

Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG

Escola de Engenharia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Dissertação de Mestrado

Predição de cobertura radioelétrica em terrenos  
irregulares iluminados por fonte de onda esférica:  
uma abordagem via equações integrais e CBFM

Dissertação submetida à banca examinadora designada pelo Programa de Pós-Graduação de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Marcos Pacheco

Orientador: Cássio Gonçalves do Rego

Belo Horizonte, Outubro 2011

## **Agradecimentos**

Gostaria de agradecer a todos que direta ou indiretamente contribuíram para este trabalho:

- Ao meu orientador Prof. Cássio Gonçalves do Rego, pelo suporte técnico e redirecionamentos que foram necessários durante todo o tempo de elaboração desta dissertação. Agradeço-o ainda pela confiança, pronta disponibilidade e paciência em me atender sempre que o procurei pessoalmente.
- Aos professores Fernando J. S. Moreira, Elson J. da Silva e Eduardo Mazoni A. M. Mendes pelos ensinamentos fundamentais para a minha formação.
- Ao professor Silvério Visacro Filho e à professora Maria Helena Murta Vale por me incentivarem a fazer o Mestrado.
- À minha esposa Flaviana e aos meus filhos Felipe e Arthur, por aceitarem o tempo que tive que me ausentar de suas preciosas companhias.
- Aos colegas William, Ramon, Arnaldo, João Renato e Williams pelo ambiente saudável e construtivo que convivemos, trocando experiências e agregando conhecimentos.

## Resumo

Este trabalho trata da predição da propagação de campos eletromagnéticos sobre terrenos irregulares para a faixa de VHF-UHF (30 MHz a 3 GHz), necessária no planejamento de redes de comunicações sem fio. O espalhamento reverso (*backscattering*) é considerado para se alcançar resultados mais precisos. O terreno é modelado como sendo um condutor elétrico imperfeito com altura supostamente invariante na direção perpendicular ao longo do plano de incidência, e a antena transmissora é assumida como uma fonte pontual de onda esférica. Para a determinação dos campos espalhados utiliza-se a equação integral do campo magnético (MFIE) resolvida através da aplicação do Método dos Momentos (MoM). A formulação utilizada para gerar a matriz MoM é válida para terrenos com perfis suaves e observador em campo distante. O CBFM – *Characteristic Basis Function Method*, baseado em macro funções de base é empregado para resolver o sistema linear cheio gerado pelo Método dos Momentos e, por considerar a interação mútua entre todos os segmentos, pode ser usado também em terrenos rugosos. Casos teóricos e práticos são analisados e para as regiões com presença de área de sombra acentuada os parâmetros do CBFM são escolhidos de forma a permitir a convergência para uma solução mais precisa.

O método que considera apenas o espalhamento direto (onde se despreza os elementos acima da diagonal da matriz MoM) é comparado com o CBFM e as diferenças de tempo de CPU e de precisão dos resultados são apresentadas.

O uso de equações integrais em problemas de espalhamento eletromagnético sobre terrenos eletricamente grandes demanda um custo computacional elevado (tempo de CPU e disponibilidade de memória). Visando agilizar os cálculos e tornar o modelo mais prático, a técnica de aceleração chamada extrapolação de fase é implementada, produzindo uma considerável redução nos custos computacionais.

## **Abstract**

This work deals with the propagation prediction of electromagnetic fields over irregular terrains in the VHF-UHF bands (30 MHz to 3 GHz) that is necessary in wireless network planning. The backscattering is considered in order to achieve more precise results. The terrain is modeled as an imperfect electrical conductor with a suppose invariant height at the perpendicular direction along the incident plane, and the transmitter antenna is assumed as a punctual source of spherical wave. The scattering fields are determined by solving the Magnetic Field Integral Equation (MFIE) using the Method of Moments. The formulation used to generate the MoM matrix is valid for terrains with smooth profile and far fields. The CBFM – Characteristic Basis Function Method based on macro basis functions is employed to solve the complete linear system arising from the Method of Moments and, as it considers mutual interactions among all segments it can also be used in rough terrains. Theoretical and real situations are analyzed and at regions with significant shadow area the CBFM parameters are chosen with the aim to achieve a more accurate solution.

The method that considers only the direct scattering (where the elements above the diagonal of the MoM matrix are neglected) is compared with the CBFM and the differences in CPU time and accuracy of the results are showed.

The use of integral equations in scattering problems over electrically large terrains demands a high computational cost (CPU time and memory requirement). In order to speed up the calculations and to render the model more practical, the acceleration technique called phase extrapolation is implemented and tested, generating a considerable reduction in computational costs.

## Sumário

<b>1. Capítulo 1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1.	Motivação do trabalho	1
1.2.	Revisão Bibliográfica	2
1.3.	Estrutura da Dissertação	5
<b>2. Capítulo 2</b>	<b>Equação integral do campo magnético</b>	<b>6</b>
2.1.	Aplicação da equação integral MFIE	6
2.2.	Método dos Momentos (MoM)	12
2.3.	Cálculo do campo elétrico total e atenuação ( <i>path loss</i> )	17
2.4.	Conclusões parciais	19
<b>3. Capítulo 3</b>	<b>Método CBFM</b>	<b>20</b>
3.1.	Visão geral	20
3.2.	Número de segmentos e número de blocos	21
3.3.	Definições e notações	22
3.4.	Cálculo das PBFs	28
3.5.	Cálculo das SBFs	29
3.6.	Exemplos de PBFs e SBFs	30
3.7.	Coefficientes da combinação linear	35
3.8.	Vetor das correntes equivalentes	38

3.9.	<b>CBFM com mais blocos vizinhos.....</b>	<b>40</b>
3.10.	<b>Conclusões parciais .....</b>	<b>41</b>
4.	<b>Capítulo 4 Resultados Numéricos .....</b>	<b>42</b>
4.1.	<b>Condições dos testes .....</b>	<b>42</b>
4.2.	<b>Terra Plana .....</b>	<b>44</b>
4.3.	<b>Plano-aclive .....</b>	<b>46</b>
4.4.	<b>Cunha 200 m .....</b>	<b>48</b>
4.5.	<b>Morro Alto.....</b>	<b>50</b>
4.6.	<b>Terreno Hadsund.....</b>	<b>52</b>
4.7.	<b>Terreno Downhill.....</b>	<b>54</b>
4.8.	<b>Terreno Steepslope .....</b>	<b>57</b>
4.9.	<b>Análise dos resultados .....</b>	<b>59</b>
4.10.	<b>Solução matriz triangular x CBFM .....</b>	<b>71</b>
5.	<b>Capítulo 5 CBFM com extrapolação de fase.....</b>	<b>74</b>
5.1.	<b>Formulação da técnica .....</b>	<b>74</b>
5.2.	<b>Resultados numéricos.....</b>	<b>76</b>
5.3.	<b>Ordem dos tempos de processamento.....</b>	<b>80</b>
5.3.1.	<b>Ordem de tempo na geração das PBFs.....</b>	<b>80</b>

5.3.2. Ordem de tempo na geração das SBFs .....	80
5.3.3. Ordem de tempo na geração dos vetores $u(i,k)$ .....	80
5.3.4. Ordem de tempo na geração dos produtos internos (matriz reduzida) .....	81
5.3.5. Ordem de grandeza do tempo total .....	81
6. Capítulo 6 Conclusões finais.....	82
6.1. Propostas de Continuidade .....	83
Apêndice A .....	84
Apêndice B .....	86
Referências Bibliográficas .....	87

## Listas de Figuras

Figura 2.1: Geometria do problema.....	7
Figura 2.2: Geometria do problema com o observador na superfície .....	9
Figura 2.3: Definição de vetores para o Método dos Momentos .....	13
Figura 2.4: Nova definição da geometria com o receptor fora da superfície .....	18
Figura 3.1: Terreno com $N = 20$ segmentos distribuídos em $M = 4$ blocos com $N_i = 5$ segmentos/bloco. ....	21
Figura 3.2: Geração dos elementos das macro funções de base. Terreno com 20 segmentos distribuídos em 4 blocos com 5 segmentos cada.....	23
Figura 3.3: Blocos $i$ estendidos sobre segmentos dos blocos adjacentes $k$ .....	25
Figura 3.4: Matrizes de impedâncias entre os blocos $i$ estendidos e blocos $k$ truncados. Impedância entre elementos do mesmo bloco (preto), impedância com bloco adjacente esquerdo (vermelho), impedância com bloco adjacente direito (verde) e impedância com bloco não adjacente (azul) .....	26
Figura 3.5: Módulo das macro funções PBFs, SBFs da esquerda e da direita dos 6 blocos no terreno Plano-ativo em 144 MHz.....	31
Figura 3.6: Módulo das correntes equivalentes via matriz cheia e via CBFM no terreno Plano-ativo em 144MHz. ....	31
Figura 3.7: Fase das correntes equivalentes via matriz cheia e via CBFM no terreno Plano-ativo em 144MHz.....	32
Figura 3.8: Módulo das funções de base PBFs, SBFs à esquerda e à direita dos 9 blocos no terreno Morro Alto em 144 MHz. ....	33
Figura 3.9: Módulo das correntes equivalentes via matriz cheia e via CBFM no terreno Morro Alto em 144MHz.....	34

Figura 3.10: Fase das correntes equivalentes via matriz cheia e via CBFM no terreno Morro Alto em 144MHz.....	34
Figura 4.1: Atenuação sobre terra plana 144 MHz, $N = 10.000$ em 10 blocos de 1.000 segmentos, tempo CBFM = 94s, erro = 0,51% .....	45
Figura 4.2: Atenuação sobre terra plana 970 MHz, $N = 65.000$ em 65 blocos de 1.000 segmentos, tempo CBFM = 1.845s, erro = 0,30% .....	45
Figura 4.3: Atenuação sobre plano-ativo 144 MHz, $N = 3.000$ em 6 blocos de 500 segmentos, tempo CBFM = 9s, tempo m. cheia=50s, erro = 0,36%.....	47
Figura 4.4: Atenuação sobre plano-ativo 435MHz, $N = 9.500$ em 19 blocos de 500 segmentos, tempo CBFM = 52s, tempo m. cheia=1.360s, erro = 0,37%.....	47
Figura 4.5: Atenuação sobre cunha 144 MHz, $N = 4.000$ segmentos em 8 blocos de 500 segmentos, tempo CBFM = 13s, tempo m. cheia=116s, erro = 0,36%.....	49
Figura 4.6: Atenuação sobre cunha 300 MHz, $N = 8.500$ segmentos em 17 blocos de 500 segmentos, tempo CBFM = 40s, tempo m. cheia=1.114s, erro = 0,84%.....	49
Figura 4.7: Atenuação sobre Morro Alto 144 MHz, $N = 4.500$ segmentos em 9 blocos de 500 segmentos, tempo CBFM = 14s, tempo m. cheia =164s, erro = 4,72%.....	51
Figura 4.8: Atenuação sobre Morro Alto 300 MHz, $N = 9.000$ segmentos em 18 blocos de 500 segmentos, tempo CBFM = 44s, tempo m. cheia =1.360s, erro = 8,06%.....	51
Figura 4.9: Atenuação sobre terreno Hadsund 144 MHz, $N = 16.000$ segmentos em 16 blocos de 1.000 segmentos, tempo CBFM = 186s, erro = 3,69%.....	53
Figura 4.10: Atenuação sobre terreno Hadsund 435 MHz, $N = 47.000$ segmentos em 47 blocos de 1.000 segmentos, tempo CBFM = 1.052s, erro = 4,79% .....	53
Figura 4.11: Ponto $i$ não iluminado (sombra) pois $\theta_i < \theta_{max}$ .....	54
Figura 4.12: Ponto $i$ iluminado pois $\theta_i = \theta_{max}$ .....	55

Figura 4.13: Perfil do terreno Downhill de 5 km .....	56
Figura 4.14: Campo magnético sobre terreno Downhill 300 MHz, $N = 21.000$ segmentos em 21 blocos de 1.000 segmentos, tempo CBFM = 293s, erro = 12,63% .....	56
Figura 4.15: Perfil do terreno Steepslope de 3,8 km .....	58
Figura 4.16: Campo elétrico sobre terreno Steepslope 900 MHz, $N = 47.000$ segmentos em 47 blocos de 1.000 segmentos, tempo CBFM = 1.052s, erro = 17,75% .....	58
Figura 4.17: Atenuação do terreno Morro Alto em 144 MHz. Redução da discretização de $\lambda/4$ para $\lambda/10$ .....	61
Figura 4.18: Atenuação do terreno Morro Alto em 144 MHz. Aumento do número de blocos vizinhos $nmb=2$ para 4 e 8 .....	61
Figura 4.19: Atenuação do terreno Morro Alto em 144 MHz. Aumento da quantidade de segmentos/bloco de 500 para 900.....	62
Figura 4.20: Atenuação do terreno Morro Alto em 144 MHz. Redução da quantidade de segmentos/bloco de 500 para 15.....	62
Figura 4.21: Atenuação do terreno Morro Alto em 300 MHz. Redução da discretização de $\lambda/4$ para $\lambda/10$ .....	64
Figura 4.22: Atenuação do terreno Morro Alto em 300 MHz. Aumento do número de blocos vizinhos $nmb =2$ para 10 e 18.....	64
Figura 4.23: Atenuação do terreno Morro Alto em 300 MHz. Aumento da quantidade de segmentos/bloco de 500 para 1.000 e 1.500.....	65
Figura 4.24: Atenuação do terreno Morro Alto em 300 MHz. Redução da quantidade de segmentos/bloco de 500 para 20 e 10.....	65
Figura 4.25: Campo magnético sobre terreno Downhill em 300 MHz com aumento do número de blocos vizinhos $nmb = 2$ (293s, erro = 12,63%) para 8 (603s, erro = 12,36%).....	67

Figura 4.26: Campo magnético sobre terreno Downhill em 300 MHz com aumento da quantidade de segmentos/bloco de 1.000 (293s, erro = 12,63%) para 3.000 (1.074s, erro = 13,12%) .....	67
Figura 4.27: Campo magnético sobre terreno Downhill em 300 MHz com redução da quantidade de segmentos/ bloco de 1.000 (293s, erro = 12,63%) para 50 (500s, erro = 12,69%) .....	68
Figura 4.28: Campo magnético sobre terreno Downhill em 300 MHz com solução via matriz cheia até 2 Km e via CBFM com $nmb = 8$ .....	68
Figura 4.29: Campo elétrico sobre terreno Steepslope em 900 MHz com aumento do número de blocos vizinhos $nmb = 2$ (1.052s, erro = 17,75%) para 44 (7.827s, erro = 16,78%).....	69
Figura 4.30: Campo elétrico sobre terreno Steepslope em 900 MHz com aumento da quantidade de segmentos/bloco de 1.000 (1.052s, erro = 17,75%) para 7.000 (12.875s, erro = 14,93%) .....	70
Figura 4.31: Campo elétrico sobre terreno Steepslope em 900 MHz com redução da quantidade de segmentos/bloco de 1.000 (1.052s, erro = 17,75%) para 50 (5.320s, erro = 17,46%) .....	70
Figura 4.32: Atenuação sobre a Cunha em 300MHz, $N = 8.500$ , tempo m. triangular = 12s, erro = 4,43%, tempo CBFM = 40s, erro = 2,68%, tempo m. cheia = 1.114s.....	72
Figura 4.33: Atenuação sobre Morro Alto em 300MHz, $N = 9.000$ , tempo m. triangular =13s, erro = 7,78%, tempo CBFM = 28s, erro = 2,48%, tempo m. cheia = 1.360s.....	72
Figura 4.34: Atenuação sobre Plano-ative em 435MHz, $N = 9.500$ , tempo m. triangular = 15s, erro = 0,80%, tempo CBFM = 52s, erro = 1,40%, tempo m. cheia =1.360s .....	73
Figura 4.35: Atenuação sobre Hadsund em 435MHz, $N = 47.000$ , tempo m. triangular = 335s, erro = 4,41%, tempo CBFM = 1.052s, erro = 4,69% .....	73
Figura 5.1: Grupos formados por elementos dos vetores $\mathbf{u}(i, k)$ .....	75

Figura 5.2: Atenuação sobre Hjorring em 144 MHz,  $N= 22.000$  segmentos em 22 blocos de 1.000 segmentos. Tempo CBFM 303s, erro = 2,63%, tempo extrap. de fase 160s, ..... 79

Figura 5.3: Atenuação sobre Hjorring em 970 MHz.  $N= 144.000$  segmentos em 144 blocos de 1.000 segmentos. Tempo CBFM 2:16h, erro = 5,67%, tempo extrap. de fase 0:33h, erro = 5,67% ..... 79

## **Listas de Tabelas**

Tabela 4-1: Variação dos parâmetros do terreno Morro Alto em 144 MHz ..... 60

Tabela 4-2: Variação dos parâmetros do terreno Morro Alto em 300 MHz ..... 63

Tabela 5-1: Distribuição de grupos de segmentos no terreno Hjorring a 144 MHz..... 77

Tabela 5-2: Distribuição de grupos de segmentos no terreno Hjorring a 970 MHz..... 78

Tabela A-1: Distribuição de blocos vizinhos ..... 84

# Capítulo 1      Introdução

## 1.1. Motivação do trabalho

A predição de campos eletromagnéticos e a atenuação do enlace (*path loss*) é de fundamental importância no planejamento de sistemas de comunicação sem fio tais como telefonia celular, WLL, Wi-fi, Wimax, etc... Considerando tal fato, o principal objetivo deste trabalho foi implementar uma metodologia para a predição de cobertura de campos eletromagnéticos nas faixas de VHF-UHF (30 MHz a 3 GHz), gerados por uma fonte de onda esférica sobre terrenos irregulares, levando-se em conta o retro-espalhamento.

O uso de equações integrais do campo elétrico (EFIE) e do campo magnético (MFIE) na predição da propagação de ondas eletromagnéticas vem sendo estudado há cerca de 60 anos. É uma técnica preferida em muitas situações porque leva em consideração a análise de todos os efeitos da onda eletromagnética. Para a solução destas equações uma técnica numérica bastante utilizada é o Método dos Momentos (MoM) [1], cuja implementação implica na discretização da geometria do terreno em  $N$  segmentos que por sua vez geram um sistema de  $N$  equações com  $N$  incógnitas. Estas incógnitas são as correntes equivalentes sobre os  $N$  segmentos do terreno, e que permitem calcular o campo espalhado. Este campo espalhado, somado com o campo incidente, gera o campo elétrico total em um determinado ponto de observação.

A quantidade necessária de segmentos  $N$  é função do comprimento de onda  $\lambda$  e da rugosidade do terreno, ou seja, quanto maior o  $\lambda$  e mais suave o terreno, menor o  $N$ . À medida que as dimensões do terreno tornam-se grandes em termos de  $\lambda$ , a matriz de impedâncias  $N \times N$  gerada pelo Método do Momentos cresce muito rápido. A solução direta (decomposição LU) destes sistemas de ordem  $N^3$  torna-se impraticável pelo elevado tempo de CPU e espaço de memória necessário. O uso de computadores de alta performance e grandes bancos de memória devem ser utilizados.

Para uma solução aproximada, onde o retro-espalhamento não é importante, pode-se utilizar o método onde se despreza os elementos acima da diagonal da matriz MoM (aqui denominado método da matriz triangular), isto é, os elementos que representam os acoplamentos associados ao retro-espalhamento [2]. É um método rápido e de fácil implementação.

Quando se faz necessário considerar as impedâncias mútuas entre todos os segmentos, ou seja, considerar a matriz MoM cheia, uma opção para resolver o sistema  $N \times N$  é utilizar os processos iterativos que a cada iteração fornecem uma solução mais precisa. Ressalta-se porém que estes métodos também dependem do número de segmentos  $N$  por serem de ordem  $N^2$  para cada iteração.

Uma outra opção, sem iterações e que permite grandes valores para a variável  $N$ , é o método chamado *Characteristic Basis Function Method* – CBFM [3] [4], que é baseado em macro funções de base construídas sobre partes maiores do domínio (blocos), que são utilizadas para gerar um sistema de equações cujo tamanho é substancialmente reduzido em comparação ao gerado pela matriz MoM. Este é o método escolhido para ser usado neste trabalho.

## **1.2. Revisão Bibliográfica**

Uma das primeiras abordagens do uso de equações integrais na predição de propagação em superfícies irregulares foi feita em 1952 por Hufford [5]. Ele obteve bons resultados para a terra plana e terra esférica. Em 1994 Janaswamy [6] aplicou a equação integral do campo magnético (MFIE) para terrenos irregulares mas de pequena extensão. Mais tarde, Hviid [7] propôs simplificações na equação integral do campo elétrico (EFIE) e a aplicou para polarização vertical. Com isto o modelo tornou-se mais eficiente, permitindo o seu uso em terrenos eletricamente grandes, mas ainda com grande consumo de tempo. As simplificações propostas foram: a) adaptar o modelo 3D para 2D (desconsiderar o espalhamento lateral), b) desconsiderar o retro-espalhamento, c) considerar a superfície suave (sem rápidas variações dentro do passo de integração) e d) considerar o terreno como condutor magnético perfeito (incidência rasante e polarização vertical). Isto permitiu eliminar a parte superior da matriz MoM.

Em [8] Moreira aplicou a equação integral do campo magnético (MFIE) e a equação integral do campo elétrico (EFIE) numa formulação com fonte de onda esférica (antena transmissora suficientemente afastada do terreno) e considerou um terreno condutor elétrico imperfeito. Teperino [9] aplicou a MFIE e EFIE no domínio da frequência e a MFIE no domínio do tempo. Considerou fonte de onda esférica e terreno condutor magnético perfeito (polarização vertical e incidência rasante). Implementou a técnica de aceleração FAFFA - Fast Far Field Approximation de Cullen e Brennan [11] onde para o cálculo das correntes equivalentes, o terreno é dividido em grupos de segmentos e o cálculo é feito apenas para o segmento central do grupo. Para os demais segmentos é feita uma aproximação de amplitude e fase baseando-se nos valores deste segmento central. Garcia [10] considerou fonte de onda esférica, adicionando a condição de terreno condutor imperfeito e não homogêneo. Comparou os resultados entre os métodos analíticos e os métodos semi-empíricos através de um software em formato amigável (MACNEE).

Em todas as formulações mencionadas anteriormente (exceto [6]), o retro-espalhamento foi desconsiderado, permitindo o cálculo aproximado das correntes equivalentes via resolução do sistema de equações com matriz triangular. Nos casos onde o retro-espalhamento tem que ser considerado, ou seja, onde uma estimativa do campo espalhado e da atenuação exigem maior precisão (tais como em terrenos rugosos ou com áreas de sombra acentuadas), o cálculo baseado na matriz cheia não pode ser evitado. Nestas situações, uma das alternativas é usar um método iterativo que fornece uma solução mais precisa a cada iteração. Dentre eles podemos citar o FBM - *Forward-Backward Method* proposto por Holliday [12] e o MOMI - *Method of Ordered Multiple Interactions*, proposto por Kapp e Brown. Estes métodos utilizam essencialmente a mesma técnica e apresentam uma convergência muito rápida, fornecendo resultados com boa precisão após poucas iterações. Com isto reduzem os custos computacionais para a ordem  $N^2$  para cada iteração, mas por serem dependentes do fator de discretização (ex.  $\lambda/10$ ), podem se tornar limitados para grandes valores de  $N$  (terrenos eletricamente grandes).

Uma outra forma de resolver sistemas com matriz MoM cheia, sem grande limitação pelo número de incógnitas  $N$ , seria através da definição de macro funções de base sobre todo o domínio. Mas isto tem conduzido a sistemas com matrizes mal condicionadas, fazendo a solução não convergir [3]. Porém a idéia de macro-funções sobre partes do domínio,

assimilando a física do problema é válida, e tem bom resultado no caso específico de grandes arranjos de antenas planares no modelo denominado *Subdomain Multilevel Approach* –SMA [14].

Em 2002 Prakash e R.Mittra [3], apresentaram o CBFM como uma nova técnica para resolver o sistema de equações com matriz MoM cheia, aproveitando o conceito de macro funções de base. Os domínios destas funções são maiores que os domínios das funções de base locais usados na formulação MoM, o que leva a uma redução do sistema linear  $N \times N$ . Este sistema reduzido pode então ser resolvido de forma direta, sem iterações. Além disto, este método se aplica a qualquer superfície 3D (sem reentrâncias), não exigindo que ela seja eletricamente suave. Visando uma redução dos insumos computacionais (CPU e memória), em 2010 Atacan Yagbasan, et al [4] sugeriram algumas adaptações no CBFM convencional sem perda de precisão significativas nos resultados.

O presente trabalho tem como base para a formulação com fonte de onda esférica, a dissertação [10] onde as equações integrais MFIE e EFIE no domínio da frequência são derivadas a partir das equações de Maxwell e da segunda identidade vetorial de Green. Por simplificação trabalha-se apenas com um tipo de equação integral, visando reduzir o número de parâmetros a serem investigados ao se aplicar o método CBFM. No caso, a MFIE foi escolhida por apresentar melhor convergência para uma determinada segmentação do terreno [8] e [10]. A MFIE é então aplicada no problema de espalhamento eletromagnético sobre uma superfície suave, ou seja, terrenos cujos obstáculos apresentam raios de curvatura muito maior que o comprimento de onda ( $\lambda$ ) e obstáculos não muito grandes (que causam grandes bloqueios). Como base para o método CBFM é adotado o artigo [4]. Neste artigo, para se ter uma otimização do custo computacional os autores sugerem simplificações tais como: gerar funções de base prioritariamente apenas com os blocos adjacentes, aplicar o método de aceleração chamado de extrapolação de fase, e calcular as macro funções de base de forma aproximada pelo método iterativo FBM ou pelo método da ótica física PO (quando aplicável).

Aqui, diferentemente de [4] optou-se por gerar as macro funções de base de forma mais precisa (via decomposição LU), pois para regiões com área de sombra acentuadas, verificou-se que macro funções de base mais exatas são fundamentais para uma melhor precisão dos resultados. Além disto, é utilizada uma fonte de onda esférica ao invés de fonte de onda

cilíndrica e a convergência da solução CBFM é analisada em terrenos com grande variação de altura e que apresentam área de sombra acentuada.

### **1.3. Estrutura da Dissertação**

Esta dissertação está organizada em 6 capítulos e dois Apêndices. No Capítulo 2 descreve-se o sistema linear com matriz cheia através da aplicação do Método dos Momentos para resolver a equação integral do campo magnético (MFIE). A formulação para o CBFM com apenas blocos adjacentes é apresentada no Capítulo 3. Alterações necessárias para acrescentar mais blocos vizinhos são mostradas e a solução das correntes equivalentes pode então ser obtida. No Capítulo 4 são comparados os resultados numéricos com as soluções de referência em casos de estudo. A análise mostra onde o resultado CBFM é pobre e quais opções para se obter maior precisão. No Capítulo 5 o modelo é otimizado com a técnica extrapolação de fase cujo objetivo é reduzir o tempo de processamento e memória necessária numa das etapas do algoritmo. O Capítulo 6 apresenta as conclusões deste trabalho e as propostas para a continuidade dos estudos referentes ao método CBFM. No Apêndice A é feita a dedução da fórmula que calcula o número de funções de base em função do número de blocos vizinhos utilizados. No Apêndice B é mostrado a parte lógica do programa FORTRAN que determina o número seqüencial dos coeficientes da combinação linear que gera as correntes equivalentes.

## Capítulo 2 Equação integral do campo magnético

Neste capítulo a equação integral do campo magnético (MFIE) é obtida para um terreno de perfil suave, irregular, com condutividade finita e iluminado por uma fonte de onda esférica. Considerando o terreno com altura supostamente invariante na direção perpendicular ao plano de incidência, é possível a aplicação do método da fase estacionária na avaliação da integral de superfície da MFIE. Nesta simplificação, as contribuições ao campo das obstruções laterais são desconsideradas. O Método dos Momentos com a técnica *point-matching* é aplicado para resolver a MFIE para polarização vertical e observador em campo distante, obtendo-se o sistema linear com matriz cheia que será resolvido pelo método CBFM no capítulo seguinte. A expressão para o cálculo do campo elétrico em função das amplitudes das correntes equivalentes é também deduzida.

### 2.1. Aplicação da equação integral MFIE

Na predição de campos eletromagnéticos geralmente se usa a equação integral do campo elétrico (EFIE), a equação integral do campo magnético (MFIE) ou a combinação destas.

Neste trabalho é utilizada a MFIE por esta necessitar de um menor número de funções de base para convergir, ou seja, um menor número de segmentos no terreno [8] e [10]. Também por simplificação, apenas a polarização vertical é escolhida, pois aplicando o princípio da dualidade as expressões para polarização horizontal podem ser facilmente obtidas.

O terreno é considerado suave, homogêneo (apesar da formulação permitir terrenos com trechos não homogêneos), e com altura supostamente invariante na direção perpendicular ao plano de incidência. Esta última suposição é justificável pois a contribuição para o campo espalhado restringe-se à região próxima ao plano de incidência [7]. Desta forma, no cálculo do campo espalhado pode-se usar o método da fase estacionária para simplificar a integral de

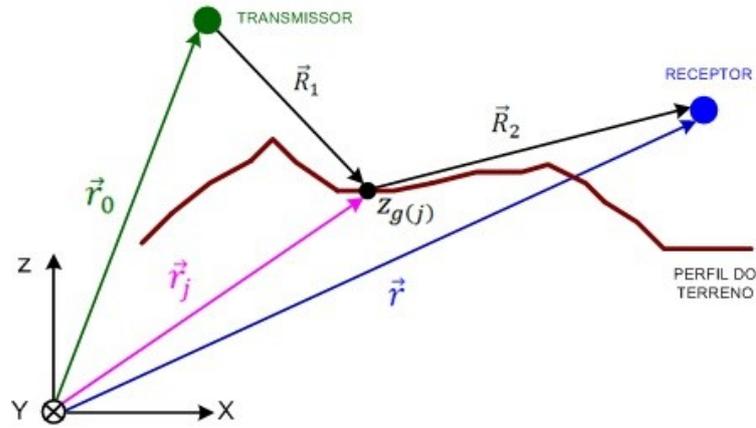


Figura 2.1: Geometria do problema

superfície numa integral de linha. Na geometria do problema (figura 2.1), o perfil do terreno está orientado ao longo do eixo  $x$  e o eixo  $y$  orientado na direção perpendicular ao plano de incidência. A fonte de onda esférica é posicionada no lado esquerdo no início do terreno. As perdas no terreno condutor elétrico imperfeito são caracterizadas por uma impedância de superfície  $Z_g$  baseada nas condições de contorno de Leontovich [16].

A equação integral do campo magnético (MFIE) no domínio da frequência, para o espaço delimitado por uma superfície  $S$ , em meios lineares, homogêneos e isotrópicos é deduzida em [10] e pode ser expressa por

$$\frac{\vec{H}(\vec{r})}{T} = \vec{H}^i(\vec{r}) - \int_{S'} \left[ j\omega\epsilon\vec{M}_s(\vec{r}')G(\vec{r}, \vec{r}') - \vec{J}_s(\vec{r}') \times \nabla' G(\vec{r}, \vec{r}') + \frac{\nabla' \cdot \vec{M}_s(\vec{r}')}{j\omega\mu} \nabla' G(\vec{r}, \vec{r}') \right] ds', \quad (2.1)$$

onde  $\vec{H}$  é o campo magnético total,  $\vec{H}^i$  é o campo magnético incidente no espaço livre,  $\epsilon$  é a permissividade elétrica relativa do meio (volume),  $\mu$  é a permeabilidade magnética relativa e  $\omega = 2\pi f$  é a frequência angular.

O vetor  $\vec{r}$  é o vetor posição do observador e  $\vec{r}'$  o vetor posição da fonte. Os operadores gradiente ( $\nabla'$ ) e divergente ( $\nabla' \cdot$ ) operam sobre o ponto fonte  $\vec{r}' = (x', y', z')$  e não sobre o ponto observador  $\vec{r} = (x, y, z)$ .

As densidades superficiais de corrente elétrica e magnética equivalentes são respectivamente

$$\vec{M}_s = -\hat{n}' \times \vec{E}, \quad (2.2)$$

$$\vec{J}_s = \hat{n}' \times \vec{H}, \quad (2.3)$$

onde  $\hat{n}'$  é o vetor unitário normal à superfície e  $\vec{E}$  é o campo elétrico total. O parâmetro  $G$  é a função de Green do espaço livre:

$$G = \frac{e^{-jk_0|\vec{r}-\vec{r}'|}}{4\pi|\vec{r}-\vec{r}'|} = \frac{e^{-jk_0R_2}}{4\pi R_2}. \quad (2.4)$$

A equação integral (2.1) aplicada no espalhamento eletromagnético sobre o terreno irregular da figura 2.2, gera a equação

$$\frac{\vec{H}(\vec{r})}{T} = \vec{H}^i(\vec{r}) + \vec{H}^s(\vec{r}) \quad (2.5)$$

onde,  $H^s(\vec{r})$  é o campo magnético espalhado resultante, estando todos estes campos referenciados no ponto  $\vec{r}$  (observador). O volume delimitado pela superfície  $S$  é o ar e o parâmetro  $T$  assume o valor 1 para pontos de observação localizados fora da superfície, ou assume o valor 2 para pontos de observação sobre a superfície supostamente suave. Definindo os operadores

$$L_1[\vec{M}_s(\vec{r}')] = -jk_0 \int_S \left[ \vec{M}_s(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') - \frac{1}{k_0^2} \nabla' \cdot \vec{M}_s(\vec{r}') \nabla' G(\vec{r}, \vec{r}') \right] dS, \quad (2.6)$$

$$L_2[\vec{J}_s(\vec{r}')] = - \int_S [\vec{J}_s(\vec{r}') \times \nabla' G(\vec{r}, \vec{r}')] dS, \quad (2.7)$$

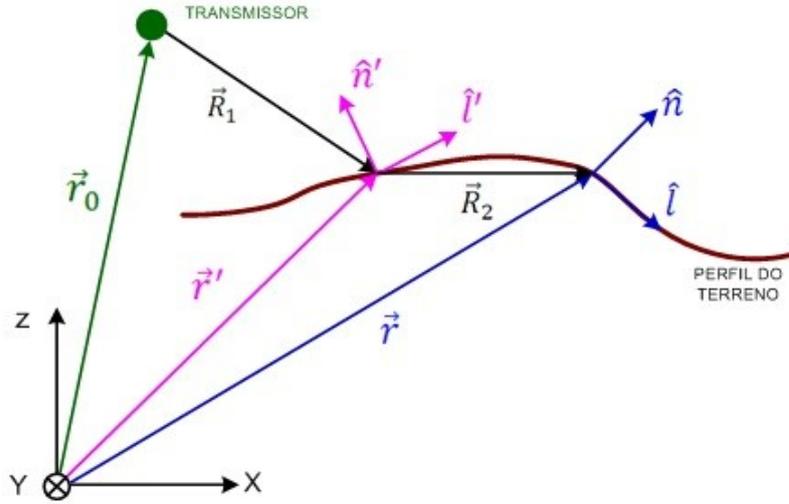


Figura 2.2: Geometria do problema com o observador na superfície

sendo  $\epsilon_0, \mu_0$  a permissividade e permeabilidade da atmosfera homogênea (vácuo). Com  $k_0 = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$  e  $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$ , pode-se escrever (2.1) como

$$\frac{\vec{H}(\vec{r})}{T} = \vec{H}^i(\vec{r}) + \frac{1}{Z_0} L_1[\vec{M}_s(\vec{r}')] - L_2[\vec{J}_s(\vec{r}')] = \vec{H}^i(\vec{r}) + \vec{H}^s(\vec{r}), \quad (2.8)$$

Para se calcular o campo magnético espalhado

$$\vec{H}^s(\vec{r}) = \frac{1}{Z_0} L_1[M(\vec{r}')] - L_2[J(\vec{r}')], \quad (2.9)$$

primeiramente resolve-se o termo  $L_1[\vec{M}_s(\vec{r}')]$  reescrevendo-o como uma integral de superfície em duas direções,  $\hat{l}'$  representando a direção tangencial ao perfil do terreno, e  $\hat{y}$  representando a direção perpendicular ao plano de incidência [10]:

$$L_1[\vec{M}_s(\vec{r}')] = -jk_0 \int_{l'} \int_{y=-\infty}^{y=+\infty} \left[ \vec{M}_s(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') - \frac{1}{k_0^2} \nabla' \cdot \vec{M}_s(\vec{r}') \nabla' G(\vec{r}, \vec{r}') \right] dy dl'. \quad (2.10)$$

Considerando os vetores definidos de acordo com a figura 2.2

$$\vec{r}_0 = x_0 \hat{x} + y_0 \hat{y} + z_0 \hat{z}, \quad (2.11)$$

$$\vec{R}_1 = \vec{r}' - \vec{r}_0 = (x' - x_0)\hat{x} + (y' - y_0)\hat{y} + (z' - z_0)\hat{z}, \quad (2.12)$$

$$\vec{R}_2 = \vec{r} - \vec{r}' = (x - x')\hat{x} + (y - y')\hat{y} + (z - z')\hat{z}, \quad (2.13)$$

e aplicando as relações

$$\nabla' G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{jk_0 R_2 + 1}{R_2^2} \right) e^{-jk_0 R_2} \frac{\vec{R}_2}{R_2}, \quad (2.14)$$

$$\vec{M}_s(\vec{r}') = \vec{M}_A(\vec{r}') e^{-jk_0 R_1}, \quad (2.15)$$

para o transmissor suficientemente afastado (distribuição de fase esférica para a corrente) e,

$$\lambda = \frac{2\pi}{k_0}, \quad (2.16)$$

Em [10] mostra-se a solução da integral em  $y$  pelo método da fase estacionária, obtendo

$$\begin{aligned} L_1[\vec{M}_s(\vec{r}')] &= -jk_0 \int_{l'} \sqrt{\frac{\lambda R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \left\{ \frac{\vec{M}_A(\vec{r}')}{4\pi R_2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{k_0^2} [\nabla' \cdot \vec{M}_A(\vec{r}') - jk_0 \vec{M}_A(\vec{r}') \cdot \hat{R}_1] \left( \frac{jk_0 R_2 + 1}{4\pi R_2^2} \right) \hat{R}_2 \right\} e^{-jk_0(R_1+R_2) - j\frac{\pi}{4}} dl' \\ &= -k_0 \int_{l'} \left\{ \vec{M}_A(\vec{r}') G_1 - \frac{1}{k_0^2} [\nabla' \cdot \vec{M}_A(\vec{r}') - jk_0 \vec{M}_A(\vec{r}') \cdot \hat{R}_1] \left( \frac{jk_0 R_2 + 1}{R_2} \right) \hat{R}_2 G_1 \right\} dl', \quad (2.17) \end{aligned}$$

onde,

$$G_1(\vec{r}, \vec{r}', \vec{r}_0) = \frac{j}{4\pi R_2} \sqrt{\frac{\lambda R_1 R_2}{R_1 + R_2}} e^{-jk_0(R_1+R_2) - j\frac{\pi}{4}} = \frac{e^{-jk_0(R_1+R_2) + j\frac{\pi}{4}}}{4\pi \sqrt{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_2}{\lambda}}}, \quad (2.18)$$

O divergente  $\nabla' \cdot \vec{M}_A(\vec{r}')$  da equação (2.17) é aproximadamente zero pois sendo o terreno invariante na direção  $\hat{y}$  tem-se  $\frac{\partial \vec{M}_A}{\partial y'} = 0$  e sendo o terreno considerado suave, tem-se a

derivada impulsiva nos extremos dos segmentos  $\frac{\partial \vec{M}_A}{\partial l'} \approx 0$ . Isto porque os ângulos entre os limites dos segmentos são muito pequenos, e a derivada impulsiva negativa no fim de um segmento anula a derivada impulsiva positiva do início do segmento seguinte. Fazendo-se

$$G_2(\vec{r}, \vec{r}', \vec{r}_0) = \left(1 - \frac{j}{k_0 R_2}\right) G_1, \quad (2.19)$$

obtém-se

$$L_1[\vec{M}_s(\vec{r}')] = -k_0 \int_{l'} \{\vec{M}_A(\vec{r}') G_1 + j[\vec{M}_A(\vec{r}') \cdot \hat{R}_1] G_2 \hat{R}_2\} dl'. \quad (2.20)$$

Similarmente [10] resolve-se o termo  $L_2[\vec{J}_s(\vec{r}')]$

$$L_2[\vec{J}_s(\vec{r}')] = -k_0 \int_{l'} \vec{J}_A(\vec{r}') \times \hat{R}_2 G_2 dl'. \quad (2.21)$$

Levando (2.20) e (2.21) em (2.8) e ainda considerando que para polarização vertical as correntes magnéticas possuem orientação em  $\hat{y}$ , o termo  $\vec{M}_A(\vec{r}') \cdot \hat{R}_1$  é nulo (vetores perpendiculares), a equação (2.8) se reescreve ( com  $\vec{r}$  no segmento observador e  $\vec{r}'$  no segmento fonte)

$$\vec{H}^i(\vec{r}) = \frac{\vec{H}(\vec{r})}{T} + \frac{k_0}{Z_0} \int_{l'} \vec{M}_A(\vec{r}') G_1 dl' - k_0 \int_{l'} \vec{J}_A(\vec{r}') \times \hat{R}_2 G_2 k_0 dl'. \quad (2.22)$$

Pelas condições de contorno de Leontovich, em [10] obtém-se a relação entre as densidades de corrente magnética e elétrica

$$\hat{n} \times \vec{H}(\vec{r}) = \vec{J}_s(\vec{r}) = \frac{\hat{n} \times \vec{M}_A(\vec{r})}{Z_g(\vec{r})} e^{-jk_0 R_1}, \quad (2.23)$$

onde considerando (2.15) em (2.23) a relação entre as amplitudes das corrente é

$$\frac{\hat{n} \times \vec{M}_A(\vec{r})}{Z_g(\vec{r})} = \vec{J}_A(\vec{r}), \quad (2.24)$$

e  $Z_g(\vec{r})$  é a impedância de superfície para polarização vertical

$$Z_g(\vec{r}) = \frac{\sqrt{\mu_g(\vec{r}) \left[ \epsilon_g(\vec{r}) - j \frac{\sigma_g(\vec{r})}{\omega} \right] - \mu_0 \epsilon_0}}{\epsilon_g(\vec{r}) - j \frac{\sigma_g(\vec{r})}{\omega}}. \quad (2.25)$$

Quando o observador  $\vec{r}$  está sobre a superfície do terreno e sendo ele suave,  $T = 2$ . Os vetores normais unitários no ponto observador e no ponto fonte são  $\hat{n}$  e  $\hat{n}'$ , respectivamente. Multiplicando vetorialmente ambos os membros de (2.22) por  $\hat{n}$  e aplicando (2.24), tem-se a MFIE (2.22) em função apenas da incógnita  $\vec{M}_A(\vec{r}')$

$$\begin{aligned} \hat{n} \times \vec{H}^i(\vec{r}) &= \frac{\hat{n} \times \vec{M}_A(\vec{r})}{2Z_g(\vec{r})} e^{-jkR_1} + \frac{k_0}{Z_0} \int_{l'} \hat{n} \times \vec{M}_A(\vec{r}') G_1 dl' \\ &\quad - k_0 \int_{l'} \hat{n} \times \left[ \frac{\hat{n}' \times \vec{M}_A(\vec{r}')}{Z_g(\vec{r})} \times \hat{R}_2 \right] G_2 k_0 dl'. \end{aligned} \quad (2.26)$$

## 2.2. Método dos Momentos (MoM)

Para resolver a equação (2.26) é aplicado o Método dos Momentos que consiste na divisão do perfil do terreno em  $N$  segmentos de reta de comprimento  $\Delta_j$  (figura 2.3), onde  $i$  identifica os segmentos ‘observador’ e  $j$  identifica os segmentos ‘fonte’. Além disto, a amplitude da corrente equivalente  $\vec{M}_A(\vec{r})$  é expandida na forma de uma combinação linear de  $N$  funções de base  $\vec{m}_j(\vec{r})$

$$\vec{M}_A(\vec{r}) = \sum_{j=1}^N M_j \vec{m}_j(\vec{r}), \quad (2.27)$$

onde as funções de base para a polarização vertical são definidas para cada segmento do terreno como

$$\vec{m}_j(\vec{r}) = \begin{cases} \hat{y} & \text{se } \vec{r} = \vec{r}_j, \\ \vec{0} & \text{se } \vec{r} \neq \vec{r}_j. \end{cases} \quad (2.28)$$

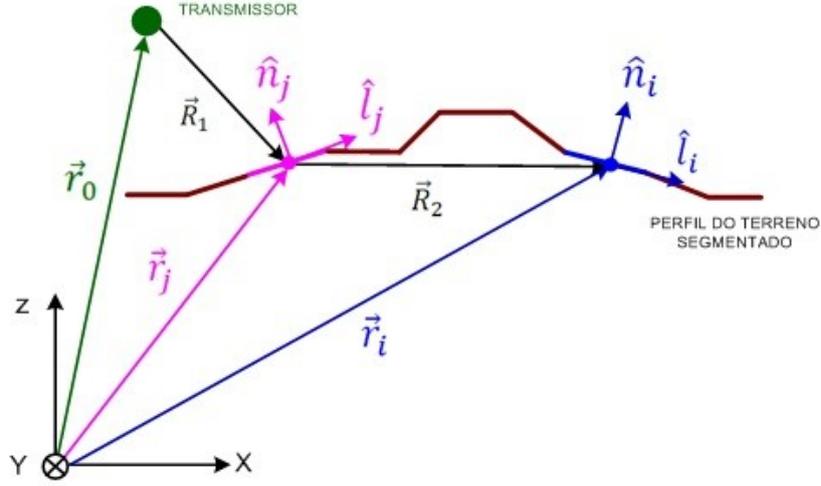


Figura 2.3: Definição de vetores para o Método dos Momentos

Sobre a equação (2.26) é aplicado o produto interno definido no domínio  $l$  por

$$\int_l \vec{\omega} \cdot [\dots] dl \quad (2.29)$$

onde  $\vec{\omega}_i = \vec{\delta}(\vec{r} - \vec{r}_i) = \delta(\vec{r} - \vec{r}_i) \hat{l}_i$  são as funções de peso para cada segmento, com  $\hat{l}_i$  representando a direção tangencial do segmento  $i$ . Este produto interno é aplicado N vezes na equação (2.26), variando o  $i$  da função de peso e gerando para cada vez que é aplicado,

$$\begin{aligned} \int_l \vec{\delta}(\vec{r} - \vec{r}_i) \cdot [\hat{n} \times \vec{H}^i(\vec{r})] dl = \\ \int_l \vec{\delta}(\vec{r} - \vec{r}_i) \cdot \frac{\hat{n} \times M_A(\vec{r})}{2Z_g(\vec{r})} e^{-jkR_1} dl + \frac{k_0}{Z_0} \int_{l'} \int_l \vec{\delta}(\vec{r} - \vec{r}_i) \cdot \hat{n} \times \vec{M}_A(\vec{r}') \cdot G_1 dl dl' - \\ k_0 \int_{l'} \int_l \vec{\delta}(\vec{r} - \vec{r}_i) \cdot \hat{n} \times \left[ \frac{\hat{n}' \times \vec{M}_A(\vec{r}')}{Z_g(\vec{r})} \times \hat{R}_2 \right] G_2 dl dl'. \end{aligned} \quad (2.30)$$

Substituindo (2.27) em (2.30) e considerando que  $\int_l \vec{\delta}(\vec{r} - \vec{r}_i) f(\vec{r}) dl = \hat{l}_i f(\vec{r}_i)$

$$\begin{aligned}
& \hat{l}_i \cdot [\hat{n}_i \times \vec{H}^i(\vec{r}_i)] = \\
& \hat{l}_i \cdot \frac{\hat{n}_i \times \sum_{j=1}^N M_j \vec{m}_j(\vec{r}_i)}{2Z_g(\vec{r}_i)} e^{-jkR_1} + \frac{k_0}{Z_0} \int_{V'} \hat{l}_i \cdot \hat{n}_i \times \sum_{j=1}^N M_j \vec{m}_j(\vec{r}_j) G_1(\vec{r}_i, \vec{r}_j, \vec{r}_0) dl' - \\
& k_0 \int_{V'} \hat{l}_i \cdot \hat{n}_i \times \left[ \frac{\hat{n}_j \times \sum_{j=1}^N M_j \vec{m}_j(\vec{r}_j)}{Z_g(\vec{r}_j)} \times \hat{R}_2 \right] G_2(\vec{r}_i, \vec{r}_j, \vec{r}_0) dl'. \tag{2.31}
\end{aligned}$$

Considerando terreno homogêneo ( $Z_g$  constante),  $\vec{m}_j(\vec{r}_j) = \hat{y}$  e  $\vec{m}_j(\vec{r}_i) = \beta_{ij}\hat{y}$ , onde  $\beta_{ij} = 1$  se  $i = j$  e  $\beta_{ij} = 0$  se  $i \neq j$

$$\begin{aligned}
& \hat{l}_i \cdot [\hat{n}_i \times \vec{H}^i(\vec{r}_i)] = \\
& = \frac{1}{2Z_g} \hat{l}_i \cdot (\hat{n}_i \times \sum_{j=1}^N \beta_{ij} M_j \hat{y}) e^{-jkR_1} + \frac{k_0}{Z_0} \int_{V'} \hat{l}_i \cdot (\hat{n}_i \times \sum_{j=1}^N M_j \hat{y}) G_1(\vec{r}_i, \vec{r}_j, \vec{r}_0) dl' - \\
& \frac{k_0}{Z_g} \int_{V'} \hat{l}_i \cdot \hat{n}_i \times \left[ (\hat{n}_j \times \sum_{j=1}^N M_j \hat{y}) \times \hat{R}_2 \right] G_2(\vec{r}_i, \vec{r}_j, \vec{r}_0) dl' \tag{2.32}
\end{aligned}$$

O colchetes da equação (2.32), após a aplicação da identidade  $(\vec{B} \times \vec{C}) \times \vec{A} = (\vec{A} \cdot \vec{B})\vec{C} - (\vec{A} \cdot \vec{C})\vec{B}$ , pode ser reescrito como

$$\left[ (\hat{n}_j \times \sum_{j=1}^N M_j \hat{y}) \times \hat{R}_2 \right] = (\hat{R}_2 \cdot \hat{n}_j) \sum_{j=1}^N M_j \hat{y} - \left( \hat{R}_2 \cdot \sum_{j=1}^N M_j \hat{y} \right) \hat{n}_j$$

mas  $\hat{R}_2 \cdot \sum_{j=1}^N M_j \hat{y} = 0$  pois  $\hat{R}_2$  e  $\hat{y}$  são ortogonais logo,

$$\left[ (\hat{n}_j \times \sum_{j=1}^N M_j \hat{y}) \times \hat{R}_2 \right] = (\hat{R}_2 \cdot \hat{n}_j) \sum_{j=1}^N M_j \hat{y} \tag{2.33}$$

Substituindo (2.33) em (2.32) e usando a identidade vetorial  $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$

$$\begin{aligned}
& [\vec{H}^i(\vec{r}_i) \cdot (\hat{l}_i \times \hat{n}_i)] = \\
& = \frac{1}{2Z_g} \sum_{j=1}^N \beta_{ij} M_j \hat{y} \cdot (\hat{l}_i \times \hat{n}_i) e^{-jkR_1} + \frac{k_0}{Z_0} \int_{l'} \sum_{j=1}^N M_j G_1(\vec{r}_i, \vec{r}_j, \vec{r}_0) \hat{y} \cdot (\hat{l}_i \times \hat{n}_i) dl' \\
& - \frac{k_0}{Z_g} \int_{l'} \left[ (\hat{R}_2 \cdot \hat{n}_j) \sum_{j=1}^N M_j \hat{y} \right] \cdot (\hat{l}_i \times \hat{n}_i) G_2(\vec{r}_i, \vec{r}_j, \vec{r}_0) dl'. \tag{2.34}
\end{aligned}$$

Sendo  $\hat{l}_i \times \hat{n}_i = -\hat{y}$

$$\begin{aligned}
[\vec{H}^i(\vec{r}_i) \cdot \hat{y}] & = \frac{1}{2Z_g} \sum_{j=1}^N \beta_{ij} M_j e^{-jkR_1} + \frac{k_0}{Z_0} \int_{l'} \sum_{j=1}^N M_j G_1(\vec{r}_i, \vec{r}_j, \vec{r}_0) dl' \\
& - \frac{k_0}{Z_g} \int_{l'} \left[ (\hat{R}_2 \cdot \hat{n}_j) \sum_{j=1}^N M_j \hat{y} \right] \cdot (-\hat{y}) G_2(\vec{r}_i, \vec{r}_j, \vec{r}_0) dl' = \\
= [\vec{H}^i(\vec{r}_i) \cdot \hat{y}] & = \frac{1}{2Z_g} \sum_{j=1}^N \beta_{ij} M_i e^{-jkR_1} + \frac{k_0}{Z_0} \int_{l'} \sum_{j=1}^N M_j G_1(\vec{r}_i, \vec{r}_j, \vec{r}_0) dl' \\
& + \frac{k_0}{Z_g} \int_{l'} \sum_{j=1}^N M_j (\hat{R}_2 \cdot \hat{n}_j) G_2(\vec{r}_i, \vec{r}_j, \vec{r}_0) dl'. \tag{2.35}
\end{aligned}$$

Invertendo as operações de integração e soma,

$$\begin{aligned}
= [\vec{H}^i(\vec{r}_i) \cdot \hat{y}] & = \frac{1}{2Z_g} \sum_{j=1}^N \beta_{ij} M_i e^{-jkR_1} + \frac{k_0}{Z_0} \sum_{j=1}^N M_j \int_{l'} G_1(\vec{r}_i, \vec{r}_j, \vec{r}_0) dl' \\
& + \frac{k_0}{Z_g} \sum_{j=1}^N M_j \int_{l'} (\hat{R}_2 \cdot \hat{n}_j) G_2(\vec{r}_i, \vec{r}_j, \vec{r}_0) dl'. \tag{2.36}
\end{aligned}$$

Multiplicando ambos os membros por  $Z_0$  e chamando  $Z_0[\vec{H}^i(\vec{r}_i) \cdot \hat{y}]$  de  $V_i$ , a equação (2.36) pode ser escrita

$$V_i = \sum_{j=1}^N M_j \left[ \frac{Z_0}{2Z_g} \beta_{ij} e^{-jkR_1} + k_0 \int_{l'} G_1(\vec{r}_i, \vec{r}_j, \vec{r}_0) dl' - \frac{Z_0 k_0}{Z_g} \int_{l'} (\hat{n}_j \cdot \hat{R}_2) G_2(\vec{r}_i, \vec{r}_j, \vec{r}_0) dl' \right]. \quad (2.37)$$

Para cada segmento observador  $i$  é estabelecida uma equação com  $N$  incógnitas do tipo (2.37). Considerando  $N$  segmentos observadores  $i$ , forma-se um sistema de  $N$  equações e  $N$  incógnitas que pode ser escrito na forma matricial

$$[V_i] = [Z_{ij}][M_j], \quad (2.38)$$

onde

$$V_i = Z_0[\vec{H}^i(\vec{r}_i) \cdot \hat{y}], \quad (2.39)$$

$$\vec{H}^i(\vec{r}_i) = \frac{1}{Z_0} \sqrt{60P_T G_T} \frac{e^{-jk_0 R_1}}{R_1} \hat{y} \quad (2.40)$$

A equação (2.40) do campo magnético incidente (pico) no observador na superfície, é válida para campo distante (onda TEM).  $P_T$  e  $G_T$  são a potência (rms) do transmissor e o ganho da antena transmissora, respectivamente.

A impedância mútua entre os segmentos  $i \neq j$ , ou seja quando  $\beta_{ij} = 0$  é

$$Z_{ij} = k_0 \int_{l'} G_1(\vec{r}_i, \vec{r}_j, \vec{r}_0) dl' - \frac{Z_0 k_0}{Z_g} \int_{l'} (\hat{n}_j \cdot \hat{R}_2) G_2(\vec{r}_i, \vec{r}_j, \vec{r}_0) dl'. \quad (2.41)$$

Como  $\hat{n}_j$  e  $\hat{R}_2$  não variam ao longo do segmento  $l'$  e assumindo  $dl' = \Delta_j$  suficientemente pequeno, as integrais acima podem ser resolvidas através da fórmula da área do retângulo,

$$Z_{ij} = k_0 G_1(\vec{r}_i, \vec{r}_j, \vec{r}_0) \Delta_j - \frac{Z_0 k_0}{Z_g} (\hat{n}_j \cdot \hat{R}_2) G_2(\vec{r}_i, \vec{r}_j, \vec{r}_0) \Delta_j. \quad (2.42)$$

A impedância própria para  $i = j$  ( $\beta_{ij} = 1$  e  $\hat{n}_j \cdot \hat{R}_2 = 0$  pois  $\vec{R}_2 = \vec{0}$ ) é

$$Z_{ii} = \frac{Z_0}{2Z_g} e^{-jkR_1} + k_0 \int_{l'} G_1(\vec{r}_i, \vec{r}_j, \vec{r}_0) dl'. \quad (2.43)$$

Como existe uma singularidade em  $G_1$  para  $i = j$ , onde  $R_2 = 0$ , a integral em (2.43) é avaliada tomando-se o limite do integrando para  $R_2 \rightarrow 0$ . A expressão para  $Z_{ii}$  é apresentada em [8]

$$Z_{ii} = \left[ \frac{Z_0}{2Z_g} + F \left( \sqrt{\frac{k_0 \Delta_i}{\pi}} \right) e^{j\frac{\pi}{4}} \right] e^{-jk_0 R_1} \quad (2.44)$$

$F(x)$  é a função integral de Fresnel,  $F(x) = C_1(x) - jS_1(x)$  conforme Abramowitz [17]

$$C_1(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^x \cos(u^2) du, \quad S_1(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^x \sen(u^2) du. \quad (2.45)$$

### 2.3. Cálculo do campo elétrico total e atenuação (*path loss*)

De posse das amplitudes complexas das correntes equivalentes  $\vec{M}_A(\vec{r}') = M_j \hat{y}$  (obtidas resolvendo-se 2.38 pelo método CBFM que será visto no próximo capítulo), pode-se calcular o campo elétrico total em  $\vec{r}$  fora da superfície ( $T = 1$ ). Vide figura 2.4 para a nova definição do vetor  $\vec{R}_2$ .

O campo elétrico total  $\vec{E}(\vec{r})$  é dado pela soma do campo incidente mais o campo espalhado

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}^i(\vec{r}) + \vec{E}^s(\vec{r}), \quad (2.46)$$

onde o campo espalhado  $\vec{E}^s(\vec{r})$  é [10]

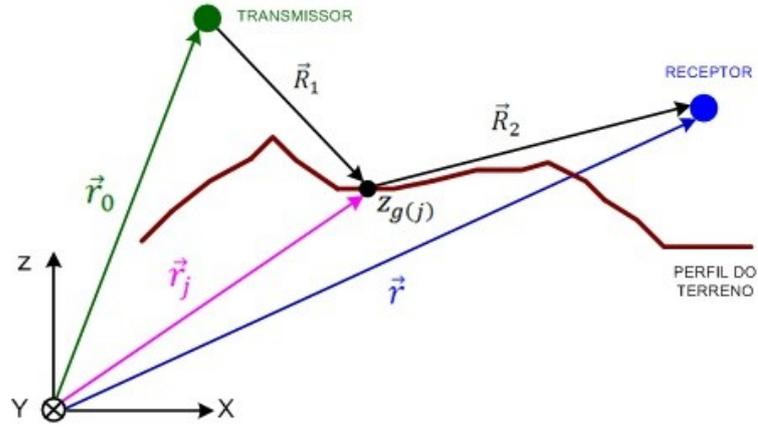


Figura 2.4: Nova definição da geometria com o receptor fora da superfície

$$\begin{aligned} \vec{E}^s(\vec{r}) = & -Z_o k_o \int_{l'} [\vec{J}_A(\vec{r}') G_1 - (\vec{J}_A(\vec{r}') \cdot \hat{R}_1) \hat{R}_2 G_2] dl' \\ & - k_o \int_{l'} [\vec{M}_A(\vec{r}') \times \hat{R}_2] G_2 dl'. \end{aligned} \quad (2.47)$$

De (2.24) tem-se

$$\vec{J}_A(\vec{r}') = \frac{\hat{n}_j \times \vec{M}_A(\vec{r}')}{Z_g}. \quad (2.48)$$

Substituindo (2.48) em (2.47) e sendo  $\vec{M}_A(\vec{r}') = M_j \hat{y}$  e  $\hat{n}_j \times \hat{y} = -\hat{l}_j$

$$\begin{aligned} \vec{E}^s(\vec{r}) = & \frac{-Z_o k_o}{Z_g} \int_{l'} [M_j G_1 \hat{n}_j \times \hat{y} - M_j G_2 (\hat{n}_j \times \hat{y} \cdot \hat{R}_1) \hat{R}_2] dl' - k_o \int_{l'} M_j G_2 \hat{y} \times \hat{R}_2 dl' = \\ & \frac{Z_o k_o}{Z_g} \int_{l'} [M_j G_1 \hat{l}_j - M_j G_2 (\hat{l}_j \cdot \hat{R}_1) \hat{R}_2] dl' - k_o \int_{l'} M_j G_2 (\hat{y} \times \hat{R}_2) dl'. \end{aligned} \quad (2.49)$$

Como  $\hat{n}_j$ ,  $M_j$ ,  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $\hat{R}_1$  e  $\hat{R}_2$  não variam ao longo do segmento  $\hat{l}_j$  e assumindo  $dl' = \Delta_j$  suficientemente pequeno, as integrais acima podem ser substituídas por somatórios em  $j$

$$\begin{aligned}
\vec{E}^s(\vec{r}) &= \frac{Z_0 k_0}{Z_g} \sum_{j=1}^N M_j [G_1 \hat{l}_j - G_2 (\hat{l}_j \cdot \hat{R}_1) \hat{R}_2] \Delta_j - k_0 \sum_{j=1}^N M_j G_2 (\hat{y} \times \hat{R}_2) \Delta_j \\
&= \sum_{j=1}^N M_j k_0 \Delta_j \left[ \frac{Z_0}{Z_g} [G_1 \hat{l}_j - G_2 (\hat{l}_j \cdot \hat{R}_1) \hat{R}_2] - G_2 (\hat{y} \times \hat{R}_2) \right]. \tag{2.50}
\end{aligned}$$

A potência rms recebida em  $\vec{r}$  é dada pelo produto da densidade de potência rms pela área efetiva da antena receptora

$$P_R(\vec{r}) = S_R(\vec{r}) \cdot A_{ef} = \frac{|\vec{E}(\vec{r})|^2}{2Z_0} \frac{\lambda^2 G_R}{4\pi}, \tag{2.51}$$

onde  $S_R(\vec{r})$  é a densidade de potencia em  $\vec{r}$ ,  $A_{ef}$  e  $G_R$  são a área efetiva e o ganho da antena receptora. O ganho da antena transmissora  $G_T$  está embutido no cálculo de  $|\vec{E}(\vec{r})|$ .

A atenuação em dB é

$$A_{dB} = 10 \log \left( \frac{P_T}{P_R} \right). \tag{2.52}$$

$P_T$  é a potência rms de transmissão (sem o ganho da antena ).

## 2.4. Conclusões parciais

A formulação deduzida neste capítulo com auxílio do Método dos Momentos permite a determinação do acoplamento eletromagnético entre cada par de segmentos  $i, j$  do terreno. A matriz formada por estas impedâncias, juntamente com o vetor contendo o campo incidente em cada segmento (vetor excitação) deu origem a um sistema linear  $N \times N$  cuja solução é o vetor das amplitudes das correntes equivalentes (correntes induzidas). Para resolver este sistema linear o método escolhido é o CBFM cuja definição e aplicação está no capítulo seguinte.

## Capítulo 3 Método CBFM

Neste capítulo o CBFM *Characteristic Basis Function Method* [4] é apresentado e os detalhes da notação utilizada são esclarecidos através de diagramas e exemplos. A formulação do modelo que utiliza apenas os blocos adjacentes é desenvolvida, obtendo-se as expressões para a construção das macro funções de base (PBFs e SBFs). Os coeficientes da combinação linear, que juntamente com as macro funções produzem as amplitudes das correntes equivalentes (a partir de agora denominadas apenas correntes equivalentes), são obtidos através da solução do sistema linear reduzido. Acrescentando mais blocos vizinhos visando uma melhoria da precisão, mostra-se quais são as alterações que devem ser feitas em relação à formulação que usa apenas os blocos adjacentes.

### 3.1. Visão geral

Para resolver o sistema linear  $N \times N$  (2.38) do capítulo anterior (ou seja, achar as  $N$  correntes equivalentes  $M_j$ ), esta dissertação usa o método CBFM que é um método numérico utilizado para resolver equações integrais considerando a matriz cheia gerada pelo Método dos Momentos. Quando se trata de problemas de espalhamento eletromagnético, matriz cheia significa considerar os efeitos do retro-espalhamento. Cada etapa do CBFM será discutida em detalhes nesta e nas seções seguintes deste capítulo. Antes porém, para se ter uma visão geral do método, pode-se descrevê-lo da seguinte forma: Os  $N$  segmentos do terreno são distribuídos em conjuntos de segmentos chamados blocos (vide figura 3.1). Para cada bloco são construídas as macro funções de base, que incorporaram as características particulares da geometria do problema. As  $N$  correntes equivalentes (induzidas) nos  $N$  segmentos do terreno são obtidas através de uma combinação linear destas macro funções cujos coeficientes são a

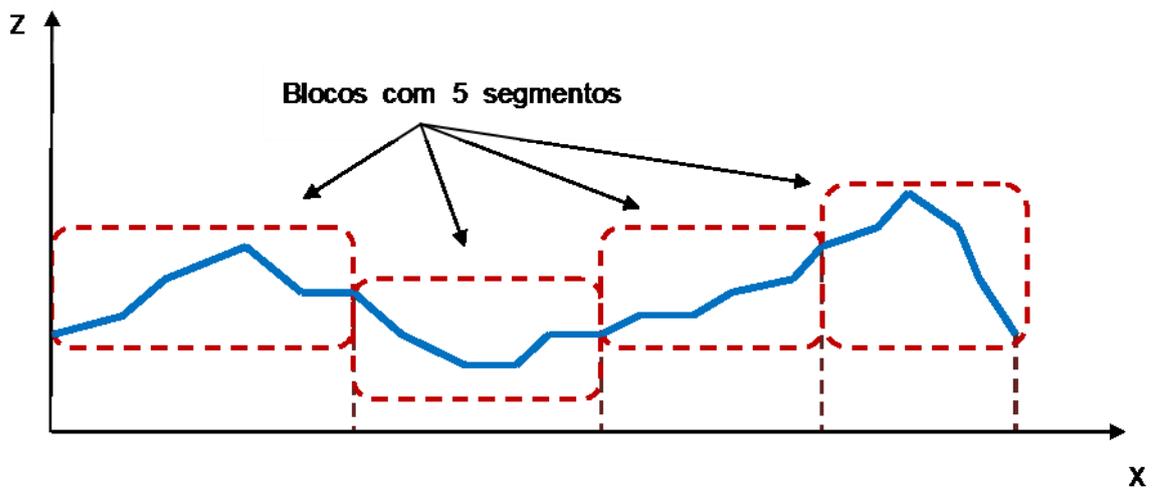


Figura 3.1: Terreno com  $N = 20$  segmentos distribuídos em  $M = 4$  blocos com  $N_i = 5$  segmentos/bloco.

solução de um sistema linear significativamente menor que  $N \times N$ .

Considerando que a interação entre blocos distantes é muito fraca e visando reduzir os insumos computacionais (memória e tempo de CPU), no cálculo das macro funções de base considera-se a princípio, apenas o bloco observador e os blocos adjacentes. Se necessário, mais blocos vizinhos podem ser utilizados para se ter mais macro funções, e assim melhorar a precisão dos resultados.

### 3.2. Número de segmentos e número de blocos

Na aplicação do Método dos Momentos o perfil do terreno é dividido em  $N$  segmentos, valor este que é uma função do comprimento de onda e do fator de discretização  $q = \text{segmentos}/\lambda$ . Assim, dado o perfil de um terreno primeiramente se calcula o comprimento total do mesmo (soma dos segmentos fornecidos) e a seguir calcula-se o número de segmentos estimado  $N$ , multiplicando o comprimento total por  $q/\lambda$ .

Estes  $N$  segmentos são agora agrupados em  $M$  blocos contendo  $N_i$  segmentos por bloco. O número de segmentos  $N_i$  em cada bloco deve ser muito maior que o número de blocos  $M$ , visando a obtenção de uma matriz reduzida bem menor que a matriz MoM. Em [4] o autor

sugere que  $N_i$  seja da ordem 1.000. Mas em algumas situações, usa-se valores maiores ou menores que 1.000, de acordo com tamanho/perfil do terreno e precisão desejada. Escolhido  $N_i$ , o número de blocos  $M$  é então o primeiro inteiro superior a  $N/N_i$ .

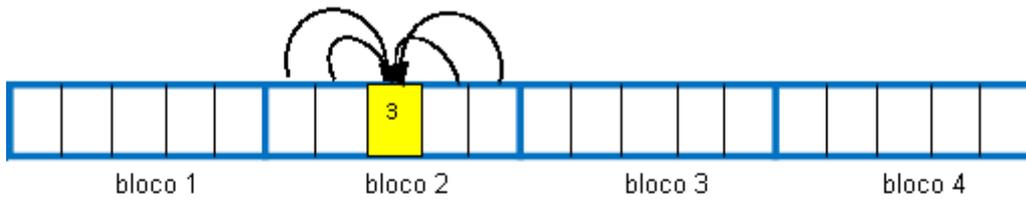
Para facilitar a confecção do programa computacional (mas não necessariamente) deve-se colocar o mesmo número de segmentos  $N_i$  igual para todos os blocos. Como a divisão  $N/M$  geralmente não é um número inteiro, e para garantir o tamanho dos segmentos menor ou igual a  $\lambda/q$ , estabelece-se o novo valor de  $N$  como sendo  $N = MN_i$ . Por exemplo, para  $N = 21.515$  segmentos e  $N_i = 1000$ , o número de blocos é  $M = 22$ . Para que o número de segmentos seja o mesmo em todos os blocos (= 1.000), o novo valor de  $N$  deve ser reajustado para  $N = MN_i = 22 \times 1.000 = 22.000$ .

Para se fixar os conceitos de total de segmentos ( $N$ ), total de blocos ( $M$ ) e segmentos por bloco ( $N_i$ ), a figura 3.1 ilustra um terreno simples, com apenas 20 segmentos distribuídos em 4 blocos com 5 segmentos cada.

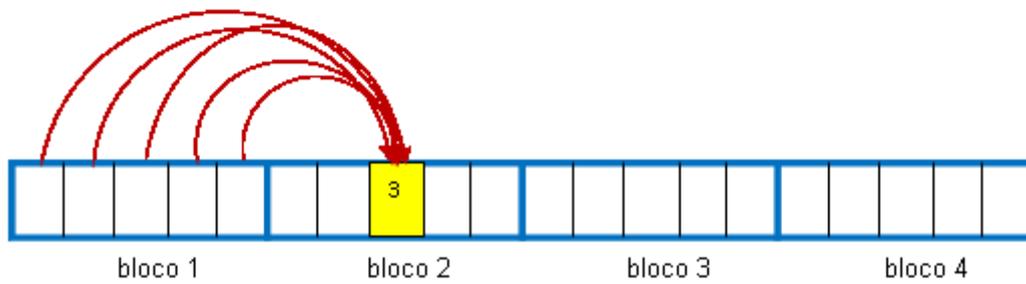
### 3.3. Definições e notações

No CBFM primeiramente são calculadas para cada bloco, as macro-funções de base características (CBFs) que consistem da macro-função de base primária (PBF) que avaliam as interações entre os segmentos do mesmo bloco, e das macro-funções de base secundárias (SBFs) que avaliam as interações com os segmentos dos blocos adjacentes esquerdo e direito.

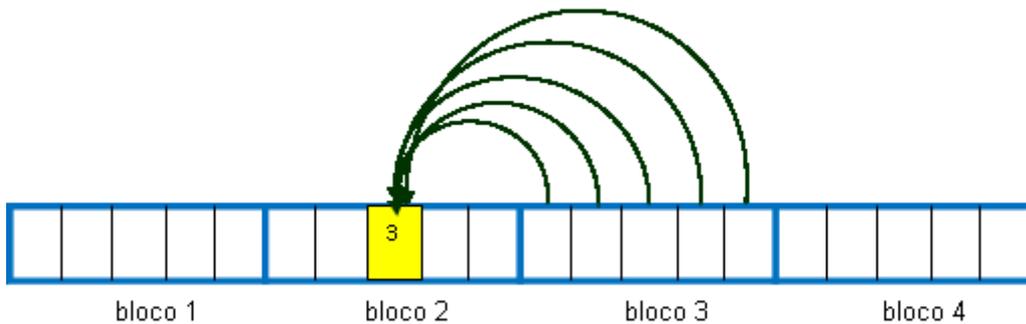
A PBF de um bloco  $i$  é um vetor  $N_i \times 1$  onde cada elemento  $s$  representa a corrente devida à interação com todos os segmentos do bloco  $i$ , no segmento  $s$ . A SBF esquerda do bloco  $i$  é um vetor  $N_i \times 1$  onde cada elemento  $s$  representa a corrente devida à interação com todos os segmentos do bloco  $i - 1$  no segmento  $s$ . A figura 3.2 ilustra a geração de um elemento da PBF do bloco 2 e um elemento de cada SBF do bloco 2. Existe uma PBF e duas SBFs para cada bloco, exceto nos blocos de borda que têm apenas uma SBF. Desta forma o número total de CBFs é  $M + (2M - 2) = 3M - 2$ .



a) Geração do 3º elemento do vetor PBF do bloco observador 2



b) Geração do 3º elemento do vetor SBF entre o bloco observador 2 e o bloco fonte 1



c) Geração do 3º elemento do vetor SBF entre o bloco observador 2 e o bloco fonte 3

Figura 3.2: Geração dos elementos das macro funções de base. Terreno com 20 segmentos distribuídos em 4 blocos com 5 segmentos cada

Devido à grande quantidade de índices nas variáveis, a notação utilizada nos vetores e matrizes é explicitada a seguir:

$\mathbf{I}^{(i)}$  = vetor de correntes equivalentes no bloco  $i$ . Dimensão  $N_i \times 1$

$\mathbf{I}_{(i)}^{(i)}$  = vetor PBF do bloco observador  $i$ . Dimensão  $N_i \times 1$

$\mathbf{I}_{(k)}^{(i)}$  = vetor SBF do bloco observador  $i$ , devido às correntes do bloco fonte  $k$ . Dimensão  $N_i \times 1$

$\mathbf{Z}^{(i,k)}$  = matriz de impedâncias entre os segmentos do bloco observador  $i$  e os segmentos do bloco fonte  $k$ . Dimensão  $N_i \times N_k$ . Dados  $i$  e  $k$ , as linhas e colunas de  $\mathbf{Z}^{(i,k)}$  são obtidas das linhas e colunas da matriz MoM por:

$$\left. \begin{aligned}
 li &= (i - 1)N_i + 1 \quad (\text{linha inicial}) \\
 lf &= li - 1 + N_i \quad (\text{linha final}) \\
 ci &= (k - 1)N_i + 1 \quad (\text{coluna inicial}) \\
 cf &= ci - 1 + N_k \quad (\text{coluna final})
 \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

A definição de blocos estendidos e blocos truncados é mostrada na figura 3.3. Diz-se que um bloco  $i$  estende-se sobre o bloco  $k$ , quando elementos do bloco  $k$  passam a ser considerados como pertencentes também ao bloco  $i$ . Quando um bloco observador  $i$  se estende sobre  $d$  segmentos de um bloco fonte  $k$ , este bloco  $k$  fica com  $N_k - d$  segmentos não cobertos. O bloco  $k$  com  $N_k - d$  segmentos é chamado de bloco  $k$  truncado.

O bloco observador 1 estende sobre o bloco fonte 2



O bloco observador 2 estende sobre os blocos fonte 2 e 3



O bloco observador 3 estende sobre os blocos fonte 2 e 4



O bloco observador 4 estende só sobre o bloco fonte 3

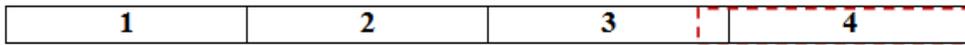


Figura 3.3: Blocos  $i$  estendidos sobre segmentos dos blocos adjacentes  $k$

A definição e notação para as matrizes de impedâncias estendidas é :

$\mathbf{Z}_e^{(i,i)}$  = matriz de impedâncias entre os segmentos do bloco observador  $i$  estendido

$\mathbf{Z}_e^{(i,k)}$  = matriz de impedâncias entre os segmentos do bloco observador  $i$  estendido e os segmentos do bloco adjacente  $k$  truncado. A dimensão desta matriz varia de acordo com os blocos envolvidos. O número de linhas é igual ao número de segmentos do bloco observador  $i$  estendido e o número de colunas, igual ao número de segmentos do bloco adjacente  $k$  truncado. Abaixo são dados alguns exemplos para terreno com 4 blocos:

$\mathbf{Z}_e^{(3,3)}$  → dimensão  $(N_3 + 2d) \times (N_3 + 2d)$  bloco 3 estendido sobre blocos 2 e 4

$\mathbf{Z}_e^{(1,2)}$  → dimensão  $(N_1 + d) \times (N_2 - d)$  bloco 1 estendido sobre bloco 2 truncado

$\mathbf{Z}_e^{(2,1)}$  → dimensão  $(N_2 + 2d) \times (N_1 - d)$  bloco 2 estendido sobre blocos 1 truncado

$\mathbf{Z}_e^{(2,3)}$  → dimensão  $(N_2 + 2d) \times (N_3 - d)$  bloco 2 estendido sobre blocos 3 truncado

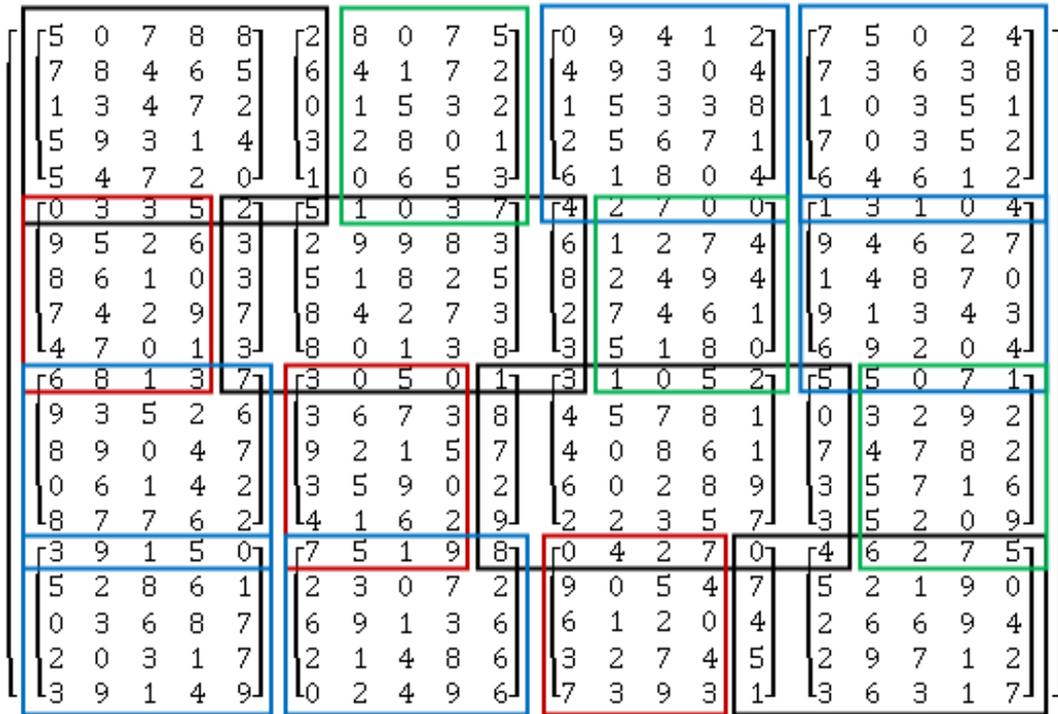


Figura 3.4: Matrizes de impedâncias entre os blocos  $i$  estendidos e blocos  $k$  truncados. Impedância entre elementos do mesmo bloco (preto), impedância com bloco adjacente esquerdo (vermelho), impedância com bloco adjacente direito (verde) e impedância com bloco não adjacente (azul)

$\mathbf{Z}_e^{(4,3)} \rightarrow$  dimensão  $(N_4 + d) \times (N_3 - d)$  bloco 4 estendido sobre bloco 3 truncado

Para visualizar como a dimensão das matrizes  $\mathbf{Z}_e^{(i,k)}$  variam em função de  $i, k$ , a figura 3.4 ilustra a construção destas matrizes entre os blocos  $i$  estendidos e blocos  $k$  truncados e não truncados, para  $N = 20$  segmentos distribuídos em 4 blocos com  $N_i = 5$ .

Dados  $i, k$  e usando  $li$  e  $lf$  já calculados em (3.1), a linha inicial  $lie$  e final  $lfe$  de  $\mathbf{Z}_e^{(i,k)}$  são obtidas das linhas e colunas da matriz MoM por:

$$\left. \begin{array}{l}
\text{Se } i = 1 \\
lie = 1; lfe = N_i + d \\
\\
\text{Se } i = M \\
lie = li - d; lfe = lf \\
\\
\text{Se } i \neq 1 \text{ e } i \neq M \\
lie = li - d; lfe = lf + d
\end{array} \right\} \quad (3.2)$$

As colunas de  $\mathbf{Z}_e^{(i,k)}$  são obtidas por uma lógica diferente da lógica das linhas. Se  $i = k$  as colunas são as mesmas da matriz impedância não estendida  $\mathbf{Z}^{(i,k)}$  obtidas em (3.2).

Se  $i \neq k$  e  $k$  é um bloco adjacente, a coluna inicial  $cie$  e final  $cfe$  de  $\mathbf{Z}_e^{(i,k)}$  são obtidas das colunas da matriz (MoM) por:

$$\left. \begin{array}{l}
\text{Se } k - i = 1 \text{ (bloco adjacente à direita de } i) \\
\\
cie = ci + d; cfe = ci + N_k - 1 \\
\\
\text{Se } k - i = -1 \text{ (bloco adjacente à esquerda de } i) \\
\\
cie = ci; cfe = ci + N_k - 1 - d
\end{array} \right\} \quad (3.3)$$

onde  $ci$  e  $cf$  foram calculadas em (3.1).

$\mathbf{I}_{e(k)}^{(i)}$  = vetor SBF do bloco  $i$  estendido, devido às correntes do bloco adjacente  $k$  truncado. Para cada segmento do bloco  $i$  estendido existe um elemento do vetor SBF estendido. A dimensão deste vetor é portanto, igual ao número de segmentos do bloco  $i$  estendido. Segue abaixo, exemplo para terreno com 4 blocos:

$\mathbf{I}_{e(4)}^{(3)}$  → vetor SBF do bloco observador 3 estendido, gerado pelo bloco fonte 4 truncado.

Dimensão  $(N_3 + 2d) \times 1$

$\mathbf{I}_{e(2)}^{(3)}$  → vetor SBF do bloco observador 3 estendido, gerado pelo bloco fonte 2 truncado.

Dimensão  $(N_3 + 2d) \times 1$

$\mathbf{I}_{e(3)}^{(4)}$  → vetor SBF do bloco observador 4 estendido, gerado pelo bloco 3 truncado. Dimensão

$(N_4 + d) \times 1$

$\mathbf{I}_{t(i)}^{(k)}$  = vetor PBF do bloco  $k$  sem as correntes comuns com o bloco  $i$  (bloco  $k$  truncado pelo bloco  $i$ ). A dimensão deste vetor é  $N_k - d$  (menor que o vetor PBF  $\mathbf{I}_{(k)}^{(k)}$  que tem  $\dim=N_k$ ).

Exemplo para terreno com 4 blocos:

$\mathbf{I}_{t(1)}^{(2)}$  → vetor PBF do bloco 2, truncado pelo bloco 1. Dimensão  $(N_2 - d) \times 1$

$\mathbf{I}_{t(3)}^{(2)}$  → vetor PBF do bloco 2, truncado pelo bloco 3. Dimensão  $(N_2 - d) \times 1$

$\mathbf{I}_{t(3)}^{(4)}$  → vetor PBF do bloco 4, truncado pelo bloco 3. Dimensão  $(N_4 - d) \times 1$

### 3.4. Cálculo das PBFs

Sendo  $\mathbf{V}^i$  o vetor  $N_i \times 1$  que contém as excitações (campo incidente) nos segmentos do bloco  $i$ , o vetor PBF do bloco  $i$ ,  $\mathbf{I}_{(i)}^{(i)}$ , poderia ser calculado diretamente por [4]

$$\mathbf{Z}^{(i,i)} \mathbf{I}_{(i)}^{(i)} = \mathbf{V}^i, \quad (3.4)$$

mas para eliminar os valores espúrios causados pelas bordas dos blocos, cada bloco é estendido nas duas direções( exceto blocos de borda) pelo comprimento de  $\lambda$ . Como existe  $q$  segmentos por  $\lambda$ , basta estender os blocos em  $q$  segmentos. Através dos elementos da matriz original MoM e usando (3.2) e (3.3), obtém-se a matriz impedância estendida  $\mathbf{Z}_e^{(i,k)}$ .

Com o vetor excitação estendido  $\mathbf{V}_e^i$  e a equação abaixo, calcula-se o vetor PBF estendido  $\mathbf{I}_{e(i)}^{(i)}$  através de

$$\mathbf{Z}_e^{(i,i)} \mathbf{I}_{e(i)}^{(i)} = \mathbf{V}_e^i. \quad (3.5)$$

Para se obter o vetor PBF não estendido  $\mathbf{I}_{(i)}^{(i)}$ , basta eliminar de  $\mathbf{I}_{e(i)}^{(i)}$  as correntes pertencentes aos segmentos dos blocos adjacentes ao bloco  $i$ . Se o bloco  $i = l$ , seleciona-se as linhas de  $l$  a  $N_i$ , caso contrário seleciona-se as linhas de  $l + d$  até  $N_i + d$ .

As PBFs podem ser obtidas resolvendo-se o sistema linear de forma direta (decomposição LU), por aproximação com Ótica Física-PO (quando aplicável), ou por processos numéricos iterativos tais como o FBM [4]. No presente trabalho em que o número de incógnitas é razoavelmente pequeno ( $N_i$  em torno de 1.000), optou-se por gerar as macro funções de base de forma mais precisa (decomposição LU) pois para regiões com área de sombra acentuada, verificou-se que macro funções de base mais exatas são fundamentais para uma melhor precisão dos resultados.

### 3.5. Cálculo das SBFs

A fórmula que deveria ser usada para cálculo das SBFs  $\mathbf{I}_{(k)}^{(i)}$  entre os blocos  $i$  e  $k$  seria [4]

$$\mathbf{Z}^{(i,i)} \mathbf{I}_{(k)}^{(i)} = -\mathbf{Z}^{(i,k)} \mathbf{I}^{(k)}, \quad (3.6)$$

porém o vetor corrente equivalente  $\mathbf{I}^{(k)}$  é desconhecido. Para representar  $\mathbf{I}^{(k)}$ , como aproximação pode-se usar a PBF  $\mathbf{I}_{(k)}^{(k)}$  (já calculada anteriormente). Antes porém de se utilizar  $\mathbf{I}_{(k)}^{(k)}$  tem-se que verificar se o bloco  $i$  estendido tem segmento comum com o bloco  $k$ . Caso tenha, substitui-se  $\mathbf{I}_{(k)}^{(k)}$  por  $\mathbf{I}_{t(i)}^{(k)}$  que representa a PBF do bloco  $k$  sem os elementos comuns com a PBF do bloco  $i$ . Após gerar as impedâncias estendidas, calcula-se o vetor SBF estendido  $\mathbf{I}_{e(k)}^{(i)}$  através de

$$\mathbf{Z}_e^{(i,i)} \mathbf{I}_{e(k)}^{(i)} = -\mathbf{Z}_e^{(i,k)} \mathbf{I}_{t(i)}^{(k)}. \quad (3.7)$$

Para se obter o vetor SBF não estendido  $\mathbf{I}_{(k)}^{(i)}$ , basta eliminar de  $\mathbf{I}_{e(k)}^{(i)}$  as correntes pertencentes aos segmentos dos blocos adjacentes ao bloco  $i$ . Analogamente como no caso da PBF, se o bloco  $i = 1$ , seleciona-se as linhas de 1 a  $N_i$ , caso contrário seleciona-se as linhas de  $1 + d$  até  $N_i + d$ .

### 3.6. Exemplos de PBFs e SBFs

Como exemplo, a seguir são mostrados dois terrenos teóricos de características diferentes com suas respectivas PBFs e SBFs. O primeiro terreno chamado Plano-active tem 1,5 km de extensão, é plano até 750 m e depois sofre uma elevação gradativa, terminando com altura de 300 m. É totalmente iluminado, sem áreas de sombra por um transmissor em 144 MHz e altura de 10,4 m. O terreno é dividido em 6 blocos com 500 segmentos em cada um.

O gráfico da figura 3.5 mostra o módulo das PBFs, módulo das SBFs da esquerda (propagação direta, no sentido de propagação do campo incidente) e módulo das SBFs da direita (propagação reversa, no sentido contrário de propagação do campo incidente). Existe uma diferença considerável entre as amplitudes das três macro funções, sendo que as PBFs têm os maiores valores e as SBFs da direita, os menores valores. A figura 3.6 apresenta o módulo das correntes equivalentes geradas pelas PBFs e SBFs do método CBFM e o módulo das correntes equivalentes geradas usando a matriz MoM cheia. A figura 3.7 apresenta a fase destas correntes equivalentes. Observa-se que para este terreno as PBFs e SBFs conseguem gerar as correntes equivalentes com módulos e fases bem próximos dos módulos e fases das correntes geradas pela matriz cheia.

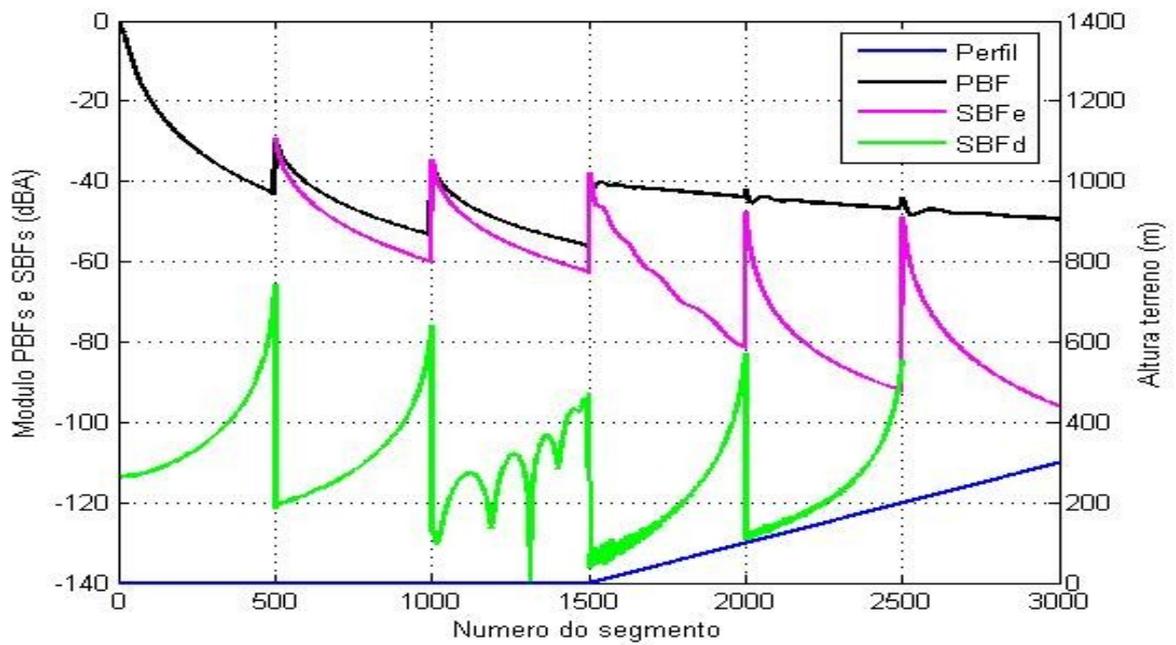


Figura 3.5: Módulo das macro funções PBFs, SBFs da esquerda e da direita dos 6 blocos no terreno Plano-ativo em 144 MHz.

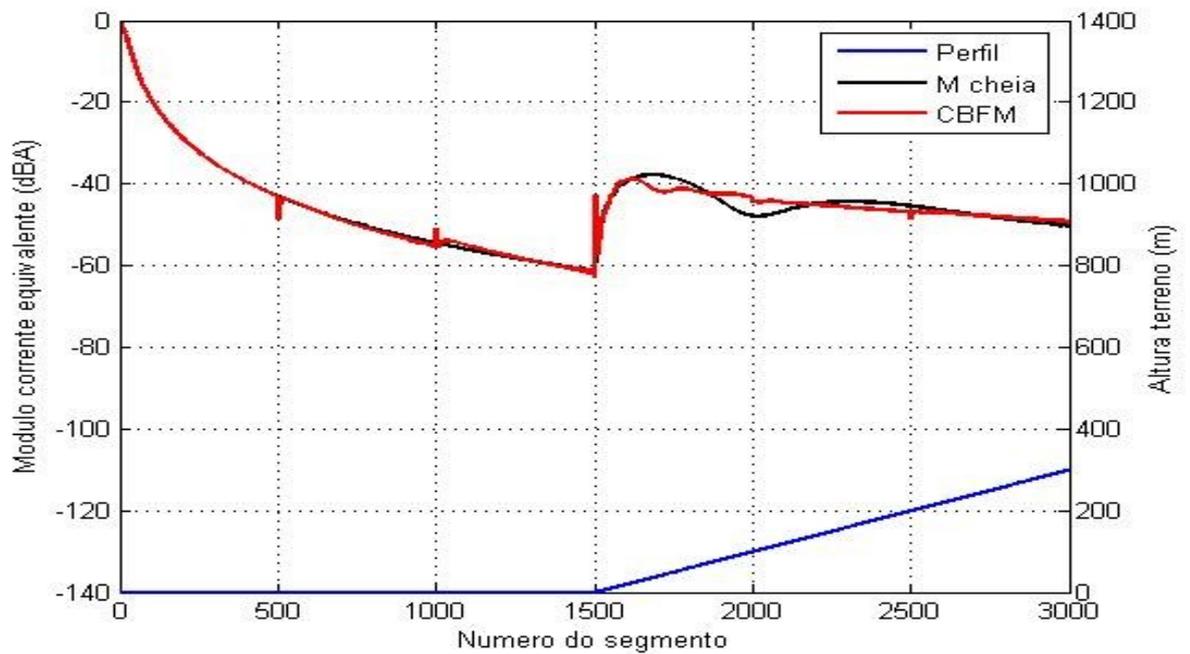


Figura 3.6: Módulo das correntes equivalentes via matriz cheia e via CBFM no terreno Plano-ativo em 144MHz.

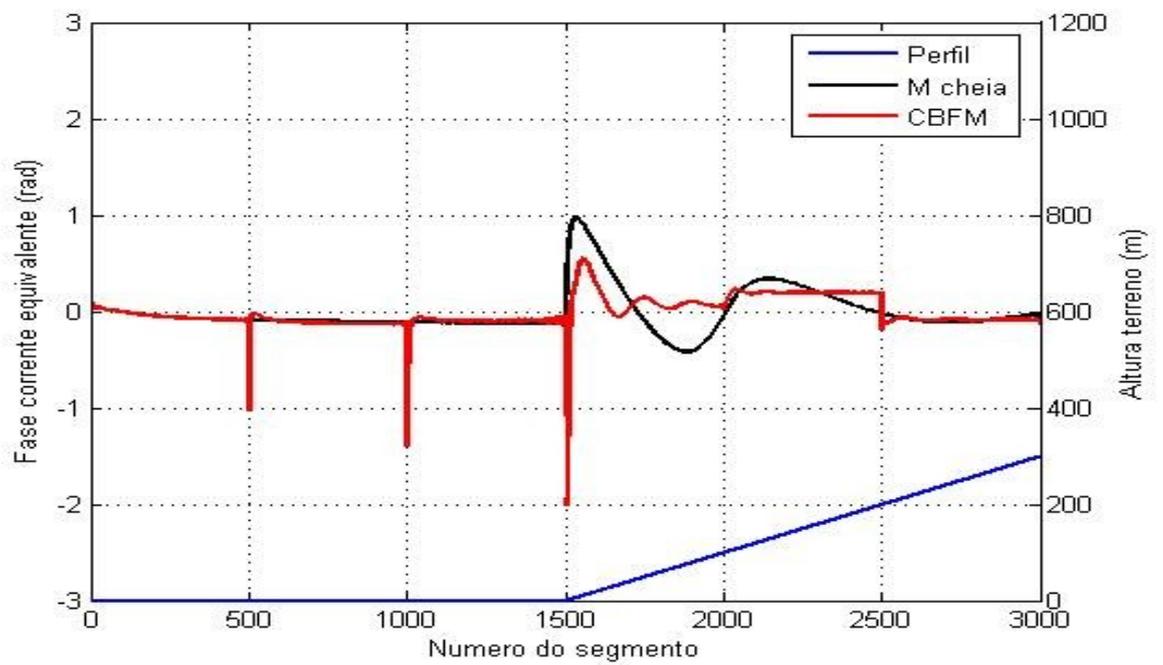


Figura 3.7: Fase das correntes equivalentes via matriz cheia e via CBFM no terreno Plano-activo em 144MHz.

O segundo terreno chamado Morro Alto tem 2 Km de extensão e apresenta um morro de 200 m de altura no seu perfil. É iluminado apenas até o segmento 1.800 sendo o restante sem iluminação (área de sombra). A frequência é também de 144 MHz, transmissor com altura de 10 m, e o terreno é dividido em 9 blocos com 500 segmentos em cada um.

Analogamente ao caso anterior, o gráfico da figura 3.8 mostra o módulo das PBFs e SBFs, o gráfico da figura 3.9, o módulo das correntes equivalentes calculadas via matriz cheia e via CBFM e o gráfico da figura 3.10, as fases destas correntes equivalentes. Observa-se que na área de sombra, as PBFs e SBFs não conseguem gerar correntes equivalentes (módulo e fase) muito próximas das correntes geradas pela matriz cheia. Este fato gera uma discrepância entre a atenuação calculada via matriz cheia e via CBFM e é analisado posteriormente na Seção 4.9.

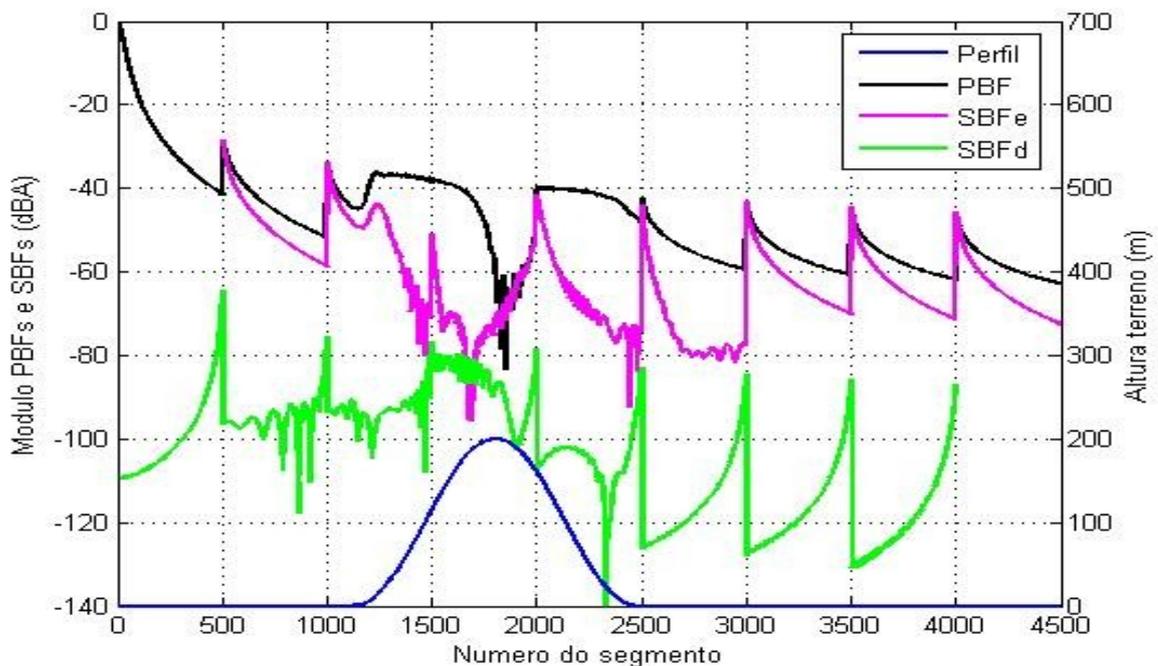


Figura 3.8: Módulo das funções de base PBFs, SBFs à esquerda e à direita dos 9 blocos no terreno Morro Alto em 144 MHz.

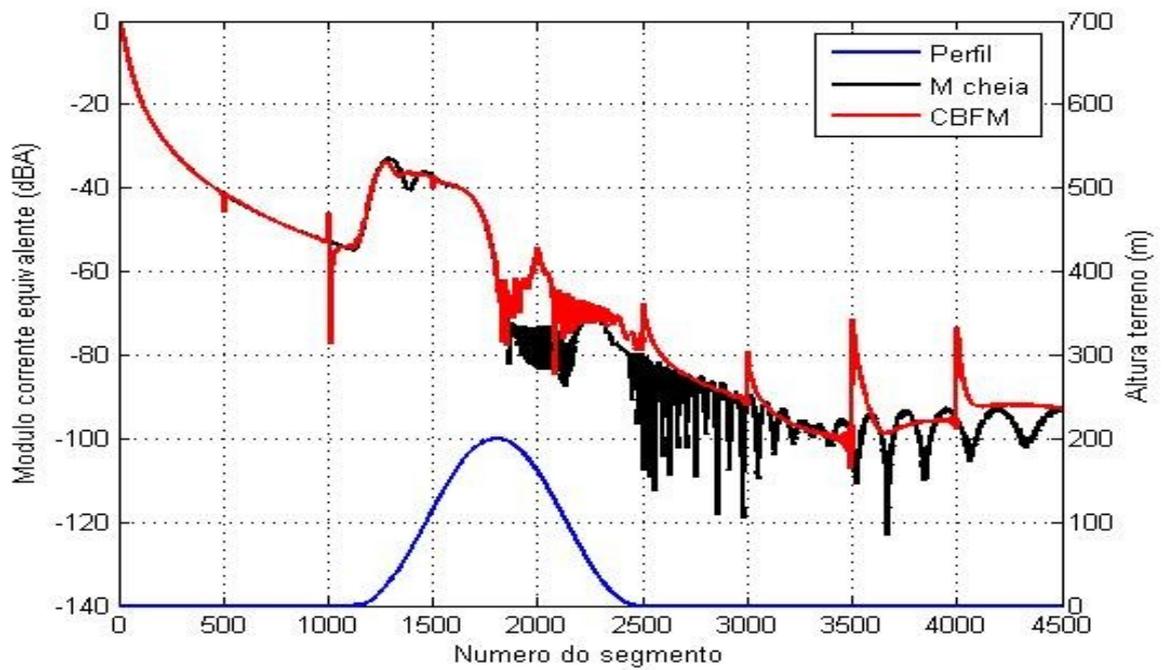


Figura 3.9: Módulo das correntes equivalentes via matriz cheia e via CBFM no terreno Morro Alto em 144MHz.

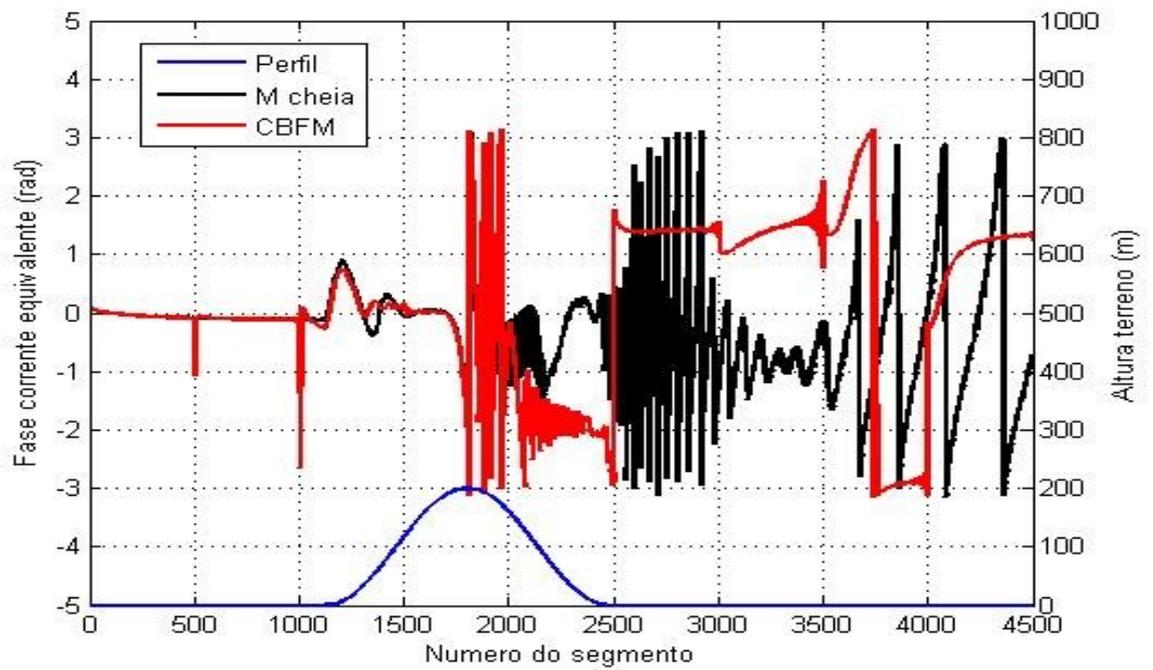


Figura 3.10: Fase das correntes equivalentes via matriz cheia e via CBFM no terreno Morro Alto em 144MHz.

### 3.7. Coeficientes da combinação linear

O vetor de correntes equivalentes  $\mathbf{I}_{N \times 1}$  que se deseja, é uma combinação linear dos  $3M - 2$  vetores colunas formados pelas PBFs e SBFs, e é expresso por [5]

$$\mathbf{I}_{N \times 1} = \sum_{c=1}^2 \alpha_c^{(1)} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{(k)}^{(1)} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \sum_{c=1}^3 \alpha_c^{(2)} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I}_{(k)}^{(2)} \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \dots + \sum_{c=1}^2 \alpha_c^{(M)} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{I}_{(k)}^{(M)} \end{bmatrix}. \quad (3.8)$$

$\mathbf{I}_{(k)}^{(i)}$  (PBFs e SBFs) e  $\mathbf{0}$ , são vetores de dimensão  $N_i \times 1$  e  $\alpha_c^{(i)}$  são os coeficientes complexos de expansão das macro funções de base do bloco  $i$ . Para cada  $c$ , a variável  $k$  assume um dos valores  $i - 1, i, i + 1$  e representam o número seqüencial dos bloco  $i$  e seus dois blocos adjacentes.

Substituindo (3.8) em (2.38)

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}^{(1,1)} & \mathbf{Z}^{(1,2)} & \mathbf{Z}^{(1,3)} & \vdots & \vdots & \mathbf{Z}^{(1,M)} \\ \mathbf{Z}^{(2,1)} & \mathbf{Z}^{(2,2)} & \mathbf{Z}^{(2,3)} & \vdots & \vdots & \mathbf{Z}^{(2,M)} \\ \mathbf{Z}^{(3,1)} & \mathbf{Z}^{(3,2)} & \mathbf{Z}^{(3,3)} & \vdots & \vdots & \mathbf{Z}^{(3,M)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{Z}^{(M,1)} & \mathbf{Z}^{(M,2)} & \mathbf{Z}^{(M,3)} & \vdots & \vdots & \mathbf{Z}^{(M,M)} \end{bmatrix} \left( \sum_{c=1}^2 \alpha_c^{(1)} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{(k)}^{(1)} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \sum_{c=1}^3 \alpha_c^{(2)} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I}_{(k)}^{(2)} \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \dots + \sum_{c=1}^2 \alpha_c^{(M)} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{I}_{(k)}^{(M)} \end{bmatrix} \right), \quad (3.9)$$

e fazendo apenas o primeiro produto do 2º membro, temos o vetor

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z}^{(1,1)} & \mathbf{Z}^{(1,2)} & \mathbf{Z}^{(1,3)} & \vdots & \vdots & \mathbf{Z}^{(1,N)} \\ \mathbf{Z}^{(2,1)} & \mathbf{Z}^{(2,2)} & \mathbf{Z}^{(2,3)} & \vdots & \vdots & \mathbf{Z}^{(2,N)} \\ \mathbf{Z}^{(3,1)} & \mathbf{Z}^{(3,2)} & \mathbf{Z}^{(3,3)} & \vdots & \vdots & \mathbf{Z}^{(3,N)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{Z}^{(M,1)} & \mathbf{Z}^{(M,2)} & \mathbf{Z}^{(M,3)} & \vdots & \vdots & \mathbf{Z}^{(M,M)} \end{bmatrix} \times \sum_{c=1}^2 \alpha_c^{(1)} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{(k)}^{(1)} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} =$$

$$= \sum_{c=1}^2 \alpha_c^{(1)} \begin{bmatrix} \mathbf{Z}^{(1,1)} \mathbf{I}_{(k)}^{(1)} \\ \mathbf{Z}^{(2,1)} \mathbf{I}_{(k)}^{(1)} \\ \mathbf{Z}^{(3,1)} \mathbf{I}_{(k)}^{(1)} \\ \vdots \\ \mathbf{Z}^{(M,1)} \mathbf{I}_{(k)}^{(1)} \end{bmatrix} = \sum_{c=1}^2 \alpha_c^{(1)} \mathbf{u}_k^{(1)}. \quad (3.10)$$

Processando os produtos das demais parcelas do 2º membro, pode-se escrever (3.9) como

$$\mathbf{V}_{N \times 1} = \sum_{c=1}^2 \alpha_c^{(1)} \mathbf{u}_k^{(1)} + \sum_{c=1}^3 \alpha_c^{(2)} \mathbf{u}_k^{(2)} + \dots + \sum_{c=1}^2 \alpha_c^{(M)} \mathbf{u}_k^{(M)}, \quad (3.11)$$

onde  $k = i-1, i, i+1$  e

$$\mathbf{u}_k^{(i)} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}^{(1,i)} \mathbf{I}_{(k)}^{(i)} \\ \mathbf{Z}^{(2,i)} \mathbf{I}_{(k)}^{(i)} \\ \mathbf{Z}^{(3,i)} \mathbf{I}_{(k)}^{(i)} \\ \vdots \\ \mathbf{Z}^{(M,i)} \mathbf{I}_{(k)}^{(i)} \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

O vetor  $\mathbf{u}_k^{(i)}$  com dimensão  $N \times 1$  é determinado para cada par de blocos  $i$  e  $k$  inclusive para  $i = k$ . Seus elementos avaliam a interação dos segmentos  $s$  do terreno, com estes 2 blocos, ou seja, cada elemento deste vetor  $\mathbf{u}_k^{(i)}$  corresponde à influência sofrida pelo segmento  $s$  devido à iteração do bloco  $i$  com o bloco  $k$ . A quantidade de vetores  $\mathbf{u}_k^{(i)}$  é igual ao número de CBFs, ou seja,  $3M - 2$ .

Para se calcular os elementos de  $\mathbf{u}_k^{(i)}$ , explicita-se a seguir o produto  $\mathbf{Z}^{(t,i)} \mathbf{I}_{(k)}^{(i)}$  da equação (3.12), para  $t = 1 \dots M$ , onde  $t$  é o bloco observador que contém o segmento  $s$ :

$$\mathbf{Z}^{(t,i)} \mathbf{I}_{(k)}^{(i)} = \begin{bmatrix} z_{l_i, c_i} & z_{l_i, c_{i+1}} & \dots & \dots & z_{l_i, c_f} \\ z_{l_{i+1}, c_i} & z_{l_{i+1}, c_{i+1}} & \vdots & \vdots & z_{l_{i+1}, c_f} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ z_{l_f, c_i} & z_{l_f, c_{i+1}} & \dots & \dots & z_{l_f, c_f} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_{(k_1)}^{(i)} \\ I_{(k_2)}^{(i)} \\ \vdots \\ I_{(k_{Ni})}^{(i)} \end{bmatrix}. \quad (3.13)$$

$\mathbf{Z}^{(t,i)} \mathbf{I}_{(k)}^{(i)}$  é um vetor de dimensão  $(N_t \times N_i) \times (N_i \times 1) = N_t \times 1$ . Os valores  $li$ ,  $lf$ ,  $ci$ , e  $cf$  referem-se às linhas e colunas da matriz MoM e foram calculados em (3.1).  $I_{(k_n)}^{(i)}$  é a  $n$ -ésima corrente (elemento) da SBF  $\mathbf{I}_{(k)}^{(i)}$ . O objetivo é achar um elemento do vetor  $\mathbf{Z}^{(t,i)} \mathbf{I}_{(k)}^{(i)}$ . Denota-se este elemento por  $u_{k,s}^{(i)}$  onde  $s$  é o segmento do bloco  $t$  e que está sendo influenciado pela interação do bloco  $i$  com o bloco  $k$ .

Supondo o segmento  $s$  representado na linha  $l_{i+1}$  em (3.13), pode-se calcular o elemento  $u_{k,s}^{(i)}$

$$u_{k,s}^{(i)} = [z_{s,c_i} \quad z_{s,c_{i+1}} \quad \cdot \quad \cdot \quad z_{s,c_f}] \times \begin{bmatrix} I_{(k_1)}^{(i)} \\ I_{(k_2)}^{(i)} \\ \cdot \\ I_{(k_{N_i})}^{(i)} \end{bmatrix}. \quad (3.14)$$

Após o cálculo via (3.14) de todos os  $N$  elementos dos  $3M - 2$  vetores  $\mathbf{u}_k^{(i)}$ , e reescrevendo a equação (3.11) com a variável  $c$  numerando seqüencialmente os  $3M - 2$  coeficientes  $\alpha_c^{(i)}$

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{N \times 1} = & \alpha_1^{(1)} \mathbf{u}_1^{(1)} + \alpha_2^{(1)} \mathbf{u}_2^{(1)} + \alpha_3^{(2)} \mathbf{u}_1^{(2)} + \alpha_4^{(2)} \mathbf{u}_2^{(2)} \\ & + \alpha_5^{(2)} \mathbf{u}_3^{(2)} \dots \alpha_{3M-3}^{(M)} \mathbf{u}_1^{(M)} + \alpha_{3M-2}^{(M)} \mathbf{u}_2^{(M)}, \end{aligned} \quad (3.15)$$

verifica-se que a expressão (3.15) é um sistema com  $N$  equações e  $3M - 2$  incógnitas  $\alpha_c^{(i)}$ . O próximo passo é gerar um sistema de matriz reduzida  $(3M - 2) \times (3M - 2)$  com o objetivo de achar os  $3M - 2$  coeficientes  $\alpha_c^{(i)}$ .

Fazendo o produto interno de (3.15), a cada vez, por um dos  $3M - 2$  vetores conjugados de  $\mathbf{u}_k^{(i)}$ , tem-se um sistema com  $3M - 2$  equações e  $3M - 2$  incógnitas ( $\alpha_c^{(i)}$ ). É um sistema bem menor do que o sistema  $N \times N$ , podendo ser resolvido de forma precisa por inversão de matrizes. As  $3M - 2$  equações (linhas) deste sistema são geradas via produto interno com os conjugados dos vetores  $\mathbf{u}_k^{(i)}$ , representados por  $\mathbf{u}_k^{(i)*}$ , da seguinte maneira:



$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \mathbf{I}^{(1)} \\ \mathbf{I}^{(2)} \\ \mathbf{I}^{(3)} \\ \vdots \\ \mathbf{I}^{(M)} \end{bmatrix} &= \alpha_1^{(1)} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{(1)} \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \alpha_2^{(1)} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{(2)} \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \alpha_3^{(2)} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I}^{(2)} \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \alpha_4^{(2)} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I}^{(2)} \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \alpha_5^{(2)} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{I}^{(3)} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \dots + \alpha_{3M-3}^{(M)} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{I}^{(M-1)} \end{bmatrix} \\
&+ \alpha_{3M-2}^{(M)} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{I}^{(M)} \end{bmatrix}. \tag{3.17}
\end{aligned}$$

Os  $3M - 2$  vetores colunas de dimensão  $N \times 1$  da equação (3.17), são formados por zeros, correntes PBFs ou correntes SBFs dos blocos  $i, k$ . O número seqüencial  $c$  dos coeficientes  $\alpha_c^{(i)}$  de cada vetor coluna, é dado em função dos blocos  $i$  e  $k$  pela expressão

$$c(i, k) = 2i + k - 2. \tag{3.18}$$

Observando a equação (3.17) vê-se que o vetor de correntes equivalentes  $\mathbf{I}^{(1)}$  do bloco 1 é

$$\mathbf{I}^{(1)} = \alpha_1^{(1)} \mathbf{I}_{(1)}^{(1)} + \alpha_2^{(1)} \mathbf{I}_{(2)}^{(1)}. \tag{3.19}$$

Similarmente, as correntes equivalentes  $\mathbf{I}^{(M)}$  do bloco  $M$  é

$$\mathbf{I}^{(M)} = \alpha_{3M-3}^{(M)} \mathbf{I}_{(M-1)}^{(M)} + \alpha_{3M-2}^{(M)} \mathbf{I}_{(M)}^{(M)}. \tag{3.20}$$

Para os demais blocos  $i$ , a solução  $\mathbf{I}^{(i)}$  é

$$\mathbf{I}^{(i)} = \alpha_{c(i,i-1)}^{(i)} \mathbf{I}_{(i-1)}^{(i)} + \alpha_{c(i,i)}^{(i)} \mathbf{I}_{(i)}^{(i)} + \alpha_{c(i,i+1)}^{(i)} \mathbf{I}_{(i+1)}^{(i)}, \tag{3.21}$$

Observe que para a última coluna, ou seja bloco  $i = M$  e bloco  $k = M$ , o seqüencial  $c$  dado por (3.18) é  $c(M, M) = 3M - 2$ , que é igual ao número total de CBFs, conforme esperado.

### 3.9. CBFM com mais blocos vizinhos

Com o objetivo de melhorar um pouco a precisão, pode-se aumentar o número de blocos vizinhos ao se fazer o cálculo das SBFs, sendo que isto exige obviamente um maior o tempo de processamento e maior espaço de memória [4]. Define-se então o parâmetro  $nmb$  que é igual a duas vezes o maior número de blocos vizinhos, de um dos lados do bloco observador. No caso de se utilizar só os blocos adjacentes (máximo de 1 bloco vizinho em um dos lados) o  $nmb$  é 2. Para 2 blocos vizinhos em um dos lados, o  $nmb$  passa a ser 4. Para 3 blocos vizinhos em um dos lados, o  $nmb$  vale 6 e assim por diante. Observe que o  $nmb$  é sempre par.

Sendo  $M$  é o número total de blocos, no presente trabalho foi desenvolvido um programa de computador que permite aplicar o CBFM com o parâmetro  $nmb$  podendo variar de 2 até  $M$ , se  $M$  é par ou, de 2 até  $M - 1$  se  $M$  é ímpar. Ou seja, para cada bloco observador, pode-se utilizar até  $M/2$  blocos em um dos lados no caso de  $M$  par e  $(M - 1)/2$  blocos se  $M$  é ímpar.

O número total de CBFs (e também o número de vetores  $\mathbf{u}_k^{(i)}$ ) para  $nmb = 2$  foi definido na seção 3.3 como sendo  $3M - 2$ . Para  $2 \leq nmb \leq M$ , o número de CBFs é dado por

$$CBFs = M(nmb + 1) - \frac{nmb}{2} \left( \frac{nmb}{2} + 1 \right). \quad (3.22)$$

A dedução desta fórmula pode ser vista no Apêndice A.

Outra mudança quando se usa mais blocos vizinhos é que na formação da matriz de impedâncias  $\mathbf{Z}_e^{(i,k)}$ , quando o bloco  $k$  não é adjacente, ele não precisa ser truncado.

Com  $nmb$  diferente de 2, o número sequencial  $c$  dos coeficientes  $\alpha_c^{(i)}$  de cada vetor coluna da equação (3.17), não é mais dado pela fórmula (3.18) e sim por uma rotina em FORTRAN, devido à maior complexidade na determinação da seqüencia destes coeficientes. A parte lógica desta rotina é mostrada no Apêndice B onde para cada par de blocos  $i, k$  se determina o sequencial  $c(i,k)$  de cada coeficiente.

As equações (3.19), (3.20) e (3.21) que calculam as correntes equivalentes no bloco  $i$  também devem ser generalizadas para

$$\mathbf{I}^{(i)} = \alpha_{c(i,ki)}^{(i)} \mathbf{I}^{(ki)} + \dots + \alpha_{c(i,i-1)}^{(i)} \mathbf{I}^{(i-1)} + \alpha_{c(i,i)}^{(i)} \mathbf{I}^{(i)} + \alpha_{c(i,i+1)}^{(i)} \mathbf{I}^{(i+1)} \dots \alpha_{c(i,kf)}^{(i)} \mathbf{I}^{(kf)}. \quad (3.23)$$

onde os blocos de  $ki$  a  $i-1$  são os blocos vizinhos à esquerda e os blocos de  $i+1$  a  $kf$  são os blocos vizinhos à direita.

### 3.10. Conclusões parciais

Neste capítulo foram aplicadas as expressões matemáticas [4] e deduzidas outras equações específicas para a implementação de cada etapa que compõe o método CBFM. Primeiramente foram definidas e exemplificadas as variáveis utilizadas pelo método. Em seguida, após o cálculo das macro funções primárias (PBFs) e macro funções secundárias (SBFs), se determinou os elementos dos vetores  $\mathbf{u}_k^{(i)}$ . O cálculo destes vetores é uma etapa que consome grande tempo de processamento pois é onde se avalia a interação mútua de cada segmento do terreno com cada um dos demais segmentos, mesmo para o caso do CBFM que trabalha só com os blocos adjacentes ( $nmb = 2$ ).

A solução final desejada são as correntes equivalentes e elas são obtidas através da combinação linear das macro funções de base. Os coeficientes desta combinação linear resultam da solução do sistema linear reduzido gerado após a aplicação do produto interno dos vetores  $\mathbf{u}_k^{(i)}$  com os seus conjugados.

De posse das correntes equivalentes pode-se fazer a integração das mesmas e gerar o campo elétrico definido no capítulo anterior. Passa-se então a gerar os resultados que são apresentados no Capítulo 4.

## Capítulo 4      Resultados Numéricos

Este capítulo tem o objetivo de validar o código implementado e também analisar a convergência da solução CBFM na presença de terrenos com grande variação de altura e com áreas de sombra acentuadas. Os resultados são comparados primeiramente com as soluções de referência de 4 terrenos teóricos, em duas frequências distintas: Terra Plana ( 144 MHz e 970 MHz), Plano-ativo (144 MHz e 435MHz), Cunha 200 m (144 MHz e 300MHz) e Morro Alto (144 MHz e 300MHz). Para a comparação com terrenos reais são utilizados o terreno Hadsund da Dinamarca (144 MHz e 435 MHz) e o terreno Downhill da Turquia (300 MHz) retirados do artigo [4], e ainda o terreno Steepslope retirado do artigo [19]. Um critério de visibilidade é criado e aplicado para definir automaticamente os pontos de sombra no terreno.

A análise dos resultados com os respectivos comentários só é feita após a exibição de todos os resultados, com o objetivo de se ter primeiramente uma visão geral de como terrenos diferentes produzem resultados diferentes. Onde o CBFM não apresenta boa solução são estudadas as opções para se melhorar a precisão. Os tempo de processamento e o erro em relação à referência, são apresentados abaixo de cada figura. Ainda neste capítulo é feita uma comparação da solução CBFM e da solução via matriz triangular (método onde se despreza os elementos acima da diagonal da matriz MoM).

### 4.1. Condições dos testes

Os testes do CBFM com terrenos teóricos permitem que a partir de terrenos simples se obtenha um melhor entendimento das diferenças básicas do processo de espalhamento em terrenos reais. Ressalta-se também que, como o objetivo é avaliar o resultado CBFM com relação ao resultado obtido usando a matriz MoM cheia, supõe-se para estes terrenos teóricos que a formulação MFIE que define as impedâncias da matriz MoM se aplica mesmo para regiões próximas ao transmissor e regiões não suaves. Isto é, assume-se que a matriz MoM está correta e de acordo com medidas em campo. Faz-se esta ressalva pois a fórmula usada

para cálculo do campo incidente, equação (2.40) é válida para campo distante (considera onda TEM) e não para campo próximo.

Os terrenos são considerados condutores elétricos imperfeitos com os parâmetros  $\epsilon = 15\epsilon_0$ ,  $\mu = \mu_0$  e  $\sigma = 0,012$  S/m, exceto para os terrenos Downhill e Steepslope cujos parâmetros serão indicados pelos artigos usados como referência. Para a discretização do terreno é adotado segmentos com tamanhos menores ou iguais a  $\lambda/4$  pois a MFIE já apresenta boa convergência com este valor [8] e [10].

A polarização vertical é usada em todos os exemplos e considera-se o campo total (componentes  $\hat{x}$  e  $\hat{z}$ ), exceto para o terrenos Hadsund onde se compara com medidas em campo e portanto só se considera a componente  $\hat{z}$ . O transmissor está sempre na extremidade esquerda do terreno.

Os cálculos foram feitos usando um computador com processador 2 Quad de 3GHz e memória de 4GB. O erro relativo entre um resultado em teste  $I_T$  e um resultado de referência  $I_R$  é avaliado pela expressão

$$\text{erro} = \frac{\|I_R - I_T\|}{\|I_R\|} \times 100 \quad (4.1)$$

onde  $\|\cdot\|$  indica a norma de Frobenius que para um vetor formado por elementos  $a_i$  pode ser escrita

$$\|\cdot\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n |a_i|^2} \quad (4.2)$$

## 4.2. Terra Plana

Trata-se de um plano de 5 km com transmissor isotrópico a 80 m de altura do solo e o receptor a 10 m de altura. Para 144 MHz (figura 4.1) o número de segmentos no terreno é  $N = 10.000$  que são divididos em 10 blocos com 1.000 segmentos cada. O total de CBFs é 28 e o sistema linear  $10.000 \times 10.000$  é substituído por 28 sistemas  $1.000 \times 1.000$  além do sistema reduzido  $28 \times 28$ . Para 970 MHz (figura 4.2) o número de segmentos é  $N = 65.000$  que são divididos em 65 blocos com 1.000 segmentos. O total de CBFs é 193. O sistema linear  $65.000 \times 65.000$  é substituído por 193 sistemas  $1.000 \times 1.000$  além do sistema  $193 \times 193$ .

Os resultados de referência são obtidos de forma analítica [18].

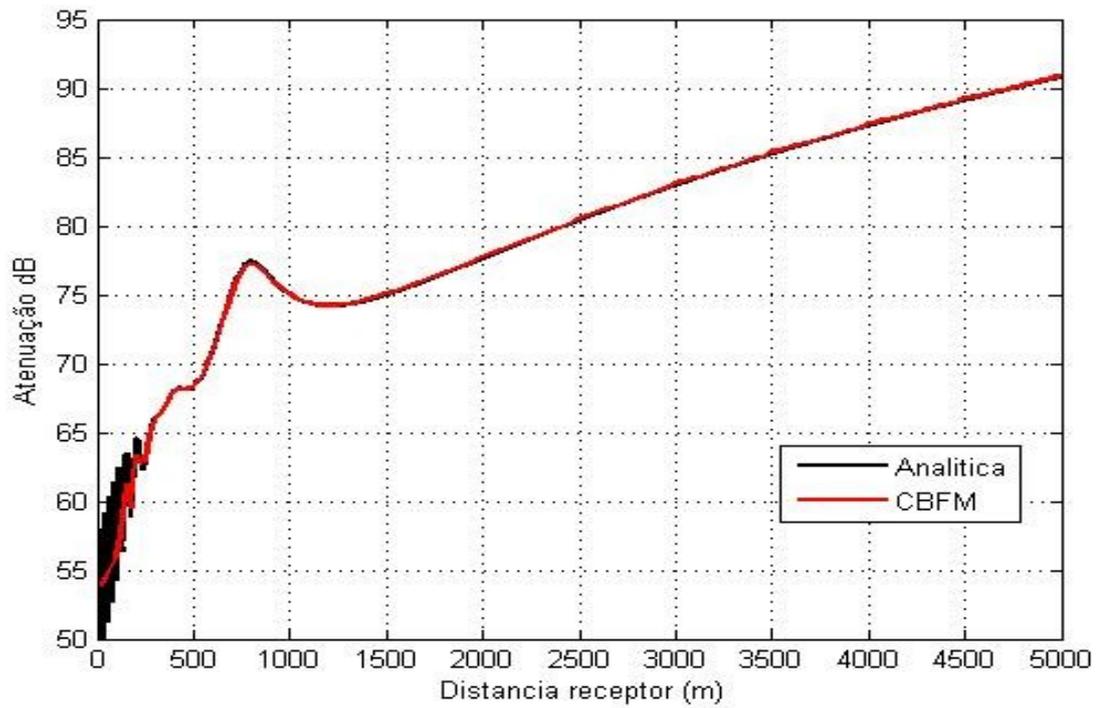


Figura 4.1: Atenuação sobre terra plana 144 MHz,  $N = 10.000$  em 10 blocos de 1.000 segmentos, tempo CBFM = 94s, erro = 0,51%

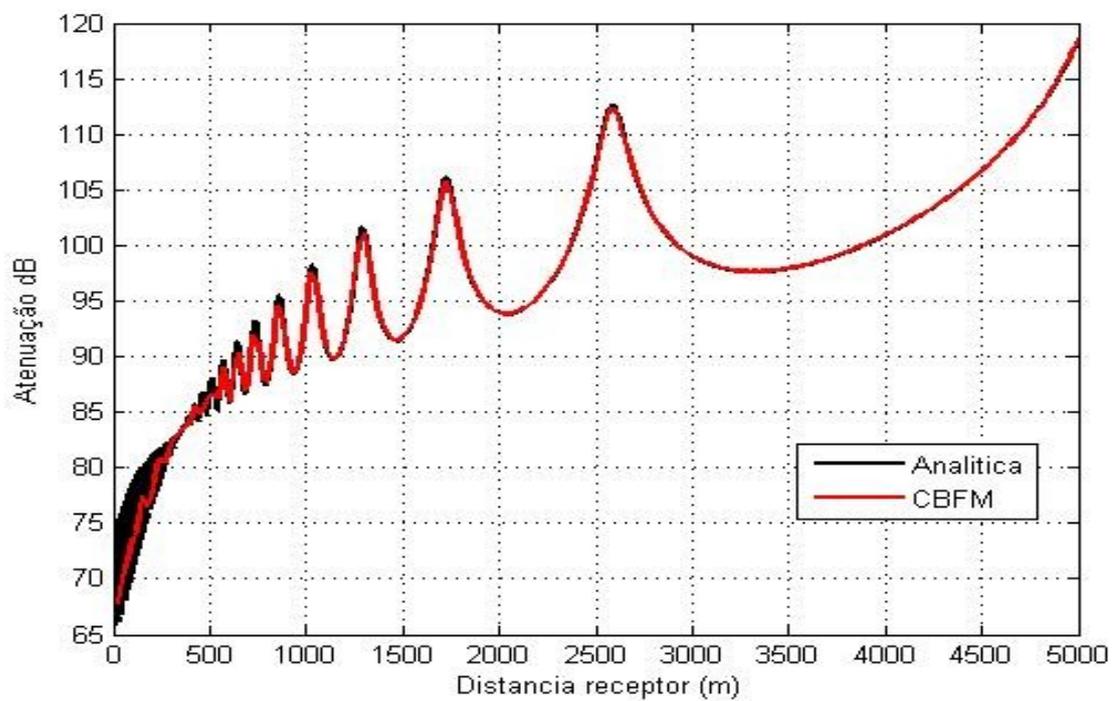


Figura 4.2: Atenuação sobre terra plana 970 MHz,  $N = 65.000$  em 65 blocos de 1.000 segmentos, tempo CBFM = 1.845s, erro = 0,30%

### 4.3. Plano-ativo

Terreno teórico com 1,5 km que é plano até 750 m e depois sofre uma elevação gradativa até o fim do terreno, terminando com altura de 300 m. O transmissor é isotrópico a 10 m de altura do solo e o receptor a 2,4 m de altura. Para 144 MHz (figura 4.3) o número de segmentos no terreno é  $N = 3.000$  que são divididos em 6 blocos com 500 segmentos cada. O total de CBFs é 16 e o sistema linear  $3.000 \times 3.000$  é substituído por 16 sistemas  $500 \times 500$  além do sistema reduzido  $16 \times 16$ . Para 435 MHz (figura 4.4) o número de segmentos é  $N = 9.500$  que são divididos em 19 blocos com 500 segmentos. O total de CBFs é 55 e o sistema linear  $9.500 \times 9.500$  é substituído por 55 sistemas  $500 \times 500$  além do sistema reduzido  $55 \times 55$ .

As curvas de referência são obtidas pelo método da matriz cheia. Este resultado (matriz cheia) é possível de se obter em aproximadamente 22 minutos via um computador 2 Quad de 3GHz e memória de 4GB, pois o número de incógnitas é da ordem de 9.000.

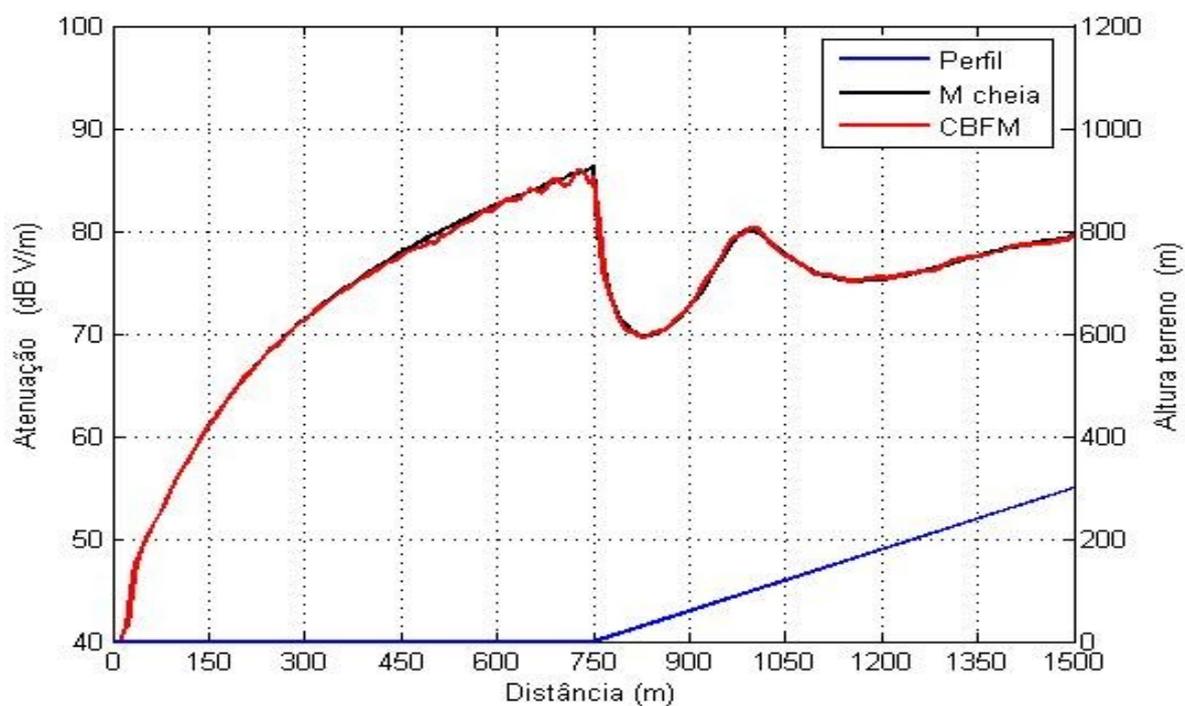


Figura 4.3: Atenuação sobre plano-ativo 144 MHz,  $N = 3.000$  em 6 blocos de 500 segmentos, tempo CBFM = 9s, tempo m. cheia=50s, erro = 0,36%

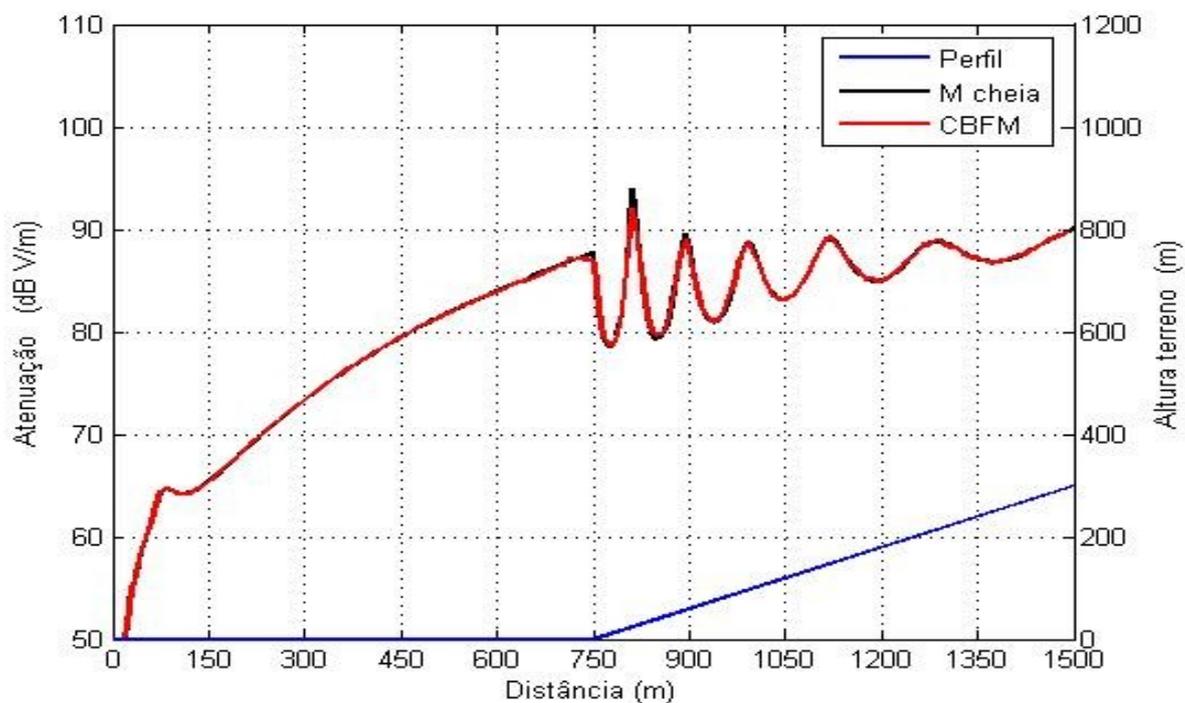


Figura 4.4: Atenuação sobre plano-ativo 435MHz,  $N = 9.500$  em 19 blocos de 500 segmentos, tempo CBFM = 52s, tempo m. cheia=1.360s, erro = 0,37%

#### **4.4. Cunha 200 m**

Trata-se de um terreno teórico de 2 km com uma elevação de 200 m no centro. O transmissor é isotrópico a 10 m de altura do solo e o receptor a 2,4 m de altura se desloca ao longo de todo o perfil da cunha. Para 144 MHz (figura 4.5) o número de segmentos no terreno é  $N = 4.000$  que são divididos em 8 blocos com 500 segmentos cada. O total de CBFs é 22 e o sistema linear  $4.000 \times 4.000$  é substituído por 22 sistemas  $500 \times 500$  além do sistema reduzido  $22 \times 22$ .

Para 300 MHz o (figura 4.6) número de segmentos é  $N = 8.500$  que são divididos em 17 blocos com 500 segmentos. O total de CBFs é 49 e o sistema linear  $8.500 \times 8.500$  é substituído por 49 sistemas  $500 \times 500$  além do sistema reduzido  $49 \times 49$ .

As curvas de referência são obtidas pelo método da matriz cheia.

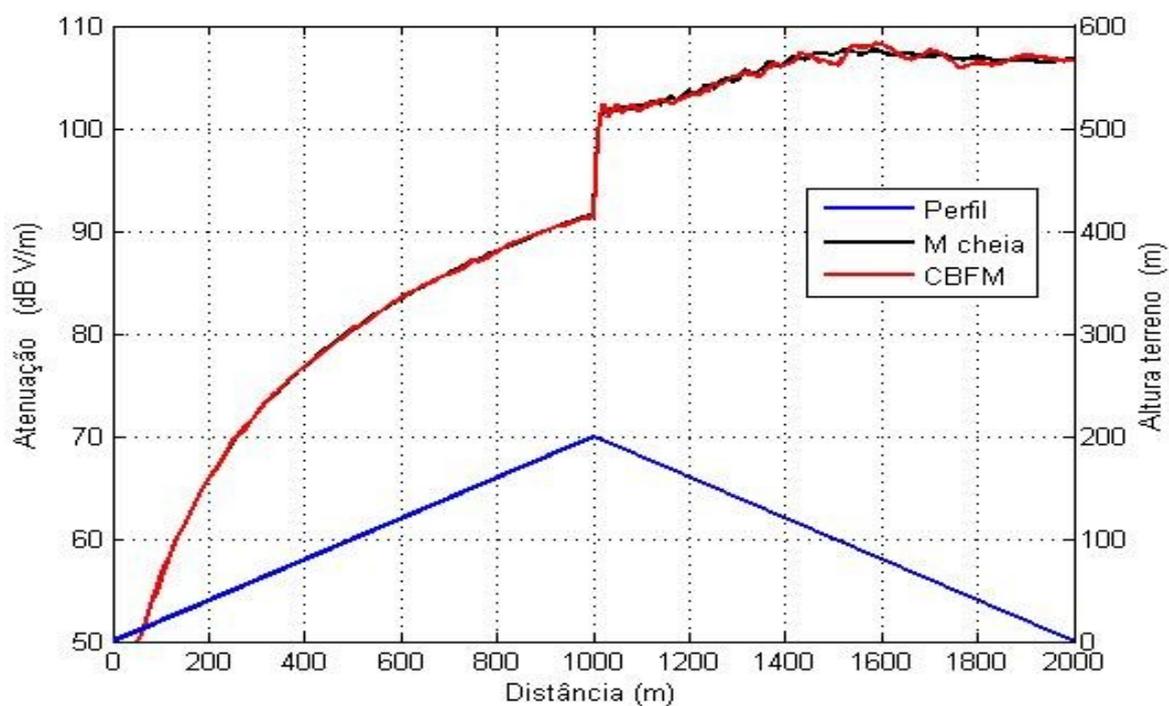


Figura 4.5: Atenuação sobre cunha 144 MHz,  $N = 4.000$  segmentos em 8 blocos de 500 segmentos, tempo CBFM = 13s, tempo m. cheia=116s, erro = 0,36%

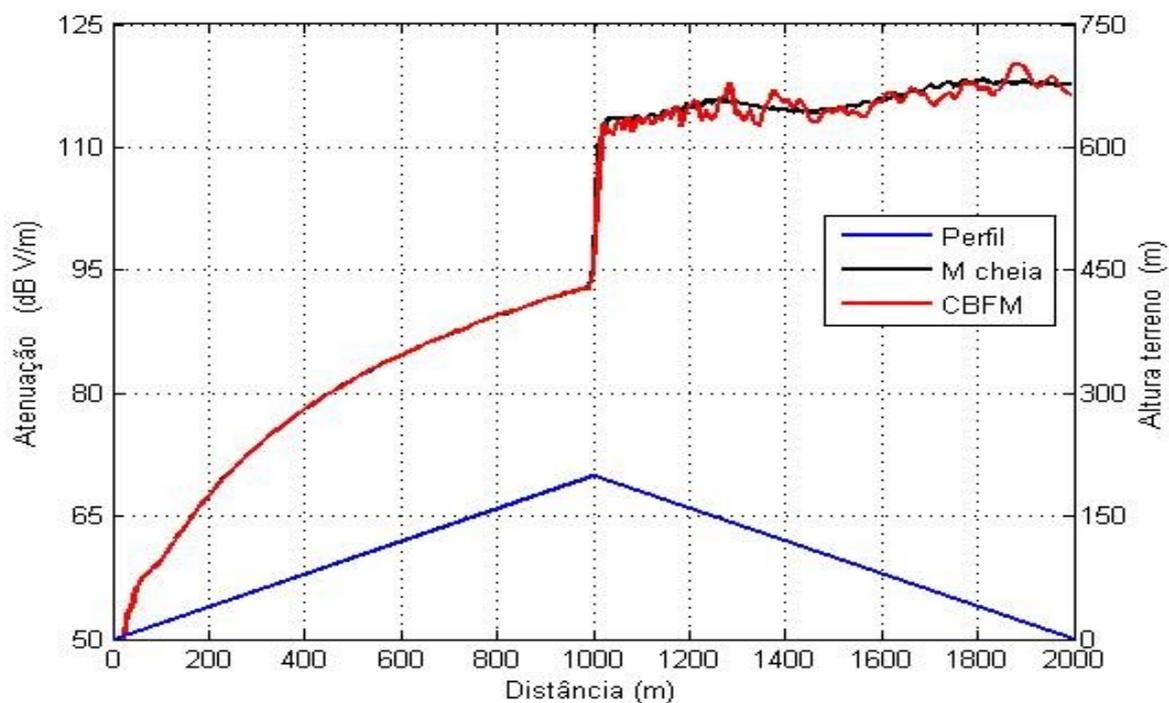


Figura 4.6: Atenuação sobre cunha 300 MHz,  $N = 8.500$  segmentos em 17 blocos de 500 segmentos, tempo CBFM = 40s, tempo m. cheia=1.114s, erro = 0,84%

## 4.5. Morro Alto

Trata-se de um terreno teórico com 2 km de extensão, suave porém com forte variação de altura o que produz uma área de sombra acentuada. O transmissor é isotrópico a 10 m de altura do solo e o receptor a 2,4 m de altura. Para 144 MHz (figura 4.7) o número de segmentos no terreno é  $N = 4.500$  que são divididos em 9 blocos com 500 segmentos cada. O total de CBFs é 25 e o sistema linear  $4.500 \times 4.500$  é substituído por 25 sistemas  $500 \times 500$  além do sistema reduzido  $25 \times 25$ .

Para 300 MHz (figura 4.8) o número de segmentos é  $N = 9.000$  que são divididos em 18 blocos com 500 segmentos. O total de CBFs é 52 e o sistema linear  $9.000 \times 9.000$  é substituído por 52 sistemas  $500 \times 500$  além do sistema reduzido  $52 \times 52$ .

Na região de sombra, observa-se uma forte discrepância do resultado CBFM em relação ao resultado referência (matriz cheia). Na seção seguinte é feita uma análise com mais detalhes.

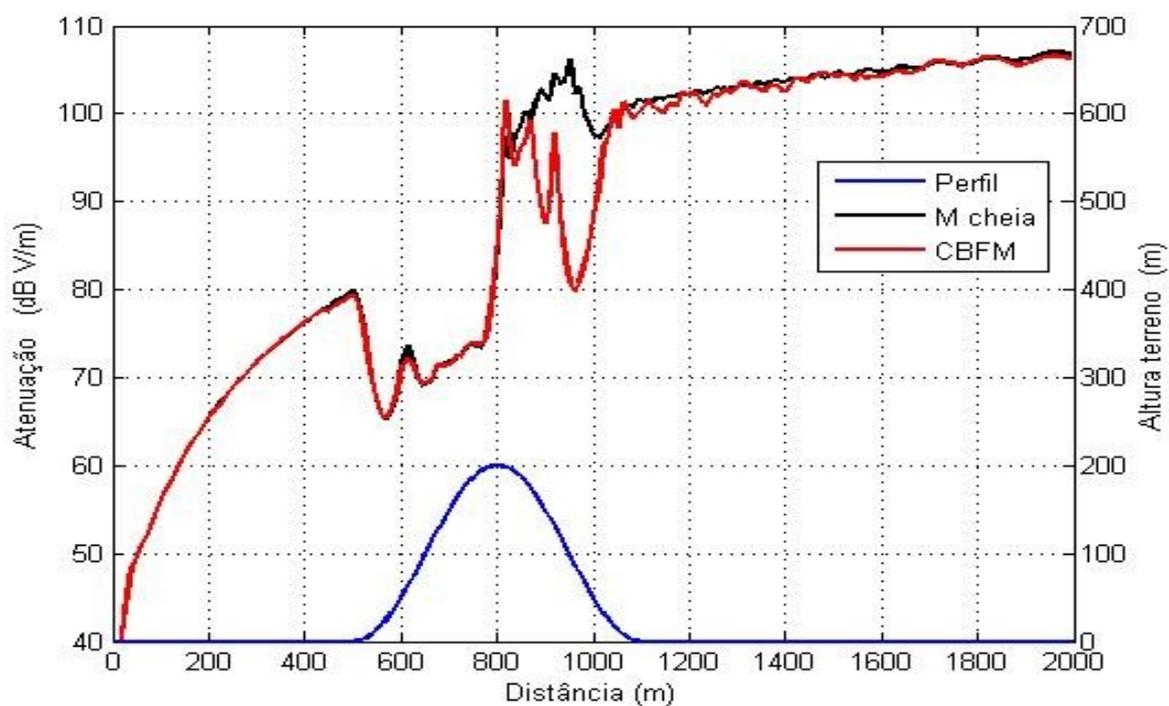


Figura 4.7: Atenuação sobre Morro Alto 144 MHz,  $N = 4.500$  segmentos em 9 blocos de 500 segmentos, tempo CBFM = 14s, tempo m. cheia = 164s, erro = 4,72%

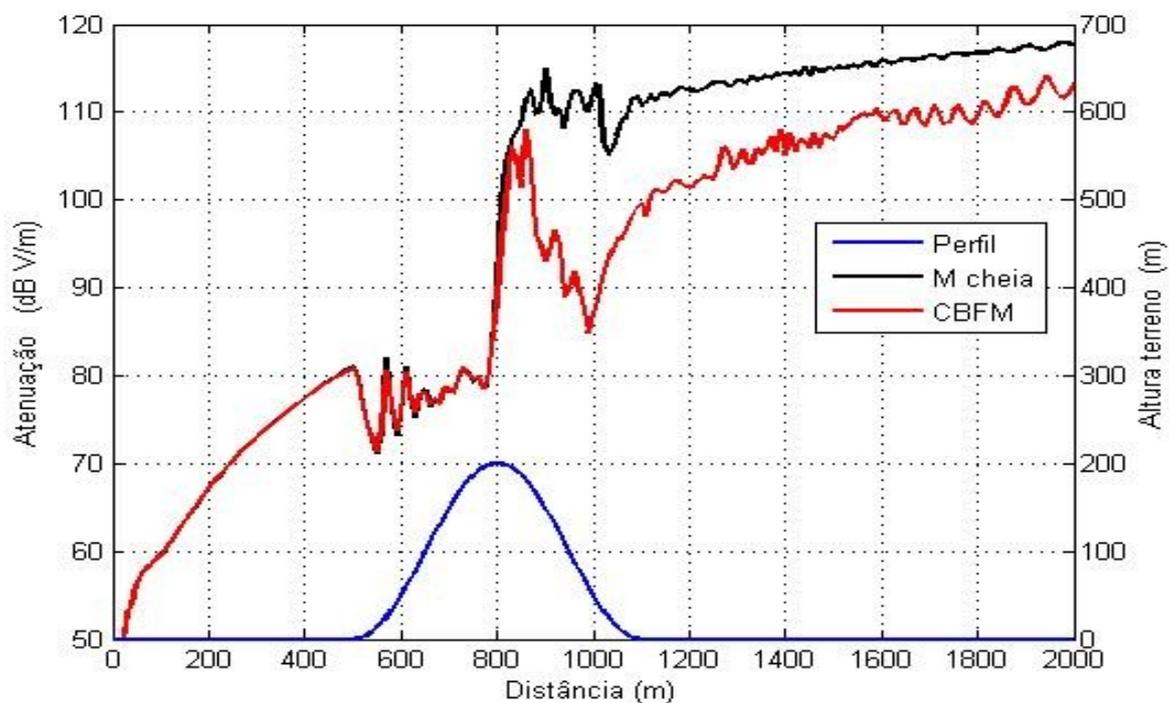


Figura 4.8: Atenuação sobre Morro Alto 300 MHz,  $N = 9.000$  segmentos em 18 blocos de 500 segmentos, tempo CBFM = 44s, tempo m. cheia = 1.360s, erro = 8,06%

## 4.6. Terreno Hadsund

É um terreno da Dinamarca de 8 km de extensão cujas medições, usadas como referência foram gentilmente cedidas pelo Prof. Conor Brennan e Prof. Jorgen Bach Anderson (Dublin City University, Ireland).

O transmissor de 10 W é um dipolo com ganho de 8 dBi a 10,4 m de altura do solo e o receptor a 2,4 m . As perdas nas linhas de transmissão, conectores e devido ao descasamento de polarização são consideradas de 6 dB em 144 MHz e 8 dB em 435 MHz.

Para a frequência de 144 MHz (figura 4.9) o número de segmentos no terreno é  $N = 16.000$  divididos em 16 blocos com 1.000 segmentos em cada. O total de CBFs é de 46 e o sistema linear  $16.000 \times 16.000$  é substituído por 46 sistemas  $1.000 \times 1.000$  além do sistema reduzido  $46 \times 46$ .

Para a frequência de 435 MHz (figura 4.10) o número de segmentos é  $N = 47.000$ , divididos em 47 blocos com 1.000 segmentos. O total de CBFs é 139 e o sistema linear  $47.000 \times 47.000$  é substituído por 139 sistemas  $1.000 \times 1.000$  além do sistema reduzido  $139 \times 139$ .

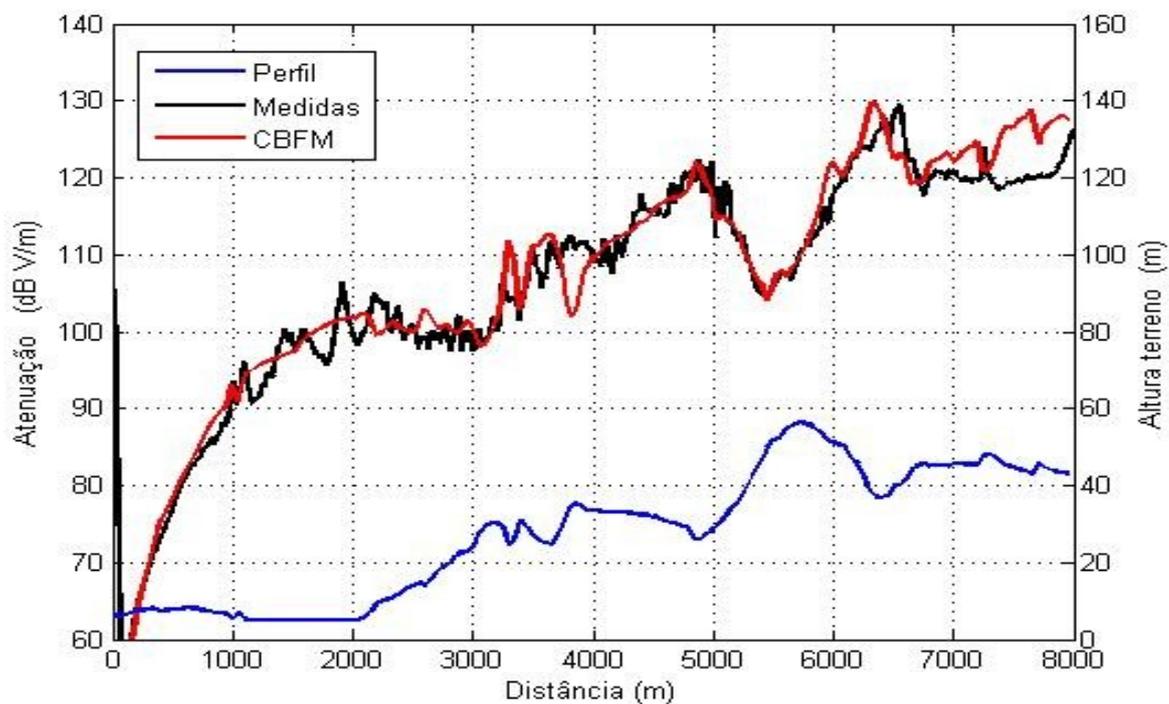


Figura 4.9: Atenuação sobre terreno Hadsund 144 MHz,  $N = 16.000$  segmentos em 16 blocos de 1.000 segmentos, tempo CBFM = 186s, erro = 3,69%

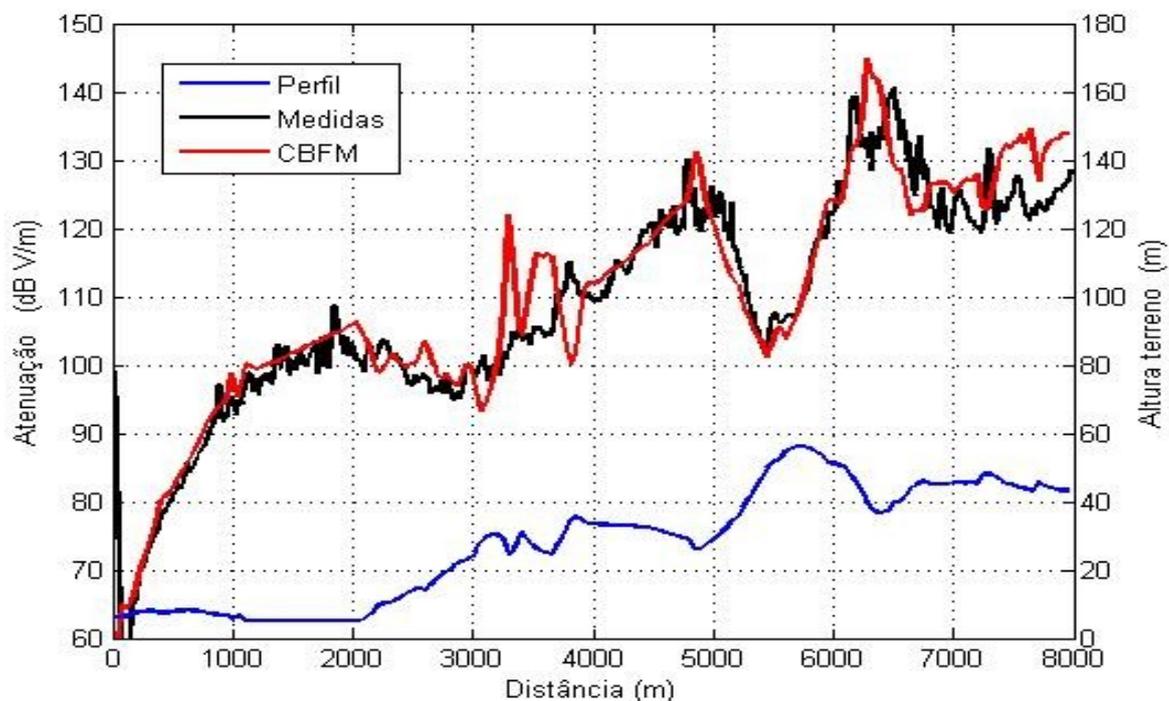


Figura 4.10: Atenuação sobre terreno Hadsund 435 MHz,  $N = 47.000$  segmentos em 47 blocos de 1.000 segmentos, tempo CBFM = 1.052s, erro = 4,79%

## 4.7. Terreno Downhill

É um terreno de 5 km de extensão (figura 4.13) no oeste da Turquia que tem uma grande variação de altura (da ordem de 700 m), cujos resultados gerados pelo método iterativo FBM, usado como referência, foram gentilmente cedidos por Atacan Yagbasan (estudante ph.D na Middle East Technical University, Ankara, Turquia) [4].

Para a frequência de 300 MHz (figura 4.14) o número de segmentos no terreno é  $N = 21.000$  divididos em 21 blocos com 1.000 segmentos. O total de CBFs é 61 o que gera 61 sistemas 1.000 x 1.000 além do sistema reduzido 61 x 61.

O terreno é considerado condutor elétrico imperfeito com os parâmetros  $\epsilon = 215\epsilon_0$ ,  $\mu = \mu_0$  e  $\sigma = 3,4$  S/m. O transmissor de 25 W é um radiador isotrópico a 25 m de altura do solo e o receptor a 2,4 m .

Como visto no terreno Morro Alto, a presença de área de sombra pode afetar o resultado CBFM, e por isto é desejável conhecer os pontos de sombra no terreno. Para identificá-los usa-se o seguinte critério de visibilidade ilustrado nas figuras 4.11 e 4.12: Seja a semi-reta formada pelo ponto do transmissor (TX) e o ponto observador  $i$ . Seja  $\theta$  o ângulo entre esta semi-reta e a horizontal que passa pelo ponto TX, sendo positivo no sentido anti-horário e negativo no sentido horário. O ângulo  $\theta_{max}$  é variável e é o maior ângulo de todos os ângulos anteriores ao ponto  $i$ , inclusive. Se o ângulo  $\theta_i$  é maior ou igual ao ângulo  $\theta_{max}$  o ponto é considerado iluminado.

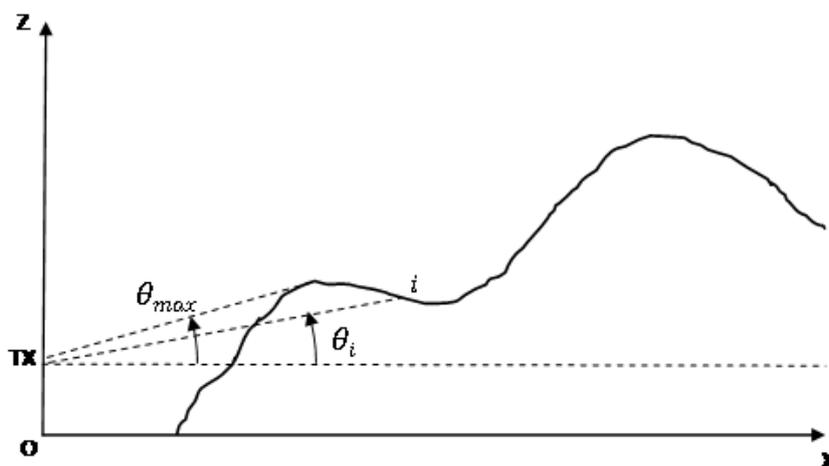


Figura 4.11: Ponto  $i$  não iluminado (sombra) pois  $\theta_i < \theta_{max}$

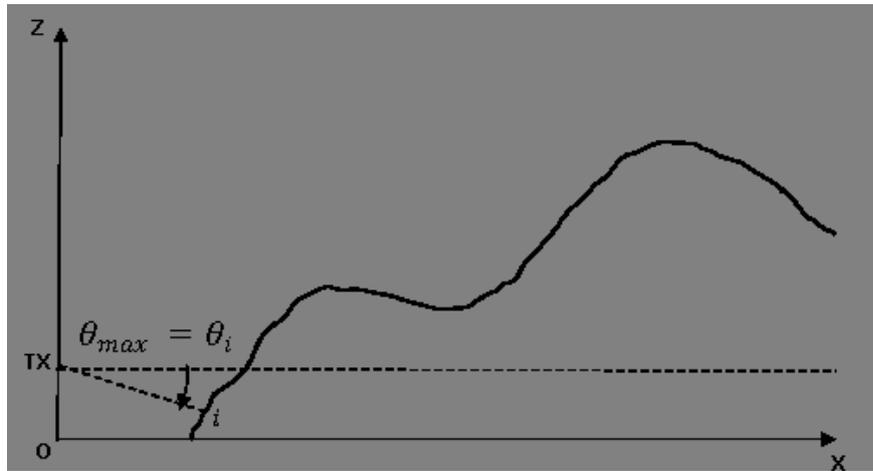


Figura 4.12: Ponto  $i$  iluminado pois  $\theta_i = \theta_{max}$

Para o terreno Downhill a figura 4.14 apresenta o resultado do campo magnético em dB A/m (conforme referência) e no topo, utilizando-se o critério de visibilidade, é plotado o indicador dos pontos de sombra no terreno (nível baixo da linha azul significa ponto de sombra).

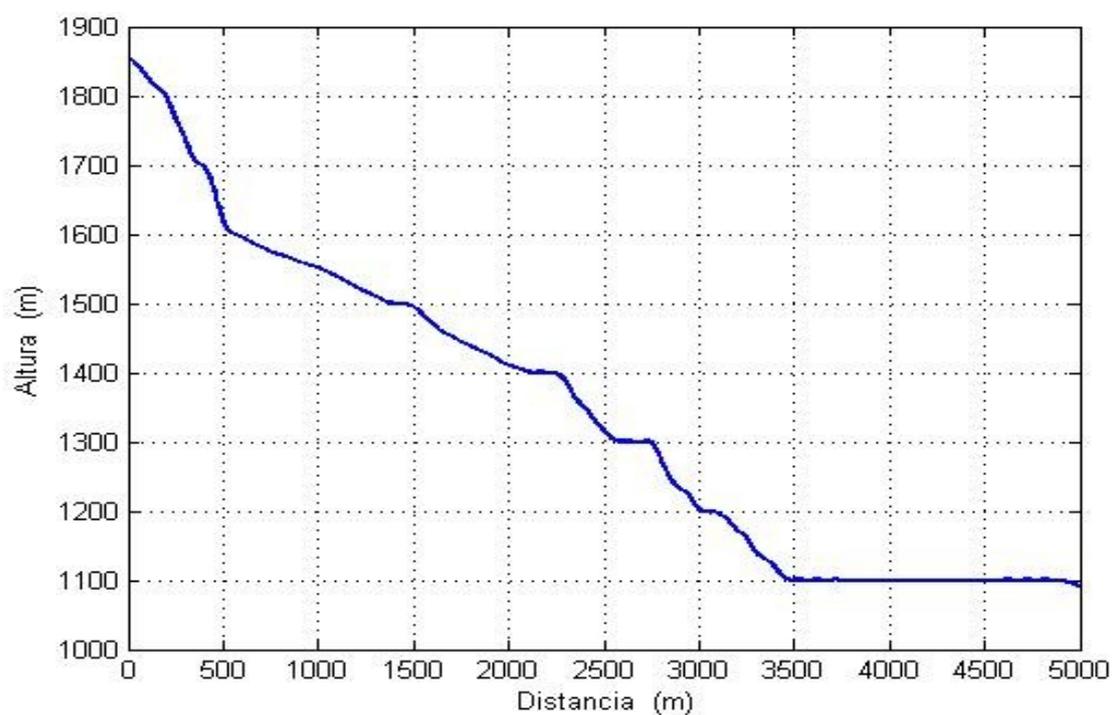


Figura 4.13: Perfil do terreno Downhill de 5 km

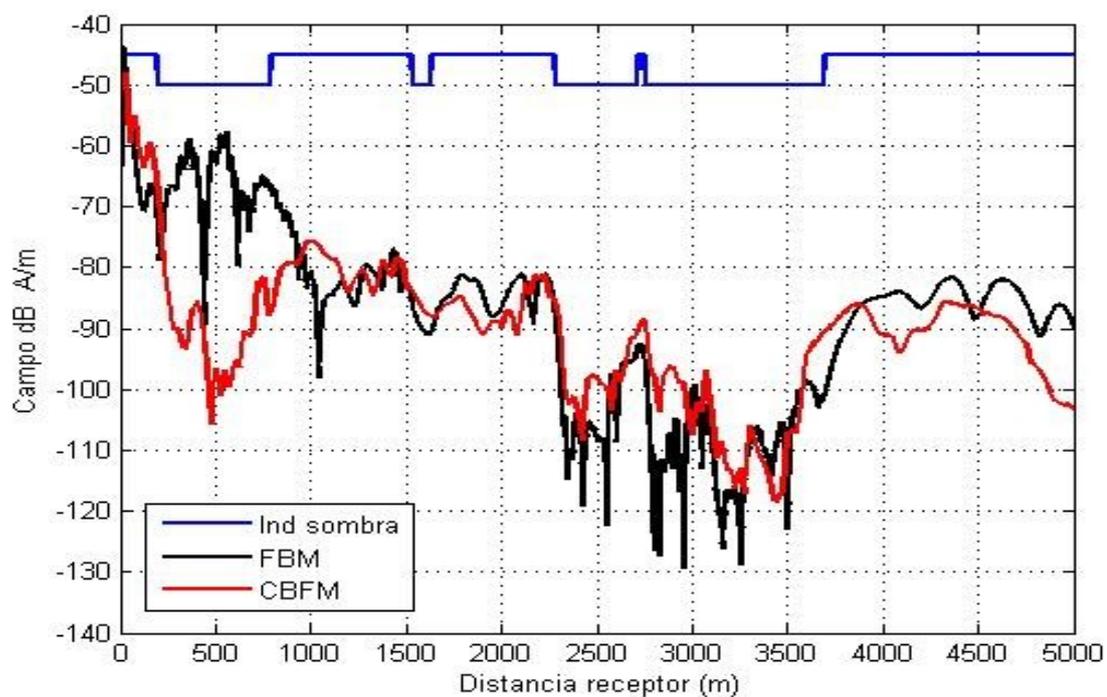


Figura 4.14: Campo magnético sobre terreno Downhill 300 MHz,  $N = 21.000$  segmentos em 21 blocos de 1.000 segmentos, tempo CBFM = 293s, erro = 12,63%

## 4.8. Terreno Steepslope

É um terreno de 3,8 km de extensão (figura 4.15) que tem uma variação de altura da ordem de 200 m. O perfil deste terreno e os resultados do campo elétrico gerado pelo método SA-FBM usado como referência, foram retirados do artigo [19].

Para a frequência de 900 MHz (figura 4.16) e o número de segmentos no terreno é  $N = 47.000$  divididos em 47 blocos com 1.000 segmentos. O total de CBFs é 139 o que gera 139 sistemas 1.000 x 1.000 além do sistema reduzido 139 x 139.

O terreno é considerado condutor elétrico imperfeito com os parâmetros  $\epsilon = 80\epsilon_0$ ,  $\mu = \mu_0$  e  $\sigma = 4 \text{ S/m}$ . O transmissor de 10W isotrópico está a 52 m de altura e o receptor está a 1,8 m do solo.

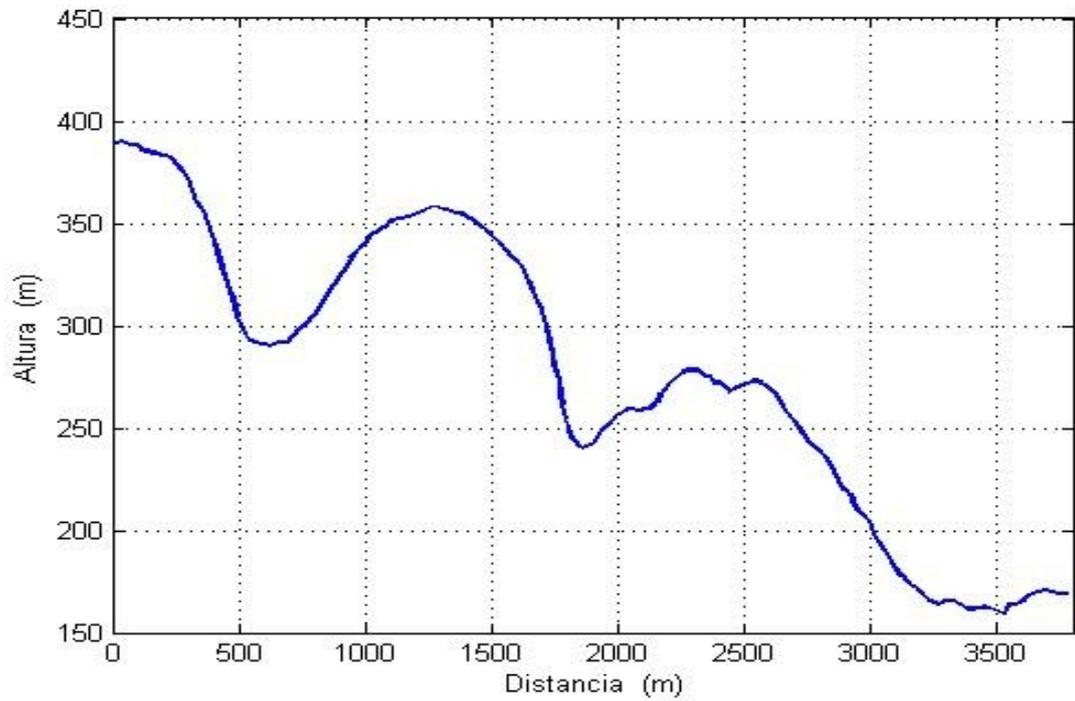


Figura 4.15: Perfil do terreno Steepslope de 3,8 km

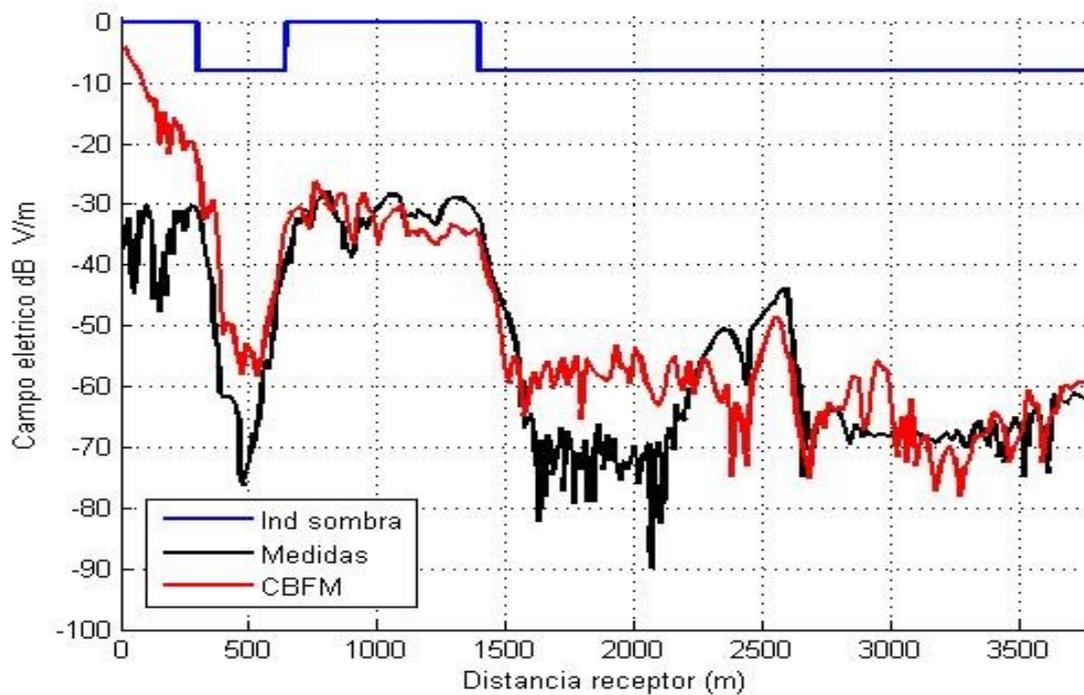


Figura 4.16: Campo elétrico sobre terreno Steepslope 900 MHz,  $N = 47.000$  segmentos em 47 blocos de 1.000 segmentos, tempo CBFM = 1.052s, erro = 17,75%

## 4.9. Análise dos resultados

Os terrenos Terra Plana e Plano-activo apresentam bons resultados pois são totalmente iluminados. As macro funções de base não precisam modelar grandes variações nos valores das correntes equivalentes sobre os segmentos do terreno.

A cunha 200 m também apresenta bom resultado pois apesar de não ser totalmente iluminada, apresenta uma inclinação na área de sombra de  $200/1000 = 0,2$  o que não chega a ser muito acentuado.

No terreno Morro Alto porém, existe uma forte inclinação de  $200/300 = 0,67$ , produzindo uma área de sombra profunda. Para a frequência de 144 MHz no início desta área existe uma discrepância entre o resultado CBFM e o resultado via matriz cheia. Para 300 MHz esta discrepância aumenta ainda mais. Com os parâmetros utilizados (blocos vizinhos  $nmb$  e total de blocos  $M$ ) as macro funções de base não são capazes de modelar com precisão as correntes equivalentes nesta área de sombra. Para determinar o parâmetro que melhore estes resultados, o fator de discretização, o número de blocos vizinhos ( $nmb$ ) e a quantidade de segmentos/bloco ( $N_i$ ) são variados para as frequências de 144 MHz e 300 MHz.

Para a frequência de 144 MHz (figura 4.17) reduzindo o fator de discretização de  $\lambda/4$  para  $\lambda/10$ , o CBFM em relação ao resultado via matriz MoM cheia parece não melhorar. Isto porque menor discretização melhora simultaneamente o resultado via matriz cheia e via CBFM mas não na mesma proporção.

Aumentando o número de blocos vizinhos ( $nmb$ ) de 2 para 4 (figura 4.18) já se obtém um bom resultado. Outra opção é aumentar ou reduzir o número de segmentos/bloco  $N_i$  (o que corresponde reduzir ou aumentar o número total de blocos  $M$ ). Aumentando a quantidade de segmentos/bloco (figura 4.19), obtém-se macro funções de base mais parecidas com a solução (correntes equivalentes), o que produz uma melhor solução CBFM. Por outro lado, reduzindo bastante a quantidade de segmentos/bloco (figura 4.20) a matriz reduzida aumenta, aproximando-se da matriz MoM cheia, o que também melhora o resultado CBFM.

Para mostrar estes efeitos no terreno Morro Alto aumenta-se a quantidade de segmentos por bloco de  $N_i = 500$  ( 9 blocos) para  $N_i = 900$  ( 5 blocos) e depois reduz-se este parâmetro de

$N_i = 500$  ( 9 blocos) para  $N_i = 15$  (274 blocos). Pela análise da tabela 4-1 a melhor opção em termos de tempo de CPU é aumentar o número de blocos vizinhos de 2 para 4.

Tabela 4-1: Variação dos parâmetros do terreno Morro Alto em 144 MHz

Discretização	n nb	Seg./bloco	Blocos totais (M)	Tempo CBFM (seg)	erro relativo	Tempo M cheia (seg)
$\lambda/4$	2	500	9	15	4,72%	164
$\lambda/10$	2	500	21	62	6,62%	164
$\lambda/4$	4	500	9	24	1,78%	164
$\lambda/4$	2	900	5	28	0,72%	164
$\lambda/4$	2	15	274	99	0,55%	164

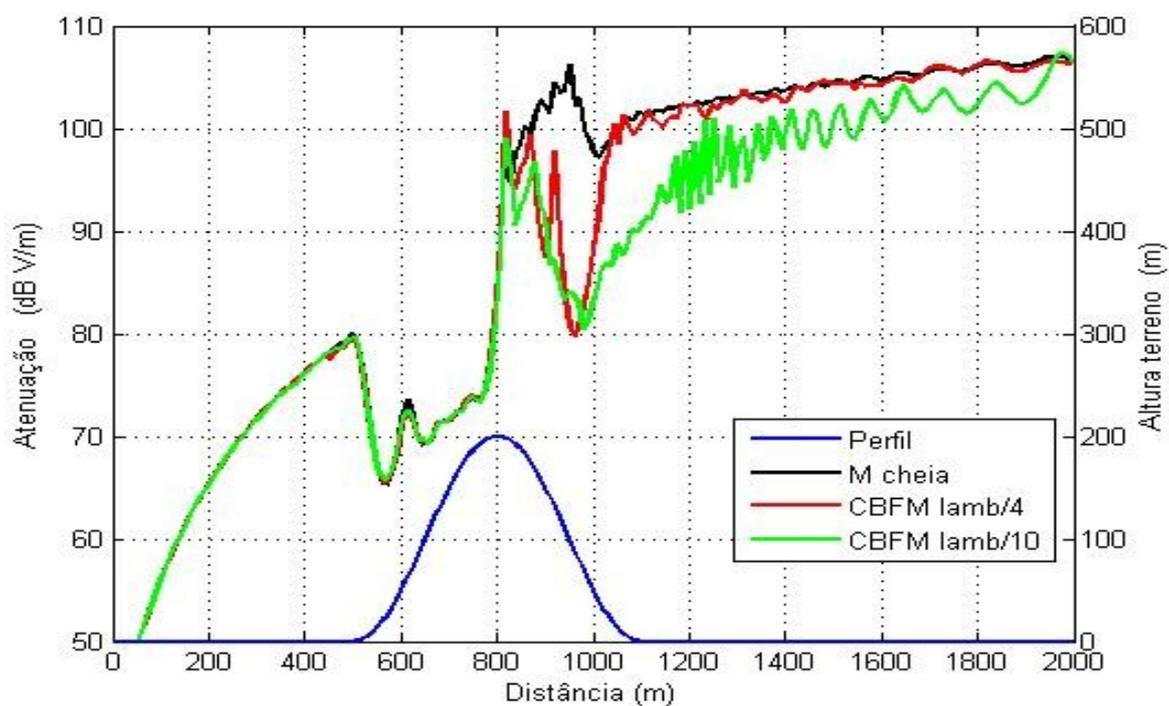


Figura 4.17: Atenuação do terreno Morro Alto em 144 MHz. Redução da discretização de  $\lambda/4$  para  $\lambda/10$

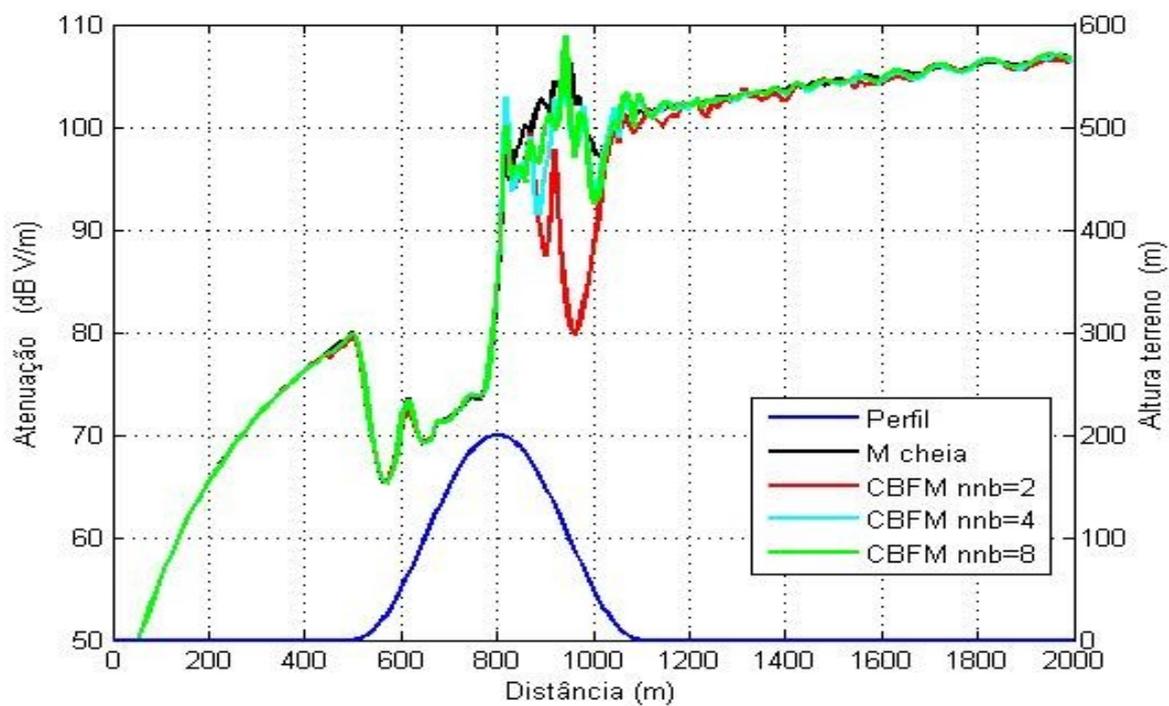


Figura 4.18: Atenuação do terreno Morro Alto em 144 MHz. Aumento do número de blocos vizinhos  $nnb=2$  para 4 e 8

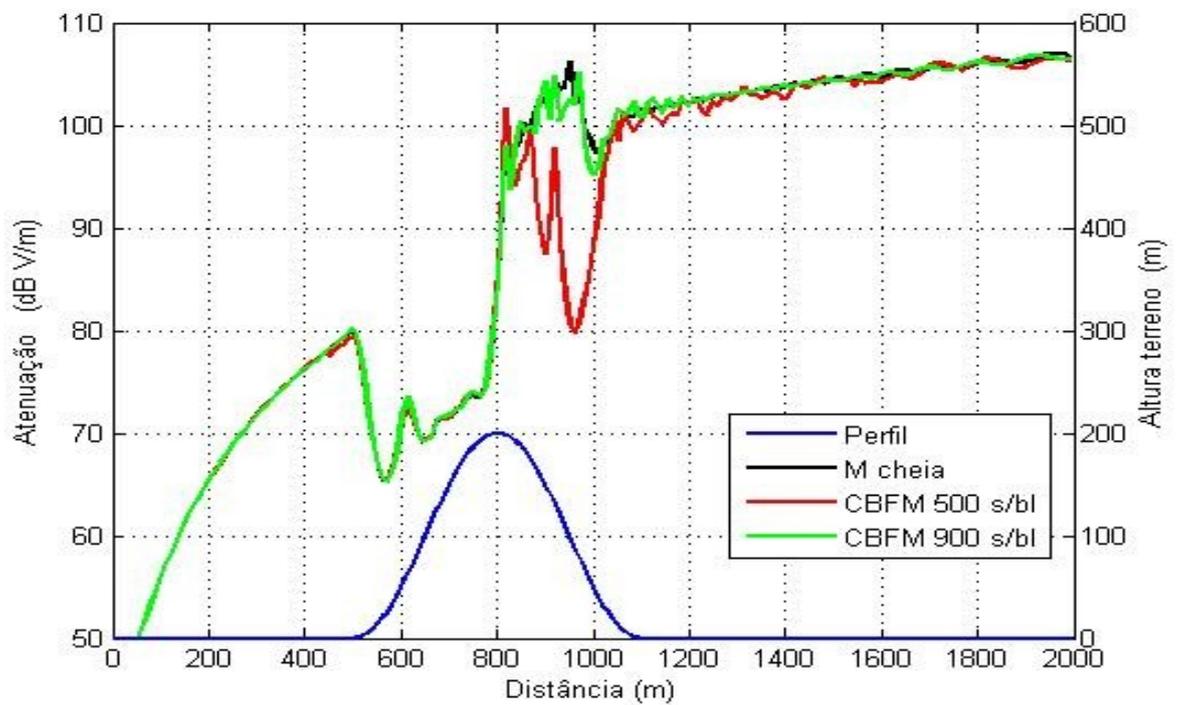


Figura 4.19: Atenuação do terreno Morro Alto em 144 MHz. Aumento da quantidade de segmentos/bloco de 500 para 900

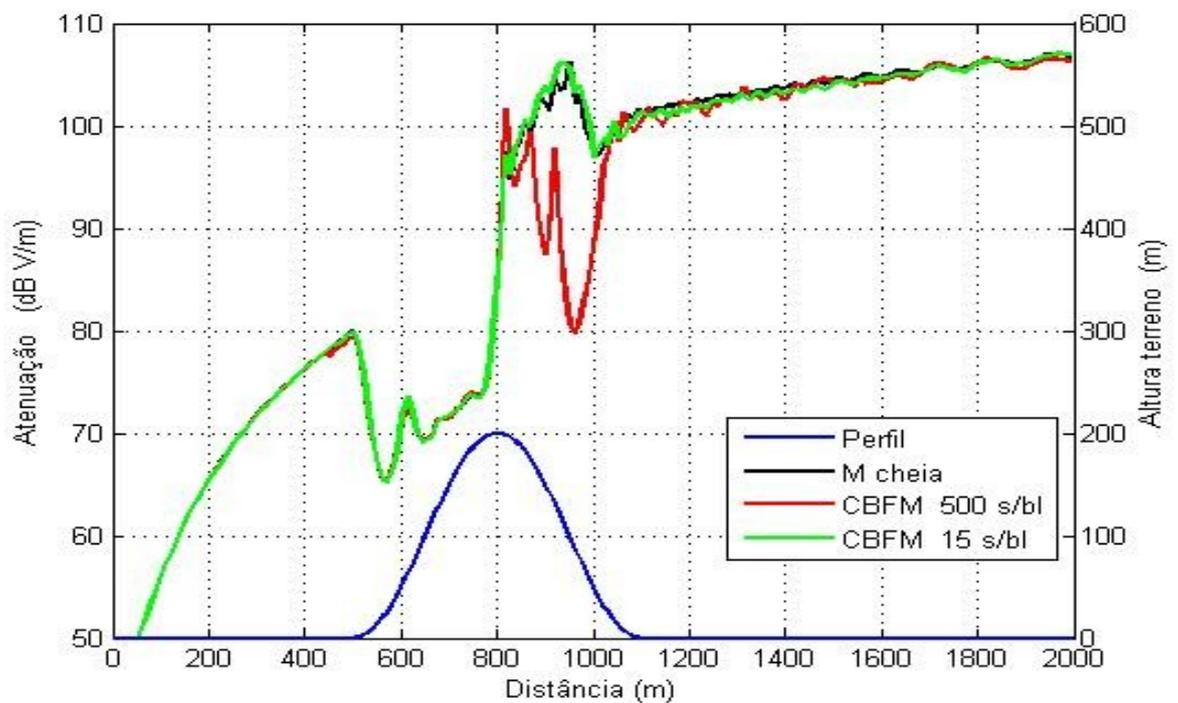


Figura 4.20: Atenuação do terreno Morro Alto em 144 MHz. Redução da quantidade de segmentos/bloco de 500 para 15

Para a frequência de 300 MHz uma análise semelhante à anterior pode ser feita. Reduzindo o fator de discretização de  $\lambda/4$  para  $\lambda/10$  o resultado CBFM praticamente não se altera (fig. 4.21). Aumentando o número de blocos vizinhos (*nmb*) de 2 para 10 obtém-se um melhor resultado (fig. 4.22), porém o aumento para 18 blocos vizinhos, no final do terreno nota-se uma divergência em relação à solução de referência. As causas desta não convergência ainda precisam ser pesquisadas. Outra alternativa é aumentar a quantidade de segmentos por blocos de  $N_i = 500$  (18 blocos) para  $N_i = 1500$  (6 blocos) conforme figura 4.23 ou reduzir este parâmetro de  $N_i = 500$  (18 blocos) para  $N_i = 10$  (857 blocos), figura 4.24. Pela análise da tabela 4.2 a melhor opção em termos de tempo de CPU é aumentar a quantidade de segmentos por bloco para  $N_i = 1500$  (6 blocos).

Tabela 4-2: Variação dos parâmetros do terreno Morro Alto em 300 MHz

Discretização	nmb	Seg./bloco	Blocos totais (M)	Tempo CBFM (seg)	erro relativo	Tempo M cheia (seg)
$\lambda/4$	2	500	18	44	8,06%	1.360
$\lambda/10$	2	500	43	199	8,54%	1.360
$\lambda/4$	10	500	18	337	2,05%	1.360
$\lambda/4$	2	1500	6	28	2,21%	1.360
$\lambda/4$	2	10	857	698	0,95%	1.360

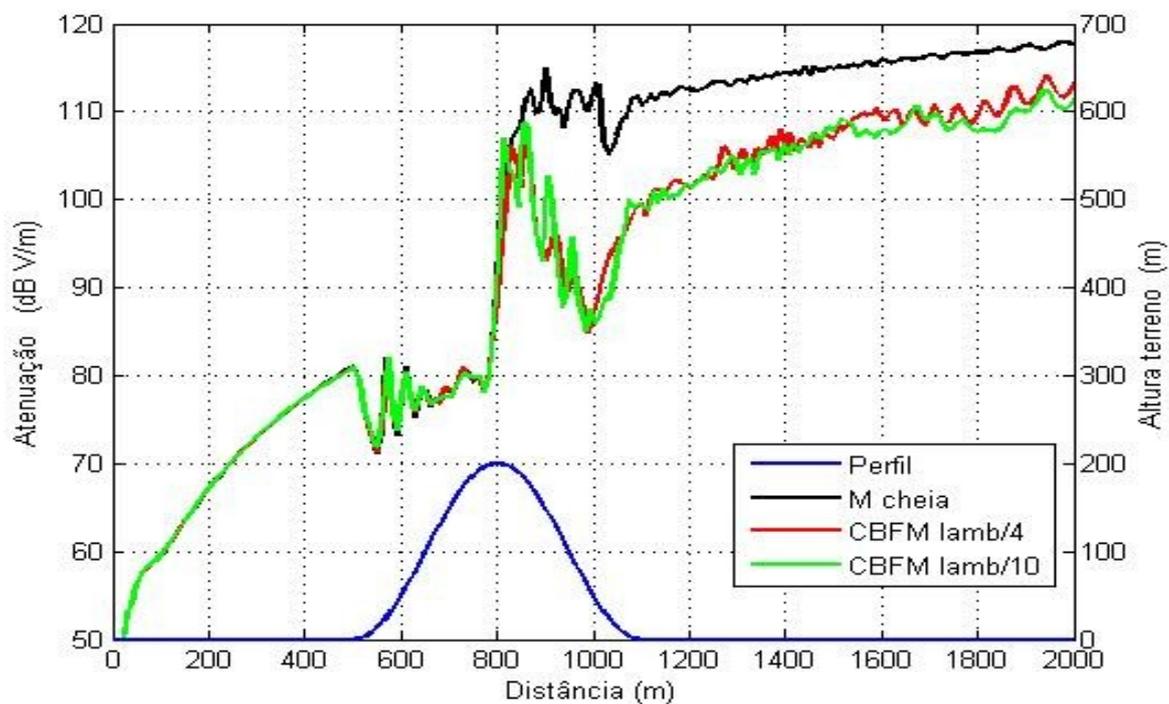


Figura 4.21: Atenuação do terreno Morro Alto em 300 MHz. Redução da discretização de  $\lambda/4$  para  $\lambda/10$

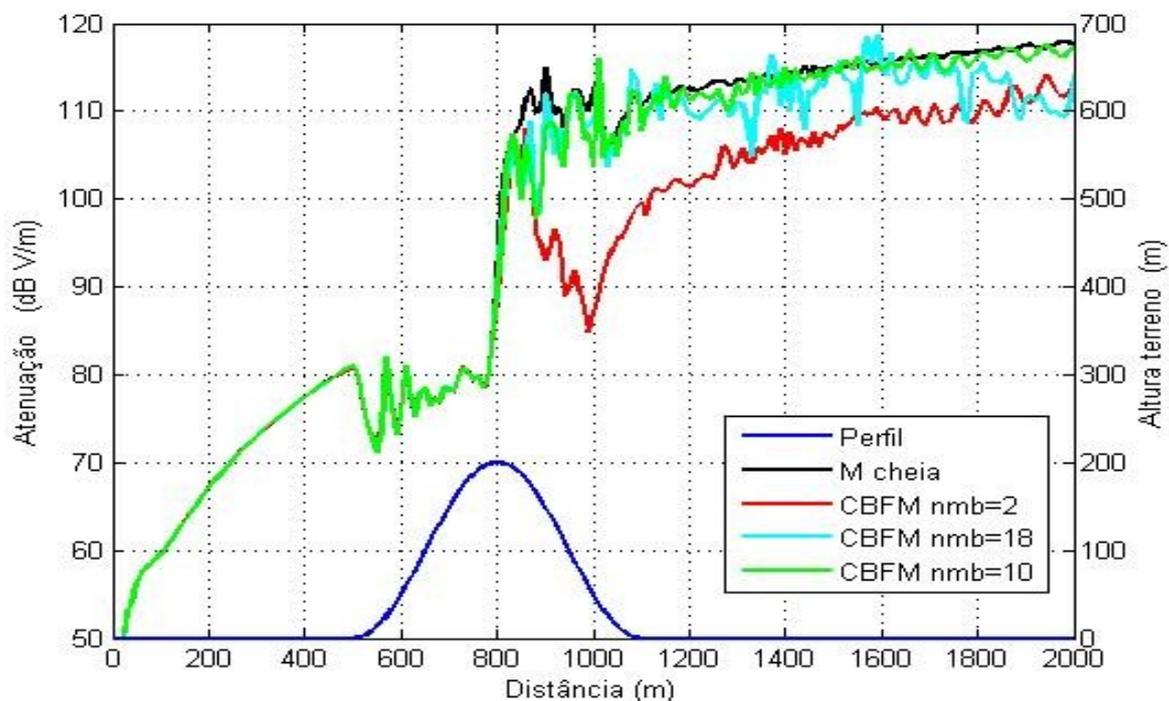


Figura 4.22: Atenuação do terreno Morro Alto em 300 MHz. Aumento do número de blocos vizinhos  $nmb = 2$  para 10 e 18

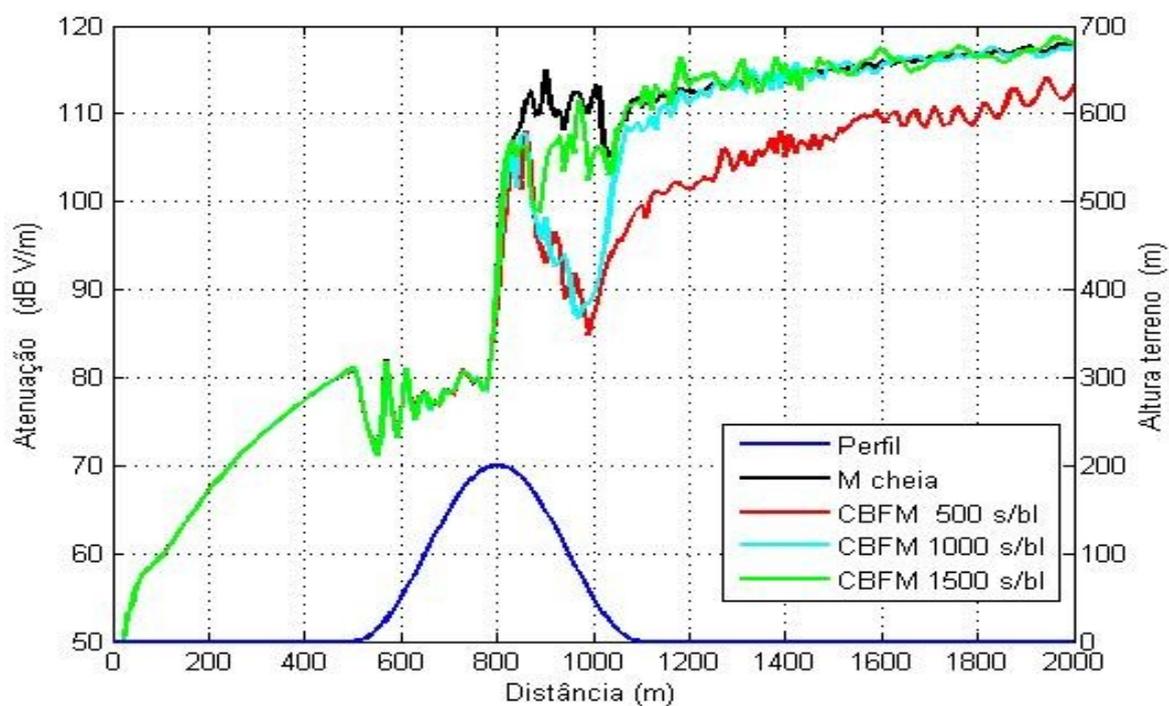


Figura 4.23: Atenuação do terreno Morro Alto em 300 MHz. Aumento da quantidade de segmentos/bloco de 500 para 1.000 e 1.500

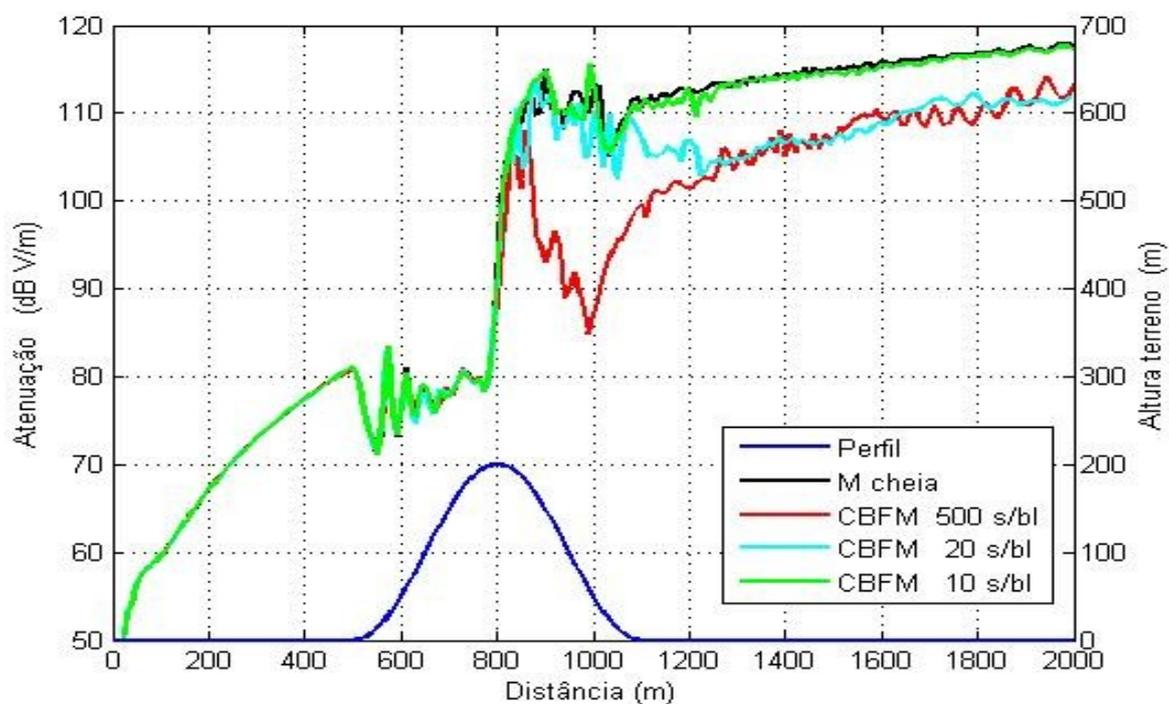


Figura 4.24: Atenuação do terreno Morro Alto em 300 MHz. Redução da quantidade de segmentos/bloco de 500 para 20 e 10

Continuando a análise dos demais terrenos, vê-se nas figuras 4.9 e 4.10 que o Hadsund apresenta bons resultados tanto na frequência de 144 MHz quanto em 435 MHz. Isto porque neste terreno não se observa áreas de sombras acentuadas.

O terreno Downhill (fig.4.17) não apresentou bom resultado no início do gráfico e mostrou certa discrepância próximo a 2,8 km. Visando melhores resultados as seguintes alterações de parâmetros são feitas individualmente. O número de blocos vizinhos  $n_{nb}$  é alterado de 2 para 8 (fig.4.25), a quantidade de segmentos/bloco  $N_i$  é aumentada de 1.000 para 3.000 (fig. 4.26), e depois é reduzida de 1.000 para 50 (fig.4.27). Todas estas ações melhoram a região em torno de 2,8 km, apesar do erro total variar pouco devido à forte influência do erro na região próxima ao transmissor.

Mas o início do terreno continua não apresentando melhora. Selecionando os 2 primeiros km e usando o programa de matriz MoM cheia apenas neste trecho, o resultado é semelhante ao CBFM (figura 4.28). Isto significa que a falha não está no método CBFM mas nos valores calculados para as impedâncias via a formulação MFIE da seção 2. Próximo ao transmissor a fórmula usada para cálculo do campo incidente (2.40) não é válida, pois considera campo distante (onda TEM) e não campo próximo.

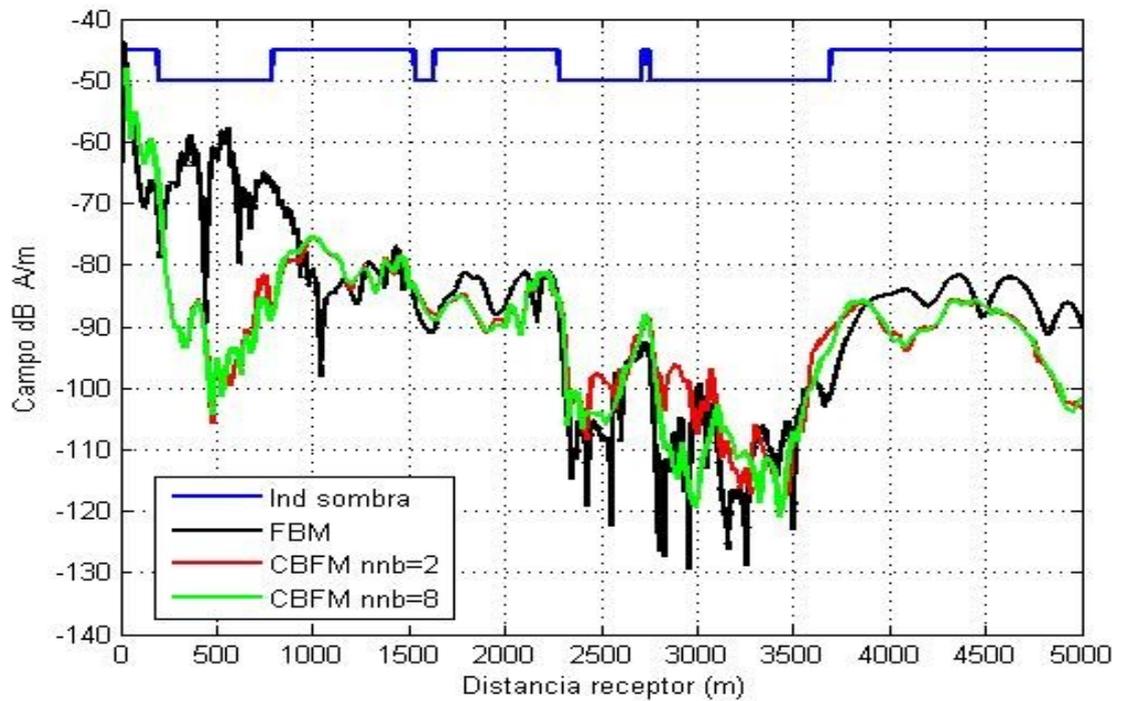


Figura 4.25: Campo magnético sobre terreno Downhill em 300 MHz com aumento do número de blocos vizinhos  $nnb = 2$  (293s, erro = 12,63%) para 8 (603s, erro = 12,36%)

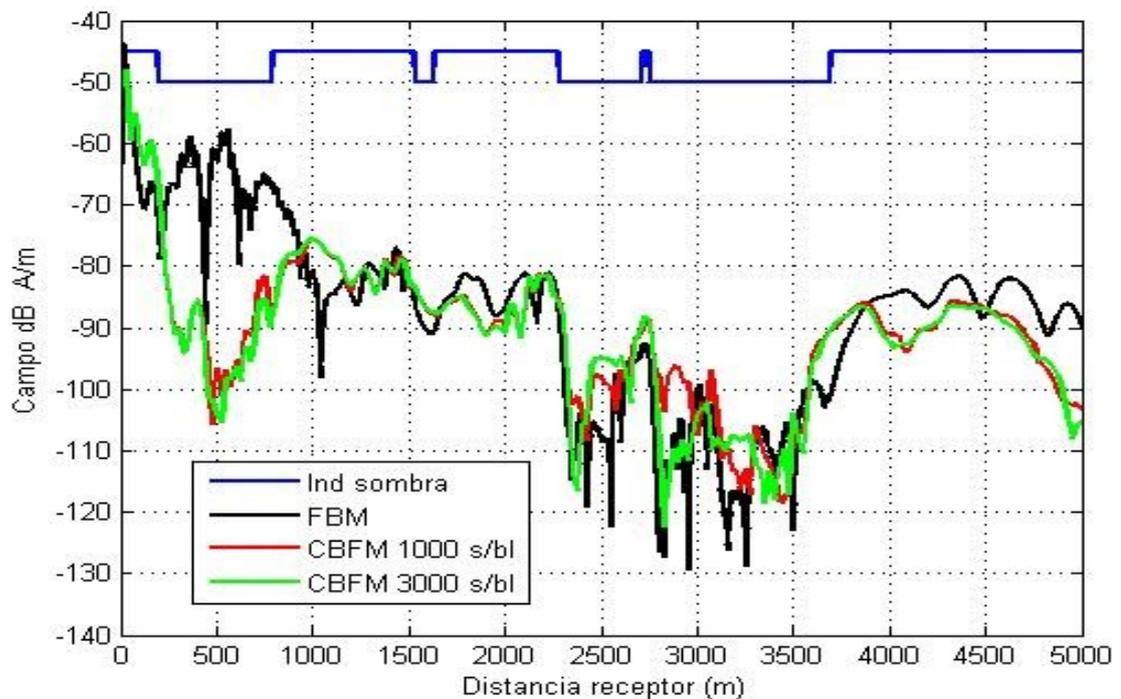


Figura 4.26: Campo magnético sobre terreno Downhill em 300 MHz com aumento da quantidade de segmentos/bloco de 1.000 (293s, erro = 12,63%) para 3.000 (1.074s, erro = 13,12%)

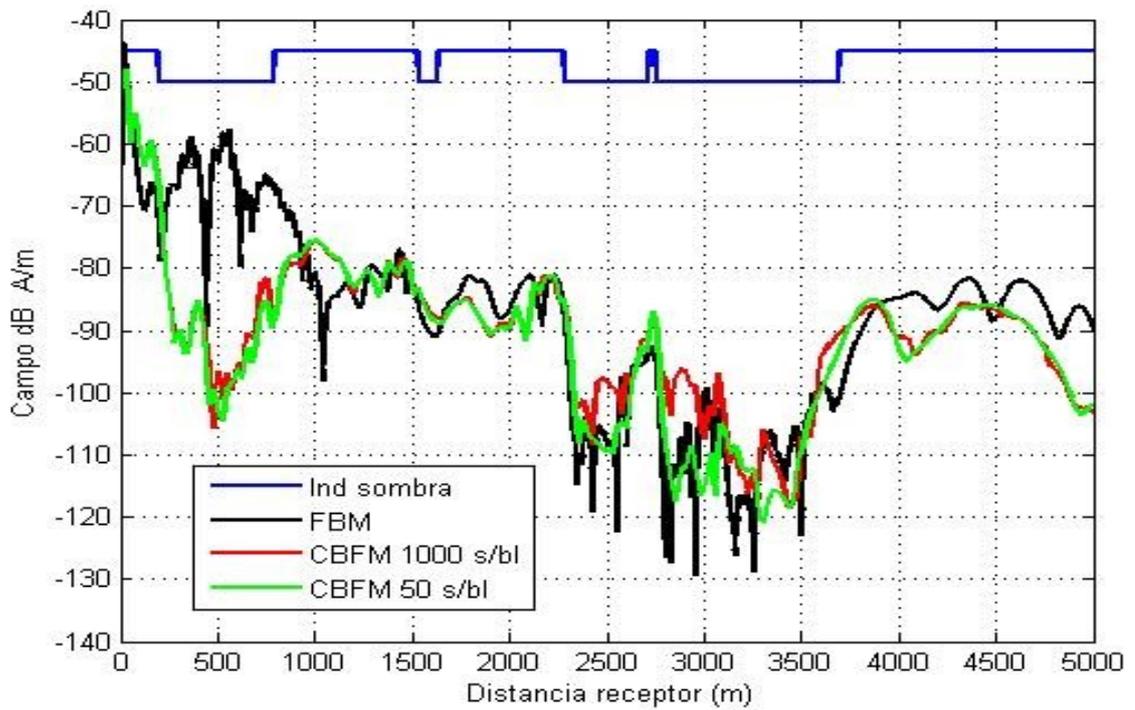


Figura 4.27: Campo magnético sobre terreno Downhill em 300 MHz com redução da quantidade de segmentos/ bloco de 1.000 (293s, erro = 12,63%) para 50 (500s, erro = 12,69%)

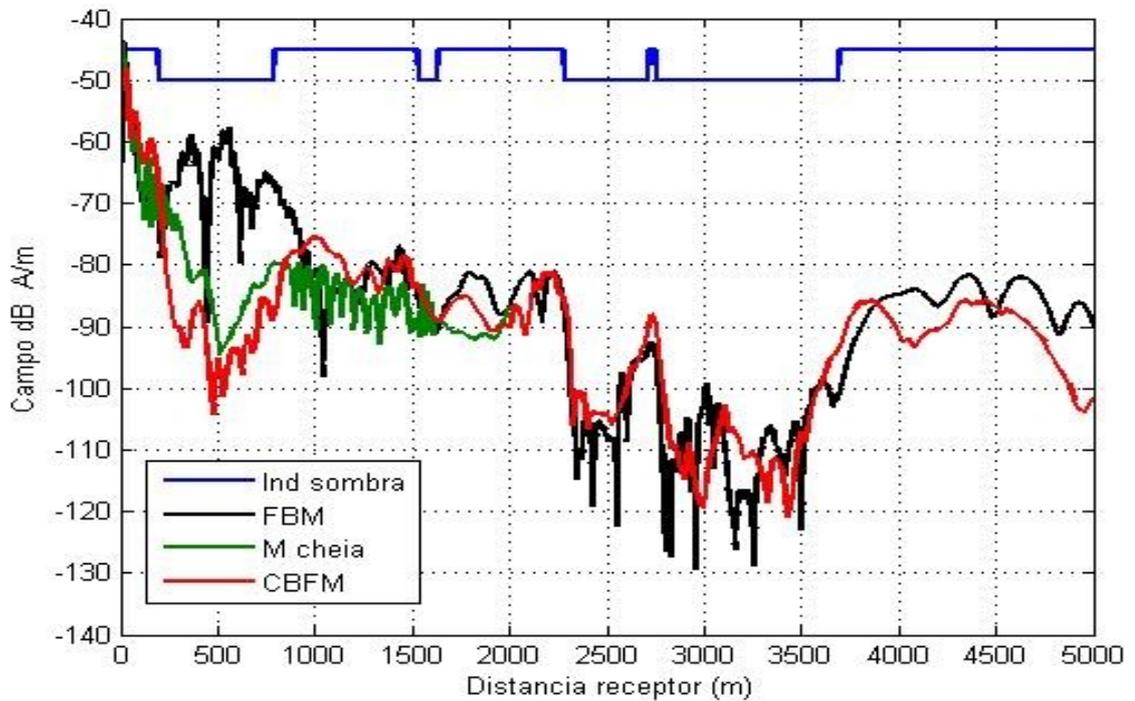


Figura 4.28: Campo magnético sobre terreno Downhill em 300 MHz com solução via matriz cheia até 2 Km e via CBFM com  $n_{nb} = 8$

O terreno Steepslope (fig. 4.16) conforme já ocorrido no terreno Downhill, mostra discrepâncias do resultado CBFM próximo ao transmissor e na região de sombra mais profunda (1,6 a 2,1 km).

Com objetivo de refinar os resultados, as seguintes alterações de parâmetros são feitas individualmente. O número de blocos vizinhos  $n_{nb}$  é alterado de 2 para 44 (fig 4.29), a quantidade de segmentos/bloco  $N_i$  aumentada de 1.000 para 7.000 (fig. 4.30), e depois é reduzida de 1.000 para 50 (fig. 4.31). Dos novos resultados, o aumento da quantidade de segmentos/bloco para 7.000 melhora o resultado (às custas do aumento no tempo de CPU) na região de 1,6 km a 2,1 km. A região próximo ao transmissor não melhora devido à mesma justificativa dada para o terreno Downhill ( região próxima transmissor).

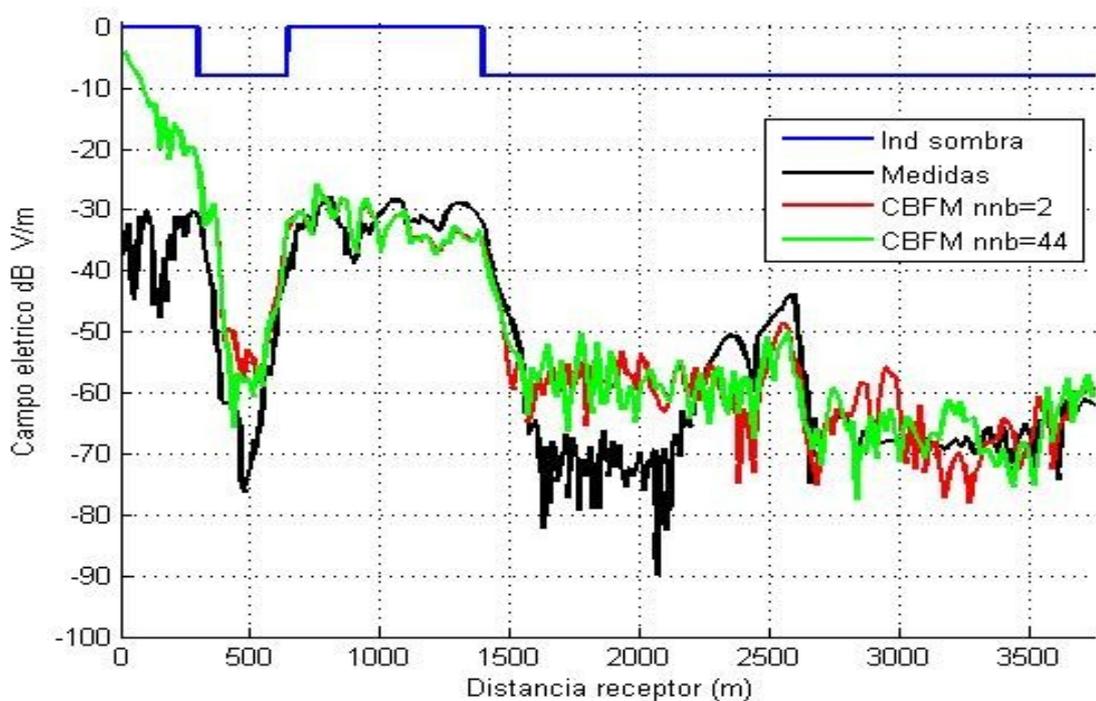


Figura 4.29: Campo elétrico sobre terreno Steepslope em 900 MHz com aumento do número de blocos vizinhos  $n_{nb} = 2$  (1.052s, erro = 17,75%) para 44 (7.827s, erro = 16,78%)

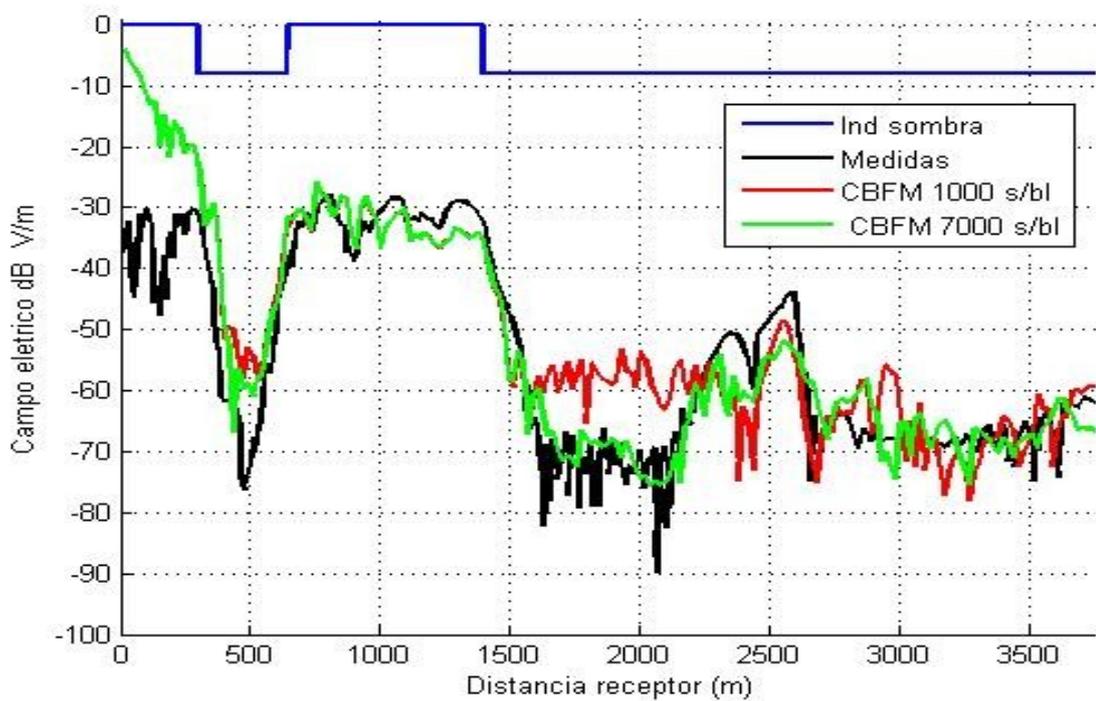


Figura 4.30: Campo elétrico sobre terreno Steepslope em 900 MHz com aumento da quantidade de segmentos/bloco de 1.000 (1.052s, erro = 17,75%) para 7.000 (12.875s, erro = 14,93%)

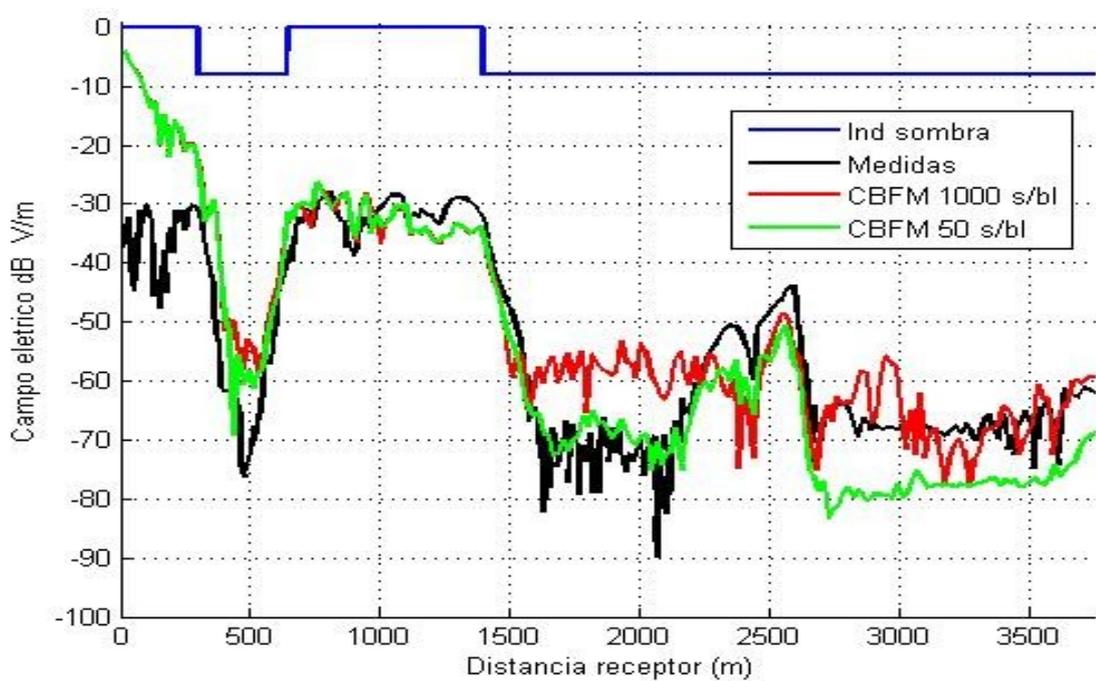


Figura 4.31: Campo elétrico sobre terreno Steepslope em 900 MHz com redução da quantidade de segmentos/bloco de 1.000 (1.052s, erro = 17,75%) para 50 (5.320s, erro = 17,46%)

## 4.10. Solução matriz triangular x CBFM

Quando o retro-espalhamento pode ser desconsiderado, o sistema linear gerado pelo Método dos Momentos pode ser resolvido de forma aproximada pelo método da matriz triangular (método onde se despreza os elementos acima da diagonal da matriz MoM). A solução das correntes equivalentes via matriz triangular, gera um sistema linear que pode ser resolvido de forma recursiva e por isto o tempo de CPU é bastante reduzido quando comparado ao tempo de CPU do CBFM. A solução do sistema triangular é [10]

$$M_i = \frac{1}{Z_{ii}} \left[ V_i - \sum_{j=1}^{i-1} Z_{ij} M_j \right]. \quad (4.3)$$

Nas figuras 4.32 e 4.33 mostra-se as atenuações para os terrenos Cunha e Morro Alto a 300 MHz, ambos com altura do transmissor a 80 m e receptor a 2,4 m. Tendo como referência a atenuação via matriz cheia pode-se notar um melhor resultado do CBFM em relação ao resultado via matriz triangular.

A figura 4.34 mostra o terreno Plano-ativo a 435 MHz com altura do transmissor a 80 m e receptor a 2,4 m, e pode-se ver que a atenuação via matriz triangular é praticamente idêntica à solução CBFM. Isto ocorre porque este terreno é totalmente iluminado, sem áreas de sombra. A figura 4.35 mostra o terreno Hadsund a 435 MHz com altura do transmissor a 10,4 m e receptor a 2,4 m. Nele também, a atenuação via matriz triangular é bem próxima da solução via CBFM. Neste caso, apesar de existirem áreas de sombras, elas não são muito acentuadas.

Uma outra diferença fundamental entre os dois métodos é que o método matriz triangular não possibilita, caso necessário, obter-se uma solução mais precisa. Já o CBFM através da variação dos parâmetros de cálculo, pode refinar a solução, mesmo que a um maior custo computacional, conforme visto na seção 4.9.

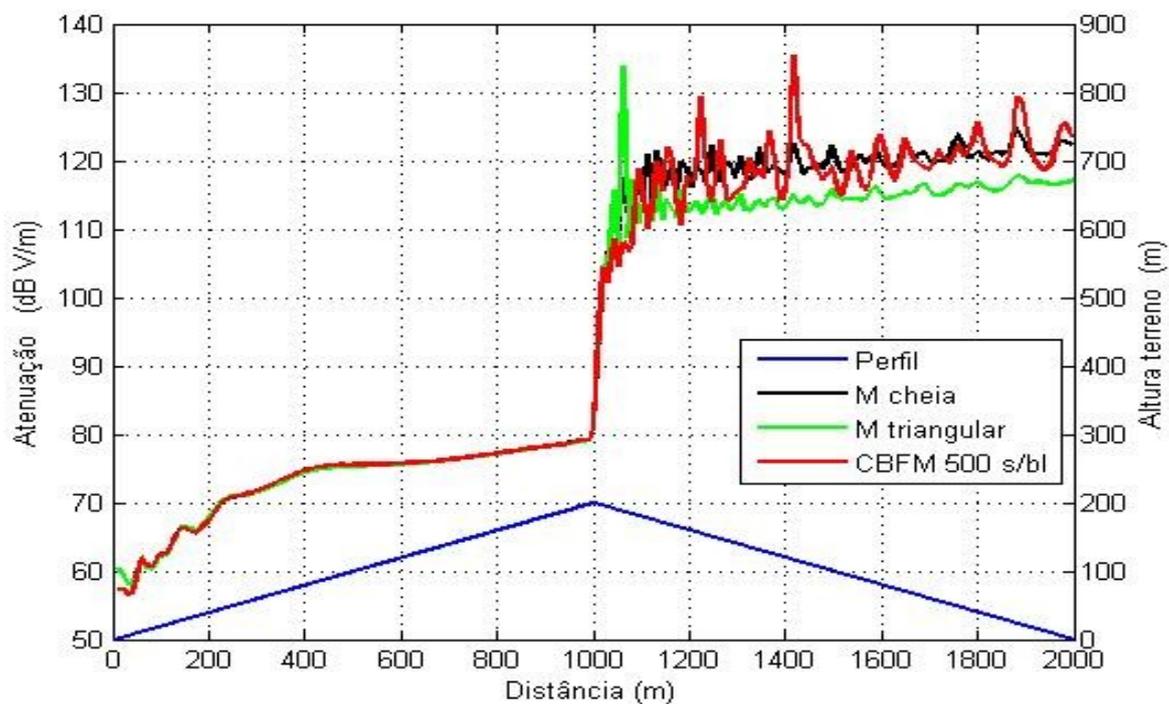


Figura 4.32: Atenuação sobre a Cunha em 300MHz,  $N = 8.500$ , tempo m. triangular = 12s, erro = 4,43%, tempo CBFM = 40s, erro = 2,68%, tempo m. cheia = 1.114s

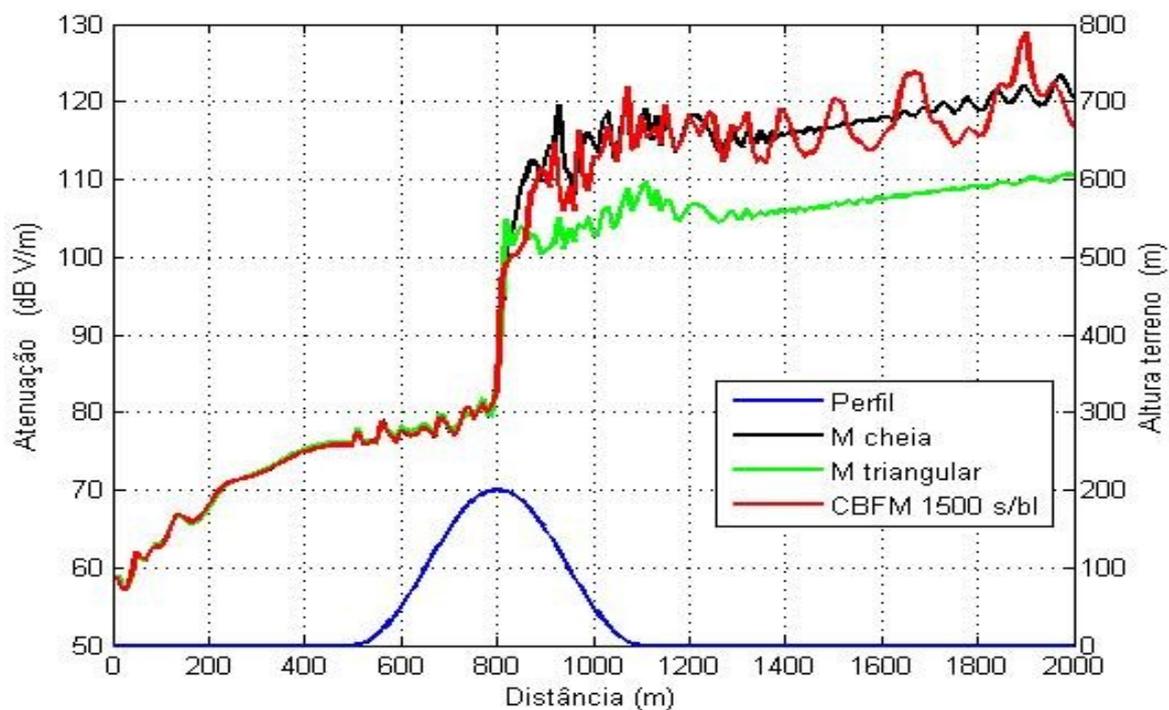


Figura 4.33: Atenuação sobre Morro Alto em 300MHz,  $N = 9.000$ , tempo m. triangular = 13s, erro = 7,78%, tempo CBFM = 28s, erro = 2,48%, tempo m. cheia = 1.360s

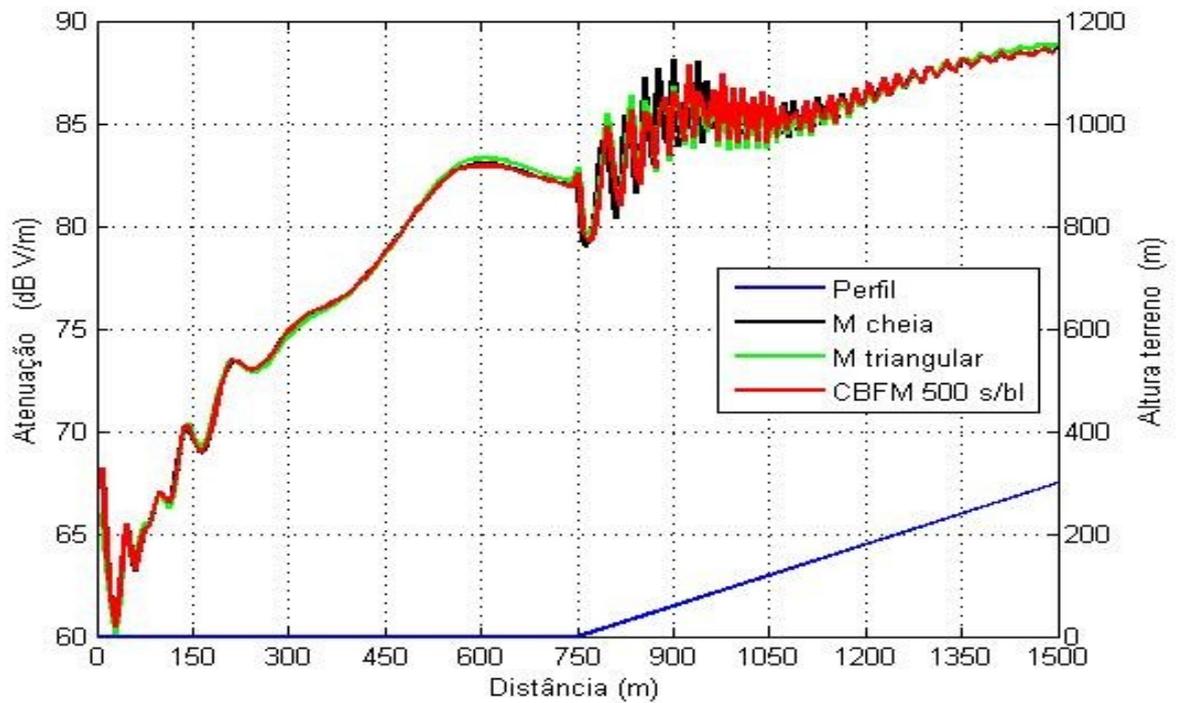


Figura 4.34: Atenuação sobre Plano-active em 435MHz,  $N = 9.500$ , tempo m. triangular = 15s, erro = 0,80%, tempo CBFM = 52s, erro = 1,40%, tempo m. cheia = 1.360s

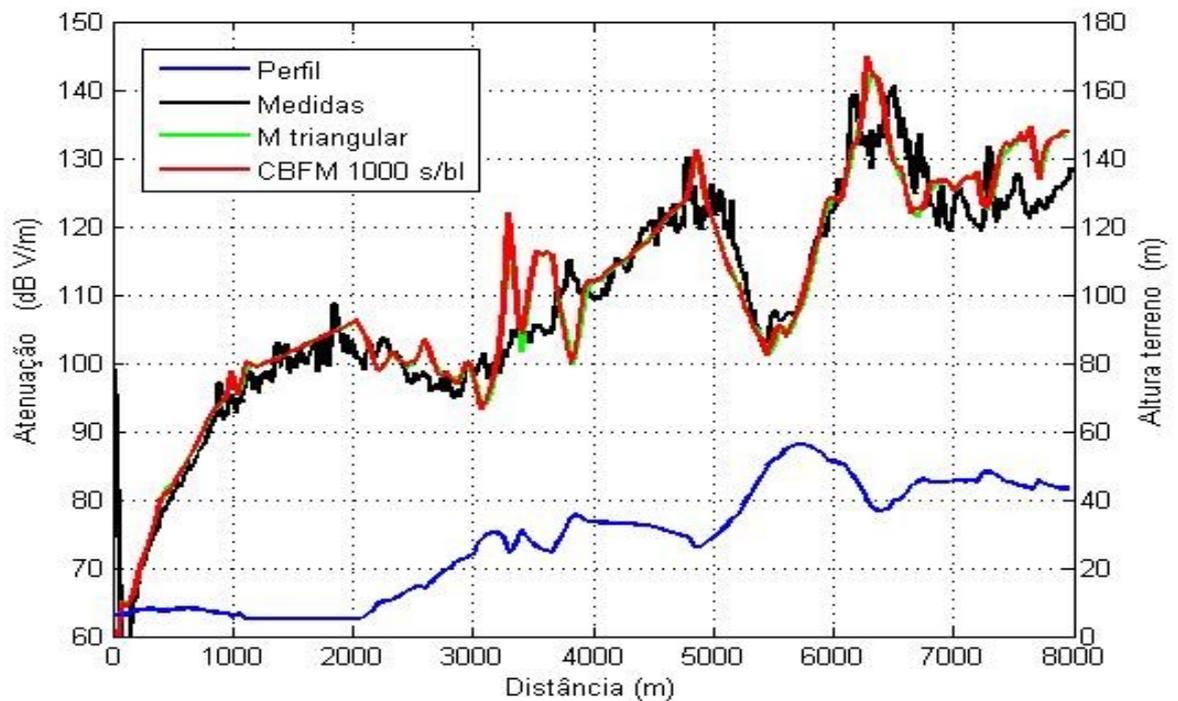


Figura 4.35: Atenuação sobre Hadsund em 435MHz,  $N = 47.000$ , tempo m. triangular = 335s, erro = 4,41%, tempo CBFM = 1.052s, erro = 4,69%

## Capítulo 5      CBFM com extrapolação de fase

Neste capítulo é apresentada a técnica de aceleração chamada extrapolação de fase. O uso de equações integrais em problemas de espalhamento eletromagnético sobre terrenos eletricamente grandes demanda um custo computacional elevado pois o número de incógnitas complexas é elevado, dependendo da frequência da onda incidente. A extrapolação de fase é aplicada na etapa do CBFM que gera os vetores  $\mathbf{u}_k^{(i)}$ , etapa esta cujo o processamento consome muito tempo de CPU e memória. Os testes são feitos no terreno denominado Hjorring em 144 MHz e 970 MHz e a redução do tempo de CPU é avaliado.

Como visto no capítulo anterior, o tempo para gerar os resultados varia muito quando se alteram os parâmetros de cálculo do CBFM. Assim, no final do capítulo é apresentada a ordem de grandeza do tempo de processamento de cada etapa do método CBFM, em função dos parâmetros utilizados.

### 5.1. Formulação da técnica

O cálculo das correntes equivalentes consome muito recurso computacional, mesmo quando se usa o CBFM com apenas os 2 blocos adjacentes ( $nmb = 2$ ). O número de incógnitas complexas varia de 10.000 a 200.000, dependendo da frequência da onda. Deve-se então adotar algumas outras estratégias visando reduzir o tempo de CPU e uso de memória, tanto no cálculo das macro funções de base PBFs e SBFs, quanto no cálculo dos vetores  $\mathbf{u}_k^{(i)}$ .

No cálculo das macro funções pode-se utilizar a Ótica Física (PO), quando aplicável, ou o método de solução iterativa aproximada de sistemas lineares FBM [12]. A Ótica Física pode ser aplicada se o terreno é iluminado por uma antena isotrópica ou por uma onda plana [4]. Neste trabalho, como já mencionado, as macro funções são obtidas pelo método exato de inversão de matriz, uma vez que o número de segmentos por bloco  $N_i$  é da ordem de 1.000 e também porque para regiões com área de sombra acentuada, verificou-se que macro funções de base mais exatas são fundamentais para uma melhor precisão dos resultados.

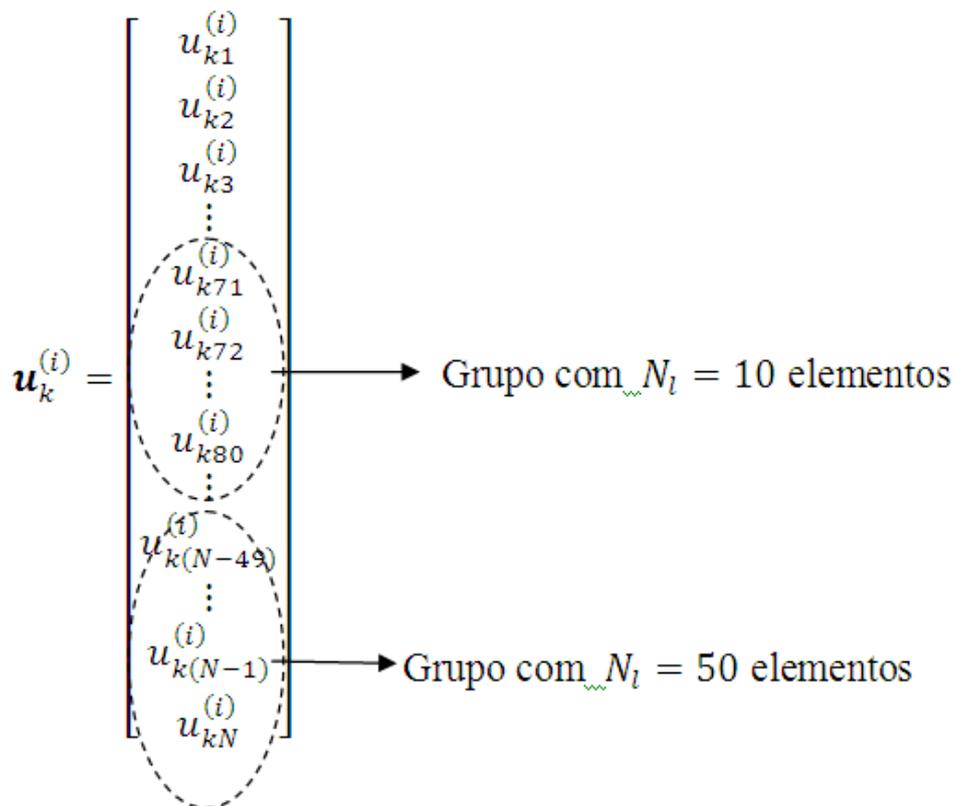


Figura 5.1: Grupos formados por elementos dos vetores  $\mathbf{u}(i,k)$

O uso do método iterativo FBM para obtenção das PBFs e SBFs fica como sugestão para a continuação deste trabalho.

Então, a outra etapa que resta para acelerar o CBFM é a geração dos vetores  $\mathbf{u}_k^{(i)}$ , onde se aplica a técnica de extrapolação de fase [4] e que passa a ser descrita a seguir. Sobre pequenas regiões do terreno, os elementos (complexos) do vetor  $\mathbf{u}_k^{(i)}$  têm amplitudes variando lentamente e a variação de fase é quase linear. Pode-se então juntar estes elementos em grupos onde o número de elementos  $N_l$  em cada grupo depende da rugosidade do terreno, podendo variar de 10, 50 e até 100 elementos.

Feito isto escolhe-se os 2 segmentos médios ( $M_1$  e  $M_2$ ) dentro de cada grupo e calcula-se os elementos de  $\mathbf{u}_k^{(i)}$ , chamados de  $\beta_{M_1}$  e  $\beta_{M_2}$ . A diferença de fase entre estes dois elementos é

$$\theta = fase(\beta_{M_2}) - fase(\beta_{M_1}) = \theta_2 - \theta_1. \quad (5.1)$$

O valor dos demais elementos  $\beta_n$  deste grupo, é extrapolado por

$$\beta_n = |\beta| e^{j(\theta_1 - \theta(s - M_1))}, \quad (5.2)$$

onde  $s$ ,  $M_1$  e  $M_2$  têm a numeração seqüencial do segmento no terreno todo. Observe que se  $s = M_1$ , tem-se  $\beta_n = |\beta| e^{j\theta_1}$  conforme esperado.

Cada grupo  $i$  gera uma aceleração no tempo de processamento de  $l_i = \frac{N_l}{2}$ . O fator de aceleração efetivo para todo o terreno é,

$$l_{eff} = \frac{1}{x_{total}} \sum_{i=1}^{N_g} l_i \Delta x_i, \quad (5.3)$$

onde  $x_{total}$  é o comprimento total ao longo do perfil,  $N_g$  é o total de grupos e  $\Delta x_i$  é o comprimento do grupo  $i$ .

## 5.2. Resultados numéricos

Antes de se aplicar a extrapolação de fase, a primeira providência é observar o terreno e definir quais trechos são mais planos e quais são mais rugosos. Os trechos mais planos, são reunidos em grupos de 50 segmentos e os trechos rugosos, em grupos de 10 segmentos. A seguir calcula-se qual é a numeração seqüencial (no terreno todo) dos segmentos pertencentes a cada grupo e identifica-se os números dos segmentos médios  $M_1$  e  $M_2$ .

Seja o terreno de 11,1 km da Dinamarca denominado Hjørring (figura 5.2), com os parâmetros  $\epsilon = 15\epsilon_0$ ,  $\mu = \mu_0$  e  $\sigma = 0,012$  S/m,. O transmissor de 10 W é um dipolo com ganho de 8 dBi a 10,4m de altura do terreno e o receptor a 2,4m. As perdas nas linhas de transmissão, conectores e devido descasamento de polarização são consideradas de 8 dB para 144 MHz e de 12 dB para 970 MHz. A polarização vertical é usada e considera-se somente a componente  $\hat{z}$  do campo total, para comparar com medida usada como referência.

Tabela 5-1: Distribuição de grupos de segmentos no terreno Hjorring a 144 MHz

Trechos	Quantidade de Grupos	Segmentos por grupo	Quantidade de segmentos
0 - 4.300 m	170	50	8.500
4.300 m - 9.000 m	933	10	9.330
9.000 m -11.090 m	83	50	4.150
11.090 m -11.100 m	1	20	20
<b>Total</b>	<b>1.187</b>	<b>-</b>	<b>22.000</b>

Trata-se de um terreno suave, permitindo a formação de grupos da seguinte forma: de 0 a 4.300 m, cria-se grupos de 50 segmentos; de 4.300 m a 9.000 m, grupos de 10 segmentos, de 9.000 m até o final, grupos de 50 segmentos. Na frequência de 144 MHz, fator de discretização  $\lambda/4$ , e  $N_i=1.000$  segmentos por bloco, o total de segmentos é 22.000, que ficam distribuídos nos grupos conforme tabela 5-1.

No exemplo da tabela 5.1, calculando-se o fator de aceleração efetivo para todo o terreno obtém-se  $l_{eff} = 16,5$  pois o terreno é suave. Os valores de  $l_{eff}$  geralmente variam entre 10 e 20 para terrenos reais típicos, sendo o valor 10 para os mais rugosos. Em 144 MHz, o tempo de CPU reduziu de 303s para 160s (47% de redução).

Na frequência de 970 MHz, fator de discretização  $\lambda/4$ , e  $N_i = 1.000$  segmentos por bloco, o total de segmentos é 144.000 e ficam distribuídos nos grupos conforme tabela 5-2. Nesta frequência, o tempo de CPU reduziu de 8.163s (2:16h) para 2.006s (0:33h). Isto corresponde a uma redução de 75%.

Observa-se que a extrapolação de fase numa frequência mais alta (figura 5.3), produz uma significativa redução dos tempos de CPU, e também uma excelente aproximação com a atenuação do CBFM sem extrapolação de fase.

Tabela 5-2: Distribuição de grupos de segmentos no terreno Hjorring a 970 MHz

Trechos	Quantidade de Grupos	Segmentos por grupo	Quantidade de segmentos
0 - 4.300 m	1.115	50	55.750
4.300 m - 9.000 m	6.100	10	61.000
9.000 m -11.090 m	544	50	27.200
11.090 m -11.100 m	1	50	50
<b>Total</b>	<b>7.760</b>	<b>-</b>	<b>144.000</b>

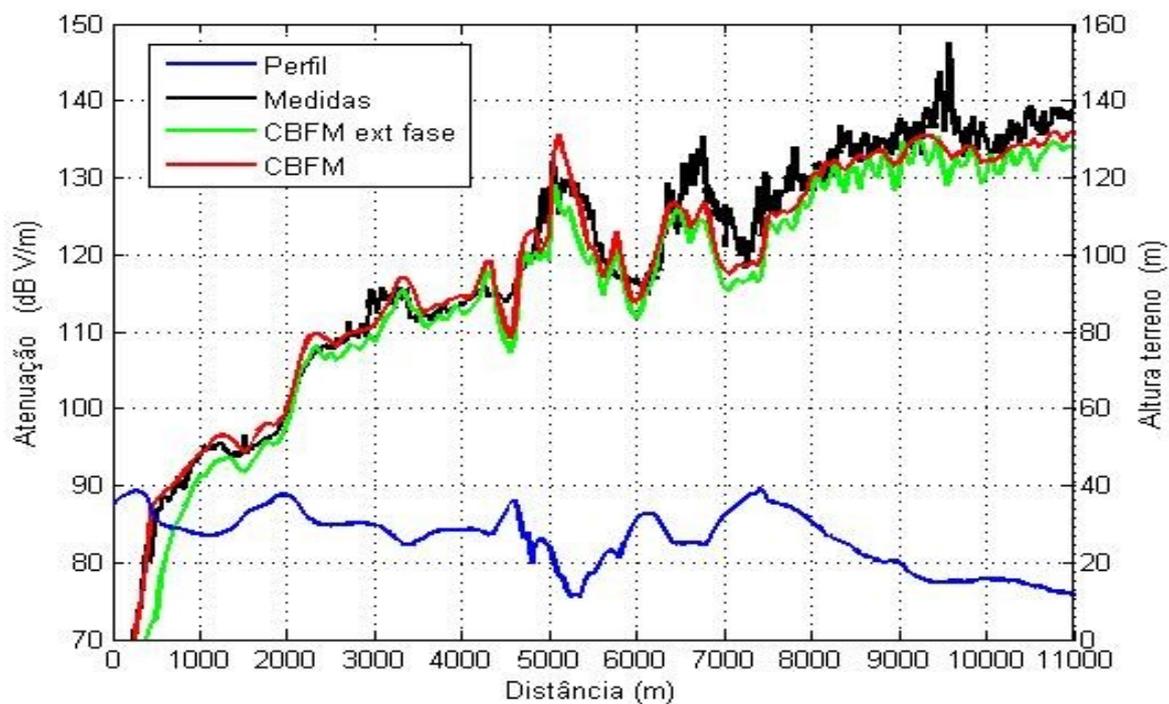


Figura 5.2: Atenuação sobre Hjørring em 144 MHz,  $N= 22.000$  segmentos em 22 blocos de 1.000 segmentos. Tempo CBFM 303s, erro = 2,63%, tempo extrap. de fase 160s,

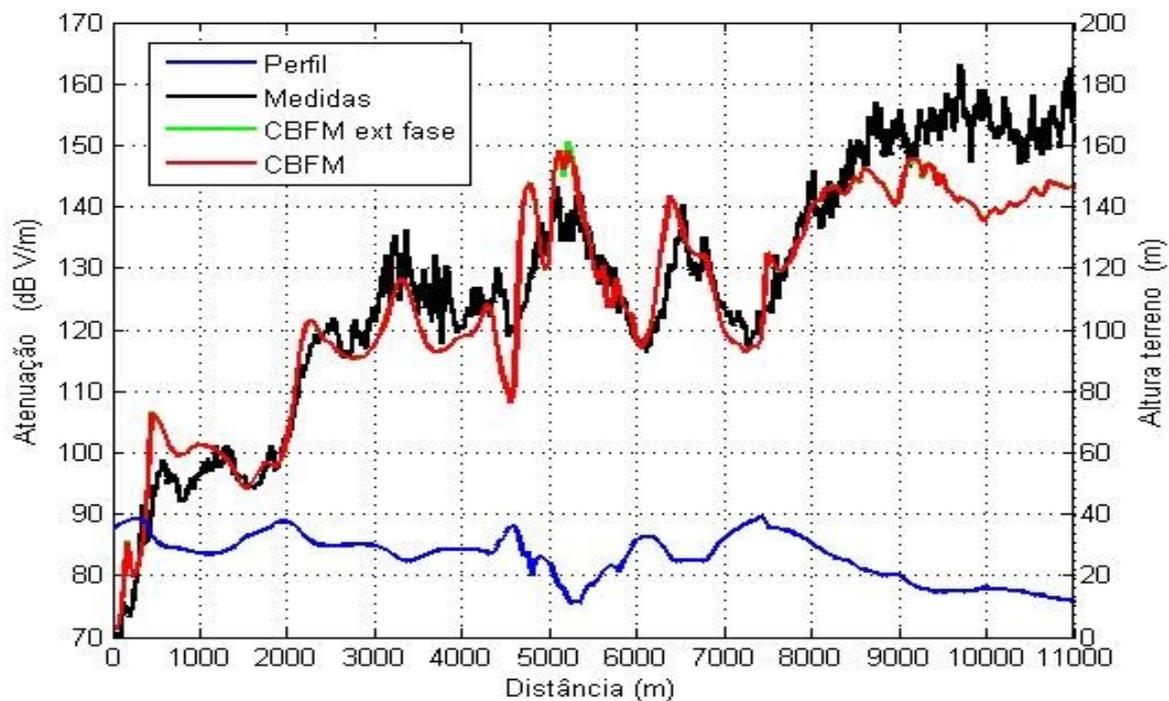


Figura 5.3: Atenuação sobre Hjørring em 970 MHz.  $N= 144.000$  segmentos em 144 blocos de 1.000 segmentos. Tempo CBFM 2:16h, erro = 5,67%, tempo extrap. de fase 0:33h, erro = 5,67%

### 5.3. Ordem dos tempos de processamento

Cada uma das etapas do método CBFM tem uma ordem de grandeza para o tempo de processamento, que depende dos parâmetros de cálculo utilizados tais como o número total de blocos ( $M$ ), o número de blocos vizinhos ( $nnb$ ) e a quantidade de segmentos por bloco ( $N_i$ ).

#### 5.3.1. Ordem de tempo na geração das PBFs

Uma PBF com  $N_i$  elementos, gerada via método direto (inversão de matriz) tem ordem

$$(N_i)^3 = \left(\frac{N}{M}\right)^3. \quad (5.4)$$

Para um total de  $M$  PBFs, a ordem de grandeza do tempo de processamento é

$$O(PBFs) = M(N_i)^3 = M \left(\frac{N}{M}\right)^3 = \frac{N^3}{M^2}. \quad (5.5)$$

#### 5.3.2. Ordem de tempo na geração das SBFs

No Apêndice A, obtém-se a quantidade total de SBFs em função do número de blocos vizinhos ( $nnb$ )

$$SBFs = nnb \left( M - \frac{nnb}{2} - \frac{1}{2} \right) = nnb(M) - \left( \frac{nnb^2}{4} - \frac{nnb}{2} \right). \quad (5.6)$$

Considerando que para  $nnb = 2$  o termo  $\left(\frac{nnb^2}{4} - \frac{nnb}{2}\right)$  da equação (5.6) é zero, a ordem de grandeza da quantidade de SBFs a ser considerada é  $nnb(M)$ .

Assim para a geração de todas SBFs via método direto, a ordem de grandeza será

$$O(SBFs) = nnb(M) \left(\frac{N}{M}\right)^3 = nnb \frac{N^3}{M^2}. \quad (5.7)$$

#### 5.3.3. Ordem de tempo na geração dos vetores $u(i,k)$

Pelo artigo [4] a ordem de tempo para se calcular dos vetores  $u_k^{(i)}$  é

$$O(\mathbf{u}_k^{(i)}) = \frac{(nmb + 1)}{l_{eff}} N^2, \quad (5.8)$$

onde  $l_{eff}$  é o fator de aceleração efetivo (da técnica de extrapolação de fase).

#### 5.3.4. Ordem de tempo na geração dos produtos internos (matriz reduzida)

Também em [4], a ordem do tempo para executar os produtos internos que geram a matriz reduzida é

$$O(\text{prod. int.}) = (nmb + 1)^2 NM^2. \quad (5.9)$$

#### 5.3.5. Ordem de grandeza do tempo total

A ordem de grandeza do tempo de processamento como um todo, depende de qual das etapas será a etapa dominante (ou seja, a etapa que gasta mais tempo), em função dos parâmetros de cálculo utilizados.

Para pequenos valores de  $M$  (ou seja  $N_i$  alto) a etapa dominante é a geração das PBFs e SBFs, cuja ordem é dada pela soma das equações (5.5) e (5.7)

$$O(\text{PBFs} + \text{SBFs}) = (nmb + 1) \frac{N^3}{M^2}. \quad (5.10)$$

Para altos valores de  $M$  (ou seja  $N_i$  baixo) a etapa dominante é a geração dos produtos internos, e a ordem do tempo é dada pela equação (5.9). Ressalta-se que nesta situação o aumento de blocos vizinhos  $nmb$  é mais crítico.

Uma outra forma de analisar a ordem total do CBFM é considerar o número de blocos  $M = \sqrt{N}$  nas equações (5.9) e (5.10). A soma de (5.8) a (5.10) torna-se então

$$O(\text{CBFM}) = f(nmb)N^2, \quad (5.11)$$

ou seja, o CBFM possui ordem  $N^2$  já que  $f(nmb) \ll N$ .

## Capítulo 6 Conclusões finais

A equação integral do campo magnético (MFIE) para uma polarização vertical foi deduzida para um terreno condutor elétrico imperfeito, irregular, com altura supostamente invariante na direção perpendicular de propagação e com fonte de onda pontual. O Método dos Momentos (MoM) foi usado para resolver esta equação integral, onde o terreno foi discretizado em  $N$  segmentos, gerando um sistema de equações  $N \times N$ . O método CBFM baseado em macro funções de base é usado para resolver este sistema sendo o número de blocos vizinhos para construir as funções de base secundárias (SBFs), igual a dois (adotado como modelo básico).

Os resultados do CBFM foram validados comparando-se com soluções referências de 7 estudos de casos utilizando terrenos teóricos e reais. Pode-se observar que a porção do terreno que não apresenta área de sombra acentuada, as funções de base conseguem modelar correntes equivalentes bem similares às correntes da referência e assim produzir um bom resultado CBFM. Na presença de área de sombra acentuada o resultado CBFM não é bom, dependendo de quais parâmetros são utilizados. Para melhorar a precisão foi necessário utilizar macro funções de base que consigam modelar a brusca variação das correntes equivalentes na transição da área iluminada para a área de sombra. Concluiu-se que três opções podem ser usadas para se refinar a solução:

- 1- Aumentar o parâmetro  $N_i$  (número de segmentos por bloco) produzindo macro funções de base capazes de modelar maiores variações nas correntes equivalentes.
- 2- Reduzir bastante o parâmetro  $N_i$  aproximando o sistema linear reduzido do sistema MoM cheio. É mais uma alternativa teórica que prática pois aproximar-se do sistema MoM cheio significa aproximar-se do problema original que é resolver sistemas lineares grandes.
- 3- Aumentar o parâmetro  $nmb$  (número de blocos vizinhos). Esta opção apresenta melhoria mas precisa ser melhor estudada pois aumentando muito o  $nmb$  o resultado apresenta divergências em alguns trechos (Fig. 4.23).

Na comparação do CBFM com o método matriz triangular se verificou um melhor resultado do CBFM (às custas de um tempo de CPU maior) para terrenos com presença de área de sombra acentuada.

Com o objetivo de acelerar o tempo de processamento e reduzir o consumo de memória do método CBFM foi empregada a técnica de extrapolação de fase no terreno Hjorring. Para 144 MHz o tempo de CPU reduziu 47% e para 970 MHz a redução foi de 75%.

## **6.1. Propostas de Continuidade**

O CBFM é uma excelente ferramenta para resolver o sistema linear de matriz cheia gerada pelo Método dos Momentos. Porém o custo computacional ainda pode ser otimizado, adotando-se algumas simplificações no modelo que não afetem a precisão nos resultados. A seguir lista-se 3 opções possíveis:

A primeira proposta de continuidade seria a utilização do método iterativo FBM (Forward-Backward Method) para a geração das PBFs com o objetivo de obter estas macro funções de base de forma aproximada mas num menor tempo. Esta técnica é utilizada nos resultados do artigo [4].

Outra proposta seria desenvolver um código com número de segmentos/bloco ( $N_i$ ) variável em função do nível da área de sombra presente no bloco em questão. Isto melhoraria a precisão sem aumentar muito o tempo de CPU.

Outra situação que merece um estudo complementar é avaliar a não convergência do CBFM em terrenos com área de sombra acentuada, quando se aumenta muito o número de blocos vizinho.

## Apêndice A

Dedução do número de CBFs (PBFs + SBFs) em função do número de blocos vizinhos  $nnb$ , para  $2 \leq nnb \leq M$ .

Seja um terreno com  $M$  blocos e  $nnb$  o número de blocos vizinhos utilizados na geração das funções de base SBF. Por comodidade de notação seja  $d = nnb/2$ . Abaixo é mostrado a tabela genérica de distribuição de blocos vizinhos.

A	B	C	D
Número do bloco observador	Quantidade de vizinhos à esquerda	Quantidade de vizinhos à direita	Exemplo M=50 nnb=20
1	0	d	1
2	1	d	2
3	2	d	3
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
d-2	d-3	d	8
d-1	d-2	d	9
d	d-1	d	10
d+1	d	d	11
d+2	d	d	12
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
M-(d+2)	d	d	38
M-(d+1)	d	d	39
M-(d)	d	d-1	40
M-(d-1)	d	d-2	41
M-(d-2)	d	d-3	42
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
M-2	d	2	48
M-1	d	1	49
M	d	0	50

Tabela A-1: Distribuição de blocos vizinhos

Pela coluna B a soma dos blocos vizinhos do bloco observador 1 ao bloco observador  $d$ , usando a fórmula de progressão aritmética com razão 1, é

$$S_1 = \frac{d}{2}(d - 1). \quad (A.1)$$

Do bloco observador  $d + 1$  até o bloco  $M - (d + 1)$  a soma de blocos vizinhos é

$$S_2 = d(M - 2d - 1). \quad (A.2)$$

Do bloco observador  $M - d$  até o bloco  $M$  a soma dos blocos vizinhos é

$$S_3 = d(d + 1). \quad (A.3)$$

Somando as 3 parcelas  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$  o total de blocos vizinhos à esquerda é

$$S_e = d \left( M - \frac{d + 1}{2} \right). \quad (A.4)$$

Pela coluna C e considerando a simetria com a coluna B, o total de blocos vizinhos à direita é também igual a  $S_e$ .

O número de PBFs é igual a  $M$  (uma PBF para cada bloco) e o número de SBF é igual ao número de blocos vizinhos (uma SBF para cada bloco vizinho). Assim, o total de CBFs é

$$CBFs = 2d \left( M - \frac{d + 1}{2} \right) + M = M(2d + 1) - d(d + 1). \quad (A.5)$$

Usando  $d = nnb/2$  tem-se

$$CBFs = M(nnb + 1) - \frac{nnb}{2} \left( \frac{nnb}{2} + 1 \right), \quad (A.6)$$

ou de outra forma

$$CBFs = M(nnb + 1) - \left( \frac{nnb^2}{4} - \frac{nnb}{2} \right). \quad (A.7)$$

## Apêndice B

Parte lógica da rotina em FORTRAN que calcula o seqüencial  $c(i,k)$  da equação (3.18) para  $2 \leq nnb \leq M$ .

```
! bloco irregular é o que tem menos de nnb/2 blocos vizinhos de cada lado
if (i <= nnb/2) then ! é um bloco irregular inicial. nnb= num blocos adjacentes
TOT1=(1+i)*i/2 + i*(nnb/2) ! total de elementos até o fim deste bloco i
c =TOT1-nnb/2+k-i ! sequencial do coeficiente alfa
elseif (i >= nnb/2 .and. i <= mb-nnb/2 ) then ! blocos regulares
TOT2=nnb*(3*nnb+2)/8 + (i-nnb/2)*(nnb+1) ! total de elementos 1 até o fim deste bloco i
c =TOT2-nnb/2+k-i ! sequencial do coeficiente alfa
else ! é um bloco irregular final i > mb-nnb/2
nbkf=i-mb+nnb/2 ! num de blocos irregulares finais até bloco i
somaf= nbkf*(nnb/2+1) + nbkf*( nnb/2-1+mb-i)/2 ! elementos agregados pelos blocos
irregulares finais ate bloco i
utm= mb-nnb/2 ! último bloco antes dos irregulares finais
TOT2=nnb*(3*nnb+2)/8 + (utm-nnb/2)*(nnb+1) ! TOT2 para i=utm
TOT3= TOT2 + somaf ! total de elementos de 1 até o fim deste bloco i.
c =TOT3-mb+k ! sequencial do coeficiente alfa
endif
```

## Referências Bibliográficas

- [1] R. F. Harrington, *Field Computation by Moments Method*, IEEE Press, 1993, ch 1
- [2] Antonio Evangelista de Freitas, *Predição de cobertura em enlaces radioelétricos sobre terrenos irregulares através de equações integrais*, PPGEE-UFMG, Agosto 2001
- [3] V. V. S. Prakash and R. Mittra, "Characteristic basis function method: A New technique for efficient solution of method of moments matrix equations," *Microw. Opt. Technol. Lett.*, vol. 36, no. 2, pp. 95–100, 2003.
- [4] Atacan Yagbasan, Celal Alp Tunc, Vakur B. Ertürk, Ayhan Altintas, Raj Mittra, "Characteristic Basis Function Method for Solving Electromagnetic Scattering Problems Over Rough Terrain Profiles", *IEEE Trans Antennas Propagation*, vol. 58, no. 5, pp. 1579-1589 Maio 2010.
- [5] G. A. Hufford, "An integral equation approach to the problem of wavepropagation over an irregular surface", *Quarterly Appl. Math.*, vol.9, pp.391-404, Jan. 1952.
- [6] Janaswamy, R., "A Fredholm integral equation method for propagation over small terrain irregularities," *IEEE Trans. Antennas and Propagat.*, Vol. 40, 1416-1422, Setembro 1994.
- [7] J. T. Hviid, J. B. Andersen, J. Toftgard, and J. Bojer, "Terrain-based propagation model for rural area-An integral equation approach", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol.43, pp.41-46, Jan. 1995.
- [8] F. J. S. Moreira, *Aplicação de Equações Integrais para a Predição da Propagação Radioelétrica sobre Solos Suavemente Irregulares e Incidência Rasante*", *X Simpósio Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica (SBMO 2002)*, Recife, PE,, pp.191-195, Agosto 2002.

- [9] R. B. V. Teperino, Utilização de equações integrais no domínio do tempo na predição da propagação sobre terrenos irregulares, *PPGEE-UFMG*, Março, 2003.
- [10] Claudio G. Batista, Predição de cobertura radioelétrica em terrenos mistos: uma abordagem via equações integrais, *PPGEE-UFMG*, Maio-2008.
- [11] C. Brennan, P. Cullen, Application of the Fast Far Field Approximation to the computation of UHF pathloss over irregular terrain, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol.46, pp.881-889, Jun. 1998.
- [12] D. Holliday, L. L. DeRaad, and G. J. St-Cyr, “Forward-backward: A new method for computing low-grazing angle scattering,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 44, no. 5, pp. 722–729, May 1996.
- [13] D. A. Kapp and G. S. Brown, “A new numerical method for rough surface scattering calculations,” *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol.44, pp. 711–722, May 1996.
- [14] E. Suter and J. Mosig, A subdomain multilevel approach for the MoM analysis of large planar antennas, *Microwave and Opt Tech Lett* 26, 2000, 270–277.
- [15] Gibson, Walton C. The Method of Moments in Electromagnetics, *Chapman & Hall/CRC*, 2008, ch 3.
- [16] T. B. A. Senior and J. L. Volakis, Approximate Boundary Conditions in Electromagnetics. London, U.K.: IEE, 1995, ch. 2.
- [17] M. Abramowitz and I. A. Stegun, Handbook of Mathematical Functions, Dover Publications, New York, 1977.
- [18] J. D. Parsons, The Mobile radio Propagation Channel, John Wiley and Sons, Liverpool-UK, 1998, ch 2.
- [19] J. A. López, M. R. Pino, F. Obelleiro, and J. L. Rodríguez, “Application of the spectral acceleration forward-backward method to coverage analysis over terrain profiles,” *J. Electromagn. Waves Applicat.*, vol.15, pp. 1049–1074, Aug. 2001.