



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM**  
**ENGENHARIA MECÂNICA**

**PROJETO E ANÁLISE DE UM SISTEMA DE ASSISTÊNCIA À**  
**PILOTAGEM EM 6 GRAUS DE LIBERDADE PARA AERONAVES**  
**LEVES**

**GUILHERME ANDRÉ SANTANA**

**Belo Horizonte, 29 de Março de 2012**

**Guilherme André Santana**

**“PROJETO E ANÁLISE DE UM SISTEMA DE ASSISTÊNCIA À  
PILOTAGEM EM 6 GRAUS DE LIBERDADE PARA AERONAVES  
LEVES”**

Dissertação apresentada no Curso de Mestrado do Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção de título de Mestre em Engenharia Mecânica.

**Área de Concentração:** Projetos Mecânicos

**Linha de Pesquisa:** Aerodinâmica Aplicada

**Orientador:** Paulo Henriques Iscold Andrade de Oliveira, Dr.

Belo Horizonte  
Escola de Engenharia da UFMG

2012

## RESUMO

O objetivo do presente trabalho é o projeto de um sistema de assistência à pilotagem de aeronaves leves a fim de se facilitá-la, mantendo-se a autoridade do piloto e a segurança de voo. Assim, programou-se o modelo dinâmico da aeronave ACS-100 Sora e os modelos dos controladores longitudinal e látero-direcional, realizando-se o ajuste dos ganhos destes controladores. Após o ajuste dos ganhos, adaptaram-se estes modelos em uma plataforma de simulação de voo presente no CEA-UFMG, convidando-se voluntários para realizar o voo simulado em uma trajetória pré-estabelecida, utilizando-se os modelos sem e com pilotagem assistida, a título de comparação. Pôde-se notar que os voluntários inexperientes em pilotagem conseguiram resultados semelhantes aos pilotos profissionais, com operação bastante segura, quanto ao envelope da aeronave, endossando o potencial da estratégia de assistência à pilotagem proposta em diminuir o tempo de treinamento necessário para operação segura.

**Palavras chave:** PAV, pilotagem assistida, assistência à pilotagem, aeronaves leves, FBW, fly-by-wire, CEA.

## **ABSTRACT**

The objective of the present work is to design a pilot assisting system for light aircraft, in order to facilitate the act of piloting, maintaining the pilot's authority and the flight safety. Thus, it was implemented the dynamical model of the ACS-100 Sora aircraft and the models of the longitudinal and lateral-directional controllers, while accomplishing the tuning of the gains for these controllers. After the gain tuning, these models were adapted in a flight simulation platform at CEA-UFMG (Center for Aeronautical Studies). Volunteers were invited to simulate a flight on that platform in a pre-defined trajectory. On this simulation, the models with and without pilot assisting were used, for comparison purposes. It was possible to notice that the inexperienced volunteers have performed as good as the professional pilots, with safe operation, regarding the aircraft envelope, showing this pilot assisting technique's potencial in diminishing the training time required for safe operation.

**Keywords:** PAV, pilot assisting, light aircraft, FBW, fly-by-wire, CEA.

# SUMÁRIO

<b>Resumo .....</b>	<b>ii</b>
<b>Abstract .....</b>	<b>iii</b>
<b>Sumário .....</b>	<b>iv</b>
<b>Lista de figuras .....</b>	<b>vii</b>
<b>Lista de tabelas .....</b>	<b>xi</b>
<b>Lista de Símbolos.....</b>	<b>xii</b>
<b>Lista de Siglas .....</b>	<b>xiv</b>
<b>1 Introdução .....</b>	<b>15</b>
1.1 Distribuição do texto.....	18
<b>2 Revisão Bibliográfica .....</b>	<b>19</b>
2.1 Pilotagem Assistida .....	19
<b>3 Metodologia.....</b>	<b>24</b>
3.1 Modelo da aeronave em 6 graus de liberdade .....	25
3.1.1 Forças e momentos aerodinâmicos.....	27
3.1.1.1 Coeficiente de Sustentação.....	28
3.1.1.2 Coeficiente de força lateral do vento.....	29
3.1.1.3 Arrasto .....	30
3.1.1.4 Aumento de arrasto devido ao “Spoiler”.....	32
3.1.1.5 Transformação de eixo do vento para eixo do corpo.....	32
3.1.1.6 Coeficiente de momento de arfagem.....	33
3.1.1.7 Coeficiente de momento de rolamento.....	35
3.1.1.8 Coeficiente de momento de guinada .....	36
3.1.2 Forças e momentos propulsivos (modelo do motor e hélice).....	38
3.1.3 Modelo dos atuadores .....	43
3.1.4 Método de orientação por Euler e Quaternions .....	45
3.1.5 Resolução numérica do sistema de equações diferenciais.....	47
3.1.6 Controlador Longitudinal .....	49
3.1.7 Controlador Látero-direcional .....	55
3.2 Otimização dos ganhos .....	57

3.2.1	Condições para otimização .....	58
3.2.2	Cálculo da variação dos parâmetros aerodinâmicos .....	61
3.2.3	Cálculo do equilíbrio reto nivelado .....	66
3.2.4	Metodologia de otimização .....	69
3.2.5	Algoritmo de otimização .....	72
3.3	Procedimentos dos testes com voluntários .....	75
3.3.1	Plataforma de simulação .....	75
3.3.2	Entrada dos modelos dinâmicos .....	77
3.3.2.1	Modelo sem pilotagem assistida .....	77
3.3.2.2	Modelo com pilotagem assistida .....	81
3.3.3	Trajectoria .....	85
3.3.4	Procedimentos .....	89
<b>4</b>	<b>Resultados .....</b>	<b>91</b>
4.1	Otimização dos ganhos .....	91
4.2	Testes no simulador .....	113
4.2.1	Trajectorias .....	113
4.2.2	Erro médio das trajetórias .....	117
4.2.2.1	Método gráfico “Boxplot” .....	117
4.2.2.2	Análise do “Boxplot” do erro médio da trajetória .....	117
4.2.3	Velocidades ao longo da trajetória .....	118
4.2.4	Pontuação .....	121
4.2.5	Notas de Cooper-Harper .....	123
4.2.6	Vazão de combustível .....	124
4.2.7	Fatores de carga extremos .....	125
4.2.8	Velocidades extremas .....	127
<b>5</b>	<b>Conclusão .....</b>	<b>129</b>
5.1	Considerações Finais .....	129
5.2	Sugestões de trabalhos futuros .....	131
	<b>Referências Bibliográficas .....</b>	<b>132</b>
	<b>Apêndice I .....</b>	<b>135</b>
	Equações de movimento de corpo rígido com massa constante .....	135
	<b>Apêndice II .....</b>	<b>143</b>
	Método de orientação por Euler e Quaternions .....	143

<b>Anexo I.....</b>	<b>148</b>
Escala de Cooper-Harper.....	148

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Velocidades realizadas pelos voluntários sem auxílio à pilotagem versus velocidade de referência (Silva Filho et. al., 2010). .....	23
Figura 2 – Velocidades realizadas pelos voluntários com auxílio à pilotagem versus velocidade de referência (Silva Filho et. al., 2010). .....	23
Figura 3 – Referenciais do corpo (x, y, z) e do vento (x', y', z'). .....	25
Figura 4 – Curva de arrasto da aeronave $C_d$ vs $\alpha$ . .....	31
Figura 5 – Diagrama do motor Lycoming io-235-c (Lycoming, 1980). .....	39
Figura 6 – Diagrama da vazão de combustível (Lycoming, 1980). .....	42
Figura 7 – Primeiro nível do bloco do atuador. ....	43
Figura 8 – Segundo nível do bloco do atuador. ....	43
Figura 9 – Bloco do controlador de ângulo de trajetória (PID 1). ....	50
Figura 10 – <i>Setpoint</i> “dente de serra”. .....	51
Figura 11 – Resposta aos degraus com filtro vs sem filtro derivativo. ....	51
Figura 12 – Uso do <i>Setpoint Weighting</i> para uma planta genérica respondendo ao degrau (Visioli, 2010). ....	52
Figura 13 – Deflexão no manche para equilíbrio, em função da velocidade equivalente e posição do C.G. ....	53
Figura 14 – Deflexão do manche por g, em função da velocidade equivalente e posição do C.G. ....	54
Figura 15 – Bloco do controlador PID 2. ....	54
Figura 16 – Eficiência propulsiva da hélice. ....	59
Figura 17 – Potência disponível e requerida para a aeronave ACS-100 Sora. ....	60
Figura 18 – Forças e momentos longitudinais. ....	61
Figura 19 – Ângulo de ataque da empennagem horizontal para ângulo de ataque da aeronave igual a zero. ....	63
Figura 20 – Metodologia de otimização. ....	71
Figura 21 – Exemplo de utilização do <i>Pattern Search</i> . ....	73
Figura 22 - Diagrama de funcionamento da plataforma de simulação (Rebelo, 2010). ..	76
Figura 23 – Plataforma de simulação do CEA-UFMG. ....	76
Figura 24 – Deflexão do aileron vs sinal do manche. ....	77
Figura 25 – Deflexão do leme vs sinal do pedal. ....	77



Figura 26 – Abertura do carburador/freio aerodinâmico vs sinal da manete. ....	78
Figura 27 – Força no manche por g em função da posição do C.G. e velocidade equivalente.....	79
Figura 28 – Fator multiplicativo do sinal do manche (sensibilidade) em função da posição do C.G. e EAS. ....	80
Figura 29 – Deflexão do profundor vs sinal do manche.....	80
Figura 30 – Valor de <i>setpoint</i> do ângulo de rolamento vs sinal do manche.....	81
Figura 31 – Valor de <i>setpoint</i> do ângulo de derrapagem vs sinal do pedal.....	82
Figura 32 – Valor de <i>setpoint</i> de velocidade do ar vs sinal da manete.....	83
Figura 33 – Ângulo de subida em função de EAS e densidade do ar para regime permanente. ....	84
Figura 34 – Trajetória ideal vs realizada pelos voluntários nas primeiras tentativas. ....	84
Figura 35 – Trajetória ideal vs realizada pelos voluntários para a nova limitação de controle. ....	85
Figura 36 – Gasto de combustível para trecho de 100 km em função de EAS. ....	86
Figura 37 – Vista lateral da trajetória. ....	88
Figura 38 – Vista superior da trajetória. ....	88
Figura 39 – Vista em ângulo da trajetória. ....	88
Figura 40 – Ganho proporcional do controle de ângulo da velocidade para densidade do ar de $0.9 \text{ kg/m}^3$ .....	93
Figura 41 - Ganho proporcional do controle de ângulo da velocidade para densidade do ar de $1.1 \text{ kg/m}^3$ .....	93
Figura 42 - Ganho proporcional do controle de ângulo da velocidade para densidade do ar de $1.2 \text{ kg/m}^3$ .....	94
Figura 43 - Ganho integral do controle de ângulo da velocidade para densidade do ar de $0.9 \text{ kg/m}^3$ .....	96
Figura 44 - Ganho integral do controle de ângulo da velocidade para densidade do ar de $1.1 \text{ kg/m}^3$ .....	96
Figura 45 - Ganho integral do controle de ângulo da velocidade para densidade do ar de $1.2 \text{ kg/m}^3$ .....	97
Figura 46 - Ganho derivativo do controle de ângulo da velocidade para densidade do ar de $0.9 \text{ kg/m}^3$ .....	98
Figura 47 - Ganho derivativo do controle de ângulo da velocidade para densidade do ar de $1.1 \text{ kg/m}^3$ .....	99

Figura 48 - Ganho derivativo do controle de ângulo da velocidade para densidade do ar de $1.2 \text{ kg/m}^3$ .....	99
Figura 49 - Ganho proporcional do controle de velocidade para densidade do ar de $0.9 \text{ kg/m}^3$ .....	101
Figura 50 - Ganho proporcional do controle de velocidade do ar para densidade do ar $1.1 \text{ kg/m}^3$ .....	101
Figura 51 - Ganho proporcional do controle de velocidade do ar para densidade do ar de $1.2 \text{ kg/m}^3$ .....	102
Figura 52 - Ganho integral do controle de velocidade do ar.....	104
Figura 53 – Ganho derivativo do controle de velocidade do ar.....	104
Figura 54 - Ganho proporcional do controle de ângulo de rolamento.....	106
Figura 55 - Ganho integral do controle de ângulo de rolamento.....	107
Figura 56 - Ganho derivativo do controle de ângulo de rolamento.....	108
Figura 57 - Ganho proporcional do controle de ângulo de derrapagem.....	109
Figura 58 - Ganho integral do controle de ângulo de derrapagem.....	110
Figura 59 - Ganho derivativo do controle de ângulo de derrapagem.....	111
Figura 60 – Vista lateral das trajetórias voadas por todos os voluntários, para o modelo sem controlador e C.G. traseiro.....	113
Figura 61 - Vista superior das trajetórias voadas por todos os voluntários, para o modelo sem controlador e C.G. traseiro.....	114
Figura 62 - Vista isométrica das trajetórias voadas por todos os voluntários, para o modelo sem controlador e C.G. traseiro.....	114
Figura 63 - Vista lateral das trajetórias voadas por todos os voluntários, para o modelo com controlador GV e C.G. traseiro.....	115
Figura 64 - Vista superior das trajetórias voadas por todos os voluntários, para o modelo com controlador GV e C.G. traseiro.....	116
Figura 65 - Vista isométrica das trajetórias voadas por todos os voluntários, para o modelo com controlador GV e C.G. traseiro.....	116
Figura 66 – <i>Boxplot</i> do erro médio na trajetória para todos os voluntários.....	118
Figura 67 – Velocidades para todos os voluntários, para o modelo sem controlador e C.G. traseiro.....	119
Figura 68 - Velocidades para todos os voluntários, para o modelo com controlador GV e C.G. traseiro.....	119
Figura 69 - <i>Boxplot</i> do erro médio da velocidade para todos os voluntários.....	120

Figura 70 – <i>Boxplot</i> da pontuação da trajetória para todos os voluntários.....	122
Figura 71 - <i>Boxplot</i> da pontuação da velocidade para todos os voluntários.....	122
Figura 72 - <i>Boxplot</i> da pontuação total para todos os voluntários. ....	123
Figura 73 – Notas de acordo com a tabela de Cooper-Harper.....	124
Figura 74 - <i>Boxplot</i> da vazão de combustível média para todos os voluntários.....	125
Figura 75 - <i>Boxplot</i> do fator de carga máximo para todos os voluntários.....	126
Figura 76 - <i>Boxplot</i> do fator de carga mínimo para todos os voluntários. ....	126
Figura 77 - <i>Boxplot</i> de velocidade equivalente máxima para todos os voluntários. ....	127
Figura 78 - <i>Boxplot</i> de velocidade equivalente mínima para todos os voluntários. ....	128
Figura 79 – Eixo de referência do corpo versus do solo. ....	138

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros do ajuste de superfície para $(Kp)_1$ .	92
Tabela 2 – Parâmetros do ajuste de superfície para $(Ki)_1$ .	95
Tabela 3 – Parâmetros do ajuste de superfície para $(Kd)_1$ .	98
Tabela 4 – Parâmetros do ajuste de superfície para $(Kp)_2$ .	100
Tabela 5 – Parâmetros do ajuste de superfície para $(Ki)_2$ .	103
Tabela 6 – Parâmetros do ajuste de superfície para $(Kd)_2$ .	105
Tabela 7 – Parâmetros do ajuste de superfície para $(Kp)_3$ .	105
Tabela 8 – Parâmetros do ajuste de superfície para $(Ki)_3$ .	107
Tabela 9 – Parâmetros do ajuste de superfície para $(Kd)_3$ .	108
Tabela 10 – Parâmetros do ajuste de superfície para $(Kp)_4$ .	109
Tabela 11 – Parâmetros do ajuste de superfície para $(Ki)_4$ .	110
Tabela 12 – Parâmetros do ajuste de superfície para $(Kd)_4$ .	111

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a_2$  – Derivada do coeficiente de sustentação da empenagem em relação à deflexão da superfície de comando ( $\text{rad}^{-1}$ ).

$C_i$  – Coeficiente adimensional em relação à força ou momento “ $i$ ”.

$C_p$  – Coeficiente de potência da hélice.

$C_T$  – Coeficiente de tração da hélice.

$D$  – Força de arrasto (direção  $x'$  do vento).

$h_{cg}$  – Posição do C.G. na corda média aerodinâmica.

$L$  – Força de sustentação (direção  $z'$  do vento).

$l$  – Momento de rolamento (direção  $x$  do corpo).

$m$  – Momento de arfagem (direção  $y$  do corpo).

$n$  – Momento de guinada (direção  $z$  do corpo).

$P_{\text{disp}}$  – Potência disponível da aeronave (W).

$P_{\text{req}}$  – Potência requerida da aeronave.

$P$  – Velocidade angular no eixo  $x$ .

$Q$  – Velocidade angular no eixo  $y$ .

$R$  – Velocidade angular no eixo  $z$ .

$r^2$  – Fator (entre 0 e 1) que leva em conta a somatória dos erros de um ajuste de curva ou superfície (Chapra et al., 2002).

$\mathbf{r}$  – Vetor distância de um ponto qualquer da aeronave até o C.G.

$S$  ou  $S_w$  – Área em planta da asa ( $\text{m}^2$ ).

$S_t$  – Área em planta da EH.

$u$  – Velocidade no eixo  $z'$  (downwash) induzida pela asa na EH.

$U$  – Velocidade no eixo  $x$  do corpo.

$V$  – Velocidade no eixo  $y$  do corpo.

$V_{\text{ar}}$  – Vetor velocidade do ar.

$V_c$  – Vetor velocidade do C.G.

$V_h$  – Velocidade máxima nivelada (m/s).

$V_m$  – Velocidade média da trajetória (m/s).

$V_s$  – Velocidade de estol da aeronave (m/s).

$W$  – Peso da aeronave,  $W = mg$ .

$x$  – Eixo do referencial do corpo, começando no C.G. até o nariz.

$x'$  – Eixo do referencial do vento, na direção do vetor velocidade do ar.

$x_{cg}$  – Posição do C.G. na CMA (m).

$x_w$  – Eixo  $x$  do referencial do solo.

$y$  – Eixo do corpo, perpendicular ao eixo  $x$  e  $z$ , no sentido da asa direita.  
 $y'$  - Eixo do referencial do vento, perpendicular à  $x'$  e  $z'$  no sentido da asa direita.  
 $Y'$  – Força lateral (direção  $y'$  do vento).  
 $y_w$  – Eixo  $y$  do referencial do solo.  
 $z$  – Eixo perpendicular ao plano  $xy$ .  
 $z'$  – Eixo  $z$  do vento, rotacionando  $z$  de um ângulo  $\alpha$  em torno do eixo  $y$ .  
 $\rho$  – Densidade do ar ( $\text{kg/m}^3$ ).  
 $\alpha$  – Ângulo de ataque (rad).  
 $\beta$  – Ângulo de derrapagem (rad).  
 $\xi$  – Deflexão do aileron (rad).  
 $\eta$  – Deflexão do profundor (rad).  
 $\varsigma$  - Deflexão do leme (rad).  
 $\varepsilon$  - Ângulo de Downwash asa-EH.  
 $\phi$  - Ângulo de rolamento.  
 $\theta$  - Ângulo de arfagem.  
 $\psi$  - Ângulo de guinada.

## LISTA DE SIGLAS

BHP – *Brake Horse Power*, potência de eixo do motor.

C.G. – Centro de gravidade.

CMA – Corda média aerodinâmica.

EH – Empenagem horizontal.

FBW – *Fly-by-wire*.

GF – Ganhos fixos.

GV – Ganhos variáveis (diagrama de ganhos).

MAC – *Mean Aerodynamic chord*, igual a CMA.

MAP – *Manifold air pressure*, pressão de admissão do motor.

MTOW – *Maximum Take-off Weight* (Peso Máximo de Decolagem).

PID – Proporcional integral derivativo.

T.A.S. – *True Airspeed*, velocidade aerodinâmica.

UDP – User Datagram Protocol, protocolo de comunicação de rede.

# 1 INTRODUÇÃO

A aviação geral leve, em todo o mundo, necessita de estudos e pesquisas. Muito se pesquisou e se conseguiu de resultados concretos nos últimos anos para aviões maiores, principalmente aeronaves comerciais (transporte comercial) e executivas. Porém, tais tecnologias não foram completamente repassadas para as aeronaves leves, talvez devido ao fato de que o custo de tais tecnologias seja proibitivo para as fabricantes de aeronaves leves, sabidamente com faturamento inferior em relação às fabricantes de aeronaves comerciais e executivas. Outra possibilidade é que o custo de certificação para tais tecnologias não justifique comercialmente para este ramo do mercado. É possível, também, que as empresas detentoras de tal tecnologia não participem ativamente do nicho de mercado de aeronaves leves. Assim, a evolução conseguida com aeronaves comerciais e executivas nos quesitos de segurança, desempenho, eficiência, conforto, acessibilidade, dentre outros, não foi acompanhada para as demais aeronaves.

Apesar da carência de estudos e pesquisas, um campo importante e com alguns estudos realizados, para aeronaves leves, é o do PAV (*“Personal Air Vehicle”* – Veículos Aéreos Pessoais). Segundo CAFE (2011), os PAV tendem a mudar o paradigma da aviação geral no sentido de atender aos principais problemas de transporte aos quais estamos sujeitos. Como uma solução para as necessidades mundiais de mobilidade no futuro, a agência norte-americana NASA (*“National Aeronautics and Space Administration”* – Administração Nacional para Aeronáutica e Espaço) criou o conceito de PAV com o objetivo final de prover um sistema mais distribuído, ou seja, menos centralizado, de viagens aéreas. Segundo CAFE (2011), PAV são aeronaves leves seguras, silenciosas, confortáveis e confiáveis, com operação e pilotagem tão simples quanto a de um carro.

Tentando-se inserir no campo de pesquisa do PAV, o CEA (Centro de Estudos Aeronáuticos) da UFMG (Universidade Federal de Minas Gerais), uma instituição que estuda, pesquisa, projeta, desenvolve, aprimora e constrói aeronaves leves desde 1963, está estudando técnicas de assistência à pilotagem para tais aeronaves, no intuito de torná-las tão simples de pilotar quanto os carros. Realiza-se, no momento, uma pesquisa



sobre tais técnicas, financiada pelo CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico), com o objetivo de trazer tecnologia dos aviões comerciais para as aeronaves leves. Esta pesquisa apresenta um esforço para diminuir a diferença entre estas classes de aeronaves, popularizando a aviação geral. Pretende-se desenvolver tecnologias de controle, análogas ao “*Fly-by-Wire*” (Fielding, 2000), para fazer com que a tarefa de pilotagem não demande intervenções constantes do piloto. Nestes casos, uma central de processamento analisa os dados de voo (sensores de realimentação) e, de acordo com o comando do piloto e alguns conjuntos de regras pré-estabelecidas, altera as superfícies de controle e potência do motor da aeronave, para atender à vontade do piloto. Uma das principais vantagens deste tipo de técnica de controle é o potencial de diminuir o tempo de treinamento para a pilotagem no futuro, pois o objetivo destas técnicas é mudar de um controle de atitude para um controle de trajetória, sendo, a última, mais natural e intuitiva.

Mais especificamente, a presente dissertação diz respeito ao projeto e análise do controlador longitudinal e látero-direcional para assistência à pilotagem da aeronave ACS-100 Sora. Para tanto, foi criado o modelo de 6 graus de liberdade (Etkin, 1959) desta aeronave em ambiente Matlab/Simulink<sup>®</sup>. A este modelo, adicionaram-se os modelos do atuador (Fernandes, 2009), do sistema de assistência à pilotagem longitudinal e sistema de assistência à pilotagem látero-direcional.

Ao se projetar o sistema de assistência à pilotagem, utilizaram-se controladores PID, ou seja, Proporcional Integral Derivativo (Ogata, 2009). Para a sintonia destes controladores, considerou-se o exposto em Fielding (2000). Segundo ele, os ganhos eficazes do controlador PID variam com fatores como: a velocidade da aeronave, o ângulo de ataque, a densidade do ar e a posição do C.G. da aeronave. Ou seja, o modelo se altera dinamicamente em função destas variáveis. Portanto, se faz necessário projetar um controlador que considere estas mudanças dinâmicas, a fim de se obter desempenho aceitável de controle.

Utilizando-se a melhor estratégia de controle longitudinal de acordo com o critério de Silva Filho (2009), bem como projetando-se um novo controlador látero-direcional,

pretende-se calcular ganhos sub-ótimos destes controladores, propondo um diagrama de ganhos em função de parâmetros do voo (*gain-schedule*).

O objetivo principal desse trabalho é fazer com que pessoas sem experiência em pilotagem consigam desempenho comparável a pessoas experientes, quando está presente a pilotagem assistida por computador. A observação deste desempenho será feita por meio da análise dos dados dos voos dos voluntários na plataforma de simulação.

## **1.1 DISTRIBUIÇÃO DO TEXTO**

No Capítulo 2, realiza-se uma revisão bibliográfica de alguns artigos pertinentes sobre pilotagem assistida, na literatura, bem como de alguns conceitos fundamentais utilizados no trabalho.

O Capítulo 3 explicita a metodologia para a simulação, otimização dos ganhos e testes no simulador de voo. Explicam-se os modelos, equações e algoritmos numéricos, bem como os métodos de teste, indicando a bibliografia pertinente. Alguns conceitos fundamentais utilizados no trabalho são revisados.

O Capítulo 4 apresenta os resultados dos diagramas de ganhos, bem como os resultados dos testes com voluntários e os analisa.

Conclui-se no Capítulo 5 e sugerem-se, no Capítulo 6, possíveis campos de trabalhos a serem explorados no futuro.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 PILOTAGEM ASSISTIDA

O campo de pesquisa em pilotagem assistida para aeronaves leves vem ganhando importantes estudos e artigos nas últimas duas décadas. Dentre estes, destaca-se o trabalho de Andrzej Tomczyk do Departamento de Aviônica e Controle da Faculdade de Engenharia Mecânica e Aeronáutica da *Rzeszów University of Technology* em Rzeszów, Polônia.

Em seu artigo, Tomczyk (2002) disserta sobre o aumento da popularidade das aeronaves da aviação geral. Ele cita um dado estatístico da ASTT (*Aeronautics and Space Transportation Technology*), que informa a previsão de aumento em 10.000 aeronaves pequenas por ano a partir de 2010 e 20.000 por ano a partir de 2020, apenas nos Estados Unidos. Portanto, para atender a esta demanda e facilitar a popularização, primando pela segurança, o autor expõe que é necessário automatizar algumas tarefas de pilotagem e navegação, além de projetar aeronaves com certos requisitos bem restritos de qualidade de voo. A fim de buscar tais requisitos, Tomczyk (2002) cita esforços que estão sendo realizados no sentido de enquadrar as novas aeronaves leves no conceito do PAV. Dentre estes quesitos, cita-se: visualização de dados de voo e navegação, sistemas de navegação integrados baseando-se em satélites, sistema de vigilância automática de tráfego (ADS), automação de algumas tarefas do piloto.

Segundo o autor, as principais razões que tornam a pilotagem sem assistência uma tarefa complicada é a dinâmica complexa da aeronave, que requer do piloto uma coordenação de diferentes comandos, além de uma habilidade em agir com antecedência, devido à inércia do sistema. Ele revela que aeronaves militares e aviões de linha aérea já reúnem todas essas tecnologias e o atual nível tecnológico já permite a transferência para aeronaves leves.

Neste artigo, o autor idealizou uma estratégia de controle baseada na teoria do *model-following method* (método por modelo de referência), no qual o modelo dinâmico teórico da aeronave é incluído diretamente no algoritmo de controle. Neste método, a lei de controle é formada pelo somatório de três sinais: i) comando direto do piloto vezes uma matriz de ganho (*feedforward*); ii) resposta do modelo ideal da aeronave vezes outra matriz de ganhos (predição do modelo ideal); iii) resposta real da aeronave vezes outra matriz de ganhos (*feedback*). O sinal de controle gerado pelo modelo ideal vai corrigindo a lei de controle gerada pelo sinal de erro (subtração entre o *feedforward* e o *feedback*), deixando o controlador mais eficaz quanto às mudanças na planta.

No sistema proposto por Tomczyk (2002), o piloto seleciona o modo de controle, dentre os seguintes: teste, taxi, decolagem, voo, navegação, aproximação e pouso. Assim, a seleção deste modo de controle escolhe os ganhos do algoritmo, considerando-se sempre os mesmos comandos de entrada, ou seja, manche, pedal, manete e seletora do modo. Uma central de processamento realiza o controle segundo regras pré-estabelecidas entre entrada do piloto e saídas desejadas, utilizando um conjunto mínimo de sensores na aeronave, escolhidos de modo a se minimizar o custo em uma instalação para a aviação geral.

O autor apresenta um exemplo de utilização real do controlador por meio de um método para realização de pouso assistido, sem a necessidade de um sistema ILS. Este sistema de pouso assistido já corrige o desvio lateral ocasionado por um vento de través (90 graus com a pista), suavizando-se a velocidade de descida à medida que se aproxima do pouso (*flare*).

Por meio deste trabalho, o autor conseguiu mostrar que o sistema *Fly-by-wire* (FBW) proposto possibilitou um aumento na qualidade de voo e facilitou consideravelmente o voo para profissionais com pouco treinamento para o caso em questão. Particularmente, ele conseguiu demonstrar o mesmo em uma aeronave real, em uma situação simulada de pouso. Esta simulação de pouso (aproximação mais arredondamento) foi realizada em uma altitude de segurança, na aeronave PZL-110 “Koliber”, equipada com um sistema de controle de projeto e fabricação próprios. Os resultados foram promissores e inspiram um experimento de pouso real.

Em outro artigo, Fielding (2000) discute uma metodologia bem geral para se projetar um sistema de controle do tipo FBW. Esta metodologia serve, segundo ele, como uma introdução aos interessados na área.

O autor explica sobre as características do sistema FBW e suas diferenças em relação ao sistema comum com ligações mecânicas diretas. Ele indica que o nível de segurança comparável ao primeiro sistema, mecânico, foi conseguido, pelo segundo, por meio de redundância e supervisão do hardware em tempo real.

Dentre os principais benefícios do sistema FBW, Fielding (2000) cita: i) pilotagem sem preocupações, pois os limites de velocidade e fator de carga da aeronave são controlados pela central de processamento; ii) qualidade de voo melhorada, tornando a aeronave mais fácil de pilotar; iii) aumento da agilidade da aeronave, especialmente para aeronaves militares, facilitando-se interceptação; iv) benefício de performance para aeronaves instáveis sem o sistema FBW e v) diminuição da carga de trabalho do piloto.

Segundo Fielding (2000), de acordo com o envelope de velocidades e de densidades do ar para a operação da aeronave, é necessária a escolha de uma malha de pontos de operação para os quais o projeto será feito. Após, deve-se obter o conjunto dos ganhos projetados para todos estes pontos de operação. O autor também indica que é importante adicionar outras dimensões à malha dos pontos de operação, levando-se em conta quesitos como: i) ângulo de ataque, a fim de se considerar a não linearidade da curva de sustentação por ângulo de ataque; ii) mudança nas propriedades da massa, ou seja, variação do peso da aeronave, da posição do centro de gravidade e do momento de inércia. O controlador que leva em conta essas variações pode ser conseguido, segundo o autor, com o denominado *gain scheduling* (escalonamento de ganhos), escolhendo-se ganhos em função do estado atual destas variáveis, capturado por sensores na aeronave.

Outras possibilidades para o futuro, segundo Fielding, incluem considerar o projeto de aeronaves civis cujo exterior aerodinâmico (*airframe*) é instável, analisado separadamente, mas estável com auxílio do sistema FBW, melhorando-se, em grande medida, quesitos de desempenho e consumo de combustível.

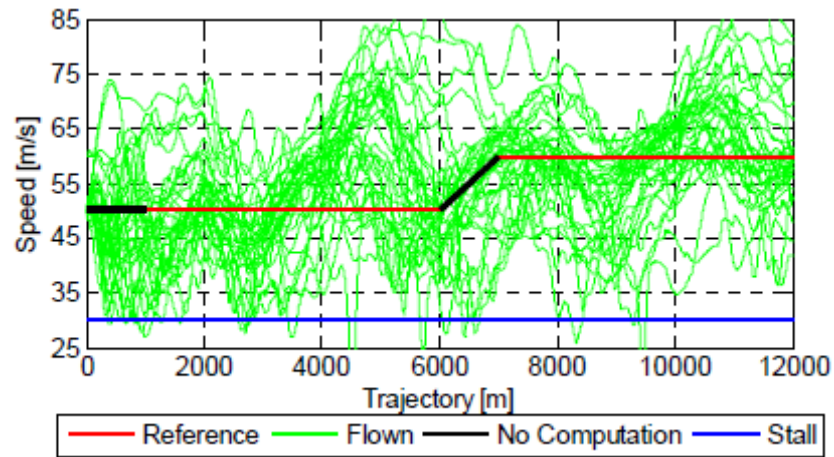
Silva Filho et. al. (2010) apresenta o estudo do movimento longitudinal da aeronave ACS-100 Sora, projetando e estudando uma quantidade de estratégias de assistência à pilotagem. O objetivo era que as estratégias de assistência à pilotagem com o melhor desempenho em testes no simulador fossem utilizadas em um sistema FBW para o controle longitudinal da aeronave.

Para medir o desempenho das estratégias pré-estabelecidas, 34 voluntários, com vários níveis de habilidade em pilotagem, utilizaram o simulador com e sem pilotagem assistida. Foi pedido que os voluntários tentassem manter a aeronave em uma trajetória, representada graficamente por argolas. Além disto, foi pedido que os voluntários mantivessem velocidades pré-estabelecidas ao longo da trajetória. Após os testes, fatores como o erro acumulado na trajetória e na velocidade foram comparados.

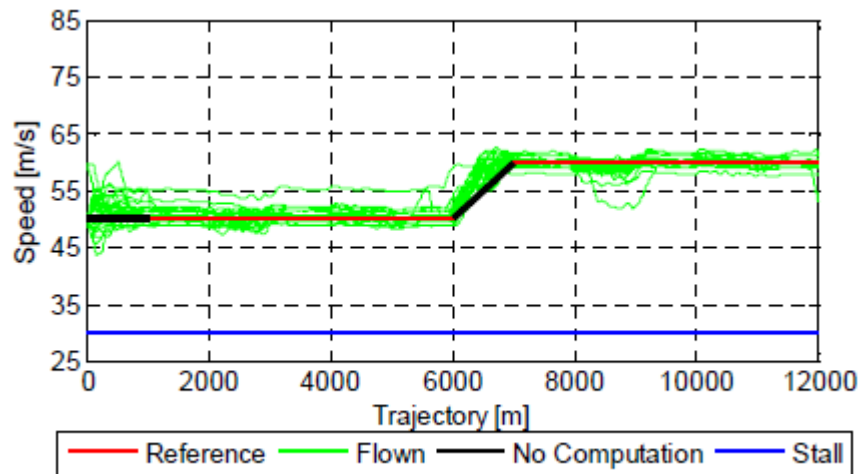
Segundo Silva Filho (2010), as estratégias de assistência à pilotagem com melhor desempenho foram a do ângulo da trajetória e o da velocidade aerodinâmica indicada (I.A.S.). No primeiro, o piloto informa o *setpoint* (valor desejado) de ângulo da trajetória (subida ou descida) pelo manche e um controlador atua no profundor. No segundo, o piloto informa a I.A.S. desejada por meio da manete e um controlador atua na pressão de admissão do motor (abertura do carburador).

Resultados do valor de velocidade sem pilotagem assistida (Figura 1) são comparados com os resultados utilizando-se pilotagem assistida, na Figura 2.

Outro trabalho interessante é o de Pesonen et. al. (2003), o qual utiliza um controlador inversor por meio de redes neurais artificiais. Recomenda-se, também, a leitura de Burken et. al. (2009), que utiliza uma aplicação de um sistema completo, incluindo-se sistema adaptativo de supressão de falhas, atuando por meio de comparação com dados de ensaios em voo.



**Figura 1 – Velocidades realizadas pelos voluntários sem auxílio à pilotagem versus velocidade de referência (Silva Filho et. al., 2010).**



**Figura 2 – Velocidades realizadas pelos voluntários com auxílio à pilotagem versus velocidade de referência (Silva Filho et. al., 2010).**



### 3 METODOLOGIA

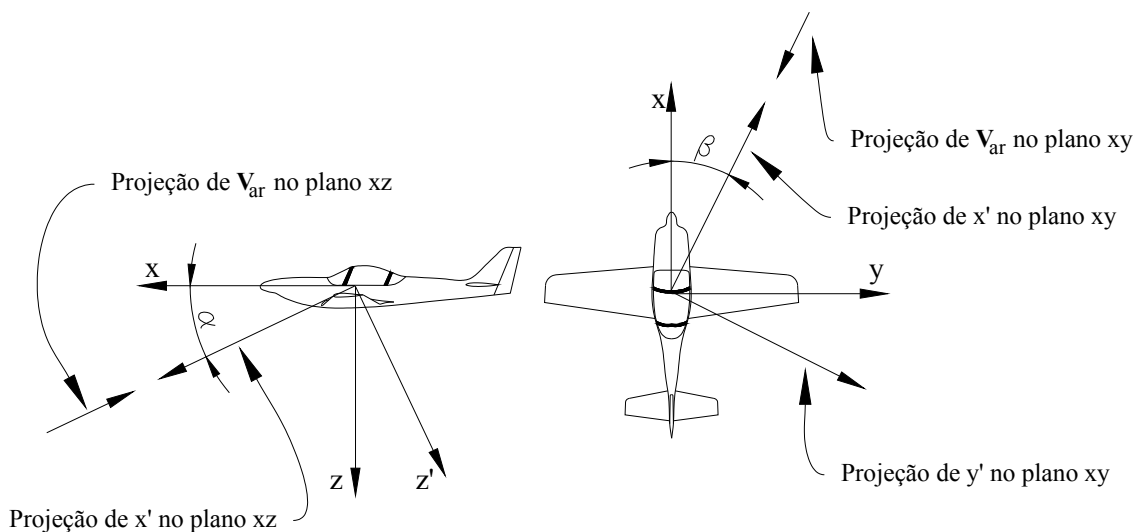
Para se realizar o presente trabalho, um estudo de cada tarefa realizada no projeto de pesquisa em pilotagem assistida do CEA - UFMG foi realizado, integrando-se e melhorando-se as ferramentas geradas por outros autores. Dentre as principais ferramentas geradas anteriormente pode-se citar: modelo do atuador (Fernandes, 2009), modelo do motor (Bebiano, 2010), modelo do *force feedback* (retorno de força) (Souza, 2010) e a plataforma de simulação (Rebello, 2010). Dentre as tarefas realizadas neste trabalho, pode-se citar: i) criação do modelo em 6 graus de liberdade da aeronave ACS-100 Sora; ii) alteração do modelo do atuador para melhorar o desempenho do mesmo; iii) alteração do modelo do motor para igualar com manual de operação; iv) projeto dos controladores longitudinais e látero-direcionais; v) cálculo dos ganhos dos controladores; vi) simulação da aeronave assistida com vários voluntários; vii) análise dos resultados, em especial da diferença entre controlador com ganho escalonado e ganho fixo.

### 3.1 MODELO DA AERONAVE EM 6 GRAUS DE LIBERDADE

A criação do modelo da aeronave ACS-100 Sora em 6 graus de liberdade foi realizada em ambiente Matlab/Simulink<sup>®</sup>. Com exceção dos cálculos de arrasto e força lateral, considerou-se o modelo aerodinâmico linear (derivadas aerodinâmicas).

Para tanto, foi necessário utilizar os dados de Barros (2001), Resende (2006) e Dutra (2010). Algumas derivadas aerodinâmicas tiveram que ser mais bem avaliadas por meio de utilização de dados empíricos de Etkin (1959) e ESDU (2005), bem como utilizando-se métodos de cálculo aerodinâmico computacional do tipo Vortex Lattice (Vargas, 2005).

As equações utilizadas pelo modelo foram retiradas de (Etkin, 1959) em seu capítulo “*General Equations of Unsteady Motion*”, desconsiderando-se a inércia das superfícies de comando e as deflexões provenientes do carregamento aerodinâmico (aeronave rígida). A variação da massa com consumo de combustível para o tempo utilizado de simulação (em torno de 6 minutos) foi menor que 1%, portanto, desprezou-se a variação da mesma. Utilizaram-se, assim, as equações clássicas de movimento de corpo rígido com massa constante. Os passos principais para a dedução destas equações se encontram no Apêndice I. Considerou-se o sistema de coordenadas do corpo. A Figura 3 mostra os diferentes referenciais utilizados para este trabalho.



**Figura 3 – Referenciais do corpo ( $x, y, z$ ) e do vento ( $x', y', z'$ ).**

Os eixos do vento são gerados rotacionando-se os eixos do corpo de  $\alpha$  (ângulo de ataque) radianos em relação a  $y$  e depois de  $\beta$  (ângulo de derrapagem) radianos em relação a  $z'$  (vide Figura 3 acima). Portanto,  $z'$  sempre está contido no plano de simetria da aeronave,  $xz$ , mas  $x'$  e  $y'$ , em geral, não estão contidos nos planos  $xy$  nem  $xz$ .

As equações clássicas de movimento de corpo rígido com massa constante podem ser observadas em

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{U} = \frac{F_x}{m} - QW + RV, \\ \dot{V} = \frac{F_y}{m} - RU + PW, \\ \dot{W} = \frac{F_z}{m} - PV + QU, \\ \dot{P} = QR \frac{I_{zz} + I_{yy}}{I_{xx}} + \frac{l}{I_{xx}}, \\ \dot{Q} = -PR \frac{I_{xx} + I_{zz}}{I_{yy}} + \frac{m}{I_{yy}}, \\ \dot{R} = PQ \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} + \frac{n}{I_{zz}}, \end{array} \right. \quad (3.1)$$

sendo  $U, V, W$  as velocidades lineares,  $P, Q$  e  $R$  as velocidades angulares,  $I_{xx}, I_{yy}$  e  $I_{zz}$  os momentos principais de inércia (considerando, por simplificação, que os eixos do corpo são os eixos principais de inércia).  $F_x, F_y$  e  $F_z$  são as forças resultantes e  $l, m$  e  $n$  são os momentos resultantes em cada um dos eixos do corpo. Todas as variáveis da equação (3.1) são calculadas em relação ao eixo  $x, y, z$  do corpo.

### 3.1.1 FORÇAS E MOMENTOS AERODINÂMICOS

As forças  $F_x$ ,  $F_y$  e  $F_z$ , no eixo do corpo, são determinadas por meio da projeção das forças  $D$  (arrasto),  $Y'$  (força lateral) e  $L$  (sustentação) calculadas no referencial do vento,  $x'$ ,  $y'$  e  $z'$ , respectivamente, bem como os momentos aerodinâmicos  $l$ ,  $m$  e  $n$  em torno dos três eixos do corpo,  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente, são determinados por meio de constantes teórico-empíricas, do estado da simulação, bem como de suas entradas. Em cada instante, as forças e momentos são funções de: velocidade aerodinâmica, densidade do ar ( $\rho$ ), ângulo de ataque da aeronave ( $\alpha$ ), ângulo de derrapagem da aeronave ( $\beta$ ),  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ , rotação da hélice e das entradas da simulação. Estas entradas são as deflexões das superfícies aerodinâmicas de controle, ou seja, profundor ( $\eta$ ), aileron ( $\xi$ ) e leme ( $\zeta$ ), variáveis de controle da potência do motor e da deflexão (abertura) do freio aerodinâmico.

Cada força aerodinâmica pode ser calculada multiplicando-se a pressão dinâmica, uma área (utiliza-se a área em planta da asa), um coeficiente adimensional determinado para esta área (Anderson, 2007) (e.g.:  $C_D$ ,  $C_L$ ,  $C_m$ , etc) e alguns estados do modelo (e.g.:  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ ,  $\alpha$ , etc). Os momentos aerodinâmicos são determinados analogamente, com a multiplicação extra de um comprimento (utiliza-se a corda média aerodinâmica, para arfagem, ou a envergadura da asa, para rolamento ou guinada).

Para o cálculo dos coeficientes adimensionais utiliza-se, para a maioria dos casos, com exceção do arrasto e força lateral, o modelo linear. Ou seja, por meio da expansão em série de Taylor (Stewart, 2011), truncando-se no termo linear, cada coeficiente adimensional é uma soma de derivadas aerodinâmicas multiplicadas pelas variáveis de entrada. Tais derivadas aerodinâmicas são determinadas por análises teórico-empíricas, utilizando-se Etkin (1959) e por ensaios em voo. Para a determinação teórico-empírica, utiliza-se algumas características geométricas da aeronave, como: forma em planta da asa, perfis aerodinâmicos da asa e empenagens, geometria das superfícies de controle, geometria da fuselagem e trem de pouso.

### 3.1.1.1 COEFICIENTE DE SUSTENTAÇÃO

O coeficiente de sustentação ( $C_L$ ), da força na direção  $z'$  no eixo do vento, porém, no sentido negativo de  $z'$  é definido por:

$$C_L \triangleq \frac{L}{\frac{1}{2} \rho \cdot V^2 \cdot S_W} \quad (3.2)$$

Por meio da expansão em série de Taylor do coeficiente  $C_L$  e eliminando-se os fatores que sabidamente são desprezíveis para a sustentação, tem-se que:

$$C_L = C_{L_0} + C_{L_\alpha} \cdot \alpha + C_{L_Q} \cdot Q + C_{L_\eta} \cdot \eta, \quad (3.3)$$

sendo  $C_{L_0}$  o coeficiente de sustentação quando as variáveis são todas iguais a zero. Ele depende da incidência geométrica da asa e da empenagem horizontal, bem como dos dados dos perfis dos mesmos. Para as análises deste trabalho,  $C_{L_0}$  foi considerado constante.  $C_{L_\alpha}$  é a derivada de  $C_L$  em relação a  $\alpha$ . Para a determinação da mesma, calcula-se o  $C_{L_\alpha}$  da asa, por meio dos dados do perfil e da forma em planta; da fuselagem, por meio de ábacos empíricos (Etkin, 1959) e o da empenagem, por meio dos dados do perfil e da forma em planta da mesma, somando-se a contribuição de cada um. Tendo em mente que, para se determinar uma derivada aerodinâmica, as outras variáveis são mantidas em zero.  $C_{L_Q}$  é a derivada de  $C_L$  em relação à velocidade de arfagem ( $Q$ ). Para a determinação desta derivada, considerou-se apenas a contribuição da empenagem horizontal. Quando a aeronave apresenta velocidade de arfagem ( $Q$ ) em torno do C.G., o ângulo de ataque efetivo da empenagem horizontal é modificado, pois soma-se, vetorialmente, a velocidade do escoamento no infinito e a velocidade tangencial da empenagem horizontal. Para valores de  $Q$  positivos o ângulo de ataque da empenagem horizontal aumenta, fazendo com que a mesma gere mais sustentação no sentido positivo. Para determinar  $C_{L_Q}$ , utiliza-se os dados do perfil e da forma em planta (vista superior) da empenagem, calculando-se, para um dado  $Q$ , o aumento de ângulo de ataque na cauda e, por meio do valor de  $C_{L_\alpha}$  da empenagem, o aumento de

$C_L$  global.  $C_{L_\eta}$  é a derivada da sustentação (global) em relação à deflexão do profundor ( $\eta$ ). Para o cálculo de  $C_{L_\eta}$ , utilizaram-se os dados do perfil da empenagem, sua forma em planta, bem como a geometria do profundor. Determina-se, primeiramente, a derivada da sustentação da empenagem em relação à deflexão do profundor ( $a_2$ ) (Etkin, 1959). Após, multiplica-se  $a_2$  pela área da empenagem e divide-se pela área da asa, obtendo-se  $C_{L_\eta}$  global.

Existe um ângulo de ataque a partir do qual, quando se aumenta o mesmo, o  $C_L$  não mais aumenta, ao contrário, ele diminui devido ao descolamento do escoamento no extradorso da asa (Anderson, 2007), este fenômeno é denominado estol da asa. Para simular o estol da asa, considerou-se, por simplificação, uma saturação do  $C_L$  no modelo, para ângulo de estol positivo ( $C_{Lmax}=1.6$ ) e para ângulo de estol negativo ( $C_{Lmin}=-1$ ). Assim, mesmo que o ângulo de ataque aumente, o  $C_L$  não o acompanha. Sabe-se que existem métodos muito mais realísticos do que este para a modelagem do estol, os quais são encorajados para trabalhos futuros.

### 3.1.1.2 COEFICIENTE DE FORÇA LATERAL DO VENTO

O coeficiente de força lateral ( $C_{Y'}$ ), da força na direção  $y'$  no eixo do vento, é definido por:

$$C_{Y'} \triangleq \frac{Y'}{\frac{1}{2} \rho \cdot V^2 \cdot S_W}. \quad (3.4)$$

O único termo que influi sensivelmente no mesmo é a derivada de  $\beta$ , logo:

$$C_{Y'} = C_{Y'_\beta} \cdot \beta. \quad (3.5)$$

Na literatura, só foi encontrado informação para o cálculo de  $C_{Y'_\beta}$ , no eixo do corpo (Etkin, 1959). Portanto, para a determinação de  $C_{Y'_\beta}$ , utiliza-se a relação entre os eixos  $y'$  e  $y$ . Sabe-se que o eixo  $y'$  do vento é formado pela rotação de  $\beta$  radianos ao longo

do eixo  $z'$ , fazendo que  $y'$  faça um ângulo de  $\beta$  radianos em relação à  $Y$ . Portanto, tem-se que:

$$Y' = Y \cdot \cos(\beta),$$

$$\therefore \quad (3.6)$$

$$C_{Y'} = C_Y \cdot \cos(\beta).$$

Logo:

$$C_{Y'} = C_{Y_\beta} \cdot \beta \cdot \cos(\beta). \quad (3.7)$$

### 3.1.1.3 ARRASTO

O arrasto é definido como a força na direção  $x'$  do eixo do vento, porém no sentido contrário ao do eixo, ou seja, positivo no sentido do escoamento. O coeficiente de arrasto ( $C_D$ ) é definido por:

$$C_D \triangleq \frac{D}{\frac{1}{2} \rho \cdot V^2 \cdot S_W}. \quad (3.8)$$

Sabe-se que o coeficiente de arrasto pode ser calculado por

$$C_D = f_1(\alpha, Re) + f_3(\beta), \quad (3.9)$$

sendo  $Re$  o número de Reynolds, determinado pela equação:

$$Re = \frac{\rho V \bar{c}}{\mu}. \quad (3.10)$$

Na equação acima,  $\mu$  é a viscosidade do ar e  $\bar{c}$  a corda média aerodinâmica da asa. Para o presente trabalho, desprezou-se a variação de  $C_D$  diretamente com o número de Reynolds por simplicidade, utilizando-se a polar (relação  $C_L$  x  $C_D$ ) em seu modo clássico (Barros, 2001). A variação do  $C_D$  com o  $\beta$  advém da decomposição do eixo  $y$

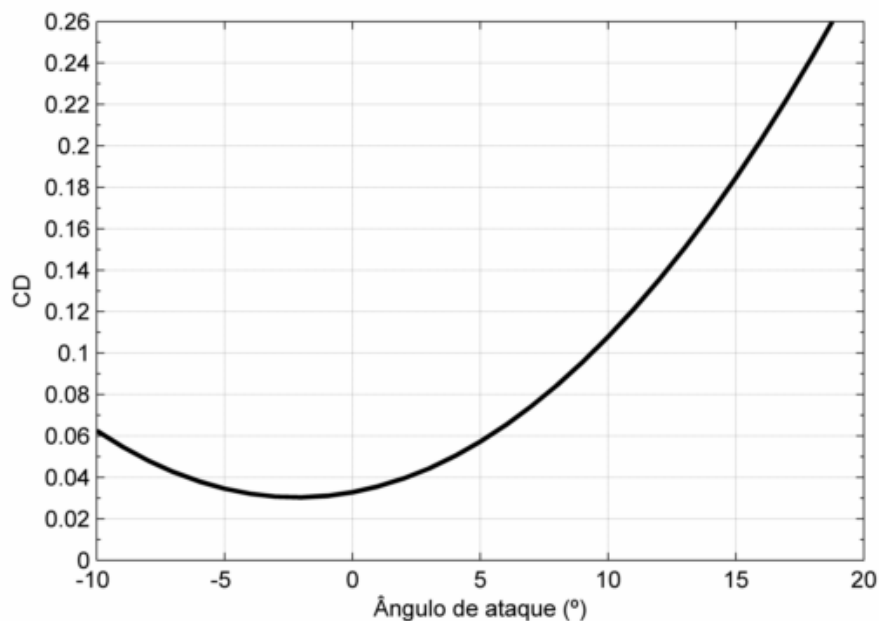
no eixo  $x'$  pelo mesmo motivo exposto para a força  $C_{Y'}$  acima. Portanto, para uma rotação positiva de  $\beta$  radianos tem-se que:

$$\Delta D = -Y \cdot \text{sen}\beta,$$

$$\therefore \quad (3.11)$$

$$f_3(\beta) = \Delta C_D = -C_{Y_\beta} \cdot \text{sen}\beta \cdot \beta.$$

A função  $f_1$  é determinada por meio da polar de arrasto da aeronave, que relaciona  $C_D$  em função de  $C_L$ , que por sua vez é função de  $\alpha$ . Para a determinação da polar, utilizou-se o trabalho de (Barros, 2001) para a aeronave Triathlon, originária do Sora, com o valor de arrasto mínimo ( $C_{D0}$ ) determinado por ensaios em voo da aeronave realizados em Conselheiro Lafaiete – MG, utilizando-se a estrutura do CEA-UFMG (hangar e sistema de aquisição de dados). Não se determinou a polar completa por ensaios em voo pois a dispersão dos dados estava muito grande. Porém, o único dado cuja dispersão era aceitável foi o de arrasto mínimo. Como se considera que o  $C_L$  é proporcional ao ângulo de ataque ( $\alpha$ ), ao se determinar a polar, determina-se a função  $f_1$ . A função  $f_1$  pode ser vista na Figura 4.



**Figura 4 – Curva de arrasto da aeronave  $C_d$  vs  $\alpha$ .**



### 3.1.1.4 AUMENTO DE ARRASTO DEVIDO AO “SPOILER”

Considerou-se um freio aerodinâmico (*Spoiler*) para a aeronave. Quando o comando de manete é igual a zero, o freio está todo retraído, quando o comando de manete é igual à -1, o freio aerodinâmico está completamente exposto. Para o cálculo do arrasto do freio aerodinâmico, utiliza-se a equação (3.8), considerando-se  $C_D = 1$  (placa plana) e área frontal de  $1 \text{ m}^2$ . Considera-se que o arrasto do mesmo varie linearmente com sua exposição (comando da manete).

Sabe-se que, para um mesmo ângulo de ataque, a atuação do freio aerodinâmico acarreta perda de sustentação. Para simular esta perda de uma maneira simplificada, considerou-se que, com exposição total, diminui-se 30% do  $C_L$  (porcentagem da semi-envergadura na qual o *Spoiler* está presente), variando-se linearmente até 0% de perda de  $C_L$  quando o freio está retraído.

### 3.1.1.5 TRANSFORMAÇÃO DE EIXO DO VENTO PARA EIXO DO CORPO

Após o cálculo das forças no eixo do vento, é necessário projetá-las no eixo do corpo, a fim de calcular as forças  $F_x$ ,  $F_y$  e  $F_z$ , utilizadas no sistema (3.1). Para realizar esta transformação, utiliza-se a matriz de cossenos diretores (Etkin, 1959). Tem-se que:

$$\begin{bmatrix} -D \\ Y' \\ -L \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos \alpha \cdot \cos \beta & \text{sen } \beta & \text{sen } \alpha \cdot \cos \beta \\ -\cos \alpha \cdot \text{sen } \beta & \cos \beta & -\text{sen } \alpha \cdot \text{sen } \beta \\ -\text{sen } \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix}}_{\text{Matriz de cossenos diretores}} \cdot \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

$\alpha$  é o ângulo de ataque e  $\beta$  o ângulo de derrapagem. Multiplicando-se os dois lados da equação (3.12) pelo inverso da matriz de cossenos diretores, tem-se o valor das forças no eixo do corpo, para cada condição de ângulo de ataque e de derrapagem:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cdot \cos \beta & \text{sen } \beta & \text{sen } \alpha \cdot \cos \beta \\ -\cos \alpha \cdot \text{sen } \beta & \cos \beta & -\text{sen } \alpha \cdot \text{sen } \beta \\ -\text{sen } \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -D \\ Y' \\ -L \end{bmatrix}. \quad (3.13)$$

### 3.1.1.6 COEFICIENTE DE MOMENTO DE ARFAGEM

O coeficiente de momento de arfagem ( $C_m$ ) é definido por:

$$C_m \triangleq \frac{m}{\frac{1}{2} \rho \cdot V^2 \cdot S_W \cdot \bar{c}}. \quad (3.14)$$

Pela expansão em série de Taylor, truncando-se no termo linear e deixando apenas as variáveis que influem sensivelmente em seu cálculo, tem-se:

$$C_m = C_{m_0} + C_{m_\alpha} \cdot \alpha + C_{m_Q} \cdot Q + C_{m_\eta} \cdot \eta. \quad (3.15)$$

O coeficiente  $C_{m_0}$  pode ser determinado por meio do conhecimento dos seguintes termos: i) coeficiente de momento no centro aerodinâmico (C.A.) do conjunto asa-fuselagem, determinado empiricamente por meio de (Etkin, 1959) e por meio dos dados do perfil e forma em planta da asa; ii) coeficiente de momento causado pelo vetor de sustentação do conjunto asa-fuselagem para o ângulo de ataque igual a zero, devido à distância do C.A. do conjunto ao C.G.; iii) coeficiente de momento causado pela sustentação da empenagem horizontal para ângulo de ataque, velocidade angular de arfagem e deflexão do profundor iguais a zero, considerando-se o *downwash* (deflexão do escoamento para baixo) da asa. Os últimos dois itens variam com a posição do C.G.

As derivadas  $C_{m_\eta}$  e  $C_{m_Q}$  são determinados por meio dos dados geométricos da empenagem horizontal (Etkin, 1959), de maneira análoga ao cálculo de  $C_{L_\eta}$  e  $C_{L_Q}$ . A derivada  $C_{m_Q}$  é denominada amortecimento de arfagem, pois ela é análoga ao coeficiente de dissipação em um sistema massa-mola-amortecedor.

A derivada  $C_{m_\alpha}$  é bastante importante, e indica a estabilidade estática da aeronave, ou seja, a tendência da mesma em voltar ao estado de equilíbrio. Ela é análoga à rigidez da mola em um sistema massa-mola-amortecedor. Se a mesma for negativa, significa que a aeronave é estaticamente estável; se a mesma for zero, a aeronave é estaticamente neutra e, se a mesma for positiva, a aeronave é estaticamente instável, considerando-se estabilidade manche fixo para este trabalho (Etkin, 1959). Dependendo da posição do

C.G., a asa pode exercer um efeito estabilizador (C.G. à frente do C.A.) ou instabilizador (C.G. atrás do C.A.) e, quanto mais traseiro o C.G., mais instabilizante seu efeito. Por outro lado, a empenagem horizontal é sempre estabilizante, diminuindo-se o efeito estabilizante quanto mais traseiro for o C.G. Para se calcular o  $C_{m_\alpha}$ , utiliza-se a seguinte equação (Etkin, 1959):

$$C_{m_\alpha} = C_{L_\alpha} \cdot \left( h_{CG} - (h_0)_{WB} - \bar{V} \cdot \frac{(C_{L_\alpha})_t}{C_{L_\alpha}} \cdot (1 - \varepsilon_\alpha) \right), \quad (3.16)$$

$$\bar{V} = \frac{S_t \cdot l_t'}{S \cdot \bar{c}}.$$

$C_{L_\alpha}$  é a derivada da sustentação global em relação ao ângulo de ataque, explicada anteriormente;  $h_{CG}$  a posição do C.G. em porcentagem da corda média aerodinâmica (C.M.A.);  $(h_0)_{WB}$  a posição do centro aerodinâmico do conjunto asa-fuselagem em porcentagem da C.M.A.;  $(C_{L_\alpha})_t$  a derivada da sustentação da empenagem horizontal em relação ao ângulo de ataque;  $\varepsilon_\alpha$  a derivada do *downwash* da asa na empenagem, em relação ao ângulo de ataque;  $S_t$  é a área em planta da empenagem horizontal;  $l_t'$  a distância do C.A. da empenagem horizontal ao C.A. do conjunto asa-fuselagem;  $S$  a área em planta da asa e  $\bar{c}$  a corda média aerodinâmica (C.M.A.).  $(h_0)_{WB}$  e  $\varepsilon_\alpha$  são determinados por meio de ábacos empíricos, dada a geometria da asa (forma em planta) e da fuselagem, bem como da distância entre o C.A. da asa e o da empenagem horizontal. O  $(C_{L_\alpha})_t$  é determinado analogamente ao da asa, considerando-se a forma em planta e o perfil da empenagem horizontal. É importante notar que a equação (3.16) está em um formato específico, utilizando-se o  $C_{L_\alpha}$  global da aeronave, ou seja, uma soma da contribuição da asa, fuselagem e empenagem horizontal. A sensibilidade do valor de  $C_{m_\alpha}$  com a mudança da posição do C.G. é alta e, portanto, será considerada no cálculo dos ganhos do controlador. Já que esta derivada indica a “rigidez” longitudinal do modelo, ou seja, quanto maior em módulo, um maior valor da entrada (deflexão do profundor) é necessário para uma variação unitária no ângulo de ataque.

### 3.1.1.7 COEFICIENTE DE MOMENTO DE ROLAMENTO

O coeficiente de momento de rolamento ( $C_l$ ), momento em torno do eixo x, é definido por:

$$C_l \triangleq \frac{l}{\frac{1}{2}\rho \cdot V^2 \cdot S_W \cdot b}. \quad (3.17)$$

Para a determinação da derivada, expandindo-se em série de Taylor, truncando-se no termo linear e deixando-se apenas as variáveis mais influentes, tem-se:

$$C_l = C_{l_0} + C_{l_\beta} \cdot \beta + C_{l_\xi} \cdot \xi + C_{l_\zeta} \cdot \zeta + C_{l_p} \cdot p + C_{l_r} \cdot r. \quad (3.18)$$

O  $C_{l_0}$  é função do torque do motor, ou seja, considerando-se que todas as outras variáveis sejam zero,  $C_{l_0}$  é o momento de rolamento necessário à aeronave para equilibrar o torque do motor, que contrabalança o torque causado pelo escoamento de ar na hélice.  $C_{l_\xi}$  e  $C_{l_r}$  são as derivadas cruzadas do rolamento, ou seja o movimento direcional influenciando no lateral. Tais derivadas são influenciadas, principalmente, pela distância, em z, da sustentação da empennagem vertical ao C.G. O  $C_{l_p}$  é o denominado coeficiente de amortecimento do rolamento, análogo ao coeficiente do amortecedor em um sistema massa-mola, o qual é influenciado, principalmente, pela forma em planta da asa.  $C_{l_\zeta}$  é a derivada do coeficiente de momento de rolamento em relação à deflexão de aileron, valor que depende do perfil da asa, bem como da geometria do aileron.

Para se calcular  $C_{l_p}$  e  $C_{l_r}$ , utiliza-se adimensionalização em relação aos ângulos de hélice  $(pb/2V)$  e  $(rb/2V)$ , que são proporcionais à inclinação da espiral formada pelo movimento da aeronave (rolamento mais translação). Logo:

$$C_l = C_{l_0} + C_{l_\beta} \cdot \beta + C_{l_\xi} \cdot \xi + C_{l_\zeta} \cdot \zeta + C_{l_{\frac{pb}{2V}}} \cdot \frac{b}{2V} \cdot p + C_{l_{\frac{rb}{2V}}} \cdot \frac{b}{2V} \cdot r. \quad (3.19)$$

O  $C_{l_\beta}$ , derivada do coeficiente de momento de rolamento em relação ao ângulo de derrapagem, está para o movimento de rolamento assim como o  $C_{m_\alpha}$  está para o movimento de arfagem, e é denominado, então, margem de estabilidade lateral. O valor desta derivada depende do ângulo de diedro e da forma em planta da asa, bem como da geometria da empenagem vertical.

Para a determinação das derivadas de  $C_l$  utilizou-se os dados do ensaio em voo da aeronave Sora, por meio da comparação da resposta real e da simulada da aeronave em relação a um conjunto de entradas, trabalho realizado por Dutra (2010).

A dependência do  $C_{l_\beta}$  com a posição do C.G. foram desprezadas, pois o valor do braço da empenagem vertical é 30 vezes maior que o valor da variação máxima do C.G.

### 3.1.1.8 COEFICIENTE DE MOMENTO DE GUINADA

O coeficiente de momento de guinada ( $C_n$ ), momento em torno do eixo z, é definido por:

$$C_n \triangleq \frac{n}{\frac{1}{2} \rho \cdot V^2 \cdot S_W \cdot b}. \quad (3.20)$$

As mesmas análises feitas para o  $C_l$  são válidas para o  $C_n$ , gerando:

$$C_n = C_{n_\beta} \cdot \beta + C_{n_\xi} \cdot \xi + C_{n_\zeta} \cdot \zeta + C_{n_{\frac{pb}{2V}}} \cdot \frac{b}{2V} \cdot p + C_{n_{\frac{rb}{2V}}} \cdot \frac{b}{2V} \cdot r. \quad (3.21)$$

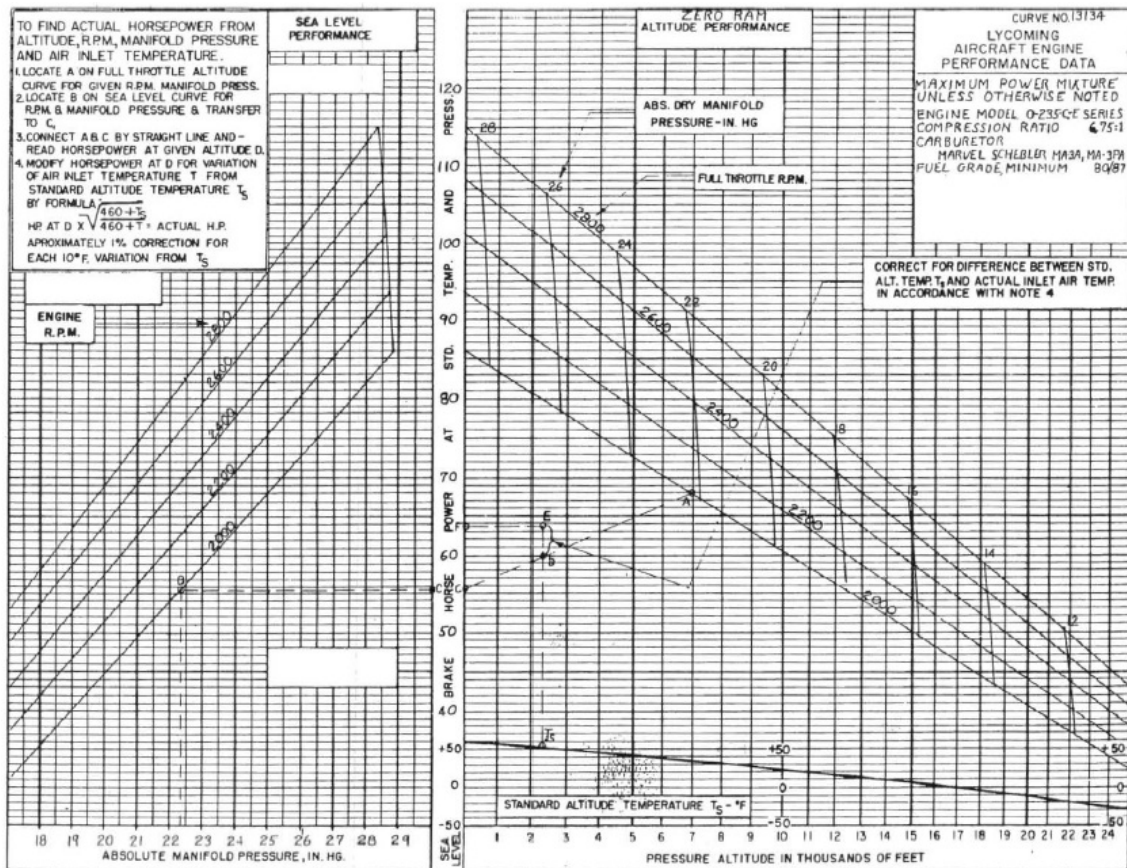
Sendo  $C_{n_{pb}}/2V$  e  $C_{n_\xi}$  os termos cruzados, ou seja, do movimento lateral influenciando no direcional.  $C_{n_{pb}}/2V$  é causado, principalmente, pela variação do ângulo de ataque da asa direita em relação ao da esquerda devido à composição do movimento de translação com o de rolamento. Para P positivo, o ângulo de ataque da asa direita é maior, causando um arrasto maior da mesma, e, portanto um momento de guinada positivo.  $C_{n_\xi}$ , a derivada do coeficiente de momento de guinada em relação à deflexão do aileron, é causado, principalmente, pela diferença de arrasto entre a asa direita e a esquerda quando se deflete o aileron. O  $C_{n_\zeta}$  é a derivada do coeficiente de momento de guinada em relação à deflexão do leme e depende do perfil, da forma em planta da empenagem vertical, da geometria do leme e da distância do C.A. da empenagem vertical ao C.G. O  $C_{n_\beta}$ , analogamente ao  $C_{l_\beta}$ , representa a rigidez direcional, é denominado margem direcional. Este coeficiente depende, principalmente, do perfil, forma em planta e braço da empenagem vertical. O  $C_{n_{rb}}/2V$  é o amortecimento de guinada, e depende da geometria da empenagem vertical e da asa, dos perfis dos mesmos e do braço da empenagem.

Assim como as derivadas de  $C_l$ , as de  $C_n$  foram determinadas por ensaio em voo, utilizando-se o trabalho de Dutra (2010). Também desconsiderou-se a variação destes coeficientes com a posição do C.G., pelo mesmo motivo exposto na seção anterior.

### 3.1.2 FORÇAS E MOMENTOS PROPULSIVOS (MODELO DO MOTOR E HÉLICE)

Para manter o modelo da aeronave mais realístico, um modelo do grupo moto-propulsor foi adaptado do trabalho de (Bebiano, 2010), considerando-se o manual de operação do motor Lycoming IO-320 (Lycoming, 1980) de 86 kW (115 hp) de potência de eixo nominal máxima. Para tanto, digitalizou-se o diagrama de potência de eixo (BHP – *Brake Horse Power*) em função de rotação e pressão da admissão de ar (MAP – *Manifold Air Pressure*), bem como o gráfico não-linear de potência de eixo em função de rotação e altitude. Criou-se, então, uma função cuja entrada é a pressão de admissão, rotação, altitude e temperatura e a resposta é a potência de eixo e vazão de combustível. Para os valores de coeficiente de tração (CT) e coeficiente de potência da hélice (CP) (McCormick, 1994), utilizaram-se os valores constantes no diagrama de Hartman & Biermann (1938) para uma hélice bipá com 1.9 m de diâmetro, e passo de 25 graus a 75% do raio. Modelos mais precisos quanto ao tipo de hélice podem ser adicionados sem maiores dificuldades. Utilizou-se uma hélice do tipo NACA como uma simplificação, devido ao fato que ainda não se tem definida a hélice que será utilizada nesta aeronave.

O diagrama do motor Lycoming IO-235-C pode ser observado na Figura 5. O gráfico da esquerda representa a potência de eixo (BHP) em função da pressão de admissão (MAP) e rotação do motor (RPM) para a atmosfera padrão ao nível do mar.



**Figura 5 – Diagrama do motor Lycoming io-235-c (Lycoming, 1980).**

O gráfico da direita representa a máxima potência do motor em função do MAP e da RPM para cada altitude. Sabe-se que a pressão máxima de admissão é próxima da pressão ambiente, portanto, o MAP máximo, que corresponde à potência máxima, cai com o aumento da altitude, o que pode ser observado no diagrama da direita.

Para se determinar a potência de eixo em função do MAP, RPM, altitude-pressão e temperatura deve-se seguir os 4 passos descritos no quadro superior esquerdo do diagrama.

Para o primeiro passo, localiza-se o ponto A no diagrama da direita, correspondente ao RPM e MAP de entrada. Para o segundo passo, localiza-se o ponto B no diagrama da esquerda, correspondente ao RPM e MAP de entrada, sendo que o ponto C é sua ordenada. O terceiro passo é a conexão entre o ponto C e o ponto A por uma linha e a marcação do ponto D na mesma, correspondente ao valor de altitude de entrada. Este



passo nada mais é que uma interpolação entre a potência ao nível do mar e a potência máxima, para um dado MAP e RPM, haja vista que o gráfico da direita indica abertura máxima do carburador para este MAP e RPM, e a subsequente altitude para a ocorrência do mesmo. O quarto passo indica uma correção para a variação da temperatura em relação à da atmosfera padrão nesta altitude. Para o trabalho atual, considerou-se o conceito de altitude-densidade e, portanto, o quarto passo é desnecessário, pois todos os dados estarão na atmosfera padrão.

A fim de adicionar a informação do diagrama da Figura 5, realizou-se a digitalização dos dados por meio do programa Digitizer (Digitizer, 2011). Duas planilhas foram criadas com os dados dos diagramas. O programa calcula os pontos em relação ao referencial do mesmo e, com a adição manual do valor de três pontos ao longo da figura, o digitizer salva uma planilha com os valores finais reais, por meio de interpolações. Porém, percebe-se que o diagrama da direita representa variação linear do eixo das ordenadas e não linear no eixo das abscissas. Se esta variação fosse logarítmica, seria possível utilizar a opção do programa para interpolação logarítmica, mas não é o caso. A solução encontrada foi obter os dados das retas no domínio do digitizer e, depois, adicionar 26 pontos ao longo do eixo da altitude (0 a 25 kft), tomando-se a relação entre o domínio do digitizer e o domínio linear da abscissa, para que os cálculos do modelo sejam feitos no último.

Após a digitalização dos gráficos, implementou-se uma função computacional cuja entrada era o MAP, o RPM e a altitude-densidade. Primeiramente, determinou-se as curvas de BHP versus RPM para cada uma das 26 altitudes do diagrama da direita. Utilizou-se um ajuste polinomial de segundo grau para as mesmas. Portanto, dado um RPM de entrada, obtém-se 26 pares ordenados de BHP máximo versus altitude, formando uma reta no domínio do digitizer. Após, determinaram-se as curvas de altitude versus BHP (eixos trocados, a fim de se obter uma função, ou seja, um valor de ordenada para cada valor da abscissa) para cada valor de MAP do diagrama da direita (9 no total), também utilizando-se um ajuste de segundo grau. Assim, igualando-se o inverso da reta acima (BHP vs altitude) a cada um dos polinômios de MAP, encontra-se as 9 interseções possíveis (BHP vs Altitude) no domínio do digitizer. Transforma-se,

então, os valores de altitude para a escala linear por meio de interpolação, utilizando-se a digitalização da abscissa com os 26 valores de altitude.

Já no domínio linear, realiza-se uma interpolação linear entre as 9 interseções acima para se achar o par ordenado (BHP vs Altitude) para o MAP de entrada da função, encontrando-se o ponto A.

Para se encontrar o ponto B, utiliza-se a equação das retas digitalizadas de BHP versus MAP para cada RPM, pois o domínio do diagrama da esquerda já é linear. É considerada extrapolação linear dos dados para RPM até 3200, valor de saturação máximo da entrada. A extrapolação para valores de RPM menores que 2000 é feita linearmente, considerando-se a hipótese de que para RPM igual a zero obtém-se BHP igual a zero. O MAP máximo considerado foi 98.2 kPa (29 inHG) e o mínimo foi de 37.2 kPa (11 inHG), valor observado na prática (motor em marcha lenta). As equações das retas foram utilizadas como forma de extrapolação do MAP das curvas do diagrama da esquerda.

Obtendo-se o ponto B, o ponto C fica automaticamente determinado e, por meio de uma interpolação linear entre C e A, obtém-se o valor final de BHP para as entradas em questão.

Para se obter a vazão mássica de combustível para estes dados de entrada, utiliza-se outro diagrama que consta no manual de operações (Lycoming, 1980) vide Figura 6. Neste diagrama, a vazão mássica de combustível é diretamente proporcional à porcentagem de potência de saída BHP e a constante de proporcionalidade, calculada já em unidade de potência é de  $1.03 \times 10^{-3}$  kg/kW/s de gasolina (0.102 gal/HP/hr).

O Torque do motor é determinado pelo BHP, cujo cálculo é explicado acima, e pela rotação do motor. O torque resistivo da hélice é calculado pela utilização da tabela de coeficiente de potência da mesma (CP) em função da rotação e velocidade equivalente do ar. Por meio do momento de inércia da hélice e das partes rotativas do motor, pode-se integrar a equação (3.22) (equação da quantidade de movimento angular) para se saber a rotação da hélice em cada instante:

$$\tau_{motor} + \tau_{hélice} = I_{mp} \cdot \dot{\omega}, \quad (3.22)$$

sendo  $\tau_{motor}$  o torque disponível no eixo do motor,  $\tau_{hélice}$  o torque requerido pela hélice (de sinal contrário ao primeiro),  $I_{mp}$  o momento de inércia do grupo motopropulsor em relação ao eixo de rotação e  $\dot{\omega}$  a aceleração angular. As forças laterais da hélice em função do ângulo de ataque e de derrapagem são desprezadas neste trabalho.

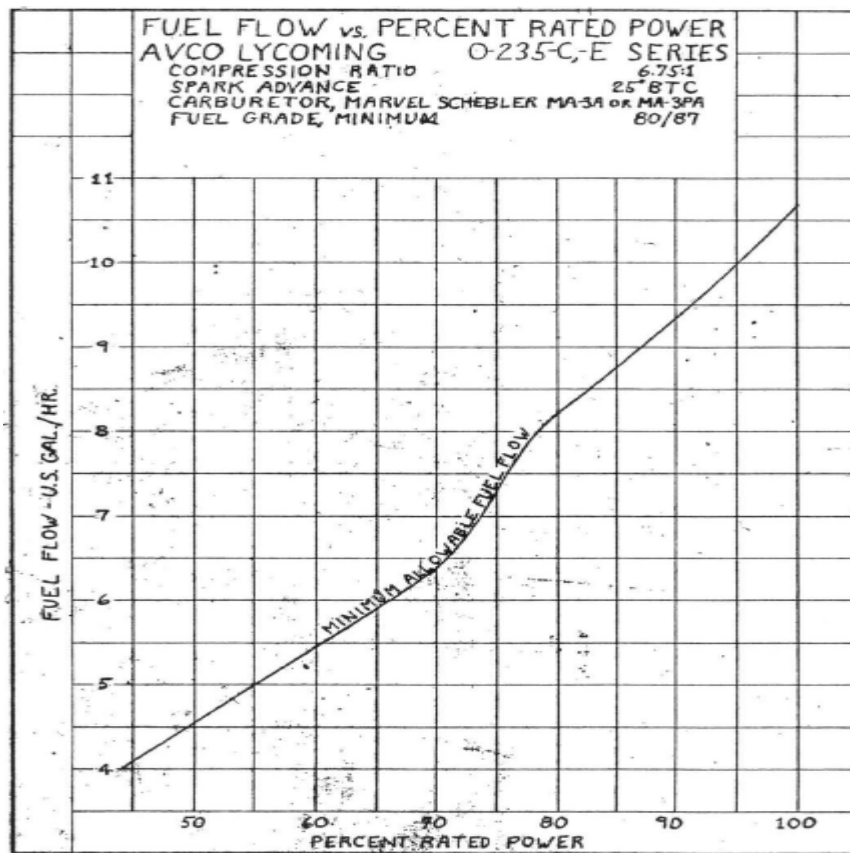
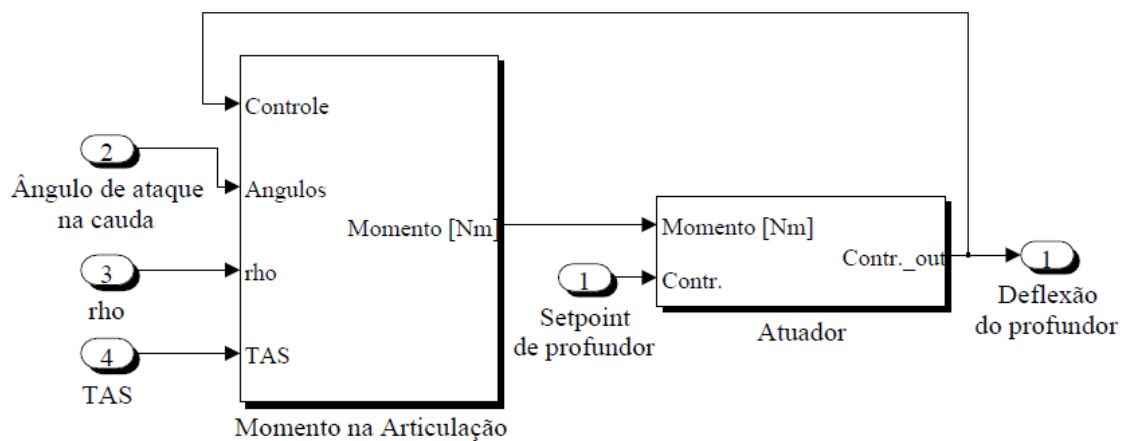


Figura 6 – Diagrama da vazão de combustível (Lycoming, 1980).

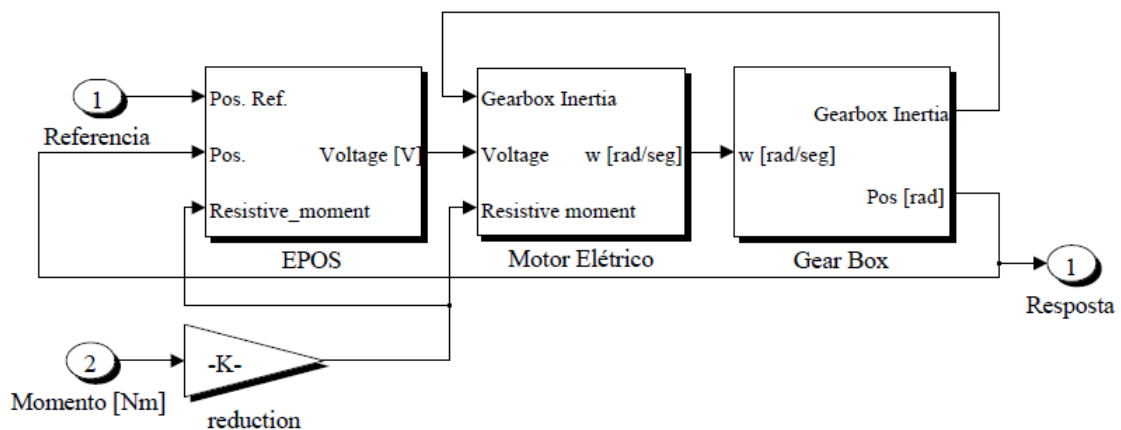
### 3.1.3 MODELO DOS ATUADORES

Devido à inércia e aos fatores inerentes ao modelo dos atuadores, suas respostas apresentam um atraso em relação ao *setpoint* enviado pela central de processamento. Com o objetivo de minimizar tal atraso, uma otimização dos ganhos do controlador PID dos atuadores foi realizada, seguindo a metodologia de Fernandes (2009).

O atuador funciona da seguinte maneira, a central de processamento envia, a cada instante, o *setpoint* de posição para o modelo do atuador. O mesmo calcula qual o valor da deflexão de saída para o próximo passo do integrador, este sinal de saída entra em um bloco que calcula o momento na articulação da superfície de comando, que realimenta o bloco do atuador (Fernandes, 2009) com o momento resistivo. Tal diagrama pode ser visto na Figura 7 e Figura 8, para o atuador do profundor.



**Figura 7 – Primeiro nível do bloco do atuador.**



**Figura 8 – Segundo nível do bloco do atuador.**

Na Figura 8 subdivide-se o atuador entre EPOS (unidade de controle de posição), motor elétrico e caixa de redução (*Gear box*). O primeiro bloco contém um controlador PID, responsável por deixar a posição do motor no *setpoint* de entrada. O segundo bloco contém o modelo dinâmico de um motor elétrico de corrente contínua, com perturbação (torque resistivo). O terceiro bloco multiplica a velocidade angular de saída do motor pela redução e integra este valor, fornecendo a posição final do motor.

O controlador P.I.D. da EPOS é similar ao utilizado na seção 3.1.6, sendo que utiliza-se como saturação os valores máximos e mínimos da tensão de entrada no motor, especificados pelo fabricante. Para encontrar os ganhos ótimos deste controlador, utilizou-se o método de otimização *pattern search* (Seção 3.2.5), considerando-se velocidade de mergulho e densidade do ar ao nível do mar, condição crítica para o cálculo de momento na articulação no primeiro bloco da Figura 7, minimizando-se o erro do atuador na resposta ao degrau. Foi necessário encontrar estes ganhos ótimos, pois não se sabe os ganhos utilizados pelo fabricante, haja vista que não se tem acesso ao modelo do mesmo.

### 3.1.4 MÉTODO DE ORIENTAÇÃO POR EULER E QUATERNIONS

Em uma simulação do movimento de uma aeronave, a atualização da posição do centro de massa só pode ser determinada após a conversão de velocidades lineares em coordenadas do referencial fixo no solo. Da mesma maneira, a atualização da orientação da aeronave (posições angulares) necessita da conversão de velocidades angulares em uma orientação em relação a um referencial fixo no solo (Cooke, Zyda, Pratt, & McGhee, 1994).

Um dos métodos de orientação utilizados neste trabalho é o método de Euler. Em tal método, obtém-se a nova orientação da aeronave por meio da rotação da mesma em relação a três eixos. Em tal método, o novo estado de orientação da aeronave é representado por 3 rotações ordenadas em torno dos eixos do corpo. Primeiro, realiza-se uma rotação em torno do eixo z em um ângulo  $\Psi$  (ângulo de guinada), após, realiza-se uma rotação em torno do novo eixo y em um ângulo  $\Theta$  (ângulo de arfagem), depois, realiza-se uma rotação em torno do novo eixo x em um ângulo  $\Phi$  (ângulo de rolamento). Assim, obtém-se a nova orientação do corpo. Este método é utilizado para se enviar a orientação da aeronave para o módulo gráfico e para a EFIS e tem como desvantagem principal o fato de ter um ponto de singularidade para  $\Theta = 90^\circ$ , pois, ao fazer a transformação, utiliza-se a função tangente de  $\Theta$ . Partindo-se de uma orientação inicial em relação ao referencial fixo no solo, todas as orientações dos demais passos podem ser determinadas em relação a este referencial fixo.

Outro método de orientação utilizado neste trabalho é o método dos Quaternions (Cooke et al., 1994), explicado com detalhes no Apêndice II. Para este trabalho, a principal vantagem do método de quaternions é o fato de que ele não apresenta o ponto de singularidade do sistema de orientação de Euler.

Para se calcular a orientação da aeronave (eixos do corpo) em relação ao sistema de referência fixo na terra, utiliza-se um quaternion de rotação  $q$ . Assim, é possível demonstrar (Cooke, Zyda, Pratt, & McGhee, 1994):

$$q = q_0 + q_1\mathbf{i} + q_2\mathbf{j} + q_3\mathbf{k}, \quad (3.23)$$

$$\begin{bmatrix} X_T \\ Y_T \\ Z_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_0q_2 + q_1q_3) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix},$$

sendo o índice T relativo ao referencial na terra. Para se determinar os 4 valores pertencentes ao quaternion  $q$ , é possível demonstrar que (Cooke, Zyda, Pratt, & McGhee, 1994):

$$\begin{cases} \dot{q}_0 = -\frac{1}{2}(q_1P + q_2Q + q_3R), \\ \dot{q}_1 = \frac{1}{2}(q_0P + q_2R - q_3Q), \\ \dot{q}_2 = \frac{1}{2}(q_0Q + q_3P - q_1R), \\ \dot{q}_3 = \frac{1}{2}(q_0R + q_1Q - q_2P), \end{cases} \quad (3.24)$$

sendo P, Q e R as velocidades angulares no referencial do corpo. Ou seja, sabendo-se o quaternion inicial da simulação e resolvendo-se o sistema de equações diferenciais (3.24) em conjunto com o sistema de equações do movimento da aeronave, é possível obter todos os estados da aeronave.

### 3.1.5 RESOLUÇÃO NUMÉRICA DO SISTEMA DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

Nos Apêndices I e II, os passos para a dedução do sistema de equações do modelo em seis graus de liberdade são mostrados.

Reunindo-se o sistema (5.19) (Apêndice I) e o (5.25) (Apêndice II), obtém-se o seguinte sistema no espaço de estados:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{X}_T = U_T, \\ \dot{Y}_T = V_T, \\ \dot{Z}_T = W_T, \\ \\ \dot{U} = \frac{F_x}{m} - QW + RV, \\ \dot{V} = \frac{F_y}{m} - RU + PW, \\ \dot{W} = \frac{F_z}{m} - PV + QU, \\ \dot{P} = QR \frac{I_{zz} + I_{yy}}{I_{xx}} + \frac{l}{I_{xx}}, \\ \dot{Q} = -PR \frac{I_{xx} + I_{zz}}{I_{yy}} + \frac{m}{I_{yy}}, \\ \dot{R} = PQ \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} + \frac{n}{I_{zz}}, \\ \dot{q}_0 = -\frac{1}{2}(q_1P + q_2Q + q_3R), \\ \dot{q}_1 = \frac{1}{2}(q_0P + q_2R - q_3Q), \\ \dot{q}_2 = \frac{1}{2}(q_0Q + q_3P - q_1R), \\ \dot{q}_3 = \frac{1}{2}(q_0R + q_1Q - q_2P), \end{array} \right. \quad (3.25)$$

sendo que  $U_T$ ,  $V_T$  e  $W_T$  são as velocidades lineares no referencial fixo no solo. Segundo (Cooke et. al, 1994), a transformação de velocidades no referencial do corpo para o referencial do solo depende dos valores do quaternion de rotação  $q$  ( $q_0$ ,  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$ ) e é calculada pela equação

$$\begin{bmatrix} U_T \\ V_T \\ W_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_0q_2 + q_1q_3) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix}. \quad (3.26)$$



No sistema (3.25), as forças e momentos dependem das velocidades lineares e angulares, bem como das entradas, como explicitado nas seções 3.1.1 e 3.1.2. Este sistema não-linear (forças aerodinâmicas dependem do quadrado da velocidade relativa do ar, algumas variáveis multiplicam entre si e algumas dependem de funções trigonométricas) é, então, resolvido utilizando-se o método de Runge-Kutta de quarta ordem com o método Dormand-Prince (Wikipedia, 2011).

A resolução do sistema acima é feita, numericamente, a uma taxa de 80 Hz em tempo real aproximado, ou seja, existe um bloco na simulação que pausa a mesma por um período de tempo igual ao passo intermediário do integrador. Este bloco se faz necessário pois, sem o mesmo, a simulação executaria em uma velocidade maior do que a real, ou seja, 10 segundos na simulação representariam aproximadamente 3 segundos na realidade.

Dadas as entradas dos comandos pelo piloto ou sistema de controle em cada instante. Em uma taxa de 40 Hz, transforma-se os quaternions em ângulos de Euler e os valores de  $U$ ,  $V$ ,  $W$ ,  $\Phi$ ,  $\Theta$  e  $\Psi$  a cada passo são enviados por rede UDP (Rebelo, 2010) para a unidade de visualização gráfica, assim, o ciclo se fecha e a resposta é observada pelo piloto.

### 3.1.6 CONTROLADOR LONGITUDINAL

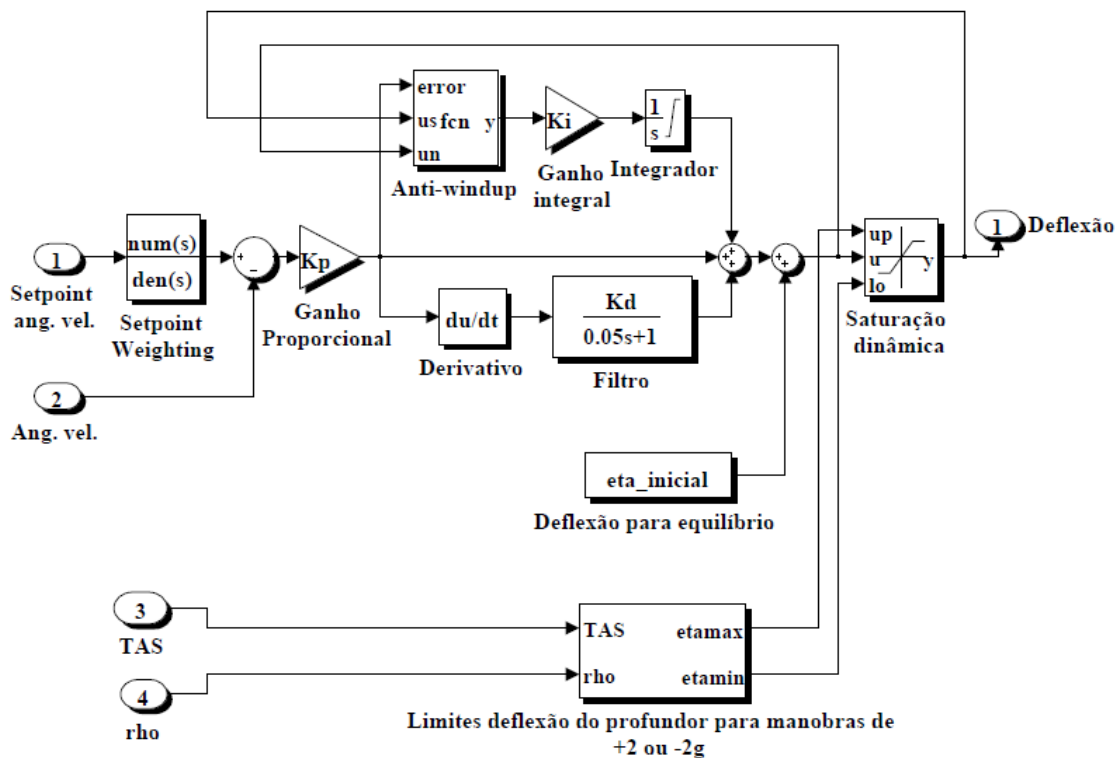
Utilizando-se o modelo da aeronave Sora em 6 graus de liberdade (Seção 3.1) adaptou-se um sistema de assistência à pilotagem longitudinal. Utilizou-se a melhor estratégia de controle do trabalho de Silva Filho (2009). Para tal estratégia, dois controladores PID atuam no profundor (PID 1) e na abertura do carburador ou freio aerodinâmico (PID 2) simultaneamente e independentemente, tentando atender ao *setpoint* (entrada do controlador, ou seja, estado desejado) de ângulo de trajetória e de velocidade aerodinâmica. Para o comando de potência, admite-se, na simulação, que o mesmo assuma valores negativos, quando isso acontece, um freio aerodinâmico (spoiler) é atuado. Tal freio aerodinâmico foi considerado no trabalho de Silva Filho (2009) como peça essencial para melhorar o desempenho do controlador de velocidade, principalmente em descida. Portanto, também foi considerado neste trabalho. O piloto indica o *setpoint* de ângulo de trajetória puxando ou empurrando o manche e o *setpoint* de velocidade equivalente por meio da manete lateral (utilizada, em um avião sem pilotagem assistida, como controle direto da abertura do carburador).

O PID 1 e o PID 2, apesar de serem diretamente separados (SISO – *Single Input Single Output* – Uma Entrada e Uma Saída), apresentam comunicação indireta, pois, por exemplo, para um mesmo estado de energia da aeronave, quando se aumenta o ângulo de trajetória, diminui-se, por um instante, o valor da velocidade do ar. Ou seja, indiretamente, um aumento na deflexão do profundor para cabrar, aumenta o ângulo de trajetória, provocando uma diminuição instantânea no módulo da mesma, o que gera um sinal de erro em relação ao *setpoint* do PID 2. Este sinal de erro causa um aumento da potência do motor pelo segundo PID. Ou seja quando o *setpoint* de ângulo de trajetória aumenta, o controlador 2 cuida para que aumente-se a potência do motor. Esta relação indireta dos controladores se mostrou eficaz em testes no simulador e, portanto, não se verificou necessária a utilização de um controlador do tipo MIMO (*Multi Input Multi Output* – Várias Entradas e Várias Saídas) (Ogata, 2009).

O controlador de ângulo de trajetória (PID 1) é mostrado na Figura 9. Ao controlador derivativo é adicionado um filtro passa baixa de primeira ordem. Tal filtro visa eliminar os saltos na resposta derivativa, devido ao fato de que, quando se acontece aumento abrupto do erro (degrau) a derivada tenderia a infinito (Visioli, 2010). Em geral, a

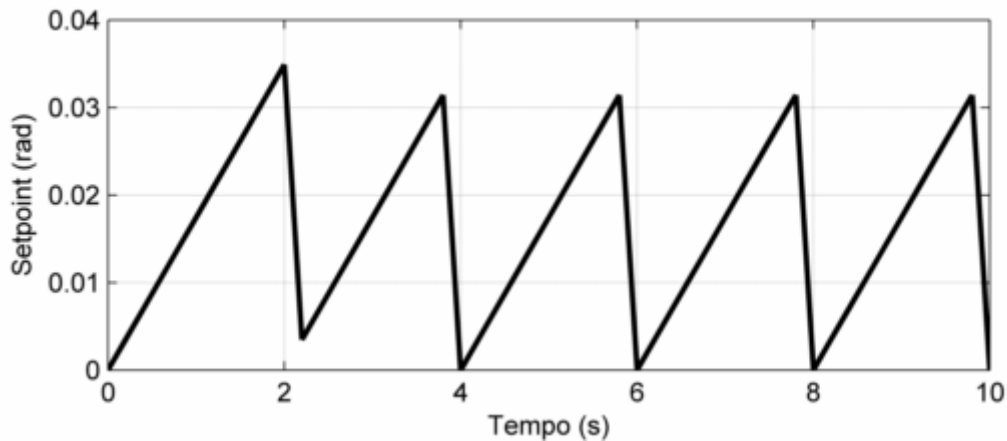
constante de tempo deste filtro é considerada como um valor, escolhido a priori, multiplicando-se o ganho derivativo (Visioli, 2010). Porém, ao se utilizar uma constante de tempo que é função do ganho derivativo, ocorria instabilidade numérica na simulação, quando o último era muito pequeno. O valor do controle derivativo, para alguns casos, tendia a infinito e a simulação parava com um aviso de instabilidade numérica. Sendo assim, escolheu-se uma constante de tempo, fixa, igual a 0.05 segundos para o filtro do derivativo de todos os controladores. Tal valor se mostrou pequeno, de modo a não causar um atraso considerável e suficiente para minimizar os picos do controle derivativo. A função de transferência do filtro de primeira ordem utilizado está mostrada na equação:

$$X(s) = \frac{1}{0.05s + 1}. \quad (3.27)$$

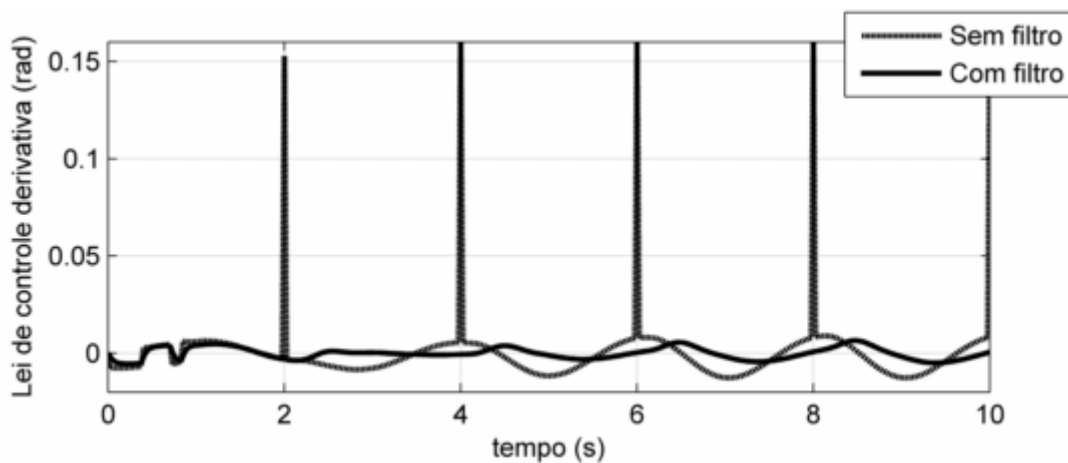


**Figura 9 – Bloco do controlador de ângulo de trajetória (PID 1).**

A Figura 11 mostra uma resposta ao sinal de *setpoint* do tipo “dente de serra” (com período de 2 segundos, mostrado na Figura 10) do controlador sem filtro comparando-a ao caso com filtro.



**Figura 10 – Setpoint “dente de serra”.**



**Figura 11 – Resposta aos degraus com filtro vs sem filtro derivativo.**

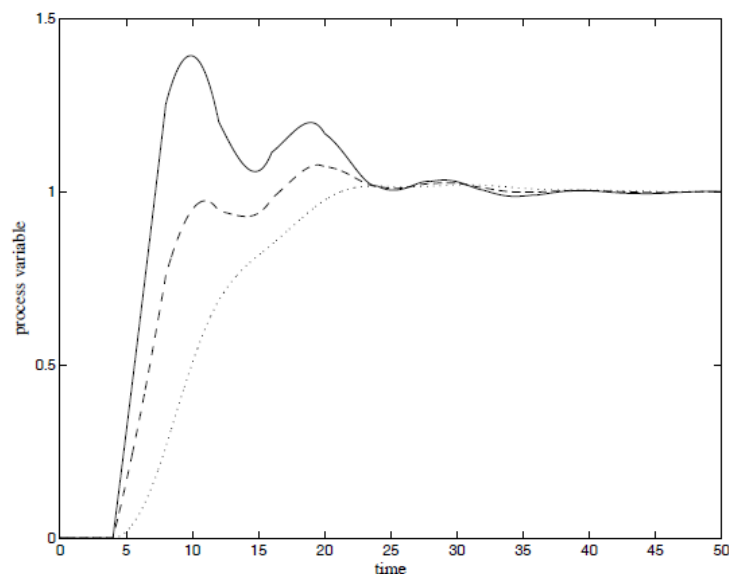
Ao controlador integral, adiciona-se um algoritmo de *anti-windup* (anti acúmulo), de modo que, se a saída dos controladores for saturada, o sinal do integrador é multiplicado por zero e a integração é paralisada no valor anterior. A vantagem do método de *anti-windup* é a diminuição do sobressinal causado pela acumulação da integral (Visioli, 2010) quando acontece saturação do controlador.

Outro elemento adicionado aos controladores foi o chamado *Setpoint Weighting*. Segundo Visioli (2010), quando se coloca este filtro no sinal do *setpoint*, o sobressinal da resposta ao degrau do sistema diminui consideravelmente. A função de transferência deste filtro é dada por,

$$F(s) = \frac{1 + \kappa \cdot T_i \cdot s}{1 + T_i \cdot s + T_i \cdot T_d \cdot s^2}, \quad (3.28)$$

em que  $\kappa$  é o parâmetro de peso do *setpoint*, que pode assumir valores de 0 a 1;  $T_i$  é o tempo integral (inverso do ganho integral) e  $T_d$  é o tempo derivativo (igual ao ganho derivativo). Na Figura 12, percebe-se a influência do parâmetro  $\kappa$  no sobressinal e no tempo de subida, quando se utiliza tal filtro. A linha cheia é uma resposta ao degrau de uma planta genérica utilizando-se  $\kappa=1$ , a linha tracejada utiliza  $\kappa=0.5$  e a linha pontilhada representa  $\kappa=0$ . Percebe-se que, quanto menor o valor de  $\kappa$ , menor o sobressinal e maior o tempo de subida. Porém, o tempo de acomodação se mantém similar para todos os casos.

Por meio de ajuste manual, observando-se a resposta da aeronave ao degrau de ângulo de trajetória, escolheu-se o valor de  $\kappa=0.25$  para o controlador longitudinal.

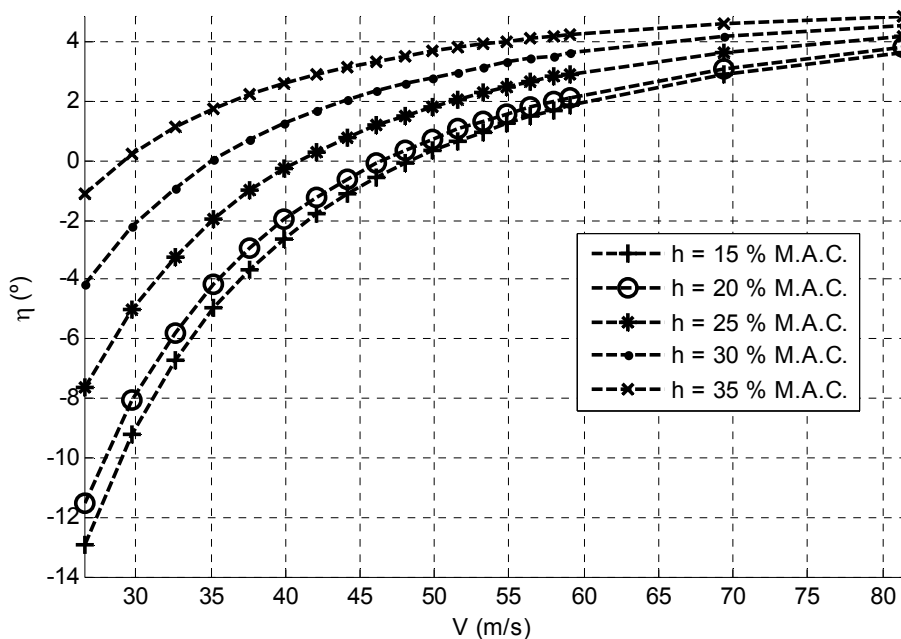


**Figura 12 – Uso do *Setpoint Weighting* para uma planta genérica respondendo ao degrau (Visioli, 2010).**

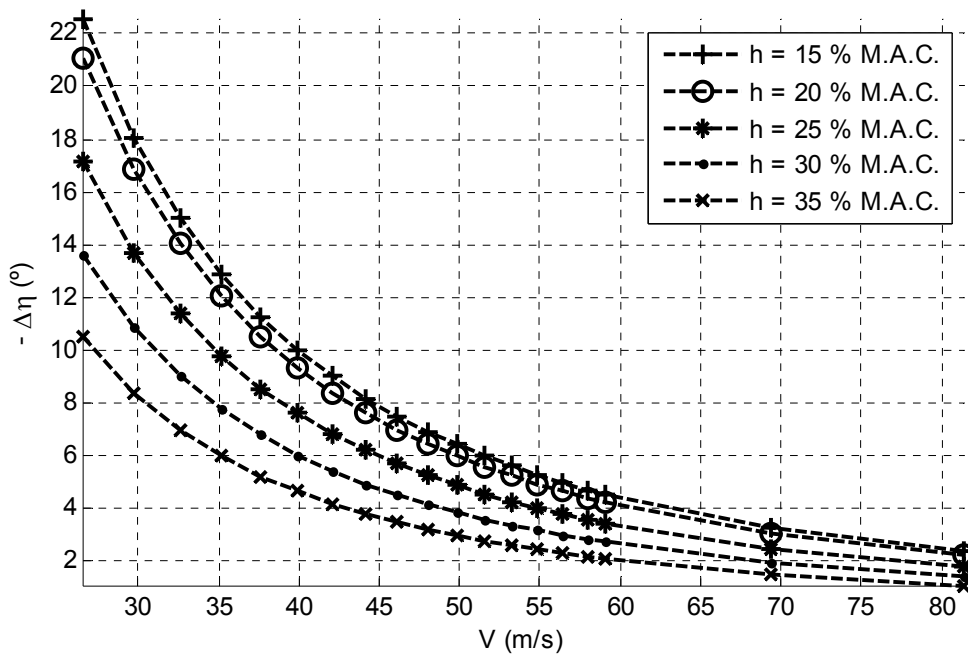
Após gerar o sinal de controle, é somado, então, o valor inicial da deflexão do profundor para equilíbrio reto-nivelado (vide Figura 9). Tal fato garante que o controlador já comece atuando sobre o desvio em relação ao equilíbrio.

A fim de tornar a pilotagem mais segura e mais confortável para todos os tipos de piloto, optou-se por limitar os fatores de carga máximo e mínimo na manobra longitudinal para operação normal. Tal limitação foi realizada por meio de saturação das deflexões do profundor necessárias para se atingir tais fatores de carga, em função da velocidade equivalente do ar e posição do C.G. O fator de carga máximo para operação normal foi estipulado em 3 g e o mínimo em -1 g. A aeronave ACS-100 Sora é semi-acrobática e projetada para fatores de carga limite de -3 g a 6 g. Portanto, pretende-se, no futuro, deixar um modo de controle de emergência, caso o piloto necessite utilizar os extremos do envelope. Tal modo poderá ser ativado por comando de voz, ou até mesmo apertando botões específicos. Não há certeza se esta prática representa a melhor solução para a limitação de picos no fator de carga, trabalhos futuros com relação ao melhor método para garantir operação segura dos controladores são encorajados.

Para encontrar o envelope de deflexões do profundor para operação segura, determinou-se o aumento na deflexão para cada g de manobra (Etkin, 1959). Utilizando-se os dados da Figura 13 e Figura 14, limita-se a deflexão do profundor para fatores de carga -1 g e 3 g. Tal saturação depende do valor de velocidade real e da densidade do ar, bem como da posição do C.G., mudando dinamicamente com o modelo.

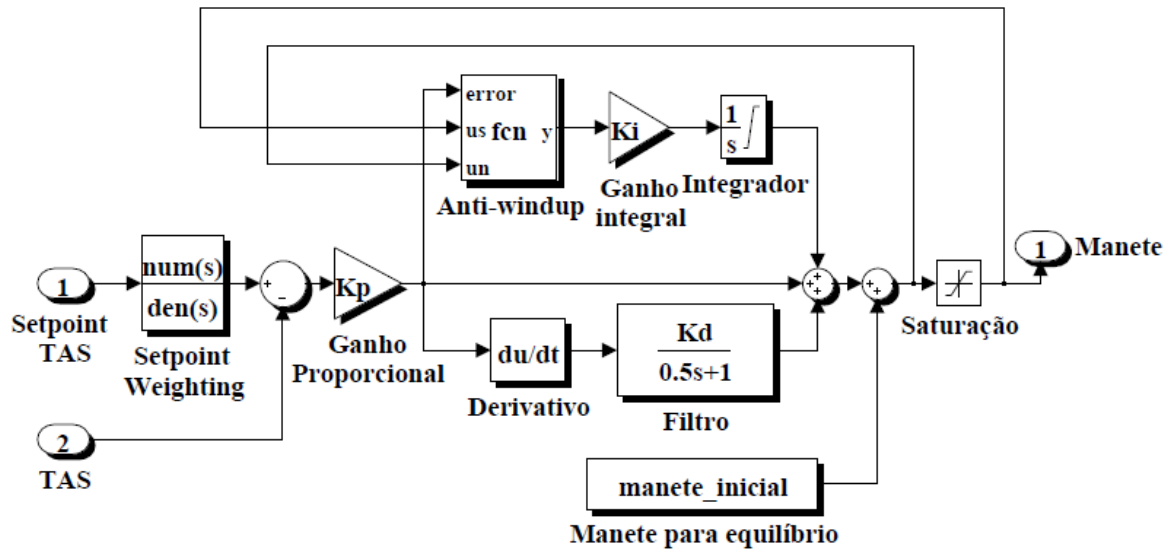


**Figura 13 – Deflexão no manche para equilíbrio, em função da velocidade equivalente e posição do C.G.**



**Figura 14 – Deflexão do manche por g, em função da velocidade equivalente e posição do C.G.**

O controlador 2, de velocidade real do ar (T.A.S.), é mostrado na Figura 15.



**Figura 15 – Bloco do controlador PID 2.**

A saída do PID 2 possui saturações entre -1 e 1, sendo -1 a máxima abertura do freio aerodinâmico (carburador fechado), 0 a condição de freio aerodinâmico fechado e

carburador fechado e 1 a condição de carburador todo aberto (freio aerodinâmico fechado). A constante a ser somada ao sinal de controle (*manete\_inicial*) é a abertura do carburador calculada previamente para equilibrar a aeronave (voo reto nivelado) nesta velocidade e densidade do ar. Assegurando, assim como no PID 1, que o controlador modifique o valor desvio em relação ao equilíbrio reto nivelado.

Devido à dinâmica muito mais lenta do estado de velocidade do ar, em relação aos outros 3 estados controlados, foi necessário aumentar a constante de tempo do filtro derivativo do PID 2. Ajustou-se tal constante manualmente para um valor de 0.5 segundos.

Ao realizar-se as primeiras simulações e otimizações dos ganhos, percebeu-se que um maior número de intervenções de projeto foram necessárias para os controladores longitudinais em relação aos látero-direcionais, de modo que os mesmos desempenhassem suas funções com o desempenho desejado. Foi necessário: i) saturação dinâmica da deflexão do profundor; ii) filtro derivativo com constante de tempo fixa; iii) baixo valor de coeficiente de *setpoint weighting* ( $\kappa$ ) para o controlador 1; iv) saturação das entradas do bloco do motor; v) Utilização de *Anti-Windup*; vi) cálculo preciso da condição inicial da simulação (deflexão do profundor e posição inicial da manete).

### 3.1.7 CONTROLADOR LÁTERO-DIRECIONAL

Considerou-se um controlador (PID 3) para o movimento lateral e outro (PID 4) para o movimento direcional. O primeiro controlador modifica o estado do ângulo de rolamento (*Bank*), de acordo com o valor requisitado pelo piloto, que indica o *setpoint* movendo o manche para esquerda ou direita, atuando o aileron. O segundo modifica o estado do ângulo de derrapagem ( $\beta$ ), simultaneamente e independentemente do primeiro, atuando o leme. O piloto indica o *setpoint* do controlador de ângulo de derrapagem por meio da posição do pedal. Assim como no controlador longitudinal, a influência da deflexão do aileron no ângulo de derrapagem e da deflexão do leme no ângulo de bank (dependência cruzada), não foi tal que impossibilitasse a utilização de controladores separados. Ou seja, quando o PID 3 dá um incremento na deflexão do aileron, ocorre um incremento no ângulo de rolamento e , por um instante de tempo,



também no de derrapagem, gerando um sinal de erro em relação ao *setpoint* de ângulo de derrapagem. Este sinal de erro faz com que o PID 4 atue o leme de modo a voltar o ângulo de derrapagem para seu *setpoint*. Analogamente, quando se deflete o leme, ocorre, por um instante de tempo, um incremento no ângulo de bank, que faz com que o PID 3 incremente a deflexão do aileron. Esta dependência cruzada indireta entre os controladores se mostrou suficiente para o desempenho dos mesmos.

Por meio dos controladores 3 e 4, pretendeu-se melhorar o desempenho em curvas e facilitar em grande medida o voo. Isto é possível pois, com a adoção do controlador, não é preciso utilizar o pedal para se realizar uma curva coordenada. Assim, uma pessoa com baixa habilidade em pilotagem poderia efetuar a curva quase tão bem quanto um piloto profissional.

Sabendo-se que é desejável manter o ângulo de derrapagem igual à zero em curvas (Etkin, 1959, pag. 83), esperava-se um aumento sensível na eficiência energética em trajetórias curvas sem necessitar de uma consciência situacional maior por parte do piloto. Outra idéia que endossa a escolha das estratégias dos controladores 3 e 4 é a de que, dado que os *setpoints* de ângulo de rolamento e ângulo de derrapagem sejam zero (condição de cruzeiro), tal controlador atuaria amortecendo os modos de oscilação látero-direcionais (Etkin, 1959). Este fato teria o potencial de aumentar o conforto do voo em condições de atmosfera turbulenta.

O controle de Bank ( $\Phi$ ) e o de ângulo de derrapagem ( $\beta$ ) são análogos ao controlador PID 2, com as seguintes diferenças: saturação da lei de controle em  $+0.35$  e  $-0.35$  rad ( $+20^\circ$  e  $-20^\circ$ ) e não é necessário somar um valor de deflexão inicial (equilíbrio) à calculada pelo PID, pois os controladores se adaptam ao movimento de rolamento induzido pelo motor, cuja dinâmica é lenta. Utilizou-se, também, o filtro *Setpoint Weighting*, equação (3.28), para os *setpoints* dos controladores 3 e 4, com uma constante  $\kappa = 0.75$ .

### 3.2 OTIMIZAÇÃO DOS GANHOS

Para a determinação dos ganhos dos 4 controladores citados anteriormente, realiza-se, primeiramente, o segundo método de Ziegler Nichols (Ogata, 2009) para se obter um valor inicial aceitável destes ganhos. Após, um algoritmo numérico de otimização é utilizado para se encontrar controladores com respostas melhores que as iniciais, encontrando-se os ganhos sub-ótimos, denominados, deste ponto em diante, de ganhos eficazes. A função objetivo utilizada para este processo de otimização (Chapra & Canale, 2002) leva em conta a resposta ao degrau positivo e negativo do modelo com pilotagem assistida. Antes da análise da resposta ao degrau, um algoritmo realiza o equilíbrio reto-nivelado da aeronave nas condições iniciais de densidade do ar, posição do centro de gravidade (CG) e velocidade equivalente do ar. Para tanto, encontra-se a posição do comando de potência, a deflexão inicial do profundor, o ângulo de ataque inicial e a rotação inicial da hélice. O módulo do sinal de erro da resposta aos degraus é, então, integrado, formando a saída da função objetivo a ser minimizada.

### 3.2.1 CONDIÇÕES PARA OTIMIZAÇÃO

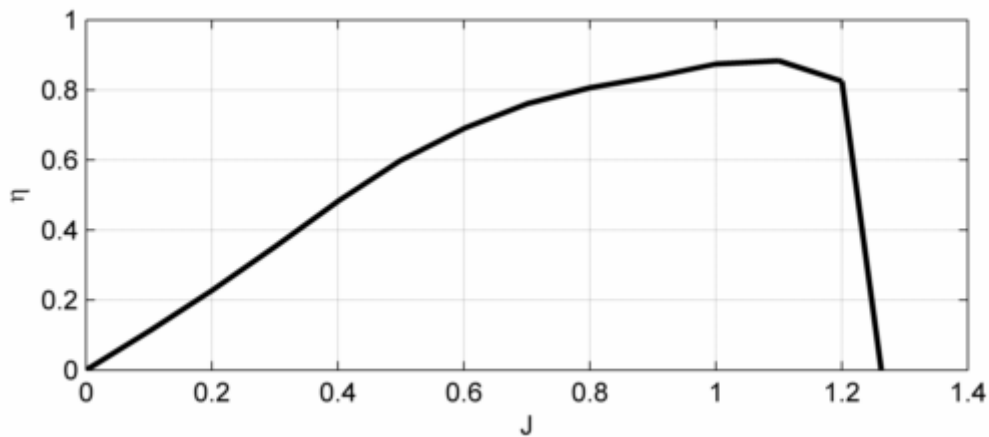
Realiza-se tal otimização para uma combinação de 3 valores de densidade do ar, 5 valores de posição do C.G. e 7 valores de velocidade equivalente do ar, ou seja, 105 condições ao todo. Gera-se, após, diagramas para os 12 ganhos calculados, a fim de serem utilizados por interpolação na simulação final. Consideraram-se os valores de densidade do ar de 0.9, 1.05 e 1.2 kg/m<sup>3</sup>. Considerou-se a posição do C.G. mais dianteira como sendo 15% da CMA e a mais traseira em 35% da CMA. Os valores de velocidade equivalente escolhidos vão de um valor 10% acima da velocidade de estol ( $V_s$ ) até 10% da velocidade máxima nivelada ( $V_H$ ). O controlador em questão limitará a velocidade até este valor, fato que poderá ser modificado, futuramente, caso se conclua que a aeronave necessita utilizar todo seu envelope de velocidade, ou seja, até a velocidade de mergulho. Para se calcular a  $V_H$ , para cada densidade do ar, realizou-se o cálculo da potência disponível (em função da densidade do ar) e potência requerida da aeronave em função da velocidade equivalente do ar (EAS). Sabe-se que

$$P_{disp} = T_{max} \cdot TAS, \tag{3.29}$$

$$P_{req} = D \cdot TAS,$$

sendo  $T_{max}$  a máxima tração, em regime permanente, do grupo moto-propulsor para aquela velocidade do ar e  $D$  o arrasto da aeronave em equilíbrio reto nivelado para aquela velocidade do ar.

Para calcular  $T_{max}$ , para cada  $TAS$ , utiliza-se o diagrama da direita da Figura 5, ou seja, o diagrama de máxima potência em função de rotação e altitude. Determina-se, primeiramente, a altitude na atmosfera padrão, dada a densidade do ar. Após, um algoritmo de otimização do tipo bissecção calcula a rotação. Tal algoritmo varia a rotação até que o torque do motor se iguale ao torque resistivo da hélice, calculado por meio do CP da mesma. Por meio da rotação e da altitude, determina-se a potência máxima de eixo do motor (BHP). Utiliza-se, após a curva de eficiência propulsiva da hélice, mostrada na Figura 16:



**Figura 16 – Eficiência propulsiva da hélice.**

Nesta figura,  $\eta$  é a eficiência propulsiva e  $J$  é a razão de avanço da hélice, calculada por

$$J = \frac{TAS}{n \cdot D}, \quad (3.30)$$

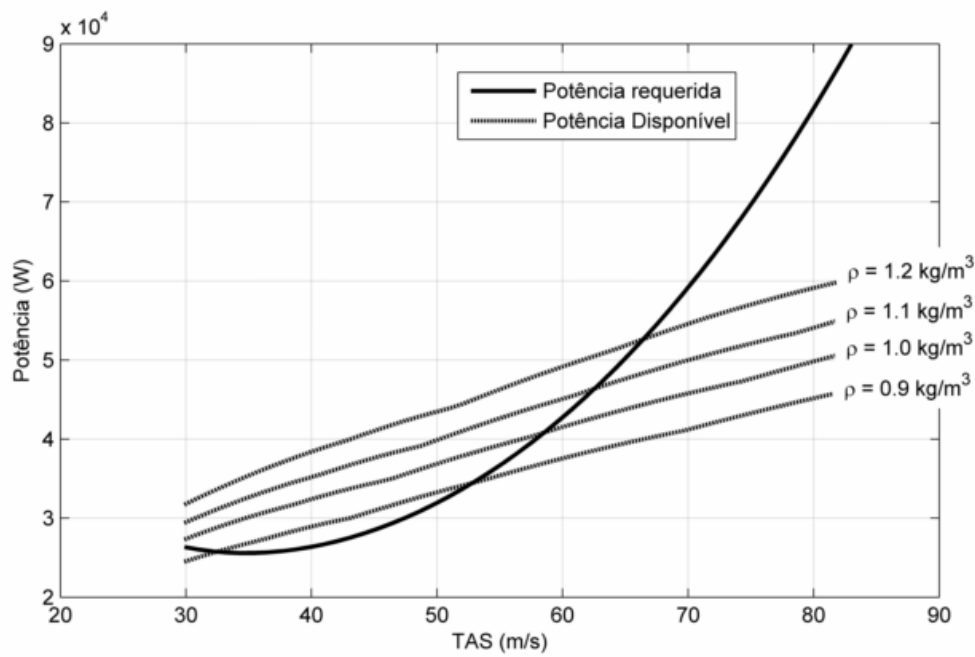
sendo  $n$  a rotação da hélice (Hz) e  $D$  o diâmetro da mesma (m). Assim, utiliza-se a seguinte relação para se calcular a potência disponível:

$$P_{disp} = \eta \cdot BHP_{max}, \quad (3.31)$$

sendo  $\eta$  a eficiência propulsiva da hélice, função de TAS e rotação, e  $BHP_{max}$  a máxima potência de eixo em regime permanente, função da rotação e densidade do ar. O valor de  $P_{disp}$  é um para cada valor de TAS.

O cálculo do arrasto para cada TAS é realizado por meio do procedimento exposto na seção 3.2.3.

Utilizando-se a equação (3.29) e transformando-se, após, TAS em EAS, mostra-se as curvas de potência disponível e potência requerida em função da velocidade equivalente na Figura 17.



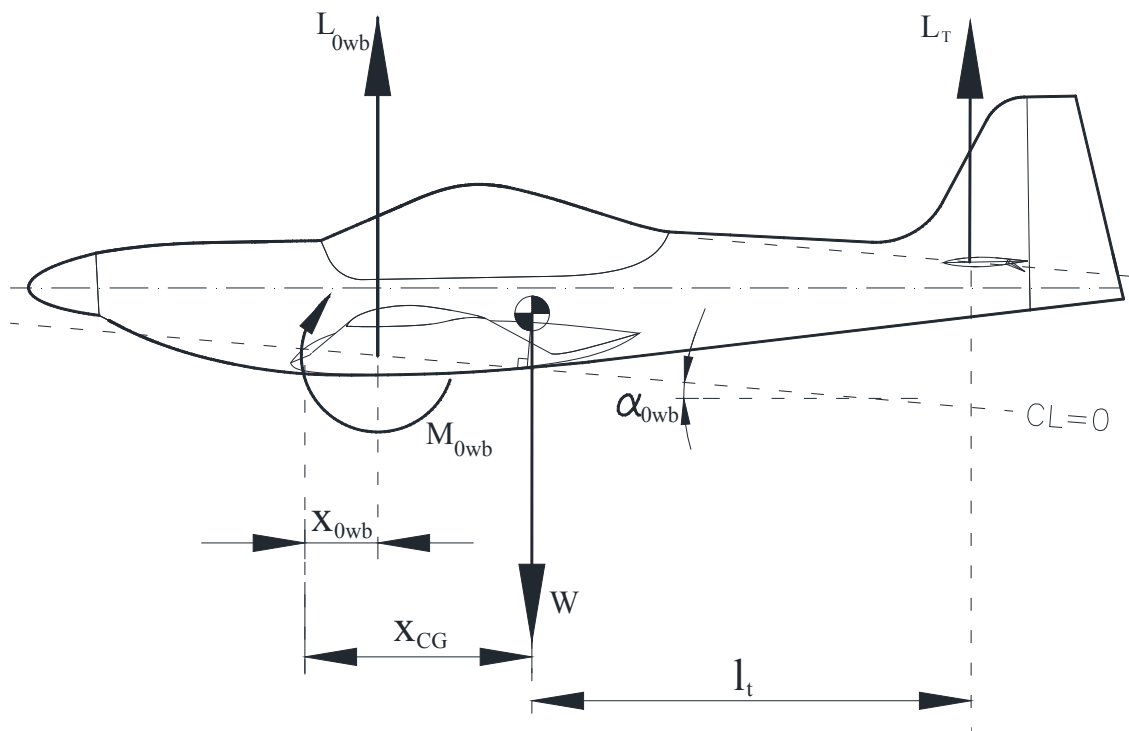
**Figura 17 – Potência disponível e requerida para a aeronave ACS-100 Sora.**

Por meio da Figura 17, é possível determinar as velocidades equivalentes máximas, para equilíbrio reto nivelado, em cada densidade do ar. Tais velocidades estão mostradas nas figuras e representam os pontos de interseção, mais à direita no gráfico, da potência disponível e potência requerida. Por meio destes valores, a faixa de velocidades é, então, escolhida, para cada densidade do ar.

### 3.2.2 CÁLCULO DA VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS AERODINÂMICOS

A variação da posição do C.G. modifica o valor de dois parâmetros aerodinâmicos demonstrados na seção 3.1.1, o  $Cm_0$  (coeficiente de momento de arfagem para ângulo de ataque zero) e o  $Cm_\alpha$  (derivada do coeficiente de momento de arfagem em relação ao ângulo de ataque). Nos parágrafos abaixo, demonstra-se o cálculo destes parâmetros em função da posição do C.G.

A Figura 18 mostra as forças e momentos de interesse (despreza-se o momento aerodinâmico da empenagem horizontal).



**Figura 18 – Forças e momentos longitudinais.**

Na Figura 18 acima, a aeronave está representada com ângulo de ataque igual a zero (em relação ao eixo longitudinal). Nesta figura,  $L_{0wb}$  é a sustentação do conjunto asa-fuselagem;  $L_T$  é a sustentação da empenagem horizontal;  $M_{0wb}$  é o momento aerodinâmico do conjunto asa-fuselagem;  $W$  é o peso da aeronave;  $x_{0wb}$  a posição do Centro Aerodinâmico do conjunto asa-fuselagem em relação ao bordo de ataque da corda média aerodinâmica;  $x_{cg}$  a posição do C.G. em relação ao bordo de ataque da corda média aerodinâmica;  $l_t$  o braço da empenagem (distância do centro aerodinâmico

da empenagem ao C.G. da aeronave). Sabe-se que o momento aerodinâmico em torno do C.G. é igual a:

$$\sum M_{CG} = M_{0wb} + L_{0wb} \cdot (x_{CG} - x_{0wb}) - L_t \cdot l_t. \quad (3.32)$$

Porém, a sustentação da empenagem pode ser decomposta por:

$$L_t = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot ((CL_0)_t + CL_\eta \cdot \eta). \quad (3.33)$$

Sendo  $(CL_0)_t$  a componente de sustentação devido ao ângulo de ataque da empenagem e  $CL_\eta \cdot \eta$  a componente de sustentação devido à deflexão do profundor ( $\eta$ ). Fazendo-se  $\eta=0$ , encontra-se o valor de momento da aeronave para deflexão zero e ângulo de ataque zero da aeronave:

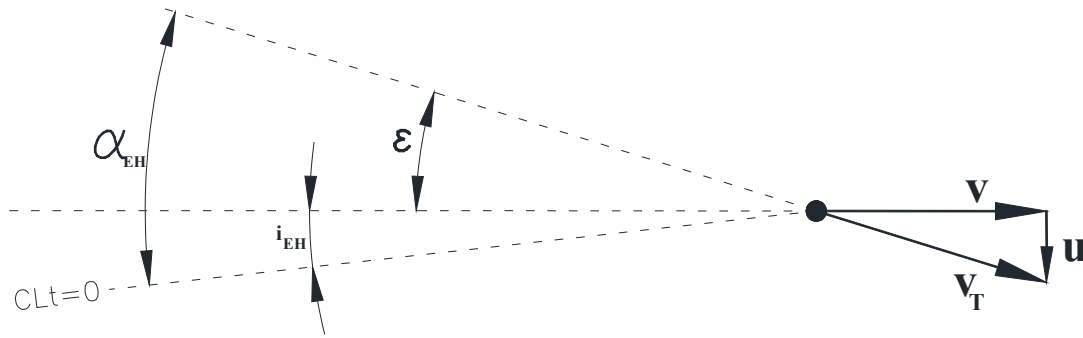
$$M_0 = M_{0wb} + L_{0wb} \cdot (x_{CG} - x_{0wb}) - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot (CL_0)_t \cdot l_t. \quad (3.34)$$

Dividindo-se a equação (3.34) por  $\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot \bar{c}$ , tem-se:

$$\underline{Cm_0 = (Cm_0)_{WB} + (CL_0)_{WB} \cdot (h_{CG} - (h_0)_{WB}) - (CL_0)_t \cdot \frac{l_t}{\bar{c}}} \quad (3.35)$$

Sendo  $h_{CG}$  e  $(h_0)_{WB}$  os valores da posição do C.G. e do centro aerodinâmico do conjunto asa-fuselagem em porcentagem da corda média aerodinâmica ( $\bar{c}$ ).

Para o cálculo de  $(CL_0)_t$ , utiliza-se a Figura 19.



**Figura 19 – Ângulo de ataque da empenagem horizontal para ângulo de ataque da aeronave igual a zero.**

Nesta figura,  $V$  é o vetor velocidade do ar no infinito;  $V_T$  é o vetor velocidade do ar efetivo do escoamento que alcança a empenagem horizontal;  $u$  é o vetor de *downwash* de escoamento para baixo gerado pela asa;  $\varepsilon$  é o ângulo de *downwash*;  $i_{EH}$  é a incidência da empenagem horizontal (parâmetro geométrico) e  $\alpha_{EH}$  é o ângulo de ataque efetivo da empenagem horizontal, em relação à linha de sustentação nula da mesma. Na figura acima,  $\alpha_{EH}$  está no sentido negativo,  $i_{EH}$  no sentido negativo e  $\varepsilon$  no sentido positivo. Assim, tem-se que:

$$\begin{aligned} (-\alpha_{EH})_0 &= -i_{EH} + \varepsilon_0, \\ \therefore & \end{aligned} \quad (3.36)$$

$$(\alpha_{EH})_0 = i_{EH} - \varepsilon_0,$$

sendo  $(\alpha_{EH})_0$  o ângulo de ataque efetivo da empenagem horizontal para ângulo de ataque da aeronave igual a zero. O ângulo de *downwash* pode ser determinado por meio da derivada aerodinâmica  $(\varepsilon_\alpha)$ , que representa a derivada do ângulo de *downwash* em relação ao ângulo de ataque da asa (medido na linha de sustentação nula). Esta derivada pôde ser determinada por meio de ábacos presentes na literatura (Etkin, 1959), dado o alongamento da asa, afilamento e distância da empenagem à asa. Assim, temos que:



$$\varepsilon = \varepsilon_\alpha \cdot \alpha,$$

$$\therefore \quad (3.37)$$

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_\alpha \cdot \alpha_0,$$

sendo  $\alpha_0$  o ângulo de ataque da asa (medido em relação à linha de sustentação nula) para ângulo de ataque zero da aeronave. Portanto,  $\alpha_0$  é o negativo do ângulo de sustentação nula ( $\alpha_{0wb}$ , pode ser visto na Figura 18), determinado, em trabalho anterior, por Barros (2001). Sabe-se que a sustentação na empenagem horizontal, para deflexão do profundor igual à zero, pode ser encontrada pela seguinte expressão:

$$(CL_0)_t = (CL_\alpha)_t \cdot (\alpha_{EH})_0 \cdot \frac{S_t}{S}, \quad (3.38)$$

sendo  $(CL_\alpha)_t$  a derivada do coeficiente de sustentação da empenagem em função do ângulo de ataque da mesma (já adimensionalizado em relação à área da asa, S). Portanto, utilizando-se as equações (3.37) e (3.36) e substituindo-as em (3.38), tem-se que

$$(CL_0)_t = (CL_\alpha)_t \cdot (\alpha_{EH})_0 \cdot \frac{S_t}{S},$$

$$(CL_0)_t = (CL_\alpha)_t \cdot (i_{EH} - \varepsilon_0) \cdot \frac{S_t}{S}, \quad (3.39)$$

$$(CL_0)_t = (CL_\alpha)_t \cdot (i_{EH} - \varepsilon_\alpha \cdot (-\alpha_{0wb})) \cdot \frac{S_t}{S},$$

$$\therefore$$

$$\underline{(CL_0)_t = (CL_\alpha)_t \cdot (i_{EH} + \varepsilon_\alpha \cdot \alpha_{0wb}) \cdot \frac{S_t}{S}.}$$

Sabe-se, também, que

$$(CL)_{wb} = (CL_\alpha)_{wb} \cdot (\alpha - \alpha_{0wb}), \quad (3.40)$$

Para  $\alpha = 0$ ,

$$\underline{(CL_0)_{wb} = (CL_\alpha)_{wb} \cdot (-\alpha_{0wb})}, \quad (3.41)$$

sendo  $(CL_\alpha)_{wb}$  a derivada do coeficiente de sustentação do conjunto asa-fuselagem em função do ângulo de ataque. Este parâmetro foi determinado anteriormente por Barros (2001). Portanto, substituindo-se (3.40) e (3.39) em (3.35), tem-se:

$$\begin{aligned} Cm_0 = & \underbrace{(Cm_0)_{WB}}_A + \underbrace{(CL_\alpha)_{wb} \cdot (\alpha_{0wb}) \cdot ((h_0)_{WB} - h_{CG})}_B \\ & + \underbrace{(CL_\alpha)_t \cdot (\varepsilon_\alpha \cdot \alpha_{0wb} - i_{EH}) \cdot \frac{S_t}{S} \cdot \frac{l_t}{\bar{c}}}_C. \end{aligned} \quad (3.42)$$

Na equação (3.42), acima, o termo A é constante, pois depende de um parâmetro aerodinâmico fixo, determinado anteriormente por Barros (2001). O termo C depende da posição do C.G. devido ao valor de  $l_t$ . Todos os outros parâmetros foram determinados anteriormente. O termo B depende, também, da posição do C.G.

Para o parâmetro  $Cm_\alpha$ , sabe-se que o mesmo pode ser determinado pela equação (Etkin, 1959):

$$\underline{Cm_\alpha = CL_\alpha \cdot \left( h_{CG} - (h_0)_{WB} - \bar{V} \cdot \frac{(CL_\alpha)_t}{CL_\alpha} \cdot (1 - \varepsilon_\alpha) \right)}, \quad (3.43)$$

sendo,

$$\bar{V} = \frac{S_t \cdot l_t'}{S_W \cdot \bar{c}}. \quad (3.44)$$

Os parâmetros da equação (3.43) são explicados na seção 3.1.1.

### 3.2.3 CÁLCULO DO EQUILÍBRIO RETO NIVELADO

Após a determinação dos novos parâmetros  $Cm_0$  e  $Cm_\alpha$ , calcula-se o valor dos estados iniciais da aeronave para a mesma iniciar em uma condição de voo reto nivelado (*trim condition*) na velocidade a qual se deseja encontrar o ganho ótimo do controlador. Tais estados iniciais são listados abaixo:

- Valor dos quaternions iniciais (indicam os ângulos de Euler iniciais para a simulação);
- Valor da deflexão inicial do profundor (as deflexões iniciais do leme e do aileron são consideradas iguais à zero);
- Valor da posição inicial do comando de potência (abertura do carburador);
- Valor da velocidade angular da hélice.
- Com exceção das velocidades lineares em x e z e dos estados anteriores, todos os outros estados do sistema (3.25) são iguais à zero.

Para se calcular tais estados, segue-se o seguinte algoritmo. Primeiramente, calcula-se o CL global da aeronave. Dada sua velocidade, tem-se que:

$$CL = \frac{M \cdot 9.81}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S}, \quad (3.45)$$

sendo M a massa da aeronave. Após, iguala-se o Cm da aeronave a zero (equilíbrio de arfagem), tem-se que:

$$\begin{aligned} \underbrace{Cm}_0 &= Cm_0 + Cm_\alpha \cdot \alpha + Cm_\eta \cdot \eta, \\ \eta &= \frac{-(Cm_0 + Cm_\alpha \cdot \alpha)}{Cm_\eta}. \end{aligned} \quad (3.46)$$

Utiliza-se a equação do CL global da aeronave:

$$CL = CL_0 + CL_\alpha \cdot \alpha + CL_\eta \cdot \eta. \quad (3.47)$$

Substitui-se a equação (3.46) na equação (3.47) acima. Obtendo-se o ângulo de ataque em função do CL global da aeronave. Assim, utiliza-se a equação (3.46) para se obter a deflexão do profundor para equilíbrio. As equações resultantes deste sistema estão mostradas abaixo:

$$\alpha = \frac{CL_{\eta} \cdot Cm_0 - CL_0 \cdot Cm_{\eta} + CL \cdot Cm_{\eta}}{CL_{\alpha} \cdot Cm_{\eta} - CL_{\eta} \cdot Cm_{\alpha}}, \quad (3.48)$$

$$\eta = -\frac{CL_{\alpha} \cdot Cm_0 - CL_0 \cdot Cm_{\alpha} + CL \cdot Cm_{\alpha}}{CL_{\alpha} \cdot Cm_{\eta} - CL_{\eta} \cdot Cm_{\alpha}}.$$

De posse do ângulo de ataque e da deflexão do profundor, obtém-se o coeficiente de arrasto (CD) por meio da equação:

$$CD = CD_0 + CD_{\alpha} \cdot \alpha + CD_{\eta} \cdot \eta. \quad (3.49)$$

Com o valor de CD, calcula-se o valor da força de arrasto da aeronave para a velocidade inicial. Por meio da equação de equilíbrio na direção do vento, obtém-se o valor necessário da tração do grupo moto-propulsor. Sabe-se que a tração da hélice é calculada pela seguinte equação:

$$T = CT \cdot \rho \cdot n^2 \cdot D^4, \quad (3.50)$$

$$CT = f\left(\frac{V}{nD}\right).$$

Sabe-se também, que, para hélices de passo fixo, o CT é função direta da razão de avanço (J), que, dada uma velocidade inicial, é função apenas da rotação. Portanto, por meio da equação (3.50) acima, obtém-se uma relação direta não analítica (existe apenas uma tabela de CTxJ) entre tração e rotação. Portanto, dada a tração inicial, determina-se, utilizando-se o método numérico da bissecção (Chapra & Canale, 2002), a rotação da hélice. Por meio da rotação, obtém-se o CP da hélice. Por meio do CP, calcula-se a potência de eixo necessária para o motor manter a hélice rotacionando neste regime (McCormick, 1994). Por meio do algoritmo numérico da bissecção, dadas as condições atmosféricas e a rotação do motor, obtém-se a pressão de admissão (MAP) necessária para que o motor desenvolva tal potência de eixo (BHP), utilizando-se a função do

motor (seção 3.1.2). Sabe-se que o comando de abertura do carburador controla a pressão de admissão (MAP) linearmente de 37.25 kPa (11 inHg), na posição 0%, até a pressão atmosférica na altitude local (94.9 kPa para nível do mar), na posição 100%. Assim, sabendo-se o MAP do motor, obtém-se a posição da abertura do carburador (entre 0 e 1) para esta condição de voo.

O valor do quaternion inicial para a otimização é calculado abaixo (Cooke, Zyda, Pratt, & McGhee, 1994):

$$\begin{aligned} Quat_0 &= (w, x, y, z), \\ w &= \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right), \\ x &= 0, \\ y &= \text{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right), \\ z &= 0. \end{aligned} \tag{3.51}$$

Ou seja, realiza-se uma rotação no eixo y igual ao ângulo de ataque da aeronave ( $\alpha$ ), considerando-se voo reto nivelado.

Após o cálculo das condições iniciais acima, realiza-se o ajuste fino do equilíbrio reto nivelado (*trimagem*). Um algoritmo executa a simulação em seu primeiro segundo, retornando o valor de fator de carga inicial. Assim, varia-se o ângulo de ataque inicial em valores de 0.1 graus e executa-se a simulação novamente, até que o fator de carga inicial fique entre 0.95 e 1.05. Analogamente, varia-se a deflexão do profundor em valores de 0.05 graus até que o  $C_m$  inicial da simulação fique entre -0.001 e 0.001.

Para se realizar o ajuste fino da rotação inicial, um algoritmo executa a simulação em seu primeiro segundo e retorna o somatório de forças no eixo x' (do vento). Assim, varia-se a rotação da hélice em incrementos de 0.83 Hz (50 RPM), até que a tração fique com valor próximo ao arrasto, em uma tolerância de 5 N. Após o cálculo da rotação inicial, outro algoritmo calcula o torque disponível no eixo do motor e o requerido pela hélice para o primeiro instante de simulação. Tal algoritmo varia a abertura do carburador, que possui mínimo de 0 e máximo de 1, em incrementos de 0.01 até que a diferença entre estes torques seja menor que 5 N.m. Estes valores de tolerância e de

incrementos foram escolhidos pois se mostraram suficientes para que os algoritmos consigam ajustar o equilíbrio reto nivelado da aeronave.

#### 3.2.4 METODOLOGIA DE OTIMIZAÇÃO

Após a determinação dos parâmetros iniciais para o voo reto nivelado em cada condição, realiza-se o algoritmo abaixo para cada uma das 105 combinações de velocidade do ar, posição do C.G. e densidade do ar. Assim, calcula-se os 12 ganhos (3 ganhos para cada um dos 4 PID's) para cada combinação.

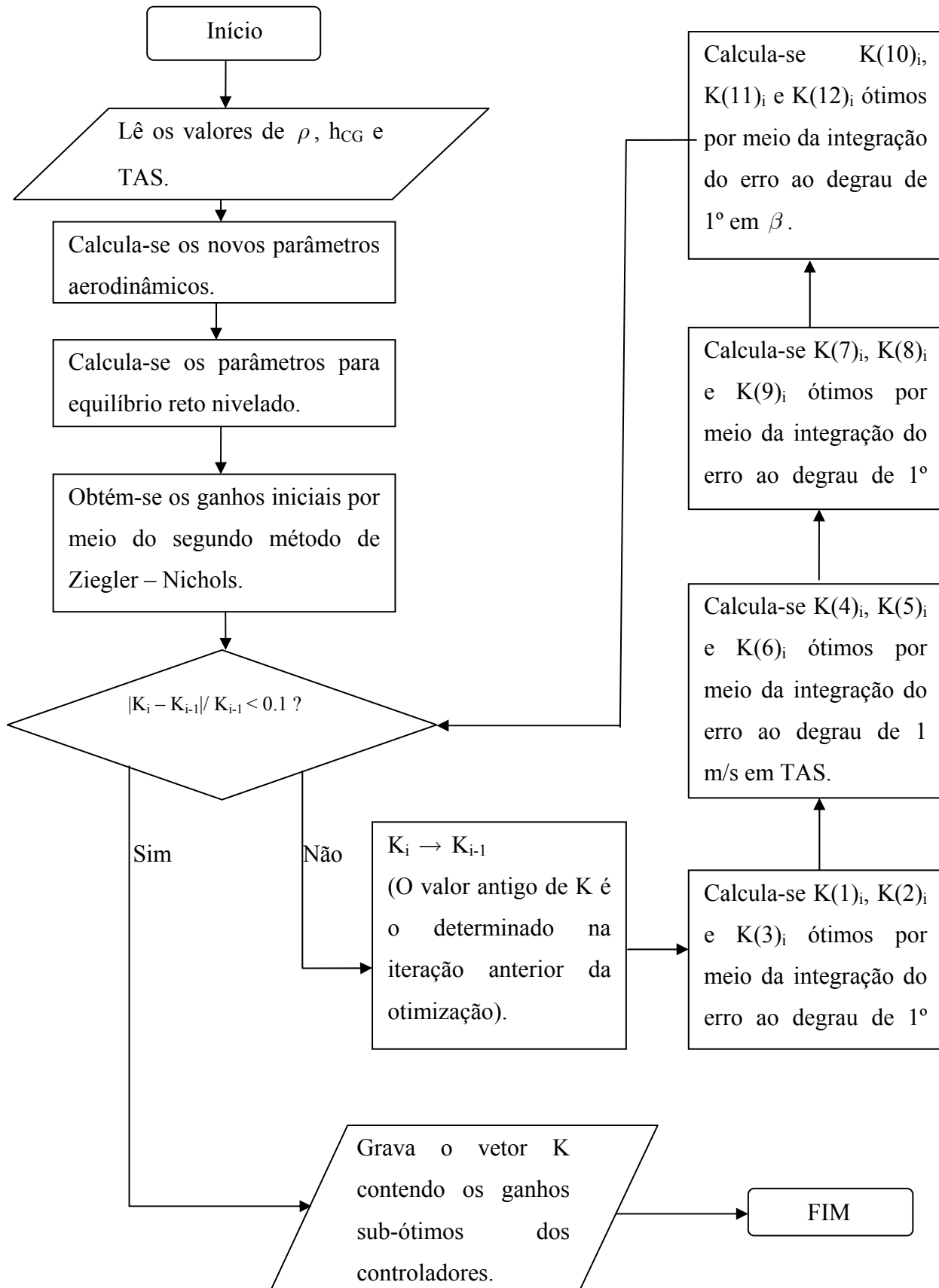
Primeiramente, mantém-se os *setpoints* de T.A.S. igual à velocidade inicial e de *bank* ( $\Phi$ ) e de ângulo de derrapagem ( $\beta$ ) iguais a zero. Após, realiza-se o seguinte algoritmo para determinação dos ganhos de Ziegler-Nichols: i) para uma matriz de 12 ganhos iniciais (tentativa inicial) realiza-se os degraus de 1 grau e -1 grau no controlador 1, considerando-se apenas o ganho proporcional do mesmo; ii) analisa-se a resposta do ângulo de trajetória, se a oscilação for amortecida (diminuindo amplitude), dobra-se o ganho proporcional e realiza-se o passo “i” novamente até a oscilação começar a divergir (aumentar amplitude); iii) se a oscilação inicial de “i” já for divergente, diminui-se o ganho proporcional até achar um ganho que acarrete oscilação amortecida; iv) entre os valores extremos de ganho proporcional calculados nos passos “ii” e “iii”, utiliza-se um algoritmo do tipo bissecção até se encontrar o ganho crítico (segundo método de Ziegler-Nichols), ou seja, o ganho cuja oscilação não diverge nem amortece (com uma tolerância de 10% entre o primeiro e o terceiro pico); v) por meio do ganho crítico e período crítico de Ziegler Nichols, calcula-se os ganhos proporcional, integral e derivativo para o controlador 1; vi) repete-se os passos “ii” a “v” para os outros controladores, sendo que os degraus do PID 2 são 1 m/s e -1 m/s em relação à velocidade inicial. Para o PID 2, controlador da velocidade, o degrau negativo tem importância especial, haja vista que, para valores negativos do valor de entrada, o freio aerodinâmico atua, modificando-se um ganho eficaz para cada condição.

Após a determinação dos 12 ganhos (vetor K) de Ziegler-Nichols, cria-se o domínio de K para o algoritmo de otimização dos ganhos. Considerou-se uma otimização com limitação entre K/5 e 5K. Tal escolha foi feita empiricamente, observando-se o

resultado de um conjunto de otimizações e se mostrou suficiente para calcular os ganhos eficazes.

Utiliza-se, então, o algoritmo *Pattern Search* (Seção 3.2.5), para encontrar os ganhos eficazes dentro do domínio exposto anteriormente. A função objetivo, a ser minimizada, executa a simulação por 20 segundos, realizando degraus positivos nos primeiros 10 segundos e negativos nos últimos 10 segundos, integrando-se o módulo do erro em relação ao *setpoint* em função do tempo. Esta tarefa é realizada separadamente para cada um dos 4 controladores.

Utilizando-se os 12 ganhos calculados anteriormente como ganhos iniciais, refaz-se o ciclo, até que a diferença no valor de cada ganho seja de no máximo 5%, entre um ciclo completo (4 otimizações) e outro. Esta repetição do ciclo tem como objetivo a convergência dos ganhos considerando-se todos os movimentos ao mesmo tempo, levando-se em conta, portanto, a dependência cruzada entre os controladores. Este método é análogo ao método de coordenadas descendentes (Chapra & Canale, 2002). O diagrama da Figura 20 mostra a metodologia de otimização. O vetor  $K$  da Figura 20 é formado pelos seguintes ganhos, nesta ordem: proporcional, integral e derivativo do controlador de  $\gamma$ ; proporcional, integral e derivativo do controlador de TAS; proporcional, integral e derivativo do controlador de  $\Phi$ ; proporcional, integral e derivativo do controlador de  $\beta$ .



**Figura 20 – Metodologia de otimização.**



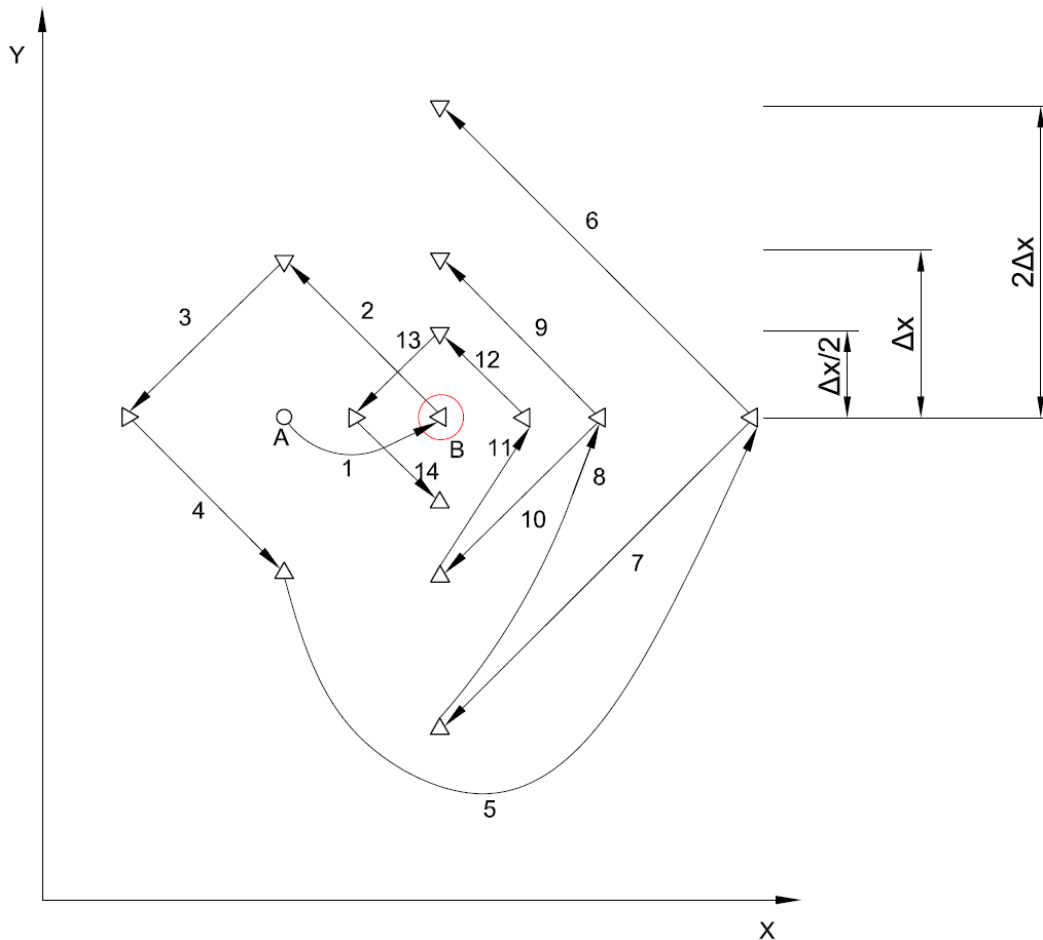
### 3.2.5 ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO

O algoritmo numérico utilizado para as otimizações dos ganhos se chama *pattern search* (Audet & Dennis Jr., 2003), uma boa tradução seria “busca padrão”. Este é um algoritmo do tipo busca direta, independente do gradiente e da informação das derivadas da função.

Primeiramente, normaliza-se as entradas dos 12 ganhos para domínios de 0 a 1, sendo que o valor 0 corresponde a 1/5 do valor do ganho inicial (calculado pelos métodos de Ziegler-Nichols) e o valor 1 corresponde a 5 vezes o valor do ganho inicial. Após, utiliza-se o *pattern search* para tentar otimizar os ganhos no domínio de 0 a 1 do vetor de variáveis  $\vec{x}$  (normalizado de  $K_i$ ).

O algoritmo funciona da seguinte maneira: i) avalia-se a função no vetor inicial  $\vec{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]'$ ; ii) para cada variável “i”, avalia-se a função nos valores  $\vec{x} + \Delta \cdot \vec{u}_i$  e  $\vec{x} - \Delta \cdot \vec{u}_i$ , sendo  $\Delta$  o tamanho inicial da malha (entre 0 e 1) e  $\vec{u}_i$  o vetor unitário na direção da variável “i”, totalizando um valor de  $2n+1$  utilizações da função para este ciclo; iii) caso um vetor do passo (ii) apresente menor resultado da função, ele é considerado como novo valor central do próximo ciclo e o  $\Delta$  é multiplicado pelo fator de expansão, continuando-se a partir do passo (i) para os novos pontos; iv) caso o vetor do passo (i) (vetor central) apresente menor resultado da função, o  $\Delta$  é multiplicado pelo fator de redução e um novo ciclo se inicia. Este processo se repete até que a malha atinja um valor mínimo.

A Figura 21 indica um exemplo do algoritmo, utilizado, no caso, para minimizar uma função de duas variáveis, x e y, tendo como tentativa inicial o ponto A, chegando-se no ponto B ao final de 14 passos (15 utilizações da função). O tamanho inicial de malha foi  $\Delta X$  e a tolerância escolhida foi malha menor ou igual a  $\Delta X/2$ . Utilizou-se fator de expansão de 2 e fator de redução de 0.5.



**Figura 21 – Exemplo de utilização do *Pattern Search*.**

É importante notar que, como o fator de expansão é o inverso do de redução, alguns pontos nos próximos ciclos não precisam ser calculados, pois eles coincidiriam com pontos do ciclo anterior.

Para o trabalho em questão, utilizou-se uma tolerância em relação ao tamanho da malha. Quando a mesma for menor que 0.1, a otimização é terminada e o resultado é computado. O tamanho inicial da malha é de 0.5. O fator de expansão é 2 e o de redução é 0.5. Tais parâmetros foram escolhidos após algumas tentativas de otimização, levando-se em conta desempenho computacional e sensibilidade da função objetivo com relação aos valores de ganho.

O algoritmo de *Pattern Search* não garante a convergência para o mínimo global em um domínio fechado, mas apresenta uma metodologia simples e eficaz de se melhorar o

resultado do vetor inicial, apresentando um resultado intermediário entre o método do gradiente e os algoritmos evolutivos, quanto à detecção de mínimos locais. Porém, apresentando eficiência computacional bastante superior ao último, para os resultados desejados neste trabalho, que são de melhoramento, apenas, da tentativa inicial por Ziegler-Nichols. Para maiores análises acerca das vantagens e desvantagens do método, recomenda-se o artigo de Lewis (1998).

### 3.3 PROCEDIMENTOS DOS TESTES COM VOLUNTÁRIOS

Ao final, uma população de voluntários realizou o voo em uma trajetória específica com o modelo sem controlador, com controlador com ganhos fixos e com controlador com ganhos variados (de acordo com o diagrama de ganhos), para duas posições do C.G., totalizando 6 voos. A trajetória possuía variação de 500 metros de altura em sua extensão (variando-se a densidade do ar) e 20 m/s de variação na velocidade necessária na trajetória, além de conter curvas com variados raios. Os resultados destes voos foram compilados e analisados.

#### 3.3.1 PLATAFORMA DE SIMULAÇÃO

A Figura 22 mostra o diagrama de funcionamento do simulador de voo, contendo três módulos principais: o de simulação dinâmica, o gráfico, e o de instrumentos. O módulo de simulação dinâmica é responsável por rodar uma simulação da aeronave ACS-100 Sora em ambiente Matlab/Simulink, tendo a mesma como entradas as posições dos comandos do piloto e, como saídas, os ângulos de Euler e velocidade nos três eixos para cada instante da simulação (passo de 0.025 s). O módulo gráfico é responsável por captar as saídas do módulo de simulação dinâmica (transmitidas por rede UDP) e transferi-las para o software Flight Simulator X. Assim, a imagem da simulação pode ser vista nas três telas da plataforma, idealizadas para fornecer uma visão periférica maior. O módulo de instrumentos é responsável por captar as saídas do módulo de simulação dinâmica, gerar, com estes dados, o gráfico da EFIS, mostrando-a no monitor presente no *cockpit*.

Cada voluntário do simulador utiliza os comandos da plataforma (manche, manete, pedais e compensador). Os potenciômetros transferem o sinal para o módulo de simulação dinâmica, que calcula o próximo passo (estado 0.025 segundos depois na simulação) e transfere o estado da aeronave para o módulo de visualização gráfica, como explicitado no trabalho de Rebelo (2010). Os elementos da plataforma de simulação estão mostrados na Figura 23.

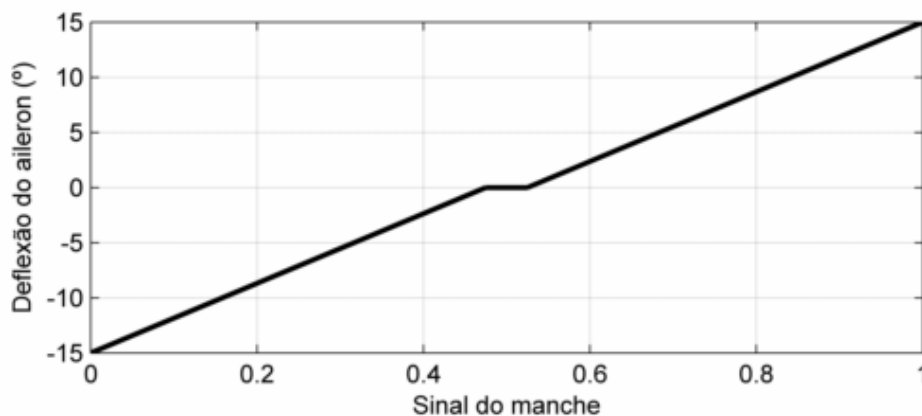


### 3.3.2 ENTRADA DOS MODELOS DINÂMICOS

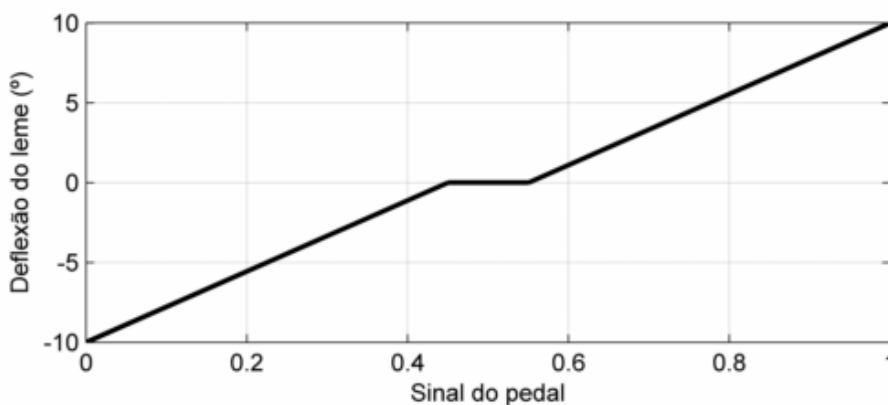
#### 3.3.2.1 MODELO SEM PILOTAGEM ASSISTIDA

No modelo sem pilotagem assistida, os sinais do manche, pedal e manete são interpolados entre valores máximos e mínimos de: deflexão do profundor, aileron, leme e abertura do carburador ou freio aerodinâmico. Primeiramente, o sinal dos potenciômetros são tratados para o domínio de 0 a 1. Após, determina-se os valores extremos e a interpolação para cada comando.

Para o comando de aileron, considera-se deflexão mínima igual a -15 graus e máxima igual a 15 graus. A Figura 24 mostra a curva de deflexão do aileron em função do sinal do potenciômetro. Utilizou-se uma zona morta (patamar constante) com uma faixa de 0.05 (5% da amplitude do manche) no centro do comando, de modo a facilitar o equilíbrio do ângulo de rolamento.



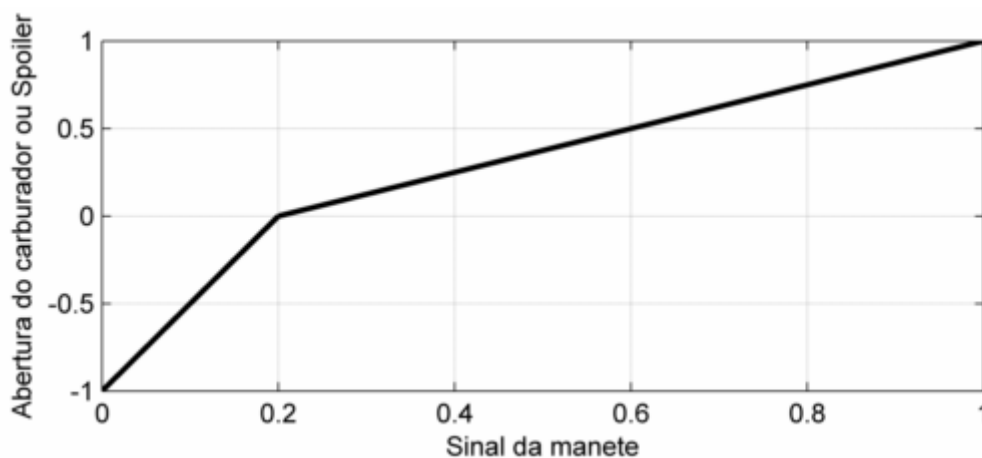
**Figura 24 – Deflexão do aileron vs sinal do manche.**



**Figura 25 – Deflexão do leme vs sinal do pedal.**

Para o comando de leme, considera-se deflexão mínima de -10 graus e máxima de 10 graus. Pode-se ver na Figura 25, que utilizou-se um patamar de 0.1 para o leme. Tal patamar foi utilizado pois, devido à instalação utilizada, gerando atritos demasiados no cabeamento do pedal, existe uma folga maior para este comando. Portanto, estudou-se o tamanho necessário para a zona morta, de modo que não se tenha comando de leme para a faixa de comando onde a folga está presente.

Para o comando de potência, considerou-se a curva da Figura 26.



**Figura 26 – Abertura do carburador/freio aerodinâmico vs sinal da manete.**

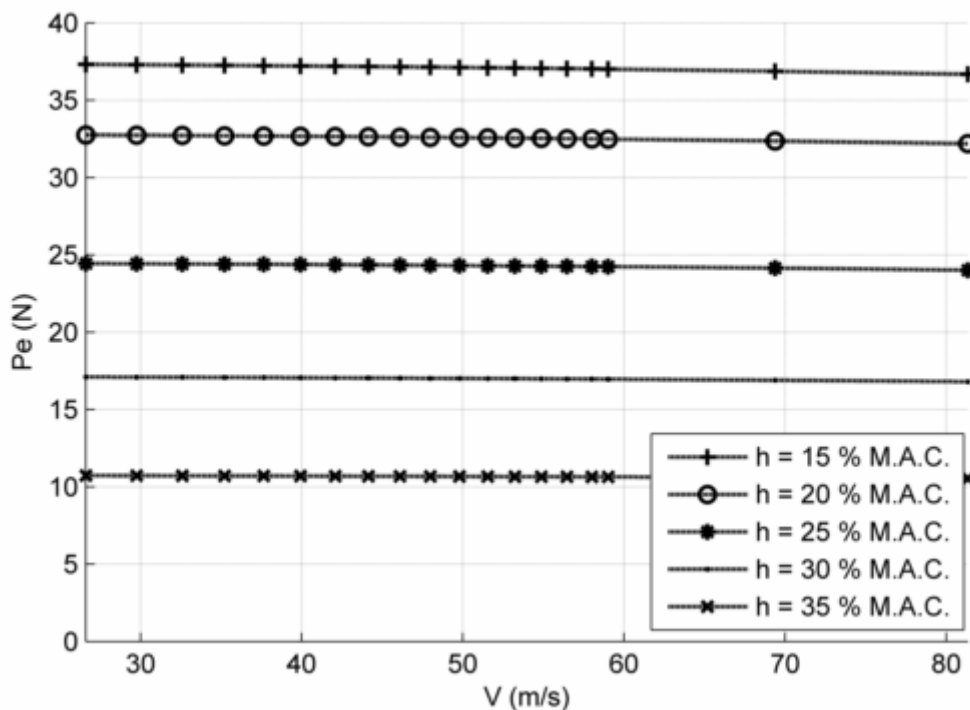
Para valores abaixo de 20% de manete, fecha-se o carburador e abre-se o freio aerodinâmico (*Spoiler*) até que o último tenha abertura máxima para 0% de manete. 100% de manete equivale à máxima abertura de carburador.

Para o comando de profundor, uma análise mais complexa da entrada foi realizada. A fim de priorizar o sentimento de força no manche, foi idealizado um esquema de entrada que acompanhe a variação da força no manche para cada g de manobra. A razão de se utilizar este tipo de característica é o fato de que, naturalmente, os pilotos utilizam muito mais o sentimento da força do que o da deflexão como forma de sentir o comportamento da aeronave.

Por meio do cálculo de força no manche por g (Etkin, 1959), gera-se a Figura 27.

Pela análise desta figura, percebe-se que a força no manche para cada g adicional é praticamente constante para cada C.G. O objetivo era, portanto, fazer com que este comportamento fosse sentido pelo piloto, independentemente da amplitude de movimento realizada pelo mesmo no manche.

Levando-se em conta que o manche é preso por molas na plataforma, a força no manche é, então, proporcional à sua deflexão. Assim, para atender ao comportamento da Figura 27, era necessário que a deflexão do manche por g, na plataforma de simulação, fosse constante em relação à velocidade.



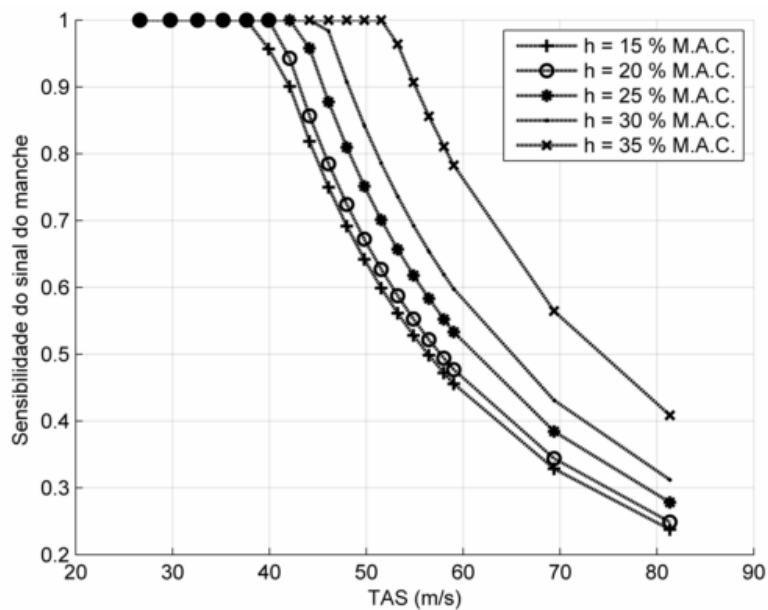
**Figura 27 – Força no manche por g em função da posição do C.G. e velocidade equivalente.**

Portanto, criou-se uma matriz de sensibilidade do comando e, por interpolação, para a posição do CG e velocidade, encontra-se a sensibilidade em cada instante. Esta sensibilidade é multiplicada no sinal do profundor, de modo que a deflexão por g (determinadas, para o comando real da aeronave, pela Figura 13 e Figura 14 da seção 3.1.6), da plataforma de simulação, seja constante com a velocidade. Se a deflexão por g é constante com a velocidade, a força também é, devido à presença da mola. Assim, a deformação máxima da mola (força máxima do manche) deve ocorrer para C.G. a 15%

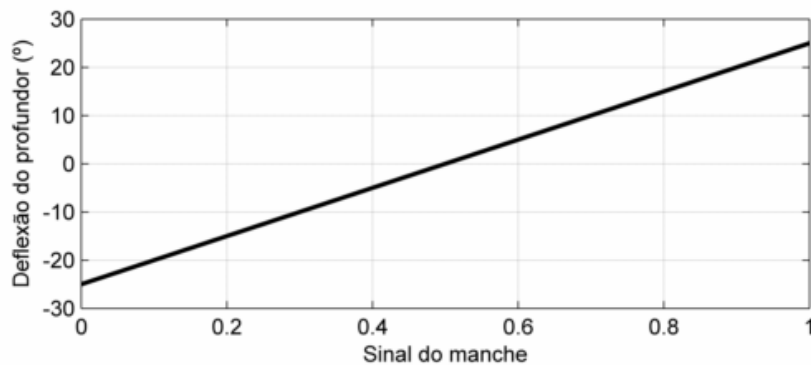


e a deformação mínima (força mínima do manche) ocorre para C.G. a 35%. Esta relação obedece ao gráfico da Figura 27. Com este método, prioriza-se o realismo na força do manche, prejudicando-se o realismo na deflexão do manche.

O sinal do movimento longitudinal do manche (0 a 1) é, então, multiplicado pelo valor de sensibilidade, calculado pelo diagrama da Figura 28, em função da posição do C.G. e velocidade equivalente. A deflexão de saída do profundor é determinada pela curva da Figura 29, após a multiplicação do sinal do manche pelo valor de sensibilidade.



**Figura 28 – Fator multiplicativo do sinal do manche (sensibilidade) em função da posição do C.G. e EAS.**



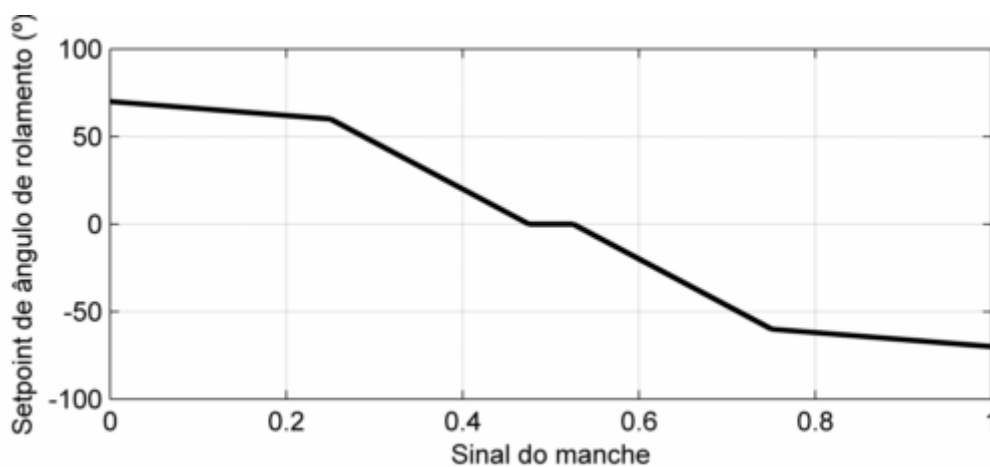
**Figura 29 – Deflexão do profundor vs sinal do manche.**

Observa-se, portanto, que a deflexão do manche não é mais proporcional à deflexão do profundor (caso em que a sensibilidade é sempre igual a 1), como na aeronave real. Para velocidades maiores, diminui-se a sensibilidade, ou seja, são necessárias maiores deflexões do manche do que na aeronave real. Esta aparente perda de realismo foi adotada, propositalmente, pois, sabe-se, pela prática, que o sentimento de força no manche é o fator principal de interface do piloto com a máquina.

### 3.3.2.2 MODELO COM PILOTAGEM ASSISTIDA

Para os modelos com pilotagem assistida, os comandos de manche e pedal indicam *setpoints* de ângulo de trajetória (empurrando ou puxando o manche), módulo da velocidade do ar (movendo a manete), ângulo de rolamento (movendo o manche para direita ou esquerda) e ângulo de derrapagem (movendo o pedal).

O sinal de movimento lateral do manche é transformado em *setpoint* de ângulo de rolamento, segundo a Figura 30.

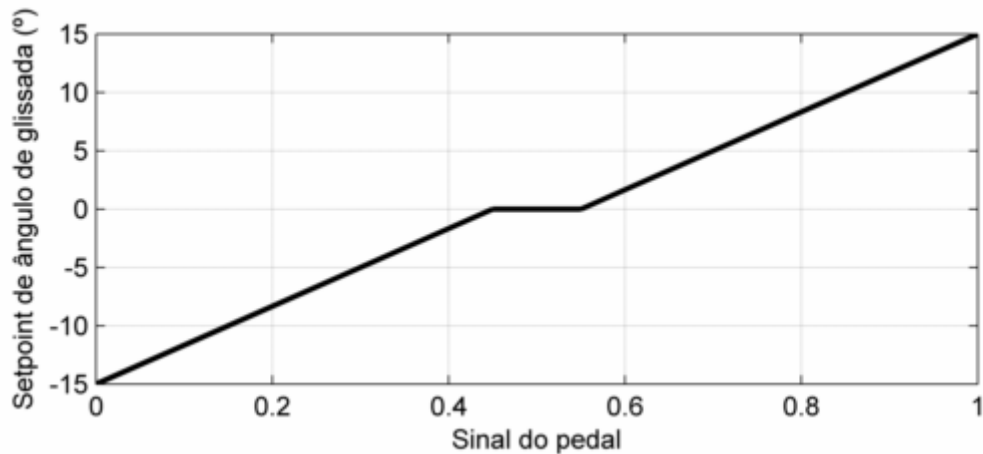


**Figura 30 – Valor de *setpoint* do ângulo de rolamento vs sinal do manche.**

Utiliza-se uma zona morta (patamar) igual a 5% da amplitude de movimento lateral do manche, a fim de facilitar o posicionamento de *setpoint* igual a zero. Com 50% de amplitude de movimento do manche, consegue-se um valor de saída próximo ao máximo *setpoint*. Considerou-se esta característica de modo a melhorar a ergonomia de utilização do manche na plataforma de simulação. Como, em geral, a perna do

voluntário se encontra muito próxima do manche, movimentações com 100% de amplitude lateral tendiam a causar desconforto.

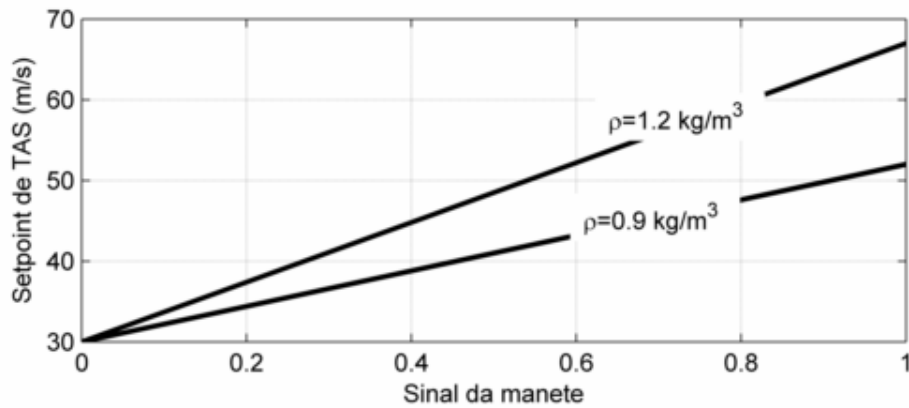
O sinal de movimento do pedal é transformado em *setpoint* de ângulo de derrapagem, segundo a Figura 31.



**Figura 31 – Valor de *setpoint* do ângulo de derrapagem vs sinal do pedal.**

Devido à folga do mecanismo do pedal, utilizou-se um patamar (zona morta) maior para este caso, a fim de garantir a condição de *setpoint* igual a zero.

O sinal de movimento da manete é transformado em *setpoint* de velocidade real do ar, segundo a Figura 32, considerando-se que a máxima velocidade real do ar varia com a densidade do ar.

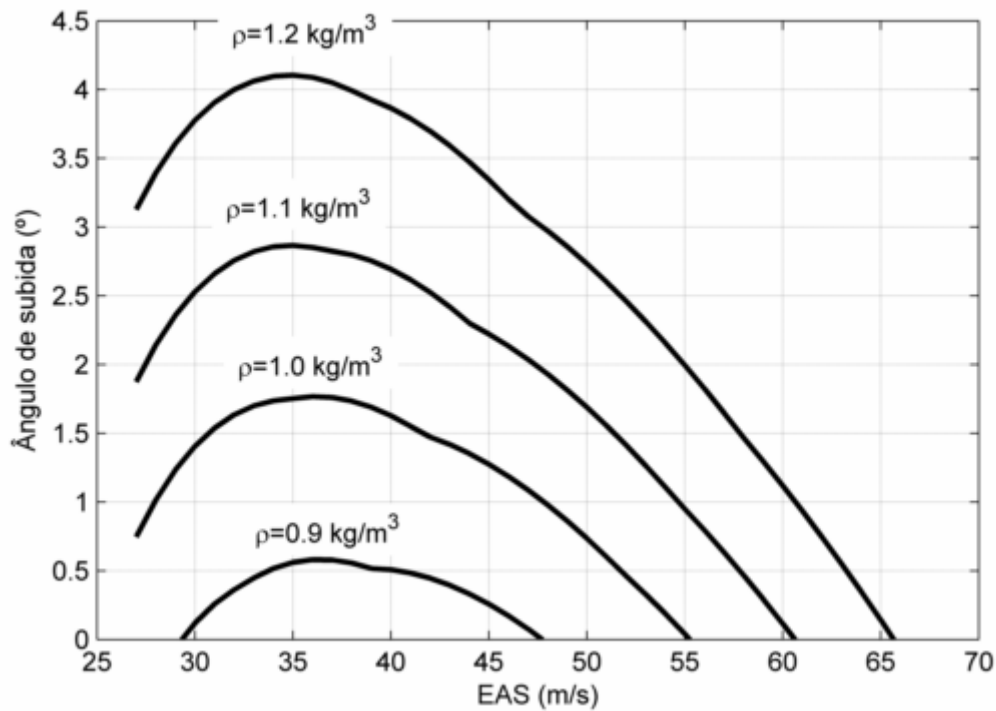


**Figura 32 – Valor de *setpoint* de velocidade do ar vs sinal da manete.**

O sinal de movimento do manche para frente e para trás é transformado em *setpoint* de ângulo de trajetória. A fim de se determinar os valores de ângulo de trajetória para a aeronave, realizou-se o cálculo de desempenho da mesma. Utilizaram-se as curvas de potência disponível e requerida da Figura 17, sabendo-se que (McCormick, 1994):

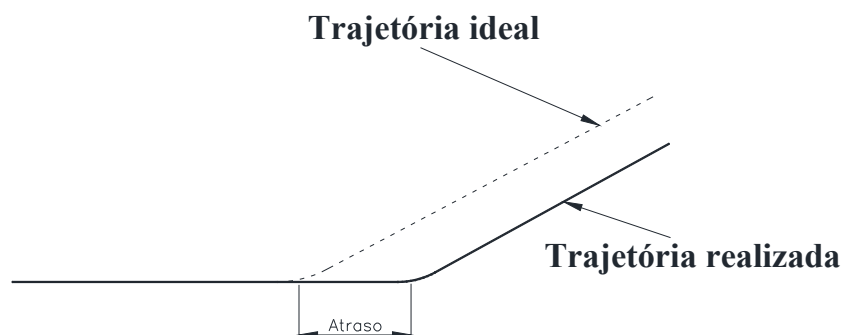
$$\gamma = a \tan \left( \frac{P_{disp} - P_{req}}{TAS \cdot W} \right), \quad (3.52)$$

sendo  $\gamma$  o máximo ângulo de subida para cada EAS (regime permanente). Assim, utilizando-se a equação (3.52), gera-se as curvas de  $\gamma$  em função de TAS para cada densidade do ar. Mostradas na Figura 33.



**Figura 33 – Ângulo de subida em função de EAS e densidade do ar para regime permanente.**

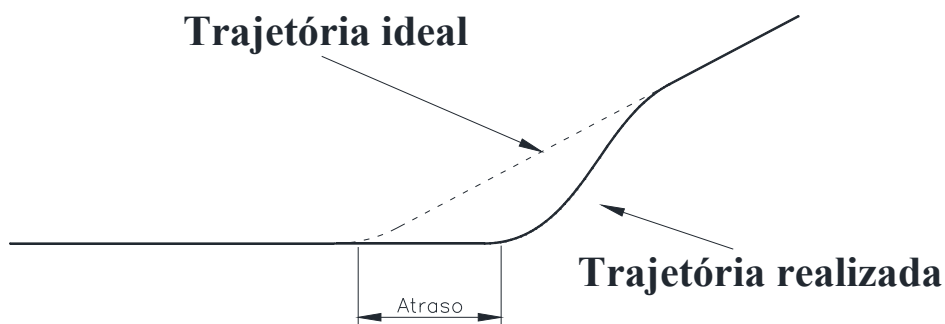
Primeiramente, utilizou-se as curvas acima como limitação do *setpoint* do manche. Porém, observando-se as características de pilotagem de alguns voluntários, concluiu-se que os mesmos tendem a realizar o exposto na Figura 34. Ou seja, quando há uma mudança na trajetória, existe uma tendência de os mesmos esperarem pelo erro e só depois começam a atuar o comando (com atraso).



**Figura 34 – Trajetória ideal vs realizada pelos voluntários nas primeiras tentativas.**

Como a trajetória ideal foi feita de modo a ficar próxima dos ângulos máximos de subida da aeronave (10% abaixo), os voluntários não conseguiam voltar para a trajetória ideal, mesmo com comando máximo de manche. Este fato causava desconforto aos mesmos, pois, visualmente, todos queriam estar no centro da trajetória.

Portanto, a fim de conseguir realizar o exposto na Figura 35, limitou-se o *setpoint* de ângulo de subida em um valor 2 graus maior que o ângulo máximo mostrado na Figura 33. Obviamente, para realizar a trajetória de recuperação, os voluntários utilizam uma energia extra, o que acaba por diminuir a velocidade da aeronave. Ou seja, os voluntários preferem ficar no centro da trajetória e perderem 2 a 3 m/s na velocidade do ar.



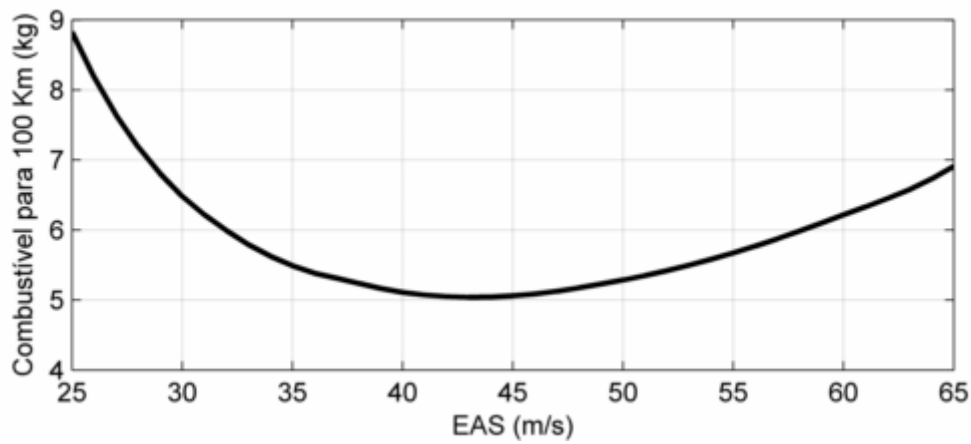
**Figura 35 – Trajetória ideal vs realizada pelos voluntários para a nova limitação de controle.**

Para a limitação negativa de ângulo de trajetória, escolheu-se o valor de -7 graus, por meio de tentativas no simulador.

### 3.3.3 TRAJETÓRIA

Para a confecção da trajetória de teste, consideraram-se as seguintes hipóteses: i) velocidade média igual à velocidade para máximo alcance (menor consumo de combustível por distância percorrida); ii) realizar trechos em subida e descida; iii) realizar trechos curvos com diferentes raios; iv) realizar variação da velocidade em +10 e -10 m/s da velocidade da hipótese “i”; v) a trajetória deve durar entre 5 e 10 minutos.

Para atender à hipótese “i”, foi necessário calcular a velocidade para máximo alcance da aeronave. Para tanto, implementou-se um algoritmo que, para incrementos de 1 em 1 m/s, a partir de uma velocidade 10% acima do estol, calcula o gasto de combustível para um percurso de 100 km, utilizando-se o cálculo do equilíbrio exposto na seção 3.2.3. A velocidade equivalente do ar cujo gasto de combustível for menor para um trecho de 100 km, será a velocidade equivalente para máximo alcance. Este gasto de combustível em função do EAS está mostrado na Figura 36.



**Figura 36 – Gasto de combustível para trecho de 100 km em função de EAS.**

Portanto, percebe-se que a velocidade equivalente para máximo alcance é 43 m/s (84 kts). Para uma altitude de 1000 metros (altitude inicial da simulação), esta velocidade equivale a um TAS igual a 45 m/s. Portanto, a trajetória escolhida deveria ter velocidade média de  $V_m = 45$  m/s (87 kts) e passar pelas velocidades de 55 m/s (107 kts) e 35 m/s (68 kts). Escolheu-se  $V_1 = 35$  m/s,  $V_2 = 45$  m/s e  $V_3 = 55$  m/s como sendo as velocidades a serem utilizadas na trajetória. Estipulou-se que o tempo total de simulação seria de 5 minutos ( $t_T = 300$  s), sendo assim:

$$D_T = V_1 \cdot t_1 + V_2 \cdot t_2 + V_3 \cdot t_3, \quad (3.53)$$

sendo  $D_T$  o perímetro total da trajetória, que pode ser determinado por:

$$D_T = V_m \cdot t_T = 45 \cdot 300 = 13500 \text{ m}. \quad (3.54)$$

Realizou-se, também, a seguinte consideração:

$$t_1 = t_3 = \frac{t_2}{2}. \quad (3.55)$$

Portanto, substituindo-se (3.55) e (3.54) em (3.53), tem-se a seguinte equação:

$$13500 = V_1 \cdot t_1 + V_2 \cdot 2t_1 + V_3 \cdot t_1. \quad (3.56)$$

Resolvendo-se tal equação, encontram-se os valores  $t_1 = t_3 = 75$  s e  $t_2 = 150$  s.

Para os tempos calculados acima, considerando-se as hipóteses “i” a “v”, projetou-se a trajetória de teste. A mesma pode ser vista, em conjunto com as velocidades de cada trecho, na Figura 37, na Figura 38 e na Figura 39. Os trechos em vermelho são trechos de transição da velocidade. As primeiras duas curvas são calculadas para impor um fator de carga de 2 g, a descida em espiral acontece para velocidade alta e fator de carga de 1.5 g. A subida em espiral é realizada a 1.2 g.



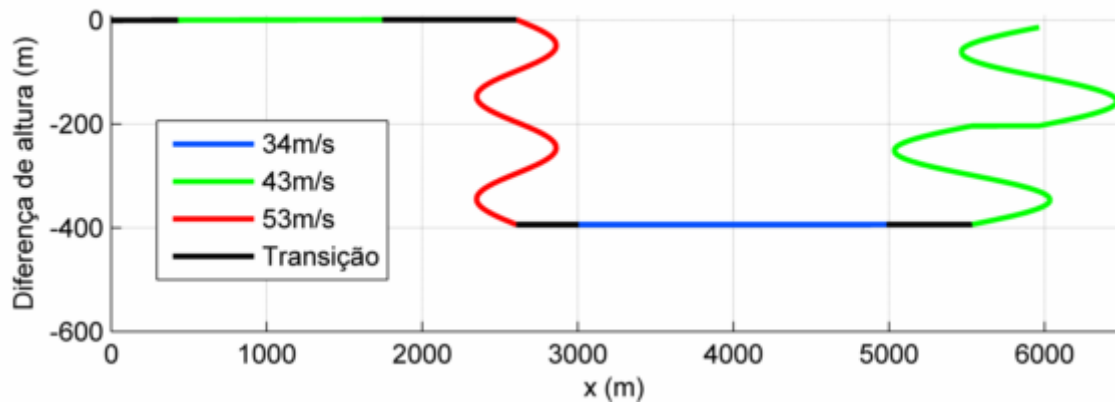


Figura 37 – Vista lateral da trajetória.

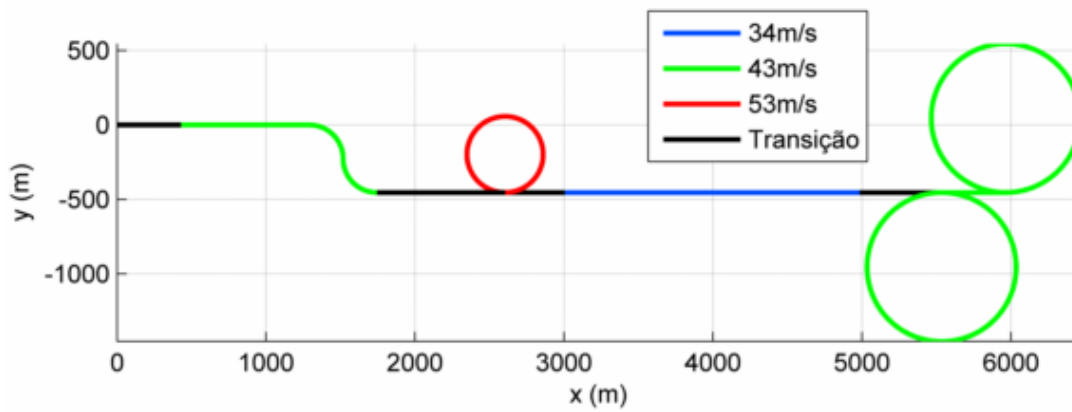


Figura 38 – Vista superior da trajetória.

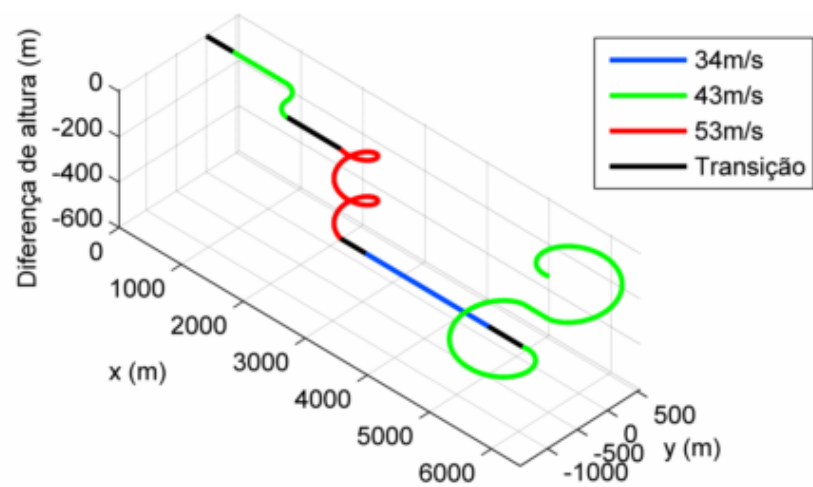


Figura 39 – Vista em ângulo da trajetória.

### 3.3.4 PROCEDIMENTOS

Para cada voluntário, explica-se o objetivo do teste quanto à trajetória e à velocidade. Explica-se, também, os comandos básicos de voo sem pilotagem assistida, caso o mesmo não tenha experiência em pilotagem ou simulador de voo. Após, explica-se sobre as condições indesejadas de voo, a saber: estol, exceder VNE e fatores de carga excessivos. Algumas informações quanto à mecânica do voo são fornecidas, em especial: qual a posição do aileron para entrar, manter e sair de uma curva, comando de manete de potência em subida e em descida, a fim de se manter a velocidade constante. Explica-se, após, como utilizar os dados da EFIS durante o voo.

Depois desta primeira explanação, é feita uma coleta de dados do voluntário, incluindo nome, profissão e as respostas para as seguintes perguntas (Silva Filho, 2010):

- Tem conhecimento em aeronáutica?
- Entende como atuam as superfícies de comando?
- É piloto de avião?
- É piloto de aeromodelo?
- Dirige carro?
- Já voou simulador de voo?
- Tem hábito de voar simulador de voo?
- Tem habilidades em jogos eletrônicos?

Executa-se, então, a simulação para o modelo sem pilotagem assistida com C.G. a 15% da CMA. Após a simulação, pede-se para o voluntário dar uma nota para a qualidade de voo da aeronave, seguindo-se o fluxograma de Cooper-Harper (Anexo I). É exposto para o voluntário que o mesmo deve dar uma nota baseando-se na facilidade em se manter na trajetória e velocidade estabelecidas.

Depois desta etapa, explica-se os comandos do modelo com pilotagem assistida. Executando-se a simulação com o modelo assistido com ganhos fixos e C.G. a 15% da CMA. Para os 12 ganhos do controlador com ganhos fixos escolheu-se os ganhos eficazes (seção 4.1 abaixo) para C.G. traseiro, máxima velocidade e máxima densidade do ar. Justifica-se tal escolha pelo fato de que a mesma é conservativa, em relação a possíveis instabilidades da aeronave. Ou seja, esta é a condição mais sensível da

aeronave, na qual um mesmo comando pode gerar respostas maiores (principalmente no eixo de arfagem). Com esta escolha, o controlador tenderia a ficar com pior desempenho para as demais condições, mas não deixaria a operação da aeronave de maneira instável.

Após o fornecimento da nota de Cooper-Harper, pelo voluntário, executa-se o modelo com pilotagem assistida e ganhos escalonados (*gain scheduling*) de acordo com os gráficos da Seção 4.1.

Em seguida, repete-se os procedimentos anteriores para mais 3 testes com C.G. a 35%. No total, são realizados 6 testes e recebe-se 1 nota de Cooper-Harper para cada um. Os estados do modelo são gravados no módulo de simulação dinâmica para cada um dos 6 testes, em função do tempo, para futura análise.

## 4 RESULTADOS

### 4.1 OTIMIZAÇÃO DOS GANHOS

Os ganhos dos controladores calculados pela otimização da seção 3.2 podem ser visualizados da Figura 40 à Figura 59. Elas representam o escalonamento de ganhos (*gain scheduling*) determinado para a aeronave ACS-100 Sora.

Para todos os ganhos do controlador de ângulo de trajetória (PID1), considerou-se variação dos mesmos em relação à densidade do ar ( $\rho$ ), posição do C.G. na corda média aerodinâmica e velocidade equivalente do ar (EAS). Da Figura 40 à Figura 48, observa-se pontos azuis, os quais representam os valores de ganho calculados diretamente pela metodologia da seção 3.2. As distribuições dos pontos calculados de ganhos, em sua maioria, não obedeceram um comportamento suave, apesar de indicar tendências. Isto pode ter ocorrido devido às tolerâncias adotadas pelos algoritmos numéricos, às limitações numéricas e computacionais para se achar mínimos globais, bem como à natureza heurística da metodologia. Como exemplo do fato exposto acima, percebe-se que para a Figura 40, com C.G. a 0.15, existe uma tendência de se diminuir o módulo do ganho proporcional em função da velocidade do ar, apesar de que entre as velocidades de 40 e 47 m/s existe um aumento do módulo dos ganhos calculados.

A fim de se obter um escalonamento suave dos ganhos de cada controlador, optou-se por realizar um ajuste de superfície aos pontos calculados, tratando-se cada ganho separadamente. Para tal ajuste de superfície, utilizou-se o conceito de mínimos quadrados (Barroso, 1987), minimizando-se o somatório do quadrado dos erros dos pontos determinados em relação à superfície a ser determinada, descrita por um polinômio 3d. Por observação dos dados, escolheu-se, para o ganho proporcional do controlador do ângulo de trajetória (PID1), uma superfície descrita por um polinômio de segundo grau em relação ao eixo da velocidade do ar (EAS) e, também, por um polinômio de segundo grau em relação ao eixo da posição do C.G (paraboloide elíptico rotacionado). A equação do polinômio resultante está mostrada abaixo:

$$(Kp)_1 = A + B \cdot x + C \cdot y + D \cdot x^2 + E \cdot x \cdot y + F \cdot y^2. \quad (4.1)$$

Na equação acima,  $x$  é a velocidade equivalente do ar (EAS) em m/s e  $y$  é a posição do C.G. em relação à corda média aerodinâmica. Os parâmetros A a F podem ser observados na Tabela 1, para cada uma das densidades do ar consideradas no cálculo dos ganhos. Este ganho representa deflexão do profundo (rad) sobre erro no ângulo de trajetória (rad) e, portanto, é adimensional.

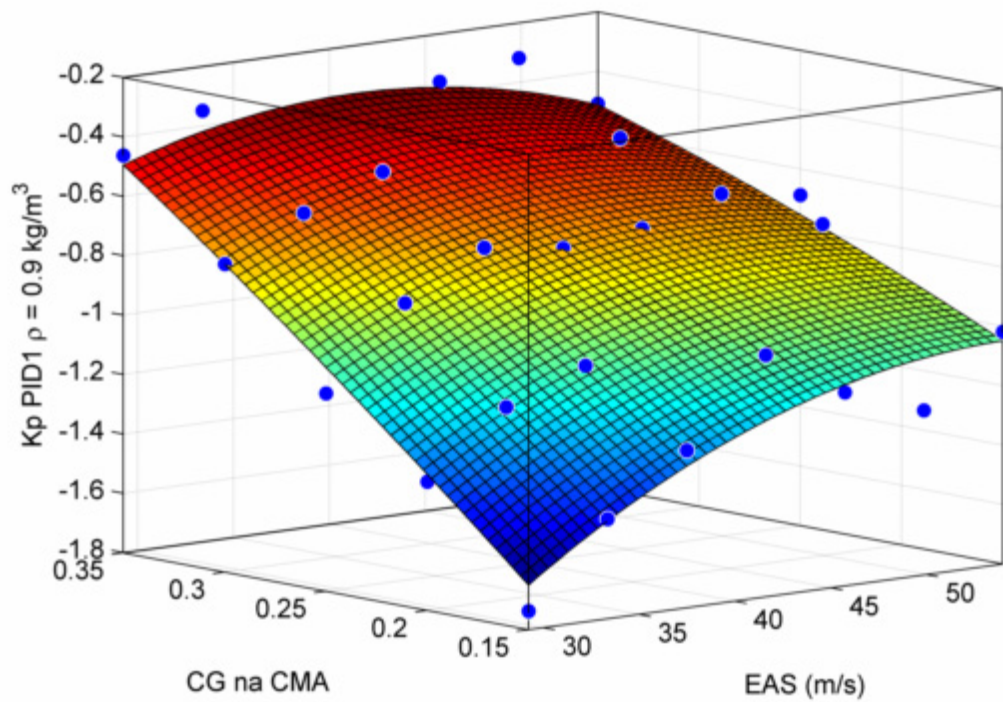
**Tabela 1 – Parâmetros do ajuste de superfície para  $(Kp)_1$ .**

		A	B	C
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	0.9	-5,38E+00	1,20E-01	1,08E+01
	1.05	-4,39E+00	7,94E-02	8,02E+00
	1.2	-5,01E+00	9,00E-02	1,07E+01

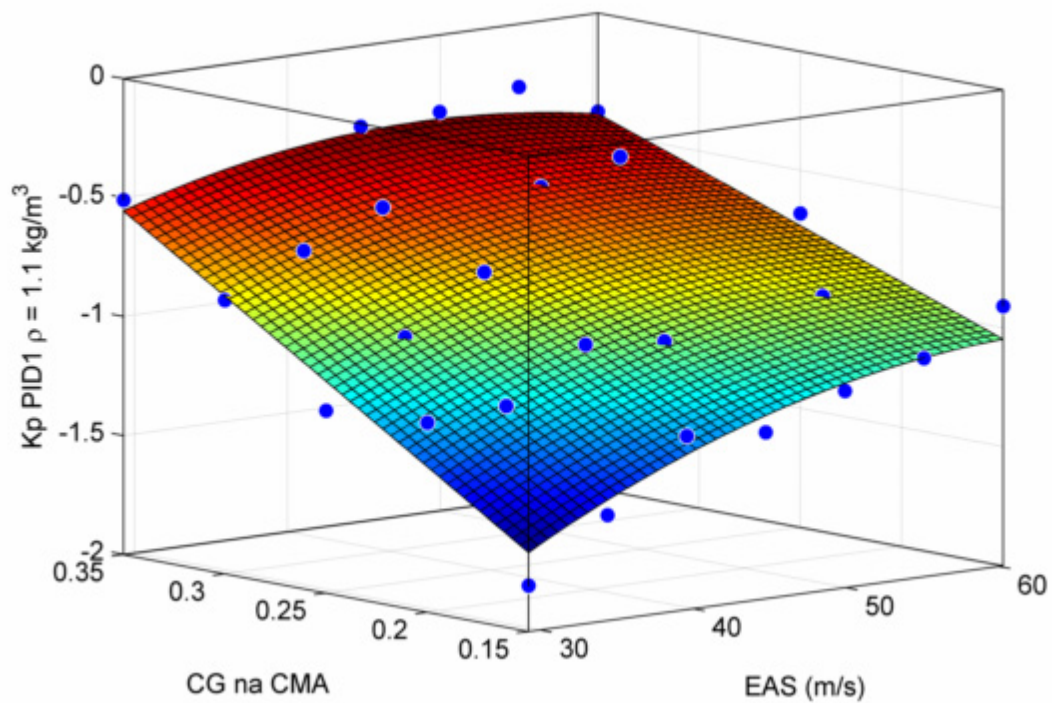
		D	E	F	$r^2$
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	0.9	-9,27E-04	-1,25E-01	-2,61E+00	0,92
	1.05	-5,32E-04	-7,86E-02	-3,13E-01	0,94
	1.2	-6,33E-04	-7,95E-02	-4,80E+00	0,92

A última coluna da Tabela 1 contém o valor de  $r^2$  (Barroso, 1987). Tal valor é um indicativo da qualidade do ajuste da superfície aos pontos considerados, sendo máximo quando seu valor é 1 e mínimo quando é 0.

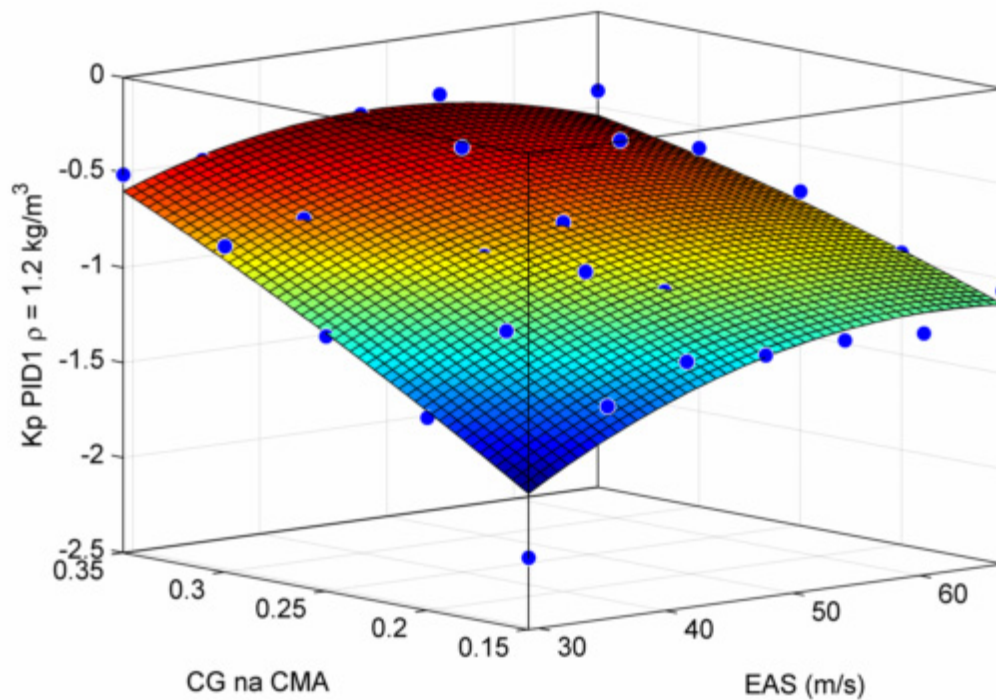
Os valores de ganhos proporcionais para o controlador do ângulo de trajetória determinados pela otimização, bem como as superfícies expostas nas tabelas acima podem ser observadas na Figura 40, na Figura 41 e na Figura 42.



**Figura 40 – Ganho proporcional do controle de ângulo da velocidade para densidade do ar de  $0.9 \text{ kg/m}^3$ .**



**Figura 41 - Ganho proporcional do controle de ângulo da velocidade para densidade do ar de  $1.1 \text{ kg/m}^3$ .**



**Figura 42 - Ganho proporcional do controle de ângulo da velocidade para densidade do ar de 1.2 kg/m<sup>3</sup>.**

Analisando-se tais figuras, é possível observar: i) quanto mais dianteiro o C.G. (mais próximo de 0.15), maior o módulo do ganho proporcional; ii) para valores dianteiros do C.G. (mais próximos de 0.15) o módulo do ganho proporcional tende a diminuir com o aumento da velocidade do ar equivalente; iii) para valores mais traseiros do C.G. o módulo do ganho proporcional tende a ficar mais constante com a velocidade do ar; iv) o módulo do ganho proporcional altera-se pouco com a variação da densidade do ar.

A observação “i” pode ser explicada devido ao fato de que o C.G. dianteiro aumenta o módulo do valor de  $\frac{dC_m}{d\alpha}$ , o que faz com que um maior comando de profundor seja necessário para se conseguir o mesmo fator de carga. A observação “ii” pode ser explicada devido ao fato de que, para maiores velocidades do ar, a manobrabilidade da aeronave aumenta, necessitando de uma menor deflexão do profundor para se conseguir o mesmo fator de carga. Este efeito pode não ter sido evidente para C.G. traseiro, pois a variação da deflexão no manche por g em função da velocidade diminui para este caso, o que explicaria a observação “iii”. Como a velocidade do ar utilizada é a equivalente,

que tem relação direta com a pressão dinâmica, a observação “iv” é plausível, haja vista que a deflexão do profundor depende do ângulo de ataque e da pressão dinâmica.

A Figura 43, a Figura 44 e a Figura 45 representam o escalonamento dos ganhos integrais para o controlador de ângulo de trajetória do ar (PID1). Para a suavização dos mesmos, escolheu-se superfícies descritas por polinômios de terceiro grau tanto para o eixo de velocidade equivalente do ar, quanto para o eixo da posição do C.G. A equação pode ser visualizada abaixo:

$$\begin{aligned} (Ki)_1 = & A + B \cdot x + C \cdot y + D \cdot x^2 + E \cdot x \cdot y + F \cdot y^2 + G \cdot x^3 \\ & + H \cdot x^2 \cdot y + I \cdot x \cdot y^2 + J \cdot y^3. \end{aligned} \quad (4.2)$$

As variáveis  $x$  e  $y$  representam a velocidade equivalente do ar e a posição do C.G., respectivamente. Todo ganho integral apresenta unidade de  $s^{-1}$ . Os parâmetros de A a J são mostrados na Tabela 2:

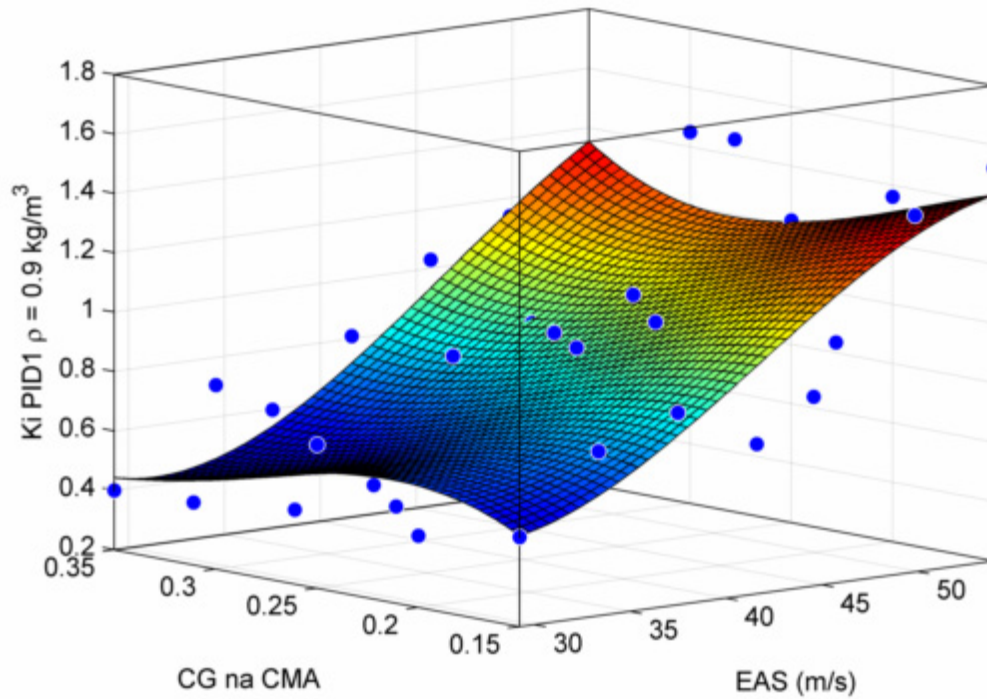
**Tabela 2 – Parâmetros do ajuste de superfície para  $(Ki)_1$ .**

		A	B	C	D
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	0.9	-3,85E-01	-2,23E-01	4,82E+01	8,93E-03
	1.05	3,99E+00	-5,12E-01	4,89E+01	1,27E-02
	1.2	6,70E+00	-3,18E-01	-1,77E+01	8,14E-03

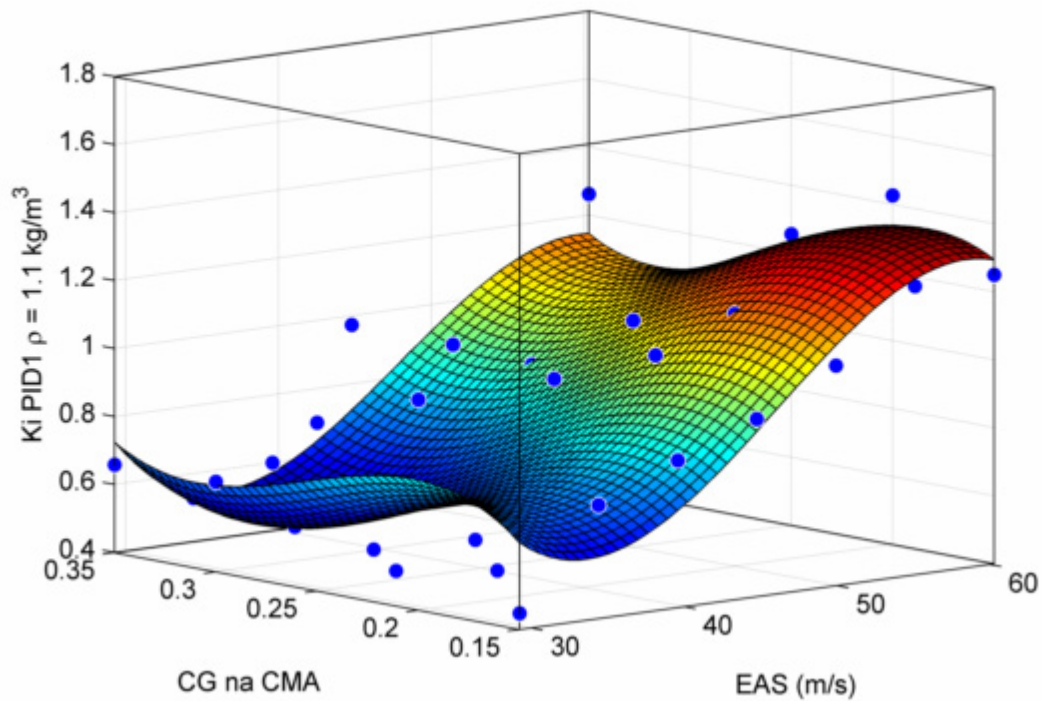
		E	F	G
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	0.9	-1,08E+00	-1,14E+02	-7,84E-05
	1.05	-3,37E-01	-1,73E+02	-9,47E-05
	1.2	-5,46E-01	1,30E+02	-5,80E-05

		H	I	J	$r^2$
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	0.9	5,82E-03	1,19E+00	9,05E+01	0,71
	1.05	2,58E-03	1,41E-01	2,20E+02	0,79
	1.2	4,03E-03	1,81E-01	-1,85E+02	0,87

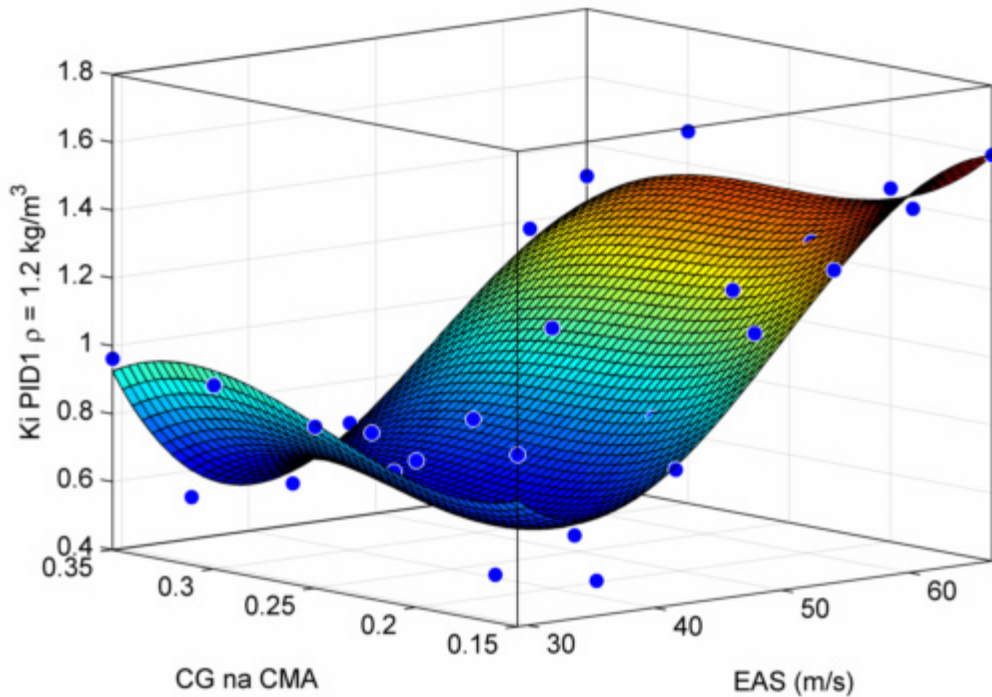




**Figura 43 - Ganho integral do controle de ângulo da velocidade para densidade do ar de  $0.9 \text{ kg/m}^3$ .**



**Figura 44 - Ganho integral do controle de ângulo da velocidade para densidade do ar de  $1.1 \text{ kg/m}^3$ .**



**Figura 45 - Ganho integral do controle de ângulo da velocidade para densidade do ar de 1.2 kg/m<sup>3</sup>.**

É possível observar: i) tendência de aumento do ganho em função do aumento da velocidade do ar equivalente; ii) As superfícies apresentam um vale para velocidades entre 30 e 40 m/s. A observação “ii” pode estar relacionada com o fato de que a velocidade para máximo ângulo de subida se encontra entre 30 e 40 m/s.

A Figura 46, a Figura 47 e a Figura 48 representam o escalonamento dos ganhos derivativos para o controlador de ângulo de trajetória do ar (PID1). Para a suavização dos mesmos, escolheu-se superfícies descritas por polinômios de terceiro grau tanto para o eixo de velocidade equivalente do ar, quanto para o eixo da posição do C.G. A equação pode ser visualizada abaixo:

$$\begin{aligned} (Ki)_1 = & A + B \cdot x + C \cdot y + D \cdot x^2 + E \cdot x \cdot y + F \cdot y^2 + G \cdot x^3 \\ & + H \cdot x^2 \cdot y + I \cdot x \cdot y^2 + J \cdot y^3. \end{aligned} \quad (4.3)$$

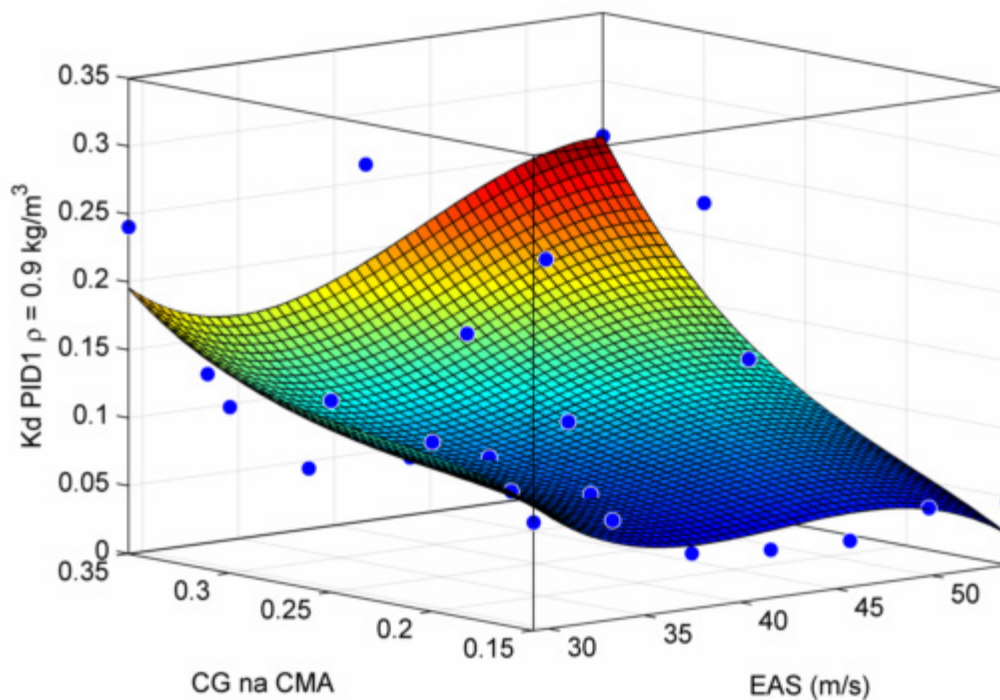
As variáveis  $x$  e  $y$  representam a velocidade equivalente do ar e a posição do C.G., respectivamente. Todo ganho derivativo apresenta unidade de segundos (s). Os parâmetros de A a J são mostrados na Tabela 3:

**Tabela 3 – Parâmetros do ajuste de superfície para  $(Kd)_1$ .**

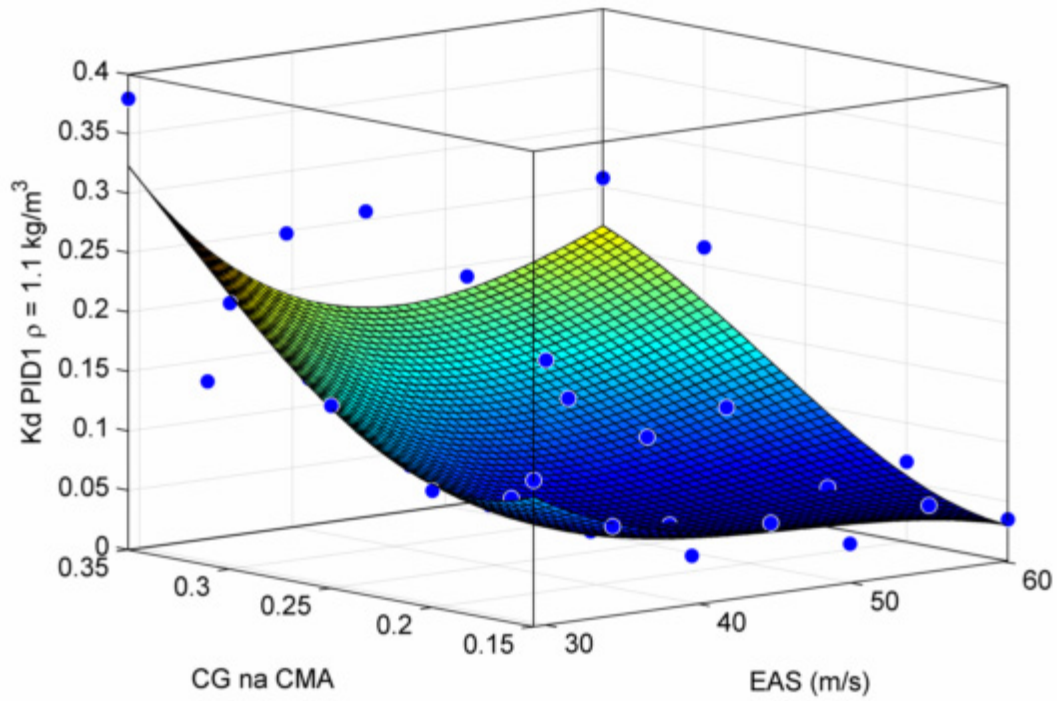
		A	B	C	D
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	0.9	1,45E+00	-1,32E-01	6,65E+00	3,34E-03
	1.05	1,17E+00	-3,35E-02	-6,36E+00	7,29E-04
	1.2	6,17E-01	-4,42E-02	2,71E+00	1,20E-03

		E	F	G
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	0.9	-1,03E-01	-2,15E+01	-2,75E-05
	1.05	-6,88E-02	3,15E+01	-6,72E-06
	1.2	-1,52E-01	1,95E+00	-9,69E-06

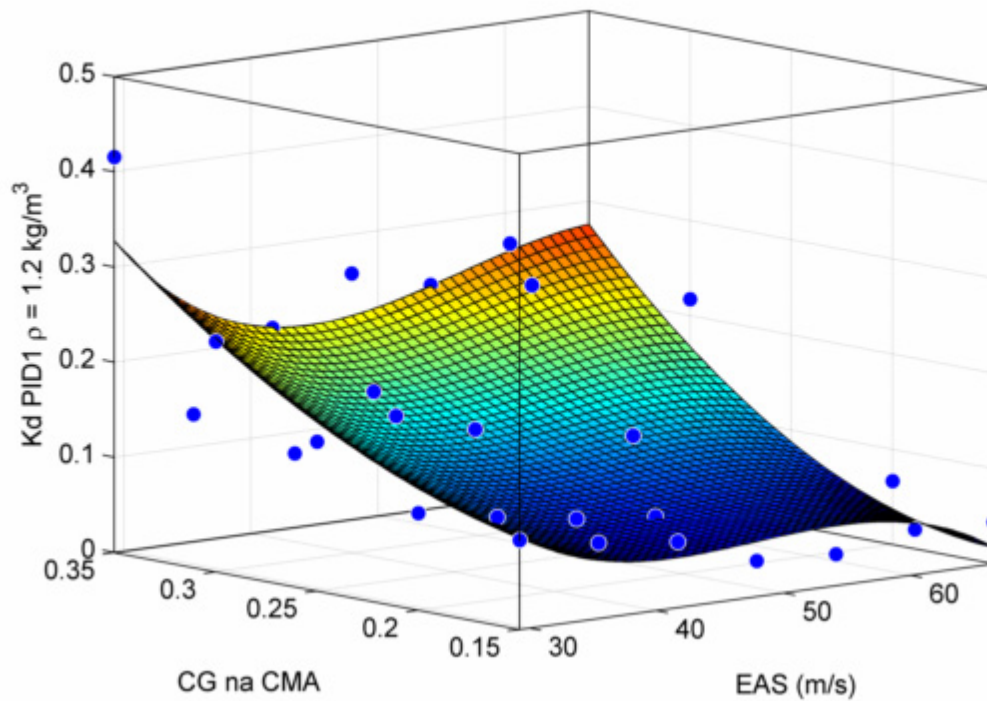
		H	I	J	$r^2$
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	0.9	9,48E-04	1,02E-01	2,71E+01	0,77
	1.05	1,61E-03	-1,59E-01	-2,72E+01	0,73
	1.2	1,26E-03	7,16E-02	-1,05E+00	0,77



**Figura 46 - Ganho derivativo do controle de ângulo da velocidade para densidade do ar de 0.9 kg/m<sup>3</sup>.**



**Figura 47 - Ganho derivativo do controle de ângulo da velocidade para densidade do ar de  $1.1 \text{ kg/m}^3$ .**



**Figura 48 - Ganho derivativo do controle de ângulo da velocidade para densidade do ar de  $1.2 \text{ kg/m}^3$ .**

A principal observação das figuras acima é a de que existe uma tendência de aumento do ganho derivativo quando o C.G. está mais traseiro (mais próximo de 0.35). Uma possível explicação para o fato acima seria que aumenta-se a tendência oscilatória em arfagem para aeronave com C.G. mais traseiro, e o ganho derivativo é o responsável por amortecer este movimento.

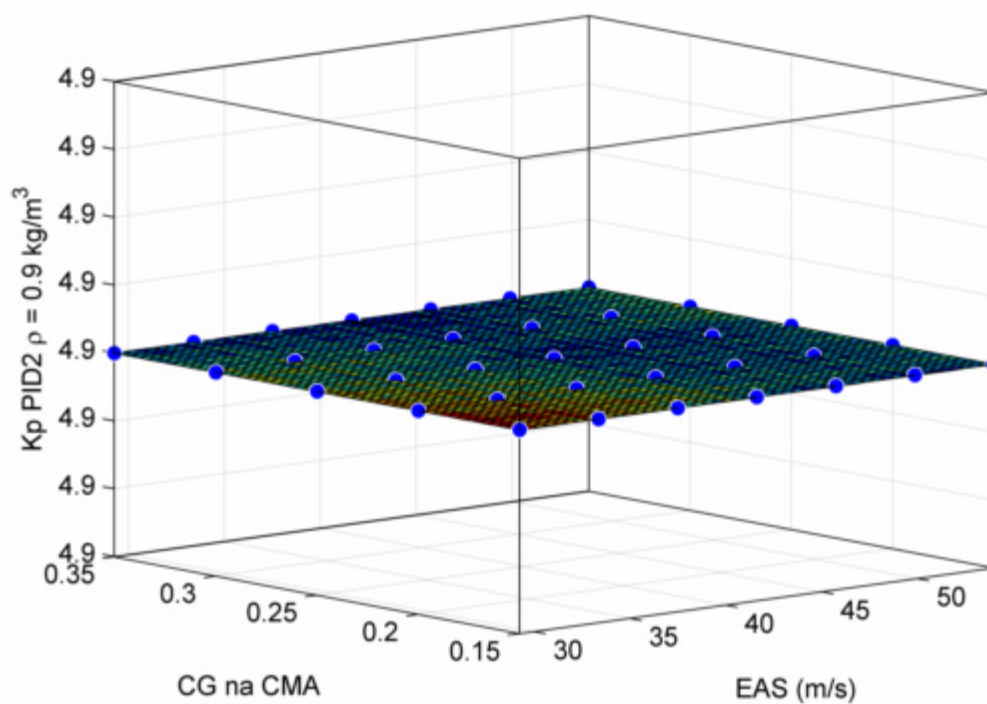
A Figura 49, Figura 50 e Figura 51 representam o escalonamento dos ganhos proporcionais para o controlador de velocidade real do ar (PID2). Para a suavização dos mesmos, escolheu-se superfícies descritas por polinômios de segundo grau tanto para o eixo de velocidade equivalente do ar, quanto para o eixo da posição do C.G. A equação pode ser visualizada abaixo:

$$(Kp)_2 = A + B \cdot x + C \cdot y + D \cdot x^2 + E \cdot x \cdot y + F \cdot y^2. \quad (4.4)$$

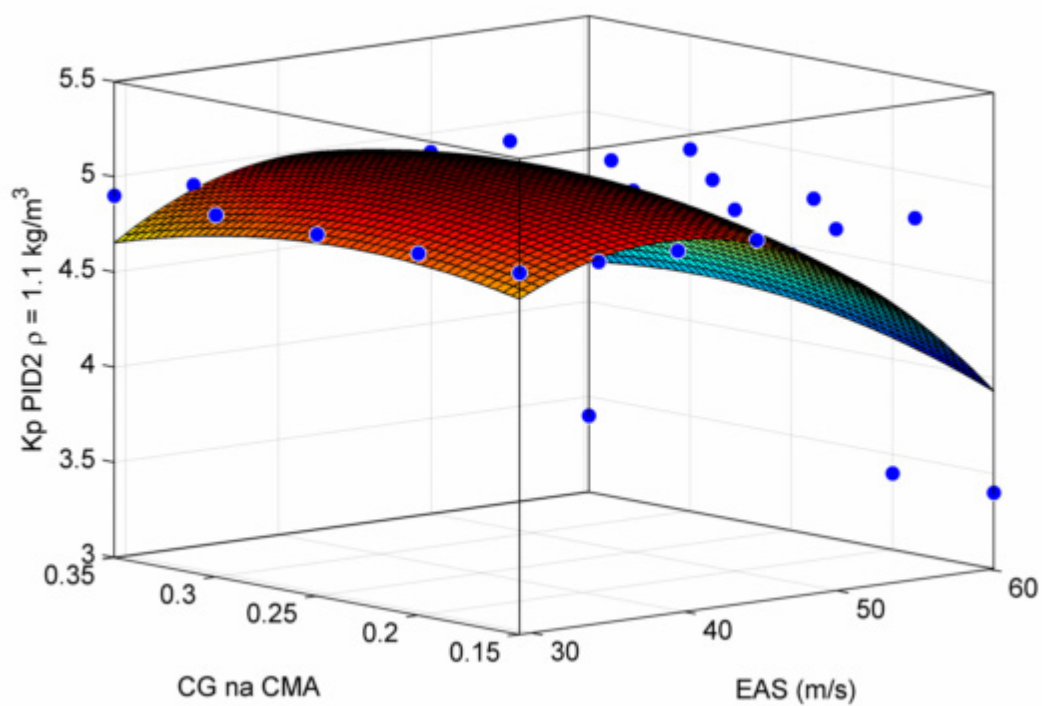
As variáveis x e y representam a velocidade equivalente do ar e a posição do C.G., respectivamente. Este ganho apresenta como unidade o inverso da velocidade (m/s)<sup>-1</sup>, pois o sinal de erro é em m/s e a lei de controle é adimensional, de -1 a 1. Os parâmetros de A a F são mostrados na Tabela 4:

**Tabela 4 – Parâmetros do ajuste de superfície para (Kp)<sub>2</sub>.**

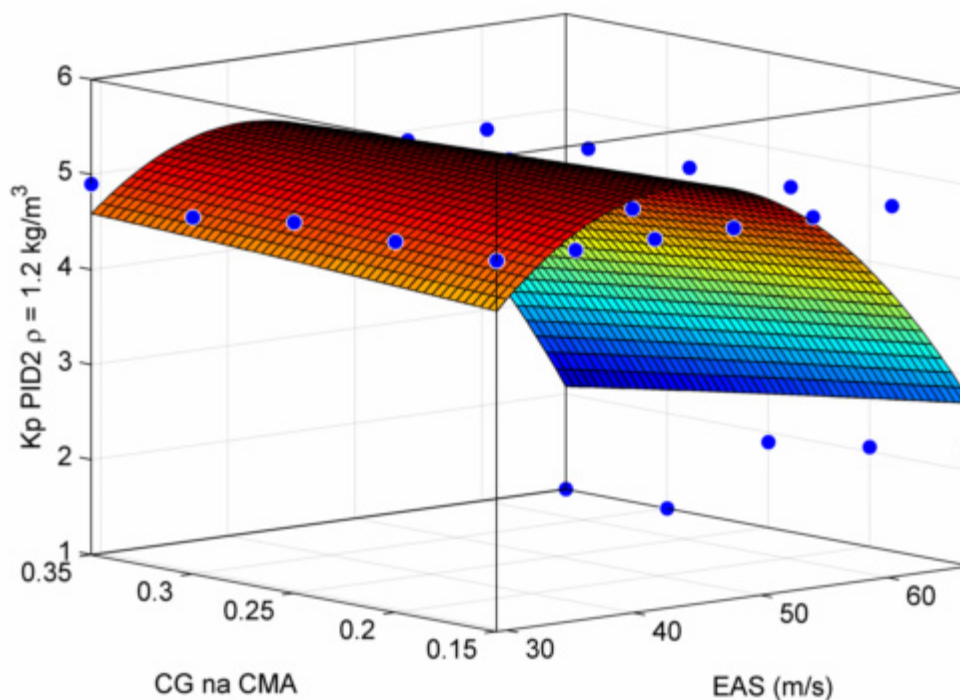
		A	B	C			
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	0.9	4,90E+00	0,00E+00	0,00E+00			
	1.05	1,24E+00	1,61E-01	4,99E+00			
	1.2	-4,94E+00	4,59E-01	5,03E+00			
		D	E	F	r <sup>2</sup>		
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	0.9	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,42		
	1.05	-2,20E-03	6,21E-02	-1,47E+01	0,52		
	1.2	-5,07E-03	-1,14E-01	-1,22E+00	0,71		



**Figura 49 - Ganho proporcional do controle de velocidade para densidade do ar de  $0.9 \text{ kg/m}^3$ .**



**Figura 50 - Ganho proporcional do controle de velocidade do ar para densidade do ar  $1.1 \text{ kg/m}^3$ .**



**Figura 51 - Ganho proporcional do controle de velocidade do ar para densidade do ar de  $1.2 \text{ kg/m}^3$ .**

Observa-se: i) O ganho fica constante para densidade do ar de  $0.9 \text{ kg/m}^3$ ; ii) até a velocidade de  $55 \text{ m/s}$ , o ganho fica praticamente invariante com a densidade do ar, velocidade do ar e posição do C.G.; iii) para densidades do ar de  $1.1$  e  $1.2 \text{ kg/m}^3$ , o ganho diminui consideravelmente para velocidades acima de  $50 \text{ m/s}$ . Uma possível explicação para as observações acima seria o fato de que a dinâmica do aumento de velocidade real do ar é bem lenta para todas as velocidades e densidades do ar. Tender-se-ia, com a diminuição da densidade do ar, a ter um aumento maior da velocidade (TAS) para o mesmo comando de manete. Isto não acontece pois esta tendência é contrabalanceada pela diminuição da potência do motor com a altitude. Uma possível explicação para a observação “iii” é a eficiência do freio aerodinâmico, que aumenta com o quadrado da velocidade. Deve-se ter em mente que a saída do controlador 2 apresenta um sinal que vai de  $-1$  a  $1$ , sendo  $1$  a máxima abertura da borboleta do carburador,  $0$  abertura mínima e  $-1$  máxima abertura do freio aerodinâmico. Como a máxima velocidade nivelada (EAS) é maior para densidades do ar maiores, o ganho mínimo é observado para densidade do ar de  $1.2 \text{ kg/m}^3$ .

A Figura 52 representa o escalonamento do ganho integral para o controlador de velocidade real do ar (PID2). Para a suavização do mesmo, escolheu-se uma superfície descrita por polinômios de terceiro grau para o eixo de velocidade equivalente do ar, e de primeiro grau para o eixo da densidade do ar. Desconsiderou-se a variação com o C.G. A equação pode ser visualizada abaixo:

$$(Ki)_2 = A + B \cdot x + C \cdot y + D \cdot x^2 + E \cdot x \cdot y + F \cdot x^3 + G \cdot x^2 \cdot y. \quad (4.5)$$

As variáveis  $x$  e  $y$  representam a velocidade equivalente do ar e a densidade do ar, respectivamente. Os parâmetros de A a G são mostrados na Tabela 5:

**Tabela 5 – Parâmetros do ajuste de superfície para  $(Ki)_2$ .**

A	B	C	D
-1,91E+01	5,57E-01	4,80E+01	1,20E-02
E	F	G	$r^2$
-2,51E+00	-3,28E-04	3,21E-02	0,46

Os valores de ganhos negativos da Figura 52 representam valores fora do domínio de densidade do ar e velocidade equivalente e não foram utilizados, pois satura-se o cálculo para as velocidades equivalentes máximas (EAS) para voo nivelado em cada densidade do ar.

A Figura 53 representa o escalonamento do ganho derivativo para o controlador de velocidade real do ar (PID2). Para a suavização do mesmo, escolheu-se uma superfície descrita por polinômios de terceiro grau para o eixo de velocidade equivalente do ar, e de segundo grau para o eixo da densidade do ar. Desconsiderou-se a variação com o C.G. A equação pode ser visualizada abaixo:

$$(Kd)_2 = A + B \cdot x + C \cdot y + D \cdot x^2 + E \cdot x \cdot y + F \cdot y^2 + G \cdot x^3 + H \cdot x^2 \cdot y + I \cdot x \cdot y^2. \quad (4.6)$$



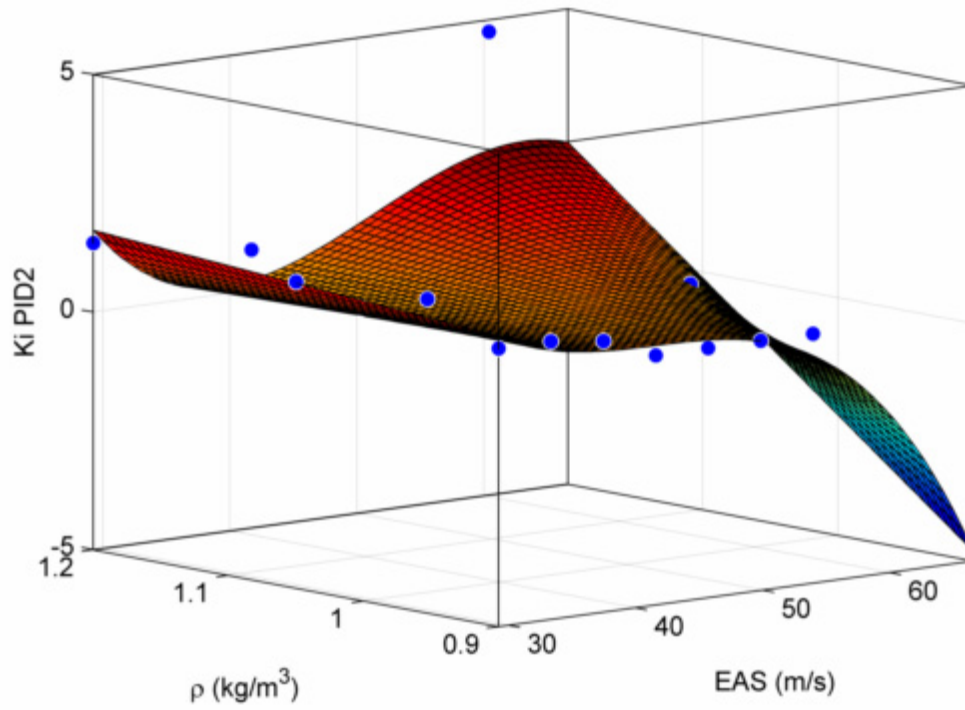


Figura 52 - Ganho integral do controle de velocidade do ar.

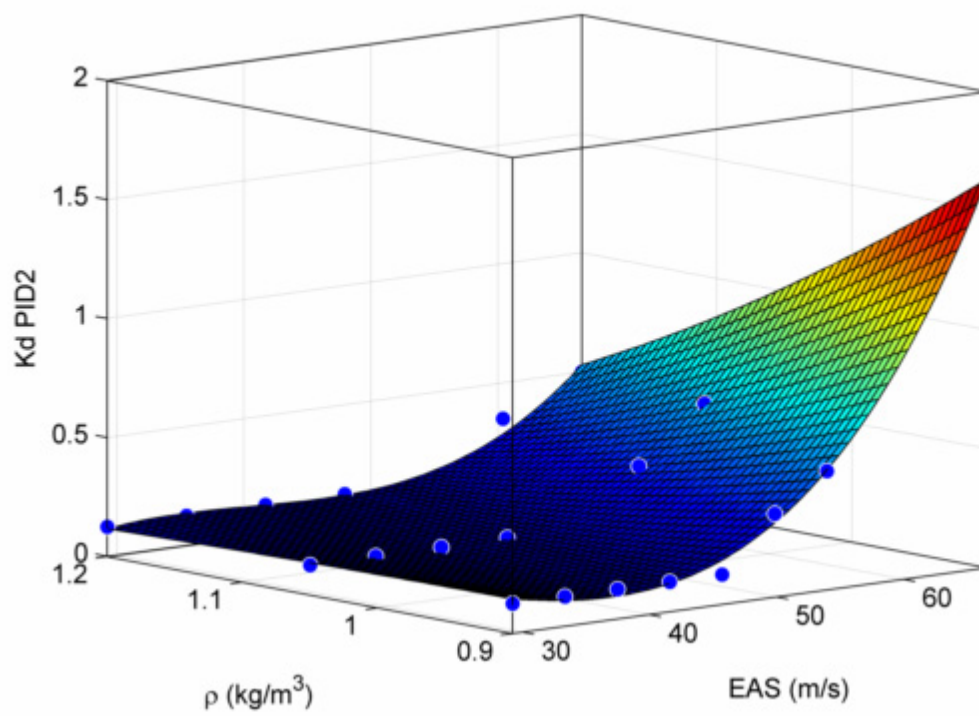


Figura 53 – Ganho derivativo do controle de velocidade do ar.

As variáveis  $x$  e  $y$  representam a velocidade equivalente do ar e a densidade do ar, respectivamente. Os parâmetros de A a I são mostrados na Tabela 6:

**Tabela 6 – Parâmetros do ajuste de superfície para  $(Kd)_2$ .**

A	B	C	D	E
2,17E+00	-1,51E-01	1,72E-01	1,87E-03	1,30E-01
F	G	H	I	$r^2$
-2,71E+00	2,63E-05	-4,22E-03	8,51E-02	0,96

Observa-se: i) para a maioria dos valores de velocidade e densidade do ar, o ganho derivativo fica constante; ii) para valores de velocidade do ar (EAS) maiores, o ganho derivativo tende a aumentar. O valor de ganho observado em “i” é o valor mínimo da otimização, indicando que o controlador derivativo era pouco necessário para esses casos. A observação “ii” acontece, possivelmente, devido à tendência de sobressinal e oscilação da velocidade quando reduz-se a mesma utilizando-se o freio aerodinâmico, que é mais eficiente para tais velocidades.

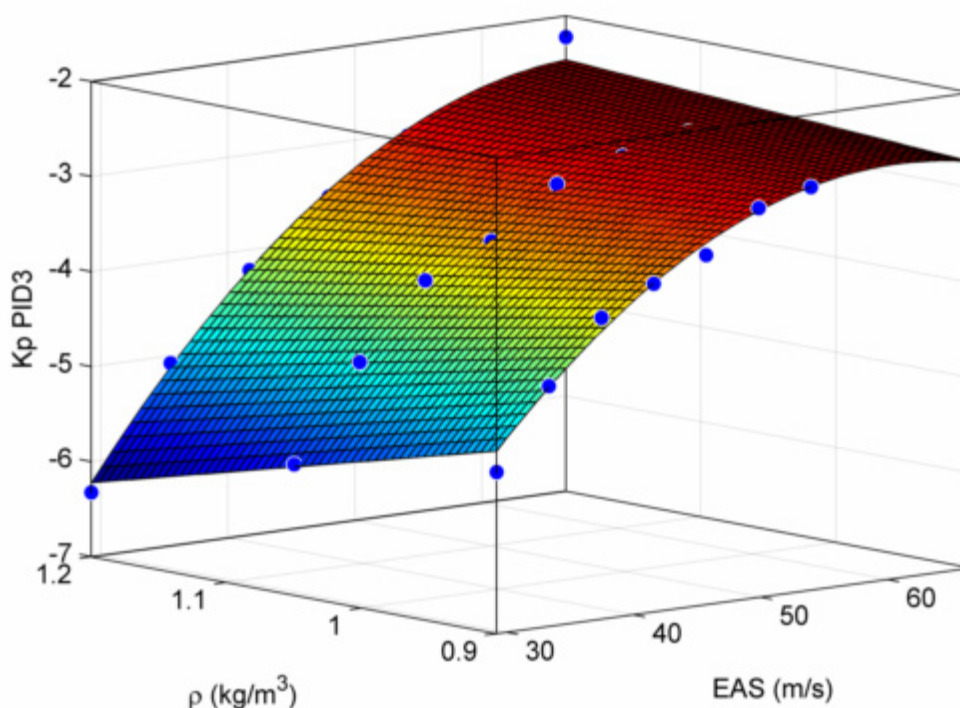
A Figura 54 representa o escalonamento do ganho proporcional para o controlador de ângulo de rolamento (PID3). Para a suavização do mesmo, escolheu-se uma superfície descrita por polinômios de segundo grau para o eixo de velocidade equivalente do ar, e de primeiro grau para o eixo da densidade do ar. Desconsiderou-se a variação com o C.G, por ser naturalmente desprezível. A equação pode ser visualizada abaixo:

$$(Kp)_3 = A + B \cdot x + C \cdot y + D \cdot x^2 + E \cdot x \cdot y. \quad (4.7)$$

As variáveis  $x$  e  $y$  representam a velocidade equivalente do ar e a densidade do ar, respectivamente. Este ganho é adimensional, pois representa deflexão do aileron dividida pelo erro no ângulo de rolamento (rad/rad). Os parâmetros de A a E são mostrados na Tabela 7:

**Tabela 7 – Parâmetros do ajuste de superfície para  $(Kp)_3$ .**

A	B	C	D	E	$r^2$
-4,96E+00	1,85E-01	-7,47E+00	-2,44E-03	1,25E-01	0,99



**Figura 54 - Ganho proporcional do controle de ângulo de rolamento.**

Observa-se: i) tendência de diminuir o módulo do ganho com o aumento da velocidade do ar (EAS); ii) pouca variação com a densidade do ar. Analogamente ao controle longitudinal, a aeronave tem sua manobrabilidade ao rolamento aumentada com a velocidade, necessitando uma menor deflexão do aileron para um mesmo ângulo de bank, o que explicaria a observação “i”. Como a manobrabilidade depende da pressão dinâmica, a velocidade equivalente já representa, sozinha, tal dependência, dispensando a relação com a densidade do ar e explicando a observação “ii”.

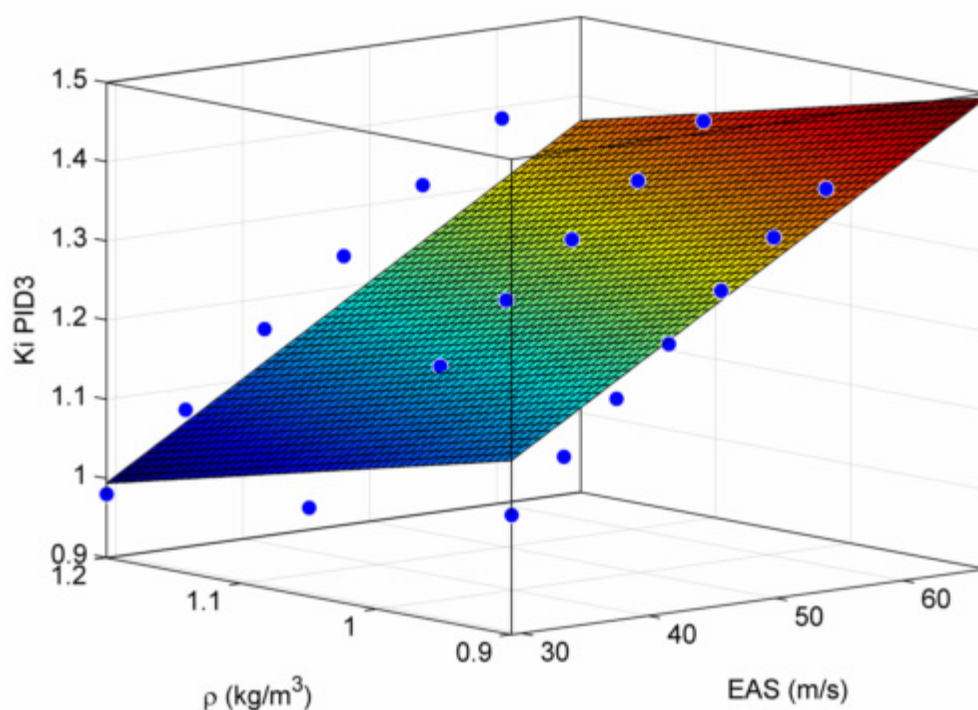
A Figura 55 representa o escalonamento do ganho integral para o controlador de ângulo de rolamento (PID3). Para a suavização do mesmo, escolheu-se uma superfície descrita por polinômios de primeiro grau para os eixos de velocidade equivalente e densidade do ar. A equação pode ser visualizada abaixo:

$$(K_i)_3 = A + B \cdot x + C \cdot y. \quad (4.8)$$

As variáveis  $x$  e  $y$  representam a velocidade equivalente do ar e a densidade do ar, respectivamente. Os parâmetros de A, B e C são mostrados na Tabela 8:

**Tabela 8 – Parâmetros do ajuste de superfície para  $(K_i)_3$ .**

A	B	C	$r^2$
1,20E+00	1,00E-02	-4,18E-01	0,64



**Figura 55 - Ganho integral do controle de ângulo de rolamento.**

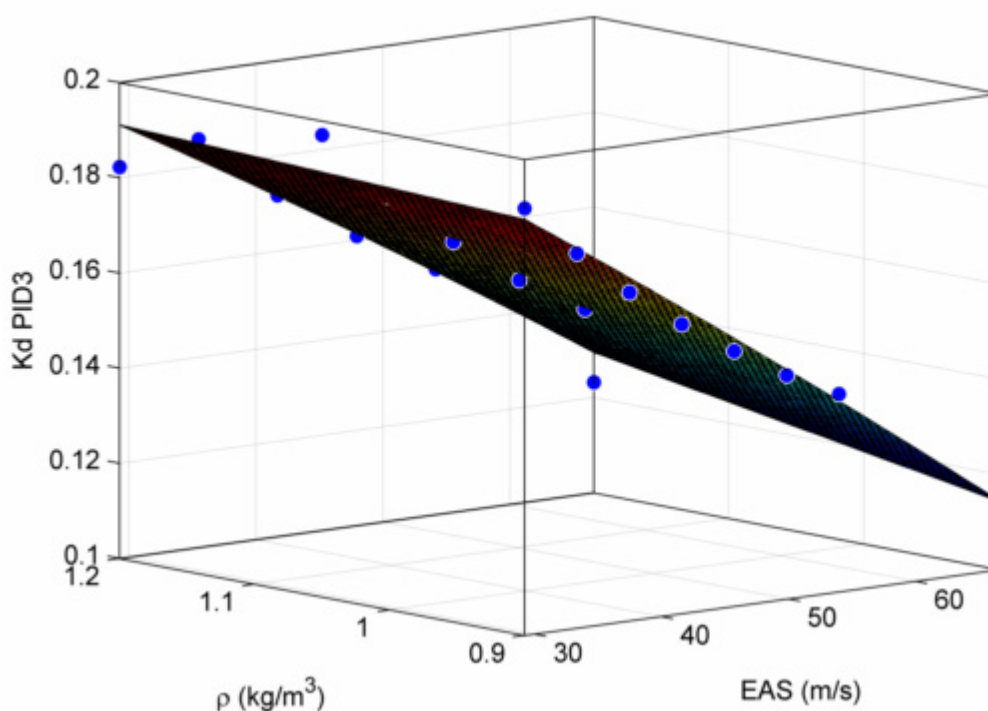
A Figura 56 representa o escalonamento do ganho derivativo para o controlador de ângulo de rolamento (PID3). Para a suavização do mesmo, escolheu-se uma superfície descrita por polinômios de segundo grau para o eixo de velocidade equivalente e de primeiro grau para o eixo da densidade do ar. A equação pode ser visualizada abaixo:

$$(Kd)_3 = A + B \cdot x + C \cdot y + D \cdot x^2 + E \cdot x \cdot y. \quad (4.9)$$

As variáveis  $x$  e  $y$  representam a velocidade equivalente do ar e a densidade do ar, respectivamente. Os parâmetros de A a E são mostrados na Tabela 9:

**Tabela 9 – Parâmetros do ajuste de superfície para  $(Kd)_3$ .**

A	B	C	D	E	$r^2$
2,54E-01	-2,58E-03	-1,75E-02	-3,08E-06	1,02E-03	0,96



**Figura 56 - Ganho derivativo do controle de ângulo de rolamento.**

Da Figura 56 é possível observar: i) o ganho derivativo diminui com o aumento da velocidade equivalente; ii) o ganho derivativo praticamente não é influenciado pela densidade do ar. Para uma mesma velocidade de rolamento, quanto menor a velocidade equivalente, maior a deflexão do aileron necessária para zerar esta velocidade em um tempo fixo. Portanto, considerando que o ganho derivativo controla a velocidade angular em que a aeronave atinge o *setpoint*, isto, possivelmente, explicaria a observação “i”. A observação “ii” pode ser explicada da mesma maneira que os casos anteriores, pelo argumento da pressão dinâmica.

A Figura 57 representa o escalonamento do ganho proporcional para o controlador de ângulo de derrapagem (PID4). Para a suavização do mesmo, escolheu-se uma superfície descrita por polinômios de segundo grau para o eixo de velocidade equivalente e de primeiro grau para o eixo da densidade do ar. A equação pode ser visualizada abaixo:

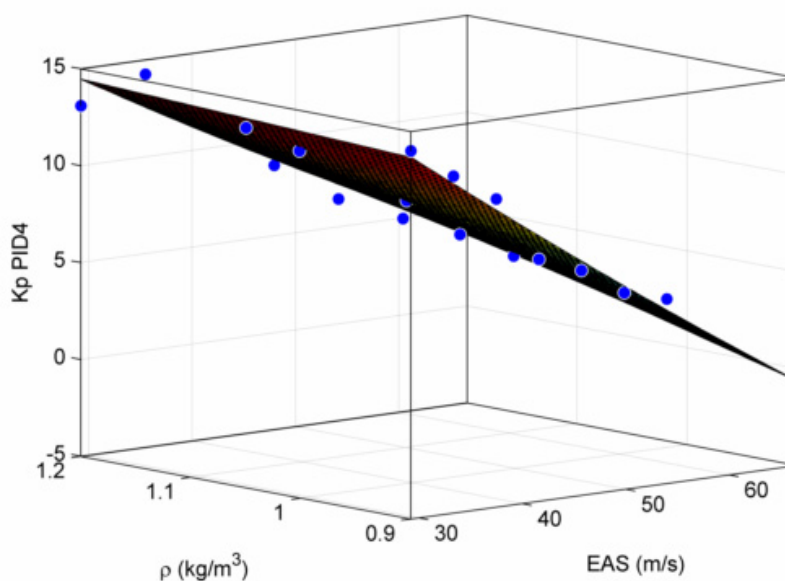
$$(Kp)_4 = A + B \cdot x + C \cdot y + D \cdot x^2 + E \cdot x \cdot y. \quad (4.10)$$

As variáveis  $x$  e  $y$  representam a velocidade equivalente do ar e a densidade do ar, respectivamente. Este ganho é adimensional, pois representa deflexão do leme dividida pelo erro no ângulo de derrapagem (rad/rad). Os parâmetros de A a E são mostrados na Tabela 10:

**Tabela 10 – Parâmetros do ajuste de superfície para  $(Kp)_4$ .**

A	B	C	D	E	$r^2$
3,28E+01	-7,61E-01	-7,19E+00	7,74E-04	3,38E-01	0,96

Observa-se, da Figura 57, que o ganho proporcional diminui consideravelmente em função da velocidade equivalente. Isso acontece, provavelmente, devido ao aumento da manobrabilidade direcional quando se aumenta a velocidade equivalente.



**Figura 57 - Ganho proporcional do controle de ângulo de derrapagem.**

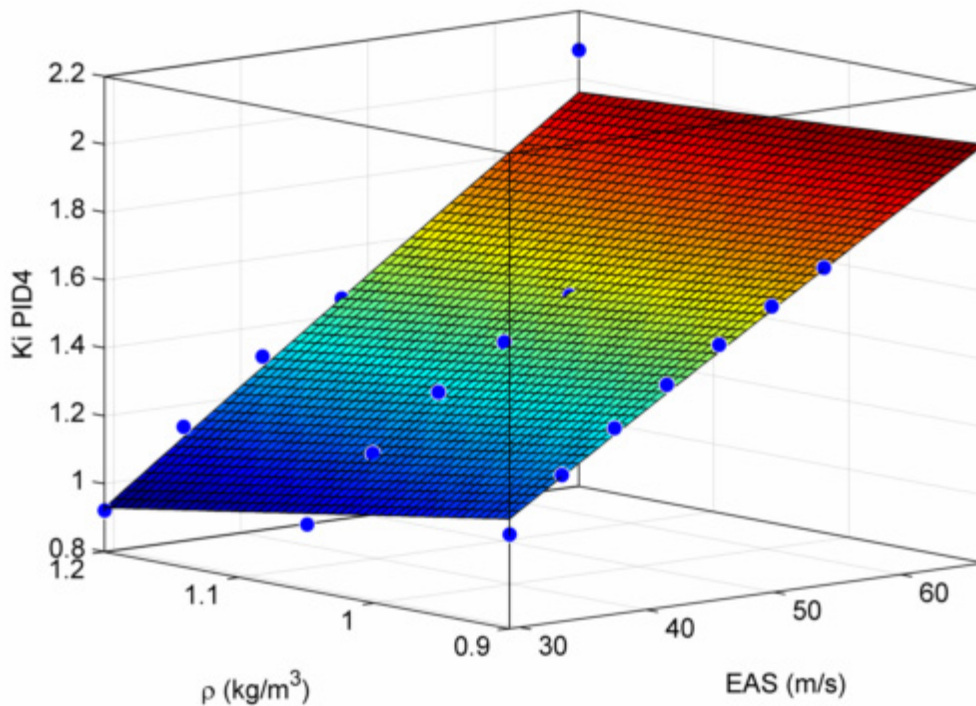
A Figura 58 representa o escalonamento do ganho integral para o controlador de ângulo de derrapagem (PID4). Para a suavização do mesmo, escolheu-se uma superfície descrita por polinômios de segundo grau para o eixo de velocidade equivalente e de primeiro grau para o eixo da densidade do ar. A equação pode ser visualizada abaixo:

$$(Ki)_4 = A + B \cdot x + C \cdot y + D \cdot x^2 + E \cdot x \cdot y. \quad (4.11)$$

As variáveis  $x$  e  $y$  representam a velocidade equivalente do ar e a densidade do ar, respectivamente. Os parâmetros de  $A$  a  $E$  são mostrados na Tabela 11:

**Tabela 11 – Parâmetros do ajuste de superfície para  $(Ki)_4$ .**

A	B	C	D	E	$r^2$
1,25E+00	1,60E-02	-9,62E-01	-1,53E-05	1,09E-02	0,98



**Figura 58 - Ganho integral do controle de ângulo de derrapagem.**

A Figura 59 representa o escalonamento do ganho derivativo para o controlador de ângulo de derrapagem (PID4). Para a suavização do mesmo, escolheu-se uma superfície

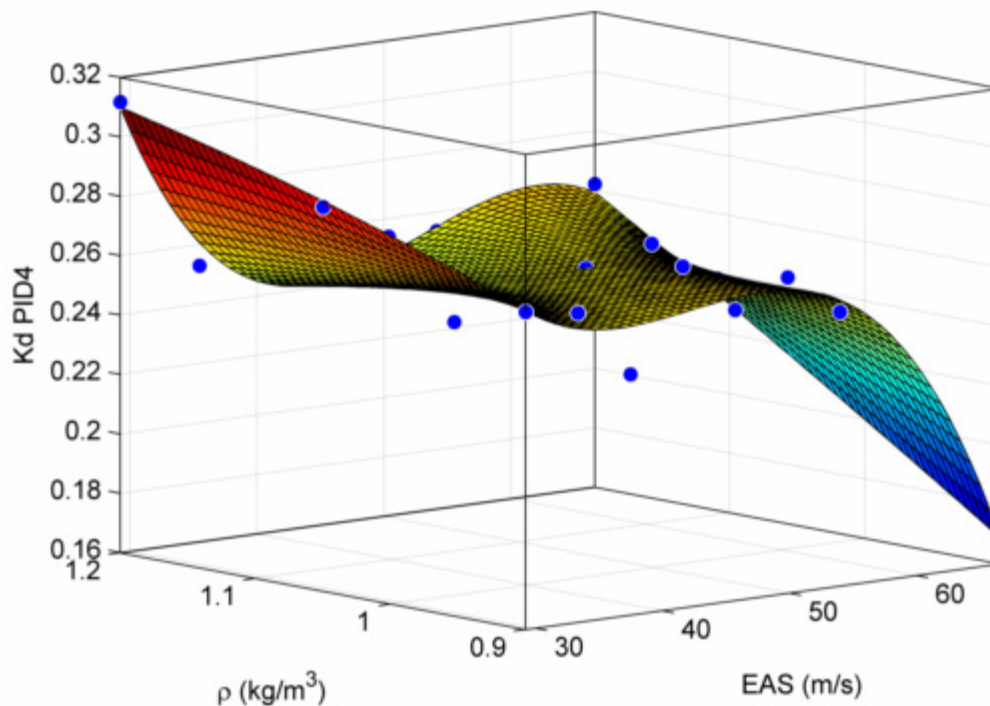
descrita por polinômios de terceiro grau para o eixo de velocidade equivalente e de segundo grau para o eixo da densidade do ar. A equação pode ser visualizada abaixo:

$$\begin{aligned} (Kd)_4 = & A + B \cdot x + C \cdot y + D \cdot x^2 + E \cdot x \cdot y + F \cdot y^2 + G \cdot x^3 \\ & + H \cdot x^2 \cdot y + I \cdot x \cdot y^2. \end{aligned} \quad (4.12)$$

As variáveis  $x$  e  $y$  representam a velocidade equivalente do ar e a densidade do ar, respectivamente. Os parâmetros de A a I são mostrados na Tabela 12:

**Tabela 12 – Parâmetros do ajuste de superfície para  $(Kd)_4$ .**

A	B	C	D	E
-8,07E-01	2,77E-02	1,94E+00	2,35E-04	-7,68E-02
F	G	H	I	$r^2$
-1,64E-01	-7,59E-06	8,10E-04	1,65E-03	0,81



**Figura 59 - Ganho derivativo do controle de ângulo de derrapagem.**



Observando-se a Figura 59, percebe-se que, em geral, o valor do ganho derivativo varia pouco com a densidade do ar e velocidade equivalente. O valor mais alto do ganho para densidade do ar de  $1.2 \text{ kg/m}^3$  pode ter sido causado como resultado da baixa sensibilidade do desempenho do controlador em relação ao valor do ganho derivativo. Ou seja, variando-se o ganho derivativo, para este caso, a resposta varia pouco.

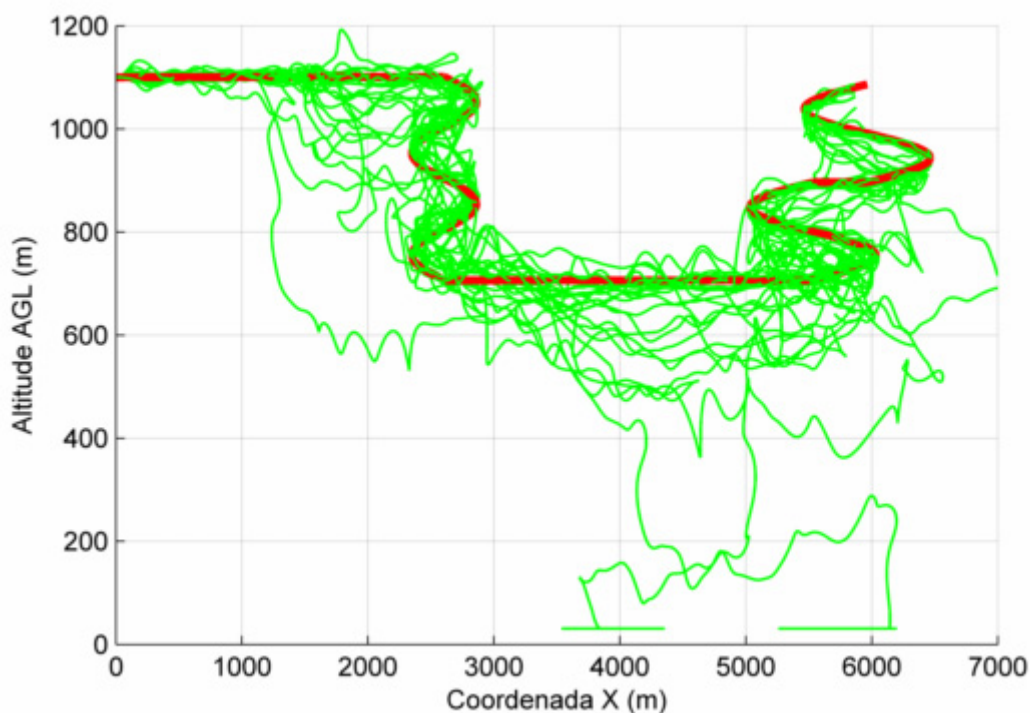
## 4.2 TESTES NO SIMULADOR

O modelo da aeronave ACS-100 Sora foi simulado de acordo com a seção 3.3.4, tendo como pilotos 22 voluntários com diferentes graus de experiência em aeronáutica e em pilotagem.

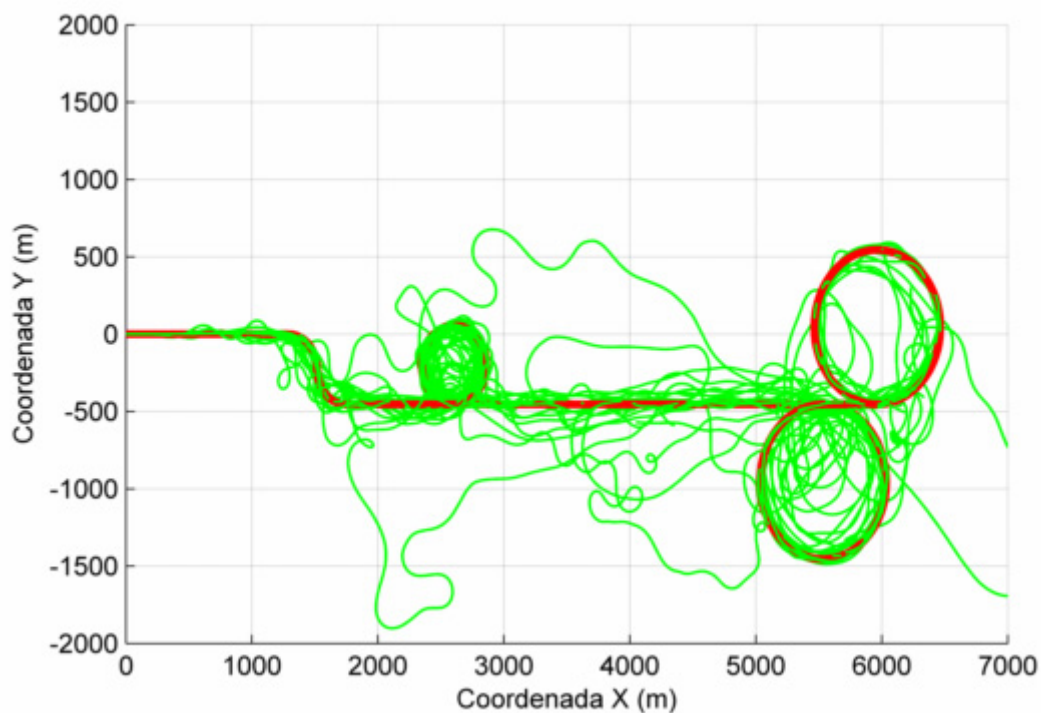
### 4.2.1 *TRAJETÓRIAS*

As figuras 60, 61 e 62 mostram, em linhas verdes, a trajetória realizada por todos os voluntários para o quarto teste, a aeronave sem auxílio à pilotagem e com C.G. traseiro. A linha vermelha é a trajetória ideal, indicada aos mesmos por argolas.

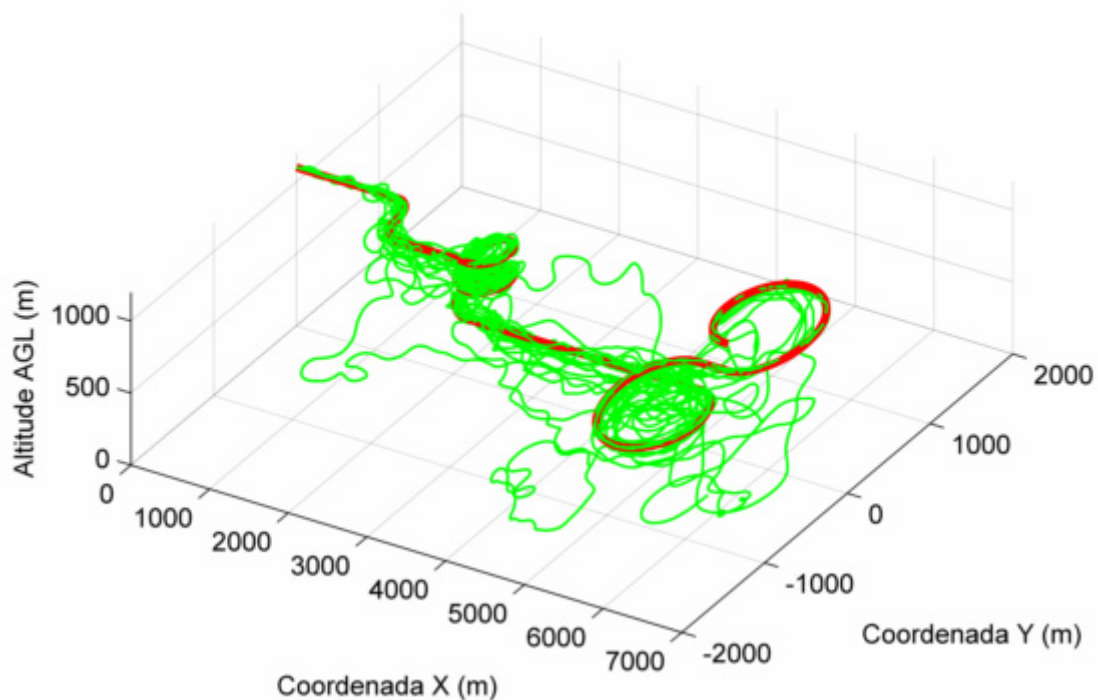
Percebe-se uma grande dispersão em relação à trajetória ideal. Em 2 casos, a aeronave colidiu com o terreno, vide Figura 60.



**Figura 60 – Vista lateral das trajetórias voadas por todos os voluntários, para o modelo sem controlador e C.G. traseiro.**



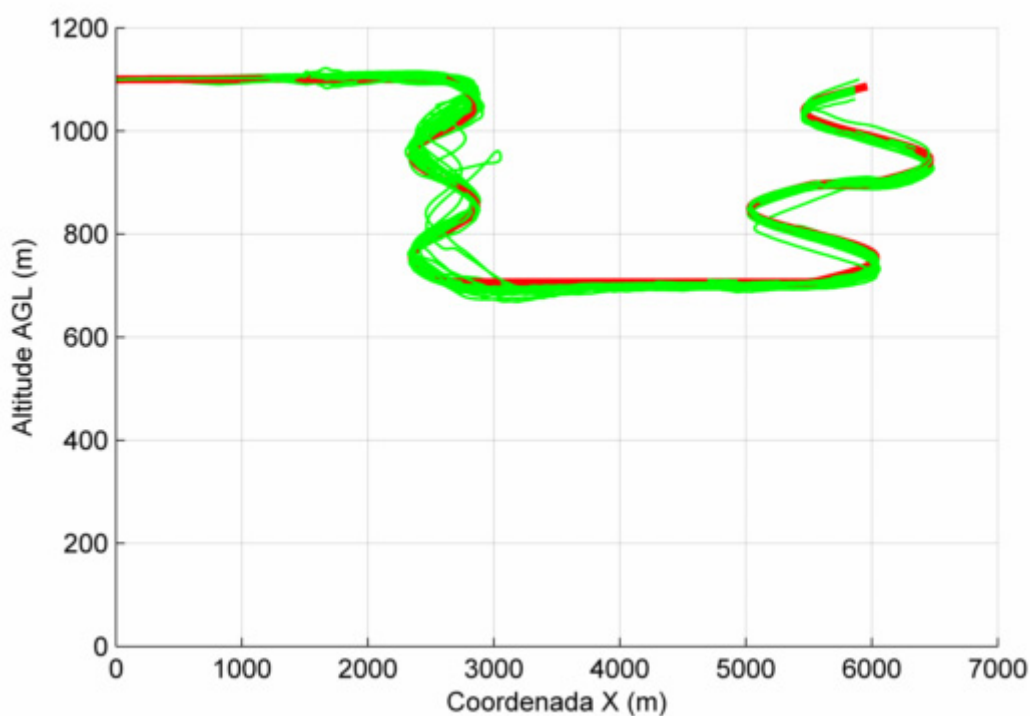
**Figura 61 - Vista superior das trajetórias voadas por todos os voluntários, para o modelo sem controlador e C.G. traseiro.**



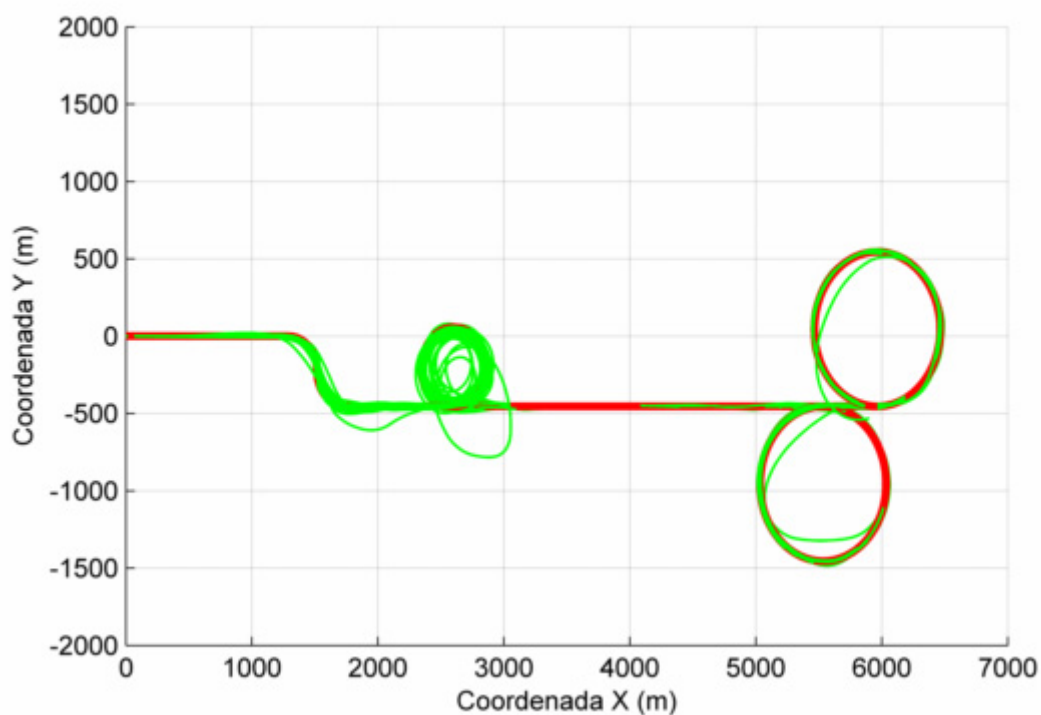
**Figura 62 - Vista isométrica das trajetórias voadas por todos os voluntários, para o modelo sem controlador e C.G. traseiro.**

As figuras 63, 64 e 65 mostram as trajetórias voadas por todos os voluntários para o sexto e último teste, aeronave com C.G traseiro e auxílio à pilotagem, apresentando controlador com ganho variável (GV).

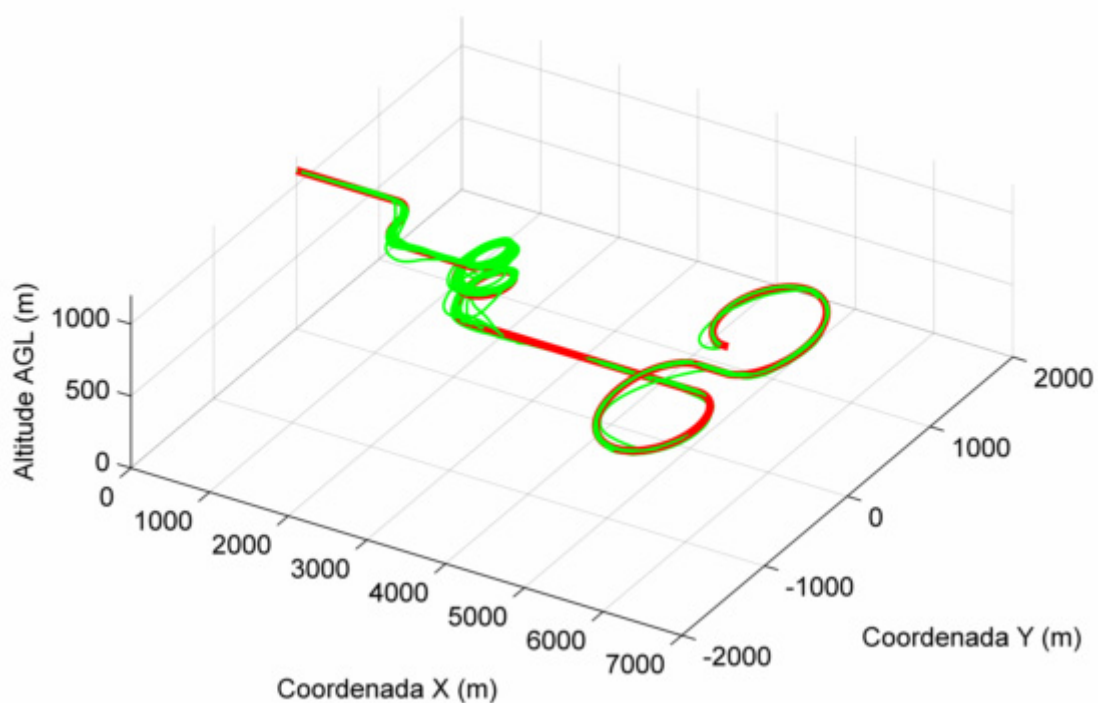
Percebe-se uma melhora considerável quanto à adequação à trajetória ideal. A maior dificuldade foi encontrada ao fim do trecho em descida espiral, na transição de 53 m/s para o trecho de 34 m/s, no qual os voluntários, em geral, perderam um pouco de altura. Isto pode ter ocorrido devido ao fato de que os voluntários, em sua maioria, comandam com certa inércia, ou seja, eles deixam o erro acontecer para depois comandar a aeronave. Como este trecho é realizado em alta velocidade, esta inércia pode ter contribuído para um maior desvio da trajetória.



**Figura 63 - Vista lateral das trajetórias voadas por todos os voluntários, para o modelo com controlador GV e C.G. traseiro.**



**Figura 64 - Vista superior das trajetórias voadas por todos os voluntários, para o modelo com controlador GV e C.G. traseiro.**



**Figura 65 - Vista isométrica das trajetórias voadas por todos os voluntários, para o modelo com controlador GV e C.G. traseiro.**

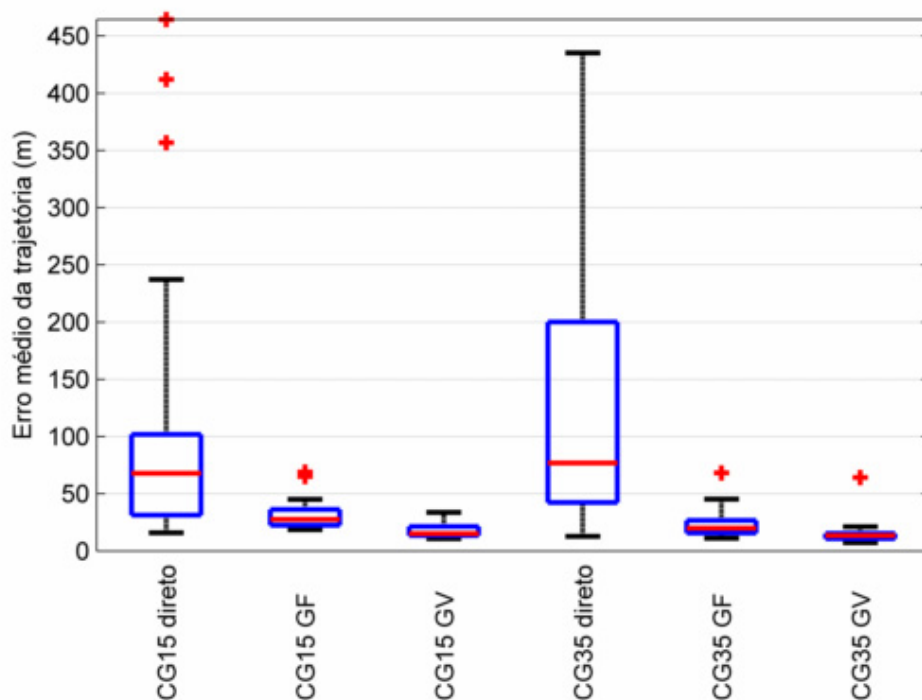
#### 4.2.2 ERRO MÉDIO DAS TRAJETÓRIAS

##### 4.2.2.1 MÉTODO GRÁFICO “BOXPLOT”

Para a análise do erro médio de todas as trajetórias voadas e de cada um dos 6 testes, utilizou-se uma ferramenta estatística gráfica do tipo *boxplot* (Morettin & Bussab, 2006). Utilizou-se um *boxplot* para cada teste, sendo os 3 primeiros testes para CG a 15% (CG15) e os 3 últimos testes para CG a 35% (CG35). Para cada conjunto de 3 testes, o primeiro é feito com modelo sem controlador (direto), o segundo com pilotagem assistida e controlador com ganho fixo (GF) e o terceiro com pilotagem assistida e controlador com ganho variável (GV). O *boxplot* é realizado da seguinte maneira: a caixa azul é limitada abaixo pelo percentil 25 e acima pelo percentil 75; a linha vermelha representa a mediana (percentil 50); as linhas pretas representam o menor e maior valor, caso não existam valores destoantes ou *outliers*, que são mostrados por cruces vermelhas. Considerou-se o critério de Tukey para determinar os *outliers*. Em tal critério, considera-se como *outliers* todos os pontos que diferirem  $(q_{75} - q_{25}) \cdot 2$  acima do percentil 75 ou abaixo do percentil 25, sendo  $q_{75}$  o valor do percentil 75,  $q_{25}$  o valor do percentil 25.

##### 4.2.2.2 ANÁLISE DO “BOXPLOT” DO ERRO MÉDIO DA TRAJETÓRIA

Utilizando-se a ferramenta descrita acima, a análise do erro médio da trajetória é mostrada na Figura 66.



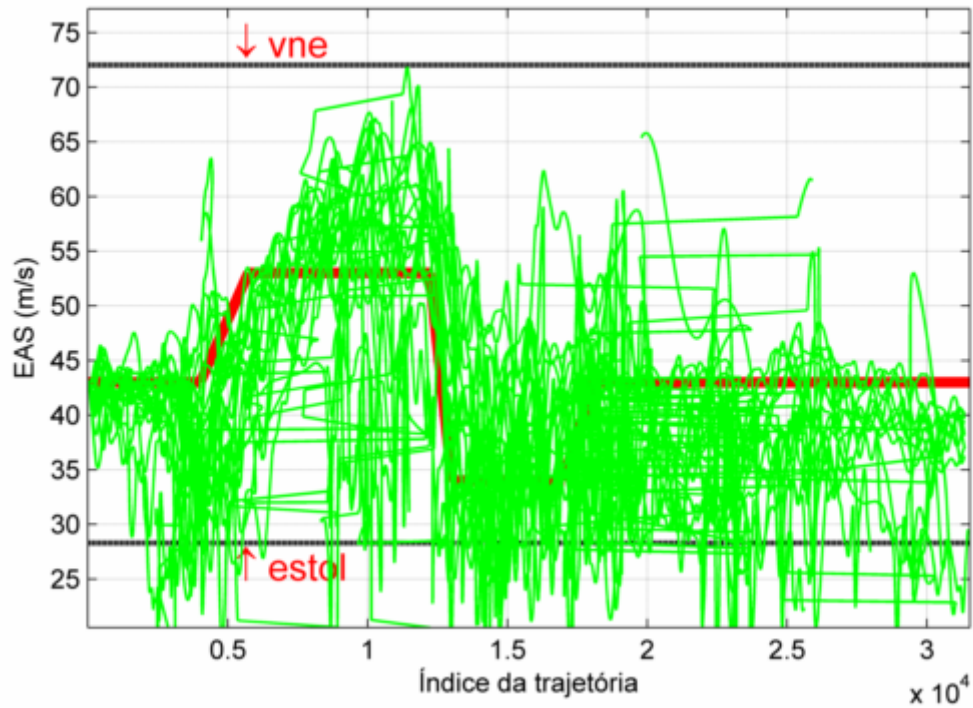
**Figura 66 – Boxplot do erro médio na trajetória para todos os voluntários.**

Percebe-se que a mediana decresce ao longo dos 3 testes e, para o controlador com ganho variável, existe menor espalhamento dos dados, principalmente entre o percentil 25 e o percentil 75. Este fato indica um maior nivelamento entre pilotos e pessoas habituadas com simuladores de voo e iniciantes para a mesma aeronave.

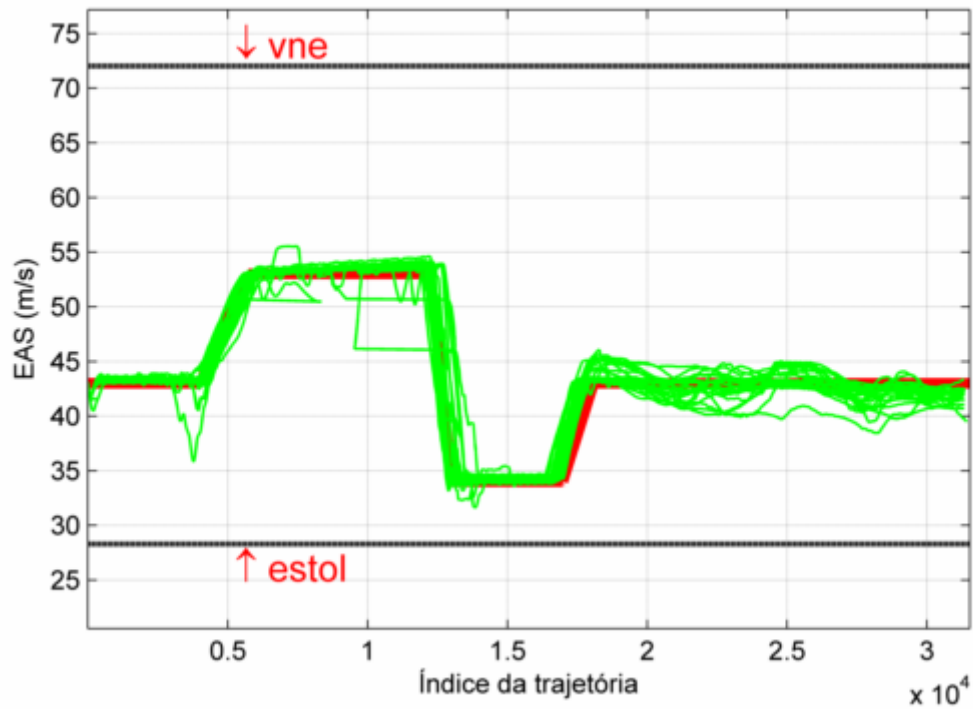
É importante notar que, o controlador com ganho variável apresentou uma melhora em relação ao controlador com ganho fixo, mas que a adoção do último já configura uma solução boa e segura para a pilotagem assistida quanto ao objetivo de seguir a trajetória.

#### 4.2.3 VELOCIDADES AO LONGO DA TRAJETÓRIA

As velocidades equivalentes para todos os voluntários para o quarto teste, C.G. traseiro sem controlador, são mostradas na Figura 67 e para o sexto teste, C.G. traseiro com modelo assistido e ganho variável (GV) na Figura 68.



**Figura 67 – Velocidades para todos os voluntários, para o modelo sem controlador e C.G. traseiro.**

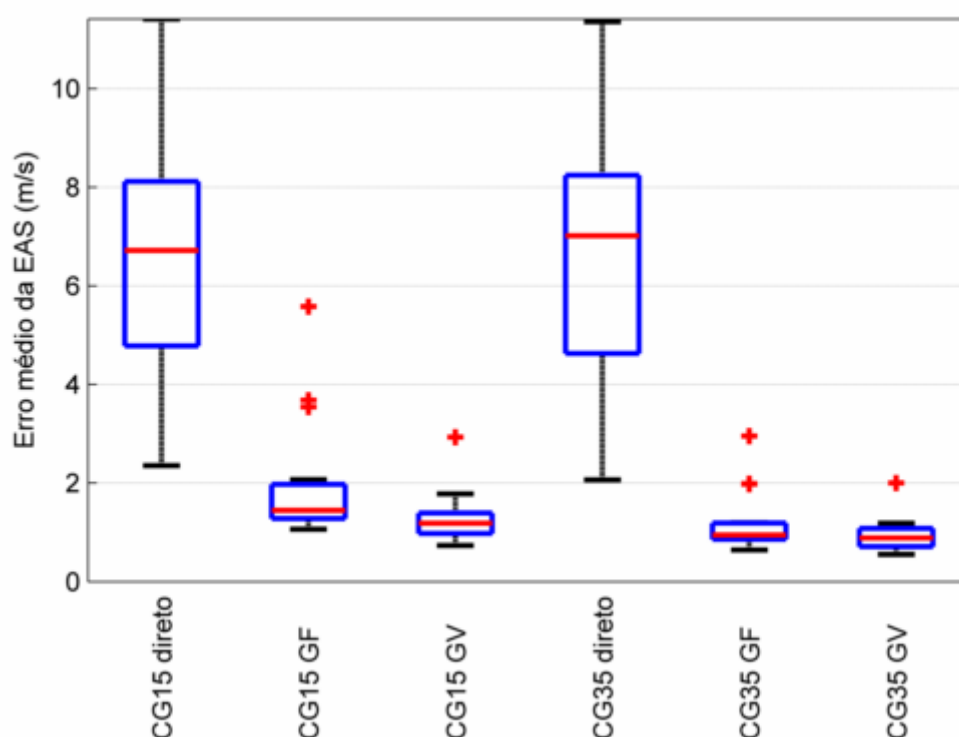


**Figura 68 - Velocidades para todos os voluntários, para o modelo com controlador GV e C.G. traseiro.**



As velocidades ideais para a trajetória estão mostradas em vermelho. Percebe-se uma grande dispersão no primeiro caso, com algumas incursões abaixo da velocidade de estol e algumas chegando à  $V_{ne}$  (velocidade para nunca exceder) de projeto. No segundo caso, é notável o maior acompanhamento da velocidade ideal por todos os voluntários, bem como a operação dentro da faixa de segurança de velocidade.

O erro médio da velocidade equivalente (EAS) para cada teste é mostrado na Figura 69, utilizando-se a ferramenta exposta na seção 4.2.2.1.



**Figura 69 - Boxplot do erro médio da velocidade para todos os voluntários.**

É possível observar que a mediana é decrescente ao longo de cada grupo de 3 testes (mediana menor para ganho variável). A dispersão também é menor para ganho variável. Nota-se algo bastante interessante nos dados da Figura 69, com exceção de 1 *outlier*, todos os outros 21 voluntários erraram menos para pilotagem assistida com ganho variável que o melhor voluntário sem controlador. Ou seja, no tocante ao acompanhamento da velocidade ideal, 21 voluntários com pilotagem assistida se saíram

melhor que o melhor piloto sem pilotagem assistida, fato que endossa a utilização deste método de assistência à pilotagem até mesmo para pilotos.

#### 4.2.4 PONTUAÇÃO

A fim de discriminar o desempenho de cada voluntário, um esquema de pontuação foi criado. Neste esquema, pontua-se o voluntário, em cada instante da simulação, pelo acerto da trajetória desejada e pelo acerto da velocidade desejada. A pontuação da trajetória em cada instante varia linearmente de 0, para erros maiores ou iguais a 80 m, a 100, para erros menores ou iguais a 2 m. A pontuação final da trajetória é a média das pontuações para cada instante. A pontuação da velocidade em cada instante varia linearmente de 0, para erros maiores ou iguais a 8 m/s, a 100, para erros menores ou iguais a 0.5 m/s. A pontuação final da velocidade é a média das pontuações para cada instante. A pontuação final total é a média entre as pontuações anteriores.

As figuras 70, 71 e 72 apresentam as pontuações para cada um dos 6 testes, utilizando-se a ferramenta da seção 4.2.2.1.

Pela Figura 72 percebe-se que, de acordo com a métrica adotada, para C.G. a 15% mais de 75% dos voluntários fizeram uma pontuação melhor com pilotagem assistida (GV) do que a melhor pontuação sem pilotagem assistida. Além disso, menos de 50% dos voluntários realizaram este feito na pilotagem assistida com ganho fixo (GF). Para C.G a 35%, com exceção de 1 outlier, todos os voluntários fizeram pontuação melhor com pilotagem assistida (GV) do que a melhor pontuação sem pilotagem assistida. Menos de 75% realizaram o mesmo feito para o caso com ganho fixo (GF).

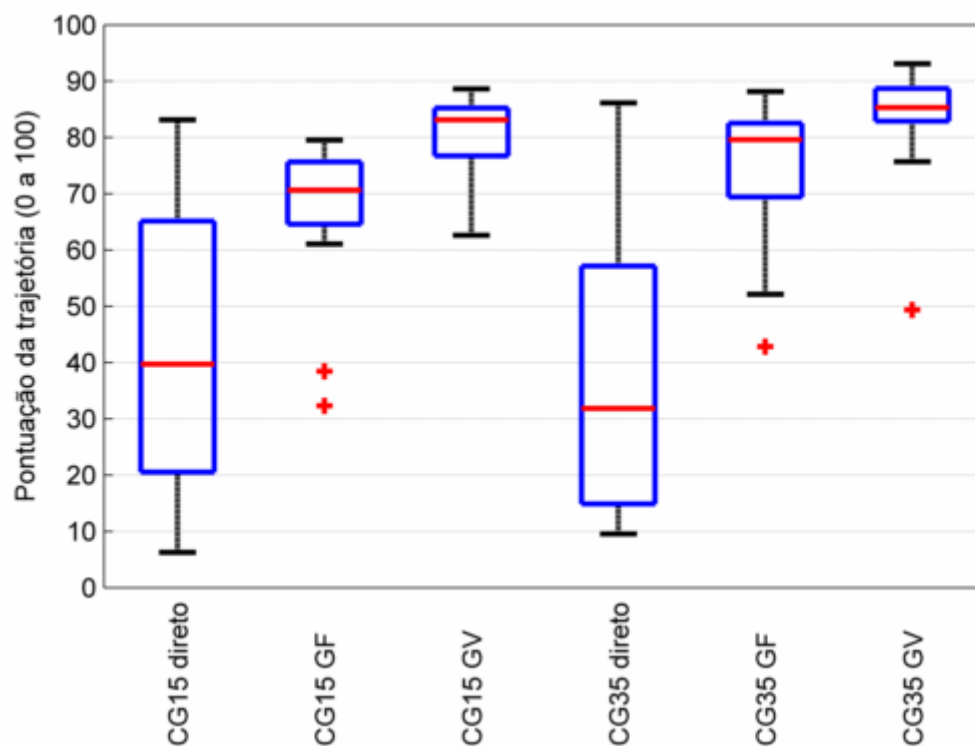


Figura 70 – *Boxplot* da pontuação da trajetória para todos os voluntários.

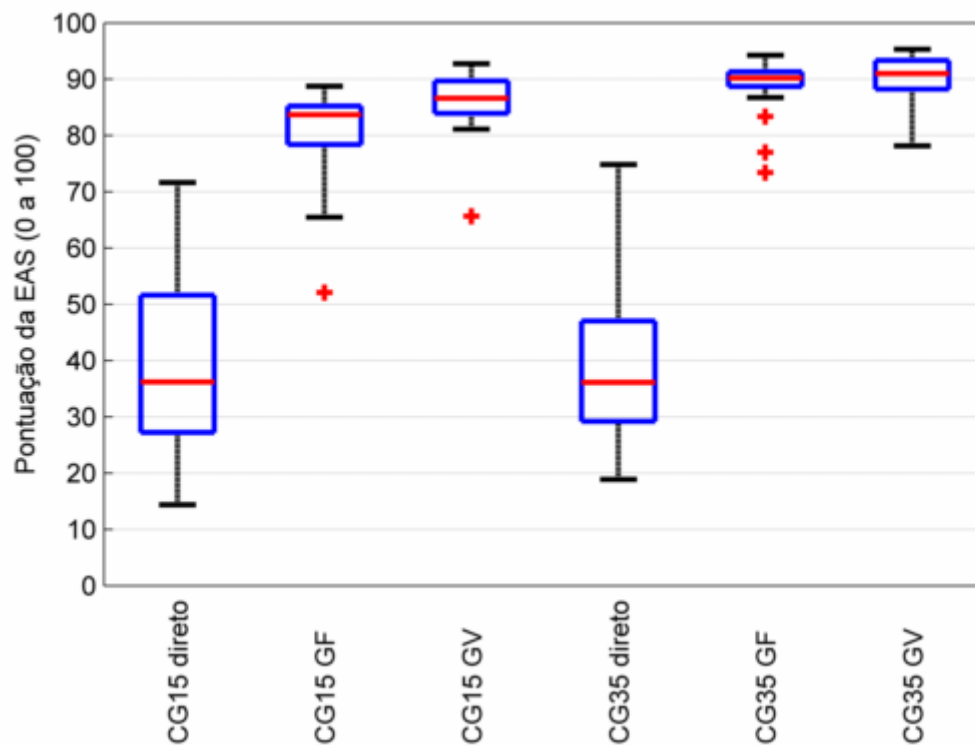
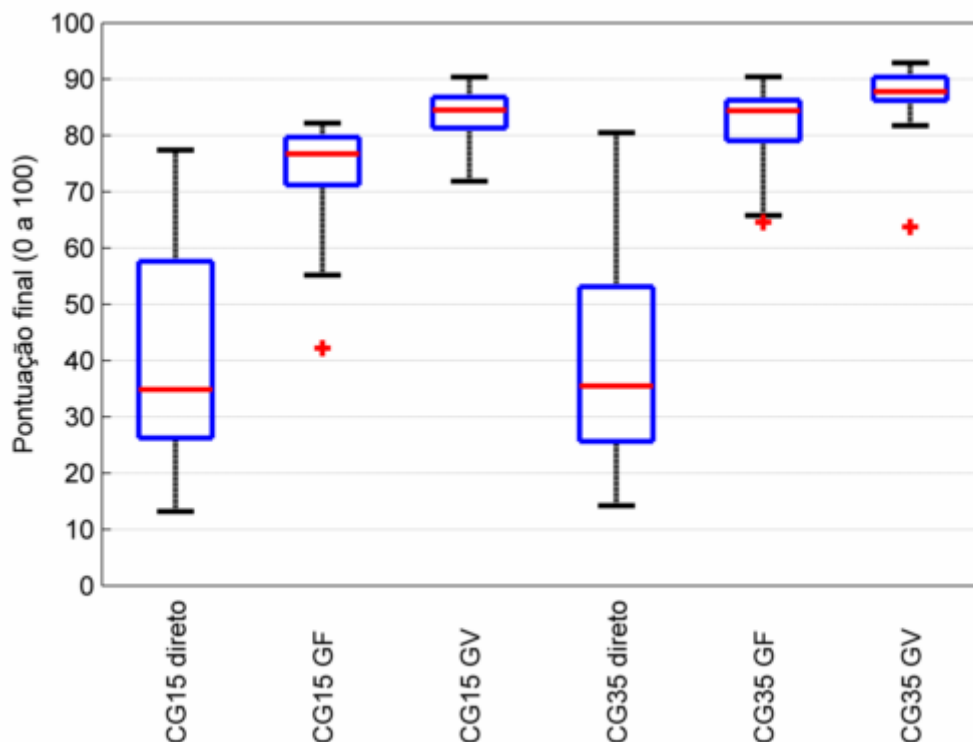


Figura 71 - *Boxplot* da pontuação da velocidade para todos os voluntários.

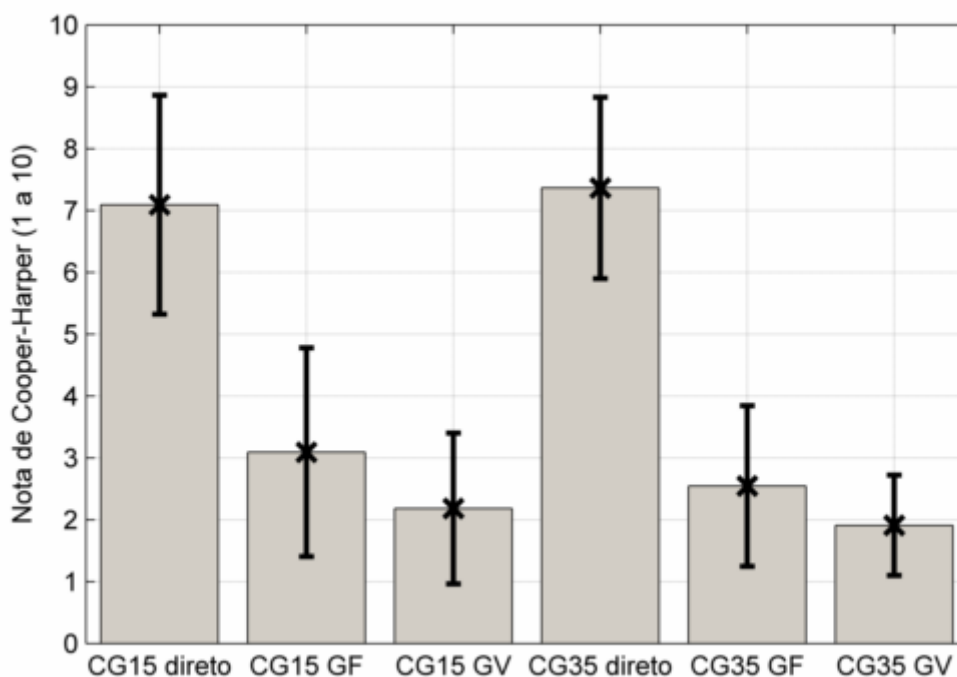


**Figura 72 - Boxplot da pontuação total para todos os voluntários.**

#### 4.2.5 NOTAS DE COOPER-HARPER

Após cada um dos 6 testes, foi pedido a cada voluntário que ele desse uma nota para a aeronave de acordo com a tabela de Cooper-Harper (Cooper & Harper Jr., 1986), mostrada no Anexo I. Sendo 10 a pior nota e 1 a melhor nota. Na Figura 73 apresenta-se, para cada teste, as médias das notas, representadas pelas barras e pelo “x”, bem como os desvios-padrões das notas, representados pelas linhas em “t”.

Por meio da análise da Figura 73, observa-se que a percepção dos voluntários em relação à qualidade de voo da aeronave tem total similaridade com a pontuação obtida pelos mesmos (Figura 72). Fato que, além de endossar o esquema de pilotagem assistida proposto, reforça a tabela de Cooper-Harper como uma valiosa e precisa ferramenta para avaliação da qualidade de voo.

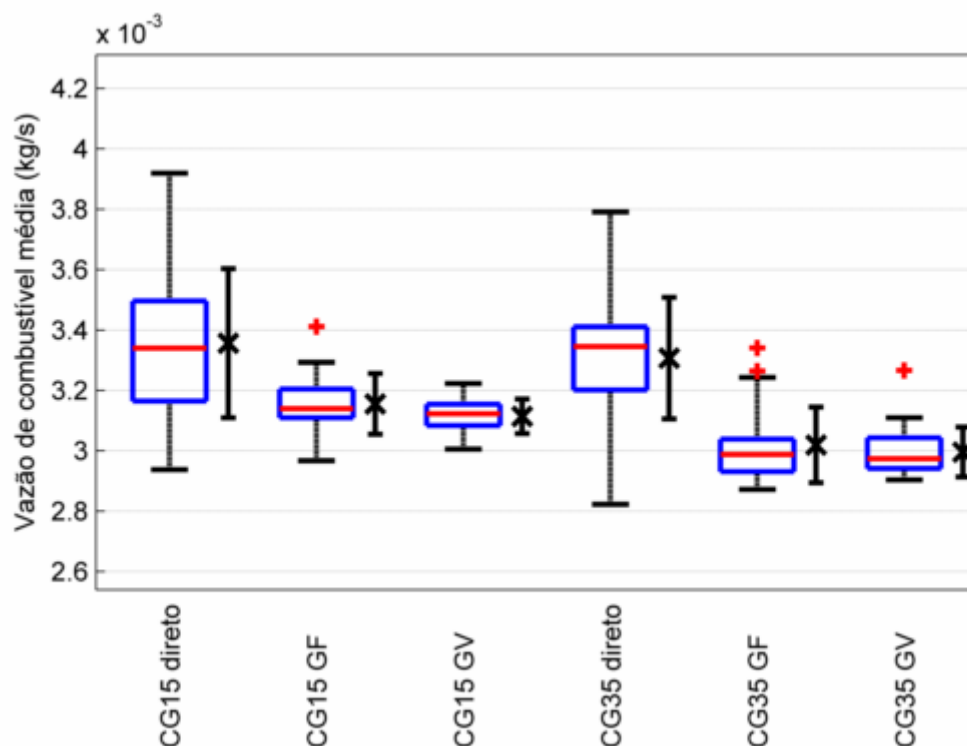


**Figura 73 – Notas de acordo com a tabela de Cooper-Harper.**

#### 4.2.6 VAZÃO DE COMBUSTÍVEL

A vazão de combustível média gasta em cada um dos testes é apresentada na Figura 74, utilizando-se a ferramenta exposta na seção 4.2.2.1. Adicionalmente aos Boxplot, são mostrados a média e o desvio-padrão para cada teste, por meio dos “x” e das linhas em “t”.

Percebe-se, ao longo dos testes para cada centro de gravidade, uma diminuição na mediana e uma diminuição da dispersão, para pilotagem assistida. Sendo que a máxima redução na mediana é de 14% e na média 12% (C.G a 35%). Ou seja, em média, os voluntários gastaram 12% menos combustível para o mesmo trecho com pilotagem assistida (GV). Isto pode ser explicado devido à lei de controle mais suave imposta à aeronave, bem como ao acompanhamento das condições ideais de velocidade e subida da aeronave quando está presente a pilotagem assistida. Uma importante parcela desta economia pode ser devido ao controlador 4, pois o mesmo coordena as curvas automaticamente e evita o aumento de arrasto gerado pelo ângulo de derrapagem.



**Figura 74 - Boxplot da vazão de combustível média para todos os voluntários.**

#### 4.2.7 FATORES DE CARGA EXTREMOS

Os fatores de carga máximo e mínimo encontrados em cada um dos testes são mostrados na Figura 75 e Figura 76, respectivamente, utilizando-se a ferramenta da seção 4.2.2.1.

Percebe-se que o mecanismo de saturação da deflexão do profundor funciona bem para os teste com pilotagem assistida e C.G a 15%, mas funcionam com pior desempenho para C.G. a 35%. Isto sugere um recálculo das deflexões do profundor por g para utilização deste esquema de assistência à pilotagem no futuro. Ainda assim, os maiores fatores de carga obtidos sem controlador ultrapassaram o envelope da aeronave, projetada para suportar fatores de carga limite +6 e -4. Este fato comprova o aumento da segurança de operação com pilotagem assistida.

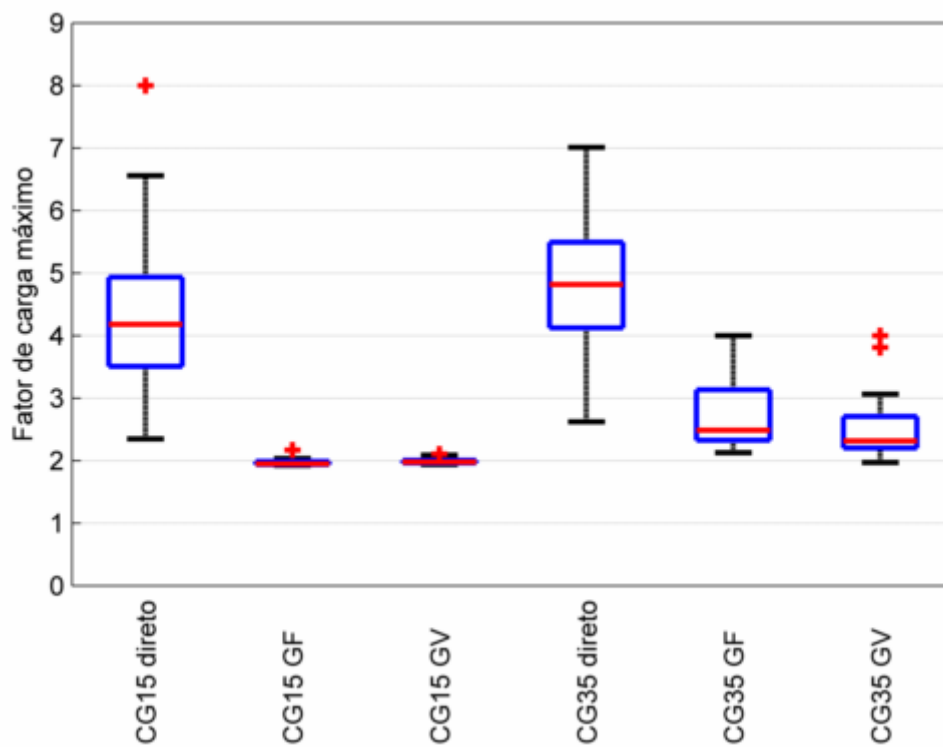


Figura 75 - *Boxplot* do fator de carga máximo para todos os voluntários.

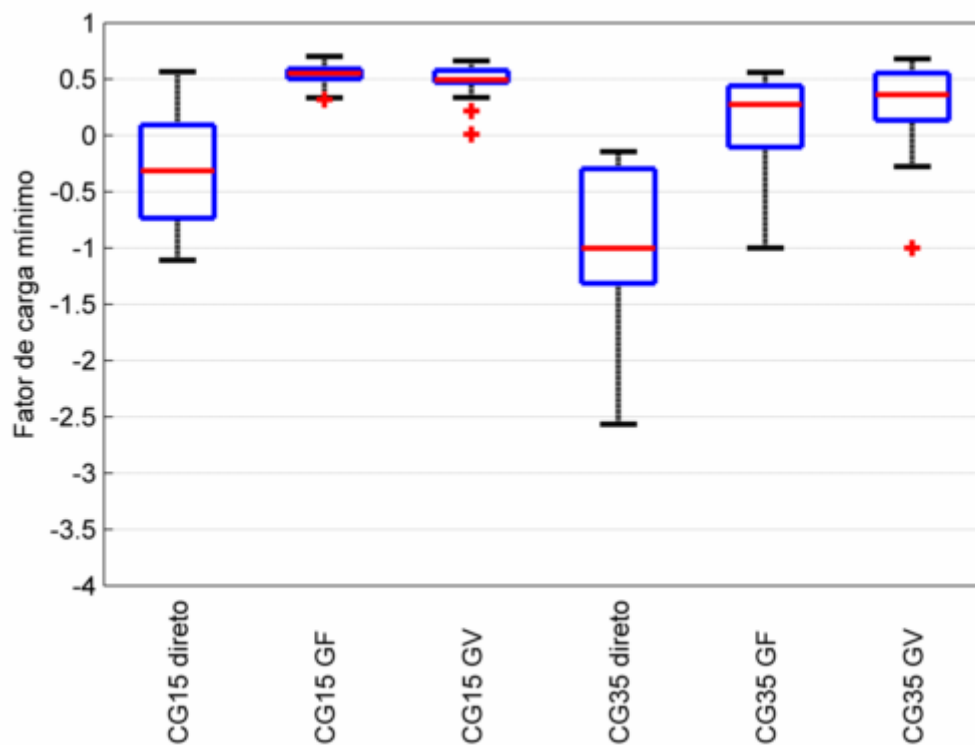
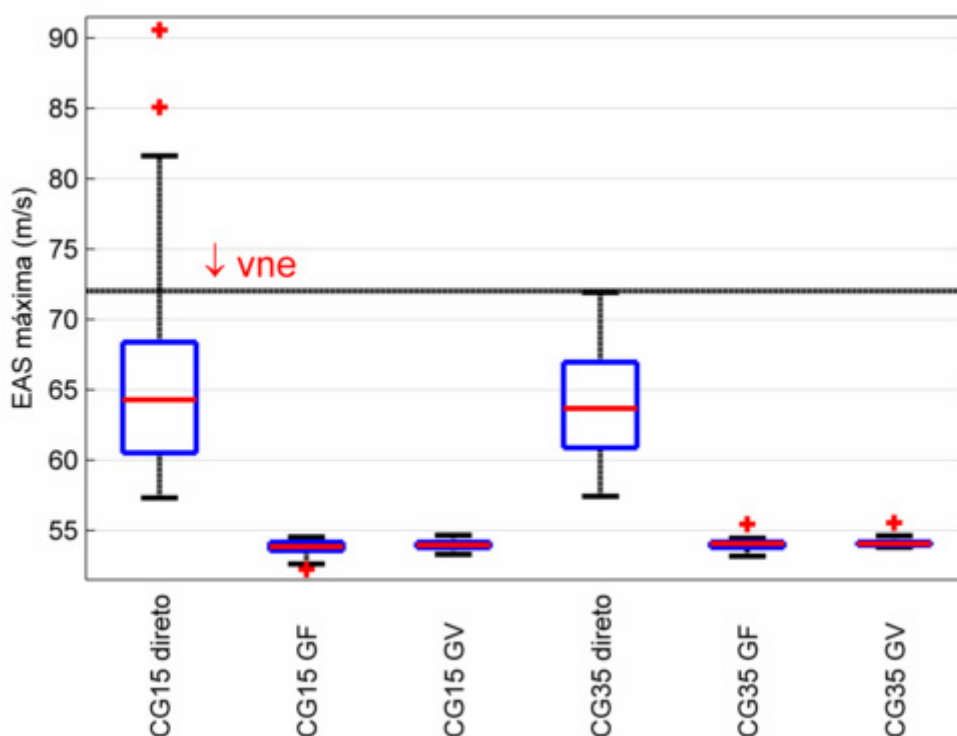


Figura 76 - *Boxplot* do fator de carga mínimo para todos os voluntários.

#### 4.2.8 VELOCIDADES EXTREMAS

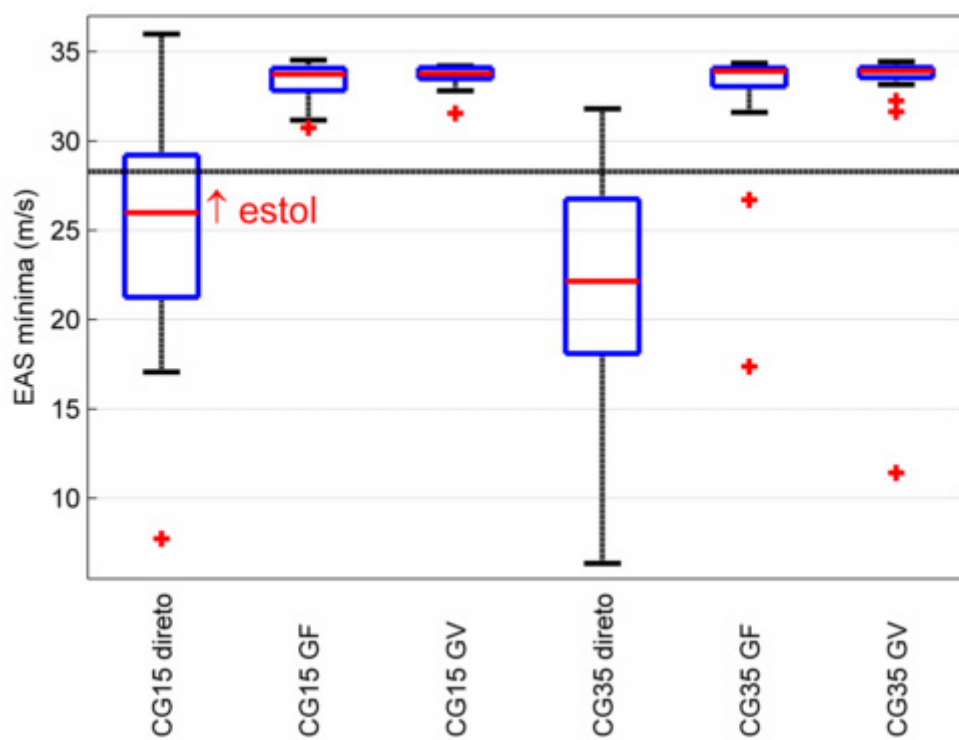
As velocidades máximas e mínimas em cada um dos testes são mostrados na Figura 77 e Figura 78, respectivamente, utilizando-se a ferramenta da seção 4.2.2.1. Com exceção de 1 *outlier* para a velocidade mínima no sexto teste, todos os voluntários ficaram dentro dos limites do envelope da aeronave com pilotagem assistida.

Sem pilotagem assistida, ocorreram situações extremamente indesejáveis quanto à segurança do voo, como o fato de que mais de 75% dos voluntários chegaram ao estol da aeronave para C.G. traseiro. Bem como o fato de que 4 pessoas ultrapassaram a  $V_{ne}$  (velocidade para nunca exceder) da aeronave. Este último fato representa a maior periculosidade dentre todos os dados analisados anteriormente, pois a falha de asa por excesso de velocidade acontece de repente, sem que o piloto consiga sentir fisicamente um indicativo; ao contrário da falha por excesso de fator de carga, pois o mesmo é sentido pelo piloto.



**Figura 77 - Boxplot de velocidade equivalente máxima para todos os voluntários.**





**Figura 78 - Boxplot de velocidade equivalente mínima para todos os voluntários.**

# 5 CONCLUSÃO

## 5.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Foi possível determinar os ganhos eficazes para 105 combinações de velocidade aerodinâmica, densidade do ar e posição do C.G. Devido à natureza numérica da metodologia de cálculo do diagrama de ganhos, bem como da complexidade da função objetivo, do tipo de algoritmo de otimização utilizado e das tolerâncias destes algoritmos, os valores de ganhos do diagrama (*gain scheduling*) não representaram curvas suaves. Portanto, utilizou-se a metodologia de mínimos quadrados para suavizar os resultados do diagrama, método cuja eficácia foi comprovada nos testes subsequentes no simulador de voo do CEA – UFMG. Nestes testes, utilizou-se o modelo com pilotagem direta, assistido com ganhos fixos e assistido com ganhos variáveis (diagrama de ganhos). Os testes foram realizados com 22 voluntários, em sua maioria inexperientes em pilotagem, com algumas exceções tendo experiência real ou em simulação de voo.

Foi possível observar que o pior piloto consegue desempenho similar ao melhor piloto quando está presente a pilotagem assistida, ao passo que a diferença entre o pior piloto e o melhor piloto sem pilotagem assistida é 3.5 vezes maior (analisando-se a pontuação final). Sendo que muitos voluntários simplesmente não conseguiram pilotar a aeronave em seu modo direto, colidindo com o solo ou se perdendo em relação à trajetória, representada graficamente por argolas. Por outro lado, todos os voluntários conseguiram acompanhar a trajetória e a velocidade ideais quando está presente a pilotagem assistida.

A eficiência energética quando está presente a pilotagem assistida melhorou sensivelmente, para a maioria dos voluntários, representando uma economia média de 12% no consumo de combustível para esta trajetória.

Muitos voluntários, em várias ocasiões, saíram do envelope de segurança (fator de carga e velocidade) da aeronave, para o caso sem pilotagem assistida. Fato que só aconteceu uma vez para um voluntário com pilotagem assistida. Isto comprovou que, para a tarefa

proposta, a estratégia adotada de assistência à pilotagem conseguiu tornar a operação mais segura para a maioria dos indivíduos e para a totalidade dos inexperientes, sem nenhum tempo de treinamento preliminar. Isto indica que, no que concerne à operação no envelope de fator de carga e de velocidades, o tempo de treinamento para operação segura pode ser drasticamente reduzido, para aeronaves assistidas. Obviamente, seria necessário sistemas redundantes, de modo que uma falha no software ou hardware do sistema de assistência à pilotagem não ocasione falhas catastróficas.

O sistema de pilotagem assistida com ganho variável (*gain scheduling*) apresentou desempenho ligeiramente melhor (mediana da pontuação 9% maior para CG a 15% e 4% maior para CG a 35%) que o sistema de pilotagem assistida com ganho fixo e é, portanto, recomendado. Porém, a utilização do último não causou situações indesejadas ou instabilidade. Sendo assim, escolhendo-se os ganhos para condições extremas (C.G. traseiro, velocidade aerodinâmica e densidade do ar altas), consegue-se um bom sistema de assistência à pilotagem.

Portanto, por meio da análise dos dados, é possível afirmar que o sistema proposto consegue facilitar a pilotagem de aeronaves leves, fazendo com que pessoas completamente inexperientes em pilotagem consigam realizar uma trajetória com retas, curvas, subidas e descidas em velocidades pré-estabelecidas com desempenho comparável aos pilotos experientes. Esta operação não é precedida de nenhum tipo de treinamento, apenas uma explicação de 10 minutos e, ainda assim, é realizada com total segurança de voo.

## 5.2 SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

Como sugestões de trabalhos futuros cita-se:

- Validar o modelo da aeronave ACS-100 Sora por ensaios em voo, analisando a influência da divergência do modelo quanto aos ganhos dos controladores.
- Projetar o modo de controle de emergência, no qual o piloto consegue utilizar os extremos do envelope de fator de carga.
- Refazer o trabalho com parâmetros aerodinâmicos não-lineares, incluindo-se modelagem pós-estol, parafusos, dentre outros.
- Realizar um controlador adaptativo com Redes Neurais + Lógica fuzzy, adicionando-se mecanismos de segurança para evitar ou sair do estol e evitar ou sair de um parafuso.
- Refazer o controlador utilizando o *Model following method*.
- Programar modos de falha do controlador como: falha de motor, falha de aileron e falha de leme.
- Realizar a metodologia deste trabalho para hélices de passo variável (velocidade constante).
- Realizar análise de falha (*Safety assessment*) dos sistemas a serem instalados na aeronave real.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Anderson, J. D. (2007). *Fundamentals of Aerodynamics*. New York: McGrawHill.
- AOPA. (2004). *Aircraft Owners and Pilots Association*. Acesso em 05 de Novembro de 2011, disponível em <http://www.aopa.org/asf/publications/topics/gatrend.pdf>
- Audet, C., & Dennis Jr., J. (2003). Analysis of Generalized Pattern Searches. *SIAM Journal on optimization*, 13, número 3, pp. 889-903.
- Barros, C. P. (2001). *Cálculos Thriatlon*. Belo Horizonte.
- Barroso, L. C. (1987). *Cálculo numérico (com aplicações)*. Belo Horizonte: UFMG.
- Bebiano, M. G. (2010). *Desenvolvimento do Modelo de Simulação do Grupo Moto-Propulsor da Aeronave CEA-206 CB10 Triathlon*. Trabalho de graduação DEMEC - UFMG, Belo Horizonte - Brasil.
- Boldt, A. (Outubro de 2001). *Wikipedia*. Acesso em 12 de Dezembro de 2011, disponível em Quaternion: <http://en.wikipedia.org/wiki/Quaternion>
- Burken, J. J., Hanson, C. E., & Lee, J. A. (2009). Flight Test Comparison of Different Adaptive Augmentations of Fault Tolerant Control Laws for a Modified F-15 Aircraft. *AIAA*.
- CAFE. (2011). *Personal Air Vehicles*. Acesso em 12 de Novembro de 2011, disponível em Comparative Aircraft Flight Efficiency: [http://www.cafefoundation.org/v2/pav\\_archive.php](http://www.cafefoundation.org/v2/pav_archive.php)
- Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2002). *Numerical Methods for Engineers* (4ª ed.). Nova York: McGraw-Hill.
- Cooke, J. M., Zyda, M. J., Pratt, D. R., & McGhee, R. B. (1994). NPSNET: Flight Simulation Dynamic Modeling Using Quaternions. *Presence*, 1, n°: 4, 404-420.
- Cooper, S., & Harper Jr., R. (1986). Handling Qualities and Pilot Evaluation. *CA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 9, n° 5.
- Digitizer. (2011). *Digitalizador Engauge - software grátis de digitalização regido pela licença GNU*. Acesso em 01 de 12 de 2011, disponível em Engauge Digitizer - Digitizing Software: <http://digitizer.sourceforge.net/>
- Dutra, D. A. (2010). *Identificação de Sistema para uma Aeronave Leve*. Projeto de Final de Curso, DEE - UFMG, Belo Horizonte, Brasil.

- ESDU. (2005). *Engineering and Science Data Unit: Aerodynamic derivatives*. Londres: IHS.
- Etkin, B. (1959). *Dynamics of Flight, Stability and Control* (3<sup>a</sup> ed.). Ed. Wiley.
- FAA. (2011). *Federal Aviation Administration*. Acesso em 5 de Novembro de 2011, disponível em <http://www.faa.gov>
- Fernandes, J. C. (2009). *Projeto de um Atuador para Controle do Movimento Longitudinal da Aeronave Triathlon*. Trabalho de Graduação DEMEC - UFMG. Belo Horizonte, Brazil.
- Fielding, C. (2000). *The Design of Fly-By-Wire Flight Control Systems*. BAE systems, Aerodynamics.
- Hamilton, W. R. (1853). *Lectures on Quaternions*. Dublin: Hodges and Smith.
- Hartman, E. P., & Biermann, D. (1938). *The Aerodynamic Characteristics of Full-Scale Propellers Having 2, 3 and 4 Blades of Clark Y and R. A. F. 6 Airfoil Sections*. NACA Report - 640.
- Lewis, R. M. (1998). *Why Pattern Search Works*. Hampton, Virginia: ICASE - NASA.
- Lycoming. (1980). *Aircraft Operators Manual*.
- Mccormick, B. W. (1994). *Aerodynamics, Aeronautics and Flight Mechanics* (2<sup>a</sup> ed.). Wiley.
- Morettin, P. A., & Bussab, W. O. (2006). *Estatística Básica*. Saraiva.
- NTSB. (2000). *National Transportation and Safety Board*. Acesso em 10 de Março de 2011, disponível em <http://www3.nts.gov>
- Ogata, K. (2009). *Modern Control Engineering* (5<sup>a</sup> ed.). Prentice Hall.
- Pesonen, U. J., Steck, J. E., & Rokhsaz, K. (2003). Adaptive Neural Network Inverse Controller for General Aviation Safety. *41st Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. Reno, Nevada: AIAA.
- Rebelo, D. R. (2010). *Automação, Integração de Dados e Instrumentação de um Simulador de Voo*. Belo Horizonte: Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia de Controle e Automação) - UFMG.
- Resende, L. S. (2006). *Metodologia de cálculo aerodinâmico utilizando software desenvolvido no Centro de Estudos Aeronáuticos*. Trabalho de graduação DEMEC - UFMG. Belo Horizonte, Brasil.
- Shoemake, K. (2000). *Quaternions*. Philadelphia: University of Philadelphia, Department of Computer and Information Science.

- Silva Filho, A. R. (2009). *Desenvolvimento e Avaliação de Estratégias de Assistência à Pilotagem para Aeronaves Leves*. Dissertação de Mestrado PPGMEC- UFMG. Belo Horizonte, Brazil.
- Silva Filho, A. R., Reis, F., Santana, G., Malaquias, I., & Oliveira, P. (2010). Development and Evaluation of Strategies for Piloting Assistance for Light Aircraft. *Proceedings of ICAS 2010*.
- Souza, A. N. (2010). *Projeto de um Sistema de Force - Feedback para o Simulador de Voo em Desenvolvimento do CEA - UFMG*. Trabalho de graduação DEMEC - UFMG, Belo Horizonte - Brasil.
- Stewart, J. (2011). *Calculus*. Brooks Cole.
- Tomczyk, A. (2002). A Proposal of Handling Qualities Shaping for General Aviation Aircraft. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, vol. 74, n° 6, 534-549.
- Vargas, L. A. (2005). *Vortex Lattice*. Belo Horizonte.
- Visioli, A. (2010). *Practical PID Control*. Londres: Springer-Verlag.
- Wikipedia. (2011). *Wikipedia the Free encyclopedia*. Acesso em 25 de Fevereiro de 2012, disponível em Dormand-Prince method: [http://en.wikipedia.org/wiki/Dormand%E2%80%93Prince\\_method](http://en.wikipedia.org/wiki/Dormand%E2%80%93Prince_method)
- Williams, J. (13 de Setembro de 2011). *F-35 Joint Strike Fighters to play vital role in national defense, local economy*. Acesso em 10 de Dezembro de 2011, disponível em BeaufortTribune: <http://beauforttribune.com/archives/64591>

## APÊNDICE I

### EQUAÇÕES DE MOVIMENTO DE CORPO RÍGIDO COM MASSA CONSTANTE

Parte-se da segunda lei de Newton para cada elemento de massa ( $\delta m$ ) da aeronave. Segue diretamente que: i) para o somatório das forças em cada elemento ( $\delta \mathbf{F}$ ) as forças internas se cancelam (de acordo com a terceira lei de Newton), restando apenas a forças externas, ii) a velocidade em qualquer ponto da aeronave (em relação a um referencial inercial) é  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_c + \frac{d\mathbf{r}}{dt}$ , iii) o valor de  $\sum \mathbf{r}\delta m = 0$  para o centro de massa (definição). Por meio das hipóteses acima, é possível demonstrar que a soma vetorial das forças externas é igual à massa total vezes a derivada do vetor velocidade do centro de massa em relação ao tempo (Etkin, 1959):

$$\mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{v}_c}{dt}. \quad (5.1)$$

Após, considera-se o momento da quantidade de movimento de cada elemento de massa, ou seja, a quantidade de movimento angular. Por definição, a quantidade de movimento angular de um elemento de massa é  $\delta \mathbf{h} = \mathbf{r} \times \mathbf{v} \delta m$ . Assim, derivando-se os dois lados, tem-se que:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\delta \mathbf{h}) &= \frac{d}{dt}(\mathbf{r} \times \mathbf{v}) \delta m, \\ &= \frac{d\mathbf{r}}{dt} \times \mathbf{v} \delta m + \mathbf{r} \times \frac{d\mathbf{v}}{dt} \delta m. \end{aligned} \quad (5.2)$$

Sabe-se que o vetor velocidade em qualquer ponto do corpo é a soma vetorial da velocidade no centro de massa mais o vetor velocidade em relação ao centro de massa (velocidade relativa proveniente da rotação). Logo:

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v} - \mathbf{v}_c. \quad (5.3)$$



Além disso, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{v}}{dt} \delta m &= \delta \mathbf{F}, \\ \therefore \\ \mathbf{r} \times \frac{d\mathbf{v}}{dt} \delta m &= \mathbf{r} \times \delta \mathbf{F} = \delta \mathbf{G}. \end{aligned} \tag{5.4}$$

Sendo  $\mathbf{G}$  o momento da força atuando no elemento de massa. Portanto, a equação (5.2) se torna:

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{G} &= \frac{d}{dt} (\delta \mathbf{h}) - (\mathbf{v} - \mathbf{v}_c) \times \mathbf{v} \delta m, \\ \mathbf{v} \times \mathbf{v} &= 0, \\ \therefore \\ \delta \mathbf{G} &= \frac{d}{dt} (\delta \mathbf{h}) + \mathbf{v}_c \times \mathbf{v} \delta m. \end{aligned} \tag{5.5}$$

Realizando-se a soma de todos os elementos de massa, tem-se que:

$$\begin{aligned} \sum \delta \mathbf{G} &= \frac{d}{dt} \sum (\delta \mathbf{h}) + \mathbf{v}_c \times \sum \mathbf{v} \delta m, \\ \sum \mathbf{v} \delta m &= m \mathbf{v}_c, \\ \therefore \\ \sum \delta \mathbf{G} &= \frac{d}{dt} \sum (\delta \mathbf{h}) + \overbrace{\mathbf{v}_c \times m \mathbf{v}_c}^{\mathbf{v}_c \times \mathbf{v}_c = 0}, \\ \mathbf{G} &= \frac{d\mathbf{h}}{dt}. \end{aligned} \tag{5.6}$$

Analogamente a (5.1), a equação (5.6) diz respeito à quantidade de movimento angular em relação ao centro de massa e o somatório de momentos externos ao corpo.

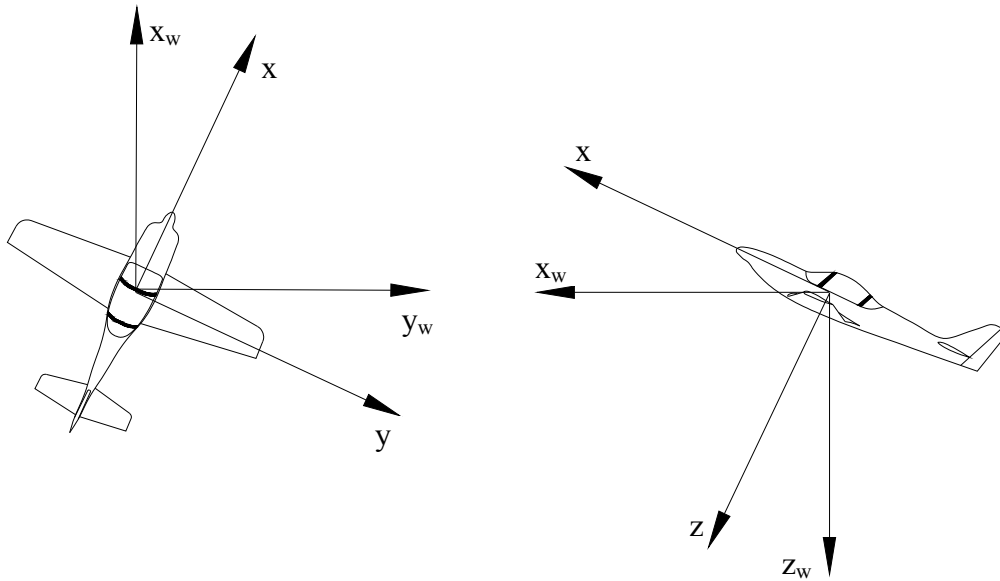
Para se encontrar a equação de  $\mathbf{h}$ , utiliza-se as seguintes hipóteses: i)

$\mathbf{h} \triangleq \sum (\mathbf{r} \times \mathbf{v}) \delta m$ , ii) a velocidade angular da aeronave é  $\boldsymbol{\omega} = P\mathbf{i} + Q\mathbf{j} + R\mathbf{k}$ , iii)

$\mathbf{v} = \mathbf{v}_c + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$ , tem-se que:

$$\begin{aligned} \mathbf{h} &= \sum \mathbf{r} \times (\mathbf{v}_c + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \delta m = \sum \mathbf{r} \times \mathbf{v}_c \delta m + \sum \mathbf{r} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \delta m, \\ \mathbf{h} &= \boldsymbol{\omega} \sum (x^2 + y^2 + z^2) \delta m - \sum \mathbf{r} (Px + Qy + Rz) \delta m, \\ &\dots \\ \begin{cases} h_x = P \sum (y^2 + z^2) \delta m - Q \sum xy \delta m - R \sum xz \delta m, \\ h_y = -P \sum xy \delta m + Q \sum (x^2 + z^2) \delta m - R \sum yz \delta m, \\ h_z = -P \sum xz \delta m - Q \sum yz \delta m + R \sum (x^2 + y^2) \delta m. \end{cases} \end{aligned} \quad (5.7)$$

Os somatórios do sistema de equações exposto em (5.7) são os momentos de inércia ( $I_{xx}$ ,  $I_{yy}$  e  $I_{zz}$ ) e os produtos de inércia ( $I_{xy}$ ,  $I_{yz}$  e  $I_{xz}$ ). Tal sistema é relativo ao referencial com origem no C.G. da aeronave, porém sem rotação. Ou seja, para utilizá-lo, considera-se a rotação do corpo separadamente dos eixos de referência. Porém, isto acarretaria em uma dificuldade excessiva para utilização das mesmas, pois, no eixo de referência sem rotação, os momentos e produtos de inércia se modificariam com a orientação do corpo. Portanto, utiliza-se o eixo de referência do corpo, com o eixo x apontando para o nariz, o eixo y ao longo da asa direita e o eixo z apontando para baixo da aeronave. O eixo de referência do corpo ( $x,y,z$ ) pode ser visto, em conjunto com o eixo de referência do solo ( $x_w,y_w,z_w$ ), na Figura 79.



**Figura 79 – Eixo de referência do corpo versus do solo.**

Assim, os produtos e momentos de inércia são constantes. Porém, uma transformação de coordenadas dos vetores se faz necessária. Tem-se que, para um vetor  $\mathbf{A}$  qualquer (expresso no referencial do corpo), sua derivada em relação ao tempo para o referencial inercial é:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{A}}{dt} &= \frac{d(A_x \mathbf{i})}{dt} + \frac{d(A_y \mathbf{j})}{dt} + \frac{d(A_z \mathbf{k})}{dt}, \\ &= \frac{d(A_x)}{dt} \mathbf{i} + \frac{d(A_y)}{dt} \mathbf{j} + \frac{d(A_z)}{dt} \mathbf{k} + \underbrace{A_x \frac{d(\mathbf{i})}{dt} + A_y \frac{d(\mathbf{j})}{dt} + A_z \frac{d(\mathbf{k})}{dt}}_{\text{Termo 2}}. \end{aligned} \quad (5.8)$$

Sendo  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$  e  $\mathbf{k}$  os vetores unitários do referencial do corpo em relação ao referencial inercial fixo. As derivadas do termo 2 são calculadas de maneira análoga ao cálculo de velocidade tangencial de uma partícula em rotação com raio constante e unitário. Portanto:

$$\begin{aligned}
A_x \frac{d(\mathbf{i})}{dt} + A_y \frac{d(\mathbf{j})}{dt} + A_z \frac{d(\mathbf{k})}{dt} &= A_x (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{i}) + A_y (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{j}) + A_z (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{k}), \\
&= \boldsymbol{\omega} \times (A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}) = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{A},
\end{aligned} \tag{5.9}$$

$\therefore$

$$\frac{d\mathbf{A}}{dt} = \frac{\delta\mathbf{A}}{\delta t} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{A}.$$

Sendo que  $\frac{\delta\mathbf{A}}{\delta t}$  já é em relação ao eixo do corpo, assim como  $\boldsymbol{\omega}$ . Sendo assim, as equações fundamentais se tornam iguais a:

$$\mathbf{F} = m \frac{\delta\mathbf{v}_c}{\delta t} + m\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_c, \tag{5.10}$$

$$\mathbf{G} = \frac{\delta\mathbf{h}}{\delta t} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{h}.$$

Utilizando-se as equações (5.10) e o sistema em (5.7), obtemos as equações em formato escalar (equações de Euler):

$$\begin{aligned}
F_x &= m(\dot{U} + QW - RV), \\
F_y &= m(\dot{V} + RU - PW), \\
F_z &= m(\dot{W} + PV - QU), \\
l &= \dot{h}_x + Qh_z - Rh_y, \\
m &= \dot{h}_y + Rh_x - Ph_z, \\
n &= \dot{h}_z + Ph_y - Qh_x,
\end{aligned} \tag{5.11}$$

Sendo L, M e N as resultantes dos momentos externos em torno dos eixos x, y e z do corpo, respectivamente. As quantidades de movimento angulares podem ser expressas pela seguinte multiplicação matricial, de acordo com a equação (5.7):

$$\begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & -I_{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix}. \tag{5.12}$$

Portanto, multiplicando-se os dois lados da equação (5.12) pela matriz inversa de momentos de inércia, tem-se:

$$\begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} B & E & F \\ E & C & G \\ F & G & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix}. \quad (5.13)$$

Sendo:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{(-I_{zz}I_{xy}^2 + 2I_{xy}I_{xz}I_{yz} + I_{yy}I_{xz}^2 + I_{xx}I_{yz}^2 + I_{xx}I_{yy}I_{zz})}. \\ B &= I_{yz}^2 + I_{yy}I_{zz}. \\ C &= I_{xz}^2 + I_{xx}I_{zz}. \\ D &= I_{xy}^2 + I_{xx}I_{yy}. \\ E &= I_{xy}I_{zz} - I_{xz}I_{yz}. \\ F &= -I_{xy}I_{yz} - I_{xz}I_{yy}. \\ G &= -I_{xy}I_{xz} - I_{xx}I_{yz}. \end{aligned} \quad (5.14)$$

Após, substitui-se (5.12) em (5.11):

$$\begin{aligned} F_x &= m(\dot{U} + QW - RV), \\ F_y &= m(\dot{V} + RU - PW), \\ F_z &= m(\dot{W} + PV - QU), \\ l &= \dot{h}_x + Q(-I_{xz}P - I_{yz}Q - I_{zz}R) - R(-I_{xy}P + I_{yy}Q - I_{yz}R), \\ m &= \dot{h}_y + R(I_{xx}P - I_{xy}Q - I_{xz}R) - P(-I_{xz}P - I_{yz}Q - I_{zz}R), \\ n &= \dot{h}_z + P(-I_{xy}P + I_{yy}Q - I_{yz}R) - Q(I_{xx}P - I_{xy}Q - I_{xz}R). \end{aligned} \quad (5.15)$$

Logo:

$$\begin{aligned}
\dot{U} &= \frac{F_x}{m} - QW + RV, \\
\dot{V} &= \frac{F_y}{m} - RU + PW, \\
\dot{W} &= \frac{F_z}{m} - PV + QU, \\
\dot{h}_x &= -Q(-IxzP - IyzQ - IzzR) + R(-IxyP + IyyQ - IyzR) + l, \\
\dot{h}_y &= -R(IxxP - IxyQ - IxzR) + P(-IxzP - IyzQ - IzzR) + m, \\
\dot{h}_z &= -P(-IxyP + IyyQ - IyzR) + Q(IxxP - IxyQ - IxzR) + n.
\end{aligned} \tag{5.16}$$

Derivando-se (5.13) e substituindo  $\dot{h}_x$ ,  $\dot{h}_y$  e  $\dot{h}_z$  no resultado, tem-se:

$$\begin{bmatrix} \dot{P} \\ \dot{Q} \\ \dot{R} \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} B & E & F \\ E & C & G \\ F & G & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{h}_x \\ \dot{h}_y \\ \dot{h}_z \end{bmatrix}.$$

$\therefore$

$$\begin{aligned}
\dot{P} &= AB(-Q(-IxzP - IyzQ - IzzR) + R(-IxyP + IyyQ - IyzR) + l) + \\
&\quad AE(-R(IxxP - IxyQ - IxzR) + P(-IxzP - IyzQ - IzzR) + m) + \\
&\quad AF(-P(-IxyP + IyyQ - IyzR) + Q(IxxP - IxyQ - IxzR) + n). \\
\dot{Q} &= AE(-Q(-IxzP - IyzQ - IzzR) + R(-IxyP + IyyQ - IyzR) + l) + \\
&\quad AC(-R(IxxP - IxyQ - IxzR) + P(-IxzP - IyzQ - IzzR) + m) + \\
&\quad AG(-P(-IxyP + IyyQ - IyzR) + Q(IxxP - IxyQ - IxzR) + n). \\
\dot{R} &= AF(-Q(-IxzP - IyzQ - IzzR) + R(-IxyP + IyyQ - IyzR) + l) + \\
&\quad AG(-R(IxxP - IxyQ - IxzR) + P(-IxzP - IyzQ - IzzR) + m) + \\
&\quad AD(-P(-IxyP + IyyQ - IyzR) + Q(IxxP - IxyQ - IxzR) + n). \tag{5.17}
\end{aligned}$$

Portanto, utilizando-se (5.17), as equações de Euler ficam da seguinte maneira:

$$\left\{ \begin{array}{l}
\dot{U} = \frac{F_x}{m} - QW + RV, \\
\dot{V} = \frac{F_y}{m} - RU + PW, \\
\dot{W} = \frac{F_z}{m} - PV + QU, \\
\dot{P} = AB(-Q(-I_{xz}P - I_{yz}Q - I_{zz}R) + R(-I_{xy}P + I_{yy}Q - I_{yz}R) + l) + \\
\quad AE(-R(I_{xx}P - I_{xy}Q - I_{xz}R) + P(-I_{xz}P - I_{yz}Q - I_{zz}R) + m) + \\
\quad AF(-P(-I_{xy}P + I_{yy}Q - I_{yz}R) + Q(I_{xx}P - I_{xy}Q - I_{xz}R) + n), \\
\dot{Q} = AE(-Q(-I_{xz}P - I_{yz}Q - I_{zz}R) + R(-I_{xy}P + I_{yy}Q - I_{yz}R) + l) + \\
\quad AC(-R(I_{xx}P - I_{xy}Q - I_{xz}R) + P(-I_{xz}P - I_{yz}Q - I_{zz}R) + m) + \\
\quad AG(-P(-I_{xy}P + I_{yy}Q - I_{yz}R) + Q(I_{xx}P - I_{xy}Q - I_{xz}R) + n), \\
\dot{R} = AF(-Q(-I_{xz}P - I_{yz}Q - I_{zz}R) + R(-I_{xy}P + I_{yy}Q - I_{yz}R) + l) + \\
\quad AG(-R(I_{xx}P - I_{xy}Q - I_{xz}R) + P(-I_{xz}P - I_{yz}Q - I_{zz}R) + m) + \quad (5.18) \\
\quad AD(-P(-I_{xy}P + I_{yy}Q - I_{yz}R) + Q(I_{xx}P - I_{xy}Q - I_{xz}R) + n).
\end{array} \right.$$

Sendo A, B, C, D, E, F e G constantes determinadas pelo sistema de equações (5.14). Fazendo-se a consideração de que  $I_{xy} = I_{xz} = I_{yz} = 0$ , ou seja, x, y e z sendo os eixos principais de inércia (simetria total da aeronave), simplificação comumente utilizada em modelos dinâmicos de aeronaves, as equações simplificam para o sistema abaixo:

$$\left\{ \begin{array}{l}
\dot{U} = \frac{F_x}{m} - QW + RV, \\
\dot{V} = \frac{F_y}{m} - RU + PW, \\
\dot{W} = \frac{F_z}{m} - PV + QU, \\
\dot{P} = QR \frac{I_{zz} + I_{yy}}{I_{xx}} + \frac{l}{I_{xx}}, \\
\dot{Q} = -PR \frac{I_{xx} + I_{zz}}{I_{yy}} + \frac{m}{I_{yy}}, \\
\dot{R} = PQ \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} + \frac{n}{I_{zz}}.
\end{array} \right. \quad (5.19)$$

## APÊNDICE II

### MÉTODO DE ORIENTAÇÃO POR EULER E QUATERNIONS

Em uma simulação do movimento de uma aeronave, a atualização da posição do centro de massa só pode ser determinada após a conversão de velocidades lineares em coordenadas do referencial fixo no solo. Da mesma maneira, a atualização da orientação da aeronave (posições angulares) necessita da conversão de velocidades angulares em uma orientação em relação a um referencial fixo no solo (Cooke, Zyda, Pratt, & McGhee, 1994).

Um dos métodos de orientação utilizados neste trabalho é o método de Euler. Em tal método, obtém-se a nova orientação da aeronave por meio da rotação da mesma em relação a três eixos. Em tal método, o novo estado de orientação da aeronave é representado por 3 rotações ordenadas em torno dos eixos do corpo. Primeiro, realiza-se uma rotação em torno do eixo z em um ângulo  $\Psi$  (ângulo de guinada), após, realiza-se uma rotação em torno do novo eixo y em um ângulo  $\Theta$  (ângulo de arfagem), depois, realiza-se uma rotação em torno do novo eixo x em um ângulo  $\Phi$  (ângulo de rolamento). Assim, obtém-se a nova orientação do corpo. Este método é utilizado para se enviar a orientação da aeronave para o módulo gráfico e para a EFIS e tem como desvantagem principal o fato de ter um ponto de singularidade (é preciso calcular tangente de  $\Theta$  e, portanto, existe um ponto de singularidade quando o mesmo é 90 graus). Partindo-se de uma orientação inicial em relação ao referencial fixo no solo, todas as orientações dos demais passos podem ser determinadas em relação a este referencial fixo.

Outro método de orientação utilizado neste trabalho é o método dos Quaternions. Segundo (Cooke, Zyda, Pratt, & McGhee, 1994) o método dos Quaternions é baseado em uma esfera de raio unitário e representa uma maneira de definir rotações por meio do uso de quatro parâmetros. Três deles descrevem o eixo de rotação, enquanto o quarto é determinado pelo ângulo por meio do qual a rotação ocorre.



Os Quaternions foram descritos por Sir William Rowan Hamilton em 1843 como uma extensão dos números complexos, que eram representados como vetores no plano, na busca por vetores que pudessem ser representados no espaço tridimensional e tivessem quociente, assim como números complexos têm. Ele propôs que era necessário se considerar uma outra dimensão do vetor, para que fosse possível tal quociente no espaço tridimensional (Hamilton, 1853). Ele chamou de Quaternion este conjunto de quatro números reais descritos pela base  $(1, i, j, k)$  tal que os mesmos obedeçam à seguinte regra de multiplicação:

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1. \quad (5.20)$$

Segue diretamente de (5.20) que a multiplicação de Quaternions é não-comutativa. As equações (5.20) se fazem necessárias para que, assim como em um número complexo, a multiplicação de um Quaternion por seu conjugado seja igual à norma  $(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)$ , possibilitando a divisão de Quaternions da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_1 &= a_1 + b_1\mathbf{i} + c_1\mathbf{j} + d_1\mathbf{k}, \\ \mathbf{q}_2 &= a_2 + b_2\mathbf{i} + c_2\mathbf{j} + d_2\mathbf{k}, \end{aligned} \quad (5.21)$$

$$\mathbf{q}_2^* = a_2 - b_2\mathbf{i} - c_2\mathbf{j} - d_2\mathbf{k} \text{ (Conjugado de } \mathbf{q}_2 \text{)},$$

$$\frac{\mathbf{q}_1}{\mathbf{q}_2} = \frac{\mathbf{q}_1}{\mathbf{q}_2} \cdot \frac{\mathbf{q}_2^*}{\mathbf{q}_2^*} = \frac{\mathbf{q}_1\mathbf{q}_2^*}{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2 + d_2^2}.$$

Ou seja, para que a multiplicação de  $\mathbf{q}_2$  pelo seu conjugado seja igual a  $(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)$  tal que  $a, b, c$  e  $d$  sejam valores reais, é necessário e suficiente que as equações (5.20) sejam satisfeitas. Algumas relações de multiplicação de quaternions que podem ser retiradas de (5.20) são mostradas abaixo:

$$\begin{aligned} ij &= k, & ji &= -k, \\ jk &= i, & kj &= -i, \\ ki &= j, & ik &= -j. \end{aligned} \quad (5.22)$$

A adição e multiplicação são realizadas exatamente como um número complexo, separando-se o termo real e os termos  $i$ ,  $j$  e  $k$ , realizando-se a multiplicação pela propriedade associativa. Apenas tomando-se o cuidado pelo fato de que a multiplicação é não-comutativa.

Uma outra maneira didática de enxergar um quaternion é como uma soma de um escalar e um vetor, tal que as propriedades acima sejam cumpridas. Ou seja, o quaternion pode ser representado pelo par-ordenado  $(w, \vec{u})$ . Esta maneira será usada abaixo para se obter o quaternion de rotação.

Quaternions podem ser utilizados para realizar, por meio de multiplicação direta, a transformação de um vetor  $\vec{v}$  qualquer em um vetor  $\vec{v}'$ , rotacionado  $\Phi$  radianos em torno de um eixo qualquer. A direção deste eixo pode ser representada por um quaternion unitário  $\vec{u}$  ( $x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+z\mathbf{k}$ ) com parte real igual a zero. Lembrando que  $\vec{v}$  e  $\vec{v}'$  são representados, também, por quaternions com parte real nula. Assim, é possível provar matematicamente (Shoemake, 2000) que, o quaternion de rotação “q” será:

$$q = \left( \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right), \vec{u} \cdot \text{sen}\left(\frac{\Phi}{2}\right) \right),$$

sendo,

$$\|\vec{u}\| = 1, \quad (5.23)$$

e,

$$\boxed{\vec{v}' = q \cdot \vec{v} \cdot q^*}.$$

Ou seja, encontra-se o vetor rotacionado  $\vec{v}'$  de  $\Phi$  radianos em torno de  $\vec{u}$  multiplicando-se o vetor anterior  $\vec{v}$  pelo quaternion de rotação e pelo conjugado do quaternion de rotação, ou seja,  $\left( \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right), \vec{u} \cdot \text{sen}\left(\frac{\Phi}{2}\right) \right)$  e  $\left( \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right), -\vec{u} \cdot \text{sen}\left(\frac{\Phi}{2}\right) \right)$  respectivamente.

As principais vantagens da utilização de quaternions podem ser observadas nas equações (5.23) acima. Primeiramente, o domínio de  $\Phi$  pode ir de  $-180^\circ$  a  $180^\circ$  sem apresentar um ponto de singularidade em  $90^\circ$ , pois divide-se  $\Phi$  por 2 ao se criar o quaternion. O que não é possível no método de orientação de Euler, que apresenta ponto de singularidade para ângulo de arfagem de  $90^\circ$ . Outra vantagem é o fato de duas multiplicações de quaternions requererem um custo computacional menor do que multiplicação de matrizes, como é o caso da rotação por ângulos de Euler. Existe outra vantagem, como será mostrada abaixo.

Para se calcular a orientação da aeronave (eixos do corpo) em relação ao sistema de referência fixo na terra, utiliza-se um quaternion de rotação  $q$ , assim, é possível demonstrar (Cooke, Zyda, Pratt, & McGhee, 1994):

$$q = q_0 + q_1\mathbf{i} + q_2\mathbf{j} + q_3\mathbf{k}, \quad (5.24)$$

$$\begin{bmatrix} X_W \\ Y_W \\ Z_W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_0q_2 + q_1q_3) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}.$$

Sendo o índice T relativo ao referencial na terra. Para se determinar os 4 valores pertencentes ao quaternion  $q$ , é possível demonstrar que (Cooke, Zyda, Pratt, & McGhee, 1994):

$$\begin{cases} \dot{q}_0 = -\frac{1}{2}(q_1P + q_2Q + q_3R), \\ \dot{q}_1 = \frac{1}{2}(q_0P + q_2R - q_3Q), \\ \dot{q}_2 = \frac{1}{2}(q_0Q + q_3P - q_1R), \\ \dot{q}_3 = \frac{1}{2}(q_0R + q_1Q - q_2P). \end{cases} \quad (5.25)$$

Sendo P, Q e R as velocidades angulares no referencial do corpo. Ou seja, sabendo-se o quaternion inicial da simulação e resolvendo-se o sistema de equações diferenciais

(5.25) em conjunto com o sistema de equações do movimento da aeronave, é possível obter todos os estados da aeronave.

A outra vantagem do método de orientação por quaternions pode ser observada por meio da análise das equações (5.25) e (5.24). Percebe-se que não se utilizou funções trigonométricas para o cálculo da orientação do corpo, o que contribui ainda mais para a eficiência computacional do método.

# ANEXO I

## ESCALA DE COOPER-HARPER.

