

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Química da Universidade Federal de Minas Gerais

***MODELAGEM DA TRANSFERÊNCIA DE MASSA, ENERGIA E MOMENTO
EM CAVIDADES SUBTERRÂNEAS FORMADAS ATRAVÉS DA TÉCNICA
DE MINERAÇÃO POR DISSOLUÇÃO***

Marcus de Castro Carvalho Simões

Orientador: Prof. Dr. Roberto Fernando de Souza Freitas

Maio de 2010

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

MODELAGEM DA TRANSFERÊNCIA DE MASSA, ENERGIA E MOMENTO EM
CAVIDADES SUBTERRÂNEAS FORMADAS ATRAVÉS DA TÉCNICA DE MINERAÇÃO
POR DISSOLUÇÃO

Marcus de Castro Carvalho Simões

Orientador: Prof. Dr. Roberto Fernando de Souza Freitas

Dissertação de Mestrado apresentada ao
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química
como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de
MESTRE EM ENGENHARIA QUÍMICA

Maio de 2010

“A maravilhosa disposição e harmonia do universo só pode ter tido origem segundo o plano de um Ser que tudo sabe e tudo pode. Isso fica sendo a minha última e mais elevada descoberta”

Isaac Newton

Dedico este trabalho à minha família, especialmente à minha esposa Denise, à minha mãe Conceição, ao meu irmão Alexandre, à minha irmã Adriana e ao meu pai Rubens, que em vida me incentivou e me influenciou a ter sede inesgotável pelo aprendizado.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família pelo apoio incondicional.

Agradeço à minha esposa Denise por estar sempre ao meu lado.

Agradeço à VALE, que me deu apoio e suporte para que pudesse cursar o mestrado.

Agradeço aos professores do Departamento de Engenharia Química por me receberem tão bem no curso de Pós-Graduação de Engenharia Química.

Agradeço aos funcionários do Departamento de Engenharia Química, em especial a Cláudia.

Agradeço ao meu orientador, Professor Roberto Freitas, que teve papel fundamental no desenvolvimento do trabalho.

Agradeço ao meu colega Flávio Faria, que me ajudou bastante na construção teórica da minha tese.

E, finalmente agradeço a Deus, pelas oportunidades e por estas pessoas que apareceram e fizeram diferença na minha vida.

RESUMO

Nesse trabalho, foi feita a modelagem da transferência de massa, energia e momento no interior de cavidades subterrâneas formadas pelo método de mineração por dissolução. As equações diferenciais foram resolvidas pelo método de diferenças finitas. Os resultados foram validados através de comparação com dados de planta de produção de salmoura em larga escala. É importante salientar que esse particular procedimento de modelagem é muito sensível às condições de contorno e, dessa forma, é importante possuir um bom entendimento do sistema particular que está sendo modelado. O trabalho possui a importância de permitir a simulação do comportamento da cavidade em função das características geológicas do minério e dos parâmetros de operação utilizando apenas poucos testes de bancada.

Palavras Chave: Mineração por solução, cavidade, modelagem, transferência de massa

ABSTRACT

In this work, the transfer of mass, energy and momentum inside cavities, generated by solution mining method, has been modeled. The differential equations were solved by using finite differences methodology. The results were validated through comparison with results obtained from a plant that produces salt in large scale. It is important to point out that this particular procedure is very sensitive to boundary conditions and, in this way, it is important to have a good understanding of the particular system that is being modeled. This work is important because it enables to simulate the behavior of the cavity as a function of the geological characteristics with few bench tests.

Keywords: solution mining, cavity, modeling, mass transfer.

ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO.....	1
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	2
2.1	Descrição da Técnica.....	3
2.2	Tipos de Configurações de Caverna	4
2.2.1	Poços Simples.....	4
2.2.2	Poços Múltiplos.....	5
2.2.3	Poços Em S.....	6
2.2.4	Poços Horizontais	7
2.3	Técnicas de Monitoramento	8
2.4	Mineração por Dissolução Versus Método Convencional.....	10
2.5	Estado da Arte da Modelagem de Cavidades Formadas Pelo Método de Mineração por Dissolução.....	11
3	METODOLOGIA.....	27
3.1	Cálculo da Concentração de Saída dos Sais de Interesse Como Função das Características da Cavidade	27
3.2	Resolução Numérica das Equações Diferenciais	29
3.3	Validação do Modelo.....	29
4	RESULTADOS	30
4.1	Determinação da Taxa de Dissolução.....	30
4.2	Cálculo dos Volumes Dissolvidos Para Cavidades Cilíndricas e Cônicas.....	31
4.3	Determinação da Massa Dissolvida do Sal de Interesse	32
4.4	Estimativa Inicial da Concentração do Sal de Interesse na Salmoura Produzida	33
4.5	Determinação da Massa Total do Sal de Interesse Produzida	33

4.6	Cálculo do Acúmulo de Sais na Fase Líquida Através do Balanço de Massa	33
4.7	Determinação das Equações que Descrevem a Distribuição de Concentrações na Região Interna à Pluma, Externa à Pluma e Próxima à Parede da Cavidade	33
4.7.1	Modelo Hidrodinâmico das Cavidades	33
4.7.1.1	Região Interna à Pluma	34
4.7.1.2	Região Externa à Pluma	37
4.7.1.3	Parede da Cavidade	37
4.7.2	Modelo de Transferência de Massa	39
4.7.2.1	Região Interna à Pluma	39
4.7.2.2	Região Externa à Pluma	39
4.7.2.3	Parede da Cavidade	41
4.7.3	Modelo de Transferência de Calor	42
4.7.3.1	Região Interna à Pluma	42
4.7.3.2	Região Externa à Pluma	42
4.7.3.3	Parede da Cavidade	44
4.8	Cálculo do Acúmulo do Sal Na Fase Líquida Através da Resolução das Equações de Transferência.....	44
4.8.1	Cálculo do Acúmulo de Massa Obtido Através do Modelo de Distribuição de Concentrações no Interior da Cavidade.....	44
4.8.2	Estudo De Caso - Exemplo de Cálculo com Dados Fictícios	46
4.9	Validação do Modelo.....	46
4.10	Resultados da Modelagem Hidrodinâmica	51
4.10.1	Região Interna à Pluma	51
4.10.2	Região Externa à Pluma	52
4.10.3	Parede da Cavidade	52
4.11	Resultados da Modelagem de Concentração	53
4.11.1	Região Interna à Pluma	53
4.11.2	Região Externa à Pluma	53
5	CONCLUSÃO	54
6	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	55
	ANEXO A – RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DE LAPLACE	57

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1: Representação esquemática da técnica de mineração por dissolução de sais (MELO <i>et al.</i> , 2008)..	3
Figura 2.2: Representação esquemática da técnica de dissolução por poços simples (MELO <i>et al.</i> , 2008).	4
Figura 2.3: Representação esquemática da técnica de dissolução por poços múltiplos - poços duplos no caso da presente ilustração (GRUESCHOW <i>et al.</i> , 1999).	5
Figura 2.4: Representação esquemática da técnica de poços em S (GRUESCHOW <i>et al.</i> , 1999).	6
Figura 2.5: Representação esquemática da técnica de poços Horizontais (GRUESCHOW <i>et al.</i> , 1999).	7
Figura 2.6: Representação esquemática da técnica de sonar (MELO <i>et al.</i> , 2008).	8
Figura 2.7: Gráfico tridimensional mostrando a disposição de um conjunto de cavidades que foram criadas através do método de mineração por dissolução (SONARWIRE, 2011).	9
Figura 2.16: Cavidade esférica utilizada durante experimentos de dissolução (DURIE & JESSEN, 1963).	11
Figura 2.17: Velocidades de dissolução encontradas durante experimentos realizados em cavidade experimental com formato esférico (DURIE & JESSEN, 1963).	12
Figura 2.8: Dados de evolução de concentração durante dissolução de carnalita em água (SCHEEPSTRA <i>et al.</i> , 1983).	15
Figura 2.9: Dados de evolução de concentração durante dissolução de carnalita em salmoura saturada em Cloreto de Sódio (SCHEEPSTRA <i>et al.</i> , 1983).	16
Figura 2.10: Taxas de Dissolução da Carnalita e da Bischofita medidas experimentalmente (SCHEEPSTRA <i>et al.</i> , 1983).	16
Figura 2.11: Comparação entre a concentração predita pelo modelo e dados medidos na operação da cavidade em função da vazão de solvente (SCHEEPSTRA <i>et al.</i> , 1983).	17
Figura 2.20: Comparação entre os resultados de raio da pluma entre os modelos gaussiano e “top hat” (DAVISON, 1986).	18
Figura 2.21: Comparação entre os resultados de velocidade da pluma entre os modelos gaussiano e “top hat” (DAVISON, 1986).	19
Figura 2.22: Comparação entre os resultados de densidade da pluma entre os modelos gaussiano e “top hat” (DAVISON, 1986).	19
Figura 2.12: Ilustração das diversas possibilidades de espalhamento de pluma em ambientes duplamente estratificados (KULKARNI <i>et al.</i> , 1993).	20
Figura 2.13: Ilustração do aparato experimental utilizado para medição e verificação do espalhamento da pluma em um ambiente duplamente estratificado (KULKARNI <i>et al.</i> , 1993).	21
Figura 2.14: Ilustração dos diversos espalhamentos obtidos experimentalmente pelo autor (KULKARNI <i>et al.</i> , 1993).	22
Figura 2.23: Dados de coeficientes de difusão para soluções eletrolíticas contendo KCl e NaCl. A linha contínua e os quadrados representam respectivamente a predição dos coeficientes utilizando o modelo MSA e HNC enquanto que os losangos representam dados experimentais. (BERNARD <i>et al.</i> , 1997).	23
Figura 2.18: Aparato utilizado durante os experimentos para determinação da estratificação da pluma (AUBAN <i>et al.</i> , 2001).	24
Figura 2.19: Imagens de estratificação obtidas através da técnica de fluorescência induzida à laser (AUBAN <i>et al.</i> , 2001).	25
Figura 2.15: Simulação da distribuição de temperaturas e velocidades em uma pluma ascendente (WORTHY, 2003).	26
Figura 3.1: Metodologia para calcular a concentração da salmoura produzida em função das características do minério de interesse.	27
Figura 4.1: Metodologia para calcular as taxas de dissolução em escala laboratorial.	30
Figura 4.2: Representação esquemática do comportamento hidráulico de cavidades formadas pelo método de mineração por dissolução.	34
Figura 4.3: Representação esquemática do volume diferencial que permitirá a dedução das equações de transferência de massa na região externa à pluma.	40

Figura 4.4: Representação esquemática do volume diferencial que permitirá a dedução das equações de transferência de calor na região externa à pluma.....	43
Figura 4.5: Representação esquemática da metodologia de cálculo utilizada para estimar a distribuição de concentração na parede da cavidade.....	45
Figura 4.6: Comparação entre dados experimentais e dados gerados através de modelagem para o composto KCl.	47
Figura 4.7: Comparação entre dados experimentais e dados gerados através de modelagem para o composto NaCl.	48
Figura 4.8: Comparação entre dados experimentais e dados gerados através de modelagem para o composto MgCl ₂	49
Figura 4.9: Desvio do modelo em relação aos dados experimentais.	50
Figura 4.10: Raio de espalhamento da pluma durante sua ascensão.....	51
Figura 4.11: Velocidade de espalhamento da pluma durante sua ascensão.	51
Figura 4.12: Velocidade de queda da camada limite flutuante que se forma próxima à parede da cavidade.....	52
Figura 4.13: Perfil de concentração obtido através do modelamento matemático do sistema. Como esperado, a concentração é maior próximo à parede da cavidade e base da cavidade. É possível visualizar na parte central a pluma ascendente. Está representado nessa figura um sistema de injeção do tipo “top injection”. O tubo de produção está localizado no ponto mais inferior da parte central da cavidade.	53

1 INTRODUÇÃO

A técnica de Mineração por Dissolução é largamente utilizada na indústria da mineração, visto que ela permite extração do minério de interesse com baixo impacto ambiental e com boa economicidade. Ela é comumente utilizada para extração de sais subterrâneos, tais como Silvinita, Carnalita, Halita e Trona. Não se aplicaria à maioria dos depósitos sulfetados.

Modelagem matemática do sistema por meio da transferência de massa pode ser muito útil para entendimento do fenômeno da dissolução dentro da cavidade subterrânea. A compreensão do fenômeno ajuda a encontrar os parâmetros ótimos de operação, entender eventuais anomalias e propor soluções.

A literatura relativa à mineração por dissolução é bastante escassa, principalmente no tocante à modelagem do comportamento da transferência de massa, calor e momento no interior de cavidades subterrâneas formadas pelo método de mineração por dissolução.

O objetivo do presente trabalho é o de modelar o comportamento da massa, energia e momento no interior de cavidades subterrâneas e validar esse modelo através da comparação com dados obtidos através de uma planta de produção de sais em escala industrial.

No Capítulo 2 é apresentada uma revisão bibliográfica que aborda descrição da técnica de mineração por dissolução, tipos de configurações de cavidades subterrâneas, técnicas de monitoramento, comparação do método de mineração por dissolução com o método convencional e estado da arte da modelagem. No capítulo 3 é apresentada a metodologia utilizada para elaboração do modelo e validação do mesmo. No capítulo 4 estão reportados os resultados do modelo bem como a comparação entre os mesmos e os dados experimentais extraídos de uma planta de produção de sais em escala industrial. No capítulo 5 são apresentadas as conclusões e no Capítulo 6 são indicadas as referências bibliográficas que subsidiaram o presente trabalho.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Mineração por dissolução consiste na retirada de um determinado bem mineral através da injeção de um solvente diretamente no corpo mineral, com conseqüente dissolução do minério. A solução resultante é bombeada para a superfície, estocada em tanques apropriados e enviada para processamento.

Essa técnica é usualmente aplicada em profundidades que variam entre 400 a 2.000 m de profundidade. A operação por dissolução mais profunda que se tem conhecimento se localiza no norte da Holanda, a 2.900 m de profundidade (WARREN, 2006).

A aplicação mais comum da técnica de mineração por dissolução é a solubilização de corpos salinos subterrâneos para formação de largas cavidades que servem como reservatório para estocagem de petróleo e gás. De acordo com o “*U.S. Department of Energy Office of Petroleum Reserves*” os EUA possuem cerca de 727 milhões de barris de petróleo estocados em cavidades subterrâneas, o que significa que os EUA poderiam consumir petróleo por mais de 30 dias sem produzir ou importar uma única gota de petróleo (SHAGES, acessado em 16 de abril 2010).

Os primeiros registros da utilização deste método de lavra foram aproximadamente no ano 300 a.C. nas províncias de Szechuan e Yunnan localizadas na China. Para injeção e produção da salmoura eram utilizados tubos de bambu. O bambu é resistente ao sal e o sal por sua vez causa morte de algas e microorganismos que causam deterioração do bambu. As juntas entre os tubos de bambu eram seladas por lama ou uma mistura de limão e óleo de tungue. Tanto a perfuração quanto a retirada da salmoura eram realizadas através da força humana ou animal. A base da tecnologia atual teve sua origem na França, por volta de 858 D.C. (WARREN, 2006).

2.1 Descrição da Técnica

Através da Figura 2.1 é possível visualizar uma representação esquemática da técnica de mineração por dissolução.

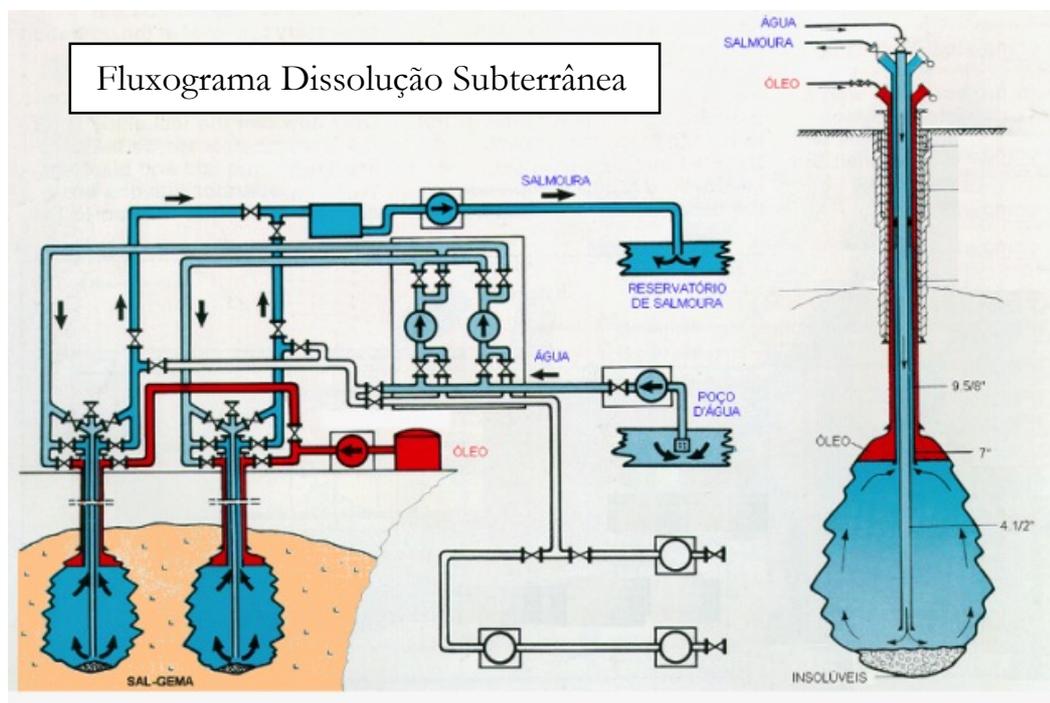


Figura 2.1: Representação esquemática da técnica de mineração por dissolução de sais (MELO *et al.*, 2008).

A técnica consiste basicamente na injeção de solvente por um tubo e coleta de salmoura no outro tubo. Para que as cavernas cresçam é necessário fazer que o fluxo de solvente se distribua horizontalmente. Para evitar que a caverna cresça verticalmente utiliza-se “*blanket*”, que é uma substância imiscível, menos densa, e que por isso naturalmente se distribui no teto da cavidade. Os “*blankets*” mais comumente utilizados são de óleo, nitrogênio comprimido e ar comprimido.

Dá-se o nome de “injeção direta” ou “circulação direta” quando a injeção de solvente é realizada por baixo e a coleta da salmoura é realizada por cima e de “injeção inversa” ou “circulação inversa” quando a injeção de solvente é realizada por cima e a coleta é realizada por baixo.

2.2 Tipos de Configurações de Caverna

Existem basicamente quatro tipos possíveis de configurações para cavernas formadas através do método de mineração por dissolução, quais sejam: poços simples, poços múltiplos, poços em forma de S e poços horizontais.

2.2.1 Poços Simples

A injeção de solvente e a produção de salmoura acontecem no mesmo poço. Para se ter uma concentração adequada de salmoura é preciso que a distância entre o tubo de injeção e o tubo de produção seja a maior possível. Por essa razão, essa técnica é em geral mais comumente aplicada a domos salinos. A Figura 2.2 contém ilustração essa técnica.

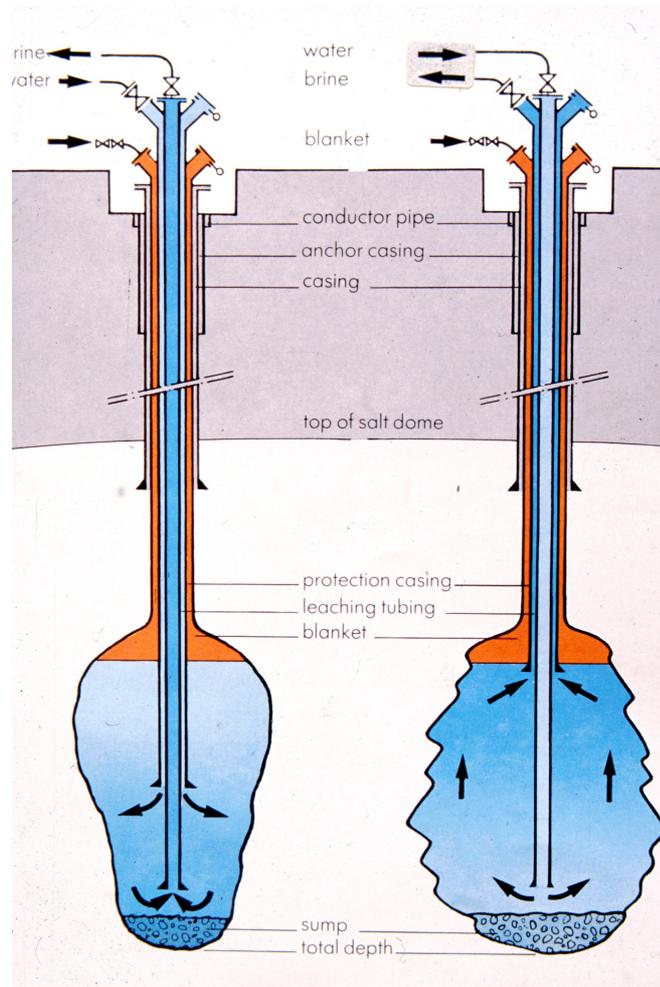


Figura 2.2: Representação esquemática da técnica de dissolução por poços simples (MELO *et al.*, 2008).

2.2.2 Poços Múltiplos

A técnica consiste em conectar um ou mais poços de forma a possibilitar a injeção e produção por poços diferentes. A única vantagem prática em relação ao poço simples é a possibilidade de injeção e produção a diferentes temperaturas. Isso é bastante interessante visto que quanto maior for a temperatura de injeção maior será a taxa de dissolução das paredes da cavidade. Na Figura 2.3 há uma ilustração para um sistema de dois poços conjugados.

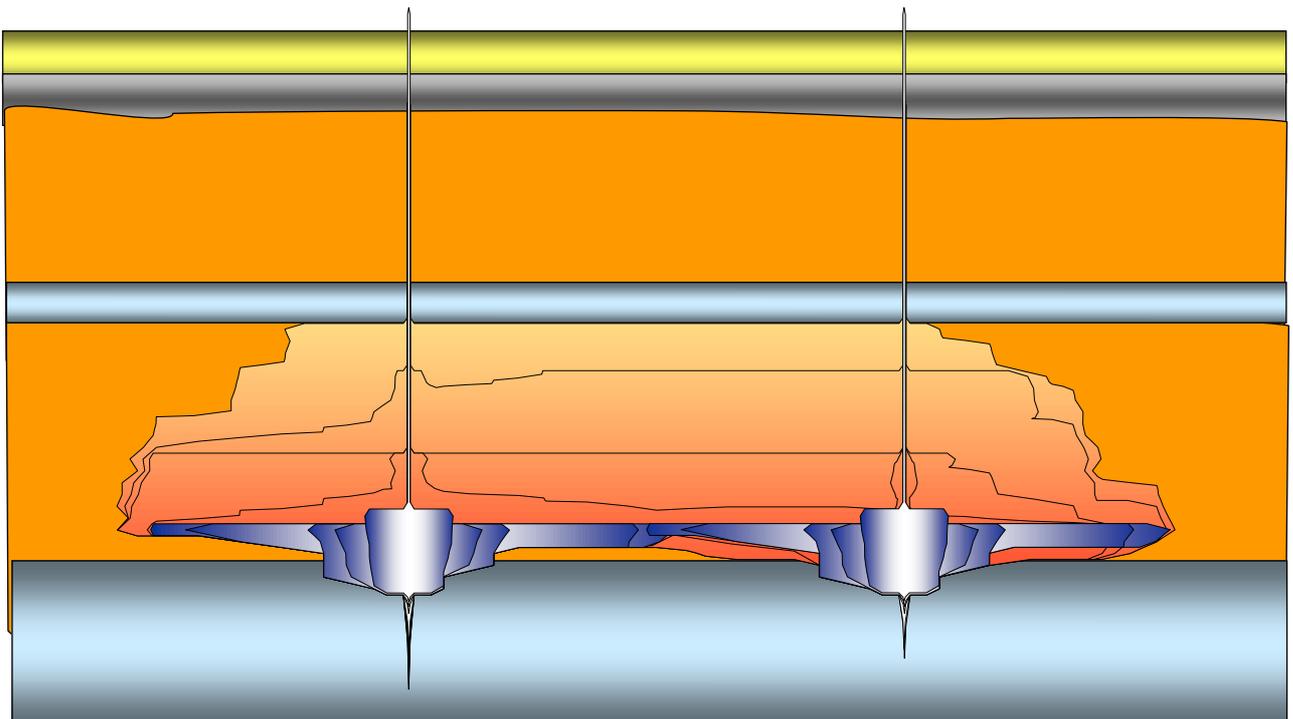


Figura 2.3: Representação esquemática da técnica de dissolução por poços múltiplos - poços duplos no caso da presente ilustração (GRUESCHOW *et al.*, 1999).

2.2.3 Poços Em S

Essa técnica é utilizada para irradiar poços a partir de um único ponto, conforme ilustrado através da Figura 2.4. Os poços em S são também utilizados para se perfurar debaixo de locais de difícil acesso, tais como casas, rios, estradas e lagoas (GRUESCHOW *et al.*, 1999).

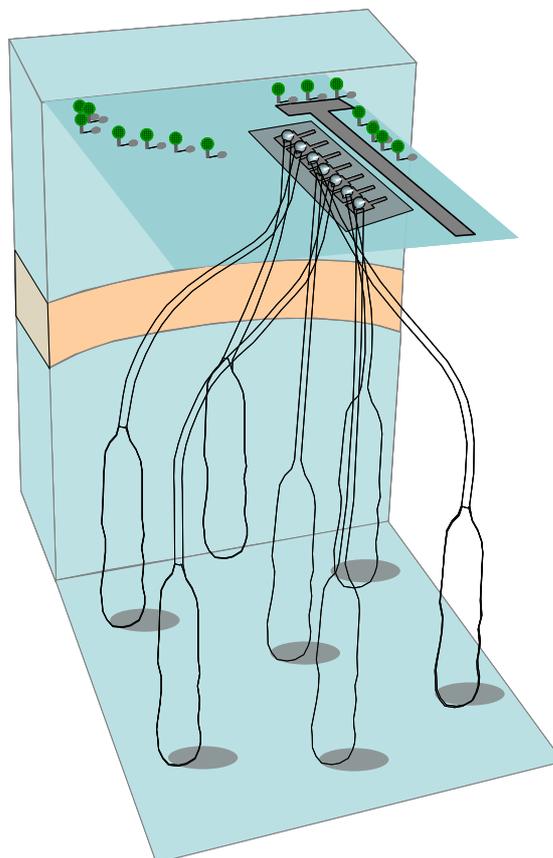


Figura 2.4: Representação esquemática da técnica de poços em S (GRUESCHOW *et al.*, 1999).

2.2.4 Poços Horizontais

Essa técnica consiste em acessar o depósito de forma horizontal. Ela é especialmente utilizada para acessar reservas com pequenas espessuras. A Figura 2.5 contém ilustração desse processo (GRUESCHOW *et al.*, 1999).

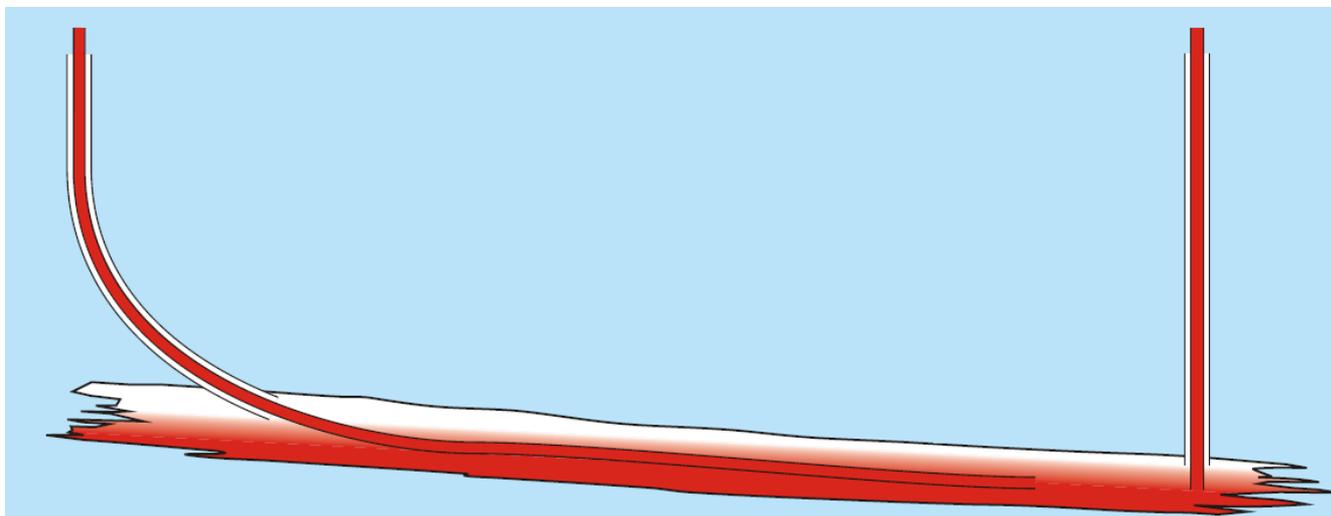


Figura 2.5: Representação esquemática da técnica de poços Horizontais (GRUESCHOW *et al.*, 1999).

2.3 Técnicas de Monitoramento

O monitoramento das cavernas é realizado com sonar. Essa técnica consiste na emissão de ondas sonoras, que se refletem na parede da cavidade e são novamente captadas, sendo o tempo dessa reflexão então medido. Visto que a velocidade de som no meio é conhecida, basta multiplicá-la pelo tempo de ida e volta da onda que a distância torna-se conhecida. A Figura 2.6 mostra uma representação esquemática do método.

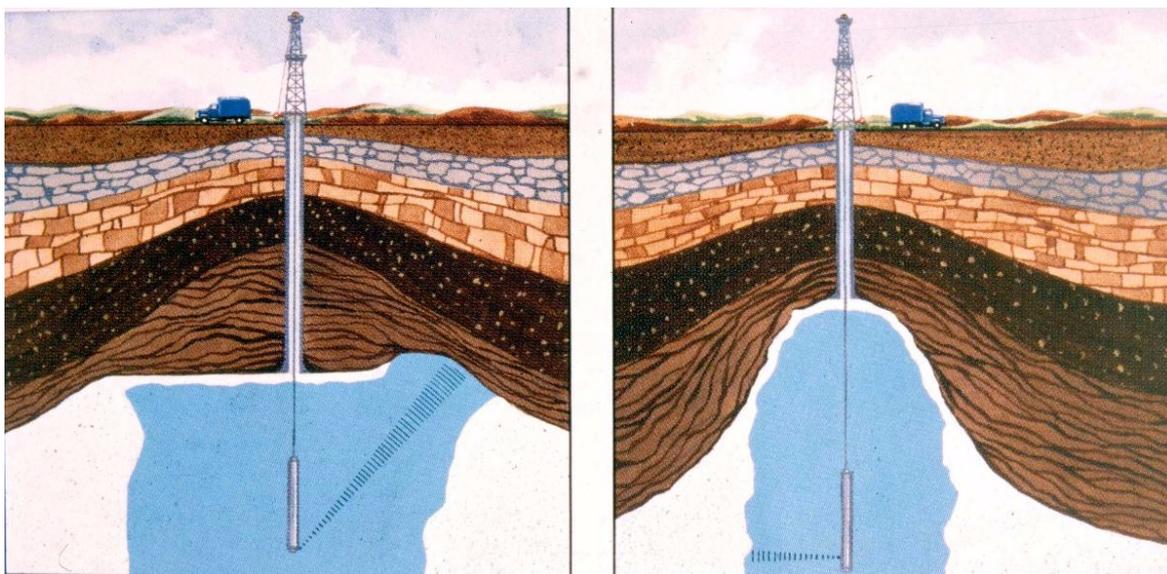


Figura 2.6: Representação esquemática da técnica de sonar (MELO *et al.*, 2008).

A Figura 2.7 contém uma ilustração do gráfico tridimensional oriundo dos pontos levantados durante uma determinada campanha de sonar.

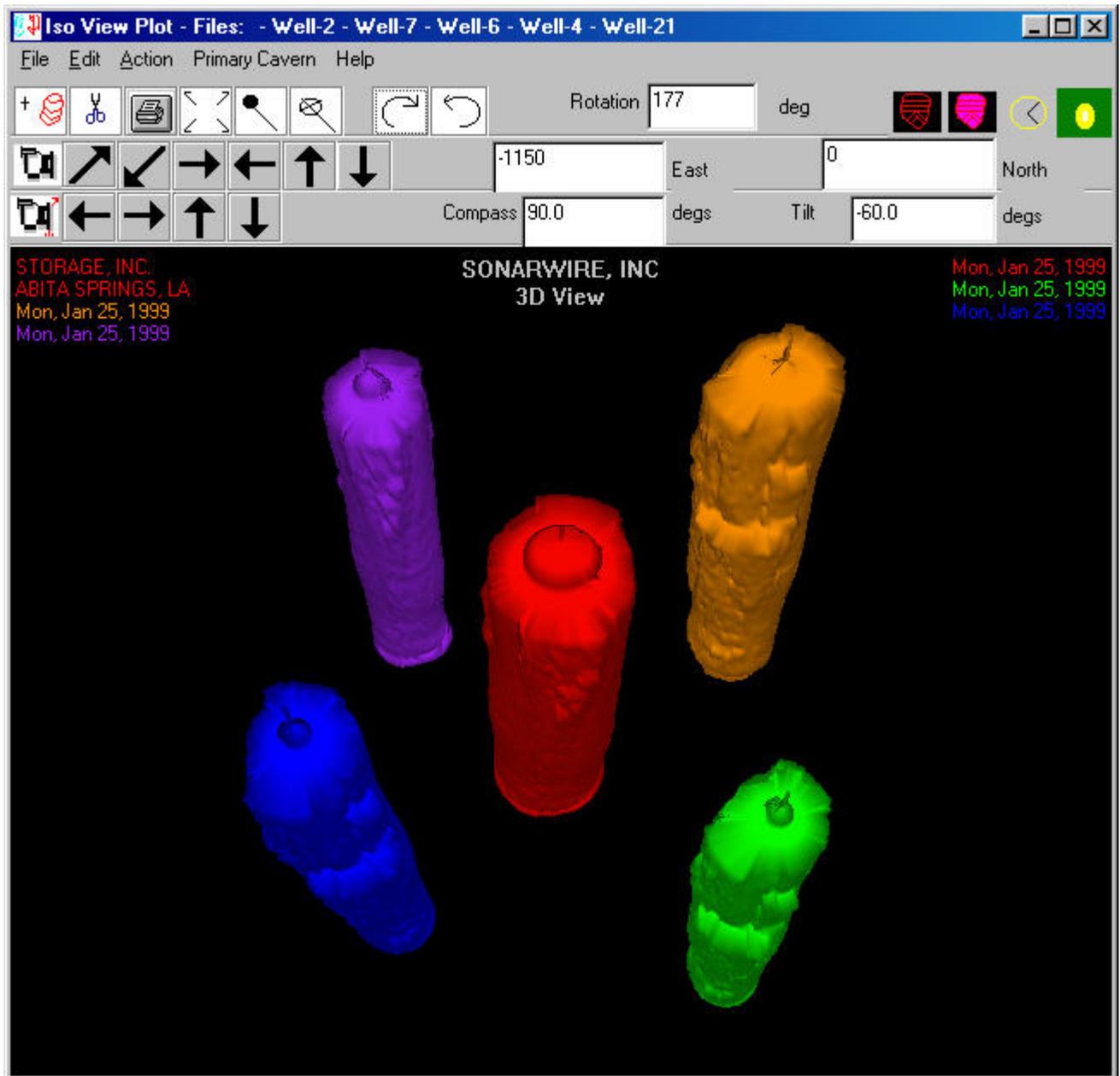


Figura 2.7: Gráfico tridimensional mostrando a disposição de um conjunto de cavidades que foram criadas através do método de mineração por dissolução (SONARWIRE, 2011).

2.4 Mineração por Dissolução Versus Método Convencional

Há várias vantagens do método de mineração por dissolução em relação ao método convencional de mineração subterrânea (remoção mecânica do minério), tais como:

- **Segurança dos trabalhadores:** A operação convencional é realizada através de máquinas que raspam o sal da parede da caverna e o envia para a superfície através de correias transportadoras. Essa operação possui alguns riscos operacionais, tais como excesso de particulados no ar, aumento da pressão arterial do indivíduo devido à atmosfera salina, pequenos desmoronamentos do teto das galerias, encontro de bolsões de gases pressurizados que quando acessados podem se expandir causando riscos à integridade da máquina que o encontrou, bem como ao seu operador. É importante salientar que as máquinas atuais são operadas através de controle remoto para evitar esse tipo de risco;

- **Inundações:** As minas convencionais são passíveis de serem inundadas por aquíferos que por ventura venham a se conectar com a cavidade. Se isso acontece, as únicas opções que existem são abandoná-las ou operá-las através do método de mineração por dissolução;

- **Aspectos Ambientais:** As minas convencionais geram grandes volumes de estérreo, que são bastante difíceis de serem novamente colocados dentro das galerias. Já a mina por dissolução só traz para superfície os resíduos solúveis, que podem ser facilmente enviados para o mar ou retornados para o interior das cavidades;

- **Temperatura da rocha:** As minas por dissolução são positivamente influenciadas pelo aumento da temperatura da rocha, visto que a taxa de dissolução dos sais (KCl, NaCl, Carnalita, Bischofita, Taquidrita, dentre outros) aumentam com o aumento da temperatura. Já as minas convencionais precisam manter um ambiente agradável para os seus trabalhadores, e para isso necessitam resfriar o ar e injetá-lo no interior das galerias. Quanto mais alta for a temperatura da rocha, mais alto será o gasto de energia para resfriamento do ar e ventilação do ambiente, o que aumenta muito os custos operacionais da mina convencional;

- **Geomecânica:** A mina por dissolução é naturalmente mais estável em termos geomecânicos. Isso porque a solução dentro da cavidade ajuda a suportar a pressão exercida pelas camadas de rochas superiores a elas.

Apesar de possuir várias vantagens em relação às minas convencionais, a mina por dissolução possui algumas desvantagens, quais sejam:

- Espessura da camada: As minas por dissolução não são recomendáveis para espessuras de camadas inferiores a quatro metros;
- Inclinação do depósito: As minas convencionais se adaptam melhor em relação à inclinação do depósito;
- Água: Grandes volumes de água são utilizados no processo de dissolução.

2.5 Estado da Arte da Modelagem de Cavidades Formadas Pelo Método de Mineração por Dissolução

No artigo “*Mechanism of the Dissolution of Salt in the Formation of Underground Salt Cavities*” (DURIE & JESSEN, 1963) o autor descreve os experimentos que utilizou para determinação da velocidade de dissolução em cavidades esférica de cloreto de sódio. Além disso, o autor apresenta um grupo de equações para modelagem do comportamento da camada limite na parede da cavidade.

- A figura 2.16 representa a cavidade esférica de cloreto de sódio utilizada nos experimentos.

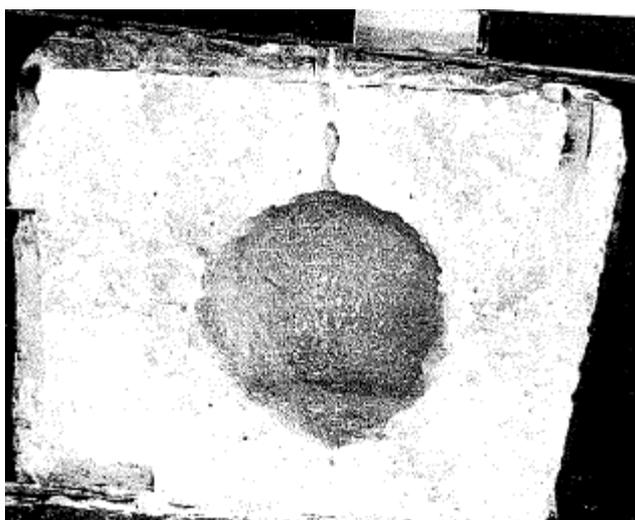


Figura 2.8: Cavidade esférica utilizada durante experimentos de dissolução (DURIE & JESSEN, 1963).

- As velocidades de dissolução foram medidas em duas situações diferentes: injeção de água e injeção de salmoura com 1.8 mol/l de concentração de NaCl. Os resultados encontrados podem ser visualizados através da figura 2.17.

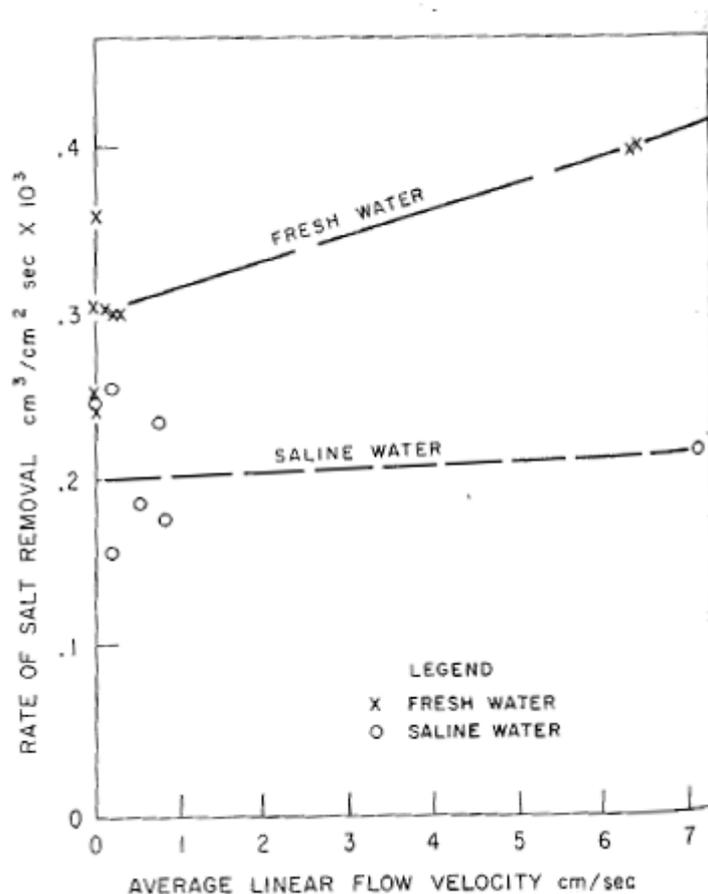


Figura 2.9: Velocidades de dissolução encontradas durante experimentos realizados em cavidade experimental com formato esférico (DURIE & JESSEN, 1963).

- Os perfis de concentração, por analogia à transferência de calor, são assumidos sendo parabólicos.

- As principais equações utilizadas estão dispostas no capítulo 4. São elas as equações 4.32, 4.33, 4.34 e 4.35.

No artigo “*Solution Mining Calculations for SPR Caverns*” (RUSSO, 1983) o autor descreve a metodologia que utilizou para tratar a modelagem de transferência de massa em cavernas isotérmicas compostas por NaCl. Para desenvolver o modelo o mesmo utilizou as seguintes considerações:

- Quando uma superfície salina é exposta a uma salmoura não saturada ocorre formação de uma camada limite flutuante próxima a essa superfície.

- Experimentos realizados por Durie e Jessen mostraram que quando a velocidade de queda dessa camada limite é muito alta em comparação à velocidade do seio da solução, a taxa de dissolução a uma dada temperatura varia apenas com a concentração do seio da solução e com a distância ao longo da camada limite. Esses experimentos também mostraram que a transição para regime turbulento ocorreu em uma escala muito pequena (apenas alguns milímetros).

- Por analogia com transferência de calor em regime turbulento por convecção natural, a dependência da distância da velocidade de dissolução poderia ser negligenciada.

- Dependência do raio em relação ao tempo e concentração:

$$\frac{dr}{dt} = 45,654996C^4 - 232,29310C^3 + 469,52470C^2 - 470,37554C + 232,73686 - 45,203241/C \quad (2.1)$$

Onde:

- r é o raio da cavidade;
- t é o tempo
- C é a densidade da salmoura no seio da solução.

- O fluido que é injetado na cavidade possui concentração diferente da concentração da solução presente na cavidade. Por ser menos denso, o fluido injetado se desloca para o teto da cavidade. Portanto, duas regiões distintas se formam dentro da cavidade, a pluma e a região externa à pluma.

- Balanço de massa na região externa à pluma:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \left(\frac{Mo}{A} - \frac{2D}{r} \frac{dr}{dz} \right) \frac{\partial C}{\partial z} + \frac{2DSd(C - \hat{C})}{r \cos \theta} = D \frac{\partial^2 C}{\partial Z^2} \quad (2.2)$$

Onde:

- r é o raio da cavidade;
- t é o tempo;
- C é a densidade da salmoura no seio da solução;

- M_0 é a vazão total induzida;
- A é a área da seção transversal da caverna;
- D é o coeficiente de difusão;
- S_d é um coeficiente que define a condição de contorno na parede;
- \hat{C} é a densidade da salmoura na parede da cavidade;
- θ é o ângulo da parede da cavidade em relação à vertical;

O primeiro termo da equação 2.2 corresponde à velocidade de aumento da salinidade em relação ao tempo, o segundo termo corresponde ao fluxo convectivo global, o terceiro termo corresponde à velocidade de dissolução nas paredes da cavidade e o quarto termo corresponde ao fluxo difusivo global.

- Conjunto de equações que descrevem a dinâmica da região interna da pluma:

$$\frac{d(b^2u)}{dz} = 2\alpha bu \quad (2.3)$$

$$\frac{d(b^2u^2)}{dz} = 2b^2g(C_0 - C) \quad (2.4)$$

$$\frac{d(b^2ug(C_0 - C))}{dz} = 2b^2ug \frac{dC_0}{dz} \quad (2.5)$$

Onde:

- b é o raio efetivo da pluma;
- C e C_0 são respectivamente as densidades dentro e fora da pluma;
- m é a velocidade da pluma na direção z ;
- g é a aceleração da gravidade;
- a é o coeficiente de penetração da pluma dentro da região externa à pluma;

- A pluma sobe até certa altura e pára. Nessa posição o seu raio cresce indefinidamente até atingir a parede da cavidade.

No artigo “*Modeling of Multi-component Salt Solution Mining*” (SCHEEPSTRA *et al.*, 1983) o autor descreve a metodologia que utilizou para tratar a modelagem de transferência de massa em cavernas salinas isotérmicas compostas pelo sistema por $MgCl_2 - MgSO_4 - KCl - NaCl - H_2O$. Para desenvolver o modelo o mesmo utilizou as seguintes considerações:

- O fluxo na cavidade é laminar.

- A cavidade opera isotermicamente.
- Não existem diferenças de densidade na cavidade em nenhum plano horizontal.
- O gradiente de densidade vertical (D_r/D_H) na cavidade é positivo na direção que vai do topo da cavidade para a base da mesma.
- Vazão de injeção varia de 10 a 30 m³/h.
- Qualquer diferença de densidades no plano horizontal será anulada pelo fluxo de circulação na cavidade.
- A velocidade de dissolução da Carnalita no sistema varia entre 20 e 50 kg.m⁻².s⁻¹. (descrever quais são os limites de aplicação em Carnalita)
- Constatou-se que o processo de dissolução nas cavidades é quase que inteiramente concentrado no teto da cavidade.
- A figura 2.8 contém dados referentes à evolução da concentração da salmoura resultante da dissolução da Carnalita em água. A figura 2.9 contém dados referentes à evolução da concentração da salmoura resultante da dissolução da Carnalita em salmoura saturada em Cloreto de Sódio.

Development of MgCl₂ and KCl concentration during dissolution of carnallite in water

MgCl ₂ , %w	KCl, %w	
0	0	Non-selective dissolution
3.8	3.0	
8.6	6.8	
12.7	9.7	
14.7	11.5	
17.8	9.6	Selective dissolution; KCl precipitation
20.5	7.7	
23.1	6.0	
25.7	4.5	
26.9	3.8	

Data taken from Autenrieth (1970) and D'Ans (1933).

Figura 2.10: Dados de evolução de concentração durante dissolução de carnalita em água (SCHEEPSTRA *et al.*, 1983).

Development of $MgCl_2$, KCl and $NaCl$ concentration during dissolution of carnallite in a saturate solution of sodium chloride

$MgCl_2$, %w	KCl , %w	$NaCl$, %w	
0	0	26.8	Non-selective dissolution; NaCl precipitation
4.0	3.1	20.7	
8.0	6.2	14.7	
11.2	8.7	10.4	
12.0	8.4	9.7	Selective dissolution; KCl and NaCl precipitation
16.0	7.0	6.8	
20.0	5.7	4.6	
24.0	4.4	2.7	
26.4	3.5	1.6	

Data taken from Autenrieth (1970) and D'Ans (1933).

Figura 2.11: Dados de evolução de concentração durante dissolução de carnalita em salmoura saturada em Cloreto de Sódio (SCHEEPSTRA *et al.*, 1983).

- Na figura 2.10 o autor mostra os resultados encontrados nos experimentos realizados para determinação das taxas de dissolução da Carnalita e da Bischofita em função da quantidade de cloreto em solução.

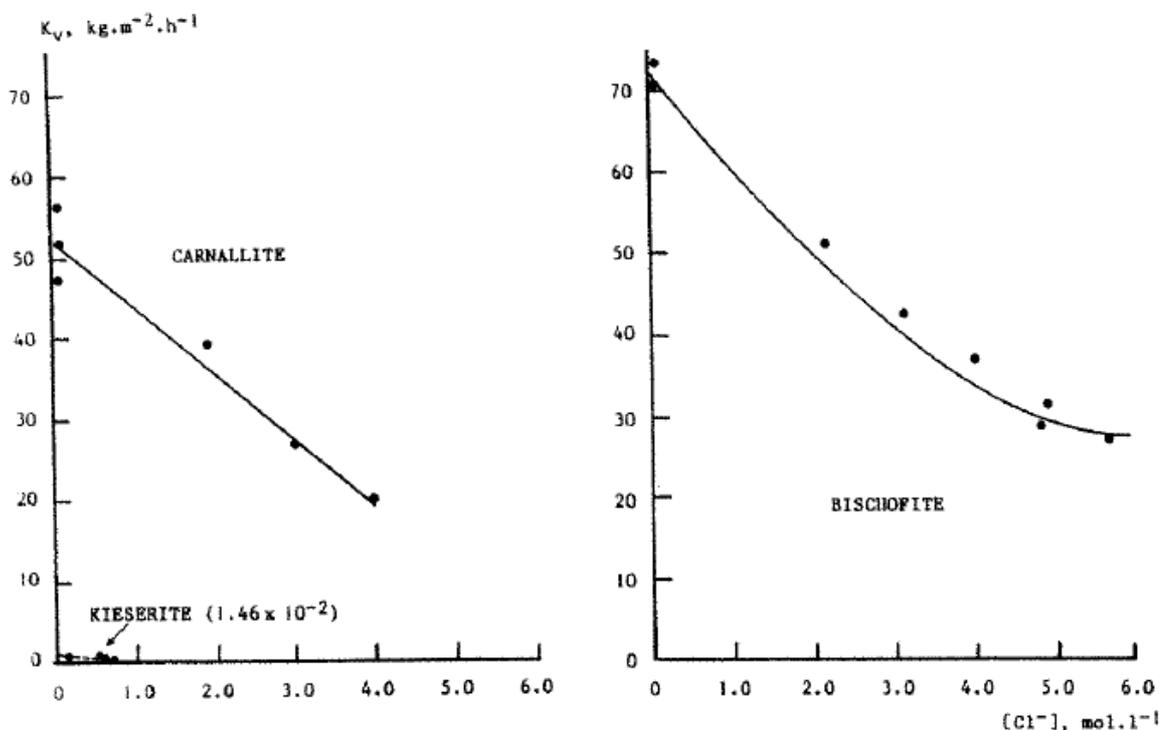


Figura 2.12: Taxas de Dissolução da Carnalita e da Bischofita medidas experimentalmente (SCHEEPSTRA *et al.*, 1983).

- O modelo computacional utilizado assume apenas variações verticais no teor dos componentes presentes no sistema. Cada camada lavrável é subdividida em pequenos

elementos de volume computacionais de 1 metro de espessura. Para cada elemento de volume o programa computa a massa de sais dissolvida, o novo raio do elemento de volume, a composição da salmoura e a massa de sais que precipita durante um pequeno espaço de tempo Dt . O cálculo começa no elemento de volume mais profundo e prossegue em direção ao topo da cavidade. Iterativamente, o desenvolvimento da forma da cavidade e a concentração da salmoura em função do tempo, vazão, altura da cavidade e composição da salmoura são calculados.

- Os resultados encontrados em comparação com a previsão do modelo podem ser visualizados através da figura 2.11.

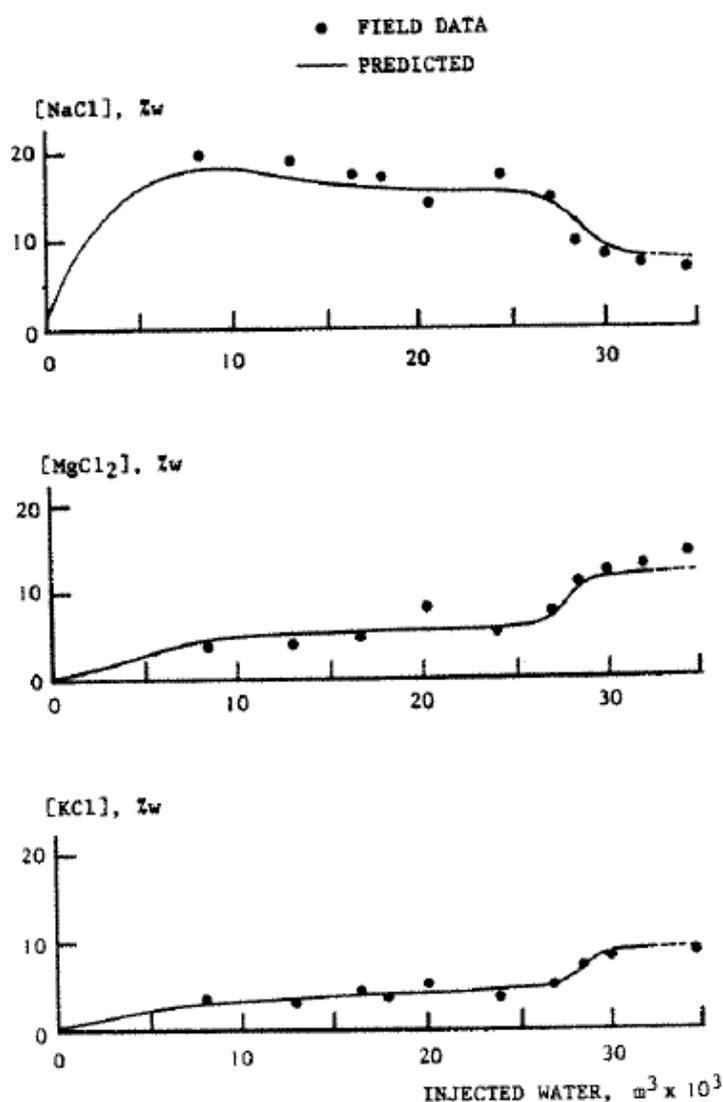


Figura 2.13: Comparação entre a concentração predita pelo modelo e dados medidos na operação da cavidade em função da vazão de solvente (SCHEEPSTRA *et al.*, 1983).

No artigo “*Gaussian versus top-hat profile assumption in integral plume models*” (DAVISON, 1986) o autor compara o modelo Gaussiano com o modelo “top-hat” e conclui que ambos fornecem resultados muito próximos.

- Na figura 2.20 é possível visualizar a comparação entre o modelo gaussiano (linha contínua) e o modelo “top hat” (linha pontilhada) para as previsões de raio da pluma em função da distância ao ponto de emissão. É possível observar que a predição dos dois modelos é quase idêntica.

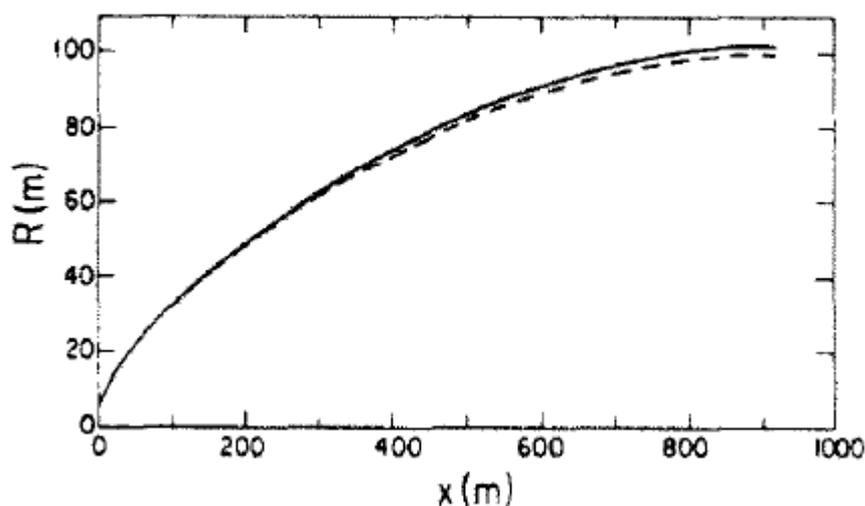


Figura 2.14: Comparação entre os resultados de raio da pluma entre os modelos gaussiano e “top hat” (DAVISON, 1986).

- Na figura 2.21 é possível visualizar a comparação entre o modelo gaussiano (linha contínua) e o modelo “top hat” (linha pontilhada) para as previsões de velocidade da pluma em função da distância ao ponto de emissão. É possível observar que a predição dos dois modelos é quase idêntica.

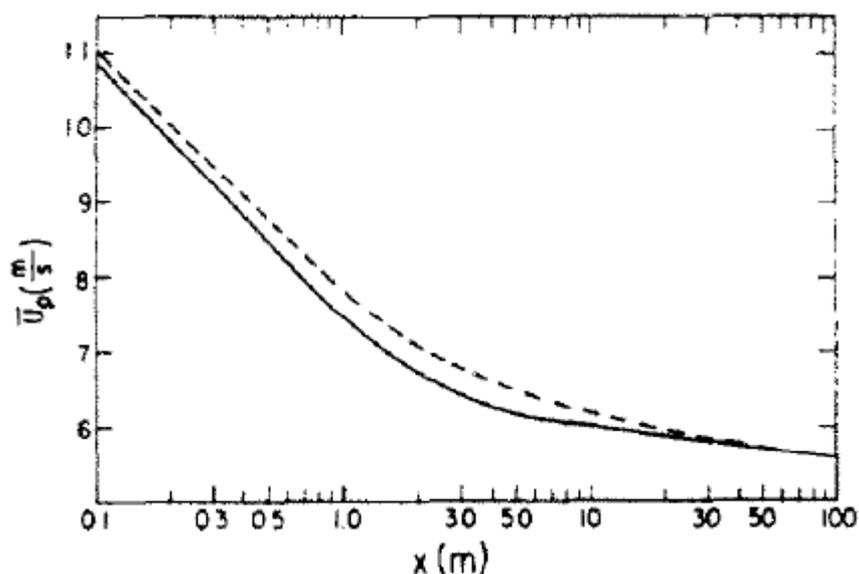


Figura 2.15: Comparação entre os resultados de velocidade da pluma entre os modelos gaussiano e "top hat" (DAVISON, 1986).

- Na figura 2.22 é possível visualizar a comparação entre o modelo gaussiano (linha contínua) e o modelo "top hat" (linha pontilhada) para as previsões de densidade da pluma em função da distância ao ponto de emissão. É possível observar que a predição dos dois modelos é quase idêntica.

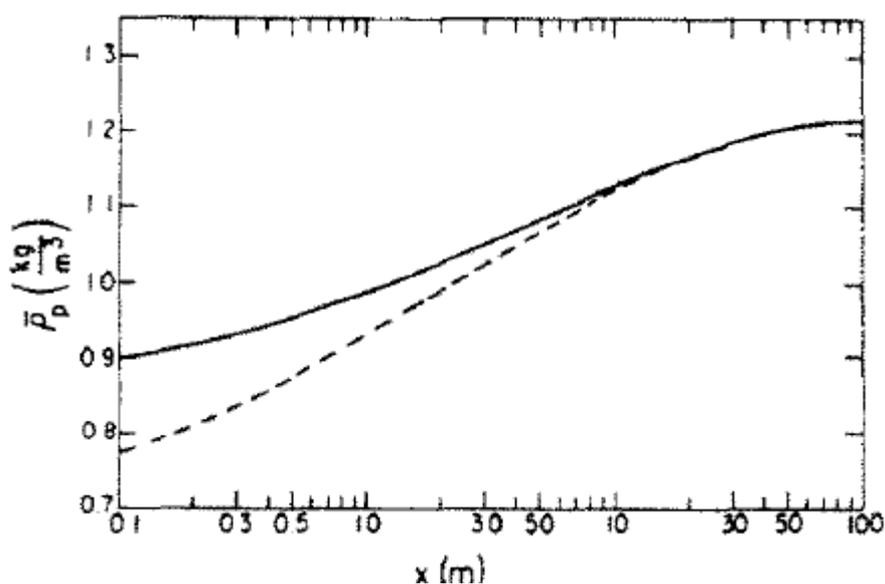


Figura 2.16: Comparação entre os resultados de densidade da pluma entre os modelos gaussiano e "top hat" (DAVISON, 1986).

No artigo "*Interaction of Buoyant Plumes with Two-Layer Stably Stratified Media*" (KULKARNI *et al.*, 1993) o autor apresenta um estudo sobre o espalhamento de plumas em um meio que possui dois níveis de estratificação de densidade.

- Na figura 2.12 o autor apresenta ilustrações das possíveis configurações da pluma em um ambiente duplamente estratificado e enclausurado. A ilustração “a” da figura 2.12 representa a situação em que a pluma não penetra na interface entre as duas camadas de estratificações. As ilustrações “b” e “c” representam respectivamente penetração parcial com espalhamento parcial e penetração completa.

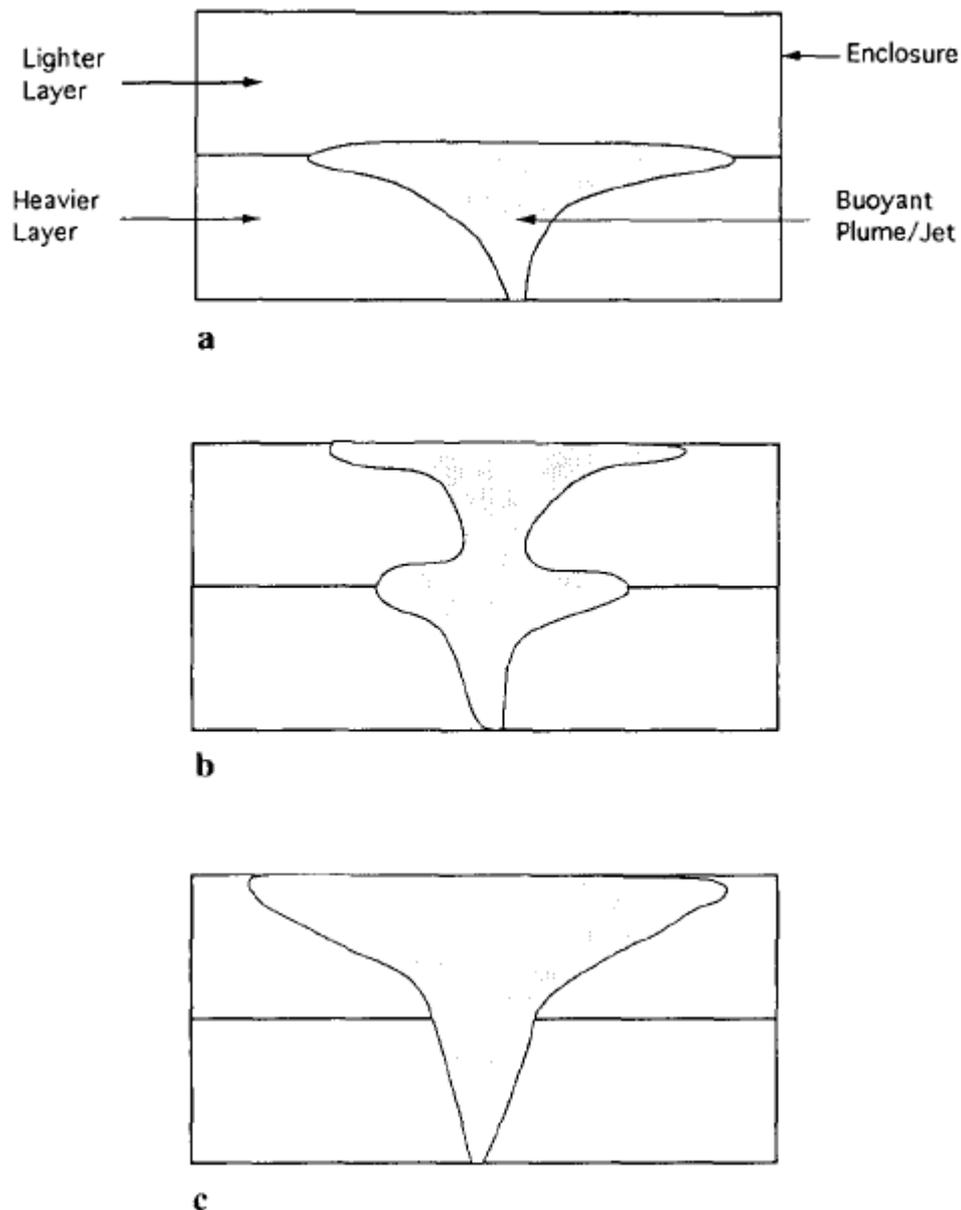


Figura 2.17: Ilustração das diversas possibilidades de espalhamento de pluma em ambientes duplamente estratificados (KULKARNI *et al.*, 1993).

- O autor sugere que o comportamento da pluma pode ser descrito através da equação 2.6.

$$\frac{m_p}{m_s} = a \left(\frac{\rho_s - \rho_u}{\rho_L - \rho_u} \right)^b \left(\frac{\dot{Q}}{g^{1/2} h^{5/2}} \right)^c \quad (2.6)$$

Onde:

- m_p é a massa de salmoura que penetra na interface;
- m_s é a massa introduzida através da fonte de injeção no sistema duplamente estratificado;
- r_s-r_u é diferença de densidade entre o líquido introduzido e a parte superior do sistema duplamente estratificado;
- r_s-r_L é diferença de densidade entre o líquido introduzido e a parte inferior do sistema duplamente estratificado;
- h é a distância entre o ponto de injeção de massa e a interface do sistema duplamente estratificado;
- g é a constante gravitacional;
- \dot{Q} é a vazão de injeção;
- A , b e c são constantes a serem obtidas experimentalmente pelo autor.

- Na figura 2.13 o autor representou esquematicamente o aparato experimental utilizado.

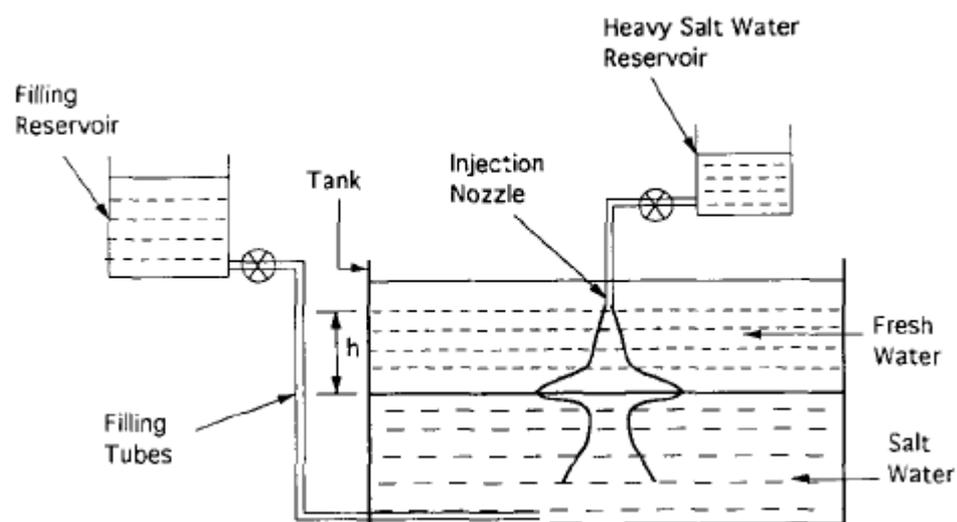


Figura 2.18: Ilustração do aparato experimental utilizado para medição e verificação do espalhamento da pluma em um ambiente duplamente estratificado (KULKARNI *et al.*, 1993).

- Na figura 2.14 é possível visualizar diversas fotos do espalhamento da pluma. A primeira das fotos representa uma situação de não penetração da pluma (assim como ilustrado no caso “a” da figura 2.12). A segunda foto representa a situação em que a pluma penetra parcialmente com espalhamento parcial (caso “b” da figura 2.12). A terceira foto por sua vez representa situação de penetração total da pluma (caso “c” da figura 2.12).

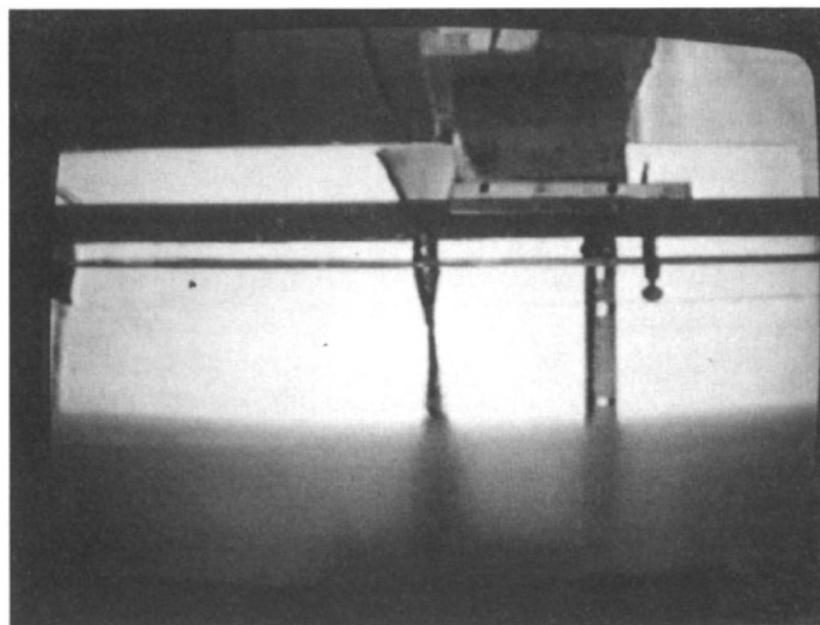
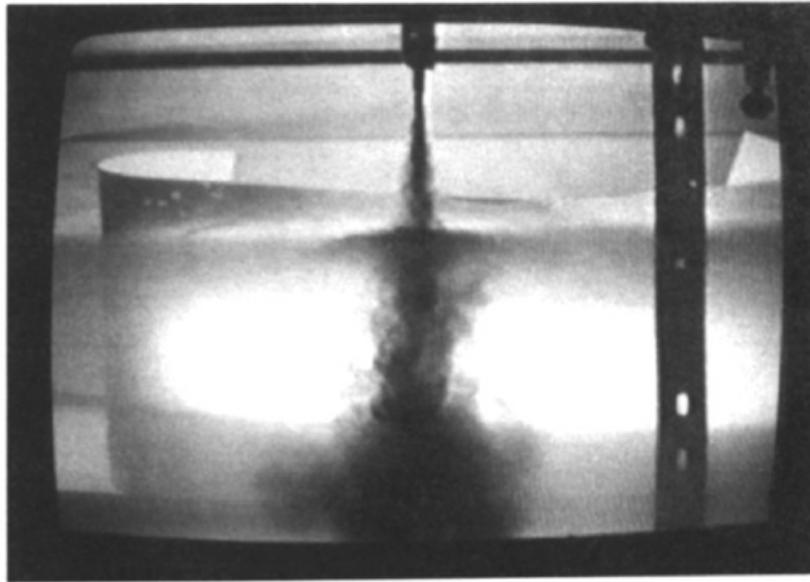
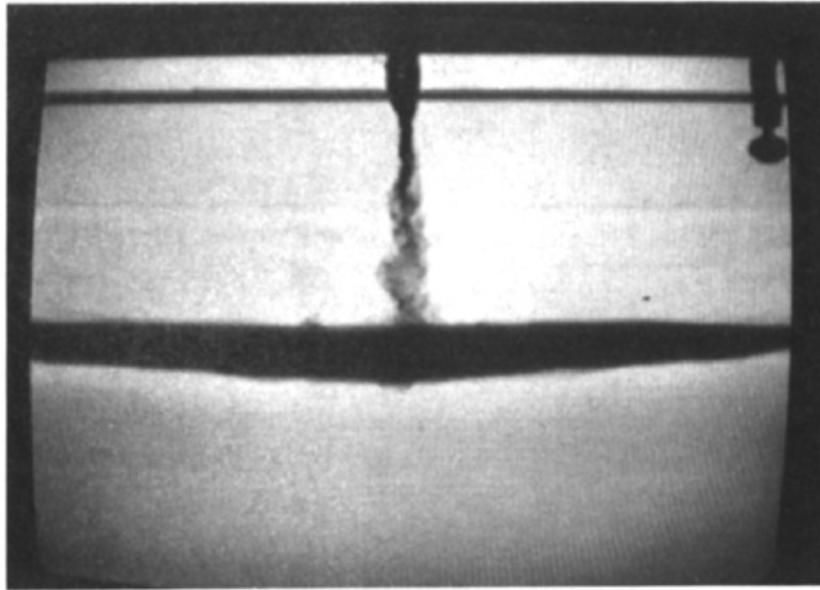


Figura 2.19: Ilustração dos diversos espalhamentos obtidos experimentalmente pelo autor (KULKARNI *et al.*, 1993).

- Através dos experimentos foi possível obtenção dos parâmetros de ajuste da equação 2.6. A equação com os parâmetros ajustados é a equação 2.7.

$$\frac{m_p}{m_s} = 5,5 \left(\frac{\rho_s - \rho_u}{\rho_L - \rho_u} \right)^{0,49} \left(\frac{\dot{Q}}{g^{1/2} h^{5/2}} \right)^{0,71} \quad (2.7)$$

No artigo “*Mutual diffusion coefficient in electrolyte solutions*” (BERNARD *et al.*, 1997) o autor obtêm por meios teóricos o coeficiente de difusão para o KCl e para o NaCl.

- Através da figura 2.23 é possível visualizar o valor dos coeficientes de difusão em função da raiz quadrada da concentração. A linha contínua e os quadrados representam respectivamente a predição dos coeficientes utilizando o modelo MSA e HNC. Os losangos representam dados experimentais.

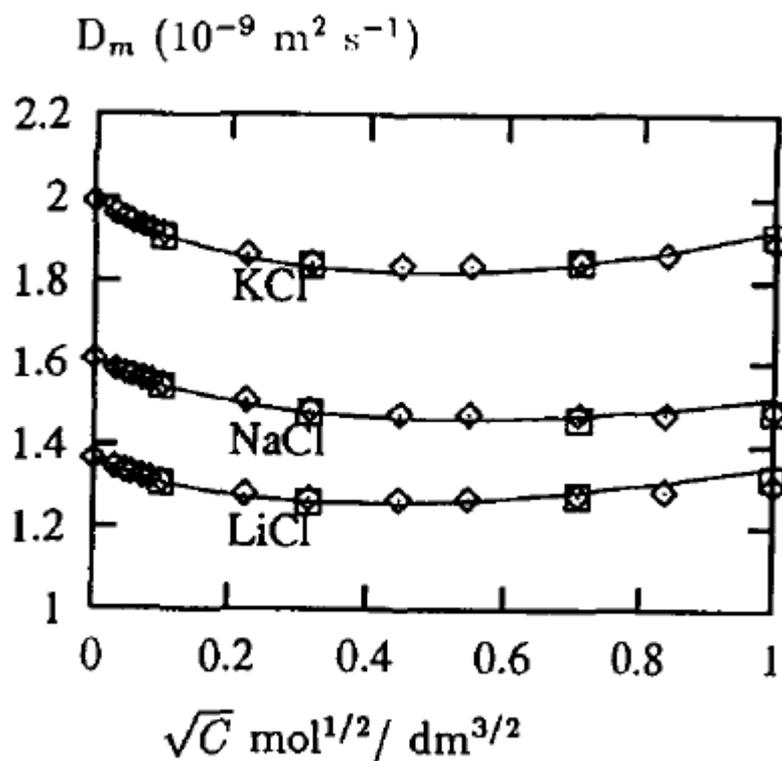


Figura 2.20: Dados de coeficientes de difusão para soluções eletrolíticas contendo KCl e NaCl. A linha contínua e os quadrados representam respectivamente a predição dos coeficientes utilizando o modelo MSA e HNC enquanto que os losangos representam dados experimentais. (BERNARD *et al.*, 1997).

No artigo “*Simulation by solutal convection of a thermal plume in a confined stratified environment application to displacement ventilation*” (AUBAN *et al.*, 2001) o autor descreve experimentos utilizados para simular a dinâmica da pluma em um meio estratificado.

- A introdução de um fluido em um meio com diferentes características de concentração e temperatura causa geração acarreta na geração de uma pluma. Essa pluma muda as suas características e se estratifica à medida que se desloca no meio.
- Através da introdução da técnica de “fluorescência à laser induzida” foi possível visualização da estratificação da pluma à medida em que a mesma se deslocava.
- O aparato utilizado no experimento pode ser visualizado através da figura 2.18.

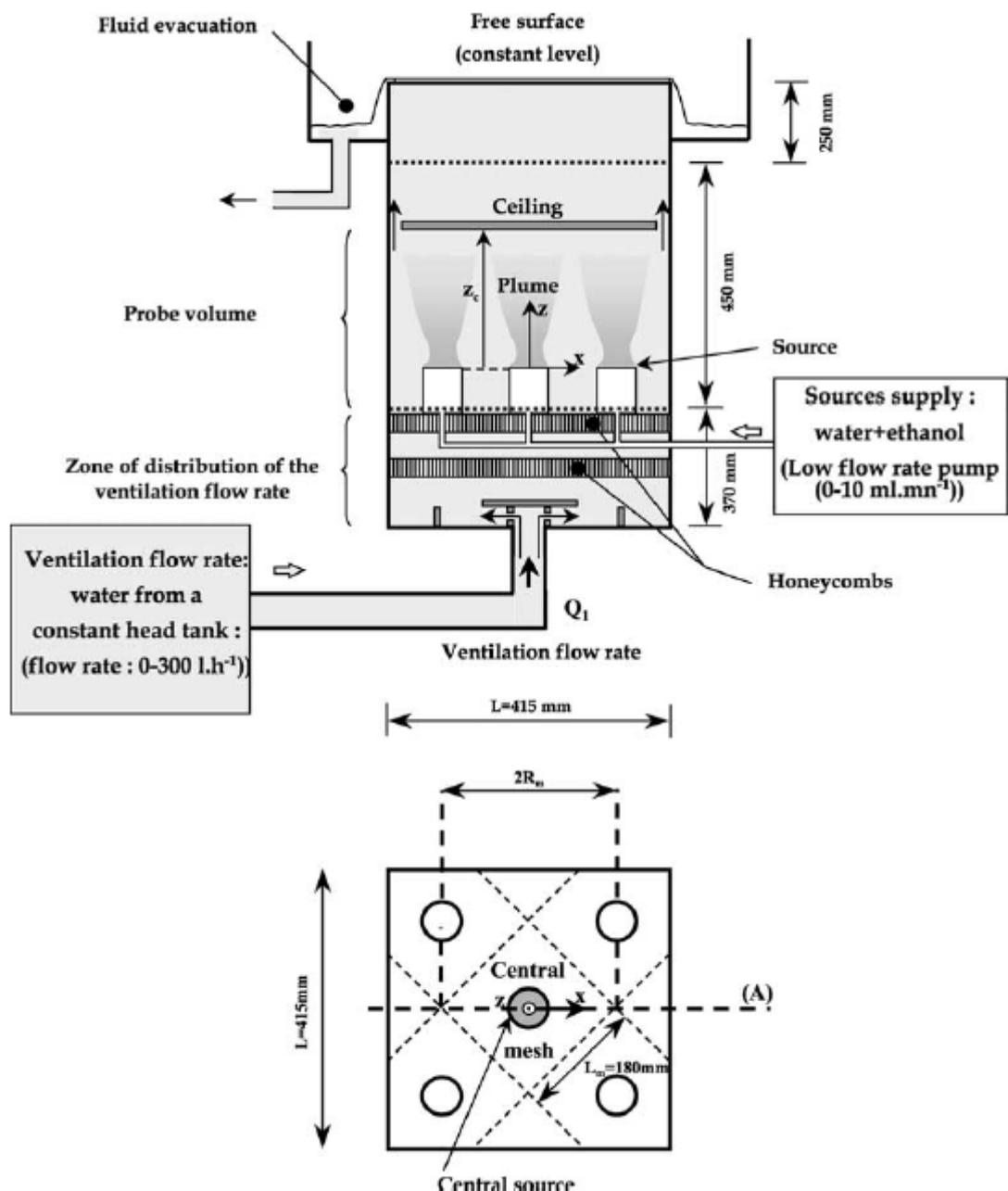


Figura 2.21: Aparato utilizado durante os experimentos para determinação da estratificação da pluma (AUBAN *et al.*, 2001).

- A estratificação da pluma obtida através da técnica de “fluorescência à laser induzida” pode ser visualizada através da figura 2.19.

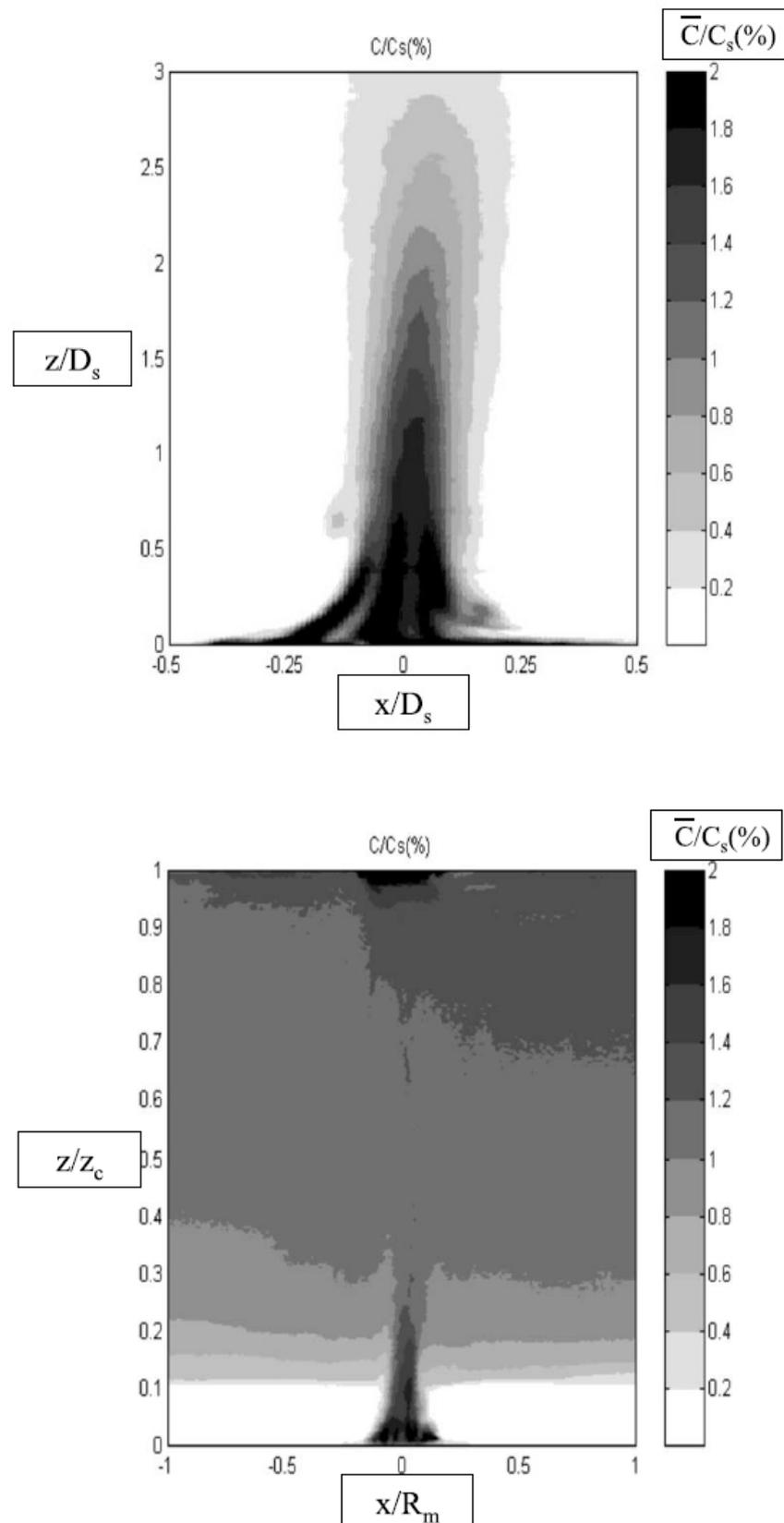


Figura 2.22: Imagens de estratificação obtidas através da técnica de fluorescência induzida à laser (AUBAN *et al.*, 2001).

Na tese de doutorado “*Large Eddy Simulation of Buoyant Plumes*” (WORTHY, 2003) o autor descreve o desenvolvimento de um programa computacional tipo CFD que permite simular o comportamento de plumas.

- O autor utiliza o código CFD chamado LES (*Large Eddy Simulation*) para simulação do comportamento da pluma. Esse programa basicamente resolve as equações de Navier Stokes e incorpora diversos códigos para representar os efeitos da turbulência no sistema.

- O autor compara o uso de modelos dinâmicos e modelos estáticos para representar o comportamento das plumas e conclui que o modelo dinâmico, apesar de exigir mais esforço computacional, é o que retrata de maneira mais adequada o comportamento turbulento do sistema.

- Os principais resultados encontrados podem ser visualizados através da figura 2.15.

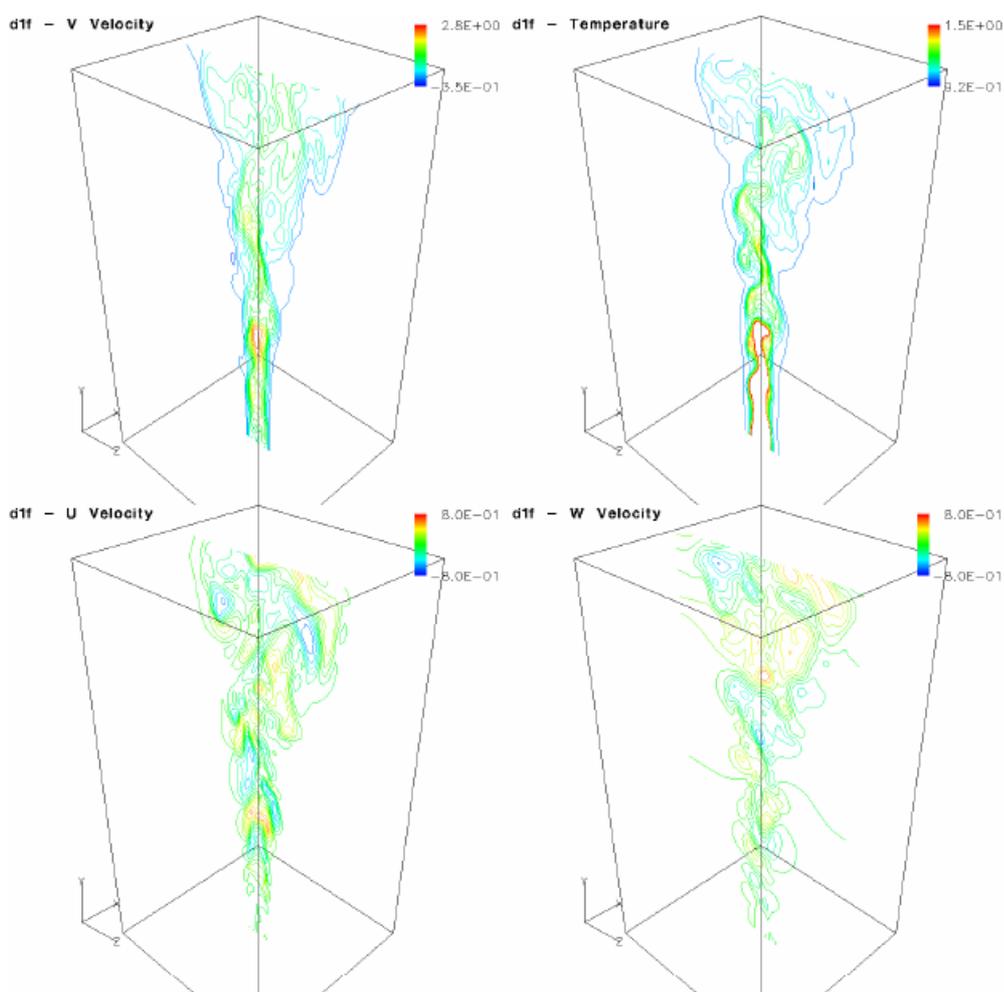


Figura 2.23: Simulação da distribuição de temperaturas e velocidades em uma pluma ascendente (WORTHY, 2003).

- O volume da caverna então é utilizado para calcular a massa total de sais dissolvidas.
- Com a concentração anteriormente arbitrada calcula-se a massa de sais produzidas.
- A diferença entre as massas de sais dissolvidas e as massas de sais produzidas é a massa que acumula dentro da cavidade.
- Essa mesma massa acumulada de sais na fase líquida pode ser então estimada através das equações de transferência.
- Iterativamente a concentrações dos sais vão sendo modificadas de forma que a massa acumulada de sais na fase líquida calculada pelo balanço de massa se iguale à massa acumulada de sais na fase líquida calculada através das equações de transferência.
- À medida que as iterações vão progredindo, as concentrações dos diversos sais na fase líquida vão se alterando. Isso causa alteração da densidade da solução e, por consequência da taxa de dissolução.

Observações:

- O programa utilizado durante os cálculos é o excel versão 2003.
- Escolhe-se o eixo de simetria da cavidade de forma a reduzir a análise do problema a duas dimensões.
- O mesh utilizado nos programas foi de aproximadamente 0,4 m x 0,4 m. A cavidade na sua fase mais avançada possui aproximadamente 17400 elementos de volume. Após testar vários valores de tamanho de célula constatou-se que esse tamanho estava mais do que adequado para análise do problema. Como uma comparação, os modelos descritos no capítulo 2 utilizaram elementos de volume de 1 m x 1 m.
- Para cálculo das propriedades próximo à parede da cavidade é necessário conhecer não somente os dados termodinâmicos de equilíbrio para cada um dos componentes da solução, mas também como o processo de dissolução evolui para os compostos que não estão saturados. Isso é em geral feito durante os experimentos para avaliação das taxas de dissolução, nos quais são levantados não somente os valores dessas taxas como também a concentração dos diversos sais em função do tempo e da concentração do solvente. Os valores dos compostos não saturados na parede da cavidade podem ser facilmente estimados por estequiometria. As figuras 2.8 e 2.9 contém dados da evolução do processo de dissolução em função da concentração do solvente para um sistema específico e exemplificam o disposto acima.
- A metodologia da figura 3.1 deve ser repetida para cada um dos elementos presentes no sistema.

- O processo de iteração é interrompido quando a diferença entre os o acúmulo calculado por balanço de massas e o acúmulo calculado pelo modelo é menor do que 0,01ton.
- O presente modelo assume que o sistema é isotrópico. Isso significa que qualquer ponto da cavidade possui as mesmas propriedades geo-morfológicas. Essa é mais uma aproximação e limitação do modelo.
- O ANEXO B contém roteiro passo a passo dos cálculos para um exemplo com dados fictícios. A metodologia pode ser bem melhor entendida através desse exemplo.

3.2 Resolução Numérica das Equações Diferenciais

Todas as equações possuem solução analítica exceto a equação de Laplace (equações 4.42 e 4.50). A resolução numérica de tal equação através do método de diferenças finitas está descrita em detalhes no ANEXO A.

3.3 Validação do Modelo

O modelo é validado através de comparação com dados de uma planta piloto de produção de sais localizada em Sergipe. Essa planta possui na sua salmoura os componentes KCl, NaCl e MgCl₂. As características dessa planta não serão descritas em maiores detalhes, devido ao caráter confidencial das informações.

4 RESULTADOS

4.1 Determinação da Taxa de Dissolução

As taxas de dissolução representam a quantidade de massa dissolvida por tempo em uma determinada área superficial. Essas taxas devem ser determinadas experimentalmente em laboratório ou através de testes em escala piloto. Há inúmeras maneiras de se determinar em laboratório as taxas de dissolução, mas o ideal é que o experimento seja conduzido de maneira mais próxima possível da realidade física da cavidade, ou seja, em regime contínuo, convecção natural e salmoura que progressivamente se concentra em função do tempo. O experimento mais comumente utilizado está disposto na Figura 4.1.

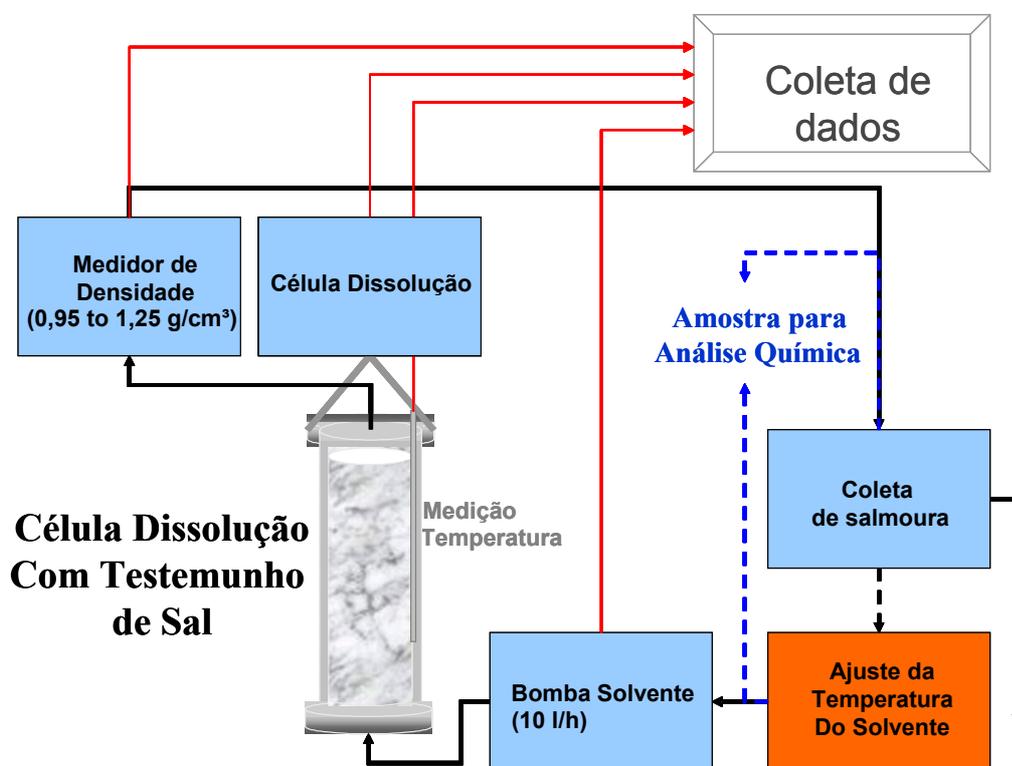


Figura 4.1: Metodologia para calcular as taxas de dissolução em escala laboratorial.

Conforme esquematizado através da Figura 4.1 o teste consiste das seguintes etapas:

- Solvente é bombeado para dentro da célula de dissolução;
- Na célula de dissolução o sal é parcialmente dissolvido produzindo salmoura concentrada;
- A densidade do fluido produzido é medida e uma amostra é retirada e enviada para análise química;
- A salmoura concentrada sofre ajuste de temperatura e é então novamente bombeada para dentro da célula de dissolução.

Como a área de dissolução é mantida praticamente constante durante o experimento, basta gerar um gráfico de perda de massa em função do tempo para determinação das taxas de dissolução.

A perda de massa medida no teste acima descrito variará em função da concentração de solvente bombeado para dentro da célula de dissolução. Dessa forma, é possível gerar uma curva que relaciona as taxas de dissolução em função da concentração do solvente de entrada ou em função da concentração da salmoura de saída. No processo iterativo de cálculo ilustrado na Figura 3.1 é mostrado que toda vez que as concentrações de saída dos sais de interesse são obtidas a taxa de dissolução deverá ser recalculada.

4.2 Cálculo dos Volumes Dissolvidos Para Cavidades Cilíndricas e Cônicas

Para calcular os volumes dissolvidos é necessário relacionar o raio da cavidade em função das taxas de dissolução. As equações 4.1 e 4.2 são equações gerais que relacionam a dissolução da amostra em função do tempo e da área superficial. Essa área superficial é varia em relação às diversas, bem como a equação de volume varia em função do tipo da geometria da cavidade. Para exemplificar, as equações 4.1 e 4.2 são desdobradas para dois tipos de geometria de cavidade, geometria cilíndrica e cônica.

$$J = \frac{dm}{dt} \frac{1}{A_{SUP}} \quad (4.1)$$

$$J = \rho_{ROCHA} \frac{dV}{dt} \frac{1}{A_{SUP}} \quad (4.2)$$

No caso de cavernas com geometria cilíndrica:

$$J = \rho_{ROCHA} h \frac{dA_{BASE}}{dt} \frac{1}{A_{SUP}} \quad (4.3)$$

$$A_{BASE} = \pi r^2 \quad (4.4)$$

$$dA_{BASE} = 2\pi r dr \quad (4.5)$$

$$A_{SUP} = 2\pi r h \quad (4.6)$$

$$J = \rho_{ROCHA} h \frac{2\pi r dr}{dt} \frac{1}{2\pi r h} \quad (4.7)$$

$$J = \rho_{ROCHA} \frac{dr}{dt} \quad (4.8)$$

$$V = \pi r^2 h \quad (4.9)$$

No caso de cavernas com geometria cônica:

$$J = \rho_{ROCHA} \frac{h}{3} \frac{dA_{BASE}}{dt} \frac{1}{A_{SUP}} \quad (4.10)$$

$$A_{BASE} = \pi r^2 \quad (4.11)$$

$$dA_{BASE} = 2\pi r dr \quad (4.12)$$

$$A_{SUP} = \pi \sqrt{r^2 + h^2} \quad (4.13)$$

$$J = \rho_{ROCHA} \frac{h}{3} \frac{2\pi r dr}{dt} \frac{1}{\pi \sqrt{r^2 + h^2}} \quad (4.14)$$

$$J = \rho_{ROCHA} \frac{2h}{3} \frac{1}{\sqrt{r^2 + h^2}} \frac{dr}{dt} \quad (4.15)$$

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3} \quad (4.16)$$

Onde:

- J é a taxa de dissolução;
- ρ_{rocha} é a densidade da rocha;
- A_{base} é a área da base;
- A_{sup} é a área superficial exposta ao solvente;
- r é o raio da cavidade em um determinado corte de lavra;
- h é a altura do corte de lavra;
- V é o volume dissolvido de rocha.

4.3 Determinação da Massa Dissolvida do Sal de Interesse

A massa dissolvida do sal de interesse é calculada através da equação 4.17.

$$m_{SAL INTERESSE DISSOLVIDA} = V_{EFETIVO} \rho_{ROCHA} \%sal \text{ na rocha} \quad (4.17)$$

Onde:

- $m_{sal \text{ interesse dissolvida}}$ é a massa de sal de interesse dissolvida;
- ρ_{rocha} é a densidade da rocha
- V_{Efeito} é a massa de sal de interesse dissolvida somada à massa de insolúveis;
- % sal na rocha é a porcentagem do sal de interesse na rocha.

4.4 Estimativa Inicial da Concentração do Sal de Interesse na Salmoura Produzida

Para começar o processo iterativo torna-se necessário arbitrar um valor inicial para a concentração do sal de interesse na salmoura produzida.

4.5 Determinação da Massa Total do Sal de Interesse Produzida

A massa total de sal produzida é calculada através da equação 4.18.

$$m_{SAL\ INTERESSE\ PRODUZIDA} = QtC_{SAL\ INTERESSE} \quad (4.18)$$

Onde:

- $m_{Sal\ interesse\ produzida}$ é a massa de sal de interesse total produzida na salmoura bombeada para a superfície;
- Q é a vazão de saída da salmoura bombeada para superfície;
- t é o tempo.

4.6 Cálculo do Acúmulo de Sais na Fase Líquida Através do Balanço de Massa

$$m_{ACÚMULO\ SAL\ INTERESSE} = m_{DISSOLVIDA\ SAL\ INTERESSE} - m_{PRODUZIDA\ SAL\ INTERESSE} \quad (4.19)$$

Onde:

- $m_{Acúmulo\ sal\ interesse}$ é a massa de sal de interesse total acumulada na cavidade;
- $m_{Sal\ interesse\ produzida}$ é a massa de sal de interesse total produzida na salmoura bombeada para a superfície;
- $m_{sal\ interesse\ dissolvida}$ é a massa de sal de interesse dissolvida.

4.7 Determinação das Equações que Descrevem a Distribuição de Concentrações na Região Interna à Pluma, Externa à Pluma e Próxima à Parede da Cavidade

4.7.1 Modelo Hidrodinâmico das Cavidades

A cavidade formada através da mineração por dissolução pode ser dividida em três regiões distintas:

- Região interna à pluma;
- Região externa à pluma;
- Região próxima à parede da cavidade.

Através da Figura 4.2 é possível visualizar uma representação esquemática do sistema.

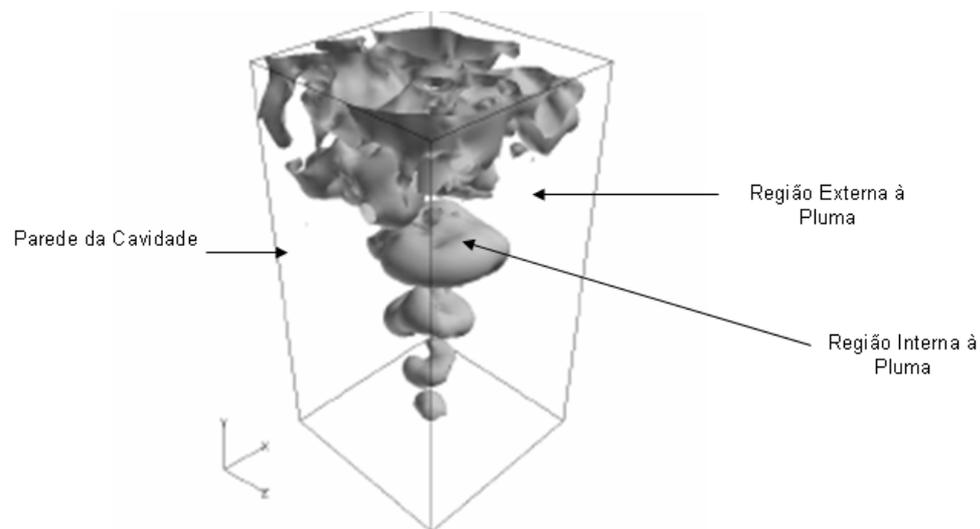


Figura 4.2: Representação esquemática do comportamento hidráulico de cavidades formadas pelo método de mineração por dissolução.

4.7.1.1 Região Interna à Pluma

A pluma se forma quando ocorre descarga de um determinado fluido em outro fluido com diferentes características físico-químicas. São vários os efeitos que podem controlar a dinâmica da pluma. São eles: efeito do momento (causado pelo efeito da velocidade inicial), difusão (diferenças de potencial químico) e empuxo (diferenças de densidade).

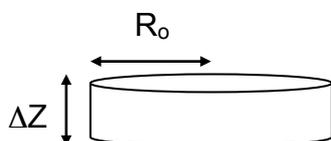
A geometria da pluma é fundamentalmente influenciada pela característica do ambiente no qual a mesma se desloca. Em geral, a pluma se expande à medida que se afasta do ponto de emissão.

A pluma pode se deslocar em movimento laminar ou turbulento. Em geral, ela começa em movimento laminar e depois sofre transição para movimento turbulento. Como regime turbulento é extremamente complexo de ser modelado, em geral modela-se o sistema através de médias. Essa abordagem é denominada de *top-hat model*. Esse modelo

descreve a dinâmica de uma pluma que se desloca através de uma região estavelmente estratificada (região exterior à pluma).

Para dedução das equações que descrevem a dinâmica da pluma, torna-se necessário realizar balanços de volume e momento, utilizando coordenadas cilíndricas. É importante ressaltar que essas coordenadas cilíndricas são utilizadas especificamente para dedução das equações que descrevem o comportamento da região interna à pluma. Uma vez deduzida as equações, somente as fórmulas resultantes da dedução são utilizadas, uma vez que o método iterativo de cálculo utiliza coordenadas retangulares.

Balanço de Volume



$$(\text{acúmulo de volume}) = (\text{volume entra}) - (\text{volume sai}) + (\text{volume invadido pela pluma}) \quad (4.20)$$

$$0 = (\pi R_0^2 v)_Z + (\pi R_0^2 v)_{Z+\Delta Z} + (2\pi R_0 \Delta z) \alpha v \quad (4.21)$$

O termo αv é conhecido como também como k , que é o coeficiente de transferência de massa.

$$k = \alpha v \quad (4.22)$$

Balanço de Momento

$$(\text{acúmulo de momento}) = (\text{momento que entra}) - (\text{momento que sai}) + (\text{forças de empuxo}) \quad (4.23)$$

$$0 = (\pi R_0^2 \rho v^2)_Z + (\pi R_0^2 \rho v^2)_{Z+\Delta Z} + (\pi R_0^2 \Delta z) (\rho_o - \rho) g \quad (4.24)$$

Onde:

- v é a velocidade de ascensão da pluma;
- R_0 é o raio da pluma;
- Z é a altura;
- ρ é a densidade da região interna à pluma;

- ρ_0 é a densidade da região externa à pluma;
- k é o coeficiente de transferência de massa;
- α é o coeficiente que mede o quanto a pluma penetra dentro da região externa à mesma.

Como existem duas variáveis indeterminadas (raio e velocidade), duas diferentes equações deverão ser utilizadas de forma a quantificar esses parâmetros. A primeira equação é obtida dividindo os dois lados da equação 4.21 por Δz e tomando o limite quando o mesmo tende a zero. A equação 4.25 é então obtida:

$$\frac{d(R_0^2 v)}{dz} = 2R_0 \alpha v \quad (4.25)$$

A segunda equação é obtida dividindo a equação 4.24 por Dz e tomando o limite quando o mesmo tende a zero:

$$\frac{d(\rho R_0^2 v^2)}{dz} = R_0^2 g(\rho_0 - \rho) \quad (4.26)$$

Para resolver as equações é necessário assumir que a velocidade e o diâmetro da pluma são mais importantes do que mudanças em densidades. Essa simplificação é sugerida por Cussler (CUSSLER, 1997). Dessa forma, a seguinte equação toma lugar:

$$\frac{\rho d(R_0^2 v^2)}{dz} = R_0^2 g(\rho_0 - \rho) \quad (4.27)$$

Para resolver as duas equações seriam necessárias duas condições de contorno. A primeira é assumir que a pluma provém de uma fonte pontual:

$$z = 0, \quad R_0 = 0 \quad (4.28)$$

A segunda condição de contorno é que a pluma possui inicialmente um momento muito pequeno, próximo a zero:

$$z = 0, \quad \rho_0 R_0^2 v^2 = 0 \quad (4.29)$$

Essas equações, quando integradas e submetidas às condições de contorno, possuem as seguintes soluções:

$$R_0 = \left(\frac{6}{5}\alpha\right)z \quad (4.30)$$

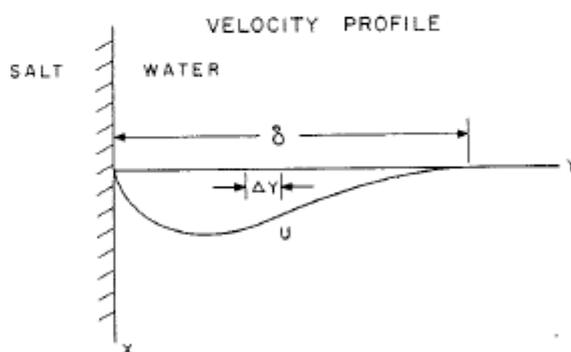
$$v = \left[\left(\frac{5}{6\alpha}\right) \left(\frac{9\alpha}{10}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{R_0^2(\rho_0 - \rho)g}{\rho_0}\right)^{\frac{1}{3}} z^{-\frac{1}{3}} \right]^{2/3} \quad (4.31)$$

4.7.1.2 Região Externa à Pluma

A região externa à pluma é uma região estática do ponto de vista da hidrodinâmica. Apesar disso, essa região influencia substancialmente as características da pluma.

4.7.1.3 Parede da Cavidade

Nessa região ocorre predomínio da convecção natural. Isso porque água em contato com a superfície salina aumenta em densidade à medida que o sal é dissolvido e se desloca para baixo. Durie e Jessen (1963) descrevem experimentos que provam que o perfil de velocidade nessa camada limite flutuante é função da diferença de densidade entre essa camada limite e a parte externa da pluma, bem como das forças de cisalhamento que retardam o fluxo. Segundo ele, o perfil de velocidade descrito nesse estudo possui a seguinte forma:



Onde:

- x é o eixo paralelo à parede da cavidade;
- y é o eixo perpendicular à parede da cavidade;
- d é a espessura da camada limite em cm;

As seguintes correlações empíricas podem ser utilizadas para descrever esse perfil:

$$v_m = 0,776\nu(Sc)^{-1/2}(Gr)^{1/2}x^{-1} \quad (4.32)$$

$$Gr = \left(\frac{g\beta C_s}{\nu^2} x^3 \right) \quad (4.33)$$

$$Sc = \left(\frac{\nu}{D} \right) \quad (4.34)$$

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial C} \right)_{T,P} \quad (4.35)$$

Onde:

- ν é a viscosidade cinemática em cm^2/s ;
- v_m é a velocidade máxima;
- β é o coeficiente de expansão térmica volumétrica;
- D é o coeficiente de difusão;
- g é a aceleração da gravidade;
- Sc é o número de Schmidt;
- Gr é o número de Grashof, usado em casos de convecção natural;
- x é a distância vertical em relação ao teto da cavidade.
- C é concentração;
- ρ é a densidade

4.7.2 Modelo de Transferência de Massa

4.7.2.1 Região Interna à Pluma

Como já descrito anteriormente, a região interna da pluma é uma região na qual ocorre o fenômeno de convecção natural. De acordo com a abordagem do *top-hat model*, assume-se que a concentração média dentro da pluma é representativa do perfil de concentração. Na verdade, o perfil de concentração dentro da pluma não é dessa forma e sim um perfil Gaussiano. Entretanto, Davison (1986) analisou a diferença entre as duas abordagens e concluiu que ambas fornecem resultados bastante similares. Ele atribui essa similaridade ao fato de ambas serem provenientes de princípios conservativos similares. Portanto, não há necessidade de se utilizar modelos complexos para descrição do fenômeno.

4.7.2.2 Região Externa à Pluma

Na região externa à pluma predomina o fenômeno de difusão. Para provar que não existe convecção causada por difusão nessa área utilizamos o número de Rayleigh. Esse número representa a razão entre as forças de empuxo tendendo a causar fluxo e outros processos que tendem a retardar o fluxo. A equação abaixo representa o número de Rayleigh.

$$Ra = \left(\frac{R^4 g}{\mu D} \right) \frac{d\rho}{dz} \quad (4.36)$$

Onde:

- Ra é o número de Rayleigh;
- g é a aceleração da gravidade;
- R é a dimensão característica da cavidade;
- μ é a viscosidade;
- D é o coeficiente de difusão;
- ρ é a densidade;
- z é a altura;

Na medida em que o raio da cavidade é muito extenso, o número de Rayleigh tende a valores muito altos. De acordo com Cussler (1997) quando o número de Rayleigh tende a valores muito elevados em um tubo com solução densa na parte inferior, convecção nunca

ocorre. Dessa forma, o único mecanismo de transferência de massa relevante, nessa área, é a difusão.

Para encontrar as equações que representam a transferência de massa dentro da pluma devemos desenvolver um balanço de massa no volume diferencial ilustrado na Figura 4.3.

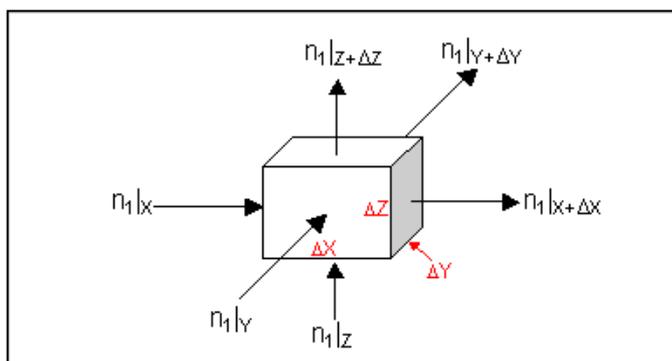


Figura 4.3: Representação esquemática do volume diferencial que permitirá a dedução das equações de transferência de massa na região externa à pluma.

O balanço de massas pode ser visualizado através da equação 4.37:

$$\left(\begin{array}{c} \text{massa da espécie 1} \\ \text{acumulando em} \\ \Delta x \Delta y \Delta z \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{taxa de massa} \\ \text{da espécie 1} \\ \text{que entra menos o que sai} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{massa produzida por} \\ \text{reação química} \\ \text{homogênea} \end{array} \right) \quad (4.37)$$

Expressando essa equação em termos matemáticos:

$$\frac{\partial(c_1 \Delta x \Delta y \Delta z)}{\partial t} = (n_1 \Delta y \Delta z)_x - (n_1 \Delta y \Delta z)_{x+\Delta x} + (n_1 \Delta x \Delta z)_y - (n_1 \Delta x \Delta z)_{y+\Delta y} + (n_1 \Delta x \Delta y)_z - (n_1 \Delta x \Delta y)_{z+\Delta z} + r_1 \Delta x \Delta y \Delta z \quad (4.38)$$

Onde:

- r_1 é a taxa de reação química por unidade de volume;
- n_1 é o fluxo de massa da espécie 1;
- t é o tempo.

Dividindo os termos da equação 4.38 pelo volume diferencial $\Delta x \Delta y \Delta z$ e tomando o limite quando Δx , Δy e Δz tendem a zero tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} c_1 = -\frac{\partial}{\partial x} n_{1X} - \frac{\partial}{\partial y} n_{1Y} - \frac{\partial}{\partial z} n_{1Z} + r_1 \quad (4.39)$$

Para uma caverna suficientemente grande, para pequenos intervalos de tempo dt , não há variações significativas de concentração (regime pseudo-permanente). Dessa forma, a seguinte equação toma lugar:

$$-\frac{\partial}{\partial x} n_{1X} - \frac{\partial}{\partial y} n_{1Y} - \frac{\partial}{\partial z} n_{1Z} = 0 \quad (4.40)$$

O n_1 é descrito por uma combinação entre fluxo por convecção e por difusão. Como discutido anteriormente, ocorre somente difusão na região externa à pluma. Portanto, n_1 pode ser representado pela Lei de Fick:

$$n_{1X} = -D \frac{dc_1}{dx}; \quad n_{1Y} = -D \frac{dc_1}{dy}; \quad n_{1Z} = -D \frac{dc_1}{dz} \quad (4.41)$$

Combinando as equações 4.40 e 4.41 a seguinte equação toma lugar:

$$\frac{\partial^2 c_{1X}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_{1Y}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c_{1Z}}{\partial z^2} = 0 \quad \text{ou} \quad \nabla^2 C = 0 \quad (4.42)$$

Essa equação é também conhecida como Equação de Laplace. Essa equação pode ser simplificada caso a cavidade possua algum eixo de simetria.

4.7.2.3 Parede da Cavidade

A concentração exatamente na parede é a concentração de saturação. A concentração da solução na camada limite é função da velocidade de queda da camada limite flutuante (tempo de residência) e do coeficiente de difusão das espécies. Essa dependência pode ser visualizada através do coeficiente.

$$K = \left(\frac{D}{\tau} \right)^{1/2} \quad (4.43)$$

$$\tau = \Delta v_m \Delta h \quad (4.44)$$

$$j_1 = K(C_s - C_a) \quad (4.45)$$

Onde:

- K é o coeficiente de transferência de massa;
- t é o tempo de residência;
- v_m é a velocidade máxima;
- j_1 é a taxa de dissolução na interface;
- D é o coeficiente de difusão;
- h é a altura;
- C_s é a concentração de saturação;
- C_a é a concentração no seio da solução.

4.7.3 Modelo de Transferência de Calor

4.7.3.1 Região Interna à Pluma

Assim como no caso da transferência de massa, a temperatura dentro da pluma será considerada constante.

4.7.3.2 Região Externa à Pluma

A dedução das equações de transferência de calor segue o mesmo caminho da dedução das equações de transferência de massa.

Para encontrar as equações que representam a transferência de calor dentro da pluma deve-se desenvolver um balanço de calor no volume diferencial ilustrado através da Figura 4.4.

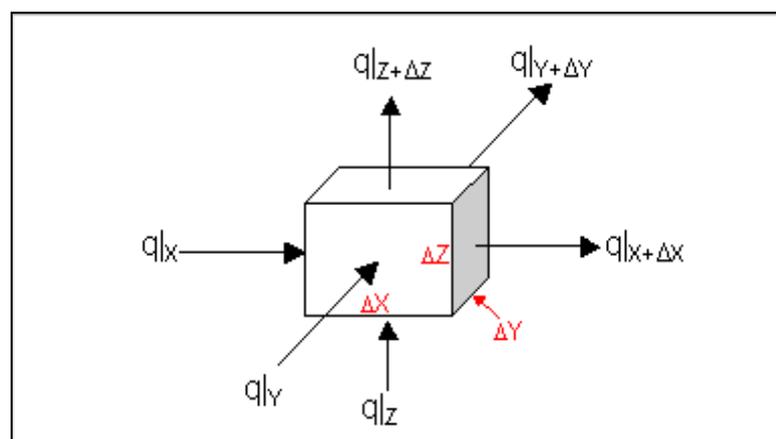


Figura 4.4: Representação esquemática do volume diferencial que permitirá a dedução das equações de transferência de calor na região externa à pluma.

Através da equação 4.45 é possível visualizar relação de conservação do volume diferencial ilustrado através da Figura 4.4.

$$\left(\begin{array}{c} \text{acúmulo de} \\ \text{energia} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{energia de convecção} \\ \text{que entra menos o que sai} \end{array} \right) + (\text{condução}) - \left(\begin{array}{c} \text{trabalho por} \\ \text{gravidade} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{trabalho realizado} \\ \text{pelas forças} \\ \text{de pressão} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{trabalho realizado} \\ \text{pelas forças} \\ \text{viscosas} \end{array} \right) \quad (4.46)$$

Considerando que apenas o fenômeno de condução ocorre:

$$\begin{aligned} 0 = & (q\Delta y\Delta z)_x - (q\Delta y\Delta z)_{x+\Delta x} + (q\Delta x\Delta z)_y - (q\Delta x\Delta z)_{y+\Delta y} \\ & + (q\Delta x\Delta y)_z - (q\Delta x\Delta y)_{z+\Delta z} \end{aligned} \quad (4.47)$$

Onde:

- q é o fluxo de calor transferido apenas por condução.

Dividindo por $\Delta x\Delta y\Delta z$ e tomando o limite quando $\Delta x\Delta y\Delta z$ tendem a zero tem-se:

$$0 = -\frac{\partial}{\partial x} q_x - \frac{\partial}{\partial y} q_y - \frac{\partial}{\partial z} q_z \quad (4.48)$$

A equação de Fourier assume que o calor conduzido por condução é relacionado com a temperatura de acordo com as seguintes equações:

$$q_x = -k \frac{dT}{dx}; \quad q_y = -k \frac{dT}{dy}; \quad q_z = -k \frac{dT}{dz} \quad (4.49)$$

Onde T é a temperatura e k é a condutividade térmica. Combinando as duas equações acima tem-se:

$$\frac{\partial^2 T_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_z}{\partial z^2} = 0 \quad \text{ou} \quad \nabla^2 T = 0 \quad (4.50)$$

4.7.3.3 Parede da Cavidade

O perfil de temperatura na parede é obtido através da combinação entre o calor da rocha sã, calor de dissolução dos sais presentes na parede e o calor transferido por convecção.

$$q_{ROCHA} + q_{DISSOLUÇÃO} + q_{CONVECÇÃO} = 0 \quad (4.51)$$

$$q_{ROCHA} = (T_{PAREDE} - T_{ROCHA}) \frac{2\pi kl}{\ln(r/r_e)} \quad (4.52)$$

$$q_{CONVECÇÃO} = (T_{SEIO DA SOLUÇÃO} - T_{PAREDE}) Ah_c \quad (4.53)$$

Onde:

- q_{rocha} é o calor liberado ou emitido pela rocha sã, ou seja, a parte da rocha que está imediatamente livre da influência da presença da cavidade;
- $q_{dissolução}$ é o calor de dissolução;
- $q_{convecção}$ é o calor de convecção;
- T_{parede} é a temperatura da parede da cavidade;
- T_{rocha} é a temperatura da rocha;
- $T_{seio da solução}$ é a temperatura no seio da solução vizinho à camada limite flutuante;
- k é o coeficiente de condutividade;
- h_c é o coeficiente de convecção;
- l é a distância entre a parede da cavidade e a parte da rocha que está imediatamente livre da influência da cavidade;
- r é o raio da cavidade;
- r_e é o raio da cavidade menos a espessura da camada limite;
- A é a área superficial;

4.8 Cálculo do Acúmulo do Sal Na Fase Líquida Através da Resolução das Equações de Transferência

4.8.1 Cálculo do Acúmulo de Massa Obtido Através do Modelo de Distribuição de Concentrações no Interior da Cavidade.

- Primeira Etapa

Encontrar eixo de simetria da cavidade, de forma a possibilitar que o modelo possa ser desenvolvido em 2D.

- Segunda Etapa

Dividir a cavidade em elementos de volume, retangulares, de pequeno tamanho (discretização em 2D). O tamanho do quadrado (mesh) depende da precisão analítica que se deseja alcançar. O tamanho utilizado no presente modelo foi de 0,40 m.

- Terceira Etapa

Consiste em encontrar a distribuição de concentração dos diversos elementos na parede da cavidade. A metodologia para tal pode ser visualizada através da Figura 4.5.

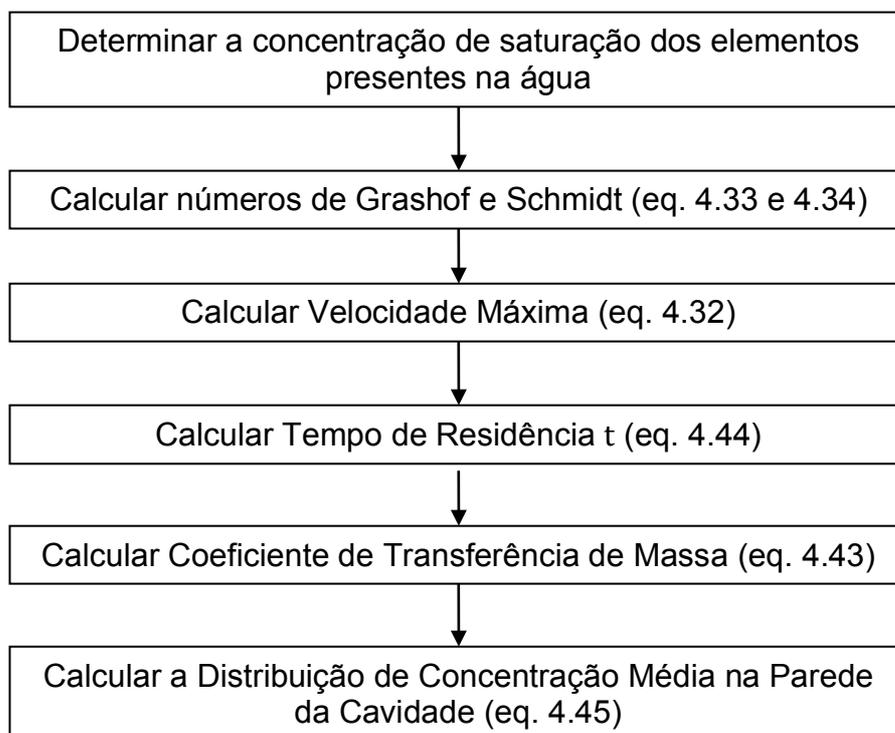


Figura 4.5: Representação esquemática da metodologia de cálculo utilizada para estimar a distribuição de concentração na parede da cavidade.

Quarta Etapa

Determinar a geometria da pluma através da equação 4.30. A altura que a pluma irá percorrer irá depender da diferença entre as alturas de injeção e produção e também se a circulação será inversa ou direta.

Quinta Etapa

Consiste em determinar a concentração média em cada ponto externo à pluma e externo à parede da cavidade. Para isso, basta aplicar o método de diferenças finitas descrito anteriormente.

Sexta Etapa

Calcular a massa contida em cada um dos pequenos elementos de volume.

4.8.2 Estudo De Caso - Exemplo de Cálculo com Dados Fictícios

Um estudo de caso contendo dados fictícios é apresentado no anexo B. Esse estudo de caso tem o objetivo de fornecer os passos para montagem da planilha de cálculo.

4.9 Validação do Modelo

Um modelo matemático só é consistente se ele possuir boa aderência em relação a dados experimentais. De forma a testar a consistência do presente modelo, vários dados de uma planta piloto para dissolução de rochas carnalíticas ricas em NaCl, KCl e $MgCl_2$ foram levantados de forma a prover um banco de dados que pudesse ser comparado com os números gerados através de modelagem. Essa planta localiza-se em Sergipe e é operada pela empresa VALE.

Através das Figuras 4.6, 4.7 e 4.8 é possível visualizar comparação entre dados do modelo e dados experimentais. Todos os dados em cada uma das três Figuras foram divididos pelo maior valor deles, de forma a permitir que se visualize a aderência do modelo em relação aos dados experimentais, sem, contudo, se prender a valores numéricos, que são confidenciais, no caso dos dados experimentais.

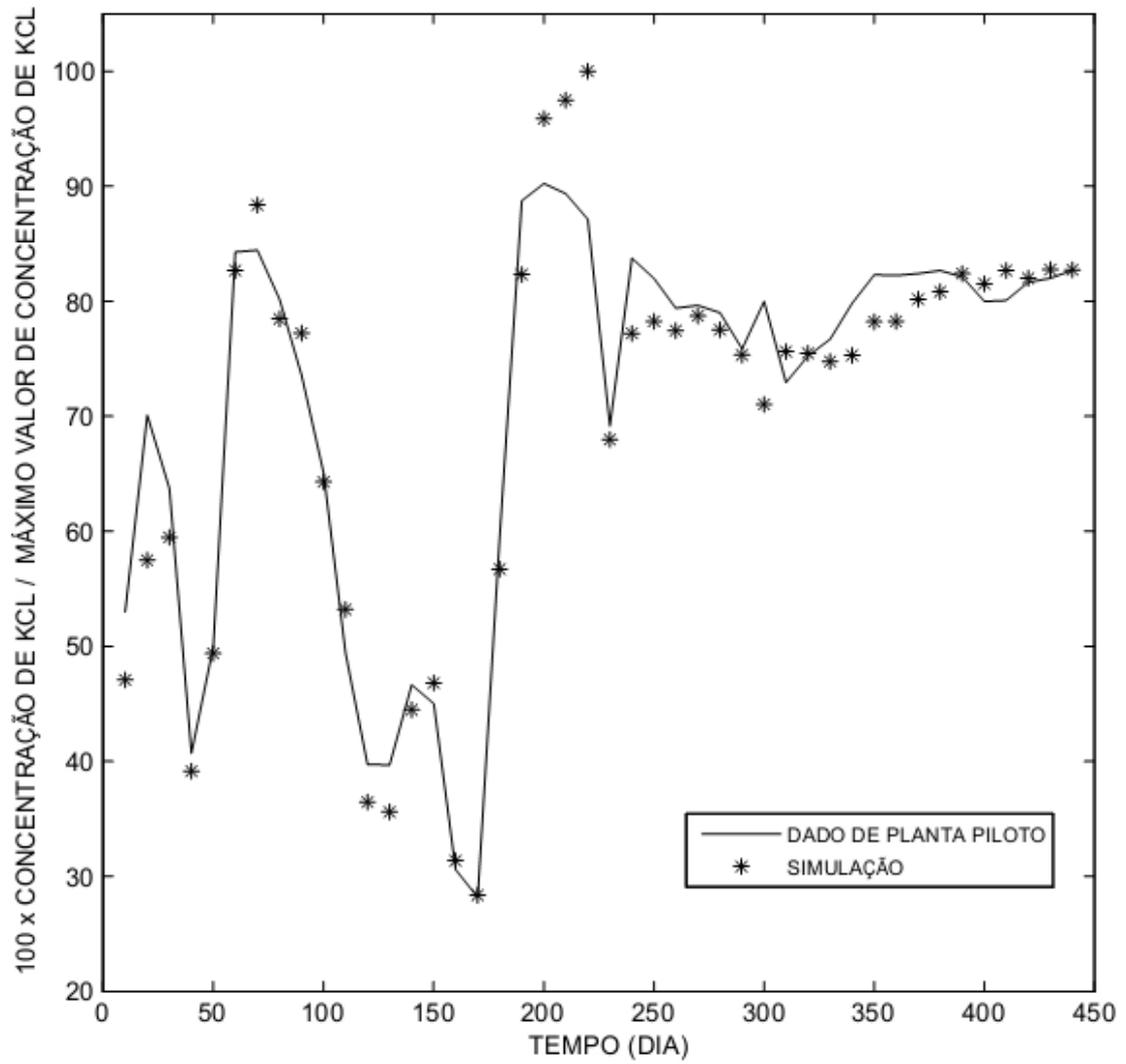


Figura 4.6: Comparação entre dados experimentais e dados gerados através de modelagem para o composto KCl.

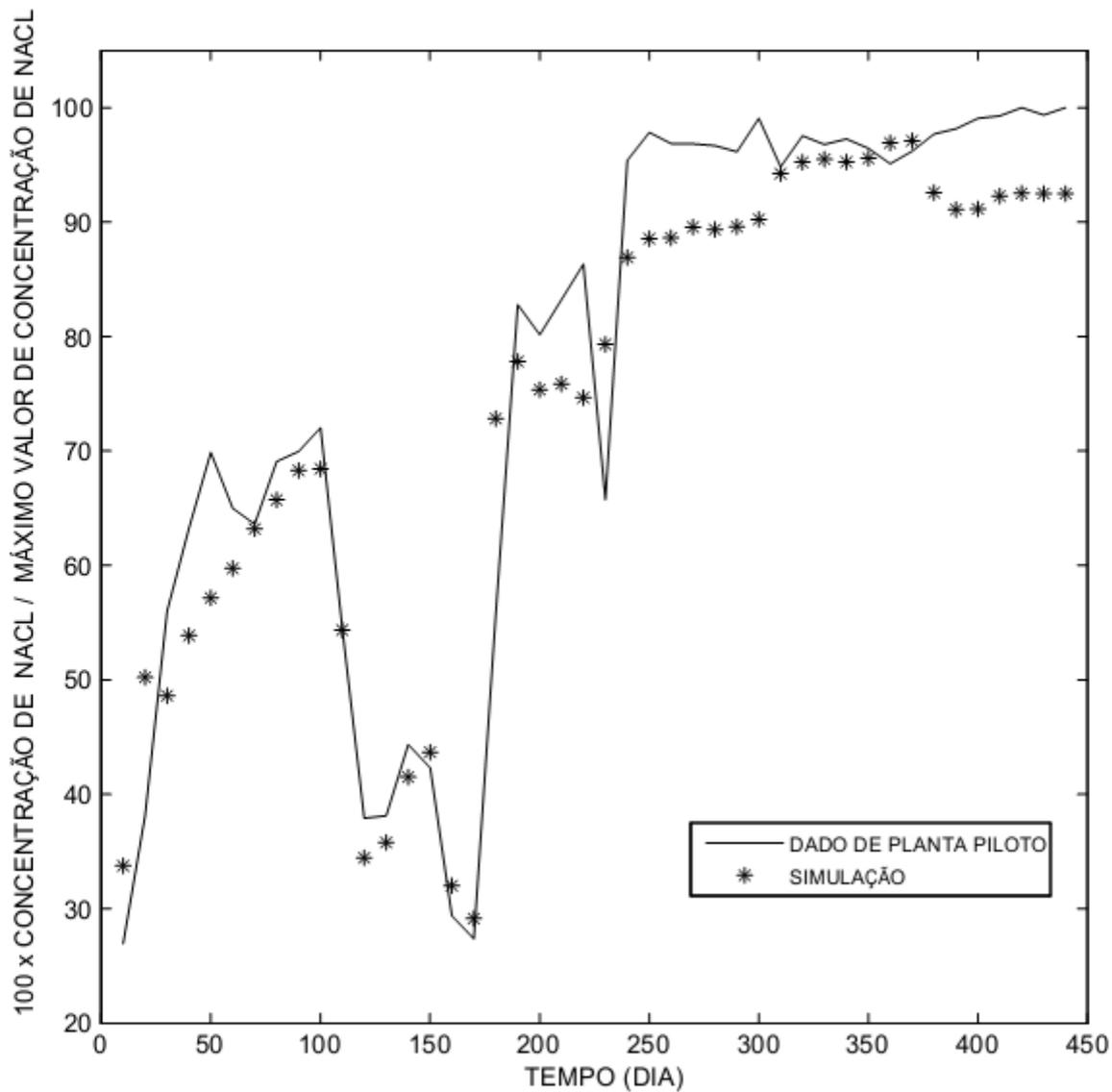


Figura 4.7: Comparação entre dados experimentais e dados gerados através de modelagem para o composto NaCl.

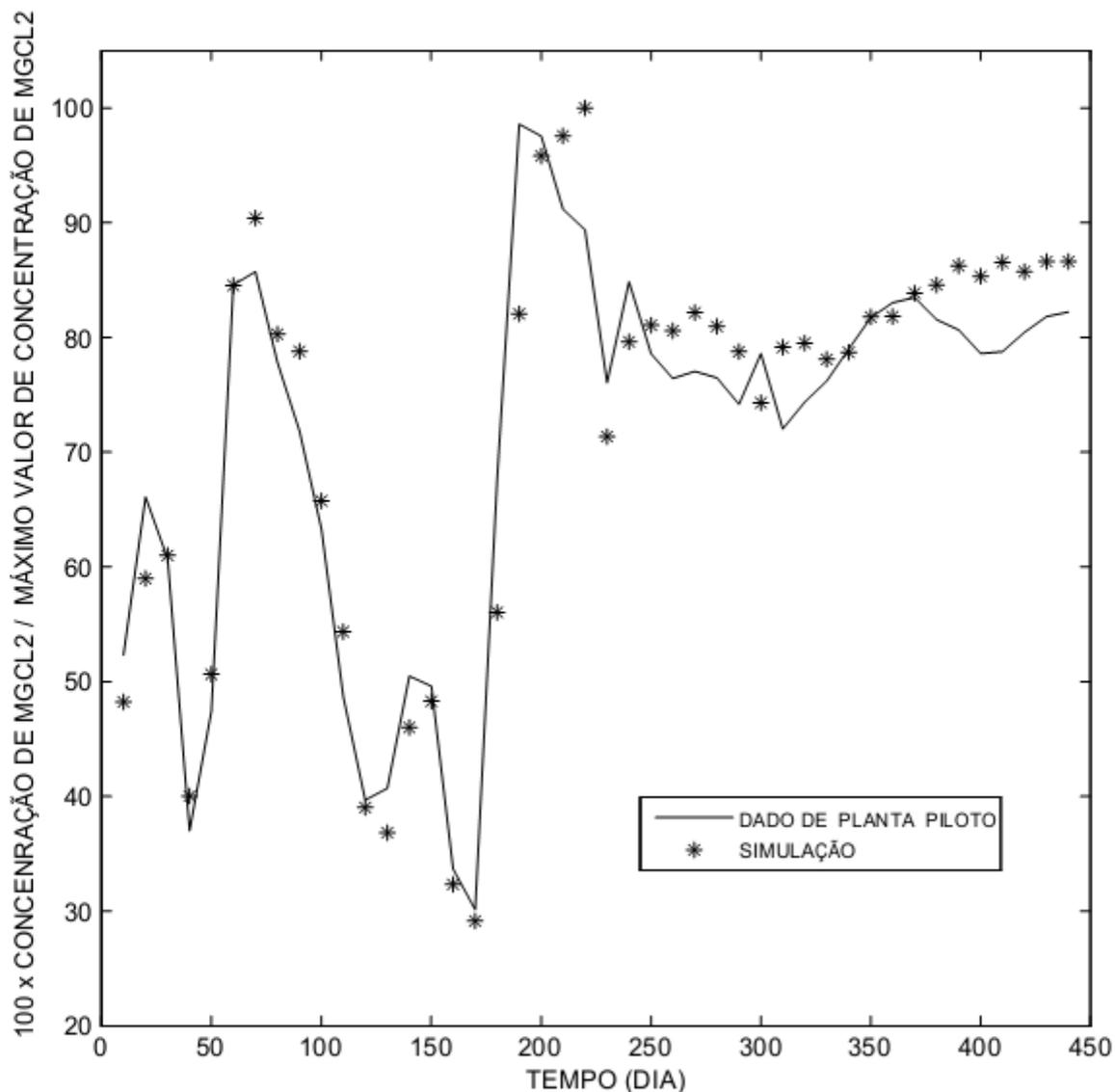


Figura 4.8: Comparação entre dados experimentais e dados gerados através de modelagem para o composto $MgCl_2$.

O modelo possui boa aderência em relação ao $MgCl_2$ e ao KCl durante todo o período simulado, mas possui alguns problemas de aderência em relação ao $NaCl$, principalmente em períodos próximos ao início da operação. Esse maior desvio pode ser explicado por duas razões:

- O $MgCl_2$ e o KCl se dissolvem preferencialmente em relação ao $NaCl$. Isso faz com que a concentração do $NaCl$ oscile mais durante a operação. O presente modelo tem como premissa que a concentração varia muito suavemente com o tempo, o que para o $NaCl$ não é uma verdade;
- Em mineração por dissolução, as concentrações tendem a se estabilizar em longo prazo e variar mais abruptamente no início. Dessa forma, devido ao fato de o modelo assumir um

regime pseudo-permanente, é esperado que o modelo não se ajuste tão bem em relação aos dados experimentais durante o início da operação.

Pode ser observado também nas Figuras 4.6, 4.7 e 4.8 um descolamento do modelo em relação aos dados experimentais em todas as curvas durante o período compreendido entre os dias 120 e 180 de operação. Esse descolamento pode ser explicado pelo fato de ter havido durante esse período um curto circuito de concentração, que foi causado pelo fato de o tubo de produção estar, por acidente, muito próximo do tubo de injeção. Esse curto circuito causou oscilação nas concentrações dos sais, oscilação essa difícil de ser simulada devido ao fato de o modelo assumir um regime pseudo-permanente.

Através da Figura 4.9 é possível visualizar o desvio percentual do modelo em relação aos dados experimentais.

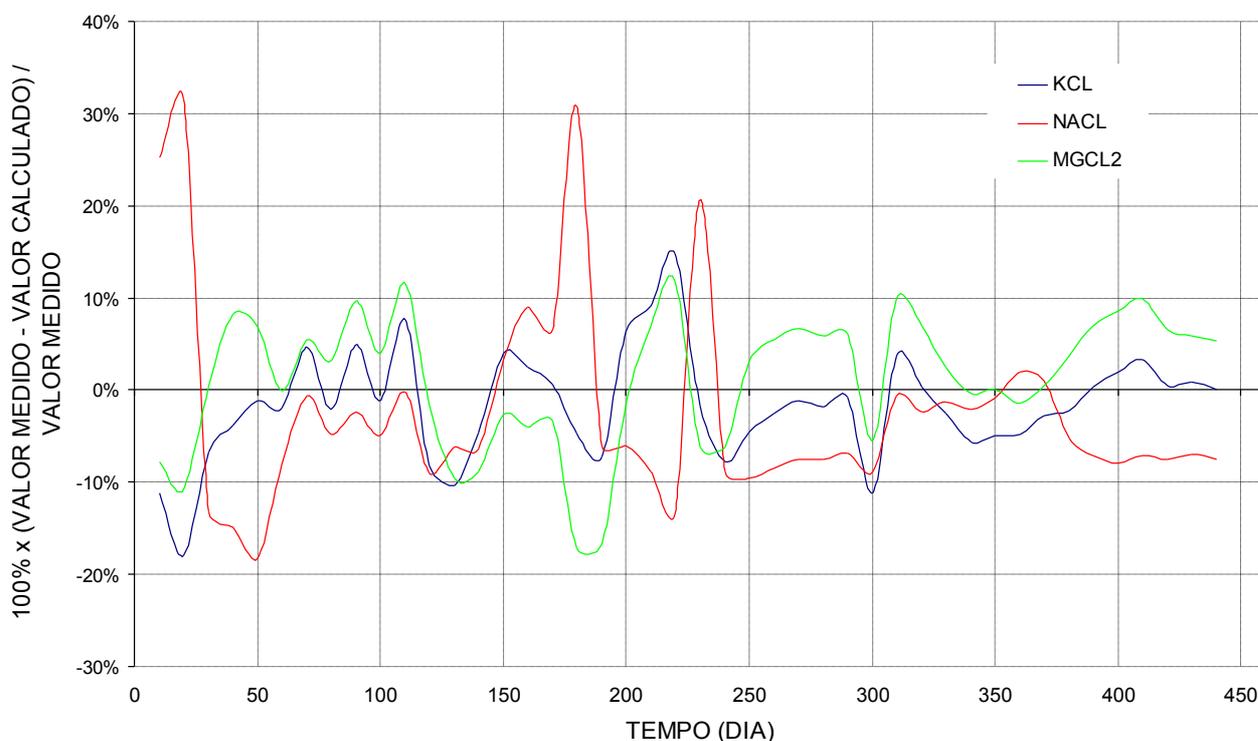


Figura 4.9: Desvio do modelo em relação aos dados experimentais.

Como já comentado anteriormente, o modelo tende a se aderir menos aos dados experimentais durante o início da operação e em situações de mudanças bruscas de concentração, devido ao fato de o mesmo assumir a premissa de estado pseudo-permanente.

4.10 Resultados da Modelagem Hidrodinâmica

4.10.1 Região Interna à Pluma

Através da Figura 4.10 é possível observar a evolução da pluma em relação à altura da cavidade.

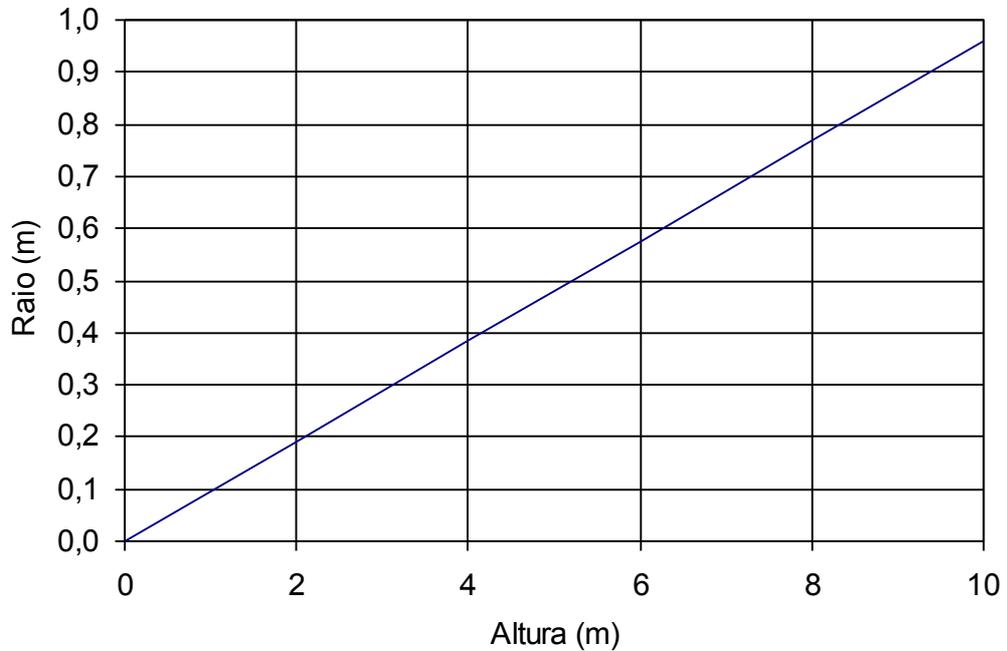


Figura 4.10: Raio de espalhamento da pluma durante sua ascensão.

A velocidade de ascensão da pluma pode ser visualizada através da Figura 4.11.

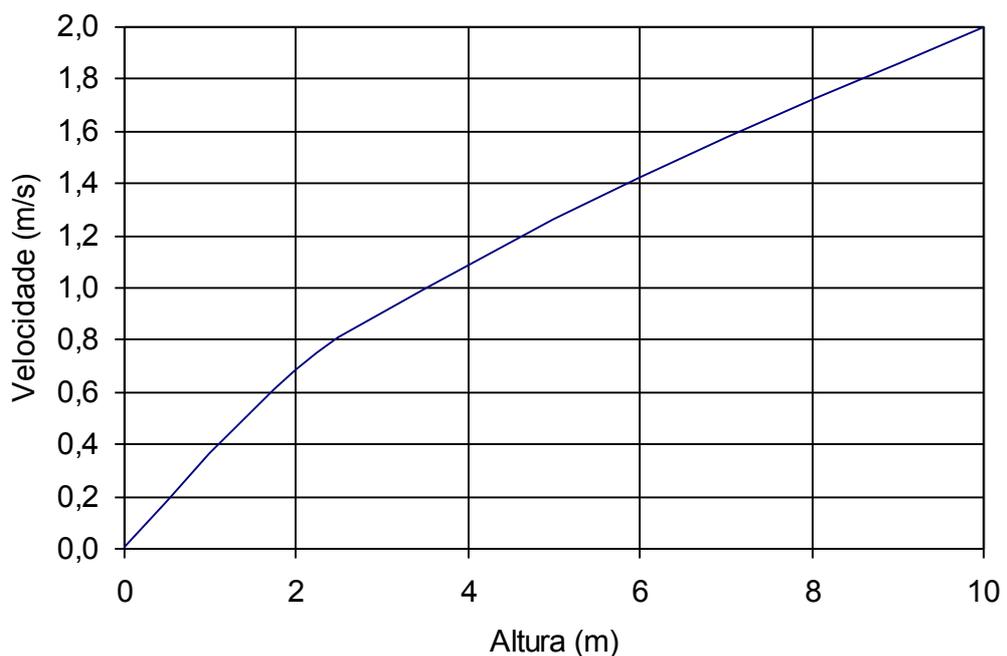


Figura 4.11: Velocidade de espalhamento da pluma durante sua ascensão.

4.10.2 Região Externa à Pluma

O modelo considera que essa região é dinamicamente estática.

4.10.3 Parede da Cavidade

A distribuição de velocidade de queda da camada limite pode ser visualizada através da Figura 4.12.

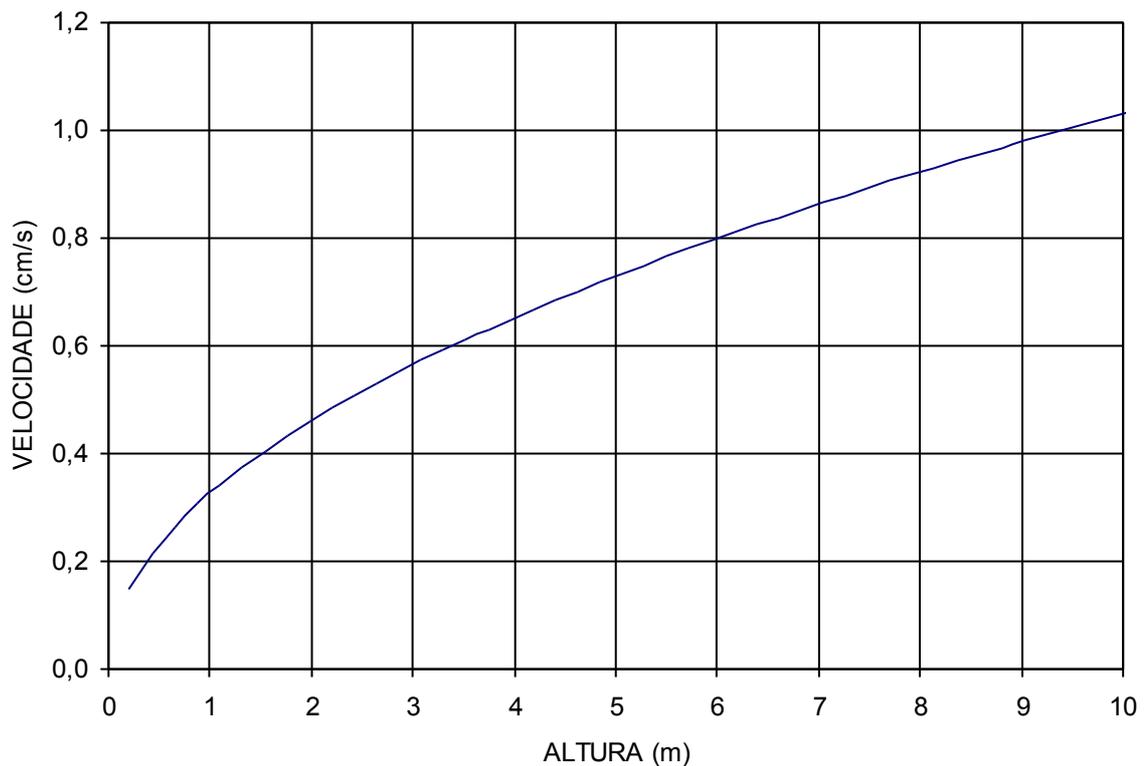


Figura 4.12: Velocidade de queda da camada limite flutuante que se forma próxima à parede da cavidade.

Os valores de velocidade presentes na Figura 4.12 estão na mesma ordem de grandeza que os encontrados experimentalmente por Jessen (Jessen, 1971) para uma cavidade de NaCl.

4.11 Resultados da Modelagem de Concentração

4.11.1 Região Interna à Pluma

A concentração na região da pluma é modelada como constante:

- Para casos de circulação reversa, a concentração da pluma foi considerada zero durante a sua ascensão.
- Para os casos de circulação direta, a concentração da pluma é constante e igual à concentração de produção.

4.11.2 Região Externa à Pluma

Através da Figura 4.13 é possível visualizar perfil típico de concentração ao longo da cavidade.

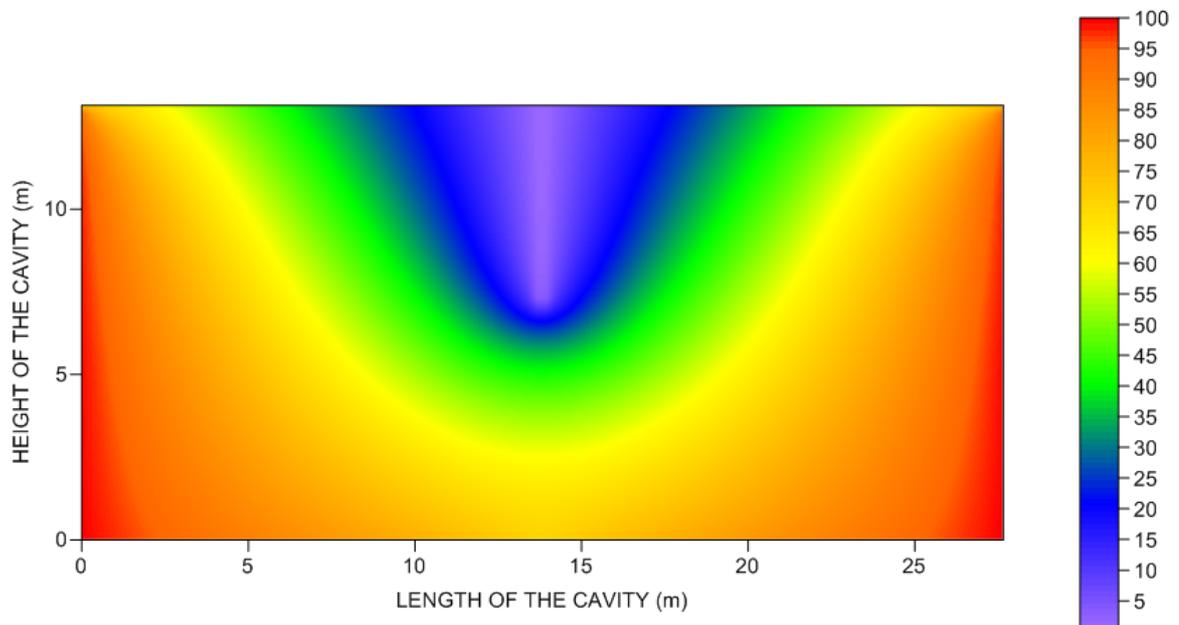


Figura 4.13: Perfil de concentração obtido através do modelamento matemático do sistema. Como esperado, a concentração é maior próximo à parede da cavidade e base da cavidade. É possível visualizar na parte central a pluma ascendente. Está representado nessa figura um sistema de injeção do tipo “top injection”. O tubo de produção está localizado no ponto mais inferior da parte central da cavidade.

5 CONCLUSÃO

O presente estudo apresentou um roteiro detalhado e completo de como modelar cavidades subterrâneas que são desenvolvidas através da técnica de mineração por dissolução.

Ao longo do texto é possível visualizar a boa aderência do modelo em relação aos dados experimentais, mostrando que o modelo é robusto e representa com fidedignidade o comportamento físico no interior das largas cavidades subterrâneas.

A compreensão do fenômeno e o modelo apresentado poderão ser utilizados como guia para predição das concentrações em função da evolução da cavidade, bem como encontrar os parâmetros ótimos de operação, entender eventuais anomalias e propor soluções.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AUBAN, O. *et al.* Simulation by solutal convection of a thermal plume in a confined stratified environment: application to displacement ventilation. *International journal of heat and mass transfer*, v.44, p.4679-4691, 2001.

BERNARD, O. *et al.* Mutual diffusion coefficients in electrolyte solutions. *Journal of molecular liquids*, v.73, p.403-411, 1997.

CUSSLER, E.L. *Diffusion: Mass transfer in fluid system*. 2nd edition. University of Cambridge: Cambridge University Press, 1997, 579 p.

D'ANS, J. *Die losungsgleichgewichte der systema der salze ozeanischer Salzablagerungen*. Berlin, Verlagsgesellschaft fur ackerbau m.b.h, 1933.

DAVISON, G.A. Gaussian versus top-hat profile assumptions in integral plume models. *Atmospheric Environment*, v.20, n.3, p.471-478, 1986.

DURIE, R.W.; JESSEN, F.W. Mechanism of dissolution of salt in the formation of underground salt cavities. In: SPE FALL MEETING, 1., 1963, New Orleans. *Anais...* New Orleans, 1963.

GRUESCHOW, N. *et al.* Possibilities and limites of solution mining of mineral salt deposits. In SMRI MEETING, 1999, Washington. *Anais...* Washington, 1999.

KAUFMANN, D.W. *Sodium chloride the production and properties of salt and brine*. Pennsylvania: Reinhold Publishing Corporation, 1960.

KULKARNI, A.K. *et al.* Interaction of buoyant plumes with two-layer stably stratified media. *Experimental Thermal and Fluid Science*, n.7, p.241-248, 1993.

JESSEN, F.W. Total solution mechanism. In: AIME CENTENNIAL ANNUAL MEETING, 1., 1971, Texas. *Anais...* Texas, 1971.

MELO, P.R.C. *et al.* *CETEM: Rochas e Minerais Industriais* 2nd edition. Fernando Freitas Lins and Adão Benvido da Luz Press, 2008, 729 p.

RUSSO, J.R. Solution mining calculations for SPR caverns. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON SALT, 6., 1983, Salt Institute. *Anais...* Salt Institute, 1983.

SCHEEPSTRA, H.K. *et al.* Modeling of multi-component salt solution mining. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON SALT, 6., 1983, Salt Institute. *Anais...* Salt Institute, 1983.

SHAGES, G.D. United States Strategic Petroleum Reserve. Disponível em: http://www.iogcc.state.ok.us/Websites/iogcc/Meetings/Annual_Meeting/New_Orleans_2007/John-Shages.pdf. Acesso em 16 de abril de 2010.

SOCOLOFSKY *ET AL.* *Studies of two phase plumes in stratified environments*. Massachusetts Institute of Technology: U.S. Department of Energy, 1999.

SONARWIRE, Disponível em: <http://www.msstate.edu/dept/ciss/bo/graphics/3dv3.jpg> acesso em 03 de abril de 2011.

THOMS, R.L.; GEHLE R.M. A brief history of salt cavern use, College station, Texas, 2000.

WORTHY, J. *Large eddy simulation of buoyant plumes*. 2003. 278 f. thesis (PhD in Mechanical Engineering) - Cranfield University, England. 2003.

WARREN, J.K. *Evaporites: Sediments, resources and hydrocarbons*. 1st edition. Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 2006.

ANEXO A – RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DE LAPLACE

O método de diferenças finitas foi adotado para resolução das equações diferenciais de Laplace, que descrevem o mecanismo de transferência de massa na região externa à pluma.

As parciais derivativas podem ser aproximadas

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \cong \frac{U(i+1, j, k) - 2U(i, j, k) + U(i-1, j, k)}{\Delta x^2}$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \cong \frac{U(i, j+1, k) - 2U(i, j, k) + U(i, j-1, k)}{\Delta y^2}$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \cong \frac{U(i, j, k+1) - 2U(i, j, k) + U(i, j, k-1)}{\Delta z^2}$$

Tomando o mesmo valor para DX, DY e DZ e somando as três equações temos:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \cong \left[\frac{U(i+1, j, k) - 6U(i, j, k) + U(i, j, k-1) + U(i, j+1, k)}{+ U(i, j-1, k) + U(i-1, j, k) + U(i, j, k+1)} \right] \frac{1}{\Delta x^2} = 0$$

Isso leva à seguinte equação:

$$U(i, j, k) = \frac{U(i+1, j, k) + U(i-1, j, k) + U(i, j+1, k) + U(i, j-1, k) + U(i, j, k+1) + U(i, j, k-1)}{6}$$

Onde:

- i, j, e k são as coordenadas x, y, z respectivamente;
- U (i, j, k) é a solução da equação de Laplace em um dado ponto.

ANEXO B – ESTUDO DE CASO COM DADOS FICTÍCIOS

ESTUDO DE CASO - EXEMPLO DE CÁLCULO COM DADOS FICTÍCIOS

Um estudo de caso contendo dados fictícios é apresentado no anexo B. Esse estudo de caso tem o objetivo de fornecer os passos para montagem da planilha de cálculo.

1. Cálculo do acúmulo esperado dentro da cavidade

- Cavidade perfeitamente cilíndrica

Taxa de crescimento: 0,3 m/dia

Tempo: 200 dias

Altura do Corte: 7 m

Raio da Cavidade = Taxa de Crescimento x Tempo = 0,3 x 200 = 60 m

Volume da Cavidade = $\pi r^2 h = 60^2 \times \pi \times 7 = 79.168,13 \text{ m}^3$

Densidade Média da Rocha: 2 ton/m³

Massa Total Lavrada: Densidade Média da Rocha x Volume da Cavidade = 2 x 79.168,13 = 158.336,27 ton

Teor do Minério de Interesse na Rocha: 100%

* Massa Total do Minério de Interesse Dissolvida = Teor do Minério de Interesse na Rocha x Massa Total Lavrada = 1 x 158.336,27 = 158.336,27

Vazão Média: 576.000 m³ (ou 120 m³/h)

Concentração do Minério de Interesse na Salmoura Produzida (chute inicial): 250 kg/m³

Massa Total do Minério de Interesse Trazida Para a Superfície = Vazão Média x Concentração do Minério de Interesse na Salmoura Produzida = 576.000 x 250 / 1000 = 144.000,00 ton

Acúmulo = Massa Total do Minério de Interesse Dissolvida – Massa Total do Minério de Interesse Trazida Para a Superfície = 158.336,27 – 144.000,00 = 14.336,00 ton

2. Cálculo do Acúmulo de Massa Obtido Através do Modelo de Distribuição de Concentrações no Interior da Cavidade.

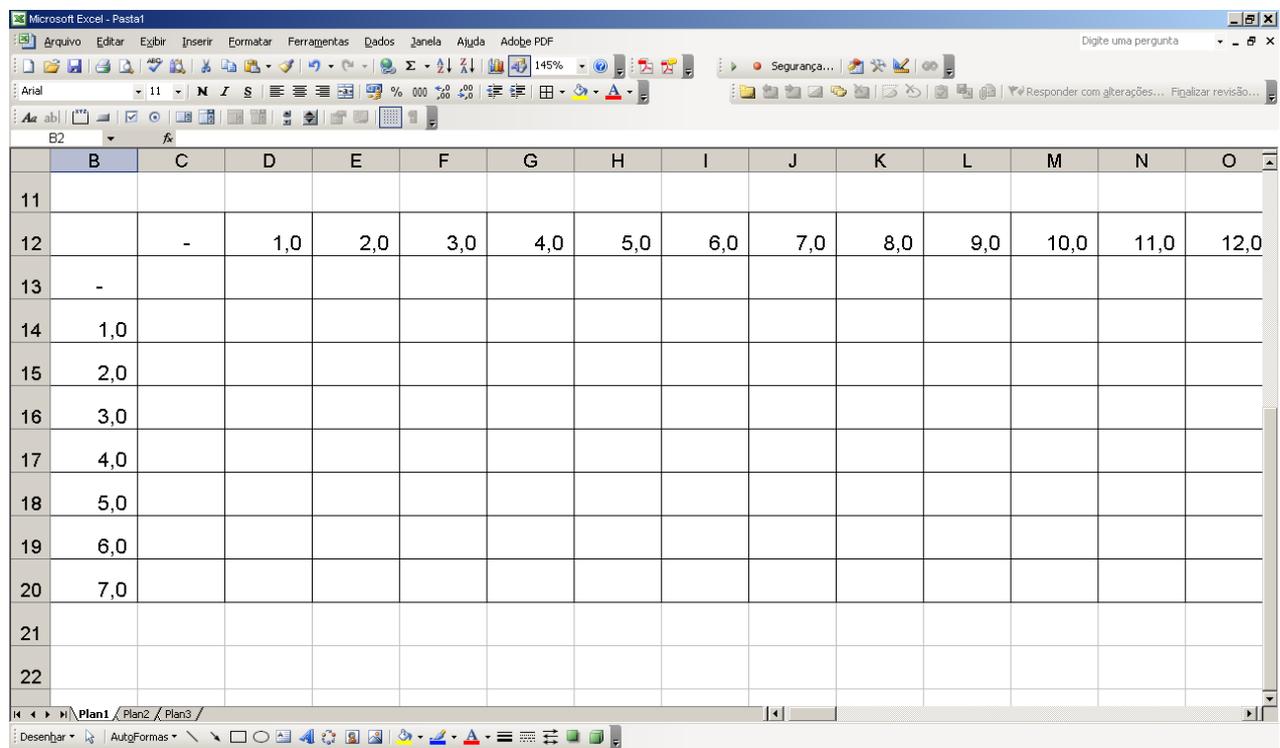
Primeira Etapa:

Simetria

Assumindo a cavidade perfeitamente cilíndrica, portanto o problema se reduz a análise em duas dimensões.

Segunda Etapa:

Dividindo a planilha em pequenos quadrados de igual tamanho



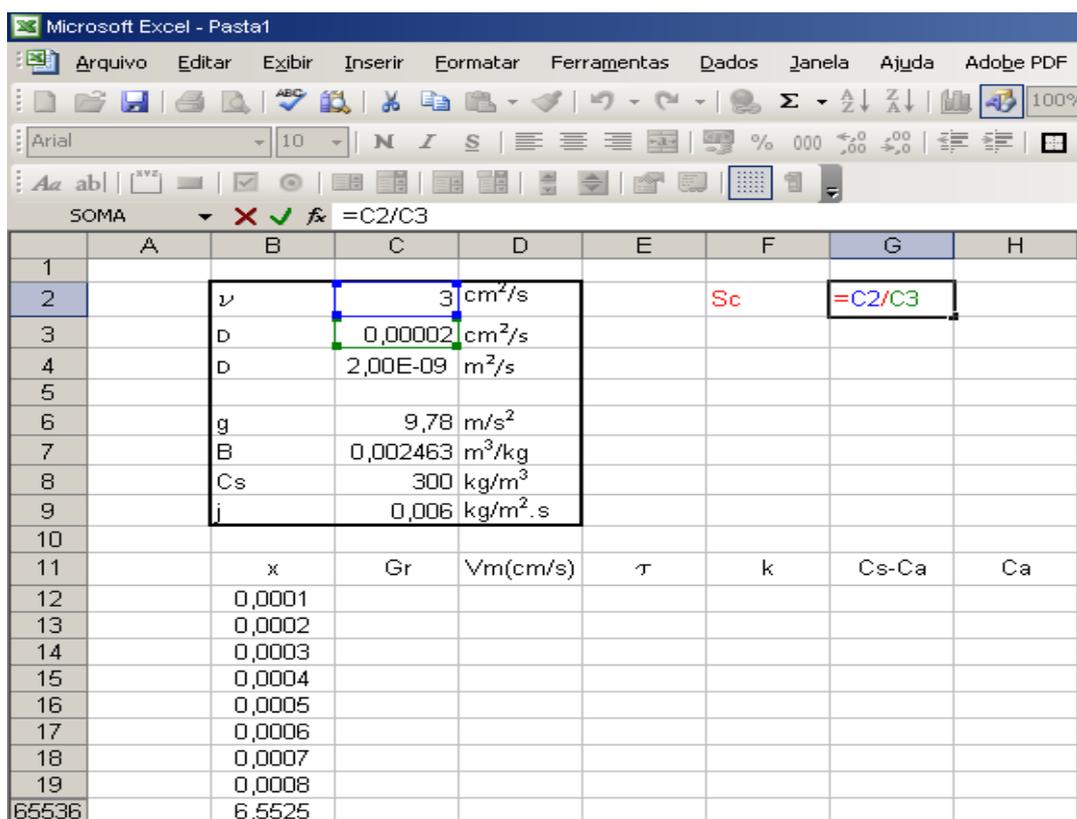
The screenshot shows a Microsoft Excel spreadsheet with a grid of cells. The grid is divided into small squares. The values in the cells are as follows:

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
11														
12		-	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0	11,0	12,0
13	-													
14	1,0													
15	2,0													
16	3,0													
17	4,0													
18	5,0													
19	6,0													
20	7,0													
21														
22														

Terceira Etapa:

Cálculo da distribuição de concentrações na parede da cavidade

- Saturação do composto na água = 300 kg/m^3
- Cálculo do Schmidt



The screenshot shows a Microsoft Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		ν	3	cm^2/s		Sc	=C2/C3	
3		D	0,00002	cm^2/s				
4		D	2,00E-09	m^2/s				
5								
6		g	9,78	m/s^2				
7		B	0,002463	m^3/kg				
8		Cs	300	kg/m^3				
9		j	0,006	$\text{kg}/\text{m}^2 \cdot \text{s}$				
10								
11		x	Gr	Vm(cm/s)	τ	k	Cs-Ca	Ca
12		0,0001						
13		0,0002						
14		0,0003						
15		0,0004						
16		0,0005						
17		0,0006						
18		0,0007						
19		0,0008						
65536		6,5525						

- Cálculo do Grashof

Microsoft Excel - Pasta1

Arquivo Editar Exibir Inserir Formatar Ferramentas Dados Janela Ajuda Adobe PDF

Arial 10

SOMA $=\$C\$6*\$C\$7*\$C\$8*(B12^3)/((\$C\$2*0,01*0,01)^2)$

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		ν	3	cm ² /s		Sc	150000	
3		D	0,00002	cm ² /s				
4		D	2,00E-09	m ² /s				
5								
6		g	9,78	m/s ²				
7		B	0,002463	m ³ /kg				
8		Cs	300	kg/m ³				
9		j	0,006	kg/m ² .s				
10								
11		x	Gr	Vm(cm/s)	τ	k	Cs-Ca	Ca
12		0,0001	$=\$C\$6*\$C$					
13		0,0002						
14		0,0003						
15		0,0004						
16		0,0005						
17		0,0006						
18		0,0007						
19		0,0008						
65536		6,5525						

- Cálculo da Velocidade Máxima

Microsoft Excel - Pasta1

Arquivo Editar Exibir Inserir Formatar Ferramentas Dados Janela Ajuda Adobe PDF

Arial 10

SOMA $=0,766*\$C\$2*(\$G\$2^0,5)*(C12^0,5)/(B12*100)$

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		ν	3	cm ² /s		Sc	150000	
3		D	0,00002	cm ² /s				
4		D	2,00E-09	m ² /s				
5								
6		g	9,78	m/s ²				
7		B	0,002463	m ³ /kg				
8		Cs	300	kg/m ³				
9		j	0,006	kg/m ² .s				
10								
11		x	Gr	Vm(cm/s)	τ	k	Cs-Ca	Ca
12		0,0001	8,03E-05	$=0,766*\$C$				
13		0,0002	6,42E-04					
14		0,0003	2,17E-03					
15		0,0004	5,14E-03					
16		0,0005	1,00E-02					
17		0,0006	1,73E-02					
18		0,0007	2,75E-02					
19		0,0008	4,11E-02					
65536		6,5525	2,26E+10					

- Cálculo do Tempo de Residência

Microsoft Excel - Pasta1

Arquivo Editar Exibir Inserir Formatar Ferramentas Dados Janela Ajuda Adobe PDF

Arial 10

SOMA \times \checkmark $\&$ =B12*100/D12

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		ν	3	cm ² /s		Sc	150000	
3		D	0,00002	cm ² /s				
4		D	2,00E-09	m ² /s				
5								
6		g	9,78	m/s ²				
7		B	0,002463	m ³ /kg				
8		Cs	300	kg/m ³				
9		j	0,006	kg/m ² .s				
10								
11		x	Gr	Vm(cm/s)	τ	k	Cs-Ca	Ca
12		0,0001	8,03E-05	0,01	=B12*100/D12			
13		0,0002	6,42E-04	0,01				
14		0,0003	2,17E-03	0,01				
15		0,0004	5,14E-03	0,01				
16		0,0005	1,00E-02	0,01				
17		0,0006	1,73E-02	0,01				
18		0,0007	2,75E-02	0,01				
19		0,0008	4,11E-02	0,02				
65536		6,5525	2,26E+10	1,36				

- Coeficiente de Transferência de Massa

Microsoft Excel - Pasta1

Arquivo Editar Exibir Inserir Formatar Ferramentas Dados Janela Ajuda Adobe PDF

Arial 10

SOMA \times \checkmark $\&$ =(\$C\$4/(E13-E12))*0,5

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		ν	3	cm ² /s		Sc	150000	
3		D	0,00002	cm ² /s				
4		D	2,00E-09	m ² /s				
5								
6		g	9,78	m/s ²				
7		B	0,002463	m ³ /kg				
8		Cs	300	kg/m ³				
9		j	0,006	kg/m ² .s				
10								
11		x	Gr	Vm(cm/s)	τ	k	Cs-Ca	Ca
12		0,0001	8,03E-05	0,01	1,88	3,26E-05		
13		0,0002	6,42E-04	0,01	2,66	=\$C\$4/(E13-E12)*0,5		
14		0,0003	2,17E-03	0,01	3,26			
15		0,0004	5,14E-03	0,01	3,76			
16		0,0005	1,00E-02	0,01	4,21			
17		0,0006	1,73E-02	0,01	4,61			
18		0,0007	2,75E-02	0,01	4,98			
19		0,0008	4,11E-02	0,02	5,32			
65536		6,5525	2,26E+10	1,36	481,45			

- Diferença de concentração entre a parede da cavidade e o seio da solução

Microsoft Excel - Pasta1

Arquivo Editar Exibir Inserir Formatar Ferramentas Dados Janela Ajuda Adobe PDF

Arial 10

SOMA $\text{=}\$C\$9/\text{F12}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		ν	3	cm ² /s		Sc	150000	
3		D	0,00002	cm ² /s				
4		D	2,00E-09	m ² /s				
5								
6		g	9,78	m/s ²				
7		B	0,002463	m ³ /kg				
8		Cs	300	kg/m ³				
9		j	0,006	kg/m ² .s				
10								
11		x	Gr	Vm(cm/s)	τ	k	Cs-Ca	Ca
12		0,0001	8,03E-05	0,01	1,88	3,26E-05	$\text{=}\$C\$9/\text{F12}$	
13		0,0002	6,42E-04	0,01	2,66	5,07E-05		
14		0,0003	2,17E-03	0,01	3,26	5,78E-05		
15		0,0004	5,14E-03	0,01	3,76	6,30E-05		
16		0,0005	1,00E-02	0,01	4,21	6,71E-05		
17		0,0006	1,73E-02	0,01	4,61	7,06E-05		
18		0,0007	2,75E-02	0,01	4,98	7,36E-05		
19		0,0008	4,11E-02	0,02	5,32	7,63E-05		
65536		6,5525	2,26E+10	1,36	481,45	7,38E-04		

- Concentração no seio da solução

Microsoft Excel - Pasta1

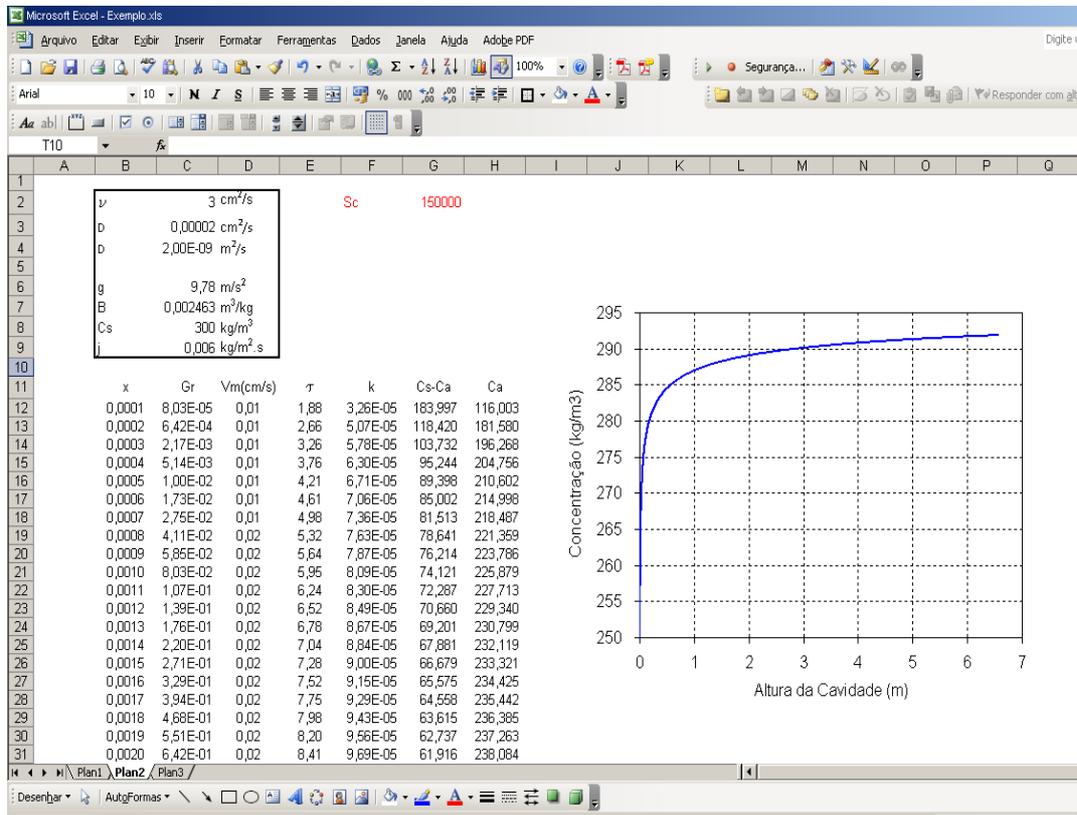
Arquivo Editar Exibir Inserir Formatar Ferramentas Dados Janela Ajuda Adobe PDF

Arial 10

SOMA $\text{=}\$C\$8-\text{G12}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		ν	3	cm ² /s		Sc	150000	
3		D	0,00002	cm ² /s				
4		D	2,00E-09	m ² /s				
5								
6		g	9,78	m/s ²				
7		B	0,002463	m ³ /kg				
8		Cs	300	kg/m ³				
9		j	0,006	kg/m ² .s				
10								
11		x	Gr	Vm(cm/s)	τ	k	Cs-Ca	Ca
12		0,0001	8,03E-05	0,01	1,88	3,26E-05	183,997	$\text{=}\$C\$8-\text{G12}$
13		0,0002	6,42E-04	0,01	2,66	5,07E-05	118,420	
14		0,0003	2,17E-03	0,01	3,26	5,78E-05	103,732	
15		0,0004	5,14E-03	0,01	3,76	6,30E-05	95,244	
16		0,0005	1,00E-02	0,01	4,21	6,71E-05	89,398	
17		0,0006	1,73E-02	0,01	4,61	7,06E-05	85,002	
18		0,0007	2,75E-02	0,01	4,98	7,36E-05	81,513	
19		0,0008	4,11E-02	0,02	5,32	7,63E-05	78,641	
65536		6,5525	2,26E+10	1,36	481,45	7,38E-04	8,132	

- Gerando gráfico de concentração em função da altura da cavidade

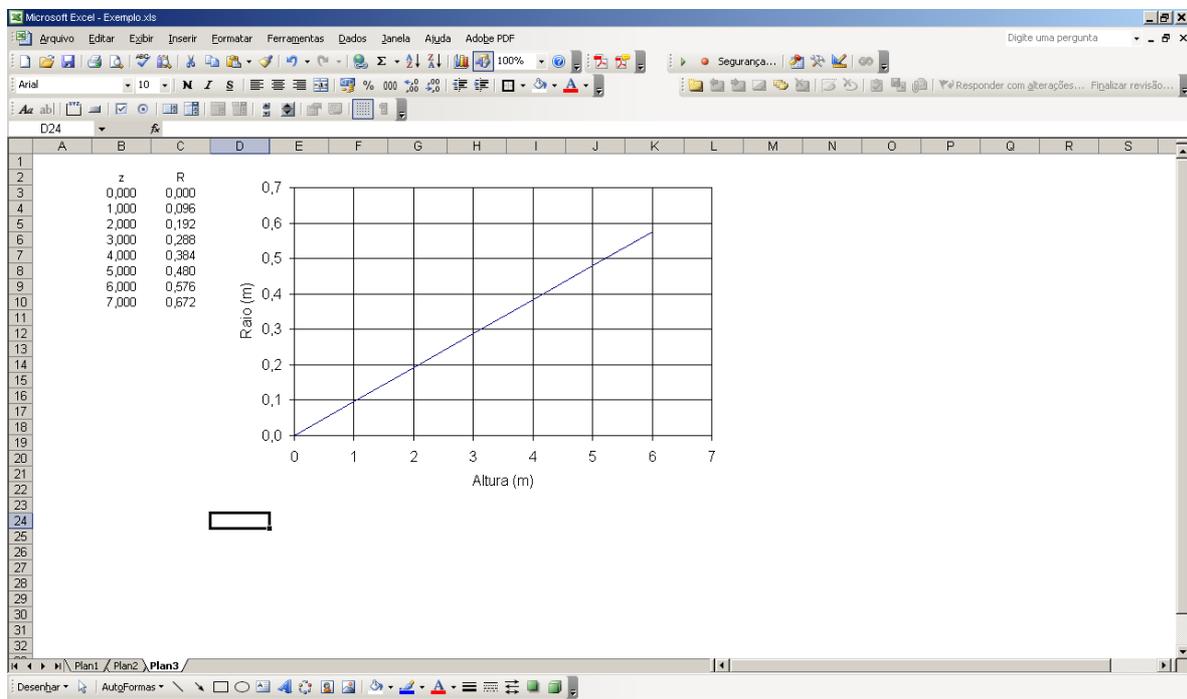


Quarta Etapa

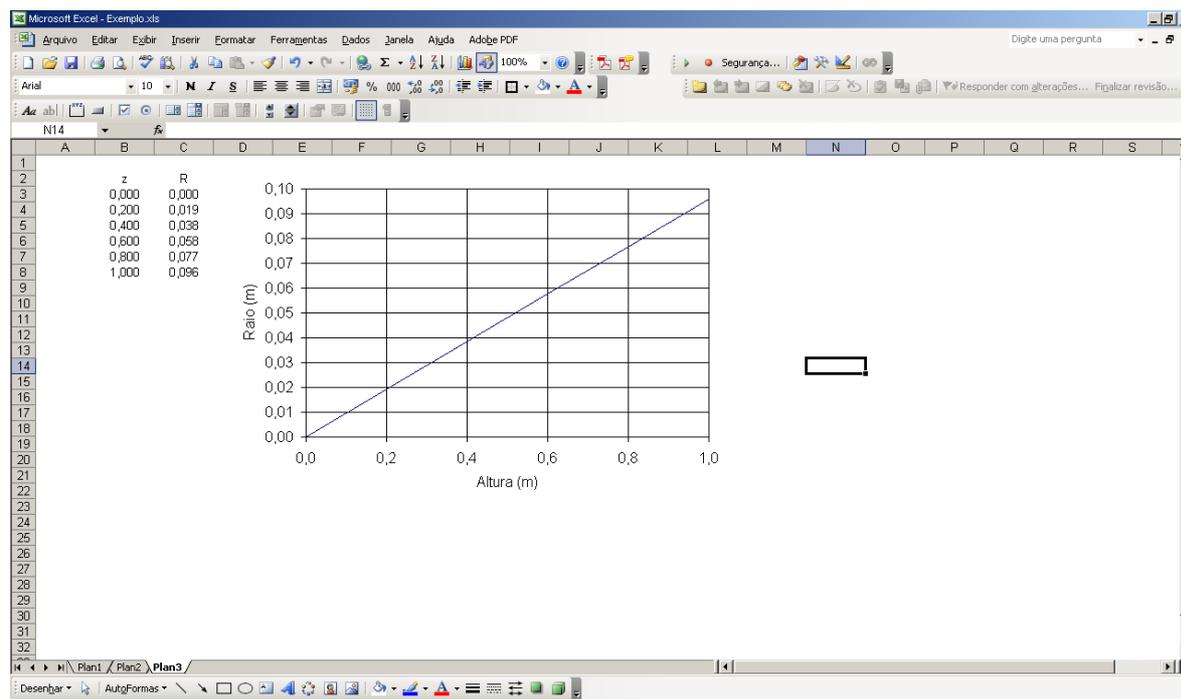
Determinando a geometria da pluma

$a = 0,08$ (valor típico para plumas)

Circulação Direta



Circulação Inversa



Observação 1: No caso da circulação direta, a pluma pode se espalhar antes de atingir o teto da cavidade. Portanto, o caso simulado acima representa um momento fictício no qual a pluma se espalha no teto da cavidade. Essa altura de espalhamento varia durante o processo iterativo de cálculo até se estabilizar em um ponto fixo. Para efeitos de simplificação, o presente estudo de caso só contemplará circulação reversa, mas não há dificuldades para simular o caso da circulação direta.

Quinta Etapa

Simular a distribuição de concentração fora da parede da cavidade

Preenchendo a planilha com as concentrações na parede da cavidade encontradas na Terceira Etapa.

Microsoft Excel - Exemplo.xls

Arquivo Editar Exibir Inserir Formatar Ferramentas Dados Janela Ajuda Adobe PDF Digite uma pergunta

130%

Segurança...

Responder com alterações... Finalizar revisão...

C13 116

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	F
9																
10																
11																
12			-	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0	11,0	12,0	1
13		-	116,00													
14		1,0	286,99													
15		2,0	289,06													
16		3,0	290,11													
17		4,0	290,80													
18		5,0	291,30													
19		6,0	291,70													
20		7,0	291,90													
21																
22																

Plan1 Plan2 Plan3

Desenhar AutgFormas

	DF	DG	DH	DI	DJ	DK	DL	DM	DN	DO	DP	DQ	DR	DS	DT	DU
9																
10																
11																
12	107,0	108,0	109,0	110,0	111,0	112,0	113,0	114,0	115,0	116,0	117,0	118,0	119,0	120,0		
13														116,00		
14														286,99		
15														289,06		
16														290,11		
17														290,80		
18														291,30		
19														291,70		
20														291,90		
21																
22																

No presente estudo de caso a concentração do ponto de injeção é nula (água) e a circulação é inversa.

	BD	BE	BF	BG	BH	BI	BJ	BK	BL	BM	BN	BO	BP	BQ
9														
10														
11														
12	53,0	54,0	55,0	56,0	57,0	58,0	59,0	60,0	61,0	62,0	63,0	64,0	65,0	66,0
13								0,00						
14														
15														
16														
17														
18														
19														
20														

O modelo assume no teto da cavidade uma distribuição linear de concentração entre o ponto de injeção e a parede da cavidade.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
11														
12			-	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0	11,0
13		-	116,00	-\$BK\$13	112,13	110,20	108,27	106,33	104,40	102,47	100,53	98,60	96,67	94,73
14		1,0	286,70											
15		2,0	289,09											
16		3,0	290,11											
17		4,0	290,80											
18		5,0	291,30											
19		6,0	291,70											
20		7,0	291,90											
21														
22														

	BD	BE	BF	BG	BH	BI	BJ	BK	BL	BM	BN	BO	BP	BQ
11														
12	53,0	54,0	55,0	56,0	57,0	58,0	59,0	60,0	61,0	62,0	63,0	64,0	65,0	66,0
13	13,53	11,60	9,67	7,73	5,80	3,87	1,93	0,00	=\$C\$13	3,87	5,80	7,73	9,67	11,60
14														
15														
16														
17														
18														
19														
20														
21														
22														

A concentração do ponto de produção é a incógnita do modelo. Ele é que sofrerá incrementos até que o acúmulo esperado dentro da cavidade seja igual ao acúmulo calculado através do modelo de distribuição de concentrações na cavidade. Como primeira iteração, consideramos um valor qualquer de concentração no ponto de produção.

	BC	BD	BE	BF	BG	BH	BI	BJ	BK	BL	BM	BN	BO	BP
11														
12	52,0	53,0	54,0	55,0	56,0	57,0	58,0	59,0	60,0	61,0	62,0	63,0	64,0	65,0
13	15,47	13,53	11,60	9,67	7,73	5,80	3,87	1,93	0,00	1,93	3,87	5,80	7,73	9,67
14														
15														
16														
17														
18														
19														
20									250,00					
21														
22														

É também assumida no modelo uma distribuição de concentrações linear entre o ponto de produção e a parte inferior da parede da cavidade.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
11														
12			-	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0	11,0
13		-	116,00	114,07	112,13	110,20	108,27	106,33	104,40	102,47	100,53	98,60	96,67	94,73
14		1,0	286,70											
15		2,0	289,09											
16		3,0	290,11											
17		4,0	290,80											
18		5,0	291,30											
19		6,0	291,70											
20		7,0	291,90	=C\$20-	290,50	289,81	289,11	288,41	287,71	287,01	286,31	285,62	284,92	284,22
21														
22														

SOMA $=\$B\$20+(\$D\$20-\$B\$20)*(\$L12-60)/60$

	BC	BD	BE	BF	BG	BH	BI	BJ	BK	BL	BM	BN	BO	BP
11														
12	52,0	53,0	54,0	55,0	56,0	57,0	58,0	59,0	60,0	61,0	62,0	63,0	64,0	65,0
13	15,47	13,53	11,60	9,67	7,73	5,80	3,87	1,93	0,00	1,93	3,87	5,80	7,73	9,67
14														
15														
16														
17														
18														
19														
20	255,59	254,89	254,19	253,49	252,79	252,10	251,40	250,70	250,00	251,40	252,10	252,79	253,49	
21														
22														

Basta agora preencher na planilha as células que representarão a parte externa à pluma, cuja dinâmica de transferência de massa é descrita pela equação de Laplace. Como visto anteriormente, a solução da equação de Laplace é dada pela média aritmética dos vizinhos mais próximos.

SOMA $=(C14+D13+D15+E14)/4$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
11														
12			-	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0	11,0
13		-	116,00	114,07	112,13	110,20	108,27	106,33	104,40	102,47	100,53	98,60	96,67	94,73
14		1,0	286,70	=(C14+D13+D15+E14)/4										
15		2,0	289,09											
16		3,0	290,11											
17		4,0	290,80											
18		5,0	291,30											
19		6,0	291,70											
20		7,0	291,90	291,20	290,50	289,81	289,11	288,41	287,71	287,01	286,31	285,62	284,92	284,22
21														
22														

Dessa maneira obtêm-se a distribuição de concentrações na cavidade na primeira iteração.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
11														
12			-	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0	11,0
13		-	116,00	114,07	112,13	110,20	108,27	106,33	104,40	102,47	100,53	98,60	96,67	94,73
14		1,0	286,70	202,11	168,54	152,64	143,80	138,17	134,17	131,07	128,49	126,21	124,13	122,17
15		2,0	289,09	239,15	207,28	188,02	176,11	168,38	163,06	159,16	156,13	153,64	151,48	149,53
16		3,0	290,11	258,12	233,39	216,06	204,26	196,18	190,51	186,39	183,25	180,73	178,61	176,75
17		4,0	290,80	269,82	252,13	238,57	228,67	221,56	216,43	212,63	209,74	207,43	205,50	203,82
18		5,0	291,30	278,22	266,72	257,43	250,30	244,97	241,00	237,99	235,64	233,74	232,13	230,73
19		6,0	291,70	285,06	279,10	274,12	270,14	267,03	264,60	262,67	261,10	259,76	258,58	257,51
20		7,0	291,90	291,20	290,50	289,81	289,11	288,41	287,71	287,01	286,31	285,62	284,92	284,22
21														
22														

Sexta Etapa

Calcular a massa contida em cada elemento da planilha

O primeiro passo é associar um volume a cada uma das células da planilha com dados de concentração.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
20		7,0	291,90	291,20	290,50	289,81	289,11	288,41	287,71	287,01	286,31	285,62	284,92	284,22
21														
22			-	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0	11,0
23		-	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
24	VOLUME (m3)	1,0	0,00	=2*(\$BK\$12-(\$BK\$12-D22))*0,5	30,72	37,47	43,08	47,96	52,31	56,25	59,87	63,21	66,33	69,45
25		2,0	0,00	21,82	30,72	37,47	43,08	47,96	52,31	56,25	59,87	63,21	66,33	69,45
26		3,0	0,00	21,82	30,72	37,47	43,08	47,96	52,31	56,25	59,87	63,21	66,33	69,45
27		4,0	0,00	21,82	30,72	37,47	43,08	47,96	52,31	56,25	59,87	63,21	66,33	69,45
28		5,0	0,00	21,82	30,72	37,47	43,08	47,96	52,31	56,25	59,87	63,21	66,33	69,45
29		6,0	0,00	21,82	30,72	37,47	43,08	47,96	52,31	56,25	59,87	63,21	66,33	69,45
30		7,0	0,00	21,82	30,72	37,47	43,08	47,96	52,31	56,25	59,87	63,21	66,33	69,45
31														

O segundo passo é multiplicar a concentração pelo volume, de maneira a encontrar a massa.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
31														
32			-	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0	1
33		-	=C23*C13	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0
34		1,0	0,00	4,41	5,18	5,72	6,20	6,63	7,02	7,37	7,69	7,98	8,23	8
35		2,0	0,00	5,22	6,37	7,05	7,59	8,08	8,53	8,95	9,35	9,71	10,05	10
36		3,0	0,00	5,63	7,17	8,10	8,80	9,41	9,97	10,48	10,97	11,43	11,85	12
37		4,0	0,00	5,89	7,75	8,94	9,85	10,63	11,32	11,96	12,56	13,11	13,63	14
38		5,0	0,00	6,07	8,19	9,65	10,78	11,75	12,61	13,39	14,11	14,78	15,40	15
39		6,0	0,00	6,22	8,58	10,27	11,64	12,81	13,84	14,78	15,63	16,42	17,15	17
40		7,0	0,00	6,35	8,93	10,86	12,46	13,83	15,05	16,14	17,14	18,05	18,90	19
41														
42														

Basta agora somar todas as células contendo informações de massa para calcular o acúmulo.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
32			-	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0	
33		-	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
34		1,0	0,00	4,41	5,18	5,72	6,20	6,63	7,02	7,37	7,69	7,98	8,23	
35		2,0	0,00	5,22	6,37	7,05	7,59	8,08	8,53	8,95	9,35	9,71	10,05	1
36		3,0	0,00	5,63	7,17	8,10	8,80	9,41	9,97	10,48	10,97	11,43	11,85	1
37		4,0	0,00	5,89	7,75	8,94	9,85	10,63	11,32	11,96	12,56	13,11	13,63	1
38		5,0	0,00	6,07	8,19	9,65	10,78	11,75	12,61	13,39	14,11	14,78	15,40	1
39		6,0	0,00	6,22	8,58	10,27	11,64	12,81	13,84	14,78	15,63	16,42	17,15	1
40		7,0	0,00	6,35	8,93	10,86	12,46	13,83	15,05	16,14	17,14	18,05	18,90	1
41														
42		Massa Total												
43		13.838,02												

O valor do acúmulo está próximo ao esperado.

Variando-se a concentração de produção de forma a permitir que os dois acúmulos se igualem temos enfim

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
40		7,0	0,00	6,35	8,93	10,86	12,46	13,83	15,05	16,15	17,15	18,06	18,97
41													
42	Massa Total												
43	13.859,32												
44													
45	Massa Esper.												
46	13.863,95												
47													
48	C saída	250,82											
49	Dif	5											
50													
51													