2008). *Predição de cobertura radioelétrica em terrenos mistos: uma abordagem via equações integrais*. Tese de mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais.
- [Berry, 1967] Berry, L. A. (1967). Radio propagation over a gaussian-shaped ridge. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, pages 701–703.
- [Chapra and Canale, 2002] Chapra, S. C. and Canale, R. P. (2002). *Numerical Methods for Engineers*, volume Fourth Edition. McGraw-Hill.
- [Feinberg, 1944] Feinberg, E. L. (1944). On the propagation of radio waves along an imperfect surface 1. *J. Phys. USSR*, 8(6):317–330.
- [Frederick H. Raab and Walker, 2002] Frederick H. Raab, Robert Caverly, R. C. M. E. J. B. H. A. M. D. P. M. and Walker, J. L. B. (2002). Hf, vhf, and uhf systems and technology. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 50:888–899.
- [Gesny and Ravard, 1999] Gesny, H. and Ravard, O. (1999). Propagation over irregular terrain in the vhf band: A review of integral equation models. *National Conference on Antennas and Propagation*, (461):61–64.

- [Hoffman, 1992] Hoffman, J. D. (1992). *Numerical Methods for Engineers and Scientists*, volume Second Edition. Marcel Dekker, Inc., New York.
- [Hufford, 1952] Hufford, G. A. (1952). An integral equation approach to the problem of wave propagation over an irregular terrain. *Quart. Appl. Math.*, 9:391–404.
- [Lima, 2008] Lima, F. F. (2008). *Estudo da propagação de sinal em ondas médias: contribuições para a implantação da radiodifusão digital no Brasil*. Tese de doutorado, Universidade de Brasília.
- [Lipa and Barrick, 1989] Lipa, B. J. and Barrick, D. E. (1989). Improved numerical solution of ott's integral equation for hf ground wave attenuation. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 37:260–262.
- [Ott, 1971] Ott, R. H. (1971). A new method for predicting hf ground wave attenuation over inhomogeneous, irregular terrain. *Research rept.: Office of Telecommunications/Institute for Telecommunication Sciences, Colorado*, (7):62 pages.
- [Ott, 1992] Ott, R. H. (1992). Ring: An integral equation algorithm for hf-vhf radio wave propagation over irregular, inhomogeneous terrain. *Radio Sci.*, 27:867–882.
- [Ott and Berry, 1970] Ott, R. H. and Berry, L. A. (1970). An alternative integral equation for propagation over irregular terrain. *Radio Sci.*, 5(5):767–771.
- [Ott and Berry, 1971] Ott, R. H. and Berry, L. A. (1971). An alternative integral equation for propagation over irregular terrain, part 2. *Radio Sci.*, 6(4):429–435.
- [R. H. Ott and Hufford, 1979] R. H. Ott, L. E. V. and Hufford, G. A. (1979). Ground-wave propagation over irregular inhomogeneous terrain: comparisons of calculations and measurements. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 27:284–286.
- [Rego, 2003] Rego, C. G. (2003). Conceitos básicos em propagação de ondas de rádio (notas de aula da disciplina "caracterização de canais rádio"). *Departamento de Engenharia Elétrica, UFMG, Belo Horizonte, Brasil*.
- [Union, 2007] Union, I. T. (2007). Recommendation itu-r p.368-7: Ground-wave propagation curves for frequencies between 10 khz and 30 mhz.
- [Wagner, 1953] Wagner, C. (1953). On the numerical solution of volterra integral equations. *J. Math. Phys.*, 32:289–401.

- [Wait, 1964] Wait, J. R. (1964). Electromagnetic surface waves. *Advances in radio research*, 1:157–217.
- [Wait, 1998] Wait, J. R. (1998). The ancient and modern history of em ground-wave propagation. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 40:7–24.
- [White, 2004] White, J. F. (2004). *High Frequency Techniques: An Introduction to RF and Microwave Engineering*. John Wiley and Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.