

**Rafael Frederico Alexandre**

**Modelagem, Simulação da Operação e  
Otimização Multiobjetivo Aplicada ao  
Problema de Despacho de Veículos em Minas  
a Céu Aberto**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

**Orientador**  
**Prof. Dr. João Antônio de Vasconcelos**

Belo Horizonte  
Minas Gerais – Brasil  
2010

Rafael Frederico Alexandre

Modelagem, Simulação da Operação e Otimização Multiobjetivo  
Aplicada ao Problema de Despacho de Veículos em Minas a Céu  
Aberto

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 12 de abril de 2010

---

Prof. Dr. Carlos Andrey Maia

---

Prof. Dr. Walmir Matos Caminhas

---

Prof. Dr. João Antônio de Vasconcelos  
(Orientador)

Belo Horizonte  
Minas Gerais - Brasil

A  
Deus, à minha família,  
em especial, meus pais  
Eli e Conceição,  
ao meu irmão e a  
Priscila.

# Agradecimentos

Agradeço a Deus.

Agradeço ao Professor Dr. João Antônio de Vasconcelos pelas brilhantes discussões e análises, que foram o fator principal para o sucesso deste trabalho.

Agradeço aos professores componentes da banca por aceitarem avaliar este trabalho.

Agradeço aos demais professores do PPGEE, que sempre se mostraram disponíveis em ajudar.

Agradeço aos meus familiares pelo apoio e incentivo em mais esta etapa da minha vida.

"Quem sabe concentrar-se numa coisa e insistir nela como único objetivo, obtém, ao cabo, a capacidade de fazer qualquer coisa."

(Gandhi)

# Resumo

Este trabalho apresenta o estudo, análise e modelagem matemática original do problema de despacho de veículos em minas a céu aberto do ponto de vista da otimização multiobjetivo. Além disto, é discutido e apresentado o desenvolvimento de um sistema computacional para simulação da operação virtual de uma mina a céu aberto, possuindo características diversas para fins de aplicabilidade geral. Desta forma, foi possível avaliar o desempenho de dois algoritmos de otimização multiobjetivo, em vários cenários distintos gerados pelo sistema de simulação virtual, o que permitiu a validação e análise de desempenho dos mesmos. Os algoritmos aplicados foram o NSGA-II (Non-Sorting Genetic Algorithm - II) e SPEA-2 (Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2) na resolução do problema multiobjetivo proposto. Ambos os algoritmos apresentaram bons resultados nos diversos cenários simulados. Como contribuição principal deste trabalho, além da modelagem matemática original, fica o sistema computacional implementado, pois é possível com sua utilização modelar cenários completos e complexos de operação de mina a céu aberto. Com estas simulações é possível avaliar e validar metodologias de despacho de veículos devido à possibilidade de se repetir as mesmas condições de operação da mina.

# Abstract

This work presents the study, analysis and an original mathematical model of the dispatch problem of vehicles in pit mines from the point of view of multiobjective optimization. In addition, is discussed and presented the development of a computer system for simulation of a virtual mine operation, which possesses several characteristics for purposes of general applicability. In this way, it was possible to assess the performance of two multiobjective evolutionary optimization algorithms, analyzed using various scenarios simulated by this computer system. The algorithms implemented were the NSGA-II (Non-Sorting Genetic Algorithm - II) and SPEA-2 (Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2). Both were applied to solving the multiobjective optimization problem modeled. Both algorithms provided good results in the various scenarios simulated. As the main contribution of this work, in addition to the original mathematical model, a friendly computational system was implemented, that make possible to simulate complete and complex operation scenarios of open pit mine. With these simulations is possible to assess and validate any dispatch vehicles methodologies due to the possibility of repeating the same mine operation conditions.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Preliminares.....</b>	<b>1</b>
1.1	Introdução.....	1
1.2	Objetivos .....	2
1.3	Justificativa .....	3
1.4	Organização do Trabalho .....	4
<b>2</b>	<b>Modelagem Matemática do Problema de Alocação de Equipamentos de Transporte .....</b>	<b>5</b>
2.1	Introdução.....	5
2.2	Contextualização do Problema .....	6
2.3	Classificação dos Problemas de Alocação de Equipamentos .....	7
2.4	Revisão bibliográfica: Modelagem Matemática do VRP .....	8
2.5	Modelo Matemático Proposto.....	10
2.5.1	Funções Objetivo .....	11
2.5.2	Restrições do Modelo Proposto .....	13
2.6	Características e Análise Comparativa dos Modelos .....	22
2.6.1	Funções Objetivo .....	22
2.6.2	Funções de Restrição .....	23
2.7	Conclusão .....	26
<b>3</b>	<b>Computação Evolucionária .....</b>	<b>28</b>
3.1	Introdução.....	28
3.2	Otimização Mono-objetivo .....	28
3.2.1	Algoritmos Genéticos.....	31
3.3	Otimização Multiobjetivo .....	32
3.3.1	Algoritmos Evolucionários Multiobjetivo.....	34
3.4	Conclusão .....	44
<b>4</b>	<b>Resolução do Problema de Alocação de Equipamentos de transporte via Algoritmos Evolucionários Multiobjetivo .....</b>	<b>45</b>
4.1	Introdução.....	45
4.2	Representação da Solução .....	46
4.3	Avaliação dos Indivíduos.....	49
4.4	Cruzamento.....	50
4.5	Mutação.....	51
4.5.1	Processo de Verificação e Alteração de Indivíduos .....	52
4.6	Critério de Parada.....	53
4.7	Conclusão .....	54
<b>5</b>	<b>O Software MineSim .....</b>	<b>57</b>
5.1	Introdução.....	57
5.2	Arquitetura .....	57
5.3	Dados de Entrada .....	59
5.4	Simulação.....	67
5.5	Conclusão .....	69
<b>6</b>	<b>Resultados e Discussões.....</b>	<b>70</b>
6.1	Introdução.....	70
6.2	Cenários de Teste.....	70
6.2.1	Cenário 1 .....	71

6.2.2	Cenário 2.....	74
6.2.3	Cenário 3.....	74
6.2.4	Cenário 4.....	75
6.2.5	Cenário 5.....	76
6.3	Análise dos Resultados.....	76
6.4	Conclusão .....	81
<b>7</b>	<b>Conclusões Finais.....</b>	<b>82</b>
7.1	Comparativo Entre os Modelos.....	82
7.2	Metodologia.....	83
7.3	Software de Simulação de Minas a Céu Aberto - MineSim.....	84
7.4	Cenários Estudados.....	84
7.5	Resultados Obtidos .....	85
7.6	Considerações Finais.....	86
<b>8</b>	<b>Bibliografia.....</b>	<b>87</b>

# Lista de Figuras

Figura 1 - Função ilustrando Máximo/Mínimo Local/Global. ....	29
Figura 2 - Diagrama de fluxo / Algoritmo Genético Simples. ....	31
Figura 3 - Soluções Pareto ótimo locais e globais. ....	33
Figura 4 - Distribuição das soluções na fronteira pareto. ....	34
Figura 5 - Modelo do NSGA-II. [16]. ....	37
Figura 6 - Representação gráfica das fronteiras Pareto. ....	39
Figura 7 - Cálculo da distância de multidão do NSGA-II. [16] ....	40
Figura 8 - Cálculo de aptidão das soluções utilizando o algoritmo SPEA2. ....	42
Figura 9 - Cenário ilustrativo. ....	46
Figura 10 - Possível indivíduo para 6 rotas. ....	48
Figura 11 - Cruzamento com 1 ponto de corte. ....	51
Figura 12 - Operador de mutação aplicado ao indivíduo. ....	51
Figura 13 - Verificação e correção de rotas inconsistentes quanto à compatibilidade dos equipamentos. ....	53
Figura 14 - Arquitetura da Mina Virtual. ....	58
Figura 15 - Tela inicial da Mina Virtual. ....	59
Figura 16 - Tela de listagem e edição de grupos de equipamentos. ....	60
Figura 17 - Tela de listagem e edição de cenários. ....	61
Figura 18 - Edição de rotas e trechos. ....	61
Figura 19 - Tela de edição de propriedades do cenário. ....	62
Figura 20 - Tela de edição de turmas e operadores. ....	63
Figura 21 - Tela de edição de períodos de operação e teores de qualidade. ....	64
Figura 22 - Tela de edição de locais. ....	64
Figura 23 - Tela de edição de um britador. ....	65
Figura 24 - Definição de equipamentos de carga. ....	66
Figura 25 - Definição de equipamentos de transporte. ....	66
Figura 26 - Diagrama de seqüência da simulação. ....	67
Figura 27 - Início da simulação. ....	68
Figura 28 - Lugares, transições e relações de fluxo da rede petri criada. ....	54
Figura 29 - Rede de Petri criada para a definição dos estados dos equipamentos. ....	55

# Lista de Tabelas

Tabela 1: Características das Soluções .....	25
Tabela 2 - Diferentes tipos de algoritmos genéticos. ....	35
Tabela 3 - Mapeamento dos locais do cenário. ....	46
Tabela 4 - Possíveis rotas de despacho para o cenário. ....	47
Tabela 5: Codificação e Decodificação do Indivíduo.....	48
Tabela 6 - Estrutura matricial para controle de eventos. ....	49
Tabela 7 - Lista de destinos viáveis por grupo de equipamentos.....	52
Tabela 8 - Distâncias entre os pontos da mina.....	71
Tabela 9 - Características dos equipamentos de transporte.....	72
Tabela 10 - Concentração dos Elementos Químicos (Frentes).....	72
Tabela 11 - Limites da Concentração dos Elementos Químicos (Britador) .....	72
Tabela 12 - Produtividade das máquinas de carga. ....	73
Tabela 13 - Parâmetros gerais da mina.....	73
Tabela 14 - Nova tabela de configurações de equipamentos.....	74
Tabela 15 - Novos pontos de carga e descarga .....	74
Tabela 16 - Concentração dos Elementos Químicos (Frentes).....	75
Tabela 17 - Limites da Concentração dos Elementos Químicos (Britador). ....	75
Tabela 18 - Produtividade das máquinas de carga do cenário 3.....	75
Tabela 19 - Parâmetros de qualidade de operação e clima. ....	76
Tabela 20 - Produtividade das máquinas de carga do cenário 5. ....	76
Tabela 21 - Comparativo do total de produção entre o cenário 3 e cenário 4. ....	80
Tabela 22 - Comparativo de total de distancia percorrida entre o cenário 3 e cenário 4.....	80
Tabela 23 - Comparativo de produtividade dos cenários 3 e 5. ....	85

# GLOSSÁRIO

- Equipamentos de transporte: todos os equipamentos na mina, responsáveis pelo transporte de um determinado material de um ponto a outro.
- Frentes de Lavra: locais onde são alocados os equipamentos de carga disponíveis para a operação.
- Equipamentos de carga: são responsáveis pelo carregamento dos equipamentos de transporte.
- Minério: é o material retirado das frentes de lavra que possui um valor econômico agregado ao mesmo. Normalmente são susceptíveis de exploração e venda com lucro para serem utilizadas, em geral, depois de um tratamento industrial.
- Estéril: porção de uma jazida mineral que não apresenta minério ou cujo teor de minerais ou elementos úteis esteja abaixo do teor de corte, não podendo ser aproveitada como minério bruto ou na planta de tratamento ou de concentração mineral. A existência de porções maiores de estéril pode tornar o custo de mineração muito alto e até inviabilizar a mina ou partes da mina.
- Teor de qualidade: valor de um elemento químico presente no minério. A composição dos teores de elementos químicos do minério fornece sua qualidade.
- Tempo de fila: tempo ao qual um determinado equipamento de transporte aguarda até que chegue o seu momento de ser carregado.
- Tempo de carregamento: tempo que uma máquina de carga leva para carregar um equipamento de transporte.
- Tempo de manobra: tempo que um equipamento de transporte leva para manobrar para que seja efetuada a sua carga.
- Carga média: normalmente os equipamentos de transporte em uma mina não possuem balanças para medir a massa do material que está sendo transportado. Logo faz-se necessário o uso de uma carga média de transporte para cada um dos equipamentos.
- Tempo de ciclo: tempo que um equipamento de transporte leva desde o seu despacho para uma frente de lavra até descarregar o material no destino especificado.
- Massa total: quantidade de material transportada por um determinado equipamento.

- Produtividade dos equipamentos: produção do equipamento durante um determinado período de operação.

# 1 Preliminares

## 1.1 Introdução

A grande concorrência existente no mercado mundial de mineração conduz ao aumento da competitividade, à busca por redução de custos e por mais informações que visam facilitar a tomada de decisão com maior confiabilidade. Para alcançar todos estes fatores, tornou-se necessário alocar os recursos disponíveis da mina de forma otimizada, tornando as operações mais complexas.

O desenvolvimento do setor de mineração é essencial para sustentar o crescimento econômico dos países produtores. O aproveitamento eficiente dos recursos minerais exige investimentos significativos em aplicações inteligentes, capazes de fornecer soluções para o uso mais eficiente de seus recursos. Em uma mineradora, o setor responsável pela operação da mina possui um custo operacional muito elevado devido ao transporte do material que está localizado em uma frente de lavra até o seu destino, normalmente um britador ou pilhas de estoque.

A operação da mina é composta pelo posicionamento das máquinas escavadeiras/carregadeiras nas frentes de lavra. O número de frentes de lavra varia de acordo com o plano de desenvolvimento da mina. Outro ponto importante está associado com o dimensionamento da frota de equipamentos de transporte e à qualidade esperada do minério. A operação consiste em escavar e transportar o material (minério ou estéril) de uma determinada frente de lavra até o seu destino (pilha de estéril ou britador). Na mineração, as atividades são complexas e envolvem elevados investimentos, logo, a definição da melhor forma de se utilizar os recursos disponíveis deve ser tomada com base em critérios científicos bem definidos. Neste contexto, adota-se a pesquisa operacional que visa fornecer ferramentas para dar suporte à tomada de decisão.

Segundo Brahma [6], a Pesquisa Operacional surgiu como uma importante área de estudo durante a segunda guerra mundial. Tinha como objetivo, solucionar problemas militares, como problemas de logística e de detecção de inimigos a iniciar ações de ataques em momentos oportunos. Normalmente, as pessoas responsáveis pela tomada de decisão estão diante de algum problema específico de Pesquisa Operacional. A solução de problemas na área de pesquisa operacional consiste

de três etapas: i). formulação matemática do problema, ii). análise da modelagem matemática e resolução utilizando-se de um algoritmo específico e iii). análise dos resultados e tomada de decisão.

Na solução de um problema utilizando a Pesquisa Operacional normalmente são utilizadas técnicas para simulação do problema real. Segundo Ingalls [26], a simulação é um processo de conceber um modelo de um sistema real e conduzir experimentos com este modelo, possibilitando avaliar diferentes estratégias para a operação do mesmo. Nesta circunstância, um dos usos da simulação na mineração é para responder a questões como: “O que aconteceria se...?”. Mais especificamente, o que aconteceria se mais um caminhão estivesse em operação neste período analisado?;. Segundo Merschmann [32], as primeiras aplicações de simulação na área de mineração surgiram na década de sessenta.

Neste trabalho, utilizam-se técnicas da área de Pesquisa Operacional para simular cenários de uma mina real, possibilitando assim, realizar uma análise de desempenho de algoritmos de despacho dinâmico de equipamentos de transporte. Estes algoritmos visam otimizar a alocação dos equipamentos de transporte procurando maximizar ou minimizar os objetivos definidos pela operação.

## 1.2 Objetivos

O objetivo principal do trabalho consiste em desenvolver uma ferramenta para a simulação da operação de uma mina genérica possuindo uma interface gráfica onde, algoritmos de otimização, responsáveis pelo despacho dos equipamentos de transporte, possam ser acoplados. Este sistema deve estar preparado para receber os dados de entrada indicados pelo usuário de acordo com o tipo de mina a ser estudada e o cenário desejado.

Conforme já citado, o despacho dos equipamentos em minas a céu aberto pode ser formulado como um problema de otimização e para resolvê-lo, dois algoritmos evolucionários multiobjetivo foram implementados sendo eles o NSGA-II [17] e o SPEA-2 [53]. A escolha desses métodos estocásticos foi feita considerando os seguintes trabalhos: Alvarenga [3], Merschmann [32], Chanda et al. [8], Saayman e B. Pinto [44].

Tendo em vista que os algoritmos evolucionários necessitam de uma série de parâmetros de entrada, é interessante permitir a configuração dos mesmos para que o usuário do sistema tenha possibilidade de adaptá-los na tentativa de ajustar o algoritmo ao problema a ser resolvido.

Após efetuar a entrada de dados no sistema, definindo o cenário de teste, o usuário pode realizar uma simulação de produção neste cenário por um determinado período de operação e após a conclusão da mesma, recebe como saída um resumo dos dados do cenário criado, a produtividade, o desvio de qualidade do minério, tempo de fila dos equipamentos e desvios de produção entre outras variáveis que podem ser interessantes na análise.

Durante o planejamento deste trabalho fez-se necessário a definição de alguns objetivos específicos para que o cumprimento do objetivo principal pudesse ser concluído corretamente. São eles:

- ✓ Desenvolvimento de uma formulação consistente para o problema de despacho de veículos (VRP – Vehicle Routing Problem).
- ✓ Desenvolvimento de uma metodologia multiobjetivo para o problema de despacho de equipamentos de transporte (MVRP - Multiobjective Vehicle Routing Problem).

### 1.3 Justificativa

Determinar o ganho de produtividade que um algoritmo de despacho dinâmico fornece a uma mina real não é uma tarefa trivial para se executar. Diferentes tipos de mina, bem como diferentes cenários numa mesma mina, fazem com que a comparação entre dois algoritmos aplicados ao problema seja extremamente difícil. As alterações nos cenários podem ser motivadas por diversos fatores como:

- ✓ Número de equipamentos: ao comparar um período de operação com outro período, devemos levar em consideração que o número de equipamentos disponíveis para as operações pode ser diferente. Em um período podemos ter equipamentos em manutenção impossibilitando o seu uso e no período subsequente, podemos ter estes equipamentos operando.
- ✓ Fatores climáticos: a comparação de dois períodos deve levar em consideração o fator do clima no momento da operação. Por exemplo, em um período chuvoso, normalmente a produtividade tende a cair devido à falta de visibilidade dos operadores e às más condições das vias.
- ✓ Turmas de operação: os operadores em mineradoras normalmente são agrupados em turmas de operação. Operadores com maior experiência, normalmente possuem uma maior produtividade, quando comparados a operadores novatos, uma vez que operam os equipamentos com maior eficiência.
- ✓ Locais de exploração: o planejamento de curto prazo em uma mina define quais serão as frentes de lavra que devem ser exploradas. Em um período futuro, as frentes de lavra normalmente não

serão as mesmas, podendo estar mais distantes ou mais perto do local de destino do material. Sendo assim, o tempo gasto para transportar o material normalmente é diferente em períodos distintos.

Considerando todos os pontos, é fácil perceber a importância de se ter à disposição um ambiente de simulação onde se possa simular diferentes minas e diferentes cenários e, com isto, reproduzir as mesmas condições, para a comparação de algoritmos de despacho de veículos, e, desta forma, avaliar qual metodologia de despacho é mais eficiente. Esta análise é que motivou o desenvolvimento deste trabalho.

## **1.4 Organização do Trabalho**

Essa dissertação está estruturada em sete capítulos. No Capítulo 2, discute-se a modelagem matemática do problema de despacho de veículos (VRP) em mina a céu aberto, analisando suas variantes, particularidades e restrições. No Capítulo 3, introduzem-se os conceitos e principais características dos algoritmos genéticos, explorando sua estrutura, os diversos operadores, os métodos de seleção dos indivíduos e os diversos parâmetros genéticos que podem ser configurados na solução do VRP. Também são definidos os conceitos de algoritmos multiobjetivo, detalhando os métodos NSGA-II e SPEA-2, que são algoritmos de otimização multiobjetivo, implementados para a solução do MVRP. No Capítulo 4, o desenvolvimento do algoritmo evolucionário para solução do VRP é discutido em detalhe, com ilustrações de como executa a codificação das possíveis soluções, bem como das operações genéticas utilizadas no bojo dos algoritmos evolucionários. No Capítulo 5, descreve-se a ferramenta desenvolvida para criar cenários de mina utilizados no processo de simulação. No Capítulo 6, são analisados os resultados numéricos para diversos cenários de mina que foram simulados. Finalmente no Capítulo 7, são apresentadas as conclusões finais do trabalho desenvolvido.

# 2 Modelagem Matemática do Problema de Alocação de Equipamentos de Transporte

## 2.1 Introdução

No problema da alocação de equipamentos de transporte em uma mina a céu aberto, normalmente procura-se efetuar o despacho da forma mais eficiente possível (segundo o critério adotado), possibilitando a redução de custos da produção e ainda assim atender aos requisitos de qualidade e demanda da planta.

O simples fato de se aumentar o número de equipamentos em uma mina não necessariamente traduz-se em ganho de produtividade. O aumento de produtividade na operação da mina pode não estar alinhado com as necessidades da planta de atendimento da demanda por matéria prima, e de satisfação dos critérios de qualidade do minério produzido.

Dentro de uma mina, existem vários pontos de lavra e em cada um destes, podem existir minérios de diferentes composições químicas. Logo, faz-se necessário definir qual será o ritmo de extração de cada uma das frentes de lavra, para que se possa atingir ao planejamento da usina em termos de produtividade e qualidade do minério produzido.

O despacho de veículos sem o suporte de uma ferramenta computacional se torna inviável quando o número de veículos é grande. Além da sobrecarga do operador de despacho em termos de trabalho, na grande maioria das vezes, a alocação não será eficientemente realizada. Problemas, tipo despacho de mais de um equipamento de transporte para um mesmo local de carregamento, ocasionando fila, podem ocorrer com grande frequência.

Os objetivos deste capítulo são: i) abordar os diferentes modelos matemáticos propostos na literatura para resolver o problema de alocação de recursos em mina a céu aberto; ii) apresentar o modelo matemático proposto neste trabalho e iii) analisá-lo frente aos modelos estudados.

## 2.2 Contextualização do Problema

A realidade do mercado globalizado atual exige das empresas redução contínua de custos e maximização da produção. As empresas, que possuem grande número de recursos, desejam utilizá-los de maneira ótima reduzindo ao máximo o seu tempo ocioso. A utilização ótima dos recursos disponíveis pode significar para uma dada empresa a sua sobrevivência no mercado.

Os problemas que envolvem alocação de recursos, geralmente são complicados de serem resolvidos devido às inúmeras combinações de alternativas. Assim, a utilização de ferramentas computacionais para auxiliar o operador na tomada de decisão é nos dias atuais imprescindível.

O problema de alocação de recursos de transporte em uma mina a céu aberto, (VRP), se enquadra nesta realidade e tem recebido grande atenção de inúmeros pesquisadores nacionais e internacionais, como demonstram os trabalhos de Alvarenga [3], Coelho et al. [10], Costa et al. [14], Krause et al. [30], Moraes et al. [35] e R. Pinto [40] [41].

Em [3], Alvarenga analisa o despacho ótimo de equipamentos de transporte em uma mina a céu aberto empregando um algoritmo genético. O modelo matemático proposto foi concebido agregando três objetivos específicos: minimização do tempo de fila dos veículos; maximização da produtividade e da qualidade do minério produzido. Os resultados obtidos nas simulações do modelo matemático implementado, quando comparados com resultados utilizando estratégia de frente fixa, mostraram-se ser superiores, realçando a importância da ferramenta computacional no auxílio ao operador do despacho de equipamentos de transporte durante a tomada de decisão.

Um modelo de programação linear foi proposto por Costa et al. em [14]. Neste modelo de programação linear por metas, o problema analisado foi o de determinar o ritmo de lavra de cada frente, levando em consideração a alocação de equipamentos de carga e transporte, de modo a atender a produtividade requerida na alimentação da usina. Nesse trabalho, a alocação estática dos equipamentos de transporte foi adotada e os resultados obtidos mostraram que é possível atingir as metas requeridas no planejamento, com uma pequena redução de produtividade.

R. Pinto e Merschmann em [40] apresentam um modelo que considera os problemas de mistura do minério e de alocação de equipamentos de carga, visando obter a mínima relação estéril/minério. A alocação é realizada dinamicamente. Nesse modelo, busca-se determinar qual deve ser a produção de cada frente de lavra, e alocam-se os equipamentos de carga às frentes escolhidas. Os autores observam

que a implementação desse não é trivial, devido ao grande número de restrições. Uma característica importante do modelo proposto é o fato dele ser não-linear.

Merschmann em [32] propôs um sistema composto por dois módulos: i) módulo de otimização e ii) módulo de simulação para análise de cenários em minas a céu aberto. No módulo de otimização, simula-se o problema como sendo de programação linear (PL) e o de simulação faz a simulação de eventos discretos baseado no método das três fases [38]. O objetivo da otimização é maximizar a qualidade do minério, isto é, fazendo a mistura ótima dos minérios oriundas das várias frentes de lavra. O segundo tem por objetivo avaliar a viabilidade operacional dos resultados obtidos no primeiro módulo, isto é, verificar se os despachos sugeridos são factíveis.

O trabalho apresentado por Rodrigues em [42], apresenta uma análise comparativa de simulação de cenários utilizada no despacho de equipamentos de transporte em minas a céu aberto, empregando metodologias baseadas em programação linear, programação dinâmica e heurísticas. Na conclusão do trabalho, a autora afirma que nenhuma das metodologias testadas gerou resultados que pudessem sinalizar a supremacia de uma dada metodologia em relação às demais.

R. Pinto em [39] apresenta o uso de um controlador nebuloso para definir o despacho de equipamentos de transporte para frentes de lavra de minério objetivando a maximização da produtividade e qualidade. Um ponto importante apontado nas conclusões deste trabalho é que a frequência e a duração das quebras dos equipamentos alocados às frentes é um dos fatores que podem impactar na qualidade e produtividade da mina.

## **2.3 Classificação dos Problemas de Alocação de Equipamentos**

Segundo Rodrigues em [42], existem basicamente duas formas de se alocar equipamentos de transporte em uma mina a céu aberto: i) alocação estática e ii) alocação dinâmica.

Na primeira, a autora afirma que este tipo de alocação é o método mais utilizado nas minas de hoje em dia, principalmente em minas de pequeno e médio porte. A denominação estática é devido aos modelos possuírem como característica o fato da rota ser estática, isto é, os pontos de carga e descarga de material são fixos. Nestes modelos, os autores levam em consideração dois pontos importantes: i) cada caminhão deve atender a uma única frente de lavra e considera que cada uma das frentes de lavra existentes pode possuir mais de um caminhão alocado; ii) um determinado equipamento de transporte poderá trabalhar em uma determinada frente de lavra, apenas se este for compatível com o

equipamento que é responsável pelo seu carregamento. Um ponto a ser considerado é que este método, embora seja menos oneroso, fornece à mina em questão, um retorno menor na produtividade dos equipamentos, podendo gerar filas e ocasionar inatividade dos equipamentos de carga.

Na segunda, definida como alocação dinâmica, os equipamentos de transporte são alocados dinamicamente no tempo de acordo com a necessidade de produção e a qualidade do material. Portanto a rota de um determinado veículo pode alterar ao longo do tempo. A cada vez que o equipamento chega a um local de carga ou descarga, o algoritmo define qual será a sua próxima rota. Para isso, o algoritmo procura definir a alocação evitando a ocorrência de filas nos locais de carga e descarga, e também, ele possibilita checar se o material produzido atenderá às metas de qualidade definidas.

## **2.4 Revisão bibliográfica: Modelagem Matemática do VRP**

Os modelos matemáticos existentes na literatura para analisar o problema de despacho de equipamentos de transporte são divididos em: i) modelos com base na programação linear (PL) e ii) modelos com base na programação dinâmica (PD). No primeiro grupo, os modelos visam, em geral, determinar a quantidade ótima de material que deve ser retirada de cada frente de lavra. No segundo grupo, o objetivo é determinar a alocação ótima dos equipamentos de transporte em um determinado instante de tempo, buscando maximizar a sua produtividade, porém respeitando as restrições impostas.

Há na literatura, diversos modelos matemáticos, dentre os quais tem-se:

- Wilke e Reimer [36]
- Chanda e Dagdelen [8]
- R. Pinto et al. [41]
- Moraes et al. [35]
- R. Pinto e Merschmann [40]
- Costa et al. [14]
- Coelho et al. [10]

No modelo Wilke e Reimer apud Mutmansky [36], busca-se determinar qual é a relação ótima de extração de minério/estéril. As características principais do modelo proposto são: maximizar

extração de material, restrição de qualidade entre um intervalo pré-definido e limite de produção por frente de lavra.

Chanda e Dagdelen em [8] analisam o problema de maximização da qualidade e satisfação das metas definidas no planejamento da mina. Segundo os autores, a técnica de manter a qualidade do minério produzido é a mais adequada para as mineradoras uma vez que tal técnica visa produzir minério o mais próximo das metas impostas.

R. Pinto et al. em [41] apresentam um modelo matemático para o problema de mistura de minério levando em consideração a capacidade dos equipamentos de carga que estão em operação. Assim, a quantidade de minério a ser retirada de cada pilha deve ser múltipla da capacidade da caçamba do equipamento de carga. O modelo é implementado utilizando planilhas eletrônicas e utiliza um software denominado What's Best para a resolução do problema de mistura de minério e assim determinar o ritmo de cada frente de lavra, a alocação e dimensionamento dos equipamentos de transporte. Como conclusão, os autores afirmam que o uso do software se mostrou bastante simples e independente do número de restrições utilizadas.

Moraes et al. em [35] propõem um modelo com enfoque na mistura de produtos estocados em pátios de uma mina de minério de ferro. A formulação matemática apresentada modela o problema de determinação da qualidade do minério, em que as restrições operacionais do pátio são consideradas. O modelo apresentado foi baseado no trabalho de Chanda e Dagdelen em [8]. Entretanto, os autores não consideram neste trabalho as restrições de seqüenciamento para as máquinas retomadoras. Nesse modelo, a ideia é identificar as áreas do pátio de minérios que devem ser primeiramente esvaziadas para reposição de material. Segundo os autores, pilhas de minério que se encontram distantes umas das outras não devem ser retiradas em uma única operação uma vez que o tempo de deslocamento das máquinas retomadoras é alto, e o tempo para a composição dos vagões de trens que serão carregados é pequeno.

R. Pinto e Merschmann em [40] apresentam dois modelos matemáticos para resolver o problema operacional relacionado com o planejamento de lavra a céu aberto. Ambos os modelos possuem como objetivo determinar o ritmo de lavra de cada frente disponível e alocar os equipamentos existentes às mesmas. Os modelos se diferem quanto ao método de alocação. O primeiro deles trabalha com a alocação estática dos equipamentos. Já o segundo aloca os equipamentos de forma dinâmica. Os autores concluem que a implementação computacional dos modelos apresentados não foi uma tarefa trivial devido ao grande número de restrições apresentadas.

Costa et al. em [14] apresentam um modelo matemático baseado em programação linear por metas. Este modelo visa definir o ritmo de lavra ótimo de cada uma das frentes fornecendo à usina de beneficiamento uma alimentação adequada. Após a definição do ritmo de lavra de cada uma das frentes, os autores propuseram uma forma de alocar os equipamentos de transporte de forma dinâmica de acordo com sua capacidade de carga e compatibilidade. O modelo também visa evitar a formação de filas nas frentes de lavra. O modelo proposto foi implementado utilizando um software de otimização denominado LINGO e faz interface com planilhas em Excel. Os resultados obtidos demonstram que o modelo atingiu as metas definidas, aperfeiçoou a alocação dos equipamentos e o carregamento dos mesmos.

Coelho et al. em [10] apresentam um modelo adaptado do trabalho de Costa et al. em [14], onde modificam a equação que define a relação de estéril/minério por uma equação que define uma meta de produção de estéril. Segundo os autores esta substituição é feita porque pode ser necessário estabelecer limites de produção de estéril que não sigam a mesma proporção da meta de minério. É realizada a simulação de uma hora de um cenário no trabalho sendo ela replicada enquanto não existirem frentes exauridas ou enquanto as condições operacionais forem mantidas. Para solucionar o problema os autores propõem um algoritmo heurístico híbrido que combina os procedimentos heurísticos GRASP, Variable Neighborhood Descent e Iterated Local Search. Como conclusão os autores afirmam que o algoritmo proposto é competitivo, pois foi capaz de encontrar soluções de boa qualidade rapidamente e com baixa variabilidade das soluções finais.

## **2.5 Modelo Matemático Proposto**

Após o estudo apresentado no item 2.4, onde se analisou os principais trabalhos disponíveis na literatura sobre o despacho de veículos em mina a céu aberto, observou-se que os modelos são diferentes devido às considerações de diferentes objetivos e restrições. Assim, visando contribuir com esta área, neste trabalho propõe-se um modelo que tenta ser mais genérico, permitindo a análise de cenários complexos, e por isto possível de ser aplicado a diferentes contextos de mina a céu aberto.

As características do modelo proposto serão descritas após a formulação matemática apresentada na sequência. A compreensão do modelo matemático proposto é facilitada apresentando a definição das grandezas envolvidas no momento da apresentação das funções objetivo e funções de restrição, pois o número de parâmetros envolvidos é grande.

### 2.5.1 Funções Objetivo

No modelo proposto neste trabalho considera-se a existência de diversos objetivos. Isto é feito para permitir ao software desenvolvido ser genérico e poder ser aplicado a minas complexas. As cinco funções objetivo consideradas neste modelo são:

- Maximização da Extração de minério

$$\max \sum_{m \in M} x_m \quad \forall m \in M \quad (2.1)$$

- ✓ M: Conjunto de frentes de lavra de minério.
- ✓  $x_m$  : Ritmo de produção de minério para a  $m$ -ésima frente de lavra (t/h).

- Maximização da Extração de estéril

$$\max \sum_{e \in E} x_e \quad \forall e \in E \quad (2.2)$$

- ✓ E: Conjunto de frentes de lavra de estéril.
- ✓  $x_e$  : Ritmo de produção de estéril para a  $e$ -ésima frente de lavra (t/h).

- Minimização dos desvios de qualidade

$$\min \sum_{q \in Q} \left| \sum_{m \in M} q_{qm} x_m - qr_q \right| \quad (\forall q \in Q) \wedge (\forall m \in M) \quad (2.3)$$

- ✓ Q: Conjunto de elementos químicos do minério.
- ✓ M: Conjunto de frentes de lavra de minério.
- ✓  $q_{qm}$ : Teor de concentração química do elemento  $q$  na  $m$ -ésima frente de lavra de minério (%)

- ✓  $x_m$  : Ritmo de produção de minério para a  $m$ -ésima frente de lavra (t/h).
- ✓  $qr_q$ : Teor recomendado da concentração química do elemento  $q$  (%).

- Minimização dos desvios de produção

$$\min \beta_M \left| Pm_r - \sum_{m \in M} x_m \right| + \beta_E \left| Pe_r - \sum_{e \in E} x_e \right| \quad (\forall m \in M) \wedge (\forall e \in E) \quad (2.4)$$

- ✓  $\beta_M$ : Constante que mede o grau de importância do desvio na produção de minério.
- ✓  $\beta_E$ : Constante que mede o grau de importância do desvio na produção de estéril.
- ✓  $M$ : Conjunto de frentes de lavra de minério.
- ✓  $E$ : Conjunto de frentes de lavra de estéril.
- ✓  $x_m$  : Ritmo de produção de minério para a  $m$ -ésima frente de lavra (t/h).
- ✓  $x_e$  : Ritmo de produção de estéril para a  $e$ -ésima frente de lavra (t/h).
- ✓  $Pm_r$  : Ritmo de produção de minério planejado para a mina (t/h).
- ✓  $Pe_r$  : Ritmo de produção de estéril planejado para a mina (t/h).

- Minimização do tempo de fila

$$\min \sum_{e_v \in Nevts} \sum_{v \in V} tfv_{e_v v} \cdot (t_0 - tevts_{e_v})_+ \quad (\forall e_v \in Nevts) \wedge (\forall v \in V) \quad (2.5)$$

- ✓  $Nevts$ : Número de eventos.
- ✓  $V$ : Conjunto de equipamentos de transporte (veículos).
- ✓  $tfv_{e_v v}$  : Tempo de fila do veículo  $v$  no  $e_v$ -ésimo evento (min).
- ✓  $tevts_{e_v}$  : Tempo decorrido a partir do início do  $e_v$ -ésimo evento (min).
- ✓  $t_0$ : Tempo de referência a partir do qual não se penaliza o tempo de fila pelo fato de ser despachos com pouquíssima probabilidade de serem utilizados.
- ✓  $(t_0 - tevts_{e_v})_+$ : considera-se apenas os valores positivos da quantidade entre parênteses.

Para o melhor entendimento das funções objetivo apresentadas acima, será descrito o que significa de cada uma delas. As equações (2.1) e (2.2) modelam a produção na mina, tanto de minério quanto de estéril, em termos do ritmo de produção em t/h.

A função objetivo mostrada em (2.3) modela a qualidade do produto em termos da concentração dos elementos químicos desejada. O melhor produto em termos de qualidade é aquele em esta função retorna valor nulo, significando que o teor de concentração de cada elemento químico desejado foi atendido no produto final.

A equação (2.4), por sua vez, modela a produção de minério e estéril. Se a produção se igualar aos valores desejados, a função retorna valor nulo, significando que a produção da mina está conforme o planejado.

Por fim, a equação (2.5) modela a minimização do tempo perdido em filas. Esta equação penaliza mais os tempos em filas mais próximas do tempo corrente que aquelas que vão ocorrer mais ao final do período considerado de 60 minutos.

## 2.5.2 Restrições do Modelo Proposto

Onze conjuntos de restrições foram considerados no modelo matemático proposto. Eles são descritos e quando necessário são analisados.

### 2.5.2.1 Limites de Desvio de Qualidade Química

Na equação (2.6), o teor de concentração do elemento químico  $q$ , da massa total produzida nas frentes de lavra  $M$ , deve estar limitado conforme equação (2.6).

$$ql_q \leq \frac{\sum_{m \in M} q_{qm} x_m}{\sum_{m \in M} x_m} \leq qu_q \quad (\forall q \in Q) \wedge (\forall m \in M) \quad (2.6)$$

- ✓  $Q$ : Conjunto de elementos químicos do minério.
- ✓  $M$ : Conjunto de frentes de lavra de minério.
- ✓  $ql_q$ : limite inferior do teor de concentração do  $q$ -ésimo elemento químico (%)
- ✓  $qu_q$ : limite superior do teor de concentração do  $q$ -ésimo elemento químico (%)
- ✓  $q_{qm}$ : Teor de concentração química do elemento  $q$  na  $m$ -ésima frente de lavra de minério (%)

- ✓  $M$ : Conjunto de frentes de lavra de minério.
- ✓  $x_m$  : Ritmo de produção de minério para a  $m$ -ésima frente de lavra (t/h).

### 2.5.2.2 Limites de Desvio de Produção de Minério e Estéril

As equações (2.7) à (2.10) definem que o ritmo de produção de minério e estéril produzidos deve satisfazer aos limites inferiores e superiores.

$$\sum_{m \in M} x_m - Pm_u \leq 0 \quad \forall m \in M \quad (2.7)$$

$$\sum_{m \in M} x_m - Pm_l \geq 0 \quad \forall m \in M \quad (2.8)$$

$$\sum_{e \in E} x_e - Pe_u \leq 0 \quad \forall e \in E \quad (2.9)$$

$$\sum_{e \in E} x_e - Pe_l \geq 0 \quad \forall e \in E \quad (2.10)$$

- ✓  $M$ : Conjunto de frentes de lavra de minério.
- ✓  $E$ : Conjunto de frentes de lavra de estéril.
- ✓  $x_m$  : Ritmo de produção de minério para a  $m$ -ésima frente de lavra (t/h).
- ✓  $x_e$  : Ritmo de produção de estéril para a  $e$ -ésima frente de lavra (t/h).
- ✓  $Pm_u$ : Limite superior para a produção de minério da mina (t/h)
- ✓  $Pm_l$ : Limite inferior para a produção de minério da mina (t/h)
- ✓  $Pe_u$ : Limite superior para a produção de estéril da mina (t/h)
- ✓  $Pe_l$ : Limite inferior para a produção de estéril da mina (t/h)

### 2.5.2.3 Limite do Ritmo de Produção por Frente

Cada frente de lavra existente em uma mina possui um limite de ritmo de retirada de material. Esta é uma restrição operacional que normalmente ocorre devido à localização desta frente, aos equipamentos que ali se encontram ou mesmo, devido ao material que está sendo extraído. Esta restrição é apresentada pela equação (2.11), a qual simplesmente diz que o ritmo de produção da frente,  $x_f$ , deve ser no máximo igual ao limite superior  $Ru_f$ , que é o máximo ritmo de extração de minério e estéril fixado no planejamento da mina.

$$x_f \leq Ru_f \quad \forall f \in F \quad (2.11)$$

- ✓  $F$ : Conjunto de frentes formadas por  $M \cup E$ .
- ✓  $x_f = x_m + x_e$ : Ritmo de produção para a  $f$ -ésima frente de lavra (t/h).
- ✓  $Ru_f$ : Limite superior do ritmo de produção para a  $f$ -ésima frente de lavra (t/h).

### 2.5.2.4 Relação entre o Ritmo de Produção de Estéril/Minério

O ritmo de produção de estéril para todas as frentes de lavra  $e \in E$ , dividido pelo ritmo de produção de minério para todas as frentes de lavra  $m \in M$ , deve ser inferior a um valor pré-definido de relação estéril minério ( $rem$ ). Matematicamente, esta relação é formulada por (2.12).

$$\sum_{e \in E} x_e - rem \sum_{m \in M} x_m \geq 0 \quad (\forall e \in E) \wedge (\forall m \in M) \quad (2.12)$$

- ✓  $E$ : Conjunto de frentes de estéril.
- ✓  $M$ : Conjunto de frentes de minério.
- ✓  $x_e$ : Ritmo de produção de estéril para a  $e$ -ésima frente de lavra (t/h).
- ✓  $x_m$ : Ritmo de produção de minério para a  $m$ -ésima frente de lavra (t/h).
- ✓  $rem$ : Razão máxima entre a produção de estéril e minério.

### 2.5.2.5 Limite de Produtividade do Equipamento de Carga

Em cada frente de lavra existente há pelo menos um equipamento de carga. A produtividade de cada equipamento em termos de ritmo de produção (t/h) deve ser limitada por uma produtividade mínima e máxima. Assim, a produtividade da frente de lavra é, portanto, restrita pela produtividade de seus equipamentos.

$$\sum_{f \in F} \sum_{z \in Z} Cl_c y_{cf} u_{cz} a_{cz} \leq P_{uc} \quad (\forall c \in C) \wedge (\forall z \in Z) \wedge (\forall f \in F) \quad (2.13)$$

$$\sum_{f \in F} \sum_{z \in Z} Cl_c y_{cf} u_{cz} a_{cz} > P_{lc} \quad (\forall c \in C) \wedge (\forall z \in Z) \wedge (\forall f \in F) \quad (2.14)$$

- ✓ F: Conjunto de frentes formadas por  $M \cup E$ .
- ✓ Z: Conjunto de operadores de equipamentos.
- ✓  $Cl_c$ : Capacidade mínima de produção do  $c$ -ésimo equipamento de carga.
- ✓  $u_{cz}$ : Fator de qualidade da operação do equipamento  $c$  pelo operador  $z$ .
- ✓  $a_{cz} : \begin{cases} 1 & \text{se o operador } z \text{ estiver operando o equipamento } c \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$
- ✓  $y_{cf} : \begin{cases} 1 & \text{se o equipamento de carga } c \text{ opera na frente } f \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$
- ✓  $P_{uc}$ : Limite superior do ritmo de produção do equipamento  $c$  (t/h).
- ✓  $P_{lc}$ : Limite inferior do ritmo de produção do equipamento  $c$  (t/h).

A produtividade é influenciada pelo operador da máquina, pois normalmente um operador com uma maior experiência trabalha alocado em uma máquina fazendo com que a mesma gere uma maior produtividade em relação à média dos demais operadores.

### 2.5.2.6 Limite do Tempo de Transporte

O fator que mais impacta na produtividade em uma mina a céu aberto é o tempo de ciclo de um determinado equipamento de transporte. Este tempo depende naturalmente do equipamento, da frente

de lavra e do operador. Assim, a soma de todos os tempos deve ser inferior a determinado limite superior.

$$\begin{aligned}
 Tagd_{vodz} + Tmv_{vodz} + Tc_{vodz} + Tmc_{vodz} + Tfd_{vodz} < Tt_{vodz} \\
 (\forall v \in V) \wedge (\forall o, d \in B \cup F) \wedge (\forall z \in Z)
 \end{aligned}
 \tag{2.15}$$

- ✓ V: Conjunto de veículos de transporte.
- ✓ F: Conjunto de frentes de lavra formadas por  $M \cup E$ .
- ✓ B: Conjunto de britadores.
- ✓ Z: Conjunto de operadores de equipamentos.
- ✓  $Tagd_{vodz}$ : Tempo de espera do  $v$ -ésimo equipamento de transporte antes da ordem de despacho (min).
- ✓  $Tmv_{vodz}$ : Tempo do  $v$ -ésimo equipamento de transporte gasto para movimentar-se vazio do ponto o (origem) ao ponto d (destino) (f-ésima frente de lavra) (min).
- ✓  $Tc_{vodz}$ : Tempo de carregamento do  $v$ -ésimo equipamento de transporte (min).
- ✓  $Tmc_{vodz}$ : Tempo do  $v$ -ésimo equipamento de transporte gasto para movimentar-se cheio ponto o (origem) ao ponto d (destino) (min).
- ✓  $Tfd_{vodz}$ : Tempo de descarregamento do  $v$ -ésimo equipamento de transporte (min).
- ✓  $Tt_{vodz}$ : Limite máximo de tempo para conclusão do ciclo do equipamento  $v$  operado pelo operador  $z$  na frente de lavra  $f$ .

Esta restrição é avaliada no processo de otimização durante a avaliação dos indivíduos da população.

### 2.5.2.7 Alocação de Equipamentos de Carga

Para o modelo matemático proposto é necessário realizar a alocação dos equipamentos de carga para operarem nos pontos de carregamento. A equação (2.16) a seguir restringe o número máximo de equipamento de carga associado à f-ésima frente de lavra. A equação (2.17) define que cada um dos equipamentos, opera em no máximo em uma frente de lavra, e a equação (2.18) define o conjunto de valores que a variável  $y_{cf}$  pode conter.

$$\sum_{c \in C} y_{cf} \leq Limc_f \quad (\forall c \in C) \wedge (\forall f \in F) \quad (2.16)$$

$$\sum_{f \in F} y_{cf} \leq 1 \quad \forall f \in F \quad (2.17)$$

$$y_{cf} \in \{0,1\}, \quad \forall c \in C \wedge \forall f \in F \quad (2.18)$$

- ✓ C: Conjunto de equipamentos de carga.
- ✓ F: Conjunto de frentes formadas por  $M \cup E$ .
- ✓  $y_{cf}$ :  $\begin{cases} 1 & \text{se o equipamento de carga } c \text{ opera na frente de lavra } f \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$
- ✓  $Limc_f$ : Número máximo de equipamentos de carga que podem ser alocados à frente de lavra f.

Deve ser observado que as restrições são verificadas na construção do cenário de operação da mina. Durante o processo de otimização, elas não são avaliadas, pois o cenário construído deve obrigatoriamente satisfazê-las.

### ***2.5.2.8 Compatibilidade dos Equipamentos de Carga e Transporte***

Em mina a céu aberto, é necessário que em determinada frente de lavra o veículo de transporte seja compatível com o equipamento de carregamento. Assim, somente é possível alocar um determinado equipamento de transporte a uma máquina de carga se eles forem compatíveis, conforme equação (2.19). A equação (2.22) define esta compatibilidade.

$$y_{cf} + y_{vf} - 2g_{vc} = 0 \quad (2.19)$$

$$y_{vf} \in \{0,1\} \quad (\forall v \in V) \wedge (\forall f \in F) \quad (2.20)$$

$$y_{cf} \in \{0,1\} \quad (\forall c \in C) \wedge (\forall f \in F) \quad (2.21)$$

$$g_{vc} \in \{0,1\} \quad (\forall v \in V) \wedge (\forall c \in C) \quad (2.22)$$

- ✓ C: Conjunto de equipamentos de carga.
- ✓ F: Conjunto de frentes formadas por  $M \cup E$ .
- ✓ V: Conjunto de equipamentos de transporte (veículos).
- ✓  $y_{vf} : \begin{cases} 1 & \text{se o equipamento de carga } v \text{ opera na frente de lavra } f \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$
- ✓  $g_{vc} : \begin{cases} 1 & \text{se o equipamento de transporte } v \text{ for compatível com o equipamento de carga } c \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$

Esta restrição é processada durante a geração do indivíduo da população, onde após as operações de cruzamento e mutação se faz um teste de consistência do mesmo, ou seja, é verificado se os equipamentos de transporte e carga são compatíveis.

### 2.5.2.9 Alocação de Operadores

Os operadores dos equipamentos possuem treinamento específico para operarem determinados equipamentos. Assim, é possível considerar no modelo matemático estas informações e fazer a alocação dos operadores de forma a explorar suas habilidades. A restrição imposta pela equação (2.23) garante que o operador  $z$  opera no máximo um equipamento. Já a equação (2.24) define que o equipamento  $g$  é operado por apenas um operador. A equação (2.25) define o conjunto de valores da variável  $alloc_{gz}$ .

$$\sum_{g \in G} a_{gz} \leq 1 \quad (\forall z \in Z) \quad (2.23)$$

$$\sum_{z \in Z} a_{gz} \leq 1 \quad (\forall z \in Z) \wedge (\forall g \in G) \quad (2.24)$$

$$a_{gz} \in \{0,1\}, \quad (\forall g \in G) \wedge (\forall z \in Z) \quad (2.25)$$

- ✓ G: Conjunto de equipamentos, formado por  $C \cup V$ .
- ✓ Z: Conjunto de operadores de equipamentos.
- ✓  $a_{gz}: \begin{cases} 1 & \text{se o operador } z \text{ estiver operando o equipamento } g \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$

Deve ser destacado que as duas restrições são verificadas na construção do cenário de operação da mina. Durante o processo de otimização, elas não são avaliadas, pois o cenário construído deve obrigatoriamente satisfazê-las.

### 2.5.2.10 *Qualidade da Operação*

Em uma equipe de operadores de equipamentos em uma mina a céu aberto, existem pessoas que operam com maior habilidade um determinado equipamento do que outros. A habilidade com um determinado equipamento pode estar associada com o treinamento que o operador recebeu, experiência com o seu manuseio ou com um fator psicológico que por ventura possa influenciar o operador em determinado momento. Assim, nem todos os operadores conseguem extrair do equipamento a produtividade máxima. Uma operação ótima de um equipamento conduz a uma produtividade máxima de 100%. Do ponto de vista do modelo matemático, a qualidade da execução do serviço do operador  $z$  em um equipamento  $g$  deve estar dentro dos padrões definidos pela empresa, conforme equação (2.26).

$$Ql_g \leq q_{gz} \leq Qu_g \quad (2.26)$$

$$q_{gz} \in \{0,100\% \} \quad (\forall g \in G) \wedge (\forall z \in Z) \quad (2.27)$$

- ✓  $G$ : Conjunto de equipamentos, formado por  $C \cup V$ .
- ✓  $Z$ : Conjunto de operadores de equipamentos.
- ✓  $Ql_g$ : Limite mínimo aceitável da qualidade do serviço prestado por qualquer operador no manejo do equipamento  $g$  - (%).
- ✓  $Qu_g$ : Limite máximo aceitável da qualidade do serviço prestado por qualquer operador no manejo do equipamento  $g$  - (100%).
- ✓  $q_{gz}$ : Qualidade do serviço prestado pelo operador  $z$  no manejo do equipamento  $g$  - (%).

Deve ser destacado que esta restrição é verificada na construção do cenário de operação da mina. Durante o processo de otimização, ela não é considerada, pois o cenário construído deve obrigatoriamente satisfazê-la.

### **2.5.2.11** *Influência das Condições Climáticas*

Normalmente em uma operação de mina a céu aberto, o clima influencia diretamente a produtividade da operação. Em condições de adversidades climáticas, por exemplo, índice pluviométrico superior a determinado valor, a operação fica prejudicada tendo em vista que o tempo necessário para a execução de uma mesma atividade por determinado equipamento aumenta.

$$Ic < Icl \tag{2.28}$$

- ✓  $Ic \in [0; 1]$ : Índice de adversidade climática na mina.
- ✓  $Icl \in [Icl_{min}; 1]$ : Limite de referência do índice de adversidade climática na mina.
- ✓  $Icl_{min}$ : Limite inferior de adversidade climática verificada na mina.

Esta restrição é observada no momento de construção do cenário. Caso o índice de adversidade climática  $Ic$  na mina seja superior ao limite de referência  $Icl$ , a velocidade média dos equipamentos é degradada, isto é, multiplicada por uma constante interpolada entre valores definidos de mínimo e máximo, por exemplo, entre 1,0 e 0,5. O valor 1,0 corresponde ao valor de referência  $Ic = Icl$ , e 0,5 ao

valor máximo  $I_c = 1$  (pior caso). Para valores inferiores ao valor de referência ( $I_c < I_{cl}$ ), a velocidade de operação dos equipamentos de carga e transporte não sofre degradação.

## 2.6 Características e Análise Comparativa dos Modelos

Após a breve descrição dos modelos matemáticos encontrados na literatura para o problema de alocação de equipamentos em mina a céu aberto, e da apresentação do modelo matemático proposto neste trabalho, faz-se a seguir uma análise comparativa entre estes diversos modelos.

Para facilitar o entendimento da nomenclatura utilizada na síntese das características dos modelos matemáticos apresentados na Tabela 1, define-se a seguir quais são os objetivos e restrições considerados.

### 2.6.1 Funções Objetivo

1. **Maximização da Extração de Estéril** – busca maximizar a extração de estéril.
2. **Maximização da Extração de Minério** – busca maximizar a extração de minério.
3. **Minimização dos Desvios de Produção** – procura minimizar os desvios de produção de minério e estéril, isto é, visa fazer o despacho de tal forma que a produção de minério e estéril seja a mais próxima possível daquela desejada ou recomendada.
4. **Minimização dos Desvios de Qualidade** – busca produzir minério o mais próximo possível das metas de qualidade impostas, ou seja, minimizar os desvios do produto produzido em relação à meta de produção.
5. **Minimização do Número de Veículos** – procura trabalhar com o número mínimo de equipamentos de transporte atendendo as metas de produção e qualidade impostas.
6. **Minimização do Tempo de Fila** – busca reduzir ao máximo o tempo de fila que os equipamentos de transporte aguardam para o início do carregamento.
7. **Retomagem de Pátios** – procura remover produtos que estão em pátios em um estoque na mina, tendo como objetivo, definir qual é a pilha ideal para ser retomada de forma a atender às necessidades impostas.

## **2.6.2 Funções de Restrição**

- 1. Alocação de Equipamento de Carga** – busca definir qual é o equipamento que está trabalhando nesta frente.
- 2. Alocação de Equipamento de Transporte** – procura definir em qual das frentes existentes um determinado equipamento deve atuar.
- 3. Alocação de Operadores aos Equipamentos** – procura fazer a alocação do operador ao equipamento de carga ou transporte.
- 4. Compatibilidade de Equipamentos** – possibilitar que um equipamento de transporte possa ser alocado à uma frente de lavra apenas se for compatível ao equipamento de carga.
- 5. Influência das Condições Climáticas** – definir o quanto o clima influencia na produtividade da mina.
- 6. Limite de Alocação de Equipamento de Carga** – limitar a quantidade de equipamentos de transporte que podem ser alocados em uma frente de lavra, onde a máquina de carga opera.
- 7. Limite de Desvio de Produção** – limita o desvio de produção a um valor mínimo e máximo.
- 8. Limite de Desvio de Qualidade** - limita o desvio de qualidade a um valor mínimo e máximo.
- 9. Limite do Ritmo de Produção de Estéril** – respeitar o limite máximo e mínimo do ritmo de produção de estéril durante a operação.
- 10. Limite do Ritmo de Produção de Minério** – respeitar o limite máximo e mínimo do ritmo de produção de minério durante a operação.
- 11. Limite do Ritmo de Produção por Frentes** – limitar a quantidade mínima e máxima do ritmo de produção por frente.
- 12. Limite do Ritmo de Produção Total** – limite máximo do ritmo de produção da mina para o período de operação.
- 13. Limite de Operadores por Equipamento** – definir que um determinado equipamento possui no máximo um operador.
- 14. Penalização da não Utilização de Equipamento de Transporte** – penalizar a não utilização ou subutilização de um equipamento de transporte.
- 15. Produtividade das Máquinas de Carga** – indica qual é a produção de um determinado equipamento de carga em função de um tempo.

16. **Limite da Relação Estéril/Minério** - proporção de extração de um material em relação a outro.
17. **Retomada Concentrada** - procurar retomar minério de forma concentrada em um ou mais conjuntos contíguos de pilhas.
18. **Retomada de Pilhas** - visa a retomada total de uma determinada pilha localizada em um pátio possibilitando assim, liberar espaço no pátio em questão.
19. **Qualidade da Operação** - definir um fator de qualidade de operação para cada um dos operadores, uma vez que os operadores são heterogêneos.
20. **Seqüenciamento Horizontal da Retomada** - define que para remover o minério de uma determinada pilha situada em uma baliza é necessária a retirada do material da pilha situada na baliza anterior.
21. **Seqüenciamento Vertical de Retomada** - permitir a retomada do material que está na parte inferior da pilha, caso o minério da pilha subsequente já esteja retirado.
22. **Taxa de utilização de Equipamento de Transporte** - restrição visa definir uma taxa de uso do equipamento de transporte.

A Tabela 1 apresenta as características encontradas nos modelos estudados. Para uma melhor organização da tabela esses modelos são identificados com a seguinte legenda:

- ✓ Wilke e Reimer - [WiR]
- ✓ Chanda e Dagdelen - [ChD]
- ✓ R. Pinto et al - [Pea]
- ✓ Moraes et al - [Mea]
- ✓ R. Pinto e Merschmann (Estático) - [PMe]
- ✓ Costa et al - [Cse]
- ✓ R. Pinto e Merschmann (Dinâmico) - [PMd]
- ✓ Coelho et al - [Cee]
- ✓ Proposto neste trabalho - [Dis]

Tabela 1: Características das Soluções

Objetivos	Critério	[WiR]	[ChD]	[Pea]	[Mea]	[PMe]	[Cse]	[PMd]	[Cee]	[Dis]
1.	Maximização da Extração de Estéril	X	X	X		X	X	X		X
2.	Maximização da Extração de Minério	X	X	X		X	X	X		X
3.	Minimização dos Desvios de Produção		X		X		X		X	X
4.	Minimização dos Desvios de Qualidade		X		X		X		X	X
5.	Minimização do Número de Veículos								X	
6.	Minimização do Tempo de Fila									X
7.	Retomagem de Pátios				X					
Restrições	Critério	[WiR]	[ChD]	[Pea]	[Mea]	[PMe]	[Cse]	[PMd]	[Cee]	[Dis]
1.	Alocação Estática de Equip. de Carga					X	X	X	X	X
2.	Alocação Estática de Equip. de Transp.					X	X			
3.	Alocação de Operadores aos Equipamentos									X
4.	Compatibilidade de Equipamentos					X			X	X
5.	Influência das condições climáticas									X
6.	Limite de Alocação de Equip. de Carga								X	X
7.	Limite de Desvio de Produção		X		X		X		X	
8.	Limite de Desvio de Qualidade		X		X	X	X	X	X	
9.	Limite do Ritmo de Produção de Estéril	X							X	X
10.	Limite do Ritmo de Produção de Minério				X				X	X
11.	Limite do Ritmo de Produção por Frentes	X	X	X		X	X		X	X
12.	Limite do Ritmo de Produção Total	X	X		X	X	X	X		
13.	Limite de Operadores por Equipamentos									X
14.	Penal. da não utilização de Equip. de Transp.								X	
15.	Produtividade das Máquinas de Carga	X		X					X	X
16.	Limite da Relação Estéril/Minério	X				X	X	X		X
17.	Retomada Concentrada				X					
18.	Retomada de Pilhas				X					
19.	Qualidade da Operação									X
20.	Seqüenciamento Horizontal da Retomada				X					
21.	Seqüenciamento Vertical de Retomada				X					
22.	Taxa de utilização de Equip. de Transporte								X	

Algumas conclusões podem ser observadas a respeito dos modelos:

- ✓ **Modelo de Wilke e Reimer** – É um dos modelos precursores para o problema em questão. Aborda 7 das características estudadas. Contudo, o modelo apresentado não aplica penalidades aos desvios de qualidade encontrados e também não trata do desvio em relação a produção. Outro ponto que se pode perceber é que ele trata apenas de um objetivo (maximização da produção).
- ✓ **Modelo de Chanda e Dagdelen** – Este modelo contempla 8 características estudadas. O modelo multiobjetivo considera, além da maximização da produção, minimização dos desvios de qualidade e desvios de produção. Contudo ele não aborda características como produtividade das máquinas de carga.
- ✓ **Modelo de R. Pinto et al.** – O modelo analisado trabalha apenas com 4 das características estudadas. Este modelo é totalmente focado em solucionar o problema de mistura de minério.

- ✓ **Modelo de Moraes et al.** – Este modelo trabalha com 11 das características estudadas. Seu objetivo básico é apresentar um modelo para a retomada de minério, procurando atender às necessidades de qualidade e trabalhar com restrições operacionais.
- ✓ **Modelo de R. Pinto e Merschmann (Estático)** – O modelo proposto se mostra bem completo em relação à alocação estática de equipamentos. Ele atende em 9 das características estudadas e trabalha com restrições de alocação de equipamentos.
- ✓ **Modelo de Costa et al.** – Visa alocar os equipamentos de forma estática na mina. Contempla 11 características analisadas. O mesmo se apresenta de forma multiobjetivo uma vez que além de procurar maximizar a produtividade procura também, minimizar os desvios de qualidade e de produção.
- ✓ **Modelo de R. Pinto e Merschmann (Dinâmico)** – Este modelo, mono-objetivo, trabalha com poucas restrições e considera como objetivo a maximização da extração na mina. Dos 29 objetivos e restrições identificadas nos modelos estudados, este modelo considera apenas 6.
- ✓ **Modelo de Costa et al.** – Este modelo, quando comparado aos demais apresentados pela literatura, se mostra bem mais completo, tratando de quase todas as restrições identificadas.
- ✓ **Modelo proposto neste trabalho** - Da análise da Tabela 1, verifica-se que o modelo proposto neste trabalho é do ponto de vista de objetivos e restrições o mais completo. Dos 29 objetivos e restrições identificadas nos modelos estudados, este modelo considera apenas 17.

## 2.7 Conclusão

Neste capítulo o problema de alocação de veículos em mina a céu aberto foi analisado, permitindo a identificação de funções objetivo e de restrições que foram matematicamente modeladas.

Na revisão bibliográfica, as características dos principais modelos encontrados na literatura foram descritos, o que permitiu comparar o modelo proposto neste trabalho com 8 modelos da literatura ([8], [36], [41], [35], [40], [15] e [10]). Dois dos modelos avaliados são apresentados em [40].

O resultado do estudo comparativo mostrou que o modelo matemático do problema apresentado neste trabalho contempla as principais características de uma mina a céu aberto, complexa, do ponto de vista da quantidade de restrições e objetivos considerados.

A resolução do problema de otimização formulado neste capítulo pode ser feita por algoritmos evolucionários. Isto porque os algoritmos evolucionários podem ser facilmente projetados para

solucionar problemas multiobjetivos, com ou sem restrições. Além disto, estes algoritmos são facilmente ajustados para tratar diferentes problemas de otimização, o que é o caso do presente problema devido à dinâmica da operação da mina. O estudo destes algoritmos é feita no próximo capítulo.

# 3 Computação Evolucionária

## 3.1 Introdução

A computação evolucionária é uma área de pesquisa que busca encontrar soluções eficientes para problemas de grande complexidade. As características principais dos algoritmos evolucionários são:

- ✓ São baseados na teoria da evolução de Darwin;
- ✓ Trabalham com populações de possíveis soluções;
- ✓ São aplicados em diversas áreas tais como otimização mono e multiobjetivo, classificação de padrões, diagnóstico de falhas incipientes, entre outras;
- ✓ São fáceis de serem adaptados a diferentes problemas da engenharia e não dependem de características específicas das funções envolvidas no modelo matemático dos problemas;
- ✓ São capazes de encontrar boas soluções para problemas com elevado grau de complexidade;
- ✓ São simples e fáceis de serem implementados.
- ✓ Não garante que seja encontrada a solução ótima para os problemas.
- ✓ Utiliza o tempo computacional para avaliação de cada solução gerada.

São estas características que nortearam a escolha de algoritmos evolucionários para a solução do problema de despacho de veículos em mina a céu aberto. Assim, nas seções que se seguem, são apresentados os principais conceitos sobre a abordagem da computação evolucionária, mais precisamente sobre as estratégias utilizadas nas operações genéticas envolvidas.

## 3.2 Otimização Mono-objetivo

Os algoritmos de otimização são estratégias inteligentes para solucionar problemas de minimização (ou de maximização) de funções<sup>1</sup>, em um determinado domínio, definido pelo conjunto de restrições nas

---

<sup>1</sup> As funções podem ser mono ou multivariáveis, lineares ou não-lineares, contínuas ou descontínuas.

variáveis de decisão. Segundo Goldberg em [22], o problema de otimização mono-objetivo pode ser matematicamente formulado como:

$$\text{minimize } f(\mathbf{x}) \tag{3.1}$$

$$\text{s. a: } \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq 0 \tag{3.2}$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0 \tag{3.3}$$

$$\mathbf{x} \in X \subset \mathbb{R}^N$$

onde  $\mathbf{x}$  é o vetor de variáveis de decisão ou de otimização com N elementos, X é um sub-espço de  $\mathbb{R}^N$ ,  $f(\mathbf{x}): \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $\mathbf{g}(\mathbf{x}): \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^J$  e  $\mathbf{h}(\mathbf{x}): \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^K$  são respectivamente a função objetivo, o vetor de restrições de desigualdade e o vetor restrições de igualdade.

Para a solução dos problemas de otimização, dois grupos de métodos de otimização se destacam: i) métodos determinísticos e ii) métodos probabilísticos. No primeiro, os métodos são caracterizados por necessitarem de cálculos de derivadas das funções e fazem a busca da solução ótima gerando uma sequência de pontos segundo a expressão  $\mathbf{x}^{t+1} = \mathbf{x}^t + \alpha \mathbf{d}^t$ , onde  $\mathbf{d}^t$  é o vetor de busca, cuja expressão matemática contém informações de derivada das funções<sup>2</sup>.

Os algoritmos determinísticos por necessitarem de informações de derivadas da função objetivo (caso irrestrito) não garantem a convergência para a solução ótima global quando esta função é multimodal. A Figura 1 ilustra esta situação.

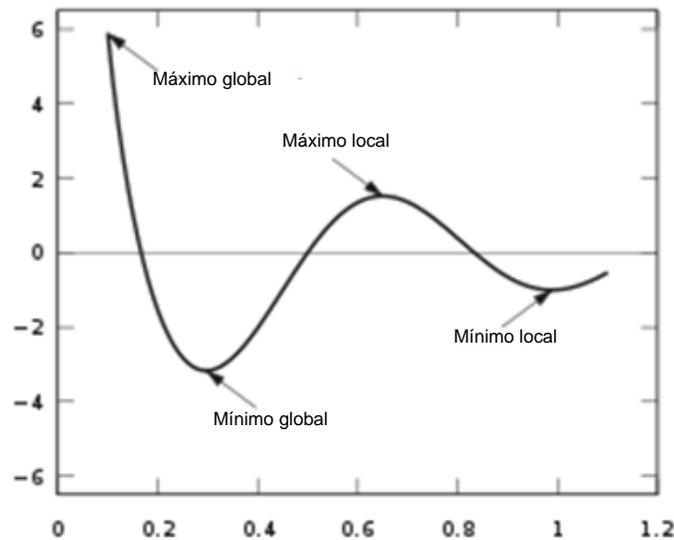


Figura 1 - Função ilustrando Máximo/Mínimo Local/Global.

<sup>2</sup> No caso do método do gradiente, a direção de busca para o problema de minimização irrestrita: minimize  $f(\mathbf{x})$  é  $\mathbf{d}^t = -\nabla f(\mathbf{x})|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^t}$ .

No segundo grupo, os métodos não necessitam do cálculo da derivada das funções, portanto a função não necessita ser contínua. Além disto, com estes métodos é possível encontrar a solução ótima global de funções multimodais, contudo, não é garantido que esta solução seja encontrada. A desvantagem dos métodos probabilísticos em relação aos determinísticos é que eles necessitam de maior número de cálculo de funções e são, portanto, mais caros do ponto de vista computacional.

Os métodos da computação evolucionária são probabilísticos. Segundo Back et al. [5], a computação evolucionária teve origem na década de 50, contudo, sem grande desenvolvimento nas três primeiras décadas, principalmente devido à falta de computadores eficientes na época. Na década de 70, trabalhos de Rechenberg, Shwefel e Fogel foram de grande importância para a mudança da imagem da computação evolucionária. Podemos citar em especial, a publicação do livro de John Holland “Adaptation in Natural and Artificial Systems” em 1975. Neste trabalho, Holland propõe uma metodologia de otimização baseada na seleção e genética natural que posteriormente, ficou conhecida como Algoritmos Genéticos (AGs). Os AGs têm sido utilizados na otimização de diversos problemas em diversas áreas da ciência. Trabalhos importantes como otimização de dispositivos eletromagnéticos [49], Otimização de Funções Matemáticas, Otimização Combinatorial, Otimização de Planejamento, Problema do Caixeiro Viajante, Problema de Otimização de Rota de Veículos, Otimização de Layout de Circuitos, Síntese de Circuitos Eletrônicos citados em [33], são exemplos de aplicações do uso de AGs.

A idéia dos algoritmos presentes na computação evolucionária é evoluir populações de indivíduos (soluções candidatas) na direção do ótimo. Segundo Back et al. [5], dentre os algoritmos existentes na computação evolucionária, a principal diferença entre eles está na representação de seus indivíduos e nas operações realizadas para a geração de novos pontos no espaço de otimização.

Nos casos em que se utilizam métodos de otimização determinísticos, o resultado final do processo de otimização é uma única solução, a qual é aceita pelo tomador de decisões ou não. No caso de se utilizar algoritmos evolucionários, o resultado final é mais flexível, pois o tomador de decisões tem à sua disposição não só a melhor opção, mas também outras que podem ser tão interessantes quanto à melhor solução encontrada.

No contexto da otimização mono-objetivo, os algoritmos genéticos foram os escolhidos e são sucintamente descritos na seção seguinte.

### 3.2.1 Algoritmos Genéticos

Os AGs são baseados nos princípios de Darwin da evolução das espécies, onde uma população de indivíduos evolui através de processos de genética e seleção natural. Os AGs trabalham com populações que são compostas por indivíduos, que são possíveis soluções do problema de otimização. Nos AGs, os indivíduos são possíveis de serem codificados em diversos alfabetos possíveis, embora a codificação mais usual seja a binária. Cada variável de otimização ou decisão é na linguagem dos AGs um cromossomo.

Assim, o indivíduo é formado por um conjunto de cromossomos, que nada mais é do que um conjunto de variáveis. Nos AGs, as operações envolvidas são a seleção (ou reprodução), cruzamento e mutação. A seleção é baseada no princípio darwiniano de que aquele mais adaptado ao seu habitat possui maior probabilidade de sobrevivência.

O cruzamento semelhante ao que ocorre na natureza envolve dois indivíduos, os quais geram dois filhos contendo informações genéticas de seus progenitores. A mutação, também de forma análoga ao que ocorre na natureza, envolve apenas um indivíduo e consiste simplesmente numa perturbação de algum gene (por exemplo, alteração no valor de um bit no código binário). Um esboço das operações de um AG é ilustrado pela Figura 2.

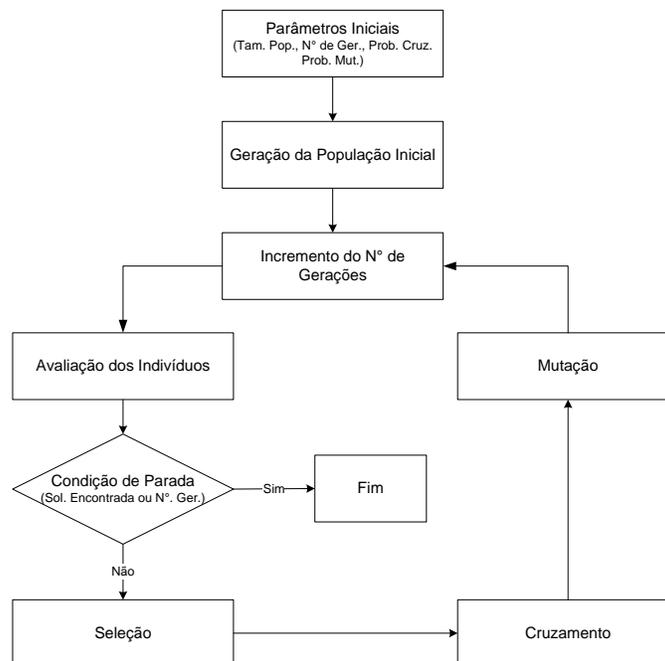


Figura 2 - Diagrama de fluxo / Algoritmo Genético Simples.

Os AGs já são bastante conhecidos da comunidade científica e existe vasta bibliografia sobre os mesmos. O leitor que desejar se aprofundar nos AGS pode também consultar o livro “Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning”<sup>3</sup>.

### 3.3 Otimização Multiobjetivo

A otimização multiobjetivo busca encontrar soluções de problemas que possuem objetivos que sejam conflitantes, ou seja, caso seja possível melhorar o resultado de um dos objetivos, outro objetivo do problema é prejudicado. Diz-se que uma função  $f_1$  é conflitante com uma função  $f_2$  quando não é possível ao mesmo tempo melhorar o valor de  $f_1$  e de  $f_2$ .

Um exemplo didático que ilustra bem este tipo de problema seria o de uma viagem de automóvel onde se desejasse minimizar o tempo de viagem e o consumo de combustível (custo). Sabe-se que quanto mais se acelera um veículo para diminuir o tempo de viagem mais se gasta combustível. Matematicamente, o problema de otimização multiobjetivo pode ser formulado como apresentado por Dias e Vasconcelos em [19]:

$$\text{minimize } \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \{f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_M(\mathbf{x})\} \quad (3.4)$$

$$\text{s. a: } \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \{g_1(\mathbf{x}), g_2(\mathbf{x}), \dots, g_J(\mathbf{x})\} \leq 0 \quad (3.5)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = \{h_1(\mathbf{x}), h_2(\mathbf{x}), \dots, h_K(\mathbf{x})\} = 0 \quad (3.6)$$

$$\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_N\} \in X \subset \mathbb{R}^N \quad (3.7)$$

$$\mathbf{y} = \{y_1, y_2, \dots, y_M\} \in Y \quad (3.8)$$

onde  $X$  é o espaço de decisão e  $Y$  o espaço dos objetivos. As outras grandezas envolvidas nas equações (3.04) a (3.08) são definidas de forma análoga às grandezas do problema mono-objetivo.

A solução dos problemas multiobjetivo, diferentemente dos mono-objetivo, gera ao final infinitas soluções, conhecidas como soluções não-dominadas ou de soluções eficientes. Para compreender o que são estas soluções não-dominadas, é necessário compreender algumas definições.

---

<sup>3</sup> Goldberg, D. (1989) - “Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning”. Addison-Wesley Publishing Company, INC.

Definição 1:

Um vetor  $\mathbf{x}^1$  domina um vetor  $\mathbf{x}^2$  (matematicamente se escreve  $\mathbf{x}^1 > \mathbf{x}^2$ ), quando a avaliação do primeiro não é pior do que a avaliação do segundo em nenhum dos objetivos e é melhor em pelo menos um. Matematicamente, pode-se dizer que  $\mathbf{x}^1 > \mathbf{x}^2$  quando se verifica a seguinte relação matemática:

$$Se \forall i \in \{1, \dots, M\}, y(\mathbf{x}^1) \geq y(\mathbf{x}^2) \wedge \exists i \in \{1, \dots, M\} | y_i(\mathbf{x}^1) > y_i(\mathbf{x}^2).$$

Definição 2:

Se um vetor  $\mathbf{x}^1$  não é dominado por nenhum vetor  $\mathbf{x}^2$  qualquer, em todo o espaço viável, diz-se que  $\mathbf{x}^1$  é uma solução eficiente, não-dominada ou solução Pareto-ótima.

Assim, utilizando estas definições, quando um conjunto de soluções finito P é encontrado, se torna possível realizar comparações das soluções duas a duas, dividindo estas soluções em um grupo chamado de soluções dominadas e de soluções não-dominadas P'. As soluções de P' são não-dominadas por qualquer outra solução presente em P. Se o conjunto não-dominado P' abrange a totalidade do espaço de busca factível, ele é chamado de conjunto Pareto-ótimo global. A Figura 3 ilustra os espaços das variáveis de decisão e dos objetivos. É também mostrado nesta figura a fronteira Pareto-ótima global.

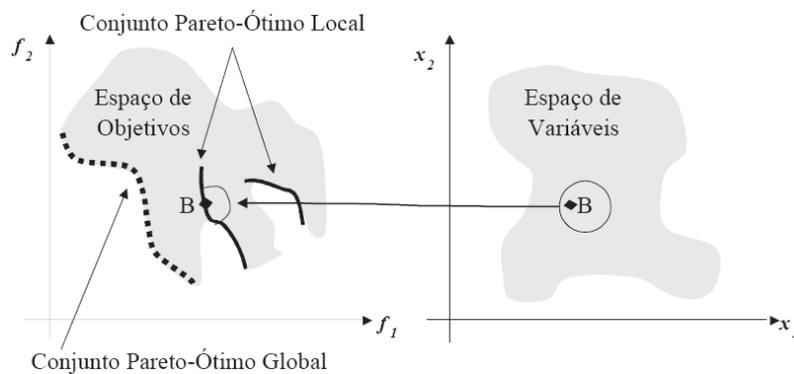


Figura 3 - Soluções Pareto ótimo locais e globais.

A fronteira Pareto ótimo ilustrada na Figura 3 é formada por valores das funções objetivo  $f(x) = (f_1(x), \dots, f_m(x))$  correspondente a cada solução no espaço de busca. Logo, para cada uma das soluções encontradas no espaço de variáveis, estas soluções são representadas no espaço dos objetivos, avaliando cada uma delas em cada um dos objetivos existentes.

Um dos objetivos principais de algoritmos que solucionam problemas com múltiplos objetivos é encontrar soluções o mais próximo possível da fronteira de Pareto, e, ainda no universo de soluções encontradas, buscarem uma maior diversidade possível. A Figura 4a apresenta uma fronteira Pareto com uma boa distribuição de soluções quando comparado com a Figura 4b.

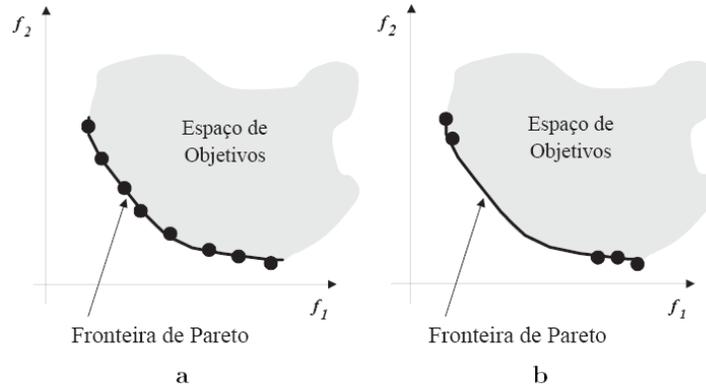


Figura 4 - Distribuição das soluções na fronteira Pareto.

### 3.3.1 Algoritmos Evolucionários Multiobjetivo

Goldberg em [22] afirma em seu trabalho que o uso de AGs para a solução de problemas multiobjetivo teve início quando Schaffer, em 1984, implementou a primeira versão de um AG multiobjetivo denominado VEGA (*Vector Evaluated Genetic Algorithm*). A ideia do algoritmo proposto é, considerando uma população de  $N$  indivíduos e  $K$  objetivos, divide-se esta população em  $k$  subpopulações com  $N/k$  indivíduos em cada uma delas. O operador de seleção dos AGs é aplicado separadamente para cada uma das subpopulações, isto é, para a subpopulação  $k$  considera-se apenas o  $k$ -ésimo objetivo para fins da seleção, e, posteriormente, une-se estas subpopulações e aplicam-se os outros operadores genéticos de cruzamento e mutação.

O trabalho de Coello em [11] apresenta uma visão geral da história da otimização multiobjetivo. Este trabalho divide os algoritmos já criados em duas gerações. A primeira delas possui algoritmos que possuem como característica dar uma ênfase maior na simplicidade. Entre estes algoritmos destacam-se o VEGA, já discutido anteriormente, o Nondominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA), o Niche-Pareto Genetic Algorithm (NPGA) e o Multi-Objective Genetic Algorithm (MOGA). A segunda geração dos algoritmos dá maior ênfase à eficiência. Entre os algoritmos classificados nesta geração estão: Strength Pareto Evolutionary Algorithm (SPEA), Strength Pareto Evolutionary Algorithm II (SPEA2),

Pareto Archived Evolution Strategy (PAES) e o Nondominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA-II). A Tabela 2 mostra o resumo dos principais algoritmos multiobjetivos.

Tabela 2 - Diferentes tipos de algoritmos genéticos.

<b>Sigla</b>	<b>Nome do algoritmo</b>	<b>Autores</b>
VEGA	Vector Evaluated Genetic Algorithm	Schafer [45]
WBGA	Weight Based Genetic Algorithm	Hajela e Lin [24]
MOGA	Multiple Objective Genetic Algorithm	Fonseca e Flaming [21]
NSGA	Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm	Srinivas e Deb [47]
NPGA	Niched-Pareto Genetic Algorithm	Horn et al. [25]
PPES	Predator-Prey Evolution Strategy	Laumanns et al. [31]
REMOEA	Rudolph's Elitist Multi-Objective Evolutionary Algorithm	Rudolph [43]
NSGA-II	Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm	Deb et al. [17]
SPEA, SPEA2	Strength Pareto Evolutionary Algorithm 1 e 2	Zitzler e Thiele [52] e Zitzler et al [53]
TGA	Thermodynamical Genetic Algorithm	Kita et al. [28]
PAES	Pareto-Archived Evolutionary Strategy	Knowles e Corne [29]
MONGA-I, MONGA-II	Multi-Objective Messy Genetic Algorithm	Veldhuizen [51]
PESA-I, PESA-II	Pareto Envelope-Base Selection Algorithm	Corne et al. [13] e Corne et al. [12]

Dentre os diversos métodos apresentados na Tabela 2 para se encontrar soluções não-dominadas, neste trabalho o foco será dado aos algoritmos NSGA-II e SPEA2. O interesse nestes dois algoritmos em especial, se dá por serem os mais populares e os que possuem melhores resultados reportados na literatura quando comparados com outras abordagens (Zitzler et al. em [53]).

### **3.3.1.1 Nondominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA-II)**

Proposto por Deb et al. em [17], este método de otimização foi baseado em seu predecessor o NSGA, que por sua vez, foi implementado a partir de uma idéia dada por Goldberg em [22]. A idéia central do NSGA é classificar os indivíduos em fronteiras não-dominadas e aplicar um método de nicho para diversificar o máximo possível as soluções.

A diferença desta implementação em relação a um AG simples está apenas no modo com que o operador de seleção é empregado. Tanto os operadores de cruzamento quanto os operadores de mutação são idênticos à versão simples do AG.

O NSGA-II apresentou soluções para problemas encontrados no NSGA, como a alta complexidade do procedimento proposto para a ordenação de não-dominância, inexistência de elitismo e a necessidade de se definir a priori o raio do nicho no processo de cálculo para manter a diversidade da população. Para a solução dos problemas citados, o NSGA-II define um novo procedimento para a ordenação das soluções com base no critério de não-dominância e cria um novo conceito chamado de

*crowding distance* (distância de multidão) que se torna responsável por manter a diversidade da população. Também define um método chamado *crowded comparison* que tem como objetivo comparar as soluções geradas.

O NSGA-II trabalha com uma população pai  $P$  para gerar uma população filha  $Q$ . Na primeira geração, a população inicial  $P_0$  é ordenada por não dominância. Cada uma das soluções presentes na população  $P_0$  recebe um valor de *fitness* conforme o seu nível de não-dominância (1 para o melhor nível, 2 para o seguinte e assim por diante). Após este processo é aplicado os operadores de seleção, cruzamento e mutação obtendo assim uma população filha  $Q_0$ . Ambas as populações existentes possuem tamanho  $N$ .

O pseudocódigo do algoritmo NSGA-II é apresentado a seguir com todos os detalhes do processo iterativo.

---

### ***Pseudocódigo do algoritmo NSGA-II***

---

```

P: População pai
Q: População filha
N: Tamanho fixo para P e Q
Fj: Conjunto de soluções na fronteira j
tMax: Número máximo de gerações
t: Número da geração atual
1  t ← 0
2  Gerar população inicial P0 e fazer Q0 = ∅
3  while t < tMax do
4      Aplicar seleção, cruzamento e mutação para gerar a população filha Q0
5      Fazer Rt = Pt ∪ Qt
6      Ordenar Rn por não dominância (Fj ∀j são as fronteiras não-dominadas)
7      Criar Pt+1 = ∅
8      j=1
9      while |Pt+1 + Fj| ≤ N do
10         Copiar as soluções Fj para Pt+1
11         j=j+1
12     end while
13     Calcular as distâncias de multidão em Fj
14     Ordenar Fj conforme distâncias dj
15     Copiar as primeiras N - |Pt+1| soluções de Fj para Pt+1
16     Aplicar torneio por multidão para os indivíduos de Pt+1
17     Aplicar os operadores de cruzamento e mutação para gerar Qt+1
18     t ← t + 1
19 end while

```

---

No NSGA-II, a população  $P_0$  e  $Q_0$  é unida, gerando assim, uma população definida como  $R_0 = P_0 \cup Q_0$ . Esta população resultante possui tamanho  $2N$ . Nas demais gerações existentes  $t = 1, 2, \dots, T$ , o NSGA-II trabalha com a população  $R_t$ .

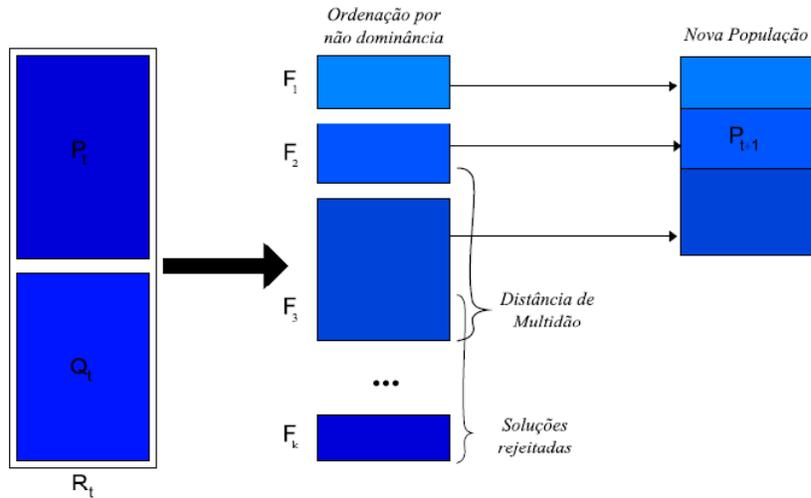


Figura 5 - Modelo do NSGA-II. [16].

Após a geração da população  $Q_t$ , faz-se necessário uma ordenação por não dominância sobre toda a população  $R_t$ , obtendo assim, as fronteiras pareto  $\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \dots$ . Contudo, apenas algumas soluções contidas nestes conjuntos são inseridas na população  $P_{t+1}$ . Assim,  $N$  soluções da população  $R_t$  são descartadas. Com isso, faz-se necessário um procedimento competitivo para realizar o preenchimento da população  $P_{t+1}$ . Para realizar o preenchimento da população  $P_{t+1}$  são utilizados os dados das soluções encontradas nos conjuntos  $\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \dots$  sendo as mesmas inseridas em sua totalidade em  $P_{t+1}$  enquanto  $|P_{t+1}| + |\mathcal{F}_j| \leq N$ . Ao encontrar um conjunto  $\mathcal{F}_j$  onde esta condição seja falsa, ou seja,  $|\mathcal{F}_j| > N - |P_{t+1}|$ , o algoritmo NSGA-II escolhe as soluções presentes na fronteira  $\mathcal{F}_j$  que estejam mais bem espalhadas.

### 3.3.1.1.1 Cálculo de Dominância

O algoritmo NSGA-II realiza um processo de elitismo para realizar a seleção em sua população. Este processo é conhecido como Pareto Ranking. Tal procedimento é utilizado para classificar todas as soluções da população em  $J$  diversas fronteiras ( $\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \dots, \mathcal{F}_J$  na qual  $J$  é o número total de fronteiras existentes). Sendo assim, a fronteira  $\mathcal{F}_1$  sempre contém todas as soluções não dominadas da população  $R$ ,  $\mathcal{F}_2$  contém as soluções não dominadas  $R - \mathcal{F}_1$ ,  $\mathcal{F}_3$  as soluções  $R - (\mathcal{F}_1 \cup \mathcal{F}_2)$  e assim sucessivamente.

O algoritmo para realizar a ordenação de não dominância é descrito por Deb et al. em [17] e apresentado a seguir. Para cada uma das soluções  $i$  contidas em  $R$  são calculados os seguintes valores:

- ✓  $nd_i$ : número total de soluções que dominam  $i$ .
- ✓  $U_i$ : conjunto de soluções dominadas pela solução  $i$ .

As linhas 1-15, do pseudo-algoritmo a seguir, são responsáveis pelo cálculo das soluções contidas em  $R$ . Todas as soluções que possuem o  $nd_i = 0$  são inseridas na fronteira  $\mathcal{F}_1$ . Após este passo, as linhas 17-29 fazem uma iteração sobre o conjunto de soluções dominadas  $U_i$ . O contador  $n_j$ , de cada uma das soluções  $j \in U_i$ , é decrementado e quando  $n_j = 0$  significa que a solução não pertence à fronteira Pareto corrente.

---



---

*Pseudocódigo de ordenação por não-dominância*

---

```

1  for solução  $i \in R$  do
2       $nd_i \leftarrow 0$ 
3       $U_i \leftarrow \phi$ 
4      for solução  $j \neq i$  e  $j \in R$  do
5          if  $i < j$  then
6               $U_i \leftarrow U_i \cup \{j\}$ 
7          end if
8          if  $j < i$  then
9               $nd_i \leftarrow nd_i + 1$ 
10         end if
11     end for
12     if  $nd_i = 0$  then
13          $\mathcal{F}_1 \leftarrow \mathcal{F}_1 \cup \{i\}$ 
14     end if
15 end for
16  $k \leftarrow 1$ 
17 while  $\mathcal{F}_k \neq \phi$  do
18      $Temp \leftarrow \phi$ 
19     for solução  $i \in \mathcal{F}_k$  do
20         for solução  $j \in U_i$  do
21              $nd_j \leftarrow nd_j - 1$ 
22             if  $nd_j = 0$  then
23                  $Temp \leftarrow Temp \cup \{j\}$ 
24             end if
25         end for
26     end for
27      $k \leftarrow k + 1$ 
28      $\mathcal{F}_k \leftarrow Temp$ 
29 end while

```

---

A Figura 6 ilustra possíveis fronteiras não-dominadas criadas por este algoritmo.

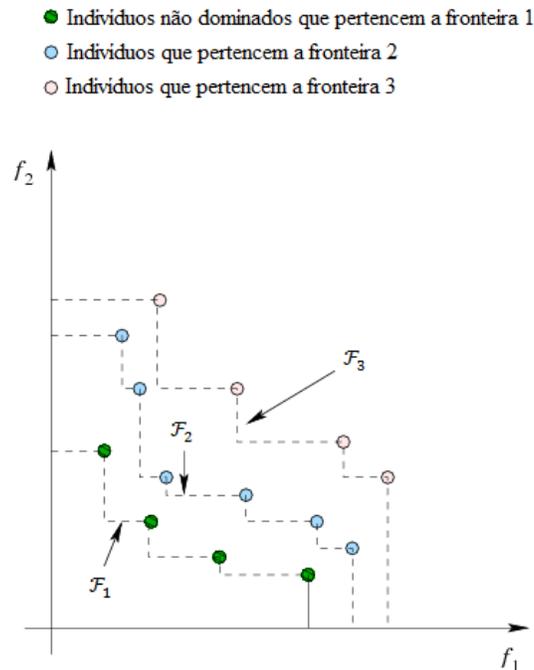


Figura 6 - Representação gráfica das fronteiras Pareto.

### 3.3.1.1.2 Distância de Multidão

Para garantir a diversidade das soluções presentes na fronteira Pareto, o NSGA-II emprega um método que possibilita o cálculo de uma estimativa de densidade das soluções que se encontram em torno de cada um dos indivíduos da população. Para isso, é necessário estimar a distância das duas soluções adjacentes de cada um dos indivíduos para todos os objetivos existentes. Deb et al. em [17] chamou este procedimento de Distância de Multidão (*crowding distance*).

A Distância de Multidão de uma determinada solução  $i$ , definida por  $d_i$ , é definida como a estimativa do perímetro formado por um cubóide cujos vértices são os seus vizinhos mais próximos. Isso significa que quanto maior o cubóide de uma determinada solução  $i$ , mais distante esta solução se encontra das soluções vizinhas. Um ponto importante a se observar é que os cubóides das soluções extremas possuem um cubóide com valor infinito.

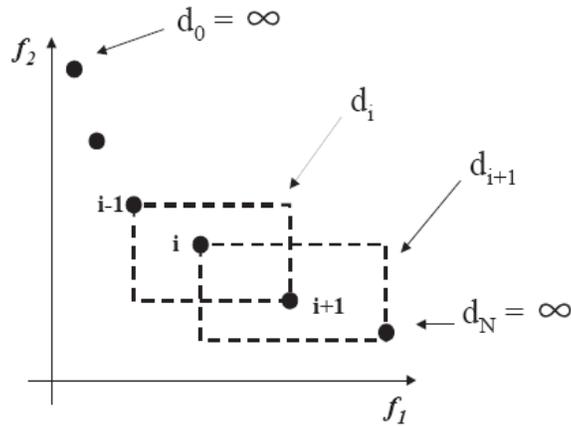


Figura 7 - Cálculo da distância de multidão do NSGA-II. [16]

### 3.3.1.1.3 Torneio de Multidão

Além da criação do método de Distância de Multidão, o NSGA-II faz uma proposta de alteração no método de seleção. O novo método proposto utiliza o método torneio como base para a seleção dos indivíduos, contudo, utiliza a Distância de Multidão para compor o torneio. A este método foi dado o nome de *crowded tournament selection operator* cuja notação é  $\prec_c$ .

Sendo assim, uma solução  $i$  é dita vencedora quando comparada a uma solução  $j$  somente se atender às seguintes condições:

1. A solução  $i$  possui um melhor nível de não dominância, ou seja,  $r_i < r_j$ .
2. Caso as duas soluções estiverem na mesma fronteira pareto,  $i$  é considerada melhor que  $j$  caso possua uma distância de multidão maior, ou seja,  $d_i > d_j$ .

### 3.3.1.2 Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2 (SPEA2)

Em 1998, Zitzler e Thiele propuseram em [52] um algoritmo chamado *Strength Pareto Evolutionary Algorithm* (SPEA) que possui como característica a presença de uma população externa para armazenar um conjunto de soluções não-dominadas. A cada nova geração do algoritmo, as novas soluções encontradas são comparadas com as soluções presentes na população externa e o conjunto de soluções não-dominadas é preservado. Este processo de seleção, também conhecido como elitismo, avalia a aptidão das soluções encontradas através da dominância de Pareto e também participa dos processos dos demais operadores genéticos juntamente com a população corrente.

A diversidade das soluções encontradas pelo SPEA é avaliada quando a população externa atinge um número máximo de indivíduos, impossibilitando assim a inclusão de mais uma solução. Quando a população chega a este limite é aplicado um algoritmo chamado de Clustering method também conhecido como Algoritmo de Agrupamento. Tal algoritmo tem como objetivo eliminar as soluções que excedem o valor limite das populações externa, contudo, sem prejudicar a diversidade da fronteira desta população.

Em 2001, Zitzler et al. [53] propuseram um novo método baseado no SPEA buscando melhorar a eficiência do algoritmo proposto. Este método ficou conhecido como SPEA2 e tem como diferenças em relação ao método antecessor os seguintes pontos:

1. Aptidão dos indivíduos: para definir a aptidão de um determinado indivíduo, é levado em consideração o número de soluções que dominam este indivíduo e também o número de soluções dominadas por ele. Este procedimento visa evitar valores iguais para a aptidão das soluções.
2. Densidade da população: uso de uma técnica de estimativa de densidade de vizinhança para a definição da aptidão do indivíduo buscando uma diversidade maior no espaço de busca.
3. Preservação de soluções extremas: substituição do algoritmo de clustering presente no SPEA por um método de truncamento, possibilitando assim, preservar as soluções extremas.

O primeiro passo do SPEA2 é criar uma população  $P_0$  de forma aleatória e uma população externa chamada de  $E$  que a princípio, não possui soluções, ou seja, está vazia. O valor da aptidão das soluções  $Q$ , definidas como  $Q = P \cup E$ , é obtida através das seguintes etapas:

1. Definição de um valor de aptidão  $s_i$ , conhecido como *strength fitness* utilizando a equação (3.1). Esta equação define o número de soluções que  $i$  domina em  $Q$  considerando o problema de minimização. Como consequência, as soluções não-dominadas possuem  $s_i = 0$ .

$$s_i = |\{j \mid \forall i, j \in Q \wedge i \preceq j\}| \quad (3.1)$$

2. Cálculo do valor de  $r_i$ , conhecido como *raw fitness*, que tem como objetivo calcular o número de soluções que dominam  $i$  em  $Q$ . Consequentemente, as soluções não-dominadas possuem  $r_i = 0$ . A equação (3.2) define este procedimento.

$$r_i = |\{j \mid \forall i, j \in Q \wedge j \preccurlyeq i\}| \quad (3.2)$$

3. Uso da informação de densidade para contornar problemas de populações com elevado número de soluções não-dominadas, ou seja, com  $r_i = 0$ . Este procedimento possibilita um espalhamento das soluções ao longo da fronteira. Para isso, é necessário atribuir a cada solução um valor que seja inversamente proporcional a uma estimativa de distância dada por  $\delta_i^k$  entre a solução corrente e demais soluções. A fórmula para se calcular esta distância ( $d_i$ ) pode ser definida pela equação (3.3). Após o cálculo da distância  $d_i$ , as soluções são ordenadas em ordem crescente e a  $k$ -ésima distância é atribuída a  $\delta_i^k$ . Para isso, faz-se necessário a definição do índice  $k$ , que segundo Zitzler et al. em [53] pode ser  $k = \sqrt{N}$  onde  $N$  é o tamanho da população. Um ponto importante a ser observado é a presença do valor 2 no denominador de (3.3) que visa garantir um valor não nulo e  $d_i < 1$ .

$$d_i = \frac{1}{(2 + \delta_i^k)} \quad (3.3)$$

4. Para realizar o cálculo da aptidão (*fitness*) de uma determinada solução, definida como  $F_i$ , é utilizada a fórmula (3.4). Esta fórmula visa garantir que as soluções não-dominadas terão  $F_i < 1$  e as demais,  $F_i \geq 1$ .

$$F_i = r_i + d_i \quad (3.4)$$

A Figura 8 a seguir ilustra este processo de determinação da *fitness*.

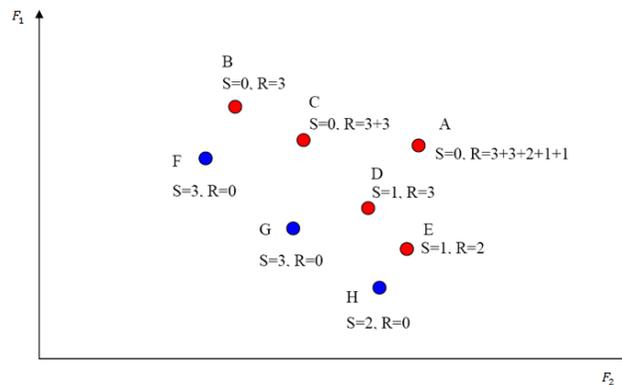


Figura 8 - Cálculo de aptidão das soluções utilizando o algoritmo SPEA2.

Após o cálculo da aptidão das soluções, o algoritmo SPEA2 procura realizar a cópia das soluções não-dominadas para a população externa, gerando assim a população  $E_{t+1}$ . Contudo, como a população externa possui um limite de indivíduos, três possíveis situações podem ocorrer. São elas:

1. Realiza-se a cópia dos indivíduos da população  $Q$  para a população  $E$ , gerando assim a população tal que  $E_{t+1} = E_t \cup Q$ . Para isso consideram-se apenas as soluções de  $Q$  que possuem  $F_i < 1$ .
2. Caso o item 1 não seja suficiente para o total preenchimento da população  $E_{t+1}$ , faz-se necessário o preenchimento desta população com as demais soluções presentes em  $Q$ , tal que estas soluções estejam em ordem crescente de  $F_i$ . Ou seja, copia-se as  $N - |E_{t+1}|$  soluções presentes em  $Q$  tal que  $F_i \geq 1$ .
3. Caso o número de soluções não-dominadas presentes em  $Q$  sejam maiores que  $N$ , faz-se necessário reduzir o número de indivíduos através de um procedimento chamado de *Algoritmo de Corte*, conforme descrito a seguir.

### 3.3.1.2.1 Algoritmo de Corte

O algoritmo de corte presente no SPEA2 tem como objetivo, definir quais serão as soluções que farão parte da população externa. O mesmo é necessário quando o número de soluções não-dominadas presentes na população corrente, unidos com as soluções já presentes na população externa, são maiores que o tamanho desta população externa. Matematicamente, pode-se expressar esta definição pela equação (3.5).

$$|E| + |Q_{F_i < 1}| > N \quad (3.5)$$

Para este procedimento, a cada solução  $i$  não dominada presente na população  $Q$ , elimina-se uma solução em  $E$ , tal que a sua distância para o seu vizinho mais próximo seja a menor possível. Em outras palavras, a cada iteração do algoritmo uma determinada solução  $i$  é eliminada tal que  $i \leq_d j$  para todas as soluções  $j \in E_{t+1}$ . O pseudocódigo a seguir apresenta o algoritmo SPEA2.

---

### Pseudocódigo do algoritmo SPEA2

---

P: População interna  
E: População externa  
N: Tamanho da população externa  
tMax: Número máximo de gerações  
t: Número da geração atual

```
1  t ← 0
2  Gerar população inicial P0
3  E0 ← φ
4  while t < tMax do
5      for i ∈ Qt do
6          Calcular si, ri, di
7          Calcular aptidão Fi
8      end for
9      Copiar soluções não dominadas de Qt para Et+1
10     if |Et+1| > N then
11         Reduzir Pt+1 utilizando o algoritmo de corte
12     else if |Et+1| < N
13         Ordenar Qt conforme Fi
14         Copiar as melhores M - |Et+1| soluções i de Q tal que Fi ≥ 1
15     end if
16     Aplicar seleção para os indivíduos Et+1
17     Aplicar cruzamento e mutação para gerar a população Pt+1
18     t=t+1
18 end while
```

---

Para finalizar, o algoritmo efetua o procedimento de seleção, cruzamento e mutação utilizando a população  $E_t$  para gerar a nova população  $P_{t+1}$ .

## 3.4 Conclusão

Neste capítulo foi apresentada a abordagem da computação evolucionária para a busca de soluções ótimas em problemas que envolvem um alto grau de complexidade. Problemas mono e multiobjetivo foram discutidos, bem como ferramentas computacionais evolucionárias para solução de ambos os problemas. Para a solução de problemas mono objetivo, os algoritmos genéticos foram sugeridos. Para a solução de problemas multiobjetivo, duas técnicas avançadas foram sugeridas: NSGA-II e SPEA2. Ambos os algoritmos foram detalhadamente descritos.

# 4 Resolução do Problema de Alocação de Equipamentos de transporte via Algoritmos Evolucionários Multiobjetivo

## 4.1 Introdução

Deseja-se resolver o problema de despachar equipamentos de transporte em uma mina a céu aberto de maneira ótima. Para isso, deve-se respeitar uma série de restrições impostas pelo problema e procurar gerar soluções que sejam viáveis. Restrições como a possibilidade de se carregar um determinado caminhão em uma frente de lavra, considerando as restrições de compatibilidade dos equipamentos de carga e transporte, devem ser tratadas pelos algoritmos implementados.

No entanto, outras restrições como, por exemplo, a alocação de operadores em um determinado equipamento ou mesmo o controle da produtividade das máquinas de carga não são controlados pelo algoritmo de otimização. Estas restrições são controladas pela plataforma responsável por gerar os cenários de simulação e os tratamentos destas restrições são de responsabilidade desta ferramenta.

Neste caso, a responsabilidade dos algoritmos de otimização implementados são de identificar qual é a seqüência ótima de despacho que deve ser realizada para que se possam otimizar os objetivos propostos. Devido a este fato, a busca pelas soluções de despacho tende a encontrar primeiramente soluções que sejam viáveis e no decorrer do processo evolutivo, tende a privilegiar as soluções que melhor se enquadrem nos objetivos do problema.

Desta forma, o objetivo deste capítulo é apresentar a modelagem do problema utilizando algoritmos evolucionários multiobjetivo em busca de soluções que satisfaçam às necessidades do problema. Para isso, faz-se necessário ilustrar a representação da solução, apresentar os métodos de cruzamento e mutação da população, avaliação das soluções encontradas e o critério de parada adotado pelos algoritmos implementados.

## 4.2 Representação da Solução

Cada solução presente na população contém uma sequência de despachos que devem ser realizados para otimizar o problema. Para isso, faz-se necessário identificar quais são as possíveis rotas de um determinado equipamento para assim, definir qual delas o mesmo deve seguir.

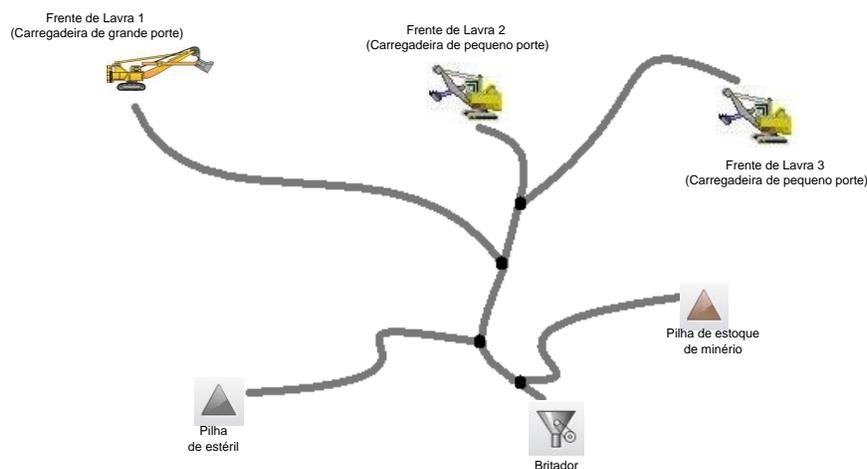


Figura 9 - Cenário ilustrativo.

Para exemplificar o problema, foi considerado o cenário hipotético ilustrado pela Figura 9. Neste cenário existem três frentes de lavra, um britador e duas pilhas de material, sendo uma delas destinada a receber minério e a outra estéril. Para facilitar a análise deste cenário é realizado um mapeamento de cada um dos pontos presentes conforme Tabela 3.

Tabela 3 - Mapeamento dos locais do cenário.

Local	Codificação
Frente 1	A
Frente 2	B
Frente 3	C
Pilha de Estéril	D
Pilha de Minério	E
Britador	F

Para o acesso a cada um dos locais existe uma rota que fornece o menor caminho entre os mesmos. Deve-se observar que no processo de definição das rotas válidas são mapeadas somente rotas entre um ponto de carga e um ponto de basculamento. Rotas de um ponto de carga para outro ponto

de carga não são consideradas uma vez que não faz sentido despachar um equipamento que se encontra em uma frente de lavra para outra frente. Sendo assim, para o cenário hipotético apresentado pela Figura 9 podemos considerar as seguintes rotas válidas.

Tabela 4 - Possíveis rotas de despacho para o cenário.

Código da Rota	Roteiro
1	E - A
2	E - B
3	E - C
4	F - A
5	F - B
6	F - C
7	D - A
8	D - B
9	D - C

Para o uso de um algoritmo evolucionário baseado nos algoritmos genéticos é necessário representar a solução como um cromossomo. Para o problema em questão, o indivíduo é uma sequência de despachos que deve ser seguida. Para o cenário utilizado para exemplificar o problema, pode-se representar um indivíduo por uma cadeia binária e determinar a rota segundo equação (4.1).

$$n_r = \text{mod} \left[ \text{round} \left[ \frac{n_i}{2^l - 1} N_{rotas} \right]; N_{rotas} \right] + 1 \quad (4.1)$$

- ✓  $n_r$ : número da rota decodificada.
- ✓  $n_i$ : número inteiro referente ao código binário com  $l$  bits.
- ✓  $N_{rotas}$ : número de rotas da mina.

Para ilustrar a aplicação do princípio, suponha que se utilize  $l = 6$  bits. Aplicando a equação (4.1) para todos os inteiros possíveis (0 a 63), obtém-se as rotas conforme Tabela 5.

Tabela 5: Codificação e Decodificação do Indivíduo.

Cromossomo	$n_i$	$round \left[ \frac{n_i}{2^l} N_{rotas} \right]$	$n_r = mod \left[ round \left[ \frac{n_i}{2^l - 1} N_{rotas} \right]; N_{rotas} \right] + 1$
000000	0	0,0	1
000001	1	0,1	1
000010	2	0,3	1
000011	3	0,4	1
000100	4	0,6	2
000101	5	0,7	2
000110	6	0,8	2
000111	7	1,0	2
001000	8	1,1	2
001001	9	1,3	2
001010	10	1,4	2
001011	11	1,5	3
.....	.....	.....	.....
111011	59	8,4	9
111100	60	8,6	9
111101	61	8,7	1
111110	62	8,9	1
111111	63	8,4	1

Um indivíduo é na verdade a concatenação dos cromossomos. Supondo que o indivíduo codifique cinco rotas, ele poderia ser codificado conforme Figura 10.

010010 011010 010110 110110 011011 111011

Figura 10 - Possível indivíduo para 6 rotas.

Cada um dos cromossomos do indivíduo apresentado indica uma rota que deve ser seguida por um equipamento de transporte que solicite um despacho. Logo, o cromossomo de índice 1 do indivíduo informa qual é a rota que deve ser seguida pelo primeiro equipamento que solicita um despacho. Percebe-se que os valores dos genes do indivíduo apresentado estão limitados ao mapeamento definido pela Tabela 4.

### 4.3 Avaliação dos Indivíduos

Os indivíduos são avaliados de acordo com os objetivos e restrições que foram descritos no Capítulo 2. Para que seja possível avaliar os indivíduos de forma rápida, foi utilizado um modelo matricial proposto por Alvarenga em [3]. Este modelo é baseado em eventos discretos ocasionados pela mudança de estados dos equipamentos que se encontram em operação em um determinado instante de tempo. A Tabela 6 ilustra como são armazenados todos os estados dos equipamentos de transporte existentes. Para cada um deles, é armazenada qual é a sua rota atual, o status da operação e qual a hora prevista para o fim do evento. A hora de conclusão de cada um dos eventos é definida pela hora prevista de encerramento do evento imediatamente anterior somada com a duração do evento corrente.

Observa-se que nem toda a mudança de estado de um determinado equipamento necessita de um novo despacho. Um despacho só será necessário quando o próximo é: i) Movimento Vazio ou ii) Movimento Cheio. Nestes casos, o próximo despacho indicado pela representação do indivíduo é utilizado. A linha 2 da Tabela 5, ilustra esta situação, quando às 12:25 (H) termina o basculamento do caminhão no britador (ponto 1) e ele recebe nova ordem de despacho indicando que ele deve ir para a frente de lavra 2 (ponto 2) para ser carregado com nova carga de minério.

Tabela 6 - Estrutura matricial para controle de eventos.

	1° evento			2° evento			3° evento			...
Hora do Evt.	12:21			12:23			12:25			...
Caminhão	Rota	Estado	PrevHora	Rota	Estado	PrevHora	Rota	Estado	PrevHora	...
1	1↔3	MV	12:37	1↔3	MV	12:37	1↔3	MV	12:37	...
2	3↔1	MC	12:23	3↔1	BA	12:25	1↔2	MV	12:45	...
3	1↔2	MV	12:26	1↔2	MV	12:26	1↔2	MV	12:26	

Legenda: BA → Basculamento; CA → Carregamento; MC → Movimento cheio; MV → Movimento vazio

Para avaliar cada um dos objetivos descritos no Capítulo 2, é utilizada a mesma estratégia ilustrada pela Tabela 6. Sendo assim, para os objetivos existentes, é possível quantificar o fitness do indivíduo analisado. Para cada um dos objetivos o cálculo possui a lógica descrita a seguir:

1. **Maximização da extração de minério:** para cada ocorrência do estado Basculamento, a massa de minério transportada pelo caminhão é adicionada ao valor da produção de minério.
2. **Maximização da extração de estéril:** para cada ocorrência do estado Basculamento, a massa transportada pelo caminhão é adicionada ao valor da produção de estéril. A discriminação

se a carga é de minério ou estéril é feita se o basculamento é no britador ou no depósito de estéril.

3. **Minimização dos Desvios de Produção:** para o cálculo deste objetivo necessita-se saber o quanto foi produzido de cada um dos tipos de materiais ao longo do período de tempo considerado na simulação. Para isso, simplesmente é feito um somatório das massas produzidas de cada um dos materiais ao longo do período especificado. O período de simulação deve ser compatível com o número de cromossomos (ordens de despacho) do indivíduo.
4. **Minimização do desvio de qualidade:** o cálculo da qualidade é obtido multiplicando a massa de material extraída ao longo do período de simulação, de cada uma das frentes de lavra, pelo teor de concentração de cada elemento químico presente no material. Após, aplica-se a equação descrita no capítulo 2 para a avaliação do indivíduo referente a este objetivo.
5. **Redução do tempo de fila:** este objetivo é calculado através da soma dos tempos de fila que ocorreu durante o tempo de simulação.

Após consolidada a avaliação dos indivíduos da população para cada objetivo descrito, eles são analisados do ponto de vista das restrições. Se alguma restrição é violada, o indivíduo correspondente é descartado o indivíduo. Após estes cálculos, o processo de seleção deverá ser aplicado para escolher os indivíduos que participarão do cruzamento. Neste trabalho, os métodos de seleção uniforme, roleta e SRS (stochastic remainder sampling) e torneio descritos em [22] e [50] foram implementados.

## 4.4 Cruzamento

Os métodos de cruzamento implementados foram: i) cruzamento com um ponto de corte (1PC) e ii) cruzamento com corte em dois pontos (2PC). A implementação do cruzamento com um ponto de corte consiste em determinar um ponto de corte na cadeia binária e fazer a permutação do material genético à direita do ponto de corte entre os dois indivíduos. No cruzamento 2PC, escolhem-se os dois pontos de corte na cadeia binária e em seguida permuta-se o material genético entre estes dois pontos. A Figura 11 a seguir ilustra estes dois casos.

<i>1PC</i>	<i>1PC</i>	<i>2PC</i>	<i>2PC</i>
$I_1 = 0001\ 0011\ 0101\ 0000$	$I_2 = 0101\ 0000\ 0001\ 0011$	$I_1 = 0001\ 0011\ 0101\ 0000$	$I_2 = 0101\ 0000\ 0001\ 0011$
$F_1 = 0001\ 0011\ 0001\ 0011$	$F_2 = 0101\ 0000\ 0101\ 0000$	$F_1 = 0001\ 0000\ 0001\ 0000$	$F_2 = 0101\ 0011\ 0101\ 0011$

Figura 11 - Cruzamento com 1 ponto de corte.

Sendo este um problema restrito, a solução gerada após o processo de cruzamento dos indivíduos pode ser uma solução que não seja viável devido às restrições existentes. Este fato pode ser ocasionado por dois motivos:

1. Um caminhão do tipo A solicita um despacho e o destino informado pelo indivíduo direciona o seu despacho para uma frente de lavra que possui uma máquina de carga que não permite carregar um equipamento tipo A, isto é, são incompatíveis.
2. O destino informado pelo despacho sugerido a um equipamento carregado de estéril é um britador. Como não faz sentido destinar um equipamento carregado de estéril para um britador, este despacho seria inválido.

Para contornar este tipo de problema, uma heurística foi criada que visa alterar o cromossomo sempre que ocorrer este tipo de situação. O tópico 4.5.1 descreve com detalhes este método.

## 4.5 Mutação

A mutação é a operação nos algoritmos evolucionários responsável pela inserção de novo material genético ou recuperação de material perdido em alguma outra operação. A mutação é uma operação com baixa probabilidade de ocorrência. Há inúmeras formas de se implementar a mutação. A mais simples consiste na alteração do valor de um bit de 0 para 1 ou vice-versa. A mutação de um bit do indivíduo  $I_1$  é ilustrada pela Figura 12, originando  $F_1$ .

<i>1PC</i>
$I_1 = 0001\ 0011\ 0101\ 0000$
$F_1 = 0001\ 0010\ 0101\ 0000$

Figura 12 - Operador de mutação aplicado ao indivíduo.

No caso do problema de alocação de equipamentos de transporte, os novos indivíduos gerados após a mutação e o processo de cruzamento podem ser inconsistentes. Logo, para contornar este problema, utiliza-se um procedimento de verificação e alteração do indivíduo para que ele não seja inconsistente. Este processo de verificação e alteração é descrito a seguir.

#### 4.5.1 *Processo de Verificação e Alteração de Indivíduos*

Para contornar os problemas de geração de soluções inviáveis, é utilizado um método que permite alterar o conteúdo genético de um determinado indivíduo quando ele não satisfaz alguma restrição do problema quanto à compatibilidade dos equipamentos de carga e transporte.

A definição de um destino válido para o equipamento de transporte utiliza uma estrutura de dados com informações das rotas válidas para o equipamento de transporte tendo em vista a compatibilidade com os equipamentos de carga alocados nas frentes de lavra.

Tabela 7 - Lista de destinos viáveis por grupo de equipamentos.

Tipo de equipamento	Tipo de Carga	Destinos Válidos	Código do Destino	
A/B	Vazio	Frente A	1	
		Frente B	2	
		Frente C	3	
	Minério	Pilha A	4	
		Britador A	5	
		Estéril	Pilha B	2
	C	Vazio	Pilha C	3
			Frente A	1
			Frente D	6
Minério		Pilha A	7	
		Britador A	8	
		Estéril	Pilha B	2
Estéril		Pilha C	3	
		Pilha D	9	

A Tabela 7 ilustra a questão das restrições quanto à compatibilidade dos equipamentos que podem tornar uma determinada solução inviável. Percebemos, por exemplo, que equipamentos de

grande porte (A ou B) podem ser carregados em três frentes de lavra: i) Frente A; ii) Frente B; e iii) Frente C. Já os equipamentos de pequeno porte, como C, podem ser carregados apenas na Frente A e Frente D.

Para exemplificar este operador, considera-se que ao realizar um novo despacho de um equipamento, uma restrição de compatibilidade entre equipamentos de carga e transporte esteja sendo violada. Ao verificar o indivíduo e perceber que este despacho causa este problema, é executado a alteração necessária definindo um destino válido para o despacho em questão. O procedimento de verificação realiza uma consulta em uma tabela semelhante a Tabela 7 apresentada. A Figura 13 ilustra este operador, considerando o indivíduo  $\alpha\beta$  já decodificado em termos de rotas.

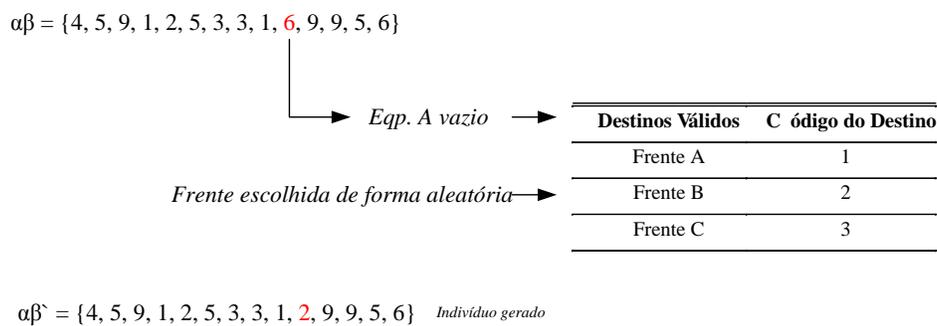


Figura 13 – Verificação e correção de rotas inconsistentes quanto à compatibilidade dos equipamentos.

Duas estratégias podem ser escolhidas para o uso deste operador. A primeira delas é a seleção de forma aleatória da rota dentro do conjunto de destinos válidos. Outra forma inteligente de se fazer esta escolha é procurar definir a rota de destino entre as rotas que menos foram utilizadas recentemente. Este procedimento procura despachar os equipamentos de forma mais distribuída, podendo assim, evitar filas dos equipamentos. No âmbito deste trabalho, a primeira estratégia foi implementada devido à sua simplicidade.

## 4.6 Critério de Parada

Os algoritmos evolucionários permitem adotar diversos critérios de parada como, por exemplo, número máximo de gerações, tempo de processamento, desvio no valor da melhor solução e desvio no valor da *fitness*, para problemas de otimização mono-objetivo, menor que uma determinada precisão, entre outros. Neste trabalho, apenas o critério de número máximo de gerações foi adotado.

## 4.7 Estados dos Equipamentos

Para a definição formal dos estados dos equipamentos, foi definida uma Rede de Petri Colorida Temporizada que visa definir para quais os possíveis estados um determinado equipamento pode ir quando ocorre uma troca de estados.

Componentes da Rede de Petri Proposta		
Lugares	Transições	Relação de fluxo
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>p01</i>: Aquisição de equipamento.</li> <li>• <i>p02</i>: Manutenção.</li> <li>• <i>p03</i>: Aguardando despacho.</li> <li>• <i>p04</i>: Movimentando vazio.</li> <li>• <i>p05</i>: Fila no carregamento.</li> <li>• <i>p06</i>: Carregando.</li> <li>• <i>p07</i>: Movimentando cheio.</li> <li>• <i>p08</i>: Fila no Britador.</li> <li>• <i>p09</i>: Basculando.</li> <li>• <i>p10</i>: Disponibilidade de operadores de manutenção.</li> <li>• <i>p11</i>: Contando despachos realizados.</li> <li>• <i>p12</i>: Controlando máquina de carga.</li> <li>• <i>p13</i>: Controlando basculamento no britador.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>t01</i>: Registrar entrada do equipamento.</li> <li>• <i>t02</i>: Entrar em operação.</li> <li>• <i>t02</i>: Registrar operador de manutenção disponível.</li> <li>• <i>t03</i>: Despachar equipamento.</li> <li>• <i>t04</i>: Registrar entrada na fila de carregamento.</li> <li>• <i>t05</i>: Registrar início do carregamento.</li> <li>• <i>t06</i>: Registrar fim do carregamento.</li> <li>• <i>t07</i>: Registrar chegada na fila do britador.</li> <li>• <i>t08</i>: Registrar início do basculamento.</li> <li>• <i>t09</i>: Registrar fim do basculamento.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>a01</i>: ( <i>p01</i> x <i>t01</i> )</li> <li>• <i>a02</i>: ( <i>t01</i> x <i>p02</i> )</li> <li>• <i>a03</i>: ( <i>p02</i> x <i>t02</i> )</li> <li>• <i>a04</i>: ( <i>t02</i> x <i>p03</i> )</li> <li>• <i>a05</i>: ( <i>t02</i> x <i>p10</i> )</li> <li>• <i>a06</i>: ( <i>p10</i> x <i>t01</i> )</li> <li>• <i>a07</i>: ( <i>p03</i> x <i>t03</i> )</li> <li>• <i>a08</i>: ( <i>t03</i> x <i>p11</i> )</li> <li>• <i>a09</i>: ( <i>t03</i> x <i>p04</i> )</li> <li>• <i>a10</i>: ( <i>p03</i> x <i>t04</i> )</li> <li>• <i>a11</i>: ( <i>t04</i> x <i>p05</i> )</li> <li>• <i>a12</i>: ( <i>p05</i> x <i>t05</i> )</li> <li>• <i>a13</i>: ( <i>t05</i> x <i>p06</i> )</li> <li>• <i>a14</i>: ( <i>p06</i> x <i>t06</i> )</li> <li>• <i>a15</i>: ( <i>t06</i> x <i>p07</i> )</li> <li>• <i>a16</i>: ( <i>t06</i> x <i>p12</i> )</li> <li>• <i>a17</i>: ( <i>p12</i> x <i>t05</i> )</li> <li>• <i>a18</i>: ( <i>p07</i> x <i>t07</i> )</li> <li>• <i>a19</i>: ( <i>t07</i> x <i>p08</i> )</li> <li>• <i>a20</i>: ( <i>p08</i> x <i>t08</i> )</li> <li>• <i>a21</i>: ( <i>t08</i> x <i>p09</i> )</li> <li>• <i>a22</i>: ( <i>p09</i> x <i>t09</i> )</li> <li>• <i>a23</i>: ( <i>t09</i> x <i>p13</i> )</li> <li>• <i>a24</i>: ( <i>p13</i> x <i>t08</i> )</li> <li>• <i>a25</i>: ( <i>t09</i> x <i>p03</i> )</li> </ul>

Figura 14 - Lugares, transições e relações de fluxo da rede petri criada.

A primeira lista apresentada pela Figura 14, mostra quais são os possíveis lugares que um equipamento pode se encontrar em um determinado cenário. A segunda lista apresenta as transições que podem ocorrer de um determinado estado para outro. Por fim, a terceira lista apresenta a relação de fluxo existente entre cada um dos lugares definidos. A rede resultante das definições apresentadas acima pode ser visualizada na Figura 15.

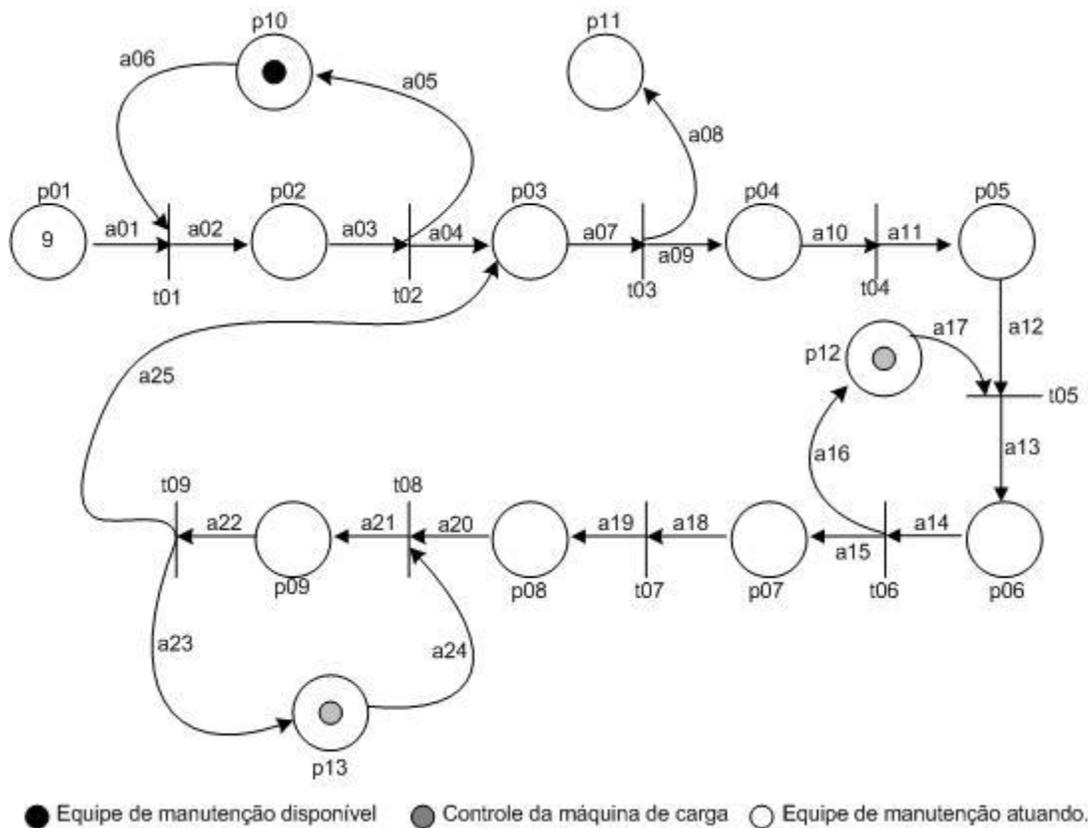


Figura 15 - Rede de Petri criada para a definição dos estados dos equipamentos.

Após a definição formal dos estados e possíveis transições existentes, foi criado um algoritmo para trabalhar a troca de estados dos equipamentos. Para este algoritmo, a cada evento ocorrido para um dos equipamentos existente no cenário, deve ser realizada uma a transição do seu estado conforme as transições definidas na rede apresentada.

Ao iniciar uma simulação de um cenário, a plataforma apresentará como resultado da simulação, um relatório contendo um resumo dos dados do cenário utilizado como teste e os dados de resultados da simulação realizada contendo o total de massa de minério produzida, total de massa de estéril, soma do tempo de fila dos equipamentos, desvio em relação a produção, tempo médio que os equipamentos de transporte permaneceram aguardando despacho e o desvio em relação a qualidade esperada.

## 4.8 Conclusão

Neste capítulo, foram descritos os operadores genéticos de seleção, cruzamento e mutação programados. As principais características apresentadas são:

- As variáveis de despacho são as rotas.
- Cada cromossomo do indivíduo indica uma rota a ser percorrida pelo equipamento que demanda ordem de despacho. A primeira rota é dada à primeira demanda de despacho, a segunda rota à segunda demanda de despacho, e assim por diante.
- A metodologia utilizada permite avaliar cada um dos indivíduos possibilitando mapear o estado de cada um dos equipamentos em cada instante de tempo e ao mesmo tempo, alterar o estado da operação após o término de um determinado evento.

# 5 O Software MineSim

## 5.1 Introdução

Após elaborar todos os passos necessários para desenvolver procedimentos específicos para a resolução do problema da alocação de equipamentos em uma mina a céu aberto, tornou-se necessário criar uma aplicação para que permitisse: i) a criação de cenários de mina considerando as variáveis do modelo matemático proposto; ii) fornecesse um ambiente para simular o cenário dada uma sequência de despachos; iii) permitisse acoplar diferentes algoritmos destinados ao despacho ótimo dos equipamentos de transporte.

Esta aplicação foi desenvolvida e é apresentada ao longo deste capítulo, onde se descreve a sua arquitetura, os mecanismos de entrada e saída de dados, entre outros. O software desenvolvido recebeu o nome **MineSim**. O software modela um ambiente de simulação de mina a céu aberto, onde diferentes algoritmos de despacho de veículos podem ser acoplados para fins de teste e de desenvolvimento, pois o **MineSim** permite ao usuário definir vários cenários de operação de mina diferentes. O **MineSim** é um aplicativo web, desenvolvido utilizando a linguagem de programação Java.

## 5.2 Arquitetura

O aplicativo desenvolvido possui uma interface onde é possível cadastrar cenários e a partir deles realizar simulações. Os dados resultantes das simulações realizadas são armazenados em uma base de dados para que se possa realizar consultas e análises.

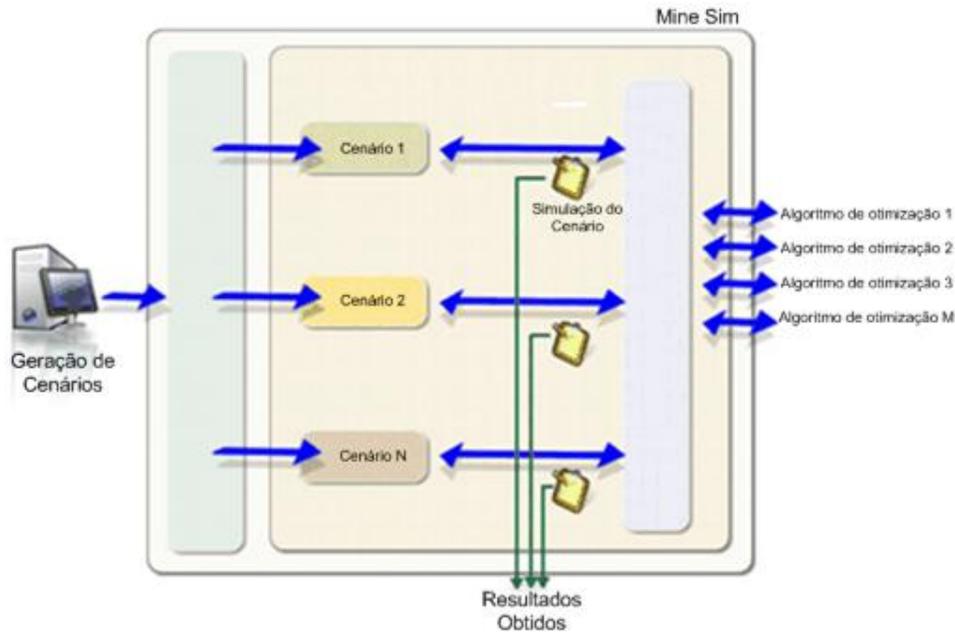


Figura 16 - Arquitetura da Mina Virtual.

A Figura 16 mostra como a aplicação foi modularizada. Primeiramente, percebe-se que é possível criar diversos cenários de mina onde cada um deles possui particularidades. O despacho dos equipamentos definidos nos cenários criados é realizado por algoritmos de despacho ótimo. Cada um destes algoritmos possui estratégias distintas onde podemos comparar e definir qual destas estratégias de despacho possui melhor desempenho.

Quando uma simulação é iniciada na plataforma, os dados do cenário a ser simulado são carregados pelo módulo de simulação ao qual um algoritmo de despacho está acoplado. Os resultados obtidos são gerados pelo módulo de simulação para uma possível análise estatística destes dados. A base de dados utilizada para a persistência das informações do cenário é o Hypersonic SQL Database (HSQLDB). Segundo Severo [46], este banco de dados é uma ferramenta escrita em linguagem Java, que permite a manipulação da base de dados em uma arquitetura cliente-servidor. Como característica interessante, esta ferramenta ocupa um espaço muito pequeno em disco e não necessita de instalação.

## 5.3 Dados de Entrada

A ferramenta construída permite a definição dos componentes principais de uma mina a céu aberto. Estes componentes, em conjunto, formam o que chamamos de cenários de mina. Entre os principais componentes do cenário podemos listar:

- ✓ Frentes de Lavra
- ✓ Pilhas de Minério
- ✓ Pilhas de Estéril
- ✓ Britadores
- ✓ Oficina de Manutenção
- ✓ Posto de abastecimento
- ✓ Rotas
- ✓ Equipamentos de transporte
- ✓ Equipamentos de carga
- ✓ Operadores de equipamentos
- ✓ Características de qualidade

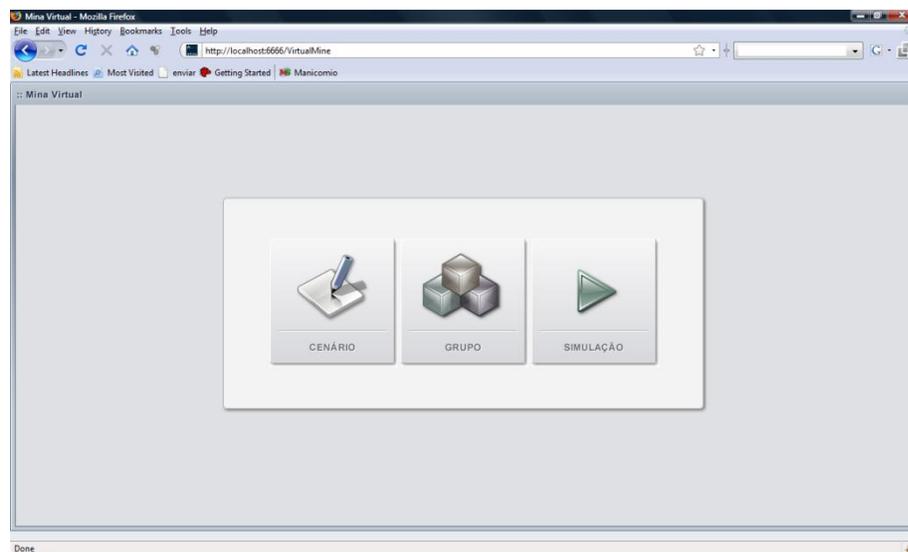


Figura 17 - Tela inicial da Mina Virtual.

A Figura 17 apresentada mostra a tela inicial da ferramenta construída. Nesta tela, podemos perceber a presença de três módulos, cada um com uma característica particular. O primeiro módulo, denominado Cenário é responsável pela criação e edição das informações dos cenários. O segundo

59

módulo desenvolvido é responsável pela definição dos grupos de equipamentos que operam na mina. O terceiro módulo é responsável pela execução da simulação de um determinado cenário de mina.

O módulo que trata do grupo de equipamentos ilustrado pela Figura 18 faz-se necessário devido às características específicas de cada um dos tipos de equipamentos. Normalmente, em minas a céu aberto temos a presença de equipamentos de grande porte, que possuem a capacidade de carregar de 150 a 240 toneladas de massa e também existem equipamentos de transporte com um porte menor, que transportam de 35 a 50 toneladas de massa. Além da capacidade de carga destes grupos de equipamentos, outras características também se diferem entre eles como, por exemplo, a autonomia, que é um valor que define o tempo que o equipamento pode ser operado sem a necessidade de abastecimento e o tempo que o mesmo leva para abastecer. As telas abaixo apresentam uma listagem de grupos de equipamentos e a tela responsável pela edição dos dados de cada um dos grupos.

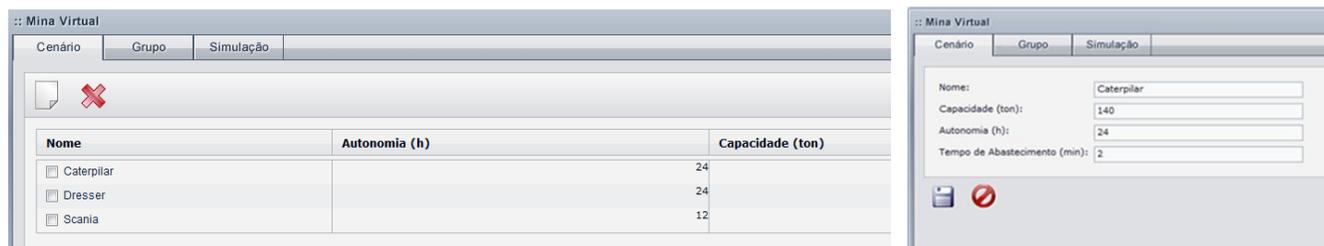


Figura 18 - Tela de listagem e edição de grupos de equipamentos.

O módulo de cenários mostrado na Figura 19 apresenta as funcionalidades criadas para a criação e edição dos dados de um cenário hipotético de uma mina. Podemos perceber a esquerda da figura uma listagem dos cenários já criados. Na parte superior da tela são apresentados 4 botões. O primeiro deles fornece uma funcionalidade para a criação de um novo cenário de mina. O segundo possibilita ao usuário da plataforma realizar uma cópia de um cenário já existente facilitando assim, a criação de novos cenários. O terceiro, indicado por uma seta verde visa iniciar a simulação de um determinado cenário. Para isso, é necessário marcar o cenário que desejamos realizar a simulação e clicar no botão em questão. O quarto e último botão apresentado nesta tela refere-se a funcionalidade de exclusão de um cenário que não é mais necessário. A tela mostrada a direita apresenta as funcionalidades de edição de um determinado cenário. Na parte superior da tela existem algumas funcionalidades que permitem ao usuário criar frentes de lavra, pilhas de estéril e minério, posto de abastecimento, oficina de manutenção e britadores.



Figura 19 - Tela de listagem e edição de cenários.

Além das funcionalidades apresentadas acima, temos a opção de definir rotas existentes entre os pontos criados. A Figura 20 apresenta a tela que permite a edição de rotas existentes entre os pontos criados. Tais rotas são compostas por trechos. Para cada um dos trechos existentes faz-se necessário a definição da distância do percurso que é dada em quilômetros. Para cada um dos trechos existentes a ferramenta oferece uma opção para a definição do tempo médio que um determinado grupo de equipamentos leva para percorrer o trecho.

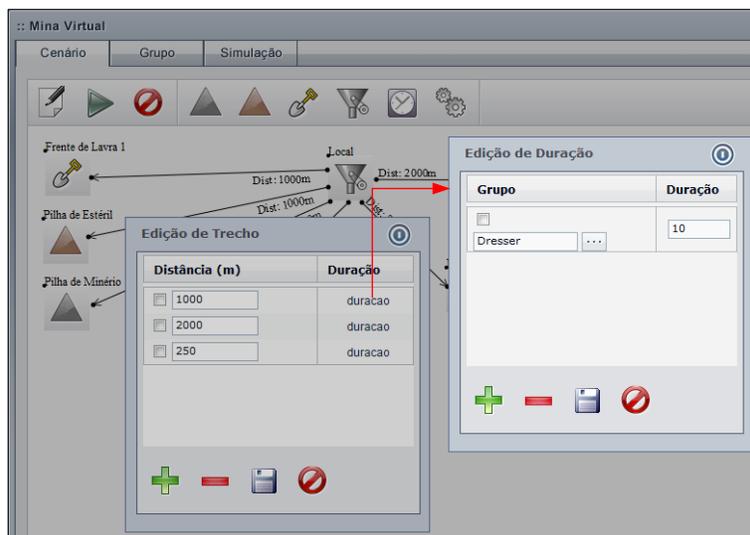


Figura 20 - Edição de rotas e trechos.

Ao clicar no botão duração, uma nova janela denominada Edição de duração é aberta e, para cada um dos grupos de equipamentos de transporte que existem é possível definir o tempo médio que o mesmo leva para percorrer o trecho em questão. Esta definição é necessária devido ao fato de que cada um dos grupos de equipamentos possui uma velocidade média de operação, ou seja, um

equipamento de transporte de grande porte normalmente é mais lento que um equipamento de porte menor.

A Figura 21 apresenta a tela que permite a edição das propriedades gerais de um determinado cenário de mina. Nesta tela o usuário tem a possibilidade de editar o nome, turma, período de operação, ajuste de ritmos de lavra, influência do clima, qualidade da operação dos operadores e as características de qualidade que serão analisadas.

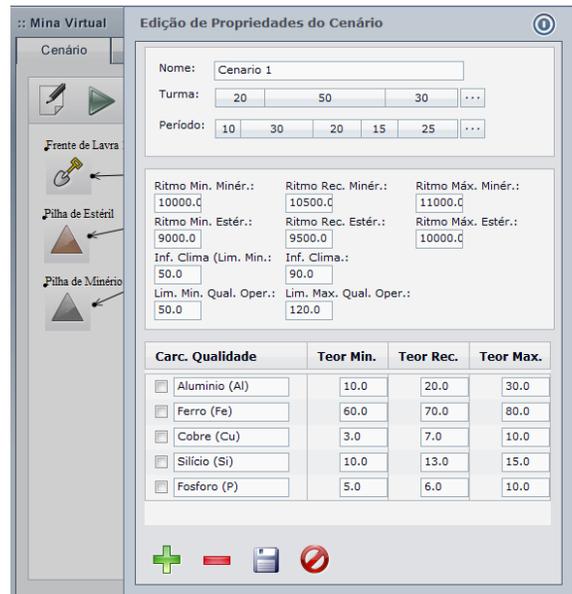


Figura 21 - Tela de edição de propriedades do cenário.

Para o ritmo de lavra, tanto de minério quanto de estéril, faz-se necessário definir parâmetros de limite máximo e mínimo. Estes parâmetros são utilizados para a definição dos desvios de produção. O fator de clima é dado em percentual, ou seja, o quanto o clima influencia na operação da mina. Este fator é limitado a 100% onde este valor indica que o clima não interfere na operação dos equipamentos. Quanto menor for o percentual de influência do clima, maior será o impacto na operação dos equipamentos. Assim como a definição do ritmo de lavra, é necessário definir a qualidade do serviço dos operadores na operação dos equipamentos. Os valores nesta tela são informados em percentual, definindo um limite mínimo e máximo para a qualidade do serviço do operador.

Outro ponto importante nesta tela é a possibilidade de se definir as características de qualidade que serão avaliadas durante a operação. Estes valores serão levados em consideração quando será tratado o objetivo relativo à qualidade. Logo, tem-se um valor recomendado para cada uma das

qualidades apontadas assim como o limite máximo e mínimo, para que seja calculado o desvio em relação ao valor esperado.

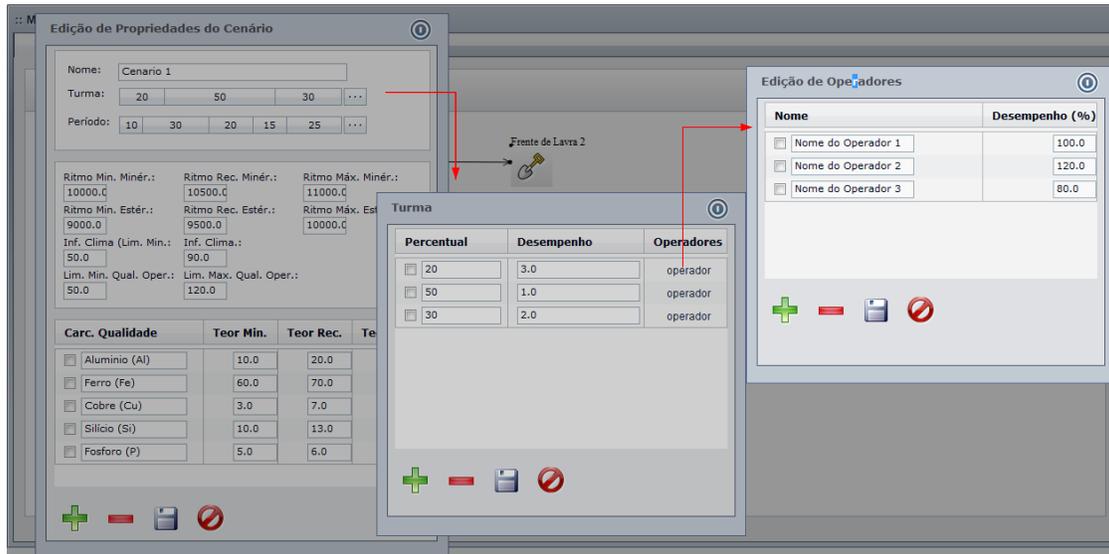


Figura 22 - Tela de edição de turmas e operadores.

A Figura 22 apresenta a tela que possibilita ao usuário definir turmas para a operação da mina. Esta tela tem como característica interessante que o campo percentual define o tempo de operação que a turma deverá atuar no momento da simulação. Sendo assim, o somatório dos percentuais das turmas deve ser sempre 100%. Para cada uma das turmas criadas, faz-se necessário a definição dos operadores. Além do nome dos mesmos, deve ser informado um percentual de desempenho para cada um dos operadores. Este desempenho deve ser limitado pelo desempenho informado na tela de edição das propriedades do cenário. Caso o desempenho de um determinado operador seja igual a 100% significa que o mesmo opera o equipamento de forma muito eficiente. Outro operador que opera abaixo de 100% significa que ele não consegue operar o equipamento com a máxima eficiência.

A criação dos cenários de mina necessita que se definam os períodos de operação, onde a soma do percentual dos períodos deve ser igual a 100%. Para cada um dos períodos de operação criados, devem ser definidos os percentuais dos teores de concentração de cada elemento químico. A Figura 23 apresentada mostra os detalhes da tela para edição de períodos e teores.

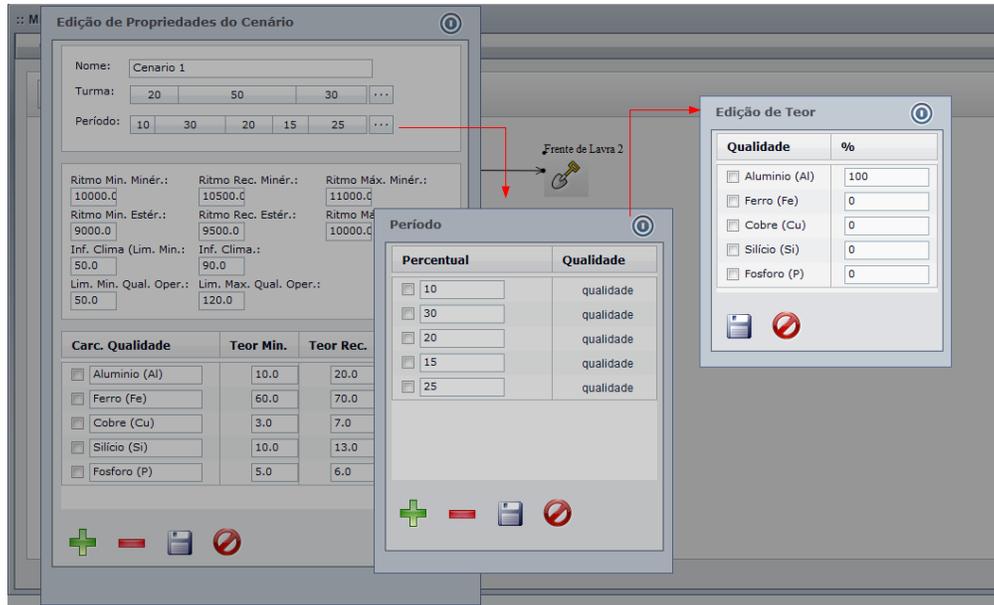


Figura 23 - Tela de edição de períodos de operação e teores de qualidade.

Quando se cria um local na plataforma de simulação, devem-se definir alguns parâmetros para sua especificação. Para isso, basta clicar com o botão direito no local em questão e selecionar a opção editar como mostra a tela à esquerda da Figura 24. A tela de edição de locais permite informar o tempo de manobra assim como o limite de equipamentos de transporte que podem realizar a manobra simultânea. Além disso, é possível determinar o número máximo de equipamentos de carga que podem operar na frente em questão. O campo período desta tela permite definir qual a natureza (minério ou estéril) do material que será extraído da frente de lavra em questão e a qualidade deste material. A soma do percentual dos períodos criados deve ser igual a 100%.

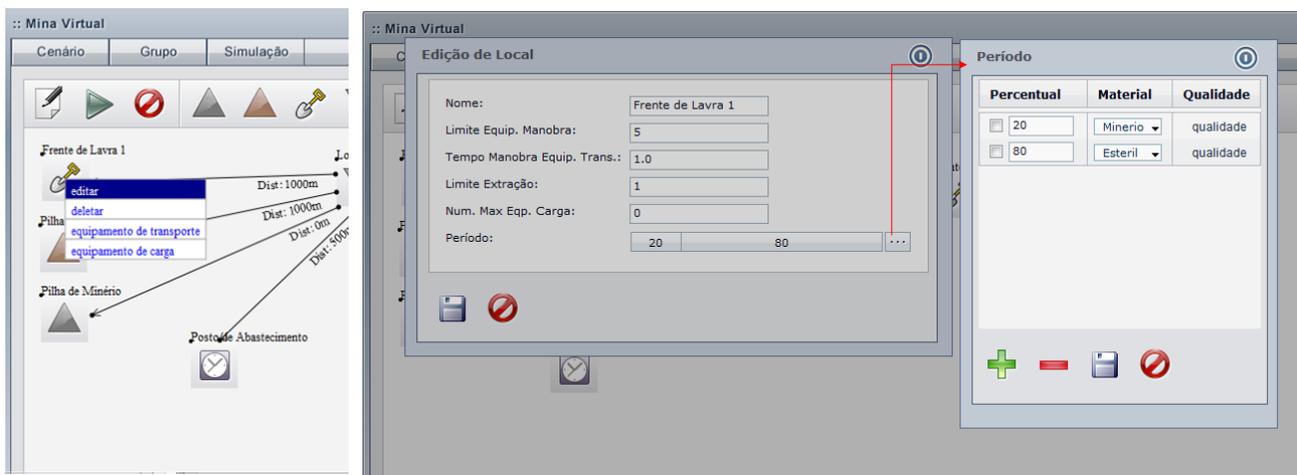


Figura 24 - Tela de edição de locais.

A edição de um britador deve fornecer ao usuário a funcionalidade para realizar a definição do status referente à sua operação. Estes status podem ser Operando, em Manutenção Corretiva ou mesmo em Manutenção Preventiva. Para isso, em cada período de tempo de operação deste equipamento, pode-se definir um status como mostra a Figura 25.

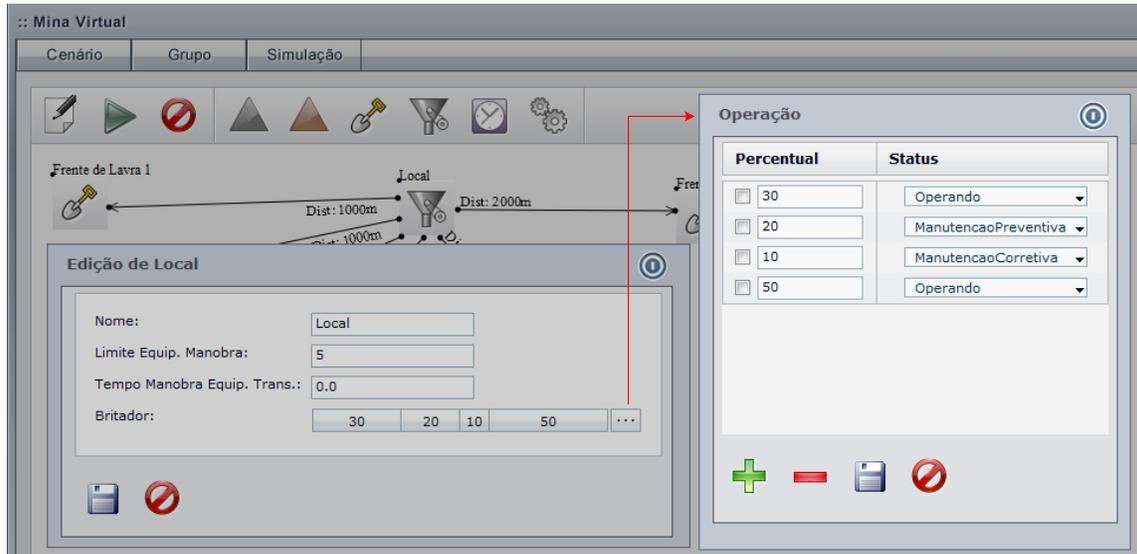


Figura 25 - Tela de edição de um britador.

Em uma frente de lavra criada no cenário, deve ser definida uma ou mais máquinas de carga para que possam atuar nesta frente. O número de máquinas de carga definidos em cada uma das frentes deve ser limitada pelo número máximo de equipamento de carga mostrado Figura 24. A definição dos equipamentos de carga pode ser visualizada na Figura 26. A parte da esquerda da figura apresenta o *Menu* para acesso à tela e a outra parte da figura apresenta a tela para que possa-se definir as máquinas de carga que estarão trabalhando na frente de lavra em questão. Para a definição da máquina de carga é necessário informar o seu nome, qual é o tempo de carregamento que a mesma leva para carregar um determinado equipamento de transporte, onde o seu grupo também é definido. O campo de operação permite definir o status de operação assim como foi mostrado na Figura 25. Para cada uma das máquinas de carga existentes deve-se definir qual é o operador que opera esta máquina. O fator de desempenho do operador que está definido para a máquina em questão influencia no tempo que a mesma leva para carregar um determinado equipamento de transporte.

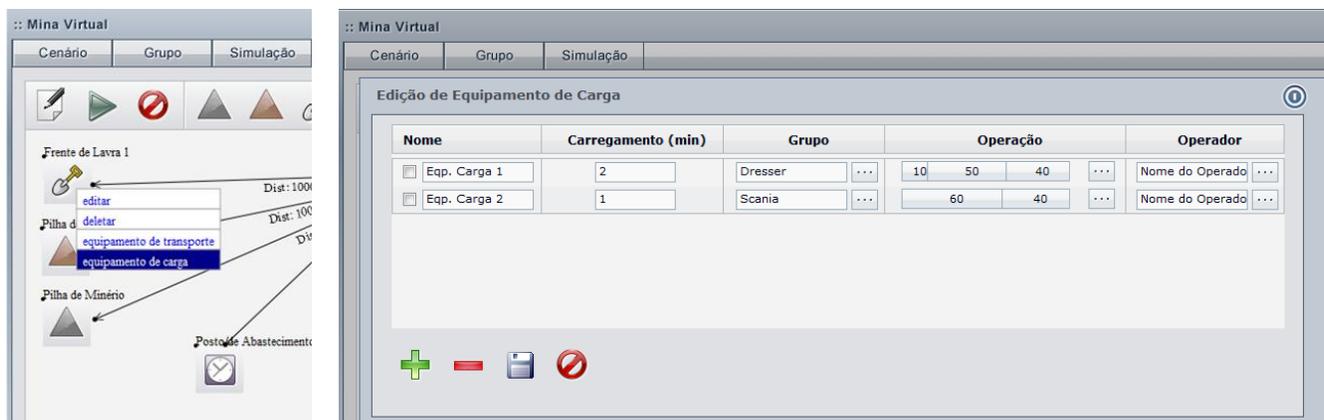


Figura 26 - Definição de equipamentos de carga.

Em todos os locais definidos no cenário, a ferramenta permite associar equipamentos de transporte para que, no início da simulação, este equipamento possa receber um despacho. Assim como nos equipamentos de carga, a ferramenta possibilita a definição de um nome para o equipamento de transporte com o objetivo de facilitar a sua identificação. Para cada um dos equipamentos criados, é necessário definir o seu tempo de basculamento e o grupo ao qual o mesmo pertence. Também como nos equipamentos de carga, é necessário definir do status de sua operação e qual é o operador que está operando o equipamento.

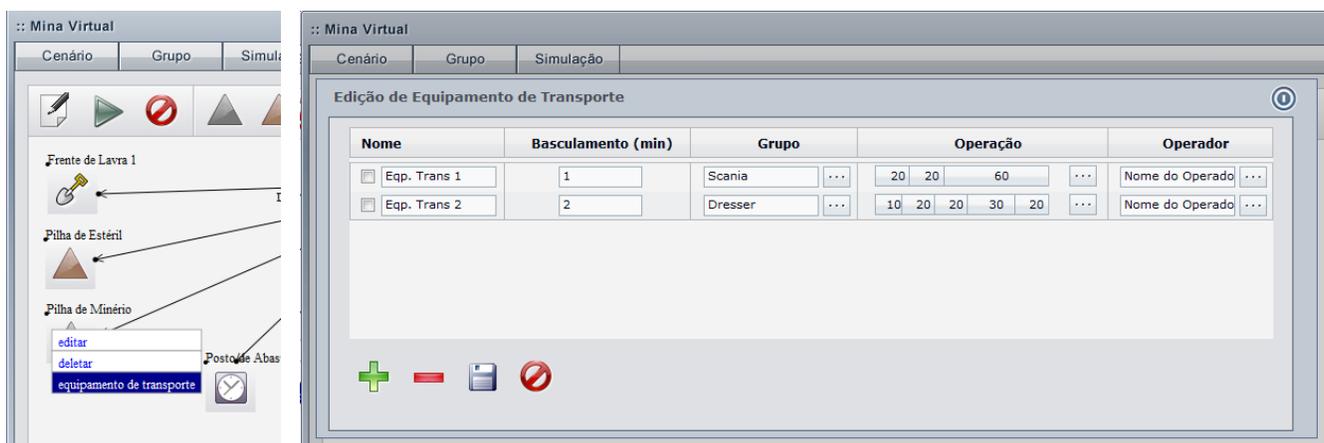


Figura 27 - Definição de equipamentos de transporte.

Com todas as definições apresentadas nesta seção torna-se possível a criação do cenário de mina complexo e com isto realizar a sua simulação em um determinado instante de tempo.

## 5.4 Simulação

O terceiro módulo da plataforma criada visa realizar o processo de simulação dos cenários de mina criados pelo usuário. A comunicação entre a estratégia de despacho dos equipamentos e a plataforma é feita de forma síncrona através de troca de mensagens como mostra a Figura 28.

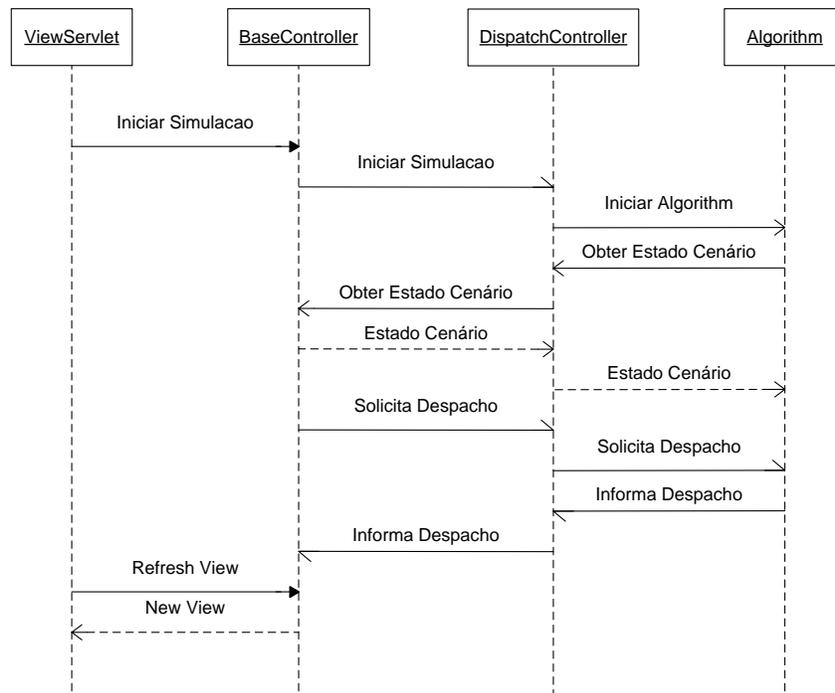


Figura 28 - Diagrama de seqüência da simulação.

Percebe-se no diagrama apresentado na Figura 28 a presença de 4 classes importantes na arquitetura do sistema. A primeira delas, definida como *ViewServlet* é responsável pela camada de apresentação da plataforma desenvolvida. A segunda, denominada *BaseController* é uma classe controladora responsável por disponibilizar métodos para acesso à camada de negócio da plataforma desenvolvida. Esta classe, além de receber comandos disponibilizados em telas para os usuários da plataforma, também disponibiliza métodos para que o módulo de simulação possa obter dados relativos aos cenários. A terceira classe construída, definida como *DispatchController*, define métodos que devem existir na aplicação que é responsável por realizar o despacho dos equipamentos. Entre os métodos necessários nesta classe estão: i) *StartSimulation* que é responsável por receber uma solicitação de início de simulação. O mesmo é necessário para inicializar o algoritmo de despacho; ii) *Dispatch*

responsável por receber uma solicitação de despacho de um determinado equipamento de transporte. A quarta e última é classe importante no processo de simulação pois, é a classe onde é definido o qual o algoritmo de otimização será responsável por realizar os despachos dos equipamentos procurando otimizar a(s) função(ões) objetivo(s) criada(s). O algoritmo responsável por realizar o despacho dos equipamentos necessita, por sua vez, obter dados do cenário que está sendo trabalhado. Para tal, o mesmo faz uma solicitação dos dados necessário à classe *DispatchController*, que por sua vez, solicita ao *BaseController* as informações necessárias para o processamento dos despachos.

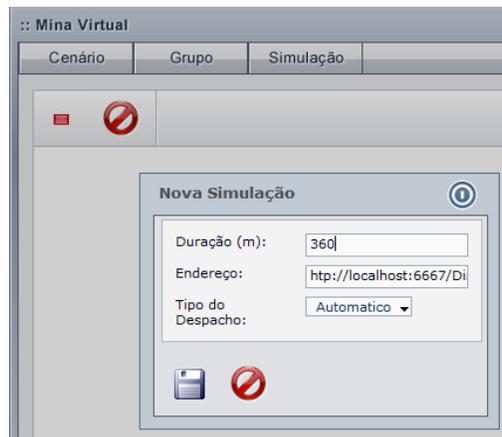


Figura 29 - Início da simulação.

Ao iniciar uma nova simulação na plataforma construída, será necessário definir o tempo total de simulação e o endereço onde se encontra a aplicação *DispatchController*. Este endereço será utilizado para que a plataforma realize as chamadas aos métodos para inicializar a simulação e para a solicitação de um novo despacho de equipamento.

Após o início da simulação, uma *thread* é criada para realizar o controle dos estados de todos os equipamentos. Este procedimento tem como objetivo permitir que o usuário utilize a plataforma e o processo de simulação continue sendo executado. Segundo Fernandes em [20], os sistemas operacionais que suportam este tipo de procedimento implementam na verdade, um escalonamento de tarefas que, executado em grande velocidade, simula a existência de mais de um processador na máquina.

## 5.5 Conclusão

Neste capítulo, o software desenvolvido para gerar cenários de mina a céu aberto, com elevado grau de complexidade, bem como gerar seus componentes foi apresentado. Foram abordados como a entrada de dados é realizada e com as opções presentes na aplicação são definidas.

Pode ser citado, como destaque da aplicação, a questão da formulação flexível, onde o usuário poderá gerar cenários de mina com diversas características. Outro ponto importante é a possibilidade de se trabalhar com diversos algoritmos de despacho de equipamentos de transporte em minas a céu aberto utilizando uma interface de comunicação padronizada entre a plataforma de simulação e as estratégias de despacho criadas. A flexibilidade de alterar os algoritmos de despacho utilizados para a alocação destes equipamentos permite a comparação dos resultados gerados por eles.

# 6 Resultados e Discussões

## 6.1 Introdução

Este capítulo descreve os cenários de teste criados e os resultados da simulação utilizando os algoritmos evolucionários implementados para solucionar o problema de despacho ótimo de equipamentos de transporte em uma mina a céu aberto. A bateria de testes foi realizada em três etapas:

- ✓ **Validação** – testes realizados para validação dos algoritmos quanto à consistência das soluções geradas. Para este caso, um cenário hipotético de pequeno porte foi criado, para permitir observar se as características previstas no modelo foram respeitadas.
- ✓ **Calibração** – testes para ajuste dos parâmetros dos operadores de cruzamento, mutação e métodos de seleção.
- ✓ **Análise dos problemas** – testes em problemas complexos, construídos com recursos e características as mais próximas de um mina real.

Na seção (6.2) são apresentadas as características dos cenários utilizados neste trabalho, bem como a validação dos modelos e na seção (6.2.2) são descritos as análises realizadas e resultados obtidos com a aplicação dos algoritmos.

## 6.2 Cenários de Teste

Como descrito no Capítulo 5, o **MineSim** permite a criação de cenários hipotéticos de minas a céu aberto, onde diversas análises relativas ao comportamento de um conjunto de frentes de lavra, usinas de beneficiamento, equipamentos de carga, pilha de estéril e principalmente dos equipamentos de transporte são passíveis de serem feitas.

Neste contexto, foi utilizada esta ferramenta para a criação de diversos cenários variando os teores de concentração dos elementos químicos encontrados nas frentes, número de pilhas de estéril, distâncias entre os pontos, número de equipamentos de transporte e a qualidade da operação destes

equipamentos. O objetivo dessas análises foi comparar as metodologias sob condições diferentes, ou seja, comparar as metodologias nas diversas situações encontradas nas minas a céu aberto.

Para os valores relacionados à taxa de carregamento nas frentes de lavra e velocidade dos equipamentos de transporte foi utilizada uma distribuição normal com um desvio padrão de 10% para cada uma delas.

### 6.2.1 *Cenário 1*

O Cenário 1 é composto por 3 frentes de lavra, sendo 1 de estéril e 2 de minério. Além disto, possui 1 usina de tratamento e 1 pilha de estéril. As frentes de extração de minério não atendem às necessidades da usina de beneficiamento isoladamente, ou seja, é necessário misturar minério das frentes para atender às restrições de qualidade do minério produzido impostas pela usina.

A Tabela 8 apresenta as distâncias entre cada um dos pontos de lavra deste cenário para os pontos de descarga que são a pilha de estéril e a usina de beneficiamento (britador). A distância existente entre dois pontos de carga ou mesmo, dois pontos de descarga, não faz sentido uma vez que os despachos sempre serão realizados entre um ponto de carga até um ponto de descarga ou vice-versa.

Tabela 8 - Distâncias entre os pontos da mina

Frentes	Pontos de descarga	
	Pilha de estéril	Britador
F <sub>1</sub>	10	15
F <sub>2</sub>	7	13
F <sub>3</sub>	5	13

A Tabela 9 apresenta a velocidade média desenvolvida pelos equipamentos de transporte e o número de equipamentos utilizados de cada grupo. Normalmente os equipamentos de grande porte, ou seja, equipamentos que transportam uma maior quantidade de material possuem uma velocidade média menor que equipamentos de menor porte.

Tabela 9 - Características dos equipamentos de transporte

Equip.	Capac.	Veloc. Média Vazio	Veloc. Média Cheio	Tempo de Manobra	Tempo de Basculamento	Qtde. Equipamentos
A	240t	35 km/h	30 km/h	1 min.	0:50 min.	5
B	150t	45 km/h	40 km/h	1 min.	0:40 min.	7
C	35t	60 km/h	45 km/h	0:45 min.	0:30 min.	10

O dados apresentados na Tabela 10 mostram 4 elementos químicos que devem estar presentes na composição do minério com os respectivos valores de concentração em cada frente de lavra. Estes elementos foram denominados simplesmente de  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$  e  $V_4$ . As frentes de lavra possuem diferentes valores de concentração dos elementos químicos. Deve ser observado que a frente de lavra 3 é uma frente de estéril e portanto não se tem extração de minério.

Tabela 10 - Concentração dos Elementos Químicos (Frentes).

	Teores de Concentração dos Elementos Químicos			
	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$
F <sub>1</sub>	23	0.54	1.6	11
F <sub>2</sub>	37	0.69	3.5	7
F <sub>3*</sub>	-	-	-	-

\* Frente de estéril

A qualidade do minério produzido é função da mistura de minérios extraídos das diferentes frentes de lavra. Normalmente, procura-se fazer a mistura dos minérios oriundos das frentes de lavra de tal forma que seja obtido um produto contendo valores pré-definidos de concentração dos elementos químicos. Quanto mais próximo se atingir estes valores pré-definidos, maior será a qualidade do produto. A Tabela 11 apresenta as faixas de valores de concentração admissíveis no produto final. O minério desejado como produto ótimo em termos de qualidade é aquele contendo concentração dos elementos químicos igual ao valor recomendado.

Tabela 11 - Limites da Concentração dos Elementos Químicos (Britador)

	Teores de Concentração dos Elementos Químicos			
	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$
Limite Inferior	22,0	0,60	2,1	7,0
Limite Superior	35,0	0,66	2,3	10,0
Teor Recomendado	33,0	0,65	3,0	9,0

A Tabela 12 apresenta a capacidade de carregamento de cada uma das máquinas de carga alocadas às frentes.

Tabela 12 - Produtividade das máquinas de carga.

Frente	Ritmo de Lavra Grande Porte	Ritmo de Lavra Pequeno Porte	Limite do Ritmo de Produção
F <sub>1</sub>	2400t/h	-	10000t/h
F <sub>2</sub>	1300t/h	1500t/h	20000t/h
F <sub>3</sub>	-	4000t/h	15000t/h

A Tabela 13 apresenta algumas definições necessárias para a criação dos cenários da mina. Os parâmetros nela apresentados são utilizados para a avaliação dos cenários conforme define o modelo matemático descrito no capítulo 2.

Tabela 13 - Parâmetros gerais da mina

Parâmetro	Valor
Fator de importância de produção de minério	1,5
Fator de importância de produção de estéril	1
Ritmo de produção de minério esperado	9.000t
Ritmo de produção de estéril esperado	4.000t
Limite mínimo de produção de minério	7.000t
Limite máximo de produção de minério	21.000t
Limite mínimo de produção de estéril	1.000t
Limite máximo de produção de estéril	15.000t
Relação estéril minério	0,5
Limite de equipamento de carga por frente	2
Qualidade da equipe de operação	100%
Limite inferior da qualidade da operação	70%
Limite superior da qualidade da operação	100%
Índice de adversidade climática (x100)	90%
Índice de referência climática (x100)	60%

### 6.2.2 Cenário 2

O Cenário 2 foi concebido fazendo-se alterações no Cenário 1 quanto aos equipamentos de transporte. A idéia foi avaliar o quanto a mina ganharia de produtividade caso ocorresse uma compra de novos equipamentos.

A Tabela 14 apresentada visa substituir a quantidade de equipamentos de transporte definidos pela

Tabela 9. Dados como capacidade dos equipamentos e velocidades não foram alterados.

Tabela 14 - Nova tabela de configurações de equipamentos.

Equipamento	Quantidade de Equipamentos
A	8
B	14
C	18

### 6.2.3 Cenário 3

Tomando como base o cenário 2 apresentado, uma nova mudança foi proposta acrescentando outros pontos de carga na mina.

Tabela 15 - Novos pontos de carga e descarga

Frentes	Pontos de descarga			
	Pilha de estéril 1	Pilha de Estéril 2	Britador 1	Britador 2
F <sub>1</sub>	3	5.5	2.5	6
F <sub>2</sub>	8.5	8	8	8.5
F <sub>3</sub>	9	1.5	8.5	2
F <sub>4</sub>	6	5.5	5.5	6
F <sub>5</sub>	4.5	12	4	11
F <sub>6</sub>	9	0.5	8.5	2

Como novas frentes de lavra e novos pontos de descarga foram inseridos no cenário, faz-se necessário definir quais são os teores de concentração dos elementos químicos de cada um dos pontos de carga e os valores esperados pelos britadores. A Tabela 16 e a Tabela 17 apresentam os teores de concentração de elementos químicos nas frentes e os valores esperados nos britadores.

Tabela 16 - Concentração dos Elementos Químicos (Frentes)

	Teores de Concentração dos Elementos Químicos			
	V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>	V <sub>3</sub>	V <sub>4</sub>
F <sub>1</sub>	23	0.54	1.6	11
F <sub>2</sub>	37	0.69	3.5	7
F <sub>3</sub> *	-	-	-	-
F <sub>4</sub> *	-	-	-	-
F <sub>5</sub>	11	0.30	1.2	13
F <sub>6</sub>	40	0.90	4	5

\* Frente de estéril

Tabela 17 - Limites da Concentração dos Elementos Químicos (Britador).

	Teores de Concentração dos Elementos Químicos			
	V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>	V <sub>3</sub>	V <sub>4</sub>
Limite Inferior	22	0.60	2.1	7
1 Limite Superior	35	0.66	3.3	10
Teor Recomendado	33	0.65	0.60	0.66
Limite Inferior	17	0.40	3	10
2 Limite Superior	26	0.53	3.7	12
Teor Recomendado	30	0.65	3.35	10

A Tabela 18 apresenta a produtividade das máquinas de carga presentes em cada uma das frentes de lavra existentes neste cenário. Para as frentes F<sub>1</sub>, F<sub>2</sub> e F<sub>3</sub> presentes no mesmo, foram consideradas as mesmas produtividades apresentadas na Tabela 12.

Tabela 18 - Produtividade das máquinas de carga do cenário 3.

Frente	Ritmo de Lavra Grande Porte	Ritmo de Lavra Pequeno Porte	Limite Ritmo de Produção
F <sub>4</sub>	1400t/h	1000t/h	12000t/h
F <sub>5</sub>	-	1500t/h	7000t/h
F <sub>6</sub>	700t/h	1300t/h	9000t/h

#### 6.2.4 Cenário 4

Com base no cenário 3, uma nova alteração foi realizada para mensurar o quanto mudanças no fator clima influenciariam nos resultados de produção de uma operação. Para isso, novos valores do índice de adversidade climática e de qualidade de operação foram definidos como apresentados na Tabela 19 mostrada abaixo:

Tabela 19 - Parâmetros de qualidade de operação e clima.

Parâmetro	Valor
Qualidade da equipe de operação	80%
Índice de adversidade climática (x100)	100%

Para o valor da qualidade da equipe de operação, foi definido um percentual que indica que a equipe possui um maior desempenho quando comparada às demais equipes. Já quanto ao índice de adversidade climática na operação, podemos dizer que quanto mais próximo de 100%, maior este fator impacta no desempenho da operação.

### 6.2.5 Cenário 5

Um dos fatores que contribuem bastante para a produtividade em uma mina a céu aberto é a produtividade das máquinas de carga. Caso uma determinada frente de lavra possui uma máquina com baixa produtividade, seja a mesma causada por deficiência da operação ou mesmo por alguma dificuldade relacionada à lavra, a chance de ocorrência de fila nesta frente é grande, uma vez que o equipamento levará um tempo maior para ser carregado.

Tabela 20 - Produtividade das máquinas de carga do cenário 5.

Frente	Ritmo de Lavra Grande Porte	Ritmo de Lavra Pequeno Porte
F1	1800t/h	-
F2	1000t/h	1100t/h
F3	-	900t/h
F4	1000t/h	600t/h
F5	-	1200t/h
F6	500t/h	700t/h

Sendo assim, a Tabela 20 apresenta o cenário de teste alterado, atribuindo às máquinas de carga, uma nova produtividade para que seja realizada uma análise de produção na mina e de ocorrência de filas.

### 6.3 Análise dos Resultados

Neste tópico serão apresentados os resultados obtidos através da aplicação dos algoritmos evolucionários descritos neste trabalho aplicados a cada um dos cenários de mina descritos neste capítulo.

Os testes foram realizados em um microcomputador Core 2 duo, 1.6 GHz, de 2Gb de RAM, com sistema operacional Windows Vista. As simulações foram rodadas utilizando 50 gerações, onde cada um dos indivíduos possuía 1000 cromossomos, isto é, 1000 ordens de despacho. O tempo de simulação dos cenários testados foi de 240 minutos, ou seja, uma operação de 4 horas de duração. O tempo gasto para a avaliação do cenário 1, que é o mais simples, foi de 12.1 segundo utilizando o algoritmo NSGAI e de 8.9 segundos para o SPEA2. Já para o cenário 3, base do cenário mais complexo criado, o tempo de simulação foi de 26.9 segundos para o NSGAI e 21.1 segundos para o SPEA2.

A primeira análise realizada é referente à qualidade do material que está sendo produzido. Para isso, faz-se necessário estudar se os níveis de teores químicos resultantes do minério produzido estão de acordo com a especificação.

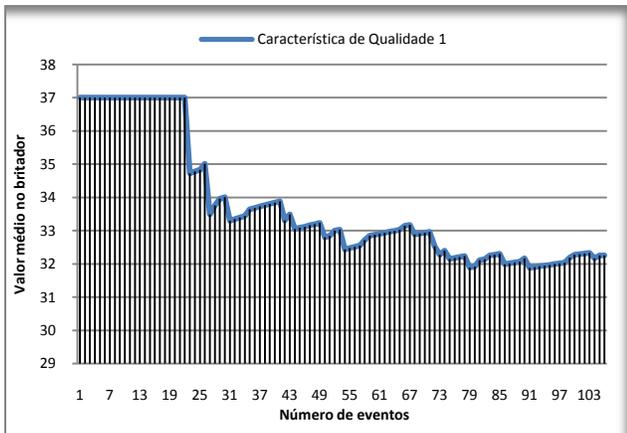


Gráfico 1 - Evolução da concentração química do elemento  $V_1$  no britador.

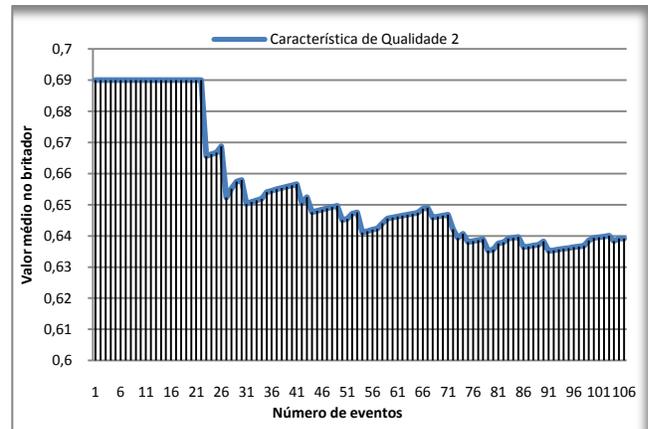


Gráfico 2 - Evolução da concentração química do elemento  $V_2$  no britador.

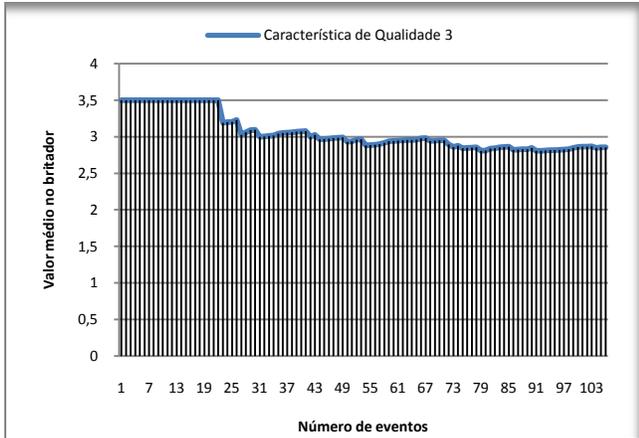


Gráfico 3 - Evolução da concentração química do elemento  $V_3$  no britador.

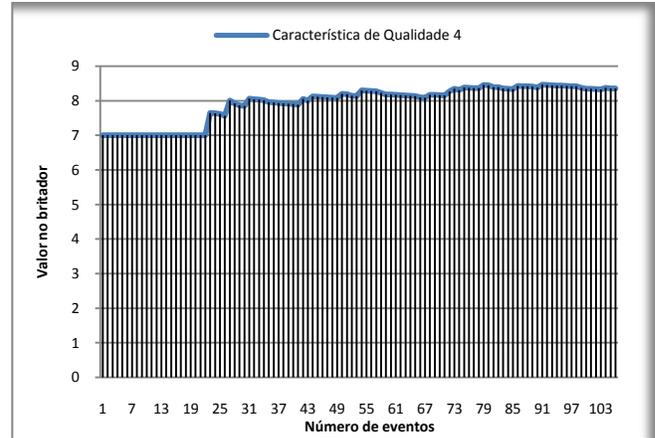


Gráfico 4 - Evolução da concentração química do elemento  $V_4$  no britador.

Os gráficos apresentados acima ilustram a evolução da concentração química dos elementos encontrada no britador, determinada pelo NSGA-II para o cenário 1. Estes gráficos mostram que à medida que o número de eventos aumenta há uma tendência das características de qualidade estarem mais próximas dos valores esperados pelo britador (33; 0,65; 3,0; 9,0).

Os valores obtidos de teores de concentração química no britador são ajustados na medida em que o processo produtivo avança. O ideal é que a concentração dos elementos químicos seja o mais próximo do valor recomendado durante todo o tempo de operação evitando assim, grandes variações.

O Gráfico 5 apresenta a fronteira não-dominada gerada pelos algoritmos NSGA-II e SPEA2. Percebe-se que ambos os algoritmos apresentam soluções espalhadas na fronteira. O algoritmo NSGA-II mostrou-se superior ao SPEA2 uma vez que as soluções encontradas pelo primeiro dominam as do segundo.

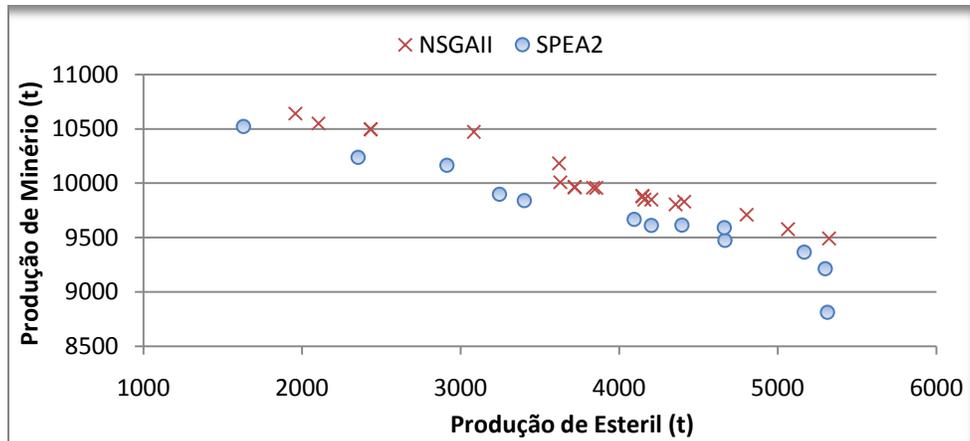


Gráfico 5- Soluções não-dominadas encontradas para o cenário 1.

O cenário 2, descrito neste documento, acrescenta mais caminhões na operação da mina. O Gráfico 6 apresenta as fronteiras não-dominadas encontradas pelos dois algoritmos evolucionários. Quando comparadas as fronteiras apresentadas neste gráfico com as fronteiras encontradas para o cenário 1, percebemos um aumento na produção, ou seja, as fronteiras foram deslocadas nos dois eixos. O algoritmo NSGA-II continuou apresentando melhores soluções quando comparado ao SPEA2.

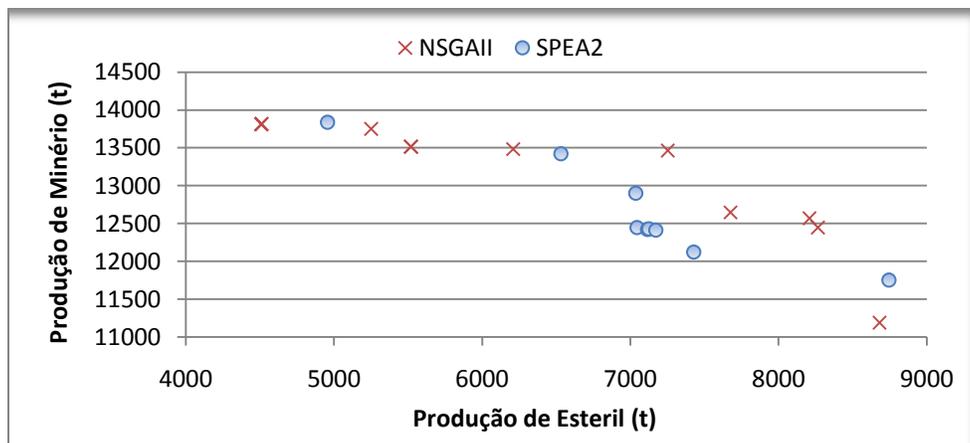


Gráfico 6 - Soluções não-dominadas encontradas para o cenário 2.

O Gráfico 7 apresenta a fronteira encontrada para o cenário 3 descrito neste capítulo. Este cenário apresenta novas características como a presença de mais um britador e mais uma pilha de estéril. O volume total de massa produzida na mina aumentou consideravelmente quando comparamos os resultados deste cenário com o cenário 3. O número de soluções encontradas pelo SPEA2 é significativamente menor quando comparado ao NSGA-II.

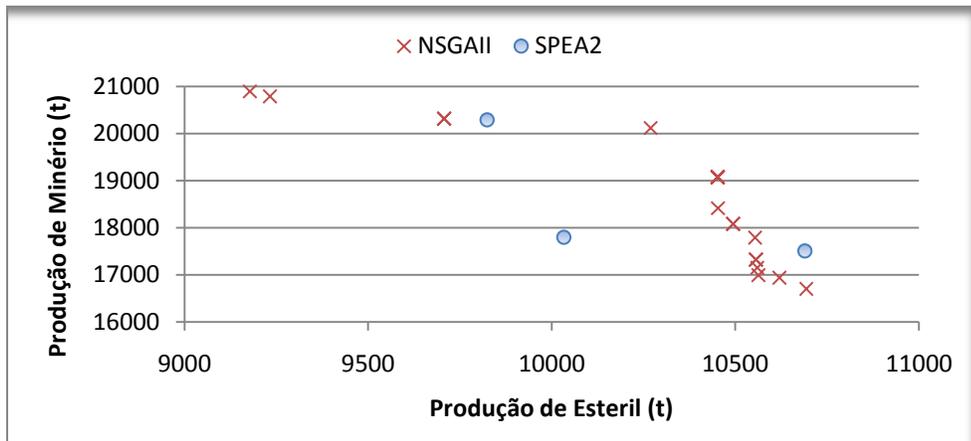


Gráfico 7 - Soluções não-dominadas encontradas para o cenário 3.

Os resultados apresentados pelo Gráfico 8 mostram uma grande perda de produção ao reduzir a qualidade de operação em 20% e aumentar o índice de adversidade climática na operação da mina em apenas 10%.

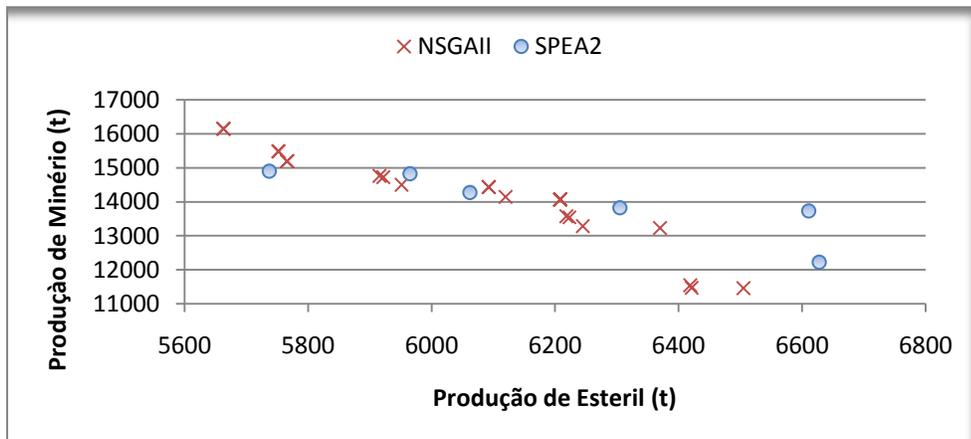


Gráfico 8 - Soluções não-dominadas encontradas para o cenário 4.

Tabela 21 - Comparativo do total de produção entre o cenário 3 e cenário 4.

Parâmetro	NSGAII	SPEA2
Produção Média Total – Cenário 3	28.857,82t	28.887,02t
Produção Média Total – Cenário 4	20.205,99t	20.182,64t
Redução da produção	29,98%	30,13%

Tabela 22 - Comparativo de total de distancia percorrida entre o cenário 3 e cenário 4.

Parâmetro	NSGAI	SPEA2
Dist. total média percorrida - Cenário 3	4.304,91km	4.267,5km
Dist. total média percorrida - Cenário 4	3.008,15km	3.003,5km
Redução da dist. Percorrida	30,12%	29.61%

Percebe-se com os resultados apresentados pela Tabela 21 e

Tabela 22 que a redução na produção foi significativa com a redução da produtividade das equipes e com o aumento no índice de adversidade climática. Como estes fatores influenciam diretamente na velocidade média dos caminhões e conseqüentemente, no tempo gasto para transportar o material, percebe-se que a distância média percorrida pelos equipamentos foi reduzida de forma significativa.

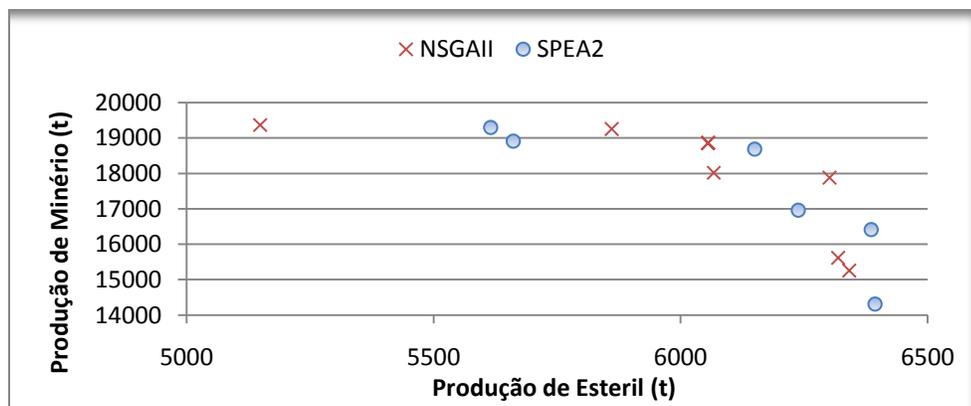


Gráfico 9 - - Soluções não-dominadas encontradas para o cenário 5.

O cenário 5 criado para testes reduz a produtividade das máquinas responsáveis pela carga dos equipamentos de transporte. O Gráfico 9 apresenta os resultados obtidos após a execução dos algoritmos para o cenário 5. Percebe-se que a produção de estéril foi reduzida em relação ao cenário 3.

## 6.4 Conclusão

Este capítulo foi dedicado à apresentação dos cenários, construídos com a utilização do software de simulação de mina a céu aberto, e dos resultados obtidos na simulação do despacho de equipamentos de transporte dos problemas daí originados empregando os algoritmos NSGA-II e SPEA2.

Na metodologia utilizada, primeiramente iniciou-se com cenários simples para permitir a análise dos algoritmos e paulatinamente os cenários foram se tornando mais complexos através do aumento do número de veículos, equipamentos de carga, frentes de lavra, depósitos de minério e estéril e do número de britadores.

Ambos os algoritmos NSGA-II e SPEA2 mostraram-se adequados na solução do modelo matemático do problema de otimização multiobjetivo proposto, embora o primeiro tenha apresentado resultados ligeiramente superiores.

# 7 Conclusões Finais

Este capítulo visa apresentar uma síntese a respeito das principais conclusões obtidas durante o desenvolvimento deste trabalho. A análise será iniciada com um comparativo entre os modelos encontrados na literatura e logo em seguida serão discutidos os resultados obtidos com os problemas abordados.

## 7.1 Comparativo Entre os Modelos

Foram pesquisados oito modelos na literatura: [WiR], [ChD], [Pea], [Mea], [PMe], [Cse], [PMd] e [Cee]. O modelo proposto neste trabalho foi comparado com cada um desses cinco modelos e as principais observações estão relacionadas a seguir:

- Comparado ao modelo de Wilke e Reimer pode-se dizer que o modelo proposto neste trabalho é mais completo e complexo, uma vez que, além de tratar de vários objetivos, contempla pontos como limites de equipamento de carga por frente, compatibilidade de equipamentos, condição climática, entre outros, que não são abordados no modelo Wilke e Reimer.
- Em comparação ao modelo de Chanda e Dagdelen, o modelo aqui proposto contempla restrições como ritmo de lavra, limite de equipamentos de carga por frente, não deixando de contemplar nenhuma das restrições consideradas em Chanda e Dagdelen.
- No modelo de R. Pinto et al. o foco é voltado totalmente para a mistura de minério. Este problema de mistura também é contemplado no modelo proposto neste trabalho.
- O modelo proposto neste trabalho, igualmente ao modelo de Moraes et al. considera as restrições de compatibilidade de equipamentos e produção de estéril. Entretanto, o foco do modelo Moraes et al. é voltado para a retomada de minério, procurando atender às necessidades de qualidade e restrições operacionais. No modelo proposto neste trabalho, a retomada de pátios, seqüenciamento vertical e horizontal não foram considerados uma vez que o foco é o despacho de equipamentos de transporte e não a retomada de material estocados em pátios.

- O modelo apresentado por R. Pinto e Merschmann se apresenta mais completo que os anteriores, entretanto não consideram os limites de produção de estéril e minério por frente. O modelo R. Pinto e Merschmann trabalha com limites de dedicação de equipamentos de transporte por frente. Este tipo de restrição visa impedir que máquinas de carga fiquem ociosas. Tal restrição não foi considerada no modelo proposto neste trabalho.
- O modelo de Costa et al. foca na alocação estática dos equipamentos de transporte enquanto o modelo proposto neste trabalho a alocação de equipamentos é feita de forma dinâmica.
- Comparado com o modelo dinâmico de R. Pinto e Merschmann, o modelo proposto neste trabalho também se apresenta de forma mais completa. O modelo proposto pelos autores trabalha com poucas restrições e também, trata apenas de um objetivo, que é a maximização da extração.
- Comparado ao modelo Coelho et al, o proposto no presente trabalho traz como complemento restrições como a alocação de operadores aos equipamentos de transporte e limite de operadores por equipamento de transporte

Pode-se concluir que as características que mais diferenciam este trabalho dos demais são o tratamento de alocação dos operadores aos equipamentos, limitando o número de operadores por equipamento. Outras características, incluídas no modelo proposto, foram a definição da influência da qualidade dos operadores na produtividade da mina e também o quanto o clima influencia nesta produtividade. Os oito modelos pesquisados apresentam algumas características interessantes que não são contempladas neste trabalho das quais podemos destacar as restrições voltadas para a retomagem de pátios que não são objetivos finais do modelo proposto neste trabalho. Dessa forma, mesmo que o modelo proposto neste trabalho ignore essas características, a solução final apresentada ainda continuará sendo viável, não comprometendo assim o resultado final apresentado.

## 7.2 Metodologia

A adoção da estrutura matricial para análise das soluções é estratégica, pois permite a simulação de um longo período em um curto espaço de tempo. Esta estrutura facilita a análise dos resultados da simulação da operação da mina em um dado momento, permitindo saber qual é o estado de cada um dos equipamentos em um dado instante, e qual será o próximo evento que irá ocorrer.

Na geração do cenário, o sistema desenvolvido considera apenas rotas válidas para os equipamentos de transporte uma vez tendo sido definido quais são os equipamentos de carga nas diversas frentes de lavra.

Para evitar a criação de rotas inválidas durante os processos de cruzamento e mutação, foi desenvolvido um procedimento de verificação e correção de rotas, de tal forma que apenas rotas válidas são consideradas na população de indivíduos.

### **7.3 Software de Simulação de Minas a Céu Aberto - MineSim**

O produto final deste trabalho foi o desenvolvimento do MineSim, um aplicativo computacional capaz de criar cenários de mina de forma simples. Os cenários de mina criados fornecem todas as entradas de dados necessários para que o modelo matemático proposto neste trabalho seja executado.

Os principais destaques desta aplicação são: i) a possibilidade do usuário definir o cenário da mina da forma fácil e mais próxima da mina real; ii) acoplar ao sistema o módulo de despacho (algoritmo de otimização); iii) facilidade da obtenção dos dados dos cenários, que são fornecidos através de uma camada de controle da aplicação.

### **7.4 Cenários Estudados**

Os cenários de testes criados para a simulação foram baseados em cenários de minas reais. O primeiro cenário criado foi utilizado para testes de validação dos algoritmos desenvolvidos, estratégias para a simulação e coleta de dados para apresentação dos resultados.

Os demais cenários avaliados são variações do primeiro cenário. Tais variações foram feitas desde o número de frentes de lavra e pontos basculamento de equipamentos até mesmo, com relação ao número de equipamentos que atuam no cenário.

A importância da produtividade das máquinas de carga foi nitidamente verificada nos resultados, pois se verificou grande aumento na produção e na redução dos tempos de fila, quando esta produtividade é aumentada. Outras características avaliadas foram a influência do clima na produtividade da mina e a qualidade da equipe de operação. Tais fatores influenciaram de forma relevante nos resultados quando, por exemplo, uma turma com maior experiência atuava ou mesmo quando o clima não influenciava na operação da mina.

## 7.5 Resultados Obtidos

A metodologia de coleta de resultados foi dividida em 3 etapas. A primeira delas foi a validação da solução proposta. A segunda etapa foi trabalhar em torno dos parâmetros utilizados pelos algoritmos. Por fim, a terceira etapa foi onde os resultados foram coletados e apresentados. Ao analisar os resultados, percebem-se alguns pontos que se mostram importantes para o resultado da produtividade.

- ✓ Produtividade das máquinas de carga: se mostrou um fator decisivo para o aumento da produção nos cenários. O simples fato de aumentar o número de equipamentos de transporte não implica em um aumento da produção. Podemos concluir que a produtividade da mina está limitada não só ao número de equipamentos de transporte operando, mas também à produtividade das máquinas de carga presentes nas frentes de lavra.
- ✓ Qualidade da operação e influência do clima: são dois fatores importantes a serem considerados no despacho de veículos, pois ao realizar testes de redução de qualidade de operação ou mesmo, aumentar o impacto do clima na operação, observa-se uma redução significativa na produção como um todo. Este ponto chama a atenção para um possível investimento em treinamento de operadores ou mesmo procurar reduzir os impactos do ambiente na operação melhorando, por exemplo, a sinalização e qualidade das estradas em uma mina.
- ✓ Restrições nas frentes da lavra: os algoritmos apresentam grande dificuldade em encontrar uma solução viável sem utilizar um processo de verificação e alteração dos indivíduos. Caso não exista uma restrição quanto ao porte do equipamento presente na frente de lavra, este processo é minimizado.
- ✓ Algoritmos aplicados para solucionar o problema: os dois algoritmos foram capazes de encontrar soluções viáveis para o problema apresentado. Contudo, o NSGAIII apresentou melhores resultados quando comparado ao SPEA2.

Tabela 23 - Comparativo de produtividade dos cenários 3 e 5.

Parâmetro	NSGAIII	SPEA2
Produção total média - Cenário 3	28.857,82t	28.887,02t
Produção total média - Cenário 5	24.020,17t	23.507,04t
Redução em % da produção	16,76%	18,62%

A Tabela 23 apresenta um estudo comparativo entre os algoritmos adotados, considerando os cenários 3 e 5 como alvo da análise. Outras variáveis analisadas como o desvio de qualidade nos britadores ou até mesmo o tempo médio das filas devem ser levados em consideração ao afirmar que as soluções de um determinado algoritmo são melhores que as soluções de outro. Para isso, se faz necessário a implementação de decisores que possam levar em consideração as preferências da empresa.

## **7.6 Considerações Finais**

O objetivo do trabalho foi atingido uma vez que um produto capaz de gerar boas soluções para despachos de equipamentos em minas a céu aberto foi desenvolvido bem como a proposta de um novo modelo matemático para o problema. Uma modelagem matemática com múltiplos objetivos para o problema de despacho de veículos em minas a céu aberto foi proposta e dois algoritmos evolucionários foram implementados.

Como trabalho futuro, propõem-se o estudo de algoritmos de tomada de decisões com base nas soluções geradas pelos algoritmos de otimização, ou seja, com base nas soluções não-dominadas. Qual delas seria a melhor do ponto de vista da operação da mina?

## 8 Bibliografia

- [1] Abraham, A. (2005). Evolutionary Computation. In: P. Sydenham, & R. Thorn, Handbook for Measurement Systems Design (pp. 920-931). London: John Wiley and Sons Ltd.
- [2] Alarie, S., & Gamache, M. (2002). Overview of Solution Strategies Used in Truck Dispatching Systems for Open Pit Mines. *International Journal of Mining, Reclamation and Environment* , 59-76.
- [3] Alvarenga, G. B. (1997). Despacho ótimo de caminhões numa mineração de ferro utilizando algoritmo genético com processamento paralelo. Belo Horizonte, MG, Brasil: Master's thesis.
- [4] Back, T. (1992). Evolutionary Algorithms. ACM SIGBIO Newsletter .
- [5] Back, T., Hammel, U., & Schwefel, H.-P. (Abril de 1997). Evolutionary Computation: Comments on the History and Current State. pp. Vol. 1, No. 1.
- [6] Brahma, K. C. (December de 2007). A study on application of strategic planning models and operations research techniques in opencast mining. Rourkela, Orissa: Thesis submitted to the national institute of technology.
- [7] Bueno, A. F., & Oliveira, M. C. (2004). Goal Programming (Programação Multiobjetivo). In: L. J. Corrar, & C. R. Theóphilo, Pesquisa Operacional para decisão em Contabilidade e Administração (pp. 394-438). São Paulo: Editora Atlas.
- [8] Chanda, E. C., & Dagdelen, K. (1995). Optimal blending of mine production using goal programming and interactive graphics systems. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment* , 203-208.
- [9] Coelho, C. A., Lamont, G. B., & Veldhuizen, D. A. (2007). Evolutionary Algorithms for solving Multi-Objective Problems. Springer.
- [10] Coelho, I. M., Sabir, R., & Souza, J. F. (2008). Um algoritmo baseado em GRASP, VND e Iterated Local Search para a otimização do planejamento operacional de lavra. (pp. 1-12). Bauru: XV Simpósio de Engenharia de Produção - SIMPEP.
- [11] Coello, C. A. (2006). Evolutionary Multi\_Objective Optimization: A Historical View fo the field. *IEEE Computational Intelligence Magazine* , 28-36.
- [12] Corne, D., Jerram, N., Knowles, J., & Oates, M. (2001). Pesa-ii: Region-based selection in evolutionary multiobjective optimization. *Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO 2001)* (pp. 283-290). Morgan Kaufmann Publishers.
- [13] Corne, D., Knowles, J., & Oates, M. (2000). The pareto envelope-based selection algorithm for multiobjective optimization. *Proceedings of the Parallel Problem Solving from Nature VI Conference* (pp. 839-848). Springer. Lecture Notes in Computer Science No. 1917.
- [14] Costa, D. C., Souza, M. J., & Pinto, L. R. (2004). Um modelo de programação matemática para alocação estática de caminhões visando ao atendimento de metas de produção e qualidade. (pp. 1-8). Belo Horizonte: III Congresso Brasileiro de Mina a Céu Aberto e III Congresso Brasileiro de Mina Subterrânea - IBRAM.

- [15] Costa, F. P. (2005). Aplicações de técnicas de otimização a problemas de planejamento operacional de lavras em mina a céu aberto. Ouro Preto, Minas Gerais, Brasil: Master's thesis - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral, Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto - UFOP.
- [16] Deb, K. (2001). Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms. New York: Wiley.
- [17] Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., & Meyarivan, T. (2002). Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II. IEEE Transactions on evolutionary computation vol. 6, no. 2 , 162-197.
- [18] Deitel, P., & Deitel, H. (2010). Java: Como Programar. Pearson P T R.
- [19] Dias, A., & Vasconcelos, J. (March de 2002). Multiobjective Genetic Algorithms Applied to Solve Optimization Problems. IEEE Transactions on Magnetcs, Vol. 38, NO. 2 , pp. 1133-1136.
- [20] Fernandes, A. P. (2003). Programando multitarefa em Java. Revista do Centro de Ciências da Economia e Informática , pp. 47-50.
- [21] Fonseca, C., & Fleming, P. (1993). Genetic Algorithms for Multiobjective Optimization: Formulation, Discussion and Generalization. Proceedings of the Fifth International Conference on Genetic Algorithms (pp. 416-423). San Mateo, California: Morgan Kauffman Publishers.
- [22] Goldberg, D. (1989). Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning. Addison-Wesley Publishing Company, INC.
- [23] Gosling, J., Joy, B., Steele, G., & Bracha, G. (2000). The Java™ Language Specification. Second Edition.
- [24] Hajela, P., & Lin, C. Y. (1992). Genetic search strategies in multicriterion optimal design. Structural Optimization , 99-107.
- [25] Horn, J., Nafpliotis, N., & Goldberg, D. (1994). A Niche Pareto Genetic Algorithm for Multiobjective Optimization. Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation (pp. 82-87). New Jersey: IEEE Service Center.
- [26] Ingalls, R. G. (2008). Introduction to simulation. Proceedings of the 2008 Winter Simulation Conference S. J. Mason, R. R. Hill, L. Mönch, O. Rose, T. Jefferson, J. W. Fowler eds.
- [27] Jong, K. A. (1975). Analysis of the behavior of a class of genetic adaptive systems. Michigan: Ph.D. dissertation University of Michigan.
- [28] Kita, H., Yabumoto, Y., Mori, N., & Nishikawa, Y. (1996). Multi-Objective Optimization by Means of the Thermodynamical Genetic Algorithm. Lecture Notes in Computer Science , 504-512.
- [29] Knowles, J., & Corne, D. (1999). The Pareto Archived Evolution Strategy: A New Baseline Algorithm for Multiobjective Optimisation. Congress on Evolutionary Computation , 98-105.
- [30] Krause, A., & Musingwini, C. (2007). Modelling open pit shovel-truck systems using the Machine Repair Model. The Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy.
- [31] Laumanns, M., Rudolph, G., & Schwefel, H. (1998). A Spatial Predator-Prey Approach to Multi-Objective Optimization: A Preliminary Study. Parallel Problem Solving From Nature – PPSN V (pp. 241-249). Amsterdam, Holland: Springer-Verlag.

- [32] Merschmann, L. H. (2002). Desenvolvimento de um sistema de otimização e simulação para análise de cenários de produção em minas a céu aberto. Rio De Janeiro, RJ, Brasil: Master's thesis - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.
- [33] Michalewicz, Z. Genetic Algorithms+Data Structures=Evolution Programs. 1994: Springer-Verlag.
- [34] Mitchell, M. (1996). An Introduction to Genetic Algorithms. Massachusetts Institute of Technology.
- [35] Moraes, E. F., Alves, J. M., Souza, M. J., Cabral, I. E., & Martins, A. X. (2006). Um modelo de programação matemática para otimizar a composição de lotes de minério de ferro da mina Cauê da CVRD. Revista da Escola de Minas , 299-306.
- [36] Mutmansky, J. M. (1979). Computing and operations research techniques for production scheduling. Computer methods for the 80's in the mineral industry , 615-625.
- [37] Pacheco, M. A. (1999). Algoritmos Genéticos - Principios e Aplicações. INTERCON99: V Congreso Internacional de Ingeniería Electrónica (pp. 11-16). Lima, Peru: Proceedings of the INTERCON99: V Congreso Internacional de Ingeniería Electrónica.
- [38] Pidd, M. (1998). Computer Simulation in Management Sciences. Chichester: John Wiley and Sons.
- [39] Pinto, E. B. (2007). Despacho de caminhões em mineração usando lógica nebulosa, visando ao atendimento simultâneo de políticas excludentes. Belo Horizonte, MG, Brasil: Departamento de Engenharia de Produção - Escola de Engenharia - UFMG.
- [40] Pinto, L. R., & Merschmann, L. H. (2001). Planejamento operacional da lavra de mina usando modelos matemáticos. Revista Escola de Minas , vol.54 no.3.
- [41] Pinto, L. R., Biajoli, F. L., & Mine, O. M. (2002). Uso de otimizador em planilhas eletrônicas para auxílio ao planejamento de lavra. X SIC UFOP, (pp. 49-49). Ouro Preto.
- [42] Rodrigues, L. F. (2006). Análise comparativa de metodologias utilizadas no despacho de caminhões em minas a céu aberto. Master's thesis, Belo Horizonte, MG: Departamento de Engenharia de Produção - Escola de engenharia - UFMG.
- [43] Rudolph, G. (2001). Evolutionary Search under Partially Ordered Fitness Sets. Proceedings of the International NAISO Congress on Information Science Innovations (ISI 2001), (pp. 818-822).
- [44] Saayman, P., Craig, I. K., & Camisani-Calzolari, F. R. (2006). Optimization of an autonomous vehicle dispatch system in an underground mine. Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy , 77-86.
- [45] Schaffer, j. (Lawrence Erlbaum, 1985). Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms. Genetic Algorithms and their Applications: Proceedings of the First International Conference , 93-100.
- [46] Severo, C. E. (2002). *GUJ*. Acesso em 13 de Maio de 2009, disponível em [http://www.guj.com.br/content/articles/hsqldb/hsqldb\\_guj.pdf](http://www.guj.com.br/content/articles/hsqldb/hsqldb_guj.pdf)
- [47] Srinivas, N., & Deb, K. (1994). Multiobjective Optimization Using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms. Evolutionary Computation, (pp. 221-248).

- [48] Tanomaru, J. (1995). *Motivação, Fundamentos e Aplicações de Algoritmos Genéticos*. II Congresso Brasileiro de Redes Neurais. Curitiba.
- [49] Vasconcelos, J. A. (1994). *Optimization de Forme des Structures Électromagnétiques*. Tese de doutorado . França: Ecole Centrale de Lyon.
- [50] Vasconcelos, J. A., Ramírez, J. A., Takahashi, R. H., & Saldanha, R. R. (September de 2001). Improvements in genetic algorithms . *IEEE Transactions on Magnetics* , pp. 3414 - 3417.
- [51] Veldhuizen, D. (1999). *Multiobjective Evolutionary Algorithms: Classifications, Analyses, and New Innovations*. Tese de Doutorado, Department of Electrical and Computer Engineering Graduate School of Engineering . Ohio: Air Force Institute of Technology.
- [52] Zitzler, E., & Thiele, L. (1998). *An Evolutionary Algorithm for Multiobjective Optimization: The Strength Pareto Approach*. Relatório Técnico 43 . Zurich, Switzerland: Computer Engineering and Communication Networks Lab (TIK), Swiss Federal Institute of Technology (ETH).
- [53] Zitzler, E., Laumanns, M., & Thiele, L. (2001). *SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm*. Relatório Técnico 103 . Zurich, Switzerland: Computer Engineering and Networks Laboratory (TIK), Swiss Federal Institute of Technology (ETH) Zurich, Gloriastrasse 35.