

LUCIANA BALIEIRO COSME

**TRATAMENTO DE INCERTEZAS NO PROJETO DE
SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA:
UMA ABORDAGEM NEBULOSA**

Belo Horizonte
Fevereiro de 2011

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**TRATAMENTO DE INCERTEZAS NO PROJETO DE
SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA:
UMA ABORDAGEM NEBULOSA**

LUCIANA BALIEIRO COSME

Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Walmir Matos Caminhas
Co-orientador: Prof. Oriane Magela Neto

Belo Horizonte
Fevereiro de 2011

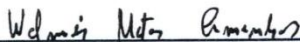
"Tratamento de Incertezas No Projeto de Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica: Uma Abordagem Nebulosa"

Luciana Balieiro Cosme

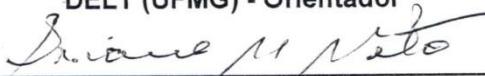
Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 04 de fevereiro de 2011.

Por:



Prof. Dr. Walmir Matos Caminhas
DELT (UFMG) - Orientador



Prof. Dr. Oriane Magela Neto
DEE (UFMG) - Co-Orientador



Prof. Dr. Ricardo Hiroshi Caldeira Takahashi
DMAT (UFMG)



Prof. Dr. Eduardo Gontijo Carrano
Depto de Computação (CEFET)

Resumo

O presente trabalho consiste em utilizar a otimização nebulosa para modelar as principais incertezas encontradas nos projetos de Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica. A mais recente solução do problema, de acordo com a literatura, adota o caso médio para a evolução de carga e avalia o desempenho *a posteriori* por meio de uma análise de sensibilidade multiobjetivo na qual vários cenários são obtidos por meio de Simulação de Monte Carlo e cada uma das soluções encontradas é analisada conforme critérios pré-estabelecidos. O objetivo deste trabalho é usar os conjuntos nebulosos para incorporar as informações incertas no processo de otimização. Soluções mais flexíveis e robustas foram encontradas. Os algoritmos genéticos são adaptados para o problema de otimização nebulosa com base nas abordagens já disponíveis e uma nova implementação de atribuição de *fitness* é proposta para o NSGA-II. Para validação das soluções encontradas, estas também são avaliadas pela análise de sensibilidade multiobjetivo e comparadas com os resultados encontrados na literatura. A metodologia proposta se mostrou promissora uma vez que nos resultados obtidos pode ser notado um maior conjunto de soluções com taxa de factibilidade estabelecida como aceitável para o problema.

Abstract

The present work aims for modeling the uncertainties in the power distribution system design. According to the literature, this kind of problem has been tackled more recently as follows: the optimization process uses a ‘most likely’ scenario for the load expansion and then a Multiobjective Sensibility Analysis is performed for several load scenarios using Monte Carlo Simulations in which the uncertainties are modelled by using some probability distribution. In this present work the uncertainties have been incorporated inside the optimization process by using fuzzy techniques. More flexible and robust solutions have been found. The genetic algorithm has been adapted for fuzzy optimization using known approaches and a new ‘fitness attribution’ has been implemented in the NSGA II program. The results obtained by the fuzzy optimization methodology are submitted to the Multiobjective Sensitivity Analysis and they are compared with the results found in the literature. The results gained here are very promising since they have shown a wider set of solutions for which the established feasibility rate is achieved.

Dedico a Raphael Higinio (in memoriam)

Agradecimentos

Agradeço a todos que colaboraram para a realização deste trabalho, que me ajudou a enfrentar um difícil momento na minha vida.

Ao meu orientador, professor Walmir Matos Caminhas, por sua importante orientação e pela oportunidade de realizar essa pesquisa. Ao meu co-orientador, professor Oriane Magela Neto, pela constante disponibilidade e ajuda.

Aos professores do Departamento de Engenharia Elétrica, pelos conhecimentos proporcionados. Agradeço aos colegas e funcionários do PPGEE, em especial aos colegas de LABICOMP, que eu tenho em grande estima. Em especial, Steve Larcerda, pelas revisões, opiniões e companhia ao longo do mestrado.

Aos colegas do grupo de Otimização pela atenção e pelas diversas contribuições para o aprimoramento deste trabalho. Em especial a Cristiane Tarôco, por ter me ajudado pessoalmente no entendimento do problema abordado.

Aos meus amigos e familiares pela grande ajuda e amizade. As minhas amigas, Yvana e Winnie, pelo grande companheirismo.

E especialmente aos meus pais, Lucimar e Napoleão, pelo carinho e apoio todos esses anos; à minha irmã, Luana, pelo incentivo e suporte; e a Herberth, pelo carinho e paciência, tão importantes durante os últimos anos.

A Fapemig e ao IFNMG Campus Montes Claros pelo apoio financeiro.

Sumário

Resumo	ii
Abstract	iii
Agradecimentos	v
Lista de Figuras	viii
Lista de Tabelas	ix
1 Introdução.....	1
1.1 Objetivos.....	2
1.2 Motivação	2
1.3 Organização do Trabalho.....	3
2 Projeto de Redes de Distribuição de Energia Elétrica.....	5
2.1. Representação das Variáveis do Projeto de Redes de Distribuição de Energia Elétrica.....	8
2.1.1. Grafos	8
2.1.2. Árvores	9
2.1.3. Representação das variáveis.....	11
2.2. Controle dimensional em problemas de redes	11
2.3. Representação das Redes no Espaço Contínuo	12
2.4. Formulação do Problema de Redes de Distribuição de Energia Elétrica	14
2.4.1. Função Custo Monetário da Rede	16
2.4.2. Função Custo de Falta na Rede	18
2.4.3. Função Mínima Potência Excedente em Cada Linha.....	18
3 Teoria dos Conjuntos Nebulosos	20
3.1 Conceitos importantes	21
4 Otimização Nebulosa	26

4.1.	Modelo de Zimmermman	31
4.2.	Modelo não simétrico de Verdegay	34
4.3.	Modelo possibilístico.....	34
4.4.	Outros modelos	35
4.5.	Otimização multiobjetivo nebulosa	36
4.6.	Abordagem proposta.....	39
5	Algoritmos Utilizados no Projeto de Redes de Distribuição de Energia Elétrica	40
5.1	Descrição do Algoritmo Genético Multiobjetivo	41
5.1.1	NSGA - II.....	42
5.1.2	NSGA-II nebuloso aplicado ao projeto de redes de distribuição de energia elétrica	45
5.2	Análise de Sensibilidade Multiobjetivo.....	46
5.2.1	Modelo de Crescimento da Carga e de Variação do Preço da Energia... 48	
5.2.2	Simulação Monte Carlo.....	49
6	Resultados	50
6.1	O sistema de 21 nós	50
6.2	Parâmetros utilizados pelo NSGA-II.....	53
6.3	Metodologia utilizada no processo de comparação de resultados	53
6.4	Resultados Obtidos	54
7	Considerações Finais	65
7.1	Trabalhos futuros	66
	Referências Bibliográficas	67
	Anexo I – Trabalhos apresentados em evento	72

Lista de Figuras

Figura 2.1: Exemplo de grafo. Fonte: Carrano, 2007 (adaptado)	9
Figura 2.2: Exemplo de árvore geradora. Fonte: Carrano, 2007 (adaptado).....	10
Figura 3.1 O conceito de função de pertinência para um conjunto clássico e uma função de pertinência gradual representando um conjunto nebuloso. Fonte: (Pedrycz, et al., 2007) (adaptado).....	21
Figura 3.2: Grau de Possibilidade entre dois números nebulosos	24
Figura 4.1: Representação da função de pertinência da função objetivo e da restrição. Fonte: Zimmermman, 1992 (adaptado).....	28
Figura 4.2 Exemplo do modelo de Bellman e Zadeh. Fonte: (Takahashi, 2004).....	30
Figura 4.3 Possível função de pertinência para uma restrição do problema.	32
Figura 5.1 Conjunto de Pareto para o problema de otimização com variáveis discretas. Fonte: (Carrano, et al., 2006).....	42
Figura 5.2 Cálculo feito para o <i>crowding distance</i> . Fonte: Adaptado de (Branke, et al., 2008).....	44
Figura 5.3: Representação da função de pertinência para as funções objetivo	45
Figura 5.4: Na figura é mostrado um modelo de crescimento de carga anual com $x_1 = 0.05$ e $\sigma_1 = 0.025$ e seu modelo equivalente para $ta = 10$ anos, com $x_1 = 0.629$ e $\sigma_1 = 0.28$. O aumento na incerteza do modelo é perceptível. Fonte: (Carrano, 2007).....	49
Figura 6.1. Sistema de 21 nós com conexões pré-existentes. Fonte: (Carrano, et al., 2006)	51
Figura 6.2. Sistema de 21 nós resultante da <i>Controlled-Greedy Encoding</i>	51
Figura 6.3. Rede gerada pela solução 5	57
Figura 6.4. Rede ótima para o cenário mais provável com taxa de infactibilidade $< 25\%$	59
Figura 6.5. Rede com menor custo médio de falhas.....	60
Figura 6.6. Melhor solução para mínima potência excedente	60
Figura 6.7. O conjunto de soluções Pareto ótimas f_1 x f_2	61

Lista de Tabelas

Tabela 5.1 Parâmetros utilizados.....	46
Tabela 6.1 Distribuição de probabilidade para o crescimento de carga e a variação no preço da energia.....	52
Tabela 6.2 Tipos de condutores	52
Tabela 6.3 Resultados preliminares	56
Tabela 6.4 Resultados encontrados	58
Tabela 6.5: Valores os seis critérios para as soluções encontradas pelo NSGA-II depois da análise de sensibilidade para a melhor execução dos enfoques da <i>fitness</i> nebulosa do NSGA-II, da teoria da Possibilidade e da Literatura.	58
Tabela 6.7 Resultados encontrados pelas duas abordagens.....	61
Tabela 6.8 Análise de todas as soluções	62
Tabela 6.9 Resultados para o cenário adicional.....	63
Tabela 6.10 Comparação dos resultados da proposta e com modificação	63
Tabela 6.11 Soluções encontradas com 150.000 avaliações de função.....	64

1 Introdução

O projeto de redes de distribuição de energia, o foco deste trabalho, se justifica pela importância econômica e social, visto que 85% da população brasileira é consumidora de energia elétrica, o que corresponde a 40% de toda a energia consumida no país (Soares, 2001). Também vale ressaltar que o sistema de distribuição é responsável por parte significativa das perdas ocorridas no sistema elétrico. A redução dessas perdas permite diminuir o custo da energia fornecida. Outro aspecto relevante é o cumprimento de regulamentações e manutenção da qualidade, pois esses sistemas estão diretamente ligados ao consumidor. Levando em consideração todos esses fatos, é possível perceber a importância da utilização de técnicas de otimização no planejamento e projetos desses sistemas, a fim de minimizar o custo total de investimentos.

No entanto, este tipo de projeto encontra sérios obstáculos em sua solução, o que se deve especialmente a sua natureza combinatória. Somando a isso, também é importante salientar que as redes de distribuição de energia elétrica são sistemas em constante mudança. Há a necessidade de expansão e reformulação, ao longo do tempo, para acompanhar a crescente demanda. Essas mudanças são difíceis de prever, devido às incertezas do processo.

Da mesma forma como acontece em muitos outros problemas, os dados disponíveis podem ser incertos, dificultando tratá-los matematicamente. Portanto, adotar um procedimento que seja capaz de converter o conhecimento prévio e experiências adquiridas para conjuntos modelados de maneira matemática, ajuda a reduzir as dificuldades ao se deparar com a imprecisão e subjetividade.

Utiliza-se a otimização nebulosa para superar a dificuldade da modelagem das incertezas no problema em questão. Existem diferentes maneiras disponíveis para tratar dados imprecisos. Neste trabalho, porém, estes foram tratados pela teoria dos conjuntos nebulosos, devido ao seu grande potencial já mostrado por trabalhos anteriores na modelagem de sistemas complexos.

1.1 Objetivos

O principal objetivo desse trabalho é utilizar otimização nebulosa para modelar as principais incertezas presentes no problema do projeto de redes de distribuição de energia elétrica durante o processo de otimização, e assim encontrar um maior número de soluções robustas por meio de um algoritmo genético para o caso mono- objetivo e multiobjetivo.

1.2 Motivação

Devido às incertezas que podem aparecer com o crescimento da demanda das cargas em cada nó ao longo do tempo é difícil definir com precisão uma rede adequada ao cenário futuro.

Os modelos de otimização encontrados na literatura (Tarôco, 2009; Souza, 2007; Carrano, 2006; Souza, et al., 2008) utilizaram para modelar o problema de projeto de sistemas de energia elétrica, mesmo na presença de incerteza, métodos clássicos de otimização. Nesses estudos, a *robustez*, aqui entendida como a capacidade de uma solução ser apropriada mesmo diante de diversos cenários, é medida ao final do processo de otimização.

Em geral, ao permitir um pouco de incerteza na modelagem do problema, tende-se a reduzir a complexidade e incrementa a credibilidade do modelo resultante. O desafio se torna desenvolver métodos pelos quais um nível ótimo de incerteza admissível pode ser estimado para cada problema. Os conjuntos nebulosos, conhecidos pela capacidade de expressar uma gradual transição de um valor pertencente ao conjunto, têm ampla utilidade, pois provém uma poderosa representação da incerteza e dos conceitos vagos expressos em linguagem natural. Sendo assim, as informações podem estar incompletas, imprecisas, fragmentadas, vagas ou deficientes em algum outro aspecto (Klir, et al., 1995).

Em face da incerteza, a otimização nebulosa, como demonstrado na literatura, é uma ferramenta capaz de representar as informações incertas em problemas complexos e, portanto, capaz de trazer também benefícios na modelagem do projeto de redes de distribuição de energia elétrica como será apresentado no decorrer deste trabalho.

1.3 Organização do Trabalho

O presente trabalho está estruturado da seguinte maneira: no Capítulo 1 é feita uma breve introdução sobre o assunto juntamente com os objetivos e motivação para elaboração do mesmo. O Capítulo 2 apresenta a formulação do projeto de redes de distribuição de energia elétrica, incluindo as funções objetivos e as restrições. No Capítulo 3 é mostrada uma breve revisão bibliográfica da teoria dos conjuntos nebulosos. O Capítulo 4 introduz a otimização nebulosa, bem como suas principais abordagens para resolver um problema de otimização. No Capítulo 5 são mostrados os algoritmos utilizados no projeto de redes de distribuição de energia. O Capítulo 6 apresenta os resultados para a modelagem proposta

CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO

em um sistema de testes. E, por fim, são feitas algumas considerações finais sobre o trabalho desenvolvido juntamente com os trabalhos futuros, no Capítulo 7.

2 Projeto de Redes de Distribuição de Energia Elétrica

Um projeto de redes de distribuição de energia elétrica diferencia-se por ser um problema de natureza complexa, combinatório e não-linear, cujo objetivo é encontrar uma rede de configuração ótima, o que inclui a definição da melhor topologia e a instalação dos condutores adequados. Isto ainda está sujeito às restrições técnicas, como atendimento à demanda e capacidade das linhas de transmissão (Pierre, 1993).

Durante o decorrer dos anos, no entanto, o projeto está suscetível à reestruturação e expansão para que continue atendendo as mudanças nas cargas, tais como a ligação de novos centros de carga e o crescimento das cargas existentes (Carrano et al., 2007). Essas mudanças dificultam ainda mais o problema além de introduzir incertezas no mesmo. Diante disso, o projeto deve considerar além da carga atual, a carga esperada em um determinado período de tempo. Essa incerteza na carga geralmente não é prevista com exatidão e, com isso, adotar uma rede que foi projetada para uma carga subestimada significa que o sistema não será capaz de atender à demanda e será necessário realizar um novo projeto. Por outro lado, superestimar a demanda, acarretará uma rede operando com parte de sua capacidade ociosa. Tendo em vista esse conflito, o uso de técnicas mais eficientes para planejar a expansão do sistema pode reduzir a necessidade de refazer o projeto inicial, minimizando o investimento total no sistema.

Com relação ao período de tempo a ser observado durante o planejamento, pode não ser eficiente considerar a expansão do sistema de distribuição em um curto período de tempo, pois a rede resultante desta análise provavelmente terá que ser planejada novamente

muito em breve. Quando um horizonte de tempo maior é considerado, o *designer* pode levar em conta uma condição mais global de cargas do sistema (Carrano et. al., 2008).

A variação da carga em cada nó do sistema está sujeita às incertezas ao longo do tempo. Cada variável incerta pode assumir um conjunto de valores, o que acarreta um conjunto de cenários de carga para o sistema inteiro. Este conjunto cresce exponencialmente com o número de nós, o que inviabiliza a otimização da configuração da rede considerando todos os cenários. Visto a dificuldade de encontrar a solução ótima para este problema, a maioria das metodologias considera um único cenário (o mais provável), ao invés de considerar todo o conjunto de possíveis cenários.

Da mesma forma como encontrado na literatura, a princípio neste trabalho também assume conhecida, para a expansão da rede de distribuição, a previsão da demanda para cada nó em um dado horizonte de tempo. É considerado um cenário de carga médio ou o mais provável e, para isso, leva-se em conta apenas a média de crescimento anual da carga para prever o cenário futuro. Em um segundo momento, há a avaliação de outros cenários gerados aleatoriamente a fim de analisar o comportamento das soluções encontradas.

Devido ao fato do problema em questão ser de natureza discreta e por isso geralmente com descontinuidades no espaço onde as variáveis de decisão estão definidas, os métodos aplicáveis ficam reduzidos. Os métodos determinísticos contínuos para otimização não-linear e baseados em direções de busca, não são recomendados neste caso, pois dependem de cálculos da derivada, que não existem no espaço das soluções do problema de redes, por exemplo.

Por outro lado, existem técnicas que constroem árvores de possibilidades e garantem a obtenção do ótimo global, como o Branch-and-Bound (Vanderbei, 2001). No entanto, estas possuem custo computacional elevado, tornando-as difíceis de executar. Outros algoritmos específicos, como Dijkstra (Dijkstra, 1959) para o problema do caminho

mínimo, Kruskal (Ahuja, et al., 1993) que busca a árvore geradora mínima e Ford-Fulkerson (Bazaraa, et al., 1991) que calcula o fluxo máximo, apresentam grande eficiência nas situações em que foram propostos, porém com uso limitado em outros problemas. Versões discretas do Simplex (Vanderbei, 2001) também podem ser aplicadas, desde que as funções sejam lineares; em problemas não-lineares, entretanto, estes precisam ser aproximados por funções de primeira ordem, o que normalmente compromete o resultado final.

A dificuldade do uso das técnicas descritas acima motiva a utilização de métodos heurísticos na solução de problemas dessa natureza. Dentre eles, os algoritmos evolucionários se destacam principalmente por sua flexibilidade e robustez, especialmente por não necessitarem de diferenciabilidade ou convexidade. As referências, Carrano et al. (2010), Souza et al. (2011) e Tarôco et al (2010) apresentam alguns exemplos do emprego de algoritmos evolucionários no projeto de redes de distribuição de energia elétrica.

Em Carrano et al.(2007) são apresentadas as abstrações de conceitos contínuos, capazes de gerar conceitos análogos no espaço discreto, onde as redes são definidas e proporciona buscas locais e operadores específicos para garantir a factibilidade das redes geradas. Muitas dessas contribuições são utilizadas nas referências citadas abaixo, bem como no presente trabalho.

Em (Souza, et al., 2011), é desenvolvida uma implementação de algoritmos meméticos, utilizando um algoritmo de seleção clonal mono-objetivo com métodos de busca local. As incertezas são tratadas por meio de uma análise de sensibilidade multiobjetivo, onde cenários diversos são obtidos por Simulação de Monte Carlo.

Já o trabalho desenvolvido por (Tarôco, et al., 2010) apresenta uma modelagem multiobjetivo para o problema do projeto de redes de distribuição de energia elétrica com o objetivo de encontrar soluções robustas para o problema na presença de incertezas,

avaliando-as também através do Método de Monte Carlo e comparando seus resultados com Souza et al. (2011).

Já o presente trabalho utiliza os conjuntos nebulosos a partir da modelagem determinística apresentada em Tarôco et al. (2010), com o objetivo de incorporar as incertezas presentes no projeto de redes. Os resultados encontrados nos dois últimos trabalhos citados são comparados com os deste pela análise de sensibilidade.

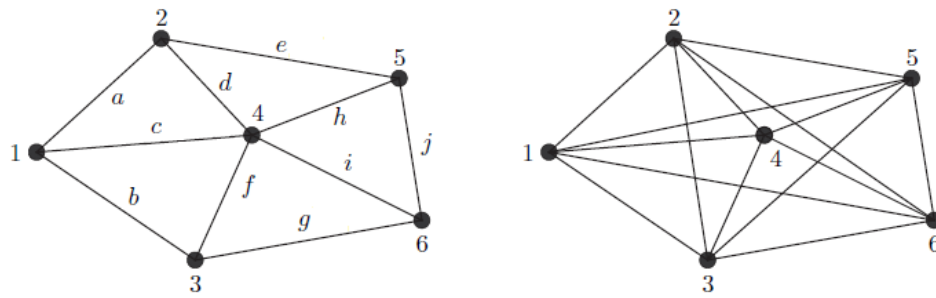
2.1. Representação das Variáveis do Projeto de Redes de Distribuição de Energia Elétrica

Uma rede de distribuição pode ser modelada como um grafo planar, em que cada possível conexão entre um par de nós representa uma variável de decisão do problema de otimização. Sendo assim, esta seção pretende apresentar brevemente os principais conceitos sobre grafos, indispensáveis para uma melhor compreensão desta dissertação.

2.1.1. Grafos

Um grafo, denotado por $G = (V, A)$, é definido como um conjunto V de nós (ou vértices), um conjunto A de arestas e uma matriz de adjacência M_A , que associa a cada aresta $a \in A$ um par não ordenado de vértices de V (não necessariamente distintos), chamados de extremos de a (Bondy, et al., 1976).

Os grafos utilizados para representar as redes de distribuição de energia elétrica são não-direcionais e sem pesos associados às conexões, representados por grafos planares estruturados como árvores. A Figura 2.1a apresenta um exemplo de grafo não-direcional, $G(V, A)$, com seis vértices dados por $V = [1, 2, 3, 4, 5, 6]$ e dez arestas representadas por $A = [a, b, c, d, e, f, g, h, i, j]$. Já a Figura 2.1b apresenta o grafo completo para o conjunto de vértices do grafo da Figura 2.1a.



(a) Grafo com 6 vértices e 10 arestas (b) Grafo completo

Figura 2.1: Exemplo de grafo. Fonte: Carrano, 2007 (adaptado)

No problema em questão, não é permitido o estabelecimento de caminhos fechados no grafo (*loops*). Dessa forma, o conjunto de arestas possíveis em uma rede de n nós pode ser representado pela matriz de adjacência M_A apresentada na Equação 2.1.

$$M_A[i, j] = \begin{cases} 0, & \text{se } i = j \\ 1, & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad i, j, \dots, n \quad (2.1)$$

Já a Equação 2.2 determina o número de arestas (m) presente no grafo completo G_C .

$$m = \frac{n(n-1)}{2} \quad (2.2)$$

2.1.2. Árvores

As árvores, uma estrutura particular e uma das classes mais importantes de grafos, são aplicadas na solução de grande variedade de problemas práticos. Sendo $G(V, A)$ um grafo qualquer, pode-se definir que G é uma árvore, se e somente se, G é um grafo conexo e sem ciclos. Dessa definição, derivam alguns teoremas importantes sobre árvores (Narsingh, 1984):

Teorema 2.1 Existe um e apenas um caminho, entre qualquer par de vértices em uma árvore.

Teorema 2.2 Uma árvore com n vértices tem $n - 1$ arestas.

Em Narsingh (1984) é possível encontrar as demonstrações relativas a esses teoremas. Vale observar ainda uma importante característica nas árvores: a remoção ou adição de um ramo na mesma faz com que ela deixe de ser uma árvore. A remoção de uma aresta faz com que o grafo deixe de ser conexo e a adição de uma aresta insere um ciclo no grafo.

Outro importante teorema sobre grafos que se apresentam na forma de árvore é mostrado por (Cayley, 1989):

Teorema 2.3 Teorema de Cayley Em um grafo completo G_c , com n vértices e $m = \frac{n \cdot (n-1)}{2}$ arestas, existem n^{n-2} árvores que são sub-grafos de G_c .

O teorema mostra o número de soluções possíveis para o problema de redes representadas por grafos em árvore. A dimensão do espaço de busca desse problema cresce exponencialmente com o número de nós.

Uma árvore em particular, que tem grande importância no contexto de otimização, é a árvore geradora mínima. Seja $G(V, A)$ um grafo conexo e suponha que cada aresta $a \in A$ tem peso conhecido $p(a) > 0$. Deseja-se encontrar um sub-grafo conexo $G'(V, A')$ cujo peso total $\sum p(a)$ é mínimo. Uma vez que esse sub-grafo não possui ciclos e possui peso mínimo, ele é uma árvore, e nesse caso, chamada de árvore geradora mínima.

A Figura 2.2 representa uma árvore, com os pesos $p = [a, b, c, d, h, j]$.

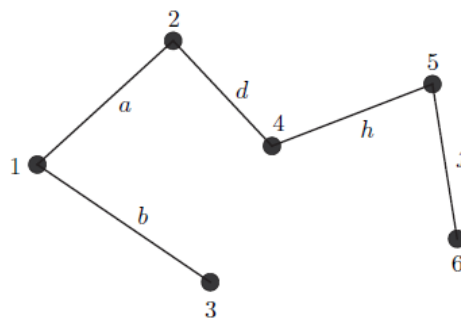


Figura 2.2: Exemplo de árvore geradora. Fonte: Carrano, 2007 (adaptado).

2.1.3. Representação das variáveis

O grafo completo G_c que atende às características desejadas (nesse caso, devem ser árvores) define o espaço de busca do problema de otimização, assim cada aresta do grafo representa uma variável do problema.

Para representar as soluções do problema, a Equação (2.3) apresenta uma possível codificação para m variáveis e n nós em um vetor X . A princípio, $x_i = 1$, significa que os nós referentes à conexão i estão conectados e se $x_i = 0$, que não existe conexão entre eles. No entanto, uma codificação binária conforme descrito acima não representa a situação adequadamente, pois cada conexão pode possuir valores diferentes já que elas também representam o tipo de cabo a ser utilizado com características técnicas próprias. A representação proposta em (Ramírez-Rosado, et al., 1998) atende esses aspectos. Nesta codificação, cada conexão possível pode assumir valores inteiros que variam de 0 a tc , onde tc é o número de tipos de conexões possíveis.

$$\begin{array}{l}
 \text{de} \quad 1 \quad 1 \quad \dots \quad 2 \quad 2 \quad \dots \quad n_n - 1 \\
 \text{para} \quad 2 \quad 3 \quad \dots \quad 3 \quad 4 \quad \dots \quad n_n \\
 X = [x_1, \quad x_2 \quad \dots \quad x_n \quad x_{n+1} \quad \dots \quad x_m] \quad x_i \in \mathbb{Z} / x_i \in [0, tc] \quad (2.3)
 \end{array}$$

2.2. Controle dimensional em problemas de redes

O problema de redes encontra dificuldades com o crescimento do número de conexões possíveis, como demonstrado pela Equação 2.2, dificultando a resolução de redes de grande dimensão. No entanto, o conhecimento prévio pode ser incorporado a fim de reduzir o número de conexões possíveis. Isso significa, por exemplo, ignorar conexões entre nós que não possam ser conectados diretamente ou ainda retirar manualmente aquelas

que dizem respeito a nós separados por longas distâncias, ou que sejam improváveis. Este procedimento pode ser executado de duas maneiras:

- Inclusão de Conexões: inicia-se de um conjunto de conexões vazio, prosseguindo com a inclusão das conexões viáveis para o problema; e
- Exclusão de Conexões: inicia-se de um conjunto de conexões com todas as conexões possíveis, e exclui uma a uma as conexões consideradas inviáveis para o problema.

O primeiro método é menos trabalhoso para o projetista, porém ele pode levar a soluções inadequadas, uma vez que a não inclusão de uma conexão presente na solução ótima exclui a possibilidade de se encontrar a mesma. Já o segundo método permite a obtenção da solução ótima, no entanto, ele é muito mais trabalhoso.

Diante dessa dificuldade e com o intuito de tornar o processo automático, foi utilizada a técnica *Controlled-Greedy Encoding* de redução dimensional (Carrano, 2007; Carrano et al., 2006). Essa técnica foi inspirada nos algoritmos gulosos¹, porém utiliza recursos que controlam a “gula”. O resultado da aplicação deste método é um número menor de variáveis, sendo ainda possível a aplicação do conhecimento do projetista para a inclusão ou exclusão de arestas após a aplicação da técnica.

2.3. Representação das Redes no Espaço Contínuo

O projeto de redes de distribuição de energia consiste basicamente na busca da topologia ótima da rede e na escolha do tipo ótimo de cabo a ser utilizado em cada conexão.

¹ Os algoritmos gulosos (*greedy algorithms*) se baseiam na idéia básica de conectar cada nó ao nó mais próximo o que geralmente conduz a ótimos locais.

Tanto a estrutura de rede quanto os tipos de conexão afetam diretamente o desempenho, visto que existe uma forte ligação entre eles e por isso devem ser tratados simultaneamente no projeto de redes.

No caso das operações baseadas no espaço vetorial, estas garantem certa generalidade aos Algoritmos Evolucionários em problemas contínuos, pois as perturbações feitas neste espaço geram soluções ainda com sentido real, no entanto, o mesmo não ocorre quando as perturbações são feitas em uma solução no espaço discreto, pois elas podem gerar redes que não fazem nenhum sentido prático.

Ao considerar a possibilidade de tratar as soluções inactíveis geradas, pode-se obter resultados insatisfatórios, como por exemplo:

- A propagação de soluções inactíveis;
- A substituição das soluções inactíveis por novas soluções pode implicar em perda de eficiência do algoritmo e aumento do custo computacional;
- A substituição de soluções inactíveis por soluções factíveis já presentes na população, diminui a diversidade de busca;
- A adequação de soluções inactíveis para torná-las factíveis, pode ter um custo computacional muito elevado.

Uma opção eficiente e capaz de lidar com este problema é a utilização de operadores de cruzamento e de mutação adaptados para a busca da rede ótima, tais como os operadores construídos em (Carrano, et al., 2006).

2.4. Formulação do Problema de Redes de Distribuição de Energia Elétrica

Para a formulação do problema, é preciso antes observar três aspectos básicos (Willis, et al., 1996):

- Minimização do investimento de instalações e redimensionamentos no sistema;
- Minimização dos custos de manutenção;
- Minimização das perdas de energia.

Há também quatro restrições importantes que devem ser consideradas, devido a requisitos técnicos e conformidade com a legislação estabelecida pelos órgãos reguladores:

- Atendimento de todos os consumidores;
- Manutenção da estrutura da rede;
- Trabalhar sob a capacidade de transferência de potências das linhas;
- Cumprimento dos níveis de tensão regulamentados.

Além disso, considerando a representação de redes apresentada na Eq. 2.3, onde x é o vetor de variáveis de decisão composto por m elementos, e sendo $f_c(X)$ uma função de X que se deseja minimizar, pode-se formular o problema do projeto de redes da seguinte forma:

$$\begin{aligned} x^* &= \arg \min f_c(X) \\ \text{Sujeito a: } x &\in F_x \subset G_c \end{aligned} \quad (2.4)$$

onde:

F_x é o conjunto de redes factíveis;

G_c é um grafo completo.

Resolver a Eq. 2.4 consiste em determinar dentre todos os pontos viáveis \mathbf{x} , o ponto \mathbf{x}^* para o qual a avaliação da função objetivo retorna o menor valor, isto é, $f_c(\mathbf{x}^*)$ é mínimo.

Para a modelagem nebulosa que será apresentada no Capítulo 4, é considerado o problema multiobjetivo determinístico como apresentado em (Tarôco, et al., 2010), representado pela Equação (2.5) conforme mostrado a seguir:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^* &= \arg \min \begin{cases} f_{mc}(N) \\ f_{fc}(N) \\ -f_{mep}(N) \end{cases} & (2.5) \\ \text{Sujeito a:} & \quad \mathbf{x} \in F_x \subset G_c \end{aligned}$$

onde:

$f_{mc}(N)$ é o custo monetário da rede N (dado em \$)

$f_{fc}(N)$ é o custo de faltas da rede N (dado em \$)

$-f_{mep}(N)$ é a mínima potência excedente em cada linha da rede N (dada em kW).

A resolução de (2.5) consiste então em minimizar o custo monetário (instalação, manutenção e perdas de energia), o custo das faltas e maximizar a mínima potência excedente em cada linha, todos estes referentes à rede analisada.

Para o problema multiobjetivo definido em (2.5), em geral não existe um único ponto $\mathbf{x} \in F_x$ em que $f(\cdot)$, o vetor de funções objetivo, atinge valor mínimo para todas as funções. Então:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^* &= \{ \mathbf{x}^* \in F_x \mid \nexists z \in F_x \text{ tal que} & (2.6) \\ & f(z) \leq f(\mathbf{x}^*) \text{ e } f(z) \neq f(\mathbf{x}^*) \} \end{aligned}$$

No qual os operadores relacionais \leq e \neq são definidos, para os vetores $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in R^m$, como:

$$\mathbf{u} \leq \mathbf{v} \Leftrightarrow u_i < v_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \quad (2.7)$$

$$\mathbf{u} \neq \mathbf{v} \Leftrightarrow u_i \neq v_i \quad \exists i = 1, 2, \dots, m$$

Os pontos $x \in F_x$ que não pertencem ao conjunto x^* são ditos dominados, uma vez que há alguns outros pontos, $z \in F_x$, em $f(z)$ é melhor que $f(x)$ em pelo menos uma coordenada, sem ser pior em qualquer outra coordenada. Neste caso, z domina x . As soluções que pertencem ao conjunto x^* são ditas soluções eficientes, uma vez que não são dominadas por nenhum outro ponto.

Os três aspectos citados por (Willis, et al., 1996) são agregados em uma única função objetivo, pois todos eles representam grandezas econômicas e se diferem apenas no momento em que os recursos financeiros são aplicados (Ramírez-Rosado, et al., 1998) (Carrano, et al., 2006).

Nas próximas seções serão detalhadas as funções objetivo apresentadas na Equação (2.5).

2.4.1. Função Custo Monetário da Rede

A equação (2.8) representa a função custo monetário e as restrições para o problema de redes de distribuição de energia elétrica.

$$\begin{aligned}
 f_{mc}(N) &= \sum_{i=1}^m Y_i^N \cdot IC(N_i) + \sum_{t=1}^{at} \{ \sum_{i=1}^m Y_i^N [MC(N_i) + LC_i] \} (1 - int \ r^t)^{t-1} \\
 c_1: \quad &\sum_{i=1}^m Y_i^N = |V| - 1 \\
 c_2: \quad &\sum_{i=1}^m Y_i^N \leq |S| - 1 \\
 c_3: \quad &I_i \leq I_{max}(N_i) \quad \forall i \in N \\
 c_4: \quad &0,94 \leq V_i^n \leq 1.08 \quad \forall i \in N
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

onde:

N é a rede avaliada;

m é o número de conexões possíveis;

at é o tempo previsto para o projeto;

$f_{mc}(N)$ é o custo monetário no tempo presente da rede N (em \$);

Y_i^N é 1 se a conexão está presente na rede N ou 0 caso contrário;

N_i é o tipo de ramo utilizado na conexão i ;

$IC(N_i) = l_i \cdot brc(N_i)$ é o custo total da instalação (ou substituição) do ramo i (em \$);

$MC(N_i) = l_i \cdot mnc(N_i)$ é o custo total de manutenção do ramo i (em \$/ano);

$LC_i = 8769 \cdot l^f \cdot en^{tax} \cdot P_i^l$ é o custo total de perdas do ramo i (em \$/ano);

int^{rt} é a taxa de juros anual;

V é o conjunto de nós da rede N ;

S é o conjunto de nós induzido pelo conjunto de conexões N ;

I_i é a corrente no ramo i ;

V_i^n é a tensão do nó i ;

l_i é o comprimento da conexão i (em km)

$brc(N_i)$ é o custo do ramo de tipo N_i (em \$/km);

$mnc(N_i)$ é o custo de manutenção do ramo de tipo N_i (em \$/km/ano);

l^f é o fator de perda;

en^{tax} é a tarifa de energia (em \$/kWh);

P_i^l é a perda de energia no ramo i (em kW)

A função objetivo descrita acima contempla os custos fixos de instalação e os custos variáveis de manutenção e de perdas de energia. Os custos de instalação e de manutenção dependem do comprimento e do tipo de cabo utilizado nas conexões. Já os custos com perdas de energia são relacionados à topologia da rede, ao tipo de cabo e à condição de operação considerada no projeto.

As variáveis do problema são significativamente relacionadas, já que as alterações nas conexões ou tipos de ramos afetam todo o fluxo de potência da rede. Isso torna ineficientes as abordagens que tratam o problema por partes isoladas, obtendo primeiro a topologia para depois ajustar os tipos de conexão.

2.4.2. Função Custo de Falta na Rede

Mesmo as interrupções breves têm um profundo impacto nas empresas e na indústria, além de afetar também os clientes domésticos, causando prejuízos financeiros à concessionária e aos clientes. Assim a confiabilidade do sistema de distribuição de energia elétrica deve ser considerada durante o projeto, e diante disso dois novos aspectos são observados no planejamento:

- Minimização do número de interrupções;
- Minimização do tempo das interrupções.

A Equação (2.9) representa a função que estima a confiabilidade do sistema através do custo causado pelas falhas no sistema.

$$f_{fc}(N) = \sum_{t=1}^{at} \left\{ \sum_{i=1}^m Y_i^N \cdot \lambda(N_i) \cdot l_i [r(N_i) \cdot P_i^A \cdot en^{tax} + fl^{tax}] \right\} (1 - int^{rt})^{t-1} \quad (2.9)$$

onde:

$f_{fc}(N)$ é o custo de falta da rede N (em \$);

$\lambda(N_i)$ é a taxa de falha do ramo de tipo N_i (em falhas/km.ano);

$r(N_i)$ é a duração média por falta do ramo de tipo N_i (em h/falha);

P_i^A é a potência ativa no ramo i (em kW);

fl^{tax} é o custo médio por falha.

2.4.3. Função Mínima Potência Excedente em Cada Linha

A otimização tradicionalmente adotada considera o cenário mais provável, no entanto, a ocorrência de um cenário distinto pode tornar algumas redes inadequadas ou ineficazes. A maximização da mínima potência excedente visa possibilitar a busca de redes capazes de melhor lidar com as incertezas, pois as redes bem avaliadas nesse critério

apresentam boa capacidade ociosa, que pode ser ocupada com uma demanda adicional.

Esta função é mostrada na Equação (2.10).

$$f_{mep}(N) = \left(\min_i \left(\frac{PMx_i - PLn_i}{PLn_i} \right) \right) \quad (2.10)$$

onde:

$i = 1, \dots, n$;

n é o número de linhas;

PLn_i é a potência que flui na linha i ;

PMx_i é a máxima potência que pode fluir na linha i .

3 Teoria dos Conjuntos Nebulosos

Este capítulo se dedica aos conceitos mais importantes da Teoria dos Conjuntos Nebulosos utilizados para o desenvolvimento do presente trabalho.

O conceito de informação está intimamente conectado com a incerteza. O aspecto mais fundamental é que a incerteza resulta de algum tipo de informação deficiente. Existem diversos estudos dedicados a classificação dos tipos de incertezas e suas teorias. Não é intenção deste trabalho discorrer sobre elas, mas sim, apresentar algumas questões relevantes e pesquisas relacionadas, focando na Teoria dos Conjuntos Nebulosos.

A apresentação da Teoria dos Conjuntos Nebulosos por Zadeh (1965) introduziu conceitos matemáticos de natureza imprecisa e vaga. Essa técnica tem sido bastante aplicada em diversas áreas do conhecimento para resolver principalmente problemas de controle, classificação e modelagem. Alguns desses problemas até então intratáveis por técnicas clássicas, tiveram êxito com a utilização da teoria dos conjuntos nebulosos.

A teoria dos conjuntos nebulosos é capaz de lidar com vários tipos de incertezas, devido a sua habilidade de manipular informações aproximadas, imprecisas, ou ainda, de natureza lingüística.

Em 1970, com Bellman e Zadeh, a teoria dos conjuntos nebulosos foi introduzida em problemas de Programação Matemática para ambientes imprecisos e incertos. Muitos estudos se seguiram com extensão das teorias para a programação linear, não-linear, inteira e mista. Mais recentemente intensificou-se a aplicação da teoria de conjuntos nebulosos para modelar incertezas presentes em problemas que se apresentam em forma de grafos.

3.1 Conceitos importantes

Ao contrário dos conjuntos clássicos, os conjuntos nebulosos expressam o grau no qual um elemento pertence a um determinado conjunto. Estes são definidos por uma função de pertinência que associa a cada ponto um número real no intervalo $[0,1]$. Esse grau varia entre 0 e 1 e denota o grau da função de pertinência de um elemento dado em um conjunto dado, e quanto mais próximo da unidade maior será o grau de pertinência ao conjunto.

O exemplo presente em (Pedrycz, et al., 2007) ajuda a esclarecer melhor as características dos conjuntos nebulosos. Por exemplo, como mostrado na Figura 3.1, uma pessoa com a altura de 1,5m é considerada pertencente ao conjunto de pessoas baixas enquanto outra com 1,8 m é considerada pertencente ao conjunto de pessoas altas (assumindo o modelo clássico), porém na perspectiva nebulosa, no primeiro caso a pessoa é 0,8 baixa e 0,2 alta, e no segundo caso, a pessoa é 0,6 baixa e 0,6 alta.

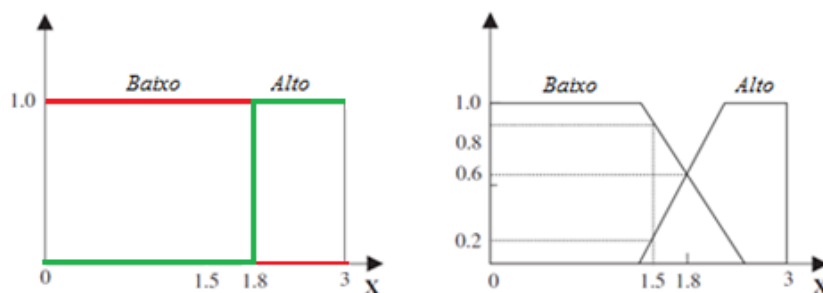


Figura 3.1 O conceito de função de pertinência para um conjunto clássico e uma função de pertinência gradual representando um conjunto nebuloso. Fonte: (Pedrycz, et al., 2007) (adaptado)

Como dito anteriormente, os conjuntos nebulosos lidam principalmente com o conceito de elasticidade, imprecisão, ou a ausência de limites bem definidos. Em contrapartida, quando se trata de conjuntos clássicos temos fronteiras rígidas e a falta de grau de pertinência.

Não existe uma única função para expressar a pertinência a um dado conjunto, a escolha depende do contexto e pode ser subjetiva.

A princípio, qualquer função do tipo $\mu_S: x \rightarrow [0,1]$ descreve uma função de pertinência associada ao conjunto nebuloso S . Os principais tipos de função de pertinência são a triangular, a gaussiana e a trapezoidal.

Da mesma forma como na teoria dos conjuntos clássicos, também é possível operar com conjuntos nebulosos para obter novos conjuntos nebulosos. As operações devem possuir propriedades para cumprir a semântica da operação pretendida, e ser flexível para atender os requisitos da aplicação (Pedrycz, et al., 2007). As operações mais comuns são o complemento, a interseção, efetuadas utilizando *t-normas*, e a união, efetuadas por meio de *t-conormas* ou *s-normas*.

Uma *t-norma* é uma função $t: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ que satisfaz os quatro axiomas a seguir:

$$\begin{aligned}
 t(x, 1) = x \text{ e } t(x, 0) = 0 & \quad \forall x \in [0,1] \\
 t(x_1, x_2) = t(x_2, x_1) & \quad \forall x \in [0,1] \\
 t(x_1, T(x_2, x_3)) = t(t(x_1, x_2), x_3), & \quad \forall x \in [0,1] \\
 \text{Se } x_1 \leq x_2, \text{ então } t(x_1, x_3) \leq t(x_2, x_3), & \quad \forall x \in [0,1]
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Embora qualquer função que atenda a esses axiomas possa ser considerada uma *t-norma*, algumas são mais utilizadas.

$$\begin{aligned}
 \text{Mínimo:} \quad t(x_1, x_2) &= \min(x_1, x_2) \\
 \text{Produto:} \quad t(x_1, x_2) &= x_1 \cdot x_2 \\
 \text{Produto Limitado:} \quad t(x_1, x_2) &= \max(0, x_1 + x_2 - 1) \\
 \text{Produto Drástico:} \quad t(x_1, x_2) &= \begin{cases} x_2, & \text{se } x_1 = 1 \\ x_1, & \text{se } x_2 = 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

Uma *s-norma* é uma função $: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ que satisfaz os quatro axiomas a seguir:

$$\begin{aligned}
 u(x, 0) &= x \text{ e } u(x, 1) = 1 & \forall x \in [0,1] \\
 u(x_1, x_2) &= u(x_2, x_1) & \forall x_i \in [0,1] \\
 u(x_1, S(x_2, x_3)) &= u(u(x_1, x_2), x_3) & \forall x_i \in [0,1] \\
 \text{Se } x_1 \leq x_2, \text{ então } & u(x_1, x_3) \leq u(x_2, x_3) & \forall x \in [0,1]
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Qualquer função que atenda a esses axiomas pode ser considerada uma *s-norma*.

Como exemplo, as mais empregadas são:

$$\begin{aligned}
 \text{Máximo:} & & u(x_1, x_2) &= \max(x_1, x_2) \\
 \text{Soma probabilística:} & & u(x_1, x_2) &= x_1 + x_2 - x_1 \cdot x_2 \\
 \text{Soma Limitada:} & & u(x_1, x_2) &= \min(1, x_1 + x_2) \\
 \text{Soma drástica:} & & u(x_1, x_2) &= \begin{cases} x_2, & \text{se } x_1 = 0 \\ x_1, & \text{se } x_2 = 0 \\ 1, & \text{caso contrário} \end{cases}
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

A opção pela melhor *t-norma* ou *s-norma* a ser utilizada depende do problema abordado, mas, em geral, qualquer uma pode ser usada. Essa escolha é muito importante, pois o resultado de um sistema baseado em conjuntos nebulosos depende diretamente dos resultados de tais operadores.

As representações e manipulações aritméticas de quantidades imprecisas também podem ser feitas utilizando a teoria de números nebulosos. Entretanto, a comparação entre dois ou mais números, intervalos e conjuntos nebulosos não é fácil. Existem na literatura vários enfoques que foram desenvolvidos para conseguir compará-los, sendo que cada um é baseado em um ponto de vista diferente ou leva em consideração possíveis necessidades específicas do problema (Silva, 2009).

Uma forma de comparar números nebulosos é obter a partir do conjunto nebuloso encontrado um valor determinístico de saída. Este processo é conhecido por *defuzzificação*.

O método centróide é o mais usado e é apresentado a seguir:

$$F_1(A) = \frac{\left(\int_{a_i}^{a_s} x \mu_A(x) dx \right)}{\left(\int_{a_i}^{a_s} \llbracket \mu_A(x) \rrbracket dx \right)} \tag{3.5}$$

onde a_i e a_s são os limitantes inferior e superior de A . O valor F_1 representa o centro do número nebuloso $A \in N(\mathbb{R})$.

Por outro lado, a teoria da possibilidade é uma medida para comparar números nebulosos que foca na imprecisão, diferentemente do centróide, pois naquela é intrínseco na linguagem natural e é assumido ser mais possibilístico que probabilístico.

Suponha dois números nebulosos A e B . Podemos dizer que A tem um grau de possibilidade de ser menor que B dado por:

$$Poss(A(\leq)B) = \sup(\min(\mu_A(x), \mu_B(y))) \quad (3.6)$$

Para encontrar um conjunto nebuloso utilizando a teoria de possibilidade, é necessário encontrar todas as soluções que possuem algum grau de possibilidade de ser a solução ótima e comparar estas soluções para obter o grau de possibilidade de cada uma (Okada, et al., 2000). A Figura 3.2 representa a comparação de dois números triangulares nebulosos de acordo com a Equação (3.6).

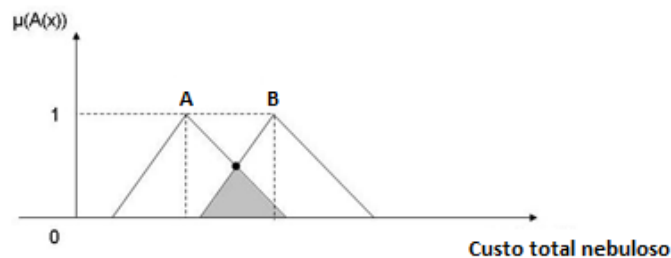


Figura 3.2: Grau de Possibilidade entre dois números nebulosos

Porém essa comparação torna o problema de difícil solução, pois além de ter que enumerar todas as soluções, a comparação entre elas torna o problema NP-difícil (Takahashi, 2004).

A teoria da possibilidade tem sido bastante empregada especialmente em trabalhos cujo objetivo é comparar custos nebulosos em problema de caminho mínimo (Okada, et al., 2000) (Takahashi, 2004), do Caixeiro Viajante (Carvalho, 2007), para árvore geradora mínima (Almeida, et al., 2005), entre outros.

CAPÍTULO 3: TEORIA DOS CONJUNTOS NEBULOSOS

Para aprofundar no estudo tema, podem ser consultadas as referências (Dubois e Prade (1980); Jang et al. (1997); Gomide e Pedrycz (1998)).

4 Otimização Nebulosa

Diante de um problema de otimização, pretende-se encontrar uma ou mais soluções, entre todas as soluções viáveis que correspondem a minimização (ou a maximização) de um ou mais objetivos específicos e que satisfazem todo conjunto de restrições, se houver.

Uma importante tarefa deste processo consiste em construir o modelo matemático adequado ao problema, pois nesta fase são definidos os itens que nortearão todo o processo de busca, tais como: as variáveis de decisão, as funções objetivo e as restrições, além dos limites de cada variável. Com essas informações disponíveis é então possível utilizar um algoritmo de otimização (determinístico ou estocástico) para encontrar o ótimo do modelo proposto.

A diferença básica entre a otimização de um objetivo e de vários é que o primeiro caso envolve apenas uma função objetivo e normalmente resulta em uma única solução. Já no segundo caso, considera um conjunto de objetivos conflitantes, o que levará a várias soluções também conflitantes, chamadas soluções ótimas de Pareto, ou soluções não dominadas. Apesar da existência de múltiplas soluções ótimas, na prática, geralmente apenas uma destas soluções é escolhida (Branke, et al., 2008). A princípio, neste tópico serão tratados os problemas com um único objetivo e, em algumas situações, os conceitos nebulosos apresentados poderão ser estendidos a vários objetivos, como será mostrado posteriormente.

O modelo clássico mono-objetivo restrito de otimização pode ser expresso segundo a equação a seguir:

$$\begin{aligned}x^* &= \arg \min f(\mathbf{x}) \\ \text{Sujeito a: } & g_i(\mathbf{x}) \leq 0 \quad i = 1, \dots, m \\ & h_j(\mathbf{x}) = 0 \quad j = 1, \dots, r \\ & \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n\end{aligned} \tag{4.1}$$

Onde \mathbf{x} é o vetor de variáveis de decisão composto por n elementos, $f(\mathbf{x})$ é a função objetivo, $g_i(\mathbf{x})$ e $h_j(\mathbf{x})$ as restrições de desigualdade e igualdade, respectivamente. Define-se conjunto viável S da Equação (4.1) como sendo o conjunto de pontos para os quais as restrições não são violadas, isto é:

$$S = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \forall i \in \{1, \dots, m\} \wedge \forall j \in \{1, \dots, r\}, g_i(\mathbf{x}) \leq 0 \text{ e } h_j(\mathbf{x}) = 0\} \quad (4.2)$$

Resolver (4.1) consiste em determinar dentre todos os pontos viáveis \mathbf{x} , o ponto \mathbf{x}^* para o qual a avaliação da função objetivo retorna o menor valor possível, isto é, $f(\mathbf{x}^*)$ é mínimo.

Os métodos de otimização convencionais assumem que o modelo e os parâmetros do projeto são conhecidos e exatos. Porém, o que ocorre em muitas situações reais é presença de informações incompletas ao definir o conjunto de dados necessários.

Dessa forma, a consideração das imperfeições na construção dos modelos matemáticos é importante porque permite melhorar a qualidade das soluções encontradas. A teoria dos conjuntos nebulosos mostrou ser um meio efetivo para modelar essas imperfeições nas informações em problemas não lineares, complexos e mal definidos, em que normalmente existem muitas variáveis e por muitas vezes com valores estabelecidos por processos subjetivos. Como exemplo de aplicação dessa abordagem, existem muitos trabalhos em diversas áreas de otimização (Zimmerman, 1992) (Herrera, 1994) (Cantão, 2003) (Chandras, et al., 2005), e mais recentemente na teoria de grafos (Klein, 1991) (Okada, et al., 2000) (Gómez, et al., 2006) (Takahashi, 2004), isso é possível devido a sua fácil implementação e tolerância natural aos dados imprecisos.

A Otimização Nebulosa (*Fuzzy Optimization*), portanto, refere-se à formulação de problemas de otimização cujos parâmetros, restrições e/ou função objetivo são considerados flexíveis, aproximados ou incertos e por isso são representados por conjuntos nebulosos (Gen, et al., 2000).

Bellman e Zadeh (1970), em seu trabalho pioneiro, sugeriram um modelo para decisão em ambiente nebuloso que representa a incerteza por meio de conjuntos nebulosos usando funções de pertinência para permitir certo tipo de flexibilidade de objetivos e restrições. A partir disso, é realizada uma interseção, de todas as funções de pertinência do conjunto, chamado de nível de satisfação (Zimmerman, 1992).

É fundamental, nessa abordagem, que haja simetria entre objetivos e restrições, o que permite que esses sejam tratados exatamente na mesma maneira. Essa característica dá a decisão como um conjunto nebuloso resultante da intersecção dos conjuntos nebulosos correspondentes para o objetivo e restrições. Em contrapartida, os modelos não simétricos mantêm a distinção entre objetivos e restrições (Bector, et al., 2005)

A decisão nebulosa pode ser ilustrada pelo exemplo a seguir (Zimmerman, 1992). Considere uma função objetivo em que “x deveria ser substancialmente maior que 10”, e como restrição “x deveria ser na vizinhança de 11”. Para O objetivo e a restrição podem ser expressos pelas seguintes funções de pertinência, respectivamente:

$$\mu_f(\mathbf{x}) = \begin{cases} (1 + (x - 10)^{-2})^{-1}, & \text{se } x \leq 10 \\ 0, & \text{se } x > 10 \end{cases} \quad (4.3)$$

e,

$$\mu_g(\mathbf{x}) = (1 + (x - 11)^4)^{-1} \quad (4.4)$$

A Figura 4.1 mostra essa relação entre o conjunto nebuloso para a função objetivo e para a restrição:

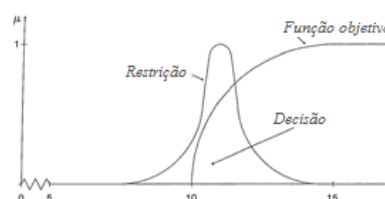


Figura 4.1: Representação da função de pertinência da função objetivo e da restrição.
 Fonte: Zimmerman, 1992 (adaptado)

Quanto à solução do problema acima, de modo geral, é baseado no princípio de Bellman e Zadeh descrito a seguir.

Antes, porém, cabe mostrar o modelo mais geral de otimização nebulosa, embora esse não seja o único disponível:

$$\begin{aligned}
 x^* &= \widetilde{\min} f(\mathbf{x}) \\
 \text{Sujeito a: } &g_i(\mathbf{x}) \lesssim b \quad i = 1, \dots, m \\
 &h_j(\mathbf{x}) \cong 0 \quad j = 1, \dots, r \\
 &x, b \in \mathbb{R}^n
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

O símbolo \sim explicita a imprecisão. Em um ambiente nebuloso, o decisor pode não desejar maximizar ou minimizar uma função objetivo, mas sim, alcançar determinado nível de aspiração, tal como "melhorar significativamente o atual valor de custo", o qual não pode ser definido deterministicamente. Já com relação às restrições, estas podem ser vagas, o símbolo \lesssim significa que é permitido pequenas violações, diferentemente de como ocorre na otimização clássica que não permite nenhum tipo de violação (Zimmerman, 1992).

Assumindo, então, que foi fornecida uma meta nebulosa \tilde{f} e uma restrição também nebulosa \tilde{g} no espaço de alternativas X . Desta forma, \tilde{f} e \tilde{g} são combinados para formar a decisão \tilde{D} , que é um conjunto nebuloso resultante da interseção das funções de pertinência da função objetivo \tilde{f}_1 e m restrições $\tilde{g}_1, \dots, \tilde{g}_m$. Assim, a decisão nebulosa pode ser definida como:

$$\mu D(x) = (\mu f_1(x)) \cap (\mu g_1(x) \cap \mu g_2(x) \cap \dots \cap \mu g_m(x)) \tag{4.6}$$

Alguns operadores de interseção são sugeridos em (Zimmerman, 1992). Dentre os vários tipos de operadores disponíveis, selecionar o mais adequado para um problema particular é normalmente feito de forma empírica.

A Figura 4.2 é um exemplo da definição apresentada na Equação 4.6

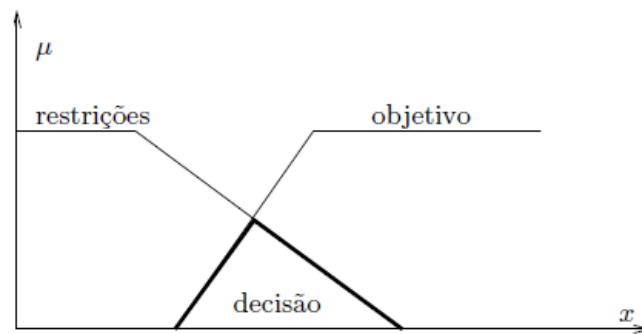


Figura 4.2 Exemplo do modelo de Bellman e Zadeh. Fonte: (Takahashi, 2004)

Diante da Equação (4.6), o decisor deverá escolher a melhor alternativa determinística. Uma maneira simples de selecionar a solução ótima é maximizar o nível de satisfação de todo o conjunto. Uma vez que a decisão nebulosa é conhecida, o valor de x^* ótimo é dado por:

$$D(\mathbf{x})^* = \max \mu D(\mathbf{x}) \quad (4.7)$$

Outra possibilidade é escolher um determinado α ($0 < \alpha < 1$) e definir todos os pontos $x^* \in X$ em que possuem $\mu D(x^*) \geq \alpha$. Dessa forma, essas soluções x^* terão pelo menos o valor mínimo α de nível de satisfação.

Um aspecto importante da decisão é que o operador padrão de interseção pode não permitir nenhuma interdependência, interação ou conflito entre o objetivo e as restrições consideradas. Nesse caso, podem ser usados operadores alternativos ou um operador que permita a ponderação entre objetivo e restrições e assim reflita a situação em que exista algum grau de compensação entre função objetivo e restrições.

A otimização nebulosa, como dito anteriormente, não é unicamente definida, muitas variações são possíveis. O modelo apropriado irá depender do tipo de imprecisão encontrada bem como as especificações do decisor, baseado nas características da situação real a ser representada.

Depois do trabalho de Bellman e Zadeh (1970), surgiram um grande número de artigos lidando com problemas de otimização nebulosa. Muitos desses foram apresentados originalmente para programação linear, no entanto, trabalhos posteriores mostraram também ser possível, em muitos casos, estendê-los a problemas de outras classes.

Nas seções seguintes serão apresentados alguns modelos de otimização nebulosa mais utilizados. Para Bector, et al. (2005), muito embora esses possam parecer simples, existe uma ampla quantidade de aplicações disponíveis, sendo extensivamente utilizados na literatura.

4.1. Modelo de Zimmermman

Zimmermman (1992) propõe um modelo básico para programação matemática linear nebulosa, sendo esse amplamente usado na literatura.

Assumindo que o decisor deseja estabelecer um nível de aspiração, z , para o valor da função objetivo que ele deseja alcançar, e que cada restrição é modelada como um conjunto nebuloso. Então temos:

Encontre um x tal que

$$\begin{aligned}
 x^* = \quad & \min f(\mathbf{x}) \lesssim z \\
 \text{Sujeito a: } & g_i(\mathbf{x}) \lesssim b_i \quad i = 1, \dots, m \\
 & h_j(\mathbf{x}) \cong c_j \quad j = 1, \dots, r \\
 & \mathbf{x}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^n
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

Aqui o símbolo \lesssim denota a fuzzificação de \leq e tem uma interpretação lingüística "essencialmente menor ou igual que". A função objetivo pode ser escrita como uma minimização considerando z como um limitante superior.

Nessa abordagem, tanto a função objetivo quanto as restrições são transformadas em conjuntos nebulosos, pela utilização de funções de pertinência adequadas. Desta forma, é possível utilizar de decisão nebulosa descrita na seção anterior:

$$\max_{x \geq 0} \min_i \{\mu(x)\} = \max_{x \geq 0} \mu_{\bar{D}}(x) \quad (4.9)$$

Agora é necessário especificar as funções de pertinência, tal que seja 0 se as restrições, (incluindo função objetivo, transformada em uma restrição do problema), estão fortemente violadas, e 1 caso elas estejam completamente satisfeitas. Estas funções de pertinência, para as restrições, devem decrescer monotonicamente de 0 a 1, assim como:

$$\mu_{g_i}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & \text{se } g_i(\mathbf{x}) \leq b_i \\ \frac{d_i - g_i(\mathbf{x}) + b_i}{d_i}, & \text{se } b_i < g_i(\mathbf{x}) \leq b_i + d_i \\ 0, & \text{se } g_i(\mathbf{x}) > b_i + d_i \end{cases} \quad (4.10)$$

A constante d_i é escolhida com base na violação máxima permitida para as restrições.

Já o grau de pertinência para a função objetivo pode ser dado pela função de pertinência descrita a seguir:

$$\mu_f(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & \text{se } f(\mathbf{x}) \leq b_0 \\ \frac{d_0 - f(\mathbf{x}) + b_0}{d_0}, & \text{se } b_0 < f(\mathbf{x}) \leq b_0 + d_0 \\ 0, & \text{se } f(\mathbf{x}) > b_0 + d_0 \end{cases} \quad (4.11)$$

Onde d_0 é a violação máxima permitida para a função objetivo e b_0 o seu valor de aspiração.

A Figura 4.3 mostra o comportamento da função de pertinência apresentada pela Equação (4.10).

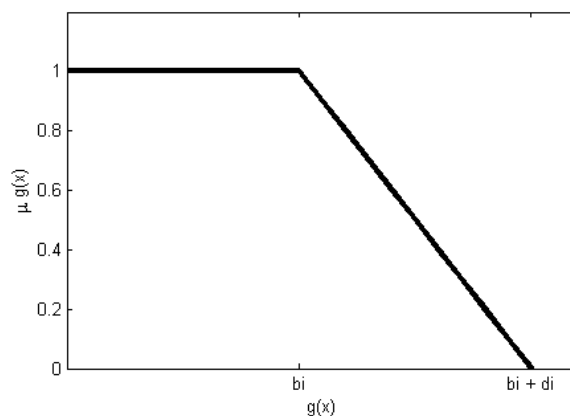


Figura 4.3 Possível função de pertinência para uma restrição do problema.

O problema de otimização nebulosa pode ser transformado em um problema clássico cujo objetivo é maximizar o nível de satisfação das restrições e da função objetivo, como pode ser visto a seguir:

$$\begin{aligned}
 & \text{Maximizar } \alpha \\
 & \text{Sujeito a: } \alpha d_0 + f(\mathbf{x}) \leq b_0 + d_0 \\
 & \quad \alpha d_i + g_i(\mathbf{x}) \leq b_i + d_i \quad i = 1, \dots, m \\
 & \quad \alpha \in [0,1]
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

Como pode ser visto, para resolver esse problema de otimização nebulosa é necessário conhecer o nível de aspiração z para a função objetivo e a tolerância aceitável d_0 . Em muitos casos, não está disponível o conhecimento adequado sobre a região nebulosa factível. Quando não houver dados suficientes, por exemplo, pode-se executar o modelo clássico de forma que apenas as restrições sejam nebulosa. De posse do valor de z^* , este poderá ser utilizado como valor de referência.

Ao resolver (4.12) obtém-se um vetor (\mathbf{x}^*, α^*) , onde \mathbf{x}^* maximiza a solução, considerando as funções de pertinência estabelecidas. É possível notar que a função objetivo é tratada como uma restrição do problema. Para solucionar este problema pode-se utilizar qualquer algoritmo de otimização adequado a sua natureza.

Como pode ser visto, em geral, o problema de otimização nebulosa é convertido em um problema determinístico equivalente (Klir, et al., 1995), o qual pode ser resolvido por métodos tradicionais.

A maior vantagem da formulação nebulosa é o fato do decisor não ser forçado a uma formulação precisa devido a razões matemáticas, apesar de que ele deverá ser capaz de descrever o problema em termos nebulosos.

4.2. Modelo não simétrico de Verdegay

Verdegay (1982) mostrou que é possível usar métodos de programação paramétrica para resolver problemas de otimização nebulosa de programação. Aqui as restrições nebulosas são transformadas em restrições *crisp*, escolhendo a função apropriada para cada restrição (Bector, et al., 2005)

Se substituirmos as restrições pelas as funções de pertinência $\mu_i(g_i(\mathbf{x}))$, o seguinte problema será encontrado:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^* &= \min f(\mathbf{x}) \\ \text{Sujeito a: } & g_i(\mathbf{x}) \leq b_i + (1 - \alpha)d_i \quad i = 1, \dots, m \\ & \alpha \in [0,1] \end{aligned} \quad (4.13)$$

O qual é equivalente a um problema padrão de programação linear paramétrico, com $\theta = (1 - \alpha)$. Assim, o problema de programação linear nebuloso pode ser resolvido de uma forma *crisp* equivalente. Aqui, pode-se notar que temos uma solução ótima para cada um $\alpha \in [0, 1]$, então a solução com um α grau de pertinência é realmente nebuloso.

4.3. Modelo possibilístico

O problema de caminho mínimo nebuloso é mais encontrado quando se trata de modelo possibilístico.

Normalmente é utilizada a teoria de possibilidade para calcular a pertinência de determinada solução de ser o caminho mínimo, considerando as arestas com custos nebulosos, usualmente números trapezoidais ou triangulares.

Para construir a solução do problema deve-se (Takahashi, 2004):

1. encontrar todas as soluções candidatas (árvores, caminhos, emparelhamento, etc.);
2. calcular o valor de possibilidade entre as soluções encontradas.

O item 1 já é um problema exponencial. Após resolver este problema ainda é preciso compará-los para calcular o grau de possibilidade de cada candidato a participar da solução.

Assim é necessário utilizar algoritmos que evitem cálculos desnecessários ao construir a solução final. Nesse caso, heurísticas e meta-heurísticas são atraentes, pois já trabalham com um conjunto ao invés de uma única solução. Os elementos que possuem os maiores valores de possibilidade são os mais significativos.

Takahashi (2004) propõe um algoritmo genético que encontre um bom subconjunto solução para o problema de caminho mínimo com parâmetros incertos. A codificação utilizada pelo trabalho retrata o caminho de forma direta: cada alelo é um nó visitado com o tamanho do cromossomo variável. Parte da população inicial é dada como uma mutação do melhor caminho encontrado utilizando o caminho mínimo do grafo *crisp* G^* associado ao grafo nebuloso, com custo dos arcos igual ao ínfimo valor modal dos custos. O restante é construído escolhendo, de forma aleatória, os nós predecessores até chegar ao nó 1. A medida de avaliação (*fitness*) calcula a possibilidade de o caminho ser menor que o melhor caminho encontrado em um procedimento realizado previamente no algoritmo genético.

4.4. Outros modelos

Klir, et al. (1995) apresenta uma forma de resolver problemas quando os coeficientes são números nebulosos, porém se restringe a programação linear e a números na forma triangular. Qualquer número nebuloso A pode ser representado por três números reais (s_{ij}, l_{ij}, r_{ij}) , então temos:

$$\begin{aligned} \min \quad & f(\mathbf{x}) \\ \text{Sujeito a:} \quad & \sum_{j=1}^n (s_{ij}, l_{ij}, r_{ij})(\mathbf{x}) \leq (t_{ij}, u_{ij}, v_{ij}) \quad i \in \mathbb{N} \quad (4.14) \\ & \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \quad j \in \mathbb{N} \end{aligned}$$

Onde (s_{ij}, l_{ij}, r_{ij}) e (t_{ij}, u_{ij}, v_{ij}) são números nebulosos.

Aqui não foi feita nenhuma tentativa exaustiva de mostrar todos os modelos disponíveis, mas certamente alguns dos modelos mais utilizados na literatura foram incluídos.

4.5. Otimização multiobjetivo nebulosa

Na seção anterior, foram apresentados os conceitos da Otimização Clássica e Otimização Nebulosa na presença de uma única função objetivo, no entanto, em muitos casos, os problemas de otimização não podem ser modelados dessa forma. Diante dessa situação surge a necessidade de estudar problemas que envolvem vários objetivos normalmente conflitantes e que devem ser considerados simultaneamente.

Algumas abordagens para resolver problemas de Programação Multiobjetivo em um ambiente nebuloso estão disponíveis na literatura. Porém, antes de falar sobre os aspectos principais da Otimização Multiobjetivo Nebulosa, cabe apresentar uma breve introdução sobre Otimização Multiobjetivo Clássica.

A Otimização Multiobjetivo é uma metodologia de projeto que otimiza uma coleção de funções objetivo sistematicamente e simultaneamente. Tem sido cada vez mais utilizada em aplicações em diversas áreas, especialmente quando há múltiplos objetivos conflitantes.

O problema de otimização multiobjetivo clássico pode ser definido na seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}^* &= \arg \min \{f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_k(\mathbf{x})\} \\
 \text{Sujeito a: } & g_i(\mathbf{x}) \leq 0 & i = 1, \dots, m \\
 & h_j(\mathbf{x}) = 0 & j = 1, \dots, r \\
 & \mathbf{x} \in S
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

Onde temos $k (\geq 2)$ funções objetivo. O vetor de funções objetivo é denominado por $f(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_k(\mathbf{x}))^t$. As equações $g_i(\mathbf{x})$ e $h_j(\mathbf{x})$ são as restrições de

desigualdade e igualdade, respectivamente. O vetor de variáveis de decisão é $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^t$ pertencente a região factível S , a qual é um subconjunto de \mathbb{R}^n .

A palavra “min” em (4.15) significa o desejo de minimizar todas as funções objetivo ao mesmo tempo. Para evitar casos triviais, assume-se que não existe uma única solução que é ótima para todas as funções e que existe pelo menos um conflito parcial entre as funções objetivo.

Um conceito importante em otimização é a definição de otimalidade. No caso multiobjetivo, a qualidade de uma determinada solução x deixa de ser medida por um escalar e passa a ser medida por um vetor. Por isso é necessária uma nova maneira de avaliar se uma solução x é melhor do que alguma outra solução y . Devido ao conflito entre os objetivos, não haverá uma solução única. Estas soluções são conhecidas como não dominadas, eficientes ou soluções Pareto ótimas.

Uma definição formal de Pareto otimalidade pode ser vista a seguir (Miettinen, 1999):

Definição 3.1: O vetor de decisão $x^* \in S$ é Pareto ótimo se não existe outro vetor de decisão $x \in S$ tal que $f_i(x) \leq f_i(x^*)$ para todo $i = 1, \dots, k$ e $f_j(x) < f_j(x^*)$ para pelo menos um índice j .

Um vetor de objetivo $z^* \in Z$ é Pareto ótimo se não existe outro vetor de objetivos $z \in Z$ tal que $z_i \leq z_i^*$ para todo $i = 1, \dots, k$ e $z_j < z_j^*$ para pelo menos um índice j , z^* é Pareto ótimo se o vetor de decisão correspondente a ele é Pareto ótimo. Usualmente há várias soluções Pareto ótimas, ou seja, um conjunto de soluções Pareto ótimas.

Para maiores informações sobre otimização multiobjetivo e otimalidade é possível consultar (Miettinen, 1999).

Uma característica importante na resolução de problemas multiobjetivo é o número de pontos eficientes encontrados. Os Algoritmos Evolucionários Multiobjetivo

(*Multiobjective Evolutionary Algorithm* – MOEA) têm um importante papel nesse aspecto, pois trabalham com populações de indivíduos e não necessitam que os problemas sejam diferenciáveis ou convexos.

Da mesma forma como no caso mono-objetivo apresentado no capítulo anterior, os parâmetros nebulosos podem estar nos coeficientes e variáveis do problema.

É possível encontrar na literatura a utilização do princípio de Bellman e Zadeh (1970) para o problema multiobjetivo, transformado para um problema mono-objetivo. Em (4.6) foi considerado apenas um objetivo, mas essa definição pode ser generalizada para múltiplos objetivos e restrições. Assim, se existem k funções objetivo $\tilde{f}_1, \dots, \tilde{f}_k$ e m restrições $\tilde{g}_1, \dots, \tilde{g}_m$, então a decisão nebulosa, como em (4.6) é a interseção dos objetivos e restrições nebulosos:

$$\mu D(x) = (\mu f_1(\mathbf{x}) \cap \mu f_2(\mathbf{x}) \cap \dots \cap \mu f_k(\mathbf{x})) \cap (\mu g_1(\mathbf{x}) \cap \mu g_2(\mathbf{x}) \cap \dots \cap \mu g_m(\mathbf{x})) \quad (4.16)$$

Da mesma forma, o decisor estará interessado em escolher a melhor alternativa *crisp* e não um conjunto nebuloso, uma maneira simples de selecionar a solução ótima é maximizar o nível de satisfação assim como na Equação (4.7).

A literatura possui muitos enfoques que buscam transformar um problema de programação matemática nebuloso em um problema de programação matemática clássica.

No contexto multiobjetivo nebuloso, também é possível a utilização da abordagem max-min ponderado, visto que é importante notar que em aplicações reais, objetivos têm diferentes níveis de importância e, portanto, não são igualmente preferíveis.

De forma semelhante ao mostrado na otimização para uma função objetivo, para resolver problemas desta natureza, pode-se assumir que cada função objetivo do problema multiobjetivo tem seu próprio nível de aspiração.

4.6. Abordagem proposta

Além das abordagens apresentadas anteriormente, são feitos testes com base em uma alteração, proposta por este trabalho, na forma como são tratadas as funções objetivo modeladas em conjuntos nebulosos.

Essa alteração consiste em maximizar individualmente o nível de satisfação encontrado pelas funções objetivo adaptadas para o modelo nebuloso, portanto mantém-se o problema na forma multiobjetivo. Não é feito nenhum tipo escalarização, nesse caso. A Equação 4.17 mostra a modelagem multiobjetivo nebulosa proposta.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^* &= \max \{ \mu f_1(\mathbf{x}), \mu f_2(\mathbf{x}), \dots, \mu f_k(\mathbf{x}) \} \\ \text{Sujeito a: } g_i(\mathbf{x}) &\leq 0 & i &= 1, \dots, m \\ h_j(\mathbf{x}) &= 0 & j &= 1, \dots, r \\ \mathbf{x} &\in S \end{aligned} \tag{4.17}$$

Dessa forma, há uma função de pertinência para cada função objetivo, escolhida de forma a melhor representar o problema, como já mostrado anteriormente. O grau de satisfação encontrado por cada função é maximizado individualmente durante o processo de otimização multiobjetivo. Esse valor, então, pode ser atribuído como *fitness* da solução, em um algoritmo genético multiobjetivo, como por exemplo, o *Nondominated Sorting Genetic Algorithm - II* (NSGA-II). Para o trabalho proposto, é feita esta mudança na atribuição da *fitness* na estrutura do NSGA-II convencional.

5 Algoritmos Utilizados no Projeto de Redes de Distribuição de Energia Elétrica

Na maioria dos problemas de otimização devido a não observância de características tais como, linearidade, diferenciabilidade e convexidade, os métodos convencionais nem sempre podem ser utilizados. Nesses casos, os Algoritmos Evolucionários (AEs) são uma abordagem alternativa viável para resolver problemas desta natureza.

Os AEs lidam com uma população de soluções e podem explorar o espaço de busca no aspecto global e local. Isto os tornam boas ferramentas para problemas complexos e permite encontrar um mínimo global aproximado (Wanner, 2006).

Os algoritmos genéticos (AGs) possuem grande destaque na classe de algoritmos evolucionários. Eles são baseados na teoria Darwiniana, na qual os indivíduos mais bem adaptados ao seu “habitat” têm maiores possibilidades de sobrevivência.

Os AGs também operam com uma população, que são possíveis soluções para um problema de otimização. Nestes indivíduos são feitas operações genéticas de cruzamento e mutação que recombina o “material genético” dos indivíduos (genótipo, que é a representação codificada das potenciais soluções). Para orientar o processo evolutivo, associa-se a cada indivíduo um valor de aptidão (*fitness*) que reflete o quão apto ele é em relação aos outros. Quanto mais elevada a *fitness* de um indivíduo, maior será sua chance de sobreviver, e portanto, reproduzir e transmitir suas características para as próximas gerações (Vasconcelos, 1994).

No que tange à representação, os algoritmos genéticos usam estruturas de dados simples que formam o genótipo de cada indivíduo. Essas estruturas, tradicionalmente, seguem a codificação binária e representam o indivíduo em uma cadeia de bits. Outra

codificação amplamente utilizada pela comunidade científica é a real, quando as variáveis de decisão são contínuas (Whitley, 2001).

A representação binária, no entanto, pode ser inadequada para muitos dos problemas de programação inteira, impondo-se a consideração de números inteiros (Goldbarg, et al., 2000). Esse caso exige uma representação genética das soluções viáveis do problema combinatório, a determinação de uma população inicial de cromossomos e a definição dos operadores que permitam a produção de novos indivíduos viáveis.

O Quadro 5.1 mostra o pseudocódigo de um algoritmo genético simples.

Quadro 5.1 Algoritmo genético simples.

Algoritmo Genético Simples
-Início Gerar uma população; Avaliar a <i>fitness</i> dos indivíduos; Repetir Selecionar um conjunto de pais; Cruzar os pais de modo que se reproduzam; Realizar a mutação; Avaliar o <i>fitness</i> dos filhos; Até que o critério de parada seja atendido -Fim

5.1 Descrição do Algoritmo Genético Multiobjetivo

Os AGs são vantajosos quando aplicados a problemas multiobjetivos, pois sua população pode evoluir simultaneamente em direção ao conjunto Pareto do problema, em vez de evoluir um único ponto para ele.

Nesses problemas é necessária a adaptação do critério de atribuição da *fitness*, uma vez que a relação de melhor ou pior, utilizada para comparação de grandezas escalares, perde o sentido em comparações vetoriais (Carrano, 2007).

O projeto de redes multiobjetivo apresenta conjuntos de soluções comuns aos problemas discretos, o que significa que o conjunto Pareto é formado por pontos isolados ao invés de uma curva contínua, o que se deve à descontinuidade do espaço de parâmetros.

A Figura 5.1 ilustra um conjunto Pareto em um problema de otimização com variáveis discretas. Cada par determinado corresponde a um ponto no plano $f_1 \times f_2$. Os pontos marcados com círculos são soluções eficientes, enquanto os pontos marcados com um quadrado são pontos dominados.

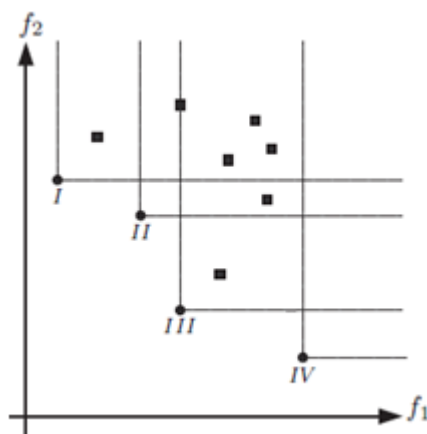


Figura 5.1 Conjunto de Pareto para o problema de otimização com variáveis discretas.
Fonte: (Carrano, et al., 2006)

Alguns dos algoritmos multiobjetivos mais conhecidos disponíveis na literatura são: VEGA (Schaffer, 1984), MOGA (Fonseca, et al., 1993), SPEA (Zitzler, et al., 1999), entre outros. Para o presente trabalho é utilizado o NSGA-II (Deb, et al., 2002) apresentado na seção seguinte.

5.1.1 NSGA - II

Um dos mais importantes algoritmos que tentam encontrar várias soluções Pareto-ótimas é chamado *Nondominated Sorting Genetic Algorithm* (NSGA-II) e surgiu a partir de melhoramentos da versão anterior (NSGA).

O NSGA diferencia-se dos outros algoritmos genéticos tradicionais somente pela forma como o operador de seleção é implementado. Os operadores de recombinação e mutação são os usuais.

O NSGA baseia-se em várias camadas de classificações dos indivíduos. Antes de a seleção ser realizada, a população é classificada com base no critério de não-dominância: todos os indivíduos não dominados são classificados em uma categoria (com um valor de *fitness* proporcional ao tamanho da população, para fornecer um potencial reprodutivo igual a esses indivíduos). Em seguida, este grupo de indivíduos classificados é ignorado e outra camada de indivíduos não dominados é obtida. O processo continua até que todos os indivíduos da população sejam classificados. Desde que os indivíduos no primeiro “front” têm o valor de *fitness* máximo, eles terão mais cópias do que o resto da população (Coello, et al., 2002).

O NSGA-II surge para superar algumas críticas ao NSGA tais como: a alta complexidade computacional na ordenação dos conjuntos não-dominados, a ausência de elitismo e a necessidade de especificar o valor do parâmetro de *sharing*.

Para garantir a diversidade das soluções presentes na fronteira Pareto é realizada uma estimativa de densidade de uma solução, pelo cálculo da distância média de duas outras soluções. Essa técnica é chamada *crowding distance*. Quanto maior o cubóide de uma determinada solução, mais distante ela se encontra das soluções vizinhas.

No cálculo dessa medida, as soluções consideram que estas são ordenadas de acordo com o valor de cada objetivo em ordem crescente. Para cada função objetivo os valores das extremidades são feitos igual a infinito.

A utilização dessa técnica permite que a seleção dos indivíduos seja mais bem distribuída ao longo da fronteira Pareto. A Figura 5.2 mostra o funcionamento do *crowding distance*.

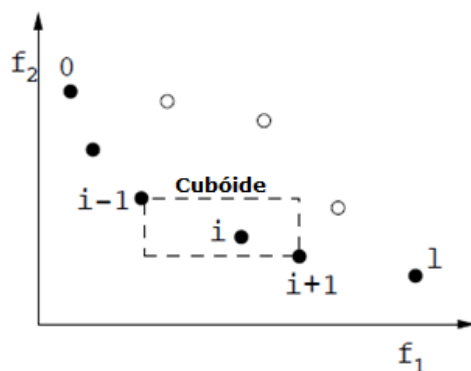


Figura 5.2 Cálculo feito para o *crowding distance*. Fonte: Adaptado de (Branke, et al., 2008)

A escolha entre duas soluções é primeiramente feita pelo menor valor de “rank”. No entanto, se duas soluções possuem o mesmo “rank” prefere-se a solução localizada em uma região com menos soluções ao seu redor, ou seja, com maior valor de *crowding distance*.

O Quadro 5.2 mostra o funcionamento básico do NSGA-II.

Quadro 5.2: Estrutura do NSGA-II

NSGA-II	
1	Gerar uma população P de tamanho N;
2	Avaliar os objetivos
3	Assinalar o “rank” baseado na dominância e calcular o <i>crowding distance</i> ;
4	Usando a seleção, recombinação e mutação, gera-se uma população de filhos do mesmo tamanho de P;
5	Reunir pais e filhos em um conjunto de tamanho 2N e calcular seus “ranks”;
6	Determinar os descendentes finais selecionando os “ranks” com melhor grau de dominância. Se o limite de tamanho N é superado, eliminar as soluções com menor <i>crowding distance</i> ;
7	Se o critério de convergência é atingido, fim do processo. Caso contrário, retornar ao passo 4.

5.1.2 NSGA-II nebuloso aplicado ao projeto de redes de distribuição de energia elétrica

O NSGA-II, conforme estrutura apresentada acima, é empregado para a geração de indivíduos factíveis para o projeto de redes de distribuição de energia elétrica

Para incorporar as incertezas, há uma mudança no cálculo da *fitness*. Essa é calculada tradicionalmente como um valor determinístico correspondendo aos valores das funções objetivo. No entanto, na abordagem nebulosa, esse valor é alterado para um conjunto nebuloso. Agora o objetivo é maximizar o valor de *fitness*, representado pelo grau de pertinência da função objetivo ao conjunto nebuloso.

As funções utilizadas seguem a estrutura proposta pelo modelo por Zimmermann (1992), um exemplo pode ser visto na Figura 5.3. Cada função objetivo será representada pela função correspondente. Os desvios permitidos e valores de referências para cada uma foram obtidos empiricamente. Houve, portanto, um custo computacional para encontrar esses valores.

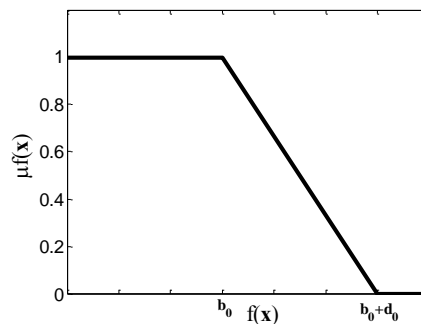


Figura 5.3: Representação da função de pertinência para as funções objetivo

As funções de pertinência utilizadas possuem os parâmetros mostrados na Tabela 5.1, sendo que b_1 e d_1 , referem-se à primeira função objetivo, b_2 e d_2 segunda função objetivo e b_3 e d_3 à terceira função objetivo.

Tabela 5.1 Parâmetros utilizados

Parâmetros					
b_1	d_1	b_2	d_2	b_3	d_3
800.000	3.000.000	1.000.000	30.000.000	-0.5	20

A população inicial é gerada a partir do algoritmo Kruskal. É então feita a avaliação desta população para cada um dos objetivos considerados no problema. As soluções factíveis são selecionadas, sendo estas aquelas que não violam alguma restrição do problema.

O conjunto destas soluções é dividido em *fronts* utilizando o *fast nondominated sorting* e assim cada solução recebe um valor de “rank” de acordo com o “front” ao qual pertence. As soluções infactíveis encontradas são adicionadas a um “rank” maior que o encontrado pelas soluções viáveis. Se o número de soluções presentes em determinado “rank” for maior que o número de soluções que deva ser selecionado, as soluções com maior valor de *crowding distance* são escolhidas.

A partir da segunda geração do algoritmo, a população de redes deve ser atualizada agrupando a população da geração anterior com a população atual, e daí selecionados os melhores indivíduos.

5.2 Análise de Sensibilidade Multiobjetivo

A Análise de Sensibilidade Multiobjetivo considerada segue como apresentado em trabalhos anteriores disponíveis na literatura, como em Carrano et al. (2007), Souza et al. (2011) e Tarôco et al. (2010).

Cada uma das soluções obtidas pelos algoritmos de otimização é uma solução candidata à implementação, pois o cenário médio, ainda que possivelmente incorreto, é o

mais provável, portando se torna uma escolha razoável. O mapeamento de soluções do conjunto Pareto define um bom conjunto de alternativas de projeto visto que algumas das redes apresentam bom desempenho para o cenário médio, porém são pouco robustas na presença de incertezas, outras, porém, apresentam um desempenho similar no cenário médio, e se comportam melhor quando o cenário sofre perturbações.

No caso do projeto de redes de distribuição de energia elétrica as incertezas podem surgir na evolução das cargas. A análise de sensibilidade considera as variações ocorridas nas condições de operação do sistema, que são as mudanças na configuração das cargas e no preço da energia elétrica. Estas variações nas condições de operação do sistema são obtidas via Simulação de Monte Carlo (Manno, 1999) apresentada na seção 5.2.2.

Para efetuar a análise de sensibilidade são gerados cenários distintos do mais provável através da Simulação Monte Carlo. As soluções são avaliadas para cada um dos cenários criados, para os seguintes critérios:

- 1) Custo original da rede (f_1): custo da rede no cenário mais provável.
- 2) Custo das faltas na rede (f_2): custo das faltas que ocorrem na rede.
- 3) Mínima potência excedente em cada linha (f_3): garantia de capacidade ociosa na rede para que ela se torne mais robusta.
- 4) Taxa de inactibilidade da rede (f_4): é a percentagem do número de cenários para o qual a rede se torna inactível.
- 5) Custo médio da solução (f_5): o custo médio da rede nos cenários para os quais ela é factível.
- 6) Custo médio das faltas (f_6): custo médio das falhas que podem ocorrer na rede para uma dada condição de carga nos cenários em que a rede é factível.

O Quadro 5.3 mostra resumidamente os passos necessários à realização da análise de sensibilidade adotada.

Quadro 5.3 Esquema da Análise de Sensibilidade Multiobjetivo

Análise de Sensibilidade Multiobjetivo
1. Gerar um conjunto de cenários diferente do caso médio considerando variações no crescimento da carga e no custo de energia em cada nó.
2. Avaliar todas as soluções candidatas conforme os seis critérios previamente estabelecidos ($f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6$).
3. Retirar o conjunto de soluções não dominadas.
4. Descartar as soluções eficientes com taxas de infactibilidade superior a 25%.
5. Selecionar uma solução no conjunto final com base nas funções objetivo e na opinião de um especialista

5.2.1 Modelo de Crescimento da Carga e de Variação do Preço da Energia

São modelados dois parâmetros sujeitos às incertezas presentes no projeto de redes de distribuição de energia: o crescimento de carga e a variação no custo de energia ao longo do tempo.

A evolução da carga é a principal fonte de incertezas a longo prazo. Uma distribuição de probabilidade normal é admitida para a evolução da carga em cada nó.

Já a modelagem do custo da energia elétrica em cada nó do sistema ocorre devido a demanda em cada nó e aos custos associados ao sistema de distribuição secundário. A distribuição de probabilidade normal também foi utilizada para modelar a variação do preço da energia elétrica em cada nó do sistema.

A Figura 5.3 mostra o modelo de crescimento de carga em períodos diferentes com os valores de média e de desvio padrão considerados. O aumento na incerteza do modelo é perceptível com o aumento do tempo considerado.

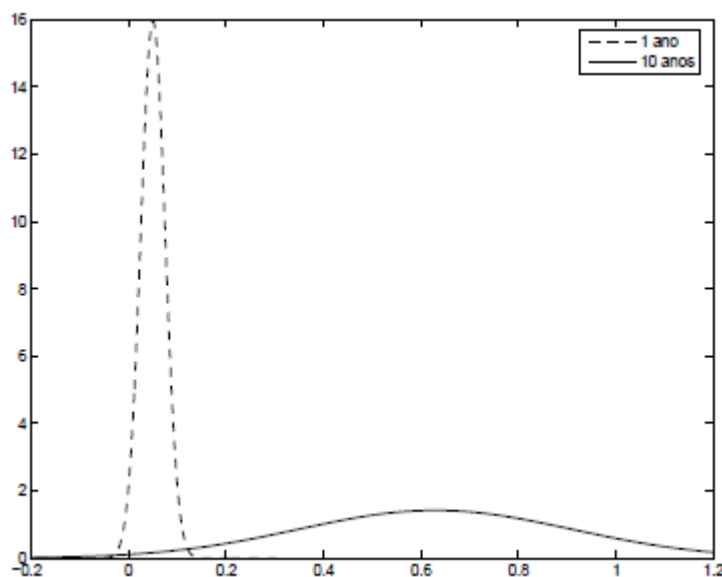


Figura 5.4: Na figura é mostrado um modelo de crescimento de carga anual com $\bar{x}_1 = 0.05$ e $\sigma_1 = 0.025$ e seu modelo equivalente para $t_a = 10$ anos, com $\bar{x}_1 = 0.629$ e $\sigma_1 = 0.28$. O aumento na incerteza do modelo é perceptível. Fonte: (Carrano, 2007)

5.2.2 Simulação Monte Carlo

A Simulação de Monte Carlo (Manno, 1999) é um método para simulações estatísticas que envolve a geração aleatória de uma série de valores para as variáveis passíveis de incertezas em um modelo. Esses valores gerados utilizam uma distribuição de probabilidade previamente estabelecida

Nas simulações são gerados múltiplos cenários possíveis para um problema que possui elementos sujeitos a incerteza. Estes são avaliados com intuito de analisar aspectos importantes do desempenho do sistema tais como estabilidade, confiabilidade, robustez, etc.

O objetivo de se utilizar a Simulação de Monte Carlo no projeto de redes estudado neste trabalho é criar um conjunto de cenários possíveis de configuração de carga diferente do caso médio adotado na otimização e assim avaliar o desempenho em situações adversas de cada rede candidata.

6 Resultados

Este capítulo apresenta as simulações realizadas em um sistema de 21 nós, com incertezas na evolução das cargas e no custo de energia elétrica utilizando otimização nebulosa.

Primeiramente, são mostrados as características desse sistema e os seus parâmetros. Em seguida, a metodologia de comparação entre o presente trabalho e as simulações encontradas na literatura. Por fim, os resultados alcançados são apresentados.

6.1 O sistema de 21 nós

Para testar o projeto de redes de distribuição de energia elétrica com incertezas na evolução da carga, foi utilizado um sistema de 21 nós conforme proposto por Carrano et al. (2007a).

A Figura 6.1 mostra a estrutura desse sistema, cinco dos nós que o compõem são pré-existentes. Os custos relativos às mudanças destes serão relacionados à substituição das conexões e a re-conexão dos nós. Os outros nós deverão ser conectados ao sistema de forma que o projeto ao final seja uma rede conexa e não redundante.

O projeto de redes não leva em consideração apenas a inclusão dos novos nós, é necessária também a adequação da rede existente às novas condições de operação do sistema.



Figura 6.1. Sistema de 21 nós com conexões pré-existentes. Fonte: (Carrano, et al., 2006)

A técnica *Controlled-Greedy Encoding* é utilizada para a redução do espaço de redes. Obteve-se um grafo com 62 variáveis possíveis. A Figura 6.2 apresenta o grafo de busca resultante.

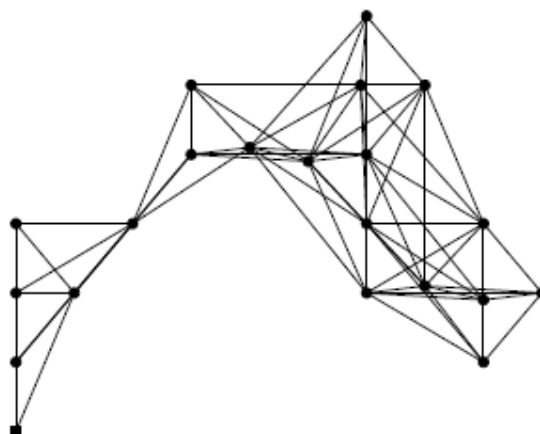


Figura 6.2. Sistema de 21 nós resultante da *Controlled-Greedy Encoding*

O horizonte de tempo do projeto considerado é de 10 anos. Cada nó do sistema possui associado a ele uma distribuição de probabilidade representando as incertezas nas variáveis. A média anual de crescimento da carga e a variação do preço da energia usadas para obter a rede para o cenário mais provável são mostradas na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 Distribuição de probabilidade para o crescimento de carga e a variação no preço da energia

Tempo	Taxa de crescimento de carga		Variação no preço da energia	
	Um ano	Dez anos	Um ano	Dez anos
Média	0.050	0.629	0	0
Desvio padrão	0.025	0.280	0.050	0.629

Há disponíveis para o projeto nove tipos de condutores diferentes, conforme especificações mostradas na Tabela 6.2.

Tabela 6.2 Tipos de condutores

Tipo de condutor	Resistência (Ω/km)	Reatância (Ω /km)	Potência nominal (kW)
1	0.4853	1.6118	2817
2	0.4679	1.0145	3776
3	0.4505	0.6375	5115
4	0.4428	0.5205	5975
5	0.4331	0.4019	6860
6	0.4237	0.3184	7983
7	0.4026	0.2006	10828
8	0.3037	0.8220	4278
9	0.2567	0.2646	8652

6.2 Parâmetros utilizados pelo NSGA-II

Para a execução do NSGA-II, os parâmetros utilizados na otimização estão dispostos a seguir:

- Número de indivíduos: 50;
- Número de avaliações de função: 50000, 86000, 150000;
- Probabilidade de cruzamento: 0,70;
- Probabilidade de mutação: 0,45;
- Operadores de cruzamento: 2;
- Operadores de mutação: 4;
- Taxa de inactibilidade aceitável < 25%;
- Número de cenários na Simulação Monte Carlo: 1000;

Os testes foram divididos em etapas, e nestas foram mudadas o número de indivíduos na população e o número de cálculo de função.

Na Análise de Sensibilidade Multiobjetivo, os objetivos considerados são os mesmos apresentados anteriormente na seção 5.2, a saber: o custo original da rede (f_1), o custo das faltas na rede (f_2), a mínima potência excedente em cada linha (f_3), a taxa de inactibilidade da rede (f_4), custo médio da solução (f_5) e o custo médio das faltas (f_6).

6.3 Metodologia utilizada no processo de comparação de resultados

Para validar os modelos de otimização nebulosa apresentados, o primeiro teste consiste em executar o algoritmo genético (ou NSGA-II) com uma população de 50 indivíduos e com 50000 ou 86000 avaliações de função para o caso multiobjetivo e mono-objetivo, respectivamente. As soluções finais encontradas são então avaliadas com base no

seu desempenho na análise de sensibilidade. Se nessa população houver indivíduos que satisfaçam o critério de infactibilidade $< 25\%$ então é feita uma comparação com os resultados encontrados na literatura.

Basicamente o presente trabalho efetua uma comparação das soluções encontradas com a literatura, no caso multiobjetivo com Tarôco (2009) e no caso mono-objetivo com Souza (2007).

Ao encontrar um conjunto de soluções que atendam aos critérios estabelecidos, as soluções que são Pareto ótimas obtidas pela otimização nebulosa e pela literatura são agrupadas. Os valores dos critérios na análise de sensibilidade gerados pela versão nebulosa são re-calculados para a forma determinística. O agrupamento é feito antes das soluções serem analisadas para os cenários criados pela Simulação Monte Carlo para que assim todas as soluções possam ser avaliadas para as mesmas condições. O conjunto formado pelos dois grupos de soluções é então submetido aos cenários gerados pela análise de sensibilidade multiobjetivo e os resultados comparados.

Testes com um número maior de avaliações de função também são realizados posteriormente para validar os resultados.

6.4 Resultados Obtidos

A princípio, foram testados os modelos derivados da proposta apresentada por Zimmermman (1992) por ser um dos mais utilizados na literatura. São eles:

- Zimmermman (1992) com as funções de pertinência definidas nas Equações 4.10 e 4.11.
- Ponderação, pois há disponível na literatura que a primeira função objetivo é mais significativa, então esta recebe um peso maior na avaliação dos objetivos.

- Utilização de outros operadores de interseção além do mínimo, como por exemplo, o produto;
- Outros tipos de operadores como o operador de união (máximo);

Não houve diferenças significativas entre as abordagens citadas acima. Por esse motivo a comparação dos resultados é feita baseada no modelo original proposto por Zimmermman (1992).

Utilizou-se uma implementação básica de algoritmo genético como descrito no Quadro 3.1. Para essa bateria de testes com 10 execuções cada, foi adotada uma população de 50 indivíduos e 86000 avaliações de função (o que equivale aos valores disponíveis na literatura), usando o cenário mais provável. Em seguida é feita a análise de sensibilidade multiobjetivo.

O alto custo computacional associado ao algoritmo dificultou a realização de um número maior de vezes de execuções para fazer um tratamento estatístico mais adequado ao problema. Uma única execução consumiu em média 2,5 horas de trabalho de um processador Intel Core 2 Duo 1.8 GHz; 4 GB de memória RAM utilizando o software Matlab 7.6.

Os parâmetros das funções de pertinência (Equação 4.10) foram escolhidos empiricamente, depois de efetuados vários testes analisando os melhores resultados para o problema proposto. Houve uma parcela do esforço computacional empregado na definição destes parâmetros, porém não é computado no item que corresponde ao número de avaliações de função.

No início do processo de otimização, ao utilizar valores de desvios menores, não foi possível mapear todo o conjunto de soluções ótimas durante as gerações, isso porque há grandes diferenças em cada eixo entre os valores de função objetivo.

Para o caso mono-objetivo adotado, alguns resultados foram selecionados e são mostrados na Tabela 6.4, assim como os valores encontrados na literatura (Souza, 2007).

Em Souza (2007), a análise de sensibilidade avalia as soluções com base em quatro critérios apenas: custo original da rede (f_1), taxa de inactibilidade da rede (f_4), custo médio da solução (f_5), custo médio das faltas (f_6) e por isso não estão todos os dados na Tabela 6.3.

Tabela 6.3 Resultados preliminares

Solução	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6
	Ótimo para o cenário mais provável (Souza, 2007)					
1cl	1.105.002	-	-	0,7190	1.213.229	1.732.476
	Solução viável disponível em (Souza, 2007)					
50cl ^A	1.192.030	-	-	0,0060	1.309.338	1.721.028
	Simulações realizadas para Zimmermann (1992)					
1	1.178.700	6.677.800	-0,0652	0,5333	1.292.600	801.100
2	1.152.200	9.455.300	-0,0662	0,50	1.273.600	1.146.200
3	1.168.300	4.069.600	-0,0685	0,7333	1.285.400	509.800
4	1.189.600	4.050.000	-0,0039	0,3667	1.270.400	520.070
5	1.220.700	7.953.900	-0,0728	0,2333	1.335.300	982.870
6	1.199.300	6.337.000	3,9794	0,2567	1.321.200	787.140

A Figura 6.3 mostra a rede gerada pela solução 5, cuja taxa de inactibilidade foi menor que 25%.

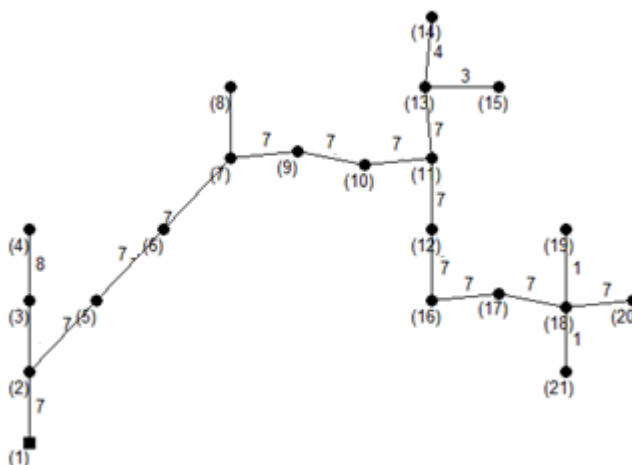


Figura 6.3. Rede gerada pela solução 5

O ótimo encontrado pela literatura para o cenário mais provável, a rede 1c1, não é robusta o suficiente para suportar uma variação nas condições de operação do sistema pois quando analisado seu desempenho para os cenários criados pela simulação de Monte Carlo, ela possui uma taxa de ineficiência superior a 70% (critério f_4).

Nas execuções foi observado que as soluções obtidas após a análise de sensibilidade para os vários cenários criados pela Simulação de Monte Carlo apresentaram valores de taxa de ineficiência normalmente superiores aos considerados aceitáveis para este trabalho.

Visto que as abordagens avaliadas não apresentaram resultados satisfatórios foi então utilizada a proposta apresentada na Seção 4.7, que consiste em maximizar individualmente o grau de satisfação de cada objetivo, ao invés de minimizar o valor de cada função.

Os resultados comparativos são mostrados na Tabela 6.4 a seguir, considerando 10 execuções em cada abordagem, Tarôco (2009) e a abordagem proposta (apresentada na Seção 4.7), com uma população de 50 indivíduos e 50.000 avaliações de função. As soluções obtidas são agrupadas com as geradas pela literatura e submetidas a análise de sensibilidade. As soluções válidas são aquelas que pertencem ao conjunto Pareto ótimo da análise de sensibilidade e com taxa de ineficiência menor que 25%. Na tabela são

apresentadas a média, a mediana e desvio padrão das soluções com taxa de inactibilidade desejável obtidas durante todas as execuções.

Tabela 6.4 Resultados encontrados

	Média de soluções factíveis	Mediana	Desvio padrão	Menor número de soluções válidas	Maior número de soluções válidas
Literatura	14.25	17	6,62	5	24
Proposta	21.2	25	4,9	16	31

Em média o trabalho proposto apresentou um maior número de soluções com taxa de inactibilidade inferior a 25% ao final da Análise de Sensibilidade, com desvio padrão menor entre as execuções. O menor e o maior número de soluções válidas também foram maiores.

A Tabela 6.5 mostra os valores dos critérios da análise de sensibilidade de algumas soluções para a execução que obteve maior número de soluções factíveis.

Tabela 6.5: Valores os seis critérios para as soluções encontradas pelo NSGA-II depois da análise de sensibilidade para a melhor execução dos enfoques da *fitness* nebulosa do NSGA-II, da teoria da Possibilidade e da Literatura.

Solução	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6
Soluções encontradas pela <i>fitness</i> nebulosa (NSGA-II)						
1p	1.121.100	1.049.600	-0,0729	0,43	1.235.100	1.290.600
2p	1.529.000	825.890	-0,2176	0,008	1.642.700	1.019.600
3p	1.571.500	1.017.900	-0,3127	0	1.681.800	1.253.100
6p	1.424.400	1.017.900	-0,3418	0	1.531.400	887.970
7p	1.446.000	3.839.700	-0,6620	0	1.545.700	475.850
8p	1.281.400	5.839.900	-0,1593	0,066	1.392.100	7.246.300
39p	1.164.900	9.584.300	-0,2601	0	1.280.700	1.191.900
Soluções encontradas em Tarôco (2009)						

3t	1.413.000	987.200	-0.2686	0	1.220.000	1.210.000
4t	1.194.000	10.246.000	-0.2637	0	1.303.000	1.270.000
10t	1.283.000	7.970.000	-0.2664	0	1.588.000	989.000
11t	1.482.000	7.186.000	-0.2645	0,07	1.391.000	892.000
14t	1.268.000	7.603.000	-0.2592	0	1.385.000	944.000
16t	1.397.000	8.018.000	-0.2658	0	1.503.000	996.000

Dentre as soluções geradas pela *fitness* nebulosa do NSGA-II, com taxa de inactibilidade aceitável, se o decisor optar pela rede de menor custo médio total, ele irá escolher a solução 39p mostrada na Figura 6.5.

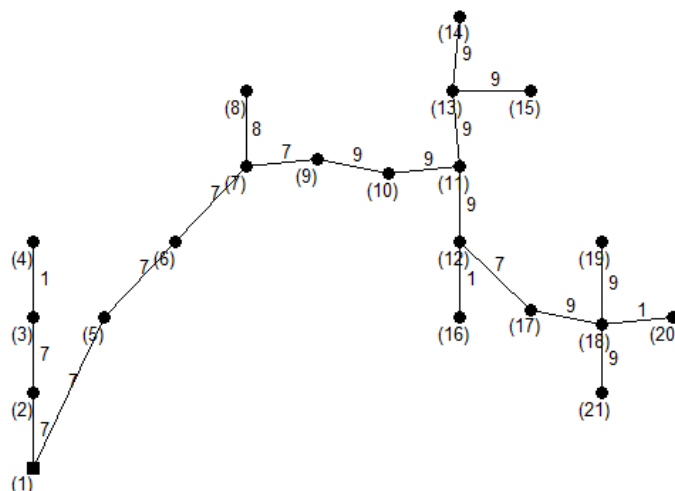


Figura 6.4. Rede ótima para o cenário mais provável com taxa de inactibilidade < 25%

A rede acima corresponde ao aumento de apenas 5% ao menor médio custo encontrado pela menor solução (3t) da literatura.

Já se o decisor estiver interessado na rede mais confiável, ele irá escolher a rede gerada a partir da solução 7p. Ela apresenta o menor custo médio de falha (f_6) para os cenários em que ela foi factível dentre todas as soluções. Esta rede não possui ciclos, pois o nó 5 está ligado ao nó 7 e o 4 ao nó 6. A rede pode ser vista na Figura 6.5.

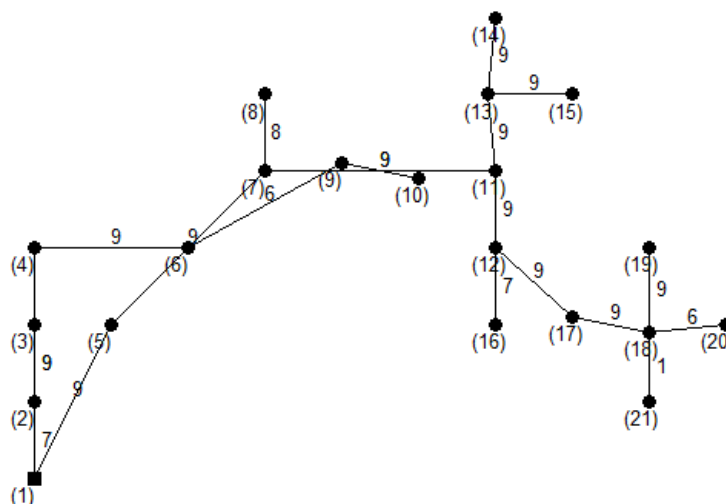


Figura 6.5. Rede com menor custo médio de falhas

A Figura 6.6 mostra uma solução (6p) em que há um bom desempenho para a terceira função objetivo, superior ao apresentado pela literatura.

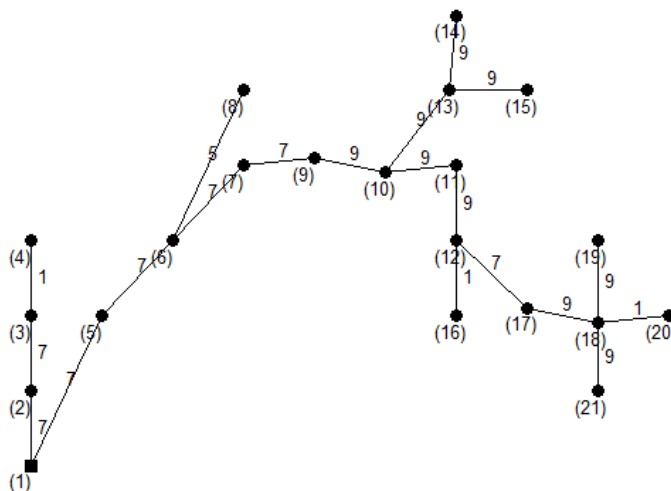


Figura 6.6. Melhor solução para mínima potência excedente

Uma análise importante a ser feita é se as soluções encontradas pela abordagem proposta são de fato eficientes para o problema comparando-as com a literatura. Com este objetivo foi escolhida uma execução da abordagem proposta e uma da literatura, considerando como critério aquela que possui o maior número de soluções com taxa de infactibilidade $< 25\%$. A Tabela 6.6 mostra os resultados encontrados pelos dois conjuntos. São mostradas as soluções válidas após A.S.M (Análise de Sensibilidade Multiobjetivo),

com taxa de infactibilidade $< 25\%$, na primeira coluna. Dentre essas soluções, na segunda coluna, é mostrada a quantidade de soluções eficientes nos seis critérios da A.S.M e por fim, as soluções Pareto para o problema (f_1, f_2, f_3)

Tabela 6.7 Resultados encontrados pelas duas abordagens

	Soluções válidas após A.S.M.	Soluções Pareto ótimas após A.S.M.	Soluções Pareto ótimas para o problema
Literatura	23	23	12
Proposta	32	32	31
Total	55	55	43

Como pode ser visto pela tabela acima, a abordagem proposta obteve mais indivíduos no conjunto de soluções eficientes em todas as etapas avaliadas.

A Figura 6.7 mostra o conjunto de soluções Pareto ótimas considerando apenas a primeira e a segunda função objetivo para a melhor execução de cada uma das abordagens, como mostrado nas Tabelas 6.6 e 6.7.

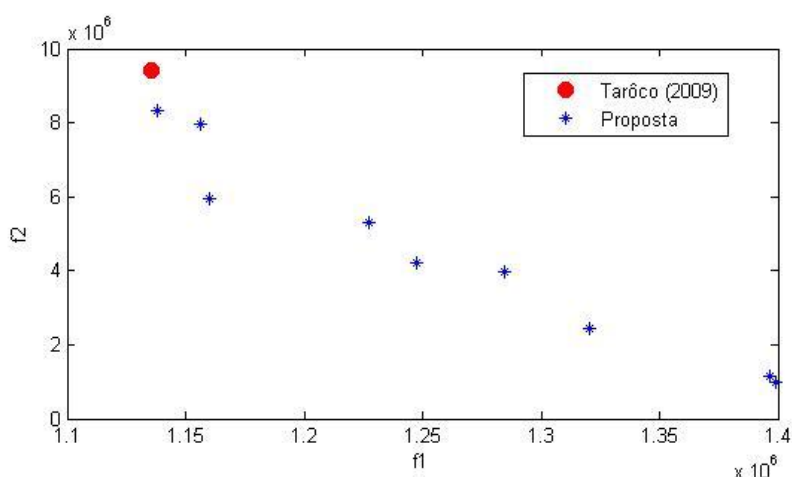


Figura 6.7. O conjunto de soluções Pareto ótimas $f_1 \times f_2$

Outra análise feita nos dados disponíveis considera o conjunto de soluções geradas em todas as execuções, assim totalizando 1000 indivíduos, sendo destes 500 gerados pela abordagem determinística e os outros 500 pela modelagem nebulosa. A Tabela 6.8 mostra

a comparação de todas as soluções encontradas para os critérios mais relevantes (taxa de infeasibilidade, custo monetário médio e custo médio das faltas). Do total 60% das soluções não dominadas foram geradas pela presente proposta.

Tabela 6.8 Análise de todas as soluções

	Soluções com infeasibilidade < 25%	Soluções Pareto ótimas para f_4, f_5, f_6
Literatura	110	19
Proposta	194	29
Total	304	48

Todos os testes anteriores consideraram para o cálculo da função objetivo o cenário médio. Então uma solução ótima nesse critério não necessariamente apresenta um desempenho ótimo na análise de sensibilidade. A fim de minimizar essa diferença, foi feita a seguinte modificação na avaliação da aptidão do indivíduo: o cálculo para a *fitness* de cada solução continua considerando o cenário médio, mas adicionalmente é gerado um cenário futuro da mesma forma como acontece na análise de sensibilidade. Se o indivíduo não atende a esse cenário, ele é penalizado de forma que mesmo sendo parte do conjunto de soluções ótimas, ele não irá compô-lo. Essa alteração é feita no algoritmo utilizado na presente proposta. A Tabela 6.9 mostra os resultados considerando a média, a mediana e desvio padrão das soluções com taxa de infeasibilidade desejável obtidas durante todas as execuções.

Tabela 6.9 Resultados para o cenário adicional

	Média das soluções viáveis	Mediana	Desvio padrão	Menor número de soluções válidas	Maior número de soluções válidas
Proposta sem cenário adicional	21.2	25	4,9	16	31
Proposta com adição do novo cenário	36.25	38	4,4 3	31	44

A inclusão do cenário adicional encontrou um número de soluções válidas ao final da análise de sensibilidade.

De forma similar aos primeiros testes, também selecionou-se a execução em cada caso que possui o maior número de soluções com taxa de infactibilidade < 25% para comparar os resultados das duas situações. A Tabela 6.10 analisa as soluções encontradas pela abordagem proposta sem e com adição do cenário adicional (referenciada por proposta*).

Tabela 6.10 Comparação dos resultados da proposta e com modificação

	Soluções válidas após A.S.M	Soluções Pareto ótimas na A.S.	Soluções Pareto ótimas para o problema
Proposta	32	20	20
Proposta*	43	40	37
Total	75	60	57

A inclusão do cenário adicional proporcionou um aumento significativo no número de soluções válidas factíveis encontradas e ainda assim também encontrou um conjunto maior de soluções eficientes.

Os resultados encontrados para 50 indivíduos com 150.000 avaliações de função não apresentaram valores médios diferentes das outras execuções, como pode ser visto na Tabela 6.11.

Tabela 6.11 Soluções encontradas com 150.000 avaliações de função

	Média de soluções válidas	Desvio padrão	Menor número de soluções válidas	Maior número de soluções válidas
Proposta sem cenário adicional	34	7	29	39
Proposta com cenário adicional	41	3,55	39	46

Mesmo aumentando o número de possibilidades de redes viáveis e com melhor capacidade de adaptar-se aos cenários diversos, pela adoção da otimização nebulosa, não se perdeu em soluções eficientes para o problema. Se por exemplo, for o critério menor custo monetário da rede o selecionado para nortear a escolha da rede a ser implantada, ainda assim a abordagem proposta proporcionará uma boa solução.

7 Considerações Finais

O uso da teoria dos conjuntos nebulosos viabiliza a inserção de parâmetros com valores imprecisos na formulação de problemas, o que com a otimização tradicional, muitas vezes, não é possível de modelar. A otimização nebulosa, portanto, permite uma forma mais adequada de lidar com situações do mundo real, que possuam fontes de imprecisão relacionadas à função objetivo ou restrições.

Vários modelos estão disponíveis na literatura para resolução de problemas de otimização por meio de conjuntos nebulosos. Neste trabalho, optou-se por apresentar e testar alguns dos mais utilizados, numa situação em que se deseja otimizar o projeto de redes de distribuição de energia elétrica, importante devido a seu impacto econômico e social. Há também a alteração da modelagem por meio de funções de pertinência e a maximização do grau de satisfação com o uso do NSGA-II.

As soluções eficientes para o projeto de redes, como apresentado aqui, permite ao projetista escolher a rede que melhor atende às suas necessidades, sem deixar de preocupar com a robustez. A capacidade de uma solução se adaptar as incertezas é avaliada por meio da Simulação de Monte Carlo.

Pelos resultados obtidos observa-se que a adoção da otimização nebulosa permitiu modelar as incertezas no projeto de redes de distribuição de energia elétrica. Foi possível encontrar redes robustas, capazes de suportar vários cenários de demanda de carga além daquele fornecido pelo caso médio.

As soluções encontradas foram comparadas com resultados disponíveis em trabalhos anteriores, o que mostrou a capacidade da formulação nebulosa. Com a abordagem

multiobjetivo foram considerados outros aspectos importantes além do custo monetário, como a confiabilidade, e as perdas de energia.

No entanto, para o sucesso dos resultados é necessário um conhecimento razoável do problema a fim de se determinar valores de referências e tolerâncias adequadas para as funções objetivo e restrições. Também é possível obter esses valores por meio de execuções prévias, ou dados já disponíveis em trabalhos anteriores.

7.1 Trabalhos futuros

Como proposta de continuidade deste trabalho há em perspectiva:

- A aplicação de conjuntos nebulosos em outros tipos de algoritmos evolucionários, como o *Ant Colony System*;
- A simulação em sistemas com maior quantidade de nós;
- A adaptação do método apresentado em outros tipos de redes, como redes de telecomunicações;
- O estudo da previsão de carga espacial com aplicações de sistemas nebulosos, baseado no uso futuro dos terrenos (residencial, comercial ou industrial) e na modelagem do perfil de consumo do usuário final.
- O estudo da melhor configuração dos algoritmos, bem com das funções de pertinência e números nebulosos.
- A utilização de outros tipos de funções de pertinência, como por exemplo, a sigmoïdal para cobrir melhor todas as soluções.

Referências Bibliográficas

- Ahuja, R. K., Magnanti, T. L. e Orlin, J. B. 1993.** *Network Flows: Theory, Algorithms and Applications*. s.l. : Prentice Hall, 1993.
- Almeida, T. A., et al. 2005.** A genetic algorithm to solve the minimum spanning tree problem with fuzzy parameters using possibility measure. *Fuzzy Information Processing Society*. 2005, pp. 627–632.
- Approach, Multiobjective Evolutionary Algorithms: A Comparative Case Study and the Strength Pareto. 1999.** Zitzler, E.; Thiele, L. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. 1999, Vol. 3, pp. 257-271.
- Bazaraa, M. S., Jarvis, J. J. e Sherali, H. D. 1991.** *Linear Programming and Network Flows*. s.l. : Wiley, 1991.
- Bector, C.R. e Chandra, S. 2005.** *Fuzzy Mathematical Programming and Fuzzy Matrix Games*. New York : Springer, 2005.
- Bellman, R.E e Zadeh, L.A. 1970.** Decision Making In A Fuzzy Environment. *Management Science*. 1970, Vol. 8.
- Bondy, J. A. e Murty, U. S. R. 1976.** *Graph Theory with Applications*. s.l. : MacMillan, 1976.
- Branke, J., Deb, K. e Miettinen, K. & Słowiński, R. 2008.** Multiobjective Optimization - Interactive and Evolutionary Approaches. *Lecture Notes in Computer Science*. 2008, Vol. 5252.
- Cantão, L. A. P. 2003.** Programação Não-Linear com Parâmetros Fuzzy: Teoria e Algoritmos. *Tese apresentada ao FEEC – UNICAMP*. 2003.
- Carrano, E. G. 2007.** Algoritmos Evolucionários Eficientes para Otimização de Redes. *Tese apresentada a Universidade Federal de Minas Gerais*. Belo Horizonte, Brasil : s.n., 2007.
- Carrano, E. G., et al. 2006.** Electric distribution multiobjective network design using a problem-specific genetic algorithm. *IEEE Transactions on Power Delivery*. 2006, pp. 995–1005.

- Carrano, E. G., et al. 2007a.** Electric distribution network expansion under load evolution uncertainty using an immune system inspired algorithm. *IEEE Transactions on Power Systems*. 2007a, Vol. 22, pp. 851–861.
- Carrano, E. G., et al. 2010.** Non-linear Network Optimization - An Embedding Vector Space Approach. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. 2010, Vol. 14, pp. 206-226.
- Carrano, E. G., Souza, B. B. e Neto, O. M. & Takahashi, R. H. C. 2008.** An Immune Inspired Memetic Algorithm for power distribution system design under load evolution uncertainties. *IEEE Congress on Evolutionary Computation*. 2008, pp. 3252-3258.
- Carvalho, M. B. 2007.** Aplicações de Meta-heurística Genética e Fuzzy no Sistema de Colônia de Formigas para o Problema do Caixeiro Viajante. *Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas*. Campinas : s.n., 2007.
- Cayley, A. 1989.** A theorem on trees. *Quart. Journal of Mathematics*. 1989, Vol. 23, pp. 376–378.
- Chandras, S. e Bector, C.R. 2005.** *Fuzzy Mathematical Programming and Fuzzy Matrix Games*. s.l. : Springer, 2005.
- Coello, C. A.C., Lamont, G. B. L e Veldhuizen, D. A. V. 2002.** *Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems*. México : Springer, 2002.
- Deb, K, Pratap, A. e Agarwal, S.& Meyarivan, T. 2002.** A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. 2002, pp. 182-197.
- Dijkstra, E. W. 1959.** A note on two problems in connection with graphs. *Numerische Mathematik*. 1959, Vol. 1, pp. 269–271.
- Dubois, D. e Prade, H. 1980.** *Fuzzy Sets and Systems*. s.l. : Academic Press, 1980.
- Farina, M. e Amato, P. 2004.** A Fuzzy Definition of “Optimality” for Many-Criteria Optimization Problems. *IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS—PART A: SYSTEMS AND HUMANS*. 2004, Vol. 3.
- Fonseca, C. M. e Fleming, P. J. 1993.** Genetic algorithms for multiobjective optimization: Formulation, discussion and generalization. *Proc. International Conference on Genetic Algorithms*. San Mateo, USA : s.n., 1993.
- Fonseca, C. M. 1995.** Multiobjective genetic algorithms with applications to control. *PhD thesis, University of Sheffield, Sheffield, UK*. 1995.

- Gen, M. e Cheng, R. 2000.** *Genetic Algorithms and Engineering Optimization*. New York : Wiley, 2000.
- Goldberg, M.C. e H.P.L, Luna. 2000.** *Otimização Combinatória e Programação Linear : Modelos e Algoritmos*. Rio de Janeiro : Editora Campus, 2000.
- Gómez, D., Montero, J. e Yáñez, J. 2006.** A coloring fuzzy graph approach for image classification. *Information Sciences*. 2006, Vol. 176, pp. 3645–3657.
- Herrera, F. 1994.** Applying Genetic Algorithms in Fuzzy Optimization Problems. *Fuzzy Systems & A.I. Reports and Letters*. 1994, Vol. 3, pp. 39-52.
- Jang, J. R. e Sun, C.T. & Mizutani, E. 1997.** *Neuro-Fuzzy and Soft Computing*. s.l. : Prentice Hall, 1997.
- Kasperski, A. 2008.** Discrete Optimization with Interval Data. *Studies in Fuzziness and Soft Computing*. 2008, Vol. 228.
- Klein, C. M. 1991.** Fuzzy shortest paths, Fuzzy Sets and Systems. *Fuzzy Sets and Systems*. 1991, Vol. 39, pp. 27–41.
- Klir, G. J. e Yuan, B. 1995.** *Fuzzy Sets & Fuzzy Logic: Theory & Applications*. s.l. : Prentice Hall PTR, 1995.
- Köppen, M., Franke, K. e Nickolay, B. 2003.** Fuzzy-Pareto-dominance driven multiobjective genetic algorithm. *In 10th IFSA World Congress*. 2003, pp. 450-453.
- Luenberger, D. G & Ye, Y. 2008.** *Linear and Nonlinear Programming*. New York : Springer, 2008.
- Manno, I. 1999.** *Introduction to the Monte-Carlo Method*. Budapest : Akademiai Kiado, 1999.
- Miettinen, K. 1999.** *Nonlinear Multiobjective Optimization*. Boston : Kluwer Academic Publishers, 1999.
- Narsingh, D. 1984.** *Graph Theory with Applications to Engineering and Computer Science*. New Delhi : Prentice Hall, 1984.
- Okada, S. E e Soper, T. 2000.** A shortest path problem on a network with fuzzy arc lengths. *Fuzzy Sets and Systems*. 2000, Vol. 109, pp. 129–140.
- Pedrycz, W. e Gomide, F. 2007.** *Fuzzy Systems Engineering: Toward Human-Centric Computing*. 2007.

- Pierre, S. 1993.** Application of artificial intelligence techniques to computer network. *Engineering Applications in Artificial Intelligence*. 1993, Vol. 6, pp. 465–472.
- Ramírez-Rosado, I. e Bernal-Agustín, J. 1998.** Genetic algorithms applied to the design of large power distribution systems. *IEEE Transactions on Power Systems*. 1998, Vol. 13, pp. 696–702.
- Schaffer, J. D. 1984.** Some experiments in machine learning using vector evaluated genetic algorithms. *PhD thesis, Vanderbilt University, Nashville, USA*. 1984.
- Silva, R. C. 2009.** Programação Multi-objetivo Fuzzy. *Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Campinas*. Campinas, SP : s.n., 2009.
- Soares, L. A. E. 2001.** Uma abordagem multi-critério no planejamento ótimo de sistemas de distribuição de energia. *Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas*. Belo Horizonte, Brasil : s.n., 2001.
- Souza, B. B. 2007.** Projeto de redes de distribuição de energia com incertezas na evolução. *Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais*. Belo Horizonte, Brasil : s.n., 2007.
- Souza, B. B., et al. 2011.** Immune system memetic algorithm for power distribution network design with load evolution uncertainty. *Electric Power Systems Research*. 2011.
- Takahashi, M. T. 2004.** Contribuições ao Estudo de Grafos Fuzzy: Teoria e Algoritmos. *Tese apresentada a Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP*. Campinas : s.n., 2004.
- Tarôco, C.G, et al. 2010.** Robust design of power distribution systems using an enhanced multiobjective genetic algorithm. *International Journal of Natural Computing Research*. 2010, Vol. 1, pp. 92-112.
- Vanderbei, R. J. 2001.** *Linear Programming: Foundations and Extensions*. s.l. : Springer, 2001.
- Vasconcelos, J.A. 1994.** Optimisation de Forme des Structures Electromagnétiques. *Tese de Doutorado apresentada a École Centrale de Lyon*. 1994.
- Verdegay, J.L. 1982.** Fuzzy mathematical programming. *Fuzzy Information and Decision Processes*. 1982.
- Wanner, E. F. 2006.** Operadores para Algoritmos Genéticos baseados em aproximações. *Tese apresentada a Universidade Federal de Minas Gerais*. 2006.

- Whitley, D. 2001.** An overview of Evolutionary Algorithms: Practical Issues and Common Pitfalls. *Information and Software Technology*. 2001, Vol. 43, pp. 817-831.
- Willis, H. L., et al. 1996.** Selecting and applying distribution optimization methods. *IEEE Computer Applications in Power*. 1996, Vol. 9, pp. 9-17.
- Zadeh, L. A. 1965.** Fuzzy Sets. *Information and Control*. 1965, Vol. 8, pp. 338-353.
- Zimmerman, H. J. 1992.** *Fuzzy Set Theory and its Applications*. Massachusetts : Nowell, 1992.
- Zitzler, E. e Thiele, L. 1999.** Multiobjective Evolutionary Algorithms: A Comparative Case Study and the Strength Pareto Approach. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. 1999, Vol. 3, pp. 257-271.

Anexo I – Trabalhos apresentados em evento

Trabalho intitulado “Aplicação de Modelagem Nebulosa em Problemas de Otimização sob Condições de Incertezas” apresentado no I Congresso Brasileiro de Sistemas Fuzzy, Universidade Federal de São Carlos, Novembro de 2010, Sorocaba/SP.

Trabalho intitulado “Tratamento de Incertezas no Problema do Caixeiro Viajante Simétrico e Assimétrico: Uma Abordagem Nebulosa” apresentado no I Congresso Brasileiro de Sistemas Fuzzy, Universidade Federal de São Carlos, Novembro de 2010, Sorocaba/SP