

BRUNO PÉREZ FERREIRA

Estudo do Efeito dos Desvios entre Marcação a Mercado e o Valor Nominal na
Rentabilidade de Títulos Públicos Federais Brasileiros

BELO HORIZONTE

2011

BRUNO PÉREZ FERREIRA

Estudo do Efeito dos Desvios entre Marcação a Mercado e o Valor Nominal na
Rentabilidade de Títulos Públicos Federais Brasileiros

Tese apresentada ao Centro de Pós-Graduação e Pesquisas em Administração da Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Administração, área de concentração: Finanças.

Orientador: Professor Doutor
Francisco Vidal Barbosa

BELO HORIZONTE

2011

B238e
2011

Ferreira, Bruno Pérez, 1978-

Estudo do efeito dos desvios entre marcação a mercado e o valor nominal na rentabilidade de títulos públicos federais brasileiros / Bruno Pérez Ferreira. - 2011

247 f., enc. : il., gráfs., tabs.

Orientador: Francisco Vidal Barbosa

Tese (doutorado). Universidade Federal de Minas Gerais. Centro de Pós-Graduação e Pesquisas em Administração.

1.Finanças - Teses 2.Administração financeira - Teses
3.Administração - Teses I.Barbosa, Francisco Vidal II.Universidade Federal de Minas Gerais. Centro de Pós-Graduação e Pesquisas em Administração. III.Título

CDD: 332



**Universidade Federal de Minas Gerais
Faculdade de Ciências Econômicas
Departamento de Ciências Administrativas
Centro de Pós-Graduação e Pesquisas em Administração**

ATA DA DEFESA DE TESE DE DOUTORADO EM ADMINISTRAÇÃO do Senhor **BRUNO PÉREZ FERREIRA**, REGISTRO N° 74/2011. No dia 30 de junho de 2011, às 13:30 horas, reuniu-se na Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG, a Comissão Examinadora de Tese, indicada pelo Colegiado do Centro de Pós-Graduação e Pesquisas em Administração do CEPEAD, em 13 de junho de 2011, para julgar o trabalho final intitulado "Estudo do Efeito dos Desvios entre Marcação a Mercado e o Valor Nominal na Rentabilidade de Títulos Públicos Federais Brasileiros", requisito para a obtenção do Grau de Doutor em Administração, linha de pesquisa: **Finanças**. Abrindo a sessão, o Senhor Presidente da Comissão, Prof. Dr. Francisco Vidal Barbosa, após dar conhecimento aos presentes o teor das Normas Regulamentares do Trabalho Final, passou a palavra ao candidato para apresentação de seu trabalho. Seguiu-se a arguição pelos examinadores com a respectiva defesa do candidato. Logo após, a Comissão se reuniu sem a presença do candidato e do público, para julgamento e expedição do seguinte resultado final:

APROVAÇÃO;

APROVAÇÃO CONDICIONADA A SATISFAÇÃO DAS EXIGÊNCIAS CONSTANTES NO VERSO DESTA FOLHA, NO PRAZO FIXADO PELA BANCA EXAMINADORA (NÃO SUPERIOR A 90 NOVENTA DIAS);

REPROVAÇÃO.

O resultado final foi comunicado publicamente ao candidato pelo Senhor Presidente da Comissão. Nada mais havendo a tratar, o Senhor Presidente encerrou a reunião e lavrou a presente ATA, que será assinada por todos os membros participantes da Comissão Examinadora. Belo Horizonte, 30 de junho de 2011.

NOMES

ASSINATURAS

Prof. Dr. Francisco Vidal Barbosa
ORIENTADOR (CEPEAD/UFMG)

Prof. Dr. Márcio Augusto Gonçalves
(CEPEAD/UFMG)

Prof. Dr. Bernardo Nunes Borges de Lima
(ICEX/UFMG)

Prof. Dr. Marcos Antônio de Camargos
(IBMEC/MG)

Prof. Dr. Renato Vidal da Silva Martins
(ICEX/UFMG)

Prof. Dr. Wilson Toshiro Nakamura
(Universidade Presbiteriana Mackenzie/ SP)

.....
.....
.....
.....
.....
.....

*Às pessoas que se
comprometeram com
meu árduo, porém
gratificante trabalho.*

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, obrigado aos meus entes queridos pela dedicação e compreensão frente aos momentos de minha ausência no desenvolvimento deste trabalho de pesquisa.

Agradeço ao Poder Executivo do Estado de Minas Gerais, em especial à Subsecretaria do Tesouro, pelo apoio e incentivo ao desenvolvimento da pesquisa e avanço do conhecimento.

Obrigado ao Centro de Pós-Graduação e Pesquisas em Administração e a toda a comunidade da Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Federal de Minas Gerais pela oportunidade de realizar meus estudos e consolidar minha carreira acadêmica até esse momento de conclusão do Doutorado. Em especial, agradeço ao meu orientador professor Francisco Vidal Barbosa pela orientação acadêmica e pela amizade consolidada no desenvolvimento desta pesquisa.

Este trabalho somente foi possível contando com o apoio dos gestores financeiros, especificamente de renda fixa, que dedicaram tempo e atenção prestando informações fundamentais para o desenvolvimento do trabalho, tanto na abordagem qualitativa quanto na análise quantitativa. Tais gestores são profissionais de notório que já apresentaram desempenho no mercado financeiros local, tendo atuado tanto nos cinco maiores bancos brasileiros quanto nos principais fundos do setor público em Minas Gerais.

RESUMO

Os títulos públicos federais são um dos principais contratos de negociação de dívida relacionados ao 1º setor, apresentam um deságio e/ou indexações à inflação ou taxa de juros como remuneração dos recursos contratados e são um investimento de renda fixa. Com o valor contratual de um título público e a forma como são negociados no mercado financeiro, verifica-se seu preço nas negociações. Nesta pesquisa, analisa-se, quantitativa e qualitativamente, como a variação entre o valor de mercado e o contratado se comporta ao longo do tempo. Foram considerados os principais títulos públicos brasileiros: Letra Financeira do Tesouro, LFT; Letra do Tesouro Nacional, LTN; e Notas do Tesouro Nacional, séries B, C e F. A abordagem quantitativa foi baseada no procedimento de Hull (1997) conjugado com medidas de *tracking error*, como o desvio padrão da divergência não planejada, aplicados sobre a rentabilidade diária apuradas pela marcação a mercado e pela marcação na curva de vencimento. Os dados utilizados foram obtidos na Secretaria do Tesouro Nacional – STN, Banco Central do Brasil – BACEN e Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais – ANBIMA, com frequência diária e com início em 01/02/2006 e término em 31/08/2010. A abordagem qualitativa por questionários considerou a percepção de agentes do mercado financeiro brasileiro da área de renda fixa de como essas divergências na avaliação de títulos públicos pode impactar em suas decisões de investimento. Os resultados da análise quantitativa demonstraram que, ao incorporar a *duration* conjugada com a convexidade nos desvios entre a marcação a mercado, e a marcação na curva de vencimento, conforme expansão de Taylor destacada por Hull (1997), a rentabilidade indicada pelas duas técnicas de avaliação de títulos públicos converge para o valor indicado na curva de vencimento. Também identificou a percepção da convergência entre a marcação a mercado e o valor na curva de vencimento, de modo que o uso da marcação a mercado reflete o valor imediato de um investimento de renda fixa e a marcação na curva indica o valor do título mediante sua manutenção até o vencimento, conforme estipula o contrato de renda fixa.

ABSTRACT

Government bonds are a major contract negotiation of debt related to the 1st sector, have a discount rate and / or are indexed to inflation or interest rates as a reward for the contracted resources and are a fixed income investment. With a contract value of a public security and the way they are traded in financial markets, there is a price in negotiations. In this research, we analyze quantitatively and qualitatively, how the variation between the market value and the contract value behaves over time. The main Brazilian's government bonds were considered: Treasury Financing Bill, LFT; National Treasury Bills, LTN, and National Treasury Notes, Series B, C and F. The quantitative approach was based on the procedure of Hull (1997) in conjunction with tracking error measures, as the standard deviation of the unplanned divergence applied to the daily return recorded by mark-to-market and marking to the yield curve. The data used was extracted from the National Treasury Secretariat - STN, Central Bank of Brazil – BACEN and National Association of Financial Market Institutions – ANBIMA. In daily values, starting on 01/02/2006 and ending on 31/08/2010. The qualitative approach using questionnaires considered the perception of agents in the financial market of the fixed income area about how these differences in the evaluation of government securities might impact their investment decisions. The results of quantitative analysis showed that by incorporating the duration and convexity together, to the deviations between the mark-to-market and yield curve, as Taylor expansion highlighted by Hull (1997), the return indicated by the two government bonds evaluation techniques converge to the yield to maturity curve. The perception of convergence was also identified the perception of convergence between the mark to market value and the maturity curve, so that the use of mark-to-market reflects the value of an immediate fixed-income investment and the yield curve indicates the value of the bond upon its maintenance until maturity, as stipulated in the contract of fixed income.

ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO.....	1
1.1	Contextualização	3
1.2	Problematização	4
1.3	Objetivos	6
1.3.1	Objetivo geral	6
1.3.2	Objetivos específicos	7
1.4	Justificativa.....	8
1.5	A Estrutura da Tese	10
2	REFERENCIAL TÉORICO.....	13
2.1	Revisão de literatura	14
2.1.1	Análise da rentabilidade segundo a curva de vencimento	14
2.1.2	Avaliação de investimentos pela marcação a mercado.....	16
2.1.3	A relação entre marcação a mercado e marcação na curva de vencimento	19
2.1.4	Tendência de reversão à média.....	20
2.2	Estudos de renda fixa	22
2.2.1	Abordagens sobre a Estrutura a Termo das Taxas de Juros	25
2.2.2	<i>Duration</i> : elasticidade do preço de um título em relação às variações na taxa de juros ao longo do tempo	36
2.2.3	Convexidade: inclusão do termo de segunda ordem	41
2.2.4	Relação entre <i>Duration</i> e Convexidade com a variação do preço de um título.....	47
2.2.5	O efeito da liquidez.....	48
3	METODOLOGIA	52
3.1	Abordagem quantitativa	52

3.1.1	Avaliação da divergência entre a marcação a mercado e o valor na curva de títulos públicos	53
3.1.2	Procedimentos de teste utilizados	57
3.2	Abordagem qualitativa	59
3.3	Restrições do estudo	61
3.4	Atividades da pesquisa	61
4	OS TÍTULOS PÚBLICOS BRASILEIROS	65
5	RESULTADOS	71
5.1	Abordagem Quantitativa	71
5.1.1	Letras Financeiras do Tesouro (LFT)	72
5.1.2	Letras do Tesouro Nacional (LTN).....	81
5.1.3	Notas do Tesouro Nacional tipo F (NTN-F).....	92
5.1.4	Notas do Tesouro Nacional tipo B (NTN-B).....	100
5.1.5	Notas do Tesouro Nacional tipo C (NTN-C).....	113
5.2	Abordagem Qualitativa	123
5.2.1	Os entrevistados	123
5.2.2	Avaliação de títulos públicos	124
5.2.3	Técnicas de avaliação de títulos públicos	125
5.2.4	Distinção entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento.....	127
5.2.5	Possibilidade de arbitragens entre as técnicas de avaliação.....	130
5.3	Análise de Resultados	133
5.3.1	A diferença entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento	133
5.3.2	A convergência entre as técnicas de avaliação	134
5.3.3	Comparações entre os tipos de títulos públicos	136
5.3.4	A coerência no uso das técnicas de <i>valuation</i> de títulos públicos	138

6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	141
7	REFERÊNCIAS	144
	Anexo A: Termo do Plano Contábil dos Fundos de Investimento – COFI, instituído pela Comissão de Valores Mobiliários – CVM, por sua Instrução nº 438/2006.....	150
	Anexo B: Questionário das Entrevistas com Gestores de Aplicações em Títulos Públicos Federais Brasileiros	152
	Anexo C: Análise da Divergência na Rentabilidade Diária entre a Marcação a Mercado e a Marcação na Curva dos Títulos Públicos da Amostra.....	158
	Anexo D: Base de Dados Relativa aos Títulos Públicos da Amostra	245

Lista de Siglas

ALM – *Asset-Liability Management*

ANBIMA – Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais

BACEN – Banco Central do Brasil

BM&F – Bolsa de Mercadorias e Futuros

CDI – Certificado de Depósito Interbancário

COFI – Plano Contábil dos Fundos de Investimento

Conaprev – Conselho Nacional de Previdência

CVM – Comissão de Valores Mobiliários

DI – Depósito Interbancário

ES – Expected Shortfall

ETTJ – Estrutura a Termo das Taxas de Juros

FGV – Fundação Getúlio Vargas

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

IGP-M – Índice Geral de Preços ao Mercado

IPCA – Índice de Preços ao Consumidor Amplo

LFT – Letra Financeira do Tesouro

LTN – Letra do Tesouro Nacional

MPS – Ministério da Previdência Social

MRM – Modelos de Reversão à Média

NTN-B – Nota do Tesouro Nacional série B

NTN-C – Nota do Tesouro Nacional série C

NTN-F – Nota do Tesouro Nacional série F

Rmc – Rentabilidade pela Marcação na Curva de Vencimento

Rmm – Rentabilidade pela Marcação a Mercado

SELIC – Sistema Especial de Liquidação e Custódia

STN – Secretaria do Tesouro Nacional

TIR – Taxa Interna de Retorno

VaR – Value at Risk

YTM – Yield to Maturity

Lista de Figuras

Figura 1: Avaliação diária da rentabilidade de um título LTN conforme as técnicas marcação a mercado e marcação na curva de vencimento.	5
Figura 2: Curva de juros e estrutura a termo da taxa de juros	15
Figura 3: Curva de Retornos.....	26
Figura 4: Aproximação do preço de um título por meio da <i>Duration</i> e da convexidade.	48
Figura 5: Fluxo dos títulos LTN, LFT e NTN-B Principal	66
Figura 6: Fluxo dos títulos: NTN-B, NTN-C e NTN-F.....	67
Figura 7: Rentabilidade indicada pela marcação a mercado (R_{mm}) e marcação na curva (R_{mc}) dos títulos LFT com vencimento em 2010.....	73
Figura 8: Rentabilidade indicada pela expansão de Taylor ($E(r)$) e marcação na curva (R_{mc}) dos títulos LFT com vencimento em 2010.	79
Figura 9: Rentabilidade indicada pela marcação a mercado (R_{mm}) e marcação na curva (R_{mc}) dos títulos LTN com vencimento em 2010.	82
Figura 10: Rentabilidade indicada pela expansão de Taylor ($E(r)$) e marcação na curva (R_{mc}) dos títulos LTN com vencimento em 2010.	89
Figura 11: Rentabilidade indicada pela marcação a mercado (R_{mm}) e marcação na curva (R_{mc}) dos títulos NTN-F com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.	93
Figura 12: Rentabilidade indicada pela expansão de Taylor ($E(r)$) e marcação na curva (R_{mc}) dos títulos NTN-F com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.	98
Figura 13: Rentabilidade indicada pela marcação a mercado (R_{mm}) e marcação na curva (R_{mc}) dos títulos NTN-B com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.	101
Figura 14: Rentabilidade indicada pela expansão de Taylor ($E(r)$) e marcação na curva (R_{mc}) dos títulos NTN-B com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.....	111
Figura 15: Rentabilidade indicada pela marcação a mercado (R_{mm}) e marcação na curva (R_{mc}) dos títulos NTN-C, com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.	114

Figura 16: Rentabilidade indicada pela expansão de Taylor ($E(r)$) e marcação na curva (R_{mc}) dos títulos NTN-C, com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.....	121
Figura 17: Tendência da divergência entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento dos títulos públicos brasileiros pesquisados.	136
Figura 18: Rentabilidade indicada pela marcação a mercado (R_{mm}) e marcação na curva (R_{mc}) dos títulos LFT com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.....	159
Figura 19: Rentabilidade indicada pela expansão de Taylor ($E(r)$) e marcação na curva (R_{mc}) dos títulos LFT com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.....	184
Figura 20: Rentabilidade indicada pela marcação a mercado (R_{mm}) e marcação na curva (R_{mc}) dos títulos LTN com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.....	196
Figura 21: Rentabilidade indicada pela expansão de Taylor ($E(r)$) e marcação na curva (R_{mc}) dos títulos LTN com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.	209
Figura 22: Rentabilidade indicada pela marcação a mercado (R_{mm}) e marcação na curva (R_{mc}) dos títulos NTN-F com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.....	216
Figura 23: Rentabilidade indicada pela expansão de Taylor ($E(r)$) e marcação na curva (R_{mc}) dos títulos NTN-F com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.....	221
Figura 24: Rentabilidade indicada pela marcação a mercado (R_{mm}) e marcação na curva (R_{mc}) dos títulos NTN-B com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.	224
Figura 25: Rentabilidade indicada pela expansão de Taylor ($E(r)$) e marcação na curva (R_{mc}) dos títulos NTN-B com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.....	234
Figura 26: Rentabilidade indicada pela marcação a mercado (R_{mm}) e marcação na curva (R_{mc}) dos títulos NTN-C com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.	237
Figura 27: Rentabilidade indicada pela expansão de Taylor ($E(r)$) e marcação na curva (R_{mc}) dos títulos NTN-C com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.....	242

Lista de Quadros

Quadro 1: Abordagens teóricas sobre a Estrutura a Termo das Taxas de Juros....	30
Quadro 2: Abordagens relacionadas à estrutura a termo da taxa de juros.....	34
Quadro 3: Abordagens relativas ao efeito da liquidez nos títulos públicos.....	49
Quadro 4: Características dos títulos públicos constatadas na pesquisa pela abordagem quantitativa.....	137

Lista de Tabelas

Tabela 1: Estatísticas descritivas da rentabilidade, segundo a marcação a mercado dos títulos LFT, com vencimento em 2010.....	75
Tabela 2: Estatísticas descritivas da rentabilidade, segundo a marcação na curva de vencimento dos títulos LFT, com vencimento em 2010	76
Tabela 3: Estatísticas descritivas da <i>DnP</i> entre a rentabilidade, segundo a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento dos títulos LFT, com vencimento em 2010	77
Tabela 4: Estatísticas descritivas da <i>DnP</i> entre a expansão de Taylor e a marcação na curva dos títulos LFT com vencimento em 2010	80
Tabela 5: Estatísticas descritivas da rentabilidade segundo a marcação a mercado dos títulos LTN com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.....	85
Tabela 6: Rentabilidade diária segundo a marcação na curva de vencimento dos títulos LTN com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010	86
Tabela 7: Estatísticas descritivas da <i>DnP</i> entre marcação a mercado e na curva dos títulos LTN com vencimento em 2010	87
Tabela 8: Estatísticas descritivas da <i>DnP</i> entre a expansão de Taylor e a marcação na curva dos títulos LTN com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010	91
Tabela 9: Estatísticas descritivas da rentabilidade segundo a marcação a mercado dos títulos NTN-F com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.....	94
Tabela 10: Rentabilidade diária segundo a marcação na curva de vencimento dos títulos NTN-F com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010	95
Tabela 11: Estatísticas descritivas da <i>DnP</i> entre marcação a mercado e na curva dos títulos NTN-F com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.....	96
Tabela 12: Estatísticas descritivas da <i>DnP</i> entre a expansão de Taylor e a marcação na curva dos títulos NTN-F com vencimento entre fev/2006 e ago/2010	99
Tabela 13: Estatísticas descritivas da rentabilidade segundo a marcação a mercado dos títulos NTN-B com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010	103

Tabela 14: Estatísticas descritivas da rentabilidade segundo a marcação na curva dos títulos NTN-B com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010	106
Tabela 15: Estatísticas descritivas da <i>DnP</i> entre marcação a mercado e na curva dos títulos NTN-B, com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010	109
Tabela 16: Estatísticas descritivas da <i>DnP</i> entre a expansão de Taylor e a marcação na curva dos títulos NTN-B, com vencimento entre fev/2006 e ago/2010	112
Tabela 17: Estatísticas descritivas da rentabilidade segundo a marcação a mercado dos títulos NTN-C com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010	116
Tabela 18: Estatísticas descritivas da rentabilidade segundo a marcação na curva dos títulos NTN-C, com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010	118
Tabela 19: Estatísticas descritivas da <i>DnP</i> entre marcação a mercado e na curva dos títulos NTN-C com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010	120
Tabela 20: Estatísticas descritivas da <i>DnP</i> entre a expansão de Taylor e a marcação na curva dos títulos NTN-C com vencimento entre fev/2006 e ago/2010	122
Tabela 21: Estatísticas descritivas da rentabilidade segundo a marcação a mercado dos títulos LFT com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010	164
Tabela 22: Estatísticas descritivas da rentabilidade segundo a marcação na curva de vencimento dos títulos LFT com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010	171
Tabela 23: Estatísticas descritivas da <i>DnP</i> entre a marcação a mercado e a na curva de vencimento dos títulos LFT com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010	178
Tabela 24: Estatísticas descritivas da <i>DnP</i> entre a expansão de Taylor e a marcação na curva dos títulos LFT com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010	189
Tabela 25: Estatísticas descritivas da rentabilidade segundo a marcação a mercado dos títulos LTN com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010	200
Tabela 26: Rentabilidade diária segundo a marcação na curva de vencimento dos títulos LTN com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010	203
Tabela 27: Estatísticas descritivas da <i>DnP</i> entre marcação a mercado e na curva dos títulos LTN com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010	205

Tabela 28: Estatísticas descritivas da DnP entre a expansão de Taylor e a marcação na curva dos títulos LTN com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010	212
Tabela 29: Estatísticas descritivas da rentabilidade segundo a marcação a mercado dos títulos NTN-F com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.....	217
Tabela 30: Estatísticas descritivas da rentabilidade segundo a marcação na curva de vencimento dos títulos NTN-F com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010 .	218
Tabela 31: Estatísticas descritivas da DnP entre marcação a mercado e na curva dos títulos NTN-F com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.....	219
Tabela 32: Estatísticas descritivas da DnP entre a expansão de Taylor e a marcação na curva dos títulos NTN-F com vencimento entre fev/2006 e ago/2010	222
Tabela 33: Estatísticas descritivas da rentabilidade segundo a marcação a mercado dos títulos NTN-B com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010	226
Tabela 34: Estatísticas descritivas da rentabilidade segundo a marcação na curva dos títulos NTN-B com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010	229
Tabela 35: Estatísticas descritivas da DnP entre marcação a mercado e na curva dos títulos NTN-B com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010	232
Tabela 36: Estatísticas descritivas da DnP entre a expansão de Taylor e a marcação na curva dos títulos NTN-B com vencimento entre fev/2006 e ago/2010	235
Tabela 37: Estatísticas descritivas da rentabilidade segundo a marcação a mercado dos títulos NTN-C com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010	238
Tabela 38: Estatísticas descritivas da rentabilidade segundo a marcação na curva dos títulos NTN-C com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010	239
Tabela 39: Estatísticas descritivas da DnP entre marcação a mercado e na curva dos títulos NTN-C com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010	241
Tabela 40: Estatísticas descritivas da DnP entre a expansão de Taylor e a marcação na curva dos títulos NTN-C com vencimento entre fev/2006 e ago/2010	243

1 INTRODUÇÃO

Nesta pesquisa analisou-se a divergência entre a marcação a mercado (*mark-to-market*) e a marcação na curva de vencimento de títulos públicos federais brasileiros, envolvendo, mais especificamente um estudo sobre a divergência entre as principais técnicas de avaliação da rentabilidade de títulos públicos, considerando o uso de técnicas financeiras de renda fixa, *duration* e convexidade.

Esta pesquisa colabora para o avanço do conhecimento na área, ao efetuar uma avaliação sistemática da divergência entre a marcação a mercado e a marcação pela curva de vencimento, além de identificar os distintos resultados que podem ser obtidos por meio da utilização de uma das técnicas de avaliação de investimentos de renda fixa. Com isso, o trabalho contribui para a teoria financeira, ao identificar uma relação entre as técnicas de avaliação de títulos públicos conjugada com a *duration* e a convexidade, baseada na abordagem de Hull (1997).

O escopo do trabalho foi a análise de divergências entre a marcação a mercado e o valor, conforme a curva de vencimento na precificação diária de títulos públicos brasileiros, de maneira a verificar como essa divergência é incorporada na rentabilidade desses títulos de renda fixa. Logo, trata-se de constatar como essa volatilidade entre as referidas técnicas de precificação é incorporada na avaliação de um título público por meio de uma abordagem de pesquisa quantitativa e de analisar a percepção de gestores de renda fixa brasileira sobre como as técnicas de *valuation* de títulos públicos interferem no desempenho desses investimentos de renda fixa.

O tema desta pesquisa insere-se nos estudos de finanças que abordam questões relacionadas às expectativas sobre taxas de juros e formação de preços dos títulos públicos brasileiros e destaca a volatilidade entre a marcação a mercado e a precificação conforme a curva de vencimento desses títulos de renda fixa. Essa volatilidade pode ser constatada pela constituição dos ágios e deságios na negociação dos papéis da dívida pública brasileira, sendo

que essa flutuação deve decair até o vencimento dos títulos públicos, quando se verifica a convergência no valor ao par.

Assim, a pesquisa voltou-se para o desenvolvimento de uma análise estatística descritiva dessa divergência entre as técnicas de avaliação da rentabilidade diária desses investimentos de renda fixa, o que engloba desde os títulos que apresentaram maior desvio entre a marcação a mercado e a rentabilidade estabelecida pela curva de vencimento até aqueles que mantiveram uma maior aderência entre as duas técnicas de mensuração de rentabilidade. Para isso, foi desenvolvida uma abordagem quantitativa baseada na conjugação do modelo de Hull e White (1990) com técnicas de *tracking error*, modelo destacado adiante nesta tese.

Essa análise está relacionada ao risco a que instituições, como fundos de renda fixa, fundos referenciados na taxa do Depósito Interbancário (DI), fundos de pensão, dentre outros detentores de títulos públicos federais brasileiros, estão expostas em função da utilização de técnicas alternativas de avaliação da rentabilidade desses investimentos – no caso, marcação a mercado e marcação na curva de vencimento. Logo, para completar a análise quantitativa realizada na pesquisa, foram realizadas entrevistas com gestores de carteiras de títulos públicos com patrimônio superior a um bilhão de reais, para verificar a consideração dessa divergência na gestão de investimentos em títulos públicos.

A abordagem qualitativa permitiu considerar implicações relacionadas à utilização de uma das técnicas de avaliação conforme a percepção de agentes do mercado de renda fixa brasileiro. Tal abordagem foi realizada em dois momentos distintos: inicialmente, com a aplicação de um questionário; e, posteriormente, com acesso aos resultados quantitativos da pesquisa, o mesmo questionário foi aplicado novamente. Assim, foi considerada a visão desses agentes do mercado financeiro conforme sua experiência na área, no primeiro contato, e considerando o estudo quantitativo, posteriormente.

1.1 Contextualização

De acordo com o CONAPREV (2009), a utilização dos métodos de avaliação de rentabilidade de investimentos em títulos públicos federais (marcação a mercado e marcação na curva de vencimento) pode implicar diferentes resultados para o desempenho de fundos de investimentos, como os fundos de finalidade previdenciária.

Os resultados da avaliação de investimentos para essas duas metodologias são convergentes na emissão e no vencimento dos títulos públicos; porém, ao longo do tempo de vigência de um título, o valor de mercado, indicado pela marcação a mercado, e o valor da marcação na curva de vencimento podem divergir, o que interfere na avaliação dos resultados de uma política de investimentos.

Diante disso, em uma nota técnica de março de 2009, o CONAPREV enfatizou o item VIII do Artigo 16 da Portaria nº 402/2008 do Ministério da Previdência Social (MPS), o qual determina que os títulos públicos constantes das carteiras de investimento dos regimes próprios de previdência social devem ser obrigatoriamente precificados pela sua curva de mercado, ou seja, em linha com a melhor estimativa de valor de cada ativo disponível para negociação no mercado secundário.

No entanto, os fundos de investimento exclusivos e as carteiras próprias das entidades abertas e fechadas de previdência complementar, das instituições financeiras e das seguradoras podem ter seus ativos precificados pela curva de vencimento, desde que seja observado o disposto em legislação própria e tais ativos sejam registrados especificamente na categoria contábil “Títulos mantidos até o vencimento”. A modelagem de precificação pela curva de vencimento é análoga à de mercado, substituindo-se as taxas de negociação diária pela taxa na qual o ativo foi comprado. Contudo, segundo CVM (2010), como determina o Plano Contábil dos Fundos de Investimento – COFI, instituído pela Comissão de Valores Mobiliários – CVM, por sua Instrução nº 438/2006, a utilização da marcação na curva de vencimento demanda a manutenção do título na carteira de investimentos até o vencimento desse ativo de renda fixa.

Nesse contexto, tem-se a seguinte questão de pesquisa: qual o efeito dos desvios entre marcação a mercado e o valor nominal na rentabilidade de títulos públicos federais brasileiros? Portanto, o enfoque desta pesquisa, tendo em vista a gestão de investimentos em renda fixa, é o desenvolvimento de um estudo dos desvios verificados, ao longo do tempo, entre a marcação a mercado de títulos públicos federais e a rentabilidade determinada pela curva de vencimento na rentabilidade desses investimentos.

1.2 Problematização

Os estudos de renda fixa lidam com temas relacionados aos investimentos em títulos públicos, tais como: taxa interna de retorno contratada na aquisição desses títulos; comportamento das taxas de juros do mercado e dos indexadores atrelados a essas aplicações; e prazo de manutenção desses títulos na carteira de um investidor. Esses aspectos são analisados, segundo Fabozzi (2004), por meio de modelos como a *Duration* e a Convexidade, voltados para a verificação de riscos relacionados a variações nas taxas de juros. Tal verificação visa a uma imunização dos investimentos, isto é, objetiva que os ativos sejam adequados às obrigações de uma instituição e às abordagens relacionadas à análise da liquidez nas aplicações de renda fixa.

Uma das principais questões vinculadas aos estudos de renda fixa é a precificação desses títulos, conforme destaca Damodaran (1997), a qual é influenciada por aspectos como as expectativas relacionadas aos indexadores desses ativos, as taxas de juros praticadas e a liquidez no mercado financeiro. No contexto dos títulos públicos federais brasileiros, podem-se destacar como principais técnicas de avaliação desses papéis: a marcação a mercado, que é aferida pelo valor em que os ativos são negociados no mercado secundário; e a marcação na curva de vencimento, precificação desenvolvida a partir da remuneração prevista para cada título (por exemplo, pós-fixada, seguindo um indexador, ou prefixada).

Diante disso, a ênfase está em analisar a incorporação da variação da precificação entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento na rentabilidade de um título público federal. Logo, trata-se da análise da divergência ao longo do tempo entre o valor de

mercado e o da curva de vencimento na formação do preço de um título federal, o que reflete a manifestação de ágios e deságios na negociação desses títulos no mercado financeiro. Essa divergência pode ser considerada um fator de risco em investimentos de renda fixa, o qual pode ser incorporado na precificação dos títulos públicos federais.

Portanto, o problema de pesquisa é a constatação de qual o impacto de possíveis desvios entre os valores aferidos para os títulos públicos brasileiros, conforme as técnicas marcação a mercado e marcação na curva de vencimento. Esses desvios podem implicar em problemas na liquidação de aplicações em títulos públicos, pois o valor de mercado pode ser inferior ao valor indicado pela curva, ou em oportunidades de obter lucro mediante a liquidação de títulos valorizados por agentes do mercado financeiro.

Na figura a seguir demonstra-se a variação entre a marcação a mercado e a marcação na curva para um título Letra do Tesouro Nacional (LTN):

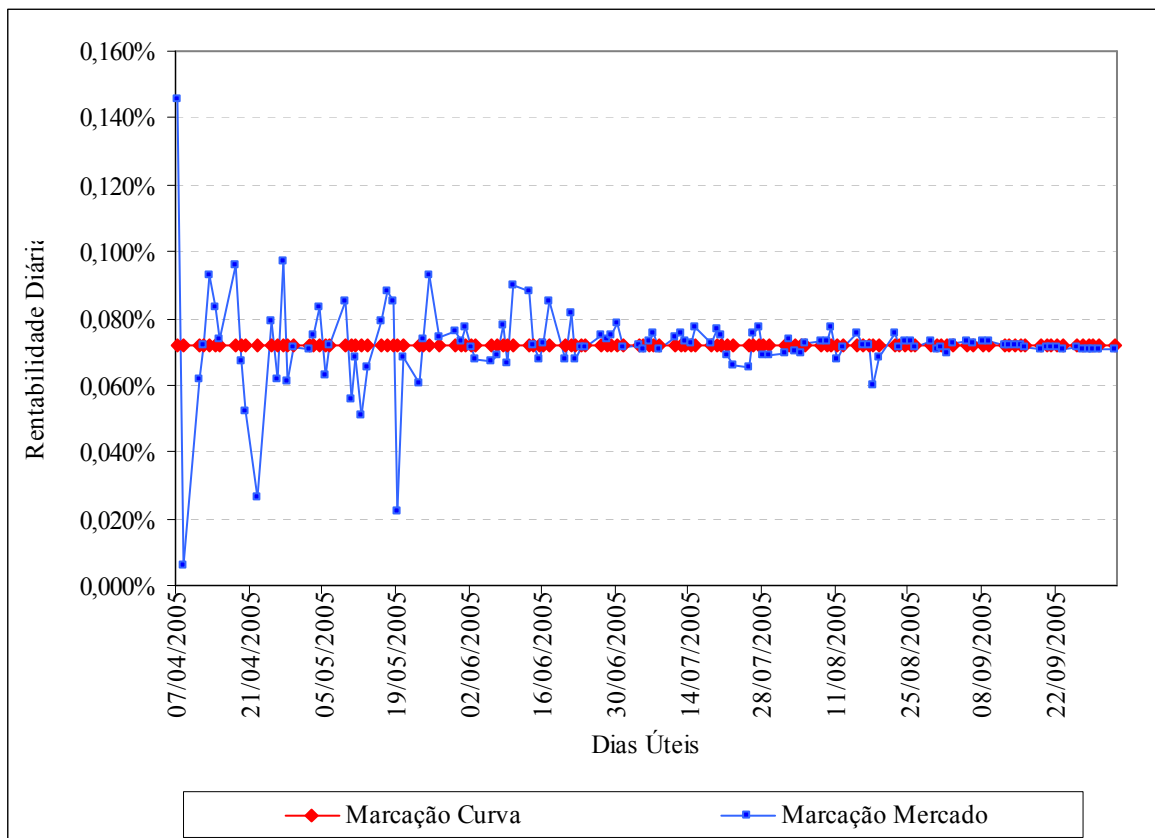


Figura 1: Avaliação diária da rentabilidade de um título LTN conforme as técnicas marcação a mercado e marcação na curva de vencimento.

Como destacado na figura 1, verifica-se divergência entre a rentabilidade apurada por meio da marcação a mercado em relação àquela indicada pela curva de vencimento, de modo que a liquidação de um investimento de um título federal brasileiro, como no caso uma LTN, pode resultar em uma rentabilidade superior ou inferior à indicada pelo valor nominal. Essa divergência constitui um fator de risco ao qual estão expostas instituições financeiras que realizam investimentos em títulos públicos brasileiros.

Diante disso, esta pesquisa se volta para o desenvolvimento de análise acerca dessa volatilidade decorrente de possíveis divergências entre as duas técnicas de avaliação de rentabilidade de investimentos em títulos públicos brasileiros. Essa análise foi baseada em uma abordagem quantitativa e, para complementar o estudo, é considerada a percepção de gestores de carteiras de investimento em títulos públicos federais com patrimônio superior a 1 bilhão de reais, tendo em vista aspectos como a possibilidade de utilização de uma das técnicas de apuração da rentabilidade, a delimitação de políticas de investimentos e operações no mercado de renda fixa brasileiro, considerando essa divergência entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento dos títulos públicos estudados.

Portanto define-se como questão de pesquisa:

Qual é o efeito dos desvios entre as técnicas de avaliação marcação a mercado e marcação na curva de vencimento na mensuração da rentabilidade de títulos públicos federais brasileiros?

1.3 Objetivos

A pesquisa proposta apresenta os seguintes objetivos:

1.3.1 Objetivo geral

É objetivo geral desta pesquisa analisar o efeito de potenciais divergências, ao longo do tempo, entre os métodos de precificação marcação a mercado e marcação na curva de vencimento para títulos públicos federais brasileiros.

1.3.2 Objetivos específicos

A partir desse objetivo geral, foram objetivos específicos desta pesquisa:

- Aferir a rentabilidade diária de títulos públicos brasileiros por meio da aplicação das técnicas de *valuation* marcação a mercado e marcação na curva de vencimento, para mensurar a divergência nos resultados obtidos por tais técnicas. Essa divergência será obtida por meio da técnica de *tracking error* Divergência não Planejada – DnP;
- constatar o efeito da conjunção entre *duration* (1ª. derivada) e convexidade (2ª. derivada) aplicada sobre a DnP entre as rentabilidades diárias apuradas pela marcação a mercado e pela marcação na curva de vencimento, segundo uma expansão de Taylor de 2º. grau;
- considerar a percepção de agentes representativos do mercado secundário de títulos públicos federais brasileiros sobre possíveis divergências entre as técnicas de avaliação, em dois momentos distintos, sem os resultados da abordagem quantitativa e, posteriormente, ao considerar tais resultados; e
- conjugar a abordagem quantitativa com a qualitativa para verificar congruências entre os resultados obtidos pelas diferentes abordagens utilizadas no estudo.

Com isso, o estudo deve contribuir para a evolução do conhecimento com o diagnóstico e a mensuração da divergência entre as duas principais técnicas de avaliação de títulos públicos do mercado de renda fixa brasileiro. Além disso, a pesquisa busca colaborar para o avanço dos estudos financeiros com a aplicação de técnicas de gestão de renda fixa na avaliação dos desvios entre a marcação a mercado e a marcação na curva de títulos públicos. Apesar de esse estudo enfatizar os títulos públicos, principal papel do mercado de renda fixa brasileiro, as análises propostas também podem cooperar com o desenvolvimento de estudos acerca de outros ativos de renda fixa, como títulos emitidos por agentes privados.

1.4 Justificativa

Esta pesquisa visa contribuir para o desenvolvimento dos estudos sobre renda fixa por meio da estruturação de uma abordagem baseada em um modelo que conjuga análises de *tracking error*, como a enfatizada por Rockafellar *et al.* (2003), com uma expansão de Taylor de segundo grau para o preço de um título de renda fixa, conforme aponta Hull (1997). Tal abordagem deriva da convergência entre o valor dos títulos públicos na data de seu vencimento, de maneira que o valor de acordo com a marcação a mercado e o indicado na curva serão equivalentes e, por conseguinte, viabilizarão análises como a reversão à média nas taxas de juros.

Assim, esta análise enquadra-se na abordagem sugerida por Hull e White (1990), pois a variação da marcação a mercado em relação à marcação na curva pode ser considerada como uma tendência de reversão a determinada taxa de juros vinculada a essas aplicações (no caso, a rentabilidade nominal do título público). Nesse sentido, este estudo consolida uma proposta de avaliação de títulos públicos brasileiros por meio do uso de modelos que consideram, em função do tempo, a taxa de retorno da avaliação pela marcação a mercado em relação ao valor do título indicado pela sua curva de vencimento.

A análise se foca na variação entre os resultados aferidos por meio de duas técnicas de mensuração de rentabilidade de investimentos em títulos públicos, a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento. As duas técnicas podem ser utilizadas por instituições financeiras como bancos, fundos de investimentos, fundos de pensão e até investidores pessoas físicas, sendo que a marcação a mercado busca refletir o valor atual de um investimento e a marcação na curva de vencimento é o valor a ser considerado, caso o título seja mantido na carteira do investidor até o vencimento.

Cabe ressaltar que as instituições financeiras brasileiras somente podem considerar uma das técnicas para avaliar seus investimentos em títulos públicos, porém um título que é avaliado pela técnica de marcação na curva não pode passar a ser avaliado pela marcação a mercado, em decorrência da impossibilidade de liquidação desse investimento antes do vencimento do

título público. Porém, é possível um título marcado a mercado passar a ser avaliado pela marcação na curva de vencimento, caso em que uma instituição financeira decide que um título já avaliado pela marcação a mercado será mantido até o seu vencimento e a rentabilidade passará a ser obtida pela marcação na curva.

Portanto, as instituições financeiras podem utilizar ou a marcação a mercado ou a marcação na curva de vencimento para mensurar os resultados de um investimento em títulos públicos. Contudo, ambas as técnicas devem convergir para o mesmo valor no ato de resgate do papel junto à Secretaria do Tesouro Nacional – STN, de maneira que, apesar de resultados distintos para as avaliações de valor dos títulos serem verificadas ao longo do tempo, o valor deve convergir no momento de resgate junto ao órgão emissor do título público.

Em linha com Torres Filho (2008), um exemplo da relevância desta pesquisa foi o efeito da marcação a mercado de ativos de renda fixa no mercado financeiro internacional durante a crise de crédito decorrente da avaliação dos títulos de renda fixa *subprime*. A crise do ano de 2007 envolveu uma avaliação dos títulos *subprime*, que instituições financeiras internacionais consideravam na mensuração de valor desses títulos o seu valor nominal, porém, mediante a marcação a mercado, foi constatado um valor inferior ao nominal, o que repercutiu na verificação de uma supervalorização desses ativos de renda fixa. Portanto, esse fato financeiro indica o impacto de divergências entre técnicas de avaliação de investimentos, o que é foco dessa pesquisa.

No contexto brasileiro, cumpre salientar que os títulos públicos podem ser considerados como os principais ativos de renda fixa do mercado financeiro nacional. A origem desses títulos remete ao fato de que o Poder Executivo Federal emite títulos de crédito com os seguintes objetivos: (a) antecipação de receita fiscal; (b) financiamento do déficit orçamentário; e (c) financiamento de investimentos públicos. Além disso, existem títulos emitidos para fins de política monetária. Os principais títulos governamentais brasileiros são os seguintes (ANBIMA, 2009):

- Letra do Tesouro Nacional (LTN): título emitido pela Secretaria do Tesouro Nacional (STN) para cobertura do déficit orçamentário, com rentabilidade prefixada definida pela diferença entre o valor no vencimento do contrato e seu valor na aquisição;
- Letra Financeira do Tesouro (LFT): título também emitido pela STN para cobertura do déficit, com rentabilidade pós-fixada em que o valor aplicado na aquisição é atualizado pela taxa de juros do Sistema Especial de Liquidação e Custódia (SELIC) até o vencimento;
- Notas do Tesouro Nacional – NTN: título emitido pela STN para cobertura do déficit, com rentabilidade pós-fixada, possuindo diversas séries, cada qual com índice próprio de atualização do valor contratado até o vencimento, sendo que são pagos cupons semestrais determinados na contratação. Dentre esses títulos, destacam-se a NTN-B, atualizada pelo Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), a NTN-C, indexada ao Índice Geral de Preços ao Mercado (IGP-M), e a NTN-F, com os cupons e o principal prefixados.

Em suma, os títulos públicos federais brasileiros são investimentos cujos valores são, em princípio, determinados conforme contrato, ou seja, segundo o valor nominal definido pela marcação na curva de vencimento. Não obstante, esses investimentos não são negociados somente por meio de aquisição direta junto à STN, mas também por meio do mercado financeiro, especificamente nas transações de títulos públicos no mercado secundário. Assim, obtém-se outra valoração para esses títulos públicos, a qual é denominada de valor de mercado e é base da marcação a mercado.

1.5 A Estrutura da Tese

O texto resultante desse trabalho de pesquisa apresenta a seguinte estrutura:

- Introdução: parte do documento em que serão destacadas a contextualização, a problematização, os objetivos e a justificativa para desenvolvimento da pesquisa.

- Referencial Teórico: efetua-se uma revisão de literatura sobre assuntos relevantes ao desenvolvimento da análise quantitativa que predomina nesta pesquisa e que também pode contribuir para a análise qualitativa complementar. Nesse tópico, serão abordados assuntos como Estrutura a Termo, *Duration*, Convexidade e Liquidez, isto é, temas considerados no modelo quantitativo aplicado na análise. Também são destacadas as técnicas de avaliação de títulos públicos, marcação na curva de vencimento e marcação a mercado, a relação entre essas duas técnicas e a tendência de reversão à média, pois no vencimento as duas abordagens convergem para o mesmo valor.
- Abordagem proposta para análise da divergência entre a marcação a mercado e o valor na curva de títulos públicos: destaca-se a elaboração de um modelo matemático baseado na conjugação da abordagem de Hull (1997) com a divergência entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento. A abordagem de Hull (1997) considera a utilização da *Duration* e da Convexidade para mensurar a rentabilidade de um título, conforme uma equação baseada em uma expansão de Taylor de segundo grau.
- Metodologia: nessa parte do texto, são apresentados os métodos científicos aplicados na pesquisa, a abordagem quantitativa utilizada, a técnica qualitativa adotada para suplementar a análise da pesquisa, assim como será enfatizado o passo-a-passo para o desenvolvimento das análises propostas.
- Objeto de pesquisa: nesse capítulo, são destacadas as principais características dos títulos públicos brasileiros pesquisados, o que envolve aspectos como precificação, pagamento de cupons, sistema de remuneração pré-fixado ou pós-fixado.
- Resultados: no texto, apresentam-se os resultados da aplicação do modelo quantitativo aos dados diários de uma amostra de títulos públicos brasileiros, contendo os papéis LTN, LFT, NTN-B, NTN-C e NTN-F, e destacam-se aspectos enfatizados em entrevistas com gestores de carteiras de investimentos em títulos públicos brasileiros

com patrimônio superior a 1 bilhão de reais, realizadas antes e depois de apresentados os resultados da análise quantitativa. Na análise de resultados, serão conjugadas a abordagem quantitativa com a análise qualitativa no estudo sobre a divergência entre as técnicas de avaliação marcação a mercado e marcação na curva de vencimento dos títulos públicos brasileiros, considerando-se os resultados verificados para a rentabilidade diária desses títulos de renda fixa.

- Considerações Finais: após a análise dos resultados, são abordados os principais aspectos verificados no trabalho e a proposição de contribuições para o desenvolvimento de novos estudos na área de finanças, principalmente sobre renda fixa.
- Referências: em que é destacado o material bibliográfico consultado para o desenvolvimento da pesquisa.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Análises relacionadas à avaliação do valor de títulos de renda fixa, como os títulos públicos federais brasileiros, refletem o conflito de interesses entre diversos sujeitos no mercado financeiro. Esses papéis podem ser precificados segundo a marcação a mercado e/ou conforme a marcação na curva de vencimento, de modo que essas diferentes técnicas de avaliação podem implicar diferentes resultados de uma política de investimentos.

O preço pode ser interpretado como resultado da manifestação de interesses entre os agentes envolvidos, o que consolida um valor do investimento em um determinado momento. Frente a isso, o Banco Central do Brasil (BACEN) determina a utilização do valor de mercado, isto é, a marcação a mercado para referenciar o valor desses investimentos nos demonstrativos financeiros, como relatórios destinados aos investidores e a sistemas de controle e fiscalização.

Essa questão é de interesse para agentes que apresentam os mais distintos objetivos sobre esses investimentos. Exemplo disso são os fundos de pensão, que, geralmente, apresentam uma meta atuarial relacionada à inflação, os fundos de investimento, que podem ter como referencial a taxa do Certificado de Depósito Interbancário (CDI), e agentes com interesse na especulação, dentre outros objetivos.

Contudo, segundo o BACEN (2008) e a STN (2009), os títulos públicos devem ter seu valor mensurado conforme seu preço de mercado, tendo em vista a possibilidade de negociação desses papéis antes de seu resgate, o que suplementa o valor indicado pelo contrato que caracteriza esse tipo de investimento. Assim, uma das duas abordagens pode ser utilizada na avaliação dos investimentos em títulos públicos federais, com a restrição de que, caso a marcação a mercado seja utilizada, a marcação na curva não possa ser aplicada novamente.

2.1 Revisão de literatura

Para o desenvolvimento da análise, é necessária uma revisão sobre *valuation* de títulos de renda fixa, destacando a rentabilidade de investimentos em títulos públicos federais, segundo a marcação na curva de vencimento, e da rentabilidade desses títulos, conforme a variação da marcação a mercado.

2.1.1 Análise da rentabilidade segundo a curva de vencimento

A gestão da adequação entre os investimentos e as obrigações ao longo do tempo, de acordo com Securato (2005), envolve o ajuste entre os montantes relacionados às entradas e às saídas de caixa de uma entidade financeira e a taxa de investimento ou de remuneração vinculada aos ativos e aos passivos. Um aspecto de destaque são as taxas de juros relacionadas às alternativas de investimentos, como taxas de remuneração em ativos de renda fixa (*e.g.*, títulos públicos) e taxas de meta de desempenho (*e.g.*, a de remuneração dos Certificados de Depósito Interbancário – CDI). Tais taxas determinam um valor presente para o conjunto de ativos de um fundo de investimento, assim como, no contexto desta pesquisa, para o conjunto de aplicações em títulos públicos federais.

Logo, uma das maneiras de se analisar o atendimento de compromissos financeiros por investimentos ao longo do tempo é desenvolvida por meio do valor atual dos ativos financeiros definidos pelas estruturas de taxas de remuneração contratadas e do valor presente das obrigações. Tal estratégia remete à avaliação de investimentos de longo prazo por intermédio de seu valor, conforme a curva de vencimento, que é a estrutura de juros relacionada a um investimento de renda fixa ao longo do tempo.

Com isso, tem-se, de acordo com Dermine e Bissada (2005), a determinação do valor atual de investimentos em ativos de renda fixa, como títulos públicos, por meio da composição a valor presente do fluxo de caixa vinculado a um título. Esse valor encontrado é calculado conforme

as taxas atreladas ao contrato definido pelo título de renda fixa, de forma que podem ser utilizadas taxas prefixadas ou pós-fixadas.

O ato de uma instituição financeira efetuar o carregamento dos títulos indica que os papéis serão mantidos na carteira até a data de vencimento do contrato relacionado ao investimento. As taxas vinculadas ao papel de renda fixa são definidas na negociação do deságio relativo à aquisição do investimento e apresentam relação com os juros praticados no mercado. Esses juros, conforme dispõe Ferreira (2004), envolvem as taxas *spot*, as quais decorrem do prazo de vencimento dos papéis que são negociados no mercado, o que constitui a curva de juros para um intervalo de maturidade do investimento de renda fixa. As taxas decorrentes do efeito marginal de aumentos no prazo de vencimento dos títulos constituem as taxas *forward*, ou seja, a estrutura de taxas a termo.

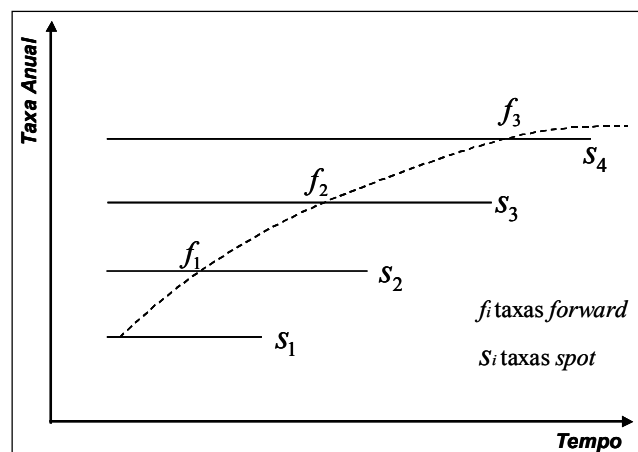


Figura 2: Curva de juros e estrutura a termo da taxa de juros
Fonte: Ferreira (2004, p. 43).

A análise das variáveis, como a taxa de juros inerentes ao título, o prazo de vigência da relação contratual e os valores relacionados ao fluxo de caixa do referido instrumento financeiro, constitui as bases para o desenvolvimento de estratégias de adequação entre ativos e passivos. Falhas na delimitação dessas estratégias consistem em fatores de risco no gerenciamento de instituições, os quais podem acarretar a necessidade de alterar a composição de carteiras de investimentos em títulos públicos, mesmo em situações que ampliem o efeito de ágios e deságios na negociação desses títulos no mercado secundário.

2.1.2 Avaliação de investimentos pela marcação a mercado

Pela técnica de Avaliação de investimentos pela marcação a mercado, verifica-se o valor de um investimento tendo-se por base sua liquidação imediata no mercado financeiro, isto é, mensura-se o valor de um título conforme o preço verificado na negociação de um papel similar. Tal abordagem enfatiza a consideração de ágios e deságios na precificação dos ativos de investimento, no intuito de verificar a apreciação pelo mercado das aplicações e, assim, constatar se o valor presente dos investimentos atende às obrigações da instituição. Contudo, esse método de análise envolve a influência de expectativas do mercado sobre a evolução de indicadores, como índices de inflação, taxa SELIC e câmbio, que podem não ser adequados para mensurar a adequação entre os investimentos e as obrigações de uma organização.

Trata-se de uma forma de análise distinta da abordagem baseada nas taxas de juros inerentes aos investimentos de renda fixa, pois incorpora o efeito expresso por taxas apuradas mediante a cotação dos títulos junto ao mercado secundário. Além disso, como essas taxas devem englobar as expectativas de comportamento de índices relacionados aos ativos, tal análise é relevante para a constatação do equilíbrio entre investimentos e obrigações no ALM.

No entanto, a manifestação das expectativas dos agentes de mercado relaciona diferentes interesses que, em diversos casos, são distintos aos da organização que realiza a adequação entre ativos e passivos. Logo, a utilização da marcação a mercado, apesar de refletir o concreto valor imediato dos investimentos, pode não ser adequada em relação ao ajuste gerencial entre os investimentos e as obrigações da organização ao longo do tempo.

Consoante Dermine e Bissada (2005), a análise dos investimentos de renda fixa, segundo a marcação a mercado, consiste em aferir o valor presente da carteira, avaliado todo os dias, o que é fundamental para o ALM, pois permite verificar o impacto de liquidações de investimentos voltados para o atendimento das obrigações imediatas ou trazidas a valor presente. Além disso, essa análise indica flutuações na cotação dos investimentos de renda fixa, as quais podem repercutir em situações de perdas constatadas em demonstrativos

contábeis, como na adequação entre o patrimônio de um fundo de renda fixa e as suas obrigações com participantes ou cotistas.

Conforme apontam o J.P. MORGAN / REUTERS (1996) e Tsay (2002), a mudança de valor de um portfólio está relacionada a variações de preços das alternativas de investimento e do comportamento dos retornos dos ativos relacionados a esses investimentos. Assim, as mudanças absolutas D_t no preço de um investimento podem ser definidas como:

$$D_t = P_t - P_{t-1} \quad (2.1)$$

em que:

P_t é o preço no momento de tempo t ; e

P_{t-1} corresponde ao preço no momento de tempo $t-1$.

Uma mudança no preço relativo ou no retorno percentual R_t para o mesmo período é definida por:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \quad (2.2)$$

Essa variação pode ser avaliada, para o intervalo de um dia, pelo comportamento relativo da evolução do preço de um ativo por meio do logaritmo natural de P_t :

$$r_t = \ln(1 + R_t) = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = (p_t - p_{t-1}) \quad (2.3)$$

em que:

r_t é o retorno relativo ao intervalo de um dia; e

$p_t = \ln(P_t)$ consiste no logaritmo natural de P_t .

Desse modo, em consonância com J.P. MORGAN / REUTERS (1996), o retorno para um intervalo de tempo superior a um dia pode ser definido como:

$$R_t(k) = \frac{P_t - P_{t-k}}{P_{t-k}} \quad (2.4)$$

em que:

P_{t-k} é o preço k dias antes do momento t .

Em termos de retorno, tem-se:

$$1 + R_t(k) = (1 + R_t)(1 + R_{t-1})(1 + R_{t-2}) \cdots (1 + R_{t-k-1}) \quad (2.5)$$

$$1 + R_t(k) = \frac{P_t}{P_{t-1}} \frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} \frac{P_{t-2}}{P_{t-3}} \cdots \frac{P_{t-k-1}}{P_{t-k}} = \frac{P_t}{P_{t-k}} \quad (2.6)$$

Para o retorno diário, tem-se:

$$r_t(k) = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-k}}\right) \quad (2.7)$$

Logo, segundo J.P. MORGAN / REUTERS (1996), verifica-se que:

$$\begin{aligned} r_t(k) &= \ln(1 + R_t(k)) = \ln[(1 + R_t)(1 + R_{t-1})(1 + R_{t-2}) \cdots (1 + R_{t-k-1})] \\ &= r_t + r_{t-1} + r_{t-2} + r_{t-3} + r_{t-4} + \cdots + r_{t-k-1} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Assim, de acordo com Tsay (2002), as análises financeiras podem ser desenvolvidas por meio do retorno aferido para a variação de preços dos ativos. Tais preços são apurados por meio da

marcação a mercado, e as taxas de variação podem ser utilizadas para a realização de análises estatísticas, como estudos acerca da probabilidade de perdas de rentabilidade.

2.1.3 A relação entre marcação a mercado e marcação na curva de vencimento

Os termos “marcação a mercado” e “marcação na curva”, segundo o CONAPREV (2009), são utilizados no mercado financeiro para indicar a maneira como é obtido o valor de um título de renda fixa, ou seja, sua precificação.

Por um lado, a marcação a mercado é o valor que seria obtido, caso o título fosse vendido em um determinado momento no tempo. Essa alternativa de avaliação é adequada para a hipótese de o título ficar permanentemente disponível para negociação. Por outro lado, a marcação na curva é uma abordagem que pode ser utilizada caso o título seja mantido em carteira, para ser resgatado somente no seu vencimento. Nessa situação, o valor do título corresponderá ao custo de aquisição, acrescido da atualização pelo indexador vinculado ao papel e dos juros, ambos calculados sobre o valor de face (valor de emissão) do título.

A possibilidade de utilização de uma dessas duas formas de obtenção do valor do título visa propiciar o registro contábil adequado a cada política de investimento, mas não altera o direito do investidor em relação ao título. Ao adquirir o título, o investidor torna-se titular do direito de receber o valor aplicado acrescido da rentabilidade, quer seja adotada a marcação a mercado ou a marcação na curva. O que altera esse direito, contudo, é a possibilidade de venda do título antes do vencimento. No entanto, no momento de vencimento desses títulos de renda fixa, o valor indicado por essas duas abordagens converge para o valor obtido pelo resgate do principal no vencimento. Por isso, de acordo com a STN (2009), há os dois modos de contabilizar o título:

- a) pela marcação a mercado, quando se considera a possibilidade de o título ser vendido a qualquer tempo, sem que isso cause alteração no seu valor contábil, uma vez que essa avaliação deve representar o valor do título no mercado;
- b) pela marcação na curva, quando será efetuado o resgate do título pelo seu detentor somente no vencimento e não se espera que a contabilidade seja afetada pelas variações do seu valor no mercado, visto que tais variações não interferem na determinação do valor do título no vencimento.

2.1.4 Tendência de reversão à média

Esta pesquisa enfoca a análise do efeito de divergências, ao longo do tempo, entre os valores dos investimentos em títulos públicos federais, de acordo com a marcação a mercado ou a marcação na curva de vencimento. Destarte, trata-se da análise do efeito da volatilidade histórica entre o valor de mercado e o indicado pela curva de vencimento na rentabilidade de um título federal, isto é, como esse investimento remunera esse aspecto de risco em investimentos de renda fixa.

Cabe enfatizar, em conformidade com a STN (2009), que essas duas metodologias de avaliação de investimentos em títulos públicos federais devem apresentar os mesmos resultados no momento de resgate dos títulos junto ao emissor. Assim, podem ser utilizados modelos que consideram movimentos de reversão à média – no caso, movimentos em que a marcação a mercado tende a convergir para a avaliação conforme a curva de vencimento –, visto que esse último método baseia-se no compromisso de rentabilidade assumido pelo emissor do título de dívida.

Um comportamento similar importante sobre investimentos em títulos de renda fixa foi constatado por Hull e White (1990), que incorporam a tendência de reversão à média da taxa de juros vinculada a essas aplicações em títulos de renda fixa. Os referidos autores sugeriram estender os modelos, tornando a taxa de retorno à média, a volatilidade da taxa, ou ambas, em

uma função do tempo. Logo, a abordagem a ser desenvolvida segue essa proposição, de maneira a consolidar um modelo analítico inspirado na construção de Hull e White (1990).

De acordo com Vieira Neto (1999), as taxas de juros reais apresentam uma tendência a se mover em direção a uma média de longo prazo. Como destacam Bastian-Pinto e Brandão (2007), a análise da dinâmica do preço de um ativo a ser modelada, às vezes, não segue um processo estocástico com um comportamento similar a um Movimento Geométrico Browniano, como, por exemplo, os fluxos de caixa de um projeto cujos preços dependem de uma média de longo prazo (*e.g., commodities* não financeiras).

O processo Ornstein-Uhlenbeck¹, uma forma para o movimento de reversão à média, pode ser observado na expressão a seguir:

$$dY_t = \eta(\bar{Y} - Y_t)dt + \sigma dz_t \quad (2.9)$$

em que:

Y_t = o logaritmo natural do preço do ativo modelado;

η = a velocidade de reversão à média;

\bar{Y}_t = o logaritmo natural da média de longo prazo;

σ = a volatilidade do processo; e

dz = um processo de Wiener.

Diante disso, o valor esperado e a variância do processo de Ornstein-Uhlenbeck são obtidos, respectivamente, por:

$$E[Y_t] = \bar{Y} + (Y_0 - \bar{Y})e^{-\eta t} \quad (2.10)$$

$$Var[Y_t] = \frac{\sigma^2}{2\eta}(1 - e^{-2\eta t}) \quad (2.11)$$

¹ Para mais detalhes ver Bastian-Pinto e Brandão (2007).

Logo, com $T \rightarrow \infty$, tem-se que $Var[Y_t] \rightarrow \sigma^2/2\eta$ e não tende para o infinito ∞ , de maneira que se verifica um movimento de convergência decorrente do movimento de reversão à média.

Essa tendência a uma média de preço pode ser aplicada à análise de preços de títulos públicos brasileiros, pois, como descrito anteriormente, o preço desses ativos, apurados na marcação a mercado, variam ao longo do tempo até convergir para o valor indicado pela marcação na curva de vencimento na data de maturidade, isto é, resgate do título junto ao seu emissor. Diante disso, modelos de reversão à média (MRM) podem ser aplicados na avaliação desse tipo de divergência entre os referidos métodos de avaliação de investimentos em títulos de renda fixa.

2.2 Estudos de renda fixa

Esta pesquisa envolveu questões sobre investimentos de interesse da área de estudos financeiros de renda fixa, especificamente relativos à gestão de aplicações em títulos públicos federais. Essa gestão deve compreender análises e avaliações na gestão das políticas de curto e longo prazo orientadas para as expectativas e situações já existentes de necessidades de caixa vinculadas às obrigações e às finalidades dos investidores.

Dentro dos estudos de renda fixa, como destaca Rieche (2005), o *Asset-Liability Management* (ALM), ou gestão de ativos e de passivos, volta-se para a consolidação de resultados em investimentos destinados ao atendimento de compromissos distribuídos ao longo do tempo. Essa técnica financeira é destinada à gestão do risco de possíveis descasamentos entre os fluxos de caixa e a estrutura de taxas vinculadas aos ativos e aos passivos.

Por um lado, a política de investimentos de renda fixa deve compreender objetivos de natureza estratégica de longo prazo, de acordo com os quais se determina uma alocação ótima, considerando-se a estrutura do fluxo de caixa e das taxas relacionadas aos

investimentos e às obrigações vinculadas à liquidação dos investimentos (no caso, títulos públicos federais). Por outro, devem ser delimitados objetivos de curto prazo, segundo os quais são definidas disponibilidades que constituirão uma margem percentual de manobra, de modo a consolidar uma flexibilidade para possíveis ajustes na política de investimentos.

De modo geral, conforme aponta Fabozzi (2004), o foco consiste em determinar estratégias de financiamento de passivos pela seleção de ativos, de modo que os fluxos de caixa desses investimentos sejam iguais ou superiores às obrigações. Isso acarreta a constituição de uma posição de solvência na relação entre as disponibilidades de um investidor, representadas pelos investimentos de longo prazo e por seus compromissos. Para constatar tal situação, a análise de desempenho dos fundos envolve uma avaliação do retorno obtido pelos investimentos em relação à necessidade de capitalização decorrente das demandas de liquidação das aplicações ao longo do tempo.

Logo, a possibilidade de utilização de diferentes técnicas de avaliação de investimentos e a divergência entre essas distintas metodologias podem contribuir para a gestão de investimentos de renda fixa, visto que o método utilizado pode ser consonante com a política de investimentos de uma instituição, como atendimento a um *benchmark*.

A análise de investimentos em títulos públicos apresenta relação com os estudos acerca da taxa de juros. Dentro dessa temática, BACEN (2003) enfatiza a relação entre as taxas de juros de curto e longo prazo ou o processo de formação da estrutura a termo das taxas de juros, a qual interessa tanto aos participantes do mercado preocupados em inferir o valor das oportunidades de investimento quanto às autoridades monetárias preocupadas em monitorar as expectativas dos agentes.

Essa temática da pesquisa visa complementar abordagens sobre gestão de renda fixa como a apresentada por Covitz e Han (2004), que enfatizam o efeito de variáveis econômicas na negociação de papéis atrelados a dívidas de organizações, tais como títulos públicos e privados. Nessa análise, os autores destacam a relevância de modelos voltados para risco de crédito.

Uma das principais linhas de estudos em renda fixa é o ALM, que se fundamenta na influência dos seguintes fatores: taxa interna de retorno contratada na aquisição de investimentos em títulos públicos; comportamento das taxas de juros do mercado e dos indexadores atrelados a essas aplicações; e prazo de manutenção desses títulos na carteira de um investidor. Esses aspectos são analisados por meio de modelos como a *Duration* e a Convexidade, voltados para a verificação de riscos como deficiências de liquidez, imunização dos investimentos e efeitos de variações nas taxas de juros sobre as aplicações de renda fixa.

A *Duration* e a Convexidade podem ser aplicadas na aferição de estimativas para o preço de títulos de renda fixa, como os títulos públicos brasileiros. Como exemplo de pesquisas que utilizam essas técnicas de ALM no *valuation* de títulos de renda fixa, podem-se destacar os trabalhos de Lhano-Ferro (2009), Hahn e Lange (2008) e Tchuindjo (2008).

Um aspecto relevante para os estudos de renda fixa foi aferido por Silveira e Bessada (2003), ao aplicarem a metodologia de componentes principais para curvas de juros domésticas que geraram as três componentes clássicas de *Nível*, *Inclinação* e *Curvatura* da estrutura a termo. Para a gerência de risco de títulos de renda fixa, esse resultado possibilita uma avaliação e consolidação de propostas de proteção de carteiras dos riscos gerados pelos diversos tipos de movimentos da estrutura a termo das taxas de juros.

Araújo e Guillén (2002) analisaram o comportamento da taxa de juros na economia brasileira, identificando seus componentes de curto e longo prazo, a partir da aplicação de três medidas de taxa de retorno, a saber: Prêmio Descoberto de Juros, isto é, o retorno livre de risco cambial; *Yield* do *Capitalization Bond*, que é o retorno de títulos brasileiros emitidos no mercado financeiro internacional; e prêmio coberto de juros ou prêmio do *swap* cambial, ou seja, o retorno embutido no *swap* cambial. Os resultados sugeriram a convergência das taxas de retorno para um equilíbrio de longo prazo e permitiram a identificação da dominância do componente de longo prazo na determinação da trajetória do Prêmio do C-BOND e do componente de curto prazo no caso do Prêmio Coberto de Juros.

Outro aspecto considerado em estudos sobre investimentos de renda fixa, como destacam Duffie e Singleton (1999), é o nível de endividamento da organização emissora do título. Assim como indicam Altman *et al.* (2001), flutuações na apreciação pelo mercado dos títulos de dívida podem ser relacionadas com a credibilidade da instituição emissora juntos aos agentes participantes do mercado, o que envolve a concorrência entre as diversas alternativas de investimento, não se restringido às aplicações de renda fixa.

Além do nível de endividamento, Loureiro e Barbosa (2004) destacam o efeito da variação de indexadores nos títulos públicos, especificamente no Brasil. Esses índices agregam um prêmio de risco aos papéis da dívida pública brasileira, além do impacto de variações cambiais e da solvência fiscal do governo brasileiro.

2.2.1 Abordagens sobre a Estrutura a Termo das Taxas de Juros

A análise de atividades financeiras de renda fixa envolve três aspectos principais: os juros, o prazo para vencimento e o montante, fatores que são a base para diversos métodos de avaliação aplicados na gestão de renda fixa. Dentre eles, destacam-se abordagens relativas aos ativos e passivos de renda fixa, como a rentabilidade até o vencimento, a estrutura a termo das taxas de juros (ETTJ) e a *Duration*.

O *Yield To Maturity* (YTM) de um título é influenciado pelas condições presentes no mercado de renda fixa. Os retornos de tais investimentos tendem a incorporar uma tendência de mercado; todavia, os retornos dos títulos não são exatamente iguais (LUENBERGER, 1997). Essa variação entre os papéis pode ser explicada por aspectos como o fato de que os títulos apresentam várias classificações de qualidade. Um exemplo disso: um título com classificação AAA, concedida por agências de *rating* como *Standard & Poor's* e *Fitch*, tende a custar mais que um título de menor qualidade com as mesmas características de cupom.

Outra característica que contribui para explicar a diferença entre os retornos e o valor de diversos títulos é o tempo para o vencimento. Em geral, títulos de longo prazo tendem a

proporcionar retornos maiores que títulos de curto prazo de mesma qualidade, o que pode refletir em preços mais baixos e com maior volatilidade. Essa situação decorre da *yield curve*, que expressa o YTM como função do tempo para vencimento. Uma função da curva de retorno deve servir de referência para a precificação de títulos e determinar os retornos em outros segmentos de títulos de dívida.

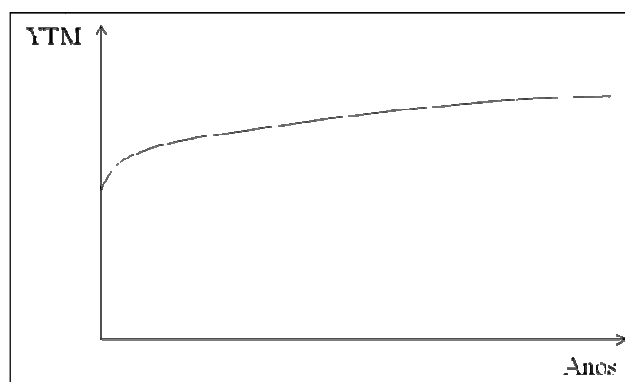


Figura 3: Curva de Retornos

Uma curva crescente como a representada na figura 3 configura-se como padrão usual; porém, podem ser verificados padrões distintos, como no caso da curva de retornos invertida, em que o retorno de títulos de curto prazo é maior que o retorno de títulos de longo prazo. A curva de retornos sinaliza outro aspecto importante: dado o comportamento distinto da taxa de juros no tempo, cada fluxo de caixa de um título deve ser descontado a uma taxa de juros específica para o período de tempo em que o fluxo será recebido.

Ainda, quando do estudo de um título em particular, é útil determinar seu retorno e sua maturidade e posicioná-lo como um ponto na curva de retornos para títulos com sua classe de risco. Esse procedimento gera um indicativo de como esse título está precificado em relação ao mercado. Entretanto, para entender melhor a aplicação do conceito de curva de retornos na análise de um título, é importante compreender conceitos básicos relacionados à estrutura a termo da taxa de juros (ETTJ).

A ETTJ é definida por Almeida (2001) como uma análise que relaciona o termo de um empréstimo à taxa de juros embutida no mesmo instrumento financeiro. A análise da eficácia dos métodos de imunização parte do pressuposto de que é possível modelar as variações

futuras da ETTJ de forma crível. Sendo assim, um modelo de estrutura a termo da taxa de juros constitui uma descrição probabilística da sua evolução futura. A incerteza é resultante do fato de que a informação disponível em certo momento do tempo não é suficiente para descrever, de forma precisa, a estrutura a termo futura.

Podem-se destacar três fatores vinculados às teorias sobre a estrutura a termo que podem influenciar o formato da referida estrutura de juros:

- As expectativas do mercado sobre a dinâmica futura das taxas de juros;
- a possível presença de prêmios de liquidez na expectativa de retorno dos títulos de renda fixa, como os títulos públicos; e
- ineficiências de mercado ou eventuais impedimentos dos fluxos de fundos entre os mercados de juros de longo prazo e curto prazo.

A partir desses três fatores podem ser delimitadas três teorias que procuram explicar o comportamento da estrutura a termo das taxas de juros. Em cada abordagem teórica, um dos fatores é enfatizado na análise.

A teoria das expectativas destaca que as taxas *spot* são determinadas pelas expectativas sobre as taxas de juros que serão praticadas no futuro, o que envolve questões como a política monetária e a pressão inflacionária. Nesse sentido, a percepção de que as taxas de juros tendem a subir ou cair no futuro é expressa como uma expectativa. Essa expectativa é analisada em termos de taxas *forward*, segundo Luenberger (1998), por meio da denominada hipótese de expectativas.

Como exemplo da teoria das expectativas, ao se considerar a taxa *forward* $f_{1,2}$, a taxa de juros para empréstimos de 1 ano daqui a 12 meses. Essa taxa é *exatamente* igual à expectativa de mercado da taxa *spot* que será praticada daqui a 1 ano. Deste modo, a expectativa pode ser deduzida por meio das taxas já existentes.

Tal argumento aplica-se às demais taxas *spot*, visto que, à medida que taxas *spot* adicionais são consideradas, elas definem as taxas *forward* correspondentes para o próximo ano. Especificamente, nesse exemplo, s_1 e s_2 em conjunto determinam as taxas *forward* $f_{1,2}$ e $f_{1,3}$. Essa última é considerada como sendo a expectativa atual de qual será a taxa *spot* s_2' no próximo ano. Em geral, a curva de taxas *spot* atuais delimitam um conjunto de taxas *forward* $f_{1,2}, f_{1,3}, \dots, f_{1,n}$ que define a curva *spot* esperada $s_1', s_2', \dots, s_{n-1}'$ para o próximo ano. Diante disso, as expectativas são inerentes à estrutura da taxa *spot* atual.

A aplicação da teoria das expectativas ao contexto brasileiro pode se voltar para o desenvolvimento de estudos sobre a dinâmica das taxas de juros, análises acerca de contratos de futuros sobre juros, precificação de títulos de renda fixa, dentre outras pesquisas voltadas para temáticas relacionadas ao comportamento de juros. Além disso, a crise de crédito internacional apresentou reflexos no mercado de renda fixa brasileiro, de forma que essa análise de taxas *spot* e *forward* deve contribuir na avaliação de taxas de juros presentes em distintos vértices, isto é, prazos considerados na estrutura a termo.

Na teoria da preferência pela liquidez, supõe-se que os investidores usualmente preferem títulos de curto prazo aos de longo prazo. Tal comportamento, de acordo com Luenberger (1998), está associado ao fato de que os investidores não desejam alocar capital em aplicações de longo prazo, uma vez que esses fundos podem ser demandados em prazos menores, pois os investidores preferem que suas aplicações sejam líquidas. Além disso, títulos de curto prazo tendem a serem menos sensíveis a mudanças nas taxas de juros do que os de longo prazo.

Como resultado dessa preferência pela liquidez, segundo Haugen (1997), títulos de longo prazo devem oferecer taxas mais atrativas do que títulos de curto prazo. Assim, os prêmios de liquidez tendem a aumentar de tamanho em proporção direta ao vencimento do título, de modo que a estrutura a termo apresente inclinação positiva ou negativa, conforme a trajetória das expectativas das taxas futuras de juros.

Um exemplo desse aspecto enfatizado na teoria da preferência pela liquidez foi verificado no mercado brasileiro de renda fixa, especificamente nos títulos pré-fixados LTN, no cenário pós-crise de crédito de 2007, em que a estrutura a termo aferida por meio desses títulos públicos refletiu essa exigência de taxas mais atrativas para títulos de longo prazo. Além disso, os títulos públicos com maior prazo para vencimento e com maiores valores de *duration* apresentaram maior volatilidade do que os papéis de curto prazo, de modo que a preferência pela liquidez é um dos aspectos que pode ser considerado para analisar tal cenário no mercado brasileiro.

De acordo com Haugen (1997), a teoria da segmentação de mercado considera que o mercado é composto por investidores individuais os quais tendem a apresentar uma aversão ao risco e a empresas e instituições financeiras para as quais a questão crucial é sua própria sobrevivência. Desse modo, todos buscam estratégias de imunização voltadas para seus próprios interesses como, por exemplo: bancos comerciais demandarão títulos de curto prazo, pois seu passivo é composto de depósitos e de aplicações a curto prazo; ao passo que fundos de pensão demandariam títulos de longo prazo, dada a obrigação de pagar anuidades a longo prazo.

No mercado de renda fixa, podem ser identificados dois tipos principais de agentes: os ofertantes de fundos que estão interessados em investir em títulos; e os demandantes de fundos que são os lançadores de títulos. Como exemplo de ofertantes, no mercado de curto prazo, há instituições financeiras e aplicações financeiras de empresas; e os ofertantes no mercado de longo prazo são empresas de seguro de vida e fundos de pensão. Os demandantes de fundos englobam o governo e empresas que necessitam de financiamento para seus investimentos e atividades.

Assim, se os recursos financeiros fluem dos fundos de pensão para os bancos comerciais, há uma tendência de alta nas taxas de longo prazo e uma pressão de baixa nas taxas de curto prazo. Já a demanda altera-se com mudanças na natureza dos investimentos que estão sendo financiados pelas empresas. Portanto, nessa abordagem teórica, o formato da estrutura a termo é determinado pela direção dos fluxos de fundos de uma instituição financeira para a outra, e pela intensidade e natureza dos investimentos econômicos das empresas.

No contexto brasileiro, pode ser aplicada a teoria da segmentação de mercado na análise da estrutura a termo das taxas de juros, pois o mercado de renda fixa brasileiro apresenta agentes com distintos interesses sobre as operações de renda fixa. Dentre esses agentes do mercado de renda fixa, podem-se destacar os fundos de investimentos que apresentam demandas de rentabilidade e liquidez, fundos com finalidade previdenciária como fundos de pensão e de previdência, institutos de seguro, empresas emissoras de títulos de dívida, investidores estrangeiros e até pessoas físicas, por meio do Tesouro Direto, de modo que se manifestam distintas políticas de investimentos, com diversos interesses sobre os títulos de renda fixa.

Esses distintos interesses presentes no mercado de renda fixa devem influenciar as taxas de juros praticadas nos títulos, o que implica em mudanças no perfil da estrutura a termo da taxa de juros. Portanto, as teorias sobre a estrutura a termo abordadas podem ser aplicadas em análises relativas a essa temática no contexto do mercado brasileiro de renda fixa.

No quadro 1, a seguir, são apresentadas as abordagens teóricas sobre a Estrutura a Termo das Taxas de Juros, enfocando-se o tipo de abordagem nelas adotadas.

Quadro 1: Abordagens teóricas sobre a Estrutura a Termo das Taxas de Juros

Teoria sobre a Estrutura a Termo	Abordagem
Hipótese das Expectativas	Suposição de que títulos de longo prazo e de curto prazo são substitutos perfeitos, ou seja, a taxa de juros de longo prazo deve ser vista como uma média da taxa de juros atual e das taxas de juros de curto prazo esperadas para o futuro
Preferência pela Liquidez	Exigência dos participantes do mercado de ativos financeiros que os títulos de longo prazo tenham retorno maior que os de curto prazo, isto é, deve existir um prêmio pela liquidez (na verdade, um prêmio pela falta de liquidez). Contrariamente à suposição básica da teoria das expectativas, os participantes dos mercados de títulos são avessos ao risco e exigem um alto prêmio para adquirir títulos de longa maturidade. Quanto mais longa a maturidade, maior o prêmio, afinal a incerteza sobre o futuro depende, obviamente, do quão distante está este futuro.

Quadro 1: Abordagens teóricas sobre a Estrutura a Termo das Taxas de Juros

Teoria sobre a Estrutura a Termo	Abordagem
Segmentação de Mercado	Concentração de demandantes e ofertantes de recursos financeiros em determinados segmentos da curva de rendimento e taxas em diferentes maturidades determinadas pelas condições de oferta e demanda dos vários segmentos do mercado.

A modelagem de instrumentos de renda fixa possui características próprias que a distinguem da modelagem de outros ativos financeiros. De acordo com Vieira Neto (1999), essas especificidades decorrem dos seguintes aspectos:

- Tendência de reversão à média: as taxas de juros reais tendem a uma média de longo prazo. Essa tendência encontra fundamento na teoria econômica, na medida em que uma política monetária restritiva tende a se tornar neutra (ou expansionista) após a ocorrência do impacto negativo desejado sobre o nível de produto e renda. De forma análoga, políticas monetárias expansionistas tendem a ser seguidas por políticas neutras ou restritivas.
- Descrição do processo estocástico da curva de juros em vários pontos e não somente em determinado prazo: ao contrário de outros ativos financeiros, os títulos de renda fixa que realizam pagamentos intermediários (cupons) são afetados por taxas de juros de prazos distintos, que, geralmente, também apresentam valores distintos.
- Multiplicidade de volatilidades: as volatilidades nos diversos pontos da estrutura a termo (vértices) costumam diferir e as correlações entre os diferentes vértices de taxa de juros não são perfeitas, decrescendo na medida em que aumenta a distância entre eles.

Diante desse quadro, a análise da estrutura a termo apresenta um enfoque suplementar à noção de retorno, focalizando na taxa de juros do mercado financeiro e não somente na taxa do título. Assim, a teoria é baseada no fato de que, em geral, a taxa de juros depende do prazo

pelo qual os recursos são disponibilizados/aplicados, o que envolve os juros praticados em diversos títulos de renda fixa. Diante disso, o enfoque recai sobre o aspecto de que a taxa de juros cobrada depende do período de tempo pelo qual os recursos são utilizados, ao passo que os detalhes e implicações desse fato são desenvolvidos pela teoria da estrutura a termo.

Basicamente, os modelos de ETTJ podem ser agrupados em modelos de equilíbrio (COX *et al.*, 1985; VASICEK, 1977) e de não arbitragem (DUFFIE; KAN, 1996; HEATH *et al.*, 1992; HO; LEE, 1986; HULL; WHITE, 1990).

Os modelos distinguem-se, ainda, pelo número de fatores associados às alterações na ETTJ. Nos unifatoriais, a estrutura a termo é função de uma única variável ou fator, a taxa de juros de curto prazo, a qual é definida como a taxa de desconto que se aplica a um período infinitesimal em um dado ponto t do tempo (daí o fato de também ser chamada de taxa infinitesimal de curto prazo ou taxa instantânea).

Compete salientar, contudo, que essa associação a apenas uma fonte de incerteza não é destacadamente restritiva. Hull e White (1990) enfatizam que o método unifatorial implica todas as taxas movendo-se na mesma direção, mas não necessariamente na mesma intensidade. A estrutura a termo nem sempre tem a mesma forma; amplo espectro de curvas de taxas de juros pode ocorrer sob a perspectiva desse método.

Nos modelos de equilíbrio, também conhecidos como endógenos, a curva de juros, que influencia na precificação de ativos como títulos públicos, em dado tempo t , é derivada analiticamente a partir dos parâmetros definidos e não há garantia de que ela será idêntica à curva de mercado efetivamente observada. Em um artigo pioneiro, Vasicek (1977) explicita as bases dos modelos de equilíbrio unifatoriais, descrevendo o processo para a taxa instantânea de juros r , a partir da seguinte equação diferencial estocástica:

$$dr = a(b - r)dt + \sigma dz \quad (2.12)$$

em que a , b e σ são constantes que descrevem, respectivamente, a taxa de reversão à média, a média e o desvio-padrão da taxa de juros de curto prazo; e dz consiste em um processo de Wiener básico, no qual z tem distribuição normal com média zero e variância σ^2 .

O processo descrito por Vasicek pode ser interpretado como o impacto sobre a taxa de juros de curto prazo decorrente da variação infinitesimal do tempo e da variância associada sdz . Sempre que r for maior que b , o termo $a(b-r)$ deverá ser negativo, impactando negativamente a taxa de curto prazo. Analogamente, sempre que r for menor que b , o impacto será positivo. Dessa forma, verifica-se um processo de reversão à média.

Uma crítica ao método proposto por Vasicek decorre do fato de que pode gerar taxas reais de curto prazo negativas, o que dificilmente ocorrerá na realidade. Diante disso, Cox *et al.* (1985) propõem um procedimento alternativo, em que o processo para a taxa de juros instantânea é descrito por: $dr = a(b-r)dt + s\sqrt{r}dz$. O componente representado pela raiz de r impede que as taxas de juros de curto prazo tornem-se negativas.

O aspecto endógeno do procedimento adotado nos métodos de equilíbrio é normalmente apresentado, nas análises financeiras, como o aspecto responsável pela maior utilização dos modelos de não arbitragem ou exógenos. Nesses modelos, o procedimento é calibrado, de forma a ajustar a estrutura a termo inicial à curva de juros efetivamente observada no mercado.

Representando uma das abordagens iniciais na linha dos modelos de não arbitragem, o método de Ho e Lee (1986) transforma a curva de juros prevalecente no mercado $\theta(t)$ em uma entrada do processo. Nesse sentido, o modelo consiste em um método coerente com os princípios da não arbitragem. A versão contínua do processo para a taxa de juros de curto prazo passa a ser descrito por:

$$dr = \frac{\partial \theta(t)}{\partial t} dt + \sigma dz \quad (2.13)$$

que é uma função determinada de forma a possibilitar que o modelo seja capaz de gerar, na data inicial, uma estrutura a termo similar à observada no mercado.

Em contrapartida, o procedimento proposto por Ho e Lee (1986) pode desconsiderar uma eventual tendência de reversão à média da taxa de juros de curto prazo. Hull e White (1990) exploram essa característica do modelo de Ho e Lee (1986), propondo uma extensão do modelo de Vasicek:

$$dr = a \left(\frac{\theta(t)}{a} - r \right) dt + \sigma dz \quad (2.14)$$

Como se pode observar na equação 2.14, a taxa de juros de curto prazo tende à média e, diferentemente do proposto por Ho e Lee (1986), a análise contempla um espectro mais amplo de volatilidade, já que ela é afetada concomitantemente pela constante de reversão à média e pelo desvio-padrão σ .

Uma ampliação dessa abordagem de Hull e White (1990) foi elaborada por Black *et al.* (1990), que seguem uma distribuição log-normal para o termo r :

$$d(\log r) = (b_t - a(t) \log r) dt + \sigma dz \quad (2.15)$$

No quadro 2, a seguir, são sintetizadas as abordagens apresentadas para a estrutura a termo das taxas de juros:

Quadro 2: Abordagens relacionadas à estrutura a termo da taxa de juros

Modelo de equilíbrio unifatorial para taxa de juros	Vasicek (1977)	$dr = a(b - r)dt + \sigma dz$
Evita que taxas de juros de curto prazo se tornem negativas no modelo de equilíbrio unifatorial	Cox <i>et al.</i> (1985)	$dr = a(b - r)dt + s\sqrt{r}dz$

Quadro 2: Abordagens relacionadas à estrutura a termo da taxa de juros

Modelos de não arbitragem, curva de juros prevalente no mercado como um <i>input</i> do processo	Ho e Lee (1986)	$dr = \frac{\partial \theta(t)}{\partial t} dt + \sigma dz$
Taxa de juros de curto prazo com tendência à média	Hull e White (1990)	$dr = a \left(\frac{\theta(t)}{a} - r \right) dt + \sigma dz$
Distribuição log-normal para o termo taxa de juros de curto prazo	Black <i>et al.</i> (1990)	$d(\log r) = (b_t - a(t) \log r) dt + \sigma dz$

Outro tipo de abordagem corresponde a uma análise da estrutura a termo por meio da utilização de modelos multifatoriais. Como exemplo disso, Heath *et al.* (1992), Duffie e Kan (1996) e vários outros autores procuraram incrementar a precisão dos modelos propostos por meio da incorporação de novos fatores de incerteza.

Essa multiplicidade torna-se mais eficiente, quanto menor a correlação entre as variâncias observadas em pontos distintos da estrutura a termo. Os modelos multifatoriais associam-se a uma implementação em que a análise deve examinar criteriosamente o custo-benefício, especialmente no caso de as taxas apresentarem correlação significativa.

Um exemplo disso é a abordagem decorrente de uma adaptação do modelo de Vasicek (1977) com um componente *gama* (γ), parâmetro de curvatura, para a taxa de juros que define a estrutura a termo para um título zero-cupom $R(0, T)$ como:

$$R(0, T) = R_\infty - S \frac{(1 - e^{-\alpha T})}{\alpha T} + \gamma \frac{(1 - e^{-\alpha T})^2}{4\alpha T} \quad (2.16)$$

em que:

R_∞ corresponde aos juros de longo prazo, sendo $\lim_{T \rightarrow \infty} R(0, T) = R_\infty$;

S é o *spread* entre os juros de curto e longo prazo, sendo $\lim_{T \rightarrow 0} R(0, T) = R_\infty - S$;

γ consiste no parâmetro de curvatura; e

α representa o parâmetro de escala.

2.2.2 *Duration*: elasticidade do preço de um título em relação às variações na taxa de juros ao longo do tempo

A *Duration* é uma medida da sensibilidade do preço de um título a mudanças na taxa de juros a que o título é descontado, as quais podem ocorrer ao longo do tempo. De acordo com Benninga (2000), trata-se de uma medida aplicada na quantificação do risco de um título: quanto maior a *Duration*, maior o risco.

Define-se a *Duration* de um título como uma média ponderada dos períodos dos seus pagamentos, na qual os pesos são dados pelo valor presente de cada fluxo de caixa individual.

$$\begin{aligned}
 P &= \sum_{t=1}^n \frac{C}{(1+y)^t} + \frac{M}{(1+y)^n} = \frac{C}{1+y} + \frac{C}{(1+y)^2} + \dots + \frac{C}{(1+y)^n} + \frac{M}{(1+y)^n} \\
 \frac{\partial P}{\partial y} &= \frac{(-1)C}{(1+y)^2} + \frac{(-2)C}{(1+y)^3} + \dots + \frac{(-n)C}{(1+y)^{n+1}} + \frac{(-n)M}{(1+y)^{n+1}} \\
 \frac{\partial P}{\partial y} &= -\frac{1}{(1+y)} \left[\frac{1C}{1+y} + \frac{2C}{(1+y)^2} + \dots + \frac{nC}{(1+y)^n} + \frac{nM}{(1+y)^n} \right]
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

em que:

P é o preço do título;

y representa a taxa de juros;

C se refere ao cupom a ser pago pelo título;

M corresponde ao montante principal do título; e

t consiste no tempo até o vencimento em n .

Na equação (2.17), o termo entre colchetes constitui o prazo médio ponderado até o vencimento dos fluxos de caixa do título e os pesos são os valores presentes dos fluxos de

caixa. Ao dividir ambos os membros da equação por P , obtém-se a variação percentual de preço, decorrente da primeira derivada da expressão matemática para o valor presente do fluxo de caixa de um título.

$$\frac{\partial P}{\partial y} \frac{1}{P} = -\frac{1}{(1+y)} \left[\frac{1C}{1+y} + \frac{2C}{(1+y)^2} + \dots + \frac{nC}{(1+y)^n} + \frac{nM}{(1+y)^n} \right] \frac{1}{P} \quad (2.18)$$

O termo entre colchetes dividido pelo preço é a *Duration* de Macaulay (D_M):

$$D_M = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{tC}{(1+y)^t} + \frac{nM}{(1+y)^n}}{P} \quad (2.19)$$

A razão entre a *Duration* de Macaulay e $1+y$ é definida como *Duration* modificada (D^*):

$$D^* = \frac{D}{1+y} \Leftrightarrow \frac{dP}{dy} \frac{1}{P} = -D^* \quad (2.20)$$

Observa-se, pois, que existe uma relação inversa entre a *Duration* de Macaulay e a variação percentual aproximada de preço para uma dada variação de retorno, o que é de se esperar em função do princípio de que os preços de títulos variam no sentido contrário ao da variação das taxas de juros.

De acordo com a abordagem para *Duration*, a sensibilidade do preço de um título a mudanças nas taxas de juros é influenciada por três fatores: tempo para o vencimento; taxa de cupom e retorno até o vencimento. Esses determinantes da sensibilidade do preço são fundamentais no gerenciamento de ativos e de passivos de renda fixa. As relações entre esses fatores e a duração são destacadas nas seguintes propriedades, conforme aponta Bodie *et al.* (2002):

- A *Duration* de um título zero-cupom é equivalente ao seu prazo de vencimento;

- sendo constante o vencimento, a *Duration* de um título é maior quanto menor a taxa de cupom;
- mediante taxa de cupom constante, a *Duration* de um título tende, em geral, a aumentar com o tempo para o vencimento; e
- mantidos os demais fatores constantes, a *Duration* de um título com cupons é maior quando o retorno demandado é menor.

Segundo Benninga (2000), a *Duration* pode ser interpretada como a elasticidade do preço de um título em relação à sua *Yield to Maturity* (YTM), de maneira que pode ser usada para medir a volatilidade e o risco desse título. Essa relação pode ser obtida por meio da derivada da função do valor presente. De acordo com Luenberger (1997), duas interpretações úteis da *Duration* são:

- fator de desconto de elasticidade do preço de um título, sendo que o fator de desconto é $(1 + YTM)$:

$$\frac{dP/P}{dYTM/(1+YTM)} = \frac{\Delta\% \text{ bond price}}{\Delta\% \text{ Yield to Maturity}} = -D \quad (2.21)$$

- Medida da volatilidade do preço de um título, pois:

$$\frac{dP}{P} = -D \frac{dy}{(1+y)} \quad (2.22)$$

No caso de uma carteira com diversos títulos de vencimentos diferentes, o portfólio equivale a um valor mobiliário de renda fixa, pois recebe pagamentos periódicos; porém, devido às maturidades diferentes, os pagamentos não são da mesma magnitude. A *Duration* do portfólio é, então, a soma ponderada das durações dos títulos individuais, com os pesos sendo

proporcionais ao preço de cada um dos títulos. Isso pode ser verificado para um portfólio consistindo de dois títulos A e B, cujas *Durations* são, respectivamente:

$$D^A = \frac{\sum_{k=0}^n t_k PV_k^A}{P_A} \quad \text{e} \quad D^B = \frac{\sum_{k=0}^n t_k PV_k^B}{P_B} \quad (2.23)$$

Então,

$$P^A D^A + P^B D^B = \sum_{K=0}^N t_k (PV_k^A + PV_k^B) \quad (2.24)$$

Com a divisão por $P = P^A + P^B$, tem-se:

$$D = \frac{P^A D^A}{P} + \frac{P^B D^B}{P} \quad (2.25)$$

como a *Duration* do portfólio. Portanto, D é uma média ponderada das *Durations* de títulos individuais, com o peso da *Duration* de cada título sendo proporcional ao preço desse título.

Generalizando para um portfólio com m títulos:

$$\begin{aligned} P &= P_1 + P_2 + \dots + P_m \\ D &= \omega_1 D_1 + \omega_2 D_2 + \dots + \omega_m D_m \end{aligned} \quad (2.26)$$

em que $\omega_i = P_i/P$, $i = 1, 2, \dots, m$.

A duração de uma carteira mede a sensibilidade à taxa de juros dessa carteira, do mesmo modo que a *Duration* é medida por um título individual. Assim, se o retorno muda em um montante pequeno, o valor total da carteira irá mudar para aproximadamente o mesmo valor determinado pela equação que relaciona preços à *Duration* modificada.

Se os títulos que compõem a carteira têm diferentes retornos, a *Duration* composta, definida anteriormente, ainda pode ser utilizada como uma aproximação. Nesse caso, um retorno individual deve ser escolhido, como, por exemplo, o retorno médio. Então, os valores presentes podem ser calculados com relação ao valor desse retorno individual, embora esses valores presentes não sejam exatamente iguais ao preço dos títulos. A *Duration* ponderada deverá indicar a sensibilidade do valor presente total a mudanças no retorno que foi utilizado.

Uma questão que surge na estruturação de uma carteira de títulos é a proteção desse portfólio contra o risco de taxa de juros. A imunização baseia-se na proteção dos valores da carteira contra mudanças na taxa de juros. Se uma instituição tem a obrigação de entregar uma série de fluxos de caixa no futuro, ela deve adquirir uma carteira que será utilizada para pagar essas obrigações à medida que surgirem.

Uma forma de atender a essa necessidade de *Asset Liability Management* consiste em adquirir um título zero-cupom com vencimentos e valores presentes que são equivalentes às obrigações individuais. Entretanto, uma solução simples como essa nem sempre é viável no mercado financeiro, em função da inexistência de tais títulos. Então, pode-se adquirir, alternativamente, uma carteira com um valor igual ao valor presente do fluxo das obrigações. Diante disso, pode-se vender parte da carteira quando se necessitar de recursos para saldar uma obrigação em particular; ou ainda, pode-se comprar mais títulos, caso a carteira gere mais caixa do que o necessário em um período particular do tempo. Se os retornos não mudam, o valor da carteira será, ao longo desse processo, equivalente ao valor presente das obrigações remanescentes. Portanto, pode ser desenvolvido um equilíbrio entre os ativos e passivos da instituição financeira.

Contudo, essa técnica apresenta problemas quando os retornos mudam, pois o valor da carteira e o valor presente do fluxo de obrigações passam por mudanças em decorrência da dinâmica do mercado financeiro, sendo diferentes as magnitudes dessas variações. Como consequência, a carteira constituída pode não atender satisfatoriamente a essas obrigações.

2.2.3 Convexidade: inclusão do termo de segunda ordem

Como a *Duration* de Macaulay mede a inclinação da curva preço-retorno em um determinado ponto, essa relação gera uma aproximação linear à curva preço-juros que pode ser utilizada como uma medida de quantificação e controle de risco. No entanto, pode-se alcançar uma aproximação ainda mais precisa por meio da inclusão de um termo de segunda ordem. Trata-se da Convexidade, que representa a curvatura relativa de um determinado ponto na curva entre preço e retorno. A convexidade C é definida como:

$$C = \frac{1}{P} \frac{d^2 P}{dYTM^2} \quad (2.27)$$

em que:

$$\frac{d^2 P}{dYTM^2} = \sum_{t=1}^N \frac{t(t+1)C_t}{(1+YTM)^{t+2}} + \frac{n(n+1)M}{(1+YTM)^{n+2}} \quad (2.28)$$

Logo:

$$C = \frac{1}{P(1+YTM)^2} \sum_{t=1}^N \frac{t(t+1)C_t}{(1+YTM)^t} + \frac{n(n+1)M}{(1+YTM)^n} \quad (2.29)$$

A convexidade é uma média ponderada de $t(t+1)$, sendo que, de modo semelhante à duração, os pesos são proporcionais ao valor presente dos fluxos de caixa correspondentes. O resultado é *modificado* pelo fator $1/(1+YTM)^2$.

Supondo-se que, a um preço P e um YTM correspondente, são calculadas a Duração Modificada e a Convexidade; então, ΔYTM tende a zero; e ΔP é a mudança correspondente no preço.

$$\Delta P \approx -D_M P \Delta YTM + \frac{PC}{2} (\Delta YTM)^2 \quad (2.30)$$

A expressão (2.30), conforme Jorion (2003), constitui uma aproximação de segunda ordem para a curva preço-retorno, em que modificações na YTM implicam variações no preço do título. Essa variação no preço constitui em um fator de risco, o que é objeto de análise por meio da conjugação da *Duration* com a Convexidade. Tal abordagem pode ser aplicada em estudos como o *Value at Risk (VaR)* de renda fixa, como destaca Crouhy *et al.* (2004).

Nesse sentido, uma função f pode ser aproximada em uma região adjacente a um dado ponto x_0 , utilizando-se as derivadas dessa função. A aproximação de segunda ordem é definida, então, como:

$$f(x + \Delta x) = f'(x_0) \Delta x + \frac{1}{2} f''(x_0) (\Delta x)^2 \quad (2.31)$$

A convexidade é usada para aumentar a imunização de uma carteira, na medida em que, comparada com a imunização simples, suplementa um ajuste mais preciso feito no valor da carteira em relação ao valor da obrigação à proporção que o YTM apresenta variação. Deve-se constituir o portfólio de títulos, de modo que o valor presente, a duração e a convexidade sejam equivalentes aos valores desses fatores da obrigação.

A imunização busca resolver esse problema por meio do ajuste das *Durations* e dos Valores Presentes da carteira e das obrigações. Se a duração da carteira for equivalente à duração das obrigações. Então, o valor da carteira e o valor presente do fluxo de obrigações deverão responder de modo similar a uma mudança no retorno. Mais especificamente, no caso de

operações prefixadas, se os juros aumentam, o valor presente da carteira de títulos diminui, mas o valor presente da obrigação cai em um montante similar.

Um exemplo de imunização pode ser constituído para uma obrigação futura Q , em que o valor presente é dado por:

$$V_0 = \frac{Q}{(1+r)^N} \quad (2.32)$$

Se a obrigação é garantida por um título que a empresa adquiriu, esse título (cujo valor é V_B) é igual ao valor presente da obrigação, V_0 . Caso P_1, P_2, \dots, P_M correspondam ao fluxo de pagamentos antecipados feitos pelo título. Portanto, o valor presente do título V_B é dado por:

$$V_B = \sum_{t=1}^M \frac{P_t}{(1+r)^t} \quad (2.33)$$

Logo, se a taxa de juros de mercado r mudar para $r + \Delta r$, tem-se, usando uma aproximação linear de primeira ordem, que o novo valor da obrigação será dado por:

$$V_0 + \Delta V_0 \approx V_0 + \frac{dV_0}{dr} \Delta r = V_0 + \Delta r \left[\frac{-NQ}{(1+r)^{N+1}} \right] \quad (2.34)$$

em que a aproximação linear de primeira ordem para uma função diferencial é dada por:

$$F(x + \Delta x, y) - F(x, y) \approx \frac{\partial F}{\partial x}(x, y) \Delta x \quad (2.35)$$

de maneira que, na relação anterior, verifica-se a seguinte equivalência:

$$\frac{\Delta V_0}{\Delta r} \approx \frac{dV_0}{dr} \quad (2.36)$$

Assim, o novo valor da obrigação pode ser definido por:

$$V_0 + \Delta V_0 \approx V_0 + \frac{dV_0}{dr} \Delta r = V_0 + \Delta r \left[\frac{-NQ}{(1+r)^{N+1}} \right] \quad (2.37)$$

e o novo valor do título pode ser obtido por:

$$V_B + \Delta V_B \approx V_B + \frac{dV_B}{dr} \Delta r = V_B + \Delta r \left[\sum_{t=1}^M \frac{-tP_t}{(1+r)^{t+1}} \right] \quad (2.38)$$

Ao equivar (2.37) e (2.38), tem-se:

$$V_B + \Delta r \sum_{t=1}^M \frac{-tP_t}{(1+r)^{t+1}} = V_0 + \Delta r \left[\frac{-NQ}{(1+r)^{N+1}} \right] \quad (2.39)$$

Como:

$$V_B = V_0 = \frac{Q}{(1+r)^N} \quad (2.40)$$

a equação (2.39) pode ser simplificada em:

$$\sum_{t=1}^M \frac{-tP_t}{(1+r)^{t+1}} = \frac{-N}{1+r} \cdot V_B \Leftrightarrow \frac{1}{V_B} \sum_{t=1}^M \frac{tP_t}{(1+r)^t} = N \quad (2.41)$$

Logo, de acordo com Benninga (2000), uma condição necessária e suficiente para que o valor de mercado de um ativo seja semelhante ao valor de mercado de uma obrigação, para quaisquer mudança na taxa de desconto r , é a de que a duração da obrigação Q seja idêntica à duração do ativo. Essa relação de equilíbrio entre a carteira de ativos e as obrigações de uma instituição é que caracteriza a imunização frente a variações nas taxas de juros de operações de renda fixa.

Portanto, a imunização busca a proteção de operações de renda fixa contra mudanças na taxa de juros, pois, se esses juros mudam após a composição de um portfólio, o novo valor da

carteira será similar ao valor futuro da obrigação. Entretanto, uma vez que os retornos mudam, a carteira não permanecerá completamente imunizada à nova taxa; de maneira que torna-se necessário proceder a um novo ajuste da carteira, de tempos em tempos.

Contudo, conforme salienta Luenberger (1997), a imunização simples apresenta limitações ao assumir que os retornos são idênticos, o que é difícil de ocorrer na prática, pois, usualmente, títulos com prazo maior possuem retornos maiores que os títulos de curto prazo. Além disso, quando os retornos definidos pela *YTM* mudam, é improvável que os retornos em todos os títulos mudem na mesma magnitude, dificultando, então, o ajuste da carteira.

Assim, para a imunização, considerando-se a convexidade de um portfólio com títulos P , tem-se a seguinte composição:

$$\begin{aligned} P &= P_1 + P_2 + \dots + P_m \\ D &= \omega_1 D_1 + \omega_2 D_2 + \dots + \omega_m D_m \\ Conv &= \omega_1 Conv_1 + \omega_2 Conv_2 + \dots + \omega_m Conv_m \end{aligned} \quad (2.42)$$

em que $\omega_i = P_i/P$, $i = 1, 2, \dots, m$.

A partir de uma abordagem baseada em uma função contínua para as taxas de juros, tem-se o modelo de Nelson e Siegel (1987) para imunização de investimentos de renda fixa:

$$R^C(0, \theta) = \beta_0 + \beta_1 \left[\frac{1 - \varepsilon^{-\frac{\theta}{\tau}}}{\frac{\theta}{\tau}} \right] + \beta_2 \left[\frac{1 - \varepsilon^{-\frac{\theta}{\tau}}}{\frac{\theta}{\tau}} - \varepsilon^{-\frac{\theta}{\tau}} \right] \quad (2.43)$$

em que:

$R^C(0, \theta)$: taxa até o vencimento do título zero-cupom θ ;

β_0 : fator de nível;

β_1 : fator de rotação;

β_2 : fator de curvatura; e

τ : parâmetro de nível fixado para todas as datas.

Considerando-se que, na data $t=0$, o preço do título P com pagamentos futuros F é:

$$P_0 = \sum_i F_i B(0, \theta_i) = \sum_i F_i \varepsilon^{-\theta_i R^C(0, \theta_i)} \quad (2.44)$$

Portanto, em termos de diferenciais parciais, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_0}{\partial \beta_0} &= - \sum_i \theta_i F_i \varepsilon^{-\theta_i R^C(0, \theta_i)} \\ \frac{\partial P_0}{\partial \beta_1} &= - \sum_i \theta_i \left[\frac{1 - \varepsilon^{-\frac{\theta}{\tau}}}{\frac{\theta}{\tau}} \right] F_i \varepsilon^{-\theta_i R^C(0, \theta_i)} \\ \frac{\partial P_0}{\partial \beta_2} &= - \sum_i \theta_i \left[\frac{1 - \varepsilon^{-\frac{\theta}{\tau}}}{\frac{\theta}{\tau}} - \varepsilon^{-\frac{\theta}{\tau}} \right] F_i \varepsilon^{-\theta_i R^C(0, \theta_i)} \end{aligned} \quad (2.45)$$

Assim, para a imunização de um portfólio com títulos P e uma obrigação Q , tem-se a seguinte composição:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial \beta_0} + \omega_1 \frac{\partial P_1}{\partial \beta_0} + \omega_2 \frac{\partial P_2}{\partial \beta_0} + \dots + \omega_m \frac{\partial P_m}{\partial \beta_0} &= 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial \beta_1} + \omega_1 \frac{\partial P_1}{\partial \beta_1} + \omega_2 \frac{\partial P_2}{\partial \beta_1} + \dots + \omega_m \frac{\partial P_m}{\partial \beta_1} &= 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial \beta_2} + \omega_1 \frac{\partial P_1}{\partial \beta_2} + \omega_2 \frac{\partial P_2}{\partial \beta_2} + \dots + \omega_m \frac{\partial P_m}{\partial \beta_2} &= 0 \end{aligned} \quad (2.46)$$

em que $\omega_i = P_i/P$, $i = 1, 2, \dots, m$.

Logo, a imunização destaca o efeito da segunda derivada do preço dos títulos públicos na análise da influência da variação nas taxas de juros sobre o preço dos títulos de renda fixa. Portanto, foram verificadas abordagens relacionadas à expectativa para as taxas de juros, delimitadas pela estrutura a termo e o efeito de flutuações dessas taxas, o que é avaliado pela duração e pela convexidade dos títulos públicos federais.

2.2.4 Relação entre *Duration* e Convexidade com a variação do preço de um título

Ao analisar a variação no preço de um título decorrente de variações na taxa de juros, a *Duration* pode ser aplicada no estudo de variações entre o preço definido pela marcação a mercado de um título frente a sua marcação na curva de vencimento, pois essa divergência pode estar relacionada às variações na taxa de juros. Assim, a *Duration* contribui com o desenvolvimento da análise da divergência entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento de um título público, ao incorporar a sensibilidade do título a mudanças na taxa de juros.

A convexidade de um título, assim como a *Duration*, é uma medida de análise da inclinação da curva preço-retorno em um determinado ponto, que busca alcançar uma aproximação ainda mais precisa por meio da inclusão de um termo de segunda ordem, de maneira a obter uma aproximação linear à curva preço-juros que pode ser utilizada como uma medida de quantificação e controle de risco. A convexidade representa a curvatura relativa do preço de um título a modificações na sensibilidade do título à variação da taxa de juros.

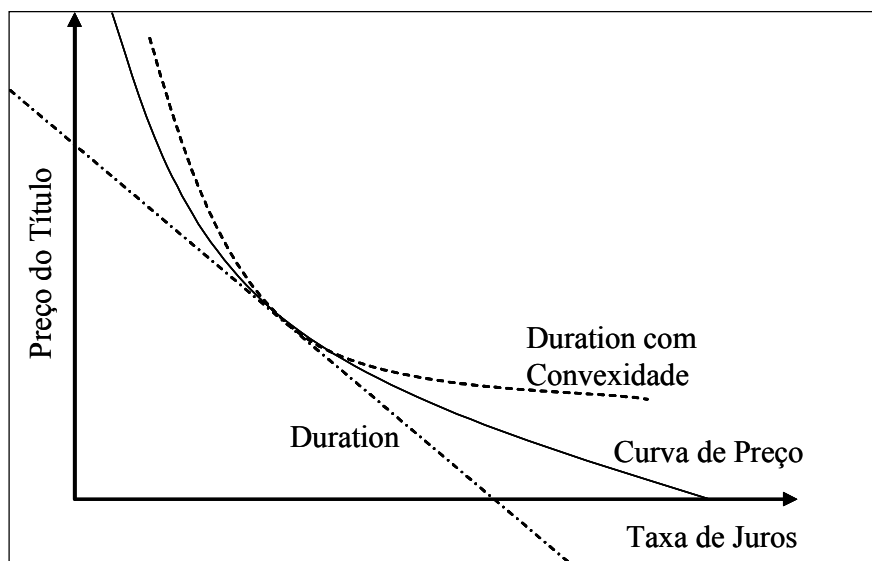


Figura 4: Aproximação do preço de um título por meio da *Duration* e da convexidade.

Fonte: Barros (2009)

Assim, a convexidade pode ser aplicada na avaliação de divergências entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento, pois verifica a variação da sensibilidade do preço do título a mudanças na taxa de juros, de maneira a suplementar a mensuração efetuada por meio da duração. Portanto, tanto a *Duration* quanto a convexidade envolvem a análise da variação do preço de um título público a mudanças na taxa de juros, a *Duration* contribui com a incorporação da inclinação em um ponto na curva preço-juros e a convexidade com a curvatura nesse mesmo ponto da curva preço-juros, assim são medidas matemáticas voltadas para a análise da variação do preço de títulos públicos, que podem repercutir em divergências entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento.

2.2.5 O efeito da liquidez

Um dos problemas que podem ser verificados na negociação de títulos públicos é a falta de liquidez de uma tipologia de papel no mercado de renda fixa. Essa falta de liquidez pode ser constatada pelo volume de transações envolvendo um título, pelo *spread* entre as ofertas de compra e de venda, sendo que essas características, de acordo com Sá Júnior (2007) constituem em riscos para os investimentos em títulos públicos brasileiros.

De acordo Sá Júnior (2007), um mercado secundário de títulos públicos líquido deve possibilitar a compra e a venda de títulos de maneira ágil, o que contribui para futuras emissões primárias e para a capacidade do governo em se financiar. Os benefícios obtidos com as transações no mercado secundário não se restringem apenas ao emissor do título, mas também ao seu detentor.

A análise e a estimativa da liquidez dos mercados de títulos públicos têm sido objeto de estudo de diversas pesquisas na área de renda fixa. Como exemplo disso, Tanner e Kochin (1971) e Garbade e Rosey (1977) modelaram os *spreads* de compra e de venda das *Treasuries*, enquanto Amihud e Mendelson (1991), Kamara (1994) e Elton e Green (1998) avaliaram diferenças de *valuation* entre *treasuries* por meio de *proxies* para a liquidez.

Nos trabalhos mais recentes, segundo Sá Júnior (2007), principalmente a partir dos anos 1990, destaca-se a utilização de dados de alta frequência nas análises sobre padrões de volume e de *spread intraday*, como as pesquisa de Fleming (1997) e de Fleming e Remolona (1999). Chakravarty e Sarkar (1999), por sua vez, desenvolveram uma comparação entre a liquidez dos mercados de títulos públicos e de títulos privados americano, utilizando uma série de *spreads* de compra e de venda. Além disso, Fleming (2003) examinou um conjunto de medidas de liquidez para o mercado de títulos dos Estados Unidos por meio de dados de alta frequência extraídos do mercado de *dealers*.

O interesse nessa linha de estudos, conforme aponta Sá Júnior (2007), não se limitou ao mercado americano, como se pode observar nos trabalhos de Gravelle (1999), que realizou um comparativo entre o mercado de títulos públicos do Canadá e dos Estados Unidos e nos estudos de Díaz *et al.* (2004) sobre a liquidez e a volatilidade do mercado de títulos públicos da Espanha nas fases anterior e posterior à união monetária na Europa.

Quadro 3: Abordagens relativas ao efeito da liquidez nos títulos públicos

Abordagem	Autor
<i>Spreads</i> de compra e de venda das <i>treasuries</i>	Tanner e Kochin (1971) e Garbade e Rosey (1977)
Diferenças de <i>valuation</i> entre <i>treasuries</i> por meio de <i>proxies</i> para a liquidez	Amihud e Mendelson (1991), Kamara (1994) e Elton e Green (1998)

Quadro 3: Abordagens relativas ao efeito da liquidez nos títulos públicos

Abordagem	Autor
Utilização de dados de alta frequência nas análises sobre padrões de volume e de <i>spread intraday</i>	Fleming (1997) e Fleming e Remolona (1999)
Comparação entre a liquidez dos mercados de títulos públicos e de títulos privados americanos utilizando uma série de <i>spreads</i> de compra e de venda	Chakravarty e Sarkar (1999)
Medidas de liquidez para o mercado de títulos dos Estados Unidos por meio de dados de alta frequência extraídos do mercado de <i>dealers</i>	Fleming (2003)
Comparativo entre o mercado de títulos públicos do Canadá e dos Estados Unidos	Gravelle (1999)
Liquidez e volatilidade do mercado de títulos públicos da Espanha nas fases anterior e posterior à união monetária na Europa	Díaz, Merrick e Navarro (2004)
Liquidez do mercado secundário de títulos públicos no Brasil no período de 2003 a 2006 e determinantes do <i>spread</i> de compra e venda no mercado secundário de LTN (Letra do Tesouro Nacional)	Sá Júnior (2007)

Sá Júnior (2007), em seu trabalho acerca dos mercados brasileiro e americano, observou que os títulos públicos com menores prazos de vencimento tendem a apresentar maiores ofertas em termos de volume e, por conseguinte, menores *spreads* de compra e venda. Com isso, os riscos relativos ao carregamento desses papéis devem ser menores, se comparados aos títulos de prazos maiores, visto que eles apresentam baixos volumes de oferta e *spreads* elevados.

No caso brasileiro, também foi relevante para os resultados da pesquisa de Sá Júnior (2007) a volatilidade das taxas de juros de curto prazo ocorrida nos últimos anos, evento que encareceu o custo de manutenção de papéis prefixados, principalmente de títulos LTN de prazos de vencimentos mais longos. Em uma situação de expectativa de alta das taxas de juros, os detentores desses papéis prefixados procuram se desfazer dessas posições em troca de títulos indexados à própria taxa de juros de curto prazo, os papéis LFT, ou NTN-B e/ou NTN-C, indexados à inflação, ou mesmo trocar para LTNs de curto prazo (30 ou 60 dias).

De acordo com Sá Júnior (2007), essa dinâmica explica, em parte, as iniciativas do mercado em negociar papéis LTN já vinculados a operações de *hedge* por meio de contratos de DI futuro na Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F). Com isso, a própria redução das taxas de juros e a queda nas expectativas inflacionárias favorecem a procura por papéis prefixados de prazos mais longos, visto que o custo de carregamento é reduzido, assim como os patamares dos *spreads* de compra e venda.

A liquidez pode interferir na divergência entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento, pois baixa liquidez pode refletir em divergências entre as referidas técnicas de avaliação de títulos públicos.

Os papéis que apresentam maior liquidez, isto é, maior número de preços manifestados ao longo do tempo, tendem a incorporar as divergências entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento mais rapidamente. Tal ajuste advém da consolidação de novos preços dos títulos nas negociações realizadas no mercado financeiro.

Já frente a uma falta de liquidez, constata-se uma carência na continuidade de preços – a falta de continuidade na formação de preços (*gaps*), presente principalmente nos papéis de menor liquidez, o que reflete uma maior percepção de risco pelos agentes de curto prazo; a falta de liquidez pode afastar os *players* de formação do mercado – *traders* de curto prazo, o que acaba por tornar os ativos menos líquidos mais voláteis. Portanto, divergências entre o valor indicado pela curva de vencimento e o da marcação a mercado do título com baixa liquidez podem se manifestar em função desse risco de liquidez.

As pesquisas relacionadas a títulos públicos federais, inclusive no contexto brasileiro, voltaram-se para: análises sobre a expectativa da taxa de juros, indicada pela Estrutura a Termo; *Asset Liability Management*, por meio de técnicas de *Duration* e Imunização, ou seja, aspectos relacionados à elasticidade preço; e a estudos acerca do efeito da liquidez sobre os *spreads* entre preços de compra e venda desses títulos de renda fixa.

3 METODOLOGIA

Para o desenvolvimento do estudo, foram utilizadas duas abordagens: um estudo quantitativo baseado em Hull (1997) e entrevistas com agentes de mercado acerca da percepção de possíveis divergências entre as técnicas de avaliação de títulos públicos brasileiros pesquisadas. Logo, o estudo realizado conjugou técnicas quantitativas com a adoção de meios qualitativos de pesquisa.

3.1 Abordagem quantitativa

A partir de uma expansão de Taylor, baseada em Hull (1997), para a estimativa de rendimento de um título de renda fixa, no caso um título público federal brasileiro, conjugada com a técnica de *tracking error* Divergência não Planejada – *DnP*, foi elaborada uma expressão que avalia o efeito na rentabilidade diária atual de um título federal, sendo esse efeito provocado pelos desvios entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento ajustados pela razão entre a convexidade pela *Duration*.

Essa análise quantitativa foi aplicada a dados diários relativos às principais tipologias de títulos brasileiros, isto é, títulos prefixados como a Letra do Tesouro Nacional – LTN, pós-fixados como a Letra Financeira do Tesouro – LFT e as Notas do Tesouro Nacional – NTN, essas últimas podem ser indexadas a índices de inflação como a NTN-C, a qual é atrelada ao Índice Geral de Preços ao Mercado – IGP-M, e a NTN-B, vinculada ao Índice de Preços ao Consumidor Amplo – IPCA.

Esses dados diários foram relativos à variação da rentabilidade dos títulos brasileiros, segundo a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento, de maneira a obter as rentabilidades aferidas conforme as duas abordagens para cada dia do intervalo de tempo estudado, a partir de 01/02/2006, data inicial dos dados disponíveis na Associação Brasileira das Instituições do Mercado Financeiro – ANBIMA. Além dessa base de dados, também foi

consultada a Secretaria do Tesouro Nacional – STN, que disponibiliza informações sobre títulos públicos federais no *site* http://www.tesouro.fazenda.gov.br/tesouro_direto/historico.asp.

Esses dados foram aplicados à expressão (3.8), destacada à frente, de maneira a aferir o efeito no preço dos papéis da variação entre a marcação a mercado e a na curva de vencimento de cada título público avaliado. Logo, trata-se de uma pesquisa quantitativa, na qual se buscou identificar essa relação entre as duas formas de avaliar a rentabilidade de um título público, de modo descrever essa volatilidade diária na rentabilidade desses investimentos de renda fixa.

3.1.1 Avaliação da divergência entre a marcação a mercado e o valor na curva de títulos públicos

A medida de risco Divergência não Planejada (*DnP*), segundo Pena (2005), consiste em uma técnica que avalia um desvio registrado no desempenho dos investimentos em relação à meta de rentabilidade ou ao indexador estipulado para um fundo ou ativo de investimento de renda fixa – como no caso deste estudo, títulos públicos brasileiros.

O cálculo por meio dessa técnica parte da diferença entre a rentabilidade dos investimentos em relação a um referencial de desempenho, como, no contexto desta pesquisa, a rentabilidade prevista pela curva de vencimento de um título público. Essa rentabilidade é um fator que a consolida como uma medida de risco baseada em técnicas de *tracking error*. A *DnP* é obtida pela diferença entre a rentabilidade dos investimentos e o referencial:

$$DnP = r_t - I_t \quad (3.1)$$

em que:

r_t é o retorno do fundo no momento t ; e

I_t corresponde à meta do referencial no momento t .

Logo, a *DnP* permite verificar se os retornos dos investimentos (segundo marcação a mercado) apresentam desempenho superior ou não ao determinado pelo referencial contratado (marcação na curva de vencimento) no título público ao longo do tempo. Essa técnica é voltada para a detecção de possíveis divergências na dinâmica dos retornos dos investimentos em relação ao referencial ou *benchmark*. Conjugada com o *Expected Shortfall (ES)*, constitui uma medida coerente de risco, conforme salientam Artzner *et al.* (1997, 1999). Em outras palavras, os retornos líquidos dos investimentos em relação a uma meta de desempenho, de acordo com Rockafellar *et al.* (2003), representa uma medida consistente de desvio.

A técnica da *DnP* foi conjugada com uma série de Taylor de segunda ordem, conforme expressão (2.31). Assim, com base na abordagem apresentada por Hull (1997) para a aproximação de segunda ordem, pode-se definir que:

F é o rendimento do título, conforme a curva de vencimento com maturidade em T ;

$P(y)$ corresponde ao preço do título no momento t como função de seu rendimento y , segundo a marcação a mercado; e

σ refere-se à medida de volatilidade do rendimento do título.

A expansão de $P(y)$ numa série de Taylor de segunda ordem, pressupondo-se $y = F$, resulta em:

$$P(y) \approx P(F) + (y - F)P'(F) + \frac{1}{2}(y - F)^2 P''(F) \quad (3.2)$$

em que $P'(y)$ e $P''(y)$ são, respectivamente, a primeira e a segunda derivadas parciais do preço do título em relação ao seu rendimento conforme a marcação a mercado. Diante disso, mediante uma situação de neutralidade ao risco, verifica-se o seguinte resultado:

$$\hat{E}[P(y)] \approx P(F) + [\hat{E}(y) - F]P'(F) + \frac{1}{2}F^2\sigma^2P''(F)T \quad (3.3)$$

Se $\hat{E}[P(y)]$ é a estimativa do preço do título na marcação a mercado em uma situação de neutralidade ao risco, então, pela definição de F , tem-se que:

$$\hat{E}[P(y)] = P(F) \quad (3.4)$$

Pois, na situação de neutralidade ao risco, têm-se as seguintes tendências à zero:

$$y - F \rightarrow 0 \quad (\text{i})$$

$$\hat{E}(y) - F \rightarrow 0 \quad (\text{ii})$$

$$\sigma^2 \rightarrow 0 \quad (\text{iii})$$

Assim, verifica-se uma convergência no preço do título para seu valor na marcação na curva mediante uma situação de neutralidade de risco, decorrente de (i), (ii) e (iii), de modo que tenha a passagem da equação 3.3 para 3.4.

Logo, segundo Hull (1997), como $\hat{E}[P(y)] - P(F) = 0$, tem-se que:

$$\hat{E}[P(y)] \approx P(F) + [\hat{E}(y) - F]P'(F) + \frac{1}{2}F^2\sigma^2P''(F)T$$

$$\hat{E}[P(y)] - P(F) \approx [\hat{E}(y) - F]P'(F) + \frac{1}{2}F^2\sigma^2P''(F)T$$

$$0 \approx [\hat{E}(y) - F]P'(F) + \frac{1}{2}F^2\sigma^2P''(F)T$$

$$[\hat{E}(y) - F]P'(F) \approx -\frac{1}{2}F^2\sigma^2P''(F)T$$

Então:

$$[\hat{E}(y) - F] \approx -\frac{1}{2} F^2 \sigma^2 \frac{P''(F)T}{P'(F)} \quad (3.5)$$

Portanto, uma estimativa para o rendimento esperado de um título é definida por:

$$\hat{E}(y) \approx F - \frac{1}{2} F^2 \sigma^2 T \frac{P''(F)}{P'(F)} \quad (3.6)$$

O quociente $P''(F) / P'(F)$ é resultante da expansão de Taylor apresentada na equação (3.2), sendo que $P'(F)$ é a primeira derivada do preço de um título em relação à taxa de juros, resultando na *Duration* do título, que é a sensibilidade do papel à variação na taxa de juros, e o termo $P''(F)$ é a segunda derivada que resulta na convexidade do título que analisa como a sensibilidade do título varia a mudanças na taxa de juros, de forma que o quociente $P''(F) / P'(F)$ deve estar associado à expectativa de variação do preço do título frente a uma variação na taxa de juros, conforme a expansão de Taylor de segunda ordem.

Uma estimativa para σ_i é dada pela expressão a seguir:

$$\sigma_i = \sqrt{Dn P_i^2} \quad (3.7)$$

em que $Dn P_i = y_i - F_i$ é a divergência entre a rentabilidade pela marcação a mercado e a rentabilidade pela marcação na curva de vencimento no momento de tempo i .

Assim, a partir da conjugação das expressões (3.6) e (3.7), é estruturada a abordagem aplicada nesta pesquisa, em que se verifica o efeito da volatilidade entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento na expectativa de retorno $\hat{E}(y)$ de uma aplicação em um título público federal em operações no mercado secundário. Conforme mostra a expressão (3.8), essa divergência implica um preço influenciado: pelo tempo até o vencimento do

contrato; pelas variações das taxas de juros no mercado financeiro; e pelo desvio do valor de marcação a mercado frente ao valor nominal da marcação na curva de vencimento.

$$\hat{E}(y) \approx F_i - \frac{1}{2} \left[F_i^2 T_i \frac{P''(F_i)}{P'(F_i)} \right] \cdot \sigma_i^2 \quad (3.8)$$

Além disso, cabe destacar que a estimativa do retorno de um título público deve apresentar relação com a expectativa de variação do indexador relacionado ao contrato, como, por exemplo, a taxa de juros e índices de inflação, o que é incorporado pelo termo $\frac{P''(F)}{P'(F)}$.

3.1.2 Procedimentos de teste utilizados

De acordo Malhotra (2001) e Hair *et al.* (1998), as análises de pesquisas quantitativas são baseadas na identificação de relações matemáticas entre os dados relativos a um sistema organizacional ou um conjunto de instituições, como dados relacionados às organizações negociadas no mercado financeiro. Essas relações matemáticas devem ser condizentes com uma fundamentação teórica, como os conhecimentos financeiros, de modo que a pesquisa não desenvolva análises baseadas em relações espúrias, isto é, pode-se aferir uma relação matemática deficiente de uma explicação teórica.

Além disso, ao se verificar a comprovação quantitativa de uma teoria, o pesquisador deve efetuar testes estatísticos, de modo a consolidar o modelo utilizado na análise efetuada na pesquisa. Esses testes promovem validade às relações matemáticas identificadas e garantem consistência aos aspectos verificados em uma pesquisa, o que relevante para a consolidação dos resultados e possíveis aplicações posteriores da teoria verificada no estudo.

Por meio dos softwares @risk 5.5 ® e do Excel 7 ®, foram calculados: rentabilidade pela marcação a mercado; rentabilidade pela marcação na curva de vencimento; *Duration*; convexidade; *DnP* entre as rentabilidades apuradas pelas duas técnicas; e prazo para vencimento de cada um dos títulos considerados no estudo. Cabe ressaltar que os títulos

considerados foram os papéis LFT, LTN, NTN-B, NTN-C e NTN-F, com vencimento entre 01/02/2006 e 31/08/2010.

Por meio da expressão (3.8), foi obtida uma estimativa de retorno diário para cada título pesquisado, porém incorporando a divergência entre as rentabilidades indicadas pela marcação a mercado e pela marcação na curva de vencimento. Essa estimativa do retorno foi subtraída da rentabilidade diária indicada pela marcação na curva de vencimento, de maneira a verificar possíveis divergências ainda presentes.

Para avaliar esse ajuste propiciado pela expansão de Taylor, foi aplicado um teste chi-quadrado para aferir a distribuição da frequência dos resultados diários da subtração entre a estimativa dada por (3.8) e a rentabilidade pela curva de vencimento. Segundo Johnston e Dinardo (2001), o teste chi-quadrado χ^2 identifica o ajuste de uma distribuição de frequência a uma tipologia predeterminada, por meio da seguinte aferição:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \left[\frac{(N_i - E_i)^2}{E_i} \right]$$

Em que:

N_i é a observação i -ésima; e

E_i é a expectativa para a i -ésima observação conforme uma distribuição predeterminada.

O teste χ^2 foi aplicado para comparar os resultados da análise quantitativa frente às seguintes distribuições de frequência: inversa de Gauss, valor extremo, uniforme, log-normal, triangular, beta generalizado, log-logística, normal, pareto, exponencial, Pearson, logística, weibull. Na análise, foram utilizadas distribuições contínuas que foram comparadas com os resultados para a marcação a mercado, marcação na curva, divergência entre as técnicas e

ajuste entre a expansão de Taylor e a curva de vencimento; e o teste de aderência foi mensurado por meio do software @risk 5.5 ®.

3.2 Abordagem qualitativa

A entrevista é uma das principais técnicas de pesquisa qualitativa, em que o pesquisador efetua o levantamento de informações por meio do contato direto com pessoas que apresentem alguma forma de relação com o tema de pesquisa estudado. O desenvolvimento de uma entrevista, segundo Godoi e Mattos (2006), pode ser conduzido com o uso de questionários ou roteiros, o que pode ser utilizado como uma forma de identificar tipologias de desenvolvimento dessa técnica.

Neste trabalho de pesquisa, agentes do mercado financeiro de renda fixa foram entrevistados por meio de uma abordagem livre, voltada para compreender a percepção de operadores do mercado secundário de títulos públicos brasileiros acerca de possíveis divergências entre as técnicas de avaliação pesquisadas. Com isso, a pesquisa não somente analisa aspectos quantitativos, como também desenvolve uma abordagem qualitativa para estudar a divergências entre as técnicas de avaliação de títulos públicos analisadas.

Em virtude do fato de que o mercado de títulos públicos brasileiros, conforme a ANBIMA(2010), envolver mais de 1 trilhão de reais em títulos, a pesquisa enfocou somente gestores de carteiras com um patrimônio superior a 1 bilhão de reais. Em decorrência de restrições de recursos financeiros para o desenvolvimento do estudo, foram entrevistados gestores de instituições públicas localizadas em Minas Gerais e dos 5 maiores bancos brasileiros.

As entrevistas foram realizadas em dois momentos: antes da análise quantitativa e após, considerando os resultados da análise quantitativa acerca da divergência entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento. Assim, a pesquisa visou identificar a

percepção dos agentes financeiros segundo sua noção intuitiva e frente ao fato constatado pela análise quantitativa.

Para o desenvolvimento dessa técnica qualitativa, um questionário foi utilizado para direcionar o procedimento de pesquisa durante os dois momentos previstos no trabalho. Anteriormente à realização das entrevistas, o questionário foi testado por meio de sua aplicação em gestores de organizações públicas localizadas em Minas Gerais, a qual acarretou na mudança de duas questões, em decorrência de dificuldades de compreensão. As questões consolidadas no questionário foram as seguintes:

1. Há quanto tempo você atua no mercado de renda fixa brasileiro?
Fale sobre sua experiência na negociação e atuação no mercado de títulos públicos brasileiros.
2. Como você avalia um título público brasileiro como aplicação financeira?
3. O que você entende por: a) Marcação a mercado? b) Marcação na curva?
4. Como você distingue a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento para avaliação de um título público brasileiro?
5. Liste as prováveis divergências entre as duas técnicas de avaliação, marcação a mercado e marcação na curva de vencimento?
6. Em sua opinião, as divergências entre as duas técnicas de avaliação podem viabilizar operações de arbitragem?
7. Favor adicionar comentários que, em sua opinião, não foram contemplados anteriormente.

Inicialmente, as respostas obtidas com o questionário por meio das entrevistas permitiram o levantamento de informações por meio de uma abordagem interpretativa, de modo a compreender a maneira como os agentes do mercado financeiro de renda fixa percebem a manifestação do problema pesquisado. No segundo momento, considerando os resultados da abordagem quantitativa, os entrevistados puderam prestar novas informações que passaram a considerar as análises quantitativas relativas aos títulos públicos pesquisados.

Nos anexos do estudo, estão o questionário utilizado na pesquisa e a carta de apresentação que o acompanhava. Tal carta foi utilizada como um documento de formalização da participação do gestor de renda fixa no desenvolvimento deste estudo, principalmente visando ao conhecimento da participação em dois momentos distintos, antes e depois da realização da análise quantitativa.

3.3 Restrições do estudo

Em decorrência de limitações financeiras e de restrições de acesso a dados, a análise quantitativa considerou dados diários entre 01/02/2006 e 31/08/2010 para os títulos LFT, LTN, NTN-B, C e F. Os dados foram obtidos por meio de consultas ao site da ANBIMA. Os títulos NTN-B principal foram considerados como um caso dos títulos NTN-B, visto que a diferença entre os referidos papéis é o pagamento ou não de cupons semestrais.

Na abordagem qualitativa do estudo, em decorrência de altos custos de deslocamento, a pesquisa restringiu-se a focar o desenvolvimento de entrevistas com gestores do renda fixa do poder público, especificamente de organizações localizadas em Minas Gerais e dos 5 maiores bancos brasileiros. Em função do pesquisador atuar profissionalmente no setor público, o acesso aos referidos gestores de aplicações em títulos públicos foi facilitado por meio do contato diário e da interface com os principais bancos brasileiros.

Cabe destacar que o sigilo foi garantido aos entrevistados, de maneira a proporcionar espontaneidade na participação dos entrevistados. Tal sigilo foi solicitado por algumas instituições envolvidas no estudo e por alguns gestores entrevistados.

3.4 Atividades da pesquisa

Para desenvolver análise acerca de divergência entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento dos títulos públicos brasileiros, as seguintes atividades foram realizadas:

1. Aprofundamento dos procedimentos relacionados às técnicas de avaliação de títulos públicos brasileiros, marcação a mercado e marcação na curva de vencimento, e elaboração do questionário, utilizado na abordagem qualitativa.
2. Teste-piloto do questionário, no qual foi utilizado na entrevista com gestores de carteiras de investimento em títulos públicos com patrimônio superior a 1 bilhão de reais, para averiguar a percepção acerca do efeito da aplicação de duas técnicas distintas de avaliação de títulos públicos, marcação a mercado e marcação na curva. Esse teste foi realizado junto aos gestores de um fundo do setor público e destacou problemas de interpretação nas questões 2 e 3, o que implicou na reestruturação desses questionamentos.
3. Coleta de dados diários relativos aos preços de títulos públicos federais segundo a marcação a mercado e aos preços aferidos segundo a marcação na curva de vencimento de cada papel. A amostra considerou os títulos públicos LFT, LTN, NTN-B, C e F, com vencimento entre 01/02/2006 e 31/08/2010, sendo composta por dados diários disponíveis na Associação Nacional das Instituições do Mercado Financeiro – ANBIMA, também relativos ao período entre 01/02/2006 e 31/08/2010. Além dessa base de dados, também foi consultado a Secretaria do Tesouro Nacional – STN, que disponibiliza informações sobre títulos públicos federais no site http://www.tesouro.fazenda.gov.br/tesouro_direto/historico.asp.
4. Cálculo da rentabilidade diária indicada pela marcação na curva de vencimento e da rentabilidade diária pela marcação a mercado, conforme a variação do preço divulgada pela ANBIMA.

5. Aplicação inicial do questionário em gestores de renda fixa de carteiras com patrimônio superior a 1 bilhão de reais. Esses gestores desenvolvem suas atividades profissionais nos 5 maiores bancos brasileiros e no setor público de organizações situadas em Minas Gerais, sendo que a entrevista foi realizada em momentos oportunos de reuniões para pesquisador e esses gestores.
6. Aferição de possíveis divergências entre os preços dos títulos públicos apurados pelas duas técnicas citadas no passo anterior. As divergências foram aferidas por meio da técnica Divergência não Planejada (DnP), sendo que a convergência entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento ocorria no final da série histórica de observações de cada título público considerado na pesquisa.
7. Cálculo de $P'(F)$ e $P''(F)$ de cada título considerado na amostra.
8. Conjugação dos resultados das duas etapas anteriores na equação (3.8) e desenvolvimento de uma análise estatística acerca da divergência entre os resultados da equação (3.8) e da rentabilidade indicada pela curva de vencimento, que reflete a rentabilidade prometida pelo emissor e que será obtida no vencimento do título. Com isso constatou-se uma possível convergência mediante a aplicação da expansão de Taylor na divergência entre as rentabilidades indicadas pelas técnicas marcação a mercado e carregamento pela curva de vencimento.
9. Análise qualitativa dos resultados obtidos para a equação (3.8) e da análise estatística efetuada na etapa anterior. Essa análise envolveu o segundo contato com gestores de renda fixa, com as entrevistas tendo por base os resultados aferidos pela análise quantitativa.
10. Por fim, conjugando-se a análise quantitativa com a abordagem qualitativa, foram desenvolvidas as considerações acerca dos resultados obtidos.

As análises estatísticas da pesquisa foram ser realizadas com os *softwares* @risk 5.5 ® e Excel 2007®.

4 OS TÍTULOS PÚBLICOS BRASILEIROS

Ao se efetuar a aquisição de um título público, são definidos o tempo de maturidade, a rentabilidade e o possível indexador, além do montante envolvido. Com isso, têm-se as bases para o desenvolvimento da avaliação do valor do título público, conforme sua marcação na curva de vencimento. No caso de um título Letra do Tesouro Nacional (LTN), de acordo com a ANBIMA (2009) e a STN (2009), as características gerais são:

- Juros: estão implícitos no deságio obtido na aquisição do título;
- Modalidade: escritural, nominativa e negociável;
- Atualização do Valor Nominal: não há;
- Resgate de Juros: não há;
- Valor Nominal no Vencimento: R\$ 1.000,00; e
- Custódia: Sistema Especial de Liquidação e Custódia (SELIC).

As Letras do Tesouro Nacional (LTN) são títulos públicos com valor nominal de R\$ 1.000,00 (hum mil reais) na data de vencimento. Esse título é denominado de prefixado, pois a sua rentabilidade é delimitada, no momento da compra, pela diferença entre o preço de compra e o valor nominal no vencimento, isto é, R\$ 1.000,00 (hum mil reais). Os títulos são apreçados, ou seja, marcados a mercado, pela curva de taxas de juros divulgadas pelo Mercado Secundário da ANBIMA; caso essas taxas não estejam disponíveis, é utilizada a curva de juros de DI Futuro, divulgada pela Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F) acrescida de um prêmio, que é calculado, individualmente para cada ativo, pela diferença percentual entre a taxa ANBIMA e a curva de juros divulgada pela BM&F na data anterior.

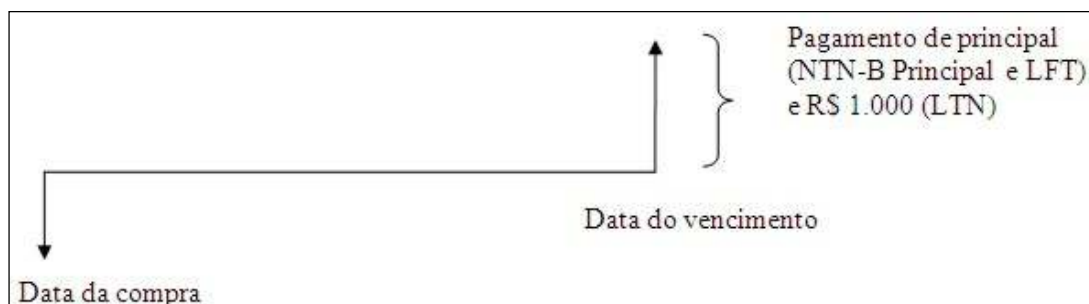


Figura 5: Fluxo dos títulos LTN, LFT e NTN-B Principal

Fonte: STN (2009)

Outro título prefixado, conforme apontam a ANBIMA (2009) e a STN (2009), é a Nota do Tesouro Nacional, série F (NTN-F), que se caracteriza da seguinte forma:

- Modalidade: escritural, nominativa e negociável;
- Atualização do Valor Nominal: não há;
- Cupom Semestral de Juros: 10% a.a.;
- Valor Nominal no Vencimento: R\$ 1.000,00;
- Pagamento de Juros: é realizado semestralmente, com ajuste no primeiro período de fluência, quando couber. O primeiro cupom de juros a ser pago contemplará a integralidade da taxa predeterminada para seis meses, independente da data de liquidação da compra; e
- Resgate do Principal: no vencimento.

A rentabilidade prefixada é obtida pela taxa interna de retorno (TIR) do fluxo de pagamentos dos cupons de juros e do deságio ou ágio sobre o valor nominal do título. A NTN-F possui pagamento semestral de cupom de juros de 10% a.a., e as datas de pagamento são definidas retrospectivamente a cada seis meses a partir da data de vencimento, sendo que, caso essa data não seja dia útil, o pagamento ocorrerá no primeiro dia útil subsequente. O pagamento do último cupom de juros coincide com o resgate do principal da NTN-F.

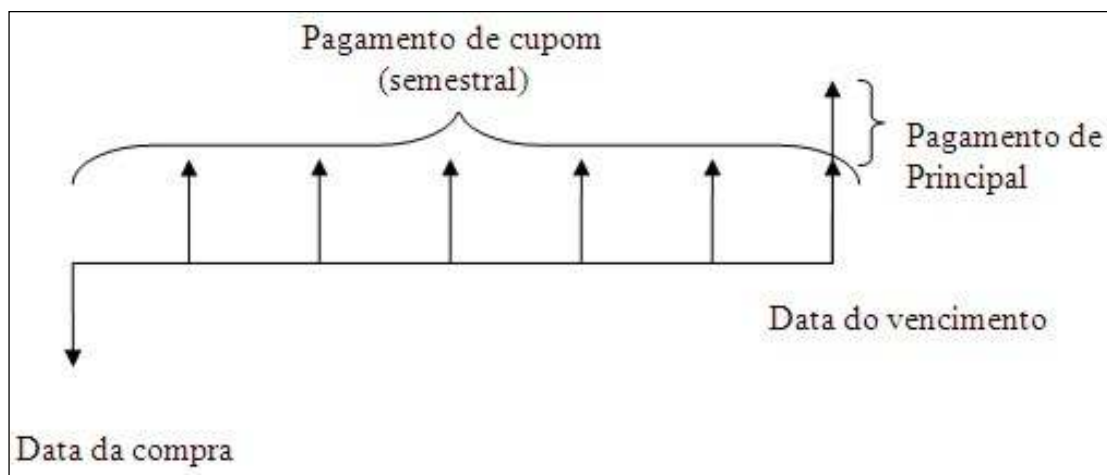


Figura 6: Fluxo dos títulos: NTN-B, NTN-C e NTN-F

Fonte: STN (2009)

As Letras Financeiras do Tesouro Nacional (LFT) apresentam como principais características, segundo a ANBIMA (2009) e a STN (2009):

- Juros: a rentabilidade é determinada pelo ágio ou deságio sobre o valor nominal atualizado conforme taxa SELIC;
- Data-Base: utiliza-se 01/07/2000 como referência para atualização do valor nominal;
- Modalidade: escritural, nominativa e negociável;
- Valor Nominal na Data-Base (01/07/2000): R\$ 1.000,00;
- Atualização do Valor Nominal: definida pela taxa média ajustada apurada no sistema SELIC (taxa SELIC);
- Pagamento de Juros: não há;
- Resgate do Principal: no vencimento; e
- Custódia: SELIC.

A taxa da LFT observada no ambiente de compra do Tesouro Direto reflete o deságio ou ágio sobre o valor nominal atualizado do título na data de liquidação da compra: Portanto, a rentabilidade proporcionada pelo título será composta pela taxa SELIC, acrescida do deságio

ou ágio obtido na negociação da LFT. Para a marcação a mercado, são utilizadas as taxas de ágio ou deságio (expectativa) divulgadas pela ANBIMA.

As Notas do Tesouro Nacional série C (NTN-C), de acordo com a ANBIMA (2009) e a STN (2009), são títulos pós-fixados vinculados ao Índice Geral de Preços do Mercado (IGP-M) e têm como características gerais:

- Cupom Semestral de Juros: geralmente, é de 6% a.a., com a exceção da NTN-C 010131, cujo cupom é de 12% a.a.;
- Data-Base: 01/07/2000, que serve de referência para atualização do valor nominal;
- Modalidade: escritural, nominativa e negociável;
- Valor Nominal na Data-Base (01/07/2000): R\$ 1.000,00;
- Atualização do Valor Nominal: pelo Índice Geral de Preços do Mercado (IGP-M), apurado pela Fundação Getúlio Vargas (FGV);
- Pagamento de Juros: é efetivado semestralmente, com ajuste no primeiro período de fluência, quando couber. O primeiro cupom de juros a ser pago deve contemplar integralmente a taxa definida para seis meses, independente da data de liquidação da compra; e
- Resgate do Principal: no vencimento.

As NTN-C são títulos públicos com rentabilidade vinculada à variação do IGP-M, acrescida de juros definidos no momento da compra, com pagamento semestral de cupom de juros de 6% a.a. (há exceções como as NTN-C 010131, cujo cupom de juros é 12% a.a.).

As datas de pagamento desses cupons são definidas retrospectivamente a cada seis meses, a partir da data de vencimento da NTN-C e, caso essa data não seja dia útil, o pagamento ocorrerá no primeiro dia útil subsequente, sendo que o pagamento do último cupom de juros coincide com o resgate do principal da NTN-C. A taxa desse título observada na aquisição via

Tesouro Direto reflete a taxa interna de retorno (TIR) do fluxo de pagamentos dos cupons de juros e do deságio ou ágio sobre o valor nominal atualizado do título.

A curva de cupom dos títulos NTN-C do mercado secundário, aplicada na marcação a mercado desses papéis, é baseada em expectativas do mercado e divulgada diariamente pela ANBIMA. As taxas referentes a datas para as quais não há informações disponíveis são obtidas por meio de interpolação linear das taxas dos vencimentos adjacentes. Para a projeção do IGPM, pode-se utilizar a taxa divulgada no mercado secundário da ANBIMA (calculada a partir de uma média apurada pela ANBIMA junto à sua Comissão de Acompanhamento Macroeconômico).

Outro título público pós-fixado é a Nota do Tesouro Nacional, série B (NTN-B), que apresenta como principais características, conforme dispõem a ANBIMA (2009) e a STN (2009):

- Cupom Semestral de Juros: taxa de 6% a.a.;
- Data-Base: 15/07/2000 é a referência para atualização do valor nominal;
- Modalidade: escritural, nominativa e negociável;
- Valor Nominal na Data-Base (15/07/2000): R\$ 1.000,00;
- Atualização do Valor Nominal: pelo Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), calculado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE);
- Pagamento de Juros: realizado semestralmente, com ajuste no primeiro período de fluência, quando couber. O primeiro cupom de juros a ser pago contempla a taxa integral e é definido para seis meses, independente da data de liquidação da compra; e
- Resgate do Principal: na data de vencimento.

As NTN-B são títulos públicos com rentabilidade vinculada à variação do IPCA, acrescida de juros definidos no momento de sua aquisição, e possuem pagamento semestral de cupom de juros de 6% a.a., sendo que as datas de pagamento são definidas retrospectivamente a cada

seis meses a partir da data de vencimento da NTN-B (caso essa data não seja dia útil, o pagamento ocorrerá no primeiro dia útil subsequente). O pagamento do último cupom de juros coincide com o resgate do principal que foi aplicado na aquisição da NTN-B.

A taxa da NTN-B observada no ambiente de compra do Tesouro Direto reflete a taxa interna de retorno (TIR) do fluxo de pagamentos dos cupons de juros e do deságio ou ágio sobre o valor nominal atualizado do título. Já a curva de cupom dos títulos NTN-B do mercado secundário, assim como a dos NTN-C, é divulgada diariamente pela ANBIMA e aplicada na marcação a mercado desses papéis, o que reflete as expectativas do mercado. As taxas referentes a datas para as quais não há informações disponíveis são obtidas por meio de interpolação linear das taxas dos vencimentos adjacentes.

Cabe destacar que a NTN-B pode ser negociada sem prever o pagamento de cupons, título denominado como NTN-B principal. Contudo, esse papel segue uma sistemática de análise idêntica à de uma NTN-B, porém sem verificar o pagamento de cupons ao longo da maturidade desse título público, com o fluxo de caixa sendo composto somente pelo desembolso inicial e o pagamento do principal corrigido por uma rentabilidade vinculada à variação do IPCA.

5 RESULTADOS

Para realizar a avaliação do efeito dos desvios entre marcação a mercado e o valor nominal na formação dos preços de títulos públicos federais brasileiros, foram utilizadas duas abordagens de pesquisa: uma análise quantitativa acerca da rentabilidade diária aferida por meio da aplicação de cada uma das técnicas de avaliação e uma abordagem qualitativa baseada nas informações obtidas com gestores de renda fixa do mercado financeiro brasileiro.

A análise quantitativa foi realizada para os resultados da aplicação da marcação a mercado frente à marcação na curva de vencimento dos títulos públicos brasileiros com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010. A amostra de títulos públicos foi composta por dados disponíveis na ANBIMA relativos aos títulos públicos Letra Financeira do Tesouro – LFT, Letra do Tesouro Nacional – LTN e Notas do Tesouro Nacional séries B, C e F.

A abordagem qualitativa foi desenvolvida por meio da aplicação de um questionário em gestores de renda fixa de cinco grandes bancos brasileiros e com agentes de instituições públicas de Minas Gerais. Esse questionário foi respondido em dois momentos distintos, inicialmente para verificar a percepção dos gestores sobre a divergência entre as técnicas de avaliação marcação a mercado e marcação na curva de vencimento e, posteriormente considerando os resultados quantitativos obtidos pela pesquisa, de modo que as respostas pudessem considerar os resultados quantitativos.

5.1 Abordagem Quantitativa

Na abordagem quantitativa, dos resultados, será destacada a análise dos dados diários relativos à avaliação da divergência entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento dos títulos públicos brasileiros. Inicialmente, serão apresentados os títulos LFT, pois foram os que apresentaram maior participação no mercado de títulos públicos; na sequência, as LTN; e, posteriormente, NTN-F, NTN-B e NTN-C. No texto, são destacados os

resultados para os títulos com vencimento em 2010, já os resultados para todos os títulos com vencimento entre 01/02/2006 e 31/08/2010 são apresentados nos anexos desta tese.

5.1.1 Letras Financeiras do Tesouro (LFT)

Os títulos LFT são papéis da dívida pública brasileira indexados à variação da taxa de juros do Sistema Especial de Liquidação e Custódia (SELIC), definida pelo Banco Central do Brasil, o que constitui a taxa da política monetária brasileira. A partir da emissão de uma LFT, seu detentor perceberá a correção diária do preço desse título público pela taxa SELIC pelo Tesouro Nacional. Essa atualização do valor do principal da LFT também é verificada no mercado secundário de títulos públicos, de modo que se constata divergências entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento.

As LFT's não apresentam pagamentos de cupons e seu principal é pago no vencimento, sendo que o valor é obtido pela atualização do preço de aquisição pela taxa SELIC, conforme a marcação na curva, ou pelo seu preço corrente de mercado, segundo a marcação a mercado.

Na pesquisa, foram consideradas as seguintes séries de LFT com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010: 12/04/2006, 19/04/2006, 10/05/2006, 17/05/2006, 14/06/2006, 19/07/2006, 16/08/2006, 13/09/2006, 18/10/2006, 15/11/2006, 20/12/2006, 17/01/2007, 21/02/2007, 21/03/2007, 18/04/2007, 16/05/2007, 20/06/2007, 18/07/2007, 15/08/2007, 19/09/2007, 17/10/2007, 21/11/2007, 19/12/2007, 16/01/2008, 20/02/2008, 19/03/2008, 16/04/2008, 21/05/2008, 18/06/2008, 16/07/2008, 20/08/2008, 17/09/2008, 15/10/2008, 19/11/2008, 17/12/2008, 21/01/2009, 18/03/2009, 17/06/2009, 16/09/2009, 18/11/2009, 16/12/2009, 20/01/2010, 17/03/2010 e 07/06/2010.

Na figura 7, a seguir, são destacadas a rentabilidade pela marcação a mercado (R_{mm}) e a rentabilidade pela marcação na curva (R_{mc}) de três dos títulos LFT considerados na pesquisa, com vencimento no exercício de 2010.

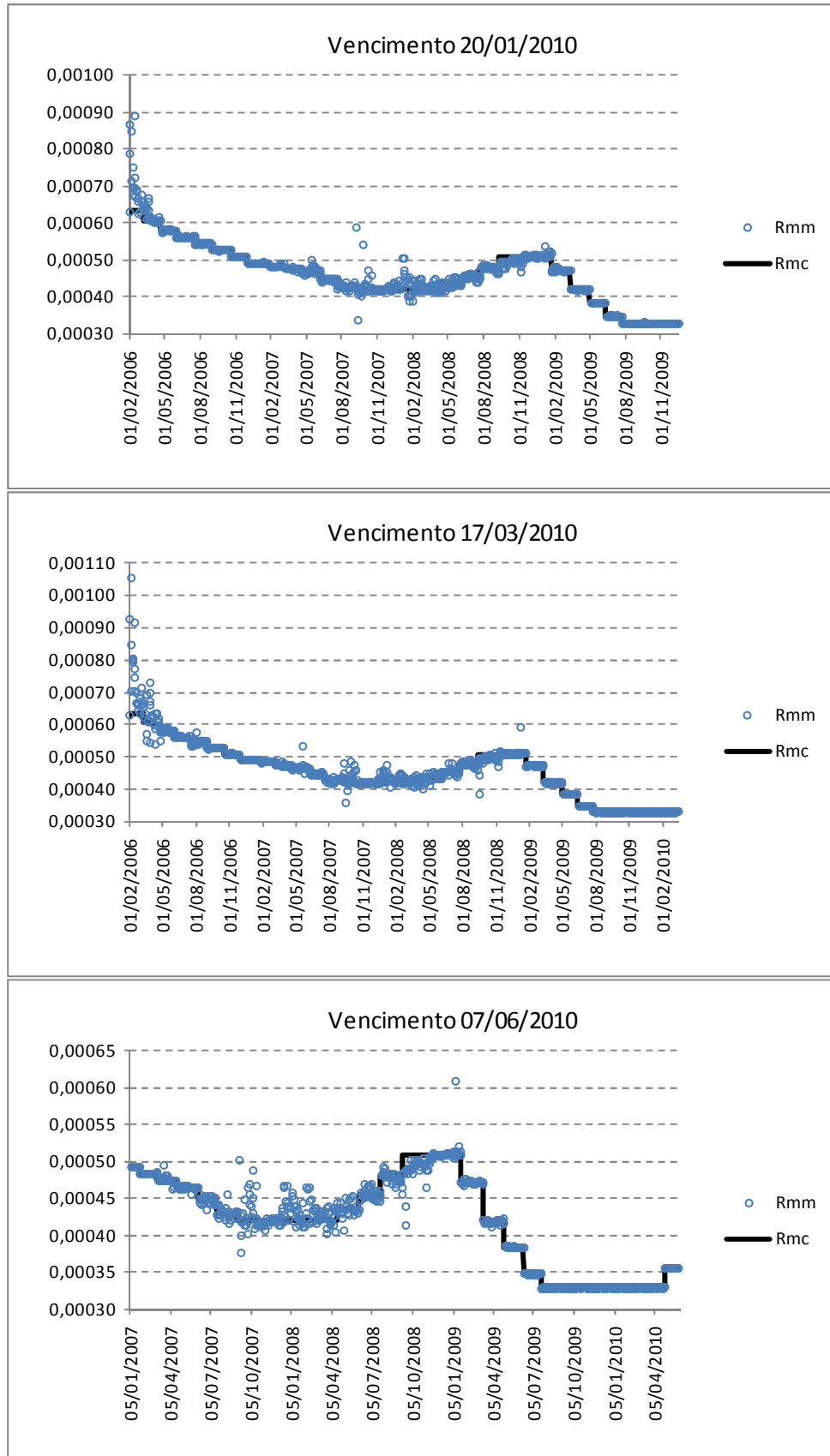


Figura 7: Rentabilidade indicada pela marcação a mercado (Rmm) e marcação na curva (Rmc) dos títulos LFT com vencimento em 2010.

A rentabilidade de um título do tipo LFT é indexada à taxa de juros SELIC, de forma que a rentabilidade indicada pela marcação na curva de vencimento é baseada em um percentual da referida taxa de juros, o qual é definido na aquisição da LFT. Como exemplo disso, uma LFT pode ser adquirida com um deságio de 0,1%. Logo, o principal investido nesse título será remunerado a uma taxa de 99,9% da taxa SELIC, conforme a marcação na curva.

Na figura anterior, pode-se constatar que a rentabilidade indicada pela marcação a mercado (Rmm) distribui-se em torno da rentabilidade indicada pela marcação na curva de vencimento (Rmc). Essa volatilidade é maior nas observações iniciais e, na proximidade do vencimento da LFT, as duas técnicas de avaliação apresentam resultados aproximados.

A *Duration* e a convexidade são medidas da sensibilidade de um título de renda fixa a variações na taxa de juros atrelada ao papel. Para esses títulos destacados na figura, verificou-se que, nos primeiros 21 dias úteis, a *Duration* foi superior a 800 e a convexidade, superior a 1.300.000; e nos últimos 21 dias úteis a média da *Duration* foi de 9,9964 e a convexidade, de 73,2810, ou seja, constata-se uma redução significativa na sensibilidade dos títulos LFT a mudanças na taxa de juros.

Na tabela 1, a seguir, são destacadas as estatísticas descritivas para os resultados da marcação a mercado dos títulos LFT considerados na pesquisa.

Tabela 1: Estatísticas descritivas da rentabilidade, segundo a marcação a mercado dos títulos LFT, com vencimento em 2010

Vencimento	20/01/2010		17/03/2010		07/06/2010	
Distribuição	Observada	Normal	Observada	Loglogística	Observada	Normal
Mínimo	0,000328	$-\infty$	0,000327	$-\infty$	0,000328	$-\infty$
Máximo	0,000962	$+\infty$	0,001054	$+\infty$	0,000608	$+\infty$
Média	0,000461	0,000461	0,000456	0,000458	0,000419	0,000419
Moda	0,000329	0,000461	0,000329	0,000444	0,000329	0,000419
Mediana	0,000463	0,000461	0,000455	0,000451	0,000429	0,000419
Desvio Padrão	8,37E-05	8,37E-05	8,82E-05	8,79E-05	6,11E-05	6,11E-05
Assimetria	0,7431	0	1,0141	0,7432	-0,3011	0
Curtose	5,3482	3	6,9443	5,6188	1,8251	3
Percentil						
5%	0,000329	0,000323	0,000329	0,000327	0,000329	0,000318
10%	0,000329	0,000353	0,000329	0,000356	0,000329	0,000341
15%	0,000348	0,000374	0,000329	0,000375	0,000329	0,000356
20%	0,000415	0,00039	0,000384	0,000389	0,000329	0,000368
25%	0,000419	0,000404	0,000418	0,000402	0,000348	0,000378
30%	0,000423	0,000417	0,000421	0,000413	0,000384	0,000387
35%	0,000428	0,000428	0,000426	0,000423	0,000415	0,000395
40%	0,000438	0,000439	0,000434	0,000432	0,000419	0,000404
45%	0,000449	0,00045	0,000446	0,000442	0,000423	0,000411
50%	0,000463	0,000461	0,000455	0,000451	0,000429	0,000419
55%	0,000472	0,000471	0,000469	0,000461	0,000435	0,000427
60%	0,000477	0,000482	0,000474	0,000471	0,000447	0,000434
65%	0,000483	0,000493	0,000483	0,000481	0,000453	0,000443
70%	0,000492	0,000504	0,000492	0,000493	0,000465	0,000451
75%	0,000507	0,000517	0,000507	0,000506	0,000471	0,00046
80%	0,000509	0,000531	0,000509	0,000521	0,000475	0,00047
85%	0,00053	0,000547	0,000526	0,00054	0,000483	0,000482
90%	0,000561	0,000568	0,00056	0,000565	0,000492	0,000497
95%	0,000603	0,000598	0,000589	0,000609	0,000507	0,000519
Chi-Quadrado	n. a.	679,4502	n. a.	877,0407	n. a.	1222,6268
P-Valor	n. a.	0	n. a.	0	n. a.	0

Conforme a marcação a mercado, a rentabilidade diária dos títulos LFT não apresentou resultados negativos durante todo o intervalo de tempo considerado na pesquisa. Os melhores resultados não superaram 0,07% ao dia; ao passo que os piores resultados não foram inferiores a 0,02% ao dia.

Cabe destacar que, entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010, a taxa de juros SELIC não apresentou valores negativos, de forma que as LFT, indexadas à referida taxa, também não tiveram resultados negativos. A taxa SELIC não atingiu um nível inferior a 8,75% ao ano, de modo que os títulos LFT negociadas no mercado secundário não apresentaram desempenhos

inferiores a 8% ao ano. Logo, verificam-se resultados que se distribuem em torno da rentabilidade indicada pelo indexador desse título público.

Os resultados para a rentabilidade indicada pela marcação na curva de vencimento dos títulos LFT são apresentados na tabela 2, adiante.

Tabela 2: Estatísticas descritivas da rentabilidade, segundo a marcação na curva de vencimento dos títulos LFT, com vencimento em 2010

Vencimento	20/01/2010		17/03/2010		07/06/2010	
	Observada	Inversa de Gauss	Observada	Valor Extremo	Observada	Beta Generalizado
Mínimo	0,000329	-0,001986	0,000329	$-\infty$	0,000329	0,000329
Máximo	0,000633	$+\infty$	0,000633	$+\infty$	0,000509	0,000509
Média	0,000458	0,000458	0,000453	0,000456	0,000419	0,000412
Moda	0,000329	0,000454	0,000329	0,000414	0,000329	0,000329
Mediana	0,000456	0,000458	0,000456	0,000441	0,000421	0,000405
Desvio Padrão	7,65E-05	7,64E-05	7,89E-05	9,37E-05	6,15E-05	6,69E-05
Assimetria	0,0693	0,0938	0,0814	1,1395	-0,2565	0,1389
Curtose	2,6378	3,0147	2,5045	5,4	1,7764	1,4391
Percentil						
5%	0,000329	0,000335	0,000329	0,000334	0,000329	0,000329
10%	0,000329	0,000362	0,000329	0,000353	0,000329	0,00033
15%	0,000348	0,00038	0,000329	0,000367	0,000329	0,000332
20%	0,00042	0,000394	0,000384	0,000379	0,000329	0,000337
25%	0,000421	0,000407	0,00042	0,00039	0,000348	0,000343
30%	0,000421	0,000418	0,000421	0,0004	0,000384	0,000351
35%	0,000421	0,000429	0,000421	0,00041	0,00042	0,000362
40%	0,00043	0,000439	0,00043	0,00042	0,000421	0,000375
45%	0,000447	0,000448	0,000437	0,00043	0,000421	0,000389
50%	0,000456	0,000458	0,000456	0,000441	0,000421	0,000405
55%	0,000473	0,000467	0,000465	0,000452	0,00043	0,000422
60%	0,000482	0,000477	0,000474	0,000463	0,000437	0,000439
65%	0,000483	0,000487	0,000483	0,000475	0,000455	0,000455
70%	0,000507	0,000498	0,000492	0,000489	0,000465	0,000469
75%	0,000508	0,00051	0,000508	0,000505	0,000473	0,000482
80%	0,000509	0,000523	0,000509	0,000524	0,000474	0,000492
85%	0,000526	0,000538	0,000526	0,000547	0,000483	0,0005
90%	0,000561	0,000558	0,000561	0,000578	0,000508	0,000505
95%	0,000605	0,000587	0,000605	0,000631	0,000508	0,000508
Chi-Quadrado	n. a.	1203,7281	n. a.	1469,999	n. a.	2002,3944
P-Valor	n. a.	0	n. a.	0	n. a.	0

A rentabilidade diária pela marcação na curva de vencimento dos títulos LFT pesquisados não apresentou resultados negativos, com rentabilidades entre 0,02% e 0,07% ao dia. Esse resultado também se verificou na marcação a mercado dos títulos LFT, de modo que, utilizando-se as duas técnicas de avaliação, não se constataram perdas nessas aplicações de renda fixa.

Em relação à volatilidade, pode-se verificar que o desvio padrão da marcação a mercado foi superior ao verificado pela marcação na curva de vencimento. Contudo, essa volatilidade medida pelo desvio padrão ocorre na grandeza da rentabilidade diária dos títulos LFT, tanto para a marcação a mercado quanto para o carregamento na curva de vencimento, visto que, de todas as tipologias de títulos públicos brasileiros, a LFT é o papel com maior liquidez no mercado de renda fixa brasileiro, além do fato que são papéis pós-fixados corrigidos diariamente pela taxa SELIC.

Para se compararem os resultados entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento para avaliação das rentabilidades diárias dos títulos LFT, foi calculada a Divergência não Planejada (*DnP*) para as rentabilidades aferidas pela aplicação de cada uma das técnicas de avaliação. Os resultados da *DnP* para os títulos LFT considerados na pesquisa são apresentados na tabela 3, a seguir.

Tabela 3: Estatísticas descritivas da *DnP* entre a rentabilidade, segundo a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento dos títulos LFT, com vencimento em 2010

Vencimento	20/01/2010		17/03/2010		07/06/2010	
	Observada	Log-logística	Observada	Log-logística	Observada	Log-logística
Mínimo	-9,30E-05	-0,0001231	-0,000123	-0,0001496	-9,40E-05	-0,0002402
Máximo	0,000329	+∞	0,000421	+∞	0,0001	+∞
Média	2,71E-06	6,38E-07	3,14E-06	6,79E-07	1,56E-07	-2,98E-07
Moda	4,48E-11	-7,77E-08	-4,87E-11	-1,08E-07	-3,96E-11	-5,55E-07
Mediana	-3,87E-11	3,14E-07	-3,31E-11	3,24E-07	-6,60E-11	-4,14E-07
Desvio Padrão	2,13E-05	8,98E-06	2,60E-05	1,04E-05	1,13E-05	7,47E-06
Assimetria	7,3559	0,3509	8,3013	0,3336	1,258	0,1497
Curtose	87,6919	4,5063	106,6271	4,4765	25,4358	4,2553
Percentil						
5%	-9,81E-06	-1,34E-05	-1,20E-05	-1,55E-05	-1,30E-05	-1,22E-05
10%	-5,00E-06	-1,00E-05	-5,00E-06	-1,17E-05	-8,00E-06	-9,29E-06
15%	-3,00E-06	-7,93E-06	-3,00E-06	-9,23E-06	-5,00E-06	-7,45E-06
20%	-2,00E-06	-6,32E-06	-2,02E-06	-7,36E-06	-3,00E-06	-6,05E-06
25%	-1,00E-06	-4,98E-06	-1,00E-06	-5,80E-06	-2,00E-06	-4,89E-06
30%	-1,00E-06	-3,79E-06	-1,00E-06	-4,42E-06	-1,00E-06	-3,87E-06
35%	-3,50E-07	-2,70E-06	-3,50E-07	-3,16E-06	-1,00E-06	-2,95E-06
40%	-2,07E-10	-1,67E-06	-1,92E-10	-1,97E-06	-2,41E-10	-2,08E-06
45%	-1,12E-10	-6,69E-07	-9,78E-11	-8,14E-07	-1,21E-10	-1,24E-06
50%	-3,97E-11	3,14E-07	-3,34E-11	3,24E-07	-6,60E-11	-4,14E-07
55%	3,14E-11	1,31E-06	3,26E-11	1,47E-06	-1,56E-11	4,13E-07
60%	9,88E-11	2,33E-06	9,58E-11	2,65E-06	3,71E-11	1,26E-06
65%	2,10E-10	3,40E-06	1,64E-10	3,89E-06	9,51E-11	2,15E-06
70%	3,50E-07	4,56E-06	3,50E-07	5,22E-06	1,68E-10	3,10E-06

Tabela 3: Estatísticas descritivas da DnP entre a rentabilidade, segundo a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento dos títulos LFT, com vencimento em 2010

Vencimento	20/01/2010		17/03/2010		07/06/2010	
75%	1,00E-06	5,84E-06	1,00E-06	6,71E-06	3,50E-07	4,15E-06
80%	2,10E-06	7,33E-06	2,35E-06	8,42E-06	1,36E-06	5,36E-06
85%	4,36E-06	9,15E-06	4,12E-06	1,05E-05	3,00E-06	6,83E-06
90%	9,00E-06	1,16E-05	1,05E-05	1,34E-05	7,00E-06	8,80E-06
95%	2,06E-05	1,57E-05	2,60E-05	1,80E-05	1,50E-05	1,20E-05
Chi-Quadrado	n. a.	3320,1714	n. a.	3901,0097	n. a.	3170,9847
P-Valor	n. a.	0	n. a.	0	n. a.	0

Os desvios entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento dos títulos LFT pesquisados indicaram que, aproximadamente, a metade dos resultados da marcação a mercado superou a rentabilidade aferida pela curva de vencimento. Isso pode ser constatado pelos percentis da tabela anterior, relativa à DnP , em que cerca da metade dos resultados foram positivos, ou seja, para metade dos desempenhos diários, a rentabilidade diária pela marcação a mercado foi superior ao retorno do carregamento de uma LFT na curva de vencimento.

Juntamente com os dados da negociação diária dos títulos LFT, foram calculadas a *Duration*, a convexidade, a função para a rentabilidade decorrente da expansão de Taylor de 2º. Grau, a DnP e o desvio σ obtido para os resultados diários. Os resultados para a função matemática baseada em uma expansão de Taylor foram próximos aos verificados pela marcação na curva de vencimento para os títulos com vencimento em 2010, como pode ser observado na figura a seguir:

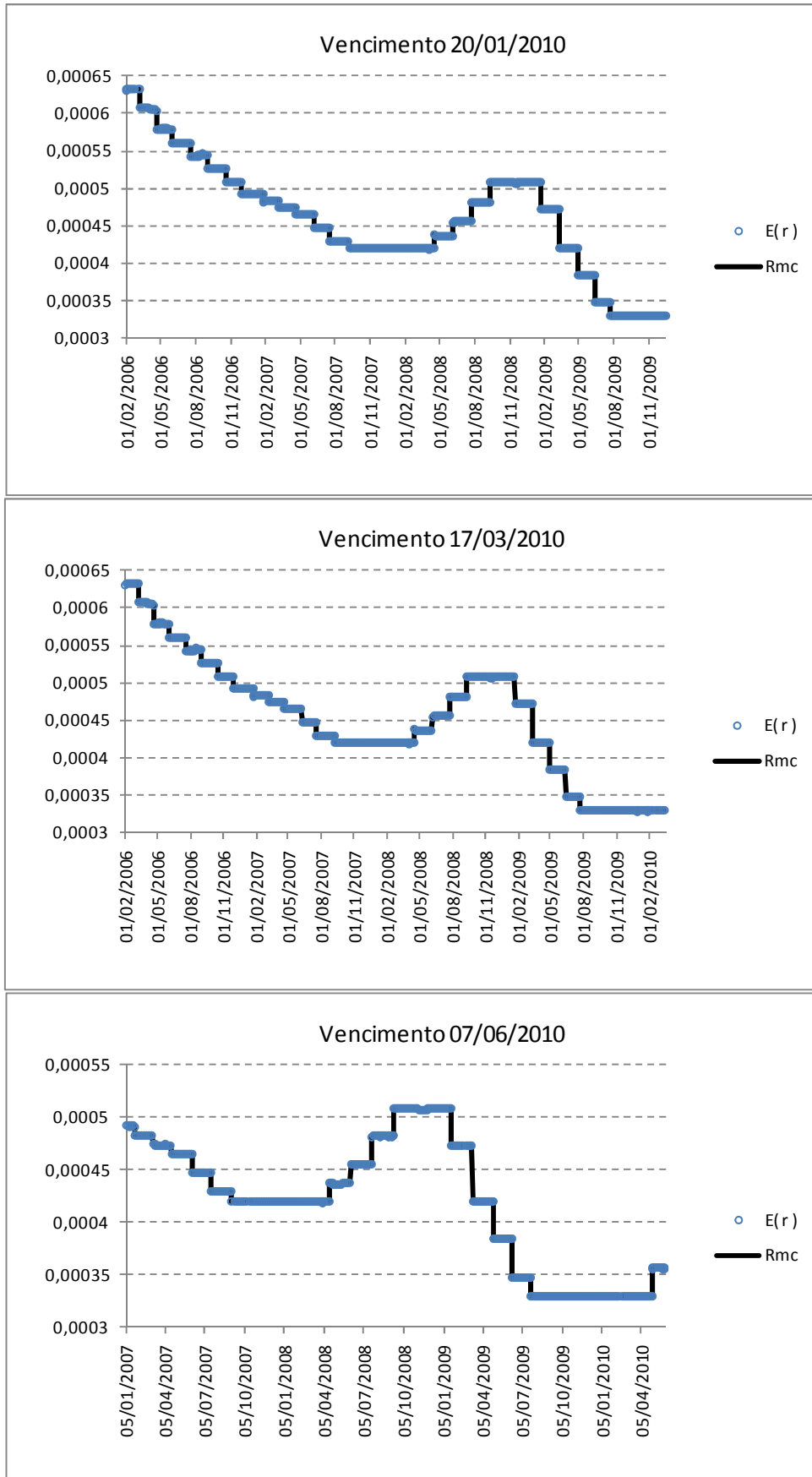


Figura 8: Rentabilidade indicada pela expansão de Taylor ($E(r)$) e marcação na curva (Rmc) dos títulos LFT com vencimento em 2010.

Por meio da expansão de Taylor, conjugando *Duration* e convexidade, isto é, primeira e segunda derivadas da equação do valor presente do título, foi possível ajustar os desvios entre as técnicas de avaliação marcação a mercado e marcação na curva de vencimento dos títulos LFT. Esse ajuste dos desvios foi obtido por meio da incorporação da primeira derivada, a *Duration*, ou seja, a taxa de variação do preço da LFT a mudanças na taxa de juros à qual o título é indexado, e pela inclusão do efeito da segunda derivada, a convexidade, de forma a considerar a curvatura da função preço do título em relação à variação da taxa de juros.

Para comparar os resultados da expansão de Taylor com a marcação na curva de vencimento, foi aferida a *DnP* para os resultados diários apurados para as LFT pesquisadas.

Tabela 4: Estatísticas descritivas da *DnP* entre a expansão de Taylor e a marcação na curva dos títulos LFT com vencimento em 2010

Vencimento	20/01/2010		17/03/2010		07/06/2010	
Distribuição	Observada	Valor Extremo	Observada	Exponencial	Observada	Valor Extremo
Mínimo	-1,06E-08	-∞	-1,87E-08	-1,87E-08	-1,36E-10	-∞
Máximo	0	+∞	0	+∞	0	+∞
Média	-3,44E-11	6,93E-10	-6,15E-11	-7,96E-11	-1,79E-12	7,00E-12
Moda	0,00E+00	-4,38E-10	0,00E+00	-1,87E-08	0,00E+00	-8,52E-12
Mediana	-1,25E-14	2,80E-10	-1,48E-14	-5,81E-09	-6,15E-15	1,34E-12
Desvio Padrão	4,08E-10	2,51E-09	7,39E-10	1,87E-08	8,66E-12	3,45E-11
Assimetria	-20,1935	1,1395	-19,3746	2	-9,6582	1,1395
Curtose	481,7712	5,4	438,0822	9	117,7586	5,4
Percentil						
5%	-1,53E-11	-2,59E-09	-2,58E-11	-1,78E-08	-6,33E-12	-3,80E-11
10%	-2,70E-12	-2,07E-09	-4,37E-12	-1,68E-08	-2,83E-12	-3,09E-11
15%	-1,21E-12	-1,69E-09	-1,87E-12	-1,57E-08	-1,49E-12	-2,57E-11
20%	-6,06E-13	-1,37E-09	-8,89E-13	-1,46E-08	-7,77E-13	-2,13E-11
25%	-3,39E-13	-1,08E-09	-4,63E-13	-1,34E-08	-4,42E-13	-1,73E-11
30%	-1,93E-13	-8,02E-10	-2,49E-13	-1,21E-08	-2,38E-13	-1,35E-11
35%	-1,02E-13	-5,34E-10	-1,60E-13	-1,07E-08	-1,64E-13	-9,82E-12
40%	-6,05E-14	-2,67E-10	-8,63E-14	-9,21E-09	-5,57E-14	-6,17E-12
45%	-2,74E-14	2,62E-12	-3,76E-14	-7,58E-09	-2,89E-14	-2,47E-12
50%	-1,25E-14	2,80E-10	-1,49E-14	-5,81E-09	-6,15E-15	1,34E-12
55%	-5,04E-15	5,70E-10	-5,45E-15	-3,84E-09	-2,41E-15	5,32E-12
60%	-2,72E-15	8,78E-10	-2,32E-15	-1,64E-09	-2,42E-16	9,55E-12
65%	-6,50E-16	1,21E-09	-3,81E-16	8,50E-10	0,00E+00	1,41E-11
70%	-3,04E-18	1,58E-09	0,00E+00	3,73E-09	0,00E+00	1,92E-11
75%	0,00E+00	2,00E-09	0,00E+00	7,13E-09	0,00E+00	2,50E-11
80%	0,00E+00	2,50E-09	0,00E+00	1,13E-08	0,00E+00	3,18E-11
85%	0,00E+00	3,12E-09	0,00E+00	1,67E-08	0,00E+00	4,03E-11
90%	0,00E+00	3,97E-09	0,00E+00	2,42E-08	0,00E+00	5,20E-11
95%	0,00E+00	5,38E-09	0,00E+00	3,72E-08	0,00E+00	7,14E-11
Chi-Quadrado	n. a.	2,41E+04	n. a.	2,66E+04	n. a.	9,97E+03
P-Valor	n. a.	0	n. a.	0	n. a.	0

Como pode ser observado na tabela 4, anterior, a aproximação de Taylor ajusta os resultados obtidos pela marcação a mercado à rentabilidade diária indicada pelo carregamento na curva de vencimento. A divergência aferida foi inferior a 1% para os títulos LFT analisados, de modo que o ajuste pela *Duration* conjugada à convexidade por meio de uma série de Taylor de segundo grau adequou o valor de mercado da LFT com o indicado pela curva de vencimento do papel.

5.1.2 Letras do Tesouro Nacional (LTN)

Os papéis LTN são títulos prefixados com pagamento do principal, no valor unitário de R\$1000,00, no vencimento. Na emissão da LTN é definida a taxa de juros que determina o preço de emissão do título no mercado primário, sendo que esse título público pode ser negociado por outros valores no mercado secundário.

Entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010, foram obtidos dados sobre LTNs com os seguintes vencimentos: 01/07/2006, 01/10/2006, 01/01/2007, 01/04/2007, 01/07/2007, 01/10/2007, 01/01/2008, 01/04/2008, 01/07/2008, 01/10/2008, 01/01/2009, 01/04/2009, 01/07/2009, 01/10/2009, 01/01/2010, 01/04/2010 e 01/07/2010.

Como uma LTN apresenta uma rentabilidade prefixada, segundo a marcação na curva de vencimento, quando esse título é negociado no mercado secundário de títulos públicos, seu preço varia em torno do valor que seria obtido mediante seu carregamento na curva de vencimento. Isso pode ser observado na figura 9, a seguir, em que se destacam a rentabilidade conforme a marcação a mercado (R_{mm}) e segundo a marcação na curva de vencimento (R_{mc}) para os títulos LTN considerados na pesquisa com vencimento em 2010.

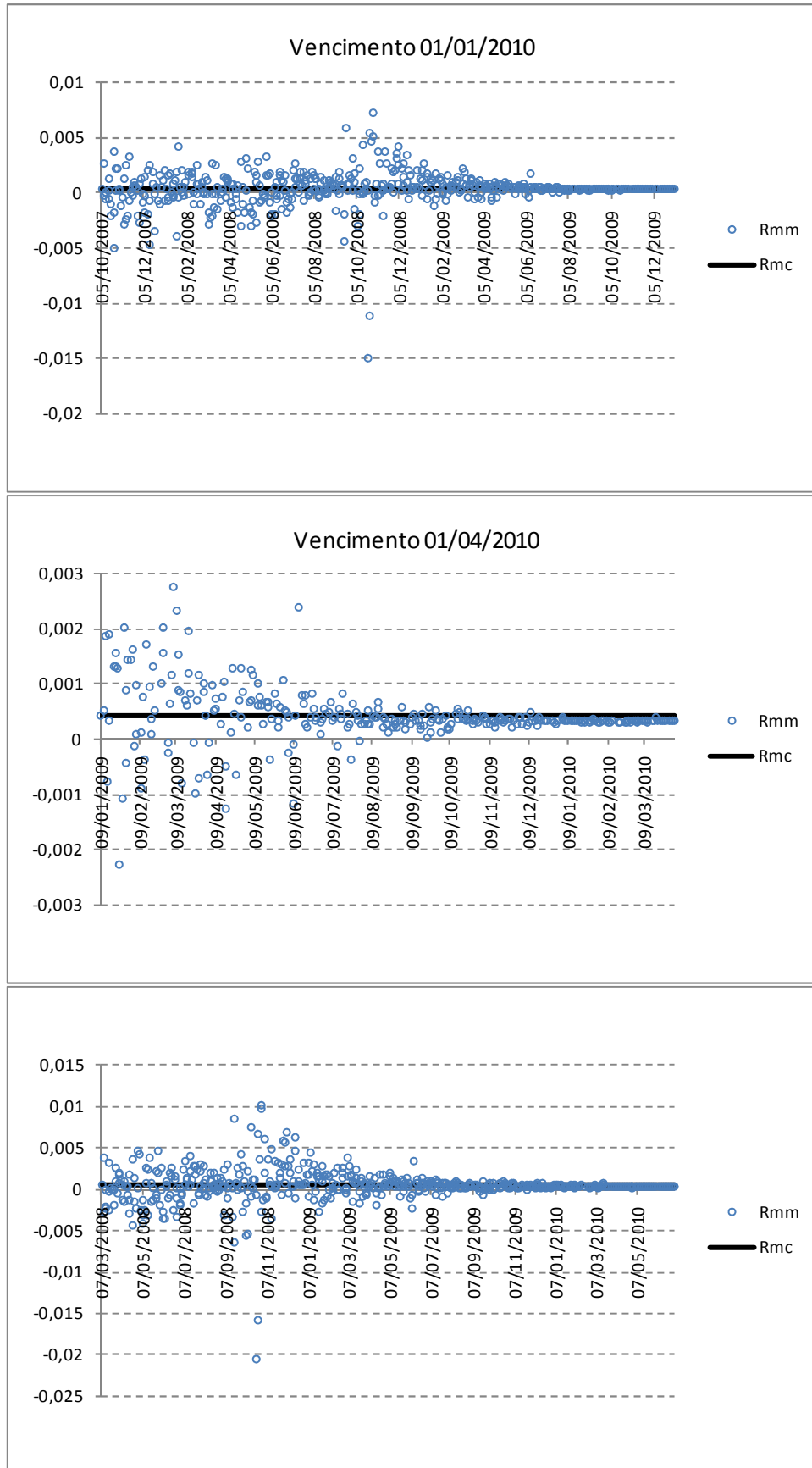


Figura 9: Rentabilidade indicada pela marcação a mercado (Rmm) e marcação na curva (Rmc) dos títulos LTN com vencimento em 2010.

A rentabilidade pela marcação a mercado distribui-se em torno da rentabilidade determinada pela marcação na curva, que é prefixada para a LTN. Essa variação entre as duas técnicas de avaliação apresenta maior dispersão quando o título é avaliado em datas distantes do vencimento, sendo que essa volatilidade vai diminuindo com a aproximação da maturidade do título LTN.

A utilização da marcação na curva de vencimento garantiu ao investidor uma rentabilidade fixa durante todo o período entre a aquisição e o vencimento do título LTN, sendo que essa aplicação de renda fixa não pode ser negociada no mercado secundário pelo seu detentor. Assim, uma aplicação em LTN em que a rentabilidade é aferida pela marcação na curva apresenta um desempenho predeterminado, o que acarreta o risco de que as taxas de juros no mercado financeiro aumentem, de modo que a remuneração proporcionada pelo título seja inferior à de outros papéis do mercado, sendo que o investimento não pode ser liquidado antes do vencimento.

Além disso, como a marcação na curva implica necessidade de manutenção do título até o vencimento, caso o detentor de uma LTN marcada na curva de vencimento necessite de recursos financeiros, ele enfrentará problemas de liquidez. Logo, ao utilizar a rentabilidade nominal prefixada indicada pela marcação na curva, o investidor assume riscos de custo de oportunidade e de liquidez.

No entanto, se o investidor opta pela utilização da marcação a mercado dos títulos LTN, os papéis podem ser negociados a qualquer momento no mercado secundário, de maneira que o preço varia conforme as transações realizadas a cada instante. Assim, o detentor de uma LTN marcada a mercado percebe as variações no preço do referido título, porém o título público pode ser negociado no mercado de renda fixa, o que repercute em liquidez para essa aplicação de renda fixa.

Na figura 9, pode-se observar que a rentabilidade diária indicada pela marcação a mercado (Rmm) distribui-se em torno da rentabilidade fixa indicada pela marcação na curva de

vencimento (R_{mc}). A volatilidade entre as duas técnicas de avaliação diminui com a aproximação do vencimento do título público, quando ocorre a convergência de valor da LTN com seu resgate junto ao Tesouro Nacional.

Logo, ao optar pela marcação a mercado, o investidor pode liquidar a aplicação a qualquer momento e percebe a volatilidade do mercado secundário de títulos públicos. Ou, se adotar a marcação na curva, o título LTN proporciona uma rentabilidade predeterminada, porém a aplicação deve ser mantida até seu vencimento e o resgate deve ser realizado junto ao Tesouro Nacional, de modo que o investidor assume o risco de liquidez da operação.

Na tabela 5, a seguir, são apresentados os resultados para as estatísticas descritivas da rentabilidade diária indicada pela marcação a mercado das séries de títulos LTN com vencimento em 2010.

Tabela 5: Estatísticas descritivas da rentabilidade segundo a marcação a mercado dos títulos LTN com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010

Vencimento	01/01/2010		01/04/2010		01/07/2010	
	Observada	Logística	Observada	Log-logística	Observada	Logística
Mínimo	-1,50E-02	$-\infty$	-2,27E-03	-9,03E-03	-2,06E-02	$-\infty$
Máximo	7,33E-03	$+\infty$	2,75E-03	$+\infty$	1,01E-02	$+\infty$
Média	4,28E-04	4,58E-04	4,36E-04	4,15E-04	4,84E-04	4,72E-04
Moda	3,28E-04	4,58E-04	3,31E-04	3,95E-04	3,85E-04	4,72E-04
Mediana	3,59E-04	4,58E-04	3,40E-04	4,06E-04	3,61E-04	4,72E-04
Desvio Padrão	1,51E-03	1,17E-03	5,17E-04	4,15E-04	1,97E-03	1,41E-03
Assimetria	-2,5482	0	0,3152	0,2118	-2,4826	0
Curtose	30,0947	4,2	9,0121	4,3109	36,29	4,2
Percentil						
5%	-0,00184	-0,00144	-0,00035	-0,00024	-0,00196	-0,00182
10%	-0,00076	-0,00096	0,000113	-8,27E-05	-0,00095	-0,00124
15%	-0,000367	-0,00066	0,000228	1,81E-05	-0,000353	-0,000879
20%	-1,01E-04	-0,000435	0,00028	9,48E-05	3,66E-05	-0,000608
25%	0,00012	-0,00025	0,000304	0,000159	1,67E-04	-0,000384
30%	0,000255	-8,78E-05	0,000321	0,000215	0,000243	-0,000188
35%	0,000317	5,94E-05	0,000329	0,000266	0,000291	-1,02E-05
40%	0,000328	0,000197	0,000331	0,000314	0,000326	0,000156
45%	0,000334	0,000329	0,000333	0,000361	0,000347	0,000316
50%	0,000359	0,000458	0,00034	0,000406	0,000361	0,000472
55%	0,000422	0,000588	0,000358	0,000452	0,000385	0,000628
60%	0,000479	0,00072	0,00038	0,000499	0,000466	0,000787
65%	0,000566	0,000858	0,000407	0,000549	0,000571	0,000954
70%	0,000755	0,001	0,000461	0,000602	0,000671	0,00113
75%	0,000909	0,00117	0,000536	0,000661	0,000815	0,00133
80%	0,00115	0,00135	0,000652	0,000729	0,00108	0,00155
85%	0,00146	0,00158	0,00076	0,000811	0,00161	0,00182
90%	0,00187	0,00188	0,00101	0,000922	0,00218	0,00218
95%	0,00257	0,00236	0,00133	0,0011	0,00314	0,00276
Chi-Quadrado	n. a.	476,5755	n. a.	394,8827	n. a.	562,4545
P-Valor	n. a.	0	n. a.	0	n. a.	0

A partir das estatísticas descritivas, pode-se verificar que a volatilidade da rentabilidade pela marcação a mercado dos títulos LTN decai com a aproximação da maturidade, isto é, do vencimento do papel. Como indício dessa tendência na volatilidade, o desvio padrão dos títulos que vencerão no início do período analisado na pesquisa foi inferior ao constatado nos títulos com maturidade no final do intervalo de tempo considerado.

A rentabilidade média dos títulos LTN, segundo a marcação a mercado, foi superior a 0,04% ao dia, com a maioria dos resultados diários indicando desempenhos positivos, como pode-se observar nos percentis dos papéis avaliados. No entanto, foram observadas perdas no

desempenho diário dos títulos LTN, como no papel com vencimento em 01/01/2010, em que cerca de 30% dos resultados diários representaram perdas.

Em relação à rentabilidade diária aferida pela curva de vencimento, os títulos LTN apresentam retornos prefixados, ou seja, que não variam ao longo do tempo, assim os resultados para os títulos com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010 são apresentados na tabela 6, a seguir:

Tabela 6: Rentabilidade diária segundo a marcação na curva de vencimento dos títulos LTN com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010

Título LTN Vencimento	Retorno diário pela marcação na curva de vencimento
01/07/2006	0,0606073%
01/10/2006	0,0595941%
01/01/2007	0,0591318%
01/04/2007	0,0586053%
01/07/2007	0,0582530%
01/10/2007	0,0562005%
01/01/2008	0,0573046%
01/04/2008	0,0544484%
01/07/2008	0,0566947%
01/10/2008	0,0403325%
01/01/2009	0,0551815%
01/04/2009	0,0461481%
01/07/2009	0,0436660%
01/10/2009	0,0403845%
01/01/2010	0,0426415%
01/04/2010	0,0435941%
01/07/2010	0,0482529%

A rentabilidade diária pela marcação na curva de vencimento, assim como à aferida pela marcação a mercado, apresentou um resultado médio superior a 0,04% ao dia, porém sem a volatilidade percebida pela variação de preço no mercado secundário. Ao utilizar a marcação na curva, o investidor percebe um rendimento fixo e deve manter a aplicação até o vencimento. Com isso, essa aplicação financeira envolve um risco de liquidez, visto que não pode ser resgatada antes do vencimento.

Para comparar a rentabilidade aferida pela marcação a mercado com a indicada pela curva de vencimento, foi analisada a *DnP* entre as duas técnicas de avaliação dos títulos LTN. Os resultados são apresentados na tabela 7, a seguir.

Tabela 7: Estatísticas descritivas da *DnP* entre marcação a mercado e na curva dos títulos LTN com vencimento em 2010

Vencimento	01/01/2010		01/04/2010		01/07/2010	
Distribuição	Observada	Logística	Observada	Log-logística	Observada	Logística
Mínimo	-1,54E-02	$-\infty$	-2,71E-03	-9,50E-03	-2,11E-02	$-\infty$
Máximo	6,90E-03	$+\infty$	2,31E-03	$+\infty$	9,61E-03	$+\infty$
Média	1,31E-06	3,24E-05	4,82E-07	-2,01E-05	1,93E-06	-1,08E-05
Moda	-9,80E-05	3,24E-05	-1,04E-04	-4,03E-05	-9,78E-05	-1,08E-05
Mediana	-6,74E-05	3,24E-05	-9,61E-05	-2,92E-05	-1,22E-04	-1,08E-05
Desvio Padrão	1,51E-03	1,17E-03	5,18E-04	4,16E-04	1,97E-03	1,41E-03
Assimetria	-2,5463	0	0,3127	0,2116	-2,4826	0
Curtose	30,0433	4,2	8,9847	4,3107	36,29	4,2
Percentil						
5%	-0,00227	-0,00187	-0,000787	-0,00068	-0,00244	-0,0023
10%	-0,00118	-0,00139	-0,000323	-0,00052	-0,00143	-0,00172
15%	-0,000794	-0,00109	-0,000208	-4,18E-04	-0,000835	-0,00136
20%	-0,000528	-0,000863	-0,000156	-3,42E-04	-0,000446	-0,00109
25%	-3,06E-04	-0,000677	-0,000132	-2,78E-04	-3,15E-04	-0,000866
30%	-0,000171	-0,000515	-0,000116	-0,000221	-2,40E-04	-0,00067
35%	-0,000116	-3,67E-04	-0,000107	-0,00017	-0,000191	-0,000493
40%	-9,83E-05	-2,29E-04	-0,000105	-0,000122	-0,000157	-3,26E-04
45%	-9,26E-05	-9,72E-05	-0,000103	-7,51E-05	-0,000135	-0,000167
50%	-6,77E-05	3,24E-05	-9,61E-05	-2,92E-05	-0,000122	-1,08E-05
55%	-3,42E-06	0,000162	-7,62E-05	1,69E-05	-9,74E-05	0,000145
60%	5,31E-05	0,000294	-5,58E-05	6,42E-05	-1,63E-05	0,000305
65%	0,000143	0,000432	-2,88E-05	0,000114	8,87E-05	0,000471
70%	0,000328	0,000579	2,55E-05	0,000167	0,000188	0,000649
75%	0,000482	0,000742	9,97E-05	0,000226	0,000332	0,000845
80%	0,000722	0,000927	0,000216	0,000294	0,000594	0,00107
85%	0,00103	0,00115	0,000339	0,000377	0,00112	0,00134
90%	0,00144	0,00145	0,000569	0,000488	0,0017	0,0017
95%	0,00214	0,00193	0,000898	0,00067	0,00266	0,00228
Chi-Quadrado	n. a.	461,1317	n. a.	387,7647	n. a.	562,4545
P-Valor	n. a.	0	n. a.	0	n. a.	0

Os desvios entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento dos títulos LTN indicaram que os resultados para a rentabilidade pela marcação a mercado distribuíram-se em torno da rentabilidade fixa determinada na avaliação pela curva. Apesar da média dos resultados da marcação a mercado serem superiores ao retorno pela curva, como indica a média positiva para a *DnP*, os percentis demonstram que a marcação a mercado apresentou

valores inferiores ao da curva de vencimento em aproximadamente metade dos casos avaliados na amostra.

Com os dados sobre a negociação diária dos títulos LTN, foram calculadas a *duration*, a convexidade, a função para a rentabilidade decorrente da expansão de Taylor de 2º. Grau, a *DnP*, e o desvio σ entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento. Os resultados para a expansão de Taylor foram próximos aos verificados na curva de vencimento, como pode ser observado na figura 10, a seguir:

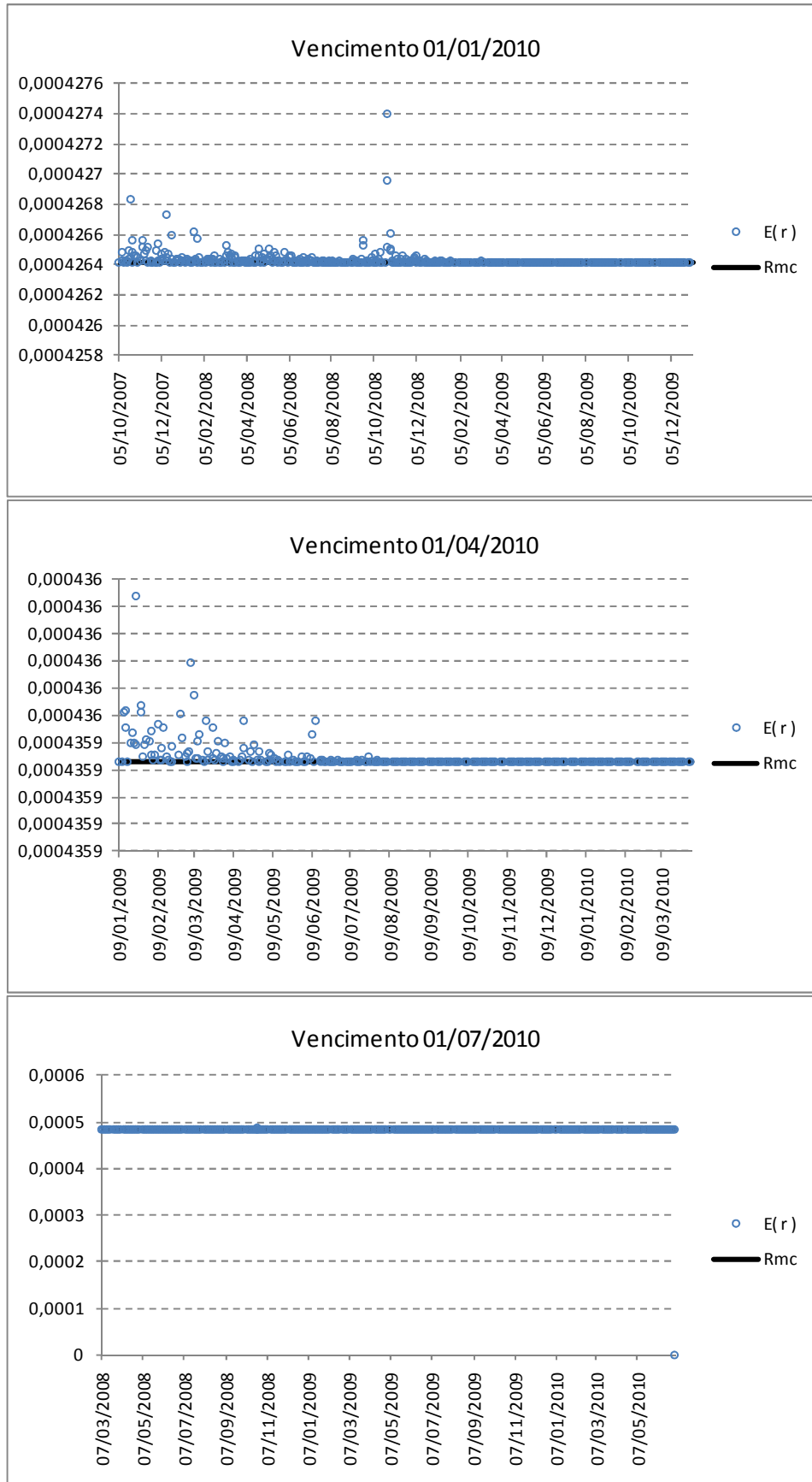


Figura 10: Rentabilidade indicada pela expansão de Taylor ($E(r)$) e marcação na curva (R_{mc}) dos títulos LTN com vencimento em 2010.

Os resultados para a expansão de Taylor foram próximos aos aferidos pela marcação na curva de vencimento, de maneira que essa aproximação matemática do retorno de um título reflete a convergência entre as técnicas de avaliação de títulos públicos no caso das LTNs. Com a aplicação da referida técnica matemática, são incorporados os efeitos da *Duration* e da convexidade, ou seja, respectivamente, da taxa de variação e da mudança dessa taxa sobre o preço da LTN frente a alterações nos juros. Assim, por meio da expansão de Taylor os resultados da marcação a mercado foram ajustados aos da curva de vencimento, o que indica a convergência entre as duas técnicas de avaliação.

Os resultados para a divergência entre os resultados para expansão de Taylor e a marcação na curva de vencimento são apresentados na tabela 8, a seguir.

Tabela 8: Estatísticas descritivas da *DnP* entre a expansão de Taylor e a marcação na curva dos títulos LTN com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010

Vencimento	01/01/2010		01/04/2010		01/07/2010	
Distribuição	Observada	Inv Gauss	Observada	Inv Gauss	Observada	Inv Gauss
Mínimo	0,00E+00	-9,75E-12	0,00E+00	-5,84E-13	0,00E+00	-1,46E-11
Máximo	9,78E-07	+∞	3,06E-08	+∞	4,64E-06	+∞
Média	1,47E-08	1,47E-08	8,77E-10	8,77E-10	4,35E-08	4,35E-08
Moda	6,25E-16	2,17E-12	3,56E-16	4,01E-13	4,41E-15	5,69E-12
Mediana	7,31E-10	6,84E-11	1,10E-11	5,86E-12	4,06E-10	1,19E-10
Desvio Padrão	5,74E-08	2,98E-07	2,74E-09	1,51E-08	2,40E-07	1,17E-06
Assimetria	11,0579	60,8069	6,1186	51,6815	14,9067	80,2668
Curtose	162,1919	6165,4579	54,8401	4454,6334	262,493	10740,9363
Percentil						
5%	1,33E-13	-4,50E-13	8,46E-14	1,84E-13	4,77E-13	1,24E-12
10%	4,84E-13	3,45E-12	2,81E-13	5,06E-13	1,46E-12	7,88E-12
15%	1,11E-12	7,47E-12	5,80E-13	8,39E-13	5,33E-12	1,47E-11
20%	2,32E-12	1,20E-11	1,01E-12	1,21E-12	8,73E-12	2,24E-11
25%	5,11E-12	1,72E-11	1,31E-12	1,64E-12	2,14E-11	3,13E-11
30%	1,55E-11	2,34E-11	2,00E-12	2,16E-12	3,97E-11	4,19E-11
35%	5,78E-11	3,10E-11	2,68E-12	2,78E-12	6,55E-11	5,49E-11
40%	1,67E-10	4,05E-11	4,77E-12	3,57E-12	1,20E-10	7,11E-11
45%	3,26E-10	5,26E-11	7,32E-12	4,56E-12	2,48E-10	9,17E-11
50%	7,21E-10	6,84E-11	1,06E-11	5,86E-12	4,05E-10	1,19E-10
55%	1,19E-09	8,96E-11	2,12E-11	7,61E-12	8,62E-10	1,55E-10
60%	1,94E-09	1,19E-10	3,03E-11	1,01E-11	2,06E-09	2,06E-10
65%	2,88E-09	1,62E-10	5,68E-11	1,36E-11	4,41E-09	2,79E-10
70%	4,93E-09	2,28E-10	1,09E-10	1,90E-11	7,28E-09	3,92E-10
75%	7,73E-09	3,37E-10	2,42E-10	2,79E-11	1,49E-08	5,79E-10
80%	1,32E-08	5,36E-10	4,98E-10	4,42E-11	2,70E-08	9,22E-10
85%	2,00E-08	9,63E-10	1,06E-09	7,90E-11	4,77E-08	1,66E-09
90%	3,36E-08	2,16E-09	2,77E-09	1,76E-10	8,20E-08	3,74E-09
95%	6,83E-08	8,31E-09	5,67E-09	6,65E-10	1,84E-07	1,47E-08
Chi-Quadrado	n. a.	1,07E+03	n. a.	1,54E+02	n. a.	7,35E+02
P-Valor	n. a.	0	n. a.	0	n. a.	0

Os desvios entre a expansão de Taylor e a marcação na curva de vencimento foram inferiores aos verificados entre a marcação a mercado e a na curva. Isso indica que o ajuste dos desvios entre as técnicas de avaliação por meio da *Duration* e da convexidade permitiu constatar a convergência entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento. Logo, os resultados para as duas técnicas de avaliação aplicadas aos títulos LTN apresentam convergência. Contudo, a escolha pela técnica de avaliação a ser utilizada deve considerar a opção pela liquidez, decorrente da marcação a mercado, frente à redução da volatilidade, obtida pela marcação na curva de vencimento.

5.1.3 Notas do Tesouro Nacional tipo F (NTN-F)

Os títulos NTN-F são prefixados como os papéis LTN, porém garantindo o pagamento de cupons semestrais ao titular. O principal e os cupons são definidos no momento de emissão do título pela STN, sendo que possíveis deságios negociados em uma transação no mercado secundário são incorporados na taxa de desconto prefixada.

No período entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010, foram obtidos dados sobre as séries de NTN-F com os seguintes vencimentos: 01/01/2008, 04/01/2010 e 01/07/2010.

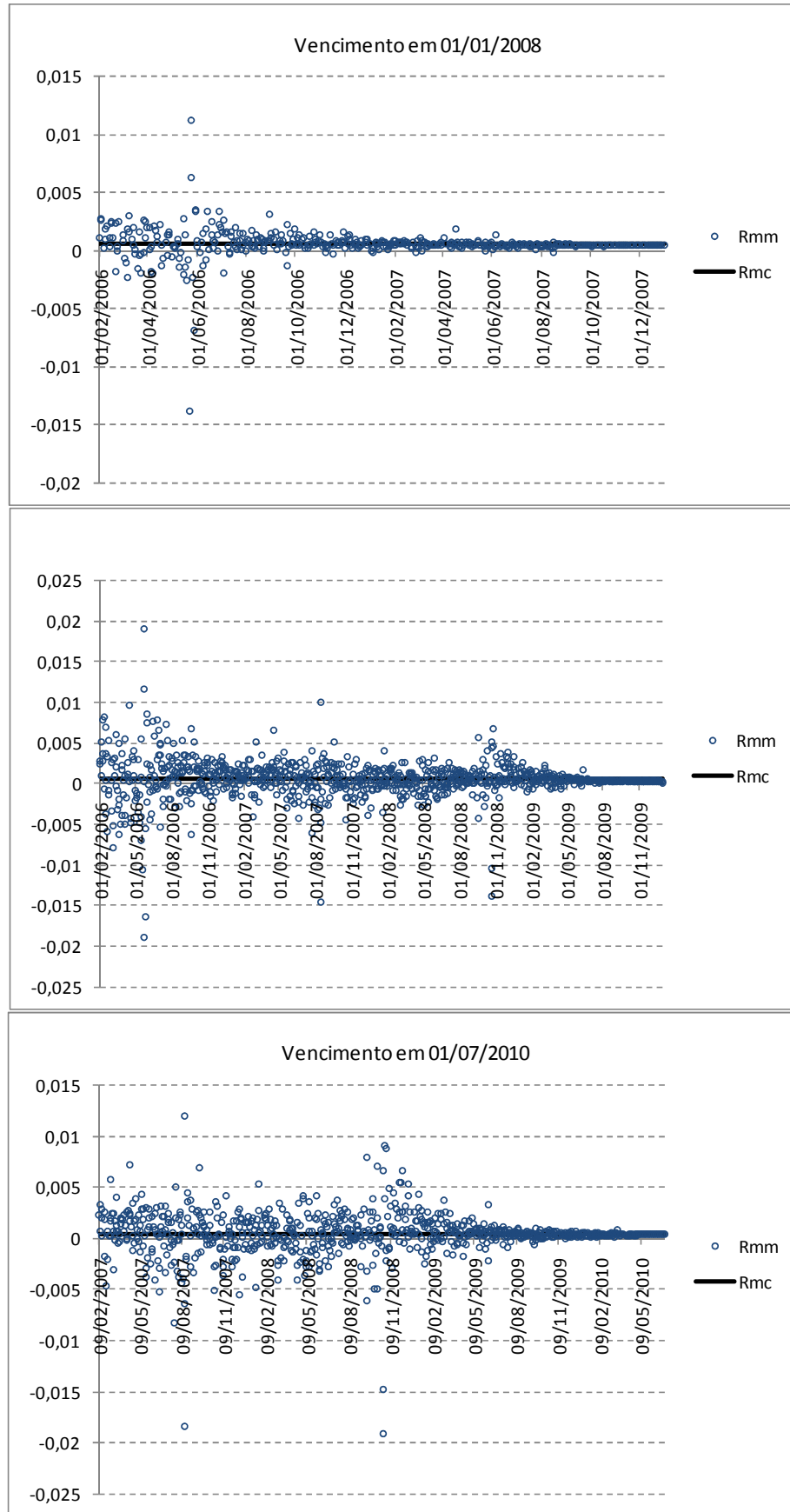


Figura 11: Rentabilidade indicada pela marcação a mercado (Rmm) e marcação na curva (Rmc) dos títulos NTN-F com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.

Na figura anterior, pode-se perceber a redução da volatilidade entre a marcação a mercado e a marcação na curva com o decorrer do tempo até o vencimento dos títulos públicos NTN-F. Cabe destacar que essa volatilidade advém da marcação a mercado da NTN-F, pois a marcação na curva de vencimento não apresenta variação na rentabilidade percebida pelo investidor, situação similar à dos títulos LTN.

A avaliação da rentabilidade das NTN-F por meio da marcação a mercado é apresentada na tabela 9, a seguir.

Tabela 9: Estatísticas descritivas da rentabilidade segundo a marcação a mercado dos títulos NTN-F com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010

Vencimento	01/01/2008		04/01/2010		01/07/2010	
Distribuição	Observada	Logística	Observada	Logística	Observada	Logística
Mínimo	-0,0139	$-\infty$	-0,0189	$-\infty$	-0,0191	$-\infty$
Máximo	0,0112	$+\infty$	0,019	$+\infty$	0,0119	$+\infty$
Média	0,000576	0,000561	0,000552	0,000583	0,000466	0,000507
Moda	0,00042	0,000561	0,000329	0,000583	0,000385	0,000507
Mediana	0,000458	0,000561	0,000445	0,000583	0,000384	0,000507
Desvio Padrão	0,0012	0,00075	0,00233	0,00185	0,00208	0,00165
Assimetria	-2,4745	0	-0,918	0	-2,0319	0
Curtose	63,238	4,2	19,818	4,2	25,4226	4,2
Percentil						
5%	-0,0006	-0,000656	-0,00263	-0,00242	-0,00263	-0,00217
10%	2,47E-05	-0,000347	-0,00155	-0,00166	-0,00131	-0,00149
15%	0,000226	-0,000156	-0,000783	-0,00119	-0,000722	-0,00107
20%	0,00031	-1,20E-05	-0,000378	-0,00083	-0,000281	-0,000752
25%	0,000378	0,000107	-5,86E-05	-0,000537	1,32E-05	-0,00049
30%	0,000409	0,000211	0,000124	-0,000281	0,000192	-0,000262
35%	0,000418	0,000305	0,0003	-4,83E-05	0,000261	-5,48E-05
40%	0,000422	0,000394	0,000329	0,000169	0,000327	0,000139
45%	0,000434	0,000478	0,000355	0,000378	0,000352	0,000325
50%	0,000458	0,000561	0,000444	0,000583	0,000383	0,000507
55%	0,000503	0,000644	0,000529	0,000787	0,000452	0,00069
60%	0,000543	0,000729	0,000743	0,000996	0,000579	0,000876
65%	0,00061	0,000817	0,00092	0,00121	0,000686	0,00107
70%	0,000692	0,000912	0,00119	0,00145	0,000863	0,00128
75%	0,000766	0,00102	0,00144	0,0017	0,00119	0,00151
80%	0,00089	0,00113	0,00171	0,002	0,00159	0,00177
85%	0,0011	0,00128	0,00209	0,00235	0,00198	0,00208
90%	0,00152	0,00147	0,00258	0,00282	0,00247	0,0025
95%	0,00209	0,00178	0,00352	0,00358	0,00319	0,00318
Chi-Quadrado	n. a.	483,81	n. a.	444,8824	n. a.	536,0258
P-Valor	n. a.	0	n. a.	0	n. a.	0

Os resultados para a rentabilidade diária dos títulos NTN-F, conforme a marcação a mercado, apresentaram uma rentabilidade média de aproximadamente 0,05% ao dia, sendo que os piores resultados foram da ordem de perdas superiores a 1% ao dia e os melhores resultados foram ganhos superiores a 1% ao dia. A rentabilidade pela marcação a mercado apresentou uma volatilidade com um desvio padrão superior a 0,1% ao dia e um padrão logístico de distribuição de frequência, conforme indicaram os testes de aderência Chi-quadrado.

De acordo com as distribuições teóricas, cerca de 20% dos resultados diários para a rentabilidade, segundo a marcação a mercado das NTN-F, são perdas, como demonstra o percentil 20% nas distribuições avaliadas nos testes de aderência. No entanto, em 10% dos melhores resultados foram ganhos diários superiores a 0,15% ao dia, de acordo com o percentil 90%.

A análise para a rentabilidade conforme a marcação na curva das NTN-F é destacada na tabela 10, a seguir.

Tabela 10: Rentabilidade diária segundo a marcação na curva de vencimento dos títulos NTN-F com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010

Título NTN-F Vencimento	Retorno diário pela marcação na curva de vencimento
01/01/2008	0,05776%
04/01/2010	0,05611%
01/07/2010	0,04605%

Os títulos NTN-F são prefixados com pagamento de cupons semestrais, também prefixados. Logo, a rentabilidade pela marcação na curva também é definida na aquisição do título federal. Assim, a rentabilidade pela curva de vencimento é invariável ao longo do tempo, mantendo-se constante até o vencimento.

Diante disso, a rentabilidade pela marcação na curva das NTN-F seguiu um comportamento uniforme ao longo do tempo, com ausência de volatilidade, o que pode ser constatado pelo mesmo valor para os distintos percentis avaliados e pelo valor infinitesimal aferido para o desvio padrão. Além disso, o valor para a assimetria dos dados reflete essa característica do valor constante da rentabilidade pela marcação na curva do título prefixado NTN-F.

Na tabela 11, a seguir são apresentados os resultados para a divergência entre a marcação na curva e a marcação a mercado dos títulos NTN-F.

Tabela 11: Estatísticas descritivas da *DnP* entre marcação a mercado e na curva dos títulos NTN-F com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010

Vencimento	01/01/2008		04/01/2010		01/07/2010	
Distribuição	Observada	Logística	Observada	Logística	Observada	Logística
Mínimo	-0,0145	$-\infty$	-0,0195	$-\infty$	-0,0196	$-\infty$
Máximo	0,0106	$+\infty$	0,0185	$+\infty$	0,0115	$+\infty$
Média	-1,84E-06	-1,62E-05	-9,09E-06	2,16E-05	5,08E-06	4,69E-05
Moda	-0,000157	-1,62E-05	-0,000233	2,16E-05	-7,57E-05	4,69E-05
Mediana	-0,000119	-1,62E-05	-0,000116	2,16E-05	-7,67E-05	4,69E-05
Desvio Padrão	1,20E-03	7,50E-04	2,33E-03	1,85E-03	2,08E-03	1,65E-03
Assimetria	-2,4745	0	-0,918	0	-2,0319	0
Curtose	63,238	4,2	19,818	4,2	25,4226	4,2
Percentil						
5%	-0,00118	-0,00123	-0,00319	-0,00298	-0,00309	-0,00263
10%	-0,000553	-0,000925	-0,00211	-0,00222	-0,00177	-0,00195
15%	-0,000352	-0,000734	-0,00134	-0,00175	-0,00118	-0,00153
20%	-0,000267	-0,00059	-0,000939	-0,00139	-0,000742	-0,00121
25%	-0,000199	-0,000471	-0,00062	-0,0011	-0,000447	-0,000951
30%	-0,000168	-0,000367	-0,000437	-0,000842	-0,000268	-0,000723
35%	-0,00016	-0,000272	-0,000261	-0,000609	-0,000199	-0,000515
40%	-0,000155	-0,000184	-0,000232	-0,000392	-0,000133	-0,000321
45%	-0,000144	-9,92E-05	-0,000206	-0,000183	-0,000108	-0,000135
50%	-0,000119	-1,62E-05	-0,000117	2,16E-05	-7,70E-05	4,69E-05
55%	-7,42E-05	6,68E-05	-3,17E-05	0,000226	-8,51E-06	0,000229
60%	-3,50E-05	0,000151	0,000182	0,000435	0,000118	0,000415
65%	3,28E-05	0,00024	0,000359	0,000653	0,000226	0,000609
70%	0,000114	0,000334	0,000626	0,000885	0,000402	0,000816
75%	0,000188	0,000438	0,00088	0,00114	0,000732	0,00104
80%	0,000312	0,000557	0,00115	0,00143	0,00113	0,00131
85%	0,000525	0,000701	0,00153	0,00179	0,00152	0,00162
90%	0,000937	0,000893	0,00202	0,00226	0,00201	0,00204
95%	0,00151	0,0012	0,00296	0,00302	0,00273	0,00272
Chi-Quadrado	n. a.	483,81	n. a.	444,8824	n. a.	536,0258
P-Valor	n. a.	0	n. a.	0	n. a.	0

Por meio da *DnP* entre a marcação a mercado e a marcação na curva para avaliação da rentabilidade diária dos títulos NTN-F, pode-se constatar que os resultados da marcação a mercado indicaram rentabilidades diárias em torno dos resultados para a marcação na curva de vencimento. O que reflete essa volatilidade da marcação a mercado frente ao valor na curva é a distribuição dos percentis, visto que mais de 40% dos resultados da marcação a mercado foram superiores ou inferiores à marcação na curva.

Logo, ao utilizar a marcação a mercado para avaliar o desempenho de um investimento em um título NTN-F, o investidor assume uma volatilidade nos resultados diários dessa aplicação financeira decorrente da variação do preço desse título público no mercado secundário. Porém, ao adotar a marcação na curva, a rentabilidade da NTN-F fica constante ao longo do tempo, contudo fica inviabilizada sua liquidação antes do vencimento. Assim, cabe ao investidor a escolha entre assumir uma volatilidade e poder negociar o papel no mercado, ou perceber uma rentabilidade predeterminada e ter que manter a aplicação até o vencimento.

A partir dos dados relativos à negociação diária dos títulos NTN-F foram calculadas a *duration*, a convexidade, a função para a rentabilidade decorrente da expansão de Taylor de 2º. Grau, a *DnP* e o desvio σ obtido para os resultados diários. Os resultados para a expansão de Taylor foram próximos aos verificados pela marcação na curva de vencimento, como pode ser observado na figura 12, a seguir:

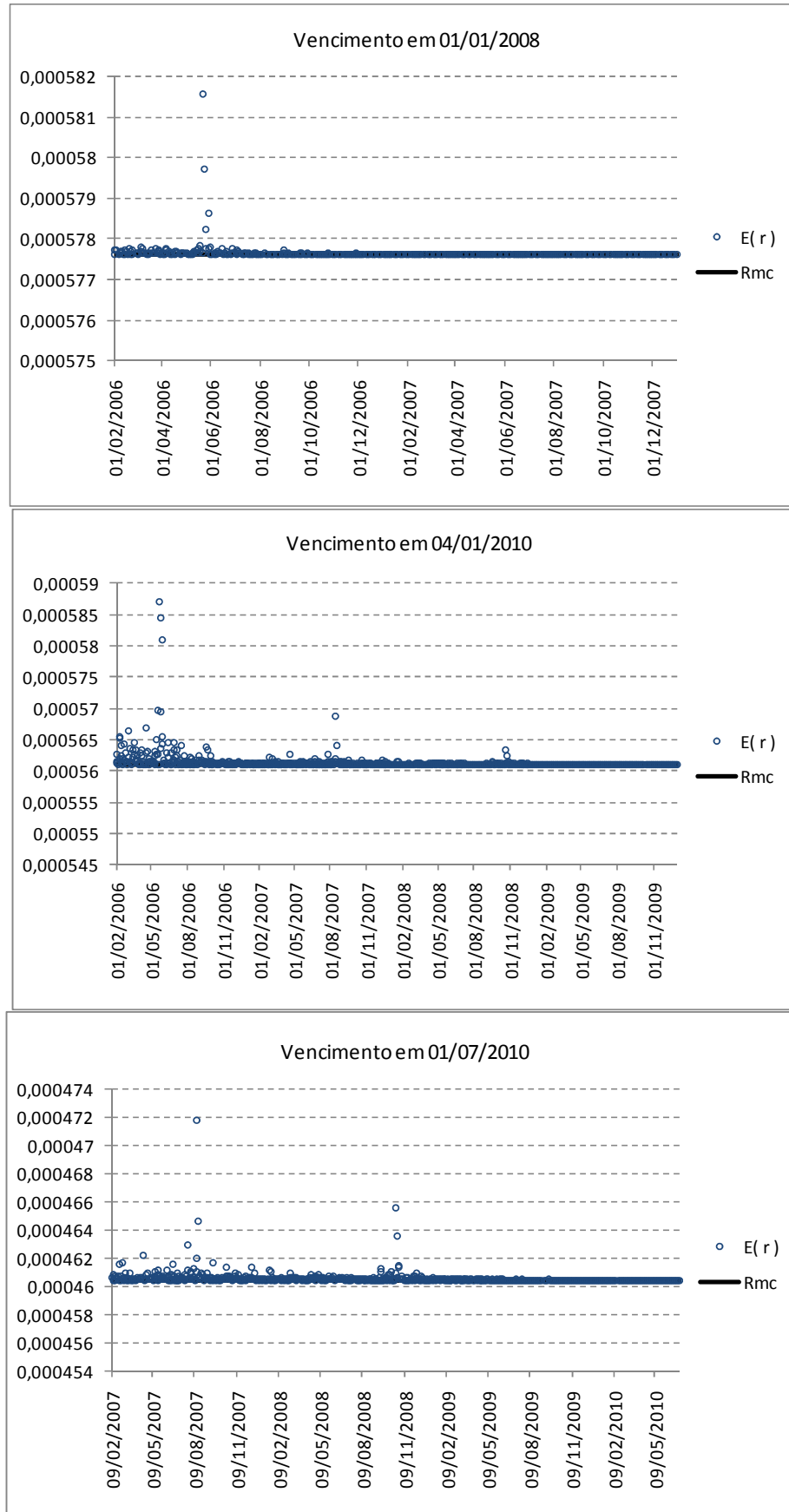


Figura 12: Rentabilidade indicada pela expansão de Taylor ($E(r)$) e marcação na curva (Rmc) dos títulos NTN-F com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.

Como se pode observar nos gráficos da figura 12, os resultados para a função baseada na expansão de Taylor foram próximos aos verificados pela marcação na curva de vencimento. No entanto, nos momentos em que se verificam as maiores divergências entre a marcação na curva e a marcação a mercado, constatou-se uma dissonância entre os resultados da função frente à marcação na curva.

Tabela 12: Estatísticas descritivas da *DnP* entre a expansão de Taylor e a marcação na curva dos títulos NTN-F com vencimento entre fev/2006 e ago/2010

Vencimento	01/01/2008		04/01/2010		01/07/2010	
Distribuição	Observada	Exponencial	Observada	Inversa Gauss	Observada	Inversa Gauss
Mínimo	0	-5,57E-11	0	-4,50E-10	0	-9,52E-11
Máximo	3,93E-06	+∞	2,61E-05	+∞	0	+∞
Média	2,67E-08	2,66E-08	2,83E-07	2,83E-07	1,13E-05	-2,67E-08
Moda	1,315E-17	-5,57E-11	1,287E-14	1,44E-10	9,80E-08	9,80E-08
Mediana	2,48E-10	1,84E-08	1,27E-08	3,41E-09	1,037E-15	3,10E-11
Desvio Padrão	2,11E-07	2,67E-08	1,46E-06	3,58E-06	4,84E-09	7,29E-10
Assimetria	15,4509	2	12,8242	37,8265	4,92E-07	1,58E-06
Curtose	266,4827	9	199,0075	2387,739	16,3426	48,3167
Percentil						
5%	2,83E-12	1,31E-09	1,65E-11	1,30E-11	2,76E-12	3,16E-12
10%	9,08E-12	2,75E-09	4,25E-11	2,07E-10	8,27E-12	4,44E-11
15%	1,51E-11	4,28E-09	8,75E-11	4,07E-10	2,23E-11	8,69E-11
20%	2,26E-11	5,90E-09	1,67E-10	6,30E-10	4,83E-11	1,34E-10
25%	3,04E-11	7,62E-09	4,70E-10	8,89E-10	8,45E-11	1,90E-10
30%	4,33E-11	9,46E-09	1,29E-09	1,20E-09	2,05E-10	2,55E-10
35%	7,02E-11	1,14E-08	2,77E-09	1,57E-09	4,73E-10	3,36E-10
40%	1,01E-10	1,36E-08	4,75E-09	2,04E-09	1,12E-09	4,36E-10
45%	1,54E-10	1,59E-08	7,78E-09	2,64E-09	2,19E-09	5,63E-10
50%	2,48E-10	1,84E-08	1,27E-08	3,41E-09	4,81E-09	7,29E-10
55%	4,10E-10	2,12E-08	2,08E-08	4,46E-09	8,39E-09	9,53E-10
60%	7,46E-10	2,44E-08	3,08E-08	5,90E-09	1,43E-08	1,26E-09
65%	1,25E-09	2,79E-08	4,53E-08	8,00E-09	2,41E-08	1,72E-09
70%	2,18E-09	3,21E-08	6,81E-08	1,12E-08	3,77E-08	2,41E-09
75%	3,78E-09	3,69E-08	1,02E-07	1,65E-08	5,37E-08	3,54E-09
80%	7,47E-09	4,29E-08	1,51E-07	2,60E-08	7,92E-08	5,62E-09
85%	1,51E-08	5,05E-08	2,36E-07	4,60E-08	1,31E-07	1,00E-08
90%	3,61E-08	6,14E-08	4,00E-07	1,01E-07	2,00E-07	2,23E-08
95%	8,69E-08	7,98E-08	1,24E-06	3,64E-07	3,96E-07	8,37E-08
Chi-Quadrado	n. a.	3961,188	n. a.	939,6471	n. a.	1163,539
P-Valor	n. a.	0	n. a.	0	n. a.	0

A divergência entre os resultados da rentabilidade diária pela marcação na curva e a análise pela segunda expansão de Taylor foram centesimais frente aos valores de desempenho diário de rendimento dos títulos NTN-F pesquisados. Tal evento é um reflexo da aproximação dos resultados por meio da expansão de Taylor para a rentabilidade diária de um título NTN-F, o qual, teoricamente, deve seguir o comportamento da marcação na curva.

No entanto, os resultados para expansão de Taylor indicaram uma rentabilidade superior, em níveis centesimais, aos aferidos pela marcação na curva de vencimento, de modo que o preço do título foi inferior ao avaliado pelo carregamento na curva de vencimento. Assim, o modelo incorporou os desvios entre a marcação a mercado e a marcação na curva no preço do título, com o ajuste pela convexidade (2ª. derivada) e pela *Duration* (1ª. derivada).

5.1.4 Notas do Tesouro Nacional tipo B (NTN-B)

Os títulos NTN-B são indexados ao índice de inflação IPCA, garantindo ao investidor uma remuneração atrelada à variação do indexador acrescido de uma taxa fixa, delimitada na aquisição do título de renda fixa. Além disso, a rentabilidade desse título pode ser aferida pela variação de seu preço no mercado secundário de títulos públicos, o que pode ser obtido no site da ANBIMA.

Para o período entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010, intervalo considerado na pesquisa, foram obtidos dados sobre os títulos NTN-B com vencimento em: 15/08/2006, 15/08/2007, 15/08/2008, 15/05/2009, 15/11/2009 e 15/08/2010. Os resultados para a marcação a mercado e marcação na curva desses títulos são apresentados na figura 13, a seguir.

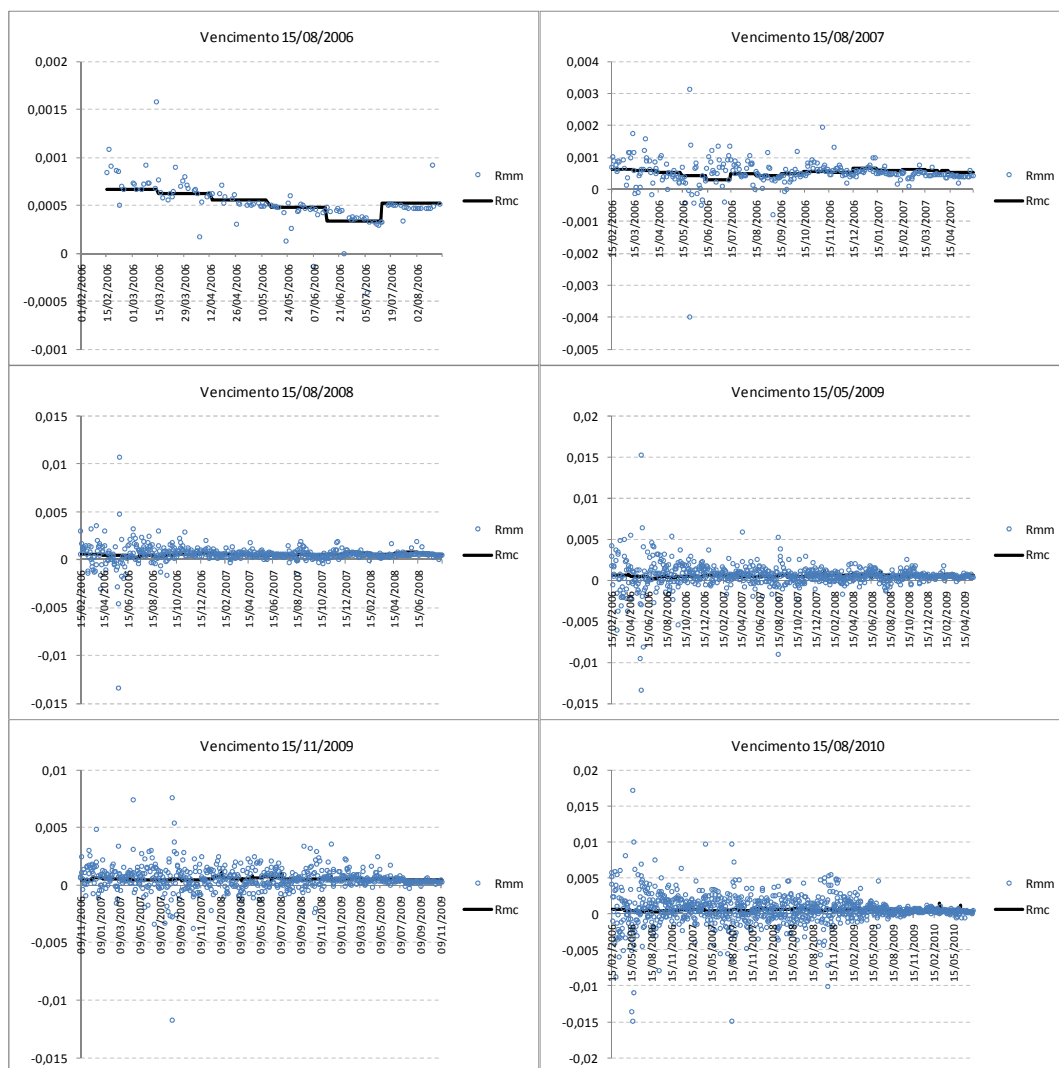


Figura 13: Rentabilidade indicada pela marcação a mercado (Rmm) e marcação na curva (Rmc) dos títulos NTN-B com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.

Como pode ser constatada na figura 13, a rentabilidade pela marcação a mercado é mais volátil do que a verificada na marcação na curva para os títulos NTN-B, considerados na amostra da pesquisa. Essa volatilidade entre as duas técnicas de avaliação vai decaindo à medida que se aproxima a data de vencimento dos títulos, o que decorre da convergência do valor dos títulos mensurado pelas técnicas de avaliação na data de vencimento, ou seja, na liquidação desses títulos pelo Tesouro Nacional.

Essa redução da volatilidade entre as rentabilidades apuradas pela marcação a mercado e marcação na curva decorrente da aproximação do vencimento dos títulos NTN-B pode ser verificada na figura anterior por meio da comparação entre os distintos vencimentos. Isso reflete o efeito do prazo até o vencimento na volatilidade do preço do título público NTN-B.

Cabe enfatizar que instituições financeiras que optaram pela marcação na curva de investimentos em NTN-B verificaram uma volatilidade inferior na rentabilidade dessas aplicações frente a investidores que adotaram a marcação a mercado. Logo, avaliações de risco de instituições que seguiram a marcação na curva indicaram uma menor exposição a perdas do que as verificadas pela marcação a mercado. Contudo, essa redução da exposição de risco por meio da utilização da marcação na curva de vencimento de uma NTN-B implica a necessidade de sua manutenção na carteira até o vencimento ou mediante uma situação de extrema necessidade de liquidez demandada pela instituição financeira.

Em relação à rentabilidade indicada pela marcação a mercado, as estatísticas descritivas são apresentadas na tabela 13, a seguir:

Tabela 13: Estatísticas descritivas da rentabilidade segundo a marcação a mercado dos títulos NTN-B com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010

Vencimento	15/08/2006		15/08/2007		15/08/2008		15/05/2009		15/11/2009		15/08/2010	
Distribuição	Observada	Logística	Observada	Logística	Observada	Logística	Observada	Logística	Observada	Logística	Observada	Logística
Mínimo	-0,000409	-∞	-0,004	-∞	-0,0134	-∞	-0,0134	-∞	-0,0117	-∞	-0,015	-∞
Máximo	0,00158	+∞	0,00314	+∞	0,0107	+∞	0,0151	+∞	0,00759	+∞	0,0172	+∞
Média	0,000529	0,000524	0,000523	0,000524	0,00055	0,000548	0,000542	0,000546	0,000521	0,000504	0,000522	0,000547
Moda	0,00047	0,000524	0,000643	0,000524	0,00048	0,000548	0,00045	0,000546	0,000284	0,000504	0,000334	0,000547
Mediana	0,000504	0,000524	0,000494	0,000524	0,000517	0,000548	0,000516	0,000546	0,000444	0,000504	0,000449	0,000547
Desvio Padrão	0,000217	0,000188	0,000437	0,000318	0,000973	0,000596	0,00145	0,00106	0,00107	0,00086	0,00209	0,00166
Assimetria	0,2311	0	-2,833	0	-3,0284	0	-0,7228	0	-1,1912	0	-1,0078	0
Curtose	9,9461	4,2	44,3834	4,2	89,7365	4,2	33,7577	4,2	31,4152	4,2	18,9944	4,2
Percentil												
5%	0,000294	0,000218	-1,27E-05	6,62E-06	-0,000401	-0,000419	-0,00116	-0,00117	-0,000826	-0,000892	-0,00235	-0,00215
10%	0,00033	0,000296	0,000206	0,000138	5,35E-05	-0,000174	-0,00045	-0,000735	-0,000403	-0,000537	-0,00123	-0,00147
15%	0,000367	0,000344	0,000326	0,000219	0,000208	-2,17E-05	-0,000225	-0,000466	-0,000107	-0,000318	-0,000668	-0,00104
20%	0,000424	0,00038	0,000382	0,00028	0,000293	9,28E-05	-1,65E-05	-0,000262	4,81E-05	-0,000153	-0,000288	-0,000723
25%	0,000445	0,00041	0,000406	0,000331	0,000364	0,000187	0,000117	-9,45E-05	0,000176	-1,66E-05	-5,51E-05	-0,00046
30%	0,00047	0,000436	0,000428	0,000375	0,000407	0,00027	0,000279	5,21E-05	0,000259	0,000103	0,000114	-0,000229
35%	0,000472	0,00046	0,000441	0,000415	0,000434	0,000345	0,000357	0,000185	0,000287	0,000211	0,000271	-2,04E-05
40%	0,000478	0,000482	0,000463	0,000452	0,000464	0,000415	0,00041	0,00031	0,000324	0,000312	0,000331	0,000175
45%	0,000493	0,000503	0,000478	0,000488	0,000488	0,000483	0,000463	0,000429	0,000374	0,000409	0,000386	0,000363
50%	0,000504	0,000524	0,000494	0,000524	0,000516	0,000548	0,000513	0,000546	0,000444	0,000504	0,000449	0,000547
55%	0,000509	0,000545	0,00052	0,000559	0,000541	0,000614	0,000577	0,000663	0,000498	0,000599	0,000544	0,00073
60%	0,00052	0,000566	0,000553	0,000595	0,00058	0,000682	0,000645	0,000783	0,000576	0,000696	0,000652	0,000918
65%	0,000558	0,000588	0,00058	0,000632	0,00062	0,000752	0,000726	0,000908	0,000667	0,000798	0,000798	0,00111
70%	0,000606	0,000612	0,000616	0,000672	0,000655	0,000827	0,000811	0,00104	0,000778	0,000906	0,000997	0,00132
75%	0,000626	0,000638	0,00066	0,000716	0,000726	0,00091	0,000956	0,00119	0,000896	0,00102	0,00125	0,00155
80%	0,000667	0,000668	0,000703	0,000767	0,000842	0,001	0,00115	0,00136	0,0011	0,00116	0,00156	0,00182
85%	0,000706	0,000704	0,000808	0,000828	0,000997	0,00112	0,00135	0,00156	0,00126	0,00133	0,00193	0,00214
90%	0,000737	0,000752	0,000907	0,000909	0,00125	0,00127	0,00171	0,00183	0,00155	0,00155	0,00242	0,00256
95%	0,00086	0,000829	0,00105	0,00104	0,00161	0,00152	0,00236	0,00226	0,00209	0,0019	0,00352	0,00324
Chi-Quadrado	n. a.	34,3659	n. a.	86,8252	n. a.	249,7316	n. a.	203,3824	n. a.	163,1445	n. a.	391,8005
P-Valor	n. a.	0,0003	n. a.	0	n. a.	0	n. a.	0	n. a.	0	n. a.	0

Para todos os títulos NTN-B considerados na amostra, as distribuições de frequência apuradas indicaram um padrão de probabilidade logístico. Trata-se de uma distribuição de frequência simétrica, de maneira que os resultados da marcação a mercado apresentaram-se em torno da média, com uma volatilidade que caracterizou por situações de perdas em resultados diários desses investimentos.

A volatilidade desses títulos, conforme sua avaliação pela marcação a mercado, apresentou, em todos os casos, situações de perdas, o que pode ser constatado nos resultados verificados para as mínimas aferidas para a rentabilidade diária. No entanto, considerando um percentil de 5%, à medida que os papéis apresentaram maior prazo de maturidade, verificou-se uma maior exposição a perdas, de forma que instituições que realizam investimentos em títulos NTN-B com maturidades superiores à média do mercado estão mais expostas a apresentarem perdas em seus resultados diários.

Contudo, também foram os papéis NTN-B com maiores maturidades que apresentaram os maiores desempenhos diários. Assim, os títulos com maiores prazos até o vencimento foram os que apresentaram maior volatilidade, ou seja, maior risco e retorno, além da maior exposição a perdas.

Tais características são devem ser consideradas na gestão de investimentos em títulos NTN-B, visto que a negociação desses papéis atrelados ao IPCA apresenta uma menor volatilidade para os títulos com menor maturidade. A aplicação em papéis com menor prazo até vencimento reduz a exposição a perdas mediante a necessidade de liquidação antecipada desses títulos públicos no mercado secundário.

Já investidores que possuem menor aversão ao risco podem buscar investimentos em títulos NTN-B com prazos de maturidade superiores, pois os resultados diários da marcação a mercado apresentaram maiores volatilidades. Porém cabe enfatizar que a liquidação desses títulos no mercado secundário pode acarretar em perdas, visto que tais títulos apresentam maior probabilidade de perdas como indicaram os menores percentis mensurados para esses papéis de renda fixa.

Os resultados para a mensuração da rentabilidade dos títulos NTN-B, conforme a marcação na curva de vencimento, são destacados na tabela 14, a seguir.

Tabela 14: Estatísticas descritivas da rentabilidade segundo a marcação na curva dos títulos NTN-B com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010

Vencimento	15/08/2006	15/08/2007		15/08/2008		15/05/2009		15/11/2009		15/08/2010	
Distribuição	Inconclusivo	Observada	Triangular	Observada	Logística	Observada	Lognormal	Observada	Valor Extremo	Observada	Normal
Mínimo	0,000337	0,000295	0,000253	0,000276	$-\infty$	0,000265	-0,002024	0,000323	$-\infty$	0,000261	$-\infty$
Máximo	0,000664	0,000647	0,000647	0,00077	$+\infty$	0,001102	$+\infty$	0,001066	$+\infty$	0,00152	$+\infty$
Média	0,000526	0,000524	0,000515	0,000552	0,000552	0,000545	0,000545	0,000523	0,000524	0,000539	0,000539
Moda	0,000337	0,000295	0,000647	0,000276	0,000552	0,000391	0,00054	0,000403	0,000485	0,000366	0,000539
Mediana	0,000523	0,000536	0,000531	0,000557	0,000552	0,000549	0,000543	0,000513	0,00051	0,000537	0,000539
Desvio Padrão	0,000105	9,05E-05	9,29E-05	0,000101	0,000102	9,96E-05	9,94E-05	8,37E-05	8,50E-05	0,000107	0,000107
Assimetria	-0,5605	-0,8826	-0,5657	-0,192	0	0,2683	0,1161	1,1519	1,1395	0,9211	0
Curtose	2,415	3,53	2,4	3,6207	4,2	5,4624	3,024	6,3156	5,4	10,3242	3
Percentil											
5%	0,000337	0,000295	0,000341	0,000399	0,000388	0,000391	0,000385	0,000422	0,000413	0,000366	0,000362
10%	0,000337	4,18E-04	0,000377	0,000421	0,000429	0,000454	0,000419	0,000436	0,00043	0,000406	0,000401
15%	0,000337	0,00044	4,05E-04	0,000466	0,000455	0,000459	0,000443	0,000446	0,000443	0,000451	0,000427
20%	0,000482	0,00044	0,000429	0,00048	0,000475	0,000478	0,000461	0,00045	0,000454	0,00047	0,000448
25%	0,000482	0,000481	0,00045	4,93E-04	4,91E-04	0,000486	0,000477	0,000459	0,000464	0,000475	0,000466
30%	0,000482	0,000505	0,000468	0,000495	0,000505	4,95E-04	0,000492	0,000465	0,000473	0,00048	0,000482
35%	0,000523	0,000512	0,000486	0,000516	0,000518	0,000501	0,000505	0,000472	0,000482	0,000494	0,000497
40%	0,000523	0,000512	0,000502	0,000517	0,00053	0,000509	0,000518	0,000475	0,000491	0,000502	0,000511
45%	0,000523	0,000514	0,000517	0,000533	0,000541	0,000525	0,000531	0,000495	0,0005	0,000518	0,000525
50%	0,000523	0,000536	0,000531	0,000557	0,000552	0,000549	0,000543	0,000513	0,00051	0,000537	0,000539
55%	0,000554	0,000536	0,000545	0,000567	0,000564	0,000558	0,000556	0,000526	0,00052	0,000548	0,000552
60%	0,000554	0,000552	0,000558	0,00057	0,000575	0,000572	0,000569	0,000555	0,00053	0,000555	0,000566
65%	0,000554	0,000582	0,00057	0,000603	0,000587	0,000591	0,000582	0,00056	0,000541	0,000584	0,00058
70%	0,000624	0,000586	0,000582	0,000604	0,0006	0,000596	0,000596	0,000562	0,000554	0,000589	0,000595
75%	0,000624	0,000586	0,000594	0,00062	0,000614	0,000598	0,000611	0,000572	0,000568	0,000597	0,000611
80%	0,000624	0,000589	0,000605	0,00062	0,00063	0,000612	0,000628	0,000576	0,000585	0,000605	0,000629
85%	0,000624	0,000622	0,000616	0,000632	0,00065	0,000624	0,000648	0,000588	0,000606	0,000617	0,00065
90%	0,000664	0,000639	0,000626	0,00065	0,000675	0,000673	0,000674	0,000637	0,000635	0,000666	0,000676
95%	0,000664	0,000647	0,000637	0,000745	0,000717	0,000737	0,000712	0,000701	0,000682	0,000735	0,000715
Chi-Quadrado	n. a.	n. a.	295,9515	n. a.	336,7604	n. a.	352,4118	n. a.	351,5335	n. a.	559,8517
P-Valor	n. a.	n. a.	0	n. a.	0	n. a.	0	n. a.	0	n. a.	0

A utilização da marcação na curva de vencimento implicou a redução da volatilidade dos resultados da rentabilidade dos investimentos em títulos NTN-B, visto que todos os papéis considerados na amostra apresentaram um desvio padrão menor do que o aferido pela marcação a mercado. Logo, a adoção da marcação na curva de papéis NTN-B permite a redução da volatilidade no desempenho diário desses investimentos, de modo que instituições que alocam recursos nesses títulos e que utilizam essa técnica de avaliação apresentam resultados menos voláteis que os que seriam percebidos com a adoção da marcação a mercado.

Como indicativos dessa redução da volatilidade, cabe destacar que o percentil 5% para todos os títulos NTN-B refletiram desempenhos positivos mediante a utilização da marcação na curva. Esse resultado foi diferente para a marcação a mercado, que retratou perdas em diversos papéis, o que também foi constatado para os piores resultados dos investimentos nesses papéis atrelados ao IPCA.

Porém, a redução da volatilidade propiciada pela utilização da marcação na curva de vencimento dos títulos NTN-B demanda a necessidade de manutenção desses papéis na carteira do investidor até o vencimento. Logo, o investidor assume um risco de liquidez em sua carteira ao carregar até o vencimento títulos NTN-B marcados na curva, visto que não poderá realizar a liquidação dessas aplicações no mercado secundário.

Ao se adotar a marcação na curva, a rentabilidade do título público é aferida pela taxa de remuneração que foi contratada na aquisição do papel. Assim, além do risco de liquidez decorrente da necessidade de carregamento até o vencimento, a marcação na curva envolve um risco de custo de oportunidade, uma vez que, como os recursos aplicados em uma NTN-B marcada na curva não podem ser resgatados até o vencimento, caso taxas referenciais de mercado forem aumentadas, esses títulos públicos apresentaram um desempenho inferior frente aos referenciais de mercado, tornando necessária sua manutenção até o vencimento.

Para comparar o desempenho diário entre as duas técnicas de avaliação de rentabilidade, foi aferida a DnP entre os resultados para a marcação a mercado e a marcação na curva. Esses resultados são apresentados na tabela 15, a seguir.

Por meio da *DnP*, constatou-se que a utilização da marcação a mercado agrega volatilidade aos investimentos em títulos NTN-B, visto que a média das rentabilidades apurada pelas duas técnicas foi bem similar. Assim, verifica-se uma escolha pelo investidor entre: realizar uma aplicação em NTN-B que apresente maior volatilidade e possibilidade de liquidação a qualquer momento por meio da marcação a mercado, ou adotar a marcação na curva de vencimento e constar uma menor volatilidade, porém tendo que carregar o título até o vencimento, isto é, com perda de liquidez da aplicação.

Logo, a utilização de uma das técnicas de avaliação de títulos públicos depende da política de investimentos da instituição financeira, visto que acarreta volatilidade, a qual será percebida nesse investimento e na necessidade de liquidez. Essa escolha envolve questões como metas de desempenho da instituição financeira, possíveis indexadores que sejam relevantes para a gestão financeira e a adequação da liquidez dos investimentos frente às necessidades de caixa da organização.

Com os dados relativos à negociação dos títulos NTN-B, foram calculadas a *Duration*, a convexidade, a função para a rentabilidade decorrente da expansão de Taylor de 2º. Grau, a *DnP* e o desvio σ obtido para os resultados diários. Os resultados para a expansão de Taylor foram próximos aos verificados pela marcação na curva de vencimento, como pode ser observado na figura 14, a seguir:

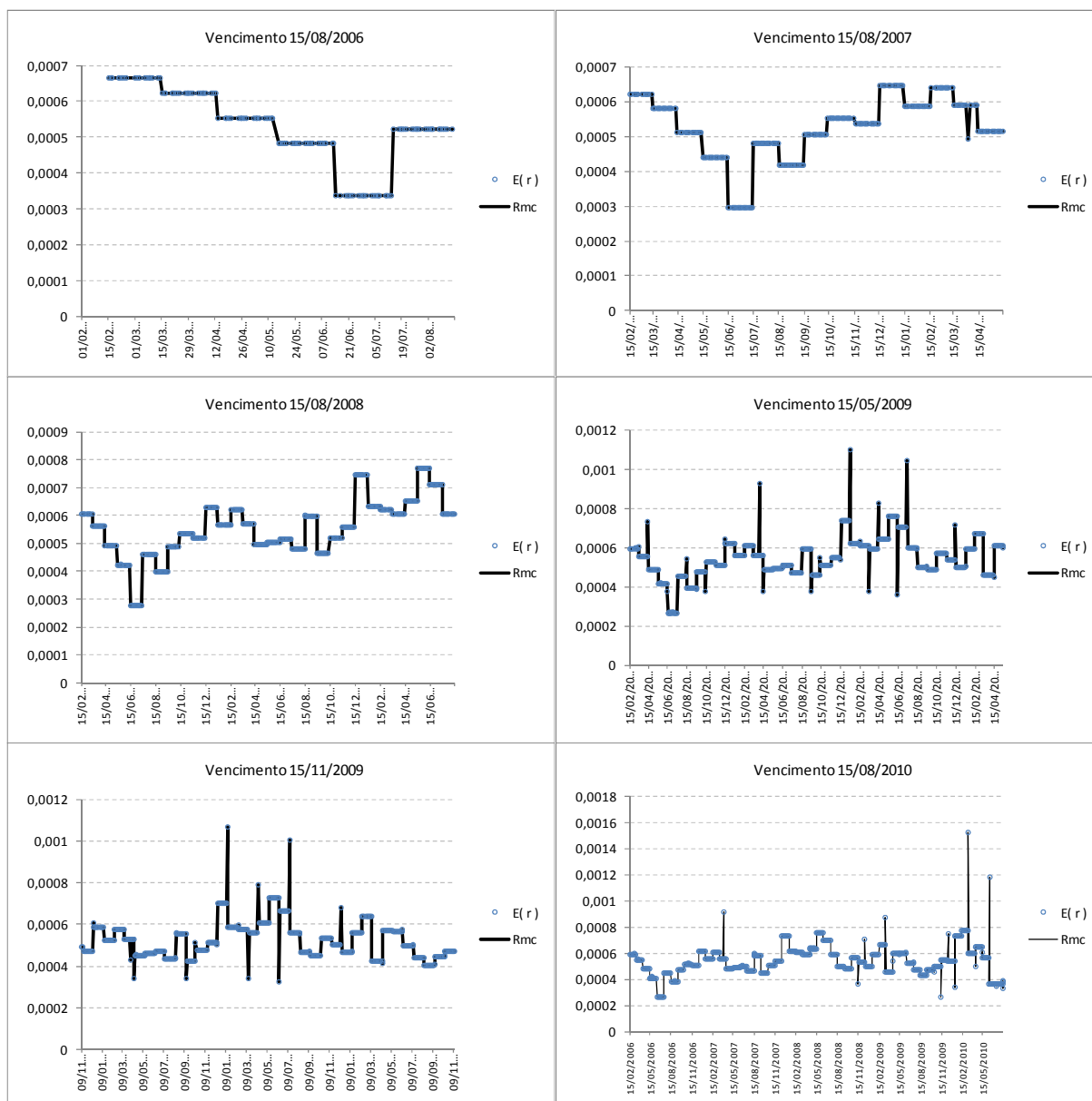


Figura 14: Rentabilidade indicada pela expansão de Taylor ($E(r)$) e marcação na curva (Rmc) dos títulos NTN-B com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.

Na tabela 16, adiante, são destacados os resultados da DnP entre a marcação a mercado e a rentabilidade aferida por meio da expansão de Taylor.

Como pode-se observar, a expansão de Taylor baseada na *Duration* conjugada com a convexidade apresenta resultados que se aproximam dos indicados pela curva do título NTN-B, o que é condizente com o equilíbrio ressaltado por Hull (1997). Tal equilíbrio reflete a aproximação da curva de preço de um título frente a mudanças na taxa de juros, por meio do uso da *duration* e da convexidade, a partir de uma infinitesimal mudança na taxa de juros.

A média dos resultados para cada *DnP* foi negativa, o que indica que a abordagem baseada na expansão de Taylor aferiu uma rentabilidade inferior à indicada pela marcação na curva do título. Isso também ocorreu na divergência entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento, de maneira que a volatilidade pode apresentar um impacto negativo na rentabilidade média dos investimentos em títulos NTN-B. Porém, alguns desempenhos positivos na marcação a mercado contribuirão para a manifestação de um desempenho médio inferior ao verificado na marcação na curva de vencimento.

5.1.5 Notas do Tesouro Nacional tipo C (NTN-C)

Os títulos NTN-C são papéis pós-fixados com pagamento de cupons, cujo indexador é o índice de inflação IGP-M, de forma que garante ao investidor uma remuneração atrelada à variação do indexador acrescida de uma taxa fixa, delimitada na aquisição do título de renda fixa. Além disso, assim como para a NTN-B, a rentabilidade desse título pode ser obtida por meio da variação de seu preço no mercado secundário de títulos públicos, o que pode ser obtido no site da ANBIMA.

Em relação ao período entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010, intervalo considerado na pesquisa, foram obtidos dados sobre os títulos NTN-C com vencimento em: 01/12/2006 e 01/04/2008. A rentabilidade indicada pela a marcação a mercado e marcação na curva desses títulos são apresentadas na figura 15, a seguir.

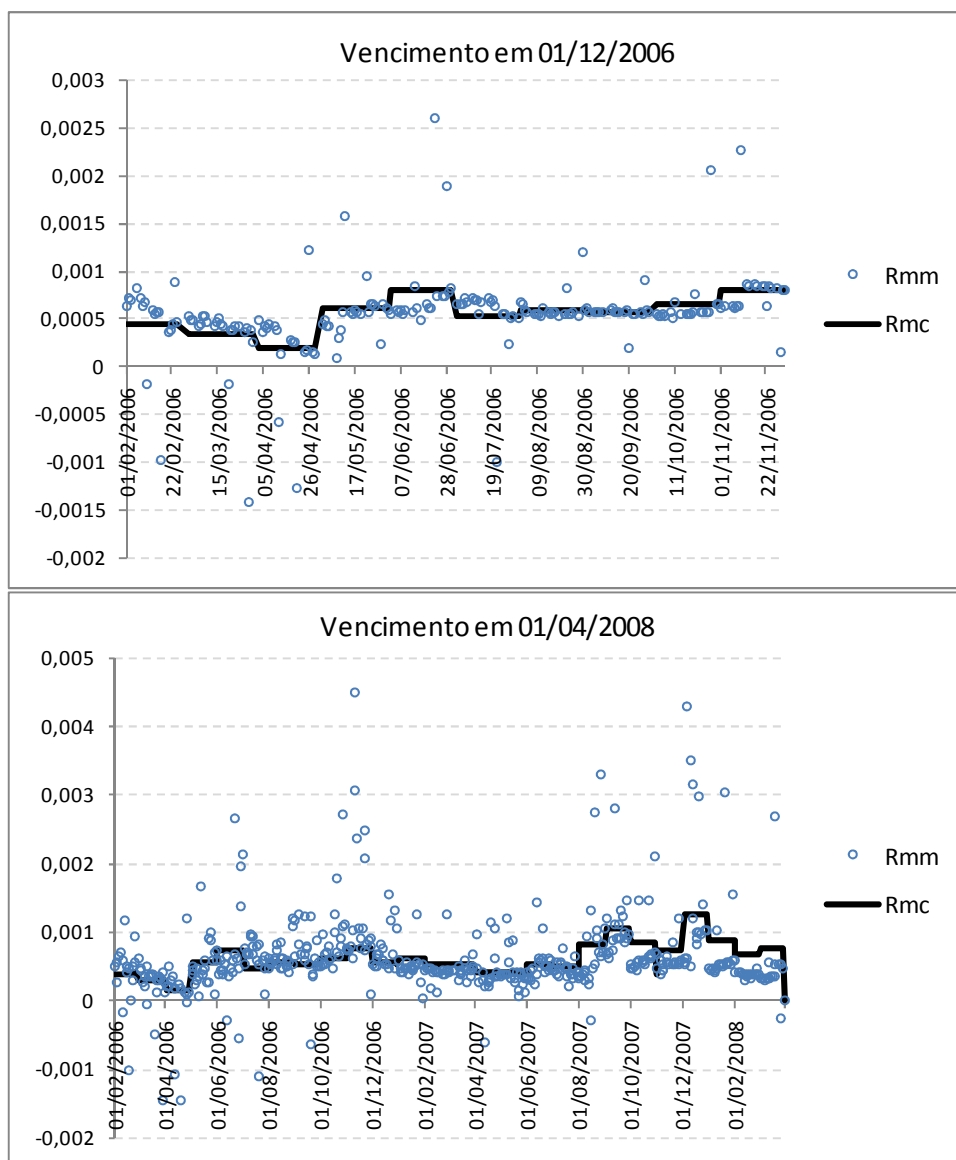


Figura 15: Rentabilidade indicada pela marcação a mercado (Rmm) e marcação na curva (Rmc) dos títulos NTN-C, com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.

A rentabilidade pela marcação a mercado é mais volátil do que a verificada na marcação na curva para os títulos NTN-C avaliados na amostra da pesquisa. Essa volatilidade entre as duas técnicas de avaliação se mantém até a data de vencimento dos títulos, porém se verifica a convergência do valor dos títulos mensurado pelas técnicas de avaliação na data de vencimento, ou seja, na liquidação desses títulos pelo Tesouro Nacional.

Uma peculiaridade desses títulos NTN-C a ser considerada reside no fato de que eles se constituem em papéis que possuem pequena participação no mercado de títulos públicos brasileiros, inferior a 10% do mercado conforme ANBIMA (2010). Diante disso, a amostra

somente aferiu o vencimento das duas séries pesquisadas, no intervalo de tempo considerado pela pesquisa.

Os títulos NTN-C foram os que apresentaram a maior volatilidade na marcação a mercado entre todos os tipos de títulos estudados. Contudo, a marcação na curva não reflete essa variação na rentabilidade desses papéis, de maneira que a utilização da mensuração da rentabilidade por meio do carregamento na curva apresenta uma volatilidade distinta da verificada pela marcação a mercado.

Com isso, instituições financeiras que optaram pela marcação na curva de investimentos em NTN-C apresentaram uma volatilidade inferior na rentabilidade dessas aplicações frente a investidores que adotaram a marcação a mercado, sendo que essa diferença foi superior à apurada na NTN-B. Assim, avaliações de riscos que seguiram a marcação na curva indicaram uma menor exposição a perdas do que as verificadas pela marcação a mercado, porém essa redução da exposição de risco por meio da utilização da marcação na curva de vencimento de uma NTN-C acarreta na necessidade de sua manutenção na carteira até o vencimento, ou possibilidade de liquidação mediante uma situação de extrema necessidade de liquidez do agente financeiro.

Em relação à rentabilidade indicada pela marcação a mercado, as estatísticas descritivas são apresentadas na tabela 17, a seguir:

Tabela 17: Estatísticas descritivas da rentabilidade segundo a marcação a mercado dos títulos NTN-C com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010

Vencimento	01/12/2006		01/04/2008	
	Observada	Logística	Observada	Logística
Mínimo	-0,00141	$-\infty$	-0,00145	-0,00256
Máximo	0,0026	$+\infty$	0,00451	$+\infty$
Média	0,000561	0,000568	0,000624	0,000576
Moda	0,000564	0,000568	0,000390	0,00052
Mediana	0,000573	0,000568	0,000517	0,000551
Desvio Padrão	0,000395	0,000269	0,000568	0,000401
Assimetria	-0,2402	0	2,4996	0,6287
Curtose	15,5165	4,2	16,1287	5,2035
Percentil				
5%	0,000145	0,000131	0,000127	-2,73E-05
10%	0,000278	0,000242	0,000281	0,000108
15%	0,000406	0,000311	0,000327	0,000196
20%	0,000436	0,000362	0,000372	0,000264
25%	0,000488	0,000405	0,000395	0,000321
30%	0,000524	0,000442	0,000422	0,000372
35%	0,000546	0,000476	0,000447	0,000419
40%	0,000555	0,000508	0,000465	0,000464
45%	0,000564	0,000538	0,000486	0,000507
50%	0,000573	0,000568	0,000517	0,000551
55%	0,00058	0,000598	0,000533	0,000594
60%	0,000585	0,000628	0,00056	0,00064
65%	0,000606	0,00066	0,000594	0,000688
70%	0,000628	0,000694	0,000629	0,00074
75%	0,000649	0,000731	0,000695	0,000799
80%	0,000686	0,000774	0,000809	0,000867
85%	0,000727	0,000826	0,000938	0,000951
90%	0,000829	0,000895	0,00107	0,00107
95%	0,00086	0,00101	0,0014	0,00126
Chi-Quadrado	n. a.	141,0385	n. a.	160,1811
P-Valor	n. a.	0	n. a.	0

Nos títulos NTN-C da amostra, as distribuições de frequência apuradas indicaram um padrão de probabilidade logístico. Assim como para as NTN-B, verificou-se uma distribuição de frequência simétrica, de maneira que os resultados da marcação a mercado apresentaram-se em torno da média, com uma volatilidade que, em algumas situações, implicou perdas nos resultados diários desses títulos.

A NTN-C, com vencimento em 01/04/2008, apresentou uma volatilidade maior do que aquela com vencimento em 01/12/2006, o que reflete o fato de que uma maior maturidade apresenta

uma variação maior na rentabilidade diária. Esse aspecto da volatilidade também pode ser constatado pela maior dispersão dos percentis do título com maturidade em 2008.

Logo, na gestão de investimentos em títulos NTN-C, deve-se considerar que a aplicação em papéis com menor prazo até vencimento reduz a exposição a perdas mediante a necessidade de liquidação antecipada desses títulos públicos no mercado secundário. Já investidores que apresentem menor aversão ao risco podem aplicar em títulos NTN-C com prazos de maturidade superiores, pois os resultados diários da marcação a mercado apresentaram maiores volatilidades. Porém, cabe enfatizar que a venda desses títulos no mercado secundário pode repercutir em perdas, visto que títulos apresentam maior volatilidade como indicaram os percentis mensurados para esses papéis de renda fixa.

Os resultados para a mensuração da rentabilidade dos títulos NTN-C, conforme a marcação na curva de vencimento, são destacados na tabela 18, a seguir:

Tabela 18: Estatísticas descritivas da rentabilidade segundo a marcação na curva dos títulos NTN-C, com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010

Vencimento	01/12/2006		01/04/2008	
Distribuição	Observada	Weibull	Observada	Pearson
Mínimo	0,000204	-0,000558	0	-0,00126
Máximo	0,000814	$+\infty$	0,00126	$+\infty$
Média	0,00056	0,000561	0,000623	0,000623
Moda	0,000204	0,000612	0,000156	0,00057
Mediana	0,000599	0,000578	0,000556	0,000605
Desvio Padrão	0,000176	0,000173	0,00023	0,000228
Assimetria	-0,4379	-0,5116	0,6229	0,492
Curtose	2,5372	3,2816	3,8764	3,4593
Percentil				
5%	0,000204	0,00025	0,000288	0,000281
10%	0,000337	0,00033	0,000397	0,000346
15%	0,000337	0,000382	0,00041	0,000392
20%	0,000446	0,000421	0,000474	0,000429
25%	0,000446	0,000454	0,000517	0,000462
30%	0,000522	0,000483	0,00052	0,000493
35%	0,000522	0,000509	0,000539	0,000522
40%	0,000583	0,000533	0,000545	0,00055
45%	0,000583	0,000556	0,000549	0,000577
50%	0,000599	0,000578	0,000556	0,000605
55%	0,000599	0,000599	0,000612	0,000633
60%	0,000609	0,00062	0,000619	0,000663
65%	0,000609	0,000641	0,000669	0,000694
70%	0,000609	0,000662	0,000747	0,000727
75%	0,00066	0,000685	0,000761	0,000764
80%	0,00066	0,000709	0,000766	0,000806
85%	0,000794	0,000737	0,000865	0,000857
90%	0,000794	0,00077	0,000884	0,000923
95%	0,000814	0,000816	0,00106	0,00103
Chi-Quadrado	n. a.	186,3269	n. a.	330,8318
P-Valor	n. a.	0	n. a.	0

A utilização da marcação na curva de vencimento acarretou redução da volatilidade dos resultados da rentabilidade diária em títulos NTN-C, visto que os papéis considerados na amostra apresentaram um desvio padrão menor do que o aferido pela marcação a mercado. Assim, a marcação na curva de papéis NTN-C implica redução da volatilidade do desempenho diário desses investimentos, de modo que instituições financeiras que utilizem essa técnica de avaliação apresentam resultados menos voláteis que os que seriam percebidos com a adoção da marcação a mercado.

Porém, a redução da volatilidade nas NTN-C propiciada pela utilização da marcação na curva de vencimento implica manutenção desses papéis pelo investidor até o vencimento. Logo, o investidor assume um risco de liquidez em sua carteira ao carregar até o vencimento títulos NTN-C marcados na curva, visto que não poderá realizar a liquidação dessas aplicações no mercado secundário.

Além disso, com a marcação na curva, a rentabilidade do título é aferida pela taxa contratada na aquisição do papel. Com isso, além do risco de liquidez decorrente da necessidade de carregamento até o vencimento, a marcação na curva envolve um risco de custo de oportunidade, pois como os recursos alocados em uma NTN-C marcada na curva não podem ser resgatados até o vencimento, caso taxas referenciais de mercado forem aumentadas, esses títulos públicos podem apresentar um desempenho inferior frente aos referenciais de mercado, sendo necessária sua manutenção até o vencimento.

Para efetuar uma comparação entre o desempenho diário das duas técnicas de avaliação foi aferida a *DnP* entre os resultados para a marcação a mercado e a marcação na curva, apresentados na tabela 19, a seguir.

Tabela 19: Estatísticas descritivas da *DnP* entre marcação a mercado e na curva dos títulos NTN-C com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010

Vencimento	01/12/2006		01/04/2008	
Distribuição	Observada	Logística	Observada	Logística
Mínimo	-0,00175	$-\infty$	-0,00174	-0,00268
Máximo	0,00181	$+\infty$	0,00374	$+\infty$
Média	9,55E-07	1,61E-06	3,74E-07	-3,33E-05
Moda	1,70E-07	1,61E-06	-7,61E-05	-9,64E-05
Mediana	-4,00E-06	1,61E-06	-7,67E-05	-6,20E-05
Desvio Padrão	0,000356	0,00025	0,000521	0,000395
Assimetria	-0,0977	0	2,3033	0,7422
Curtose	14,5509	4,2	14,4654	5,6149
Percentil				
5%	-0,00038	-0,000404	-0,000458	-0,000619
10%	-0,000209	-0,000301	-0,000395	-0,00049
15%	-0,000173	-0,000237	-0,000331	-0,000406
20%	-0,000117	-0,000189	-0,000283	-0,000341
25%	-8,36E-05	-0,00015	-0,000246	-0,000285
30%	-5,96E-05	-0,000115	-0,000195	-0,000236
35%	-4,70E-05	-8,37E-05	-0,000156	-0,00019
40%	-2,67E-05	-5,43E-05	-0,000128	-0,000147
45%	-1,41E-05	-2,60E-05	-9,88E-05	-0,000104
50%	-4,31E-06	1,61E-06	-7,67E-05	-6,20E-05
55%	3,88E-06	2,93E-05	-4,47E-05	-1,90E-05
60%	2,48E-05	5,75E-05	-1,30E-05	2,57E-05
65%	4,13E-05	8,69E-05	1,75E-05	7,30E-05
70%	5,60E-05	0,000118	5,88E-05	0,000125
75%	9,99E-05	0,000153	0,000105	0,000182
80%	0,000145	0,000193	0,000155	0,00025
85%	0,000177	0,000241	0,000273	0,000334
90%	0,000207	0,000304	0,000468	0,000449
95%	0,000321	0,000407	0,000746	0,000645
Chi-Quadrado	n. a.	66,1827	n. a.	73,3678
P-Valor	n. a.	0	n. a.	0

Pela *DnP*, constatou-se que a utilização da marcação a mercado agrega volatilidade aos investimentos em títulos NTN-C, porém a média das rentabilidades apuradas pelas duas técnicas foi bem similar. Logo, o que se observa é uma escolha do investidor entre realizar uma aplicação em NTN-C, que apresente maior volatilidade e possibilidade de liquidação a qualquer momento por meio da marcação a mercado, ou utilizar a marcação na curva de vencimento e perceber uma menor volatilidade, porém com a necessidade de carregar o título até o vencimento, isto é, risco de liquidez da aplicação.

Por meio dos dados relativos à negociação dos títulos NTN-C, foram calculadas a *Duration*, a convexidade, a função para a rentabilidade decorrente da expansão de Taylor de 2º. Grau, a *DnP* e o desvio σ obtido para os resultados diários. Os resultados para a expansão de Taylor foram próximos aos verificados pela marcação na curva de vencimento, como pode ser observado na figura 16, a seguir:

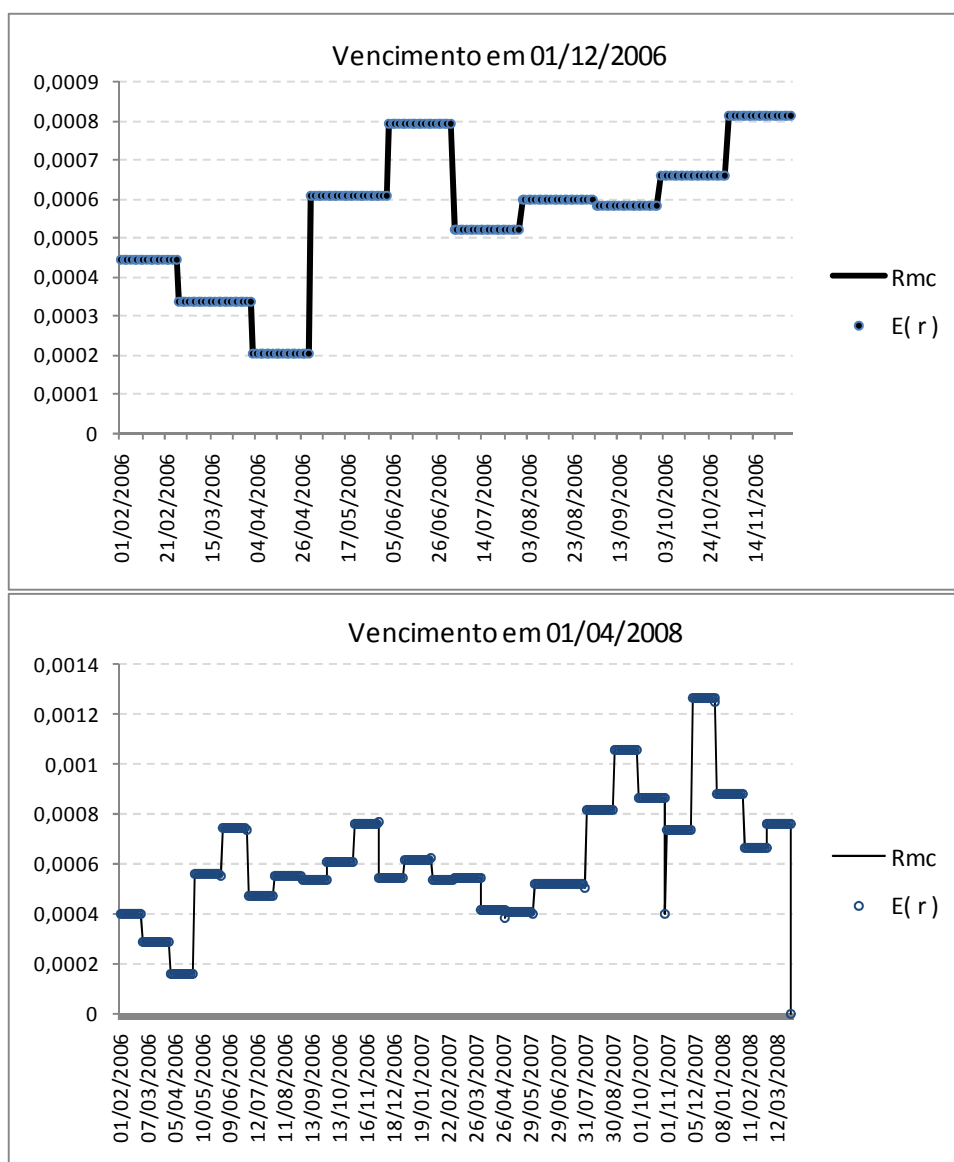


Figura 16: Rentabilidade indicada pela expansão de Taylor ($E(r)$) e marcação na curva (R_{mc}) dos títulos NTN-C, com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.

Na tabela 20, a seguir, são destacados os resultados da *DnP* entre a marcação a mercado e a rentabilidade aferida por meio da expansão de Taylor.

Tabela 20: Estatísticas descritivas da DnP entre a expansão de Taylor e a marcação na curva dos títulos NTN-C com vencimento entre fev/2006 e ago/2010

Vencimento	01/12/2006		01/04/2008	
	Observada	Normal	Observada	Normal
Distribuição				
Mínimo	-2,23E-09	$-\infty$	-3,802E-07	$-\infty$
Máximo	0	$+\infty$	0	$+\infty$
Média	-4,72E-11	-4,72E-11	-3,96E-09	-3,96E-09
Moda	0	-4,72E-11	-7,82E-16	-3,96E-09
Mediana	0	-4,72E-11	-2,06E-10	-3,96E-09
Desvio Padrão	2,40E-10	2,40E-10	2,084E-08	2,084E-08
Assimetria	-7,4903	0	-12,6438	0
Curtose	61,9142	3	208,3385	3
Percentil				
5%	-1,86E-10	-4,42E-10	-1,169E-08	-3,824E-08
10%	-5,54E-11	-3,54E-10	-4,66E-09	-3,067E-08
15%	-1,76E-11	-2,96E-10	-2,563E-09	-2,556E-08
20%	-9,30E-12	-2,49E-10	-1,65E-09	-2,15E-08
25%	-5,27E-12	-2,09E-10	-1,004E-09	-1,802E-08
30%	-1,97E-12	-1,73E-10	-6,946E-10	-1,489E-08
35%	-6,67E-13	-1,40E-10	-5,175E-10	-1,199E-08
40%	0	-1,08E-10	-3,58E-10	-9,24E-09
45%	0	-7,73E-11	-2,67E-10	-6,58E-09
50%	0	-4,72E-11	-2,06E-10	-3,96E-09
55%	0	-1,71E-11	-1,47E-10	-1,34E-09
60%	0	1,35E-11	-1,14E-10	1,32E-09
65%	0	4,52E-11	-8,85E-11	4,07E-09
70%	0	7,85E-11	-7,19E-11	6,97E-09
75%	0	1,15E-10	-5,715E-11	1,01E-08
80%	0	1,55E-10	-3,311E-11	1,358E-08
85%	0	2,01E-10	-1,923E-11	1,764E-08
90%	0	2,60E-10	-6,668E-12	2,275E-08
95%	0	3,47E-10	-9,27E-13	3,033E-08
Chi-Quadrado	n. a.	2215,7981	n. a.	5338,5397
P-Valor	n. a.	0	n. a.	0

Como indicam os resultados da tabela 20, a expansão de Taylor baseada na *Duration* conjugada com a convexidade apresenta resultados que se aproximam dos indicados pela curva do título NTN-C, o que reflete o equilíbrio ressaltado por Hull (1997). Esse equilíbrio decorre da aproximação da curva de preço de um título frente a mudanças na taxa de aquisição, por meio do uso da *Duration* e da convexidade, a partir de uma infinitesimal mudança na taxa de desconto.

Os resultados para cada *DnP* apresentaram uma média negativa, de modo que a abordagem baseada na expansão de Taylor aferiu uma rentabilidade inferior à indicada pela marcação na curva do título. Isso também ocorreu na divergência entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento, de maneira que a volatilidade pode apresentar um impacto negativo na rentabilidade média dos investimentos em títulos NTN-C. Contudo, foram verificados alguns desempenhos positivos na marcação a mercado que contribuíram para a manifestação de um desempenho médio inferior ao verificado na marcação na curva de vencimento.

5.2 Abordagem Qualitativa

A divergência entre as técnicas de avaliação de títulos públicos afeta a atuação de instituições financeiras que operam com esses papéis do mercado financeiro brasileiro. Essa questão é considerada no Plano Contábil dos Fundos de Investimento (COFI), instituído pela Comissão de Valores Mobiliários (CVM), por sua Instrução nº 438/2006, que determina a manutenção do título na carteira de investimentos até o vencimento desse ativo de renda fixa para a utilização da marcação na curva de vencimento.

Essa discussão relativa à utilização da marcação a mercado e da marcação na curva de vencimento interfere na gestão de instituições do mercado de renda fixa, como bancos, fundos e entidades previdenciárias. Assim, a pesquisa englobou uma abordagem qualitativa para analisar a divergência entre as técnicas de avaliação de títulos públicos baseada em uma análise interpretativa da percepção de gestores de renda fixa sobre o tema estudado. Para realizar essa abordagem qualitativa, foi utilizado um questionário aplicado em dois momentos distintos, antes e depois dos resultados quantitativos, para orientar as entrevistas com gestores de carteiras com patrimônio superior a 1 bilhão de reais.

5.2.1 Os entrevistados

Na pesquisa foram entrevistados:

- Três gestores de renda fixa que trabalharam na negociação de títulos públicos brasileiros pelos cinco maiores bancos brasileiros;
- dois administradores de tesouraria do maior fundo de negociação de títulos públicos federais do setor público de Minas Gerais; e
- três profissionais que foram vinculados à gestão de investimentos dos principais fundos de entidades do setor público localizadas em Minas Gerais.

A primeira questão apresentada destaca a experiência desses profissionais no mercado de renda fixa brasileiro. Foi constatado que todos os entrevistados apresentavam uma experiência superior a cinco anos de atuação no mercado de renda fixa brasileiro, sendo que seis gestores atuaram diretamente na negociação de títulos públicos e os outros dois em atividades que possuíam relações indiretas com a transação dos títulos, a contabilização e a mensuração de resultados das operações de suas instituições de renda fixa.

5.2.2 Avaliação de títulos públicos

Buscando-se constatar como os gestores avaliam um título público como aplicação financeira, foram destaque as seguintes percepções acerca disso:

- *Os títulos públicos brasileiros são considerados papéis com um risco inferior ao de outras aplicações financeiras, como ações e títulos privados, estando expostos a riscos como mudanças nos níveis de taxas de juros, inflação e possíveis necessidades de liquidez;*
- *os papéis podem ser avaliados por meio da análise qualitativa e quantitativa de indicadores que são considerados relevantes para a formação futura do preço de mercado (para aquisição de ativos com intuito de posterior negociação no mercado*

secundário) ou pela análise do fluxo de recebíveis e sua proteção diante da meta de desempenho (ou meta de gestão pactuada para o período); e

- *A formação de preço de um título deve considerar a estrutura de precificação, o que inclui o preço de mercado, o preço de curva (ambos equivalentes no momento de compra e de vencimento do ativo) e o preço de lastro.*

5.2.3 Técnicas de avaliação de títulos públicos

Em relação às técnicas de avaliação de títulos tratadas na pesquisa, no tocante à definição das técnicas de marcação, os entrevistados destacaram a marcação a mercado como uma técnica de avaliação que considerada o valor do ativos a partir de dados do mercado financeiro relacionados à transação do título no mercado secundário. Essa marcação pode ser baseada no valor de negociação de papéis da mesma série de emissão ou taxas pós-fixadas de mercado avaliadas pela ANBIMA que servem para simular qual seria o valor de título público.

Algumas percepções dos agentes sobre a marcação a mercado são as seguintes:

- *Consiste no desconto do fluxo de valores a receber do título, considerando seu valor de resgate no caso dos ativos prefixados ou o valor nominal atualizado (ou seja, o valor teórico de emissão corrigido pelo indexador de referência) no caso dos pós-fixados às taxas de mercado, as quais são apuradas pela ANBIMA mediante metodologia específica (que abrange as negociações definitivas e a termo com swap) e consideradas como “justas” para um determinado dia de negociação;*
- *permite a taxação do título, tendo como base a valorização obtida pela demanda de sua procura como opção para aplicação financeira. Essa opção traz por consequência algum tipo de risco em relação aos deságios cobrados para cálculos de seus preços unitários, que poderão sofrer os riscos de queda ou vantagem proporcionada pela sua grande procura, no momento de seu cálculo objetivando resgates;*

- *é uma forma de contabilização dos títulos e valores mobiliários, computando-se a valorização ou a desvalorização dos ativos de acordo com os preços do mercado, diariamente, em contrapartida à adequada conta de receita ou despesa, no resultado do período;*
- *possui preço do ativo no mercado secundário. Nos ativos mais líquidos, aproxima-se do preço justo das operações médias do mercado num determinado dia. Nos ativos mais longos, tal taxa é estimativa, haja vista que muitos apresentam poucos negócios efetivamente ao longo do mês. Pelas regras da CVM, todos fundos abertos têm suas cotas marcadas a mercado; e*
- *significa precificar o ativo, num dado dia, pelo preço mais próximo do efetivo preço médio dos negócios em mercado secundário de um dado título (ou estimativa de preço, no caso de não haver negociação).*

Ainda nessa mesma questão, na segunda parte, foi conceituada a marcação na curva de vencimento. Essa técnica de avaliação de títulos públicos pode ser definida como o valor do título conforme a rentabilidade determinada na aquisição do papel, seja no mercado primário, diretamente junto à Secretaria do Tesouro Nacional, ou no secundário, isto é, no mercado de renda fixa brasileiro. Para a utilização da marcação na curva, os títulos devem ser carregados, ou seja, mantidos pelo seu detentor até o vencimento, com o investidor sendo remunerado pela taxa definida na aquisição que pode ser pré ou pós-fixada.

Conforme alguns entrevistados, a marcação na curva de vencimento pode ser entendida como aquela que:

- *possui desconto do fluxo de caixa previsto para os papéis. Não inclui a componente risco de crédito, que, em teoria, é precificada na marcação a mercado. A metodologia de marcação na curva só pode ser usada por algumas entidades e em situações específicas (como no caso dos fundos de pensão que desejam levar os ativos até o vencimento). Não há relevância para a formação de preço de mercado do ativo;*
- *segue metodologia análoga à da marcação a mercado. No entanto, ao invés da variável diária taxa de mercado é utilizada a taxa de compra que é mantida ao longo de toda vida útil do papel (taxa constante);*

- *possui o preço apurado, considerando o desconto do valor a ser resgatado no futuro pela taxa de compra do papel;*
- *possui taxação que segue a contratada pela aquisição do título, com rendimento a ser obtido já estabelecido quando da sua aquisição. Os riscos nessa modalidade ocorrem em função dos efeitos provocados por medidas adotadas pelas autoridades financeiras, visando ao controle da economia nacional, ou seja, a opção pela ascensão ou queda dos juros cobrados no mercado pode também sofrer influências causadas pela flutuação cambial; e*
- *é uma forma de contabilização dos títulos e valores mobiliários, classificados na categoria ativos mantidos até o vencimento, avaliados, diariamente, pelos respectivos custos de aquisição, acrescidos dos rendimentos auferidos.*

5.2.4 Distinção entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento

Em uma das respostas apresentadas na questão anterior foi destacada uma diferenciação entre as duas técnicas de avaliação de títulos públicos, isto é, o fato de que a marcação a mercado incorpora o risco de crédito do título. Na questão seguinte foi abordada a distinção entre as técnicas de avaliação marcação a mercado e marcação na curva de vencimento. A distinção entre as duas técnicas, conforme as entrevistas, decorre da maneira em que é registrado contabilmente um título público adquirido por uma instituição financeira.

Esse registro contábil pode considerar a possibilidade de negociação do título antes de sua maturidade, situação em que o papel é marcado a mercado, de maneira que o valor busque refletir seu preço, caso fosse negociado naquele momento. Já a marcação na curva deve considerar o valor presente do título público conforme o fluxo de caixa e as taxas determinadas na aquisição do título, o que considera a manutenção do papel até o vencimento, de forma que esse fluxo de caixa possa ser verificado. A seguir, são destacadas algumas percepções apresentadas pelos gestores financeiros sobre a distinção entre as técnicas pesquisadas:

- *No título marcado a mercado, há de se ponderar o risco de mercado, dado pelas oscilações dos preços. Diferentemente dos títulos marcado na curva, os quais não oscilam em função dos preços de mercado;*
- *essa distinção ocorre quando dos registros contábeis, que deverão levar em conta a forma de cálculo para obtenção da rentabilidade, ou seja, seus lançamentos serão feitos com registros dos valores que serão obtidos na ocasião de seus resgates. No caso da marcação por curva de vencimento, isso ocorrerá já com os rendimentos estabelecidos e na curva de mercado ocorrerá considerando sua liquidação imediata permitindo que os títulos sejam lançados com seu valor de mercado;*
- *em princípio, todos os títulos são marcados a mercado, conforme legislação específica do Banco Central. Excepcionalmente, alguns investidores podem carregar os papéis e apurar os respectivos preços na curva, desde que: (a) manifestem seu interesse e capacidade econômica em carregar os ativos até o vencimento; (b) insiram os ativos precificados na curva em conta específica. Podem precificar pela curva os fundos de pensão, seguradoras, entidades financeiras e fundos de investimento exclusivos. Todos os condomínios de cotistas são obrigados a marcar os títulos pelo valor de mercado apurado pela ANBIMA; e*
- *a distinção entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento ocorre conforme o balanço do investidor, o qual pode considerar como títulos negociáveis ou como títulos mantidos até o vencimento.*

Na questão seguinte abordada na entrevista, foi destacada qual a percepção do agente sobre as prováveis divergências entre as duas técnicas de avaliação, marcação a mercado e marcação na curva de vencimento. A distinção entre as técnicas, conforme as entrevistas, envolve o efeito de diferentes taxas que são aplicadas na avaliação do valor de um título público, a marcação a mercado, que é voltada para o preço atual do título, e a marcação na curva de vencimento, que indica a taxa relacionada ao fluxo de caixa do título público.

Em função dessas diferenças entre as técnicas, são verificados valores distintos para um título, obtidos em cada uma das técnicas, com distintas volatilidades, ou seja, uma distinção na avaliação do risco e do retorno de um título público, porém, com o vencimento, o valor indicado pelas duas técnicas converge para o montante obtido com o resgate junto à STN.

A seguir são destacadas prováveis divergências enfatizadas nas entrevistas:

- *No caso de necessidade de venda do ativo da uma carteira, o título avaliado através da marcação a mercado permite saber o valor real da carteira a ser obtido em um dado dia. Já na marcação na curva, poderá haver uma diferença apurada da carteira e os recursos obtidos na venda do ativo em um dado dia. Outra diferença é a oscilação provocada na carteira de títulos. A carteira marcada a mercado sofre um volatilidade diária, de acordo com às variações ocorridas nos preços de mercado dos títulos. Já no segundo caso, a alteração do preço diário do ativo na carteira, se dá pelo acréscimo pró-rata da taxa de juros do ativo;*
- *a única divergência entre as duas técnicas refere-se à taxa de desconto. Há de se ressaltar que inexistente um modelo único de marcação a mercado ou de marcação na curva, sendo duas “possibilidades no âmbito geral”. No que diz respeito às entidades do mercado financeiro, por exemplo, a legislação do Banco Central define que o modelo de precificação a mercado dos ativos em carteira pode seguir modelo específico da própria instituição, desde que tal modelo seja consistente, verificável e faça uso de base de dados externa à entidade;*
- *as duas técnicas seguem o mesmo princípio e o possuem o mesmo equacionamento, inclusive. A diferença de resultados, portanto, decorre unicamente da diferença entre a taxa de compra e a taxa vigente de mercado; e*
- *as suas prováveis divergências ocorrem em relação ao objetivo, quando de uma análise para atender as finalidades para sua aquisição. A marcação a mercado será mais indicada, no momento em que se pretende a negociação desse título, usando-a para lastrear operações de curto prazo, ao passo que a marcação na curva de vencimento ocorrerá para a apreciação sobre uma aplicação mantida em carteira na qual poderá ser garantida a receita já estabelecida na sua aquisição.*

Nessa questão, com o acesso aos resultados da análise quantitativa, outros aspectos foram enfatizados pelos entrevistados, principalmente em relação à divergência das técnicas de avaliação frente às tipologias de títulos públicos. São eles:

- *A utilização da marcação na curva alterou a volatilidade percebida em cada tipo de título público, pois os pós-fixados foram mais voláteis e os prefixados se mantiveram estáveis.*
- *A aplicação em títulos que serão mantidos até o vencimento deve ser adequada com a meta de desempenho do fundo de investimento, pois como pode se constatar a aplicação em papéis pós-fixados sofre influência da variação do indexador do título. A LFT segue a taxa SELIC e as NTN-B a inflação: Assim, aplicar nesses títulos e carregar até o vencimento são os que precisam ser condizentes com a meta de rentabilidade, por causa do risco de desindexação e da necessidade de manutenção na carteira, conforme o termo COFI.*

Esse termo COFI está disponível nos anexos do estudo e indica a necessidade de manutenção do título na carteira até o vencimento, caso seja utilizada a marcação na curva. Como o papel precisa ser mantido até o resgate junto ao emissor, o detentor desse título marcado na curva fica exposto ao risco do indexador do título e às restrições de liquidação antecipada do título no mercado secundário.

5.2.5 Possibilidade de arbitragens entre as técnicas de avaliação

Em função de possíveis divergências entre os resultados da marcação a mercado frente aos aferidos pela marcação na curva de vencimento dos títulos públicos federais, operações de arbitragem poderiam ser efetivadas, mediante a ocorrência de diferentes precificações para um título, verificadas em cada uma das técnicas de avaliação. Contudo, tais operações não são permitidas no mercado financeiro, visto que a marcação na curva de vencimento demanda a manutenção do título em carteira até a maturidade e resgate junto à STN.

A seguir são apresentadas algumas respostas obtidas junto a agentes do mercado financeiro de renda fixa sobre a possibilidade de realizar operações de arbitragem decorrentes da divergência entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento dos títulos públicos:

- *Não. Os efeitos são apenas na apuração de valor e de rentabilidade ao longo dos dias de carregamento de posição (translação de resultados), haja vista que, considerando-se que a compra seja realizada a preços de mercado, ambas metodologias apresentaram resultados equivalentes no momento da compra e quando do vencimento do título. Em caso de alienação antes do vencimento, a marcação a mercado já vem se ajustando ao longo do período (não há descontinuidade), enquanto o ajuste, caso se marque na curva, é feito de uma só vez no momento da venda, descontinuando o preço apurado contabilmente.*
- *Não, de maneira alguma. Só muda o risco de mercado das operações, bem como a avaliação de desempenho da carteira.*
- *Em um fundo de investimento, se os ativos estiverem marcados na curva e o preço destes ativos no mercado estejam sendo negociados com deságio, poderá haver uma arbitragem. Efetuando o resgate do fundo de investimento concomitante à compra dos ativos no mercado, resultará em uma quantidade maior de títulos (em relação à quantidade existente no fundo) com o mesmo valor resgatado do fundo de investimento.*
- *Essas divergências poderão trazer, através de suas características e suas opções de rentabilidade, uma análise mais precisa e justa dentro de uma visão mais ampla das possibilidades de rendimento apresentadas, tendo como foco a melhor forma para um julgamento que leve em conta os objetivos e os elementos da matéria a ser julgada, permitindo, assim, a luz nas decisões de lides na área econômica e financeira.*
- *Não; apenas suaviza a carteira e permite a estruturação de Asset Liability Management (ALM) de longo prazo.*

Conforme a percepção dos agentes entrevistados, a avaliação dos títulos públicos pelas técnicas marcação a mercado e marcação na curva de vencimento levam a resultados diferentes na avaliação desses títulos de renda fixa. Os diferentes preços de um título público, indicados em cada uma das técnicas de avaliação, converge para um único valor no momento de vencimento do título, isto é, no resgate junto ao Tesouro Nacional.

Contudo, após o contato com os resultados da análise quantitativa, os entrevistados destacaram que os distintos valores para um título público, decorrentes da utilização de cada técnica de avaliação, poderiam acarretar em operações de arbitragem. Como exemplo, apurar o ganho obtido ao adquirir um título mais barato pelo valor na curva de vencimento e, simultaneamente, vender outro título, da mesma série, pelo preço indicado na marcação a mercado.

No entanto, como títulos públicos federais que não forem mantidos até o vencimento precisam ser marcados a mercado, como determina a legislação, isso inviabiliza operações de arbitragem. Assim, a negociação de qualquer título público no mercado de renda fixa brasileiro somente pode ser realizado pelo valor de mercado, ou seja, aquele formado na janela de negociação, composta pela menor oferta de venda e a maior oferta de compra.

A marcação na curva de vencimento pode ser utilizada para avaliar papéis mantidos até o vencimento. Assim, a ênfase de uma instituição financeira para avaliar um investimento passa a enfatizar o fluxo de caixa e a taxa de juros que foram adquiridas por meio da compra do título frente aos objetivos de desempenho da instituição. Um risco que emerge disso é a possibilidade de mudança no patamar de desempenho demandado pela instituição financeira, de modo que um título que, anteriormente, atingia o resultado demandado, passa a não atender a essa meta de desempenho. Como esse título é marcado na curva, a instituição financeira não pode negociá-lo, o que pode comprometer o atendimento do desempenho demandado.

Logo, a escolha entre a utilização da marcação a mercado e a adoção da marcação na curva de vencimento envolve uma decisão da instituição financeira: a opção entre a apuração do rendimento de um título público, conforme a variação do preço no mercado de renda fixa, com a possibilidade de negociá-lo a qualquer momento; e a alternativa de utilizar a rentabilidade indicada na aquisição do título, porém inviabilizando a possibilidade de liquidação, antes do vencimento, no mercado de renda fixa.

5.3 Análise de Resultados

Nessa parte dos resultados, será realizada uma análise envolvendo os resultados obtidos pela abordagem quantitativa com os verificados na metodologia qualitativa. Assim, a discussão engloba tanto a mensuração da divergência entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento quanto a percepção de agentes com atuação junto ao mercado de títulos públicos brasileiros.

5.3.1 A diferença entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento

Conforme as entrevistas e de acordo com o embasamento apresentado em capítulos anteriores do estudo, a marcação a mercado é a rentabilidade obtida pelo valor em que é negociado o título público no mercado financeiro. Caso não se verifique a ocorrência de transações em um dia útil, a marcação desse título é baseada em taxas indicativas do mercado financeiro dessa mesma data, como as divulgadas pela ANBIMA. Com isso, a rentabilidade decorre da variação diária do preço do título público no mercado financeiro de renda fixa, o que envolve a oferta e a demanda de cada papel para ocorrer a formação do preço do título.

Assim, a marcação a mercado deve refletir a rentabilidade de uma aplicação em um título público, considerando a possibilidade de negociação a qualquer momento, ou seja, a liquidação do título adquirido anteriormente pela sua venda no mercado secundário de títulos públicos federais. Diante disso, títulos que não serão mantidos até o vencimento, ou seja, negociáveis no mercado secundário, devem ser marcados a mercado, de modo a rentabilidade seja decorrente a variação diária do preço.

Porém, se o título público for mantido até o vencimento, caso em que, por exemplo, a instituição financeira tem interesse na taxa de juros e no fluxo de caixa atrelados ao título de renda fixa, ele pode ser marcado pela curva de vencimento. Assim, a instituição financeira irá perceber na análise de seus investimentos que o título público apresentará uma rentabilidade

condizente com a proposta em sua aquisição, e não a decorrente da variação de seu preço no mercado de renda fixa.

Por meio da análise dos títulos considerados na amostra da pesquisa, verificou-se que a volatilidade da marcação a mercado foi superior à verificada na marcação na curva de vencimento, o que é um indício de como a exposição às flutuações do mercado de renda fixa decorrente da marcação a mercado agrega risco aos investimentos. Esse risco resulta da variação nos preços dos títulos no mercado de renda fixa, decorrente da oferta e demanda de papéis pelos agentes do mercado financeiro, visto que envolve a possibilidade de liquidação dos títulos públicos antes do vencimento.

Com a marcação na curva de vencimento, os títulos da amostra apresentaram uma volatilidade inferior à apurada pela outra técnica, ou seja, uma volatilidade na rentabilidade inferior à indicada pela variação dos preços no mercado de renda fixa. No entanto, para utilizar a marcação na curva de vencimento, o título público não pode ser negociado no mercado de renda fixa, devendo ser mantido até o vencimento, o que resulta em um risco de liquidez para o detentor do título, pois os recursos alocados somente serão resgatados na maturidade do título público.

5.3.2 A convergência entre as técnicas de avaliação

A partir da certeza de que o preço de um título público, independentemente da técnica de avaliação, converge para o valor de resgate junto ao emissor na data de vencimento, foi utilizada uma aproximação de Taylor para analisar a diferença de resultados entre a marcação a mercado e o retorno definido pela curva de vencimento de cada título público. Essa expansão de Taylor seguiu o equacionamento apresentado na equação 3.8, indicando que o preço de um título público é influenciado: pelo tempo até o vencimento do contrato; pelas variações das taxas de juros no mercado financeiro; e pelo desvio do valor de marcação a mercado frente ao valor nominal da marcação na curva de vencimento

Diante disso, por meio da mensuração da DnP entre as rentabilidades indicadas pela aplicação da marcação a mercado e da marcação na curva nos títulos públicos estudados, pode-se constatar a diferença nos resultados diários entre as duas técnicas de avaliação. Além disso, foram calculados dados diários de cada título sobre o prazo até o vencimento, a *Duration* e a convexidade.

Com a aplicação dessa abordagem quantitativa, foi verificado que o prazo até o vencimento ou maturidade T , a sensibilidade do preço do título a mudança na taxa de juros dada pela *Duration* $P'(F)$ e a variação dessa sensibilidade aferida pela convexidade $P''(F)$ captaram a divergência entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento dos títulos públicos pesquisados. Tal resultado foi condizente com a proposta da aproximação de Taylor, com o componente $P''(F) T / P'(F)$, reduzindo significativamente a divergência entre as rentabilidades diárias obtidas pelas técnicas de avaliação de títulos públicos.

Além disso, a distribuição de frequência da DnP entre as rentabilidades diárias das técnicas de avaliação indicaram que a rentabilidade pela marcação a mercado distribui-se ao redor do retorno diário indicado pela curva de vencimento. Assim sendo, a marcação a mercado agrega volatilidade aos resultados de uma aplicação em títulos públicos federais, o que decorre da possibilidade de negociação desses títulos no mercado financeiro.

Como a utilização da aproximação de Taylor, considerando a *Duration*, a convexidade e a maturidade, reduziu consideravelmente a divergência entre as rentabilidades apuradas pelas técnicas de avaliação, pode-se considerar que se verifica um movimento de reversão à média entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento dos títulos públicos. Nesse sentido, tem-se uma tendência de convergência da marcação a mercado para a rentabilidade indicada pela marcação na curva de vencimento, com essa tendência sendo identificada por meio da expansão de Taylor.

Essa situação exposta é expressa na figura 17, a seguir:

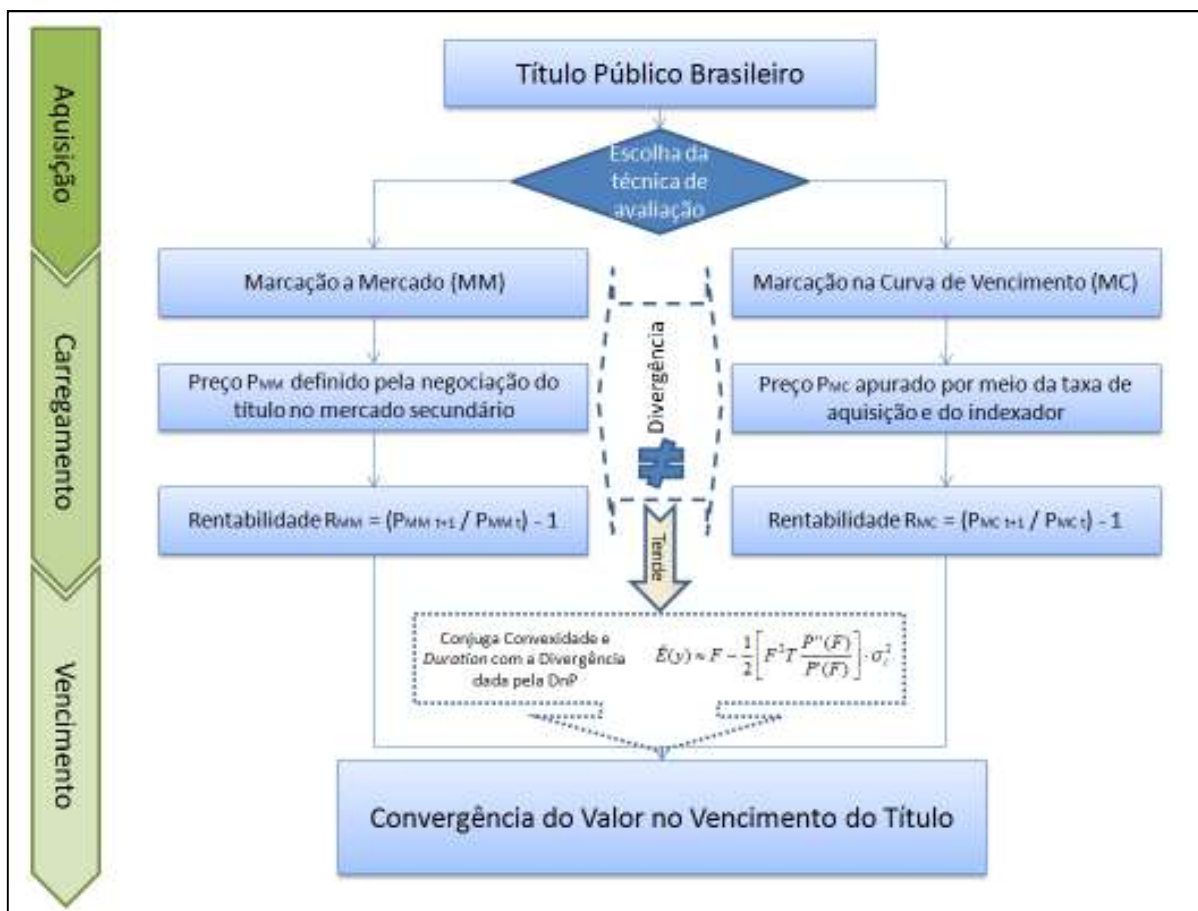


Figura 17: Tendência da divergência entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento dos títulos públicos brasileiros pesquisados.

Os resultados indicaram a ocorrência da divergência entre as técnicas de precificação de títulos públicos, o que foi mensurado pela *DnP*. Ao conjugar a convexidade com a *Duration*, por meio do termo $P''(F) / P'(F)$, segundo Hull (1997), e incorporar a *DnP* como o desvio σ na expansão de Taylor, a divergência entre as técnicas de avaliação foi captada pela análise quantitativa realizada nos títulos considerados na pesquisa.

Assim, a sensibilidade do preço do título às alterações nos juros, dada pela *Duration*, e a variação dessa sensibilidade, aferida pela convexidade, podem ser utilizadas para compreender a divergência entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento dos títulos públicos.

5.3.3 Comparações entre os tipos de títulos públicos

No quadro 4, a seguir, são destacados aspectos verificados em cada tipologia de título público estudada.

Quadro 4: Características dos títulos públicos constatadas na pesquisa pela abordagem quantitativa

Título	LFT	LTN	NTN-F	NTN-B	NTN-C
Indexador	SELIC	Prefixado	Prefixado	IPCA	IGP-M
Fluxo de Pagamentos com Cupons	Não	Não	Sim	Sim	Sim
Base de Cálculo da <i>Duration</i> e Convexidade	Prazo de vencimento do principal	Prazo de vencimento do principal	Prazos de vencimento do principal e dos cupons	Prazos de vencimento do principal e dos cupons	Prazos de vencimento do principal e dos cupons
Divergência entre as técnicas de precificação	Menor dentre títulos	Maior que a LFT e a NTN-C, e similar à NTN-F e NTN-B	Maior que a LFT e a NTN-C, e similar à LTN e NTN-B	Maior que a LFT e a NTN-C, e similar à LTN e NTN-F	Maior que a LFT e menor que a LTN, NTN-F e NTN-B
Volatilidade da Marcação a Mercado	Menor dentre títulos	Maior que a LFT e a NTN-C, e similar à NTN-F e NTN-B	Maior que a LFT e a NTN-C, e similar à LTN e NTN-B	Maior que a LFT e a NTN-C, e similar à LTN e NTN-F	Maior que a LFT e menor que a LTN, NTN-F e NTN-B
Volatilidade da Marcação na Curva de Vencimento	Menor que as NTN-B e NTN-C	Nula	Nula	Menor do que a NTN-C e maior que a LFT	Maior dentre os títulos

As informações destacadas no quadro 1, acerca do indexador, do fluxo de cupons e da base de cálculo da *Duration* e da convexidade são atributos característicos de cada tipologia de título público, como destacado anteriormente no capítulo sobre os títulos públicos brasileiros.

Em relação à divergência entre as técnicas de avaliação, os títulos LFT foram os que apresentaram a menor divergência, de maneira que os resultados da marcação a mercado aproximaram-se do carregamento na curva de vencimento. As LTN, NTN-F e NTN-B foram os que apresentaram maior volatilidade entre os resultados obtidos pelas distintas técnicas, ou seja, foram os papéis prefixados e o indexado ao IPCA que apresentaram maior divergência entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento.

Especificamente, em relação a cada técnica de avaliação, as rentabilidades aferidas pela marcação a mercado dos títulos LTN, NTN-F e NTN-B foram as mais voláteis observadas na pesquisa, superando a constatada nos títulos LFT e NTN-C. Contudo pelo carregamento na curva de vencimento, verificou-se uma inversão, os títulos LTN e NTN-F não apresentaram variação nos resultados para a rentabilidade diária, sendo os papéis LFT, NTN-B e NTN-C mais voláteis, o que condiz com o fato de que os títulos pós-fixados não apresentam uma rentabilidade absolutamente definida como os prefixados.

Diante disso, tem-se que a tipologia de títulos públicos que apresentou menor volatilidade diferiu conforme a técnica de *valuation* a qual foi adotada, de maneira que, se uma análise aplica a marcação a mercado, o título com menor volatilidade foi a LFT; já se a técnica utilizada for o carregamento até o vencimento, os papéis prefixados foram os menos arriscados. Assim, o uso de diferentes técnicas de avaliação da rentabilidade de títulos públicos acarretou em diferentes mensurações para a exposição ao risco em títulos públicos federais.

5.3.4 A coerência no uso das técnicas de *valuation* de títulos públicos

Conforme o Plano Contábil dos Fundos de Investimento (COFI), instituído pela Comissão de Valores Mobiliários (CVM), por sua Instrução nº 438/2006, a utilização da marcação na curva de vencimento demanda a manutenção do título na carteira de investimentos até o vencimento desse ativo de renda fixa. Assim, caso um investidor tenha interesse em liquidar uma aplicação em título público antes de seu resgate junto ao Tesouro Nacional, a avaliação da rentabilidade do papel deve ser efetuada por meio de sua marcação a mercado, o que busca refletir o valor do investimento segundo os preços em que o título foi negociado.

Diante disso, a determinação de qual técnica de avaliação de resultados de um investimento em títulos públicos deve ser coerente com as finalidades de tal operação de renda fixa. Se a taxa de aquisição e o indexador de um título público forem condizentes com uma meta de

desempenho e a maturidade for adequada com o vencimento das obrigações financeiras de uma instituição, o título pode ser carregado na curva e mantido até o vencimento, de maneira que se verifique um desempenho da aplicação condizente com a finalidade da operação de renda fixa.

No entanto, se uma instituição financeira apresenta ênfase na liquidez de suas aplicações, a marcação a mercado deve ser utilizada. Porém, a marcação na curva de vencimento não deve ser descartada para fins de comparação de resultados, visto que, conforme alguns entrevistados enfatizaram, a rentabilidade indicada pela curva pode constituir em um referencial para avaliar o resultado da negociação de um título público.

Os resultados da abordagem quantitativa demonstraram para os títulos considerados na pesquisa que a rentabilidade pela marcação a mercado distribui-se ao redor da marcação na curva de vencimento. Logo, verificam-se momentos em que a rentabilidade da marcação a mercado é superior à indicada pela carregamento na curva e outros momentos em que se verifica o contrário, de maneira que pode se manifestar um prêmio ou um prejuízo pela liquidação antecipada do título no mercado secundário de títulos públicos.

Uma situação em que o título foi adquirido com uma certa taxa de retorno e vendido com uma taxa menor indica um ganho decorrente da liquidação antecipada do título, visto que tal papel poderia não ser vendido, de maneira a ser resgatado junto ao Tesouro Nacional com a taxa de retorno obtida na aquisição. Uma perda também poderia ser constatada se a taxa de retorno definida na venda for superior à anteriormente obtida na aquisição, de modo que a liquidação antecipada acarretará em perda na operação de renda fixa.

Além disso, caso a marcação na curva de vencimento seja a técnica utilizada para a avaliação de um título público, a marcação a mercado também deve ser considerada nas análises financeiras, visto que indica momentos em que a liquidação antecipada de um título público acarretaria em ganhos que não foram obtidos em virtude da necessidade de manutenção até o vencimento do título avaliado pelo valor nominal. Portanto, as operações de renda fixa com

títulos públicos devem considerar em suas análises tanto a marcação a mercado quanto a marcação na curva de vencimento.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo sobre a divergência da rentabilidade entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento dos títulos públicos brasileiros avaliou a ocorrência dessa distinção entre as referidas técnicas de *valuation* de títulos para os principais papéis do mercado de renda fixa brasileiro entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010. Os títulos considerados foram as LFTs, LTNs, NTN-Bs, NTN-Cs e NTN-Fs.

Por meio da inserção do estudo na área de finanças, o que envolveu a compreensão de estudos sobre renda fixa que contribuíram com a temática, foi elaborada uma fundamentação teórica sobre precificação e mensuração da rentabilidade de títulos públicos. Isso embasou a incorporação da volatilidade decorrente de possíveis divergências entre marcação a mercado e marcação na curva de vencimento, no que se refere à precificação de títulos públicos e mensuração da rentabilidade diária desses papéis.

Diante disso, o estudo contribuiu para a expansão do conhecimento tendo por base o diagnóstico e a mensuração da divergência entre as duas principais técnicas de avaliação de títulos públicos do mercado de renda fixa brasileiro. Junto a isso, analisou a percepção de agentes representativos do mercado secundário de títulos públicos federais brasileiros sobre possíveis divergências entre as técnicas de avaliação. Assim, pode-se constatar a convergência dos resultados para a rentabilidade diária obtidos pelas diferentes técnicas pesquisadas e a implicação da utilização de cada uma delas, a saber: a volatilidade e a possibilidade de liquidação dos papéis pela adoção da marcação a mercado, e a manutenção da rentabilidade adquirida e a manutenção do título até o vencimento pela marcação na curva.

Cabe destacar a coerência da necessidade de manutenção em carteira de um título marcado na curva de vencimento, visto que a avaliação da rentabilidade será realizada pela promessa de rendimento do título, e não pela variação de seu preço no mercado de renda fixa. O mesmo é válido para a marcação a mercado, pois como o título pode ser negociado a qualquer momento, a rentabilidade deve refletir a variação do preço do título no mercado secundário.

A colaboração para o avanço da teoria financeira aconteceu com a aplicação de técnicas de gestão de renda fixa na avaliação dos desvios entre a marcação a mercado e a marcação na curva de títulos públicos. Com isso, pode-se verificar como a conjugação da convexidade, com a *Duration* e a maturidade do título, podem incorporar a divergência da rentabilidade obtida pelas distintas técnicas de avaliação. Além disso, essa volatilidade dos resultados entre a marcação a mercado e a marcação na curva pode ser relacionada a um movimento de reversão à média, convergindo no valor de resgate do título junto ao emissor.

A participação de agentes do mercado financeiro angariou à pesquisa os seguintes elementos: conceitos sobre as técnicas de avaliação de títulos públicos, ou seja, *valuation* desses papéis de renda fixa; os registros contábeis mediante a opção entre a técnica de avaliação a ser utilizada; a diferença entre as duas técnicas; e a visão sobre os resultados quantitativos da pesquisa. Com isso, verificou-se que os agentes do mercado financeiro apresentam conhecimento decorrente de sua experiência acerca da utilização das técnicas de avaliação de títulos federais. Além disso, a pesquisa permitiu a esses profissionais contato com um levantamento estatístico sistemático relativo ao impacto da utilização da marcação a mercado e da marcação na curva de vencimento.

Esse levantamento estatístico relativo aos principais títulos públicos brasileiros permitiu identificar qual o efeito da marcação a mercado e da marcação na curva na avaliação da rentabilidade dos papéis, a divergência dos resultados obtidos pelas duas técnicas, a aplicação das técnicas de renda fixa *Duration* e convexidade nos títulos brasileiros. Esse estudo envolveu os papéis: pré e pós-fixados; com e sem o pagamento de cupons intermediários.

Portanto, o estudo contribuiu para o conhecimento ao agregar informações e análises sobre a avaliação dos principais papéis do mercado de renda fixa brasileiro. Essas análises compreendem os dados sobre o *valuation* dos títulos e a visão de agentes do mercado sobre o assunto, o que foi base para o desenvolvimento da contribuição ao avanço da teoria financeira proposta nesta pesquisa.

A contribuição teórica desta tese decorre da aplicação da expansão de Taylor conjugada com a *DnP* aos dados das rentabilidades diárias dos títulos públicos brasileiros. Tendo por base a convergência do valor na curva com o de mercado no vencimento do título público, por causa do resgate do papel junto à Secretaria do Tesouro Nacional, foi possível verificar que a convexidade, a *Duration* e a maturidade permitiram reduzir significativamente a divergência entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento para o cálculo da rentabilidade diária dos títulos públicos brasileiros.

Além disso, cabe enfatizar que, como os resultados da marcação a mercado se distribuíram entorno da rentabilidade pela curva de vencimento, com o ajuste obtido pela aplicação da expansão de Taylor à referida volatilidade, verificou-se um resultado similar com uma reversão à média. Essa reversão manifestou-se da marcação a mercado em direção ao retorno indicado pela marcação na curva de vencimento.

A convergência entre as técnicas de avaliação de títulos públicos estudadas foi enfatizada nas entrevistas com os agentes do mercado de renda fixa. Eles destacaram o efeito da aplicação das duas técnicas, a liquidez e volatilidade da marcação a mercado, frente à estabilidade dos rendimentos e manutenção do papel até vencimento do carregamento na curva, com ambas as técnicas convergindo para o mesmo resultado no resgate do título junto ao emissor.

Este estudo sugere o desenvolvimento de pesquisas similares aplicadas a títulos de renda fixa privados. Os papéis que poderiam ser analisados são: Certificado de Depósito Bancário (CDB), Recibo de Depósito Bancário (RDB), Notas Promissórias, Depósito a Prazo com Garantia Especial (DPGE), Letra de Câmbio (LC), Cédula de Crédito Bancário (CCB), Certificado de Recebíveis Imobiliários (CRI), Cédula de Crédito Imobiliário (CCI), Letra Hipotecária (LH), Letra de Crédito Imobiliário (LCI), Nota de Crédito de Exportação (NCE) e Debêntures. Tais papéis são de interesse para fundos de renda fixa, investidores individuais, empresas, dentre outros agentes do mercado financeiro que possuem interesse em operações de renda fixa envolvendo títulos corporativos.

7 REFERÊNCIAS

ALMEIDA, C. I. R. *Estimação, teste e aplicações em mercados emergentes: a estrutura a termo da taxa de juros*. 2001. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2001. Tese (Doutorado em Ciências em Engenharia Elétrica)

ALTMAN, E. I.; RESTI, A.; SIRONI, A. *Analyzing and Explaining Default Recovery Rates*. The International Swaps & Derivatives Association, dez./2001. Disponível em: <http://www.isda.org/c_and_a/pdf/Analyzing_Recovery_rates_010702.pdf>. Acesso em: 12 dez. 2008.

AMIHUD, Y.; MENDELSON, H. Liquidity, maturity, and the yields on U.S. Treasury securities. *Journal of Finance*, v. 46, n. 4, p. 1411-1425, set./1991.

ANBIMA, Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais. *Índice de Mercado Andima - Metodologia*. Rio de Janeiro, Andima, 2005. Disponível em: <http://www.andima.com.br/ima/ima_cartilha.asp>. Acesso em: 05 jan. 2009.

ANBIMA, Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais. *Títulos Públicos*. Disponível em: <http://www.andima.com.br/tit_publicos/>. Acesso em: 15 out. 2010.

ARAÚJO, C. H. V.; GUILLÉN O. T. C. *Componentes de curto e longo prazo das taxas de juros no Brasil*. Brasília: Banco Central do Brasil, 2002.

ARTZNER, P.; DELBAEN, F.; EBER, J.; HEALTH, D. Coherent measures of risk. *Mathematical Finance*, v. 9, n. 3, p. 203-228, 1999.

ARTZNER, P.; DELBAEN, F.; EBER, J.; HEALTH, D. Thinking coherently. *Risk*, v. 10, n. 11, p. 68-71, nov./1997.

BARROS, L. A. B. C. *Curso de Análise e Gestão de Riscos e Seguros*. Disponível em <http://www.atuarios.org/EAC0329/Aula6_AGRS.pdf> acessado em 06/09/2009.

BASTIAN-PINTO, C. L.; BRANDÃO, L. E. T. Modelando opções de conversão com movimento de reversão à média. *Revista Brasileira de Finanças*, v. 5, n. 2, p. 97-124, 2007.

BRASIL. BACEN, Banco Central do Brasil. *Basel II Implementation in Brazil – Phase 1*. Disponível em: <http://www.bcb.gov.br/nor/basileia/basileia_normativos_en.asp>. Acesso em: 04 dez. 2008.

BRASIL. BACEN, Banco Central do Brasil. BRITO, R.D. DUARTE, A.J.M.A.D. GUILLÉN, O.T.C. *O prêmio pela maturidade na estrutura a termo das taxas de juros brasileiras*. Brasília: 2003.

BENNINGA, S. *Financial modeling*. Londres: MIT Press, 2000.

BLACK, F.; DERMAN, E.; TOY, W. A one-factor model of interest rates and its application to treasury bond options. *Financial Analysts Journal*, v. 46, n. 1, p. 33-39, jan.-fev. 1990.

BODIE, Z., KANE, A., MARCUS, A. J. *Investments*. Nova York: McGraw Hill, 2002.

CHAKRAVARTY, S.; SARKAR, A. Liquidity in U.S. fixed income markets: a comparison of the bid-ask spread in corporate, government and municipal bond markets. *FRB of New York Staff Report*, n. 73, mar./1999.

CONAPREV, Conselho Nacional dos Dirigentes de Regimes Próprios de Previdência Social. *nota técnica conjunta: sugestões às regras de regimes próprios de previdência social*. Brasília: Conaprev, 2009.

COVITZ, D.; HAN, S. An Empirical analysis of bond recovery rates: exploring a structural view of default. *FEDS Working Paper*, n. 2005-10, dez. 2004. Disponível em: <<http://www.federalreserve.gov/pubs/feds/2005/200510/200510pap.pdf>>. Acesso em: 05 dez. 2008.

COX, J. C.; INGERSOLL, J. E.; ROSS, S. A. An intertemporal general equilibrium model of asset prices. *Econometrica*, v. 53, n. 2, p. 363-384, mar. 1985.

CROUHY, M.; GALAI, D.; MARK, R. *Gerenciamento de risco: abordagem conceitual e prática: uma visão integrada dos riscos de crédito, operacional e de mercado*. São Paulo: Qualitymark; SERASA, 2004.

CVM. Comissão de Valores Mobiliários. *Legislação*, <www.cvm.gov.br> Acesso em 16/05/2010.

DAMODARAN, A. *Avaliação de investimentos: ferramentas e técnicas para a determinação do valor de qualquer ativo*. Rio de Janeiro: Qualitymark, 1997.

DERMINE, J.; BISSADA, Y. F. *Gerenciamento de ativos e passivos: um guia para criação de valor e controle de riscos*. São Paulo: Atlas, 2005.

DÍAZ A., MERRICK J.; NAVARRO, E. Spanish treasury bond market liquidity and volatility pre and post-European Monetary Union. *Journal of Banking & Finance*, v. 30, n. 4, p. 1309-1332, abr. 2006.

DUFFIE, D.; KAN, R. A yield-factor model of interest rates. *Mathematical Finance*, v. 6, n. 4, p. 379-406, out. 1996.

DUFFIE, D.; SINGLETON, K. J. Modeling term structures of defaultable bonds. *The Review of Financial Studies*, v. 12, n. 4, p. 687-720, 1999.

ELTON, J.; GREEN T. C. Tax and Liquidity effects in pricing government bonds. *Journal of Finance*, v. 53, n. 5, p. 1533, 1562, out. 1998.

FABOZZI, F. J. *Mercados, análise e estratégias de bônus*. Rio de Janeiro: Qualitymark, 2004.

FERREIRA, L. F. R. *Manual de gestão de renda fixa*. Porto Alegre: Bookman, 2004.

FLEMING, M. J. The round-the-clock market for U.S. treasury securities. *Federal Reserve Bank of New York Economic Policy Review*, v. 3, n. 2, p. 9-32, jul. 1997.

FLEMING, M. J. Measuring treasury market liquidity. *Federal Reserve Bank of New York Economic Policy Review*, v. 9, n. 3, p. 83-108, set. 2003.

FLEMING, M. J.; REMOLONA, E. M. Price formation and liquidity in the U.S. treasury market: The response to public information. *Journal of Finance*, v. 54, n. 5, p. 1901-1915, out. 1999.

GARBADE, K. D.; ROSEY, I. Secular variation in the spread between bid and offer prices on U.S. treasury coupon issues. *Business Economics*, v. 12, p. 45-49, 1977.

GODOI, C. K. MATTOS, P. L. C. L. Entrevista qualitativa: instrumento de pesquisa e evento dialógico. In.: GODOI, C. K. BANDEIRA-DE-MELLO, R. SILVA, A. B. *Pesquisa*

qualitativa em estudos organizacionais : paradigmas, estratégias e métodos. São Paulo: Saraiva, 2006.

GRAVELLE, T. Liquidity of the government of Canada securities market: stylised facts and some market microstructure comparisons to the United States treasury market. *BIS Committee on the Global Financial System Study Group on Market Liquidity*, 1999. Disponível em: <http://www.bis.org/publ/cgfs11gra_a.pdf>. Acesso em: 13 jan. 2009.

HAHN, T. LANGE, D. Teaching Bond Valuation: A Differential Approach Demonstrating Duration and Convexity. *Journal of Economics and Finance Education*, v. 7, no. 2, 2008.

HAIR, J. Jr. *et al. Multivariate data analysis*. New Jersey: Prentice Hall, 1998.

HAUGEN, R. A. *Modern Investment Theory*. New Jersey, Prentice Hall, 1997.

HEATH, D.; JARROW, R.; MORTON, A. Bond pricing and the term structure of interest rates: a new methodology for contingent claims valuation. *Econometrica*, v. 60, n. 1, p. 77-105, jan. 1992.

HO, T. S. Y.; LEE, S. B. Term structure and pricing interest rate contingent claims. *Journal of Finance*, v. 41, p. 1011-1029, 1986.

HULL, J. C. *Opções, futuros e outros derivativos* 3. ed. São Paulo: Bolsa de Mercadorias e Futuros, 1997.

HULL, J. C.; WHITE, A. One-Factor interest rate models and the valuation of interest rate derivative securities. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 28, n. 2, p. 235-254, jun. 1990.

J.P. MORGAN / REUTERS. *RiskMetrics* ® - *Technical Document*. 4. ed. 1996. Disponível em: <www.jpmorgan.com/RiskManagement/RiskMetrics/RiskMetrics.html>. Acesso em: 13 nov. 2005.

JOHNSTON, J.; e DINARDO, J. *Métodos Econométricos*, 4.^a ed., Editora McGraw-Hill de Portugal, Amadora, 2001.

JORION, P. *Financial Risk Manager - Handbook*. Second Edition. Chichester: John Wiley & Sons, 2003.

KAMARA, A. Liquidity, taxes, and short-term treasury yields. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 29, n. 3, p. 403-17, set. 1994.

LLANO-FERRO, F. Modelling Bond Duration and Convexity Under Interest Rate and Time to Maturity Variations. *International Research Journal of Finance and Economics*, 2009.

LOUREIRO, A. S.; BARBOSA, F. H. Risk premia for emerging markets bonds: evidence from brazilian government debt, 1996-2002. *Trabalhos para discussão*, n. 85, maio 2004. Disponível em: <<http://www.bcb.gov.br/pec/wps/port/default.asp#2004>>. Acesso em: 13 jan. 2009.

LUENBERGER, D. G. *Investment science*. Oxford: Oxford University Press, 1997.

MALHOTRA, N. *Pesquisa de marketing: uma orientação aplicada*. 3. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

NELSON, C. R.; SIEGEL, A. F. Parsimonious modelling of yield curves. *Journal of Business*, v. 60, n. 4, p. 473-89, 1987.

PENA, M. A Convergência do *VaR* para a *DnP* normalizada. In: 26º CONGRESSO BRASILEIRO DOS FUNDOS DE PENSÃO, 2005, Porto Alegre. *Anais...* Porto Alegre: Abrapp, 2005.

RIECHE, F. C. Gestão de riscos em fundos de pensão no Brasil: situação atual da legislação e perspectivas. *Revista do BNDES*, n. 23, jun. 2005.

ROCKAFELLAR, R. T.; URYASEV, S.; ZABARANKIN, M. Portfolio analysis with general deviation measures. *Research Report*, Florida, v. 2003, n. 8, 2003.

SÁ JÚNIOR, E. Mercado secundário de títulos públicos no Brasil: medidas de liquidez e determinantes do spread de compra e venda para o mercado de LTNs. *Prêmio Andima de Renda Fixa 2007*. Disponível em: <<http://www.andima.com.br/premio/arqs/euridsonjunior.pdf>>. Acesso em: 18 jan. 2009.

SECURATO, J. R. *Cálculo financeiro das tesourarias: bancos e empresas*. 3. ed. São Paulo: Saint Paul, 2005.

SILVEIRA, G. B.; BESSADA, O. Análise de Componentes Principais de Dados Funcionais – Uma Aplicação às Estruturas a Termo de Taxas de Juros. *Trabalhos para discussão*, n. 73, maio 2003. Disponível em: <<http://www.bcb.gov.br/pec/wps/port/default.asp?idioma=P&id=trabdisclista>>. Acesso em: 04 dez. 2008.

STN, Secretaria do Tesouro Nacional. Tesouro Nacional. *Informações sobre títulos públicos, vantagens, perfil do investimento e indicadores da dívida pública*. Disponível em: <http://www.tesouro.fazenda.gov.br/tesouro_direto/perfil_investimento.asp>. Acesso em: 10 abr. 2009.

TANNER, J. E.; KOCHIN, L.A. The determinants of the difference between bid and ask prices on government bonds. *Journal of Business*, v. 44, n. 4, p. 375-379, out. 1971.

TCHUINDJO, L. An accurate formula for bond-portfolio stress testing. *The Journal of Risk Finance*, vol. 9 no. 3, 2008.

TORRES FILHO, E. T. Entendendo a crise do *subprime*. In: *Visão do Desenvolvimento*. No. 44. Rio de Janeiro: BNDES, 2008.

TSAY, R. S. *Analysis of financial time series*. Nova York: J. Wiley, 2002.

VASICEK, O. A. An equilibrium characterization of the term structure. *Journal of Finance Economics*, v. 5, n. 2, p. 177-188, nov. 1977.

VIEIRA NETO, C. A. *Modelagem da estrutura a termo da taxa de juros e avaliação de contratos derivativos*. 1999. – Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade. Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 1999. Tese (Doutorado em Economia)

WITZANY, J. Valuation of Convexity Related Derivatives. *IES Working Paper 4/2008*. IES. FSV. Charles University: 2008.

Anexo A: Termo do Plano Contábil dos Fundos de Investimento – COFI, instituído pela Comissão de Valores Mobiliários – CVM, por sua Instrução nº 438/2006

TERMO COFI - SOLICITAÇÃO

NA QUALIDADE DE COTISTA DO [REDACTED] INVESTIMENTO EM RENDA, SOLICITAMOS À [REDACTED] - DTVM S/A QUE OS ATIVOS ABAIXO IDENTIFICADOS SEJAM CLASSIFICADOS NA CATEGORIA "ATIVOS MANTIDOS ATÉ O VENCIMENTO", DE QUE TRATA O PLANO CONTÁBIL DOS FUNDOS DE INVESTIMENTO - COFI, INSTITUÍDO PELA COMISSÃO DE VALORES MOBILIÁRIOS - CVM, POR SUA INSTRUÇÃO Nº 438.

NESTE ATO, DECLARO A INTENÇÃO EM MANTER VOLUME DE APLICAÇÕES COMPATÍVEL COM A MANUTENÇÃO DE TAIS ATIVOS NA CARTEIRA DO FUNDO, ATÉ O VENCIMENTO, BEM COMO POSSUIR CAPACIDADE FINANCEIRA PARA TAL.

Título	Vencimento	Quantidade	Valor R\$
LTN	JAN/2011	50.000	46.204.076,10

AO ASSINAR ESTE DOCUMENTO, DECLARO-ME CIENTE DE QUE:

- a) a transferência da categoria "ativos mantidos até o vencimento" para a categoria "ativos para negociação" somente poderá ocorrer por motivo não previsto e ocorrido após a data da classificação;
- b) a reclassificação para "ativos para negociação" deverá ser efetuada quando constatada alteração nos parâmetros que levaram à classificação original;
- c) a reclassificação de que trata o item "b" acima, deverá obedecer as restrições constantes no COFI;
- d) é vedada a reclassificação de títulos e valores mobiliários classificados na categoria "ativos para negociação" para a categoria "ativos mantidos até o vencimento".

[REDACTED], 18 de março de 2010

Cliente

[assinatura do investidor ou de seu representante legal]

Anexo B: Questionário das Entrevistas com Gestores de Aplicações em Títulos Públicos Federais Brasileiros



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
CENTRO DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISAS EM ADMINISTRAÇÃO

Ilmo. Senhor Entrevistado,

Gostaríamos de contar com sua participação no desenvolvimento de uma pesquisa sobre o tema: "Avaliação do Efeito dos Desvios entre Marcação a Mercado e o Valor Nominal na Formação dos Preços de Títulos Públicos Federais Brasileiros". O questionário, em anexo, busca informações sobre o tema citado, contando com sua experiência no mercado de renda fixa brasileiro, especificamente, na negociação de títulos públicos brasileiros.

As informações obtidas no questionário irão contribuir para o estudo, complementando os resultados medidos por meio de dados relativos à negociação de títulos públicos no mercado de renda fixa brasileiro. Desde já enfatizamos que os resultados obtidos serão disponibilizados a todos os respondentes.

O questionário será aplicado em 2 momentos distintos: no primeiro momento será considerada sua expertise sobre o tema em estudo; e no segundo sua percepção considerando os resultados obtidos com os dados dos títulos públicos brasileiros.

Desde já agradecemos sua colaboração,

Prof. Francisco Vidal Barbosa
Orientador

Bruno Pérez Ferreira
Doutorando



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
CENTRO DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISAS EM ADMINISTRAÇÃO

1. Há quanto tempo você atua no mercado de renda fixa brasileiro? Fale sobre sua experiência na negociação e atuação no mercado de títulos públicos brasileiros.

2. Como você avalia um título público brasileiro como aplicação financeira?



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
CENTRO DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISAS EM ADMINISTRAÇÃO

3. O que você entende por:

a) Marcação a mercado?

b) Marcação na curva?



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
CENTRO DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISAS EM ADMINISTRAÇÃO

4. Como você distingue a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento para avaliação de um título público brasileiro?

5. No seu entender liste as prováveis divergências entre as duas técnicas de avaliação, marcação a mercado e marcação na curva de vencimento?



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
CENTRO DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISAS EM ADMINISTRAÇÃO

6. Em sua opinião, as divergências entre as duas técnicas de avaliação podem viabilizar operações de arbitragem.

7. Favor adicionar comentários que, em sua opinião, não foram contemplados anteriormente.

Anexo C: Análise da Divergência na Rentabilidade Diária entre a Marcação a Mercado e a Marcação na Curva dos Títulos Públicos da Amostra

Letras Financeiras do Tesouro – LFT

Os títulos LFT são papéis da dívida pública brasileira indexados à variação da taxa de juros do Sistema Especial de Liquidação e Custódia – SELIC, definida pelo Banco Central do Brasil, o que constitui a taxa da política monetária brasileira. A partir da emissão de uma LFT, seu detentor perceberá a correção diária do preço desse título público pela taxa SELIC pelo Tesouro Nacional. Essa atualização do valor do principal da LFT também é verificada no mercado secundário de títulos públicos, de modo que se constata divergências entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento.

As LFT's não apresentam pagamentos de cupons e seu principal é pago no vencimento, sendo que o valor é obtido pela atualização do preço de aquisição pela taxa SELIC, conforme a marcação na curva, ou pelo seu preço corrente de mercado, segundo a marcação a mercado. Na pesquisa foram consideradas as seguintes séries de LFT com vencimento entre janeiro de 2007 e agosto de 2010: 17/01/2007, 21/02/2007, 21/03/2007, 18/04/2007, 16/05/2007, 20/06/2007, 18/07/2007, 15/08/2007, 19/09/2007, 17/10/2007, 21/11/2007, 19/12/2007, 16/01/2008, 20/02/2008, 19/03/2008, 16/04/2008, 21/05/2008, 18/06/2008, 16/07/2008, 20/08/2008, 17/09/2008, 15/10/2008, 19/11/2008, 17/12/2008, 21/01/2009, 18/03/2009, 17/06/2009, 16/09/2009, 18/11/2009, 16/12/2009, 20/01/2010, 17/03/2010 e 07/06/2010.

Na figura a seguir são destacadas a rentabilidade pela marcação a mercado (Rmm) e a pela marcação na curva (Rmc) dos títulos LFT considerados na pesquisa.

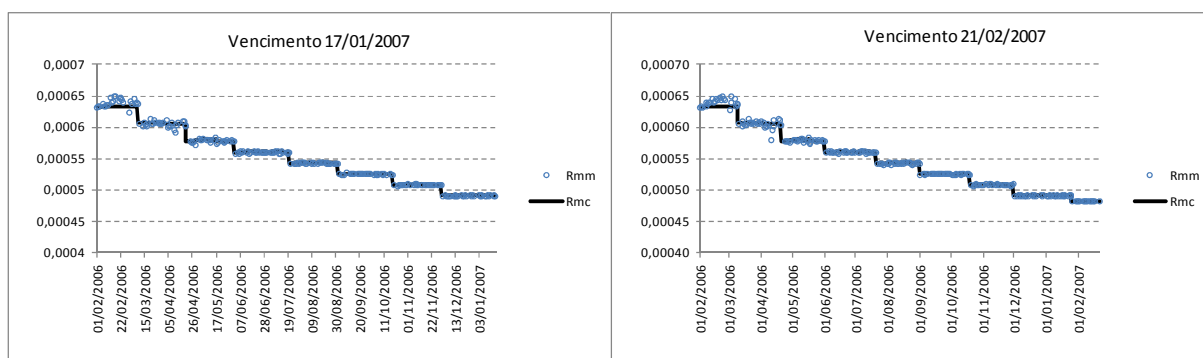


Figura 18: Rentabilidade indicada pela marcação a mercado (Rmm) e marcação na curva (Rmc) dos títulos LFT com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.

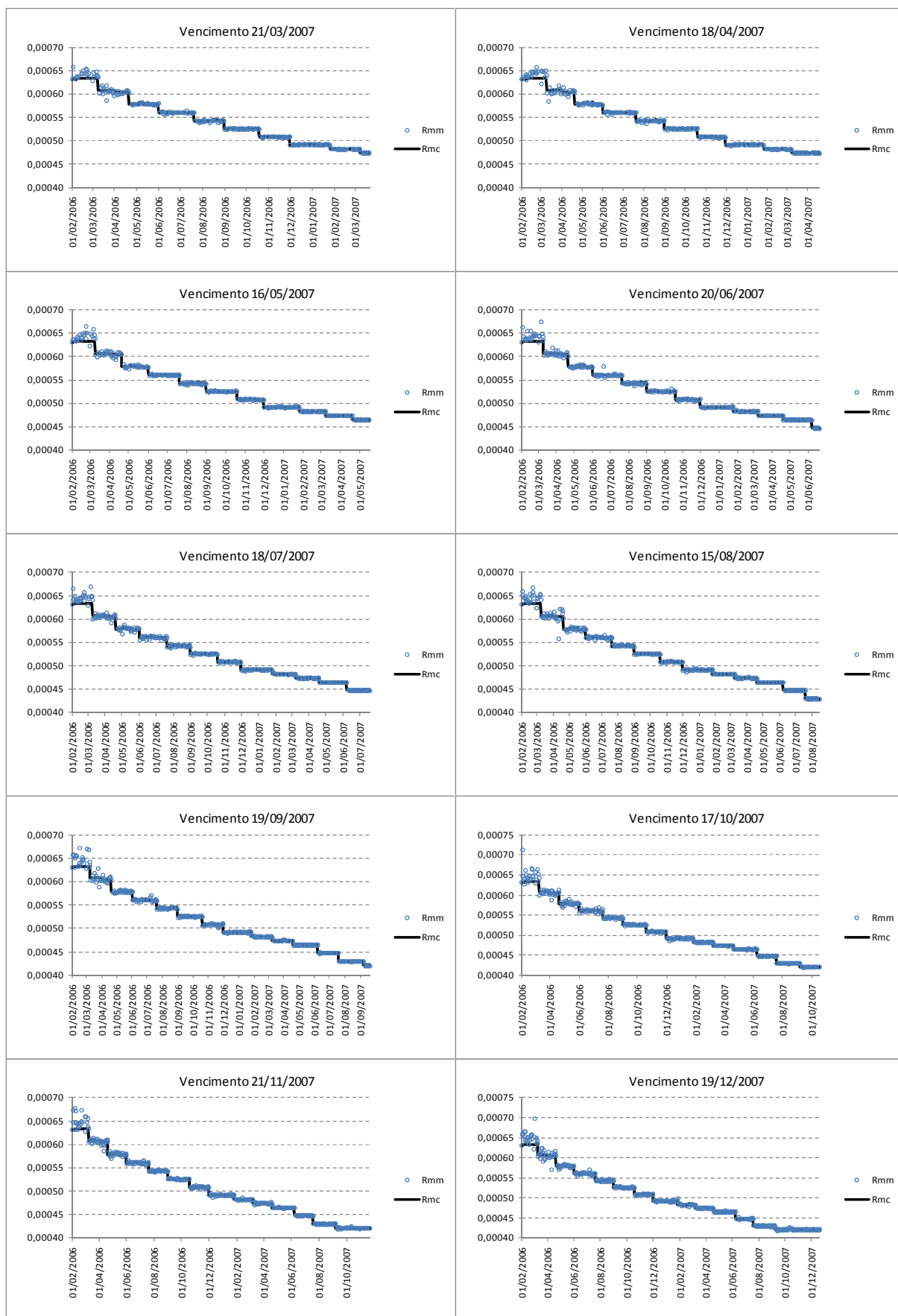


Figura 18: Rentabilidade indicada pela marcação a mercado (Rmm) e marcação na curva (Rmc) dos títulos LFT com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.

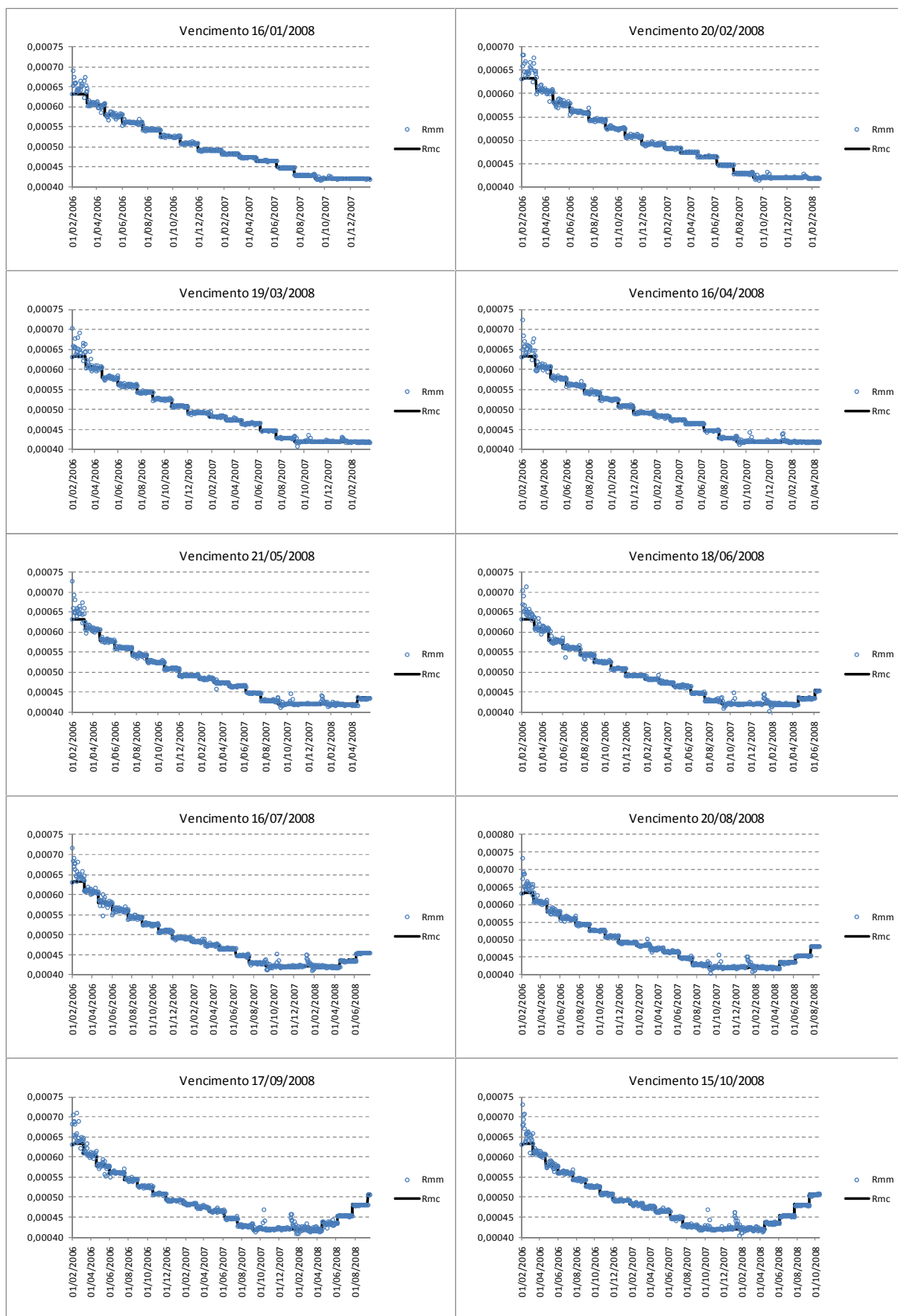


Figura 18: Rentabilidade indicada pela marcação a mercado (Rmm) e marcação na curva (Rmc) dos títulos LFT com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.

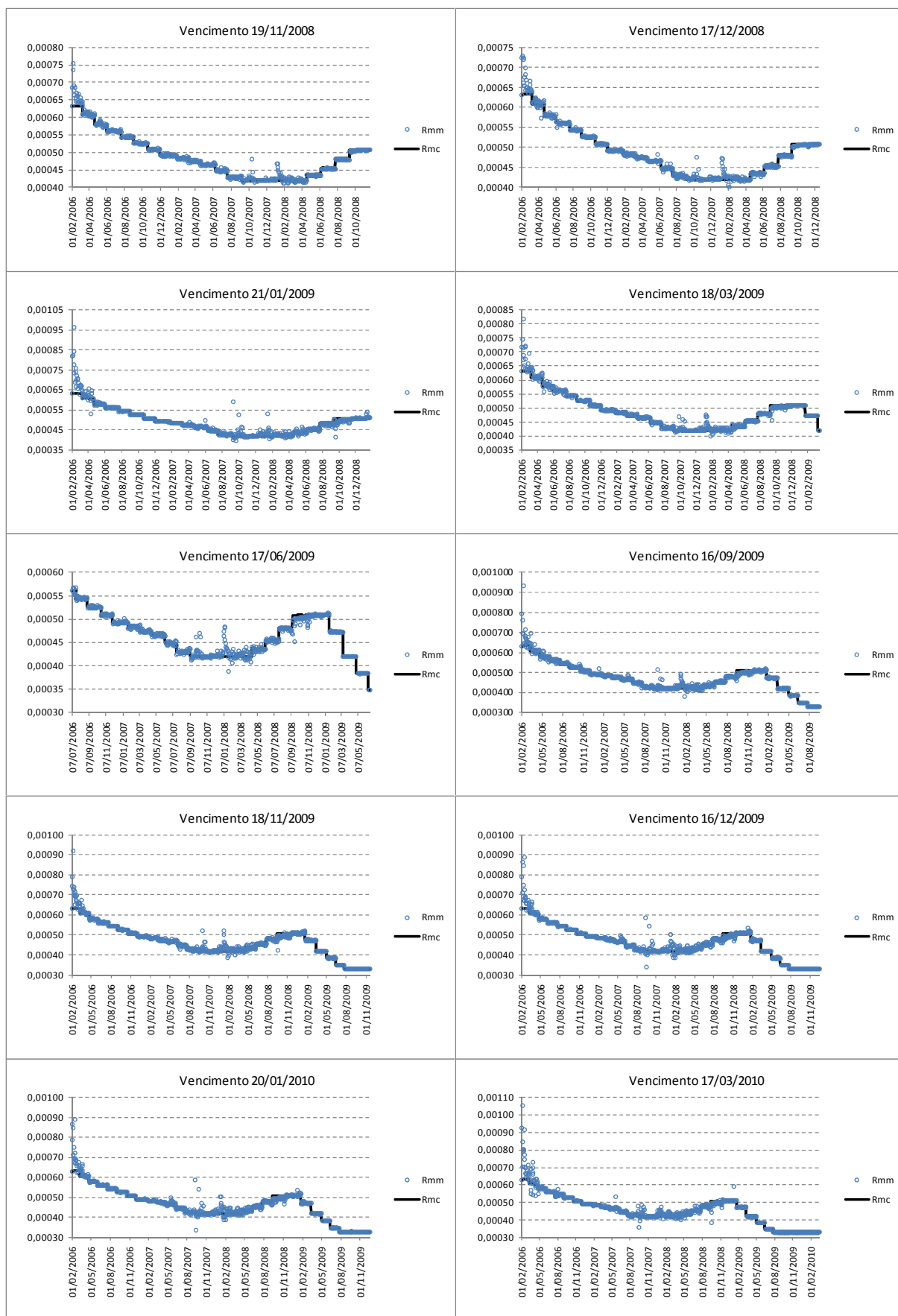


Figura 18: Rentabilidade indicada pela marcação a mercado (Rmm) e marcação na curva (Rmc) dos títulos LFT com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.

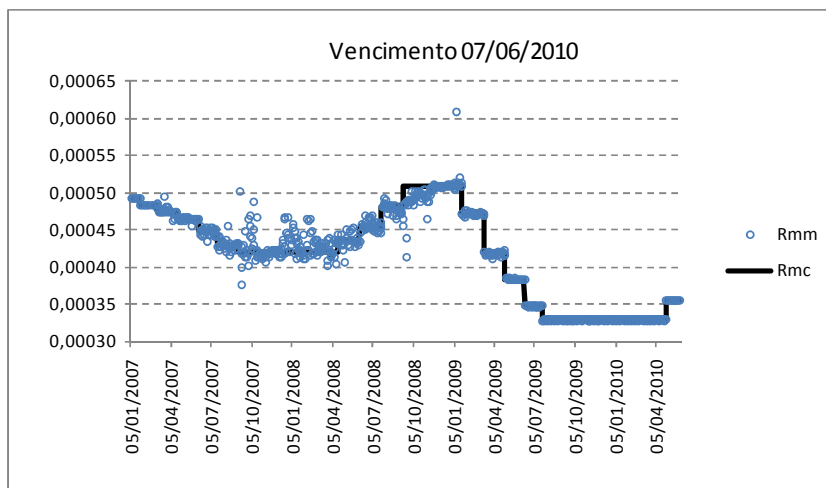


Figura 18: Rentabilidade indicada pela marcação a mercado (Rmm) e marcação na curva (Rmc) dos títulos LFT com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.

A rentabilidade de um título do tipo LFT é indexada à taxa de juros SELIC, de forma que a rentabilidade indicada pela marcação na curva de vencimento é baseada em um percentual da referida taxa de juros que é definido na aquisição da LFT. Como exemplo disso, uma LFT pode ser adquirida com um deságio de 0,1%, logo o principal investido nesse título será remunerado a uma taxa de 99,9% da taxa SELIC, conforme a marcação na curva.

Na figura anterior pode-se constatar que a rentabilidade indicada pela marcação a mercado se distribui em torno da rentabilidade indicada pela marcação na curva de vencimento. Na tabela a seguir são destacadas as estatísticas descritivas para os resultados da marcação a mercado dos títulos LFT considerados na pesquisa.

Tabela 21: Estatísticas descritivas da rentabilidade segundo a marcação a mercado dos títulos LFT com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010

Vencimento	16/01/2008			20/02/2008			19/03/2008			16/04/2008			21/05/2008			18/06/2008		
Distribuição		Triangular		Beta Generalizado		Triangular		Pareto		Pareto		Beta Generalizado		Pareto		Beta Generalizado		
Mínimo	0,000416	0,000415	0,000414	0,000414	0,000409	0,000408	0,000413	0,000413	0,000411	0,000411	0,000403	0,000403	0,000403	0,000411	0,000411	0,000403	0,000403	
Máximo	0,000691	0,000693	0,000683	0,00069	0,000703	0,000705	0,000723	+∞	0,000726	+∞	0,000713	0,000816	0,000816	0,000726	+∞	0,000713	0,000816	
Média	0,000499	0,000509	0,000496	0,000496	0,000493	0,00051	0,000491	0,000493	0,000488	0,000491	0,000487	0,000488	0,000488	0,000488	0,000491	0,000487	0,000488	
Moda	0,00042	0,000419	0,00042	0,000414	0,00042	0,000418	0,00042	0,000413	0,00042	0,000411	0,000421	0,000424	0,000424	0,00042	0,000411	0,000421	0,000424	
Mediana	0,00049	0,000498	0,000483	0,00048	0,000482	0,000499	0,000476	0,000462	0,000474	0,00046	0,000473	0,000473	0,000473	0,000474	0,00046	0,000473	0,000473	
Desvio Padrão	6,67E-05	6,52E-05	6,74E-05	6,68E-05	6,78E-05	6,87E-05	6,81E-05	9,85E-05	6,77E-05	9,85E-05	6,71E-05	6,40E-05	6,40E-05	6,77E-05	9,85E-05	6,71E-05	6,40E-05	
Assimetria	0,6107	0,5654	0,6613	0,7296	0,714	0,5633	0,7637	3,7515	0,8322	3,7628	0,8812	0,9746	0,9746	3,7515	0,8322	3,7628	0,8812	
Curtose	2,5044	2,4	2,5465	2,5812	2,6379	2,4	2,721	36,9755	2,8323	37,2951	2,9071	3,5811	3,5811	36,9755	2,8323	37,2951	2,9071	
Percentil																		
5%	0,00042	0,000424	0,000419	0,000417	0,000419	0,000421	0,000418	0,000416	0,000418	0,000414	0,000419	0,000411	0,000411	0,000418	0,000414	0,000419	0,000411	
10%	0,00042	0,000431	0,00042	0,000421	0,00042	0,000428	0,000419	0,00042	0,00042	0,000418	0,00042	0,000417	0,000417	0,00042	0,000418	0,00042	0,000417	
15%	0,000421	0,000438	0,000421	0,000426	0,00042	0,000436	0,00042	0,000424	0,00042	0,000422	0,000421	0,000424	0,000424	0,000421	0,000422	0,000421	0,000424	
20%	0,000429	0,000446	0,000422	0,000432	0,000421	0,000444	0,000421	0,000428	0,000421	0,000426	0,000422	0,00043	0,00043	0,000421	0,000426	0,000422	0,00043	
25%	0,000431	0,000454	0,000429	0,000439	0,000429	0,000452	0,000423	0,000433	0,000426	0,000431	0,000428	0,000437	0,000437	0,000423	0,000433	0,000428	0,000437	
30%	0,000447	0,000462	0,000446	0,000446	0,000431	0,000461	0,00043	0,000437	0,000431	0,000435	0,000432	0,000443	0,000443	0,000431	0,000435	0,000432	0,000443	
35%	0,000465	0,00047	0,000463	0,000454	0,000447	0,00047	0,000446	0,000443	0,000435	0,000441	0,000435	0,00045	0,00045	0,000435	0,000441	0,000435	0,00045	
40%	0,000473	0,000479	0,000465	0,000462	0,000464	0,000479	0,000463	0,000449	0,000447	0,000447	0,000447	0,000458	0,000458	0,000449	0,000447	0,000447	0,000458	
45%	0,000482	0,000488	0,000474	0,000471	0,000473	0,000489	0,000466	0,000455	0,000465	0,000453	0,000464	0,000465	0,000465	0,000466	0,000455	0,000464	0,000465	
50%	0,00049	0,000498	0,000483	0,00048	0,000482	0,000499	0,000476	0,000462	0,000474	0,00046	0,000473	0,000473	0,000473	0,000476	0,00046	0,000473	0,000473	
55%	0,000492	0,000508	0,000491	0,000491	0,000491	0,000509	0,000485	0,00047	0,000484	0,000468	0,000482	0,000482	0,000482	0,000485	0,00047	0,000482	0,000482	
60%	0,000508	0,000519	0,000506	0,000502	0,000493	0,00052	0,000492	0,000479	0,000491	0,000477	0,000491	0,000491	0,000491	0,000492	0,000479	0,000491	0,000491	
65%	0,000524	0,00053	0,000522	0,000514	0,000509	0,000532	0,000508	0,00049	0,000507	0,000488	0,000505	0,000501	0,000501	0,000508	0,00049	0,000505	0,000501	
70%	0,00053	0,000542	0,000527	0,000527	0,000526	0,000545	0,000526	0,000503	0,000524	0,0005	0,000523	0,000512	0,000512	0,000526	0,000503	0,000523	0,000512	
75%	0,000544	0,000555	0,000543	0,000541	0,000542	0,000559	0,000541	0,000518	0,000539	0,000516	0,000529	0,000525	0,000525	0,000541	0,000518	0,000529	0,000525	
80%	0,000561	0,00057	0,000559	0,000557	0,000559	0,000574	0,000558	0,000537	0,000557	0,000535	0,000545	0,000539	0,000539	0,000558	0,000537	0,000545	0,000539	
85%	0,000576	0,000586	0,000574	0,000576	0,000574	0,000592	0,00057	0,000563	0,000563	0,000561	0,000563	0,000557	0,000557	0,000574	0,000563	0,000563	0,000557	
90%	0,000601	0,000606	0,000599	0,000598	0,000596	0,000612	0,000584	0,000602	0,000583	0,000599	0,00058	0,00058	0,00058	0,000602	0,000583	0,000599	0,00058	
95%	0,000623	0,000632	0,000619	0,000626	0,000622	0,000639	0,000613	0,000674	0,000612	0,000672	0,000614	0,000614	0,000614	0,000613	0,000612	0,000672	0,000614	
Chi-Quadrado		298,9918		232,4784		347,0377		365,0091		318,8077		314,9492	314,9492					
P-Valor		0		0		0		0		0		0	0				0	

Tabela 21: Estatísticas descritivas da rentabilidade segundo a marcação a mercado dos títulos LFT com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010

Vencimento	20/01/2010		17/03/2010		07/06/2010	
Distribuição		Normal		Loglogística		Normal
Mínimo	0,000328	$-\infty$	0,000327	$-\infty$	0,000328	$-\infty$
Máximo	0,000962	$+\infty$	0,001054	$+\infty$	0,000608	$+\infty$
Média	0,000461	0,000461	0,000456	0,000458	0,000419	0,000419
Moda	0,000329	0,000461	0,000329	0,000444	0,000329	0,000419
Mediana	0,000463	0,000461	0,000455	0,000451	0,000429	0,000419
Desvio Padrão	8,37E-05	8,37E-05	8,82E-05	8,79E-05	6,11E-05	6,11E-05
Assimetria	0,7431	0	1,0141	0,7432	-0,3011	0
Curtose	5,3482	3	6,9443	5,6188	1,8251	3
Percentil						
5%	0,000329	0,000323	0,000329	0,000327	0,000329	0,000318
10%	0,000329	0,000353	0,000329	0,000356	0,000329	0,000341
15%	0,000348	0,000374	0,000329	0,000375	0,000329	0,000356
20%	0,000415	0,00039	0,000384	0,000389	0,000329	0,000368
25%	0,000419	0,000404	0,000418	0,000402	0,000348	0,000378
30%	0,000423	0,000417	0,000421	0,000413	0,000384	0,000387
35%	0,000428	0,000428	0,000426	0,000423	0,000415	0,000395
40%	0,000438	0,000439	0,000434	0,000432	0,000419	0,000404
45%	0,000449	0,00045	0,000446	0,000442	0,000423	0,000411
50%	0,000463	0,000461	0,000455	0,000451	0,000429	0,000419
55%	0,000472	0,000471	0,000469	0,000461	0,000435	0,000427
60%	0,000477	0,000482	0,000474	0,000471	0,000447	0,000434
65%	0,000483	0,000493	0,000483	0,000481	0,000453	0,000443
70%	0,000492	0,000504	0,000492	0,000493	0,000465	0,000451
75%	0,000507	0,000517	0,000507	0,000506	0,000471	0,00046
80%	0,000509	0,000531	0,000509	0,000521	0,000475	0,00047
85%	0,00053	0,000547	0,000526	0,00054	0,000483	0,000482
90%	0,000561	0,000568	0,00056	0,000565	0,000492	0,000497
95%	0,000603	0,000598	0,000589	0,000609	0,000507	0,000519
Chi-Quadrado		679,4502		877,0407		1222,6268
P-Valor		0		0		0

Conforme a marcação a mercado, a rentabilidade diária dos títulos LFT não apresentou resultados negativos durante todo o intervalo de tempo considerado na pesquisa. Os melhores resultados não superaram 0,07% ao dia, enquanto os piores resultados não foram inferiores a 0,02% ao dia. Cabe destacar que entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010 a taxa de juros SELIC não apresentou valores negativos, de forma que as LFT, indexadas à referida taxa, também não tiveram resultados negativos.

Os resultados para a rentabilidade indicada pela marcação na curva de vencimento dos títulos federais LFT são apresentados na tabela a seguir.

Tabela 22: Estatísticas descritivas da rentabilidade segundo a marcação na curva de vencimento dos títulos LFT com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010

Vencimento	20/01/2010		17/03/2010		07/06/2010	
Distribuição		Inversa de Gauss		Valor Extremo		Beta Generalizado
Mínimo	0,000329	-0,001986	0,000329	$-\infty$	0,000329	0,000329
Máximo	0,000633	$+\infty$	0,000633	$+\infty$	0,000509	0,000509
Média	0,000458	0,000458	0,000453	0,000456	0,000419	0,000412
Moda	0,000329	0,000454	0,000329	0,000414	0,000329	0,000329
Mediana	0,000456	0,000458	0,000456	0,000441	0,000421	0,000405
Desvio Padrão	7,65E-05	7,64E-05	7,89E-05	9,37E-05	6,15E-05	6,69E-05
Assimetria	0,0693	0,0938	0,0814	1,1395	-0,2565	0,1389
Curtose	2,6378	3,0147	2,5045	5,4	1,7764	1,4391
Percentil						
5%	0,000329	0,000335	0,000329	0,000334	0,000329	0,000329
10%	0,000329	0,000362	0,000329	0,000353	0,000329	0,00033
15%	0,000348	0,00038	0,000329	0,000367	0,000329	0,000332
20%	0,00042	0,000394	0,000384	0,000379	0,000329	0,000337
25%	0,000421	0,000407	0,00042	0,00039	0,000348	0,000343
30%	0,000421	0,000418	0,000421	0,0004	0,000384	0,000351
35%	0,000421	0,000429	0,000421	0,00041	0,00042	0,000362
40%	0,00043	0,000439	0,00043	0,00042	0,000421	0,000375
45%	0,000447	0,000448	0,000437	0,00043	0,000421	0,000389
50%	0,000456	0,000458	0,000456	0,000441	0,000421	0,000405
55%	0,000473	0,000467	0,000465	0,000452	0,00043	0,000422
60%	0,000482	0,000477	0,000474	0,000463	0,000437	0,000439
65%	0,000483	0,000487	0,000483	0,000475	0,000455	0,000455
70%	0,000507	0,000498	0,000492	0,000489	0,000465	0,000469
75%	0,000508	0,00051	0,000508	0,000505	0,000473	0,000482
80%	0,000509	0,000523	0,000509	0,000524	0,000474	0,000492
85%	0,000526	0,000538	0,000526	0,000547	0,000483	0,0005
90%	0,000561	0,000558	0,000561	0,000578	0,000508	0,000505
95%	0,000605	0,000587	0,000605	0,000631	0,000508	0,000508
Chi-Quadrado		1203,7281		1469,999		2002,3944
P-Valor		0		0		0

A rentabilidade diária pela marcação na curva de vencimento dos títulos LFT pesquisados não apresentou resultados negativos, com rentabilidades entre 0,02% e 0,07% ao dia. Esse resultado também se verificou na marcação a mercado dos títulos LFT, de modo que utilizando as duas técnicas de avaliação não se constataram perdas nessas aplicações de renda fixa.

Em relação à volatilidade, pode-se verificar que o desvio padrão da marcação a mercado foi superior ao verificado pela marcação na curva de vencimento. Contudo, essa volatilidade medida pelo desvio padrão é na grandeza da rentabilidade diária dos títulos LFT, tanto para a marcação a mercado quanto para o carregamento na curva de vencimento.

Para comparar os resultados entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento para avaliação das rentabilidades diárias dos títulos LFT, foi calculada a Divergência não Planejada – DnP para as rentabilidades aferidas pela aplicação de cada uma das técnicas de avaliação. Os resultados da DnP para os títulos LFT considerados na pesquisa são apresentados na tabela a seguir.

Tabela 23: Estatísticas descritivas da DnP entre a marcação a mercado e a na curva de vencimento dos títulos LFT com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010

Vencimento	20/01/2010		17/03/2010		07/06/2010	
Distribuição		Log-logística		Log-logística		Log-logística
Mínimo	-9,30E-05	-0,0001231	-0,000123	-0,0001496	-9,40E-05	-0,0002402
Máximo	0,000329	$+\infty$	0,000421	$+\infty$	0,0001	$+\infty$
Média	2,71E-06	6,38E-07	3,14E-06	6,79E-07	1,56E-07	-2,98E-07
Moda	4,48E-11	-7,77E-08	-4,87E-11	-1,08E-07	-3,96E-11	-5,55E-07
Mediana	-3,87E-11	3,14E-07	-3,31E-11	3,24E-07	-6,60E-11	-4,14E-07
Desvio Padrão	2,13E-05	8,98E-06	2,60E-05	1,04E-05	1,13E-05	7,47E-06
Assimetria	7,3559	0,3509	8,3013	0,3336	1,258	0,1497
Curtose	87,6919	4,5063	106,6271	4,4765	25,4358	4,2553
Percentil						
5%	-9,81E-06	-1,34E-05	-1,20E-05	-1,55E-05	-1,30E-05	-1,22E-05
10%	-5,00E-06	-1,00E-05	-5,00E-06	-1,17E-05	-8,00E-06	-9,29E-06
15%	-3,00E-06	-7,93E-06	-3,00E-06	-9,23E-06	-5,00E-06	-7,45E-06
20%	-2,00E-06	-6,32E-06	-2,02E-06	-7,36E-06	-3,00E-06	-6,05E-06
25%	-1,00E-06	-4,98E-06	-1,00E-06	-5,80E-06	-2,00E-06	-4,89E-06
30%	-1,00E-06	-3,79E-06	-1,00E-06	-4,42E-06	-1,00E-06	-3,87E-06
35%	-3,50E-07	-2,70E-06	-3,50E-07	-3,16E-06	-1,00E-06	-2,95E-06
40%	-2,07E-10	-1,67E-06	-1,92E-10	-1,97E-06	-2,41E-10	-2,08E-06
45%	-1,12E-10	-6,69E-07	-9,78E-11	-8,14E-07	-1,21E-10	-1,24E-06
50%	-3,97E-11	3,14E-07	-3,34E-11	3,24E-07	-6,60E-11	-4,14E-07
55%	3,14E-11	1,31E-06	3,26E-11	1,47E-06	-1,56E-11	4,13E-07
60%	9,88E-11	2,33E-06	9,58E-11	2,65E-06	3,71E-11	1,26E-06
65%	2,10E-10	3,40E-06	1,64E-10	3,89E-06	9,51E-11	2,15E-06
70%	3,50E-07	4,56E-06	3,50E-07	5,22E-06	1,68E-10	3,10E-06
75%	1,00E-06	5,84E-06	1,00E-06	6,71E-06	3,50E-07	4,15E-06
80%	2,10E-06	7,33E-06	2,35E-06	8,42E-06	1,36E-06	5,36E-06
85%	4,36E-06	9,15E-06	4,12E-06	1,05E-05	3,00E-06	6,83E-06
90%	9,00E-06	1,16E-05	1,05E-05	1,34E-05	7,00E-06	8,80E-06
95%	2,06E-05	1,57E-05	2,60E-05	1,80E-05	1,50E-05	1,20E-05
Chi-Quadrado		3320,1714		3901,0097		3170,9847
P-Valor		0		0		0

Os desvios entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento dos títulos LFT pesquisados indicaram que aproximadamente a metade dos resultados da marcação a mercado superou a rentabilidade aferida pela curva de vencimento. Isso pode ser constatado pelos percentis da tabela acima relativa à DnP, em que cerca da metade dos resultados foram positivos, ou seja, a rentabilidade diária pela marcação a mercado foi superior ao retorno do carregamento de uma LFT na curva de vencimento.

Com os dados da negociação diária dos títulos LFT foram calculadas a *duration*, a convexidade, a função para a rentabilidade decorrente da expansão de Taylor de 2º. Grau, a divergência não planejada – DnP e o desvio σ obtido para os resultados diários. Os resultados para a função matemática baseada em uma expansão de Taylor foram próximos aos verificados pela marcação na curva de vencimento, como pode ser observado na figura a seguir:

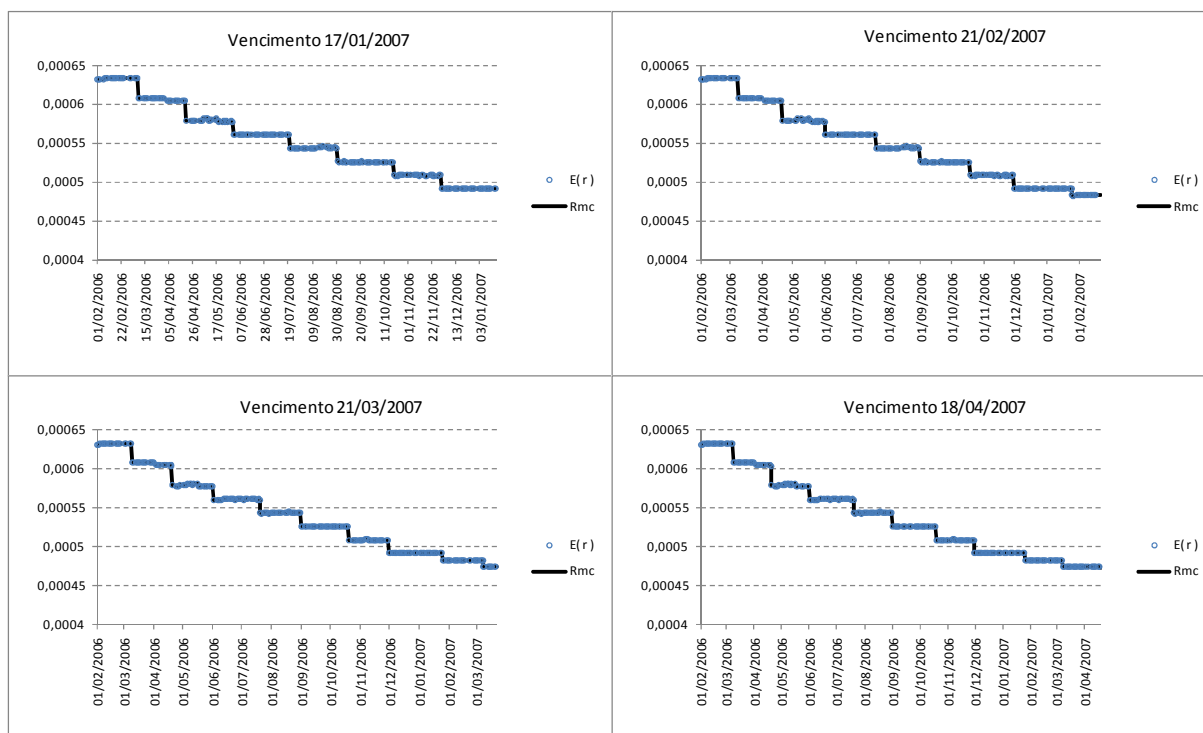


Figura 19: Rentabilidade indicada pela expansão de Taylor (E(r)) e marcação na curva (Rmc) dos títulos LFT com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.

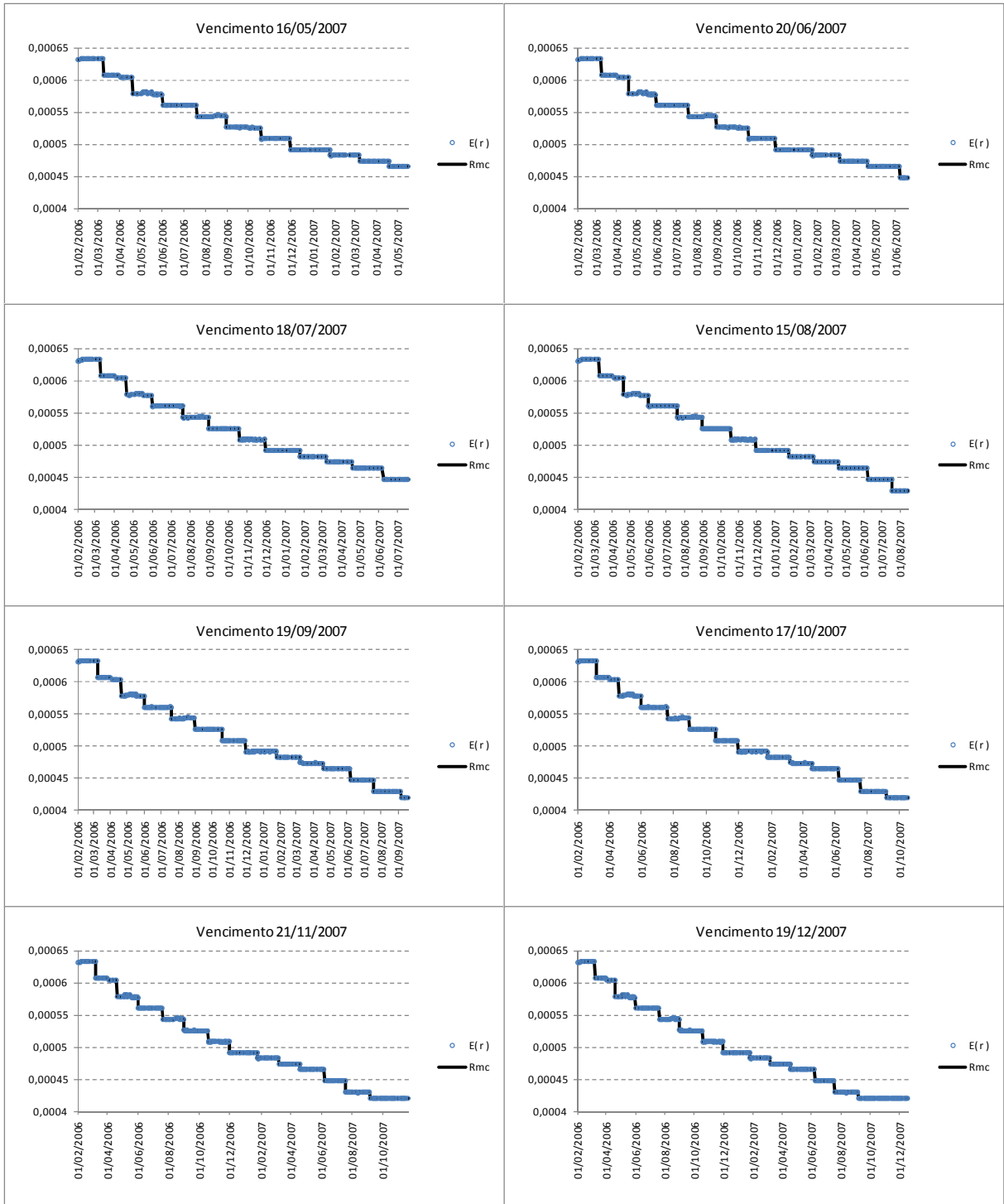


Figura 19: Rentabilidade indicada pela expansão de Taylor ($E(r)$) e marcação na curva (R_{mc}) dos títulos LFT com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.

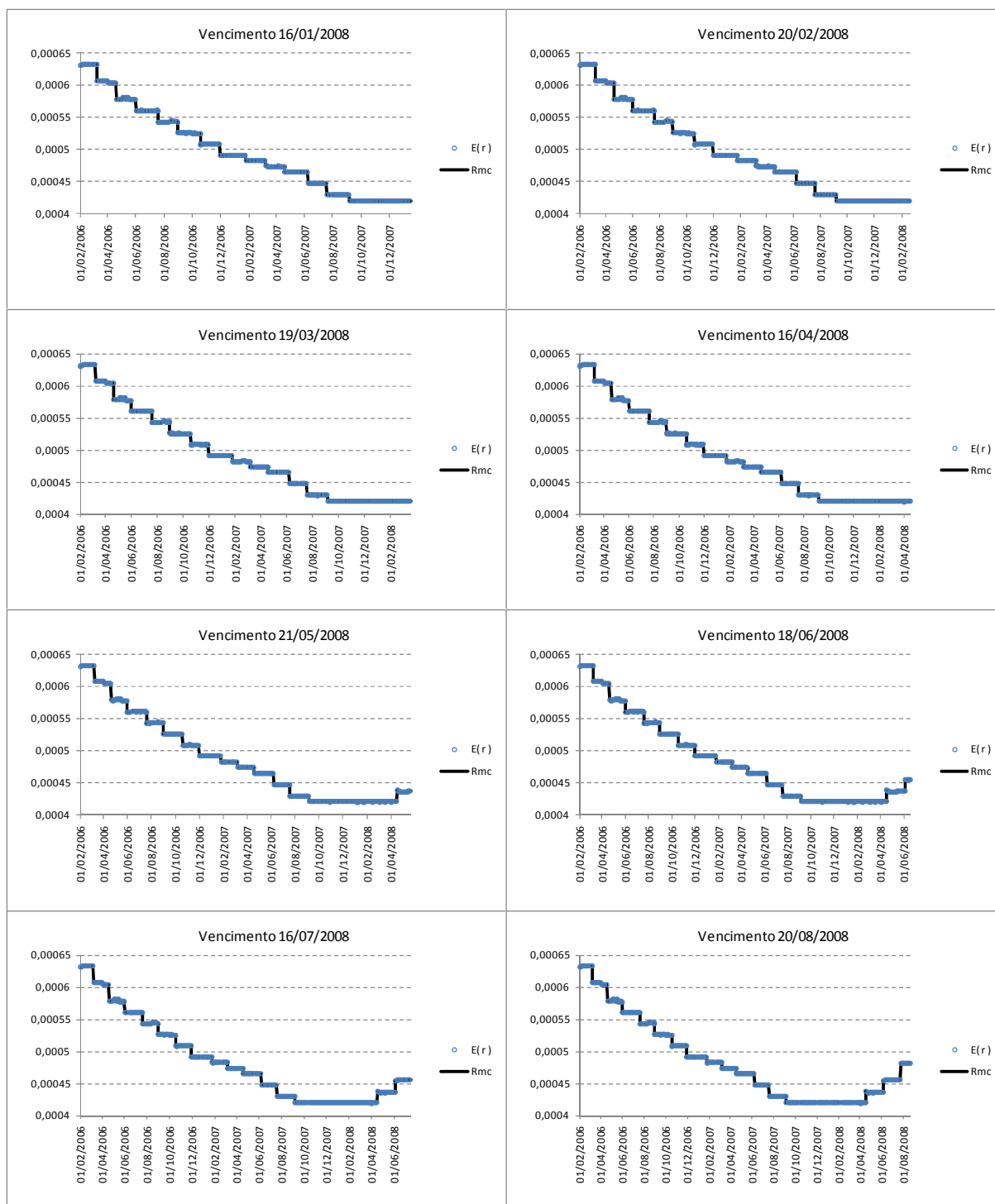


Figura 19: Rentabilidade indicada pela expansão de Taylor ($E(r)$) e marcação na curva (Rmc) dos títulos LFT com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.

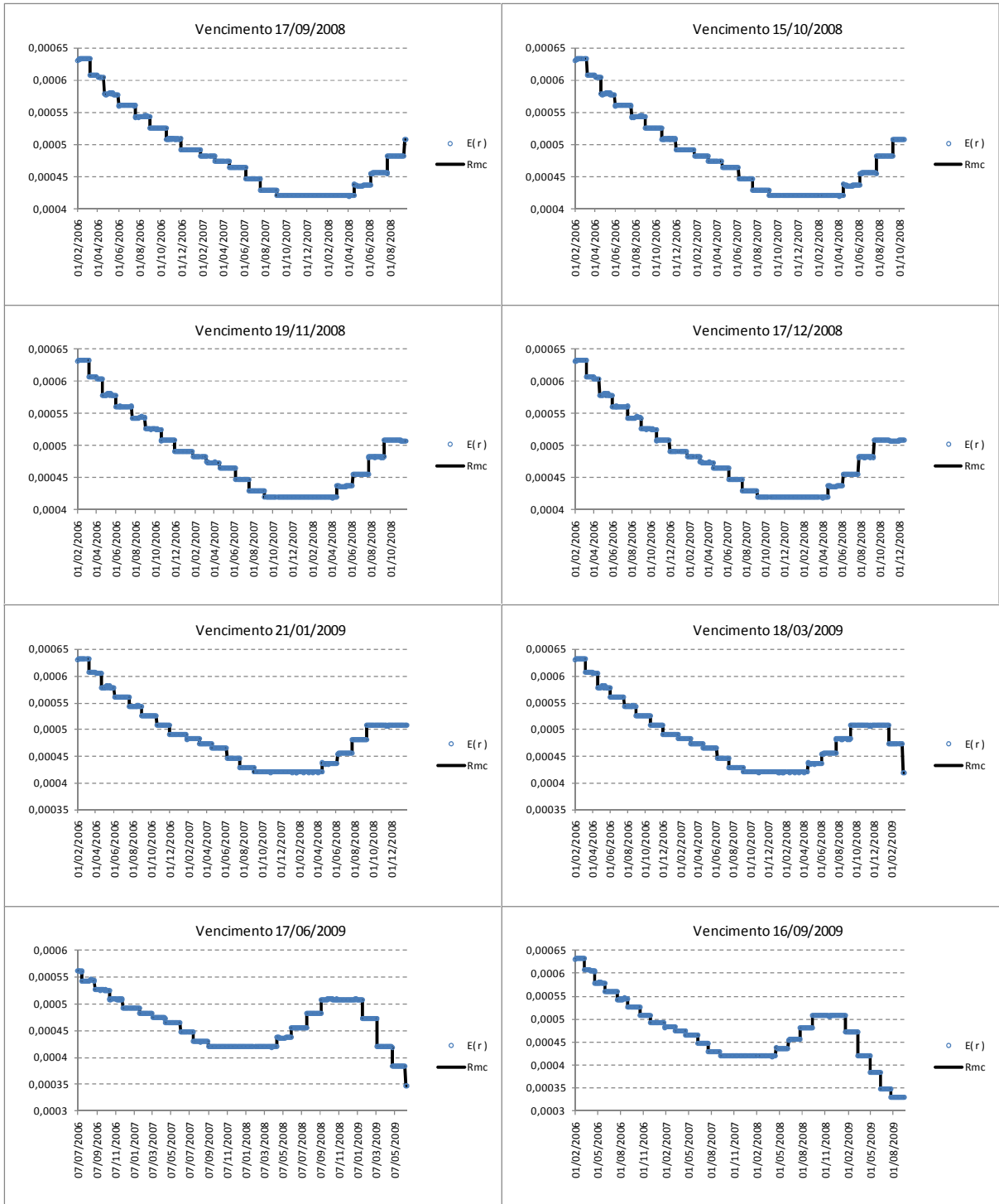


Figura 19: Rentabilidade indicada pela expansão de Taylor ($E(r)$) e marcação na curva (R_{mc}) dos títulos LFT com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.

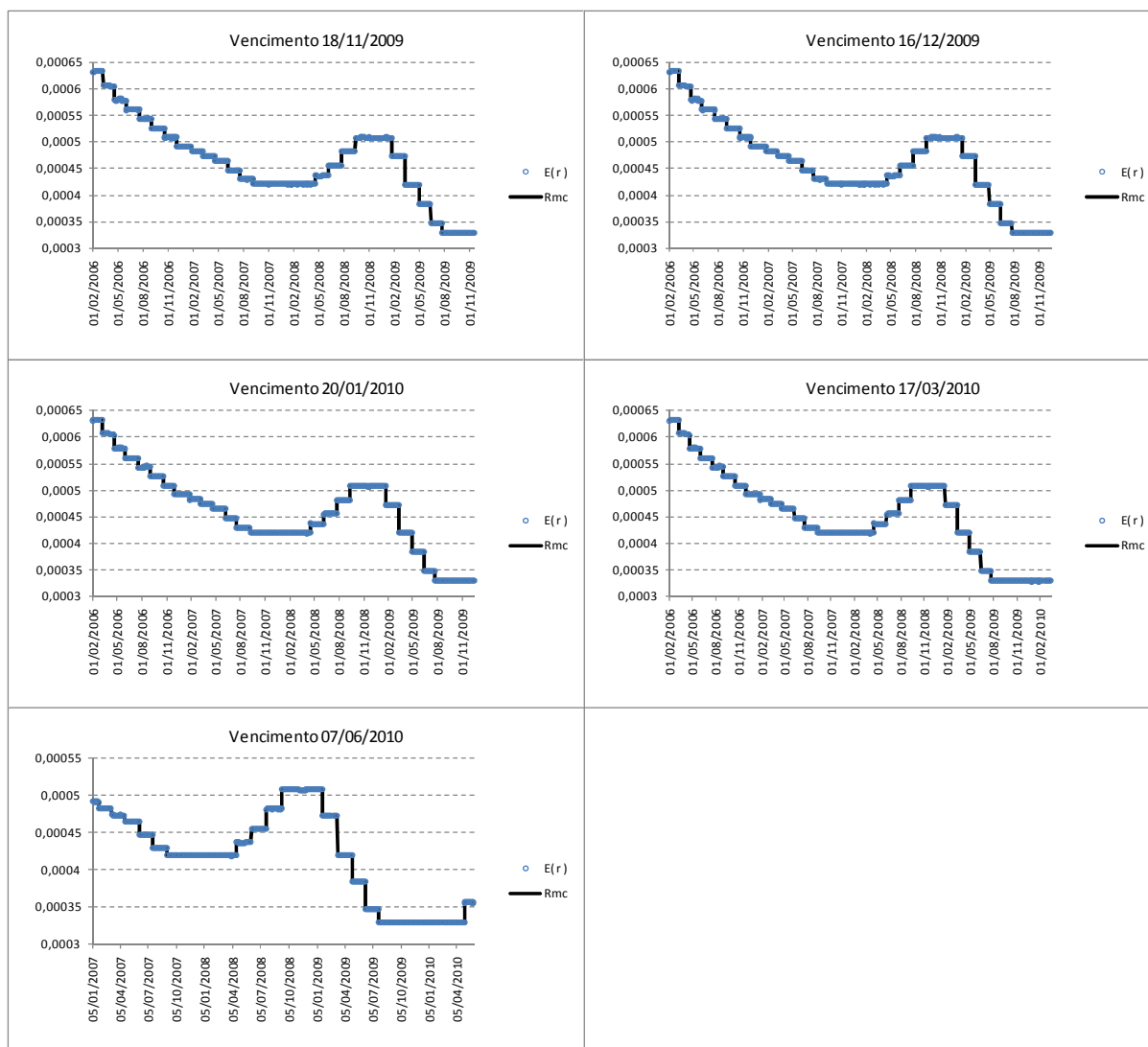


Figura 19: Rentabilidade indicada pela expansão de Taylor ($E(r)$) e marcação na curva (Rmc) dos títulos LFT com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.

Por meio da expansão de Taylor, conjugando *duration* e convexidade, isto é, primeira e segunda derivadas da equação do valor presente do título, foi possível ajustar os desvios entre as técnicas de avaliação marcação a mercado e marcação na curva de vencimento dos títulos LFT. Para comparar os resultados da expansão de Taylor com a marcação na curva de vencimento foi aferida a DnP para os resultados diários apurados para as LFT pesquisadas.

Tabela 24: Estatísticas descritivas da DnP entre a expansão de Taylor e a marcação na curva dos títulos LFT com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010

Vencimento	20/01/2010		17/03/2010		07/06/2010	
Distribuição		Valor Extremo		Exponencial		Valor Extremo
Mínimo	-1,06E-08	$-\infty$	-1,87E-08	-1,87E-08	-1,36E-10	$-\infty$
Máximo	0	$+\infty$	0	$+\infty$	0	$+\infty$
Média	-3,44E-11	6,93E-10	-6,15E-11	-7,96E-11	-1,79E-12	7,00E-12
Moda	0,00E+00	-4,38E-10	0,00E+00	-1,87E-08	0,00E+00	-8,52E-12
Mediana	-1,25E-14	2,80E-10	-1,48E-14	-5,81E-09	-6,15E-15	1,34E-12
Desvio Padrão	4,08E-10	2,51E-09	7,39E-10	1,87E-08	8,66E-12	3,45E-11
Assimetria	-20,1935	1,1395	-19,3746	2	-9,6582	1,1395
Curtose	481,7712	5,4	438,0822	9	117,7586	5,4
Percentil						
5%	-1,53E-11	-2,59E-09	-2,58E-11	-1,78E-08	-6,33E-12	-3,80E-11
10%	-2,70E-12	-2,07E-09	-4,37E-12	-1,68E-08	-2,83E-12	-3,09E-11
15%	-1,21E-12	-1,69E-09	-1,87E-12	-1,57E-08	-1,49E-12	-2,57E-11
20%	-6,06E-13	-1,37E-09	-8,89E-13	-1,46E-08	-7,77E-13	-2,13E-11
25%	-3,39E-13	-1,08E-09	-4,63E-13	-1,34E-08	-4,42E-13	-1,73E-11
30%	-1,93E-13	-8,02E-10	-2,49E-13	-1,21E-08	-2,38E-13	-1,35E-11
35%	-1,02E-13	-5,34E-10	-1,60E-13	-1,07E-08	-1,64E-13	-9,82E-12
40%	-6,05E-14	-2,67E-10	-8,63E-14	-9,21E-09	-5,57E-14	-6,17E-12
45%	-2,74E-14	2,62E-12	-3,76E-14	-7,58E-09	-2,89E-14	-2,47E-12
50%	-1,25E-14	2,80E-10	-1,49E-14	-5,81E-09	-6,15E-15	1,34E-12
55%	-5,04E-15	5,70E-10	-5,45E-15	-3,84E-09	-2,41E-15	5,32E-12
60%	-2,72E-15	8,78E-10	-2,32E-15	-1,64E-09	-2,42E-16	9,55E-12
65%	-6,50E-16	1,21E-09	-3,81E-16	8,50E-10	0,00E+00	1,41E-11
70%	-3,04E-18	1,58E-09	0,00E+00	3,73E-09	0,00E+00	1,92E-11
75%	0,00E+00	2,00E-09	0,00E+00	7,13E-09	0,00E+00	2,50E-11
80%	0,00E+00	2,50E-09	0,00E+00	1,13E-08	0,00E+00	3,18E-11
85%	0,00E+00	3,12E-09	0,00E+00	1,67E-08	0,00E+00	4,03E-11
90%	0,00E+00	3,97E-09	0,00E+00	2,42E-08	0,00E+00	5,20E-11
95%	0,00E+00	5,38E-09	0,00E+00	3,72E-08	0,00E+00	7,14E-11
Chi-Quadrado		2,41E+04		2,66E+04		9,97E+03
P-Valor		0		0		0

Como pode ser observado na tabela anterior, a aproximação de Taylor ajusta os resultados obtidos pela marcação a mercado à rentabilidade diária indicada pelo carregamento na curva de vencimento. A divergência aferida foi inferior a 1% para os títulos LFT analisados, de modo que o ajuste pela *duration* conjugada à convexidade por meio de uma série de Taylor de segundo grau adequou o valor de mercado da LFT com o indicado pela curva de vencimento do papel.

Letras do Tesouro Nacional – LTN

Os papéis LTN são títulos prefixados com pagamento do principal, no valor unitário de R\$1000,00, no vencimento. Na emissão da LTN é definida a taxa de juros que determina no preço de emissão do título no mercado primário, sendo que esse título público pode ser negociado por outros valores no mercado secundário.

Entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010 foram obtidos dados sobre LTNs com os seguintes vencimentos: 01/07/2006, 01/10/2006, 01/01/2007, 01/04/2007, 01/07/2007, 01/10/2007, 01/01/2008, 01/04/2008, 01/07/2008, 01/10/2008, 01/01/2009, 01/04/2009, 01/07/2009, 01/10/2009, 01/01/2010, 01/04/2010 e 01/07/2010. A rentabilidade conforme a marcação a mercado (R_{mm}) e segundo a marcação na curva de vencimento (R_{mc}) é apresentada na figura a seguir.

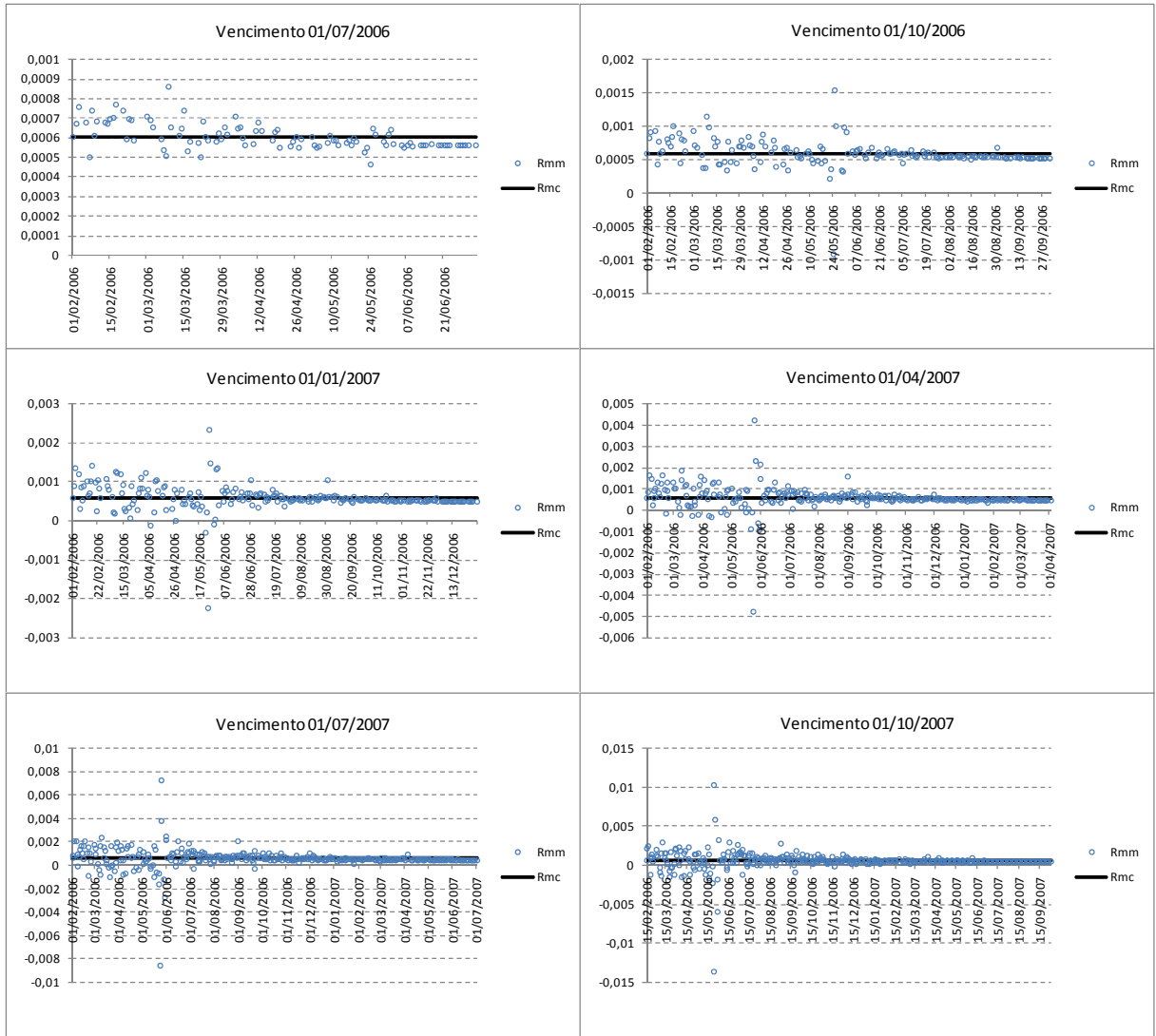


Figura 20: Rentabilidade indicada pela marcação a mercado (Rmm) e marcação na curva (Rmc) dos títulos LTN com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.

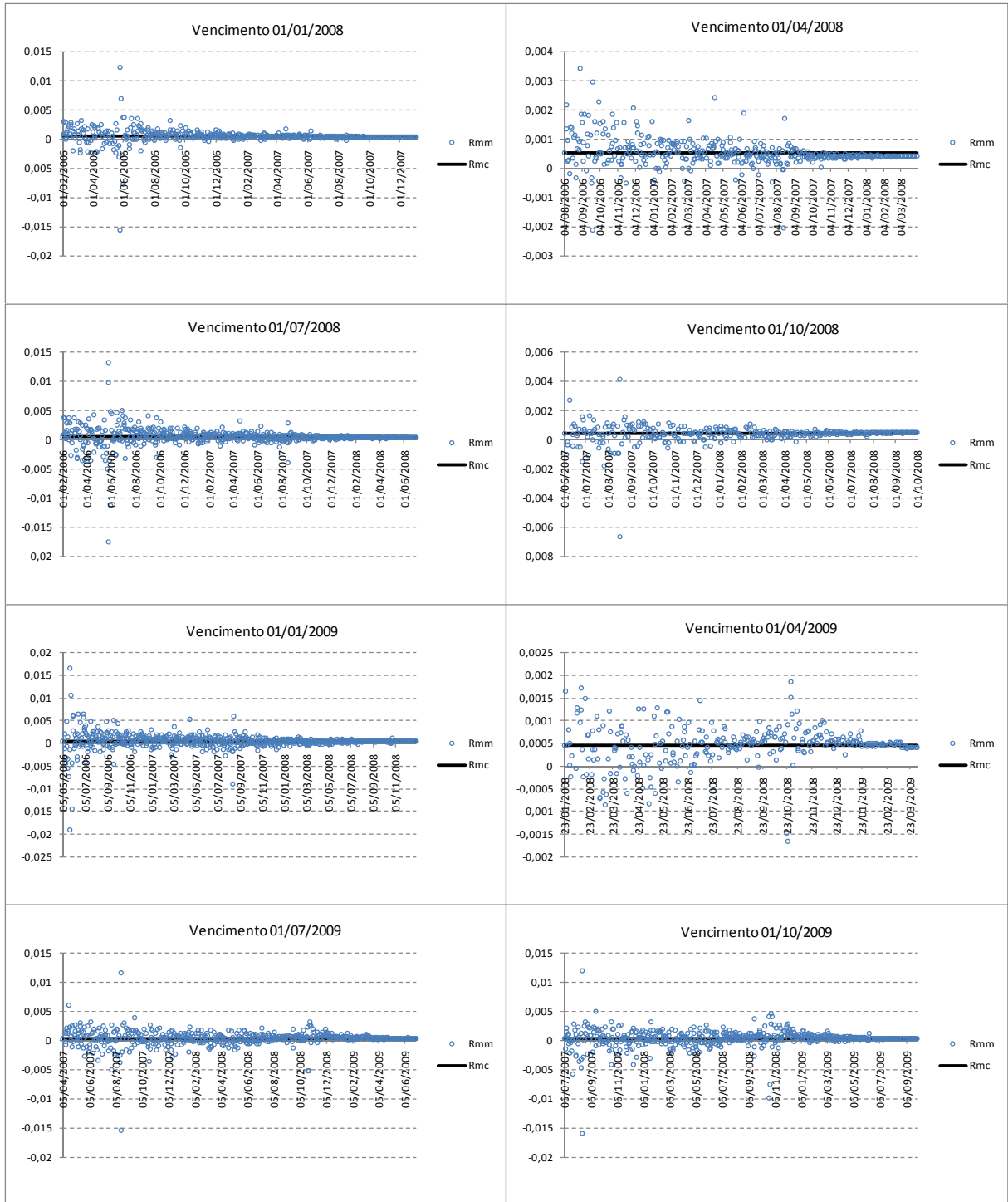


Figura 20: Rentabilidade indicada pela marcação a mercado (Rmm) e marcação na curva (Rmc) dos títulos LTN com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.

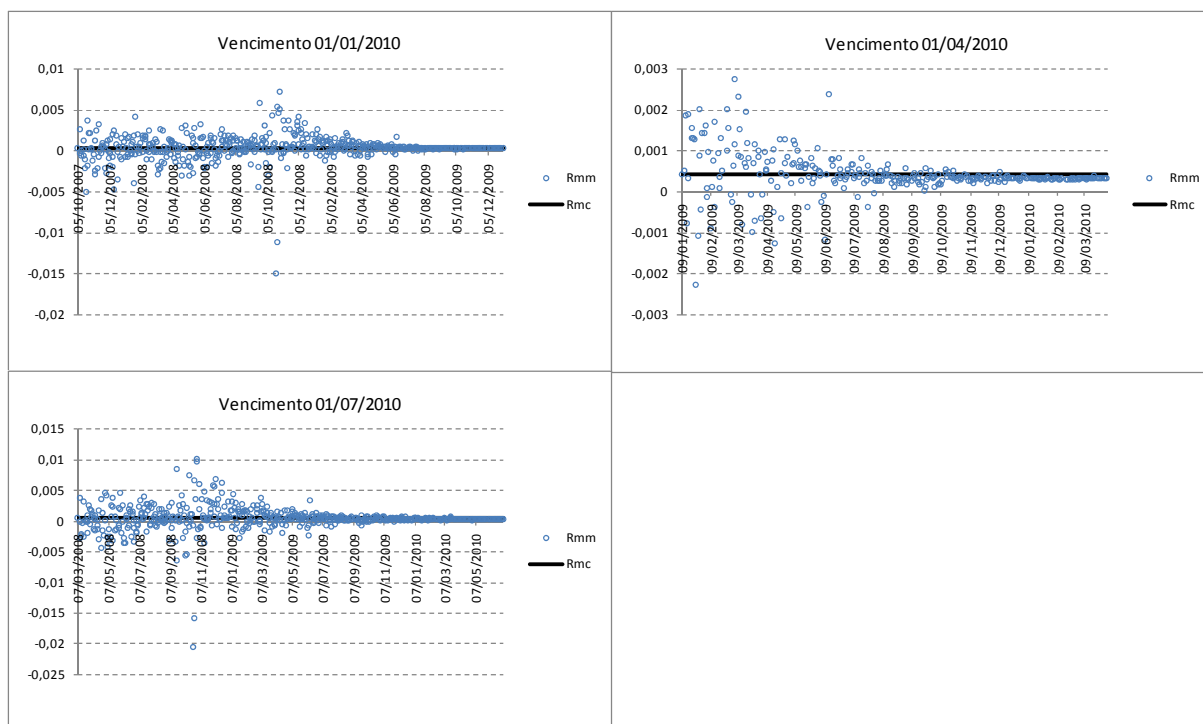


Figura 20: Rentabilidade indicada pela marcação a mercado (Rmm) e marcação na curva (Rmc) dos títulos LTN com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.

A rentabilidade pela marcação a mercado se distribui em torno da rentabilidade determinada pela marcação na curva, que é prefixada para a LTN. Essa variação entre as duas técnicas de avaliação apresenta maior dispersão quando o título é avaliado em datas distantes do vencimento, sendo que essa volatilidade vai diminuindo com a aproximação da maturidade do título LTN.

A utilização da marcação na curva de vencimento garantiu ao investidor uma rentabilidade fixa todo o período entre a aquisição e o vencimento do título LTN, sendo que essa aplicação de renda fixa não pode ser negociada no mercado secundário pelo seu detentor. Assim, uma aplicação em LTN em que a rentabilidade é aferida pela marcação na curva apresenta um desempenho predeterminado, o que acarreta no risco de que as taxas de juros no mercado financeiro aumentem, de modo que a remuneração proporcionada pelo título seja inferior à de outros papéis do mercado, sendo que o investimento não pode ser liquidado antes do vencimento.

Além disso, como a marcação na curva implica na necessidade de manutenção do título até o vencimento, caso o detentor de uma LTN marcada na curva de vencimento necessite de

recursos financeiros, ele enfrentará problemas de liquidez. Logo, ao utilizar a rentabilidade nominal prefixada indicada pela marcação na curva, o investidor assume riscos de custo de oportunidade e de liquidez.

No entanto, se o investidor opta pela utilização da marcação a mercado dos títulos LTN, os papéis podem ser negociados a qualquer momento no mercado secundário, de maneira que o preço varia conforme as transações realizadas a cada instante. Assim, o detentor de uma LTN marcada a mercado percebe as variações no preço do referido título, porém o título público pode ser negociado no mercado de renda fixa, o que repercute em liquidez para essa aplicação de renda fixa.

Na figura anterior, pode-se observar que a rentabilidade diária indicada pela marcação a mercado (R_{mm}) se distribui em torno da rentabilidade fixa indicada pela marcação na curva de vencimento (R_{mc}). A volatilidade entre as duas técnicas de avaliação diminui com a aproximação do vencimento do título público, quando ocorre a convergência de valor da LTN com seu resgate junto ao Tesouro Nacional.

Logo, ao optar pela marcação a mercado, o investidor pode liquidar a aplicação a qualquer momento e percebe a volatilidade do mercado secundário de títulos públicos. Ou se adotar a marcação na curva, o título LTN proporciona uma rentabilidade predeterminada, porém a aplicação deve ser mantida até seu vencimento e resgate junto ao Tesouro Nacional, de modo que o investidor assume o risco de liquidez da operação.

Na tabela a seguir são apresentados os resultados para as estatísticas descritivas da rentabilidade diária indicada pela marcação a mercado das séries de títulos LTN considerados na amostra, referentes ao período entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.

Tabela 25: Estatísticas descritivas da rentabilidade segundo a marcação a mercado dos títulos LTN com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010

Vencimento	01/07/2006		01/10/2006		01/01/2007		01/04/2007		01/07/2007		01/10/2007	
Distribuição		Log-logística		Logística		Logística		Logística		Logística		Logística
Mínimo	4,66E-04	4,19E-04	-9,12E-04	-∞	-2,23E-03	-∞	-4,75E-03	-∞	-8,61E-03	-∞	-1,37E-02	-∞
Máximo	8,63E-04	+∞	1,53E-03	+∞	2,34E-03	+∞	4,23E-03	+∞	7,23E-03	+∞	1,02E-02	+∞
Média	6,06E-04	6,05E-04	5,96E-04	5,87E-04	5,91E-04	5,78E-04	5,86E-04	5,75E-04	5,85E-04	5,76E-04	5,64E-04	5,63E-04
Moda	5,63E-04	5,82E-04	5,26E-04	5,87E-04	4,91E-04	5,78E-04	4,93E-04	5,75E-04	4,58E-04	5,76E-04	4,23E-04	5,63E-04
Mediana	5,86E-04	5,94E-04	5,60E-04	5,87E-04	5,41E-04	5,78E-04	5,14E-04	5,75E-04	5,01E-04	5,76E-04	4,85E-04	5,63E-04
Desvio Padrão	6,49E-05	6,83E-05	1,99E-04	1,56E-04	3,31E-04	2,47E-04	5,33E-04	3,60E-04	8,26E-04	5,19E-04	1,15E-03	6,60E-04
Assimetria	1,0637	2,2059	-1,6246	0	-1,7881	0	-2,216	0	-2,4494	0	-3,4031	0
Curtose	4,6866	21,9146	24,8008	4,2	29,1043	4,2	45,3016	4,2	59,1386	4,2	75,5986	4,2
Percentil												
5%	0,000532	0,00052	0,00037	0,000334	0,000244	0,000177	6,675E-05	-8,852E-06	-0,000311	-0,000266	-0,000411	-0,000508
10%	0,00055	0,000535	0,000452	0,000398	0,000368	0,000279	0,000331	0,000139	0,000242	-5,272E-05	0,000143	-0,000236
15%	0,000559	0,000546	0,000494	0,000438	0,000484	0,000342	0,000432	0,000231	0,000376	7,956E-05	0,000307	-6,823E-05
20%	0,000562	0,000554	0,000524	0,000468	0,000491	0,00039	0,000466	0,0003	0,000422	0,000179	0,000382	5,845E-05
25%	0,000562	0,000562	0,000526	0,000493	0,000495	0,000429	0,000474	0,000357	0,000447	0,000261	0,000413	0,000163
30%	0,000563	0,000569	0,00053	0,000514	0,000505	0,000463	0,000478	0,000407	0,000452	0,000333	0,00042	0,000254
35%	0,000566	0,000575	0,000538	0,000534	0,000514	0,000494	0,000485	0,000452	0,000464	0,000399	0,000429	0,000338
40%	0,000574	0,000582	0,000544	0,000552	0,00052	0,000523	0,000493	0,000494	0,000477	0,00046	0,000443	0,000415
45%	0,000582	0,000588	0,000549	0,00057	0,000524	0,000551	0,000502	0,000535	0,000487	0,000518	0,000463	0,00049
50%	0,000586	0,000594	0,00056	0,000587	0,00054	0,000578	0,000514	0,000575	0,000501	0,000576	0,000485	0,000563
55%	0,000593	0,000601	0,000579	0,000604	0,000559	0,000606	0,000534	0,000615	0,00052	0,000633	0,000504	0,000636
60%	0,000606	0,000608	0,000595	0,000622	0,000575	0,000634	0,00056	0,000655	0,000555	0,000691	0,000548	0,00071
65%	0,000611	0,000616	0,000612	0,00064	0,000602	0,000663	0,000602	0,000697	0,000593	0,000753	0,000602	0,000788
70%	0,000632	0,000625	0,000625	0,00066	0,000624	0,000694	0,000656	0,000743	0,000671	0,000818	0,000662	0,000871
75%	0,000649	0,000635	0,000659	0,000681	0,00067	0,000728	0,000713	0,000793	0,000749	0,00089	0,000726	0,000962
80%	0,000656	0,000647	0,000693	0,000706	0,000718	0,000767	0,000782	0,00085	0,000815	0,000972	0,000837	0,00107
85%	0,000678	0,000662	0,000759	0,000736	0,000811	0,000815	0,00088	0,000919	0,00098	0,00107	0,00102	0,00119
90%	0,000696	0,000684	0,000813	0,000776	0,000894	0,000878	0,000983	0,00101	0,00122	0,0012	0,00133	0,00136
95%	0,000736	0,000724	0,00092	0,00084	0,0011	0,00098	0,00131	0,00116	0,00162	0,00142	0,00178	0,00163
Chi-Quadrado		2,32E+01		8,02E+01		1,48E+02		2,68E+02		3,96E+02		4,54E+02
P-Valor		1,67E-02		0,00E+00		0,00E+00		0,00E+00		0,00E+00		0,00E+00

Tabela 25: Estatísticas descritivas da rentabilidade segundo a marcação a mercado dos títulos LTN com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010

Vencimento	01/07/2009		01/10/2009		01/01/2010		01/04/2010		01/07/2010	
Distribuição		Logística		Logística		Logística		Log-logística		Logística
Mínimo	-1,54E-02	-∞	-1,59E-02	-∞	-1,50E-02	-∞	-2,27E-03	-9,03E-03	-2,06E-02	-∞
Máximo	1,17E-02	+∞	1,20E-02	+∞	7,33E-03	+∞	2,75E-03	+∞	1,01E-02	+∞
Média	4,38E-04	4,90E-04	4,05E-04	4,75E-04	4,28E-04	4,58E-04	4,36E-04	4,15E-04	4,84E-04	4,72E-04
Moda	3,48E-04	4,90E-04	3,30E-04	4,75E-04	3,28E-04	4,58E-04	3,31E-04	3,95E-04	3,85E-04	4,72E-04
Mediana	4,60E-04	4,90E-04	4,14E-04	4,75E-04	3,59E-04	4,58E-04	3,40E-04	4,06E-04	3,61E-04	4,72E-04
Desvio Padrão	1,35E-03	9,98E-04	1,52E-03	1,12E-03	1,51E-03	1,17E-03	5,17E-04	4,15E-04	1,97E-03	1,41E-03
Assimetria	-2,299	0	-2,4442	0	-2,5482	0	0,3152	0,2118	-2,4826	0
Curtose	46,9923	4,2	37,4292	4,2	30,0947	4,2	9,0121	4,3109	36,29	4,2
Percentil										
5%	-0,00139	-0,00113	-0,00162	-0,00134	-0,00184	-0,00144	-0,00035	-0,00024	-0,00196	-0,00182
10%	-0,00065	-0,000718	-8,09E-04	-0,00088	-0,00076	-0,00096	0,000113	-8,27E-05	-0,00095	-0,00124
15%	-2,31E-04	-0,000464	-0,000295	-5,93E-04	-0,000367	-0,00066	0,000228	1,81E-05	-0,000353	-0,000879
20%	-3,09E-05	-0,000272	-7,00E-05	-0,000378	-1,01E-04	-0,000435	0,00028	9,48E-05	3,66E-05	-0,000608
25%	0,000123	-1,14E-04	8,80E-05	-0,000201	0,00012	-0,00025	0,000304	0,000159	1,67E-04	-0,000384
30%	0,000262	2,44E-05	0,000259	-4,66E-05	0,000255	-8,78E-05	0,000321	0,000215	0,000243	-0,000188
35%	0,000346	0,00015	0,000322	9,39E-05	0,000317	5,94E-05	0,000329	0,000266	0,000291	-1,02E-05
40%	0,000373	0,000267	0,000333	0,000225	0,000328	0,000197	0,000331	0,000314	0,000326	0,000156
45%	0,000403	0,00038	0,000355	0,000351	0,000334	0,000329	0,000333	0,000361	0,000347	0,000316
50%	0,000457	0,00049	0,000411	0,000475	0,000359	0,000458	0,00034	0,000406	0,000361	0,000472
55%	0,00051	0,000601	0,000475	0,000598	0,000422	0,000588	0,000358	0,000452	0,000385	0,000628
60%	0,000592	0,000713	0,000546	0,000725	0,000479	0,00072	0,00038	0,000499	0,000466	0,000787
65%	0,000672	0,000831	0,000665	0,000856	0,000566	0,000858	0,000407	0,000549	0,000571	0,000954
70%	0,000766	0,000956	0,000762	0,000997	0,000755	0,001	0,000461	0,000602	0,000671	0,00113
75%	0,000904	0,00109	0,000963	0,00115	0,000909	0,00117	0,000536	0,000661	0,000815	0,00133
80%	0,00108	0,00125	0,00113	0,00133	0,00115	0,00135	0,000652	0,000729	0,00108	0,00155
85%	0,00131	0,00144	0,00137	0,00154	0,00146	0,00158	0,00076	0,000811	0,00161	0,00182
90%	0,00162	0,0017	0,00168	0,00183	0,00187	0,00188	0,00101	0,000922	0,00218	0,00218
95%	0,00199	0,00211	0,0022	0,00229	0,00257	0,00236	0,00133	0,0011	0,00314	0,00276
Chi-Quadrado		185,5409		296,5426		476,5755		394,8827		562,4545
P-Valor		0		0		0		0		0

A partir das estatísticas descritivas, pode-se verificar que a volatilidade da rentabilidade pela marcação a mercado dos títulos LTN decai com a aproximação da maturidade, isto é, do vencimento do papel. Como indício dessa tendência na volatilidade, o desvio padrão dos títulos que vencerão no início do período analisado na pesquisa foi inferior ao constatado nos títulos com maturidade no final do intervalo de tempo considerado.

A rentabilidade média dos títulos LTN, segundo a marcação a mercado, foi superior a 0,04% ao dia, com a maioria dos resultados diários indicando desempenhos positivos, como pode-se observar nos percentis dos papéis avaliados. No entanto, foram observadas perdas no desempenho diário dos títulos LTN, como no papel com vencimento em 01/01/2010 em que cerca de 30% dos resultados diários representaram perdas.

Em relação à rentabilidade diária aferida pela curva de vencimento, os títulos LTN apresentam retornos prefixados, ou seja, que não variam ao longo do tempo, assim os resultados para os títulos com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010 são apresentados na tabela abaixo:

Tabela 26: Rentabilidade diária segundo a marcação na curva de vencimento dos títulos LTN com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010

Título LTN Vencimento	Retorno diário pela marcação na curva de vencimento
01/07/2006	0,0606073%
01/10/2006	0,0595941%
01/01/2007	0,0591318%
01/04/2007	0,0586053%
01/07/2007	0,0582530%
01/10/2007	0,0562005%
01/01/2008	0,0573046%
01/04/2008	0,0544484%
01/07/2008	0,0566947%
01/10/2008	0,0403325%
01/01/2009	0,0551815%
01/04/2009	0,0461481%
01/07/2009	0,0436660%
01/10/2009	0,0403845%
01/01/2010	0,0426415%
01/04/2010	0,0435941%
01/07/2010	0,0482529%

A rentabilidade diária pela marcação na curva de vencimento, assim como à aferida pela marcação a mercado, apresentou um resultado médio superior a 0,04% ao dia, porém sem a volatilidade percebida pela variação de preço no mercado secundário. Ao utilizar a marcação na curva, o investidor percebe um rendimento fixo e deve manter a aplicação até o vencimento, com isso essa aplicação financeira envolve um risco de liquidez, visto que ela não pode ser resgatada antes do vencimento.

Para comparar a rentabilidade aferida pela marcação a mercado com a indicada pela curva de vencimento foi analisada a DnP entre as duas técnicas de avaliação dos títulos LTN. Os resultados são apresentados na tabela a seguir.

Tabela 27: Estatísticas descritivas da DnP entre marcação a mercado e na curva dos títulos LTN com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010

Vencimento	01/07/2006		01/10/2006		01/01/2007		01/04/2007		01/07/2007		01/10/2007	
Distribuição		Valor Extremo		Logística		Logística		Logística		Logística		Logística
Mínimo	-1,40E-04	-∞	-1,51E-03	-∞	-2,82E-03	-∞	-5,34E-03	-∞	-9,19E-03	-∞	-1,43E-02	-∞
Máximo	2,57E-04	+∞	9,39E-04	+∞	1,75E-03	+∞	3,65E-03	+∞	6,65E-03	+∞	9,67E-03	+∞
Média	4,44E-07	1,20E-06	1,89E-08	-8,96E-06	4,98E-07	-1,23E-05	5,29E-07	-1,08E-05	2,00E-06	-7,02E-06	2,41E-06	1,14E-06
Moda	-4,35E-05	-2,88E-05	-6,98E-05	-8,96E-06	-7,18E-05	-1,23E-05	-1,19E-04	-1,08E-05	-1,24E-04	-7,02E-06	-1,39E-04	1,14E-06
Mediana	-1,95E-05	-9,74E-06	-3,56E-05	-8,96E-06	-4,91E-05	-1,23E-05	-7,22E-05	-1,08E-05	-8,18E-05	-7,02E-06	-7,63E-05	1,14E-06
Desvio Padrão	6,51E-05	6,66E-05	1,99E-04	1,56E-04	3,32E-04	2,48E-04	5,34E-04	3,60E-04	8,26E-04	5,19E-04	1,15E-03	6,61E-04
Assimetria	1,0489	1,1395	-1,6246	0	-1,7892	0	-2,2149	0	-2,4494	0	-3,4	0
Curtose	4,655	5,4	24,8008	4,2	29,0127	4,2	45,1685	4,2	59,1386	4,2	75,4243	4,2
Percentil												
5%	-7,43E-05	-8,58E-05	-0,000225	-0,000262	-0,000348	-0,000415	-0,000519	-0,000596	-0,000893	-0,000849	-0,000973	-0,00107
10%	-5,61E-05	-7,21E-05	-0,000144	-0,000198	-0,000224	-0,000313	-0,000255	-0,000447	-0,000341	-0,000635	-0,000419	-0,0008
15%	-4,76E-05	-6,20E-05	-0,000102	-0,000158	-0,000108	-0,000249	-0,000154	-0,000355	-0,000207	-0,000503	-0,000255	-0,000631
20%	-4,43E-05	-5,35E-05	-7,19E-05	-0,000128	-9,99E-05	-0,000202	-0,00012	-0,000286	-0,00016	-0,000403	-0,00018	-0,000504
25%	-4,37E-05	-4,57E-05	-6,96E-05	-0,000103	-9,60E-05	-0,000162	-0,000113	-0,000229	-0,000136	-0,000321	-0,000149	-0,000399
30%	-4,30E-05	-3,84E-05	-6,58E-05	-8,17E-05	-8,56E-05	-0,000128	-0,000108	-0,000179	-0,00013	-0,000249	-0,000141	-0,000308
35%	-4,02E-05	-3,13E-05	-5,83E-05	-6,21E-05	-7,71E-05	-9,69E-05	-0,000101	-0,000134	-0,000118	-0,000184	-0,000133	-0,000224
40%	-3,21E-05	-2,42E-05	-5,15E-05	-4,38E-05	-7,16E-05	-6,77E-05	-9,29E-05	-9,13E-05	-0,000106	-0,000123	-0,000119	-0,000147
45%	-2,45E-05	-1,71E-05	-4,66E-05	-2,62E-05	-6,64E-05	-3,97E-05	-8,35E-05	-5,07E-05	-9,55E-05	-6,44E-05	-9,95E-05	-7,20E-05
50%	-1,98E-05	-9,74E-06	-3,56E-05	-8,96E-06	-4,91E-05	-1,23E-05	-7,22E-05	-1,08E-05	-8,18E-05	-7,02E-06	-7,70E-05	1,14E-06
55%	-1,23E-05	-2,06E-06	-1,73E-05	8,27E-06	-3,27E-05	1,51E-05	-5,20E-05	2,91E-05	-6,24E-05	5,04E-05	-5,58E-05	7,43E-05
60%	-3,61E-07	6,11E-06	-4,54E-07	2,59E-05	-1,64E-05	4,31E-05	-2,61E-05	6,98E-05	-2,73E-05	0,000109	-1,39E-05	0,000149
65%	7,60E-06	1,50E-05	1,65E-05	4,42E-05	1,06E-05	7,23E-05	1,57E-05	0,000112	1,06E-05	0,00017	3,98E-05	0,000227
70%	2,60E-05	2,48E-05	2,88E-05	6,38E-05	3,32E-05	0,000103	6,95E-05	0,000158	8,84E-05	0,000235	9,98E-05	0,00031
75%	4,31E-05	3,59E-05	6,32E-05	8,54E-05	8,08E-05	0,000138	0,000127	0,000208	0,000167	0,000307	0,000164	0,000401
80%	4,95E-05	4,91E-05	9,69E-05	0,00011	0,000127	0,000177	0,0002	0,000265	0,000233	0,000389	0,000293	0,000506
85%	7,22E-05	6,56E-05	0,000163	0,00014	0,000219	0,000225	0,000294	0,000334	0,000398	0,000489	0,000462	0,000633
90%	9,00E-05	8,81E-05	0,000217	0,00018	0,000303	0,000288	0,000424	0,000426	0,000634	0,000621	0,000773	0,000802
95%	0,00013	0,000125	0,000324	0,000244	0,00051	0,00039	0,000727	0,000574	0,00103	0,000835	0,00122	0,00107
Chi-Quadrado		25,902		80,2216		145,37		257,2907		395,7379		441,1485
P-Valor		3,90E-03		0,00E+00		0,00E+00		0,00E+00		0,00E+00		0,00E+00

Tabela 27: Estatísticas descritivas da DnP entre marcação a mercado e na curva dos títulos LTN com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010

Vencimento	01/07/2009		01/10/2009		01/01/2010		01/04/2010		01/07/2010	
Distribuição		Logística		Logística		Logística		Log-logística		Logística
Mínimo	-1,58E-02	-∞	-1,63E-02	-∞	-1,54E-02	-∞	-2,71E-03	-9,50E-03	-2,11E-02	-∞
Máximo	1,12E-02	+∞	1,16E-02	+∞	6,90E-03	+∞	2,31E-03	+∞	9,61E-03	+∞
Média	1,07E-06	5,40E-05	1,29E-06	7,15E-05	1,31E-06	3,24E-05	4,82E-07	-2,01E-05	1,93E-06	-1,08E-05
Moda	-9,07E-05	5,40E-05	-7,36E-05	7,15E-05	-9,80E-05	3,24E-05	-1,04E-04	-4,03E-05	-9,78E-05	-1,08E-05
Mediana	2,69E-05	5,40E-05	1,32E-05	7,15E-05	-6,74E-05	3,24E-05	-9,61E-05	-2,92E-05	-1,22E-04	-1,08E-05
Desvio Padrão	1,35E-03	9,99E-04	1,52E-03	1,12E-03	1,51E-03	1,17E-03	5,18E-04	4,16E-04	1,97E-03	1,41E-03
Assimetria	-2,2974	0	-2,4424	0	-2,5463	0	0,3127	0,2116	-2,4826	0
Curtose	46,9112	4,2	37,3646	4,2	30,0433	4,2	8,9847	4,3107	36,29	4,2
Percentil										
5%	-0,00183	-0,00157	-0,00202	-0,00174	-0,00227	-0,00187	-0,000787	-0,00068	-0,00244	-0,0023
10%	-0,00108	-0,00116	-0,00121	-0,00128	-0,00118	-0,00139	-0,000323	-0,00052	-0,00143	-0,00172
15%	-0,000668	-0,000901	-6,99E-04	-0,000998	-0,000794	-0,00109	-0,000208	-4,18E-04	-0,000835	-0,00136
20%	-4,68E-04	-0,000709	-0,000474	-7,83E-04	-0,000528	-0,000863	-0,000156	-3,42E-04	-0,000446	-0,00109
25%	-3,14E-04	-0,000551	-3,16E-04	-0,000606	-3,06E-04	-0,000677	-0,000132	-2,78E-04	-3,15E-04	-0,000866
30%	-0,000174	-4,13E-04	-1,48E-04	-0,000451	-0,000171	-0,000515	-0,000116	-0,000221	-2,40E-04	-0,00067
35%	-9,10E-05	-2,87E-04	-8,22E-05	-3,10E-04	-0,000116	-3,67E-04	-0,000107	-0,00017	-0,000191	-0,000493
40%	-6,29E-05	-0,000169	-6,97E-05	-1,78E-04	-9,83E-05	-2,29E-04	-0,000105	-0,000122	-0,000157	-3,26E-04
45%	-3,29E-05	-5,65E-05	-4,61E-05	-5,22E-05	-9,26E-05	-9,72E-05	-0,000103	-7,51E-05	-0,000135	-0,000167
50%	2,69E-05	5,40E-05	1,32E-05	7,15E-05	-6,77E-05	3,24E-05	-9,61E-05	-2,92E-05	-0,000122	-1,08E-05
55%	7,28E-05	0,000165	7,15E-05	0,000195	-3,42E-06	0,000162	-7,62E-05	1,69E-05	-9,74E-05	0,000145
60%	0,000156	0,000277	0,000142	0,000321	5,31E-05	0,000294	-5,58E-05	6,42E-05	-1,63E-05	0,000305
65%	0,000235	0,000395	0,000261	0,000453	0,000143	0,000432	-2,88E-05	0,000114	8,87E-05	0,000471
70%	0,000329	0,000521	0,000359	0,000594	0,000328	0,000579	2,55E-05	0,000167	0,000188	0,000649
75%	0,000468	0,000659	0,000562	0,000749	0,000482	0,000742	9,97E-05	0,000226	0,000332	0,000845
80%	0,000645	0,000817	0,000725	0,000926	0,000722	0,000927	0,000216	0,000294	0,000594	0,00107
85%	0,000873	0,00101	0,000967	0,00114	0,00103	0,00115	0,000339	0,000377	0,00112	0,00134
90%	0,00118	0,00126	0,00127	0,00143	0,00144	0,00145	0,000569	0,000488	0,0017	0,0017
95%	0,00156	0,00168	0,0018	0,00189	0,00214	0,00193	0,000898	0,00067	0,00266	0,00228
Chi-Quadrado		181,8467		295,5986		461,1317		387,7647		562,4545
P-Valor		0		0		0		0		0

Os desvios entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento dos títulos LTN indicaram que os resultados para a rentabilidade pela marcação a mercado se distribuíram em torno da rentabilidade fixa determinada na avaliação pela curva. Apesar da média dos resultados da marcação a mercado serem superiores ao retorno pela curva, como indica a média positiva para a DnP, os percentis demonstram que a marcação a mercado apresentou valores inferiores ao da curva de vencimento em aproximadamente metade dos casos avaliados na amostra.

Com os dados sobre a negociação diária dos títulos LTN foram calculadas a *duration*, a convexidade, a função para a rentabilidade decorrente da expansão de Taylor de 2º. Grau, a divergência não planejada – DnP e o desvio σ entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento. Os resultados para a expansão de Taylor foram próximos aos verificados na curva de vencimento, como pode ser observado na figura a seguir:

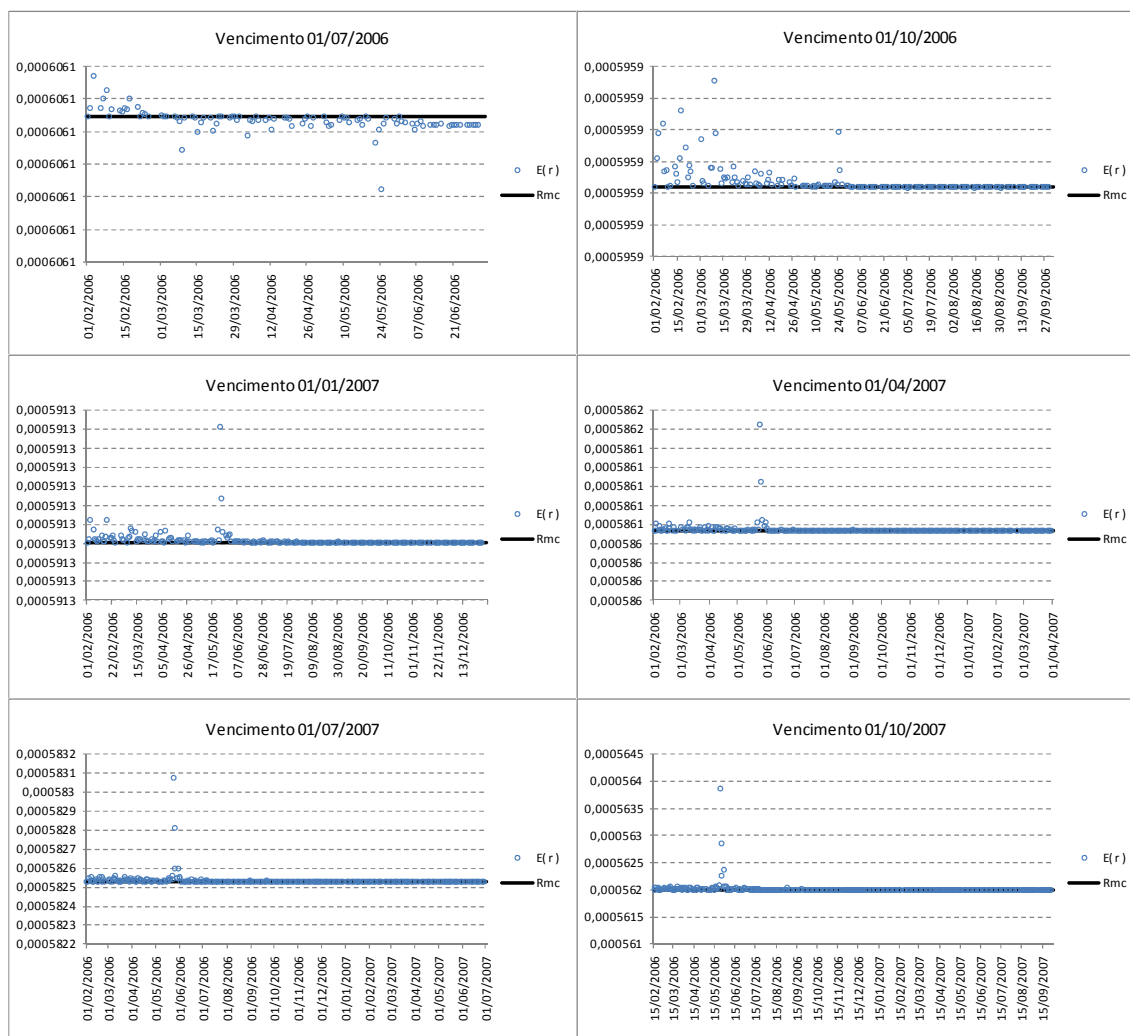


Figura 21: Rentabilidade indicada pela expansão de Taylor ($E(r)$) e marcação na curva (Rmc) dos títulos LTN com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.

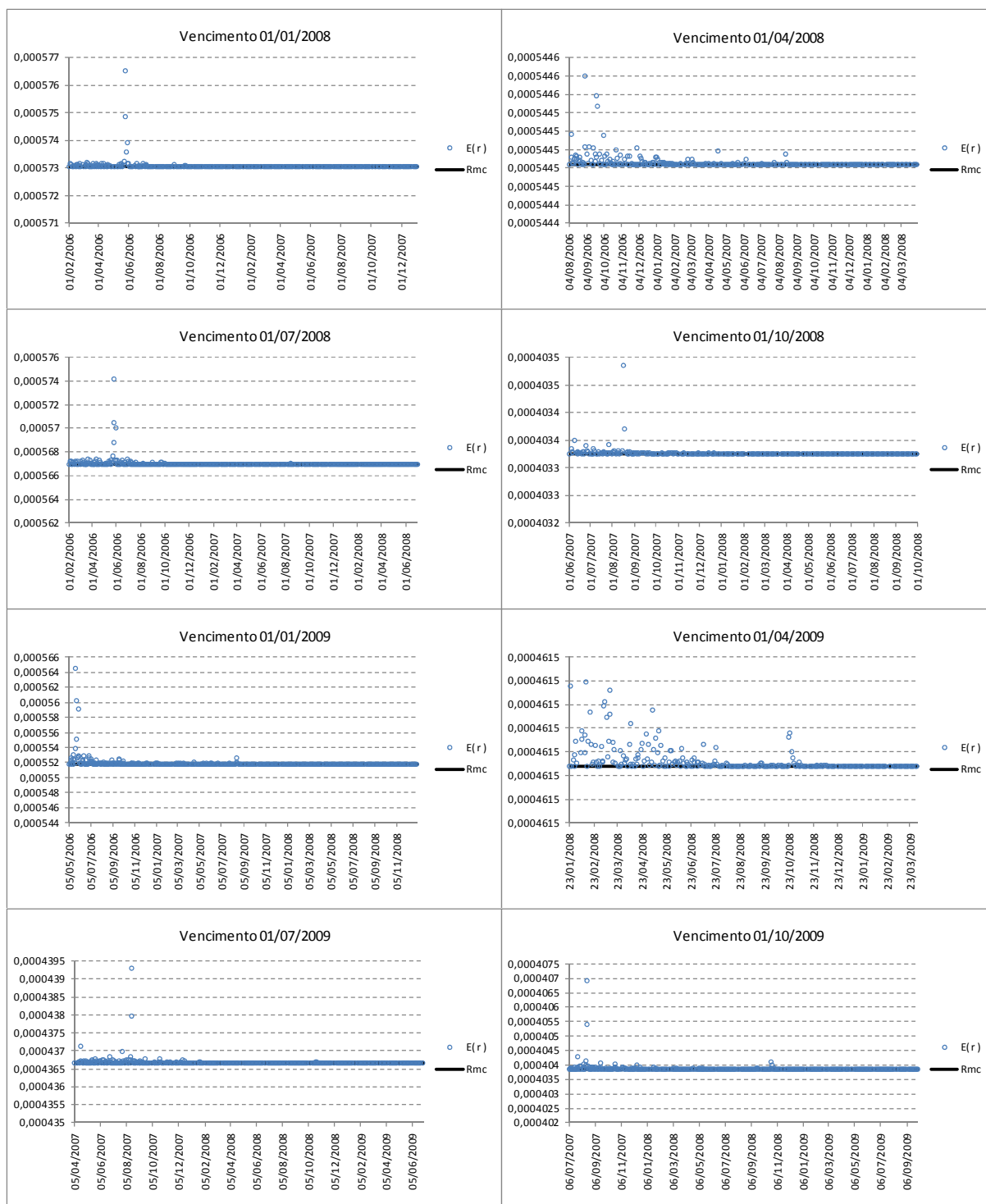


Figura 21: Rentabilidade indicada pela expansão de Taylor ($E(r)$) e marcação na curva (Rmc) dos títulos LTN com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.

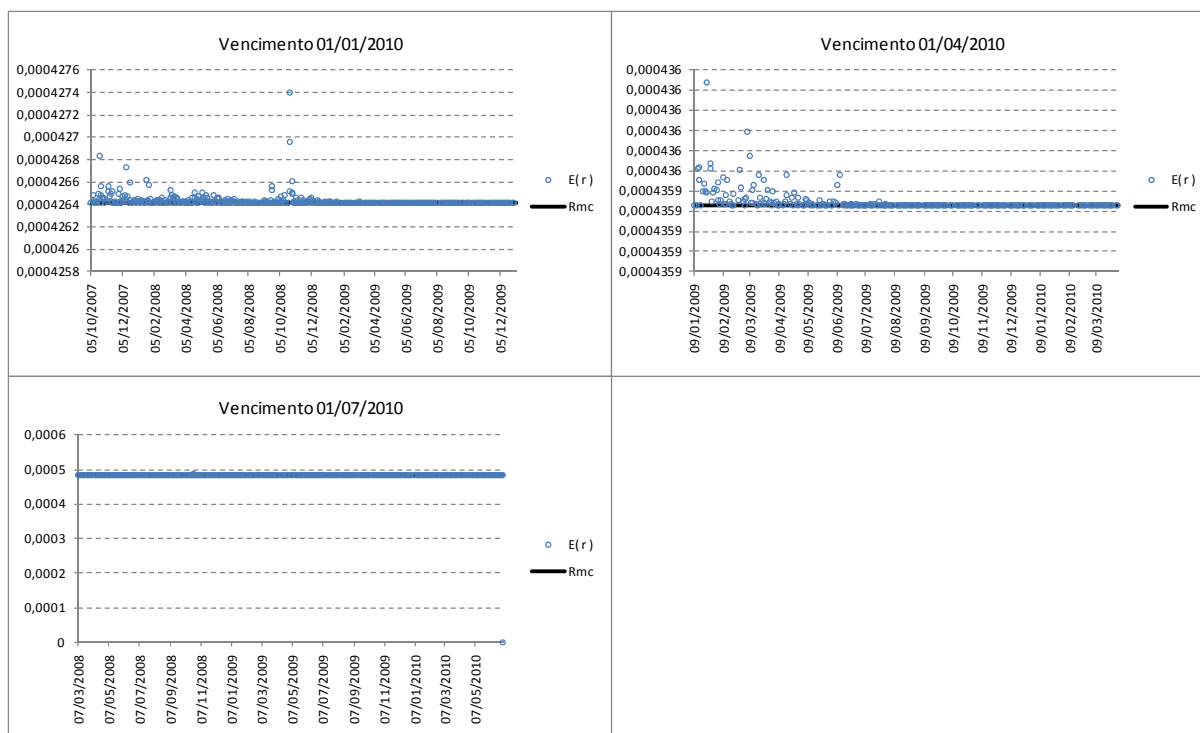


Figura 21: Rentabilidade indicada pela expansão de Taylor ($E(r)$) e marcação na curva (R_{mc}) dos títulos LTN com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.

Os resultados para a expansão de Taylor foram próximos aos aferidos pela marcação na curva de vencimento de maneira que essa aproximação matemática do retorno de um título reflete a convergência entre as técnicas de avaliação de títulos públicos no caso das LTNs. Por meio da expansão de Taylor os resultados da marcação a mercado foram ajustados aos da curva de vencimento, o que indica a convergência entre as duas técnicas de avaliação.

Os resultados para a divergência entre os resultados para expansão de Taylor e a marcação na curva de vencimento são apresentados na tabela a seguir.

Tabela 28: Estatísticas descritivas da DnP entre a expansão de Taylor e a marcação na curva dos títulos LTN com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010

Vencimento	01/07/2009		01/10/2009		01/01/2010		01/04/2010		01/07/2010	
Distribuição		Inv Gauss		Inv Gauss		Inv Gauss		Inv Gauss		Inv Gauss
Mínimo	0,00E+00	-1,60E-11	0,00E+00	-1,80E-11	0,00E+00	-9,75E-12	0,00E+00	-5,84E-13	0,00E+00	-1,46E-11
Máximo	2,64E-06	+∞	3,08E-06	+∞	9,78E-07	+∞	3,06E-08	+∞	4,64E-06	+∞
Média	1,66E-08	1,66E-08	1,87E-08	1,87E-08	1,47E-08	1,47E-08	8,77E-10	8,77E-10	4,35E-08	4,35E-08
Moda	1,20E-16	4,45E-12	8,97E-16	4,16E-12	6,25E-16	2,17E-12	3,56E-16	4,01E-13	4,41E-15	5,69E-12
Mediana	5,34E-10	1,18E-10	4,99E-10	1,27E-10	7,31E-10	6,84E-11	1,10E-11	5,86E-12	4,06E-10	1,19E-10
Desvio Padrão	1,28E-07	2,74E-07	1,49E-07	3,15E-07	5,74E-08	2,98E-07	2,74E-09	1,51E-08	2,40E-07	1,17E-06
Assimetria	17,4473	49,4017	17,5928	50,3791	11,0579	60,8069	6,1186	51,6815	14,9067	80,2668
Curtose	338,2326	4070,5548	342,1837	4233,0837	162,1919	6165,4579	54,8401	4454,6334	262,493	10740,9363
Percentil										
5%	4,32E-14	-6,10E-14	6,06E-14	-7,19E-13	1,33E-13	-4,50E-13	8,46E-14	1,84E-13	4,77E-13	1,24E-12
10%	2,52E-13	6,63E-12	2,48E-13	6,52E-12	4,84E-13	3,45E-12	2,81E-13	5,06E-13	1,46E-12	7,88E-12
15%	1,74E-12	1,35E-11	9,21E-13	1,40E-11	1,11E-12	7,47E-12	5,80E-13	8,39E-13	5,33E-12	1,47E-11
20%	7,30E-12	2,12E-11	4,24E-12	2,24E-11	2,32E-12	1,20E-11	1,01E-12	1,21E-12	8,73E-12	2,24E-11
25%	1,70E-11	3,02E-11	1,97E-11	3,21E-11	5,11E-12	1,72E-11	1,31E-12	1,64E-12	2,14E-11	3,13E-11
30%	3,70E-11	4,09E-11	4,99E-11	4,36E-11	1,55E-11	2,34E-11	2,00E-12	2,16E-12	3,97E-11	4,19E-11
35%	7,87E-11	5,39E-11	9,43E-11	5,77E-11	5,78E-11	3,10E-11	2,68E-12	2,78E-12	6,55E-11	5,49E-11
40%	1,46E-10	7,01E-11	1,58E-10	7,53E-11	1,67E-10	4,05E-11	4,77E-12	3,57E-12	1,20E-10	7,11E-11
45%	3,39E-10	9,08E-11	2,97E-10	9,77E-11	3,26E-10	5,26E-11	7,32E-12	4,56E-12	2,48E-10	9,17E-11
50%	5,34E-10	1,18E-10	4,99E-10	1,27E-10	7,21E-10	6,84E-11	1,06E-11	5,86E-12	4,05E-10	1,19E-10
55%	8,05E-10	1,54E-10	8,92E-10	1,66E-10	1,19E-09	8,96E-11	2,12E-11	7,61E-12	8,62E-10	1,55E-10
60%	1,29E-09	2,05E-10	1,57E-09	2,21E-10	1,94E-09	1,19E-10	3,03E-11	1,01E-11	2,06E-09	2,06E-10
65%	2,35E-09	2,78E-10	2,45E-09	3,00E-10	2,88E-09	1,62E-10	5,68E-11	1,36E-11	4,41E-09	2,79E-10
70%	3,43E-09	3,90E-10	3,63E-09	4,22E-10	4,93E-09	2,28E-10	1,09E-10	1,90E-11	7,28E-09	3,92E-10
75%	5,04E-09	5,75E-10	5,56E-09	6,23E-10	7,73E-09	3,37E-10	2,42E-10	2,79E-11	1,49E-08	5,79E-10
80%	8,33E-09	9,13E-10	8,05E-09	9,89E-10	1,32E-08	5,36E-10	4,98E-10	4,42E-11	2,70E-08	9,22E-10
85%	1,50E-08	1,63E-09	1,33E-08	1,77E-09	2,00E-08	9,63E-10	1,06E-09	7,90E-11	4,77E-08	1,66E-09
90%	2,60E-08	3,63E-09	2,56E-08	3,94E-09	3,36E-08	2,16E-09	2,77E-09	1,76E-10	8,20E-08	3,74E-09
95%	5,21E-08	1,37E-08	5,74E-08	1,49E-08	6,83E-08	8,31E-09	5,67E-09	6,65E-10	1,84E-07	1,47E-08
Chi-Quadrado		6,04E+02		7,05E+02		1,07E+03		1,54E+02		7,35E+02
P-Valor		0		0		0		0		0

Os desvios entre a expansão de Taylor e a marcação na curva de vencimento foram inferiores aos verificados entre a marcação a mercado e a na curva. Isso indica que o ajuste dos desvios entre as técnicas de avaliação por meio da *duration* e da convexidade permitiu constatar a convergência entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento. Logo, os resultados para as duas técnicas de avaliação aplicadas aos títulos LTN apresentam convergência, contudo a escolha pela técnica de avaliação a ser utilizada deve considerar a opção pela liquidez, decorrente da marcação a mercado, frente à redução da volatilidade, obtida pela marcação na curva de vencimento.

Notas do Tesouro Nacional tipo F – NTN-F

Os títulos NTN-F são prefixados como os papéis LTN, porém garantindo o pagamento de cupons semestrais ao titular. O principal e os cupons são definidos no momento de emissão do título pela STN, sendo que possíveis deságios negociados em uma transação no mercado secundário são incorporados na taxa de desconto prefixada.

No período entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010 foram obtidos dados sobre as séries de NTN-F com os seguintes vencimentos: 01/01/2008, 04/01/2010 e 01/07/2010.

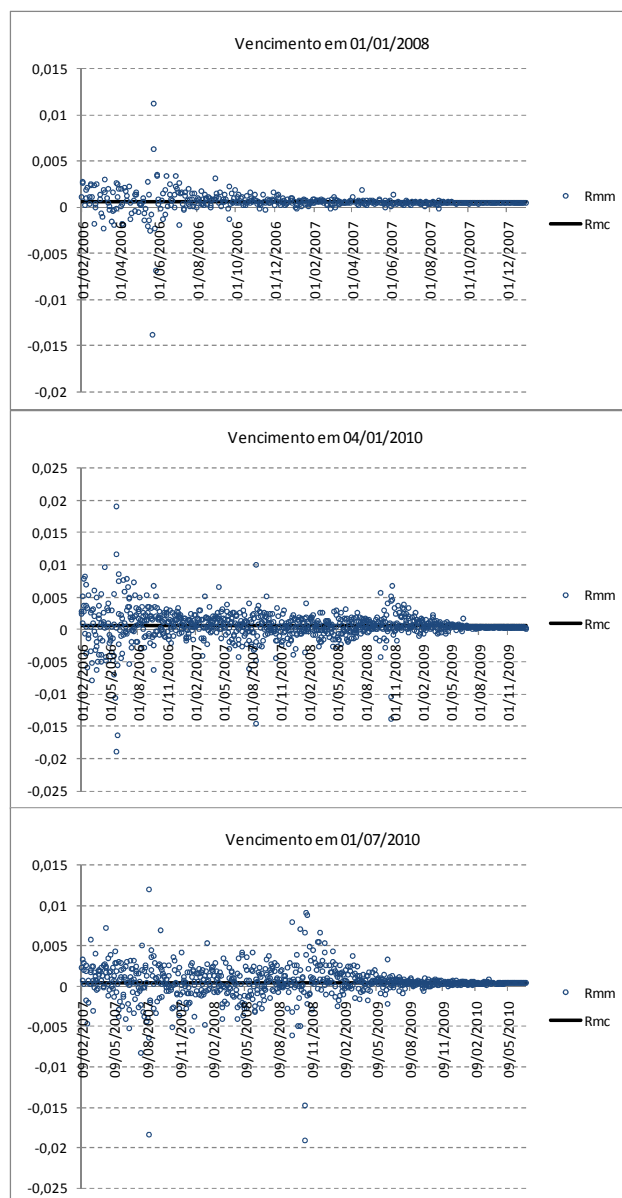


Figura 22: Rentabilidade indicada pela marcação a mercado (Rmm) e marcação na curva (Rmc) dos títulos NTN-F com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.

Na figura acima, pode-se perceber a redução da volatilidade entre a marcação a mercado e a marcação na curva com o decorrer do tempo até o vencimento dos títulos públicos NTN-F. Cabe destacar que essa volatilidade advém da marcação a mercado da NTN-F, pois a marcação na curva de vencimento não apresenta variação na rentabilidade percebida pelo investidor, situação similar à dos títulos LTN.

A avaliação da rentabilidade das NTN-F por meio da marcação a mercado é apresentada na tabela a seguir.

Tabela 29: Estatísticas descritivas da rentabilidade segundo a marcação a mercado dos títulos NTN-F com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010

Vencimento	01/01/2008		04/01/2010		01/07/2010	
Distribuição		Logística		Logística		Logística
Mínimo	-0,0139	$-\infty$	-0,0189	$-\infty$	-0,0191	$-\infty$
Máximo	0,0112	$+\infty$	0,019	$+\infty$	0,0119	$+\infty$
Média	0,000576	0,000561	0,000552	0,000583	0,000466	0,000507
Moda	0,00042	0,000561	0,000329	0,000583	0,000385	0,000507
Mediana	0,000458	0,000561	0,000445	0,000583	0,000384	0,000507
Desvio Padrão	0,0012	0,00075	0,00233	0,00185	0,00208	0,00165
Assimetria	-2,4745	0	-0,918	0	-2,0319	0
Curtose	63,238	4,2	19,818	4,2	25,4226	4,2
Percentil						
5%	-0,0006	-0,000656	-0,00263	-0,00242	-0,00263	-0,00217
10%	2,47E-05	-0,000347	-0,00155	-0,00166	-0,00131	-0,00149
15%	0,000226	-0,000156	-0,000783	-0,00119	-0,000722	-0,00107
20%	0,00031	-1,20E-05	-0,000378	-0,00083	-0,000281	-0,000752
25%	0,000378	0,000107	-5,86E-05	-0,000537	1,32E-05	-0,00049
30%	0,000409	0,000211	0,000124	-0,000281	0,000192	-0,000262
35%	0,000418	0,000305	0,0003	-4,83E-05	0,000261	-5,48E-05
40%	0,000422	0,000394	0,000329	0,000169	0,000327	0,000139
45%	0,000434	0,000478	0,000355	0,000378	0,000352	0,000325
50%	0,000458	0,000561	0,000444	0,000583	0,000383	0,000507
55%	0,000503	0,000644	0,000529	0,000787	0,000452	0,00069
60%	0,000543	0,000729	0,000743	0,000996	0,000579	0,000876
65%	0,00061	0,000817	0,00092	0,00121	0,000686	0,00107
70%	0,000692	0,000912	0,00119	0,00145	0,000863	0,00128
75%	0,000766	0,00102	0,00144	0,0017	0,00119	0,00151
80%	0,00089	0,00113	0,00171	0,002	0,00159	0,00177
85%	0,0011	0,00128	0,00209	0,00235	0,00198	0,00208
90%	0,00152	0,00147	0,00258	0,00282	0,00247	0,0025
95%	0,00209	0,00178	0,00352	0,00358	0,00319	0,00318
Chi-Quadrado	n.a.	483,81	n.a.	444,8824	n.a.	536,0258
P-Valor	n.a.	0	n.a.	0	n.a.	0

Os resultados para a rentabilidade diária dos títulos NTN-F, conforme a marcação a mercado, apresentaram uma rentabilidade média de aproximadamente 0,05% ao dia, sendo que os piores resultados foram da ordem de perdas superiores a 1% ao dia e os melhores resultados foram ganhos superiores a 1% ao dia. A rentabilidade pela marcação a mercado apresentou uma volatilidade com um desvio padrão de superior a 0,1% ao dia e um padrão logístico de distribuição de frequência, conforme indicaram os testes de aderência Chi-quadrado.

De acordo com as distribuições teóricas, cerca de 20% dos resultados diários para a rentabilidade segundo a marcação a mercado das NTN-F são perdas, como demonstra o percentil 20% nas distribuições avaliadas nos testes de aderência. No entanto, em 10% dos

melhores resultados foram ganhos diários superiores a 0,15% ao dia, de acordo com o percentil 90%.

A análise para a rentabilidade conforme a marcação na curva das NTN-F é destacada na tabela a seguir.

Tabela 30: Estatísticas descritivas da rentabilidade segundo a marcação na curva de vencimento dos títulos NTN-F com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010

Vencimento	01/01/2008		04/01/2010		01/07/2010	
Distribuição		Uniforme		Uniforme		Uniforme
Mínimo	0,0005776	0,0005776	0,0005611	0,0005611	0,0004605	0,0004605
Máximo	0,0005776	0,0005776	0,0005611	0,0005611	0,0004605	0,0004605
Média	0,0005776	0,0005776	0,0005611	0,0005611	0,0004605	0,0004605
Moda	0,0005776	0,0005776	0,0005611	0,0005611	0,0004605	0,0004605
Mediana	0,0005776	0,0005776	0,0005611	0,0005611	0,0004605	0,0004605
Desvio Padrão	1,23E-16	1,93E-16	1,21E-16	1,93E-16	1,25E-16	1,93E-16
Assimetria	-0,0383	0	0,1907	0	-0,0976	0
Curtose	2,1921	1,8	2,937	1,8	2,7408	1,8
Percentil						
5%	0,0005776	0,0005776	0,0005611	0,0005611	0,0004605	0,0004605
10%	0,0005776	0,0005776	0,0005611	0,0005611	0,0004605	0,0004605
15%	0,0005776	0,0005776	0,0005611	0,0005611	0,0004605	0,0004605
20%	0,0005776	0,0005776	0,0005611	0,0005611	0,0004605	0,0004605
25%	0,0005776	0,0005776	0,0005611	0,0005611	0,0004605	0,0004605
30%	0,0005776	0,0005776	0,0005611	0,0005611	0,0004605	0,0004605
35%	0,0005776	0,0005776	0,0005611	0,0005611	0,0004605	0,0004605
40%	0,0005776	0,0005776	0,0005611	0,0005611	0,0004605	0,0004605
45%	0,0005776	0,0005776	0,0005611	0,0005611	0,0004605	0,0004605
50%	0,0005776	0,0005776	0,0005611	0,0005611	0,0004605	0,0004605
55%	0,0005776	0,0005776	0,0005611	0,0005611	0,0004605	0,0004605
60%	0,0005776	0,0005776	0,0005611	0,0005611	0,0004605	0,0004605
65%	0,0005776	0,0005776	0,0005611	0,0005611	0,0004605	0,0004605
70%	0,0005776	0,0005776	0,0005611	0,0005611	0,0004605	0,0004605
75%	0,0005776	0,0005776	0,0005611	0,0005611	0,0004605	0,0004605
80%	0,0005776	0,0005776	0,0005611	0,0005611	0,0004605	0,0004605
85%	0,0005776	0,0005776	0,0005611	0,0005611	0,0004605	0,0004605
90%	0,0005776	0,0005776	0,0005611	0,0005611	0,0004605	0,0004605
95%	0,0005776	0,0005776	0,0005611	0,0005611	0,0004605	0,0004605
Chi-Quadrado	n.a.	4615,4927	n.a.	15855,706	n.a.	10573,386
P-Valor	n.a.	0	n.a.	0	n.a.	0

Os títulos NTN-F são prefixados com pagamento de cupons semestrais, também prefixados, logo a rentabilidade pela marcação na curva também é definida na aquisição do título federal.

Assim, a rentabilidade pela curva de vencimento é invariável ao longo do tempo, mantendo-se constante até o vencimento.

Diante disso, a rentabilidade pela marcação na curva das NTN-F seguiu um comportamento uniforme ao longo do tempo, com ausência de volatilidade, o que pode ser constatado pelo mesmo valor para os distintos percentis avaliados e pelo valor infinitesimal aferido para o desvio padrão. Além disso, o valor para a assimetria dos dados reflete essa característica do valor constante da rentabilidade pela marcação na curva do título prefixado NTN-F.

Na tabela a seguir são apresentados os resultados para a divergência entre a marcação na curva e a marcação a mercado dos títulos NTN-F.

Tabela 31: Estatísticas descritivas da DnP entre marcação a mercado e na curva dos títulos NTN-F com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010

Vencimento	01/01/2008		04/01/2010		01/07/2010	
Distribuição		Logística		Logística		Logística
Mínimo	-0,0145	$-\infty$	-0,0195	$-\infty$	-0,0196	$-\infty$
Máximo	0,0106	$+\infty$	0,0185	$+\infty$	0,0115	$+\infty$
Média	-1,84E-06	-1,62E-05	-9,09E-06	2,16E-05	5,08E-06	4,69E-05
Moda	-0,000157	-1,62E-05	-0,000233	2,16E-05	-7,57E-05	4,69E-05
Mediana	-0,000119	-1,62E-05	-0,000116	2,16E-05	-7,67E-05	4,69E-05
Desvio Padrão	1,20E-03	7,50E-04	2,33E-03	1,85E-03	2,08E-03	1,65E-03
Assimetria	-2,4745	0	-0,918	0	-2,0319	0
Curtose	63,238	4,2	19,818	4,2	25,4226	4,2
Percentil						
5%	-0,00118	-0,00123	-0,00319	-0,00298	-0,00309	-0,00263
10%	-0,000553	-0,000925	-0,00211	-0,00222	-0,00177	-0,00195
15%	-0,000352	-0,000734	-0,00134	-0,00175	-0,00118	-0,00153
20%	-0,000267	-0,00059	-0,000939	-0,00139	-0,000742	-0,00121
25%	-0,000199	-0,000471	-0,00062	-0,0011	-0,000447	-0,000951
30%	-0,000168	-0,000367	-0,000437	-0,000842	-0,000268	-0,000723
35%	-0,00016	-0,000272	-0,000261	-0,000609	-0,000199	-0,000515
40%	-0,000155	-0,000184	-0,000232	-0,000392	-0,000133	-0,000321
45%	-0,000144	-9,92E-05	-0,000206	-0,000183	-0,000108	-0,000135
50%	-0,000119	-1,62E-05	-0,000117	2,16E-05	-7,70E-05	4,69E-05
55%	-7,42E-05	6,68E-05	-3,17E-05	0,000226	-8,51E-06	0,000229
60%	-3,50E-05	0,000151	0,000182	0,000435	0,000118	0,000415
65%	3,28E-05	0,00024	0,000359	0,000653	0,000226	0,000609
70%	0,000114	0,000334	0,000626	0,000885	0,000402	0,000816
75%	0,000188	0,000438	0,00088	0,00114	0,000732	0,00104
80%	0,000312	0,000557	0,00115	0,00143	0,00113	0,00131
85%	0,000525	0,000701	0,00153	0,00179	0,00152	0,00162
90%	0,000937	0,000893	0,00202	0,00226	0,00201	0,00204

Tabela 31: Estatísticas descritivas da DnP entre marcação a mercado e na curva dos títulos NTN-F com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010

Vencimento	01/01/2008		04/01/2010		01/07/2010	
95%	0,00151	0,0012	0,00296	0,00302	0,00273	0,00272
Chi-Quadrado	n.a.	483,81	n.a.	444,8824	n.a.	536,0258
P-Valor	n.a.	0	n.a.	0	n.a.	0

Por meio da DnP entre a marcação a mercado e a marcação na curva para avaliação da rentabilidade diária dos títulos NTN-F pode-se constatar que os resultados da marcação a mercado indicaram rentabilidades diárias em torno dos resultados para a marcação na curva de vencimento. O que reflete essa volatilidade da marcação a mercado frente ao valor na curva é a distribuição dos percentis, visto que mais de 40% dos resultados da marcação a mercado foram superiores ou inferiores à marcação na curva.

Logo, ao utilizar a marcação a mercado para avaliar o desempenho de um investimento em um título NTN-F, o investidor assume uma volatilidade nos resultados diários dessa aplicação financeira decorrente da variação do preço desse título público no mercado secundário. Porém, ao adotar a marcação na curva, a rentabilidade da NTN-F fica constante ao longo do tempo, contudo fica inviabilizada sua liquidação antes do vencimento. Assim, cabe ao investidor a escolha entre assumir uma volatilidade e poder negociar o papel no mercado, ou perceber uma rentabilidade predeterminada e ter que manter a aplicação até o vencimento.

A partir dos dados relativos à negociação diária dos títulos NTN-F foram calculadas a *duration*, a convexidade, a função para a rentabilidade decorrente da expansão de Taylor de 2º. Grau, a divergência não planejada – DnP e o desvio σ obtido para os resultados diários. Os resultados para a expansão de Taylor foram próximos aos verificados pela marcação na curva de vencimento, como pode ser observado na figura a seguir:

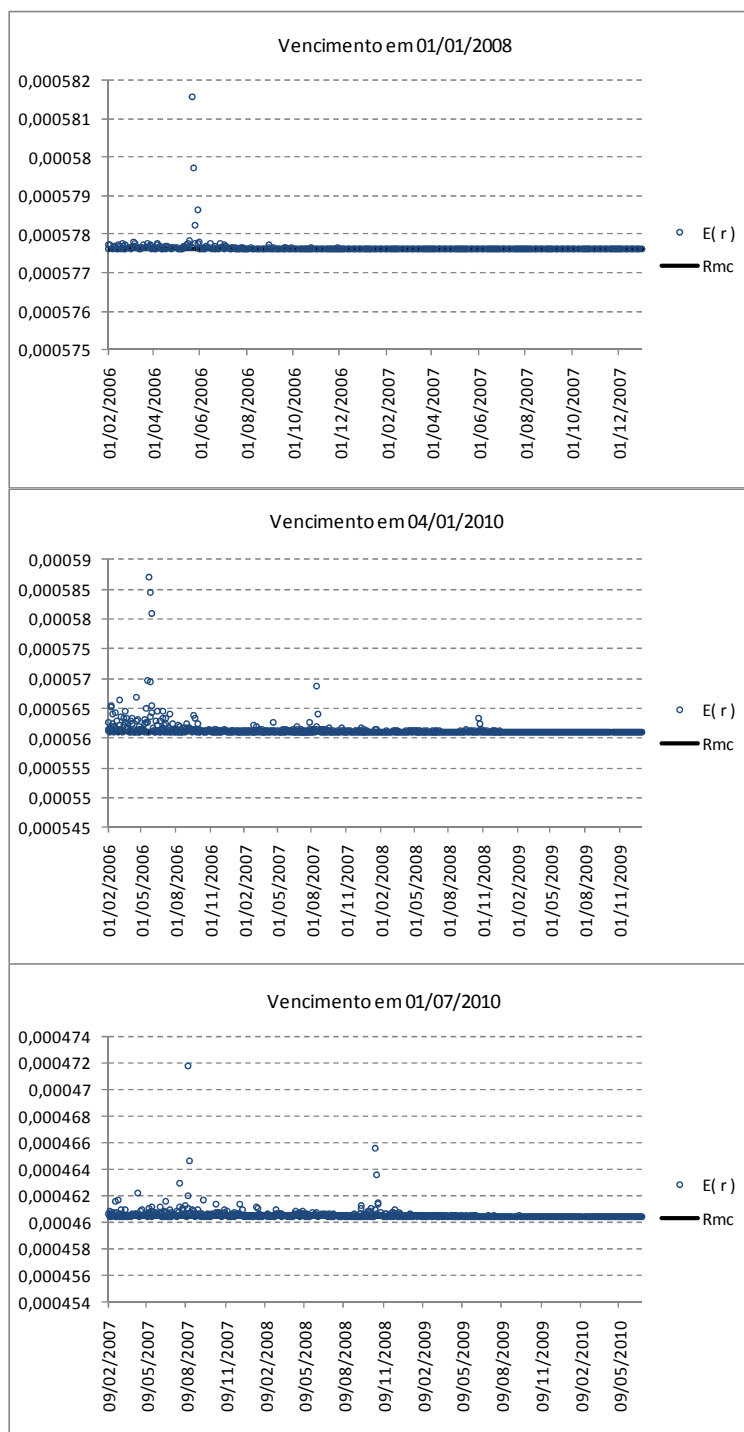


Figura 23: Rentabilidade indicada pela expansão de Taylor ($E(r)$) e marcação na curva (R_{mc}) dos títulos NTN-F com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.

Como se pode observar nos gráficos da figura acima, os resultados para a função baseada na expansão de Taylor foram próximos aos verificados pela marcação na curva de vencimento, porém nos momentos em que se verificam as maiores divergências entre a marcação na curva e a marcação a mercado, constatou-se uma dissonância entre os resultados da função frente à marcação na curva.

Tabela 32: Estatísticas descritivas da DnP entre a expansão de Taylor e a marcação na curva dos títulos NTN-F com vencimento entre fev/2006 e ago/2010

Vencimento	01/01/2008		04/01/2010		01/07/2010	
Distribuição		Normal		Normal		Normal
Mínimo	-3,93E-06	-∞	-2,61E-05	-∞	-1,13E-05	-∞
Máximo	0	+∞	0	+∞	0	+∞
Média	-2,67E-08	-2,67E-08	-2,83E-07	-2,83E-07	-9,80E-08	-9,80E-08
Moda	-7,33E-15	-2,67E-08	-2,32E-14	-2,83E-07	-6,38E-15	-9,80E-08
Mediana	-2,48E-10	-2,67E-08	-1,27E-08	-2,83E-07	-4,84E-09	-9,80E-08
Desvio Padrão	2,11E-07	2,11E-07	1,46E-06	1,46E-06	4,92E-07	4,92E-07
Assimetria	-15,4509	0	-12,8242	0	-16,3426	0
Curtose	266,4827	3	199,0075	3	338,1454	3
Percentil						
5%	-8,69E-08	-3,74E-07	-1,24E-06	-2,69E-06	-3,96E-07	-9,07E-07
10%	-3,61E-08	-2,98E-07	-4,00E-07	-2,16E-06	-2,00E-07	-7,29E-07
15%	-1,51E-08	-2,46E-07	-2,36E-07	-1,80E-06	-1,31E-07	-6,08E-07
20%	-7,47E-09	-2,05E-07	-1,51E-07	-1,51E-06	-7,92E-08	-5,12E-07
25%	-3,78E-09	-1,69E-07	-1,02E-07	-1,27E-06	-5,37E-08	-4,30E-07
30%	-2,18E-09	-1,38E-07	-6,81E-08	-1,05E-06	-3,77E-08	-3,56E-07
35%	-1,25E-09	-1,08E-07	-4,53E-08	-8,47E-07	-2,41E-08	-2,88E-07
40%	-7,46E-10	-8,02E-08	-3,08E-08	-6,54E-07	-1,43E-08	-2,23E-07
45%	-4,10E-10	-5,32E-08	-2,08E-08	-4,67E-07	-8,39E-09	-1,60E-07
50%	-2,48E-10	-2,67E-08	-1,28E-08	-2,83E-07	-4,87E-09	-9,80E-08
55%	-1,54E-10	-1,04E-10	-7,78E-09	-9,93E-08	-2,19E-09	-3,62E-08
60%	-1,01E-10	2,69E-08	-4,75E-09	8,75E-08	-1,12E-09	2,66E-08
65%	-7,02E-11	5,48E-08	-2,77E-09	2,81E-07	-4,73E-10	9,16E-08
70%	-4,33E-11	8,42E-08	-1,29E-09	4,84E-07	-2,05E-10	1,60E-07
75%	-3,04E-11	1,16E-07	-4,70E-10	7,04E-07	-8,45E-11	2,34E-07
80%	-2,26E-11	1,51E-07	-1,67E-10	9,48E-07	-4,83E-11	3,16E-07
85%	-1,51E-11	1,92E-07	-8,75E-11	1,23E-06	-2,23E-11	4,12E-07
90%	-9,08E-12	2,44E-07	-4,25E-11	1,59E-06	-8,27E-12	5,33E-07
95%	-2,83E-12	3,21E-07	-1,65E-11	2,12E-06	-2,76E-12	7,11E-07
Chi-Quadrado	n.a.	5269,7056	n.a.	15048,294	n.a.	9952,5761
P-Valor	n.a.	0	n.a.	0	n.a.	0

Fonte: Elaborado pelo autor

A divergência entre os resultados da rentabilidade diária pela marcação na curva e a análise pela segunda expansão de Taylor foram centesimais frente aos valores de desempenho diário de rendimento dos títulos NTN-F pesquisados. Isso é um reflexo da aproximação dos resultados por meio da expansão de Taylor para a rentabilidade diária de um título NTN-F, que teoricamente deve seguir o comportamento da marcação na curva.

No entanto, os resultados para expansão de Taylor indicaram uma rentabilidade inferior, em níveis centesimais, aos aferidos pela marcação na curva de vencimento, de modo que o preço do título foi superior ao avaliado pelo carregamento na curva de vencimento. Assim, o

modelo de incorporou os desvios entre a marcação a mercado e a marcação na curva por meio de um acréscimo no preço do título, ajustado pela convexidade (2ª. derivada) e pela *duration* (1ª. derivada).

Notas do Tesouro Nacional tipo B – NTN-B

Os títulos NTN-B são indexados ao índice de inflação IPCA, garantindo ao investidor uma remuneração atrelada à variação do indexador mais uma taxa fixa, delimitada na aquisição do título de renda fixa. Além disso, a rentabilidade desse título pode ser aferida pela variação de seu preço no mercado secundário de títulos públicos, o que pode ser obtido no site da ANBIMA.

Para o período entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010, intervalo considerado na pesquisa, foram obtidos dados sobre os títulos NTN-B com vencimento em: 15/08/2006, 15/08/2007, 15/08/2008, 15/05/2009, 15/11/2009 e 15/08/2010. Os resultados para a marcação a mercado e marcação na curva desses títulos são apresentados na figura a seguir.

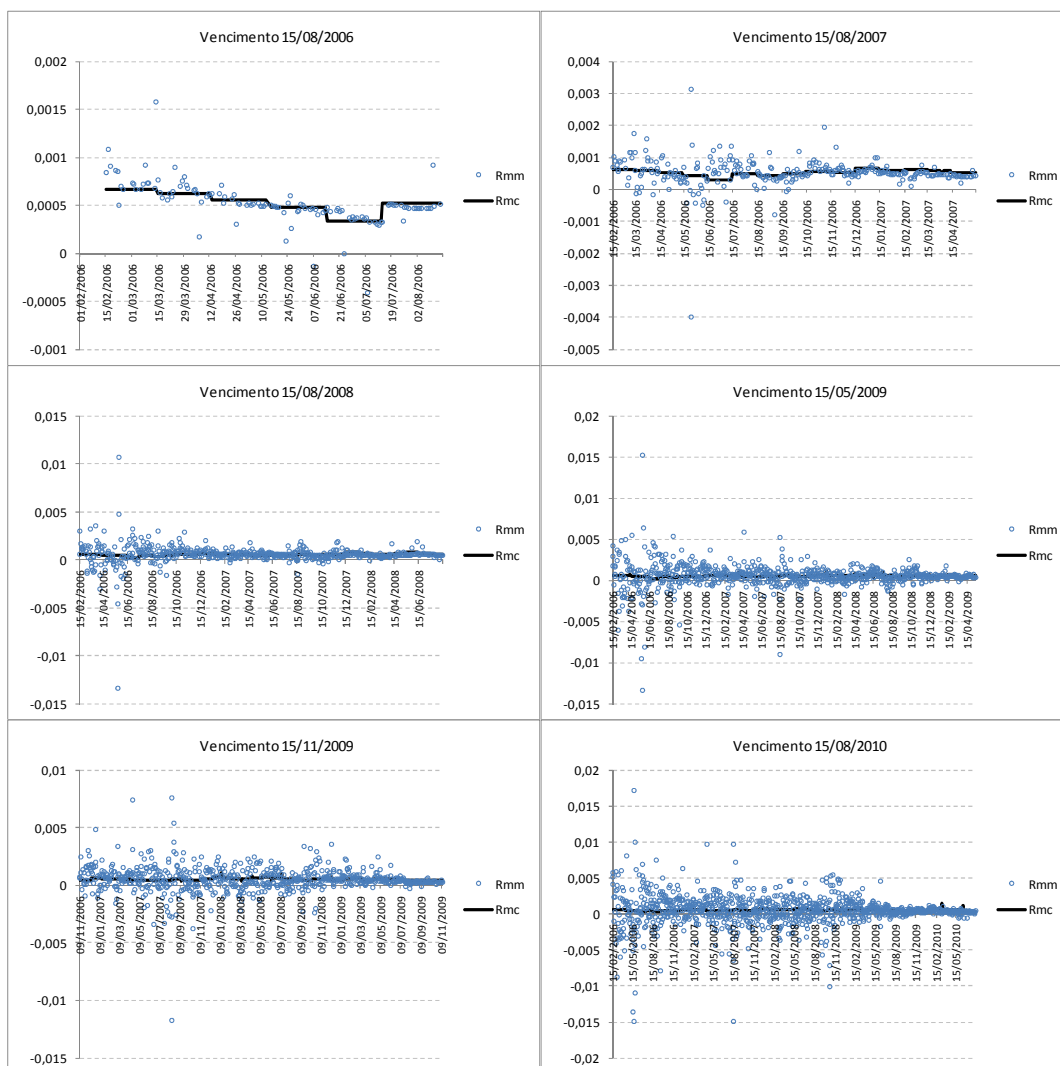


Figura 24: Rentabilidade indicada pela marcação a mercado (Rmm) e marcação na curva (Rmc) dos títulos NTN-B com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.

Como pode ser constatada na figura, a rentabilidade pela marcação a mercado é mais volátil do que a verificada na marcação na curva para os títulos NTN-B considerados na amostra da pesquisa. Essa volatilidade entre as duas técnicas de avaliação vai decaindo a medida que se aproxima a data de vencimento dos títulos, o que decorre da convergência do valor dos títulos mensurado pelas técnicas de avaliação na data de vencimento, ou seja, na liquidação desses títulos pelo Tesouro Nacional.

Essa redução da volatilidade entre as rentabilidades apuradas pela marcação a mercado e marcação na curva decorrente da aproximação do vencimento dos títulos NTN-B pode ser verificada na figura anterior por meio da comparação entre os distintos vencimentos. Isso reflete o efeito do prazo até o vencimento na volatilidade do preço do título público NTN-B.

Cabe enfatizar que instituições financeiras que optaram pela marcação na curva de investimentos em NTN-B verificaram uma volatilidade inferior na rentabilidade dessas aplicações frente a investidores que adotaram a marcação a mercado. Logo, avaliações de risco de instituições que seguiram a marcação na curva indicaram uma menor exposição a perdas do que as verificadas pela marcação a mercado, porém essa redução da exposição de risco por meio da utilização da marcação na curva de vencimento de uma NTN-B implica na necessidade de sua manutenção na carteira até o vencimento, ou mediante uma situação de extrema necessidade de liquidez demandada pela instituição financeira.

Em relação à rentabilidade indicada pela marcação a mercado, as estatísticas descritivas são apresentadas na tabela a seguir:

Tabela 33: Estatísticas descritivas da rentabilidade segundo a marcação a mercado dos títulos NTN-B com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010

Vencimento	15/08/2006		15/08/2007		15/08/2008		15/05/2009		15/11/2009		15/08/2010	
Distribuição	Logística		Logística		Logística		Logística		Logística		Logística	
Mínimo	-0,000409	-∞	-0,004	-∞	-0,0134	-∞	-0,0134	-∞	-0,0117	-∞	-0,015	-∞
Máximo	0,00158	+∞	0,00314	+∞	0,0107	+∞	0,0151	+∞	0,00759	+∞	0,0172	+∞
Média	0,000529	0,000524	0,000523	0,000524	0,00055	0,000548	0,000542	0,000546	0,000521	0,000504	0,000522	0,000547
Moda	0,00047	0,000524	0,000643	0,000524	0,00048	0,000548	0,00045	0,000546	0,000284	0,000504	0,000334	0,000547
Mediana	0,000504	0,000524	0,000494	0,000524	0,000517	0,000548	0,000516	0,000546	0,000444	0,000504	0,000449	0,000547
Desvio Padrão	0,000217	0,000188	0,000437	0,000318	0,000973	0,000596	0,00145	0,00106	0,00107	0,00086	0,00209	0,00166
Assimetria	0,2311	0	-2,833	0	-3,0284	0	-0,7228	0	-1,1912	0	-1,0078	0
Curtose	9,9461	4,2	44,3834	4,2	89,7365	4,2	33,7577	4,2	31,4152	4,2	18,9944	4,2
Percentil												
5%	0,000294	0,000218	-1,27E-05	6,62E-06	-0,000401	-0,000419	-0,00116	-0,00117	-0,000826	-0,000892	-0,00235	-0,00215
10%	0,00033	0,000296	0,000206	0,000138	5,35E-05	-0,000174	-0,00045	-0,000735	-0,000403	-0,000537	-0,00123	-0,00147
15%	0,000367	0,000344	0,000326	0,000219	0,000208	-2,17E-05	-0,000225	-0,000466	-0,000107	-0,000318	-0,000668	-0,00104
20%	0,000424	0,00038	0,000382	0,00028	0,000293	9,28E-05	-1,65E-05	-0,000262	4,81E-05	-0,000153	-0,000288	-0,000723
25%	0,000445	0,00041	0,000406	0,000331	0,000364	0,000187	0,000117	-9,45E-05	0,000176	-1,66E-05	-5,51E-05	-0,00046
30%	0,00047	0,000436	0,000428	0,000375	0,000407	0,00027	0,000279	5,21E-05	0,000259	0,000103	0,000114	-0,000229
35%	0,000472	0,00046	0,000441	0,000415	0,000434	0,000345	0,000357	0,000185	0,000287	0,000211	0,000271	-2,04E-05
40%	0,000478	0,000482	0,000463	0,000452	0,000464	0,000415	0,00041	0,00031	0,000324	0,000312	0,000331	0,000175
45%	0,000493	0,000503	0,000478	0,000488	0,000488	0,000483	0,000463	0,000429	0,000374	0,000409	0,000386	0,000363
50%	0,000504	0,000524	0,000494	0,000524	0,000516	0,000548	0,000513	0,000546	0,000444	0,000504	0,000449	0,000547
55%	0,000509	0,000545	0,00052	0,000559	0,000541	0,000614	0,000577	0,000663	0,000498	0,000599	0,000544	0,00073
60%	0,00052	0,000566	0,000553	0,000595	0,00058	0,000682	0,000645	0,000783	0,000576	0,000696	0,000652	0,000918
65%	0,000558	0,000588	0,00058	0,000632	0,00062	0,000752	0,000726	0,000908	0,000667	0,000798	0,000798	0,00111
70%	0,000606	0,000612	0,000616	0,000672	0,000655	0,000827	0,000811	0,00104	0,000778	0,000906	0,000997	0,00132
75%	0,000626	0,000638	0,00066	0,000716	0,000726	0,00091	0,000956	0,00119	0,000896	0,00102	0,00125	0,00155
80%	0,000667	0,000668	0,000703	0,000767	0,000842	0,001	0,00115	0,00136	0,0011	0,00116	0,00156	0,00182
85%	0,000706	0,000704	0,000808	0,000828	0,000997	0,00112	0,00135	0,00156	0,00126	0,00133	0,00193	0,00214
90%	0,000737	0,000752	0,000907	0,000909	0,00125	0,00127	0,00171	0,00183	0,00155	0,00155	0,00242	0,00256
95%	0,00086	0,000829	0,00105	0,00104	0,00161	0,00152	0,00236	0,00226	0,00209	0,0019	0,00352	0,00324
Chi-Quadrado	n.a.	34,3659	n.a.	86,8252	n.a.	249,7316	n.a.	203,3824	n.a.	163,1445	n.a.	391,8005
P-Valor	n.a.	0,0003	n.a.	0	n.a.	0	n.a.	0	n.a.	0	n.a.	0

Para todos os títulos NTN-B considerados na amostra, as distribuições de frequência apuradas indicaram um padrão de probabilidade logístico. Trata-se de uma distribuição de frequência simétrica, de maneira que os resultados da marcação a mercado se apresentaram em torno da média, com uma volatilidade que caracterizou por situações de perdas em resultados diários desses investimentos.

A volatilidade desses títulos conforme sua avaliação pela marcação a mercado apresentou em todos os casos situações de perdas, o que pode ser constatado nos resultados verificados para as mínimas aferidas para a rentabilidade diária. No entanto, considerando um percentil de 5%, à medida que os papéis apresentaram maior prazo de maturidade, verificou-se uma maior exposição a perdas, de forma que instituições que realizam investimentos em títulos NTN-B com maturidades superiores à média do mercado estão mais expostas a apresentarem perdas em seus resultados diários.

Contudo, também foram os papéis NTN-B com maiores maturidades que apresentaram os maiores desempenhos diários. Assim, os títulos com maiores prazos até o vencimento foram os que apresentaram maior volatilidade, ou seja, maior risco e retorno, além da maior exposição a perdas.

Tais características são devem ser consideradas na gestão de investimentos em títulos NTN-B, visto que a negociação desses papéis atrelados ao IPCA apresenta uma menor volatilidade para os títulos com menor maturidade. A aplicação em papéis com menor prazo até vencimento reduz a exposição a perdas mediante a necessidade de liquidação antecipada desses títulos públicos no mercado secundário.

Já investidores que possuem menor aversão ao risco podem buscar investimentos em títulos NTN-B com prazos de maturidade superiores, pois os resultados diários da marcação a mercado apresentaram maiores volatilidades. Porém cabe enfatizar que a liquidação desses títulos no mercado secundário pode acarretar em perdas, visto que tais títulos apresentam maior probabilidade de perdas como indicaram os menores percentis mensurados para esses papéis de renda fixa.

Os resultados para a mensuração da rentabilidade dos títulos NTN-B conforme a marcação na curva de vencimento são destacados na tabela a seguir.

Tabela 34: Estatísticas descritivas da rentabilidade segundo a marcação na curva dos títulos NTN-B com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010

Vencimento	15/08/2006	15/08/2007		15/08/2008		15/05/2009		15/11/2009		15/08/2010	
Distribuição	Inconclusivo	Triangular		Logística		Lognormal		Valor Extremo		Normal	
Mínimo	0,000337	0,000295	0,000253	0,000276	-∞	0,000265	-0,002024	0,000323	-∞	0,000261	-∞
Máximo	0,000664	0,000647	0,000647	0,00077	+∞	0,001102	+∞	0,001066	+∞	0,00152	+∞
Média	0,000526	0,000524	0,000515	0,000552	0,000552	0,000545	0,000545	0,000523	0,000524	0,000539	0,000539
Moda	0,000337	0,000295	0,000647	0,000276	0,000552	0,000391	0,00054	0,000403	0,000485	0,000366	0,000539
Mediana	0,000523	0,000536	0,000531	0,000557	0,000552	0,000549	0,000543	0,000513	0,00051	0,000537	0,000539
Desvio Padrão	0,000105	9,05E-05	9,29E-05	0,000101	0,000102	9,96E-05	9,94E-05	8,37E-05	8,50E-05	0,000107	0,000107
Assimetria	-0,5605	-0,8826	-0,5657	-0,192	0	0,2683	0,1161	1,1519	1,1395	0,9211	0
Curtose	2,415	3,53	2,4	3,6207	4,2	5,4624	3,024	6,3156	5,4	10,3242	3
Percentil											
5%	0,000337	0,000295	0,000341	0,000399	0,000388	0,000391	0,000385	0,000422	0,000413	0,000366	0,000362
10%	0,000337	4,18E-04	0,000377	0,000421	0,000429	0,000454	0,000419	0,000436	0,00043	0,000406	0,000401
15%	0,000337	0,00044	4,05E-04	0,000466	0,000455	0,000459	0,000443	0,000446	0,000443	0,000451	0,000427
20%	0,000482	0,00044	0,000429	0,00048	0,000475	0,000478	0,000461	0,00045	0,000454	0,00047	0,000448
25%	0,000482	0,000481	0,00045	4,93E-04	4,91E-04	0,000486	0,000477	0,000459	0,000464	0,000475	0,000466
30%	0,000482	0,000505	0,000468	0,000495	0,000505	4,95E-04	0,000492	0,000465	0,000473	0,00048	0,000482
35%	0,000523	0,000512	0,000486	0,000516	0,000518	0,000501	0,000505	0,000472	0,000482	0,000494	0,000497
40%	0,000523	0,000512	0,000502	0,000517	0,00053	0,000509	0,000518	0,000475	0,000491	0,000502	0,000511
45%	0,000523	0,000514	0,000517	0,000533	0,000541	0,000525	0,000531	0,000495	0,0005	0,000518	0,000525
50%	0,000523	0,000536	0,000531	0,000557	0,000552	0,000549	0,000543	0,000513	0,00051	0,000537	0,000539
55%	0,000554	0,000536	0,000545	0,000567	0,000564	0,000558	0,000556	0,000526	0,00052	0,000548	0,000552
60%	0,000554	0,000552	0,000558	0,00057	0,000575	0,000572	0,000569	0,000555	0,00053	0,000555	0,000566
65%	0,000554	0,000582	0,00057	0,000603	0,000587	0,000591	0,000582	0,00056	0,000541	0,000584	0,00058
70%	0,000624	0,000586	0,000582	0,000604	0,0006	0,000596	0,000596	0,000562	0,000554	0,000589	0,000595
75%	0,000624	0,000586	0,000594	0,00062	0,000614	0,000598	0,000611	0,000572	0,000568	0,000597	0,000611
80%	0,000624	0,000589	0,000605	0,00062	0,00063	0,000612	0,000628	0,000576	0,000585	0,000605	0,000629
85%	0,000624	0,000622	0,000616	0,000632	0,00065	0,000624	0,000648	0,000588	0,000606	0,000617	0,00065
90%	0,000664	0,000639	0,000626	0,00065	0,000675	0,000673	0,000674	0,000637	0,000635	0,000666	0,000676
95%	0,000664	0,000647	0,000637	0,000745	0,000717	0,000737	0,000712	0,000701	0,000682	0,000735	0,000715
Chi-Quadrado	n.a.	n.a.	295,9515	n.a.	336,7604	n.a.	352,4118	n.a.	351,5335	n.a.	559,8517
P-Valor	n.a.	n.a.	0	n.a.	0	n.a.	0	n.a.	0	n.a.	0

A utilização da marcação na curva de vencimento implicou na redução da volatilidade dos resultados da rentabilidade dos investimentos em títulos NTN-B, visto que todos os papéis considerados na amostra apresentaram um desvio padrão menor do que o aferido pela marcação a mercado. Logo, a adoção da marcação na curva de papéis NTN-B permite a redução da volatilidade no desempenho diário desses investimentos, de modo que instituições que aloquem recursos nesses títulos e utilizem essa técnica de avaliação apresentam resultados menos voláteis que os que seriam percebidos com a adoção da marcação a mercado.

Como indicativos dessa redução da volatilidade, cabe destacar que o percentil 5% para todos os títulos NTN-B refletiram desempenhos positivos mediante a utilização da marcação na curva. Esse resultado foi diferente para a marcação a mercado que retratou perdas em diversos papéis, o que também foi constatado para os piores resultados dos investimentos nesses papéis atrelados ao IPCA.

Porém, a redução da volatilidade propiciada pela utilização da marcação na curva de vencimento dos títulos NTN-B demanda a necessidade de manutenção desses papéis na carteira do investidor até o vencimento. Logo, o investidor assume um risco de liquidez em sua carteira ao carregar até o vencimento títulos NTN-B marcados na curva, visto que não poderá realizar a liquidação dessas aplicações no mercado secundário.

Ao se adotar a marcação na curva, a rentabilidade do título público é aferida pela taxa de remuneração que foi contratada na aquisição do papel. Assim, além do risco de liquidez decorrente da necessidade de carregamento até o vencimento, a marcação na curva envolve um risco de custo de oportunidade, pois como os recursos aplicados em uma NTN-B marcada na curva não podem ser resgatados até o vencimento, se taxas referenciais de mercado forem aumentadas, esses títulos públicos apresentaram um desempenho inferior frente aos referenciais de mercado e sendo necessária sua manutenção até o vencimento.

Para comparar o desempenho diário entre as duas técnicas de avaliação de rentabilidade foi aferida a DnP entre os resultados para a marcação a mercado e a marcação na curva. Esses resultados para a DnP são apresentados na tabela a seguir.

Por meio da DnP, constatou-se que a utilização da marcação a mercado agrega volatilidade aos investimentos em títulos NTN-B, visto que a média das rentabilidades apuradas pelas duas técnicas foi bem similar. Assim, o que se verifica é uma escolha pelo investidor entre: realizar uma aplicação em NTN-B que apresente maior volatilidade e possibilidade de liquidação a qualquer momento por meio da marcação a mercado, ou adotar a marcação na curva de vencimento e constar uma menor volatilidade, porém tendo que carregar o título até o vencimento, isto é, perda de liquidez da aplicação.

Logo, a utilização de uma das técnicas de avaliação de títulos públicos depende da política de investimentos da instituição financeira, visto que implica na volatilidade que será percebida nesse investimento e na necessidade de liquidez. Essa escolha envolve a questões como metas de desempenho da instituição financeira, possíveis indexadores que sejam relevantes para a gestão financeira e a adequação da liquidez dos investimentos frente às necessidades de caixa da organização.

Com os dados relativos à negociação dos títulos NTN-B foram calculadas a *duration*, a convexidade, a função para a rentabilidade decorrente da expansão de Taylor de 2º. Grau, a divergência não planejada – DnP e o desvio σ obtido para os resultados diários. Os resultados para a expansão de Taylor foram próximos aos verificados pela marcação na curva de vencimento, como pode ser observado na figura a seguir:

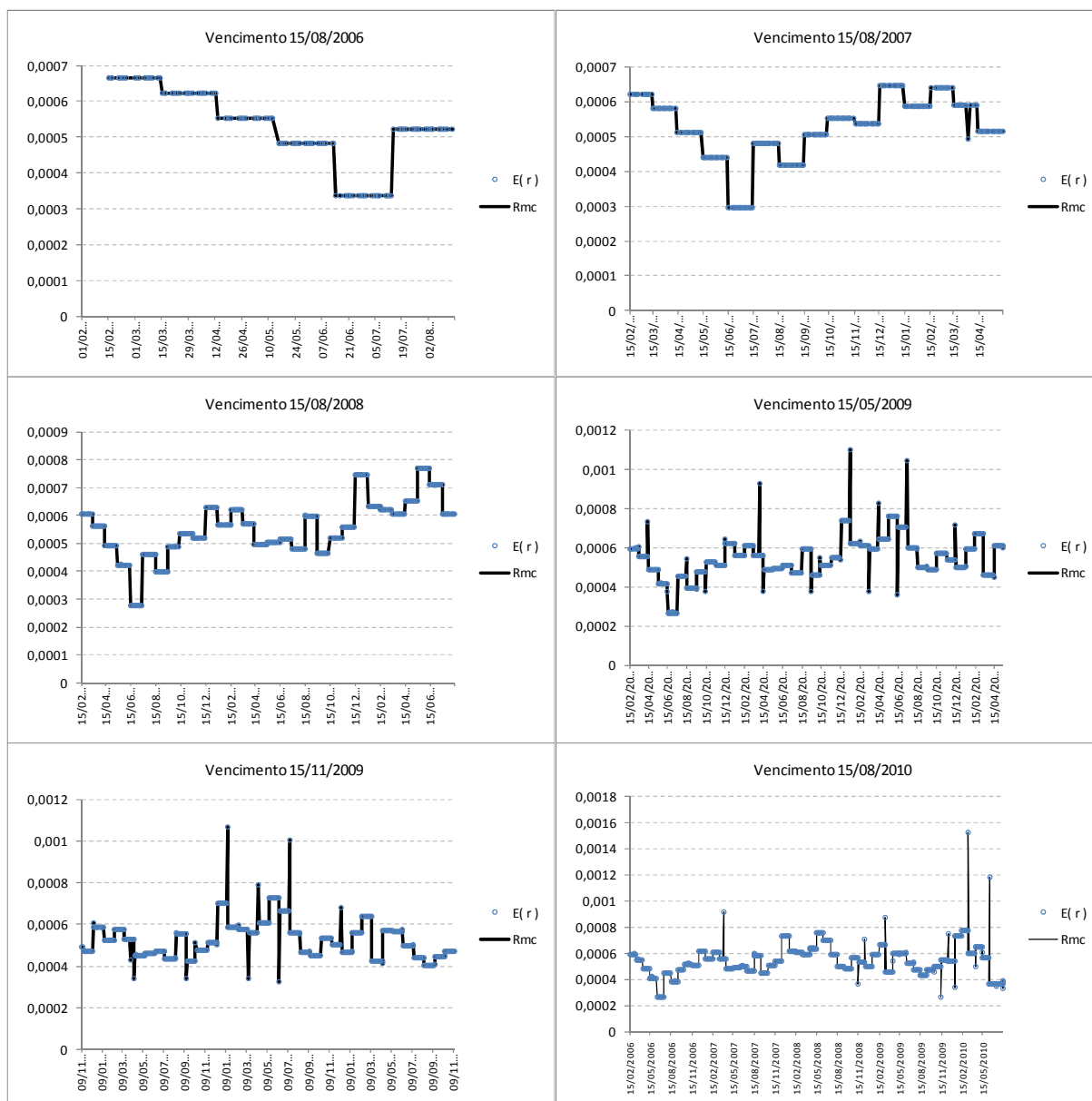


Figura 25: Rentabilidade indicada pela expansão de Taylor ($E(r)$) e marcação na curva (R_{mc}) dos títulos NTN-B com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.

Na tabela a seguir são destacados os resultados da DnP entre a marcação a mercado e a rentabilidade aferida por meio da expansão de Taylor.

Como pode-se observar, a expansão de Taylor baseada na *duration* conjugada com a convexidade apresenta resultados que se aproximam dos indicados pela curva do título NTN-B, o que é condizente com o equilíbrio ressaltado por Hull (1997). Esse equilíbrio reflete a aproximação da curva de preço de um título frente a mudanças na taxa de juros, por meio do uso da *duration* e da convexidade, a partir de uma infinitesimal mudança na taxa de juros.

A média dos resultados para cada DnP foi negativa, o que indica que a abordagem baseada na expansão de Taylor aferiu uma rentabilidade inferior à indicada pela marcação na curva do título. Isso também ocorreu na divergência entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento, de maneira que a volatilidade pode apresentar um impacto negativo na rentabilidade média dos investimentos em títulos NTN-B. Porém, alguns desempenhos positivos na marcação a mercado contribuirão para a manifestação de um desempenho médio inferior ao verificado na marcação na curva de vencimento.

Notas do Tesouro Nacional tipo C – NTN-C

Os títulos NTN-C são papéis pós-fixados com pagamento de cupons, cujo indexador é o índice de inflação IGP-M, de forma que garante ao investidor uma remuneração atrelada à variação do indexador mais uma taxa fixa, delimitada na aquisição do título de renda fixa. Além disso, assim como para a NTN-B, a rentabilidade desse título pode ser obtida por meio da variação de seu preço no mercado secundário de títulos públicos, o que pode ser obtido no site da ANBIMA.

Em relação ao período entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010, intervalo considerado na pesquisa, foram obtidos dados sobre os títulos NTN-C com vencimento em: 01/12/2006 e 01/04/2008. A rentabilidade indicada pela a marcação a mercado e marcação na curva desses títulos são apresentadas na figura a seguir.

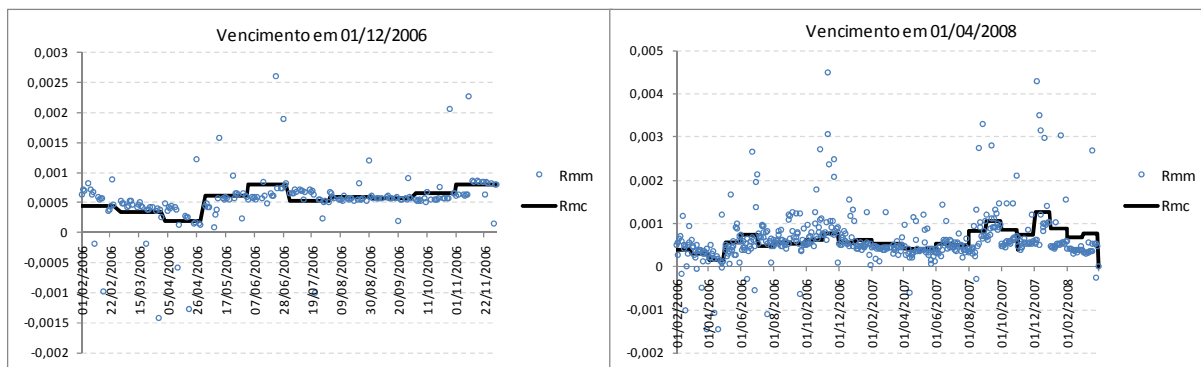


Figura 26: Rentabilidade indicada pela marcação a mercado (Rmm) e marcação na curva (Rmc) dos títulos NTN-C com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.

A rentabilidade pela marcação a mercado é mais volátil do que a verificada na marcação na curva para os títulos NTN-C avaliados na amostra da pesquisa. Essa volatilidade entre as duas técnicas de avaliação se mantém até a data de vencimento dos títulos, porém se verifica a convergência do valor dos títulos mensurado pelas técnicas de avaliação na data de vencimento, ou seja, na liquidação desses títulos pelo Tesouro Nacional.

Uma peculiaridade desses títulos NTN-C que deve ser considerada é o fato de que são papéis que possuem pequena participação no mercado de títulos públicos brasileiros, inferior a 10% do mercado conforme ANDIMA (2010). Diante disso, a amostra somente aferiu o vencimento das duas séries pesquisadas, no intervalo de tempo considerado pela pesquisa.

Os títulos NTN-C foram os que apresentaram a maior volatilidade na marcação a mercado entre todos os tipos de títulos estudados. Contudo, a marcação na curva não reflete essa variação na rentabilidade desses papéis, de maneira que a utilização da mensuração da rentabilidade por meio do carregamento na curva apresenta uma volatilidade distinta da verificada pela marcação a mercado.

Com isso, instituições financeiras que optaram pela marcação na curva de investimentos em NTN-C apresentaram uma volatilidade inferior na rentabilidade dessas aplicações frente a investidores que adotaram a marcação a mercado, sendo que essa diferença foi superior à apurada na NTN-B. Assim, avaliações de riscos que seguiram a marcação na curva indicaram uma menor exposição a perdas do que as verificadas pela marcação a mercado, porém essa

redução da exposição de risco por meio da utilização da marcação na curva de vencimento de uma NTN-C acarreta na necessidade de sua manutenção na carteira até o vencimento, ou possibilidade de liquidação mediante uma situação de extrema necessidade de liquidez do agente financeiro.

Em relação à rentabilidade indicada pela marcação a mercado, as estatísticas descritivas são apresentadas na tabela a seguir:

Tabela 37: Estatísticas descritivas da rentabilidade segundo a marcação a mercado dos títulos NTN-C com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010

Vencimento	01/12/2006		01/04/2008	
Distribuição	Logística		Logística	
Mínimo	-0,00141	$-\infty$	-0,00145	-0,00256
Máximo	0,0026	$+\infty$	0,00451	$+\infty$
Média	0,000561	0,000568	0,000624	0,000576
Moda	0,000564	0,000568	0,000390	0,00052
Mediana	0,000573	0,000568	0,000517	0,000551
Desvio Padrão	0,000395	0,000269	0,000568	0,000401
Assimetria	-0,2402	0	2,4996	0,6287
Curtose	15,5165	4,2	16,1287	5,2035
Percentil				
5%	0,000145	0,000131	0,000127	-2,73E-05
10%	0,000278	0,000242	0,000281	0,000108
15%	0,000406	0,000311	0,000327	0,000196
20%	0,000436	0,000362	0,000372	0,000264
25%	0,000488	0,000405	0,000395	0,000321
30%	0,000524	0,000442	0,000422	0,000372
35%	0,000546	0,000476	0,000447	0,000419
40%	0,000555	0,000508	0,000465	0,000464
45%	0,000564	0,000538	0,000486	0,000507
50%	0,000573	0,000568	0,000517	0,000551
55%	0,00058	0,000598	0,000533	0,000594
60%	0,000585	0,000628	0,00056	0,00064
65%	0,000606	0,00066	0,000594	0,000688
70%	0,000628	0,000694	0,000629	0,00074
75%	0,000649	0,000731	0,000695	0,000799
80%	0,000686	0,000774	0,000809	0,000867
85%	0,000727	0,000826	0,000938	0,000951
90%	0,000829	0,000895	0,00107	0,00107
95%	0,00086	0,00101	0,0014	0,00126
Chi-Quadrado	n.a.	141,0385	n.a.	160,1811
P-Valor	n.a.	0	n.a.	0

Nos títulos NTN-C da amostra, as distribuições de frequência apuradas indicaram um padrão de probabilidade logístico. Assim como para as NTN-B, verificou-se uma distribuição de frequência simétrica, de maneira que os resultados da marcação a mercado se apresentaram em torno da média, com uma volatilidade que, em algumas situações, implicou em perdas nos resultados diários desses títulos.

A NTN-C com vencimento em 01/04/2008 apresentou uma volatilidade maior que a com vencimento em 01/12/2006, o que reflete o fato que uma maior maturidade apresenta uma variação maior na rentabilidade diária. Esse aspecto da volatilidade também pode ser constatado pela maior dispersão dos percentis do título com maturidade em 2008.

Logo, na gestão de investimentos em títulos NTN-C, deve-se considerar que a aplicação em papéis com menor prazo até vencimento reduz a exposição a perdas mediante a necessidade de liquidação antecipada desses títulos públicos no mercado secundário. Já investidores que apresentem menor aversão ao risco podem aplicar em títulos NTN-C com prazos de maturidade superiores, pois os resultados diários da marcação a mercado apresentaram maiores volatilidades. Porém cabe enfatizar que a venda desses títulos no mercado secundário pode repercutir em perdas, visto que títulos apresentam maior volatilidade como indicaram os os percentis mensurados para esses papéis de renda fixa.

Os resultados para a mensuração da rentabilidade dos títulos NTN-C conforme a marcação na curva de vencimento são destacados na tabela a seguir.

Tabela 38: Estatísticas descritivas da rentabilidade segundo a marcação na curva dos títulos NTN-C com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010

Vencimento	01/12/2006		01/04/2008	
Distribuição	Weibull		Pearson	
Mínimo	0,000204	-0,000558	0	-0,00126
Máximo	0,000814	$+\infty$	0,00126	$+\infty$
Média	0,00056	0,000561	0,000623	0,000623
Moda	0,000204	0,000612	0,000156	0,00057
Mediana	0,000599	0,000578	0,000556	0,000605
Desvio Padrão	0,000176	0,000173	0,00023	0,000228
Assimetria	-0,4379	-0,5116	0,6229	0,492

Tabela 38: Estatísticas descritivas da rentabilidade segundo a marcação na curva dos títulos NTN-C com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010

Vencimento	01/12/2006		01/04/2008	
Curtose	2,5372	3,2816	3,8764	3,4593
Percentil				
5%	0,000204	0,00025	0,000288	0,000281
10%	0,000337	0,00033	0,000397	0,000346
15%	0,000337	0,000382	0,00041	0,000392
20%	0,000446	0,000421	0,000474	0,000429
25%	0,000446	0,000454	0,000517	0,000462
30%	0,000522	0,000483	0,00052	0,000493
35%	0,000522	0,000509	0,000539	0,000522
40%	0,000583	0,000533	0,000545	0,00055
45%	0,000583	0,000556	0,000549	0,000577
50%	0,000599	0,000578	0,000556	0,000605
55%	0,000599	0,000599	0,000612	0,000633
60%	0,000609	0,00062	0,000619	0,000663
65%	0,000609	0,000641	0,000669	0,000694
70%	0,000609	0,000662	0,000747	0,000727
75%	0,00066	0,000685	0,000761	0,000764
80%	0,00066	0,000709	0,000766	0,000806
85%	0,000794	0,000737	0,000865	0,000857
90%	0,000794	0,00077	0,000884	0,000923
95%	0,000814	0,000816	0,00106	0,00103
Chi-Quadrado	n.a.	186,3269	n.a.	330,8318
P-Valor	n.a.	0	n.a.	0

A utilização da marcação na curva de vencimento acarretou na redução da volatilidade dos resultados da rentabilidade diária em títulos NTN-C, visto que os papéis considerados na amostra apresentaram um desvio padrão menor do que o aferido pela marcação a mercado. Assim, a marcação na curva de papéis NTN-C implica na redução da volatilidade do desempenho diário desses investimentos, de modo que instituições financeiras que utilizem essa técnica de avaliação apresentam resultados menos voláteis que os que seriam percebidos com a adoção da marcação a mercado.

Porém, a redução da volatilidade nas NTN-C propiciada pela utilização da marcação na curva de vencimento implica na manutenção desses papéis pelo investidor até o vencimento. Logo, o investidor assume um risco de liquidez em sua carteira ao carregar até o vencimento títulos NTN-C marcados na curva, visto que não poderá realizar a liquidação dessas aplicações no mercado secundário.

Além disso, com a marcação na curva, a rentabilidade do título é aferida pela taxa contratada na aquisição do papel. Com isso, além do risco de liquidez decorrente da necessidade de carregamento até o vencimento, a marcação na curva envolve um risco de custo de oportunidade, pois como os recursos alocados em uma NTN-C marcada na curva não podem ser resgatados até o vencimento, e se taxas referenciais de mercado forem aumentadas, esses títulos públicos podem apresentar um desempenho inferior frente aos referenciais de mercado e sendo necessária sua manutenção até o vencimento.

Para efetuar uma comparação entre o desempenho diário das duas técnicas de avaliação foi aferida a DnP entre os resultados para a marcação a mercado e a marcação na curva. Esses resultados para a DnP são apresentados na tabela a seguir.

Tabela 39: Estatísticas descritivas da DnP entre marcação a mercado e na curva dos títulos NTN-C com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010

Vencimento	01/12/2006		01/04/2008	
Distribuição		Logística		Logística
Mínimo	-0,00175	$-\infty$	-0,00174	-0,00268
Máximo	0,00181	$+\infty$	0,00374	$+\infty$
Média	9,55E-07	1,61E-06	3,74E-07	-3,33E-05
Moda	1,70E-07	1,61E-06	-7,61E-05	-9,64E-05
Mediana	-4,00E-06	1,61E-06	-7,67E-05	-6,20E-05
Desvio Padrão	0,000356	0,00025	0,000521	0,000395
Assimetria	-0,0977	0	2,3033	0,7422
Curtose	14,5509	4,2	14,4654	5,6149
Percentil				
5%	-0,00038	-0,000404	-0,000458	-0,000619
10%	-0,000209	-0,000301	-0,000395	-0,00049
15%	-0,000173	-0,000237	-0,000331	-0,000406
20%	-0,000117	-0,000189	-0,000283	-0,000341
25%	-8,36E-05	-0,00015	-0,000246	-0,000285
30%	-5,96E-05	-0,000115	-0,000195	-0,000236
35%	-4,70E-05	-8,37E-05	-0,000156	-0,00019
40%	-2,67E-05	-5,43E-05	-0,000128	-0,000147
45%	-1,41E-05	-2,60E-05	-9,88E-05	-0,000104
50%	-4,31E-06	1,61E-06	-7,67E-05	-6,20E-05
55%	3,88E-06	2,93E-05	-4,47E-05	-1,90E-05
60%	2,48E-05	5,75E-05	-1,30E-05	2,57E-05
65%	4,13E-05	8,69E-05	1,75E-05	7,30E-05

Tabela 39: Estatísticas descritivas da DnP entre marcação a mercado e na curva dos títulos NTN-C com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010

Vencimento	01/12/2006		01/04/2008	
	70%	5,60E-05	0,000118	5,88E-05
75%	9,99E-05	0,000153	0,000105	0,000182
80%	0,000145	0,000193	0,000155	0,00025
85%	0,000177	0,000241	0,000273	0,000334
90%	0,000207	0,000304	0,000468	0,000449
95%	0,000321	0,000407	0,000746	0,000645
Chi-Quadrado		66,1827		73,3678
P-Valor		0		0

A DnP constatou-se que a utilização da marcação a mercado agrega volatilidade aos investimentos em títulos NTN-C, porém a média das rentabilidades apuradas pelas duas técnicas foi bem similar. Logo, o que se observa é uma escolha do investidor entre: realizar uma aplicação em NTN-C que apresente maior volatilidade e possibilidade de liquidação a qualquer momento por meio da marcação a mercado, ou utilizar a marcação na curva de vencimento e perceber uma menor volatilidade, porém com a necessidade de carregar o título até o vencimento, isto é, risco de liquidez da aplicação.

Por meio dos dados relativos à negociação dos títulos NTN-C foram calculadas a *duration*, a convexidade, a função para a rentabilidade decorrente da expansão de Taylor de 2º. Grau, a divergência não planejada – DnP e o desvio σ obtido para os resultados diários. Os resultados para a expansão de Taylor foram próximos aos verificados pela marcação na curva de vencimento, como pode ser observado na figura a seguir:

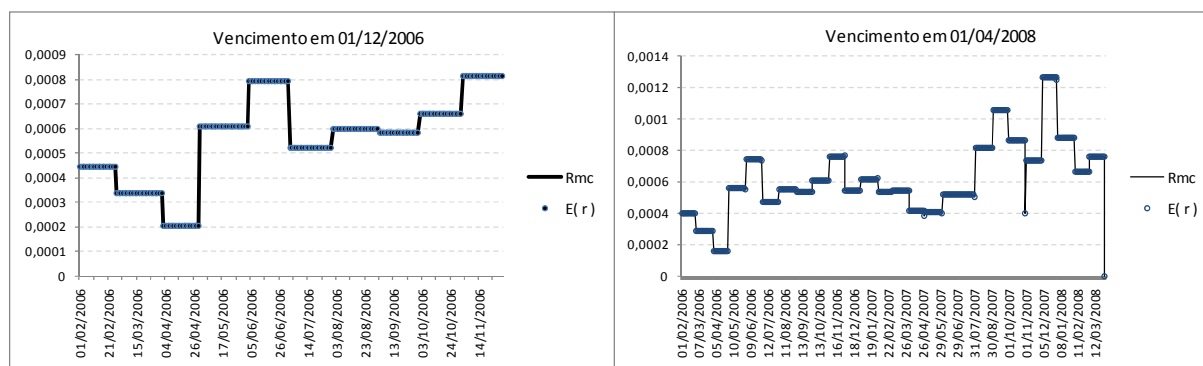


Figura 27: Rentabilidade indicada pela expansão de Taylor ($E(r)$) e marcação na curva (Rmc) dos títulos NTN-C com vencimento entre fevereiro de 2006 e agosto de 2010.

Na tabela a seguir são destacados os resultados da DnP entre a marcação a mercado e a rentabilidade aferida por meio da expansão de Taylor.

Tabela 40: Estatísticas descritivas da DnP entre a expansão de Taylor e a marcação na curva dos títulos NTN-C com vencimento entre fev/2006 e ago/2010

Vencimento	01/12/2006		01/04/2008	
Distribuição		Normal		Normal
Mínimo	-2,23E-09	$-\infty$	-3,802E-07	$-\infty$
Máximo	0	$+\infty$	0	$+\infty$
Média	-4,72E-11	-4,72E-11	-3,96E-09	-3,96E-09
Moda	0	-4,72E-11	-7,82E-16	-3,96E-09
Mediana	0	-4,72E-11	-2,06E-10	-3,96E-09
Desvio Padrão	2,40E-10	2,40E-10	2,084E-08	2,084E-08
Assimetria	-7,4903	0	-12,6438	0
Curtose	61,9142	3	208,3385	3
Percentil				
5%	-1,86E-10	-4,42E-10	-1,169E-08	-3,824E-08
10%	-5,54E-11	-3,54E-10	-4,66E-09	-3,067E-08
15%	-1,76E-11	-2,96E-10	-2,563E-09	-2,556E-08
20%	-9,30E-12	-2,49E-10	-1,65E-09	-2,15E-08
25%	-5,27E-12	-2,09E-10	-1,004E-09	-1,802E-08
30%	-1,97E-12	-1,73E-10	-6,946E-10	-1,489E-08
35%	-6,67E-13	-1,40E-10	-5,175E-10	-1,199E-08
40%	0	-1,08E-10	-3,58E-10	-9,24E-09
45%	0	-7,73E-11	-2,67E-10	-6,58E-09
50%	0	-4,72E-11	-2,06E-10	-3,96E-09
55%	0	-1,71E-11	-1,47E-10	-1,34E-09
60%	0	1,35E-11	-1,14E-10	1,32E-09
65%	0	4,52E-11	-8,85E-11	4,07E-09
70%	0	7,85E-11	-7,19E-11	6,97E-09
75%	0	1,15E-10	-5,715E-11	1,01E-08
80%	0	1,55E-10	-3,311E-11	1,358E-08
85%	0	2,01E-10	-1,923E-11	1,764E-08
90%	0	2,60E-10	-6,668E-12	2,275E-08
95%	0	3,47E-10	-9,27E-13	3,033E-08
Chi-Quadrado	n.a.	2215,7981	n.a.	5338,5397
P-Valor	n.a.	0	n.a.	0

Como indicam os resultados da tabela acima, a expansão de Taylor baseada na *duration* conjugada com a convexidade apresenta resultados que se aproximam dos indicados pela curva do título NTN-C, o que reflete o equilíbrio ressaltado por Hull (1997). Esse equilíbrio

decorre da aproximação da curva de preço de um título frente a mudanças na taxa de aquisição, por meio do uso da *duration* e da convexidade, a partir de uma infinitesimal mudança na taxa de desconto.

Os resultados para cada DnP apresentaram uma média negativa, de modo que a abordagem baseada na expansão de Taylor aferiu uma rentabilidade inferior à indicada pela marcação na curva do título. Isso também ocorreu na divergência entre a marcação a mercado e a marcação na curva de vencimento, de maneira que a volatilidade pode apresentar um impacto negativo na rentabilidade média dos investimentos em títulos NTN-C. Contudo, foram verificados alguns desempenhos positivos na marcação a mercado que contribuíram para a manifestação de um desempenho médio inferior ao verificado na marcação na curva de vencimento.

Anexo D: Base de Dados Relativa aos Títulos Públicos da Amostra

A base de dados está em formato compatível com Excel® 2007 e apresentam as seguintes informações distribuídas por colunas:

- Data de Referência: data em que foi aferida a informação pela ANBIMA;
- Referência: Indexador de referência dentre os índices de mercado da ANBIMA (IMA);
- Títulos: Identificação do título público;
- Data de Vencimento: é a data de vencimento do título público;
- Código SELIC: Código do título no Sistema Especial de Liquidação e Custódia (SELIC);
- Código ISIN: é o *International Securities Identification Number* utilizado para padronização internacional na codificação de títulos financeiros;
- Taxa Indicativa (% a.a.): é a taxa contratada na negociação de títulos públicos no mercado secundário, aplicada na marcação a mercado para formação dos preços unitários dos títulos;
- PU (R\$): Preço-unitário do título público;
- VNA: Valor nominal atualizado, trata-se da incorporação do indexador pós-fixado dos títulos LFT e NTN-B e C, ou seja, incorporação da taxa SELIC ou dos índices de inflação IPCA e IGP-M;
- Pro Rata: transformação dos dados mensais do VNA em dados diários;
- *C_i*: *i*-ésimo pagamento de cupom do título;
- P: pagamento do principal do título público;
- Marcação na Curva: valor obtido na negociação de títulos no mercado secundário;
- PU de Juros (R\$): é o Preço unitário ou valor dos juros de um título em uma determinada data;
- Quantidade (1.000 títulos): quantidade de títulos existente;
- Quantidade Teórica: quantidade de títulos existente aplicada no cálculo do índice IMA;

- Carteira a Mercado (R\$ mil): é o valor da carteira de títulos presentes no mercado financeiro;
- Peso (%): Participação da tipologia de títulos no total de títulos públicos existentes;
- Prazo (d.u.): tempo até o vencimento, ou seja, maturidade do título;
- Duration (d.u.): prazo médio até o vencimento, aferido pela ANBIMA;
- Número de Operações: quantidade de operações de negociações de títulos públicos;
- P_i : Preço do título obtido pelo incremento de 1/1000 na taxa indicativa e calculado conforme a marcação na curva de vencimento;
- P_d : Preço do título obtido pelo decréscimo de 1/1000 na taxa indicativa e calculado conforme a marcação na curva de vencimento;
- P' : primeira derivada da função do preço do título pela marcação na curva;
- P'' : segunda derivada da função do preço do título pela marcação na curva;
- R_{mm} : retorno diário do título público obtido pela variação diária da marcação a mercado;
- R_{mc} : retorno diário do título público obtido pela variação diária da marcação na curva de vencimento;
- σ^2 : Desvio ao quadrado do retorno diário entre a marcação a mercado e a marcação na curva;
- $E(r)$: é a expectativa de retorno indicada pela expansão de Taylor;
- $F - E(r)$: é a diferença entre a expectativa de retorno indicada pela expansão de Taylor e a rentabilidade indicada pela curva, ou seja, a função de mensuração do preço de um título;
- DnP : é a divergência entre a rentabilidade indicada pela marcação na curva de vencimento e a marcação a mercado; e
- σ : é o desvio obtido pelo módulo da DnP .