

Ana Catarina Cantoni Roque

**UMA INVESTIGAÇÃO SOBRE A PARTICIPAÇÃO DA HISTÓRIA DA
MATEMÁTICA EM UMA SALA DE AULA DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

Belo Horizonte
Faculdade de Educação da UFMG
2012

Ana Catarina Cantoni Roque

**UMA INVESTIGAÇÃO SOBRE A PARTICIPAÇÃO DA HISTÓRIA DA
MATEMÁTICA EM UMA SALA DE AULA DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação: Conhecimento e Inclusão Social da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação.

Área de concentração: Educação

Linha de Pesquisa: Educação Matemática

Orientadora: Prof^a. Dra. Maria Laura Magalhães Gomes

Belo Horizonte
Faculdade de Educação da UFMG

2012

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS- GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO: CONHECIMENTO E
INCLUSÃO SOCIAL

Dissertação intitulada UMA INVESTIGAÇÃO SOBRE A PARTICIPAÇÃO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM UMA SALA DE AULA DO ENSINO FUNDAMENTAL, de autoria de ANA CATARINA CANTONI ROQUE, analisada pela banca examinadora constituída pelos seguintes professores:

Prof^ª. Dra. Maria Laura Magalhães Gomes
Instituto de Ciências Exatas - ICEx - UFMG

Prof^ª. Dra. Cristina de Castro Frade
Faculdade de Educação – UFMG

Prof. Dr. Airton Carrião Machado
Colégio Técnico COLTEC - UFMG

*Dedico esta dissertação a Deus,
que está permitindo que eu me torne
mestre em Educação.*

AGRADECIMENTOS

Acima de tudo, agradeço a Deus, que me deu a vida, pelo amor com o qual cuida de mim e por permitir-me trilhar o maravilhoso caminho do conhecimento.

Ao meu amado esposo, Ronaldo, presente de Deus para mim, pelo amor, pela paciência, por ter tolerado todas as minhas ausências e falhas ao longo desse percurso, pelo apoio, pela admiração e, especialmente, por ter me auxiliado, desde a coleta dos materiais empíricos até a formatação final desta dissertação, em tudo o que se relaciona às tecnologias da informação e comunicação.

À minha mãe, Elena, e ao meu pai, Mário, por se alegrarem e se orgulharem com minhas conquistas, o que me inspira a prosseguir em busca dos meus sonhos; pelo amor, pelo apoio e pelo investimento.

Aos meus irmãos, Júlio, Gilberto, Felipe e, de modo especial, à minha irmã Andréa, por se alegrarem comigo e me incentivarem todo o tempo.

A minha grande amiga Josiane, pela amizade, pelo companheirismo, pelas confidências, pelos incentivos e, especialmente, por ter aceitado fazer parte desta pesquisa.

À professora Maria Laura Magalhães Gomes, cuja dedicação, comprometimento e competência fizeram com que se tornasse para mim um exemplo a ser seguido. Obrigada por ter aceitado ser minha orientadora, por me incentivar, por acreditar em minhas capacidades; por todas as correções, que muito contribuíram para o meu crescimento, pelos preciosos encontros de orientação e por ter dedicado seu tempo para que este trabalho se tornasse possível.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Educação da UFMG, especialmente aos da linha de pesquisa em Educação Matemática, pelas valiosas discussões nas disciplinas que muito contribuíram para meu crescimento acadêmico e profissional.

Aos professores Cristina de Castro Frade, Airton Carrião Machado, Teresinha Fumi Kawasaki e Maria Manuela Martins Soares David, por aceitarem ler e avaliar esta dissertação.

A todos os colegas que conheci no mestrado, pelas trocas de conhecimentos, por compartilharem os mesmos e variados sentimentos, típicos dessa trajetória; pela companhia em nossas divertidas viagens para apresentação de trabalhos.

Aos amigos da Oitava Igreja Presbiteriana de Belo Horizonte e à Cleuza, pelas orações, especialmente nos momentos em que tive que tomar decisões difíceis ao longo desse percurso.

Aos alunos que aceitaram fazer parte desta pesquisa e tornaram agradáveis os momentos que passei com eles na pesquisa de campo.

À CAPES, pela concessão da bolsa.

RESUMO

Nesta pesquisa, buscou-se investigar as potencialidades pedagógicas da História da Matemática em uma sala de aula de Matemática de estudantes do Ensino Fundamental tomando como referencial uma perspectiva de aprendizagem situada. Foram delimitados como objetivos do estudo: identificar as potencialidades pedagógicas da História da Matemática que se tornam mais evidentes em uma situação real de sala de aula; identificar as formas de participação dos alunos durante a realização de atividades nas quais a História da Matemática está presente, sob a perspectiva de aprendizagem situada adotada; investigar mudanças de participação e consequente aprendizagem desses estudantes na sala de aula, buscando compreender como a presença da História da Matemática contribui para que ocorram tais mudanças. No trabalho de campo, elaboraram-se, em cooperação com uma professora de uma escola da Rede Municipal de Educação de Belo Horizonte, algumas atividades relacionadas à História da Matemática referentes ao tema “Números Inteiros”, que foram aplicadas para turmas de 7º ano do Ensino Fundamental. A coleta de material empírico foi realizada durante aproximadamente três meses de observação participante em aulas dessa professora, especialmente aquelas em que essas atividades foram desenvolvidas. Como instrumentos de coleta de material empírico foram utilizados diário de campo, gravações em áudio e vídeo, aplicação de dois questionários aos alunos e entrevistas com a professora e com alguns alunos. A análise dos materiais empíricos tomou como referência estudos dos campos da História da Matemática na Educação Matemática e da Aprendizagem Situada. Como resultado da investigação verificou-se que, ao longo do desenvolvimento das atividades com a presença da História, várias potencialidades pedagógicas desta se fizeram presentes e que essas atividades contribuíram para a mudança de participação e consequente aprendizagem dos estudantes.

Palavras - chave: História da Matemática na Educação Matemática; Potencialidades Pedagógicas da História da Matemática na Educação Matemática; Números Inteiros; Aprendizagem Situada.

ABSTRACT

In this study we sought to investigate the pedagogical potentialities of History of Mathematics in a mathematics classroom of elementary school students, having as reference a perspective of situated learning. The following were defined as objectives of the research: to identify the pedagogical potentialities of the History of Mathematics, which become more evident in a real classroom; to identify the forms of participation of students during the conduct of activities in which the History of Mathematics is present, from the perspective of situated learning adopted; to investigate changes in participation and subsequent learning of students in the classroom, trying to understand how the presence of the History of Mathematics contributes to the occurrence of such changes. During the fieldwork, some activities related to the History of Mathematics on the subject "Integer Numbers" were prepared in cooperation with a teacher from a public municipal school in Belo Horizonte. Those activities were applied to groups of the seventh grade of Elementary School. Empirical material was collected during three months, with participant observation in classrooms of the referred teacher, especially those in which these activities were developed. Field notes, audio and video registers, two questionnaires addressed to students and interviews with the teacher and some students were used as instruments for collecting empirical data. The analysis of empirical material was based on studies on History in Mathematics Education and Situated Learning. As main results of the investigation it was found that during the development of historical activities several pedagogical potentialities of History of Mathematics were presented, and that these activities contributed to the change in participation and consequent learning of students.

Keywords: History of Mathematics in Mathematics Education; Pedagogical potentialities of the History of Mathematics in Mathematics Education; Integer Numbers; Situated Learning.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1- Quadro de contagem chinês – versões professor e alunos	73
FIGURA 2- Homem chinês utilizando um quadro de contagem	74

LISTA DE TABELAS

QUADRO 1 - Cronograma das intervenções	54
--	----

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	12
2	APORTES TEÓRICOS.....	16
2.1	História da Matemática na Educação Matemática	16
2.2	Uma síntese sobre a história dos números negativos	27
2.3	A perspectiva de aprendizagem situada que adotamos neste trabalho	32
3	RELATO SOBRE O TRABALHO DE CAMPO	37
3.1	Procedimentos metodológicos.....	37
3.2	Sobre nossa inserção no campo	39
3.2.1	Primeiro momento: contato com a direção da escola.....	41
3.2.2	Segundo momento: contato com os alunos do 7º ano	43
3.3	Algumas informações sobre a Escola Municipal Consulesa.....	45
3.4	Apresentando a professora Josi	47
3.5	Breve descrição das turmas	50
3.6	Sobre a elaboração das atividades	52
3.7	Relato das atividades desenvolvidas nas turmas 707 e 708.....	54
3.7.1	Primeira atividade – questionário sobre a matemática.....	56
3.7.2	Segunda atividade – Texto sobre a história dos números negativos	58
3.7.3	Terceira atividade – Números chineses de Shang	61
3.7.4	Quarta atividade – Introduzindo a soma de inteiros utilizando varas de contagem chinesas.....	64
3.7.5	Quinta atividade – Introduzindo a subtração de inteiros utilizando varas de contagem chinesas.....	70
3.7.6	Sexta atividade – Operando com o quadro de contagem chinês	72
3.7.7	Sétima atividade – Multiplicação e divisão de inteiros seguindo as ideias de Euler....	76
3.7.8	Oitava atividade – Questionário final.....	78
4	ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	80
4.1	As potencialidades pedagógicas da História da Matemática.....	80
4.1.1	A História como fonte de motivação.....	82
4.1.2	A História como fonte de métodos pedagogicamente adequados e interessantes para a abordagem de certos campos ou tópicos matemáticos e como instrumento capaz de promover a aprendizagem significativa e compreensiva da matemática.....	83
4.1.3	A História da Matemática contribuindo para a prática didática da professora.....	88

4.1.4	A História da Matemática contribuindo para o entendimento da natureza da matemática.....	90
4.1.5	Outras potencialidades pedagógicas da História da Matemática que estiveram presentes em nossa investigação	92
4.2	Prática e participação em nossa investigação	94
4.3	Analisando a mudança de participação dos alunos	98
4.3.1	A participação dos alunos na segunda e na terceira atividades.....	100
4.3.2	A participação dos alunos na quarta atividade	102
4.3.3	A participação dos alunos na quinta atividade	104
4.3.4	A participação dos alunos na sexta atividade	105
4.3.5	A participação dos alunos na sétima atividade.....	107
4.3.6	Mudança de participação de alunos da turma 707.....	108
4.3.6.1	Joyce: da participação periférica legítima à participação plena	108
4.3.6.2	Michel: da participação marginal à participação plena	109
4.3.6.3	Richard: de participante marginal a participante pleno	111
4.3.7	Mudança de participação de alunos da turma 708.....	115
4.3.7.1	Rafael: da participação marginal à participação periférica legítima	115
4.3.7.2	Jane: da participação marginal à participação plena	118
4.3.7.3	Saiury: de participante marginal a participante plena	119
4.3.7.4	Edgar: de participante periférico legítimo a participante pleno	122
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	124
6	REFERÊNCIAS	131
	APÊNDICE A	136
	APÊNDICE B.....	137
	APÊNDICE C.....	139
	APÊNDICE D	140
	APÊNDICE E.....	141
	APÊNDICE F.....	142
	APÊNDICE G	144
	APÊNDICE H	146

1 INTRODUÇÃO

Durante minha formação inicial em Licenciatura em Matemática só tive contato com a História da Matemática em uma única disciplina, oferecida no último semestre do curso, chamada “História da Matemática”. No entanto, a forma como essa disciplina foi ministrada não me proporcionou oportunidades, dentro do curso de graduação, de vivenciar situações de ensino e aprendizagem que envolvessem a História da Matemática como um recurso metodológico para o ensino. Na verdade, durante a graduação, os contatos que tive com esse tema tiveram lugar em conversas informais com a professora Maria Laura Magalhães Gomes, que foi minha professora em duas disciplinas relacionadas à Educação Matemática. Contudo, apesar de informais, essas conversas foram suficientes para me motivar a conhecer mais sobre o assunto.

Após começar a atuar como docente, em 2005, na Rede Municipal de Educação de Belo Horizonte, motivada pelas conversas que havia tido com a professora Maria Laura, em algumas ocasiões, tive experiências de contar para meus alunos histórias relacionadas à História da Matemática ou a fatos que se relacionavam com a matemática. Apesar de inserida intencionalmente por mim, nessas ocasiões, a participação da História da Matemática não foi pensada como metodologia de ensino. As ideias que me motivaram a buscar a participação da História da Matemática foram variadas e são basicamente: justificar as necessidades práticas e sociais que levaram ao desenvolvimento das ideias relacionadas a certo conteúdo matemático do currículo escolar; motivar a aprendizagem desse conteúdo; situar a matemática como uma ciência criada e historicamente desenvolvida pelo homem; mostrar conexões entre a matemática e outras ciências, de modo a contextualizá-la; apontar curiosidades sobre a matemática e tentar responder a alguns porquês cronológicos, ou seja, “aquelas explicações cuja legitimidade não poderia ser caracterizada como uma necessidade lógica” e que, diferentemente, “são razões de natureza histórica, cultural, casual, convencional que estariam na base de sua aceitação” (MIGUEL; MIORIM, 2004, p. 46).

Nessas ocasiões, ao buscar a participação da História, percebi que a maioria dos alunos se mostrou interessada pelo que estava sendo contado. O que mais me despertou a atenção, porém, foi o fato de, meses depois, ou até mesmo nos anos seguintes, numa situação de alusão às histórias contadas, os alunos se lembrarem das mesmas, estando, entre esses alunos, inclusive alguns com baixo desempenho em Matemática. Isso pôde ser percebido principalmente com os estudantes que ficaram retidos no 9º ano do Ensino Fundamental.

Quando começava a contar as histórias que já haviam escutado no ano anterior, eles mesmos rapidamente se manifestavam, dizendo que se lembravam delas.

Foi a partir dessas experiências pontuais com a presença da História, principalmente a História da Matemática, no trabalho com minhas próprias turmas de estudantes da Educação Básica, que me senti motivada a buscar na literatura de pesquisa em Educação Matemática ideias de como integrar a História da Matemática, de maneira mais sistemática, em minhas aulas. Lembrando-me das conversas que havia tido com a professora Maria Laura e sabendo de sua experiência e interesse pelo tema, procurei-a pedindo que ela me recomendasse algumas referências para leitura. O primeiro livro que ela me indicou para estudo foi *História na Educação Matemática: propostas e desafios*, de Antônio Miguel e Maria Ângela Miorim. Foi por meio desse livro que tomei consciência da existência da área de pesquisa em Educação Matemática que investiga as relações entre a História e o ensino-aprendizagem da Matemática. Também foi nesse livro que me deparei, pela primeira vez, com argumentos favoráveis e contra a integração da História da Matemática no ensino.

Desde então, meu interesse pelo tema vem crescendo e busquei outras fontes que me permitissem aprofundar meus conhecimentos sobre esse assunto. Nessa busca, percebi que, no Brasil, há uma escassez de referências bibliográficas que tratam da História da Matemática com uma abordagem voltada ao ensino e que poucas pesquisas têm sido feitas para investigar as relações entre a História e o ensino-aprendizagem da Matemática.

Foi assim que, em 2009, sentindo o desejo de prosseguir em meus estudos e de me qualificar melhor, decidi participar do processo de seleção de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação: Conhecimento e Inclusão Social, da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais, no qual, na primeira fase, é necessário apresentar um projeto de pesquisa. Ao escrever meu projeto, dei-me conta de que, ao investigar sobre as contribuições da História da Matemática para o ensino-aprendizagem da Matemática, seria preciso analisar a aprendizagem dos alunos. Naquela época, tive conhecimento de pesquisas que já haviam sido feitas ou ainda estavam em desenvolvimento, na linha de pesquisa em que eu desejava me inserir, que tomavam como referencial uma perspectiva de aprendizagem situada. Os contatos com alguns colegas me propiciaram o acesso a textos que focalizavam essa perspectiva de aprendizagem e, então, planejei adotá-la como referencial em meu projeto. Assim, no processo de seleção para o mestrado apresentei uma proposta de pesquisa intitulada “Uma investigação sobre o uso da História da Matemática em uma sala de aula do Ensino Fundamental”, na qual procurei inserir os conhecimentos que tinha, na época, acerca da aprendizagem situada. Fui aprovada e, desde março de 2010, tendo como orientadora a

professora Maria Laura Magalhães Gomes, dediquei-me à pesquisa que deu origem a esta dissertação.

Para orientar nosso estudo, que teve como objetivo geral investigar as potencialidades pedagógicas da História da Matemática, em uma sala de aula de Matemática de estudantes do Ensino Fundamental, tomando como referencial uma perspectiva de aprendizagem situada, elegemos como objetivos específicos:

- I. identificar as potencialidades pedagógicas da História da Matemática, que se tornam mais evidentes em uma situação real de sala de aula;
- II. identificar as formas de participação dos alunos durante a realização de atividades nas quais a História da Matemática está presente, sob a perspectiva de aprendizagem situada adotada;
- III. investigar mudanças de participação e conseqüente aprendizagem desses estudantes na sala de aula, buscando compreender como a presença da História da Matemática contribui para que tais mudanças ocorram.

Com esta pesquisa, pretendemos trazer contribuições para o campo da Educação Matemática, especialmente para o campo que investiga a participação da História da Matemática na Educação Matemática. Além disso, esperamos que este estudo esclareça melhor, não apenas para nós, mas também para todos os que vierem a ler o relato de nossa pesquisa, acerca das formas pelas quais podemos recorrer à História da Matemática como um recurso didático. Desejamos, ainda, contribuir no que diz respeito ao melhor conhecimento dos resultados obtidos quando recorremos a esse recurso no processo de ensino-aprendizagem.

Esta dissertação está estruturada em três capítulos, mais um texto de considerações finais. No capítulo “Aportes Teóricos”, apresentamos algumas considerações sobre a História da Matemática na Educação Matemática, ressaltando as potencialidades pedagógicas, cuja presença investigamos em nosso trabalho de campo, e a perspectiva de aprendizagem situada que tomamos como referencial para nossa análise. Além disso, trazemos uma breve síntese sobre a história dos números negativos, que foi o tema escolhido para as atividades que desenvolvemos nas salas de aula investigadas.

No capítulo seguinte, apresentamos o trabalho de campo da pesquisa. Descrevemos o contexto no qual ele foi realizado, os procedimentos metodológicos adotados e relatamos a elaboração e o desenvolvimento das atividades propostas em duas salas de aula do 7º ano do Ensino Fundamental em uma escola da Rede Municipal de Educação de Belo Horizonte.

O último capítulo é dedicado à análise e discussão dos materiais empíricos da investigação. Começamos discutindo as potencialidades pedagógicas da História da Matemática cuja presença conseguimos identificar em nosso trabalho de campo. A seguir, descrevemos a prática que ocorria nas salas de aula investigadas e as formas de participação dos estudantes nessa prática. Por fim, analisamos a participação dos alunos em cada uma das atividades que propusemos e destacamos a mudança de participação de sete alunos, tentando relacionar essa mudança à presença da História da Matemática na sala de aula.

Nas considerações finais, retomamos brevemente o trabalho de campo e os principais resultados da investigação. Apresentamos, ainda, reflexões gerais suscitadas pela pesquisa como um todo.

2 APORTES TEÓRICOS

Neste capítulo, composto de três partes, apresentaremos os aspectos teóricos que nortearam a nossa pesquisa. Na primeira seção, abordamos a integração da História da Matemática à Educação Matemática. Na segunda seção, apresentamos um breve relato sobre a história dos números negativos, tema que perpassou todas as atividades que desenvolvemos nas salas de aula de nossa pesquisa de campo. Na terceira seção, discorremos sobre a perspectiva de aprendizagem situada, que fundamenta nossa análise da aprendizagem dos alunos.

2.1 História da Matemática na Educação Matemática

As preocupações com a introdução de elementos históricos na Matemática escolar brasileira apareceram de maneira explícita, talvez pela primeira vez, na legislação da década de 1930, mais especificamente na Reforma Francisco Campos, consolidada em 1932. Nessa época, autores de livros didáticos, como Cecil Thiré, Melo e Souza e Euclides Roxo, que assumiram as orientações dessa reforma, incorporaram em suas obras elementos de História da Matemática. No entanto, no Brasil, tais preocupações estiveram presentes antes disso, especialmente em livros didáticos de matemática mais antigos, por meio de observações e comentários sobre temas ou personagens da História da Matemática. Isso se deu particularmente no final do século XIX e início do século XX, época em que se podia perceber também, em programas oficiais de matemática, uma preocupação com a preservação de certos métodos e concepções historicamente produzidos (MIGUEL; MIORIM, 2004).

Já durante as décadas de 1960 e 1970 e início dos anos de 1980, momento de domínio das ideias da Matemática Moderna, de acordo com Vianna (1995), a integração da História na educação matemática escolar não era vista com um olhar favorável. André Lichnerowicz, por exemplo, um dos maiores defensores, na França, da implantação da estruturação curricular ditada por esse movimento, era contra o uso didático da História da Matemática, segundo o autor que acabamos de mencionar.

Quando as críticas às propostas do Movimento da Matemática Moderna começaram a se intensificar, nos anos finais da década de 1980, as manifestações em favor da participação da História em textos voltados para a prática pedagógica em Matemática começaram a aumentar. A partir da década de 1990, houve, então, uma ampliação do trabalho com

elementos históricos em produções brasileiras destinadas à matemática escolar (MIGUEL; MIORIM, 2004).

Ademais, o tema da História na Educação Matemática tem estado presente em congressos de Educação Matemática, tanto nacionais quanto internacionais, e é foco das investigações de grupos de pesquisa que estudam relações entre a História da Matemática e a Educação Matemática. Como exemplos, podemos citar dois eventos: o X Encontro Nacional de Educação Matemática, que aconteceu em 2010 (X ENEM - 2010), no qual foram apresentados 80 trabalhos relacionados ao tema “História da Matemática e da Educação Matemática”, dentre os quais uma mesa redonda intitulada “História(s) em aula de Matemática”, que teve a participação dos professores Iran Abreu Mendes, Maria Ângela Miorim e Maria Laura Magalhães Gomes, e o XIII Congresso Interamericano de Educação Matemática (XIII CIAEM), que ocorreu em 2011, no qual o tema “História e Epistemologia” contou com 54 trabalhos inscritos. Entre grupos internacionais de pesquisa, uma instância importante quanto às relações entre História e Educação Matemática é representada pelo International Study Group on the Relations Between the History and Pedagogy of Mathematics (HPM), associado à ICMI.¹ Essa associação de pesquisadores tem representantes de vários países, inclusive o Brasil, e entre os seus membros estão pesquisadores em matemática, pesquisadores em Educação Matemática, historiadores da matemática, professores de Matemática e elaboradores de propostas curriculares.

Assim, apesar de indicações relativas à participação da História da Matemática no ensino serem antigas, podemos ver que é somente há cerca de 20 anos que seu papel didático, de uma forma mais sistemática, tem ganho relevo e importância. Hoje, na maior parte dos livros didáticos publicados no Brasil, especialmente naqueles voltados para o Ensino Fundamental e para o Ensino Médio, podem ser encontrados trechos relacionados à História da Matemática. Temas específicos da História da Matemática têm sido contemplados, também, no mercado editorial brasileiro, por livros paradidáticos.²

Mendes *et al.* fazem uma crítica à maneira como a História da Matemática é apresentada em livros didáticos brasileiros, dizendo que as informações históricas presentes nos mesmos “(...) geralmente falam sobre figuras históricas e acontecimentos que se

¹ International Commission on Mathematical Instruction.

² Como exemplos, podemos citar os livros *Os números na história da civilização* e *Descobrimo o Teorema de Pitágoras*, ambos da coleção *Vivendo a Matemática*, publicada pela editora Scipione.

constituem em algo meramente desnecessário à aquisição (geração/construção) de conhecimento matemático pelo estudante” (MENDES *et al.* , 2006, p. 83-84).

Um documento muito importante para a Educação Básica no Brasil, no sentido de subsidiar a elaboração de currículos, são os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), destinados ao Ensino Fundamental e publicados durante a década de 1990. Nas orientações desse documento referentes à matemática, encontramos o seguinte trecho, que se refere à integração da História da Matemática na Educação Matemática:

A História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento. Além disso, conceitos abordados em conexão com sua história constituem veículos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo. A História da Matemática é, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural (BRASIL, 1998, p. 42).

Nesse documento, a História da Matemática é apontada como um recurso para se “fazer matemática” na sala de aula. Além de indicar os problemas históricos como uma fonte à qual se pode recorrer no trabalho com resoluções de problemas, várias outras funções que a História da Matemática poderia desempenhar no processo de ensino-aprendizagem são consideradas, algumas delas discutidas por Miguel (1997) como elementos reforçadores das potencialidades pedagógicas da História na Educação Matemática. São elas: desenvolver nos alunos atitudes e valores mais favoráveis diante dos conhecimentos matemáticos; servir como instrumento de resgate da própria identidade cultural dos estudantes; auxiliar na compreensão das relações entre os avanços tecnológicos de hoje e a herança cultural das gerações passadas; contribuir para a construção de um olhar mais crítico sobre os objetos matemáticos e desempenhar o papel de uma fonte de caminhos diferenciados para a abordagem de conceitos matemáticos.

Essas considerações sobre o uso da História da Matemática como recurso didático são concluídas, no texto dos PCN, alertando-se que, nessa abordagem, não é suficiente o professor “situar no tempo e no espaço cada item do programa de Matemática ou contar sempre em suas aulas trechos da história da Matemática”. O que se propõe é que o docente encare a história “como um recurso didático com muitas possibilidades para desenvolver diversos conceitos, sem reduzi-la a fatos, datas e nomes a serem memorizados” (BRASIL, 1998, p. 43).

Podemos encontrar na literatura argumentos reforçadores e questionadores das potencialidades pedagógicas da História da Matemática (FAUVEL e VAN MAANEN, 2000; MIGUEL, 1997; MIGUEL e MIORIM, 2004; VIANNA, 1995). De acordo com Tzanakis, Arcavi *et al.* (2000), os argumentos contra a incorporação da História na Educação Matemática são baseados em pelo menos dois tipos de dificuldades: filosóficas e práticas. Os seguintes argumentos se referem ao primeiro tipo de dificuldade:

1- História não é Matemática. Antes de ensinar História, deve-se ensinar Matemática.

2- A História pode ser mais tortuosa e confusa do que esclarecedora.

3- Os estudantes podem ter um senso errático do passado, o que torna a contextualização histórica da matemática impossível sem que eles tenham tido uma ampla educação em História geral.

4- Muitos estudantes não gostam de História e como consequência não gostarão de História da Matemática ou não a acharão menos aborrecida do que a Matemática.

5- Qual é o objetivo de olhar o passado se o progresso em matemática tem o sentido de tornar rotineira a resolução de problemas difíceis?

6- A História pode ser responsável por criar uma cultura machista e um nacionalismo intolerante.

Já as objeções de ordem prática, segundo os autores, são vários tipos de lacunas, a saber:

1) a lacuna do tempo: não há tempo suficiente em sala de aula para o aprendizado da Matemática e ele é ainda menor quando se propõe ensinar também a História da Matemática;

2) a lacuna dos recursos: não existem recursos materiais apropriados suficientes para ajudar aqueles professores que poderiam querer integrar informações históricas ao ensino da Matemática;

3) a lacuna da especialidade: para se integrar a História ao ensino não só conhecimentos históricos são requeridos, mas também conhecimentos interdisciplinares, o que vai além do conhecimento de que os professores de matemática estão equipados;

4) a lacuna da avaliação: não existe uma forma clara ou consistente para integrar um componente histórico na avaliação dos estudantes, e se esse não for avaliado, os estudantes não valorizarão ou darão atenção a ele (TZANAKIS; ARCAVI *et al.*, 2000, p. 203).

Miguel (1997) e Viana (1995) também apresentam argumentos questionadores das potencialidades pedagógicas da História da Matemática que estão de acordo com o argumento da lacuna dos recursos apresentado por Tzanakis, Arcavi *et al.* Dentre os quatro argumentos

questionadores elencados por Miguel, o primeiro e o segundo dizem respeito, respectivamente à ausência de literatura adequada e à natureza da literatura histórica disponível, que a torna particularmente imprópria à utilização didática.

Vianna (1995), após apresentar uma classificação dos livros de História da Matemática, segundo maneiras de estruturação e desenvolvimento de seu conteúdo, conclui que esses livros não têm sido escritos visando o ensino da Matemática na Educação Básica.

O terceiro argumento questionador apresentado por Miguel (1997) concorda com o segundo argumento apresentado por Tzanakis, Arcavi *et al.* (2000), exposto anteriormente. De acordo com Miguel, o elemento histórico, em vez de facilitar a aprendizagem, acabaria por complicá-la ainda mais. Aos três argumentos já citados Miguel acrescenta um último, que diz respeito à ausência, na criança, do sentido de progresso histórico.

Fried (2001), em um artigo denominado “Can Mathematics Education and History of Mathematics coexist?” também discute o problema do tempo em relação a uma abordagem histórica na Educação Matemática. Para resolver esse problema, o autor propõe que, ao invés de se introduzir a História da Matemática como um novo conteúdo de ensino, se ensinem os conteúdos de uma nova forma: tomando a História como referência.

No que diz respeito aos argumentos que advogam em favor da integração da História da Matemática no ensino de Matemática, Miguel (1997), com base na análise de literatura pertinente sobre o assunto, nos apresenta uma síntese desses argumentos:

1. A História é uma fonte de motivação para o ensino-aprendizagem da matemática;
2. a História pode servir de apoio para se atingir, com os alunos, objetivos pedagógicos que os levem a perceber, dentre outras coisas: a matemática como uma criação humana; as razões pelas quais as pessoas fazem matemática; as necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas que servem de estímulo ao desenvolvimento da matemática;
3. a História constitui-se numa fonte de métodos pedagogicamente adequados e interessantes para a abordagem de certos campos ou tópicos matemáticos;
4. a História é uma fonte para a seleção de problemas práticos, curiosos, informativos e recreativos a serem incorporados nas aulas de matemática;
5. a História é um instrumento que possibilita a desmistificação da matemática e a desalienação de seu ensino;
6. a História permite perceber as diferentes formalizações de um mesmo conceito;

7. a História constitui-se num instrumento de promoção do pensamento independente e crítico;
8. a História é um instrumento unificador dos vários campos da matemática;
9. a História é um instrumento promotor de atitudes e valores;
10. a História constitui-se num instrumento de conscientização epistemológica;
11. a História é um instrumento que pode promover a aprendizagem significativa e compreensiva da matemática;
12. a História é um instrumento que possibilita o resgate da identidade cultural.

Tzanakis, Arcavi *et al.* (2000, p. 203) também afirmam existirem cinco principais áreas em que o ensino de matemática pode ser respaldado, enriquecido e aperfeiçoado através da interação com a História da Matemática no processo educacional:

1. a aprendizagem da Matemática;
2. o desenvolvimento da visão da natureza da matemática e da atividade matemática;
3. a prática didática de professores e seu repertório pedagógico;
4. a predisposição afetiva com relação à matemática e;
5. a apreciação da matemática como um empreendimento humano-cultural.

Ao discutirem sobre enriquecimento, respaldo e aperfeiçoamento da prática didática e do repertório pedagógico dos professores, esses autores afirmam que, ao estudar a História e tentar reconstruir, de uma maneira didática, aspectos do desenvolvimento histórico de tópicos específicos da matemática, o professor se tornará consciente das dificuldades e obstáculos que apareceram na História e podem reaparecer em sala de aula.

Essa colocação de Tzanakis, Arcavi *et al.* (2000) nos remete ao chamado “princípio genético”, uma versão pedagógica da lei biogenética de Ernest Haeckel (1834-1919), segundo o qual todo indivíduo, em sua construção particular do conhecimento, passaria pelos mesmos estágios pelos quais a humanidade teria passado na construção do conhecimento (MIGUEL; MIORIM, 2004). Não acreditamos no determinismo desse princípio, mas alguns estudos, como os apresentados por Katz *et al.* (2000), têm mostrado que certas dificuldades encontradas pelos estudantes no processo de ensino-aprendizagem da Matemática são análogas às enfrentadas pelos produtores de conhecimentos. Diante dessa constatação, esses autores afirmam que:

(...) um professor que tem conhecimento da História da Matemática antecipará as dificuldades dos alunos em áreas nas quais, historicamente, muito trabalho foi necessário para ultrapassar dificuldades significativas. Assim, o professor pode estar preparado com estratégias de ensino apropriadas para essas situações, algumas delas bem podem estar de acordo com os desenvolvimentos históricos e ajudarão os alunos a superar os obstáculos à compreensão” (KATZ et al, 2000, p.153).

No entanto, ressaltam que o conhecimento da História não é suficiente para desenvolver estratégias de ensino, sendo necessário que o professor considere também a realidade do ensino para um certo nível com um certo tipo de estudante.

Silva (2010) também nos apresenta algumas razões para incluir a História da Matemática na sala de aula. Dentre elas, destacamos: a História é uma fonte inesgotável de problemas curiosos e interessantes que permitem desenvolver e auxiliar a capacidade de resolução de problemas; ela auxilia a superar pré-conceitos e uma visão eurocêntrica de conhecimento ao mostrar as reais contribuições de civilizações não ocidentais (SILVA, 2010, p. 168).

Acreditamos ser importante considerar os argumentos reforçadores e questionadores das potencialidades pedagógicas da História da Matemática presentes na literatura para não termos a ingenuidade de assumir que a História é a solução para todos os problemas do ensino da Matemática. Comungamos, porém, da mesma opinião de Miguel e Miorim no sentido de que a História, desde que constituída para fins pedagógicos e articulada com as demais variáveis que intervêm no processo de ensino-aprendizagem, pode trazer contribuições significativas para a Matemática escolar.

Tomando como referência tudo o que foi exposto até aqui, partiremos do pressuposto de que a História da Matemática pode propiciar importantes contribuições para a Educação Matemática. Assim, interessa-nos saber como a História da Matemática pode ser integrada ao processo de ensino-aprendizagem da Matemática que ocorre em sala de aula. De acordo com Carvalho e Silva, ainda há lugar para muita investigação e muitas experiências, mas o autor faz duas sugestões: primeiro, para ordenar os conteúdos e segundo, mediante a utilização de pequenos pedaços de História da Matemática. Nessas duas sugestões, a História da Matemática estaria participando de maneira implícita e explícita, respectivamente. De acordo com Ferreira e Rich (2001, apud Dambros, 2006), a participação implícita ocorre quando a História é utilizada como um sinalizador do caminho a ser seguido e a explícita quando a ênfase é colocada na própria História.

Tzanakis, Arcavi *et al.* (2000) apresentam três diferentes, mas complementares, formas de integrar a História da Matemática à Educação Matemática:

1. aprendizagem histórica pelo fornecimento de informações históricas diretas;
2. aprendizagem de tópicos matemáticos, seguindo um processo de ensino aprendizagem inspirado na história;
3. desenvolvimento de uma consciência mais profunda, tanto da matemática por ela mesma quanto do contexto social e cultural em que ela tem se desenvolvido (TZANAKIS, ARCAVI *et al.*, 2000, p. 208).

Esses mesmos autores nos fornecem ideias e exemplos de implementação da História da Matemática na sala de aula:

- 1- recortes históricos: informações históricas de forma direta;
- 2- projetos de pesquisa baseados em textos históricos;
- 3- utilização de fontes primárias;
- 4- fichários, que podem ser trabalhados individualmente ou em grupos e que podem ser de dois tipos: fichários que contêm um conjunto de exercícios com o objetivo de dominar um procedimento ou consolidar um tópico que foi aprendido em sala de aula, ou fichários que são desenhados com um conjunto de questões estruturadas e dirigidas para introduzir um novo tópico, um conjunto de problemas ou questões para discussões;
- 5- pacotes históricos: consistem em uma coleção de materiais focados em um pequeno tópico, com forte ligação com o currículo e prontos para ser usado pelo professor;
- 6- aproveitamento de erros, concepções alternativas, mudança de perspectiva, argumentos intuitivos etc;
- 7- problemas históricos: a História da Matemática fornece um vasto repertório de problemas que podem ser estimulantes e produtivos, tanto para o professor quanto para os alunos. Esses problemas podem ser de vários tipos: problemas sem solução, problemas clássicos, problemas apresentados com propósitos recreativos etc;
- 8- instrumentos mecânicos;
- 9- atividades matemáticas experimentais de vários tipos: argumentativas – o professor parte de um problema ou questão específica de História da Matemática e encoraja os alunos a discutirem sobre o assunto; referentes à notação – exploração de

diferentes sistemas numéricos e notações; referentes a métodos - usar os dedos para contar, por exemplo; jogos.

10- jogos: podem ser usados para reexperimentar a vida de matemáticos do passado ou para reordenar argumentos famosos do passado;

11- filmes ou outros meios visuais;

12- experiências ao ar livre: referem-se, dentre outras coisas, à identificação de formas, configurações e padrões na natureza e na arquitetura de instrumentos históricos;

13- internet: pode ajudar na integração da História na Educação Matemática de pelo menos dois modos: como fonte e como uma forma de comunicação.

Em nossa pesquisa, como será visto adiante, nessa ampla gama de indicações sobre como fazer um uso didático da História da Matemática, as que estiveram presentes de forma mais evidente foram a primeira, a quinta e a nona.

Diante das crescentes discussões acerca do uso da História como um recurso didático no ensino da Matemática, pesquisas vêm surgindo com o objetivo de entender, entre outros aspectos, como a História, especialmente a História da Matemática, é abordada em materiais didáticos voltados para o Ensino Básico e também como a História da Matemática está sendo trabalhada pelos professores em sala de aula. Gomes (2005), por exemplo, desenvolveu uma pesquisa na qual um dos objetivos era investigar o que um grupo de professores pensa e como seus membros percebem/utilizam a História da Matemática em sala de aula. Para isso, aplicou um questionário semiestruturado a 47 professores³ atuantes em diferentes níveis. Ele concluiu, então, que:

(...) a História da Matemática é, decididamente, acreditada por todos como elemento enriquecedor, e por vezes, indispensável à formação do educador matemático. Contudo, evidenciamos que, na prática, os conhecimentos históricos estão sendo negligenciados nas salas de aula, tanto nas Instituições de Ensino Superior (IES) quanto nas escolas de níveis Fundamental e Médio (GOMES, 2005, p. 16).

A ausência do uso da História da Matemática como recurso didático é apontada também por Melo (2003, p. 29): “Atualmente, os professores de matemática em todos os níveis de ensino ainda têm dado pouco destaque à História da Matemática como recurso didático.”

³ A dissertação não menciona de onde são esses professores. Entendemos que provavelmente o autor se refere ao estado em que cursou o mestrado.

Silva (2010, p. 68) ressalta que, embora as investigações e experiências realizadas por professores e pesquisadores em diversos países estejam proporcionando um aumento na variedade de possibilidades no que se refere a como integrar a História da Matemática na Educação Matemática, ainda há um certo desconhecimento entre os professores de Matemática sobre as possíveis maneiras de se introduzir a História da Matemática em situações didáticas.

Fazendo, no banco de dissertações e teses do portal da CAPES⁴ e também na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações,⁵ uma busca sobre trabalhos envolvendo o uso da História da Matemática na sala de aula, pudemos perceber que no Brasil são raras as pesquisas envolvendo a História da Matemática na Educação Matemática que contemplem ações com estudantes da Escola Básica. Como exemplos, temos Nunes (2007), Ávila (2004) e Gutierre (2003).

Gutierre (2003) desenvolveu uma pesquisa junto a estudantes de 8ª série de uma escola estadual da cidade de Natal, no Rio Grande do Norte. Seus objetivos eram: analisar o processo de ensino-aprendizagem da Matemática que envolve a História da Matemática como recurso metodológico; destacar as funções pedagógicas que a História da Matemática cumpre nesse processo e apontar pelo menos uma metodologia adequada ao cumprimento dessa função. Para tanto, elaborou, implementou e avaliou um conjunto de atividades relacionadas às equações e suas resoluções, tendo como referência a História da Matemática. Os resultados de seu estudo foram obtidos a partir de três etapas: avaliação diagnóstica, intervenção metodológica e pós-teste, e estes foram considerados significativos, já que na análise qualitativa dos dados, dentre outros aspectos, a autora concluiu que a maioria dos alunos que participou assídua e pontualmente da intervenção metodológica conseguiu superar as dificuldades encontradas na avaliação diagnóstica.

Ávila (2004) buscou investigar a utilização da História da Matemática como recurso didático associado à resolução de problemas no Ensino Básico, bem como seu papel unificador dentro da Educação Matemática. Para isso, produziu uma sequência didática, para aplicação em sala de aula, utilizando um problema histórico. A atividade foi desenvolvida em uma turma de 8ª série de uma escola municipal da cidade de Eldorado do Sul, no Rio Grande do Sul. A autora considerou muito positivos os resultados obtidos no trabalho e concluiu que

⁴ Endereço eletrônico: < www.capes.gov.br >.

⁵ Endereço eletrônico: <<http://bdtd.ibict.br/>>.

essa abordagem metodológica pode contribuir efetivamente para o ensino e aprendizagem da Matemática.

Nunes (2007) apresentou uma proposta com base na teoria da aprendizagem significativa, objetivando a construção do conceito de área de figuras planas com ênfase na área do círculo. Para isso, elaborou e implementou uma sequência didática a partir de um texto histórico matemático. Sua proposta foi desenvolvida junto a estudantes da Escola Básica de uma escola estadual localizada na área metropolitana de Belém do Pará. Como conclusão, o autor afirma que a abordagem histórica demonstrou ser uma ferramenta eficiente por possibilitar melhor organização da estrutura conceitual de áreas de figuras planas.

Diante do que foi exposto até aqui e considerando, também, a escassez de literatura que trate a História da Matemática com uma abordagem voltada ao ensino de Matemática, propusemo-nos a realizar uma pesquisa na qual pretendíamos investigar as potencialidades pedagógicas da participação da História da Matemática no ensino-aprendizagem da Matemática, dialogando com os estudos realizados pelos teóricos da aprendizagem situada. Assim, apesar de os três estudos citados anteriormente já apontarem algumas das potencialidades que pretendíamos investigar, o estudo que realizamos diferiu dos mesmos não apenas pelo tema que foi abordado em sala de aula, mas, principalmente, devido à concepção de aprendizagem adotada.

No desenvolvimento da presente pesquisa, focalizamos o olhar sobre as potencialidades da participação da História da Matemática na prática pedagógica que estão mais diretamente relacionadas aos benefícios potencialmente trazidos por essa participação para a aprendizagem do aluno.

Com relação ao conteúdo histórico-matemático abordado em sala de aula, o mesmo foi escolhido tendo como referência minha própria experiência na Educação Básica, como passamos a relatar.

Nos seis primeiros anos de minha carreira docente, lecionei para os anos finais do Ensino Fundamental, etapa da escolarização na qual os estudantes se deparam, a maioria pela primeira vez, com os números negativos. Ao longo dessa experiência, constatei que muitos de meus alunos apresentaram dificuldades em lidar com esse tipo de número, especialmente no que diz respeito às operações. Essa dificuldade, em muitos casos, se prolongava até o último ano do Ensino Fundamental. Hoje, atuando no Ensino Médio, tenho percebido que os mesmos tipos de dificuldades também têm estado presentes entre alguns dos meus alunos.

Ao estudar sobre a história dos números negativos, pude verificar que o processo de aceitação desses números foi lento e que, no passado, houve também muitas dificuldades em

entendê-los, até mesmo por parte de matemáticos importantes. Passei, então, a ter consciência de que é preciso encarar sem tanta surpresa os erros que os alunos cometem em relação a esse assunto e compreendi a necessidade de buscar estratégias de ensino que pudessem ajudar os estudantes a superarem suas dificuldades quanto a esses conteúdos.

Dessa forma, quando nos propusemos a estudar as potencialidades pedagógicas da História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem, um dos possíveis temas para atividades que iríamos sugerir em nosso trabalho de campo se relacionava aos números inteiros. Este acabou sendo o tema escolhido para nossa investigação. Julgamos importante, então, apresentar, nesta dissertação, uma síntese sobre a história dos números negativos, a fim de contextualizá-los em seu desenvolvimento no transcorrer do tempo, evidenciando particularmente as dificuldades que perpassaram o longo processo de aceitação desses números. É o que passamos a fazer a seguir.

2.2 Uma síntese sobre a história dos números negativos

Diferentemente dos números naturais e fracionários, que têm suas origens ligadas a necessidades práticas de contagem e medidas, os números negativos advêm da prática matemática, especialmente nas manipulações algébricas. A aceitação dos negativos como números passou por um processo lento, que durou mais de 1500 anos, desde a época de Diofanto, e é cheio de avanços e retrocessos, de oscilações, que vão desde sua total rejeição à sua aceitação como ferramentas de cálculo. Também foram muitas as tentativas infrutíferas de tentar dar a eles um sentido real (GONZALEZ, 1990).

Glaeser (2010) estudou e expõe uma lista de obstáculos que se opuseram à satisfatória compreensão dos números negativos, dentre os quais, segundo ele, o mais essencial se refere à dificuldade em dar um sentido “real” a quantidades negativas isoladas. Foi apenas no século XIX, quando se passou a ver os negativos como criações intelectuais, que esses números foram totalmente aceitos na comunidade dos matemáticos.

De acordo com Beery *et al.* (2004), no ano de 263 o matemático chinês Liu Hui produziu sua edição dos *Nove Capítulos da Arte Matemática*, texto datado de 200 a.C. e que continha todo o conhecimento matemático do povo chinês daquele tempo. Na versão desse texto escrita por Liu Hui, na qual eram dadas regras para adicionar e subtrair números positivos e negativos, encontram-se as primeiras evidências escritas de que os números negativos eram usados na China. No entanto, segundo Beery *et al.* (2004), os números negativos certamente apareceram antes disso em quadros de contagem, nos quais os chineses usavam varas vermelhas para números positivos e varas pretas para números negativos. Se

não havia varas de cores diferentes, colocava-se uma vara em diagonal ao longo do último algarismo do numeral para representar os números negativos. Os chineses não pareciam ter nenhuma objeção quanto ao conceito de números negativos nos cálculos. Eles pensavam nos números negativos como uma quantidade a ser subtraída de outra quantidade, ou ainda como uma quantidade a ser paga, no caso de impostos. Métodos para multiplicar e dividir números negativos não foram registrados na China até 1303.

Esse conhecimento que os chineses tinham sobre números negativos, entretanto, não influenciou a matemática ocidental, que tem suas origens principalmente nos trabalhos dos estudiosos gregos, que não conheciam os números negativos.

Segundo Gonzalez *et al.* (1990), ao usarem a geometria como suporte para a álgebra, os matemáticos da Grécia clássica impediram que surgisse um novo tipo de número. Ao resolverem uma equação geometricamente, quando tinham que subtrair um segmento de outro menor, a questão se considerava resolvida por impossibilidade. Mesmo Diofanto de Alexandria (século II d.C.), a quem é atribuída a regra dos sinais para a multiplicação, não faz qualquer referência a números negativos. Ao desenvolver algebricamente produtos do tipo $(a - b) \cdot (c - d) = ac - ad - bc + bd$, ele cita uma regra que pode ser considerada o germe do que depois seria chamado de regra dos sinais. A regra diz “subtração por subtração dá adição” e “subtração por adição dá subtração”. No entanto, Diofanto sempre se referia a casos em que $a > b$ e $c > d$. Assim, não apareciam, em sua obra, números negativos isolados (GONZALEZ *et al.*, 1990; GLAESER, 2010).

Já os hindus, que possuíam um sistema de numeração posicional de base dez, cuja simplicidade e eficácia é responsável por sua difusão e aceitação universal hoje, tornaram-se extremamente habilidosos no cálculo algébrico e aritmético. Esse potente sistema de numeração, aliado à despreocupação com o rigor e a fundamentação lógica e ao gosto por conjugar o abstrato com o poético, o formal com o lúdico e o prático com o formal, permitiu que os hindus concebessem um novo tipo de símbolos para representar a ausência, que posteriormente, no Ocidente, foram chamados negativos (GONZALEZ *et al.*, 1990). De acordo com Berlingoff e Gouvêa (2008), no século VII, o matemático indiano Brahmagupta considerou os números positivos como posses e os números negativos como dívidas e também enunciou regras para somar, subtrair, multiplicar e dividir números negativos.

A compreensão europeia inicial sobre os números negativos, no entanto, não teve influência direta da matemática indiana. Esta chegou inicialmente à Europa por intermédio da tradição árabe. Segundo Gonzalez *et al.* (1990), Al-Kwarizmi foi um matemático árabe cujos escritos tiveram grande influência na matemática europeia no final da Idade Média e no

Renascimento. Contudo, os matemáticos árabes não usavam os números negativos. Na resolução de equações algébricas, eles não consideravam as raízes negativas, o que possivelmente vem do fato de que a abordagem que usavam na resolução de tais equações dependia de interpretá-las em termos de áreas e comprimentos de lados de retângulos, contexto no qual quantidades negativas não têm sentido. Ainda de acordo com esses autores, os árabes conheciam as regras para operar com os negativos, mas não as entendiam como regras sobre como operar com coisas independentes chamadas números negativos, ou seja, eles não consideravam os negativos como entidades isoladas. Desse modo, pode-se dizer que, durante a Idade Média, nem a matemática árabe nem a europeia reconheceram os avanços dos matemáticos indianos em considerar as diferenças impossíveis como possíveis, mediante a introdução dos números negativos.

Depois de um período de decadência, durante a Idade Média, a Europa viveu uma época florescente conhecida como Renascimento. Nessa época, no domínio do saber matemático, foram os tratados árabes de aritmética e álgebra as primeiras obras impressas e popularizadas na Europa o que possivelmente determinou que, durante esse momento, o fazer matemático fosse orientado pela álgebra. Com o desenvolvimento da álgebra, os números negativos reapareceram com força, e todos os matemáticos se viram na necessidade de lidar com eles, o que provocou reações diversas, que vão desde a rejeição à tolerância, passando pelo espanto, que fez com que os qualificassem de falsos, fictícios ou absurdos. Assim, podemos dizer que no Renascimento os negativos já não eram mais ignorados como na época anterior, e os matemáticos praticavam cada vez melhor o cálculo com eles, mas ainda não os consideravam como números (GONZALEZ *et al.*, 1990).

Alguns matemáticos, como Michel Stifel (1487-1567), admitiam os números negativos como coeficientes das equações e operavam com eles, mas os rejeitavam como possíveis raízes de uma equação, já que os consideravam como números absurdos. Outros, como Girolamo Cardano (1501-1576), não admitiam os negativos como coeficientes de equações algébricas, mas admitiam raízes negativas, ainda que as qualificassem como fictícias. Outros, ainda, como Simon Stevin (1540-1620), os aceitavam como raízes e coeficientes. Stevin os utilizava como ferramentas de cálculo, mas ainda carecia de interpretação quanto aos negativos como quantidades isoladas e se embaraçava ao interpretar as raízes negativas de uma equação, dizendo que elas eram raízes positivas de sua transformada. Ou seja, ele dizia que, se $-a$ fosse um número negativo raiz de $x^2 + px = q$, então o número positivo a era raiz de $x^2 - px = q$. Essas contradições na consideração dos

negativos demonstram a resistência dos matemáticos em aceitar como números esses símbolos, que não têm suas origens na experiência de contagem e medição, mas sim na manipulação algébrica e que, portanto, careciam de referência material (GONZALEZ *et al.*, 1990).

No século XVII, com o nascimento da ciência moderna, os métodos de cálculo matemático se tornaram imprescindíveis e floresceram em todas as suas variações: algébrica, aritmética, infinitesimal e probabilística. À medida que a utilidade dos números negativos se tornava óbvia demais para ser ignorada, alguns matemáticos europeus passaram a utilizá-los em seus trabalhos. Por exigências algébricas, chegaram a ser admitidos como raízes e tais números considerados como ferramentas de cálculo. No entanto, apesar de serem utilizados, a rejeição aos negativos persistiu, devido à dificuldade em encontrar para eles um significado intuitivo e empírico. Essa rejeição assumiu diversas formas, tanto negando sua existência como números – porque eles não se encaixavam na ideia de número como quantidade ou expressão de quantidade, ou devido ao seu caráter contraditório –, quanto os evitando ou os ignorando (GONZALEZ *et al.*, 1990). Segundo Berlingoff e Gouvêa (2008), Antoine Arnauld (1612-1694), por exemplo, ao discutir sobre onde posicionar os negativos em relação aos positivos, argumentou que se -1 for menor do que 1 , então a proporção $-1: 1 = 1: -1$, que diz que um número menor está para um maior assim como um número maior está para o menor, é absurda. Já René Descartes (1596-1650), assim como Stevin, evitou os números negativos transformando as equações com raízes negativas em equações com raízes positivas (GONZALEZ *et al.*, 1990).

Apesar de os negativos terem surgido de uma necessidade algébrica, foi uma necessidade algébrico-geométrica que se iniciou no século XVII que fez com que eles adquirissem maior consistência. Considera-se que Albert Girard (1590-1639) foi o primeiro a apreciar o caráter algébrico-geométrico dos negativos e não apenas considerou sua validade algébrica como também os interpretou geometricamente: “o negativo em Geometria indica um retrocesso, enquanto que o positivo um avanço”. E foi em conexão com o desenvolvimento da geometria algébrica que os negativos, além de mostrarem toda a sua utilidade, encontraram uma interpretação geométrica como abscissas de pontos, o que foi abrindo as portas para alcançarem a categoria de números. Com a reta numérica, os negativos adquiriram um significado geométrico, pois se a é a abscissa de um ponto P, $-a$ é a abscissa de um ponto Q, situado à mesma distância da origem que P, porém na semirreta oposta (GONZALEZ *et al.*, 1990). Assim, a partir do século XVII, os números negativos são aceitos

por sua utilidade. De acordo com Glaeser (2010), eles eram aceitos por sua eficácia no cálculo, o que fazia com que os matemáticos se conformassem em utilizá-los.

Segundo Gonzalez *et al.* (1990), no século XVIII até o início do século XIX, persistiu na matemática a mesma ausência de rigor presente nos séculos XVI e XVII: os matemáticos estavam mais preocupados com a utilidade de seus resultados do que com o rigor lógico de suas demonstrações. Eles continuavam convencidos de que descobriam verdades do mundo físico, que eram parte do desenho divino do universo. Os números negativos foram utilizados amplamente e admitidos como símbolos formais, com os quais se sabia que existiam algumas regras para operar. No entanto, quando se tratava de dar a eles um significado real, o que era impellido pela crença imperante de que as matemáticas descreviam a realidade física, o problema persistia.

Esses autores afirmam ainda que o passo dado por Girard, ao interpretar o negativo em um contexto relativo, foi ampliado e explorado por quase todos os matemáticos do século XVIII. O desenvolvimento da geometria analítica tornou possível encontrar uma interpretação concreta para os números negativos, como abscissas de pontos na reta numérica. O desenvolvimento da mecânica permitiu que se interpretasse uma quantidade negativa como movimento em sentido oposto ao de uma quantidade positiva. Contudo, os negativos continuaram envoltos em falta de precisão, confusões e inconsistências, em grande parte devido à falta de um modelo unificador que servisse como suporte. Segundo Glaeser (2010), é possível encontrar textos em que grandes sábios, como D'Alembert (1717-1783) e Carnot (1753-1823), revelam, com maior ou menor espontaneidade, indicativos de incompreensão sobre o tema.

O século XIX é conhecido como o século de ouro das matemáticas devido à amplitude e riqueza da produção matemática desse período. Na década de 1820, teve início um movimento de rejeição à falta de rigor que tinha imperado no século anterior. Surgiu com força a necessidade de fundamentar logicamente os resultados, evitando a intuição, rejeitando recursos à percepção e à evidência sensível, inclusive fugindo de interpretações geométricas e do uso de figuras geométricas nas demonstrações. O método axiomático utilizado por Euclides foi retomado como a única forma de conseguir rigor. A álgebra abstrata se desenvolveu e nasceram as geometrias não euclidianas. O volume das novas criações, logicamente sólidas, contribuiu para derrubar a crença de que as matemáticas são um corpo de verdades sobre a natureza. No século XIX, teve início uma preocupação com os métodos, a ênfase no rigor e a separação entre as matemáticas e as ciências experimentais. Os

matemáticos começaram a considerar o objeto de seu trabalho como construções intelectuais que não se relacionam com o real (GONZALEZ *et al.*, 1990).

Foi nesse contexto que os números negativos foram totalmente legitimados, sendo que, de acordo com Glaeser (2010), a obra do matemático alemão Hermann Hankel (1839-1873) contribuiu para isso de forma decisiva. Segundo Glaeser, Hankel buscou a justificação dos negativos no princípio de permanência, segundo o qual todas as regras que se verificam com os números naturais – as propriedades comutativa e associativa da adição e da multiplicação e a propriedade distributiva da multiplicação com relação à adição – continuam verdadeiras para todos os demais números e objetos representados por letras.

A partir daí, os inteiros negativos passaram a ser concebidos como extensão dos naturais e opostos a eles. A fundamentação dos sistemas numéricos se tornou objeto de estudos e se construíram diversas teorias para dar significado aos números inteiros (positivos e negativos) (GONZALEZ *et al.*, 1990).

Assim, após esse longo e lento processo de aceitação, os números negativos se tornaram componentes importantes do sistema numérico e as dúvidas sobre sua legitimidade simplesmente desapareceram. A partir de então, houve uma aceitação verdadeira da utilidade dos negativos, que passaram a ser usados em diversos ambientes do mundo real (BERLINGOFF; GOUVÊA, 2008).

Concluído esse panorama histórico dos números negativos, apresentamos, a seguir, uma discussão acerca da perspectiva teórica de aprendizagem situada que orienta nossa investigação.

2.3 A perspectiva de aprendizagem situada que adotamos neste trabalho

A perspectiva de aprendizagem situada que adotamos neste trabalho se origina dos estudos de Lave (1988), Lave e Wenger (1991) e Wenger (1998). De acordo com Lave e Wenger (1991), falar em aprendizagem situada não significa que a aprendizagem é simplesmente situada na prática, mas sim que ela é uma parte integral da prática social, de tal forma que não existe aprendizagem desvinculada de uma prática. Ainda de acordo com esses autores, a aprendizagem está presente mesmo que não exista uma forma educativa intencional.

Nessa perspectiva, diferentemente das teorias que reduzem a aprendizagem a capacidades e atividades mentais individuais, a aprendizagem passa a ser vista como “um fenômeno situado e construído socialmente” (MATOS, 1999, p. 67): o conhecimento deixa de ser representado como uma característica individual que pode ser desenvolvida e, então, usada

em diferentes situações, e passa a ser representado “não como um atributo individual, mas algo que está distribuído entre as pessoas, atividades e sistemas do seu ambiente” (BOALER, 2002, p. 42). Isso não significa que o indivíduo deixe de ser considerado, mas o interesse passa a estar no sujeito em interação com o mundo, e não isolado do seu contexto sociocultural. Assim, segundo Frade (2005), nessa perspectiva, embora as estruturas cognitivas próprias dos sujeitos não sejam ignoradas, elas não são desvinculadas ou abstraídas dos contextos de aprendizagem. Nesse sentido, Frade, Winbourne e Braga (2009, p. 16) sugerem ver a cognição como “produto de interações entre o individual e o coletivo dentro de uma prática – isto é, um fenômeno que emerge da prática [e não meramente da “cabeça” dos indivíduos], do fato de que um aspecto essencial da prática é disponibilizar recursos para envolver e encorajar os indivíduos” a aprender. Isso implica um “deslocamento do olhar sobre o indivíduo para as atividades e práticas de aprendizagem nas quais ele está inserido” (FRADE, 2005, p. 329). Em outras palavras, o foco de atenção do professor deve se desprender das diferenças individuais, abandonando noções comparativas, por exemplo, de “melhor” ou “pior”, “mais” ou “menos” aprendizagem, entre grupamentos de alunos. A aprendizagem deve passar a ser vista como algo que ocorre socialmente, coletivamente, nas atividades desenvolvidas pelos alunos dentro de práticas específicas e situadas. Dessa forma, aluno e ambiente de aprendizagem passam a estar intimamente conectados, e o desempenho do aluno se vincula estritamente à sua participação em práticas de aprendizagem (FRADE, 2005, p. 329-330). A aprendizagem, dentro de tal perspectiva, é vista, então, como mudança de participação do indivíduo numa prática (LAVE; WENGER, 1991).

Na perspectiva de aprendizagem situada que estamos adotando, o conceito de Participação Periférica Legítima – PPL – é fundamental. Lave e Wenger (1991, p. 55) propõem a PPL como um “descriptor do engajamento na prática social, o que envolve a aprendizagem como um fenômeno constituinte”. Os pesquisadores chamam a atenção para o fato de que não faz sentido analisar os termos dessa expressão isoladamente, já que cada um deles é indispensável para definir os outros.

A Perifericidade Legítima, de acordo com Lave e Wenger (1991), é um lugar no qual alguém se move até uma participação mais completa, e o acesso a essa mudança de participação, mais do que a instrução, tem um papel central para que ocorra aprendizagem. Dessa forma, entendemos que uma pessoa está participando de maneira periférica legítima em uma prática quando ela está seguindo rumo a uma participação mais intensa e completa naquela prática.

Outro aspecto fundamental, dentro dessa perspectiva de aprendizagem, é a questão da legitimidade. De acordo com Lave e Wenger, “a legitimidade da participação não é apenas uma condição crucial para a aprendizagem, mas um elemento constituinte da mesma” (LAVE; WENGER, 1991, p. 35), de tal forma que “nas relações entre mestres e aprendizes o problema de conferir legitimidade é mais importante do que o problema de proporcionar ensino” (LAVE; WENGER, 1991, p. 92).

No contexto escolar, essa caracterização nos alerta para a importância de o professor legitimar a participação dos alunos na prática, para que os estudantes mudem sua forma de participar e venham, portanto, a aprender. Entendemos que o professor está legitimando a participação do aluno quando ele toma algumas atitudes como: verificar se o aluno realizou as atividades propostas; permitir que o aluno apresente suas dúvidas e suas ideias sobre determinado assunto; permitir que o aluno participe da prática da sala de aula quando ele manifesta o desejo de fazê-lo etc.

Matos (1999) chama a atenção para o fato de que, ao se adotar uma perspectiva de aprendizagem situada para analisar o fenômeno da aprendizagem escolar, não se deve olhar essa perspectiva como uma forma de ensino, e muito menos como um conjunto de estratégias pedagógicas ou didáticas. Uma perspectiva de aprendizagem situada deve, antes, ser tratada como um ponto de vista analítico sobre a aprendizagem, uma forma de ajudar a compreendê-la.

Quando falamos de aprendizagem situada, três termos, pelo menos, são recorrentes: prática, participação e formação de identidade. Neste trabalho, o foco estará nas práticas de aprendizagem que ocorrem em sala de aula e na participação dos alunos nessas práticas. Cabe-nos esclarecer, então, o que estamos entendendo como prática e como participação.

O termo participação é aqui compreendido por nós como um processo ativo que combina o fazer, o falar, o pensar, o sentir e o pertencer (FRADE, 2003, p. 66; FRADE; TATSIS, 2009). Assim, pode-se dizer que uma pessoa é participante de algo quando se envolve nesse algo integralmente, com o corpo, mente, emoções e, sobretudo, relações sociais (FRADE, 2003). Para distinguir participação de engajamento/envolvimento, Wenger (1998, conforme FRADE, 2003; FRADE, TATSI, 2009) caracteriza a participação como tendo a possibilidade de reconhecimento mútuo entre os sujeitos envolvidos na prática. Assim, nem todo envolvimento/engajamento é participação. Para que isso aconteça, é necessário que haja reconhecimento humano mútuo. No que se refere ao reconhecimento mútuo, Lave e Wenger (1991, p. 110) afirmam que “a aceitação mediante a interação com especialistas mais experientes e reconhecidos legitima e dá valor à aprendizagem do ponto de vista do aprendiz”.

No contexto que iremos analisar, ou seja, a sala de aula, podemos dizer que o engajamento de um aluno na prática se torna participação a partir do momento em que esse engajamento passa a ser reconhecido pelo professor e pelos colegas de classe.

Ainda no que diz respeito à participação, em uma mesma prática existem maneiras múltiplas e variadas de participação e, como já foi dito, na perspectiva adotada, a aprendizagem acontece à medida que um indivíduo muda sua forma de participação, indo de uma participação menos intensa rumo a uma participação mais intensa na prática em que está inserido.

Quanto ao termo “prática”, para Wenger (1998), segundo Frade, Winbourne e Braga (2009), prática significa “fazer” alguma coisa dentro de um contexto histórico e social, o qual dá uma estrutura e significado àquilo que está sendo feito. Para esse autor, a prática inclui aquilo que é dito e o que é deixado não dito, o que é representado externamente e o que é assumido. Além disso, a prática inclui também linguagens, símbolos, instrumentos, papéis e regras bem definidos, procedimentos, regulamentos, contratos, relações e convenções implícitas, entendimentos, visões de mundo e crenças compartilhadas. De acordo com Frade, Winbourne e Braga (2009, p. 1), uma prática escolar poderia ser entendida em termos de todas essas características dentro do contexto escolar sendo que, nesse caso, participantes incluem professores e alunos. Essa será a definição de prática que iremos adotar em nossa análise.

Com relação ao contexto de nosso interesse, Frade (2003) afirma que, na prática escolar, o conceito de Participação Periférica Legítima (LAVE; WENGER, 1991)

(...) pode ser interpretado como características dos modos através dos quais os alunos adaptam suas experiências para se engajarem na prática. Ou ainda às intenções dos alunos em preservar um ambiente favorável e coletivo de aprendizagem. (...) Poderíamos dizer que perifericidade na prática da sala de aula é um modo de participação... que está associado ao comprometimento do aluno (mais ou menos intenso) com sua aprendizagem (FRADE, 2003, p. 80).

Além disso, essa mesma autora sugere que a “marginalidade poderia estar associada com a falta de comprometimento do aluno, ou seja, uma atitude estável de rejeitar a participação” (FRADE, 2003, p. 81).

Tomando como referência o que foi exposto nesta seção e sem desconsiderar a importância de outras perspectivas sobre aprendizagem, é à luz da teoria da aprendizagem

situada aqui apresentada que iremos investigar as potencialidades pedagógicas da História da Matemática em uma sala de aula do Ensino Fundamental.

Assim, focalizaremos nosso olhar sobre as formas de participação dos alunos em situações de ensino-aprendizagem que aconteceram nas práticas da sala de aula analisadas. As mudanças de participação dos alunos nas atividades envolvendo História da Matemática servirão para análise da aprendizagem dos mesmos, já que, na perspectiva que estamos adotando, as mudanças de participação em práticas dinâmicas são ações marcantes dos indivíduos que permitem verificar se houve aprendizagem (LAVE, 1996).

3 RELATO SOBRE O TRABALHO DE CAMPO

Neste capítulo, dividido em sete seções, abordamos os aspectos metodológicos relacionados ao trabalho de campo de nossa pesquisa. Na primeira seção, esclarecemos quais os procedimentos metodológicos que adotamos em nossa investigação. Na segunda seção, situamos o nosso trabalho de campo, esclarecendo os fatos que nos motivaram na escolha da instituição e comentando sobre nossa inserção no campo. Na terceira seção, apresentamos uma breve descrição da escola em que o trabalho de campo foi desenvolvido. Na quarta seção, apresentamos a professora Josi, que foi nossa cooperadora no desenvolvimento desse trabalho. Na quinta seção, trazemos uma breve descrição das turmas investigadas. Na sexta seção, comentamos como aconteceu o planejamento das atividades desenvolvidas. Finalmente, na sétima seção, relatamos sobre o desenvolvimento de cada uma dessas atividades.

3.1 Procedimentos metodológicos

A pesquisa que desenvolvemos, de cunho qualitativo, foi realizada em turmas de 7º ano do Ensino Fundamental em uma escola situada na região norte e integrante da Rede Municipal de Belo Horizonte, que chamaremos Escola Municipal Consulesa. Como procedimentos e instrumentos de coleta de material empírico utilizamos: observação participante, diário de campo, gravações em áudio e vídeo e entrevistas.

Num primeiro momento, buscamos materiais bibliográficos que pudessem contribuir na elaboração de atividades nas quais a História da Matemática participasse com referência ao tema “Números Inteiros”, que integra, em geral, as propostas curriculares de matemática na Educação Básica.

Uma vez selecionados alguns desses materiais, demos início a um trabalho cooperativo com uma professora, previamente escolhida, da Rede Municipal de Belo Horizonte, que atuou no 7º ano do Ensino Fundamental no ano de 2011. Esclarecemos que “trabalho cooperativo” está sendo considerado, aqui, como um trabalho no qual os participantes cooperam com o pesquisador na realização da pesquisa, mas as finalidades das tarefas realizadas não resultam de negociação conjunta, podendo haver relações desiguais de alguns em relação a outros (FIORENTINI, 2006, 2007).

Considerando, segundo Rosa e Arnoldi (2008), que a entrevista é um instrumento que nos permite obter informações sobre atitudes, sentimentos e valores subjacentes ao

comportamento, que podem se incorporar aos outros dados e vir a se constituir novas fontes para a interpretação dos resultados, como introdução ao trabalho cooperativo, foi realizada uma entrevista semiestruturada com a professora escolhida. Nesse tipo de entrevista, as questões, que seguem uma formulação flexível, são propostas de forma a permitir que o sujeito discorra e verbalize seus pensamentos, tendências e reflexões sobre o tema apresentado (ROSA; ARNOLDI, 2008). Com essa entrevista, pretendíamos conhecer os métodos de ensino utilizados pela professora, o que ela pensa sobre o recurso didático à História da Matemática, se ela faz uso desse recurso e, caso o faça, como o utiliza. A seguir, teve início o estudo que realizamos em conjunto dos materiais coletados no primeiro momento da pesquisa, que culminou com a elaboração de uma primeira versão das atividades.

A observação é considerada por Viana (2003) como uma das fontes de informação mais importantes em pesquisas qualitativas em educação. Segundo esse autor, as técnicas de observação são, praticamente, as únicas abordagens disponíveis para o estudo de comportamentos complexos, como ocorre com grande parte dos fatos que interessam aos educadores. Além disso, possibilitam um estudo mais profundo do conjunto dos indivíduos e fornecem dados que se referem diretamente a situações sociais/comportamentais típicas.

Desse modo, considerando que os fatos sobre os quais focalizamos nossa atenção nessa pesquisa, ou seja, as formas de participação e envolvimento dos alunos em situações de ensino-aprendizagem, são fenômenos complexos abordados socialmente, a observação participante foi escolhida como instrumento de coleta de informações. Nesse primeiro momento de coleta de material empírico, observamos algumas aulas nas turmas de 7º ano selecionadas para a investigação. Foram observadas algumas aulas antes da aplicação das atividades, as aulas em que essas atividades foram aplicadas e algumas aulas entre a aplicação das mesmas. Nessa etapa, foram utilizados diário de campo e gravações em áudio e vídeo. De acordo com Alves-Mazzotti e Gewandsnajder (2004), as possíveis desvantagens do uso da observação participante podem ser superadas quando não nos limitamos à observação como única técnica usada na coleta de dados. Assim, optamos por utilizar também outros recursos, como a realização de entrevistas com alguns alunos e com a professora, para garantir maior consistência e confiabilidade ao material obtido mediante a observação.

Em todos os momentos da pesquisa, foram tomados cuidados éticos de modo a garantir aos sujeitos a integridade de suas identidades. No caso dos alunos foi pedido o consentimento dos responsáveis, já que os envolvidos eram todos menores de idade, e deixou-se claro que as informações coletadas são sigilosas e serão utilizadas apenas para os fins da

pesquisa.⁶ Além disso, a professora e a diretora da escola também deram esse consentimento por escrito.

Consideramos importante informar aqui os motivos de algumas decisões tomadas no que diz respeito aos aspectos metodológicos da pesquisa que desenvolvemos.

Primeiro, optamos por elaborar, em parceria com a professora já citada, as atividades que foram aplicadas nas turmas investigadas por acreditar, com base em nossas experiências e estudos, que não seria fácil encontrar naturalmente uma situação de sala de aula com a presença de atividades que envolvam a História da Matemática.

Segundo, a escolha do 7º ano se deu basicamente porque, nesse ano da escolarização, normalmente, além de se retomarem conteúdos ligados aos números racionais, introduz-se, no currículo, um novo tipo de números – os inteiros – que foi o tema selecionado para nossa pesquisa.

Finalmente, optamos por realizar a investigação na Rede Municipal de Educação de Belo Horizonte por ser a rede na qual eu trabalhava até o término da pesquisa de campo. Por isso, acredito poder falar com mais propriedade do campo no qual se desenvolveu a investigação e também compreender melhor algumas informações nela obtidas. Além disso, acredito que as reflexões proporcionadas pela pesquisa poderão contribuir diretamente para a melhoria da minha prática pedagógica, já que os sujeitos da pesquisa foram bem semelhantes ao público junto ao qual eu atuava. Ao propor esse cenário, esperávamos, também, que as discussões provenientes da pesquisa tragam aportes para o contexto dessa rede de ensino, particularmente no que diz respeito às discussões acerca do currículo e das práticas pedagógicas de Matemática.

3.2 Sobre nossa inserção no campo

Como já foi dito, o trabalho de campo se realizou na Escola Municipal Consulesa, localizada em Belo Horizonte, na região norte da cidade.

Nossa inserção inicial na escola aconteceu no dia 2 de fevereiro de 2011, segundo dia letivo do ano. Essa intervenção se estendeu até o dia 23 de maio de 2011, totalizando 50 dias de trabalho de campo, sendo que 48 se destinaram à observação em sala de aula e dois a entrevistas finais com os alunos.

⁶ De acordo com o Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal de Minas Gerais (COEP-UFMG), para a realização de pesquisas envolvendo seres humanos, é obrigatório que os sujeitos da pesquisa, e/ou seus representantes legais, para menores de 18 anos, aceitem participar das mesmas e deem a autorização por escrito através da assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE).

A escolha da Escola Consulesa se deu pelo fato de a professora Josi, que aceitou que realizássemos a investigação em suas turmas, lecionar nessa instituição. Durante o ano letivo de 2011, ela contava com quatro turmas de 7º ano do Ensino Fundamental, denominadas 707, 708, 709, 710, ou 7º A, 7º B, 7º C e 7º D, respectivamente, sendo a professora Josi a regente de todas elas. Nossa pesquisa foi realizada, especialmente, nas turmas 707 e 708.

De acordo com Josi, nessa escola, quem decide como os alunos serão enturmados é o grupo de professores que trabalharão com eles. Dessa forma, tanto há enturmações que misturam os alunos com diferentes rendimentos escolares quanto há enturmações mais homogêneas, organizadas conforme o rendimento escolar dos alunos, como era o caso das turmas de 7º ano em 2011. Assim, a turma 707 teria sido formada pelos alunos com as melhores notas e a turma 710 pelos alunos com notas menos satisfatórias.

Embora os alunos de cada turma de 7º ano tivessem, em sua grande maioria, desempenho escolar semelhante, de acordo com os professores, as turmas não eram totalmente homogêneas. Isso porque, além das características pessoais de cada aluno, uma estratégia utilizada pelos professores para evitar que todos os estudantes considerados por eles como indisciplinados ficassem concentrados nas turmas que consideravam de piores rendimentos foi alocar alguns deles nas turmas que consideravam ter um rendimento mais satisfatório. Assim, mesmo na turma que era considerada pelos professores como a melhor, havia alunos descompromissados com os estudos e alunos indisciplinados.

Nossa escolha a respeito das turmas em que realizaríamos nossa pesquisa só se deu após o início do trabalho de campo. Desse modo, durante o primeiro mês acompanhamos todas as aulas de todas as turmas para que pudéssemos analisar em qual delas seria mais propício realizar nossa pesquisa. Após o primeiro mês, decidimos que deveríamos restringir a investigação a apenas uma ou a no máximo duas turmas, já que o tempo disponível para a realização da mesma não permitiria que analisássemos os materiais empíricos produzidos por todas elas. Assim, após o primeiro mês, optamos por focar nossa atenção nas turmas 707 e 708, nessa última de maneira especial. A escolha da turma 708 se deu basicamente por dois motivos: devido à compatibilidade entre os horários das aulas dessa turma e a disponibilidade da pesquisadora, e também pelo fato de esse ter sido o único grupo no qual todos os alunos e seus responsáveis aceitaram participar da pesquisa. Quanto à turma 707, pelas observações feitas até a época dessa escolha, já havíamos percebido que seu envolvimento poderia ser produtivo para a investigação. É preciso comentar, porém, que duas alunas dessa turma não aceitaram participar da pesquisa. Essa circunstância não interferiu no andamento da mesma, visto que essas estudantes aceitaram bem a presença da pesquisadora em sala. Desse modo,

decidimos que acompanharíamos todas as aulas da turma 708. Na turma 707 acompanharíamos apenas as aulas em que seriam realizadas as atividades com a presença da História da Matemática.

Ao final do trabalho de campo, havíamos acompanhado 28 aulas da turma 707, 41 aulas da turma 708, 19 aulas da turma 709 e 20 aulas da turma 710.

Nosso trabalho no campo se deu em dois momentos, que passamos a comentar.

3.2.1 Primeiro momento: contato com a direção da escola

O primeiro momento aconteceu no dia 6 de outubro de 2010, data em que compareci à escola para conversar com a diretora e pedir a ela a autorização para a realização da pesquisa. Alguns dias antes da minha ida à escola, a professora Josi já havia comunicado à diretora a minha intenção de ir contatá-la com esse objetivo.

Cheguei à escola na hora do recreio, para que a professora Josi pudesse me receber e me apresentar à direção, composta pela diretora e pela vice-diretora. Dessa forma, pude ter uma primeira impressão dos alunos. De maneira geral, observei que todos eles estavam uniformizados e tinham uma aparência bem cuidada: roupas limpas, cabelos penteados etc.

Após me encontrar com a professora Josi, ela me levou para conversar com a diretora. Nós nos encontramos com ela no pátio da escola e, após as apresentações, ela me recebeu em sua sala.

Apresentei-me à diretora como aluna do Mestrado em Educação da UFMG e, de maneira sucinta, expliquei-lhe os objetivos e procedimentos da pesquisa. Ela me fez, então, alguns questionamentos.

Por meio da professora Josi, ela já sabia que eu também era professora da Rede Municipal de Belo Horizonte e então me perguntou por que eu não faria a pesquisa na mesma escola em que trabalhava. Respondi-lhe que, nessa escola, os anos finais do Ensino Fundamental têm aula somente no turno da manhã, no qual eu trabalhava, e que, além dessa incompatibilidade de horários, ficaria inviável pesquisar nas minhas próprias turmas, já que é difícil conciliar os papéis de professora e pesquisadora. Ela também me perguntou se seria possível fazer pesquisa no Ensino Fundamental, e eu lhe disse que se pode desenvolver pesquisa em qualquer nível de ensino, desde a Educação Infantil. No meu caso, o nível que interessava era o dos anos finais do Ensino Fundamental. Outro ponto levantado dizia respeito à necessidade de pesquisar especificamente em turmas do 7º ano. A pesquisa poderia ser feita em outros anos? Respondi que a escolha do 7º ano se deu pelo interesse nos conteúdos matemáticos previstos para esse ano.

Nesse ponto da conversa, a diretora se mostrou preocupada com o desempenho dos alunos nas avaliações externas,⁷ pois, segundo ela, está havendo uma cobrança com relação ao aumento do índice do IDEB.⁸ Para a diretora, se o assunto a ser tratado na pesquisa não estivesse de acordo com o currículo, isso poderia prejudicar o desempenho dos alunos nessas avaliações. Tentei deixar claro que, enquanto pesquisadora, uma das minhas preocupações era não prejudicar o andamento das aulas, e por esse motivo eu havia escolhido o 7º ano, já que Números Inteiros é um assunto tradicionalmente trabalhado nessa etapa escolar. Esse argumento pareceu tranquilizá-la em relação à pesquisa.

Por fim, a diretora informou que seria a primeira vez em que a escola receberia uma “estagiária” para fazer pesquisa e disse que gostaria que eu conversasse com a vice-diretora, que, segundo ela, é mais responsável pela parte pedagógica.

A vice-diretora, assim como a diretora, me recebeu muito bem. Apresentei-lhe a mim e à pesquisa, assim como havia feito com a diretora, e a primeira coisa que ela disse foi que a autorização para a pesquisa dependeria mais do professor do que da escola. Expliquei-lhe que havia escolhido aquela escola porque já havia conversado com a professora Josi, que estava disposta a participar da pesquisa. Contei-lhe também que eu e Josi já nos conhecíamos e havíamos desenvolvido trabalhos juntas anteriormente. A vice-diretora disse que isso era bom e afirmou que essa parceria é muito importante. Finalmente, assim como a diretora, ela também salientou que seria a primeira vez em que a escola participaria de uma pesquisa e disse que acreditava que isso poderia trazer resultados positivos para a instituição.

⁷ Avaliações realizadas pelos governos federal, estadual e municipal que têm como objetivo principal avaliar a qualidade da Educação Básica. Como exemplo dessas avaliações, temos a Prova Brasil – nível federal – que é aplicada censitariamente a alunos de 5º e 9º anos do Ensino Fundamental público, nas redes estaduais, municipais e federais, de área rural e urbana, em escolas que tenham no mínimo 20 alunos matriculados na série avaliada. Em nível estadual, existe o Programa de Avaliação da Educação Básica (Proeb), que avalia as disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática para todos os alunos dos 5º e 9º anos do Ensino Fundamental e do 3º ano do Ensino Médio das redes estadual e municipais e faz parte do Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública (Simave). Em nível municipal, há o Avalia-BH, que é o sistema de avaliação da educação pública da prefeitura de Belo Horizonte, que avalia o desempenho educacional de todos os alunos do 3º ao 9º ano do Ensino Fundamental da Rede Municipal de Educação. Informações disponíveis em: <<https://www.educacao.mg.gov.br/imprensa/noticias/255-resultados-do-proeb-confirmam-o-crescimento-do-aprendizado-dos-alunos-da-rede-estadual-em-minas>>; <<http://provabrasil.inep.gov.br/>>; <<http://www.avaliabh.caedufjf.net/diagnosticabh/>>. Acesso em: 28 de ago. de 2011.

⁸ Índice de Desenvolvimento da Educação Básica. Este índice é calculado a partir dos dados sobre aprovação escolar, obtidos no Censo Escolar, e médias de desempenho nas avaliações do Instituto Nacional de Estudos em Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep): o Saeb – para as unidades da federação e para o país, e a Prova Brasil – para os municípios. Informações disponíveis em: <http://portalideb.inep.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=45&Itemid=5>. Acesso em: 28 de ago. de 2011.

Após esses contatos, tanto a diretora quanto a vice-diretora me concederam a autorização para a realização da investigação.

3.2.2 Segundo momento: contato com os alunos do 7º ano

O segundo momento de nosso trabalho no campo de pesquisa se deu nos primeiros contatos realizados com as turmas de 7º ano da Escola Consulesa.

No primeiro dia em que entrei na sala, em todas as turmas que acompanhei, a curiosidade dos alunos foi geral. Queriam saber quem era eu: uma segunda professora, uma estagiária, uma colega de classe?

Para satisfazer a curiosidade dos alunos, a professora Josi me chamou na frente da sala para me apresentar a eles. Disse que eu era professora de Matemática, aluna da UFMG, e que iria fazer uma pesquisa na turma. A seguir passou-me a palavra.

Eu me apresentei dizendo que era professora de Matemática da Rede Municipal de Belo Horizonte e que continuava estudando, fazendo mestrado. Expliquei que, como aluna do mestrado, tinha que assistir algumas aulas para observar o que acontece nelas: como os alunos se comportam, se eles estão aprendendo, como a professora está ensinando, entre outros aspectos, e que ao final deveria escrever um trabalho, chamado dissertação – como se fosse um livro – contando tudo o que eu descobri. Disse que, nas primeiras semanas, estaria observando as aulas de todas as turmas e que, depois, escolheria uma ou duas para passar com elas um tempo maior. Também expliquei que a professora Josi tinha se disposto a me ajudar e, por isso, eu havia escolhido essa escola e essas turmas. Informei que, no início, apenas faria anotações sobre o que aconteceria na sala de aula e só depois passaria a filmar as aulas, tirar fotos, recolher atividades etc.

Expliquei que tudo o que eu iria fazer tinha sido autorizado por uma comissão de professores da UFMG, chamada Comitê de Ética, e que, antes de começar a filmar, mandaria um bilhete pedindo a autorização deles e dos pais para a realização da pesquisa. Salientei que ninguém, a não ser eu e minha professora, saberia quem são eles, pois seus nomes seriam trocados – eles poderiam escolher um pseudônimo⁹ –, e destaquei a importância da sua participação não só para o meu trabalho, mas também para outros professores de matemática.

⁹ Antes do término do trabalho de campo de campo passamos uma lista para que os alunos escrevessem o nome com o qual gostariam de ser chamados na pesquisa. Assim, os nomes dos alunos são fictícios.

Nos primeiros dias de observação, procurei me assentar sempre nas últimas carteiras, de modo a não ficar muito em evidência e interferir o mínimo possível no andamento das aulas.

Em todas as turmas, vários alunos que estavam assentados ao meu redor queriam saber o que eu ficava anotando no caderno, se eu ia mostrar para os pais ou para a professora etc. Pacientemente expliquei a cada um deles que eu anotava o que estava acontecendo na sala, que não estava interessada se eles estavam fazendo alguma coisa errada e que não ia mostrar as anotações para a professora ou para os pais; portanto, eles não precisavam se preocupar com isso. Com o tempo, acredito que fui conquistando a confiança desses estudantes.

De maneira geral, fui bem recebida pelos alunos, especialmente pelos alunos das turmas A e B. No segundo dia de observação, já me chamavam de professora e, quando não havia lugar nas últimas carteiras, logo alguém se oferecia para mudar de lugar para deixar a última carteira para mim.

Nas turmas C e D, também fui muito bem recebida por alguns alunos; outros, porém, mostraram maior resistência e chegaram a dizer que não iam participar da pesquisa. No entanto, com o passar dos dias, eles foram se acostumando com minha presença. Como uma forma de me aproximar dos estudantes, procurei tirar suas dúvidas nos exercícios, enquanto a professora atendia as solicitações de outros alunos, de modo que eles percebessem que eu não era uma intrusa que só estava ali para anotar tudo o que acontecia na aula, mas que também estava ali para ajudar. Julgo que, assim, fui ganhando a confiança dos alunos, e com o tempo eles já não mostraram tanta resistência à minha presença.

Entretanto, como foi dito anteriormente, após o primeiro mês de observações, decidimos que daríamos prosseguimento à nossa pesquisa acompanhando somente as turmas A e B.

Logo que me inseri no campo, entreguei aos alunos as cópias dos TCLE – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido. Li o texto com eles em voz alta, expliquei e procurei esclarecer as dúvidas. Os alunos das turmas 707 e 708 foram os que me devolveram os papéis assinados com mais rapidez. Como comentei anteriormente, na turma 707, apenas duas alunas não quiseram participar da pesquisa, enquanto na turma 708 todos os alunos aceitaram participar da pesquisa.

Durante as duas primeiras semanas, utilizamos apenas o diário de campo como instrumento de coleta de informações, de forma que os alunos pudessem se acostumar com minha presença em sala. Somente na terceira semana, a partir do 10º dia de observação, começamos a gravar as aulas em áudio e vídeo. Além desses dois instrumentos, também

realizamos duas entrevistas com a professora – uma antes do início das atividades nas turmas e outra ao final de minha participação nas aulas – e entrevistas com os alunos ao término da pesquisa de campo.

3.3 Algumas informações sobre a Escola Municipal Consulesa

A Escola Consulesa localiza-se na região norte de Belo Horizonte. Oferece o Ensino Fundamental completo e funciona apenas nos turnos da manhã e da tarde, não havendo turmas no noturno devido à localização em uma região considerada de risco. Pela manhã, frequentam as aulas turmas de 1º e 2º ciclos (1º ao 6º ano do Ensino Fundamental) e à tarde, turmas de 2º e 3º ciclos (4º ao 9º ano do Ensino Fundamental).

A instituição atende, aproximadamente, 950 crianças e adolescentes que residem, em sua maioria, no próprio bairro onde se localiza a escola ou em bairros vizinhos e recebe alunos de todas as classes sociais, sendo que uma pequena parcela vive em condições precárias.

A carga horária diária do aluno é de 4 horas e 20 minutos, com módulos de aulas de 60 minutos e um recreio de 20 minutos. Cada turno possui uma coordenação composta por três coordenadores, sendo um coordenador pedagógico para cada ciclo, responsável pelas ações pedagógicas, e um coordenador de turno, que fica mais responsável pelas questões disciplinares. É o grupo de professores que decide, através de regime de votação, quem serão os coordenadores.

Os professores que lecionam no 3º ciclo são licenciados nas áreas específicas do conhecimento e vários deles cursaram uma especialização. Já as professoras que atuam no 1º e 2º ciclos são formadas no Curso Normal Superior ou em Pedagogia.

No 3º ciclo, há oito disciplinas: Português, Matemática, Ciências, Geografia, História, Inglês, Educação Física e Artes. Os conteúdos programáticos de cada disciplina são selecionados pelos professores tendo como referência os Parâmetros Curriculares Nacionais, as Proposições Curriculares da Rede¹⁰ e um “caderninho” que foi produzido há alguns anos pela própria escola com a lista de conteúdos a serem trabalhados em cada etapa do ciclo.

Na Escola Consulesa não há padronização em relação à avaliação: cada professor estabelece seus critérios e instrumentos de avaliação e se organiza de forma a atender o

¹⁰ As Proposições Curriculares para a Rede Municipal de Educação de Belo Horizonte são documentos que apresentam reflexões sobre o currículo a ser desenvolvido, na Rede Municipal de Belo Horizonte, no 1º, 2º e 3º Ciclos do Ensino Fundamental. Esses documentos estão disponíveis em formato digital em: <http://portalpbh.pbh.gov.br/pbh/ecp/comunidade.do?evento=portlet&pIdPlc=ecpTaxonomiaMenuPortal&app=educacao&tax=8489&lang=pt_BR&pg=5564&taxp=0&>>. Acesso em: 28 de ago. de 2011.

calendário estabelecido pela Secretaria Municipal de Educação. Ao final de cada trimestre, os professores devem oferecer aos alunos que não atingiram rendimento satisfatório oportunidade de aprender os conteúdos que não foram assimilados através da recuperação.

A escola não tem um registro do Projeto Político Pedagógico atual. O último documento elaborado é de 1993. Tentamos, junto à direção e à coordenação, o acesso a uma versão desse documento, mas não tivemos êxito. Ninguém soube nos informar onde ele estava. De 2004 a 2006 e em 2010, a direção tentou, juntamente com outros profissionais da escola, reelaborar o projeto existente, mas não obteve sucesso.

Assim como a maioria das escolas da Rede Municipal de Belo Horizonte, a Escola Consulesa participa do Projeto Escola Integrada, promovido pela prefeitura. Nesse projeto, os alunos são atendidos pela manhã e à tarde, totalizando um período de 9 horas. O almoço é servido na escola. Cada Escola Integrada conta com um professor comunitário que coordena todas as atividades do projeto. Nas escolas que fazem parte do Projeto Escola Integrada, apenas uma parte dos alunos está envolvida nele, pois a participação não é obrigatória – deve haver adesão por parte das famílias – e não há vagas para todos. No caso da Escola Consulesa, os alunos que frequentam as aulas regularmente no turno da tarde chegam à escola às 8 horas, tomam café da manhã e depois são divididos em grupos, de acordo com sua faixa etária. Cada grupo fica aos cuidados de um ou mais monitores, contratados pela prefeitura, que ministram oficinas em diversas áreas, destacando-se aquelas ligadas à arte. No caso de nossa escola, essas oficinas são ministradas em outro local, alugado pela instituição e próximo a ela, e os alunos para lá são conduzidos a pé. No horário de término do 1º turno regular, esses estudantes retornam para a escola e almoçam, juntamente com os alunos que frequentam as aulas pela manhã e que ficam na Escola Integrada à tarde. Após o almoço, os alunos da Escola Integrada brincam no pátio até as 13 horas, quando, então, os alunos cujas turmas regulares se localizam no turno da tarde se dirigem para suas salas de aula e os demais são conduzidos para o outro local, para participarem das oficinas. Estes retornam para a escola às 16 horas, jantam e são liberados para irem para suas casas.

A Escola Consulesa possui uma boa infraestrutura. Conta com sala de direção, sala de coordenação, sala dos professores, sala de informática, secretaria, biblioteca, cantina, laboratório de ciências, depósito, quadra coberta e quadra descoberta, três banheiros femininos e três masculinos, sendo um masculino e um feminino para professores e funcionários. O pátio da escola é amplo e sua maior parte é coberta com telha do tipo amianto para proteger os alunos do sol e da chuva. Além disso, o espaço é bem arborizado – há árvores plantadas ao longo do pátio e um canteiro com um jardim e bancos à sua volta,

assemelhando-se a uma pracinha. No entanto, embora existam todos esses espaços, de acordo com a professora Josi, os ambientes extraclasse que a escola possui, como o laboratório de ciências e o de informática, são pouco utilizados devido a problemas de ordem prática.

As salas de aula são amplas, todas têm ventiladores e um armário de alvenaria que ocupa toda uma das laterais. A mesa do professor também é de alvenaria, e os quadros são verdes, com um mural branco de cada lado. Além disso, as salas de aula são bem cuidadas: as carteiras são limpas e estão em bom estado de conservação – todas da mesma cor e modelo – e não há pichações nas paredes.

3.4 Apresentando a professora Josi

Conheço a professora Josi desde 2002, ano em que ingressamos, na mesma turma, no curso de graduação em Matemática na UFMG. Durante o curso, desenvolvemos inúmeros trabalhos juntas e também trabalhamos juntas como bolsistas do Programa de Aprimoramento Discente: Álgebra na Escola Básica, sendo orientadas, dentre outros professores, pela professora Maria Laura Magalhães Gomes.

Terminamos o curso ao mesmo tempo e fomos aprovadas no mesmo concurso para a Prefeitura Municipal de Belo Horizonte. Ela começou a trabalhar em uma escola municipal de Belo Horizonte seis meses depois de mim, e por três anos tivemos a oportunidade de atuar juntas em outra escola da rede municipal, desenvolvendo um trabalho em parceria. Dessa forma, a professora Josi se tornou mais do que uma colega de faculdade e de profissão: ela se tornou uma amiga para mim. E uma amiga com muitas coisas em comum. Assim, mesmo não estando mais trabalhando na mesma escola, não é raro termos diálogos nos quais trocamos experiências a respeito de nossa prática docente, o que consideramos muito positivo para o nosso desenvolvimento profissional. Além disso, a professora Josi é uma das minhas incentivadoras no que diz respeito à vida acadêmica.

Dessa maneira, Josi acompanha, desde o início, o meu interesse pela História da Matemática, mais especificamente pelo seu papel didático, e, desde que ingressei no mestrado, ela se mostrou totalmente disponível para que eu pudesse desenvolver a pesquisa de campo em suas turmas.

Antes de atuar na Rede Municipal de Belo Horizonte, Josi também deu aulas como professora designada em escolas da Rede Estadual de Minas Gerais, e recentemente atuou como professora substituta em uma escola técnica federal de Belo Horizonte. Assim, ela tem experiência docente tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio e já lecionou para todos os anos desde o 7º ano do Ensino Fundamental até o 1º ano do Ensino Médio. Além da

graduação em Licenciatura em Matemática, ela tem o título de Especialista em Docência na Educação Básica.¹¹

Seu primeiro dia de aula nas turmas que acompanhei foi dedicado a esclarecer os alunos sobre as normas disciplinares de suas aulas e os critérios de avaliação que utilizaria. Nas normas disciplinares adotadas por ela, estavam aquelas que dizem respeito ao que os alunos não devem fazer em sala de aula. Dentre essas, destacamos as seguintes: o aluno não deve andar pela sala de aula; não deve comer balas, chicletes, pirulitos, “chup-chup” ou qualquer outro tipo de alimento em sala de aula; não deve conversar, de jeito nenhum, durante a explicação das matérias – na realização das atividades é permitido conversar com os colegas sobre o que está sendo feito, desde que isso não venha a prejudicar a disciplina da aula. Quanto às normas relativas ao que o aluno deve fazer, destacamos: o aluno deve usar o uniforme; deve cumprir os horários escolares; realizar todas as atividades propostas – o aluno que deixar de fazer a tarefa proposta pela terceira vez terá os responsáveis convocados a comparecerem à escola; o aluno deve conservar o livro didático.

A professora Josi é muito organizada e comprometida com seu trabalho. Ela se mostra preocupada com o aprendizado dos alunos e busca zelar pela disciplina da turma, acreditando que esse aspecto é um pré-requisito essencial para tal aprendizado. Durante o tempo que passei observando suas aulas, foram várias as ocasiões em que ela registrou ocorrências para os alunos por não terem feito as atividades. Além disso, foram feitas convocações a vários pais, fosse para tratar sobre a indisciplina dos alunos ou o não cumprimento das atividades por parte desses, e também houve várias ocasiões em que ela passou o horário de recreio na sala de aula junto com os estudantes que apresentaram problemas disciplinares em suas aulas. Segundo me disse, estava “tirando” o recreio dos alunos porque o ano letivo estava apenas começando, e se não fizesse isso no início, depois seria difícil controlar a disciplina.

Como regra geral, nas aulas da professora Josi, os alunos se assentavam individualmente, com as carteiras dispostas em quatro fileiras. O lugar de cada aluno era fixo e determinado por um mapeamento feito em acordo entre ela e outros professores das mesmas turmas.

Geralmente, Josi introduzia os conteúdos com um texto ou problema passado no quadro para os alunos copiarem. Depois de os alunos terem feito a cópia, ela passava à

¹¹ A professora Josi cursou a especialização no Programa de Pós-Graduação Especialização Lato Sensu em Docência na Educação Básica (LASEB) que é oferecido pela Universidade Federal de Minas Gerais em parceria com a Secretaria Municipal de Educação de Belo Horizonte.

explicação do assunto. Nesses momentos, Josi dava liberdade para os estudantes fazerem perguntas e interagirem com ela a respeito do tema que estava sendo abordado.

Quando terminava a explicação, ela, em geral, pedia que os alunos fizessem alguns exercícios, quase sempre do livro. Grande parte das aulas era destinada à realização de exercícios. Enquanto os alunos faziam as atividades, a professora ficava percorrendo a sala para tirar dúvidas nas carteiras. Para solicitar sua ajuda, Josi sempre lembrava aos estudantes que eles deveriam levantar a mão e ficar aguardando. Quase sempre a demanda dos alunos era muito grande, de tal modo que ela não conseguia atender todos eles. Quando muitos alunos apresentavam dúvidas na mesma questão, a professora ia à frente da sala e explicava para todos.

Quando os alunos não conseguiam acabar as atividades em sala, ela pedia que eles as terminassem em casa, de tal modo que o “Para Casa”, geralmente, consistia em terminar a atividade iniciada em sala de aula.

A professora dava o “visto” nos cadernos dos alunos e anotava em seu próprio caderno todas as atividades que eles faziam, e, segundo me disse, essa era uma das formas pelas quais ela avaliava o desempenho dos estudantes ao final do trimestre. Ela mencionou ainda que, quando o aluno deixava de fazer a atividade pela terceira vez, enviava uma ocorrência para os responsáveis comunicando o fato, de acordo com as normas disciplinares de suas aulas. Tive a oportunidade de observar que isso realmente acontecia.

Todos os exercícios dados eram corrigidos pela professora. Alguns deles eram corrigidos só oralmente; outros feitos detalhadamente no quadro. Além disso, havia exercícios escolhidos por ela para serem resolvidos no quadro pelos estudantes.

Os alunos demonstraram que gostavam muito de ir ao quadro resolver os exercícios. A participação desses alunos algumas vezes era voluntária; outras vezes, eles eram indicados pela professora. Observei que indicar um aluno que está conversando para ir ao quadro era uma das estratégias que ela usava para tentar controlar a disciplina das turmas.

Percebi que a professora Josi é bastante paciente e tolerante em relação à disciplina. Raramente ela encaminhava algum aluno para a coordenação. Isso só acontecia em casos mais graves, como desavenças entre os alunos ou desrespeito à professora, ou após ela ter advertido verbalmente o mesmo estudante várias vezes. Nesses casos, ele ou ela recebia um boletim de ocorrência da coordenação e retornava à sala de aula.

Embora os estudantes se assentassem individualmente, durante a realização dos exercícios às vezes foi possível perceber que eles interagem, a respeito das atividades, com os colegas que estavam próximos. Quando isso não gerava excesso de conversas, a professora

não colocava impedimentos para essas interações, como ela mesma havia dito quando esclareceu sobre as normas de suas aulas.

Na entrevista que fiz com Josi antes do início do trabalho de campo, ela disse que a História da Matemática não esteve presente em sua formação inicial, a não ser no último semestre do curso e de uma forma que ela não considerou prazerosa. Disse também que, fora da formação inicial, o contato que teve com a História da Matemática aconteceu apenas pela leitura de livros didáticos, de forma que ela sabe muito pouco, e o pouco que sabe é o que leu nesses livros.

Segundo Josi, nem em sua formação inicial e nem em sua formação continuada a História da Matemática foi apresentada como um recurso didático. Contudo, ela já havia tido a experiência de contar episódios relacionados à História da Matemática em suas aulas e disse que essa experiência havia sido positiva: “No Ensino Fundamental nem tanto, porque os meninos têm maior dificuldade de concentração. No Ensino Médio foi melhor. Eles ficam mais atentos, mais concentrados, você percebe maior interesse, maior participação.”

A professora Josi também afirmou considerar o conhecimento da História da Matemática importante, por ser mais um recurso didático: “É atrativo para alguns alunos que se interessam por esse tema... então eu acho que a gente tem que tentar todas as possibilidades e pode despertar o interesse até naqueles que ainda não têm.”

Quando perguntei sobre qual era, em sua opinião, o principal objetivo de se utilizar uma nova metodologia de ensino ou um novo recurso didático, ela respondeu que é buscar o aprendizado do aluno, despertar seu interesse para que ele queira aprender, “porque sem o desejo não há aprendizado e os recursos eu vejo como motivações de fazer isso”. Ela disse, ainda, acreditar que a História da Matemática é capaz de alcançar esses objetivos e salientou que, quanto à esta, um dos problemas é a falta de conhecimento por parte dos professores: “Eu falo de mim, como professora, e das pessoas que eu tenho contato que também são professores de matemática. Poucos professores exploram esse lado, da História da Matemática.”

Josi também informou que, embora saiba que os Parâmetros Curriculares Nacionais recomendem o uso da História da Matemática e ela já tenha lido sobre isso durante a graduação, não se lembrava mais o que esse documento recomenda sobre o assunto.

3.5 Breve descrição das turmas

A turma 707 era formada por 35 alunos, sendo 21 meninas e 14 meninos, todos com idade entre 12 e 13 anos, ou seja, alunos com a faixa etária esperada para esse ano da

escolarização. No geral, os alunos dessa turma eram bastante tranquilos com relação à disciplina. O ambiente da sala era calmo, pois até as conversas paralelas entre os estudantes aconteciam em tom de voz baixo.

Quando a professora entrava em sala, não precisava ficar aguardando muito tempo para iniciar a aula, pois os alunos rapidamente se acomodavam em seus lugares e paravam para ouvi-la. Também eram raras as vezes em que ela interrompia a aula para chamar-lhes a atenção.

Conforme já foi dito, essa turma era formada, em sua maioria, por alunos com bom desempenho acadêmico. No entanto, na turma, havia também aqueles que apresentavam problemas disciplinares, como é o caso da aluna Clarissa, e alunos com rendimento acadêmico insatisfatório, como Bruno, Richard e Michel. Com poucas exceções, os alunos dessa turma costumavam realizar as atividades propostas pela professora.

A turma 708 era composta por 34 alunos, sendo 18 meninas e 16 meninos, com faixa etária entre 12 e 15 anos. Percebe-se, então, que alguns alunos dessa turma não estavam na faixa etária esperada para esse ano da escolarização, o que acontecia pelo fato de quatro deles já terem sido reprovados em anos anteriores. Essa turma era bastante agitada. Foram raros os dias que a professora não precisou esperar antes de iniciar a aula, aguardando que os alunos se acomodassem em suas carteiras e ficassem prontos para ouvi-la.

Essa turma foi constituída, em sua maioria, por alunos com um desempenho acadêmico considerado, pelo grupo de professores, como mediano. Contudo, foi possível perceber que na turma também havia estudantes com desempenho acadêmico insatisfatório e outros com excelente desempenho.

Em relação à disciplina, o maior problema que observei é que os alunos dessa turma, com algumas exceções, conversavam muito durante as aulas, sobretudo sobre assuntos não relacionados com o proposto pela professora.

Durante o tempo em que estive acompanhando as aulas, pude observar uma experiência interessante vivenciada pela turma: o ingresso de uma aluna norte-americana que não se comunicava em língua portuguesa.

Apesar de estar no Brasil há cerca de três meses, a aluna Jéssica ainda não havia aprendido a se comunicar em português. Logo que entrou para a escola, ela se tornou motivo de curiosidade não só para os alunos da turma 708, mas para a escola como um todo – os alunos queriam ouvi-la conversando em inglês. Essa menina ficou tão constrangida e assustada com a situação que foi necessária uma intervenção da coordenação pedagógica para

garantir sua segurança, já que os estudantes se aglomeravam em torno dela durante os intervalos entre as aulas.

Logo que chegou, Jéssica foi “adotada” por uma colega de turma, Yasmin. Parece que as famílias dessas duas garotas já se conheciam, e a mãe de Jéssica pediu que Yasmin “cuidasse” dela. Assim, Yasmin se tornou a única colega com a qual Jéssica tentava se comunicar durante as primeiras semanas, e ao longo de quase todo o trabalho de campo, percebi que era Yasmin quem tentava ajudar Jéssica a fazer as atividades, especialmente lendo as tarefas para ela, para o que tinha a autorização da professora.

Com o passar do tempo, os alunos foram se acostumando com Jéssica; ela fez novas amizades na turma e, ao mesmo tempo, transformou-se em motivo de reclamação por parte de alguns alunos, como Karynna e Samuel, que afirmavam que, com a “desculpa” de não saber a língua portuguesa, ela não fazia as atividades e nada lhe acontecia como consequência.

De fato, somente em algumas das atividades que envolveram a História da Matemática, foi possível observar situações em que essa aluna se envolveu de alguma forma.

3.6 Sobre a elaboração das atividades

Conforme já foi dito, antes de iniciar o trabalho de campo dedicamo-nos a buscar materiais que pudessem nos auxiliar na elaboração das atividades em que a história dos números inteiros estivesse presente, de maneira implícita ou explícita.

Nessa etapa, deparamo-nos com um dos argumentos questionadores das potencialidades pedagógicas da História da Matemática: aquele que se refere à ausência de literatura adequada.

Fizemos pesquisas bibliográficas, tanto em literatura nacional quanto internacional, na busca de materiais que pudessem nos auxiliar diretamente na elaboração das atividades, mas tivemos pouco êxito.¹² Quase tudo o que encontramos se referia à história dos números negativos, mas sem referências a como usar tais informações de uma forma didática. Após um bom tempo de busca, que se iniciou antes mesmo de meu ingresso no mestrado, tivemos acesso a um CD com o material *Historical Modules for the Teaching and Learning of Secondary Mathematics*, que se tornou uma de nossas principais referências na elaboração das atividades.

¹² No Brasil, alguns esforços estão sendo feitos no sentido de produzir materiais que possam auxiliar o professor na produção de atividades didáticas em que a História da Matemática está presente. Como exemplo, podemos citar a coleção História da Matemática para Professores, produzida pela Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat), e o livro *História da Matemática em atividades didáticas* da Editora da UFRN. No entanto, nenhum desses materiais contempla o nosso tema de interesse nessa dissertação.

Esse material foi produzido nos Estados Unidos pelo Institute in the History of Mathematics and its Use in Teaching, associado ao HPM,¹³ com a contribuição de 30 professores da escola básica, e é composto por 11 módulos que abordam diferentes assuntos. Os módulos, ou parte deles, podem ser usados de maneira independente e têm sua estrutura e conteúdo inspirado e baseado na História da Matemática. Cada um deles possui as seguintes partes: introdução; atividades, que consistem de notas para o professor e tarefas para os estudantes; ilustrações e transparências; sugestões para projetos a serem desenvolvidos pelos estudantes e bibliografia.¹⁴

Ao todo, elaboramos e aplicamos oito atividades, que serão apresentadas com maiores detalhes posteriormente, na seguinte ordem: Questionário sobre Matemática; Texto sobre a História dos Números Negativos; Números Chineses de Shang; Adição de Inteiros utilizando varas de contagem chinesas; Subtração de Inteiros utilizando varas de contagem chinesas; Operando com o quadro de contagem chinês; Multiplicação e divisão de inteiros seguindo as ideias de Euler; Questionário Final.

Com exceção dos dois questionários, que foram elaborados exclusivamente para os fins da pesquisa, todas as demais atividades foram planejadas cooperativamente com a professora Josi. Para isso, nós nos reuníamos em seus horários de planejamento, que ocorriam entre intervalos de aula. Como regra geral, eu apresentava a ela algumas sugestões de atividades e, então, buscávamos compreender essas atividades, discutindo quais seriam seus objetivos, se elas eram adequadas ao nível de ensino em que estávamos trabalhando e se deveriam ser aplicadas. Quando sentíamos necessidade, simulávamos o que aconteceria em sala de aula e fazíamos modificações que considerávamos necessárias. Após decidir quais atividades seriam aplicadas, dividíamos as tarefas para preparar os materiais necessários.

A tabela seguinte mostra o cronograma de aplicação dessas atividades.

¹³ International Study Group on the Relations Between the History and Pedagogy of Mathematics.

¹⁴ Esses módulos foram divulgados digitalmente para uma audiência internacional em julho de 2004, durante o 10º International Congress on Mathematics Education (ICME 10), em Copenhague, Dinamarca, e em seu encontro satélite “Satellite Meeting of HPM (HPM 2004)” em Uppsala, Suécia. Atualmente, esse material pode ser adquirido em forma de arquivo digital no site da Mathematical Association of America (MAA). Informações obtidas em HPM Newsletter nº 57, novembro, 2004. Disponível em: <<http://www.clab.edc.uoc.gr/hpm/HPM%20News%2057.pdf>>. Acesso em: 28 de ago. de 2011.

QUADRO 1 - Cronograma das intervenções

Nº da atividade	Assunto da atividade	Datas de aplicação na turma 707	Datas de aplicação na turma 708
1	Questionário sobre Matemática	11/02/2011	11/02/2011
2	Texto sobre a História dos Números Negativos	23/02/2011, 24/02/2011 e 25/02/2011	14/03/2011 e 17/03/2011
3	Números Chineses de Shang	23/02/2011, 24/02/2011, 25/02/2011 e 01/03/2011	15/03/2011 e 18/03/2011
4	Adição de Inteiros	02/03/2011, 10/03/2011 e 11/03/2011	21/03/2011, 22/03/2011 e 24/03/2011
5	Subtração de Inteiros	24/03/2011 e 25/03/2011	05/04/2011 e 08/04/2011
6	Operando com o quadro de contagem chinês	05/04/2011, 06/04/2011 e 08/04/2011	18/04/2011, 19/04/2011, 25/04/2011 e 26/04/2011
7	Multiplicação e divisão de inteiros seguindo as ideias de Euler	28/04/2011 e 29/04/2011	13/05/2011 e 16/05/2011
8	Questionário Final	13/05/2011	17/05/2011

3.7 Relato das atividades desenvolvidas nas turmas 707 e 708

Os temas das atividades relacionadas à nossa pesquisa foram escolhidos de tal maneira que as mesmas se relacionassem com o conteúdo curricular do 7º ano e pudessem ser inseridas de maneira natural no planejamento da professora – o que era uma das preocupações da direção da escola ao conceder a autorização para a realização da pesquisa. Assim, as

atividades que planejamos cooperativamente¹⁵ não foram aplicadas apenas com o objetivo de fornecer material empírico para a pesquisa, mas estavam diretamente relacionadas às demais atividades propostas pela professora.

Além disso, ao elaborar as atividades, tivemos o cuidado de fazer com se evidenciassem relações entre elas, de tal forma que cada uma fosse percebida como em continuidade com as anteriores. Acreditamos que isso realmente aconteceu, com base na seguinte fala da professora Josi:

Josi: Então eu achei importante, assim, que deu uma linha de continuidade de um conteúdo pro outro e eles foram vendo, eu acho que eles foram vendo, assim, que não surge do nada. Pra mim foi legal por causa disso, porque nós trabalhamos cada conteúdo dentro de um contexto. (...) E eu não sei te dizer de qual atividade eu gostei mais, eu gostei do conjunto, porque uma coisa foi levando à outra, e como eu te falei, da forma como foi feito.

O fato de as atividades planejadas terem sido inseridas no planejamento da professora não permitiu que as mesmas fossem realizadas em dias escolhidos por mim. Elas foram aplicadas à medida que os assuntos aos quais se relacionavam foram sendo introduzidos ou trabalhados. Sendo assim, as atividades poderiam ser iniciadas em qualquer momento da aula, não havendo necessidade de uma aula dedicada exclusivamente a esse fim.

Durante a aplicação das atividades, meu papel em sala de aula se restringiu, na maior parte do tempo, ao de observadora. Assim, eu e a professora conversávamos antes da aula sobre a melhor maneira de trabalhar as atividades, e se, durante a aula, eu percebia algum aspecto que poderia ser tratado de forma diferente, deixava para falar com ela após o término da aula, sem a presença dos alunos.

De maneira geral, o desenvolvimento das atividades se dava da seguinte maneira: a professora introduzia a atividade fazendo uma discussão coletiva, com os alunos assentados individualmente. A seguir, ela pedia que os estudantes realizassem as tarefas propostas, sendo que em algumas ocasiões os alunos se assentaram em dupla – sugeri que alguma atividade fosse feita em grupo, mas Josi não aceitou a proposta, alegando que com mais de dois alunos reunidos ocorre muita confusão e nem todos fazem a atividade; no entanto, ela permitia que as duplas conversassem entre si. Durante a realização das tarefas, alguns alunos ou duplas solicitavam minha ajuda e, nessas ocasiões, atuei junto com a professora no atendimento aos estudantes. Terminada a realização das tarefas por parte dos alunos, havia um novo momento

¹⁵ Todas as atividades que aplicamos em nossa pesquisa de campo encontram-se em anexo.

de discussão e correção coletiva das atividades envolvendo a turma como um todo. Nesses momentos, o meu papel se restringia, novamente, ao de pesquisadora.

3.7.1 Primeira atividade – questionário sobre a matemática¹⁶

A primeira atividade relacionada com a História da Matemática aplicada aos alunos consistiu em um questionário com três questões que tinham como objetivo investigar os conhecimentos dos alunos a respeito da História da Matemática: se eles já haviam tido acesso a alguma informação relacionada a essa história ou se as atividades que iríamos desenvolver seriam o primeiro contato dos alunos com a mesma. Além disso, pretendíamos investigar, também, quais as suas concepções sobre a natureza da matemática, ou seja, desejávamos saber se eles viam a matemática como um conhecimento que sempre existiu ou como um conhecimento que se desenvolve ao longo do tempo; se eles reconheciam a matemática como uma criação humana ou se a consideram como algo “caído do céu”.

Essa atividade foi desenvolvida individualmente e foi aplicada antes de a professora introduzir os números inteiros. Na tentativa de não influenciar nas respostas, já que os alunos sabiam qual era o tema da nossa pesquisa, Josi comunicou que esse questionário seria utilizado na pesquisa apenas depois de eles o responderem. Os estudantes gastaram cerca de 20 minutos para realizar a tarefa.

Considerando que, até o 6º ano, os conteúdos matemáticos com os quais os alunos têm mais contato se relacionam com os conjuntos numéricos e as operações nesses conjuntos, para sondar os conhecimentos desses estudantes a respeito da História da Matemática, propusemos as seguintes questões:

“Como surgiram os números? Escreva o que você pensa sobre isso.

Você sabe alguma coisa sobre pessoas que foram importantes para o desenvolvimento da matemática? Consegue citar o nome de alguma delas?”

Na primeira questão, apenas dois alunos responderam que não sabiam como os números surgiram. Pelas respostas que os demais alunos deram, foi possível perceber que a grande maioria já tinha ouvido alguma coisa sobre a História da Matemática. Em suas respostas, um grupo formado por aproximadamente 25 alunos se referiu à necessidade dos povos antigos de contar seus animais e seus bens, e alguns citaram a contagem com pedras, riscos etc. Alguns exemplos desse tipo de resposta são os seguintes:

¹⁶ Ver Apêndice A.

Willian: Surgiram quando o ser humano precisou saber quantos animais ele iria domesticar, por exemplo, também para medir, dividir suas coisas e mais. Eu penso que isso foi importante, pois isso acontecendo nós hoje podemos estudar os números de várias formas. [707]

Jennifer: Surgiu na antiguidade quando os homens precisavam contar alguma coisa. Eles usavam pedras, galhos e faziam nós em cordas, assim ficando mais fácil de contar alguma coisa. [708]

Miguel: Eu acho que os antigos inventaram a matemática porque depois de um tempo eles tiveram a necessidade de usar um sistema numérico, como por exemplo, eles tinham várias ovelhas, mas não sabiam quantas tinham então eles só sabiam registrar como muito ou pouco. E então inventaram o primeiro sistema numérico contando com galhos de árvore. [708]

Outro grupo, formado por aproximadamente 20 alunos, respondeu que a origem dos números se relaciona aos gregos e/ou romanos. Como exemplos desse tipo de resposta, temos:

Monique: Eu acho que surgiu antigamente na Grécia porque começaram o comércio e para vender suas coisas eles precisaram inventar os números para facilitar as vendas dos produtos. [708]

Boy: Os números surgiram antigamente quando os antigos povos queriam uma forma de contar o que eles tinham e fazer seus comércios, os gregos que inventaram os números para melhorar sua forma de viver. [707]

Iuri: Eu penso que os números apareceram em Roma chamando-se Números Romanos. [708]

Também houve casos de alunos que misturaram esses dois tipos de respostas:

Moacir: Foram os gregos que inventaram os números e depois foram evoluindo cada vez mais, contando carneirinhos, contando pedras etc. [708]

Wagner: Eu acho que os números surgiram no Egito através dos números romanos que foi feito com pauzinhos, xis etc. Eu acho que por eles contar ovelhas entre outros animais e por volta dessa solução contaram pedras e pauzinhos e pelo pauzinho eles descobriram números romanos e depois de algum tempo eles criaram os números que usamos hoje. [707]

Finalmente, também encontramos respostas que não se relacionam com as anteriores:

Joaquim: Os números surgiram através de sábios, que eram estudiosos que eles puderam imaginar a ideia de números. [708]

Juliana: Que bem antigamente as pessoas não usavam os números e nem cálculos, depois de um tempo eles começaram com uma moeda em vez de dinheiro para comprar as coisas.

Bem depois começou a surgir os números como esse I, II, III, ..., depois de um bom tempo de uso desse número surgiram nossos atuais números 0, 1, 2, 3 ..., é assim que eu penso que surgiram os números. [707]

Podemos observar que essas concepções sobre a origem dos números apresentadas pelos alunos refletem o modo como a História da Matemática frequentemente está presente em livros didáticos de Matemática destinados aos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Com o objetivo de investigar quais as concepções dos alunos sobre a natureza da matemática, no primeiro questionário foi proposta a leitura de um texto, retirado do livro *O teorema do papagaio*, de Denis Guedj, reproduzido abaixo.

Como todos os alunos do mundo, Jonathan cruzara com Tales várias vezes. Todas as vezes, o professor tinha lhe falado do teorema, nunca do homem. Aliás, na aula de matemática, nunca se falava de ninguém. De vez em quando, aparecia um nome, Tales, Pitágoras, Pascal, Descartes, mas era só um nome. Como o de um queijo ou de uma estação de metrô. Também não se falava nem de onde nem de quando a coisa tinha acontecido. As fórmulas, as demonstrações, os teoremas aterrissavam no quadro negro. Como se ninguém os tivesse criado, como se houvessem estado ali desde sempre, como as montanhas e os rios (GUEDJ, 1999).

Logo após a leitura do texto, os alunos deveriam responder a seguinte questão: “*Você acha que as matérias de Matemática que aprendemos na escola surgiram ao longo do tempo ou que elas existem desde sempre? O que você pensa sobre isso?*”

Optamos por introduzir a pergunta com a citação do trecho de Denis Guedj por acreditar que seria difícil que os alunos explicitassem suas concepções em resposta a uma pergunta direta. Posteriormente comentaremos sobre tais respostas.

3.7.2 Segunda atividade – Texto sobre a história dos números negativos¹⁷

Na segunda atividade que desenvolvemos, a História da Matemática foi integrada de maneira explícita no processo de ensino-aprendizagem através do fornecimento de informações históricas diretas aos alunos. Essa, como vimos anteriormente, é uma das maneiras de integrar a História à Educação Matemática, conforme Tzanakis, Arcavi *et al.* (2000).

Essa segunda atividade consistiu na leitura e discussão de um texto com informações sobre a história dos números inteiros¹⁸ e foi desenvolvida após a professora ter introduzido os números negativos e trabalhado sua representação na reta numérica, bem como a comparação e o valor absoluto de números inteiros.

¹⁷ Ver Apêndice B.

¹⁸ O título escolhido para esse texto foi “Um pouco de História: os números negativos”.

O texto foi elaborado pela professora Josi, baseada em informações do livro didático adotado¹⁹ e em um texto que eu havia escrito, a partir de Gonzalez *et al.* (1990), Beery *et al.* (2004) e Berlingoff e Gouvêa (2008), para trabalhar com meus alunos do 7º ano em 2010.

Para desenvolver essa atividade, foram utilizadas, aproximadamente, duas aulas de 60 minutos. Em um primeiro momento, com os alunos assentados individualmente, Josi distribuiu o texto e pediu que eles o lessem silenciosamente. Depois de esperar alguns minutos até que os estudantes fizessem essa primeira leitura, deu início à discussão do mesmo. Para isso, o texto foi lido gradualmente em voz alta pelos alunos, sob a orientação da professora – na turma 708, Josi indicou os alunos que deveriam ler, seguindo a ordem das carteiras; já na turma 707, ela deixou lerem aqueles alunos que manifestaram o desejo de fazê-lo. Após a leitura de cada trecho, a professora explicava e complementava as informações que haviam sido lidas, e os alunos podiam fazer perguntas.

Em um segundo momento da atividade, os alunos responderam a um questionário referente ao texto trabalhado. Esse questionário foi, posteriormente, corrigido coletivamente pela professora.

Nossos principais objetivos com a leitura, interpretação e discussão desse texto eram levar os alunos a compreenderem que o conhecimento matemático é desenvolvido pela humanidade ao longo do tempo e que esse processo, como no caso dos números negativos, pode ser cercado por dúvidas e incertezas, de tal forma que os próprios matemáticos podem ter dificuldade com a compreensão de conceitos matemáticos. Além disso, pelo fato de os alunos estarem no processo de ter suas próprias experiências e dificuldades em entender e operar com os números negativos, consideramos que saber que historicamente houve dificuldades na compreensão desses números poderia levar os estudantes a terem uma postura mais favorável diante dos conhecimentos matemáticos.

Alguns desses objetivos foram explicitados pela professora aos alunos, após o término da discussão do texto:

Josi: Então esse texto, eu só quis mostrar pra vocês que não é fácil entender números negativos... a ideia de números negativos. Por isso que muitas vezes a gente tem a maior dúvida quando eu estou comparando dois números, pra ver qual é menor... As dúvidas que vocês tiveram várias pessoas tiveram ao longo da história. Então foi pra mostrar, esse texto foi principalmente pra mostrar o longo processo até a aceitação dos números negativos, desde a sua criação até a sua aceitação no século XIX. [Aula na turma 708]

¹⁹ O livro adotado é: IEZZI, Gelson; DOLCE, Oswaldo; MACHADO, Antonio. *Matemática e realidade*: 7º ano. 6. ed. São Paulo: Atual, 2009.

Durante a discussão desse texto, foi possível trabalhar, também, questões que não havíamos planejado, como, por exemplo, o significado dos termos “astronomia” e “astrologia” e relações entre unidades de tempo, como anos e séculos. Os excertos a seguir ilustram o que acabamos de comentar:

Josi: Pra astronomia... o quê que é astronomia? Astronomia, astrologia e o comércio. O quê que é astronomia? Não precisa falar direitinho não, porque nem eu sei explicar direito o quê que é astronomia, mas vocês sabem o quê que é astronomia? O quê que ela estuda?

Miguel: Estuda os planetas... ?

Wagner: As estrelas.

Kristen: As estrelas, assim... [faz um gesto com a mão]

Josi: Tudo o que pode ser observado no céu, as estrelas, os planetas, a Via Láctea, então tudo o que pode ser observado no céu a astronomia estuda. Então é uma ciência complementar à Física, à Química e à Matemática que estuda os elementos do espaço, tudo o que pode ser observado no céu pra tentar entender os fenômenos que ocorrem dentro da Terra e fora da Terra. E astrologia? Essa palavra a gente ouve falar... astrologia...

Dilan: O estudo da Terra?

Josi: Bom, ninguém lê horóscopo?

Cecília: Signos.

Josi: Já tem relação com os signos, né? Então astrologia não é ciência, é uma falsa ciência e ela vai estudar: “é uma crença segundo a qual a posição dos corpos celestes podem prover informações sobre a personalidade, as relações humanas e outros assuntos mundanos.” [a professora havia se preparado para a discussão do texto e essa definição ela buscou no dicionário] Então é por isso que cada um tem um signo lá e aí fala informações sobre personalidade, o que vai acontecer naquele dia... então é mais místico, assim... não é uma ciência comprovada, não é algo que se pode comprovar cientificamente. Então a matemática dos hindus ela foi desenvolvida principalmente para o estudo da astronomia, da astrologia e o desenvolvimento do comércio. [Turma 708]

Josi: Gente, esse Brahmagupta nasceu em 625 depois de Cristo. Que século que é esse?

[Os alunos começam a falar.]

Yan: século sete.

Josi: Sete. Olha, no século III antes de Cristo já tinha aquele livro, lá, Sete Capítulos da Arte Matemática. Que tinha a regra da adição e subtração de números negativos. Só no século sete que foi aparecer regra pra multiplicação e divisão. Então olha quanto tempo se passou do século três antes de Cristo até o século sete. Dez séculos. Mil anos aproximadamente. Então demorou muito pra aparecer regra pra multiplicação e divisão. Pra vocês verem que muitas vezes a gente tem dificuldade e olha, isso não é coisa que é fácil mesmo não. Olha quantos anos se passou pra descobrir essas coisas. (...)

Josi: Aí já fala sobre outro matemático, René Descartes. Em que século René viveu?... 1596 é século o quê?

Algum aluno: Século XIV.

Julius: Século XV.

Josi: Olha, 1500 termina o século XV, 1596 já tá no século XVI. No final do século XVI e início do XVII. ... ô gente, do zero até o 100 não é século 1? [desenha uma semirreta começando do zero no quadro.]

Roberta: É.

Josi: Então vamos pensar. De 1400 a 1500 vai ser século o quê?

Julius: XV.

Josi: XV. Século XV vai até 1500. Então acima de 1500 já é século XVI, até 1600 é século XVI, porque tem que lembrar que começa a contagem do zero. (...)

Josi: De 101 a 200 é século II. Então de 1400 a 1500 é século XV. Termina no 1500 o século XV. (...) direto vocês estão vendo isso nos textos de história e isso tem que estar bem entendido pra você conseguir entender o texto. [Turma 707]

3.7.3 Terceira atividade – Números chineses de Shang²⁰

Na terceira atividade desenvolvida em nosso trabalho de campo, a História da Matemática também esteve presente de maneira explícita. De acordo com uma das indicações de Fauvel e Van Maanen (2000), apresentada no Capítulo 1, foi uma atividade matemática experimental referente à notação.

Nessa atividade, os estudantes foram apresentados a um antigo sistema de numeração chinês, chamado sistema de numeração de Shang. Os números de Shang, de acordo com artefatos encontrados, datam do século IV a.C., mas historiadores acreditam que eles foram usados pelo menos dez séculos antes, durante a Dinastia de Shang (XVI-XI a.C). Esse sistema de numeração era decimal e posicional e os números maiores do que nove eram representados alternando-se as formas vertical e horizontal dos algarismos de um a nove. Durante séculos, foram utilizadas varas de contagem para representar esses números (BEERY *et al.*, 2004). A notação desse sistema de numeração, que também tinha uma forma específica para indicar números negativos, foi mostrada aos alunos e eles tiveram a oportunidade de praticar a escrita de diferentes números de acordo com ela.

Com essa atividade, tínhamos como objetivo permitir que os alunos experimentassem um antigo método de escrita de números tendo como referência uma outra perspectiva cultural, que se diferencia da ocidental, à qual eles estão acostumados. Ao mesmo tempo, esperávamos que a atividade contribuísse para um melhor entendimento da importância do zero no sistema de numeração decimal que usamos. Além disso, ela serviria como introdução a outra atividade a ser desenvolvida posteriormente. É importante observar que essa atividade foi trabalhada de forma intercalada com a atividade anterior e que essas duas atividades se

²⁰ Ver Apêndice C.

relacionam, especialmente porque, no texto discutido anteriormente, havia o seguinte trecho que se referia à maneira como os chineses faziam cálculos com números negativos.

Mas, como os chineses faziam para distinguir os números negativos dos positivos? Na China, há muito tempo atrás, havia se desenvolvido a prática de calcular com barras de bambu estendidas sobre um tabuleiro. E, para distinguir número positivo de negativo, foi adotada a seguinte convenção: barras pretas indicavam os negativos e barras vermelhas, os positivos. [Trecho retirado do texto trabalhado na segunda atividade]

Josi iniciou a atividade escrevendo no quadro os algarismos nas posições vertical e horizontal e explicando aos alunos como funciona a notação no sistema de Shang, ou seja, enfatizando que esse sistema é decimal e posicional. A seguir, ela escreveu no quadro alguns números no sistema indo-arábico e convidou os alunos para irem ao quadro representar esses números usando o sistema de numeração de Shang.

Josi: O sistema de numeração chinês, ele é posicional como o nosso. Então tem a casa das unidades, que é a casa da direita, a casa da dezena, centena, unidade de milhar, dezena de milhar, centena de milhar, aí a casa da unidade de milhão e assim por diante. Só que eu não vou pegar números muito grandes pra gente escrever, porque não faz nem muito sentido. Então eu vou pegar só até a casa da dezena de milhar. O sistema de numeração chinês é posicional como o nosso, porém eles vão alternando os símbolos. O símbolo na casa da unidade é o símbolo vertical na dezena, horizontal, na centena, vertical, na unidade de milhar, horizontal, na dezena de milhar, vertical. Então eles vão alternando os símbolos para escrever as casas. Como que ficaria, por exemplo, o número 36? Quem pode fazer pra mim o número 36? [708]

Para discutir a importância do zero, a professora solicitou que os alunos representassem sequências de números como 1, 10, 100, 1000, ou 13, 103, 1003. Um exemplo dessa discussão está no trecho a seguir:

Josi: Já que ninguém perguntou, e eu estava esperando a pergunta: como é que nós vamos escrever número que tem zero?

Seu Zé: Eu te perguntei!

Josi: O algarismo zero.

Seu Zé: Eu te perguntei. Eu falei com você: professora, como é que faz o 10? E você até pediu pra mim esperar, cê tava explicando...

Josi: Ah, é? Então ótimo. Eu que tô com a memória curta. Psssssiu... Então ele falou que já tinha perguntado como é que ficaria o 10. Então eu vou responder agora... Quando tinha algum número com algum algarismo vazio, ou seja, com o zero, não tinha o símbolo pro zero, então a casa ficava vazia, porque zero é a mesma coisa que não ter nada. Então a casa correspondente ficava vazia. O 1 é assim, não vou nem pedir para ninguém fazer porque uma unidade fica assim [escreve no quadro]. Agora o 10... quem não veio ainda?

[Vários alunos pedem para fazer]

Josi: Stephanie, como que eu faria o 10? Tenta fazer pra mim...

Edgar: É a mesma coisa.

Josi: Tenta fazer o 10 pra mim. [Stephanie se levanta e vai até o quadro]. A casa que tá vazia...

Kamyly: Fica a mesma coisa não.

Seu Zé: Eu acho que fica a mesma coisa.

Kamyly: Não fica. O T fica horizontal

Josi: Não tem símbolo pro zero, então a casa que seria o zero, você vai deixar um espaço vazio.

(...)

Josi: Por quê, Stephanie?

Stephanie: Porque tá na dezena.

Josi: Ah... uma dezena.

Seu Zé: Ah, é...

Josi: A unidade tá vazia, sem nada, uma dezena na outra casa. Tá certinho...
[Vários alunos pedem para fazer o próximo número no quadro]

Josi: Kamyly, faz o 100 pra mim. Como que ficaria o 100 nesse caso?
[Kamyly vai até o quadro]

Kamyly: Vertical, horizontal, vertical.

Josi: Olha, aí já apareceu um problema. Como diferenciar o 1 do 100?

(...)

Josi: Olha, se aparecer num texto chinês, é lógico que não vai ter um número lá do sistema de numeração indo-arábico.

Seu Zé: É só colocar o mais.

Josi: Se aparecesse num texto chinês o número 1 ou o 100, como diferenciar se é 1 ou se é 100?

Floyd: mas se tiver escrito lá...

Iuri: É só colocar um tracinho em baixo [faz um gesto colocando um braço debaixo do outro].

Seu Zé: Professora, vai estar usando unidade, dezena e centena assim?

Josi: Ah... a gente não escreve as casas, né. A gente não escreve as casas

(...)

Floyd: E se na atividade tiver pedindo o 100?

Miley: Professora, coloca 2 tracinhos em baixo.

Josi: Sabe o que os chineses faziam?... Aí vocês estão especulando, porque vocês não sabem o que eles faziam. Eles sentiram a necessidade de um símbolo pro zero, porque só deixar casa vazia pode confundir o número, tanto é que você escreve o 1 da mesma forma que você escreve o 100. Então eles sentiram a necessidade de indicar as casas vazias com um símbolo, tanto é que como ficaria o 1.000? Como que ficaria pra escrever o número 1.000?

Karynna: O um.

Josi: Uma unidade de milhar, na horizontal.

Seu Zé: Mas aí ia parecer o 10.

Josi: Ficaria igual ao 10 e aí poderia confundir. Então com a necessidade de um símbolo para indicar a casa vazia, apareceu o pontinho. Então eles começaram o símbolo do zero com um pontinho. Então o 10 ficaria assim [escreve no quadro]. [Turma 708]

Após terminar essa primeira parte de introdução e discussão coletiva, Josi entregou uma folha com atividades para os alunos realizarem individualmente na qual, além de um texto introduzindo historicamente esse sistema de numeração, constavam alguns exercícios que relacionavam números no sistema indo-arábico com seus correspondentes no sistema de

numeração de Shang. A última etapa da atividade foi dedicada à correção e discussão coletiva desses exercícios, momento no qual os alunos foram ao quadro novamente para fazer a representação de alguns números utilizando o sistema de numeração estudado. Ao todo, nessa atividade, juntamente com a anterior, foram gastas quatro aulas de sessenta minutos.

Especialmente na turma 708, houve um grande envolvimento dos alunos. Vários deles se manifestaram querendo ir ao quadro representar os números chineses e todos eles fizeram os exercícios propostos. Ao resolver os exercícios, no entanto, alguns estudantes cometeram erros, especialmente relacionados à posição dos algarismos e/ou à representação dos números negativos. Alguns deles, por exemplo, representaram os números com todos os algarismos chineses na posição horizontal.

3.7.4 Quarta atividade – Introduzindo a soma de inteiros utilizando varas de contagem chinesas²¹

O objetivo da quarta atividade que trabalhamos em nossa pesquisa de campo era introduzir a adição de números inteiros tendo como referência a maneira pela qual os antigos chineses realizavam suas operações, ou seja, utilizando varetas pretas e vermelhas para números negativos e positivos, respectivamente. Ao longo do seu desenvolvimento, a História da Matemática esteve presente, predominantemente, de maneira implícita, sinalizando o caminho a ser seguido.

Essa atividade teve a duração aproximada de três aulas de sessenta minutos e foi dividida em quatro momentos. No primeiro momento, a atividade foi apresentada aos alunos e relacionada, pela professora, com as atividades anteriores, como podemos ver no trecho a seguir:

Josi: Olha, hoje nós vamos começar a ver adição de números inteiros e pra trabalhar adição de números inteiros eu vou trabalhar uma atividade com vocês que é aos moldes de como os chineses calculavam. (...) Então nós vamos aprender como calcular adição de números inteiros com a técnica que os chineses usavam. Então nós já sabemos que os chineses, eles trabalhavam com números positivos e números negativos, não é? Usando palitos, barras de bambu para indicar os números, não é?

Alunos: É.

Josi: Eles calculavam com barras de bambu estendidas num tabuleiro. Então, como que eles diferenciavam os números positivos dos negativos? (...)

²¹ Ver Apêndice D.

Após essa breve apresentação, a professora escreveu no quadro exemplos de soma de inteiros envolvendo números de mesmo sinal e de sinais contrários e discutiu esses exemplos com as turmas, para mostrar aos alunos que a adição está relacionada à ideia de “juntar” e levá-los a perceber que, quando se junta um palito preto com um vermelho, obtém-se zero como resultado, ou seja, que um palito preto “cancela” um vermelho. Os exemplos foram resolvidos pela professora, com a participação dos alunos, utilizando palitos coloridos, do mesmo modo que os alunos deveriam fazer na etapa seguinte da atividade. Josi procurou envolver toda a turma na discussão desses exemplos, fazendo perguntas que os levassem a chegar ao procedimento correto e solicitando o auxílio de alguns deles na manipulação dos palitos.

No caso da soma de números de mesmo sinal, os alunos conseguiram visualizar rapidamente qual seria o resultado, já que os palitos eram da mesma cor. No caso da soma de números com sinais contrários, porém, não foi tão simples para os alunos perceberem qual seria o resultado, já que os palitos eram de cores diferentes. Os trechos a seguir mostram como foi a discussão de exemplos desse tipo na turma 708.

Josi: Agora eu vou fazer a segunda... A segunda eu tenho que adicionar o número +8 com o número -5. Então pega pra mim o número +8 [se referindo a Seu Zé] que eu vou pegar o -5.

(...)

Josi: (...) Então o Seu Zé está com o número +8. Agora eu tenho que pegar o número -5. Como que eu posso indicar o número -5?

Niclites, Dílan e Outros: Cinco palitos pretos.

Josi: Negativo eu indico com palitos pretos, então cinco palitos pretos. [pega 5 palitos pretos]... Então três, quatro, cinco... Eu tenho que somar o número +8 com o número -5. Somar é a mesma coisa que juntar. Juntar pra ver o total. [pega os palitos vermelhos da mão de Seu Zé]. Então quando eu junto ficam palitos de duas cores não é? Se eu pegar... O quê que vai acontecer aqui? Qual vai ser o resultado, gente?

Niclites: Você vai tirar três, cinco palitos vermelhos.

Jane: Vai ter que tirar cinco palitos pretos, ah não, não, não.

Niclites: Vermelhos.

Seu Zé: Cinco palitos pretos e o que sobrar deles...

Josi: Juntei os palitos vermelhos e pretos. Como que eu vou saber o resultado?

Seu Zé: Você tira cinco palitos vermelhos e os palitos vermelhos que sobrar você deixa. Você tira o mesmo total de palitos vermelhos...

Josi: Tiro cinco palitos vermelhos... fala devagar.

Seu Zé: Não. Tira três. Falei errado, tira três palitos vermelhos.

Josi: Três palitos vermelhos.

Seu Zé: Aí vai ficar cinco pretos e cinco vermelhos aí você faz a soma dá zero. Aí você usa os três que restaram e coloca como resultado. [À medida que o aluno vai falando a professora faz com os palitinhos o que ele fala]

Josi: Ah, que ótimo Seu Zé. Olha o quê que ele falou: Aqui na minha mão tem, ó, ele pediu pra eu separar três palitos vermelhos então eu vou separar.

Aí olha o que ficou na minha mão aqui. [a professora vai fazendo com os palitinhos na frente da turma de tal forma que os alunos veem o que ela está fazendo]. Ficaram, olha só. Eu juntei tudo, tenho essa quantidade de palitos, não é? Aí olha o quê que o Seu Zé falou: tira três vermelhos, separei três vermelhos. Quantos pretos tem aqui?

Alunos: Cinco.

Josi: Quantos vermelhos tem aqui?

Alunos: Cinco.

Josi: Cinco, não é? Quanto que dá cinco; olha só, um preto com um vermelho quanto que dá?

Niclites: Dois.

Seu Zé, Miguel e outros: Zero.

Josi: Um negativo, que é o preto, com um positivo, que é o vermelho, dá quanto?

Floyd: Um.

Seu Zé, Miguel, Marabu: Zero.

Josi: Zero. Então um par preto com um vermelho dá quanto? Um positivo com um negativo?

Alunos: Zero.

Como se pode perceber, na turma 708, Seu Zé descreveu corretamente o procedimento que deveria ser seguido, e a professora usou a resposta desse aluno para discutir com a turma a questão do cancelamento dos palitos de cores diferentes.

Terminada a discussão desses exemplos, teve início o segundo momento da atividade, que foi realizado em duplas. A professora entregou para cada dupla palitos vermelhos, pretos e uma folha de tarefas para cada aluno. Essa folha de tarefas era dividida em duas partes. Na primeira, constavam adições que os alunos deveriam efetuar com os palitos e regras de adição para os alunos completarem a partir desses cálculos. A segunda parte consistia de adições que os alunos deveriam efetuar, após a correção e discussão da primeira parte, sem usar os palitos.

Durante o desenvolvimento da primeira parte da folha de tarefas, houve um bom envolvimento dos alunos, no sentido de que todos tentaram obter resultados para as adições. No entanto, no início houve resistência à utilização dos palitos para os cálculos por parte de alguns alunos, mas vários desses estudantes chegaram a resultados incorretos.

À medida que os alunos iam solicitando o auxílio da professora, especialmente para conferir se as respostas que deram estavam corretas, Josi pedia que eles refizessem, com os palitos, as adições que haviam errado, para que ela pudesse verificar em qual parte do procedimento eles estavam cometendo erros e, assim, ajudá-los a corrigir tais erros.

A dupla Niclites e Miguel, por exemplo, usou os palitos apenas para efetuar adições de números com sinais contrários e deu as respostas sem usar os palitos nas adições de números de mesmo sinal. Mas, nesses casos, eles cometeram erros, como na adição $(-7)+(-9)$, para a

qual responderam -2. Após refazerem essa conta utilizando os palitos, eles conseguiram compreender o erro que haviam cometido e chegar ao resultado correto.

Dílan foi outro aluno que, a princípio, não queria resolver as adições com os palitinhos. Ele disse que sua mãe lhe ensinara de outro modo:

Dílan: Aqui, professora, minha mãe me ensinou de um jeito mais fácil. Minha mãe me ensinou de um jeito mais fácil. É assim, quando é sinal do mesmo jeito, a conta é de mais, quando é sinal sem ser igual é de menos. Ela me ensinou assim.

Pesq: Mas e o sinal da resposta?

Dílan: Ela falou que o sinal da resposta vai ser o do número maior, sem o sinal.

Embora Dílan tivesse expressado corretamente a maneira de efetuar as adições, foi possível perceber que não havia se apropriado da regra para realizar os cálculos, uma vez que todas as suas respostas iniciais estavam incorretas. Ao refazer os cálculos utilizando os palitos, esse aluno conseguiu obter os resultados corretos.

O aluno Iuri, ao efetuar a adição $(+8)+(+5)$, tirou 5 pares de palitos vermelhos e deu como resposta +3, ou seja, ele “cancelou” palitos com cores iguais. Esse tipo de erro também foi cometido por outros alunos, mas, após a discussão coletiva dos exercícios, não voltamos a perceber a ocorrência de erros desse mesmo tipo.

O terceiro momento da atividade foi dedicado à discussão coletiva da primeira parte da folha de tarefas, com os alunos assentados individualmente. Além de conferir se as respostas dos alunos estavam corretas, esse momento teve como objetivo discutir como se deve proceder para simplificar as expressões eliminando os parênteses.

O procedimento de realizar os cálculos com os palitos, como os antigos chineses, contribuiu para que, durante a discussão coletiva, os estudantes concluíssem como se deve proceder na eliminação dos parênteses, no caso da adição. Ao discutir a eliminação dos parênteses quando o sinal do segundo número é negativo, os alunos ficaram em dúvida. Na adição $(-7)+(-9)$, por exemplo, eles não sabiam se a forma simplificada dessa expressão seria $-7+9$ ou $-7-9$. A professora utilizou os palitos para levá-los a concluir que a forma correta seria a segunda:

Josi: Menos sete com menos nove. $[(-7) + (-9)]$

Niclites: Menos dezesseis.

Josi: Somando o menos sete com o menos nove, quanto que deu?

Alunos: Menos dezesseis.

(...)

Josi: Agora vamos analisar como que vai ficar essa expressão na forma simplificada. Me falem aí, como é que vai ficar essa expressão na forma simplificada.

Seu Zé, Niclites e Miguel: Menos sete mais menos nove.

Josi: Menos sete, eu eliminei os parênteses, o sinal não tem como eliminar porque o número é negativo, tem que escrever o sinal do menos. Então menos sete...

(...)

Josi: Menos nove. Olha, um erro gravíssimo. Em matemática vocês nunca vão ver isso acontecer, olha [circula +- na expressão $-7+-9$ ditada pelos alunos]. Já viram alguma vez dois sinais juntos?

Alunos: Não.

Josi: Não. E nunca vão ver porque isso tá errado. Nunca posso colocar um sinal junto com o outro. É pra isso que a gente utiliza os parênteses, pra separar o sinal da operação do sinal do número. Então aqui você tem que fazer uma decisão. Você tem que simplificar, tirar os parênteses, você vai definir qual sinal que vai ficar, se é o de mais ou se é o de menos. Os dois juntos não podem. E aí? Qual sinal vai ficar aqui?

[Alguns alunos falam que é de mais e outros que é de menos]

Josi: Vamos colocar o de mais...

Iuri: Aí vai ficar menos sete mais nove.

Josi: E vamos fazer essa conta pra ver se vai dar o resultado que nós colocamos.

(...)

Josi: Faço os cancelamentos. Pegar um palito preto e um vermelho e tirar, isso é um cancelamento que eu estou fazendo. Então vou fazendo todos os possíveis, olha... [vai juntando os pares e tirando] Tirei os pares e vejo o quê que sobrou na minha mão. Sobrou o quê?

Floyd: Mais dois.

Miguel: Dois positivo.

Kamylly: Mais dois.

Josi: Dois vermelhos, dois positivos. O resultado é dois positivo?

Miguel: Não.

Josi: Não. Então esse sinal aqui tá errado.

(...)

Josi: O sinal do número... a soma não indica só que é pra juntar? Então aqui eu vou juntar o menos sete com o menos nove.

[Josi faz a conta $-7-9$, juntamente com os alunos, juntando 7 palitos pretos com 9 pretos para chegar no resultado -16]

Josi: Dezesseis. Não preciso nem contar, né. Sete pretos com nove pretos, dá dezesseis palitos pretos. Então dá menos dezesseis. Então na hora de simplificar o sinal da adição só indica que você tem que juntar, então prevalece o sinal do número. Por isso que ficou menos nove.

Finalmente, o quarto e último momento dessa atividade de introdução da adição de números inteiros foi dedicado à execução e correção dos exercícios da segunda parte da folha de tarefas, os quais consistiam em adições com parênteses e adições na forma simplificada. A professora orientou os alunos a fazerem essas adições utilizando as regras que haviam sido discutidas e pediu que eles armassem e efetuassem as contas, já que os números envolvidos eram maiores, em valor absoluto. No entanto, foi possível perceber que vários alunos ainda usaram a ideia dos palitos para chegar ao resultado, e essa ideia se mostrou eficiente para

auxiliá-los a visualizarem a operação que deveria ser feita. Esse fato pôde ser observado enquanto os alunos resolviam os exercícios, mas também durante a correção coletiva dos mesmos. Durante essa correção, Josi deixou que os alunos fossem até o quadro explicar suas resoluções. Em certo momento Seu Zé foi até o quadro resolver a adição $(+50)+(-40)$. Quando Jane o viu armando e efetuando a subtração $50-40$ fez uma pergunta que deu origem ao seguinte diálogo, que ilustra o que acabamos de dizer:

Jane: Por que menos?

Seu Zé: Porque é menos.

Karynna: Porque Jane... Por que é menos? Porque...tipo... se você tiver, deixa eu dar um exemplo que fica melhor... se você tiver, igual eu falei pra professora, 10 palitos vermelhos e cinco palitos pretos, aí você vai e tira: um palito preto e um vermelho, um palito preto e um vermelho [faz o gesto unindo e separando duas régua como se fossem os palitos]. Quantos que sobra?

Jane: Não sei.

Karynna: Cinco. Sobra 5. Aí ali é pra colocar qual conta que tem que fazer. [Apontando para o quadro] A de menos.

Outro ponto muito interessante nessa atividade foi que as ideias nela contidas não estiveram presentes apenas durante o seu desenvolvimento. Elas continuaram a ser utilizadas, tanto pelos alunos quanto pela professora, como uma ferramenta auxiliar na adição de números inteiros. Nas aulas seguintes à atividade relatada, a professora introduziu uma nova ideia para auxiliar os alunos a efetuarem cálculos com números positivos e negativos: a ideia de débitos para números negativos e créditos para números positivos. No entanto, alguns alunos preferiram continuar utilizando a ideia dos palitos para efetuar seus cálculos. É o caso da aluna Karynna que, em diferentes momentos, em situações em que a professora estava tirando dúvidas de outros colegas, aconselhou a professora a explicar a eles utilizando a ideia dos palitos. Outra situação aconteceu em uma aula posterior à atividade aqui relatada, durante a correção de um exercício do livro didático. A professora disse aos alunos: “Vamos pensar em dívidas e créditos, eu sempre penso assim. Se não entenderem, me falem que eu explico usando palitinhos.” O aluno Seu Zé imediatamente pediu a ela: “faz aquele negócio dos palitos.”

3.7.5 Quinta atividade – Introduzindo a subtração de inteiros utilizando varas de contagem chinesas²²

A quinta atividade que envolveu a História da Matemática em nosso trabalho de campo foi semelhante à quarta atividade. Porém, dessa vez, nosso objetivo era introduzir a subtração de números inteiros, também tomando como referência a maneira pela qual os antigos chineses realizavam seus cálculos.

Essa atividade teve a duração aproximada de duas aulas de sessenta minutos e foi dividida em três etapas. A primeira etapa consistiu da introdução e discussão coletiva de alguns exemplos. Na segunda etapa, os alunos, em dupla, deveriam usar os palitos para realizar algumas subtrações de uma folha de tarefas entregue a eles. A terceira e última etapa foi dedicada à correção dos exercícios da folha de tarefas e à discussão do procedimento para a eliminação de parênteses nas expressões que envolviam subtrações. Na primeira etapa, Josi apresentou a atividade aos alunos, relacionando-a com a atividade anterior, e discutiu com eles os procedimentos que deveriam ser seguidos para efetuar, com os palitos, algumas subtrações que escreveu no quadro. Na turma 708 os exemplos discutidos foram $(+10) - (+4)$, $(+8) - (-3)$, $(-7) - (+5)$ e $(-5) - (+7)$. Na turma 707, esses exemplos foram $(+10) - (+4)$, $(+8) - (-2)$ e $(-10) - (+4)$.

Logo no início, a discussão foi conduzida no sentido de que a subtração estaria relacionada à ideia de “tirar”. Dessa forma, os alunos não mostraram dificuldade para compreender o procedimento a ser seguido no primeiro exemplo, uma vez que, nesse caso, os palitos iniciais eram da mesma cor e em maior quantidade que os palitos que deveriam ser tirados.

No segundo exemplo, a professora tentou levar os alunos a pensarem que, como os palitos a serem tirados eram de cor diferente da dos palitos iniciais, era necessário acrescentar pares de zeros, formados por um palito preto e um vermelho, a fim de que “aparecessem” os palitos que deveriam ser tirados. No entanto, apesar do esforço de Josi, os alunos não conseguiram chegar a essa ideia e ela teve que apresentar tal procedimento a eles. O excerto a seguir mostra as interações entre a professora e os estudantes da turma 707:

Josi: Então agora eu quero que vocês me falem como é que eu vou fazer a segunda subtração ali.

Joyce: Oito palitos vermelhos...

Josi: Vou pegar oito palitos vermelhos... [Josi pega oito palitos vermelhos.]

²² Ver Apêndice E.

Joyce: Dois palitos pretos.

(...)

Josi: Gente, esse cálculo que vocês estão falando eu estou entendendo o que vocês estão falando. Olha eu tô com mais 8 aí vocês pediram para eu colocar menos 2.

Alguns alunos: É.

Josi: colocar menos 2, aí eu tô somando com menos 2.

(...)

Fylipe: Mas não tem que colocar, professora. Tem que tirar.

Josi: é justamente esse o problema. Eu tô com 8 positivo aqui, eu tenho que tirar 2 negativos.

(...)

Josi: Mas eu não tenho 2 palitos pretos na minha mão, não é? O problema é todo esse. Eu não tenho 2 palitos pretos na minha mão. Eu vou precisar colocar 2 palitos pretos.

(...)

Josi: Se eu colocar só 1 preto aí um preto cancela com 1 vermelho e eu fico com 7, não fico com 8.

(...)

Josi: Olha só, já que vocês não descobriram ainda, eu vou falar. Eu tô com 8 positivo e quero tirar. Tirar, subtrair, eu não quero somar, porque se fosse somar era só colocar 2 pretos. Eu quero tirar 2 pretos. Não tem palitos pretos na minha mão. Então pra eu tirar, eu vou ter que colocar. Mas pra eu colocar um palito preto eu vou colocar junto um vermelho.

(...)

Josi: Vocês concordam que um preto com vermelho soma zero?

(...)

Josi: Colocar zero eu posso. Então eu coloquei zero. Eu posso colocar mais um par de zero que eu continuo com 8 pretos na minha mão, não é?

Lucas: Você quer tirar 2 palitos pretos.

Josi: Olha só, se eu tenho 8 positivo aqui e coloquei 2 zeros, eu não continuo com 8?

Sophia: Ahã.

Josi: Então eu não alterei o resultado na minha mão. Eu continuo com 8. Agora eu não tenho condições de tirar 2 negativos?

Alunos: Tem.

Fylipe: Ficou 10.

Wagner: Agora vai dar 10.

Mesmo após a professora apresentar aos alunos o procedimento a ser seguido para efetuar, com os palitos, subtrações como as dos dois últimos exemplos, houve certa resistência. Por esse motivo, na turma 707, em que a atividade foi trabalhada primeiro, Josi acabou discutindo a eliminação dos parênteses antes da segunda etapa da atividade. Na turma 708, pedi para que ela seguisse a ordem que havíamos planejado e ela assim o fez.

No segundo momento da atividade, os alunos se assentaram em duplas e receberam palitos coloridos e uma folha com algumas subtrações a serem efetuadas seguindo os procedimentos discutidos coletivamente. Na turma 707, como a professora já havia explicado o procedimento para a eliminação de parênteses, muitos alunos simplificaram as expressões antes de realizar os cálculos com os palitos, o que, talvez, tenha feito a atividade perder um

pouco o sentido, já que, ao se fazer isso, as subtrações acabam se transformando em adições, que já haviam sido trabalhadas anteriormente. Outros alunos tentaram efetuar as subtrações sem simplificá-las, mas foi possível perceber que eles tiveram mais dúvidas do que tiveram na atividade de adição com os palitos. Alguns alunos, inclusive, como é o caso de Richard e Michel, confundiram esses dois procedimentos e só conseguiram utilizar o procedimento correto da subtração após a intervenção da professora.

Na turma 708, infelizmente, não foi possível acompanhar a segunda etapa do desenvolvimento dessa atividade, pois a mesma foi realizada em um dia em que, inicialmente, haveria uma prova a ser aplicada a toda a escola e que se iniciaria no horário da aula de Matemática dessa turma. No entanto, a equipe pedagógica da escola resolveu, nesse mesmo dia, começar a prova mais tarde, e a professora Josi acabou dando continuidade a essa atividade, iniciada na aula anterior, mesmo sem a minha presença.

A terceira e última etapa da atividade foi dedicada à correção das subtrações efetuadas pelos alunos e à discussão, na turma 708, do procedimento para eliminação dos parênteses na simplificação de expressões envolvendo essa operação. Nesse momento, Josi chamou os alunos na frente da sala para efetuarem as subtrações com os palitos, de forma que ela foi dialogando com a turma sobre os procedimentos que esses estudantes estavam realizando. Em seguida, na turma 708, passou a explicar a eliminação dos parênteses e, assim como havia feito na turma 707, utilizou para isso a ideia de números opostos.

Após os alunos aprenderem a eliminar os parênteses para depois efetuar os cálculos, de tal forma que as subtrações se tornassem semelhantes às adições, não observamos mais, até o término da pesquisa de campo, nenhum aluno usando a ideia de subtração com os palitos apresentada nessa atividade.

3.7.6 Sexta atividade – Operando com o quadro de contagem chinês²³

A sexta atividade realizada em nossa pesquisa de campo se relaciona diretamente com a terceira e a quarta atividades, desenvolvidas anteriormente, e nela a História da Matemática esteve presente de maneira explícita. Nosso principal objetivo ao propor essa atividade era que os alunos aprendessem a realizar adição e subtração utilizando o sistema de numeração chinês, trabalhado na terceira atividade. Além disso, esperávamos que essa atividade contribuísse para revisar e melhorar o entendimento dos alunos a respeito do sistema decimal de numeração e da adição e subtração com inteiros, incluindo números negativos.

²³ Ver Apêndice F.

Para a realização da atividade, confeccionamos um quadro de contagem chinês – versão professora²⁴ – para ser usado na frente da sala e versões reduzidas desse quadro para uso dos alunos²⁵ (FIG. 1). Quando os alunos viram o quadro de contagem, versão professora, pela primeira vez, eles se mostraram curiosos sobre a finalidade do mesmo. Houve comentários como “O quê que é isso?” e “Nó, que legal!”.

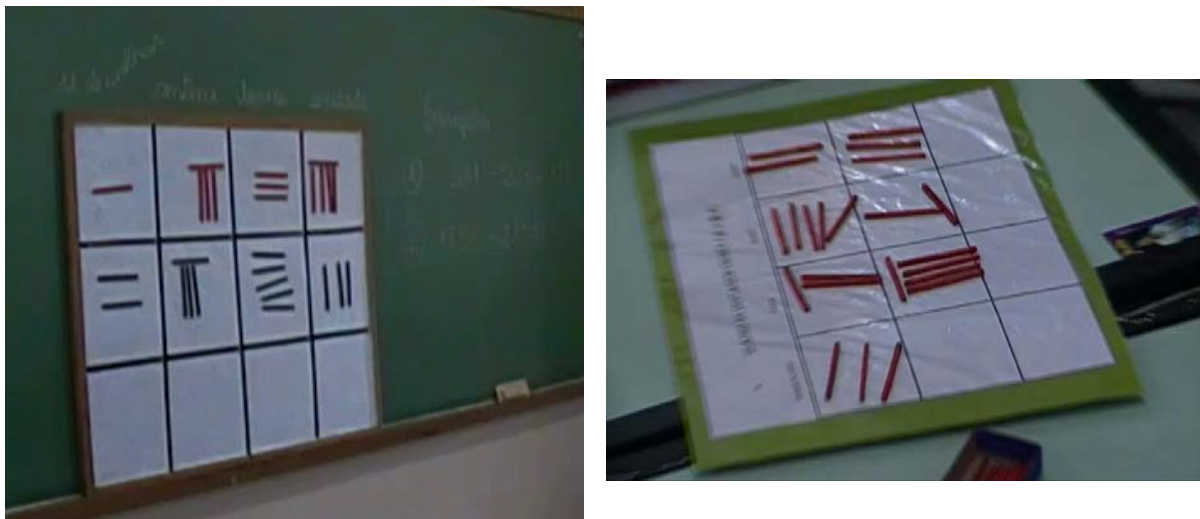


FIGURA 1- Quadro de contagem chinês – versões professor e alunos

Essa atividade foi desenvolvida, como as anteriores, em três momentos. O primeiro momento foi dedicado à introdução e à discussão de dois exemplos. No segundo momento, os alunos receberam uma folha com exercícios para resolver em duplas. O terceiro momento foi destinado à correção e discussão desses exercícios.

Para introduzir a atividade, Josi lembrou com os alunos a informação, contida no texto da segunda atividade, de como os antigos chineses faziam seus cálculos, explicou aos alunos o funcionamento do quadro e apresentou a eles uma figura do livro didático que mostra um chinês com um quadro de contagem, que podemos ver a seguir (FIG. 2).

24 A versão da professora foi feita reutilizando um quadro verde escolar, feltro, velcro, palitos de picolé e durex colorido. Colamos o feltro no quadro verde e fizemos as divisões utilizando durex preto. Para representar os números pintamos palitos de picolé de preto e vermelho e colamos um pedaço de velcro em cada um deles para afixá-los no quadro.

25 A versão aluno do quadro foi feita colando-se uma versão impressa, em papel sulfite A4, em um pedaço de papel cartão e plastificando-se, para dar maior durabilidade. Os palitos utilizados pelos alunos eram palitos de fósforo pintados de vermelho e preto.



FIGURA 2- Homem chinês utilizando um quadro de contagem

Fonte: IEZZI, Gelson; DOLCE, Oswaldo; MACHADO, Antonio. *Matemática e realidade*: 7º ano. 6. ed. São Paulo: Atual, 2009. p. 61

O trecho seguinte mostra como foi a introdução da atividade na turma 708:

Josi: Vocês lembram, tem até aquela foto lá da página 61 ... que os chineses desenvolveram... Naquele texto que nós vimos, que os chineses desenvolveram uma técnica de calcular com varas de bambu vermelhas e pretas sobre um tabuleiro? Aí nós tentamos, pra facilitar, criar um quadro separando as casas. Aqui vai ser unidade... na mesma ordem do nosso sistema de numeração. Unidade, dezena, centena e unidade de milhar. Nós separamos as casas pra não confundir o número que está na unidade com o número que está na dezena. Então, ao invés de pegar só um tabuleiro, nós fizemos as divisões pra ficar mais didático. Mais fácil para ensinar. Então nós vamos calcular agora no quadro posicional, como os chineses faziam.

Após essa introdução, a professora convidou alguns alunos a irem ao quadro para resolver os seguintes exemplos: $331-203$ e $1839-2853$. Ela salientou que eles deveriam representar os números “como os chineses faziam”, ou seja, usando o sistema de numeração chinês trabalhado anteriormente. Nessa parte da atividade, houve uma grande participação dos alunos, especialmente na turma 708. Vários deles pediram para ir à frente da sala para representar os números e realizar as operações no quadro de contagem chinês e/ou fizeram intervenções orais opinando sobre o procedimento que deveria ser seguido para efetuar os cálculos. Ao longo de toda essa atividade, foi possível perceber que os alunos, de modo geral, haviam fixado bem os símbolos do sistema de numeração chinês. Apesar de haver aproximadamente um mês que a terceira atividade havia sido trabalhada, apenas um dos alunos que foi à frente da sala para resolver as operações não sabia todos os símbolos.

Durante a discussão dos exemplos, foi possível lembrar com os alunos o significado de “pegar emprestado” quando se efetua uma subtração, o que acreditamos que possa ter contribuído para um melhor entendimento do sistema decimal de numeração. O diálogo seguinte, que ilustra esse fato, aconteceu na discussão do segundo exemplo. Carla foi ao quadro e, após representar os números 1839 e -2853, fez todos os cancelamentos possíveis com os palitos, de tal forma que a operação inicial se tornou $6 - 1020$:

Josi: (...) Aí agora que número ficou em cima, que é o positivo?

Alunos: seis.

Josi: Seis positivo. E o de baixo?

Miguel: Mil e vinte.

Floyd: Um negativo e dois negativo.

Josi: Que número que é esse aqui, Floyd?

Jennifer, Seu Zé, Rafael e outros: Mil e vinte.

Josi: Uma unidade de milhar ...

(...)

Floyd: Mil e vinte.

Josi: Uma unidade de milhar, mil, não tem centena; duas dezenas, mil e vinte. Mil e vinte negativo. Olha, eu tenho seis unidades aqui positivas e nenhuma unidade negativa.

Marabu: Aí pega emprestado.

Josi: Mas tem dezena. Eu posso pegar emprestado da dezena. Uma dezena vira dez unidades e depois eu faço os cancelamentos.

(...)

Josi: Pegar um emprestado na casa ao lado. A casa ao lado é das dezenas. Então ela vai pegar uma dezena emprestada.

Marabu: Pegar uma dezena. Uma dezena é dez.

(...)

Josi: Então olha o quê que a Carla fez aqui... Tinha duas dezenas, ela pegou 1 dezena e transformou em 10 unidades. Agora você pode cancelar. Você tem dez embaixo, dez negativo e seis positivo. Agora você pode cancelar.

No segundo momento da atividade, Josi pediu que os alunos se assentassem em duplas e entregou-lhes o quadro de contagem chinês, versão aluno, e uma folha de tarefas na qual, além de alguns exercícios, constavam os dois exemplos discutidos e um pequeno texto introdutório que situava o quadro de contagem na história da China.

Com raras exceções, os alunos se envolveram, participando ativamente da atividade, inclusive Rafael, da turma 708, que não havia demonstrado interesse em participar de nenhuma das atividades anteriores. A dupla Richard e Michel, da turma 707, ficou disputando o uso do quadro de contagem, de tal forma que a professora precisou intervir e até mesmo emprestar um segundo quadro para essa dupla, de modo que cada um utilizasse seu próprio quadro. Somente Rafaela, também da turma 707, se recusou a fazer as contas com os palitos, o que, segundo ela, aconteceu porque estava com dificuldades em usar os símbolos chineses:

Rafaela: Eu não tô entendendo nada com os palitinhos. Eu prefiro fazer a conta mesmo e colocar o sinal do número maior.

(...)

Josi: Olha, mas o raciocínio que a gente faz com os palitinhos não é muito diferente do que a gente faz no papel. Principalmente quando tem que pegar emprestado. Não é muito diferente. A lógica é a mesma.

Rafaela: Palitinho me complica nesse negócio aí, de pôr um em pé, deitado... se fosse tudo reto...

Josi: Então é por causa dos símbolos dos chineses.

Rafaela: É verdade.

Josi: Mas pelo que eu estou vendo, todos que vieram aqui não estão com dificuldade com os símbolos, não.

Rafaela: Se eu for aí, você vai ver dificuldade.

Josi: Então você é a próxima. Tá, Rafaela?

O terceiro e último momento dessa atividade, conforme dito anteriormente, foi dedicado à correção e discussão dos exercícios feitos no momento anterior. Para isso, mais uma vez, Josi convidou os alunos para irem à frente da sala realizar as operações no quadro de contagem e explicar para os colegas os procedimentos que estavam usando. Com isso, toda a turma teve a oportunidade de intervir oralmente e colaborar na correção dos exercícios. Mais uma vez, houve uma boa participação dos alunos. Na turma 708, apesar de a professora avisar que seria ela quem escolheria quem iria à frente resolver os exercícios, vários alunos manifestaram o desejo de participar dessa forma. De acordo com o relato dos alunos nas entrevistas e no questionário final, dentre as atividades desenvolvidas para nossa pesquisa, essa foi a preferida de vários deles.

3.7.7 Sétima atividade – Multiplicação e divisão de inteiros seguindo as ideias de Euler²⁶

A sétima atividade que realizamos tinha como objetivo levar os alunos a descobrirem a regra dos sinais para a multiplicação e divisão de inteiros através da observação de padrões, que foi uma das maneiras pelas quais Euler frequentemente deduziu regras matemáticas (BEERY, *et. al.*, 2004). Nela, a História da Matemática esteve presente tanto de maneira explícita quanto implícita.

Para a realização dessa atividade, foi necessário pouco mais do que uma aula de 60 minutos, e a mesma foi dividida em três momentos. No primeiro momento, com os alunos assentados individualmente, a professora explicou em quê consistiria a atividade, entregou a folha de tarefas e fez a leitura do texto introdutório com eles. Essa leitura foi feita como na

²⁶ Ver Apêndice G.

segunda atividade, ou seja, o texto foi lido em voz alta, pelos alunos que manifestaram o desejo de fazê-lo, e a cada trecho lido a professora fazia comentários.

Esse texto introdutório consistia em um breve relato sobre a vida de Euler, e nosso objetivo de trabalhar com o mesmo era tentar humanizar a matemática, no sentido de que os alunos percebessem que as pessoas que desenvolvem a matemática são seres humanos comuns. Nas palavras da professora, na entrevista final, as informações desse texto podem ter ajudado os alunos a perceberem que:

Josi: [A matemática] não é uma coisa do nada, né, de uma máquina, uma máquina criou. Que uma pessoa humana, que teve todos os problemas de um ser humano, que tem família, que produziu aquilo. É uma pessoa, como eu falei para os meninos, é uma pessoa que eu acho que tem um QI a mais. Tem. Não é uma pessoa comum, a gente não pode falar que é uma pessoa comum, né, no sentido da inteligência que eu estou falando, que tem uma inteligência comum; não é. Eu acho que realmente ele tem uma inteligência maior do que a nossa, a minha, por exemplo, mas ele é um ser humano, que passou por problemas de saúde, que morre como outro qualquer, que tem filhos.

Durante a leitura do texto, chamou a atenção dos alunos o fato de Euler ter tido 13 filhos. Josi aproveitou esse momento para comentar que, antigamente, era normal as pessoas terem um grande número de filhos e que isso hoje já não é tão comum devido às preocupações com o controle da natalidade. Os alunos comentaram, então, sobre o número de filhos de seus avós e pais. Outra informação que os estudantes acharam interessante foi o fato de Euler continuar produtivo, matematicamente, mesmo após ficar totalmente cego.

Após a leitura desse texto, a professora pediu que os alunos se assentassem em duplas para que, através da observação de padrões com sequências de resultados de multiplicações e divisões, completassem as tabelas e deduzissem as regras de sinais para a multiplicação e divisão de números inteiros. Esse foi, assim, o segundo momento da atividade.

Na turma 707, Josi não deu maiores explicações sobre como completar as tabelas, apenas pediu que, antes de completá-las, eles lessem o seguinte trecho que as antecedia: “Euler frequentemente descobria regras matemáticas estudando exemplos e procurando por padrões. O padrão seguinte começa com números positivos multiplicados por +2. Observe o que está acontecendo com os resultados e complete a tabela.”

No entanto, os alunos dessa turma usaram apenas a lógica para completar as tabelas e, quando interrogados sobre o porquê dos resultados que haviam encontrado, não usaram os padrões. Assim, na turma 708, Josi orientou os alunos a observarem os padrões das sequências de resultados antes de completar as tabelas. Para isso, começou a completar com

eles a primeira delas. No entanto, ainda assim, os alunos tiveram dificuldades em descrever esses padrões.

O terceiro momento dessa atividade foi dedicado à correção das tabelas completadas no momento anterior e à discussão da regra dos sinais. Essa correção foi feita oralmente, com os alunos respondendo em coro os resultados das multiplicações e divisões. Após discutir as regras dos sinais, Josi passou no quadro um resumo dessas regras para os estudantes copiarem.

Pelo que percebemos no relato dos estudantes, parece que essa atividade não lhes chamou muito a atenção, visto que foram muito raros os que fizeram comentários sobre a mesma. Porém, do ponto de vista da professora, essa parece ter sido uma atividade produtiva: “Essa atividade da multiplicação e divisão eu gostei muito, pra eles foi fácil...”

3.7.8 Oitava atividade – Questionário final

A última atividade que aplicamos aos alunos em nossa pesquisa de campo consistiu em um questionário com seis questões que tinham como finalidade obter informações que nos auxiliassem a analisar as potencialidades pedagógicas da História da Matemática presentes em nossa pesquisa de campo e também a participação dos alunos nessas atividades.

Essa atividade foi feita individualmente pelos alunos, que gastaram cerca de 30 minutos para concluí-la. A professora iniciou informando aos alunos que o questionário se destinava à nossa pesquisa, lendo e explicando as duas primeiras questões.

Na primeira questão, tínhamos como objetivo investigar as contribuições das atividades para o conhecimento dos alunos a respeito da História da Matemática e a opinião deles com relação às mesmas. Durante a explicação, porém, a professora enfatizou somente a opinião dos alunos, como se pode notar na transcrição de sua fala na turma 708:

Josi: Vocês podem comparar as atividades entre si, falar “essa eu achei muito interessante, essa eu já não gostei muito”. “Eu aprendi muito ao realizar essa atividade.” Eu gostaria também que vocês falassem se vocês acham que dessa forma, como nós fizemos, com as atividades em dupla, manipulando os palitinhos... essa última atividade, se vocês acham mais interessante esse tipo de atividade do que o professor chegar no quadro, explicar a matéria e acabou, ou só fazer exercício... Então eu queria que vocês falassem sobre tudo isso. Se vocês gostaram das atividades, se acharam que vocês aprenderam melhor assim, comparar uma atividade com a outra “essa eu achei interessante, essa eu achei que não funcionou muito, não consegui aprender muito desse jeito”. Falar o sentimento de vocês ao realizar as atividades.

Outro fato que parece ter interferido na maneira pela qual os estudantes responderam ao questionário é que a professora explicitou que ela nem sequer leria o que eles iriam escrever. Pela reação de alguns alunos diante dessa fala da professora, foi possível perceber que muitos não demonstraram interesse em preencher o questionário. Assim, vários deles terminaram a atividade rapidamente e deram respostas bastante incompletas. Acreditamos que isso pode ter comprometido a qualidade do material empírico obtido mediante esse questionário. Mas, ainda assim, as respostas obtidas foram valiosas para nossa pesquisa e estarão presentes ao longo desta dissertação.

4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo, apresentamos os resultados que obtivemos ao analisar o material empírico do trabalho de campo da pesquisa, tendo como referência as perspectivas teóricas que adotamos. Na primeira seção, destacamos as potencialidades pedagógicas da História da Matemática que se evidenciaram durante o desenvolvimento das atividades nas quais a História esteve presente. Na segunda seção, analisamos a participação dos alunos nessas atividades e, na terceira seção, destacamos a mudança de participação de alguns alunos, relacionando tal mudança à presença da História da Matemática.

4.1 As potencialidades pedagógicas da História da Matemática

Em todas as intervenções que fizemos em nosso trabalho de campo, através da aplicação das atividades apresentadas anteriormente, a História da Matemática esteve presente com fins didáticos. Além disso, ao elaborar as atividades em que a História esteve presente, levamos em consideração outras variáveis que intervêm no processo de ensino-aprendizagem, como a adequação das mesmas ao ano de escolaridade em que seriam trabalhadas e, também, a prática didática da professora que as aplicou. Ao fazer isso, acreditamos que a História da Matemática trouxe contribuições significativas para o processo de ensino-aprendizagem que ocorreu nas salas de aula investigadas.

Nesta seção, analisaremos as potencialidades pedagógicas da História da Matemática que se tornaram mais evidentes ao longo de nossa pesquisa de campo. Antes, porém, comentaremos sobre duas das dificuldades de incorporar a História na Educação Matemática, apresentadas por Tzanakis, Arcavi *et al.* (2000) e Miguel (1997), as quais, de alguma maneira, puderam ser percebidas ao longo da nossa investigação.

A primeira dessas dificuldades se relaciona à lacuna de recursos. Embora, atualmente, a internet esteja proporcionando a oportunidade de acesso à materiais relacionados à História da Matemática, contribuindo para minimizar um pouco essa lacuna de recursos, a mesma ainda pode ser encontrada. Conforme relatamos anteriormente, nós, enquanto pesquisadoras, tivemos dificuldade em encontrar materiais produzidos no Brasil que pudessem nos auxiliar na elaboração de atividades especificamente relacionadas à história dos números negativos. Josi, embora reconheça as contribuições da internet no acesso às informações históricas, também nos aponta outros tipos de problemas com os quais os professores se deparam no seu

dia a dia e que, de certa forma, se relacionam à dificuldade de buscar esses recursos, conforme podemos ver na seguinte fala:

Josi: E outro problema muito grande também: olha, hoje, graças a Deus, a gente tem internet pra buscar essas informações. Eu busquei os textos na internet, mas na biblioteca dessa escola mesmo não tem. Não tem livro paradidático, não. O professor pode até ter interesse em ir buscar, mas não tem acesso fácil a essas informações. Não tem. Aqui nem o livro didático tem. Na biblioteca não tem livro didático. Então são várias as dificuldades no dia a dia que o professor enfrenta: o acesso não é fácil, às vezes ele trabalha dois horários e não tem tempo pra isso. Então, muitas dificuldades, por isso que ele acaba seguindo o livro didático mesmo.

Outra dificuldade que ficou clara nas palavras da professora Josi se refere à lacuna da especialidade. Para que se tenha êxito na integração da História na educação matemática escolar, os conhecimentos matemáticos que geralmente fazem parte da formação dos professores não são suficientes. É necessário também que eles tenham conhecimentos históricos, que muitas vezes não são trabalhados na formação inicial, como é o caso da professora Josi, conforme ela nos relatou. Assim, mesmo que o professor reconheça que a História da Matemática é um elemento importante e enriquecedor para o ensino da Matemática, os conhecimentos históricos ainda estão distantes das salas de aula, conforme nos relata Gomes (2005), e é reforçado pela fala de Josi:

Josi: Sim, eu vejo ela [História da Matemática] também como uma estratégia de ensino. O problema é que a gente tem pouco conhecimento. Eu falo de mim, como professora, e as pessoas que eu tenho contato que também são professores de matemática. Poucos professores exploram esse lado, da História da Matemática.

Além disso, conforme pontuado pela professora Josi, e nós concordamos com ela, mesmo aqueles professores que buscam por si próprios, e conseguem ter acesso aos conhecimentos históricos, ainda podem enfrentar dificuldades. Diante de informações variadas sobre um mesmo assunto, por exemplo, pode ser difícil decidir qual delas é a mais confiável, o que acreditamos que se agrava ainda mais pela falta de conhecimentos históricos gerais por parte dos docentes.

Josi: E olha, quando eu fui ler um pouco sobre o surgimento dos números, que eu tive que ensinar essa matéria, você vê que também há muitos desencontros entre textos... um texto escrevia de uma forma, outro texto escrevia de outra, há divergência, assim, de informações. Algumas informações não batem com informações de outros autores, então não há consenso. (...) Mas como é que os professores vão saber quem é mais confiável? Porque até de época, assim, o ano do surgimento, não bate. Quando eu fui estudar eu ficava sem saber, sabe...

Passaremos agora a analisar os modos como algumas potencialidades pedagógicas da História da Matemática estiveram presentes na nossa investigação.

4.1.1 A História como fonte de motivação

Uma das potencialidades pedagógicas da História da Matemática discutidas por Miguel (1997) é que a História pode representar uma fonte de motivação para o ensino-aprendizagem da matemática. Essa potencialidade também é comentada por Tzanakis, Arcavi *et al.* (2000), que afirmam que a História da Matemática fornece uma ampla gama de problemas, questões e formas de exposição que podem ser muito valiosas para motivar, interessar e engajar o aluno, contribuindo, assim, para a aprendizagem da matemática.

Em nosso trabalho de campo, observamos que houve uma intensa mobilização dos alunos na maioria das nossas intervenções, com muitos alunos se manifestando mais do que nas outras aulas de Matemática. Isso nos fez acreditar que esse fato, de algum modo, foi motivado pela presença da História da Matemática. Pelos relatos dos alunos no questionário final e também nas entrevistas, chegamos à conclusão de que os estudantes, realmente, se sentiram motivados pelas atividades propostas por nós.

No questionário final, pedimos que eles nos relatassem o que aprenderam com as atividades em que a História da Matemática esteve presente e o que eles acharam das mesmas. Os alunos que foram entrevistados também tiveram uma nova oportunidade de comentar sobre isso. Os relatos de alguns estudantes, nos quais sublinhamos alguns trechos, ilustram a presença dessa potencialidade em nossa investigação:

Joyce: Como eu disse, eu achei bem interessante porque eu não sabia, não sabia mesmo, que eles usavam aqueles números, nem sequer, né, pensava que eles usavam esse modo para poder estar calculando. Eu achei muito legal. (...) Como é que eles calculavam, aí eu fui lá e, sei lá, eu me entreguei. Eu quis aprender. [707- Entrevista]

Michel: Eu gostei demais, porque eu queria também que a gente fosse só estudar aquilo. Não o ano todo, mas metade do ano, porque é interessante, né, você poder estudar números antigos e a História da Matemática. (...) porque todo mundo já espera um cotidiano chato, você via, aprender apenas aquele “1 mais 1 dois” e aprendia esses trem, mas de lá pra cá foi uma aula diferente. [707- Entrevista]

Yan: Eu acho que com essa forma, eu aprendi mais, pois eu não estava estudando porque eu era obrigado, eu estava estudando porque gostava das atividades que estava fazendo. [707- Questionário Final]

Douglas: Eu aprendi muitas coisas, como por exemplo os números chineses, como fazer conta utilizando eles, aprendi a fazer contas com palitos, eu achei

isso interessante, inovador, legal e inteligente. Achei legal saber quem é Euler e saber o que ele fazia, saber como ele era. [708- Questionário Final]

Saiury: Eu achei muito interessante como a professora explicou a matéria, ela trouxe coisas novas. (...) está sendo interessante pra mim, mais fácil do que as outras matérias. É legal ter coisas inovadoras para incentivar os alunos a estudar e se concentrarem. [708- Questionário Final]

Jane: O quadro de contagem chinês: esplêndido, maravilhoso, não tenho palavras. Eu adorei porque é interessante.

É possível perceber, especialmente nos trechos destacados, que os alunos demonstraram envolvimento nas atividades propostas por nós, comentando sobre as mesmas com certa emoção e vibração, evidenciando, também, que eles perceberam que essas atividades foram diferentes daquelas a que eles estavam acostumados em seu cotidiano. A História da Matemática, nas atividades que propusemos, parece ter sido, então, capaz de despertar o interesse dos alunos e motivá-los a aprender. E essa motivação não aconteceu apenas por parte dos alunos, mas também por parte da professora, como podemos ver, por exemplo, na fala a seguir:

Josi: E eu não sei te dizer de qual atividade eu gostei mais, eu gostei do conjunto, porque uma coisa foi levando à outra, e como eu te falei, da forma como foi feito.

4.1.2 A História como fonte de métodos pedagogicamente adequados e interessantes para a abordagem de certos campos ou tópicos matemáticos e como instrumento capaz de promover a aprendizagem significativa e compreensiva da matemática

Em relação à consideração da História como uma fonte de métodos para o trabalho pedagógico e como um instrumento relevante para a aprendizagem da matemática, em nossa pesquisa, uma das atividades teve destaque: a referente à adição de números inteiros utilizando varas de contagem chinesas. No início dessa atividade, conforme já relatamos, alguns alunos resistiram a usar os palitos coloridos para efetuarem as adições, mas ao longo da mesma essa resistência desapareceu e as ideias relacionadas a esse método continuaram presentes, em ambas as turmas, pelo menos até o término da nossa pesquisa de campo. As alunas Karynna e Jane nos contaram, inclusive, que logo depois da atividade elas reproduziram os palitos coloridos em casa.

De acordo com o relato de alguns alunos e também da professora, essa técnica de cálculo com varas de contagem chinesas contribuiu para que os alunos entendessem o

significado da operação de adição, tendo proporcionado, assim, uma aprendizagem mais significativa da Matemática.

Seu Zé: É muito mais fácil fazer com os palitos, ah, não sei, você consegue, você consegue ver mais fácil a conta, a operação aí já acha a resposta. [708-Entrevista]

Sophia: Eu achei muito interessante essas atividades que a professora passou. Achei muito mais fácil fazer cálculos com palitos pretos e vermelhos pois podemos visualizar o que estamos fazendo de uma forma melhor. [707-Questionário Final]

A professora Josi disse acreditar que o fato de essa e de outras atividades que propusemos envolverem materiais concretos ajudou na aprendizagem dos alunos:

Josi: (...) muitas das atividades tinham material concreto, eu acho que os alunos têm mais facilidade de aprender dessa forma, né, variando os materiais didáticos, além da aula expositiva. Esse tipo de aula é muito enriquecedor para o aluno e também foi pra mim porque você consegue visualizar de uma forma diferente as operações com números inteiros.

Quando questionada se ela considerava importante associar o uso desse material concreto à História da Matemática, ele disse que sim e completou dizendo que a História foi importante para os alunos “verem que aquilo fazia parte de um contexto, que não surgiu do nada” e que a História também “é muito interessante porque mostra o desenvolvimento, não joga o conteúdo descontextualizado”.

Outro fato que contribuiu para uma aprendizagem significativa por parte dos alunos é que, conforme comentamos anteriormente, o método de cálculo trabalhado nessa atividade ajudou os alunos a saberem em cada caso qual sinal deveria ser colocado ao eliminar os parênteses, no caso da adição, e também qual operação deveria ser feita com os valores absolutos dos números para se chegar ao resultado, se de adição ou de subtração, assim como o sinal do resultado. Já relatamos como essa ideia foi utilizada pela professora ao discutir a eliminação dos parênteses e demos o exemplo de um diálogo entre Jane e Karynna, que mostra a segunda aluna usando a ideia dos palitos para explicar para a colega qual operação deveria ser feita no caso da adição $(+50)+(-40)$. Outro exemplo que podemos dar e que reforça o que acabamos de dizer é um diálogo da pesquisadora com a aluna Saiury, quando ela efetuou a adição $75 + (-48)$ e deu uma resposta incorreta:

Pesq: Saiury, você acha que essa daqui está certa?

Saiury: Acho.

Pesq: Pensa como que você faria esse se fosse usando os palitos.

[A aluna fica calada, pensando.]

Pesq: Fala pra mim sem fazer, se fosse pra você fazer com os palitos, como que você ia fazer?

Saiury: Eu ia separar 75 pretos aqui e 48 vermelhos aqui. Ia sobrar...

[Imediatamente ela arma e efetua a conta 75-48 em uma folha de rascunho.]

(...)

Saiury: 27.

Pesq: 27 o quê?

Saiury: Mais 27.

Pesq: Por que seria mais?

Saiury: Por causa que aqui vai sobrar 27 palitos vermelhos.

Assim que essa aluna relacionou os números envolvidos na adição que estava efetuando com os palitos que representariam esses números, ela conseguiu decidir qual operação deveria ser feita. Em várias outras situações, os alunos, ao serem questionados sobre o sinal de suas respostas para as adições, justificaram sua escolha usando as cores dos palitos, da mesma forma que Saiury. Essa ideia de usar os palitos para pensar em qual operação deve ser realizada com os valores absolutos dos números também foi trabalhada pela professora. Como exemplo, temos o trecho a seguir:

Josi: (...) Menos 46 mais 71, eu tenho que lembrar que o número negativo, se eu pensar em palitos, seriam 46 palitos pretos. Mais 71, 71 palitos vermelhos. Na hora que eu junto eu tenho que fazer os cancelamentos, então eu vou pegar 46 palitos pretos e cancelar com 46 vermelhos.

Nilites Aí como não tem palitos, faz subtração.

Josi: Eu tenho que ver quantos que sobram de vermelho. Vão sobrar palitos vermelhos. Então na verdade, gente, essa questão de fazer cancelamentos...

Miguel: É subtração.

Josi: ...na hora de armar a operação, é uma subtração.

Ao discutir com os estudantes quais são as regras para adicionar números de mesmo sinal e de sinais contrários, assim como no caso da eliminação dos parênteses, Josi usou a ideia de somar com varas de contagem chineses. O trecho a seguir mostra como foi uma parte dessa discussão na turma 708:

Josi: Então, olha só: se um é positivo e o outro negativo, eu não fico com palitos de cores diferentes na mão? Vermelho e preto? Quando as cores são diferentes a gente tem que somar ou subtrair para ter o resultado?

Alunos: Subtrair.

Josi: Subtrair. A gente faz os cancelamentos pra ver o quê que sobra. Fazer os cancelamentos na verdade você tá subtraindo.

Niclites: Sempre vai subtrair?

Josi: Quando um número for positivo e o outro negativo, na adição, sim. Então, a regra é: para adicionar números com sinais diferentes, SUBTRAÍMOS os valores absolutos.

(...)

Josi: Então olha só: pra saber o sinal do resultado, a gente pega o de maior valor absoluto.

Posteriormente às aulas em que a quarta atividade foi realizada, Josi introduziu a ideia de débitos e créditos, ou dívidas e bens, para trabalhar a adição de inteiros. No entanto, vários alunos preferiram continuar utilizando as ideias trabalhadas na atividade proposta por nós. Ocorreram várias situações em que a professora estava usando as regras ou a ideia de dívidas e bens para efetuar as adições e algum aluno pediu para que ela explicasse utilizando a ideia dos palitinhos. Segundo ela, “na hora de fazer a correção dos exercícios eles falavam que pelo palitinho eles achavam mais fácil do que pensando em dívida e crédito”. O diálogo a seguir, que ocorreu na turma 707, durante a correção de um exercício do livro, é interessante e também ilustra o que acabamos de dizer.

Josi: Gente, na letra C não é um número negativo com um número positivo?

Alunos: É.

Josi: Uma soma de um número positivo com um número negativo.

Lucas: Faz com os palitinhos.

Josi: Quando é um positivo com um negativo, na adição o quê que a gente faz?

Michel: Soma.

Joyce: Junta os palitinhos.

Josi: Soma um positivo com um negativo. [vários alunos falando juntos.]

Bruno: Não. Junta os palitinhos pretos com os vermelhos e o que sobrar ...

Lucas: Junta os vermelhos com os pretos e vai tirando os pauzinhos... [fala fazendo os gestos de juntar e tirar.]

Julius: Aí no final o que sobrar...

Josi: Tá, tô entendendo. Vocês estão falando o que acontece com os palitinhos. Gente, mas agora eu já quero a regra de calcular. Eu não vou ficar toda vida falando de palitinhos.

Lucas: Eu vou. Da hora. Mais fácil.

Essa última fala do aluno Lucas deixa claro que ele continuou a usar esse método porque achou que facilitou o aprendizado – como apenas no início foram dados os palitinhos, ele disse que depois desenhava os palitinhos ou pensava na cabeça. Vários outros alunos também relataram, no questionário final e nas entrevistas, que essa atividade ajudou no aprendizado.

Joyce: Os palitos... os palitos ficou bem mais fácil, né, porque você já sabe calcular assim (...) [707]

Michel: Ajudou, ajudou você a fazer a conta, a aumentar, ficar mais esperto para somar os números positivos e negativos. Ajuda de uma maneira mais fácil de você aprender a fazer mais fácil números positivos mais números negativos ... [707]

Richard: Também achei interessante porque a gente aprende mais e fica mais fácil para fazer as contas negativo e positivo. [entrevista]
Eu gostei muito, pois eu aprendi a fazer números chineses, e o modo deles era mais fácil para mim e além disso a gente pode fazer com palitos negativos e positivos, os negativos são palitos pretos e os positivos são palitos vermelhos.[questionário final] [707]

Karynna: Eu achei que os números escrito em chinês foi bom para mim porque é mais fácil e também aprender outras formas de escrever os números. No caso dos palitos pretos e vermelhos, foi a melhor coisa que a professora de matemática fez porque ajudou a resolver as contas precisas melhor. [708]

Shamira: Eu gostei mais das aulas com os palitos porque é bem mais fácil de aprender com elas.

Roberta: Eu gostei porque as aulas em grupo com os palitos foi bom para o aprendizado e a matéria de números chineses nos ensina de um modo diferente a calcular números negativos com positivos.

Vemos, então, que a técnica de calcular com varas de contagem chinesas, além de se mostrar um método interessante e adequado para trabalhar a adição de números inteiros, enriqueceu, respaldou e aperfeiçoou a aprendizagem da matemática (TZANAKIS; ARCAVI *et al.*, 2000) promovendo uma aprendizagem significativa.

Considerando o que foi analisado aqui, poderia, então, ser questionado se a História da Matemática foi fundamental nessa atividade ou, em outras palavras, se o que interessou os estudantes e a professora não teria relação direta com a História e sim com o uso dos palitos coloridos como um material concreto para as operações com números inteiros. Estamos convencidas de que, caso tivéssemos aplicado a mesma atividade sem levar em consideração todo o contexto histórico que trabalhamos anteriormente, não obteríamos os mesmos resultados, e argumentamos, a seguir, em favor dessa ideia.

Primeiramente, enfatizamos que os palitos só foram pensados como um recurso didático em nossa investigação porque tomamos conhecimento deles mediante nosso estudo de aspectos históricos ligados aos números inteiros. Foi depois desse estudo, particularmente após conhecermos a maneira como os antigos chineses representavam números positivos e negativos, que concebemos a ideia de utilizar os palitos coloridos para trabalhar as operações com inteiros. A fala da professora Josi, que também mostra sua motivação com a atividade, confirma isso:

Josi: Eu gostei da multiplicação, agora, soma e subtração, foi uma surpresa até pra gente, Ana. Eu acho que por isso que marcou muito. Porque, assim, nas primeiras atividades, eu fiquei assim, antes de dar pra eles: “gente que legal!” É uma coisa que a gente não tinha pensado, que parece simples, mas

a gente não tinha pensado. (...) Nós usamos a história como um pontapé para esse trabalho.

Além disso, acreditamos que a atividade não teria o mesmo sentido para os estudantes caso ela não tivesse sido trabalhada de forma interligada com a História. Como nos disse a professora, a História ajudou os alunos a verem que a ideia trabalhada fazia parte de um contexto. O relato de alguns alunos, associando a atividade com os chineses, também nos indica isso. Concluimos, portanto, que, nessa atividade, a História da Matemática, embora tenha estado presente, principalmente, de uma maneira implícita, desempenhou um papel fundamental.

4.1.3 A História da Matemática contribuindo para a prática didática da professora

De acordo com Tzanakis, Arcavi *et al.* (2000, p. 206) quando o professor estuda a História e tenta reconstruir, de uma maneira didática, aspectos históricos do desenvolvimento de tópicos específicos da matemática, ele se torna consciente de dificuldades, ou mesmo de obstáculos, que aparecem na História e podem reaparecer na sala de aula. Além disso, ele pode enriquecer seu repertório didático com explicações, exemplos e abordagens alternativas para apresentar um assunto ou resolver problemas.

Esses dois aspectos puderam ser percebidos em nossa investigação, tendo sido propiciados pelas atividades que elaboramos cooperativamente com a professora.

Ao trabalhar o texto da segunda atividade, nosso principal objetivo, como já dissemos, foi levar aos alunos o conhecimento de que houve dificuldades, por parte dos matemáticos, em compreender e aceitar os números negativos. Pelo relato da professora, esse conhecimento também foi importante para ela:

Josi: Eu, por exemplo, passei a entender de outra forma essa dificuldade que eles têm. Porque quando você não conhece a história você não imagina que foi tão difícil assim. Pra mim foi uma surpresa quando eu descobri que demorou tantos anos para os números negativos serem aceitos, porque quando a gente vê na escola é tudo muito bonitinho, né?

Esse entendimento que a professora disse ter tido, após conhecer um pouco sobre a história dos números negativos, refletiu em suas aulas. Durante a discussão do texto da segunda atividade, por exemplo, ela lançou mão da História para mostrar aos alunos que ter dúvidas ao estudar esse assunto pode ser normal:

Josi: Olha, no século três antes de Cristo já tinha aquele livro, lá, Sete Capítulos da Arte Matemática, que tinha a regra da adição e subtração de

números negativos. Só no século VII que foi aparecer regra pra multiplicação e divisão. Então olha quanto tempo se passou do século III antes de Cristo até o século VII. Dez séculos. Mil anos, aproximadamente. Então demorou muito pra aparecer regra pra multiplicação e divisão. Pra vocês verem que muitas vezes a gente tem dificuldade e, olha, isso não é coisa que é fácil mesmo não. Olha quantos anos se passou pra descobrir essas coisas.

Em outras situações, Josi também usou tal entendimento para justificar dificuldades apresentadas pelos alunos. O trecho seguinte faz parte de uma fala da professora para a aluna Jane, após ter dedicado um bom tempo da aula explicando um exercício a ela, pela segunda vez:

Josi: Não tem problema voltar, não. Melhor voltar e você tirar a dúvida do que você continuar com dúvida e daí a pouco a gente está estudando outra operação e você ainda tá com dúvida na anterior. Então é melhor falar mesmo do que ficar com dúvida. Não tem que ter vergonha, não. (...) o mesmo erro que você tá cometendo muitos estão cometendo, porque isso não é uma coisa fácil de pensar mesmo não. Nós não vimos lá no texto que demorou ANOS pra conseguir aceitar os números negativos, fazer cálculos com eles? Então isso é normal, a dúvida que você está tendo é natural.

Vemos, assim, que o primeiro aspecto referente a essa potencialidade da História da Matemática foi, de fato, contemplado em nossa investigação.

Quanto ao segundo aspecto, durante nosso trabalho de campo, por meio de conversas que tivemos com a professora, foi possível perceber que ela estava gostando das atividades que havíamos elaborado, o que foi confirmado em nossa entrevista final, como se pode perceber em trechos já citados. Ficamos, então, nos questionando se o trabalho que estávamos desenvolvendo juntas terá alguma repercussão na maneira dela abordar esse tópico matemático em situações futuras. Ao final da pesquisa, tivemos a oportunidade de perguntar isso a ela e consideramos que sua resposta explicita claramente que a experiência lhe ofereceu novas formas de abordar os números inteiros, de modo que seu repertório didático foi enriquecido.

Josi afirmou que as atividades desenvolvidas, com certeza, influenciarão sua forma de trabalhar com esse assunto e que, agora, ela sempre procurará trabalhar com o concreto também, certamente associando-o à História. Depois completou:

Josi: É lógico que eu não vou ensinar mais números inteiros da forma que eu ensinava. Tem conteúdo que eu ensinei muito mais rápido. Em uma aula eu ensinei multiplicação e divisão de uma forma que eles fixaram melhor do que a forma que eu ensinava antes, porque eu separava os casos: multiplicação de dois positivos, usava as propriedades pra explicar todos os casos de multiplicação, multiplicação de dois negativos ... eles não

entendiam aqueles procedimentos que eu tava fazendo, ficavam meio que no ar. Só eu que tava fazendo lá, eu tava entendendo, mas você via, pela fisionomia deles que eles não estavam entendendo, e eu levava uma aula pra explicar multiplicação, outra aula para explicar divisão, e não tinha o efeito tão positivo quanto essa atividade da multiplicação e divisão.

Essa fala da professora Josi é interessante, porque manifesta exatamente o oposto da objeção à incorporação da História na Educação Matemática apresentada por Tzanakis, Arcavi *et al.* (2000), que diz respeito à lacuna do tempo para atividades que envolvam a História. No nosso caso, a solução proposta por Fried (2001) parece ter dado resultado.

4.1.4 A História da Matemática contribuindo para o entendimento da natureza da matemática

De acordo com Miguel (1997), uma outra potencialidade pedagógica da História da Matemática é a de contribuir para desmistificar a falsa impressão, transmitida pelos cursos regulares, de que a matemática é harmoniosa e está pronta e acabada. Essa potencialidade também é discutida por Tzanakis; Arcavi *et al.* (2000). Esses autores afirmam que, pelo conhecimento da História da Matemática, o estudante pode aprender que erros, incertezas, dúvidas e controvérsias não apenas são legítimos, mas constituem parte integral da construção do conhecimento matemático. Eles afirmam, ainda, que a História pode tornar visível o fato de que o conhecimento matemático se modifica ao longo do tempo e ajudar na compreensão de que a matemática é um empreendimento humano-cultural.

Essa potencialidade se relaciona, assim, com a concepção sobre a natureza da matemática. Conforme já relatamos, com o objetivo de investigar quais as concepções dos alunos a esse respeito, propusemos, no primeiro questionário, a seguinte pergunta: “Você acha que as matérias de Matemática que aprendemos na escola surgiram ao longo do tempo ou que elas existem desde sempre? O que você pensa sobre isso?”

Com exceção de cinco alunos, todos os outros que responderam ao questionário mostraram alguma compreensão de que a matemática se desenvolve ao longo do tempo. Como exemplos, temos as seguintes respostas:

Rafaela: Eu acho que elas surgiram com o longo do tempo, que elas foram “evoluindo” até chegar ao que conhecemos hoje. Eu penso que é muito importante tudo o que aprendemos pois nós nos atualizamos mais, pois a cada dia a matemática está dentro de nossas vidas. [707]

Ana Luiza: Eu acho que foram surgindo ao longo do tempo, eu penso que a medida em que as coisas vão acontecendo, as pessoas usam e dependendo do

problema eles inventam alguma regrinha ou um tipo de sinal para se efetuar a conta. [707]

Willian: Surgiram ao longo do tempo. Eu penso que quando o ser humano estava precisando de cálculos ele foi inventando várias formas de matemática que hoje nós a estudamos. [707]

Sara: Acho que surgiram ao longo do tempo, porque todas as coisas o homem aprende ao longo do tempo, ao longo da vida e todas as coisas ele passa para frente para outras gerações e a cada uma das gerações essas coisas são melhoradas e por meio delas várias outras surgem. [707]

Seu Zé: Que surgiu ao longo do tempo. Eu penso que cada vez foi melhorando até chegar à matemática que temos hoje. [708]

Cecília: Eu acho que as matérias de matemática surgiram ao longo do tempo e sempre facilitando para ajudar o nosso dia a dia. [708]

A fim de investigar se as atividades nas quais a História da Matemática estava presente contribuíram para que os alunos percebam a matemática como um conhecimento criado pela humanidade e que se desenvolve ao longo do tempo, no questionário final propusemos a mesma pergunta, porém, sem o texto introdutório que fazia parte do questionário inicial.

Como comentamos anteriormente, os alunos não responderam a esse segundo questionário com a seriedade que esperávamos, o que foi motivado pelo fato de a professora ter dito que nem leria o que eles iriam escrever. Assim, a maioria deu respostas bastante incompletas, dizendo, no caso dessa pergunta, apenas que essas matérias haviam surgido ao longo do tempo ou que elas existem desde sempre, sem nenhuma justificativa ou complemento.

Esse fato dificultou nossa análise no que diz respeito à potencialidade pedagógica da História da Matemática tratada aqui. Mesmo assim, dos cinco alunos que, no primeiro questionário, haviam respondido que as matérias que aprendemos na escola existem desde sempre, os quatro que responderam ao questionário final mudaram de opinião a esse respeito e afirmaram que elas surgiram ao longo do tempo. Um desses quatro alunos é Iuri, da turma 708. Suas respostas para essa pergunta no primeiro e segundo questionário foram:

Iuri: Eu acho que matemática surgiu desde sempre, porque os antigos descobriram que podiam usar a matemática para as suas coisas. [1º questionário]

Iuri: Existiram ao longo do tempo, porque cada ano iam descobrindo mais coisas. [Questionário final]

Acreditamos que a presença da História da Matemática nas aulas sobre números inteiros contribuiu para que esses alunos mudassem de opinião, o que também foi indicado pela seguinte fala do aluno Moacir:

Moacir: (...) esses números eu nunca imaginei, tipo assim, esses números eles faziam era no passado...esses números foram desenvolvidos de geração em geração até as contas de hoje. Aí a professora levou essas atividades pra gente conhecer mais coisa do passado. [708]

Também tivemos dificuldades para analisar se os alunos perceberam, com as atividades, que no desenvolvimento da matemática há dúvidas, erros e incertezas. Esperávamos que suas respostas, para a primeira questão do questionário final, nos dessem indícios a esse respeito. Essa pergunta foi: “Escreva um breve relato contando sobre o que você aprendeu com as atividades desenvolvidas e sobre o que você achou delas.”

No entanto, ao ler e explicar essa questão para os alunos, a professora enfatizou que eles deveriam expressar suas opiniões a respeito das atividades e não destacou que eles deveriam escrever o que haviam aprendido com elas. Por isso, os alunos se restringiram, basicamente, a comentar sobre o que acharam das atividades. Acreditamos, porém, que os estudantes podem ter desenvolvido a concepção de que as dúvidas, os erros e as incertezas fazem parte do desenvolvimento da matemática nas situações em que a professora discutiu sobre a dificuldade de os números negativos serem aceitos, conforme comentamos anteriormente. Acreditamos também que, se os alunos tivessem respondido ao questionário com mais cuidado, esse aspecto poderia ter sido explicitado em suas respostas.

Diante do que expusemos, cremos poder dizer, então, que a potencialidade pedagógica da História da Matemática referente ao entendimento sobre a natureza da matemática esteve presente em nossa investigação.

4.1.5 Outras potencialidades pedagógicas da História da Matemática que estiveram presentes em nossa investigação

Uma das ideias defendidas nos Parâmetros Curriculares Nacionais com relação à integração da História da Matemática na Educação Matemática é que conceitos abordados em conexão com sua história constituem veículos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo.

Pelas respostas dos alunos para a pergunta sobre a origem dos números, presente no primeiro questionário e comentada anteriormente, foi possível concluir que a História da Matemática com a qual eles tiveram contato antes da nossa pesquisa se refere à matemática

dos povos ocidentais. Por meio das atividades que propusemos, os alunos tiveram a oportunidade de conhecer um pouco sobre a história da matemática chinesa e saber, então, que outros povos, além dos ocidentais, também contribuíram para o desenvolvimento da matemática. O aluno Miguel, por exemplo, nos disse que não imaginava que os chineses também tinham desenvolvido matemática. Esse conhecimento, sem dúvida, tem grande valor formativo, especialmente no que diz respeito à questão cultural, o que nos faz acreditar que essa potencialidade apresentada nos Parâmetros Curriculares Nacionais evidenciou-se em nossa investigação.

Uma outra potencialidade pedagógica, apresentada por Tzanakis, Arcavi *et al.* (2000), é que a História pode servir como ponte tanto entre diferentes conteúdos matemáticos quanto entre a matemática e outros assuntos.

A segunda atividade, que consistiu na leitura e discussão do texto sobre a história dos números negativos, proporcionou a oportunidade de a professora discutir com os alunos o significado dos termos astronomia e astrologia e de revisar as relações entre anos e séculos, sendo que esse último é um assunto sobre o qual, conforme observamos em nossa experiência enquanto docentes, os alunos apresentam muitas dúvidas. Além disso, de acordo com o relato da professora, ela sentiu necessidade de lembrar alguns fatos sobre o Renascimento para se sentir mais preparada para a discussão do texto e buscou tais informações em um diálogo com o colega, que é professor de História na mesma escola.

Assim, embora trabalhar essas questões não tenha sido um de nossos objetivos iniciais, essa experiência nos mostrou que é possível elaborar atividades em que a História da Matemática funcione como um elo entre a Matemática e outras disciplinas e entre diferentes conhecimentos matemáticos que se relacionam historicamente.

Por fim, considerando que uma das potencialidades pedagógicas da História da Matemática apresentada por Miguel (1997) é que a História é um instrumento que possibilita a desmistificação da matemática e a desalienação de seu ensino, uma de nossas propostas, ao trabalhar com o texto da segunda atividade, foi levar os alunos a perceberem que não só eles, mas também os matemáticos podem ter dificuldade com a matemática. Para investigar esse aspecto, propusemos, no questionário final, a seguinte pergunta: “Os números negativos são muito usados no mundo em que vivemos hoje. Com base nas atividades desenvolvidas relacionadas com a história dos números inteiros, você acha que foi fácil para os matemáticos do passado entender e utilizar esses números? Comente sobre isso.”

Apenas oito alunos responderam sim a essa pergunta. Dos alunos que responderam que não foi fácil, alguns usaram as questões trabalhadas na atividade do texto para justificarem suas respostas, como nos exemplos a seguir:

Sophia: Acho que não, mas com o passar do tempo eles necessitavam dos números negativos. Isso não foi muito aceito, mas depois reconheceram que isso era necessário. [707]

Boy: Não foi fácil, pois muitos matemáticos achavam que eles eram falsos, fictícios ou absurdos, mas precisavam para entender melhor a matemática. [707]

Lucas: Não, pois naquele tempo não tinha exemplos de como esses números eram usados. [707]

Wagner: Não, porque algumas pessoas não entendiam o ponto de vista dos outros. Ex: $11 - 14 = -3$. [707]

Acreditamos que o fato de os estudantes tomarem consciência de que os conteúdos que eles estão estudando foram difíceis para os primeiros matemáticos que lidaram com eles contribuiu para que eles entendam que o fato de terem, ou não, dificuldade em compreender esse conteúdo matemático não os torna piores ou melhores do que os demais. Isso estaria, então, contribuindo para desmistificar a matemática e poderia estar levando os estudantes a terem uma postura mais favorável diante desse conhecimento.

4.2 Prática e participação em nossa investigação

Iniciamos esta seção com algumas considerações sobre a prática que ocorria nas salas de aula observadas e as formas de participação nessa prática.

Conforme dissemos no primeiro capítulo, para Wenger (1998), segundo Frade, Winbourne e Braga (2009), prática significa “fazer” alguma coisa em um contexto histórico e social, o qual dá estrutura e significado àquilo que está sendo feito.

No Brasil, vivemos em um contexto histórico e social no qual a escola é reconhecida como a principal instituição responsável por oferecer aos indivíduos uma educação formal e intencional. Dentro dessa instituição encontram-se salas de aula, como as que fizeram parte de nossa pesquisa. Nesse ambiente, as ações de professores e alunos, voltadas ao ensino e à aprendizagem – que são aspectos do “fazer” em sala de aula – são estruturadas tendo como referência o objetivo de oferecer tal educação formal, que também é o que dá significado a essas ações. Dessa forma, podemos dizer que o que é feito em sala de aula é estruturado e significado pelo contexto histórico e cultural em que essa sala de aula está inserida e,

portanto, de acordo com a definição proposta por Wenger (1998), o “fazer” da sala de aula pode ser considerado uma prática.

Além disso, para esse autor, a prática inclui também linguagens, símbolos, instrumentos, papéis e regras bem definidos, procedimentos, regulamentos, contratos, relações e convenções implícitas, entendimentos, visões de mundo e crenças compartilhadas. Nas salas de aula que investigamos, encontramos várias dessas características.

Em primeiro lugar, havia naquelas salas de aula pelo menos dois papéis bem definidos: o da professora e o dos alunos. Os sujeitos tinham o entendimento comum de que o objetivo de estarem ali era o ensino-aprendizado da Matemática escolar, que tem seus próprios símbolos e linguagens, a serem compartilhados por eles. Além disso, aquelas práticas envolviam o uso de certos objetos ou recursos, como caderno, lápis, livro, giz, quadro negro etc., e nelas havia regras explícitas e implícitas estabelecidas pela professora, algumas das quais comentamos ao descrever a prática de Josi, no capítulo anterior.

O ambiente em que aquelas práticas aconteciam era organizado, convencionalmente, pela disposição dos alunos em carteiras individuais organizadas em fileiras – em nenhum momento a professora estabeleceu explicitamente que seria assim, mas desde o primeiro dia de aula a sala já tinha essa organização. Havia ali procedimentos seguidos pela professora e procedimentos seguidos pelos alunos. Dentre esses procedimentos, podemos citar: a professora explicava a matéria na frente da turma, ia até as carteiras auxiliar os alunos em suas dúvidas, dava “visto” nas atividades dos alunos; esses deveriam prestar atenção na explicação da professora, realizavam as atividades em seus cadernos, levantavam a mão para chamar a professora etc.

Por fim, também havia crenças compartilhadas pelos sujeitos, como, por exemplo, a de que a matemática é importante na vida dos indivíduos, como se pode perceber nos relatos a seguir, retirados das respostas dos alunos aos questionários iniciais e finais que aplicamos.

Rafaela: Eu penso que é muito importante tudo o que aprendemos pois nós nos atualizamos mais, pois a cada dia a matemática está dentro de nossas vidas. [707]

Sophia: Mas como tudo na matemática é importante para o nosso cotidiano, resolvi me interessar mais. [707]

Thaynara: Eu penso que a matemática surgiu ao longo do tempo, porque o homem tinha a necessidade de contar, pois na vida usamos a matemática para quase tudo. [707]

Kristen: Essas atividades ajudaram a entender mais a matemática e para que nós a vivemos no nosso dia a dia. [708]

Dílan: Eu achei o estudo das regras de multiplicação e divisão interessante, porque em todos os lugares que vamos temos que saber calcular. [708]

Joaquim: Porque tudo nessa vida precisa de matemática e com o tempo de hoje a matemática evolui muito. [708]

Considerando que, dentro da perspectiva que estamos adotando, a aprendizagem é concebida como mudança de participação do indivíduo numa prática (LAVE; WENGER, 1991) e que neste trabalho um de nossos focos foi a participação dos alunos na prática da sala de aula, julgamos importante analisar quais eram as formas de participação dos estudantes nas salas de aula investigadas.

Durante nossa pesquisa de campo, buscamos observar as possíveis formas de participar das aulas de Matemática da professora Josi. Essas formas de participar envolviam: realizar as tarefas propostas pela professora; chamar a professora em suas carteiras para solicitar ajuda nas atividades; fazer intervenções orais durante a explicação dos conteúdos ou durante a correção dos exercícios; ir à frente da sala para resolver exercícios no quadro ou para manusear os materiais concretos, no caso das atividades propostas por nós.

De acordo com Wenger (1998, conforme Frade, 2003; Frade, Tatsi, 2009), a participação requer reconhecimento mútuo dos sujeitos envolvidos na prática. Assim, antes de iniciarmos nossa análise sobre a participação dos estudantes nas atividades em que a História da Matemática esteve presente, queríamos saber se as formas de participar observadas por nós eram reconhecidas pela professora e pelos alunos como formas de participação nas práticas das aulas de Matemática.

Para isso, nas entrevistas finais com a professora e com alguns alunos, perguntamos a eles o que é participar da aula de Matemática, ou o que um aluno deve fazer para podermos dizer que ele está participando da aula. Nossas observações foram confirmadas pelas respostas que obtivemos, como exemplificado nas falas a seguir:

Josi: Primeiro, estar atento às explicações... ativo na realização das atividades, estar sempre procurando realizar as atividades propostas. Não é só aquele que fala, porque às vezes o aluno é tímido e não tem coragem de expor, de ir lá no quadro... Mas em várias dessas atividades, até aluno tímido levantou o dedinho baixinho, né, mas levantou o dedinho. (...) não é aquele aluno que está sempre falando, sempre respondendo o que eu pergunto, mas é aquele aluno que está tentando prestar atenção, que pelo olhar dele você consegue identificar se ele está acompanhando ou se ele não está e que tem envolvimento na realização das atividades (...)

Lucas: Ah, eu acho que ele tem que tentar acertar os resultados, tentar fazer com vontade, se não, não fica direito... Ele vai lá no quadro quando a professora pede, dá opinião, fala o resultado... [707]

Seu Zé: Fazer as atividades, fazer tudo o que a professora pedir, aí pega participa, dependendo. Mesmo se ele tiver dúvida ou não. Ficar querendo dar resposta quando a professora pedir, ficar querendo ir no quadro pra fazer as operações. [708]

Saiury: Tentar aprender mais, ficar quieto, perguntar as coisas que não sabe... indo no quadro, discutir as coisas que aprendeu... [708]

Vemos que as formas de participação descritas pelos alunos são muito próximas das descritas pela professora, ou seja, essas formas de participação eram reconhecidas mutuamente pelos sujeitos envolvidos nas aulas de Matemática. Tendo como referência as respostas dos alunos, da professora e nossas observações, podemos dizer que nas salas de aula observadas era possível participar das seguintes maneiras:

- Oralmente: perguntando para tirar dúvidas, respondendo as perguntas da professora, pedindo para dar a resposta, lendo alguma coisa, conversando com o colega sobre a atividade;
- fazer as atividades propostas, em sala e em casa;
- ficar atento ouvindo as explicações da professora ou dos colegas;
- levantar a mão pedindo para responder;
- ir à frente da sala para resolver os exercícios no quadro ou para interagir de outras formas.

Sobre as idas ao quadro, há uma fala interessante da professora Josi a respeito do que ela pensa sobre essa forma de participar:

Josi: Porque você ir no quadro... quando você vai ao quadro você está sendo avaliado pelo seu professor e pelos seus próprios colegas, né? Então é uma forma de mostrar, e principalmente para o professor ver como que os alunos estão, se eles estão realmente acompanhando, e mostra também o interesse deles. Quando eles querem ir é porque mostram atividade na tarefa de aprender.

São essas formas de participação aquelas que consideraremos ao analisar a aprendizagem dos alunos. Cabe ressaltar que, assim como em outras práticas sociais, nas práticas de aprendizagem que ocorriam nas salas de aula observadas, os alunos tinham níveis diferentes de participação. Assim, havia desde aqueles que participavam de maneira marginal, ou seja, não estavam comprometidos com as atividades, rejeitando a participação, até os que participavam das aulas plenamente, ou seja, de diversas formas possíveis.

4.3 Analisando a mudança de participação dos alunos

Com o objetivo de subsidiar nossa análise com relação à mudança de participação dos alunos nas atividades em que a História da Matemática esteve presente, assistimos a todas as aulas anteriores àquelas em que tais atividades foram trabalhadas. Na turma 708, assistimos também a todas as aulas dadas entre as atividades que propusemos, de forma que passamos mais de três meses acompanhando as aulas dessa turma. Assim, nos foi possível comparar a participação dos alunos ao longo do desenvolvimento das atividades envolvendo a História e nas demais aulas da professora Josi.

Desde o início, percebemos que, embora nas duas turmas a participação dos estudantes acontecesse de todas as formas anteriormente descritas, na turma 708, os alunos, normalmente, participavam oralmente e manifestando-se para ir à frente da sala mais do que os alunos da turma 707. Assim, a turma 708 parecia mais participativa do que a turma 707.

Nessas duas turmas, havia níveis múltiplos de participação por parte dos alunos. No entanto, considerando as formas de participar das aulas de Matemática da professora Josi, consideramos que, naquelas turmas, não havia alunos não participantes, uma vez que todos eles, pelo menos, copiavam as anotações que a professora passava no quadro e nenhum deixou de fazer todas as atividades propostas por ela.

De acordo com Frade (2003, p. 80), a perifericidade no contexto escolar se associa ao comprometimento do aluno com sua aprendizagem, com sua intenção de preservar um ambiente coletivo favorável à aprendizagem. Ainda de acordo com essa autora, “marginalidade poderia estar associada com a falta de comprometimento do aluno, ou seja, uma atitude estável de rejeitar a participação”. (FRADE, 2003, p. 81).

Trazendo essas ideias para o contexto em que realizamos a investigação, entendemos que o aluno está participando de maneira marginal quando ele tem, com certa frequência, atitudes que indicam uma falta de compromisso com a aprendizagem, como: ficar conversando sobre assuntos não relacionados ao tema da aula; deixar de fazer as tarefas que são propostas para serem feitas em sala ou em casa; copiar as respostas das atividades dos colegas ao invés de tentar resolvê-las; fazer tarefas de outras disciplinas durante a aula de Matemática; dormir na aula; ficar brincando com objetos pessoais, dentre outras.

Entendemos que um aluno tem uma participação periférica legítima quando ele não participa de diversas formas possíveis, mas, pelo menos, tenta fazer as tarefas propostas e contribui para um ambiente favorável à aprendizagem, não apresentando comportamentos que

demonstrem falta de compromisso com a aprendizagem. Dessa forma, esse aluno tem sua participação reconhecida e legitimada pela professora, que, conforme dissemos anteriormente, considera que o aluno que age assim está participando da aula. Além disso, ele pode ser considerado como estando no caminho que conduz a uma participação plena.

Finalmente, em nosso contexto, um aluno é considerado um participante pleno quando ele, além de ter um comportamento que contribui para um ambiente coletivo favorável à aprendizagem, participa de diversas formas possíveis das práticas de sala de aula.

Embora, em todas as aulas da professora Josi, tenhamos visto alunos participando plenamente, comparando as aulas em que as atividades integradas à História da Matemática foram desenvolvidas com as demais aulas que observamos, foi possível perceber que houve uma participação mais intensa por parte dos alunos nas atividades relacionadas à História.

De um modo geral, mesmo na turma 708, na qual os alunos sempre foram mais participativos, houve maior quantidade de manifestações orais por parte dos estudantes, que faziam perguntas, davam sugestões, expunham suas ideias, mostravam que desejavam participar de outras formas. Observamos que os alunos que, normalmente, participavam plenamente das aulas da professora Josi continuaram a participar plenamente das aulas nas quais a História da Matemática esteve presente. Dentre esses, podemos citar Fylype, Willian, Roberta, Julius, Lucas e Wagner, da turma 707, e Seu Zé, Niclites, Miguel, Floyd, Carla e Iuri, da 708. No entanto, o que mais chamou nossa atenção foram os casos de alunos que participavam de forma marginal e se tornaram participantes periféricos legítimos e os casos de alunos participantes periféricos legítimos que se tornaram participantes plenos dessas práticas.

De acordo com nossos pressupostos teóricos, a aprendizagem é vista como mudança de participação do indivíduo numa prática (LAVE; WENGER, 1991). Assim, considerando a participação crescente dos alunos nas aulas em que as atividades que propusemos foram desenvolvidas, entendemos que essas atividades contribuíram para a aprendizagem dos estudantes.

Para complementar nossa análise da mudança de participação dos alunos, na entrevista final com a professora Josi, perguntamos a ela se havia percebido mudanças na forma de participar de algum aluno durante o desenvolvimento das atividades envolvendo a História da Matemática. Além de nos indicar os nomes de alguns alunos, trechos de sua fala sugerem que ela percebeu a mudança de participação dos alunos de um modo geral:

Josi: (...) Mas em várias dessas atividades, até aluno tímido levantou o dedinho baixinho, né, mas levantou o dedinho. Tem vários exemplos, o Boy,

que não abre a boca, não tem coragem de abrir a boca, levantava o dedinho pra ir fazer no quadro (...)
Você vê que mesmo nas aulas expositivas eles fizeram silêncio, prestaram atenção. Foi uma novidade para eles, eu percebi interesse.

No questionário que aplicamos aos alunos no fim do nosso trabalho de campo, após pedir que eles comentassem sobre o que aprenderam e o que acharam das atividades que desenvolvemos, propusemos a seguinte pergunta, relacionada à participação: “Descreva como foi sua participação, seu envolvimento com essas atividades.” Também na entrevista final que fizemos com alguns alunos, nos quais havíamos notado mudança de participação, depois de interrogá-los sobre o que entendiam como participação nas aulas de Matemática, perguntamos se em sua opinião eles haviam participado mais ou menos dessas atividades, em comparação com as demais aulas de Matemática. Adiante comentaremos algumas respostas dos alunos a essas questões.

Nas aulas de Matemática da professora Josi, os alunos se assentavam individualmente, com as carteiras dispostas em quatro fileiras. Durante o tempo em que estivemos observando as aulas das turmas 707 e 708, os estudantes só se assentaram em duplas durante alguns momentos das atividades propostas por nós. Em virtude do número de alunos em cada turma – 35 na 707 e 34 na 708 –, a forma como o ambiente era organizado tornou muito difícil para nós analisar a participação de todos os alunos. Assim, iniciaremos nossa análise pela participação das turmas, de um modo geral, em seis das atividades propostas por nós. Os dois questionários serão desconsiderados nesse momento, uma vez que eles se relacionavam unicamente à nossa pesquisa, e não aos conteúdos curriculares a serem desenvolvidos pela professora. A seguir, analisaremos alguns casos de alunos que mudaram sua forma de participar nas aulas de Matemática, tentando relacionar essa mudança de participação com a presença da História da Matemática.

4.3.1 A participação dos alunos na segunda e na terceira atividades

Conforme dissemos ao descrever o desenvolvimento das atividades, a atividade referente ao texto sobre a história dos números negativos foi trabalhada de maneira integrada àquela que envolveu o sistema de numeração chinês de Shang. Por esse motivo, faremos uma análise unificada sobre a participação dos estudantes nessas duas atividades.

Na turma 707, quando Josi entregou o texto sobre a história dos números negativos, imediatamente todos os alunos começaram a fazer a leitura silenciosa do mesmo. Durante a leitura oral e discussão, todos os alunos pareciam atentos, vários alunos levantaram a mão

pedindo para fazer a leitura do texto em voz alta, muitas vezes até mesmo antes de a professora fazer comentários sobre os trechos lidos, e também se manifestaram oralmente, respondendo as perguntas que a professora fez. Logo no início dessa atividade, foi possível perceber que alguns alunos tímidos, que raramente participavam das aulas, começaram a manifestar o desejo de fazê-lo, como é o caso da aluna Joyce.

Ao longo do desenvolvimento da atividade sobre o sistema de numeração chinês de Shang, a participação da turma foi ainda mais intensa. Além de continuarem atentos, vários alunos começaram a se pronunciar oralmente, fazendo perguntas ou comentários, com a professora e os colegas. Além disso, em determinado momento, houve uma intensa manifestação de alunos que queriam ir ao quadro para representar números no sistema chinês.

Quando a professora pediu que os alunos fizessem as tarefas relacionadas a essas duas atividades, vários alunos, inclusive Richard, disseram que já haviam respondido o questionário em casa. Todos os estudantes tentaram fazer as tarefas relacionadas à atividade do sistema de numeração chinês, e nesse momento destacamos a mudança de postura de dois alunos: Richard e Lorena, que se envolveram com a atividade mais do que de costume.

Na correção das questões do texto, alguns alunos se manifestaram querendo dar as respostas e todos pareciam atentos à correção. Na correção da atividade sobre o sistema de numeração chinês a turma ficou bastante silenciosa e alguns alunos foram chamados pela professora para ir ao quadro corrigir os exercícios.

Na turma 708, no momento da leitura e discussão do texto referente à história dos números negativos, foi a professora quem indicou os alunos que deveriam ler trechos do texto. Nenhum desses que ela indicou se recusou a fazê-lo, no entanto, o fato de ela decidir quem faria a leitura oral nos dificultou perceber quais estudantes participariam dessa maneira espontaneamente – percebemos apenas a aluna Stephanie levantando o dedo pedindo para ler.

Nessa aula, percebemos que houve uma participação mais intensa do que nas outras aulas que já havíamos observado até aquele momento. Quase todos os alunos participaram daquela prática, seja lendo o texto, a pedido da professora, seja interagindo oralmente durante a discussão, inclusive vários alunos que, normalmente, não costumavam se destacar oralmente nas aulas de Matemática.

Na aula seguinte, em que foi trabalhada a atividade sobre o sistema de numeração chinês, houve intensa participação dos alunos. Vários deles pediram insistentemente, tanto com o gesto de levantar a mão quanto oralmente, que a professora os deixasse ir ao quadro. Também houve muita participação oral, em interações com a professora ou com os colegas a respeito da atividade.

Terminada a discussão coletiva sobre o sistema de numeração chinês, Josi pediu que os alunos fizessem os exercícios da folha de atividades. Todos eles tentaram fazê-los, e vários ficaram chamando a professora ao mesmo tempo para que ela fosse até suas carteiras para tirar suas dúvidas. Nessa aula, percebemos que vários alunos, que até então não participavam ou participavam pouco das aulas, começaram a fazê-lo.

Durante a correção das atividades sobre o texto, em certos momentos alguns alunos ficaram desatentos e conversando sobre assuntos não relacionados à aula. Contudo, a maioria mostrou grande participação e parecia atenta à correção, o que foi confirmado pelo fato de pedirem para a professora repetir algumas das respostas a fim de que pudessem copiar a resposta correta. Além disso, vários alunos se manifestaram querendo dar as respostas para as perguntas, e também percebemos nas expressões fisionômicas e gestos de alguns deles vibração ao constatarem que haviam acertado a resposta, o que nos indica que os estudantes também se envolveram emocionalmente com a prática da sala de aula.

Finalmente, na correção da atividade sobre o sistema de numeração chinês, também houve grande participação dos alunos e foi possível perceber até mesmo certa disputa entre aqueles que pediam, insistentemente, e simultaneamente, para ir resolver os exercícios no quadro, inclusive alunos que não costumavam participar das aulas de Matemática em que a História não estava presente.

4.3.2 A participação dos alunos na quarta atividade

Na turma 707, a realização dessa atividade foi dividida em quatro momentos.

No primeiro momento, que foi dedicado à discussão de alguns exemplos de adição de inteiros usando palitos coloridos, Josi procurou envolver os alunos, fazendo perguntas e pedindo auxílio na manipulação dos palitos. De modo geral, a turma permaneceu atenta durante toda a discussão e muitos estudantes interagiram oralmente, respondendo as perguntas da professora e comentando com os colegas a respeito da atividade.

No momento da realização, em duplas, da primeira parte da folha de tarefas, registramos a participação de todas as duplas, em diferentes níveis. Embora algumas duplas, inicialmente, não tenham feito todas as somas utilizando os palitos coloridos, todas elas tentaram chegar aos resultados corretos e várias chamaram a professora ou a pesquisadora em suas carteiras para tirar suas dúvidas ou validar suas respostas. Observamos que alguns alunos demonstraram um interesse muito maior do que normalmente apresentavam nas aulas de exercícios.

Durante a correção dos exercícios da primeira parte da folha de tarefas e discussão do procedimento para eliminação de parênteses, no caso da adição, apesar de alguns alunos, em certos momentos, parecerem dispersos, todos eles permaneceram em silêncio, verificaram se suas respostas estavam corretas e muitos também participaram oralmente, respondendo as perguntas da professora.

Na turma 708, no momento de discussão do método para adicionar números inteiros usando os palitos coloridos, Josi procurou envolver toda a turma, fazendo perguntas e pedindo auxílio na manipulação dos palitos. Todos os alunos permaneceram em silêncio e, com exceção da aluna Jéssica, todos pareciam atentos ao que estava sendo discutido, o que mostra uma mudança de participação, já que nas aulas de explicação de matéria que havíamos observado anteriormente era normal ver alunos desatentos. Também houve uma boa participação oral, com os alunos respondendo em coro ou individualmente as perguntas da professora.

No segundo momento, os alunos se assentaram em dupla para realizar a primeira parte da folha de tarefas. Percebemos que a maioria das duplas participou plenamente, se concentrando na atividade, tentando obter os resultados corretos, discutindo os procedimentos entre si e solicitando auxílio da professora ou da pesquisadora. Porém, duas duplas participaram de maneira periférica legítima, uma vez que, em alguns momentos, elas se mostravam envolvidas com a atividade, mas, em outros, se dispersavam e começavam a conversar sobre outros assuntos. Outras duas duplas, além de conversarem muito sobre assuntos não relacionados à atividade, demonstraram uma postura de marginalidade na realização da tarefa.

O terceiro momento da atividade foi dedicado à discussão coletiva da primeira parte da folha de tarefas e à discussão do procedimento para eliminação de parênteses na simplificação de expressões. Alguns alunos ficaram distraídos na maior parte do tempo e em alguns momentos conversaram entre si. No entanto, todos os demais estudantes pareciam atentos à discussão e vários deles participaram oralmente, respondendo as perguntas da professora e/ou expondo suas ideias.

Percebi que todos os alunos, mesmo os que ficaram menos atentos, corrigiram em seus cadernos as respostas que haviam errado, o que significa que nessa aula não houve não participantes. Também observamos alunos vibrando ao acertarem alguma questão.

O quarto e último momento dessa atividade foi dedicado à execução e correção da segunda parte da folha de tarefas. Todos os alunos tentaram fazer os exercícios e muitos chamaram a professora ou a pesquisadora para esclarecer dúvidas ou verificar se suas

respostas estavam corretas. Essa última atitude nos mostra que, para os alunos, a legitimação por parte do professor é importante.

Durante a correção desses exercícios, que foi feita no quadro, embora, de um modo geral, a turma estivesse um pouco agitada, houve grande envolvimento dos alunos. Vários queriam ir ao quadro resolver os exercícios, como é o caso de Iuri, que permaneceu quase durante toda a aula com a mão levantada pedindo para participar dessa forma.

4.3.3 A participação dos alunos na quinta atividade

Na turma 707, no primeiro momento da quinta atividade, dedicado à introdução e discussão de três exemplos de subtração com a utilização dos palitos coloridos, os alunos foram bastante participativos. Além de estarem atentos, alguns auxiliaram a professora na manipulação dos palitos e, durante a discussão coletiva, quase todos interagiram oralmente com a professora e entre si, inclusive estudantes que não costumavam participar dessa forma, como é o caso de Sophia. Vários desses alunos falavam ao mesmo tempo, o que fez com essa aula fosse mais barulhenta do que normalmente eram as aulas nessa turma.

No segundo momento da atividade, os alunos se assentaram em duplas para resolver a folha de tarefas. Houve mais dúvidas nessa atividade do que na atividade anterior, de adição, mas todas as duplas, em diferentes níveis, participaram desse momento, tentando obter os resultados corretos.

O terceiro momento foi dedicado à correção dos exercícios da folha de tarefas. Os alunos foram chamados à frente da sala para fazer a correção das subtrações usando os palitos coloridos. Além de alguns alunos participarem dessa forma, todos pareciam atentos ao que estava sendo feito e muitos interagiram oralmente com a professora e os colegas.

Na turma 708, o primeiro momento da atividade foi dedicado à explicação e discussão de quatro exemplos. No início dessa aula, os alunos estavam muito agitados, de forma que a professora iniciou a aula sem conseguir silêncio por parte de todos. Entretanto, quando começou a falar sobre a atividade, a turma ficou mais tranquila e atenta. Durante a explicação dos exemplos, houve excelente participação oral por parte dos alunos, que interagiam a respeito dos procedimentos. Essa participação aconteceu, inclusive, com estudantes que não costumavam participar dessa maneira das aulas de Matemática. Em certo momento, Josi chamou uma aluna, que havia se manifestado dizendo que não estava entendendo as discussões, para resolver, com sua ajuda e a ajuda dos colegas, um dos exemplos escritos no quadro. No mesmo instante, vários outros alunos começaram a pedir para fazer o mesmo.

No momento dedicado à correção da folha de tarefas, vários alunos se manifestaram, levantando a mão, querendo ir à frente da sala, inclusive Rafael, que desde o início de nossa pesquisa de campo nunca havia expressado o desejo de participar.

Além de Rafael, outra aluna nos chamou a atenção quanto à participação: Jéssica. Conforme já comentamos, essa aluna era norte-americana, recém-chegada ao Brasil e quase não se comunicava em português. Assim, as poucas vezes que a vimos participar, tentando fazer as tarefas de Matemática, aconteceram nas atividades em que a História da Matemática estava presente. Acreditamos que o fato de essas atividades envolverem mais o uso de símbolos, no caso da atividade sobre o sistema de numeração chinês, e a manipulação de palitos, no caso das atividades da adição e da subtração, tenha permitido um melhor acesso dessa aluna à participação, visto que a compreensão da língua portuguesa não era tão exigida. Nesse momento de correção da quinta atividade, pela primeira e única vez durante nosso trabalho de campo, Jéssica manifestou o desejo de ir à frente da sala resolver a subtração mediante a manipulação dos palitos.

A professora permitiu que ela fosse e resolvesse, com sua ajuda, a terceira subtração da folha de tarefas. Toda a turma ficou em silêncio para ver a participação de Jéssica e, quando ela terminou, os alunos bateram palmas. Karynna exclamou: “Graças a Deus! Até que enfim!”. Essa fala de Karynna é melhor compreendida quando consideramos o fato de que já havíamos ouvido a mesma reclamando com a professora que Jéssica não fazia as atividades e nada lhe acontecia.

Durante todo esse terceiro momento da atividade, os alunos ficaram atentos à correção e vários interagiram verbalmente com a professora e com os colegas que foram à frente da sala.

4.3.4 A participação dos alunos na sexta atividade

Na turma 707, o primeiro momento da atividade relacionada ao quadro de contagem chinês foi dedicado à discussão de dois exemplos. Após escrever os exemplos no quadro negro, Josi convidou os alunos para irem resolvê-los no quadro de contagem chinês. Nesse momento, apenas alguns alunos manifestaram o desejo de ir, mas entre esses estavam alunos que raramente participam dessa forma, como é o caso de Brian.

Apesar de poucos terem se disposto a ir ao quadro, toda a turma parecia atenta, sem conversas paralelas, e vários alunos interagiram com a professora e com os colegas que estavam na frente.

No segundo momento da atividade, os alunos se assentaram em duplas para fazer as tarefas da folha utilizando o quadro de contagem chinês. Com exceção da aluna Débora, que ficou ouvindo música no fone de ouvido, todos os demais alunos presentes participaram ativamente desse momento.

No terceiro momento, dedicado à correção da folha de tarefas, Josi convidou os alunos para irem ao quadro, deixando que eles se manifestassem. No entanto, inicialmente, nenhum aluno mostrou o desejo de fazer isso e ela passou, então, a indicar aqueles que deveriam ir. Mesmo assim, alguns estudantes se recusaram a participar dessa forma.

Depois de algum tempo, alguns alunos começaram a se manifestar pedindo à professora para ir à frente. Chamou-nos a atenção o fato de esses alunos fazerem parte daqueles que, normalmente, não costumavam solicitar ir ao quadro, o que nos evidencia uma mudança de participação por parte deles.

Na turma 708, o primeiro momento da atividade também foi dedicado à discussão de alguns exemplos, porém, diferentemente do que ocorreu na turma 707, desde a apresentação da atividade, houve uma intensa mobilização dos alunos. Além de todos ficarem atentos, o que também ocorreu na outra turma, vários pediram para ir à frente da sala e houve muitas interações orais entre eles sobre a atividade.

Além dos alunos que também participaram plenamente das outras atividades, alguns alunos passaram a participar de uma forma mais intensa nessa atividade.

Nessa etapa da atividade, a mobilização dos alunos foi tão intensa, com tantos pedindo para ir ao quadro e falando ao mesmo tempo, que, em certo momento, alguns até reclamaram que havia muita confusão na aula.

A segunda etapa da sexta atividade foi dedicada à realização da folha de tarefas. Com exceção de Joaquim, Pelé e Kélen, todos os demais alunos pareciam ativos realizando as tarefas propostas, interagindo entre si sobre as mesmas, chamando a professora ou a pesquisadora nas carteiras para auxiliá-los em suas dúvidas.

O terceiro momento do desenvolvimento da atividade referente ao quadro de contagem chinês foi dedicado à correção da folha de tarefas. Devido à grande agitação em que os alunos se encontravam naquele dia, Josi, depois de exigir silêncio, disse aos alunos que, para evitar confusão, em vez de eles pedirem para ir à frente da sala, seria ela quem escolheria os alunos que deveriam ir. Mesmo diante da fala da professora, vários alunos começaram a pedir para fazer isso, fosse levantando a mão ou verbalizando.

4.3.5 A participação dos alunos na sétima atividade

Na turma 707, houve grande envolvimento dos alunos na primeira etapa, que consistiu na leitura e discussão de um texto introdutório. Após os alunos fazerem uma leitura silenciosa desse texto, Josi perguntou quem gostaria de ler em voz alta, para a discussão. Imediatamente, 13 alunos levantaram a mão ao mesmo tempo.

A turma ficou silenciosa e atenta durante a leitura do texto e, durante a discussão, vários alunos fizeram comentários a respeito do mesmo.

O segundo momento foi dedicado à realização, em duplas, da folha de tarefas. Todas as duplas realizaram a tarefa, mas dessa vez a turma ficou mais agitada do que costumava ficar nas aulas de Matemática, e algumas alunas conversaram muito sobre assuntos não relacionados com a atividade.

No terceiro momento da atividade, que consistiu na correção da folha de tarefas, a turma ficou silenciosa novamente e, com exceção da aluna Clarissa, que levou uma caixa de bombons para a sala e ficou tentando tirar a atenção dos colegas oferecendo chocolates a eles, todos os demais alunos pareciam atentos. Como a turma respondeu em coro às perguntas da professora, não se destacou a participação de nenhum aluno de modo especial.

Na turma 708, os alunos também se envolveram muito na primeira etapa da atividade. Vários deles pediram para participar da leitura em voz alta. Com exceção de Kélen, que começou a ouvir música no fone de ouvido e foi encaminhada à coordenação, todos os alunos pareciam atentos à leitura. A turma ficou silenciosa e muitos estudantes participaram verbalmente, interagindo com a professora e os colegas durante a discussão.

No segundo momento da atividade, no qual os alunos se assentaram em duplas para resolver a folha de tarefas, houve boa participação por parte de todos os estudantes presentes, até mesmo daqueles que, normalmente, não se comprometem com as atividades, como Joaquim e Jéssica.

Também no terceiro momento, que consistiu na correção da folha de tarefas, houve boa participação dos estudantes. A correção foi feita, em sua maior parte, apenas oralmente – os alunos não foram chamados à frente da sala para realizar a correção. Não houve conversas paralelas e a maior parte das perguntas foram respondidas em coro pelos estudantes, de modo que todos eles participaram oralmente dessa etapa da atividade.

A seguir, com base em nossas observações e nas respostas da professora e dos alunos, trataremos da mudança de participação de estudantes das turmas 707 e 708, respectivamente,

que, por razões diversas, conseguimos distinguir melhor, tentando relacionar essa mudança com a presença da História da Matemática.

4.3.6 Mudança de participação de alunos da turma 707

4.3.6.1 Joyce: da participação periférica legítima à participação plena

A aluna Joyce é uma menina tranquila que se assentava na primeira carteira de sua fileira, ao lado da mesa da professora. Durante as aulas, sempre parecia estar atenta ao que estava sendo feito em sala, fazia todas as tarefas propostas e raramente conversava sobre assuntos não relacionados à aula. Algumas vezes, ela participava oralmente, respondendo as perguntas da professora, ou ia à frente da sala resolver exercícios no quadro, mas eram raros esses momentos. Podemos dizer, então, que nas práticas das salas de aula observadas, anteriores às atividades com a presença da História da Matemática, Joyce era uma participante periférica legítima, de acordo com nossa interpretação para esse termo.

Já nas primeiras atividades que propusemos, relacionadas ao texto sobre a história dos números negativos e ao sistema de numeração chinês de Shang, foi possível perceber nitidamente uma mudança de participação por parte dessa aluna. Além de estar atenta às discussões e fazer as tarefas propostas, ela levantou a mão pedindo para fazer a leitura em voz alta de uma parte do texto, fez intervenções orais, interagindo com a professora e os colegas. Durante a correção das questões sobre o texto, Joyce também levantou a mão várias vezes pedindo para responder, se manifestou querendo ir à frente da sala e foi ao quadro mais de uma vez representar números no sistema de numeração chinês de Shang. Ela mudou sua forma de participar, passando de uma participante periférica legítima para uma participante plena nessas práticas desenvolvidas em sala de aula.

Essa mudança aconteceu não apenas no desenvolvimento dessas primeiras atividades. Joyce continuou participando plenamente em todas as outras atividades nas quais a História da Matemática estava presente, demonstrando um interesse muito maior do que tinha até então apresentado. Ela prosseguiu expondo suas ideias, respondendo as perguntas da professora, interagindo com os colegas sobre as atividades, manifestando em todas as atividades o desejo de participar indo à frente da sala – e fez isso em todas as oportunidades que teve. Na correção da sexta atividade, por exemplo, Joyce levantou a mão pedindo para fazer um exercício no quadro, mas a professora não viu; então, alguns colegas pediram à professora que a deixasse ir porque, segundo eles, ela havia dito para eles: “Eu tô doidinha pra ir, mas a professora não me chama!” Em todas as atividades em dupla, Joyce também se

concentrou totalmente no que estava sendo feito, realizando as tarefas propostas e discutindo os procedimentos ativamente com sua colega de dupla e até mesmo com outras duplas.

A participação crescente dessa aluna foi apontada pela professora e também por ela própria, como podemos ver nos seguintes trechos de suas falas:

Josi: A Joyce era muito passiva, acho que pela timidez dela, agora ela tenta, né, ela fala mais, ela vai ao quadro mais vezes.

Joyce: Foi bom, eu participei bastante das aulas no meu ponto de vista. Eu fui no quadro muitas vezes resolver operações de positivo e negativo e assim eu fui aprendendo mais e me interessando. [Questionário final]
Mas eu acho que eu participei muito porque eu fui lá... acho que eu me dediquei, acho que mais do que normalmente eu dedico! [Entrevista]

Com relação à História, acreditamos que a presença da História da Matemática foi fundamental para motivar essa mudança de participação da aluna. Ela parece ter achado as atividades propostas por nós mais interessantes e mais fáceis, de acordo com seus relatos a seguir:

Joyce: Eu gostei muito de todas as aulas, aprender sobre os números negativos e positivos, mas o que mais me surpreendeu foi os números negativos, pois eu não sabia que os chineses usavam esse tipo de cálculo. Foi muito interessante e eu também achei mais fácil calcular com os palitinhos pretos (negativos) e vermelhos (positivos). [Questionário Final]
Como eu disse, eu achei bem interessante porque eu não sabia, não sabia mesmo que eles usavam aqueles números, nem sequer, né, pensava que eles usavam esse modo para poder estar calculando... eu achei muito legal. (...) Como é que eles calculavam, aí eu fui lá e, sei lá, eu me entreguei, eu quis aprender.[Entrevista]

Perguntamos a ela se essas atividades a haviam motivado a aprender e ela respondeu: “Muito, muito, muito!”.

4.3.6.2 Michel: da participação marginal à participação plena

No início do ano letivo, Michel fazia parte da turma 708, mas nas primeiras semanas de aula houve um remanejamento de alguns alunos, o que, segundo relato da professora Josi, aconteceu para tentar diminuir os problemas disciplinares de algumas turmas. Michel foi um desses alunos, tendo sido incluído na turma 707.

Nas aulas que observamos, antes de serem desenvolvidas as atividades relacionadas à nossa investigação, esse aluno esteve muitas vezes ausente. Nas aulas em que esteve presente, percebemos que era um aluno que não chamava a atenção em sala de aula. Michel fazia algumas das atividades propostas, mas às vezes parecia distraído, desatento às aulas e, em

várias ocasiões, virava-se para trás e conversava sobre assuntos não relacionados às tarefas. Eram raras as vezes em que esse aluno participava oralmente das aulas: só o fazia quando os alunos respondiam em coro as perguntas da professora. Assim, podemos dizer que Michel tinha uma participação marginal nas práticas de ensino-aprendizagem que aconteciam nas aulas da professora Josi.

Nas aulas em que propusemos as atividades relacionadas ao texto sobre a história dos números negativos e ao sistema de numeração chinês de Shang, esse estudante não estava presente. Assim, a primeira atividade integrada à História da Matemática com que esse aluno teve contato foi a de adição com varas de contagem chinesas. Nessa atividade, percebemos uma mudança de participação por parte de Michel. Inicialmente, ele ficou atento à discussão dos exemplos e no momento da tarefa em dupla se envolveu muito. Michel se assentou com o colega Chris, e ambos efetuaram todas as operações usando os palitos e discutiram os resultados de maneira empolgada, de tal forma que Michel parecia um dos alunos mais interessados na atividade. Durante a discussão dos exercícios, ele começou a participar oralmente, interagindo com a professora e os colegas. Vemos, assim, que houve uma mudança crescente na participação desse aluno que, além de participar ativamente no momento anterior dessa atividade, passou a estar mais atento às aulas e também começou a participar oralmente.

Nas outras atividades que envolveram a História da Matemática, Michel continuou participando mais do que antes. Nas duas atividades seguintes, referentes à subtração com varas de contagem chinesas e às operações no quadro de contagem chinês, ele formou uma dupla com Richard. Os dois alunos disputavam o uso dos materiais manipulativos, de tal forma que Michel nos contou que até ficou chateado com Richard, porque ele não queria deixá-lo usar os materiais. Na atividade do quadro de contagem, a professora interveio e emprestou um kit de materiais para cada um deles, a fim de evitar atritos.

Além de ter participação excelente na realização das tarefas em duplas, Michel ficou atento a todas as discussões referentes às atividades que propusemos e se expressou oralmente, expondo suas ideias e fazendo perguntas. Dentre as formas possíveis de participar das aulas observadas, a única não observada por nós com relação a Michel foi ir à frente da sala para resolver exercícios. Vemos, assim, que, nas atividades em que a História da Matemática esteve presente, esse aluno mudou sua forma de participar, de uma participação marginal para uma participação plena.

A professora Josi notou a mudança de participação desse aluno e nos disse que antes “ele era muito na dele e agora ele tenta participar mais”. Michel também parece ter percebido

que mudou sua forma de participar, como podemos ver nos trechos seguintes de sua entrevista:

Michel: Eu participei mais, porque aí eu chamava a professora toda hora, acho que eu chamei já ela umas 5 vezes ao dia, ela ficou até cansada de ir lá... Eu levantei o dedo para responder, perguntei... Eu comecei a ficar com menos vergonha, a falar mais...

Sem dúvida, a História da Matemática teve um papel fundamental na mudança de participação desse aluno, na medida em que lhe despertou o interesse e o motivou a participar. Seu relato na entrevista nos indica isso:

Michel: Ah, eu achei bom, porque, tipo assim, antes eu não sabia fazer esse trem de palitos, aprendi números chineses também, eu não sabia aí eu fui lá e gostei também porque aí eu aprendi. (...) Eu gostei demais porque eu queria também que a gente fosse só estudar aquilo, não o ano todo, mas metade do ano, porque é interessante, né, você poder estudar números antigos e a História da Matemática,

4.3.6.3 Richard: de participante marginal a participante pleno

No início do ano letivo, Richard fazia parte da turma 709, mas depois foi remanejado para a turma 707. Richard é um menino tranquilo que se assentava na primeira carteira de sua fila, próximo à porta. No entanto, durante as aulas, ficava bastante distraído. Enquanto a professora estava falando, ele começava a mexer com seus objetos pessoais ou ficava olhando para fora da sala ou para os lados, mas não costumava conversar nesses momentos. Já quando a professora passava as tarefas, ele abria o livro e o caderno, mas demorava muito a iniciar as atividades. Era comum ficar brincando com o lápis ou virar para trás para conversar com os colegas. Assim, Richard deixou de fazer várias atividades propostas pela professora. Ele também raramente participava oralmente ou se manifestava querendo ir à frente da sala. Assim, apesar de não prejudicar o ambiente coletivo de aprendizagem – nunca vimos a professora chamando sua atenção por esse motivo –, podemos dizer que Richard tinha uma participação marginal nas aulas da professora Josi.

Já nas primeiras atividades que propusemos começamos a perceber uma mudança na participação desse aluno. Durante a discussão das atividades do texto e do sistema de numeração chinês, Richard não participou oralmente nem se manifestou querendo ir à frente da sala, mas mostrou-se mais atento do que de costume e respondeu ao questionário em casa, antes mesmo de a professora pedir que os alunos o respondessem. Quando Josi pediu que eles fizessem as tarefas da folha sobre o sistema de numeração chinês de Shang, Richard, que

sempre demorava a iniciar todas as atividades, rapidamente começou a trabalhar. Sem dificuldade na resolução – não ficou falando que não sabia, como das outras vezes –, solicitou a ajuda da professora e parecia satisfeito por estar conseguindo fazer a tarefa. Na aula seguinte, Richard esperou a professora na porta da sala para dizer que havia feito as atividades e, na correção, pela primeira vez desde o início da nossa observação, manifestou vontade de responder, e a professora o chamou para ir ao quadro representar um número no sistema de numeração chinês. Ele ficou atento à correção, sem conversar com os colegas, e corrigiu os exercícios que havia errado. Josi ficou mais próxima desse aluno durante a correção e, em certo momento, lhe perguntou: “tá acertando tudo, Richard?” Essa atitude da professora e também o fato de ela tê-lo chamado para ir ao quadro atesta que ela legitimou a participação desse aluno nessa prática. Essa mudança crescente na participação de Richard fez com que ele passasse a ser um participante periférico legítimo nessas primeiras atividades.

Na quarta atividade, a da soma de inteiros utilizando varas de contagem chinesas, Richard, inicialmente, parecia um pouco disperso, mas pouco depois, pela primeira vez em nossa observação, participou oralmente respondendo a perguntas da professora e fazendo comentários com os colegas a respeito da atividade. Na realização da atividade em dupla, em vários momentos em que eu circulava pela sala de aula, vi que Richard tentava copiar as respostas da colega Juliana, sem fazer os cálculos com os palitos. Em uma primeira análise, pensei que esse aluno estava assumindo uma participação marginal naquela prática. No entanto, ao assistir o vídeo que registrou o desenvolvimento da atividade dessa dupla, percebi que, na verdade, foi a postura da colega que acabou contribuindo para essa aparente não participação de Richard.

De fato, no início da atividade, Richard começou a manipular os palitos e tentou interagir com a colega, fazendo perguntas referentes à tarefa, mas Juliana, rapidamente, pareceu ter perdido a paciência, tendo acabado por tomar os palitos que estavam com ele e passado a fazer os cálculos sozinha. Diante dessa situação, Richard falou consigo mesmo: “eu vou fazer com os dedos”, mas não obteve êxito, e começou a tentar copiar as respostas da colega. Entendemos que, naquele momento, cabia à Juliana, que já mostrava mais habilidade no uso dos palitos para efetuar somas, legitimar a participação do colega Richard. Porém, a nosso ver, ela não fez isso, o que acabou contribuindo para uma participação periférica do aluno, já que ele não teve acesso à prática.

Quando percebi que Richard tentava copiar as respostas da colega, fui até sua carteira, entreguei os palitos a ele – Juliana já havia terminado a atividade – pedi que ele efetuasse as operações com os palitos e fiquei auxiliando-o individualmente. A partir daí, o estudante

conseguiu encontrar os resultados corretos e durante todo o restante de nossa pesquisa de campo observamos que sempre usava essa ideia para efetuar adições de inteiros. Entendemos que nossa atitude legitimou a participação de Richard e, como consequência, o aluno mudou sua forma de participar, movendo-se rumo a uma participação completa naquela prática. Esse fato está de acordo com a fala de Lave e Wenger (1991), segundo os quais o acesso à mudança de participação, mais do que a instrução, tem um papel central para que ocorra aprendizagem.

Apesar de não ter participado oralmente no momento seguinte, dedicado à correção, esse aluno parecia atento a tudo o que estava sendo feito e continuou a usar as ideias presentes nessa atividade durante todo restante de nossa pesquisa de campo.

Na atividade seguinte, proposta por nós, relacionada à subtração com varas de contagem chinesas, Richard permaneceu em silêncio durante a discussão e, embora no início tenha ficado um pouco distraído, depois de algum tempo, mudou sua postura e passou a ficar atento, chegando até mesmo a participar oralmente, expondo sua opinião. No momento da atividade em dupla, Richard formou uma nova dupla com Michel, porém, dessa vez, foi ele quem monopolizou os palitos. Por esse motivo, Michel começou a trabalhar sem usá-los. Richard estava fazendo os cálculos como se fossem soma e não subtração. Em certo momento, Josi foi até a mesa deles e lhes disse que deveriam trabalhar juntos. Pediu que Richard fizesse a primeira questão para ela ver. Então Josi viu o erro que Richard estava cometendo e explicou a eles como deveria ser feito o exercício. Richard compreendeu e fez as outras operações rapidamente, sem a ajuda de Michel. Quando ele acabou de usar os palitos, Michel começou a fazer as atividades com eles, mas Richard lhe deu sua folha com as respostas para que ele só as copiasse, e Michel o fez. No entanto, depois, Michel conferiu alguns resultados e Richard explicou-lhe, usando os palitos, como tinha chegado a tais resultados.

Vemos assim que, nessa quinta atividade, Richard não teve seu acesso à participação negado pelo colega e que ele mudou sua forma de participar com relação à atividade anterior, tornando-se um participante pleno dessa prática.

Na atividade do quadro de contagem chinês, Richard participou ainda mais. Na discussão coletiva, ele não se expressou oralmente, mas ficou atento e foi chamado à frente da sala para terminar um exemplo que outro aluno havia iniciado e não soube terminar. Richard conseguiu terminar o exemplo sem a ajuda da professora ou dos colegas, o que mostra que ele realmente estava atento às discussões.

No momento da realização, em duplas, da folha de tarefas, Richard se assentou com Michel novamente e, logo que Josi entregou os materiais, Richard, mais uma vez, tentou monopolizá-los. Então, ela interveio e disse: “É pra vocês fazerem juntos. Cada hora um faz”. Mesmo assim, eles continuaram disputando quem ia manusear o material. Em outro momento, Josi teve que interferir novamente, porque Richard queria fazer as operações sozinho e Michel estava chateado com isso. Depois, Josi interferiu mais uma vez, dizendo para Michel: “Agora deixa ele [Richard] fazer. Cada hora um faz.” Por fim, vendo esse impasse entre os dois alunos, conversamos e decidimos entregar um kit de material para cada um deles. Mesmo depois disso, ambos continuaram interagindo muito a respeito dos procedimentos que estavam seguindo na realização das tarefas.

Na correção da atividade, Richard foi um dos únicos que quis ir à frente da sala fazer os cálculos no quadro de contagem chinês e foi o único, entre os que foram na frente, que fez os procedimentos corretamente e sem a intervenção da professora ou dos colegas.

Na sétima atividade que propusemos, Richard continuou participando ativamente. Ele pediu para participar da leitura em voz alta do texto introdutório e ficou atento durante a discussão. Na realização das tarefas propostas, ele não se assentou com Michel, o que aconteceu, segundo Isabella, porque haviam tido uma “briguinha”. Assim, Richard acabou formando dupla com Boy, um aluno que sempre resolvia as tarefas rapidamente e se mostrava muito tímido. Boy e Richard não interagiram muito a respeito da atividade e cada um fez a tarefa independentemente. Às vezes, conferiam as respostas um com o outro. Na correção das atividades, Richard participou oralmente, juntamente com outros alunos, respondendo à professora.

Analisando a participação desse aluno, observamos que ela foi crescente nas práticas em que foram desenvolvidas as atividades nas quais a História da Matemática estava presente. Nas aulas anteriores a essas atividades, Richard teve uma participação marginal e, já nas primeiras atividades que propusemos, ele se tornou um participante periférico legítimo. A professora deu a ele o acesso à participação, auxiliando-o em suas dúvidas, deixando-o expor sua opinião, chamando-o para ir à frente da sala, dando-lhe uma atenção especial, conferindo, assim, legitimidade à sua participação, o que, na relação entre mestres e aprendizes, de acordo com Lave e Wenger (1991, p. 91), é mais importante do que proporcionar ensino. Nas três últimas atividades, anteriores ao questionário final, vemos que Richard se tornou um participante pleno, e essa mudança também foi percebida pela professora, conforme ela nos relatou.

Notamos que, em todas as outras aulas que observamos na turma 707, tanto antes de iniciarmos nossas intervenções quanto nas aulas entre aquelas em que as atividades que propusemos foram trabalhadas, Richard teve uma participação marginal. Assim, não nos restam dúvidas de que a presença da História da Matemática, de alguma maneira, contribuiu para essa mudança de participação por parte de Richard. Na entrevista final que fizemos com esse aluno, ele nos relatou que havia participado mais dessas atividades porque as havia achado mais interessantes e gostado mais dessas aulas. Suas falas a seguir, de fato, demonstram seu interesse pelas atividades e mostram que as ideias trabalhadas facilitaram sua aprendizagem:

Richard: Também achei interessante porque agente aprende mais e fica mais fácil para fazer as contas negativo e positivo. [entrevista]

Eu gostei muito, pois eu aprendi a fazer números chineses, e o modo deles era mais fácil para mim e além disso a gente pode fazer com palitos negativos e positivos, os negativos são palitos pretos e os positivos são palitos vermelhos.[questionário final] [707]

4.3.7 Mudança de participação de alunos da turma 708

4.3.7.1 Rafael: da participação marginal à participação periférica legítima

Durante todo o tempo que passamos observando as aulas da professora Josi, Rafael foi, sem dúvida, o aluno que mais apresentou problemas disciplinares e descomprometimento com a aprendizagem. Embora ele tivesse feito a maioria das tarefas passadas pela professora, ficava praticamente todo o tempo da aula distraído e era muito comum vê-lo conversando sobre assuntos não relacionados ao tema da aula, inclusive nos momentos de explicação dos conteúdos. Notei que os professores da turma o trocaram de lugar algumas vezes, mas Rafael sempre conseguia algum colega para conversar com ele. Assim, foram raras as aulas em que a professora não precisou adverti-lo devido a esse comportamento. Também era raríssimo vê-lo participando oralmente das aulas ou manifestando o desejo de ir à frente da sala, mesmo quando a professora o convidava a fazer isso. Dessa forma, ficou muito claro para nós que Rafael tinha uma participação marginal nas aulas de Matemática da professora Josi.

Na primeira atividade que propusemos, durante a leitura e discussão do texto, Rafael, assim como todos os demais alunos da turma, permaneceu sem conversar paralelamente, mas mostrou-se distraído na maior parte do tempo, mexendo-se na carteira, brincando com a folha

da atividade ou com seus materiais escolares, olhando para os lados. Quando a professora pediu que os alunos respondessem ao questionário referente ao texto, Rafael foi o último a abrir o caderno para fazer a tarefa. Continuou distraído e, às vezes, virava-se para trás para conversar com os colegas.

Na atividade sobre o sistema de numeração chinês, Rafael ficou ainda mais desatento. Ficou o tempo todo brincando com seu caderno, rodando-o no dedo, ou manipulando outros objetos pessoais; virou-se para trás várias vezes e, em certos momentos, conversou com colegas que estavam perto dele. No momento de realizar as tarefas da folha, sua postura continuou a mesma e ele foi o único aluno que, ao invés de se esforçar, copiou as respostas de um colega.

Na quarta atividade que propusemos, relativa à soma de inteiros usando varas de contagem chinesas, Rafael permaneceu em silêncio durante a discussão dos exemplos e não ficou brincando com objetos pessoais como das outras vezes, mas não participou oralmente, como a maioria da turma fez. No momento da realização, em duplas, da folha de tarefas, Rafael e seu colega fizeram parte das duas duplas que participaram de forma marginal dessa etapa da atividade. Rafael conversou o tempo todo com seu colega de dupla e com os colegas que estavam a sua frente, sobre assuntos não relacionados à atividade, e não demonstrou nenhum compromisso com a atividade. Também durante a correção ele continuou agindo assim, de tal modo que, em certo momento, a professora interrompeu a aula para chamar a sua atenção. Vemos então que, nessas três atividades em que a História da Matemática esteve presente, Rafael continuou participando de maneira marginal.

Com relação à quinta atividade, na qual foi trabalhada a subtração de números inteiros, no momento da discussão dos exemplos e realização, em duplas, da folha de tarefas, Rafael continuou participando de forma marginal. Porém, no momento da correção e discussão, começamos a perceber uma pequena mudança com relação à participação de Rafael. Ele ficou mais atento às explicações do que costumava ficar e, pela primeira vez desde o início de nossa pesquisa de campo, levantou a mão pedindo para ir à frente da sala resolver um dos exercícios usando os palitos coloridos e até insistiu com a professora, alegando que queria ir porque estava com dificuldade de entender. A professora, porém, não o chamou e lhe disse que ele não precisava ir ao quadro para aprender, não legitimando a participação desse aluno.

Na atividade referente ao quadro de contagem chinês, Rafael passou a participar de uma forma mais intensa. Embora às vezes ainda parecesse distraído, no momento da discussão dos exemplos, ficou mais atento do que normalmente ficava e, pela primeira vez, foi chamado pela professora para ir à frente da sala para resolver, com sua ajuda, o primeiro

exemplo. Essa atitude da professora legitimou a participação desse aluno e nessa atividade ele mudou sua forma de participar, passando a estar mais comprometido com a aprendizagem.

No momento da realização da folha de tarefas, Rafael formou uma dupla com Samuel. Esses dois alunos formaram uma dupla porque, após os outros alunos escolherem seus pares, eles foram os únicos que ficaram sozinhos, talvez por sempre apresentarem problemas disciplinares. Então, acabaram se juntando. Ficou clara para nós a mudança de participação desses alunos. Samuel, que, nas outras atividades, havia formado dupla com Seu Zé, ficava sempre conversando muito e acabava copiando as respostas do colega. Rafael havia sido um participante marginal em todas as atividades anteriores a essa. Dessa vez, porém, ambos se concentraram na atividade, realizaram-na como proposto pela professora, dialogaram entre si a respeito da mesma e foram os primeiros a terminar as tarefas. Acreditamos que o fato de Josi ter legitimado a participação de Rafael no início da atividade foi muito importante para incentivar o aluno a continuar participando.

Na correção dos exercícios da folha, Rafael parecia distraído em alguns momentos, mas novamente foi chamado pela professora e foi à frente para resolver um dos itens. Vemos, então, que, nessa sexta atividade, Rafael mudou sua forma de participar, deixando de ser um participante marginal e tornando-se um participante periférico legítimo das práticas que aconteceram em sala de aula.

Na sétima atividade que propusemos, sobre multiplicação de divisão de inteiros usando as ideias de Euler, Rafael continuou participando de maneira periférica legítima.

O fato de a professora ter dado a Rafael o acesso à participação e legitimado sua participação na atividade sobre as operações no quadro de contagem chinês nos parecem ter sido fatores importantes que contribuíram para a mudança de participação desse aluno. Outro fator que acreditamos ter favorecido uma maior participação de Rafael nessa atividade é que ela lhe despertou um interesse especial, como o aluno nos indica em uma de suas respostas no questionário final:

Rafael: Eu aprendi muitas coisas que eu não sabia e foi muito legal, fizemos variadas contas e etc. Fizemos trabalho em dupla e foi muito bom. Também fizemos contas de palitos de fósforo coloridos, fizemos conta no quadro que a fêssora trouxe com palitos de picolé achei muito bacana. [grifo nosso]

Se focarmos somente essa fala do aluno, podemos pensar que a atividade só despertou seu interesse devido ao uso dos materiais concretos. No entanto, ainda que fosse assim, não podemos desprezar o papel desempenhado pela História da Matemática, uma vez que ela esteve presente, de maneira explícita e implícita, durante todo o desenvolvimento da mesma, e

o uso de materiais manipulativos só fez sentido porque foi vinculado a ela. Assim, podemos dizer que a História contribuiu para a mudança de participação e consequente aprendizado de Rafael.

4.3.7.2 Jane: da participação marginal à participação plena

Nas aulas que observamos antes de serem realizadas as atividades relacionadas à História da Matemática, mesmo sem demonstrar muito interesse, Jane fazia as atividades propostas pela professora e, geralmente, cooperava para um ambiente favorável ao ensino e à aprendizagem. No entanto, ela não costumava ficar atenta às aulas, muitas vezes se assentava de lado ou se virava para trás a fim de conversar com os colegas, raramente participava oralmente das aulas e só ia ao quadro quando a professora a convidava. Desse modo, podemos dizer que Jane participava das aulas de Matemática de forma marginal.

Nas duas primeiras atividades que propusemos, nas quais a História da Matemática estava presente, percebemos que Jane começou a participar de uma forma diferente. Na leitura e discussão do texto sobre a história dos números negativos, ela não participou oralmente, mas ficou mais atenta ao que estava sendo feito. Já na atividade referente ao sistema de numeração chinês, além de estar atenta, Jane foi uma das primeiras a manifestar o desejo de ir ao quadro representar números no sistema chinês e foi a primeira que foi autorizada pela professora a fazer isso. Ela representou o número corretamente, o que mostra que realmente estava atenta à fala da professora. Na correção do questionário sobre o texto, Jane participou oralmente dando a resposta de uma das questões, o que não era comum acontecer.

Assim, já nas primeiras atividades em que a História estava presente Jane deixou de ser uma participante marginal e passou a participar de maneira periférica legítima.

Na quarta atividade, sobre a adição de inteiros usando varas de contagem chinesas, a participação de Jane foi ainda mais intensa. No momento da discussão dos exemplos, a aluna ficou atenta, mas não fez intervenções orais. Já no momento de realização, em duplas, da folha de tarefas, ela formou dupla com Stephanie e essas alunas se envolveram ativamente, manuseando os palitos, discutindo os resultados entre si e chamando a professora ou a pesquisadora para auxiliá-las em suas dúvidas. Jane relatou que reproduziu os palitos coloridos para si mesma de modo que pudesse usá-los em suas tarefas de casa, o que nos indica que esse recurso dos palitos se mostrou eficaz para ajudar os alunos a efetuarem adições de números inteiros. No momento da correção dessa atividade, Jane participou oralmente, expondo suas ideias, tirando suas dúvidas e interagindo de modo especial com a colega Karynna, que usou a ideia dos palitos para auxiliar Jane em suas dúvidas. Foi nesse

momento que a professora lançou mão do texto sobre a história dos números negativos para justificar a normalidade das dúvidas apresentadas por Jane.

A partir dessa quarta atividade, percebemos que Jane se tornou mais participativa em todas as aulas de Matemática e, de modo especial, naquelas em que a História da Matemática estava presente. Ela passou a estar mais atenta, a interagir oralmente com a professora e os colegas, a dar sua opinião, expor suas dúvidas e a manifestar vontade de ir ao quadro sempre que a prática proporcionava isso. Dessa maneira, Jane participou indo à frente da sala tanto na atividade relacionada à subtração de inteiros quando na atividade referente ao quadro de contagem chinês. Além disso, a estudante demonstrou um grande interesse nas atividades envolvendo a História. Analisando a participação dessa aluna, podemos dizer que Jane mudou sua forma de participar das aulas de Matemática. Já nas primeiras atividades relacionadas à História da Matemática ela deixou de participar de forma marginal e passou a ter uma participação periférica legítima e, a partir da quarta atividade, tornou-se uma participante plena das práticas que aconteceram em sala de aula.

A mudança de participação dessa aluna foi apontada pela professora Josi, que nos disse que, agora, “mesmo com a dificuldade que ela apresenta, ela está sempre querendo participar”, e também pela própria aluna, conforme a mesma nos relatou na entrevista final. O relato dessa aluna também nos permite concluir que as atividades relacionadas à História despertaram o seu interesse, como podemos ver nos trechos a seguir:

Jane: todas as atividade foram muito legais pois as matérias me ensinaram coisas que eu não sabia. Aquela atividade de adição e subtração usando palitos pretos e vermelhos foi mais legal e me ajudou nas minhas dúvidas. A atividade dos chineses de Shang foi superinteressante. E o quadro de contagem chinês esplêndido, maravilhoso, não tenho palavras, eu adorei porque é interessante.

Esse fato nos leva a considerar que a História da Matemática foi importante para a mudança de participação e conseqüente aprendizado de Jane nas atividades propostas por nós.

4.3.7.3 Saiury: de participante marginal a participante plena

Nas aulas que observamos antes de serem desenvolvidas as atividades referentes à História, percebemos que Saiury tinha uma participação marginal nas aulas de Matemática da professora Josi. Geralmente, nos momentos de realização de exercícios, ela tentava fazer as tarefas propostas e, algumas vezes, até chamava a professora ou a pesquisadora para auxiliá-la

em suas dúvidas. No entanto, durante as explicações da professora ou nos momentos de correção de exercícios, ela ficava muito distraída. Por vezes, estava inquieta na carteira, virava-se para trás ou para os lados, mexia no cabelo ou em seus objetos pessoais e não era raro conversar com colegas que se assentavam próximos a ela. Em outros momentos, Saiury abaixava a cabeça na carteira e dormia durante a aula. Além disso, muito raramente participava oralmente e nunca havia expressado o desejo de ir à frente da sala.

Nas primeiras atividades relacionadas à História da Matemática, percebemos uma pequena mudança na participação de Saiury. Apesar de, em alguns momentos dessas atividades, ainda se mostrar distraída, durante a leitura e discussão do texto sobre a história dos números negativos, ela ficou mais atenta, participou da leitura em voz alta e fez pequenas intervenções orais. Na introdução da atividade sobre o sistema de numeração chinês de Shang, além de ficar mais atenta à aula, pela primeira vez Saiury manifestou o desejo de ir ao quadro representar números no sistema de numeração chinês. Contudo, nessa ocasião ela não foi chamada pela professora. Durante a correção dessas duas atividades, apesar de às vezes parecer desatenta, Saiury também participou mais do que de costume, fazendo pequenas intervenções orais e indo ao quadro, por vontade própria, resolver um dos exercícios.

Assim, já nessas duas primeiras atividades nas quais a História da Matemática esteve presente, Saiury passou de participante marginal para participante periférica legítima.

Na atividade referente à adição de inteiros utilizando varas de contagem chinesas, durante a discussão inicial, Saiury, assim como os demais alunos da sala, ficou em silêncio e parecia atenta à discussão, porém não participou oralmente desse momento. Na realização da primeira parte da folha de tarefas, Saiury se assentou com Sulplícia, o que também aconteceu nas demais atividades em duplas. Essas alunas se envolveram ativamente com a atividade, manuseando os palitos coloridos, discutindo os procedimentos entre si e chamando a professora ou a pesquisadora várias vezes para solicitar ajuda ou pedir que validássemos seus resultados. Nos dois momentos seguintes dessa atividade, Saiury continuou participando periféricamente, estando atenta e pedindo auxílio da pesquisadora ao realizar a segunda parte da folha de tarefas.

No entanto, na última etapa do desenvolvimento dessa atividade da adição, que consistiu na correção da segunda parte da folha de tarefas, observamos que a participação de Saiury foi ainda mais intensa. Além de demonstrar atenção e não conversar paralelamente, ela fez mais intervenções orais, respondendo às perguntas da professora, e insistiu com Josi para deixá-la ir resolver um dos exercícios no quadro, o que a professora acabou permitindo.

A partir daí, nas outras atividades que propusemos, Saiury continuou tendo uma excelente participação, de tal forma que podemos dizer que ela se tornou uma participante plena dessas atividades. Embora às vezes ainda conversasse com os colegas que estavam próximos sobre assuntos não relacionados à aula, passou a estar mais atenta ao que estava sendo feito, não mais dormiu durante as aulas, sempre interagiu oralmente com a professora e os colegas a respeito das atividades, parecia mais interessada nas tarefas e tornou-se uma das estudantes que mais participava indo à frente da sala, sempre insistindo com a professora para deixá-la ir. Assim, nas outras atividades envolvendo a História da Matemática propostas por nós, Saiury foi uma das alunas que foi à frente da sala todas as vezes que a professora proporcionou aos alunos esse tipo de participação.

Observamos que essa aluna mudou sua forma de participar não apenas nas aulas em que foram trabalhadas as atividades relacionadas à História da Matemática. No entanto, ficou claro para nós que sua participação foi muito maior em tais aulas.

A mudança de participação de Saiury foi apontada pela professora Josi e também pela própria aluna, como podemos ver pelos trechos a seguir, retirados de suas falas:

Josi: A Saiury, ela conversava muito, ficava sempre escondida atrás dos alunos pra eu não ver o que quê ela estava fazendo. Eu nem via ela dormir, porque ela sempre estava atrás de alguém, parecia que ela estava escondendo mesmo o que ela estava fazendo para eu não ver, né? A Saiury era muito dispersa, conversava demais, agora ela sempre está chamando, pedindo ajuda...

Saiury: Minha participação não foi muito boa nas primeiras matérias, mas nessas estou participando bastante, pois agora a atividade, pelo meu ponto de vista, é mais interessante. Antes não ligava para a matéria agora estou mais ligada. [grifos nossos]

O relato dessa aluna no questionário final, sobre o que aprendeu e o que achou das atividades propostas por nós, nos permite concluir que a presença da História foi importante para motivar sua mudança de participação:

Saiury: Eu achei muito interessante como a professora explicou as matérias. Ela trouxe coisas novas. No começo não entendia, agora estou entendendo perfeitamente. (...) Eu achei interessante a Josi trazer coisas novas na multiplicação e divisão de inteiros através da observação. Está sendo para mim mais fácil do que as outras matérias. É legal ter coisas inovadoras para incentivar os alunos a estudarem e se concentrarem.

4.3.7.4 Edgar: de participante periférico legítimo a participante pleno

Edgar era um aluno que participava de maneira periférica legítima em todas as aulas que observamos em sua turma antes de serem desenvolvidas as atividades que envolveram a História da Matemática. Ele realizava as atividades propostas pela professora, às vezes participava respondendo suas perguntas, expondo a própria opinião ou indo à frente da sala resolver algum exercício. Além disso, apesar de, em certos momentos, conversar com colegas sobre assuntos não relacionados ao tema da aula, normalmente Edgar cooperava para um ambiente favorável ao ensino e à aprendizagem.

Na primeira atividade proposta por nós, sobre a história dos números negativos, Edgar parecia atento à leitura e discussão do texto, mas não participou oralmente. Isso também aconteceu na correção do questionário referente a esse texto. Já durante a introdução da atividade sobre o sistema de numeração chinês, percebemos que Edgar foi muito mais participativo. Além de estar atento, fez várias intervenções orais, interagindo com a professora e os colegas ou expondo sua opinião, e pediu insistentemente, e várias vezes, para que a professora o deixasse ir ao quadro representar números no sistema chinês, ainda que ela não lhe tivesse dado essa oportunidade.

Nos outros momentos dessa atividade, Edgar continuou participando da mesma maneira e, durante a correção dos exercícios da folha de tarefas, após o aluno pedir várias vezes, a professora permitiu que ele fosse à frente da sala. Assim, podemos dizer que na atividade sobre o sistema de numeração chinês, Edgar se tornou um participante pleno e continuou sendo um participante pleno em todas as outras atividades propostas por nós.

Nas atividades da adição de inteiros com a utilização de varas de contagem chinesas e da multiplicação e divisão usando as ideias de Euler, Edgar ficou atento em todas as etapas, participou oralmente e se envolveu ativamente na realização da folha de tarefas, chamando a professora ou a pesquisadora para auxiliá-lo em suas dúvidas ou validar suas respostas.

Nas atividades relativas à subtração de inteiros e às operações no quadro de contagem chinês, além de participar dessas formas, Edgar manifestou várias vezes o desejo de ir à frente da sala, tanto nos momentos de introdução dessas atividades quanto nos momentos de correção da folha de tarefas, e a professora lhe deu a oportunidade de participar dessa forma mais de uma vez.

Desse modo, Edgar foi, sem dúvida, um dos alunos cuja participação mais se destacou nas aulas em que a História esteve presente, tendo participado plenamente em quase todas

elas. Nas outras aulas que observamos, nas quais a História da Matemática não estava presente, percebemos que Edgar continuou sendo um participante periférico legítimo.

Pelo relato desse aluno a respeito das atividades que propusemos, podemos dizer que ele se interessou por elas, o que nos faz acreditar que esse interesse, e portanto, a História, teve um papel fundamental para promover a mudança de participação de Edgar, que se moveu de uma participação periférica legítima até uma participação plena. A seguir reproduzimos uma parte de seu relato:

Edgar: A matéria que eu mais gostei, mais identifiquei, foi os números chineses, porque ela é gostosa de estudar. A matéria do quadro dos palitinhos foi muito legal também, porque nós fomos lá na frente e isso é muito legal para todos.

As outras matérias não foram tão legais não, e a melhor a professora acaba com ela rapidinho. Sacanagem. É isso que eu acho.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Conforme foi apresentado na Introdução, ao propormos uma pesquisa na qual pretendíamos investigar as potencialidades pedagógicas da História da Matemática em uma sala de aula de Matemática de estudantes do Ensino Fundamental, tomando como referencial uma perspectiva de aprendizagem situada, elegemos como objetivos: (i) identificar as potencialidades pedagógicas da História da Matemática que se tornam mais evidentes em uma situação real de sala de aula; (ii) identificar as formas de participação dos alunos durante a realização de atividades nas quais a História da Matemática está presente, sob a perspectiva de aprendizagem situada adotada; (iii) investigar mudanças de participação e consequente aprendizagem desses estudantes na sala de aula, buscando compreender como a presença da História da Matemática contribui para que tais mudanças ocorram.

Partimos do pressuposto de que a História, desde que constituída para fins pedagógicos e articulada com as demais variáveis que intervêm no processo de ensino-aprendizagem, pode trazer importantes contribuições para a Educação Matemática. Para analisar a aprendizagem dos estudantes, tomamos como referencial uma perspectiva de aprendizagem situada segundo a qual a aprendizagem é vista como mudança de participação do indivíduo numa prática (LAVE; WENGER, 1991).

O material empírico de nossa investigação foi obtido por meio da observação participante em turmas de 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola da Rede Municipal de Educação de Belo Horizonte. Por acreditar, com base em nossas experiências e estudos, que não seria fácil encontrar naturalmente uma situação de sala de aula com a presença de atividades que envolvessem a História da Matemática, optamos por elaborar, em um trabalho cooperativo com a professora Josi, atividades nas quais a História da Matemática estivesse presente.

Ao todo, elaboramos cooperativamente seis atividades, todas relacionadas aos números negativos. Além disso, sem a cooperação da professora, preparamos dois questionários que foram aplicados aos alunos no início e no término de nosso trabalho de campo. Observamos algumas aulas antes da aplicação dessas atividades, as aulas em que essas atividades foram aplicadas e aulas entre a aplicação dessas atividades. Além disso, para complementar nossas informações, realizamos entrevistas com alguns alunos e duas entrevistas com a professora.

Faremos agora algumas considerações a respeito do nosso estudo, tendo como referência os objetivos que elegemos para o mesmo.

Com relação ao primeiro dos nossos objetivos, várias das potencialidades pedagógicas da História da Matemática discutidas por Miguel (1997) e Tzanakis, Arcavi *et al.* (2000), dentre outros, puderam ser percebidas ao longo do nosso trabalho de campo. Pela intensa mobilização dos alunos na maioria de nossas intervenções, por seus relatos no questionário final e nas entrevistas – que tiveram vários trechos transcritos ao longo desta dissertação – e também pelas falas da professora Josi, chegamos à conclusão de que a História foi uma fonte de motivação para o ensino-aprendizagem da Matemática. Chamamos a atenção para o fato de que a atividade que se restringiu a fornecer e discutir fatos sobre a história dos números negativos, apesar de ter sido importante para se alcançar outras potencialidades, parece ter sido a que menos despertou o interesse dos alunos, se comparada às outras atividades. Esse fato nos remete aos Parâmetros Curriculares Nacionais, segundo os quais não é suficiente o professor “situar no tempo e no espaço cada item do programa de matemática ou contar sempre em suas aulas trechos da História da Matemática”. Ao contrário, é necessário que o docente encare a História como um recurso para se ensinar conteúdos sem reduzi-la a fatos, datas e nomes a serem memorizados (BRASIL, 1998, p.43).

Nas atividades que propusemos, a História se mostrou como uma fonte de métodos pedagogicamente adequados e interessantes para a abordagem dos números negativos e também como um instrumento capaz de promover a aprendizagem significativa e compreensiva desse conteúdo. Nesse sentido, destacou-se, de modo especial, a atividade referente à adição de números inteiros utilizando varas de contagem chinesas. O método de cálculo trabalhado nessa atividade ajudou os alunos a saberem, em cada caso, qual sinal deveria ser colocado ao se eliminarem os parênteses em expressões envolvendo adições de inteiros, e também qual operação deveria ser feita com os valores absolutos, se de adição ou de subtração, assim como o sinal do resultado. Além disso, as ideias relacionadas a esse método continuaram presentes, em ambas as turmas, pelo menos até o término de nosso trabalho de campo, mesmo após a professora introduzir a regra e a ideia de débitos e créditos, ou dívidas e bens, para trabalhar a adição de inteiros.

Apesar de a maioria dos alunos que responderam ao primeiro questionário terem mostrado alguma compreensão de que a matemática é uma criação humana que se desenvolve ao longo do tempo, alguns alunos evidenciaram não ter essa compreensão. Dentre estes, todos os que estavam presentes na aplicação do questionário final demonstraram ter adquirido tal compreensão após terem sido trabalhadas as atividades relacionadas à História. Além disso, acreditamos que, nas situações em que a professora discutiu sobre as dificuldades de os negativos serem aceitos, os estudantes podem ter desenvolvido a concepção de que as

dúvidas, os erros e as incertezas fazem parte do desenvolvimento da matemática. Dessa forma, cremos poder dizer que a potencialidade pedagógica da História da Matemática referente à contribuição para o entendimento da natureza da matemática esteve presente em nossa investigação.

Em nossa experiência no trabalho com o texto sobre a história dos números negativos, algumas situações, como a oportunidade não planejada de discutir o significado dos termos “astronomia” e “astrologia” e de revisar as relações entre anos e séculos, nos mostraram que é possível elaborar atividades em que a História funcione como ponte entre a Matemática e outras disciplinas e entre diferentes conteúdos matemáticos. Isso está de acordo com uma das potencialidades pedagógicas apresentadas por Tzanakis; Arcavi *et al.* (2000).

Outra potencialidade que conseguimos distinguir é da História como um instrumento que possibilita a desmistificação da matemática e a desalienação do seu ensino (MIGUEL, 1997). Após trabalharmos as atividades relacionadas à História, alguns alunos mostraram, mediante suas respostas no questionário final, que tomaram consciência de que os conteúdos matemáticos que estavam estudando foram difíceis para os primeiros matemáticos que lidaram com eles. Acreditamos que isso contribuiu para que eles entendessem que o fato de terem ou não dificuldades em compreender esse conteúdo matemático não os torna melhores ou piores do que os demais, o que estaria, então, propiciando a desmistificação da matemática e poderia levá-los a terem uma postura mais favorável diante desse conhecimento.

Pelos relatos dos alunos no primeiro questionário, foi possível concluir que a matemática com a qual tiveram contato antes de nossa pesquisa se refere à dos povos ocidentais. Por meio das atividades que propusemos, os estudantes puderam conhecer um pouco sobre a história da matemática chinesa e saber, então, que outros povos, além dos ocidentais, também contribuíram para o desenvolvimento da matemática. Acreditamos, assim, que a potencialidade da História da Matemática defendida nos Parâmetros Curriculares Nacionais, segundo a qual os conceitos abordados em conexão com sua história constituem veículos de informação cultural, sociológica e formativa, também se evidenciou em nossa pesquisa.

Por fim, as atividades trabalhadas em conexão com a História também trouxeram contribuições para a prática didática da professora. Segundo Josi, o conhecimento de que houve dificuldades, por parte dos matemáticos, em compreender e aceitar os números negativos foi importante para ela. Isso se refletiu em suas aulas, na medida em que ela lançou mão desse conhecimento para mostrar aos alunos que ter dúvidas ao estudar os números negativos é esperado e também para justificar as dificuldades apresentadas por eles. Além

disso, ainda de acordo com Josi, as atividades desenvolvidas, com certeza, influenciarão sua maneira de abordar esse tópico matemático em situações futuras.

Consideramos muito positivo o fato de ter sido possível identificar, em nossa investigação, a presença de todas essas potencialidades da História da Matemática, especialmente se ponderarmos que essa foi uma das primeiras experiências vivenciadas pelos alunos envolvidos, e também pela professora, na qual a História esteve presente como um recurso didático.

Nesse momento, não podemos deixar de considerar, também, o fato de que não foram apenas os argumentos favoráveis à História da Matemática na educação matemática escolar que se evidenciaram em nosso trabalho. Isso também aconteceu com alguns argumentos contrários à integração da História nas práticas pedagógicas, especialmente os que dizem respeito à lacuna de recursos e à lacuna da especialidade, ou seja, à falta de recursos materiais apropriados suficientes para ajudar aqueles professores que poderiam querer integrar informações históricas ao ensino da Matemática e à falta, por parte do professor, de conhecimentos interdisciplinares necessários para se integrar a História ao ensino. A esse respeito, para que essas e outras dificuldades sejam superadas, acreditamos que é necessário que historiadores da Matemática, pesquisadores em Matemática e pesquisadores em Educação Matemática se unam com o objetivo de produzir literatura adequada e acessível àqueles professores que desejam integrar a História da Matemática a suas aulas. Ao mesmo tempo, é necessário que se planejem ações no sentido de garantir que a História esteja presente, de maneira conveniente, em cursos de formação inicial e continuada de professores, a fim de dar mais subsídios de formação histórica a esse profissional. Finalmente, pensamos que o professor que deseja incluir a História da Matemática em suas atividades didáticas não deve desistir diante do primeiro obstáculo.

Passaremos agora às considerações relacionadas ao nosso segundo objetivo. Considerando que, dentro da perspectiva que estamos adotando, a aprendizagem é concebida como mudança de participação do indivíduo numa prática (LAVE; WENGER, 1991), ao longo de nossa pesquisa de campo, buscamos observar as possíveis formas de participar das aulas da professora Josi. Também procuramos investigar se as formas de participação observadas por nós eram reconhecidas pela professora e pelos alunos como formas de participação, de modo que fossem mutuamente reconhecidas pelos sujeitos envolvidos na prática. Isso, de fato, segundo percebemos, aconteceu e, tendo como referência as falas dos alunos, da professora e nossas observações, concluímos que nas salas de aula envolvidas era possível participar das seguintes maneiras: oralmente – perguntando para tirar dúvidas,

respondendo as perguntas da professora, pedindo para dar a resposta, lendo alguma coisa, conversando com o colega sobre a atividade –; fazendo as atividades propostas, em sala e em casa; ficando atento ouvindo as explicações da professora ou dos colegas; levantando a mão pedindo para responder; indo à frente da sala para resolver os exercícios no quadro ou para interagir de outras formas.

Acreditamos que não há novidade nessas formas de participação, se as compararmos com aquelas que se verificam na maioria das salas de aula da Educação Básica do Brasil. O que se diferenciava, do nosso ponto de vista, em nossa investigação, era o acesso propiciado pela professora Josi a essas formas de participação, que permitia um envolvimento mais intenso por parte dos alunos.

Ainda com relação à participação, vimos que, assim como em outras práticas sociais, nas práticas de aprendizagem que ocorriam nas salas de aula observadas, os alunos tinham níveis diferentes de participação, que iam desde a participação marginal até a participação plena.

Finalmente, no que diz respeito ao nosso último objetivo, comparando as aulas em que as atividades relacionadas à História foram desenvolvidas com as demais aulas que observamos, percebemos que os alunos, de um modo geral, participaram de maneira mais intensa nas atividades relacionadas à História. Os alunos que participavam de maneira plena nas aulas de Matemática da professora Josi continuaram a ser participantes plenos nas aulas em que as atividades propostas por nós foram desenvolvidas. Ou seja, nenhum aluno deixou de ser participante pleno para ser participante periférico legítimo ou participante marginal nas aulas em que a História estava presente. Na verdade, a maioria desses estudantes teve uma participação ainda mais intensa nessas aulas. Com relação aos estudantes que eram participantes marginais ou participantes periféricos legítimos, vários deles mudaram sua forma de participação, movendo-se rumo a uma participação mais intensa. Embora nossa pesquisa não tenha caráter quantitativo, chama-nos a atenção o fato de que, dentre os sete alunos cuja mudança de participação foi mais evidente e destacada em nossa análise, seis deles alcançaram uma participação plena ao longo do desenvolvimento das atividades em que a História da Matemática estava presente. Acreditamos, com base em nossos dados empíricos, que se tivéssemos condições de analisar a mudança de participação de um número maior de alunos, os resultados encontrados não seriam muito diferentes.

No que diz respeito à mudança de participação dos alunos rumo a uma participação mais intensa, destacamos a importância de o docente dar acesso e legitimar a participação dos alunos (LAVE; WENGER, 1991). De fato, um dos fatores que nos pareceu ter maior impacto

na intensidade da participação dos estudantes em determinada aula foi o quanto a professora permitia que os alunos se expressassem oralmente e manifestassem o desejo de participar, por exemplo, indo à frente da sala. Ou seja, quanto mais acesso à participação a professora dava, mais intensa costumava ser a participação dos alunos. Isso se relaciona à colocação de Frade, Winbourne e Braga (2009, p. 16), segundo a qual “um aspecto essencial da prática é disponibilizar recursos para envolver e encorajar os indivíduos”. Os casos dos alunos Richard e Rafael também ilustram o fato de que legitimar a participação dos alunos é um dos fatores que contribui para a mudança de participação. No caso de Richard, embora já nas primeiras atividades relacionadas à História da Matemática ele tenha se tornado um participante periférico legítimo, só se tornou um participante pleno nessas atividades a partir do momento em que a pesquisadora, e também a professora, legitimaram sua participação nessas atividades. Já no caso de Rafael, foi apenas quando a professora legitimou sua participação que ele passou de participante marginal a participante periférico legítimo.

Acreditamos que a História da Matemática foi fundamental para a promoção das mudanças de participação observadas, especialmente por dois motivos: primeiro, porque muitos alunos relataram que as atividades relacionadas à História facilitaram o aprendizado e segundo, porque a História se mostrou uma coisa inovadora nas aulas de Matemática, o que despertou o interesse dos alunos e fez com que eles se sentissem motivados a participarem, conforme pôde ser percebido em seus relatos.

Embora a maioria das atividades propostas por nós envolvessem o uso de materiais manipulativos – palitos pretos e vermelhos para representar barras de contagem chinesas – estamos convencidas de que, caso tivéssemos utilizado os mesmos materiais sem levar em consideração seu contexto histórico, provavelmente também ocorreriam mudanças na participação dos alunos, mas não obteríamos os mesmos resultados. Primeiramente, porque as atividades não teriam o mesmo sentido para os alunos, já que, como indicado pela professora, e nós concordamos com ela, elas fizeram sentido porque a História ajudou os alunos a verem que as ideias trabalhadas faziam parte de um contexto. Os relatos de alguns alunos relacionando as atividades com os chineses também nos indicam isso.

Em segundo lugar, se tivéssemos trabalhado com os palitos coloridos fora do seu contexto histórico, se tivéssemos criado para eles um contexto fictício, não teria sido possível colocar em evidência as potencialidades pedagógicas da História da Matemática proporcionadas por essas atividades.

Ressaltamos, ainda, que os palitos coloridos só foram pensados como um recurso didático em nossa investigação após tomarmos conhecimento de aspectos históricos ligados

aos números inteiros, especialmente aqueles vinculados à maneira como os antigos chineses representavam números positivos e negativos. Assim, podemos concluir que a História da Matemática teve um papel fundamental nas atividades propostas por nós.

Retomando a perspectiva de aprendizagem que adotamos nesse trabalho, segundo a qual a mudança de participação é um indício de que houve aprendizagem, concluímos que a História da Matemática, na medida em que disponibilizou recursos que encorajaram e envolveram os alunos, proporcionando uma mudança crescente na participação, contribuiu para a aprendizagem dos sujeitos envolvidos.

No desenvolvimento das atividades em que a História estava presente, cremos poder dizer que os alunos aprenderam, dentre outras coisas: que o conhecimento matemático é uma criação humana que se desenvolve ao longo do tempo; que outros povos, além dos ocidentais, contribuíram para o desenvolvimento da matemática; como os antigos chineses representavam seus números no sistema de numeração de Shang e a maneira pela qual eles operavam utilizando quadros e varas de contagem; a realizar as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com números inteiros.

As reflexões proporcionadas por este estudo nos ajudaram a compreender melhor as reais contribuições que a História da Matemática pode trazer ao processo de ensino-aprendizagem da Matemática e, com certeza, repercutirão em nossa prática pedagógica futura, especialmente no que diz respeito à abordagem dos números negativos. Acreditamos que essa experiência também foi esclarecedora e contribuiu para a prática pedagógica da professora Josi, e esperamos que o mesmo possa ocorrer com outros professores que, porventura, vierem a ler este trabalho. Esperamos, ainda, que os resultados deste estudo possam trazer aportes ao campo de pesquisa das relações entre a História da Matemática e a Educação Matemática e suscitar, inclusive em nós, novas questões a respeito desse tema.

Por fim, esperamos que as discussões provenientes desta investigação possam, ainda que modestamente, representar uma contribuição para o contexto da rede de ensino no qual a mesma foi realizada, particularmente no que diz respeito às discussões acerca do currículo e das práticas pedagógicas da disciplina Matemática.

6 REFERÊNCIAS

ALVES-MAZZOTTI, A.J.; GEWANDSNAJER, F. *O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa*. 2. ed. São Paulo: Thomson, 2004.

ÁVILA, M.G. *História da Matemática e resolução de problemas: uma aliança possível*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2004.

BEERY, J. *et al. The Story of Negative Numbers*. Mathematical Association of America, 2004. CD-ROM. (Historical Modules Project)

BERLINGOFF, W.P.; GOUVÊA, F.Q. *A Matemática através dos tempos: um guia fácil e prático para professores e entusiastas*. Tradução de Elza F. Gomide e Helena de Castro. São Paulo: Edgars Blucher, 2008.

BOALER, J. The development of disciplinary relationships: knowledge, practice, and identity in mathematics classrooms. In: _____. *For The Learning of Mathematics*. 2002. p. 42-47.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática*. MEC/SEF, Brasília, 1998. 148p.

CARVALHO e SILVA, J. *A História da Matemática e o Ensino da Matemática*. Portugal, [20--]. Disponível em: <<http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/pessoal/histmatprogr1.html>>. Acesso em: 21 mar. 2010.

DAMBROS, A.A. *O conhecimento do desenvolvimento histórico dos conceitos matemáticos e o ensino de Matemática: possíveis relações*. (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Paraná, Paraná, 2006.

FAUVEL, J; VAN MAANEN, J. (Ed.). *History in Mathematics Education: the ICMI study*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000.

FIORENTINI, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loyola. *Pesquisa qualitativa em Educação Matemática*. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 49-78.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. 2. ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2007. (Coleção formação de professores)

FRADE, C.C. *Componentes tácitos e explícitos do conhecimento matemático de áreas e medidas*. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2003.

FRADE, C.; TATSIS, K. Learning, participation and local school Mathematics practice. *The Montana Mathematics Enthusiast*, v. 6, n. 1&2, p. 99-112, 2009, Montana Council of Teachers of Mathematics & Information Age Publishing.

FRADE, C.; WINBOURNE, P.; BRAGA, S. M. A Mathematics-science community of practice: reconceptualising transfer in terms of crossing boundaries. In: _____. *For The Learning of Mathematics*, v. 29, p. 14-22, 2009.

FRIED, M.N. Can Mathematics Education and History of Mathematics Coexist? *Science & Education*, Netherlands, v. 10, p. 391-408, 2001.

GLAESER, G. Epistemologia dos Números Relativos. *Boletim GEPEN*, Rio de Janeiro, n. 57, p. 65-102, dez. 2010.

GOMES, E.B. *História da Matemática como metodologia de ensino da matemática: perspectivas epistemológicas e evolução de conceitos*. 2005. 120f. Dissertação (Mestrado em Ciências e Matemáticas) – Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico, Universidade Federal do Pará, Belém, 2005.

GONZALEZ, J.L. *et al. Numeros Enteros*. Madrid: Editorial Sínteses, 1990. 207p. (Colección Matemáticas: Cultura e Aprendizaje)

GUEDJ, D. *O Teorema do Papagaio: um thriller da história da matemática*. (Traduzido por Eduardo Brandão). São Paulo: Companhia das letras, 1999.

GUTIERRE, L.S. *Inter-relações entre a História da Matemática, a Matemática e sua aprendizagem*. 2003. 261p. Dissertação.(Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2003.

HPM Newsletter n° 57, novembro, 2004. Disponível em : <<http://www.clab.edc.uoc.gr/hpm/HPM%20News%2057.pdf>. > Acesso em: 28 de ago. de 2011.

FRADE, C.C. Perspectiva de aprendizagem situada: a questão da transferência dos conhecimentos escolares entre práticas distintas. In: III ENCONTRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE OURO PRETO. *Anais...* Ouro Preto, 2005. p. 328-335.

KATZ, V. *et al.* The role of historical analysis in predicting and interpreting students' difficulties in mathematics. In: FAUVEL, J; VAN MAANEN, J. (Ed.). *History in Mathematics Education: the ICMI study*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000. p. 149-154.

LAVE, J. Teaching, as Learning, in Practice. *Mind, culture and activity*, v. 3, n. 3, p. 149-161, 1996.

LAVE, J; WENGER, E. *Situated learning: Legitimate Peripheral Participation*. New York: Cambridge University Press, 1991.

LERMAN, S. *The Social Practices of the Mathematics Classroom*. 2001. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jfmatos/areas_tematicas/aprendizagem%20situada/artigos.htm>. Acesso em: 30 de mar. De 2011

MATOS, J.F.L. *Aprendizagem e prática social: contributos para a construção de ferramentas de análise da aprendizagem matemática escolar*. Actas da II Escola de Verão. Sessão de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação. Santarém, 1999.

MELO, S.B. Algumas “ideias-força” no processo de inserção da história na educação matemática. *Revista Symposium*, Pernambuco, ano 7, n. 1, p. 28-33, jan./jun., 2003. Disponível em: <http://www.unicap.br/Arte/ler.php?art_cod=1510> Acesso em: 27 out. 2008.

MENDES, I.A. *Investigação histórica no Ensino da Matemática*. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2009.

MENDES, I.A.; FOSSA, J.A.; VALDÈS, J.E. Nápoles. *A História como um agente de cognição na Educação Matemática*. Porto Alegre: Sulina, 2006.

MIGUEL, A. As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. *Zetetiké*, Campinas, v. 5, n. 8, p. 73-105, jul./dez. 1997.

MIGUEL, A. *Três estudos sobre história e educação matemática*. 1993. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1993.

MIGUEL, A.; MIORIM, M.A. *História na Educação Matemática: propostas e desafios*. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. 198p. (Coleção Tendências em Educação Matemática)

NUNES, J.M.V. *História da Matemática e aprendizagem significativa da área do círculo: uma experiência de ensino-aprendizagem*. 2007. 110 p. Dissertação (Mestrado Educação em

Ciências e Matemáticas) – Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico. Universidade Federal do Pará, Belém, 2007.

PACHECO, E.; PACHECO, E.G. Uma abordagem pedagógica para a introdução da História da Matemática. Organização de CHAQUIAM, M; MENDES, I. A. Belém: SBHMT, 2009. (Coleção História da Matemática para Professores, 18)

ROSA, M.V.F.P.C; ARNOLDI, M.A.G.C. *A entrevista na pesquisa qualitativa: mecanismos para validação dos resultados*. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

SCHUBRING, G. Rupturas no Estatuto Matemático dos Números Relativos. *Boletim GEPEM*, Rio de Janeiro, n. 37, p. 51-64, ago. 2000.

SCHUBRING, G. Rupturas no Estatuto Matemático dos Números Relativos. *Boletim GEPEM*, Rio de Janeiro, n. 38, p. 73-93, fev. 2001.

SILVA, Circe Mary Silva da. *Qual o papel da História da Matemática na Educação Matemática?* In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 8., 2010, Belém, *Anais...* Belém: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2010. p.167-177.

TOMAZ, V.S.; DAVID, M.M.M.S. *Interdisciplinaridade e aprendizagem da Matemática em sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2008. 143p. (Coleção Tendências em Educação Matemática)

TZANAKIS, C.; ARCAVI, A. *et al.* Integrating history of mathematics in the classroom: an analytic survey. In: FAUVEL, J; VAN MAANEN, J. (Ed.). *History in Mathematics Education: the ICMI study*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000. p. 201-240.

VIANNA, C. R. *História da Matemática na Educação Matemática*. In: VI ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, p. 15-19, 2000, Londrina. [*Anais eletrônicos...*]. Londrina: Editora da UEL, 2000. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diadia/modules/mydownloads_01/visit.php?cid=46&lid=2421>. Acesso em: 27 out. 2008.

VIANNA, C.R. *Matemática e História: algumas relações e implicações pedagógicas*. 1995. 228f Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1995.

VIANNA, H. *Pesquisa em educação – a observação*. Brasília: Editora Plano, 2003.

WENGER, E. *Communities of practice: Learning Meaning and Identity*. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.

WINBOURNE, P. & WATSON, A. Participating in learning mathematics through shared practices in classrooms. In: _____. *Situated cognition and learning of mathematics*. Oxford: Centre for Mathematics Education Research, University of Oxford, 1998. p. 93-104.

Um pouco de história: *Os números negativos*

A noção de número negativo demorou muito a surgir na História da Matemática.

Até onde se sabe, a aparição dos números negativos na Matemática aconteceu na antiga China, há cerca de dois milênios. Na obra *Nove Capítulos da Arte Matemática* (séc. III a.C.), que continha todos os conhecimentos matemáticos chineses daquele tempo, já se encontram enunciadas as regras para adicionar e subtrair números negativos.

Os chineses pensavam os números negativos como um valor a ser pago. Uma quantidade de dinheiro recebida era representada por um número positivo e uma quantidade de dinheiro gasta com um número negativo.

Mas, como os chineses faziam para distinguir os números negativos dos positivos? Na China, há muito tempo atrás, havia se desenvolvido a prática de calcular com barras de bambu estendidas sobre um tabuleiro. E, para distinguir número positivo de negativo, foi adotada a seguinte convenção: barras pretas indicavam os negativos e barras vermelhas, os positivos.

Depois dos chineses, acredita-se que os hindus foram o primeiro povo a trabalhar com os números negativos. Na Índia antiga, as pessoas se interessavam pela matemática por dois principais motivos: primeiro para entender astronomia e astrologia e segundo para ajudar os negócios comerciais. No comércio, os números negativos representavam dívidas e números positivos representavam bens.

Brahmagupta, nascido no ano 625 d.C., foi um dos primeiros matemáticos indianos a lidar com números negativos. Ele enunciou a regra de sinais para a multiplicação e divisão.

Os árabes construíram um vasto império, dominando muitos povos, dentre eles os hindus. A partir da segunda metade do século VIII, houve um grande intercâmbio cultural no império árabe, do qual fazia parte a Península Ibérica. Foi através dos árabes que o nosso sistema de numeração tornou-se conhecido na Europa e, por isso, veio a ser chamado de *sistema de numeração indo-arábico* (criado pelos indianos e difundido pelos árabes).

Os números negativos também foram assimilados pelos árabes, porém não eram tão usados.

Durante a Idade Média, nem a matemática árabe, nem a europeia reconheceram o avanço dos matemáticos indianos de considerar as diferenças "impossíveis" como possíveis, introduzindo para elas os números negativos. Ex: $4 - 7 = ?$

No Renascimento, os matemáticos europeus deram um tremendo salto, motivados pela astronomia, navegação, ciências físicas, indústria da guerra, comércio e outras aplicações. Apesar desse progresso, continuava a haver resistência aos números negativos. Quando os negativos apareciam como solução de equações, por exemplo, $x + 5 = 3$, eles eram considerados "fictícios", "falsos", ou "absurdos". Talvez o nome

APÊNDICE B

Atividade 2

"NEGATIVO" venha dessa época, já que eles eram valores negados quando eram obtidos como solução de problemas e equações.

Somente no início do século XVII, a situação começou a mudar. À medida que a utilidade dos números negativos se torna óbvia demais para ser ignorada, alguns matemáticos europeus passaram a usar os números negativos em seu trabalho. Apesar de serem utilizados, a rejeição pelos negativos persistiu por algum tempo, devido à dificuldade de encontrar um significado intuitivo e prático para eles.

Para se ter uma ideia, as Américas já estavam sendo colonizadas, nos séculos XVII e XVIII, e os números negativos ainda não haviam sido totalmente aceitos.

René Descartes (1596-1650), importante matemático francês que, dentre outras coisas, contribuiu para a criação do Plano Cartesiano, não compreendia bem o conceito de números negativos. Ele dizia que: "Não podem existir números menores do que nada."

No século XIX, a Matemática foi se tornando mais abstrata, ou seja, mais desligada da realidade e, assim, o significado "real" dos números passou a ser menos importante. Os números negativos se tornaram elementos importantes dos sistemas numéricos e as dúvidas sobre sua legitimidade simplesmente desapareceram.

Após sua aceitação, os números negativos começaram a ser úteis em várias situações do mundo real.

Questões sobre o texto

- 1) Em que civilização os números negativos apareceram pela primeira vez na história?
- 2) Por que as pessoas da Índia se interessam por Matemática?
- 3) Onde foi criado o sistema de numeração que usamos ainda hoje, e como ele foi introduzido na cultura europeia que chegou até nós?
- 4) O que motivou os matemáticos europeus no Renascimento?
- 5) Como os matemáticos europeus chamavam os números negativos durante a época do Renascimento?
- 6) Cite um dos principais motivos pelo qual os números menores do que zero são chamados "negativos".
- 7) O que significa a Matemática se tornar mais abstrata?
- 8) Em que situações do nosso cotidiano os números negativos são usados?

APÊNDICE C

Atividade 3

NÚMEROS NEGATIVOS NA CHINA

O livro *Os Nove Capítulos da Arte Matemática*, datado de 200 anos a.C., é o texto chinês mais antigo em que aparecem regras para somar e subtrair números positivos e negativos. Os chineses usavam varas e tábuas para contar.

Têm sido encontradas, em escavações, inscrições contendo símbolos para numerais que datam da dinastia de Shang (1600-1100 a.C.). Essas inscrições relembram o número de dias, prisioneiros e inimigos mortos durante uma guerra. Os numerais de Shang foram usados mais tarde em contas com varas e tábuas porque esses numerais são facilmente escritos como uma combinação de marcas verticais e horizontais.

O sistema de numeração de Shang é decimal e posicional, assim como o sistema indo-arábico. Os numerais de Shang vinham em duas formas: horizontal e vertical. As formas verticais eram usadas nas unidades, centenas, dezenas de milhar etc. As formas horizontais eram usadas para as dezenas, unidades de milhar etc.

Os chineses pareciam não ter objeção com o conceito de números negativos. Eles pensavam no número negativo como um número a ser subtraído de outro ou como um valor a ser pago.

Varas vermelhas eram usadas para representar os números positivos e varas pretas para representar os negativos. Se não havia essas cores, para representar os negativos eles davam um traço em diagonal no algarismo da unidade. Por exemplo, -22 poderia ser escrito como $= \text{H}$.

ATIVIDADE

Veja as formas dos numerais de Shang:

Forma vertical	Forma horizontal

1- Qual número representa o número Chinês de Shang $||| \quad \text{—} \quad \text{T} \quad \text{—} \quad \text{TTT} \quad ?$

2- Relacione cada número de Shang com seu número indo-arábico correspondente:

- | | |
|-----------|-----------|
| ___1. | A- 5040 |
| ___2. | B- 10782 |
| ___3. | C- 245003 |
| ___4. $=$ | D- 87 |
| ___5. | E- 3693 |

3- Usando as varetas pretas e vermelhas entregues pela professora, represente cada número indo-arábico como um número chinês de Shang. A seguir complete os espaços abaixo usando lápis de cor vermelho e preto. Os números negativos devem ser representados de duas maneiras:

- | | |
|----------------|-----------------|
| a) 4301 _____ | g) -30025 _____ |
| b) 10284 _____ | h) +30025 _____ |
| c) -45 _____ | i) -831 _____ |
| d) -5826 _____ | j) +79 _____ |
| e) 769 _____ | k) -827 _____ |
| f) +246 _____ | |

ESCOLA MUNICIPAL CONSULESA

Atividade de Matemática

Vimos que os chineses desenvolveram a prática de calcular com barras de bambu, adotando a seguinte convenção: barras pretas indicavam os números negativos e barras vermelhas os números positivos.

Vamos calcular como os chineses?

a) $(+8) + (+5) =$

b) $(+12) + (+4) =$

c) $(-7) + (-9) =$

d) $(-11) + (-6) =$

Para adicionar números com mesmo sinal, _____ os valores absolutos e damos ao resultado o sinal dos números.

e) $(+9) + (-5) =$

f) $(+8) + (-14) =$

g) $(-10) + (+6) =$

h) $(-7) + (+15) =$

Para adicionar números com sinais contrários, _____ os valores absolutos e damos ao resultado o sinal do número de _____ valor absoluto.

Agora, calcule as expressões no seu caderno:

- a) $(+27) + (+59) =$ b) $41 + 103 =$
c) $(-18) + (-71) =$ d) $-99 - 64 =$
e) $(+50) + (-40) =$ f) $(-92) + (+68) =$
g) $75 + (-48) =$ h) $132 - 250 =$
i) $-91 + 44 =$ j) $-37 + 60 =$

APÊNDICE D

Atividade 4

APÊNDICE E

Atividade 5

ESCOLA MUNICIPAL CONSULESA

Atividade de Matemática

Usando palitos vermelhos para indicar números positivos e pretos para indicar números negativos, calcule:

a) $(+7) - (+4) =$

b) $(+6) - (+10) =$

c) $(-5) - (-2) =$

d) $(-3) - (-8) =$

e) $(+9) - (-5) =$

f) $(+4) - (-6) =$

g) $(-7) - (+2) =$

h) $(-6) - (+8) =$

APÊNDICE F

Atividade 6

CONTANDO COM O QUADRO DE CONTAGEM CHINÊS

Introdução

A civilização chinesa desenvolveu-se, desde o 3º milênio a.C., ao longo das margens do rio Amarelo e do Azul, na dinastia Hsia, iniciada pelo imperador Yu. Continuou com a dinastia Shang, por volta de 1500 a.C., que ocupou a região de Shangai. São desta dinastia os primeiros numerais chineses inscritos sobre carapaças de tartarugas e ossos de animais – os ossos oraculares que usavam para adivinhações. A dinastia Shang domina até cerca de 1027 a.C. A partir daí, o poder é exercido pela dinastia Chou.

Os numerais de Shang são formados arrumando varas dentro dos quadrados de um quadro de contagem. O sistema de numeração de Shang é um sistema posicional de base 10. No quadro de contagem, o quadrado da direita representa as unidades, o próximo, à sua direita, representa as dezenas, e assim sucessivamente.

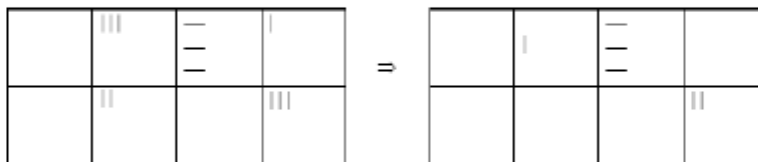
Na China antiga não havia muita necessidade de contar acima de 999999. Assim, a maioria dos quadros de contagem tinha no máximo seis quadrados alinhados. Por causa de nosso espaço limitado em uma folha A4, o quadro de contagem que utilizaremos nessa atividade tem apenas quatro quadrados alinhados. Se dizia que, quando um mestre de contagem estava realizando uma conta, se podia ver um turbilhão de braços acenando, removendo e substituindo varas de contagem. Era como uma *dança dos números*.

Atividade

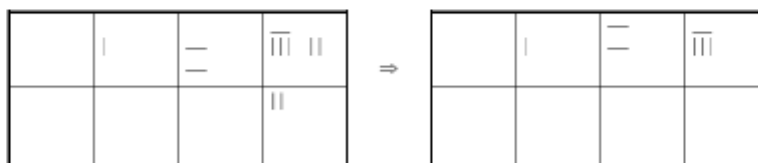
Use o Quadro de Contagem Chinês e varas vermelhas e pretas para os cálculos seguintes.

Exemplo 1: 331-203.

Podemos representar os número +331 e -203 no quadro de contagem chinês usando varas vermelhas e pretas como representado na figura abaixo. Os chineses trabalhavam da esquerda para a direita. Começando da casa das centenas, 2 varas pretas cancelam 2 varas vermelhas e podem ser removidos do quadro. Na casa das dezenas nenhuma vara pode ser removida pois não existem varas pretas nessa casa. Na casa das unidades uma vara preta e uma vermelha podem ser removidas.



Como a resposta deve estar em apenas uma linha, nós precisamos pegar uma vara emprestada na casa das dezenas e colocar as 10 varas equivalentes na casa das unidades. Se nós representarmos as 10 unidades por 8 mais 2 unidades, então nós podemos remover dois palitos pretos e dois palitos vermelhos da casa das unidades. O resultado é um conjunto de varas vermelhas representando o número +128.



Exemplo 2: 1839-2853



Agora, usando o método ilustrado no exemplos acima, faça os seguintes cálculos usando o quadro de contagem chinês.

- | | |
|---------------|----------------|
| a) 514 + 1040 | d) 2777 - 5152 |
| b) 3752 - 963 | e) -623 + 586 |
| c) 361 - 489 | |

QUADRO DE CONTAGEM CHINÊS (表计数中)

Unidade de milhar	Centena	Dezena	Unidade

APÊNDICE G

Atividade 7

INTRODUZINDO A MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DE NÚMEROS INTEIROS

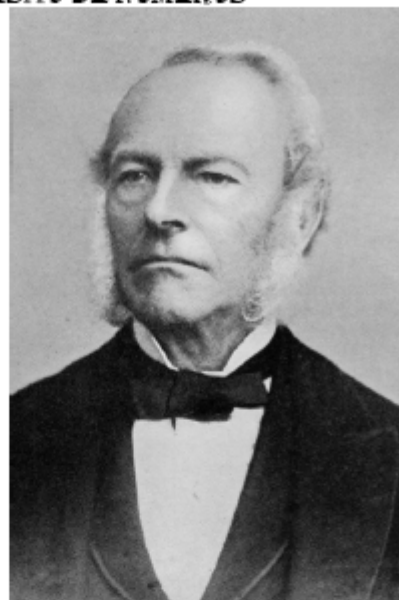
Leonard Euler nasceu no dia 15 de abril de 1701, em Basel, Suíça, e morreu no dia 7 de setembro de 1783 em São Petersburgo, Rússia. Desde muito jovem Euler mostrou seu brilhantismo matemático. Ele se graduou (formou na universidade) aos 15 anos. O pai de Euler, um pastor calvinista, queria que ele se tornasse pastor, mas seu professor particular, outro famoso matemático chamado Johann Bernoulli, convenceu o pai de Euler a deixar ele se dedicar à Matemática.

Aos 19 anos ele se tornou professor da Universidade de Basel. Em 1733, aos 26 anos, ele se tornou chefe da Academia de Ciências de São Petersburgo na Rússia. No mesmo ano ele se casou com Catherine Gsell, com quem teve 13 filhos.

Leonard Euler foi responsável por avanços importantes em Geometria, Trigonometria, Cálculo e Teoria dos Números.

Por volta de seus 30 anos de idade ele ficou cego do olho direito e por volta dos 60 anos também perdeu a visão do olho esquerdo. Incrivelmente, Euler produziu cerca de metade de seus quase 900 livros e artigos depois de 1765, apesar de ele estar totalmente cego. Sua memória fenomenal o capacitou a realizar cálculos detalhados em sua mente e ditar artigos e cartas para seu secretário e filhos.

Em 1771, a casa de Euler caiu em chamas e sua vida foi salva pelo ato heróico de um servente, que o carregou nos braços entre as chamas. Em 1783, ele passou os últimos dias de sua vida brincando com sua neta e discutindo as últimas teorias sobre o planeta Urano antes de morrer repentinamente de um derrame. A Academia de São Petersburgo continuou a publicar os trabalhos de Euler por aproximadamente 50 anos após sua morte.



Procedendo como Euler vamos descobrir a regra de sinais para a multiplicação e divisão de números inteiros.

Euler frequentemente descobria regras matemáticas estudando exemplos e procurando por padrões. O padrão seguinte começa com números positivos multiplicados por +2. Observe o que está acontecendo com os resultados e complete a tabela.

	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
x	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5
=	10	8	6								

Utilizando o mesmo raciocínio, complete a tabela abaixo:

	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5
x	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
=											

Observando os padrões, podemos concluir que um número positivo vezes um número negativo dá como resultado um número _____.

Com o resultado obtido acima complete as tabelas observando os padrões.

	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
x	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5
=											

	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
x	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5
=											

Um número negativo vezes um número negativo resulta em um número _____.

Divisão de inteiros

Observe o padrão e complete as tabelas e as regras.

	10	8	6	4	2	0	-2	-4	-6	-8	-10
:	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
=											

Observando os padrões, podemos concluir que um número negativo dividido por um número positivo dá como resultado um número _____.

	15	12	9	6	3	0	-3	-6	-9	-12	-15
:	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
=	-5	-4	-3								

Observando os padrões, podemos concluir que um número negativo dividido por um número negativo dá como resultado um número _____.

