

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

TENSÃO INDUZIDA EM UM CABO TELEFÔNICO
POR UMA CORRENTE CIRCULANDO NA SUA BLINDAGEM

ORIENTADORES:

JOSÉ OSVALDO SALDANHA PAULINO
SELÊNIO ROCHA SILVA

AUTOR : PAULO HENRIQUE NOVAIS FERREIRA

BELO HORIZONTE - 1990

"TENSÃO INDUZIDA EM UM CABO TELEFÔNICO POR UMA
CORRENTE CIRCULANDO NA SUA BLINDAGEM."

ENG.º PAULO HENRIQUE NOVAIS FERREIRA


Dissertação de Mestrado submetida à banca examinadora designada pelo Colegiado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Ciências.

Aprovada em 21 de Junho de 1990.

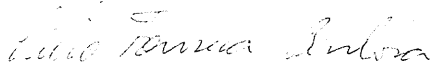
Banca examinadora:



José Osvaldo Saldanha Paulino (Orientador)
Ms. C. CPGEE-UFMG/Prof. do CPGEE-UFMG



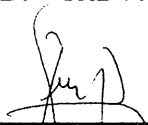
Selênio Rocha Silva (Orientador)
Dr. UFPb - Paraíba/Prof. do CPGEE-UFMG



Célio Fonseca Barbosa
Ms. C. CPGEE-UFMG/Eng.º CPqD-TELEBRÁS



Marcos André da Frotta Matos
Ph. D. Univ. Nottingham-Inglaterra/Prof. UNICAMP-SP



José Fizzolato Filho
Dr. Ing. UPS-Toulouse-FR/Prof. UNICAMP-SP



Flávio Henrique Vasconcelos
Ms. C. CPGEE-UFMG/Prof. do DEE-UFMG

AGRADECIMENTOS

Ao professor José Osvaldo Saldanha Paulino pela valiosa orientação.

Aos colegas Almir, Ivan e Wallace pelos auxílios prestados durante o desenvolvimento deste trabalho.

Aos colegas Eudes e Glássio pela ajuda na implementação dos programas.

A todos os colegas, professores e amigos do CPGEE e do Laboratório de Extra Alta Tensão da EE-UFGM, por todo apoio e incentivo prestado, de forma direta ou indireta, na realização deste trabalho.

Aos meus familiares e a Ana Maria, minha namorada, pelo carinho e pela atenção dispensados em todos os momentos.

RESUMO

A circulação de corrente na blindagem de um cabo telefônico provoca o aparecimento de uma tensão entre cada um dos condutores internos e a blindagem. Esta tensão pode não só provocar danos a equipamentos do sistema telefônico, como também, oferecer risco aos seus usuários.

Neste trabalho foram desenvolvidas duas metodologias, baseadas no conceito de impedância de transferência, para calcular a tensão induzida entre condutor interno e a blindagem de um cabo telefônico, quando sua blindagem é atingida por uma descarga atmosférica.

As duas metodologias de cálculo foram implementadas em um programa computacional. Os valores de tensão induzida obtidos por elas foram comparados com os valores obtidos através de fórmulas analíticas e mostraram-se bastante satisfatórios.

Utilizando-se os programas baseados nestas metodologias de cálculo, é possível não só conhecer a forma de onda da tensão induzida, mas também, verificar a influência do multiterramento da blindagem no seu valor.

SUMÁRIO

	Pág.
<u>CAPÍTULO 1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS.....</u>	1
1.1 - Introdução.....	1
1.2 - Objetivo e Estrutura deste Trabalho.....	2
<u>CAPÍTULO 2 - COMO É INDUZIDA TENSÃO DENTRO DE UM CABO COAXIAL.....</u>	7
2.1 - Introdução.....	7
2.2 - Conceito de Impedância e Admitância de Transferência.....	8
2.3 - Expressão da Impedância de Transferência para Cabos Coaxiais com Blindagens Tubulares.....	11
2.4 - Medição da Impedância de Transferência.....	14
<u>CAPÍTULO 3 - CÁLCULO DA DISTRIBUIÇÃO DE CORRENTE AO LONGO DE UMA BLINDAGEM MULTIATERRADA ATINGIDA POR UMA DESCARGA ATMOSFÉRICA</u>	17
3.1 - Introdução.....	17

3.2	-	Modelo de uma Linha de Transmissão sem Perdas	18
3.3	-	Modelo de uma Linha Monofásica com Perdas....	22
3.4	-	Modelo para Resistência.....	24
3.5	-	Procedimento de Cálculo da Distribuição da Corrente na Blindagem.....	25
<u>CAPÍTULO 4 - CÁLCULO DA TENSÃO INDUZIDA DENTRO DE</u>			
		<u>UM CABO COAXIAL.....</u>	30
4.1	-	Introdução.....	30
4.2	-	Equações Diferenciais de um Cabo Coaxial com Blindagem Tubular.....	31
4.3	-	Cálculo da Tensão Induzida no Cabo através da Discretização Simultânea da Blindagem e do Cabo.....	34
		4.3.1- Cálculo do campo elétrico longitudinal médio em cada discretização.....	35
		4.3.2- Circuito equivalente para um trecho discretizado do cabo.....	36
		4.3.3- Procedimento para calcular a tensão induzida.....	39
4.4	-	Cálculo da Tensão Induzida no Cabo sem Discretizá-lo.....	40
		4.4.1- Solução das equações diferenciais do cabo no domínio da frequência.....	41

4.4.2-	Expressão analítica para o campo elétrico longitudinal.....	43
4.4.3-	Aplicação da transformação de Snelson	47
4.4.4-	Procedimento de cálculo da tensão induzida.....	52
<u>CAPÍTULO 5</u>	<u>- IMPLEMENTAÇÃO DAS METODOLOGIAS E SIMULAÇÕES.....</u>	<u>54</u>
5.1	- Introdução.....	54
5.2	- Comparação entre as Duas Metodologias de Cálculo.....	58
5.3	- Comparação entre a Tensão Induzida Obtida pelos Programas e a Obtida Analiticamente por Vance.....	63
5.4	- Análise da Forma de Onda da Tensão Induzida..	67
5.5	- Tensão Induzida em um Cabo com Blindagem Tubular, Considerando Z_T variável com a Frequência ou $Z_T=R_{cc}$	72
5.6	- Tensão Induzida em um Cabo com a Blindagem Multiaterrada.....	78
<u>CAPÍTULO 6</u>	<u>- CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</u>	<u>83</u>
6.1	- Dificuldades Encontradas no Desenvolvimento	

deste Trabalho.....	83
6.2 - Prosseguimento do Trabalho.....	85
6.3 - Conclusões.....	88
<u>APÊNDICE A - TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER.....</u>	<u>90</u>
A.1 - Introdução.....	90
A.2 - Subrotina de Cálculo da Transformada Inversa Fourier.....	91
A.3 - Procedimento para a Utilização da Subrotina..	93
<u>APÊNDICE B - CONVOLUÇÃO.....</u>	<u>96</u>
BIBLIOGRAFIA.....	98

NOMECLATURA

Z_T = impedância de transferência.

Y_T = admitância de transferência.

V_b = tensão na blindagem.

I_b = corrente na blindagem.

V = tensão entre o condutor interno e a blindagem.

I = corrente que circula do condutor interno para blindagem.

V_0 = tensão entre o condutor interno e a terra.

I_0 = corrente total fluindo no cabo.

E_l = campo elétrico longitudinal.

a = raio interno da blindagem do cabo.

T = espessura da blindagem.

σ = condutividade da blindagem.

μ = permeabilidade da blindagem.

δ = profundidade de penetração.

f = frequência.

R_{cc} = resistência de corrente contínua da blindagem.

l = indutância por unidade de comprimento.

c = capacitância por unidade de comprimento.

r = resistência por unidade de comprimento.

Z = impedância característica.

v = velocidade de propagação.

v_m = tensão no ponto "m".

v_k = tensão no ponto "k".

i_{km} = corrente injetada do ponto "k" para o ponto "m".

i_{mk} = corrente injetada do ponto "m" para o ponto "k".

$[Y]$ = matriz de admitância.

$[v]$ = vetor de tensão.

$[i]$ = vetor de corrente.

i_{Mkmb} = corrente média na blindagem injetada do ponto "k"
para o ponto "m".

E_{Mkm} = campo elétrico longitudinal médio entre os pontos
"k" e "m".

Z_c = impedância do cabo por unidade de comprimento.

Y_c = admitância do cabo por unidade de comprimento.

Z_{cc} = impedância característica do cabo.

Y_{cc} = constante de propagação do cabo.

Z_b = impedância da blindagem por unidade de comprimento.

Y_b = admitância da blindagem por unidade de comprimento.

Z_{cb} = impedância característica da blindagem.

Y_{cb} = constante de propagação da blindagem.

P_k = característica progressiva da onda no ponto "k".

P_m = característica progressiva da onda no ponto "m".

R_k = característica regressiva da onda no ponto "k".

R_m = característica regressiva da onda no ponto "m".

CAPÍTULO 1

CONSIDERAÇÕES GERAIS

1.1 - Introdução

Este trabalho faz parte de um projeto de pesquisa desenvolvido em um convênio feito entre o Departamento de Engenharia Elétrica da U.F.M.G. e o Centro de Pesquisa e Desenvolvimento CPQD/Telebras. O objetivo deste convênio é o estudo do processo de indução de tensão em condutores metálicos e cabos de comunicação, causado por descargas atmosféricas.

Este estudo deu origem a quatro trabalhos que têm as seguintes finalidades:

- 1º trabalho - Modelar a descarga atmosférica e calcular o campo eletromagnético produzido por ela. Calcular, também, a resposta de uma linha aérea frente a este campo.
- 2º trabalho - Criar uma metodologia de cálculo para obter a tensão induzida em uma linha monofásica multiterrada, causada por descargas laterais.
- 3º trabalho - Medir a tensão induzida em linhas monofásicas usando técnicas de modelo reduzido. Confrontar os valores obtidos através de medição com os

resultados obtidos a partir do modelo teórico.

4º trabalho - Modelar um cabo de comunicação a fim de obter a tensão induzida no seu interior, causada por corrente circulando na sua blindagem.

Este convênio envolve quatro alunos de mestrado e um professor orientador. O tempo estabelecido para o desenvolvimento dos trabalhos foi de dois anos, sendo que o primeiro ano foi destinado à obtenção dos créditos e o segundo ano, à elaboração do trabalho.

1.2 - Objetivo e Estrutura deste Trabalho

Descargas atmosféricas podem provocar circulação de correntes na blindagem de um cabo telefônico de duas maneiras:

- por descarga direta na blindagem;
- por indução devido à descarga indireta^{10,11,12,13,14}.

Porém, a descarga direta é que provoca a circulação de correntes mais elevadas na blindagem.

É de conhecimento das companhias telefônicas brasileiras, que a circulação de correntes elevadas na blindagem de cabos telefônicos provoca o aparecimento de uma tensão considerável entre cada um dos condutores internos ao

cabo e a blindagem. Com o objetivo de evitar que esta tensão ofereça risco para os usuários e provoque danos nos equipamentos do sistema telefônico, protetores contra sobretensões são instalados entre os condutores internos e a blindagem ao longo da rede telefônica. Porém, a eficiência de operação e a necessidade de instalação destes protetores podem ser questionadas, pois, nem a forma de onda desta tensão, nem a mudança de seu valor com o multiterramento da blindagem são conhecidos.

Este trabalho tem como objetivo desenvolver uma metodologia de cálculo que permita obter a tensão induzida entre o condutor interno e a blindagem de um cabo telefônico, quando ela é atingida por uma descarga atmosférica.

O cabo telefônico possui uma estrutura muito complexa. Ele é constituído de vários condutores isolados entre si, envolvidos por uma blindagem metálica feita, normalmente, de alumínio ou de liga de chumbo com antimônio. Os condutores internos não possuem uma posição fixa ao longo do cabo e são dispostos de tal forma a minimizar o acoplamento eletromagnético entre eles.

Se, ao calcular a tensão induzida entre um condutor interno e a blindagem, o acoplamento entre ele e os

demais condutores for considerado, este cálculo torna-se muito complexo. Com a finalidade de simplificar o processo de cálculo da tensão induzida que será apresentado neste trabalho, o circuito formado por cada condutor interno e a blindagem é modelado como um cabo coaxial. Esta simplificação é feita também em outros trabalhos^{1,2}.

O cálculo da tensão induzida é baseado no conceito de impedância de transferência e é feito em duas etapas. Na primeira etapa, o circuito formado pela blindagem e terra é modelado como uma linha de transmissão unifilar multiaterrada. Então, utiliza-se a metodologia proposta por Dommel^{3,6} para calcular transitórios em sistemas elétricos de potência, com a finalidade de obter a distribuição de corrente na blindagem, quando uma descarga atmosférica a atinge.

Na segunda etapa, as equações diferenciais do cabo coaxial são obtidas. A partir do conhecimento da impedância de transferência e da distribuição de corrente na blindagem do cabo, são desenvolvidas, nesta etapa, duas metodologias para solucionar as equações diferenciais do cabo, com a finalidade de calcular a tensão induzida entre o condutor interno e a blindagem.

O capítulo 2 tem a finalidade de responder à

seguinte pergunta: por que é induzida uma tensão entre o condutor interno e a blindagem de um cabo, quando uma corrente circula por ela? Neste capítulo também é introduzido o conceito de impedância de transferência. Além disso, é apresentada uma equação para calcular a impedância de transferência de um cabo com blindagem tubular. No final do capítulo é discutido o processo de medição desta impedância.

No capítulo 3 é descrita a teoria básica para modelar o circuito formado pela blindagem multiterrada com retorno pela terra. Neste capítulo é apresentado um procedimento para calcular a distribuição de corrente na blindagem, quando ela é atingida por uma descarga atmosférica.

O capítulo 4 é destinado ao modelamento do cabo coaxial. As equações diferenciais do cabo são obtidas e, então, são apresentadas as duas metodologias para resolvê-las.

No capítulo 5 são apresentados os algoritmos dos programas nos quais as duas metodologias de cálculo desenvolvidas no capítulo 4 foram implementadas. Aqui também são comparados valores de tensão induzida calculados por estes programas, com valores obtidos através de uma

expressão analítica desenvolvida por Vance³ e, além disto, é feita uma comparação entre as duas metodologias de cálculo. No final deste capítulo é apresentada simulações feitas com o objetivo de obter a tensão induzida nas extremidades de um cabo com blindagem multiterrada.

No capítulo 6 discute-se as dificuldades encontradas no desenvolvimento deste trabalho e faz-se sugestões para o seu prosseguimento. No final deste capítulo são tiradas algumas conclusões baseadas nas simulações feitas no capítulo 5.

CAPÍTULO 2

COMO É INDUZIDA TENSÃO DENTRO DE UM CABO COAXIAL

2.1 - Introdução

Devido ao fato da blindagem possuir uma condutividade finita, a circulação de uma corrente elétrica por ela provoca o aparecimento de uma tensão longitudinal. Esta tensão longitudinal faz com que um campo elétrico apareça no interior do cabo. Este campo elétrico, ao interagir com o condutor interno, dá origem a uma tensão induzida entre ele e a blindagem.

Em blindagens que contêm aberturas, a tensão é induzida não apenas pelo campo elétrico longitudinal, mas também pelo campo eletromagnético que penetra através destas aberturas.

Com o objetivo de facilitar o cálculo do campo elétrico longitudinal e do acoplamento eletromagnético através das aberturas da blindagem, dois parâmetros têm sido definidos³: a impedância de transferência e a admitância de transferência. Estes parâmetros também são usados para medir a efetividade da blindagem.

2.2 - Conceito de impedância e admitância de transferência

A impedância de transferência é definida, de uma maneira mais geral, através da seguinte expressão³:

$$Z_T = \frac{1}{I_0} \cdot \left. \frac{dV}{dz} \right|_{I=0} \quad (\Omega/m) \quad (2.1)$$

onde "I₀" é a corrente total fluindo no cabo, "dV/dz" é a tensão por unidade de comprimento gerada por essa corrente ao longo da linha de transmissão formada pelo condutor interno e a blindagem e "I" é a corrente que circula no condutor interno (figura 2.1). Desta forma, a impedância de transferência dá a tensão de circuito aberto que aparece entre o condutor interno e a blindagem, para um Ampere de corrente circulando na blindagem em um cabo de um metro de comprimento.

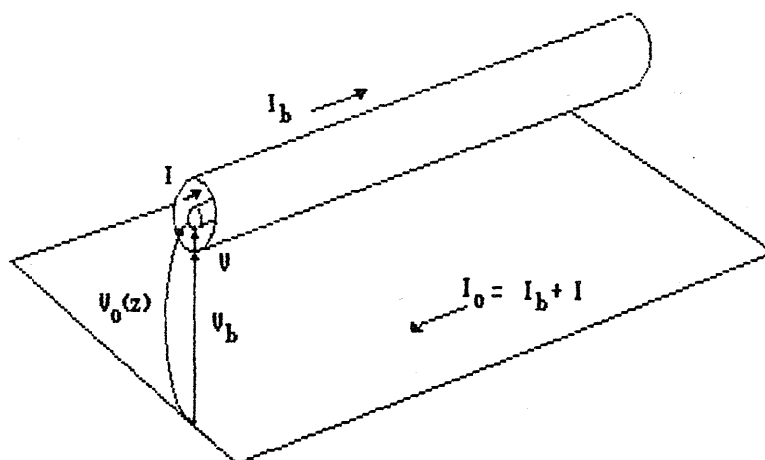


Figura 2.1 - Tensões e correntes em um cabo blindado

A impedância de transferência sempre contém um termo que relaciona o campo elétrico longitudinal no interior da blindagem com a corrente que circula por ela. Em cabos que possuem aberturas na blindagem, a impedância de transferência terá um termo de indutância mútua para considerar o acoplamento magnético entre o condutor interno e a blindagem através de tais aberturas.

Como a impedância de transferência depende do campo elétrico longitudinal dentro da blindagem, cujo valor depende da profundidade de penetração da corrente que circula pela blindagem, que por sua vez varia com a frequência, a impedância de transferência também irá variar com a frequência. Pela equação 2.1 a impedância de transferência é obtida para cada diferente frequência da onda de corrente que circula pela blindagem.

A admitância de transferência é definida através da seguinte expressão³:

$$Y_T = \frac{-1}{V_0} \cdot \frac{dI}{dz} \Big|_{V=0} \quad (S/m) \quad (2.2)$$

onde "V₀" é a tensão entre o condutor interno e a estrutura de retorno, e "dI/dz" é a corrente por unidade de comprimento fluindo do condutor interno para a estrutura de retorno (figura 2.1). A admitância de transferência dá a

corrente de curto-circuito induzida no condutor interno pela aplicação de uma tensão de um Volt da blindagem para a estrutura de retorno, em um cabo de um metro de comprimento.

O valor da admitância de transferência está relacionado apenas com o acoplamento capacitivo entre o condutor interno e a estrutura externa, que serve como caminho de retorno da corrente que circula na blindagem. Seu valor também varia com a frequência .

Como foi visto no capítulo 1 deste trabalho, o cabo telefônico foi aproximado por um cabo coaxial de blindagem tubular, isto é, por um cabo coaxial com blindagem cilíndrica sem abertura em sua estrutura. Desta forma, para este tipo de cabo não há nenhum acoplamento eletromagnético entre o condutor interno e a blindagem. Conseqüentemente, a impedância de transferência possui apenas o termo relacionado com o campo elétrico longitudinal e a admitância de transferência possui valor nulo.

Para cabos coaxiais com blindagens tubulares, a equação 2.1 pode ser escrita da seguinte maneira:

$$Z_T = \frac{E_l}{I_b} \quad (\Omega/m) \quad (2.3)$$

onde "E_l" é o campo elétrico longitudinal e "I_b" é a

corrente que circula na blindagem do cabo.

Mesmo em cabos que possuem aberturas na blindagem, a admitância de transferência tem sido desprezada no cálculo da tensão induzida entre o condutor interno e a blindagem. Os valores de tensão induzida obtidos desprezando-a têm sido muito próximos dos valores medidos^{1,2}.

2.3- Expressão da impedância de transferência para cabos coaxiais com blindagens tubulares

O valor da impedância de transferência de um cabo com blindagem tubular, cuja espessura é fina se comparada com seu diâmetro, foi deduzida por Schelkunoff³. A expressão para este tipo de cabo é a seguinte:

$$Z_T = \frac{1}{2\pi a \sigma T} \cdot \frac{(1+j)T/\delta}{\sinh[(1+j)T/\delta]} \quad (\Omega/m) \quad (2.4)$$

onde "a" é o raio interno da blindagem, "T" é a espessura da blindagem (figura 2.2), "σ" é a condutividade do material no qual a blindagem é feita e "δ" é a profundidade de penetração dada por:

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} \quad (m) \quad (2.5)$$

sendo "μ" a permeabilidade da blindagem e "f" a frequência.

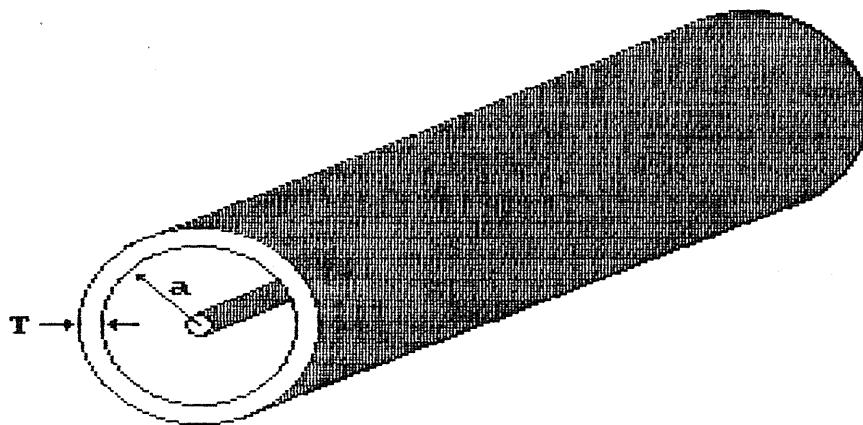


Figura 2.2 - Parâmetros do cabo

A equação 2.4, além de assumir que a espessura da parede da blindagem T é fina em relação ao raio interno do cabo, assume também que o raio interno é muito pequeno se comparado ao menor comprimento de onda da corrente que circula na blindagem e que a blindagem é feita de material bom condutor, de maneira que a corrente de deslocamento possa ser desprezada.

Em baixas frequências, isto é, em frequências nas quais a profundidade de penetração possui um valor muito maior do que a espessura da blindagem ($\delta \gg T$), o valor da impedância de transferência pode ser aproximada por:

$$Z_T \cong \frac{1}{2\pi a \sigma T} = R_{cc} \quad (\Omega/m) \quad (2.6)$$

onde "R_{cc}" é a resistência de corrente contínua da blindagem por unidade de comprimento.

Em frequências elevadas, onde a profundidade de penetração assume um valor muito menor que a espessura da blindagem ($\delta \ll D$), o módulo e o ângulo da impedância de transferência podem ser aproximados pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned} |Z_T| &= 2\sqrt{2} \cdot R_{vf} \cdot \exp(-T/\delta) \quad (\Omega/m) \\ \theta_{Z_T} &= \frac{T}{\delta} + \frac{\pi}{4} \quad (\text{rad}) \end{aligned} \quad (2.7)$$

onde $R_{vf} = 1/(2\pi a \delta \sigma)$.

A expressão 2.4 está plotada no gráfico da figura 2.3 em função da razão T/δ . Neste gráfico o valor da impedância de transferência está normalizado, isto é, seu valor é dividido pela resistência de corrente contínua da blindagem.

Mesmo em um cabo que contém aberturas em sua blindagem, em baixas frequências a impedância de transferência pode ser aproximada pelo valor da resistência de corrente contínua da blindagem, pois, nestas frequências, o acoplamento magnético entre condutor interno e blindagem pode ser desprezado^{1,2}.

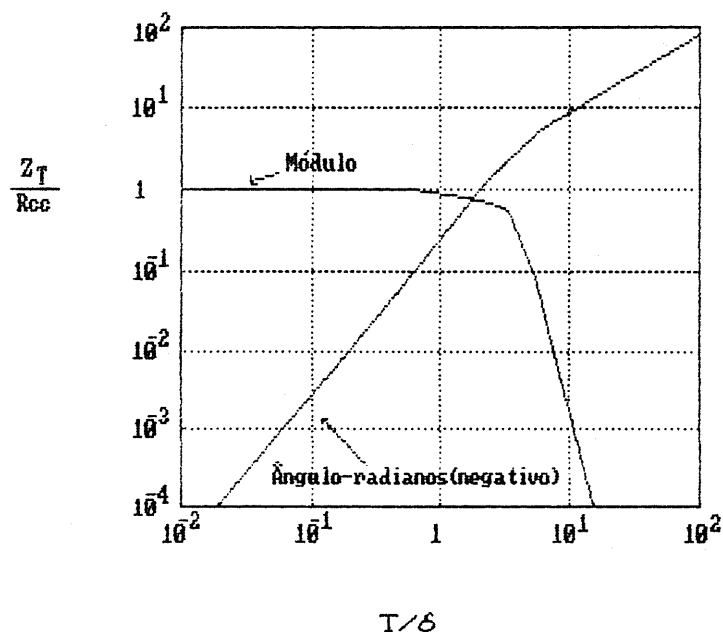


Figura 2.3 - Impedância de transferência normalizada para cabos com blindagem tubular

Em frequências elevadas, isto é em frequências nas quais a impedância de transferência não pode ser aproximada pela resistência de corrente contínua, o cálculo analítico da impedância de transferência de um cabo que possui aberturas em sua blindagem é muito complexo e, geralmente, não se chega a um bom resultado^{1,2}. Além disso, o procedimento de cálculo depende do tipo de construção da blindagem (treliçada, em espiral, etc). Devido a estes fatos, a impedância de transferência deste tipo de cabo é obtida através de medição.

2.4 - Medição da impedância de transferência

O princípio de medição da impedância de transferência é bastante simples. Por definição, a impedância de transferência é a tensão de circuito aberto, por unidade de comprimento, induzida no condutor interno do cabo, quando circula um Ampere de corrente na sua blindagem. Portanto, para medi-la basta curto-circuitar, em uma das extremidades, o condutor interno à blindagem deixando a outra extremidade aberta. Então faz-se circular uma corrente "I_b" na blindagem do cabo e mede-se a tensão entre o condutor interno e a blindagem na extremidade aberta. O valor da impedância de transferência pode ser conhecido da seguinte expressão:

$$Z_T = \frac{V_{ca}}{I_b \cdot l} \quad (2.8)$$

onde "V_{ca}" é a tensão de circuito aberto e "l" é o comprimento do cabo. A figura 2.4 ilustra o processo de medição descrito.

Para que não haja nenhum erro na medição, devido ao efeito de propagação de onda no cabo, o seu comprimento deve ser muito menor que o menor comprimento de onda (λ) da corrente utilizada na medição.

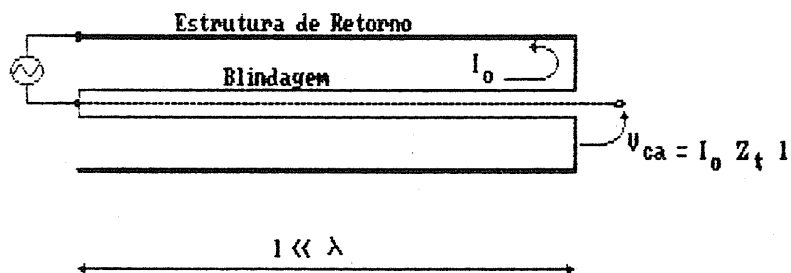


Figura 2.4 - Ilustração do processo de medição de Z_T

Para cabos que contêm aberturas na blindagem, deve-se tomar cuidado para que o acoplamento capacitivo não altere o valor da medição da impedância de transferência. A fim de tornar esse acoplamento desprezível, uma fonte externa deve gerar uma corrente I_b com um valor de tensão na blindagem " V_b " muito baixo.

A medição da admitância de transferência é muito complicada, pois seu valor depende não apenas da estrutura da blindagem, mas também da estrutura que serve de retorno para corrente que circula por ela. Vance³ descreve como esse parâmetro pode ser medido.

CAPÍTULO 3

CÁLCULO DA DISTRIBUIÇÃO DE CORRENTE AO LONGO DE UMA
BLINDAGEM MULTIATERRADA
ATINGIDA POR UMA DESCARGA ATMOSFÉRICA

3.1 - Introdução

Como foi visto no capítulo 2, a tensão é induzida dentro de um cabo com blindagem tubular pelo campo elétrico longitudinal, criado pela circulação de corrente na sua blindagem. Para que este campo elétrico possa ser calculado é necessário conhecer não apenas a impedância de transferência do cabo, mas também a distribuição de corrente ao longo de sua blindagem.

A circulação de corrente na blindagem de um cabo telefônico tem três origens principais: descarga atmosférica direta, indução devido a descarga atmosférica indireta e interferência do sistema de distribuição no sistema telefônico devido ao uso mútuo de posteação⁴. Porém, a descarga direta é que causa a circulação de maior corrente na blindagem e, conseqüentemente, produz um campo elétrico mais intenso dentro dela.

Neste capítulo é apresentada a teoria básica para

elaboração de um programa que calcula a distribuição de corrente na blindagem de um cabo multiaterrado, quando esta é atingida por uma descarga atmosférica. Cada trecho entre os pontos de aterramento da blindagem é modelado como uma linha de transmissão unifilar. A metodologia de cálculo utilizada no programa é a proposta por Dommel para calcular transitórios eletromagnéticos em sistemas elétricos de potência^{5,6}.

3.2 - Modelo de uma linha de transmissão sem perdas

Considere-se uma linha de transmissão unifilar de capacitância "c" e indutância "l" por unidade de comprimento. Para esta linha pode-se escrever o seguinte sistema de equações diferenciais em um ponto genérico x:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial v}{\partial x} &= l \frac{\partial i}{\partial t} \\ -\frac{\partial i}{\partial t} &= c \frac{\partial v}{\partial x} \end{aligned} \quad (3.1)$$

onde "v" e "i" são respectivamente a tensão e a corrente no ponto genérico "x" em um tempo "t".

A solução geral deste sistema de equações é:

$$\begin{aligned}
 i(x, t) &= f_1(x-vt) + f_2(x+vt) \\
 v(x, t) &= Z \cdot f_1(x-vt) - Z \cdot f_2(x+vt)
 \end{aligned}
 \tag{3.2}$$

onde "Z" é a impedância característica da linha e "v" é a velocidade de propagação das ondas de tensão e corrente que viajam na linha, sendo definidos por:

$$\begin{aligned}
 Z &= \sqrt{l/c} \\
 v &= 1 / \sqrt{l \cdot c}
 \end{aligned}$$

O termo $f_1(x-vt)$ pode ser interpretado como uma onda viajando com velocidade "v" na direção de crescimento de "x" e $f_2(x+vt)$ como uma onda viajando na direção oposta.

Da solução geral pode-se obter as seguintes equações:

$$\begin{aligned}
 v(x, t) + Z \cdot i(x, t) &= 2 \cdot f_1(x-vt) \\
 v(x, t) - Z \cdot i(x, t) &= 2 \cdot f_2(x+vt)
 \end{aligned}
 \tag{3.3}$$

Se os argumentos $(x-vt)$ e $(x+vt)$ do sistema de equações acima são mantidos constantes, ou seja, se o referencial for fixado juntamente com a onda que se propaga na linha, os termos a esquerda da equação 3.3 também serão constantes. Isso pode ser interpretado da seguinte maneira: considere um observador fictício viajando do terminal "k" de uma linha

em direção ao terminal "m" localizada na outra extremidade da linha. O observador viaja com uma velocidade "v" e, conseqüentemente, o argumento $x-vt$ permanecerá constante. Como o observador demora um tempo " τ " igual a:

$$\tau = \frac{\text{comprimento da linha}}{v} \quad (3.4)$$

para viajar do terminal "k" para o terminal "m", ele verá no tempo $t-\tau$ a seguinte expressão no terminal "k":

$$v_k(t-\tau) + Z \cdot i_{km}(t-\tau)$$

e quando chegar no terminal "m" em um tempo " τ " mais tarde ele verá:

$$v_m(t) + Z \cdot [-i_{mk}(t)]$$

Como o argumento $x-vt$ permanece constante, as duas expressões são iguais:

$$v_m(t) - Z \cdot i_{mk}(t) = v_k(t-\tau) + Z \cdot i_{km}(t-\tau) \quad (3.5)$$

o sinal negativo em $i_{mk}(t)$ é devido à convenção da corrente em um nó do circuito.

Da equação 3.5 tira-se que:

$$i_{mk}(t) = \frac{1}{Z} v_m(t) - i_m(t-\tau) \quad (3.6)$$

$$\text{com } i_m(t-\tau) = \frac{1}{Z} v_k(t-\tau) + i_{km}(t-\tau).$$

De forma análoga, pode-se mostrar que:

$$i_{km}(t) = \frac{1}{Z} v_k(t) - i_k(t-\tau) \quad (3.7)$$

com $i_k = \frac{1}{Z} v_m(t-\tau) + i_{mk}(t-\tau)$.

As variáveis $i_{km}(t-\tau)$ e $i_{mk}(t-\tau)$ são chamadas de correntes fictícias da linha e " τ " de tempo de trânsito da linha.

As equações 3.6 e 3.7 sugerem a representação da linha pelo circuito equivalente da figura 3.1b.

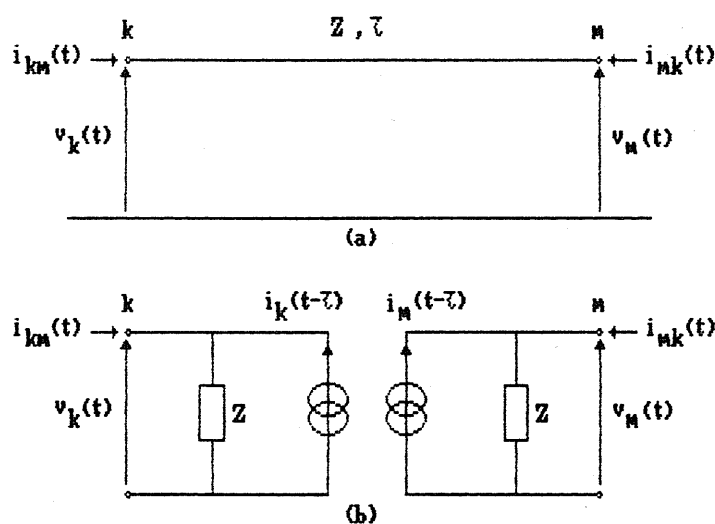


Figura 3.1 - Linha sem perdas.

a) Circuito elétrico.

b) Circuito equivalente

3.3 - Modelo de uma linha unifilar com perdas

Uma linha de transmissão real possui, além da capacitância e indutância, uma resistência distribuída ao longo de sua extensão. Uma das técnicas para levar em consideração o efeito da resistência nas ondas de corrente e tensão que se propagam ao longo da linha é concentrar metade da resistência total em cada extremidade da linha de transmissão sem perdas (figura 3.2).

Entre os nós "n" e "p" da figura 3.2 está representada uma linha de transmissão sem perdas. Para esta linha pode-se escrever a seguinte equação:

$$v_p(t) - Z \cdot i_{pn}(t) = v_n(t-\tau) + Z \cdot i_{np}(t-\tau) \quad (3.8)$$

Mas entre os nós "m" e "p" e os nós "k" e "n" pode-se escrever, respectivamente, as equações abaixo:

$$\begin{aligned} v_m(t) - v_p(t) &= \frac{R}{2} i_{mk}(t) \\ v_k(t) - v_n(t) &= \frac{R}{2} i_{kn}(t) \end{aligned} \quad (3.9)$$

onde R é a resistência total da linha.

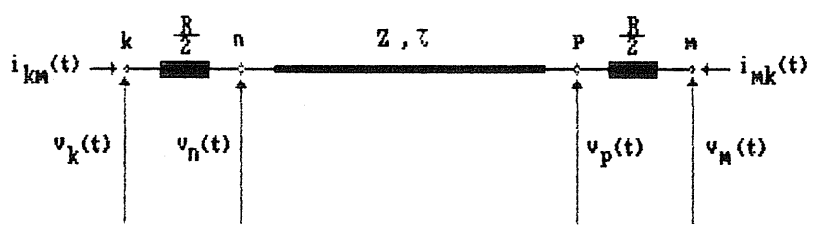


Figura 3.2 - Circuito elétrico de uma linha com perdas

Substituindo as equações 3.9 na equação 3.8 obtém-se:

$$v_m(t) - \left[\frac{R}{2} + Z \right] \cdot i_{mk}(t) = v_k(t-\tau) - \left[\frac{R}{2} - Z \right] \cdot i_{km}(t-\tau) \quad (3.10)$$

Rearranjando a equação 3.10 tira-se que:

$$i_{mk}(t) = \frac{1}{Z_e} v_m(t) - i_m(t-\tau) \quad (3.11)$$

onde
$$i_m(t-\tau) = \frac{1}{Z_e} v_k(t-\tau) + H \cdot i_{km}(t-\tau)$$

$$Z_e = Z + \frac{R}{2}$$

$$H = \frac{(Z-R/2)}{(Z+R/2)}$$

De forma similar, pode-se mostrar que:

$$i_{km}(t) = \frac{1}{Z_e} v_k(t) - i_m(t-\tau) \quad (3.12)$$

onde $i_m(t-\tau) = \frac{1}{Z_e} v_m(t-\tau) + H \cdot i_{mk}(t-\tau)$.

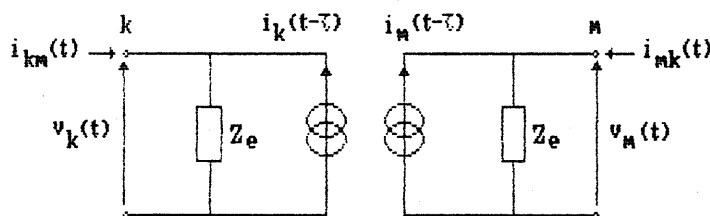


Figura 3.3 - Circuito equivalente de uma linha com perdas

Na figura 3.3 é apresentado o circuito equivalente da linha monofásica com perdas.

3.3- Modelo para resistência

Para uma resistência localizada entre os nós "k" e "m" de um sistema elétrico pode-se escrever a seguinte equação:

$$i_{km}(t) = \frac{1}{R} v_{km}(t) \quad (3.13)$$

A equação 3.13 sugere o circuito elétrico equivalente da figura 3.4 para representar a resistência.

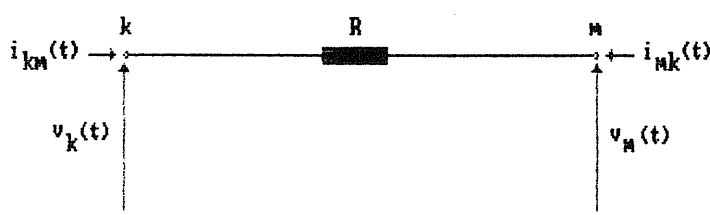


Figura 3.4 - Circuito equivalente de uma resistência

3.5 - Procedimento de cálculo da distribuição da corrente na blindagem

Considere um cabo com a blindagem aterrada em três pontos, atingido por uma descarga atmosférica em uma das suas extremidades, como mostrado na figura 3.5a. Com o objetivo de calcular a distribuição da corrente na blindagem do cabo causada pela descarga atmosférica, cada trecho da blindagem localizado entre pontos de aterramento é modelado como uma linha de transmissão monofásica com perda. Na figura 3.5b é mostrado o circuito elétrico equivalente da

blindagem do cabo.

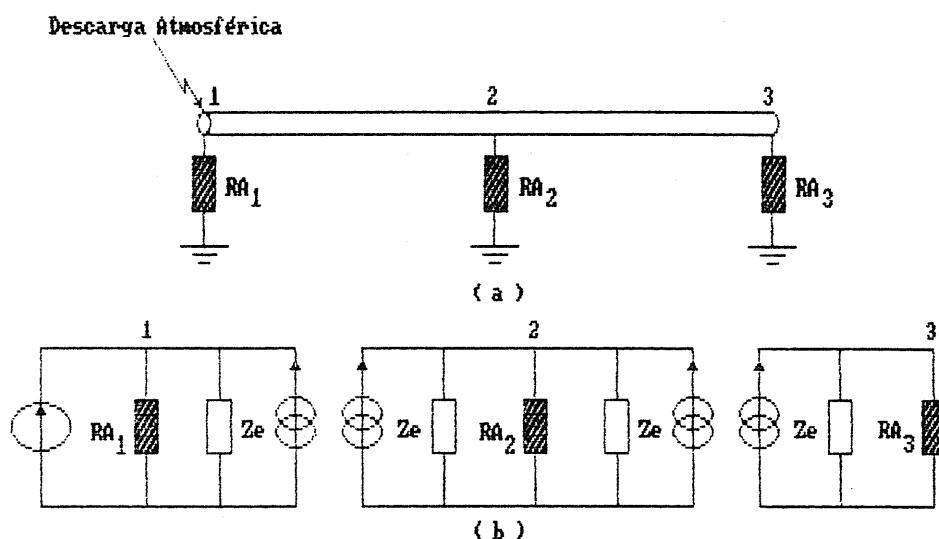


Figura 3.5

a) Blindagem multiaterrada

b) Circuito equivalente

Conhecendo a configuração do circuito elétrico equivalente de uma blindagem multiaterrada, pode-se escrever o seguinte sistema de equações:

$$[Y] \cdot [v(t)] = [i(t)] \quad (3.14)$$

onde $[Y]$ é a matriz de admitância do circuito;

$[v(t)]$ é o vetor de tensão,

$[i(t)]$ é o vetor de corrente.

A matriz de admitância é montada através do conhecimento da impedância característica e da resistência

da blindagem em cada trecho localizado entre os pontos de aterramento e, também, pelo conhecimento das resistências de aterramento da blindagem.

O vetor de corrente é montado a partir do conhecimento da corrente injetada no circuito pela descarga atmosférica e pelo conhecimento das correntes fictícias de cada linha de transmissão localizadas entre os pontos de aterramento. A corrente injetada pela descarga atmosférica é simulada por duas retas que são definidas pelo valor de pico, tempo de subida e tempo de semi-cauda desta onda de corrente. A figura 3.6 mostra uma onda de corrente com um tempo de subida de $1\mu s$, tempo de semi-cauda de $50\mu s$ e valor de pico de $1kA$.

O sistema 3.14 é resolvido a cada passo de tempo Δt a fim de obter o valor da tensão em cada nó. Conhecendo o valor das correntes fictícias e o valor das tensões, pode-se calcular, através das expressões 3.11 e 3.12, os valores das correntes $i_{km}(t)$ e $i_{mk}(t)$ injetadas na blindagem em cada trecho localizado entre seus pontos de aterramento. Então, sabendo-se o valor da tensão, pode-se obter as correntes fictícias a serem usadas no próximo passo de tempo tanto para montar o vetor de corrente como, também, para calcular as correntes injetadas na blindagem nos pontos de aterramento.

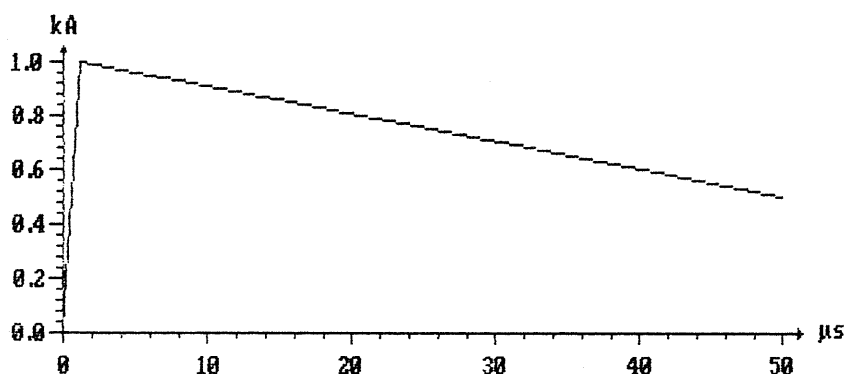


Figura 3.6 - Corrente da descarga atmosférica

O procedimento para calcular as correntes $i_{km}(t)$ e $i_{mk}(t)$ nas linhas de transmissão unifilares, localizadas entre os pontos de aterramento da blindagem, segue os seguintes passos:

- 1- Define-se o passo de tempo " Δt ". Normalmente ele deve ser dez vezes inferior ao menor tempo de trânsito das linhas envolvidas no cálculo^{5,6};
- 2- Monta-se a matriz de admitância [Y];
- 3- Monta-se o vetor de corrente nos nós [i(t)];
- 4- Resolve-se o sistema da equação 3.14 a fim de obter o vetor de tensão [v(t)];
- 5- Calcula-se as correntes injetadas na blindagem em cada trecho localizado entre os pontos de aterramento;

6- Determina-se os valores das correntes fictícias a serem usadas no próximo passo de tempo para montar o vetor de corrente e para calcular as correntes injetadas nos pontos de aterramento da blindagem;

7- Volta-se ao passo 3 até que o tempo total de simulação seja igual ao tempo de simulação pré-estabelecido.

CAPÍTULO 4

CÁLCULO DA TENSÃO INDUZIDA DENTRO DE UM CABO COAXIAL

4.1 - Introdução

Em um cabo coaxial com blindagem tubular, o campo elétrico longitudinal é o responsável pela indução de tensão entre o condutor interno e a blindagem. Este campo pode ser obtido através do conhecimento da impedância de transferência do cabo e da distribuição de corrente na sua blindagem.

Conhecido o campo elétrico longitudinal, pode-se escrever equações diferenciais semelhantes a de uma linha de transmissão para o circuito elétrico formado pelo condutor interno com retorno pela blindagem. Solucionando estas equações, obtém-se a tensão induzida entre o condutor interno e a blindagem.

Neste capítulo são apresentadas as equações diferenciais de um cabo coaxial e, também, duas metodologias para a sua solução. Na primeira metodologia, as equações diferenciais do cabo foram resolvidas pela discretização simultânea do circuito elétrico formado pela blindagem com

retorno pela terra e do circuito formado pelo condutor interno e a blindagem. Através da discretização da blindagem obtém-se o campo longitudinal no interior do cabo e pela discretização do cabo obtém-se a tensão induzida entre condutor interno e blindagem causada por este campo.

Na outra metodologia, as equações diferenciais do cabo são resolvidas no domínio da frequência. Então, utiliza-se a transformação de Snelson⁸ para transformar a solução para o domínio do tempo e obter a tensão induzida.

4.2 - Equações diferenciais de um cabo coaxial com blindagem tubular

Seja um cabo coaxial de blindagem tubular com uma corrente i_b circulando na sua blindagem, como mostrado na figura 4.1. Considere que o valor desta corrente varie com o tempo e com a posição ao longo da blindagem. Considere, também, que a impedância de transferência deste cabo é conhecida. O campo elétrico longitudinal responsável pela indução de tensão entre condutor interno e blindagem pode ser obtido da equação 2.3:

$$E_l(x, t) = Z_T \cdot i_b(x, t) \quad (4.1)$$

Para casos onde a impedância de transferência pode ser aproximada pela resistência de corrente contínua da blindagem, o cálculo do campo elétrico longitudinal é feito por uma simples multiplicação de R_{cc} com i_b . Porém, quando a impedância de transferência varia com a frequência, é necessário obter o seu valor no domínio do tempo e fazer a convolução de $Z_r(t)$ com $i_b(x,t)$ para obter o campo elétrico longitudinal no domínio do tempo. No apêndice A é descrita a técnica utilizada para transformar Z_r do domínio da frequência para o domínio do tempo. No apêndice B é descrito o método para fazer a convolução de Z_r com i_b .

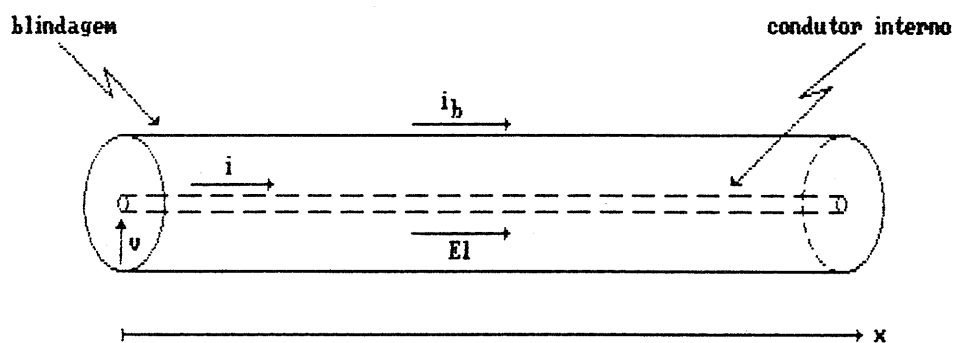


Figura 4.1 - Cabo coaxial com blindagem tubular

Considere agora um cabo coaxial com indutância " l ", capacitância " c ", e resistência " r ", por unidade de comprimento, onde o condutor interno é submetido a um campo longitudinal $E_l(x,t)$. Em um comprimento infinitesimal Δx , o

cabo pode ser representado pelo circuito elétrico da figura 4.2. Escrevendo as equações deste circuito elétrico e fazendo-se Δx tender a zero, chega-se às seguintes equações diferenciais para o cabo:

$$-\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} = r \cdot i(x,t) + l \cdot \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} - E l(x,t)$$

$$-\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = c \cdot \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} \quad (4.2)$$

onde "v" é a tensão entre o condutor interno e a blindagem e "i" é a corrente que circula do condutor interno para a blindagem. A condutância de dispersão do dielétrico existente entre o condutor interno e a blindagem foi desprezada.

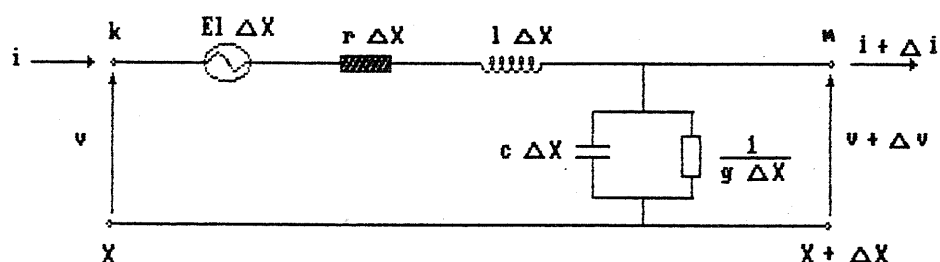


Figura 4.2 - Circuito elétrico do cabo em um comprimento infinitesimal " Δx "

Para resolver as equações diferenciais 4.2 analiticamente, é necessário conhecer uma expressão que dê o valor do campo elétrico ao longo do cabo. Porém, calcular tal campo, quando este é causado pela circulação de uma corrente na blindagem atingida por uma descarga atmosférica, é uma tarefa muito difícil. Desta forma, utiliza-se métodos computacionais tanto para obter o campo elétrico longitudinal, como para obter a tensão induzida no cabo por tal campo.

Foram desenvolvidas duas metodologias diferentes para resolver as equações diferenciais 4.2. Estas metodologias serão apresentadas nas próximas seções deste capítulo. Elas também podem ser utilizadas para calcular a tensão induzida em cabos coaxiais que possuem aberturas na blindagem. Porém, neste caso, $E_l(x,t)$ contém uma parcela de acoplamento magnético entre a blindagem e o condutor interno, além do campo elétrico longitudinal, e a admitância de transferência é desprezada.

4.3 - Cálculo da tensão induzida no cabo através da discretização simultânea da blindagem e do cabo

Nesta metodologia de cálculo, cada trecho da blindagem localizado entre dois pontos de aterramento é

discretizado em pequenas linhas de transmissão, onde o efeito de propagação pode ser desprezado. Então, para cada linha discretizada, calcula-se a corrente média que circula por ela. Conhecendo a corrente média e a impedância de transferência do cabo, pode-se calcular o campo elétrico longitudinal médio em cada linha discretizada.

Depois de conhecer o campo longitudinal médio para cada linha discretizada da blindagem, discretiza-se a linha de transmissão formada pelo condutor interno e a blindagem do cabo em pequenas linhas de transmissão, com o objetivo de calcular a tensão induzida no cabo por este campo.

4.3.1 - Cálculo do campo elétrico longitudinal médio em cada discretização

Considere uma blindagem multiterrada, onde cada trecho localizado entre os pontos de aterramento é discretizado em pequenas linhas de transmissão. Cada trecho discretizado pode ser representado pelo circuito equivalente da figura 3.3. Utilizando o mesmo procedimento de cálculo descrito no item 3.5, pode-se calcular, para um trecho discretizado localizado entre os pontos "k" e "m", as correntes $i_{kmb}(t)$ e $i_{mkb}(t)$ injetadas nas suas extremidades. Então, a corrente média que circula neste trecho do ponto

"k" para o ponto "m" pode ser calculada através da seguinte expressão:

$$i_{Mkmb}(t) = \frac{i_{kmb}(t) - i_{mkb}(t)}{2} \quad (4.3)$$

Conhecida a corrente média em cada trecho discretizado e a impedância de transferência do cabo coaxial, pode-se obter o campo elétrico longitudinal médio produzido nestes trechos discretizados. Para o trecho discretizado, localizado entre os pontos "k" e "m", tem-se a seguinte expressão para o campo elétrico longitudinal médio:

$$E_{Mkm}(t) = Z_T \cdot i_{Mkmb}(t) \quad (4.4)$$

4.3.2 - Circuito equivalente para um trecho discretizado do cabo

Após conhecer o campo elétrico longitudinal médio produzido em cada trecho discretizado da blindagem, é necessário discretizar o cabo em trechos correspondentes que serão submetidos a tais campos.

Considere um trecho discretizado do cabo de comprimento "l" localizado entre os pontos "k" e "m", onde o

campo elétrico longitudinal médio " $E_{Mkm}(t)$ " é conhecido. Para este trecho discretizado pode-se escrever as seguintes equações diferenciais:

$$\begin{aligned}
 -\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} &= r \cdot i(x,t) + l \cdot \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} - E_{Mkm}(t) \\
 -\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} &= c \cdot \frac{\partial v(x,t)}{\partial t}
 \end{aligned}
 \tag{4.5}$$

De maneira similar à descrita no capítulo 3, pode-se obter aqui um circuito equivalente para este sistema de equações diferenciais. Para isto, o trecho discretizado do cabo é modelado como uma linha de transmissão sem perdas com metade da resistência ($r \cdot l/2$) e metade da tensão produzida no trecho discretizado pelo campo elétrico longitudinal médio ($E_{Mkm} \cdot l/2$), concentradas em cada extremidade da linha (figura 4.3).

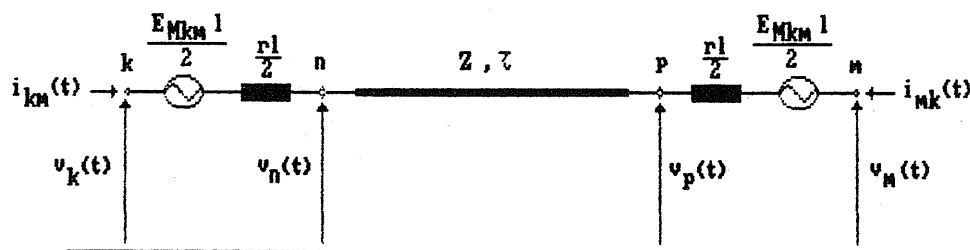


Figura 4.3 - Circuito elétrico de um trecho discretizado

Com objetivo de usar a mesma metodologia descrita no capítulo 3, as fontes de tensão concentradas nas extremidades da linha foram transformadas em fontes de corrente que possuem os seguintes valores:

$$F_k = F_m = \frac{E_{Mkm}(t)}{r} \quad (4.6)$$

O circuito elétrico equivalente para o trecho discretizado está representado na figura 4.4, onde Z é a impedância característica da linha de transmissão sem perdas, formada pela indutância e capacitância do cabo coaxial.

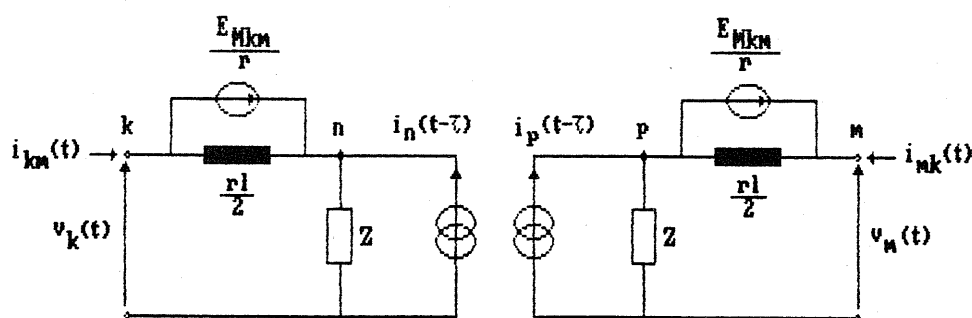


Figura 4.4 - Circuito equivalente de um trecho discretizado

4.3.3 - Procedimento para calcular a tensão induzida

Para obter a tensão induzida entre o condutor interno e a blindagem de um cabo, é necessário fazer dois cálculos distintos:

- o cálculo da distribuição da corrente ao longo da blindagem do cabo, quando esta é atingida por uma descarga atmosférica a fim de obter o campo elétrico médio em cada trecho discretizado;
- o cálculo da tensão induzida pelas fontes de corrente distribuídas ao longo do cabo.

A tensão induzida entre condutor interno e blindagem de um cabo coaxial pode ser calculada através dos seguintes passos:

- 1- Define-se o passo de tempo " Δt " no qual a tensão induzida vai ser calculada;
- 2- Obtém-se a transformada inversa de Fourier da impedância de transferência do cabo;
- 3- Discretiza-se os circuitos da blindagem e do cabo e monta-se, respectivamente, suas matrizes de admitância

$$\begin{bmatrix} Y_b \end{bmatrix} \text{ e } \begin{bmatrix} Y_c \end{bmatrix};$$

- 4- Monta-se o vetor de corrente para o circuito da blindagem
- $$\begin{bmatrix} i_b(t) \end{bmatrix};$$

- 5- Resolve-se o sistema de equações para a blindagem:

$$\begin{bmatrix} Y_b \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_b(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_b(t) \end{bmatrix};$$

- 6- Calcula-se a corrente média injetada em cada trecho discretizado $i_{Mkmb}^{(t)}$;
- 7- Determina-se as correntes fictícias de cada trecho discretizado a serem utilizadas na montagem do vetor de corrente da blindagem;
- 8- Faz-se a convolução da impedância de transferência Z_T com a corrente média a fim de obter, para cada trecho discretizado, o campo elétrico longitudinal médio $E_{Mkm}^{(t)}$;
- 9- Calcula-se as fontes de corrente distribuídas ao longo do cabo;
- 10- Monta-se o vetor de corrente para o cabo $\left[i_c^{(t)} \right]$;
- 11- Resolve-se o sistema de equações do cabo a fim de obter a tensão induzida :
- $$\left[Y_c \right] \cdot \left[v_{ind}^{(t)} \right] = \left[i_c^{(t)} \right] ;$$
- 12- Calcula-se as correntes fictícias de cada trecho discretizado do cabo que serão utilizadas na montagem do vetor de corrente do cabo no próximo passo de tempo;
- 13- Volta-se ao passo 4 até que o tempo de simulação "Ts" seja igual ao tempo total "Tt";

4.4 - Cálculo da tensão induzida no cabo sem discretizá-lo

Nesta metodologia, as equações diferenciais do cabo são transformadas para o domínio da frequência. Então, a partir do conhecimento de uma expressão analítica para a

corrente que circula entre dois pontos de aterramento da blindagem, pode-se obter uma expressão para o campo elétrico longitudinal. Conhecendo tal campo, as equações diferenciais do cabo podem ser solucionadas no domínio da frequência, para o trecho do cabo localizado entre dois pontos de aterramento da blindagem. Usando a transformação de Snelson, esta solução é transformada para o domínio do tempo, e um circuito elétrico para representar as equações diferenciais do cabo é obtido.

4.4.1 - Solução das equações diferenciais do cabo no domínio da frequência

No domínio da frequência, as equações diferenciais do cabo podem ser escritas da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial V(x, f)}{\partial x} &= Z_c \cdot I(x, f) + E_l(x, f) \\ -\frac{\partial I(x, f)}{\partial x} &= Y_c \cdot V(x, f) \end{aligned} \tag{4.7}$$

onde

$Z_c = r + j 2\pi f l$ é a impedância do cabo por unidade de comprimento;

$Y_c = j 2\pi f c$ é a admitância do cabo por unidade de comprimento.

Considere um trecho de um cabo coaxial de comprimento "d" localizado entre os pontos "k" e "m", onde a corrente $I_b(x, f)$, que circula pela sua blindagem, produz um campo elétrico longitudinal $E_l(x, f)$, como mostrado na figura 4.5. A solução da equação 4.7 para este trecho de cabo é a seguinte:

$$\begin{aligned} V_k &= A \cdot V_m - B \cdot I_{mk} + I_1 \\ I_{km} &= C \cdot V_m + D \cdot I_{mk} + I_2 \end{aligned} \quad (4.8)$$

onde

$$A = \cosh(Y_{cc} \cdot d)$$

$$B = Z_c \cdot \sinh(Y_{cc} \cdot d)$$

$$C = \sinh(Y_{cc} \cdot d) / Z_c$$

$$D = -\cosh(Y_{cc} \cdot d)$$

$$\begin{aligned} I_1 &= -\frac{1}{2} \int_0^d e^{-Y_{cc} \cdot x} \cdot E_l(x, f) \cdot \partial x \\ &\quad -\frac{1}{2} \int_0^d e^{Y_{cc} \cdot x} \cdot E_l(x, f) \cdot \partial x \end{aligned}$$

$$I_z = \frac{1}{2} \int_0^d e^{-Y_{cc} \cdot x} \cdot E_l(x, f) \cdot \partial x$$

$$- \frac{1}{2} \int_0^d e^{Y_{cc} \cdot x} \cdot E_l(x, f) \cdot \partial x$$

$Z_{cc} = \sqrt{Z_c / Y_c}$ é a impedância característica do cabo;

$Y_{cc} = \sqrt{Z_c \cdot Y_c}$ é a constante de propagação do cabo.

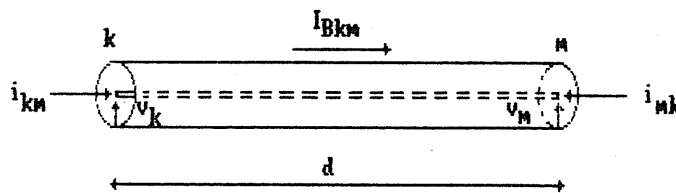


Figura 4.5 - Tensões e correntes nos pontos "k" e "m"

4.4.2 - Expressão analítica para o campo elétrico longitudinal

Para conhecer os termos I_1 e I_2 que aparecem na equação 4.8, é necessário obter uma expressão analítica para o campo elétrico longitudinal. Como foi visto, o campo elétrico longitudinal é dado pela equação 4.1. Escrevendo

tal equação no domínio da frequência tem-se:

$$E_l(x, f) = Z_T \cdot I_b(x, f) \quad (4.9)$$

onde a impedância de transferência é dada pela equação 2.4 para cabos com blindagens tubulares ou pode ser medida para cabos com outro tipo de blindagens. Se a distribuição de corrente ao longo da blindagem do cabo for conhecida, o campo elétrico longitudinal pode ser facilmente obtido.

Considere um cabo coaxial com a blindagem multiaterrada. Entre os pontos de aterramento da blindagem, o circuito elétrico formado pela blindagem com retorno pela terra pode ser modelado como uma linha de transmissão monofásica, para a qual pode ser escrita as seguintes equações diferenciais no domínio da frequência:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial V_b}{\partial x} &= Z_b \cdot I_b(x, f) \\ -\frac{\partial I_b}{\partial x} &= Y_b \cdot V_b(x, f) \end{aligned} \quad (4.10)$$

onde

$Z_b = r_b + j 2\pi f l_b$ é a impedância da blindagem por unidade de comprimento;

$Y_b = j 2\pi f c_b$ é a admitância da blindagem por unidade de comprimento;

r_b , l_b e c_b são, respectivamente, a resistência, a indutância e a capacitância por unidade de comprimento do circuito elétrico formado pela blindagem com retorno pela terra.

Resolvendo este sistema de equações diferenciais, chega-se às seguintes expressões para tensão e corrente na blindagem:

$$I_b(x, f) = C_1 \cdot e^{Y_{cb} \cdot x} + C_2 \cdot e^{-Y_{cb} \cdot x} \quad (4.11)$$

$$V_b(x, f) = -C_1 \cdot Z_{cb} \cdot e^{Y_{cb} \cdot x} + C_2 \cdot Z_{cb} \cdot e^{-Y_{cb} \cdot x}$$

onde

$Z_{cb} = \sqrt{Z_b / Y_b}$ é a impedância característica da blindagem;

$Y_{cb} = \sqrt{Z_b \cdot Y_b}$ é a constante de propagação da blindagem;

C_1 e C_2 são constantes que dependem das condições iniciais do problema.

Substituindo-se a expressão de $I_b(x, f)$ na equação 4.9, obtém-se a seguinte expressão para o campo elétrico longitudinal:

$$E(x, f) = Z_T \cdot \left[C_1 \cdot e^{Y_{cb} \cdot x} + C_2 \cdot e^{-Y_{cb} \cdot x} \right] \quad (4.12)$$

Substituindo a equação 4.12 nas integrais contidas em I_1 e I_2 e resolvendo-as, obtém-se:

$$I_1 = \frac{-Z_T}{2} \left\{ Y_{cb} \left[C_1 \cdot e^{Y_{cb} \cdot d} \left(-e^{Y_{cc} \cdot d} - e^{-Y_{cc} \cdot d} \right) + C_2 \cdot e^{-Y_{cb} \cdot d} \left(e^{Y_{cc} \cdot d} + e^{-Y_{cc} \cdot d} \right) + 2C_1 - 2C_2 + Y_{cc} \left[C_1 \cdot e^{Y_{cb} \cdot d} \left(e^{Y_{cc} \cdot d} - e^{-Y_{cc} \cdot d} \right) + C_2 \cdot e^{-Y_{cb} \cdot d} \left(e^{Y_{cc} \cdot d} - e^{-Y_{cc} \cdot d} \right) \right] \right] \right\}$$

$$I_2 = \frac{-Z_T}{2Z_{cc}} \left\{ Y_{cb} \left[C_1 \cdot e^{Y_{cb} \cdot d} \left(e^{Y_{cc} \cdot d} - e^{-Y_{cc} \cdot d} \right) + C_2 \cdot e^{-Y_{cb} \cdot d} \left(-e^{Y_{cc} \cdot d} + e^{-Y_{cc} \cdot d} \right) \right] + Y_{cc} \left[C_1 \cdot e^{Y_{cb} \cdot d} \left(-e^{Y_{cc} \cdot d} - e^{-Y_{cc} \cdot d} \right) + C_2 \cdot e^{-Y_{cb} \cdot d} \left(-e^{Y_{cc} \cdot d} - e^{-Y_{cc} \cdot d} \right) + 2C_1 + 2C_2 \right] \right\} \quad (4.13)$$

Conhecendo os valores de V_{kb} , V_{mb} , I_{kmb} e I_{mkb} e sabendo que:

$$\begin{aligned} \frac{V_{kb}}{Z_{cb}} &= -C_1 + C_2 \\ \frac{V_{mb}}{Z_{cb}} &= -C_1 \cdot e^{Y_{cb} \cdot d} + C_2 \cdot e^{-Y_{cb} \cdot d} \\ I_{kmb} &= C_1 + C_2 \\ I_{mkb} &= C_1 \cdot e^{Y_{cb} \cdot d} + C_2 \cdot e^{-Y_{cb} \cdot d} \end{aligned}$$

C_1 e C_2 podem ser eliminados da equação 4.13.

Desta forma obtém-se:

$$I_1 = \frac{Z_r}{(Y_{cc} + Y_{cb}) \cdot (Y_{cc} + Y_{cb})} \left\{ Y_{cb} \left[\frac{V_{kb}}{Z_{cb}} - \frac{V_{mb}}{Z_{cb}} \cdot \cosh(Y_{cc} \cdot d) \right] + Y_{cc} \left[I_{mkb} \cdot \sinh(Y_{cc} \cdot d) \right] \right\} \quad (4.14)$$

$$I_2 = \frac{Z_r}{(Y_{cc} + Y_{cb}) \cdot (Y_{cc} + Y_{cb})} \left\{ Y_{cb} \left[-\frac{V_{mb}}{Z_{cb}} \cdot \sen(Y_{cc} \cdot d) \right] + Y_{cc} \left[I_{mkb} \sinh(Y_{cc} \cdot d) + I_{kmb} \right] \right\}$$

4.4.3 - Aplicação da transformação de Shelson

Sejam as características progressivas (P) e regressivas (R) das ondas viajante entre o terminal "k" e "m" no cabo dadas pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned}
 P_k(t) &= v_k(t) + Z_{inf} \cdot i_{km}(t) \\
 R_k(t) &= v_k(t) - Z_{inf} \cdot i_{km}(t) \\
 P_m(t) &= v_m(t) + Z_{inf} \cdot i_{mk}(t) \\
 R_m(t) &= v_m(t) - Z_{inf} \cdot i_{mk}(t)
 \end{aligned}
 \tag{4.15}$$

onde

$$Z_{inf} = \lim_{f \rightarrow \infty} Z_{cc}(j 2\pi f)$$

Como, em cabos coaxiais $r \propto \sqrt{f}$, l tende para um valor constante $[l_{inf}]$ quando $f \rightarrow \infty$ e c praticamente não varia na frequência, Z_{inf} pode ser escrito como:

$$Z_{inf} = \sqrt{l_{inf} / c} \tag{4.16}$$

Transformando a equação 4.15 para o domínio da frequência, tem-se:

$$\begin{aligned}
 P_k(j\omega) &= V_k(j\omega) + Z_{inf} \cdot I_{km}(j\omega) \\
 R_k(j\omega) &= V_k(j\omega) - Z_{inf} \cdot I_{km}(j\omega) \\
 P_m(j\omega) &= V_m(j\omega) + Z_{inf} \cdot I_{mk}(j\omega) \\
 R_m(j\omega) &= V_m(j\omega) - Z_{inf} \cdot I_{mk}(j\omega)
 \end{aligned}
 \tag{4.17}$$

onde $\omega = 2\pi f$.

Substituindo a equação 4.17 na equação 4.8, cujos valores de I_1 e I_2 são conhecidos da equação 4.14, obtém-se:

$$\begin{aligned} R_m(j\omega) &= A_1 \cdot P_k(j\omega) + A_2 \cdot P_m(j\omega) + \text{FonteM}(j\omega) \\ R_k(j\omega) &= A_2 \cdot P_k(j\omega) + A_1 \cdot P_m(j\omega) + \text{FonteK}(j\omega) \end{aligned} \quad (4.18)$$

onde

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{\cosh(Y_{cc} \cdot d) + \frac{1}{2} \left[\frac{Z_{inf}}{Z_{cc}} + \frac{Z_{cc}}{Z_{inf}} \right] \cdot \cosh(Y_{cc} \cdot d)} \\ &\quad - \frac{1}{2} \left[\frac{Z_{inf}}{Z_{cc}} - \frac{Z_{cc}}{Z_{inf}} \right] \cdot \sinh(Y_{cc} \cdot d) \\ A_2 &= \frac{- \frac{1}{2} \left[\frac{Z_{inf}}{Z_{cc}} - \frac{Z_{cc}}{Z_{inf}} \right] \cdot \sinh(Y_{cc} \cdot d)}{\cosh(Y_{cc} \cdot d) + \frac{1}{2} \left[\frac{Z_{inf}}{Z_{cc}} + \frac{Z_{cc}}{Z_{inf}} \right] \cdot \cosh(Y_{cc} \cdot d)} \end{aligned}$$

$$\text{FonteM}(j\omega) = B_1 \cdot V_{mb}(j\omega) + B_2 \cdot V_{kb}(j\omega) + B_3 \cdot I_{kmb}(j\omega) + B_4 \cdot I_{mkb}(j\omega)$$

$$\text{FonteK}(j\omega) = B_2 \cdot V_{mb}(j\omega) + B_1 \cdot V_{kb}(j\omega) + B_4 \cdot I_{kmb}(j\omega) + B_3 \cdot I_{mkb}(j\omega)$$

sendo

$$B_1 = \frac{A_1 \cdot Z_T}{(Y_{cc} + Y_{cb}) \cdot (Y_{cc} - Y_{cb})} \cdot \frac{Y_{cb}}{Z_{cb}} \left[\frac{\cosh(Y_{cc} \cdot d) + \frac{Z_{inf}}{Z_{cc}} \cdot \sinh(Y_{cc} \cdot d)}{\frac{Z_{inf}}{Z_{cc}}} \right]$$

$$B_2 = \frac{- A_1 \cdot Z_T}{(Y_{cc} + Y_{cb}) \cdot (Y_{cc} - Y_{cb})} \cdot \frac{Y_{cb}}{Z_{cb}}$$

$$B_3 = \frac{A_1 \cdot Z_T}{(Y_{cc} + Y_{cb}) \cdot (Y_{cc} - Y_{cb})} \cdot Y_{cc} \left[\frac{\sinh(Y_{cc} \cdot d) + \frac{Z_{inf}}{Z_{cc}} \cdot \cosh(Y_{cc} \cdot d)}{\frac{Z_{inf}}{Z_{cc}}} \right]$$

$$B_4 = \frac{- A_1 \cdot Z_T}{(Y_{cc} + Y_{cb}) \cdot (Y_{cc} - Y_{cb})} \cdot Y_{cc} \cdot \frac{Z_{inf}}{Z_{cc}}$$

A equação 4.18 está no domínio da frequência. Para transformá-la para o domínio do tempo, é necessário lembrar que a multiplicação de funções no domínio da frequência corresponde a convolução das transformadas inversas destas funções no domínio do tempo. Desta forma, transformando as equações 4.18 para o domínio do tempo, obtém-se:

$$R_m(t) = \int_{-\infty}^{\infty} A_1(\omega) \cdot P_k(t-\omega) \cdot d\omega + \int_{-\infty}^{\infty} A_2(\omega) \cdot P_m(t-\omega) \cdot d\omega + \text{FonteM}(t) \quad (4.19)$$

$$R_k(t) = \int_{-\infty}^{\infty} A_2(\omega) \cdot P_k(t-\omega) \cdot d\omega + \int_{-\infty}^{\infty} A_1(\omega) \cdot P_m(t-\omega) \cdot d\omega + \text{FonteK}(t)$$

onde

$$\begin{aligned} \text{FonteM}(t) = & \int_{-\infty}^{\infty} B_1(\omega) \cdot v_{mb}(t-\omega) \cdot d\omega + \int_{-\infty}^{\infty} B_2(\omega) \cdot v_{kb}(t-\omega) \cdot d\omega \\ & + \int_{-\infty}^{\infty} B_3(\omega) \cdot i_{mkb}(t-\omega) \cdot d\omega + \int_{-\infty}^{\infty} B_4(\omega) \cdot i_{kmb}(t-\omega) \cdot d\omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{FonteK}(t) = & \int_{-\infty}^{\infty} B_2(\omega) \cdot v_{mb}(t-\omega) \cdot d\omega + \int_{-\infty}^{\infty} B_1(\omega) \cdot v_{kb}(t-\omega) \cdot d\omega \\ & + \int_{-\infty}^{\infty} B_4(\omega) \cdot i_{mkb}(t-\omega) \cdot d\omega + \int_{-\infty}^{\infty} B_3(\omega) \cdot i_{kmb}(t-\omega) \cdot d\omega \end{aligned}$$

Conhecendo os valores de $R_k(t)$ e $R_m(t)$, as equações 4.15 podem ser representadas pelo circuito equivalente da figura 4.6. Os termos "FonteM(t)" e "FonteK(t)" da equação 4.19 podem ser interpretados da seguinte maneira: "FonteK(t)" representa a tensão induzida em cada ponto do cabo localizado entre os pontos "k" e "m", que viajam em direção ao ponto "k", e "FonteM(t)" representa a tensão que viaja em direção ao ponto "m".

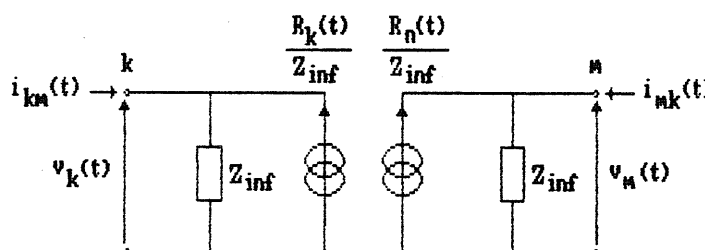


Figura 4.6 - Circuito equivalente do cabo

Para obter as características regressivas $R_k(t)$ e $R_m(t)$, é necessário conhecer os valores de A_1 , A_2 , B_1 , B_2 , B_3 e B_4 no domínio do tempo e depois fazer as integrais de convolução. Os valores destas funções no domínio do tempo são obtidos através de um algoritmo para fazer a transformada inversa de Fourier (apêndice A). As integrais

de convolução são feitas por método numérico (apêndice B).

Como em sistemas reais nenhuma resposta ocorre antes da excitação ser aplicada, os valores de $A_1(t)$, $A_2(t)$, $B_1(t)$, $B_2(t)$, $B_3(t)$ e $B_4(t)$ são nulos para todo o tempo negativo. Estas funções também só possuem valores diferentes de zero durante certo intervalo de tempo. Este fato simplifica muito a solução das integrais de convolução, que só são obtidas onde os valores destas funções são diferentes de zero.

4.4.4 - Procedimento de cálculo da tensão induzida:

O cálculo da tensão induzida entre o condutor interno e a blindagem utilizando esta metodologia é feito em duas etapas:

-Na primeira etapa é calculado o transitório da corrente injetada na blindagem por uma descarga atmosférica. Com isto, pode-se obter as tensões $v_{kb}(t)$ e $v_{mb}(t)$ e as correntes $i_{kmb}(t)$ e $i_{mkb}(t)$ para cada trecho localizado entre os pontos de aterramento da blindagem;

-Utilizando-se os valores de tensões e correntes obtidos na etapa anterior, o circuito equivalente para cada trecho de cabo é obtido. Então, utilizando-se a mesma metodologia de cálculo descrita no capítulo 3 obtém-se a tensão induzida no cabo.

O procedimento de cálculo da tensão induzida é o seguinte:

- 1- Determina-se o passo de tempo Δt ;
- 2- Calcula-se as transformadas inversas dos termos A_1 , A_2 , B_1 , B_2 , B_3 e B_4 para cada trecho localizado entre os pontos de aterramento da blindagem;
- 3- Monta-se as matrizes de admitância da blindagem $\begin{bmatrix} Y_b \end{bmatrix}$ e do cabo $\begin{bmatrix} Y_c \end{bmatrix}$;
- 4- Determina-se, através do procedimento descrito no capítulo 3, os valores de $v_{kb}(t)$, $v_{mb}(t)$, $i_{kmb}(t)$ e $i_{mkb}(t)$ para cada trecho;
- 5- Faz-se as convoluções para obter os valores das características regressivas $R_k(t)$ e $R_m(t)$;
- 6- Monta-se o vetor de corrente para o cabo;
- 7- Resolve-se o sistema $\begin{bmatrix} Y_c \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{ind} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_c \end{bmatrix}$, a fim de obter a tensão induzida " v_{ind} " entre o condutor interno e a blindagem ao longo do cabo;
- 8- Calcula-se as características progressivas $P_k(t)$ e $P_m(t)$ que serão utilizadas no passo 5;
- 9- Volta-se ao passo 4 até que o tempo de simulação " T_s " seja igual ao tempo total " T_t ".

CAPÍTULO 5

IMPLEMENTAÇÃO DAS METODOLOGIAS E SIMULAÇÕES

5.1 - Introdução

Dois programas foram desenvolvidos em linguagem Pascal, com a finalidade de implementar as duas metodologias de cálculo da tensão induzida apresentadas no capítulo anterior.

Na figura 5.1 é apresentado o algoritmo do programa desenvolvido baseado na primeira metodologia de cálculo. Como foi visto no capítulo anterior, nesta metodologia cada trecho da blindagem, localizado entre dois pontos de aterramento, é discretizado em pequenas linhas de transmissão onde pode-se calcular a corrente média que circula em cada uma delas. Conhecendo-se a corrente média e a impedância de transferência do cabo, calcula-se o campo elétrico longitudinal médio produzido em cada linha discretizada. Então, discretiza-se o circuito formado pelo condutor interno e a blindagem do cabo, com o objetivo de calcular a tensão induzida por este campo.

O campo elétrico longitudinal médio em cada linha

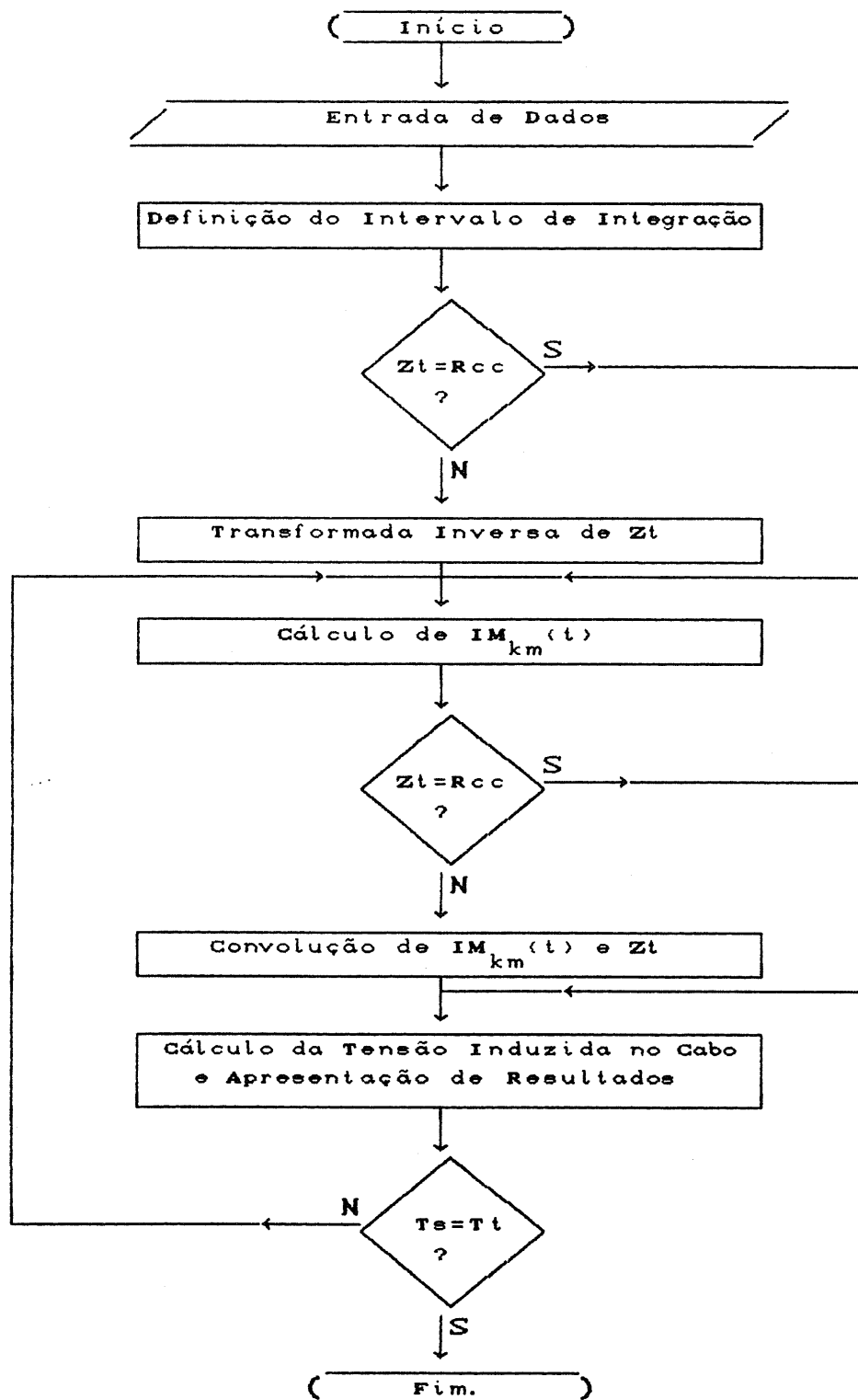


Figura 5.1 - Algoritmo do programa baseado na 1ª metodologia

discretizada é obtido pela convolução da impedância de transferência do cabo com a corrente média na linha discretizada. Porém, se a corrente que circula na blindagem possuir apenas componentes de baixa frequência, a impedância de transferência pode ser aproximada pela resistência de corrente contínua da blindagem "Rcc". Neste caso, o campo elétrico longitudinal médio produzido em cada linha discretizada pode ser calculado por uma simples multiplicação de Rcc com a corrente média nela.

O algoritmo do programa desenvolvido para implementar a segunda metodologia de cálculo está apresentado na figura 5.2. Nesta metodologia, as equações diferenciais do cabo são resolvidas no domínio da frequência para cada trecho localizado entre dois pontos de aterramento da blindagem. A corrente na blindagem e, conseqüentemente, o campo elétrico longitudinal, é colocado como função das tensões e correntes nas extremidades de cada trecho. Usando a transformação de Snelson, essa solução é transformada para o domínio do tempo e um circuito elétrico para representar as equações diferenciais do cabo é obtido. Conhecendo-se as tensões e correntes nas extremidades de cada trecho, o circuito equivalente do cabo pode ser obtido e a tensão induzida entre o condutor interno e a blindagem pode ser calculada.

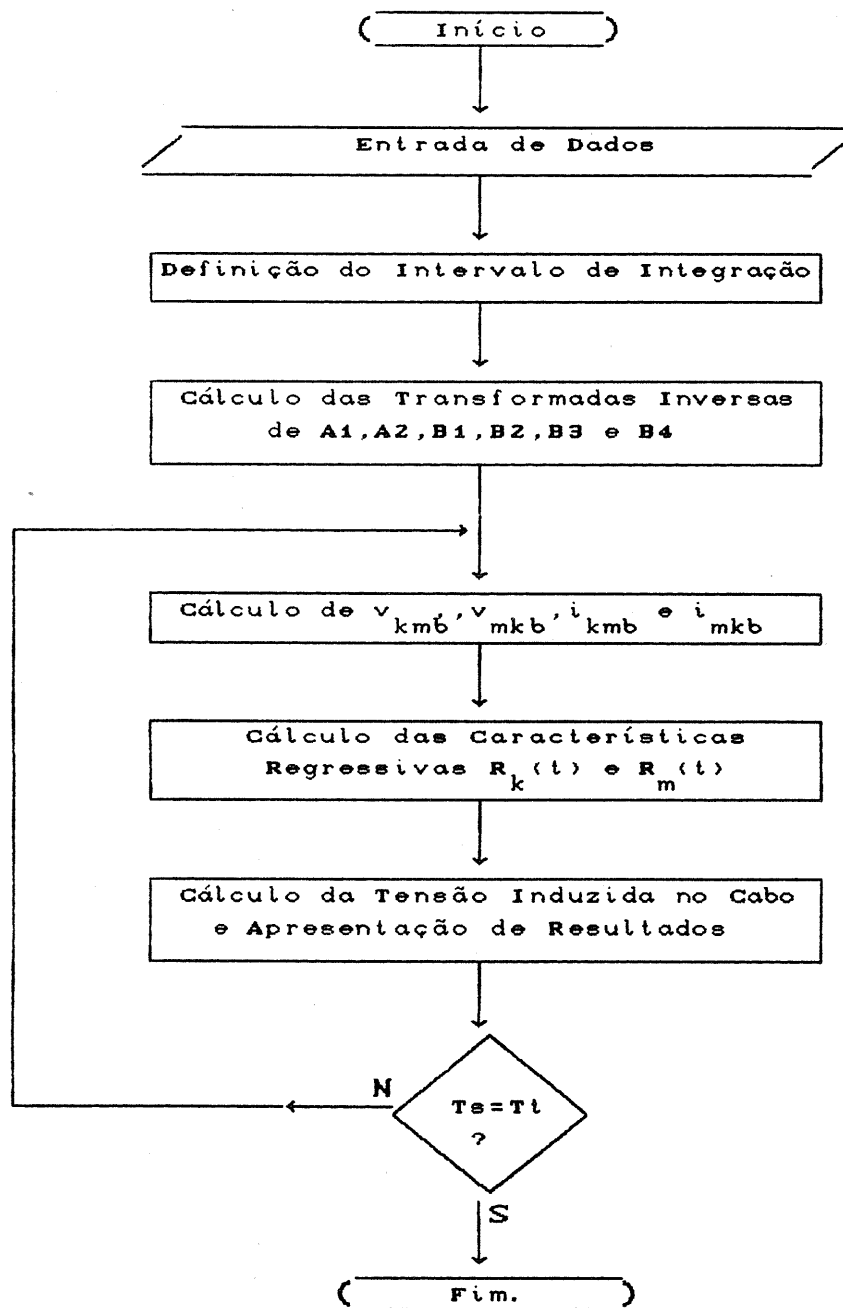


Figura 5.2 - Algoritmo do programa baseado na 2ª metodologia

Nesta metodologia de cálculo, a aproximação da impedância de transferência pela resistência de corrente contínua não simplifica o cálculo da tensão induzida, pois as transformadas inversas de B_1, B_2, B_3 e B_4 , usadas para montar o circuito equivalente do cabo, devem ser feitas mesmo neste caso.

5.2 - Comparação entre as duas metodologias de cálculo

Como pode ser verificado no capítulo 4, as duas metodologias de cálculo da tensão induzida são bastante diferentes. Na primeira metodologia, o circuito formado pela blindagem com retorno pela terra e o circuito formado pelo condutor interno e a blindagem são discretizados simultaneamente. Pela discretização do circuito de blindagem obtém-se o campo elétrico longitudinal e pela discretização do circuito do cabo obtém-se a tensão induzida por este campo entre o condutor interno e a blindagem. Porém, a discretização deste circuitos implica um aumento das matrizes $[Y_c]$ e $[Y_b]$, que por sua vez faz com que o cálculo da tensão induzida seja mais lento.

Na segunda metodologia, os circuitos de blindagem e do cabo não precisam ser discretizados entre os pontos de aterramento da blindagem. Isto faz com que as matrizes $[Y_c]$

e $[Yb]$ não sejam tão grandes quanto as matrizes montadas usando a primeira metodologia de cálculo. Isto implica um menor tempo para calcular a tensão induzida. Neste tempo de cálculo não está incluído o tempo gasto para obter as transformadas inversas das funções utilizadas nas duas metodologias.

Outra comparação que pode ser feita entre as duas metodologias é em relação à capacidade de cálculo. Como na primeira metodologia as matrizes $[Yc]$ e $[Yb]$ são grandes, o tamanho do sistema que pode ser simulado com esta metodologia é menor do que o simulado com a segunda. Outra vantagem da segunda metodologia é a possibilidade de nela considerar não apenas a impedância de transferência do cabo variável na frequência, mas, também, sua indutância, capacitância e resistência.

A precisão no cálculo da tensão induzida, utilizando-se a primeira metodologia, está relacionada com o número de discretizações do cabo. Quanto maior for o número de discretizações do cabo, mais preciso será o cálculo da tensão induzida.

Na segunda metodologia, a precisão no cálculo da tensão induzida está associada à precisão no cálculo das transformadas inversas das funções B_1, B_2, B_3 e B_4 usadas na

montagem do circuito equivalente do cabo.

Como foi visto no capítulo 4, através do conhecimento das tensões v_{kb} e v_{mb} , das correntes i_{km} e i_{mk} e das transformadas inversas de B_1, B_2, B_3 e B_4 para um trecho do cabo localizado entre dois pontos de aterramento, pode-se obter os termos "FonteM(t)" e "FonteK(t)". A "FonteM(t)" representa a tensão induzida ao longo do cabo que atinge o ponto "m" e a "FonteK(t)", a tensão induzida que atinge o ponto "k". Qualquer erro no cálculo das transformadas inversas das funções B_1, B_2, B_3 e B_4 atinge diretamente o cálculo destas fontes e, conseqüentemente, provoca erro no cálculo da tensão induzida.

Em muitos casos, a falta de precisão no cálculo das transformadas inversas de B_1, B_2, B_3 e B_4 impossibilitou a utilização da segunda metodologia para calcular a tensão induzida entre o condutor interno e a blindagem de um cabo. Várias tentativas foram feitas com o objetivo de diminuir os erros de cálculo das transformadas inversas, mas estas tentativas esbarraram-se na capacidade de memória dos computadores usados para implementar os programas.

Na figura 5.3 é mostrada a tensão induzida calculada pelas duas metodologias. Esta tensão é obtida em um cabo coaxial que tem um degrau de corrente injetado em

uma de suas extremidades, sendo que a outra é aterrada com uma resistência de valor igual a impedância característica da linha de transmissão formada pela blindagem e terra "Zcb", com a finalidade de não permitir reflexões da onda de corrente nesta extremidade. As ondas de tensão induzida plotadas foram obtidas no terminal aterrado. A impedância de transferência neste caso foi considerada tendo o seu valor variável com a frequência e sendo dado pela equação 2.4.

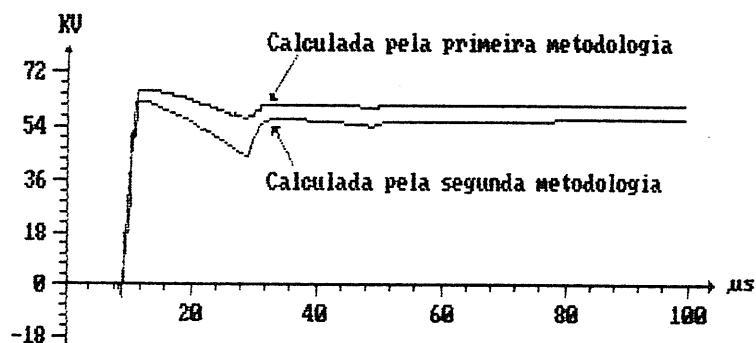


Figura 5.3 - Comparação entre a tensão induzida calculada pelas duas metodologias

Os dados utilizados nesta simulação são os seguintes:

Dados da impedância de transferência

$$a = 0,006 \text{ m}$$

$$T = 0,0002 \text{ m}$$

$$\sigma = 3,5 \times 10^6 \text{ S/m}$$

Dados do circuito do cabo

$$l_c = 0,68 \mu \text{ H/m}$$

$$c_c = 16,39 \text{ p F/m}$$

$$r_c = 0,17 \Omega/\text{m}$$

Dados do circuito da blindagem

$$l_b = 1,52 \mu \text{ H/m}$$

$$c_b = 7,33 \text{ p F/m}$$

$$r_b = 0,04 \Omega/\text{m}$$

O cabo possui 3000 metros de comprimento. A tensão induzida plotada é a obtida no terminal 2.

Comparando os valores obtidos pelas duas metodologias, verifica-se que eles são próximos. Se as transformadas inversas de B_1, B_2, B_3 e B_4 forem obtidas com maior precisão, o valor da tensão induzida pela segunda metodologia aproximará mais do valor obtido pela primeira metodologia.

5.3 - Comparação entre a tensão induzida obtida pelos programas e a obtida analiticamente por Vance

Considere um cabo coaxial com uma corrente I_b conhecida circulando na sua blindagem e possuindo impedâncias Z_1 e Z_2 colocadas, do condutor interno para a blindagem, nas extremidades do cabo (figura 5.4). Vance³ solucionou as equações diferenciais do cabo no domínio da frequência para este caso específico. A expressão da tensão induzida entre o condutor interno e a blindagem, ao longo do cabo, é:

$$V(x) = Z_{cc} \left\{ \left[K_1 + P(x) \right] e^{-Y_{cc} \cdot x} - \left[K_2 + Q(x) \right] e^{Y_{cc} \cdot x} \right\} \quad (5.1)$$

onde

$$P(x) = \frac{1}{2Z_{cc}} \int_{x_1}^x e^{Y_{cc} \cdot u} \cdot E_u \cdot du$$

$$Q(x) = \frac{1}{2Z_{cc}} \int_x^{x_2} e^{-Y_{cc} \cdot u} \cdot E_u \cdot du$$

$$K_1 = p_1 \cdot e^{Y_{cc} \cdot x_1} \frac{p_2 P(x_2) e^{-Y_{cc} \cdot x_2} - Q(x_1) e^{Y_{cc} \cdot x_2}}{e^{Y_{cc}(x_2-x_1)} - p_1 p_2 \cdot e^{-Y_{cc}(x_2-x_1)}}$$

$$K_2 = p_2 \cdot e^{-Y_{cc} \cdot x_2} \frac{p_1 P(x_1) e^{-Y_{cc} \cdot x_1} - Q(x_2) e^{Y_{cc} \cdot x_1}}{e^{Y_{cc}(x_2-x_1)} - p_1 p_2 \cdot e^{-Y_{cc}(x_2-x_1)}}$$

$$p_1 = \frac{Z_1 - Z_{cc}}{Z_1 + Z_{cc}} \quad p_2 = \frac{Z_2 - Z_{cc}}{Z_2 + Z_{cc}}$$

$E_u = Z_t \cdot I_b$ é o campo elétrico longitudinal.

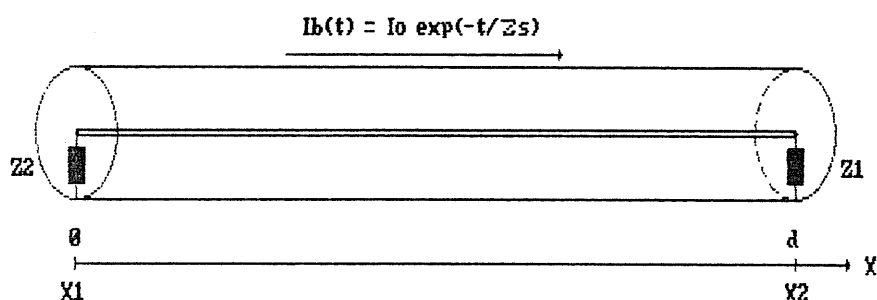


Figura 5.4 - Cabo coaxial com suas impedâncias terminais

Admitindo-se que este cabo possua as extremidades abertas ($Z_1=Z_2 \rightarrow \infty$) e que a corrente que circula na blindagem é dada pela seguinte expressão:

$$I_b = I_0 \cdot \exp(-t/\tau_s) \quad (5.2)$$

onde " τ_s " é a constante de tempo de decaimento da exponencial e " I_0 " o valor de pico da corrente, pode-se obter uma expressão analítica para a tensão induzida entre o condutor interno e a blindagem no ponto " d ", que é:

$$V(d) = \frac{2 \cdot Z_t \cdot I_b(\omega)}{Y_{cc} \cdot \sinh(Y_{cc} \cdot d)} \left[\cosh(Y_{cc} \cdot d) - 1 \right] \quad (5.3)$$

onde

$$I_b(j\omega) = \frac{I_0}{(1/\tau_s + j2\pi f)}$$

Na figura 5.5 é apresentada a tensão induzida entre o condutor interno e a blindagem do cabo, utilizando-se a equação 5.3 e o programa baseado na primeira metodologia. Neste cálculo, considerou-se o cabo coaxial tendo uma blindagem tubular com a impedância de transferência dada pela equação 2.4. A equação 5.3 foi transformada para o domínio do tempo usando a subrotina de transformada rápida de Fourier mostrada no apêndice A.

Os dados utilizados no cálculo foram os seguintes:

Dados da impedância de transferência

$$a = 0,006 \text{ m}$$

$$\sigma = 3,5 \times 10^7 \text{ S/m}$$

$$T = 0,0002 \text{ m}$$

Dados do cabo

$$r_c = 0,14 \text{ } \Omega/\text{m}$$

$$l_c = 0,68 \text{ } \mu \text{ H/m}$$

$$c_c = 16,39 \text{ p F/m}$$

$$\text{comprimento do cabo} = 3000 \text{ m}$$

Dados da corrente

$$I_0 = 1 \text{ kA}$$

$$\tau_e = 200 \text{ } \mu\text{s}$$

Para calcular a tensão induzida, o cabo coaxial foi discretizado em dez trechos de 300 metros de comprimento e a corrente na blindagem, em cada discretização, foi forçada a ter o valor dado pela equação 5.2.

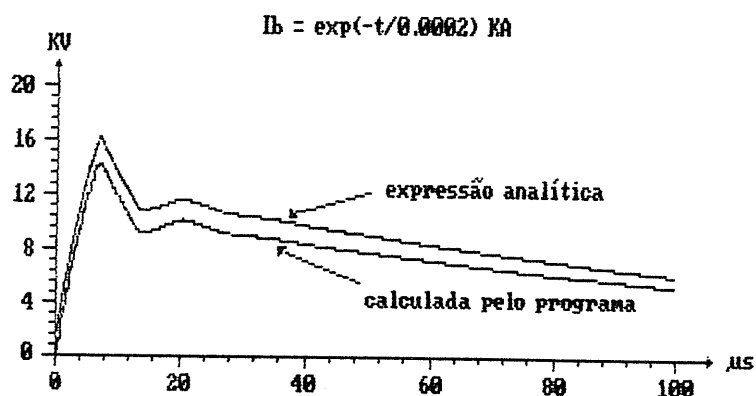


Figura 5.5 - Comparação entre a tensão induzida calculada pelo programa e a obtida analiticamente

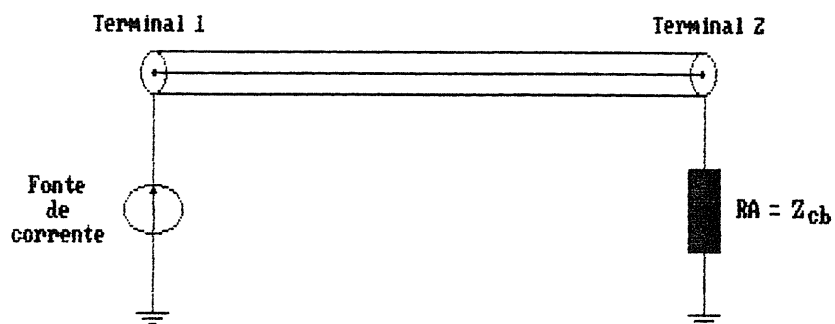
Como pode ser visto na figura 5.5, o valor da tensão induzida calculada pelo programa e o valor dado pelo equação 5.3 são muito próximos. A diferença entre os dois valores é, provavelmente, causado pelo erro de offset presente no cálculo da transformada inversa de Fourier da equação 5.3.

5.4 - Análise da forma de onda da tensão induzida

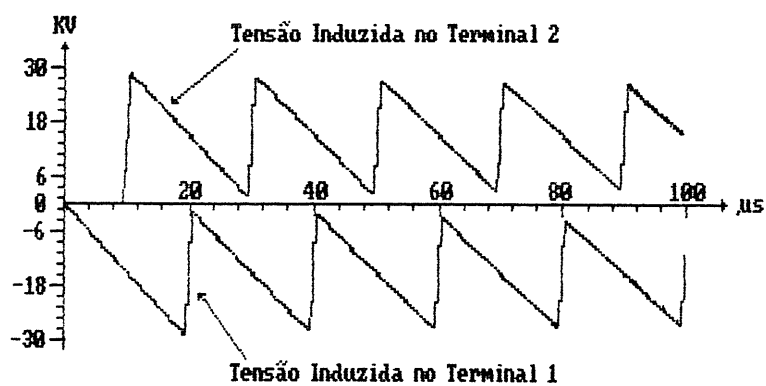
Seja um cabo coaxial com o comprimento de 3000 metros, com um degrau de corrente de 1KA injetado na blindagem em uma das suas extremidades. Na outra extremidade, uma resistência "RA", de valor igual a impedância característica da linha de transmissão formada pela blindagem e terra "Zcb", é ligada para terra com a finalidade de não permitir reflexões da onda de corrente neste terminal (figura 5.6a). Considere que:

- a impedância de transferência do cabo "Zt" não varia com a frequência e é igual a $0,001 \Omega \cdot m$;
- a velocidade de propagação no circuito formado pela blindagem e terra é a mesma do circuito formado pelo condutor interno e blindagem;
- a velocidade de propagação nos dois circuitos é igual à velocidade da luz fazendo com que o tempo de trânsito neles seja igual a $10 \mu s$;
- os terminais do cabo estão abertos;
- as perdas nos dois circuitos são pequenas.

Na figura 5.6b é apresentada as formas de onda da tensão induzida entre o condutor interno e a blindagem nos terminais do cabo, obtidas pelo programa baseado na primeira metodologia de cálculo.



(a)



(b)

Figura 5.6

- a) Cabo coaxial com um degrau de corrente
injetado em uma das extremidades
- b) Tensão induzida em seus terminais

As formas de onda obtidas podem ser explicadas da seguinte maneira: em cada elemento infinitesimal Δx alcançado pela corrente que circula na blindagem, as tensões

$E_l \cdot \Delta x^2$ e $-E_l \cdot \Delta x^2$ são induzidas entre o condutor interno e a blindagem nos extremos deste intervalo infinitesimal. Então, a tensão $E_l \cdot \Delta x^2$ começa a viajar na linha formada pelo condutor interno e a blindagem no mesmo sentido da corrente no elemento Δx , e a tensão $-E_l \cdot \Delta x^2$ começa a viajar no sentido oposto ao da corrente. As tensões originadas em cada elemento infinitesimal refletem nos terminais abertos do cabo e superpõem-se dando origem à tensão induzida mostrada na figura 5.6b.

Se o circuito formado pelo condutor interno e a blindagem possuir perdas, as ondas viajantes criadas em cada elemento Δx atenuarão. Este fato explica a diminuição do valor de pico da tensão induzida da figura 5.5b com o decorrer do tempo. Neste caso simulado, após as reflexões nas extremidades abertas do cabo serem amortecidas, a tensão induzida no terminal 1 tenderá para:

$$- E_l \cdot \frac{d}{2} = - R_{cc} \cdot I_b \cdot \frac{d}{2} = - 0,001 \cdot 1000 \cdot \frac{3000}{2} = - 1500 \text{ V}$$

No terminal 2 a tensão tenderá para :

$$E_l \cdot \frac{d}{2} = R_{cc} \cdot I_b \cdot \frac{d}{2} = 0,001 \cdot 1000 \cdot \frac{3000}{2} = 1500 \text{ V}$$

Estes cálculos acima são válidos sempre que a impedância de transferência pode ser aproximada pela resistência de

corrente contínua do cabo "Rcc".

Para exemplificar a explicação dada, considere que o cabo coaxial foi discretizado em 5 trechos de 600 metros de comprimento, nos quais desprezou-se o tempo de trânsito. Após $2\mu\text{s}$, a corrente já atingiu todo o primeiro trecho discretizado. Então, uma tensão igual a $0,001 \cdot 1000 \cdot 600\sqrt{2}$ começa a viajar em direção ao terminal 2 e uma tensão igual a $-0,001 \cdot 1000 \cdot 600\sqrt{2}$ começa a viajar em direção ao terminal 1. Percorrido mais $2\mu\text{s}$, o mesmo fato ocorre no segundo trecho discretizado. De 2 em $2\mu\text{s}$ o mesmo fato ocorre nos demais trechos até que a corrente atinja a todos eles. Na figura 5.7 está mostrado o gráfico das tensões criadas em cada trecho discretizado em função do tempo.

Sabendo-se que as tensões criadas em cada um dos trechos demoram um certo tempo para viajar até os terminais do cabo e, também, que ao atingirem estes terminais abertos elas refletem e dobram de valor, pode-se montar a onda das tensões induzidas nos terminais do cabo. Na figura 5.8 são mostradas as tensões induzidas nos terminais do cabo obtidas através das observações acima e, também, com a utilização dos dados da figura 5.7. Comparando a figura 5.6 com a figura 5.8, pode-se notar a semelhança nas formas de onda das tensões induzidas obtidas.

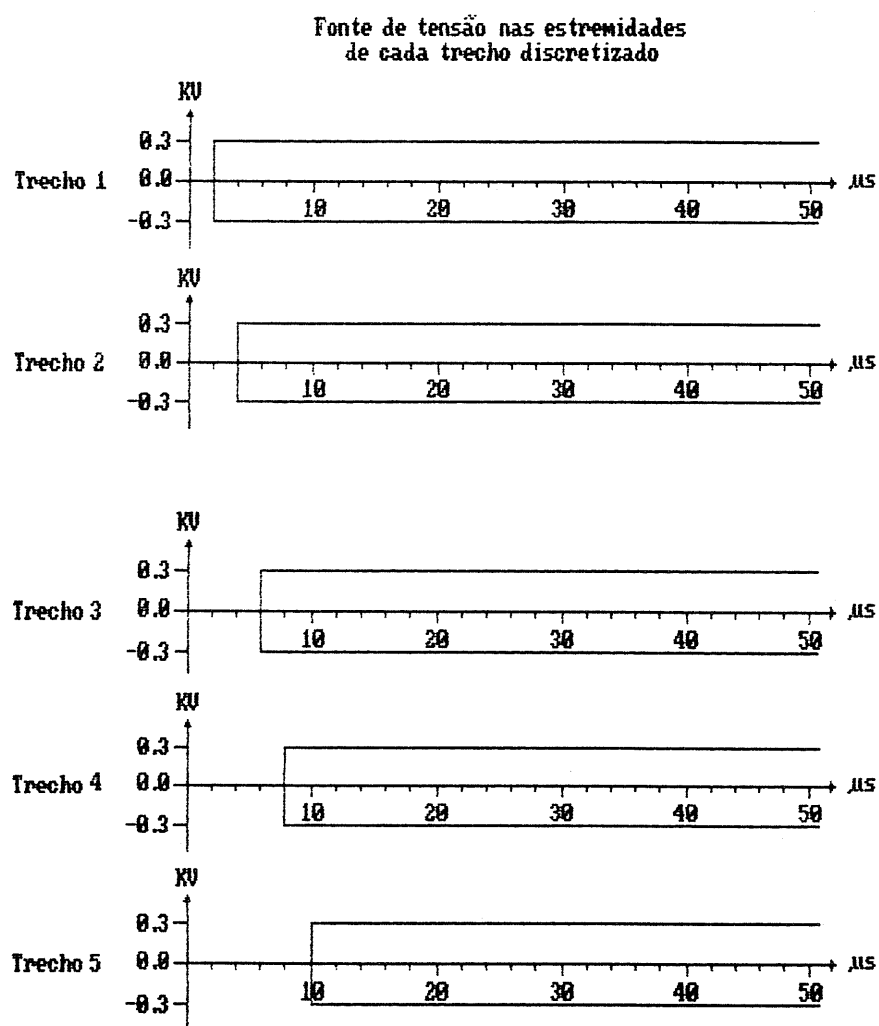


Figura 5.7 - Tensão induzida em cada trecho discretizado

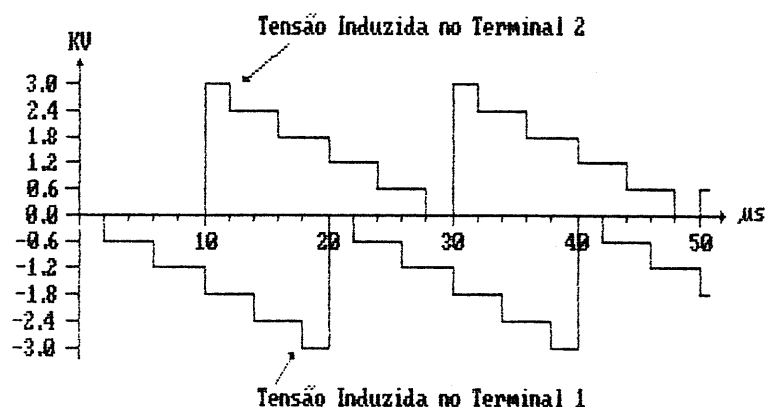


Figura 5.8 - Tensão induzida nos terminais do cabo

5.5 - Tensão induzida em um cabo com blindagem tubular, considerando Z_t variável com a frequência ou $Z_t = R_{cc}$

Foi visto no capítulo 2 que a impedância de transferência de um cabo com blindagem tubular pode ser aproximada pela resistência de corrente contínua da blindagem "Rcc" em baixas frequências, e que, em frequências elevadas, ela decai exponencialmente (equação 2.7). A faixa de frequência na qual pode-se aproximar Rcc por Z_t depende não só da condutividade do material na qual a blindagem é constituída, mas também do valor da espessura da blindagem. Quanto maior for a condutividade da blindagem, menor será a faixa de frequência na qual esta aproximação pode ser feita.

Este fato se repete para a espessura da blindagem: quanto maior for a espessura da blindagem menor será a faixa de frequência na qual a impedância de transferência pode ser aproximada pela resistência de corrente contínua.

Com a finalidade de mostrar que a aproximação de Z_t por R_{cc} pode ou não afetar a forma de onda da tensão induzida, e que este fato depende da condutividade e da espessura da blindagem, três grupos de simulações foram feitos.

No primeiro grupo, considerou-se que um cabo coaxial com blindagem de alumínio e com comprimento de 3000 metros foi atingido, em uma de suas extremidades, por uma descarga atmosférica com a forma de onda $1/50\mu s$ e valor de pico de 1kA. Na outra extremidade da blindagem, uma resistência "RA", tendo o mesmo valor da impedância característica da blindagem " Z_{cb} ", foi ligado para terra a fim de evitar reflexões de corrente neste terminal. Os dois terminais do cabo foram mantidos abertos e as perdas, tanto no circuito de blindagem como no circuito do cabo, foram consideradas desprezíveis (figura 5.9).

Neste grupo, a tensão induzida entre o condutor interno e a blindagem foi obtido considerando Z_t variável na frequência e $Z_t=R_{cc}$. Os dados considerados para obter Z_t

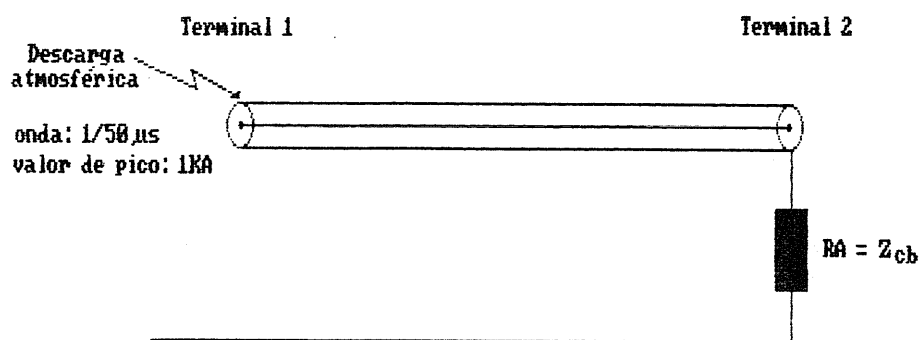


Figura 5.9 - Cabo coaxial atingido por uma descarga atmosférica em uma de suas extremidades

foram:

- raio interno da blindagem "a" = 0,006 m ;
- espessura da blindagem "T" = 0,0002 m ;
- condutividade da blindagem " σ " = $3,5 \times 10^7$ S/m ;
- permeabilidade da blindagem " μ " = $4 \times \Pi \times 10^{-7}$ H/m .

Colocando-se estes valores na equação 2.6, obtém-se $R_{cc} = 3,9 \times 10^{-3}$ Ω/m .

Os valores simulados da tensão induzida estão mostrados na figura 5.10. Como pode ser verificado nesta figura, nenhuma diferença entre as formas de onda da tensão induzida considerando $Z_t = R_{cc}$ ou Z_t variável na frequência pode ser notada.

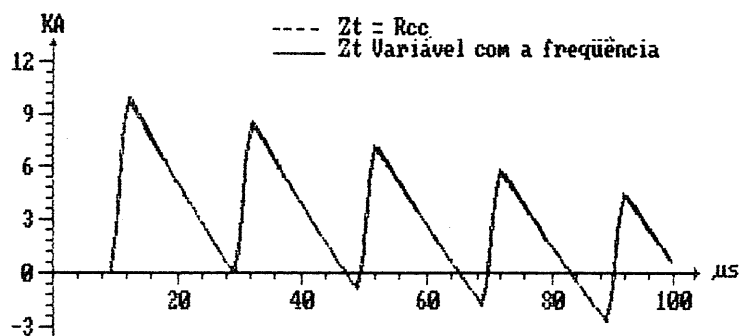


Figura 5.10 - Tensão induzida em um cabo com blindagem de alumínio de espessura igual a 0,0002 metros

No segundo grupo, foram feitos os mesmos tipos de simulações que no grupo anterior, porém com a espessura da blindagem sendo aumentada para o valor de 0,0006 metros. Com esta espessura, a resistência de corrente contínua da blindagem é igual a $1,26 \times 10^{-3} \Omega/m$. Os valores simulados da tensão induzida estão mostrados na figura 5.11.

Agora, pode-se notar uma diferença sensível entre a forma de onda da tensão induzida obtida considerando $Z_t = R_{cc}$ e a tensão induzida obtida com Z_t variando na frequência. Esta diferença ocorre devido ao fato de que, com o aumento da espessura da blindagem, a faixa de frequência na qual Z_t pode ser aproximado por R_{cc} diminuiu. Em frequências acima desta faixa, o valor de Z_t diminui

exponencialmente. Esta queda no valor de Z_t faz com que o campo elétrico em frequências elevadas seja atenuado. Este fato explica a forma de onda mais suave obtida quando considera-se, neste caso, Z_t variável com a frequência.

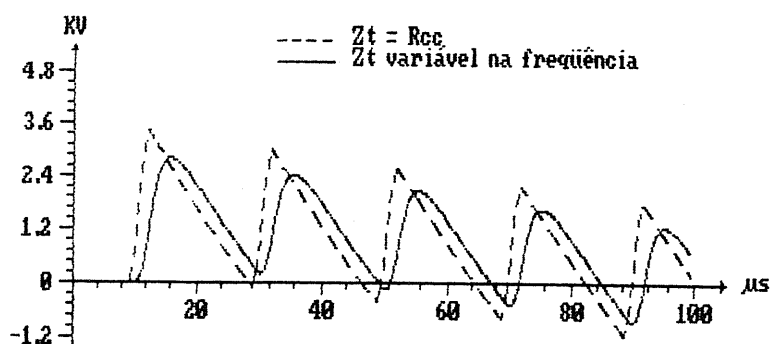


Figura 5.11 - Tensão induzida em um cabo com blindagem de alumínio de espessura igual a 0,0006 metros

Outra diferença que pode ser notada é nos valores de tensão induzida obtidas nos dois grupos. Isto ocorre porque suas impedâncias de transferência possuem valores diferentes.

No terceiro grupo, foram feitos os mesmos tipos de simulações apresentadas nos dois grupos anteriores. Porém, neste grupo, usou-se um cabo com a blindagem de chumbo que possui uma condutividade " σ " igual a $5,0 \times 10^6$ S/m. A

espessura da blindagem foi mantida em 0,0006 metros. A resistência de corrente contínua da blindagem é igual a $8,84 \times 10^{-3} \Omega/m$. Os resultados obtidos estão mostrados na figura 5.12.

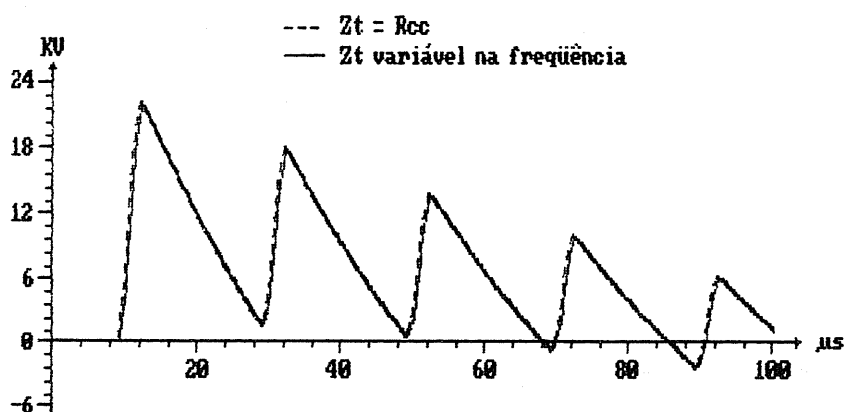


Figura 5.12 - Tensão induzida em um cabo com blindagem de chumbo de espessura igual a 0,0006 metros

Como pode ser visto na figura 5.12, a diferença entre as formas de onda da tensão induzida considerando $Z_r=R_{cc}$ e Z_r variável na frequência é desprezível. Isto ocorre devido ao fato de que quando a condutividade da blindagem diminuiu, a faixa de frequência na qual Z_r pode ser aproximada por R_{cc} aumenta. Neste grupo, esta faixa é suficiente para que não haja diferença considerável entre as formas de onda considerando $Z_r=R_{cc}$ e Z_r variável na frequência.

5.6 - Tensão induzida em um cabo com a blindagem multiaterrada

Nas simulações apresentadas nos itens anteriores sempre considerou-se um cabo atingido por uma descarga atmosférica em uma de suas extremidades e tendo, na outra extremidade, a blindagem aterrada com uma resistência "RA", de valor igual à impedância característica da linha de transmissão formada pela blindagem e terra "Zcb", com a finalidade de não permitir reflexões da onda de corrente neste terminal. Porém, os programas implementados permitem não só que a descarga atmosférica atinja a qualquer ponto da blindagem, mas também que a blindagem seja multiaterrada.

Com o objetivo de mostrar a versatilidade dos programas implementados, serão apresentados dois grupos de simulações.

No primeiro grupo, considerou-se que um cabo coaxial de blindagem tubular, de 900 metros de comprimento, foi atingido, no seu ponto central, por uma descarga atmosférica com a forma de onda $1,2/50 \mu s$ e valor de pico de 30 KA (figura 5.13). A blindagem do cabo foi aterrada de 300 a 300 metros e os dois terminais do cabo foram mantidos abertos. A impedância de transferência do cabo foi calculada através da equação 2.4.

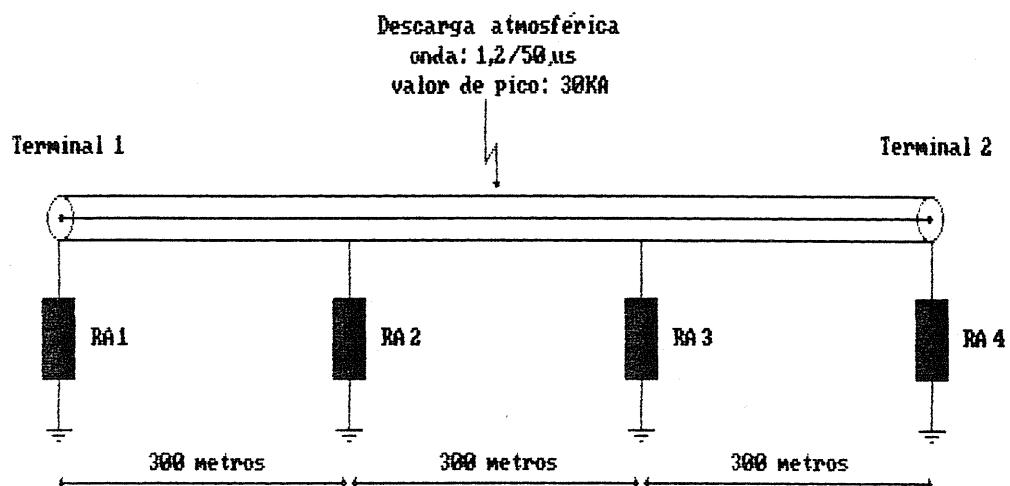


Figura 5.12 - Cabo coaxial com blindagem multiterrada

Neste grupo, a tensão induzida entre o condutor interno e a blindagem foi obtida para cinco valores de resistência de aterramento da blindagem "RA":

$$RA = 5 \Omega;$$

$$RA = 30 \Omega;$$

$$RA = 100 \Omega;$$

$$RA = 500 \Omega;$$

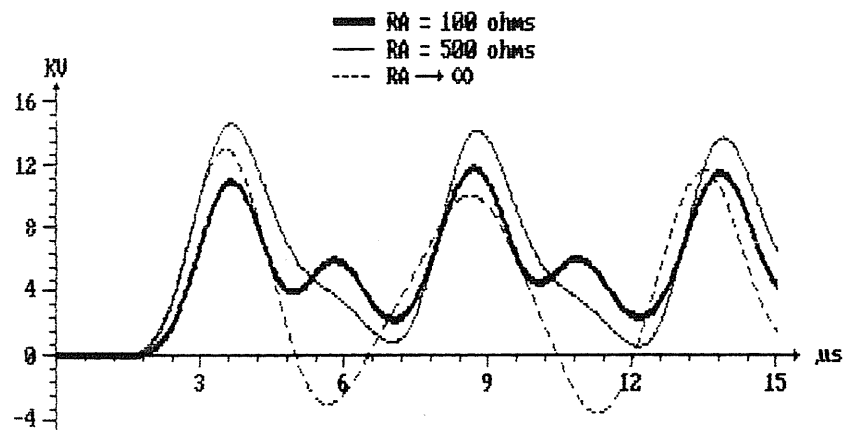
$$RA \rightarrow \infty .$$

Os resultados obtidos estão mostrados na figura 5.14. Os valores de tensão induzida apresentados foram calculados nos terminais do cabo.

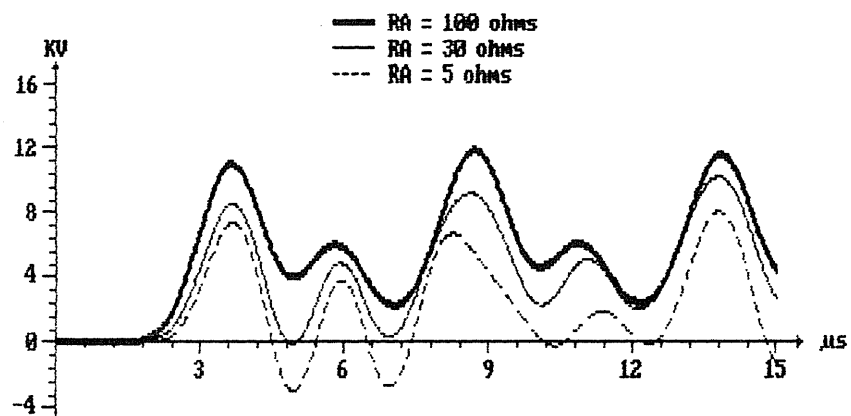
Os dados utilizados nas simulações foram os seguintes:

Dados da impedância de transferência

$$a = 0,006 \text{ m}$$



(a)



(b)

Figura 5.14 - Modificação da tensão induzida com a variação da resistência de aterramento da blindagem

$$T = 0,0002 \text{ m}$$

$$\sigma = 3,5 \times 10^7 \text{ S/m}$$

Dados do circuito do cabo

$$l_c = 0,68 \mu \text{ H/m}$$

$$c_c = 44,25 \text{ p F/m}$$

$$r_c = 0,004 \Omega/\text{m}$$

Dados do circuito da blindagem

$$l_b = 1,52 \mu \text{ H/m}$$

$$c_b = 7,33 \text{ p F/m}$$

$$r_b = 0,004 \Omega/\text{m}$$

As oscilações nas ondas apresentadas são devidas não apenas às reflexões de tensão nos terminais abertos do cabo, mas também, às reflexões da corrente nos aterramentos da blindagem.

No segundo grupo, os valores de aterramento da blindagem "RA" foram mantidos constantes e iguais a 30 ohms. Neste grupo mudou-se foi a distância entre os aterramentos. Na figura 5.15 são mostradas as simulações feitas com três valores de distância entre os aterramentos da blindagem:

- blindagem aterrada de 100 em 100 metros;
- blindagem aterrada de 300 em 300 metros;
- blindagem aterrada somente nas extremidades;

Os valores de tensão induzida apresentados foram obtidos nos terminais do cabo.

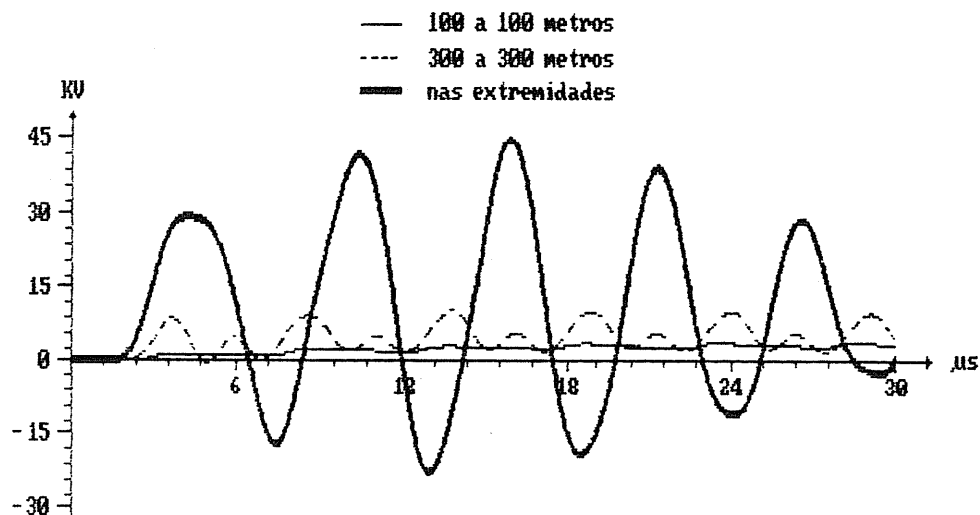


Figura 5.14 - Modificação da tensão induzida com a variação da distância entre aterramentos da blindagem

Comparando as figuras 5.14 e 5.15 pode-se verificar que a mudança no valor da tensão induzida é mais sensível à mudança no valor da distância entre os aterramentos da blindagem do que à mudança no valor das resistências de aterramento.

CAPÍTULO 6

CONSIDERAÇÕES FINAIS

6.1 - Dificuldades encontradas no desenvolvimento deste trabalho

Como este trabalho foi o primeiro desenvolvido no Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da U.F.M.G. na área de transitórios eletromagnéticos em cabos, algumas dificuldades foram encontradas para o seu desenvolvimento.

A primeira dificuldade foi na escolha do modelo do cabo coaxial. Na bibliografia pesquisada foram encontradas duas maneiras de modelar o cabo. No primeiro modelo, o cabo coaxial é tratado como uma linha bifilar acoplada, tendo a terra como retorno⁶. O circuito formado pelo condutor interno e terra é considerado acoplado ao circuito formado pela blindagem e terra. As equações diferenciais do cabo são escritas no domínio da frequência. Então, usa-se a técnica de transformação modal com objetivo de desacoplar os dois circuitos e possibilitar a solução destas equações. Utilizando-se técnicas de parâmetros variáveis com a frequência, a solução destas equações diferenciais pode ser transformada para o domínio do tempo. Neste modelo são obtidas as tensões de cada condutor em relação à terra. A

tensão entre o condutor interno e a blindagem é obtida subtraindo-se a tensão entre o condutor interno e terra da tensão entre a blindagem e terra.

No segundo modelo, o circuito formado pelo condutor interno e blindagem é considerado desacoplado do circuito formado pela blindagem e terra. Esta consideração é baseada no fato de que, quando uma corrente é injetada na blindagem de um cabo coaxial, a corrente induzida entre o condutor interno e a blindagem é tão pequena que não afeta o valor da corrente que circula pela blindagem. O cálculo da tensão induzida entre o condutor interno e a blindagem é feito através do conhecimento da distribuição da corrente na blindagem do cabo e da sua impedância de transferência.

A opção de usar o segundo modelo neste trabalho baseou-se nos seguintes fatos:

- em todas referências pesquisadas, onde deseja-se calcular a tensão induzida entre o condutor interno e a blindagem de um cabo causada pela circulação de corrente na sua blindagem, o circuito da blindagem é considerado desacoplado do circuito interno do cabo;
- neste modelo as metodologias de cálculo da tensão induzida são facilmente implementadas em computador;
- este modelo permite um melhor entendimento da forma de onda da tensão induzida.

Outro problema encontrado foi o fato de não encontrar na bibliografia disponível, valores de tensão induzida calculados por outros programas ou obtidos através de medições, que pudessem ser simuladas nos programas desenvolvidos neste trabalho. Desta forma, foi feita uma tentativa de medição da tensão induzida com o objetivo de confrontar os valores medidos com os valores simulados. Porém, por falta de equipamentos adequados¹³, esta medição tornou-se inviável. Por estes motivos, a tensão induzida calculada pelas metodologias desenvolvidas neste trabalho foi confrontada apenas com a obtida através de uma fórmula analítica desenvolvida por Vance³.

6.2 - Prosseguimento do trabalho

A importância deste trabalho reside no fato de possibilitar, através do conhecimento da forma de onda da tensão induzida, a escolha de protetores que possam evitar que esta tensão provoque danos aos aparelhos e ofereça riscos aos usuários não só do sistema telefônico, mas também de todos os sistemas de comunicação sujeitos a este tipo de fenômeno.

Em sistemas telefônicos, os protetores utilizados com o propósito de evitar danos causados pela tensão

induzida são os protetores a gás, que são mais conhecidos pelo nome de "centelhador". Estes protetores são instalados entre o condutor interno e a blindagem, com o objetivo de manter a tensão induzida entre eles em um valor que não ofereça perigo de dano para o sistema. Se este dispositivo for modelado como uma não-linearidade similar a para-raios ou gaps^{6,7}, este modelo pode ser facilmente incorporado às metodologias de cálculo desenvolvidas neste trabalho, tornando-se possível verificar o seu funcionamento frente às tensões induzidas no cabo.

Outra proposta que advém deste trabalho é considerar que as correntes que circulam na blindagem são provocadas não apenas por descargas diretas, mas também por descargas laterais. As descargas laterais dão origem a um campo eletromagnético que, ao interagir com a linha de transmissão formada pela blindagem com retorno terra, provoca o aparecimento de uma corrente e uma tensão ao longo da blindagem. Apesar deste tipo de descarga provocar circulação de uma corrente de menor valor na blindagem do que a provocada por uma descarga direta, ela ocorre com maior frequência. Nas referências 10,11,12,13 e 14 pode ser encontrada a teoria básica para calcular a corrente que circula na blindagem devido às descargas laterais. Conhecendo-se a distribuição desta corrente ao longo da blindagem, pode-se utilizar as metodologias de cálculo

desenvolvidas neste trabalho e obter a tensão induzida, entre o condutor interno e a blindagem, causada pelas descargas laterais.

Devido ao fato dos programas, baseados nas duas metodologias de cálculo desenvolvidas neste trabalho, terem sido implementados em um microcomputador compatível com o IBM-PC, uma maior exploração destas metodologias tornou-se muito difícil. Além das simulações serem lentas, não se obteve resultados satisfatórios utilizando-se a segunda metodologia de cálculo devido a baixa capacidade de memória do equipamento utilizado. Com o objetivo de resolver estes problemas, deve-se implementar tais metodologias em um computador com alta velocidade de processamento e com grande capacidade de memória.

Por fim, deve-se investir também na montagem de uma bancada para medição da tensão induzida no cabo. Isto permitirá confrontar os valores calculados pelas metodologias desenvolvidas neste trabalho, com os valores obtidos através de medições.

6.3 - Conclusões

O objetivo deste trabalho foi alcançado, isto é, nele foram desenvolvidas metodologias que permitem calcular a tensão induzida entre o condutor interno e a blindagem de um cabo telefônico, quando ela é atingida por uma descarga atmosférica.

Se as sugestões feitas no item anterior forem incluídas neste trabalho, pode-se obter uma ferramenta para auxiliar o dimensionamento do sistema telefônico, no que diz respeito a localização de aterramentos e protetores, com a finalidade de diminuir os danos causados pelas descargas atmosféricas neste sistema.

Algumas conclusões importantes já podem ser obtidas através das simulações apresentadas no capítulo 5.

No item 5.4 foi visto que, para cabos cujas blindagens são constituídas do mesmo material, a aproximação da impedância de transferência pela resistência de corrente contínua pode ou não afetar a forma de onda tensão induzida, e que este fato depende da espessura da blindagem de cada um destes cabos.

Os cabos telefônicos com blindagem de alumínio

($\sigma = 3,5 \times 10^7$ mhos/metros) possuem uma espessura igual a 0,0002 metros. Como pode ser visto na figura 5.9, para este valor de espessura da blindagem, a impedância de transferência pode ser aproximada pela resistência de corrente contínua que o valor da tensão induzida será muito pouco afetado. Para cabos telefônicos que possuem blindagem de chumbo, a espessura máxima na qual a impedância de transferência pode ser aproximada pela resistência de corrente contínua possui um valor maior do que para cabos com blindagem de alumínio.

Outra conclusão importante pode ser tirada das simulações feitas no item 5.6. Através das simulações apresentadas nas figuras 5.14 e 5.15, pode-se concluir que, para um cabo com a blindagem multiterrada atingida por uma descarga atmosférica entre dois pontos de aterramento, a mudança no valor da tensão induzida é mais sensível à mudança no valor do espaçamento entre os aterramentos do que à mudança no valor das resistências de aterramento.

Apesar de se usar, em todas as simulações apresentadas neste trabalho, a equação 2.4 para obter a impedância de transferência do cabo, os programas implementados permitem que se use outras expressões, ou mesmo curvas obtidas através de medições.

APÊNDICE A

TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER

A.1- Introdução

A transformada de Fourier é uma operação matemática que permite transformar uma função que está no domínio do tempo para o domínio da frequência e também no sentido inverso. Ela tem sido aplicada em diferentes áreas de estudo como análise de sistemas lineares, ótica, física quântica, antenas, análise de sinais, etc, a fim de ajudar não só na resolução, mas também na compreensão dos problemas envolvidos nestas áreas.

A transformada rápida de Fourier é um método computacional simples e eficiente de calcular a transformada de Fourier. A metodologia de cálculo foi desenvolvida por Cooley e Turkey e foi publicada em 1965¹⁵. O algoritmo desenvolvido por eles é utilizado tanto para transformar uma função do domínio da frequência para o domínio do tempo como em sentido inverso.

A seguir é apresentada uma subrotina, implementada em linguagem Pascal, utilizada para transformar uma função do domínio da frequência para o domínio do tempo. Também, é

apresentado um procedimento para sua utilização.

A.2 - Subrotina de cálculo da transformada inversa de Fourier

```

Procedure FFTCN: Integer; X: ARRANJOCOMP; var XMOD: ARRANJOCOMP);
Var N2, NU, NU1,
    I, K, K1, L, K1N2, P, AUX      : Integer;
    ARG                             : Real;
    T, AJUDA                        : Complex;

```

```

Function IBITRC(J, NU: Integer): Integer;

```

```

Var J1, J2, I, KB      : Integer;

```

```

Begin

```

```

    J1:=J;

```

```

    KB:=0;

```

```

    For I:=1 to NU do

```

```

    begin

```

```

        J2:=J1 DIV 2;

```

```

        KB:=KB*2+(J1-2*J2);

```

```

        J1:=J2;

```

```

    end;

```

```

    IBITR:=KB;

```

```

End;

```

```

Begin (*** FFT ***)

```

```

    NU:=12;

```

```

    N2:=Trunc(N/2);

```

```

    NU1:=NU-1;

```

```

    K:=0;

```

```

    For L:=1 to NU do

```

```

Begin
  Repeat
    For I:=1 to N2 do
      Begin
        AUX: =K DIV Round(POT(2,NU1));
        P: =IBITRCAUX,NUD;
        ARG: =2*Pi*P/N;
        K1: =K+1;
        K1N2: =K1+N2;
        T.Re: =X[K1N2].Re*Cos(ARG)+X[K1N2].Im*Sin(ARG);
        T.Im: =X[K1N2].Im*Cos(ARG)-X[K1N2].Re*Sin(ARG);
        SUB(X[K1],T,X[K1N2]);
        SOMA(X[K1],T,AJUDA);
        X[K1]: =AJUDA;
        K: =K+1;
      End;
      K: =K+N2;
    Until K>=N;
    K: =0;
    NU1: =NU1-1;
    N2: =Trunc(N2/2);
  End;
  For K:=1 to N do
    Begin
      I: =IBITRCK-1,NUD+1;
      If I>K
      then Begin
          T: =X[K];
          X[K]: =X[I];
          X[I]: =T;
        End;
      End;
    End;
  For i:=1 to N do XMOD[i]: =X[i];
End;  <*** FFT ***>

```

A.3 - Procedimento para utilização da subrotina

Seja $f(t)$ uma função no domínio do tempo cuja a transformada de Fourier é:

$$F(j\omega) = RC(j\omega) + j \cdot IC(j\omega)$$

onde $RC(j\omega)$ e $IC(j\omega)$ são, respectivamente, a parte real e a parte imaginária de $F(j\omega)$ e $\omega = 2\pi f$.

Seja N o número de amostras discretas da função $f(t)$ nos instantes:

$$t = 0, \Delta t, 2\Delta t, \dots, (N-1)\Delta t$$

Para obtê-las pelo algoritmo de transformada de Fourier, deve-se ter que:

$$N = 2^{NU} \quad \text{onde } NU \text{ é um número inteiro;}$$

$$\Delta f = 1/(N \cdot \Delta t);$$

e também é necessário definir as seguintes variáveis:

$$N2 = N/2, \quad NP = N2+1, \quad NM = N2-1.$$

Desta forma, o vetor $|X_{real}|$ de N elementos é formado de tal maneira que os NP elementos deste vetor são amostras da parte real $RC(j\omega)$ da função $F(j\omega)$ nas frequências:

$$\omega = 0, \Delta\omega, 2\Delta\omega, \dots, N2\Delta\omega$$

com $\Delta\omega = 2\pi\Delta f$. Os NM elementos seguintes são formados fazendo-se:

$$X_{real}(NP+I) = X_{real}(NP-I)$$

para $I = 1, 2, \dots, NM$.

O outro vetor $|X_{imag}|$, também de n elementos, é formado de tal modo que os primeiros $N/2$ elementos do vetor são as amostras com sinal trocado da parte imaginária de $F(j\omega)$ nas seguintes frequências:

$$\omega = 0, \Delta\omega, 2\Delta\omega, \dots, N/2\Delta\omega.$$

Faz-se, então, o valor de $X_{imag}(NP)$ igual a zero. Os NM elementos seguintes são formados fazendo-se:

$$X_{imag}(NP+I) = -X_{imag}(NP-I)$$

para $I = 1, 2, \dots, NM$.

Os dois vetores $|X_{real}|$ e $|X_{imag}|$ são fornecidos à subrotina do item A.2. Os elementos destes vetores são processados e, na saída da subrotina, são devolvidos modificados. Ao receber os vetores $|X_{real}|$ e $|X_{imag}|$ modificados, todos seus elementos devem ser multiplicados por Δf . Então, as N amostras discretas de $f(t)$ nos instantes $0, \Delta t, 2\Delta t, \dots, (N-1)\Delta t$ estão armazenadas no vetor $|X_{real}|$. Porém, para obter o primeiro valor $f(0)$ deve-se multiplicar $X_{real}(1)$ por 2.

A precisão da subrotina depende tanto do intervalo do tempo de amostragem " Δt ", como também do número de amostras da função " N ". Neste trabalho, $NU = 12$, o que corresponde a um número de amostras $N = 4096$. O intervalo de

tempo foi escolhido como um décimo do menor tempo de trânsito das linhas envolvidas no cálculo da tensão induzida.

APÊNDICE B

CONVOLUÇÃO

Seja uma função $h(t)$ cuja a transformada de Fourier é $H(f)$ e seja a função $x(t)$ cuja a transformada de Fourier é $X(f)$. Pelo teorema da convolução¹⁵ temos que a multiplicação das funções $H(f)$ e $X(f)$ no domínio da frequência é a convolução das funções no domínio do tempo. A convolução das duas funções é dada pela seguinte integral:

$$h(t) * x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \cdot x(t-\tau) \cdot d\tau$$

Neste trabalho a convolução de duas funções genéricas foi feita numericamente. O processo de cálculo é descrito a seguir.

Seja uma função $h(t)$ e $x(t)$ as funções que desejamos convoluir. Vamos considerar que $h(t)$ só possui valor diferente de zero para $t \geq 0$. Então, neste caso, tem-se que:

$$h(t) * x(t) = \int_0^{\infty} h(\tau) \cdot x(t-\tau) \cdot d\tau$$

Considere que o valor de $h(t)$ é conhecido nos instantes $0, \Delta t, 2\Delta t, \dots$, e que os valores de $x(t), x(t-\Delta t), x(t-2\Delta t), \dots$,

são também conhecidos. Linearizando as funções $h(t)$ e $x(t)$ entre cada intervalo de tempo Δt , pode-se provar que⁹:

$$h(t) * x(t) \cong \alpha_1 \cdot x(t) + \alpha_2 \cdot x(t-\Delta t) + \alpha_3 \cdot x(t-2\Delta t) + \dots$$

onde

$$\alpha_1 = \left[2 \cdot h(0) + h(\Delta t) \right] \cdot \frac{\Delta t}{6}$$

$$\alpha_n = \left[h((n-2)\Delta t) + 4h((n-1)\Delta t) + h(n\Delta t) \right] \cdot \frac{\Delta t}{6}$$

$$n = 2, 3, 4, \dots$$

A expressão acima pode ser facilmente implementada com objetivo de obter a convolução de duas funções.

BIBLIOGRAFIA

- [1] - Kouteynikoff, P., Anzanel, P., "Voltages Induced by Lightning Strokes and Ground-Faults on a Telecom Circuit Enclosed in a Composite Earthwire, Part 1 : General Approach and Earth Faults Induced Voltages", IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS-104, No. 4, pp 840-844, April, 1985.
- [2] - Kouteynikoff, P., Anzanel, P., "Voltages Induced by Lightning Strokes and Ground-Faults on a Telecom Circuit Enclosed in a Composite Earthwire, Part 2 : Lightning Induced Voltages ant Composite Earthwire Technical Design", IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS-104, No. 2, pp 250-255, February, 1985.
- [3] - Vance, E. F., Coupling to Shielded Cables, John Willey and Sons Inc., 1978.
- [4] - Paulino, J. O. S., Influências de Curtos-Circuitos nas Redes de Distribuição sobre Redes Telefônicas em Uso Mútuo de Posteação, CPQD/Telebras, 1985.

- [5] - Dommel, H. W., "Digital Computer Solution of Eletromagnetic Transients in Single and Multiphase Networks", IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS-88, No. 4, pp 3888-3889, April, 1969.
- [6] - Dommel, H. W., Eletromagnetic Transients Program. Reference Manual (EMTP Theory Book), Bonneville Power Administration, 1986.
- [7] - Dommel, H. W., "Nonlinear and Time-Varying Elements in Digital Simulation of Eletromagnetic Transients", IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS-90, No. 6, Nov./December, 1971.
- [8] - Snelson, J. K., "Propagation of Travelling Waves on Transmission Lines - Frequency Dependent Parameters", IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS 91, pp 85-91, Jan./Feb., 1972.
- [9] - Naidu, S. R., Transitórios Eletromagnéticos em Sistemas Elétricos de Potência, Editora Grafset, 1985.
- [10] - Rusck, S., Induced Lightning Over-Voltages on Power Transmission Lines with Special Reference to the Over-Voltages Protection of Low-Voltage Networks, Doctoral Thesis, 1957.

- [11] - Fonseca, A. F. L., Cálculo do Campo Eletromagnético e da Resposta Transitória de uma Linha Monofásica Infinita Devido a Incidência de uma Descarga Atmosférica em um Solo de Resistividade Zero, Dissertação de Mestrado do C.P.G.E.E. da U.F.M.G., 1990.
- [12] - Lopes, I. J. S., Estudo do Comportamento de um Condutor Multiaterrado Frente a Tensões Induzidas por Descargas Atmosféricas, Dissertação de Mestrado do C.P.G.E.E. da U.F.M.G., 1990.
- [13] - Boaventura, W. C., Estudo da Tensão Induzida em Linhas Aéreas por Descargas Laterais Utilizando Técnicas de Modelo Reduzido, Dissertação de Mestrado do C.P.G.E.E. da U.F.M.G., 1990.
- [14] - Porto, E. W., "Cálculo de Sobretensões em Linhas de Distribuição Devido a Descargas Atmosféricas Laterais", Dissertação de Mestrado do C.P.G.E.E. da U.F.M.G., 1990.
- [15] - Brigham, E. O., The Fast Fourier Transform, Prentice Hall, 1974.

- [16] - Fisher, F. A., "A Way to Evaluate the Effects of Changing Magnetic Field on Shielded Conductors", General Electric Company (Technical Information Series)", July, 1977.
- [17] - Bates, C. P., Hawley, G. T., "A Model for Currents and Voltages Induced Within Long Transmission Cables by an Electromagnetic Wave", IEEE Transactions on EMC, Vol. EMC-13, No.4, pp 18-31, November, 1971.
- [18] - Charrat, O., "L'utilisation des câbles coaxiaux dans les laboratoires d'essais à haute tension", E.D.F. Bulletin des La Direction des Etudes et Recherches Serie B, No.3, pp 33-57, 1982.
- [19] - Koga, H., Motomitsu, T., "Lightning-Induced Surges in Paired Telephone Subscriber Cable in Japan", IEEE Transactions on EMC, Vol. EMC-27, No. 4, pp 152-161, August, 1985.
- [20] - Bennison, E., Chazi, A. J., "Lightning Surges in Open Wire, Coaxial and Paired Cables", IEEE Transactions on Com, Vol. Com-21, No. 10, October, 1973.

- [21] - Budner, A., "Introduction of Frequency - Dependent Line Parameters into an Electromagnetic Transients Program", IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS-89, No. 1, pp 88.97, January, 1970.
- [22] - Carnahan, B., Luther, H., Wilkes, J. O., Applied Numerical Methods, John Willey and Sons Inc., 1969.
- [23] - Hildebrand, F. B., Introduction to Numerical Analysis, McGraw-Hill Book Company, 1956.
- [24] - Morozowsk Filho, M., Matrizes Esparsas em Redes de Potência", Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1981.
- [25] - Kraus, J. D., Carver, K. R., Eletromagnetismo, Editora Guanabara Dois, Rio de Janeiro, 1978.
- [26] - Plonsey, R., Collin, R. E., Principles and Applications of Eletromagnetic Fields, TATA McGraw-Hill Publishing Company, New Delhi, 1976.
- [27] - Macedo, A., Eletromagnetismo, Editora Guanabara, Rio de Janeiro 1988.