



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM**  
**ENGENHARIA MECÂNICA**

**“TÉCNICA DE MEDIÇÃO TRI-DIMENSIONAL BASEADA NO  
APRIMORAMENTO DA FORMULAÇÃO DA TÉCNICA DE  
MOIRÉ DE PROJEÇÃO E RECURSOS DE FOTOGAMETRIA”**

**GUSTAVO S. BORGES**

Belo Horizonte, 23 de Março de 2011

Gustavo S. Borges

**“TÉCNICA DE MEDIÇÃO TRI-DIMENSIONAL BASEADA NO  
APRIMORAMENTO DA FORMULAÇÃO DA TÉCNICA DE  
MOIRÉ DE PROJEÇÃO E RECURSOS DE FOTOGAMETRIA”**

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia mecânica.

Área de concentração: Calor e Fluidos

Orientador (a): Prof. Rudolf Huebner

Universidade Federal de Minas Gerais

Belo Horizonte

Escola de Engenharia da UFMG

Ano 2011



**Universidade Federal de Minas Gerais**  
**Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**  
Av. Antônio Carlos, 6627 - Pampulha - 31.270-901 - Belo Horizonte – MG  
Tel.: +55 31 3409-5145 – Fax: +55 31 3443-3783  
www.demec.ufmg.br – E-mail: cpgmec@demec.ufmg.br

**“TÉCNICA DE MEDIÇÃO TRI-DIMENSIONAL BASEADA NO  
APRIMORAMENTO DA FORMULAÇÃO DA TÉCNICA DE  
MOIRÉ DE PROJEÇÃO E RECURSOS DE FOTOGAMETRIA”**

**GUSTAVO S. BORGES**

Dissertação/Tese defendida e aprovada em 23, de Março de 2011, pela Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA", na área de concentração de "CALOR E FLUIDOS"

---

**Prof. Dr. Rudolf Huebner - Universidade Federal de Minas Gerais - Orientador**

---

**Prof. Dr. Marcos Pinotti Barbosa - Universidade Federal de Minas Gerais - Examinador**

---

**Prof. Dr. Guilherme A. S. Pereira - Universidade Federal de Minas Gerais - Examinador**



## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço à minha família pelo apoio e exemplo de vida, meu pai Gilson Geraldo Borges, minha mãe Vânia Lúcia Santos Borges, e meu irmão Guilherme Santos Borges. Agradeço à minha companheira Natália Duarte Linhares pela motivação e paciência nos incontáveis fins de semanas e feriados dedicados a este estudo. Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Rudolf Huebner pelo excepcional aconselhamento, supervisão e formação, agradeço também ao Prof. Dr. Marcos Pinotti Barbosa pelo apoio. Agradeço ao Engenheiro e Prof. MSc. José Barone Rosa pelo incentivo e auxílio durante o estudo. Agradeço ao Prof. Dr. Ricardo L. Utsch de Freitas Pinto pelo exemplo como professor e pesquisador. Agradeço ao Prof. Dr. Meinhard Sesselmann e à Prof. Dr. Sara Del Vecchio pela pelo incentivo no estudo das técnicas de medição utilizando projeção de franjas, e também pela ajuda na minha formação. Agradeço à empresa St. Jude Medical pelo incentivo e disponibilização de materiais e equipamentos para o desenvolvimento deste trabalho.

Meus sinceros agradecimentos.

“Noventa e nove por cento das preocupações que eu tive em minha vida não se concretizaram”

Gilson Geraldo Borges

# SUMÁRIO

|   |       |
|---|-------|
| AGRADECIMENTOS .....  | I     |
| SUMÁRIO .....   | III   |
| NOMENCLATURA.....   | VII   |
| LISTA DE FIGURAS.....   | XII   |
| LISTA DE GRÁFICOS .....   | XV    |
| LISTA DE TABELAS E QUADROS .....  | XVI   |
| LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS.....   | XVII  |
| RESUMO.....   | XVIII |
| 1. INTRODUÇÃO .....   | 1     |
| 1.1. OBJETIVOS .....  | 3     |
| 1.1.1. OBJETIVO PRINCIPAL.....  | 3     |
| 1.1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....  | 3     |
| 1.2. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....   | 3     |
| 2. REVISÃO DA LITERATURA .....  | 4     |
| 2.1. CONCEITO DE TÉCNICA DE PROJEÇÃO DE FRANJAS E MOIRÉ.....                          | 4     |
| 2.2. MEDIÇÃO POR MEIO DAS TÉCNICAS DE PROJEÇÃO DE FRANJAS.....                        | 7     |
| 2.2.1. AVALIAÇÃO DA MODULAÇÃO.....  | 8     |
| 2.2.2. TRIANGULAÇÃO.....  | 10    |
| 2.2.3. GENERALIZAÇÃO DAS TÉCNICAS DE MEDIÇÃO QUE UTILIZAM PROJEÇÃO<br>DE FRANJAS..... | 15    |
| 2.3. A TÉCNICA ESTEREOSCÓPICA.....  | 16    |
| 2.3.1. ESTÉREO CORRESPONDÊNCIA .....  | 17    |
| 2.3.2. TRIANGULAÇÃO.....  | 19    |
| 2.3.3. GENERALIZAÇÃO DA TÉCNICA ESTEREOSCÓPICA .....                                  | 30    |

|   |    |
|---|----|
| 2.4. COMPARAÇÃO ENTRE TÉCNICAS DE PROJEÇÃO DE FRANJAS E ESTEREOSCOPIA.....            | 31 |
| 2.4.1. MOIRÉ DE PROJEÇÃO .....  | 31 |
| 2.4.2. ESTEREOSCOPIA.....   | 33 |
| 2.4.3. ANALOGIA ENTRE AS TÉCNICAS.....  | 34 |
| 3. METODOLOGIA.....   | 35 |
| 3.1. DESCRIÇÃO QUALITATIVA DA TÉCNICA DE MEDIÇÃO PROPOSTA .....                       | 35 |
| 3.2. DEDUÇÕES FORMAIS E EQUACIONAMENTO MATEMÁTICO.....                                | 41 |
| 3.2.1. MODULAÇÃO E PROCESSAMENTO DIGITAL DE IMAGENS.....                              | 41 |
| 3.2.2. CONSIDERAÇÕES SOBRE A MODULAÇÃO.....   | 49 |
| 3.2.3. CALIBRAÇÃO.....  | 49 |
| 3.2.4. DEFINIÇÃO DA LOCALIZAÇÃO DO PROJETOR .....                                     | 49 |
| 3.2.5. DEFINIÇÃO DA EQUAÇÃO DO PLANOS DE REFERÊNCIA E PLANO VIRTUAL                   | 50 |
| 3.2.6. RELAÇÃO ENTRE MODULAÇÃO O LOCALIZAÇÃO DOS PONTOS DO MENSURANDO NO ESPAÇO ..... | 51 |
| 3.3. PROCEDIMENTO DE MEDIÇÃO .....  | 57 |
| 3.3.1. CONSIDERAÇÕES SOBRE O PROCEDIMENTO DE MEDIÇÃO .....                            | 57 |
| 3.3.2. CONFIGURAÇÃO DO INSTRUMENTO .....  | 58 |
| 3.3.3. PROCESSO DE MEDIÇÃO .....  | 59 |
| 3.4. PLANEJAMENTO DOS EXPERIMENTOS.....   | 63 |
| 3.4.1. AVALIAÇÃO METROLÓGICA.....   | 63 |
| 3.4.2. AVALIAÇÃO QUALITATIVA PARA VÁRIOS MATERIAIS.....                               | 68 |
| 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES .....  | 69 |
| 4.1. RESULTADOS RELATIVOS À FORMULAÇÃO DA TÉCNICA DE MEDIÇÃO PROPOSTA .....           | 69 |
| 4.2. AVALIAÇÃO METROLÓGICA.....   | 71 |
| 4.2.1. TÉCNICA DE MEDIÇÃO PROPOSTA.....   | 71 |
| 4.2.2. TÉCNICA DE MOIRÉ DE PROJEÇÃO .....   | 76 |

|   |     |
|---|-----|
| 4.2.3. COMPARAÇÃO ENTRE AS DUAS TÉCNICAS DE MEDIÇÃO .....                                 | 79  |
| 4.3. AVALIAÇÃO QUALITATIVA .....  | 81  |
| 4.3.1. AVALIAÇÃO DA PEÇA DE PLÁSTICO. ....  | 82  |
| 4.3.2. AVALIAÇÃO DA MÃO HUMANA.....   | 83  |
| 4.3.3. AVALIAÇÃO DA CÚSPIDE PORCINA.....  | 84  |
| 4.3.4. AVALIAÇÃO DA XÍCARA DE CERÂMICA. ....  | 85  |
| 4.3.5. AVALIAÇÃO DA FACE HUMANA.....  | 86  |
| 4.3.6. DISCUSSÃO DA AVALIAÇÃO QUALITATIVA .....   | 87  |
| 5. CONCLUSÕES .....   | 88  |
| 5.1. CONCLUSÕES .....   | 88  |
| 5.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....   | 89  |
| 5.2.1. ALGORITMO DE REMOÇÃO DE SALTO DE FASE BASEADO EM SISTEMA<br>ESTEREOSCÓPICO .....   | 89  |
| 5.2.2. AUMENTO DA REGIÃO DE VISIBILIDADE E RESOLUÇÃO UTILIZANDO A<br>SEGUNDA CÂMERA ..... | 89  |
| ABSTRACT.....   | 91  |
| RESUMO.....   | 92  |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....   | 93  |
| ANEXO A - MODULAÇÃO E A FASE RELATIVA .....   | 99  |
| A.1 AVALIAÇÃO DA VIABILIDADE DE CÁLCULO DA MODULAÇÃO .....                                | 99  |
| A.2 AVALIAÇÃO DA FASE RELATIVA UTILIZANDO SOLUÇÕES ANALÍTICAS .....                       | 100 |
| A.3 RELAÇÃO ENTRE A FASE RELATIVA E A MODULAÇÃO.....                                      | 102 |
| A.4 REMOÇÃO DO SALTO DE FASE.....   | 106 |
| ANEXO B - ASPECTOS RELEVANTES AO PROBLEMA DE ESTÉREO<br>CORRESPONDÊNCIA.....              | 110 |
| B.1 RESTRIÇÕES .....  | 110 |
| B.2 AVALIAÇÃO DAS FUNÇÕES DE CUSTO .....  | 112 |
| B.3 MÉTODOS DE AGREGAÇÃO .....  | 114 |

|   |     |
|---|-----|
| B.4 ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO .....                | 114 |
| B.5 REFINAMENTO DA SOLUÇÃO .....                  | 114 |
| ANEXO C - CALIBRAÇÃO ESTEREOSCÓPICA .....         | 116 |
| ANEXO D - ALGORITMO MASK CUTS.....                | 118 |
| D.1 DEFINIÇÃO DO MAPA DE QUALIDADE.....           | 118 |
| D.2 DEFINIÇÃO DA LOCALIZAÇÃO DOS RESÍDUOS .....   | 119 |
| D.3 DEFINIÇÃO DAS BARREIRAS.....                  | 119 |
| D.4 MINIMIZAÇÃO DA ESPESSURA DAS BARREIRAS .....  | 120 |
| D.5 REMOÇÃO DO SALTO DE FASE.....                 | 121 |
| ANEXO E - INSTRUMENTO DE MEDIÇÃO CONSTRUÍDO ..... | 122 |
| E.1 SISTEMA DE AQUISIÇÃO DE IMAGENS .....         | 122 |
| E.2 SOFTWARE DE PROCESSAMENTO.....                | 125 |
| E.3 DEMAIS ITENS .....                            | 127 |

# NOMENCLATURA

## Letras Latinas

|                        |  |
|------------------------|--|
| $A(x, y)$              | Influência da luz ambiente nas franjas projetadas [intensidade de pixel].                |
| $a$                    | Constante a ser determinada no processo de triangulação [adimensional].                  |
| $B(x, y)$              | Influência da reflexão das franjas projetadas [intensidade de pixel].                    |
| $B_m^n\{\cdot\}$       | Operador filtro passa baixas de Butterworth [adimensional].                              |
| $b$                    | Constante a ser determinada no processo de triangulação [adimensional].                  |
| $c$                    | Constante a ser determinada no processo de triangulação [adimensional].                  |
| $D_{x,y}(d_x, d_y)$    | Mapa de disparidade da técnica estereoscópica [milímetros].                              |
| $d_x$                  | Disparidade na direção $\hat{x}$ [pixels].   |
| $d_y$                  | Disparidade na direção $\hat{y}$ [pixels].   |
| $d_p$                  | Distância entre as franjas projetadas [milímetros].                                      |
| $e_1$                  | Epipolo relativo à câmera um [milímetros].   |
| $e_2$                  | Epipolo relativo à câmera dois [milímetros].   |
| $f$                    | Distância focal [milímetros].  |
| $h(x, y)$              | Mapa de profundidade da técnica de Moiré de Sombra [milímetros].                         |
| $I_e(x, y)$            | Influência da luz nas franjas projetadas [intensidade de pixel].                         |
| $I_r(x, y)$            | Influência da reflexão das franjas projetadas [intensidade de pixel].                    |
| $I_\phi(x, y, \theta)$ | Transmitância da franja projetada e deslocada de ângulo $\theta$ [intensidade do pixel]. |
| $I_\phi(x, y)$         | Transmitância da franja projetada em um anteparo [intensidade de pixel].                 |
| $I_n(x, y)$            | Imagem identificada por 'n' [intensidade de pixel].                                      |
| $I_{roi}(x, y)$        | Imagem da área de interesse [intensidade de pixel].                                      |
| $k_a$                  | Tamanho da janela do mapa de qualidade de pseudocorrelação [adimensional].               |
| $k_1 - k_5$            | Coefficientes do modelo de distorção das lentes da câmera [adimensional].                |
| $k_\phi$               | Constante que representa a fase relativa do plano virtual [radianos]                     |
| $k(x)$                 | Função que define o salto de fase [adimensional].  |
| $k_c(x)$               | Função de correção do operador salto de fase [adimensional].                             |
| $l_{e1}$               | Epilinha relativa à câmera um [milímetros].  |

|                    |  |
|--------------------|--|
| $l_{e2}$           | Epilinha relativa à câmera dois [milímetros].                                    |
| $l_k$              | Distância entre o plano de referência e a câmera [milímetros].                   |
| $l_p$              | Distância entre o plano de referência e o projetor [milímetros].                 |
| $M$                | Identificação de objeto em uma determinada cena [adimensional].                  |
| $\mathbf{M}_t$     | Matriz de transformação do modelo Pin-Hole [adimensional].                       |
| $\mathbf{M}_e$     | Matriz de parâmetros extrínsecos [adimensional].                                 |
| $\mathbf{M}_i$     | Matriz de parâmetros intrínsecos [adimensional].                                 |
| $\mathbf{M}_{i01}$ | Matriz de parâmetros intrínsecos relativa à câmera um [adimensional].            |
| $\mathbf{M}_{i02}$ | Matriz de parâmetros intrínsecos relativa à câmera dois [adimensional].          |
| $m_l$              | Identificação do pixel que representa o objeto $M$ na câmera $l$ [adimensional]. |
| $m_r$              | Identificação do pixel que representa o objeto $M$ na câmera $r$ [adimensional]. |
| $N$                | Identificação de objeto $N$ em uma determinada cena [adimensional].              |
| $n$                | Número inteiro [adimensional].   |
| $n_l$              | Identificação do pixel que representa o objeto $N$ na câmera $l$ [adimensional]. |
| $n_r$              | Identificação do pixel que representa o objeto $N$ na câmera $r$ [adimensional]. |
| $o_x$              | Coordenadas $\hat{x}$ do centro do plano formador da imagem [adimensional].      |
| $o_y$              | Coordenadas $\hat{y}$ do centro do plano formador da imagem [adimensional].      |
| $P_n$              | Ponto relativo ao objeto identificado por 'n' [milímetros].                      |
| $p_n$              | Pixel relativo ao objeto identificado por 'n' [milímetros].                      |
| $\mathbf{Q}$       | Matriz que define a transformação do processo de retificação [adimensional]      |
| $\mathbf{q}_n$     | Vetor que compõem a enésima linha matriz $\mathbf{Q}$ [adimensional]             |
| $\mathbb{R}$       | Conjunto dos números reais [adimensional].                                       |
| $\mathbb{R}^2$     | Espaço vetorial bi-dimensional dos números reais [adimensional].                 |
| $\mathbb{R}^3$     | Espaço vetorial tri-dimensional dos números reais [adimensional].                |
| $R_{x,y}$          | Resíduo localizado no pixel de coordenadas $(x, y)$ [adimensional].              |
| $\mathbf{R}_n$     | Coluna 'n' da matriz de rotação do Modelo Pin-Hole [adimensional].               |
| $r$                | Distância do centro do plano formador da imagem [milímetros].                    |
| $S_\varphi$        | Sensibilidade da modulação [mm/pixel].   |
| $s_x$              | Sensibilidade do modelo Pin-Hole na direção $\hat{x}$ [mm/pixel].                |
| $s_y$              | Sensibilidade do modelo Pin-Hole na direção $\hat{y}$ [mm/pixel].                |

|                        |  |
|------------------------|--|
| $T$                    | Vetor de translação [milímetros].  |
| $U_{95\%}$             | Incerteza expandida percentual para o intervalo confiança de 95% [adimensional].   |
| $U$                    | Região em uma determinada imagem [adimensional].   |
| $u_1$                  | Distância entre feixes de luz relativos à câmera e mensurados no plano de referência. [milímetros].  |
| $u_p$                  | Distância entre feixes de luz relativos ao projetor e mensurados no plano de referência [milímetros].  |
| $u(x)$                 | Função arbitrária [adimensional].  |
| $u(x_n)$               | Incerteza padrão relacionada à variável $x_n$ [milímetros].  |
| $u_c$                  | Incerteza padrão combinada [milímetros].   |
| $u(x, y)$              | Modulação em unidades métricas <sup>1</sup> [milímetros].  |
| $\vec{V}_a$            | Vetor utilizado na triangulação da técnica de medição proposta [milímetros].   |
| $\vec{V}_b$            | Vetor utilizado na triangulação da técnica de medição proposta [milímetros].   |
| $\vec{V}_d$            | Vetor disparidade [milímetros].  |
| $\vec{V}_{img}$        | Vetor que aponta para pixel no plano formador da imagem [milímetros].  |
| $\vec{V}_{mes}$        | Vetor que aponta para um ponto no mensurando [milímetros].   |
| $\vec{V}_{ref}$        | Vetor que aponta o plano de referência [milímetros].   |
| $v(x)$                 | Função arbitrária [adimensional].  |
| $\mathcal{W}\{\cdot\}$ | Operador Salto de fase [adimensional].   |
| $X_n$                  | Variável da formula para o cálculo da incerteza de medição [milímetros].   |
| $x$                    | Deslocamento no plano de referência [milímetros].  |
| $\hat{x}$              | Componente unitária formadora do sistema de coordenadas [adimensional].  |
| $x_u$                  | Componente na direção $\hat{x}$ do pixel relativo ao sistema de coordenadas do mundo no modelo Pin-Hole [milímetros].  |
| $x_v$                  | Componente na direção $\hat{x}$ do pixel relativo ao sistema de coordenadas do mundo no modelo Pin-Hole após a mitigação dos efeitos da distorção das lentes [milímetros]. |
| $Y$                    | Variável da formula para o cálculo da incerteza de medição [milímetros].   |
| $\hat{y}$              | Componente unitária formadora do sistema de coordenadas [adimensional].  |

<sup>1</sup> Utilizado somente na formulação das técnicas de Moiré de Projecção e Moiré de Franja

|             |  |
|-------------|--|
| $y_u$       | Componente na direção $\hat{y}$ do pixel relativo ao sistema de coordenadas do mundo no modelo Pin-Hole [milímetros].  |
| $y_v$       | Componente na direção $\hat{y}$ do pixel relativo ao sistema de coordenadas do mundo no modelo Pin-Hole após a mitigação dos efeitos da distorção das lentes [milímetros]. |
| $Z_m(x, y)$ | Mapa de profundidade da técnica de Moiré de Projeção [milímetros].   |
| $z_p$       | Distância constante utilizada na técnica de Moiré de Sombra [milímetros].  |
| $z_u$       | Componente na direção $\hat{z}$ do pixel relativo ao sistema de coordenadas do mundo no modelo Pin-Hole [milímetros].  |
| $\hat{z}$   | Componente unitária formadora do sistema de coordenadas [adimensional].  |
| $ z(x, y) $ | Mapa de qualidade relacionado ao pixel de coordenadas $(x, y)$ [adimensional].   |

### Letras Gregas

|                         |   |
|-------------------------|---|
| $\alpha$                | Ângulo [radianos].  |
| $\beta$                 | Ângulo [radianos].  |
| $\Delta_n$              | Operador salto de fase aplicado à diferença do gradiente da modulação relativo ao pixel n [radianos]. |
| $\Delta\phi(x_i)$       | Gradiente da fase relativa do pixel expresso por $x_i$ [radianos].                                    |
| $\Delta\varphi(x, y)$   | Diferença de fase relativa do pixel de coordenadas $(x, y)$ [radianos].                               |
| $\Delta\psi(x_i)$       | Gradiente da modulação do pixel expresso por $x_i$ [radianos].  |
| $\Delta I(x, y)$        | Diferença entre duas imagens quaisquer [intensidade pixel].   |
| $\epsilon$              | Constante muito pequena [radianos].   |
| $\theta$                | Ângulo de fase [radianos].  |
| $\theta_0$              | Ângulo entre o projetor e câmera [radianos].  |
| $\pi$                   | PI: 3.14159... [adimensional].  |
| $\Pi_{img}$             | Plano formador da imagem [adimensional].  |
| $\Pi_{img01}$           | Plano formador da imagem relativo à câmera um [adimensional].   |
| $\Pi_{img02}$           | Plano formador da imagem relativo à câmera dois [adimensional].                                       |
| $\Pi_{ref}$             | Plano de referência [adimensional].   |
| $\Pi_{vir}$             | Plano virtual [adimensional].   |
| $\tilde{\varphi}(x, y)$ | Fase relativa após a aplicação do filtro passa baixa [adimensional].                                  |

|                   |   |
|-------------------|---|
| $\varphi(x, y)$   | Fase relativa do pixel de coordenadas $(x, y)$ [radianos].              |
| $\varphi_d(x, y)$ | Fase relativa devido à distorção das lentes do projetor [radianos].     |
| $\varphi_p(x, y)$ | Fase relativa devido à posição do projetor [radianos].                  |
| $\varphi_m(x, y)$ | Fase relativa devido ao mensurando [radianos].                          |
| $\psi(x, y)$      | Modulação ou fase absoluta do pixel de coordenadas $(x, y)$ [radianos]. |
| $\Omega_{C1}$     | Sistema de coordenadas da câmera um [adimensional].                     |
| $\Omega_{C2}$     | Sistema de coordenadas da câmera dois [adimensional].                   |
| $\Omega_{img}$    | Sistema de coordenadas da imagem no Modelo Pin-Hole [adimensional].     |
| $\Omega_p$        | Sistema de coordenadas do projetor [adimensional].                      |
| $\Omega_w$        | Sistema de coordenadas do mundo no Modelo Pin-Hole [adimensional].      |
| $\omega$          | Frequência espacial das franjas projetadas [1/pixel].                   |
| $\vec{\omega}$    | Vetor utilizado no processo de triangulação [milímetros].               |

### Subscritos

|              |  |
|--------------|--|
| 1            | Identifica unicamente as variáveis nas equações. |
| 2            | Identifica unicamente as variáveis nas equações. |
| $m \times n$ | Identifica matriz de tamanho $m \times n$ .      |

### Sobrescritos

|     |  |
|-----|--|
| '   | Identifica unicamente as variáveis nas equações quando subscritos foram utilizados para outros propósitos. |
| "   | Identifica unicamente as variáveis nas equações quando subscritos foram utilizados para outros propósitos. |
| $T$ | Transposição.  |

## LISTA DE FIGURAS

|  |    |
|--|----|
| FIGURA 1.1: Exemplo de representação de uma imagem colorida por meio de uma matriz tri-dimensional $8 \times 8 \times 3$ ..... | 2  |
| FIGURA 2.1: Peça medida pelo scanner tri-dimensional da empresa Inspect Vision .....   | 4  |
| FIGURA 2.2: Projeção de franjas em um anteparo plano. ....   | 5  |
| FIGURA 2.3: Projeção de Franjas em uma meia casca de elipsóide.....  | 5  |
| FIGURA 2.4: Efeito Moiré.....  | 6  |
| FIGURA 2.5: Frequência das franjas de Moiré .....  | 7  |
| FIGURA 2.6: Caracterização do salto de fase .....  | 9  |
| FIGURA 2.7: Ambigüidade na definição da modulação.....   | 10 |
| FIGURA 2.8: Passo de triangulação da técnica de Moiré de Projeção. ....  | 11 |
| FIGURA 2.9: Projeção das franjas no plano de referência.....   | 13 |
| FIGURA 2.10: Passo de triangulação da técnica de Moiré de Sombra. ....   | 14 |
| FIGURA 2.11: Generalização dos métodos de medição utilizando projeção de franjas.....  | 16 |
| FIGURA 2.12: Caracterização da estereoscopia. ....   | 17 |
| FIGURA 2.13: Formação de imagem no modelo Pin-Hole. ....   | 19 |
| FIGURA 2.14: Exemplo do modelo Pin-Hole.....   | 20 |
| FIGURA 2.15: Modelo Pin-Hole com sistema de coordenadas transladado e rotacionado. ....  | 22 |
| FIGURA 2.16: Modelo estereoscópico.....  | 24 |
| FIGURA 2.17: Esquemático da geometria epipolar .....   | 25 |
| FIGURA 2.18: Caracterização da epilinha .....  | 26 |
| FIGURA 2.19: Processo de retificação.....  | 27 |
| FIGURA 2.20: Triangulação estereoscópica. ....   | 28 |
| FIGURA 2.21: Sumarização das variantes da técnica estereoscópica.....  | 31 |
| FIGURA 2.22: Definição errônea da localização da câmera.....   | 33 |
| FIGURA 3.1: Desenho esquemático representativo da técnica de medição proposta.....   | 35 |
| FIGURA 3.2: Primeiro passo da construção do modelo de análise.....   | 37 |
| FIGURA 3.3: Segundo passo da construção do modelo de análise.....  | 37 |
| FIGURA 3.4: Terceiro passo da construção do modelo de análise .....  | 38 |

|   |     |
|---|-----|
| FIGURA 3.5: Vetor modulação visto pela câmera.....  | 39  |
| FIGURA 3.6: Vetor modulação visto no modelo de análise .....                                | 39  |
| FIGURA 3.7: Modelo de análise completo .....  | 40  |
| FIGURA 3.8: Efeito da distorção das lentes do projetor .....                                | 42  |
| FIGURA 3.9: Comportamento da sensibilidade da modulação em vários planos .....              | 42  |
| FIGURA 3.10: Características da modulação observadas sobre a perspectiva da câmera.....     | 43  |
| FIGURA 3.11: Diferença da fase relativa.....  | 46  |
| FIGURA 3.12: Comportamento para vários planos de referência.....                            | 47  |
| FIGURA 3.13: Definição do plano virtual .....   | 47  |
| FIGURA 3.14: Definição da posição do projetor. ....   | 50  |
| FIGURA 3.15: Modelo de análise completo incluindo o plano virtual.....                      | 52  |
| FIGURA 3.16: Intersecção dos vetores que definem a localização do ponto no mensurando. .... | 55  |
| FIGURA 3.17: Avaliação de pontos específicos do mensurando.....                             | 62  |
| FIGURA 3.18: Avaliação metrológica. ....  | 64  |
| FIGURA 3.19: Exemplo de avaliação do plano inclinado .....                                  | 64  |
| FIGURA 4.1: Definição errônea da localização do projetor. ....                              | 71  |
| FIGURA 4.2: Visualização tri-dimensional em escala da peça de plástico .....                | 82  |
| FIGURA 4.3: Visualização da peça de plástico.....   | 82  |
| FIGURA 4.4: Visualização tri-dimensional em escala da mão humana .....                      | 83  |
| FIGURA 4.5: Visualização da mão humana.....   | 83  |
| FIGURA 4.6: Visualização tri-dimensional em escala da cúspide porcina.....                  | 84  |
| FIGURA 4.7: Visualização da cúspide porcina.....  | 84  |
| FIGURA 4.8: Visualização tri-dimensional em escala da xícara de cerâmica .....              | 85  |
| FIGURA 4.9: Visualização da xícara de cerâmica .....  | 85  |
| FIGURA 4.10: Visualização tri-dimensional em escala da face humana.....                     | 86  |
| FIGURA 4.11: Visualização da face humana.....   | 86  |
| FIGURA 5.1: Utilização da segunda câmera para aumento da resolução e visibilidade .....     | 90  |
| FIGURA A.1: Dependência do caminho e resíduos.....  | 107 |
| FIGURA B.1: Restrição epipolar.....   | 110 |
| FIGURA B.2: Forbinden Zone. ....  | 111 |
| FIGURA D.1: Mapa de qualidade por pseudocorrelação.....                                     | 119 |

|   |     |
|---|-----|
| FIGURA D.2: Diminuição da espessura das barreiras. ....         | 120 |
| FIGURA E.3: Câmera utilizada para a aquisição das imagens. .... | 123 |
| FIGURA E.4: Lente utilizada na aquisição das imagens.....       | 124 |
| FIGURA E.5: Diagrama de contexto do software desenvolvido.....  | 126 |

## LISTA DE GRÁFICOS

|  |    |
|--|----|
| GRÁFICO 4.1: Resultados das medições no plano inclinado utilizando técnica de medição proposta.....  | 75 |
| GRÁFICO 4.2: Resultados das medições no plano inclinado utilizando técnica de Moiré de Projeção..... | 78 |

## LISTA DE TABELAS E QUADROS

|  |     |
|--|-----|
| TABELA 2.1 Conceituação dos termos usados na avaliação da modulação .....                            | 8   |
| TABELA 2.2 Aspectos importantes relativos à estereo correspondência .....                            | 18  |
| TABELA 3.1 Operações de Dilate e Erode .....   | 60  |
| TABELA 3.2 Parametrização do método de remoção do salto de fase .....                                | 62  |
| TABELA 3.3 Fontes de incerteza – Técnica de medição proposta .....                                   | 65  |
| TABELA 3.4 Fontes de incerteza – Técnica de Moiré de Projeção .....                                  | 67  |
| TABELA 4.1 Resultado da calibração relativa à técnica estereoscópica .....                           | 72  |
| TABELA 4.2 Posição do Projetor e equação do Plano de Referência .....                                | 73  |
| TABELA 4.3 Resultados das medições no plano inclinado utilizando a técnica de medição proposta.....  | 74  |
| TABELA 4.4 Avaliação da incerteza utilizando técnica de medição proposta.....                        | 76  |
| TABELA 4.5 Resultados das medições no plano inclinado utilizando a técnica de Moiré de Projeção..... | 77  |
| TABELA 4.6 Avaliação da incerteza utilizando técnica de Moiré de Projeção.....                       | 79  |
| TABELA 4.7 Comparação entre a técnica de medição proposta e Moiré de Projeção .....                  | 80  |
| TABELA E.1 Especificação técnica da câmera .....   | 122 |
| TABELA E.2 Especificação técnica das lentes .....  | 123 |
| TABELA E.3 Especificação técnica da placa de aquisição de vídeo .....                                | 124 |
| TABELA E.4 Especificação técnica do projetor .....   | 124 |
| TABELA E.5 Principais requisitos do software de processamento .....                                  | 125 |

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

|      |   |
|------|---|
| ANSI | America Nacional Standard Institute.                      |
| BNC  | British Naval Connector.                                  |
| CCD  | Charge Coupled Device.                                    |
| NTSC | National Television System Committee.                     |
| MFC  | Microsoft® Foundation Classes.                            |
| PAL  | Phase Alternating Line.                                   |
| RCA  | Radio Corporation of America - Tipo de conector de Vídeo. |
| STL  | C++ Standard Template Library.                            |
| USB  | Universal Serial Bus.                                     |

## RESUMO

O presente estudo estabeleceu uma nova técnica de medição de superfície livre baseada em modificações da técnica de Moiré de Projeção. Dentre os aprimoramentos propostos é relevante enfatizar a remoção das restrições de distância mínima dos elementos em relação ao mensurando, utilização de recursos da técnica estereoscópica de forma a aprimorar o processo de triangulação da técnica original, a incorporação do modelo de mitigação dos efeitos da distorção das lentes no passo de triangulação, a inclusão das técnicas de calibração de câmera, e o estabelecimento de uma forma automática para a definição da localização do projetor e da equação do plano de referência. O presente estudo também estendeu a analogia entre a técnica estereoscópica e a técnica de Moiré de Projeção com as modificações propostas para o campo da triangulação. Esta e a técnica de Moiré de Projeção foram comparadas sobre o ponto de vista metrológico e tempo de processamento, foi observado que a técnica de medição proposta é mais precisa que a técnica de Moiré de Projeção, sendo este resultado expresso pela redução de 2.24% para 1.05% na incerteza padrão  $U_{95\%}$ , em contrapartida o passo de triangulação exigiu um tempo maior de processamento, um aumento de 0.48s para 0.63s foi observado. A técnica de medição proposta foi avaliada qualitativamente de forma a mostrar que é adequada para a medição de diversos tipos de materiais e formas, foram medidos: Peça de plástico, mão humana, cúspide porcina, xícara de cerâmica, e face humana. O resultado mostrou que a técnica foi efetiva na medição da superfície livre destes mensurandos. Considerando os resultados obtidos, concluiu-se que a técnica de medição proposta é uma alternativa atrativa para a avaliação de superfícies livres e supera a precisão da técnica de Moiré de Projeção, além de estender a analogia entre a técnica estereoscópica e a técnica de Moiré de Projeção com as modificações propostas para o campo da triangulação.

**Palavras Chaves:** *Técnicas de medição de superfície livre, Luz estruturada, Moiré de Projeção, Estereoscopia, Fotogrametria.*

# 1. INTRODUÇÃO

Nos últimos anos a demanda por sistemas óticos de avaliação de superfícies livre<sup>2</sup> têm crescido consideravelmente. Observa-se um leque extenso de áreas que têm empregado esforços na viabilização do uso destes sistemas, tais como: Odontologia (Moreno Yeras, 2003; Kishen *et al.*, 2006), mecânica dos fluídos (Pedro *et al.*, 2010), artes (Tucci *et al.*, 2001; Tucci e Bonora, 2007), bioengenharia (Windecker e Tiziani, 1995; Philip *et al.*, 2001; Breque *et al.*, 2004), aeronáutica (Fleming *et al.*, 2002), biometria (Méndez *et al.*, 2009), dentre outras. A motivação para se empregar tanto esforço neste tipo de sistema são as características benéficas que são propiciadas, principalmente a preservação da integridade do objeto avaliado, a alta resolução, e uma pequena incerteza.

Atualmente existe uma grande variedade de tipos de sistemas óticos dedicados à avaliação de superfícies livre embasados em diversas tecnologias, dentre elas é relevante citar as imagens de radar (Xu *et al.*, 2008; Wu *et al.*, 2009), interferometria (Silverglate, 1986; Servin *et al.*, 2008), estereoscopia (Cyganek Bogustaw; Siebert, 2009), técnicas baseadas no comportamento do foco (Holladay e Roetling, 1969; Barwick, 2008), técnicas de varredura a laser (Milbocker e Reznichenko, 1991; Peterson e Peterson, 2006), e técnicas baseadas em projeção de franjas e Moiré (Michalski *et al.*, 1986; Gasvik, 2002). Cada um destes estudos tem sido aplicado em diversas áreas, exercendo funções distintas, uma excelente revisão sobre as técnicas óticas dedicadas à avaliação de superfícies livre pode ser encontrada nas referências (Chen *et al.*, 2000; Gasvik, 2002). O presente estudo é dedicado à avaliação de superfícies livres por meio de métodos baseados em estereoscopia, técnicas de projeção de franjas, e o processamento digital de imagens necessário para suportá-las.

A técnica estereoscópica tem como objetivo definir as coordenadas tri-dimensionais dos objetos observados a partir de um par de imagens adquiridas, utilizando um formato análogo ao sistema de visão humano. Esta tem sido o alvo principal dos estudos das áreas de visão computacional nas últimas décadas (Scharstein e Szeliski, 2002).

As técnicas de projeção de franjas são comumente usadas na avaliação de topografia, e medição de superfície livre (Gasvik, 2002), e são caracterizadas como o ato de projetar luz em

<sup>2</sup> As técnicas de avaliação de superfícies livre visam estabelecer uma nuvem de pontos que melhor represente a superfície avaliada.

uma determinada cena de forma a evidenciar ou produzir uma determinada característica que seja desejável. Um exemplo típico de avaliação de superfície livre por meio de projeção de franjas é a técnica de Moiré de Projeção.

O processamento digital de imagens é caracterizado por operações executadas em imagens de forma alcançar um ou mais objetivos específicos. Uma imagem pode ser conceituada como um conjunto de informações organizadas na forma de uma matriz n-dimensional. A FIG. 1.1 exemplifica este processo para o caso específico de uma imagem colorida com três canais: Verde, vermelho e azul, caracterizando uma matriz tri-dimensional  $8 \times 8 \times 3$ . Nesta figura o pixel de coordenadas  $p_{3,3}$  é evidenciado.

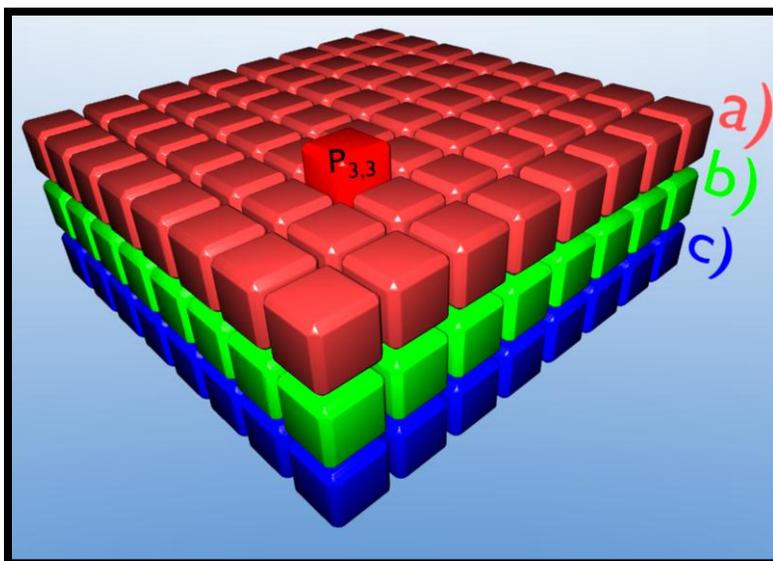


FIGURA 1.1: Exemplo de representação de uma imagem colorida por meio de uma matriz tri-dimensional  $8 \times 8 \times 3$ .

a) Dimensão que representa a cor vermelha; b) Dimensão que representa a cor verde; c) Dimensão que representa a cor azul;  $p_{3,3}$  elemento de coordenadas 3, 3.

Salvo por algumas exceções, tais como técnicas a laser baseadas em latência, a grande parte das técnicas ópticas de avaliação de superfície livre faz uso do processamento digital de imagens, sendo este um dos patamares do presente estudo.

## **1.1. Objetivos**

### **1.1.1. Objetivo Principal**

O objetivo principal deste trabalho é o estabelecimento de uma nova técnica de medição baseada em estereoscopia e nas técnicas de projeção de franjas, especificamente na técnica de Moiré de Projeção, que utilize os principais pontos fortes de cada uma delas de forma a alcançar um resultado que supere a técnica de Moiré de projeção sob a perspectiva metrológica, e, além disso, remova as restrições de distância e localização dos elementos.

### **1.1.2. Objetivos Específicos**

Os objetivos específicos são: Extensão da analogia entre a estereoscopia e a técnica de Moiré de projeção com as modificações, para o campo da triangulação e a construção de um instrumento de medição de superfície livre baseado na técnica de medição proposta que também possa ser utilizado para a comparação desta última com a técnica de Moiré de Projeção.

## **1.2. Organização do trabalho**

Este trabalho foi organizado em cinco capítulos: Introdução, revisão da bibliografia, metodologia, resultados e discussão, e conclusão. O capítulo de introdução contextualiza o trabalho dentro da literatura, estabelece os objetivos do mesmo e faz uma breve descrição da organização do trabalho. O capítulo de revisão da literatura apresenta o embasamento teórico das técnicas de medição baseadas em projeção de franjas, e estereoscopia, de forma a viabilizar o total entendimento da técnica de medição proposta. O capítulo de metodologia é dedicado a apresentar a técnica de medição proposta, assim como estabelecer a metodologia utilizada para avaliá-la, esta também descreve o instrumento de medição construído, apresenta o método de avaliação metrológica e descreve como este foi utilizado para comparar a técnica de medição proposta com a técnica de Moiré de Projeção, o capítulo de metodologia também apresenta a maneira utilizada para averiguar qualitativamente a aplicabilidade da técnica de medição proposta para mensurandos diversos. O capítulo de resultados e discussão apresenta os resultados da avaliação metrológica, comparação com a técnica de Moiré de Projeção, e avaliação qualitativa do instrumento, assim como discute os resultados obtidos. O capítulo de conclusão sumariza o trabalho proposto, apresenta uma discussão sobre o cumprimento dos objetivos propostos, e sugere novos estudos tendo como base o trabalho atual.

## 2. REVISÃO DA LITERATURA

Este capítulo fornece o embasamento teórico necessário para o estabelecimento da técnica de medição proposta além de descrever sistematicamente a analogia existente entre as técnicas que o fundamentaram: Moiré de Projeção e Estereoscopia.

O capítulo está estruturado em quatro seções principais: As duas primeiras tratam dos principais métodos de medição por meio de projeção de franjas, juntamente com as respectivas técnicas de análise e processamento digital das imagens adquiridas. A seção seguinte apresenta o embasamento teórico da técnica estereoscópica, e a seção de encerramento apresenta uma análise crítica dos pontos fortes e fracos das técnicas de Moiré de Projeção e Estereoscopia além de descrever em linhas gerais os aspectos comuns entre as duas técnicas.

### 2.1. Conceito de técnica de projeção de Franjas e Moiré

A técnica de projeção de franjas é caracterizada como o ato de projetar luz em uma determinada cena de forma a evidenciar ou produzir uma determinada característica que seja desejável, este tipo de técnica é comumente usada na avaliação de topografia e na medição de superfície livre. O padrão de Moiré é produzido pela projeção de dois padrões de franja deslocados de um pequeno ângulo sobre um anteparo de forma a produzir franjas que tenham frequência dependente do ângulo das franjas originais. Apesar de que nas técnicas de medição atuais pouco tenha restado do efeito Moiré, a aplicação de técnicas de projeção de franjas é largamente utilizada dentro dos processos de medição modernos (Gasvik, 2002). A FIG. 2.1 mostra o processo de medição de uma peça realizado por um scanner tri-dimensional.

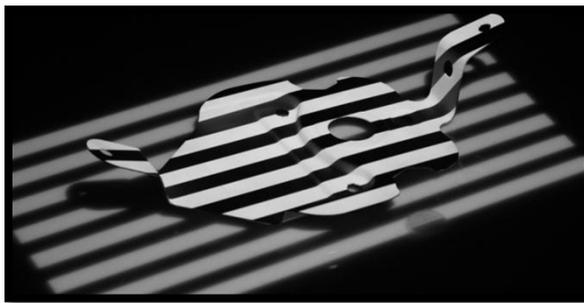


FIGURA 2.1: Peça medida pelo scanner tri-dimensional da empresa Inspect Vision  
FONTE: (Inspection<sup>(R)</sup>, 2010)

As técnicas projeção de franjas podem ser utilizadas na avaliação de superfícies livre uma vez que existe uma relação entre a deformação das franjas projetadas e o formato do anteparo (Gasvik, 2002). Na FIG. 2.2 apresenta-se uma imagem adquirida de um anteparo plano sendo alvo da projeção de um padrão de franjas senoidal.



FIGURA 2.2: Projeção de franjas em um anteparo plano.

É possível perceber que as franjas projetadas são uniformes e não apresentam deformação ao longo do eixo vertical. Alterando-se a superfície do anteparo o formato das franjas projetadas sofre uma deformação ou modulação<sup>3</sup>, assim como mostrado pela FIG. 2.3, que apresenta a projeção de franjas em um anteparo não plano.

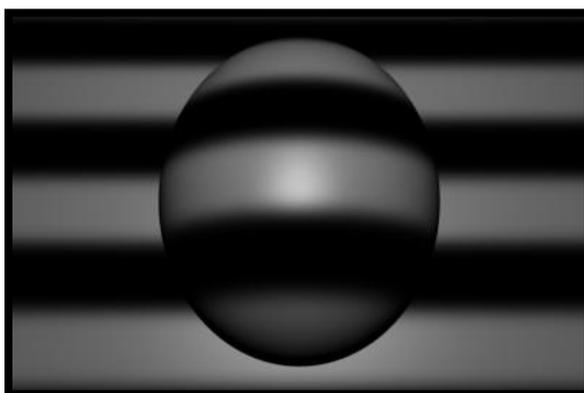


FIGURA 2.3: Projeção de Franjas em uma meia casca de elipsóide.

<sup>3</sup> A deformação das franjas devido à presença do mensurando pode ser interpretada como a modulação dimensional em fase do padrão senoidal projetado, logo, esta deformação é comumente chamada de modulação.

É possível perceber que existe uma relação entre a deformação das franjas e a profundidade/formato do anteparo, esta relação juntamente com a avaliação da modulação é a base para a medição de superfícies livre a partir das técnicas de projeção de franjas.

Em óptica o termo Moiré se refere a um padrão oriundo da soma de dois sinais de aproximadamente mesma freqüência<sup>4</sup> rotacionados espacialmente por meio de um pequeno ângulo. (K. Creath e C.Wyant, 1992). A FIG. 2.4 ilustra o processo de formação do efeito Moiré, nesta, a FIG. 2.4-c representa o anteparo onde os as projeções identificadas por FIG. 2.4- a, e FIG. 2.4- b se somam de forma a gerar o padrão de Moiré.

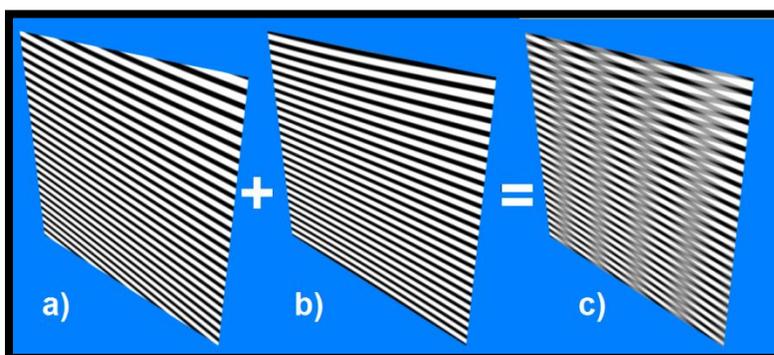


FIGURA 2.4: Efeito Moiré

a) Efeito Moiré gerando franjas verticais; b) Projeção de franjas horizontais rotacionadas; c) projeção de franjas horizontais não rotacionadas;

É possível perceber que as franjas do padrão de Moiré ou franjas de Moiré são verticais e têm freqüência menor que as projeções identificadas por FIG. 2.4-a, e FIG. 2.4-b, isso ocorre devido ao fato da freqüência das franjas de Moiré ser dependente do ângulo de rotação entre as projeções que a originaram uma vez que elas são formadas a partir da interferência construtiva e destrutiva destas projeções (K. Creath e C.Wyant, 1992). A FIG. 2.5 ilustra a relação da freqüência das franjas de Moiré com a rotação das projeções originais.

<sup>4</sup> Na referência o termo é descrito como “Beat Pattern”

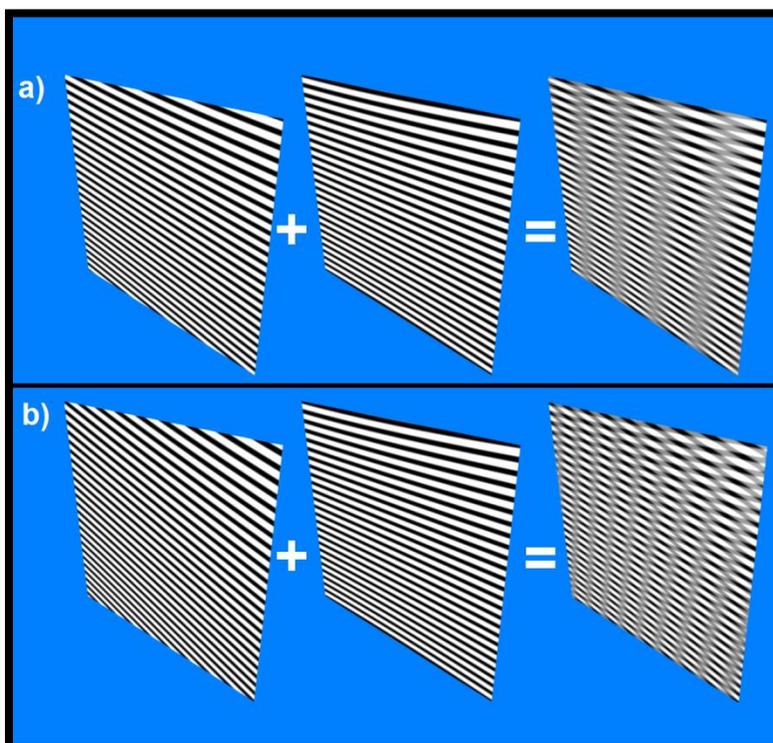


FIGURA 2.5: Frequência das franjas de Moiré  
 a) Franjas de Moiré com frequência baixa; b) Aumento da frequência das franjas de Moiré devido à rotação dos planos;

Este estudo não se aprofunda na caracterização das franjas de Moiré e na discussão sobre sua aplicação dentro dos processos de medição, uma vez que pouco dela é encontrado na formulação das técnicas de medição modernas (Gasvik, 2002).

## 2.2. Medição por meio das técnicas de Projeção de Franjas

É possível estruturar as técnicas de medição de superfície livre a partir de projeção de franjas em dois subproblemas: Calcular a modulação e definir a relação entre esta e as coordenadas dos pontos do mensurando no espaço, comumente chamado de triangulação. Esta secção discute brevemente sobre as técnicas de avaliação da modulação, e posteriormente apresenta algumas das técnicas de triangulação.

Antes de apresentar o embasamento teórico relativo aos subproblemas supracitados e descrever as principais técnicas de medição que relacionam a modulação com as coordenadas dos pontos do mensurando no espaço, alguns termos são conceituados pela TAB. 2.1:

TABELA 2.1

Conceituação dos termos usados na avaliação da modulação

| Termo                      | Símbolo                | Conceito  |
|----------------------------|------------------------|---|
| Modulação ou Fase absoluta | $\psi(x, y)$           | Deformação da franja projetada devido à presença de um anteparo.  |
| Salto de fase              | $\mathcal{W}\{\cdot\}$ | Durante a avaliação da modulação, é comum obter uma expressão que é função do arco tangente, o qual é apenas definido entre $\pi$ e $-\pi$ , originando uma descontinuidade no sinal calculado. Esta descontinuidade é chamada de salto de fase, e é expressa pelo operador salto de fase $\mathcal{W}\{\cdot\}$ .  |
| Fase relativa              | $\varphi(x, y)$        | A fase relativa é um subproduto no cálculo da modulação. Esta representa a modulação antes da definição da franja a partir da qual a deformação é avaliada. Uma vez que a demodulação envolve a solução de uma equação trigonométrica, a fase relativa apresenta um termo no formato “ $2\pi \cdot n, \forall n \in \mathbb{R}$ ” o que caracteriza a ambigüidade relativa à franja a partir da qual a modulação é avaliada. A fase relativa pode apresentar ou não saltos de fase. |
| Diferença de fase relativa | $\Delta\varphi(x, y)$  | Diferença entre a fase relativa de dois anteparos, normalmente é usada para eliminar a frequência espacial durante a avaliação da modulação.  |
| Ângulo de fase             | $\theta$               | Ângulo constante de defasagem das franjas projetadas normalmente usado durante a avaliação da fase relativa.  |
| Gradiente de fase          | $\Delta\phi(x_i)$      | Operador gradiente aplicado à fase relativa, ou à diferença da fase relativa.   |
| Gradiente da Modulação     | $\Delta\psi(x_i)$      | Operador gradiente aplicado à modulação.  |

### 2.2.1. Avaliação da Modulação

Uma imagem oriunda da projeção de um padrão senoidal de franjas em um anteparo pode ser descrita pela seguinte equação (Gasvik, 2002):

$$I_{\phi}(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cdot \cos[\omega \cdot x + \psi(x, y)], \quad (2.1)$$

onde  $I_{\phi}(x, y)$  representa a transmitância da franja projetada ou intensidade do pixel,  $A(x, y)$  representa a influência da luz do ambiente,  $B(x, y)$  contabiliza o fator de refletância do anteparo,  $\omega$  significa a frequência espacial das franjas projetadas, e  $\psi(x, y)$  representa a deformação das

franjas ou modulação devido à presença do anteparo. O objetivo do processo de avaliação da modulação é definir o termo  $\psi(x, y)$ .

Analisando o pixel de coordenadas  $(x_i, y_i)$  na EQ. 2.1, afirma-se que  $A(x_i, y_i)$ ,  $B(x_i, y_i)$ , e  $\psi(x_i, y_i)$  são os únicos termos desconhecidos *a priori*<sup>5</sup>. Desta forma, induz-se que, para uma solução analítica, o mínimo de três equações são necessárias para avaliar a modulação relativa a este pixel. Existem diversos trabalhos dedicados a esta tarefa (Carre, 1966; Wyant, 1982; Wyant *et al.*, 1984; Hariharan *et al.*, 1987; Snyder e Hesselink, 1988; K. Creath e C. Wyant, 1992; Gasvik, 2002), a maioria destes se baseia no nas combinações de sinais, incluindo as franjas de oriundas do efeito Moiré. O anexo A detalha o processo de obtenção da modulação a partir da EQ. 2.1.

Apesar de a solução analítica ser uma alternativa atrativa para a solução do problema de avaliação da modulação, existem dois subproblemas que devem ser cuidadosamente tratados: O primeiro se deve ao fato da solução culminar na aplicação da função arco tangente, que é apenas definida entre  $-\pi$  e  $\pi$ , inserindo no resultado descontinuidades denominadas salto de fase que são ilustrados pela FIG. 2.6.

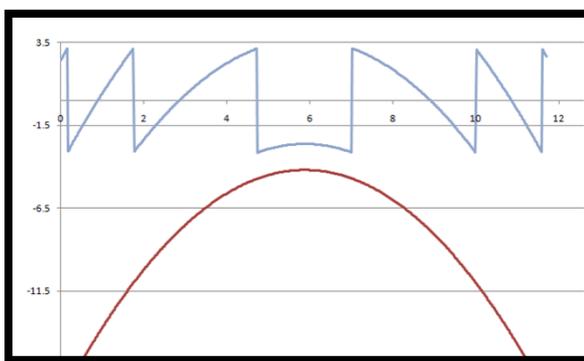


FIGURA 2.6: Caracterização do salto de fase  
Curva em vermelho representa o sinal original, curva em azul apresenta a descontinuidade devido aos saltos de fase.

O segundo subproblema também é inerente à aplicação da função arco tangente, que tem solução periódica. Este fato é interpretado como a impossibilidade de definir a partir de qual franja a

<sup>5</sup> Assume-se que a frequência espacial  $\omega$  pode ser avaliada utilizando-se um anteparo plano, este processo é detalhado no anexo A .

modulação é calculada<sup>6</sup>. A FIG. 2.7 mostra que a ambigüidade inerente à definição da franja de origem, se for escolhida a franja superior a modulação será a constante arbitrária  $\alpha$ , caso seja a franja superior a modulação será  $2\pi - \alpha$ .

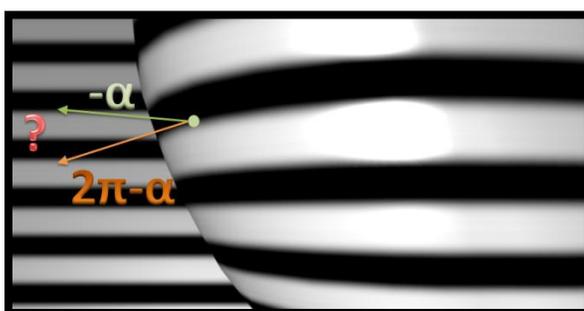


FIGURA 2.7: Ambigüidade na definição da modulação

O processo de remoção do salto de fase, ou *Phase Unwrapping* trata da solução dos dois problemas supracitados, o anexo A introduz o problema de remoção do salto de fase.

### 2.2.2. Triangulação

Após a avaliação da modulação é preciso caracterizar a relação desta com os pontos do mensurando do espaço. Dentre as formas de se estabelecer esta relação são relevantes as técnicas clássicas: Interferometria, Moiré de Sombra, e Moiré de projeção (Gasvik, 2002), e também técnicas modernas normalmente embasadas em técnicas clássicas (Song e Peisen, 2004; Christoph *et al.*, 2007; Notni *et al.*, 2007; Da e Gai, 2008; Wang *et al.*, 2009). Os parágrafos seguintes descrevem duas das técnicas que estabelecem esta relação, a técnica de Moiré de Projeção, e a técnica de Moiré de Sombra.

A técnica de Moiré de projeção utiliza um projetor, uma câmera para a aquisição das imagens, assim como um plano de referência, a FIG. 2.8 apresenta o desenho esquemático do passo de triangulação da desta técnica.

<sup>6</sup> Assim como descrito previamente, a modulação antes da definição da franja de origem é comumente chamada de fase relativa.

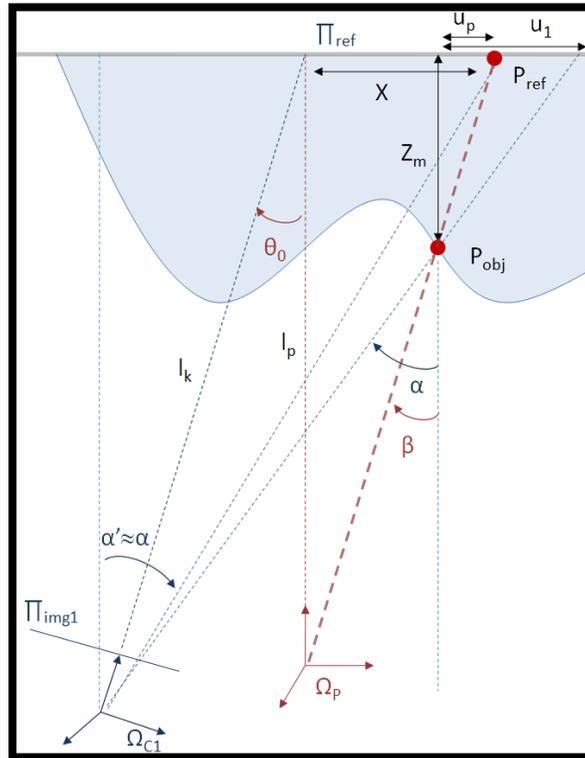


FIGURA 2.8: Passo de triangulação da técnica de Moiré de Projeção.

Esta ilustra um projetor de franjas  $\Omega_p$  emitindo um feixe de luz que atinge a superfície do mensurando no ponto  $P_{obj}$ , tendo como  $\alpha$  e  $\beta$  os ângulos de incidência e reflexão respectivamente<sup>7</sup>. Caso o mensurando não estivesse presente, o feixe de luz emitido pelo projetor atingiria o plano de referência  $\Pi_{ref}$ <sup>8</sup> no ponto  $P_{ref}$ . Logo, a subtração de  $u_1$  por  $u_p$  expressa a medição da deformação da franja projetada devido à presença do mensurando, o que é caracterizado como o valor da modulação em unidades métricas. Neste modelo é assumido que o projetor localiza-se à frente do centro do plano de referência a uma distância  $l_p$  conhecida, e a câmera esta localizada a direita do projetor a uma distância  $l_k$  também conhecida. A formulação do passo de triangulação foi estabelecida como se segue.

Uma vez que foi estabelecido que a diferença de  $u_1$  e  $u_p$  representa a modulação em unidades métricas tem-se que:

<sup>7</sup> Estes ângulos são contabilizados a partir de uma linha perpendicular ao plano de referência

<sup>8</sup> É assumido que no plano de referência a modulação é constante.

$$u(x, y) = u_1 - u_p. \quad (2.2)$$

De acordo com a FIG. 2.8, e analisando-a pelo o ângulo oposto aos ângulos  $\alpha$  e  $\beta$ , obtêm-se:

$$\tan(\alpha) = \frac{u_1}{Z_m} \quad (2.3)$$

$$\tan(\beta) = \frac{u_p}{Z_m} \quad (2.4)$$

logo, fazendo EQ. 2.3 e EQ. 2.4 em EQ. 2.2, têm-se que

$$u(x, y) = Z_m(x, y)[\tan(\alpha) - \tan(\beta)]. \quad (2.5)$$

A EQ. 2.5 relaciona a modulação calculada no plano de referência com a distância de um ponto do mensurando calculada a partir deste plano. Apesar dos ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  não serem conhecidos *a priori* as EQ. 2.6 e EQ. 2.7 podem ser utilizadas para relacionar estes ângulos com quatro parâmetros conhecidos: A distância do projetor ao centro do plano de referência  $l_p$ , a distância da câmera ao centro do plano de referência  $l_k$ , o ângulo entre  $l_p$  e  $l_k$ ,  $\theta_0$ , e distância entre a câmera e o ponto  $P_{\text{ref}}$  medida ao longo do eixo  $\hat{x}$ ,  $x$ . Desta forma são estabelecidas,

$$\tan(\alpha') = \frac{l_k \cdot \sin(\theta_0) + x}{l_k \cdot \cos(\theta_0)} \quad (2.6)$$

E

$$\tan(\beta) = \frac{x}{l_p} \quad (2.7)$$

É assumido que a distância entre a câmera e o plano de referência é grande o suficiente para aproximar  $\alpha'$  de  $\alpha$ , assim como mostrado na FIG. 2.8. Substituindo as EQ. 2.6 e EQ. 2.7, em EQ. 2.5, têm-se que

$$Z_m(x, y) = u(x, y) \cdot \left[ \sin(\theta_0) + \frac{x \cdot (l_p - l_k \cdot \cos(\theta_0))}{l_k \cdot l_p} \right]^{-1}. \quad (2.8)$$

Logo, a EQ. 2.8 relaciona a deformação das franjas no plano de referência com a distância entre o mensurando e o plano de referência utilizando parâmetros conhecidos. Desta forma apenas é necessário relacionar a deformação das franjas no plano de referência com a modulação calculada a partir das imagens adquiridas. Assumindo que a frequência das franjas projetadas é constante  $d_p \cdot \cos(\theta_0)$ , assim como ilustrado pela FIG. 2.9, e utilizando a constante que relaciona a deformação das franjas no plano de referência com a mesma deformação no plano formador da imagem, nomeada de sensibilidade da modulação  $S_\varphi$ , é viável reescrever a EQ. 2.8 como.

$$Z_m(x, y) = \psi(x, y) \cdot S_\varphi \cdot d_p \cdot \cos(\theta_0) \cdot \left[ \sin(\theta_0) + \frac{x \cdot (l_p - l_k \cdot \cos(\theta_0))}{l_k \cdot l_p} \right]^{-1}. \quad (2.9)$$

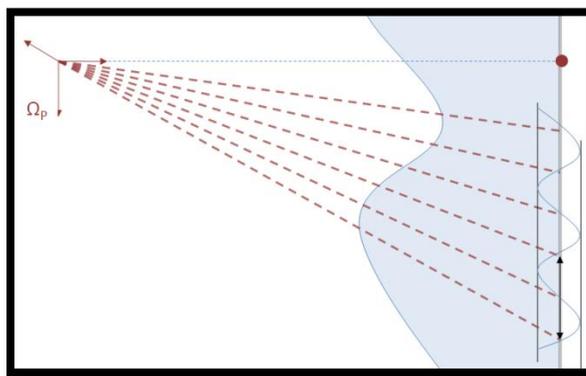


FIGURA 2.9: Projeção das franjas no plano de referência.

Existem variações da formulação da técnica de Moiré de projeção que lidam de forma mais cautelosa com a aproximação que a projeção das franjas é constante no plano de referência

(Gasvik, 2002), resultando em equações similares à EQ. 2.8. As implicações das aproximações feitas durante a formulação são detalhadas no estudo de Buytaert e Dirckx (2007).

A técnica de Moiré de Sombra é similar à técnica de Moiré de projeção, salvo por algumas peculiaridades, sendo esta embasada na formação das franjas de Moiré por meio da luz que passa sobre uma grade e a sua própria sombra (Gasvik, 2002), assim como mostrado pela FIG. 2.10.

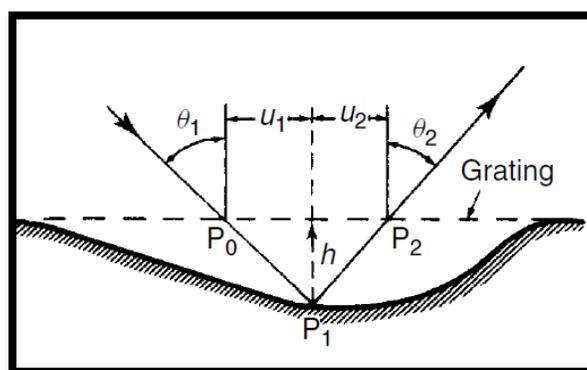


FIGURA 2.10: Passo de triangulação da técnica de Moiré de Sombra.  
FONTE: (Gasvik, 2002)

A grade sobre a superfície curva é iluminada por meio de um ângulo de incidência<sup>9</sup>  $\theta_1$  e visualizado por meio de um ângulo de visão  $\theta_2$ . O Ponto  $P_0$  sobre a grade é projetado no ponto  $P_1$  na superfície e é visualizado por meio do ponto  $P_2$  na grade (Gasvik, 2002). Caso a superfície fosse plana ao invés de curva, o raio refletido não passaria por  $P_2$ , e sim por  $P_0$ , assim sendo, devido ao formato da superfície, o padrão de franjas adquirido foi deformado de  $P_0$  a  $P_2$  caracterizando assim a modulação em unidades métricas. A relação entre a profundidade  $h(x, y)$  e deformação expressa por  $u_1 + u_2$ , pode ser estabelecida como

$$u_{x,y} = u_1 + u_2 = h(x, y) \cdot [\tan(\theta_1) + \tan(\theta_2)] \quad (2.10)$$

Assumindo que a relação entre a modulação calculada por meio de da imagem adquirida, e a deformação das franjas é definida como a sensibilidade da modulação, defini-se a relação

<sup>9</sup> Medido com relação à reta normal à grade

$$\psi_{x,y} = \frac{u_{x,y}}{S_\varphi} = \frac{h(x,y)}{S_\varphi} \cdot [\tan(\theta_1) + \tan(\theta_2)] \quad (2.11)$$

logo,

$$h(x,y) = \frac{\psi_{x,y} \cdot S_\varphi}{\tan(\theta_1) + \tan(\theta_2)} \quad (2.12)$$

Desta forma a EQ. 2.12 relaciona a modulação com a profundidade do pixel analisado. Uma vez que a altura dos pontos de projeção e captura foi estabelecida a uma distancia  $z_p$  constante da superfície da grade, a soma das tangentes dos ângulos  $\theta_1$  e  $\theta_2$  também permanecerá constante (Gasvik, 2002), e apenas a medição de  $z_p$  será necessária para realizar a avaliação da superfície do mensurando. Esta abordagem evita a extensão da formulação da técnica de Moiré de Sombra, tornando a formulação mais simples quando comparada à técnica de Moiré de Projeção. Para maiores detalhes sobre a técnica de Moiré de Sombra as seguintes referências são recomendadas: (Gasvik, 2002) e (K. Creath e C.Wyant, 1992).

### 2.2.3. Generalização das técnicas de medição que utilizam projeção de franjas

Considerando as similaridades das técnicas de medição apresentadas neste capítulo é possível generalizar os processos de medição baseados na projeção de franjas estruturando-os em dois subproblemas distintos, a avaliação da modulação e a relação da modulação com a localização dos pontos do mensurando no espaço, comumente chamada de triangulação. A avaliação da modulação também pode ser dividida em: Avaliação da fase relativa, avaliação da diferença da fase relativa, e a remoção do salto de fase. A FIG. 2.11 ilustra a estruturação dos métodos de medição baseados em projeção da franjas.

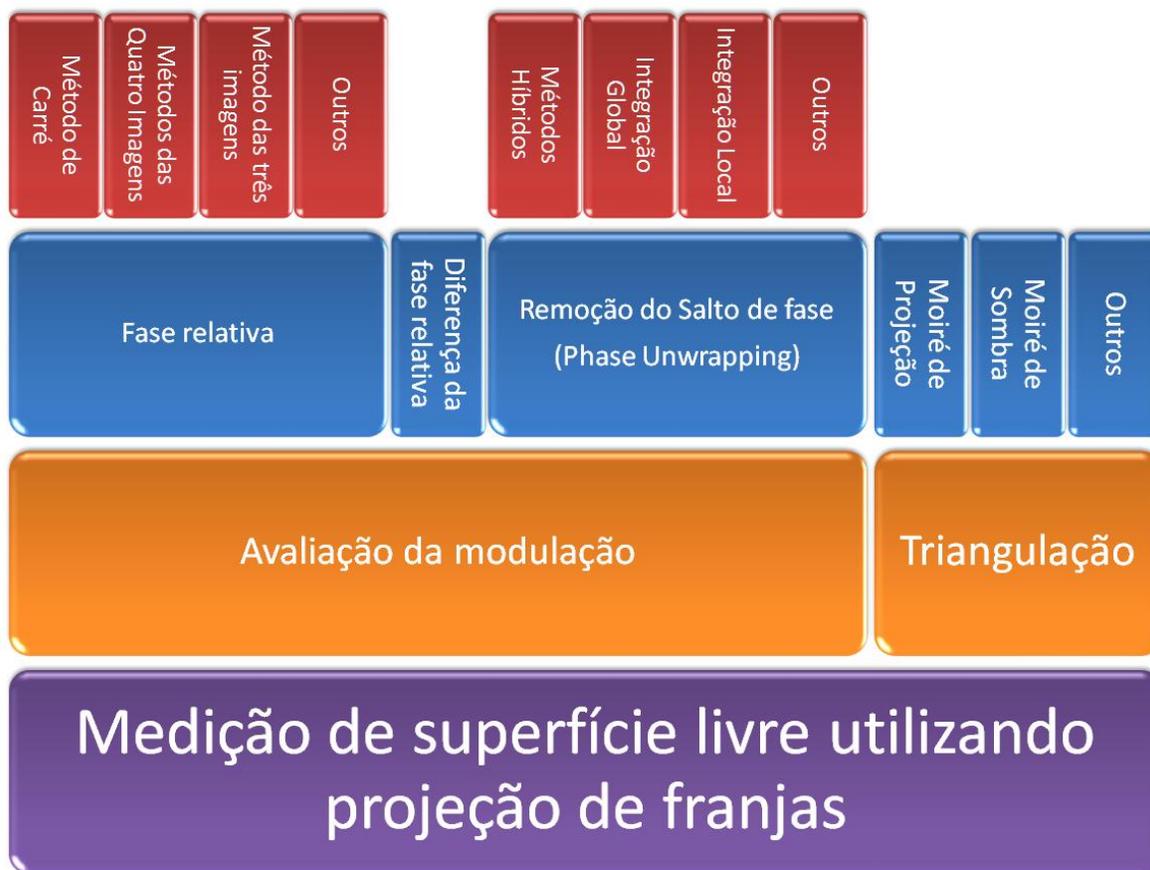


FIGURA 2.11: Generalização dos métodos de medição utilizando projeção de franjas

Nesta figura o processo de avaliação da superfície livre sempre acontece seguindo os passos da esquerda para a direita nas camadas azul e amarela. Os retângulos que estão posicionados acima de um retângulo maior representam o detalhamento deste último.

### 2.3. A técnica estereoscópica

A técnica estereoscópica tem como objetivo definir as dimensões dos objetos observados a partir de um par de imagens adquiridas, para tal, faz uso de um modelo matemático das câmeras e uma metodologia para calcular a posição dos pontos do objeto observado no espaço. Basicamente, a técnica identifica em cada uma das imagens adquiridas os pontos correspondentes a um mesmo ponto do objeto observado, e define a posição deste a partir da intersecção das retas que ligam o ponto no objeto aos respectivos pontos nas imagens, assim como ilustrado pela FIG. 2.12.

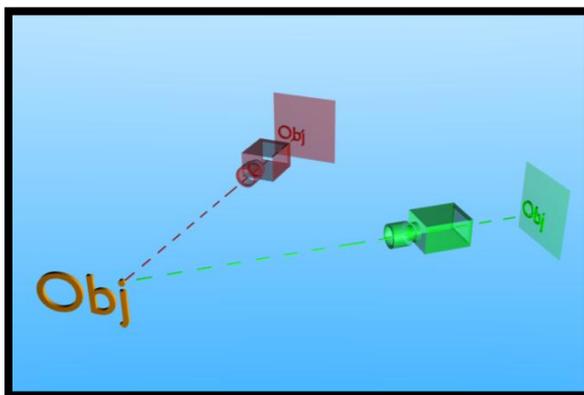


FIGURA 2.12: Caracterização da estereoscopia.

Da mesma forma como acontece nas técnicas de projeção de franjas, a técnica estereoscópica pode ser estruturada em dois subproblemas: O primeiro lida com a definição dos pares de pontos homólogos<sup>10</sup>, especificamente a diferença entre a localização dos pixels que representam o mesmo ponto do objeto tomando como referência uma das imagens, o que é comumente chamado de disparidade, e o segundo com a definição dos pontos do objeto no espaço, comumente chamada de triangulação.

### 2.3.1. Estéreo Correspondência

Diversos trabalhos lidam com a complexidade do problema da definição dos pontos homólogos, este problema tem sido um dos principais alvos dos estudos das áreas de visão computacional nas últimas décadas (Scharstein e Szeliski, 2002). O aprofundamento nas técnicas de definição dos pontos homólogos não agrega valor ao do presente estudo, desta forma, apenas uma breve e superficial discussão sobre o assunto é realizada.

O objetivo das técnicas de estéreo correspondência, ou definição dos pontos homólogos, pode ser caracterizado como se segue: Dado um ponto da cena analisada representado por um pixel na primeira imagem adquirida, encontrar o pixel que representa o mesmo ponto na segunda imagem. Este processo é frequentemente interpretado como um problema de Otimização, uma vez que busca maximizar a similaridade entre os pares de pixels homólogos. De acordo com esta interpretação é possível destacar os aspectos mais relevantes do problema de estéreo correspondência, tal como é descrito pela TAB. 2.2.

<sup>10</sup> Os pontos homólogos são definidos como o par de pontos, um de cada imagem, que representam um único ponto no objeto. Também referenciado como estéreo correspondência.

TABELA 2.2

Aspectos importantes relativos à estéreo correspondência

| Aspecto                 | Descrição   |
|-------------------------|---|
| Função de custo         | Abordagem utilizada para comparar os pixels, ou seja, função de custo que deve ser minimizada.  |
| Algoritmo de Otimização | Algoritmo de Otimização que deve ser utilizado para minimizar a função de custo.  |
| Método de Agregação     | Na maioria dos casos, a definição dos pontos homólogos não envolve um pixel apenas, e sim o conjunto de pixels, de forma a aumentar a diversidade de padrões encontrados, este processo é nomeado método de agregação (Cyganek Bogustaw; Siebert, 2009) . |
| Refinamento             | Após a definição dos pontos homólogos alguns métodos de refinamento da solução do problema podem ser usados de forma a aumentar a precisão da solução.  |
| Restrições              | Restrições intrínsecas ao problema proposto, e que devem ser consideradas pelo processo de Otimização.  |

A abordagem mais aceita para lidar com o problema de definição dos pontos homólogos estrutura este problema em quatro passos distintos: Avaliar a função de custo para os pixels das imagens, aplicar o método de agregação, avaliar / Otimizar os pares de pontos homólogos, e refinar a solução (Scharstein e Szeliski, 2002). Exemplificando: Um algoritmo extremamente simples para definir os pontos homólogos pode ser definido como se segue:

1. Calcular o módulo da diferença entre os pixels da imagem (Avaliação da função de custo).
2. Usar um filtro passa baixa em toda a imagem (Método de agregação).
3. Realizar os passos do método de Otimização guiado pelo gradiente (Nocedal e Wright, 1999) até que se atinja a condição de parada. Esta condição é normalmente atingida quando o erro alcança um valor aceitável, ou quando as iterações se igualam ao um número máximo pré-definido.
4. Refinar a solução aproximando o valor mínimo por uma Parábola (Refinamento).

De forma a detalhar os aspectos mais relevantes da estéreo correspondência uma breve discussão sobre as restrições, e cada um dos passos para a solução é apresentada no anexo B .

### 2.3.2. Triangulação

O processo de triangulação tem como objetivo avaliar as coordenadas dos pontos do mensurando no espaço a partir do mapa de disparidade calculado na etapa de definição dos pontos homólogos. Para isso, é necessário modelar matematicamente os elementos que compõem o sistema, além de mapear os pixels das imagens adquiridas nos sistemas de coordenadas deste modelo.

A maior parte dos sistemas de visão incluindo o humano tem que lidar com o problema de mapear informações do espaço bi-dimensional relativo à imagem para o espaço tri-dimensional relativo ao mundo. Em um sistema de visão computacional, a localização de um pixel em uma imagem adquirida por uma câmera tem unidades dimensionais medidas em pixels, e são relativas a um sistema de coordenadas da imagem. Logo se faz necessário definir a localização de um pixel adquirido em um sistema de coordenadas com unidades métricas. Os parágrafos que se seguem têm como objetivo descrever o modelo dedicado a esta tarefa que foi utilizado neste trabalho: o modelo Pin-Hole (Cyganek Bogustaw; Siebert, 2009).

O modelo Pin-Hole é baseado transformações lineares, sendo assumido que o sistema de aquisição de imagens é constituído por um pequeno orifício por onde a luz penetra e atinge um plano onde a imagem é formada.

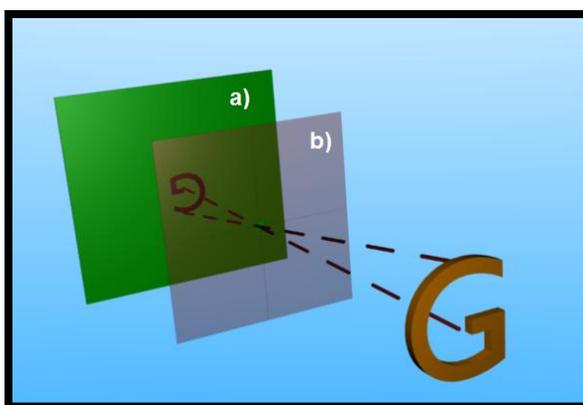


FIGURA 2.13: Formação de imagem no modelo Pin-Hole.  
a) Plano formador da imagem, b) Orifício por onde a luz penetra

A FIG. 2.13 ilustra o processo de formação da imagem adotado pelo modelo Pin-Hole, este esquema é a base para toda a construção do modelo, que será mostrada nos parágrafos que se seguem. O Modelo Pin-Hole estabelece no mínimo dois sistemas de coordenadas: um relativo à

imagem e outro relativo ao mundo. Normalmente o sistema de coordenadas relativo ao mundo é centrado no orifício, e o sistema de coordenadas relativo à imagem é colocado no plano formador da imagem à frente do orifício de forma trabalhar com a imagem não invertida, assim como mostrado pela FIG. 2.14.

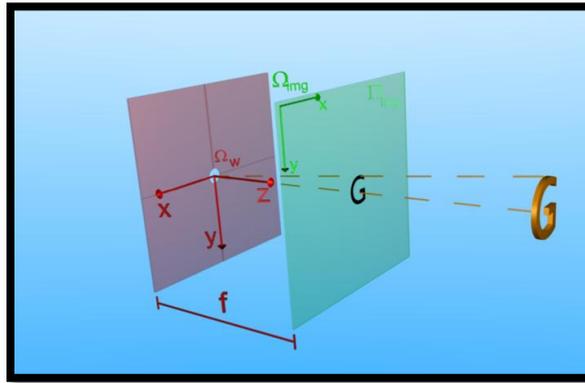


FIGURA 2.14: Exemplo do modelo Pin-Hole.

$\Omega_w$ : Sistema de coordenadas relativo ao mundo;  $\Omega_{img}$ : Sistema de coordenadas relativo à imagem;  $f$ : distância focal;  $\Pi_{img}$ : Plano formador da imagem;

As equações estabelecidas pelo modelo Pin-Hole são comumente representadas em coordenadas homogêneas, e visam definir as transformações necessárias para mapear a posição dos pixels da imagem analisada no sistema de coordenadas relativo ao mundo, a EQ. 2.13 estabelece a relação básica de transformação, nesta os pixels relativos com coordenadas  $(i, j)$  na imagem são transformados pela matriz  $\mathbf{M}_t$  de forma a obter as coordenadas do pixel relativas ao mundo  $(x_u, y_u, z_u)$ .

$$\begin{bmatrix} x_u \\ y_u \\ z_u \end{bmatrix} = \mathbf{M}_t \cdot \begin{bmatrix} i \\ j \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Os elementos constituintes da matriz de transformação  $\mathbf{M}_t$  podem ser classificados em parâmetros intrínsecos e parâmetros extrínsecos, de acordo com seu propósito.

Os parâmetros intrínsecos lidam com a transformação da posição dos pixels, em pontos endereçados no sistema de coordenadas da imagem, são exemplos de parâmetros intrínsecos a

sensibilidade<sup>11</sup>, e as coordenadas do centro óptico relativas à imagem adquirida. No presente estudo a matriz de transformação dos parâmetros intrínsecos é definida como

$$\mathbf{M}_i = \begin{bmatrix} f \cdot s_x & 0 & o_x \\ 0 & f \cdot s_y & o_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.14)$$

onde,  $f$  representa a distância focal,  $s_x$  representa a sensibilidade na direção das ordenadas,  $s_y$  representa a sensibilidade na direção das abscissas,  $o_x$  representa a coordenada  $\hat{x}$  do centro do plano formador da imagem, e  $o_y$  representa a coordenada  $\hat{y}$  do centro do plano formador da imagem. A EQ. 2.15 mostra a aplicação da matriz de parâmetros intrínsecos,

$$\begin{cases} x_u = i \cdot s_x \cdot f + o_x \\ y_u = j \cdot s_y \cdot f + o_y \\ z_u = 1 \end{cases} \quad (2.15)$$

estabelecendo que um pixel transformado do sistema de coordenadas relativo à imagem em unidades de pixels para o sistema de coordenadas do plano formador a imagem em unidades métricas deve ser multiplicado por uma constante e deslocado para o centro do plano formador da imagem. A obtenção dos pixels no sistema de coordenadas da imagem a partir de suas coordenadas utilizando matriz dos parâmetros intrínsecos é dada por

$$\begin{bmatrix} x_u \\ y_u \\ z_u \end{bmatrix} = \mathbf{M}_i \cdot \begin{bmatrix} i \\ j \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

onde,  $(x_u, y_u, z_u)$  representa as coordenadas do pixel em unidades métricas,  $(i, j)$  as coordenadas em unidades de pixels, e  $\mathbf{M}_i$  a matriz de parâmetros intrínsecos definida pela EQ. 2.14. De forma a completar a caracterização do modelo matemático ainda é necessário caracterizar a influência da distorção das lentes. Existem vários modelos dedicados a caracterizar a distorção causada pelas lentes (Klette, 1998; Li e Hartley, 2005). O modelo mais usado para esta tarefa é caracterizado pelas EQ. 2.17, EQ.2.18, e EQ.2.19 (Klette, 1998).

<sup>11</sup> Constante de proporcionalidade que relaciona as distâncias em unidades de pixels com a distância em unidades métricas.

$$x_v = \frac{x_u}{1 + k_1 \cdot r^2 + k_2 \cdot r^4} \quad (2.17)$$

$$y_v = \frac{y_u}{1 + k_1 \cdot r^2 + k_2 \cdot r^4} \quad (2.18)$$

da qual,

$$r^2 = x_v^2 + y_v^2 \quad (2.19)$$

onde,  $k_1$  e  $k_2$  as constantes do modelo,  $(x_v, y_v)$  são as coordenadas dos pontos após a compensação, e  $(x_u, y_u)$  são as coordenadas dos pontos antes da compensação. Existem variações deste modelo que utilizam cinco constantes (Brasdski e Kaehler, 2008).

Os parâmetros extrínsecos lidam basicamente com as transformações necessárias para definir a localização dos pontos mapeados no sistema de coordenadas relativo ao plano formador da imagem em unidades métricas para o sistema de coordenadas relativo ao mundo. Assumindo que o sistema de coordenadas do modelo Pin-Hole tenha sido colocado de acordo com a FIG. 2.15, uma rotação e uma translação seriam necessárias para mapear os pontos relativos à  $\Omega_{img}$  no sistema de coordenadas  $\Omega_w$ .

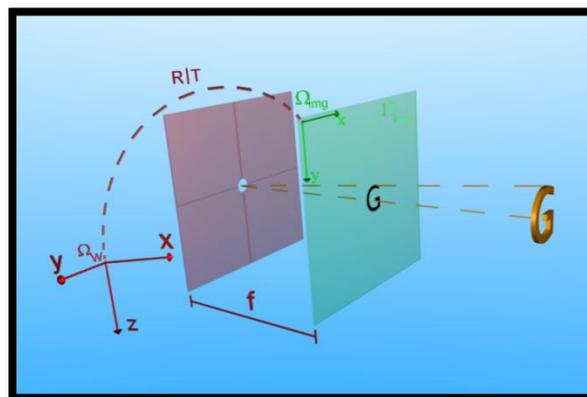


FIGURA 2.15: Modelo Pin-Hole com sistema de coordenadas translado e rotacionado.

A matriz de parâmetros extrínsecos utilizada é formada pela matriz de rotação e o vetor de translação que definem a transformação entre o sistema de coordenadas da imagem, e do mundo, esta relação é estabelecida como

$$M_e = \begin{bmatrix} R_1 & -R_1 \cdot T \\ R_2 & -R_2 \cdot T \\ R_3 & -R_3 \cdot T \end{bmatrix}_{3 \times 4} \quad (2.20)$$

onde  $R_n$  denota a  $n$ -ésima linha da matriz de rotação, e  $T$  representa o vetor de translação (Cyganek Bogustaw; Siebert, 2009).

Uma vez caracterizadas as matrizes de parâmetros intrínsecos e extrínsecos, a EQ. 2.13, pode ser reescrita de forma a utilizar a EQ. 2.14 que define os parâmetros intrínsecos e a EQ.2.20 que define os parâmetros extrínsecos, sendo possível estabelecer a transformação projetiva associada ao modelo Pin-Hole.

$$\begin{bmatrix} x_u \\ y_u \\ z_u \end{bmatrix} = M_t \cdot \begin{bmatrix} i \\ j \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

onde,

$$M_t = M_i \cdot M_e \quad (2.22)$$

Portanto, utilizando a EQ. 2.21, e o modelo de compensação da distorção das lentes é afirmado ser possível mapear a localização dos pixels da imagem adquirida em um sistema de coordenadas pré-definido e com unidades métricas.

A caracterização do modelo matemático previamente descrito é focada no estabelecimento de um sistema com apenas uma câmera. Uma vez que a estereoscopia estabelece a utilização de duas câmeras, aspectos adicionais devem ser incluídos de forma a prover o ferramental necessário para o processo de triangulação da técnica estereoscópica. Uma vez que uma segunda câmera esta presente no modelo é razoável que o sistema de coordenadas da segunda câmera, o plano formador da imagem da segunda câmera, e os parâmetros extrínsecos e intrínsecos relativos à segunda câmera sejam todos contemplados. Os parâmetros intrínsecos

adicionam ao modelo informações a sobre como mapear a posição dos pixels da segunda imagem no sistema de coordenadas da segunda câmera, enquanto os parâmetros extrínsecos definem a orientação e a localização do sistema de coordenadas da segunda câmera com relação à primeira, a FIG. 2.16 ilustra a inclusão da segunda câmera no modelo matemático.

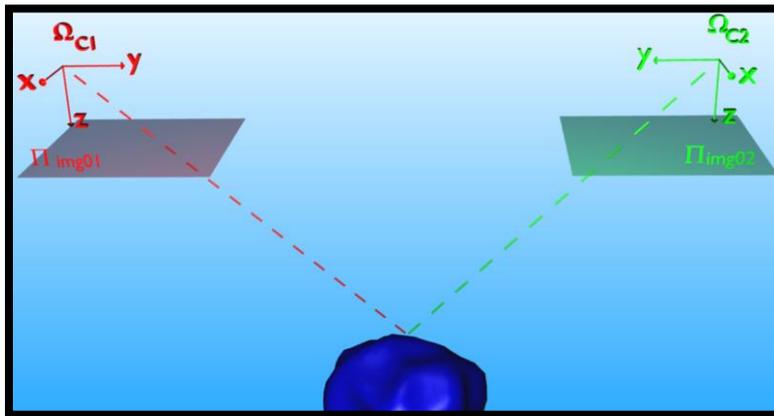


FIGURA 2.16: Modelo estereoscópico

$\Omega_{C1}$ : Sistema de coordenadas relacionado à primeira câmera;  $\Omega_{C2}$ : Sistema de coordenadas relacionado à primeira câmera;  $\Pi_{img01}$ : Plano formador da imagem relacionado à primeira câmera;  $\Pi_{img02}$ : Plano Formador da imagem relacionado à segunda câmera;

Considerando a caracterização do sistema estereoscópico descrita previamente e ilustrada pela FIG. 2.16 as demais relações para a completa caracterização do modelo Pin-Hole, após a inclusão da segunda câmera, são estabelecidas como se segue: A localização dos pixels relacionados à primeira câmera e descrita como

$$\begin{bmatrix} x_{u1} \\ y_{u1} \\ z_{u1} \end{bmatrix} = \mathbf{M}_{i01} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ j_1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

onde,  $(x_{u1}, y_{u1}, z_{u1})$  representa as coordenadas do pixel relativo à primeira câmera em unidades métricas,  $(i_1, j_1)$  as coordenadas em unidades de pixels, e  $\mathbf{M}_{i01}$  a matriz de parâmetros intrínsecos da primeira câmera definida pela EQ. 2.14. Uma vez que o sistema de coordenadas relativo ao mundo é definido como o sistema de coordenadas  $\Omega_{C1}$ , a matriz de parâmetros extrínsecos relativa à câmera 01 é a matriz identidade. A Localização dos pixels relacionados à segunda câmera é descrita como

$$\begin{bmatrix} x_{u2} \\ y_{u2} \\ z_{u2} \end{bmatrix} = \mathbf{M}_{i02} \cdot \mathbf{M}_{e02} \cdot \begin{bmatrix} i_2 \\ j_2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

onde,  $(x_{u2}, y_{u2}, z_{u2})$  representa as coordenadas do pixel relativo à segunda câmera em unidades métricas,  $(i_2, j_2)$  as coordenadas em unidades de pixels,  $\mathbf{M}_{i02}$  a matriz de parâmetros intrínsecos da segunda câmera definida pela EQ. 2.14, e  $\mathbf{M}_{e02}$  a matriz de parâmetros extrínsecos que define a composição da rotação e translação do sistema de coordenadas  $\Omega_{C2}$  em relação à  $\Omega_{C1}$ , definida pela EQ.2.20. Embora as EQ. 2.23 e EQ. 2.24 definam o modelo matemático do sistema estereoscópico, ainda não foi contemplada a forma de cálculo das matrizes  $\mathbf{M}_{i01}$ ,  $\mathbf{M}_{i02}$  e  $\mathbf{M}_{e02}$ . Dentro da área de visão computacional a nomenclatura dada ao método de definição destas matrizes é calibração. O anexo C discute brevemente o processo de calibração.

Outro aspecto relevante ao modelo do sistema estereoscópico é a Geometria Epipolar, este permite a caracterização da restrição epipolar utilizada pelos algoritmos de definição dos pontos homólogos, assim como define uma transformação que permite que as epilinhas se alinhem com as linhas da imagem caracterizando o processo de retificação das imagens (Cyganek Bogustaw; Siebert, 2009). A FIG. 2.17 ilustra o modelo estereoscópico com duas câmeras e os respectivos planos formadores das imagens. A este foram acrescentados dois pontos aleatórios  $P$  e  $Q$  a serem utilizados para a caracterização da geometria epipolar.

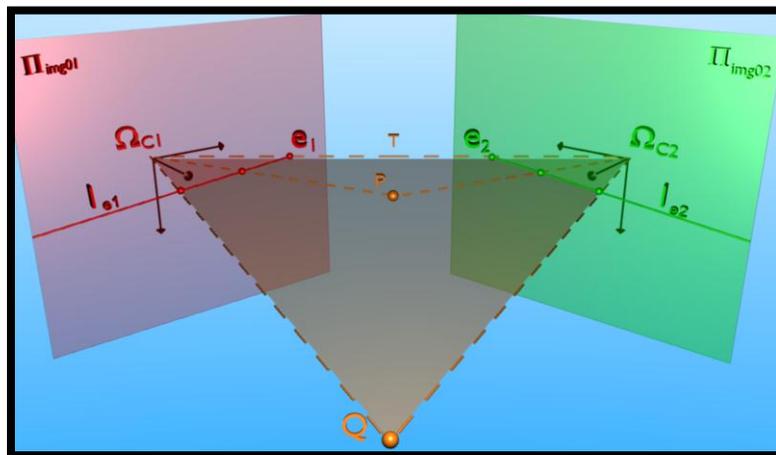


FIGURA 2.17: Esquemático da geometria epipolar

$\Omega_{C1}$ : Sistema de coordenadas relacionado à primeira câmera;  $\Omega_{C2}$ : Sistema de coordenadas relacionado à segunda câmera;  $\Pi_{img01}$ : Plano formador da imagem relacionado à primeira câmera;  $\Pi_{img02}$ : Plano formador da imagem relacionado à segunda câmera;  $T$  reta que une os sistemas de coordenadas  $\Omega_{C1}$  e  $\Omega_{C2}$ ;  $e_1$  e  $e_2$  representam os epipolos;  $l_{e1}$  e  $l_{e2}$  representam as epilinhas;  $P$  e  $Q$  são pontos quaisquer.

Os dois pontos definidos pela intersecção entre a reta que liga os sistemas de coordenadas e cada um dos planos formadores da imagem são nomeados de epipolos,  $e_1$  e  $e_2$ . Fixando um pixel no plano formador da imagem  $\Pi_{img01}$ , por exemplo, a projeção do ponto  $P$ . Para qualquer posição deste ponto  $P$ , tendo o pixel projetado fixo em  $\Pi_{img01}$ , a projeção em  $\Pi_{img02}$  é pertencente a uma reta, esta reta é denominada epilinha  $l_{e2}$ . Da mesma forma qualquer projeção do ponto  $Q$  no plano  $\Pi_{img01}$  fixando a projeção de  $Q$  no plano  $\Pi_{img02}$  formará uma reta no plano  $\Pi_{img01}$ . FIG. 2.18 ilustra este processo.

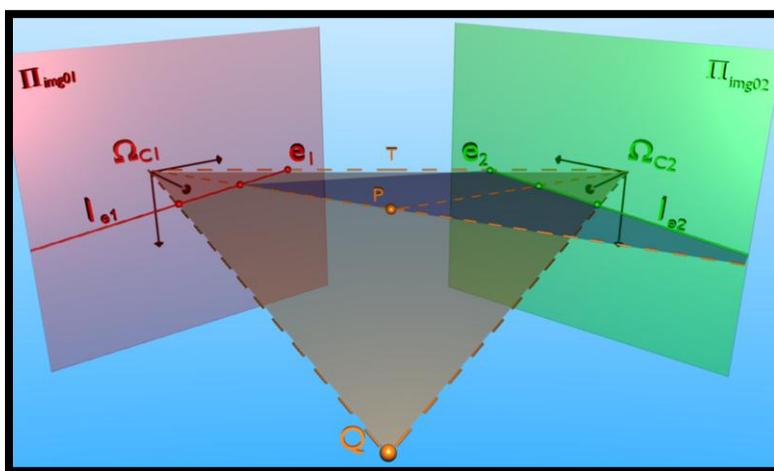


FIGURA 2.18: Caracterização da epilinha

Nesta figura a reta que liga o ponto  $P$  ao centro do sistema de coordenadas  $\Omega_{C1}$  define a região onde a projeção do ponto  $P$  é fixa em  $\Pi_{img01}$ , a projeção de qualquer pixel pertencente à reta que liga o ponto  $P$  ao centro do sistema de coordenadas  $\Omega_{C1}$  intercepta a epilinha  $l_{e2}$ , o que caracteriza a restrição epipolar. O plano de cor azul na imagem ilustra esta afirmação. A descrição matemática dos epipolos é a intersecção da reta que liga os dois centros dos sistemas de coordenadas associado a cada uma das câmeras com os respectivos planos formadores da imagem. A descrição matemática das epilinhas é a intersecção do plano formado pelo pixel analisado e os dois epipolos, chamado de epiplano, e os planos formadores da imagem (Cygank Bogustaw; Siebert, 2009). É possível observar que cada pixel tem uma epilinha associada, e que todas as epilinhas pertencem aos respectivos epipolos, isto porque a reta que define o local onde o pixel é fixo no plano formador da imagem passa pelo centro do sistema de coordenadas desta

imagem, e a projeção do centro do sistema de coordenadas do plano formador da outra câmera é o que define o epipolo. Um resultado especialmente relevante pode ser obtido a partir da caracterização da geometria epipolar, a retificação. O processo de retificação da imagem é definido como a transformação que faz com que as epilinhas sejam paralelas às linhas das imagens<sup>12</sup>. Isso somente acontece se os planos formadores das imagens estiverem alinhados, e conseqüentemente os epipolos estiverem localizados no infinito, assim como mostrado na FIG. 2.19.

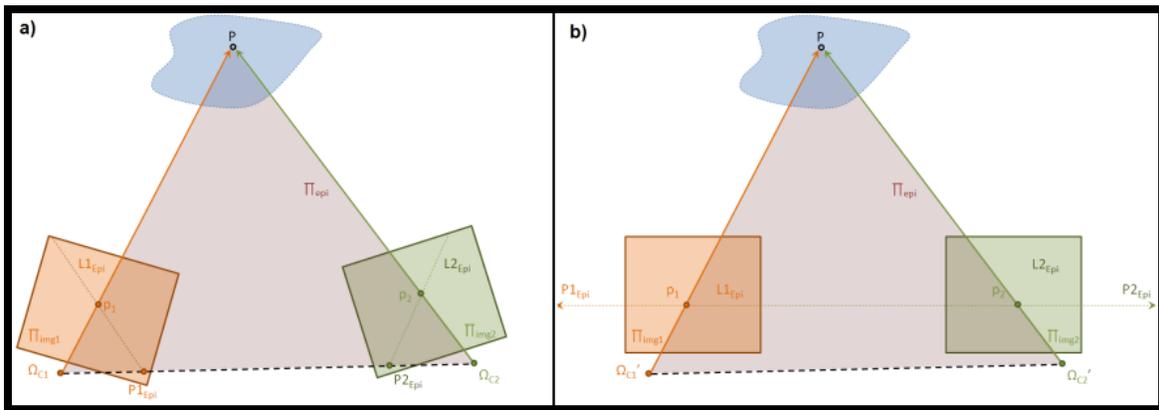


FIGURA 2.19: Processo de retificação.  
a) Imagem original; b) Após o processo de retificação.

O processo de retificação é alcançado por meio da rotação dos planos formadores das imagens de forma que os epipolos não os toquem, ou seja, estes pontos estejam localizados no infinito, uma das maneiras de se estabelecer esta transformação é descrita pela EQ. 2.25 (Cyganek Bogustaw; Siebert, 2009).

$$Q = \begin{bmatrix} q_1^T \\ q_2^T \\ q_3^T \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

da qual,

$$q_1 = \frac{T}{\|T\|} \quad (2.26)$$

<sup>12</sup> Mesmo resultado obtido quando as câmeras são colocadas na posição canônica (Cyganek Bogustaw; Siebert, 2009).

$$\mathbf{q}_2 = \frac{[-T_2 \quad T_1 \quad 0]^T}{\|[-T_2 \quad T_1 \quad 0]^T\|} \quad (2.27)$$

$$\mathbf{q}_3 = \mathbf{q}_1 \times \mathbf{q}_2 \quad (2.28)$$

onde  $\mathbf{T}$  representa o vetor de translação,  $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$  são seus elementos.

Uma vez que o modelo estereoscópico foi definido e os pontos homólogos foram devidamente identificados, os requisitos para a definição dos pontos do objeto no espaço são atendidos e o processo de triangulação pode ser realizado. Dado um ponto do objeto  $P_{obj}$ , e as respectivas projeções nos planos formadores da imagem  $p_1$  e  $p_2$  pertencentes a  $\Pi_{img01}$  e  $\Pi_{img02}$  respectivamente, a definição da localização de  $P_{obj}$  é dada pela intersecção da reta formada por  $\Omega_{C1}$  e  $p_1$  com a reta formada por  $\Omega_{C2}$  e  $p_2$ , a FIG. 2.20 ilustra este processo.

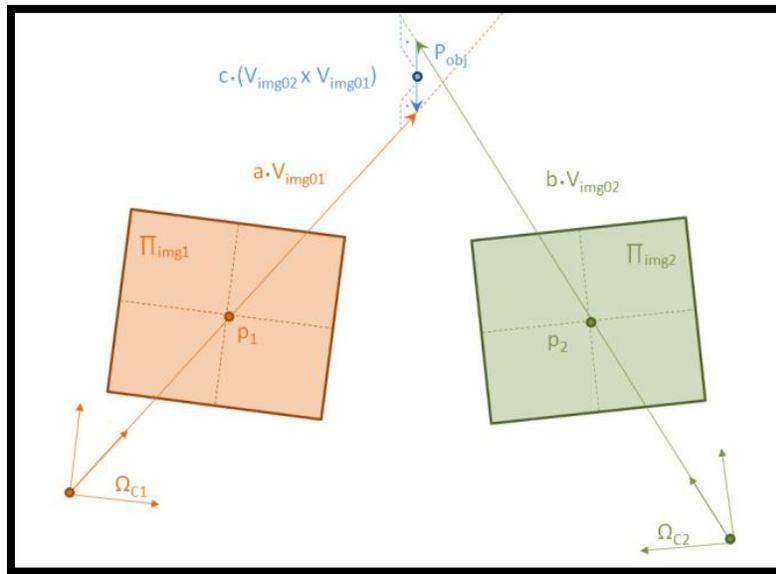


FIGURA 2.20: Triangulação estereoscópica.

Os centros dos sistemas de coordenadas  $\Omega_{C1}$  e  $\Omega_{C2}$  foram definidos pela etapa de calibração, enquanto os pontos  $p_1$  e  $p_2$  foram definidos pelo algoritmo de definição dos pontos homólogos e

mapeados para o sistema de coordenadas  $\Omega_{C1}$  utilizando as EQ. 2.23 e EQ. 2.24 respectivamente. Desta forma a posição do ponto do objeto no espaço e dada por

$$P_{obj} \in \overline{\Omega_{C1}p_1} \wedge P_{obj} \in \overline{\Omega_{C2}p_2}. \quad (2.29)$$

Embora a EQ. 2.29 esteja correta, existe um problema associado a esta: A intersecção de duas retas em  $\mathbb{R}^3$  é muito sensível a erros oriundos dos processos de calibração e definição dos pontos homólogos, uma vez que pequenos erros nestas etapas podem fazer com que as retas não se interceptem no espaço, causando instabilidade numérica da solução. De forma a lidar com este problema a EQ. 2.29 é reescrita na forma vetorial

$$a \cdot (\vec{V}_{img01}|_{\Omega_{C1}}) = \vec{T} + b \cdot (\vec{V}_{img02}|_{\Omega_{C2}}) \quad (2.30)$$

onde,  $\vec{V}_{img01}|_{\Omega_{C1}}$  é o vetor que aponta para o ponto  $p_1$  referenciado ao sistema de coordenadas  $\Omega_{C1}$ ,  $\vec{V}_{img02}|_{\Omega_{C2}}$  é o vetor que aponta para o ponto  $p_2$  referenciado ao sistema de coordenadas  $\Omega_{C2}$ ,  $\vec{T}$  é o vetor de translação entre  $\Omega_{C1}$  e  $\Omega_{C2}$ ,  $a$  e  $b$  são as constantes a serem definidas, e que, quando multiplicadas por  $\vec{V}_{img01}|_{\Omega_{C1}}$  e  $\vec{V}_{img02}|_{\Omega_{C2}}$  respectivamente, definem a posição do ponto  $P_{obj}$ . De forma a tornar definição do ponto  $P_{obj}$  estável um terceiro vetor, simultaneamente ortogonal a  $\vec{V}_{img01}|_{\Omega_{C1}}$  e  $\vec{V}_{img02}|_{\Omega_{C2}}$  será incorporado à EQ. 2.30 de forma a unir as duas retas, caso elas não se interceptem, logo,

$$a \cdot (\vec{V}_{img01}|_{\Omega_{C1}}) = \vec{T} + b \cdot (\vec{V}_{img02}|_{\Omega_{C2}}) + c \cdot (\vec{V}_{img01}|_{\Omega_{C1}} \times \vec{V}_{img02}|_{\Omega_{C2}}) \quad (2.31)$$

onde  $c$  é a constante que define o tamanho do vetor  $\vec{V}_{img01}|_{\Omega_{C1}} \times \vec{V}_{img02}|_{\Omega_{C2}}$ . Reescrevendo a EQ. 2.31 a fim de utilizar as transformações entre os sistemas de coordenadas, a relação que define as coordenadas do ponto  $P_{obj}$  é completada (Verri, 1998):

$$a \cdot \vec{V}_{img01} - b \cdot \mathbf{M}_{e02} \cdot \vec{V}_{img02} - c \cdot (\vec{V}_{img01} \times \mathbf{M}_{e02} \cdot \vec{V}_{img02}) = \vec{T} \quad (2.32)$$

Assim sendo, para definir as coordenadas do ponto  $P_{obj}$  a EQ. 2.32 deve ser resolvida de forma a encontrar as constantes ‘ $a$ ’, ‘ $b$ ’, e ‘ $c$ ’, após este processo tem-se

$$P_{obj} = a \cdot \vec{V}_{img01} + \frac{c}{2} \cdot (\vec{V}_{img01} \times \mathbf{M}_{e02} \cdot \vec{V}_{img02}), \quad (2.33)$$

que estabelece as coordenadas do ponto do objeto no espaço.

### 2.3.3. Generalização da técnica estereoscópica

Assim como foi feito com a técnica de medição utilizando projeção de franjas, um sumário do processo de medição utilizando a técnica estereoscópica é apresentado. É possível estruturar a técnica estereoscópica em dois subproblemas distintos: A definição dos pontos homólogos e a triangulação. A FIG. 2.21 ilustra a estruturação da técnica estereoscópica.

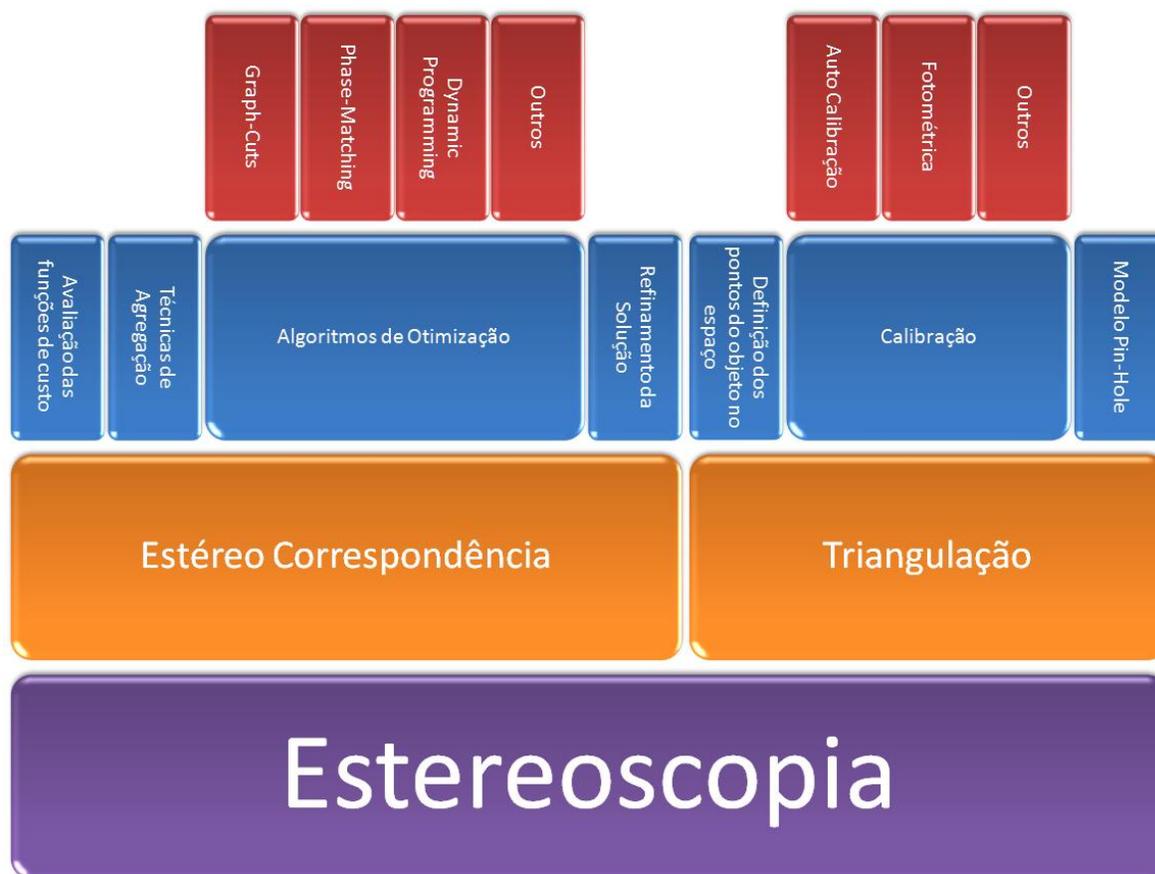


FIGURA 2.21: Sumarização das variantes da técnica estereoscópica.

Nesta figura o processo a técnica estereoscópica sempre acontece seguindo os passos da esquerda para a direita nas camadas azul e amarela. Os retângulos que estão posicionados acima de um retângulo maior representam o detalhamento deste último.

## 2.4. Comparação entre técnicas de projeção de franjas e estereoscopia

Uma vez caracterizadas a técnica de Moiré de Projeção e a técnica estereoscópica, esta secção é dedicada em sumarizar os pontos fortes e fracos de ambas e também apresentar a analogia existente entre elas.

### 2.4.1. Moiré de Projeção

A técnica de Moiré de Projeção é uma alternativa atrativa para a medição de superfícies livre uma vez que é uma técnica de medição rápida, não exige contato, boa precisão, e tem baixo custo (Buytaert e Dirckx, 2007; Ryu *et al.*, 2008). Entretanto a técnica de Moiré de Projeção esta limitada a algumas restrições tais como a distância da câmera e do projetor ao

mensurando, a impossibilidade de determinar a exata localização do projetor e da câmera automaticamente, imprecisões relativas às aproximações feitas durante a formulação da triangulação, ambigüidade relativa à franja que originou a projeção, e a não inclusão de modelos matemáticos dos elementos a serem usados pela técnica de medição.

A formulação da técnica de Moiré de projeção restringe a posição dos elementos utilizados. Assim como ilustrado pela FIG. 2.8, o projetor deve estar posicionado ortogonalmente com relação ao plano de referência e alinhado com relação à câmera. Além disso, para que a aproximação de  $\alpha$  para  $\alpha'$ , mostrada na FIG. 2.8, seja razoável é preciso que o projetor e a câmera estejam posicionados razoavelmente distantes do mensurando. É relevante para este estudo apontar que as aproximações feitas durante a formulação da técnica de Moiré de Projeção incrementam a incerteza de maneira significativa (Buytaert e Dirckx, 2007) e criam restrições quanto à localização dos elementos (Gasvik, 2002). Não é foco deste trabalho o aprofundamento das implicações das aproximações realizadas na formulação da técnica de Moiré de Projeção, uma vez que elas são detalhadas na literatura (Buytaert e Dirckx, 2007).

Na técnica de Moiré de Projeção os modelos da câmera e do Projetor são simplórios quando comparados aos modelos utilizados na técnica estereoscópica, o resultado desta característica é a desconsideração de efeitos importantes: Assumindo a não incorporação de técnicas de calibração comumente utilizadas na área de visão computacional e que a técnica de Moiré de Projeção não faz menção à forma de incorporar modelos mais adequados para este propósito, subentende-se que as medições dos parâmetros  $l_k$ ,  $l_p$ , e  $\theta_0$ , devem ser feitas da forma mais trivial possível, ou seja, utilizando instrumentos de medição tradicionais, tais como réguas ou trenas. Por mais preciso que seja o instrumento de medição utilizado, a avaliação da posição fica limitada à incerteza da localização da abertura da câmera ou do projetor. Isto se deve ao fato de se considerar que uma reta liga o ponto tri-dimensional no mensurando à abertura do instrumento óptico, não considerando a influência das lentes do instrumento. A FIG. 2.22 ilustra este problema.

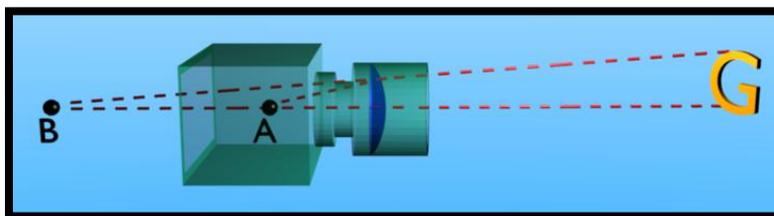


FIGURA 2.22: Definição errônea da localização da câmera.  
a) Abertura real da câmera; b) Abertura que deve considerada pelo modelo.

Para uma medida precisa a posição da câmera deveria ser feita a partir do ponto B na A FIG. 2.22, e não do ponto A. Este efeito é minimizado tão quanto a câmera é distanciada do mensurando.

#### 2.4.2. Estereoscopia

Dentre as características da técnica estereoscópica destacam-se o modelo das câmeras e as relações estabelecidas neste modelo. Grande parte dos aspectos físicos do sistema de aquisição é contemplada incluindo modelo de distorção das lentes, caracterização do pixel como um retângulo, distância focal, e processo de formação da imagem. A relação entre as duas câmeras é formalmente estabelecida, e aspectos importantes tais como a geometria epipolar são contemplados, além da utilização de uma abordagem em  $\mathbb{R}^3$ .

Sobre o ponto de vista metrológico, a maioria das implementações da técnica estereoscópica desaponta devido ao alto grau de influência do mensurando na medição, resultado principalmente atribuído ao problema da definição dos pontos homólogos. Por exemplo, um método que seja extremamente eficiente na definição dos pontos homólogos para uma extensa gama de cenas provavelmente falhará no processo de definição dos pontos homólogos em partes de uma superfície plana que não apresente variação de cor, isso porque não é viável definir os pontos homólogos baseando-se na intensidade dos pixels para este caso, e infelizmente, partes de superfícies planas que não apresentam variação de cor são frequentemente encontradas no processo de medição de peças mecânicas. Apesar da proposição de alguns métodos que utilizam processamento de franjas e luz estruturada tenham obtido excelentes resultados (Buytaert e Dirckx, 2007; Fantin *et al.*, 2008), a eficiência do processo de definição dos pontos homólogos sobre o ponto de vista metrológico frequentemente é atenuada devido às ambigüidades inerentes ao processo de estéreo correspondência (Ogale e Aloimonos, 2005).

### 2.4.3. Analogia entre as técnicas

Embora seja evidente a diferença entre a técnica de Moiré de Projeção e a técnica estereoscópica, a relação entre as duas é muito próxima, podendo a avaliação da modulação do ser classificada como uma forma não usual de avaliar o mapa de disparidade (Perrin e Thomas, 1979). O processo de definição dos pontos homólogos na técnica estereoscópica tem como produto principal uma matriz que indica qual é a diferença entre a posição do pixel na primeira e na segunda imagem, sendo esta matriz nomeada de mapa de disparidade (Buytaert e Dirckx, 2007), enquanto a definição da modulação em radianos tem como produto uma matriz que indica qual é a modulação em cada ponto da imagem adquirida. Em seu estudo, Perrin e Thomas (1979), caracterizam a analogia entre a técnica estereoscópica e a técnica de Moiré de projeção mostrando equivalência entre a modulação das franjas devido à presença do mensurando e o mapa da disparidade. Invertendo-se direção dos feixes de luz que ligam o projetor ao mensurando na técnica de Moiré de Projeção, ou seja, projetor ao invés de projetar a imagem, ele a captura, e utilizando um algoritmo de definição dos pontos homólogos na imagem projetada e a imagem adquirida pela câmera, o mapa de disparidade encontrado é exatamente igual à modulação em unidades de pixels. Desta forma pode-se considerar que na técnica de Moiré de Projeção a imagem projetada é análoga à imagem captada pela segunda câmera da técnica estereoscópica. Esta analogia abre um leque imenso de possibilidades de releituras das duas técnicas, além disso, permite a comutação entre o processamento de franjas e definição dos pontos homólogos. Um exemplo desta abordagem é a utilização de fase absoluta em comunhão com a restrição epipolar para definir os pontos homólogos (Fantin *et al.*, 2008).

O presente estudo estende a paralaxe entre a estereoscopia e a técnica de Moiré de Projeção (Perrin e Thomas, 1979) chegando ao ponto de usar a relação de triangulação do processo estereoscópico descrita pela EQ. 2.33, para calcular as coordenadas do ponto do mensurando no espaço a partir da definição da modulação. A descrição detalhada desta extensão é apresentada no capítulo de metodologia.

### 3. METODOLOGIA

O capítulo de metodologia é dedicado a apresentar a técnica de medição proposta assim como estabelecer a abordagem utilizada para avaliá-la. A apresentação desta técnica foi estruturada de forma a prover uma descrição qualitativa e o equacionamento que a suporta. Este capítulo também descreve o instrumento de medição construído, apresenta o método de avaliação metrológica além de detalhar como este último foi utilizado para comparar a técnica de medição proposta com a técnica de Moiré de Projeção. O capítulo é finalizado com a apresentação da metodologia utilizada para averiguar qualitativamente a aplicabilidade desta técnica de medição utilizando mensurandos diversos.

#### 3.1. Descrição qualitativa da técnica de medição proposta

A técnica de medição proposta foi constituída por um projetor de luz, duas câmeras, um plano de referência, e software desenvolvido para a aquisição e o processamento digital das imagens. A FIG. 3.1 apresenta o desenho esquemático.

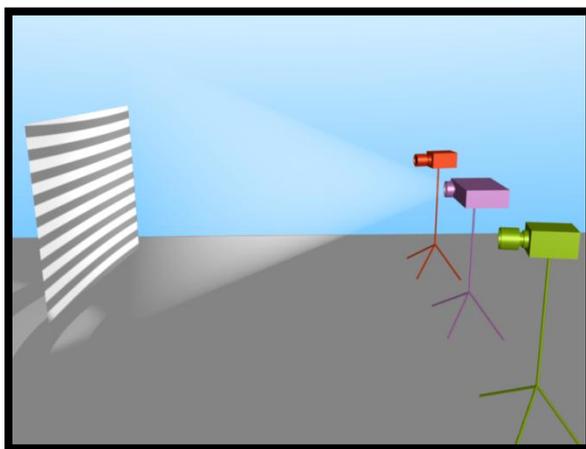


FIGURA 3.1: Desenho esquemático representativo da técnica de medição proposta.

O projetor tem como objetivo gerar a luz estruturada necessária para projeção de franjas, e projeção de padrões utilizados na definição da localização do projetor e cálculo da equação do plano de referência, as câmeras têm a função de adquirir as imagens a serem processadas. O

plano de referência foi posicionado paralelamente ao plano formador da imagem relativo à câmara a ser utilizada no processo de triangulação.

O capítulo de revisão da literatura estabelece que uma das formas de se realizar a avaliação da superfície de um objeto sendo alvo da projeção de um padrão de franjas senoidal é medir a deformação das franjas devido ao formato do anteparo, e definir a localização de cada um dos pontos da superfície a partir da relação entre o formato do anteparo e a deformação das franjas. Apesar da forma de cálculo da modulação ser importante para a caracterização da técnica de medição proposta, a descrição qualitativa desta não será abordada nesta secção. Sendo esta focada em estabelecer a relação entre a deformação das franjas e a localização dos pontos do mensurando do espaço, ou seja, é focada no passo de triangulação, em secções posteriores a avaliação da modulação será discutida.

A abordagem utilizada neste trabalho para definir um ponto do mensurando no espaço a partir da modulação das franjas projetadas é derivada da técnica de Moiré de Projeção (Gasvik, 2002), em conjunto com alguns conceitos estabelecidos em estudos das áreas de estereoscopia e visão computacional. Dentre as melhorias propostas é relevante citar a remoção das aproximações utilizadas na formulação da técnica de Moiré de Projeção (Buytaert e Dirckx, 2007), a eliminação das restrições de posição e distância mínima da câmara com relação ao objeto<sup>13</sup> e a utilização de uma abordagem vetorial em  $\mathbb{R}^3$ , divergente da abordagem geométrica em  $\mathbb{R}^2$ . De forma a permitir o cálculo das coordenadas dos pontos do mensurando no espaço é necessário modelar matematicamente os elementos utilizados pela técnica de medição. Os parágrafos posteriores apresentam uma construção incremental do modelo de análise enfatizando as características mais relevantes de cada componente. Foi assumido que os parâmetros intrínsecos e extrínsecos do modelo adotado (Verri, 1998; Cyganek Bogustaw; Siebert, 2009) tais como: distância focal, sensibilidade no eixo das ordenadas e das abscissas relacionados ao plano formador da imagem, além dos parâmetros de distorção das lentes da câmara foram calculados por meio do processo de calibração (Zhang, 2000). Os processos de definição da posição do projetor e da equação do plano de referência são descritos em secções posteriores, logo, assume-se que estes itens são conhecidos *a priori*.

A FIG. 3.2 retrata uma superfície semitransparente sobre o plano de referência, estes são alvo de uma projeção de franjas. Utilizando uma superfície semitransparente é factível

<sup>13</sup> Considerando que a profundidade de campo é suficiente para permitir o foco de toda a área de interesse.

visualizar simultaneamente a reflexão do raio no mensurando e no plano de referência, facilitando a percepção da deformação das franjas devido à presença do mensurando.

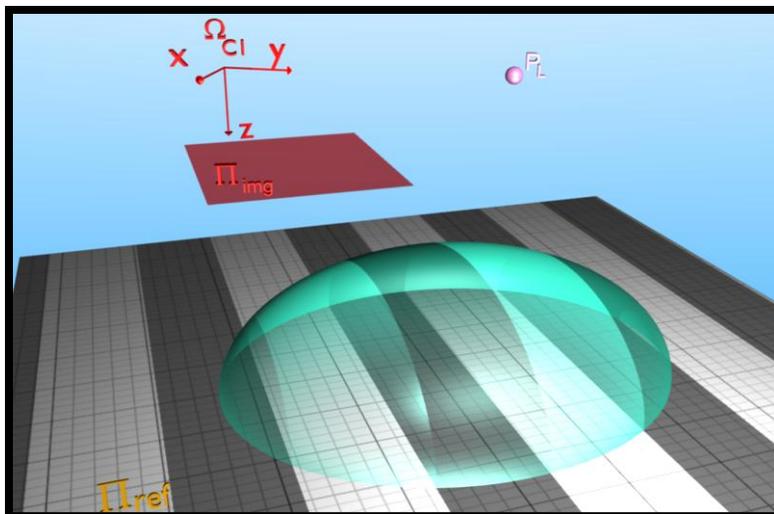


FIGURA 3.2: Primeiro passo da construção do modelo de análise

O sistema de coordenadas  $\Omega_{C1}$  foi colocado na abertura da câmera<sup>14</sup>, e o plano formador da imagem  $\Pi_{img}$  foi deslocado para frente desta. Na FIG. 3.2 o projetor é representado pelo ponto  $P_L$ , e  $\Pi_{ref}$  representa o plano de referência. A FIG. 3.3 retrata o feixe de luz oriundo do projetor e refletido pelo mensurando e pelo plano de referência.

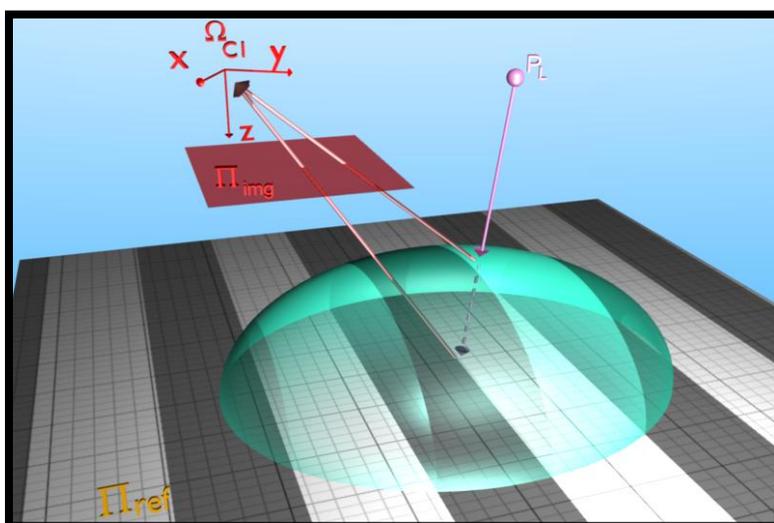


FIGURA 3.3: Segundo passo da construção do modelo de análise

<sup>14</sup> Abertura “aperture” é o orifício por onde a luz penetra para dentro da câmera, permitindo captura da imagem.

É importante salientar que o pixel da imagem adquirida usado na medição é relativo ao feixe de luz que é refletido pelo plano de referência, e não ao feixe de luz refletido pelo mensurando. De acordo com as premissas que a posição do projetor e a equação do plano de referência são conhecidas, três vetores foram definidos a partir da FIG. 3.3:  $\vec{T}$  - vetor que define a posição do projetor,  $\vec{V}_{ref}$  - vetor que define o ponto onde o feixe de luz projetado atinge o plano de referência, e  $\vec{V}_{img}$  - vetor que aponta para o plano formador da imagem e que tem mesma direção de  $\vec{V}_{ref}$ , FIG. 3.4<sup>15</sup>.

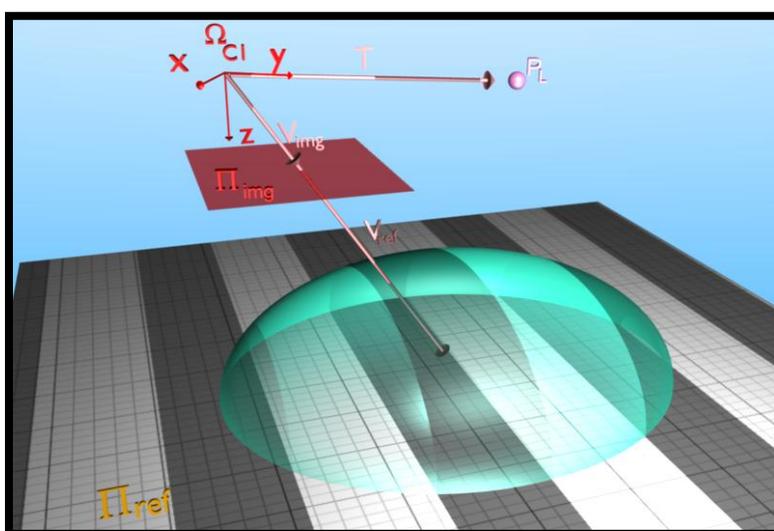


FIGURA 3.4: Terceiro passo da construção do modelo de análise

Outro aspecto importante da construção do modelo de análise é a forma de mensurar, no plano formador da imagem, a deformação das franjas de acordo com o formato do objeto. No presente estudo este aspecto é representado através de um vetor denominado de vetor modulação.

O vetor modulação é caracterizado como o vetor que define a direção e o módulo da projeção da deformação das franjas no plano formador da imagem  $\Pi_{img}$ . Este vetor é simbolizado por  $\vec{V}_d$  e tem como origem a intersecção do plano  $\Pi_{img}$  com o vetor que define a reflexão do feixe de luz emitido pelo plano de referência  $\vec{V}_{ref}$ , e como destino a intersecção do plano  $\Pi_{img}$  com reflexão deste mesmo feixe de luz pelo mensurando. A FIG. 3.5 retrata este

<sup>15</sup> O vetor  $\vec{V}_{ref}$  pode ser calculado por meio da obtenção do ponto onde a prolongação do vetor  $\vec{V}_{img}$  toca o plano de referência

vetor sob a perspectiva da câmera enquanto a FIG. 3.6 retrata este mesmo vetor no modelo de análise. É possível observar que o vetor inicia no ponto da imagem em que o feixe de luz projetado toca o plano de referência e termina no ponto em que o mesmo feixe toca o mensurando, caracterizando assim a deformação sofrida pela franja devido à presença do objeto a ser medido. Este é peça fundamental no modelo de medição proposto, uma vez que é ele quem faz a ligação entre as etapas de modulação e triangulação, sendo ele o vetor que caracteriza a modulação dentro do modelo de análise.

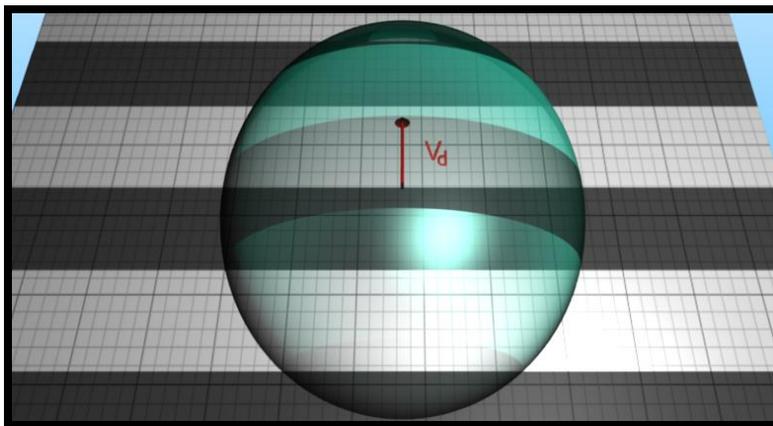


FIGURA 3.5: Vetor modulação visto pela câmera

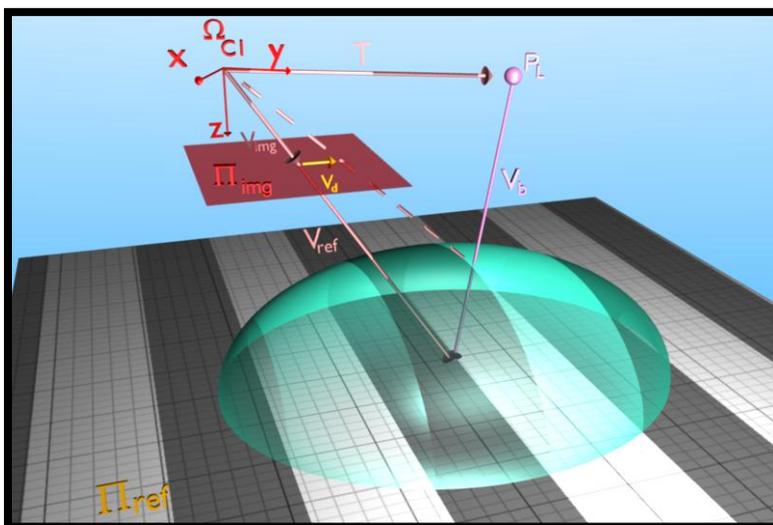


FIGURA 3.6: Vetor modulação visto no modelo de análise

O vetor modulação também pertence ao plano formado pelos vetores,  $\vec{V}_{ref}$  e  $\vec{T}$ , uma vez que as extremidades deste vetor tocam tanto o feixe de luz refletido pelo mensurando, como o feixe de luz refletido pelo plano de referência. A FIG. 3.6 ilustra a inclusão deste vetor no modelo de análise e também define o vetor  $\vec{V}_b$ , vetor formado pela subtração de  $\vec{V}_{ref}$  por  $\vec{T}$ . A linha tracejada nesta figura representa o feixe de luz refletido pelo mensurando.

Uma vez caracterizados o vetor modulação dentro do modelo de análise, o vetor  $\vec{V}_a$  é definido como a soma dos vetores  $\vec{V}_{img}$  e  $\vec{V}_d$ . A FIG. 3.7 ilustra a inclusão do vetor  $\vec{V}_a$ .

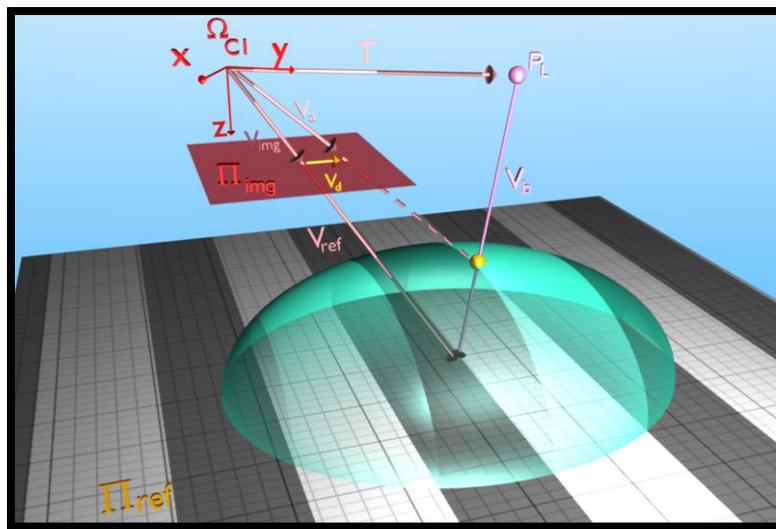


FIGURA 3.7: Modelo de análise completo

A relação existente entre a modulação e a localização dos pontos do mensurando no espaço, desenvolvida neste trabalho, pode ser definida pela intersecção das prolongações dos vetores  $\vec{V}_a$  e  $\vec{V}_b$ , onde  $\vec{V}_a$  é formado pela soma do vetor que aponta para o pixel analisado  $\vec{V}_{img}$  com o vetor modulação  $\vec{V}_d$ , e  $\vec{V}_b$  é formado pela subtração do vetor de define a posição do projetor pelo vetor de mesma direção que  $\vec{V}_{img}$  que aponta para o plano de referência  $\vec{V}_{ref}$ .

$$P_{obj} \in a \cdot \vec{V}_a \wedge P_{obj} \in b \cdot \vec{V}_b \quad (3.1)$$

$$P_{obj} \in a \cdot (\vec{V}_{img} + \vec{V}_d) \wedge P_{obj} \in b \cdot (\vec{T} - \vec{V}_{ref}) \quad (3.2)$$

onde  $a$  e  $b$  são as constantes que representam as prolongações dos vetores  $\vec{V}_a$  e  $\vec{V}_b$ . Estas constantes devem ser definidas resolvendo o sistema linear definido pela EQ. 3.1, quando reescrita na forma vetorial. A secção que se segue apresenta as deduções formais assim como apresenta o equacionamento matemático da mesma.

### 3.2. Deduções formais e equacionamento matemático

Esta secção apresenta formalmente o equacionamento e embasamento teórico da técnica de medição proposta. A definição da posição do projetor, da equação do plano de referência, a caracterização da modulação e técnicas de processamento de franjas, a relação entre a modulação e a localização dos pontos do mensurando no espaço, além de considerações sobre o termo sensibilidade também são contempladas.

#### 3.2.1. Modulação e Processamento digital de Imagens

O objetivo desta secção é descrever a abordagem utilizada para avaliar a modulação em radianos para cada ponto do mensurando, assim como detalhar as peculiaridades do processamento que permitiram a formulação da técnica de medição proposta. Assim como descrito no capítulo de revisão da literatura, existem várias técnicas para a avaliação da fase relativa<sup>16</sup> a partir de imagens do mensurado (Carre, 1966; Wyant, 1982; Schwider *et al.*, 1983; Wyant *et al.*, 1984; Hariharan *et al.*, 1987), apesar de qualquer uma das formas de definição da fase relativa ser aplicável à técnica de medição proposta, duas características devem ser analisadas com cuidado a fim de permitir a formulação correta da técnica de medição proposta, são elas: Influência da distorção da lente do projetor, e a relação entre a sensibilidade da modulação, frequência espacial, e localização do plano de referência

O modelo de compensação da distorção das lentes estabelecido no processo de calibração (Zhang, 2000), não cobre o feito causado pela distorção das lentes do projetor, que também causam uma modulação no plano de referência. A FIG. 3.8 mostra a distorção das franjas projetadas no plano de referência devido à distorção das lentes do projetor. A franja em vermelho apresenta uma curvatura que causa um erro de medição da modulação.

<sup>16</sup> Assim como descrito no capítulo de revisão da literatura, a fase relativa é definida como a modulação antes do processo de remoção do salto de fase (Phase Unwrapping).

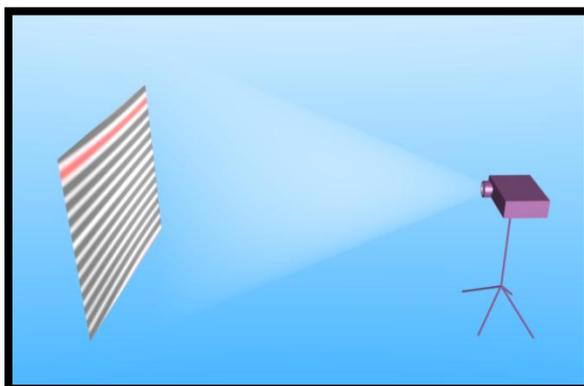


FIGURA 3.8: Efeito da distorção das lentes do projetor  
A franja em vermelho demonstra o efeito de distorção.

Sensibilidade da modulação é definida como relação entre o valor da modulação em radianos e o valor da modulação em unidades métricas<sup>17</sup> avaliada da perspectiva da câmera, ou seja, no plano formador da imagem. A frequência espacial é definida como a frequência das franjas projetadas no plano de referência, FIG. 3.10-b, também avaliada da perspectiva da câmera. Existe uma relação entre os três conceitos supracitados, é possível observar uma variação da frequência espacial de acordo com o deslocamento do plano de referência, da mesma forma é factível afirmar que existe uma relação entre a sensibilidade da modulação e a frequência espacial uma vez que, quanto maior a frequência espacial menor é a modulação em unidades métricas para o mesmo valor em radianos. A FIG. 3.9 mostra o comportamento da frequência espacial de acordo com a posição do plano de referência.

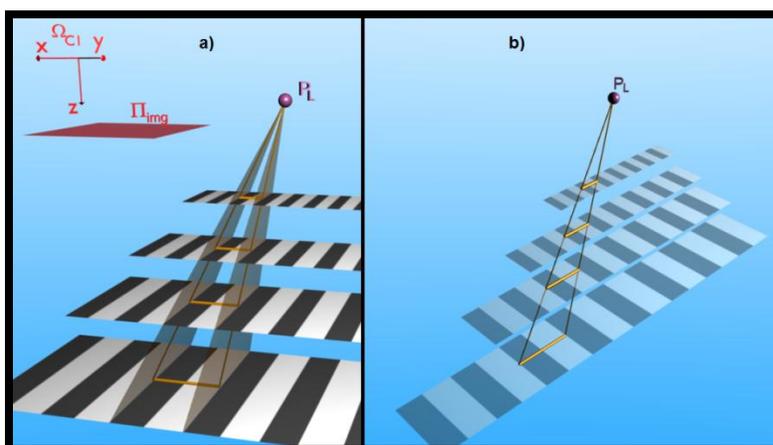


FIGURA 3.9: Comportamento da sensibilidade da modulação em vários planos  
a) Vista frontal do sistema; b) Perspectiva da câmera.

<sup>17</sup> A sensibilidade da modulação é independente da sensibilidade utilizada no modelo Pin-Hole.

Logo a rotação e/ou translação do plano de referência e a frequência das franjas projetadas têm forte Influência no cálculo da modulação em unidades métricas, além disso, o valor da distância percorrida pelos feixes projetados no plano de referência não é constante, FIG. 3.10-a. Estes fatores fazem com que cada ponto do plano de referência tenha um valor diferente de sensibilidade da modulação.

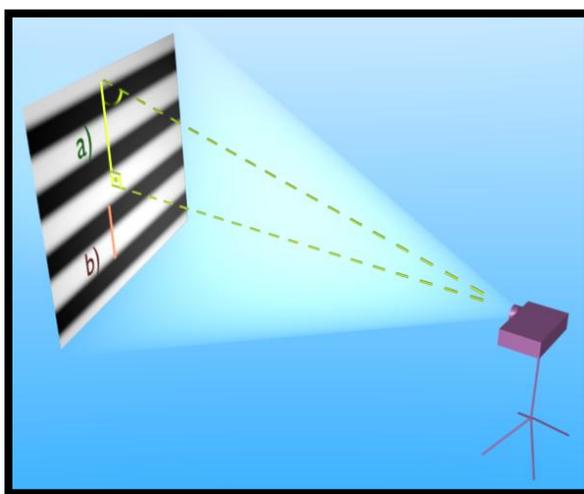


FIGURA 3.10: Características da modulação observadas sobre a perspectiva da câmera  
a) Traçado dos Feixes de luz projetados; b) Frequência espacial

Os parágrafos anteriores descreveram características da técnica de medição proposta que influenciam na avaliação da modulação, os parágrafos seguintes apresentam a abordagem utilizada neste estudo para lidar com o desconhecimento da frequência espacial  $\omega$ , efeitos relacionados à posição/rotação do plano de referência, e distorção das franjas causadas pelas lentes do projetor.

Assumindo que o método das quatro imagens (Wyant, 1982; Haselbeck *et al.*, 1993) foi utilizando, é viável reescrever a equação que estabelece a fase relativa de forma a contemplar a modulação causada pelas características supracitadas.

$$\begin{aligned} \varphi(x, y) = \tan^{-1} \left( \frac{I_{\phi}(x, y, 3 \cdot \pi/4) - I_{\phi}(x, y, \pi/4)}{I_{\phi}(x, y, 0) - I_{\phi}(x, y, 2 \cdot \pi/4)} \right) + \omega \cdot x + \varphi_d(x, y) \\ + \varphi_p(x, y) + 2\pi \cdot n, \forall n \in \mathbb{R} \end{aligned} \quad (3.3)$$

onde,  $\varphi_d(x, y)$  representa a fase relativa oriunda do efeito de distorção das lentes do projetor, e  $\varphi_p(x, y)$  representa a fase relativa oriunda do efeito da rotação projetor do plano referência e da distancia percorrida pelos feixes de luz. Utilizando a EQ. 3.3, a avaliação da fase relativa do plano de referência e do mensurando são realizadas assim como mostrado pelas EQ. 3.4, e EQ. 3.5 respectivamente. O primeiro termo do lado esquerdo da equação EQ. 3.4,  $k_{\varphi}$ , é constante e uma vez que a fase relativa referente à distorção das lentes do projetor e à posição/rotação do mesmo foi contemplada pelos termos  $\varphi_d(x, y)$ , e  $\varphi_p(x, y)$ . O termo  $\varphi'_m(x, y)$  foi definido pela EQ. 3.6.

$$\varphi_r(x, y) = k_{\varphi} + \omega \cdot x + \varphi_d(x, y) + \varphi_p(x, y) + 2\pi \cdot n, \forall n \in \mathbb{R} \quad (3.4)$$

$$\varphi_m(x, y) = \varphi'_m(x, y) + \omega \cdot x + \varphi_d(x, y) + \varphi_p(x, y) + 2\pi \cdot n, \forall n \in \mathbb{R} \quad (3.5)$$

da qual,

$$\varphi'_m(x, y) = \tan^{-1} \left( \frac{I_{\phi}(x, y, 3 \cdot \pi/4) - I_{\phi}(x, y, \pi/4)}{I_{\phi}(x, y, 0) - I_{\phi}(x, y, 2 \cdot \pi/4)} \right) \Bigg|_{\text{mensurando}} \quad (3.6)$$

onde  $\varphi_m(x, y)$  representa a fase relativa do mensurando e  $\varphi_r(x, y)$  representa a fase relativa do plano de referência. Uma vez que a EQ. 3.4 calcula uma fase relativa, a constante  $k_{\varphi}$  pode assumir qualquer valor<sup>18</sup>. Desta forma esta constante é definida como zero. Logo, diminuindo a EQ. 3.5 é da EQ. 3.4, a diferença da fase relativa é definida pela EQ. 3.7.

<sup>18</sup> Uma vez que o local onde a modulação é zero não foi definido, o acréscimo de qualquer constante não altera a expressão da fase relativa.

$$\Delta\varphi(x, y) = \varphi_m(x, y) - \varphi_r(x, y) + 2\pi \cdot n, \forall n \in \mathbb{R} \quad (3.7)$$

onde  $\Delta\varphi(x, y)$  representa a diferença da fase relativa.

Inspecionado a EQ. 3.7 é possível perceber que o termo  $\omega \cdot x$ , e as fases relativas oriundas das modulações provocadas pela distorção das lentes do mensurando e pela posição/rotação do projetor foram canceladas. Desta forma, a maioria dos efeitos causadores de empecilhos ou inaccurácias relativas à avaliação da modulação, descritos previamente, foram mitigados. É importante enfatizar que o cancelamento da modulação relativa à rotação do plano de referência faz com que a deformação das franjas seja avaliada a partir de um plano não rotacionado<sup>19</sup>, o que impacta no cálculo das coordenadas espaciais dos pontos do mensurando. Desta forma é necessário utilizar um plano de referência com as devidas correções, este novo plano deve apresentar uma modulação constante, assim como definido na EQ. 3.4 por meio do parâmetro  $k_\varphi$ . Uma vez que os termos  $\varphi_d(x, y)$ , e  $\varphi_p(x, y)$  foram cancelados, é razoável afirmar que a sensibilidade da modulação permanece constante ao longo da imagem definida por  $\Delta\varphi(x, y)$ , mas ainda é indefinido o local onde a sensibilidade da modulação deverá ser calculada. A FIG. 3.11 exemplifica este problema: A FIG. 3.11-a representa a imagem de um mensurando com franjas projetadas, FIG. 3.11-b representa a imagem do respectivo plano de referência, e FIG. 3.11-c é a diferença da fase relativa.

<sup>19</sup> Paralelo ao plano formador da imagem.

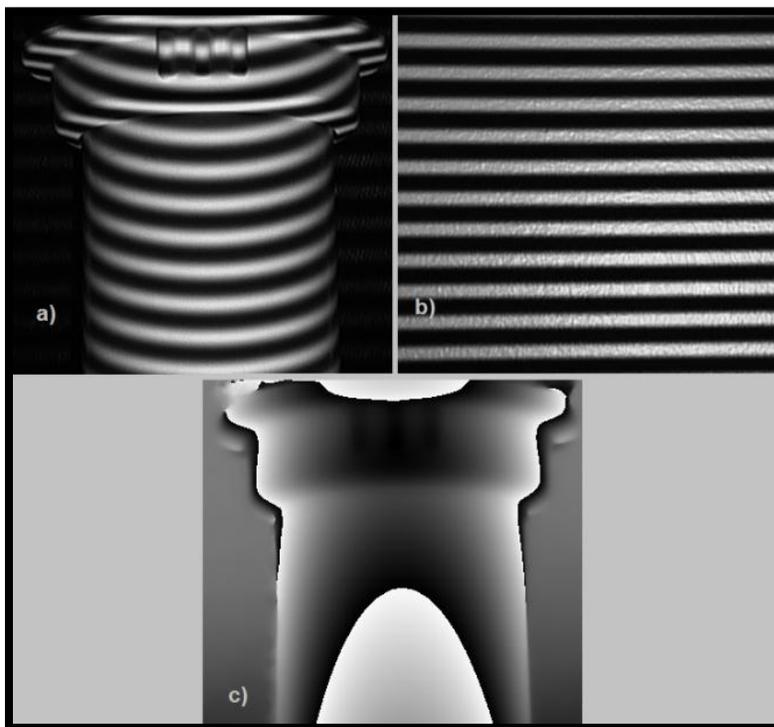


FIGURA 3.11: Diferença da fase relativa  
 a) Imagem das franjas projetadas no mensurando; b) Imagem das franjas projetadas no plano de referência; c) Diferença da fase relativa

Logo, é impossível definir a sensibilidade da modulação a partir da FIG. 3.11-c, e a utilização da FIG. 3.11-b levaria a valor inconstante ao longo da imagem.

Uma alternativa para a definição da sensibilidade da modulação é o cálculo do plano que ao ser alvo da projeção apresentaria uma modulação e sensibilidade da modulação constantes ao longo da imagem adquirida, este plano será referenciado como plano virtual,  $\Pi_{vir}$ . Esta definição também é necessária para o cálculo das coordenadas espaciais dos pontos no mensurando no espaço, assim como descrito previamente. Desde que não denigra a restrição de ser paralelo ao plano formador da imagem, o plano virtual pode ser definido em várias posições distintas sem afetar o processo de definição da localização dos pontos do mensurando no espaço, a FIG. 3.12 mostra este efeito.

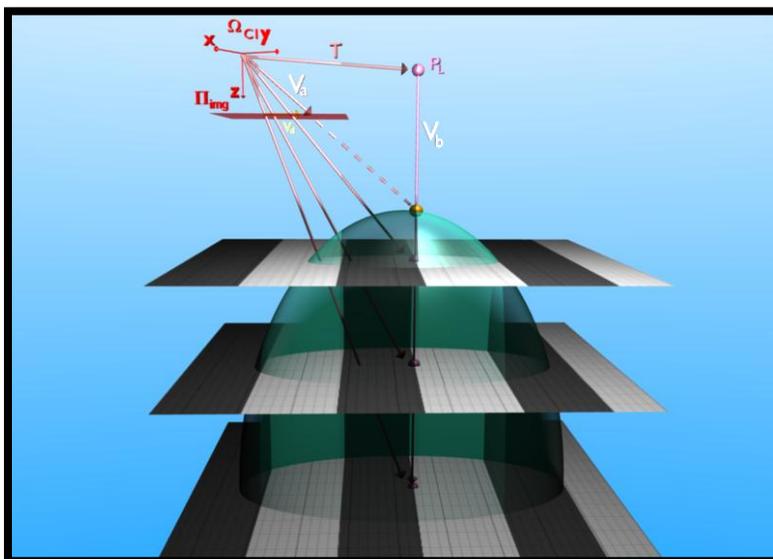


FIGURA 3.12: Comportamento para vários planos de referência

Para um plano mais distante a localização do pixel no plano formador da imagem se altera, mas o vetor de modulação também assume um valor maior, resultando em um mesmo vetor  $\vec{V}_a$ , e, conseqüentemente, mesmo resultado da medição.

O plano virtual é definido como o plano paralelo ao plano formador da imagem que contem o ponto de intersecção do plano de referência com a reta que passa pelo centro do sistema de coordenadas da câmera  $\Omega_{C1}$ , e pelo centro do plano formador da imagem.

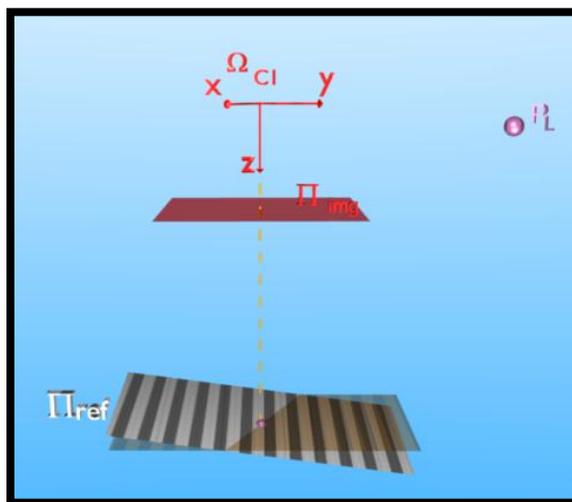


FIGURA 3.13: Definição do plano virtual

Logo, a sensibilidade da modulação pode ser calculada a partir das imagens do plano de referência, desde que seja calculada no centro destas. Uma vez que a sensibilidade da modulação não é constante no plano de referência é necessário uma forma avaliar a função que defina a sensibilidade da modulação neste plano. A abordagem utilizada neste estudo faz uso do processamento digital das franjas para definir as curvas onde as franjas projetadas mudam de sinal com precisão de sub-pixel, fazendo uso de duas das quatro imagens adquiridas do plano de referência.

$$I_0(x, y) = I_e(x, y) + I_r(x, y) \cdot \cos \left( \omega \cdot x + \varphi_{R_{x,y}} \right) \quad (3.8)$$

$$I_{180}(x, y) = I_e(x, y) + I_r(x, y) \cdot \cos \left( \omega \cdot x + \pi/2 + \varphi_{R_{x,y}} \right) \quad (3.9)$$

Subtraindo a EQ. 3.8 da EQ. 3.9.

$$I_{Sen}(x, y) = I_r(x, y) \cdot \cos \left( \omega \cdot x + \varphi_{R_{x,y}} \right) \quad (3.10)$$

A imagem definida pela EQ. 3.10, deve ser percorrida na direção mais ortogonal possível às franjas projetadas de forma a encontrar o pixel imediatamente posterior e o pixel imediatamente anterior ao local onde a senoide troca de sinal. A partir da definição da reta que toca estes dois pixels o local onde a curva troca de sinal é definido com precisão de sub-pixel. Todos os pontos onde a senoide definida pela EQ. 3.10 troca de sinal são referenciados para o sistema de coordenadas do mundo de acordo com a EQ. 2.23, têm removido o efeito de distorção das lentes da câmera EQ. 2.17, EQ.2.18, e EQ.2.19. De posse das curvas onde a senoide definida pela EQ. 3.10 troca de sinal, estes pontos são endereçados para o sistema de coordenadas do mundo, a distância tangencial entre estas curvas é medida ao longo de toda a curva e dividida por  $2\pi$ , definindo assim a sensibilidade da modulação em unidades métricas para cada ponto destas curvas. Finalmente esta sensibilidade é interpolada para todos os pixels da imagem. Logo, o pixel central pode ser facilmente extraído da imagem.

### 3.2.2. Considerações sobre a modulação

Todo o processamento digital de imagens necessário para definir a modulação de cada pixel da imagem adquirida em radianos foi coberto. De forma a transformar a modulação em radianos no vetor modulação duas ações são necessárias: Primeiramente a modulação em radianos deve ser multiplicada pela sensibilidade da modulação de forma a obter a modulação em unidades métricas definindo assim o módulo do vetor modulação, e posteriormente a direção do vetor modulação, que tem a mesma direção do vetor formado pela intersecção do plano formador da imagem e do plano definido pelo vetor que define a localização do projetor e pelo vetor  $\vec{V}_b$ , deve ser definida. Desta forma o módulo do vetor modulação é estabelecido pela EQ.3.11 e sua direção pela será definida em secções posteriores.

$$\|\vec{V}_d\|_{i,j} = \psi_{i,j} \cdot S_\varphi \quad (3.11)$$

onde  $\|\vec{V}_d\|_{i,j}$  representa o módulo do vetor modulação associado ao pixel de coordenadas (i, j),  $\psi_{i,j}$  é a modulação em radianos,  $S_\varphi$  representa a sensibilidade da modulação em unidades métricas.

### 3.2.3. Calibração

Para que seja possível identificar os pontos do mensurando no espaço é necessário definir a localização da câmera, do projetor e do plano de referência, assim como os parâmetros intrínsecos da câmera. É importante frisar que os parâmetros da câmera não devem ser medidos por meio de instrumentos de medição dimensional tradicionais, uma vez que, assumindo que o modelo Pin-Hole é utilizado, algumas medições podem gerar resultados imprecisos. No presente estudo para a definição dos parâmetros intrínsecos e extrínsecos o foi utilizado o processo de calibração das câmeras (Zhang, 2000). O capítulo de revisão da literatura detalha o modelo Pin-Hole.

### 3.2.4. Definição da localização do Projetor

Esta secção tem como objetivo mostrar a maneira utilizada neste estudo para de identificar a posição do projetor. Inicialmente um plano foi colocado à frente do projetor, um padrão xadrez foi projetado, e as câmeras adquiriam duas imagens da mesma cena.

Posteriormente o plano foi deslocado e duas outras imagens foram adquiridas. Utilizando o processo de identificação dos pontos internos do padrão de xadrez (Zhang, 2000) juntamente com a técnica de triangulação estereoscópica (Verri, 1998) as coordenadas tri-dimensionais dos pontos internos dos padrões projetados foram definidas. O ponto de intersecção das retas formadas pelos respectivos pontos de cada um dos padrões projetados definiu a posição do projetor. A FIG. 3.14 Exemplifica o procedimento.

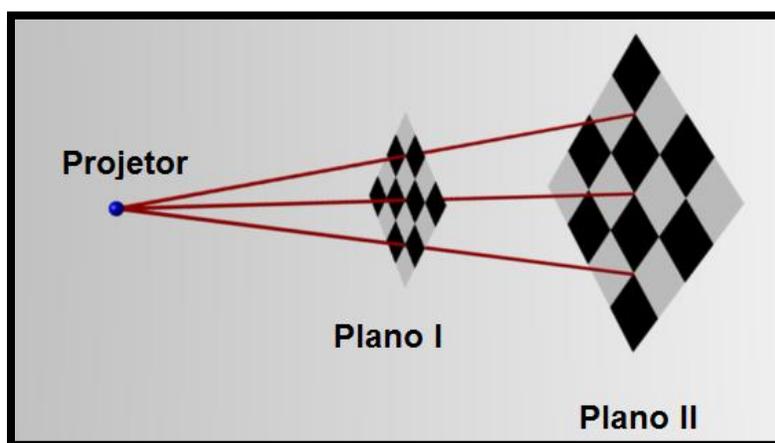


FIGURA 3.14: Definição da posição do projetor.

### 3.2.5. Definição da equação do planos de referência e plano virtual

A definição da equação do plano de referência segue os mesmo princípios adotados na definição da posição do projetor. Uma vez que um plano pode ser definido por três vetores, um que aponta para um ponto qualquer do plano e mais dois vetores não paralelos pertencentes ao plano, um padrão xadrez foi projetado no plano de referência e dois vetores pertencentes ao plano foram definidos a partir dos pontos internos do padrão projetado, adicionalmente um vetor foi definido como o vetor que aponta para o plano. A equação deste plano no formato paramétrico é dada por:

$$\Pi_{ref} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} + s \cdot \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} + t \cdot \begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

onde,  $[x_1 \ y_1 \ z_1]^T$  representa o vetor que aponta para um ponto qualquer do plano de referência,  $[x_2 \ y_2 \ z_2]^T$  é o primeiro vetor que pertence ao plano de referência e  $[x_3 \ y_3 \ z_3]^T$  é o segundo vetor pertencente ao plano de referência<sup>20</sup>. Considerando que  $\Pi_{vir}$  é definido como o plano paralelo a  $\Pi_{img01}$  que contém o ponto de intersecção do plano de referência com a reta que passa pelo centro do sistema de coordenadas da câmera  $\Omega_{C1}$  e pelo pixel localizado no centro da imagem assim como ilustrado pela FIG. 3.13, a equação do plano virtual foi definida a partir da equação do plano de referência resultando em

$$\Pi_{vir} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ z_1 \end{bmatrix} + s \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + t \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.13)$$

Portanto, os requisitos necessários para a descrição quantitativa da técnica de medição proposta foram detalhados.

### 3.2.6. Relação entre modulação o localização dos pontos do mensurando no espaço

Esta seção apresenta o equacionamento do passo de triangulação da técnica de medição proposta, que já foi qualitativamente descrita em seções prévias. A FIG. 3.15 mostra esquematicamente o passo de triangulação incluindo o plano virtual. Todo equacionamento será realizado tendo como base este desenho esquemático.

<sup>20</sup> O subscripto “T” mostra que o vetor foi transposto

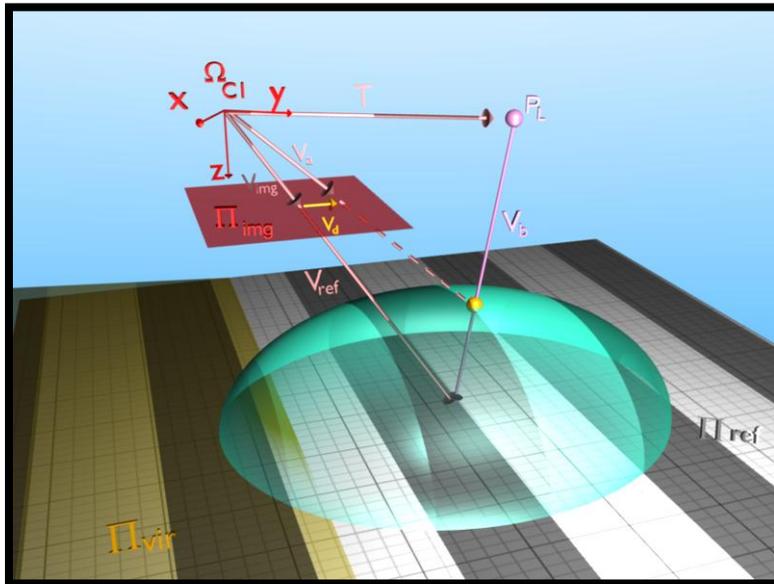


FIGURA 3.15: Modelo de análise completo incluindo o plano virtual.

O elemento principal do processo de obtenção das coordenadas dimensionais de um ponto é a projeção de um ponto no plano formador da imagem, ou seja, um pixel da imagem endereçado neste plano. De acordo com o modelo Pin-Hole estas coordenadas são dadas pela localização do pixel no plano formador da imagem (coordenadas  $x$ , e  $y$ ) e pela distância focal (coordenada  $z$ ) (Cyganek Bogustaw; Siebert, 2009). O vetor que aponta para este ponto foi denominado de  $\vec{V}_{img}$ , e é descrito por

$$\vec{V}_{img} = \begin{bmatrix} x_u \\ y_u \\ z_u \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

onde  $(x_u, y_u, z_u)$  são as coordenadas de um pixel endereçadas no plano formador da imagem.

O vetor modulação tem seu módulo definido pelo processamento digital de imagens Eq. 3.11, e tem mesma direção do vetor formado pela intersecção do plano formador da imagem com o plano definido pelo vetor que estabelece a localização do projetor e pelo vetor  $\vec{V}_{img}$ . Desta forma vetor modulação é estabelecida como

$$\vec{V}_d = \psi(x, y) \cdot S_\varphi \cdot \left( \frac{(\vec{V}_{img} \times \vec{T}) \times \hat{k}}{\|(\vec{V}_{img} \times \vec{T}) \times \hat{k}\|} \right) \quad (3.15)$$

onde  $\vec{V}_d$  representa o vetor modulação associado ao pixel de coordenadas  $(x, y)$ ,  $\psi(x, y)$  é a modulação em radianos,  $S_\varphi$  representa a sensibilidade da modulação em unidades métricas,  $\vec{V}_{img}$  é o vetor que aponta para o pixel analisado endereçado no plano formador da imagem,  $\vec{T}$  é o vetor que define a posição do projetor, e  $\hat{k}$  é o vetor unitário formador do sistema de coordenadas  $\Omega_{C1}$ . O vetor  $\vec{V}_a$  é definido como a soma dos vetores  $\vec{V}_{img}$  e  $\vec{V}_d$ ,

$$\vec{V}_a = \vec{V}_{img} + \vec{V}_d \quad (3.16)$$

O vetor  $\vec{V}_{ref}$  é definido como o vetor de mesma direção que  $\vec{V}_{img}$  que toca o plano virtual  $\Pi_{vir}$ . Ou seja,  $\vec{V}_{img}$  multiplicado por uma constante apropriada se iguala a  $\vec{V}_{ref}$ . Desta forma basta usar a equação que iguala o vetor  $\vec{V}_{img}$  multiplicado por uma constante com o plano  $\Pi_{vir}$  EQ. 3.13, para encontrar esta constante, e conseqüentemente definir  $\vec{V}_{ref}$ . As EQ. 3.17 a EQ. 3.18 mostram este processo.

$$\Pi_{vir} = k_{ref} \cdot \vec{V}_{img} \quad (3.17)$$

substituindo EQ. 3.13 e EQ. 3.14 em EQ. 3.18:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ z_1 \end{bmatrix} + s \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + t \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = k_{ref} \cdot \begin{bmatrix} x_u \\ y_u \\ z_u \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Reescrevendo em forma de um sistema linear:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & x_u \\ 0 & 1 & y_u \\ 0 & 0 & z_u \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s \\ t \\ k_{ref} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ z_1 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Onde,  $s$  e  $t$  são os parâmetros da equação do plano virtual, e  $k_{ref}$  é a constante a ser encontrada. Resolvendo o sistema linear definido pela EQ. 3.19.

$$k_{ref} = z_1/z_u \quad (3.20)$$

logo,

$$\vec{V}_{ref} = z_1/z_u \cdot \vec{V}_{img} \quad (3.21)$$

O vetor  $\vec{V}_b$  é definido como a diferença do vetor  $\vec{V}_{ref}$  como vetor que define a posição do projetor  $\vec{T}$ . Logo o vetor  $\vec{V}_b$  é definido como se segue.

$$\vec{V}_b = \vec{V}_{ref} - \vec{T} = z_1/z_u \cdot \vec{V}_{img} - \vec{T} \quad (3.22)$$

As coordenadas da superfície do mensurando no espaço são definidas pela intersecção dos vetores  $\vec{V}_a$  e  $\vec{V}_b$ . Uma vez que a intersecção de dois vetores em  $\mathbb{R}^3$  é altamente suscetível à instabilidade numérica, e que qualquer pequeno erro na definição da direção faz com que os vetores não se toquem, um vetor simultaneamente ortogonal aos vetores  $\vec{V}_a$  e  $\vec{V}_b$  é incluído ao modelo de forma a garantir a estabilidade do cálculo FIG. 3.16.

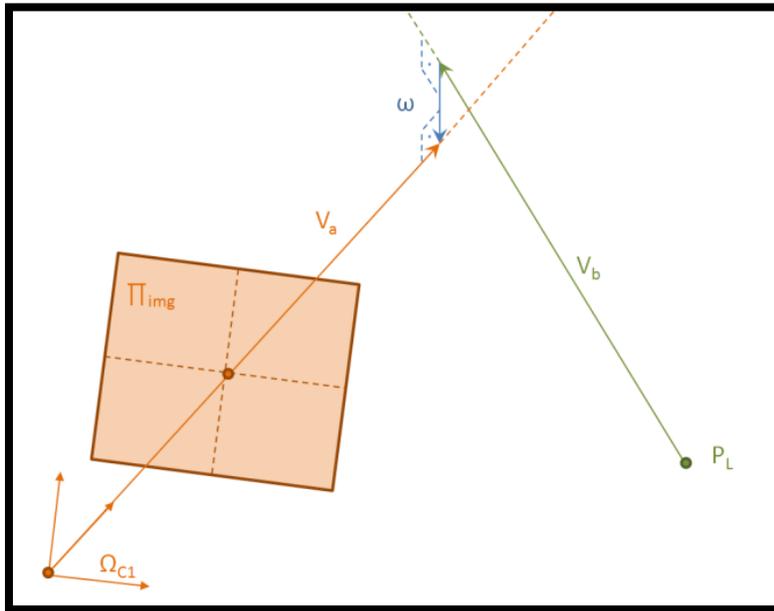


FIGURA 3.16: Intersecção dos vetores que definem a localização do ponto no mensurando.

Fazendo uso da analogia da técnica de medição proposta com o método estereoscópico, a definição das coordenadas de um ponto na da superfície do mensurando no espaço é dado pela por (Verri, 1998):

$$\vec{V}_{mes} = a \cdot \vec{V}_a + c/2 \cdot (\vec{V}_b \times \vec{V}_a), \quad (3.23)$$

onde  $\vec{V}_{mes}$  representa o vetor que aponta para o ponto na superfície do mensurando, e  $a$  e  $b$  são as constantes a serem definidas por:

$$a \cdot \vec{V}_a + b \cdot \vec{V}_b + c \cdot (\vec{V}_b \times \vec{V}_a) = \vec{T}. \quad (3.24)$$

Expressando a EQ. EQ. 3.24 na forma matricial tem-se que,

$$\begin{bmatrix} \vec{V}_a & \vec{V}_b & (\vec{V}_a \times \vec{V}_b) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \vec{T}. \quad (3.25)$$

Uma vez que o rotacional dos vetores que constituem as duas primeiras colunas aparece na terceira coluna, e o produto triplo é uma expressão do determinante, é razoável resolver o sistema de equações lineares utilizando regra de Cramer (Poole, 2006):

$$a = \frac{\det([\vec{T} \quad \vec{V}_b \quad (\vec{V}_a \times \vec{V}_b)])}{\det([\vec{V}_a \quad \vec{V}_b \quad (\vec{V}_a \times \vec{V}_b)])} \quad (3.26)$$

$$c = \frac{\det([\vec{V}_a \quad \vec{V}_b \quad \vec{T}])}{\det([\vec{V}_a \quad \vec{V}_b \quad (\vec{V}_a \times \vec{V}_b)])} \quad (3.27)$$

Expressando os determinantes das EQ. 3.26 e a EQ. 3.27 na forma do produto triplo, tem-se que

$$a = \frac{(\vec{T} \times \vec{V}_b) \cdot (\vec{V}_a \times \vec{V}_b)}{(\vec{V}_a \times \vec{V}_b) \cdot (\vec{V}_a \times \vec{V}_b)} \quad (3.28)$$

, e

$$c = \frac{(\vec{V}_a \times \vec{T}) \cdot (\vec{V}_a \times \vec{V}_b)}{(\vec{V}_a \times \vec{V}_b) \cdot (\vec{V}_a \times \vec{V}_b)} \quad (3.29)$$

Substituindo EQ. 3.28 e a EQ. 3.29 na EQ. 3.23, e definindo o vetor  $\vec{\omega}$ , por meio do rotacional dos vetores  $\vec{V}_a$  e  $\vec{V}_b$ :

$$\vec{V}_{mes} = \frac{2 \cdot [(\vec{T} \times \vec{V}_b) \cdot \vec{\omega}] \cdot \vec{V}_a + [(\vec{V}_a \times \vec{T}) \cdot \vec{\omega}] \cdot \vec{\omega}}{2 \cdot \vec{\omega} \cdot \vec{\omega}} \quad (3.30)$$

onde,

$$\vec{V}_a = \vec{V}_{img} + \vec{V}_d \quad (3.31)$$

$$\vec{V}_b = z_1/z_u \cdot \vec{V}_{img} - \vec{T} \quad (3.32)$$

$$\vec{\omega} = \vec{V}_a \times \vec{V}_b = (\vec{V}_{img} + \vec{V}_d) \times (z_1/z_u \cdot \vec{V}_{img} - \vec{T}). \quad (3.33)$$

Portanto, a EQ. 3.30, determina as localização de um ponto da superfície do mensurando no espaço.

### 3.3. Procedimento de medição

A secção de descrição do sistema proposto apresenta o embasamento teórico e o equacionamento da técnica de medição estabelecida neste estudo, o anexo E detalha a construção deste instrumento, assim como caracteriza os materiais utilizados nos experimentos. Esta secção tem como objetivo mostrar a aplicação da técnica de medição proposta por meio da apresentação cada um dos passos necessários para avaliar o mensurando, os passos descritos podem ser utilizados tanto para a técnica de medição proposta quanto para a técnica de Moiré de projeção, sendo que para esta última alguns dos passos não se aplicam. A primeira parte desta secção descreve a abordagem utilizada para lidar com dois fatores que têm forte influência no resultado da medição: A luz ambiente e a qualidade da calibração relativa à técnica estereoscópica. Posteriormente o procedimento de medição é descrito.

#### 3.3.1. Considerações sobre o procedimento de medição

Um dos fatores externos que mais têm influência sobre o resultado das técnicas de medição que utilizam projeção de franjas é a luz ambiente. Esta afirmação foi qualitativamente percebida por meio de testes informais não controlados do sistema de medição, e comprovada pela análise da EQ. 2.1. Partindo desta equação, uma vez que cada pixel foi composto por oito bits, resultando em 256 valores possíveis, e que a intensidade de luz  $I_\phi(x, y)$  é um somatório da luz ambiente  $A(x, y)$ , com a luz refletida pelo mensurando  $B(x, y) \cdot \cos[\omega \cdot x + \theta + \varphi(x, y)]$ , quanto mais informação for armazenada pelo termo  $A(x, y)$  menor será a quantidade de informação armazenada no termo  $B(x, y) \cdot \cos[\omega \cdot x + \theta + \varphi(x, y)]$ . Desta forma pode-se concluir que quanto menor for a influência de  $A(x, y)$  menor será a quantidade de informação relacionada a este termo, resultando em uma maior precisão na definição da modulação que é

baseada no termo  $B(x, y) \cdot \cos [\omega \cdot x + \theta + \varphi(x, y)]$ , o que é um forte indício redução na incerteza. Tendo em vista as considerações sobre a influência da luz ambiente no resultado da medição, os testes foram realizados em uma sala escura, onde a luz projetada é muito maior que a luz ambiente.

A calibração relativa à técnica estereoscópica é um passo crítico para o sucesso da técnica proposta uma vez que os parâmetros por ela definidos relacionam os pixels das imagens processadas com dimensões físicas. A abordagem utilizada para avaliar a qualidade desta calibração foi incluir o teste de hipótese posteriormente descrito. Este teste avalia a efetividade do processo executado<sup>21</sup>.

### 3.3.2. Configuração do Instrumento

Antes de realizar uma medição foi preciso configurar o instrumento de medição de forma a garantir a reprodutibilidade dos experimentos realizados. Caso alguma alteração no posicionamento dos componentes fosse requisitada, a configuração do instrumento deveria ser realizada novamente. Nas descrições que se seguem a câmera que é utilizada para a aquisição das franjas projetadas é chamada de câmera principal e a câmera que é somente usada nos processos de calibração relativa à técnica estereoscópica, definição do posicionamento do projetor e definição da equação do plano de referência de denominada câmera secundária.

Inicialmente o posicionamento dos componentes foi estabelecido, a câmera principal foi posicionada de forma que seu plano formador da imagem esteja o mais paralelo possível do plano de referência, a câmera secundária foi posicionada de forma a estar o mais próximo possível da configuração canônica (Cyganek Bogustaw; Siebert, 2009). O projetor de franjas foi colocado embaixo da câmera principal de forma a permitir que tanto a técnica de medição quanto a técnica de Moiré de Projeção pudessem ser utilizadas. Um retângulo de dimensões: 100mm de altura 250mm de largura e 120mm de profundidade foi definido como a faixa de medição. A posição dos elementos foi ajustada de forma a garantir que as duas câmeras fossem capazes de captar as franjas projetadas no plano de referência<sup>22</sup>, assim como visualizar toda a faixa de medição. Posteriormente a calibração relativa à técnica estereoscópica foi realizada, os parâmetros intrínsecos e extrínsecos para as duas câmeras, EQ. 2.23 e EQ. 2.24 respectivamente,

<sup>21</sup> Salientando que as incertezas associadas a este processo não foram avaliadas neste estudo, somente a incerteza expandida do instrumento foi avaliada.

<sup>22</sup> A técnica de medição proposta não restringe a posição de seus elementos constituintes, desta forma os elementos podem ser posicionados de forma diferente da descrita.

foram definidos utilizando-se a técnica de calibração (Zhang, 2000)<sup>23</sup>. O padrão de tabuleiro de xadrez foi posicionado arbitrariamente dentro da faixa de medição e seus cantos internos foram medidos utilizando a triangulação estereoscópica. Um teste de hipótese (Montgomery, 2005) foi utilizado para definir se a calibração foi aceitável ou não. A hipótese nula estabeleceu que a média das arestas dos quadrados formadores do padrão de tabuleiro de xadrez, medidos por meio da triangulação estereoscópica, foi igual a 18.05mm, o nível de significância adotado foi de 5%<sup>24</sup>. Todas as arestas do padrão de tabuleiro de xadrez foram avaliadas resultando em uma amostra de 48 arestas. De forma a definir a posição do projetor e a abordagem descrita na secção 3.2.4 foi adotada. A visualização tridimensional em escala dos resultados foi utilizada para verificar qualitativamente a qualidade deste processamento. Foi assumido que a avaliação da posição do projetor é confiável uma vez que o processo de medição utilizando a triangulação estereoscópica e a definição dos pontos homólogos utilizando os cantos internos do padrão de tabuleiro de xadrez são verificadas pelo teste de hipótese. A equação do plano de referência foi realizada conforme descrito na secção 3.2.5, assim como na definição da posição do projetor foi assumido que a avaliação da equação do plano de referência é confiável uma vez que o processo de medição utilizando a triangulação estereoscópica e a definição dos pontos homólogos utilizando os cantos internos do padrão de tabuleiro de xadrez são verificadas pelo teste de hipótese. A fase relativa do plano de referência foi calculada utilizando a técnica de quatro frames (Wyant, 1982; Haselbeck *et al.*, 1993), descrita no anexo A . A partir das imagens adquiridas foi possível calcular também a sensibilidade da modulação, conforme descrito na secção 3.2.2. Uma imagem da cena onde o mensurando foi medido, sem a presença do mensurando, foi também captada, esta última foi utilizada de no cálculo da região de interesse.

### 3.3.3. Processo de Medição

Esta secção descreve como o mensurando foi avaliado. A primeira etapa para a medição foi o processo de aquisição das imagens do mensurando, seguida do processamento digital das imagens adquiridas, visualização tri-dimensional do resultado e avaliação dos pontos de interesse.

<sup>23</sup> Esta técnica inclui o modelo de distorção de lentes da câmera

<sup>24</sup> Equivale a dois desvios padrão e é análogo ao fator de abrangência para incerteza expandida  $U_{95\%}$

A fase relativa do mensurando foi calculada utilizando a técnica de quatro frames (Wyant, 1982; Haselbeck *et al.*, 1993), descrita no anexo A . Esta requer quatro imagens do mensurando, uma imagem adicional sem a projeção de franjas também é necessária para a definição da área de interesse. Logo cinco imagens do mensurando foram adquiridas. O processamento digital das imagens foi subdividido em seis etapas: Definição da área de interesse, cálculo da fase relativa do mensurando, processo de filtragem do sinal, cálculo da diferença da fase relativa, remoção do salto de fase e triangulação.

O processo de definição da área de interesse usado neste trabalho faz uso da diferenças entre duas imagens aliada às operações de “Erode” e “Dilate” (Brasdski e Kaehler, 2008). Inicialmente a imagem da cena com o mensurando foi subtraída, pixel a pixel, da imagem da cena sem o mensurando. Posteriormente a operação definida pela EQ. 3.34 foi aplicada em cada pixel da imagem.

$$I_{roi}(x, y) = \begin{cases} 0, \forall |\Delta I(x, y)| < 64 \\ 255, \forall |\Delta I(x, y)| \geq 64 \end{cases} \quad (3.34)$$

da qual  $|\Delta I(x, y)|$  representa o módulo da diferença entre a imagem da cena sem o mensurando e a cena com o mensurando, e  $I_{roi}(x, y)$  representa a imagem resultante. O valor 64 foi escolhido empiricamente avaliando-se os resultados obtidos em experimentos não controlados realizados previamente. A partir da imagem definida pela EQ. 3.34 as operações de “Erode” e “Dilate” (Brasdski e Kaehler, 2008) foram aplicadas conforme descrito pela TAB. 3.1

TABELA 3.1  
Operações de Dilate e Erode

| <b>Operação</b> | <b>Ordem de execução</b> | <b>Número de Iterações</b> | <b>Profundidade</b> |
|-----------------|--------------------------|----------------------------|---------------------|
| Dilate          | 1                        | 4                          | 1                   |
| Erode           | 2                        | 4                          | 1                   |
| Erode           | 3                        | 4                          | 2                   |
| Dilate          | 4                        | 4                          | 2                   |

Logo, na imagem resultante do processamento supracitado, os pixels nulos representam a região de interesse. Após a definição da área de interesse o processo de filtragem foi realizado. Este processo tem como objetivo eliminar ruídos que estão fora da faixa de frequência ocupada pela projeção de franjas e modulação, desta forma foi utilizada uma técnica comumente utilizada para

este propósito: a utilização de um filtro passa baixas (Hirani e Totsuka, 1996). A fase relativa apresenta saltos de fase, que são caracterizados por altas frequências, logo a aplicação direta de um filtro passa baixa descaracterizaria estes saltos de fase danificando o sinal. Assim sendo, um filtro passa baixas de Butterworth (Haykin e Veen, 1999) de segunda ordem com frequência de corte igual a 32 Hz<sup>25</sup> na direção das franjas projetadas foi aplicado separadamente no seno e no co-seno da fase relativa respectivamente, e o sinal foi reconstruído aplicando o arco tangente na fração composta pelos mesmos seno e co-seno do sinal. Desta forma tem-se que:

$$\tilde{\varphi}(x, y) = \tan^{-1} \left( \frac{\mathcal{B}_{32}^2 \{\sin [\varphi(x, y)]\}}{\mathcal{B}_{32}^2 \{\cos [\varphi(x, y)]\}} \right) \quad (3.35)$$

da qual  $\mathcal{B}_m^n \{\cdot\}$  representa o operador Filtro passa baixas de Butterworth de ordem  $n$  e frequência de corte  $m$ ,  $\tilde{\varphi}(x, y)$  representa a fase relativa filtrada, e  $\varphi(x, y)$  representa a fase relativa antes da aplicação do filtro. O processo de filtragem deve ser realizado tanto para a fase relativa do mensurando quanto para a fase relativa do objeto.

De posse da fase relativa do mensurando e do plano de referência a diferença da fase relativa foi calculada pixel a pixel, e posteriormente o processamento para a remoção do salto de fase foi aplicado. O método de remoção do salto de fase utilizado neste estudo foi o “Mask Cuts” (Dennis C. Ghiglia e Pritt, 1998). A técnica de medição proposta não adiciona restrições ao método de remoção do salto de fase a ser utilizado, sendo que esta escolha se deve ao fato deste ser um método minuciosamente descrito e consolidado na literatura. A TAB. 3.2 Mostra os parâmetros utilizados na implementação do método, e o anexo D apresenta o embasamento teórico e o detalhamento do mesmo.

<sup>25</sup> A frequência de corte foi escolhida de forma a estar no ponto médio entre a frequência máxima da modulação e das franjas projetadas

TABELA 3.2  
Parametrização do método de remoção do salto de fase

| Parâmetro                              | Valor                     |
|--|---------------------------|
| Mapa de qualidade utilizado            | Pseudocorrelação, EQ. D.1 |
| Tamanho da janela do mapa de qualidade | 5                         |
| Tamanho do Buffer para a ordenação     | 4096                      |

Processo de triangulação foi realizado conforme descrito na secção 3.2.6, e EQ. 3.30. Uma vez que este processo é crítico do ponto de vista de processamento, a codificação foi feita utilizando a biblioteca Intel Intrinsic® (Fog, 2009) que permite operações paralelas não concorrentes com os pixels. Este artifício foi extremamente útil, pois permitiu realizar operações com vetores com a mesma eficiência com que são realizadas operações com pontos flutuantes. Uma vez que os pontos do mensurando tiveram suas coordenadas calculadas, a visualização tri-dimensional em escala proporcionou uma avaliação qualitativa da técnica de medição, assim como permitiu que, ao selecionar um ponto específico do mensurando, suas coordenadas aparecessem na tela, e ao selecionar dois pontos do mensurando, a distância euclidiana e a distância medida em cada uma das coordenadas ( $x, y, z$ ) aparecessem na tela. A FIG. 3.17 ilustra este processo.

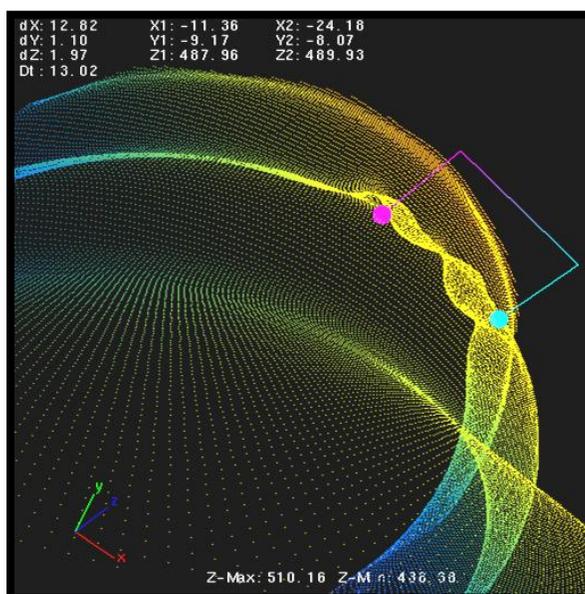


FIGURA 3.17: Avaliação de pontos específicos do mensurando

Esta funcionalidade foi muito útil no processo de avaliação metrológica do instrumento de medição.

### **3.4. Planejamento dos experimentos**

Uma vez que os processos de configuração do instrumento e de medição foram descritos esta secção é dedicada descrever o planejamento dos experimentos realizados, assim como prover o racional utilizado na escolha dos mesmos. O objetivo a ser alcançado com a análise dos resultados dos experimentos é a avaliação metrológica do instrumento construído, comparação com a técnica de Moiré de Projeção, e mostrar qualitativamente que a técnica de medição proposta é capaz de realizar a medição de superfície livre em mensurandos variados tais como: Pele humana, tecido biológico, plástico, e cerâmica.

#### **3.4.1. Avaliação metrológica**

A avaliação metrológica visou determinar a incerteza associada ao instrumento de medição construído, de forma a compará-lo com outros instrumentos, e definir as possíveis aplicações do mesmo. A abordagem utilizada para a avaliação metrológica do instrumento de medição construído baseou-se na comparação do resultado da medição com as dimensões do papel milimetrado afixado no plano inclinado. Esta avaliação foi realizada conforme recomendado no Guia para a expressão da incerteza de medição (Internacional Organization for Standardization, 2003), que recomenda as seguintes etapas: Especificação do mensurando e definição do modelo matemático, cálculo da incerteza padrão, cálculo da incerteza combinada, cálculo dos graus de liberdade efetivos, determinação do fator de abrangência.

Inicialmente a configuração do sistema, foi realizada. Em seguida foram realizadas 30 medições cobrindo completamente a faixa de medição assim como ilustrado pela FIG. 3.19.

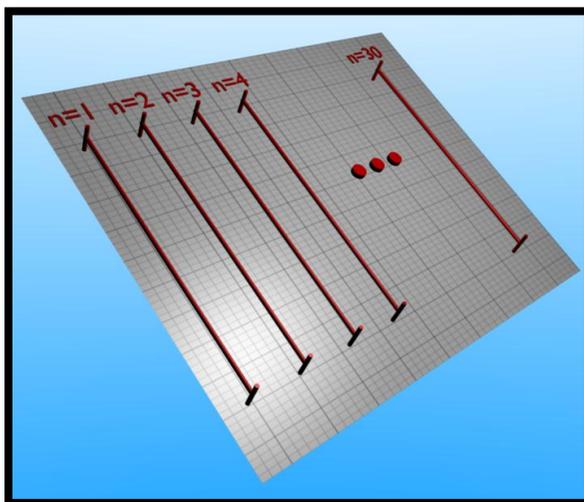


FIGURA 3.18: Avaliação metrológica.

A avaliação foi possível renderizando cada ponto do mensurando com a respectiva cor, desta forma as graduações presentes no papel milimetrado puderam ser identificadas utilizando a funcionalidade da visualização tri-dimensional em escala. A FIG. 3.19 ilustra a avaliação de uma região de aproximadamente 50.0mm dentro do plano inclinado.

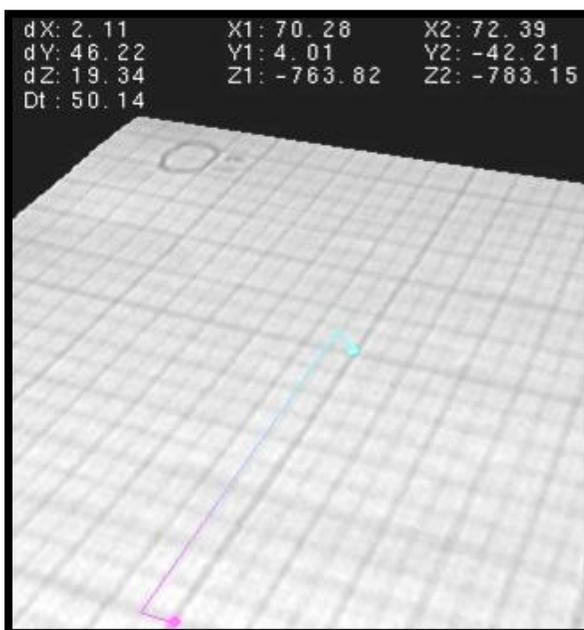


FIGURA 3.19: Exemplo de avaliação do plano inclinado

Os parágrafos seguintes mostram os passos da avaliação metrológica que foram realizados assim como recomendados pelo guia para a expressão da incerteza de medição (International Organization for Standardization, 2003).

O mensurando foi definido como a maior distância a ser percorrida dentro da faixa de medição que permita provar a estabilidade da medição ao longo da faixa, FIG. 3.19. O modelo matemático foi estabelecido por meio da relação

$$Y = \sqrt{X_1^2 + X_2^2 + X_3^2}, \quad (3.36)$$

onde  $X_1$  representa a coordenada  $\hat{x}$  da distância avaliada,  $X_2$  representa a coordenada  $\hat{y}$  da distância avaliada,  $X_3$  representa a coordenada  $\hat{z}$  da distância avaliada, e  $Y$  é a distância medida. As componentes de incerteza identificadas, e as respectivas incertezas padrão são apresentadas na TAB. 3.3.

TABELA 3.3  
Fontes de incerteza – Técnica de medição proposta

| Descrição   | Símbolo  | Valor* | Tipo da Distribuição | Nível de confiança |
|---|----------|--------|----------------------|--------------------|
| Incerteza das graduações do papel milimetrado                 | $u(x_1)$ | 0.29   | Normal               | 68%                |
| Resolução das graduações do papel milimetrado                 | $u(x_2)$ | 0.50   | Retangular           | 100%               |
| Resolução do Instrumento construído na direção $\hat{x}$      | $u(x_3)$ | 0.35   | Retangular           | 100%               |
| Resolução do Instrumento construído na direção $\hat{y}$      | $u(x_4)$ | 0.38   | Retangular           | 100%               |
| Repetitividade do instrumento construído na direção $\hat{x}$ | $u(x_5)$ | **     | Normal               | 68%                |
| Repetitividade do instrumento construído na direção $\hat{y}$ | $u(x_6)$ | **     | Normal               | 68%                |
| Repetitividade do instrumento construído na direção $\hat{z}$ | $u(x_7)$ | **     | Normal               | 68%                |

\* Todas as unidades estão em milímetros.

\*\* Foi definido durante a realização dos experimentos.

Tendo em vista a relação definida pela EQ. 3.36, a incerteza padrão combinada foi estabelecida por meio da relação

$$u_c = \sqrt{\sum_{n=1}^4 [u(x_n)]^2 + \frac{x^2 \cdot u(x_5)^2 + y^2 \cdot u(x_6)^2 + z^2 \cdot u(x_7)^2}{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (3.37)$$

O cálculo dos graus de liberdade efetivos foi feito por meio da fórmula de Welch-Satterthwaite e da tabela de coeficientes de Student (Internacional Organization for Standardization, 2003). Para este estudo foi utilizado o fator de abrangência necessário para a expressão da incerteza expandida com para o nível de confiança igual a 95%.

Para que seja viável a comparação entre a técnica de medição proposta neste estudo e a técnica de Moiré de Projeção é necessário que os testes sejam realizados em ambientes compatíveis, de forma que a comparação seja expressa majoritariamente pela diferença entre as duas técnicas e não pela diferença entre dois sistemas de medição. A incerteza de expandida do instrumento e o tempo de processamento do passo de triangulação foram estabelecidos como parâmetros de comparação. Para a comparação do tempo de processamento foram utilizadas funções do sistema operacional, especificamente “Waitable Timers” (Seixas Filho e Szuster, 2003). Para cada triangulação realizada o tempo foi mensurado. Para a comparação da incerteza expandida o processo de avaliação metrológica descrito na secção anterior foi realizado novamente alterando-se a técnica de medição para a técnica de Moiré de Projeção.

O método de teste realizado para a técnica de Moiré de projeção assim como a especificação do mensurando e definição do modelo matemático foi exatamente o utilizado para a técnica de medição proposta mesmo salvo pelo passo de configuração do sistema, e por uma parte do processo de análise de incerteza. Na configuração do instrumento o posicionamento da câmara e do projetor não foi alterado, e uma trena foi utilizada para a avaliação dos parâmetros  $l_k$ ,  $l_p$ ,  $\theta_0$ , e  $S_\varphi$  necessários para a técnica de Moiré de Projeção. As componentes de incerteza e as respectivas incertezas padrão são apresentadas na TAB. 3.4.

TABELA 3.4  
Fontes de incerteza – Técnica de Moiré de Projeção

| Descrição   | Símbolo  | Valor* | Distribuição de probabilidade | Nível de confiança |
|---|----------|--------|-------------------------------|--------------------|
| Incerteza das graduações do papel milimetrado                 | $u(x_1)$ | 0.29   | Normal                        | 68%                |
| Resolução das graduações do papel milimetrado                 | $u(x_2)$ | 0.50   | Retangular                    | 100%               |
| Resolução do Instrumento construído na direção $\hat{y}$      | $u(x_3)$ | 0.35   | Retangular                    | 100%               |
| Resolução do Instrumento construído na direção $\hat{x}$      | $u(x_4)$ | 0.38   | Retangular                    | 100%               |
| Resolução da Trena  | $u(x_5)$ | 0.50   | Retangular                    | 100%               |
| Incerteza da Trena  | $u(x_6)$ | 0.77   | Normal                        | 68%                |
| Repetitividade do instrumento construído na direção $\hat{x}$ | $u(x_7)$ | **     | Normal                        | 68 %               |
| Repetitividade do instrumento construído na direção $\hat{y}$ | $u(x_8)$ | **     | Normal                        | 68 %               |
| Repetitividade do instrumento construído na direção $\hat{z}$ | $u(x_9)$ | **     | Normal                        | 68 %               |

\* Todas as unidades estão em milímetros.

\*\* Foi definido durante a realização dos experimentos.

Tendo em vista a relação definida pela EQ. 3.36, a incerteza padrão combinada foi estabelecida por meio da EQ. 3.38.

$$u_c = \sqrt{\sum_{n=1}^6 [u(x_n)]^2 + \frac{x^2 \cdot u(x_7)^2 + y^2 \cdot u(x_8)^2 + z^2 \cdot u(x_9)^2}{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (3.38)$$

O cálculo dos graus de liberdade efetivos foi feito por meio da formula de Welch-Satterthwaite e da tabela de coeficientes de Student (Internacional Organization for Standarlization, 2003). De forma a permitir a comparação das duas técnicas o fator de abrangência utilizando foi o necessário para a expressão da incerteza expandida com para o nível de confiança igual a 95%.

### 3.4.2. Avaliação qualitativa para vários materiais.

A avaliação qualitativa do instrumento de medição construído visa demonstrar qualitativamente que a técnica de medição proposta esta apta a ser utilizada na avaliação de diversos tipos de materiais e formatos, com níveis aceitáveis para ruídos, descontinuidades e distorções. Para tal, os seguintes objetos foram avaliados: Peça de plástico, mão humana, cúspide porcina, xícara de cerâmica, e face humana. Materiais translúcidos, tais como vidro, não foram avaliados uma vez que o instrumento de medição construído não é apto a realizar medições neste tipo de material. O capítulo de resultados e discussões além de apresentar o resultado das medições realizadas também apresenta uma foto do objeto real de forma a permitir ao leitor avaliar qualitativamente o resultado das medições por meio de comparação.

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

O capítulo de resultados e discussões visa apresentar os resultados dos experimentos definidos no capítulo de metodologia assim como discutir a respeito do seu significado. A primeira parte deste capítulo é dedicada a sumarizar as principais características da técnica de medição proposta, descrever seus benefícios, e discutir a sua relevância. A segunda parte do capítulo é dedicada a apresentar e discutir os resultados dos experimentos relativos à avaliação metrológica e também à comparação entre a técnica de medição proposta e a técnica de Moiré de Projeção, e a terceira parte do capítulo é dedicada à apresentação e discussão dos resultados relativos à avaliação qualitativa realizada.

### 4.1. Resultados relativos à formulação da técnica de medição proposta

Um dos mais relevantes resultados do presente estudo é a eliminação da restrição de localização dos componentes do sistema de medição, assim como da restrição da distância mínima da câmera e o projetor com relação ao plano de referência<sup>26</sup>. Estas características permitem a construção de instrumentos de medição de menor porte aumentando sua aplicabilidade.

O capítulo de revisão da bibliografia apresenta na seção 2.4.3 uma discussão sobre a analogia entre a técnica de Moiré de projeção e a técnica estereoscópica enfatizando a similaridade dos conceitos de modulação e definição dos pontos homólogos. A técnica de medição proposta neste estudo estende esta relação ao processo de triangulação estabelecendo que os vetores  $\vec{V}_a$  e  $\vec{V}_b$  descritos pela EQ. 3.30 são perfeitamente análogos aos vetores  $\vec{V}_{img01}|_{\Omega_{C1}}$  e  $\vec{V}_{img02}|_{\Omega_{C2}}$  definidos pela EQ. 2.30. Inicialmente o seguinte pressuposto é estabelecido: Tanto o valor do pixel relativo ao projetor como o valor do pixel relativo à câmera representam a intensidade do feixe de luz que os atravessa. Desta forma é assumido que a imagem projetada pode ser interpretada como uma imagem do mensurando captada de outra perspectiva e a modulação das franjas projetadas representa o mapa de disparidade entre elas. Esta afirmação pode ser confirmada projetando franjas ortogonais à epilinha e comparando a modulação com o mapa de disparidade. Tanto a modulação como o mapa de disparidade mostram o mesmo

<sup>26</sup> Sendo assumido que a profundidade de campo é suficiente para cobrir toda a faixa de medição

resultado. É possível encontrar na literatura ao menos um estudo que afirma que cálculo da modulação é apenas uma forma não usual de calcular a disparidade da técnica estereoscópica (Perrin e Thomas, 1979). Uma vez que a imagem projetada pode ser interpretada como uma imagem do mensurando captada de outra perspectiva, comparando a técnica de medição proposta com a técnica estereoscópica, é possível observar que a orientação do projetor não foi definida, o que destoa da técnica estereoscópica que define a orientação da segunda câmera. Adotando uma postura pragmática, o seguinte questionamento é feito: Qual a função da orientação da segunda câmera? A resposta a este questionamento pode ser respondida analisando a EQ. 2.32. De acordo com esta equação a matriz de rotação é necessária para definir a direção do vetor  $\vec{V}_{img02}|_{\Omega_{C2}}$ , logo, o fato da orientação do projetor não ser contemplada pela técnica de medição proposta deve ser suprida. Assim sendo a forma de prover a falta da informação sobre orientação do projetor é a presença do vetor  $\vec{V}_{ref}$  que juntamente com o vetor de translação  $\vec{T}$  define a orientação de  $\vec{V}_b$ . Esta afirmação é facilmente visualizada considerando o vetor que define a localização do projetor como o vetor pivô da representação da matriz de rotação por meio da formula de Rodrigues (Poole, 2006), neste caso o ângulo de rotação é tal que o feixe projetado é coincidente com o vetor  $\vec{V}_{ref}$ . O vetor  $\vec{V}_{img01}|_{\Omega_{C1}}$  é definido como o vetor que aponta para a imagem do objeto no plano formador da imagem, conceito similar ao conceito do vetor  $\vec{V}_a$ . E ainda mais importante, da mesma forma que a intersecção dos vetores  $\vec{V}_{img01}|_{\Omega_{C1}}$  e  $\vec{V}_{img02}|_{\Omega_{C2}}$  define a localização do ponto do objeto no espaço a intersecção dos vetores  $\vec{V}_a$  e  $\vec{V}_b$  o fazem. Ainda é possível criar uma analogia do plano formado pelo vetor  $\vec{V}_{ref}$  e pelo vetor que define a posição do projetor com o epiplano, uma vez que, dado um feixe de luz projetado fixo, o local dos possíveis caminhos da reflexão deste feixe que cruzam o plano formador da imagem  $\Pi_{img}$  definem uma reta, que é análoga à epilinha. Desta forma, considerando que o mapa de disparidade da técnica estereoscópica define o deslocamento do pixel homólogo na epilinha, o vetor modulação é análogo ao vetor de sentido definido pela epilinha e módulo definido pelo mapa de disparidade. A partir da definição da analogia entre as duas técnicas, é razoável afirmar que a mesma instabilidade causada pela intersecção dos vetores  $\vec{V}_{img01}|_{\Omega_{C1}}$  e  $\vec{V}_{img02}|_{\Omega_{C2}}$  na técnica estereoscópica é aplicável à técnica proposta, logo o artifício a inclusão de um vetor simultaneamente ortogonal aos vetores que definem a localização do ponto do objeto no espaço

(Verri, 1998), foi incorporada ao modelo. Assim sendo, é possível citar um relevante resultado do presente estudo: A extensão da analogia entre o método de medição estabelecido neste estudo que é derivado da Técnica de Moiré de Projeção, e a técnica estereoscópica para o passo de triangulação.

Outro resultado importante é o método estabelecido para o cálculo automático da posição do projetor e da equação do plano de referência, eliminando resultados errôneos devido à refração dos feixes de luz pelo projetor. A FIG. 4.1 exemplifica esta afirmação.

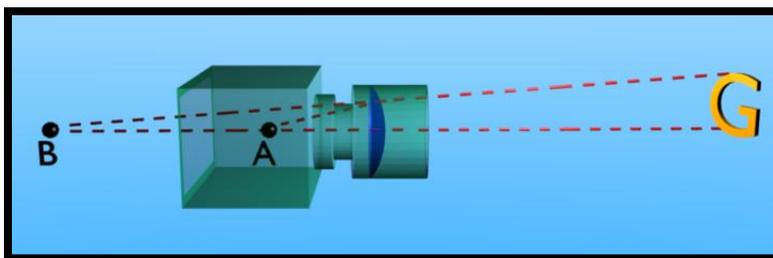


FIGURA 4.1: Definição errônea da localização do projetor.  
a) Abertura real da câmera; b) Abertura que deve considerada pelo modelo.

O ponto identificado pela letra B na FIG. 4.1 é mais provável de ser definido quando a técnica de localização do projetor proposta neste estudo for utilizada. Provavelmente em uma medição utilizando uma trena ou outro instrumento similar, o ponto identificado pela letra A seria adotado, causando aumento da incerteza de medição associada.

## 4.2. Avaliação metrológica

Esta secção tem como objetivo apresentar e discutir os resultados dos experimentos relativos à avaliação metrológica e à comparação entre o método de medição proposto e a técnica de Moiré de projeção.

### 4.2.1. Técnica de medição proposta

O primeiro passo necessário para a realização dos experimentos é a configuração do instrumento composta pela calibração estereoscópica, cálculo da posição do projetor e equação do plano de referência. A calibração relativa à técnica estereoscópica foi realizada conforme descrito no capítulo de metodologia. Os resultados obtidos são apresentados pela TAB. 4.1

TABELA 4.1  
Resultado da calibração relativa à técnica estereoscópica

| Parâmetro                              | Componente | Tipo       | Valor   |
|--|------------|------------|---|
| Distância focal                        | Câmera 01  | Intrínseco | 1.0mm   |
| Sensibilidade - X                      | Câmera 01  | Intrínseco | 1921.85mm/pixel   |
| Sensibilidade - Y                      | Câmera 01  | Intrínseco | 1745.53mm/pixel   |
| Centro - X                             | Câmera 01  | Intrínseco | 408.26 mm   |
| Centro - Y                             | Câmera 01  | Intrínseco | 207.47 mm   |
| Parâmetro de distorção de lentes $k_1$ | Câmera 01  | Intrínseco | 0.19  |
| Parâmetro de distorção de lentes $k_2$ | Câmera 01  | Intrínseco | 3.13  |
| Parâmetro de distorção de lentes $k_3$ | Câmera 01  | Intrínseco | $4.92 \times 10^{-3}$   |
| Parâmetro de distorção de lentes $k_4$ | Câmera 01  | Intrínseco | $11.72 \times 10^{-3}$  |
| Parâmetro de distorção de lentes $k_5$ | Câmera 01  | Intrínseco | -20.59  |
| Distância focal                        | Câmera 02  | Intrínseco | 1.0mm   |
| Sensibilidade - X                      | Câmera 02  | Intrínseco | 1970.01mm/pixel   |
| Sensibilidade - Y                      | Câmera 02  | Intrínseco | 1804.69mm/pixel   |
| Centro - X                             | Câmera 02  | Intrínseco | 452.21mm  |
| Centro - Y                             | Câmera 02  | Intrínseco | 198.80mm  |
| Parâmetro de distorção de lentes $k_1$ | Câmera 02  | Intrínseco | 0.39  |
| Parâmetro de distorção de lentes $k_2$ | Câmera 02  | Intrínseco | -1.99   |
| Parâmetro de distorção de lentes $k_3$ | Câmera 02  | Intrínseco | $-2.16 \times 10^{-3}$  |
| Parâmetro de distorção de lentes $k_4$ | Câmera 02  | Intrínseco | $5.52 \times 10^{-3}$   |
| Parâmetro de distorção de lentes $k_5$ | Câmera 02  | Intrínseco | 50.11   |
| Matriz de Rotação                      | N/A        | Extrínseco | $\begin{bmatrix} 0.98 & -0.03 & 0.19 \\ 0.03 & 1.00 & -0.02 \\ -0.19 & 0.02 & 0.98 \end{bmatrix}$ |
| Vetor de Translação                    | N/A        | Extrínseco | $\begin{bmatrix} 143.14 \\ -14.48 \\ 4.89 \end{bmatrix}$ mm                                       |

Após a calibração estereoscópica, e utilizando uma posição arbitrária do padrão de tabuleiro de xadrez, as arestas deste último foram avaliadas, a média dos valores destas foi de 18.01mm com um desvio padrão de 0.17mm, o número de amostras foi de 48. O resultado do teste de hipótese foi aceitável uma vez que este previa os limites para a aceitação de 17.97mm e 18.05mm para um nível de confiança de 5%, equivalente a dois desvios padrão. A posição do projetor e a equação do plano de referência também foram avaliadas e a TAB. 4.2 apresenta os resultados obtidos.

TABELA 4.2  
Posição do Projetor e equação do Plano de Referência

| Parâmetro                              | Valor (mm)  |
|--|---|
| Vetor que define a posição do projetor | $\begin{bmatrix} -17.00 \\ 302.42 \\ 37.30 \end{bmatrix}$   |
| Equação do Plano de referência         | $r \cdot \begin{bmatrix} 69.80 \\ -24.12 \\ -774.02 \end{bmatrix} + s \cdot \begin{bmatrix} 0.66 \\ -64.28 \\ 3.53 \end{bmatrix} + t \cdot \begin{bmatrix} 90.48 \\ -1.45 \\ -1.48 \end{bmatrix}$ |

A captura das imagens para a definição da área de interesse, as avaliações das imagens do plano de referência, e da sensibilidade da modulação foram realizadas, o valor da sensibilidade da modulação foi  $31.06 \times 10^{-3}$  pixel/mm.

Após a configuração do instrumento, o plano inclinado foi avaliado em trinta posições utilizando a técnica de medição proposta, a FIG. 3.19 ilustra este processo. Cada medição difere da medição anterior por meio de um deslocamento de 1.0mm na direção  $\hat{x}$  relativa ao plano inclinado, neste ponto é importante salientar que não necessariamente a direção  $\hat{x}$  do plano inclinado coincide com a direção  $\hat{x}$  do sistema de coordenadas da câmera, uma vez que pequenas rotações do plano inclinado com relação ao plano formador da imagem são aceitáveis. O resultado das medições realizadas indicou um valor esperado de 98.58mm com um desvio padrão de 0.44mm. A média do tempo de processamento para o passo de triangulação foi de 0.63 segundos. O valor calculado a partir da comparação da média dos valores com o valor medido no

papel milimetrado resultou no estabelecimento da tendência de 1.44mm. A TAB. 4.3 apresenta os resultados das medições realizadas.

TABELA 4.3

Resultados das medições no plano inclinado utilizando a técnica de medição proposta

| <b>Direção <math>\hat{x}</math></b> | <b>Direção <math>\hat{y}</math></b> | <b>Direção <math>\hat{z}</math></b> | <b>Distância total</b> | <b>Tempo</b> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|------------------------|--------------|
| 2.49 mm                             | 91.97 mm                            | 36.15 mm                            | 98.85 mm               | 0.63s        |
| 2.53 mm                             | 92.06 mm                            | 36.28 mm                            | 98.98 mm               | 0.62s        |
| 2.53 mm                             | 92.28 mm                            | 36.78 mm                            | 99.37 mm               | 0.63s        |
| 2.52 mm                             | 91.95 mm                            | 37.02 mm                            | 99.15 mm               | 0.63s        |
| 2.26 mm                             | 91.00 mm                            | 36.81 mm                            | 98.19 mm               | 0.62s        |
| 2.27 mm                             | 91.17 mm                            | 37.12 mm                            | 98.46 mm               | 0.62s        |
| 2.32 mm                             | 90.67 mm                            | 36.99 mm                            | 97.95 mm               | 0.63s        |
| 2.44 mm                             | 91.41 mm                            | 37.54 mm                            | 98.85 mm               | 0.63s        |
| 2.43 mm                             | 90.84 mm                            | 37.23 mm                            | 98.20 mm               | 0.62s        |
| 2.36 mm                             | 90.90 mm                            | 37.28 mm                            | 98.28 mm               | 0.63s        |
| 2.38 mm                             | 90.91 mm                            | 37.32 mm                            | 98.30 mm               | 0.63s        |
| 2.46 mm                             | 90.83 mm                            | 37.23 mm                            | 98.19 mm               | 0.63s        |
| 2.66 mm                             | 90.85 mm                            | 37.11 mm                            | 98.17 mm               | 0.62s        |
| 2.83 mm                             | 90.87 mm                            | 37.10 mm                            | 98.19 mm               | 0.62s        |
| 2.96 mm                             | 90.93 mm                            | 37.20 mm                            | 98.29 mm               | 0.62s        |
| 2.91 mm                             | 91.44 mm                            | 37.26 mm                            | 98.78 mm               | 0.63s        |
| 3.08 mm                             | 91.00 mm                            | 37.26 mm                            | 98.38 mm               | 0.62s        |
| 3.14 mm                             | 90.94 mm                            | 37.05 mm                            | 98.25 mm               | 0.63s        |
| 3.22 mm                             | 90.50 mm                            | 37.06 mm                            | 97.85 mm               | 0.63s        |
| 3.28 mm                             | 90.56 mm                            | 37.10 mm                            | 97.92 mm               | 0.63s        |
| 3.32 mm                             | 90.58 mm                            | 37.12 mm                            | 97.95 mm               | 0.63s        |
| 3.38 mm                             | 91.25 mm                            | 37.55 mm                            | 98.73 mm               | 0.62s        |
| 3.41 mm                             | 91.30 mm                            | 37.78 mm                            | 98.87 mm               | 0.62s        |
| 3.52 mm                             | 91.39 mm                            | 38.03 mm                            | 99.05 mm               | 0.63s        |
| 3.46 mm                             | 91.43 mm                            | 38.13 mm                            | 99.12 mm               | 0.63s        |
| 3.48 mm                             | 91.40 mm                            | 37.94 mm                            | 99.02 mm               | 0.63s        |
| 3.54 mm                             | 91.42 mm                            | 38.05 mm                            | 99.09 mm               | 0.63s        |
| 3.55 mm                             | 91.38 mm                            | 37.81 mm                            | 98.96 mm               | 0.62s        |
| 3.52 mm                             | 91.41 mm                            | 37.82 mm                            | 98.99 mm               | 0.63s        |
| 3.48 mm                             | 91.36 mm                            | 37.67 mm                            | 98.88 mm               | 0.63s        |
| <b>Médias</b>                       |                                     |                                     |                        |              |
| 2.92 mm                             | 91.20 mm                            | 37.29 mm                            | 98.58 mm               | 0.63s        |
| <b>Desvio Padrão</b>                |                                     |                                     |                        |              |
| 0.47 mm                             | 0.44 mm                             | 0.47 mm                             | 0.44 mm                | 0.00s*       |

\* Uma vez que o resultado é menor que 0.005s, este foi considerado irrelevante

O GRA. 4.1 mostra no eixo das abscissas os resultados das medições, e no eixo das ordenadas a localização das medições tendo como base o sistema de coordenadas do plano inclinado. Este gráfico apresenta quatro variáveis: A distância euclidiana medida entre os dois pontos selecionados, e cada uma das componentes desta distância nas direções dos vetores formadores do sistema de coordenadas da câmera. Por meio deste é possível observar as variações dos resultados ao longo da faixa de medição possibilitando a avaliação do comportamento do sistema nas bordas da imagem.

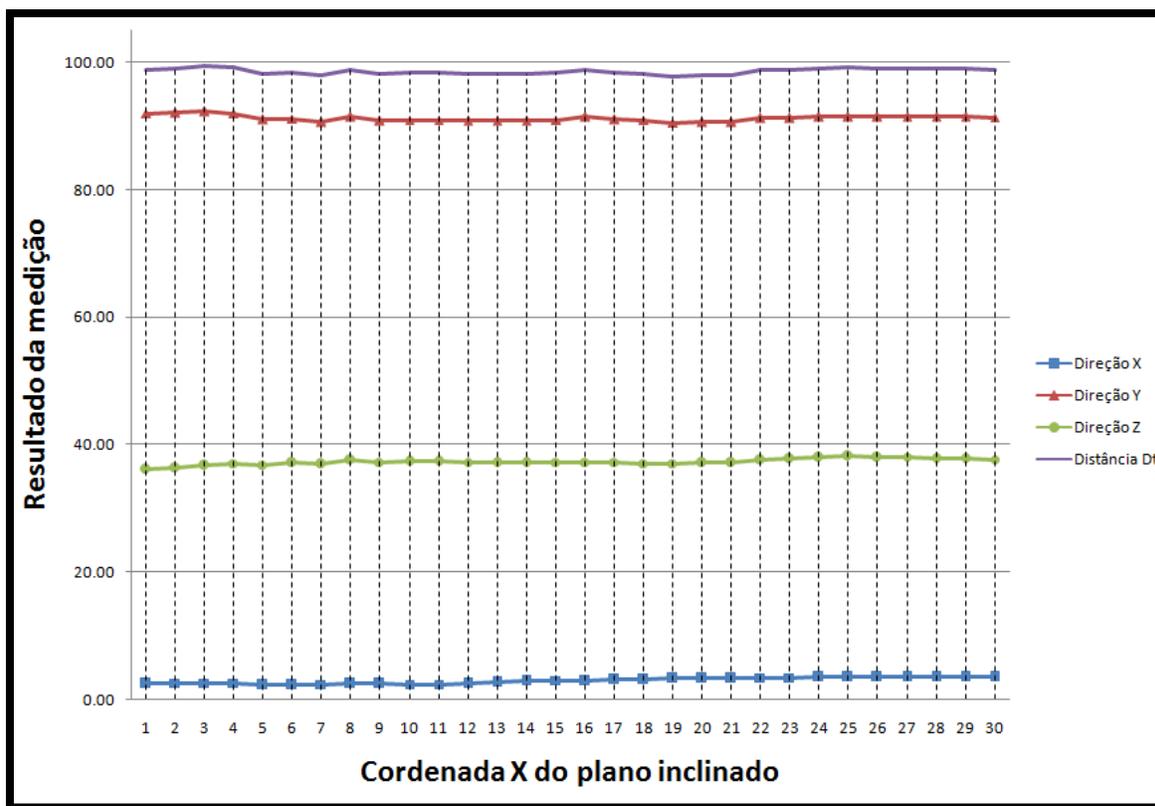


GRÁFICO 4.1: Resultados das medições no plano inclinado utilizando técnica de medição proposta. Na legenda as direções  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$  e  $\hat{z}$ , são relativas ao eixo de coordenadas da câmera, e a distância  $D_t$  é a distância euclidiana.

A partir dos resultados mostrados pela TAB. 4.3 a incerteza padrão para o intervalo de confiança de  $U_{95\%}$  foi avaliada. O resultado obtido foi de 1.05mm (1.05%) para a medição efetuada. A TAB. 4.4 sumariza os resultados da avaliação da incerteza expandida  $U_{95\%}$ .

TABELA 4.4

Avaliação da incerteza utilizando técnica de medição proposta

| Descrição   | Valor (+/-) | Tipo da incerteza padrão | Graus de liberdade | Divisor | Incerteza padrão |
|---|-------------|--------------------------|--------------------|---------|------------------|
| Incerteza das graduações do papel milimetrado                 | 0.29mm      | A                        | 29                 | 1.00    | 0.29mm           |
| Resolução das graduações do papel milimetrado                 | 0.50mm      | B                        | $\infty$           | 1.73    | 0.29mm           |
| Resolução do Instrumento construído na direção $\hat{x}$      | 0.35mm      | B                        | $\infty$           | 1.73    | 0.20mm           |
| Resolução do Instrumento construído na direção $\hat{y}$      | 0.38mm      | B                        | $\infty$           | 1.73    | 0.22mm           |
| Repetitividade do instrumento construído na direção $\hat{x}$ | 0.09mm      | A                        | 29                 | 1.00    | 0.09mm           |
| Repetitividade do instrumento construído na direção $\hat{y}$ | 0.08mm      | A                        | 29                 | 1.00    | 0.08mm           |
| Repetitividade do instrumento construído na direção $\hat{z}$ | 0.09mm      | A                        | 29                 | 1.00    | 0.09mm           |
| <b>Incerteza padrão combinada:</b>                            |             |                          |                    |         | 0.52mm           |
| <b>Graus de liberdade efetivos:</b>                           |             |                          |                    |         | 59.5mm           |
| <b>Fator de abrangência:</b>                                  |             |                          |                    |         | 2.04             |
| <b><math>U_{95\%}</math> absoluta</b>                         |             |                          |                    |         | 1.05mm           |
| <b><math>U_{95\%}</math> percentual</b>                       |             |                          |                    |         | 1.05%            |

#### 4.2.2. Técnica de Moiré de Projeção

O experimento foi realizado conforme estabelecido no capítulo de metodologia, assim sendo, o primeiro passo para a realização do experimento é a configuração do mesmo, seguido do passo de avaliação do mensurando. Após a configuração do instrumento os valores dos parâmetros  $l_p$ ,  $l_k$  e  $\theta_0$  obtidos foram 853.0mm, 901.5mm e 13.7 radianos respectivamente.

O plano inclinado foi avaliado em trinta posições utilizando a técnica de medição proposta, a FIG. 3.19 ilustra este processo. O resultado das medições realizadas indicou um valor esperado de 98.45mm com um desvio padrão de 2.53mm. A média do tempo de processamento para o passo de triangulação foi de 0.48 segundos. O valor alcançado por meio do cálculo da média foi comparando ao valor medido no papel milimetrado, resultando no estabelecimento da tendência de 1.55mm. TAB. 4.5 apresenta o resultado das medições realizadas.

TABELA 4.5

Resultados das medições no plano inclinado utilizando a técnica de Moiré de Projeção

| <b>Direção <math>\hat{x}</math></b> | <b>Direção <math>\hat{y}</math></b> | <b>Direção <math>\hat{z}</math></b> | <b>Distância total</b> | <b>Tempo</b> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|------------------------|--------------|
| 11.25 mm                            | 88.02 mm                            | 35.33 mm                            | 95.51 mm               | 0.49s        |
| 9.45 mm                             | 88.45 mm                            | 35.40 mm                            | 95.73 mm               | 0.48s        |
| 9.45 mm                             | 89.08 mm                            | 35.86 mm                            | 96.49 mm               | 0.48s        |
| 9.62 mm                             | 87.18 mm                            | 34.33 mm                            | 94.19 mm               | 0.49s        |
| 8.50 mm                             | 88.38 mm                            | 32.83 mm                            | 94.66 mm               | 0.48s        |
| 8.26 mm                             | 87.21 mm                            | 33.34 mm                            | 93.73 mm               | 0.49s        |
| 8.85 mm                             | 87.18 mm                            | 34.47 mm                            | 94.16 mm               | 0.49s        |
| 7.75 mm                             | 89.44 mm                            | 31.74 mm                            | 95.22 mm               | 0.48s        |
| 6.30 mm                             | 88.60 mm                            | 31.69 mm                            | 94.31 mm               | 0.48s        |
| 5.40 mm                             | 93.51 mm                            | 33.47 mm                            | 99.47 mm               | 0.48s        |
| 4.41 mm                             | 93.99 mm                            | 33.63 mm                            | 99.92 mm               | 0.48s        |
| 4.20 mm                             | 93.94 mm                            | 33.51 mm                            | 99.82 mm               | 0.49s        |
| 4.02 mm                             | 94.59 mm                            | 33.99 mm                            | 100.59 mm              | 0.48s        |
| 3.25 mm                             | 94.84 mm                            | 32.83 mm                            | 100.41 mm              | 0.48s        |
| 2.95 mm                             | 94.09 mm                            | 33.82 mm                            | 100.02 mm              | 0.48s        |
| 2.75 mm                             | 93.26 mm                            | 33.76 mm                            | 99.22 mm               | 0.49s        |
| 1.95 mm                             | 94.26 mm                            | 34.15 mm                            | 100.27 mm              | 0.48s        |
| 0.45 mm                             | 94.91 mm                            | 34.64 mm                            | 101.03 mm              | 0.49s        |
| 0.01 mm                             | 94.62 mm                            | 34.88 mm                            | 100.84 mm              | 0.48s        |
| 0.91 mm                             | 95.36 mm                            | 35.03 mm                            | 101.59 mm              | 0.48s        |
| 1.01 mm                             | 94.45 mm                            | 35.45 mm                            | 100.89 mm              | 0.49s        |
| 1.51 mm                             | 94.45 mm                            | 35.35 mm                            | 100.86 mm              | 0.49s        |
| 1.93 mm                             | 94.41 mm                            | 35.35 mm                            | 100.83 mm              | 0.48s        |
| 2.70 mm                             | 95.04 mm                            | 35.71 mm                            | 101.56 mm              | 0.48s        |
| 3.15 mm                             | 91.94 mm                            | 35.85 mm                            | 98.73 mm               | 0.48s        |
| 4.50 mm                             | 91.41 mm                            | 34.77 mm                            | 97.90 mm               | 0.49s        |
| 4.05 mm                             | 92.26 mm                            | 36.48 mm                            | 99.29 mm               | 0.49s        |
| 5.85 mm                             | 92.03 mm                            | 36.03 mm                            | 99.01 mm               | 0.48s        |
| 5.85 mm                             | 90.04 mm                            | 38.48 mm                            | 98.09 mm               | 0.49s        |
| 5.84 mm                             | 91.05 mm                            | 38.88 mm                            | 99.18 mm               | 0.48s        |
| <b>Média</b>                        |                                     |                                     |                        |              |
| 5.13 mm                             | 91.75 mm                            | 34.68 mm                            | 98.28 mm               | 0.48s        |
| <b>Desvio Padrão</b>                |                                     |                                     |                        |              |
| 3.01 mm                             | 2.8 mm                              | 1.64 mm                             | 2.54 mm                | 0.00s*       |

\* Uma vez que o resultado é menor que 0.005s, este foi considerado irrelevante

O GRA. 4.2 mostra no eixo das abscissas o resultados das medições, e no eixo das ordenadas a localização das medições tendo como base o sistema de coordenadas do plano inclinado. Este apresenta quatro variáveis: A distância euclidiana medida entre os dois pontos selecionados, e

cada uma das componentes desta distância nas direções dos vetores formadores do sistema de coordenadas da câmera. Por meio do gráfico é possível observar as variações dos resultados ao longo da faixa de medição especialmente na direção  $\hat{x}$  relativa ao sistema de coordenadas da câmera. Estas variações possibilitaram a avaliação do comportamento do sistema nas bordas da imagem, o que retrata a influência da distorção das lentes da câmera na medição para os resultados das medições na direção  $\hat{x}$  da câmera próximas ao zero e a trinta.

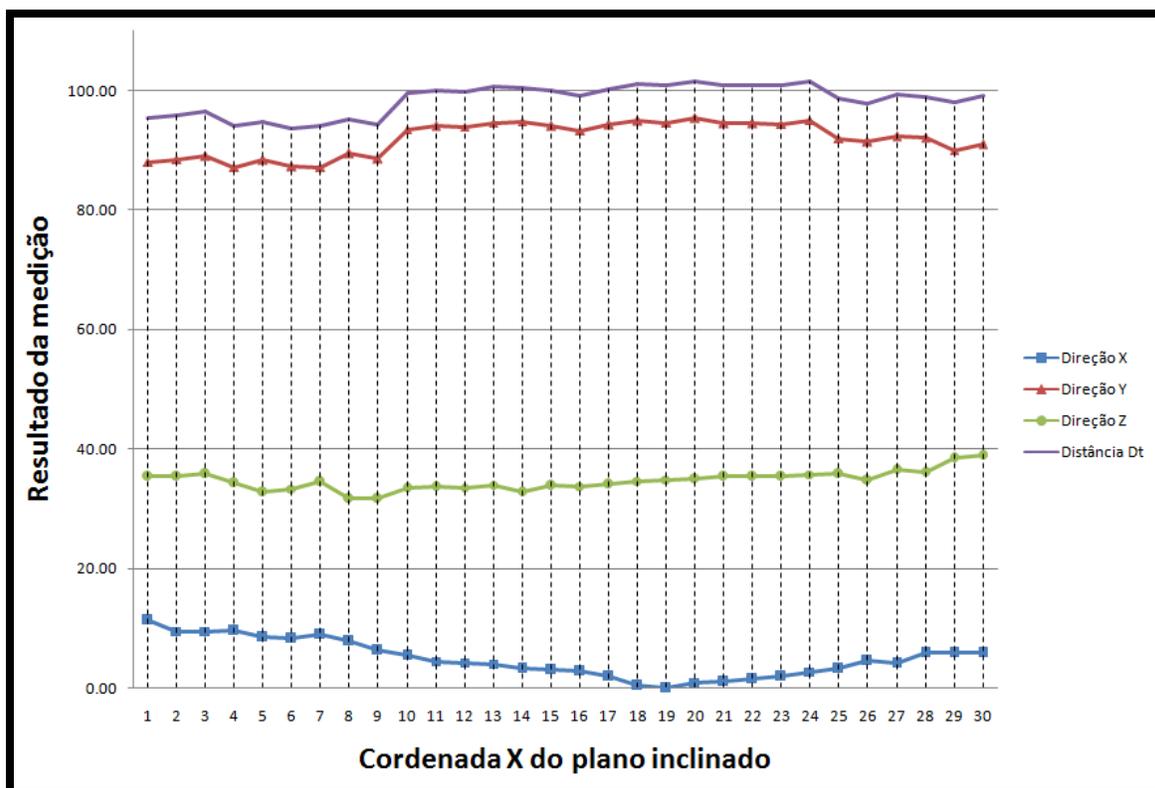


GRÁFICO 4.2: Resultados das medições no plano inclinado utilizando técnica de Moiré de Projeção. Na legenda as direções  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$  e  $\hat{z}$ , são relativas ao eixo de coordenadas da câmera, e a distância  $D_t$  é a distância euclidiana.

A partir dos resultados mostrados pela TAB. 4.5, a incerteza padrão para o intervalo de confiança de  $U_{95\%}$  foi avaliada como sendo 2.24mm (2.24%) para a faixa de medição avaliada. A TAB. 4.6 sumariza a avaliação da incerteza.

TABELA 4.6

Avaliação da incerteza utilizando técnica de Moiré de Projeção

| Descrição   | Valor (+/-) | Tipo da incerteza padrão | Graus de liberdade | Divisor | Incerteza padrão |
|---|-------------|--------------------------|--------------------|---------|------------------|
| Incerteza das graduações do papel milimetrado                 | 0.29mm      | A                        | 29                 | 1.00    | 0.29mm           |
| Resolução das graduações do papel milimetrado                 | 0.50mm      | B                        | $\infty$           | 1.73    | 0.58mm           |
| Incerteza da Trena  | 0.77mm      | A                        | $\infty$           | 1.00    | 0.80mm           |
| Resolução da Trena  | 0.50mm      | B                        | $\infty$           | 1.73    | 0.58mm           |
| Resolução do Instrumento construído na direção $\hat{x}$      | 0.35mm      | B                        | $\infty$           | 1.73    | 0.20mm           |
| Resolução do Instrumento construído na direção $\hat{y}$      | 0.38mm      | B                        | $\infty$           | 1.73    | 0.22mm           |
| Repetitividade do instrumento construído na direção $\hat{x}$ | 0.57mm      | A                        | 29                 | 1.00    | 0.57mm           |
| Repetitividade do instrumento construído na direção $\hat{y}$ | 0.52mm      | A                        | 29                 | 1.00    | 0.52mm           |
| Repetitividade do instrumento construído na direção $\hat{z}$ | 0.30mm      | A                        | 29                 | 1.00    | 0.30mm           |
| <b>Incerteza padrão combinada:</b>                            |             |                          |                    | 1.10mm  |                  |
| <b>Graus de liberdade efetivos:</b>                           |             |                          |                    | 59.5mm  |                  |
| <b>Fator de abrangência:</b>                                  |             |                          |                    | 2.04    |                  |
| <b><math>U_{95\%}</math> absoluta</b>                         |             |                          |                    | 2.24mm  |                  |
| <b><math>U_{95\%}</math> percentual</b>                       |             |                          |                    | 2.24%   |                  |

#### 4.2.3. Comparação entre as duas técnicas de medição

Tendo como base os resultados obtidos para cada um dos instrumentos a TAB. 4.7, foi construída de forma a sumarizar os elementos mais relevantes à comparação entre as duas técnicas de medição.

TABELA 4.7

Comparação entre a técnica de medição proposta e Moiré de Projeção

| Elemento de comparação            | Técnica de medição proposta | Técnica de Moiré de projeção | Diferença absoluta | Diferença percentual |
|-----------------------------------|-----------------------------|------------------------------|--------------------|----------------------|
| Incerteza de medição $U_{95\%}$ % | 1.05%                       | 2.24%                        | +1.61%             | +53.31%              |
| Desvio padrão total               | 0.44mm                      | 2.54mm                       | +2.10mm            | +82.68%              |
| Desvio padrão em $\hat{x}$        | 0.47mm                      | 3.01mm                       | +2.54mm            | +84.39%              |
| Desvio padrão em $\hat{y}$        | 0.44mm                      | 2.80mm                       | +2.36mm            | +84.29%              |
| Desvio padrão em $\hat{z}$        | 0.47mm                      | 1.64mm                       | +1.17mm            | +71.34%              |
| Média do tempo de processamento   | 0.63s                       | 0.48s                        | -0.15s             | -31.25%              |

Os resultados obtidos mostram que a técnica de medição proposta supera a técnica de Moiré de Projeção nos aspectos descritos pela tabela TAB. 4.7 exceto pelo tempo de processamento que é 0.15 segundos mais lento, ou seja, aumento de 31.25%. Um aspecto importante da análise dos resultados é o fato da diferença entre contribuição da incerteza da repetitividade das medições realizadas, expressas pelo desvio padrão, ser muito maior que a diferença das incertezas expandida, esta divergência se deve ao fato da contribuição da incerteza da resolução do papel milimetrado ser razoavelmente alta quando comparada às outras contribuições<sup>27</sup> indicando que os resultados da incerteza de medição podem ser melhorados. Observando o GRA. 4.1 e GRA. 4.2 é possível observar o efeito da distorção das lentes na medição, especialmente na componente  $\hat{x}$ . Na técnica de medição proposta, que conta com a mitigação dos efeitos da distorção das lentes, observa-se uma tendência constante de aumento da componente  $\hat{x}$  ao longo da faixa de medição indicando uma pequena rotação do plano inclinado com relação ao eixo  $\hat{z}$ . Na técnica de Moiré de projeção observa-se que a componente  $\hat{x}$  tem valores altos nas extremidades do plano inclinado, onde o efeito da distorção das lentes é mais intenso, indicando a prevalência deste efeito sobre a suposta rotação com relação ao eixo  $\hat{z}$ . Neste ponto é importante salientar que o processo de mitigação dos efeitos da distorção das lentes pode ser aplicado nas imagens captadas do mensurando antes do cálculo da fase relativa, o que provavelmente resultaria em um aumento do tempo de processamento, e atenuação da incerteza nas bordas da imagem, esta abordagem não foi considerada no presente estudo.

<sup>27</sup> Dados obtidos das TAB. 4.5 e TAB. 4.4.

Durante a realização dos experimentos verificou-se que as duas técnicas são muito sensíveis a alterações dos valores da sensibilidade da modulação e da sensibilidade para as componentes  $\hat{x}$  e  $\hat{y}$ . Considerando-se este aspecto é razoável enfatizar que a técnica de medição proposta fez uso de um método automático para o cálculo destes parâmetros, além disso, utilizou um método estatístico para verificar a efetividade desta definição, enquanto a técnica de Moiré de projeção, em sua formulação original, não prevê nenhum método para o cálculo destes parâmetros.

Observou-se que o passo de triangulação da técnica de medição proposta foi 0.15 segundos / 31.25% mais lenta que o mesmo passo da técnica de Moiré de Projeção, embora o valor seja praticamente imperceptível para o ser humano ele deve ser considerado cuidadosamente. O tempo de processamento tende a aumentar com o aumento da resolução da câmera utilizada, e caso esse seja um fator crítico para a aplicação, recomenda-se uma avaliação minuciosa antes do uso. Outro aspecto relativo à avaliação do tempo de processamento que deve ser destacado é o fato deste estudo não realizar uma avaliação da quantidade de ciclos de máquina que são necessários para o passo de triangulação. Uma vez que para as duas técnicas o algoritmo de triangulação relativo a um pixel apresenta complexidade  $O(n)$ , esta análise seria relevante para a caracterização teórica da comparação do esforço computacional necessário para cada uma das técnicas, possibilitando assim confrontar o resultado teórico obtido com o resultado experimental descrito no presente estudo.

### **4.3. Avaliação qualitativa**

Avaliação qualitativa visou demonstrar que o instrumento proposto está apto a ser utilizado para a avaliação de diversos materiais e formatos. Para tal foram avaliados: Peça de plástico, mão humana, cúspide porcina, xícara de cerâmica, e face humana. Para cada um destes são apresentadas quatro imagens da tela de visualização tridimensional em escala: Vista frontal utilizando escala termal, vista lateral utilizando a textura do próprio objeto, dois detalhes específicos do objeto, além de uma imagem do mensurando que permite a avaliação dos resultados através de comparação. A avaliação qualitativa foi realizada logo após a avaliação metrológica, logo, para maiores informações sobre a configuração do instrumento, consultar seção apropriada.

#### 4.3.1. Avaliação da peça de plástico.

As visualizações do objeto avaliado renderizado a partir da visualização tri-dimensional são apresentadas pela FIG. 4.2, a FIG. 4.3 apresenta a imagem do mensurando.

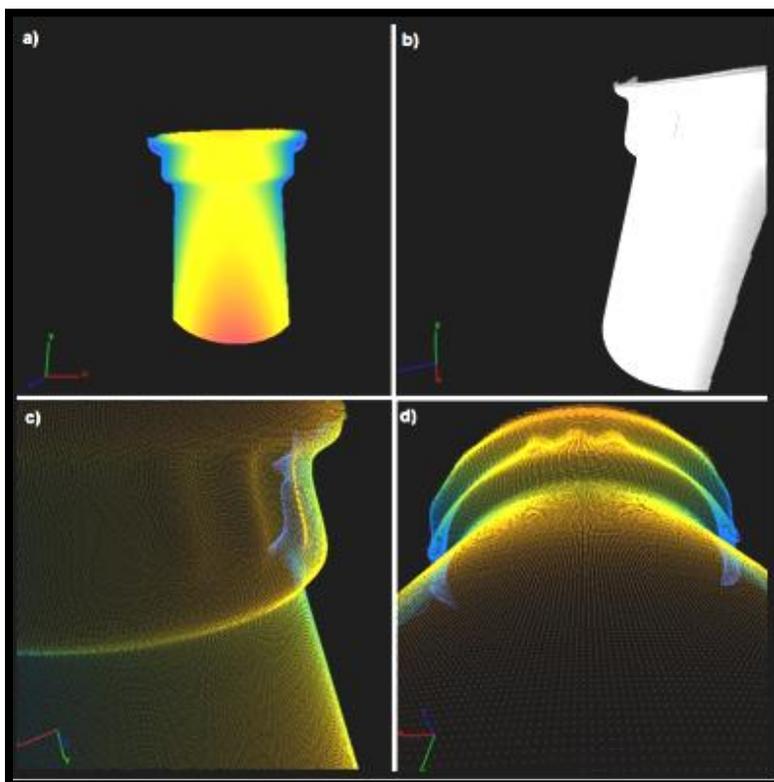


FIGURA 4.2: Visualização tri-dimensional em escala da peça de plástico  
a) Vista frontal com renderização termal; b) Vista lateral renderizado com a textura do objeto;  
c) Primeiro detalhe do objeto d) segundo detalhe do objeto.



FIGURA 4.3: Visualização da peça de plástico

#### 4.3.2. Avaliação da mão humana.

As visualizações do objeto avaliado renderizado a partir da visualização tri-dimensional são apresentadas pela FIG. 4.4, a FIG. 4.5 apresenta a imagem do mensurando.

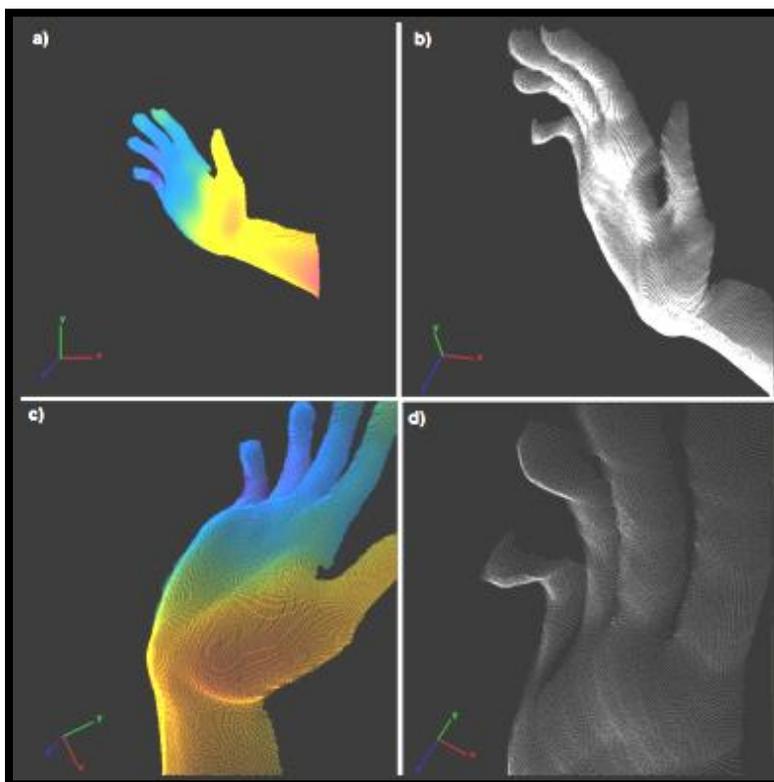


FIGURA 4.4: Visualização tri-dimensional em escala da mão humana  
a) Vista frontal com renderização termal; b) Vista lateral renderizado com a textura do objeto;  
c) Primeiro detalhe do objeto d) segundo detalhe do objeto.

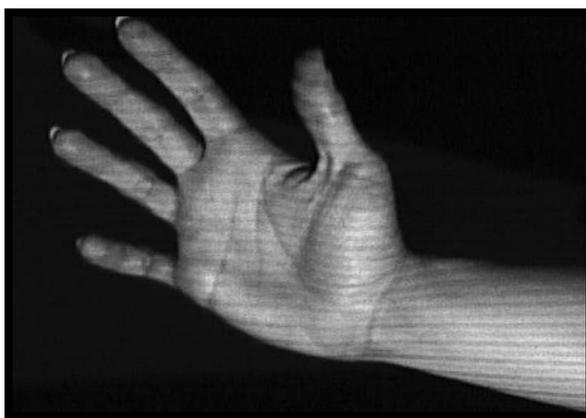


FIGURA 4.5: Visualização da mão humana

### 4.3.3. Avaliação da cúspide porcina.

As visualizações do objeto avaliado renderizado a partir da visualização tri-dimensional são apresentadas pela FIG. 4.6, a FIG. 4.7 apresenta a imagem do mensurando.

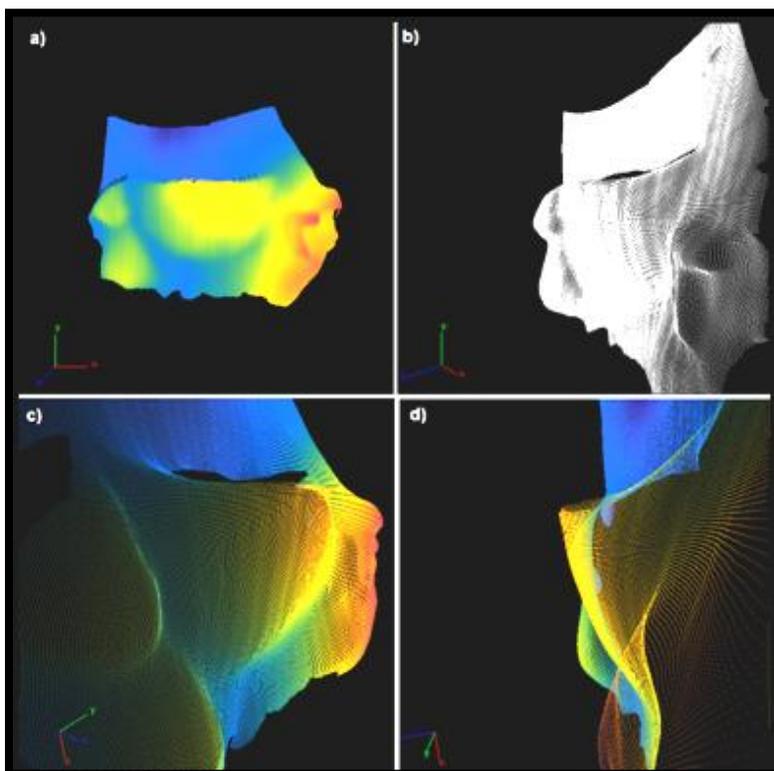


FIGURA 4.6: Visualização tri-dimensional em escala da cúspide porcina  
a) Vista frontal com renderização termal; b) Vista lateral renderizado com a textura do objeto;  
c) Primeiro detalhe do objeto d) segundo detalhe do objeto.

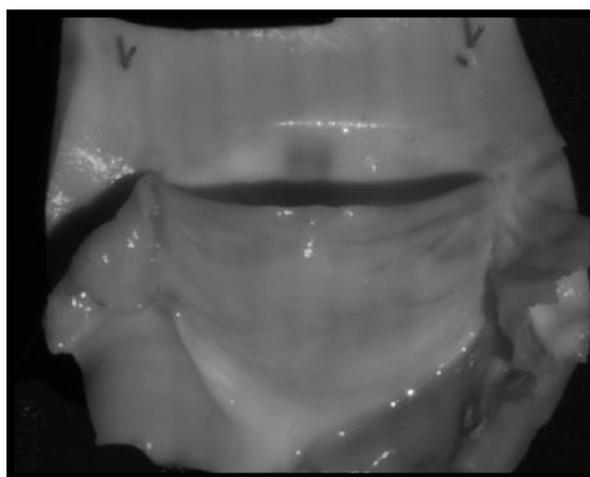


FIGURA 4.7: Visualização da cúspide porcina

#### 4.3.4. Avaliação da xícara de cerâmica.

As visualizações do objeto avaliado renderizado a partir da visualização tri-dimensional são apresentadas pela FIG. 4.8, a FIG. 4.9 apresenta a imagem do mensurando.

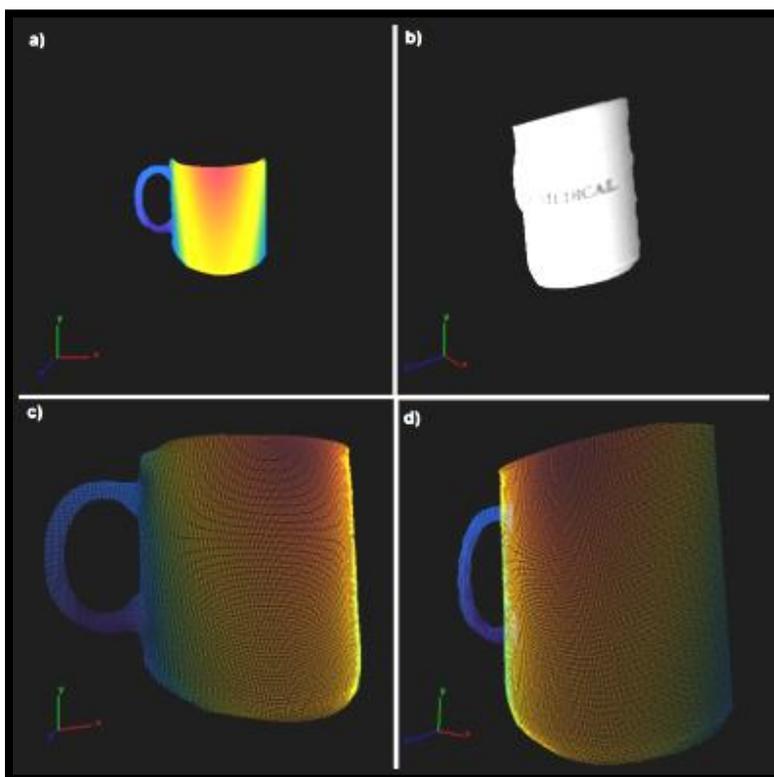


FIGURA 4.8: Visualização tri-dimensional em escala da xícara de cerâmica

a) Vista frontal com renderização termal; b) Vista lateral renderizado com a textura do objeto; c) Primeiro detalhe do objeto d) segundo detalhe do objeto.



FIGURA 4.9: Visualização da xícara de cerâmica

#### 4.3.5. Avaliação da face humana.

As visualizações do objeto avaliado renderizado a partir da visualização tri-dimensional são apresentadas pela FIG. 4.10, a FIG. 4.11 apresenta a imagem do mensurando.

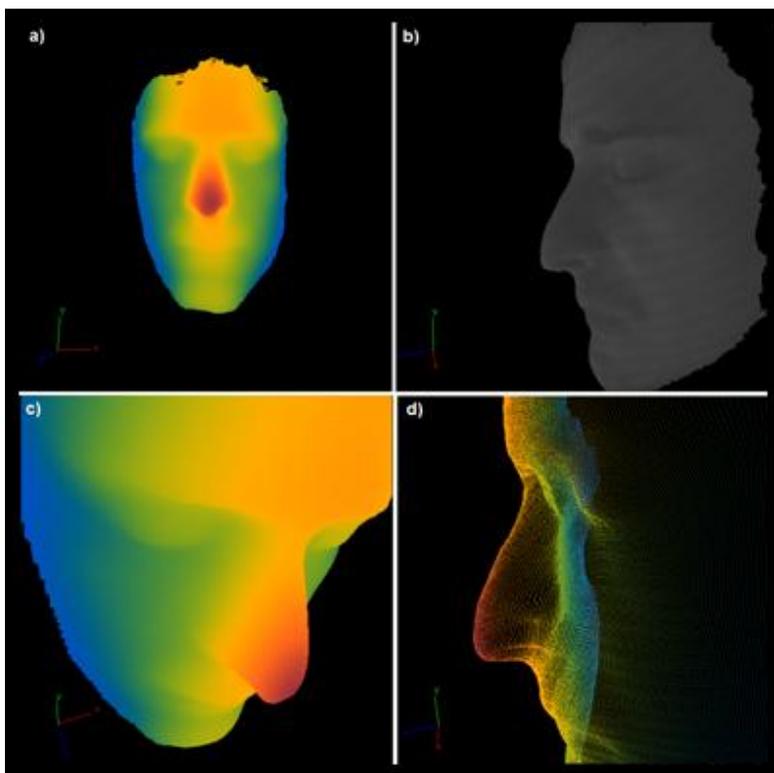


FIGURA 4.10: Visualização tri-dimensional em escala da face humana  
a) Vista frontal com renderização termal; b) Vista lateral renderizado com a textura do objeto;  
c) Primeiro detalhe do objeto d) segundo detalhe do objeto.



FIGURA 4.11: Visualização da face humana

#### 4.3.6. Discussão da avaliação qualitativa

Os resultados da avaliação qualitativa descritos pelas FIG. 4.2, FIG. 4.4, FIG. 4.6, FIG. 4.8, e FIG. 4.10 mostram que a técnica de medição proposta esta apta a ser utilizada para a avaliação de mensurando de diferentes materiais, e formatos. É importante salientar que a técnica de medição proposta não esta apta a realizar medições em superfícies translúcidas. Testes preliminares realizados e não presentes neste estudo mostraram que a técnica falha para este tipo de objeto.

## 5. CONCLUSÕES

### 5.1. Conclusões

O presente estudo estabeleceu uma nova técnica de medição de superfície livre que utilizou recursos da técnica estereoscópica de forma a aprimorar o processo de triangulação da técnica de Moiré de Projeção. Neste novo modelo destaca-se a eliminação da restrição da localização do projetor e da câmera, e distância entre estes do plano de referência, além da extensão da analogia entre a técnica de Moiré de Projeção, com as melhorias propostas, e estereoscopia para o passo de triangulação.

Um instrumento de medição que pôde ser utilizado para realizar medições, tanto por meio da técnica de medição proposta quanto por meio da técnica de Moiré de Projeção, foi construído com o objetivo de quantificar e validar a eficácia das melhorias propostas. Foi observado que a técnica de medição proposta é mais precisa que a técnica de Moiré de Projeção, uma vez que para o mesmo instrumento de medição e mesmo mensurando, uma redução de 2.24% para 1.05% na incerteza padrão  $U_{95\%}$  foi observada. Em contrapartida o passo de triangulação exigiu um tempo maior de processamento, um aumento de 0.48s para 0.63s foi observado.

A técnica de medição proposta foi avaliada qualitativamente de forma a mostrar que esta é adequada para a medição de diversos tipos de materiais e formas. Foram medidos: Peça de plástico, mão humana, cúspide porcina, xícara de cerâmica, e face humana, e o resultado mostrou que a técnica foi efetiva na medição destes mensurandos.

A discussão sobre a analogia entre a técnica estereoscópica e a técnica de Moiré de Projeção com as melhorias propostas no passo de triangulação mostra que o presente estudo completa a analogia entre estas duas técnicas, sendo este um dos mais relevantes resultados apresentados.

Portanto, pode-se concluir que os objetivos propostos no capítulo de introdução foram alcançados, que a técnica de medição proposta constitui uma excelente alternativa para a medição de superfícies livres, que a remoção das aproximações oriundas da formulação do passo de triangulação da técnica de Moiré de Projeção juntamente com a incorporação do modelo de

mitigação dos efeitos de distorção da lente das câmeras e demais benefícios inerentes à incorporação do Modelo Pin-Hole e técnicas de calibração contribuiriam fortemente para a redução da incerteza e aumento da robustez da técnica de medição proposta.

## **5.2. Sugestões para trabalhos futuros**

### **5.2.1. Algoritmo de remoção de salto de fase baseado em sistema estereoscópico**

Uma vez que técnica de medição proposta neste trabalho faz uso de uma segunda câmera para definir a posição do projetor e a equação do plano de referência, sugere-se utilizar esta segunda câmera de forma a auxiliar a remoção do salto de fase. Caso as franjas projetadas não sejam paralelas à linha epipolar, os pontos de intersecção entre o local onde as franjas trocam de sinal e as linhas epipolares definem um conjunto de pares de pontos homólogos. Caso o processo de triangulação seja invertido, ou seja, a fase seja gerada a partir das coordenadas dos pontos no espaço, um conjunto de pontos onde esta é conhecida pode ser definido, e, conseqüentemente, auxiliar no processo de remoção do salto de fase. O conjunto de pontos onde a fase absoluta é conhecida pode ser utilizado para definir o melhor caminho para o traçado das barreiras que tornam a remoção do salto de fase independente do caminho. Caso o gradiente da fase relativa seja maior que  $2\pi$  e um erro na remoção do salto de fase aconteça, os pontos onde a fase absoluta foi previamente definida podem ser usados para detectar e corrigir estes erros. Também é possível definir regiões de alta qualidade do mapa de fase próximo aos pixels onde a fase absoluta foi previamente definida, auxiliando no processo de integração do gradiente do mapa de fase guiado pelo mapa de qualidade.

### **5.2.2. Aumento da região de visibilidade e resolução utilizando a segunda câmera**

Assim como descrito na secção anterior, uma segunda câmera é necessária para definir a posição do projetor e a equação do plano de referência, sugere-se utilizar esta segunda câmera de forma a aumentar a região de visibilidade e a resolução da medição da superfície livre. Uma vez que as câmeras estão posicionadas em locais distintos, existem regiões do mensurando que ocupam uma área maior no plano de uma determinada imagem, o que conseqüentemente aumenta a resolução para aquela área. A FIG. 5.1 apresenta a resolução de uma área do mensurando para cada uma das câmeras do sistema de medição, é factível perceber que a câmera da esquerda utiliza duas vezes mais pixels que a câmera da direita para retratar a mesma área do mensurando.

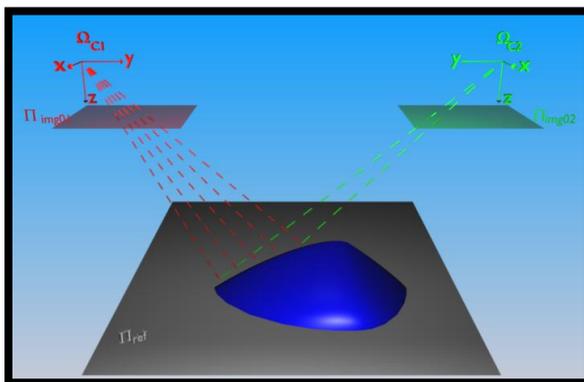


FIGURA 5.1: Utilização da segunda câmera para aumento da resolução e visibilidade

Analisando a FIG. 5.1 é possível perceber que a utilização de duas câmeras irá homogeneizar a resolução no sistema de medição. Para o pior caso, os pontos do mensurando serão sobrepostos, e a resolução não aumentará com a inclusão da segunda câmera, para o melhor caso, não existirá sobreposição dos pontos, e a resolução dobrará.

## ABSTRACT

The current research established a new free-surface measurement technique based on Projection Moiré improvements and stereoscopy features. The mainly proposed improvements are: the camera calibration techniques were incorporated in order to improve the original triangulation step, a new technique to define the projector and reference plane equation was established. The current research also extends the parallax between the stereoscopy technique and Projection Moiré technique to triangulation standpoint. The proposed measurement technique and the Projection Moiré technique were compared over metrological and time processing standpoint. It was noted that proposed measurement technique is more accurate than Projection Moiré technique; an  $U_{95\%}$  uncertainty decreasing from 2.24% to 1.05% was calculated. The proposed measurement technique is also less sensitive to camera lens distortions, in contrast the triangulation step requires silently more computational effort, and increase from 0.48s to 0.63s was noted. The proposed measurement technique was qualitatively evaluated in order to show that it is appropriate to measurement several material types and shapes. They were evaluated: Plastic part, human hand, porcine leaflet, ceramic tea cup, and human face. The results stated that technique was effective. Based on results, it was concluded that the proposed measurement technique is an excellent option to free surface evaluation and is better than Projection Moiré over accuracy stand point, moreover, extend the parallax between the fringe projection techniques and stereoscopy to triangulation step.

**Key Words:** *Free surface measurement techniques; structured light; Projection Moiré; Stereoscopy, Photogrammetry*

## RESUMO

O presente estudo estabeleceu uma nova técnica de medição de superfície livre baseada em modificações da técnica de Moiré de Projeção. Dentre os aprimoramentos propostos é relevante enfatizar a remoção das restrições de distância mínima dos elementos em relação ao mensurando, utilização de recursos da técnica estereoscópica de forma a aprimorar o processo de triangulação da técnica original, a incorporação do modelo de mitigação dos efeitos da distorção das lentes no passo de triangulação, a inclusão das técnicas de calibração de câmera, e o estabelecimento de uma forma automática para a definição da localização do projetor e da equação do plano de referência. O presente estudo também estendeu a analogia entre a técnica estereoscópica e a técnica de Moiré de Projeção com as modificações propostas para o campo da triangulação. Esta e a técnica de Moiré de Projeção foram comparadas sobre o ponto de vista metrológico e tempo de processamento, foi observado que a técnica de medição proposta é mais precisa que a técnica de Moiré de Projeção, sendo este resultado expresso pela redução de 2.24% para 1.05% na incerteza padrão  $U_{95\%}$ , em contrapartida o passo de triangulação exigiu um tempo maior de processamento, um aumento de 0.48s para 0.63s foi observado. A técnica de medição proposta foi avaliada qualitativamente de forma a mostrar que é adequada para a medição de diversos tipos de materiais e formas, foram medidos: Peça de plástico, mão humana, cúspide porcina, xícara de cerâmica, e face humana. O resultado mostrou que a técnica foi efetiva na medição da superfície livre destes mensurandos. Considerando os resultados obtidos, concluiu-se que a técnica de medição proposta é uma alternativa atrativa para a avaliação de superfícies livres e supera a precisão da técnica de Moiré de Projeção, além de estender a analogia entre a técnica estereoscópica e a técnica de Moiré de Projeção com as modificações propostas para o campo da triangulação.

**Palavras Chaves:** *Técnicas de medição de superfície livre, Luz estruturada, Moiré de Projeção, Estereoscopia, Fotogrametria.*

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARWICK, S. Defocus sensitivity optimization using the defocus Taylor expansion of the optical transfer function. *Appl. Opt.* [S.I.], v. 47, n. 31, p. 5893-5902, 2008.

BAUER, M. *et al.* Geometrical camera calibration with diffractive optical elements. *Opt. Express* [S.I.], v. 16, n. 25, p. 20241-20248, 2008.

BRADY, M.; LEGGE, G. E. Camera calibration for natural image studies and vision research. *J. Opt. Soc. Am. A* [S.I.], v. 26, n. 1, p. 30-42, 2009.

BRASDSKI, G.; KAEHLER, A. *OpenCV Computer Vision with the OpenCV library.* O'REILLY, 2008.

BREQUE, C. *et al.* Calibration of a system of projection moiré for relief measuring: biomechanical applications. *Optics and Lasers in Engineering* [S.I.], v. 41, n. 2, p. 241-260, 2004.

BUYTAERT, J. A. N.; DIRCKX, J. J. J. Design considerations in projection phase-shift moiré topography based on theoretical analysis of fringe formation. *J. Opt. Soc. Am. A* [S.I.], v. 24, n. 7, p. 2003-2013, 2007.

CARRE, P. The New Standard Manobarometer of the Bureau International des Poids et Mesures *Metrologia* [S.I.], v. 2, p. 16, 1966.

CHEN, F. *et al.* Overview of three-dimensional shape measurement using optical methods. *Optical Engineering* [S.I.], v. 39, n. 1, p. 10-22, 2000.

CHEN, Z.; SHI, P. A universal method for camera calibration in UITS scenes. *Chin. Opt. Lett.* [S.I.], v. 3, n. 2, p. 69-72, 2005.

CHRISTOPH, M. *et al.* *3D shape measurement with phase correlation based fringe projection.* Bellingham, WA, ETATS-UNIS: Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers, 2007.

CYGANEK BOGUSTAW; SIEBERT, J. P. An Introduction to 3D Computer Vision Techniques and Algorithms *An Introduction to 3D Computer Vision Techniques and Algorithms:* John Wiley & Sons, LTD, 2009. Cap.3.

DA, F.; GAI, S. Flexible three-dimensional measurement technique based on a digital light processing projector. *Appl. Opt.* [S.I.], v. 47, n. 3, p. 377-385, 2008.

DENNIS C. GHIGLIA; PRITT, M. D. *Two-Dimensional Phase Unwrapping: Theory, Algorithms, and Software.* First Edition. ed.: Jonh Wiley & Sons, INC., 1998.

EDMUNDOPTICS<sup>(R)</sup>. Close Zoom Focus Lens 54-363 Data Sheet. <http://www.edmundoptics.com/onlinecatalog/displayproduct.cfm?productID=1295&PageNum=1&StartRow=1>, 2006.

FANTIN, A. V. *et al.* *Measurement and Stitching of Regular Cloud of Points*. Bellingham, WA, ETATS-UNIS: Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers, 2008.

FAUGERAS, O. *et al.* *Three-dimensional computer vision: a geometric viewpoint* 1993.

FLEMING, G. A. *et al.* *PROJECTION MOIRÉ INTERFEROMETRY FOR ROTORCRAFT APPLICATIONS: DEFORMATION MEASUREMENTS OF ACTIVE TWIST ROTOR BLADES*. National Aeronautics and Space Administration - Langley Research Center. Hampton, Virginia 23681-2199 USA. 2002

FOG, A. *Optimizing software in C++*. Copenhagen University College of Engineering, 2009.

GASVIK, K. J. *Optical Metrology* *Optical Metrology*: John Wiley & Sons, LTD, 2002. Cap.7.

GHIGLIA, D. C.; PRITT, M. D. *Two-Dimensional Phase Unwrapping: Theory, Algorithms, and Software*. John-Wiley & Sons, 1998.

HARIHARAN, P. *et al.* Digital phase-shifting interferometry: a simple error-compensating phase calculation algorithm. *Appl. Opt.* [S.I.], v. 26, n. 13, p. 2504-2506, 1987.

HASELBECK, S. *et al.* Microlenses fabricated by melting a photoresist on a base layer. *Optical Engineering* [S.I.], v. 32, n. 6, p. 1322-1324, 1993.

HAYKIN, S.; VEEN, B. V. *Signal and Systems*. John Wiley & Sons, Inc., 1999.

HIRANI, A. N.; TOTSUKA, T. Combining frequency and spatial domain information for fast interactive image noise removal. *Proceedings of the 23rd annual conference on Computer graphics and interactive techniques*: ACM, 1996. p. 269-276.

HITACHI<sup>(R)</sup>. Hitach KP-D20A/B camera Data Sheet. Hitachi Kokusai Eletric Inc., 2002.

HOLLADAY, T. M.; ROETLING, P. G. Partial Defocus Correction by Defocus of a Coherent Optical System\*. *J. Opt. Soc. Am.* [S.I.], v. 59, n. 4, p. 460\_1-462, 1969.

HU, Z.; TAN, Z. Calibration of stereo cameras from two perpendicular planes. *Appl. Opt.* [S.I.], v. 44, n. 24, p. 5086-5090, 2005.

HUANG, L. *et al.* Least-squares calibration method for fringe projection profilometry considering camera lens distortion. *Appl. Opt.* [S.I.], v. 49, n. 9, p. 1539-1548, 2010.

HUANG, M. J.; SUNG, P.-C. Regional phase unwrapping algorithm for photoelastic phase map. *Opt. Express* [S.I.], v. 18, n. 2, p. 1419-1429, 2010.

HUNTLEY, J. M.; SALDNER, H. Temporal phase-unwrapping algorithm for automated interferogram analysis. *Appl. Opt.* [S.I.], v. 32, n. 17, p. 3047-3052, 1993.

INSPECVISION<sup>(R)</sup>. 3D scanning with white light. Inspec Vision <sup>(R)</sup>, 2010. p. [www.inspecvision.com](http://www.inspecvision.com).

INTERNACIONAL ORGANIZATION FOR STANDARLIZATION, I. Guide to the expression of Uncertainty in Measurement. 2003.

K. CREATH; C.WYANT, J. Moiré and fringe projection techniques *Optical Shop Testing*: John Wiley & Sons, LTD, 1992. Cap.16. p. 653-682.

KAROUT, S. *Two-Dimensional Phase Unwrapping*. (2007). 158 f. (Doctor of Philosophy) - General Engineering Research Institute, Liverpool John Moores University, 2007.

KISHEN, A. *et al.* Digital moiré interferometric investigations on the deformation gradients of enamel and dentine: An insight into non-carious cervical lesions. *Journal of dentistry* [S.I.], v. 34, n. 1, p. 12-18, 2006.

KLETTE, R., SCHLUNS, KARSTEN, KOSCHAN, ANDREAS. *Dimensional Data from Images*. 1. ed. German: Vieweg, 1998.

LI, H.; HARTLEY, R. A Non-iterative Method for Correcting Lens Distortion from Nine-Point Correspondences. *OmniVision ICCV-workshop* [S.I.], v. 5, 2005.

MARRON, J. C. *et al.* Unwrapping algorithm for least-squares phase recovery from the modulo 2<sup>2</sup> bispectrum phase. *J. Opt. Soc. Am. A* [S.I.], v. 7, n. 1, p. 14-20, 1990.

MÉNDEZ, D. C. *et al.* Face Recognition System Using Fringe Projection and Moire: Characterization With Fractal Parameters. *IJCSNS International Journal of Computer Science and Network Security* [S.I.], v. 9, p. 7, 2009.

MICHALSKI, M. *et al.* Operations using fringe projection. *Appl. Opt.* [S.I.], v. 25, n. 23, p. 4338-4342, 1986.

MILBOCKER, M. T.; REZNICHENKO, Y. M. Comparison of three-dimensional retinal imaging methods: the method of scanning laser triangulation. *Appl. Opt.* [S.I.], v. 30, n. 28, p. 4148-4153, 1991.

MONTGOMERY, D. C. *Desing and Analysis of Experiments*. John Wiley & Sons, INC., 2005.

MORENO YERAS, A. Moiré topography in odontology. *Optics and Lasers in Engineering* [S.I.], v. 40, n. 1-2, p. 143-152, 2003.

NOCEDAL, J.; WRIGHT, S. *Numerical Optimization* Springer, 1999.

NOTNI, G. *et al.* The concept of virtual landmarks in 3D multi-view fringe projection, Boston, MA, USA. SPIE, 2007. p.676208-10. Disponível em:<<http://link.aip.org/link/?PSI/6762/676208/1>>. Acesso em.

OGALE, A. S.; ALOIMONOS, Y. Shape and the Stereo Correspondence Problem. *Int. J. Comput. Vision* [S.I.], v. 65, n. 3, p. 147-162, 2005.

PEDRO, L. J. *et al.* Optical Interference Testing of a Non-Newtonian Fluid Flow Model during Spin Coating. *OSA Technical Digest (CD)*. Optical Society of America, 2010. p.MB33. Disponível em:<<http://www.opticsinfobase.org/abstract.cfm?URI=LAOP-2010-MB33>>. Acesso em.

PERRIN, J. C.; THOMAS, A. Electronic processing of moiré fringes: application to moiré topography and comparison with photogrammetry. *Appl. Opt.* [S.I.], v. 18, n. 4, p. 563-574, 1979.

PETERSON, J. P.; PETERSON, R. B. Laser triangulation for liquid film thickness measurements through multiple interfaces. *Appl. Opt.* [S.I.], v. 45, n. 20, p. 4916-4926, 2006.

PHILIP, W. M. *et al.* Direct 3-dimensional measurement of scapular kinematics during dynamic movements in vivo. *Journal of shoulder and elbow surgery / American Shoulder and Elbow Surgeons ... [et al.]* [S.I.], v. 10, n. 3, p. 269-277, 2001.

PIXELVIEW<sup>(R)</sup>. PV-CX85OU-F user manual. [http://www.prolink.com.tw/style/frame/templates4/product\\_detail.asp?lang=2&customer\\_id=1470&name\\_id=36169&content\\_set=color\\_3&rid=17007&id=249934](http://www.prolink.com.tw/style/frame/templates4/product_detail.asp?lang=2&customer_id=1470&name_id=36169&content_set=color_3&rid=17007&id=249934), 2008.

POOLE, D. *Linear Algebra an Introduction*. Thridy Edition. ed.: BROOKS/COLE, 2006.

QUIROGA, J. A.; BERNABEU, E. Phase-unwrapping algorithm for noisy phase-map processing. *Appl. Opt.* [S.I.], v. 33, n. 29, p. 6725-6731, 1994.

RYU, W.-J. *et al.* A study on the 3-D measurement by using digital projection moiré method. *Optik - International Journal for Light and Electron Optics* [S.I.], v. 119, n. 10, p. 453-458, 2008.

SAMSUNG<sup>(R)</sup>. SP-P400 LED Pocket Projector Onwer's Manual. 2009.

SCHARSTEIN, D.; SZELISKI, R. A Taxonomy and Evaluation of Dense Two-Frame Stereo Correspondence Algorithms. *Int. J. Comput. Vision* [S.I.], v. 47, n. 1-3, p. 7-42, 2002.

SCHWIDER, J. *et al.* Digital wave-front measuring interferometry: some systematic error sources. *Appl. Opt.* [S.I.], v. 22, n. 21, p. 3421-3432, 1983.

SEIXAS FILHO, C.; SZUSTER, M. *Programação concorrente em ambiente Windows* Editora da UFMG, 2003.

SERVIN, M. *et al.* Spatial carrier interferometry from M temporal phase shifted interferograms: Squeezing Interferometry. *Opt. Express* [S.I.], v. 16, n. 13, p. 9276-9283, 2008.

\_\_\_\_\_. Phase Unwrapping with a Regularized Phase-Tracking System. *Appl. Opt.* [S.I.], v. 37, n. 10, p. 1917-1923, 1998.

SHANG, Y. *et al.* Analytical Method for Camera Calibration from a Single Image with Four Coplanar Control Lines. *Appl. Opt.* [S.I.], v. 43, n. 28, p. 5364-5369, 2004.

SILVERGLATE, P. R. Optical astronomical interferometry: requirements on stellar Michelson interferometry and heterodyne interferometry for high-resolution imaging. *Appl. Opt.* [S.I.], v. 25, n. 2, p. 204-208, 1986.

SNYDER, R.; HESSELINK, L. Measurement of mixing fluid flows with optical tomography. *Opt. Lett.* [S.I.], v. 13, n. 2, p. 87-89, 1988.

SONG, Z.; PEISEN, H. High-Resolution, Real-time 3D Shape Acquisition. In: Computer Vision and Pattern Recognition Workshop, 2004. CVPRW '04. Conference on, 27-02 June 2004. 2004. p.28-28.

SUN, C. *et al.* CCD camera automatic calibration technology and ellipse recognition algorithm. *Chin. Opt. Lett.* [S.I.], v. 3, n. 10, p. 585-588, 2005.

TENG, C.-H. *et al.* Camera self-calibration method suitable for variant camera constraints. *Appl. Opt.* [S.I.], v. 45, n. 4, p. 688-696, 2006.

THOMAS, N.; KELLER, H. U. Photometric calibration of the Halley Multicolour Camera. *Appl. Opt.* [S.I.], v. 29, n. 10, p. 1503-1519, 1990.

TUCCI, G.; BONORA, V. APPLICATION OF HIGH RESOLUTION SCANNING SYSTEMS FOR VIRTUAL MOULDS and replicas OF SCULPTURAL WORKS. *XXI International CIPA Symposium*. Athens, Greece 2007.

TUCCI, G. *et al.* Photogrammetry And 3D Scanning: Assessment Of Metric Accuracy For The Digital Model Of Danatello's Maddalena. In: Proceedings of the Italy - Canada 2001 Workshop on 3D Digital Imaging and Modeling Applications of: heritage, industry, medicine & land. 2001. Disponível em: <<http://www.iit-iti.nrc-cnrc.gc.ca/iit-publications-iti/docs/NRC-44879.pdf>>. Acesso em.

VANDENHOUTEN, R.; GREBE, R. Phase reconstruction and unwrapping from holographic interferograms of partially absorbent phase objects. *Appl. Opt.* [S.I.], v. 34, n. 8, p. 1401-1406, 1995.

VERRI, E. T. A. Introductory Techniques for 3-D computer vision: Prentice Hall, 1998. Cap.7.

VIKHAGEN, E. Nondestructive testing by use of TV holography and deformation phase gradient calculation. *Appl. Opt.* [S.I.], v. 29, n. 1, p. 137-144, 1990.

VIKRAM, C. S. *et al.* Algorithm for phase-difference measurement in phase-shifting interferometry. *Appl. Opt.* [S.I.], v. 32, n. 31, p. 6250-6252, 1993.

WANG, Z. *et al.* Three-dimensional shape measurement with a fast and accurate approach. *Appl. Opt.* [S.I.], v. 48, n. 6, p. 1052-1061, 2009.

WINDECKER, R.; TIZIANI, H. J. Topometry of technical and biological objects by fringe projection. *Appl. Opt.* [S.I.], v. 34, n. 19, p. 3644-3650, 1995.

WU, W. *et al.* Bridge recognition of median-resolution SAR images using pun histogram entropy. *Chin. Opt. Lett.* [S.I.], v. 7, n. 7, p. 572-575, 2009.

WYANT, J. C. INTERFEROMETRIC OPTICAL METROLOGY: BASIC PRINCIPLES AND NEW SYSTEMS. *Laser focus with fiberoptic technology* [S.I.], v. 18, n. 5, p. 65-71, 1982.

WYANT, J. C. *et al.* An Optical Profilometer for Surface Characterization of Magnetic Media. *ASLE Transactions* [S.I.], v. 27, n. 2, p. 101 - 113, 1984.

XU, G.; SUGIMOTO, N. Algebraic derivation of the Kruppa equations and a new algorithm for self-calibration of cameras. *J. Opt. Soc. Am. A* [S.I.], v. 16, n. 10, p. 2419-2424, 1999.

XU, H. *et al.* Segmentation of synthetic aperture radar image using multiscale information measure-based spectral clustering. *Chin. Opt. Lett.* [S.I.], v. 6, n. 4, p. 248-250, 2008.

ZHANG, Z. A flexible new technique for camera calibration. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on* [S.I.], v. 22, n. 11, p. 1330-1334, 2000.

ZOU, W.; XU, H. A robust photometric calibration framework for projector-camera display system. *Chin. Opt. Lett.* [S.I.], v. 7, n. 6, p. 479-482, 2009.

## ANEXO A - MODULAÇÃO E A FASE RELATIVA

Este anexo tem como objetivo apresentar as principais técnicas de avaliação da fase relativa assim como sua relação com a modulação. A primeira secção A.1 mostra a avaliação da viabilidade do cálculo da modulação, a secção A.2 apresenta as principais técnicas para a avaliação da fase relativa por meio de soluções analíticas assim como suas limitações, a secção A.3 caracteriza a relação entre a fase relativa e a modulação e introduz o problema da remoção do salto de fase, finalizando a secção A.4 descreve em linhas gerais o problema da remoção do salto de fase.

### A.1 Avaliação da viabilidade de cálculo da modulação

As duas principais formas de se obter a transmitância resultante da combinação de duas projeções de franjas em um anteparo são as operações de adição e multiplicação dos sinais originários. Supondo os dois sinais descritos pelas EQ. A.1, e EQ. A.2, as EQ. A.4, e EQ. A.6 mostram a combinação dos sinais pelas operações de multiplicação e adição respectivamente.

$$I'_{\phi}(x, y) = A_{x,y} + B_{x,y} \cdot \cos(\omega x + \psi_{1x,y}) \quad (\text{A.1})$$

$$I''_{\phi}(x, y) = A_{x,y} + B_{x,y} \cdot \cos(\omega x + \psi_{2x,y}) \quad (\text{A.2})$$

Multiplicando os sinais descritos pelas EQ. A.1, e EQ. A.2, tem-se,

$$I'_{\phi}(x, y) \cdot I''_{\phi}(x, y) = A_{x,y}^2 + B_{x,y}^2 \cdot \left[ \cos(\omega x + \psi_{1x,y}) \cdot \cos(\omega x + \psi_{2x,y}) \right] \quad (\text{A.3})$$

e

$$\begin{aligned} I'_{\phi}(x, y) \cdot I''_{\phi}(x, y) &= A_{x,y}^2 + B_{x,y}^2 \cdot \left\{ \cos(\omega x + \psi_{1x,y}) \cdot \cos(\omega x + \psi_{2x,y}) \right\} \\ &+ \frac{A_{x,y} \cdot B_{x,y}}{2} \\ &\cdot \left[ \cos(\psi_{1x,y} - \psi_{2x,y}) \cdot \cos(\omega x + \psi_{1x,y} + \psi_{2x,y}) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

adicionando os sinais descritos pelas EQ. A.1, e EQ. A.2 tem-se:

$$I'_{\phi}(x, y) + I''_{\phi}(x, y) = 2 \cdot A_{x,y} + B_{x,y} \cdot \left[ \cos(\omega x + \psi_{1x,y}) + \cos(\omega x + \psi_{2x,y}) \right] \quad (\text{A.5})$$

e

$$I'_{\phi}(x, y) - I''_{\phi}(x, y) = 2 \cdot A_{x,y} + B_{x,y} \cdot \left[ \cos(\psi_{1x,y} - \psi_{2x,y}) \cdot \cos \omega x + \psi_{1x,y} + \psi_{2x,y} \right] \quad (\text{A.6})$$

O principal resultado apresentados pelas EQ. A.4, e EQ. A.6 estão associados ao termo  $\cos(\psi_{1x,y} - \psi_{2x,y})$ . Este termo torna possível isolar a diferença entre a modulação dos dois sinais, uma vez que é assumido que o termo  $\omega$  é muito maior que o termo  $\psi_{1x,y} - \psi_{2x,y}$ , o que resulta em uma distância muito grande entre a frequência associadas ao termo  $\cos(\psi_{1x,y} - \psi_{2x,y})$  e a frequência associada aos demais termos (Gasvik, 2002). Logo é razoável afirmar que a demodulação das franjas a partir da combinação de projeção de franjas é uma solução viável para a avaliação da modulação.

Uma abordagem similar à supracitada pode ser aplicada para projeções de franjas rotacionadas por um pequeno ângulo, gerando franjas de Moiré. Apesar do resultado ser essencialmente o mesmo, a obtenção da transmitância resultante utiliza o produto escalar ao invés da multiplicação ou adição dos sinais originários (Gasvik, 2002).

## A.2 Avaliação da fase relativa utilizando soluções analíticas

Uma vez que foi comprovada a viabilidade do cálculo da modulação, esta secção apresenta algumas das técnicas utilizadas para isolar o termo referente à modulação na EQ. 2.1. Dentre as diversas técnicas de avaliação de fase existentes (Carre, 1966; Wyant, 1982; Wyant *et al.*, 1984; Hariharan *et al.*, 1987; Snyder e Hesselink, 1988; K. Creath e C. Wyant, 1992; Gasvik, 2002) são enfatizadas três das principais técnicas segundo Gasvik (2002). É importante enfatizar que a maioria das soluções analíticas culmina em dois subproblemas oriundos da aplicação da função arco-tangente: A presença de saltos de fase e a ambigüidade relativa à franja de origem, logo, o processamento adicional de remoção do salto de fase é necessário de forma a completar o

processo de avaliação da modulação. De forma a facilitar a descrição das técnicas é acrescentada à EQ. 2.1 o ângulo de fase  $\theta$ , assim sendo a equação pode ser reescrita como:

$$I_{\phi}(x, y, \theta) = A(x, y) + B(x, y) \cdot \cos [\omega \cdot x + \psi(x, y) + \theta] \quad (\text{A.7})$$

Considerando a EQ. A.7, são descritas três das principais técnicas de definição da fase relativa segundo Gasvik (2002), a técnica das três imagens (Wyant *et al.*, 1984), a técnica das quatro imagens (Wyant, 1982; Haselbeck *et al.*, 1993) e a técnica das cinco imagens (Schwider *et al.*, 1983; Hariharan *et al.*, 1987). Dentre as técnicas de definição da fase relativa também é relevante citar as técnicas de Carré (1966), Vikram (1993), e Vikhagen (1990).

A técnica das três imagens pode ser caracterizada tanto pela EQ. A.8 como a EQ. A.9 mostradas a seguir.

$$\varphi(x, y) = -\tan^{-1} \left[ \frac{I_{\phi}(x, y, \theta_3) - I_{\phi}(x, y, \theta_2)}{I_{\phi}(x, y, \theta_1) - I_{\phi}(x, y, \theta_2)} \right] \quad (\text{A.8})$$

$$\varphi(x, y) = \tan^{-1} \left[ \sqrt{3} \cdot \left( \frac{I_{\phi}(x, y, \theta_1) - I_{\phi}(x, y, \theta_3)}{2 \cdot I_{\phi}(x, y, \theta_1) - I_{\phi}(x, y, \theta_2) - I_{\phi}(x, y, \theta_3)} \right) \right] \quad (\text{A.9})$$

Da qual,  $\theta_1 = \pi/4$ ,  $\theta_2 = 3\pi/4$ ,  $\theta_3 = 5\pi/4$ , e  $\varphi_{x,y}$  representa a fase relativa. O termo  $\psi(x, y)$  não pode ser utilizado devido à presença de saltos de fase e indefinições relativas à franja a partir da qual a modulação será calculada. A EQ. A.10 mostra como a fase relativa pode ser calculada utilizando-se a técnica das quatro imagens.

$$\varphi(x, y) = \tan^{-1} \left[ \frac{I_{\phi}(x, y, \theta_4) - I_{\phi}(x, y, \theta_2)}{I_{\phi}(x, y, \theta_1) - I_{\phi}(x, y, \theta_3)} \right] \quad (\text{A.10})$$

Da qual,  $\theta_1 = 0$ ;  $\theta_2 = \pi/2$   $\theta_3 = \pi$  e  $\theta_4 = 3\pi/2$ . E a EQ. A.11 descreve a forma de cálculo utilizando a técnica das cinco imagens.

$$\varphi(x, y) = \tan^{-1} \left[ \frac{7 \cdot (I_{\varphi}(x, y, \theta_2) - I_{\varphi}(x, y, \theta_4))}{-4 \cdot I_{\varphi}(x, y, \theta_1) + I_{\varphi}(x, y, \theta_2) + 6 \cdot I_{\varphi}(x, y, \theta_3) + I_{\varphi}(x, y, \theta_4) - 4 \cdot I_{\varphi}(x, y, \theta_5)} \right] \quad (\text{A.11})$$

Da qual,  $\theta_1 = -\pi$ ,  $\theta_2 = -\pi/2$ ,  $\theta_3 = 0$ ,  $\theta_4 = \pi/2$  e  $\theta_5 = \pi$ .

### A.3 Relação entre a fase relativa e a modulação

De forma a caracterizar a relação existente entre a fase relativa  $\varphi(x, y)$  e a modulação  $\psi(x, y)$ , a identidade estabelecida pela EQ. A.7 é substituída na EQ. A.8.

$$\begin{aligned} &\varphi(x, y) \\ &= -\tan^{-1} \left[ \frac{B_{x,y} \cdot (\cos [\omega \cdot x + \psi(x, y) + \theta_3] - \cos [\omega \cdot x + \psi(x, y) + \theta_2])}{B_{x,y} \cdot (\cos [\omega \cdot x + \psi(x, y) + \theta_1] - \cos [\omega \cdot x + \psi(x, y) + \theta_2])} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Usando a relação trigonométrica definida por EQ. A.13 a EQ. A.14 é estabelecida.

$$\cos(\alpha) - \cos(\beta) = -2 \cdot \sin \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cdot \sin \left( \frac{\alpha - \beta}{2} \right) \quad (\text{A.13})$$

a relação

$$\varphi(x, y) = -\tan^{-1} \left[ \frac{-2 \cdot \sin \left( \omega \cdot x + \psi(x, y) + \frac{\theta_3 + \theta_2}{2} \right) \cdot \sin \left( \frac{\theta_3 - \theta_2}{2} \right)}{-2 \cdot \sin \left( \omega \cdot x + \psi(x, y) + \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \right) \cdot \sin \left( \frac{\theta_1 - \theta_2}{2} \right)} \right] \quad (\text{A.14})$$

é estabelecida. Substituindo os valores de  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ , e  $\theta_3$  tem-se

$$\begin{aligned} &\varphi(x, y) = -\tan^{-1} \left[ \frac{\sin(\omega \cdot x + \psi(x, y) + \pi) \cdot \sin(\pi/4)}{\sin(\omega \cdot x + \psi(x, y) + \pi/2) \cdot \sin(\pi/4)} \right] \\ &= \tan^{-1} \left[ \frac{-\sin(\omega \cdot x + \psi(x, y))}{\cos(\omega \cdot x + \psi(x, y))} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

logo,

$$\varphi(x, y) = -\tan^{-1}[-\tan(\omega \cdot x + \psi(x, y))]. \quad (\text{A.16})$$

Uma vez que  $-\tan(\alpha) = \tan(-\alpha)$ , a relação

$$\varphi(x, y) = \mathcal{W}\{\omega \cdot x + \psi(x, y)\} + 2\pi \cdot n, \forall n \in \mathbb{R}, \quad (\text{A.17})$$

pode ser estabelecida. Nesta o operador salto de fase  $\mathcal{W}\{\cdot\}$  caracteriza a descontinuidade no sinal devido ao arco tangente que somente é definido entre  $\pi$  e  $-\pi$ . O operador salto de fase é definido formalmente como se segue,

$$\mathcal{W}\{f(x)\} = f(x) + 2\pi \cdot k(x), k(x) \forall -\pi \leq \mathcal{W}\{f(x)\} \leq \pi. \quad (\text{A.18})$$

Onde,  $f(x)$  é uma função qualquer,  $k(x)$  pertence ao conjunto dos números inteiros<sup>28</sup>. Todas as técnicas de cálculo da fase relativa que foram previamente apresentadas produzem resultados similares. A relação entre a fase relativa e a modulação implica na utilização do operador antagônico ao operador salto defase  $\mathcal{W}\{f(x)\}$ , o operador remoção do salto de fase  $\mathcal{W}^{-1}\{f(x)\}$ , que será caracterizado na explanação sobre o processo de remoção do salto de fase.

Normalmente a frequência espacial contida no termo  $\omega x$  é eliminada da EQ. A.17 por meio da subtração de um sinal sem modulação, caracterizando o conceito de diferença de fase relativa. O sinal sem modulação é normalmente obtido através da projeção de franjas em um anteparo plano, comumente chamado de plano de referência. A diferença da fase relativa é definida pela EQ. A.19 como se segue.

$$\Delta\varphi(x, y) = \varphi(x, y)|_{s_1} - \varphi(x, y)|_{s_2} = \mathcal{W}\{\psi(x, y)\} + 2\pi \cdot n, \forall n \in \mathbb{R} \quad (\text{A.19})$$

onde  $\varphi(x, y)|_{s_1}$  é a fase relativa do sinal com modulação,  $\varphi(x, y)|_{s_2}$  é a fase relativa do sinal sem modulação e o operador salto de fase  $\mathcal{W}\{\cdot\}$  é definido pela EQ. A.18.

<sup>28</sup> É importante frisar que  $k(x)$  é tal que  $-\pi \leq \mathcal{W}\{f(x)\} \leq \pi$ , logo  $-\pi \leq f(x) + 2\pi \cdot k(x) \leq \pi$

Apesar da dedução da equação EQ. A.19 parecer trivial, o fato do operador salto de fase não ser caracterizado como uma transformação linear torna a formulação um pouco mais complexa. Inicialmente será afirmado que a identidade definida pela EQ. A.20 é falsa, ou seja, o operador salto de fase não atende ao principal requisito de um operador linear.

$$\mathcal{W}\{u(x) + v(x)\} = \mathcal{W}\{v(x)\} + \mathcal{W}\{u(x)\} \quad (\text{A.20})$$

A prova desta afirmação é simples, basta substituir  $u(x)$  e  $v(x)$  por  $\pi - \epsilon$ , onde  $\epsilon$  é uma constante muito pequena.

$$\mathcal{W}\{2\pi - 2\epsilon\} = \mathcal{W}\{\pi - \epsilon\} + \mathcal{W}\{\pi - \epsilon\} \quad (\text{A.21})$$

$$-2\epsilon \neq 2\pi - 2\epsilon \quad (\text{A.22})$$

O que invalida a identidade definida pela EQ. A.20, por redução ao absurdo. Logo:

$$\mathcal{W}\{\psi_{x,y}\} \neq \mathcal{W}\{\omega \cdot x + \psi_{x,y}\} + \mathcal{W}\{\omega \cdot x\} \quad (\text{A.23})$$

Mas a EQ. A.19 é válida, conforme é demonstrado. O problema descrito pela EQ. A.22 ocorre sempre que a soma dos termos  $\mathcal{W}\{v(x)\}$  e  $\mathcal{W}\{u(x)\}$  ultrapassar os limites onde o operador salto de fase é definido, ou seja,  $\pi$ , e  $-\pi$ . Neste caso termo  $\mathcal{W}\{v(x) + u(x)\}$  detectou o salto de fase ocorrido pela soma das funções e incrementou inteiro que multiplica  $2\pi$  de forma a permanecer dentro dos limites estabelecidos, em contrapartida nenhum dos dois termos  $\mathcal{W}\{v(x)\}$  e  $\mathcal{W}\{u(x)\}$  separadamente conseguiu detectar este salto. Assim sendo, é razoável acrescentar um valor múltiplo de  $2\pi$  que ajuste a soma dos termos, da EQ. A.20, de forma a deixá-la consistente, assim como descrito pela EQ. A.24.

$$\mathcal{W}\{u(x) + v(x)\} = \mathcal{W}\{v(x)\} + \mathcal{W}\{u(x)\} + 2\pi \cdot k_c(x) \quad \forall k_c(x) \in \mathbb{Z} \quad (\text{A.24})$$

onde

$$k_c(x) = \begin{cases} -1, \forall \mathcal{W}\{v(x)\} + \mathcal{W}\{u(x)\} > \pi \\ +1, \forall \mathcal{W}\{v(x)\} + \mathcal{W}\{u(x)\} < -\pi \\ 0 \end{cases} \quad (\text{A.25})$$

A conclusão mais relevante que se pode tirar das EQ. A.24, e EQ. A.25 é que a diferença entre o termo  $\mathcal{W}\{u(x) + v(x)\}$  a soma dos termos  $\mathcal{W}\{v(x)\}$  e  $\mathcal{W}\{u(x)\}$  é sempre um múltiplo de  $2\pi$ . Expandindo a EQ. A.24 de acordo com a definição do operador salto de fase definida pela EQ. A.18:

$$\begin{aligned} u(x) + v(x) + 2\pi \cdot k_{uv}(x) \\ = v(x) + 2\pi \cdot k_v(x) + u(x) + 2\pi \cdot k_{u(x)} + 2\pi \cdot k_c(x) \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

logo,

$$u(x) + v(x) + 2\pi \cdot k_{uv}'(x) = v(x) + 2\pi \cdot k_v(x) + u(x) + 2\pi \cdot k_{u(x)} \quad (\text{A.27})$$

onde

$$k_{uv}'(x) = k_{uv}(x) + k_c(x) \quad (\text{A.28})$$

Para os algoritmos de remoção do salto de fase é independente se a função a ser determinada é  $k_{uv}'(x)$  ou  $k_{uv}(x)$ , uma vez que qualquer uma delas introduz descontinuidades caracterizadas como saltos de fase. Portanto não se pode afirmar que o operador salto de fase é uma

transformação linear, pode-se afirmar que após a remoção do salto de fase os dois lados da EQ. A.20 são iguais, assim como mostrado pela EQ. A.29. Logo a relação expressa pela EQ. A.19 continua sendo válida.

$$\mathcal{W}^{-1}\{\mathcal{W}\{u(x) + v(x)\}\} = \mathcal{W}^{-1}\{\mathcal{W}\{v(x)\} + \mathcal{W}\{u(x)\}\} \quad (\text{A.29})$$

#### A.4 Remoção do Salto de fase

O processo de remoção do salto de fase tem a função de remover as descontinuidades presentes na fase relativa, de forma a determinar a função  $k(x)$  definida pela EQ. A.18, ou a função  $k_{u+v}'(x)$  definida pela EQ. A.28, e subtraí-la da fase relativa de forma a definir a fase absoluta ou modulação.

A remoção do salto de fase envolve a análise dos pixels de forma a encontrar as descontinuidades e remove-las, para este objetivo é necessário analisar os pixels vizinhos, a EQ. A.30 caracteriza o gradiente da fase entre dois pixels vizinhos<sup>29</sup>.

$$\Delta\phi(x_i) = \phi(x_i) - \phi(x_{i-1}) \quad (\text{A.30})$$

A função gradiente de fase é de extrema importância para a os algoritmos de remoção do salto de fase uma vez que o gradiente da modulação é alcançado por meio da aplicação do operador salto de fase no gradiente da fase relativa (Karout, 2007). Assumindo que a modulação não apresenta gradiente maior que  $2\pi$ , qualquer valor do gradiente da fase relativa que ultrapassar  $2\pi$  é considerado um salto de fase. Desta forma o gradiente da modulação pode ser expresso pela EQ. A.31 (Ghiglia e Pritt, 1998).

$$\Delta\psi(x_i) = \mathcal{W}\{\Delta\phi(x_i)\} = \mathcal{W}\{\phi(x_i) - \phi(x_{i-1})\} \quad (\text{A.31})$$

<sup>29</sup> Recomenda-se atenção com relação à notação de forma a não confundir diferença da fase relativa  $\Delta\phi_{x,y}$ , com o gradiente de fase  $\Delta\phi(x_i)$ .

da qual  $\Delta\phi(x_i)$  representa o gradiente da fase relativa, ou o gradiente da diferença da fase relativa. Além disso, o operador salto de fase adiciona um múltiplo de  $2\pi$  a qualquer sinal fora da faixa entre  $-\pi$  e  $\pi$  de forma a adequá-lo a esta faixa, logo, para obter a modulação basta integrar o gradiente da modulação.

A integração do gradiente da modulação pode ser local, caracterizando uma remoção do salto de fase guiada pelo caminho, ou global, caracterizando uma técnica normalmente referenciada como “Minimum-norm method” (Karout, 2007). É importante salientar que o fato de se assumir que a modulação não apresenta gradiente maior que  $2\pi$  adiciona uma restrição à técnica de medição proposta neste estudo, uma vez que este fato pode acarretar em valores de fase espúrios no processo de remoção do salto de fase, restringindo-o à medições que não gerem uma modulação cujo gradiente seja maior que  $2\pi$ .

A integração do gradiente da modulação é dependente do caminho, ou seja, resultados distintos são encontrados de acordo com o caminho seguido durante a integração, o que é uma característica extremamente indesejável (Ghiglia e Pritt, 1998). O aspecto que torna o processo de remoção do salto de fase independente do caminho é a presença inconsistências locais denominadas resíduos. A FIG. A. retrata esta independência em um mapa de fase relativo, na figura dois resíduos identificados pelos números ‘1’ e ‘2’ fazem como que o caminho escolhido para a integração entre ‘P’ e ‘Q’ resultem em valores distintos.

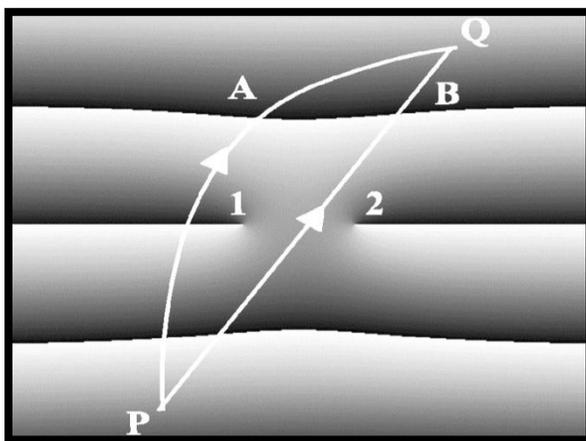


FIGURA A.1: Dependência do caminho e resíduos  
 FONTE: (Huntley e Saldner, 1993)

Os resíduos são subdivididos em resíduos positivos e negativos, e podem ser identificados de acordo com a relação estabelecida pela EQ. A.32. (Ghiglia e Pritt, 1998).

$$R(x, y) = \begin{cases} \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \Delta_4 = 2 \cdot \pi, & \text{Residuo positivo} \\ \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \Delta_4 = -2 \cdot \pi, & \text{Residuo negativo} \\ 0, & \text{Caso contrário} \end{cases} \quad (\text{A.32})$$

da qual,

$$\Delta_1 = \mathcal{W}\{\Delta\psi(x, y + 1) - \Delta\psi(x, y)\}, \quad (\text{A.33})$$

$$\Delta_2 = \mathcal{W}\{\Delta\psi(x + 1, y + 1) - \Delta\psi(x, y + 1)\}, \quad (\text{A.34})$$

$$\Delta_3 = \mathcal{W}\{\Delta\psi(x + 1, y) - \Delta\psi(x + 1, y + 1)\}, \quad (\text{A.35})$$

$$\Delta_4 = \mathcal{W}\{\Delta\psi(x, y) - \Delta\psi(x + 1, y)\}, \quad (\text{A.36})$$

onde,  $\mathcal{W}\{\cdot\}$  representa o operador salto de fase, e  $\Delta\psi(x, y)$  representa o gradiente da modulação do pixel de coordenadas  $(x, y)$ . A maneira que é comumente utilizada para lidar com o problema da dependência do caminho na integração do gradiente da modulação é a criação de barreiras de forma a permitir que todos os caminhos levem ao mesmo resultado da integração. Para tal são comumente usadas a qualidade do sinal, e a menor distância entre os resíduos previamente determinados.

Os algoritmos de remoção de salto de fase têm sido alvo de estudos por décadas, e uma considerável quantidade de artigos têm sido publicada a respeito deste assunto, (Karout, 2007). Embora o anexo D detalhe o algoritmo de remoção do salto de fase utilizado na construção do instrumento de medição utilizado para a avaliação metrológica da técnica de medição proposta, este estudo não é focado na discussão dos algoritmos de remoção do salto de fase, sendo assumido que a modulação pode sempre ser calculada.

Para o aprofundamento no estudo dos processos de remoção do salto de fase recomenda-se o livro “Two-Dimensional Phase Unwrapping: Theory, Algorithms, and Software”

(Ghiglia e Pritt, 1998), e a tese “Two-Dimensional Phase Unwrapping” (Karout, 2007), ambos também apresentam detalhes da implementação dos algoritmos.

## ANEXO B - ASPECTOS RELEVANTES AO PROBLEMA DE ESTÉREO CORRESPONDÊNCIA

Este anexo apresenta superficialmente os quatro passos comumente utilizados para a solução do problema da estéreo correspondência, assim como descreve algumas das principais restrições estabelecidas neste tipo de problema.

### B.1 Restrições

Apesar do termo “restrição” normalmente ter uma conotação negativa, no estudo do problema de estéreo correspondência as restrições impostas visam simplificar a formulação do problema. Exemplificando: A restrição epipolar estabelece que a busca pelos pixels homólogos deva ser realizada em apenas uma linha da imagem, e não em toda ela, o que reduz o escopo do problema de duas dimensões para uma dimensão (Verri, 1998). Este anexo é dedicado a sumarizar quatro das restrições relativas à estéreo correspondência: epipolar, unicidade, ordenação, e limite de disparidade. De forma a facilitar as explanações, é estabelecido que: Dado um pixel na primeira imagem e o pixel correspondente deve ser encontrado na segunda imagem.

A restrição epipolar estabelece que: Dado um pixel na primeira imagem, o pixel correspondente na segunda imagem é pertencente a uma reta denominada epilinha. A FIG. B.1 apresenta várias posições de uma esfera ao longo de uma linha por meio de diferentes vistas.

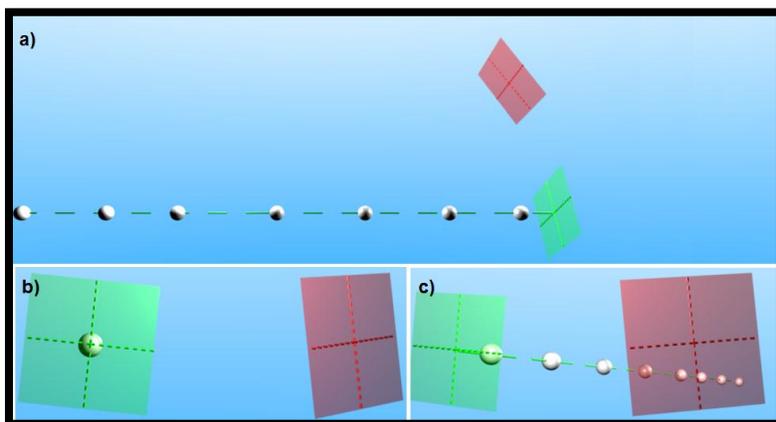


FIGURA B.1: Restrição epipolar.

a) Vista superior; b) Vista da primeira câmera; c) Vista da segunda câmera;



A FIG. B.2 apresenta uma imagem onde a restrição de ordenação não é atendida. É possível observar que para qualquer pixel que representa o objeto  $M$  à direita do pixel  $m_l$ , tem um correspondente à direita de  $m_r$ . A restrição de ordenação é ferida quando o pixel  $n_l$  for analisado, encontrando o correspondente  $n_r$  que não aparece à direita de  $m_l$ . Para maiores detalhes sobre “Forbinden Zone” recomenda-se o trabalho de Faugeras (Faugeras *et al.*, 1993).

A restrição do limite de disparidade impõe uma distância máxima a ser percorrida na epilinha para a busca do pixel correspondente. Esta restrição é baseada no pressuposto que a profundidade da cena analisada é finita. Pode-se observar na FIG. B.1, que para uma posição muito distante da esfera, a distância percorrida na epilinha é também muito grande. Logo, se for imposto que a cena analisada tem uma profundidade máxima, a distância percorrida na epilinha durante a procura pelo pixel correspondente também é limitada. Este fato caracteriza a restrição do limite de disparidade.

## B.2 Avaliação das funções de custo

As funções de custo têm como objetivo avaliar a similaridade entre dois pixels. Os próximos parágrafos apresentam algumas das funções de custo comumente utilizada pelos algoritmos de definição dos pontos homólogos.

Soma absoluta das diferenças: Função de custo baseada na intensidade do pixel da qual  $U$  é uma região próxima ao pixel analisado. Esta função de custo é definida como

$$D_{x,y}(d_x, d_y) = \sum_{(i,j) \in U} |I_1(x + i, y + j) - I_2(x + d_x + i, y + d_y + j)| \quad (\text{B.1})$$

onde,  $d_x$  e  $d_y$  representam o deslocamento, ou a disparidade, avaliada<sup>31</sup>.

Soma do quadrado das diferenças: Função de custo baseada na intensidade do pixel da qual  $U$  é uma região próxima ao pixel analisado Esta função de custo é definida como

$$D_{x,y}(d_x, d_y) = \sum_{(i,j) \in U} [I_1(x + i, y + j) - I_2(x + d_x + i, y + d_y + j)]^2, \quad (\text{B.2})$$

<sup>31</sup> Disparidade representa o deslocamento que deve ser aplicado nos pixels da segunda imagem de forma que os pixels nas mesmas posições sejam o mais similar possível.

onde,  $d_x$  e  $d_y$  representam o deslocamento, ou a disparidade, avaliada.

Soma do normalizada as diferenças: Função de custo baseada na intensidade do pixel da qual  $U$  é uma região próxima ao pixel analisado. Esta função de custo é definida como

$$D_{x,y}(d_x, d_y) = \frac{\sum_{(i,j) \in U} [I_1(x+i, y+j) - I_2(x+d_x+i, y+d_y+j)]^2}{\sqrt{\sum_{(i,j) \in U} I_1(x+i, y+j)^2} \cdot \sqrt{\sum_{(i,j) \in U} I_2(x+d_x+i, y+d_y+j)^2}} \quad (\text{B.3})$$

onde,  $d_x$  e  $d_y$  representam o deslocamento, ou a disparidade, avaliada.

Soma do produto cruzado: Função de custo baseada na intensidade do pixel da qual  $U$  é uma região próxima ao pixel analisado. Esta função de custo é definida como

$$D_{x,y}(d_x, d_y) = \sum_{(i,j) \in U} I_1(x+i, y+j) \cdot I_2(x+d_x+i, y+d_y+j), \quad (\text{B.4})$$

onde,  $d_x$  e  $d_y$  representam o deslocamento, ou a disparidade, avaliada.

Soma normalizada do produto cruzado: Função de custo baseada na intensidade do pixel da qual  $U$  é uma região próxima ao pixel analisado. Esta função de custo é definida como

$$D_{x,y}(d_x, d_y) = \frac{\sum_{(i,j) \in U} I_1(x+i, y+j) \cdot I_2(x+d_x+i, y+d_y+j)}{\sqrt{\sum_{(i,j) \in U} I_1(x+i, y+j)^2} \cdot \sqrt{\sum_{(i,j) \in U} I_2(x+d_x+i, y+d_y+j)^2}}, \quad (\text{B.5})$$

onde,  $d_x$  e  $d_y$  representam o deslocamento, ou a disparidade, avaliada.

Existem diversos outros tipos de funções de custo: funções de custo baseada em seqüências de bits, funções de custo específicas para imagens com mais de um canal, funções de custo baseadas em propriedades estatísticas, funções de custo baseadas em teoria da informação, dentre outras (Verri, 1998; Scharstein e Szeliski, 2002; Cyganek Bogustaw; Siebert, 2009).

### **B.3 Métodos de agregação**

A avaliação das funções de custo para os pares de pixels é o passo principal para o problema da estéreo correspondência. Entretanto, a análise de apenas um único valor tem muitas limitações, tais como a quantidade de bits pertencentes a um único pixel que normalmente varia de oito a dez, e características do processo de aquisição unicamente pertencentes a cada uma das câmeras, tal como a luminosidade captada pelo dispositivo. (Cyganek Bogustaw; Siebert, 2009).

Desta forma, agregar informação relativa aos pixels vizinhos é de suma importância para aumentar a unicidade dos elementos a serem usados no processo de otimização. De uma maneira mais informal, é muito mais fácil identificar a relação entre pixels pertencentes às imagens caso as características da vizinhança sejam consideradas. São exemplos de métodos de agregação a utilização de filtros binomiais, convolução baseada em gaussianas, e filtros de janela deslizante.

### **B.4 Algoritmos de Otimização**

Diversos algoritmos de Otimização têm sido desenvolvidos e adaptados de forma a serem utilizados na solução do problema de definição dos pontos homólogos. Existem dois grandes grupos nos quais os algoritmos de Otimização podem ser classificados: Os métodos locais e os métodos globais (Verri, 1998). Os métodos locais dão ênfase nos passos de avaliação da função de custo e no passo de agregação, enquanto os métodos globais enfatizam a avaliação da disparidade, e freqüentemente ignoram o método de agregação (Scharstein e Szeliski, 2002). Estes algoritmos também podem ser classificados como densos ou esparsos de acordo com a capacidade de gerar um mapa de disparidade completo. Logo, os algoritmos densos consideram todos os pixels da primeira imagem, enquanto os esparsos apenas um conjunto de pixels de interesse é considerado. Dentre os principais algoritmos utilizados, são relevantes: “Winner-tak-all”, “Phase-Matching”, “Graph-Cuts”, “Optic Flow”, e “Dynamic Programmig”. (Cyganek Bogustaw; Siebert, 2009) .

### **B.5 Refinamento da solução**

A maioria dos algoritmos de definição dos pontos homólogos estima a disparidade em um espaço discreto, onde a menor unidade é um pixel. A etapa de refinamento da solução tem como objetivo estender a solução discreta para uma solução com precisão entre pixels “Sub pixel precision”. Para realizar tal tarefa utiliza se de artifícios tais como aproximação da solução por uma parábola (Cyganek Bogustaw; Siebert, 2009).



## ANEXO C - CALIBRAÇÃO ESTEREOSCÓPICA

O processo de calibração tem como objetivo avaliar os parâmetros intrínsecos e extrínsecos de cada uma das câmeras. Os métodos de calibração têm sido alvo de diversos estudos (Thomas e Keller, 1990; Xu e Sugimoto, 1999; Shang *et al.*, 2004; Chen e Shi, 2005; Hu e Tan, 2005; Sun *et al.*, 2005; Teng *et al.*, 2006; Bauer *et al.*, 2008; Brady e Legge, 2009; Zou e Xu, 2009; Huang *et al.*, 2010), e podem ser classificados em dois grandes grupos de acordo com o método de calibração utilizado: calibração fotométrica, e auto calibração (Zhang, 2000).

A calibração fotométrica é caracterizada pela observação de um padrão cuja geometria no espaço tri-dimensional é conhecida com a precisão necessária. O objeto escolhido comumente é composto por dois ou três planos ortogonais entre si e o resultado normalmente é muito eficiente (Faugeras *et al.*, 1993).

Nos métodos de auto calibração, ao contrário da calibração fotométrica, um padrão não é utilizado, a câmera é movida sobre uma cena estática e as imagens adquiridas provêm os recursos necessários para a avaliação dos parâmetros intrínsecos e extrínsecos. Embora os métodos de auto calibração sejam extremamente flexíveis ainda há muito que se explorar, e atualmente os resultados obtidos por meio deste tipo método não são muito confiáveis (Zhang, 2000).

Um dos métodos de calibração mais usados é o método proposto por Zhang (Zhang, 2000). Este é classificado como um método de calibração fotométrica que utiliza como padrão um plano com um padrão de tabuleiro de xadrez impresso. O motivo do uso deste tipo de padrão é a facilidade de se encontrar os cantos internos (Zhang, 2000). O método faz uso de técnicas de Otimização para minimizar o erro na estimativa os parâmetros intrínsecos e extrínsecos a partir de uma condição inicial obtida analiticamente. O algoritmo pode ser sumarizado como se segue.

1. Obter imagens do padrão de tabuleiro de xadrez em varias posições distintas, transladando e rotacionando o padrão.
2. Detectar os cantos internos do padrão.
3. Estimar os parâmetros intrínsecos e extrínsecos analiticamente.

4. Estimar os parâmetros do modelo de distorção das lentes das câmeras por meio do método de mínimos quadrados.
5. Utilizar técnica de Otimização para refinar os resultados até atingir a condição de parada, normalmente o número máximo de interações ou erro aceitável.

## ANEXO D - ALGORITMO MASK CUTS

O processo de remoção do salto de fase tem como objetivo eliminar a descontinuidade causada pela função arco-tangente assim como definir o local onde a modulação é zero, ou seja, extinguir a ambigüidade causada pela presença do termo  $2\pi \cdot n, \forall n \in \mathbb{R}$ . Assim com descrito no anexo A , existem vários estudos que lidam com a complexidade dos métodos de remoção do salto de fase (Michalski *et al.*, 1986; Marron *et al.*, 1990; Quiroga e Bernabeu, 1994; Vandenhouten e Grebe, 1995; Servin *et al.*, 1998; Gasvik, 2002; Huang e Sung, 2010). Este anexo apresenta o método clássico de remoção de salto de fase “Mask Cuts” (Dennis C. Ghiglia e Pritt, 1998)

O algoritmo de remoção do salto de fase “Mask Cuts” é um método geométrico, que usa a integração local do gradiente da modulação e um mapa de qualidade para definir as barreiras por onde o caminho para a remoção do salto de fase<sup>32</sup> não pode passar, de forma a tornar a remoção do salto de fase independente do caminho. Este método pode ser dividido em cinco etapas distintas: definição do mapa de qualidade, definição da localização dos resíduos, definição das barreiras, minimização da espessura das barreiras, e remoção do salto de fase.

### D.1 Definição do mapa de qualidade

O mapa de qualidade tem como objetivo prover um indicador da qualidade da projeção de franjas. Embora o mapa de qualidade seja utilizado como um guia para o caminho para a remoção do salto de fase nos algoritmos guiados por mapas de qualidade, no algoritmo “Mask Cuts”, o mapa de qualidade é utilizado para traçar as barreiras. Normalmente a construção do mapa de qualidade é embasada na correlação de características do sinal, tais como o módulo e a fase. Para este estudo foi escolhido o mapa de qualidade de pseudocorrelação (Dennis C. Ghiglia e Pritt, 1998) que é definido pela EQ. D.1.

$$|z(x, y)| = \frac{\sqrt{(\sum_{k_a x k_a} \cos(\Delta\varphi_{x,y}))^2 + (\sum_{k_x k_k} \text{sen}(\Delta\varphi_{x,y}))^2}}{k_a^2} \quad (\text{D.1})$$

Onde,  $|z(x, y)|$  representa o valor do mapa de qualidade do pixel de coordenadas  $(x, y)$  na imagem,  $\Delta\varphi_{x,y}$  representa a diferença de fase relativa, e  $k_a$  é o tamanho da janela de cálculo.

<sup>32</sup> Integração do gradiente da fase

Para uma janela de cálculo de tamanho cinco os pixels analisados formam um quadrado de aresta igual a cinco, e o pixel central recebe o valor da qualidade calculado pela EQ. D.1.

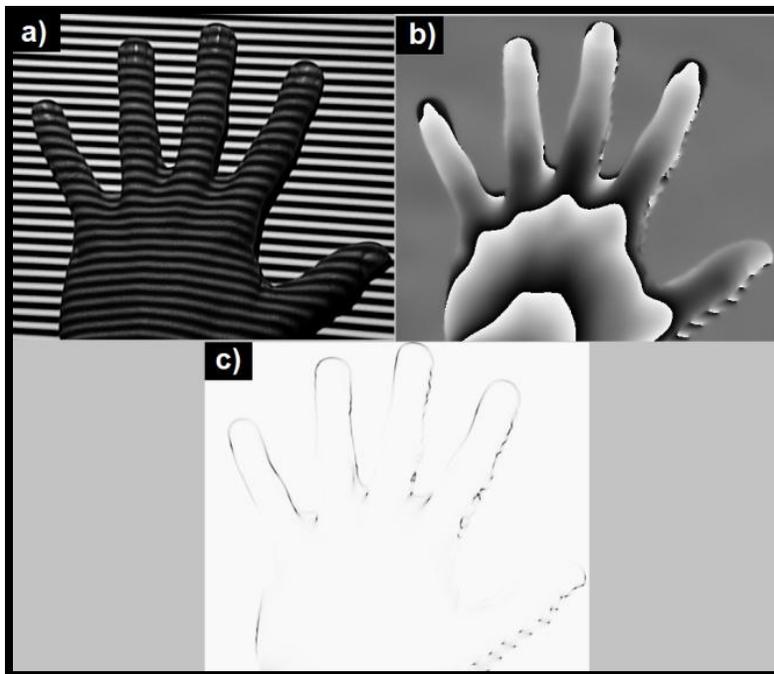


FIGURA D.1: Mapa de qualidade por pseudocorrelação  
 a) Imagem adquirida do mensurando; b) Diferença da fase relativa do mensurando e do plano de referência; c) Mapa de qualidade gerado a partir do método de pseudocorrelação.

Observando a FIG. D.1 percebe-se que nas regiões de sombra, e conseqüentemente onde o sinal é ruidoso, o mapa de qualidade é mais escuro, logo, baixa qualidade do sinal.

## D.2 Definição da localização dos resíduos

Assim como descrito no anexo A os resíduos são inconsistências locais no mapa de fase relativa, e podem ter carga positiva ou negativa. Os resíduos de cargas opostas devem ser ligados por barreiras de forma a tornar a remoção do salto de fase independente do caminho. A forma de identificar os resíduos que é comumente utilizada na implementação deste algoritmo é descrita pela EQ. A.32.

## D.3 Definição das Barreiras

Uma barreira é uma curva que faz a ligação entre resíduos cujo somatório das cargas é zero, ou que une um destes resíduos com a borda da imagem. (Dennis C. Ghiglia e Pritt, 1998), de forma que a remoção do salto de fase seja independente do caminho. O algoritmo usado neste

estudo utiliza os valores do mapa de qualidade para guiar a construção das barreiras entre resíduos e entre resíduos e bordas. Assim que um resíduo é encontrado, o algoritmo escolhe o pixel vizinho de menor qualidade para ser uma barreira, e este algoritmo é executado recursivamente até que a soma das polaridades dos resíduos encontrados seja zero, ou que uma borda seja encontrada. Este passo somente termina quando todos os resíduos presentes tenham sido ligados por uma barreira.

#### D.4 Minimização da espessura das barreiras

O processo de definição das barreiras, em uma quantidade expressiva dos casos, constrói barreiras de espessura muito grande, o que é indesejável. A maioria destas barreiras pode ter sua espessura diminuída sem afetar sua conectividade. O processo de minimização da espessura das barreiras visa verificar, para cada pixel da barreira, se a remoção deste afeta a conectividade da barreira, caso não afete, o pixel deve ser removido. Um pixel da barreira tem oito vizinhos imediatos (norte, sul, leste, oeste, nordeste, sudoeste, sudoeste, e noroeste). Para que o pixel da barreira possa ser removido é necessário que a quantidade de transições entre pixels vizinhos sejam menor ou igual a dois. A análise das transições é feita de três em três pixels (A, B, e C) nas configurações apresentadas pela FIG. D.2. Para cada uma das configurações mostradas pela legenda desta figura a quantidade de transições é incrementada de uma unidade.

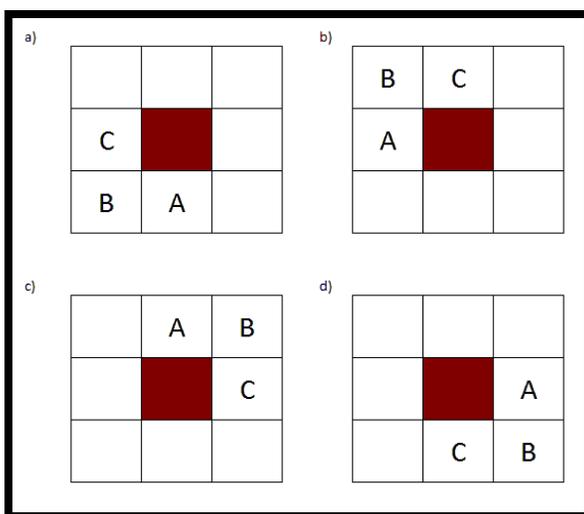


FIGURA D.2: Diminuição da espessura das barreiras.

a) "A" é barreira e "C" não é; b) "A" não é barreira e "B" é; c) "A" e "B" não são barreiras e "C" é; d) "A" e "C" não são barreiras e "B" é

Após incrementar o contador para as quatro configurações descritas na FIG. D.2, se o contador for menor ou igual a dois, o pixel analisado (Pixel central), pode ser removido (Dennis C. Ghiglia e Pritt, 1998).

### D.5 Remoção do salto de fase

O método de remoção do salto de fase é estabelecido por meio de um processo recursivo, e definido como se segue.

$$\psi(n) = \psi(0) + \sum_n \mathcal{W}\{\Delta\{\varphi(n)\}\} \quad (\text{D.2})$$

para todo,

$$-\pi \leq \Delta\{\varphi(n)\} \leq \pi \quad (\text{D.3})$$

onde  $\psi(n)$  representa a modulação após a remoção do salto de fase,  $\psi(0)$ , representa o local onde a não há salto de fase, ou seja, o local onde a função  $k(x)$  é nula,  $\varphi(n)$  representa a fase antes da remoção, o operador  $\Delta\{f(n)\}$  representa o operador gradiente  $\Delta\{f(n)\} = f(n + 1) - f(n)$ , e o operador  $\mathcal{W}\{\varphi(n)\}$ , representa o operador salto de fase  $\mathcal{W}\{\varphi(n)\} = \psi(n)$ . EQ. A.18 Utilizando a relação estabelecida pela EQ. D.2, um pixel da imagem é escolhido como o local onde a função  $k(x)$  é nula, ou seja,  $\psi(0)$ , e os vizinhos são analisados. Caso o vizinho não seja uma borda da imagem, uma barreira ou um resíduo, ele é acrescentado na fila dos pixels a terem a remoção do salto de fase realizada, após a análise o próximo pixel da fila é submetido ao processo de remoção do salto de fase descrito pela EQ. D.2, e seus vizinhos são analisados. O algoritmo somente termina quando todos os pixels da imagem forem cobertos<sup>33</sup>.

<sup>33</sup> A remoção do salto de fase relativo às barreiras e resíduos somente é realizada ao final do processo, e também utiliza a EQ. D.2 para tal.

## ANEXO E - INSTRUMENTO DE MEDIÇÃO CONSTRUÍDO

O instrumento de medição foi constituído por duas câmeras, um projetor LCD, estruturas de suporte, e software especificamente construído para o processamento dos dados. Este anexo apresenta detalhes da construção do instrumento de medição tais como desenhos técnicos e estruturação do software de processamento digital de imagens.

### E.1 Sistema de aquisição de imagens

Antes de apresentar o sistema de aquisição utilizado, é importante frisar que as câmeras e lentes escolhidas são primariamente destinadas à detecção de detalhes. Portanto estas lentes têm alto fator de magnificação, e, conseqüentemente, alto fator de distorção das lentes. Foram utilizadas duas câmeras analógicas Hitachi® modelo KP-D20B, sensor CCD, resolução 768x494 pixels. A TAB. E.1 apresenta a especificação técnica da câmera.

TABELA E.1  
Especificação técnica da câmera

| Item                       | Descrição  |
|----------------------------|--|
| Opções de Padrões de saída | NTSC*, PAL   |
| Opções de Resolução        | NTSC: 768x494*, PAL: 752x582                                   |
| Relação Sinal/Ruído        | 50dB   |
| Opções de Shutter          | 1/100, 1/250, 1/500, 1/1000, 1/2000, 1/4000, 1/10000*, 1/20000 |
| Opções White Balance       | Automático*, Pré-selecionado, Manual                           |
| Peso                       | 120gramas  |

\*Opção selecionada

FONTE: (Hitachi(R), 2002)

A FIG. E.3 Mostra o desenho técnico da parte exterior da câmera.

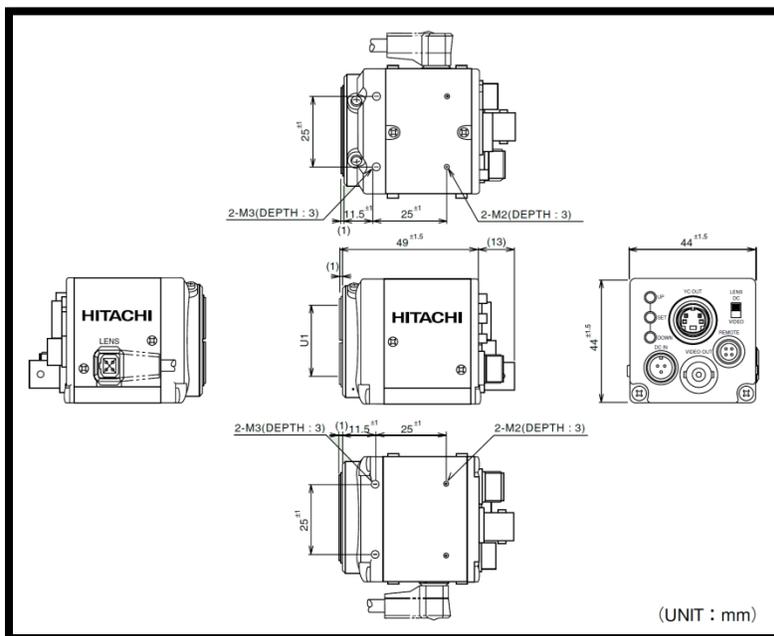


FIGURA E.3: Câmera utilizada para a aquisição das imagens.  
 FONTE: (Hitachi<sup>(R)</sup>, 2002)

Em cada uma das câmeras foram utilizadas lentes da Edmund Optics® modelo #54-363 com foco e zoom ajustáveis e com magnificação máxima igual a dez vezes. A TAB. E.2 apresenta a especificação técnica da lente.

TABELA E.2

Especificação técnica das lentes

| Item                      | Descrição     |
|---------------------------|---------------|
| Magnificação              | Até dez vezes |
| Distância focal (mm)      | De 13 a 130   |
| Profundidade de foco (mm) | 152 a 457     |
| Diâmetro (mm)             | 48            |
| Profundidade (mm)         | 98.5          |
| Peso (g)                  | 233           |

FONTE: (Edmundoptics(R), 2006)

A FIG. E.4 Mostra o desenho técnico da parte exterior da lente utilizada.

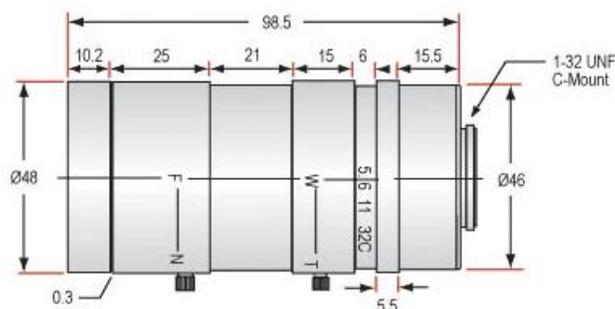


FIGURA E.4: Lente utilizada na aquisição das imagens.

FONTE: (Edmundoptics<sup>(R)</sup>, 2006)

Dimensões em milímetros.

Foi utilizada a placa de aquisição de vídeo modelo PV-CX850U-F do fabricante PixelView. A TAB. E.3 apresenta a especificação técnica da placa, que foi retirada do manual do fabricante.

TABELA E.3

Especificação técnica da placa de aquisição de vídeo

| Item                                     | Descrição          |
|--|--------------------|
| Resolução do conversor analógico digital | 10bits             |
| Interface física de saída                | USB 2.0            |
| Interface física de aquisição            | S-Vídeo*, RCA, BNC |
| Interface Lógica de saída                | USB 2.0            |
| Interface Lógica de aquisição            | PAL, NTSC*         |

\* Opção selecionada

FONTE: (Pixelview<sup>(R)</sup>, 2008)

Para a geração das franjas foi utilizado o mini projetor de vídeo modelo SP-P400 do fabricante Samsung. A TAB. E.4 apresenta a especificação técnica do equipamento.

TABELA E.4

Especificação técnica do projetor

| Item                | Descrição                  |
|---------------------|----------------------------|
| Resolução           | 800x600                    |
| Tecnologia          | Projetor de LED            |
| Dimensões           | 147.5mm x 64.5mm x 145.5mm |
| Brilho              | 150 ANSI                   |
| Contraste           | 1000:1                     |
| Relação sinal ruído | 30dB                       |

FONTE: (Samsung<sup>(R)</sup>, 2009)

## E.2 Software de Processamento

O software de processamento foi desenvolvido especificamente para este estudo, cabe a ele todo o processamento digital de imagens e cálculo das coordenadas do mensurando no espaço. Os principais requisitos do software de processamento utilizado são apresentados pela TAB. E.5.

TABELA E.5  
Principais requisitos do software de processamento

| Identificação | Descrição  |
|---------------|--|
| 1             | Viabilizar a interface com a placa de aquisição de vídeo.  |
| 2             | Enviar as imagens a serem projetadas ao projetor.  |
| 3             | Configurar os parâmetros de aquisição de imagens.  |
| 4             | Armazenar e recuperar experimentos realizados incluindo parâmetros e imagens.  |
| 5             | Processamento relativo à técnica estereoscópica.   |
| 6             | Processar as informações necessárias para definir a posição do plano de referência e do projetor.                      |
| 7             | Calcular a fase relativa.  |
| 8             | Calcular os parâmetros de sensibilidade.   |
| 9             | Fazer a remoção do salto de fase.  |
| 10            | Calcular o mapa de qualidade.  |
| 11            | Estabelecer a área de interesse.   |
| 12            | Calcular o passo de triangulação da técnica de Moiré de projeção.  |
| 13            | Calcular o passo de triangulação da técnica proposta.  |
| 14            | Gerar a visualização tri-dimensional do mensurando e da disposição das câmeras, do projetor, e do plano de referência. |
| 15            | Mostrar as coordenadas de um ponto específico do mensurando.   |
| 16            | Mostrar de forma tri-dimensional a localização dos elementos no espaço.  |

O software foi desenvolvido em linguagem C++ e utilizou as seguintes bibliotecas previamente codificadas: Microsoft® Foundation Classes Library – MFC, OpenGL®, OpenCV®, Microsoft Direct Show® e C++ Standard Template Library STL. A FIG. E.5 mostra o diagrama de contexto do software utilizado.

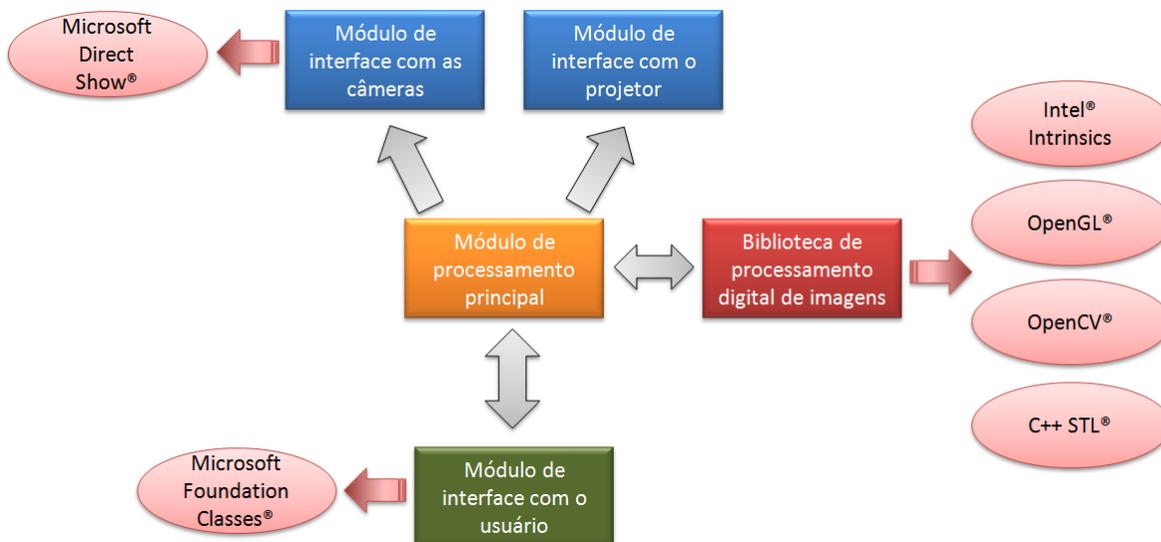


FIGURA E.5: Diagrama de contexto do software desenvolvido

O módulo de interface com as câmeras encapsula a biblioteca Microsoft Direct Show® provendo ao módulo de processamento principal a possibilidade de alterar as configurações da placa de aquisição de vídeo assim como uma função de “Callback” que é chamada para cada imagem adquirida<sup>34</sup>. O módulo de interface com o projetor utiliza os recursos provindos pela biblioteca de processamento digital de imagens por meio do módulo de processamento principal de forma a viabilizar a projeção das imagens. O módulo de processamento principal tem a função de gerenciar as várias tarefas necessárias aos módulos de interface, além de disponibilizar os serviços da biblioteca de processamento digital de imagens para os demais módulos do software. A biblioteca de processamento digital de imagens é composta por uma série de classes que realizam funções comuns a todo o software, tais como: Filtros de imagens, triangulação, calibração relativa à técnica estereoscópica, cálculo de fase relativa, remoção do salto de fase, apresentação tri-dimensional em escala, cálculo de mapa de qualidade, dentre outras. Algumas destas tarefas são realizadas por meio do encapsulamento de funções das bibliotecas OpenCV® e OpenGL®, outras foram codificadas em sua totalidade. Tarefas que são críticas do ponto de vista de processamento utilizam a biblioteca Intel Intrinsic® (Fog, 2009) de forma a permitir o processamento paralelo não concorrente dos

<sup>34</sup> É comum utilizar o termo “frame” para referenciar as imagens que constituem um vídeo.

pixels<sup>35</sup>. O módulo de interface com o usuário tem como principal função desenhar as janelas de interface com o usuário e captar os eventos gerados por este.

### **E.3 Demais itens**

O padrão de tabuleiro de xadrez utilizado tem 9x7 cantos internos e cada aresta tem 18.05mm de comprimento. Foi utilizado um plano de referência de cor branca e dimensões 250.0mm x 150.0mm x 50.0mm. A avaliação da superfície do plano de referência não foi realizada, sendo as incertezas associadas consideradas pela avaliação da repetibilidade das distâncias medidas no plano inclinado que é apresentada em secções posteriores. Foi utilizado um plano inclinado com um papel milimetrado de dimensões 250.0mm x 150.0mm, resolução igual a 0.5mm e repetibilidade associada à confiabilidade de 68% igual a 0.3mm, fixado em sua superfície. Este material foi usado na avaliação metrológica da técnica de medição proposta assim como na comparação desta com a técnica de Moiré de Projeção.

<sup>35</sup> Estas funções não utilizam os recursos de Multithread® e sim operações algébricas paralelas dentro do processador.