

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Hélida Mara Gomes Norato

**ANÁLISE DO PERÍODO TRANSIENTE DA SIMULAÇÃO DE
SISTEMAS NÃO TERMINAIS**

BELO HORIZONTE
2012

Hélida Mara Gomes Norato

**ANÁLISE DO PERÍODO TRANSIENTE DA SIMULAÇÃO DE
SISTEMAS NÃO TERMINAIS**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Departamento de Engenharia de Produção da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientador: Professor Doutor Luiz Ricardo Pinto

BELO HORIZONTE
2012

AGRADECIMENTOS

Agradecer aqueles que nos auxiliam e apoiam é um processo contínuo, no qual há sempre o risco de esquecermos alguém. Não há como elencar todos que merecem ser lembrados, ou relacionar prioridades. Entretanto, é fundamental mencionar algumas pessoas... Eu agradeço:

A Deus pela providência divina, pela saúde e por todos os Anjos que estão sempre me acompanhando.

Aos meus Pais, exemplo de vida, e acima de tudo, exemplo de perseverança e luta, a vocês meu amor incondicional. Obrigado por compreenderem minha ausência.

Ao meu marido Anderson, por todo apoio, paciência, compreensão, incentivo, orientação, carinho. Por ter me encorajado em todos os momentos difíceis, nos quais muitas vezes pensei em desistir. Amor infinito.

As minhas irmãs queridas, que sempre me apoiam e estão na torcida em todos os meus projetos de vida.

Aos meus amigos por todo o companherismo e por permanecerem ao meu lado, mesmo diante da ausência constante.

E no meu trabalho, aos meus diretores, pela compreensão nos momentos em que minha ausência se fez necessária.

LISTA DE FIGURAS

1	Possíveis comprimentos para o período de aquecimento.	16
2	Taxas de transição em processos de nascimento e morte.	32
3	Série de três filas $M/M/1$	34
4	Primeiras iterações do método do cruzamento das médias iterado.	35
5	Sequência de iterações do método do cruzamento das médias iterado. .	36
6	Séries com intensidade entre 96% e 99% para 100000 minutos.	39
7	Séries com intensidade entre 96% e 99% para tempos maiores.	40
8	Modelo Base.	49
9	Períodos de aquecimento para o Modelo Base Tipo I.	51
10	Períodos de aquecimento para o Modelo Base Tipo II.	53
11	Períodos de aquecimento para o Modelo Base Tipo III.	55

LISTA DE TABELAS

1	Diferentes configurações de sistemas $M/M/1$ avaliadas.	37
2	Resultados de validação através de sistemas $M/M/1$	38
3	Sistemas $M/M/1$ com alta taxa de congestionamento.	41
4	Média dos tempos de atendimento (minutos)	49
5	Resultados avaliativos para o Modelo Base Tipo I.	52
6	Resultados avaliativos para o Modelo Base Tipo II.	54
7	Resultados avaliativos para o Modelo Base Tipo III.	55

RESUMO

A seleção de um período de aquecimento adequado para uma simulação de eventos discretos ainda é uma escolha de difícil determinação. Alguns métodos já foram desenvolvidos e serão brevemente revistos aqui. Ainda não existem critérios definitivos para a escolha de um método específico dentre os existentes. Serão discutidos alguns dos métodos existentes e comparados com uma nova metodologia implementada. Uma análise de desempenho dos métodos será exposta através de um procedimento avaliativo para comparação. Os métodos serão aplicados para saídas geradas por um modelo simples de trabalho com diferentes níveis de utilização. Algumas métricas serão utilizadas para averiguação da eficiência de cada um dos métodos em comparação com a nova proposta implementada. São apresentados resultados que podem ser divididos em dois grupos. Inicialmente, um primeiro modelo, de filas $M/M/1$, utilizado como técnica de validação para a proposta apresentada. Foi realizado um estudo para diferentes níveis de congestionamento. Foi verificada a eficiência do método proposto e também a evolução do padrão de qualidade das estimativas apresentadas à medida que a intensidade do tráfego no modelo em estudo vai aumentando. O segundo modelo avaliado, com filas $M/M/c$, com diferentes valores c para cada um dos procedimentos dispostos em série foi utilizado para o procedimento de comparação entre os métodos em estudo para a detecção do adequado período de aquecimento. Os resultados individuais de cada método e também os comparativos entre as diversas técnicas foram avaliados. Estes resultados, garantem que a nova técnica proposta pode ser efetivamente considerada como uma técnica válida para procedimentos que requerem a estimação de períodos de aquecimento.

Palavras-chave: Simulação; estado transiente; estado permanente; aquecimento

ABSTRACT

The selection of a suitable warm-up period for a discrete-event simulation is still a difficult choice to determine. Some methods have been developed and will be briefly reviewed here. There are still no definitive criteria for choosing a particular method among existing ones. We discuss some existing methods and compared with a novel methodology implemented. A performance analysis for the methods will be exposed by an evaluation procedure for comparison. The methods are applied to the output generated by a simple work model with different levels of utilization. Some metrics will be used to investigate the efficiency of each method compared to the novel proposal implemented. Results are presented which can be divided into two groups. Initially, a first model, $M/M/1$ queue, used as a validation technique for the proposal. A study was conducted for different intensity levels. We investigated the efficiency of the proposed method and also the quality evolution of the estimates presented as the traffic intensity in the model test is increasing. The second model evaluated, $M/M/C$ queues, with different values c for each of the procedures provided in series was used for comparison procedure between the methods for the detection of the appropriate warm-up period. The individual results of each method and also the comparison between different techniques were evaluated. These results, ensure that the novel proposal can be effectively considered as a valid technique for procedures that require the estimation of warm-up periods.

Keywords: Simulation; transient state; steady state; warm-up

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	9
1.1	MOTIVAÇÃO	9
1.2	OBJETIVOS E ESCOPO DA DISSERTAÇÃO	11
1.2.1	Objetivo Geral	11
1.2.2	Objetivos Específicos	11
1.2.3	Escopo da dissertação	11
2	REFERENCIAL TEÓRICO	13
2.1	MODELOS DE SISTEMAS DE FILAS	13
2.2	ESTADO TRANSIENTE E ESTADO PERMANENTE	15
2.3	MÉTODOS DE DETECÇÃO DO PERÍODO IDEAL DE AQUECIMENTO	17
2.3.1	Métodos Gráficos	18
2.3.2	Heurísticas	19
2.3.3	Métodos Estatísticos	19
2.3.4	Testes de vício de inicialização	19
2.3.5	Métodos Híbridos	20
3	MÉTODOS USUAIS DE DETECÇÃO DO PERÍODO DE AQUECIMENTO	21
3.1	MÉTODO WELCH	21
3.2	MÉTODO BASEADO NO CONTROLE ESTATÍSTICO DE PROCESSO	22
3.3	TESTE DE ALEATORIZAÇÃO	23
3.4	REGRA DO CRUZAMENTO DE MÉDIAS	24
3.5	REGRA DE ERROS MARGINAIS (MSER)	25
4	NOVA PROPOSTA DE DETECÇÃO DE PERÍODOS DE AQUECIMENTO	27
4.1	MÉTODO DO CRUZAMENTO DAS MÉDIAS ITERADO	29
5	VALIDAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO	31
5.1	CALCULANDO O TEMPO ESPERADO EM UMA FILA $M/M/1$	31
5.2	CALCULANDO O TEMPO ESPERADO EM UMA REDE DE FILAS $M/M/1$	33
5.3	MODELO DE SIMULAÇÃO PARA UMA REDE DE FILAS $M/M/1$	34
6	MODELO EXPERIMENTAL E MÉTRICAS COMPARATIVAS	42
6.1	MODELO EXPERIMENTAL	42
6.2	MÉTRICAS COMPARATIVAS ENTRE OS MÉTODOS	43

6.3	PROCEDIMENTOS	45
6.4	RESULTADOS COMPARATIVOS	47
7	AVALIAÇÃO DOS MÉTODOS	48
7.1	APRESENTAÇÃO DO MODELO BASE	48
7.2	AVALIAÇÕES NUMÉRICAS	50
7.2.1	Modelo Base com alto nível de utilização	51
7.2.2	Modelo Base com moderado nível de utilização	53
7.2.3	Modelo Base com baixo nível de utilização	54
8	CONCLUSÕES	57
	REFERÊNCIAS	60

1 INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

Estudos que utilizam técnicas de simulação exigem alta demanda de tempo computacional, bem como elevados esforços no desenvolvimento e na programação dos modelos. Por outro lado, em geral, é dedicado apenas um pequeno esforço para a análise dos dados de saída da simulação de forma a promover uma análise adequada dos resultados obtidos.

Uma rodada de simulação de sistemas não terminais (aqueles que funcionam ininterruptamente) geralmente é composta por um tempo de aquecimento necessário à estabilização do sistema, seguida de diversas replicações, cada uma fornecendo dados para a obtenção de estatísticas referentes ao comportamento do modelo simulado.

Muitas vezes é comum deparar-se com uma simulação simplista em que o tempo de aquecimento e o número de replicações é escolhido de forma arbitrária e, em seguida, as estimativas resultantes do procedimento de simulação são observadas como as verdadeiras características do modelo em estudo.

Dado que os modelos de simulação a eventos discretos são conduzidos ao longo do tempo e através de amostras aleatórias de distribuições de probabilidade, pode-se observar que as estimativas são apenas fruto de realizações particulares de variáveis aleatórias que podem ter muita variabilidade.

Considerando duas replicações distintas de uma rodada de simulação, estas podem apresentar características muito diferentes entre si e, portanto, pelo menos uma delas pode não estar representando fielmente a realidade que o modelo busca representar. Assim, poderia haver uma probabilidade significativa de se fazer inferências errôneas sobre o sistema em estudo.

Portanto, é bastante razoável supor que a análise dos dados de saída pode não ser conduzida da forma mais adequada. Muitos usuários não observam que o

procedimento de simulação é um experimento de amostragem estatística baseado em computador. Na verdade, os resultados de um estudo de simulação devem ser avaliados através de técnicas estatísticas adequadas.

Um impedimento para a obtenção de estimativas precisas dos parâmetros ou características de um sistema modelado através de simulação é o tempo computacional necessário. O sistema simulado deve se estabilizar para tornar possível coletar a quantidade necessária de dados da simulação para estudos inferenciais. Esta dificuldade ocorre muitas vezes em problemas de médio e grande porte.

Para promover melhorias substanciais nos procedimentos de coleta de dados de simulações visando estudos inferenciais, é de extrema importância a adoção de métodos para seleção do período de aquecimento (*warm-up*). O período de aquecimento refere-se ao período transiente inicial no qual o estado estacionário ainda não foi alcançado. No estado estacionário, os dados são capazes de produzir estimativas mais estáveis para os parâmetros de interesse.

O problema de detecção do período de aquecimento adequado tem sido discutido na literatura de simulação há muito tempo. Uma escolha adequada é importante para evitar a presença de vício nas estimativas de uma simulação quando em seu estado estacionário. Grande parte das abordagens sobre este assunto sugerem a execução dos experimentos de simulação para um dado período de aquecimento e a exclusão de dados iniciais.

Entretanto uma questão óbvia surge: *Como escolher o período adequado de aquecimento?* Existem diversos métodos para tal escolha, entretanto não existe uma razão definitiva para a escolha de um método específico. Variações nos modelos reais a serem reproduzidos por simulação podem afetar sobremaneira a escolha adequada do período de aquecimento. Isso sugere que mais pesquisas nessa área sejam necessárias.

Este trabalho tem por objetivo discutir algumas técnicas já existentes para

a detecção de períodos de aquecimento; estabelecer métricas de comparação entre técnicas; construir modelos experimentais de simulação para comparar técnicas e, por fim, propor e avaliar uma nova técnica para detecção de períodos de aquecimento em modelos de simulação.

1.2 OBJETIVOS E ESCOPO DA DISSERTAÇÃO

1.2.1 Objetivo Geral

Estudar o período transiente de uma simulação não terminal, métodos existentes para identificá-los e a proposição e teste de uma nova técnica para tal identificação.

1.2.2 Objetivos Específicos

Implementar computacionalmente modelos de simulação de diferentes complexidades e comparar a aplicabilidade de alguns métodos de identificação do período de aquecimento para os sistemas representados por estes modelos.

Implementar computacionalmente a nova proposta para detecção do período de aquecimento.

Escolher dentre as métricas comparativas conhecidas, aquelas que sejam mais adequadas para a comparação da eficiência entre os métodos já estabelecidos e a nova abordagem proposta. O procedimento comparativo será baseado na utilização dos modelos de simulação propostos.

1.2.3 Escopo da dissertação

Este texto encontra-se organizado da seguinte forma: o capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica sobre o assunto, classificando as diferentes abordagens de métodos para a detecção do período adequado de aquecimento; o capítulo 3 descreve alguns dos métodos para a detecção de períodos de aquecimento que serão utilizados neste estudo; o capítulo 4 propõe uma nova técnica para detecção de períodos de aquecimento; uma validação da nova proposta é discutida no capítulo 5; o capítulo

6 apresenta um modelo experimental que será utilizado para avaliação dos métodos anteriormente descritos e da nova técnica proposta; os resultados para o modelo experimental e avaliações numéricas comparativas entre os métodos são apresentados no capítulo 7; conclusões e propostas de continuidade são apresentadas no capítulo 8.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Diversos problemas do nosso cotidiano são sistemas de filas, o que, por si só, é motivo para se buscar uma maior compreensão de tais modelos. Dado este interesse de entendimento, buscam-se ao longo do tempo técnicas de reprodução do funcionamento desses modelos, em geral, através de estratégias de simulação computacional.

Os modelos de simulação computacional para sistemas de filas já se encontram bastante difundidos e, também, bem evoluídos do ponto de vista de sua implementação. Por outro lado, por mais que as técnicas de simulação já estejam em um satisfatório patamar de desenvolvimento, a análise dos resultados ainda não é feita a contento em muitos casos.

Para discutir este assunto será necessário descrever inicialmente alguns modelos clássicos de sistemas de filas. Para tanto, será utilizada a clássica notação de Kendall (KENDALL, 1953).

2.1 MODELOS DE SISTEMAS DE FILAS

A notação de Kendall prima por explicitar a estrutura da distribuição das chegadas no sistema, a estrutura da distribuição dos atendimentos, a quantidade de servidores de atendimento, a capacidade da fila, o tamanho da população e a disciplina da fila. Quando são omitidos os parâmetros associados à capacidade da fila, ao tamanho populacional e a disciplina, entende-se que não existe uma limitação de capacidade na fila, não existe uma limitação de tamanho para a população e que a disciplina da fila seja (*FIFO - First in, first out*), ou seja, a primeira entidade a entrar no sistema será a primeira entidade atendida. Alguns exemplos são apresentados a seguir:

- M/M/1 - Fila em que as chegadas e os atendimentos são Markovianos, ou seja, os tempos entre chegadas e os tempos de atendimento seguem distribuição exponencial de parâmetros λ e μ respectivamente, existe um único servidor para

o atendimento, e a fila de espera para este servidor sem limitação de capacidade;

- M/M/c - Processos de chegada e atendimento Markovianos, com c servidores, e fila de espera sem limitação de capacidade;
- M/M/c/k - Processos de chegada e atendimento Markovianos, com c servidores e fila de espera para o atendimento com limitação de capacidade k ;
- M/G/c - Fila em que as chegadas são Markovianos e o atendimento é genérico, ou seja, o tempo entre chegadas segue uma distribuição exponencial de parâmetro λ e o tempo de atendimento segue qualquer distribuição, existem c servidores para o atendimento e a fila de espera para o atendimento não tem limitação de capacidade;
- M/G/c/k - Fila em que as chegadas são Markovianos e o atendimento é genérico, ou seja, o tempo entre chegadas segue uma distribuição exponencial de parâmetro λ e o tempo de atendimento segue qualquer distribuição, existem c servidores para o atendimento e a fila de espera para o atendimento tem capacidade k , ou seja, k lugares de espera para o atendimento.

Dada uma fila do sistema, existem diversos parâmetros e variáveis de interesse a serem discutidos. O interesse maior está em obter um procedimento adequado de estimação de variáveis ou medidas de desempenho do sistema. Elencando alguns destes parâmetros e algumas medidas de desempenho de interesse, têm-se:

- λ_i (parâmetro): taxa de chegada no i -ésimo servidor de atendimento;
- μ_i (parâmetro): taxa de atendimento no i -ésimo servidor de atendimento;
- $\rho_i = \lambda_i / \mu_i$ (medida de desempenho): intensidade do tráfego no i -ésimo servidor de atendimento (taxa de utilização do servidor);

- k_i (parâmetro): capacidade total do i -ésimo servidor de atendimento, isto é, capacidade da área de circulação incluindo as unidades que estão sendo atualmente atendidas;
- N_f (medida de desempenho): tamanho médio da fila;
- θ_f (medida de desempenho): tempo médio de espera na fila;
- N (medida de desempenho): quantidade média de clientes no sistema;
- θ (medida de desempenho): tempo médio de permanência dos clientes no sistema.

É importante notar que em uma simulação, o problema é resolvido numericamente, ou seja, as estimativas obtidas para as medidas de desempenho são provenientes de realizações de variáveis aleatórias. Portanto, o número de realizações e a variabilidade inerente a estas variáveis aleatórias influenciam bastante o processo de estimação. É necessário considerar que o sistema necessita de um tempo inicial de estabilização para que possa produzir resultados confiáveis.

2.2 ESTADO TRANSIENTE E ESTADO PERMANENTE

Dado um conjunto de realizações para uma variável de interesse Y_1, Y_2, \dots . Seja $F_i(y|I) = P(Y_i \leq y|I)$ para $i = 1, 2, \dots$, em que y é um número real e I representa as condições usuais para iniciar a simulação no tempo 0. (A probabilidade condicional $P(Y_i \leq y|I)$ é a probabilidade de ocorrer o evento $\{Y_i \leq y\}$ dadas as condições iniciais I). Para um sistema em estudo, I deve especificar o número de componentes presentes e se o servidor está ocupado ou não no tempo 0. Quando o servidor está ocupado no tempo 0, outra especificação é o tempo restante da operação. Denota-se $F_i(y|I)$ por distribuição transiente do processo no tempo discreto i para condições iniciais I . Note que $F_i(y|I)$ deverá ser diferente para cada valor i e para cada conjunto de condições iniciais I .

Para y e I fixos, as probabilidades $F_1(y|I), F_2(y|I), \dots$ formam uma sequência numérica. Se $F_i(y|I) \rightarrow F(y)$ quando $i \rightarrow \infty$ para todo y e para alguma condição inicial I , então $F(y)$ é chamada de distribuição estacionária para o processo estocástico Y_1, Y_2, \dots . Do ponto de vista estrito, a distribuição estacionária $F(y)$ é somente obtida no limite quando $i \rightarrow \infty$.

Na prática, porém, muitas vezes existe um índice de tempo finito, por exemplo, um L tal que as distribuições a partir deste ponto são aproximadamente iguais, ou seja, “estado estacionário”. Note que o estado estacionário não significa que as variáveis aleatórias Y_{L+1}, Y_{L+2}, \dots tendem a assumir sempre os mesmos valores em uma simulação de execução particular, mas, sim, que os valores têm aproximadamente a mesma distribuição.

A Figura 1 ilustra esta situação. São consideradas 5 replicações para um modelo de simulação hipotético, no qual está sendo avaliado o tempo médio de permanência de entidades em um sistema. São consideradas ainda 3 diferentes possibilidades de comprimento para período de aquecimento sendo L_1, L_2 e L_3 , escolhidas neste caso através de uma análise puramente visual.

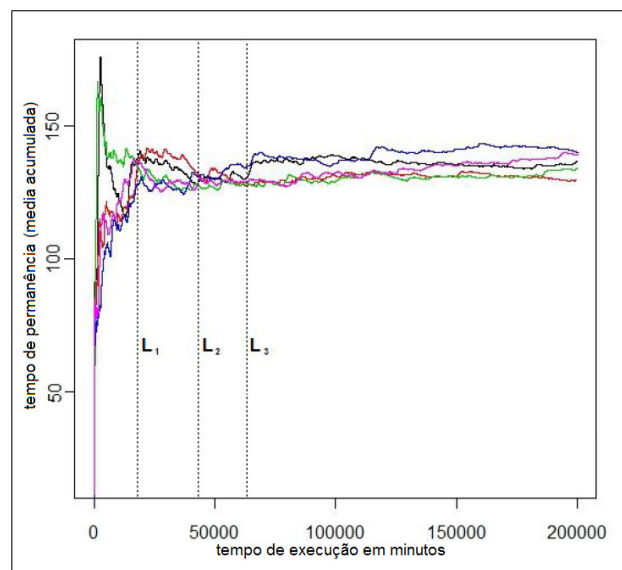


Figura 1: Possíveis comprimentos para o período de aquecimento.

2.3 MÉTODOS DE DETECÇÃO DO PERÍODO IDEAL DE AQUECIMENTO

Existem diversas pesquisas realizadas para selecionar o período adequado de aquecimento. O foco central é proporcionar condições apropriadas para a utilização de modelos de simulação. O principal objetivo é que estes modelos forneçam dados que efetivamente sejam capazes de refletir as verdadeiras características associadas ao sistema que se busca reproduzir através do modelo de simulação.

Na literatura associada à área de simulação, existe uma variedade de métodos para a detecção do período adequado de aquecimento. Este fato reforça a importância do tratamento adequado do período transiente, para que tal período não influencie sobremaneira as estimativas dos parâmetros de interesse no procedimento de simulação, quando ele atingir o seu estado estacionário. Estes métodos possuem características que podem ser adequadas a diversos tipos de modelos de simulação, considerando as especificidades associadas a cada modelo. Em geral, duas abordagens são utilizadas: a exclusão de dados e a inicialização inteligente (NELSON, 2001).

Na primeira abordagem, o modelo é executado por um período de aquecimento até atingir um estado estacionário, antes do qual, os dados são eliminados. A maior dificuldade na utilização desta abordagem está em escolher a duração do período de aquecimento. Se a escolha for subestimada haverá algum vício na estimação dos parâmetros de interesse no procedimento de simulação. Por outro lado, se a escolha for superestimada, alguns dados relevantes para o procedimento de estimação serão excluídos, fazendo com que os tempos de simulação se tornem elevados de forma desnecessária.

Na segunda abordagem, o modelo é colocado em uma condição “realista” no início da execução, cujo desafio é determinar o que constitui um estado realista para se iniciar o procedimento de simulação, pois em geral, é exatamente a resposta a esta pergunta que se busca com a simulação.

Em princípio, as abordagens levam ao mesmo objetivo: colocar o modelo em uma condição realista a partir do momento em que os dados de saída serão coletados. Este trabalho se concentra na primeira abordagem, ou seja, determinar um período adequado de aquecimento para os modelos de simulação.

De acordo com (ROBINSON, 2002), os métodos para detecção do período de aquecimento em modelos de simulação podem ser classificados em cinco grupos: Gráficos, Heurísticos, Estatísticos, Testes de vício de inicialização e Híbridos. Uma boa revisão de literatura é descrita em (HOAD; ROBINSON; DAVIES, 2010) com o objetivo de relacionar e avaliar vários métodos existentes para a detecção do período de aquecimento adequado. Também é discutida a automatização destes procedimentos, visando sua inclusão em *softwares* de simulação.

A apresentação e a descrição de alguns destes métodos, de acordo com sua classificação, são importantes instrumentos para a seleção adequada da metodologia para detecção do período de aquecimento em modelos de simulação.

2.3.1 Métodos Gráficos

São métodos que dependem de uma análise visual de séries temporais obtidas das saídas de simulação. Em geral, baseiam-se em particionamento de dados em grupos para cálculo de médias móveis. Dentre estes métodos, pode-se destacar as propostas em (ROBINSON, 2004; WELCH, 1983), que se baseiam em avaliações em séries temporais simples. Existem ainda métodos baseados em gráficos de médias cumulativas que podem ser obtidos em (BANKS et al., 2001; GORDON, 1969; NELSON, 2001). Tratam-se de métodos que tem por vantagem a sua simplicidade e a “quase” ausência de fortes suposições acerca dos dados de saída da simulação. Por outro lado, existe uma forte dependência da avaliação do analista (decisão humana), fato que pode levar a diferentes decisões de acordo com a experiência do analista.

2.3.2 Heurísticas

Trata-se na verdade de estabelecer um conjunto de regras para a determinação da duração do período de aquecimento. Entre os métodos heurísticos, é possível citar a regra de Conway (CONWAY, 1963), a regra de Conway modificada (GAFARIAN; ANCKER; MORISAKU, 1978), a regra do estimador de autocorrelação (FISHMAN, 1971), a regra do cruzamento de médias (FISHMAN, 1973) e as regras de erros marginais (MSER e MSER-5) (WHITE; COBB; SPRATT, 2000). O uso de regras específicas tem por vantagem o fato de remover parte da subjetividade dos métodos gráficos. Por outro lado, isso pode significar que alguns padrões importantes podem não ser identificados, especialmente se uma representação gráfica dos dados não for utilizada em associação à regra em uso. Uma proposta de discussão detalhada da utilização das regras de erros marginais pode ser obtida em (WHITE; ROBINSON, 2010) e também a apresentação de sua utilização para o exemplo particular de filas M/M/1.

2.3.3 Métodos Estatísticos

São métodos que se baseiam em princípios estatísticos para o procedimento de estimação do período de aquecimento. É possível citar o método proposto em (KELTON; LAW, 1983), que utiliza um procedimento de regressão dos dados avaliados na sequência inversa de tempo, buscando até que ponto a inclinação estimada pelo procedimento de regressão ainda é nula. O teste de aleatorização proposto por (YÜCESAN, 1993) avalia a diferença entre duas médias para os dados divididos em dois subgrupos ordenados ao longo do tempo de execução da simulação. Tratam-se de métodos mais complexos que as abordagens anteriores, dada a exigência de cálculos extensivos, bem como a validação de algumas suposições iniciais.

2.3.4 Testes de vício de inicialização

Não se tratam de testes para determinação do período adequado de aquecimento, mas, sim, de testes para a verificação da presença ou não de vício que seja

associado à inicialização na série de dados em estudo. Como estratégia para a detecção do período adequado de aquecimento, estes testes devem ser utilizados em conjunto com algum dos métodos descritos anteriormente. Dentre possíveis formatos, pode-se mencionar o teste do máximo (SCHRUBEN, 1982), o teste de Schruben modificado (SCHRUBEN, 1982), o teste ótimo (SCHRUBEN; SINGH; TIERNEY, 1983) e o teste do posto (VASSILACOPOULOS, 1989). Uma família de testes desta natureza considerando médias por subgrupos de dados é apresentada em (GOLDSMAN; SCHRUBEN; SWAIN, 1994). Uma grande vantagem nestes métodos é a possibilidade do analista avaliar se o vício de inicialização foi completamente removido. São métodos cuja complexidade dos cálculos envolvidos é relativamente baixa, entretanto computacionalmente instáveis, e em geral, faz-se necessária uma estimativa da variância dos dados.

2.3.5 Métodos Híbridos

É um conjunto de métodos que empregam os testes para vício de inicialização associados a testes gráficos ou heurísticos. Dois dos principais métodos são o método sequencial de (PAWLIKOWSKI, 1990) e o método para obtenção de ponto de truncamento através de uma escala invariante, proposto em (JACKWAY; DESILVA, 1992). São testes mais complexos que exigem a utilização de uma análise espectral de variância. O método proposto em (JACKWAY; DESILVA, 1992) exige uma estimativa da variância; portanto, pode ser necessário um grande volume de dados para um bom desempenho, visto que é baseado em teoria assintótica.

3 MÉTODOS USUAIS DE DETECÇÃO DO PERÍODO DE AQUECIMENTO

Diversos testes já foram realizados sobre os métodos anteriormente descritos obtendo-se estimativas para o período de aquecimento, com diferentes graus de sucesso. Isso se deve a auto-correlação serial presente nos dados analisados. Nada se pode afirmar sobre a existência de um método que possa ser recomendado acima de quaisquer outros. De fato, a literatura sugere a não existência de métodos de uso comum. Apesar da grande variedade de abordagens que têm sido propostas ao longo dos últimos anos, existe uma necessidade tanto de testar estas abordagens mais profundamente como de elaborar novos métodos que poderiam ser adotados amplamente por usuários da simulação. Com o interesse de estabelecer uma estratégia comparativa e desenvolver novas metodologias, este estudo está focado em avaliar métodos de três grupos: Gráficos, Estatísticos e Heurísticos. Serão apresentados de forma sucinta cinco destes métodos que serão posteriormente avaliados.

3.1 MÉTODO WELCH

Trata-se de uma técnica bastante simples e geral para a determinação do valor adequado para o período de aquecimento. Esta técnica inclui-se no grupo das técnicas gráficas e sua utilização exige múltiplas replicações. Pode-se descrever o método Welch (WELCH, 1983) através dos seguintes passos:

1. Execute n replicações do procedimento de simulação, cada uma destas replicações terá tamanho m . Seja Y_{ji} a i -ésima observação da variável de interesse na j -ésima replicação, neste caso $i \in \{1, 2, \dots, m\}$ e $j \in \{1, 2, \dots, n\}$;
2. Calcule as médias de cada uma das observações entre as replicações, estas médias serão denotadas por \bar{Y}_i , em que:

$$\bar{Y}_i = \sum_{j=1}^n \frac{Y_{ji}}{n} \quad \text{para } i \in \{1, 2, \dots, m\} \quad (1)$$

3. Defina a média móvel $\bar{Y}_i(w)$ para suavizar as oscilações de alta frequência em

$\bar{Y}_1, \bar{Y}_2, \dots, \bar{Y}_m$, neste caso, w será a medida de janela que é um inteiro positivo, utiliza-se $w \leq \frac{m}{4}$. $\bar{Y}_i(w)$ será definido por:

$$\bar{Y}_i(w) = \frac{\sum_{s=-w}^w \bar{Y}_{i+s}}{2w+1} \quad \text{para } i \in \{w+1, w+2, \dots, m-w\} \quad (2)$$

4. Plote os valores $\bar{Y}_i(w)$ para $i \in \{w+1, 2, \dots, m-w\}$ e escolha L como o valor i no qual $\bar{Y}_i(w)$ começar a convergir. Os critérios de convergência não serão discutidos neste texto, podendo ser obtidos em (WELCH, 1983).

3.2 MÉTODO BASEADO NO CONTROLE ESTATÍSTICO DE PROCESSO

O método *Statistical Process Control - SPC* proposto em (ROBINSON, 2002) é outra técnica gráfica e também necessita de múltiplas replicações, podendo ser descrito em quatro etapas:

1. Inicialmente defina Y_{ji} e calcule as médias \bar{Y}_i para $i \in \{1, 2, \dots, m\}$ como na descrição do método anterior.
2. Agora as médias serão agrupadas em b grupos de tamanho k , e representaremos as médias por grupo como $\bar{\bar{Y}}_x$ para $x \in \{1, 2, \dots, b\}$. O tamanho k destes grupos é selecionado de forma a garantir que as médias por grupo sejam aceitas no teste de aderência para normalidade de *Anderson-Darling* (ANDERSON; DARLING, 1954) e também no teste de correlação de *Von Neumann* (NEUMANN, 1941). Recomenda-se, inclusive, um mínimo de 20 grupos. Após a divisão em grupos, denotamos a série temporal resultante por:

$$Y_{(k)} = \left\{ \bar{\bar{Y}}_1(k), \bar{\bar{Y}}_2(k), \dots, \bar{\bar{Y}}_b(k) \right\} \quad (3)$$

3. Será gerada então uma carta de controle para estas séries temporais. Considera-se as estimativas de média populacional μ e desvio padrão σ obtidas da última metade da série $Y_{(k)}$. De posse destas estimativas os seguintes

limites de controle LC são obtidos:

$$LC = \hat{\mu} \pm z\hat{\sigma}/\sqrt{b/2} \text{ para } z = 1, 2 \text{ e } 3 \quad (4)$$

4. A carta de controle é construída com os três limites de controle. São seguidas as seguintes regras para a verificação de saída de controle:

- Existência de pontos fora do limite de controle de 3σ ;
- Existência de dois pontos fora do limite de controle de 2σ para um conjunto de três pontos consecutivos;
- Existência de quatro pontos fora do limite de controle de 1σ para um conjunto de cinco pontos consecutivos;
- Existência de oito pontos consecutivos acima da média ou então oito pontos consecutivos abaixo da média;
- Todos os pontos iniciais acima da média ou todos os pontos iniciais abaixo da média.

Neste caso entende-se que o processo atingiu o equilíbrio quando o processo está em controle e permanece em controle.

3.3 TESTE DE ALEATORIZAÇÃO

Um método estatístico baseado em testes de aleatorização é apresentado em (YÜCESAN, 1993). O problema foi formulado como um conjunto de testes de hipóteses acerca da média do processo. São executados testes de aleatorização visando avaliar a validade da hipótese nula de que a média se mantém sem alteração durante toda a simulação. Uma vantagem deste método em relação ao baseado no Controle Estatístico de Processo, seria a possibilidade de relaxar a hipótese de normalidade.

O método pode ser descrito através dos seguintes passos:

1. Execute a simulação considerando um tamanho pré-estabelecido de m observações. Defina Y_i como a i -ésima observação para a variável de interesse em toda a simulação executada;
2. Obtenha a série temporal Y_1, Y_2, \dots, Y_m ;
3. Divida os dados em b grupos de tamanho k ;
4. Obtenha, então, b médias $\bar{Y}_1, \bar{Y}_2, \dots, \bar{Y}_b$
5. Particione o conjunto de médias em dois conjuntos C_1 e C_2 . Para a primeira iteração, o primeiro conjunto conterà apenas \bar{Y}_1 e o segundo conjunto as outras $b - 1$ médias. Obtenha as médias \bar{Y}_{C_1} e \bar{Y}_{C_2} dentro dos dois conjuntos;
6. Para cada iteração, as médias dos dois conjuntos de médias são comparadas. Se existir diferença significativa do ponto de vista estatístico entre elas, então a hipótese nula é rejeitada (dado o não conhecimento da distribuição da diferença entre \bar{Y}_{C_1} e \bar{Y}_{C_2} , procedimentos de aleatorização são usados para obtenção da distribuição empírica);
7. Se a hipótese nula for rejeitada os dois conjuntos C_1 e C_2 são modificados; é acrescentada a média \bar{Y}_2 ao conjunto C_1 enquanto o conjunto C_2 passa a ser composto por $b - 2$ elementos. O teste é executado novamente agora para os novos conjuntos C_1 e C_2 .
8. Enquanto a hipótese nula estiver sendo rejeitada mais elementos são incluídos no conjunto C_1 , como no passo anterior;
9. Quando a hipótese nula for aceita pela primeira vez, entende-se que o grupo C_2 é composto pelas observações do estado estacionário do processo.

3.4 REGRA DO CRUZAMENTO DE MÉDIAS

Esta regra é um procedimento heurístico apresentado em (FISHMAN, 1973) para a determinação do período de aquecimento adequado. O objetivo é obter a

quantidade de vezes em que o valor para a variável de interesse saiu de um valor menor que a média e foi para um valor maior que a média em apenas um passo e, também, quando a variável de interesse saiu de um valor maior que a média e foi para um valor menor que a média em apenas um passo. Se esta contagem atinge um valor pré-estabelecido ℓ , então assume-se que o processo tornou-se estacionário. Entretanto, este valor, pré-estabelecido, é uma escolha do analista.

De uma forma mais prática pode-se descrever o procedimento através dos seguintes passos:

1. Execute a simulação considerando um tamanho pré-estabelecido de m unidades de tempo. Defina Y_i como a i -ésima observação para a variável de interesse em toda a simulação executada;

2. Considere a série Y_1, Y_2, \dots, Y_m e a média $\bar{Y}_m = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m Y_i$;

3. Para $i \in \{1, 2, \dots, m-1\}$, defina w_i tal que:

$$w_i = \begin{cases} 1 & \text{se } Y_{i+1} < \bar{Y}_m < Y_i \text{ ou } Y_i < \bar{Y}_m < Y_{i+1} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (5)$$

4. O número de vezes que a série cruza a média será dado por $\Omega_m = \sum_{i=1}^{m-1} w_i$;

5. Calcule $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_k$ até que para algum k o valor Ω_k atinja o valor pré-estabelecido ℓ .

3.5 REGRA DE ERROS MARGINAIS (MSER)

Trata-se de um procedimento heurístico apresentado por (WHITE, 1997) denominado (MSER) e uma versão modificada (MSER-n) apresentada em (SPRATT, 1998). O método MSER baseia-se em obter o período de aquecimento adequado d^* que melhor equilibra o balanço entre a ausência de vício (alta precisão) e redução do tamanho da amostra (baixa precisão) considerando a série $Y_{d^*+1}, Y_{d^*+2}, \dots, Y_m$ obtida

de uma execução de tamanho m com as observações Y_1, Y_2, \dots, Y_m . Os dois casos são métodos que escolhem um ponto de truncamento d^* que minimiza a largura do intervalo de confiança marginal sobre a média da amostra truncada (note que, dada a série truncada de observações, existe uma correlação serial, portanto o intervalo de confiança marginal não é uma estimativa adequada para a média truncada. Este intervalo está sendo usado aqui como uma medida de variabilidade dos dados para a série truncada que será analisada). Dada uma série de saída finita Y_1, Y_2, \dots, Y_m , o ponto de truncamento ideal para a sequência é dado por:

$$d^* = \arg \min_{0 \leq d < m} \left[\frac{1}{(m-d)^2} \sum_{i=d+1}^m (Y_i - \bar{Y}_{m,d})^2 \right] \text{ em que } \bar{Y}_{m,d} = \frac{1}{m-d} \sum_{i=d+1}^m Y_i \quad (6)$$

O método MSER-n considera novamente a equação anterior, entretanto com as observações divididas em b grupos de tamanho m/n e são consideradas as b médias dos grupos em estudo.

4 NOVA PROPOSTA DE DETECÇÃO DE PERÍODOS DE AQUECIMENTO

Apesar dos métodos buscarem um objetivo comum, as abordagens podem apresentar grande diferença de formulação. Existem técnicas mais complexas e algumas mais simplistas. Como já citado anteriormente, é bastante comum deparar-se com analistas que optam por escolhas de período de aquecimento de forma completamente arbitrária. Pode-se dizer que este fato se deve a dois motivos principais: em primeiro lugar, algumas regras são bastante complexas podendo, inclusive, requerer um tempo computacional significativo para sua utilização; em segundo lugar, a grande maioria destes procedimentos exige do analista a escolha de alguns parâmetros para seu funcionamento e estas escolhas levam novamente a alguma arbitrariedade indesejada. Baseado nestas considerações será feita uma análise preliminar sobre as técnicas até aqui descritas.

O método de Welch necessita da definição do parâmetro associado ao comprimento da janela e espera-se que este parâmetro não influencie os resultados de forma significativa. Por outro lado, definir de forma específica um critério de convergência para a série das médias é um problema pontual da utilização deste método. Modificações na escolha destes critérios afetam de forma significativa a solução proposta através desta técnica.

O método baseado no Controle Estatístico de Processo (ROBINSON, 2002) parece bastante justificável, entretanto pode se tornar difícil definir a quantidade de grupos que garantiria sucesso em testes de normalidade e correlação. Em particular, pode ser necessária a execução de um tempo maior de simulação até que se consiga adequar a amostra simulada e a divisão em grupos para os referidos testes.

O Teste de Aleatorização (YÜCESAN, 1993) necessita da escolha da quantidade de grupos na qual a amostra será dividida. Em particular, para este método, uma variação na quantidade de grupos pode alterar de forma significativa a conclusão do teste. Vale ressaltar que se o comprimento proposto inicialmente para cada grupo

for superior ao adequado para o período de aquecimento para os dados, automaticamente a solução apresentada será superestimada em relação ao correto período de aquecimento.

A regra do cruzamento das médias (FISHMAN, 1973) é bastante dependente do parâmetro ℓ a ser escolhido pelo analista. O valor ℓ determina quantos cruzamentos da média em apenas um passo se deve observar para que se considere ter atingida a estacionariedade.

A regra dos erros marginais (WHITE, 1997) é um procedimento que na sua forma original se torna livre da escolha de parâmetros pelo analista. Entretanto, tende a subestimar o adequado período de aquecimento. Este fato é uma das principais razões para a postulação da técnica MSER- n (SPRATT, 1998) dividindo em n grupos, entretanto voltamos ao problema da subjetividade da escolha do valor n . Novamente, se trata de um parâmetro que pode afetar sobremaneira as conclusões do método.

Desta análise preliminar, conclui-se pela necessidade de um método simples quanto a sua utilização, robusto quanto a sua eficiência ao estimar o comprimento adequado para o período de aquecimento e livre da escolha de parâmetros pelo analista, ou, pelo menos, menos dependente de parâmetros que devam ser escolhidos previamente.

Dentre os métodos analisados, e mesmo considerando outros métodos para o mesmo fim, nota-se que, em geral, os métodos se baseiam em observar o comportamento dos dados em relação à média. De fato, ao considerar um conjunto de replicações e a série temporal das médias entre replicações, seria bastante razoável admitir que ao atingirmos uma “quase” estacionariedade, o lastro de dependência entre os termos da série temporal das médias seria pequeno o suficiente para fazer valer o Teorema Central do Limite. Não se tem por intuito contradizer este caminho que já foi seguido pela maioria dos métodos. Também será seguido este raciocínio, entretanto através de uma formulação simples e evitando a dependência da escolha

de parâmetros pelo analista.

4.1 MÉTODO DO CRUZAMENTO DAS MÉDIAS ITERADO

O método aqui proposto foi apresentado resumidamente por Norato et al. (2011) e avalia os cruzamentos ocorridos em um passo em relação a média, mas não da forma original proposta no método do cruzamento de médias. Este procedimento será feito agora de uma forma iterada.

Para tanto, considere n replicações do procedimento de simulação, cada uma delas de tamanho m . Defina as médias das observações entre replicações por \bar{Y}_i com $i = 1, 2, \dots, m$. Denote por $\bar{\bar{Y}}_j$ a média das últimas $m - (j - 1)$ médias entre replicações,

neste caso $\bar{\bar{Y}}_j = \frac{\sum_{i=j}^m \bar{Y}_i}{m - (j - 1)}$. É fácil ver que para os valores \bar{Y}_i com $i = 1, 2, \dots, m$,

algumas das observações iniciais são pertencentes ao período transiente. O objetivo é descartar estas observações de uma forma iterada como veremos a seguir através dos seguintes passos:

1. Execute n replicações da simulação considerando um tamanho pré-estabelecido m para as replicações e obtenha os valores \bar{Y}_i para $i = 1, 2, \dots, m$ e o valor $\bar{\bar{Y}}_1$;
2. verifique se \bar{Y}_1 é inferior ou superior à $\bar{\bar{Y}}_1$. Se inferior, determine o menor valor k tal que \bar{Y}_{k+1} seja superior a $\bar{\bar{Y}}_1$ e descarte as k primeiras observações, o procedimento é análogo para \bar{Y}_1 superior a $\bar{\bar{Y}}_1$;
3. Considere agora a média das médias $\bar{\bar{Y}}_{k+1}$ e a nova série \bar{Y}_i para os valores $i = k + 1, k + 2, \dots, m$, repita o procedimento até que o número de valores em seqüência, que sejam inferiores ou então superiores a média das médias, seja limitado por 2, ou seja, considerando a média das médias dos últimos valores, é possível cruzar a média em apenas um passo. Neste momento o método atingiu sua estimativa para o comprimento do período de aquecimento.

O método aqui exposto tem uma formulação bastante simples, sem a dependência de escolha de parâmetros pelo analista. A partir do momento que os dados passam a cruzar a média com muita frequência em um número pequeno de passos, pressupõe-se que o sistema esteja próximo de alcançar a estacionariedade. Para maior clareza o capítulo seguinte apresenta uma estratégia para validação do modelo proposto e um detalhamento acerca da utilização do método.

5 VALIDAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO

Uma forma razoável para verificar a qualidade da proposta apresentada é através da proposição de um modelo simples de simulação de redes de filas, no qual fosse possível calcular de forma analítica o valor para o parâmetro de interesse a ser avaliado. Posteriormente, é comparado este valor com o resultado estimado através do modelo de simulação utilizando o método para a detecção do período de aquecimento.

Neste momento, cabe observar que para redes de filas $M/M/1$ em série, seria possível obter o analítico do parâmetro de interesse θ (tempo médio que as entidades permanecem no sistema).

5.1 CALCULANDO O TEMPO ESPERADO EM UMA FILA $M/M/1$

Para uma fila única $M/M/1$, as chegadas formam um processo de Poisson, o tempo de serviço é exponencial e existe um único servidor que atende aos usuários em ordem de chegada. Serviços e chegadas são assumidos como processos independentes. Não existe limitação para a quantidade de entidades em espera, ou seja, uma sala de espera de dimensão infinita. Portanto, todos os usuários que chegam serão atendidos em algum momento.

Considere $N(t)$ como a quantidade de usuários no sistema no instante t . Defina $A(t)$ e $B(t)$ como a distribuição do intervalo entre chegadas e a distribuição da duração do serviço respectivamente. Neste caso $A(t) = 1 - e^{-\lambda t}$ e $B(t) = 1 - e^{-\mu t}$ em que os parâmetros λ e μ são respectivamente a taxa de chegada (número médio de chegadas por unidade de tempo) e taxa de atendimento (número médio de atendidos por unidade de tempo).

É possível mostrar que $\{N(t); t \geq 0\}$ é um processo de Markov em tempo discreto, com espaço de estados sendo os inteiros não negativos. O tempo de espera para fazer uma transição de estado só depende do estado presente; se o sistema contém pelo menos um usuário, este terá distribuição exponencial de parâmetro $(\lambda + \mu)$

não havendo usuários no sistema, este terá distribuição exponencial de parâmetro λ .

O processo de Markov $N(t)$ é, então, um processo de nascimento e morte com taxas independentes do estado do sistema. Para $n > 0$, a transição do estado n para $n - 1$ ocorre com taxa μ , do estado n para $n + 1$ ocorre com taxa λ . Quando $n = 0$ somente podem ocorrer chegadas com taxa λ . Este processo de nascimento e morte pode ser ilustrado pela Figura 2.

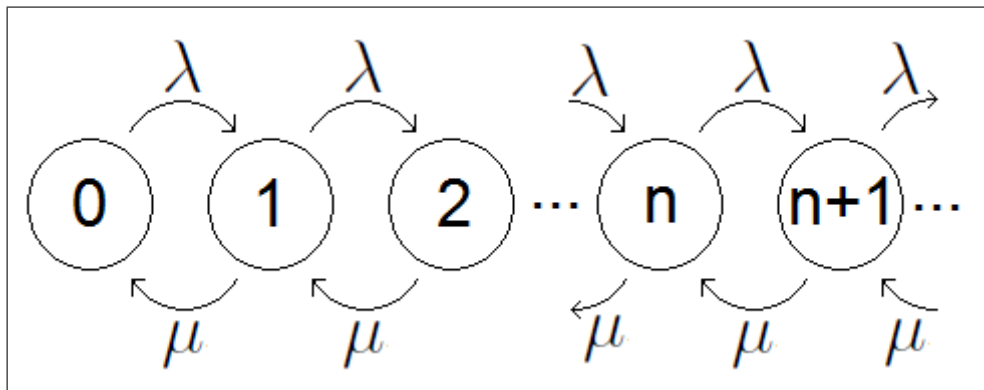


Figura 2: Taxas de transição em processos de nascimento e morte.

Seja $\pi_n(t) = P(N(t) = n)$ a distribuição de probabilidade do número de entidades no sistema no instante t , sua respectiva distribuição estacionária será denotada por π_n .

Pode-se mostrar que $\pi_n = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \pi_0, \forall n \geq 1$

Definindo agora a intensidade do tráfego por $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$, ou seja, o produto entre o número médio de chegadas e o tempo esperado de serviço. Podemos então obter o valor π_0 por:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \pi_i = 1 \Rightarrow \sum_{i=0}^{\infty} \rho^i \pi_0 = 1 \Rightarrow \pi_0 = \frac{1}{\sum_{i=0}^{\infty} \rho^i} \quad (1)$$

É fácil ver que a soma acima converge se e somente se $|\rho| < 1$, como $\lambda > 0$ e $\mu > 0$, a condição se transforma em $0 < \rho < 1$. Nestas condições temos $\pi_0 = 1 - \rho$.

Logo, podemos determinar a distribuição estacionária por:

$$\pi_n = \rho^n(1 - \rho), n \geq 0 \text{ e } 0 < \rho < 1 \quad (2)$$

De posse da distribuição estacionária para o número de entidades no sistema, é possível obter o número esperado de entidades no sistema por:

$$\mathbb{E}(N) = \sum_{i=0}^{\infty} i\pi_i \quad (3)$$

Defina o número de entidades na fila por N_f . vale ressaltar que o número esperado de entidades na fila é diferente de $\mathbb{E}(N) - 1$.

$$\mathbb{E}(N_f) = 0\pi_0 + \sum_{i=1}^{\infty} (i-1)\pi_i = - \sum_{i=1}^{\infty} \pi_i + \sum_{i=1}^{\infty} (i)\pi_i = -(1 - \pi_0) + \mathbb{E}(N) \quad (4)$$

$$\mathbb{E}(N_f) = -\rho + \frac{\rho}{1 - \rho} = \frac{\rho^2}{1 - \rho} = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

Defina θ_f como a variável tempo de uma entidade na fila. Pode-se mostrar que $\mathbb{E}(\theta_f) = \frac{\rho}{\mu(1 - \rho)} = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$.

Quanto ao tempo esperado em serviço, dado que a fila é $M/M/1$, já sabemos que este será $\frac{1}{\mu}$. Portanto o tempo de uma entidade no sistema será dado por:

$$\mathbb{E}(\theta) = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} + \frac{1}{\mu} = \frac{\lambda + \mu - \lambda}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{1}{\mu - \lambda} \quad (5)$$

5.2 CALCULANDO O TEMPO ESPERADO EM UMA REDE DE FILAS $M/M/1$

Todo o raciocínio anterior foi feito para um sistema com uma fila única $M/M/1$. Precisamos agora verificar o comportamento de uma rede com filas $M/M/1$ dispostas em série. Dado o conhecimento do comportamento de uma única fila $M/M/1$, basta saber a estrutura da saída de entidades da i -ésima fila do sistema, dessa forma, é

possível conhecer o padrão de chegadas da $i + 1$ -ésima fila do sistema e será possível obter o tempo esperado de uma entidade passando por um sistema de k filas $M/M/1$.

Portanto, é necessário conhecer o padrão de saída de entidades de uma fila $M/M/1$. Através do teorema de Burke, temos que em uma fila $M/M/1$ com taxa de chegada λ e intensidade de tráfego $\rho < 1$, o processo de saída é um processo de Poisson de taxa λ . Considere então o seguinte modelo hipotético da figura 3.

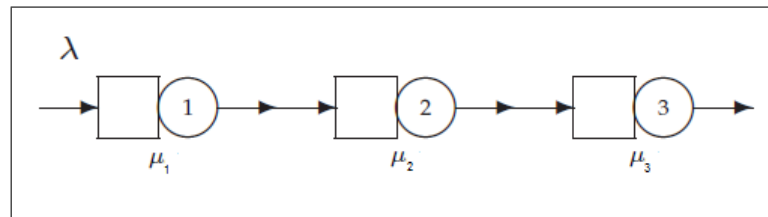


Figura 3: Série de três filas $M/M/1$.

Para as três taxas de serviço μ_1, μ_2 e μ_3 sendo maiores que a taxa de entrada λ , o tempo esperado θ para uma entidade passar pelo sistema seria a soma dos tempos esperados em cada um dos três procedimentos da série.

$$\theta = \frac{1}{\mu_1 - \lambda} + \frac{1}{\mu_2 - \lambda} + \frac{1}{\mu_3 - \lambda} \quad (6)$$

5.3 MODELO DE SIMULAÇÃO PARA UMA REDE DE FILAS $M/M/1$

Agora pode-se construir um modelo de simulação para o exemplo da figura 3, obter a estimativa do parâmetro θ através do método proposto e compará-la ao resultado analítico.

Inicialmente foi considerado então um modelo no qual usuários chegam conforme um processo de Poisson de taxa $0,25 \text{ min}^{-1}$, ou seja, chega em média 1 usuário a cada 4 minutos. Existem 3 procedimentos dispostos em série com atendimentos em tempos exponenciais. Inicialmente, foi considerado o procedimento 1 com tempo médio de serviço 1,25 minutos, ou seja, $\mu_1 = \frac{1}{1,25} = 0,8 \text{ min}^{-1}$. O procedimento 2 com tempo médio de serviço 1,33 minutos, ou seja, $\mu_2 = \frac{1}{1,33} \approx 0,752 \text{ min}^{-1}$. O

procedimento 3 com tempo médio de serviço 2 minutos, ou seja, $\mu_3 = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ min}^{-1}$.

Para este modelo inicial foi realizado um experimento de simulação com duração de 100000 minutos. Visando maior clareza sobre o funcionamento do procedimento, foi considerado apenas um subconjunto das observações da seguinte forma: Foi considerada a primeira entidade que entrou no sistema, depois a primeira entidade que entrou no sistema após o centésimo minuto, depois a primeira entidade que entrou no sistema após o ducentésimo minuto e assim sucessivamente. Os procedimentos de simulação foram executados através do software Arena.

Desta forma o conjunto de dados é composto apenas por observações de 1000 entidades passando pelo sistema, facilitando assim a compreensão do funcionamento da técnica. As figuras 4 e 5 auxiliam neste esclarecimento.

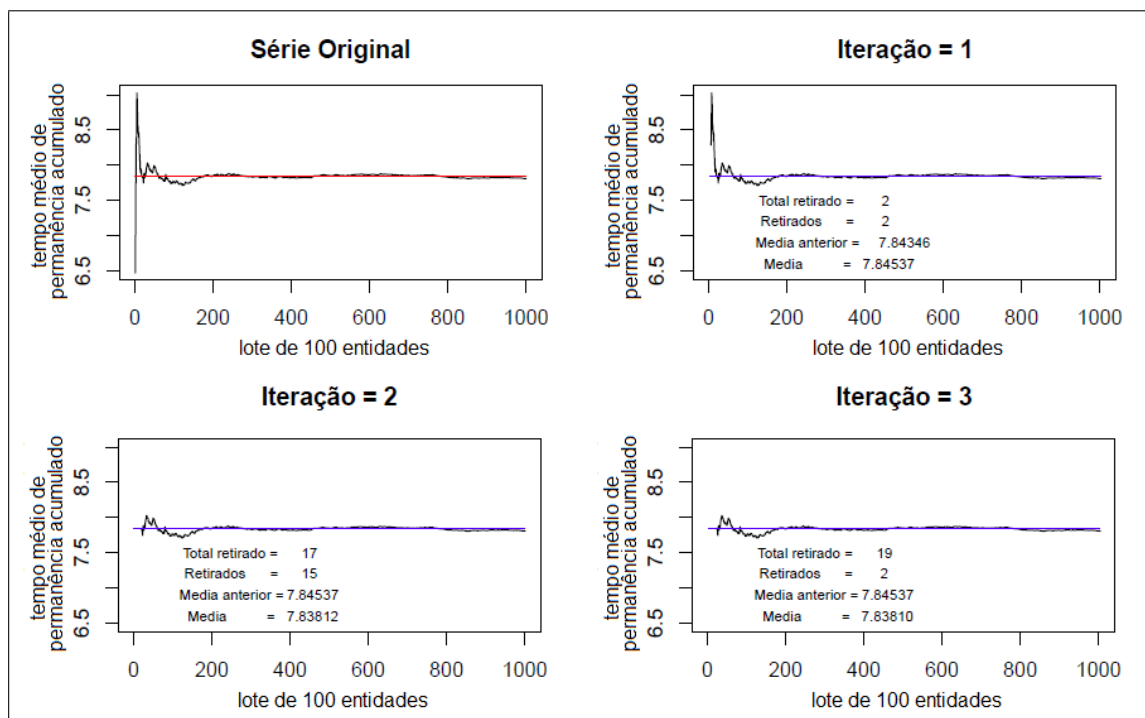


Figura 4: Primeiras iterações do método do cruzamento das médias iterado.

A Figura 4 apresenta os primeiros passos da utilização do procedimento. Inicialmente os dados completos são plotados e a média é obtida. A primeira iteração é realizada descartando dados partindo do início da série até que a média seja cruzada pela primeira vez. A iteração seguinte recalcula a média, agora do novo conjunto de dados (considerando o descarte da iteração anterior). Novamente é realizado o descarte dos dados partindo do início da série corrente até que a média corrente seja cruzada pela primeira vez.

A Figura 5 apresenta a sequência de iterações até a conclusão do método que ocorre quando se atinge pela primeira vez uma iteração que leve a descarte de apenas um valor da série corrente de dados.

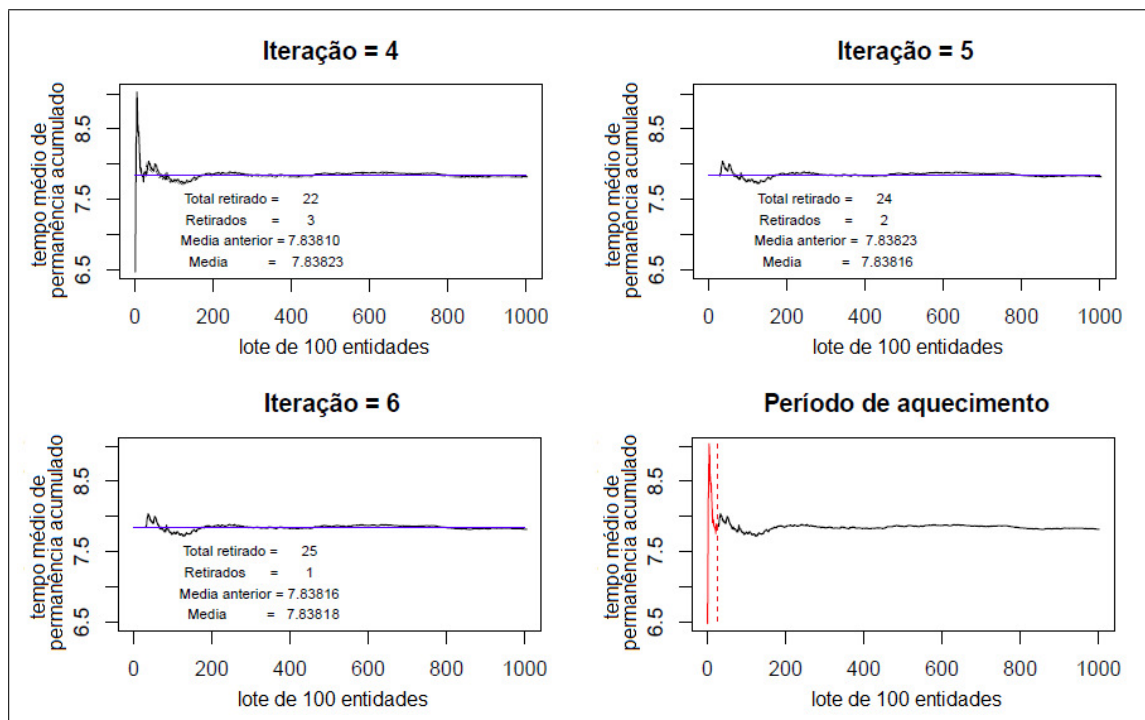


Figura 5: Sequência de iterações do método do cruzamento das médias iterado.

A Figura 5 apresenta ainda o período de aquecimento sugerido pelo método proposto (linha tracejada) e a série final de dados após o descarte dos dados.

Neste momento, com maior clareza quanto à utilização do método, foi escolhida uma estratégia de validação para o método do cruzamento iterado das médias. O procedimento de simulação anterior foi repetido, ou seja, considerando o sistema de três procedimentos em sequência com chegadas seguindo um processo de Poisson com taxa de 0,25 por minuto e 3 procedimentos dispostos em série com atendimentos com taxas $\mu_1 = 0,8 \text{ min}^{-1}$, $\mu_2 = 0,752 \text{ min}^{-1}$ e $\mu_3 = 0,5 \text{ min}^{-1}$. Esta escolha foi feita considerando a intensidade do tráfego, dada pela razão entre a taxa de entrada e a taxa de atendimento $\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)$. Nesta configuração, a intensidade máxima (taxa de congestionamento no sistema) ocorre no procedimento 3 sendo de 50%. Posteriormente as taxas de atendimento foram variadas de forma a aumentar seguidamente a taxa de congestionamento no sistema. Cada configuração foi replicada 5 vezes, cada uma delas tendo duração 100000 minutos. As configurações avaliadas estão descritas na Tabela 1, com taxas estão expressas em min^{-1}

Tabela 1: Diferentes configurações de sistemas $M/M/1$ avaliadas.

Intens.	λ	μ_1	μ_2	μ_3	Intens.	λ	μ_1	μ_2	μ_3
50%	0,250	0,800	0,752	0,500	95%	0,250	0,400	0,300	0,263
60%	0,250	0,600	0,500	0,420	96%	0,250	0,400	0,300	0,260
70%	0,250	0,600	0,500	0,360	97%	0,250	0,400	0,300	0,258
80%	0,250	0,400	0,350	0,310	98%	0,250	0,400	0,300	0,254
90%	0,250	0,500	0,400	0,280	99%	0,250	0,400	0,300	0,253

Para cada configuração avaliada foi obtido analiticamente o parâmetro de interesse, que é o tempo médio de permanência no sistema (θ). Através dos resultados dos experimentos computacionais de simulação foram obtidas estimativas. A estimativa $\hat{\theta}_{ini}$ foi obtida considerando todas as observações do experimento de simulação. A estimativa $\hat{\theta}$ foi obtida considerando o descarte de dados sugerido através do método do cruzamento iterado das médias. Foi calculado o viés absoluto (módulo da diferença entre o parâmetro e estimativa $|\hat{\theta} - \theta|$) e também o viés relativo (razão entre o viés absoluto e o parâmetro $\frac{|\hat{\theta} - \theta|}{\theta}$) considerando os dois estimadores. A Tabela 2 apresenta todos estes resultados, bem como o período de aquecimento sugerido L em minutos.

Tabela 2: Resultados de validação através de sistemas $M/M/1$.

Intens.	θ	$\hat{\theta}_{ini}$	$\hat{\theta}$	$ \hat{\theta}_{ini} - \theta $	$ \hat{\theta} - \theta $	$\frac{ \hat{\theta}_{ini} - \theta }{\theta}$	$\frac{ \hat{\theta} - \theta }{\theta}$	$L(min)$
50%	7,811	7,845	7,838	0,034	0,027	0,004	0,003	1663,996
60%	12,744	12,619	12,693	0,125	0,051	0,010	0,004	6749,687
70%	15,982	15,872	16,036	0,110	0,054	0,007	0,003	7421,855
80%	33,481	35,092	33,813	1,611	0,332	0,048	0,010	8606,151
90%	43,876	40,911	42,584	2,965	1,292	0,068	0,029	12419,104
95%	102,547	94,826	99,788	7,721	2,759	0,075	0,027	24094,022
96%	129,214	111,296	139,841	17,918	10,627	0,139	0,082	97692,417
97%	155,881	115,520	129,131	40,361	26,750	0,259	0,172	98035,006
98%	251,119	184,211	207,101	66,908	44,018	0,266	0,175	98563,388
99%	342,547	221,084	287,156	121,463	55,391	0,355	0,162	99068,761

Pode-se observar através da Tabela 2 que para os todos níveis de congestionamento avaliados, a adoção do período de aquecimento sugerido através do método do cruzamento iterado das médias levou a uma melhor estimativa em relação ao verdadeiro valor do parâmetro em estudo. Como também era esperado, a medida que o nível de congestionamento cresce, o comportamento do parâmetro tempo médio de permanência no sistema torna-se um pouco mais instável, dificultando a produção de estimativas eficientes para o tempo de simulação adotado.

Com uma observação mais cuidadosa, pode-se verificar que até o nível de congestionamento de 90% os resultados são satisfatórios, mas não mais a partir daí. Já para o nível de congestionamento de 95%, o método sugeriu um grande descarte de aproximadamente 25% da série de dados. Conforme esperado, à medida que a intensidade do tráfego aumenta o período de aquecimento sugerido pelo método tende a aumentar como pode ser verificado através dos resultados expostos.

Para valores maiores de intensidade de tráfego, os resultados já não são adequados. Isso se deve à alta taxa de congestionamento que leva a um crescimento significativo das filas, fazendo com que o sistema necessite de um tempo maior para a estabilização. Nesse caso, o sistema apresenta uma maior auto-correlação serial.

Desta forma, pode-se concluir que em 100000 minutos de simulação, ainda não ocorreu a estabilização do sistema, resultado que é confirmado tanto através da visualização da Figura 6 e também levando em consideração o fato do método do cruzamento iterado das médias ter sugerido o descarte de praticamente toda a série de dados. Este resultado vem então, para confirmar a adequabilidade da técnica proposta.

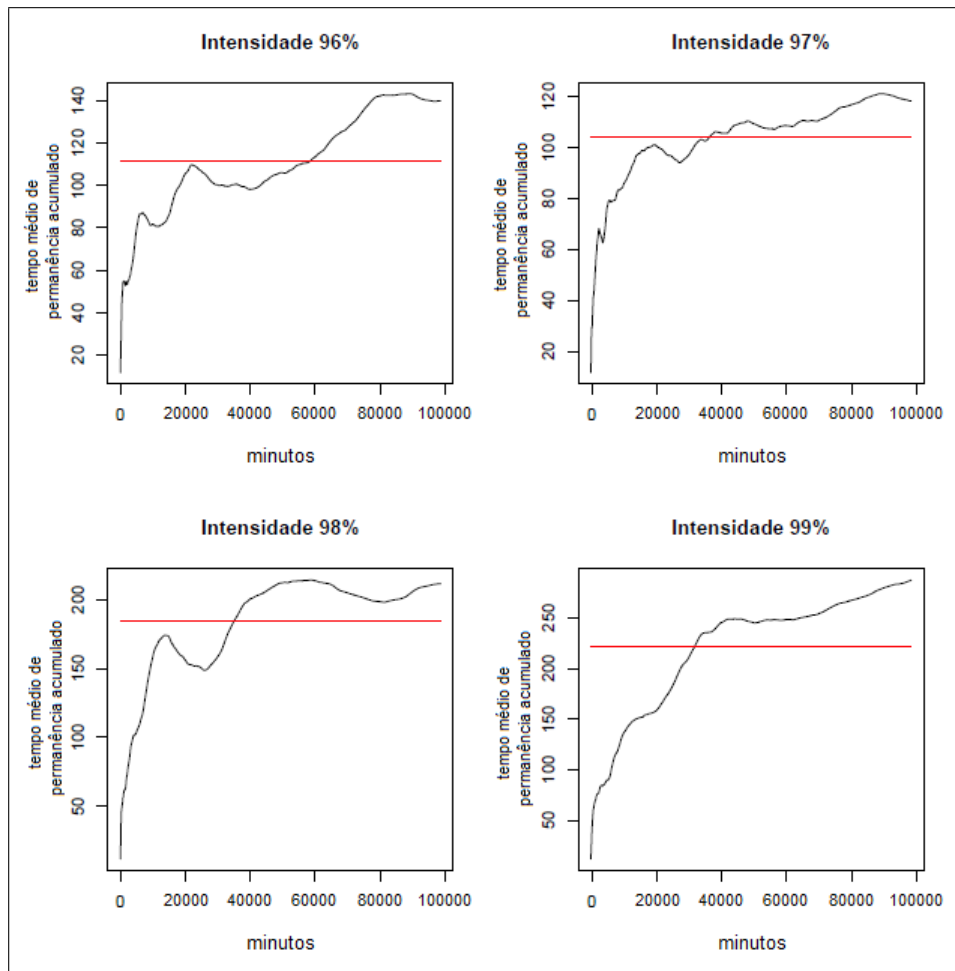


Figura 6: Séries com intensidade entre 96% e 99% para 100000 minutos.

Os casos com nível de congestionamento de 96%, 97%, 98% e 99% foram novamente executados. Nesta nova execução, foram realizadas novamente 5 replicações, entretanto, foi utilizado um tempo maior de simulação. Para a intensidade de tráfego de 96% e 97% foram 1000000 minutos de simulação em cada uma das replicações. Já para a intensidade de tráfego de 98% foram 2000000 minutos em cada uma das replicações e para a intensidade de tráfego de 99% foram 3000000 minutos em cada uma

das replicações. A Figura 7 apresenta os gráficos das novas séries de dados, na qual é possível verificar agora, os indícios de estabilização.

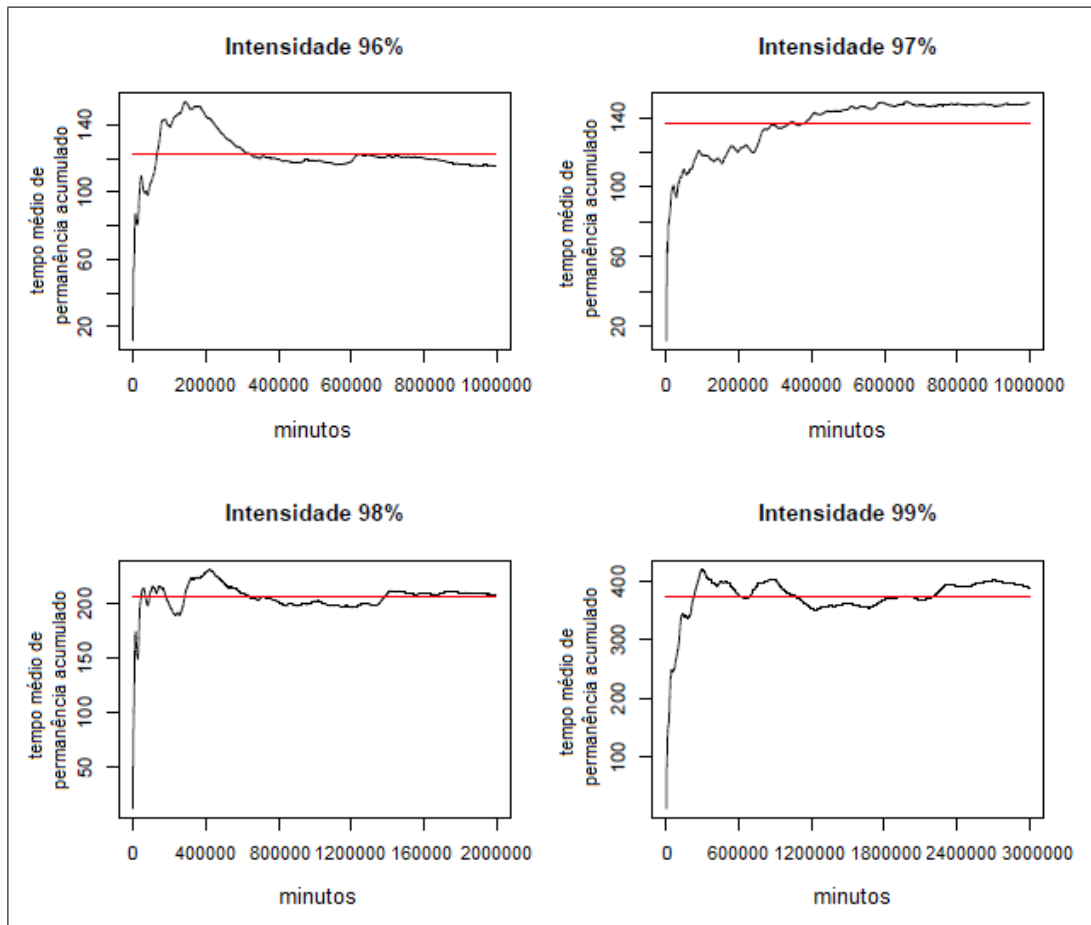


Figura 7: Séries com intensidade entre 96% e 99% para tempos maiores.

Pode-se observar através da Tabela 3 que para todos os níveis de congestionamento mais altos, o descarte de dados na nova simulação foi superior aos 100000 minutos da simulação inicial. As melhorias neste cenário não parecem significativas. Por outro lado, é razoável esperar uma dificuldade no procedimento de estimação quando analisando sistemas com intensidade de tráfego desta magnitude, isto se deve ao fato de um grande acumulo de entidades posicionadas na fila em espera por atendimento.

Tabela 3: Sistemas $M/M/1$ com alta taxa de congestionamento.

Intens.	θ	$\hat{\theta}_{ini}$	$\hat{\theta}$	$ \hat{\theta}_{ini} - \theta $	$ \hat{\theta} - \theta $	$\frac{ \hat{\theta}_{ini} - \theta }{\theta}$	$\frac{ \hat{\theta} - \theta }{\theta}$	$L(min)$
96%	129,214	121,828	120,749	7,386	8,465	0,057	0,066	407565,866
97%	155,881	136,541	147,469	19,340	8,412	0,124	0,054	579228,771
98%	251,119	206,039	219,658	45,080	31,461	0,180	0,125	1000578,082
99%	342,547	374,107	366,344	31,560	23,797	0,092	0,069	1056876,153

Como pode ser observado, após a adoção de novos valores para a quantidade de observações, a técnica proposta também mostrou-se adequada.

6 MODELO EXPERIMENTAL E MÉTRICAS COMPARATIVAS

Uma análise comparativa entre os métodos descritos no capítulo 3 para a detecção do período de aquecimento pode ser encontrada nos estudos desenvolvidos por (MAHAJAN; INGALLS, 2004), nos quais foram utilizados um modelo experimental e algumas medidas de desempenho para avaliação dos métodos. O intuito de discutir estes resultados está em avaliar a qualidade dos métodos anteriores e compará-los à nova técnica postulada neste trabalho. Este modelo experimental será utilizado como referência para a construção de um novo modelo experimental.

6.1 MODELO EXPERIMENTAL

No modelo experimental proposto por (MAHAJAN; INGALLS, 2004) os métodos foram testados em modelos simples de trabalho. São cinco procedimentos em série denominados, C_1 , C_2 , C_3 , C_4 e C_5 . Cada procedimento tem diferentes números de máquinas (recursos), porém não há uma descrição detalhada dos recursos utilizados. Existem três tipos distintos A , B e C de peças a serem produzidas. As chegadas são distribuídas conforme Poisson(λ) e os tempos de serviço para os procedimentos são exponenciais com médias $\mu_{i,j}$ em que i representa a peça e j o procedimento.

O modelo foi construído e executado através do software de simulação Arena. As peças que chegam são divididas nos três tipos, com probabilidades p_1 para tipo A , p_2 para tipo B e $1 - p_1 - p_2$ para tipo C . As peças são processadas em tempos de serviço diferentes. Após o tratamento, as peças saem do sistema.

Os métodos foram aplicados ao modelo com diferentes níveis de utilização como segue:

- Tipo I : Modelo tem um alto nível de utilização. A utilização média de todos os recursos está próxima de 90%. Se considerarmos utilizações individuais temos valores entre 80% e 95%;
- Tipo II : Modelo tem um nível moderado de utilização. A utilização média de

todos os recursos está próxima de 70%. Se considerarmos utilizações individuais temos valores entre 65% e 80%;

- Tipo III : Modelo tem um baixo nível de utilização. A utilização média de todos os recursos está próxima de 50%. Se considerarmos utilizações individuais temos valores entre 45% e 65%;

Quanto às condições de execução da simulação proposta em (MAHAJAN; INGALLS, 2004), o sistema foi iniciado vazio e ocioso. Foi considerado um tamanho inicial para cada simulação de 1000 horas. O parâmetro de interesse θ avaliado foi o número de entidades no sistema, medido ao final de cada hora de simulação. Trata-se de uma medida de desempenho escolhido de forma completamente arbitrária com intuito apenas de testar os métodos. A análise dos resultados pode revelar conclusões distintas para outras medidas a serem estudadas.

6.2 MÉTRICAS COMPARATIVAS ENTRE OS MÉTODOS

Vamos descrever inicialmente as métricas que foram adotadas no trabalho proposto por (MAHAJAN; INGALLS, 2004).

1. Erro quadrático médio (EQM)

$$EQM = \left[\mathbb{E}(\theta - \hat{\theta}) \right]^2 + var(\hat{\theta}) \quad (1)$$

em que θ é o parâmetro a ser estimado através do modelo de simulação.

Quanto a estimativa do valor θ , considerando que os modelos são executados por um tempo muito longo e que a variabilidade entre os valores θ_i obtidos a cada nova simulação, tende a ficar pequena quando se atinge o estado estacionário. É possível considerar um comprimento de período de aquecimento superestimado e considerar θ como a média dos θ_i 's descartando este período de aquecimento superestimado (por exemplo descartar a metade inicial da série de dados).

Já $\hat{\theta}$ é a estimativa obtida descartando as observações de acordo com a medida L utilizada como comprimento do período de aquecimento, para este caso tem-se $\hat{\theta} = \frac{1}{m-L} \sum_{i=L+1}^m Y_i$ em que m é a quantidade de observações na simulação completa e Y_i é a i -ésima observação da variável de interesse ao longo da simulação.

Um bom método deve apresentar baixos valores para o erro quadrático médio.

2. Variação relativa para o Erro quadrático médio $V_{\%}(EQM)$

Avaliação da variação percentual entre o Erro quadrático médio inicial (EQM_{ini}) (sem deleção de dados), e o Erro quadrático médio posterior (EQM_{pos}) (considerando a deleção de dados por período de aquecimento).

$$V_{\%}(EQM) = 100 \times \frac{(EQM_{pos} - EQM_{ini})}{EQM_{ini}} \quad (2)$$

3. Custo

O custo é calculado considerando o tempo computacional. Sendo considerada a soma do tempo computacional para a coleta de dados e o tempo computacional necessário para a execução do método de detecção do período de aquecimento.

Não é interesse deste texto, questionar as métricas propostas em (MAHAJAN; INGALLS, 2004), entretanto, adotaremos outras métricas que julgamos mais pertinentes nesta avaliação, uma das métricas já foi mencionada neste texto, o viés absoluto, a segunda métrica será a variação relativa de viés.

1. Viés absoluto

$$\text{Viés}(\theta) = |\hat{\theta} - \theta| \quad (3)$$

em que θ é o parâmetro a ser estimado através do modelo de simulação.

Quanto a estimativa do valor θ , considerando que os modelos são executados por um tempo muito longo e que a variabilidade entre os valores θ_i obtidos a cada

nova simulação, tende a ficar pequena quando se atinge o estado estacionário. É possível considerar um comprimento de período de aquecimento superestimado e considerar θ como a média dos θ_i 's descartando este período de aquecimento superestimado (por exemplo descartar a metade inicial da série de dados).

Já $\hat{\theta}$ é a estimativa obtida descartando as observações de acordo com a medida L utilizada como comprimento do período de aquecimento, para este caso tem-se $\hat{\theta} = \frac{1}{m-L} \sum_{i=L+1}^m Y_i$ em que m é a quantidade de observações na simulação completa e Y_i é a i -ésima observação da variável de interesse ao longo da simulação.

Um bom método deve apresentar baixos valores para o viés absoluto.

2. Variação relativa de Viés

A variação relativa de viés é dada por:

$$V_r(\hat{\theta}) = \frac{|\hat{\theta}_{ini} - \theta| - |\hat{\theta} - \theta|}{|\hat{\theta}_{ini} - \theta|} \quad (4)$$

6.3 PROCEDIMENTOS

No modelo experimental apresentado por (MAHAJAN; INGALLS, 2004) seis métodos foram utilizados em aplicações com níveis de utilização de acordo com os tipos I, II e III. Inicialmente todos os modelos foram executados por 1000 horas. As medidas de *EQM* para esses dados foram calculadas para θ (número de entidades no sistema).

De acordo com (MAHAJAN; INGALLS, 2004), como alguns dos métodos requerem múltiplas repetições, foram utilizadas 5 replicações independentes. Quanto aos métodos sem necessidade de múltiplas replicações, foi considerada a média dentre as 5 replicações. As medidas de *EQM* foram também calculadas para os dados considerando o descarte do período de aquecimento de cada método.

Como alguns dos métodos exigem testes de normalidade e auto-correlação, existe em alguns casos a necessidade de um número maior de simulações. O tamanho máximo necessário dentre todos os experimentos foi utilizado para reconduzir todos os experimentos novamente a fim de executar uma comparação em situação de igualdade. Cada método, em particular, depende de alguma calibração que foi mantida constante durante todo o procedimento de simulação.

Quanto ao Método Welch, três parâmetros devem ser calibrados, sendo m tamanho da simulação, n número de replicações e w tamanho da janela. Foram adotados os valores $m = 1000$, $n = 5$ e $w = 10$. O procedimento de Welch é um processo gráfico no qual o analista decide o tamanho do período de aquecimento por meio da observação de um gráfico dos valores de média contra o tempo. Portanto, dada a subjetividade envolvida neste processo, foi considerada a média dos tamanhos de 25 períodos de aquecimento fornecidos por 25 analistas distintos considerando a mesma saída de dados.

O método SPC exige que os dados sejam agrupados de forma que para as médias de grupos, se tenha normalidade e ausência de auto-correlação. Inicialmente, os grupos têm tamanho 1, posteriormente os grupos têm seu tamanho como o dobro do tamanho anterior e novamente é testada a normalidade e a ausência de auto-correlação. Este procedimento é executado visando ter grupos que preservem normalidade e ausência de auto-correlação, mas limitados por uma quantidade mínima de 20 grupos. Note que este método pode exigir um número maior de simulações para que se atinja pelo menos 20 grupos satisfazendo a hipótese de normalidade e ausência de auto-correlação. Neste experimento, quando necessário o aumento do número de simulações, foram incrementadas mais 200 horas de simulação a cada instante de necessidade de aumento até que as hipóteses fossem satisfeitas.

A Regra do cruzamento de médias exige que o analista decida o número de cruzamentos ℓ , que neste caso foi utilizado $\ell = 3$.

Quanto a Regra de erros marginais (MSER), foi utilizado especificamente o (MSER-5), ou seja com grupos de tamanho 5.

6.4 RESULTADOS COMPARATIVOS

Inicialmente, no modelo apresentado por (MAHAJAN; INGALLS, 2004), foram obtidos resultados para 1000 horas de simulação, entretanto considerando o método SPC foram necessárias mais horas de simulação. O método SPC exigiu 5200 horas de execução para ser possível sua utilização. Em virtude disso todos os experimentos foram executados novamente para 5200 horas.

Segundo (MAHAJAN; INGALLS, 2004), considerando 5200 horas de simulação, para o modelo tipo I, os métodos SPC, Welch e o teste de aleatorização apresentaram um bom desempenho. Para modelo do tipo II os métodos MSER-5 e Regra do cruzamento de médias apresentaram um bom desempenho. Nota-se que nesta situação os testes de aleatorização exigiram um tempo computacional bastante alto. Executando para os modelos do tipo III, os valores iniciais de EQM são baixos, portanto não existe grande espaço para decréscimo nestes valores. Neste caso dizemos que um método que não aumenta os valores de EQM em mais de 1% já seria bastante satisfatório. Com exceção dos métodos Welch e SPC, os outros métodos apresentam resultados satisfatórios. Entretanto, novamente o teste de aleatorização precisou de tempos computacionais excessivos para sua execução.

A análise de (MAHAJAN; INGALLS, 2004) poderia ser um pouco mais detalhada acerca dos resultados. Pode-se notar que mesmo no modelo do tipo II, os valores de EQM são muito próximos de 0 (zero). Neste caso uma pequena alteração nestes valores acarretaria em uma grande variação percentual. Considerando estes baixos valores, talvez seja possível considerar que todos os métodos são pelo menos satisfatórios para os modelos do tipo II a menos do método SPC, contradizendo as conclusões em (MAHAJAN; INGALLS, 2004). Uma análise semelhante pode ser utilizada ao se considerar os modelos do tipo III.

7 AVALIAÇÃO DOS MÉTODOS

A proposta deste trabalho é estender o estudo proposto em (MAHAJAN; INGALLS, 2004) visando avaliar a performance dos métodos em um modelo experimental distinto daquele que foi utilizado por Mahajan e Ingalls, testar outras variáveis de desempenho e também testar a acurácia da nova técnica proposta. Foi proposto um modelo denominado Modelo Base que será descrito posteriormente.

7.1 APRESENTAÇÃO DO MODELO BASE

No Modelo Base (NORATO; DUARTE, 2011) existem três tipos de peças a serem produzidas através de cinco procedimentos em série (veja figura 8), a taxa de chegada no sistema ocorre conforme distribuição Poisson com média de uma chegada a cada 4 minutos, cada procedimento tem diferentes números de recursos, conforme descrito abaixo:

- Procedimento 1: Uma máquina operando e os tempos de processamento (atendimento) para as peças tipo *A*, *B* e *C* seguem distribuição exponencial com médias: 2,3 minutos; 2,4 minutos e 2,1 minutos respectivamente;
- Procedimento 2: Duas máquinas operando e os tempos de processamento (atendimento) para as peças tipo *A*, *B* e *C* seguem distribuição exponencial com médias: 4,5 minutos; 4,4 minutos e 5 minutos respectivamente;
- Procedimento 3: Uma máquina operando e os tempos de processamento (atendimento) para as peças tipo *A*, *B* e *C* seguem distribuição exponencial com médias: 2,1 minutos; 2,3 minutos e 2,7 minutos respectivamente;
- Procedimento 4: Duas máquinas operando e os tempos de processamento (atendimento) para as peças tipo *A*, *B* e *C* seguem distribuição exponencial com médias: 4,3 minutos; 4,6 minutos e 5,1 minutos respectivamente;

- Procedimento 5: Duas máquinas operando e os tempos de processamento (atendimento) para as peças tipo A , B e C seguem distribuição exponencial com médias: 4,4 minutos; 4,6 minutos e 4,9 minutos respectivamente.

Dentre as peças produzidas, as probabilidades de produzir peças dos tipos A , B e C são respectivamente 0,5; 0,3 e 0,2.

Tabela 4: Média dos tempos de atendimento (minutos)

Estação de atendimento	Peça A	Peça B	Peça C
I	2,3	2,4	2,1
II	4,5	4,4	5,0
III	2,1	2,3	2,7
IV	4,3	4,6	5,1
V	4,4	4,6	4,9

Este modelo foi construído e executado através do *software* de simulação Arena. As simulações foram executadas de acordo com as seguintes condições, o sistema foi iniciado vazio e ocioso, considerando um tamanho inicial para cada simulação de 5000 horas. Neste estudo, o parâmetro de interesse avaliado foi o tempo médio de permanência das entidades no sistema. A escolha do parâmetro ocorreu de forma arbitrária. Optou-se por um parâmetro diferente do utilizado por (MAHAJAN; INGALLS, 2004) com o intuito de realizar outros tipos de testes para os métodos de detecção do período de aquecimento.

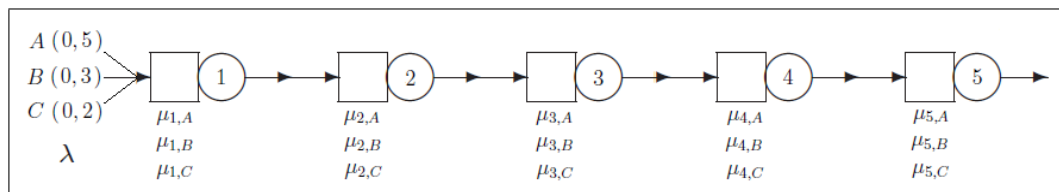


Figura 8: Modelo Base.

A análise experimental dos métodos está sendo aplicada a este modelo com três diferentes níveis de utilização do sistema. Os níveis de utilização são classificados em alta, média e baixa utilização, com base nos níveis de utilização Tipo I, Tipo II e Tipo III determinados em (MAHAJAN; INGALLS, 2004). Para caracterizar os níveis de

utilização, construiu-se um modelo para o qual o sistema estivesse funcionando sob o nível de utilização alta, onde a utilização média de todos os recursos do sistema está em aproximadamente 91%. O fator crítico para a construção do modelo com estas características consiste em buscar o equilíbrio no tempo médio de espera das entidades no sistema, sem que em algum dos procedimentos em série ocorra um acúmulo de entidades que torne inviável o funcionamento do sistema. De posse desta formatação, os níveis médio e baixo de utilização são obtidos através de recalibragem dos parâmetros iniciais.

7.2 AVALIAÇÕES NUMÉRICAS

Os cinco métodos descritos e o novo método proposto foram avaliados através de execuções do modelo experimental descrito anteriormente. Como já mencionado, as métricas utilizadas são o viés absoluto e a variação relativa de viés. Obviamente, o valor θ é desconhecido. Para o cálculo das métricas de avaliação, utiliza-se uma estimativa deste parâmetro, considerando um período de aquecimento que descarta a metade inicial da série, ou seja, uma escolha completamente conservadora para que a análise comparativa fosse justa e adequada. Já os valores $\hat{\theta}$ são obtidos considerando a média das realizações descartando o período de aquecimento sugerido por cada um dos métodos.

Vale ressaltar que em situações nas quais o viés relativo apresenta valores próximos de zero, a comparação através desta métrica poderia não ser suficientemente conclusiva. Portanto, utiliza-se uma segunda métrica, a variação relativa de viés.

São executadas 30 replicações, cada uma com 5000 horas de simulação para cada nível de utilização do Modelo Base. O parâmetro θ avaliado é o tempo médio de permanência das entidades no sistema. A avaliação é conduzida considerando os diferentes tipos de utilização para o Modelo Base e também as diferentes técnicas para detecção do comprimento do período de aquecimento que foram implementadas

através do *software* estatístico R versão 2.13. Denota-se por L o período de aquecimento detectado por cada uma das técnicas em estudo. Nos resultados que estão apresentados L está representado em horas.

7.2.1 Modelo Base com alto nível de utilização

Considerando o Modelo Base Tipo I, com alto nível de utilização do sistema a ser simulado, e avaliando todas as observações da simulação obteve-se uma estimativa inicial para o parâmetro em avaliação dada por $\hat{\theta}_{ini} = 134,781 \text{ min}$. Quando considerando o descarte da primeira metade da série obteve-se $\theta = 135,048 \text{ min}$. Nestas condições o viés absoluto associado à $\hat{\theta}_{ini}$ foi $|\hat{\theta}_{ini} - \theta| = 0,267$.

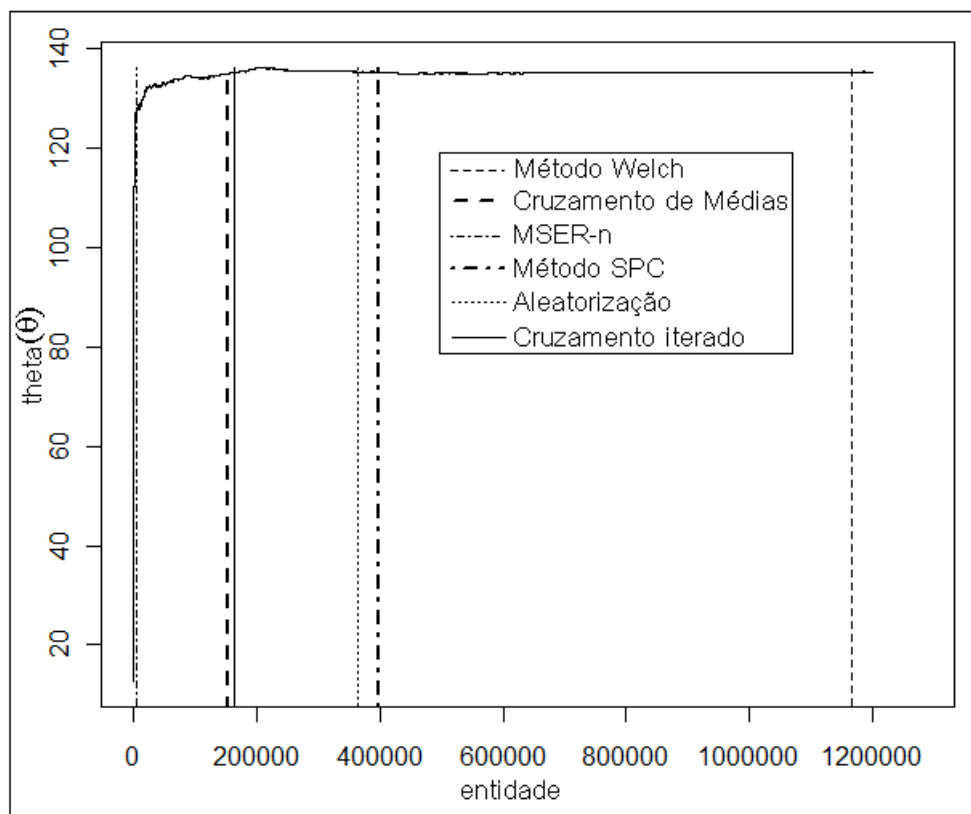


Figura 9: Períodos de aquecimento para o Modelo Base Tipo I.

A Figura 9 apresenta os diferentes períodos de aquecimento obtidos através de cada um dos métodos em avaliação. A Tabela 5 apresenta os resultados para estas medidas e as métricas de avaliação.

Tabela 5: Resultados avaliativos para o Modelo Base Tipo I.

Método	L estimado	$\hat{\theta}$	Viés($\hat{\theta}$)	$V_r(\hat{\theta})$
Welch	4656,70	135,181	0,134	0,498
SPC	1631,09	135,009	0,038	0,858
Aleatorização	1492,01	135,016	0,031	0,884
Cruzamento	630,58	135,111	0,064	0,760
MSER-n	20,47	134,870	0,177	0,337
Cruzamento iterado	665,99	135,113	0,066	0,753

Observa-se que os melhores resultados foram obtidos através do Método SPC e do Método de Aleatorização. Entretanto, estes métodos propõem o descarte de uma quantidade de dados muito grande se comparada a alguns dos outros. No caso do SPC, isto decorre da necessidade de se obter grupos que atendam os requisitos de normalidade e ausência de correlação.

No caso específico desta simulação, para que tais requisitos fossem satisfeitos foram necessários grupos muito extensos. Portanto, a exclusão de pequena quantidade de grupos pode levar a exclusão de um volume excessivo de dados.

É fácil ver que se a quantidade de dados descartada for muito grande as estimativas produzidas tendem a ser muito próximas do valor θ , que considera apenas a segunda metade da série. Por outro lado, se for possível produzir estimativas satisfatórias para θ com um volume significativamente menor de dados descartados, o tamanho total da simulação poderia ser bastante inferior. Desta forma, não se pode considerar a solução proposta através do método SPC como adequada.

O gráfico apresentado na Figura 9 ilustra os fatos discutidos. A regra dos erros marginais MSER-n e o Método de Welch apresentam os piores resultados. A regra do cruzamento de médias e a nova metodologia apresentam resultados bastante semelhantes. Dentre as métricas utilizadas para a avaliação seria difícil escolher uma das técnicas. No entanto, ao considerar o fato da regra do cruzamento de médias exigir a calibração do parâmetro associado a quantos cruzamentos devem ser obtidos até que se entenda por completo o período de aquecimento em contrapartida da regra

do cruzamento das médias iterado ser livre da calibração deste parâmetro, a opção adequada seria a escolha da nova metodologia proposta.

7.2.2 Modelo Base com moderado nível de utilização

Considerando o Modelo Base Tipo II, com o nível moderado de utilização e levando em conta todas as observações da simulação em estudo, obteve-se uma estimativa $\hat{\theta}_{ini} = 37,07618 \text{ min}$. Quando considerado o descarte da primeira metade da série tem-se $\theta = 37,07334 \text{ min}$. Nestas condições o viés absoluto associado à $\hat{\theta}_{ini}$ foi $|\hat{\theta}_{ini} - \theta| = 0,00284$.

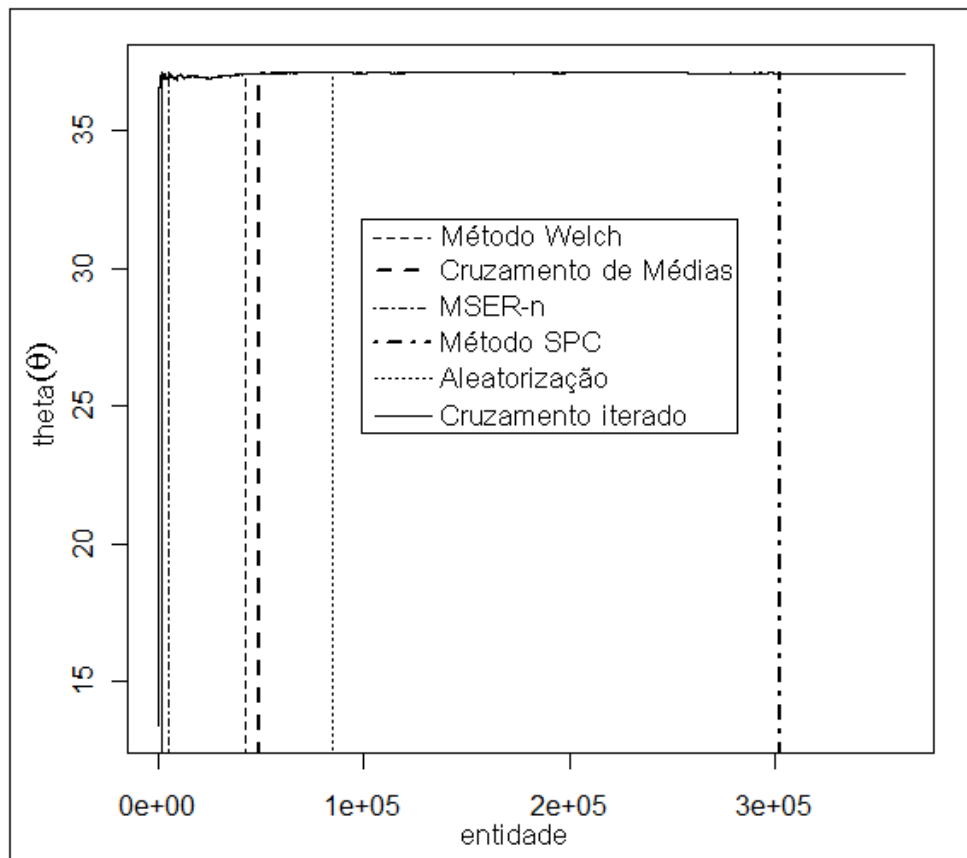


Figura 10: Períodos de aquecimento para o Modelo Base Tipo II.

A Figura 10 apresenta os diferentes períodos de aquecimento obtidos através dos métodos em avaliação. Observe ainda que não é apresentada a série completa de dados, mas apenas a série até valores próximos do maior valor L verificado entre os métodos testados. A Tabela 6 apresenta os resultados para estas medidas e as

métricas de avaliação.

Tabela 6: Resultados avaliativos para o Modelo Base Tipo II.

Método	L estimado	$\hat{\theta}$	Viés($\hat{\theta}$)	$V_r(\hat{\theta})$
Welch	125,84	37,08409	0,01075	-2,785
SPC	894,01	37,07547	0,00213	0,250
Aleatorização	250,58	37,08309	0,00975	-2,433
Cruzamento	145,87	37,08427	0,01093	-2,849
MSER-n	24,80	37,07906	0,00572	-1,014
Cruzamento iterado	15,62	37,07860	0,00526	-0,852

Novamente o método SPC apresenta o melhor resultado obtido através de um descarte excessivo de dados, o que pode ser ilustrado através do gráfico da Figura 10. Pode-se observar que considerando Método de Welch, Método da Aleatorização e da Regra do cruzamento das médias, temos os piores resultados e com um descarte de uma quantidade de dados grande se comparada aos demais. O volume de dados descartados é pelo menos 10 vezes maior que através da nova metodologia proposta.

Por outro lado mesmo com este volume bem inferior de dados descartados a técnica do cruzamento das médias iterado fornece resultados bastante adequados. A regra dos erros marginais MSER-n apresenta resultados similares aos da nova metodologia, entretanto para obter estes resultados foi necessário um descarte de 2,5 vezes mais dados que na nova metodologia proposta. Novamente deve-se frisar que boas estimativas com um pequeno comprimento de período de aquecimento levam a um custo computacional menor para a execução de todo o procedimento.

7.2.3 Modelo Base com baixo nível de utilização

Considerando o Modelo Base Tipo III, com baixo nível de utilização do sistema a ser simulado e considerando todas as observações da simulação obteve-se uma estimativa inicial para o parâmetro em avaliação dada por $\hat{\theta}_{ini} = 28,26932 \text{ min}$. Quando considerando o descarte da primeira metade da série obteve-se $\theta = 28,27379 \text{ min}$. Nestas condições o viés absoluto associado à $\hat{\theta}_{ini}$ foi $|\hat{\theta}_{ini} - \theta| = 0,00447$.

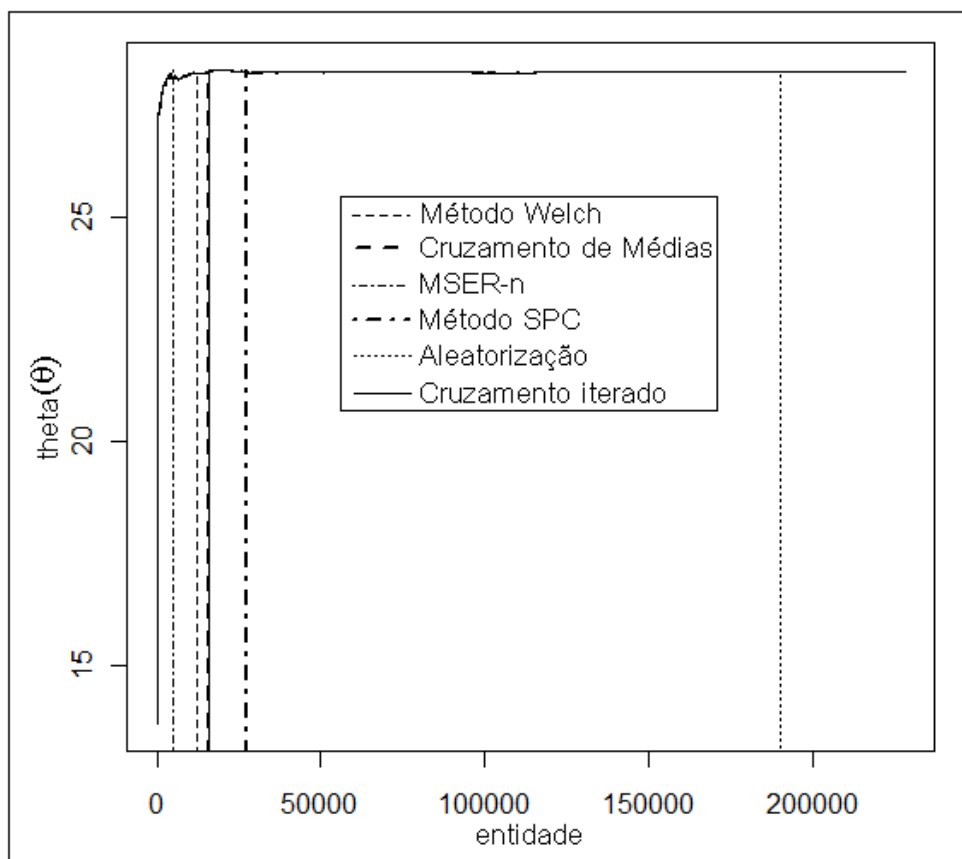


Figura 11: Períodos de aquecimento para o Modelo Base Tipo III.

A Figura 11 apresenta os diferentes períodos de aquecimento obtidos através de cada um dos métodos em avaliação. Novamente não é apresentada a série completa de dados, mas apenas a série até valores próximos do maior valor L verificado entre os métodos testados. A Tabela 7 apresenta os resultados para estas medidas e as métricas de avaliação.

Tabela 7: Resultados avaliativos para o Modelo Base Tipo III.

Método	L estimado	$\hat{\theta}$	Viés($\hat{\theta}$)	$V_r(\hat{\theta})$
Welch	14,13	28,27354	0,00025	0,944
SPC	31,89	28,27323	0,00056	0,875
Aleatorização	223,17	28,27549	0,00170	0,620
Cruzamento	18,76	28,27370	0,00009	0,980
MSER-n	5,80	28,27256	0,00123	0,725
Cruzamento iterado	18,81	28,27370	0,00009	0,980

Os melhores resultados foram obtidos pelo método do Cruzamento das mé-

dias e a nova metodologia, vale ressaltar que os dois métodos forneceram soluções praticamente idênticas. Pode-se salientar que todos os resultados obtidos neste cenário podem ser considerados como satisfatórios.

8 CONCLUSÕES

Foi realizada uma revisão bibliográfica acerca dos métodos de detecção do período adequado para o aquecimento de modelos de simulação e foi proposta uma nova técnica para seleção deste período.

Uma estratégia de avaliação, utilizando modelos experimentais com diferentes graus de complexidade e diferentes níveis de congestionamento, foi implementada para testar os diversos métodos em estudo. Foi escolhida, de forma arbitrária, uma medida de desempenho associada aos sistemas em estudo e foram utilizadas métricas que permitiram classificar os métodos analisados.

Conforme verificado na literatura, dentre os métodos revisados, cinco deles são de grande utilização. Entretanto, vale ressaltar que não se busca concluir por um método de senso comum acima de quaisquer outros. Pode-se afirmar, no entanto, que o método aqui proposto apresentou bons resultados para os sistemas avaliados. É possível, ainda, notar que a influência do analista na calibração de alguns parâmetros iniciais, associados à utilização do método de detecção para o período de aquecimento, tende a afetar sobremaneira a qualidade dos resultados de estimativas para os parâmetros de interesse. Além disso, alguns métodos, como SPC, parecem ser mais conservadores que outros e propõem um grande descarte de dados, para garantir a correta estimação do período de aquecimento. Este é o motivo preponderante para a busca de uma técnica livre da calibração de parâmetros pelo analista.

Um primeiro modelo, de filas M/M/1, foi utilizado para testar a técnica proposta. Esta escolha foi feita considerando a possibilidade de cálculo analítico para o valor da medida de desempenho de interesse associada ao modelo. Foi realizado um estudo para diferentes níveis de congestionamento. Assim, foi possível verificar a adequabilidade da técnica proposta.

Quando considerados os diferentes níveis de congestionamento avaliados, em uma análise prévia, seria razoável esperar que à medida que a intensidade de tráfego

aumenta, o comprimento L para o período de aquecimento também aumentasse. No entanto, não se pode considerar que o valor L tenha que ser “estritamente” maior para um nível de congestionamento maior. O que na verdade pode ser observado é que para uma maior intensidade de tráfego, o valor L seria superior a menos de possíveis flutuações estocásticas. É fácil notar que estas possíveis flutuações são decorrentes da própria estocasticidade inerente ao modelo de simulação para o sistema de filas. Neste estudo, as simulações dos modelos de filas $M/M/1$ não apresentaram este tipo de flutuação.

O segundo modelo avaliado é composto por filas do tipo $M/M/c$, com diferentes valores c para cada um dos procedimentos dispostos em série. Existem ainda diferentes graus de utilização para os recursos disponíveis. Trata-se de um modelo mais complexo que o primeiro e, por esta razão, foi o modelo utilizado para a comparação entre os métodos existentes e a técnica proposta. Os resultados individuais de cada método e também os comparativos entre as diversas técnicas foram avaliados. Estes resultados mostram que a técnica proposta apresenta bons resultados para a estimação do período de aquecimento.

Quanto à evolução do comprimento do período de aquecimento detectado, através dos métodos para sistemas de filas $M/M/c$, comparados com o crescimento do grau de utilização dos recursos disponíveis, pode-se afirmar que as possíveis flutuações estocásticas mencionadas no caso de filas $M/M/1$ também são possíveis nos modelos de filas $M/M/c$. Algumas flutuações foram verificadas em parte dos resultados obtidos neste trabalho. Parece haver uma pequena flutuação nos resultados para nível moderado de utilização dos recursos (Tipo II). Isto é verificado tanto para o método MSER-n como para nova proposta de Cruzamento Iterado das Médias. Para o método MSER-n, observa-se um comprimento ligeiramente superior para o período de aquecimento detectado para o nível moderado de utilização quando comparado ao nível alto de utilização. Da mesma forma, o método proposto estima um comprimento para o período de aquecimento para o nível moderado de utilização um pouco inferior

ao estimado para o nível baixo de utilização. Por outro lado, dada a sutileza verificada para estas diferenças, é bastante razoável acreditar que sejam apenas frutos de flutuação estocástica, estas flutuações atuam de forma associada às peculiaridades do próprio método em discussão.

Uma proposta de continuidade lógica desse trabalho seria um estudo com a estimação de outras medidas de desempenho e também a postulação de modelos experimentais mais complexos. Acredita-se que exista uma ligação entre a complexidade do modelo, a taxa de congestionamento e a adequação da técnica para detecção do período de aquecimento. Esta ligação, somente pode ser avaliada através da execução de novos experimentos com outros modelos. Entretanto, estes resultados são propostas futuras e não fazem parte do escopo deste trabalho.

Ao considerar os modelos experimentais usados neste trabalho, pode-se concluir que a técnica proposta mostrou-se adequada para a seleção do período de aquecimento de modelos de simulação não terminais.

REFERÊNCIAS

- ANDERSON, T. W.; DARLING, D. A. A test of goodness of fit. *Journal of the American Statistical Association*, v. 49, p. 765–769, 1954.
- BANKS, J. et al. *Discrete-Event System Simulation, third ed.* Upper Saddle River - NJ: Prentice-Hall, 2001.
- CONWAY, R. W. Some tactical problems in digital simulation. *Management Science*, v. 10:1, p. 47–61, 1963.
- FISHMAN, G. S. Estimating sample size in computing simulation experiments. *Management Science*, v. 18:1, p. 21–38, 1971.
- FISHMAN, G. S. *Concepts and Methods in discrete Event Digital Simulation.* New York: John Wiley and Sons, 1973.
- GAFARIAN, A. V.; ANCKER, C. J.; MORISAKU, T. Evaluation of commonly used rules for detecting steady-state in computer simulation. *Naval Research Logistics Quarterly*, v. 25, p. 511–529, 1978.
- GOLDSMAN, D.; SCHRUBEN, L. W.; SWAIN, J. J. Tests for transient means in simulated time series. *Naval Research Logistics Quarterly*, v. 41, p. 171–187, 1994.
- GORDON, G. *System Simulation.* Englewood Cliffs - NJ: Prentice-Hall, 1969.
- HOAD, K.; ROBINSON, S.; DAVIES, R. Automating warm-up length estimation. *Journal of the Operational Research Society*, v. 61, p. 1389–1403, 2010.
- JACKWAY, P. T.; DESILVA, B. M. A methodology for initialization bias reduction in computer simulation output. *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, v. 9, p. 87–100, 1992.
- KELTON, W. D.; LAW, A. M. A new approach for dealing with the startup problem in discrete event simulation. *Naval Research Logistics Quarterly*, v. 30, p. 641–658, 1983.
- KENDALL, D. G. Stochastic processes occurring in the theory of queues and their analysis by the method of imbedded markov chains. *Annals Mathematical Statistics*, v. 24, p. 338–354, 1953.
- MAHAJAN, P. S.; INGALLS, R. G. Evaluation of methods used to detect warm-up period in steady state simulation. In: INGALLS, R. G. et al. (Ed.). *Proceedings of the 2004 Winter Simulation Conference.* Los Alamitos - CA: IEEE Computer Society, 2004. p. 663–671.
- NELSON, B. L. Statistical analysis of simulation results. In: SALVENDY, G. (Ed.). *Handbook of Industrial Engineering.* third. New York: John Wiley and Sons, 2001. p. Chapter 94.

- NEUMANN, J. V. Distribution of the ratio of the mean square successive difference and the variance. *Annals of Mathematical Statistics*, v. 12, p. 367–395, 1941.
- NORATO, H. M. G.; DUARTE, A. R. Uma proposta para a detecção do adequado período de aquecimento em modelos de simulação. *GEPROS/Gestão da Produção, Operações e Sistemas*, v. 6:4, p. 11–26, 2011.
- PAWLIKOWSKI, K. A survey of problems and solutions. *Computing Surveys*, v. 22:2, p. 123–170, 1990.
- ROBINSON, S. A statistical process control approach for estimating the warm-up period. In: YÜCESAN, E. et al. (Ed.). *Proceedings of the 2002 Winter Simulation Conference*. San Diego - CA: IEEE Computer Society, 2002. p. 439–446.
- ROBINSON, S. *Simulation: The Practice of Model Development and Use*. Chichester - UK: John Wiley and Sons, 2004.
- SCHRUBEN, L. W. Detecting initialization bias in simulation output. *Operations Research*, v. 30:3, p. 569–590, 1982.
- SCHRUBEN, L. W.; SINGH, H.; TIERNEY, L. Optimal tests for initialization bias in simulation output. *Operations Research*, v. 31:6, p. 1167–1178, 1983.
- SPRATT, S. C. *Heuristic for startup problem*, Master thesis, Department of Systems Engineering, University of Virginia, 1998.
- VASSILACOPOULOS, G. Testing for initialization bias in simulation output. *Simulation*, v. 52:4, p. 151–153, 1989.
- WELCH, P. The statistical analysis of simulation results. In: S, L. (Ed.). *The computer modeling handbook*. New York: Academic Press, 1983. p. 268–328.
- WHITE, K. P. An effective truncation heuristic for bias reduction in simulation output. *Simulation*, v. 69:6, p. 323–334, 1997.
- WHITE, K. P.; COBB, M. J.; SPRATT, S. C. A comparison of five steady-state truncation heuristics for simulation. In: JOINES, J. A. et al. (Ed.). *Proceedings of the 2000 Winter Simulation Conference*. Piscataway - NJ: IEEE Computer Society, 2000. p. 755–760.
- WHITE, K. P.; ROBINSON, S. The problem of the initial transient (again), or why MSER works. *Journal of Simulation*, v. 4, p. 268–272, 2010.
- YÜCESAN, E. Randomization testes for initialization bias in simulation output. *Naval Research Logistics Quarterly*, v. 40, p. 643–663, 1993.