Splitting Longitudinal-Transversal em uma microcavidade semicondutora

Victor Schmidt Comitti

21 de abril de 2013



Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG Instituto de Ciências Exatas - ICEx Programa de Pós Graduação em Física

Splitting Longitudinal-Transversal em uma microcavidade semicondutora

Orientador: Prof. Dr. Franklin Massami Matinaga Dissertação apresentada à UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Física. It's alive! It's alive! - Victor Frankenstein

Resumo

Neste trabalho investigamos um desdobramento de aproximadamente 0,19 meV no espectro de luminescência do *Lower* Polariton (LP) em uma microcavidade semicondutora de espessura λ com um poço quântico de GaAs imerso. Existem algumas causas possíveis para o desdobramento em energia do LP em uma microcavidade. Ao longo da dissertação citamos as principais e, em seguida, tentamos demonstrar por um método de eliminação de hipóteses, baseado em medidas de fotoluminescência, que o fenômeno observado é o *splitting* entre éxcitons com momento de dipolo Longitudinal e Transversal em relação ao vetor de onda do éxciton no plano do poço quântico decorrente das interações de troca.

Abstract

In this work we investigate a splitting of a proximately 0,19 meV in the luminescense spectrum of the Lower Polariton (LP) in a semiconductor microcavity of thickness λ with a GaAs quantum well embedded. There are some possible causes for this energy splitting in the LP mode. Along this dissertation we mention the main ones and then follow to demonstrate, by a process of hypothesis elimination based in photoluminescense experiments, that the phenom observed is a splitting between excitons with longitudinal and transversal dipole momentos in relation to the exciton wave vector in the plane of the quantum well due to the exchanche interactions.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente à minha família. Em especial aos meus pais - Guilherme e Evanice e à minha irmã, Júlia, pelo apoio, carinho e compreensão em todos os momentos sem o que nada disso faria sentido.

Agradeço ao professor Franklin pelo apoio, paciência e perserverança mesmo nos momentos em que as coisas pareciam não estar dando certo.

A Marina e ao Marcone pelo companheirismo, por todos os bons momentos e pela amizade incondicional.

As meninas do laboratório - Dani e Ana, pela ajuda nas medidas e pela convivência agradável.

Aos funcionários do departamento. Em especial ao Júlio, à Shirley e ao Seo João.

Aos professores Mário, Carolina, Schor e Jafferson pelos cursos ministrados e pela dedicação aos alunos.

Ao professor Domingos pelas dicas valiosas.

Ao André pela ajuda com o Latex.

Por fim, mas não menos importante, aos amigos que, seja em uma conversa descontraída ou em uma partida de Dota ajudaram a tornar o caminho menos árduo.

Por mais que eu quisesse tomar todo o crédito por este trabalho eu sei que não posso. À todos vocês muito obrigado.

Sumário

1	Intr	odução	11
2	Mic	rocavidades	14
	2.1	Filmes de multicamadas	15
	2.2	Espelhos DBR	19
	2.3	Cavidade formada por espelhos DBR	22
		2.3.1 Interferência de múltiplos feixes	22
		2.3.2 O instrumento Fabry-Perot	26
3	Éxc	iton Polaritons em uma microcavidade	30
	3.1	Introdução	30
	3.2	Semicondutores	30
	3.3	Poços quânticos	32
	3.4	Éxcitons	37
	3.5	Éxcitons num poço quântico	37
	3.6	Transições ópticas	41
	3.7	Polaritons de cavidade	43
4	Inte	rações de troca	48
	4.1	Mecanismos de relaxação de spin	48
	4.2	Interações de Curto Alcance	49
	4.3	Interações de Longo Alcance	52
	4.4	Cálculo microscópico das interações de troca	54
5	Par	te experimental	58
	5.1	Fotoluminescência	58
	5.2	A amostra	58
	5.3	Pulsos de femtossegundos	60
	5.4	O ângulo mágico	61
	5.5	Placas polarizadoras	63
	5.6	Setup experimental	63

6	Resultados e discussão			
	6.1	Introdução	67	
	6.2	Medidas de intensidade da emissão em função da polarização		
		do bombeio	70	
	6.3	Medidas variando a potência	71	
	6.4	Medidas de Polarização	75	
	6.5	Medidas de dessintonia	79	
	6.6	Sobre Splitting L - T	82	
7	Con	clusão	86	

Lista de Figuras

2.1	Propagação da luz através de múltiplas camadas		15
2.2	Espelho DBR		20
2.3	Coeficientes de transmissão e reflexão para um espelho de um		
	quarto de comprimento de onda com $n_H = 2.32$ e $n_L = 1.38$		21
2.4	Feixe de luz sofrendo múltiplas reflexões entre duas superfícies		
	parcialmente refletoras		22
2.5	diferença de caminho entre dois raios refletidos		23
2.6	Intensidade das franjas de interferência		25
2.7	Espectros de reflêctância de uma cavidade formada por espe-		
	lhos DBR de 5,10 e 20 camadas sob incidência normal e com		
	ressonância em $800nm$	•	29
3.1	Estrutura de bandas do GaAs em três dimensões [11]		31
3.2	Descontinuidade do potencial em uma heterojunção		33
3.3	Representação esquemática de um poço quântico		34
3.4	Níveis de energia para o ramo <i>Heavy Hole</i> da banda de valência		
	$\operatorname{em} \vec{k} = 0 \dots \dots$		35
3.5	Níveis de energia para o ramo <i>Light Hole</i> da banda de valência		
	$\mathbf{em}\ \vec{k} = 0\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\$		36
3.6	Energia de ligação do éxciton como função da largura (em		
	angstrons) de um poço quântico ultra-estreito. [15]		40
3.7	Energia de ligação do éxciton 1s em função da largura (em		
	Angstrons) de um poço quântico de $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$		41
3.8	Transições ópticas possíveis para éxcitons		42
3.9	Curva de dispersão do polariton para $\Delta = 0$. É possível ob-		
	servar da figura que a curva de dispersão do fóton toca a do		
	éxciton quando $\vec{k} = 0$	•	45
3.10	Curva de dispersão do polariton para vetor de onda igual a		
	zero. Podemos ver que quando a sintonia é nula há o anticros-		
	sing entre os ramos UP e LP		46
3.11	Espectro de reflectância da amostra para vários valores de		
	sintonia		47

4.1	Níveis de energia do éxciton como dados pelas equações 4.3.	
	$E_1 \in E_2$ são estados opticamente permitidos com polarizações	
	$\sigma^+ e \sigma^-$	51
4.2	Sulittinas em campo nulo para éxcitons em pocos quânticos	0 -
	de $GaAs/Al_{a}Ga_{1}$ As (círculos) e $GaAs/AlAs$ (quadrados)	
	Símbolos prophidos representam valores do <i>splitting</i> entro os	
	stados preihidos o os permitidos (s.) po esso de hembrio põe	
	estados probletos e os permitidos (c_z) no caso de bombelo não	
	ressonante. Simbolos vazios sao medidas do <i>spiitting</i> entre os	
	estados permitidos para bombeio ressonante no caso em que	
	o poço quântico não é idealmente simétrico. [20]	52
4.3	Fator de aumento para o estado fundamental do éxciton for-	
	mado por buracos pesados em poços quânticos de $GaAs/Ga_{0.5}Al_{0.5}$	$_5As$
	de várias espessuras $[24]$	56
4.4	Splitting Longitudinal-transversal(TM-TE) para o Polariton	
	calculado para uma microcavidade de $[Cd_{0,4}Mg_{0,6}Te]$ em função	
	da dessintonia para o Upper Polariton e o Lower Polariton [28].	57
5.1	Representação esquemática da amostra	59
5.2	Detalhes técnicos da amostra	60
5.3	Layout básico do Trestles-50	61
5.4	Dispersão do Polariton mostrando o ponto de inflexão da curva	62
5.5	Setup experimental básico	64
5.6	Compensador de Babinet	66
C 1		
0.1	Dubleto no espectro de PL do Lower Polariton. A separação	0-
	entre os picos é de $0, 19 \text{ meV}$	67
6.2	Tripleto de Mollow	68
6.3	Dubleto no espectro de PL do <i>Lower Polariton</i> . A separação	
	entre os picos é de $0, 19 mev.$	70
6.4	Comportamento dos picos do dubleto em função da potência	
	de bombeio	72
6.5	Intensidade integrada dos picos em função da potencia de	
	bombeio	73
6.6	Gráfico mostrando a energia do centro de cada um dos picos	
	do dubleto. Os círculos representam o pico de maior energia	
	e os quadrados o de menor.	74
6.7	comportamento da largura de linha da emissão em função da	
	potência de bombejo. Os círculos mostram a tendência para	
	o pico de menor energia e os quadrados para o de major	75
	o provide menor energia e os quadrados para o de maior	10

6.8	Intensidade relativa entre os picos do dubleto em função da polarização da luz de bombeio. O <i>detuning</i> nesta medida era	
	de -1,4 meV	76
6.9	Intensidade dos picos em função do ângulo na placa $\frac{\lambda}{2}$. Os	
	círculos representam o pico de maior energia e os quadrados o	
	de menor energia \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots	77
6.10	Comportamento experimental do desdobramento de spin da	
	ressonância excitônica em termos da polarização da luz de	
	bombeio para uma microcavidade semicondutora $\ . \ . \ .$.	78
6.11	Diferença de energia os estados do dubleto em função da pola-	
	rização da radiação de bombeio	79
6.12	Espectros de fotoluminescência mostrando a diferença de ener-	
	gia entre a emissão do polariton e do bipolariton como função	
	da dessintonia da amostra. Quando a amostra está na posição	
	0 (que corresponde a $\Delta = 0$) não é possível observar nenhum	
	desdobramento no espectro.	80
6.13	Separação entre as energias dos picos do dubleto como função	
	da sintonia da microcavidade	81
6.14	Energias dos modos L,T e Z devido às interações de troca de	
	longo alcance para um poço quântico de $GaAs/Ga_{0,6}Al_{0,4}As$	
	de 60 angstrons para o buraco leve. O modo Z está relacionado	
	ao momento de dipolo do éxciton no plano perpendicular ao	
	do poço quântico e, por possuir energia bem maior que as dos	
	modos L e T na região de k pequeno, não é observado em	
	nosso sistema	85

Capítulo 1 Introdução

Excitons podem ser entendidos como pares elétron-buraco que interagem entre si por atração coulombiana e que são caracterizados por transições energéticas discretas. Do acoplamento de um éxciton com um campo eletromagnético resulta um éxciton-polariton: uma *quasiparticula* que combina propriedades de éxcitons e fótons.

Os éxcitons-polaritons foram previstos teoricamente no final da década de 50 por Hopfield [1] e Agranovich [2]. Desde então eles têm sido estudados extensivamente em semicondutores *bulk*, filmes finos, poços e pontos quânticos e *wires*. Dentre todas as estruturas nas quais os polaritons podem ser estudados aquelas nas quais o acoplamento da luz com o éxciton é mais forte são as microcavidades.

Uma microvavidade pode ser tratada como uma cavidade Fabry Perot contendo um poço quântico embebido. Um Fabry Perot consiste, basicamente, de dois espelhos planos altamente refletores dispostos paralelamente um ao outro e separados por uma distância que pode ser fixa ou variável. No caso da microcavidade há dois espelhos DBR e entre eles há um meio ativo.

Espelhos DBR (*Distributed Bragg Reflectors*) são estruturas periódicas formadas por camadas alternadas de materiais semicondutores de índice de refração diferentes. A espessura de cada camada é determinada pela condição de que haja interferência positiva entre as frentes de onda refletidas por cada interface. Essa condição é satisfeita se a espessura de cada camada for igual a um quarto do comprimento de onda da luz incidente no material de cada interface.

Uma das conseqüências da estrutura periódica dos espelhos DBR é o surgimento de bandas fotônicas proibidas para a propagação da luz. Em determinada faixa espectral a refletividade pode exceder 99%. A essa faixa dá-se o nome de Stop Band. Espelhos DBR reais são levemente transparentes mesmo na *Stop Band* já que fótons podem passar pela banda fotônica proibida por tunelamento. O fator de qualidade Q de uma cavidade ressonante depende da refletividade dos espelhos que a formam. Em boas amostras o Q está acima de 1500.

A intensificação do acoplameno entre luz e matéria numa microcavidade pode ser entendida através de uma imagem semiclássica. Um fóton que se propaga numa cavidade ótica ao chegar em sua borda encontrará um espelho DBR e, então, será refletido (com grande probabilidade) ou transmitido por tunelamento (com probabilidade muito menor). Se refletido, esse fóton irá interagir com um éxciton no poço quântico ou atingir o espelho DBR oposto, onde será novamente refletido com alta probabilidade. Em cavidades de alto fator de qualidade um fóton é refletido, em média, mais de 100 vezes antes de ir para o meio externo. Isso significa que a probabilidade de que eles interajam com um éxciton é 100 vezes maior que em um poço quântico sem espelhos. Se os fótons dentro da cavidade são refletidos um número suficiente de vezes para que possam ser absorvidos e reemitidos por éxcitons do poço quântico em um número grande de ocasiões atinge-se o chamado regime de *acoplamento forte*.

O regime de *acoplamento forte* foi observado pela primeira vez no início da década de 90 por Weisbuch et al. [3]. Este regime se manifesta pelo *anticrossing* dos modos éxciton polariton. Se a amostra for bombeada no ponto de ressonância entre o modo da cavidade e a energia de transição do éxciton verifica-se o surgimento de dois modos distintos no espectro de luminiscência da cavidade: o Upper Polariton(UP) e o Lower Polariton(LP). No ponto de *anticrossing* há um uma separação entre os modos UP e LP que é chamada de *Rabi Splitting*.

Uma propriedade subjacente de todo fluido quântico é a de que um número par de férmions podem ser combinados de modo a formar uma partícula de spin inteiro, ou seja: um bóson. Tais compostos bosônicos, como todo bóson, podem se condensar abaixo de uma certa temperatura crítica - tipicamente a temperatura na qual o comprimento de de Broglie termal, $\lambda \sim \sqrt{\frac{h^2}{mk_BT}}$, é comparável à distância entre os bósons. Buracos, sejam leves ou pesados, e elétrons possuem spin semi-inteiro. Polaritons, portanto, possuem caráter bosônico.

Uma consequência de grande interesse do caráter bosônico dos polaritons de cavidade é a possibilidade de geração de um laser de baixo limiar. Num condensado de polaritons as fases dos éxcitons e fótons estão atreladas a um polariton. Os polaritons, por sua vez, formam um condensado coerente. O campo oscilante na cavidade adquire as mesmas fases e energias dos polaritons e, portanto, não há necessidade de inversão de população para que haja emissão laser. Um resultado prático disso é que o limiar da densidade elétron-buraco para que haja emissão coerente é muito menor do que o de um laser tradicional no mesmo meio semicondutor.

Tem chamado atenção da comunidade científica, também, o estudo da dinâmica de spin de polariton em microcavidades [4]. Existem vários processos responsáveis pelo processo de relaxação de spin. O processo mais relevante em microcavidades ocorre devido às interações de troca de curto e longo alcance entre elétros e buracos. Este mecanismo dá origem a um desdobramento em energia conhecido na literatura como *splitting* Longitudinal-Transversal (L-T). Esse desdobramento está associado à separação em energia entre éxcitons com momento de dipolo paralelo e perpendicular em relação à sua direção de propagação no plano do poço quântico.

Neste trabalho estamos interessados no desdobramento do espectro de luminescência do *Lower Polariton* em dois picos com separação de aproximadamente 0, 19meV. Mostraremos adiante que dentre os vários processos que podem gerar esse tipo de estrutura no espectro o único compatível com nossos dados experimentais é o *splitting* L-T.

Esta dissertação está dividida em sete capítulos. No capítulo 2 deduziremos as equações de reflectância de espelhos DBR e de cavidades Fabry Perot chegando, finalmente, aos espectros de reflectância da microcavidade.

No capítulo 3 discutiremos alguns detalhes relevantes sobre poços quânticos e estrutura de bandas em semi-condutores. Em seguida mostraremos através de cálculos variacionais que éxcitons são sistemas similares a um átomo de hidrogênio. Por fim, deduziremos a equação de dipersão do Polariton de cavidade.

No capítulo 4 discutiremos os processos de relaxação de spin do polariton dentro de uma microcavidade. Veremos que o processo mais relevante é causado pelas interações de troca de curto e longo alcance que dão origem ao *splitting* Longitudinal-Transversal.

No capítulo 5 mostraremos os detalhes da parte experimental deste trabalho bem como da amostra utilizada.

No capítulo 6 apresentaremos os resultados experimentais obtidos acompanhados das discussões pertinentes.

No capítulo 7 retomaremos os principais resultados obtidos no trabalho e tentaremos fundamentar melhor a relação entre o desdobramento observado no espectro e o *splitting* L-T.

Capítulo 2 Microcavidades

Uma microcavidade consiste, basicamente, de um meio de ganho - um poço quântico, por exemplo - colocado entre dois espelhos de alta reflectância. É desejável que a reflectividade dos espelhos na cavidade seja tão próxima de 100% quanto possível. É impossível alcançar reflectividades tão altas utilizando apenas espelhos metálicos ou espelhos dielétricos de camada única. A solução para este problema é usar filmes dielétricos de multicamadas. Estruturas deste tipo podem atingir reflectividades superiores a 99% e, por este motivo, vêm sendo muito utilizadas em pesquisas na área de óptica de semicondutores nos últimos anos.

Um tipo especial de filme multicamada de grande utilidade são os chamados espelhos DBR(*Distributed Bragg Mirror*). Espelhos DBR consistem de pares de materiais ópticos de diferentes índices de refração que se repetem ao longo de uma estrutura. A espessura de cada camada é escolhida de forma que a condição 2.1 seja obedecida:

$$n_H l_1 = n_L l_2 \equiv \frac{\overline{\lambda}}{4},\tag{2.1}$$

onde n_H e n_L são os índices de refração dos materiais que compõe o DBR com $n_H > n_L$. Os termos l_1el_2 são as espessuras das camadas 1 e 2 respectivamente. A equação (2.1) é chamada de condição de interferência de Bragg para incidência normal. O comprimento de onda $\overline{\lambda}$ marca o centro da stop band do espelho. A refletividade de um DBR será tanto maior quanto forem o seu número de camadas e a diferença entre os índices de refração n_H e n_L .

Neste capítulo trataremos a microcavidade como um ressonador ótico do tipo Fabry Perot formado por espelhos DBR. Primeiro deduziremos a reflectância de uma estrutura de multicamadas utilizando o formalismo da matriz de transferência. As equações de reflectância para um espelho DBR aparecerão como uma extensão natural desse desenvolvimento. Em seguida serão apresentadas algumas características mais relevantes de uma cavidade do tipo Fabry Perot.

2.1 Filmes de multicamadas

Nesta seção desenvolveremos o formalismo para lidar com um número arbitrário de interfaces paralelas. Tudo que será mostrado daqui em diante é para o caso em que a luz incidente tem campo magnético paralelo ao plano da interface, essa polarização será chamada de polarização tipo p ou TM. O formalismo para a polarização TE ou tipo-s - quando o campo elétrico é paralelo ao plano da interface - é muito semelhante e, por este motivo, será omitido. Os resultados mais relevantes relativos à polarização TE, entretanto, serão mostrados no final desta seção.

A figura 2.1 mostra uma estrutura multicamadas. O ângulo de propagação da luz em cada camada pode ser computado pela lei de snell:

$$n_0 \sin \theta_0 = n_1 \sin \theta_1 = \dots = n_N \sin \theta_N = n_{N+1} \sin \theta_{N+1}, \qquad (2.2)$$

onde N é o número de camadas da estrutura. O subscrito 0 representa o meio pelo qual a luz passa antes de entrar no filme e o subscrito N+1 representa o meio final.



Figura 2.1: Propagação da luz através de múltiplas camadas

Em cada camada há duas ondas planas. As setas indicam se a luz possui direção incidente ou refletida. Na última camada existe apenas uma onda propagando-se na direção incidente. Nas interfaces entre as camadas os campos elétricos e magnéticos da luz devem ser contínuos. Isso implica nas condições:

$$\cos\theta_0^{(p)}(E_{0\to}^p + E_{0\leftarrow}^p) = \cos\theta_1^{(p)}(E_{1\to}^p + E_{1\leftarrow}^p)$$
(2.3)

е

$$n_0(E^p_{0\to} - E^p_{0\leftarrow}) = n_1(E^p_{1\to} - E^p_{1\leftarrow})$$
(2.4)

Até agora aplicamos as condições de contorno apenas para a primeira interface. Para a conexão entre a j-ésima camada e a seguinte podemos escrever de maneira similar:

$$\cos \theta_j (E_{j \to 0}^{(p)} e^{ik_j l_j \cos \theta_j} + E_{j \leftarrow 0}^{(p)} e^{-ik_j l_j \cos \theta_j}) = \cos \theta_{j+1} (E_{j+1 \to 0}^{(p)} + E_{j+1 \leftarrow 0}^{(p)})$$
(2.5)

е

$$n_j (E_{j \to}^{(p)} e^{ik_j l_j \cos \theta_j} - E_{j \leftarrow}^{(p)} e^{-ik_j l_j \cos \theta_j}) = n_{j+1} (E_{j+1 \to}^{(p)} - E_{j+1 \leftarrow}^{(p)})$$
(2.6)

A origem de cada camada está arbitrariamente determinada na superfície esquerda. O termo exponencial corresponde à fase adquirida pela onda plana ao atravessar a camada de espessura l_j . O lado direito das equações 2.5 e 2.6 não necessita de ajustes de fase já que o campo é avaliado à esquerda da camada.

Na última interface as condições de contorno são:

$$\cos\theta_N(E_{N\to}^{(p)}e^{ik_Nl_N\cos\theta_N} + E_{N\leftarrow}^{(p)}e^{-ik_Nl_N\cos\theta_N}) = \cos\theta_{N+1}E_{N+1\to}^{(p)}$$
(2.7)

е

$$n_N(E_{N\to}^{(p)}e^{ik_N l_N \cos \theta_N} - E_{N\leftarrow}^{(p)}e^{-ik_N l_N}) = n_{N+1}E_{N+1\to}^{(p)}$$
(2.8)

O problema consiste em resolver as equações 2.3 - 2.8. Se conseguirmos eliminar os termos $E_{0\rightarrow}^{p}$, $E_{0\leftarrow}^{p}$ e $E_{N+1\rightarrow}^{(p)}$ poderemos obter a reflectância e a transmitância do filme de múltiplas camadas. Para fazer isso começamos reorganizando as equações em forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \cos \theta_j e^{i\beta_j} & \cos \theta_j e^{-i\beta_j} \\ n_j e^{i\beta_j} & -n_j e^{-i\beta_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{j\to}^{(p)} \\ E_{j\leftarrow}^{(p)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{j+1} & \cos \theta_{j+1} \\ n_{j+1} & -n_{j+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{j+1\to}^{(p)} \\ E_{j+1\leftarrow}^{(p)} \end{bmatrix}$$
(2.9)

onde

$$\beta_j = \begin{cases} 0, & \text{se } j = 0, \\ k_j l_j \cos \theta_j, & \text{se } 1 \le j \le N. \end{cases}$$
(2.10)

е

$$E_{N+1\leftarrow}^{(p)} \equiv 0 \tag{2.11}$$

A equação 2.9 pode ser reescrita como:

$$\begin{bmatrix} E_{j \to j}^{(p)} \\ E_{j \leftarrow j}^{(p)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_j e^{i\beta_j} & \cos \theta_j e^{-i\beta_j} \\ n_j e^{i\beta_j} & -n_j e^{-i\beta_j} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \cos \theta_{j+1} & \cos \theta_{j+1} \\ n_{j+1} & -n_{j+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{j+1 \to j}^{(p)} \\ E_{j+1 \leftarrow j}^{(p)} \end{bmatrix}$$
(2.12)

A equação 2.12 representa uma matriz distinta para cada valor diferente de j. Podemos, então substituir a equação de j=1 na de j=0 para obter:

$$\begin{bmatrix} E_{0 \to}^{(p)} \\ E_{0 \leftarrow}^{(p)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_0 & \cos \theta_0 \\ n_0 & -n_0 \end{bmatrix}^{-1} M_1^p \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & \cos \theta_2 \\ n_2 & -n_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{2 \to}^{(p)} \\ E_{2 \leftarrow}^{(p)} \end{bmatrix}$$
(2.13)

As matrizes relacionadas a j=1 foram agrupadas no termo $M_1^{(p)}$ de forma que:

$$M_1^{(p)} = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & \cos\theta_1 \\ n_1 & -n_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta_1 e^{i\beta_1} & \cos\theta_1 e^{-i\beta_1} \\ n_1 e^{i\beta_1} & -n_1 e^{-i\beta_1} \end{bmatrix}^{-1}$$
(2.14)

Podemos substituir equações de maior ordem sucessivamente até chegarmos ao limite de j = N. É possível expressar isso como:

$$\begin{bmatrix} E_{0 \to}^{(p)} \\ E_{0 \leftarrow}^{(p)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_0 & \cos \theta_0 \\ n_0 & -n_0 \end{bmatrix}^{-1} \left(\prod_{j=1}^N M_j^{(p)}\right) \begin{bmatrix} \cos \theta_{N+1} & \cos \theta_{N+1} \\ n_{N+1} & -n_{N+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{N+1 \to}^{(p)} \\ 0 \end{bmatrix},$$
(2.15)

O termo $M_j^{(p)}$ é a matriz relacionada a uma camada arbitrária qualquer *j* e é definido como:

$$M_{j}^{(p)} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{j} & \cos \theta_{j} \\ n_{j} & -n_{j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_{j} e^{i\beta_{j}} & \cos \theta_{j} e^{-i\beta_{j}} \\ n_{j} e^{i\beta_{j}} & -n_{j} e^{-i\beta_{j}} \end{bmatrix}^{-1}$$
(2.16)

Depois de inverter a matriz do lado direito da equação 2.16 obtemos:

$$M_{j}^{(p)} = \begin{bmatrix} \cos \beta_{j} & -i \sin \beta_{j} \cos \theta_{j} l n_{j} \\ -i n_{j} \sin \beta_{j} l \cos \theta_{j} & \cos \beta_{j} \end{bmatrix}$$
(2.17)

Para finalizar, dividimos a equação 2.15 por $E_{0\rightarrow}^{(p)}$ e invertemos a matriz do lado da direito da equação obtendo:

$$\begin{bmatrix} 1\\ \frac{E_{0\leftarrow}^{(p)}}{E_{0\rightarrow}^{(p)}} \end{bmatrix} = A^{(p)} \begin{bmatrix} \frac{E_{N+1\rightarrow}^{(p)}}{E_{0\rightarrow}^{(p)}}\\ 0 \end{bmatrix}$$
(2.18)

onde

$$A^{(p)} = \begin{bmatrix} a_{11}^{(p)} & a_{12}^{(p)} \\ a_{21}^{(p)} & a_{22}^{(p)} \end{bmatrix}$$
(2.19)

$$= \frac{1}{2n_0\cos\theta_0} \begin{bmatrix} n_0 & \cos\theta_0\\ n_0 & -\cos\theta_o \end{bmatrix} (\prod_{j=1}^N M_j^{(p)}) \begin{bmatrix} \cos\theta_{N+1} & 0\\ n_{N+1} & 0 \end{bmatrix} (2.20)$$

Na última matriz da equação 2.19 os termos da coluna à direita foram substituídos por zeros. Isto é possível pois essa matriz opera sobre o vetor coluna do lado direito da equação 2.18 que possui um zero no termo mais abaixo.

A equação 2.18 representa um sistema de equações. Podemos resolver esse sistema para $\frac{E_{0\leftarrow}^{(p)}}{E_{0\rightarrow}^{(p)}} e \frac{E_{N+1\rightarrow}^{(p)}}{E_{0\rightarrow}^{(p)}}$ chegando, portanto, aos coeficientes de reflectividade e transmitividade do filme multicamadas. Computando a matriz A^p teremos, então:

$$r_p = \frac{E_{0\leftarrow}^{(p)}}{E_{0\rightarrow}^{(p)}} = \frac{a_{21}^{(p)}}{a_{11}^{(p)}}$$
(2.21)

$$t_p = \frac{E_{N+1\to}^{(p)}}{E_{0\to}^{(p)}} = \frac{a_{21}^{(p)}}{a_{11}^{(p)}}$$
(2.22)

As equações análogas às 2.21 e 2.22 para luz com polarização tipo-s podem ser derivadas de maneira similar ao que foi feito até agora para polarização tipo-p. A equação correspondente à eq. 2.18 será:

$$\begin{bmatrix} 1\\ \frac{E_{0\leftarrow}^{(s)}}{E_{0\rightarrow}^{(s)}} \end{bmatrix} = A^{(s)} \begin{bmatrix} \frac{E_{N+1\rightarrow}^{(s)}}{E_{0\rightarrow}^{(s)}}\\ 0 \end{bmatrix}$$
(2.23)

onde

$$A^{(s)} = \begin{bmatrix} a_{11}^{(s)} & a_{12}^{(s)} \\ a_{21}^{(s)} & a_{22}^{(s)} \end{bmatrix}$$
(2.24)

$$= \frac{1}{2n_0\cos\theta_0} \begin{bmatrix} n_0\cos\theta_0 & 1\\ n_0\cos\theta_0 & -1 \end{bmatrix} (\prod_{j=1}^N M_j^{(s)}) \begin{bmatrix} 1 & 0\\ n_{N+1}\cos\theta_{n+1} & 0 \end{bmatrix} (2.25)$$

$$M_j^{(s)} = \begin{bmatrix} \cos \beta_j & -\frac{i \sin \beta_j}{n_j \cos \theta_j} \\ -i n_j \sin \beta_j \cos \theta_j & \cos \beta_j \end{bmatrix}$$
(2.26)

é a matriz de transferência.

Como antes, os coeficientes de reflexão e transmissão serão:

$$r_s = \frac{E_{0\leftarrow}^{(s)}}{E_{0\rightarrow}^{(s)}} = \frac{a_{21}^{(s)}}{a_{11}^{(s)}}$$
(2.27)

$$t_s = \frac{E_{N+1\to}^{(s)}}{E_{0\to}^{(s)}} = \frac{1}{a_{11}^{(s)}}$$
(2.28)

A grande vantagem do tratamento aqui proposto é que podemos lidar com um número arbitrário de camadas, cada uma delas com espessura e índice de refração próprios. As informações essenciais referentes a cada uma das camadas estão contidas em suas respectivas matrizes de transferência M. Para encontrar o efeito de múltiplas camadas basta multiplicar as matrizes correspondentes a cada uma dessas camadas de modo a encontrar A. A partir da matriz A é fácil encontrar a reflectividade e a transmitividade do sistema através das equações 2.21 e 2.22. A reflectância e a transmitância do filme são dadas respectivamente por $R = |r|^2$ e $T = |t|^2$.

2.2 Espelhos DBR

Podemos visualizar um espelho DBR como uma estrutura multicamadas com camadas alternantes de alto (n_H) e baixo (n_l) índices de refração e com espessura de um quarto de comprimento de onda, como na figura 2.2.

Como estamos tratando do caso de um feixe incidindo obliquamente na estrutura DBR não podemos mais usar a condição de Bragg como definida em 2.1. Levando em consideração o ângulo de incidência do feixe de luz na amostra a nova condição de Bragg é dada por:

$$k_j l_j \cos \theta_j = \beta_j = \frac{\lambda}{4} \tag{2.29}$$

Para que a condição 2.29 seja atendida devemos ter:

$$\beta_j = \frac{\pi}{2} \tag{2.30}$$

e 2.30 implica que a espessura l_i das camadas deverá ser de:



Figura 2.2: Espelho DBR

$$l_j = \frac{\overline{\lambda}}{4n_j \cos \theta_j} \tag{2.31}$$

Onde usamos que:

$$k_j = \frac{2\pi n_j}{\overline{\lambda}} \tag{2.32}$$

Nesta situação o cálculo da matriz de transferência para cada camada (2.16) se simplifica imensamente. Temos, então:

$$M_j = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-i\cos\theta_j}{n_j} \\ \frac{-in_j}{\cos\theta_j} & 0 \end{bmatrix}$$
(2.33)

As matrizes para índice de refração alto e baixo podem ser multiplicadas da maneira usual e agrupadas em pares. A matriz de transferência para cada par terá a forma:

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{-i\cos\theta_H}{n_H} \\ \frac{-in_H}{\cos\theta_H} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \frac{-i\cos\theta_L}{n_L} \\ \frac{-in_L}{\cos\theta_L} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-n_L\cos\theta_H}{n_H\cos\theta_L} & 0 \\ 0 & \frac{-n_H\cos\theta_L}{n_L\cos\theta_H} \end{bmatrix}$$
(2.34)

Podemos estender a matriz do lado direito de 2.34 para $q=\frac{N}{2}$ pares de camadas idênticas:

$$\prod_{j=1}^{N} M_j^{(p)} = \begin{bmatrix} \left(\frac{-n_L \cos \theta_H}{n_H \cos \theta_L}\right)^q & 0\\ 0 & \left(\frac{-n_H \cos \theta_L}{n_L \cos \theta_H}\right)^q \end{bmatrix}$$
(2.35)

Substituindo a expressão 2.35 em 2.19 obtemos:

$$A^{(p)} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \left(\frac{-n_L \cos \theta_H}{n_H \cos \theta_L}\right)^q \frac{\cos \theta_N + 1}{\cos \theta_0} + \left(\frac{-n_H \cos \theta_L}{n_L \cos \theta_H}\right)^q \frac{n_{N+1}}{n_0} & 0\\ \left(\frac{-n_L \cos \theta_H}{n_H \cos \theta_L}\right)^q \frac{\cos \theta_N + 1}{\cos \theta_0} + \left(\frac{-n_H \cos \theta_L}{n_L \cos \theta_H}\right)^q \frac{n_{N+1}}{n_0} & 0 \end{bmatrix}$$
(2.36)

Com a matriz A calculada podemos encontrar, facilmente, o coeficiente de reflexão a partir de 2.21:

$$r_p = \frac{\left(\frac{-n_L \cos\theta_H}{n_H \cos\theta_L}\right)^q \frac{\cos\theta_N + 1}{\cos\theta_0} - \left(\frac{-n_H \cos\theta_L}{n_L \cos\theta_H}\right)^q \frac{n_{N+1}}{n_0}}{\left(\frac{-n_L \cos\theta_H}{n_H \cos\theta_L}\right)^q \frac{\cos\theta_N + 1}{\cos\theta_0} + \left(\frac{-n_H \cos\theta_L}{n_L \cos\theta_H}\right)^q \frac{n_{N+1}}{n_0}}$$
(2.37)

e o de transmissão a partir de 2.22:

$$t_p = \frac{1}{\left(\frac{-n_L \cos\theta_H}{n_H \cos\theta_L}\right)^q \frac{\cos\theta_N + 1}{\cos\theta_0} + \left(\frac{-n_H \cos\theta_L}{n_L \cos\theta_H}\right)^q \frac{n_{N+1}}{n_0}}$$
(2.38)

As equações 2.37 e 2.38 representam, respectivamente, a reflectividade e a transmitividade de um espelho DBR de N camadas de espessura $\frac{\lambda}{4}$ para um feixe de luz de polarização tipo p e comprimento de onda $\overline{\lambda}$. É importante lembrar que se quisermos encontrar a relfectância e a transmitância devemos elevar cada um dos coeficientes ao quadrado. No limite em que $q \to \infty$, teremos $r_p \to 1$ e $t_p \to 0$, como representado na figura abaixo, retirada de [5].



Figura 2.3: Coeficientes de transmissão e reflexão para um espelho de um quarto de comprimento de onda com $n_H = 2.32$ e $n_L = 1.38$

2.3 Cavidade formada por espelhos DBR

Na seção anterior vimos que estruturas dielétricas de várias camadas podem ser espelhos de altíssima reflectância. Como já mencionado anteriormente, uma microcavidade é, em essência, uma estrutura formada por dois espelhos de alta reflectância dispostos paralelamente um ao outro e separados por uma distância $\frac{\lambda_0}{n}$, onde λ_0 é o comprimento de onda de ressonância e n é o índice de refração da camada espaçadora; ou seja: uma estrutura do tipo Fabry Perot. Nesta seção desenvolveremos o formalismo para o caso geral de interferência entre múltiplos feixes de luz. A partir dele deduziremos as equações que descrevem as intensidades de luz transmitida e refletida por um instrumento do tipo Fabry Perot além de outros parâmetros relevantes para este tipo de cavidade como o coeficiente de finesse, o poder de resolução e o fator de qualidade. O tratamento exposto aqui segue de perto aquele mostrado na referência [6].

2.3.1 Interferência de múltiplos feixes

Consideremos o caso simples de uma estrutura como a mostrada abaixo, composta por duas superfícies paralelas idênticas e parcialmente refletoras. Um feixe de amplitude E_0 incide obliquamente na primeira superfície e é refletido múltiplas vezes entre as duas superfícies.



Figura 2.4: Feixe de luz sofrendo múltiplas reflexões entre duas superfícies parcialmente refletoras

Em todo o desenvolvimento a seguir partiremos do pressuposto de que o feixe incide numa direção quase normal em relação à superfície. Portanto,

não mais nos preocuparemos em colocar subscritos s ou p nas equações. Como usual, chamaremos de r o coeficiente de reflxão e de t o coeficiente de transmissão. Contanto que não haja absorção no meio entre as duas superfícies, as amplitudes das sucessivas reflexões internas do feixe incidente serão E_0t , E_0tr , E_0tr^2 e assim por diante, como indicado na figura 2.3.1. De maneira similar, a sequência E_0t^2 , $E_0t^2r^2$, $E_0t^2r^4$,..., representa a amplitude dos raios transmitidos.

Chamando de d a separação entre as duas superfícies podemos usar geometria básica para encontrar a diferença de caminho entre dois raios transmitidos sucessivos – $2d\cos\theta$ –, onde θ é o ângulo entre um raio refletido internamente qualquer e a normal. A figura 2.3.1 mostra essas relações de maneira mais clara.



Figura 2.5: diferença de caminho entre dois raios refletidos

A diferença de fase entre dois feixes sucessivos é dada por 2.39:

$$\delta = 2kd\cos\theta = \frac{4\pi}{\lambda_0} nd\cos\theta_0, \qquad (2.39)$$

onde λ_0 é o comprimento de onda do vácuo e n o índice de refração do meio entre as duas superfícies parcialmente refletoras. Podemos tomar esta diferença de fase como um fator $e^{i\delta}$ e somar as amplitudes dos raios transmitidos obtendo:

$$E_T = E_0 t^2 + E_0 t^2 r^2 e^{i\delta} + E_0 t^2 r^4 e^{2i\delta} + \cdots$$
 (2.40)

Essa é uma série geométrica de razão $q=r^2e^{i\delta},$ com
o $|q|<1^{-1}$ essa série converge para:

$$E_T = \frac{E_0 t^2}{1 - r^2 e^{i\delta}},$$
 (2.41)

e a intensidade $I_T = |E_T|^2$ será dada por:

$$I_T = \frac{I_0 |t|^4}{|1 - r^2 e^{i\delta}|^2},$$
(2.42)

onde usamos que $I_0 = |E_0|^2$.

Como há uma mudança na fase da luz em cada reflexão devemos expressar o coeficiente r como um número complexo da seguinte forma:

$$r = |r|e^{i\frac{\delta_T}{2}},\tag{2.43}$$

onde $\frac{\delta_r}{2}$ é a mudança de fase em cada reflexão.

Como anteriormente, iremos nos referir à reflectância como R e à transmitância como T aqui definidas como:

$$R = |r|^2 = rr^* \tag{2.44}$$

$$T = |t|^2 = tt^*, (2.45)$$

onde o asterisco denota o complexo conjugado de r ou t. Usando as equações 2.45 e 2.44 podemos reescrever a equação 2.42 como:

$$I_T = \frac{I_0 T^2}{|1 - Re^{i\Delta}|^2},\tag{2.46}$$

o termo Δ representa a diferença de fase total entre dois feixes definida como:

$$\Delta = \delta + \delta_r \tag{2.47}$$

Podemos reescrever o denominador da equação 2.46 da seguinte forma:

$$|1 - Re^{i\Delta}|^2 = (1 - Re^{i\Delta})(1 - Re^{-i\Delta})$$

= $1 - R(e^{i\Delta} + e^{-i\Delta}) + R^2$
= $1 - 2R\cos\Delta + R^2$
= $(1 - R)^2 [1 + \frac{4R}{(1 - R)^2}\sin^2\frac{\Delta}{2}]$

¹Para visualizar isso basta notar que r, por definição, será sempre menor do que 1. O termo exponencial irá sumir quando multiplicamos por seu conjugado para tirar o módulo

Substituindo a expressão acima em 2.46 obtemos:

$$I_T = I_0 \frac{T^2}{(1-R)^2} \frac{1}{1+F\sin^2\frac{\Delta}{2}},$$
(2.48)

onde

$$F = \frac{4R}{(1-R)^2} \tag{2.49}$$

é o coeficiente de finesse - uma medida da largura das franjas de interferência.

O termo

$$\frac{1}{1+F\sin^2\frac{\Delta}{2}}\tag{2.50}$$

em 2.48 é conhecido como função de Airy. Seu comportamento está mostrado na figura 2.3.1:



Figura 2.6: Intensidade das franjas de interferência

As franjas de interferência possuirão intensidade máxima quando a seguinte condição for obedecida:

$$\frac{\Delta}{2} = N\pi,\tag{2.51}$$

onde N é um número inteiro. Usando as equações 2.39 e 2.47 é fácil mostrar que a equação 2.51 é equivalente a:

$$2N\pi = \frac{4\pi}{\lambda_0} nd\cos\theta + \delta_r \tag{2.52}$$

O número inteiro N é conhecido como *ordem de interferência* e representa a diferença de fase entre dois feixes sucessivos em comprimentos de onda.

Toda a discussão até agora foi feita sob a hipótese de que as duas superfícies refletoras eram idênticas, o que pode não ser verdade. No caso geral cada uma das superfícies possui coeficientes de reflectividade $r_1 = |r_1|e^{i\delta_1}$ e $r_2 = |r_2|e^{i\delta_2}$ respectivamente. Todas as fórmulas deduzidas anteriormente são verdadeiras nesta nova condição desde que valham as seguintes relações:

$$T = |t_1||t_2| = \sqrt{T_1 T_2} \tag{2.53}$$

$$R = |r_1||r_2| = \sqrt{R_1 R_2}$$
(2.54)

$$\delta_r = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} \tag{2.55}$$

Os valores máximo e mínimo para a intensidade transmitida I_T podem ser encontrados fazendo $\Delta = 0$ e $\Delta = \pi$ respectivamente. Nestas condições as intensidades de transmissão serão:

$$I_{max} = \frac{I_{T(max)}}{I_0} = \frac{T^2}{(1 - R^2)}$$
(2.56)

$$I_{min} = \frac{I_{T(min)}}{I_0} = \frac{T^2}{(1+R^2)}$$
(2.57)

Considerando o termo de absorção A, por conservação de energia devemos ter:

$$A + R + T = 1 \tag{2.58}$$

É fácil ver que se A = 0, $I_{max} = 1$. Entretanto, o fator de absorção nunca deixará de existir e a transmitância máxima terá sempre intensidade inferior a um e dada pela expressão:

$$I_{max} = \left(\frac{1 - A - R}{1 - R}\right)^2 \tag{2.59}$$

2.3.2 O instrumento Fabry-Perot

Foi no final do século XIX que os experimentalistas franceses, Fabry e Perot, perceberam que poderiam usar o fenômeno de interferência de múltiplos feixes para distinguir comprimentos de onda muito próximos entre si. O dispositivo que eles criaram utilizando uma dupla interface parcialmente refletora separada por uma distância d ficou conhecido como instrumento de Fabry-Perot. Se a distância d entre as interfaces for ajustável o dispositivo

é conhecido como interferômetro de Fabry-Perot, se o espaçamento for fixo enquanto o ângulo de incidência da luz variar o instrumento é chamado de *etalon*.

Um interferômetro Fabry-Perot pode ser montado utilizando-se duas lentes: a primeira para colimar o feixe de luz antes que ele entre na cavidade e o segundo para focar os feixes transmitidos em um único ponto. O padrão de interferência formado deve consistir de anéis concêntricos. É possível fazer uma varredura sobre este padrão de interferência variando o espaçamento entre as interfaces e registrando a intensidade do anel central de interferência com um detector. O padrão de intensidade obtido deve ser, em essência, uma função de Airy ou uma combinação de funções de Airy correspondentes aos comprimentos de onda presentes no espectro.

A qualidade mais importante de um interferômetro é o seu poder de resolução (RP), definido em [7] como o inverso da menor variação fracionária $\frac{\delta\lambda}{\lambda}$ que ele permite determinar:

$$RP = \frac{\lambda}{\delta\lambda} \tag{2.60}$$

No caso de um instrumento Fabry-Perot, veremos adiante, RP depende apenas do coeficiente de reflectância R. Consideremos um espectro que consiste de duas frequências - w e w' muito próximas entre si. O padrão de intensidade é uma superposição das franjas de interferência de dois sistemas associados a cada uma das frequências e pode ser representado como a soma de duas funções de Airy, como mostrado abaixo:

$$I_T = I_0 (1 + F \sin^2 \frac{\Delta}{2})^{-1} + I_0 (1 + F \sin^2 \frac{\Delta'}{2})^{-1}$$
(2.61)

Vamos considerar que θ é pequeno e portanto $\cos \theta \approx 1$. Nesta condição, e da equação 2.47, temos:

$$\Delta = \delta_r + \frac{2wd}{c} \tag{2.62}$$

е

$$\Delta' = \delta_r + \frac{2w'd}{c} \tag{2.63}$$

Agora, pelo critério de Taylor, podemos dizer que duas frequências quaisquer estão resolvidas caso as curvas individuais de cada uma delas se cruzem no ponto de meia altura de modo que a intensidade total no ponto de sela seja igual à intensidade máxima de cada linha individualmente. Portanto, no ponto de sela podemos escrever:

$$I = 2I_0 [1 + F \sin^2(\frac{\Delta - \Delta'}{4})]^{-1} = I_0$$
(2.64)

De 2.64 obtemos:

$$F\sin^2(\frac{\Delta - \Delta'}{4}) = 1 \tag{2.65}$$

Assumindo que $\Delta - \Delta'$ é um valor pequeno podemos aproximar o termo seno pelo seu argumento para obter:

$$\Delta - \Delta' = 4F^{-\frac{1}{2}} = 2(\frac{1-R}{\sqrt{R}})$$
(2.66)

E em termos da frequência angular podemos escrever:

$$|w - w'| = \frac{2c}{d} F^{-\frac{1}{2}} = \frac{c}{d} (\frac{\sqrt{R}}{1 - R})$$
(2.67)

Outro parâmetro importante em espectroscopia é a finesse de reflexão (F_R) (reflecting finesse)definida como:

$$F_R = \frac{\Delta_{N+1} - \Delta_N}{|\Delta - \Delta'|} = \frac{\pi}{2}\sqrt{F} = \pi \frac{\sqrt{R}}{1 - R}$$
(2.68)

De 2.60, 2.67 e 2.68 podemos mostrar que o poder de resolução de um Fabry-Perot é dado por:

$$RP = NF_R = N\pi \frac{\sqrt{R}}{1-R} \tag{2.69}$$

Portanto o poder de resolução de um instrumento Fabry-Perot depende da reflectância e a da ordem de interferência N. A um dado valor R podemos aumentar RP indefinidamente apenas aumentando N.

Outra característica importante de uma cavidade Fabry-Perot é o seu fator de qualidade Q, aqui definido como:

$$Q = \frac{\omega_r}{\Delta\omega_r} \tag{2.70}$$

O fator de qualidade Q é igual à razão entre a frequência ressonante e a largura de linha da ressonância da cavidade. Quanto maior o valor de Q maior será o tempo médio de permanência de um fóton na cavidade. Uma das maneiras de se melhorar o confinamento da luz em uma cavidade é, portanto, aumentando seu fator de qualidade. Uma das possibilidades para se fazer isso é utilizando espelhos com alto coeficiente de reflectância R. Como visto anteriormente, espelhos DBR podem possuir reflectâncias extremamente próximas de um e por isso eles são muito utilizados na fabricação de microcavidades. Para que o confinamento da luz na microcavidade seja máximo é importante que a refletância dos espelhos seja a maior possível na região do comprimento de onda de ressonância - λ_0 - do ressonador ótico.

No trabalho da referência [8] simulou-se o espectro de reflectância da luz branca para uma microcavidade do tipo Fabry-Perot formada por espelhos DBR com 5, 10 e 20 camadas de um quarto de comprimento de onda. O resultado pode ser visto na figura 2.7.



Figura 2.7: Espectros de reflêctância de uma cavidade formada por espelhos DBR de 5,10 e 20 camadas sob incidência normal e com ressonância em 800nm

No próximo capítulo veremos como certos efeitos de eletrodinâmica quântica emergem devido ao confinamento óptico quando colocamos um meio de ganho dentro da microcavidade.

Capítulo 3

Éxciton Polaritons em uma microcavidade

3.1 Introdução

No capítulo anterior descrevemos o comportamento da luz em um ressonador óptico formado por espelhos DBR e vimos que essas estruturas são capazes de confinar fótons com muita eficiência em determinadas bandas espectrais. Neste capítulo veremos o que acontece quando a luz confinada em uma microcavidade interage com um meio ativo. Em particular, estamos interessados nos efeitos decorrentes da interação da luz com um poço quântico. Falaremos brevemente sobre a estrutura de bandas de um semicondutor e veremos como podemos utilizar as diferenças de gap entre dois materiais distintos para construir barreiras de potencial. Em seguida, discutiremos algumas propriedades relevantes de um éxciton e deduziremos sua equação de dispersão bidimensional usando um formalismo variacional. Por fim, resolveremos o Hamiltoniano que leva ao surgimento dos modos *Upper Polariton* e *Lower Polariton* numa microcavidade.

3.2 Semicondutores

Determinar o comportamento de um elétron num sólido é uma tarefa muito complicada já que não é possível descrever precisamente o potencial ao qual o elétron está submetido devido aos átomos do sistema. Uma simplificação muito útil consiste em considerar o sólido como um cristal perfeito no qual os íons estão arranjados em uma rede periódica. Nesta condição podemos escrever o potencial $V(\vec{r})$ como:

$$V(\vec{r}) = V(\vec{r} + \vec{R});$$
 (3.1)

onde \vec{R} é um vetor da rede cristalina.

E possível resolver a equação de Schoroedinger para o potencial da equação 3.1 através de métodos computacionais e utilizando o teorema de *Bloch*. Alguns destes métodos estão descritos na referência [9] e estão fora do escopo deste trabalho.

Uma das propriedades fundamentais de sistemas com potenciais periódicos é a existência de bandas permitidas e proibidas para os elétrons no cristal. Nas bandas permitidas o elétron pode assumir praticamente qualquer energia, já nas bandas proibidas não há níveis eletrônicos disponíveis. A diferença de energia entre uma banda proibida e uma permitida é chamada gap. É o valor do gap que determina se um material é condutor, isolante ou semicondutor. Por definição, um material será semicondutor se possuir gap entre 0 e 3 eV [10]. Neste trabalho estamos interessados em um composto semicondutor em particular: o Arseneto de Gálio (GaAs). Por ser um material muito estudado, o GaAs tem uma estrutura de bandas muito bem conhecida.



Figura 3.1: Estrutura de bandas do GaAs em três dimensões [11]

A figura 3.1 mostra a estrutura de bandas do GaAs no caso tridimensional. Da figura, vemos que a energia de $gap E_g$ é de 1, 42eV à temperatura ambiente (300 K). Isso significa que, à temperatura de 0K, todos os níveis eletrônicos do material estarão preenchidos até o nível de Fermi. Portanto, para excitar um elétron para uma nova banda permitida, chamada banda de condução, precisaremos fornecer ao elétron uma energia superior à energia de gap do GaAs. Uma característica importante da estrutura de bandas do GaAs é que o máximo da banda da valência e o mínimo da banda de condução ocorrem para o mesmo vetor de onda \vec{k} , neste caso em $\vec{k} = 0$. Quando isto ocorre diz-se que o semicondutor possui gap direto.

Quando um elétron faz a transição da banda de valência para a de condução ele deixa nesta última uma vacância ou ausência de carga. A essa vacância dá-se o nome de buraco. Para todos os efeitos podemos tratar o buraco como uma partícula dotada de uma massa efetiva e com carga e vetor de onda opostos aos do elétron. A estrutura de bandas do GaAs mostra que a banda de valência é composta por três ramos correspondentes ao estados de buraco pesado (heavy hole), buraco leve (light hole) e split-off. Podemos pensar em cada uma destas bandas de energia como originárias dos níveis discretos de energia de cada um dos átomos que compõem o cristal isoladamente. Neste contexto, a banda se de condução pode ser vista como remanescente do orbital s enquanto que a banda de valência é remanescente dos orbitais p: p_x , p_y e p_z . No ponto $\vec{k} = 0$ os ramos buraco pesado e buraco leve são degenerados. Esta degenerescência, entretanto, é quebrada se o elétron no cristal estiver confinado em uma das direções. Veremos como fazer isso adiante.

3.3 Poços quânticos

Com o surgimento das técnicas de crescimento epitaxial tornou-se possível a construção de camadas semicondutoras com espessuras de escala atômica e com *bandgaps* projetados para confinar elétrons. O confinamento de um elétron ao longo de uma direção específica altera significativamente a estrutura de bandas de um semicondutor modificando praticamente todas as propriedades do material em algum grau.

Um poço quântico pode ser tratado como uma heteroestrutura formada por uma heterojunção dupla. Uma heterojunção consiste de dois materiais diferentes dispostos um ao lado do outro. Se as estruturas de bandas dos materiais são diferentes entre si haverá uma descontinuidade em ambas as bandas - de condução e de valência - na fronteira entre os dois materiais. Podemos aproximar esta descontinuidade por um potencial constante V. A figura 3.2 ilustra uma heterojunção típica

Agora, se inserirmos uma camada de um material semicondutor de gap pequeno entre duas camadas de outro material com gap maior formaremos uma heteroestrutura como a mostrada na figura 3.3:

Se o material semicondutor do centro da estrutura tiver uma espessura da mesma ordem de grandeza do raio de Bohr do éxciton confinado (alguns nanometros), a amostra passa a exibir efeitos quânticos. Esse tipo de estrutura



Figura 3.2: Descontinuidade do potencial em uma heterojunção

é chamada de poço quântico.

Com um poço quântico é possível confinar um elétron no plano perpendicular ao eixo de crescimento da amostra. Neste caso a estrutura de bandas do material se modifica, pois agora o potencial introduzido pelo poço quântico também deve ser levado em conta. O novo Hamiltoniano do sistema pode ser resolvido perturbativamente através do formalismo de Luttinger Kohn [12]. A principal modificação na estrutura de bandas do GaAs quando introduzimos o confinamento acontece na banda de valência. Como mostrado na seção anterior, no caso tridimensional o GaAs apresenta uma degenerescência nos ramos *Heavy Hole* e *Light Hole* para $\vec{k} = 0$. Em duas dimensões essa degenerescência é levantada.

Neste trabalho utilizamos um poço quântico simples de GaAs de 100 Ângstrons embebido no centro de uma microcavidade de espessura λ formada por duas camadas de $Al_{0.3}Ga_{0.7}As$ dispostas entre dois espelhos DBR. Os espelhos são formados por pares de camadas alternantes de AlAs e $Al_{0.2}Ga_{0.8}As$ com 26,5 e 24 pares abaixo e acima da amostra respectivamente.

Utilizando o programa QWS versão 4.3, desenvolvido pelo professor Angelo Passaro do Instituto de Estudos Avançados (IEAv), foi possível calcular os níveis de energia dos ramos *Heavy Hole*(HH) e *Light Hole*(LH) da banda de valência de um poço quântico de GaAs com as características definidas no párágrafo anterior. Os resultados para o HH estão mostrados na figura



Figura 3.3: Representação esquemática de um poço quântico

3.4e para o LH na figura 3.5. O eixo das ordenadas representa a energia e as abcissas representam a largura do poço em Ângstrons.



Figura 3.4: Níveis de energia para o ramo $Heavy\ Hole$ da banda de valência em $\vec{k}=0$


Figura 3.5: Níveis de energia para o ramo $Light\ Hole$ da banda de valência em $\vec{k}=0$

3.4 Éxcitons

Excitons são, por definição, pares elétron-buraco correlacionados por interação de Coulomb. Existem basicamente dois tipos de éxcitons: os de Frenkel e os de Wannier-Mott. A diferença entre éxcitons de Frenkel e de Wannier-Mott é quantitativa - cada um deles representa um modelo teórico diferente para o mesmo objeto físico.

Excitons de Frenkel tem origem de estados moleculares excitados acoplados pelo potencial do cristal. A interação elétron buraco ocorre nestes estados e é maior que o acoplamento intermolecular. Neste caso o potencial associado ao cristal é tratado como uma perturbação. Este método é muito efetivo quando se está lidando com materiais orgânicos. Para semicondutores a melhor abordagem, em geral, é a de Wannier Mott que considera o acoplamento entre átomos dominante sobre a interação elétron buraco. Como resultado, para este tipo de éxciton, a interação coulombiana pode ser tratada como uma perturbação. Nesta dissertação o objeto de estudo é um poço quântico de GaAs, portanto usaremos a abordagem de Wannier Mott.

Excitons de Wannier-Mott possuem energias de ligação relativamente pequenas, da ordem de alguns meV, e tamanhos típicos da ordem de algumas dezenas de parâmetros de rede. A melhor maneira de descrevê-los é através da aproximação de massa efetiva que nos permite desprezar o potencial periódico do cristal e tratar elétrons e buracos como partículas livres com uma curva de dispersão parabólica caracterizada por uma massa efetiva que depende do material. Para o GaAs a massa efetiva do elétron é $m_e = 0,067m_0$ e a do buraco pesado $m_{hh} = 0,45m_0$ [13].

3.5 Éxcitons num poço quântico

A equação de Schroedinger para um éxciton num poço quântico pode ser escrita como [14]:

$$\left\{\hat{K}_e + \hat{K}_h + V_e(Z_e) + V_h(Z_h) - \frac{e^2}{\epsilon |\vec{r_e} - \vec{r_h}|}\right\} \Psi_{exc} = E \Psi_{exc}$$
(3.2)

onde $K_{e,h} = -\frac{\hbar^2}{2m_{e,h}} \nabla_{e,h}^2$, o laplaciano $\nabla_{e,h}^2$ depende das coordenadas do elétron e do buraco, respectivamente. Os termos $V_e(Z_{e,h})$ representam o potencial de confinamento para elétrons e buracos no eixo z da estrutura, aqui definido, arbitrariamente, como o eixo de crescimento do poço. É muito difícil resolver a equação 3.2 analiticamente. Podemos tentar resolver o problema através do método variacional utilizando uma função teste com a seguinte forma:

$$\Psi_{exc} = F(R)f(\rho)U_e(z_e)U_h(z_h), \qquad (3.3)$$

onde $\vec{R} = \frac{m_e \vec{r_e} + m_h \vec{r_h}}{m_e + m_h}$ é a coordenada do centro de massa do éxciton e $\vec{\rho} = \vec{\rho_e} - \vec{\rho_h}$ é a coordenada relativa entre o elétron e o buraco no plano do poço quântico.

As quatro componentes da função teste representam, respectivamente, a função de onda do movimento do centro de massa do éxciton, o movimento relativo entre o elétron e o buraco e os movimentos do elétron e do buraco na direção perpendicular à do plano do confinamento. A fatorização da função de onda do éxciton é uma aproximação que só vale quando o diâmetro de Bohr do éxciton *bulk* é comparável à espessura do poço quântico. Neste caso, elétrons e buracos são quantizados de maneira independente. Como o raio de Bohr do GaAs é de 150 Angstrons vamos considerar que a equação 3.3 vale.

Os quatro termos que compõem a função de onda do éxciton são normalizados como se segue abaixo:

$$\int dz |U_e(z_e)|^2 = \int dz |U_h(z_h)|^2 = \int_0^\infty 2\pi\rho d\rho |f(\rho)|^2 = \int_0^\infty 2\pi R dR |F(R)|^2 = 1$$
(3.4)

Substituindo a função teste 3.3 em 3.2 e integrando em \vec{R} obtemos:

$$\begin{cases} \hat{K_e^z} + \hat{K_h^z} + \hat{K_\rho} + V_e(Z_e) + V_h(Z_h) - \frac{e^2}{\epsilon\sqrt{\rho^2 + (z_e - z_h)^2}} - E - K_{exc} \end{cases} \times \\ f(\rho)U_e(z_e)U_h(z_h) = 0, \end{cases}$$
(3.5)

onde $K_{exc} = \frac{P_{exc}^2}{2(m_e + m_h)}$, $\hat{K_e^z} = -\frac{\partial}{\partial z_e} \frac{\hbar^2}{2m_e} \frac{\partial}{\partial z_e}$, $\hat{K_h^z} = -\frac{\partial}{\partial z_h} \frac{\hbar^2}{2m_h} \frac{\partial}{\partial z_h}$, $\hat{K_\rho} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{\hbar^2}{2\mu} \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) \in \mu = \frac{m_e m_h}{m_e + m_h}$; P_{exc} é o momento excitônico. No estado fundamental $P_{exc} = 0$.

A equação 3.5 pode ser transformada em um sistema de três equações diferenciais acopladas, cada uma delas definindo uma das componentes da função teste. A equação para $f(\rho)$ pode ser obtida multiplicando-se os dois lados da equação de 3.5 por $U_e^*(z_e)U_h^*(z_h)$ e integrando sobre z_e e z_h . Isso nos dá:

$$\left\{\hat{K}_{\rho} - \frac{e^2}{\epsilon} \int \int dz_e dz_h \frac{|U_e(z_e)|^2 |U_h(z_h)|^2}{\sqrt{\rho^2 + (z_e - z_h)^2}}\right\} f(\rho) = -E_B^{QW} f(\rho), \qquad (3.6)$$

onde E_B^{QW} é a energia de ligação do éxciton. As energias de confinamento para o buraco e o elétron - E_e e E_h - e suas respectivas funções de onda $U_{e,h}(Z_{e,h})$ podem ser obtidas multiplicando a equação 3.5 por $f^*(\rho)U_{e,h}^*(z_{e,h})$ e integrando sobre $z_{e,h} \in \rho$ de modo a chegar em:

$$\left\{\hat{K_{e,h}} + V_{e,h} - \frac{e^2}{\epsilon} \int \int 2\pi\rho d\rho dz_{e,h} \frac{|f(\rho)|^2 |U_{e,h}(z_{e,h})|^2}{\sqrt{\rho^2 + (z_e - z_h)^2}} \right\} U_{e,h}(z_{e,h}) = -E_{e,h} U_{e,h}(z_{e,h}) = -E_{e,$$

Idealmente, em duas dimensões teremos $|U_{e,h}(z_{e,h})|^2 = \delta(z_{e,h})$ já que a probabilidade de se encontrar o elétron ou o buraco deve ser nula em qualquer ponto fora do plano do poço quântico. Usando esta condição a equação 3.6 se modifica:

$$\frac{1}{\rho}\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial}{\partial\rho}\right) - \frac{e^2}{\epsilon\rho} = E_B^{2D}f(\rho)$$
(3.8)

Essa é a equação do átomo de hidrogênio em duas dimensões. Sua solução é bastante conhecida. Para o estado fundamental temos:

$$f_{1s}(\rho) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{a_B^{2D}} e^{-\frac{\rho}{a_B^{2D}}},$$
(3.9)

onde $a_B^{2D} = \frac{a_B}{2}$, sendo a_B o raio de Bohr do éxciton tridimensional. A energia de ligação do éxciton confinado em duas dimensões excede aquela do éxciton bulk por um fator 4.

$$E_B^{2D} = 4E_B (3.10)$$

Para poços quânticos realistas as equações 3.6 e 3.7 ainda podem ser desacopladas desde que o termo coulombiano em 3.7 seja desprezado. Dessa maneira, é possível encontrar as funções $U_{e,h}(z_{e,h})$ independentemente uma da outra, além de $f(\rho)$. Podemos encontrar uma expressão para a energia de ligação do éxicton usando uma função teste do tipo $f(\rho) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{a} e^{-\frac{\rho}{a}}$ na equação 3.6. O termo a é o parâmetro variacional. Resolvendo, então, para E_B^{QW} obtemos:

$$E_B^{QW} = -\frac{\hbar^2}{2\mu a^2} + \int_{-\infty}^{\infty} dz_e \int_{-\infty}^{\infty} dz_h \int_{0}^{\infty} 2\pi\rho d\rho \frac{|f(\rho)|^2 |U_h(z_h)|^2 U_e(z_e)|^2}{\sqrt{\rho^2 + (z_e - z_h)^2}} \quad (3.11)$$

A maximização de $E_B^{QW}(a)$ leva à energia de ligação de um éxciton em um poço quântico. E_B^{QW} varia entre E_B e E_B^{2D} e depende da largura do poço quântico e da altura das barreiras de potencial para o elétron e o buraco. A dependência da energia de ligação em relação à largura do poço não é monotônica. Em poços largos o confinamento aumenta à medida que a espessura do poço diminui. Se a largura do poço for pequena demais, entretanto, a tendência se inverte. Nesta situação as funções de onda do buraco e do elétron podem tunelar na barreira de potencial. A figura 3.6 mostra essas relações mais claramente.



Figura 3.6: Energia de ligação do éxciton como função da largura (em angstrons) de um poço quântico ultra-estreito. [15]

As integrais da equação 3.11 são calculadas por métodos computacionais na maioria das vezes. A energia de ligação dos éxcitons num poço quântico de GaAs com barreiras de $Al_xGa_{1-x}As$ foram calculadas em [16]. Os resultados estão na figura 3.7. Podemos ver que para um poço de 100 Angstrons a energia de ligação dos éxcitons formados por buracos pesados é de aproximadamente 8meV.



Figura 3.7: Energia de ligação do éxciton 1s em função da largura (em Angstrons) de um poço quântico de $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$

3.6 Transições ópticas

Um éxciton é formado por dois férmions: o elétron e o buraco. A projeção do momento angular do elétron no eixo z dentro da banda de condução será dada por $J_z^e = S_z^e = \pm \frac{1}{2}$. Já para o buraco na banda de valência as projeções de momento angular possíveis são $J_z^h = S_z^h + M_z^h = \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}$, onde M representa o momento angular mecânico. Os estados com $J_z^h = \pm \frac{1}{2}$ se formam quando a projeção de Spin do buraco é antiparalela à sua projeção de momento angular. Estados com tais características formam os buracos leves. No caso em que o spin e o momento angular $J_z^h = \pm \frac{3}{2}$, - esses são os buracos pesados. Num poço quântico a energia dos níveis buraco pesado estão, tipicamente, mais próximas do fundo do poço do que as energias dos níveis de buraco leve. O estado fundamental do éxciton é, portanto, formado por um elétron ligado a um buraco pesado.

O momento angular total J do éxciton pode assumir valores ± 1 e ± 2 . Como o fóton possui projeções de spin 0 ou ± 1 e o momento angular deve se conservar em processos de fotoabsorção, os éxcitons de spin ± 2 não podem ser acessados opticamente. Estes são os chamados *dark states*. Daqui para frente iremos ignorar tais estados. Os estados com spin total ±1 podem ser acessados através de luz circularmente polarizada para a direita (σ^+) e luz circularmente polarizada para a esquerda (σ^-). Luz linearmente polarizada excita uma combinação dos estados σ^+ e σ^- de modo que a projeção de spin total do éxciton seja zero.

A figura 3.8 apresenta um resumo das transições possíveis entre buracos:



Figura 3.8: Transições ópticas possíveis para éxcitons

3.7 Polaritons de cavidade

Até agora tratamos o surgimento de bandas fotônicas em estruturas multicamadas e a formação de éxcitons em poços quânticos como problemas separados. Quando colocamos um poço quântico em um antinó de uma microcavidade semicondutora, os éxcitons do poço podem interagir com os fótons confinados na cavidade. Por conservação de momento, um éxciton pode se acoplar a um modo de oscilação desde que ambos, fóton e éxciton, possuam o mesmo vetor de onda no plano de confinamento. Nesta condição, o novo sistema formado oscilará entre éxciton e fóton em um estado misto conhecido como polariton.

O polariton é uma quasiparticula. Podemos descrevê-lo através de um Hamiltoniano de três termos: um associado aos éxcitons no cristal (H_{exc}) , outro à radiação confinada (H_{cav}) e o terceiro à interação de dipolo entre fóton e matéria (H_{int}) . O Hamiltoniano completo (H_{pol}) do sistema pode ser escrito como [17]:

$$\hat{H}_{pol} = \hat{H}_{exc} + \hat{H}_{cav} + \hat{H}_{int}$$
(3.12)

Dentro do formalismo de segunda quantização é possível reescrever 3.12 em termos de operadores criação e destruição para éxcitons e fóton como:

$$\hat{H}_{pol} = \sum_{k} E_{exc}(\vec{k}) b_{k}^{\dagger} b_{k} + \sum_{k} E_{cav}(\vec{k}) a_{k}^{\dagger} a_{k} + \hbar \sum_{k} \Omega(a_{k}^{\dagger} b_{k} + a_{k} b_{k}^{\dagger}) \quad (3.13)$$

Os operadores b_k^{\dagger} e a_k^{\dagger} criam, respectivamente, éxcitons e fótons de momento \vec{k} . No contexto da segunda quantização os termos $b_k^{\dagger}b_k$ e $a_k^{\dagger}a_k$ podem ser interpretados como o número de éxcitons e fótons com momento \vec{k} no sistema. Portanto o Hamiltoniano pode ser entendido como a energia total de éxcitons e fótons ponderada pelos seus respectivos números de ocupação e acrescidas de um termo de interação. O Ω no termo de interação é uma constante de acoplamento entre o éxciton e o fóton e é proporcional à força de oscilador (*oscillator strength*) da transição do éxciton. O Hamiltoniano da equação 3.13 pode ser escrito em forma matricial como:

$$H = \begin{bmatrix} b_k^{\dagger} & a_k^{\dagger} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_X \vec{k} & \hbar\Omega \\ \hbar\Omega & E_C \vec{k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_k \\ a_k \end{bmatrix}$$
(3.14)

É fácil perceber que esta é basicamente uma equação de dois osciladores acoplados. Podemos achar os modos fundamentais de vibração do sistema diagonalizando a matriz M a seguir:

$$M = \begin{bmatrix} E_{exc}(\vec{k}) & \hbar\Omega\\ \hbar\Omega & E_{cav}(\vec{k}) \end{bmatrix}$$
(3.15)

Como usual, as auto-energias associadas ao Hamiltoniano 3.15, para cada valor de \vec{k} , podem ser encontradas fazendo $det(M - \lambda I) = 0$. As soluções obtidas são:

$$E_U(\vec{k}) = \frac{1}{2} \left[E_{exc}(\vec{k}) + E_{cav}(\vec{k}) + \sqrt{4\hbar^2 \Omega^2 + (E_{exc}(\vec{k}) - E_{cav}(\vec{k}))^2} \right]$$
(3.16)

$$E_L(\vec{k}) = \frac{1}{2} \left[E_{exc}(\vec{k}) + E_{cav}(\vec{k}) - \sqrt{4\hbar^2 \Omega^2 + (E_{exc}(\vec{k}) - E_{cav}(\vec{k}))^2} \right]$$
(3.17)

Os autovalores E_U e E_L representam, respectivamente, as energias dos estados Upper Polariton (UP) e Lower Polariton (LP). A diferença Δ entre as energias do éxciton (E_{exc}) e do campo confinado (E_{cav}) é chamada de sintonia da cavidade. Quando $\Delta = 0$ a separação entre os ramos UP e LP é mínima. Nesta situação $E_U - E_L = 2\hbar\Omega$. Este valor é conhecido como o Rabi-Splitting da cavidade.

Para obter a curva completa de dispersão em \vec{k} do Polariton devemos conhecer as energias do éxciton (E_{exc}) e do fóton confinado (E_{cav}) . O termo E_{exc} é dado pela soma das energias ao elétron, ao buraco e à interação entre eles. Como mostrado na seção 3.5, o cálculo exato dessas energias envolve integrais que só podem ser resolvidas numericamente. Para pequenas variações no vetor de onda, entretanto, a curva de dispersão é praticamente constante. Neste trabalho consideraremos que a energia do éxciton é fixa e tem valor de 1,5eV. Já a dispersão em energia do fóton na cavidade não pode ser considerada constante e é dada pela equação:

$$E_{cav} = \frac{hc|\vec{k}|}{n_c},\tag{3.18}$$

onde n_c é o índice de refração da cavidade. Uma demonstração do resultado acima pode ser encontrada em [38]. Podemos reescrever a equação 3.18 de modo que ela dependa apenas da componente horizontal de \vec{k} fazendo:

$$E_{cav} = \frac{hc}{n_c} \sqrt{\vec{k}_{\parallel}^2 + \vec{k}_{\perp}^2}$$
(3.19)

Como, numa cavidade ideal, $|\vec{k}_{\perp}|=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{L_c}$ equação anterior toma a forma:

$$E_{cav} = \frac{hc}{n_c} \sqrt{\vec{k}_{\parallel}^2 + \frac{\pi^2}{L_c}},$$
 (3.20)

onde L_c é o comprimento efetivo da cavidade.

O comportamento qualitativo da dispersão do Polariton está representado esquematicamente na figura 3.9 para o caso em que a sintonia da cavidade é zero.



Figura 3.9: Curva de dispersão do polariton para $\Delta = 0$. É possível observar da figura que a curva de dispersão do fóton toca a do éxciton quando $\vec{k} = 0$

Os ramos UP e LP nunca se cruzam. O ponto no qual a separação entre elés é mínima é chamado de ponto de *anticrossing*. Na figura 3.10 podemos ver a dispersão do Polariton como uma função da sintonia Δ em $\vec{k} = 0$. O *anticrossing* ocorre quando $\Delta = 0$. A separação em energia entre os dois ramos da curva de dispersão do Polariton neste ponto é o *Rabi Splitting*.

O desdobramento da dispersão do Polariton em dois ramos - UP e LP - é o que caracteriza o chamado regime de acoplamento forte. É importante notar que, neste regime, os modos *Upper* e *Lower Polariton* são verdadeiramente os auto estados do sistema. Polaritons podem ser entendidos como pares éxciton-fóton propagando-se em um cristal. Uma vez que eles estejam presentes na cavidade não faz mais sentido falar em fótons e éxcitons separadamente.

Para demonstrar o regime de acoplamento forte na cavidade de interesse para esta dissertação fizemos incidir sobre a amostra um feixe de luz branca



Figura 3.10: Curva de dispersão do polariton para vetor de onda igual a zero. Podemos ver que quando a sintonia é nula há o *anticrossing* entre os ramos UP e LP

e coletamos o espectro de reflectância para vários valores de sintonia. Os resultados estão mostrados na figura 3.11.

Podemos ver que, para as sintonias mais negativas, o espectro de reflectância exibe apenas um vale, que corresponde ao modo da cavidade Fabry-Perot conforme discutido no capítulo 2. À medida que a sintonia se aproxima de zero, o modo da cavidade se desdobra em outros dois modos correspondentes ao UP e ao LP. Esse comportamento demonstra que, para sintonias próximas de zero a cavidade está em regime de acoplamento forte.



Figura 3.11: Espectro de reflectância da amostra para vários valores de sintonia

Capítulo 4

Interações de troca

4.1 Mecanismos de relaxação de spin

Os éxcitons formados dentro de uma microcavidade retém a polarização da luz de bombeio apenas por certo tempo. Cedo ou tarde eles perdem a polarização devido aos inevitáveis processos de relaxação de spin ou de momento angular. Em semicondutores os quatro processos mais importantes para relaxação de spin são:

- Mecanismo de Elliot-Yaffet envolve a mistura de diferentes funções de onda de spin com k ≠ 0 como resultado da interação kp entre bandas. Em poços quânticos esse efeito é importante na relaxação de buracos e pode induzir transições entre estados excitônicos opticamente ativos e escuros (dark states).
- 2. Mecanismo de Dyakonov-Perel este processo é causado pelo *splitting* de spin induzido pela interação spin-órbita na banda de condução de cristais e poços quânticos não simétricos em $k \neq 0$. Como no mecanismo de Elliot-Yaffet, este efeito leva a transições entre estados opticamente ativos e escuros.
- 3. Mecanismo de Bir-Aronov-Pikus (BAP) este processo está relacionado à interação de troca (*exchange*) entre elétrons e buracos. Para éxcitons este mecanismo é mais eficiente já que o elétron e o buraco formam, neste caso, um estado ligado. A interação de troca é formada por duas partes: uma de curto alcance e outra de longo alcance. A parte de curto alcance leva a um *splitting* dos estados excitônicos em k = 0correspondentes às diferentes orientações de spin das partículas. A interação de longo alcance, por sua vez, leva a transições entre o dubleto

opticamente ativo $|+1\rangle \rightarrow |-1\rangle$ e portanto pode levar à inversão da polarização circular da emissão em medidas resolvidas no tempo.

4. Spin flips entre portadores de carga e íons magnéticos em semicondutores magnéticos. Um exemplo são os semicondutores paramagnéticos que contém íons Mn^{++} de spin $\frac{5}{2}$. Nestes materiais a troca de spins com os íons magnéticos permite a relaxação eficiente dos spins de elétrons e buracos.

No trabalho de Maialle et. al. [19] foi demonstrado que, para éxcitons confinados em semicondutores não magnéticos, o mecanismo de relaxação mais importante é o terceiro (BAP). A interação de longo alcance entre elétrons e buracos dá origem ao chamado *splitting* longitudinal transversal (L-T): a separação em energia entre éxcitons que possuem momento de dipolo paralelo e perpendicular ao vetor de onda (k). Em poços quânticos este *splitting* é responsável pela rápida relaxação de éxcitons.

Exciton Polaritons possuem a mesma estrutura de spin de éxcitons puros. Podemos, portanto, tratar os processos de relaxação de spin de um éxciton polariton, qualitativamente, da mesma forma que trataríamos aqueles de um éxciton puro. É isso que faremos até o final deste capítulo. A seguir veremos em mais detalhes como funcionam as interações de curto alcance e longo alcance.

4.2 Interações de Curto Alcance

Para um éxciton formado por um buraco pesado a parte de longo alcance da interação de troca é dominante sobre a parte de curto alcance já que esta última não é capaz de virar o spin do buraco diretamente [19]. Entretanto, como veremos adiante, a interação de curto alcance pode gerar um *splitting* no espectro de luminescência do éxciton em $\vec{k} = 0$ mesmo em situações nas quais não há campo magnético interagindo com o poço quântico.

Podemos escrever o Hamiltoniano (H_{xx}) de interação entre um éxciton no estado fundamental e um campo magnético B como uma soma de três termos [20]:

$$H_{xx} = H_e + H_h + H_{eh}, \tag{4.1}$$

onde H_e e H_h são os termos de interação Zeeman para o elétron e o buraco respectivamente e H_{eh} é a interação de troca dependente do spin. Estamos interessados apenas nos éxcitons formados por buracos pesados. Como em baixas temperaturas a população de buracos leves é desprezível podemos usar um Hamiltoniano de spin efetivo com a forma [21]:

$$H_{xx} = \sum_{i=x,y,z} [\mu_B(g_{e,i}S_i - g_{h,i}\Sigma_i)B_i - 2c_iS_i\Sigma_i],$$
(4.2)

onde $S = \frac{1}{2}$ é o operador de spin do elétron e $\Sigma = \frac{1}{2}$ é um operador de spin efetivo que representa os dois estados de buraco com momento angular total $J = \pm \frac{3}{2}$. Os termos g_e e g_h representam o fator magnético 'g' para o elétron e para o buraco pesado. O termo c é uma medida da interação de troca de curto alcance. Os fatores 'g' e 'c' são funções da largura do poço quântico.

As energias dos estados excitônicos formados por buracos pesados com campo magnético aplicado na direção de crescimento da amostra (aqui tomada arbitrariamente como z) são:

$$E_1 = \frac{c_z}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\mu_B^2 B_z^2 (g_{h,z} + g_{e,z})^2 + (c_x + c_y)^2}$$
(4.3)

$$E_2 = \frac{c_z}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\mu_B^2 B_z^2 (g_{h,z} + g_{e,z})^2 + (c_x + c_y)^2}$$
(4.4)

$$E_3 = -\frac{c_z}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\mu_B^2 B_z^2 (g_{h,z} - g_{e,z})^2 - (c_x + c_y)^2}$$
(4.5)

$$E_4 = -\frac{c_z}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\mu_B^2 B_z^2 (g_{h,z} - g_{e,z})^2 - (c_x + c_y)^2}$$
(4.6)

Os níveis estão plotados na figura 4.1 para um caso especial no qual a amostra possui simetria D_{2d} e para valores de c que obedeçam à condição:

$$c_x, c_y \ll c_z \tag{4.7}$$

Os coeficientes c_x e c_y são pequenos porque são coeficientes do termo spin-spin da contribuição de terceira ordem da interação Zeeman - $J_i^3 B_i$. O coeficiente c_z vem da do termo linear dominante da interação Zeeman: $J_i B_i$. J_i são os operadores de momento angular da camada de valência. Não há confirmação experimental direta da condição 4.7 para poços quânticos de GaAs do tipo I. Estudos em poços do tipo II, entretanto, confirmaram que $c_z >> c_x c_y$ [21].

A componente z da interação de troca gera um *splitting* a campo zero entre os estados opticamente permitidos e proibidos. As componentes x e y geram pequenos *splittings* adicionais entre os estados proibidos a campo zero. No caso de simetria D_{2d} devemos ter $c_x = -c_y$, $g_{e,x} = g_{e,y}$ e $g_{h,x} = -g_{h,y}$ [21] de modo que os estado opticamente ativos são degenerados em energia



Figura 4.1: Níveis de energia do éxciton como dados pelas equações 4.3. E_1 e E_2 são estados opticamente permitidos com polarizações σ^+ e σ^-

se não há campo. Se a simetria D_{2d} for quebrada aparece uma separação $c_x + c_y$ entre E_1 e E_2 a campo zero.

A figura 4.2 mostra a separação em energia no espectro de fotoluminescência do éxciton devido à interação de curto alcance. As curvas foram obtidas para os casos de bombeio ressonante e não ressonante como uma função da largura do poço quântico e foram simuladas para dois tipos de poços: um de GaAs/AlAs e outro de $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$. As curvas cheias são uma medida do fator de amplificação devido às interações de troca que será definido na próxima seção. A principal fonte de incerteza nos valores obtidos está associada aos valores dos fatores giromagnéticos g medidos experimentalmente em [22].



Figura 4.2: Splittings em campo nulo para éxcitons em poços quânticos de $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$ (círculos) e GaAs/AlAs (quadrados). Símbolos preenchidos representam valores do splitting entre os estados proibidos e os permitidos (c_z) no caso de bombeio não ressonante. Símbolos vazios são medidas do splitting entre os estados permitidos para bombeio ressonante no caso em que o poço quântico não é idealmente simétrico. [20]

4.3 Interações de Longo Alcance

Em cristais *bulk* a interação de troca elétron-buraco contém uma parte não analítica que dá origem à um *splitting* entre éxcitons longitudinais e transversais em $\vec{k} = 0$ [23]. Em poços quânticos espera-se que o *splitting* aumente já que o confinamento é maior. Um maior confinamento, em geral, implica numa força de oscilador maior (*oscillator strength*) e o *splitting* longitudinaltransversal é proporcional à força de oscilador. Força de oscilador é uma grandeza adimensional que indica o peso relativo entre as diferentes transições eletrônicas em um material. Essa expectativa, como demonstrado por Andreani et.al. [24], só é correspondida para $k >> \frac{1}{L}$, onde L é a largura do poço. Para $k << \frac{1}{L}$ o *splitting* longitudinal transversal é linear em k e some para $\vec{k} = 0$. Neste trabalho estamos interessados no segundo caso já que nosso aparato experimental só permite medidas de fotoluminescência para valores pequenos de \vec{k} .

Para ilustrar o problema que se segue consideraremos um poço quântico formado por uma blenda de zinco de gap direto e crescida na direção [001]. O raciocínio exposto aqui é geral e pode ser estendido ao GaAs. $\vec{k} = (k_x, k_y)$ é o vetor de onda no plano do poço. Éxcitons opticamente ativos em $\vec{k} = 0$ podem ter simetria Γ_5 e Γ_4 . A banda Γ_5 possui uma degenerescência dupla correspondente à luz polarizada no plano (x, y). Já o estado de simetria Γ_4 não é degenerado e corresponde à luz polarizada na direção perpendicular ao poço quântico.

Os éxcitons de simetria Γ_5 se dividem em Longitudinal (L) e Transversal (T) de acordo com as direções de seus momentos de dipolo no plano do poço quântico em relação ao vetor de onda \vec{k} . Os modos L e T também são conhecidos na literatura como X e Y. O estado não degenerado de simetria Γ_4 é conhecido como Z. Na terminologia da óptica de superfície, o plano (x,y) é o de incidência. O éxciton T pode ser chamado também de s ou TE enquanto que os éxcitons L e Z são chamados de modos p ou TM. O modo Z só existe para éxcitons formados por buracos leves. Uma justificativa para isso pode ser encontrada em [24] e envolve basicamente considerações sobre paridade e simetria da estrutura de bandas do material que estão fora do escopo deste trabalho. Como neste trabalho excitamos experimentalmente apenas buracos pesados estamos interassados somente nos estados L e T. Por isso omitiremos, daqui em diante, todo o formalismo associado ao modo opticamente ativo Z.

A relação entre a força de oscilador e o *splitting* longitudinal transversal de éxcitons opticamente permitidos já é bem estabelecida na literatura. Podemos entender essa relação tomando como exemplo um cristal com simetria cúbica: em $\vec{k} = 0$ não há distinção entre éxcitons longitudinais e transversais. Portanto os estados opticamente ativos devem ser triplamente degenerados. Se a interação com a luz é desprezada os modos longitudinal e transversal se encontrarão separados pela parte de longo alcance da interação de troca. A interação com o campo deve compensar exatamente esta separação deslocando a energia do modo transversal do éxciton em $\vec{k} = 0$ de um valor igual ao *splitting* longitudinal-transversal ΔE_{LT} . Quantitativamente podemos expressar essa relação como:

$$\Delta E_{LT} = \frac{2\pi}{\epsilon_{\infty}} \frac{\hbar e^2}{m_0 \omega_0} \frac{f}{V},\tag{4.8}$$

onde ω_0 é a energia do éxciton e $\frac{f}{V}$ a força de oscilador por unidade de volume. Essa expressão é válida para *bulk* e poços quânticos desde que V seja interpretado como o volume de uma caixa de quantização para o campo de radiação. No caso de poços quânticos a força de oscilador deve ser proporcional à área da seção transversal S da amostra. Para um modelo de sub-bandas obtemos [24]:

$$f_{QW} = \frac{2m_0\omega_0}{\hbar}S| < u_v |\vec{r}|u_c > |^2 \left| \left| \int c(z)v(z)dz \right|^2 |F_{QW}(0)| \right|^2, \quad (4.9)$$

onde c(z) e v(z) são funções envelope das sub-bandas de condução e valência, e $F_{QW}(\rho)$ é a função envelope para o movimento relativo entre elétron e buraco no plano (x,y). No caso ideal de éxcitons estritamente bidimensionais teremos $|F_{QW}(0)|^2 = \frac{2}{\pi a_{2D}^2}$, onde $a_{2D} = \frac{a_{3D}}{2}$ é o raio de Bohr bidimensional.

Substituindo 4.8 em 4.9 e deixando o volume de quantização ir a infinito vemos que em $\vec{k} = 0$ o *splitting* longitudinal transversal desaparece.

Para valores pequenos de \vec{k} o termo de menor ordem para o Δ_{ELT}^{QW} tem a forma:

$$\Delta_{ELT}^{QW} = ce^{e} |\langle u_{v} | \vec{r} | u_{c} \rangle |^{2} \left| \int c(z) v(z) dz \right|^{2} |F_{QW}(0)|^{2} k, \qquad (4.10)$$

onde c é um fator numérico determinado no cálculo microscópico da interação de troca. Essa é a forma mais simples possível para a qual o *splitting* L₋T some em $\vec{k} = 0$ e é dimensionalmente correta.

4.4 Cálculo microscópico das interações de troca

Como tem sido feito até aqui, iremos usar a aproximação de massa efetiva para determinar a forma das interações de troca para éxcitons em poços quânticos. Por simplicidade consideraremos um éxciton associado a um par de sub-bandas $c \in v$ desprezando possíveis efeitos de cruzamento entre bandas (valence band mixing). Na aproximação de massa efetiva podemos expressar as funções de Bloch para a sub-banda c do poço quântico em termos da função de Bloch para o bulk no extremo da banda $u_c(\vec{r})$ como:

$$\psi_{ck}(\vec{r}) \cong \left[\frac{V}{S}\right]^{\frac{1}{2}} e^{i\vec{k}\rho} u_c(\vec{r})c(z), \qquad (4.11)$$

onde ρ é a coordenada no plano do poço quântico. De maneira similar podemos construir uma função de onda para a sub-banda v.

As variáveis de spin podem ser ignoradas desde que, ao final, multipliquemos o resultado por um fator de spin-órbita g. Num poço quântico, para estados derivados da banda Γ_5 , o fator g é igual a 1, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$ para buracos pesados, leves e estados de *split-off* respectivamente. Já para os estados derivados da sub-banda Γ_4 o valor g vale $\frac{4}{3}$ para os estados de buraco leve e $\frac{2}{3}$ para aqueles de *split-off*.

A interação de exchange pode ser representada em termos de \vec{k} como:

$$J(\vec{k}) = \langle \psi_{c\vec{k}_{c}} \psi_{v\vec{k}'_{v}} \left| \left(\frac{e^{2}}{r_{12}} \right) \right| \psi_{v\vec{k}_{v}} \psi_{c\vec{k}'_{c}} \rangle$$
(4.12)

A equação 4.12 pode, como já mencionado, ser separada em uma parte de longo alcance e uma de curto alcance. É possível avaliar cada uma dessas partes analiticamente na condição de que a função de onda 4.11 varie suavemente na escala de uma célula unitária. Este resultado não será demonstrado aqui mas foi derivado com detalhes em [25]. A interação de troca para os estados opticamente ativos L e T será, então:

$$< J_{SR} >= g(\Lambda_5)\Omega J_0 |F_{QW}(0)|^2 \Im,$$
 (4.13)

onde J_0 é a integral da interação de troca para o *bulk* e

$$\Im = \int dz |c(z)|^2 |v(z)|^2 \tag{4.14}$$

A interação de curto alcance não possui dependência em k.

A equação 4.13 mostra que, em poços quânticos, a interação de troca é aumentada em relação ao bulk por um fator de:

$$E = \frac{|F_{QW}(0)|^2 \Im}{|F_{bulk}(0)|^2} \tag{4.15}$$

A equação 4.15 pode ser entendida como a probabilidade aumentada de que elétron e buraco estejam no mesmo lugar e vale tanto para a interação de curto alcance como para a de longo alcance.

A figura 4.3 mostra o fator de aumento E em função da largura de um poço quântico de $GaAs/Ga_{0.5}Al_{0.5}As$ para éxcitons formados por buracos pesados em $\vec{k} = 0$.

Para calcular a parte de longo alcance da interação de troca vamos levar em conta também o efeito do acoplamento entre bandas. O procedimento está descrito em [26] e consiste, basicamente, em incluir a parte dipolar da interação de troca usando uma constante dielétrica apropriada de modo a obter:

$$\langle J_{LR} \rangle = g(\Gamma_5) \frac{2\pi}{\epsilon_{\infty}} \mu^2 |F_{QW(0)}|^2 |\hat{\mu}.\hat{\mathbf{k}}|^2 k P(k),$$
 (4.16)



Figura 4.3: Fator de aumento para o estado fundamental do éxciton formado por buracos pesados em poços quânticos de $GaAs/Ga_{0.5}Al_{0.5}As$ de várias espessuras [24]

onde $\mu = \langle u_c | e \mathbf{r} | u_v \rangle$ são os elementos de matriz entre as funções de Bloch do *bulk* e a função P(k) é definida como:

$$P(k) = \int dz \int dz' c^{*}(z) v(z) v^{*}(z') e^{-k|z-z'|}$$
(4.17)

Ao contrário do termo de curto alcance, o de longo alcance possui uma relação com o vetor de onda \vec{k} . No limite em que $kl \ll 1$, como as funções envelope c(z) e v(z) decaem exponencialmente para $|z| > \frac{L}{2}$, o fator exponencial em 4.17 pode ser aproximado por uma unidade e então a equação 4.16 se reduz a:

$$\Delta_{ELT}^{QW} = g(\Gamma_5) \frac{2\pi}{\epsilon_{\infty}} \mu^2 |F_{QW}(0)|^2 \left| \int c(z) v(z) dz \right|^2 k$$
(4.18)

Portanto, a parte de longo alcance da interação de troca varia linearmente com k. A equação 4.18 se reduz à 4.10 no caso em que $c = g(\Gamma_5) \frac{2\pi}{\epsilon_{\infty}}$.

Em microcavidades a separação entre os modos longitudinal e transversal é amplificada devido ao acoplamento do éxciton com o modo da cavidade. O modo da cavidade também está separado em polarizações TE e TM. O *splitting* resultante na luminescência do polariton dependerá da dessintonia entre a energia do modo da cavidade e a frequência de ressonância do éxciton. A figura 4.4 mostra o *splitting* longitudinal transversal do polariton calculado para uma microcavidade $\frac{\lambda}{2}$ de $Cd_{0,4}Mg_{0,6}Te$ estudada em [27] para diferentes dessintonias.



Figura 4.4: Splitting Longitudinal-transversal(TM-TE) para o Polariton calculado para uma microcavidade de $[Cd_{0,4}Mg_{0,6}Te]$ em função da dessintonia para o Upper Polariton e o Lower Polariton [28].

O splitting L-T é bastante sensível em relação à dessintonia e ao ângulo de excitação e possui sinais diferentes para o UP e para o LP. Isso se deve ao fato de que diferentes forças de oscilador para o éxciton levam à diferentes valores de *Rabi-Splitting* para polarizações TE e TM.

Capítulo 5

Parte experimental

5.1 Fotoluminescência

A principal técnica experimental utilizada neste trabalho foi a fotoluminescência (PL). A fotoluminescência pode ser ressonante ou não-ressonante. Na fotoluminescência não-ressonante, o laser de bombeio é sintonizado em uma frequência superior à energia do éxciton. O elétron excitado relaxa, então, em energia até o fundo da banda de condução e se liga a um buraco no topo da banda de valência. Como o éxciton tem um tempo de vida finito ele irá decair e emitir um fóton de energia inferior à energia do fóton de bombeio em $\vec{k} = 0$. Na fotoluminescência ressonante o laser de bombeio possui a mesma energia da transição excitônica e o fóton emitido tem o mesmo comprimento de onda do fóton absorvido pela amostra. A vantagem da fotoluminescência ressonante sobre a não-ressonante é que, na primeira, o éxciton mantém suas propriedades originais de spin e polarização enquanto que na segunda essas características são perdidas durante o processo de relaxação do éxciton ao longo da curva de dispersão. Neste trabalho o laser de bombeio foi sintonizado para uma energia levemente superior à energia de emissão do Lower Polariton. Neste caso, o processo pode ser entendido como uma fotoluminescência quase-ressonante.

5.2 A amostra

Para a realização da parte experimental deste trabalho foi utilizado um poço quântico de GaAs de 100 Angstrons colocado no centro de uma cavidade de $Al_{0.2}Ga_{0.8}As$ e espessura λ , onde λ é o comprimento de onda ressonante da cavidade e vale 800 nm aproximadamente. Essa condição permite que a radiação incidente seja confinada no sistema de modo que haja um antinó do campo eletromagnético no centro da cavidade. Acima e abaixo do poço quântico há um espelho DBR formado por camadas alternadas de $AlAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As$ de espessura $\frac{\lambda}{4}$. O DBR acima da amostra possui 24 pares de camadas e o de baixo possui 26,5 pares. Sobre o DBR que entra em contato com o ar há ainda uma camada de GaAs de 50 Angstrosns para evitar a oxidação. A amostra foi crescida por MBE (Molecular Beam Epitaxy) sobre um substrato de GaAs cortado na direção (100). A amostra foi crescida sob rotação para que fosse o mais plana possível. Durante o processo de fabricação a rotação só é interrompida no crescimento da camada de $Al_{0.2}Ga_{0.8}As$ uma vez que é importante que ela possua pequenos desvios em relação ao comprimento de onda ressonante. Uma variação na espessura da cavidade implica numa mudança do termo E_{cav} das equações 3.17 e 3.16. Como já visto no capítulo 3, a quantidade $\Delta = E_{exc} - E_{cav}$ representa a sintonia da cavidade. Portanto, podemos modificar Δ apenas movendo a posição do spot de laser de um lugar da cavidade para outro de maior ou menor espessura. A figura 5.1 mostra um esquema da amostra. Um aspecto importante da microcavidade utilizada é que ela foi crescida de modo que sua frequência de ressonância está muito próxima da energia do estado fundamental do éxciton em um poço quântico de GaAs (1,55 eV). Em medidas de fotoluminescência, o comprimento de onda do laser de bombeio é sintonizado na região desta janela de baixa reflectância permitindo que a luz incidente penetre para dentro da amostra e seja confinada pelos espelhos DBR. Detalhes técnicos da amostra com as espessuras exatas de cada camada podem ser encontrados no apêndice na tabela da figura 5.2.



Figura 5.1: Representação esquemática da amostra

Perfil	Grupo	Rep.	${\rm Mols}\ (\%)$	$\operatorname{Espessura}(\operatorname{\AA})$	Dopante	Conc.
GaAs				50	Be	$1,0 imes 10^{18}$
AlGaAs			20	539	Nenhum	
AlAs				688	Nenhum	
AlGaAs	2	$\times 21$	20	590	Nenhum	
AlAs	2	$\times 21$		688	Nenhum	
AlGaAs			30	1154	Nenhum	
GaAs				100	Nenhum	
AlGaAs(sem rotação)			30	1154	Nenhum	
AlAs				688	Nenhum	
AlGaAs	1	$\times 26$	20	590	Nenhum	
AlAs	1	$\times 26$		688	Nenhum	
GaAs				5.000	Nenhum	
3"N+GaAs Substrato				$625 \pm 25 \ \mu m$	Si	

Figura 5.2: Detalhes técnicos da amostra

5.3 Pulsos de femtossegundos

Pulsos de ultra-curtos são muito utilizados no estudo dos chamados fenômenos ultra-rápidos - muito comuns no estudo de processos relacionados ao chaveamento eletro-óptico da luz. Um dos métodos para se obter pulsos ultra curtos de laser é através da operação em *mode locking*. Essa técnica, que consiste, basicamente, em induzir uma diferença de fase fixa entre os modos da cavidade ressonante, permite a criação de pulsos da ordem de picossegundos ou femtossegundos. Os pulsos são tipicamente separados pelo tempo que levam para completar um ciclo completo dentro da cavidade. Pulsos de duração tão curta possuem uma banda larga de comprimentos de onda em seu espectro. Por causa disso o ganho do meio deve ser grande o suficiente para amplificar todas essas freqüências. O laser utilizado nesse trabalho é um Mode-Locked Femtosecond Titanium:Sapphire/ version tresteles - 50, da Del Mar Photonics e está esquematizado na figura 5.3.

A cavidade do Trestles-50 é composta por cinco espelhos dielétricos (M1, M2. M3, M4, OC), um cristal Ti:Safira (TiS), uma lente (F), dois prismas (P1 e P2) e uma fenda (S). O comprimento de onda de saída é ajustado através de uma sequência de prismas e uma fenda. Esta sequência cria uma região dentro da cavidade na qual os comprimentos de onda estão espalhados

espacialmente. Uma fenda variável é colocada neste feixe disperso. Mudando a posição desta fenda no plano horizontal é possível calibrar o comprimento de onda de saída do laser. Mudando a largura da fenda, é possível, ainda, variar a largura de banda do pulso e, consequentemente, sua largura temporal. O Trestles-50 é capaz de produzir pulsos de até 50fs.

A principal vantagem do laser pulsado sobre o CW é que o primeiro possui uma potência de pico bem maior que a do segundo. Como consequência um laser pulsado é capaz de, em um dado intervalo de tempo, excitar muito mais portadores que um laser cw, - gerando, assim, uma população instantânea maior de polaritons.



Figura 5.3: Layout básico do Trestles-50

5.4 O ângulo mágico

A dispersão do Polariton ao longo da curva de dispersão é bastante eficaz na parte excitônica devido ao espalhamento com os fônons da amostra mas se torna muito mais devagar próximo ao ponto de *anticrossing* devido ao que é conhecido na literatura como efeito gargalo (*bottleneck*). O efeito gargalo impede os polaritons de relaxarem até o estado fundamental em $\vec{k} = 0$. A razão disto é a falta de fônons acústicos para espalhar os polaritons nesta região da curva de dispersão.

Uma maneira de contornar isso foi descoberta por Savids et. al [29]. Num experimento realizado em 2000 um efeito de óptica não linear foi reportado: ao excitar a microcavidade na vizinhança do ponto de inflexão da curva de dispersão do polariton o espectro de fotoluminescência da amostra era amplificado em até 70 vezes. Esse efeito ocorre pois, na região de inflexão, polaritons com momento $\vec{k_p}$ são criados de maneira ressonante pelo laser de bombeio. A partir deste estado pode haver um espalhamento ressonante do polariton para dois outros estados - um chamado signal de momento $\vec{k} = 0$ e outro chamado idler com momento $\vec{k} = 2k_p$. Este processo é ressonante porque conserva a energia e o momento do sistema.

Como visto no capítulo 3 diferentes valores do momento \vec{k} podem ser acessados apenas variando o ângulo de incidência do laser de bombeio na microcavidade. O ângulo para o qual o momento coincide com a região de inflexão na curva de dispersão do Polariton é chamado de ângulo mágico. Para a maioria das microcavidades este ângulo está entre 15 e 20 graus. Para a amostra utilizada neste trabalho o ângulo mágico é de 12 graus, valor medido experimentalmente no trabalho de Eduardo et. al [8]. A figura 5.4 mostra o ângulo mágico na curva de dispersão do *Lower Polariton*.



Figura 5.4: Dispersão do Polariton mostrando o ponto de inflexão da curva

5.5 Placas polarizadoras

Em óptica é muito comum que se queira controlar a polarização da luz que chega ou é emitida da amostra. Os instrumentos capazes de fazer isso são as placas placas polarizadas que são, em essência, filtros capazes de selecionar certos tipos específicos de polarização. Dois filtros muito comuns e de grande aplicação para este trabalho são as placas de um quarto de onda (ou $\frac{\lambda}{4}$) e as placas de meia onda (ou $\frac{\lambda}{2}$).

Placas de $\frac{1}{4}$ de onda são instrumentos capazes de produzir luz circularmente polarizada ao introduzir uma diferença de fase de $\frac{\pi}{2}$ entre duas componentes lineares de luz ortogonais entre si. Placas deste tipo são feitas de cristais birrefringentes (os mais comuns são a calcita e a mica); ou seja, que possuem índices de refração diferentes para luz polarizada em direções diferentes. Cristais birrefringentes podem ser cortados de modo que o eixo de maior índice de refração (também chamado de eixo devagar) seja perpendicular ao eixo de menor índice de refração (eixo rápido). A orientação da placa é definida pelo ângulo formado entre a polarização da luz incidente e o eixo rápido. Se a espessura da placa é 'd', então a espessura efetiva para luz polarizada na direção do eixo rápido será $n_f d$ e para luz polarizada no eixo devagar será $n_s d$. Os termos $n_{f,s}$ representam o índice de refração em cada um dos eixos. Para que uma placa seja de um quarto de onda a espessura 'd' deve atender à seguinte condição:

$$d = \frac{\lambda_0}{4(n_s - n_f)},\tag{5.1}$$

onde λ_0 é o comprimento de onda do vácuo.

O princípio de funcionamento de uma placa de meia onda é basicamente o mesmo da placa de um quarto de onda. Ela também é feita de um material birrefringente capaz de introduzir uma diferença de fase entre as componentes de uma onda. No caso da placa de meia onda a fase introduzida é de π .

5.6 Setup experimental

O acoplamento entre éxcitons num poço quântico e o modo da cavidade dependem fortemente da temperatura à qual o sistema está submetido. Em temperaturas altas o espalhamento por fônons quebra os estados excitônicos e a produção de éxciton-polaritons é suprimida. De fato, para a amostra utilizada neste trabalho, já foi demonstrado por Eduardo et. al [8] que em temperaturas maiores que 40K não é mais possível observar o *rabi splitting*. Para contornar este problema, experimentos envolvendo microcavidades são realizados a temperaturas criogênicas. No setup experimental desta dissertação a amostra foi colocada, sob vácuo de aproximadamente $10^{-6}Torr$, em um criostato de dedo frio pelo qual circulava um fluxo constante de Hélio líquido que mantinha a temperatura da microcavidade em aproximadamente 10K. A amostra foi excitada por um laser de Ti:Sa pulsado descrito nas seções anteriores e sintonizado em 800nm, mesmo comprimento de onda da transição excitônica e da ressonância da cavidade.



Figura 5.5: Setup experimental básico

O setup experimental utilizado está esquematizado na figura 5.5. O feixe laser passa por um espelho dielétricos de alta refletividade na região de 800nm até chegar à uma de lente com 5 cm de foco que direciona a luz de bombeio para a amostra no ângulo mágico de 12 graus. A emissão do polariton é coletada na direção normal em relação ao plano do poço quântico ($\vec{k} = 0$) ou em ângulos apenas levemente deslocados em relação à direção normal ($\vec{k} > 0$). O feixe é, então, refletido para dentro de um espectrômetro que mede o espectro de luminescência da emissão. O espectrômetro utilizado é um Jobin Yvon T64000 com uma grade de 1800 linhas/mm e resolução de aproximadamente 0, 1 meV. A detecção óptica é feita através de uma CCD (charge coupling device) resfriada por nitrogênio líquido. Como o equipamento possui maior capacidade de detecção de polarizações horizontais, há um polarizador orientado verticalmente na entrada do espectrômetro para garantir que componentes horizontais não estão sendo detectadas.

Nas posições indicadas por P1, P2 foram colocados compensadores de Babinet. Compensadores de Babinet são placas variáveis que podem ser ajustadas para que se obtenha qualquer atraso que se queira entre duas componentes de uma onda, - incluindo atrasos de meia onda ou de um quarto de onda. Esses instrumentos consistem de dois cristais birrefringentes colocados em contato um com o outro. Os eixos rápidos dos dois cristais são perpendiculares entre si. Desta maneira uma diferença de fase acumulada na primeira placa pode ser parcialmente ou completamente compensada pela segunda. Um compensador variável é construído substituindo-se a primeira placa por outras duas complementares. Assim a espessura total do primeiro cristal pode ser ajustada apenas escorregando uma placa sobre a outra. Variar a espessura total do cristal corresponde à uma variação do termo 'd' na equação 5.1 e, por extensão, à uma variação na diferença de fase introduzida entre as polarizações na direção do eixo rápido e do eixo devagar. Um esquema desse sistema está ilustrado na figura 5.6. Neste trabalho os dois compensadores utilizados foram ajustados sempre como placas $\frac{\lambda}{4}$. Portanto, daqui em diante, por simplicidade, iremos nos referir a eles apenas como placas $\frac{\lambda}{4}$. Na posição P3 indicada na figura havia uma placa $\frac{\lambda}{2}$. O objetivo de cada um desses instrumentos era variar o grau de polarização circular da luz de bombeio ou de emissão. Em cada experimento o setup experimental era diferente de modo que nem sempre as duas placas $\frac{\lambda}{4}$ e a placa $\frac{\lambda}{2}$ foram utilizadas ao mesmo tempo. Na descrição da parte experimental sempre iremos nos referir às posições P1, P2 e P3 para descrever o setup utilizado em cada medida.



Figura 5.6: Compensador de Babinet

Capítulo 6

Resultados e discussão

6.1 Introdução

Neste capítulo mostraremos os resultados experimentais deste trabalho. O setup experimental é aquele descrito no capítulo 5. O espectro PL usual da amostra utilizada apresenta um pico intenso e estreito associado ao Lower Polariton quando a emissão é coletada em $\vec{k} = 0$. Entretanto, ao se deslocar a emissão para valores de \vec{k} levemente maiores do que zero é possível observar um dubleto no espectro do Lower Polariton. A figura 6.1 mostra um espectro típico no qual este dubleto aparece. A dessintonia da cavidade nesta medida era de 1, 4meV.



Figura 6.1: Dubleto no espectro de PL do *Lower Polariton*. A separação entre os picos é de 0, 19 meV.

A separação entre os dois picos do dubleto, como mostrado na figura, é de 0,19 meV. Existem alguns mecanismos capazes de produzir esse tipo de desdobramento no espectro de luminescência do polariton. Um deles é o efeito das interações de troca, já descrito no capítulo 4. Outros mecanismos citados na literatura são:

• Tripleto de Mollow - O tripleto de Mollow é um efeito que aparece devido à transições entre estados atômicos vestidos (*dressed*) por um feixe de luz coerente com frequência ω . Para átomos e moléculas é, em alguns casos, conveniente considerar apenas o estado fundamental do sistema e aqueles estados com energia $n\hbar\omega$. Se há apenas um estado com esta característica o sistema pode ser considerado de dois níveis. Ao interagir com a radiação incidente esses dois níveis se separam, numa manifestação do efeito Stark, fazendo com que o seu espectro de fluorescência apresente duas bandas laterais correspondentes às transições entre os novos níveis gerados [30]. A figura abaixo, retirada de [31] ilustra esse processo de maneira mais clara:



Figura 6.2: Tripleto de Mollow

O estado conjunto do sistema átomo-campo é caracterizado por um número de fótons 'n' e o estado do átomo, que pode ser fundamental ou excitado. Na presença de um campo externo forte e de frequência próxima à energia de transição do átomo os quatro estados mostrados na figura se separam e as regras de seleção permitem transições entre eles. Essas transições dão origem às duas bandas laterais do espectro, como mostrado em 6.2.

• Spin Splitting devido ao efeito Zeeman dentro da microcavidade - o efeito Zeeman é a separação de linhas espectrais de uma amostra em

várias componentes devido à presença de um campo magnético. Para entender como o efeito Zeeman pode surgir dentro de uma microcavidade podemos considerar um fóton qualquer polarizado linearmente. O estado de polarização deste fóton é uma superposição de luz circularmente polarizada à direita (σ^+) e à esquerda (σ^-), como na equação abaixo:

$$|P\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|\sigma^+\rangle + |\sigma^-\rangle \tag{6.1}$$

A amplitude de luz transmitida através de um poço quântico, na frequência de ressonância do éxciton, em termos das polarizações $\sigma^+ e \sigma^-$, é dada por [18]:

$$t_{\sigma^{+},\sigma^{-}} = 1 + \frac{i\Gamma_{0}}{\omega_{0}^{\sigma^{+},\sigma^{-}}} - \omega - i(\gamma + \Gamma_{0}), \qquad (6.2)$$

os termos Γ_0 e γ representam, respectivamente, as taxas de decaimento radioativas e não radioativas do éxciton. Já o termo $\omega_0^{\sigma^+,\sigma^-}$ é a frequência de ressonância do éxciton para cada uma das polarizações. A diferença $\delta = \sigma_0^+ - \sigma_0^-$ é uma medida do efeito Zeeman do éxciton devido ao campo magnético. Em uma microcavidade, o efeito Zeeman pode ser observado sem que haja um campo magnético externo. Isso ocorre pois a própria radiação confinada gera um campo magnético efetivo dentro da cavidade.

• Formação de bipolaritons - Em um sistema sob bombeio de alta potência a concentração de éxcitons pode ser alta o suficiente para que eles comecem a fazer ligações entre si. A partícula resultante da ligação entre dois éxcitons é conhecida como biéxciton. Biéxcitons, por sua vez, podem se acoplar com dois fótons numa microcavidade produzindo bipolaritons.

Como demonstrado em [32], o espectro de luminescência de uma microcavidade em regime de acoplamento forte, sob excitação óptica de alta potência, pode apresentar dois picos - um associado à emissão do polariton e outro, menos intenso, associado à emissão do bipolariton.

Tentaremos demonstrar, por um método de eliminação de hipóteses, que dentre os mecanismos citados o único compatível com os dados experimentais é o de interações de troca de curto e longo alcance. Daqui em diante sempre iremos nos referir à figura 5.5 para explicar o setup experimental de cada medida.

6.2 Medidas de intensidade da emissão em função da polarização do bombeio

Neste conjunto de medidas utilizamos apenas a placa $\frac{\lambda}{4}$ na posição P1. Rodando o eixo da placa de -45 graus até +45 graus é possível transformar a luz de bombeio de circularmente polarizada à esquerda (σ^-) até circularmente polarizada à direita (σ^+) passando pela polarização linear (quando o ângulo relativo entre a polarização da luz incidente e o eixo rápido do cristal é zero). A figura 6.3 mostra a intensidade dos espectros de luminescência da cavidade como função da polarização da luz de bombeio.



Figura 6.3: Dubleto no espectro de PL do *Lower Polariton*. A separação entre os picos é de 0, 19mev.

O resultados mostrados em 6.3 podem ser compreendidos como uma forte evidência de que está havendo condensação de polaritons no estado fundamental do LPB. Como demonstrado em [33] a formação de condensados de polaritons se torna mais eficiente para excitação linearmente polarizada, o que explica a amplificação na intensidade do espectro de emissão da microcavidade quando o ângulo na placa $\frac{\lambda}{4}$ está próximo de zero grau. Essa amplificação se deve ao fato de que polaritons dotados de spin levam um tempo maior para relaxar até o estado de condensado em relação àqueles que não possuem spin. Já foi mostrado no capítulo 3 que os estados excitônicos opticamente ativos possuem projeção de momento angular +1 ou -1. Os estados de projeção +1 são acessados por fótons circularmente polarizados à direita (σ^+) e os de projeção -1 por fótons circularmente polarizados à esquerda (σ^-). Luz polarizada linearmente excita uma combinação de estados σ^+ e σ^- produzindo estados com spin resultante nulo e, portanto, capazes de relaxar mais rapidamente para o estado fundamental do sistema.

O perfil mostrado em 6.3 não é completamente simétrico; isso deve, provavelmente, ao isolador acusto-óptico posicionado na saída do laser de bombeio que pode ter girado a polarização da luz em alguns graus.

6.3 Medidas variando a potência

Neste conjunto de medidas usamos uma placa $\frac{\lambda}{4}$ na posição 1 para medir a relação entre a potência da radiação de bombeio e a intensidade relativa dos picos do dubleto. Para facilitar a análise chamaremos de pico 1 e pico 2 os picos de menor e maior energia respectivamente. A intensidade relativa entre os picos é dada por:

$$I_{relativa} = \frac{I_1}{I_2},\tag{6.3}$$

onde $I_1 \in I_2$ são as intensidade dos picos 1 e 2.

Para medir a intensidade relativa entre os picos, o eixo da placa $\frac{\lambda}{4}$ foi ajustado em um ângulo de zero grau em relação à direção de polarização do laser. Deste modo, luz de bombeio chega na amostra linearmente polarizada. A calibração da potência do feixe foi feita com o auxílio de um atenuador.

Os resultados típicos para este tipo de medida estão mostrados na figura 6.4.

O gráfico mostra que há uma inversão de população entre os dois estados do dubleto. Para potências altas o estado de menor energia (pico 1) é mais intenso e, portanto, $I_{relativa} > 1$. À medida que a potência do *pump* diminui, o estado de maior energia passa a se sobrepor ao de menor energia havendo, então, uma inversão na intensidade relativa entre os dois picos. Uma maneira mais precisa de se verificar o comportamento de transferência de população entre os dois estados é através de medidas da intensidade integrada de cada um dos picos em função da potência. A intensidade integrada foi obtida através de um ajuste gaussiano dos picos do espectro. A figura 6.5 mostra os resultados obtidos:

O gráfico acima mostra que o comportamento de transferência de população aparece de forma mais acentuada a partir de um limiar de potência. Uma hipótese é que este comportamento esteja relacionado com a formação de condensado em um dos estados do dubleto. Polaritons possuem um caráter


Figura 6.4: Comportamento dos picos do dubleto em função da potência de bombeio

bosônico e a possibilidade de formação de um condensado de polaritons vem sendo discutida na literatura desde a década de 90. Mais adiante neste trabalho discutiremos brevemente alguns aspectos mais relevantes sobre as evidências de condensado numa microcavidade. Uma discussão mais aprofundada sobre o assunto pode ser encontrada em [34].

Da figura 6.5 podemos observar que a população dos dois estados cresce de maneira aproximadamente constante até potências próximas de 200 mW. Podemos supor que, neste intervalo, as taxas de espalhamento dos polaritons entre os dois estados têm valores parecidos e por isso não há troca líquida de população entre eles. Em potências maiores o estado de menor energia, supondo que a hipótese do parágrafo anterior esteja correta, começa a condensar. A taxa de decaimento de estados condensados é maior do que em estados não condensados. Ocorreria, então, um esvaziamento do estado de menor energia. Como a taxa de espalhamento entre dois estados é proporcional à população de cada um deles passaria a haver mais transferência de polaritons do estado mais energético para o menos enegético do que o contrário. Esse processo se manifesta no efeito de transferência de população observado no gráfico.

Tal comportamento, por si só, não serve para comprovar e nem para descartar nenhuma das quatro hipóteses citadas na abertura do capítulo. Podemos, no entanto, aproveitar as medidas de luminiscência do dubleto em função da potência de outra maneira e, assim, descartar a hipótese de que o desdobramento no espectro seja devido ao tripleto de Mollow. No trabalho de



Figura 6.5: Intensidade integrada dos picos em função da potencia de bombeio

E. del Valle et.al [35] foi demonstrado que, para uma cavidade sob bombeio coerente - como é o caso aqui -, a separação entre os picos do tripleto aumenta conforme a potência de bombeio também aumenta. Ou seja, caso o *splitting* da figura 6.1 seja um tripleto de Mollow com o terceiro pico oculto devido à resolução do espectrômetro, deveríamos esperar que o perfil do espectro se torne mais definido conforme a intensidade do *pump* aumenta. Não é isso, entretanto, que ocorre.

A figura 6.6 mostra as energias dos dois picos da emissão do *lower polari*ton em função da potência de bombeio. É possível observar que a separação em energia entre os picos tem valor aproximadamente constante a não ser por um leve desvio para o azul na linha espectral correspondente ao pico de menor energia. Esse resultado descarta a possibilidade de que o dubleto tenha origem em um processo semelhante ao que gera um tripleto de Mollow. O desvio para o azul já era esperado e pode ser interpretado como uma evidência da formação de condensado no sistema.

Há várias dificuldade associadas à detecção de condensados em microcavidades. A maior parte destas dificuldades está associada ao pequeno tempo de vida dos polaritons (da ordem de alguns picossegundos). Existem algumas evidências indiretas, no entanto. Eduardo et al. [34] lista as três mais importantes:

- Uma emissão linearmente polarizada.
- Um deslocamento para o azul no pico de luminescência do polariton.

• Uma queda na largura de linha da emissão.

A primeira evidência já foi demonstrada pela medida da figura 6.3. A emissão de um condensado de Bose Einstein (BEC) tem polarização predominantemente linear pois isso faz com que a energia livre do sistema como um todo seja minimizada.

A segunda evidência indireta da presença de condensado - o desvio para o azul - se deve à saturação do nível fundamental do sistema: conforme a potência de bombeio aumenta, o estado de menor energia do sistema satura começa a haver espalhamento de polaritons para estados de maior energia começam a ser populados também. Esse fenômeno faz com que se observe um desvio para o azul no espectro de luminescência da emissão da microcavidade. Como visto na figura 6.6:



Figura 6.6: Gráfico mostrando a energia do centro de cada um dos picos do dubleto. Os círculos representam o pico de maior energia e os quadrados o de menor.

A terceira evidência indireta da formação de condensados - o estreitamento da largura de linha - é uma consequência do aumento espontâneo da coerência dos polaritons quando o BEC se forma. À medida que a população no estado de energia mais baixa do sistema aumenta (como resultado do aumento da intensidade de bombeio) a interação entre polaritons se torna muito intensa e a largura de linha da emissão tende a diminuir. Como mostrado na figura 6.7, abaixo, esse comportamento só foi observado no pico de menor energia o que sugere que apenas ele apresenta formação de BEC.



Figura 6.7: comportamento da largura de linha da emissão em função da potência de bombeio. Os círculos mostram a tendência para o pico de menor energia e os quadrados para o de maior.

6.4 Medidas de Polarização

Neste conjunto de medidas estudamos o comportamento dos picos do dubleto em relação à sua polarização. O estudo de polarização foi dividido em duas partes. Na primeira parte utilizamos uma placa $\frac{\lambda}{4}$ na posição P1 para variar o grau de polarização circular da luz de bombeio de -1 (polarização circular à esquerda) até +1 (polarização circular à direita). O grau de polarização circular pode ser escrito como:

$$\rho = \frac{N^+ + N^-}{N^+ + N^-},\tag{6.4}$$

em que N^+ e N^- são, respectivamente, as concentrações de éxcitons com projeção +1 e -1.

Luz linearmente polarizada proveniente do laser se torna polarizada à esquerda ($\rho = -1$) se passar por uma placa $\frac{\lambda}{4}$ com seu campo elétrico vibrando em uma direção de -45 graus em relação ao eixo óptico da placa. Analogamente, se o ângulo entre o campo elétrico e a placa for de +45 graus a luz se torna polarizada circularmente à direita ($\rho = +1$).

O restante do experimento foi montado como um PL usual como mostrado na figura 5.5. Nenhum instrumento óptico foi colocado nas posições P2 e P3.

O procedimento adotado para a análise dos dados foi semelhante ao utilizado para as medidas de potência. Novamente utilizamos a intensidade relativa entre os picos definida em 6.3 como parâmetro relevante para a interpretação dos resultados. Os resultados experimentais típicos mostram que há uma inversão na intensidade dos picos do dubleto, semelhante à inversão observada nas medidas de potência, em função do aumento do grau de polarização circular da luz. Um exemplo deste comportamento pode ser observado na figura 6.8.



Figura 6.8: Intensidade relativa entre os picos do dubleto em função da polarização da luz de bombeio. O *detuning* nesta medida era de -1,4 meV

O resultado mostrado em 6.8 parece condizente com um processo de desdobramento de spin. Luz circularmente polarizada à esquerda (σ^-) excita estados de spin -1 enquanto que luz polarizada à direita (σ^+) excita estados de spin +1. Quando a luz de bombeio é linearmente polarizada os dois estados são igualmente excitados e a intensidade relativa entre os picos do dubleto é de aproximadamente 1, como mostrado no gráfico.

A princípio, é coerente atribuir o comportamento verificado a um desdobramento de spin. No entanto, para comprovar essa hipótese, devemos demonstrar que as polarizações dos picos do espectro são ortogonais entre si. Esperamos que uma das componentes do dubleto tenha polarização σ^- e a outra componente σ^+ .

Para verificar se isto é verdadeiro utilizamos a montagem especificada em 5.5. A placa $\frac{\lambda}{4}$ em P1 foi ajustada em um ângulo de zero grau em relação à direção de polarização da luz do laser. Desta maneira garantimos que a radiação incidente na cavidade seja linearmente polarizada, ou seja: uma combinação de polarizações $\sigma^- e \sigma^+$ com intensidades aproximadamente iguais. Outra placa $\frac{\lambda}{4}$, também com eixo ajustado em um ângulo de zero grau em relação à direção de polarização do laser, foi colocada na posição P2. A função desta placa é transformar as componentes circulares à esquerda e à direita da luz emitida pela amostra em componentes lineares de polarização perpendiculares entre si. Em P3 usamos uma placa $\frac{\lambda}{2}$; girando-a podemos rodar a polarização da luz incidente de um ângulo proporcional ao ângulo entre o eixo da placa e a direçãode polaização da luz incidente. Por fim, a luz emitida passa por um polarizador na entrada do espectrômetro que seleciona apenas a sua componente horizontal de polarização.

Ao girar a placa de meia onda de 90° e mantendo os parâmetros inalterados espera-se observar, caso a hipótese de desdobramento de spin seja correta, uma inversão na intensidade dos picos do dubleto. Enquanto um dos picos estiver com intensidade máxima o outro deve, idealmente, desaparecer. A figura 6.9 mostra os resultados obtidos neste experimento:



Figura 6.9: Intensidade dos picos em função do ângulo na placa $\frac{\lambda}{2}$. Os círculos representam o pico de maior energia e os quadrados o de menor energia

O padrão observado em 6.9 sugere fortemente que o dubleto na emissão do LP não é devido a um desdobramento de spin. A figura mostra que os dois picos estão em fase um em relação ao outro e, portanto, a polarização de cada um deles é uma mistura de estados σ^- e σ^+ . Os resultados mostram claramente que os picos não possuem polarizações ortogonais entre si como era o esperado.

Outra maneira de se caracterizar um desdobramento de spin é medindo a separação em energia entre os picos do dubleto em função do grau de polarização circular da luz de bombeio. De acordo com o trabalho de Lagoudakis et al. [36], a dependência dos picos σ^+ e σ^- com a polarização de bombeio segue a tendência mostrada em 6.10:



Figura 6.10: Comportamento experimental do desdobramento de spin da ressonância excitônica em termos da polarização da luz de bombeio para uma microcavidade semicondutora

A figura 6.10 mostra um comportamento claro de inversão entre as energias dos estados σ^+ e σ^- . Quando o grau de polarização circular da luz de bombeio é zero há um cruzamento entre as energias dos dois estados. Para verificar se tal comportamento pode, também, ser observado para a amostra de estudo neste trabalho utilizamos o mesmo aparato experimental já descrito no início desta seção. A diferença fundamental é que, desta vez, ao invés de usarmos a intensidade relativa entre os picos como parâmetro de interesse utilizamos a diferença de energia entre eles. A figura 6.11 mostra o resultado da medida para uma dessintonia de -1, 4meV.

O padrão obtido não mostra nenhuma tendência discernível. De fato, a não ser por um vale em ângulos próximos a -30 graus, a medida parece ser completamente aleatória. O vale em -30 graus pode ser atribuído às distorções que aparecem nos espectros de luminiscência do polariton devi-



Figura 6.11: Diferença de energia os estados do dubleto em função da polarização da radiação de bombeio

das à baixa intesidade da emissão para bombeios circularmente polarizados. Também não é possível observar nenhum cruzamento entre as energias dos picos do dubleto. Este resultado e o anterior conduzem à conclusão de que, ainda que seja possível que haja um desdobramento de spin dentro da cavidade, o dubleto observado em 6.1 é causado por outro fenômeno.

6.5 Medidas de dessintonia

Muitos fenômenos interessantes em física de microcavidades apresentam uma dependência forte com a dessintonia entre a energia do fóton confinado e a energia do éxciton. Como definido no capítulo 3 a relação de dessintonia em uma microcavidade é dada por:

$$\Delta = E_{exc}(\vec{k}) - E_{cav}(\vec{k}), \tag{6.5}$$

em que E_{exc} e E_{cav} são respectivamente as energias do éxciton e da cavidade. A energia do éxciton para a cavidade utilizada neste trabalho é de 1,5538 eV. A energia do fóton confinado depende do comprimento da amostra e é um parâmetro sintonizável. Um dos fenômenos de microcavidade que apresenta forte dependência com a dessintonia da amostra é a emissão de bipolaritons. No trabalho de Leandro et al. [32] foi demonstrado que o pico correspondente à emissão do bipolariton só surgia quando o acoplamento do modo da cavidade com o éxciton não era ideal. Ou seja: quando $\Delta \neq 0$. Verificou-se ainda que a separação em energia entre as emissões dos ramos *Lower Polariton* (LPB) e *Lower Bipolariton* (LBB) aumentava conforme a dessintonia Δ da microcavidade também aumentava. A figura 6.12, retirada de [32], mostra esse comportamento:



Figura 6.12: Espectros de fotoluminescência mostrando a diferença de energia entre a emissão do polariton e do bipolariton como função da dessintonia da amostra. Quando a amostra está na posição 0 (que corresponde a $\Delta = 0$) não é possível observar nenhum desdobramento no espectro.

É possível observar no gráfico que a separação entre os dois picos aumenta até que a posição da amostra esteja em 1,05mm. A partir deste ponto a distância em energia entre o LPB e o LBB é constante e vale aproximadamente 0,25 meV. Este valor está apenas ligeiramente acima daquele observado no espectro da figura 6.1. Para verificar se o desdobramento detectado no espectro do *Lower Polariton* poderia ser atribuído à recombinação de bipolaritons repetimos o experimento da figura 6.12 esperando observar um resultado similar. A montagem experimental utilizada nesta medida é basicamente aquela mostrada no capítulo 5, mas sem nenhuma placa polarizadora nas posições P1, P2 ou P3. A potência do laser de bombeio foi mantida constante em aproximadamente 300 mW e a sua polarização era linear ($\rho = 0$). Para variar o parâmetro Δ apenas deslocamos a amostra no criostato. Como é usual, todo o experimento foi realizado sob vácuo e à temperatura de aproximadamente 10K. O resultado obtido está mostrado na figura 6.13:



Figura 6.13: Separação entre as energias dos picos do dubleto como função da sintonia da microcavidade

A figura 6.13 mostra que, a não ser por um único ponto, não há variação significativa da separação entre os picos do dubleto como função da dessintonia da amostra. Mais importante do que isso é o fato de que mesmo quando $\Delta = 0$ o desdobramento do espectro ainda permanece. Esse resultado refuta a hipótese de que o fenômeno observado na figura 6.1 seja decorrente da recombinação de bipolaritons.

Cabe ressaltar que, de acordo com a figura 4.4 no capítulo 4, o *splitting* longitudinal transversal também apresenta uma dependência com a dessintonia da amostra. No entanto é possível observar do gráfico que, para valores do vetor de onda \vec{k} muito pequenos - como é o caso neste trabalho, essa relação com a dessintonia da microcavidade é quase que imperceptível.

Neste capítulo nos concentramos apenas em descrever as medidas e mostrar como elas descartam algumas hipóteses. No próximo tentaremos argumentar com mais clareza os motivos pelos quais o desdobramento observado no espectro pode ser associado a um *splitting* L-T.

6.6 Sobre Splitting L-T

Ao longo deste capítulo vimos que o espectro de luminescência do Lower Polariton apresenta um desdobramento na forma de um dubleto. A diferença de energia entre os dois picos varia ligeiramente e sem seguir um padrão específico conforme mudamos a polarização e intensidade de bombeio. Tomaremos como valor de referência uma diferença de energia de 0, 19meV, conforme observado na medida da figura 6.1, realizada sob bombeio de polarização linear e potência de 280mw. Analisamos o comportamento do desdobramento no espectro em função da polarização, da potência de bombeio e da dessintonia da cavidade. Cada uma das medidas foi utilizada para demonstrar que o desdobramento não poderia ter sido causado por alguns mecanismos mais comuns citados na literatura. Provar que o *splitting* é um separação em modos longitudinal e transversal, no entanto, é uma tarefa bem mais difícil. A literatura existente sobre o assunto é pequena e nos dá poucas pistas sobre o que deveria caracterizar um desdobramento L-T devido às interações de troca dentro da microcavidade.

Um dos primeiros trabalhos neste tópico é o de Kohl et al. [37]. Kohl mediu o *splitting* Longitudinal-Tranversal de éxcitons confinados em poços quânticos de GaAs/AlGaAs utilizando espectros de luminescência da amostra. O valor medido para o desdobramento L-T foi de $0, 3 \ meV$. Essa energia está muito próxima daquela encontrada neste trabalho. Em um trabalho posterior, Ivchenko et al. [39] mediram o *splitting* L-T para poços quânticos e super-redes (superlattices) de GaAs/AlGaAs. Os valores encontrados pelo grupo foram de $0,7 \ meV$ tanto para temperaturas criogênicas $(1,6 \ K)$ como para temperatura ambiente (295 K). Um resultado compatível com o modelo teórico proposto pelos autores no artigo e da mesma ordem de grandeza dos resultados obtidos neste trabalho. É importante ressaltar que a separação em modos longitudinal e transversal depende não apenas do material da amostra mas também da largura do poço quântico.

Esses resultados, entretanto, foram contestados no trabalho teórico de Andreani et al. [24]. De acordo com Andreani, o *splitting* L-T pode ser mascarado pela dispersão espacial no plano da cavidade. A dispersão espacial é um efeito decorrente da dependência do tensor de susceptibilidade dielétrica de um cristal em relação ao comprimento de onda da luz incidente. Levando em conta o efeito de dispersão espacial, a constante dielétrica de um cristal pode ser escrita como:

$$\epsilon = \epsilon_B + \frac{4\pi\alpha_0\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + \frac{\hbar k^2\omega_0}{M} - 2i\omega\gamma};$$
(6.6)

onde ϵ_B é a constante dielétrica de fundo, γ é o termo de alargamento não radiativo da emissão, M é a massa efetiva do éxciton e $\alpha_0 = \frac{2D^2}{\hbar\omega_0}$, sendo D o elemento da matriz de transição interbanda. Substituindo a equação 6.6 na equação de onda:

$$-\Delta \vec{E} = K_0^2 \epsilon(\omega, k) \vec{E}, \qquad (6.7)$$

obtemos duas soluções. A primeira descreve a propagação de modos transversais ao vetor de onda e é dada por:

$$\frac{k^2}{k_0^2} = \epsilon(\omega, k) \tag{6.8}$$

A segunda está relacionada aos modos longitudinais:

$$\epsilon(\omega, k) = 0 \tag{6.9}$$

Portanto, para uma dada frequência existem três modos ópticos que dão origem aos modos excitônicos X, Y, e Z, como descrito no capítulo 4, se propagando numa cavidade: dois transversais e um longitudinal. Se considerarmos que $M \to \infty$ e que a cavidade não tenha imperfeições, ou seja - $\alpha = 0$ -, ω_{LT} se torna exatamente a diferença entre a freqência ω_T dada pela condição:

$$\epsilon(\omega_T, k) = \infty, \tag{6.10}$$

e ω_L pela condição:

$$\epsilon(\omega_T, k) = 0 \tag{6.11}$$

Desta maneira, o *splitting* L-T nada mais é do que a diferença de energia entre os modos longitudinal e transversal na condição de que a cavidade seja completamente homogênea.

De acordo com Andreani os resultados obtidos por Ivchenko e Kohl foram mascarados pela dispersão espacial do buraco pesado no plano da cavidade. Esse efeito certamente está presente nos resultados obtidos neste trabalho, no entanto acreditamos que ele não seja preponderante uma vez que o nosso dubleto apresenta comportamentos de inversão bem definidos em relação à polarização e à potência de bombeio.

Depois destes dois trabalhos não encontramos mais referências experimentais para o valor do *splitting* L-T em poços quânticos na literatura. A melhor referência experimental é o desdobramento L-T para o polariton no GaAs bulk cujo valor de 0,08 meV é muito bem estabelecido na literatura [18].

Todos os trabalhos citados até aqui, sejam experimentais ou teóricos, são apenas para poços quânticos.Em nossa revisão bibliográfica a única menção que encontramos ao *splitting* L-T em microcavidades foi na referência [28]. Infelizmente este trabalho cita o *splitting* L-T brevemente e não poderia servir de base teorica para comparação com os resultados experimentais obtidos. Esperamos que o valor do *splitting* L-T seja maior num poço quântico inserido numa microcavidade. Como demonstrado no capítulo 4 a energia $\hbar\omega_{LT}$ é uma medida direta da intensidade do acoplamento entre a luz e o éxciton e é proporcional à força de oscilador do éxciton. A força de oscilador, por sua vez, aumenta com o confinamento.

O fato de que o valor do desdobramento L-T medido neste trabalho é da mesma ordem de grandeza do valor *bulk*, porém levemente superior, é coerente com o que foi exposto no parágrafo anterior. Devemos, no entanto, tomar esse resultado com cautela porque ao considerar apenas o aumento do confinamento estamos desconsiderando outro fator importante: a dependência em \vec{k} .

Como visto no capítulo 4, no limite de $k \ll \frac{1}{l}$ o desdobramento em modos longitudinal e transversal segue uma relação linear com o vetor de onda e some quando $\vec{k} = 0$. Experimentalmente é isso que foi observado neste trabalho. Infelizmente nosso sistema não é capaz de fazer medidas angulares e por isso podemos coletar a emissão apenas para valores pequenos do vetor de onda. Porém, era possível observar que o desdobramento sumia quando coletávamos a emissão que vinha perpendicular ao plano da cavidade. Quando deslocávamos o feixe levemente da direção perpendicular o *splitting* voltava a aparecer.

Uma estimativa teórica mais precisa do desdobramento L-T para a amostra utilizada neste trabalho deveria envolver um cálculo das funções envelope c(z), $v(z) \in F_{QW}(\rho)$ para um poço quântico de $GaAs/Ga_{0,7}Al_{0,3}As$ com 100 Angstrons de espessura conforme especificado no capítulo 5. O cálculo mais semelhante a este existente na literatura é o de Andreani et al. para um buraco leve num poço quântico de $GaAs/Ga_{0,6}Al_{0,4}As$ de 60 angstrons de espessura. A curva teórica obtida é a que segue abaixo:

A figura 6.14 mostra que para valores muito pequenos do vetor de onda \vec{k} a separação em energia entre os modos longitudinal e transversal é muito pequena, da ordem de algumas dezenas de meV - mesma ordem de grandeza dos valores experimentais obtidos neste trabalho. Uma estimativa das funções c(z), v(z) e $F_{QW}(\rho)$ poderia levar também ao cálculo do fator de



Figura 6.14: Energias dos modos L,T e Z devido às interações de troca de longo alcance para um poço quântico de $GaAs/Ga_{0,6}Al_{0,4}As$ de 60 angstrons para o buraco leve. O modo Z está relacionado ao momento de dipolo do éxciton no plano perpendicular ao do poço quântico e, por possuir energia bem maior que as dos modos L e T na região de \vec{k} pequeno, não é observado em nosso sistema

aumento da nossa cavidade para valores pequenos de \vec{k} .

Infelizmente não há na literatura qualquer tipo de modelo microscópico capaz de explicar as relações dos picos do dubleto com a polarização e a potência, conforme mostrado no capítulo anterior. Tais comportamentos, portanto, ficam como um problema teórico em aberto.

Capítulo 7 Conclusão

Neste trabalho observamos um dubleto de energia de aproximadamente 0, 19 meV no espectro de fotoluminescência do *Lower Polariton*. Após consulta à literatura do assunto quatro hipóteses plausíveis foram elaboradas para explicar o fenômeno: tripleto de Mollow, *spin splitting* decorrente da interação Zeeman dentro da cavidade, formação de bipolaritons e *Splitting* Longitudinal-Transversal.

Medidas de intensidade do espectro em função da potência de bombeio refutaram a hipótese de que o dubleto se devia a um tripleto de Mollow. Os espectros mostraram que o centro dos picos se mantinha inalterado à medida que a potência do laser de bombeio aumentava. Esse comportamento não é compatível com o que se espera com um tripleto de Mollow já que trabalhos teóricos mostram que a distância entre os centros deveria aumentar.

A hipótese de *spin splitting* foi refutada pelas medidas de polarização. Foi demonstrado que as polarizações dos dois picos do dubleto são uma mistura de componentes circularmente à direita e à esquerda. Se a hipótese de *spin splitting* fosse verdadeira deveríamos esperar que as polarizações dos picos observados fossem ortogonais entre si.

Já a hipótese de Bipolariton se mostrou falsa por causa das medidas de dessintonia. Era esperado que os centros dos picos do dubleto se afastassem um do outro à medida que a dessintonia da cavidade aumentasse. Os dados experimentais mostraram que na verdade isso não ocorre.

Por fim, a única hipótese consistente com os dados experimentais é de que o dubleto observado é, na verdade, um *splitting* Longitudinal-Transversal. Baseamos essa conclusão em dois fatos experimentais. O primeiro está associado ao fato de que a separação em energia entre os picos do dubleto é compatível com aquela prevista teoricamente para sistemas similares ao utilizado neste trabalho. O segundo fato experimental diz respeito à dependência em \vec{k} do *splitting* L-T: é esperado que não haja nenhum desdobramento se a emissão é coletada em $\vec{k}=0.$ De fato foi isso que observamos.

Observou-se ainda três sinais típicos de condensação no espectro de luminescência do pico de menor energia do dubleto. Isso indica que possivelmente está havendo formação de BEC na cavidade estudada.

Referências Bibliográficas

- J.J. Hopfield, Theory of the contribution of excitons to the complex dieletric constant of crystals. *Phys. Rev.*, 112: 1555, 1958.
- [2] V.M. Agronovich, *Optika i Spectr.* 3: 84, 1957.
- [3] C. Weisbuch, M. Nishioka, A. Ishikawa, Y. Arakawa, Observation of the coupled exciton-photon mode splitting in a semiconductor quantum microcavity. *Phys. Rev. Lett.*, 69(23): 3314, 1992.
- [4] Thonimar Vieira Alencar Souza. Dinâmica de Pseudo-Spin de Éxciton Polariton em Microcavidade Semicondutora. Dissertação de mestrado, UFMG, Departamento de Física, 2010.
- [5] J. Peatross, M. Ware. *Physics of Light and Optics*. Online ebook
- [6] R. Grant Fowles. Introduction to modern optics. Dover Publications, Segunda edição, 1989.
- [7] H. Moyses Nussenzveig. Curso de Física Básico 4. Editora Edgar Blucher, Primeira edição, 1998.
- [8] Eduardo Adriano Cotta. Estudos de efeitos eletrodinâmicos numa microcavidade semicondutora com um poço quântico de GaAs. Dissertação de mestrado, UFMG, Departamento de Física, 2004.
- [9] P.L. Taylor, O. Heinonen. A Quantum Approach to Condensed Matter Physics. Cambridge University Press, 2002.
- [10] N.W. Ashcroft e N.D. Mermin. Solid State Physics. Saunders College, International edition, 1996
- [11] GAAS band structure and carrier concentrarion. Disponível em: http://www.ioffe.ru/SVA/NSM/Semicond/GaAs/bandstr.html.
- [12] P. S. Zory. *Quantum Well lasers*. Academic Press, 1993.

- [13] P.Yu, M. Cardona. Fundamentals of semiconductors. Springer Verlag. Primeira edição, 1996.
- [14] A. V. Kavokin, J. J. Baumberg, G. Malpuech, F. P. Laussy. *Microcavi*ties. Oxford University Press, Primeira edição, 2007.
- [15] A. V. Kavokin, *Physics of Light-Matter Coupling*. Online ebook
- [16] Ronald L. Greene, Krishan K. Bajaj, Dwight E. Phelps. Energy levels of Wannier excitons in GaAs $Ga_{1-x}Al_xAs$ quantum-well structures. *Phys. Rev. B*, 29(4): 1807, 1984.
- [17] Hui Deng. Dynamic Condensation of Semiconductor Microcavity Polaritons. PHd Thesis, Standford University, 2006.
- [18] A.V. Kavokin, G. Malpuech. Thin Films and Nanostructures: Cavity Polaritons. Elsevier, Primeira edição, 2003
- [19] M. Z. Maialle, E. A. de Andrada e Silva, L. J. Sham. Exciton spin dynamics in quantum wells. *Phys. Rev. B*, 47(23): 15776, 1993.
- [20] E. Blackwood, M. J. Snelling, R. T. Harley. Exchange interaction of excitons in GaAs heterostructures. *Phys. Rev. B*, 50(19): 14246, 1994.
- [21] H. W. van Kesteren, E. C. Cosman, W. A. J. A. van der Poel. Fine structure of excitons in type-II GaAs/AlAs quantum wells. *Phys. Rev. B*, 41:5283, 1990.
- [22] M. J. Snelling, E. Blackwood, C. J. McDonagh, and R. T. Harley . Exciton, heavy-hole, and electron g factors in type-I GaAs/Al_xGa_{1-x}As quantum wells. *Phys. Rev. B*, 45: 3922, 1992.
- [23] William R. Heller, Alma Marcus. A Note on the Propagation of Excitation in an Idealized Crystal. Phys. Rev., 84:809, 1951.
- [24] L.C. Andreani, F. Bassani. Exchange interaction and polariton effects in quantum-well excitons. *Phys. Rev. B*, 41(11): 7536, 1990.
- [25] L.C. Andreani. Phd Thesis. Scuola Normale Superiore, 1989.
- [26] K. Cho. Dispersion relation of LT mixed mode polaritons. *Solid State Communications* 33(9): 911, 1980.
- [27] M.D. Martin, G. Aichmayr, L. Viña. Polarization Control of the Nonlinear Emission of Semiconductor Microcavities. *Phys. Rev. Lett.* 89: 077402, 2002.

- [28] K. V. Kavokin, I. A. Shelykh, A. V. Kavokin, G. Malpuech, P. Bigenwald, Quantum Theory of Spin Dynamics of Exciton-Polaritons in Microcavities. *Phys. Rev. Lett.* 92: 017401, 2003.
- [29] Pavlos G. Savids. Polariton Dynamics in Semiconductor Microcavities. PHd Thesis. University of Southhampton, 2001.
- [30] Y.R. Shen. The principles of Nonlinear Optics. John Wiley and Sons, Primeira edição, 1984.
- [31] The Mollow Triplet. Disponível em http://www.nature.com/nphys/ journal/v5/n3/fig_tab/nphys1215_F1.html.
- [32] Leandro Malard Moreira. Bipolaritons em uma microcavidade semicondutora. Dissertação de mestrado, UFMG, Departamento de Física, 2006.
- [33] A. I. Tartakovskii, 2, D. N. Krizhanovskii, G. Malpuech3, M. Emam-Ismail, A. V. Chernenko, A. V. Kavokin, V. D. Kulakovskii, M. S. Skolnick, J. S. Roberts. Giant enhancement of polariton relaxation in semiconductor microcavities by polariton-free carrier interaction: Experimental evidence and theory. *Phys. Rev. B* 67: 165302, 2003.
- [34] Eduardo Adriano Cotta. Biestabilidade Optica de Polaritons e Condensação de Bose Einstein. Tese de doutorado, UFMG, Departamento de Física, 2008.
- [35] E. de Valle, F.P. Laussy. Incoherent Mollow Triplet. Disponível em: http://arxiv.org/abs/1007.1471
- [36] P. G. Lagoudakis, P. G. Savvidis, J. J. Baumberg, D. M. Whittaker, P. R. Eastham, M. S. Skolnick, J. S. Roberts. *Phys. Rev. B* 65: 161310(R), 2002.
- [37] M. Kohl, D. Heitmann, P. Grambow, and K. Ploog. Luminescence of quantum-well exciton polaritons from microstructured $Al_xGa_{1-x}As GaAs$ multiple quantum wells. *Phys. Rev. B* 37(18): 10927, 1988.
- [38] L. Mandell, E. Wolf. Optical Coherence and Quantum Optics. Cambridge University Press, 1995.
- [39] E.L. Ivchenko, V.P. Kochereshko, P.S. Kop'ev, V.A. Kosobukin, I.N. Uraltsev, D.R. Yakovlev. Exciton longitudinal-transverse splitting in GaAs/AlGaAs superlattices and multiple quantum wells. *Solid State Communications* 70(5): 529, 1989.