

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

ALEXANDRE DE CÁSSIO RODRIGUES

**MOMENTO ÓTIMO PARA INVESTIR EM PROJETOS DE
MINERAÇÃO: UMA ANÁLISE POR OPÇÕES REAIS E
TEORIA DOS JOGOS**

Belo Horizonte – MG
2012

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

ALEXANDRE DE CÁSSIO RODRIGUES

**MOMENTO ÓTIMO PARA INVESTIR EM PROJETOS DE
MINERAÇÃO: UMA ANÁLISE POR OPÇÕES REAIS E
TEORIA DOS JOGOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. Leonardo Pereira Santiago, PhD.

Belo Horizonte – MG
2012

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

ALEXANDRE DE CÁSSIO RODRIGUES

**MOMENTO ÓTIMO PARA INVESTIR EM PROJETOS DE
MINERAÇÃO: UMA ANÁLISE BASEADA EM OPÇÕES
REAIS E TEORIA DOS JOGOS**

Dissertação aprovada em 21 de dezembro de 2012 por banca examinadora constituída pelos doutores:

Prof. Leonardo Pereira Santiago - Orientador

Prof. Anderson Laécio Galindo Trindade

Prof. Roberto da Costa Quinino

Belo Horizonte – MG
2012

À minha família:
Cris, Juninho e Yuri.

AGRADECIMENTOS

A Deus pela força e iluminação recebidas ao longo dessa jornada.

À minha família pelo incentivo em todas as minhas escolhas e pela compreensão da minha ausência durante várias noites, madrugadas e fins de semana em busca da “ideia original” à frente do computador.

À toda equipe do Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção da UFMG, em especial ao professor Anderson, cujos desafios propostos em sala de aula sempre foram, para mim, um incentivo para continuar a simular.

A todos os colegas de curso, principalmente aos parceiros Guilherme e Juliano, por construírem e compartilharem comigo seus conhecimentos e experiências.

E por fim, mas não menos importante, ao meu orientador professor Leonardo Pereira Santiago, que além de contribuir de maneira muito significativa para a realização desse trabalho, foi meu confidente, conselheiro e em ensinou a ser mais tolerante em relação às incertezas da vida. Leo, muito obrigado!

Há três constantes na vida: incertezas, princípios e opções. O desafio é manter-se alinhado aos princípios e fazer as opções ótimas.

Adaptado de STEPHEN COVEY

RESUMO

Nesse trabalho é proposto um modelo matemático dinâmico para apoio à tomada de decisão em ambientes sob incerteza e competição. Admite-se a situação na qual duas mineradoras devam decidir qual o momento ideal para expandir a capacidade de escoamento da produção de minério de ferro, produto cuja demanda é incerta. O custo do investimento é elevado e irreversível. Além disso, devido à competição entre as empresas, a decisão tomada por uma delas afeta não só o seu lucro como também o lucro da sua rival. Uma das empresas é a líder de mercado e, por isso, decidirá primeiramente se investirá ou não no projeto. A outra, a seguidora, após observar a decisão da líder, decidirá o que fazer. O problema é modelado combinando os conceitos de Opções Reais e Teoria dos Jogos. Um procedimento de programação dinâmica é desenvolvido para avaliar o valor do projeto de ambas as empresas em cada momento de decisão, permitindo, assim, que sejam determinadas as estratégias que conduzem à maximização do valor do projeto. Em especial, são investigados os efeitos da demanda inicial de minério de ferro, do custo de investimento, da volatilidade da demanda e da vantagem competitiva da líder sobre o valor do projeto de investimento. Os resultados encontrados revelam que, diferentemente daquilo sugerido pelo modelo padrão de Opções Reais, o valor do projeto não cresce monotonicamente com a ampliação da demanda inicial, com a redução dos custos de investimentos ou com o aumento da volatilidade, o que pode ser atribuído à competição entre as empresas. Além disso, observou-se que a redução da vantagem competitiva do líder implica na antecipação da realização do investimento por parte da seguidora, de modo que o valor do projeto da líder poderá, em certos casos, não ser superior ao valor do projeto da seguidora.

Palavras-chave: Opções Reais, Teoria dos Jogos, Projetos de Mineração

ABSTRACT

In this work we propose a dynamic mathematical model to support decision making under uncertainty and competition environments. We admit the situation in which two mining companies must decide what the ideal time to expand the flow capacity of the production of iron ore, a product whose demand is uncertain. The investment cost is high and irreversible. Moreover, due to competition between companies, the decision by one of them affects not only your profit but also the profit of their rival. One of the companies is the market leader and, therefore, first decide whether or not to invest in the project. The other, the follower, after observing the decision of the leader, decide what to do. The problem is modeled by combining the concepts of Real Options and Game Theory. A dynamic programming procedure is developed to evaluate the value of the project for both companies in each moment of decision, thus allowing certain strategies that are conducive to maximizing the value of the project. In particular, we investigate the effects of the initial demand for iron ore, the investment cost, the volatility of demand and competitive advantage of the leader on the value of the investment project. The results show that, unlike what suggested by the Standard Model of Real Options, the value of the project does not grow monotonically with the increase of initial demand, with the reduction of investment costs or increased volatility, which can be attributed to competition between firms. Moreover, we observe that the reduction of competitive advantage in anticipation of the leader implies the realization of the investment by the follower, so that the value of the project leader may in some cases not be greater than the value of the project follower.

Keywords: Real Options, Game Theory, Mining Projects

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Fluxo de caixa de um projeto	18
Figura 2 - Assimetria na distribuição de probabilidades do VPL	23
Figura 3 - Representação de um jogo na forma extensiva.....	26
Figura 4 – Investimentos sequenciais sob competição e incerteza.....	34
Figura 5 - Reservas mundiais de minério de ferro.....	37
Figura 6 - Evolução da demanda mundial de minério de ferro e do PIB da China....	38
Figura 7 - Evolução da produção de minério de ferro da Vale e da Rio Tinto <i>Group</i>	38
Figura 8 – Evolução da demanda e decisão sequencial	41
Figura 9 - Efeito da demanda inicial sobre o valor do projeto	42
Figura 10 – Impacto do custo de investimento sobre o valor do projeto	44
Figura 11 - Influência da volatilidade da demanda sobre o valor do projeto	46
Figura 12 - Impacto do critério <i>Second Mover Advantage</i>	48
Figura 13 - Simulação da evolução da demanda de minério de ferro	49
Figura 14 - Evolução dos valores dos projetos - Simulação 1.....	50
Figura 15 - Evolução dos valores dos projetos - Simulação 2.....	50

LISTA DE QUADROS

Tabela 1 - Representação de um jogo na forma normal	25
Tabela 2 - Fluxo de caixa marginal por unidade de demanda.....	30
Tabela 3 – <i>Payoff</i> das empresas quando ambas ainda não investiram	33
Tabela 4 - Valores dos parâmetros do modelo.....	41

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

a.a. – ao ano

DNPM – Departamento Nacional da Produção Mineral

FCD – Fluxo de Caixa Descontado

MBG - Movimento Browniano Geométrico

Mt – milhões de toneladas

t – tonelada

TIR - Taxa Interna de Retorno

TMA - Taxa Mínima de Atratividade

VPL - Valor Presente Líquido

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	13
1.1. APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA.....	13
1.2. JUSTIFICATIVA.....	14
1.3. OBJETIVOS	15
1.4. METODOLOGIA.....	15
1.5. ESTRUTURA DO TRABALHO.....	17
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	18
2.1. MODELOS TRADICIONAIS DE AVALIAÇÃO ECONÔMICA DE PROJETOS.....	18
2.2. OPÇÕES REAIS	22
2.3. TEORIA DOS JOGOS.....	25
2.4. <i>OPTIONS GAMES</i>	27
3. DECISÃO SOB INCERTEZA E COMPETIÇÃO.....	29
3.1. MODELO DE PROGRAMAÇÃO DINÂMICA.....	29
3.2. DETERMINAÇÃO DAS ESTRATÉGIAS DE EQUILÍBRIO.....	32
3.3. PROPRIEDADES ANALÍTICAS DO MODELO	34
4. APLICAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	37
4.1. PANORAMA DA MINERAÇÃO DE FERRO.....	37
4.2. DEFINIÇÃO DAS PREMISSAS.....	39
4.3. O EFEITO DA DEMANDA INICIAL	42
4.4. O IMPACTO DO CUSTO DE INVESTIMENTO.....	44
4.5. A INFLUÊNCIA DA VOLATILIDADE	46
4.6. A SENBILIDADE À VANTAGEM COMPETITIVA.....	47
4.7. ANÁLISE TEMPORAL	49
CONSIDERAÇÕES FINAIS	52
REFERÊNCIAS.....	55

1. INTRODUÇÃO

1.1. APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

Acompanhando o aquecimento da economia dos países em desenvolvimento, em especial da China, a produção mundial de minério de ferro, entre 2002 e 2011, cresceu, em média, cerca de 10% ao ano, saltando de 1,1 para 2,8 bilhões de toneladas (USGS, 2012). Com isso, várias empresas do setor passaram a reavaliar a viabilidade econômica dos seus projetos a fim de determinar qual o momento ideal para realizar certo investimento.

Na ausência de restrições legais ou ambientais e havendo reservas suficientes, para suprir esse aumento da demanda uma mineradora sempre terá a flexibilidade para expandir a sua capacidade de produção ou de escoamento. Contudo, para isso, é necessário que sejam realizados investimentos, que, em geral, têm custos muito elevados (LIMA e SUSLICK, 2007).

O projeto de aumento da capacidade de produção de minério de ferro da Usiminas, dos atuais 7 Mt para 29 Mt/ano em 2015, consumirá, por exemplo, cerca de R\$ 4 bilhões. Por sua vez, a Samarco investirá R\$ 1,6 bilhão para construir um mineroduto, que operando com outros dois já existentes, elevará a capacidade de escoamento da produção de minério de ferro de 24 para 44 Mt/ano (DNPM, 2011).

Com relação a esse último caso, Kattah (2011) cita afirmação do presidente da empresa de que "*o mineroduto será instalado com capacidade ociosa e isso poderá garantir, se o mercado permitir, um novo ciclo de expansão no futuro*", evidenciando, assim, a flexibilidade gerencial presente nos projetos de mineração.

É importante destacar que os recursos alocados em projetos de mineração são irreversíveis, isto é, uma vez decidido pela realização do investimento, na ocorrência de cenários econômico-financeiros desfavoráveis, os montantes aplicados não mais poderão ser totalmente recuperados. Daí a importância de que os investimentos sejam realizados em momentos oportunos, de modo a maximizar o valor esperado do fluxo de caixa descontado (LIMA e SUSLICK, 2001).

Tem-se ainda que o mercado de minério de ferro é caracterizado por intensa competição entre as empresas, de modo que as decisões de investimentos de uma delas afeta não só o seu lucro como também o lucro das suas rivais. Atualmente, a brasileira Vale é a líder mundial na produção de minério de ferro, seguida pela australiana Rio Tinto *Group*. Juntas, em 2011, essas empresas foram responsáveis por, aproximadamente, 25% da produção mundial e 45% do mercado transoceânico de minério de ferro (DNPM, 2011). Naquele ano, mais de 60% das exportações mundiais de minério de ferro foram destinadas à China, sendo que esse valor era de apenas 15% em 2002 (CRU ANALISYS, 2012).

Portanto, considerando-se que a demanda mundial de minério de ferro possui elevada incerteza, que as mineradoras possuem flexibilidade gerencial para expandir a capacidade de produção ou de escoamento, que os custos de investimentos são elevados e irreversíveis e que o mercado de mineração de ferro é marcado por acirrada competição entre as grandes empresas produtoras, qual o momento ótimo para investir num projeto de mineração?

1.2. JUSTIFICATIVA

A decisão de investir em projetos de mineração de ferro é bastante complexa, requerendo, para isso, uma análise que considere a incerteza da demanda do produto, as flexibilidades gerenciais, a irreversibilidade e o alto custo dos investimentos assim como a competição existente entre as empresas do setor.

Até o momento, dois estudos abordam especificamente esse problema. Utilizando um modelo de tempo contínuo, Huisman (2001) investiga o *timing* de investimento numa situação de duopólio sob incerteza. Já Ferreira, Kar, e Trigeorgis (2009) valoram um projeto de expansão de uma mina, admitindo apenas cinco momentos de decisão. No entanto, esses trabalhos, respectivamente, não levam em consideração o fato de que a oportunidade de investimento é limitada a um horizonte de tempo finito e que o número de momentos de decisão deve ser grande o suficiente para garantir a adequada aproximação do tempo contínuo, características importantes do problema investigado nessa dissertação.

1.3. OBJETIVOS

Nesse contexto, ao combinar as contribuições das Opções Reais e da Teoria dos Jogos, essa dissertação tem como objetivo principal propor um modelo de apoio à decisão, dinâmico e em tempo discreto, que auxilie a tomada de decisão em ambientes sob incerteza e competição.

Especificamente, pretende-se:

- Derivar as estratégias que conduzam às soluções de equilíbrio do problema bem como as propriedades analíticas do modelo;
- Desenvolver um algoritmo capaz de gerar respostas para o problema em tempo computacional compatível com o horizonte da tomada de decisão;
- Aplicar a metodologia a problemas de investimentos em projetos de mineração, de modo a permitir a avaliação do impacto da demanda inicial, dos custos dos investimentos, da volatilidade da demanda assim como da vantagem competitiva de ser o pioneiro a investir sobre o momento ótimo para se realizar o investimento.

1.4. METODOLOGIA

No espaço científico, os problemas de pesquisa, principalmente os que envolvem modelos quantitativos, exigem métodos que busquem soluções precisas, confiáveis e, se possível, com alto poder de generalização, proporcionando, assim, contribuições ao debate acadêmico. Nesse sentido, Bertrand e Fransoo (2002) salientam que as pesquisas baseadas em modelos quantitativos podem ser classificadas em axiomáticas ou empíricas.

As primeiras são dirigidas a problemas previamente padronizados, em geral mais complexos que os já estudados, visando à obtenção de soluções que

possam ajudar a esclarecer a estrutura do problema. Desse modo, formalizam o comportamento do processo gerando conhecimento a respeito da interação entre variáveis e parâmetros.

Por outro lado, as pesquisas empíricas buscam assegurar que o modelo se ajuste às observações e ações da realidade que representa, tendo, por isso, como maior deficiência o fato de que os problemas reais, embora apresentem algumas similaridades estruturais, são todos diferentes.

Tanto as pesquisas axiomáticas quanto as empíricas podem ainda ser subdivididas em normativas ou descritivas. Em relação às pesquisas axiomáticas, as normativas almejam melhorar e/ou comparar resultados encontrados na literatura enquanto que as descritivas visam analisar as características de um modelo e apresentá-lo.

Por sua vez, as pesquisas empíricas normativas buscam o desenvolvimento de ações ou estratégias para melhorar a situação atual ao passo que as descritivas têm como finalidade a criação de um modelo que, num dado cenário, descreva satisfatoriamente as relações existentes.

A pesquisa aqui proposta pode ser classificada como axiomática normativa no que se refere ao atendimento do seu objetivo principal, que é desenvolver um modelo matemático dinâmico que auxilie a tomada de decisão em ambientes sob incerteza e competição. Assim sendo, nesta etapa serão realizadas as formulações conceitual e matemática do modelo bem como a construção das suas respectivas soluções.

Quanto aos objetivos específicos, que incluem a derivação de propriedades analíticas do modelo, o desenvolvimento de algoritmo capaz de gerar soluções em tempo computacional compatível com o horizonte de tempo da tomada de decisão e a aplicação da metodologia a problemas de investimentos em projetos de mineração, a pesquisa pode ser qualificada como empírica descritiva já que visa descrever as relações existentes em cada cenário.

1.5. ESTRUTURA DO TRABALHO

Além dessa introdução, esse trabalho, no capítulo 2, contará com uma revisão bibliográfica sobre os principais métodos de avaliação econômica de projetos, destacando suas características, aplicações e limitações, especialmente para aqueles baseados nos modelos de Fluxo de Caixa Descontado e de Opções Reais. Além disso, será apresentado referencial teórico sobre Teoria dos Jogos e *Options Games*, temas fundamentais para construção do modelo de auxílio à tomada de decisão sob incerteza e competição, que será detalhado no capítulo 3.

No que diz respeito à formulação do modelo, um procedimento de Programação Dinâmica será desenvolvido para determinar o valor do projeto de investimento de duas empresas que competem num mercado cuja demanda do produto comercializado é incerta. A partir da definição da função valor ótimo, da equação de otimalidade e das condições de contornos serão estabelecidas, para cada empresa, as estratégias que conduzem ao equilíbrio do jogo. Nessa etapa, ainda serão derivadas as propriedades analíticas do modelo.

A aplicação da metodologia proposta a um projeto hipotético de implantação de um mineroduto para escoamento da produção de minério de ferro será realizada no capítulo 4. Na oportunidade, será apresentado um panorama do mercado da mineração de ferro e serão definidas as premissas do modelo, com destaque para a imposição da hipótese de que as empresas estão sujeitas a externalidades negativas. Além disso, sob o critério de *first mover advantage*, serão discutidas as influências da demanda inicial de minério de ferro, do custo de investimento para implantação do mineroduto e da volatilidade da demanda sobre os valores do projeto, o que permitirá fazer comentários a respeito do momento ótimo para realização do investimento. Os efeitos da vantagem competitiva de ser o pioneiro a investir também serão investigados nesse capítulo.

Por fim, serão feitas algumas considerações sobre a pesquisa, enfatizando-se seus principais resultados e contribuições ao debate acadêmico e, sobretudo, as lacunas que poderão ser investigadas em trabalhos futuros.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. MODELOS TRADICIONAIS DE AVALIAÇÃO ECONÔMICA DE PROJETOS

Em geral, a decisão de investir ou não é suportada por modelos de avaliação econômica, cujos resultados da aplicação a parâmetros previamente selecionados permitem avaliar a viabilidade de implantação de um projeto.

Tradicionalmente, os modelos mais utilizados na avaliação econômica de projetos são o Valor Presente Líquido - VPL, a Taxa Interna de Retorno - TIR e o *Payback*, todos eles derivados do modelo básico de Fluxo de Caixa Descontado - FCD.

De acordo com Gitman (2002), o modelo de FCD parte do princípio de que a estimativa do fluxo de caixa do projeto, que envolve todas as receitas e despesas futuras às quais o investimento estará sujeito ao longo da sua vida útil, é conhecida e bastante precisa (Figura 1).

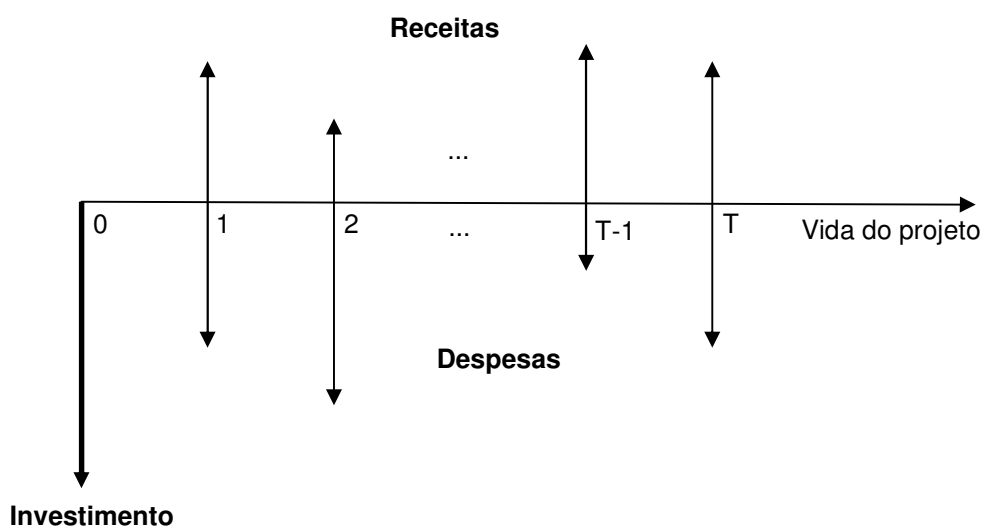


Figura 1 - Fluxo de caixa de um projeto

Segundo Smit e Trigeorgis (2004), os fluxos de caixa esperados $E(FC_t)$ ao longo da vida útil do projeto, T , devem ser descontados a uma taxa de desconto r , devidamente ajustada ao nível de risco do investimento. Dessa forma, o VPL do projeto será dado pela diferença entre esses valores e o custo de investimento I :

$$VPL = \sum_{t=1}^T \frac{E(FC_t)}{(1+r)^t} - I \quad (1)$$

Sendo assim, de acordo com Ross, Westerfield e Jaffe (2002), a decisão quanto à realização do investimento será feita de acordo com os seguintes critérios:

- $VPL > 0$: investir imediatamente, já que o projeto agrega valor ao investidor;
- $VPL < 0$: desistir de investir, pois o valor presente dos fluxos de caixa esperados não é suficiente para cobrir o custo do investimento;
- $VPL = 0$: o investidor é indiferente entre investir ou não no projeto, uma vez que o valor presente dos fluxos de caixa esperados apenas cobre o custo do investimento.

Por sua vez, a TIR é definida como a taxa de desconto que torna nulo o VPL de um dado projeto (GITMAN, 2002), ou seja:

$$\sum_{t=1}^T \frac{E(FC_t)}{(1+TIR)^t} - I = 0 \quad (2)$$

Logo, se projeto for empreendido a essa taxa, os recebimentos apenas compensarão os desembolsos, não agregando dessa forma valor ao investidor.

De acordo com esse modelo, a decisão de investimento deve ser feita a partir da comparação entre a TIR e a Taxa Mínima de Atratividade - TMA, que é peculiar a cada investidor. Assim, se a TIR for superior à TMA, deve-se investir imediatamente. Caso contrário, o investimento não deverá ser realizado (ROSS, WESTERFIELD e JAFFE, 2002).

Segundo Santos (2001), um dos problemas da utilização da TIR na avaliação de econômica de projetos é possibilidade de ocorrência de múltiplas TIR's caso ocorra mais de uma mudança de sinal nos fluxos de caixa esperados. Além disso, ressalta o autor que, implicitamente, a TIR assume que todos os fluxos de caixa gerados pelo projeto poderão ser reinvestidos à TIR, o que pode levar a rejeição de projetos de longa maturação e intensivos em capital, como é caso daqueles desenvolvidos no setor mineral.

Já o *Payback* é definido como sendo o tempo de retorno do capital investido, considerando-se o efeito do custo de capital, ou seja, a mudança do valor do dinheiro no tempo (ROSS, WESTERFIELD e JAFFE, 2002). Comumente, este modelo é aplicado para se ter uma indicação do nível do risco do projeto de investimento, já que quanto maior for o *Payback*, maior também será o tempo para se recuperar o capital investido e, conseqüentemente, mais arriscado será o projeto (BRASIL, 2002).

Concordando com Brealey e Myers (2003), as decisões sobre investimento devem-se ser feitas comparando-se o *Payback* do projeto com o tempo máximo admissível para que o investimento apresente o retorno esperado. Assim, o projeto cujo *Payback* for menor que o tempo máximo estipulado deverá receber investimentos. Contudo, se o *Payback* do projeto for maior que aquele tempo, a decisão deverá ser não investir.

No caso de investimentos de custo elevado, como é o caso de projetos de investimentos da área de mineração, Ross, Westerfield e Jaffe (2002) observam que a utilização do *Payback* para avaliar a viabilidade econômica não deve substituir o VPL, devendo, na verdade, complementá-lo. Todavia, ressaltam que, geralmente, os investidores utilizam aquele critério ao tomar decisões sobre investimentos cujos valores sejam relativamente baixos.

É importante observar que uma vez que os projetos minerais são de longo prazo, o *Payback*, isoladamente, não se mostra adequado para avaliá-los economicamente, já que esse modelo considera apenas os fluxos de caixa obtidos até um limite de tempo arbitrário, ignorando, assim, os fluxos de caixa que poderão ser obtidos futuramente.

Em comum, todos os modelos tradicionais de avaliação econômica analisados até então (TIR, VPL e *Payback*) apresentam a característica de considerar que a estratégia da empresa permanecerá estática até o final da vida útil do projeto. Logo, a decisão sobre investir ou não num determinado projeto é do tipo agora ou nunca (LIMA e SUSLICK, 2007).

Desse modo, essa abordagem não considera as flexibilidades gerenciais existentes na implantação dos projetos, que podem admitir a possibilidade de postergar o início de um projeto até que surjam novas informações, de expandir ou de contrair a capacidade de produção ou até mesmo de abandoná-lo.

Por isso, a aplicação de modelos baseados no FCD é recomendada somente quando se trata de mercados estáveis, para os quais a incerteza não tem nenhum impacto sobre os valores dos projetos, e as estratégias definidas na etapa de planejamento possam ser implementadas como originalmente foram concebidas (AMRAN e KULATILAKA, 2000).

Trigeorgis (1996) ressalta que, ao não considerar as flexibilidades para a revisão das estratégias iniciais, os modelos de avaliação econômica baseados no FCD podem subavaliar o valor do projeto, já que as flexibilidades gerenciais possibilitam capitalizar as oportunidades futuras favoráveis à empresa e reagir a eventos adversos. Assim, concluiu o autor que os modelos baseados no FCD são inadequados para avaliar a viabilidade econômica de projetos de capital.

Portanto, em se tratando de projetos de investimento do setor de mineração, que segundo Alves *et al.* (2008) são caracterizados pela presença de várias fontes de incerteza seja nos estágios de exploração, produção ou logística, os métodos tradicionais de análise de investimentos são insuficientes e nem sempre geram resultados compatíveis com os obtidos quando as decisões de investimentos são realizadas (LIMA e SUSLICK, 2001).

Para tratar as incertezas e capturar as flexibilidades de um projeto de investimento, de tal modo que os tomadores de decisão possam mudar a estratégia nos casos de alteração das condições macroeconômicas ou surgimento de oportunidades melhores, Trigeorgis (1996) sugere a utilização das Opções Reais, assunto que será tratado adiante.

2.2. OPÇÕES REAIS

A principal limitação dos modelos tradicionais de avaliação econômica de projetos é o fato de ignorarem as flexibilidades gerenciais, isto é, a possibilidade de adaptação ou revisão das estratégias nos casos de surgimento de oportunidades melhores.

A fim de preencher essa lacuna, é que, em analogia às opções financeiras¹, as avaliações econômicas de projetos mais modernas têm utilizados modelos baseados em opções reais, entendidas como sendo um direito, mas não uma obrigação, de, a um custo predeterminado, empreender uma ação por um período preestabelecido (COPELAND e ANTIKAROV, 2001, p. 6).

Pyndick (1994) esclarece que a aplicação da análise por Opções Reais à avaliação econômica de projetos requer a ocorrência de três fatores:

- a) **Irreversibilidade total ou parcial dos investimentos:** isto é, uma vez iniciado o projeto, seu custo do investimento não mais poderá ser totalmente recuperado;
- b) **Incerteza quanto ao retorno dos investimentos:** o fluxo de caixa do projeto pode estar sujeito a diversas variáveis, que podem ou não estar sob o domínio do investidor;
- c) **Flexibilidade gerencial:** a decisão de investir pode ser postergada até novas informações surjam.

Em função do grau de flexibilidade que oferecem, as opções reais podem ser classificadas em opções de expansão, de contração, de adiamento, de suspensão temporária ou de abandono (TRIGEORGIS, 1996).

Em se tratando do setor de mineração, iniciado um projeto, os gestores podem ter flexibilidade para, ao longo da sua vida útil, expandir a capacidade de

¹ Uma opção financeira é um contrato entre duas partes, que dá a seu comprador um direito, mas não uma obrigação, de comercializar uma quantidade fixa de determinado ativo a um preço estabelecido antes ou em de determinada data (MINARDI, 2004, p.25).

produção ou de escoamento de minério, caso as condições de mercado, como o aumento da demanda, se tornem favoráveis. No entanto, para isso, é necessário, que seja realizado um investimento a fim de que essa expansão possa ser implantada.

Analogamente, se as condições de mercado se tornar desfavoráveis, os gestores poderão decidir por operar abaixo da capacidade instalada, reduzindo, assim, os volumes de investimentos a serem realizados. Caso um projeto apresente VPL negativo, ao invés de rejeitá-lo, os tomadores de decisão poderão optar por adiar o seu início até que surjam novas informações que justificam a sua implantação. Além disso, se as condições de mercado forem instáveis, a empresa poderá suspender temporariamente as suas operações ou até mesmo abandonar o projeto, quando os seus ativos poderão ser comercializados.

Logo, conforme ilustrado na Figura 2, o valor de um projeto analisado por opções reais – VPL expandido - corresponderá à soma do VPL calculado pelo modelo do FCD – VPL estático - e do valor da opção (TRIGEORGIS, 1996):

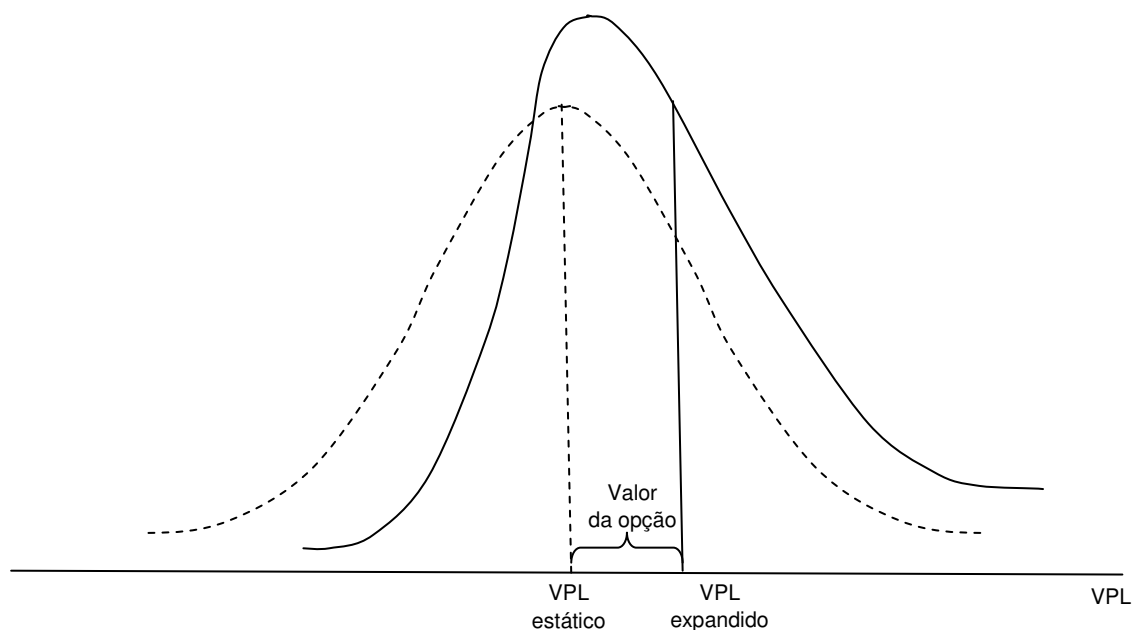


Figura 2 - Assimetria na distribuição de probabilidades do VPL

O trabalho de Brennan e Shwartz (1985) foi o primeiro a utilizar a análise por Opções Reais para avaliar projetos de mineração. Para valorar uma mina de cobre, os autores levaram em conta fatores como a incerteza e as flexibilidades operacionais.

Os resultados de Dixit e Pindyck (1994) asseguram que o valor de um projeto de mineração cresce monotonicamente com a ampliação da demanda inicial, com a redução do custo de investimento e com o aumento volatilidade da demanda.

Ao analisar a viabilidade econômica de minas de cobre no Canadá, Moyen, Slade e Uppal (1996) demonstraram que a avaliação de projetos de mineração pelo modelo do FCD conduz a valores menores que aqueles obtidos em análises por Opções Reais.

O crescimento do valor do projeto como consequência do aumento da incerteza nos custos de produção, reservas e preço dos minérios foi evidenciado por Slade (2001) enquanto que tanto Moel e Tufano (2002) quanto Akbari, Osanloo e Shirazi (2009) utilizaram a opção de abandono para valorar projetos de mineração.

O preço do metal de cobre foi modelado como um processo de reversão à média por McCarthy e Monkhouse (2003) na proposição de um modelo trinomial que admitia as opções de adiamento e abandono em minas de cobre.

Outras aplicações das Opções Reais na avaliação econômica de projetos de mineração podem ser encontradas em Abdel Sabour e Poulin (2006), Samis, Laughton e Poulin (2006), Dimitrakopoulos e Sabour (2007), Abdel Sabour e Wood (2009), Akbari, Osanloo e Shirazi (2009), Yaheng (2010), Lagos e Zhang (2011).

Apesar dos modelos de avaliação econômica baseados em Opções Reais considerarem adequadamente a irreversibilidade dos investimentos, as incertezas e as flexibilidades inerentes aos projetos de investimento, Kester (2001) aponta que as opções reais podem ser compartilhadas por várias empresas, não sendo, dessa forma, exclusivas do seu detentor.

Com isso, especialmente em setores de intensa concorrência, como é o caso do transporte de minério de ferro, o exercício da opção por uma empresa pode afetar o valor das opções reais das demais empresas, embutindo, assim, uma interação estratégica entre elas, fator que não é incorporado pelo modelo de Opções Reais, mas que pode ser tratado pela Teoria dos Jogos.

2.3. TEORIA DOS JOGOS

Como em ambientes oligopolistas as decisões de investimento de uma empresa estão sujeitas a fatores endógenos, as possíveis reações das empresas rivais devem ser levadas em conta.

Nesse sentido, Smit e Trigeogis (2004) afirmam que a Teoria dos Jogos é muito útil na análise dessas interações estratégicas, já que permite tanto reduzir um problema complexo a uma estrutura analítica simples quanto também prever o comportamento dos competidores, as estratégias de equilíbrio e as suas soluções.

Segundo com Mas-Collel (1995) a análise de um jogo estratégico envolve a observação de quatro elementos: os jogadores, as regras, as possíveis ações e os resultados de cada uma delas (*payoffs*).

Em relação às regras, quando os jogadores podem negociar entre si, tem-se um jogo cooperativo. Caso contrário, o jogo é dito não-cooperativo. Além disso, um jogo pode ser sequencial – quando um jogador pode observar a ação do rival - ou simultâneo, quando um jogador não conhece de antemão a ação escolhida pelo oponente. Quando todos os jogadores têm acesso às mesmas informações, tem-se um jogo de informação perfeita. Todavia, se há assimetria de informações, o jogo é dito de informação imperfeita.

Quando os *payoffs* de um jogo são sumarizados numa tabela, tem-se uma representação normal (Tabela 1).

Tabela 1 - Representação de um jogo na forma normal

		Líder	
		Investe	Não investe
Seguidora	Investe	(32,32)	(36,27)
	Não investe	(36,27)	(30,30)

Por outro lado, quando uma árvore é utilizada para ilustrar a interação estratégica entre os jogadores, está-se diante de uma representação extensiva. Nesse caso, uma linha unindo dois nós indicará a ocorrência de um jogo simultâneo (Figura 3).

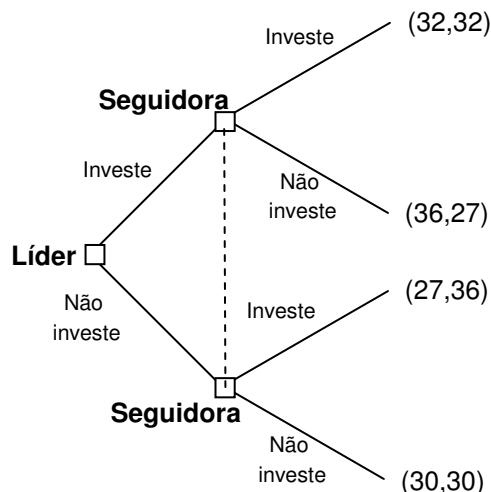


Figura 3 - Representação de um jogo na forma extensiva

A solução de um jogo parte do pressuposto de que as decisões dos jogadores sejam racionais, ou seja, consistentes e baseadas nas informações à disposição. Assim, para solucionar um jogo deve-se buscar prever o comportamento dos jogadores através da compreensão das suas ações ótimas dentro das alternativas possíveis.

Caso um conjunto de estratégias de um jogador não possa melhorar o seu estado sem alterar a sua posição ou estratégia, tem-se uma solução que é um Equilíbrio de Nash. Dessa forma, nenhum jogador terá incentivos para, unilateralmente, desviar-se desse equilíbrio, fazendo com que as estratégias que compõem essa solução sejam, simultaneamente, as melhores para todos os jogadores (MAS-COLLEL, 1995).

Logo, o Equilíbrio de Nash para o jogo representado na Figura 3 será (32, 32). Portanto, a estratégia ótima a ser adotada tanto pela líder quanto pela seguidora será investir.

2.4. OPTIONS GAMES

A combinação das contribuições das Opções Reais e da Teoria dos Jogos para auxílio à tomada de decisão sob incerteza e competição é identificada na literatura como *Options Games*. O trabalho pioneiro a abordar esse tema é atribuído a Smit e Ankum (1993), no qual demonstraram que a competição entre as empresas implica na diminuição do valor da espera, incentivando-as a investir precocemente, quando o valor presente líquido do projeto ainda não é tão alto.

Assim como nesse trabalho, o *timing* de investimento numa situação de duopólio é investigado por Dixit e Pindyck (1994) e Huisman (2001). Para isso, os autores fazem uso de um modelo de tempo contínuo, considerando que a oportunidade de investimento seja perpétua.

Smit e Trigeorgis (2004) e Cachon, Netessine e Swinney (2011) desenvolvem um modelo de dois estágios que incorpora flexibilidade gerencial e competição a fim de avaliar a interação estratégica em decisões de investimentos de projetos de P&D. Os resultados encontrados pelos autores revelam que quando incerteza é alta e o custo do investimento cresce com o tempo, pode haver equilíbrios nos quais uma empresa seguidora investirá num projeto antes da líder de mercado.

Kulatilaka e Perotti (1998) avaliam o impacto da incerteza sobre a decisão de investir em cenários de interação estratégica, concluindo que quando a vantagem estratégica é grande, o aumento da incerteza promove incentivos à realização dos investimentos.

De modo similar a esse trabalho, Ferreira, Kar, e Trigeorgis (2009) valoram um projeto de expansão da capacidade de produção de uma mina por meio de um modelo de *Options Games*. Concluem os autores que essa metodologia de avaliação econômica de projetos pode auxiliar os gestores de empresas de mineração a tomar decisões estratégicas quanto à realização dos investimentos.

Uma metodologia para analisar casos de jogos estratégicos sob condição de incerteza é proposta por Smit e Trigeorgis (2004). Segundo os autores, para jogos simultâneos, primeiramente deve-se buscar estratégias dominantes, ou seja, estratégias que são melhores para um jogador independentemente das escolhas dos demais. Nesse sentido, é sugerido que sejam eliminadas as estratégias que jamais serão escolhidas pelos jogadores – as estratégias dominadas.

Smit e Trigeorgis (2004) também recomendam que em todo jogo seja verificada a existência de um Equilíbrio Nash em estratégias puras. Não existindo esse equilíbrio, as ações ótimas poderão ser determinadas de acordo com a probabilidade da ocorrência de cada movimento. Havendo movimentos sequenciais, os autores salientam que a solução do jogo poderá ser encontrada a partir da avaliação dos resultados finais e das ações tomadas para alcançá-los.

Em se tratando de múltiplos estágios, Smit e Trigeorgis (2004) aconselham que o jogo seja dividido em subjogos, para os quais estejam disponíveis todas as informações presentes no jogo inicial. Além disso, salientam que cada subjogo deverá ter um nó inicial e, uma vez que um jogador o iniciou, deverá jogá-lo até o final. Assim, a solução do jogo será obtida pela resolução de cada subjogo separadamente, quando se deve buscar o Equilíbrio de Nash, nessa situação denominado de Equilíbrio de Nash em subjogos.

Somado a isso, Smit e Trigeorgis (2004) aconselham que seja feita indução reversa nos ramos da árvore de decisão, utilizando Opções Reais e Teoria dos Jogos para encontrar o equilíbrio dos jogos sob a condição de incerteza. Para tanto, as probabilidades neutras ao risco devem ser utilizadas para calcular os valores esperados das opções em cada um dos ramos da árvore.

Diferentemente dos trabalhos anteriores, nessa pesquisa relaxa-se a hipótese de que as oportunidades de investimento sejam perpétuas, ou seja, será admitido que essas oportunidades de investimento estejam limitadas a um horizonte de tempo finito. Assim, será utilizada uma abordagem em tempo discreto, de modo que as oportunidades de investimento não sejam contínuas, mas em número grande o suficiente para garantir a adequada aproximação do tempo contínuo.

3. DECISÃO SOB INCERTEZA E COMPETIÇÃO

3.1. MODELO DE PROGRAMAÇÃO DINÂMICA

Considere a situação na qual duas empresas estejam valorando um projeto de expansão da capacidade de escoamento de um produto cuja demanda é incerta. Uma delas, a líder de mercado (L), decidirá primeiramente se investirá ou não no projeto enquanto que a outra, a seguidora (S), após observar a decisão da líder, decidirá o que fazer. É admitido que as decisões tomadas pelas empresas sejam racionais e que visem à maximização do valor do projeto, que é influenciado tanto pela demanda do produto quanto pelas decisões tomadas por ambas as empresas.

A questão a ser respondida é: em cada estágio de revisão do projeto, qual a melhor decisão a ser tomada pelas empresas, isto é, qual estratégia cada empresa deverá adotar para que o investimento seja feito no momento ótimo?

Esse problema de decisão é caracterizado por interação estratégica num contexto de incerteza. Trata-se de um jogo entre dois agentes, não-cooperativo, dinâmico, sequencial, de informações completas e de *payoffs* conhecidos.

Em cada estágio, a decisão ótima de cada empresa, conforme sugerido por Smit e Trigeorgis (2004), será determinada por meio de um procedimento de Programação Dinâmica Estocástica, que segundo Baumeister e Leitão (2008, p.245) tem como ponto de partida o princípio de otimalidade de Bellman:

Uma estratégia ótima possui a seguinte propriedade: independentemente das decisões tomadas em instantes de tempo anteriores ao atual, as decisões futuras relativas ao estado ao qual as decisões passadas levou, tem que ser escolhidas de forma ótima.

Em outras palavras, o modo de escolher a estratégia ótima de controle independe tanto das decisões tomadas em tempos anteriores quanto dos respectivos estados atravessados pelo sistema até o tempo atual.

Bertsekas (1995) esclarece que a aplicação do método de programação dinâmica está condicionada à determinação da função valor ótimo, da equação de otimalidade e das condições de contorno, o que será feito adiante.

A formulação do modelo de programação dinâmica a ser proposto requer o conhecimento do custo de investimento do projeto I e ainda de:

- T, o prazo até a maturidade da oportunidade de investimento, que será discretizado em N intervalos de tempo com comprimento $\Delta t = T/N$, nos quais a demanda do produto será considerada constante;
- x_t^i , o estado da empresa i, $i = L, S$, no estágio t, $t \in \{0, 1, \dots, N\}$, definido por:

$$x_t^i = \begin{cases} 0, & \text{se a empresa } i \text{ não investiu no projeto até o estágio } t; \\ 1, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (3)$$

- $D_{x_t^L x_t^S}$, o fluxo de caixa marginal do projeto por unidade de demanda do produto, que, conforme apontado na Tabela 2, é condicionado aos estados das empresas L e S:

Tabela 2 - Fluxo de caixa marginal por unidade de demanda

		Seguidora	
		Investe	Não investe
Líder	Investe	(D ₁₁ , D ₁₁)	(D ₁₀ , D ₀₁)
	Não investe	(D ₀₁ , D ₁₀)	(D ₀₀ , D ₀₀)

- Y_t , a demanda do produto no estágio t, que assim como Bois, Kort e Huisman (2009), Chronopoulos, Reick e Sididdiqui (2011), será modelada pelo processo estocástico de Movimento Browniano Geométrico - MBG, com tendência α e volatilidade σ :

$$dY_t = \alpha Y_t + \sigma Y_t dz, \quad Y_0 > 0. \quad (4)$$

Diante disso, haverá N+1 momentos de decisão, sendo que a sequência de controles u_k^i , $i = L, S$ e $k \geq t$, $t \in \{0, 1, \dots, N - 1\}$, determinará a estratégia a ser adotada pela empresa i quanto a investir ou não no projeto no estágio k:

$$u_k^i = \begin{cases} 0, & \text{se a empresa } i \text{ não investir no estágio } k; \\ 1, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (5)$$

É importante esclarecer que o modelo proposto se restringe às situações nas quais uma vez tendo optado por realizar o investimento, a empresa i , $i = L, S$, não mais poderá fazê-lo. Logo, a dinâmica de transição do estado da empresa i , $i = L, S$, para $t \in \{0, 1, \dots, N-1\}$, será dada por:

$$x_{t+1}^i = \begin{cases} 0, & \text{se } x_t^i = 0 \text{ e } u_t^i = 0; \\ 1, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (6)$$

Dessa maneira, no estágio t , $t \in \{0, 1, \dots, N-1\}$, tem-se que o fluxo de caixa da empresa i , $i = L, S$, sendo j a sua rival, será dado por:

$$\pi_t^i(Y_t, x_t^i, x_t^j, u_t^i, u_t^j) = Y_t \times D_{x_t^i, x_t^j} \times \Delta t - I \times u_t^i + e^{-r\Delta t} E[\pi_{t+1}^i(Y_{t+1}, x_{t+1}^i, x_{t+1}^j) | Y_t, u_t^i, u_t^j] \quad (7)$$

Logo, a função valor ótimo será dada por:

$$V_k^i(Y_k, x_k^i, x_k^j) = \max_{u_0^i \in \{0,1\}} \left\{ \sum_{k=t}^{N-1} E[\pi_t^i(Y_t, x_t^i, x_t^j, u_t^i, u_t^j)] \right\} \quad (8)$$

Por sua vez, a equação de otimalidade, para $i = L, S$, será dada por:

$$V_t^i(Y_t, x_t^i, x_t^j) = \max_{u_0^i \in \{0,1\}} E \left\{ V_{t+1}^i(Y_{t+1}, x_{t+1}^i, x_{t+1}^j) + \pi_t^i(Y_{t+1}, x_{t+1}^i, x_{t+1}^j, u_t^i, u_t^j) \right\} \quad (9)$$

Como condição de contorno, admite-se que o fluxo de caixa obtido por cada empresa i , $i = L, S$, na maturidade da oportunidade de investimento T , independentemente do estado no qual se encontrem, seja igual a zero:

$$\pi_T^i(Y_T, x_T^i, x_T^j) \equiv 0 \quad (10)$$

Portanto, finalmente, tem-se que, para $i = L, S$, o modelo de programação dinâmica para o problema em questão pode ser escrito como:

$$\text{Objetivo } V_0^i(Y_0, x_0^i, x_0^j) = \max_{u_0^i \in \{0,1\}} \left\{ E \left[\sum_{t=0}^{N-1} \pi_t^i(Y_t, x_t^i, x_t^j, u_t^i, u_t^j) \right] \right\} \quad (11)$$

$$\text{sujeito a } V_t^i(Y_t, x_t^i, x_t^j) = \max_{u_0^i \in \{0,1\}} E \left[V_{t+1}^i(Y_{t+1}, x_{t+1}^i, x_{t+1}^j) + \pi_t^i(Y_{t+1}, x_{t+1}^i, x_{t+1}^j, u_t^i, u_t^j) \right] \quad (12)$$

$$\pi_T^i(Y_T, x_T^i, x_T^j) \equiv 0 \quad (13)$$

3.2. DETERMINAÇÃO DAS ESTRATÉGIAS DE EQUILÍBRIO

Em cada estágio, será aplicado o conceito de Equilíbrio de Nash em subjogos e o valor do projeto de expansão de cada empresa será obtido por um procedimento de programação dinâmica estocástica.

Sendo assim, seja $V_i^{(x'_i, x'_j)}(t, y)$ o valor do projeto da empresa i , $i = L$ e S , sendo j a sua rival, após as decisões tomadas no estágio t , $t \in \{0, 1, \dots, N-1\}$, quando a demanda $Y_t = y$. Considerando-se os estados que empresas podem assumir, quatro cenários poderão ocorrer:

i. As duas empresas já investiram:

Nesse caso, nenhuma decisão será tomada no estágio t . Logo, os valores dos projetos de ambas as empresas serão obtidos pela soma do fluxo de caixa atual com o valor esperado do fluxo de caixa descontado do próximo estágio. Dessa forma, para $i = L, S$, tem-se que:

$$V_i^{(1,1)}(t, y) = D_{11}y\Delta t + e^{-r\Delta t} E[V_i^{(1,1)}(t+1, Y_{t+1} | Y_t = y)] \quad (14)$$

ii. Apenas a empresa líder já investiu:

Nessa situação, somente a seguidora decidirá se investirá ou não no estágio t . Logo, como a decisão da empresa vai de encontro à maximização do valor esperado do fluxo de caixa, o valor do seu projeto será dado por:

$$V_S^{(1,0)}(t, y) = \max\{V_S^{(1,1)}(t, y) - I ; D_{01}y\Delta t + e^{-r\Delta t} E[V_S^{(1,0)}(t+1, Y_{t+1} | Y_t = y)]\} \quad (15)$$

Apesar de não decidir no estágio t , o valor do projeto da empresa líder será influenciado pela decisão da seguidora. Logo:

$$V_L^{(1,0)}(t, y) = \begin{cases} V_L^{(1,1)}(t, y), & \text{se } V_S^{(1,0)}(t, y) = V_S^{(1,1)}(t, y) - I \\ D_{10}y\Delta t + e^{-r\Delta t} E[V_L^{(1,0)}(t+1, Y_{t+1} | Y_t = y)], & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (16)$$

iii. Apenas a empresa seguidora já investiu:

Devido à simetria desse caso em relação ao anterior, os valores dos projetos das empresas líder e seguidora serão dados, respectivamente, por:

$$V_L^{(0,1)}(t, y) = \max\{V_L^{(1,1)}(t, y) - I ; D_{01}y\Delta t + e^{-r\Delta t} E[V_L^{(1,0)}(t+1, Y_{t+1}|Y_t = y)]\} \quad (17)$$

$$V_S^{(0,1)}(t, y) = \begin{cases} V_S^{(1,1)}(t, y), & \text{se } V_L^{(1,0)}(t, y) = V_L^{(1,1)}(t, y) - I \\ D_{10}y\Delta t + e^{-r\Delta t} E[V_S^{(1,0)}(t+1, Y_{t+1}|Y_t = y)], & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (18)$$

iv. Nenhuma empresa investiu ainda:

Nessa condição, o valor do projeto de cada uma das empresas será determinado a partir das estratégias que conduzirão ao Equilíbrio de Nash no subjogo representado na Tabela 3:

Tabela 3 – Payoff das empresas quando ambas ainda não investiram

		Seguidora	
		Investe	Não investe
Líder	Investe	$(V_L^{(1,1)} - I, V_S^{(1,1)} - I)$	$(V_L^{(1,0)} - I, V_S^{(1,0)})$
	Não investe	$(V_L^{(0,1)}, V_S^{(1,0)} - I)$	$(V_L^{(0,0)}, V_S^{(0,0)})$

O valor do projeto quando ambas as empresas ainda não investiram será admitido com sendo:

$$V_i^{(0,0)}(t, y) = D_{00}y\Delta t + e^{-r\Delta t} E[V_i^{(0,0)}(t+1, Y_{t+1}|Y_t = y)], \quad i = L, S \quad (19)$$

Portanto, considerando-se a sua precedência, a empresa líder tomará a sua decisão comparando os valores do projeto se investir ou não no projeto. A seguir, a seguidora, conhecendo a decisão da rival, racionalmente, decidirá pela ação que conduzirá à maximização do valor esperado do fluxo de caixa do projeto.

3.3. PROPRIEDADES ANALÍTICAS DO MODELO

Seja $\tau^i = \min\{t \geq 0 : Y_t \geq Y_{\tau^i}\}$ o estágio ótimo no qual a empresa i , $i = L, S$, decide investir no projeto, onde Y_{τ^i} é a demanda correspondente a τ^i (Figura 4).

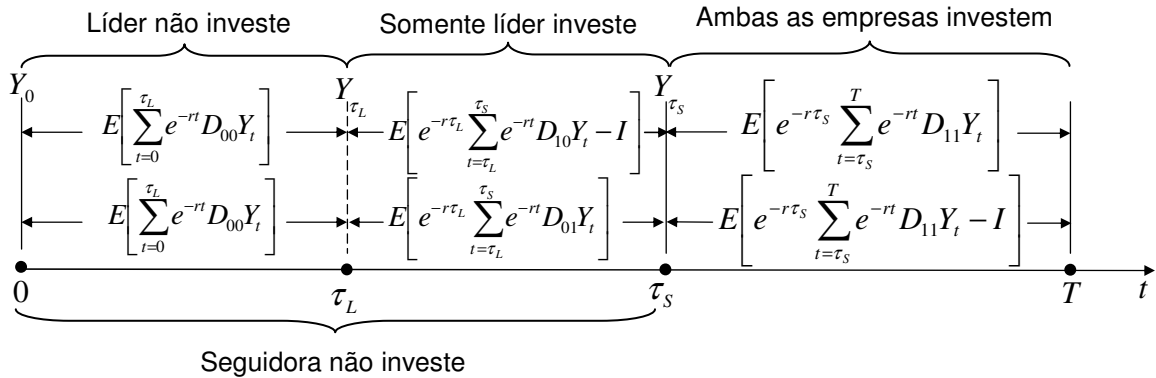


Figura 4 – Investimentos sequenciais sob competição e incerteza

Tem-se, ainda, que $V_0^i(Y_0)$, o valor esperado do fluxo de caixa descontado da empresa i , $i = L, S$, quando o exercício é realizado no estágio τ^i , dado que a demanda inicial é Y_0 , será dado por:

$$V_0^S(Y_0) = E \left[D_{00} \sum_{t=0}^{\tau_L} e^{-rt} Y_t + D_{01} \sum_{t=\tau_L}^{\tau_S} e^{-r(t+\tau_L)} Y_t + D_{11} \sum_{t=\tau_S}^T e^{-r(T+\tau_S)} Y_t - I \right] \quad (20)$$

$$V_0^L(Y_0) = E \left[D_{00} \sum_{t=0}^{\tau_L} e^{-rt} Y_t + D_{10} \sum_{t=\tau_L}^{\tau_S} e^{-r(t+\tau_L)} Y_t - I + D_{11} \sum_{t=\tau_S}^T e^{-r(T+\tau_S)} Y_t \right] \quad (21)$$

Assim, conforme Huisman (2001, p. 153 e 157), tem-se que o limiar de investimento da seguidora e da líder é único e será dado, respectivamente, por:

$$Y_{\tau^S} = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} \frac{(r - \alpha)I}{D_{11} - D_{01}} \quad (22)$$

$$Y_{\tau^L} = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} \frac{(r - \alpha)I}{D_{10} - D_{00}}, \quad (23)$$

onde r é taxa de juros livre de risco, α e σ são, respectivamente, a tendência e a volatilidade do MBG e $\beta_1 = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{\sigma^2} + \sqrt{\left[\frac{\alpha}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right]^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} > 1$.

Diante disso, pela análise do modelo proposto pode-se afirmar o seguinte:

Proposição 1: Considere a situação na qual duas empresas estejam valorando um projeto de expansão da capacidade de escoamento de um produto cuja demanda é incerta. Havendo externalidades negativas, isto é, se o exercício da opção de investimento por uma das empresas reduzir o valor do projeto da outra, o crescimento da incerteza implica no aumento do limiar de investimento ótimo.

Essa afirmativa é válida tanto para a líder quanto para a seguidora, isto é, o limiar de investimento ótimo aumenta na medida em que a demanda se torna mais incerta. Intuitivamente, isso ocorre porque uma maior incerteza provoca o aumento do valor da opção de espera.

Prova:

Tem-se que o limiar de investimento ótimo para a empresa i , $i = L, S$, é dado por:

$$Y_{\tau^i} = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} \frac{(r - \alpha)I}{C^i}, \quad (24)$$

onde $C^L = D_{10} - D_{00}$ e $C^S = D_{11} - D_{01}$. Note que se $C^L, C^S > 0$ as empresas estarão sujeitas a externalidades negativas, ou seja, que o exercício da opção de investimento por uma delas reduza o valor do projeto da outra. Logo:

$$\frac{\partial Y_{\tau^i}}{\partial \sigma^2} = \frac{(r - \alpha)I}{C^i} \frac{\partial Y_{\tau^i}}{\partial \beta_1} \frac{\partial \beta_1}{\partial \sigma^2} \quad (25)$$

$$\frac{\partial Y_{\tau^i}}{\partial \sigma^2} = \frac{(r - \alpha)I}{C^i} \frac{-1}{(\beta_1 - 1)^2} \frac{1}{\sigma^4} \left[\alpha - \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\alpha}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\alpha^2}{\sigma^2} - \frac{\alpha - 2r}{2} \right) \right] > 0 \quad (26)$$

Proposição 2: Sob incerteza e competição, o crescimento do investimento implica no aumento do limiar de investimento ótimo.

Prova:

A derivada do limiar de investimento ótimo para a empresa i , $i = L, S - Y_{\sigma^i}$ - em relação ao investimento I é dada por:

$$\frac{\partial Y_{\sigma^i}}{\partial I} = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} \frac{(r - \alpha)}{C^i} > 0. \quad (27)$$

Proposição 3: Sob incerteza e competição, a redução da vantagem competitiva da líder implica na diminuição do limiar de investimento ótimo da seguidora.

Não havendo incentivos para investir primeiramente, ambas as empresas tomarão a mesma decisão quanto a investir ou não, de tal modo que os valores dos seus projetos serão idênticos. Por outro lado, o crescimento da vantagem competitiva da líder implica na redução do limiar de investimento ótimo desta ao mesmo tempo em que aumenta o limiar de investimento ótimo da seguidora.

Prova:

A vantagem competitiva da líder pode ser interpretada como sendo a diferença entre $(D_{10} - D_{00})$ e $(D_{11} - D_{01})$, que se for positiva, acarretará em maior fluxo de caixa marginal à empresa que investir primeiramente em relação àquela que investir mais tarde. Dessa forma, a redução da vantagem competitiva da líder implica em:

$$(D_{10} - D_{00}) - (D_{11} - D_{01}) \rightarrow 0 \quad (28)$$

$$\Rightarrow (D_{10} - D_{00}) \rightarrow (D_{11} - D_{01}) \quad (29)$$

$$\Rightarrow Y_{\sigma^S} \rightarrow Y_{\sigma^L} \quad (30)$$

4. APLICAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

4.1. PANORAMA DA MINERAÇÃO DE FERRO

O ferro é um dos elementos químicos mais abundantes da crosta terrestre. A magnetita, a hematita, a siderita, a limonita, a goetita e a pirita são os principais minerais que o contém. Devido à sua vasta aplicação, especialmente no setor siderúrgico, o minério de ferro é uma das substâncias minerais mais demandadas e produzidas do mundo.

As reservas mundiais de minério de ferro apuradas em 2011 somaram 180 bilhões de toneladas. No entanto, conforme ilustrado na Figura 5, a distribuição dessas reservas é bastante concentrada, estando mais de 70% delas divididas entre apenas seis países (DNPM, 2011).

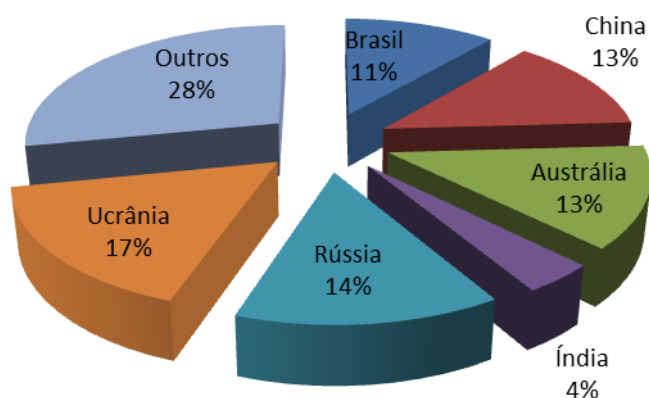


Figura 5 - Reservas mundiais de minério de ferro

Apesar de o Brasil ocupar apenas o quinto lugar no ranking mundial dessas reservas, considerando-se o alto teor do minério de ferro brasileiro, que em média é de 64%, o país apresenta uma posição diferenciada em relação a outros países como a Austrália e a China, cujo teor médio é de 59% e de 40%, respectivamente (QUARESMA, 2001).

Influenciada pelo crescimento da economia dos países em desenvolvimento, em particular da China, a produção mundial de minério de ferro, entre 2002 e 2011, cresceu, em média, cerca de 10% ao ano, saltando de 1,1 para 2,8 bilhões de toneladas (Figura 6). Nesse mesmo período, a participação chinesa nas exportações mundiais de minério de ferro subiu de 15 para 60% (CRU ANALISYS, 2012).

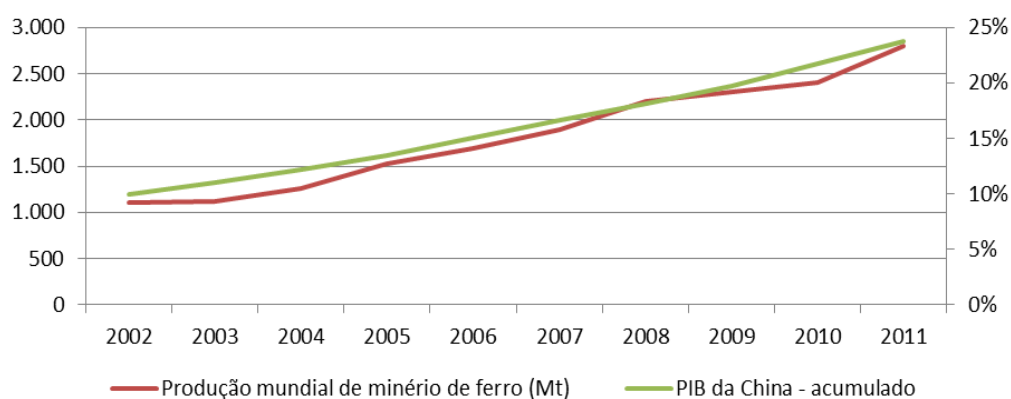


Figura 6 - Evolução da demanda mundial de minério de ferro e do PIB da China

Fonte: USGS (2012), FMI (2012)

A necessidade de ganhos de escala somada aos elevados custos de investimento para desenvolvimento das minas e escoamento da produção impede a entrada de empresas de pequeno porte no mercado internacional de minério ferro, concentrando, assim, a maior da produção nas mãos de poucos *players*, como a Vale e Rio Tinto *Group*, que, em 2011, foram responsáveis por 25% da produção mundial e 45% do mercado transoceânico de minério de ferro (DNPM, 2011).

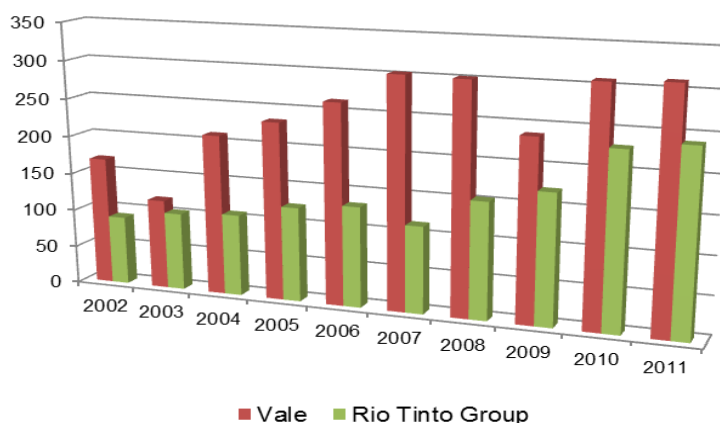


Figura 7 - Evolução da produção de minério de ferro da Vale e da Rio Tinto Group

Fonte: Relatórios de produção da Vale e Rio Tinto Group (2002 – 2011)

4.2. DEFINIÇÃO DAS PREMISAS

O modelo de apoio à tomada de decisão sob incerteza e competição desenvolvido no capítulo anterior será aplicado na valoração de um projeto que visa expandir a capacidade de escoamento da produção de minério de ferro por meio da construção de um novo mineroduto. O propósito será definir qual a estratégia conduz ao maior retorno do projeto, determinando, assim, o momento ótimo para realização do investimento.

Nesse contexto, será considerado que a implantação do projeto, cujo custo de investimento é estimado em US\$ 800.000.000,00, está sendo ponderada por duas mineradoras. Uma delas é a líder de mercado e, por isso, decidirá primeiramente se investirá ou não no projeto. A outra empresa, após observar a ação da rival, decidirá o que fazer. As decisões de ambas visarão maximizar o valor do projeto, cujo valor é afetado tanto pela demanda do produto quanto pelas decisões tomadas pelas empresas.

Será admitido que as empresas estejam sujeitas a externalidades negativas, ou seja, que o exercício da opção de investimento por uma delas reduza o valor do projeto da outra, o que é traduzido pela imposição da seguinte restrição aos parâmetros do modelo:

$$D_{10} > D_{11} > D_{00} > D_{01}. \quad (31)$$

Além disso, assim como Huismam (2001), inicialmente, será considerado o critério de *first mover advantage*. Dessa forma, o fluxo de caixa marginal da empresa que investir primeiro será maior que o daquela que investir mais tarde:

$$D_{10} - D_{00} > D_{11} - D_{01}. \quad (32)$$

O critério de *first mover advantage* é apropriado para descrever o comportamento de empresas do setor de mineração de ferro porque, a fim de desfrutar de maior receita como pioneira, essas empresas terão interesse em investir preventivamente, postergando assim o investimento das rivais.

Assim como Imai e Watanabe (2005) será suposto que a demanda de minério de ferro possa ser modelada por Movimento Browniano Geométrico, cujo processo estocástico de difusão é definido pela Equação 4. Segundo Figlewski e Gao (1999) e Cotazar (2001), baseado no método das diferenças finitas explícitas, o MBG, para N suficiente grande, pode ser aproximado pelo seguinte processo trinomial:

$$Y_{t+n\Delta t} = \begin{cases} Y_t e^{\left(\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)n\Delta t + \sigma h\right)}, & \text{com probabilidade } p_u = \frac{n\sigma^2}{2h^2} \\ Y_t e^{\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)n\Delta t} & \text{com probabilidade } p_m = 1 - \frac{n\sigma^2}{h^2} \\ Y_t e^{\left(\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)n\Delta t - \sigma h\right)}, & \text{com probabilidade } p_d = \frac{n\sigma^2}{2h^2} \end{cases} \quad (33)$$

sendo r é taxa de juros livre de risco, $n = 0, \dots, N$ a discretização do tempo em intervalo de comprimento $\Delta t = T/N$ e h a discretização da demanda.

Apesar de n e k admitirem quaisquer valores positivos, conforme sugerido por Figlewski e Gao (1999) e Hull (2005), será adotado $h = \sigma\sqrt{3n}$, pois, desse modo, o processo discretizado possuirá os mesmo cinco momentos do processo contínuo. Sendo assim, as probabilidades de que haja um movimento de alta, intermediário ou de baixa serão, respectivamente, $p_u = 1/6$, $p_m = 2/3$ e $p_d = 1/6$.

Para a aplicação do modelo, será considerado que a demanda inicial de minério de ferro seja de 150 Mt/ano e que a volatilidade da demanda, cuja estimativa, conforme Hull (2005), foi determinada pelo desvio-padrão da diferença entre $\ln(Y_t)$ e $\ln(Y_{t-1})$ para o período entre 2002 e 2011, seja de 10% ao ano.

Na realização dos testes considerou-se que a taxa de juros livre de risco fosse de 10% a.a.. Já o tempo até a expiração da oportunidade de investimento, admitido como sendo igual a cinco anos, foi discretizado em cem intervalos de comprimento iguais, de tal modo que as empresas terão 101 momentos de decisão.

O fluxo de caixa marginal quando ambas as empresas ainda não investiram no projeto, D_{00} , foi determinado pela diferença entre o preço médio de venda da tonelada de minério de ferro em outubro de 2012 – US\$ 81/t (Durão, 2012) e o custo marginal da Vale para produzi-lo - US\$ 51/t (AGUIAR, 2012).

Na ausência de dados, porém atendendo às restrições dos parâmetros do modelo, foi admitido que caso apenas uma empresa invista no projeto, o seu fluxo de caixa marginal será de US\$ 36/t enquanto que aquela não investiu terá lucro de US\$ 27/t de minério de ferro. Por outro lado, no cenário em que as duas empresas investirem no projeto, ambas terão contribuição marginal de US\$ 32/t.

A seguir, a Tabela 4 resume os valores dos parâmetros considerados na implementação enquanto que a Figura 8 ilustra a representação esquemática da evolução da demanda, onde em cada nó haverá um momento de decisão e, conseqüentemente, um valor para o projeto:

Tabela 4 - Valores dos parâmetros do modelo

Parâmetro	Valor
I	US\$ 800.000.000,00
Y(0)	150 Mt
σ	10%
r	10% a.a
T	5
N	100
D ₀₀	US\$ 30/t
D ₁₀	US\$ 36/t
D ₀₁	US\$ 27/t
D ₁₁	US\$ 32/t

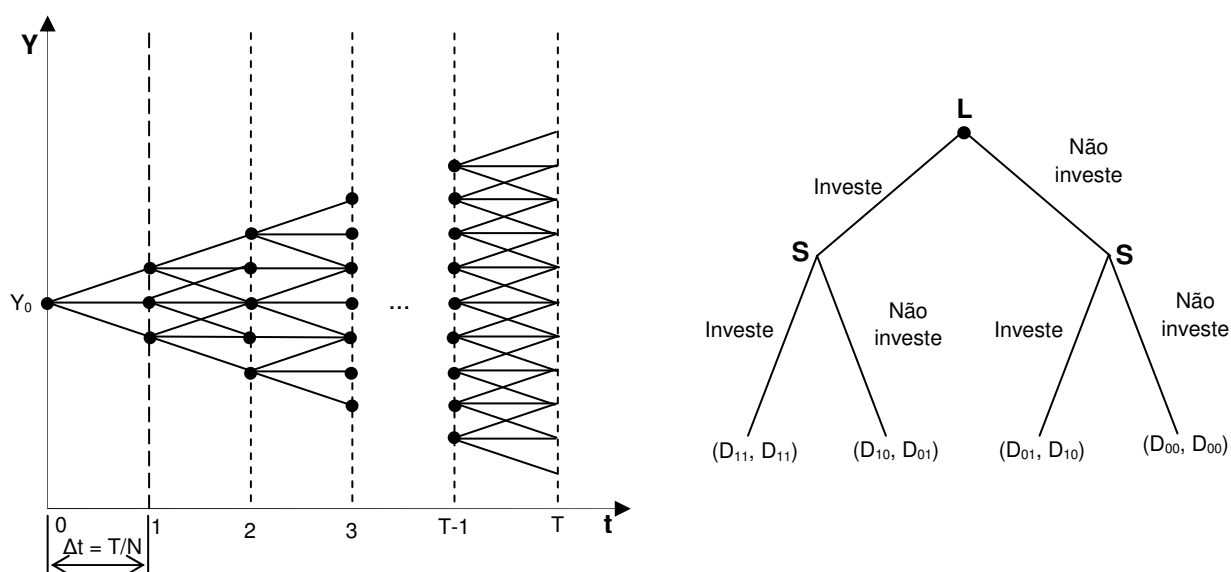


Figura 8 – Evolução da demanda e decisão sequencial

4.3. O EFEITO DA DEMANDA INICIAL

Uma das variáveis que mais influencia o valor de um projeto de implantação de um mineroduto para escoamento da produção de minério de ferro é a demanda do produto. Na Figura 9 é ilustrado o efeito da demanda inicial de minério de ferro sobre o valor do projeto de implantação do mineroduto de ambas as empresas, o que permite inferir algumas considerações a respeito do momento ótimo para realização do investimento.

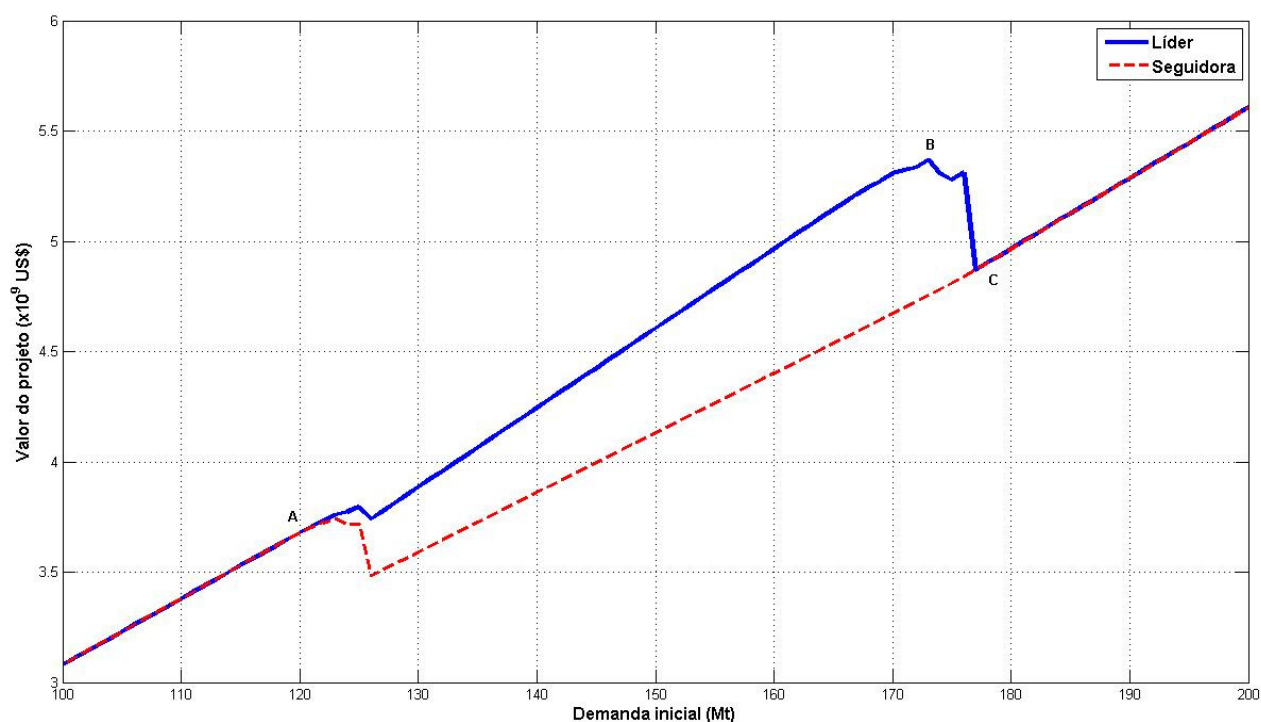


Figura 9 - Efeito da demanda inicial sobre o valor do projeto

Nota-se que se a demanda inicial de minério de ferro for inferior a 119 Mt (A), nenhuma mineradora será incentivada a investir imediatamente. Sendo assim, nesse cenário, a decisão ótima de ambas será postergar o investimento, de modo que o crescimento do valor da opção de postergar o investimento no projeto de implantação do mineroduto será proporcional ao aumento da demanda de minério de ferro.

Todavia, se a demanda inicial de minério de ferro for superior a 119 Mt, o valor do projeto torna-se tal que ambas as empresas se interessarão em investir imediatamente. Nesse caso, temendo a preempção da rival, a líder, usando da sua precedência, tomará a decisão de investir, mesmo que precocemente. Uma vez que a líder optou por investir e que a demanda de minério de ferro não é suficiente alta, a decisão ótima da seguidora será adiar a implantação do mineroduto, o que, conseqüentemente, reduzirá o valor do seu projeto de investimento e aumentará o valor do projeto de investimento da líder.

No caso em que a demanda inicial de minério for igual a 173 Mt (B), considerando-se o cenário no qual apenas a seguidora ainda não investiu, observa-se o valor do projeto da líder atinge o seu valor máximo. Após esse limiar, são notados estágios para os quais a seguidora investirá no projeto. Uma vez que na ocorrência desse fato as mineradoras compartilharão o mercado, evidencia-se a redução do valor do projeto de investimento da líder.

Quando a demanda inicial de minério de ferro superar 177Mt (C), a decisão ótima de ambas as empresas será investir imediatamente. Logo, os valores do projeto de investimento das duas empresas serão iguais e crescerão proporcionalmente com a demanda de minério de ferro.

Os resultados apresentados sugerem devido à regra de movimentação do jogo e à racionalidade admitida na tomada de decisão, no equilíbrio, a empresa seguidora jamais investirá antes da empresa líder. Portanto, devido à essa vantagem competitiva o valor do projeto de investimento da líder sempre será maior ou igual ao valor do projeto de investimento da seguidora.

Os resultados ainda revelam que o valor do projeto de implantação do mineroduto não cresce monotonicamente com o aumento da demanda inicial de minério de ferro, diferentemente daquilo defendido pelo modelo padrão de Opções Reais (DIXIT e PYNDICK, 1994).

A razão disso pode ser atribuída aos fatores endógenos relativos à competição existente entre as mineradoras, que implicam que o valor do projeto de investimento de uma empresa é influenciado tanto pelas suas decisões quanto pelas decisões tomadas pela sua rival.

4.4. O IMPACTO DO CUSTO DE INVESTIMENTO

A magnitude dos custos de investimentos para implantação de minerodutos é outro fator determinante na decisão das mineradoras quanto a investir ou não nesses projetos, podendo atraí-las ou desmotivá-las. O impacto do custo do investimento para a implantação do mineroduto sobre valor do projeto de expansão da capacidade de escoamento da produção de ambas as empresas é mostrado na Figura 10.

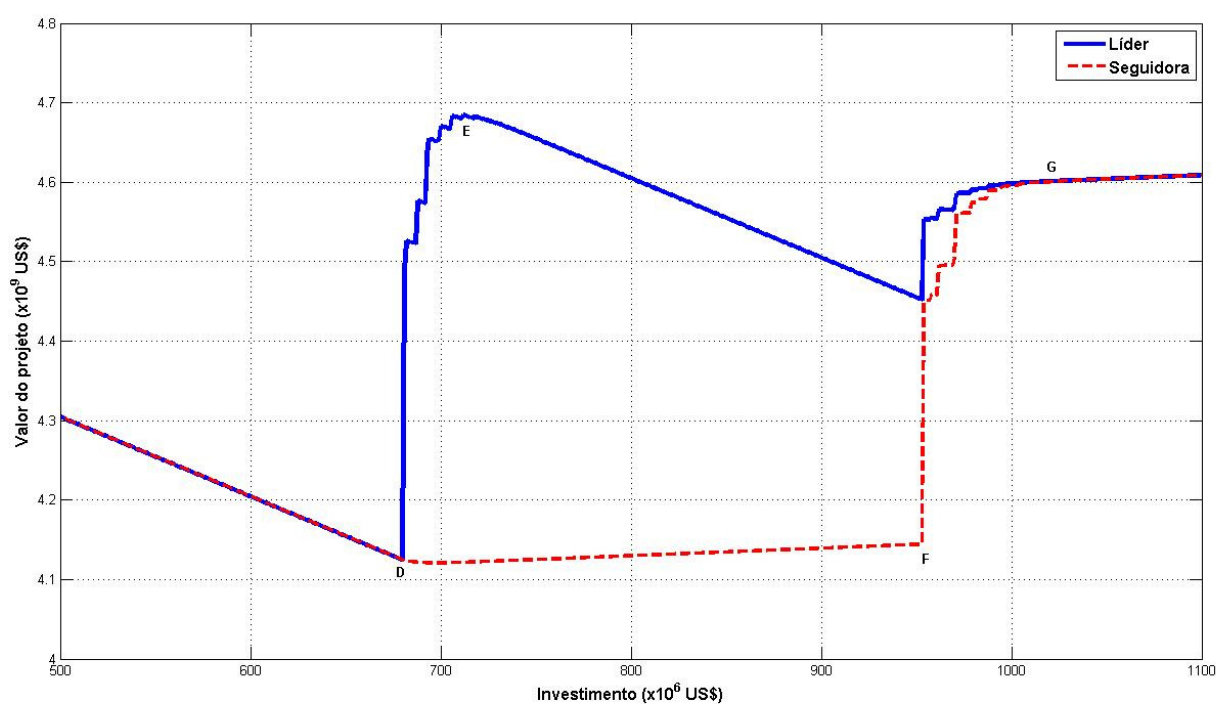


Figura 10 – Impacto do custo de investimento sobre o valor do projeto

Nota-se que quando o custo de implantação do mineroduto é inferior a US\$ 679.000.000,00 (D) a decisão ótima de ambas as empresas é investir imediatamente. Sendo assim, os valores dos projetos de investimento das duas mineradoras são iguais e decrescem proporcionalmente com o aumento do custo de implantação do mineroduto, comprovando os resultados de Dixit e Pyndick (1994).

Contudo, custos de investimentos superiores a US\$ 679.000.000,00 passam a ser proibitivos para a seguidora, cuja decisão ótima será não investir imediatamente no projeto de implantação do mineroduto.

Com isso, o valor do projeto da líder, que investirá imediatamente, crescerá proporcionalmente com o aumento do custo de investimento, atingindo o valor máximo quando o custo de investimento for igual a US\$ 713.000.000,00 (E).

No entanto, a partir desse ponto a redução do valor do projeto de implantação do mineroduto da líder volta a ser proporcional ao aumento do custo de investimento, reduzindo a probabilidade de realização do investimento por parte dessa mineradora.

No cenário em que o custo de investimento para implantação do mineroduto é US\$ 953.000.000,00 (F) a decisão ótima das duas empresas será não realizar o investimento imediatamente. Todavia, para custos de investimentos superiores àquele valor ambas as empresas deverão considerar a possibilidade de investir imediatamente a fim de impedir a entrada da rival, o que é indicado pelo aumento do valor do projeto.

Na medida em que o custo para implantação do mineroduto ultrapassa o limiar de US\$ 1.019.000.000,00 (G), o risco de preempção diminui, fazendo com que nenhuma das empresas invista imediatamente, de tal modo que os valores dos seus projetos tornam-se iguais.

Mais uma vez os resultados encontrados revelaram que a vantagem competitiva da líder garante que, sob a condição de custos de investimentos simétricos, a seguidora, racionalmente, jamais investirá antes daquela empresa.

Além disso, observou-se que, contrariando os resultados do modelo padrão de Opções Reais proposto por Dixit e Pyndick (1994), o valor do projeto não decresce monotonicamente com o aumento do custo de investimento de implantação do mineroduto, fato que pode ser atribuído à competição existente entre as mineradoras.

4.5. A INFLUÊNCIA DA VOLATILIDADE

A Figura 11 destaca como o valor do projeto de implantação do mineroduto de ambas as empresas é influenciado pela volatilidade da demanda de minério ferro, outro elemento importante a ser considerado na tomada de decisão das mineradoras.

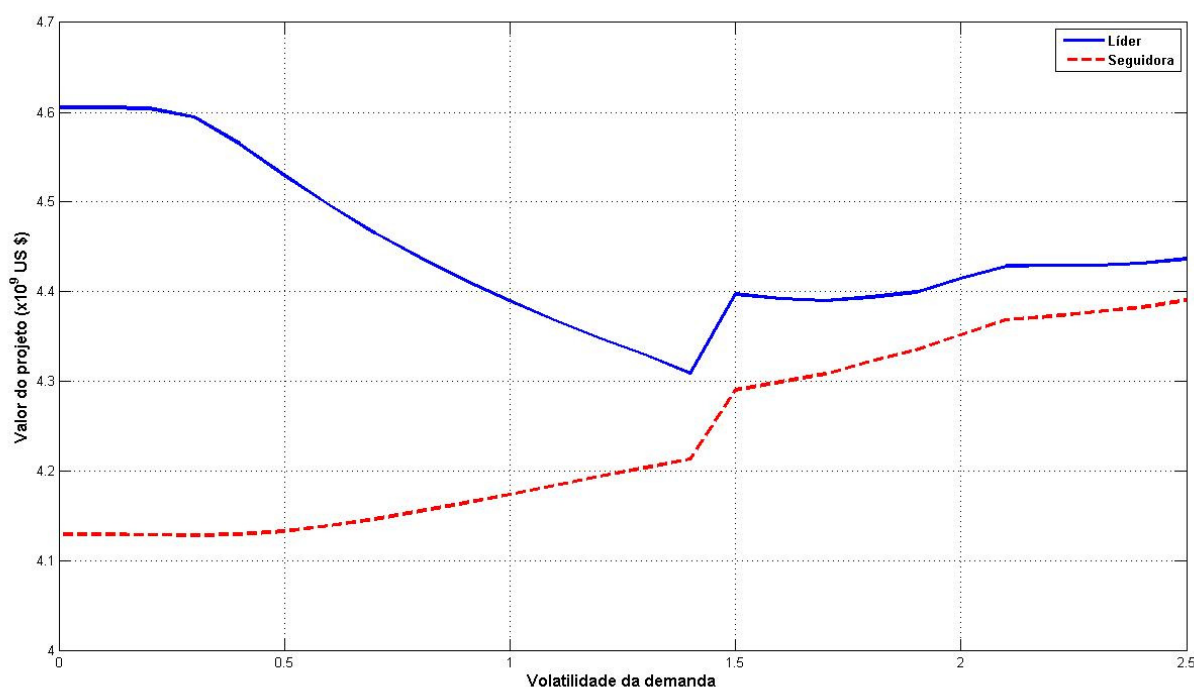


Figura 11 - Influência da volatilidade da demanda sobre o valor do projeto

Nota-se que tanto na ausência quanto na presença de incerteza, o valor do projeto da empresa líder é maior que o da seguidora, consequência da sequencial do jogo.

Além disso, indo de encontro aos resultados das análises por Opções Reais Dixit e Pindyck (1994), observa-se que o valor do projeto de expansão da seguidora cresce monotonamente em relação ao aumento da volatilidade da demanda.

Entretanto, em razão da competição entre as empresas, no caso da líder, não se pode afirmar que o valor do projeto de investimento cresça proporcionalmente com o aumento da volatilidade demanda da de minério de ferro.

4.6. A SENBILIDADE À VANTAGEM COMPETITIVA

As análises anteriores adotaram o critério de critério de *first mover advantage*, determinando, dessa forma, que o fluxo de caixa marginal da mineradora que investisse primeiramente fosse maior que o fluxo de caixa marginal daquela mineradora que investir mais tarde.

Porém, de acordo com Imai e Watanabe (2006), o exercício da opção pela líder revela uma informação que beneficia a seguidora, que, gratuitamente, pode fazer uso dela para tomar a sua decisão (*second mover advantage*).

Esse critério, chamado de guerra de atrito, é usado por Dias (1997) para analisar jogos de opções reais envolvendo problemas de perfuração exploratória de petróleo em tempo discreto.

Dias (2005, p. 333) afirma em jogos finitos caracterizados por guerra de atrito sem efeito de rede, isto é, aqueles nos quais a revelação da informação não pode ser usada pela líder ou pela seguidora para tomar a decisão ótima quando as opções são exercidas simultaneamente, o valor do projeto da seguidora é maior que o da líder ou, pelo menos, nunca menor.

Em situações nas quais as empresas invistam ao mesmo tempo, Dias (2005) esclarece que os valores dos projetos serão iguais, não gerando, com isso, ganho para nenhum dos jogadores.

Sendo assim, de acordo com Dias (2005) se for para ser líder é melhor que seja antes do que mais tarde. De modo similar, a fim de que a informação seja revelada mais rapidamente, a seguidora preferirá que a rival invista o quanto antes. Assim, uma vez que o prazo até a expiração da oportunidade é finito, aquela empresa disporá de mais tempo para decidir se investirá ou não no projeto.

Considerando-se a imposição de externalidades negativas formalizada pela Equação 31 e os valores dos parâmetros de D_{00} , D_{10} e D_{01} discriminados na Tabela 4, tem-se que o valor do parâmetro D_{11} deve estar compreendido no intervalo]30,36[.

Na Figura 12, para as duas empresas, é mostrada sensibilidade do valor do projeto de implantação do mineroduto em relação D_{11} - fluxo de caixa marginal por tonelada de minério de ferro demandada quando ambas decidem investir :

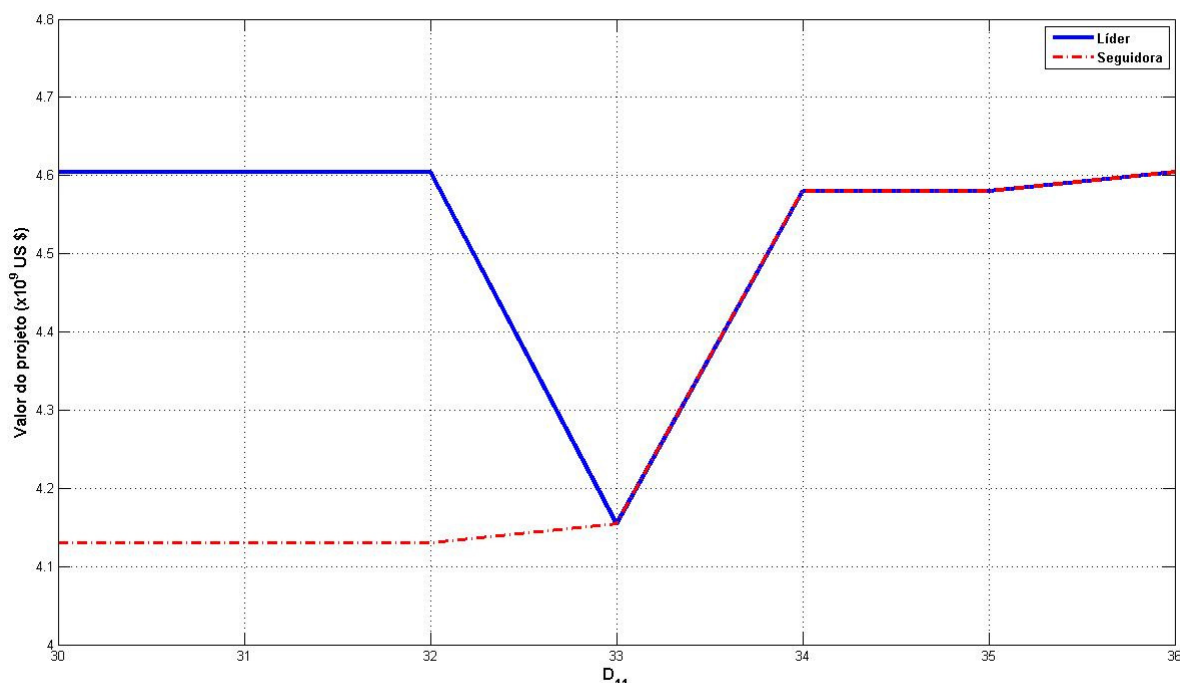


Figura 12 - Impacto do critério *Second Mover Advantage*

É importante observar que para $D_{11} \in]30,33[$ a condição de *first mover advantage* é satisfeita enquanto que para $D_{11} \in]33,36[$ é o critério de *second mover advantage* que é atendido. Sendo assim, $D_{11} = 33$ é o limiar entre esses critérios.

Tem-se então que para $D_{11} \in]30,33[$ o valor do projeto da líder será sempre maior que o valor do projeto da seguidora, comprovando-se os resultados de Imai e Watanabe (2005). Para $D_{11} \in]30,32[$, somente a líder investirá imediatamente. Já, para $D_{11} \in]32,33[$, o aumento do valor do projeto da seguidora acompanhado do projeto da redução do valor do projeto da líder, indica que haverá estágios nos quais a seguidora poderá investir, isto é, a redução da vantagem competitiva da líder antecipa a decisão da seguidora pela realização do investimento.

Por fim, para $D_{11} \in]33,36[$, corroborando os resultados de Dias (2005), o valor do projeto de investimento da líder não será superior ao valor do projeto da seguidora. Nesse caso, a decisão ótima de ambas será investir imediatamente.

4.7. ANÁLISE TEMPORAL

A partir da Equação 33 e considerando-se Y_0 igual a 100 Mt, foram simulados quatro caminhos aleatórios para descrever a evolução da demanda de minério de ferro para o horizonte de tomada de decisão. Além disso, para o período em questão, foi traçada a curva do valor esperado da demanda de minério de ferro (Figura 13).

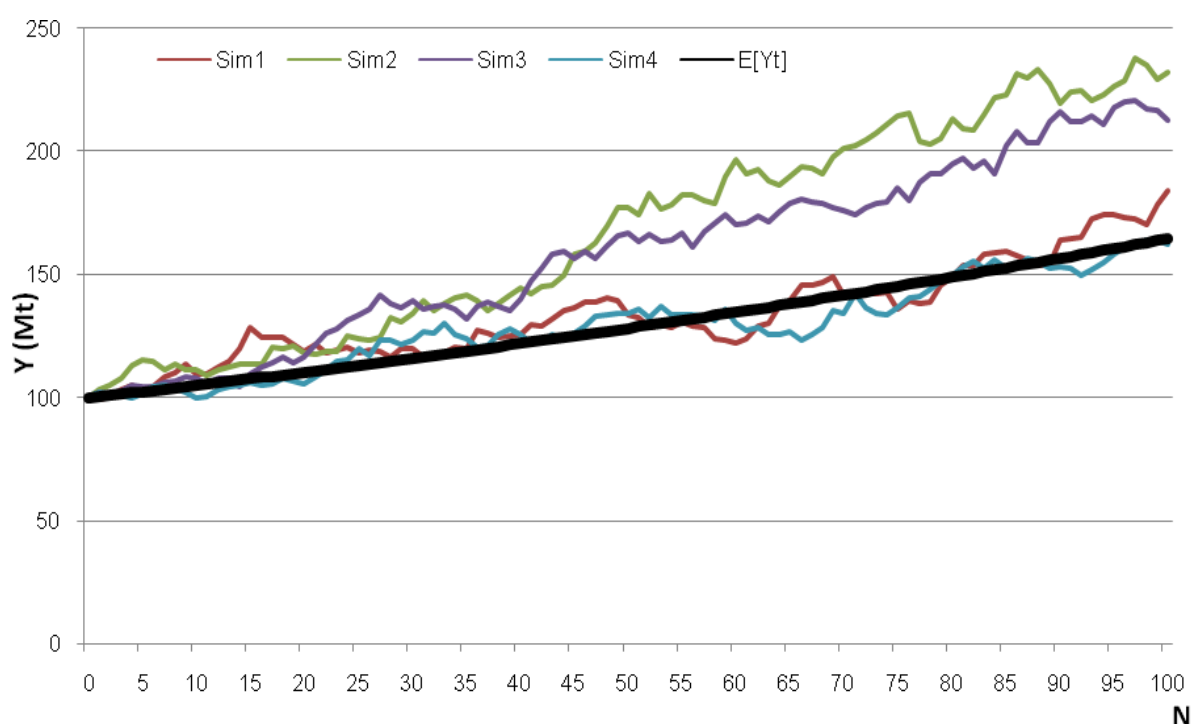


Figura 13 - Simulação da evolução da demanda de minério de ferro

O parâmetro α do MBG determina que a demanda de minério de ferro siga certa tendência ao longo do horizonte de tempo considerado. Dias (2005) adverte que, para horizonte infinito, quando diversos ciclos econômicos poderão ocorrer, a suposição de que variável estocástica siga MBG pode não representar adequadamente o comportamento dessa variável, superestimando o valor esperado.

Todavia, para horizonte de tempo finito, a suposição de que a demanda de minério de ferro siga MBG é aderente, podendo modelar adequadamente o comportamento dessa variável.

As Figuras 14 e 15 ilustram, para dois caminhos aleatórios da demanda de minério, como os valores do projeto da líder e da seguidora evoluem até o horizonte de tempo da maturação da oportunidade de investimento.

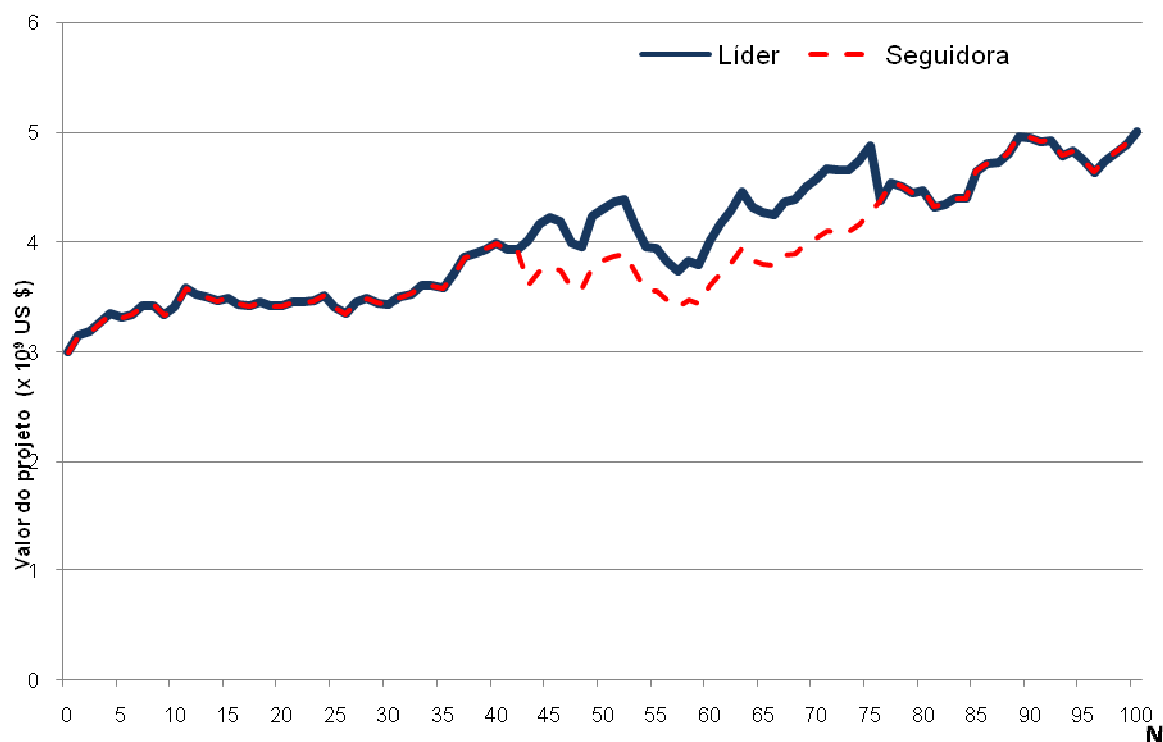


Figura 14 - Evolução dos valores dos projetos - Simulação 1

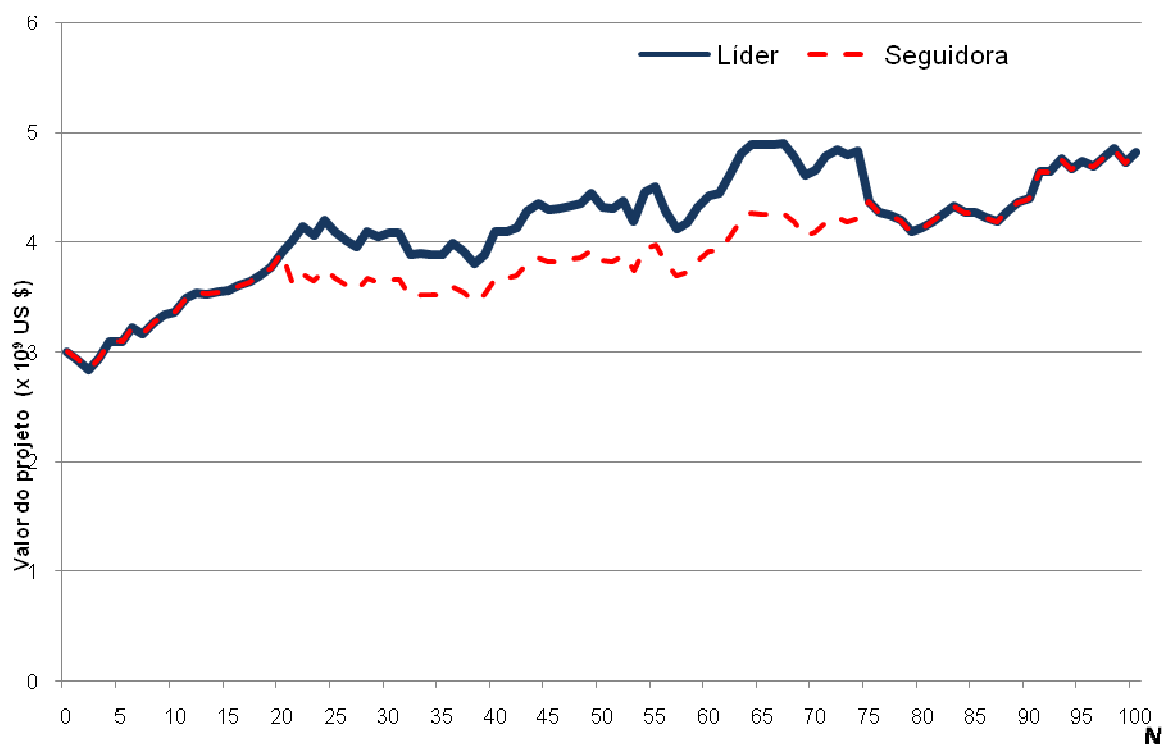


Figura 15 - Evolução dos valores dos projetos - Simulação 2

Tem-se que os pontos coincidentes das curvas dos valores dos projetos da líder e da seguidora indicam que nesses estágios ambas as empresas tomaram a mesma decisão. A coincidência do lado esquerdo reflete a situação na qual as duas empresas optaram por não investir enquanto que a coincidência do lado direito do gráfico aponta os estágios nos quais ambas as empresas já investiram no projeto. Por sua vez, a não há coincidência das curvas dos valores dos projetos das empresas ilustra a situação na qual a líder investiu e seguidora não investiu no projeto. Sendo assim, o momento ótimo de investimento da líder e da seguidora será definido a partir dos estágios nos quais as curvas dos valores do projeto das empresas deixam de coincidir.

Como pode ser observado nas Figuras 14 e 15, o estágio no qual tanto a líder quanto a seguidora opta por investir no projeto assim como o comprimento do intervalo de tempo entre essas decisões não são constantes no tempo, impactando, com isso, o valor do projeto de ambas. Portanto, tais caminhos aleatórios permitem avaliar a flexibilidade gerencial no estágio t , auxiliando, assim, a tomada de decisão.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Combinando as contribuições das Opções Reais e da Teoria dos Jogos, essa pesquisa teve como objetivo propor um modelo matemático dinâmico para apoio à tomada de decisão em ambientes sob incerteza e competição.

Isso foi justificado pelo fato de que, isoladamente, tanto os modelos tradicionais de avaliação econômica de projetos (TIR, VPL e *Payback*) quanto a análise por Opções Reais não são capazes de incorporar o comportamento estratégico de agentes em cenários incertos.

Para tanto, considerou-se uma situação na qual duas empresas devam decidir o momento ótimo para investir na expansão da capacidade de escoamento de um determinado produto cuja demanda é incerta. Admitiu-se que uma delas fosse a líder de mercado e que, por isso, pudesse decidir primeiramente se investiria ou não no projeto. À outra empresa, a seguidora, após observar a decisão da líder, caberia definir o que fazer. Foi, ainda, suposto que cada empresa, racionalmente, decidiria de modo a maximizar o valor esperado do seu projeto, cujo valor era afetado pelas decisões de ambas.

Caracterizado o contexto de interação estratégica sob incerteza, conforme recomendado pela literatura, foi desenvolvido um procedimento de programação dinâmica para, recursivamente, determinar os valores de equilíbrio dos projetos de cada uma das empresas, o que permitiu estabelecer as estratégias para determinação do momento ótimo para realização do investimento.

A metodologia foi aplicada a um projeto hipotético de implantação de um mineroduto para escoamento da produção de minério de ferro, admitindo-se que a demanda do produto seguisse Movimento Browniano Geométrico, que foi aproximado por um processo trinomial, e que as empresas estivessem sujeitas a externalidades negativas. Primeiramente, sob critério de *first mover advantage*, foi avaliado o impacto da demanda inicial de minério de ferro, do custo de investimento para implantação do mineroduto e da volatilidade da demanda sobre o valor do projeto de investimento. Em seguida, foi analisado o impacto da vantagem competitiva da líder sobre as estratégias ótimas a serem adotadas pelas empresas.

Embora os modelos de tempo contínuo e infinito levem, em alguns casos, à obtenção de soluções analíticas fechadas, o que facilita a análise de sensibilidade, o modelo de tempo discreto proposto mostrou-se adequado para avaliar situações nas quais as oportunidades de investimento não sejam contínuas e/ou perpétuas. Assim, a abordagem numérica considerada permitiu a determinação dos valores presentes dos projetos, que dependem tanto da demanda quanto do prazo até a maturidade da oportunidade de investimento, o que não foi feito em trabalhos passados.

Somado a isso, em virtude da ocorrência dos ciclos econômicos não é realista a suposição de que a demanda de minério de ferro siga MBG infinitamente, como é simplificado em alguns trabalhos mais recentes. Para horizonte de tempo finito essa hipótese é aderente, porém, esbarra na dificuldade de propor um algoritmo que seja capaz de encontrar decisões que generalize a solução, o que é, precisamente, a contribuição dessa pesquisa.

Os resultados encontrados revelaram que, diferentemente daquilo defendido pelo modelo padrão de Opções Reais (DIXIT e PYNDICK, 1994), o valor do projeto não cresce monotonicamente com a ampliação da demanda inicial, com a redução dos custos de investimentos ou com o aumento da volatilidade, o que pode ser atribuído aos fatores endógenos inerentes à competição entre as empresas.

Além disso, observou-se a redução da vantagem competitiva do líder implica na antecipação da realização do investimento por parte da seguidora, de modo que o valor do projeto da líder poderá, em certos casos, não ser superior ao valor do projeto da seguidora, recuperando, dessa forma, os resultados de Dias (2005).

Portanto, evidenciou-se que na análise econômica de projetos de investimento que do setor de mineração de ferro, para o qual a demanda do produto é incerta e atrelada ao ritmo de crescimento da economia mundial, em particular da China, no qual se dispõe de flexibilidade gerencial para expandir as capacidades de produção ou de escoamento, onde os custos de investimentos são elevados e irreversíveis e cujo mercado é marcado por intensa competição entre as grandes empresas produtoras, é fundamental que sejam considerados tanto os fatores exógenos quanto os endógenos. Assim, estratégias poderão ser construídas a fim de os investimentos sejam realizados em momento ótimo, maximizando-se, desse modo, o valor esperado do fluxo de caixa dos projetos.

As restrições e limitações dessa pesquisa abrem espaço para a continuidade de outros estudos sobre o tema decisões sob incerteza e competição. No que se refere às flexibilidades gerenciais, além da expansão, poderão ser admitidas a contração da produção, a suspensão temporária das atividades ou até mesmo abandono do projeto.

Em se tratando da modelagem do comportamento estratégico dos agentes, poderão ser investigados os equilíbrios nos casos de jogos simultâneos ou de informação imperfeita ou, principalmente, cooperativos, nas quais poderão ser analisadas as estratégias ótimas para formação de *join ventures*, que são muito comuns em projetos de mineração envolvendo custos de investimentos e/ou risco elevados.

REFERÊNCIAS

ABDEL SABOUR, S.; POULIN, R. **Valuing real capital investments using the least-squares Monte Carlo method**, *Eng. Econom.*, 51, p. 141–160, 2006.

ABDEL SABOUR, S.; WOOD, G. **Modelling financial risk in open pit mine projects: implications for strategic decision-making**, *Journal of The South African Institute of Mining And Metallurgy*, 109, p.169-175, 2009.

AGUIAR, M. **Mining sector: Constructive on iron ore for 2013**. Global Metals Mining & Steel Conference, 2012.

AKBARI, A.; OSANLOO, M.; SHIRAZI, M. **Minable reserve estimation while determining ultimate pit limits under price uncertainty by real option approach (ROA)**. *Archives Of Mining Sciences*, 54, 321-339, 2009.

AMRAN, M.; KULATILAKA, N. **Strategy and shareholder value creation: the real options frontier**. *Journal of Applied Corporate Finance*, v.13, n.2, 2000.

ALVES, A.; CUNHA, V.; FIGUEREDO, C.; MOTTA, R. **Análise de risco do investimento do capital (capex) para expansão de uma empresa de mineração**. XVIII Encontro Nacional de Engenharia de Produção. Rio de Janeiro, 2008.

BAUMEISTER, J.; LEITÃO, A. **Introdução à teoria de controle e programação dinâmica**. Rio de Janeiro: IMPA, 2008.

BERTRAND, J.; FRANSOO, J. **Operations research methodologies using quantitative modeling**. *International Journal of Operations & Production Management*, v. 22, n. 2, p. 241- 264, 2002.

BERTSEKAS, D. **Dynamic Programming and Optimal Control**. Athena Scientific. v. 1, 1995.

BOUIS, R.; HUISMAN, K.; KORT, P. **Investment in Oligopoly under Uncertainty: The Accordion Effect**. *International Journal of Industrial Organization*, v. 27. p. 320–331, 2009

BRASIL, H. G. **Avaliação Moderna de Investimento**. Rio de Janeiro: Qualitymark, 2002.

BREALEY, R.; MYERS, S. **Princípios de finanças empresariais**. Portugal: McGraw-Hill, 2003.

CACHON, G. P; NETESSINE, S.; SWINNEY, R. **Capacity investment timing by start-ups and established firms in new markets**. *Management Science*. v.57. p.763-777, 2011.

CHORONOPOULOS, M.; REYCK, B. ; SIDIDDIQUI, A. **Optimal Investment under Operational Flexibility, Risk Aversion, and Uncertainty**. European Journal of Operational Research, 2011.

COPELAND, T.; ANTIKAROV, V. **Opções reais: um novo paradigma para reinventar a avaliação de investimentos**. Tradução: Maria José Cyhlar. Rio de Janeiro: Campus, 2001.

CORTAZAR, G. Simulation and numerical methods in Real Options valuation. In: SCHWARTZ, E.; TRIGEORGIS, L. (Ed.) **Real Options and investment under uncertainty: classical readings and recent contributions**. Cambridge: The MIT Press, p.601-620, 2001.

CRU ANALISYS. **Iron ore market service**. Main Report 2011. Londres, CRU International Ltd, 2012.

DIAS, M.A.G. **The Timing of Investment in E&P: Uncertainty, Irreversibility, Learning and Strategic Consideration**. SPE paper no 37949. Dallas: Proceedings of the 1997 SPE Hydrocarbon Economics and Evaluation Symposium, p.135- 148. 16-18, 1997.

DIAS, M. A. G., **Opções Reais Híbridas com Aplicações em Petróleo**. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Industrial, PUC-Rio, 2005.

DIMITRAKOPOULOS, R.; SABOUR, S. **Evaluating mine plans under uncertainty: Can the real options make a difference?**, Resources Policy, 32, 116-125, 2007.

DIXIT, A. ; PINDYCK, R. **Investment under Uncertainty**. [S.l.]: Priceton University Press, 1994.

DNPM. Departamento Nacional da Produção Mineral. **Sumário Mineral 2011**. Disponível em: <
https://sistemas.dnpm.gov.br/publicacao/mostra_imagem.asp?IDBancoArquivoArquivo=6374/>. Acesso em 15 out. 2012.

DURÃO, V. **Exportações de minério de ferro do Brasil sobem 17% em outubro**. Valor Econômico, Rio de Janeiro. Disponível em: <
<http://www.valor.com.br/empresas/2861126/minerio-de-ferro-sobe-para-us-12025-no-mercado-spot-da-china>>. Acesso em 25 nov. 2012.

FERREIRA, N.; KAR J.; TRIGEORGIS, L. **Option Games: the key to competing in capital-intensive industries**. Harvard Business Review, 2009.

FIGLEWSKI, S.; GAO, B. **The adaptive Mesh model: A new approach to efficient option pricing**. Journal of Financial Economics, 53:313–351, 1999.

GITMAN, L. **Princípios de administração financeira**. 7. ed. São Paulo: Harbra, 2002.

HULL, J. **Fundamentos dos mercados futuros e de opções**. São Paulo: Bolsa de Mercadorias e Futuros, 2005.

HUISMAN, K. **Technology investment: A game theoretic real options approach**. Kluwer Academic Publishers, 2001.

HUISMAN, K.; KORT, P.; PAWLINA, J. **Strategic investment under uncertainty: Merging real options with game theory**. Zeitschrift fur Betriebswirtschaft v.67, p.97-123, 2004.

IMAI, J.; WATANABE, T. **A multi-stage investment game in real option**, 2005. Disponível em <http://www.realoptions.org/papers2005/Watanabe_multi02.pdf>. Acesso em 22 mar. 2012.

IMAI, J.; WATANABE, T. **The investment game under uncertainty: an analyses of equilibrium values in the presence of first or second mover advantage**, 2006. Disponível em: <http://www.realoptions.org/Academic/imai_watanabe.pdf>. Acesso em 22 mar. 2012.

KATTAH, E. **Samarco Mineração vai investir R\$ 5,4 bi para expandir produção**. Estadão, São Paulo, 30/04/2011. Disponível em:<<http://www.estadao.com.br/noticias/impresso,samarco-mineracao-vai-investir-r-54-bi-para-expandir-producao,712956,0.htm>>. Acesso em 15 out. 2012.

KESTER, W. Today's options for tomorrow's growth. In: SCHWARTZ, E. ; TRIGEORGIS, L. (Ed.) **Real Options and investment under uncertainty: classical readings and recent contributions**. Cambridge: The MIT Press, p.33-45, 2001.

KULATILAKA, N.; MARKS, S. **The Strategic Value of Flexibility: Reducing the Ability to Compromise**. *American Economic Review*, June, p.574-580, 1998.

LAGOS, J.; ZHANG, S. **A real options model to value multiple mining investment options in a single instant of time**. Annual International Real Options Conference, 2012.

LIMA, G.; SUSLICK, S. **Quantificação do momento de investir em ativos minerais por meio da teoria da opções reais**. Revista da Escola de Minas, v. 54, nº 2, Ouro Preto, 2001.

LIMA, G.; SUSLICK, S. **Estimativa do nível de participação financeira em grandes projetos de lavrad de recursos minerais**. RAC – Eletrônica, v.1, nº 3, p 126-142, 2007. Disponível em <http://www.anpad.org.br/periodicos/arg_pdf/a_668.pdf>. Acesso em 15 out. 2012.

MAS-COLELL, A.; WHINSTON, M.; GREEN, J. **Microeconomic Theory**. Oxford: Oxford University Press, 1995.

MINARDI, A. **Teoria de Opções aplicada a projetos de investimento**. São Paulo: Editora Atlas, 2004.

MOEL, A.; TUFANO, P. **When are real option exercised? An empirical study of mine closing**. The Review of Financial Studies. v. 15, n. 1, p. 35-64, Spring, 2002.

MOYEN, N., SLADE, M., UPPAL, R. **Valuing risk and flexibility: a comparison of methods**, Resource Policy, 22, 63–74, 1996.

QUARESMA, L. **Balanço Mineral Brasileiro 2001 – Ferro**. Departamento Nacional de Produção Mineral – DNPM, p.1-27. 2001. Disponível em: <<http://www.dnpm.gov.br/assets/galeriadocumento/balancomineral2001/ferro.pdf>> Acesso em 15 out. 2012.

ROSS, S. ; WESTERFIELD, R; JAFFE, J.. **Administração Financeira**, São Paulo: Editora Atlas, 2002.

SANTOS, E. M.; PAMPLONA, E.. **Captando o valor da flexibilidade gerencial através das teorias das opções reais**. XXI Encontro Nacional de Engenharia de Produção. Salvador, outubro, 2001.

SAMIS, M.; LAUGHTON, D.; DAVIS, G. **Valuing resource extraction projects using real options**. CIM Bulletin. Montreal, v. 98, Issue 1087, p. 82-91, 2005.

SAMIS, M., DAVIS, G.A., LAUGHTON, D., POULIN, R. **Valuing uncertain asset cash flows when there are no options: a real options approach**, Resources Policy, 30, 285–298, 2006.

SLADE, M.E. **Valuing managerial flexibility: an application of real option theory to mining investments**, J. Environ. Econom. Manage., 41, 193–233, 2001.

SMIT, H.T.J.; ANKUM, L.A. **A Real Options and Game-Theoretic Approach to Corporate Investment Strategy under Competition**. Financial Management, Autumn, p.241-250, 1993.

SMIT, H. ; TRIGEORGIS, L. **Strategic Investment: Real Options and Games**. Princeton: Princeton University Press, 2004.

TRIGEORGIS, L. **Real Options: managerial flexibility and strategy in resource allocation**. The MIT Press, Cambridge, 1996.

USGS. United States Geological Survey. **Iron Ore Prices**. Disponível em:< http://minerals.usgs.gov/minerals/pub/commodity/iron_ore/>. Acesso em 15 out. 2012.

Yaheng, Xie. **The Application of Real Option Method for Mining Investment**. China Mining, 2009.

Yaheng, Xie. **A Modified Method of Mining Investment Assessment under Uncertainty**. 7th International Conference on Innovation & Management, 2010.