

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Programa de Pós-graduação em Educação

SIMONE APARECIDA FERNANDES

**UM ESTUDO SOBRE A CONSISTÊNCIA DE
MODELOS MENTAIS SOBRE MECÂNICA DE
ESTUDANTES DE ENSINO MÉDIO**

BELO HORIZONTE - MG

2011

SIMONE APARECIDA FERNANDES

**Um Estudo Sobre a Consistência de Modelos
Mentais Sobre Mecânica de Estudantes de Ensino
Médio**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial à obtenção do título de Doutora em Educação.

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Talim

BELO HORIZONTE

2011

AGRADECIMENTOS

A Deus.

À minha família.

Ao meu noivo Alexandre, pela paciência e pelo apoio em todos os momentos.

Ao meu orientador, Sérgio Talim, pela confiança em mim depositada, pelas orientações e por ter contribuído para o meu crescimento.

Aos professores e estudantes da escola onde o trabalho foi desenvolvido.

À Fundação de Amparo à Pesquisa de Minas Gerais (FAPEMIG) pela bolsa concedida.

Especialmente ao professor e amigo José Guilherme Moreira, por ter sido o primeiro a me abrir as portas e pelo incentivo a todo o momento.

Ao professores Amanda Amantes e Orlando Aguiar pelas contribuições no Exame de Qualificação.

Aos meus alunos do Curso de Licenciatura em Física da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia pela compreensão durante meus afastamentos e pelo apoio.

Às amigas Valmária Gomes Filgueira e Denise Assafrão e ao amigo André Lima pelo apoio.

À todos que contribuíram direta ou indiretamente para a realização desta etapa.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Gráfico das possíveis regiões de concentração	35
Figura 2. Esquema de ativação do modelo mental pelo estudante (Bao e Redish, 2006).....	38
Figura 3. Exemplos de matriz densidade (Bao e Redish, 2006)	40
Figura 4. Diagrama de Declividade para a Análise Fatorial dos dados.....	70
Figura 5. Gráfico das medias das três séries	76
Figura 6. Gráfico da interação entre as variáveis independentes: série e gênero	82
Figura 7. Gráfico da distribuição das questões do <i>FCI</i> referentes ao primeiro ano do ensino médio (2008).....	90
Figura 8. Gráfico da distribuição das questões do <i>FCI</i> referentes ao segundo ano do ensino médio (2008).....	90
Figura 9. Gráfico da distribuição das questões do <i>FCI</i> referentes ao terceiro ano do ensino médio (2008).....	91
Figura 10. Gráfico da distribuição das questões do <i>FCI</i> referentes ao primeiro ano do ensino médio (2009).....	95
Figura 11. Gráfico da distribuição das questões do <i>FCI</i> referentes ao segundo ano do ensino médio (2009).....	96
Figura 12. Gráfico da distribuição das questões do <i>FCI</i> referentes ao terceiro ano do ensino médio (2009).....	96
Figura 13. Situação para o caso modal	166
Figura 14. Situação para o caso bi-modal	167
Figura 15. Situação para o caso fictício sem pico	168
Figura 16. Gráfico das possíveis regiões de concentração	169
Figura 17. Regiões de fronteira de concentração (Bao, 1999).....	170
Figura 18. Questão 13 do <i>FCI</i>	171
Figura 19. Esquema de ativação do modelo mental pelo estudante (Bao e Redish, 2006).....	174
Figura 20. Exemplos de matriz densidade de classes de modelos (Bao e Redish, 2006).....	187

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. P-primos relacionados a modelos intuitivos do campo conceitual de Mecânica	15
Tabela 2. Três níveis de códigos para score e fator de concentração (Bao, 1999) .	33
Tabela 3. Taxonomia dos conceitos intuitivos do <i>FCI</i>	48
Tabela 4. Níveis de códigos para <i>score</i> e fator de concentração (Bao e Redish, 2001).....	61
Tabela 5. Implicações da combinação entre <i>score</i> e fator de concentração (Bao e Redish, 2001)	62
Tabela 6. Blocos de questões e conceitos intuitivos para a Análise de Modelos.....	64
Tabela 7. <i>Coefficiente Alpha de Cronbach</i> para o <i>FCI</i>	66
Tabela 8. Estatísticas item total para o <i>FCI</i> aplicado no ano de 2008.....	67
Tabela 9. Variância total explicada para <i>FCI</i> 2008.....	69
Tabela 10. Valores encontrados para KMO e Teste de Bartlett (<i>FCI</i> 2008).....	71
Tabela 11. Contribuição de cada variável (questão) para cada fator medido (carga de variabilidade)	73
Tabela 12. Relação dos fatores, questões e conceitos de Mecânica.....	74
Tabela 13. Comunalidades.....	75
Tabela 14. Estatística descritiva (série)	75
Tabela 15. Análise de Variância quanto às séries.....	77
Tabela 16. Múltiplas comparações entre as médias das três séries	78
Tabela 17. Fatores entre sujeitos (série e gênero)	78
Tabela 18. Estatística descritiva da média dos estudantes segundo o gênero	79
Tabela 19. Análise de Variância quanto ao gênero.....	80
Tabela 20. Múltiplas comparações entre as médias das três séries segundo o gênero	80
Tabela 21. Teste de efeitos entre sujeitos	81
Tabela 22. Níveis de códigos para <i>score</i> e fator de concentração (Bao e Redish, 2001).....	85
Tabela 23. Categoria da região de concentração das questões do <i>FCI</i> para cada série do ensino médio com base no <i>score</i> médio e fator de concentração (2008).....	86

Tabela 24. Distribuição das questões nas categorias <i>escore</i> -fator de concentração (2008).....	86
Tabela 25. Categoria da região de concentração das questões do <i>FCI</i> para cada série do ensino médio com base no <i>escore</i> médio e fator de concentração (2009).....	92
Tabela 26. Distribuição das questões nas categorias <i>escore</i> -fator de concentração (2009).....	92
Tabela 27. Blocos de questões e conceitos intuitivos para a Análise de Modelos...	102
Tabela 28. Número de estudantes e de turmas referentes à primeira aplicação do <i>FCI</i> (2008).....	103
Tabela 29. Número de estudantes e de turmas referentes à primeira aplicação do <i>FCI</i> (2009).....	103
Tabela 30. Matriz densidade para o bloco de questões abordando movimento 2008	104
Tabela 31. Matriz densidade para o bloco de questões abordando movimento 2009	104
Tabela 32. Significância da inconsistência na utilização dos modelos pelos estudantes com relação a movimento (2008)	107
Tabela 33. Significância da inconsistência na utilização dos modelos pelos estudantes com relação a movimento (2009)	107
Tabela 34. Autovalores e autovetores para o bloco de questões abordando movimento (2008).....	109
Tabela 35. Autovalores e autovetores para o bloco de questões abordando movimento (2009).....	109
Tabela 36. Matriz densidade para o bloco de questões abordando ímpetus e força impressa (2008).....	110
Tabela 37. Matriz densidade para o bloco de questões abordando ímpetus e força impressa (2009).....	111
Tabela 38. Significância da inconsistência na utilização dos modelos pelos estudantes com relação a ímpetus e força impressa (2008).....	111
Tabela 39. Significância da inconsistência na utilização dos modelos pelos estudantes com relação a ímpetus e força impressa (2009)	112
Tabela 40. Autovalores e autovetores para o bloco de questões abordando ímpetus e força impressa (2008).....	112

Tabela 41. Autovalores e autovetores para o bloco de questões abordando ímpetus e força impressa (2009).....	113
Tabela 42. Matriz densidade para o bloco de questões abordando agente dominante (2008).....	114
Tabela 43. Matriz densidade para o bloco de questões abordando agente dominante (2009).....	114
Tabela 44. Significância da inconsistência na utilização dos modelos pelos estudantes com relação a agente dominante 2008	115
Tabela 45. Significância da inconsistência na utilização dos modelos pelos estudantes com relação a agente dominante 2009	115
Tabela 46. Autovalores e autovetores para o bloco de questões abordando agente dominante (2008).....	115
Tabela 47. Autovalores e autovetores para o bloco de questões abordando agente dominante (2009).....	116
Tabela 48. Matriz densidade para o bloco de questões abordando concatenação de influências (2008)	117
Tabela 49. Matriz densidade para o bloco de questões abordando concatenação de influências (2009)	117
Tabela 50. Significância da inconsistência na utilização dos modelos pelos estudantes com relação à concatenação de influências 2008	118
Tabela 51. Significância da inconsistência na utilização dos modelos pelos estudantes com relação à concatenação de influências 2009	118
Tabela 52. Autovalores e autovetores para o bloco de questões abordando concatenação de influências 2008	119
Tabela 53. Autovalores e autovetores para o bloco de questões abordando concatenação de influências 2009	119
Tabela 54. Três níveis de códigos para score e fator de concentração (Bao, 1999)	165
Tabela 55. Associação entre os modelos físicos e as alternativas de cada questão	179
Tabela 56. Associação entre as questões e os modelos acessados	180
Tabela 57. Matrizes densidade um estudante para diferentes estados de modelo	185

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	1
2. PESQUISA.....	6
2.1 QUESTÕES	6
2.2 OBJETIVOS	7
2.2.1 <i>Geral</i>	7
2.2.2 <i>Específicos</i>	7
3. REFERENCIAL TEÓRICO	9
3.1 O CONHECIMENTO INTUITIVO DOS ESTUDANTES E A APRENDIZAGEM DA FÍSICA..	9
3.2 OS MODELOS MENTAIS E A FÍSICA INTUITIVA.....	10
3.3 MUDANÇA CONCEITUAL E A TEORIA DE CLASSE DE COORDENAÇÃO	17
3.4 AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM.....	27
3.5 A METODOLOGIA DE ANÁLISE DE MODELOS	31
3.5.1 <i>Análise de Concentração</i>	31
3.5.2 <i>Análise de Modelos</i>	36
3.5.2.1 A matriz densidade de modelos	39
4. DELINEAMENTO METODOLÓGICO	43
4.1 CONTEXTO	43
4.2 SUJEITOS	44
4.3 INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS	45
4.3.1 <i>Validação do Instrumento de coleta de dados</i>	49
4.4 METODOLOGIA DE COLETA DE DADOS	52
4.5 MÉTODOS DE ANÁLISE.....	53
4.5.1 <i>Análise Estatística Clássica</i>	54
4.5.1.1 Validação do instrumento de coleta de dados.....	54
4.5.1.2 Confiabilidade ou fidedignidade do instrumento de coleta de dados ..	57
4.5.1.3 Análise de Variância	59
4.5.2 <i>Análise de Concentração</i>	60
4.5.3 <i>Análise de modelos</i>	62
5. ANÁLISES DOS DADOS	66
5.1 ANÁLISE ESTATÍSTICA CLÁSSICA	66

5.1.1	<i>Confiabilidade ou fidedignidade do questionário</i>	66
5.1.2	<i>Validação do questionário</i>	67
5.1.3	<i>Análise de Variância</i>	75
5.1.3.1	Comparação entre os grupos segundo o gênero	78
5.1.4	<i>Discussão dos Resultados</i>	82
5.2	ANÁLISE DE CONCENTRAÇÃO	84
5.2.1	<i>Utilização da metodologia de Análise de Concentração nos dados da aplicação do FCI aos estudantes do Ensino Médio</i>	84
5.2.2	<i>Discussão dos Resultados</i>	97
5.3	ANÁLISE DE MODELOS	100
5.3.1	<i>Utilização da metodologia de Análise de Modelos nos dados da aplicação do FCI aos estudantes do Ensino Médio</i>	100
5.3.1.1	Bloco I: Questões envolvendo modelos intuitivos relacionados a movimento	104
5.3.1.2	Bloco II: Questões envolvendo os modelos intuitivos de ímpetus e força impressa	110
5.3.1.3	Bloco III: Questões envolvendo o modelo intuitivo de agente dominante	113
5.3.1.4	Bloco IV: Questões envolvendo o modelo intuitivo de concatenação de influências	116
5.3.2	<i>Discussão dos resultados</i>	120
6.	DISCUSSÃO GERAL DOS RESULTADOS	125
7.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	129
7.1	IMPLICAÇÕES PARA O ENSINO	132
7.2	LIMITAÇÕES	134
7.3	PERSPECTIVAS	135
8.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	137
9.	APÊNDICES	145

RESUMO

Este trabalho refere-se à investigação da evolução da aprendizagem e da compreensão de conceitos físicos básicos de Mecânica por estudantes do Ensino Médio de uma escola técnica federal. Partindo-se do pressuposto de que o conhecimento inicial dos estudantes nesta etapa da escolarização é fragmentado e inconsistente, acredita-se que sua avaliação tradicional, baseada nos escores obtidos em testes com questões de múltipla-escolha, não considera tal inconsistência. Estudos qualitativos a partir da aplicação de questionários com questões abertas e a realização de entrevistas, que poderiam sanar esta deficiência, são inviáveis em situações reais de sala de aula uma vez que, geralmente, o número de estudantes é grande. Com base nisso, este trabalho apresenta a metodologia de Análise de Modelos e a Análise de Concentração, que permitem acessar informações a respeito do estado de conhecimento dos estudantes a partir da aplicação de testes de múltipla-escolha. Através delas foi possível obter informações que só seriam possíveis a partir de uma pesquisa qualitativa, com aplicação de questionários abertos e/ou entrevistas. Para a realização da coleta de dados foi utilizado o questionário *Force Concept Inventory* (FCI), elaborado para identificar o conhecimento intuitivo de estudantes novatos e/ou sem instrução formal em Física com relação a conceitos fundamentais de Mecânica. O questionário foi traduzido, validado e aplicado a estudantes do primeiro ao terceiro ano do Ensino Médio. Levando-se em conta que as respostas dos estudantes a problemas podem ser consideradas como o resultado da aplicação de modelos mentais foi investigada a consistência de utilização de tais modelos. Se o conhecimento dos estudantes não é consistente, eles devem utilizar diferentes modelos para responder às questões do *FCI*. A Análise de Concentração, que informa a respeito da distribuição das respostas dos estudantes por cada alternativa de resposta apresentada pelo teste, mostrou que os estudantes do primeiro ano compartilham de vários modelos intuitivos, indicando que suas respostas às questões podem ser resultado de escolhas aleatórias. Por outro lado, a maioria dos estudantes do terceiro ano compartilha de um ou dois modelos dominantes, sendo o modelo científico ou um modelo intuitivo e o modelo científico. A metodologia de Análise de Modelos possibilitou avaliar a probabilidade de utilização dos modelos pelos estudantes de cada uma das três séries. Através dela foi possível investigar o seu estado de modelo e perceber diferenças no grau de consistência na sua utilização em cada série do Ensino Médio. Os estudantes das três séries apresentaram estado de modelo misto, ou seja, no qual coexistem vários modelos mentais relacionados ao campo conceitual da Mecânica. Porém, o grau de confusão entre pares de modelos é mais significativo para os estudantes do segundo e do primeiro ano, sendo que este último utiliza os modelos intuitivos mais frequentemente. Na maioria dos casos, os estudantes do segundo ano são mais confusos na utilização dos seus modelos, o que é compreensível visto que a evolução na aprendizagem supõe momentos de aumento na inconsistência de utilização do conhecimento. Por outro lado, o terceiro ano é o grupo mais frequente na utilização dos modelos científicos, sendo que o vetor estado de modelo de um estudante típico dessa série mostra maior probabilidade de utilização desses modelos. Os dados obtidos e as análises desenvolvidas permitem compreender o progresso dos estudantes no processo de aprendizagem uma vez que acreditamos que a aprendizagem da Física supõe não a substituição dos modelos intuitivos ou alternativos pelos modelos científicos, mas uma evolução a partir de mudanças na forma de utilização dos modelos mentais.

Palavras-chave: Consistência de Modelos Mentais, Mecânica, Ensino Médio

1. INTRODUÇÃO

O trabalho aqui apresentado teve como objetivo avaliar a consistência no uso de conhecimentos relativos a conceitos fundamentais de Mecânica pelos estudantes do ensino médio de uma escola técnica vinculada a uma Universidade Federal.

Principalmente ao longo das décadas de oitenta e noventa vários trabalhos buscaram identificar o conhecimento de estudantes em relação aos conceitos de Física básica (Clement, 1983; McCloskey, 1983; Halloun e Hestenes 1985a; Hestenes et al, 1992a; Driver e Tiberghien, 1992; McDermott, 1993; Bao *et al.*, 2002). Esses e outros trabalhos mostraram que os estudantes chegam às aulas de Física possuindo um sistema de crenças e intuições sobre fenômenos físicos, derivado de sua extensiva experiência pessoal (Halloun e Hestenes, 1985a).

Uma forma comumente utilizada para acessar o conhecimento dos estudantes é a aplicação de testes com questões de múltipla-escolha abordando conceitos de Física básica (Driver e Easley, 1978; Viennot, 1979; McDermott, 1984; Shaffer e McDermott, 2005; Beichner, 1994; Kautz et al, 2005a, 2005b). Nesses testes, os conceitos intuitivos demonstrados por estudantes em pesquisas anteriores são utilizados como alternativas de resposta para as questões. Partindo-se do pressuposto de que a quantidade de conceitos intuitivos dos indivíduos é limitada, espera-se que nas alternativas de resposta estejam descritas as concepções mais frequentemente utilizadas por eles. Desse modo, os questionários apresentam uma alternativa referente ao conhecimento científico aceito atualmente e outras alternativas nas quais os conceitos intuitivos podem atrair a atenção do respondente, caso seu conhecimento científico não esteja bem estruturado. Por isso, tais

conceitos intuitivos, quando utilizados em questionários, são denominados distratores.

De acordo com os resultados de várias pesquisas, o conhecimento dos estudantes novatos, ou seja, aqueles que estão se inserindo em um novo campo de conhecimento como a Física é fragmentado e pouco estruturado (diSessa, 1993 e diSessa *et al.*, 2004). É comum que mesmo estudantes que tenham passado por alguma experiência de ensino em Física apresentem uma variedade de caminhos para resolver problemas que para um especialista¹ na área seriam estruturalmente idênticos. Essa inconsistência na utilização dos conhecimentos em situações de resolução de problemas já foi objeto de muitas pesquisas: (i) Champagne *et al.* (1980) notaram que estudantes falhavam em reconhecer que a mesma lei física se aplica a objetos em queda livre e a objetos deslizando para baixo em um plano inclinado; (ii) Halloun e Hestenes (1985b), em investigação referente aos conhecimentos em Mecânica, concluíram que muitos estudantes usavam alguma mistura de conceitos e aparentavam ser inconsistentes em aplicar o mesmo conceito em diferentes situações; (iii) Clough e Driver (1986) concluíram que muitos estudantes não eram consistentes em aplicar estruturas alternativas em diferentes tarefas que envolviam seus entendimentos de pressão, calor e evolução. Outros trabalhos, por exemplo, Itza-Ortiz *et al.* (2004) investigaram a consistência e/ou a persistência dos modelos dos estudantes em diferentes contextos. Chi *et al.* (1981), por exemplo, perceberam que estudantes novatos foram influenciados pelos tipos de objetos físicos quando tentavam classificar problemas em Mecânica. Portanto, percebe-se que é comum os estudantes responderem corretamente a uma questão,

¹ Um especialista em um campo conceitual é aquele que tem um conhecimento bem estruturado e sabe como aplicá-lo. Ele tem habilidade de pensar efetivamente sobre problemas dessa área ou conteúdo. O novato é aquele que apresenta o conhecimento limitado, quando comparado ao especialista. Seu conhecimento não é tão estruturado e, embora tenha conhecimento, às vezes não sabe quando ou como utilizá-lo (Bransford *et al.*, 1999).

mas não a outra equivalente que foi apresentada em um contexto diferente. Nesse sentido, Driver *et al.* (1994) e Mortimer (1995, 2000), defendem a existência de “esquemas conceituais plurais” vinculados a contextos específicos. Assim, para estes autores, vários conceitos ou esquemas podem coexistir na estrutura cognitiva do estudante sendo que cada um deve ser utilizado ou acessado em diferentes contextos.

Avaliações tradicionais baseadas nos escores obtidos em testes com questões de múltipla-escolha informam se o estudante demonstra ter ou não determinado conhecimento a partir do fato de ele ter acertado ou não as questões. Tais avaliações não consideram a coexistência de diferentes conhecimentos nem a forma de utilização destes pelos sujeitos. Geralmente, o acesso a tais informações é obtido a partir da aplicação de questionários com questões que requerem respostas dissertativas e/ou através da realização de entrevistas. Porém, em algumas situações que envolvem a pesquisa em sala de aula o número de indivíduos é grande, o que torna inviável a realização de entrevistas ou a aplicação de questionários com questões abertas. A metodologia de análise apresentada neste trabalho permitiu obter informações a respeito dos modelos compartilhados por grupos de estudantes e a consistência no uso dos seus modelos sem a necessidade de utilização de questionários com questões abertas. Ou seja, tal metodologia, apresentada por Bao e Redish (2006), oportunizou obter tais informações a partir da aplicação de testes com questões de múltipla-escolha, viabilizando o trabalho com grandes grupos e, portanto, no contexto de sala de aula. Utilizando-se tal metodologia de análise de modelos, a resposta de um único estudante a cada questão pôde ser representada por um vetor *m-dimensional*, sendo *m* o número de alternativas de cada questão. Desse modo, as respostas dos estudantes foram

caracterizadas como um vetor \vec{Q} em um espaço de modelos que representava a probabilidade com que ele estava ativando cada um dos seus modelos.

O referencial teórico abordado se baseou nas teorias a respeito de modelos mentais, mudança conceitual e consistência de modelos, principalmente nos trabalhos de Johnson-Laird (1983), diSessa (1988,1993), diSessa *et al.*(2004), Levrini e diSessa (2008), Hestenes *et al.* (1992) e Hestenes e Halloun (1995).

Para a realização da coleta de dados foi utilizado o questionário *Force Concept Inventory (FCI)* (Hestenes e Halloun, 1995). Este questionário foi construído com base em pesquisas anteriores (Caramazza *et al.*, 1981; Champagne *et al.*, 1980; McCloskey *et al.*, 1983; Clement, 1982; Halloun e Hestenes, 1985a,1985b; Minstrell,1982; Gunstone e White,1981; Trowbridge e McDermott,1980,1981; Maloney, 1984) que levantaram o conjunto de conceitos intuitivos que os estudantes de Ensino Médio e universitário apresentavam com relação aos conceitos básicos de Mecânica e sua influência na instrução em Física. Ao contrário do *Mechanic Base Line Test* (MBLT) – construído posteriormente com base no *FCI* e que necessita um conhecimento inicial em Física e de uma abordagem quantitativa do conteúdo de Mecânica – as questões do *FCI* foram elaboradas para terem significado para estudantes novatos e/ou sem instrução formal em Física (Hestenes *et al.*, 1992). A escolha pela utilização do *FCI* deveu-se ao fato de este teste abordar qualitativamente conceitos básicos e por já ter sido aplicado em vários trabalhos de pesquisa, apresentando, portanto, maior confiança na consistência e nas conclusões traçadas pelos dados (Hestenes *et al.*, 1992; Huffman e Heller, 1995; Savinainen e Scott, 2002a, 2002b; Henderson, 2002; Rebello e Zollman, 2004).

O trabalho se inicia com a apresentação das questões de pesquisa e dos objetivos (capítulo 2). No capítulo 3 é destacado o referencial teórico que dá suporte

a este trabalho. O mesmo está embasado nas teorias de Modelos Mentais e de Classe de Coordenação de Johnson-Laird (1983) e diSessa (1988,1993), respectivamente. Também apresenta discussões acerca da avaliação da aprendizagem e das análises de concentração e de modelos utilizadas no trabalho. O capítulo 4 apresenta o delineamento metodológico, apresentando o contexto de ensino, os sujeitos da pesquisa, o instrumento de pesquisa e as etapas da sua validação. Também são apresentados a metodologia de coleta de dados e os métodos de análise. Estes últimos, estão baseados em análises estatísticas clássicas, na Análise de Concentração e na Análise de Modelos (Bao, 1999; Bao e Redish, 2006). No capítulo 5 são apresentados e discutidos os resultados de cada análise e no capítulo 6 é realizada uma discussão geral dos resultados. Finalizando o trabalho, no capítulo 7, são apresentadas as considerações finais.

2. PESQUISA

O objeto de estudo desse trabalho de pesquisa foi a consistência na utilização de modelos mentais relativos ao conhecimento inicial de Mecânica de estudantes do Ensino Médio. A seguir são apresentadas as questões de pesquisa e os objetivos.

2.1 Questões

Embora alguns autores apresentem concepções diferentes com respeito à física intuitiva, é consenso que ela envolve a elaboração de modelos mentais, que segundo Borges (1996), são representações internas de objetos, seqüências de eventos ou processos e de ações cotidianas, sejam psicológicas ou sociais. Para alguns pesquisadores (Hewson e Thorley, 1989; Villani, 1992; Maloney, 1993; Driver *et al.*, 1994; Mortimer, 1995, 2000) os estudantes compartilham de vários modelos mentais, científicos ou não, que coexistem em sua estrutura cognitiva e que podem ser utilizados em diferentes contextos. Para esses e outros autores, o processo de mudança conceitual envolveria não a substituição dos modelos intuitivos pelos modelos científicos, mas mudanças na forma de utilização ou no *status* dos modelos primitivos. Portanto, eles poderiam ser mantidos pelos estudantes e utilizados em outros contextos como, por exemplo, fora do contexto escolar.

Acredita-se que as formas como os modelos mentais são utilizados por estudantes, bem como as mudanças na sua forma de sua utilização, podem ser avaliadas investigando-se a consistência dos seus conhecimentos. Tal investigação supõe um acompanhamento que pode ser realizado a partir de estudos qualitativos com pequenos grupos, utilizando-se questionários com questões abertas e/ou

entrevistas. No entanto, levando-se em conta a realização da pesquisa com um grande número de estudantes, tanto questionários com questões abertas quanto entrevistas se tornam inviáveis. Com base nisso, a primeira questão de pesquisa é verificar a possibilidade de utilização de uma metodologia de análise de dados que permita investigar a consistência na utilização do conhecimento físico de Mecânica pelos estudantes através da aplicação de questionários com questões de múltipla-escolha. A partir disso, investigar (i) quais são os modelos mentais relativos aos conceitos de Mecânica demonstrados por estudantes do Ensino Médio? (ii) Os estudantes são consistentes na utilização de tais modelos? (iii) É possível perceber diferenças na consistência de utilização dos modelos entre estudantes das diferentes séries do Ensino Médio?

Essas questões são importantes para alcançarmos o objetivo principal do trabalho que é investigar a consistência na utilização de modelos mentais pelos estudantes.

2.2 Objetivos

2.2.1 Geral

Avaliar a consistência no uso de modelos mentais relativos a conceitos fundamentais de Mecânica pelos estudantes do Ensino Médio.

2.2.2 Específicos

- Traduzir e validar a tradução do questionário Inventário do Conceito de Força (*Force Concept Inventory*) para ser utilizado em pesquisas brasileiras.

- Investigar a consistência do uso de modelos mentais referentes aos conteúdos de Mecânica por estudantes do Ensino Médio.
- Avaliar a utilização da Análise de Concentração e da Análise de Modelos como metodologias de análise da consistência do uso de modelos mentais referentes aos conteúdos de Mecânica pelos estudantes.
- identificar possíveis mudanças na consistência do uso de modelos pelos estudantes a partir de experiências e ensino.

3. REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo são destacadas as teorias que deram suporte ao trabalho de pesquisa. São apresentados os referenciais teóricos que discutem o conhecimento inicial dos estudantes, sua relação com a aprendizagem da Física e avaliação, bem como aqueles referentes à análise dos dados e interpretação dos resultados.

3.1 O Conhecimento intuitivo dos estudantes e a aprendizagem da Física

É conhecido e aceito pelos pesquisadores da área de ensino de Ciências que os estudantes chegam em seus cursos de Física com concepções a respeito de fenômenos físicos que diferem do conhecimento cientificamente aceito. No intuito de investigar e conhecer tais concepções, pois sempre representaram um entrave à aprendizagem dos conceitos científicos, várias pesquisas foram desenvolvidas ao longo dos anos (Driver e Easley, 1978; Viennot, 1979; Clement, 1983; McDermott, 1984; Halloun e Hestenes, 1985a,b; Driver *et al.*, 1992; Bao *et al.*, 2002).

Com relação ao ensino de Física, atualmente são bem conhecidos os conceitos intuitivos apresentados pelos estudantes e, portanto, não é interesse deste trabalho retomá-los e nem discutir como eles interferem na aprendizagem dos conceitos científicos. Neste trabalho o olhar está voltado para como estes conhecimentos se estruturam na mente dos estudantes, como devem evoluir em direção à compreensão dos conceitos científicos e como podemos investigar essa evolução a partir de uma avaliação realizada em larga escala.

O primeiro objetivo é encontrar fundamentos teóricos que permitam compreender como esses conhecimentos, aqui denominados de conceitos intuitivos,

se estruturam e como se relacionam ao campo conceitual da Física, particularmente com o campo conceitual da Mecânica.

Segundo Vergnaud (1983a, *apud* Moreira, 2002),

O campo conceitual é entendido como um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição.

No sentido da definição apresentada acima, a Física e, em particular a Mecânica, são campos de conhecimento cujo domínio exige do indivíduo a compreensão de um conjunto de conceitos, situações, representações, leis, teorias, abstrações, entre outras, sendo os elementos desse campo conectados entre si.

Buscando investigar a compreensão e utilização por parte dos estudantes de conceitos fundamentais do campo da Mecânica, este trabalho baseia-se principalmente na teoria de modelos mentais de Johnson-Laird (1983) e na teoria de Classe de Coordenação apresentada por diSessa (1998). As duas teorias são apresentadas nas próximas sessões.

Procura-se relacionar tais teorias (i) ao processo de aquisição do conhecimento físico a partir do conhecimento intuitivo e (ii) à evolução deste conhecimento em direção àquele cientificamente aceito.

3.2 Os Modelos Mentais e a física intuitiva

A elaboração de modelos não é uma atividade restrita ao conhecimento científico. Gobert e Bukley (2000) propõem que modelos devem ser definidos como representação de uma idéia, de um objeto, de um evento ou de um sistema. Esses autores distinguem vários tipos de modelos: (i) modelo mental, que é uma representação pessoal interna e privada do sistema sendo modelado; (ii) modelo

conceitual, que é explicitado através da fala, da escrita, entre outros; (iii) modelo consensual, que é um modelo exposto que foi desenvolvido e submetido a teste por um grupo social, por exemplo, pela comunidade científica, e visto como tendo mérito; (iv) modelo pedagógico, que é aquele modelo construído e utilizado por professores para auxiliar na compreensão de um modelo consensual.

Embora representem coisas e propriedades do mundo concreto, os modelos conceituais habitam o campo conceitual. Por exemplo, mesmo que sejam objetos utilizados para representar coisas do mundo concreto, modelos matemáticos como os números residem exclusivamente no mundo conceitual (Hestenes, 1993). Da mesma forma, os modelos conceituais físicos que explicam fenômenos e propriedades do mundo concreto residem no mundo conceitual da Física.

Tão importante quanto o modelo conceitual em si, são as representações mentais que fazemos dele, das coisas que ele representa e que podem ser compartilhadas por diferentes pessoas. As representações mais significativas de modelo conceitual são os modelos mentais, construções particulares na mente de um indivíduo. Eles não são entidades físicas e sim representações abstratas que não podem ser observadas diretamente, apenas através de inferências de comportamentos observáveis como a fala, representações pictóricas, gestos, entre outros (Hestenes, 1993). São elevados a modelos conceituais através, por exemplo, da utilização da linguagem, que é capaz de codificar a estrutura de um modelo em símbolos os quais ativam o modelo mental do indivíduo e o correspondente modelo mental na mente de outras pessoas (Hestenes, 2006). Assim, proporcionam a utilização da linguagem para criar representações comparáveis àquelas derivadas do conhecimento direto do mundo e, por último, relacionam palavras ao mundo através da concepção de percepção (Johnson-Laird, 1983).

Segundo Borges (1996), os modelos mentais são representações internas de objetos, sequências de eventos ou processos e de ações cotidianas, sejam psicológicas ou sociais. Pessoas entendem o mundo através de modelos construídos e trabalhados em suas mentes (Johnson-Laird, 1983). Construir um modelo significa criar uma representação tanto do mundo real como de entidades que permitem ao indivíduo interagir com esse mundo (Moreira, 1999). Assim, através dos modelos mentais as pessoas podem dispor de uma visão do mundo que lhe permite interpretar, ainda que de forma incoerente, fenômenos e eventos cotidianos e, ainda, prevê-los e evitá-los.

"Modelos mentais são representações dinâmicas e generativas que podem ser manipuladas mentalmente para prover explicações causais de fenômenos físicos e fazer previsões sobre estados de coisas do mundo físico. Supõe-se que muitos modelos mentais são criados na hora para resolver questões de situações problemáticas específicas. Contudo, é possível que alguns modelos mentais, ou parte deles, que foram úteis uma vez, sejam armazenados como estruturas separadas e recuperados da memória de longo prazo quando necessário" (Vosniadou, 1994, *apud* Moreira 1997).

A elaboração de modelos parece ser uma atividade fundamental, inerente à própria existência e evolução humana. "Todo o nosso conhecimento do mundo depende de nossa habilidade para construir modelos" (Johnson-Laird, 1983). No entanto, eles não são cópias fiéis da realidade, ao contrário, são simplificados, limitados e, por vezes, inconsistentes, dependendo do contexto em que são aplicados. Segundo alguns autores:

- os modelos mentais são incompletos, ou seja, são mais simples que as entidades que eles representam. Mesmo assim precisam ser funcionais para permitir que o indivíduo controle, explique e faça previsões de eventos futuros (Johnson-Laird, 1983);

- as habilidades das pessoas para fazê-los funcionar são muito limitadas e os modelos construídos correspondem a uma quantidade limitada de fenômenos comuns. Se o indivíduo considera que outros fenômenos são semelhantes aos que ele conhece – mesmo que não sejam - ele generaliza seus modelos a todos os fenômenos (Norman, 1983). Segundo Borges (1996), existe uma tendência natural humana em assimilar novas experiências a partir daquelas que lhe são familiares. Por outro lado, se o indivíduo considera que certo fenômeno não é familiar – mesmo que seja – ele constrói uma nova representação. Isso mostra que o contexto é um fator importante na construção dos modelos (Norman, 1983);
- os modelos mentais são instáveis, ou seja, as pessoas esquecem seus detalhes, principalmente quando esses detalhes ou até mesmo a própria representação não são utilizados por algum período de tempo (Norman, 1983);
- eles não têm fronteiras bem definidas. Representações referentes a conceitos físicos como pressão e força, por exemplo, às vezes parecem indiferenciados sendo confusos quando aplicados a situações específicas (Norman, 1983).
- são simples e econômicos. Portanto, derivam de um número relativamente pequeno de elementos sobre os quais são realizadas operações recursivas. Seu poder representacional depende de procedimentos adicionais para construir e avaliar tais representações (Johnson-Laird, 1983).
- São tácitos, internos às mentes das pessoas, não podendo ser explorados diretamente. Porém, podem ser investigados indiretamente via modelos conceituais com os quais as pessoas se comunicam umas com as outras verbalmente, simbolicamente ou pictoricamente (Halloun, 1996).

Embora alguns autores apresentem concepções diferentes a respeito da física intuitiva, é consenso que esta envolve a elaboração de modelos mentais, construções que os indivíduos fazem para compreenderem e interpretarem seu mundo cotidiano. Isso inclui a compreensão de fenômenos, a capacidade de predição, a construção de idéias prévias associadas a explicações causais, entre outras. A essas construções diSessa (1988, 1993) denomina “primitivos fenomenológicos” ou “*p-prims*” – do inglês *phenomenological primitives*. Primitivos por serem construções primárias (primitivas) do mecanismo cognitivo, ou seja, o que autor considera serem elementos mínimos da memória. Fenomenológicos por serem gerados pela interpretação superficial da realidade experienciada pelos estudantes (diSessa, 1993). Da mesma forma como os modelos mentais são simples e incompletos – um único modelo pode representar uma quantidade infinita de coisas (Moreira, 1999) –, uma vez estabelecidos, os *p-prims* também constituem um rico vocabulário através do qual os indivíduos relembram e interpretam suas experiências (diSessa, 1993). Por serem uma coleção de idéias fragmentadas e fracamente conectadas, assim como os modelos mentais, eles também são sensíveis ao contexto (diSessa, 1988).

As idéias primitivas, quando utilizadas no contexto da Física, levam à elaboração de modelos intuitivos muitas vezes parecidos com versões qualitativas de leis parcialmente explicadas ao longo da história. Por exemplo, a idéia de uma “força intrínseca aos objetos”, quando relacionada às leis de Newton do movimento, pode levar à elaboração da idéia de ímpetus. A Tabela 1 apresenta algumas idéias primitivas relacionadas ao campo conceitual da Mecânica e os correspondentes modelos intuitivos.

Tabela 1. P-prims relacionados a modelos intuitivos do campo conceitual de Mecânica

Nome	P-prims (diSessa, 1988)	Modelo intuitivo (Hestenes <i>et al.</i> , 1992)
Balanço dinâmico	Quando duas forças opostas agem em um corpo existe um conflito entre estas. A força mais fraca é superada pela outra.	Concatenação de influências
Movimento contínuo	É necessário que haja uma força contínua para que um corpo seja mantido em movimento.	Força ativa
Consumo do ímpetus	Todo movimento, especialmente impulsivos ou causados violentamente, gradualmente acabam.	Dissipação do ímpetus

Assumir que o conhecimento físico intuitivo é construído a partir de modelos mentais primitivos será muito útil neste trabalho porque permitirá fazer importantes considerações.

Primeiramente, embora diSessa *et al.* (2004) considerem que o conhecimento intuitivo consiste de centenas e até milhares de idéias primitivas, segundo Normam (1983), os modelos mentais de um indivíduo “são limitados por fatores tais como sua formação, sua experiência prévia com sistemas semelhantes e pela própria estrutura do sistema humano de processamento de informação”. Portanto, considera-se neste trabalho que dentro de um campo conceitual como a Mecânica os modelos mentais dos estudantes são limitados. Apenas uma certa quantidade de *p-prims* ou de modelos intuitivos derivados destes podem ser relacionados ao campo conceitual da Mecânica.

Em segundo lugar, um único modelo intuitivo pode ser estendido a variadas situações, nos mais diferentes contextos. Por isso, o que é relevante não é o quantidade de modelos, mas a variedade de contextos nos quais os estudantes acreditam que sejam aplicáveis. Idéias como “quanto maior o esforço, maior o resultado” (diSessa, 1987), são modelos primitivos que podem ser utilizados pelos

estudantes sem contradição em situações cotidianas e também levados para campo conceitual da Física e aplicados, incoerentemente, a diversos contextos. Segundo o autor, este é um dos mais importantes e, em geral, mais utilizado dos *p-prims* (diSessa, 1987). Este modelo primitivo contribui, por exemplo, para a elaboração do modelo intuitivo de que a força aplicada a um corpo é proporcional à sua velocidade. Outros modelos primitivos que se relacionam ao campo da Física são aqueles relacionados às idéias de que “dar um empurrão em um objeto resulta em movimento na direção do empurrão”, “a forma do esforço determina e modula o resultado, balanceando e superando”, “esforços conflitando devem se balancear [...] e se um deles se tornar mais forte, ele deve ‘superar’ o outro, negando a influência do esforço mais fraco” (diSessa, 1987) , e “força e resistência competirão uma com a outra para determinar o movimento” (diSessa, 1993).

A resposta de um estudante a uma questão em um teste depende de qual modelo mental é ativado e da forma como ele será relacionado ao contexto do problema apresentado na questão. Vale destacar que isso representa um processo que deve conter incoerências, uma vez que modelos científicos, primitivos e intuitivos coexistem na estrutura cognitiva dos indivíduos. Por exemplo, segundo diSessa (2004), existem atributos comuns entre vários *p-prims*, alguns são mais importantes e outros menos importantes, algumas relações entre eles são mais fortes e outras mais fracas (diSessa *et al*, 2004). O desenvolvimento do sistema de *p-prims* envolve uma “complexa ordenação de conexões para vários contextos e ordenação de prioridades relativas” (diSessa, 1993).

O conhecimento intuitivo relacionado ao campo conceitual da Mecânica já foi discutido por vários autores, entre eles Champagne *et al.* (1980); Trowbridge e McDermott (1980,1981); Caramazza *et al.* (1981); Clement (1982, 1983); Gunstone

e Watts (1996); McCloskey (1983); Green *et al.* (1980); Licht e Thijs (1990); Maloney (1984); Brown e Clement (1987). Talvez o trabalho mais significativo seja o de Hestenes e seus colaboradores, que construíram a mais completa taxonomia de modelos primitivos e modelos intuitivos relacionados a Mecânica (Halloun e Hestenes, 1985b; Hestenes *et al.*, 1992). Neste sentido, visto que existe uma variedade de fontes de informação a esse respeito, não será objetivo deste trabalho uma revisão desses modelos. A seguir serão apresentadas algumas discussões a respeito de como os modelos intuitivos se estruturam na mente do indivíduo e como evoluem em direção ao modelo cientificamente aceito. Serão apresentadas considerações a respeito do processo de mudança conceitual com base na teoria de Classe de Coordenação (diSessa, 1998).

3.3 *Mudança conceitual e a Teoria de Classe de Coordenação*

Acredita-se que a aprendizagem da Física suponha a evolução dos conhecimentos intuitivos dos estudantes em direção ao conhecimento físico cientificamente aceito a partir de mudanças na forma de utilização dos seus modelos mentais. Ao chegarem em um curso de Física, seus modelos mentais primitivos lhe parecem consistentes porque muitas vezes são capazes de explicar o que apreendem do mundo real. Porém, esses modelos são aplicáveis apenas a contextos específicos, e quando utilizados no contexto da Física falham e podem gerar modelos intuitivos relacionados a esse campo conceitual. Espera-se que a partir de experiências de ensino, os modelos intuitivos e primitivos se tornem menos consistentes e os estudantes passem a utilizar de forma mais consistente os modelos científicos aos quais foram apresentados.

Neste trabalho, a consistência ou não da utilização de modelos mentais pelos estudantes é considerada do ponto de vista de Sabella (1999). Segundo esse autor, a resposta de um indivíduo a um contexto ou situação particular é função dos “pares de associação” estabelecidos entre seus modelos mentais. A forma como o indivíduo responde a uma situação ou contexto é função de como os modelos mentais estão relacionados uns com os outros na sua memória. Os pares de associação fracos são constituídos por conjuntos de conhecimentos fragmentados, compostos de informações inconsistentes umas com as outras. Os pares de associação fortes são aqueles constituídos por peças de conhecimento que são frequentemente mobilizadas juntas e em uma enorme variedade de situações. Esses pares de associação mais robustos é que formam o que o autor denomina de esquemas. Neles estão contidos fatos, regras, modelos primitivos (*p-prims*), conhecimentos intuitivos e outros que possam surgir quando o estudante está diante de um problema a ser resolvido. Assim, um esquema é composto por um conhecimento fortemente relacionado, por exemplo, um modelo primitivo robusto, e por procedimentos que são utilizados pelos estudantes para resolverem o problema (Sabella, 1999).

Algumas ligações com um determinado conhecimento são mais fortes que outras. Quando este conhecimento em particular é ativado, ele muito provavelmente se relacionará a outros com os quais tem ligações mais fortes. Assim, um conhecimento ativado mobilizará outros conhecimentos com os quais tem ligações mais fortes. Isso permite ao indivíduo selecionar associações apropriadas ao invés de acessar de uma vez só todos os conhecimentos (Sabella e Redish, 1999). Em alguns casos, os especialistas não têm maior quantidade de conhecimento que os novatos, mas fazem melhor uso do seu conhecimento pelo fato dele estar mais

organizado. Novatos, às vezes, têm estruturas de conhecimento ligadas parcialmente sendo, dessa forma, utilizadas de forma superficial e até mesmo contraditória (Sabella e Redish, 1999).

Os caminhos através dos quais os conhecimentos são codificados e ligados determinam a consistência da sua utilização. Para o autor, existe consistência quando uma estrutura do conhecimento – um modelo mental, por exemplo – é auto-consistente ou quando diferentes estruturas de conhecimento são consistentes umas com as outras. No primeiro caso, ela pode ser “rodada” na mente em diferentes caminhos sem levar a contradições e, no segundo caso, podem ser “rodadas” juntas em diferentes caminhos sem levar a contradições. Com base nessas definições e nas formas de acesso e ativação dos pares de associação, são definidas formas de coerência na utilização do conhecimento pelos estudantes em situação de resolução de problema.

Um conjunto de conhecimento é *localmente coerente* quando o indivíduo percebe tais conhecimentos como intimamente relacionados uns com os outros e apropriados para serem utilizados juntos. Por exemplo, se um estudante demonstra ser capaz de utilizar seus modelos mentais de força e dinâmica do movimento juntos e em um caminho relacionado (Sabella e Redish, 1999). Por outro lado, o conhecimento é dito *globalmente coerente* quando o indivíduo percebe que conjuntos de modelos mentais localmente coerentes e distintos são apropriados para o problema e podem ser utilizados juntos (Sabella e Redish, 1999).

De acordo com o que foi apresentado neste trabalho, considera-se que o estudante é consistente ou coerente na utilização do seu conhecimento quando ele é capaz de relacionar diferentes modelos mentais e utilizá-los em diferentes situações ou contextos sem que isso lhe pareça contraditório. Assim, ele pode ser

consistente tanto na utilização do modelo científico quanto do modelo intuitivo, de forma que aplique o mesmo modelo frequentemente na resolução de problemas que se apresentam em diferentes contextos. Por outro lado, o estudante é inconsistente ou incoerente quando não é capaz de estender o modelo a diferentes situações ou contextos. Neste caso, ele mobiliza diferentes modelos para resolver questões que são semelhantes, que abordam o mesmo conceito físico ou que apresentam o mesmo problema em diferentes contextos, por exemplo, no ar e na água. A aprendizagem configura a utilização menos consistente dos modelos intuitivos e mais consistente dos modelos científicos e, não necessariamente, a substituição do primeiro pelo segundo, como defendido em algumas teorias de mudança conceitual.

Discussões acerca do processo de mudança conceitual e da aquisição dos conceitos cientificamente aceitos começaram a ter destaque nas pesquisas desenvolvidas na década de 1980, que tinham como pressuposto a substituição do conhecimento intuitivo pelo conhecimento científico. Posner *et al.* (1982), os principais autores do movimento de mudança conceitual dessa década, argumentavam que para a mudança conceitual acontecer o indivíduo precisaria estar insatisfeito com os seus conhecimentos intuitivos e a nova concepção precisaria ser inteligível, plausível e, ainda, capaz de ser estendida a uma variedade de problemas. A simplificação quanto ao processo de mudança conceitual levou esses e outros autores a proporem metodologias para promovê-la nos estudantes.

Na década de 1990 as pesquisas começaram a mostrar que a mudança conceitual não era um processo tão fácil quanto se pensava. Em uma pesquisa desenvolvida para investigar como os estudantes respondiam quando encontravam alguma informação científica contraditória às suas crenças, Chinn e Brewer (1993) perceberam que a mudança conceitual era um processo difícil e que poderia levar

anos para que acontecesse. Dessa forma, o tempo despendido em um processo escolar deveria ser, muitas vezes, insuficiente para promovê-la.

Para Maloney (1993), a mudança conceitual não precisaria implicar necessariamente na substituição do conhecimento intuitivo pelo conhecimento científico. Segundo o autor, poderia haver uma mudança na forma como o indivíduo utiliza o conhecimento intuitivo, não necessariamente a sua substituição. Em um sentido parecido, Hewson e Thorley (1989) consideraram que as concepções dos estudantes teriam *status*, e que a mudança conceitual se daria a partir da diminuição do *status* dos conhecimentos intuitivos e do aumento do *status* do conhecimento científico (Hewson e Thorley, 1989).

Outras visões a respeito da mudança conceitual são apresentadas por Driver *et al.* (1994) e Mortimer (1995, 2000). Os autores defendem a existência de “esquemas conceituais plurais” vinculados a contextos específicos. Dessa forma, Mortimer (1995), propõe a idéia de “perfil conceitual”, que considera a possibilidade de que os estudantes utilizem diferentes formas de pensamento em diferentes contextos, em detrimento à “superação” dos conhecimentos intuitivos ou sua substituição pelo pensamento científico. Dessa forma, a mudança conceitual consistiria de uma mudança no perfil conceitual. Essa visão está de acordo com a de Villani (1992), que descreve a mudança conceitual como um processo muito complexo e demorado, envolvendo cada vez “graus de abstração” mais elevados. Para o autor, os modelos intuitivos resistentes à mudança seriam mantidos pelos estudantes e utilizados em outros contextos, como fora do contexto escolar.

A teoria de “Classe de Coordenação”, apresentada por diSessa (1998), e que é uma das bases teóricas deste trabalho, também está de acordo com os pontos de vista apresentados anteriormente. Portanto, considera a mudança conceitual como

uma transição entre múltiplas visões de mundo e não como simples substituição do modelo espontâneo pelo modelo científico.

Essa teoria surgiu, segundo o autor, da necessidade de se definir mais detalhadamente os componentes que constituem um conceito, para estabelecer uma base comum para pesquisadores que investigam a mudança conceitual (diSessa, 1998). Além de considerar a estruturação do conhecimento na memória do indivíduo, a teoria tenta definir o que é um conceito para, a partir disso, relacionar-se ao processo de mudança conceitual.

De acordo com Levrini e diSessa (2008), ela é enquadrada numa visão mais ampla denominada "sistema de conhecimento complexo", na qual os conceitos são sistemas grandes e organizados por emaranhados de peças de conhecimento, o que leva à ativação e utilização de muitos elementos específicos de acordo com o contexto. Esse ponto é interessante, pois embora se considere que o conhecimento seja constituído por peças, não leva em conta que os conceitos sejam peças unitárias.

A Classe de Coordenação constitui-se enquanto caminhos, sistematicamente conectados, de obter informações do mundo. Ao contrário do modelo de conceito baseado em categorias, no qual a tarefa é determinar se alguma coisa é ou não membro de uma categoria, a tarefa prototípica para a Classe de Coordenação é a obtenção de informações (diSessa, 1998). Portanto, inclui estratégias de observação e seleção de informações relevantes que possam ser integradas à informação que se procura. Segundo diSessa (1998), essa seria a dificuldade do trabalho de uma Classe de Coordenação, penetrar em uma diversidade e riqueza de situações e informações para alcançar uma leitura confiável de uma informação ou classe de informação em particular.

A Classe de Coordenação é um tipo de conceito, porém, vale destacar que nem todos os conceitos podem ser considerados Classe de Coordenação (Levrini e diSessa, 2008). Embora, por exemplo, cachorro e força sejam conceitos, diferentes tipos de raciocínio e de leitura de informações são utilizados para se reconhecer cada um deles (diSessa, 1998). Reconhecer um cachorro no “mundo real” está muito mais relacionado a perceber suas características – quatro patas, rabo, focinho – e compará-las a um protótipo mental de cachorro. Por outro lado, reconhecer o conceito de força no “mundo real” significa estabelecer uma série de relações – intensidade, direção, sentido, agente – além de, entre outras coisas, levar em conta sua aplicabilidade em diferentes contextos. É devido a essa diferença entre conceitos que diSessa e Levrini (2008) argumentam que grandezas físicas são boas candidatas à Classe de Coordenação.

De acordo com a teoria, as menores partes de componentes do conhecimento que definem um conceito são os primitivos fenomenológicos (*p-prims*), já discutidos neste trabalho. Eles são conectados através de redes em que a ativação de certos *p-prims* leva à ativação dos outros, quer mais provável ou menos provável. A aprendizagem constitui a alteração das circunstâncias que criam a ativação de certos *p-prims*.

A Classe de Coordenação inclui a habilidade de utilização de duas estratégias: (i) a integração e (ii) a invariância. A primeira refere-se à habilidade de, em uma dada situação, coordenar múltiplas observações ou aspectos para determinar a informação necessária. A segunda relaciona-se à habilidade de o conhecimento que realiza a leitura da informação determinar, confiavelmente, a mesma informação através de diferentes contextos e situações (diSessa, 1998). Segundo o autor, a Classe de Coordenação emerge ao longo do tempo como sendo

um conglomerado de numerosos elementos que podem determinar uma "classe de informações entre diversos contextos" (diSessa, 2002). Então, determinados conceitos resultam de um emaranhado de peças de conhecimento coordenadas entre si e a coordenação dessas envolve habilidades de leitura e inferência, além da invariância. Um conceito pode ser uma Classe de Coordenação desde que exija tais habilidades. O conceito físico de força, bem como outros conceitos do campo conceitual da Física, pode ser considerado uma Classe de Coordenação por ser um sistema complexo e por ter uma gama de aplicações em que os estudantes terão que coordenar as estratégias de leitura, a rede causal de inferências e a invariância. A aprendizagem é considerada um processo resultante da alteração na forma de acesso aos modelos primitivos e a aquisição de um conceito pelo indivíduo significa a estruturação de numerosas peças de conhecimento que pode ser estendida de forma consistente a diversos contextos.

A primeira das duas principais componentes da Classe de Coordenação é estratégia de leitura, habilidade de lidar com a diversidade de informações apresentadas em diferentes situações para determinar uma informação em particular (diSessa, 1998) .

As pessoas geralmente não reconhecem as informações relevantes de uma Classe de Coordenação de forma direta. Elas normalmente percebem algumas informações relacionadas e, em seguida, fazem inferências a respeito da classe de coordenação. As estratégias de leitura são "as maneiras pelas quais as pessoas concentram as suas atenções e lêem algumas informações relacionadas ao mundo real". Neste sentido, a aprendizagem de um conceito é vista como um processo de mobilização e coordenação, em diferentes caminhos e de várias maneiras, de um grande número de elementos do conhecimento (Levrini e diSessa, 2008).

A segunda das duas principais componentes da Classe de Coordenação é a “rede causal” ou “rede inferencial”, que é "o conjunto total de inferências que nós podemos usar para conectar informações lidas relacionadas à informação particular em questão" (Levrini e diSessa, 2008). A classe de conhecimento e estratégias de raciocínio determinam quando e como algumas observações se relacionam a uma informação requerida (diSessa, 1998).

De acordo com diSessa (1998), a rede causal é o “*locus* primário de dificuldade em aprender um conceito”. Isso porque os estudantes encontram duas dificuldades na criação de novas Classes de Coordenação. A primeira se refere à integração, ou seja, coletar, selecionar e combinar diversas observações para determinar o que se pretende “ver” (diSessa, 1998). Essa questão aproxima-se das discussões a respeito de especialistas e novatos em um campo conceitual. Novatos, quando apresentados a um problema, geralmente voltam sua atenção para características irrelevantes e superficiais. A segunda dificuldade diz respeito à capacidade da Classe de Coordenação “trabalhar” através de uma ampla gama de situações nas quais são úteis (Levrini e diSessa, 2008). O conceito de trabalho refere-se, no sentido apresentado, a usar diferentes conhecimentos em diferentes situações. Assim, um problema enfrentado pelos estudantes é ter recursos conceituais suficientes para operar o conceito através de uma ampla variedade de contextos nos quais eles são aplicáveis (Levrini e diSessa, 2008). Por exemplo, os estudantes não são capazes de determinar as forças tanto na situação de um objeto lançado quanto na situação de um livro em repouso sobre uma mesa.

Dificuldades a respeito da invariância quanto ao contexto já foram discutidas por vários trabalhos dentro do campo conceitual da Física. Por exemplo, Halloun e Hestenes (1985 a,b), em investigação referente aos conhecimentos em Mecânica,

concluíram que muitos estudantes usavam alguma mistura de conceitos e aparentavam ser inconsistentes em aplicar o mesmo conceito em diferentes situações. Clough e Driver (1986) concluíram que muitos estudantes não eram consistentes em aplicar estruturas alternativas de conhecimento em diferentes tarefas que envolviam seus entendimentos de pressão, calor e evolução. Segundo Levrini e diSessa (2008), os estudantes muitas vezes sentem que podem determinar as forças em diferentes situações, no entanto, por motivos específicos da situação, eles podem falhar. Um estudante pode ver as forças de forma adequada em situações de movimento, mas não pode vê-las adequadamente em situações estáticas (Levrini e diSessa, 2008). Champagne *et al.* (1980) notaram, por exemplo, que estudantes falhavam em reconhecer que a mesma lei física se aplicava a objetos em queda livre e a objetos deslizando para baixo em um plano inclinado.

Todas as considerações apresentadas até aqui corroboram com a teoria dos modelos mentais. Segundo Moreira (1996), de fato, os indivíduos apresentam uma organização cognitiva interna baseada em conhecimentos conceituais e a complexidade dessa estrutura depende muito mais das relações que esses conceitos estabelecem entre si, do que do número de conceitos presentes.

Em suma, os indivíduos constroem modelos mentais que lhes permitem atuar no mundo. Considerando-se os diversos campos conceituais da Física, por exemplo, vários modelos fundamentais são gerados a partir da observação de fenômenos. Estes modelos são construídos algumas vezes a partir da relação entre o que está sendo observado e os modelos primitivos presentes na estrutura de conhecimento dos estudantes. O conceito de força, por exemplo, é um grande sistema que pode ser organizado por diversos modelos primitivos e não primitivos emaranhados e que podem ser ativados e utilizados de acordo com o contexto. Assim, os estudantes

podem utilizar o “seu conceito de força” de forma adequada em uma situação e de forma inadequada em outra. O conceito de força é, portanto, uma Classe de Coordenação de várias peças de conhecimento, sendo que a forma como essas peças são coordenadas levam ou não a estratégias de leitura adequadas e à utilização coerente ou consistente desse conceito pelos estudantes em diferentes situações (Levrini e diSessa, 2008).

A utilização consistente e coerente de um conceito pelo estudante depende da integração e da invariância da Classe de Coordenação, fundamentais na criação de redes causais. Uma Classe de Coordenação bem estruturada permite aos estudantes apreenderem informações do mundo real e fazerem inferências para relacionar as informações apreendidas às informações particulares, como aquelas apresentadas em um determinado problema.

3.4 Avaliação da Aprendizagem

Queiramos ou não, a avaliação ocupa um papel central no processo ensino-aprendizagem. É através dela que os estudantes são considerados quanto ao fracasso ou êxito alcançado em função das exigências impostas pelos professores, pela escola ou pelo sistema de ensino. É através dela que os estudantes são classificados conforme o grau de domínio alcançado em uma disciplina ou é medida e certificada a quantidade de conhecimento adquirida.

[...] o grau de aquisição de conhecimentos e de competências deve ser avaliado por alguém, e esse julgamento deve ser sustentado por uma instituição para tornar-se mais do que uma simples apreciação subjetiva e para fundar decisões de seleção de orientação ou de certificação. (Perrenoud, 1999).

Segundo Afonso (2000), é a avaliação que controla a entrada e a saída do estudante do sistema escolar, a sua progressão entre os diferentes subsistemas,

cursos, classes e determina as informações e mensagens a serem transmitidas aos pais, sendo um mecanismo de controle sobre os professores. Constitui um elemento importante na gestão da aula por influenciar tanto as aprendizagens e o sistema de disciplina quanto às próprias motivações dos estudantes, além de fornecer ao professor informações importantes sobre a sua própria prática (Afonso, 2000).

[...] a avaliação torna-se importante no momento da informação prática aos professores sobre a qualidade das aprendizagens que os alunos estão realizando. Ao mesmo tempo, oferece uma boa oportunidade para melhorar tanto o processo de aprendizagem – enquanto visa à recuperação e às dificuldades que devem ser vencidas por quem aprende – quanto as ações futuras de ensino, mediante a reflexão, a autocrítica e a autocorreção a partir da prática escolar (Méndez, 2002).

Possivelmente, as funções da avaliação mais referidas na literatura ou defendidas por ela, são aquelas relacionadas à melhoria dos processos de aprendizagem, à promoção da motivação, ao desenvolvimento de uma consciência a respeito dos processos sociais e educacionais e a respeito de uma avaliação com caráter mais formativo, que dê menos importância à classificação e mais importância à regulação da aprendizagem. No entanto, segundo Perrenoud (1999), ela tem estabelecido por muito tempo uma relação social pautada em uma transação tensa entre o professor, de um lado, e do outro o aluno e sua família. Isso porque o lugar que o aluno ocupa na hierarquia de excelência constituída pela escola (professor e administração) é uma questão de importância para ele e sua família. Isso leva as famílias e os estudantes a buscarem diversas estratégias que melhorem a sua posição na classificação, estabelecendo entre eles e a escola um “jogo de gato e rato” (Perrenoud, 1999). Além disso, as hierarquias de excelência que um professor cria são também uma questão entre ele, seus colegas, seus superiores e outros membros da organização escolar, já que ele é julgado por sua avaliação assim que

se torna pública (Perrenoud, 1999). “Diga-me o que e como você avalia e lhe direi o que e como ensina (e o que e como seus estudantes aprendem)” (Sanmartí, 2009).

Concordamos com Sanmartí (2009) quando afirma que as decisões derivadas da avaliação se relacionam com dois tipos de finalidades. A primeira, de caráter social, é dirigida para comprovar e/ou certificar para alunos, pais e sociedade o nível de conhecimento alcançado ao final de uma unidade ou etapa da aprendizagem. A segunda, de caráter pedagógico, é dirigida para identificar as mudanças que devem ser introduzidas nos processos de ensino com o intuito de ajudar os alunos no seu próprio processo de construção do conhecimento. Percebe-se, portanto, que a avaliação pode ser identificada como um processo que envolve coleta e análise de informações, julgamento e tomadas de decisões de cunho social ou pedagógico. Tomando-se esse segundo propósito, estabelece-se uma relação estreita entre avaliação e qualidade, levando-se em conta que “avaliar com intenção formativa não é o mesmo que medir, nem qualificar e nem sequer corrigir; avaliar tampouco é classificar, examinar, aplicar testes” (Mendéz, 2002). No sentido escolar, a avaliação com propósitos pedagógicos só deve acontecer para haver intervenção no processo de ensino-aprendizagem e, portanto, como ferramenta auxiliar do processo educativo. A esse respeito Hadji (2001) discute a “aprendizagem assistida por avaliação”, supondo que o professor deva desencadear comportamentos a serem observados, interpretar tais comportamentos, comunicar os resultados da análise e remediar os erros e as dificuldades analisadas. Segundo o autor, uma avaliação nessa perspectiva é capaz de compreender tanto a situação do estudante quanto de mensurar seu desempenho e, ainda, proporcionar meios para que ele alcance o êxito (Hadji, 2001).

Diante de tudo o que foi apresentado, acreditamos que ensinar implica diagnosticar. O professor deve garantir a todos os alunos uma igualdade de partida e oportunidades reais para que revelem as suas capacidades (Afonso, 2000). Nesse sentido, espera-se que os resultados apresentados neste trabalho possam ser úteis à escola e aos professores como um diagnóstico da situação de aprendizagem e da compreensão dos conceitos básicos de Mecânica por parte dos estudantes. Seria importante que pudessem servir de ponto de partida para programar o rumo a ser tomado com base nas necessidades e dificuldades detectadas.

Segundo Luckesi (1998), a prática da avaliação escolar definiu a classificação e não o diagnóstico como função do ato de avaliar. Como ato diagnóstico ela avalia atos, situações, pessoas, tendo em vista a necessidade de tomar decisões no intuito de criar condições para a obtenção de uma maior satisfação daquilo que se deseja, que se esteja buscando ou construindo. Segundo o autor, o processo de avaliação da aprendizagem deveria ter dois objetivos: auxiliar o estudante no seu desenvolvimento pessoal, a partir do processo de ensino-aprendizagem, e responder à sociedade pela qualidade do trabalho educativo realizado.

Com a função classificatória, a avaliação constitui-se num instrumento estático e frenador do processo de crescimento; com função diagnóstica, ao contrário, ela constitui-se num momento dialético do processo de avançar no desenvolvimento da ação, do crescimento para a autonomia, do crescimento para a competência (Luckesi, 1998).

Percebe-se que a avaliação deve ser um meio e não um fim em si mesma, ou seja, pode ser usada como ponto de partida e não como um procedimento terminal. Hoffmann (1998) afirma que muitos professores declaram sua impossibilidade em desenvolver processos avaliativos mediadores pelo fato de estarem cercados por normas classificatórias que as escolas exigem. Porém, a autora percebe também

dificuldade por parte dos professores em alterar sua prática pela falta de subsídios teóricos e metodológicos que lhes dê segurança para agir de outra forma.

Assumimos que a “Análise de Modelos” (Bao e Redish, 2006) não seja uma ferramenta de avaliação diagnóstica a ser utilizada por professores em seu cotidiano escolar, mas acreditamos que os resultados obtidos trazem informações relevantes a respeito do “estado de conhecimento” dos estudantes envolvidos na pesquisa e que podem ser discutidos pelos professores.

3.5 A metodologia de Análise de Modelos

A metodologia de “Análise de Modelos” apresentada por Bao e Redish (2006) envolve três análises principais que serão apresentadas neste capítulo. São elas: (i) *análise de concentração*; (ii) *análise do vetor estado de modelo* dos estudantes e (iii) *análise da matriz densidade*. A descrição mais detalhada de cada uma é apresentada nos apêndices (III e IV).

3.5.1 Análise de Concentração

Questionários com questões de múltipla-escolha, quando aplicados para acessar o conhecimento dos estudantes, são geralmente elaborados de forma que os conceitos intuitivos demonstrados por eles em pesquisas anteriores sejam utilizados como alternativas de resposta para as questões. Assim, apresentam uma alternativa de resposta referente ao conhecimento cientificamente aceito e outras alternativas nas quais os conceitos intuitivos presentes podem atrair a atenção daqueles estudantes que compartilham desses.

Uma vez aplicado o questionário, a análise de concentração permite identificar se os estudantes de uma determinada série ou turma se concentram ou se distribuem pelas alternativas de resposta apresentadas pelas questões. Portanto, trata-se de uma análise a ser realizada para grandes grupos. Em um contexto de sala de aula permite que o professor perceba se a classe compartilha algum modelo, e qual(ais) modelo(s) é(são) mais frequente(s).

A análise de concentração é realizada a partir da determinação do *fator de concentração*. Este é uma medida que informa o nível de concentração dos estudantes em cada uma das alternativas de resposta apresentadas para cada questão do teste. Em outras palavras, informa se a escolha das alternativas de resposta pelos estudantes está concentrada naquela referente ao modelo cientificamente aceito ou a um modelo intuitivo; se está concentrada em uma única alternativa (correta ou não) ou se está distribuída por elas. Para cada situação existe um valor numérico a ser medido e, de acordo com os resultados obtidos, é possível representar graficamente como as questões do teste se localizam quanto às regiões de alta ou baixa concentração de respostas escolhidas, bem como de altos ou baixos *escores* obtidos pelos estudantes.

A equação para o cálculo do valor do fator de concentração é apresentada no apêndice III. Sua determinação para um questionário composto por m alternativas é feita a partir do vetor m -dimensional $\vec{r}_k = (y_{k1}, \dots, y_{ki}, \dots, y_{km})$. Ele representa a resposta de um único estudante (k) em uma das questões do teste. Portanto, o índice k varia de 1 a N , sendo N o número total de estudantes ($k = 1, \dots, N$). A alternativa escolhida pelo estudante é representada por (y_k) . No caso de um teste composto por questões com m alternativas, apenas uma componente do vetor \vec{r}_k será diferente de

zero e igual a 1, obviamente aquela componente correspondente à alternativa escolhida.

Somando-se as respostas de todos os estudantes para uma questão pode-se determinar o vetor de resposta total para ela. O comprimento desse vetor informará a respeito da concentração da escolha de alternativas. Assim, pode-se ter um tipo de concentração em que todos os estudantes escolheram a mesma alternativa – correta ou não – ou um tipo de concentração em que os estudantes estão distribuídos pelas alternativas de resposta apresentadas. Além disso, pode haver tipos de concentração intermediários aos apresentados anteriormente.

Uma vez calculado o valor do fator de concentração para cada questão, o primeiro passo, segundo Bao (1999), é combiná-lo com o valor de *escore* obtido pelo grupo de estudantes na questão. Com base em valores encontrados a partir de uma simulação para o caso de um teste composto por questões com 5 alternativas de respostas e 100 respondentes, Bao (1999) define 3 níveis de *escore* (*E*) e de concentração (*C*): baixo (B), médio (M) e alto (A) (Tabela 2).

Tabela 2. Três níveis de códigos para *escore* e fator de concentração (Bao, 1999)

<i>E</i>	Nível	<i>C</i>	Nível
0 ~ 0,4	B	0 ~ 0,2	B
0,4 ~ 0,7	M	0,2 ~ 0,5	M
0,7 ~ 1,0	A	0,5 ~ 1,0	A

A partir dos valores apresentados na Tabela 2, pode haver questões com baixo *escore* e baixa concentração (BB), baixo *escore* e alta concentração (BA) e alto *escore* e alta concentração (AA). Uma questão com alto *escore* e baixa concentração, obviamente não deverá existir, pois alto *escore* induz a uma alta concentração.

De acordo com Bao (1999), a partir da combinação dos valores do fator de concentração e do *score* é possível modelar diferentes tipos de respostas. Assim, podem ser imaginadas as seguintes situações:

– situação 1: muitas respostas dos estudantes para a questão estão concentradas em uma alternativa, seja esta correta ou não. Este caso é típico para alto *score* e alto fator de concentração (AA). No entanto, pode haver também um caso de baixo *score* e alto fator de concentração (BA), no qual a alternativa escolhida pela maioria dos estudantes é aquela considerada incorreta. Este seria um forte indicador de modelo incorreto comum entre os estudantes.

– situação 2: muitas respostas dos estudantes para a questão estão concentradas em duas alternativas, geralmente uma correta e outra incorreta. Se uma das duas alternativas mais escolhidas é incorreta a resposta é do tipo médio *score* e média concentração (MM). Se ambas as alternativas escolhidas são incorretas a resposta será do tipo BM (baixo *score* e baixa concentração), o que indica que um número significativo de estudantes tem um ou dois conceitos intuitivos dependendo da estrutura das questões.

- situação 3: muitas respostas dos estudantes estão distribuídas entre 3 ou mais alternativas. Nesse caso o par de respostas é usualmente representado por um baixo *score* e um baixo fator de concentração (BB). Isto significa que muitos estudantes não têm preferência por algum modelo no tópico referente à questão e as respostas são resultado de escolhas aleatórias.

A partir do que foi apresentado, as questões podem ser representadas em um gráfico bidimensional “E-C” em que os *scores* são representados no eixo x e a concentração no eixo y (Figura 1). Assim, a resposta para cada questão será representada como um ponto (E, C).

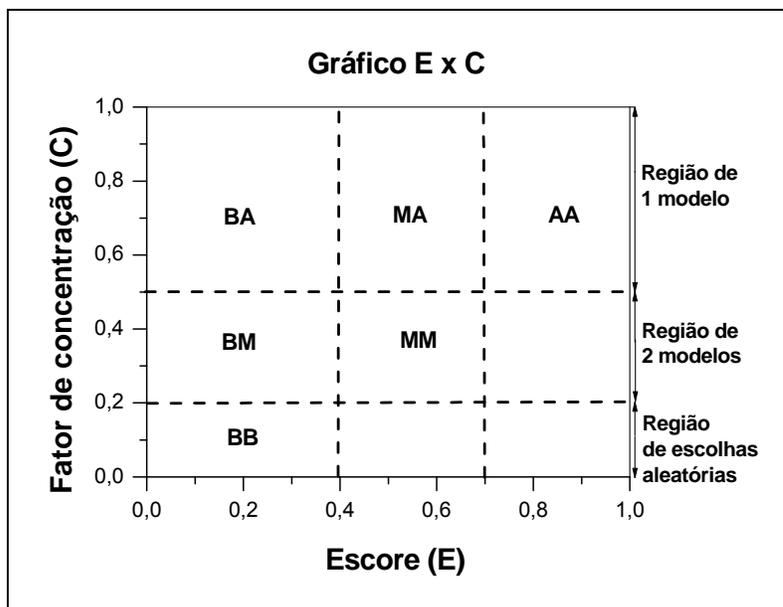


Figura 1. Gráfico das possíveis regiões de concentração de questões

Uma vez que os pontos (E, C) representarão uma relação entre o *escore* e a *concentração*, nem todos eles deverão estar em uma mesma região do gráfico, ou seja, deverão estar distribuídos em regiões de BA, MA, AA, BM, MM, BB.

As três diferentes situações de concentração mostradas no gráfico da Figura 1 se relacionam a três diferentes possíveis condições de modelo dos estudantes:

- Região 1: região de escolhas aleatórias: sem modelos dominantes.
- Região 2: região de dois modelos: possivelmente com dois modelos mais populares.
- Região 3: região de um modelo, possivelmente com um modelo dominante.

A partir da comparação dos resultados obtidos em pré-testes e pós-testes, pode-se investigar se há evolução no conhecimento de um grupo de estudantes localizando cada uma das questões no gráfico. Isso porque as questões podem “migrar” de uma região para outra do gráfico dependendo das alternativas de

resposta escolhidas pelos estudantes. Se a aprendizagem evolui, espera-se que mais questões passem a ocupar a região de alto *score* e alta concentração. Além disso, a “Análise de Concentração” pode ser utilizada na avaliação de questões na elaboração de testes. Segundo os autores, permite observar se os distratores são atrativos aos estudantes, se existem alternativas que não são escolhidas ou se há, por exemplo, indicação de problemas quanto à formulação de alguma questão pelo fato de os estudantes estarem distribuídos pelas alternativas.

Pode-se considerar que a “Análise de Concentração” traz informações gerais a respeito do comportamento do grupo. No entanto, a “Análise de Modelos”, que será apresentada na próxima seção, pode trazer informações ainda mais ricas.

3.5.2 Análise de Modelos

O principal objetivo da metodologia de “Análise de Modelos” é investigar a frequência na utilização de diferentes modelos tanto para um grupo de estudantes quanto para cada estudante do grupo (Bao e Redish, 2006).

Espera-se que estudantes com a mesma experiência de ensino tenham um conjunto de modelos similares para determinado conceito físico e que aqueles com diferentes experiências de ensino tenham diferentes conjuntos de modelos relacionados a este mesmo conceito. Com base na frequência de utilização de cada modelo, espera-se identificar quais são os modelos compartilhados pelo grupo e analisar as diferentes situações de utilização dos modelos pelos estudantes.

Quando um conjunto de questões relacionadas a um único conceito físico é apresentado a um estudante, duas situações podem ocorrer: (i) o estudante consistentemente utiliza um único modelo para responder a todas as questões; (ii) o estudante utiliza diferentes modelos e, ainda, é inconsistente ao utilizá-los, ou seja, pode utilizar diferentes modelos para resolver questões equivalentes.

As diferentes situações de utilização dos modelos são denominadas por Bao e Redish (2006) como o “*estado de modelo*” do estudante. O caso em que o estudante utiliza consistentemente um modelo (científico ou não) corresponde ao “*estado puro*”. O caso em que o estudante utiliza vários modelos diferentes corresponde ao “*estado misto*”.

O estado de modelo de cada estudante pode ser representado por um vetor de estado $|v\rangle$ no espaço $U = (u_1, u_2, u_3)$.

O vetor v pode ser escrito na notação matricial como uma **matriz coluna** ou como uma **matriz linha**:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \quad \text{ou} \quad \vec{v} = (v_1 \ v_2 \ v_3)$$

Para um conjunto de questões que envolvem o mesmo conceito, podemos medir a probabilidade de utilização dos modelos intuitivos ou científicos por um estudante. A frequência ou probabilidade de utilização de cada modelo informará o seu *estado de modelo*. Assim, o estado de modelo será representado pela configuração de probabilidades da utilização de diferentes modelos em um dado conjunto de situações relacionadas a um mesmo conceito particular. Essa relação é representada no esquema a seguir (Figura 2).

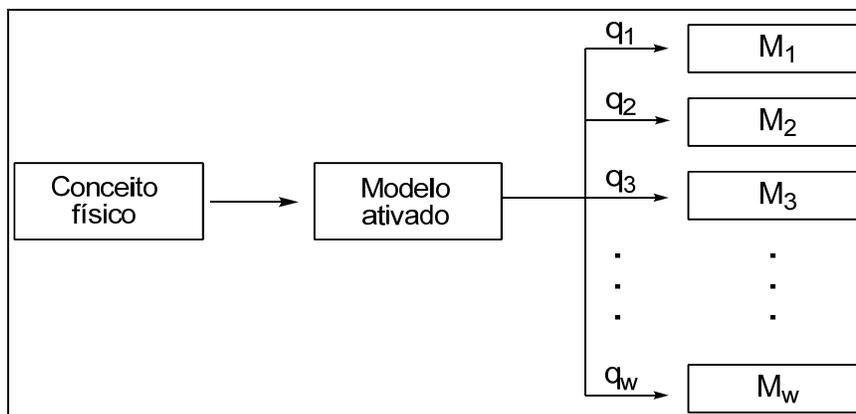


Figura 2. Esquema de ativação do modelo mental pelo estudante (Bao e Redish, 2006)

Nos extremos de um contínuo estão: o estado nulo, correspondente ao modelo nulo M_w e o estado de modelo científico, correspondente ao modelo científico M_1 . Segundo Bao e Redish (2006), os modelos nulos referem-se àqueles que dificilmente deverão ser demonstrados pelos estudantes e, portanto, àqueles alternativas que possivelmente não serão atrativas. No entanto, neste trabalho serão considerados modelos nulos aqueles que representam modelos intuitivos que não estarão sendo levados em conta na análise de determinada questão. Isso porque o instrumento de coleta de dados utilizado nem sempre tem alternativas de resposta relacionadas a modelos intuitivos de interesse nas análises.

Entre os modelos nulos e científicos (figura 2) encontram-se vários outros modelos construídos a partir de conceitos intuitivos já comprovados por pesquisas anteriores e que são utilizados como distratores nos testes e questionários.

Segundo Bao e Redish (2006), em um tópico particular a variedade de conceitos intuitivos dos estudantes é razoavelmente limitada. Duas ou três idéias específicas explicam muitas respostas dadas por eles. Assim, espera-se que o

número de modelos intermediários seja pequeno e que outros modelos menos comuns ou irrelevantes possam ser caracterizados como *modelos nulos*.

Os valores das probabilidades com que os estudantes utilizam cada um dos modelos são dados por q_1, \dots, q_w (Figura 2). O *estado de modelo* do estudante com relação a um conjunto de modelos comuns é representado em um *espaço linear de vetores*. As respostas dos estudantes são caracterizadas como um vetor \vec{Q} em um *espaço de modelos* que representa a probabilidade com que ele está ativando determinado modelo.

Além de definir o vetor distribuição de probabilidade de utilização de modelo para o η -ésimo estudante pode-se, ainda, definir essa distribuição de probabilidades para um grupo. Para isso, escolhemos o vetor raiz quadrada das probabilidades, que nos leva à amplitude de probabilidade.

3.5.2.1 A matriz densidade de modelos

Quando não se dispõe da informação completa sobre um sistema recorremos ao conceito de probabilidade. A linguagem de *operador densidade* é a forma mais conveniente para se descrever um sistema cujo estado não é completamente conhecido (Nielsen e Chuang, 2005).

O *operador densidade* é frequentemente chamado de *matriz densidade*, sendo equivalente à formulação de *vetor de estado*. A matriz densidade (D_k) é encontrada a partir do *estado de modelo* de cada estudante. Através da normalização do *vetor estado de modelo* as respostas dos estudantes são caracterizadas como um vetor \vec{Q}_k que informa a estimativa de probabilidades de um único estudante acessar diferentes modelos.

Segundo Bao (1999), a matriz densidade do modelo de um estudante não contém mais informação que seu *vetor estado de modelo*. Porém, isso muda consideravelmente quando somamos as *matrizes densidade* de todos os estudantes de um grupo. Assim, definimos a *matriz densidade* (D) de modelos em uma classe (ou turma) como a média da soma das *matrizes densidades* dos estudantes.

Como exemplo, vamos supor que temos 3 modelos: (i) modelo científico, (ii) modelo nulo (intuitivo) e (iii) modelo nulo. A Figura 3 apresenta 3 exemplos possíveis de *matriz densidade* (D) representativas da probabilidade de utilização dos modelos por estudantes de uma classe.

$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0,3 & 0 \\ 0 & 0 & 0,2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,5 & 0,2 & 0,1 \\ 0,2 & 0,3 & 0,1 \\ 0,1 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix}$
(a)	(b)	(c)

Figura 3. Exemplos de matriz densidade (Bao e Redish, 2006)

Na diagonal principal da matriz estão especificadas as probabilidades com que cada modelo está sendo utilizado pelo grupo de estudantes. O primeiro elemento representa a porcentagem de respostas correspondentes ao modelo científico (M_1), o segundo elemento ao modelo intuitivo (M_2) e o terceiro ao modelo nulo (M_3).

Quanto maior é o valor do elemento, mais consistente ou frequente é a utilização daquele modelo pelo grupo de estudantes. Por outro lado, valores baixos indicam baixa consistência ou freqüência na utilização do modelo.

O grupo é consistente na utilização de um modelo quando a maioria dos estudantes utiliza-o constantemente na resolução das diferentes questões. Portanto, ser consistente não significa utilizar o modelo científico. O grupo pode mobilizar e

utilizar o modelo intuitivo ou nulo frequentemente em diferentes questões e diferentes contextos.

Cada elemento fora da diagonal principal contém informações sobre o uso de vários modelos diferentes por cada estudante. O elemento da primeira linha e segunda coluna representa o grau de inconsistência no uso do modelo M_1 e do modelo M_2 (Bao e Redish, 2006). Do mesmo modo, o elemento da primeira linha e terceira coluna demonstra o grau de inconsistência no uso do modelo M_1 e do modelo M_3 . Por fim, o elemento da segunda linha e terceira coluna informa o grau de inconsistência no uso do modelo M_2 e do modelo M_3 .

Analisando-se os elementos da diagonal principal da matriz é possível concluir que em (a) o grupo de estudante é consistente na utilização de um único modelo (científico) para responder a todas as questões. Além disso, cada estudante utiliza o mesmo modelo. No caso (b), o grupo de estudantes não é consistente na utilização dos modelos. Uma porcentagem dos estudantes utiliza o modelo M_1 , outra utiliza o modelo M_2 e outra utiliza o modelo M_3 . No entanto, cada estudante utiliza sempre o mesmo modelo. Por último, em (c), o grupo não é consistente e, ainda, cada estudante utiliza diferentes modelos para responder as questões.

A partir da diagonalização da matriz densidade (D), obtendo-se seus autovalores e autovetores, é possível inferir qual é o *vetor de estado* mais frequente dos estudantes, que é o autovetor de maior autovalor.

Um autovetor de D é uma média ponderada dos *vetores estado de modelo* dos estudantes do grupo que mais se assemelham aos autovetores. O *estado de modelo* do grupo, representado por tais autovetores, é um conjunto de estados que reflete as características marcantes do *vetor estado de modelo* de cada estudante.

A equação $\sigma_{\mu}^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N a_{\mu k}^2$ (apêndice IV) indica que o μ -ésimo autovalor é a média dos quadrados da sobreposição (produto escalar) entre o μ -ésimo autovetor e o *vetor estado de modelo* de cada estudante. É importante perceber que o autovalor é afetado tanto pela similaridade do *vetor estado de modelo* do estudante quanto pelo número de estudantes com *vetor estado de modelo* semelhante. Se a partir da matriz densidade de modelos do grupo (D) for encontrado um valor alto para o autovalor ($> 0,65$), isso implica que muitos estudantes no grupo têm um *vetor estado de modelo* u_k 's semelhante entre si e semelhante ao autovetor. Portanto, o grupo tem uma população consistente. Por outro lado, se forem obtidos baixos valores para os autovalores, isso indica que os estudantes se comportam diferentemente uns dos outros, ou seja, apresentam *vetor estado de modelos* diferentes. Portanto, a magnitude dos autovalores é utilizada para avaliar a consistência do grupo na utilização do conhecimento.

O *vetor estado de modelo* será muito importante nas nossas análises, pois nos permitirá investigar se os estudantes individualmente estão utilizando vários modelos ao responderem ao questionário. Essa informação será necessária para respondermos a nossa questão de pesquisa sobre o grau de consistência dos estudantes no uso dos vários modelos. Além disso, poderemos obter essa informação mesmo para um grande número de estudantes sem muita dificuldade.

4. DELINEAMENTO METODOLÓGICO

4.1 *Contexto*

Este trabalho de pesquisa foi realizado em uma escola pública de Ensino Médio que oferece o curso regular e os Cursos Técnicos de Química, Automação Industrial, Análises Clínicas e Eletrônica. Nesta escola os estudantes tanto podem entrar para cursarem o Ensino Médio juntamente com o Ensino Técnico – através de processo seletivo – quanto progredir do Ensino Fundamental, oferecido pela instituição, para o Ensino Médio. A partir da adoção de um sistema de cotas socioeconômicas, a escola tem permitido maior diversidade cultural e econômica dos estudantes.

As aulas teóricas e de laboratório de Física são realizadas no setor de Física, onde se encontram as salas de aula, os laboratórios e os gabinetes dos professores. As aulas do primeiro e segundo anos são realizadas em período integral (manhã e tarde) sendo, divididas em três aulas teóricas e duas aulas de laboratório. Estas últimas acontecem em semanas alternadas, pois as turmas serão divididas em duas sub-turmas de modo que cada uma delas tem aulas de laboratório a cada quinze dias. Com isso cada sub-turma tem três aulas teóricas em uma semana e cinco aulas, três teóricas e duas de laboratório na semana seguinte, totalizando a média de quatro aulas semanais. No terceiro ano não havia aulas de laboratório e os estudantes tinham quatro aulas semanais. Informações a respeito da situação de ensino dos estudantes encontram-se no apêndice V, onde é apresentada a estrutura curricular adotada pela escola na época em que a pesquisa foi desenvolvida.

Por se tratar de uma Instituição Federal, os professores trabalham em regime de dedicação exclusiva e desenvolvem diversos trabalhos de pesquisa na área de ensino. Dessa forma, optamos por desenvolver o trabalho nessa escola pelo fato de a participação dos estudantes em pesquisas fazer parte de seu cotidiano.

4.2 Sujeitos

A primeira coleta de dados, realizada em 2008, contou com a participação de sete turmas do primeiro ano (212 estudantes), seis turmas do segundo ano (136 estudantes) e seis turmas do terceiro ano (135 estudantes), sendo o total igual a quatrocentos e oitenta e três estudantes (239 do sexo feminino e 231 do sexo masculino²) com idades entre 15 e 18 anos.

Na segunda coleta de dados, realizada em 2009, participaram sete turmas do primeiro ano (130 estudantes), três turmas do segundo ano (55 estudantes) e seis turmas do terceiro ano (97 estudantes), sendo o total igual a 282 estudantes (145 do sexo masculino e 135 do sexo feminino) com idades entre 15 e 18 anos.

O curso técnico dos estudantes do primeiro ano não é apresentado pelo fato desses estudantes optarem pelo curso técnico apenas no segundo ano. Na aplicação do questionário em 2008 a maioria dos estudantes do segundo e do terceiro ano pertencia aos cursos técnicos de Instrumentação e Eletrônica. Em 2009, responderam ao questionário estudantes dos cursos de Instrumentação, Eletrônica, Informática, Patologia Clínica e Química.

O questionário composto por trinta questões de múltipla-escolha foi aplicado pelo professor regente durante a aula, sendo dado um tempo máximo de trinta

² A soma dos estudantes dos gêneros masculino e feminino nem sempre corresponde ao número total de estudantes porque a identificação do gênero foi realizada a partir do nome do respondente e, por isso, em alguns casos, não foi possível defini-lo.

minutos para que os estudantes o respondessem. Como forma de respeitar as normas éticas de pesquisa foi desenvolvido um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndice 2) que foi lido e assinado pelos pais ou responsáveis pelos estudantes.

4.3 Instrumento de coleta de dados

O processo de construção dos modelos mentais é um processo tácito. Assim, tais modelos estão internalizados na mente do indivíduo não podendo ser explorados diretamente (Halloun *apud* Moreira, 1996). Portanto, os modelos só podem ser acessados de forma indireta, através de declarações verbais, desenhos e/ou outras formas de representação. Neste trabalho pretende-se investigar os modelos utilizados pelos estudantes a partir da aplicação de um questionário com questões de múltipla-escolha

A Análise de Modelos pode ser realizada a partir da aplicação de testes com questões de múltipla-escolha. No entanto, a elaboração de um teste é uma tarefa que demanda tempo e, por isso, optou-se pela utilização de um teste (i) elaborado em pesquisa anterior que permitisse livre acesso; (ii) objetivasse acessar modelos intuitivos e científicos de estudantes a respeito de conceitos físicos; (iii) tivesse sido validado a partir de várias aplicações em diferentes contextos e, por fim, (iv) que parecesse viável sua adaptação para a Análise de Modelos. Diante disso, o teste escolhido foi o *Force Concept Inventory (FCI)* (HESTENES *et al.*, 1992) – Inventário do Conceito de Força.

O *FCI* é um teste padronizado e elaborado com base em várias pesquisas que investigaram concepções alternativas de estudantes de Ensino Médio e Universitário com relação aos conceitos básicos de Mecânica, bem como a sua

influência na instrução em Física (Caramazza *et al.*, 1981; Champagne *et al.*, 1980; McCloskey *et al.*, 1980; Clement, 1983; Halloun e Hestenes, 1985a, 1985b; Minstrell, 1982; Gunstone e White, 1981; Trowbridge e McDermott, 1980, 1981; Champagne *et al.*, 1980; Maloney, 1984).

Ao contrário do *Mechanic Base Line Test (MBLT)* – construído posteriormente com base no *FCI* – que necessita de um conhecimento inicial em Física e uma abordagem quantitativa do conteúdo de Mecânica, no *FCI* as questões foram elaboradas para terem significado para estudantes novatos e/ou sem instrução formal em Física e para identificarem suas concepções alternativas qualitativamente (Hestenes *et al.*, 1992).

O questionário já foi aplicado, principalmente nos Estados Unidos, a estudantes tanto do Ensino Médio quanto da Universidade. Nele o conceito de força está decomposto em seis dimensões conceituais: (i) Cinemática, (ii) Primeira Lei de Newton, (iii) Segunda Lei de Newton, (iv) Terceira Lei de Newton, (v) Princípio da Superposição e (vi) Tipos de Força.

O teste é composto por 30 questões de múltipla-escolha, cada uma com 5 alternativas de resposta, sendo uma alternativa correspondente ao conceito cientificamente aceito e as demais, denominadas “distratores”, relacionadas a conceitos intuitivos previamente estabelecidos a partir de pesquisas anteriores (Halloun e Hestenes, 1985a, 1985b; Hestenes *et al.*, 1992). Os autores acreditam que os distratores se aproximam dos conceitos intuitivos comumente compartilhados por estudantes iniciantes no estudo da Física. Assim, é esperado que os estudantes que ainda não tenham um conhecimento bem estruturado ou que possuam modelos intuitivos robustos sejam levados a escolher alternativas de respostas referentes aos distratores.

As análises tradicionais dos resultados obtidos por estudantes no *FCI* têm sido realizadas com base no desempenho dos respondentes, em análises estatísticas e entrevistas. Tem sido comum a aplicação do teste antes e depois de intervenções de ensino, no intuito de avaliar a aquisição de conhecimentos e/ou a mudança conceitual (Hestenes e Halloun, 1992; Huffman e Heller, 1995; Halloun e Hestenes, 2001; Coletta e Phillips, 2007; Thornto, 2009; Scott, *et al.* 2006). Mais recentemente, alguns trabalhos têm se dedicado à análise de consistência, coerência conceitual e coerência de contexto a partir da aplicação do *FCI* (Stewart, *et al.* 2007; Savinainen e Viiri, 2008; Nieminen, *et al.*, 2010). Nesses trabalhos também são utilizados tratamentos estatísticos dos dados que permitem obter informações do “estado de conhecimento” dos estudantes antes e depois de serem trabalhados os conteúdos.

Neste trabalho, a intenção é utilizar os resultados da aplicação do *FCI* na Análise de Concentração e na Análise de Modelos. No entanto, não podemos deixar de considerar que cada questão do teste apresenta em vários casos diferentes conceitos intuitivos como distratores (Tabela 3). Por exemplo, a questão número 3 apresenta alternativas relacionadas a diferentes conceitos intuitivos e conteúdos (força ativa e gravidade). Isso se deve ao fato de o *FCI* não ser um teste desenhado para a Análise de Modelos. Diante desse fato, na Análise de Modelos para cada questão, será denominado “(M₁)” o modelo científico relacionado à alternativa considerada correta. Serão denominados “(M₂)” os modelos intuitivos alvos da análise, relacionados a uma ou mais alternativas de resposta consideradas incorretas. Por fim, serão denominados “(M₃)” os modelos intuitivos relacionados às alternativas de resposta consideradas incorretas, mas que não serão alvos da análise. A partir disso, será realizada a análise da probabilidade de utilização de

cada modelo pelos estudantes em um conjunto de questões que se relacionam a diferentes conceitos, mas que são comuns ao campo conceitual da Mecânica.

Tabela 3. Taxonomia dos conceitos intuitivos do FCI

Conteúdo	Conhecimentos intuitivos	Item no FCI (distrator)
Cinemática	Não discriminação entre posição e velocidade	19B, C, D
	Não discriminação entre velocidade e aceleração	19A; 20B, C
	Composição não vetorial da velocidade	9C
	Sistema de referência ego-centrado	14A, B
Ímpetus	Necessidade de uma força para haver movimento	5C, D, E; 11B, C; 27D; 30B, D, E
	Perda e recuperação do ímpetus original	7D; 8C, E; 21A; 23A, D
	Dissipação do ímpetus	12C, D; 13A, B, C; 14E; 23D; 24C, E; 27B
	Acúmulo gradual ou atrasado do ímpetus	8D; 10B, D; 21D; 23E; 26C; 27E
	Ímpetus circular	5C, D, E; 6A; 7A, D; 18C, D
Força ativa	Somente agente ativo exerce força	15D; 16D; 17E; 18A; 28B; 29B; 30A
	Movimento implica em força ativa	5C, D, E; 27A
	Se não há movimento, não há força	29E
	Velocidade proporcional à força aplicada	22A; 26A
	Aceleração implica em aumento de força	3B
	Força causa aceleração à velocidade terminal	3A ; 22D; 26D
Par ação e reação	Desgaste da força ativa	22C, E
	Maior massa implica em maior força	4A, D; 15B; 16B; 28D
Concatenação de influências	O agente mais ativo produz a maior força	15C; 16C; 28D
	A maior massa determina o movimento	17A, D; 25E
	A conciliação das forças determina o movimento	6D; 7C; 12A; 14C; 21C
Outras influências no movimento	A última força que atua determina o movimento	8A; 9B; 21B; 23C
	Força centrífuga	5E; 6C, D, E; 7C, D, E; 18E
	Obstáculos não exercem força	4C; 5A; 11A, B; 15E; 16E; 18A; 29A
Resistência	A massa faz "as coisas pararem"	27A, B
	Só existe movimento quando a força supera a resistência	25A, B, D; 26B
	A resistência se opõe à força/ímpetus	26B
Gravidade	A pressão do ar contribui com a gravidade	3E ; 11A; 17D; 29C
	A gravidade é intrínseca à massa	3D ; 11E; 13E
	Objetos pesados caem mais rápido	1A; 2B, D
	A gravidade aumenta enquanto o objeto cai	3B ; 13B
	A gravidade atua depois que o ímpetus é gasto	12D; 13B; 14E

*(adaptada de Hestenes *et al.*, 1992)

4.3.1 Validação do Instrumento de coleta de dados

Uma vez escolhido o questionário a ser utilizado foi realizada a sua a tradução. Uma tradução adequada deve considerar todo o sentido contido na versão original, preservando e transpondo o impacto, significado, idéias, forma e total valor do instrumento original para o novo contexto linguístico. Com base nisso, o processo de tradução e validação do inventário constou de duas etapas. Primeiramente, foi realizada a tradução simultânea por juízes e, depois, a validação da tradução por estudantes. Esta última teve como objetivo validar o instrumento também quanto ao conteúdo, ou seja, verificar se o questionário engloba os domínios ou tópicos que se propõe a cobrir (Cohen *et al.*, 2000).

Os juízes foram dois especialistas com experiência de ensino de Física, sendo um deles pesquisador na área de Ensino de Física. Quanto aos estudantes, o questionário foi aplicado, inicialmente, a estudantes do curso de um curso de Licenciatura em Física e, posteriormente, a um grupo de estudantes das três séries do Ensino Médio da escola onde foi realizada a coleta de dados.

Inicialmente, as questões foram traduzidas independentemente pelos juízes e depois as traduções foram comparadas. As discrepâncias foram analisadas e discutidas até se obter concordância. Não havendo mais discrepâncias quanto à interpretação, ou seja, quando as diferenças foram apenas em relação às palavras utilizadas, a tradução foi validada. A primeira versão do questionário traduzido foi comparada a uma versão traduzida em Portugal e disponível no site da Universidade do Estado do Arizona (*Arizona State University*)³. Os dois questionários

³ <http://modeling.asu.edu/R&E/Research.html>

apresentaram semelhanças que levaram à conclusão que havia sido obtida uma primeira versão do questionário com um bom resultado quanto à tradução.

Posteriormente, aplicou-se o questionário a um grupo de vinte e sete estudantes de um curso de licenciatura em Física, sendo pedido que justificassem a escolha da alternativa em cada questão e apontassem dificuldades na compreensão ou interpretação das questões, bem como quanto à clareza das figuras e ao tempo disponível para responderem ao questionário.

Mesmo que os estudantes da Licenciatura sejam diferentes dos estudantes do Ensino Médio em vários aspectos, entre eles o conhecimento de Mecânica, essa aplicação do *FCI* contribuiu para a melhoria do questionário. Por exemplo, ficou clara a necessidade de substituição de alguns termos presentes no questionário. Em uma questão em que “um caminhão sofre uma avaria na estrada e é empurrado por trás por um carro de passeio” um estudante deixou na folha de respostas uma pergunta a respeito do que seria avaria. Esse e outros termos foram trocados como, por exemplo: solo/chão, próximo à mesa/próximo ao pé da mesa, verticalmente/para cima. Todas as figuras também foram revistas e foram realizadas modificações principalmente naquelas que representavam trajetória de corpos. Na questão de número 21 o foguete foi substituído por um disco voador, pois foi percebido que o fato de o foguete ser representado em uma posição vertical influenciava a resposta dos estudantes, conduzindo-os ao erro. Foi percebido que a tarefa de justificativa de resposta dada aos estudantes foi cansativa. Isso fez com que suas justificativas a partir de uma determinada parte do questionário fossem vagas, superficiais ou até mesmo deixadas em branco. Diante disso, optou-se por dividir o questionário em seis questionários menores e aplicá-los a um grupo de noventa estudantes das três séries do Ensino Médio da escola onde seriam coletados os dados. Os resultados

foram utilizados na validade de face – análise da concordância entre as alternativas de resposta apresentadas pelo teste e os modelos dos estudantes.

A validação de conteúdo – o quão acurados e representativos são os conteúdos cobertos pelos itens do teste – também foi realizada através do julgamentos por dois juízes. Ela indica se os itens que compõem o questionário mostram adequadamente o universo do conteúdo que define a variável que está sendo medida – conhecimentos básicos em Mecânica clássica – e deve estar concentrada mais na cobertura e representatividade dos conteúdos do que em pares de respostas ou *escores* (Cohen *et al.*, 2000).

As primeiras análises estatísticas realizadas referiram-se à validade e à confiabilidade do questionário. A validade do questionário – análise se ele mede o que se propõe a medir – foi investigada a partir da *Análise de Fatores*. Esta análise se refere à unidimensionalidade do teste, ou seja, se todas as suas questões medem a mesma característica nos estudantes. Para a comprovação da validade da *Análise Fatorial* foram utilizados o *Teste de Esfericidade de Bartlett* – que experimenta a hipótese nula de que não existe correlação entre as variáveis na população – e a *Estatística de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO)* – que compara a magnitude dos coeficientes de correlação com as magnitudes dos coeficientes de correlação parcial. Para o estudo das médias dos grupos utilizou-se a *Análise de Variância* (ANOVA) e a exploração da diferença entre as médias foi feita a partir do teste *post hoc* de *Bonferroni*.

A confiabilidade foi analisada a partir da consistência e do poder discriminatório. A primeira se refere à habilidade que um instrumento tem em medir um conceito abstrato, comportamentos ou eventos não observáveis e foi analisada a partir do coeficiente *Alpha de Cronbach*. A segunda reflete a correlação entre o

escore de cada estudante em um item individual e seu escore no teste, sendo basicamente um coeficiente de correlação. Para essa análise foi utilizada a *Correlação Item-Total* ou *Índice de Discriminação*. A versão traduzida do FCI é apresentada no apêndice I.

Por fim, foi realizado a partir da análise descritiva o estudo comparativo levando-se em conta a série e o gênero. A exploração da diferença entre as médias foi realizada a partir do teste *post hoc* de *Bonferroni* e o estudo das fontes de variação no escore foi realizado através do *Teste de Efeito* dos fatores de série e de gênero.

4.4 Metodologia de coleta de dados

A utilização de questionários como ferramenta de coleta de dados não é uma tarefa tão fácil quanto parece. Segundo Cohen *et al.* (2000), o questionário sempre será um intruso na vida do respondente em termos do tempo tomado para completá-lo, do nível de ameaça que ele pode representar, da sensibilidade das questões ou da possibilidade de invasão de privacidade (Cohen *et al.*, 2000).

Os respondentes do questionário não são dados passivos fornecidos a pesquisadores. Mais do que isso, eles são sujeitos e não objetos de pesquisa. Por isso, não podem ser coagidos a responder o questionário. Eles devem ser encorajados e a decisão de se envolver ou abandonar a pesquisa é inteiramente deles (Cohen *et al.*, 2000). Nesse sentido, como forma de respeitar as normas éticas de pesquisa, foi elaborado um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndice II) que foi entregue aos estudantes do Ensino Médio para que fosse lido e

assinado pelos seus pais ou responsáveis. Por serem maiores de idade, os próprios estudantes da licenciatura leram e assinaram o Termo de Consentimento. Em ambos os casos foi assegurada inteira liberdade de os estudantes se retirarem da pesquisa a qualquer momento que desejassem. Também foi garantido que o questionário não fosse utilizado como forma de avaliação pelo professor e total confidência e anonimato quanto aos resultados apresentados. O professor responsável pela turma do Ensino Médio em que o questionário foi aplicado também assinou um termo de participação voluntária na pesquisa (Apêndice II).

A data de aplicação do questionário foi antecipadamente combinada com o professor, de forma a não comprometer o andamento da aula e do conteúdo.

O questionário foi aplicado às três turmas de Ensino Médio no final do ano de 2008 e novamente no final do ano de 2009. Os estudantes do primeiro ano e do segundo ano de 2008 responderam novamente ao questionário no ano de 2009, quando estavam, respectivamente, no segundo e no terceiro ano. No entanto, a comparação dos resultados obtidos por estes estudantes nas duas aplicações do questionário não será apresentada.

4.5 Métodos de Análise

Nesse capítulo serão apresentadas as metodologias de análise dos dados. Na primeira seção destacam-se as metodologias de análise estatística clássica, utilizadas para avaliar a validade e a confiabilidade do questionário e para o estudo das diferenças entre as médias dos grupos. Na segunda seção é descrita a Análise de Concentração e, por fim, a terceira seção apresenta a metodologia de Análise de Modelos.

4.5.1 Análise Estatística Clássica

Para utilizar um questionário de múltipla-escolha como o *FCI* foi necessário garantir a sua validade e a sua confiabilidade, ou seja, comprovar que, uma vez que foi construído para determinado fim, ele era efetivamente válido. Por ter sido utilizado em várias pesquisas em diferentes contextos, o *FCI* passou por vários processos de validação tanto através de medidas estatísticas quanto a partir de análises qualitativas envolvendo entrevistas com estudantes. Dessa forma, a análise aqui apresentada, a partir dos dados da primeira aplicação do *FCI* (2008), foi realizada apenas para corroborar com sua validação no sentido de dar uma garantia a mais de validade para sua utilização nesta pesquisa. Todos os testes descritos a seguir foram realizados através da manipulação de um *software* estatístico.

4.5.1.1 Validação do instrumento de coleta de dados

A validade refere-se à unidimensionalidade do questionário, ou seja, se todas as questões estão medindo a mesma característica nos estudantes: a compreensão de conceitos básicos de Mecânica.

A validade foi investigada através da Análise Fatorial, que é o método mais conhecido para investigar a dependência de um conjunto de variáveis manifestas em relação a um número menor de variáveis latentes (por exemplo, a compreensão de conceitos básicos de Mecânica). Assim, o objetivo da Análise Fatorial foi procurar definir o relacionamento entre as variáveis de modo simples e usando um número de fatores menor que o número original de variáveis.

O *software* estatístico utilizado reduziu um conjunto de n variáveis para m componentes ou fatores anteriores à realização de outras análises sobre os fatores m . Portanto, para descobrir o padrão de intercorrelação entre as variáveis, aquelas

que eram altamente correlacionadas umas com as outras foram agrupadas em fatores. Isso porque se presume que todas são influenciadas pela mesma dimensão subjacente ou fator (Dancey e Reidy, 2006).

Um fator é um construto, uma entidade hipotética, uma variável não observada, que se supõe estar subjacente aos testes, escalas, itens e, de fato, medidas de qualquer espécie. Como construtos, os fatores apenas possuem realidade no fato de explicarem a variância de variáveis observadas, tal como se revelam pelas correlações entre as variáveis sendo analisadas. A única realidade científica que os fatores possuem vem das correlações entre testes ou variáveis sendo pesquisadas. Se os resultados de indivíduos em itens ou testes caminham juntos, então, na medida em que existam correlações substanciais entre eles, está definido um fator.

A validade da Análise Fatorial foi comprovada por meio do *Teste de Esfericidade de Bartlett* e pela *Estatística de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO)*. A primeira experimenta a hipótese nula de as variáveis não serem correlacionadas na população e a segunda compara as magnitudes dos coeficientes de correlação com as magnitudes dos coeficientes de correlação parcial.

Seguindo o critério proposto por Kaiser, foram retidos os componentes cujos autovalores foram maiores que 1 (um), considerando, assim, os fatores mais importantes, que explicavam a maior proporção da variância total. Segundo Dancey e Reidy (2006), a idéia básica desse critério é manter no sistema novas dimensões que representem pelo menos a informação de variância de uma variável original.

Validando a *Análise Fatorial*, pôde-se verificar o quanto era acurada a relação entre a medida e o que se pretendia medir (Dancey e Reidy, 2006). Tal verificação estava relacionada com a *Validade de Construto* que, baseada na teoria, analisa

pares de relação entre variáveis procurando um consenso entre o instrumento de medida e conceitos teóricos (Cohen *et al.*, 2000). Para isso, deve-se partir do estabelecimento de relações teóricas e examiná-las à luz das relações empíricas.

Uma forma de validar a *Análise Fatorial* e trabalhar relações teóricas e empíricas é através do *Teste de Hipótese*, que é a suposição a respeito de alguma característica da população a qual pode ser aceita ou rejeitada com base na evidência empírica.

Lembrando que a confiabilidade de um instrumento não assegura sua validade, supomos que as correlações observadas – e que assegurariam a confiabilidade do questionário – poderiam ser devidas não ao instrumento, mas ao erro inerente ao fato de se estar lidando com aquela amostra de estudantes e não com outra (erro amostral) e, assim, não asseguravam sua validade. Essa foi a hipótese nula que deveria ser aceita ou rejeitada a partir dos dados empíricos obtidos. A hipótese nula foi testada através da utilização do *Teste de Esfericidade de Bartlett*.

Por fim, foi analisada a Comunalidade, que pode ser entendida como quantidade de variância de cada variável em relação às outras variáveis. Matematicamente, é a soma do quadrado da carga de uma variável em relação a todos os fatores. Inicialmente, supõe-se que toda variância é comum, assim, antes da extração, todas as Comunalidades são iguais a 1. A quantidade de variância em cada variável que pôde ser explicada pelos fatores retidos foi representada pela Comunalidade após a extração.

4.5.1.2 Confiabilidade ou fidedignidade do instrumento de coleta de dados

A confiabilidade ou fidedignidade do questionário refere-se à reprodutibilidade do *escore* dos estudantes, ou seja, à confiança que podemos ter de que serão obtidos resultados semelhantes caso o instrumento seja reaplicado àquela amostra. É a extensão em que uma aplicação repetida do questionário alcançaria resultados semelhantes. Vale destacar que a confiabilidade um instrumento não garante sua validade (Cohen *et al.*, 2000).

“Um teste é confiável se ele é consistente consigo mesmo e ao longo do tempo” (Ding *et al.*, 2006), ou seja, é o grau em que podíamos esperar encontrar os mesmos resultados se os mesmos estudantes respondessem ao questionário mais uma vez. Por outro lado, estudantes diferentes deveriam obter *escores* diferentes, o que nos levaria a assegurar que a variabilidade no *escore* era devida à variabilidade do público que respondeu ao questionário. A análise da confiabilidade foi realizada levando-se em conta dois aspectos: (i) a consistência interna e (ii) o poder discriminatório. A consistência interna serviu para analisar a correlação entre os itens do teste – análise de escala. Ela é uma medida da consistência de cada item do teste com relação ao teste como um todo e pode ser determinada pelo coeficiente *Alpha de Cronbach*. O poder discriminatório, que é basicamente um coeficiente de correlação, refletiu a correlação entre o *escore* de cada estudante em um item individual e seu *escore* no questionário. Para essa análise foi determinada a *Correlação Item-Total* ou *Índice de Discriminação*.

Uma forma de medir a consistência interna seria aplicar o questionário duas vezes e correlacionar os resultados. No entanto, como ele foi aplicado apenas uma vez, a consistência foi estimada, como apresentado anteriormente, *Alpha de Cronbach* (coeficiente alfa), que pode ser interpretado como coeficiente médio de

todas as estimativas de consistência interna que se obteria se todas as divisões possíveis da escala fossem feitas (Dancey e Reidy, 2006). Assim, o *FCI* foi dividido ao meio e sua reaplicação foi “simulada”.

A análise dos resultados levou em conta que quanto menor é a variabilidade de um mesmo item em uma amostra de indivíduos, menor é o erro de medida que esse possui associado (Dancey e Reidy, 2006) e maior é a sua consistência. Uma vez que os valores de índice de consistência variam de zero a um, foi considerado o critério geralmente aceito de que valores acima de 0,7 são consistentes para medidas de grupo e acima de 0,8 para medidas individuais (Ding *et al.*, 2006).

O poder discriminatório informa o quanto um único item do questionário distingue estudantes que sabem bem o conteúdo daqueles que não sabem. Os itens ou questões com alto índice de discriminação são geralmente respondidos corretamente por estudantes com conhecimento mais robusto e incorretamente por estudantes com conhecimento menos robusto. Se um questionário contém alguns itens com alto Índice de Discriminação, ele pode ser útil para separar estudantes com conhecimento “forte” de estudantes com conhecimento “fraco” em um campo de conhecimento.

Os valores para o Índice de Discriminação devem estar compreendidos entre [-1, +1], sendo +1 o melhor valor e -1 o pior valor. No caso ideal (índice de discriminação igual a +1) todos os estudantes que foram bem no teste como um todo respondem ao item corretamente e todos os estudantes que não foram bem no teste com um todo não respondem corretamente ao item. Na situação contrária (índice de discriminação igual a -1), todos os estudantes que foram bem no teste como um todo erram o item e aqueles estudantes com baixo *score* no questionário acertam o item. Levando-se em conta que tais extremos são indesejáveis e que se devem

eliminar itens com índice de discriminação negativo, foi analisado se o questionário apresentava questões com índice de discriminação muito próximo de zero, uma vez que estas questões contribuem pouco com o propósito do questionário. Também foi investigado se alguma questão apresentava Índice de Discriminação negativo, dessa forma, não distinguindo os estudantes. Foi utilizado como referência Ding e Beichner (2009), que afirmam que, de acordo com a literatura, valores $\geq 0,3$ são satisfatórios.

4.5.1.3 Análise de Variância

O estudo das diferenças entre as médias das séries foi realizado através da Análise de Variância (ANOVA).

A ANOVA (*Analysis of Variance*) procura verificar se existem diferenças nas médias dos grupos através da determinação da média geral e da verificação do quanto a média individual se difere dessa (Dancey e Reidy, 2006). Se as médias forem bem diferentes, existe um alto grau de variação entre as condições e se não existem diferenças entre as médias dos grupos, não existe variação.

O teste de hipótese foi realizado a partir da hipótese de que as médias das três séries eram iguais. A razão F, que é a razão entre a variância entre grupos e a variância dentro dos grupos, foi determinada para a verificação da existência de alguma diferença significativa entre os grupos. Se todas as médias fossem iguais, esperava-se obter um valor de F muito pequeno. Isso indicaria uma significância é alta.

O estudo exploratório da diferença entre as médias foi realizado através de um teste *post hoc*. Nesse caso, optou-se pela utilização do Teste de *Bonferroni* para análise de comparação, que leva em conta múltiplas comparações entre os grupos.

Este mesmo teste foi utilizado para a análise de comparação entre as médias dos gêneros.

Uma vez que as fontes de variação no *escore* podem ser devidas ao efeito da série, ao efeito do gênero, à interação entre esses dois fatores ou à diferença entre os estudantes dentro de cada condição (variação do erro), essas foram estudadas a partir da Análise de Variância Univariada.

4.5.2 Análise de Concentração

Segundo Bao e Redish (2001), as respostas dos estudantes a problemas podem ser consideradas como o resultado da aplicação de um pequeno número de modelos mentais. Portanto, as alternativas escolhidas por eles quando respondem a um teste estão associadas aos seus modelos mentais, sejam eles intuitivos ou não. Se o conhecimento dos estudantes não é consistente, eles devem utilizar diferentes modelos para responder às questões. Dessa forma, no teste como um todo, suas escolhas pelas alternativas de resposta que consideram corretas devem ficar distribuídas entre aquelas relacionadas ao modelo científico e uma variedade daquelas relacionadas aos modelos intuitivos.

O estudo de como cada grupo de estudantes se distribuiu em relação às alternativas de resposta das questões foi realizado através da Análise de Concentração.

Primeiramente, foi calculado o valor do *fator de concentração* de cada uma das questões e também o seu *escore* médio. Posteriormente, esses dois valores foram combinados segundo os níveis: baixo (B), médio (M) e alto (A) apresentados na tabela a seguir (Tabela 4):

Tabela 4. Níveis de códigos para *escore* e fator de concentração (Bao e Redish, 2001)

<i>Escore</i> médio (E)	Nível	Fator de Concentração (C)	Nível
0 ~ 0,4	B	0 ~ 0,2	B
0,4 ~ 0,7	M	0,2 ~ 0,5	M
0,7 ~ 1,0	A	0,5 ~ 1,0	A

O par associado *escore* e *concentração*, que informa não somente o desempenho dos estudantes, mas também se as alternativas apresentadas levam os estudantes a acessarem um modelo em comum, foram organizados em uma tabela e categorizados segundo cada um dos casos apresentados a seguir e explicitados na Tabela 5.

- 1) Grupo tem um modelo: a maioria das respostas se concentra na escolha de uma alternativa (correta ou não);
- 2) Grupo tem dois modelos: a maioria das repostas se concentram na escolha de duas alternativas, podendo ser uma correta e uma incorreta;
- 3) Grupo não tem modelo definido: a maioria das respostas de alguma forma se distribui entre três ou mais de três alternativas.

Tabela 5. Implicações da combinação entre *escore* e fator de concentração (Bao e Redish, 2001)

Situação	Códigos		Implicações
	<i>Escore</i>	Fator de Concentração	
Um modelo	A	A	(AA) Existe um modelo dominante, por isso a alta concentração. O alto <i>escore</i> indica que o modelo dominante é um modelo científico. As escolhas se concentram na alternativa correta.
	B	A	(BA) Existe um modelo dominante, por isso a alta concentração. No entanto, o baixo <i>escore</i> indica que o modelo dominante pode ser um modelo intuitivo. As escolhas se concentram na alternativa errada.
Dois modelos	M	M	(MM) Existem dois modelos dominantes, por isso a média concentração. O médio <i>escore</i> indica que um dos modelos refere-se à alternativa correta e o outro à modelos intuitivos. As escolhas se concentram em duas alternativas, uma correta e uma incorreta.
	B	M	(BM) Existem dois modelos dominantes, por isso a média concentração. No entanto, o baixo <i>escore</i> indica que possivelmente os dois modelos dominantes são intuitivos. As escolhas se concentram em duas alternativas referentes a respostas erradas.
Sem modelos	B	B	(BB) A maioria dos estudantes não tem um modelo dominante e suas respostas podem ser resultado de escolha aleatória.

Por fim, foi gerado para cada série o gráfico (E x C) de distribuição das questões em diferentes regiões representativas do(s) modelo(s) compartilhado(s) pelo grupo. Vale destacar que, diferentemente das análises estatísticas, a Análise de Concentração foi realizada para os dados de 2008 e também de 2009.

4.5.3 Análise de modelos

Embora informe também a respeito da consistência na utilização do conhecimento por cada indivíduo de um grupo, a Análise de Modelos foi realizada com o intuito de investigar os grupos como um todo. A primeira etapa consistiu da análise das justificativas dadas pelos estudantes para as questões durante as

aplicações piloto do *FCI*. Com base no referencial teórico de Classe de Coordenação (diSessa, 1988, 1993) foram identificados os modelos intuitivos mais comuns entre os estudantes. A partir de então, estes modelos e outros que julgamos serem importantes para a Análise de Modelos foram agrupados em uma tabela (Tabela 6).

A tabela apresenta quatro blocos de agrupamento de questões e conceitos intuitivos relacionados. Cada bloco foi nomeado de acordo com o conteúdo abordado, levando-se em conta a taxonomia apresentada por Hestenes *et al.* (1992). Portanto, foram escolhidos para a Análise de Modelos os blocos: (i) Movimento; (ii) Ímpetus e Força Impresa; (iii) Agente Dominante e (iv) Concatenação de Influências. Cada um dos blocos da Tabela 6 é constituído por um conjunto de questões e alternativas que têm em comum o mesmo conceito intuitivo relacionado.

As alternativas de cada questão foram classificadas e agrupadas segundo os três tipos de modelos mentais que podem ser utilizados pelos estudantes, a saber: (M1) modelo científico, (M2) modelos intuitivos e (M3) outros modelos (modelos alternativos). O modelo científico, como o próprio nome diz, refere-se ao modelo cientificamente aceito e, dessa forma, à alternativa que representa a resposta considerada correta. Os modelos intuitivos referem-se aos conceitos intuitivos de interesse na análise e que se espera que sejam compartilhados pelos estudantes. Os modelos alternativos referem-se às alternativas pouco atrativas, que não haviam sido escolhidas por nenhum estudante e, também, àqueles conceitos intuitivos que não eram alvo da análise, embora fossem apresentados por alguma(s) alternativa(s) de resposta.

Tabela 6. Blocos de questões e conceitos intuitivos para a Análise de Modelos

Bloco	Conjunto de questões/alternativas	Conceito intuitivo relacionado
Movimento	(5C,D,E); (11B); (11C); (13A,B,C); (18D,E)	Necessidade de haver uma força na direção do movimento.
	(10C), (27A)	Movimento implica (necessita) a presença de uma força/implica força ativa.
Ímpetus e força impressa	(10B,E); (24B,D);(26C); (27B,D,E); (30B,D,E)	Aquisição (gradual ou não) de uma força impressa (que em geral mantém o movimento) devido à ação de uma força ou impulso.
	(6C); (7D); (8C,E);(21A); (23D); (23A); (24C,E);	Perda e restauração do ímpetus original.
	(7A), (8D); (10D); (12C,D,E); (13A,B,C); (14E); (21D); (23E); (27B,C);	Dissipação/perda gradual do ímpetus (ou da força impressa)/aquisição gradual da força impressa.
	(6A); 7(A)	Ímpetus circular.
Agente Dominante	(4A); (4D); (15B); (16B); (28D)	O corpo de maior massa exerce a maior força.
	(15C,D); (16C,D); (17A,D);(18A);(28B,D);(30A)	O agente mais ativo (ou apenas o agente ativo) exerce a maior força.
	(4B)	O corpo de menor massa aplica a maior força.
Concatenação de influências	(25B,E)	A maior força determina o movimento.
	(6D,E); (8A); (9B); (21B); (23C)	A última força a atuar determina o movimento.

As respostas de cada estudante para cada questão pertencente a determinado bloco foram tabuladas em planilhas no programa Excel. Utilizando-se seu aplicativo *matrix*, as respostas de cada estudante a um bloco de questões foi caracterizada como um vetor, em um espaço linear de modelo. O vetor representava as probabilidades (a raiz quadrada das probabilidades) de utilização dos modelos pelo estudante.

O *estado de modelo* de cada estudante foi utilizado para criar sua matriz densidade. No entanto, a matriz densidade de cada estudante individualmente não traz informações relevantes além daquelas obtidas com o *vetor de estado de modelo*. Diante disso, a matriz densidade foi somada sobre todos os estudantes de uma turma, gerando a matriz densidade de modelos do grupo. Os elementos de

cada matriz foram analisados quanto à probabilidade ou frequência de utilização dos diferentes modelos pelos estudantes. Além disso, foi analisado o grau de consistência na utilização de 2 modelos por cada estudante e a significância da inconsistência na utilização dos modelos.

Foram gerados também os autovalores e autovetores de cada matriz para cada uma das séries do Ensino Médio. A partir do autovetor associado ao maior autovalor foi obtido o *vetor estado de modelo* característico – mais provável – de um estudante típico de cada série. Tal vetor de estado informou a probabilidade com que cada estudante, de cada série, utilizava cada um dos modelos quando resolveu as questões relacionadas aos conceitos básicos de Mecânica abordados pelo *FCI*.

5. ANÁLISES DOS DADOS

5.1 *Análise Estatística Clássica*

5.1.1 *Confiabilidade ou fidedignidade do questionário*

A Confiabilidade foi avaliada a partir da análise da Consistência Interna e do Poder Discriminatório. A primeira utilizou Coeficiente *Alpha de Cronbach* e a segunda utilizou a *Correlação Item-Total*.

Os valores para a medida da Consistência Interna variam de zero a um, sendo considerados consistentes para medidas de grupo valores acima de 0,7 (Ding *et al.*, 2006). O valor do *Coeficiente Alpha de Cronbach* para os dados referentes à primeira aplicação do *FCI* (2008) foi igual a 0,89 (Tabela 7).

Tabela 7. Coeficiente Alpha de Cronbach para o FCI

Consistência Interna	
<i>Alpha de Cronbach</i>	Número de itens
0,89	30

A *Correlação Item-Total* varia de -1 até +1, sendo que, de acordo com a literatura, valores $\geq 0,3$ são satisfatórios (Ding e Beichner, 2009). Os valores de *Correlação Item-Total* e, ainda, de *Coeficiente Alpha de Cronbach* para cada questão são apresentados na (Tabela 8). Apenas a questão número 2 apresentou um valor de *Correlação Item-Total* menor que 0,30. Uma baixa correlação entre o

item e o questionário pode ser devido a diversas causas, por exemplo, a má redação do item ou sua inadequação para medir o que se deseja.

Tabela 8. Estatísticas item total para o FCI aplicado no ano de 2008

Estatísticas item total									
Q	M	V	CT	AC	Q	M	V	CT	AC
01	13,46	44,41	0,40	0,88	15	13,67	44,77	0,33	0,89
02	13,70	45,07	0,29	0,89	16	13,47	43,76	0,50	0,88
03	13,42	44,97	0,32	0,89	17	13,81	44,25	0,46	0,88
04	13,45	44,33	0,41	0,88	18	13,78	44,23	0,45	0,88
05	13,84	44,34	0,46	0,88	19	13,64	44,54	0,36	0,88
06	13,30	45,19	0,34	0,88	20	13,51	43,73	0,49	0,88
07	13,42	44,58	0,38	0,88	21	13,75	44,83	0,34	0,88
08	13,65	44,52	0,37	0,88	22	13,70	44,33	0,40	0,88
09	13,68	44,33	0,40	0,88	23	13,78	44,29	0,44	0,88
10	13,57	43,79	0,48	0,88	24	13,45	43,99	0,47	0,88
11	13,83	43,68	0,57	0,88	25	13,82	44,14	0,48	0,88
12	13,39	44,60	0,39	0,88	26	13,87	43,89	0,57	0,88
13	13,74	43,12	0,61	0,88	27	13,62	44,97	0,30	0,89
14	13,58	43,65	0,50	0,88	28	13,46	43,65	0,52	0,88
15	13,67	44,77	0,33	0,89	29	13,55	44,88	0,31	0,89
16	13,47	43,76	0,50	0,88	30	13,74	43,50	0,55	0,88

Q – questões do FCI; M – Média sem item deletado; V – Variância sem item deletado; CT – Correlação Total; AC – Alpha de Cronbach

5.1.2 Validação do questionário

A análise da unidimensionalidade do teste – se todas as questões do FCI estão medindo o mesmo constructo – foi realizada através da Análise Fatorial.

Seguindo o critério proposto por *Kaiser*, devem-se reter os componentes cujos autovalores sejam maiores que 1 (um), considerando, assim, os fatores mais importantes, que expliquem a maior proporção da variância total.

De acordo com a Tabela 9 foram extraídos oito fatores com base nos autovalores maiores que um, acumulando uma variabilidade total explicada de 53,71%. Tal resultado significa que se pode adotar 8 fatores e com isso explicar

cerca de 54% da variabilidade dos dados, sendo que o primeiro fator explica 24,25% dessa variabilidade. Isso sugere que não existe unidimensionalidade nas questões do *FCI*, ou seja, as trinta questões do *FCI* aparentemente não medem um mesmo construto.

Tabela 9. Variância total explicada para FCI/2008

Variância total explicada			
Fatores	Autovalores iniciais		
	Total	% da Variância	% Acumulado
1	7,275	24,251	24,251
2	1,751	5,835	30,087
3	1,559	5,198	35,285
4	1,205	4,017	39,302
5	1,169	3,895	43,197
6	1,090	3,632	46,829
7	1,051	3,502	50,331
8	1,013	3,377	53,708
9	0,948	3,161	56,869
10	0,910	3,034	59,902
11	0,862	2,875	62,777
12	0,827	2,757	65,534
13	0,824	2,748	68,282
14	0,764	2,547	70,829
15	0,747	2,490	73,318
16	0,711	2,368	75,687
17	0,691	2,303	77,990
18	0,669	2,231	80,221
19	0,653	2,176	82,397
20	0,621	2,070	84,466
21	0,598	1,993	86,460
22	0,580	1,932	88,392
23	0,523	1,744	90,136
24	0,485	1,618	91,754
25	0,470	1,567	93,321
26	0,464	1,547	94,868
27	0,443	1,476	96,344
28	0,404	1,345	97,689
29	0,360	1,201	98,890
30	0,333	1,110	100,000

Na Figura 4 é apresentado o Diagrama de Declividade (*Scree Plot*) que é o número de fatores plotados contra a quantidade de variância e que mostra o número de dimensões do questionário. Em geral, o número de fatores é determinado pelo ponto a partir do qual o gráfico muda de sinal abruptamente (autovalores acima de 1).

Um ponto de salto indica que existe um fator predominante, que é aquele de maior autovalor. Este único fator está explicando bem a correlação entre os dados.

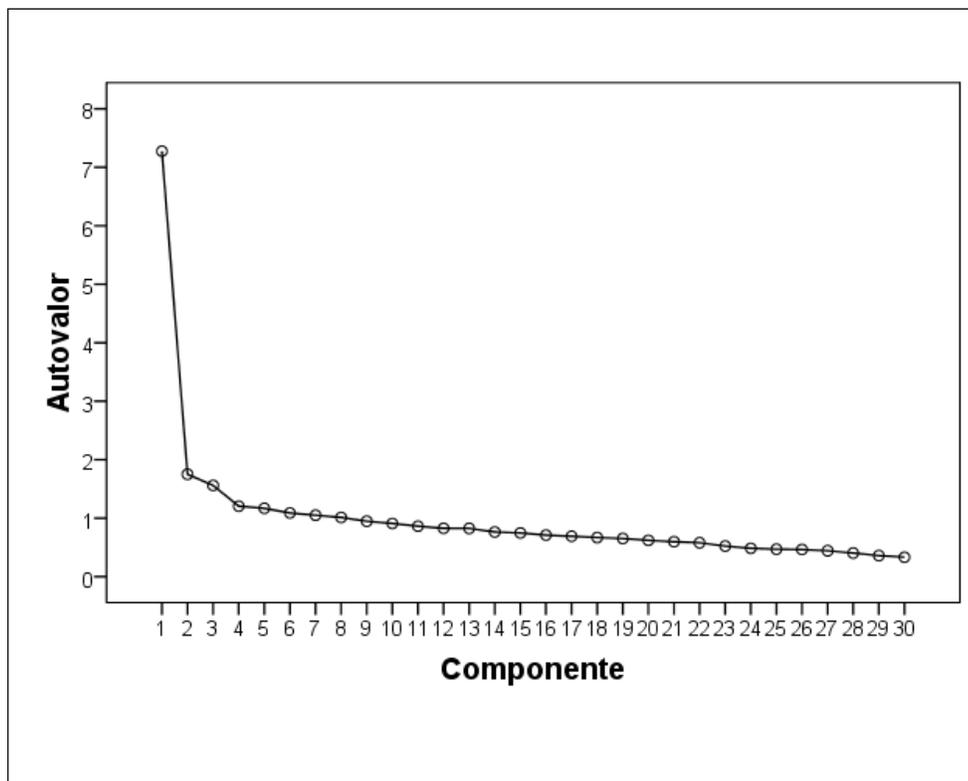


Figura 4. Diagrama de Declividade para a Análise Fatorial dos dados

A validade da Análise Fatorial precisa ser comprovada por meio do Teste de Esfericidade de Bartlett e pela Estatística de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) (Tabela 10). O primeiro experimentou a hipótese nula de as variáveis não serem correlacionadas na população e o segundo comparou as magnitudes dos coeficientes de correlação com as magnitudes dos coeficientes de correlação parcial. A partir da validação da Análise Fatorial foi possível verificar o quanto é acurada a relação entre a medida e o que se pretende medir.

Os resultados dos testes de Esfericidade de Bartlett foram todos significativos (significância - sig < 0,001). Tem-se, portanto, a probabilidade próxima de zero de que as correlações observadas sejam devidas não ao instrumento, mas ao erro inerente ao fato de estarmos lidando com aquela amostra de estudantes.

Com o coeficiente de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO), foi possível perceber uma boa medida da adequação da análise fatorial aos dados, pois, uma vez que este varia de 0 (zero) a 1(um), encontramos um valor de 0,90. Isso significa que a Análise Fatorial é adequada.

Tabela 10. Valores encontrados para KMO e Teste de Bartlett (FCI 2008)

KMO e Teste de Bartlett		
Kaiser-Meyer-Olkin - Medida da adequação à amostra		0,899
Teste de esfericidade de Bartlett	Aprox. Chi-Quadrado	3567,329
	GL	435
	Sig.	< 0,001

O *FCI* não é um teste que mede apenas a compreensão de apenas um conhecimento. Existem vários conhecimentos inerentes ao que se pretende medir, ou seja, existem vários fatores que contribuem para a compreensão de conceitos básicos de Mecânica. A Tabela 11 mostra a matriz rodada que maximiza os fatores com as variáveis, indicando qual variável contribui para qual fator (carga de variabilidade). Assim, têm-se os oito fatores que se relacionam à compreensão de conceitos básicos de Mecânica e cada uma das questões contribui em maior ou menor grau para cada um deles. O fator 1 é o que apresenta maior carga. Segundo Tang *et al.* (1998) *apud* Dancey e Reidy, (2006), devem ser incorporadas cargas de fatores $\geq 0,40$. O ideal é que uma questão possua alta carga em apenas um fator,

considerando-se que a carga alta de um fator é alta se ela é maior que 0,50 (Alexander *et al.*, *apud* Dancey e Reidy, 2006). Com base nessas informações, pode-se afirmar que as questões 14 e 23 não contribuem para nenhum fator e, portanto, para mensurar o construto.

Tabela 11. Contribuição de cada variável (questão) para cada fator medido (carga de variabilidade)

Matriz fatores rodados								
Questões	Fatores							
	1	2	3	4	5	6	7	8
18	0,75							
13	0,61							
5	0,59							
30	0,56							
11	0,56							
17		0,75						
25		0,71						
26		0,66						
22		0,51						
15			0,74					
04			0,71					
28			0,62					
16			0,62					
24				0,59				
10				0,56				
07				0,55				
12				0,48				
06				0,43				
23								
19					0,61			
03					0,56			
27					0,56			
20					0,46			
08						0,76		
09						0,59		
21							0,71	
29							0,53	
14								
02								0,77
01								0,60

Depois que os fatores são gerados o pesquisador deve nomeá-los com base na sua carga (Tabela 12). Para isso, foram analisados os conceitos ou temas abordados por cada questão pertencente ao fator. Por apresentar maior carga, o fator 1 é o mais fácil de ser nomeado. Ao contrário, a partir do fator 5 as cargas são menores e torna-se mais difícil delimitar os conceitos ou temas abordados e, portanto, nomeá-los.

Tabela 12. Relação dos fatores, questões e conceitos de Mecânica

Fator	Conhecimento de Mecânica	Questões
1	Reconhecimento das forças atuando em um corpo	18, 13, 05, 30,11
2	Resultado da atuação de uma força sobre um corpo (Segunda Lei de Newton)	17, 25,26
3	Terceira Lei de Newton	15, 04, 28, 16
4	Primeira Lei de Newton e outros conceitos	24, 10, 07, 12, 06
5	A partir do quarto fator percebe-se mais de um conceito ou conteúdo envolvido, não sendo possível determinar o mais relevante para o fator.	19, 03, 27, 20
6		08, 09
7		21, 29
8		02, 01

Outro dado importante é a Comunalidade, que pode ser entendida como quantidade de variância associada a cada variável em relação (Tabela 13). Matematicamente, é a soma do quadrado da carga de uma variável em relação a todos os fatores. Comunalidade alta (0,80) indica que o componente extraído representa bem a variável. Se alguma Comunalidade é muito baixa na extração de um componente principal, deve-se extrair outro componente. Inicialmente, supõe-se que toda variância é comum, assim, antes da extração, todas as Comunalidades são iguais a 1.

A quantidade de variância em cada variável que pode ser explicada pelos oito fatores retidos é representada pela Comunalidade após a extração. Portanto, cerca de 51% da variância associada à questão 1 é comum.

Tabela 13. Comunalidades

Questão	inicial	Extração	Questão	Inicial	Extração
01	1	0,51	16	1	0,54
02	1	0,63	17	1	0,66
03	1	0,51	18	1	0,62
04	1	0,59	19	1	0,49
05	1	0,48	20	1	0,42
06	1	0,56	21	1	0,59
07	1	0,53	22	1	0,40
08	1	0,69	23	1	0,51
09	1	0,60	24	1	0,52
10	1	0,51	25	1	0,59
11	1	0,61	26	1	0,59
12	1	0,39	27	1	0,45
13	1	0,61	28	1	0,55
14	1	0,46	29	1	0,42
15	1	0,56	30	1	0,53

5.1.3 Análise de Variância

As estatísticas descritivas (Tabela 14) indicam que a média obtida no *FCI* pelo Terceiro Ano é maior que as médias das outras séries. A média obtida aumenta a cada série (Figura 5).

Tabela 14. Estatística descritiva (série)

					95% Intervalo de Confiança para a Média			
	N	Média	Desvio Padrão	Erro Padrão	Limite Inferior	Limite Superior	Mínimo	Máximo
Primeiro ano	212	10,23	4,56	0,31	9,61	10,84	1	22
Segundo ano	136	13,55	5,83	0,5	12,56	14,54	3	29
Terceiro ano	135	20,7	5,91	0,51	19,7	21,71	3	30
Total	483	14,09	6,87	0,31	13,48	14,71	1	30

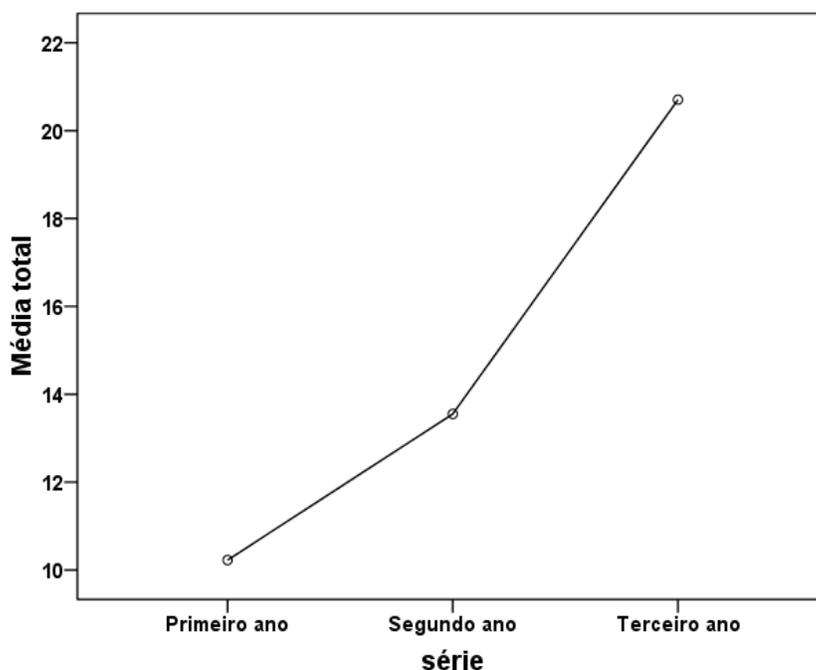


Figura 5. Gráfico das medias das três séries

A ANOVA (*Analysis of Variance*) analisou diferentes fontes de variação que podem ocorrer em um conjunto de valores, por exemplo: efeitos de tratamento; diferenças individuais; erro experimental.

O teste de hipótese foi realizado a partir da hipótese de que as médias das três séries eram iguais. Se as médias fossem bem diferentes, existiria um alto grau de variação entre as condições e se não existissem diferenças entre as médias dos grupos, não existiria variação.

A estatística F (Tabela 15), que é a razão entre a variância entre grupos e a variância dentro dos grupos, indica que qualquer diferença entre as médias dos grupos é impossível de ter ocorrido apenas por erro de amostragem, considerando que a hipótese nula seja verdadeira ($F(2, 480) = 160,266$ e $p < 0,001$).

Tabela 15. Análise de Variância quanto às séries

ANOVA					
<i>Escore</i>					
	Soma de quadrados	GL	Média quadrado	F	Sig.
Entre grupos	9109,072	2	4554,536	160,266	< 0,001
Dentro dos Grupos	13640,920	480	28,419		
Total	22749,992	482			

Para explorar as diferenças entre as médias podem ser utilizados vários testes *post hoc*. Nesse caso optou-se pela utilização do Teste de *Bonferroni* para análise de comparação, que leva em conta múltiplas comparações entre as séries (Tabela 16).

Analisando-se os resultados apresentados na Tabela 16 nota-se que a diferença entre os escores do primeiro e do segundo ano é negativa, o que implica que a média do segundo ano é maior que a média do primeiro ano. O mesmo acontece na comparação entre as médias do primeiro e terceiro ano e do segundo e terceiro ano. Entre o primeiro e o segundo ano a diferença aparentemente existe, mas ela não é menor do que aquela notada entre o primeiro e o terceiro ano ou entre o segundo e o terceiro ano.

O teste *post hoc* (Bonferroni) confirmou que as diferenças entre as médias das três séries têm baixa probabilidade ($p < 0,001$) de ter ocorrido por erro amostral. As médias de cada série são significativamente diferentes e tais diferenças são reais.

Tabela 16. Múltiplas comparações entre as médias das três séries

Múltiplas Comparações							
Variável Dependente:total							
	(I) série	(J) série	Diferença entre as médias (I-J)	Erro padrão	Sig.	Intervalo de Confiança de 95%	
						Limite Inferior	Limite Superior
Bonferroni	Primeiro ano	Segundo ano	-3,32*	0,59	< 0,001	-4,73	-1,92
		Terceiro ano	-10,48*	0,59	< 0,001	-11,89	-9,07
	Segundo ano	Primeiro ano	3,32*	0,59	< 0,001	1,92	4,73
		Terceiro ano	-7,15*	0,65	< 0,001	-8,71	-5,60
	Terceiro ano	Primeiro ano	10,48*	0,59	< 0,001	9,07	11,89
		Segundo ano	7,15*	0,65	< 0,001	5,60	8,71

*As diferenças entre as médias são significativas no nível de 5%

5.1.3.1 Comparação entre os grupos segundo o gênero

A Tabela 17 traz os dados referentes aos fatores gênero e série entre sujeitos para a primeira aplicação do *FCI*. Nota-se o número de estudantes em cada série e o número total de estudantes do sexo feminino e do sexo masculino⁴.

Tabela 17. Fatores entre sujeitos (série e gênero)

Fatores entre Sujeitos			
		Rótulo	N
Série	1	Primeiro ano	208
	2	Segundo ano	134
	3	Terceiro ano	130
Gênero	0	Masculino	239
	1	Feminino	231

⁴ A soma dos estudantes dos gêneros masculino e feminino nem sempre corresponde ao número total de estudantes porque a identificação do gênero foi realizada a partir do nome do respondente e, por isso, em alguns casos, não foi possível defini-lo.

A Tabela 18 apresenta a estatística descritiva comparando a média dos estudantes segundo o gênero em cada uma das séries do Ensino Médio. Nota-se que em todas as séries as médias dos estudantes do sexo masculino são maiores que as médias dos estudantes do sexo feminino. A diferença é maior no segundo ano.

Tabela 18. Estatística descritiva da média dos estudantes segundo o gênero

Série	Gênero	Média	Desvio Padrão	Número de estudantes
Primeiro ano	Masculino	11,22	4,74	104
	Feminino	9,36	4,15	104
	Total	10,29	4,54	208
Segundo ano	Masculino	15,15	6,14	71
	Feminino	11,92	4,94	63
	Total	13,63	5,82	134
Terceiro ano	Masculino	22,35	5,15	66
	Feminino	18,91	6,26	64
	Total	20,65	5,96	130
Total	Masculino	15,43	6,98	241
	Feminino	12,70	6,40	231
	Total	14,09	6,83	472

O teste de hipótese foi realizado a partir da hipótese de que as médias dos dois gêneros eram iguais. A análise de Variância indicou que qualquer diferença entre os gêneros é improvável de ter ocorrido apenas por erro de amostragem, considerando que a hipótese nula seja verdadeira ($F(2, 469) = 10,47$ e $p < 0,001$) (Tabela 19).

Tabela 19. Análise de Variância quanto ao gênero

ANOVA					
	Soma de quadrados	GL	Média quadrado	F	Sig.
Entre Grupos	939,16	2	469,58	10,47	< 0,001
Dentro dos Grupos	21034,74	469	44,85		
Total	21973,90	471			

Para a análise de comparação entre as médias utilizou-se novamente o *Teste de Bonferroni* (Tabela 20). O teste *post hoc* (*Bonferroni*) confirmou que as diferenças entre as médias dos dois gêneros têm baixa probabilidade ($p < 0,001$) de terem ocorrido apenas por erro amostral. Portanto, a diferença entre as médias dos alunos e alunas é estatisticamente significativa.

Tabela 20. Múltiplas comparações entre as médias das três séries segundo o gênero

Múltiplas Comparações						
Total Bonferroni						
(I) Gênero	(J) Gênero	Diferença entre as médias (I-J)	Erro Padrão	Sig.	95% Intervalo de Confiança	
					Limite Inferior	Limite Superior
Masculino	Feminino	2,68*	0,477	< 0,001	1,53	3,83
Feminino	Masculino	-2,68*	0,477	< 0,001	-3,83	-1,53

Baseado nas medias observadas. O termo erro é a Média ao quadrado (Erro) = 26,710.

*As diferenças entre as médias são significativas no nível de 5%

As fontes de variação no *escore* podem ser devidas ao efeito da série, ao efeito do gênero, à interação entre estes dois fatores ou à diferença entre os estudantes dentro de cada condição (variação do erro). O estudo das fontes de variação foi realizado a partir da Análise de Variância Univariada (Tabela 21).

Tabela 21. Teste de efeitos entre sujeitos

Fonte	Soma dos quadrados do tipo III	GL	Quadrados Médios	F	Sig.	η^2 (eta parcial quadrado)
Modelo Corrigido	9553,577 ^a	6	1592,263	59,612	< 0,001	0,43
Intercepto	8426,58	1	8426,58	315,48	< 0,001	0,40
Série	8551,018	2	4275,509	160,069	< 0,001	0,41
Gênero	916,299	2	458,15	17,153	< 0,001	0,069
Série * Gênero	65,437	2	32,719	1,225	0,295	0,005
Erro	12420,321	465	26,71			
Total	115722	472				
Total Corrigido	21973,898	471				

$R^2 = 0,435$ (R^2 Ajustado = 0,427)

A análise revelou que os efeitos principais devidos aos fatores de série ($F(2, 483) = 160,1$ $p < 0,001$) e gênero ($F(2, 483) = 17,15$ $p < 0,001$) são improváveis de terem ocorrido somente devido ao erro amostral. Isso sugere que a média é maior quando mudamos da primeira para a terceira série (médias 10,23; 13,55 e 20,70, respectivamente). O valor $\eta^2 = 0,41$ indica que 41% da variação global das médias foram atribuídas à influência da variável independente série. Além disso, a média dos estudantes do sexo masculino é maior que a média dos estudantes do sexo feminino (médias de 15,38 e 12,7, respectivamente). O valor $\eta^2 = 0,069$ implica que 7% da variação global das médias foram atribuídas à influência da variável independente gênero.

Por fim, a interação entre série e gênero ($F(2, 483) = 1,23$ $p = 0,30$) representa 0,5% da variância total.

O valor de R^2 , apresentado abaixo da tabela, é o coeficiente de determinação que mede o ajuste do modelo. Ele informa que 43,5% da variância das médias é explicada pelas variáveis gênero e série.

Pode-se perceber a partir dos dados da tabela uma probabilidade muito pequena ($p < 0,001$) associada aos efeitos principais tanto da série quanto do gênero. Isso significa que se a hipótese nula de que não há diferença entre as médias dos estudantes fosse verdadeira, seria praticamente impossível se obterem os efeitos principais de gênero e série. Ou seja, há diferenças entre as médias dos estudantes e esta se deve ao efeito de gênero ou da série. No entanto, analisando a interação entre a série e o gênero, observa-se que este fator não é significativo, ou seja, não há interação entre as duas variáveis como pode ser visto também na Figura 6. As linhas que representam a variável gênero são paralelas.

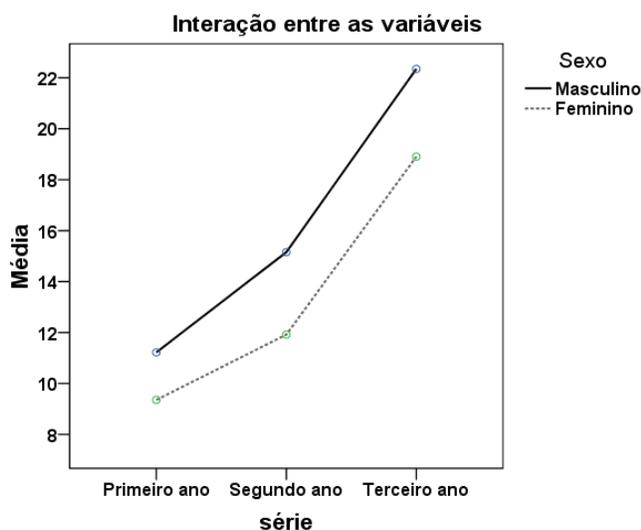


Figura 6. Gráfico da interação entre as variáveis independentes: série e gênero

5.1.4 Discussão dos Resultados

A primeira análise realizada mostrou que a versão traduzida do *FCI* apresenta confiabilidade, o que significa que seus itens têm relativamente alta consistência interna e, portanto, o teste está medindo o que se propunha a medir. Testes

estatísticos comprovaram que tal consistência não é devida a erro de amostragem. A validade do *FCI* também foi comprovada estatisticamente pela análise fatorial que se relaciona com a validade de construto. Os resultados mostraram consenso entre o instrumento de medida e conceitos teóricos. Portanto, as análises e testes realizados através de medidas estatísticas tanto dos itens individualmente quanto do teste como um todo serviram como forma de comprovação da confiabilidade e da validade da versão traduzida do *FCI*.

Quando um questionário é elaborado são apresentadas várias questões relacionadas a um construto, ou seja, várias questões se relacionam porque mensuram um mesmo construto. A análise de fatores mostrou oito fatores dentro os quais se percebeu quatro construtos bem definidos envolvendo as três Leis de Newton e o reconhecimento de forças atuando em um corpo. A carga de contribuição de cada questão para cada um dos fatores foi determinada sendo que as questões 14 e 23 não contribuem para nenhum fator. Na questão de número 14 espera-se que o estudante reconheça a trajetória a ser seguida por um objeto que é solto de um avião. A questão de número 23 trata o reconhecimento da trajetória seguida por um disco voador quando seus motores são desligados. Tais questões podem, em outro trabalho, serem repensadas ou retiradas do teste. Questões como as de número 2, 4, 8, 15, 17, 18, 21 e 25 apresentaram as maiores cargas de fator ($> 0,70$) e, portanto contribuem melhor para o construto a ser mensurado.

Por fim, no estudo das fontes de variação nas médias, o efeito principal devido ao gênero indica que a média é melhor para os três anos quando tomamos os estudantes do sexo masculino. Concomitantemente, a média aumenta da primeira para a terceira série.

As análises e comparações dos resultados obtidos pelos grupos ou pelo gênero são comumente utilizadas como forma de avaliação de desempenho. Investigações a respeito da evolução da aprendizagem ou da aquisição de conhecimento podem, por exemplo, ser realizadas a partir do *escore* obtido no teste pelos indivíduos ou pelos grupos. Corroborando com as análises já desenvolvidas e com as informações já obtidas, a próxima seção apresenta a Análise de Concentração. Ela tem como objetivo informar a respeito de como a escolha das alternativas pelos estudantes de um grupo se distribuem, sendo uma forma de identificar o estado de conhecimento do grupo.

5.2 Análise de Concentração

5.2.1 Utilização da metodologia de Análise de Concentração nos dados da aplicação do FCI aos estudantes do Ensino Médio

A Análise de Concentração baseia-se no par ordenado *escore-fator de concentração* para informar como a escolha de alternativas de resposta dos estudantes está distribuída em cada questão do questionário, ou seja, se estão concentradas em certas alternativas ou distribuídas, como resultado de suposições aleatórias. O fator de concentração foi calculado a partir da equação:

$$C = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} \times \left(\frac{\sqrt{n_a^2, n_b^2, n_c^2, n_d^2, n_e^2}}{N} - \frac{1}{\sqrt{5}} \right)$$

Os níveis de códigos para o par *score-fator de concentração* foram determinados levando-se em conta os valores apresentados na tabela a seguir (Tabela 22).

Tabela 22. Níveis de códigos para score e fator de concentração (Bao e Redish, 2001)

<i>Score</i> médio (E)	Nível	Fator de Concentração (C)	Nível
0 ~ 0,4	B	0 ~ 0,2	B
0,4 ~ 0,7	M	0,2 ~ 0,5	M
0,7 ~ 1,0	A	0,5 ~ 1,0	A

Cada questão foi associada a uma das sete categorias (BB, BM, BA, MB, MM, MA, AA). A Tabela 23 apresenta os resultados referentes aos dados de 2008 para as três séries do Ensino Médio.

Tabela 23. Categoria da região de concentração das questões do FCI para cada série do ensino médio com base no *escore* médio e fator de concentração (2008)

Questão	1º ano	2º ano	3º ano	Questão	1º ano	2º ano	3º ano
	Categoria	Categoria	Categoria		Categoria	Categoria	Categoria
1	MM	MM	AA	16	BM	BM	MM
2	BM	BB	MM	17	MM	MM	AA
3	MM	MM	AA	18	BM	BM	MM
4	MM	MM	AA	19	BB	BB	MM
5	BB	BB	MM	20	BB	MB	MM
6	AA	AA	AA	21	MM	MM	AA
7	MM	AA	AA	22	BB	BB	MM
8	BB	MM	MM	23	BB	BB	MM
9	BB	BB	MM	24	BB	BB	MM
10	BB	MM	AA	25	MM	MM	AA
11	BB	BB	MM	26	BB	BB	MM
12	MM	AA	AA	27	BB	BB	MM
13	BB	BB	AA	28	BB	MM	MM
14	BB	MM	AA	29	MM	MM	AA
15	MM	MM	AA	30	BB	BM	BA

A Tabela 24 destaca a distribuição das questões do teste pelas categorias do par *escore-fator de concentração*.

Tabela 24. Distribuição das questões nas categorias *escore-fator de concentração* (2008)

Tipo	BB	BM	BA	MB	MM	AA
Questões primeiro Ano	5, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 19, 20, 22, 23, 24, 26, 27, 28, 30	2, 16, 18			1, 3, 4, 7, 12, 15, 17, 21, 25, 29	6
Questões segundo Ano	2, 5, 9, 11, 13, 19, 22, 23, 24, 26, 27	16, 18, 30		20	1, 3, 4, 8, 10, 14, 15, 17, 21, 25, 28, 29	6, 7, 12
Questões terceiro Ano			30		2, 5, 8, 9, 11, 16, 18, 19, 20, 22, 23, 24, 26, 27, 28	1, 3, 4, 6, 7, 10, 12, 13, 14, 15, 17, 21, 25, 29

Com base nas alternativas escolhidas pelos estudantes do primeiro ano, cerca de 50% das questões estão associadas à categoria de baixo *escore* e baixa concentração (BB). O baixo *escore* indica que a alternativa considerada correta foi

pouco escolhida. A baixa concentração indica que as escolhas dos estudantes não estão concentradas em uma ou duas alternativas, mas distribuídas em três ou mais de três delas. Pode-se considerar que a maioria dos estudantes não tem um modelo dominante e que suas respostas são resultado de escolha aleatória.

A maioria das questões categorizadas como BB envolvem a compreensão da primeira e segunda leis de Newton, o reconhecimento das forças que atuam em um corpo em movimento (horizontal e vertical), e a distinção entre posição e velocidade e, ainda, aceleração e velocidade. Todos estes conhecimentos são fundamentais tanto para o estudo da Mecânica quanto para todo o resto da Física. No entanto, os resultados levam a crer que os estudantes do primeiro ano não têm um modelo dominante relacionado a tais conhecimentos. Seu conhecimento se estrutura com base em uma mistura de modelos que coexistem, ou seja, demonstram *estado de modelo* misto. O *estado de modelo* puro é identificado apenas para as questões de número 30 e 6, sendo que para a primeira o grupo demonstra compartilhar um único modelo intuitivo e para a segunda, compartilham o modelo científico.

Analisando-se os dados do segundo ano, percebe-se diminuição no número de questões da categoria BB e aumento no número de questões nas outras categorias. As questões 8 e 28, por exemplo, que ocupavam a região de baixo *score* e baixa concentração (BB) quando respondidas pelos estudantes do primeiro ano, passam para região de médio *score* e média concentração. Da mesma forma, algumas questões que primeiramente ocupavam a região de médio *score* e média concentração (MM) passam a ocupar a região de alto *score* e alta concentração (AA). Tais resultados parecem indicar diferenças na estruturação do conhecimento de estudantes que pertencem a séries diferentes. Embora seja notado o aumento do número de questões para as quais os estudantes compartilham de um único modelo,

sendo esse o modelo científico, para a maioria das questões eles apresentam *estado de modelo misto*.

Várias questões quando respondidas por estudantes do segundo ano mantêm sua concentração na região de baixo *score* e baixa concentração (BB). A maioria delas envolve o reconhecimento das forças que atuam em um corpo e a compreensão da primeira e da segunda leis de Newton. Tal resultado parece indicar que no segundo ano tais conhecimentos ainda não estão bem estruturados e que os conceitos intuitivos a eles relacionados são robustos. Por exemplo, a idéia de que a força é diretamente proporcional à velocidade ou de que há sempre uma força atuando na direção do movimento.

As questões categorizadas como BM indicam que existem, entre os estudantes, dois modelos dominantes. Porém, devido ao baixo *score* tais modelos dominantes são intuitivos. As escolhas se concentram em duas alternativas referentes a respostas erradas.

Para as três séries do Ensino Médio um bom número de questões apresenta médio *score* e média concentração (MM), sendo 33% das questões respondidas pelos estudantes do primeiro ano, 40% das que foram respondidas pelos estudantes do segundo ano e 50% das respondidas pelos estudantes do terceiro ano. Para estas questões existem duas alternativas mais escolhidas, sendo uma delas a alternativa correta. Nestes casos os estudantes demonstram a utilização de dois modelos dominantes, o modelo científico e um modelo intuitivo. Comparando-se principalmente o primeiro ano e o terceiro ano, é possível perceber um aumento do número de questões nessa categoria, o que sugere mudança na utilização dos modelos pelos estudantes e, então, evolução na sua aprendizagem.

A maior concentração de questões com alto *score* e alta concentração (AA) refere-se aos dados do terceiro ano. Neste caso a maioria dos estudantes demonstra compartilhar de um único modelo, sendo este o modelo científico, correspondente à alternativa considerada correta. Vale destacar a questão número 6, envolvendo a trajetória seguida por uma esfera ao deixar um tubo circular, apresenta alto *score* e alta concentração para as três séries.

A quantidade de questões categorizadas como alto *score* e alta concentração (AA) aumenta à medida que se muda de série. Tal resultado corrobora com o pressuposto de que de uma série para outra, possivelmente devido ao fato de os estudantes passarem por experiências de ensino, a utilização de modelos intuitivos ou nulos torna-se menos frequentes enquanto a utilização de modelos científicos torna-se mais frequente.

Os dados da Tabela 23 e da Tabela 24 referentes ao par ordenado podem ser plotados em um gráfico (E x C), apresentado a seguir (Figura 7, Figura 8 e Figura 9). Analisando-se o gráfico de cada série é possível perceber a distribuição das questões em regiões de domínio de um modelo, de dois ou mais modelos, e de escolhas aleatórias ou de concentração muito baixa.

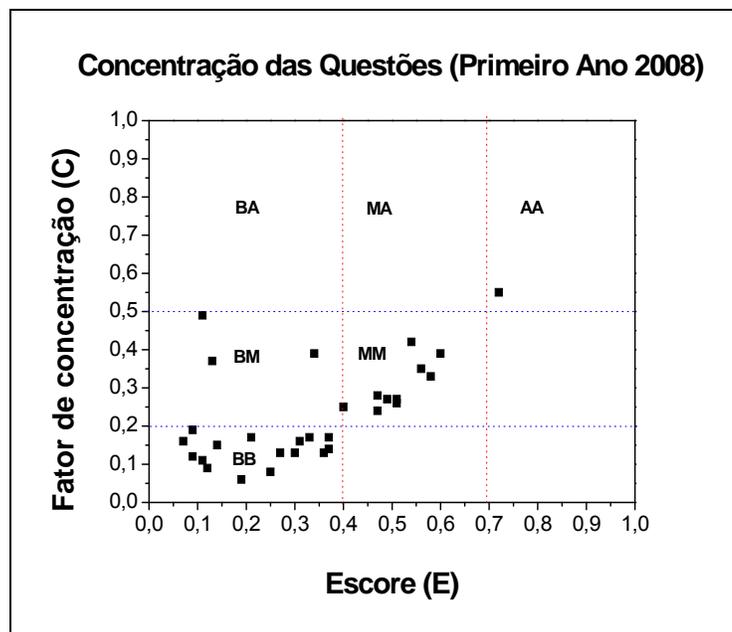


Figura 7. Gráfico da distribuição das questões do *FCI* referentes ao primeiro ano do ensino médio (2008)

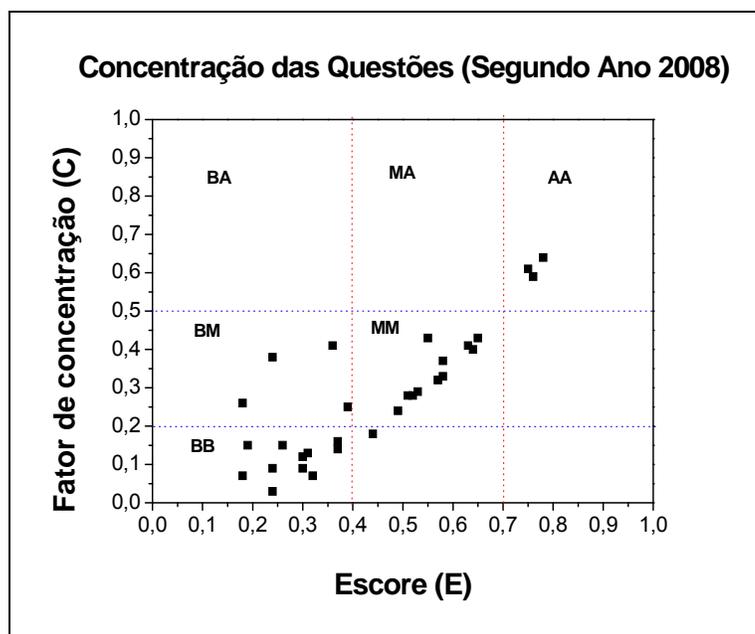


Figura 8. Gráfico da distribuição das questões do *FCI* referentes ao segundo ano do ensino médio (2008)

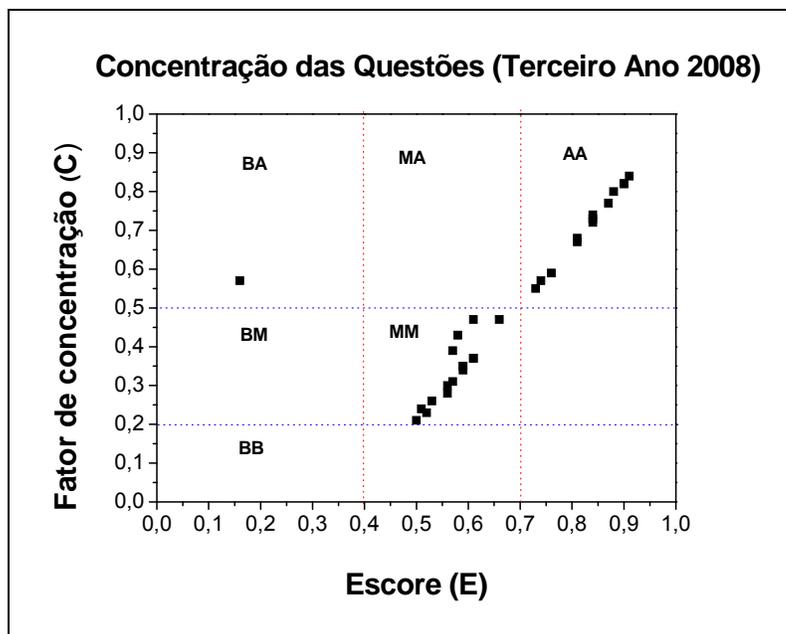


Figura 9. Gráfico da distribuição das questões do *FCI* referentes ao terceiro ano do ensino médio (2008)

Comparando-se os gráficos, é possível notar como as questões se distribuem de forma diferente dependendo da série. Do primeiro para o segundo ano as questões se deslocam em direção às regiões MM e AA. No terceiro ano, não se observa mais questões com baixo *escore* e baixa concentração (BB) e uma quantidade maior de questões ocupam a região de um modelo (AA).

De maneira geral houve semelhança entre os dados e os resultados obtidos na aplicação do *FCI* em 2008 e 2009. A Tabela 25 apresenta os resultados referentes aos dados de 2009 para as três séries do Ensino Médio.

Tabela 25. Categoria da região de concentração das questões do FCI para cada série do ensino médio com base no *escore* médio e fator de concentração (2009)

Questão	1º ano	2º ano	3º ano	Questão	1º ano	2º ano	3º ano
	Categoria	Categoria	Categoria		Categoria	Categoria	Categoria
1	MM	MM	AA	16	MM	MM	AA
2	BB	BB	MM	17	BM	BM	MM
3	MM	MM	MM	18	BB	BM	MM
4	MM	MM	AA	19	BB	BB	MM
5	BB	BM	MM	20	BB	MM	MM
6	AA	AA	AA	21	BB	BB	BB
7	MM	AA	AA	22	BB	BB	MM
8	BB	MM	MM	23	BB	BB	BM
9	BB	MM	MM	24	MM	MM	AA
10	BB	MM	MM	25	BB	BM	MM
11	BB	BM	MM	26	BB	BB	MM
12	MM	MM	AA	27	MB	MM	MM
13	BB	BB	MM	28	BB	AA	AA
14	MM	BM	MM	29	BB	BA	BM
15	BM	MM	BM	30	BM	BA	MM

A Tabela 26 destaca a distribuição das questões do teste em cada uma das categorias do par *escore*-fator de concentração.

Tabela 26. Distribuição das questões nas categorias *escore*-fator de concentração (2009)

Tipo	BB	BM	BA	MB	MM	AA
Questões primeiro Ano	2, 5, 8, 9, 10, 11, 13, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 25, 26, 28, 29	15, 17, 30		27	1, 3, 4, 7, 12, 14, 16, 24	6
Questões segundo Ano	2, 13, 19, 21, 22, 23, 26	5, 11, 14, 17, 18, 25	29, 30		1, 3, 4, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 20, 24, 27	6, 7, 28
Questões terceiro Ano	21	15, 23, 29			2, 3, 5, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 17, 18, 19, 20, 22, 25, 26, 27, 30	1, 4, 6, 7, 12, 16, 24, 28

Com base nas alternativas escolhidas pelos estudantes do primeiro ano a maioria das questões se associa à categoria de baixo *score* e baixa concentração (BB). Nessa situação as escolhas dos estudantes não estão concentradas em uma ou duas alternativas, mas distribuídas em três ou mais delas. Pode-se considerar que a maioria dos estudantes não tem um modelo dominante ou não tem um modelo dominante e, ainda, suas respostas são resultado de escolha aleatória.

É interessante destacar que, assim como nos dados de 2008, também nesse caso a maioria das questões categorizada com BB envolve a compreensão da primeira e segunda leis de Newton, o reconhecimento das forças que atuam em um corpo em movimento (horizontal e vertical), e a distinção entre posição e velocidade e aceleração e velocidade. Os resultados corroboram com aqueles obtidos anteriormente, os estudantes do primeiro ano não têm um modelo dominante relacionado a tais conhecimentos e demonstram estado de conhecimento misto.

Enquanto para o primeiro ano 17 questões se enquadram na categoria BB, ou seja, mais de 50% do teste, para o segundo ano e para o terceiro ano esse número diminui consideravelmente. Porém, algumas questões (2, 19, 21, 22, 23 e 26) mantêm baixo *score* e baixa concentração quando respondidas pelos estudantes do segundo ano. A questão 21, que requer a compreensão de que uma força constante aplicada em um corpo implica em uma aceleração constante, apresenta baixo *score* e baixa concentração para os respondentes dos três anos. Possivelmente tal resultado possa ser explicado pela dificuldade que os estudantes têm demonstrado na resolução de questões que envolvam reconhecer forças atuando em um corpo e também a trajetória descrita por corpos após serem submetidos à ação de uma força.

Quanto às questões categorizadas como BM, pode-se dizer que existem, entre os estudantes, dois modelos dominantes. Porém, devido ao baixo *escore* tais modelos dominantes são, provavelmente, intuitivos. As escolhas se concentram em duas alternativas referentes a respostas erradas.

As duas últimas questões (29 e 30), quando respondidas pelos estudantes do segundo ano, apresentam baixo *escore* e alta concentração, indicando que as respostas do grupo se concentram na alternativa considerada errada.

Na categoria MB, na qual está a questão de número 27, o médio *escore* indica que alguns estudantes escolheram a alternativa correta, mas um número maior deles se distribuiu entre outras alternativas. A baixa concentração informa que os estudantes se distribuem entre três ou mais delas. Tal distribuição é de fato comprovada quando o número de estudantes do primeiro ano que escolheu cada alternativa é analisado: 23 A; 30 B; 58 C; 13 D; 2 E (sendo C a alternativa correta).

Para as questões que se enquadram na categoria MM existem duas alternativas mais escolhidas, sendo uma delas a alternativa correta. Portanto, para tais questões os estudantes demonstram a utilização de dois modelos dominantes, o modelo científico e um modelo intuitivo. Aproximadamente 2/3 das questões do teste se enquadram nesta categoria quando respondidas pelos estudantes do terceiro ano.

Apenas uma questão apresentou alto *escore* e alta concentração de acordo com as respostas dos estudantes do primeiro ano. Nesta questão, que envolve o movimento circular de uma esfera dentro de um tubo, a maioria dos estudantes escolheu a alternativa correta como resposta e, portanto, demonstram domínio da situação apresentada na questão. Para o segundo e para o terceiro ano o número de questões nesta categoria aumenta. Isso é esperado, pois, acredita-se que em

cada série os estudantes passam por mais experiências de ensino e a utilização de modelos intuitivos ou alternativos torna-se menos frequente enquanto a utilização de modelos científicos torna-se mais frequente.

Os gráficos (E x C) para os dados das tabelas Tabela 25 e Tabela 26 são apresentados nas figuras a seguir (Figura 10, Figura 11 e Figura 12).

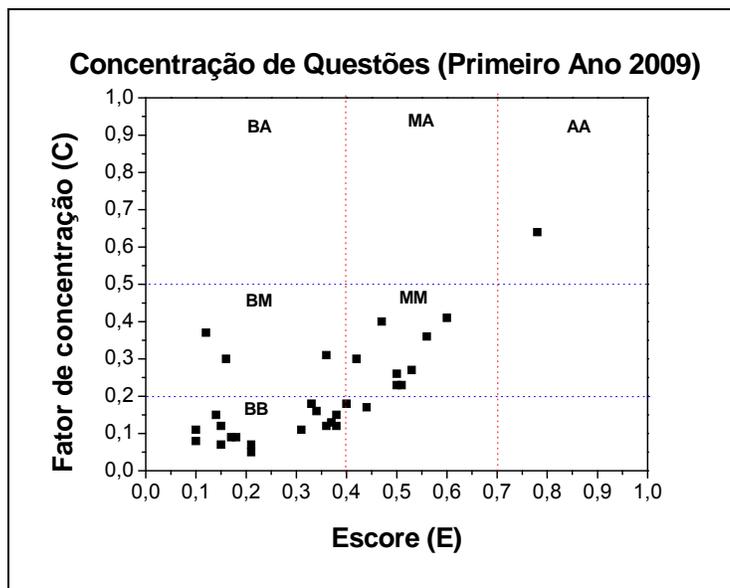


Figura 10. Gráfico da distribuição das questões do *FCI* referentes ao primeiro ano do ensino médio (2009)

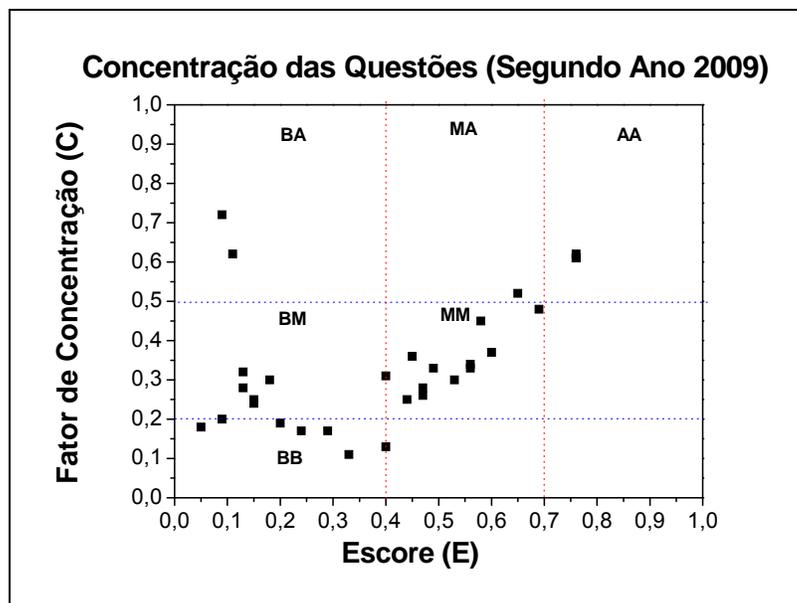


Figura 11. Gráfico da distribuição das questões do *FCI* referentes ao segundo ano do ensino médio (2009)

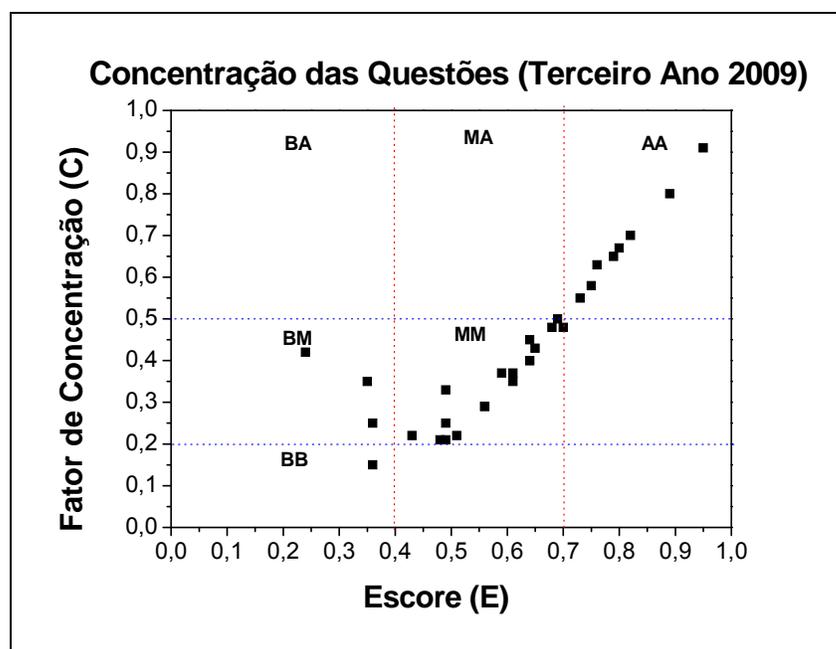


Figura 12. Gráfico da distribuição das questões do *FCI* referentes ao terceiro ano do ensino médio (2009)

Pode-se perceber que a distribuição das questões é diferente para cada série considerada. As questões respondidas pelos estudantes do primeiro ano encontram-se, em sua maioria, na região de baixo *score* e baixa concentração (BB). Como já foi discutido, esses estudantes demonstram pouca consistência quanto ao seu conhecimento e à utilização de seus modelos.

É fácil observar que para o segundo ano a distribuição é diferente, apresentando um número maior de questões na região de dois modelos (MM) em que um deles é o modelo científico. À medida que os estudantes passam por experiências de ensino e o seu conhecimento evolui, as questões se redistribuem em regiões de alto *score* e alta concentração (AA), na qual existe o domínio do modelo científico.

Comparando-se os gráficos referentes aos dados de 2008 e 2009, nota-se uma distribuição semelhante das questões para cada uma das séries. No entanto, o segundo ano de 2008 mantém certo número de questões com baixo *score* e baixa concentração (BB), mas, ao contrário do segundo ano de 2009, não apresenta questões com baixo *score* e alta concentração (BA). Embora no segundo ano de 2009 a distribuição das questões pareça ocupar regiões melhores, no terceiro ano o resultado é diferente. O terceiro ano de 2008 apresenta quase o dobro de questões na região AA em relação aos dados de 2009.

5.2.2 *Discussão dos Resultados*

Segundo Bao e Redish (2006), as respostas dos estudantes a problemas podem ser consideradas como o resultado da aplicação de um pequeno número de modelos mentais. Portanto, as alternativas escolhidas por eles quando respondem a um teste estão associadas aos seus modelos mentais, sejam eles intuitivos ou não. Se o conhecimento dos estudantes não é consistente, eles devem utilizar diferentes

modelos para responder às questões e, dessa forma, suas escolhas pelas alternativas que consideram corretas devem ficar distribuídas.

Informações a respeito de como os estudantes de um grupo se distribuem pelas alternativas de resposta das questões de um teste podem auxiliar na identificação do estado de conhecimento do grupo. Por exemplo, tanto para os dados de 2008 quanto de 2009, os resultados parecem indicar diferenças na estruturação do conhecimento de estudantes que pertencem a séries diferentes. Em ambos os casos, várias questões quando respondidas por estudantes do segundo ano mantêm sua concentração na região de baixo *score* e baixa concentração (BB). A maioria delas envolve o reconhecimento das forças que atuam em um corpo e a compreensão da primeira e da segunda lei de Newton. Provavelmente no segundo ano, tais conhecimentos ainda não estão bem estruturados e os conceitos intuitivos a eles relacionados devem ser robustos. Por exemplo, a idéia de que a força é diretamente proporcional à velocidade ou de que há sempre uma força atuando na direção do movimento.

Comparando-se principalmente o primeiro ano e o terceiro ano, é possível notar um aumento do número de questões na categoria AA. Tal resultado parece corroborar com o pressuposto de que de uma série para outra, devido ao fato de os estudantes passarem por mais experiências de ensino, a utilização de modelos intuitivos ou alternativos torna-se menos frequentes enquanto a utilização de modelos científicos torna-se mais frequente.

Os resultados obtidos confirmam a presença de modelos intuitivos e também podem servir para a avaliação do teste de múltipla-escolha. Através deles, pode-se inferir se os distratores estão sendo atrativos, em quais questões os estudantes

possivelmente estarão compartilhando de dois ou mais modelos e, por exemplo, em quais delas um dos modelos compartilhados é o modelo científico.

As análises aqui apresentadas contribuem de forma diferente para a investigação do conhecimento dos estudantes, pois tanto trabalhos antigos quanto trabalhos mais recentes têm estado focados na análise tradicional ao investigarem o conhecimento de estudantes. Coletta e Phillips (2007) por exemplo, investigaram, através dos *scores* obtidos por 335 estudantes do Ensino Médio e 292 estudantes do Ensino Superior no *FCI*, o ganho normalizado destes após a instrução.

O fator de concentração permite avaliar, por exemplo, se os distratores (modelos intuitivos) apresentados por cada questão correspondem aos modelos dos estudantes. Para as questões que apresentam baixo *score* e baixa concentração (BB) os distratores podem não estar correspondendo aos modelos compartilhados pelos estudantes ou, então, eles não têm um modelo formado a respeito da situação apresentada. A comparação entre as diferentes séries indica que muitos modelos devem tornar-se mais consistentes no terceiro ano. É quando percebemos que a distribuição das escolhas por todas as alternativas ficam mais concentradas em dois modelos ou no modelo científico.

O fator de concentração pode servir como um meio de avaliação do desempenho dos estudantes e da evolução dos seus conhecimentos. Portanto, análises periódicas podem informar se a instrução recebida tem contribuído para a evolução do conhecimento dos estudantes. No caso de pesquisas, podem ser propostas questões abordando determinado conceito em diferentes contextos e analisar como as questões se distribuem. Dessa forma, poderiam ser obtidas informações a respeito da utilização de modelos pelos estudantes em diferentes contextos.

Outro ponto é que a Análise de Concentração a partir de pré-teste e pós-teste poderia trazer informações mais ricas do que aquelas obtidas apenas a partir da análise do *escore*. A distribuição das questões em cada caso poderia informar se a estratégia de ensino utilizada contribui para mudanças na distribuição e, então, na utilização de modelos pelos estudantes.

Percebe-se por fim que as inferências realizadas e às conclusões às quais se chega não seriam possíveis com a análise tradicional dos dados. Neste sentido, a Análise de Concentração permitiu um estudo qualitativo que não apenas confirmou a presença de conceitos intuitivos como também informou a respeito de sua utilização pelos estudantes e sua evolução entre as séries.

5.3 Análise de modelos

5.3.1 Utilização da metodologia de Análise de Modelos nos dados da aplicação do FCI aos estudantes do Ensino Médio

A taxonomia de conceitos intuitivos apresentada por Hestentes *et al.*(1992) no *FCI* tem sido uma importante ferramenta no estudo do conhecimento inicial dos estudantes. No entanto, as análises tradicionais dos resultados obtidos na sua aplicação não permitem investigar a consistência ou coerência na utilização desse conhecimento. Ser consistente ou coerente significa ser capaz de coordenar e utilizar seus modelos (peças do conhecimento) em diferentes situações ou contextos sem que isso lhe pareça incoerente. Por exemplo, aplicar determinada relação tanto em uma questão que considera um objeto em queda livre quanto em uma questão que considera um corpo que se desloca em um plano inclinado.

Vale destacar que ser consistente não se relaciona apenas a utilizar o conhecimento científico e, portanto, os estudantes podem ser consistentes na

utilização dos modelos intuitivos. Por exemplo, eles podem utilizar o modelo intuitivo de agente dominante relacionado à Lei de Ação e Reação sempre que o problema a ser resolvido envolver a colisão entre dois corpos. Por outro lado, um conhecimento é inconsistente ou incoerente quando o estudante não é capaz de coordenar seus modelos e estender seu conhecimento a diferentes situações ou contextos. Neste caso, ele mobiliza diferentes modelos para resolver questões semelhantes que abordam o mesmo conceito físico.

Com base na análise das justificativas de resposta dadas pelos estudantes durante o processo de validação do *FCI* e também na matriz de fatores rodados, que mostra a contribuição de cada questão para a mensuração do construto, foram escolhidas algumas questões para a Análise dos Modelos. Estas foram agrupadas na Tabela 27 de acordo com o conceito intuitivo que abordavam, portanto, a tabela é constituída de um conjunto de questões e alternativas que têm em comum o mesmo conceito intuitivo.

Considera-se que cada conceito intuitivo relaciona-se a um modelo intuitivo (M2) que pode ser utilizado pelo estudante na resolução da questão. O modelo científico (M1), relacionado à alternativa considerada correta não é apresentado na tabela.

Cada alternativa de uma questão pode, em muitos casos, pertencer a blocos diferentes e abordar conceitos intuitivos diferentes que em certos momentos das análises não estão sendo considerados. Nesses casos, termos o modelo científico (M1) referente à alternativa considerada correta, o modelo intuitivo (M2) relacionado aos modelos intuitivos em análise e outros modelos (M3) que envolvem modelos intuitivos que não estejam sendo considerados na análise. Esses modelos (M3),

quando demonstrados pelos estudantes na escolha pelas alternativas de resposta, serão denominados modelos alternativos.

Tabela 27. Blocos de questões e conceitos intuitivos para a Análise de Modelos

Bloco	Conjunto de questões/alternativas	Conceito intuitivo relacionado (M2)
Movimento	(5C,D,E); (11B); (11C); (13A,B,C); (18D,E)	Necessidade de haver uma força na direção do movimento
	(10C), (27A)	Movimento implica (necessita) a presença de uma força/implica força ativa
Ímpetus e força impressa	(10B,E); (24B,D);(26C); (27B,D,E); (30B,D,E)	Aquisição (gradual ou não) de uma força impressa (que em geral mantém o movimento) devido à ação de uma força ou impulso
	(6C); (7D); (8C,E);(21A); (23D); (23A); (24C,E);	Perda e restauração do ímpetus original
	(7A), (8D); (10D); (12C,D,E); (13A,B,C); (14E); (21D); (23E); (27B,C);	Dissipação/perda gradual do ímpetus(ou da força impressa)/aquisição gradual da força impressa
	(6A); (7A)	Ímpetus circular
Agente dominante	(4A); (4D); (15B); (16B); (28D)	O corpo de maior massa exerce a maior força
	(15C,D); (16C,D); (17A,D);(18A);(28B,D);(30A)	O agente mais ativo (ou apenas o agente ativo) exerce a maior força
	(4B)	O corpo de menor massa aplica a maior força
Concatenação de influências	(25B,E)	A maior força determina o movimento
	(6D,E); (8A); (9B); (21B); (23C)	A última força a atuar determina o movimento

Portanto, para cada bloco de questões será levado em conta:

Modelo M1: modelo científico relacionado à alternativa correta de cada questão.

Modelo M2: os modelos intuitivos apresentados na Tabela 27.

Modelo M3: modelos alternativos, referentes às alternativas de resposta e modelos intuitivos que não estejam em análise.

Os resultados a serem apresentados a seguir foram obtidos a partir de duas aplicações do *FCI* a estudantes das três séries do Ensino Médio em 2008 e 2009 (Tabela 28 e Tabela 29).

Tabela 28. Número de estudantes e de turmas referentes à primeira aplicação do *FCI* (2008)

2008		
Série	Número de turmas	Número de estudantes
Primeiro ano	7	212
Segundo ano	6	136
Terceiro ano	6	135
Total		483

Tabela 29. Número de estudantes e de turmas referentes à primeira aplicação do *FCI* (2009)

2009		
Série	Número de turmas	Número de estudantes
Primeiro ano	6	130
Segundo ano	3	55
Terceiro ano	6	97
Total		162

As matrizes densidade para cada bloco de questões são apresentadas a seguir.

5.3.1.1 Bloco I: Questões envolvendo modelos intuitivos relacionados a movimento

Para o conjunto de questões referentes a este bloco foram considerados os dois modelos intuitivos apresentados na Tabela 27. O primeiro contribui para que os estudantes acreditem que sempre que há uma força atuando na direção e sentido do movimento de um corpo. O segundo lhes induz à crença de que só existe movimento quando há a atuação de uma força.

As matrizes densidade referentes às análises das questões respondidas pelos estudantes de cada série são apresentadas a seguir (Tabela 30 e Tabela 31).

Tabela 30. Matriz densidade para o bloco de questões abordando movimento 2008

	Primeiro ano	Segundo ano	Terceiro ano
Matriz densidade	$\begin{bmatrix} 0,19 & 0,26 & 0,09 \\ 0,26 & 0,62 & 0,26 \\ 0,09 & 0,26 & 0,18 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,36 & 0,30 & 0,15 \\ 0,30 & 0,46 & 0,22 \\ 0,15 & 0,22 & 0,18 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,63 & 0,23 & 0,17 \\ 0,23 & 0,24 & 0,11 \\ 0,17 & 0,11 & 0,13 \end{bmatrix}$

Tabela 31. Matriz densidade para o bloco de questões abordando movimento 2009

	Primeiro ano	Segundo ano	Terceiro ano
Matriz densidade	$\begin{bmatrix} 0,24 & 0,27 & 0,13 \\ 0,27 & 0,55 & 0,27 \\ 0,13 & 0,27 & 0,21 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,25 & 0,30 & 0,10 \\ 0,30 & 0,60 & 0,23 \\ 0,10 & 0,23 & 0,15 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,55 & 0,28 & 0,11 \\ 0,28 & 0,33 & 0,13 \\ 0,11 & 0,13 & 0,11 \end{bmatrix}$

Os elementos da diagonal principal das matrizes densidade refletem a porcentagem de respostas geradas relacionadas à utilização de cada modelo pelos grupos de estudantes. O seu primeiro elemento refere-se à porcentagem de

respostas correspondentes ao modelo científico (M1), o segundo elemento ao modelo intuitivo (M2) e o terceiro elemento a outros modelos (M3).

Quanto maior é o valor do elemento, mais consistente ou frequente é a utilização daquele modelo pelo grupo de estudantes. Por outro lado, valores baixos indicam baixa consistência ou baixa frequência na utilização do modelo.

Considera-se que o grupo é consistente na utilização de um modelo quando a maioria dos estudantes o utiliza constantemente na resolução das diferentes questões. Portanto, ser consistente não significa utilizar o modelo científico. O grupo pode mobilizar e utilizar o modelo intuitivo ou alternativo frequentemente em diferentes questões e diferentes contextos.

Observando os valores dos elementos da diagonal principal das matrizes densidade apresentadas na Tabela 30 e na Tabela 31 percebe-se que em todas as séries o grupo de estudantes utiliza os três modelos para responder às questões.

Nos dois casos, a utilização dos modelos intuitivos é menos frequente para terceiro ano, ao mesmo tempo em que os modelos científicos são utilizados com mais frequência – 63% em 2008 e 55% em 2009. No segundo ano de 2009 a utilização de modelos intuitivos pelos estudantes é maior do que no primeiro ano.

Em todas as séries, a frequência na utilização de modelos alternativos apresenta os baixos valores e sua diminuição ao longo dos anos é mais bem percebida quando são comparados os elementos da terceira linha e terceira coluna das matrizes densidade do primeiro e do terceiro anos.

Os dados parecem indicar que no terceiro ano a diminuição da frequência de utilização dos modelos intuitivos e alternativos se reflete no aumento da frequência de utilização dos modelos científicos.

Os elementos fora da diagonal principal trazem informação sobre o grau de consistência no uso dos modelos pelos estudantes individualmente. A partir destes pode-se analisar se há inconsistência entre dois modelos e inferir se ela é significativa ou não.

Por exemplo, o elemento M_{12} da matriz abaixo, quando diferente de zero, indicará o grau de consistência na utilização dos modelos M1 e M2. Da mesma forma, os elementos M_{13} e M_{23} indicarão, respectivamente, a consistência que existe na utilização dos modelos M1 e M3 e entre dos modelos M2 e M3.

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix}$$

Assim, na Tabela 30, o elemento da primeira linha e segunda coluna da matriz densidade do primeiro ano (0,26) demonstra o grau de consistência no uso do modelo M1 e do modelo M2. Do mesmo jeito, o elemento da primeira linha e terceira coluna (0,09) demonstra o grau de consistência no uso do modelo M1 e do modelo M3 e, por fim, o elemento da segunda linha e terceira coluna (0,26) demonstra o grau de consistência no uso do modelo M2 e do modelo M3. Mais à frente será mostrado como interpretar esses valores no julgamento da significância de inconsistências no uso dos modelos.

Grandes valores para os elementos fora da diagonal da matriz densidade indicam baixa consistência na utilização dos modelos pelo estudante. Isso significa que ele utiliza diferentes modelos para responder as questões e, portanto, apresenta *estado de modelo misto*.

Observando-se os elementos fora da diagonal principal na Tabela 30 e na Tabela 31, nota-se que cada estudante tem diferentes modelos. Levando-se em

conta que quanto maior for os valores, maior será a inconsistência entre dois modelos, pode-se concluir que para os estudantes do segundo e do terceiro ano a inconsistência é maior para a utilização dos modelos científicos e intuitivos (M_{12}).

Os estudantes do primeiro ano apresentam o mesmo nível de inconsistência entre os modelos M1 e M2 e os modelos M2 e M3. Aparentemente os modelos M2 têm sido determinantes no grau de inconsistência.

É possível analisar se a inconsistência na utilização de dois modelos é significativa. Segundo Bao e Redish (2006), “empiricamente, quando a razão entre um elemento fora da diagonal e o produto da raiz quadrada de dois elementos correspondentes à diagonal é maior que 50%, a mistura entre dois modelos correspondentes é vista como significativa”. As tabelas a seguir apresentam os resultados encontrados.

Tabela 32. Significância da inconsistência na utilização dos modelos pelos estudantes com relação a movimento (2008)

Série	Significância da inconsistência dos modelos (> 50%)		
	M1 e M2 (%)	M1 e M3 (%)	M2 e M3 (%)
Primeiro ano	0,76	0,49	0,78
Segundo ano	0,74	0,59	0,76
Terceiro ano	0,59	0,59	0,62

Tabela 33. Significância da inconsistência na utilização dos modelos pelos estudantes com relação a movimento (2009)

Série	Significância da inconsistência dos modelos (> 50%)		
	M1 e M2 (%)	M1 e M3 (%)	M2 e M3 (%)
Primeiro ano	0,74	0,58	0,79
Segundo ano	0,77	0,52	0,77
Terceiro ano	0,66	0,45	0,68

A partir dos dados das tabelas (Tabela 32 e Tabela 33) pode-se inferir que as menores significâncias referem-se às inconsistências apresentadas pelos terceiros anos. As inconsistências mais significativas com relação aos primeiros e segundos anos envolvem a utilização do modelo intuitivo (M2). Portanto, acredita-se que este modelo tem influência na escolha das alternativas das questões pelo estudante.

Além de saber se um grupo e/ou cada indivíduo dele é consistente na utilização dos modelos, é possível descobrir qual é o *vetor estado de modelo* mais frequente para a maioria dos indivíduos. Tal informação pode ser obtida a partir da determinação dos autovalores de cada matriz densidade e dos autovetores associados a cada autovalor.

Segundo Bao e Redish (2006), se um autovalor é dominante ($> 0,65$), então muitos estudantes do grupo têm o *vetor estado de modelo* semelhante – o grupo tem uma população consistente. Quanto mais próximo de 1 (um) estiver o valor do autovalor, maior segurança pode-se ter em afirmar que o autovetor a ele associado representa o *vetor estado de modelo* mais frequente da maioria dos estudantes do grupo. Portanto, o *vetor estado de modelo* mais frequente para a maioria dos estudantes do grupo será o autovetor associado ao maior autovalor obtido.

De acordo com as tabelas a seguir (Tabela 34 e Tabela 35) os autovalores encontrados foram dominantes ($> 0,65$) e, portanto, pode-se afirmar que para cada série o autovetor encontrado representa o *vetor estado de modelo* frequente da maioria dos estudantes. De outra forma, pode-se dizer que um estudante típico de cada série tem provavelmente aquele *vetor estado de modelo* como dominante.

Tabela 34. Autovalores e autovetores para o bloco de questões abordando movimento (2008)

	Primeiro ano	Segundo ano	Terceiro ano
Autovalor dominante	0,85	0,82	0,80
Autovetor associado ao autovalor dominante⁵	$\begin{bmatrix} 0,14 \\ 0,70 \\ 0,14 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,34 \\ 0,50 \\ 0,14 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,75 \\ 0,17 \\ 0,08 \end{bmatrix}$

Tabela 35. Autovalores e autovetores para o bloco de questões abordando movimento (2009)

	Primeiro ano	Segundo ano	Terceiro ano
Autovalor dominante	0,85	0,86	0,78
Autovetor associado ao autovalor dominante	$\begin{bmatrix} 0,20 \\ 0,62 \\ 0,18 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,21 \\ 0,68 \\ 0,11 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,63 \\ 0,31 \\ 0,06 \end{bmatrix}$

Os autovetores mostram que os estudantes de cada série compartilham os três modelos e apresentam diferentes probabilidades de utilização de cada um deles. Os maiores valores apresentados em cada autovetor referem-se aos modelos mais populares, ou seja, com maior probabilidade de serem utilizados por um estudante típico de cada série. Para as duas primeiras séries observa-se que a maior probabilidade refere-se à utilização aos modelos intuitivos.

Deveria ser esperado que de uma série para outra a utilização de modelos intuitivos e alternativos diminuísse enquanto aumentasse a utilização dos modelos científicos. No entanto, isso pode ser percebido em 2008, mas não em 2009. Além disso, em 2009, o *vetor estado de modelo* de um estudante do primeiro ano não é

⁵ Cada termo do autovetor obtido representa a raiz quadrada das probabilidades de utilização de cada modelo pelos estudantes. Assim, para representar a probabilidade cada termo do autovetor foi elevado ao quadrado para ser apresentado nesta tabela.

muito diferente daquele do estudante do segundo ano. Ambos apresentam maior probabilidade de utilização dos modelos intuitivos.

As diferenças na probabilidade de utilização de cada modelo são melhores percebidas comparando-se os *vetores estado de modelo* dos estudantes do primeiro e do terceiro ano.

5.3.1.2 Bloco II: Questões envolvendo os modelos intuitivos de ímpetus e força impressa

O modelo intuitivo relacionado a este bloco de questões considera uma distinção qualitativa entre o estado de repouso e o estado de movimento como sendo a ausência ou a presença do ímpetus. Ao ser colocado em movimento o corpo adquire uma força intrínseca (ímpetus) que o mantém neste estado até que tal força se desgaste ou seja consumida.

As matrizes densidade de cada série são apresentadas a seguir (Tabela 36 e Tabela 7).

Tabela 36. Matriz densidade para o bloco de questões abordando ímpetus e força impressa (2008)

	Primeiro ano	Segundo ano	Terceiro ano
Matriz densidade	$\begin{bmatrix} 0,38 & 0,31 & 0,27 \\ 0,31 & 0,36 & 0,26 \\ 0,27 & 0,26 & 0,25 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,55 & 0,29 & 0,26 \\ 0,29 & 0,25 & 0,18 \\ 0,26 & 0,18 & 0,19 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,73 & 0,18 & 0,20 \\ 0,18 & 0,14 & 0,10 \\ 0,20 & 0,10 & 0,12 \end{bmatrix}$

Tabela 37. Matriz densidade para o bloco de questões abordando ímpetus e força impressa (2009)

	Primeiro ano	Segundo ano	Terceiro ano
Matriz densidade	$\begin{bmatrix} 0,42 & 0,30 & 0,26 \\ 0,30 & 0,34 & 0,24 \\ 0,26 & 0,24 & 0,24 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,48 & 0,34 & 0,28 \\ 0,34 & 0,32 & 0,22 \\ 0,28 & 0,22 & 0,20 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,72 & 0,20 & 0,23 \\ 0,20 & 0,14 & 0,10 \\ 0,23 & 0,10 & 0,14 \end{bmatrix}$

Analisando-se os elementos da diagonal principal de cada matriz, percebe-se que não há consistência na utilização de um único modelo pelos grupos, mas em todos eles o modelo usado mais frequentemente é o modelo científico.

Da primeira para a terceira série a freqüência de utilização dos modelos científicos aumenta enquanto diminui freqüência de utilização dos modelos intuitivos e alternativos.

Os elementos fora da diagonal principal mostram que cada estudante individualmente também não é consistente na utilização dos modelos. Para os estudantes do primeiro e do segundo ano a maior confusão refere-se ao uso dos modelos científicos e intuitivos enquanto o estudante do terceiro ano demonstra maior confusão entre o modelo científico e os modelos alternativos.

Os dados das tabelas a seguir (Tabela 38 e Tabela 39) permitem verificar se a mistura ou grau de confusão entre dois modelos são significativos.

Tabela 38. Significância da inconsistência na utilização dos modelos pelos estudantes com relação a ímpetus e força impressa (2008)

Série	Significância da inconsistência dos modelos (> 50%)		
	M1 e M2 (%)	M1 e M3 (%)	M2 e M3 (%)
Primeiro ano	0,84	0,88	0,87
Segundo ano	0,78	0,80	0,83
Terceiro ano	0,56	0,68	0,77

Tabela 39. Significância da inconsistência na utilização dos modelos pelos estudantes com relação a ímpetus e força impressa (2009)

Série	Significância da inconsistência dos modelos (> 50%)		
	M1 e M2 (%)	M1 e M3 (%)	M2 e M3 (%)
Primeiro ano	0,79	0,82	0,84
Segundo ano	0,87	0,90	0,87
Terceiro ano	0,63	0,72	0,71

Foi encontrada significância na inconsistência de utilização dos modelos em todas as séries referentes às aplicações do questionário em 2008 e 2009. Assim, a inconsistência dos estudantes na utilização dos seus modelos mistos deve ser considerada. Os menores valores de significância foram encontrados no terceiro ano, principalmente no que se refere à inconsistência entre a utilização do modelo científico e do modelo intuitivo.

A significância da inconsistência entre os modelos (M1) e (M2) e os modelos (M1) e (M3) foi semelhante tanto no caso do primeiro ano quanto no segundo ano.

Os autovalores encontrados foram dominantes (> 0,65) e, então, muitos estudantes dos grupos têm *vetor estado de modelo* semelhante e seus autovetores associados ao maior autovalor são os mais frequentes para a maioria deles (Tabela 40 e Tabela 41).

Tabela 40. Autovalores e autovetores para o bloco de questões abordando ímpetus e força impressa (2008)

	Primeiro ano	Segundo ano	Terceiro ano
Autovalor dominante	0,90	0,87	0,85
Autovetor associado ao autovalor dominante	$\begin{bmatrix} 0,39 \\ 0,36 \\ 0,25 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,59 \\ 0,23 \\ 0,18 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,84 \\ 0,08 \\ 0,08 \end{bmatrix}$

Tabela 41. Autovalores e autovetores para o bloco de questões abordando ímpetus e força impressa (2009)

	Primeiro ano	Segundo ano	Terceiro ano
Autovalor dominante	0,88	0,92	0,87
Autovetor associado ao autovalor dominante	$\begin{bmatrix} 0,43 \\ 0,34 \\ 0,23 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,50 \\ 0,31 \\ 0,19 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,81 \\ 0,09 \\ 0,11 \end{bmatrix}$

Os *vetores estado de modelo* mostram que os estudantes utilizam os três modelos, sendo que em todos os casos há maior probabilidade de utilização do modelo científico. No entanto, para o primeiro ano de 2008 nota-se que a probabilidade de utilização desse modelo não é muito maior do que a probabilidade de utilização do modelo intuitivo. De modo geral, a utilização do modelo científico é maior de uma série para outra.

Para o estudante do terceiro ano a frequência de utilização do modelo científico é bem maior quando comparada à utilização dos modelos intuitivos e alternativos.

5.3.1.3 Bloco III: Questões envolvendo o modelo intuitivo de agente dominante

As questões e alternativas de resposta que compõe este bloco relacionam-se à Terceira Lei de Newton. Estudantes que compartilham do modelo intuitivo de agente dominante consideram que em uma situação de interação entre dois corpos, aquele que possuir característica dominante (tamanho, atividade, peso, massa, entre outros) exercerá a maior força.

As matrizes densidade de cada série são apresentadas nas tabelas (Tabela 42 e Tabela 43).

Tabela 42. Matriz densidade para o bloco de questões abordando agente dominante (2008)

	Primeiro ano	Segundo ano	Terceiro ano
Matriz densidade	$\begin{bmatrix} 0,32 & 0,24 & 0,23 \\ 0,24 & 0,40 & 0,31 \\ 0,23 & 0,31 & 0,27 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,43 & 0,29 & 0,22 \\ 0,29 & 0,36 & 0,23 \\ 0,22 & 0,23 & 0,20 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,73 & 0,24 & 0,15 \\ 0,24 & 0,17 & 0,09 \\ 0,15 & 0,09 & 0,10 \end{bmatrix}$

Tabela 43. Matriz densidade para o bloco de questões abordando agente dominante (2009)

	Primeiro ano	Segundo ano	Terceiro ano
Matriz densidade	$\begin{bmatrix} 0,29 & 0,24 & 0,21 \\ 0,24 & 0,44 & 0,31 \\ 0,21 & 0,31 & 0,26 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,41 & 0,28 & 0,28 \\ 0,28 & 0,34 & 0,27 \\ 0,28 & 0,27 & 0,25 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,61 & 0,27 & 0,18 \\ 0,27 & 0,25 & 0,15 \\ 0,18 & 0,15 & 0,14 \end{bmatrix}$

Os elementos da diagonal principal de cada matriz mostram que os estudantes das três séries utilizam modelos científicos, intuitivos e alternativos. Assim, pode-se afirmar que o grupo não é consistente na utilização de um único modelo, apresentando estado de modelo misto. A utilização de modelos intuitivos é mais freqüente nos primeiros anos e a utilização de modelos alternativos é mais freqüente nas duas primeiras séries (~25%).

Os elementos fora da diagonal principal refletem que individualmente os estudantes não são consistentes. Em 2008 nota-se que a inconsistência entre os modelos científicos e intuitivos é a mesma para o primeiro e terceiro anos e praticamente a mesma para o segundo e o terceiro ano de 2009.

Os resultados do cálculo que permite verificar a significância da mistura entre dois modelos são apresentados na Tabela 44 e na Tabela 45.

Tabela 44. Significância da inconsistência na utilização dos modelos pelos estudantes com relação a agente dominante 2008

Série	Significância da inconsistência dos modelos (> 50%)		
	M1 e M2 (%)	M1 e M3 (%)	M2 e M3 (%)
Primeiro ano	0,67	0,78	0,94
Segundo ano	0,74	0,75	0,86
Terceiro ano	0,68	0,56	0,69

Tabela 45. Significância da inconsistência na utilização dos modelos pelos estudantes com relação a agente dominante 2009

Série	Significância da inconsistência dos modelos (> 50%)		
	M1 e M2 (%)	M1 e M3 (%)	M2 e M3 (%)
Primeiro ano	0,67	0,76	0,92
Segundo ano	0,75	0,87	0,93
Terceiro ano	0,69	0,62	0,80

Nos dois anos, a inconsistência entre os modelos (M1) e (M2) foi mais significativa para o segundo ano. Os maiores valores de significância referem-se à mistura dos modelos (M1) e (M3) e envolve as duas primeiras séries de 2008 e a todas as séries de 2009.

Os autovalores encontrados foram dominantes (> 0,65) e, então, muitos estudantes do grupo têm *vetor estado de modelo* semelhante e seu autovetor associado ao maior autovalor é característico da maioria deles (Tabela 46 e Tabela 47).

Tabela 46. Autovalores e autovetores para o bloco de questões abordando agente dominante (2008)

	Primeiro ano	Segundo ano	Terceiro ano
Autovalor dominante	0,86	0,84	0,86
Autovetor associado ao autovalor dominante	$\begin{bmatrix} 0,28 \\ 0,42 \\ 0,30 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,44 \\ 0,37 \\ 0,19 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,83 \\ 0,12 \\ 0,05 \end{bmatrix}$

Tabela 47. Autovalores e autovetores para o bloco de questões abordando agente dominante (2009)

	Primeiro ano	Segundo ano	Terceiro ano
Autovalor dominante	0,85	0,89	0,83
Autovetor associado ao autovalor dominante	$\begin{bmatrix} 0,24 \\ 0,47 \\ 0,29 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,40 \\ 0,33 \\ 0,27 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,68 \\ 0,22 \\ 0,10 \end{bmatrix}$

O *vetor estado de modelo* característico dos estudantes mostra a probabilidade de utilização dos três modelos. A maior probabilidade de utilização do modelo intuitivo refere-se aos estudantes dos primeiros anos. A probabilidade de utilização de modelos alternativos é alta para o primeiro ano de 2008 e para as duas primeiras séries de 2009.

A frequência de utilização dos modelos intuitivos e alternativos diminui de uma série para outra, enquanto aumenta a probabilidade de utilização do modelo científico.

5.3.1.4 Bloco IV: Questões envolvendo o modelo intuitivo de concatenação de influências

O pensamento intuitivo relacionado a este bloco de questões leva em conta que quando um corpo em movimento sofre a ação de uma força o seu movimento passa a ser realizado no sentido e direção desta. Além disso, se duas forças atuam em um corpo, considera-se que a direção e o sentido do seu movimento, a partir de então, serão determinados pela força de maior intensidade.

As matrizes densidade de cada série são apresentadas na Tabela 48 e na Tabela 49.

Tabela 48. Matriz densidade para o bloco de questões abordando concatenação de influências (2008)

	Primeiro ano	Segundo ano	Terceiro ano
Matriz densidade	$\begin{bmatrix} 0,24 & 0,15 & 0,23 \\ 0,15 & 0,35 & 0,26 \\ 0,23 & 0,26 & 0,40 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,35 & 0,15 & 0,26 \\ 0,15 & 0,26 & 0,20 \\ 0,26 & 0,20 & 0,39 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,55 & 0,12 & 0,28 \\ 0,12 & 0,14 & 0,11 \\ 0,28 & 0,11 & 0,30 \end{bmatrix}$

Tabela 49. Matriz densidade para o bloco de questões abordando concatenação de influências (2009)

	Primeiro ano	Segundo ano	Terceiro ano
Matriz densidade	$\begin{bmatrix} 0,26 & 0,17 & 0,25 \\ 0,17 & 0,29 & 0,25 \\ 0,25 & 0,25 & 0,44 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,32 & 0,18 & 0,30 \\ 0,18 & 0,30 & 0,22 \\ 0,30 & 0,22 & 0,38 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,52 & 0,22 & 0,26 \\ 0,22 & 0,23 & 0,15 \\ 0,26 & 0,15 & 0,25 \end{bmatrix}$

Novamente, analisando-se os elementos da diagonal principal, os grupos não são consistentes na utilização dos modelos. As três séries apresentam valores mais elevados para a frequência de utilização dos modelos alternativos. Isso mostra que os grupos compartilham de modelos intuitivos, em sua maioria, diferentes daqueles que estão sendo considerados neste bloco de questões. Portanto, a maioria das alternativas de resposta escolhidas refere-se a outros blocos de questões. Os resultados estatísticos referentes à frequência de escolha de cada questão mostraram que os modelos alternativos relacionam-se, em sua maioria, ao modelo intuitivo de ímpetus e força impressa.

Analisando os elementos fora da diagonal principal, percebe-se que em cada grupo os estudantes não são consistentes individualmente na utilização de seus modelos. Pode-se dizer de outra forma que o estudante não é coerente na utilização do seu conhecimento.

Para as duas primeiras séries nota-se maior inconsistência quando estão envolvidos os modelos alternativos (M3), ou seja, os maiores valores para os elementos fora da diagonal principal são encontrados para os modelos intuitivos e alternativos (M2 e M3) e também para os modelos científicos e alternativos (M1 e M3). Esse resultado corrobora com aquele encontrado na análise dos elementos da diagonal principal.

A Tabela 50 e a Tabela 51 destacam os valores de significância da inconsistência entre dois modelos pelo estudante.

Tabela 50. Significância da inconsistência na utilização dos modelos pelos estudantes com relação à concatenação de influências 2008

Série	Significância da inconsistência dos modelos (> 50%)		
	M1 e M2 (%)	M1 e M3 (%)	M2 e M3 (%)
Primeiro ano	0,52	0,74	0,69
Segundo ano	0,50	0,70	0,63
Terceiro ano	0,43	0,69	0,54

Tabela 51. Significância da inconsistência na utilização dos modelos pelos estudantes com relação à concatenação de influências 2009

Série	Significância da inconsistência dos modelos (> 50%)		
	M1 e M2 (%)	M1 e M3 (%)	M2 e M3 (%)
Primeiro ano	0,62	0,74	0,70
Segundo ano	0,58	0,86	0,65
Terceiro ano	0,64	0,72	0,63

Os dados referentes à aplicação do *FCI* em 2008 mostram que para o primeiro e o segundo ano a inconsistência percebida na utilização do modelo científico em relação ao modelo intuitivo é pouco significativa, não tendo significado para o terceiro ano. Para as três séries, os maiores valores de significância referem-

se à inconsistência notada na utilização do modelo científico em relação aos modelos alternativos.

Diferentemente, para os dados de 2009, percebe-se que todas as inconsistências notadas são significativas. Semelhante aos resultados de 2008, os maiores valores de significância encontrados para todas as séries relacionam-se aos modelos científicos (M1) e alternativos (M3).

Os autovalores obtidos foram todos maiores que 0,65 e, portanto, os autovetores a eles associados são representativos do *vetor estado de modelo* da maioria dos estudantes de cada grupo (Tabela 52 e Tabela 53).

Tabela 52. Autovalores e autovetores para o bloco de questões abordando concatenação de influências 2008

	Primeiro ano	Segundo ano	Terceiro ano
Autovalor dominante	0,77	0,76	0,77
Autovetor associado ao autovalor dominante	$\begin{bmatrix} 0,21 \\ 0,33 \\ 0,46 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,35 \\ 0,20 \\ 0,45 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,65 \\ 0,06 \\ 0,29 \end{bmatrix}$

Tabela 53. Autovalores e autovetores para o bloco de questões abordando concatenação de influências 2009

	Primeiro ano	Segundo ano	Terceiro ano
Autovalor dominante	0,80	0,81	0,80
Autovetor associado ao autovalor dominante	$\begin{bmatrix} 0,24 \\ 0,26 \\ 0,50 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,34 \\ 0,24 \\ 0,43 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,59 \\ 0,18 \\ 0,23 \end{bmatrix}$

Assim como nos resultados anteriores, a probabilidade de utilização dos modelos científicos aumenta de uma série para outra enquanto diminuem as

probabilidades de utilização dos modelos intuitivos e alternativos. No entanto, é notado que para as duas primeiras séries a probabilidade de utilização dos modelos alternativos é maior que 40% e supera a probabilidade de utilização dos outros modelos.

Vale destacar que para os dados de 2009, a probabilidade de utilização dos modelos intuitivos por estudantes das duas primeiras séries não é muito diferente. Porém, os estudantes do segundo ano apresentam maior probabilidade de utilização do modelo científico e menor probabilidade de utilização dos modelos alternativos.

5.3.2 *Discussão dos resultados*

Considerando-se que os estudantes utilizam seus modelos quando apresentados a um problema a ser resolvido, a análise de modelos foi realizada para investigar a probabilidade de utilização destes modelos por estudantes das diferentes séries.

A partir da análise das matrizes densidade foi possível verificar que as três séries do Ensino Médio de 2008 e 2009 apresentam um estado de modelo misto, compartilhando modelos científicos, intuitivos e alternativos. No primeiro ano, à exceção do modelo intuitivo de Ímpetus e Força Impressa, a utilização dos modelos intuitivos é mais frequente que a utilização dos modelos científicos. A maior frequência de utilização de modelos intuitivos observada (> 50%) refere-se às idéias de que para haver movimento é necessária a presença de uma força ou que sempre existe uma força atuando na direção e sentido do movimento de um corpo. Vale destacar também uma frequência de utilização de modelos alternativos maiores que 20% na maioria dos casos, chegando a 40% para o bloco de questões denominado Concatenação de Influências.

Individualmente os estudantes também demonstram estado de modelo misto, ou seja, em que coexistem diferentes modelos. Na maioria dos casos o grau de inconsistência entre os três modelos é o mesmo ou semelhante. Por exemplo, a inconsistência na utilização dos modelos científicos e intuitivos ou alternativos e intuitivos é o mesmo para o bloco de questões denominado Movimento. Como nesse bloco a frequência de utilização dos modelos intuitivos é alta, esses parecem ser os principais geradores de inconsistência quando os estudantes precisam lidar com os diferentes modelos coexistentes. Para os blocos de questões denominados “Ímpetus e Força Impressa” e “Concatenação de Influências” a inconsistência entre modelos científicos e alternativos e os modelos intuitivos e alternativos é praticamente o mesmo, cerca de 25%. Nestes dois casos são os modelos alternativos que parecem exercer influência na escolha de alternativas de resposta pelo estudante.

Os resultados encontrados para os primeiros anos representam como se estrutura o conhecimento dos estudantes que estão sendo iniciados no estudo da Física e no campo conceitual da Mecânica. Segundo diSessa (1998), a compreensão de conceitos, os quais são denominados Classes de Coordenação, requer o desenvolvimento de algumas habilidades. A principal dessas componentes da Classe de Coordenação, é a “estratégia de leitura”, habilidade de lidar com a diversidade de informações apresentadas em diferentes situações para determinar uma informação em particular. Estudantes novatos, iniciantes em um campo conceitual, ainda não têm essa habilidade completamente desenvolvida. Isso os leva a inferências inadequadas e compromete a segunda principal componente da Classe de Coordenação, a “rede causal” ou “rede inferencial”, que é "o conjunto total de inferências que nós podemos usar para ligar informações lidas relacionadas à informação particular em questão" (Levrini e diSessa, 2008).

Com relação ao segundo ano os resultados não são muito diferentes. Para o bloco de questões “Movimento”, por exemplo, nota-se, assim como para o primeiro ano, maior frequência de utilização de modelos intuitivos. Os resultados encontrados para a aplicação do questionário em 2009 mostram que a frequência de utilização de tais modelos é de 60% enquanto para a utilização de modelos científicos é 25%. Em alguns casos, quando comparada ao primeiro ano, a maior frequência de utilização de modelos científicos se deve a uma menor frequência de utilização de modelos alternativos. Nesses casos, a frequência na utilização de modelos intuitivos para as duas séries é quase a mesma. Da mesma forma que no primeiro ano, para o bloco de questões denominado Concatenação de Influências a maior frequência de utilização de modelos refere-se aos modelos alternativos.

Individualmente os estudantes também apresentam estado de modelo misto. Em pelo menos metade dos casos a maior inconsistência refere-se à utilização dos modelos científicos e intuitivos, no entanto a inconsistência envolvendo modelos alternativos não é muito diferente daquela notada para os estudantes do primeiro ano. Para os dados referentes ao bloco de questões Agente Dominante (2009) a inconsistência entre os três pares de modelos é praticamente a mesma ($M_{12} = 28\%$; $M_{13} = 28\%$ e $M_{23} = 27\%$).

Mesmo supondo que os estudantes do segundo ano têm maior experiência de ensino, em alguns casos essa inconsistência na utilização do conhecimento semelhante àquela apresentada pelos estudantes do primeiro ano.

As pessoas geralmente não reconhecem informações relevantes de uma Classe de Coordenação de forma direta. Elas normalmente percebem algumas informações relacionadas e, em seguida, inferem a informação característica dessa. A Classe de Coordenação inclui a habilidade de utilização de duas estratégias, a

integração e a invariância. Aparentemente, o segundo ano parece ser ainda um período de desenvolvimento destas habilidades. Em alguns casos, o conhecimento parece mais inconsistente no segundo ano e percebe-se um aumento na utilização de modelos intuitivos ao invés de modelos científicos, embora haja diminuição da frequência de utilização de modelos alternativos. Resultados como esses são compreensíveis, visto que aprendizagem supõe uma evolução na forma de utilização do conhecimento e que esta não acontece de forma linear. Em alguns momentos os estudantes devem mesmo passar por uma maior inconsistência, retrocederem ou estagnarem, inclusive a partir de uma maior experiência de ensino.

A evolução no conhecimento, como considerada neste trabalho, supõe não a substituição total dos modelos intuitivos e alternativos por modelos científicos, mas mudanças na frequência de utilização de tais modelos. Neste sentido, não surpreende que as matrizes densidade do terceiro ano indiquem a existência e utilização dos três modelos pelos estudantes. No entanto, a maior frequência, em todos os casos, refere-se à utilização dos modelos científicos. Para os blocos Ímpetus e Força Impressa (2008 e 2009) e Agente Dominante (2009) esta é superior a 70%, sendo maior que 50% para os demais blocos de questões.

Individualmente o estudante do terceiro ano demonstra maior inconsistência na utilização dos modelos M1 e M2 para os blocos Movimento e Agente Dominante, M1 e M3 para os blocos Ímpetus e Força Impressa e Concatenação de Influências. O fato de apresentarem menor inconsistência na utilização dos modelos M2 e M3 parece um indicativo de mudança na forma de utilização do seu conhecimento quando comparado com os resultados obtidos para as duas primeiras séries.

Entende-se que enquanto a habilidade de leitura não é desenvolvida, os estudantes realizarão inferências inadequadas e não demonstrarão invariância na

utilização do seu conhecimento através de diferentes contextos e situações. Porém, espera-se que de uma série para outra estas habilidades sejam aos poucos desenvolvidas. A evolução na utilização dos conhecimentos pelos estudantes é mais bem representada pelos *vetores estado de modelo* para os estudantes de cada série. Quando comparados, à exceção do bloco Movimento (2009), nota-se diminuição na probabilidade de utilização dos modelos intuitivos e alternativos e aumento na probabilidade de utilização dos modelos científicos à medida que mudamos de série. Para os blocos Ímpetus e Força Impressa (2008 e 2009) e Agente Dominante (2008), por exemplo, a probabilidade de utilização de modelos científicos pelo estudante do terceiro ano é maior que 80%. Em todos os casos o autovalor dominante foi maior que 0,75; o que fornece boa segurança para afirmar que os *vetores estado de modelo* encontrados representam o *vetor estado de modelo* mais provável de um estudante típico de cada série.

6. DISCUSSÃO GERAL DOS RESULTADOS

O primeiro resultado deste trabalho foi a obtenção de uma versão do Force Concept Inventory (FCI) traduzida e validada que poderá ser utilizada no contexto do Ensino Médio. Sua utilização na coleta de dados se mostrou adequada, uma vez que foram comprovadas a sua confiabilidade e validade. Portanto, pode-se garantir a reprodutibilidade dos resultados e assegurar que a versão traduzida mediu o que se propôs a medir.

Constatou-se, a partir das análises estatísticas clássicas, que à medida que se avança em cada uma das séries a média obtida pelos estudantes no FCI aumenta e que, em cada série, o escore médio obtido pelos estudantes do sexo masculino é maior do que aquele obtido pelos estudantes do sexo feminino. O primeiro resultado mostra que o conhecimento apresentado inicialmente pelos estudantes evolui a partir de experiências de ensino. Com relação ao segundo resultado, geralmente estudos que levam em conta as diferenças de gênero mostram que estudantes do sexo masculino apresentam melhor desempenho em áreas como a Matemática ou a Física.

A utilização da Análise de Concentração trouxe outros resultados além daqueles obtidos através da análise estatística clássica. Diferentemente do cálculo do escore médio obtido em cada questão, o par ordenado *escore-fator de concentração* permitiu investigar, em cada questão, as alternativas de resposta nas quais havia concentração ou não das escolhas feitas pelos estudantes. A partir disso, foi possível determinar o número de modelos compartilhados pelos grupos e se eles eram modelos intuitivos, científicos ou a mistura deles.

De modo geral, foi percebido que pouco mais da metade das questões respondidas pelos estudantes do primeiro ano apresentaram baixo escore e baixa concentração. Tal resultado mostrou que foi comum que estudantes dessa série tivessem vários modelos em sua maioria intuitivos e nenhum deles dominante. No segundo ano, percebeu-se que em algumas questões os estudantes passaram a compartilhar de dois modelos mais populares, entre eles o modelo científico. No entanto, a maior diferença entre as séries foi notada quando se comparou os dados do primeiro ano com os dados do terceiro ano. Nessa série, para algumas questões, os estudantes compartilhavam de um modelo intuitivo e do modelo científico e, para outras, apresentavam como modelo dominante o modelo científico. Os resultados obtidos a partir da análise de concentração não apenas confirmaram a utilização de modelos intuitivos pelos estudantes das três séries como também revelou quais modelos são comumente compartilhados pelos estudantes.

Por fim, a análise de concentração permitiu avaliar a correspondência entre os modelos compartilhados pelos estudantes e as alternativas de respostas do teste. Não foi possível inferir se as questões categorizadas com baixo escore e baixa concentração (BB) indicam pouca correspondência entre os modelos compartilhados pelos estudantes e as alternativas de respostas ou se significam que aqueles estudantes não apresentavam, naquele momento, um modelo formado a respeito da situação apresentada pela questão. As análises preliminares, referentes à aplicação das questões a noventa estudantes que justificaram a escolha por cada alternativa de resposta, mostraram que o conhecimento deles é fragmentado e, na maioria das vezes, inconsistente. A partir disso, acredita-se que questões com baixo escore e baixa concentração podem indicar a falta de um modelo dominante para esses estudantes.

As matrizes densidade geradas para as três séries mostraram que os grupos apresentam estado de modelo misto, utilizando vários modelos (científicos, intuitivos e alternativos) para resolverem as questões. Foi notada a diminuição na utilização de modelos intuitivos e alternativos da primeira para a terceira série, embora, no segundo ano muitas vezes os estudantes não tenham apresentado evolução com relação ao primeiro ano. Em alguns casos, percebeu-se maior inconsistência na utilização de modelos pelos estudantes dessa série. Supostamente, a experiência de ensino vivenciada no primeiro ano desestrutura o conhecimento inicial dos estudantes enquanto que a experiência vivenciada no segundo ano deverá contribuir para sua reestruturação. Diante disso, as diferenças são melhor percebidas quando comparamos os resultados dos primeiros anos com os dos terceiros anos.

A partir do *vetor estado de modelo* foi possível determinar o estado de modelo mais frequente da maioria dos estudantes de cada uma das séries. Embora um estudante típico de cada uma delas utilizou os três modelos, o estudante do terceiro ano utilizou com maior freqüência os modelos científicos e com menor freqüência os modelos intuitivos ou alternativos. Em alguns casos o *vetor estado de modelo* de um estudante do segundo ano foi semelhante ao do primeiro ano quanto à utilização de modelos intuitivos. Esse resultado pode ser mais um indicativo de que do primeiro para o segundo ano há um aumento na inconsistência de utilização dos modelos pelos estudantes. Quando chegam ao terceiro ano, a inconsistência diminui e os estudantes passam a utilizar mais frequentemente os modelos científicos.

Enfim, a análise dos resultados a partir das matrizes densidade, permitiu a comparação do estado de modelo e da utilização destes entre diferentes séries e entre estudantes do mesmo grupo. O *vetor estado de modelo* mais frequente dos estudantes possibilitou identificar a probabilidade de utilização de cada modelo por

um estudante típico de cada série e comparar como o estado de modelo de estudantes de cada série se diferenciava.

Vale destacar a importância de se ter analisado os dados referentes tanto à aplicação do FCI em 2008 quanto em 2009. Todas as análises realizadas com esses dados tiveram resultados semelhantes. Isso é um indicativo de que a estruturação e a forma de utilização do conhecimento pelos estudantes nesta etapa de escolarização são semelhantes. Portanto, a reprodução dos resultados indica que as conclusões da análise dos dados não é um efeito de um grupo em particular mas sim um efeito mais geral dos alunos, que apresentam as mesmas características dos alunos pesquisados.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Estudos a propósito dos conhecimentos dos estudantes a partir da aplicação de questionários com questões de múltipla-escolha têm sido realizados de maneira quantitativa, baseando-se nos escores obtidos pelos estudantes. A partir disso, são realizadas inferências quanto à aquisição de conhecimento. Tais estudos não consideram, ou não são capazes de acessar etapas intermediárias da aprendizagem nas quais, provavelmente, ocorrem inconsistências no uso do conhecimento pelos estudantes. O estudo dessa inconsistência supõe um acompanhamento da evolução das idéias apresentadas pelos estudantes ao longo do tempo e em diferentes contextos. Uma investigação neste sentido tem sido realizada, geralmente, a partir de estudos qualitativos e com pequenos grupos. Porém, esse tipo de estudo é limitado quando se pretende realizar uma investigação com um grande grupo de indivíduos, por exemplo, com várias turmas de estudantes. Nesse sentido, este trabalho teve como objetivo investigar a consistência no uso de modelos mentais relativos a conceitos fundamentais de Mecânica nos estudantes do Ensino Médio, a partir da utilização de uma metodologia de análise quantitativa que permitiu investigar a inconsistência dos conhecimentos para um grande grupo de estudantes sem a utilização de uma análise qualitativa que seria impraticável nessa situação.

Pode-se considerar que houve uma evolução na utilização dos modelos por estudantes de séries subseqüentes e, de acordo com o que sugere diSessa *et. al.* (2004), o conhecimento inicial da maioria dos estudantes é fragmentado e pouco consistente. Em alguns casos, tanto a utilização de um modelo intuitivo quanto do modelo científico é consistente, ou seja, constante ou persistente independentemente do contexto. Em outros casos são inconsistentes. Nessa fase da

escolaridade, principalmente nas primeiras séries, a maioria dos estudantes parece não ter ainda desenvolvido a habilidade de lidar com várias informações e extrair, sem contradição, a informação relevante. Eles não desenvolveram uma verdadeira classe de coordenação onde os mesmo conceitos são observados independentemente da situação apresentada (diSessa, 1993; diSessa *et. al.*,2004; Levrini e diSessa, 2008). Essa dificuldade parece ter contribuído para que seu conhecimento em alguns casos não fosse invariante, sofrendo influência do contexto no qual o problema se apresentava. De acordo com a teoria de Classe de Coordenação os conceitos são resultado de um conjunto de peças de conhecimento e estratégias que devem ser coordenados entre si de forma coerente em diferentes contextos. Aprender um conceito significa ter habilidade para recrutar e coordenar um grande número de elementos de várias maneiras e várias situações. Nessa perspectiva, os resultados encontrados mostraram que os estudantes encontram-se em fase de construção do seu conhecimento dentro de um campo conceitual que lhes é novo. A partir de experiências de ensino o uso de modelos intuitivos tende a ser tornar menos consistente e os estudantes passam a utilizar forma mais consistente modelos científicos aos quais foram apresentados. O fato de não demonstrarem aquisição do modelo científico ao final de um período de aprendizagem, não significa que não estejam evoluindo a forma de utilização dos seus modelos iniciais.

Segundo diSessa (1993), um conceito é um conglomerado de numerosos elementos, um sistema complexo de peças de conhecimento, através das quais o indivíduo determina uma classe de informações em diferentes contextos. Dessa forma, segundo o autor, a aquisição ou a compreensão de um conceito implica a habilidade de reconhecer, em meio a várias informações, aquelas que são

relevantes (leitura), a partir disso, estabelecer uma série de relações que levem a inferências adequadas (rede causal) e, ainda, ser capaz de estender tudo isso a diferentes situações, a diferentes contextos sem que isso leve a contradições (invariância). Acredita-se que a aprendizagem da Física suponha não a substituição dos modelos intuitivos ou alternativos pelos modelos científicos, mas uma evolução a partir de mudanças na forma de utilização dos modelos mentais. De acordo com Moreira (1996), a complexidade da organização cognitiva interna do indivíduo, baseada em conceitos, depende muito mais das relações que esses conceitos estabelecem entre si, do que do número de conceitos presentes. É esperado que ao iniciarem o estudo da Física, os estudantes demonstrem maior inconsistência na utilização do seu conhecimento em geral e, posteriormente, maior consistência quanto à utilização dos modelos científicos.

As considerações de diSessa *et. al.* (2004) e Levrini e diSessa (2008), a respeito da estruturação do conhecimento dos estudantes e sua utilização em situações de resolução problemas, foram observadas mais claramente na análise das justificativas de respostas dadas pelos noventa estudantes no processo de validação do questionário. Percebeu-se que o conhecimento inicial demonstrado pelos estudantes era fragmentado. Ao responderem às questões e justificarem sua resposta, utilizavam, frequentemente, conhecimentos que eram incoerentes com o problema. A principal dificuldade apresentada referiu-se às estratégias de leitura utilizadas. Os estudantes demonstram pouca habilidade em lidar com várias informações e extrair uma informação em particular. Além disso, focaram-se nas informações mais superficiais e menos relevantes. Esses dois fatos foram comuns entre os estudantes e os conduziu ao estabelecimento de inferências inadequadas e a escolherem a alternativa considerada errada. Possivelmente, tais resultados

podem ser generalizados para os estudantes aos quais foi aplicado o questionário e analisadas apenas as escolhas pelas alternativas, sem que houvesse oportunidade de justificarem tais escolhas.

7.1 Implicações para o ensino

Um dos resultados da pesquisa foi a constatação de estados de modelo mistos para estudantes de todas as séries. Portanto, na sala de aula temos diferentes modelos coexistindo na estrutura cognitiva dos estudantes, cada um deles com maior ou menor probabilidade de ser utilizado. A utilização de cada modelo dependerá do contexto que lhe é apresentado e de sua experiência de ensino.

Do ponto de vista educacional tal resultado mostra como o processo de mudança conceitual é demorado e não significa o abandono dos modelos intuitivos ou alternativos. A aprendizagem deve supor uma evolução no conhecimento de forma que, diferentemente da mudança conceitual considerada como substituição de modelos, com o passar do tempo, os estudantes passem a utilizar com menos frequência seus modelos intuitivos ou alternativos e mais frequentemente os modelos científicos. Diante disso, caberia ao professor planejar e promover situações de ensino que suponham a utilização constante dos modelos pelos estudantes e que coloquem em prova seus modelos intuitivos ou alternativos.

Outra implicação com relação ao ensino foi a constatação de que a etapa de escolarização referente ao segundo ano parece ser a de maior inconsistência na utilização do conhecimento. Em alguns casos parece haver inicialmente um retrocesso levando a inconsistências maiores que aquelas notadas no primeiro ano quando, supostamente, o conhecimento – mesmo que intuitivo – é consistente. Isso parece indicar que a aprendizagem não é um processo linear, mas marcado por idas

e vindas que depois de certo tempo levarão os estudantes a uma reestruturação do seu conhecimento. Portanto, ao chegarem a um curso de Física os modelos mentais intuitivos ou alternativos devem ser bastante consistentes porque permitem explicar boa parte dos fenômenos do mundo real. No entanto, no primeiro ano, quando o estudante começa a lidar com a Física, tais modelos falham. Diante disso, do primeiro para o segundo ano, a experiência de ensino parece contribuir para uma desestruturação desse conhecimento inicial, levando, na maioria dos casos, a uma maior inconsistência na utilização do conhecimento – intuito ou não. Essa inconsistência é o indicativo da coexistência de modelos mentais intuitivos, alternativos, científicos e, até mesmo, primitivos. Tal resultado está de acordo com o que é discutido, por exemplo, por Driver *et. al.* (1994) e Mortimer (1995, 2000) a respeito existência de “esquemas conceituais plurais” vinculados a contextos específicos. Quando chegam ao final do terceiro ano os estudantes demonstram um conhecimento mais estruturado e consistente na forma de utilização de modelos científicos. Esse resultado supõe maior atenção por parte dos professores do segundo ano no que refere ao planejamento e à avaliação.

Por fim, outro resultado a ser destacado refere-se às contribuições da utilização da Análise de Modelos. As análises tradicionais dos resultados da aplicação de questionários só nos permitiriam o estudo do conhecimento compartilhado por cada grupo de estudantes através da análise do escore médio. A partir dos resultados obtidos em pré-testes e pós-teses, forneceram informações apenas do estado de conhecimento inicial e final dos grupos. No entanto, a Análise de Modelos nos permitiu estabelecer uma representação quantitativa da consistência na utilização do conhecimento pelos estudantes que pôde, posteriormente, ser discutida qualitativamente através da teoria da Classe de

Coordenação (diSessa, 1988, 1993). Através desta metodologia de análise foi possível investigar tanto a consistência do conhecimento do grupo como um todo quanto de cada indivíduo. Em se tratando do contexto de sala de aula o *vetor estado de modelo* de cada estudante pôde ser determinado e análises periódicas poderão informar a respeito de evoluções no seu conhecimento. A partir disso, poderemos orientar o planejamento de atividades e intervenções de ensino e avaliar os resultados destas.

7.2 Limitações

A principal limitação para a realização do trabalho refere-se ao instrumento de pesquisa. O FCI não é um teste desenhado para a avaliação e análise de modelos e sim para avaliação de desempenho a partir do escore total obtido pelos estudantes. Por isso, como mostrado na análise fatorial, não é um teste unidimensional, ou seja, não foi desenhado de forma que todas as questões contribuam para medir um único fator. No entanto, é possível verificar que existe um conhecimento geral subjacente a todas as questões que é o conhecimento básico de Mecânica. Nesse sentido, o teste pode ser dividido em sub-testes que abordavam conceitos em comum.

Planinic, M.; Ivanjek, L.; Susac, A. (2010), utilizaram modelos Rash para analisar se o escore obtido por dois diferentes grupos de estudantes dependia da estrutura do teste e da distribuição dos itens segundo sua dificuldade. Um grupo era composto por estudantes envolvidos em um curso introdutório de física Newtoniana e outro grupo formado por estudantes que não participavam de nenhum curso introdutório de física. Os resultados mostraram que o teste funcionou diferentemente para as duas populações. O item de dificuldade não permaneceu o mesmo para os dois grupos, o que, segundo os autores, indica uma mudança no construto. Embora,

fosse importante que o construto permanecesse o mesmo, os autores não invalidam o teste e afirmam que é comum que este mude entre duas ocasiões de aplicação do teste, principalmente quando há alguma intervenção educacional ou instrução. Além disso, argumentam que mudança no construto pode ser informativa da eficiência da instrução nas diferentes áreas medidas pelo teste e da qualidade dos itens, alguns mal elaborados ou enviesados. O FCI não cobriu completamente as habilidades de ambos os grupos. Os autores sugerem mudanças na ordem em que os itens são apresentados, a inserção de novos itens ou a divisão do teste em dois.

Outros pesquisadores têm utilizado o FCI na análise de consistência, coerência conceitual e coerência de contexto. Stewart *et al.* (2007) investigaram se as questões do questionário são sensíveis ao contexto e se o baixo desempenho dos estudantes pode ser devido ao efeito do contexto. Nieminen (2010) avaliou a habilidade dos estudantes em utilizar diferentes representações consistentemente.

O FCI é um instrumento que tem contribuído para o desenvolvimento de pesquisas na área de ensino de Física e, desde que foi publicado, tem sido usado em pesquisas desenvolvidas no mundo todo. A partir dos resultados obtidos precisamos trabalhar no teste para ajustá-lo melhor ao que pretendemos investigar. Nesse sentido são apresentadas perspectivas para trabalhos futuros.

7.3 Perspectivas

Acreditamos que os dados obtidos a partir do par ordenado *escore-fator de concentração* servirão como um meio diagnóstico e, uma vez que informam quais são os modelos inicialmente compartilhados pelos grupos de estudantes, poderão orientar o planejamento. Particularmente no colégio onde os dados foram coletados,

é comum o desenvolvimento de pesquisas e a utilização dos resultados como fonte de discussão entre os professores.

Como já temos o instrumento validado e as planilhas e aplicativos elaborados para trabalhar com dados coletados, serão possíveis a realização de análises periódicas. A partir da utilização de pequenos questionários, será possível investigar, por exemplo, o estado de modelo dos estudantes no início do ano letivo e como a instrução ou a realização intervenções contribuem para a evolução na utilização do conhecimento inicial dos estudantes. Questões abordando determinado conceito em diferentes contextos poderão, por exemplo, informar a respeito da invariância do seu conhecimento, habilidade essencial para o domínio de uma classe de coordenação (diSessa, 1998).

A limitação quanto à existência de um instrumento de coleta de dados desenhado para este tipo de análise trouxe à tona a necessidade de elaboração de uma versão alternativa do FCI, que apresente um número de questões mais reduzido, provavelmente, aquelas com melhores resultados. Além disso, pode-se pensar na elaboração de um novo teste de Mecânica ou testes abordando outros conteúdos da Física.

Espera-se que este trabalho não seja um fim em si mesmo, mas o início de novas discussões e de propostas de novas metodologias de avaliação que possam ser utilizadas, sobretudo, no contexto escolar.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AFONSO, A. J.. Avaliação Educacional: Regulação e Emancipação: Para Uma Sociologia das Políticas Avaliativas Contemporâneas São Paulo: Cortez, 2000. 151 p.

BAO L.; REDISH, E. F. Model analysis: Representing and assessing the dynamics of student learning, **Physical Review Special Topics – Physics Education research**. v. 2, 2006.

BAO, L. Dynamics of student modeling: the theory, algorithms and application to Quantum Mechanics. Dissertation University of Maryland, 1999

BAO, L.; HOGG, K.; ZOLLMAN, D. Model analysis of fine structures of student models: An example with Newton's third law. **American Journal of Physics**. v. 70, n. 7, p. 766-778, 2002.

BAO, L.; REDISH, E. Model analysis: Assessing the Dynamics of Student Learning, s.n.t. Disponível em: <http://www.physics.ohio-state.edu/~lbao/publications.htm> Acesso: Abril de 2007.

BEICHNER, R. Testing student interpretation of kinematics graphs. **American Journal of Physics**. v. 62, p. 750-762, 1994.

BOLDRINI, J. L. Algebra linear. 3. ed. ampl. e rev. São Paulo: 1984. 411p.

BORGES, A. T. **Mental Models of Electromagnetism**. Inglaterra: Universidade de Reading. (Tese de Doutorado). 1996

BROWN, D. E.; CLEMENT, J. Misconceptions concerning Newton's Law of Action and Reaction: The underestimated importance of the Third Law. In Novak, J. Proceedings of the Second International Seminar on Misconceptions and Educational Strategies in Science and Mathematics. v. 3, p. 38-55. Ithaca, Cornell University. (1987).

CARAMAZZA, A.; MCCLOSKEY, M.; GREEN, B. Naive Beliefs in 'Sophisticated' Subjects: Misconceptions about Trajectories of Objects. **Cognition**, n. 9, n. 2, p. 117-123, 1981.

CHAMPAGNE, A. B.; KLOPFER, L. E.; ANDERSON, D. H. Factors influencing the learning of classical mechanics. *American Journal of Physics*. v. 48, n. 12, p. 1074-1079, 1980.

CHI, M. T. H.; FELTOVICH, P. J.; GLASER, R. Categorization and representation of physics problems by experts and novices. **Cognitive Science**. n. 5, p. 121–152, 1981.

CHINN, C. A.; BREWER, W. F. The role of anomalous data in knowledge acquisition: A theoretical framework and implications for science instruction. *Review of Educational Research Spring*. v. 63, n. 1 p. 1-49, 1993.

CLEMENT, J. A conceptual model discussed by Galileo used intuitively by Physics. In: GENTNER, D.; STEVENS, A. L.: **Mental Models**. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associations. p. 325-340, 1983.

CLEMENT, J. J., Students' preconceptions in introductory mechanics. **American Journal of Physics**, v. 50, n. 1, p. 66-71, 1982.

CLOUG, E. E., DRIVER, R. A. Study of consistency in the use of students' conceptual frameworks across different task contexts. **Science Education**. v. 70, n. 4, p. 473-496, 1986.

COHEN, L., MANION, L., MORRISON, K. **Research Methods in Education**. 4 ed. Londres: Routledge, 2000. 656p.

COLETTA, V. P; PHILLIPS, J. A. Interpreting force concept inventory scores: Normalized gain and SAT scores. **Physical Review Special Topics - Physics Education Research**. v. 3, n. 010106, p. 1-5, 2007.

DANCEY, C. P.; REIDY, J. *Estatística sem Matemática para Psicologia usando SPSS para Windows*. 3 ed. Porto Alegre: Artmed. 2006. 608p.

DING, L.; CHABAY, R.; SHERWOOD, B.; BEICHNER, R. Evaluating an electricity and magnetism assessment tool: Brief electricity and magnetism assessment. **Physical Review Special Topics - Physics Education Research**. v. 2, 2006.

DING, L.; BEICHNER, R. Approaches to data analysis of multiple-choice questions. **Physical Review Special Topics - Physics Education Research**. v. 5, p. 020103, 2009.

diSESSA, A. A. Artificial worlds and real experience. In. Lawler, R.; Yazdani, M. **Artificial Intelligence and Education, Volume One: Learning Environments & Tutoring Systems**. Nova York: Ablex Publishing Corporation. p. 55-77. 1987

diSESSA, A. A. Towards an epistemology of physics. **Cognition and Instruction**. v. 10, p. 165-255, 1993.

diSESSA, A. A.; GILLESPIE, N.; ESTERLY, J. Coherence vs. Fragmentation in the development of the concept of force. **Cognitive Science**. v. 28, p. 843 – 900, 2004.

diSESSA, A. A., GILLESPIE, N.; ESTERLY, J. Coherence vs. Fragmentation in the development of the concept of force. **Cognitive Science**. v. 28, p. 843 – 900, 2004.

diSESSA, A. A.; SHERIN, B. L. What changes in conceptual change? **International Journal of Science Education**. ,v. 20, n. 10, p. 1155–1191, 1998.

diSESSA, A. Knowledge in pieces. In. FORMAN, G.; PUFALL, P. B. **Constructivism in the computer age**. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates. p. 49-70, 1988.

DRIVER, R.; EASLEY, J. Pupils and paradigms: A review of literature related to concept development in adolescent science students. **Studies in Science Education**. v. 5, p. 61-84, 1978.

DRIVER, R.; GUESNE, E.; TIBERGHIE, A. Ideas Científicas en la Infancia y la Adolescencia, Madrid: Morata/MEC, 1992, 310p.

DRIVER, R.; ASOKO, H.; LEACH, J.; MORTIMER, E. F.; SCOTT, P. Constructing Scientific Knowledge in the Classroom. **Educational Researcher**. v. 23, n. 7, p. 5-12, 1994.

GOBERT, J. D.; BUCKLEY, B. C. Introduction to model-based teaching and learning in science education. **International Journal of Science Education**. v. 22, n. 9, p. 891-894, 2000.

GREEN, B. F.; MCGLOSKEY, M.; CARAMAZZA, A. The relation of knowledge to problem solving, with examples from kinematics. In. SHIPMAN, S. F.; SEAGAL, J. W.; GLASER, R. Thinking and learning skills: Research and open questions. v. 2. New Jersey: Lawrence Erlbaum, 1985. p. 127-140.

GUNSTONE, R. F.; WHITE, R. T. Understanding gravity. **Science Education**. v. 65, p. 291-299, 1981.

GUNSTONE, R.; WATTS, M. Fuerza y movimiento. In: DRIVER, R.; GUESNE, E. ; TIBERGHEN, A. Ideas Científicas en la Infancia y la Adolescencia, Madrid: Morata/MEC, 1992, Capítulo 5. p. 137-165.

HADJI, C. **Avaliação desmistificada**. Porto Alegre: Artmed, 2001. 136p.

HALLOUN I. HESTENES D., Common-sense concepts about motion. **American Journal of Physics**. v. 53, p. 1056- 1985b.

HALLOUN, I. A.; HESTENES, D. The initial knowledge state of college physics students. **American Journal of Physics**. v. 53, p. 1043, 1985a.

HALLOUN, I. Schematic modeling for meaningful learning of physics. **Journal of Research in Science Teaching**. v. 33, n. 9, p. 1019-1041, 1996.

HALLOUN, I; HESTENES, D. The Search for Conceptual Coherence in *FCI* Data. Modeling Instruction. Workshop website at Arizona State University. <http://modeling.asu.edu/R&E/CoherFCI.pdf>. Acesso em: 14 out. 2008.

HENDERSON, C. Common concerns about the force concept inventory. **The Physics Teacher**. v. 40, p. 542-547, 2002.

HESTENES, D. Modeling is the Name of the Game conceptual models and modeling in science education. A presentation at the NSF Modeling Conference (Feb. 1993)

HESTENES, D. Notes on Modeling Theory. In. Proceedings of the 2006 GIREP Conference: Modeling in Physics and Physics Education.

HESTENES, D.; HALLOUN, I. Interpreting the Force Concept Inventory. **The Physics Teacher**. v. 33, n. 502, p. 504-506, 1995.

HESTENES, D.; WELLS, M.; SWACKHAMER, G. Force Concept Inventory. **Physics Teaching**. v. 30, p. 141–158, 1992.

HEWSON, P. W. A Conceptual Change Approach to Learning Science. **International Journal of Science Education**. v. 3 n. 4, p. 383–396, 1981.

HOFFMANN, J. M. L. Contos e contrapontos: do pensar ao agir em avaliação. Porto Alegre: Mediação, 1998.140p

HUFFMAN, D.; HELLER, P. What Does the Force Concept Inventory Actually Measure? **American Journal of Physics**. v. 33, p. 138-143, 1995.

ITZA-ORTIZ, S.; REBELLO, S.; ZOLLMAN, D. Students' models of Newton's second law in mechanics and electromagnetism. **European Journal of Physics**. v. 25, p. 81-89, 2004.

JOHNSON-LAIRD, P. *Mental Models*. Cambridge: Cambridge University Press. 513p. (1983)

KAUTZ, C. H.; HERON, P. R. L.; LOVERUDE, M. E.; McDERMOTT, L. C. Student understanding of the ideal gas law, Part I: A macroscopic perspective. *American Journal of Physics*. v. 73, n. 11, p. 1055-1063, 2005.

KAUTZ, C. H.; HERON, P. R. L.; SHAFFER, P. S.; MCDERMOTT, L. C. Student understanding of the ideal gas law, Part II: A microscopic perspective. *American Journal of Physics*. n. 73, n. 11, p. 1064-1071, 2005.

LEVRINI, O.; diSESSA, A. A. How students learn from multiple contexts and definitions: proper time as a coordination class. **Physical Review Special Topics (Physics Education Research)**. v. 4, n. 1, p. 010107, 2008.

LICHT, P.; THIJS, G. D. Method to trace coherence and persistence of preconceptions. **Internacional Journal of Science Education**. v. 12, n. 4, p. 403-416, 1990.

LUCKESI, C. C. *Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e proposições*. 8 ed. São Paulo: Cortez, 1998. 184p

MALONEY, D. P. Rule-governed approaches to physics: Newton's third law. **Physics Education**. v. 19, p. 37-42, 1984.

MALONEY, D. P.; SIEGLER, R. S. Conceptual competition in physics learning. *International Journal of Science Education*. v.15, n. 3, p. 283-295, 1993.

MALONEY, D. P.; SIEGLER, R. S. Conceptual competition in physics learning. **International Journal of Science Education**. v.15, n. 3, p. 283-295, 1993.

McCLOSKEY, M. Naive theories of motion. In: GENTNER, D; STEVENS, A. **Mental models: towards a cognitive science of language, inference, and consciousness**. Cambridge: Cambridge University Press, 1983. pp 299-332

McDERMOTT, L. C. Research on conceptual understanding in mechanics. **Physics Today**. v. 37, n. 7, p. 24-34, 1984.

McDERMOTT, L. Guest Comment: How we teach and how students learn – A mismatch? **American Journal of Physics**. v.61, n. 4, p. 295-298, 1993.

MÉNDEZ, J. M. A. **Avaliar para conhecer examinar para excluir**. Coleção Inovação Pedagógica. v. 2. Porto Alegre: Artmed, 2002. 136 p.

MINSTRELL, J. Explaining the "at rest" condition of an object. **The Physics Teacher**. v. 20, p. 10-14, 1982.

MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências**. v. 7, n. 1, p. 7-29, 2002.

MOREIRA, M. A. A teoria dos modelos mentais de Johnson-Laird. In: Teorias de aprendizagem. São Paulo: EPU, 1999, 195 p.

MOREIRA, M. A. Modelos Mentais. **Investigações em Ensino de Ciências**. v. 1, n. 3, p. 193-232, 1996.

MOREIRA, M. A. Teorias de aprendizagem. São Paulo: Editora Pedagógica Universitária, 1999. 195 p.

MOREIRA, M. A. Modelos mentais. **Investigações em Ensino de Ciências**. v. 1, n. 3, p. 193-232, 1996.

MORTIMER, E. F. .Conceptual change or conceptual profile change? **Science Education**. v.4, n. 3, p. 265-287, 1995.

MORTIMER, E. F.. Linguagem e formação de conceitos no ensino de Ciências. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2000. 383p.

NIELSEN, M. A.; CHUANG, I. L. Computação quântica e informação quântica. Porto Alegre: Bookman, 2005. 736 p.

NIEMINEN, P. SAVINAINEN, A.; VIIRI, J. Force Concept Inventory-based multiple-choice test for investigating students' representational consistency. **Physical Review Special Topics - Physics Education Research**. v. 6, n. 020109, p. 1-12, 2010.

NORMAN, D. A. Some Observations on mental models. In: GENTNER, D; STEVENS, A. **Mental models**: towards a cognitive science of language, inference, and consciousness. Cambridge: Cambridge University Press, 1983, p 7-14.

Perrenoud, P. Avaliação: Da excelência à regulação das aprendizagens - entre duas lógicas. Porto Alegre: 1999. 184 p.

PLANINIC, M.; IVANJEK, L.; SUSAC, A. Rasch model based analysis of the Force Concept Inventory. **Physical Review Special Topics - Physics Education Research**. v. 6, n. 010103, p. 1-11, 2010.

POSNER, G. J.; STRIKE, K. A. Conceptual change and science teaching. **European Journal of Science Education**. v. 4, n. 3, p. 231-240, 1982.

POSNER, G. J.; STRIKE, K. A.; HEWSON, P. W.; GERTZOG, W. A. Accommodation of a scientific conception: Toward a theory of conceptual change. **Science Education**. v. 66, n. 2, p. 221-227, 1982.

REBELLO, N. S.; ZOLLMAN, D. A. The effect of distracters on student performance on the force concept inventory. **American Journal of Physics**. v. 72, n. 1, p. 116, 2004.

SABELLA, M. REDISH, E. F. Knowledge activation and organization in physics problem-solving. www.physics.umd.edu/perg/papers/sabella/S&R.pdf. Acesso em 13/05/2010

SABELLA, M. S. Using the context of physics problem solving to evaluate the coherence of student knowledge. Dissertation University of Maryland. 1999.

SAKURAI, J. J. Modern quantum mechanics. Reading: Addison Wesley. 1994. 500 p.

SANMARTÍ, N. Avaliar para Aprender. Porto Alegre: Artmed. 2009. 136 p.

SAVINAINEN, A. ;SCOTT, P. The force concept inventory: a tool for monitoring student learning. **Physics Education**. v. 37, n. 1, p. 45-52, 2002.

SAVINAINEN, A.; SCOTT, P. Using the force concept inventory to monitor student learning and to plan teaching. **Physics Education**, v. 37, n. 1, p. 53-58, 2002.

SAVINAINEN, A.; VIIRI, J. The force concept inventory as a measure of students' conceptual coherence. **International Journal of Science and Mathematics Education**. v. 6, p. 719-740, 2008.

SCOTT, M.; STELZER, T.; GLADDING, G. Evaluating multiple-choice exams in large introductory physics courses. **Physical Review Special Topics - Physics Education Research**. v. 2, p. 020102, 2006.

SHAFFER, P. S.; McDERMOTT, L. C. A research-based approach to improving student understanding of kinematical concepts. **American Journal of Physics**. v. 73, n. 10, p. 921-931, 2005.

STEWART, J.; GRIFFIN, H.; STEWART, G. Context sensitivity in the force concept inventory. **Physical Review Special Topics - Physics Education Research**. v. 3, n. 010102. p. 1-6, 2007.

THORNTON, R. K.; KUHL, D.; CUMMINGS, K.; MARX, J. Comparing the force and motion conceptual evaluation and the force concept inventory. **Physical Review Special Topics - Physics Education Research**. v. 5, p. 010105, 2009.

TROWBRIDGE, D. E.; McDERMOTT, L. C. Investigation of student understanding of the concept of velocity in one dimension. **American Journal of Physics**. v. 48, n. 12, p. 1020-1028, 1980.

TROWBRIDGE, D. E.; McDERMOTT, L. C. Investigation of student understanding of the concept of acceleration in one dimension. **American Journal of Physics**. v. 49, n. 13, p. 242-253, 1981.

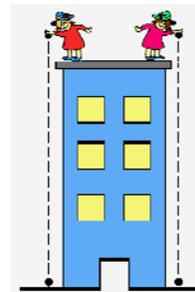
VIENNOT, L. Spontaneous reasoning in elementary dynamics. **European Journal of Science Education**. v. 1, n. 2., p. 205-222, 1979.

VILLANI, A. Conceptual Change in Science and Science Education. **Science Education**. v. 76, n.2, p. 223-237, 1992.

9. APÊNDICES

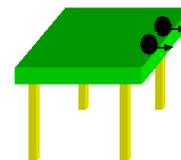
Apêndice I – Tradução do Inventário do Conceito de Força

1. Duas esferas de metal têm o mesmo tamanho, mas uma pesa o dobro da outra. As esferas são soltas do telhado de um prédio no mesmo instante de tempo. Quanto ao tempo que as esferas demoram para chegar ao chão:



- (A) A esfera mais pesada demora a metade do tempo da esfera mais leve.
- (B) A esfera mais leve demora a metade do tempo da esfera mais pesada.
- (C) Ambas as esferas demoram mais ou menos o mesmo tempo.
- (D) O tempo é consideravelmente menor para a esfera mais pesada, mas não necessariamente a metade.
- (E) O tempo é consideravelmente menor para a esfera mais leve, mas não necessariamente a metade.

2. As duas esferas do problema anterior rolam de uma mesa horizontal com a mesma velocidade, atingem a beirada da mesa e caem no chão. Nesta situação:



- (A) As duas esferas batem no chão aproximadamente à mesma distância horizontal em relação ao pé da mesa.
- (B) A esfera mais pesada bate no chão na metade da distância atingida pela bola mais leve em relação ao pé da mesa.
- (C) A esfera mais leve bate no chão na metade da distância atingida pela bola mais pesada em relação ao pé da mesa.
- (D) A esfera mais pesada bate no chão consideravelmente mais próximo ao pé da mesa, mas não necessariamente a metade da distância horizontal atingida pela esfera mais leve.
- (E) A esfera mais leve bate no chão consideravelmente mais próximo ao pé da mesa, mas não necessariamente a metade da distância horizontal atingida pela esfera mais pesada.

3. Uma pedra que é deixada cair do telhado de um edifício na superfície da Terra:

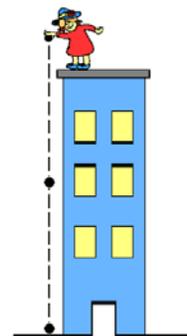
(A) Alcança uma velocidade máxima logo após ser largada e cai com velocidade constante depois disso.

(B) Vai aumentando a velocidade enquanto cai, porque a atração gravitacional vai se tornando mais forte à medida que a pedra se aproxima da superfície da Terra.

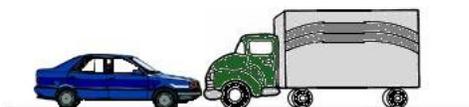
(C) Vai aumentando de velocidade enquanto cai, devido à força da gravidade quase constante que atua sobre ela.

(D) Cai por causa da tendência natural de todos os objetos para ficarem em repouso na superfície da terra.

(E) Cai por causa dos efeitos combinados da força da gravidade e da força do ar que a empurram para baixo.



4. Um caminhão bate de frente com um carro de passeio.



Durante a colisão:

(A) A força exercida pelo caminhão sobre o carro é maior do que a força exercida pelo carro sobre o caminhão.

(B) A força exercida pelo carro sobre o caminhão é maior do que a força exercida pelo caminhão sobre o carro.

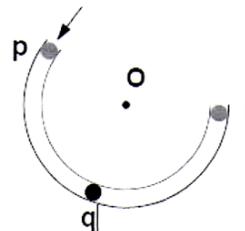
(C) Nenhum veículo exerce força um no outro, o carro é destruído apenas porque estava no caminho do caminhão.

(D) O caminhão exerce uma força sobre o carro, mas o carro não exerce força sobre o caminhão.

(E) A força exercida pelo caminhão sobre o carro é igual à força exercida pelo carro sobre o caminhão.

UTILIZE AS INDICAÇÕES E A FIGURA ABAIXO PARA RESPONDER ÀS DUAS PERGUNTAS SEGUINTE (5 e 6).

A figura mostra um tubo sem atrito na forma de um segmento de círculo com centro em "O". O tubo encontra-se preso a uma mesa horizontal sem atrito. O observador olha a mesa de cima. As forças exercidas pelo ar são insignificantes. Uma esfera é disparada a alta velocidade no tubo em "p" e sai em "r".



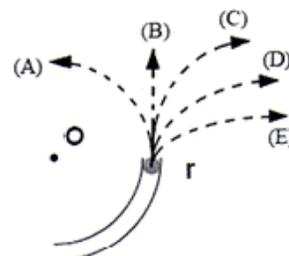
5. Considere as seguintes forças distintas:

1. Uma força para baixo devido à gravidade.
2. Uma força exercida pelo tubo que aponta de "q" para "O".
3. Uma força no sentido do movimento.
4. Uma força que aponta de "O" para "q".

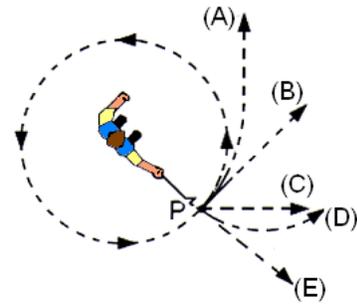
Qual(ais) força(s) acima atua(m) na esfera quando esta se encontra no interior do tubo sem atrito na posição "q"?

- A) 1 somente.
- B) 1 e 2.
- C) 1 e 3.
- D) 1, 2 e 3.
- E) 1, 3 e 4.

6. Qual trajetória na figura da direita a esfera seguirá após sair do tubo em "r", movendo-se sobre a mesa sem atrito?

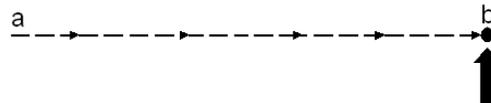


7. Uma esfera de aço é amarrada a uma corda e girada em uma trajetória circular em um plano horizontal, como mostrado na figura à direita. No ponto **P** indicado na figura a corda se rompe próximo à esfera. Se esses eventos forem observados de cima, que trajetória a esfera seguirá aproximadamente após a ruptura da corda?



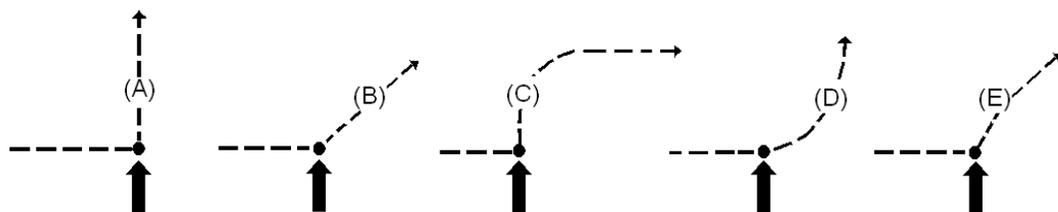
UTILIZE A AFIRMAÇÃO E A FIGURA ABAIXO PARA RESPONDER AS PRÓXIMAS QUATRO QUESTÕES (8 a 11).

A figura representa a trajetória de um disco que desliza com velocidade constante " v_0 " em linha reta do ponto "**a**" para o ponto "**b**" em uma superfície horizontal sem atrito. As forças exercidas pelo ar são insignificantes e o observador olha o disco de cima.



Quando o disco alcança o ponto "**b**", ainda com velocidade constante " v_0 ", recebe um chute horizontal no sentido da seta mais grossa. Se o disco estivesse em repouso em "**b**", após o chute, seguiria um movimento vertical com uma velocidade " v_1 " no sentido do chute.

8. Qual das trajetórias abaixo mais se aproxima daquela seguida pelo disco após receber o chute?



9. A velocidade do disco imediatamente após receber o chute é:

- (A) Igual à velocidade inicial " v_0 " que ele possuía antes de receber o chute.
- (B) Igual à velocidade " v_1 " que resulta do chute e independente da velocidade " v_0 ".
- (C) Igual à soma aritmética das velocidades " v_0 " e " v_1 ".
- (D) Menor do que ambas as velocidades " v_0 " ou " v_1 ".
- (E) Maior do que ambas as velocidades " v_0 " ou " v_1 ", mas menor que a soma aritmética dessas duas velocidades.

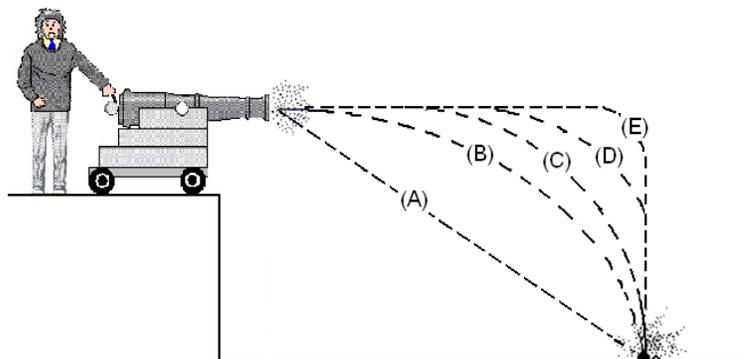
10. Ao longo do caminho sem atrito que você escolheu na questão 8, a velocidade do disco depois de ele ter recebido o chute:

- (A) É constante.
- (B) Aumenta continuamente.
- (C) Diminui continuamente.
- (D) Aumenta durante algum tempo e diminui depois disso.
- (E) É constante durante algum tempo e aumenta depois disso.

11. Ao longo da trajetória sem atrito que você escolheu na questão 8, as principais forças atuantes no disco após ter recebido o chute são:

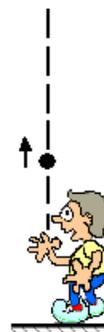
- (A) Uma força para baixo devida à gravidade.
- (B) A força da gravidade para baixo e uma força horizontal no sentido do movimento.
- (C) A força da gravidade para baixo, uma força pra cima exercida pela superfície e uma força horizontal atuando no sentido do movimento.
- (D) A força da gravidade para baixo e uma força pra cima exercida pela superfície.
- (E) Nenhuma (não há forças sendo exercidas sobre o disco).

12. Uma esfera é disparada por um canhão do alto de um penhasco como mostrado na figura abaixo. Qual é a trajetória que mais se aproxima da seguida pela esfera?

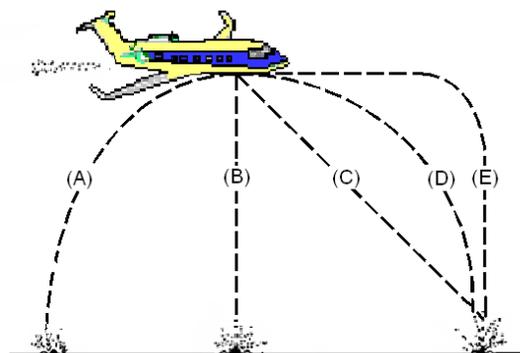


13. Um menino joga uma esfera de aço para cima em linha reta. Considere o movimento da esfera apenas depois de sair da mão do menino e antes de tocar o chão e suponha que as forças exercidas pelo ar são insignificantes. Nestas circunstâncias, a(s) força(s) atuando na bola é (são):

- (A) Uma força da gravidade para baixo e uma força para cima que vai diminuindo de forma constante.
- (B) Uma força para cima que vai diminuindo desde o momento em que a esfera sai da mão do menino até alcançar seu ponto mais elevado e, durante a descida, a força da gravidade para baixo que aumenta constantemente à medida que a esfera vai ficando mais perto da Terra.
- (C) Uma força para baixo quase constante devido à gravidade e uma força para cima que vai diminuindo de forma constante até a esfera alcançar seu ponto mais elevado.
- (D) Apenas uma força da gravidade para baixo e quase constante.
- (E) Nenhuma das anteriores. A esfera retorna ao chão devido à sua tendência natural de ficar em repouso na superfície da Terra.



14. Um objeto é largado por um avião em vôo horizontal, como mostrado na figura. Qual trajetória, quando vista por um observador situado no chão, mais se aproxima daquela seguida pelo objeto depois de deixar o avião?



UTILIZE A AFIRMAÇÃO E A FIGURA ABAIXO PARA RESPONDER ÀS DUAS PERGUNTAS SEGUINTE (15 e 16).

Um caminhão sofre um defeito na estrada e é empurrado por trás por um carro de passeio como mostrado na figura abaixo.



15. Enquanto o carro, ainda empurrando o caminhão, está acelerando para atingir a velocidade desejada:

(A) A força com que o carro empurra o caminhão é igual à força que o caminhão exerce para trás no carro.

(B) A força com que o carro empurra o caminhão é menor do que a força que o caminhão exerce para trás no carro.

(C) A força com que o carro empurra o caminhão é maior do que a força que o caminhão exerce para trás no carro.

(D) O motor do carro está funcionando e por isso o carro exerce uma força no caminhão, mas o motor do caminhão não funciona e, assim, o caminhão não pode empurrar o carro para trás. O caminhão é empurrado para frente simplesmente porque está no caminho do carro.

(E) Nem o carro nem o caminhão exercem força um no outro. O caminhão é empurrado para frente simplesmente porque está no caminho do carro.

16. Depois que o carro alcança a velocidade constante que o seu condutor deseja para empurrar o caminhão:

(A) A força com que o carro empurra o caminhão é igual à força que o caminhão exerce para trás no carro.

(B) A força com que o carro empurra o caminhão é menor do que a força que o caminhão exerce para trás no carro.

(C) A força com que o carro empurra o caminhão é maior do que a força que o caminhão exerce para trás no carro.

(D) O motor do carro está funcionando e por isso o carro exerce uma força no caminhão, mas o motor do caminhão não funciona e, assim, o caminhão não pode empurrar o carro para trás. O caminhão é empurrado para frente simplesmente porque está no caminho do carro.

(E) Nem o carro nem o caminhão exercem força um no outro. O caminhão é empurrado para frente simplesmente porque ele está no caminho do carro.

17. A figura mostra um elevador que está sendo puxado para cima a uma velocidade constante por um cabo de aço preso a um eixo. Nesta situação as forças no elevador são tais que:

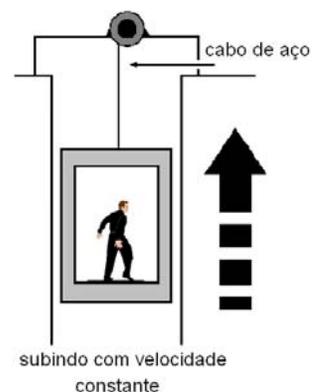
(A) A força exercida para cima pelo cabo é maior do que a força exercida para baixo pela gravidade.

(B) A força exercida para cima pelo cabo é igual à força exercida para baixo pela gravidade.

(C) A força exercida para cima pelo cabo é menor do que a força exercida para baixo pela gravidade.

(D) A força exercida para cima pelo cabo é maior do que a soma das forças feitas pra baixo pela gravidade e pelo ar.

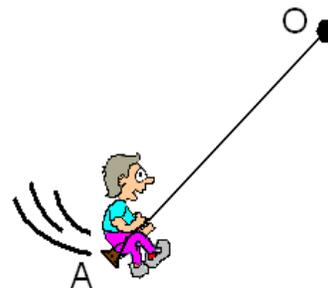
(E) Nenhuma das anteriores. (O elevador sobe porque o cabo vai ficando mais curto, não porque há uma força para cima exercida nele pelo cabo).



18. A figura abaixo mostra um menino que balança em uma corda começando em um ponto mais alto do que a posição **A**.

Considere as seguintes forças distintas:

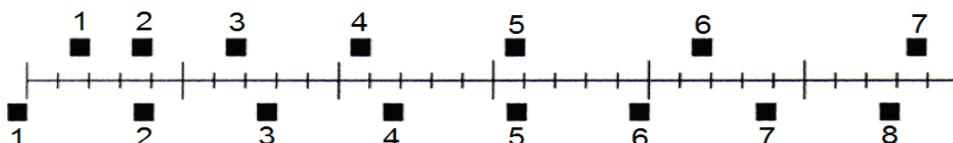
1. Uma força para baixo devido à gravidade.
2. Uma força exercida pela corda apontando de **A** para **O**.
3. Uma força no sentido do movimento do menino.
4. Uma força que aponta de **O** para **A**.



Qual(ais) força(s) acima está(ão) agindo no menino quando ele está na posição **A**?

- A) 1 somente.
- B) 1 e 2.
- C) 1 e 3.
- D) 1, 2, e 3.
- E) 1, 3 e 4.

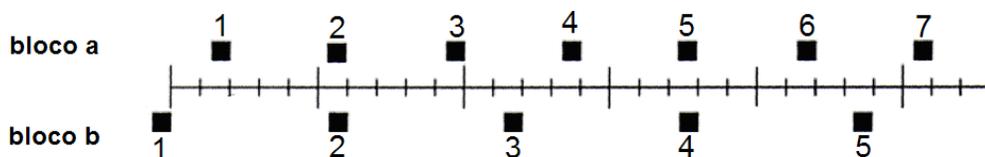
19. Na figura abaixo estão representadas as posições de dois blocos em intervalos sucessivos de 0.20 segundos. Os blocos estão se movendo para a direita.



Os blocos têm alguma vez a mesma velocidade?

- (A) Não.
- (B) Sim, no instante 2.
- (C) Sim, no instante 3.
- (D) Sim, nos instantes 2 e 5.
- (E) Sim, em algum instante durante o intervalo 3 e 4.

20. Na figura abaixo estão representadas as posições de dois blocos em intervalos sucessivos de 0.20 segundos. Os blocos estão se movendo para a direita.

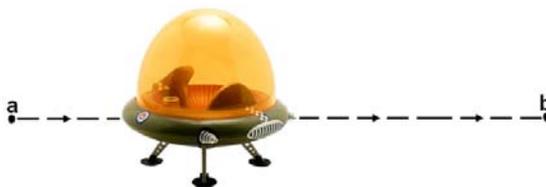


As acelerações dos blocos estão relacionadas da seguinte forma:

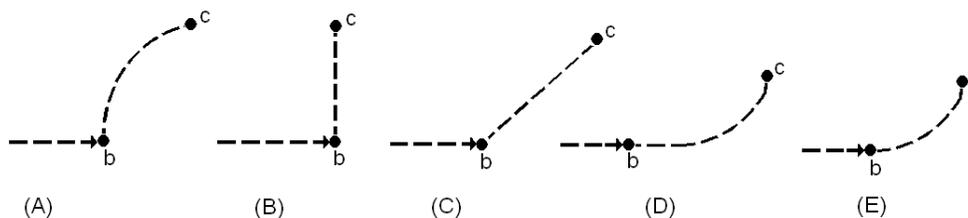
- (A) A aceleração de “a” é maior do que a aceleração de “b”.
- (B) A aceleração de “a” é igual à aceleração de “b”. Ambas são maiores do que zero.
- (C) A aceleração de “b” é maior do que a aceleração de “a”.
- (D) A aceleração de “a” é igual à aceleração de “b”. Ambas são zero.
- (E) Não há informação suficiente para responder à pergunta.

UTILIZE A AFIRMAÇÃO E A FIGURA ABAIXO PARA RESPONDER AS PRÓXIMAS QUATRO QUESTÕES (21 A 24).

Um disco voador desloca-se lateralmente no espaço exterior do ponto “a” para o ponto “b” como mostrado abaixo. O disco voador não está sujeito a nenhuma força exterior. Chegando na posição “b”, o motor do disco voador é ligado e produz nele uma força constante em um ângulo perpendicular à linha “ab”. Essa força constante é mantida até que o disco voador alcance o ponto “c” no espaço.



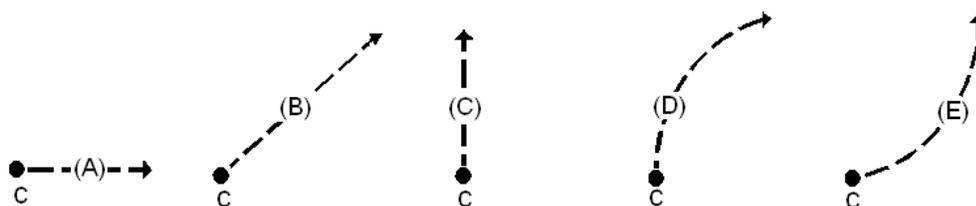
21. Qual das trajetórias abaixo melhor representa a trajetória do disco voador entre os pontos “b” e “c”?



22. Enquanto o disco voador move-se da posição “b” para a posição “c” sua velocidade está:

- (A) constante.
- (B) continuamente aumentando.
- (C) continuamente diminuindo.
- (D) aumentando inicialmente e depois ficando constante.
- (E) constante inicialmente e depois diminuindo.

23. Na posição “c” o motor do disco voador é desligado e a força exercida sobre ele cai imediatamente para zero. Qual das trajetórias abaixo o disco voador irá seguir depois de “c”?



24. Depois da posição “c”, a velocidade do disco voador está:

- (A) constante.
- (B) continuamente aumentando.
- (C) continuamente diminuindo.
- (D) aumentando inicialmente e depois ficando constante.
- (E) constante inicialmente e depois diminuindo.

25. Uma mulher exerce uma força horizontal constante em uma caixa grande. Em consequência, a caixa move-se horizontalmente a uma velocidade constante " v_0 ".

A força constante aplicada pela mulher:

- A) Tem a mesma intensidade que o peso da caixa.
- B) É maior do que o peso da caixa.
- C) Tem a mesma intensidade que a força total que resiste ao movimento da caixa.
- D) É maior do que a força total que resiste ao movimento da caixa.
- E) É maior do que o peso da caixa e maior, também, do que a força total que resiste ao movimento.

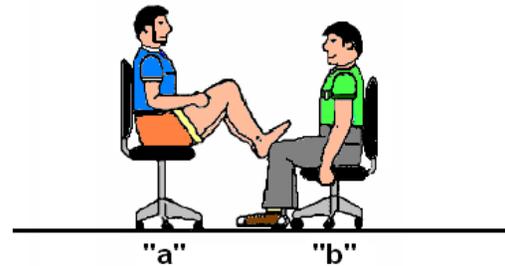
26. Se a mulher da questão anterior duplicar a força horizontal constante que exerce na caixa para empurrá-la, a caixa se moverá:

- A) Com o dobro da velocidade constante " v_0 " da questão anterior.
- B) Com uma velocidade constante maior do que a velocidade " v_0 " da questão anterior, mas não necessariamente duas vezes maior.
- C) Inicialmente com uma velocidade constante maior do que a velocidade " v_0 " da questão anterior e, depois, com uma velocidade que vai aumentando.
- D) Inicialmente com uma velocidade crescente e, depois, com uma velocidade constante.
- E) Com uma velocidade que vai crescendo continuamente.

27. Se a mulher da questão 25 de repente parar de aplicar uma força horizontal na caixa, então a caixa:

- A) Parará imediatamente.
- B) Continuará a mover-se com uma velocidade constante por algum tempo, depois vai movendo-se mais devagar até parar.
- C) Começará imediatamente a se mover mais devagar até parar.
- D) Continuará a mover-se a uma velocidade constante.
- E) Aumentará a sua velocidade durante algum tempo, depois vai se movendo mais devagar até parar.

28. Na figura à direita, o estudante “a” tem uma massa de 95 kg e o estudante “b” tem uma massa de 77 kg. Eles sentam-se um em frente ao outro em cadeiras de escritório idênticas.



O estudante “a” coloca os seus pés descalços sobre os joelhos do estudante “b”, como mostrado na figura. De repente, o estudante “a” dá um empurrão com os pés, fazendo com que ambas as cadeiras se movimentem.

Durante o impulso e enquanto os estudantes ainda estiverem tocando um no outro:

- (A) Nenhum dos estudantes exerce força no outro.
- (B) O estudante “a” exerce uma força sobre o estudante “b”, mas o estudante “b” não exerce nenhuma força sobre o estudante “a”.
- (C) Cada estudante exerce uma força no outro, mas o estudante “b” exerce a maior força.
- (D) Cada estudante exerce uma força no outro, mas o estudante “a” exerce a maior força.
- (E) Cada estudante exerce a mesma força um no outro.

29. Uma cadeira do escritório vazia está em repouso no chão.

Considere as seguintes forças:

1. Uma força para baixo devido à gravidade.
2. Uma força para cima exercida pelo chão.
3. Uma força para baixo exercida pelo ar.



Qual(quais) força(s) está(estão) agindo na cadeira do escritório?

- A) 1 somente.
- B) 1 e 2.
- C) 2 e 3.
- D) 1, 2 e 3.
- E) Nenhuma das forças (uma vez que a cadeira está em repouso, não há nenhuma força agindo sobre ela).

30. Apesar de um vento muito forte, um jogador de tênis consegue bater uma bola de tênis com a sua raquete, de modo que a bola passe sobre a rede e acerte o campo do seu adversário.

Considere as seguintes forças:

1. Uma força para baixo devido à gravidade.
2. Uma força devida à “raquetada”.
3. Uma força exercida pelo ar.

Qual(quais) força(s) acima está(estão) agindo na bola de tênis após ela perder o contato com a raquete e antes de tocar a quadra do adversário?

- A) 1 somente.
- B) 1 e 2.
- C) 1 e 3.
- D) 2 e 3.
- E) 1, 2 e 3.

Apêndice II – Termos de consentimento

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Professor)

Você está sendo consultado sobre a sua participação, como voluntário, em uma pesquisa educacional. Este estudo pretende investigar a aprendizagem de conceitos científicos em Física relacionados ao conteúdo de Mecânica.

Pretendemos verificar quais são os modelos mentais de estudantes dos cursos de física básica a respeito de conceitos relacionados ao conteúdo de Mecânica e como esses modelos evoluem ao longo do tempo. Isso permitirá resultados que vão ajudar a investigar a aprendizagem dos estudantes, bem como a evolução dessa.

Apresentaremos aos seus alunos um questionário com questões de múltipla-escolha abordando o conteúdo de Mecânica. Eles deverão respondê-lo em um gabarito em um tempo estimado de 30 minutos e entregá-lo.

Caso você permita a utilização desse tempo e do espaço de sua sala de aula podemos lhe garantir que:

- em nossas análises bem como na divulgação de nossos resultados você não será identificado;
- nossa análise não tem como objetivo lhe avaliar ou avaliar sua prática docente;
- você terá inteira liberdade de se retirar da pesquisa a qualquer momento que desejar;
- não existe qualquer risco pessoal em sua participação na pesquisa.

Você não terá nenhum benefício direto pela sua participação. Os benefícios serão úteis para a investigação da aprendizagem de Física no nível universitário, pesquisa ainda pouca explorada no Brasil.

Caso não queira participar da pesquisa isso não lhe acarretará nenhum tipo de punição. Além disso, você poderá retirar esse consentimento a qualquer momento que assim o desejar, sem que isso lhe traga qualquer punição.

Em caso de dúvida sobre os procedimentos que estamos usando você pode procurar o Comitê de Ética em Pesquisa (COEP) da Universidade Federal de Minas Gerais pelo telefone (31) 3409 4592 ou pelo endereço: Avenida Antônio Carlos, 6627- Prédio da Unidade Administrativa II- 2º andar, sala 2005, Campus Pampulha Belo Horizonte- MG-Cep: 31 270901. O Comitê de Ética em Pesquisa (COEP) é formado por um grupo de pessoas com conhecimentos científicos e não científicos e tem por missão realizar a revisão ética inicial e continuada das pesquisas, visando garantir a segurança e proteger os direitos das pessoas envolvidas nos estudos.

Os conhecimentos resultantes desta pesquisa serão divulgados em revistas especializadas, em congressos e simpósios sobre pesquisas educacionais e em uma Tese de Doutorado. Além disso, os dados coletados farão parte de um banco de dados que ficará sob a guarda dos pesquisadores do projeto por pelo menos 10 anos, e poderão ser utilizados em futuras pesquisas. Depois desse prazo, os dados serão destruídos. Abaixo estão os dados relativos a este projeto.

Título do projeto: A evolução dos modelos mentais sobre Mecânica de estudantes do Ensino Médio

Pesquisador responsável: Prof Dr. Sérgio Luiz Talim (orientador) Instituição: Setor de Física - Colégio Técnico - UFMG Telefone para contato: (31) 3409-4957/(31) 3409-4947

Pesquisadora co-responsável: Simone Aparecida Fernandes (estudante de doutorado) Telefone para contato: (31) 3409-6606.

Endereço: Avenida Antônio Carlos, 6627, Colégio Técnico- Setor de Física- Campus Pampulha Belo Horizonte/MG- Cep: 31 270901

Assinatura do Pesquisador Responsável: _____ Prof. Dr. Sérgio Luiz Talim Email: talim@coltec.ufmg.com.br	Assinatura da Pesquisadora Co-responsável: _____ Simone Aparecida Fernandes E-mail: sifisica@yahoo.com.br
---	--

Com base no que foi apresentado, aceito participar voluntariamente desse projeto de pesquisa.

Nome: _____

Assinatura: _____

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (PAIS OU RESPONSÁVEIS)

Você está sendo consultado sobre a participação do seu (sua) filho(a), como voluntário, em uma pesquisa educacional. Este estudo pretende investigar a aprendizagem de conceitos científicos em Física relacionados ao conteúdo de Mecânica.

Pretendemos verificar quais são os modelos mentais de estudantes dos cursos de física básica e do ensino médio a respeito de conceitos relacionados ao conteúdo de Mecânica e como esses modelos evoluem ao longo do tempo. Isso permitirá resultados que vão ajudar a investigar a aprendizagem dos estudantes, bem como a evolução dessa.

Durante três anos letivos, sendo uma única vez a cada ano, apresentaremos ao seu (sua) filho(a) um questionário com questões de múltipla-escolha abordando o conteúdo de Mecânica.

Se você concordar com a participação do seu (sua) filho(a) na pesquisa, podemos lhe garantir que:

- em nossas análises adotaremos procedimentos para que ele(a) não seja identificado(a);
- seu professor ou professora não utilizará os resultados de nossa análise para avaliar o seu desempenho;
- ao divulgarmos os resultados do estudo utilizaremos procedimentos que impeçam que ele(a) seja identificado(a);
- o seu (sua) filho(a) terá inteira liberdade de se retirar da pesquisa a qualquer momento que desejar;
- os dados constantes da ficha de identificação serão utilizados apenas para relacionar ao resultado do questionário os dados referentes ao seu contexto;
- os dados constantes da ficha de identificação serão absolutamente confidenciais, garantindo, assim, total anonimato;
- não existe qualquer risco pessoal na participação da pesquisa.

O seu (sua) filho(a) não terá nenhum benefício direto pela sua participação ao responder às questões que lhe serão apresentadas. Os benefícios serão úteis para a investigação da aprendizagem de Física no nível médio e universitário.

Caso não queira participar da pesquisa isso não acarretará em nenhum tipo de punição.

Em caso de dúvida sobre os procedimentos que estamos usando você pode procurar o Comitê de Ética em Pesquisa (COEP) da Universidade Federal de Minas Gerais pelo telefone (31) 3409 4592 ou pelo endereço: Avenida Antônio Carlos, 6627- Prédio da Unidade Administrativa I1- 2º andar Campus Pampulha Belo Horizonte- MG-Cep: 31 270901. O Comitê de Ética em Pesquisa (COEP) é formado por um grupo de pessoas com conhecimentos científicos e não científicos e tem por missão realizar a revisão ética inicial e continuada das pesquisas, visando garantir a segurança e proteger os direitos das pessoas envolvidas nos estudos.

Os conhecimentos resultantes desta pesquisa serão divulgados em revistas especializadas, em congressos e simpósios sobre pesquisas educacionais e em uma Tese de Doutorado. Além disso, os dados coletados farão parte de um banco de dados que ficará sob a guarda dos pesquisadores do projeto por pelo menos 10 anos, e poderão ser utilizados em futuras pesquisas. Depois desse prazo, os dados serão destruídos. Abaixo estão os dados relativos a este projeto.

Título do projeto: A evolução dos modelos mentais sobre Mecânica de estudantes do Ensino Médio

Pesquisador responsável: Prof Dr. Sérgio Luiz Talim (orientador) Instituição: Setor de Física - Colégio Técnico - UFMG Telefone para contato: (31) 3409-4953/(31) 3409-4947.

Pesquisadora co-responsável: Simone Aparecida Fernandes (estudante de doutorado)
 Telefone para contato: (31) 3409-6606.
 Endereço: Avenida Antônio Carlos, 6627, Colégio Técnico- Setor de Física- Campus
 Pampulha Belo Horizonte/MG- Cep: 31 270901

Assinatura do Pesquisador Responsável:	Assinatura da Pesquisadora Co-responsável:
Prof. Dr. Sérgio Luis Talim Email: talim@coltec.ufmg.com.br	Simone Aparecida Fernandes E-mail: sifisica@yahoo.com.br

CONSENTIMENTO DA PARTICIPAÇÃO

Eu li os detalhes descritos neste documento. Entendo que eu sou livre para autorizar ou não a participação de meu (minha) filho(a) no projeto e que posso interromper a participação dele a qualquer momento. Eu concordo que os dados coletados para o estudo sejam usados para o propósito acima descrito.

Eu entendi a informação apresentada nesse documento. Eu receberei uma cópia assinada e datada deste documento de consentimento informado.

Belo Horizonte, ____ de _____ de _____

Nome por extenso:

Nome do Filho:

Assinatura:

Apêndice III – Análise de Concentração

Fator de Concentração

1. Cálculo do fator de concentração

Bao (1999) define a equação para determinação do fator de concentração para um teste composto por questões com m alternativas e respondido por N estudantes a partir do vetor m -dimensional $\vec{r}_k = (y_{k1}, \dots, y_{ki}, \dots, y_{km})$ que representa a resposta de um único estudante em uma das questões do teste. O índice $k = 1, \dots, N$ representa os estudantes, sendo $y_k = 1$ para a alternativa escolhida por ele e $y_k = 0$ para as alternativas não escolhidas. Para um teste de múltipla-escolha com m alternativas, apenas uma componente do vetor \vec{r}_k será diferente de zero e igual a 1, obviamente aquela componente correspondente à alternativa escolhida.

Exemplo: No nosso caso temos $N = 172$ alunos e $m = 5$ alternativas (A=1, B=2, C=3, D=4 e E=5). Supondo que o estudante 2 tenha escolhido a alternativa D em determinada questão, teremos o vetor resposta do estudante com sendo $\vec{r}_2 = (0, 0, 0, y_{24}, 0)$, em que $y_{24} = 1$.

Podemos somar as respostas de todos os estudantes em uma questão e, portanto, determinar o vetor de resposta total para tal questão:

$$\vec{r} = \sum_{k=1}^N \vec{r}_k = (n_1, n_2, \dots, n_i, \dots, n_m) \text{ em que } n \text{ é o número de estudantes que}$$

selecionaram a alternativa i , ou seja, $\vec{r} = \sum_{k=1}^{172} \vec{r}_k = (n_1, n_2, n_3, n_4, n_5)$ para o nosso caso.

Uma vez que o número n de respostas é igual ao número N de alunos, temos que:

$$\sum_i^m n_i = N, \text{ ou seja, } \sum_i^5 n_i = 172$$

Podemos perceber que o comprimento do vetor de resposta total \vec{r} nos informa a respeito da concentração.

- Para uma concentração do tipo III em que todos os estudantes escolheram a mesma alternativa em determinada questão, teremos $|\vec{r}| = N$.

- Para uma concentração do tipo I em que o mesmo número de estudantes escolheu cada uma das alternativas em determinada questão, teremos $|\vec{r}| = \sqrt{\left(\frac{N}{m}\right)^2 \times m} = \frac{N}{\sqrt{m}}$.

- Outros tipos de concentração irão gerar valores entre $\frac{N}{\sqrt{m}}$ e N .

Definindo r_0 como sendo o comprimento de \vec{r} temos:

$$r_0 = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^m n_i^2}}{N} \text{ em que } \frac{1}{\sqrt{m}} \leq r_0 \leq 1.$$

Isso sugere escolher o fator de concentração como:

$$C = \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m}-1} \times \left(r_0 - \frac{1}{\sqrt{m}} \right)$$

$$C = \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m}-1} \times \left(\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^m n_i^2}}{N} - \frac{1}{\sqrt{m}} \right)$$

em que é necessário $N \gg m$.

Para nosso trabalho em que temos $m=5$, teremos:

$$C = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} \times \left(\frac{\sqrt{n_a^2, n_b^2, n_c^2, n_d^2, n_e^2}}{N} - \frac{1}{\sqrt{5}} \right)$$

Utilizando-se a equação acima foi possível determinar os valores de concentração pra cada uma das 30 questões do *FCI* aplicadas aos estudantes.

1. Avaliação da condição de modelos dos estudantes a partir dos valores de *C*

O primeiro passo, segundo Bao (1999), é combinar o fator de concentração com o escore de resposta dos estudantes para cada uma das questões. Assim, poderemos ter questões com baixo escore e baixa concentração (BB), baixo escore e alta concentração (BA) e alto escore e alta concentração (AA). Uma questão com alto escore e baixa concentração, obviamente não deverá existir, pois alto escore induz a uma alta concentração.

Com base em valores encontrados a partir de uma simulação para o caso de um teste composto por questões com 5 alternativas de respostas e aplicado a uma amostra de 100 respondentes, Bao (1999) define 3 níveis de escore e de concentração: baixo (B), médio (M) e alto (A). Ambos são apresentados a seguir (Tabela 54).

Tabela 54. Três níveis de códigos para escore e fator de concentração (Bao, 1999)

Escore	Nível	C	Nível
0 ~ 0,4	B	0 ~0,2	B
0,4 ~ 0,7	M	0,2 ~ 0,5	M
0,7 ~ 1,0	A	0,5 ~1,0	A

Para o *FCI* que tem uma alternativa correta e quatro distratores, se o estudante tem um escore baixo, suas respostas poderão estar distribuídas pelos diferentes distratores ou concentradas em um ou dois distratores.

De acordo com Bao (1999), combinando os valores do fator de concentração com os valores de escores é possível modelar diferentes tipos de respostas. Assim, podemos imaginar as seguintes situações:

- modal: em que muitas das respostas dos estudantes para a questão estão concentradas em uma alternativa, seja esta correta ou não. Como exemplo, podemos destacar o histograma a seguir para a questão de número 1 do *FCI* em que as alternativas A, B, C, D e E são representadas por 1, 2, 3, 4, e 5, respectivamente.

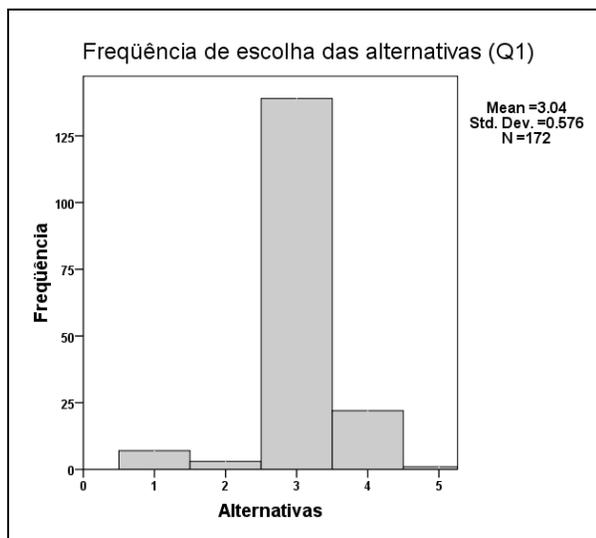


Figura 13. Situação para o caso modal

Esse caso (modal) é típico para alto escore e alto fator de concentração (AA), como no gráfico acima, em que a alternativa 3 é correta. Poderíamos ter também um caso de baixo escore e alto fator de concentração (BA), em que a alternativa

escolhida pela maioria dos estudantes fosse incorreta. Este seria um forte indicador de modelo incorreto comum entre os estudantes.

- bimodal: em que muitas das respostas dos estudantes para a questão estão concentradas em duas alternativas, geralmente uma correta e outra incorreta. Dois exemplos referentes às questões de número 11 e 23 do *FCI* são apresentados a seguir.

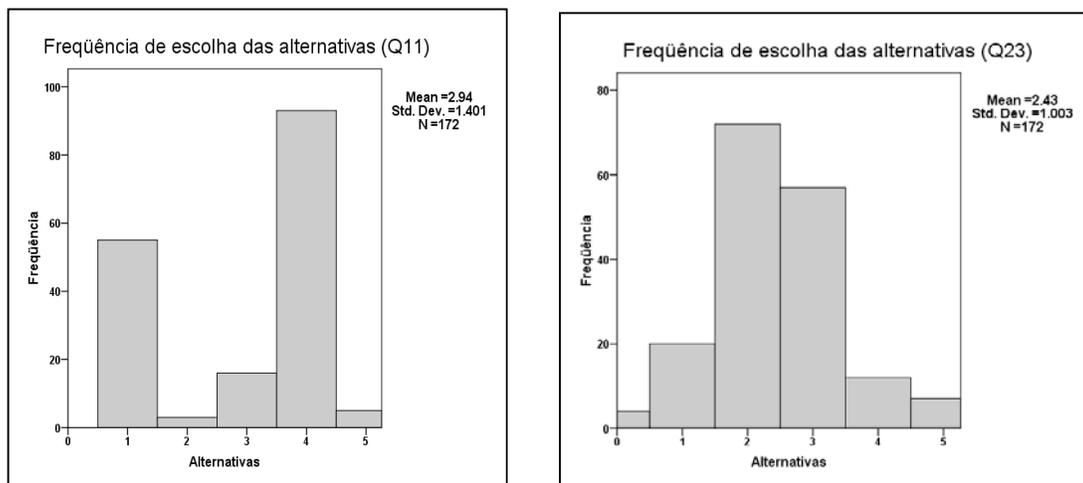


Figura 14. Situação para o caso bimodal

Na situação bimodal, se uma das duas alternativas mais escolhidas é incorreta – como no gráfico acima – a resposta é do tipo MM. Se ambas as alternativas escolhidas são incorretas a resposta será do tipo BM, o que indica que um significativo número de alunos tem um ou dois conceitos intuitivos dependendo da estrutura das questões.

- Sem pico: em que muitas das respostas dos estudantes estão distribuídas entre 3 ou mais alternativas. Nesse caso, o par de respostas é usualmente representado por um baixo score e um baixo fator de concentração (BB). Isto significa que muitos

estudantes não têm preferência por algum modelo no tópico referente à questão e as respostas são resultado de escolhas aleatórias. Um exemplo é apresentado a seguir para uma a questão fictícia QF.

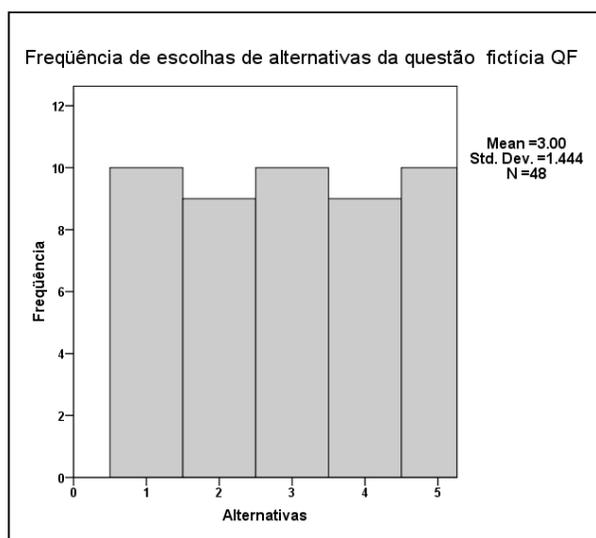


Figura 15. Situação para o caso fictício sem pico

2. Representação gráfica

A partir das informações de escore e de fator de concentração as respostas podem ser representadas em um gráfico bidimensional “S-C” em que os escores estejam representados no eixo x e a concentração no eixo y (Figura 16). Assim, a resposta para cada questão será representada como um ponto (S,C).

Uma vez que os pontos (S,C) representam uma relação entre o escore e a concentração, nem todos eles deverão estar em uma mesma região do gráfico, ou seja, nós teremos os pontos distribuídos em regiões de BA, MA, AA, BM, MM, BB.

As três diferentes situações de concentração mostradas no gráfico acima se relacionam a três diferentes possíveis condições de modelo dos estudantes:

1. Região de escolhas aleatórias: sem modelos dominantes
2. Região de 2 modelos: possivelmente com 2 modelos mais populares,
3. Região de 1 modelo: possivelmente com 1 modelo dominante.

Como existe uma relação intrínseca entre escore e concentração os pontos não devem cair em todas as regiões de gráfico. Para o caso de um escore de 100% teremos uma concentração de 100%. Para outros valores de escore, teremos diferentes valores de concentração e, dessa forma, várias combinações possíveis de escore e concentração.

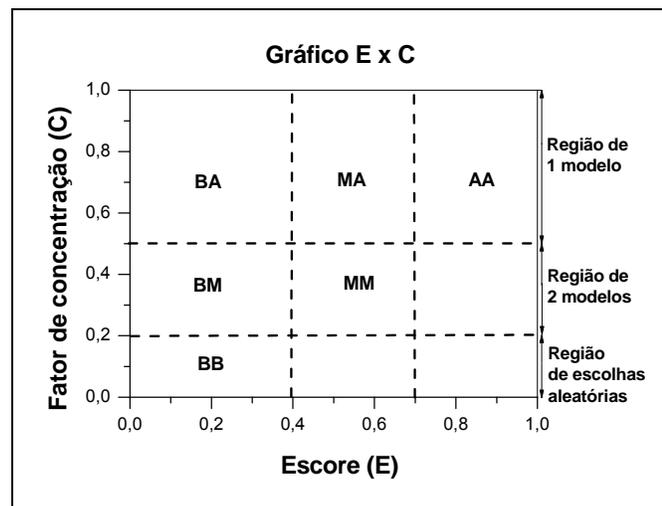


Figura 16. Gráfico das possíveis regiões de concentração

Essas diferentes combinações só poderão existir dentre de regiões de fronteira no gráfico E x C. As fronteiras da região permitida podem ser calculadas matematicamente por:

$$C_{\min}(S) = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} \times \left(\frac{\sqrt{4\left(\frac{N-S}{4}\right)^2 + S^2}}{N} - \frac{1}{\sqrt{5}} \right)$$

$$C_{\max}(S) = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} \times \left(\frac{\sqrt{(N-S)^2}}{N} - \frac{1}{\sqrt{5}} \right)$$

As equações foram definidas para o caso em que temos N respondentes para um questionário com questões que apresentam cinco alternativas de respostas ($m = 5$). Uma vez escolhida a alternativa correta nós teremos as $(N - S)$ respostas restantes com possibilidade de distribuição entre as 4 alternativas restantes. Quanto mais as $(N - S)$ estiverem distribuídas entre as 4 alternativas, menor será valor de C , ou seja, (C_{\min}) . Por outro lado, o maior valor de C , ou seja, (C_{\max}) , ocorrerá quando todas as $(N - S)$ respostas restantes estiverem concentradas em uma das 4 alternativas.

Com base nos valores de (C_{\min}) e (C_{\max}) Bao (1999) apresenta um gráfico destacando as regiões de fronteira para distribuição dos modelos dos estudantes (Figura 17).

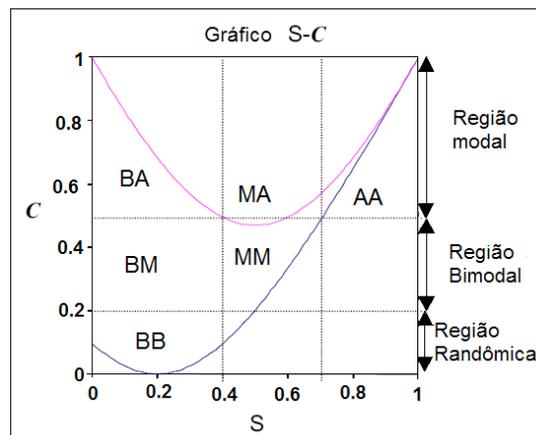


Figura 17. Regiões de fronteira de concentração (Bao, 1999)

APÊNDICE IV

Matriz Densidade e do Espaço de Modelo dos estudantes

1. Utilização da Matriz Densidade na análise do estado de modelo de um grupo de estudantes

Primeiramente, utilizando-se um teste já elaborado e validado em pesquisas anteriores, nesse caso o *FCI*, as questões são agrupadas de acordo com o conteúdo que o envolve. Por exemplo, algumas questões envolvem lançamento de projéteis, outras envolvem cada uma das três leis de Newton e assim por diante. Posteriormente, as alternativas são agrupadas em estados de modelos. Como exemplo, consideremos a questão 13 do *FCI* (Figura 18).

13. Um menino joga uma esfera de aço para cima em linha reta. Considere o movimento da esfera apenas depois de sair da mão do menino e antes de tocar o chão e suponha que as forças exercidas pelo ar são insignificantes. Nestas circunstâncias, a(s) força(s) atuando na bola é (são):

(A) Uma força da gravidade para baixo e uma força para cima que vai diminuindo de forma constante.
 (B) Uma força para cima que vai diminuindo desde o momento em que a esfera sai da mão do menino até alcançar seu ponto mais elevado e, durante a descida, a força da gravidade para baixo que aumenta constantemente à medida que a esfera vai ficando mais perto da Terra.
 (C) Uma força para baixo quase constante devido à gravidade e uma força para cima que vai diminuindo de forma constante até a esfera alcançar seu ponto mais elevado.
 (D) Apenas uma força da gravidade para baixo e quase constante.
 (E) Nenhuma das anteriores. A esfera retorna ao chão devido à sua tendência natural de ficar em repouso na superfície da Terra.

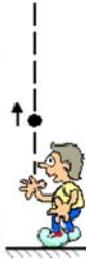


Figura 18. Questão 13 do *FCI*

Uma dificuldade comumente observada nos estudantes é a idéia intuitiva de que para um objeto manter-se em movimento é necessária uma força. Em alguns

casos os estudantes consideram que a força é diretamente proporcional à velocidade ($\vec{F} \propto \vec{v}$).

Como já foi apresentado anteriormente, as idéias intuitivas a respeito da relação força-movimento definem 3 modelos:

Modelo 1 (M1): um objeto pode mover-se com ou sem força na direção do movimento (movimento cientificamente aceito – modelo de um especialista).

Modelo 2 (M2): existe *sempre* uma força na direção do movimento (modelo de um novato).

Modelo 3 (M3): modelo aristotélico (modelo nulo). Dificilmente estudantes deverão demonstrar que detêm tal modelo.

Os distratores referentes às questões a, b e c referem-se ao mesmo modelo, ou seja, todos envolvem a idéia intuitiva da necessidade de haver uma força na direção do movimento. Assim, se o estudante selecionar qualquer uma das três alternativas pode-se assumir que ele manifesta a posse e a utilização do modelo M2.

De acordo com Bao e Redish (2006), ao utilizarmos esse método podemos assumir que se um estudante utiliza um modelo particular, a probabilidade de ele utilizá-lo de forma inapropriada é muito pequena (< 10%). Isso nos assegura que a alternativa escolhida realmente refere-se ao modelo construído pelo estudante com relação a determinado conceito.

2. Determinação do Espaço de Modelo

Quando um conjunto de questões relacionadas a um único conceito físico é apresentada a um estudante, duas situações podem ocorrer:

- o estudante consistentemente utiliza um único modelo para responder a todas as questões;

- o estudante utiliza diferentes modelos e, ainda, é inconsistente ao utilizá-los. Ou seja, em um conjunto de questões vistas como equivalentes para um especialista, o estudante pode utilizar um modelo para resolver algumas questões e outros modelos diferentes (modelos nulos) para resolver outras questões.

As diferentes situações de utilização dos modelos são denominadas por Bao e Redish (2006) como estado de modelo do estudante. O caso em que o estudante utiliza consistentemente um modelo corresponde ao estado puro. O caso em que o estudante utiliza vários modelos diferentes corresponde ao estado misto.

Um estado físico é representado por um vetor de estado em um espaço de vetores. De acordo com a notação de Dirac, nós chamamos um vetor de *ket* e o denotamos por $|\alpha\rangle$. O estado *ket* contém completa informação sobre o estado físico, ou seja, tudo que nos é permitido dizer sobre o sistema está contido no *ket* (Sakurai, 1994). Assim, o estado de modelo de cada estudante pode ser representado por um vetor de estado $|v\rangle$ que será definido mais a frente.

Um vetor no espaço $U = (u_1; u_2; u_3)$ pode também ser escrito na notação matricial como uma **matriz coluna** ou como uma **matriz linha**:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \quad \text{ou} \quad \vec{v} = (v_1 \ v_2 \ v_3) \quad (1)$$

Através da utilização de um conjunto de questões que envolvam o mesmo conceito, podemos medir a probabilidade de um único estudante ativar um modelo diferente para responder a cada questão. Tal probabilidade representa o estado de

modelo do estudante. Portanto, estado de modelo do estudante pode ser representado pela configuração de probabilidades da utilização de diferentes modelos em um dado conjunto de situações relacionadas a um mesmo conceito particular.

Bao e Redish (2006) utilizam-se do esquema a seguir (Figura 19) para representar o que foi acabamos de apresentar. Nos extremos de um contínuo estão: o estado nulo, correspondente ao modelo nulo M_w e o estado de modelo científico, correspondente ao modelo científico M_1 . Entre os extremos estão vários modelos construídos a partir de concepções alternativas e que já foram comprovados por pesquisas anteriores e que são utilizados como distratores em testes e questionários (Hestenes *et al.*, 1992).

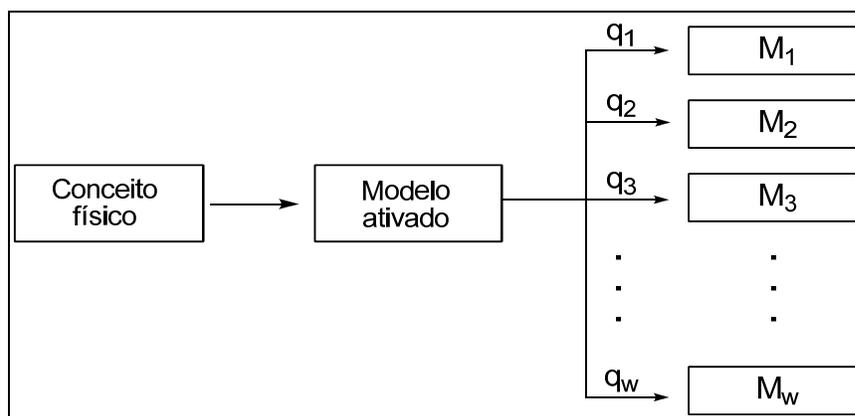


Figura 19. Esquema de ativação do modelo mental pelo estudante (Bao e Redish, 2006)

No esquema do processo de ativação do modelo mental pelo estudante, M_1, \dots, M_w representam diferentes modelos comuns a um mesmo conceito, o que implica em w modelos, incluindo o modelo científico M_1 o modelo nulo M_w .

Segundo Bao e Redish (2006), em um tópico particular a variedade de concepções alternativas dos estudantes é razoavelmente limitada. Duas ou três idéias específicas explicam muitas respostas dadas pelos estudantes. Assim, o número de modelos intermediários é pequeno e outros modelos menos comuns ou irrelevantes podem ser caracterizados como *estado nulo*.

Os valores das probabilidades com que os estudantes utilizam cada um dos modelos são dados por q_1, \dots, q_w (Figura 19).

O estado mental do estudante com relação a um conjunto de modelos comuns é representado em um espaço linear de vetores. Um espaço vetorial real é um conjunto U , não vazio, com 2 operações: soma, $U \times U \xrightarrow{+} U$, a multiplicação por escalar $R \times U \xrightarrow{\cdot} U$, tais que para qualquer $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \in U$ e $a, b, \bar{w} \in R$, as propriedades (i) e (ii) a seguir, sejam satisfeitas:

$$(i) (\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$$

$$(ii) 1\vec{v} = \vec{v}$$

(Boldrini, 1984)

Se na definição acima, ao invés de termos como escalares, números reais, números complexos etc, tivermos modelos, U será um espaço de modelos.

O espaço vetorial é gerado por um conjunto de vetores $|u_1\rangle, \dots, |u_n\rangle$, tal que qualquer vetor naquele espaço pode ser escrito como uma combinação linear

$|u\rangle = \sum_i a_i |u_i\rangle$ de vetores do conjunto. No nosso caso, cada modelo comum estará associado com um elemento de uma base ortonormal \bar{e}_η :

$$\bar{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{pmatrix} \quad \bar{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{pmatrix} \quad \bar{e}_w = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

em que w é o número total de modelos associados com o conceito sendo examinado.

Um conjunto $|i\rangle$ de vetores é ortonormal se cada vetor do conjunto é um vetor unitário e vetores distintos $|i\rangle$ e $|j\rangle$ do mesmo conjunto são ortogonais, ou seja, se seu produto interno é igual a zero ($\langle i|j\rangle = \delta_{ij}$, onde i e j são ambos escolhidos do conjunto de índices (δ_{ij} é o delta de *Kronecker*)).

Um conjunto $\{\bar{u}_1, \dots, \bar{u}_n\}$ de vetores de U será uma base se:

- (i) $\{\bar{u}_1, \dots, \bar{u}_n\}$ é linearmente independente
- (ii) $\{\bar{u}_1, \dots, \bar{u}_n\} = U$, ou seja, se $\{\bar{u}_1, \dots, \bar{u}_n\}$ gerarem U

(Boldrini, 1984)

A partir disso, as respostas dos estudantes são caracterizadas como um vetor \bar{Q} em um *espaço de modelos* que representa a probabilidade com que o estudante está ativando determinado modelo. O vetor distribuição de probabilidade para o k th estudante nas m questões será:

$$\vec{Q}_k = \begin{pmatrix} q_1^k \\ q_2^k \\ \cdot \\ \cdot \\ q_w^k \end{pmatrix} = \frac{1}{m} \begin{pmatrix} n_1^k \\ n_2^k \\ \cdot \\ \cdot \\ n_w^k \end{pmatrix} \quad (3)$$

Sendo q_n^k a probabilidade para o k th estudante utilizar o n th modelo na resolução da questão e n_n^k representa o número de questões em que o k th estudante aplicou o n th modelo.

Temos ainda que:

$$\sum_{\eta=1}^w n_{\eta}^k = m \quad (4)$$

A equação acima nos dá a probabilidade de o k th estudante encontrar-se no n th estado de modelo seja $q_n^k = \frac{n_n^k}{m}$. (5)

Acabamos de definir o vetor distribuição de probabilidade de modelo para o n th estudante, porém, estamos mais interessados na distribuição de probabilidades para o conjunto de estudantes. Assim, escolhemos o vetor raiz quadrada das probabilidades, que nos leva à amplitude de probabilidade. Segundo Bao e Redish (2006), a escolha da raiz quadrada das probabilidades é interessante porque o produto interno nos leva à soma de probabilidades e o produto externo (tensor) produz a matriz densidade, que será apresentada mais a frente. Ainda segundo os autores, embora existam outros caminhos para construir a matriz densidade, a forma por eles escolhida respeita a simetria do espaço com relação à troca de modelos e a

utilização de uma matriz construída pelo produto externo permite técnicas úteis de manipulação.

Portanto, o estado de modelo do k th estudante em uma classe será representado, no espaço de modelos, pelo vetor unitário \vec{u}_k :

$$\vec{u}_k = \begin{pmatrix} \sqrt{q_1^k} \\ \sqrt{q_2^k} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \sqrt{q_w^k} \end{pmatrix} \quad (6)$$

Como em (6) $q_\eta^k = \frac{n_\eta^k}{m}$, teremos que:

$$\vec{u}_k = \frac{1}{\sqrt{m}} \begin{pmatrix} \sqrt{n_1^k} \\ \sqrt{n_2^k} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \sqrt{n_w^k} \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$\text{em que } \vec{u}_k^T \vec{u}_k = \sum_{\eta=1}^w q_\eta^k = 1 \quad (8)$$

A seguir damos um exemplo de aplicação dessa forma de análise de modelos de estudantes apresentado por Bao (1999) com relação ao conteúdo de Mecânica Newtoniana.

Segundo Bao e Redish (2006), para alunos dos cursos de física introdutória é comum a idéia de que existe sempre uma força na direção do movimento. Assim,

voltando à utilização da questão exemplo (questão número 13) são definidos 3 modelos comuns:

– Modelo 1 (modelo de um especialista, modelo científico, correto): um objeto pode se mover com ou sem uma rede de forças atuando na direção do movimento.

– Modelo 2 (modelo de um novato, modelo não aceito cientificamente): existe sempre uma força na direção do movimento.

– Modelo 3 (modelo nulo): outros modelos diferentes dos já apresentados (modelos nulos).

Em uma questão de múltipla-escolha com 5 alternativas teremos 1 alternativa correta e 4 distratores, cada qual podendo estar relacionado ao modelo de um novato ou ao modelo nulo. Em um teste com m questões podemos relacionar cada alternativa de questão a um suposto modelo acessado pelo estudante ao respondê-la.

Por exemplo:

A tabela a seguir (Tabela 55) apresenta a relação entre cada alternativa e um modelo (nulo, científico, etc.) para um caso em que cinco questões de um teste abordam um mesmo conceito físico (força e movimento).

Tabela 55. Associação entre os modelos físicos e as alternativas de cada questão

Questões	Modelo 1 (especialista)	Modelo 2 (novato)	Modelo 3 (nulo)
1	d	a, b, c	e
2	a, d	b, c	e
3	b	a, e	c, d
4	a, d	b, c, e	
5	c	a, d, e	b

Pode-se perceber que para a questão número 1 as alternativas **a, b, e c** representam 3 diferentes respostas associadas ao mesmo modelo incorreto (modelo 2), pois todas envolvem força na direção do movimento. Se o estudante selecionar uma das 3 alternativas, considera-se que ele tem o modelo 2. Por outro lado, se o estudante marca a alternativa **d** (modelo de um especialista), é assumido que ele tem o modelo correto. Por último, se o estudante marcar a alternativa **e** (modelo nulo), isso pode refletir, por exemplo, uma idéia Aristotélica ou um modelo errôneo pouco comum entre estudantes de física introdutória.

A partir da Tabela 55 pode-se estimar o estado de modelo de cada estudante individualmente analisando-se suas respostas. Supondo que um estudante tenha marcado como respostas as alternativas **a, d, a, d, e b** teremos:

Tabela 56. Associação entre as questões e os modelos acessados

Questões	Modelos
1	Modelo 2 novato
2	Modelo 1 especialista
3	Modelo 2 novato
4	Modelo 1 especialista
5	Modelo 3 nulo

A partir da tabela acima, cada resposta do estudante para cada questão pode ser modelada por uma base de vetores (e_1, e_2 e e_3) no espaço de modelos. Assim, para as respostas **a (modelo 2), d (modelo 1), a (modelo 2), d (modelo 1), e b (modelo nulo)** teremos:

$$\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{e}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{e}_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (9)$$

Os cinco vetores são somados e nos conduz ao vetor resposta total (\vec{Q}_k) do k th estudante, ou seja:

$$\vec{Q}_k = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (10)$$

Assumindo que temos uma amostra de N estudantes, (\vec{Q}_k) pode ser escrito como

$$\vec{Q}_k = \begin{pmatrix} n_{1k} \\ n_{2k} \\ n_{3k} \end{pmatrix} \quad k = 1, 2, 3, \dots, N \quad (11)$$

em que n_{1k} é o número de questões envolvendo o conceito que o k th estudante utilizou o n th conceito físico. No nosso caso, temos que o estudante utilizou o modelo 1 em 2 questões; o modelo 2 em 2 questões e o modelo 3 em uma questão. Pode-se perceber que $n_{1k} + n_{2k} + n_{3k} = m$.

$$\text{Como: } \vec{Q}_k = \frac{1}{m} \begin{pmatrix} n_1^k \\ n_2^k \\ \cdot \\ \cdot \\ n_w^k \end{pmatrix}$$

Teremos:

$$\vec{Q}_k = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (13)$$

O estado de modelo do k th estudante em uma turma é representado pelo vetor unitário u_k no espaço de modelo:

$$\bar{u}_k = \begin{pmatrix} \sqrt{q_1^k} \\ \sqrt{q_2^k} \\ \cdot \\ \cdot \\ \sqrt{q_w^k} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{m}} \begin{pmatrix} \sqrt{n_1^k} \\ \sqrt{n_2^k} \\ \cdot \\ \cdot \\ \sqrt{n_w^k} \end{pmatrix} \quad (14)$$

Portanto, vem:

$$\bar{u}_1 = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (15)$$

O vetor u_1 representa o atual estado de modelo do estudante 1 e representa as diversas probabilidades de ativação de cada modelo por esse estudante.

3. Determinação da matriz densidade

Quando não dispomos da informação completa sobre um sistema recorremos ao conceito de probabilidade. Por exemplo, um sistema em equilíbrio termodinâmico a uma temperatura T apresenta uma probabilidade proporcional a $nE_k T - e$ de se encontrar em um estado de energia nE . De uma forma mais geral, a informação incompleta de um sistema é descrita em mecânica quântica do seguinte modo: o

estado deste sistema pode ser o estado 1ψ com probabilidade $1p$ ou o estado 2ψ com probabilidade $2p$, etc. Em situações nas quais não se sabe em que estado o sistema se encontra, existe apenas uma probabilidade $\langle p \rangle$ do sistema ser encontrado no estado $|\Psi\rangle$. O operador é utilizado para indicar que nosso conhecimento é incompleto devido às imperfeições na preparação dos estados ou devido à impossibilidade do conhecimento completo do estado.

A linguagem de operador densidade é a forma mais conveniente para se descrever um sistema cujo estado não é completamente conhecido (Nielsen e Chuang, 2005). Imaginemos um sistema que tem probabilidade p_x de estar no estado ρ_x . O conjunto $\{p_x, |\psi_x\rangle\}$ é denominado um *ensemble de estados puro*. O operador densidade do sistema é definido por:

$$\rho \equiv \sum_x p_x |\psi_x\rangle \langle \psi_x| \quad (16)$$

ou

$$\rho = \sum_x p_x \rho_x \quad (17)$$

O operador densidade é frequentemente chamado de *matriz densidade*, sendo equivalente à formulação de vetor de estado.

A matriz densidade D_k é encontrada a partir do estado de modelo individual de cada estudante. Quando normalizado, o vetor modelo resposta do estudante (\vec{Q}_k) nos informa a estimativa de probabilidades para um único estudante acessar diferentes modelos físicos. Como definido anteriormente, o vetor modelo do estudante é

$$\vec{u}_k = \begin{pmatrix} \sqrt{q_1^k} \\ \sqrt{q_2^k} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \sqrt{q_w^k} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{m}} \begin{pmatrix} \sqrt{n_1^k} \\ \sqrt{n_2^k} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \sqrt{n_w^k} \end{pmatrix} = |u_k\rangle \quad (18)$$

que representa a amplitude de probabilidade.

A matriz densidade do k th estudante será:

$$D_k = |u_k\rangle\langle u_k| = \{\rho_{\eta\mu}^k\} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} n_1^k & \sqrt{n_1^k n_2^k} & \sqrt{n_1^k n_3^k} \\ \sqrt{n_2^k n_1^k} & n_2^k & \sqrt{n_2^k n_3^k} \\ \sqrt{n_3^k n_1^k} & \sqrt{n_3^k n_2^k} & n_3^k \end{bmatrix} \quad (19)$$

ou

$$D_k = u_k \otimes u_k^T = \{\rho_{\eta\mu}^k\} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} n_1^k & \sqrt{n_1^k n_2^k} & \sqrt{n_1^k n_3^k} \\ \sqrt{n_2^k n_1^k} & n_2^k & \sqrt{n_2^k n_3^k} \\ \sqrt{n_3^k n_1^k} & \sqrt{n_3^k n_2^k} & n_3^k \end{bmatrix} \quad (20)$$

Os operadores que podem representar os operadores densidade são caracterizados pelo seguinte teorema:

“Um operador ρ é operador densidade de um *ensemble* $\{p_x, |\psi_x\rangle\}$ se e somente se satisfizer as seguintes condições:

Condição sobre o traço:

O traço de ρ (soma dos elementos da sua diagonal) deve ser igual a 1.

Condição de positividade: ρ deve ser positivo.

(Nielsen e Chuang, 2005)

Para melhor entendimento, tomamos como exemplo uma lista pouco típica de matrizes densidade um estudante para diferentes estados de modelo apresentada por Bao (1999) (Tabela 57). O cálculo foi baseado em medidas com um grupo de cinco questões em um domínio de conceito com três modelos físicos, ou seja, $m = 5$ e $w = 3$.

Tabela 57. Matrizes densidade um estudante para diferentes estados de modelo

Modelo de resposta do estudante	Vetor estado de modelo do estudante	Matriz densidade do estudante
(500)	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
(410)	$\frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{5} \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
(320)	$\frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ \sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{5} \begin{bmatrix} 3 & \sqrt{6} & 0 \\ \sqrt{6} & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
(221)	$\frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{5} \begin{bmatrix} 2 & 2 & \sqrt{2} \\ 2 & 2 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} & 1 \end{bmatrix}$
(...)	(...)	(...)

Segundo Bao (1999), a matriz densidade do modelo do estudante não contém mais informação que seu vetor de estado de modelo. Porém, isso muda radicalmente quando somamos sobre todos os estudantes de uma turma ou classe.

Assim, definimos a matriz densidade de modelos em uma classe como a média das matrizes densidade de modelo dos estudantes individuais. Essa matriz será:

$$D_k = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \rho_{23} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & \rho_{33} \end{bmatrix} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N D_k = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} \rho_{11}^k & \rho_{12}^k & \rho_{13}^k \\ \rho_{21}^k & \rho_{22}^k & \rho_{23}^k \\ \rho_{31}^k & \rho_{32}^k & \rho_{33}^k \end{bmatrix} \quad (21)$$

em que

$$\rho_{\eta\mu} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \rho_{\eta\mu}^k \quad (22)$$

Por esta definição de matriz densidade podemos perceber que os elementos da diagonal da matriz densidade são iguais ao número de respostas (em porcentagem) correspondente a cada um dos modelos físicos. Podemos escrever:

$$\rho_{\eta\eta} = \frac{1}{N \cdot m} \sum_{k=1}^N n_{nk} \quad (23)$$

Como nós temos

$$\sum_{\eta=1}^m \sum_{k=1}^N n_{\eta k} = \sum_{k=1}^N \sum_{\eta=1}^m n_{\eta k} = \sum_{k=1}^N m = N \cdot m \quad (24)$$

É fácil ver que a soma da diagonal dos elementos é igual a 1:

$$\sum_{\eta=1}^W \rho_{\eta\eta} = \sum_{\eta=1}^W \frac{1}{N \cdot m} \sum_{k=1}^N n_k = 1 \quad (25)$$

Para bons resultados, nós precisamos $N \gg W$, que é usualmente satisfeito.

Na diagonal da matriz estão especificadas as probabilidades com que cada modelo está sendo utilizado pelo grupo de estudantes como um todo e, cada elemento fora da diagonal, contém informações sobre o uso, por cada estudante individualmente, de vários modelos diferentes.

Por exemplo:

Suponha que tenhamos 3 modelos, sendo um modelo cientificamente aceito, um modelo nulo (“errado”) e um modelo nulo (não conhecido). A Figura 20, a seguir, representa 3 exemplos de tipos de matriz densidade possíveis a respeito dos modelos dos estudantes de uma turma.

$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0,3 & 0 \\ 0 & 0 & 0,2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0,5 & 0,2 & 0,1 \\ 0,2 & 0,3 & 0 \\ 0,1 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix}$
(a)	(b)	(c)

Figura 20. Exemplos de matriz densidade de classes de modelos (Bao e Redish, 2006)

Em (a) os estudantes são consistentes no uso dos modelos (usam um único modelo para responder a todas as questões) e há consistência entre os estudantes, ou seja, todos usam o mesmo modelo. No caso (b), os estudantes são consistentes no uso dos modelos (todos utilizam apenas um tipo de modelo), mas não há consistência entre eles, ou seja, grupos de estudantes utilizam modelos diferentes. Por último, em (c) não há consistência dos estudantes individualmente no uso dos modelos (um estudante pode usar modelos diferentes para responder questões diferentes), além disso, não há consistência entre os estudantes.

As diferentes situações apresentadas são características estatísticas da população que são diferentes da natureza probabilística de estado de modelo individual do estudante.

A partir da diagonalização da matriz densidade, obtendo-se seus autovalores e autovetores, é possível inferir qual é o vetor de estado mais frequente dos estudantes. Esse vetor é o autovetor de maior autovalor. A partir disso, pode-se obter informações a respeito do grau de consistência médio do grupo de estudantes.

4. Obtendo os autovalores e autovetores de D

“Um autovetor de um operador linear A em um espaço vetorial é um vetor $|v\rangle$ tal que $A|v\rangle = \nu|v\rangle$, em que ν é um número complexo conhecido como autovalor de A , correspondente a $|v\rangle$ ” (Nielsen e Chuang, 2005).

Os autovalores do operador A são as soluções da equação característica $c(\lambda) = 0$ sendo $c(\lambda) \equiv \det|A - \lambda I|$ em que \det é a função determinante para matrizes.

O autoespaço correspondente a um autovalor ν é o conjunto de vetores com autovalores ν .

Esse é um subespaço vetorial do espaço onde A atua.

Portanto,

$|v\rangle$ é dito ser um autovalor de um operador A se:

$A|v\rangle = \lambda|v\rangle$ em que λ é um número complexo.

Ou seja, dada uma transformação linear A de um espaço vetorial $V(A:V \rightarrow V)$, estamos interessados em saber quais vetores são levados em um múltiplo de si mesmo, isto é, procuramos um vetor $\vec{v} \in V$ e um escalar $\lambda \in R$ tais que:

$$A(\vec{v}) = \lambda(\vec{v}) \quad (28)$$

(Boldrini, 1984)

Essa equação possui solução somente quando λ assume certos valores chamados autovalores de A . O conjunto de autovalores é denominado espectro de A .

Ex:

$$A: R^2 \rightarrow R^2$$

$$\vec{v} \mapsto 2\vec{v}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \mapsto \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2X \\ 2Y \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}$$

nesse caso, 2 é um autovalor de T e qualquer $(x,y) \neq (0,0)$ é um autovetor de T associado ao autovalor 2.

Uma vez que D é simétrica e todos os dados são reais e não negativos, os autovalores serão todos números reais não negativos denotados por $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_w^2$.

Definem-se os autovetores de D como um vetor coluna v_μ em que $\mu = 1, \dots, w$ são os índices para diferentes estados de modelo da classe. Então a matriz de autovetores pode ser escrita como

$$V = [v_1, \dots, v_\mu, \dots, v_w] \quad (26)$$

Essa matriz transforma D em uma forma diagonal. Para um espaço de modelo 3D podemos escrever

$$V^T D V = \left[\sum^2 \right]^{w=3} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3^2 \end{bmatrix} \quad (27)$$

A análise apresentada, proposta por Bao e Redish (2006), nos permite realizar um estudo transversal dos modelos compartilhados pela maioria dos estudantes e, também, investigar se existem modelos compartilhados por estudantes do mesmo curso, da mesma turma ou do mesmo gênero.

Utilizando a matriz densidade de modelo D podemos obter informações quantitativas a respeito da distribuição dos modelos para um grupo de estudantes. Uma forma de fazer isso é através da decomposição do autovalor para extrair o *vetor estado de modelo* do grupo, autovetores de D , e os autovalores.

Considere uma turma com N estudantes. A matriz densidade de modelos para o grupo pode ser escrita como:

$$D = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N D_k = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N u_k \otimes u_k^T \quad (28)$$

Utilizando os autovetores e autovalores, D pode ser também escrita como

$$D = \sum_{\mu=1}^w \sigma_{\mu}^2 v_{\mu} \otimes v_{\mu}^T \quad (29)$$

Aplicando o autovetor v_{μ} pode-se escrever

$$DV_{\mu} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N u_k \otimes u_k^T v_{\mu} = \sigma_{\mu}^2 v_{\mu} \quad (30)$$

Definindo a_{uk} com sendo a concordância entre o *vetor estado de modelo* u_k do k – *ésimo* estudante e v_{μ} , o μ – *ésimo* autovetor de D , temos

$$a_{uk} \equiv u_k^T v_{\mu} \equiv v_{\mu}^T u_k \quad (31)$$

A equação (31) pode ser reescrita como

$$DV_{\mu} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N u_k (u_k^T v_{\mu}) \equiv \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N a_{uk} u_k = \sigma_{\mu}^2 v_{\mu} \quad (32)$$

e, então,

$$v_{\mu} = \frac{1}{\sigma_{\mu}^2 N} \sum_{k=1}^N a_{uk} u_k \quad (33)$$

Assim, um autovetor de D é uma média ponderada dos *vetores estado de modelo* dos estudantes do grupo que se assemelham aos autovetores. O estado de modelo do grupo, representado por tais autovetores, são um conjunto de estados que refletem as características marcantes de todos os *vetores estado de modelo* de cada estudante.

Multiplicando-se a equação (33) por seu conjugado temos

$$v_{\mu}^T v_{\mu} = \frac{1}{\sigma_{\mu}^2 N} \sum_{k=1}^N a_{uk} v_{\mu}^T u_k \frac{1}{\sigma_{\mu}^2 N} \sum_{k=1}^N a_{\mu k}^2 = 1 \quad (34)$$

$$e \quad \sigma_{\mu}^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N a_{\mu k}^2 \quad (35)$$

O produto escalar nos permite encontrar a projeção de um vetor sobre outro e, assim, temos a projeção do *vetor estado de modelo* de cada estudante sobre o autovetor. A equação (35) indica que o μ -ésimo autovalor é a média dos quadrados da sobreposição (produto escalar) entre o μ -ésimo autovetor e o *vetor estado de modelo* de cada estudante. É importante perceber que o autovalor é afetado tanto pela similaridade do *vetor estado de modelo* do estudante e pelo número de estudantes com *vetor estado de modelo* semelhante. Se a partir da matriz densidade de modelos do grupo encontramos um valor alto ($> 0,65$) para o autovalor, isso implica que muitos estudantes no grupo têm um *vetor estado de modelo* u_k 's semelhante e semelhante ao autovetor e, portanto, o grupo tem uma população consistente. Assim, quanto mais próximo de 1 for o valor do autovalor maior a semelhança entre o *vetor estado de modelo* do estudante e o autovetor. Por outro lado, se obtemos baixos valores para os autovalores, isso indica que os estudantes se comportam diferentemente uns dos outros, ou seja, apresentam *vetor estado de modelos* diferentes. Portanto, nós usamos a magnitude dos autovalores para avaliar a consistência do grupo.

Usando a decomposição do autovalor para analisar a matriz densidade de modelo do grupo podemos obter uma avaliação quantitativa da estrutura e da popularidade dos estados de modelo dos estudantes, ou seja, investigar qual estado de modelo é mais comum. Podemos avaliar dois tipos de consistência: a consistência de cada estudante utilizando diferentes modelos e a consistência entre os diferentes estudantes. Como indicado pelas equações (33) e (35), se existe um

autovetor com grande autovalor, ele contém as características dominantes dos *vetores estado de modelo* de um único estudante. Esse autovetor é denominado autovetor primário. Os autovetores adicionais atuam como correções de características menos populares que não são representadas pelo estado primário. Ao considerar a classe como uma única unidade, um autovetor primário nos dá uma boa avaliação da estrutura do modelo global do grupo.

Apêndice V

Programas de conteúdos do currículo de Física para as três séries do Ensino Médio:

FÍSICA 1

EMENTA

Introdução ao pensar e ao pensamento científico na Física com ênfase no desenvolvimento da observação sistemática, da descrição com base em medidas e a através de gráficos e relações, bem como na atenção a princípios gerais como o princípio da conservação da energia.

PROGRAMA

MECÂNICA

1- INTRODUÇÃO

- Natureza das ciências
- Medidas e os erros de medidas

2- CINEMÁTICA

- Sistemas de referência
- Ponto material e trajetória
- Movimento de um ponto material em linha reta com velocidade constante
- Movimento de um ponto material em linha reta com aceleração constante.

- Representações: gráfico e equação

ENERGIA E PRINCÍPIOS GERAIS

1- ENERGIA MECÂNICA

- Energia e trabalho
- Energia cinética, potencial gravitacional e elástica
- Conservação de energia mecânica

2- CALOR

- A transmissão de energia por meio do calor e trabalho
- Capacidade térmica e calor específico
- A propagação do calor

3- ONDAS E SOM

- A propagação e propriedades das ondas
- As ondas elásticas
- Ondas transversais e longitudinais
- As ondas periódicas
- As ondas sonoras e suas características

FENÔMENOS ELETROMAGNÉTICAS E FÍSICA CONTEMPORÂNEA

1- CIRCUITOS ELÉTRICOS

- Conceito de corrente elétrica
- Circuitos de corrente contínua - Lei de Ohm

- Instrumentos elétricos de medida
- Potência em um circuito

2- RELATIVIDADE

- O espaço-tempo e o evento
- Invariância da velocidade da luz
- Simultaneidade, dilatação do tempo e contração do espaço
- Relação entre massa e energia

BIBLIOGRAFIA

IMAGENS DA FÍSICA - curso completo. Autor : UGO AMALDI - Editora Scipioni.

FÍSICA– ensino médio(três volumes). Autor: Antônio Máximo e Beatriz Alvarenga -
Editora Scipioni.

FÍSICA (volume único). Autor: Sampaio e Calçada – Editora Atual

FÍSICA (volume único). Autor: Alberto Gaspar – Editora Ática

FISICA 2

EMENTA

Aprofundamento ao pensar e ao pensamento científico na Física através da mediação de ferramentas como vetores, da distinção entre entidades fundamentais como os elétrons e suas interações, da introdução do conceito de campo e da atenção a outros princípios fundamentais como a conservação do momento linear.

PROGRAMA

MECÂNICA

1 - CINEMÁTICA

- Movimento de um ponto material numa trajetória qualquer
- Grandezas escalares e vetoriais
- Vetor velocidade e vetor aceleração
- Movimento circular
- Movimento de projéteis
- Movimento harmônico

2 - FORÇAS E MOVIMENTO

- Conceito e medidas de força
- Princípio de inércia
- Equilíbrio de corpos rígidos
- Força e aceleração

- Forças no movimento circular, no movimento de projéteis e no movimento harmônico

PRINCÍPIOS GERAIS E PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

1 - CONSERVAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO

- Impulso e quantidade de movimento
- Colisões e conservação da energia e da quantidade de movimento
- Forças impulsivas

2 - PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

- Átomos, moléculas e suas interações
- Corpos sólidos, líquidos e gasosos
- Pressão e princípio de Pascal
- Pressão atmosférica
- A flutuação: a lei de Arquimedes

3 - TEMPERATURA E COMPORTAMENTO DOS GASES

- Temperatura e dilatação; temperatura absoluta
- Mudanças de estado e calor latente
- Equação de estado de um gás ideal
- Modelo molecular de um gás

FENÔMENOS ELETROMAGNÉTICAS E FÍSICA CONTEMPORÂNEA

1 - CAMPO ELÉTRICO

- Eletrização e a carga elétrica
- Condutores e isolantes

BIBLIOGRAFIA

- IMAGENS DA FÍSICA - curso completo. Autor : UGO AMALDI - Editora Scipioni.
- FÍSICA– ensino médio(três volumes). Autor: Antônio Máximo e Beatriz Alvarenga - Editora Scipioni.
- FÍSICA (volume único). Autor: Sampaio e Calçada – Editora Atual
- FÍSICA (volume único). Autor: Alberto Gaspar – Editora Ática

FÍSICA 3

EMENTA

Aplicação do pensar e do pensamento científico na Física através da construção e uso de modelos matemáticos na interpretação de fenômenos naturais, de fatos da vida cotidiana, de experimentos e de aplicações tecnológicas bem como em atividades de investigação.

PROGRAMA

MECÂNICA

1- LEIS DA DINÂMICA

- A dinâmica e as leis de Newton
- A primeira lei de Newton e suas aplicações
- A segunda lei de Newton e suas aplicações
- A terceira lei de Newton e suas aplicações

2- GRAVITAÇÃO UNIVERSAL

- Força gravitacional
- Leis de Kepler
- Aplicações ao movimento de satélites

PRINCÍPIOS GERAIS E PROPRIEDADES DA LUZ

1- PRINCÍPIOS DA TERMODINÂMICA

- A termodinâmica e seus princípios
- A primeira lei da termodinâmica e a conservação da energia
- A segunda lei da termodinâmica e a entropia
- Máquinas térmicas e suas aplicações

2- PROPRIEDADES DA LUZ

- Reflexão da luz e imagens formadas por espelhos – uso de equações
- Refração da luz e imagens formadas por lentes – uso de equações
- Instrumentos óticos
- Propriedades ondulatórias da luz: interferência, difração e suas aplicações

FENÔMENOS ELETROMAGNÉTICAS E FÍSICA CONTEMPORÂNEA

1- CAMPO MAGNÉTICO E INDUÇÃO MAGNÉTICA

- O campo magnético
- Origens do campo magnético; ímãs e correntes elétricas
- Forças exercidas por campos magnéticas em correntes e cargas em movimento e suas aplicações
- Correntes induzidas e suas aplicações
- Circuitos de corrente alternada
- Ondas eletromagnéticas: propriedades e aplicações

2- FÍSICA QUÂNTICA E RADIOATIVIDADE

- Modelo quântico da luz e partículas
- Modelo quântico do átomo
- O núcleo dos átomos e a radioatividade
- Fissão e fusão nuclear

BIBLIOGRAFIA

- IMAGENS DA FÍSICA - curso completo. Autor : UGO AMALDI - Editora Scipioni.
- FÍSICA– ensino médio(três volumes). Autor: Antônio Máximo e Beatriz Alvarenga - Editora Scipioni.
- FÍSICA (volume único). Autor: Sampaio e Calçada – Editora Atual
- FÍSICA (volume único). Autor: Alberto Gaspar – Editora Ática