

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS – UFMG

EDUARDO ANTONIO PITT

**SOBRE UM CRITÉRIO DE IDENTIDADE DE SENTIDOS EM FREGE**

BELO HORIZONTE – MG  
ABRIL 2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS – UFMG

EDUARDO ANTONIO PITT

**SOBRE UM CRITÉRIO DE IDENTIDADE DE SENTIDOS EM FREGE**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado em Filosofia da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito final para a obtenção do Grau de Mestre em Filosofia.

Área de concentração: Filosofia  
Linha de pesquisa: Lógica e Filosofia da Ciência

Orientador: Prof. Dr. Abílio A. Rodrigues Filho

BELO HORIZONTE – MG  
ABRIL 2013

A Dissertação **Sobre um Critério de identidade de Sentidos em Frege**

elaborada por **Eduardo Antonio Pitt**

e aprovada por todos os membros da Banca Examinadora, foi aceita pelo Programa de Mestrado em Filosofia da Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG como requisito final para a obtenção do Grau de **Mestre** em Filosofia.

Belo Horizonte/Minas Gerais

Data da aprovação

\_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

### **BANCA EXAMINADORA**

---

Dr. Abílio Azambuja Rodrigues Filho (Orientador – UFMG)

---

Dr. Túlio Roberto Xavier de Aguiar (UFMG)

---

Dr. Alessandro Bandeira Duarte (UFRRJ)

Dedico a todos aqueles que de alguma forma contribuíram para a realização desta dissertação.

Agradeço aos meus pais, Dorivan e Terezinha, que são o alicerce de minha vida.

Agradeço aos meus irmãos, Rafael e Luciara, e ao meu sobrinho, Henrique, pelas diferenças individuais e por compartilharmos muito em comum.

Agradeço ao Professor Abílio pela paciência e seriedade nas orientações.

Agradeço à Professora Mariluze pela confiança e amizade.

Agradeço aos meus amigos pelas inúmeras experiências existenciais.

## RESUMO

Nesta dissertação daremos principal atenção às noções intensionais presentes na linguagem formal de Frege porque pretendemos delimitar a discussão em torno dos problemas relacionados à noção de identidade de sentidos. Dessa forma, pretendo mostrar que na teoria de Frege a formulação de um critério lógico objetivo para identidade de sentidos sempre foi problemático. Analisarei: (i) os critérios de identidade de conteúdo conceitual presentes nas §§ 3 e 8 da *Conceitografia* e os problemas semânticos gerados por estes critérios. Ao longo da dissertação farei considerações a respeito das relações que podemos estabelecer entre o critério de Frege de identidade de conteúdo conceitual de sentenças completas e, posteriormente, o critério lógico de equipolência com os critérios intensionais de equivalência essencial e de equivalência de sinonímia de sentenças de Kirkham; (ii) as mudanças que Frege fez na sua notação conceitual após 1891, mas nos concentraremos na distinção semântica entre sinal, sentido e referência porque darei destaque à noção intensional de sentido de sentenças completas e, (iii) os critérios de identidade de pensamentos sugeridos por Frege em duas *Cartas a Husserl* e em *Um breve levantamento de minhas doutrinas lógicas*. Pretendo analisar a aplicabilidade do critério lógico de equipolência de Frege em relação às peculiaridades da linguagem, em relação ao critério de sinonímia de Kirkham e em relação aos casos de identidade de pensamentos compostos.

**PALAVRAS-CHAVE:** Noção Intensional. Identidade de Sentidos. Análise Semântica do Significado. Pensamentos.

## ABSTRACT

In this thesis we will give primary attention to intensional notions present in formal language of Frege because we intend to delimit the discussion of problems related to the notion of identity of senses. In this way, I intend to show that in the theory of Frege the formulation of a logical criterion objective for identity of the senses was always problematic. We will look at: (i) the criteria of identity of conceptual content present in §§ 3 and 8 of *Begriffsschrift* and the semantic problems generated by these criteria. Throughout the dissertation will make considerations about the relationships that we can establish between the Frege's criterion of identity of conceptual content of complete sentences and, subsequently, the logical criterion of sentences equipollents with the criteria intensional of essential equivalence and equivalence of synonymy of judgments of Kirkham; (ii) the changes that Frege did in his conceptual notation after 1891, but we will focus on the semantic distinction between sign, sense and reference because I will give emphasis to the intensional notion of meaning of complete sentences, and (iii) the criteria of identity of thoughts suggested by Frege in two *Letters to Husserl* and in *A brief survey of my doctrines logical*. I analyze the applicability of logical criterion of sentences equipollents of Frege in relation to the peculiarities of the language, in relation to the criterion of synonymy of Kirkham and in relation to cases of identity of thoughts compounds.

**Keywords:** Intensional Notion. Identity of Senses. Semantical Analysis of Meaning. Thoughts.

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	8
2. PERÍODO DE 1879 A 1890.....	16
2.1. O critério de identidade de conteúdo conceitual das §§ 3 e 8 da <i>Conceitografia</i> .....	16
2.2. Os problemas acerca da identidade de conteúdo conceitual da <i>Conceitografia</i> .....	24
2.2.1. A semântica das descrições definidas e o papel da correção de inferências.....	25
2.2.2. O colapso dos conteúdos judicativos das sentenças de identidade.....	29
2.3. Considerações sobre relações entre critérios intensionais de Frege e Kirkham.....	35
2.3.1. Equivalência Material, Essencial e Sinonímia em Kirkham.....	36
2.3.2. O critério intensional da <i>Conceitografia</i> e os critérios intensionais de Kirkham...	40
2.4. Conclusões e considerações finais do capítulo.....	45
3. PERÍODO DE 1891 A 1904.....	49
3.1. As modificações no sistema fregiano.....	49
3.1.1. A solução do <i>Quebra cabeça da Identidade</i> .....	51
3.1.2. A noção intensional de Sentido.....	54
3.1.3. A noção de Referência como valor semântico.....	57
3.2. A noção intensional de Sentido de sentenças completas.....	60
3.3. Conclusões e considerações finais do capítulo.....	76
4. PERÍODO DE 1905 A 1923.....	81
4.1. Os critérios de identidade de Pensamentos de Frege.....	81
4.1.1. A aplicabilidade do critério lógico de Equipolência.....	87
4.1.2. O critério de Equipolência de Frege e o critério de Sinonímia de Kirkham.....	98
4.2. Os casos de Equipolência de <i>Pensamentos Compostos</i> .....	102
4.3. Conclusões e considerações finais do capítulo.....	109
5. CONCLUSÃO.....	113
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	119

## I: Introdução

Se levarmos em conta toda a importância histórica que representa o trabalho de Frege para a Lógica certamente abre-se um campo de pesquisa com inúmeras possibilidades a serem exploradas.

No entanto, nesta dissertação proponho concentrar-me na análise de como Frege trabalhou um critério de identidade para as noções intensionais do seu sistema e, sendo assim, como a pesquisa propõe investigar noções intensionais não serão abordados em detalhes outros aspectos da teoria fregiana.

Ressaltamos que, ao analisarmos o texto tardio de Frege, *Pensamentos Compostos*, ficamos restritos ao nível da lógica proposicional, uma vez que, os exemplos apresentados por Frege nesse texto são desse âmbito. Porém, somos conscientes que problemas em relação à identidade de sentidos extrapolam esse âmbito como é o caso do exemplo com quantificadores apresentado em *Função e Conceito*.

Por se tratar de um filósofo da envergadura de Frege a pesquisa justifica-se por si própria, contudo, ressalto que o problema de identidade de noções intensionais é um tema complexo porque Frege ao optar por uma lógica extensional, implicitamente no artigo *Função e Conceito*<sup>1</sup> (1891) e em *Crítica a Husserl: Filosofia da Aritmética I*<sup>2</sup> (1894) e explicitamente no artigo *Comentários sobre o Sentido e a Referência*<sup>3 4</sup> (1892/1895), não estabeleceu com precisão um critério de identidade para noções intensionais. Veremos, ao longo da dissertação, que Frege enfrentou dificuldades em estabelecer tal critério de identidade de sentidos ao longo de toda a sua obra.

---

<sup>1</sup> *Function and Concept* (1891). In: Beaney (1997). *The Frege Reader*. 1ª ed., USA, pp. 130-148.

<sup>2</sup> *Review of E. G. Husserl, Philosophy of Arithmetic I* (1894). In: Beaney (1997). *The Frege Reader*. 1ª ed., USA, pp. 224-226.

<sup>3</sup> *Comments on Sense and Meaning* (1892-1895). In: Beaney (1997). *The Frege Reader*. 1ª ed., USA, pp. 172-180.

<sup>4</sup> *The Frege Reader*. Beaney (1997) pp. 178-179.

Mas por que Frege enfrentou problemas dessa natureza?

Perante a necessidade de rigor e precisão nas provas dos teoremas da aritmética Frege abdicou da linguagem natural e apresentou no livro *Conceitografia* uma linguagem simbólica que supria as necessidades adequadas para um método de condução de provas. Tal linguagem simbólica atendia às necessidades primordiais para os propósitos fregianos da seguinte maneira: o método de condução de provas era axiomático e o uso de axiomas lógicos garantia a exclusão de qualquer apelo à intuição, uma vez que, a justificção verdadeira dos teoremas da aritmética dependia exclusivamente da verdade dos axiomas, das definições e das regras de inferência contidas no sistema.

Além disso, como em toda linguagem, a linguagem formalizada da *Conceitografia* continha regras sintáticas que davam conta do alfabeto da linguagem, das regras de formação das expressões da linguagem, de um conjunto de axiomas e regras de inferência que nos permitem derivar novas expressões. Desta forma, a sintaxe fornece caracteres e regras de formação e derivação de fórmulas bem formadas para a condução das provas.

Contudo, para confirmar a validade das provas dos teoremas da aritmética Frege primeiramente deveria ter o domínio da análise das expressões, ou melhor, precisava de uma teoria do significado. Isso quer dizer que na *Conceitografia* as expressões deveriam possuir um valor semântico e este, em 1879, era a noção de conteúdo conceitual. É nesse sentido que Dummett ressalta que a “validade de uma prova depende do significado das declarações que formam as premissas, conclusão e passos intermediários daquela prova e suas inter-relações”<sup>5</sup>. Sendo assim, Frege precisava de uma teoria do significado para analisar as expressões nas provas dos teoremas da aritmética.

Com o que foi dito nos últimos três parágrafos podemos agora responder a pergunta, por que Frege enfrentou problemas em estabelecer um critério de identidade de sentidos?

---

<sup>5</sup> Frege *Philosophy of Language*. Dummett (1981b) p. 2.

Primeiramente porque Frege criou uma linguagem simbólica a partir de uma sintaxe e de uma semântica. Como sabemos a semântica fregiana de 1879, continha reunida na noção de conteúdo conceitual elementos extensionais para os termos singulares (nomes próprios e descrições definidas) e elementos intensionais para juízos (sentenças).

Em seguida, a partir de 1891, Frege reformula a noção de conteúdo conceitual e caracteriza o significado de uma expressão sendo composta de dois componentes: sentido e referência. A referência é a extensão da expressão e o sentido é a intensão da expressão. E, por último, a noção de sentido é essencialmente intensional e Frege encontrou dificuldades em estabelecer um critério de identidade de sentidos porque tais entidades são noções difíceis de serem definidas rigorosamente e, em decorrência disso, difíceis de serem comparadas em um critério de identidade objetivo.

Mas tornaremos mais claro a diferença entre os conceitos intensão e extensão apresentando uma caracterização destes conceitos. Vamos utilizar a distinção feita por Richard Kirkham. O autor nos diz que por extensão de uma expressão entendemos “o objeto ou o conjunto de objetos referidos, apontados ou indicados por uma expressão”<sup>6</sup>, enquanto, por intensão de uma expressão entendemos ser “o conteúdo informacional da expressão”<sup>7</sup>. Alguns exemplos: *o autor de ‘Ética a Nicômaco’* e *Aristóteles* são termos co-extensionais porque ambos têm a mesma extensão, isto é, ambos referem ao filósofo Aristóteles. Da mesma forma, a extensão do predicado *é jogador de futebol* são todos os indivíduos jogadores de futebol.

Em contrapartida, se consideramos *o autor de ‘Ética a Nicômaco’* e *Aristóteles*, apesar de serem co-extensionais eles diferem quanto à intensão. Isso se deve porque o conteúdo informacional ou o conteúdo cognitivo ou ainda para usar uma expressão fregiana *o modo de apresentação do objeto* são diferentes. Podemos dizer que a intensão de *o autor de ‘Ética a*

---

<sup>6</sup> *Teorias da verdade: Uma introdução crítica*. Kirkham (2003) p. 17.

<sup>7</sup> *Teorias da verdade: Uma introdução crítica*. Kirkham (2003) p. 23.

*Nicômaco*’ é o indivíduo que escreveu a obra *‘Ética a Nicômaco*’ enquanto que a intensão de *Aristóteles* é o indivíduo *Aristóteles*, ou seja, os dois termos transmitem ou expressam informações diferentes. A distinção extensão/intensão também é aplicável a sentenças completas sendo que a extensão de uma sentença é o seu valor de verdade (o Verdadeiro ou o Falso) e a sua intensão é o pensamento ou a proposição expressada por ela.

Tendo apresentado melhor a diferença entre extensão e intensão fica fácil entendermos por que é difícil definirmos noções intensionais e, em consequência disso, estabelecermos um critério de identidade intensional objetivo. Voltemos às noções extensionais. Uma vez definido o que é a extensão de um termo fica fácil estabelecermos um critério de identidade extensional porque só é preciso constatar se existe igualdade de objetos designados pelos termos singulares e sentenças completas.

Infelizmente não temos esta certeza quando lidamos com noções intensionais. Por se tratar do conteúdo informacional que é expresso pela expressão uma rigorosa definição do que realmente é este conteúdo informacional torna-se um tanto vaga e imprecisa. Boa parte desta imprecisão e vagueza deve-se ao caráter abstrato das noções intensionais que são totalmente diferentes das noções extensionais, pois, de modo geral, a extensão de termos singulares e sentenças completas são objetos que definimos, podemos considerar, com certa precisão.

Além disso, há um aspecto particular que envolve as noções intensionais que dificulta em muito uma definição de identidade objetiva. Digo, duas pessoas podem retirar da mesma expressão conteúdos informacionais diferentes ou duas pessoas podem transmitir conteúdos informacionais diferentes ao declararem a mesma expressão.

Vejamos um exemplo. Imagine a sentença *Aristóteles é filósofo* sendo pronunciada por uma pessoa numa roda de conversa e consideremos a semântica fregiana de nomes próprios. É possível que duas outras pessoas entendam respectivamente como a intensão desta sentença algo do tipo, *O mestre de Alexandre o Grande é filósofo* e *O autor de ‘Ética a Nicômaco’ é*

*filósofo* que diferem explicitamente em intensão. O mesmo pode acontecer quando estas duas pessoas expressarem a mesma sentença *Aristóteles é filósofo* e cada uma relacionando aquelas intensões diferentes no ato do proferimento. Tudo isso porque, segundo Frege, o sentido de um nome próprio é o conteúdo informacional expresso por uma descrição definida.

Por isso, para estabelecermos uma equivalência intensional é necessário uma relação mais forte do que é exigido para uma equivalência extensional. Um dos motivos para acreditarmos na validade dessa afirmação é que a equivalência intensional inclui a equivalência extensional no sentido que se dois termos são intensionalmente equivalentes então eles são extensionalmente equivalentes e o contrário não ocorre.

É exatamente nessa direção que Kirkham<sup>8</sup> estabelece uma hierarquia entre as relações de equivalência de sinonímia ( $p=\text{sin}q$ ), equivalência essencial ( $p\leftrightarrow q$ ) e equivalência material ( $p\equiv q$ ). Deixo para explicar com detalhes essas noções no primeiro capítulo da dissertação e então tentaremos estabelecer uma relação entre o critério de identidade de conteúdo conceitual para juízos (sentenças) em Frege de 1879 e depois o critério de identidade de pensamentos de Frege de 1906 com os critérios intensionais de Kirkham, a saber, o critério de sentenças essencialmente e o de sinonimamente equivalentes.

Pois bem, uma vez que pretendo analisar os problemas que Frege enfrentou ao longo de sua carreira com relação a um critério de identidade de sentidos, entendo que para alcançar completamente nosso objetivo terei que investigar a obra completa de Frege a partir de seus livros, artigos, cartas e anotações pessoais reunidas em coletâneas. Acredito que somente essa postura investigativa dará um panorama completo do problema de identidade de noções intensionais em Frege.

Sendo assim, considerando a reunião de toda a obra, destacamos os seguintes textos que contribuem com maior relevância para a nossa pesquisa: o livro *Conceitografia* (1879), o

---

<sup>8</sup> *Teorias da verdade: Uma introdução crítica*. Kirkham (2003) p. 31.

fragmento *Lógica* (1879/1891), o artigo *O cálculo lógico e a notação conceitual de Boole* (1880/1881), uma *Carta a Husserl* (1891), os artigos *Função e Conceito* (1891), *Sobre o Sentido e a Referência* (1892), *Sobre o Conceito e o Objeto* (1892) e *Comentários sobre o Sentido e a Referência* (1892/1895), o livro *Leis Básicas da Aritmética I* (1893), o fragmento *Sobre a Geometria Euclidiana* (1899/1906), duas *Cartas a Russell* (1902) e (1904), duas *Cartas a Husserl* (1906), os fragmentos *Um breve levantamento de minhas doutrinas lógicas* (1906) e *Introdução a Lógica* (1906), os artigos *Lógica na Matemática* (1914), *O Pensamento* (1918), *A Generalidade Lógica* (1923) e *Pensamentos Compostos* (1923).

Dessa maneira, nesta dissertação daremos principal atenção às noções intensionais presentes na linguagem formal fregiana porque pretendemos delimitar a discussão em torno dos problemas da noção de identidade de sentidos. Sendo que pretendo analisar todas as obras de Frege relevantes para o tema da dissertação entendo que será melhor abordar a obra fregiana em três momentos distintos: o período de 1879 a 1890, o período de 1891 a 1904 e o período de 1905 a 1923. Com isso, espero ser fiel a cronologia das obras e acreditamos que tal plano de trabalho é o mais correto possível para tornar mais clara a perspectiva que se coloca o problema de identidade de sentidos.

Assim a dissertação é composta de cinco capítulos sendo o primeiro a introdução, o segundo o período de 1879 a 1890, o terceiro o período de 1891 a 1904, o quarto o período de 1905 a 1923 e o quinto capítulo a conclusão.

O segundo capítulo está dividido da seguinte maneira: na seção 2.1 irei analisar os critérios de identidade de conteúdo conceitual presente nas §§ 3 e 8 da *Conceitografia*; na seção 2.2 destaco dois problemas semânticos relacionados com a identidade de conteúdo conceitual da *Conceitografia*; na seção 2.3 apresento considerações a respeito das relações que podemos estabelecer entre as definições de Kirkham de equivalência material, equivalência essencial e equivalência de sinonímia com o critério fregiano de identidade de

conteúdo conceitual de sentenças completas da *Conceitografia* e em 2.4 apresento as considerações finais do capítulo.

Meu objetivo neste capítulo é mostrar que a noção de valor semântico na *Conceitografia* era problemática e gerava tensões insuperáveis que levaram Frege a reformular a noção de valor semântico no seu sistema. Além disso, pretendo mostrar quais relações podemos estabelecer entre o critério fregiano de identidade de conteúdo conceitual de sentenças completas e os critérios intensionais de equivalência essencial e de equivalência de sinonímia de sentenças de Kirkham.

O terceiro capítulo é essencialmente um capítulo de ligação entre o segundo e o quarto capítulos. Meu objetivo é apresentar as mudanças que Frege faz na sua notação conceitual após 1891, mas, principalmente, nos concentraremos na distinção semântica entre sinal, sentido e referência porque darei destaque à noção intensional de sentido de sentenças completas.

Seguirei a seguinte estratégia: na seção 3.1 apresento resumidamente as modificações no sistema fregiano contidas em *Carta a Husserl*, nos três artigos *Função e Conceito*, *Sobre o Sentido e a Referência*, *Sobre o Conceito e o Objeto* e no livro *As Leis Básicas da Aritmética I* para dar atenção à divisão semântica entre sinal, sentido e referência apresentada em detalhes no artigo *Sobre o Sentido e a Referência*. A partir dessa divisão semântica mostrarei: em 3.1.1 como Frege soluciona o *Quebra cabeça da Identidade*, em 3.1.2 que a noção de sentido é a noção intensional no sistema de Frege e em 3.1.3 que a noção de referência como valor semântico caracteriza a escolha de Frege por uma lógica extensional. Na seção 3.2 apresento as características marcantes da noção intensional de sentido de sentenças completas conforme a definição presente principalmente nos artigos *Sobre o Sentido e a Referência* e *Lógica*, além disso, analiso alguns exemplos de identidade de pensamentos com o objetivo de compreender como Frege pensava os problemas relacionados ao estabelecimento de um

critério de identidade intensional. Na seção 3.3 apresento as considerações finais do capítulo.

No quarto capítulo trabalharei as obras tardias de Frege. Seguirei o seguinte percurso: na seção 4.1 apresentarei os critérios de identidade de pensamentos sugeridos por Frege em duas *Cartas a Husserl* e em *Um breve levantamento de minhas doutrinas lógicas*. Depois de apresentar os critérios de identidade de pensamentos de Frege pretendo mostrar com a ajuda dos exemplos disponíveis: em 4.1.1 qual a aplicabilidade do critério de identidade de pensamentos de Frege perante a distinção entre o pensamento e o embelezamento retórico da linguagem e em 4.1.2 apresento as últimas considerações a respeito das relações entre o critério de sinonímia de Kirkham e o critério de identidade de pensamentos de Frege. Na seção 4.2 levarei em conta o artigo *Pensamentos Compostos* e apresento os casos de identidade entre pensamentos compostos. Por fim, na seção 4.3 apresento as considerações finais do capítulo.

Meu objetivo no quarto capítulo é analisar a aplicabilidade dos critérios de identidade de pensamentos de Frege em relação às peculiaridades da linguagem, em relação ao critério de sinonímia de Kirkham e em relação aos casos de identidade de pensamentos compostos.

## II: Período de 1879 a 1890

### 2.1. O critério de identidade de conteúdo conceitual das §§ 3 e 8 da *Conceitografia*:

Vamos expor os trechos onde Frege apresenta os dois critérios de identidade de conteúdo conceitual utilizados na *Conceitografia*, respectivamente o da § 3 que diz respeito a juízos (sentenças) e o da § 8 que diz respeito a termos singulares (nomes próprios e descrições definidas).

Veremos que Frege apresenta um critério de identidade de conteúdo conceitual para juízos que leva em conta o conteúdo informacional dos juízos em uma cadeia de inferências e devido a essa característica temos razão em considerar esse critério um critério de identidade de caráter intensional. Em contrapartida, o critério de identidade de conteúdo conceitual para termos singulares tem um caráter diferente porque leva em conta o objeto designado o que o torna um critério de identidade extensional.

Irei enumerar as citações para facilitar as referências. Dessa forma, destaco um trecho da § 3 da *Conceitografia* na qual Frege apresenta a seguinte justificativa:

[1]

Para justificar isto eu observo que o conteúdo de dois juízos pode ser diferenciado de duas maneiras: ou as consequências deriváveis do primeiro, quando ele é combinado com certos outros juízos, sempre seguem também do segundo, quando ele é combinado com esses mesmos juízos, [e conversamente], ou isso não é o caso. As duas proposições ‘Os Gregos venceram os Persas em Platea’ e ‘Os Persas foram vencidos pelos Gregos em Platea’ diferem no primeiro modo. Mesmo se podemos detectar uma pequena diferença no *sentido* o acordo é predominante. Agora eu chamo aquela parte do conteúdo que é a mesma em ambos de conteúdo conceitual. Uma vez que, somente ele é importante para a nossa notação conceitual, nós não precisamos introduzir qualquer distinção entre proposições tendo o mesmo conteúdo

conceitual.<sup>9</sup> (o itálico é meu)

Frege em [1] utiliza duas sentenças<sup>10</sup> para mostrar que as diferenças que ocorrem entre as formas ativa e passiva nas mesmas não altera o conteúdo conceitual que é expresso por elas em uma cadeia inferencial. A preocupação de Frege em dizer que as consequências deriváveis serão as mesmas nas duas quando substituídas em uma única cadeia de prova juntamente com outras mesmas sentenças justifica-se pelo seu compromisso com a correção das inferências na *Conceitografia*. Isso é importante para entendermos que na *Conceitografia* Frege utiliza um critério de substitutividade de expressões que contém o mesmo conteúdo conceitual (valor semântico) segundo o seu papel inferencial porque o que conta é a correção de inferências.

Veremos, no próximo capítulo da dissertação, que Frege modifica o critério de correção de inferências da *Conceitografia* por um critério diferente pós 1891. Mas, na *Conceitografia*, o que importa é a substitutividade de expressões que preservam a correção de inferências. Isto está claro na própria § 3 no trecho que segue:

[2]

Agora, todas aquelas peculiaridades da linguagem ordinária que resultam somente da interação do locutor e do interlocutor – como quando, por exemplo, o locutor coloca as expectativas do interlocutor em consideração e procura colocá-las no caminho certo mesmo antes a sentença completa ser enunciada – nada tem que responda a elas na minha notação conceitual, desde que em um juízo eu considero apenas aquilo que influencia suas possíveis consequências. Tudo que é necessário para uma inferência correta será totalmente expressado, mas o que não é necessário é geralmente não indicado, nada será deixado à adivinhação.<sup>11</sup>

Mesmo que Frege em [1] não tenha deixado explicitamente claro quais são as condições suficientes e necessárias para duas sentenças expressarem o mesmo conteúdo

<sup>9</sup> *Begriffsschrift, a formula language, modeled upon that of arithmetic, for pure thought* (1879). In Jean van Heijennort (1967) p. 12.

<sup>10</sup> A partir de agora não falarei mais de juízos e sim de sentenças por entender que expressamos juízos por meio de sentenças.

<sup>11</sup> *Begriffsschrift, a formula language, modeled upon that of arithmetic, for pure thought* (1879). In Jean van Heijennort (1967) p. 12.

conceitual podemos, mesmo assim, retirar de [1] duas informações importantes que nos levam a considerar o critério da § 3 um critério de identidade de caráter intensional.

A primeira informação que destacamos são as próprias sentenças utilizadas no exemplo fregiano, *Os Gregos venceram os Persas em Platea* e *Os Persas foram vencidos pelos Gregos em Platea*. O exemplo mostra nitidamente que Frege está comprometido aqui com o caráter informacional das sentenças em uma cadeia de prova, tanto é que, Frege faz uso da conversão entre voz ativa/passiva para dizer que o que as sentenças têm em comum é o que é considerado por ele como o conteúdo conceitual das mesmas. Percebe-se que Frege em nenhum momento na § 3 faz alusão ao conteúdo conceitual das sentenças como algo que não seja o conteúdo cognitivo ou o conteúdo informacional das mesmas.

Mas, em contrapartida, o exemplo apresentado na § 3 deixa dúvidas quais seriam os outros casos que há preservação do conteúdo conceitual das sentenças. Apesar de Frege ter sido econômico no que diz respeito aos exemplos encontra-se em textos posteriores outros casos de igualdade de conteúdo conceitual para sentenças. Como são textos depois de 1891 o correto é dizer igualdade de sentidos de sentenças. No entanto, tais textos serão abordados nos próximos capítulos.

Para ser mais exato, Frege apresenta outros exemplos de identidade de conteúdo conceitual no período entre 1879 a 1890. São os casos dos axiomas da *Conceitografia* (leis 31 e 41) que expressam o mesmo conteúdo conceitual e das definições de *Os Fundamentos da Aritmética*. Porém, não estou analisando tais casos por serem estipulações arbitrárias feitas na construção de um sistema lógico e que funcionam como axiomas no interior da linguagem formalizada à qual pertencem sendo, portanto, em nossa opinião, desnecessário uma análise detalhada destes casos.

A segunda informação que destacamos é a utilização da palavra *sentido*. Em [1] Frege explicitamente diz que mesmo havendo uma diferença no sentido expresso pelas sentenças o

acordo é predominante. O uso da palavra *sentido*, a meu ver, deixa clara a intenção de Frege em caracterizar o conteúdo conceitual de sentenças por meio de um critério de identidade que hoje é caracterizado como um critério intensional.

É importante esclarecer que não estou defendendo a idéia que Frege na *Conceitografia* já utilizava a noção técnica de sentido como viria a fazer depois de 1891. É sabido que na *Conceitografia* Frege não apresenta explicitamente a distinção entre sentido e referência mesmo que essas noções já apareçam implicitamente reunidas na noção de conteúdo conceitual.

Para terminar a análise do critério de identidade de conteúdo conceitual da § 3 da *Conceitografia* destacamos uma informação retirada de [2]. Acredito que tal informação é mais um indício que Frege estava comprometido somente com o conteúdo informacional das sentenças que realmente importava para as possíveis consequências em uma cadeia de inferências levando-se em conta o papel inferencial das mesmas.

O trecho que destaco de [2] é “*todas aquelas peculiaridades da linguagem ordinária que resultam somente da interação do locutor e do interlocutor (...) nada tem que corresponda a elas na minha notação conceitual*” (itálico meu). Considero esse trecho importante porque entendo que podemos lê-lo tendo em mente o que Frege chama em seus textos posteriores de o *colorido* ou *iluminação* da linguagem. Se interpretarmos o trecho acima retirado de [2], principalmente a parte destacada em itálico, como sendo justamente o que Frege chamou de *colorido* da linguagem, não restam dúvidas quanto ao caráter intensional do critério de identidade de conteúdo conceitual das sentenças.

Kenny parece fazer a mesma leitura que nós do mesmo trecho fregiano. Kenny por meio da palavra *ênfase* está falando a mesma coisa que Frege tratou como peculiaridades da linguagem ordinária que são dispensáveis para as consequências de um conteúdo conceitual de sentenças. A ênfase dada pelo locutor na interação com o interlocutor nada mais é o que

Frege chama em seus textos posteriores de o *colorido* da linguagem. O trecho a seguir reforça a análise do critério de conteúdo conceitual da § 3 como um critério intensional.

[3]

(...) o locutor pode recorrer a uma ou a outra forma [ativa/passiva] por razões de *ênfase* ou para ligar a frase com o que havia dito antes. Mas as diferenças entre as duas proposições não têm a menor influência naquilo que delas se segue logicamente. Tudo o que segue da primeira se segue também da segunda e vice-versa.<sup>12</sup> (itálico meu)

Vamos deixar para analisar estas peculiaridades das noções intensionais nos próximos capítulos da dissertação quando termos a oportunidade de citar trechos do próprio Frege a respeito dessa característica da linguagem. Por agora, basta ter ficado claro que o critério que Frege utiliza para estabelecer uma identidade de conteúdo conceitual de sentenças na § 3 da *Conceitografia* têm fortes características que nos autoriza considerá-lo um critério intensional.

Não podemos afirmar o mesmo do critério de identidade de conteúdo conceitual da § 8 da *Conceitografia* que diz respeito a termos singulares.

Frege na § 8 utiliza um exemplo retirado da geometria para ilustrar um caso onde dois nomes diferentes determinam o mesmo ponto. Vejamos o trecho:

[4]

Assuma que sobre a circunferência de um círculo existe um ponto fixo *A* sobre o qual uma reta gira. O ponto de interseção, diferente de *A*, da reta e a circunferência irá ser chamado o ponto *B* associado com a posição da reta a todo o momento, este ponto é tal que variações contínuas em sua posição devem sempre corresponder a variações contínuas na posição da reta. Por isso, o nome *B* denota algo indeterminado enquanto a posição correspondente da reta não foi especificada. Nós podemos agora perguntar: qual ponto é associado à posição da reta quando ela é perpendicular ao diâmetro? A resposta será: o ponto *A*. Nesse caso, portanto, o nome *B* tem o mesmo conteúdo que o nome *A* e, todavia, nós não poderíamos ter usado apenas um nome desde o começo, (...). A cada um desses modos de determinar o ponto corresponde um

---

<sup>12</sup> Frege: *an introduction to the founder of Modern Analytic Philosophy*. Kenny (1995) p. 14.

nome particular. Por isso, a necessidade de um símbolo para a identidade de conteúdo depende da seguinte consideração: o mesmo conteúdo pode ser determinado completamente em diferentes modos, (...). Agora tome,

$$\vdash (A \equiv B)$$

significando que o sinal  $A$  e o sinal  $B$  têm o mesmo conteúdo conceitual de maneira que podemos substituir  $A$  por  $B$  e vice-versa.<sup>13</sup>

O trecho é bastante claro a respeito das motivações fregeanas em caracterizar a identidade de conteúdo conceitual uma relação entre nomes. A justificativa para a necessidade de um símbolo de identidade de conteúdo conceitual fundamentada no exemplo geométrico não deixa dúvidas que de fato ocorre dois nomes diferentes poderem determinar o mesmo ponto. As diferenças quanto ao modo de determinação do mesmo conteúdo conceitual produz um ganho cognitivo e esse é o motivo que levou Frege a reconhecer, “o juízo que trata da identidade de conteúdo é sintético no sentido kantiano”<sup>14</sup>.

Do trecho [4] podemos retirar dois pontos importantes para a nossa dissertação.

O primeiro e o mais importante para essa seção é entendermos que a maneira pelo qual Frege caracteriza o critério de identidade de conteúdo conceitual para nomes por meio do exemplo da circunferência o torna um critério extensional porque o critério depende da igualdade do ponto ou do objeto determinado pelos dois nomes  $A$  e  $B$ .

O fato de Frege ter admitido o acréscimo no conhecimento por meio do juízo que trata da identidade de conteúdo, sintético *à la* Kant, não quer dizer que o que determina a identidade de conteúdo é o caráter informacional dos nomes. A meu ver, Frege é muito claro na § 8 ao estabelecer o fato que faz os nomes  $A$  e  $B$  terem o mesmo conteúdo conceitual é eles determinarem o mesmo ponto. Isso é suficiente para caracterizar o critério da § 8 um critério de identidade de conteúdo conceitual de caráter extensional.

<sup>13</sup> *Begriffsschrift, a formula language, modeled upon that of arithmetic, for pure thought* (1879). In Jean van Heijennort (1967) p. 21.

<sup>14</sup> *Begriffsschrift, a formula language, modeled upon that of arithmetic, for pure thought* (1879). In Jean van Heijennort (1967) p. 21.

O segundo é o modo que Frege trata as descrições definidas como sendo nomes próprios, ou seja, colocando-as na classe dos termos singulares. Frege faz isto no exemplo do trecho [4] onde o ponto  $B$  é caracterizado pela descrição definida: *o ponto de interseção da reta e a circunferência, diferente de A*.

De qualquer forma, o que nos interessa ressaltar é a opção de Frege em incluir as descrições definidas na classe dos termos singulares. Veremos na seção seguinte que esse tratamento gera problemas levando-se em conta que o critério de identidade de conteúdo conceitual na *Conceitografia* é baseado no papel inferencial.

Frege ao caracterizar a noção de identidade de conteúdo conceitual e ao considerar a identidade uma relação entre nomes introduz o problema de sentenças de identidade verdadeiras e informativas conhecido como o *Quebra-cabeça da Identidade*. O problema ocorre porque conforme a semântica fregiana da *Conceitografia* se  $\alpha=\beta$  é uma identidade verdadeira então  $\alpha=\alpha$  tem o mesmo conteúdo informacional que  $\alpha=\beta$ , mas, é nítido que as duas sentenças expressam conteúdos informacionais diferentes.

O problema tem origem na forma que Frege caracteriza o conteúdo conceitual de sentenças e termos singulares. Segundo o que Frege diz na *Conceitografia* podemos substituir dois termos singulares com o mesmo conteúdo conceitual em uma sentença. Se os dois termos singulares têm o mesmo conteúdo conceitual então a sentença resultante da troca não sofrerá alteração no seu conteúdo informacional, mas, não é isso o que acontece.

Este é o problema com as sentenças de identidade  $\alpha=\alpha$  e  $\alpha=\beta$ . Se  $\alpha$  e  $\beta$  têm o mesmo conteúdo conceitual a substituição de  $\beta$  por  $\alpha$  na primeira não alteraria o conteúdo informacional da sentença. Mas, vemos que enquanto  $\alpha=\alpha$  é um mero truísmo  $\alpha=\beta$  proporciona um ganho de conhecimento. A solução desse quebra cabeça é importante para nossa dissertação porque consideramos um dos motivos principais para a distinção entre sentido e referência, assunto que será tratado no capítulo a seguir.

Por agora podemos concluir que a noção de conteúdo conceitual tem em si um aspecto híbrido e a razão desse problema está justamente nas §§ 3 e 8 da *Conceitografia* porque Frege fez uma má escolha ao caracterizar a noção de conteúdo conceitual com análises diferentes para sentenças e termos singulares.

Sendo assim, foi nosso objetivo nesta seção, analisar o critério de identidade de conteúdo conceitual para juízos (sentenças) que se encontra na § 3 da *Conceitografia* para chegar à conclusão que tal critério de identidade é um critério de caráter intensional. Da mesma forma, analisamos o critério de identidade de conteúdo conceitual para termos singulares presente na § 8 da *Conceitografia* para chegar à conclusão que tal critério de identidade é um critério de caráter extensional.

Podemos concluir que a noção de conteúdo conceitual na *Conceitografia* é em si uma noção híbrida porque é uma mistura de uma análise intensional com uma análise extensional. Além disso, vimos que a semântica da *Conceitografia* junto com a afirmação de Frege que a identidade é uma relação entre nomes gerou o *Quebra-cabeça da Identidade*, pois a substituição de termos singulares com o mesmo conteúdo conceitual não conserva o conteúdo informacional da nova sentença.

Para reforçar nossa conclusão destaco uma passagem onde Noonan enfatiza o caráter híbrido da noção de conteúdo conceitual da *Conceitografia*.

[5]

Mas vale a pena indicar aqui a instabilidade da posição de Frege nesse ponto da *Conceitografia*. De um lado está claro, dos exemplos de Frege que o conteúdo de um nome é o objeto para o qual ele aponta, de modo que o conteúdo comum dos nomes *a estrela da manhã* e *a estrela da tarde* é o planeta Vênus. De outro lado, no entanto, está também claro da introdução original de Frege da noção de conteúdo conceitual aplicado para sentenças, como o que duas sentenças equipolentes têm em comum, que ele [Frege] não iria, naquele momento, ter afirmado que todas as sentenças com o mesmo valor de verdade tem o mesmo conteúdo conceitual. Mas esta é a conclusão que chegamos se nós tomamos, como Frege claramente

pretende, que quando dois nomes com o mesmo conteúdo conceitual substituem um ao outro em uma sentença, o conteúdo conceitual da sentença inteira irá permanecer inalterado.<sup>15</sup>

Levando-se em consideração tudo que apresentamos nessa seção podemos afirmar que Frege enfrentaria problemas com a teoria semântica da *Conceitografia* devido ao modo que caracterizou a noção de conteúdo conceitual. Na seção a seguir nosso objetivo é mostrar outros dois problemas gerados pela semântica da *Conceitografia*.

## **2.2. Os problemas acerca da identidade de conteúdo conceitual da *Conceitografia*:**

Nesta seção apresento dois problemas relacionados à identidade de conteúdo conceitual provenientes das §§ 3 e 8 da *Conceitografia*. Por isso, separo esta seção em duas subseções 2.2.1 e 2.2.2. Em 2.2.1 apresento o problema proveniente do critério de identidade de conteúdo conceitual baseado na correção de inferências e o tratamento que Frege dá as descrições definidas. Veremos que descrições definidas contingentes não preservam a correção de inferências. Em 2.2.2 apresento o problema proveniente da interpretação que o conteúdo judicativo de sentenças na *Conceitografia* é formado pelos conteúdos conceituais das partes da sentença. Veremos que tal interpretação leva ao colapso dos conteúdos judicativos das sentenças de identidade da *Conceitografia* em coisas do tipo  $\langle a, a, \Rightarrow \rangle$ .

Devo ressaltar que a análise dessas duas subseções segue, em linhas gerais, a análise apresentada por Rodrigues em *Frege, fazedores-de-verdade e o argumento da funda*<sup>16</sup> e o meu objetivo é reforçar o argumento que Frege tinha problemas com a noção de conteúdo conceitual na *Conceitografia*, principalmente com a noção de conteúdo judicativo de sentenças, o que o levou a reformular a noção de valor semântico em seu sistema.

---

<sup>15</sup> Frege *A Critical Introduction*. Noonan (2001) pp. 50-51.

<sup>16</sup> *Frege, fazedores-de-verdade e o argumento da funda*. Rodrigues (2007) pp. 80-91.

### 2.2.1. A semântica das descrições definidas e o papel da correção de inferências:

Como dissemos em 2.1, na § 3 da *Conceitografia*, Frege ao estabelecer um critério de identidade de conteúdo conceitual para sentenças deixa claro que a idéia principal é a correção de inferências porque leva em conta o papel inferencial das expressões em uma cadeia de prova. Assim, entendemos que o conteúdo conceitual de sentenças é aquilo que importa para as possíveis consequências em uma cadeia de prova, uma vez que, Frege está comprometido com a correção de inferências.

Quando temos duas sentenças com o mesmo conteúdo conceitual mesmo que combinadas com outros mesmos juízos as consequências deriváveis da primeira sentença serão as mesmas que as da segunda sentença. Como falamos em 2.1, segundo Frege, isso significa que as duas sentenças têm o mesmo conteúdo conceitual e, portanto, elas são intersubstituíveis preservando correção de inferências.

As duas passagens [1] e [2] mostram como Frege considera duas sentenças que são intersubstituíveis preservando correção de inferências. Mas, tal consideração pode ser interpretada como se Frege estivesse dizendo que duas sentenças têm o mesmo conteúdo conceitual, se e somente se,  $A \vdash \neg \neg B$ . Rodrigues<sup>17</sup> argumenta que não devemos interpretar Frege dessa maneira, pois tal interpretação coloca a noção de equivalência lógica como condição suficiente e necessária para identidade de conteúdo conceitual.

O ponto é que Frege considerava os teoremas da aritmética verdades lógicas, pois acreditava ser possível prová-los com o sistema da *Conceitografia* e, conforme a noção de equivalência lógica, verdades lógicas são logicamente materialmente equivalentes. Assim, teoremas da aritmética do tipo  $2+2=4$  e  $3+1=4$  poderiam ser as duas sentenças nos lugares de  $A$  e  $B$  acima e isso significaria que eles expressam o mesmo conteúdo conceitual.

---

<sup>17</sup> Frege, *fazedores-de-verdade e o argumento da funda*. Rodrigues (2007) p. 81.

Frege discorda disso em vários textos tardios<sup>18</sup> mas em nenhum texto referente ao período entre 1879 a 1890. Contudo, temos uma passagem de Frege de 1891 e acredito que a mesma idéia seria defendida na *Conceitografia*. O trecho abaixo é de *Função e Conceito* e Frege já utiliza as noções de sentido e referência para sentenças.

O fato de Frege usar as noções técnicas de sentido e referência não invalida nosso argumento a respeito do conteúdo conceitual, pois mostramos em 2.1 que tais noções já estavam implícitas na *Conceitografia* reunidas sob a noção de conteúdo conceitual.

[6]

Pode-se fazer aqui a objeção de que  $2^2=4$  e  $2>1$  significam coisas totalmente diferentes, exprimem pensamentos totalmente distintos; porém, também  $2^4=4^2$  e  $4.4=4^2$  exprimem pensamentos diferentes; mas, apesar disso, pode-se substituir  $2^4$  por  $4.4$  uma vez que os sinais têm a mesma referência. (...) Disso concluímos que a igualdade de referência não tem como consequência a igualdade de pensamentos.<sup>19</sup>

Assim, Rodrigues<sup>20</sup> conjectura que nossa noção de equivalência lógica seria apenas condição necessária e não suficiente para expressar o mesmo conteúdo conceitual no sentido fregiano. Isso quer dizer que, qualquer que seja o critério fregiano para identidade de conteúdo conceitual apresentado na § 3 da *Conceitografia* ele tem um caráter mais forte ou mais refinado do que a noção de equivalência lógica porque nem todas as verdades lógicas expressam o mesmo conteúdo conceitual. A conclusão de Rodrigues é que duas sentenças têm o mesmo conteúdo conceitual, somente se,  $A \dashv\vdash B$ .

Entendo que a conclusão de Rodrigues está correta e a reforçamos com as palavras de Dummett com duas considerações a serem feitas a seguir.

<sup>18</sup> Ver *Letter to Russell* (1902) p. 255 e *Letter to Russell* (1904) p. 291. Os dois In Beaney (1997). Ver também *Logic in Mathematics* (1914) p. 225. In Peter Long e Roger White (1979).

<sup>19</sup> *Function and Concept* (1891). In Beaney (1997) p. 138.

<sup>20</sup> *Frege, fazedores-de-verdade e o argumento da funda*. Rodrigues (2007) p. 82.

[7]

Mas ele [Frege] estava muito bem consciente que é frequentemente possível definir uma expressão em diferentes modos, de modo que, até mesmo se elas são analiticamente equivalentes não podem ser consideradas como conferindo o mesmo sentido sobre a expressão, a menos que nós estamos preparados para garantir, como Frege não está, que quaisquer duas expressões analiticamente equivalentes têm o mesmo sentido.<sup>21</sup>

Primeiro, Dummett usa a noção de sentido em [7]. Para não ser anacrônico esclareço que estou estendendo as considerações de Dummett à noção de conteúdo conceitual da *Conceitografia*. De novo entendo que não há problemas em fazer isso porque mostramos em 2.1 que na *Conceitografia* Frege possuía uma noção intensional implícita para o conteúdo conceitual de sentenças completas.

Segundo, Dummett fala de expressões analiticamente equivalentes. Vale lembrar que para Frege uma expressão é analítica, se e somente se, for provada por axiomas, teoremas, definições e regras de inferência todos puramente lógicos. Além disso, o logicismo fregiano bem sucedido provaria o caráter analítico *a priori* dos teoremas da aritmética. Então, entendo ser plausível pensar que Frege considerava os teoremas da aritmética analiticamente equivalentes porque seriam deriváveis do sistema da *Conceitografia*.

O que Dummett diz vai nessa direção e reforça a conclusão de Rodrigues. Se for correto dizer que Frege considera os teoremas da aritmética analiticamente equivalentes, então Frege não concordaria que todas as sentenças analiticamente equivalentes expressam o mesmo sentido pós 1981 e não concordaria também que expressam o mesmo conteúdo conceitual na *Conceitografia*.

Considerando a conclusão de Rodrigues, duas sentenças *A* e *B* têm o mesmo conteúdo

---

<sup>21</sup> Frege *Philosophy of Language*. Dummett (1981b) p. 584.

conceitual, somente se,  $A \vdash \dashv B$ , vamos estendê-la ao critério de identidade de conteúdo conceitual de termos singulares e ver o que acontece.

Como aparece em [4] Frege na § 8 da *Conceitografia* utiliza o símbolo ( $\equiv$ ) para expressar uma relação entre os sinais  $A$  e  $B$  e não entre os conteúdos de  $A$  e  $B$ . Como Frege usa este sinal isto quer dizer que  $A$  e  $B$  são intersubstituíveis preservando a correção de inferências, pois este é o critério de substitutividade das expressões na *Conceitografia*. Sendo que o sinal de identidade de conteúdo conceitual relaciona sinais e não os conteúdos dos sinais, podemos interpretar que  $A$  e  $B$  podem representar tanto sentenças como termos singulares.

É importante dizer que usarei o princípio de composicionalidade na continuação da análise que se segue para termos singulares. Conforme a interpretação dada por Rodrigues<sup>22</sup> Frege não apresenta o princípio de composicionalidade na *Conceitografia*, mas é plausível que com a análise lógica de função e argumento a composicionalidade esteja implícita. De qualquer forma, segundo Frege, sabemos que em uma sentença a presença de um termo singular (argumento) satura algum predicado (função). Isto quer dizer que a ocorrência de um argumento em uma sentença se dá necessariamente em algum contexto frasal e vamos representar isto assim (... $t$ ...).

Levando-se em conta a conclusão de Rodrigues devemos retirar do trecho [4] duas considerações: (i) dois termos singulares (... $t_1$ ...) e (... $t_2$ ...) têm o mesmo conteúdo conceitual, se e somente se, designam o mesmo objeto e; (ii) dois termos singulares (... $t_1$ ...) e (... $t_2$ ...) têm o mesmo conteúdo conceitual, somente se, (... $t_1$ ...)  $\vdash \dashv$  (... $t_2$ ...).

E, nesse ponto, ao analisar as descrições definidas Rodrigues destaca o problema. A semântica fregeana para descrições definidas é a mesma dada aos nomes próprios como vimos em [4] e, nesse sentido, (i) é respeitado. Porém, analisando as descrições definidas como

---

<sup>22</sup> Frege, *fazedores-de-verdade e o argumento da funda*. Rodrigues (2007) p. 83.

termos singulares, como faz Frege, temos que  $\ulcorner \text{Fx} = \text{Gx} \rightarrow (\dots\ulcorner \text{Fx} \dots) \urcorner \vdash \ulcorner (\dots\ulcorner \text{Gx} \dots) \urcorner$  e é justamente isso que falha se as descrições são contingentes porque a contingência não deixa o contexto frasal em que elas ocorrem serem logicamente equivalentes. Com isso, descrições definidas contingentes não satisfazem a exigência (ii).

Portanto, endosso a conclusão de Rodrigues que a semântica fregeana de descrições definidas como termos singulares é incoerente na *Conceitografia* porque vimos que elas não são intersubstituíveis preservando correção de inferências.

### 2.2.2. O colapso dos conteúdos judicativos das sentenças de identidade:

Uma vez que sabemos quais eram os objetivos de Frege com a notação conceitual da *Conceitografia* nada mais natural que cada expressão contida no vocabulário da *Conceitografia* expresse um conteúdo conceitual determinado. Como vimos isto foi feito nas §§ 3 e 8 da *Conceitografia* para sentenças e termos singulares respectivamente. Mas e os predicados que ajudam na composição das sentenças, não expressariam conteúdos conceituais? Na verdade, Frege na *Conceitografia* não diz explicitamente qual é o conteúdo conceitual de um predicado, mas, vamos ver qual a resposta para esta pergunta.

A § 9 da *Conceitografia* trata da Função e nos ajuda muito aqui. Ao dizer que “em uma expressão, (...), então chamamos a parte da expressão que é invariante em tal substituição de função e a parte que é substituível de seu argumento”<sup>23</sup> Frege está indicando que o conteúdo conceitual de uma sentença completa, seja assertível ou não, é ele mesmo articulado e tal articulação é que nos possibilita a formação de conceitos como o conteúdo conceitual de

---

<sup>23</sup> *Begriffsschrift, a formula language, modeled upon that of arithmetic, for pure thought* (1879). In Jean van Heijennort (1967) p. 22.

uma expressão linguística. Como sabemos, essa é a *Tese da Prioridade*<sup>24</sup> de Frege e a encontramos implicitamente também no trecho a seguir, “ao invés de formar um juízo a partir de um indivíduo como sujeito [nota suprimida] e um já previamente formado conceito como predicado, nós fazemos o oposto e chegamos ao conceito por meio da divisão do conteúdo judicativo [nota suprimida]”<sup>25</sup>.

Essa segunda passagem é importante por dois pontos. Apesar de não ser um trecho da *Conceitografia* certamente as idéias nela apresentadas já faziam parte do sistema da *Conceitografia*. O primeiro ponto é que dela podemos concluir que a noção de função ou conceito é que cumpre o papel de conteúdo conceitual de uma expressão funcional ou predicado. E o segundo ponto é que nela aparece a noção de conteúdo judicativo. Podemos dizer que conteúdo judicativo é uma noção que nomeia o conteúdo conceitual de sentenças completas na *Conceitografia*. O conteúdo judicativo então é uma espécie de conteúdo conceitual que tem um valor de verdade porque ele é o conteúdo conceitual de um juízo.

Considerar o conteúdo judicativo de um juízo sendo composto pelos conteúdos conceituais das expressões que compõem o próprio juízo parece ser uma consequência natural da semântica da *Conceitografia*.

Mendelsohn endossa essa idéia: “na *Conceitografia*, lembramos, Frege pensou uma sentença como um nome complexo constituído de uma expressão de função e uma expressão de argumento de tal maneira que os conteúdos das partes da sentença eram partes do conteúdo da sentença inteira”<sup>26</sup>.

O próprio Frege dá indícios disso, “sem dúvida, se a expressão do conteúdo de um conteúdo judicativo será analisada dessa forma ela deve ser por si mesma articulada”<sup>27</sup>. Frege

---

<sup>24</sup> Frege no prefácio da *Conceitografia* já faz alusão a *Tese da Prioridade* quando diz: “considerar um conteúdo como uma função leva a formação de conceitos”. *Begriffsschrift, a formula language, modeled upon that of arithmetic, for pure thought* (1879). In Jean van Heijennort (1967) p. 7.

<sup>25</sup> *Boole's logical Calculus and the Concept-script* (1880-1881). In Long Peter and Roger White (1979) p. 17.

<sup>26</sup> *The Philosophy of Gottlob Frege*. Mendelsohn (2005) p. 37.

<sup>27</sup> *Boole's logical Calculus and the Concept-script* (1880-1881). In Long Peter and Roger White (1979) p. 17.

ao chamar a atenção para a articulação possível dos conteúdos conceituais das expressões funcionais e das expressões de argumento que compõem a sentença completa está dizendo que os conteúdos conceituais das partes compõem o todo. Assim, é bastante plausível considerar o conteúdo judicativo sendo formado pelos conteúdos conceituais das expressões que compõem a sentença completa.

A passagem de Frege “desde o início eu tinha em mente a expressão de um conteúdo. O que eu esforcei em alcançar depois é uma língua característica na primeira instância para a matemática, não um cálculo restrito a pura lógica”<sup>28</sup>, mostra que a notação conceitual foi construída para provar a tese logicista e isto significa que cada expressão deve expressar um conteúdo conceitual relativo às fórmulas da aritmética. Assim, tal conteúdo conceitual como entendemos, na *Conceitografia*, nada mais é do que o valor semântico das expressões.

Essa última afirmação não é novidade alguma na literatura especializada em Frege<sup>29</sup>. De acordo com Frege, quando expressamos um juízo delegamos um valor de verdade a um conteúdo objetivo de acordo com os fatos da realidade. Na § 3 da *Conceitografia* isto parece ficar evidente quando Frege diz que a barra vertical colocada a esquerda da barra horizontal forma um símbolo que expressa que o juízo que se segue é um fato. Com isso, podemos considerar que valores semânticos são itens não linguísticos associados às expressões linguísticas de uma linguagem interpretada e que a noção de conteúdo conceitual de Frege é que cumpre tal função na *Conceitografia*.

Contudo, a verdade é que Frege não diz explicitamente na *Conceitografia* que os conteúdos conceituais são os itens não linguísticos que chamamos de valores semânticos e que são associados às expressões linguísticas. Podemos dizer que a falta de clareza muito se deve ao conhecido problema que ocorre na *Conceitografia* entre o uso e menção das expressões.

---

<sup>28</sup> Boole's logical Calculus and the Concept-script (1880-1881). In Long Peter and Roger White (1979) p. 12.

<sup>29</sup> Ver por exemplo: Dummett (1981a) pp. 149-150, Noonam (2001) p. 154 e Rodrigues (2007) p. 93.

Frege corrigiu tal problema após 1891 ao introduzir com rigor a terminologia *objeto* e *função* com as duas noções associadas claramente a itens não linguísticos. Enfim, não vamos aprofundar o problema entre uso e menção<sup>30</sup> na *Conceitografia* porque acreditamos que este problema é apenas um deslize fregiano.

Porém, é nosso objetivo mostrar que as noções de argumento e função denotam os conteúdos conceituais das expressões e que tais conteúdos são itens não linguísticos. Uma constatação que reforça essa idéia é a própria caracterização da noção de conteúdo conceitual apresentada nas §§ 3 e 8 da *Conceitografia*. Como mostramos em 2.1 a noção de conteúdo conceitual é problemática porque tem um caráter intensional para sentenças e um caráter extensional para termos singulares. De qualquer forma, conforme as §§ 3 e 8, apesar desta ambiguidade ainda podemos dizer que tudo o que a noção de conteúdo conceitual não é, seja para sentenças seja para termos singulares, é um item linguístico.

Sendo assim, como consequência de tudo que destacamos até agora nessa subseção temos que concluir o seguinte: se os conteúdos conceituais das expressões da *Conceitografia* são valores semânticos, valores semânticos são itens não linguísticos, os conteúdos conceituais dos argumentos e das funções compõem o conteúdo judicativo de sentenças completas, então o conteúdo judicativo de uma sentença completa é um complexo formado por itens não linguísticos.

Nesse sentido, é comum encontrarmos na literatura especializada em Frege<sup>31</sup> interpretações como a que estamos fazendo aqui a respeito dos conteúdos judicativos. Para sermos fiéis a tais interpretações vamos usar a nomenclatura *estado de coisas* para nomear o que estamos entendendo por conteúdo judicativo de uma sentença.

Quando, a partir dos textos fregianos, dissemos que o conteúdo conceitual de um termo singular é um objeto e que o conteúdo conceitual de uma expressão funcional é um

---

<sup>30</sup> Um tratamento adequado do problema pode ser encontrado em Mendelsohn (2005) pp. 60-62.

<sup>31</sup> Ver por exemplo: Dummett (1891a) p. 299 e Mendelsohn (2005) p. 43.

conceito estamos compondo, podemos assim dizer, para a sentença *Sócrates é grego* um conteúdo judicativo que é formado pelos valores semânticos do termo singular e da expressão funcional. Tais valores semânticos são itens não linguísticos do tipo: o indivíduo Sócrates e o conceito *x é grego* e assim a composição pode ser representada pelo seguinte par ordenado:

(1) <*Sócrates, x é grego*>

(1) representa o *estado de coisas* que é o conteúdo judicativo de sentenças completas da *Conceitografia*. Como Frege estava comprometido em construir uma semântica sistemática, digo, para cada expressão da sua notação conceitual era necessário que a expressão possuísse um conteúdo conceitual, então para cada sentença completa deve corresponder um *estado de coisas* do tipo (1).

Para que ocorra o colapso dos conteúdos judicativos temos que considerar novamente a semântica de termos singulares, apresentada na § 8 da *Conceitografia*. Uma vez que Frege tratava as descrições definidas da mesma forma que os nomes próprios, ou seja, tanto nomes quanto descrições têm o mesmo conteúdo conceitual se designam o mesmo objeto, então temos que concluir que um nome próprio e uma descrição definida de Sócrates, por exemplo, contribuem da mesma forma para a formação do conteúdo judicativo. E é nesse ponto que ocorre o colapso dos conteúdos judicativos.

Rodrigues<sup>32</sup> trata o problema e mostra que o colapso ocorre quando analisamos o conteúdo judicativo das sentenças de identidade da *Conceitografia*. Quando temos uma sentença do tipo *Sócrates é o filósofo grego que bebeu cicuta* conforme a semântica da *Conceitografia* o conteúdo judicativo desta sentença é a tripla ordenada:

(2) <*Sócrates, Sócrates, =>*

---

<sup>32</sup> Frege, *fazedores-de-verdade e o argumento da funda*. Rodrigues (2007) p. 91.

A mesma análise vale para todas as sentenças que relacionam o nome próprio *Sócrates* e uma descrição definida de Sócrates. Por exemplo, se temos as sentenças de identidade: *Sócrates é Sócrates*, *Sócrates é o filósofo grego marido de Xantipa*, *Sócrates é o filósofo grego que foi mestre de Platão* e várias outras combinações, todas terão o conteúdo judicativo exatamente como (2) ou algo como  $\langle \alpha, \alpha, \Rightarrow \rangle$ . Isso sem dúvida é um grave problema. A gravidade do problema fica evidente se considerarmos que podemos formar sentenças de identidade com fórmulas da aritmética.

Se tivermos então sentenças do tipo  $2^4=4^2$  e  $4.4=4^2$  e outras combinações possíveis, o que temos nessas sentenças de cada lado do símbolo de identidade são termos singulares do número 16, ou seja, temos termos singulares co-referenciais ladeando o sinal de igualdade. Da mesma forma, o conteúdo judicativo das fórmulas acima é algo do tipo:

$$(3) \langle 16, 16, \Rightarrow \rangle$$

Acontece que algo do tipo (3) é a mesma coisa que concluir que Frege, na *Conceitografia*, afirmava que as sentenças de identidade da aritmética que possuem termos singulares co-referenciais ladeando o sinal (=) expressam o mesmo conteúdo conceitual e isto como mostramos em [6] de 2.2.1 não é o pensamento de Frege.

Sendo assim, podemos concluir esta subseção constatando o seguinte: a semântica dos termos singulares, juntamente com a formação do conteúdo judicativo de sentenças completas compostos pelos valores semânticos das partes da sentença, faz com que os conteúdos judicativos das sentenças de identidade da *Conceitografia* colapsem em algo do tipo  $\langle \alpha, \alpha, \Rightarrow \rangle$ . Algo que seria indesejável para Frege.

Nesta seção, formada por 2.2.1 e 2.2.2, mostrei dois problemas derivados da semântica da noção de conteúdo conceitual da *Conceitografia*. Esses problemas geravam tensões

insuperáveis e Frege não teve alternativa além de reformular a noção de valor semântico apresentada nos textos do período entre 1879 a 1890.

Na próxima seção apresento definições de Kirkham de certas relações de equivalências lógicas porque pretendo fazer considerações a respeito de relações que podemos estabelecer entre o critério de identidade de conteúdo conceitual de sentenças da § 3 da *Conceitografia* que é de caráter intensional e os critérios intensionais de sentenças de Kirkham.

### **2.3. Considerações sobre relações entre critérios intensionais de Frege e Kirkham:**

Nesta seção farei considerações a respeito de relações que podemos estabelecer entre o critério intensional de sentenças completas de Frege da § 3 da *Conceitografia* e os critérios intensionais de Kirkham presentes no livro *Teorias da Verdade*<sup>33</sup>.

Para tanto, apresentarei na subseção 2.3.1 as definições de Kirkham para equivalência material, equivalência essencial e equivalência de sinonímia com o objetivo de mostrar as características de cada uma que justificam a hierarquia existente entre elas. A apresentação dessas três relações lógicas de equivalência reforçará o argumento sobre as dificuldades em se estabelecer um critério de identidade intensional objetivo, ao passo que, mostraremos que não encontramos a mesma dificuldade para com um critério extensional.

Após essa apresentação, na subseção 2.3.2 vou comparar o critério intensional de Frege da *Conceitografia* com os critérios intensionais de Kirkham com o objetivo de responder a pergunta: qual a relação pode-se estabelecer entre eles? Pretendo dar uma resposta se o critério de identidade de conteúdo conceitual de sentenças completas em Frege é mais forte, mais fraco ou idêntico ao critério de sentenças essencialmente equivalentes e o critério de sentenças sinonimamente equivalentes, ambos de Kirkham.

---

<sup>33</sup> *Teorias da Verdade*. Richard Kirkham (1992).

### 2.3.1. Equivalência Material, Essencial e Sinonímia em Kirkham:

Esta subseção é destinada a apresentação das definições de Kirkham para as relações lógicas de equivalência material, equivalência essencial e equivalência de sinonímia visando realçar as diferenças de graus existentes entre elas no que diz respeito à força de cada uma, pois, veremos que podemos estabelecer uma hierarquia de escopo entre elas.

Segundo Kirkham, quando dois termos têm extensões idênticas eles são considerados materialmente equivalentes. Isso quer dizer que as expressões *vertebrados com fígado* e *vertebrados com coração* são materialmente equivalentes porque ambas possuem extensão idêntica, os mesmos indivíduos que pertencem ao conjunto dos *vertebrados com fígado* pertencem ao conjunto dos *vertebrados com coração*. Podemos também dizer que ambas as expressões são extensionalmente equivalentes.

Aproveitando o momento, reforço a conclusão da seção 2.1 ressaltando que Frege na § 8 da *Conceitografia* mesmo não tendo os conceitos de equivalência material e de extensão utiliza um critério com exatamente a mesma condição suficiente e necessária para dois nomes terem o mesmo conteúdo conceitual.

Todavia, Kirkham considera que há quatro características a serem destacadas na relação de equivalência material.

A primeira, “duas expressões extensionalmente equivalentes não precisam ter o mesmo grau de complexidade sintática”<sup>34</sup>, isto é, não há restrições quanto a estrutura sintática de expressões extensionalmente equivalentes. Por exemplo, *é um cidadão americano* é extensionalmente equivalente a *nasceu no território americano e não foi naturalizado em nenhum outro país ou é filho de cidadãos americanos e não foi naturalizado em nenhum*

---

<sup>34</sup> *Teorias da Verdade*. Richard Kirkham (1992) p. 19.

*outro país ou naturalizou-se como cidadão americano.*

A segunda, “quando duas expressões  $x$  e  $y$  são extensionalmente equivalentes, então  $y$  pode ser pensada como especificando a condição individualmente necessária e conjuntamente suficiente para algo ser  $x$ ”<sup>35</sup>. Por exemplo, *ser um vertebrado com fígado* é condição suficiente para *ser um vertebrado com coração* porque todo vertebrado com fígado é um vertebrado com coração e é condição necessária também porque não existe um vertebrado com fígado que não tenha coração.

A terceira, “expressões extensionalmente equivalentes não aparecem aos pares”<sup>36</sup> ou pelo menos não necessariamente aos pares. Ou seja, podemos reunir um número indeterminado de expressões que sejam extensionalmente equivalentes. Dessa maneira, as reuniões de tais expressões formam o conjunto das expressões que possuem a propriedade *expressões extensionalmente equivalentes*.

A quarta, “quando dois termos são extensionalmente equivalentes certas sentenças nas quais eles aparecem terão entre si uma interessante relação lógica”<sup>37</sup>, isto é, as sentenças serão também extensionalmente equivalentes. Nesse sentido, *Eduardo é um vertebrado com fígado* é extensionalmente equivalente a *Eduardo é um vertebrado com coração*.

Sendo assim, Kirkham define a equivalência material entre duas sentenças ( $p \equiv q$ ) da seguinte forma:

- (4) Duas sentenças são materialmente equivalentes, se e somente se, ambas as sentenças têm extensões idênticas.

No que diz respeito à equivalência intensional Kirkham nos mostra que existem graus de intensionalidade que sem dúvida dificultam a formulação de um critério de identidade intensional objetivo, coisa que claramente não ocorre com critérios de identidade extensionais

<sup>35</sup> *Teorias da Verdade*. Richard Kirkham (1992) p. 20.

<sup>36</sup> *Teorias da Verdade*. Richard Kirkham (1992) p. 20.

<sup>37</sup> *Teorias da Verdade*. Richard Kirkham (1992) p. 21.

porque basta que as expressões tenham extensão idêntica. Kirkham nos diz que sentenças intensionalmente equivalentes são sentenças sinônimas, isto é, sejam  $x$  e  $y$  duas sentenças, dizer que  $x$  é dizer que  $y$  ou, se quiser,  $x$  expressa o mesmo conteúdo informacional que  $y$ .

Quanto às características das relações intensionais Kirkham destaca que ocorrem da mesma forma que na equivalência material. Sendo assim, expressões intensionalmente equivalentes também não precisam ser idênticas sintaticamente, também não aparecem necessariamente aos pares e certas sentenças contendo expressões intensionalmente equivalentes serão também intensionalmente equivalentes.

É nesse ponto que Kirkham começa a compor a hierarquia entre as equivalências. A equivalência intensional de grau mais fraco que se encontra acima da equivalência material é a equivalência essencial. Kirkham diz que podemos entendê-la “colocando a palavra ‘necessariamente’ antes da asserção da implicação meramente material”<sup>38</sup>. A palavra *necessariamente* tem aqui o significado de um evento que ocorre em todos os *mundos possíveis*. Como a noção de *mundo possível* é problemática devido a comprometimentos ontológicos esclareço que em Kirkham isto não ocorre porque *mundo possível* é tratado como uma “entidade hipotética que nos auxilia falar sobre e estudar os vários aspectos em que o universo poderia ter sido diferente”<sup>39</sup>.

Conforme podemos ver a equivalência essencial é uma relação mais forte que a equivalência material justamente pela noção de *mundos possíveis*. Com a relação de equivalência essencial Kirkham estabelece uma relação que vai além da equivalência material, pois a equivalência essencial exige que  $p$  e  $q$  tenham em todos os *mundos possíveis* os mesmos valores de verdade e isto não ocorre com a equivalência material.

Por exemplo, *vertebrado com coração* é materialmente equivalente a *vertebrado com fígado*, mas não o é necessariamente, pois pode haver *mundos possíveis* na qual isto não

---

<sup>38</sup> *Teorias da Verdade*. Richard Kirkham (1992) p. 26.

<sup>39</sup> *Teorias da Verdade*. Richard Kirkham (1992) p. 27.

ocorre. Em contrapartida, *vertebrado com coração* é materialmente e essencialmente equivalente a *vertebrado com órgão de bombear sangue* porque isso ocorre necessariamente.

Nesse sentido, Kirkham define a equivalência essencial entre duas sentenças ( $p \Leftrightarrow q$ ) da seguinte forma:

- (5) Duas sentenças são essencialmente equivalentes, se e somente se, ambas as sentenças são necessariamente materialmente equivalentes.

Porém, há sentenças essencialmente equivalentes que não são sinônimas. É o caso das equivalências essenciais como os teoremas da aritmética. Conforme Kirkham, “considere, por exemplo, as duas proposições matemáticas  $2+2=4$  e  $36-7=29$ . Obviamente, elas não expressam a mesma coisa, mas elas são essencialmente equivalentes”<sup>40</sup>. Sentenças como os teoremas da aritmética por serem verdades necessárias serão materialmente equivalentes em todos os *mundos possíveis*, no entanto claramente não ocorre sinonímia entre eles.

Por isso, Kirkham caracteriza a equivalência de sinonímia uma relação intensional de grau mais forte que a relação de equivalência essencial e a mera equivalência material. Assim, a hierarquia está completa: a equivalência de sinonímia é a mais forte seguida pela equivalência essencial e, por último, a equivalência material que é a mais fraca.

Kirkham então define a equivalência de sinonímia entre duas sentenças ( $p =_{\text{sin}} q$ ) da seguinte forma:

- (6) Duas sentenças são sinonimamente equivalentes, se e somente se, ambas as sentenças são necessariamente intensionalmente equivalentes.

A relação de equivalência de sinonímia é de grau mais forte do que as demais relações porque sentenças sinônimas são sinônimas em todos os *mundos possíveis*. Por exemplo,

---

<sup>40</sup> *Teorias da Verdade*. Richard Kirkham (1992) p. 31.

expressões como *vertebrado com coração* e *vertebrado com órgão de bombear sangue* serão necessariamente sinônimas porque ter um coração quer dizer exatamente ter um órgão de bombear sangue.

Outro exemplo de expressões sinônimas é *homem solteiro* e *homem não casado* porque é impossível ser um homem solteiro e ao mesmo tempo ser um homem casado. Com estes exemplos entendemos que a relação de sinonímia em Kirkham é baseada em expressões que fundamentalmente têm a mesma definição.

Portanto, assim terminamos esta subseção e na subseção seguinte vamos analisar quais as relações podemos estabelecer entre os critérios intensionais de Kirkham, essencial e sinonímia, com o critério de identidade de conteúdo conceitual de sentenças completas da § 3 da *Conceitografia* de Frege.

### **2.3.2. O critério intensional da *Conceitografia* e os critérios intensionais de Kirkham:**

Nesta subseção vou comparar o critério de identidade de conteúdo conceitual de sentenças completas de Frege e os critérios de equivalência intensional de Kirkham para saber qual relação ocorre entre eles. No entanto, como este capítulo restringe-se aos textos fregianos do período entre 1879 a 1890 a análise ficará limitada ao exemplo da batalha ocorrida entre Persas e Gregos em Platea contida na § 3 da *Conceitografia*. Porém, entendo que tal limitação não impossibilita uma comparação mesmo que parcial entre os critérios de identidade intensionais porque uma vez sabendo como Frege caracteriza igualdade de conteúdo conceitual de sentenças completas podemos então comparar a noção fregiana com os critérios intensionais de Kirkham.

Como sabemos o critério de identidade de conteúdo conceitual de sentenças completas da § 3 da *Conceitografia* é baseado na substitutividade de expressões segundo o papel

inferencial das mesmas em uma cadeia de prova porque a preocupação de Frege na *Conceitografia* era manter a correção de inferências. Assim, Frege diz que as duas sentenças *Os Gregos venceram os Persas em Platea* e *Os Persas foram vencidos pelos Gregos em Platea* expressam exatamente o mesmo conteúdo conceitual de forma que se substituirmos uma pela outra em uma cadeia inferencial a correção das inferências será mantida uma vez que o conteúdo informacional que elas expressam cumpre o mesmo papel inferencial.

Antes de compararmos o critério de Frege com os critérios do Kirkham é muito importante deixar claro que como o critério da *Conceitografia* de substitutividade de expressões deve preservar a correção das inferências esclareço que quando comparo os critérios intensionais de Frege e Kirkham a noção de consequência lógica implícita na análise é uma noção intuitiva e não formal.

Isso é necessário, pois se levamos em conta o critério formal de consequência lógica (um argumento é válido quando sua forma é válida) não podemos dizer que o critério intensional mantém a correção das inferências que era o objetivo de Frege na *Conceitografia*. Em contrapartida, na noção intuitiva de consequência lógica levando em consideração que a validade de um argumento é estabelecida pelo critério de necessidade da preservação da verdade definido em termos modais (um argumento é válido quando em todos os mundos possíveis é impossível premissas verdadeiras e conclusão falsa) a preocupação com a forma do argumento e a distinção entre símbolos lógicos e não lógicos deixa de ser essencial.

Um exemplo disso é que argumentos considerados válidos pelo critério de necessidade são inválidos pelo critério formal. Segundo o critério de necessidade um argumento do tipo *Eduardo é solteiro, logo, Eduardo não é casado* é um argumento válido e foi mantida a correção das inferências. Mas, o mesmo argumento segundo o critério formal é inválido e não mantém a correção das inferências porque a forma do argumento é inválida classicamente, pois,  $Fa \not\vdash \neg Ga$ .

Portanto, o que vou tentar responder a partir de agora é se o critério de equivalência essencial e o critério de equivalência de sinonímia de Kirkham corresponderiam à idéia fregeana de preservação de correção de inferências na *Conceitografia* levando-se em conta a noção intuitiva de consequência lógica baseada no critério de necessidade da preservação da verdade definido em termos modais.

Começarei pelo critério de equivalência essencial. Como mostramos em 2.3.1, o critério de equivalência essencial de sentenças é um critério de grau de intensionalidade mais fraco porque somente algumas sentenças essencialmente equivalentes expressam necessariamente a mesma intensão. Explicamos, na ocasião, que para Kirkham *expressar necessariamente a mesma intensão* quer dizer que sentenças essencialmente equivalentes devem manter a sinonímia em todos os contextos de interpretações o que Kirkham caracterizou usando o conceito hipotético de *mundo possível*.

Porém, Kirkham mostra que não é isso o que acontece com todas as sentenças que se encontram na relação intensional de equivalência essencial. Mostramos, em 2.3.1, a passagem de Kirkham no qual ele diz que as proposições matemáticas  $2+2=4$  e  $36-7=29$  apesar de serem essencialmente equivalentes não possuem a mesma intensão. Então, é devido a tais casos de verdades necessárias que não expressam a mesma intensão que a relação de equivalência essencial tem uma força intensional fraca.

O objetivo é sabermos qual relação podemos estabelecer entre o critério intensional de equivalência essencial de sentenças e o critério intensional de identidade de conteúdo conceitual de sentenças completas. Por causa de casos como os teoremas da aritmética entendo que o critério intensional de equivalência essencial é de grau mais fraco do que o critério intensional de identidade de conteúdo conceitual. O motivo dessa afirmação é que Frege precisava de um critério intensional de grau forte porque precisava de um critério que assegurasse necessariamente a identidade de conteúdo conceitual entre sentenças completas.

Em contrapartida, se Frege utilizasse um critério do tipo o de equivalência essencial na § 3 da *Conceitografia* em alguns casos, como os teoremas da aritmética, o critério iria falhar. Aqui é importante salientar que levo em consideração a afirmação de Frege em *Função e Conceito* de 1891, da mesma forma que fiz em 2.2.1, com a passagem onde exprime sua opinião de que  $2^2=4$  e  $2>1$  significam coisas totalmente diferentes. Sei que os textos de 1891 não fazem parte do período que estou analisando, mas, entendo que Frege já tinha essa idéia em 1879 quando escreveu a *Conceitografia*.

Outra forma de poder explicar a afirmação acima é estabelecer se o critério intensional de equivalência essencial de sentenças é condição suficiente e/ou necessária para a identidade de conteúdo conceitual de sentenças completas. Se equivalência essencial é condição suficiente então todas as sentenças essencialmente equivalentes expressam o mesmo conteúdo conceitual. Não é o caso porque teoremas da aritmética são essencialmente equivalentes, mas não significam a mesma coisa ou em termos fregianos não expressam o mesmo conteúdo conceitual.

Se equivalência essencial é condição necessária então sentenças que não são essencialmente equivalentes não expressam o mesmo conteúdo conceitual. É o caso porque todas as sentenças que são apenas materialmente equivalentes não expressam o mesmo conteúdo conceitual à maneira fregiana.

Sendo assim, concluímos a primeira análise sabendo que o critério intensional de equivalência essencial de sentenças de Kirkham é mais fraco que o critério intensional de identidade de conteúdo conceitual de sentenças completas de Frege e que, nesse sentido, equivalência essencial de sentenças é apenas condição necessária e não suficiente para identidade de conteúdo conceitual de sentenças completas em Frege.

Passemos agora ao critério de equivalência de sinonímia. Como mostramos em 2.3.1, o critério de equivalência de sinonímia de sentenças é um critério de grau de intensionalidade

forte porque não acontecem exceções de sentenças sinonimamente equivalentes que não expressam a mesma intensão. Com esse rigor o critério de equivalência de sinonímia garante que sentenças sinonimamente equivalentes são necessariamente sinônimas. Esta característica torna esse critério mais forte que o critério de equivalência essencial, pois, como acabamos de ver, existem sentenças essencialmente equivalentes com intensões diferentes.

Dessa forma, por exemplo, sentenças sinônimas como *Eduardo é um vertebrado com coração* e *Eduardo é um vertebrado com órgão de bombear sangue* expressam a mesma intensão e como estamos usando o critério de necessidade de consequência lógica podemos considerar a primeira consequência lógica da segunda e vice-versa o que as torna sinonimamente equivalentes.

É plausível considerarmos que a mesma relação de sinonímia ocorre no exemplo fregiano *Os Gregos venceram os Persas em Platea* e *Os Persas foram vencidos pelos Gregos em Platea*. Novamente, considerando o critério de necessidade, necessariamente dizer uma é a mesma coisa que dizer a outra e como as sentenças implicam mutuamente uma a outra, a idéia de preservar a correção de inferências está garantida porque as duas sentenças do exemplo fregiano são sinonimamente equivalentes.

Dessa forma, podemos considerar que o que Frege entendia por sentenças com o mesmo conteúdo conceitual é uma noção similar a sinonímia. Lembremos que o critério de substitutividade da *Conceitografia* é a preservação da correção de inferências porque leva em conta o papel inferencial e no caso de sentenças completas o conteúdo conceitual que é expresso por elas nada mais é do que o conteúdo informacional. Sendo assim, uma vez que é justamente o conteúdo informacional aquilo que é comum entre duas sentenças sinônimas, parece plausível afirmar que qualquer grupo de proposições consideradas por Kirkham sinonimamente equivalentes iriam satisfazer a idéia fregiana de preservação de correção de inferências na *Conceitografia* se considerarmos o critério de necessidade como a noção de

consequência lógica.

Assim, levando em consideração o exemplo da § 3 da *Conceitografia* podemos concluir parcialmente que o critério de equivalência de sinonímia tem o mesmo grau de intensionalidade que o critério fregiano, mas, temos consciência que o critério formal de consequência lógica não torna válido nosso argumento.

#### **2.4. Conclusões e considerações finais do capítulo:**

Neste capítulo analisamos as obras de Frege referentes ao período entre 1879 a 1890 com o objetivo de delimitarmos a discussão em torno das noções de identidade de conteúdo conceitual das §§ 3 e 8 da *Conceitografia* e os posteriores problemas causados por tais critérios de identidade.

Podemos ver em 2.1 que o tratamento que Frege deu para a noção de identidade de conteúdo conceitual é diferente para sentenças e para termos singulares. Vimos que na § 3 da *Conceitografia* Frege caracteriza um critério de identidade de conteúdo conceitual para sentenças com um caráter intensional porque leva em conta o conteúdo informacional que é expresso pelas sentenças. Enquanto na § 8 da *Conceitografia* Frege caracteriza um critério de identidade de conteúdo conceitual para termos singulares com um caráter extensional porque leva em conta o objeto designado pelos nomes próprios e descrições definidas.

Mostramos que essa mistura de elementos intensionais e extensionais torna a noção de conteúdo conceitual na *Conceitografia* uma noção híbrida e esta ambiguidade torna a semântica da *Conceitografia* problemática. Vimos que o caráter híbrido da noção de conteúdo conceitual juntamente com a afirmação de Frege que a identidade é uma relação entre nomes gerou o *Quebra cabeça da Identidade*, pois a substituição de termos singulares com o mesmo conteúdo conceitual não conserva o conteúdo conceitual da nova sentença. Com isso,

concluimos que a noção de conteúdo conceitual da *Conceitografia* é uma noção problemática, pois contém na sua definição elementos intensionais e elementos extensionais.

Em 2.2 mostramos dois problemas oriundos da semântica da *Conceitografia*. Em 2.2.1, a partir da semântica das descrições definidas juntamente com o critério de conteúdo conceitual baseado em termos do papel inferencial das expressões em uma cadeia de prova porque a idéia na *Conceitografia* é a correção de inferências, vimos que não basta somente que as descrições definidas designem o mesmo ponto, além disso, as descrições definidas devem preservar a equivalência lógica entre os contextos frasais em que ocorrem.

A partir da interpretação de Rodrigues e que nós concordamos vimos que as descrições definidas contingentes não preservam equivalência lógica entre as sentenças que elas fazem parte. Sendo assim, concluimos que a semântica fregiana para as descrições definidas tratadas como termos singulares é incoerente na *Conceitografia* porque elas não são intersubstituíveis preservando correção de inferências.

Em 2.2.2, apresentei o problema proveniente da interpretação que o conteúdo judicativo de sentenças na *Conceitografia* é formado pelos conteúdos conceituais das partes da sentença. Mostramos que a semântica dos termos singulares, juntamente com a formação do conteúdo judicativo de sentenças completas sendo compostos pelos valores semânticos das partes da sentença, faz com que os conteúdos judicativos das sentenças de identidade da *Conceitografia* que possuem termos singulares co-referenciais ladeando o sinal ( $=$ ) colapsem em algo do tipo  $\langle \alpha, \alpha, = \rangle$ , chamado por comentadores de Frege como Dummett, Mendelsohn e Rodrigues de *estado de coisas*.

Esse colapso de *estado de coisas* tem como consequência a afirmação que sentenças de identidade com termos co-referenciais possuem o mesmo conteúdo judicativo na *Conceitografia* e isto, concluimos, seria estranho para Frege.

Com o *Quebra cabeça da Identidade* e os dois problemas mostrados em 2.2.1 e 2.2.2

mostramos que Frege enfrentou problemas com a noção de conteúdo conceitual na *Conceitografia*, principalmente com a noção de conteúdo judicativo de sentenças, o que o levou a reformular a noção de valor semântico em seu sistema após 1890.

Para terminar em 2.3 fiz considerações a respeito de relações que podemos estabelecer entre os critérios intensionais de sentenças de Kirkham e o critério de identidade de conteúdo conceitual de sentenças completas de Frege.

Primeiramente, em 2.3.1, apresentei as definições de Kirkham para os critérios de equivalência material, equivalência essencial e equivalência de sinonímia. Concluímos 2.3.1 mostrando que a hierarquia existente entre os três critérios se deve pelas diferenças de força do grau de intensionalidade de cada um. Nesse sentido, em ordem crescente nós temos o critério de equivalência material seguido pelo critério de equivalência essencial e, por último, o critério de equivalência de sinonímia que é o que apresenta o grau mais forte de intensionalidade.

A seguir, na subseção 2.3.2, comparei o critério de identidade de conteúdo conceitual de sentenças completas de Frege com os critérios intensionais de Kirkham e chegamos às seguintes conclusões considerando o critério de necessidade de consequência lógica: (i) o critério de equivalência essencial de sentenças de Kirkham possui grau mais fraco de intensionalidade que o critério de identidade de conteúdo conceitual de sentenças completas de Frege. A partir do caso dos teoremas da aritmética que são equivalências essenciais, mas que não expressam a mesma intensão podemos ver que equivalência essencial é apenas condição necessária e não suficiente para igualdade de conteúdo conceitual de sentenças completas em Frege e; (ii) o critério de equivalência de sinonímia de sentenças de Kirkham possui grau de intensionalidade forte assim como o critério de identidade de conteúdo conceitual de sentenças completas de Frege.

Nesse sentido, desconsiderando o critério formal de consequência lógica em prol do

critério de necessidade, concluímos parcialmente que o critério de equivalência de sinonímia de sentenças atende as exigências de Frege na *Conceitografia* que era a preservação de correção de inferências por meio do papel inferencial que o conteúdo informacional expresso pelas sentenças cumpria em uma cadeia de prova.

No próximo capítulo da dissertação vou citar, em linhas gerais, as mudanças ocorridas no sistema fregiano após 1890. As mudanças foram necessárias pelos problemas causados pela semântica da *Conceitografia* que acabamos de mostrar. No entanto, nosso compromisso será dar atenção à distinção entre sinal, sentido e referência, pois, veremos que Frege tendo abandonado a noção de conteúdo conceitual, outra noção intensional aparece no seu sistema.

Para comparar pretendo mostrar que Frege não enfrentou problemas em estabelecer um critério de identidade extensional em seu sistema entre 1891 a 1904, porém, temos indícios para acreditar que Frege, nesse período, estava em busca e era consciente das dificuldades em se estabelecer um critério de identidade intensional. Mesmo não apresentando um critério de identidade intensional, o que acontece só em 1906, Frege apresenta casos de identidade de pensamentos e com esses casos podemos fazer novas comparações com o critério de equivalência de sinonímia de Kirkham.

### III: Período de 1891 a 1904

Neste capítulo iremos apresentar sucintamente as mudanças promovidas por Frege na sua notação conceitual após 1891. De todas as mudanças a mais importante para esta dissertação é a divisão semântica entre sinal, sentido e referência e a partir dela dividimos a seção 3.1 em três subseções, com o intuito de mostrar: (i) como Frege soluciona o *Quebra cabeça da Identidade*, (ii) que a noção de sentido é a noção intensional no sistema de Frege e (iii) que a noção de referência como valor semântico caracteriza a escolha de Frege por uma lógica extensional. Na sequência, em 3.2, delimito as características marcantes da noção intensional de sentido de sentenças completas e, além disso, terei a oportunidade de analisar alguns exemplos de identidade de pensamentos para compreender como Frege pensava os problemas relacionados ao estabelecimento de um critério de identidade intensional.

#### 3.1. As modificações no sistema fregiano:

As principais modificações feitas por Frege no sistema da *Conceitografia* aparecem pela primeira vez em *Carta a Husserl*<sup>41</sup> (1891) e nos três artigos *Função e Conceito*<sup>42</sup> (1891), *Sobre o Sentido e a Referência*<sup>43</sup> (1892), *Sobre o Conceito e o Objeto*<sup>44</sup> (1892). Endossamos a opinião de Weiner<sup>45</sup> que os três artigos acima foram escritos com o intuito de serem elucidatórios e de caráter mais filosófico do que lógico ou matemático e, no contexto geral da obra de Frege, eles têm uma função propedêutica.

Tais inovações aparecem novamente na primeira parte da sua *magnum opus* o livro *As*

---

<sup>41</sup> *Letter to Husserl* (1891). In Beany (1997). *The Frege Reader*. 1ª ed. pp. 149-150.

<sup>42</sup> *Function and Concept* (1891). In Beany (1997). *The Frege Reader*. 1ª ed. pp. 130-148.

<sup>43</sup> *On Sinn and Bedeutung* (1892). In Beany (1997). *The Frege Reader*. 1ª ed. pp. 151-171.

<sup>44</sup> *On Concept and Object* (1892). In Beany (1997). *The Frege Reader*. 1ª ed. pp. 181-193.

<sup>45</sup> *Frege in Perspective*. Weiner (2008) pp. 244 e 274.

*Leis Básicas da Aritmética I*<sup>46</sup> (1893). Esse livro já não pode ser considerado propedêutico, como os três artigos acima, porque possui um caráter estritamente formal e o objetivo principal é apresentar formalmente provas de alguns teoremas da aritmética. Na introdução de *As Leis Básicas da Aritmética I*<sup>47</sup> Frege aponta as melhorias que promoveu no seu sistema e, como podemos ver, não apenas introduz novos sinais na linguagem da *Conceitografia*, mas também modifica a interpretação de alguns sinais que já faziam parte do seu sistema.

Dentre as mudanças principais, podemos com a ajuda de comentadores como Sluga<sup>48</sup>, Kenny<sup>49</sup>, Bar-Elli<sup>50</sup> e Macbeth<sup>51</sup> destacar: (i) a separação em sinal, sentido e referência; (ii) a distinção rigorosa entre função e objeto; (iii) a extensão e generalização da noção de função para incluir conceitos e relações como casos especiais de funções; (iv) a concepção de valores de verdade como objetos lógicos e (v) o tratamento de extensões de conceitos como casos especiais de percurso de valores de funções.

Por estarmos analisando na dissertação um critério de identidade intensional em Frege não trataremos de todas essas mudanças. Entretanto, vamos dar atenção a uma das mais importantes distinções feitas por Frege a partir de 1891 que no contexto da dissertação tem fundamental relevância. Refiro-me a distinção semântica entre sinal, sentido e referência apresentada com detalhes no artigo *Sobre o Sentido e a Referência*, pois, sabemos que em *Função e Conceito* tal distinção já ocorria em uma passagem<sup>52</sup> onde tais noções aparecem marcando a diferença entre expressões matemáticas.

Frege em uma correspondência com Husserl<sup>53</sup> apresenta o seguinte esboço marcando as relações semânticas dos itens linguísticos do seu sistema:

<sup>46</sup> *The Basic Laws of Arithmetic I: Exposition of System* (1893). Tradução de Montgomery Furth (1964).

<sup>47</sup> *The Basic Laws of Arithmetic I: Exposition of System* (1893). Tradução de Montgomery Furth (1964) pp. 6-7.

<sup>48</sup> Gottlob Frege. Sluga (1980) pp. 129-130.

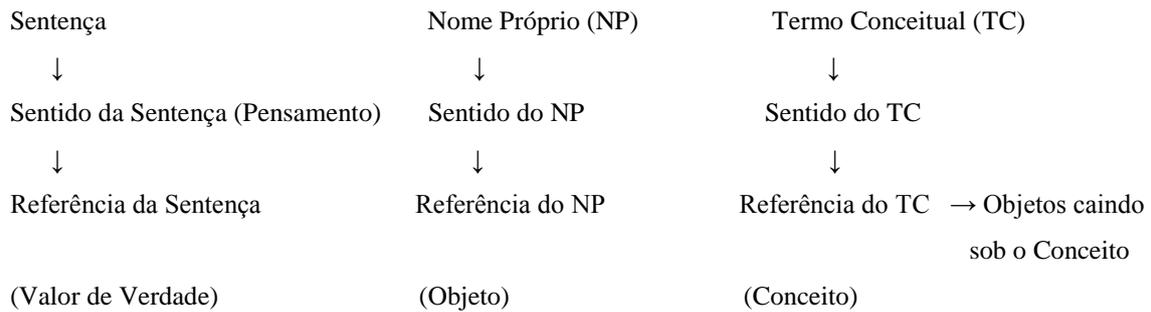
<sup>49</sup> *Frege: an introduction to the founder of Modern Analytic Philosophy*. Kenny (1995) pp. 143-144.

<sup>50</sup> *Sense and Objectivity in Frege's Logic*. Gillead Bar-Elli. In *Building on Frege: new essays on Sense, Content and Concept*. Editado por Newen, Nortman e Stuhlmann-Laeissy (2001) p. 91.

<sup>51</sup> *Frege's Logic*. Daniele Macbeth (2005) p. 74.

<sup>52</sup> Tal passagem encontra-se nesta dissertação em [6] p. 27.

<sup>53</sup> *Letter to Husserl* (1891). In Beaney (1997) p. 149.



Esse esboço mostra, com clareza, como Frege estabelece uma coerente e homogênea correspondência semântica entre os itens linguísticos (sentença, nomes próprios e termos conceituais) com os itens não linguísticos (as referências ou as extensões dos sinais) sendo intermediada pelos sentidos dos itens linguísticos (a intensão dos sinais). Também é de se destacar que as colunas da sentença e dos nomes próprios dizem respeito a expressões completas e a coluna dos termos conceituais diz respeito a expressões incompletas. Essa divisão em expressões completas e incompletas é importante, pois marca a diferença entre as expressões saturadas e completas (sentenças e termos singulares) e as expressões insaturadas e incompletas (termos conceituais).

Podemos eleger três motivos que tornam a distinção semântica entre sinal, sentido e referência importante para esta dissertação: (i) porque é a solução para o *Quebra cabeça da Identidade* apresentado em 2.1 e os dois problemas semânticos apresentados em 2.2, (ii) porque a noção de sentido, a partir de 1891, é a noção intensional na notação conceitual de Frege e (iii) porque a noção de referência cumpre a partir de 1891 o papel de valor semântico o que significa a opção de Frege por uma lógica extensional. Nas três subseções a seguir vou explicar cada um destes pontos.

### 3.1.1. A solução do *Quebra cabeça da Identidade*:

Na seção 2.1 desta dissertação explicamos que o *Quebra cabeça da Identidade* tinha

origem na forma que Frege caracteriza a noção de identidade de conteúdo conceitual e ao considerar a identidade uma relação entre nomes. Frege parece ter percebido o problema porque, depois de 1891, abandona algumas concepções dando fim ao *Quebra cabeça da Identidade*. Considerar o *Quebra cabeça da Identidade* um dos motivadores para a distinção entre sentido e referência não é novidade na literatura especializada em Frege<sup>54</sup> e será também o nosso posicionamento.

Frege começa o artigo *Sobre o Sentido e a Referência* perguntando exatamente se a identidade é uma relação entre objetos ou entre sinais de objetos. Como vimos, em 2.1, na § 8 da *Conceitografia* Frege havia afirmado que era uma relação entre os sinais de objetos e, para tanto, apresentou o símbolo de identidade ( $\equiv$ ) que provocava uma bifurcação no significado dos símbolos fazendo com que não representassem os seus conteúdos, mas a si próprios.

Em *Sobre o Sentido e a Referência* o posicionamento é outro. No início do artigo o problema é colocado: se a identidade é uma relação entre objetos, como explicar as diferenças nos valores cognitivos das sentenças  $a=a$  e  $a=b$  sendo  $a=b$  verdadeira e, por outro lado, se a identidade é uma relação entre os sinais de objetos, ela seria uma relação arbitrária que não expressa nenhum tipo de conhecimento? Colocado o problema Frege diz que na maioria dos casos nosso objetivo com a relação de identidade é expressar algum conhecimento e no caso das expressões  $a=a$  e  $a=b$  sendo  $a=b$  verdadeira a “diferença entre os sinais corresponde uma diferença no modo de apresentação daquilo que é designado”<sup>55</sup>. Na sequência Frege continua:

[8]

É, pois, plausível pensar que exista unido a um sinal (nome, combinação de palavras, letra), além daquilo por ele designado, que pode ser chamado de sua referência, ainda o que eu gostaria de chamar de o sentido do sinal, onde está contido o modo de apresentação do objeto. Consequentemente, segundo nosso exemplo, a referência das expressões *ponto de interseção*

<sup>54</sup> Ver Furth (1964) pp. xviii-xx; Macbeth (2005) pp. 120-121; Weiner (2008) p. 104; Thiel (1972) pp. 93-94; Noonan (2001) p. 170 e Kenny (1995) pp. 126-127.

<sup>55</sup> *On Sinn and Bedeutung* (1892). In Beaney (1997) p. 152.

*de a e b e ponto de interseção de b e c* seria a mesma, mas não os seus sentidos. (...). A referência de *Estrela da Tarde* e *Estrela da Manhã* seria a mesma, mas não o sentido.<sup>56</sup>

Em [8] Frege apresenta a distinção sinal, sentido e referência. Parece não haver dúvidas que Frege considera os símbolos linguísticos sinais, os objetos designados por eles a referência desses sinais e o modo com que designamos os objetos o sentido dos sinais. Outra informação implícita em [8] é que Frege dá amostras que mudou seu ponto de vista em relação à identidade, pois na concepção de Frege o ponto de intersecção entre as linhas *a*, *b* e *c* nada mais é que um autêntico objeto.

Desta forma, a partir de [8], fazemos as seguintes perguntas: como explicar declarações de identidade verdadeiras e informativas? Frege considera a relação de identidade somente entre objetos? Como explicar então a diferença de valor cognitivo entre o *ponto de interseção de a e b* e o *ponto de interseção de b e c*?

Interpretando Frege, podemos dar as seguintes respostas: Primeiro, explicamos a ocorrência de declarações de identidade verdadeiras e informativas porque podemos referir a um mesmo objeto com sentidos diferentes<sup>57</sup>. Segundo, Frege passa a considerar a relação de identidade uma relação entre objetos, contudo intermediada pelos sentidos. E terceiro, explicamos a diferença de valor cognitivo entre o *ponto de interseção de a e b* e o *ponto de interseção de b e c* pelo fato das duas descrições definidas terem a mesma referência, mas sentidos diferentes, o que resulta na diferença de valor cognitivo ou conteúdo informacional das expressões nomeando o mesmo ponto.

Sendo assim, Frege resolve o *Quebra cabeça da Identidade* e se livra dos problemas semânticos mostrados em 2.2, abandonando a noção de conteúdo conceitual da *Conceitografia* que era uma noção híbrida como mostramos em 2.1. Para resolver estes problemas Frege dividiu a noção de conteúdo judicativo de sentenças em sentido e referência,

<sup>56</sup> *On Sinn and Bedeutung* (1892). In Beaney (1997) p. 152.

<sup>57</sup> Ver *On Sinn and Bedeutung* (1892). In Beaney (1997) p. 153.

declarado em uma passagem de *Sobre o Conceito e Objeto*<sup>58</sup>, além de mudar a concepção e o sinal da relação de identidade entre nomes ( $\equiv$ ) para a concepção ordinária entre objetos ( $=$ ).

### 3.1.2. A noção intensional de Sentido:

A noção intensional no sistema de Frege passou então a ser a noção de sentido e vamos realçar uma característica dessa noção que nos ajuda a considerá-la uma noção intensional independente de qualquer aspecto extensional do sinal que a exprime. Veja:

[9]

Um sinal precisa, portanto estar conectado com algo além de sua referência, algo que pode ser diferente para sinais com a mesma designação. Sinais não somente designam algo; eles também expressam algo. Isto é o sentido. (...) O valor cognitivo, portanto não depende somente da referência, o sentido é justamente essencial. Sem este último nós não temos conhecimento em geral.<sup>59</sup>

Com [9] vemos o quanto é importante a noção de sentido na teoria semântica de Frege. A noção de sentido cumpre o papel de conectar o sinal a sua referência como um elo intensional sendo que a mesma referência pode ser designada por diferentes intensões. É nesse aspecto que Frege destaca a relevância do sentido para o ganho de conhecimento, pois a cada vez que a mesma referência é designada por um sentido diferente equivale a uma nova apreensão de um valor cognitivo. Nesse aspecto, concordamos com a interpretação de Noonan<sup>60</sup>, Thiel<sup>61</sup>, Bar-Elli<sup>62</sup> e Sluga<sup>63</sup> que a noção de sentido é uma noção com raízes epistêmicas, pois tem como idéia central um modo de conhecermos como algo é dado.

<sup>58</sup> Ver *On Concept and Object* (1892). In Beaney (1997) p. 186.

<sup>59</sup> *Letter to Russell* (1902). In Beaney (1997) p. 291.

<sup>60</sup> *Frege: a critical introduction*. Noonan (2001) p. 178.

<sup>61</sup> *Sentido y Referencia en la Lógica de Gottlob Frege*. Christian Thiel (1972) p. 93.

<sup>62</sup> *Sense and Objectivity in Frege's Logic*. Gillead Bar-Elli. In *Building on Frege: new essays on Sense, Content and Concept*. Editado por Newen, Nortman e Stuhlmann-Laeissy (2001) pp. 92-93.

<sup>63</sup> *Gottlob Frege*. Sluga (1980) p. 161.

Por conseguinte, para entender que a noção de sentido é uma noção intensional com raízes epistêmicas é preciso esclarecer que o valor cognitivo expresso pelos sinais linguísticos não dependem de tais sinais terem referência. Embora Frege em [9] afirmar que o sentido proporciona *conhecimento em geral* não podemos interpretá-lo como se o sentido fosse dependente dos referentes do sinais.

O conhecimento, neste caso, é dito em aspectos intensionais. O sentido nos proporciona conhecimento quando compreendemos o conteúdo expresso e outra comprovação disto é que “compreender um sentido nunca assegura sua referência”<sup>64</sup>. De qualquer forma, fica caracterizado que a noção de sentido é a responsável pelo conteúdo cognitivo expresso e esta é uma função inteiramente intensional.

Por conta das características da noção de sentido podemos destacar algumas peculiaridades inerentes à noção de sentido dos nomes próprios e dos termos conceituais que dificultam a formulação de um critério de identidade intensional. Nesta subseção não trataremos das sentenças porque faremos isto em 3.1.3 e 3.2.

Em relação aos nomes próprios, as relações semânticas entre sinal, sentido e referência têm uma relação corriqueira entre sinal e referência porque “a referência de um nome próprio é o próprio objeto que por seu intermédio designamos”<sup>65</sup>, embora apresente uma interessante relação quando passamos do sinal para o sentido.

Frege entende que o sentido de um nome próprio pode variar para cada pessoa que associa esse nome a determinado objeto. Em *Sobre o Sentido e a Referência* Frege diz que podemos associar descrições definidas diferentes ao nome Aristóteles e assim “quem fizer isto associará outro sentido à sentença *Aristóteles nasceu em Estagira* do que alguém que tomar como sentido daquele nome *O mestre de Alexandre Magno que nasceu em Estagira*”<sup>66</sup>.

Essa característica do sentido dos nomes próprios condiz com o caráter intensional e

---

<sup>64</sup> *On Sinn and Bedeutung* (1892). In Beaney (1997) p. 153.

<sup>65</sup> *On Sinn and Bedeutung* (1892). In Beaney (1997) p. 155.

<sup>66</sup> *On Sinn and Bedeutung* (1892). In Beaney (1997) p. 153.

epistêmico da noção de sentido em Frege. O sentido dos nomes próprios pode ser diferente para cada pessoa porque cada pessoa associa ao nome próprio um conteúdo informacional ou conteúdo cognitivo condizente com as circunstâncias que conheceu o referido objeto. Isso nos mostra que as dificuldades presentes para se estabelecer uma identidade intensional entre sentenças também se encontram nessa peculiaridade do sentido dos nomes próprios.

No que diz respeito aos termos conceituais Frege dedica o artigo *Comentários sobre o Sentido e a Referência*<sup>67</sup>. Ressaltamos que tudo o que vale para os termos conceituais vale também para os termos funcionais e relacionais, uma vez que, Frege considera conceitos e relações casos especiais de funções cujo valor é sempre um valor de verdade.

Em relação à referência de termos conceituais, Frege em *Comentários sobre o Sentido e a Referência* diz claramente que é um conceito<sup>68</sup> e este, como o termo conceitual, é também insaturado. No entanto, no esboço da correspondência com Husserl a referência de termos conceituais tem um passo a mais que os outros sinais.

Segundo Frege, o passo a mais é necessário porque o conceito pode ser vazio sem deixar de ser útil para o uso científico<sup>69</sup>. Com isso, podemos entender que a extensão do conceito é formada pelos argumentos e seus respectivos valores. No caso de um conceito sob o qual não cai nenhum objeto a extensão seria os argumentos e sempre o valor de verdade o Falso.

Propriamente falando do sentido dos termos conceituais, não temos em *Comentários sobre o Sentido e a Referência* uma passagem explícita sobre o sentido de tais sinais. Contudo, achamos trechos nos artigos *Sobre o Conceito e Objeto*<sup>70</sup> e *Função e Conceito*<sup>71</sup> que indicam que assim como o termo conceitual o sentido do termo conceitual também é insaturado. Assim, podemos entender que o sentido de um termo conceitual seria um conjunto de

<sup>67</sup> *Comments on Sinn and Bedeutung* (1892-1895). In Beaney (1997). *The Frege Reader*. 1ª ed. pp. 172-180.

<sup>68</sup> Ver *Comments on Sinn and Bedeutung* (1892-1895). In Beaney (1997) pp. 173 e 179.

<sup>69</sup> Ver *Letter to Husserl* (1891). In Beaney (1997) p.150.

<sup>70</sup> Ver *On Concept and Object* (1892). In Beaney (1997) p. 193.

<sup>71</sup> Ver *Function and Concept* (1891). In Beaney (1997) p. 139.

propriedades expressas pelo termo conceitual que nos levaria a uma espécie de mapeamento de argumentos a valores de verdade.

Entendido assim, não dá para garantir que o conjunto de propriedades intensionais seja o mesmo para todos que compreendem o termo conceitual. Como no caso dos nomes próprios, esta é uma característica de noções intensionais que torna difícil o estabelecimento de um critério de identidade intensional.

Podemos esperar que tais dificuldades também apareçam quando analisarmos na seção 3.2 a noção de sentido de sentenças e os casos de identidade de pensamentos citados por Frege.

### **3.1.3. A noção de Referência como valor semântico:**

Por último, queremos ressaltar outro aspecto relevante da teoria fregiana após 1891. Digo, quando Frege abandona a noção de conteúdo conceitual como valor semântico e coloca em seu lugar a noção de referência está fazendo uma opção por uma lógica extensional. Como ressalta Furth, as mudanças na notação conceitual de Frege levaram a “interpretação pretendida para o sistema ser inteiramente extensional”<sup>72</sup> e teve consequências importantes para a semântica da sua linguagem e para o seu projeto logicista em geral.

Infelizmente não temos uma declaração de Frege que confirme o que estamos dizendo, por isso, nos apoiamos em Dummett que endossa tal argumento e afirma “o que Frege identifica como sendo o referente de uma expressão de cada tipo lógico é, precisamente, o que tem sido aqui chamado seu *valor semântico* de acordo a certa teoria semântica particular”<sup>73</sup>.

Com a noção de referência cumprindo o papel de valor semântico, Frege reformula também o critério de identidade de expressões em seu sistema. Como destacamos, ao longo de

---

<sup>72</sup> *The Basic Laws of Arithmetic I: Exposition of System* (1893). Tradução de Montgomery Furth (1964) p. xviii.

<sup>73</sup> *The interpretation of Frege's Philosophy*. Dummett (1981a) p. 150.

todo o capítulo anterior, na *Conceitografia* Frege utilizava um critério de substitutividade de expressões que continham o mesmo conteúdo conceitual segundo o papel inferencial em uma cadeia de prova porque a preocupação em 1879 era a preservação da correção de inferências.

Contudo, como Frege a partir de 1891 tratou a relação de identidade como sendo uma relação ocorrendo entre objetos, ou seja, entre as referências dos sinais linguísticos e levando-se em conta que em contextos científicos o objetivo é a busca pela verdade, podemos dizer que o novo critério de substitutividade de expressões na notação conceitual era baseado na preservação do valor de verdade das expressões da aritmética. Em suma, isso caracteriza a opção por uma lógica extensional.

Uma das características da lógica extensional de Frege é que a referência das sentenças completas é um dos dois valores de verdade, isto é, ou o Verdadeiro ou o Falso. Para esta consideração ser plausível, devemos entender que a referência da sentença completa é uma função das referências das partes da sentença o que chamamos aqui de *Princípio de Composicionalidade da Referência*<sup>74</sup>.

O *Princípio de Composicionalidade da Referência* é apresentado por Frege no artigo *Sobre o Sentido e a Referência*. As palavras de Frege são as seguintes: “se substituirmos uma palavra da sentença por outra que tenha a mesma referência, mas sentido diferente, isso não poderá ter nenhuma influência sobre a referência da sentença”<sup>75</sup>. Nesse sentido, segundo as palavras de Frege, podemos expressar o *Princípio de Composicionalidade da Referência* assim:  $\text{ref.}(a) = \text{ref.}(b) \rightarrow \text{ref.}(\dots a \dots) = \text{ref.}(\dots b \dots)$ . Uma vez que esse princípio assegura a substituição de termos co-referenciais sem a alteração do valor de verdade da sentença completa, podemos considerar que Frege consegue com esse princípio estabelecer um critério de identidade de noções extensionais para o seu sistema.

Como havíamos dito na introdução da dissertação e em 2.3.1 sobre a relação de

<sup>74</sup> Alguns autores que destacam o *Princípio de Composicionalidade da Referência* em Frege são: Dummett (1891b) p.159, Furth (1964) p. xvii e Noonan (2001) pp. 142-143.

<sup>75</sup> *On Sinn and Bedeutung* (1892). In Beaney (1997) p. 156.

equivalência material de Kirkham, para se estabelecer um critério de identidade extensional basta termos um critério que identifique dois termos co-referenciais e isso não deve ser problemático porque só precisamos averiguar que os objetos referidos pelos termos linguísticos são os mesmos.

E é justamente isso que Frege tem em mãos com o critério: se  $\text{ref.}(a) = \text{ref.}(b) \rightarrow \text{ref.}(\dots a \dots) = \text{ref.}(\dots b \dots)$ , pois, não há dificuldades para entender que quando isto ocorre (a) e (b) são termos co-referenciais.

Tal escolha significa que Frege tinha consciência dos problemas que enfrentaria se optasse por uma lógica intensional, pois se o sentido fosse o valor semântico na sua notação conceitual Frege iria ter problemas para estabelecer um critério de identidade que permitisse a substituição de expressões com o mesmo valor semântico.

A opção pela referência como valor semântico sem dúvida tornou as coisas mais fáceis porque Frege tem um critério de identidade extensional e, além disso, consegue estabelecer uma boa correspondência entre as entidades não linguísticas (referências) com as entidades linguísticas (sinais) sendo que a intermediação semântica entre elas estaria a cargo da noção intensional de sentido.

Portanto, para a noção de referência, Frege tem um critério de identidade bem definido, no entanto, o mesmo não pode ser dito em relação à noção de sentido. Como já dissemos antes, as dificuldades em se trabalhar com noções intensionais são maiores por serem noções que levam em conta peculiaridades das linguagens. Mas, agora não vamos entrar em detalhes quanto a isso porque o faremos na seção a seguir.

Por conta disso, a seguir daremos atenção à noção de pensamento que é o sentido de sentenças completas. Pretendemos delimitar as principais características dessa noção intensional e apresentar os exemplos fregianos de identidade de pensamentos presentes no período de 1891 a 1904.

Tais casos demonstram que Frege estava ciente das dificuldades e peculiaridades que envolvem um critério de identidade intensional. No mais, analisando esses casos teremos bases para compreender como Frege pensava o problema de identidade intensional no período entre 1891 a 1904, pois sabemos que ele propôs um critério desta natureza em 1906.

### 3.2. A noção intensional de Sentido de sentenças completas:

Frege, no artigo *Sobre o Sentido e a Referência*, diz que o sentido de sentenças completas é o pensamento<sup>76</sup> expresso por tais sentenças e, em nota de rodapé, esclarece que entende por pensamento “não o ato subjetivo de pensar, mas seu conteúdo objetivo que pode ser a propriedade comum de muitos pensadores”<sup>77</sup>. Esta não é a definição fregiana de pensamento, na verdade, Frege não tem uma definição explícita para a noção de pensamento, o que ele faz é apresentar as características que essa noção possui. Para esta dissertação, entender tais características é fundamental, pois pensamento é uma noção intensional e iremos analisar como Frege define um critério de identidade de pensamentos no próximo capítulo.

Em *Sobre o Sentido e a Referência*, Frege não apresenta as principais características da noção de pensamento. Isso é feito no artigo *Pensamentos* de 1918. Porém, o artigo *Pensamentos* é de um período que extrapola o deste capítulo. Assim, usaremos como fonte o que na opinião de Beaney<sup>78</sup> é um rascunho para o artigo de 1918, isto é, o trabalho intitulado *Lógica*<sup>79</sup> de (1879/1891).

Segundo Frege, as características principais dos pensamentos são:

[10]

Ao contrário de idéias, pensamentos não pertencem a mentes individuais (eles não são

<sup>76</sup> *On Sinn and Bedeutung* (1892). In Beaney (1997) p. 156.

<sup>77</sup> *On Sinn and Bedeutung* (1892). In Beaney (1997) p. 156.

<sup>78</sup> Ver Beaney (1997) p. 227.

<sup>79</sup> *Logic* (1879-1891). In Long and White (1979). *Posthumous Writings*. 1ª ed. pp.126-151.

subjetivos), mas são independentes do nosso pensamento e confrontam cada um de nós do mesmo modo (objetivamente). Eles não são produtos do pensamento, mas somente são apreendidos pelo ato de pensar. Assim, eles são como corpos físicos. O que os distingue de corpos físicos é que eles são não-espaciais e podemos talvez ir adiante e dizer que eles são essencialmente atemporais, ao menos na medida em que são imunes de tudo que pode afetar uma mudança na natureza intrínseca deles. Eles são como idéias em sendo não-espaciais.<sup>80</sup>

[10] deixa claro que a noção de pensamento é uma noção um tanto quanto peculiar na teoria fregeana tanto é que Frege, em 1918, veio a eleger um terceiro reino<sup>81</sup> como o *lugar* onde se encontram tais noções.

Outra fonte de discussão, a partir dessas características, é se podemos afirmar haver um platonismo em Frege. Contudo, esses assuntos já foram tratados por diversos autores<sup>82</sup> e um tratamento adequado sobre aspectos ontológicos e realismo (platonismo) em Frege nos afastaria de nosso objetivo que é tratar apenas a função semântica de pensamento, por isso, não abordaremos aqueles problemas nesta dissertação.

Sabemos que, segundo Frege, um pensamento é aquilo que é ou verdadeiro ou falso e, nesse aspecto, não é qualquer sentido de sentenças que possui delimitada clareza. Pensamentos que são expressos em uma peça de teatro, em uma poesia ou canção são exemplos de pensamentos que não possuem um valor de verdade definido.

Então que tipos de pensamentos possuem as características apresentadas em [10]? Podemos dizer que Frege considera legítimos pensamentos as leis matemáticas, leis da natureza e fatos históricos<sup>83</sup>, pois esses pensamentos não são produtos de nossas mentes individuais, mas são compartilháveis intersubjetivamente, são atemporais e não-espaciais.

As três classes de pensamentos ditos acima ilustram bem o que é dito em [10]. Por exemplo, vamos considerar o pensamento expresso pelo teorema de Pitágoras ou qualquer

<sup>80</sup> *Logic* (1879-1891). In Long and White (1979) p. 148.

<sup>81</sup> Ver *Thoughts* (1918). In Beaney (1997) p. 337.

<sup>82</sup> Ver, por exemplo, Malzkorn (2001), Burge (1992), Dummett (1981a e b), Thiel (1972), Sluga (1980), Bar-Elli (2001) e Noonan (2001).

<sup>83</sup> Ver *Logic* (1879-1891). In Long and White (1979) p. 131.

uma das três leis de Newton que descrevem o comportamento dos corpos em movimento. Esses pensamentos, segundo Frege, são não-espaciais como toda espécie de sentido, mas também são atemporais porque esses pensamentos são leis que “não precisam ser reconhecidas por nós como verdadeiras, elas não têm que ser pensadas por nós em geral”<sup>84</sup> porque essas leis serão sempre verdadeiras, valendo o mesmo para os pensamentos falsos, independentes de nossas mentes pensá-las.

Talvez se possa objetar a atemporalidade de um pensamento citando um fato histórico do tipo *A Lei Áurea foi assinada pela Princesa Isabel*. Certamente Frege iria responder dizendo que “essa sentença não é uma completa expressão de um pensamento em geral, desde que falta nela uma determinação do tempo”<sup>85</sup>. O que Frege quer dizer é que para expressarmos um pensamento de um fato histórico devemos situar com precisão o momento do tal acontecimento.

Assim, expressaríamos um pensamento completo por meio da sentença *No dia 13 de maio de 1888 às 15:00 hs no Paço Imperial localizado no Rio de Janeiro a Lei Áurea foi assinada pela Princesa Isabel* e, dessa forma, se o pensamento é verdadeiro ele o é independente da época que nós o julgamos ser verdadeiro porque o pensamento permanece o mesmo em todas as épocas, mas nós podemos julgá-lo verdadeiro em uma época e falso em outra, contudo, tal discordância é apenas o nosso julgamento e não faz parte da essência do pensamento.

Isso demonstra a impessoalidade e a objetividade dos pensamentos. Frege é enfático ao distinguir os pensamentos de qualquer tipo de idéia ou representação mental porque estas, apesar de serem não-espaciais, são algo que nós criamos e assim elas mudam constantemente e precisam ter um único proprietário, pois duas pessoas diferentes não podem ter a mesma

---

<sup>84</sup> *Logic* (1879-1891). In Long and White (1979) p. 133.

<sup>85</sup> *Logic* (1879-1891). In Long and White (1979) p. 135.

idéia<sup>86</sup>. O mesmo ocorre nos casos das representações mentais, que possuem o mesmo caráter subjetivo, porque dois homens diferentes não podem criar representações mentais idênticas<sup>87</sup>.

Frege, em *Lógica*, analisa aparentes exceções a respeito da objetividade dos pensamentos. Os possíveis contra exemplos são expressões com indexicais<sup>88</sup> do tipo *Eu estou resfriado* ou expressões com os termos *aqui* e *agora* que quando usadas por diferentes pessoas podem ser verdadeiras para algumas e falsas para outras. Em *Lógica*, a explicação de Frege é que nas expressões com o indexical *eu* deve-se levar em conta a pessoa e a forma com que ela apresenta-se e nas expressões com os termos *aqui* e *agora* o momento e o local do proferimento porque sendo as circunstâncias diferentes a mesma sentença nem sempre expressa o mesmo pensamento<sup>89</sup>.

Uma vez que para Frege os pensamentos são não-espaciais nós não podemos percebê-los sensorialmente e assim se não for associado a eles um tipo de sentença para expressá-los a comunicação entre os homens poderia ficar ameaçada. Frege tinha noção que mesmo no trabalho científico quando delegamos um valor de verdade a sentenças é com o sentido expresso por elas que estamos comprometidos e assim em *Sobre a Geometria Euclidiana*<sup>90</sup> aponta a importância da “sentença e o seu sentido, entre o perceptível e o imperceptível, caminharem juntos”<sup>91</sup>. Mas, que sentenças expressam legítimos pensamentos?

Segundo Frege, o seu comprometimento “não é com sentenças expressando desejos, questões, pedidos e comandos, mas somente com sentenças assertóricas, sentenças em que nós comunicamos fatos e propomos leis matemáticas ou leis da natureza”<sup>92</sup>. Frege quer dizer que no âmbito da lógica as únicas sentenças que expressam pensamentos, que são invariavelmente ou verdadeiros ou falsos, são as sentenças assertivas e, além disso, Frege

<sup>86</sup> Ver *Thoughts* (1918). In Beaney (1997) pp. 334-335.

<sup>87</sup> Ver *On Sinn and Bedeutung* (1892). In Beaney (1997) pp. 154-155.

<sup>88</sup> Frege no artigo *Pensamentos* de 1918 analisa novamente casos com indexicais do tipo *eu, ontem, hoje, aqui e ali* e a conclusão desta análise é similar a do artigo *Lógica*.

<sup>89</sup> Ver *Logic* (1879-1891). In Long and White (1979) p. 135.

<sup>90</sup> *On Euclidean Geometry* (1899-1906). In Long and White (1979) pp.167-169.

<sup>91</sup> *On Euclidean Geometry* (1899-1906). In Long and White (1979) p.167.

<sup>92</sup> *Logic* (1879-1891). In Long and White (1979) p. 129.

ainda chama a atenção para uma distinção importante que ocorre nessas sentenças.

A distinção é em relação ao pensamento expressado pela sentença e a asserção da verdade desse pensamento. Segundo Frege, podemos expressar um pensamento sem sabermos qual é a sua referência (valor de verdade), isto é, sem fazermos uma asserção da verdade ou falsidade desse pensamento. No artigo *Função e Conceito*, Frege apresenta a mudança do antigo traço de conteúdo que passou a ser um sinal funcional ele explica a distinção:

[11]

Esta separação entre o julgar e aquilo sobre o qual se julga parece-me indispensável, pois de modo contrário, não poderíamos exprimir uma mera suposição, o estabelecimento de um caso, sem fazer simultaneamente um juízo sobre seu surgimento ou não. Precisamos de um sinal especial para poder asserir algo. Para este fim, utilizo um traço vertical à extrema esquerda do horizontal, tal que, por exemplo, mediante  $\text{—} \quad 2+3=5$  asserre-se que  $2+3$  é igual a 5. Deste modo não estamos apenas prescrevendo um valor de verdade, como em  $2+3=5$ , mas simultaneamente, dizendo também que ele é o verdadeiro.<sup>93</sup>

Sendo assim, quando fazemos uma asserção estamos afirmando que o sentido expresso pelo complexo formado pelo sinal de asserção juntamente com o conteúdo localizado a sua direita é o sentido do Verdadeiro. Agora, [11] não deixa claro qual é a trajetória do pensamento até o momento de nós fazermos a asserção sobre ele. Essa trajetória começa no momento em que apreendemos um pensamento, em seguida fazemos um juízo sobre este pensamento e, por fim, expressamos a asserção sobre ele.

Dos três passos ditos acima o primeiro, o momento da apreensão do pensamento, é, sem dúvida, o que Frege menos explicou em seus textos publicados. É verdade que Frege no texto *Lógica* tenta contornar estas dificuldades usando várias metáforas do tipo “de agarrar, de conceber, de apossar, de apreender, de entender, de capturar, de perceber, de compreender, de

---

<sup>93</sup> *Function and Concept* (1891). In Beaney (1997) p. 142.

inteligir”<sup>94</sup> pensamentos para podermos entender que o processo em si é um processo mental, pois envolve nossa capacidade cognitiva sobre conteúdos intensionais. Mas, parafraseando Frege, esse processo é dos mais misteriosos porque um processo mental não deixa de ser psicológico, mas não tem nada de psicológico no conteúdo apreendido, isto é, no pensamento.

No que diz respeito ao segundo e ao terceiro passo desse processo a explicação fregeana é mais contundente. Segundo Frege, o passo do juízo até a asserção se dá “quando nós interiormente reconhecemos que um pensamento é verdadeiro, nós estamos fazendo um juízo: quando nós comunicamos este reconhecimento, nós estamos fazendo uma asserção”<sup>95</sup>.

Outra consideração dessa natureza está em nota de rodapé de *Sobre o Sentido e a Referência* onde Frege considera “o juízo não é a mera apreensão do pensamento, mas o reconhecimento da sua verdade”<sup>96</sup> e, dessa forma, a asserção seria o momento quando expressamos este pensamento por meio de uma sentença assertórica.

Dando sequência, a análise dos pensamentos, vamos tratar de um tema que é bastante trabalhado por comentadores<sup>97</sup> de Frege, digo, o *Princípio de Composicionalidade de Sentidos*. Frege explicitamente em alguns textos<sup>98</sup> apresenta passagens que sugerem que o sentido da expressão completa é composto pelo sentido das partes desta expressão. Desses o trecho mais relevante que destacamos é da seção 32 do livro *As Leis Básicas da Aritmética I*:

[12]

Os nomes, se simples ou eles mesmos compostos, do qual o nome de um valor de verdade consiste, contribui para a expressão do pensamento, e esta contribuição do individual [componente] é o sentido dele. Se um nome é parte do nome de um valor de verdade, então o sentido do primeiro nome é parte do pensamento expressado pelo último nome.<sup>99</sup>

<sup>94</sup> *Logic* (1879-1891). In Long and White (1979) p. 137.

<sup>95</sup> *Logic* (1879-1891). In Long and White (1979) p. 139.

<sup>96</sup> *On Sinn and Bedeutung* (1892). In Beaney (1997) pp. 158.

<sup>97</sup> Ver, por exemplo, Newen (2001) p.114, Dummett (1981a) p. 250 e (1981b) p. 153, Furth (1964) p. xvii, Noonan (2001) p. 178, Heck (2010) p. 17 e Bell (1996) p. 584.

<sup>98</sup> Ver *Function and Concept* (1891). In Beaney (1997) p. 139, *On Concept and Object* (1892). In Beaney (1997) p. 193 e *Letter to Russell* (1902). In Beaney (1997) p. 291.

<sup>99</sup> *The Basic Laws of Arithmetic I: Exposition of System* (1893). Tradução de Montgomery Furth (1964) p. 90.

Uma vez que, toda sentença assertórica é formada por uma expressão completa (nome de um objeto) e uma expressão incompleta (expressão funcional), sendo que ambas as partes expressam sentidos próprios, não é difícil aceitarmos que o sentido da sentença completa é a união do sentido da parte completa com o sentido da parte incompleta da sentença. Dessa forma, na sentença *César conquistou as Gálias* o sentido da sentença é formado pelo sentido de *César* e o sentido de *conquistou as Gálias*. É claro que para essa sentença expressar um pensamento completo falta a determinação do tempo, mas, vamos desconsiderar esse ponto neste momento.

Uma objeção poderia ser colocada ao *Princípio de Composicionalidade de Sentidos* da seguinte forma: sendo os pensamentos atemporais como explicar o mesmo pensamento poder ser expresso por diferentes sentenças, isto é, o mesmo pensamento pode ser expresso por sentenças compostas de partes que expressam diferentes sentidos?

A questão é: mesmo se a humanidade falasse uma única linguagem com a mesma gramática ainda assim teríamos a possibilidade de expressar o mesmo pensamento por meio de sentenças diferentes porque cada um de nós pode expressar um pensamento dando ênfase, como diz Kenny em [3], “dando um especial tom de voz e utilizando palavras especiais”<sup>100</sup> que estão de acordo com nossas condições psicológicas do momento do proferimento ou de acordo com nosso objetivo em expressar o pensamento com certa entonação de voz. No texto *Lógica* Frege ressalta um aspecto de fundo psicológico que não altera o pensamento:

[13]

Se alguém anuncia a notícia de uma morte em um tom triste de voz sem estar verdadeiramente triste, o pensamento expressado é ainda verdadeiro até mesmo se o tom triste é assumido com o objetivo de criar uma falsa impressão. E nós podemos substituir palavras como *ah* e

---

<sup>100</sup> *Logic* (1879-1891). In Long and White (1979) p. 140.

*infelizmente* neste tom de voz sem alterar o pensamento.<sup>101</sup>

Temos assim que separar na expressão de qualquer pensamento aquilo que é o pensamento objetivo daquilo que é de fundo psicológico de quem o expressou sendo de caráter subjetivo. Frege em *Sobre o Sentido e a Referência*<sup>102</sup> e em *Lógica*<sup>103</sup> mostra-se consciente dessa peculiaridade das noções intensionais que devem ser levadas em conta quando analisamos pensamentos com um critério de identidade intensional.

Na verdade, entendemos que esta preocupação acompanha Frege desde 1879. Como mostramos em [2], Frege chama a atenção para as peculiaridades que ocorrem no momento da comunicação entre locutor e interlocutor e que na sua notação conceitual não há nenhuma forma de representar tal conteúdo. O trecho [2] indica que Frege tinha consciência que duas sentenças iguais as mostradas em [1] podem expressar o mesmo conteúdo conceitual mesmo que ocorram diferenças nas expressões no nível linguístico.

Nesse sentido, destaco um trecho de uma nota de rodapé de *Sobre o Conceito e o Objeto* onde Frege dá indícios que está preocupado em formular um critério de identidade intensional no período entre 1891 a 1904, pois defendia que redescobrir o mesmo pensamento em suas diversas *roupagens* é de dever dos lógicos. Vejamos:

[14]

(...), mas tão somente enfatizarei que, frequentemente, expressões distintas têm algo em comum a que denomino sentido, e no caso das sentenças, pensamento; em outros termos, não se deve desconhecer que o mesmo sentido, o mesmo pensamento, pode ser expresso de várias maneiras. Assim, a diferença não está no sentido, mas apenas na apreensão, na nuance, no matiz do sentido e estes são irrelevantes para a Lógica. É possível que uma sentença não dê mais nem menos informação que outra; e apesar de toda a multiplicidade das línguas a humanidade possui um tesouro comum de pensamentos. *Se toda transformação da expressão*

<sup>101</sup> *Logic* (1879-1891). In Long and White (1979) p. 140.

<sup>102</sup> *On Sinn and Bedeutung* (1892). In Beaney (1997) p. 155.

<sup>103</sup> *Logic* (1879-1891). In Long and White (1979) p. 142.

*fosse proibida, sob o argumento de que com isso também mudaria o conteúdo, paralisar-se-ia simplesmente a Lógica; pois, sem que se tente redescobrir o pensamento nas suas múltiplas vestimentas, a tarefa da Lógica é de todo insolúvel.*<sup>104</sup> (itálico meu)

O trecho [14] deixa claro que Frege defende a tese de que sentenças diferentes podem expressar o mesmo pensamento. Esta tese traz consigo uma implicação interessante: uma vez que as sentenças assertivas são o único *veículo* sensível linguístico que temos para expressar pensamentos e que estes *veículos* podem apresentar-se sob formas linguisticamente diferentes e expressando o mesmo pensamento, então parece plausível considerar que Frege entende os pensamentos sendo composicionalmente polimorfos. Assim, analisar uma sentença assertiva para chegar ao pensamento expressado por ela é analisar uma das possibilidades que este pensamento pode ser representado linguisticamente.

Entendemos que tal implicação é coerente com os escritos de Frege e ela também é defendida por Hodes<sup>105</sup> e por Bell<sup>106</sup>. Agora, se admitimos que os pensamentos são composicionalmente polimorfos, então temos que admitir que o mesmo pensamento pode ser expresso por sentenças assertivas que contenham partes que expressam diferentes sentidos.

Mas isto não parece problemático? Entendemos que o problema está na interpretação de Frege como defendendo um total isomorfismo entre o pensamento e a sentença porque [14] nos diz exatamente que tal interpretação é descabida.

A melhor proposta para solucionar esta tensão parece ser a de Bell<sup>107</sup>. Em suma, este entende que as sentenças são apenas modelos dos pensamentos que elas expressam e, por isso, temos que levar em consideração duas coisas: (i) a natureza objetiva atemporal não-espacial e imutável dos pensamentos e, (ii) a natureza subjetiva temporal espacial e mutável das

<sup>104</sup> *On Concept and Object* (1892). In Beaney (1997) pp. 184-185.

<sup>105</sup> Hodes, H.. 'The composition of Fregean Thoughts'. *Philosophical Studies*, Vol 41, pp. 161-178, 1982.

<sup>106</sup> Bell, D.. 'The Formation of Concepts and the Structure of Thoughts'. *Philosophy and Phenomenological Research*, Vol 56, pp. 583-596, 1996.

<sup>107</sup> Bell, D.. 'The Formation of Concepts and the Structure of Thoughts'. *Philosophy and Phenomenological Research*, Vol 56, p. 596, 1996.

sentenças. Desta forma, conforme a interpretação de Bell, e compreendemos que ela se harmoniza com a doutrina de Frege, temos a possibilidade de expressar o mesmo pensamento utilizando uma variedade de combinações entre funções e argumentos linguísticos, mas a análise lógica dessas sentenças revelará que elas expressam o mesmo pensamento.

Sem dúvida, um critério de identidade intensional bem definido tem que ser capaz de distinguir o pensamento das peculiaridades das linguagens que usamos para expressá-los porque isso é fundamental para nos atermos somente ao conteúdo que pode ser julgado ou verdadeiro ou falso, isto é, ao pensamento propriamente dito. O fato é que no período entre 1891 a 1904 Frege não apresenta qualquer critério de identidade de pensamentos, pois isso acontece só em 1906. Em contrapartida, isso não o impossibilita de pensar sobre o assunto e de apresentar alguns casos onde na sua concepção ocorre identidade de pensamentos.

Outro trecho que reforça o que estamos sugerindo aqui que Frege estava em busca de formular um critério de identidade de pensamentos já no período de 1891 a 1904 é uma passagem de *Lógica* onde temos a afirmação de Frege que apesar da linguagem se desenvolver constantemente e dificultar o estabelecimento de um critério de identidade intensional “nós temos um meio de decidir o que é e o que não é parte do pensamento”<sup>108</sup>. Ora, o que Frege quer dizer com *meio de decidir* só pode ser um critério de identidade intensional, mas por enquanto Frege fica no suspense e não apresenta o critério.

Uma vez que ainda não temos o critério de identidade de pensamentos de Frege o que podemos fazer no restante deste capítulo é analisar os exemplos que aparecem nos textos de 1891 a 1904 de identidade de pensamentos e a partir deles tirar alguma conclusão a respeito das características que o critério de identidade intensional de 1906 deve ter. Além disso, vamos comparar novamente o critério de equivalência de sinonímia de Kirkham com os novos exemplos fregianos de identidade de pensamentos para ver se podemos manter a conclusão

---

<sup>108</sup> *Logic* (1879-1891). In Long and White (1979) p. 141.

parcial do capítulo anterior.

Em *Sobre o Conceito e o Objeto*<sup>109</sup> Frege diz que as seguintes quatro expressões possuem algo em comum que é o pensamento:

- ❖ Existe ao menos uma raiz quadrada de 4.
- ❖ Existe algo que tem a propriedade de dar o resultado 4 quando multiplicado por si mesmo.
- ❖ O conceito raiz quadrada de 4 está preenchido.
- ❖ O número 4 tem a propriedade de que existe algo do qual ele é o quadrado.

Como sabemos, nesse artigo, Frege discute com Benno Kerry que defende que a distinção entre conceito e objeto não é absoluta. No trecho em que Frege apresenta os exemplos acima o propósito é mostrar a Kerry que apesar das quatro expressões informarem o mesmo pensamento nas duas primeiras predicamos algo de um conceito e nas duas últimas predicamos algo de um objeto.

O que Frege parece inclinado a afirmar é que em relação à expressão do pensamento tais diferenças provenientes da linguagem não importam porque o conteúdo informacional das quatro expressões é o mesmo. Na sequência, Frege enfatiza mais uma vez que a linguagem tem a capacidade de fazer com que o mesmo pensamento apareça de diversas formas porque algum componente do pensamento pode aparecer ora como sujeito e ora como predicado o que é o caso da distinção entre voz ativa e passiva e, além disso, que o mesmo pensamento pode ser expresso ora como singular, ora como particular e ora como universal.

Outros três casos de identidade de pensamentos são apresentados no texto *Lógica*. No primeiro exemplo ocorre a substituição de uma palavra por outra sem haver alteração no pensamento, por exemplo:

- ❖ “Este cachorro uivou a noite inteira e Este vira-latas uivou a noite inteira”<sup>110</sup>.

<sup>109</sup> *On Concept and Object* (1892). In Beaney (1997) pp. 187-188.

<sup>110</sup> *Logic* (1879-1891). In Long and White (1979) p. 140.

Segundo Frege, a mesma informação dita por uma sentença é dita pela outra só que a pessoa que prefere expressar a segunda sentença o faz porque tem uma impressão ruim do animal e quer passar uma imagem pejorativa. Mas, sabemos que esse tipo de intenção do locutor deve ser separado do que Frege entende ser o pensamento.

O segundo exemplo de identidade de pensamento é mais uma vez a distinção entre as vozes ativa e passiva. Frege apresenta os seguintes exemplos:

- ❖ “M deu o documento A para N, O documento A foi dado a N por M, N recebeu o documento A de M”<sup>111</sup>.

Segundo Frege, a única diferença entre essas três sentenças reside no fato de escolhermos uma em detrimento da outra por meras razões estéticas e estilísticas e que isto não tem a mínima relevância no conteúdo expresso que pode ser julgado verdadeiro ou falso, isto é, ao pensamento.

O terceiro e último caso de identidade de pensamento citado por Frege em *Lógica* são das duas sentenças:

- ❖ “Frederico o Grande venceu a batalha de Rossbach e É verdade que Frederico o Grande venceu a batalha de Rossbach”<sup>112</sup>.

Neste caso, Frege chama a atenção para a inutilidade da expressão *é verdade* na segunda sentença porque encontramos a mesma afirmação na forma da primeira sentença assertiva. O fato de acrescentarmos a expressão *é verdade* na segunda sentença não significa diferença alguma no ato de julgamento das duas expressões, da mesma forma, que os exemplos anteriores, o pensamento que é expresso por uma sentença é exatamente o mesmo expresso na outra sentença.

Podemos dizer que o objetivo de Frege em apresentar os exemplos de identidade de pensamentos contidos em *Sobre o Conceito e o Objeto* e *Lógica* é mostrar que um critério de

---

<sup>111</sup> *Logic* (1879-1891). In Long and White (1979) p. 141.

<sup>112</sup> *Logic* (1879-1891). In Long and White (1979) p. 141.

identidade intensional deve ser bem definido para dar conta daquelas peculiaridades da linguagem que permitem o mesmo pensamento ser expresso por diferentes sentenças.

O outro exemplo que Frege apresenta nos textos de 1891 a 1904 de identidade de pensamentos além de ter o objetivo acima, também tem o de justificar porque o axioma V,  $\forall x(fx=gx) = (\acute{e}fx=\acute{e}gx)$ , deve ser considerado uma lei básica da lógica<sup>113</sup>.

Como sabemos, em *Função e Conceito*, Frege apresenta um caso particular do axioma V onde a generalização de uma igualdade de valores de funções pode ser entendida como uma igualdade entre percursos de valores, contudo, esta igualdade não pode ser demonstrada por ser uma lei básica da lógica<sup>114</sup>.

O mesmo questionamento que é feito no exemplo de *Função e Conceito* pode também ser feito ao axioma V, digo, como podemos considerar este uma verdade lógica se Frege insiste na radical distinção entre funções e objetos, mas estabelece uma identidade entre a sentença do lado esquerdo que é sobre funções e a sentença do lado direito que é sobre os valores de alcance das funções?

A explicação de Frege para o axioma V ser uma lei fundamental da lógica é que devemos considerar as duas expressões ladeando o sinal de igualdade expressando o mesmo pensamento e, por isso, o axioma V não poderia ser demonstrado, uma vez que, a equivalência entre os pensamentos deve ser reconhecida por nós *a priori*.

Ser reconhecida por nós *a priori* significa ser reconhecida no nível cognitivo e não no nível linguístico o que justificaria a identidade do pensamento entre as duas sentenças do axioma V. Sluga entende este fato da mesma forma e defende que esta interpretação não elimina a distinção entre função e objeto, mas somente quer dizer que, no axioma V e no exemplo de *Função e Conceito*, o “pensamento que diz respeito à função é o mesmo que

---

<sup>113</sup> Sluga, (1980) pp. 154-155 e (1986) pp. 60-61, endossa esta opinião defendendo que o axioma V sendo uma lei básica da lógica é o principal motivador para a distinção fregiana entre sentido e referência.

<sup>114</sup> Ver *Function and Concept* (1891). In Beaney (1997) p. 135.

aquele que diz respeito aos valores de alcance das funções”<sup>115</sup>.

O ponto agora é o seguinte: analisando os exemplos de identidade de pensamentos que aparecem nos textos de 1891 a 1904 e levando em consideração que nesse período Frege ainda não tem um critério de identidade de pensamentos definido, quais conclusões podemos tirar em relação aos exemplos apresentados?

O que parece ficar claro quando analisamos os exemplos fregianos de identidade de pensamentos é que um critério de identidade de pensamentos deve ter meios de detectar e separar em meio às diversas peculiaridades das linguagens aquilo que diz respeito somente ao pensamento. Como vimos através dos exemplos estas peculiaridades são diversas e levam em conta o embelezamento retórico da linguagem, a entonação e a intenção do falante, a adequação de uma linguagem a outra em traduções e o próprio desenvolvimento das línguas ao longo da história da humanidade.

Por conta disso, um eficiente critério de identidade intensional deve dar conta destas dificuldades no momento da análise de pensamentos, caso contrário, se não for capaz de separar o pensamento daquilo que é agregado ao pensamento, então o critério pode não reconhecer o mesmo pensamento expresso por duas sentenças diferentes.

Baseado nesse último parágrafo, podemos perguntar se o critério de equivalência de sinonímia de Kirkham apresenta as características que julgamos serem necessárias para lidar com todas as dificuldades implícitas para se estabelecer um critério de identidade intensional?

Vale lembrar que, segundo Kirkham, duas sentenças são sinonimamente equivalentes, se e somente se, ambas as sentenças são intensionalmente idênticas em todos os mundos possíveis. Isto quer dizer que Kirkham considera como sentenças sinônimas somente aquelas em que uma expressa a definição da outra.

Neste sentido, o axioma V de Frege atende esta exigência de Kirkham porque quando

---

<sup>115</sup> *Gottlob Frege. Sluga (1980) p. 157.*

Frege apresenta o axioma V como uma lei básica da lógica está estabelecendo que as duas sentenças expressam o mesmo sentido a partir da sua linguagem específica, isto é, da sua notação conceitual. Assim, as duas sentenças do axioma V passam a expressar o mesmo sentido em todos os mundos possíveis. Desta forma, para Kirkham as duas sentenças do axioma V seriam sinônimas.

Outro ponto que chamamos atenção é que o critério de Kirkham não faz alusão alguma às peculiaridades da linguagem que Frege faz questão de abordar. Este é um ponto importante porque ficamos sem saber se Kirkham concordaria com Frege se, por exemplo, *cachorro* e *vira-latas* quando substituídas no contexto frasal em que ocorrem não alteram o pensamento.

A exigência de Kirkham das sentenças serem intensionalmente idênticas em todos os mundos possíveis pode invalidar algumas das identidades de pensamentos na concepção de Frege. Como mostramos em 2.3.1, Kirkham considera sinonimamente equivalentes as expressões *coração* e *órgão de bombear sangue*, *solteiro* e *não casado* porque em cada dupla de expressões é impossível ser uma coisa sem ser a outra. O mesmo não se pode afirmar das sentenças do exemplo fregiano: *Este cachorro uivou a noite inteira* e *Este vira-latas uivou a noite inteira*. Neste caso, não podemos dizer que *cachorro* e *vira-latas* são sinonimamente equivalentes em todos os mundos possíveis à maneira de Kirkham porque é possível ser um cachorro e não ser vira-latas em determinada interpretação, ou seja, *cachorro* e *vira-latas* não têm a mesma definição.

Outro caso semelhante ao exemplo de Frege que realça o que estamos falando é o das duas sentenças: *O homem que cortou a árvore* e *O homenzarrão que cortou a árvore*. Nestas sentenças a única diferença é o modo com que o indivíduo que cortou a árvore é visto e nomeado por quem expressa o pensamento e, portanto, esta diferença é de caráter subjetivo e não tem influência alguma no pensamento expressado. Em contrapartida, se analisamos essas duas sentenças com o critério de equivalência de sinonímia de Kirkham parece que não

podemos afirmar que as duas sentenças expressam o mesmo pensamento porque *homem* e *homenzarrão* em algum mundo possível não são sinonimamente equivalentes uma vez que uma expressão não é a definição da outra.

Esse resultado interfere na conclusão parcial do final do capítulo 2.3.2. Lá havíamos concluído que o critério de equivalência de sinonímia de Kirkham tem o mesmo grau de intensionalidade que o critério fregiano levando-se em conta o critério de necessidade de consequência lógica. Contudo, como estamos vendo com a análise dos exemplos que aparecem nos textos de 1891 a 1904 o critério de equivalência de sinonímia parece não validar todas as identidades de pensamentos segundo a concepção de Frege. Dessa forma, temos que reformular a conclusão de 2.3.2.

Portanto, levando em consideração os exemplos fregianos de 1891 a 1904, podemos conjecturar que o critério de equivalência de sinonímia de Kirkham apenas considera expressões diferentes como sendo sinônimas se estas possuem a mesma definição e, por conta disso, não é um critério que tem o mesmo grau de intensionalidade que os exemplos fregianos exigem para o reconhecimento da identidade de pensamentos.

Devido aos casos de identidade de pensamentos que parecem não ser validados pelo critério de equivalência de sinonímia não podemos afirmar que os dois critérios são equivalentes. Seguindo os exemplos fregianos a impressão que temos é que o critério de Frege, de 1906, deve ser similar a noção de sinonímia de Kirkham, contudo, como Frege parece estar disposto a considerar as diversas peculiaridades da linguagem que aparecem no momento da expressão do pensamento o seu critério de identidade de pensamentos deve dar conta de separar e analisar o pensamento de suas *roupagens*.

Em contrapartida, se levarmos em conta os exemplos de Kirkham sobre equivalência de sinonímia percebemos que expressões como *coração* e *órgão de bombear sangue*, apesar de um ser a definição da outra, dificilmente seriam considerados por Frege expressando o

mesmo sentido. Este é um exemplo interessante de ser analisado pelo critério de identidade de pensamentos de Frege, mas nesse momento é complicado porque ainda não temos tal critério para fazer uma análise mais segura. Assim, por agora, só podemos concluir que os dois critérios têm graus de intensionalidades diferentes.

Nesse sentido, mesmo desconsiderando o critério formal de consequência lógica em prol do critério de necessidade, temos que reformular a conclusão de 2.3.2 e conjecturar que o critério de equivalência de sinonímia de sentenças não atende as exigências de Frege na *Conceitografia* que era a preservação de correção de inferências por meio do papel inferencial porque nem todas as sentenças que Frege considera expressando o mesmo conteúdo conceitual teria a mesma consideração por parte de Kirkham e vice-versa.

Em relação ao critério fregiano teremos a oportunidade de analisá-lo no próximo capítulo, mas podemos esperar, conforme os exemplos apresentados nos textos de 1891 a 1904, que este critério deve ter meios definidos para decidir quando ocorre identidade de pensamentos entre sentenças diferentes.

### **3.3. Conclusões e considerações finais do capítulo:**

Neste capítulo analisamos as obras de Frege referentes ao período de 1891 a 1904 com o objetivo de apresentar o amadurecimento da teoria fregiana caracterizado pelas mudanças promovidas na sua notação conceitual.

Em 3.1 apresentamos, em linhas gerais, as mudanças promovidas por Frege em seu sistema, mas como estamos investigando um critério de identidade de pensamentos em Frege demos principal atenção à distinção semântica entre sinal, sentido e referência. Apontamos três motivos que tornam esta divisão importante para nossa dissertação e dedicamos três subseções para analisar estes motivos.

Na subseção 3.1.1 mostramos que Frege resolve o *Quebra cabeça da Identidade* e os outros dois problemas semânticos da sua notação conceitual abandonando a noção de conteúdo conceitual como valor semântico de seu sistema, dividindo a noção de conteúdo judicativo de sentenças em sentido e referência e modificando a concepção de identidade sendo agora uma relação entre objetos intermediado pelos sentidos dos sinais. Dessa forma, concluímos que Frege adota uma relação semântica tríade para todos os itens linguísticos do seu sistema, pois considera o nível linguístico (sinal), o sentido do sinal (intensão) e a referência do sinal (extensão).

Na subseção 3.1.2 apresentamos algumas características essenciais da noção de sentido que fazem dela uma noção intensional. Vimos que, em relação à noção de sentido de nomes próprios e termos conceituais, existem dificuldades para se estabelecer um critério de identidade intensional. Concluímos que tais dificuldades são comuns em noções intensionais porque não temos como garantir que todas as pessoas compreendam as mesmas intensões expressas por aqueles termos, uma vez que, são noções abstratas e com raízes epistêmicas.

Em 3.1.3 demos atenção também a outra mudança importante promovida por Frege. Essa mudança simboliza a opção de Frege por uma lógica extensional porque a noção de referência passou a cumprir o papel de valor semântico em seu sistema, uma vez que, a noção de conteúdo conceitual foi abandonada após 1891.

Em consequência, Frege reformula o critério de substitutividade de expressões, que levava em conta a igualdade de conteúdo conceitual segundo o papel inferencial em uma cadeia de prova porque a preocupação na *Conceitografia* era a preservação da correção de inferências, para um critério de substitutividade de expressões baseado na preservação do valor de verdade das expressões da aritmética.

Mostramos que conforme o novo critério de substitutividade de expressões Frege precisava de um princípio que não levasse em conta nas substituições o sentido das

expressões, mas somente a referência. Chamamos este princípio de *Princípio de Composicionalidade da Referência* porque ele garante que a referência da expressão completa é em função da referência das partes da expressão.

Concluimos, em 3.1.3, que o papel que o *Princípio de Composicionalidade da Referência* cumpre no sistema fregeano é de um critério de identidade extensional. Sendo que, o *Princípio de Composicionalidade da Referência* garante que a substituição de expressões co-referenciais em uma sentença não modifica o valor de verdade da sentença, então Frege tem em mãos um critério de identidade extensional bem definido. Foi importante destacar esse aspecto para contrapormos as dificuldades em se estabelecer um critério de identidade extensional e um critério de identidade intensional.

Na seção 3.2, antes de analisarmos os casos de identidade de pensamentos, apresentamos as características marcantes da noção intensional de pensamentos. Segundo Frege, entendemos pensamentos como entidades intensionais objetivas atemporais e não-espaciais cuja existência independe de nós os pensarmos. Porém, tais entidades são expressas por sentenças assertivas e entramos em contato com pensamentos quando entendemos o sentido expresso por tais sentenças.

Seguindo a seção 3.2 apontamos um aspecto da linguagem que dificulta o estabelecimento de um critério de identidade de pensamentos. Na ocasião, mostramos que o mesmo pensamento pode ser expresso por diferentes sentenças e isto dificulta a análise do pensamento por um critério de identidade de pensamentos. Como entendemos, podemos explicar estas ocorrências citando o *Princípio de Composicionalidade de Sentidos* de Frege que permite o mesmo pensamento ser expresso por sentenças compostas de diferentes partes linguísticas. Concluimos que o pensamento assim permaneceria sempre o mesmo, pois as mudanças ocorrem somente no conteúdo linguístico, que usamos para expressar pensamentos, e isto assegura a interpretação que os pensamentos são composicionalmente polimorfos.

Sabemos que estas peculiaridades da linguagem são chamadas por Frege de embelezamento retórico que varia conforme a entonação e a intenção do falante, a adequação de uma linguagem a outra em traduções e o desenvolvimento das línguas. Para destacar essas peculiaridades da linguagem, em 3.2, analisamos os exemplos que Frege apresenta entre 1891 a 1904 de identidade de pensamentos. Esses casos apoiaram nossa conclusão que Frege tinha intenção de formular um critério de identidade de pensamentos no período acima e que sabia das dificuldades que enfrentaria para estabelecer um critério de identidade de pensamentos.

Como no capítulo anterior havíamos concluído parcialmente que o critério de equivalência de sinonímia de Kirkham tinha o mesmo grau de intensionalidade que o critério intensional da § 3 da *Conceitografia* e que, por isso, atenderia as necessidades de Frege com a exigência de manter a correção de inferências, aproveitamos os exemplos de identidade de pensamentos para fazer novas comparações.

Analisando os exemplos de Frege com o critério de sinonímia de Kirkham verificamos que o critério de Kirkham é muito rigoroso porque classifica como sinônimas somente expressões com a mesma definição. Não obstante, os exemplos de Frege mostram que o seu critério de identidade de pensamentos, que aparecerá só em 1906, também deve ser rigoroso. Contudo, como Frege parece levar em conta todas as peculiaridades da linguagem acaba considerando expressões que não têm a mesma definição expressando o mesmo pensamento.

O resultado é que há exemplos de expressões diferentes que Frege considera expressando o mesmo pensamento, mas que Kirkham não concordaria. Por causa dessa constatação reformulamos o resultado do capítulo anterior e concluimos que segundo os exemplos de identidade de pensamentos de Frege podemos conjecturar que o critério de equivalência de sinonímia e o critério de identidade de pensamentos de Frege terão graus de intensionalidade diferentes. E se essa conjectura estiver correta, temos que abandonar a afirmação que o critério de equivalência de sinonímia de Kirkham atende as exigências de

Frege com a idéia de manter a correção de inferências presente na § 3 da *Conceitografia*.

Sendo assim, no próximo capítulo, teremos a oportunidade de apresentar e analisar em detalhes como Frege caracteriza o seu critério de identidade de pensamentos. Com o critério fregiano em mãos poderemos analisar como o critério é aplicado nos exemplos de identidade de pensamentos de 1891 a 1904 e outros casos de identidade de pensamentos. Também voltaremos ao critério de sinonímia de Kirkham para verificar se a conclusão que apresento neste capítulo é válida.

Por fim, vamos levar em conta os casos de identidade de pensamentos presentes no artigo *Pensamentos Compostos* para reforçar nossa análise do critério de identidade de pensamentos de Frege e tentar traçar uma relação entre esses casos com a noção de equivalência tautológica.

## IV: Período de 1905 a 1923

Neste capítulo iremos apresentar e analisar o critério de identidade de pensamentos de Frege. Para uma melhor organização deste capítulo iremos dividi-lo em duas seções da seguinte forma: a seção 4.1 será destinada a análise dos critérios de identidade de pensamentos apresentados em *Um breve levantamento de minhas doutrinas lógicas*<sup>116</sup> e em *Carta a Husserl*<sup>117</sup>, ambos de 1906. No decorrer de nossa análise vamos mostrar que Frege apresenta dois critérios, um de caráter epistêmico que julgamos insuficiente e outro de caráter lógico.

Levando em consideração o critério lógico de identidade de pensamentos dividiremos a seção 4.1 em duas subseções com os seguintes objetivos: em 4.1.1, aplicando tal critério em todos os casos apresentados por Frege de identidade de pensamentos, conheceremos a aplicabilidade desse critério. Em 4.1.2 poderemos fazer as últimas considerações sobre a comparação feita, ao longo da dissertação, do critério intensional de Kirkham com o de Frege.

Na seção 4.2 continuamos a análise do critério lógico de identidade de pensamentos, contudo, agora levaremos em consideração os casos de identidade de pensamentos presentes no artigo *Pensamentos Compostos*<sup>118</sup>, de 1923. Nesta parte da análise, pretendemos averiguar a aplicabilidade do critério nesses casos especiais de identidade de pensamentos e pretendemos traçar uma relação entre esses casos com a noção de equivalência tautológica.

### 4.1. Os critérios de identidade de Pensamentos de Frege:

Frege apresenta sua primeira versão para um critério de identidade de pensamentos em

---

<sup>116</sup> *A brief survey of my logical doctrines* (1906). In Beaney (1997). *The Frege Reader*. 1ª ed. pp. 299-300.

<sup>117</sup> *Letter to Husserl* (1906). In Beaney (1997). *The Frege Reader*. 1ª ed. pp. 305-307.

<sup>118</sup> *Pensamentos Compostos* (1923). In Alcoforado (2002). *Investigações Lógicas*. 1ª ed. pp. 67-90.

*Um breve levantamento de minhas doutrinas lógicas, vejamos:*

[15]

Agora duas sentenças *A* e *B* podem estar em uma relação que qualquer um que reconhece o conteúdo de *A* como verdadeiro precisa imediatamente reconhecer o de *B* como verdadeiro, e vice-versa, que qualquer um que aceita o conteúdo de *B* deve imediatamente aceitar o de *A* (equipolência). Aqui está sendo assumido que não existe dificuldade em entender o conteúdo de *A* e de *B*. (...). Eu assumo que nada existe no conteúdo de qualquer uma das duas sentenças equipolentes *A* e *B* que seria imediatamente aceito como verdadeiro por qualquer um que a tinha compreendido corretamente. (...). Assim, temos que separar do conteúdo de uma sentença somente a parte que pode ser aceita como verdadeira ou rejeitada como falsa. Eu chamo esta parte o pensamento expressado pela sentença. Ele é o mesmo em sentenças equipolentes do tipo dado acima.<sup>119</sup>

Pela forma que Frege apresenta o critério de equipolência<sup>120</sup> acima, podemos considerá-lo um critério epistêmico, pois tal critério leva em consideração a capacidade cognitiva de um falante racional e competente de reconhecer o mesmo pensamento sendo expresso por duas sentenças diferentes *A* e *B*. A nossa opinião é que essa versão do critério de equipolência é insuficiente porque da maneira que foi formulada por Frege, tal critério pode criar tensões com os próprios escritos de Frege.

Considere, por exemplo, as sentenças:  $4^2=4^2$  e  $4.4=4^2$ . Conforme [15], qualquer falante competente, racional e conhecedor de pequenas operações matemáticas, irá reconhecer as duas sentenças como verdadeiras e irá aceitar o conteúdo de ambas as sentenças imediatamente. Sendo que, são essas as condições exigidas pelo critério epistêmico, teríamos então que considerar  $4^2=4^2$  e  $4.4=4^2$  expressando um único pensamento. Na linguagem natural também ocorre o mesmo. Se eu sei que *a estrela da tarde = a estrela da manhã*, então eu aceitaria e reconheceria de imediato a verdade das duas sentenças: *A estrela da tarde é*

<sup>119</sup> *A brief survey of my logical doctrines* (1906). In Beaney (1997). *The Frege Reader*. 1ª ed. pp. 299-300.

<sup>120</sup> A partir de agora quando formos falar do critério de identidade de pensamentos de Frege iremos referir a ele como o critério de equipolência, pois ficou claro em [15] que Frege chama de equipolentes aquelas sentenças que expressam o mesmo pensamento.

*Vênus e A estrela da manhã é Vênus*. Logo, pelo critério epistêmico de equipolência, as duas sentenças são equipolentes. Certamente essas equipolências vão contra os escritos de Frege.

Com isso, concluímos que um critério epistêmico formulado da maneira daquele apresentado em [15], isto é, baseado apenas no reconhecimento da verdade ou falsidade do conteúdo que é expresso nos pensamentos, não consegue determinar objetivamente quando duas sentenças diferentes expressam o mesmo pensamento. Entendemos que tal falta seria suprimida por um critério de equipolência de caráter lógico que assegure a objetividade e a validade da análise a respeito da identidade de pensamentos.

Parece que Frege pensava assim, uma vez que, em *Carta a Husserl* encontra-se um critério de equipolência de caráter lógico e, segundo as próprias palavras de Frege, “um critério objetivo é necessário para reconhecer um pensamento novamente como o mesmo, mas sem ele a análise lógica é impossível”<sup>121</sup>. Vejamos:

[16]

Agora, me parece que o único meio possível de decidir se a proposição *A* expressa o mesmo pensamento que a proposição *B* é o seguinte, e aqui eu assumo que nenhuma das duas proposições contém um componente de sentido logicamente evidente. Se ambas as pressuposições que o conteúdo de *A* é falso e o de *B* verdadeiro e a pressuposição que o conteúdo de *A* é verdadeiro e o de *B* falso conduzem a uma contradição lógica, e se isto pode ser estabelecido sem sabermos se o conteúdo de *A* ou *B* é verdadeiro ou falso e sem exigir nada mais do que leis puramente lógicas para este propósito, então nada pode pertencer ao conteúdo de *A* enquanto é suscetível de ser julgado verdadeiro ou falso, que não pertença também ao conteúdo de *B*; pois não haveria base em geral no conteúdo de *B* para qualquer tal excesso, e de acordo com a pressuposição acima, tal excesso não seria logicamente evidente. No mesmo modo, dada nossa pressuposição, nada pode pertencer ao conteúdo de *B*, enquanto suscetível de ser julgado verdadeiro ou falso, exceto que também pertença ao conteúdo de *A*. Assim, o que é capaz de ser julgado verdadeiro ou falso nos conteúdos de *A* e *B* são idênticos e somente isto é de comprometimento da lógica e é o que eu chamo o pensamento expressado por ambos *A* e *B*.<sup>122</sup>

<sup>121</sup> *Letter to Husserl* (1906). In Beaney (1997). *The Frege Reader*. 1ª ed. p. 305.

<sup>122</sup> *Letter to Husserl* (1906). In Beaney (1997). *The Frege Reader*. 1ª ed. pp. 305-306.

Dado o critério lógico de equipolência, entendemos que fica notório quando Frege exige somente o uso de leis lógicas para se chegar à contradição que os pensamentos sejam analisados em uma linguagem formalizada. Dessa forma, sendo que “o pensamento, em si mesmo imperceptível pelos sentidos, veste-se com a roupagem perceptível da sentença, tornando-se assim para nós mais facilmente apreensível”<sup>123</sup> devemos, para a correta aplicação desse critério de equipolência, analisar os pensamentos por meio das sentenças assertivas que os expressam. Por isso, as sentenças sob análise devem ser traduzidas para uma linguagem formalizada para que sejam respeitadas as pressuposições de [16] e, se for o caso, derivar logicamente a contradição.

Sabemos que Frege considerava a linguagem natural um instrumento imperfeito para a expressão de pensamentos por causa das diversas peculiaridades que esta possui. É nesse sentido que uma linguagem logicamente perfeita atua como um microscópio apurando a linguagem natural. O próprio Frege explicita esta preocupação com as linguagens naturais, quando em *Carta a Husserl*<sup>124</sup> diz “não pode ser tarefa da lógica investigar a linguagem e determinar o que está contido em uma expressão linguística. (...). A principal tarefa da lógica é libertar-se da linguagem e simplificá-la”<sup>125</sup>.

No capítulo anterior, analisando os exemplos de Frege sobre equipolência sem ainda termos apresentado o critério lógico de equipolência, levantamos a hipótese que Frege parecia estar disposto a considerar as peculiaridades da linguagem natural e que o seu critério de equipolência deveria ter meios de separar o pensamento das *roupagens* da linguagem natural. Agora, que apresentamos o critério lógico de equipolência, temos em condições de afirmar que pelo seu posicionamento antipsicologista Frege não tem a mínima preocupação em dar conta das peculiaridades da linguagem natural.

<sup>123</sup> *O Pensamento* (1918). In Alcoforado (2002). *Investigações Lógicas*. 1ª ed. pp. 14-15.

<sup>124</sup> *Letter to Husserl* (1906). In Beaney (1997). *The Frege Reader*. 1ª ed. pp. 301-305.

<sup>125</sup> *Letter to Husserl* (1906). In Beaney (1997). *The Frege Reader*. 1ª ed. p. 303.

No artigo *O Pensamento* Frege é muito claro ao dizer que “uma sentença assertiva encerra frequentemente, além do pensamento e da asserção, um terceiro componente ao qual não se aplica a asserção”<sup>126</sup> e esse terceiro elemento não pertence à exposição científica devendo ser desconsiderado.

Por isso, no critério lógico de equipolência não encontramos nenhuma consideração a favor das peculiaridades da linguagem natural, somente a recomendação de Frege que devemos unicamente considerar o pensamento e desconsiderar aquilo que ele chama de o *colorido* da linguagem. Em *Carta a Husserl*, Frege diz que a vantagem em agir dessa forma é que “uma vez decidido tomar este passo, abolimos de uma vez só com uma massa confusa de distinções inúteis e com a ocasião para inúmeras disputas que não podem ser decididas na maior parte objetivamente”<sup>127</sup>.

Sendo assim, Frege quer libertar-se das distinções irrelevantes que fazem parte somente da linguagem natural e que não são relevantes para a lógica. No artigo *O Pensamento* Frege aponta uma lista dessas distinções irrelevantes:

- ❖ O uso de *é verdade* nas sentenças nada acrescenta ao pensamento<sup>128</sup>.
- ❖ Não pertence ao pensamento aquilo que diz respeito à entonação ou a escolha psicológica das expressões, por isso, não faz diferença usarmos as palavras *cavalo*, *corcel*, *ginete* ou *rocim*<sup>129</sup>.
- ❖ Não pertence ao pensamento insinuações do discurso que ocorrem com as palavras *ainda* ou *já* em sentenças do tipo: *Alfredo ainda não chegou*, pois queremos mesmo é dizer que *Alfredo não chegou*<sup>130</sup>.
- ❖ Não faz diferença ao pensamento se transformamos uma sentença da voz ativa para passiva e vice-versa<sup>131</sup>.
- ❖ Expressões com indexicais do tipo *eu*, *você*, *aqui*, *ali*, *lá*, *agora*, *isto*, *aquilo*, *hoje*, *ontem* e similares, devem expressar rigorosamente o contexto de declaração para que

<sup>126</sup> *O Pensamento* (1918). In Alcoforado (2002). *Investigações Lógicas*. 1ª ed. p. 18.

<sup>127</sup> *Letter to Husserl* (1906). In Beaney (1997). *The Frege Reader*. 1ª ed. p. 302.

<sup>128</sup> Ver *O Pensamento* (1918). In Alcoforado (2002). *Investigações Lógicas*. 1ª ed. p. 15.

<sup>129</sup> Ver *O Pensamento* (1918). In Alcoforado (2002). *Investigações Lógicas*. 1ª ed. p. 19.

<sup>130</sup> Ver *O Pensamento* (1918). In Alcoforado (2002). *Investigações Lógicas*. 1ª ed. p. 19.

<sup>131</sup> Ver *O Pensamento* (1918). In Alcoforado (2002). *Investigações Lógicas*. 1ª ed. p. 19.

seja mantida a expressão do pensamento<sup>132</sup>.

Porém, esse libertar-se da linguagem não pode ser levado ao pé da letra porque Frege havia dito em *Sobre o Sentido e a Referência* “difícilmente se poderá negar que a humanidade possui um estoque comum de pensamentos que é transmitido de uma geração para outra”<sup>133</sup>. Isso quer dizer, como diz Weiner, “que este estoque comum de pensamentos têm sido transmitidos através da linguagem natural”<sup>134</sup> o que, em nossa opinião, significa que Frege não descarta a possibilidade de aplicar o seu critério lógico de equipolência em sentenças da linguagem natural se estas forem traduzidas para uma linguagem formalizada, que é o instrumento preciso para a expressão de pensamentos.

Um exemplo disso encontra-se em *A Generalidade Lógica*<sup>135</sup>, pois Frege aponta um caso onde ocorrem diferenças na linguagem natural para expressar a generalidade e defende que as diferenças irrelevantes devem ser deixadas de lado no momento da tradução dessas sentenças em uma linguagem formalizada. Frege apresenta as sentenças “‘Todos os homens são mortais’, ‘Cada homem é mortal’ e ‘Se algo é um homem, ele é mortal’”<sup>136</sup> que expressam o mesmo pensamento e que devem ser formalizadas na forma única da sentença hipotética  $\forall x(Hx \rightarrow Mx)$ . Com tal formalização, aplicando o critério lógico de equipolência em duas dessas três sentenças, a suposição que uma é verdadeira e a outra falsa conduzirá à contradição lógica, caracterizando a equipolência entre essas sentenças da linguagem natural.

A seguir, iremos aplicar o critério lógico de equipolência em vários exemplos de sentenças equipolentes apresentados por Frege para ver a aplicabilidade desse critério. Vamos levar em consideração os exemplos contendo expressões da linguagem matemática e da linguagem natural. Assim, conheceremos o funcionamento do critério não somente em linguagens formais, mas também diante das inúmeras peculiaridades da linguagem natural e

<sup>132</sup> Ver *O Pensamento* (1918). In Alcoforado (2002). *Investigações Lógicas*. 1ª ed. pp. 20-22.

<sup>133</sup> *On Sinn and Bedeutung* (1892). In Beaney (1997). *The Frege Reader*. 1ª ed. p. 154.

<sup>134</sup> *Frege in Perspective*. Weiner (2008) p. 266.

<sup>135</sup> *A Generalidade Lógica* (1923). In Alcoforado (2002). *Investigações Lógicas*. 1ª ed. pp. 93-99.

<sup>136</sup> *A Generalidade Lógica* (1923). In Alcoforado (2002). *Investigações Lógicas*. 1ª ed. p. 95.

poderemos fazer as últimas considerações a respeito da comparação do critério de sinonímia de Kirkham com o critério de equipolência de Frege.

#### 4.1.1. A aplicabilidade do critério lógico de Equipolência:

Começaremos aplicando o critério de equipolência em uma linguagem formalizada. Depois de conhecermos a aplicabilidade do critério de equipolência nos exemplos de linguagens formais passaremos a análise sobre os exemplos com a linguagem natural.

Pois bem, como sabemos, em uma linguagem formalizada cujo único propósito é satisfazer o rigoroso uso científico deve-se excluir o uso de palavras ordinárias cujo significado é ambíguo para se evitar possíveis mal entendidos. Frege, em *Lógica na Matemática*<sup>137</sup>, deixa claro que na construção de um sistema lógico “deve ser assumido que as palavras têm significado preciso e que nós sabemos o que eles são”<sup>138</sup>. Por conta dessa exigência é comum em linguagens formais utilizarmos um recurso que simplifica e padroniza o uso de expressões complexas, pois as substituímos por um sinal simples. Esse recurso é o que Frege chama de definição construtiva e é explicado assim:

[17]

Agora, quando um sinal simples é introduzido para substituir um grupo de sinais tal estipulação é uma definição. O sinal simples adquiriu um sentido que é o mesmo daquele grupo de sinais. (...). Nós devemos chamar o sinal simples o *definiendum* e o grupo complexo de sinais que ele substitui o *definiens*. O *definiendum* adquire seu sentido unicamente do *definiens*. Este sentido é construído a partir do sentido das partes do *definiens*.<sup>139</sup>

Para nossa dissertação, o recurso da definição construtiva é importante na medida em que, por meio dessa estipulação, estabelece a equipolência entre o *definiens* e o *definiendum*.

<sup>137</sup> *Logic in Mathematics* (1914). In Long and White (1979). *Posthumous Writings*. 1ª ed. pp. 203-250.

<sup>138</sup> *Logic in Mathematics* (1914). In Long and White (1979). *Posthumous Writings*. 1ª ed. p. 207.

<sup>139</sup> *Logic in Mathematics* (1914). In Long and White (1979). *Posthumous Writings*. 1ª ed. p. 208.

Assim, toda definição construtiva deve ser apresentada na forma de uma sentença de identidade entre o sentido do *definiens* e o sentido do *definiendum*. Como o próprio Frege diz, “a sentença é realmente uma tautologia e nada acrescenta ao nosso conhecimento. Ela contém uma verdade que é tão auto-evidente que parece vazia de conteúdo, (...)”<sup>140</sup>. No decorrer do texto *Lógica na Matemática*<sup>141</sup> Frege apresenta vários exemplos de definições construtivas, mas é suficiente destacarmos apenas o exemplo da definição de número primo:

- ❖ Se  $a$  é múltiplo de um inteiro maior do que 1, então  $a$  é aquele inteiro e  $a$  é um inteiro e  $a$  é maior do que 1 =  $a$  é um número primo<sup>142</sup>.

Segundo Frege, o lado direito do sinal de identidade, o *definiendum*, adquiriu seu sentido a partir das partes da expressão complexa a esquerda do sinal de identidade, o *definiens* e, além disso, a identidade de sentido está assegurada para todo nome próprio que for colocado no lugar de  $a$ . Assim, uma vez introduzida essa definição no sistema lógico podemos substituir o *definiens* pelo *definiendum* nas expressões que o *definiens* ocorre sem alterar o pensamento expressado.

Visto como Frege explica a definição construtiva é importante salientar um ponto que nos interessa diretamente. O ponto é: sendo as definições construtivas um grupo de estipulações arbitrárias feitas na construção de um sistema lógico e cuja sentença que a expressa passa a ter um caráter de tautologia e auto-evidência pelo próprio ato da definição parece ser desnecessário aplicar o critério de equipolência nas sentenças deste grupo.

Conforme [17], o *definiendum* era um sinal desprovido de sentido antes da definição e somente no ato da definição ele ganhou seu sentido do *definiens*. Entendemos que essa característica da definição construtiva realiza uma equipolência trivial que passa a ter um *status* de axioma<sup>143</sup> em um sistema lógico e, assim, a equipolência entre *definiens* e

<sup>140</sup> *Logic in Mathematics* (1914). In Long and White (1979). *Posthumous Writings*. 1ª ed. p. 208.

<sup>141</sup> Ver *Logic in Mathematics* (1914). In Long and White (1979). *Posthumous Writings*. 1ª ed. pp. 229-234.

<sup>142</sup> *Logic in Mathematics* (1914). In Long and White (1979). *Posthumous Writings*. 1ª ed. p. 229.

<sup>143</sup> Ver *Logic in Mathematics* (1914). In Long and White (1979). *Posthumous Writings*. 1ª ed. p. 210.

*definiendum* é estabelecida sem a mínima necessidade de um critério de equipolência.

Da mesma forma, entendemos que quando temos leis básicas da lógica, como o axioma V, onde ocorre identidade de pensamentos não precisamos do critério de equipolência para assegurar a sua validade. O próprio Frege nos diz, a respeito do axioma V, que por este ser uma lei básica da lógica a sua validade não pode ser demonstrada e sim aceita imediatamente por nós.

O importante para nossa dissertação é concluirmos que nos casos das definições construtivas e nos casos das leis básicas da lógica a equipolência ocorre e é estabelecida sem a utilização do critério lógico de equipolência. Ambas são estipulações feitas na construção de um sistema lógico e que funcionam como axiomas no interior da linguagem formalizada à qual pertencem sendo, portanto, desnecessário aplicarmos o critério de equipolência nesses casos.

Mas nem todos os exemplos de Frege de equipolência ocorrem entre sentenças que possuem a mesma definição ou que devem ser consideradas leis básicas da lógica. Ainda dentro dos exemplos de Frege, sobre linguagens formais, temos um caso apresentado no capítulo anterior que será agora analisado com o critério de equipolência. Refiro-me às quatro sentenças abaixo expressando um único pensamento:

- ❖ Existe ao menos uma raiz quadrada de 4.
- ❖ Existe algo que tem a propriedade de dar o resultado 4 quando multiplicado por si mesmo.
- ❖ O conceito raiz quadrada de 4 está preenchido.
- ❖ O número 4 tem a propriedade de que existe algo do qual ele é o quadrado.

Como a nossa proposta é aplicar o critério de equipolência nessas quatro sentenças temos que primeiramente traduzí-las para uma linguagem formalizada. Estamos vendo que são quatro sentenças diferentes e, portanto, teremos quatro formalizações diferentes também.

Porém, queremos chamar a atenção para um fato ressaltado por Newen<sup>144</sup> que, segundo a nossa interpretação, podemos reduzir pela metade o número de formalizações.

Segundo Newen, a análise da estrutura lógica das quatro sentenças mostra que enquanto as duas primeiras possuem uma estrutura as duas últimas possuem outra estrutura. Na verdade, Frege declara isso em *Conceito e Objeto*<sup>145</sup>. A análise da estrutura lógica das sentenças é determinada pelas referências das partes da sentença o que é compatível com a análise fregiana das sentenças contendo uma parte saturada e outra insaturada. Assim, as quatro sentenças possuem a seguinte estrutura lógica:

- ❖ (a) conceito de segunda ordem – conceito de primeira ordem.

[X é instanciado] (x é raiz quadrada de 4)

- ❖ (b) conceito de segunda ordem – conceito de primeira ordem.

[X é instanciado] (4 é o quadrado de x)

- ❖ (c) conceito de primeira ordem – objeto.

[existe x tal que x ao quadrado é igual a y] (4)

- ❖ (d) conceito de primeira ordem – objeto.

[existe x tal que x é raiz quadrada de y] (4)

De acordo com Newen, quando reparamos a superfície lógica das quatro sentenças temos que admitir que apesar das quatro sentenças expressarem o mesmo pensamento (a) e (b) fazem uma asserção diferente da asserção feita por (c) e (d).

Pelo vocabulário fregiano, em *Introdução a Lógica*<sup>146</sup>, podemos parafraseá-lo e dizer que em (a) e (b) ocorre subordinação de um conceito de primeira ordem a um conceito de segunda ordem e em (c) e (d) ocorre subsunção de um objeto sob um conceito de primeira ordem. Para ficar mais preciso, vamos recorrer à definição do próprio Newen: “duas sentenças

---

<sup>144</sup> *Fregean senses and the semantics of Singular Terms*. Albert Newen. In: *Building on Frege: new essays on Sense, Content and Concept*. Editado por Newen, Nortman e Stuhlmann-Laeissy (2001) pp. 113-138.

<sup>145</sup> *On Concept and Object* (1892). In Beaney (1997) pp. 187-188.

<sup>146</sup> *Introduction to Logic* (1906). In Beaney (1997). *The Frege Reader*. 1ª ed. pp. 293-298.

são usadas para fazer a mesma asserção se e somente se elas expressam o mesmo pensamento e têm a mesma estrutura de superfície lógica”<sup>147</sup>. Dito isto, temos que concluir:

- (i) (a) e (b) fazem uma única asserção.
- (ii) (c) e (d) fazem uma única asserção.
- (iii) A asserção feita pelo par (a) e (b) é diferente da asserção feita pelo par (c) e (d).
- (iv) Segundo Frege: (a), (b), (c) e (d) são equipolentes.

Agora parece plausível podermos reduzir pela metade o número de formalizações das quatro sentenças em uma linguagem logicamente perfeita. Para tal, estamos levando em consideração dois motivos:

(i) O fato de Frege ter afirmado que essas quatro sentenças são equipolentes se deve, no nosso entendimento, que os pensamentos são composicionalmente polimorfos e a circunstância de que a sentença (a) expressa a relação inversa que a sentença (c) e a sentença (b) expressa a relação inversa que a sentença (d).

(ii) Conforme Newen (a) e (b) fazem a mesma asserção e interpretamos que elas podem ser reduzidas a um único formato lógico, o mesmo acontece com (c) e (d). Aqui a diferença que ocorre entre as sentenças que fazem a mesma asserção é insignificante porque elas são equipolentes e têm a mesma estrutura de superfície lógica.

Assim, podemos reduzir pela metade o número de formalizações dessas sentenças ao considerarmos as sentenças que expressam a relação inversa. Vamos utilizar as sentenças (a) e (c) sabendo que o mesmo resultado seria alcançado se utilizarmos as sentenças (b) e (d).

- ❖ (a):  $\exists xRxa$
- ❖ (c):  $\exists xR^{-1}ax$

Conforme o critério lógico de equipolência, dado que essas sentenças expressam o mesmo pensamento, então o procedimento de afirmar uma e negar outra implicará uma

---

<sup>147</sup> *Fregean senses and the semantics of Singular Terms*. Albert Newen. In: *Building on Frege: new essays on Sense, Content and Concept*. Editado por Newen, Nortman e Stuhlmann-Laeissy (2001) p. 120.

contradição lógica. Dessa forma, teremos qualquer um dos dois argumentos:

$$\diamond (\neg \exists x Rxa \wedge \exists x R^{-1}ax) \vdash \perp$$

$$\diamond (\neg \exists x R^{-1}ax \wedge \exists x Rxa) \vdash \perp$$

Como estamos analisando a identidade de pensamentos dentro de uma linguagem formalizada, que pode ser a notação conceitual de Frege, então esperamos que a noção de consequência lógica implícita nos dois argumentos acima deve ser a do critério formal. Com isso, para ver se os dois argumentos acima são válidos temos que levar em conta a forma dos argumentos. O que significa dizer que se os dois argumentos acima são válidos classicamente, então independentemente do domínio do discurso e da interpretação que damos aos símbolos não lógicos nunca teremos premissas verdadeiras e conclusão falsa o que, neste caso, quer dizer que nunca teremos premissas verdadeiras, pois a conclusão já é o falso sendo uma contradição lógica.

Acontece que para os dois argumentos acima serem válidos, com o critério formal de consequência lógica, nós devemos adicionar uma premissa adicional para assegurar que a contradição seja derivada em qualquer interpretação possível. Essa premissa adicional seria do tipo:  $\forall x \forall y (Rxy \leftrightarrow R^{-1}yx)$ . Porém, ao adicionar a premissa na derivação da contradição nós estamos violando as exigências de Frege na formulação do critério lógico de equipolência, pois, a contradição não foi derivada somente com o uso de leis puramente lógicas, mas somente em virtude da premissa adicional. Dessa forma, fica injustificável considerarmos que a noção de consequência lógica implícita no critério lógico de equipolência seja a do critério formal.

Contudo, temos que ter um critério que faça com que os dois argumentos sejam válidos. Entendemos que, como estamos lidando com um critério intensional, a preocupação com a forma do argumento e a distinção entre símbolos lógicos e não lógicos deixa de ser essencial porque a contradição lógica deve ocorrer não exclusivamente no nível da forma

lógica do argumento, mas principalmente em função dos significados de seus termos. Logo, parece plausível aceitarmos que a noção de consequência lógica implícita no critério lógico de equipolência é baseada no critério de necessidade da preservação da verdade definido em termos modais, isto é, implícita na noção intuitiva de consequência lógica.

Nesse sentido, o critério de necessidade torna válidos os dois argumentos analisados, uma vez que, em qualquer mundo possível<sup>148</sup> onde afirmamos um pensamento e negamos o outro na premissa, então é impossível termos premissas verdadeiras e a conclusão falsa, ou seja, pelo menos no nível do significado dos termos é impossível a premissa ser verdadeira, pois ela é contraditória.

Sendo assim, tendo aplicado o critério lógico de equipolência no exemplo de Frege com a linguagem da aritmética, podemos ver que o critério não funciona bem com o critério formal de consequência lógica. A partir de agora iremos aplicar o critério lógico de equipolência nos exemplos de Frege sobre as linguagens naturais e saberemos como o critério se comporta diante as peculiaridades que ocorrem em linguagens que não têm o mesmo rigor semântico que as linguagens formais.

Em se tratando dos exemplos fregianos relativos à linguagem natural teremos que analisar os casos citados no capítulo anterior, os exemplos são os seguintes:

1. M deu o documento A para N.  
O documento A foi dado a N por M.  
N recebeu o documento A de M.
2. Frederico o Grande venceu a batalha de Rossbach.  
É verdade que Frederico o Grande venceu a batalha de Rossbach.
3. Este cachorro uivou a noite inteira.  
Este vira-lata uivou a noite inteira.

Esses três exemplos representam outros casos apresentados por Frege em outros textos.

O caso da *Conceitografia*, citado no primeiro capítulo, sobre a batalha ocorrida entre Gregos e

---

<sup>148</sup> A noção de mundos possíveis é aqui usada no sentido do primeiro capítulo desta dissertação, isto é, mundos possíveis significa uma condição hipotética que nos permite pensar o universo diferente do que é.

Persas é representado aqui por (1). No artigo, *O Pensamento*, Frege apresenta um caso representado aqui por (2) que é “Sinto um perfume de violetas/É verdade que sinto um perfume de violetas”<sup>149</sup> e, no mesmo artigo, temos um caso representado aqui por (3) que é “não faz nenhuma diferença para o pensamento se uso a palavra *cavalo*, *corcel*, *ginete* ou *rocim*”<sup>150</sup>. Porém, temos ainda que acrescentar a nossa lista acima mais dois casos apresentados no artigo *O Pensamento*<sup>151</sup>, são estes:

4. Alfredo ainda não chegou.  
Alfredo não chegou.
5. Expressões com indexicais que marcam o momento do proferimento do pensamento.  
Exemplo:  
Hoje choveu no centro de BH (pronunciado dia 25/06/2012).  
Ontem choveu no centro de BH (pronunciado dia 26/06/2012).

Sendo assim, teremos que primeiro traduzir as sentenças dos cinco casos da lista acima para uma linguagem logicamente perfeita para depois aplicarmos o critério lógico de equipolência para sabermos se chegamos a alguma contradição lógica.

Agora, antes de aplicarmos o critério lógico de equipolência nessas sentenças da linguagem natural queremos dizer, novamente, que a recomendação de Frege é que devemos desconsiderar tais diferenças porque elas não afetam o pensamento expressado. Isto nos leva a crer que a preocupação de Frege com identidade de pensamentos não diz respeito às linguagens naturais. Contudo, queremos saber como o critério lógico de equipolência atua sobre a linguagem natural se esta for formalizada em uma linguagem lógica.

Assim, para não perdermos tempo com diferenças insignificantes, devemos deixar de lado aqueles casos onde as duas sentenças podem ser traduzidas com uma única forma lógica. Nesse sentido, entendemos que no caso (2) a ocorrência das palavras *é verdade* e no caso (4) a ocorrência da palavra *ainda* não são suficientes para impedir que as respectivas sentenças

<sup>149</sup> *O Pensamento* (1918). In Alcoforado (2002). *Investigações Lógicas*. 1ª ed. p. 15.

<sup>150</sup> *O Pensamento* (1918). In Alcoforado (2002). *Investigações Lógicas*. 1ª ed. p. 19.

<sup>151</sup> *O Pensamento* (1918). In Alcoforado (2002). *Investigações Lógicas*. 1ª ed. pp. 19-20.

recebam a mesma formalização lógica. Com isso, iremos aplicar o critério lógico de equipolência somente nos casos (1), (3) e (5), pois nesses casos, os respectivos pares de sentenças serão formalizados de formas diferentes, o que torna a aplicação e a análise do critério lógico de equipolência mais interessante.

No caso (1) temos três sentenças variando entre as formas ativa e passiva. Não precisamos aplicar o critério lógico de equipolência nas três sentenças, uma vez que, elas são equipolentes e o resultado será o mesmo se pegarmos apenas duas, por exemplo, *M deu o documento A para N* e *N recebeu o documento A de M*. Nestas sentenças temos duas expressões relacionais diferentes, mas pelo recurso que usamos acima das relações inversas podemos formalizar as sentenças da seguinte maneira:

M deu o documento A para N = Bman.  
N recebeu o documento A de M = B<sup>-1</sup>nam.

Agora, aplicando o critério lógico de equipolência temos os seguintes argumentos:

- ❖  $(\neg Bman \wedge B^{-1}nam) \vdash \perp$
- ❖  $(Bman \wedge \neg B^{-1}nam) \vdash \perp$

No caso (3) temos duas sentenças com a mesma expressão funcional e podemos formalizá-la utilizando a mesma constante de predicado ( $F$ ) para as duas sentenças. O mesmo não acontece com as expressões de argumento que são diferentes e devem ser formalizadas com constantes individuais diferentes. Pela presença do termo indicativo *este* na expressão do argumento, quero deixar claro que estamos usando o recurso da nomeação por ostensão e, dessa forma, estamos definindo por ostensão o significado dos nomes  $a$  e  $b$ . Por conta desse expediente,  $a$  e  $b$  se tornam designadores rígidos e a igualdade  $a=b$  é válida em todos os mundos possíveis. Então vamos usar para *Este cachorro* =  $a$  e para *Este vira-lata* =  $b$  e assim, as sentenças serão formalizadas da seguinte maneira:

Este cachorro uivou a noite inteira = Fa.  
Este vira-lata uivou a noite inteira = Fb.

E aplicando o critério lógico de equipolência temos os seguintes argumentos:

$$\diamond (\neg Fa \wedge Fb) \vdash \perp$$

$$\diamond (Fa \wedge \neg Fb) \vdash \perp$$

No caso (5) também temos duas sentenças com a mesma expressão funcional o que permite uma única constante de predicado ( $G$ ) para as duas sentenças. A diferença entre elas ocorre no indexical que está no lugar do argumento marcando o dia do proferimento do pensamento e, por isso, vamos utilizar constantes individuais diferentes. As sentenças serão formalizadas assim:

Hoje choveu no centro de BH (pronunciado em 25/06) =  $Ga$ .

Ontem choveu no centro de BH (pronunciado em 26/06) =  $Gb$ .

E aplicando o critério lógico de equipolência temos os seguintes argumentos:

$$\diamond (\neg Ga \wedge Gb) \vdash \perp$$

$$\diamond (Ga \wedge \neg Gb) \vdash \perp$$

Agora que temos as respectivas sentenças traduzidas para uma linguagem logicamente perfeita e tendo aplicado o critério lógico de equipolência nelas basta verificar se os respectivos argumentos são válidos classicamente ou teremos que assumir como fizemos com o exemplo da linguagem da aritmética o critério de necessidade de preservação da verdade.

No caso (1) temos uma relação inversa e como analisamos acima um caso idêntico já sabemos que para tais casos valerem classicamente é necessário adicionarmos uma premissa adicional o que viola a formulação do critério lógico de equipolência. Contudo, sabemos que tal argumento é válido segundo o critério de necessidade da preservação da verdade.

Agora, para os casos (3) e (5), vamos usar o método de contra-exemplo semântico e veremos que tais argumentos não são válidos classicamente porque é fácil encontrar uma circunstância em que temos premissa verdadeira e conclusão falsa. Como os argumentos (3) e (5) são análogos quanto à estrutura simbólica vamos apresentar apenas um contra-exemplo semântico para refutá-los. Considere o primeiro argumento do caso (3),  $(\neg Fa \wedge Fb) \vdash \perp$ .

Quando  $F = x \text{ é filósofo}$ ,  $a = \text{Lula}$  e  $b = \text{Platão}$  sendo os conjuntores verdadeiros temos premissa verdadeira e a conclusão falsa.

Com isso, temos que assumir também, nos exemplos com a linguagem natural, o critério de necessidade de preservação da verdade. Somente assim o critério lógico de equipolência fará surgir no nível dos significados dos termos a contradição lógica. Assim, segundo os respectivos pares de sentenças dos exemplos de Frege, casos (1), (3) e (5), e segundo o critério de necessidade definido em termos modais, é impossível premissa verdadeira e conclusão falsa, pois, é impossível premissa verdadeira.

Sendo assim, concluímos esta subseção afirmando que segundo os exemplos de Frege de equipolência, tanto com a linguagem da aritmética quanto com a linguagem natural, a aplicabilidade do critério lógico de equipolência só entra em acordo com as afirmações de Frege se consideramos o critério de necessidade de preservação da verdade como a noção de consequência lógica implícita no critério lógico de equipolência. Em se tratando de um critério de identidade intensional isto é compreensível, uma vez que, nesse caso, a forma lógica do argumento não deve ser essencial para a validade do mesmo, pois a análise deve se debruçar sobre os significados dos termos em consideração.

Frege em nenhum texto autoriza ou desautoriza a conclusão que chegamos acima. O fato de Frege ser um lógico clássico e assumir uma noção de consequência lógica que não seja a clássica em seu critério de equipolência lógico é, sem dúvida, um resultado estranho, mas que é inevitável para um critério de identidade intensional. Sob outro ponto de vista, se quisermos manter Frege fiel às noções clássicas da lógica temos então que concluir que Frege não tinha um critério lógico de equipolência bem formulado. Por enquanto não vamos assumir nem uma nem outra opção porque vamos prosseguir a análise do critério lógico de equipolência neste capítulo e veremos no final o que podemos concluir. A seguir, vamos fazer as últimas considerações a respeito dos critérios intensionais de Frege e de Kirkham.

#### 4.1.2. O critério de Equipolência de Frege e o critério de Sinonímia de Kirkham:

Ao longo da dissertação estamos comparando o critério de sinonímia de Kirkham e o critério de equipolência de Frege com o objetivo de sabermos se tais critérios são idênticos. O fato é que as comparações, até agora, foram feitas baseadas apenas nos exemplos fregianos, pois não tínhamos o critério lógico de equipolência de Frege, o que nos levou às seguintes conclusões parciais:

- ❖ Em 2.3.2: levando em conta o exemplo da § 3 da *Conceitografia* de 1879 concluimos parcialmente que o critério de equivalência de sinonímia de Kirkham tem o mesmo grau de intensionalidade que o critério de identidade de conteúdo conceitual de Frege considerando o critério de necessidade de consequência lógica.
- ❖ Em 3.2: levando em conta os exemplos fregianos de 1891 a 1904 e que o critério de equivalência de sinonímia de Kirkham considera sinônimas apenas expressões que possuem a mesma definição em todos os mundos possíveis concluimos parcialmente que o critério de identidade de pensamentos de Frege não terá o mesmo grau de intensionalidade que o critério do Kirkham.

As conclusões parciais acima claramente não se conciliam, mas como enfim temos o critério lógico de equipolência de Frege disponível para nossas análises teremos mais segurança para concluir, em que medida, nós podemos considerar os dois critérios idênticos. Assim, aplicaremos o critério lógico de equipolência de Frege nos exemplos de sinonímia de Kirkham para sabermos se esses casos também são considerados equipolentes. Porém, antes disso, alguns detalhes que permeiam esta comparação precisam ser esclarecidos.

Vamos começar esclarecendo alguns detalhes. No primeiro capítulo desta dissertação, subseção 2.3.1, apresentamos a definição de Kirkham sobre equivalência de sinonímia e

vimos que essa noção é baseada na identidade intensional de expressões que fundamentalmente têm o mesmo significado em todos os mundos possíveis. Neste capítulo, subseção 4.1.1, citação [17], vimos que Frege também considera equipolentes expressões que passam pelo processo da definição construtiva. O fato é: podemos dar o passo seguinte e afirmar que a noção de definição construtiva de Frege é uma noção idêntica à noção de definição utilizada por Kirkham no seu critério intensional? Certamente não.

Entendemos que o recurso da definição construtiva de Frege é diferente da noção de definição que Kirkham exige para as expressões serem sinônimas. Basta pegarmos os dois exemplos apresentados por Kirkham de expressões sinônimas:

- ❖ Solteiro =<sub>sin.</sub> Não casado.
- ❖ Coração =<sub>sin.</sub> Órgão de bombear sangue.

Conforme [17], Frege não concordaria que esses dois exemplos são casos de definições construtivas porque sabemos que nas definições construtivas o sentido do *definiendum* é construído a partir dos sentidos das partes do *definiens*, mas, nos dois exemplos de sinonímia do Kirkham não é isto o que acontece porque o sentido do *definiendum* não contém nenhuma parte proveniente do sentido do *definiens*. Outro detalhe é que nas definições construtivas o *definiendum* não tinha significado algum antes da definição, porém, mais uma vez, não é isso que acontece nos exemplos de Kirkham, pois os dois *definienda* já possuíam um significado próprio antes da definição ocorrer. Por isso, devemos descartar a conclusão que os dois critérios são idênticos no que diz respeito às noções de definições.

Contudo, a equipolência das definições construtivas é apenas uma parte dos exemplos de Frege sobre identidade de pensamentos e a análise desses casos não é suficiente para sabermos se os dois critérios que estamos comparando são idênticos. Devemos analisar os casos de equipolência que parecem não ser considerados sinônimos por Kirkham e dos cinco exemplos fregianos que temos parece que os casos (3) e (5) são os problemáticos.

O ponto em relação ao caso (3) é que conforme a definição do Kirkham de sinonímia é plausível considerar que este autor não consideraria sinônimas as expressões *este cachorro* e *este vira-lata*, pois é sustentável que em algum mundo possível essas expressões não tenham a mesma definição, isto é, o mesmo significado. Em contrapartida, como utilizamos o recurso da definição por ostensão, transformamos *a* e *b* em designadores rígidos e, por isso, a identidade intensional  $a=b$  passa a valer em todos os mundos possíveis. Desta forma, podemos concluir que, por conta da definição por ostensão, Kirkham consideraria sinônimas tais expressões.

Em relação ao caso (5) também parece que Kirkham não consideraria sinônimas as expressões *hoje* e *ontem* porque estas não são necessariamente sinônimas em todos os mundos possíveis. Acontece que em expressões desse gênero devemos levar em conta o momento do proferimento porque tal informação é fundamental para se estabelecer a identidade intensional. Nesse sentido, podemos considerar que o momento do proferimento estabelece pontualmente a circunstância em que as expressões *hoje* e *ontem* devem ser consideradas tendo a mesma definição em todos os mundos possíveis. Com isso, parece plausível concluir que com a definição do momento do proferimento das expressões não seria problemático Kirkham considerar tais expressões sinônimas.

Retiradas as dúvidas em relação aos casos (3) e (5), resta-nos agora aplicar o critério lógico de equipolência de Frege nos dois casos de sinonímia de Kirkham para sabermos se Frege consideraria equipolentes tais expressões. Para isso, primeiro vamos introduzir os casos de Kirkham em um contexto frasal para que possamos formalizá-los em uma linguagem formalizada e depois aplicar o critério lógico de equipolência. O resultado seria o seguinte com as respectivas formalizações:

Eduardo é solteiro = Sa.  
Eduardo não é casado =  $\neg$ Ca.

Eduardo é vertebrado com coração = Ma.

Eduardo é vertebrado com órgão de bombear sangue = Ba.

Aplicando o critério lógico de equipolência teremos os quatro argumentos:

- ❖  $(Sa \wedge \neg\neg Ca) \vdash \perp$
- ❖  $(\neg Sa \wedge \neg Ca) \vdash \perp$
- ❖  $(Ma \wedge \neg Ba) \vdash \perp$
- ❖  $(\neg Ma \wedge Ba) \vdash \perp$

Estamos vendo que, analogamente à seção anterior deste capítulo, esses argumentos só são válidos se aplicarmos o critério de necessidade de consequência lógica porque é fácil encontrarmos uma interpretação em que a premissa é verdadeira e a conclusão falsa e isto invalida estes argumentos perante o critério formal de consequência lógica.

Em contrapartida, intuitivamente os argumentos são válidos porque em qualquer mundo possível é impossível as premissas serem verdadeiras, uma vez que, são contraditórias. Com isso, estamos vendo que aplicando o critério de necessidade de consequência lógica no critério lógico de equipolência podemos concluir que todos os casos de sinonímia de Kirkham serão considerados equipolentes por Frege.

Com essas análises, podemos terminar nossa comparação entre os critérios de Frege e de Kirkham concluindo que os dois critérios podem ser considerados idênticos e as conclusões parciais, que apontamos acima, podem ser conciliadas, na medida em que, respeitamos os seguintes pontos:

- ❖ A noção de consequência lógica que deve vigorar nos dois critérios de identidade intensional deve ser a estabelecida pelo critério de necessidade de preservação da verdade definido em termos modais.
- ❖ Ter a mesma definição em todos os mundos possíveis pode ser estabelecido entre expressões que foram definidas ostensivamente e entre expressões que passam a ter a mesma intensão considerando o momento exato do proferimento dos pensamentos.

A seguir, vamos continuar a análise do critério lógico de equipolência aplicando-o nos casos de pensamentos compostos. Esta parte da análise será útil, pois ela nos ajudará a concluir a respeito da aplicabilidade desse critério. Queremos saber se, nos casos de pensamentos compostos, deve-se assumir o critério formal ou o critério da necessidade de consequência lógica no critério lógico de equipolência. Caso o resultado entre em controvérsia com os resultados alcançados nas seções anteriores teremos que concluir que Frege não tinha um critério de identidade intensional bem formulado.

#### **4.2. Os casos de Equipolência de *Pensamentos Compostos*:**

Na presente seção, vamos apresentar e analisar os casos de equipolência que Frege apresenta no artigo *Pensamentos Compostos*. Tais casos são de natureza totalmente diferente dos que até agora analisamos porque agora a equipolência não ocorre entre dois pensamentos simples, mas entre dois pensamentos compostos.

Em suma, um pensamento composto é um caso particular de composição de pensamentos, isto é, a situação em que dois pensamentos se combinam por meio de um conectivo lógico insaturado de modo que o sentido do todo seja um único pensamento<sup>152</sup>. Dessa forma, se *A* e *B* expressam cada um diferentes pensamentos e os colocamos em conjunção, temos um pensamento composto da forma ( $A \wedge B$ ).

A presença do conectivo na composição do pensamento composto é fundamental porque ele representa a parte insaturada que necessita de complementação. Segundo Weiner, “a principal diferença é a caracterização de Frege desses conectivos vero-funcionais como expressando funções que tomam pensamentos como argumentos e retornam pensamentos compostos como valores”<sup>153</sup>. Os outros componentes nessa composição são os próprios

<sup>152</sup> Ver *Pensamentos Compostos* (1923). In Alcoforado (2002). *Investigações Lógicas*. 1ª ed. p. 68.

<sup>153</sup> Weiner. *Frege Explained. From Arithmetic to Analytic Philosophy*. Open Court P. C. (2005) p.156.

pensamentos simples que, por sua vez, já são por si só completos e saturados.

A análise que Frege faz em *Pensamentos Compostos* parte de seis espécies de pensamentos compostos que podemos considerá-los como casos base de pensamentos compostos. Frege faz uso de três conjuntos de conectivos para expressá-los e a interpretação dos conectivos é vero-funcional, os conjuntos são  $(\neg, \wedge)$ ,  $(\neg, \rightarrow)$ ,  $(\neg, \vee)$ .

À primeira vista, parece que Frege abandona o par de conectivos  $(\neg, \rightarrow)$  que o acompanhava desde a *Conceitografia* porque as seis espécies de pensamentos compostos são primeiramente apresentadas pelo par de conectivos primitivos  $(\neg, \wedge)$ . Contudo, esta seria uma conclusão precipitada, pois Frege estabelece a interdefinibilidade dos conectivos lógicos<sup>154</sup> e isto possibilita, a partir de qualquer um dos três pares de conectivos, expressar todos os outros. Frege chega mesmo a assumir que “nenhuma dessas espécies pode ter precedência sobre as demais. Cada uma delas pode servir de base para a derivação das outras”<sup>155</sup>.

Aqui não vamos fazer uma exposição individual e pormenorizada de todas as seis espécies de pensamentos compostos. Dado as informações acima, vamos apresentar duas listas abaixo: a primeira, contendo as seis espécies de pensamentos compostos (casos base) e pela interdefinibilidade as equipolências e, a segunda, contendo equipolências entre pensamentos compostos formados por um único pensamento. Note que, na segunda lista há casos também de equipolência ocorrendo entre um pensamento simples e um pensamento composto.

Entendemos que todos os casos contidos nessas duas listas reforçam a posição que assumimos na seção 3.2 do capítulo anterior que os pensamentos são composicionalmente polimorfos. Outra constatação dessa natureza, isto é, que um único pensamento pode ser expresso por várias formas linguísticas, são as próprias palavras de Frege, “esta divergência entre o pensamento expresso e o sinal que o exprime é uma consequência inevitável da

<sup>154</sup> Ver *Pensamentos Compostos* (1923). In Alcoforado (2002). *Investigações Lógicas*. 1ª ed. pp. 85-86.

<sup>155</sup> *Pensamentos Compostos* (1923). In Alcoforado (2002). *Investigações Lógicas*. 1ª ed. pp. 86-87.

diferença que existe entre os fenômenos espaço-temporais e o mundo dos pensamentos”<sup>156</sup>.

Chamamos atenção também para o fato usarmos nesta seção o sinal ( $=_{eq.}$ ) para simbolizar a relação de equipolência entre os pensamentos compostos. Isto facilita a nossa exposição, mas é preciso ficar entendido que Frege em seus textos publicados nunca apresentou um sinal para expressar a relação de equipolência. Vejamos os casos:

Casos base:

Por interdefinibilidade temos as equipolências:

- |                                 |           |                              |           |                            |           |                              |
|---------------------------------|-----------|------------------------------|-----------|----------------------------|-----------|------------------------------|
| 1: $(A \wedge B)$               | $=_{eq.}$ | $(B \wedge A)$               | $=_{eq.}$ | $\neg(\neg A \vee \neg B)$ | $=_{eq.}$ | $\neg(A \rightarrow \neg B)$ |
| 2: $\neg(A \wedge B)$           | $=_{eq.}$ | $\neg(B \wedge A)$           | $=_{eq.}$ | $(\neg A \vee \neg B)$     | $=_{eq.}$ | $(A \rightarrow \neg B)$     |
| 3: $(\neg A \wedge \neg B)$     | $=_{eq.}$ | $(\neg B \wedge \neg A)$     | $=_{eq.}$ | $\neg(A \vee B)$           | $=_{eq.}$ | $\neg(\neg A \rightarrow B)$ |
| 4: $\neg(\neg A \wedge \neg B)$ | $=_{eq.}$ | $\neg(\neg B \wedge \neg A)$ | $=_{eq.}$ | $(A \vee B)$               | $=_{eq.}$ | $(\neg A \rightarrow B)$     |
| 5: $(A \wedge \neg B)$          | $=_{eq.}$ | $(\neg B \wedge A)$          | $=_{eq.}$ | $\neg(\neg A \vee B)$      | $=_{eq.}$ | $\neg(A \rightarrow B)$      |
| 6: $\neg(A \wedge \neg B)$      | $=_{eq.}$ | $\neg(\neg B \wedge A)$      | $=_{eq.}$ | $(\neg A \vee B)$          | $=_{eq.}$ | $(A \rightarrow B)$          |

Casos de pensamentos compostos formados por um único pensamento:

- 7:  $A =_{eq.} (A \wedge A) =_{eq.} (A \vee A) =_{eq.} \neg(\neg A \wedge \neg A) =_{eq.} \neg\neg A$   
 8:  $\neg A =_{eq.} \neg(A \wedge A) =_{eq.} (\neg A \wedge \neg A)$   
 9:  $\neg(A \wedge \neg A) =_{eq.} \neg(\neg A \wedge A) =_{eq.} (A \rightarrow A)$

Levando-se em conta cada um dos nove casos de equipolência entre pensamentos compostos é fácil notar que no artigo *Pensamentos Compostos* Frege somente apresenta casos de equipolência entre esquemas de fórmulas tautologicamente equivalentes. Isto levanta a dúvida, como bem aponta Thiel, “em virtude desses exemplos estamos inclinados a considerar a equivalência lógica de duas proposições como critério de sua igualdade de sentido, pelo menos no caso de enunciados desse tipo”<sup>157</sup>. Ou seja, seria legítimo considerar a noção de equivalência tautológica condição suficiente e necessária para equipolência de pensamentos compostos?

Ora, entendemos que considerar a noção de equivalência tautológica uma condição

<sup>156</sup> *Pensamentos Compostos* (1923). In Alcoforado (2002). *Investigações Lógicas*. 1ª ed. p. 71.

<sup>157</sup> Thiel, C.. *Sentido y Referencia em La lógica de Gottlob Frege*. Ed. T. S. A. (1972) p. 147.

suficiente para duas expressões serem equipolentes é uma interpretação errada porque Frege não concordaria que todas as equivalências tautológicas são equipolentes. Por exemplo, não há motivo para Frege discordar que a lei do terceiro excluído ( $\alpha \vee \neg\alpha$ ) não expressa o mesmo pensamento que a lei de Peirce ( $((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha) \rightarrow \alpha$ ) assim como nenhuma das duas expressam o mesmo pensamento que o princípio da identidade ( $\alpha \rightarrow \alpha$ ).

No caso de equivalência tautológica ser condição necessária para equipolência parece que a resposta também é negativa se pegamos os exemplos de Frege com pensamentos simples. É o caso que vimos na seção 4.1.1 deste capítulo, das sentenças da linguagem natural que classicamente não são tautologicamente equivalentes, mas que são equipolentes para Frege. Agora, se consideramos somente os nove casos de pensamentos compostos, aí temos que concluir que equivalência tautológica é condição necessária para equipolência porque se duas proposições não são tautologicamente equivalentes, então elas não são equipolentes.

De qualquer forma, o importante é eliminar a dúvida apontada por Thiel acima e deixar claro que o critério de equipolência lógico é mais refinado que a noção de equivalência tautológica. Isto está claro, na medida em que, não basta ser uma equivalência tautológica para expressar o mesmo pensamento para Frege, ou seja, a discussão a respeito da identidade de pensamentos vai além da relação entre proposições tautologicamente equivalentes.

Bermúdez é outro autor que apresenta uma posição que merece ser discutida. Segundo Bermúdez, os casos apresentados por Frege em *Pensamentos Compostos* não asseguram que há ocorrência de equipolência entre eles porque “está claro que ele (Frege) não precisa afirmar que  $B$  e sua dupla negação são sinônimas. A inferência funciona perfeitamente bem sobre a equivalência lógica de  $B$  para  $\neg\neg B$ ”<sup>158</sup>. Concedo em parte à opinião de Bermúdez, pois este tem razão em dizer que a inferência de  $B$  para  $\neg\neg B$  e vice-versa é válida pela relação de equivalência lógica. Porém, discordo quando Bermúdez diz que Frege não estava afirmando

---

<sup>158</sup> Bermúdez. ‘Frege on Thoughts and Their Structure’. *Logical Analysis and the History of Philosophy*. Vol. 4, p. 16, 2003.

em *Pensamentos Compostos* que  $B$  e  $\neg\neg B$  expressam o mesmo pensamento.

Entendo que Bermúdez teria completa razão se no artigo *Pensamentos Compostos* Frege dá maior ênfase ao plano lógico do que ao plano dos sentidos das expressões. Mas não é isso o que acontece, por exemplo, Frege afirma que podemos entender a permutabilidade das expressões nas equipolências  $(A \wedge B)$  e  $(B \wedge A)$  sem qualquer tipo de demonstração lógica bastando apenas que nós tomemos consciência do seu sentido. Depois, o próprio Frege diz que “não se deve aqui (...) entender essa permutabilidade como um teorema, pois não há, no domínio do sentido nenhuma diversidade entre essas expressões”<sup>159</sup>.

Assim, parece que Bermúdez interpreta os casos de equipolência como casos que podem ser reduzidos à relação de equivalência lógica. Que os casos de equipolência apresentados em *Pensamentos Compostos* são todos tautologicamente equivalentes é um fato inquestionável, mas daí reduzir a relação de equipolência à relação de equivalência tautológica entendemos ser um erro como mostramos acima.

Vamos voltar agora à análise dos casos de equipolência entre pensamentos compostos e os aplicar no critério lógico de equipolência como estamos fazendo com todos os exemplos de Frege sobre equipolência.

Uma vez que, todos os nove casos de equipolência entre pensamentos compostos ocorrem somente entre esquemas de fórmulas que são tautologicamente equivalentes, não precisamos aplicar o critério lógico de equipolência em todos os casos, pois a conclusão que vale para um caso valerá para todos os outros. Assim, vamos concentrar nossa análise na primeira espécie de equipolência entre pensamentos compostos:

$$\diamond (A \wedge B) =_{\text{eq.}} (B \wedge A) =_{\text{eq.}} \neg(\neg A \vee \neg B) =_{\text{eq.}} \neg(A \rightarrow \neg B)$$

Aqui temos quatro pensamentos compostos expressando um único pensamento e como esses esquemas de fórmulas são tautologicamente equivalentes não é difícil prever que

---

<sup>159</sup> *Pensamentos Compostos* (1923). In Alcoforado (2002). *Investigações Lógicas*. 1ª ed. p. 73.

quando aplicarmos o critério lógico de equipolência, em qualquer dupla de fórmulas acima, teremos sempre como premissa uma conjunção falsa. Veja duas combinações possíveis:

$$\diamond \{(A \wedge B) \wedge \neg(B \wedge A)\} \vdash \perp$$

$$\diamond \{\neg(\neg A \vee \neg B) \wedge \neg\neg(A \rightarrow \neg B)\} \vdash \perp$$

O resultado não poderia ser outro, pois estamos a mando do critério lógico de equipolência afirmando e negando ao mesmo tempo duas fórmulas tautologicamente equivalentes e aqui, como em todos os outros casos de pensamentos compostos, uma das duas será verdadeira e a outra falsa, fazendo com que a premissa seja falsa. Dizendo classicamente, pela forma dos dois argumentos acima não há circunstância possível que faça a premissa (a conjunção) ser verdadeira e a conclusão (a contradição lógica) falsa porque, nesses exemplos, com fórmulas tautologicamente equivalentes é impossível ter premissas verdadeiras.

Assim, como teremos sempre premissas falsas quando aplicamos o critério lógico de equipolência separadamente nos nove casos de pensamentos compostos concluímos que todos os respectivos argumentos são válidos classicamente.

Esse resultado nos coloca em meio a uma controvérsia porque vimos que nos casos de pensamentos simples o critério lógico de equipolência só é aplicável com o critério de necessidade da preservação da verdade, mas, nos casos de pensamentos compostos o critério lógico de equipolência já é aplicável com o critério formal de preservação da verdade. Como podemos equalizar esses resultados se os dois critérios são diferentes? O que podemos concluir a respeito da aplicabilidade do critério lógico de equipolência de Frege?

Uma forma de encontrar uma resposta para as perguntas é primeiro, definir o quanto devemos dar importância ao resultado alcançado aplicando o critério lógico de equipolência nos casos de pensamentos compostos. Digo, podemos amenizar a controvérsia encontrada entendendo que o critério formal de consequência lógica só entrou em vigor nesses casos devido à característica especial desses exemplos serem entre pensamentos compostos

tautologicamente equivalentes. Isso fez com que inevitavelmente sempre que aplicamos o critério lógico de equipolência nesses casos a premissa do argumento seja sempre falsa e isto torna classicamente válido os respectivos argumentos.

Essa informação é importante e a partir dela fazemos três considerações:

(i) por serem pensamentos compostos tautologicamente equivalentes parece que a equipolência firmada entre eles é trivial sendo válida pelo critério formal e pelo critério de necessidade de consequência lógica.

(ii) argumentamos que a noção de equivalência tautológica não é condição suficiente e só é condição necessária para equipolência nos casos de pensamentos compostos.

(iii) o critério de necessidade de consequência lógica torna válido todos os argumentos criados pelo critério lógico de equipolência, isto é, as equipolências entre pensamentos simples das linguagens formais e naturais, inclusive os exemplos apontados por Kirkham, além de, todos os nove casos de pensamentos compostos.

Dado os três pontos acima, a conclusão mais plausível a respeito da aplicabilidade do critério lógico de equipolência parece ser a de que os nove casos de pensamentos compostos devem ser vistos como casos particulares de equipolência pela característica especial das fórmulas serem tautologicamente equivalentes. Essa característica particular permitiu que aplicássemos o critério formal de consequência lógica no critério de equipolência lógico. Mas, como sabemos, não ocorre identidade intensional somente entre equivalências tautológicas.

Em contrapartida, o critério lógico de equipolência demonstrou ter aplicabilidade objetiva se assumimos o critério de necessidade de consequência lógica. Com esta ressalva foi possível compatibilizar todos os exemplos de identidade de pensamentos afirmados por Frege em diversos textos que mostramos ao longo da dissertação juntamente com as exigências do critério lógico de equipolência. Devido aos fatos constatados nossa conclusão é que o critério lógico de equipolência só é aplicável objetivamente com a noção intuitiva de consequência

lógica, isto é, com o critério de necessidade da preservação da verdade e, como Frege buscava um critério lógico objetivo para reconhecer o mesmo pensamento dentre as várias formas linguísticas, parece que a nossa conclusão é a mais plausível possível.

### **4.3. Conclusões e considerações finais do capítulo:**

Neste capítulo analisamos as obras de Frege referentes ao período entre 1905 a 1923 completando a nossa pesquisa das obras fregianas a respeito como esse autor sugere um critério objetivo de identidade de pensamentos.

Na seção 4.1, apresentamos e analisamos duas versões sugeridas por Frege para tal critério de identidade de pensamentos, ambas de 1906. A primeira versão apresentada aparece em *Um breve levantamento de minhas doutrinas lógicas* e concluímos que essa versão é de caráter epistêmico. Contudo, é uma versão pouco eficiente para ser considerado um critério de identidade de pensamentos objetivo porque as condições impostas por essa versão não delimitam com clareza as condições suficientes e necessárias para sentenças diferentes expressarem o mesmo pensamento.

A segunda versão do critério é apresentada em *Carta a Husserl*. Pelas condições impostas por essa versão concluímos que a mesma possui caráter lógico e, por conta disso, é mais apto, do que a primeira versão, a alcançar o *status* de um critério de identidade de pensamentos objetivo. A seguir, apontamos os elementos psicológicos que Frege considera irrelevantes nas expressões dos pensamentos, mas, apesar disso, partimos para a análise do critério lógico de equipolência sem fazer distinções entre linguagens formais e naturais.

Nossa intenção, com essa decisão, foi proporcionar no máximo possível um teste objetivo para o critério lógico de equipolência, pois o aplicamos a todos os exemplos fregianos entre 1879 a 1923. Buscamos assim conhecer a aplicabilidade do critério de

equipolência não somente nos exemplos sobre a linguagem da aritmética, mas também com a linguagem natural. Com isso, foi necessário dividir a seção 4.1 em duas subseções e alcançamos os seguintes resultados.

Na subseção 4.1.1 aplicamos o critério lógico de equipolência em vários casos apresentados por Frege de identidade de pensamentos. Antes, porém apresentamos um caso especial de equipolência denominada por Frege de definição construtiva. Esta noção é importante porque é um tipo de recurso utilizado na construção de linguagens formais e que estabelece uma equipolência arbitrária, convencional, o que, portanto, justifica a decisão de não aplicar o critério lógico de equipolência nas expressões do *definiens* e do *definiendum*.

Em seguida, partimos para a análise do critério lógico de equipolência e aplicando-o, no exemplo da linguagem da aritmética e nos exemplos das linguagens naturais, a conclusão que tiramos foi: para fazer valer as afirmações de Frege, que aqueles casos de equipolência eram verdadeiros, tivemos que considerar o critério de necessidade de preservação da verdade definido em termos modais como a noção de consequência lógica implícita no critério lógico de equipolência. Isso foi necessário porque segundo o critério formal de consequência lógica, os argumentos formados pelo critério lógico de equipolência não eram verdadeiros o que estranhamente contradizia as palavras de Frege em vários de seus textos. No entanto, essa era ainda uma conclusão parcial porque faltava analisar a aplicabilidade do critério lógico de equipolência nos casos de identidade de pensamentos compostos.

Na subseção 4.1.2 apresentamos as últimas considerações sobre a comparação feita ao longo da dissertação do critério de sinonímia de Kirkham e o critério de equipolência de Frege. Primeiramente, levando em consideração a noção de definição construtiva de Frege levantamos a hipótese se os casos de sinonímia de Kirkham podem ser vistos como definições construtivas. Porém, descartamos essa possibilidade porque entendemos que Kirkham usa a noção de definição de uma forma que não se enquadra nos moldes usados por Frege para

construir as definições construtivas.

Em segundo lugar, tendo aplicado o critério lógico de equipolência nos exemplos de Kirkham, concluímos que os dois critérios podem ser considerados idênticos tendo a noção de consequência lógica estabelecida pelo critério de necessidade de preservação da verdade. Além disso, as conclusões parciais, que apresentamos em 3.2 e em 2.3.2, podem agora ser conciliadas, na medida em que, consideramos que ter a mesma definição em todos os mundos possíveis pode ser estabelecido entre expressões que foram definidas ostensivamente e entre expressões que passam a ter a mesma intensão segundo o momento exato do proferimento dos pensamentos.

Na seção 4.2 continuamos a análise do critério lógico de equipolência, levando em consideração os casos de identidade de pensamentos presentes no artigo *Pensamentos Compostos*. Analisando esses casos é fácil constatar que Frege apresenta equipolências somente entre esquemas de fórmulas que são tautologicamente equivalentes e tal peculiaridade pode nos levar a concepção errada de que a noção de equivalência tautológica é condição suficiente e necessária para equipolência.

Contudo, concluímos que isso não é o caso para a condição suficiente porque não basta ser uma equivalência tautológica para expressar o mesmo pensamento. No caso de condição necessária há duas considerações a serem feitas: (i) levando em consideração os exemplos de Frege com pensamentos simples concluímos que equivalência tautológica não é condição necessária para equipolência, pois há casos de equipolência com sentenças da linguagem natural que classicamente não são tautologicamente equivalentes; (ii) se consideramos somente os nove casos de pensamentos compostos, aí temos que concluir que equivalência tautológica é condição necessária para equipolência porque se duas proposições não são tautologicamente equivalentes, então elas não são equipolentes.

No mais, o fato de termos somente equipolências entre esquemas de fórmulas

tautologicamente equivalentes gerou o resultado que, nesses casos, a noção clássica de consequência lógica torna válidos os argumentos formados pelo critério lógico de equipolência. O ponto é: sempre teremos premissas falsas o que torna os argumentos válidos classicamente. Como este resultado entrava em controvérsia com o resultado obtido da análise dos casos de identidade de pensamentos entre pensamentos simples foi necessário encontrar uma solução que amenizasse esta controvérsia sem desprezar os objetivos de Frege.

A solução encontrada foi levar em conta que Frege queria formular um critério de identidade de pensamentos que fosse objetivo, isto é, um critério de caráter estritamente lógico que fosse capaz de proporcionar uma análise objetiva sobre as expressões dos pensamentos e conseqüentemente sobre a identidade destes. Levando essa perspectiva fregiana em consideração, concluímos que conforme o critério lógico de equipolência somente com a noção intuitiva de consequência lógica, onde a validade de um argumento é estabelecida pelo critério de necessidade da preservação da verdade definido em termos modais, é capaz de torná-lo um critério objetivo.

Assumindo esta perspectiva, temos um critério lógico de equipolência que identifica com eficiência o mesmo pensamento, seja nos casos entre pensamentos simples seja nos casos entre pensamentos compostos. Entendemos que essa é a única perspectiva que torna coerente as afirmações de Frege sobre os exemplos de equipolência juntamente com as exigências do critério lógico de equipolência.

Tendo dito isto, passemos a conclusão final desta dissertação.

## V: Conclusão

Ao longo desta dissertação, foi nosso objetivo, destacar as noções intensionais presentes no sistema fregiano para apontarmos as dificuldades que Frege enfrentou em estabelecer um critério de identidade intensional objetivo.

Procuramos fazer uma análise quase que completa de todas as obras fregianas e constatamos que no decorrer de 1879 a 1923 o pensamento de Frege, em relação ao estabelecimento de uma notação conceitual que lhe proporcionasse levar a cabo o seu projeto logicista, passou por um necessário processo de amadurecimento, o que refletiu na realização de uma linguagem lógica com uma semântica bem delimitada.

Tendo esse itinerário como pano de fundo e dando sempre destaque a identidade de noções intensionais apresentamos as seguintes conclusões desta dissertação.

Frege em 1879, na *Conceitografia*, trabalhava com a noção de conteúdo conceitual e esta cumpria o papel de valor semântico das entidades linguísticas do seu sistema. Mostramos que a noção de conteúdo conceitual é uma noção problemática por possuir um caráter híbrido, uma vez que, mistura análises de elementos intensionais com extensionais.

Entendemos que Frege não fez uma boa escolha ao utilizar a mesma noção de conteúdo conceitual para definir o que seria o valor semântico de termos singulares e sentenças completas. Isso porque Frege, na § 3 da *Conceitografia*, apresenta um critério de identidade de conteúdo conceitual para sentenças de caráter intensional, mas, na § 8 do mesmo livro, Frege apresenta um critério de identidade de conteúdo conceitual de termos singulares de caráter extensional.

Concluimos que, na *Conceitografia*, o caráter híbrido da noção de conteúdo conceitual juntamente com a afirmação de Frege que a identidade é uma relação entre nomes, gerou alguns problemas semânticos insuperáveis na sua notação conceitual. Destacamos os

seguintes problemas semânticos da *Conceitografia*: (i) o *Quebra cabeça da Identidade*; (ii) o tratamento incoerente em relação a semântica fregiana das descrições definidas como termos singulares, pois as descrições definidas contingentes não são intersubstituíveis preservando correção de inferências e (iii) a interpretação do conteúdo judicativo de sentenças completas sendo compostas pelos valores semânticos das partes da sentença fazem com que os conteúdos judicativos das sentenças de identidade colapsem em algo do tipo  $\langle \alpha, \alpha, \Rightarrow \rangle$ .

Dessa forma, com esses três problemas semânticos, concluímos que Frege enfrentou sérios problemas com a noção de conteúdo conceitual na *Conceitografia*, principalmente com a noção de conteúdo judicativo de sentenças, o que o obrigou a rever algumas concepções e, inevitavelmente, o levou a reformular a noção de valor semântico em seu sistema após 1890.

Dentre todas as mudanças que Frege promoveu em seu sistema, sem dúvida, a mais importante para esta dissertação foi à distinção semântica entre sinal, sentido e referência.

Essa distinção é de grande importância, uma vez que, significa: (i) Frege abandona a noção de conteúdo conceitual como valor semântico e coloca em seu lugar a noção de referência, o que caracteriza a opção por uma lógica extensional, paralelamente, Frege consegue estabelecer, com o *Princípio de Composicionalidade da Referência*, um critério de identidade extensional bem definido; (ii) com a divisão da noção de conteúdo judicativo de sentenças completas em sentido e referência e a nova concepção de que a identidade é uma relação entre objetos intermediado pelos sentidos dos sinais linguísticos, Frege consegue se livrar dos três problemas semânticos oriundos da *Conceitografia*; (iii) a noção de sentido dos termos linguísticos passa a ser a noção intensional da notação conceitual de Frege.

Dando destaque à noção de sentido de sentenças completas, mostramos que Frege caracteriza os pensamentos como entidades intensionais objetivas, atemporais e não-espaciais cuja existência independe de nós os pensarmos e que entramos em contato com eles quando pensamos e apreendemos o sentido expresso por sentenças declarativas completas.

Entendemos que tais características principais dos pensamentos reforçam a concepção de que os pensamentos são composicionalmente polimorfos, pois, expressamos pensamentos através de sentenças declarativas completas e, por meio do *Princípio de Composicionalidade dos Sentidos*, o mesmo pensamento pode ser expresso por diferentes sentenças declarativas.

Assim, respeitando as características que Frege dá aos pensamentos, concluímos que estes devem permanecer sempre o mesmo, ao passo que, as diferenças que ocorrem no momento da expressão de um único pensamento ocorrem somente no conteúdo linguístico que usamos para expressá-lo. Ou seja, as mudanças ocorrem somente no nível das sentenças declarativas, em decorrência dos elementos psicológicos de quem expressa o pensamento.

Frege chama esses elementos psicológicos da linguagem que aparecem no momento da expressão dos pensamentos de o *colorido* ou de o *embelezamento retórico*, que podem variar conforme a entonação e a intenção do falante, a adequação de uma linguagem a outra em traduções e o desenvolvimento das línguas. Sem dúvida, ao contrário das noções extensionais, todas essas características das noções intensionais em Frege são aspectos da linguagem que dificultam bastante o estabelecimento de um critério de identidade de pensamentos objetivo.

Entretanto, mesmo ciente de tais dificuldades, Frege apresenta em 1906 duas versões para um critério de identidade de pensamentos, isto é, um critério de equipolência. Entendemos que a primeira versão que aparece em *Um breve levantamento de minhas doutrinas lógicas* é de caráter epistêmico, mas, por conta disso, concluímos que é uma versão pouco eficiente para ser considerado um critério de identidade de pensamentos objetivo.

A segunda versão do critério de equipolência aparece em *Carta a Husserl* e as exigências, dessa segunda versão, são estritamente lógicas. Por conta disso, concluímos que a segunda versão do critério de equipolência está mais próxima dos objetivos de Frege e é a mais apta a alcançar o *status* de um critério de identidade de pensamentos objetivo.

Por conseguinte, para proporcionar uma análise objetiva do critério lógico de equipolência selecionamos vários exemplos de identidade de pensamentos que Frege apresenta em seus textos, formalizamos tais sentenças em uma linguagem lógica e depois aplicamos o critério lógico de equipolência nos pares de sentenças formalizadas, afirmando uma e negando a outra em uma fórmula conjuntiva, para ver se a consequência dessa operação lógica seria uma contradição lógica.

Uma vez que, o objetivo de Frege era formular um critério lógico de equipolência de caráter estritamente lógico, capaz de proporcionar uma análise objetiva dos pensamentos e da identidade destes, concluímos que somente com o critério de necessidade da preservação da verdade definido em termos modais fica possível torná-lo um critério de equipolência objetivo.

Chegamos a essa conclusão, na medida em que, constatamos que somente com tal noção de consequência lógica implícita no critério lógico de equipolência, foi possível compatibilizar as exigências do próprio critério lógico de equipolência com os exemplos de Frege. Com essa perspectiva, o critério lógico de equipolência estabelece com eficiência a identidade de pensamentos, nos casos entre pensamentos simples e nos casos entre pensamentos compostos, seja com exemplos da linguagem natural seja com exemplos da linguagem da aritmética.

Em contrapartida, se levarmos em conta a noção de consequência lógica implícita no critério formal, somos obrigados a concluir que o critério lógico de equipolência de Frege é um critério mal formulado. A justificção disso é que alguns dos pares de pensamentos que são apresentados por Frege, como exemplos de identidade de pensamentos, não formam argumentos que são válidos classicamente quando submetidos às exigências do critério lógico de equipolência.

Outro autor utilizado nessa dissertação é Kirkham. Depois de apresentar as suas definições para os critérios de equivalência material, equivalência essencial e de equivalência

de sinonímia, mostramos que entre os três critérios ocorre uma hierarquia estabelecida pela força do grau de intensionalidade de cada um dos critérios. Com os exemplos de identidade de sentidos, retirados de textos do Kirkham e do Frege, fizemos algumas comparações entre os critérios intensionais de Kirkham com o critério de equipolência lógico de Frege, para conhecermos quais relações podemos estabelecer entre esses critérios intensionais.

Na medida em que, a dissertação foi avançando cronologicamente nos textos de Frege, tais comparações se tornaram mais claras a ponto de podermos concluir:

(i) o critério intensional de equivalência essencial de sentenças de Kirkham possui grau inferior de intensionalidade em relação ao critério de identidade de conteúdo conceitual de sentenças completas de Frege. A justificação para isso são os casos dos teoremas da aritmética que, segundo Kirkham, são equivalências essenciais, mas que não expressam a mesma intensão. Dessa maneira, equivalência essencial é apenas condição necessária e não suficiente para igualdade de conteúdo conceitual de sentenças completas em Frege.

(ii) considerando a noção de definição construtiva de Frege, pensamos ser possível afirmar que Kirkham define sinonímia exatamente como um caso de definição construtiva. Concluimos que isso não é o caso porque entendemos que nos casos de sinonímia de Kirkham o sentido do *definiendum* não é construído a partir do sentido das partes do *definiens*, o que seria a principal exigência da noção de definição construtiva de Frege.

(iii) o critério lógico de equipolência de Frege e o critério de equivalência de sinonímia de Kirkham podem ser considerados idênticos se assumirmos a noção intuitiva de consequência lógica baseada no critério de necessidade de preservação da verdade. A justificação para tal resultado baseia-se na possibilidade de considerarmos que, ter a mesma definição em todos os mundos possíveis pode ser estabelecido entre expressões que foram definidas ostensivamente e entre expressões que passam a ter a mesma intensão segundo o momento exato do proferimento dos pensamentos.

Sendo assim, considerando os resultados apresentados acima, podemos considerar que Frege alcançou êxito em formular um critério lógico de equipolência objetivo se levarmos em conta o critério de necessidade da preservação da verdade definido em termos modais. Vimos, ao longo da dissertação, que Frege determinou vários exemplos de identidade de pensamentos e, por conta disso, diante das exigências do critério lógico de equipolência e das dificuldades em analisar noções intensionais mostramos que, a alternativa foi não considerar a noção de consequência lógica implícita no critério formal.

Por fim, somos cientes de que o ponto fraco dessa conclusão é que não temos um registro textual de Frege que confirme nossos resultados, porém, temos a nosso favor, o fato de que fomos levados a essa conclusão seguindo rigorosamente os exemplos do próprio Frege e assim acreditamos que foi preservada a autenticidade do pensamento deste filósofo.

## VI: Referências Bibliográficas

### 6.1. Bibliografia Primária:

FREGE, Gottlob. *Begriffsschrift, a formula language, modeled upon that of arithmetic, for pure thought* (1879). In: *From Frege to Gödel. A source book in Mathematical Logic*.

Heijenoort, Jean van (1967). Cambridge: Harvard University Press. pp. 1-82.

\_\_\_\_\_. *Ensayos de Semántica y Filosofía de la Lógica*. Edição, introdução, tradução e notas de Luis M. Valdés Villanueva (1998). Editoria Tecnos S.A.

\_\_\_\_\_. *Investigações Lógicas*. Tradução e notas de Paulo Alcoforado (2002). Porto Alegre. EDIPUCRS/Ed. PUCRS.

\_\_\_\_\_. *Lógica e Filosofia da Linguagem*. Introdução, tradução e notas de Paulo Alcoforado (1978). São Paulo. Ed. Cultrix/Ed. USP.

\_\_\_\_\_. *Posthumous Writings*. Tradução Long Peter e Roger White (1979). Editora da Universidade de Chicago.

\_\_\_\_\_. *The Basic Laws of Arithmetic I: Exposition of System* (1893). Edição, tradução e introdução de Montgomery Furth (1964). University of California Press.

\_\_\_\_\_. *The Frege Reader*. Tradução de Michael Beaney (1997). Ed. Blackwell Publishing Ltd.

### 6.2. Bibliografia Secundária:

ALSTON, W. (1964). *Filosofia da Linguagem*. Tradução de Alvaro Cabral. Zahar Editores.

ANGELELLI, Ignacio (1967). ‘On Identity and Interchangeability in Leibniz and Frege’. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, Vol 8, pp. 94-100.

BAR-ELLI, Gilead. “Sense and Objectivity in Frege’s Logic”. In: *Building on Frege: News*

- essays on Sense, Content and Concept*. Newen, Albert; Nortmann, Ulrich; Stuhlmann-Laeisz, Rainer (edits) (2001). Stanford: CSLI Publications. pp. 91-111.
- BRANQUINHO, João. MURCHO, Desidério. GOMES, Nelson (2006). *Enciclopédia de termos lógico-filosóficos*. Ed. Martins Fontes, São Paulo.
- BELL, David (1996). 'The Formation of Concepts and the Structure of Thoughts'. *Philosophy and Phenomenological Research*, Vol 56, pp. 583-596.
- \_\_\_\_\_. (1987). 'Thoughts'. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, Vol 28, pp. 36-50.
- BENMAKHLOUF, Ali (1997). *Gottlob Frege Logicien philosophe*. Presses Universitaires de France.
- BERMUDÉZ, José Luis (2003). 'Frege on Thoughts and Their Structure'. *Logical Analysis and the History of Philosophy*. Vol. 4, pp. 1-23.
- BURGE, Tyler. "Frege on Knowing the Third Realm (1992). In: *Truth, Thought, Reason: Essays on Frege* (2005). Clarendon Press Oxford. pp. 299-316.
- \_\_\_\_\_. "Frege on Sense and Linguistic Meaning" (1990). In: *Truth, Thought, Reason: Essays on Frege*. Clarendon Press Oxford. pp. 242-267.
- CARRUTHERS. (1984). 'Eternal Thoughts'. *The Philosophical Quarterly*, Vol 34, pp. 186-204.
- CHATEAUBRIAND, Oswaldo (2001). *Logical Forms: Part I – Truth and Description*. Campinas: Unicamp (Coleção CLE).
- CURRIE, Gregory (1985). 'The analysis of Thoughts'. *Australasian Journal of Philosophy*, Vol 63, pp. 283-298.
- \_\_\_\_\_. (1980). 'Frege on Thoughts'. *Mind*, Vol 89, pp. 234-248.
- DUMMETT, M. (1981a). *The Interpretation of Frege's Philosophy*. Harvard University Press.
- \_\_\_\_\_. (1981b). *Frege Philosophy of Language*. Harvard University Press. 2ª edição.
- GABRIEL, Gottfried. "Frege, Lotze and the Continental Roots of Early Analytic Philosophy".

In: *Building on Frege: News essays on Sense, Content and Concept*. Newen, Albert; Nortmann, Ulrich; Stuhlmann-Laeisz, Rainer (edits) (2001). Stanford: CSLI Publications. pp. 19-33.

GRAÇA, Adriana S. (2003). *Referência e Denotação: um ensaio acerca do sentido e da referência de nomes e descrições*. Fundação Calouste Gulbenkian.

HECK, R.; MAY, R. (2006). 'Frege's contribution to philosophy of language'. In E. Lepore; B. Smith (edits). *The Oxford Handbook of Philosophy of Language*, pp. 3-39. Oxford University Press.

HECK, R. (2010). 'The composition of Thoughts'. *Noûs*, Vol 44, pp.1-41.

HODES, Harold (1982). 'The composition of Fregean Thoughts'. *Philosophical Studies*, Vol 41, pp. 161-178.

KIRKHAM, Richard (2003). 'Projetos de Teorias da Verdade'. In: *Teorias da Verdade*, pp. 13-65. Editora Unisinos.

KENNY, Anthony (1995). *Frege: an introduction to the founder of Modern Analytic Philosophy*. Penguin Books.

KNEALE & KNEALE (1980). *The development of Logic*. Traduzido por M. S. Lourenço. Fundação Calouste Gulbenkian. 2ª edição.

MACBETH, Danielle (2005). *Frege's Logic*. Harvard University Press.

MALZKORN, Wolfgang. "How do we 'Grasp' a Thought, Mr. Frege?". In: *Building on Frege: News essays on Sense, Content and Concept*. Newen, Albert; Nortmann, Ulrich; Stuhlmann-Laeisz, Rainer (edits) (2001). Stanford: CSLI Publications. pp. 35-51.

MARGUTTI, P. Roberto (1984). 'A Conceitografia de Frege: uma revolução na história da Lógica'. *Revista Kriterion*. Vol 25, pp. 5-33. Ed. Dep. de Filosofia da UFMG.

MENDELSON, Richard (2005). *The Philosophy of Gottlob Frege*. Ed. Cambridge.

\_\_\_\_\_. (1987). 'Frege's two sense of 'Is''. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, Vol 28, pp.

139-160.

NEWEN, Albert. "Fregean Senses and Semantics of Singular Terms". In: *Building on Frege: New essays on Sense, Content and Concept*. Newen, Albert; Nortmann, Ulrich; Stuhlmann-Laeisz, Rainer (edits) (2001). Stanford: CSLI Publications. pp. 113-140.

NOONAN, Harold (2001). *Frege A Critical Introduction*. Ed. Polity Press. Primeira edição.

PENCO, Carlo (2004). *Introdução à Filosofia da Linguagem*. Tradução de Ephraim F. Alves. Ed. Vozes.

PERRY, John. "Frege on Identity, Cognitive Value and Subject Matter". In: *Building on Frege: New essays on Sense, Content and Concept*. Newen, Albert; Nortmann, Ulrich; Stuhlmann-Laeisz, Rainer (edits) (2001). Stanford: CSLI Publications. pp. 141-158.

RODRIGUES, Abílio Azambuja (2007). *Frege, fazedores-de-verdade e o argumento da funda*. Disponível em: <[www2.dbd.puc-rio.br/arquivos/160000/164800/10-164800.htm](http://www2.dbd.puc-rio.br/arquivos/160000/164800/10-164800.htm)>.

Acesso em: 03/08/2009.

SLUGA, Hans D. (1980). *Gottlob Frege*. Ed. Routledge e Kegan Paul Ltd. Primeira edição.

\_\_\_\_\_. "Semantic Content and Cognitive Sense". In: *Frege Synthesized: Essays on the Philosophical and Foundational Work of Gottlob Frege*. Haaparanta, Leila; Hintikka, Jaakko (edits) (1986). D. Reidel Publishing Company. pp. 47-64.

THIEL, Christian (1972). *Sentido y Referência em La lógica de Gottlob Frege*. Ed. T. S. A.

WEINER, Joan (2005). *Frege Explained. From Arithmetic to Analytic Philosophy*. Open Court P.

\_\_\_\_\_. (2008). *Frege in Perspective*. Cornell University Press.

\_\_\_\_\_. (1997). 'Frege and the Linguistic Turn'. *Philosophical Topics*, Vol 25, pp. 265-289.

\_\_\_\_\_. "Putting Frege in Perspective". In: *Frege Synthesized: Essays on the Philosophical and Foundational Work of Gottlob Frege*. Haaparanta, Leila; Hintikka, Jaakko (edits) (1986).

D. Reidel Publishing Company. pp. 9-27.

WOLFGANG, Carl (1994). *Frege's Theory of sense and reference. Its origins and scope.* Cambridge University Press.

\_\_\_\_\_. "Frege: A Platonist or a Neo-kantian?". In: *Building on Frege: New essays on Sense, Content and Concept.* Newen, Albert; Nortmann, Ulrich; Stuhlmann-Laeisz, Rainer (eds) (2001). Stanford: CSLI Publications. pp. 3-18.