

**INVESTIGAÇÃO DE UM MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO
TOPOLÓGICA EVOLUCIONÁRIA DESENVOLVIDO EM *SCRIPT***

Ricardo Morais Lanes

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS**

**“INVESTIGAÇÃO DE UM MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA
EVOLUCIONÁRIA DESENVOLVIDO EM *SCRIPT*”**

Ricardo Morais Lanes

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de “Mestre em Engenharia de Estruturas”.

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Marcelo Greco
DEES - UFMG - (Orientador)

Prof. Dr. Gabriel de Oliveira Ribeiro
DEES – UFMG

Prof. Dr. Ricardo Luiz Utsch de Freitas Pinto
DEMEC – UFMG

Prof. Dr. Afonso Celso de Castro Lemonge
MAC - UFJF

Belo Horizonte, 05 de maio de 2013.

“Muito dos fracassos da vida ocorrem com as pessoas que não reconheceram o quão próximas elas estavam do sucesso quando desistiram.”

Thomas Alva Edison

DEDICATÓRIA

À minha querida mãe.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus, por me dar saúde e força para seguir em frente nos momentos mais difíceis.

Em segundo lugar, agradeço à minha estimada mãe, Matilde dos R. Morais, pelo exemplo de determinação, afeto e incentivo constante ao longo de toda a minha vida.

Agradecimentos, também, ao meu orientador, Professor Marcelo Greco, pela parceria, confiança, paciência e, principalmente, pela oportunidade oferecida para trabalhar em um projeto tão desafiador.

Ao Professor Estevam B. de Las Casas, por sua colaboração nesta pesquisa, manifestada na cessão de materiais para consulta e computadores licenciados com o *software* Abaqus[®].

À minha namorada, Daiane M. de Oliveira, pelo carinho, companheirismo, incentivo, compreensão e paciência.

Aos professores, amigos e funcionários da Escola de Engenharia da UFMG, pelo apoio na minha formação; em especial, ao meu primeiro orientador de Iniciação Científica, Professor Gustavo F. Simões.

A todos os amigos que fazem ou fizeram parte da escola VLB ENGENHARIA LTDA., pelo aprendizado pessoal e profissional, sem poder deixar de destacar os nomes dos amigos André Luiz de O. Costa, Antônio T. C. Junior, Marco Brugiolo, Nero Vieira, Pedro Henrique De Paoli, Rafael C. de Lima e Saulo S. Castro.

Aos meus atuais companheiros do dia-a-dia, Ana C. Lopes, Dora Guimarães, Elves L. Faria e Thiago B. Porto, pela atenção, hospitalidade, confiança e por compartilharem comigo os seus conhecimentos, que muito contribuíram para a minha evolução profissional e acadêmica.

Aos colegas de turma Anderson R. V. Wolenski, Anelize B. Monteiro e Marcela B. B. França, pela amizade e apoio durante o curso de mestrado.

A todos os meus familiares e amigos que torceram por mim, me incentivaram e compreenderam os motivos das minhas ausências nesse período de intensa dedicação; em especial, aos meus padrinhos Eustáquio David e Maria Helena David.

Enfim, meus mais sinceros agradecimentos a todos que, de alguma maneira, contribuíram para que este projeto fosse possível.

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES.....	vii
LISTA DE SÍMBOLOS.....	xi
RESUMO.....	xiii
ABSTRACT.....	xiv
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Motivação.....	1
1.2 Justificativa	4
1.3 Objetivos	5
1.4 Organização do Trabalho	6
2 OTIMIZAÇÃO	8
2.1 Descrição Matemática.....	8
2.2 Otimização Topológica	10
2.3 Revisão Bibliográfica.....	15
3 OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL EVOLUCIONÁRIA	20
3.1 Considerações Iniciais.....	20
3.2 Teoria	20
3.3 ESO em Nível de Tensão	21
3.3.1 Critério de von Mises (1913).....	23
3.4 ESO em Nível de Deslocamentos	25
3.5 ESO para Problemas Dinâmicos	28
3.6 ESO para Ações Múltiplas	30
3.7 Nibbling ESO	31
3.8 Independência da Malha	32
3.9 Restrição do Número de Cavidades	34

4	<i>SOFTWARE ABAQUS®</i> E OS RECURSOS UTILIZADOS	36
4.1	Considerações Iniciais.....	36
4.2	Generalidades	37
4.3	Elementos do Abaqus®.....	38
4.3.1	Família	39
4.3.2	Graus de Liberdade.....	40
4.3.3	Número de Nós	41
4.3.4	Formulação	42
4.3.5	Integração.....	43
4.4	Análises no Abaqus®.....	43
4.5	Abaqus Scripting.....	47
4.6	CrITÉRIOS para o Desenvolvimento do <i>Script</i>	49
4.6.1	Otimização em Análises Estáticas e Dinâmicas	49
4.6.2	Otimização Dinâmica Envolvendo Frequência Natural	51
4.6.3	Otimização Dinâmica Envolvendo o Intervalo entre Duas Frequências ..	53
4.6.4	Dados de Entrada Solicitados pelo <i>Script</i>	55
4.6.5	Remoção dos Elementos	57
5	AVALIAÇÕES NUMÉRICAS.....	58
5.1	Introdução	58
5.2	Análise em Problemas Estáticos	59
5.2.1	Caso E1 – Otimização de Uma Chapa em Balanço.....	59
5.2.2	Caso E2 – Otimização de Um Pilar sob Solicitações Múltiplas	62
5.2.3	Caso E3 – Otimização de Uma Estrutura Tridimensional em Balanço sob Regime Linear e Não-Linear	67
5.3	Análise em Problemas Dinâmicos	73
5.3.1	Caso D1 – Otimização da Primeira Frequência de Uma Chapa Retangular Simples	73
5.3.2	Caso D2 – Otimização da Primeira Frequência de Uma Viga Hiperestática com Massa Não Estrutural Concentrada.....	83

5.3.3	Caso D3 – Otimização da Segunda Frequência de Uma Chapa Biapoiada com Massas Não Estruturais	91
5.3.4	Caso D4 – Otimização do Intervalo entre Duas Frequências de Uma Placa Engastada.	95
5.3.5	Caso D5 – Otimização de Uma Viga Hiperestática Submetida a Uma Ação Dinâmica Súbita do Tipo Ressalto em Regime Linear e Não-Linear.	102
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES	108
6.1	Sobre a Pesquisa.....	108
6.2	Sobre a Rotina Desenvolvida	109
6.3	Sugestões para Estudos Futuros	110
	REFERÊNCIAS.....	112
	APÊNDICE A – TUTORIAL PARA O <i>SCRIPT</i> DESENVOLVIDO	118
A	Utilização da Ferramenta	119
B	Exemplo de Aplicação	119

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1.1.1 – Problemas de Otimização Paramétrica (a) e Otimização de Configuração (b).	2
FIGURA 1.1.2 – Otimização Topológica.	3
FIGURA 2.1.1 – Exemplo de um problema de maximização transformado em um problema de minimização.	9
FIGURA 2.2.1 – Gráficos de desempenho em função dos valores dos parâmetros. Fonte: SILVA, 2001, p. 2.	11
FIGURA 2.2.2 – Representação qualitativa de uma região com instabilidade numérica do tabuleiro de xadrez.	12
FIGURA 2.2.3 – Dependência de malha no problema de minimização de volume (A) Malha com 600 elementos; (B) Malha com 3300 elementos.	13
FIGURA 2.2.4 – (a) Função não-convexa, com A e B reproduzindo 2 (duas) topologias distintas; (b) Função não estritamente convexa: existe um valor mínimo (C e D), que correspondem a vários conjuntos distintos de valores para a variável de projeto x; (c) Função convexa com unicidade de solução (E).	14
FIGURA 2.2.5 – Procedimento característico de um projeto de otimização topológica.	15
FIGURA 2.3.1 – Otimização estrutural obtida por Michell.	16
FIGURA 3.3.1 – Algoritmo ESO em nível de tensão.	23
FIGURA 3.4.1 – Algoritmo ESO em nível de deslocamento.	28
FIGURA 3.8.1 – Representação qualitativa da independência de malha para critério sob tensão média.	33
FIGURA 3.9.1 – Representação do controle de cavidades para malha, sob influência da dependência de malha, em nível de tensão máxima para topologia final com aproximadamente 45% do volume inicial.	34
FIGURA 4.3.1 – Identificação um elemento no Abaqus®.	38
FIGURA 4.3.2 – Família de elementos do Abaqus®.	39
FIGURA 4.3.3 – Sistema de coordenadas utilizado pelo programa.	40
FIGURA 4.3.4 – Elemento <i>brick</i> com diferentes interpolações.	42
FIGURA 4.4.1 – Janela iterativa para definição de <i>STEPS</i> e <i>PROCEDURES</i> do Abaqus®/Standard e Abaqus®/Explicit.	45
FIGURA 4.4.2 – Exemplo de eliminação do amortecimento numérico em um procedimento de análise dinâmica implícita.	47
FIGURA 4.5.1 – Interpretador <i>Python</i> na interface de linha de comando do Abaqus®/CAE.	48
FIGURA 4.6.1 – Algoritmo ESO implementado para otimização topológica no domínio do tempo.	50
FIGURA 4.6.2 – Algoritmo ESO implementado para otimização de uma frequência natural qualquer.	53

FIGURA 4.6.3 – Algoritmo ESO implementado para otimização modal com aumento do intervalo entre duas frequências naturais.....	55
FIGURA 4.6.4 – Dados de entrada solicitados pelo <i>script</i>	57
FIGURA 5.2.1 – Geometria inicial e condições de contorno para a chapa do Caso E1.	59
FIGURA 5.2.2 – Malha de elementos finitos para a chapa do Caso E1.....	60
FIGURA 5.2.3 – Topologia ótima obtida para um volume final igual a 50% do volume inicial para a chapa do Caso E1.	61
GRÁFICO 5.2.4 – Razão de remoção no processo evolutivo do Caso E1.....	61
GRÁFICO 5.2.5 – Razão entre o volume da estrutura na iteração correspondente e volume inicial para o Caso E1.	62
FIGURA 5.2.6 – Geometria inicial e condições de contorno para o pilar do Caso E2. .	63
FIGURA 5.2.7 – Malha de elementos finitos para o pilar do Caso E2.	64
FIGURA 5.2.8 – Topologia ótima obtida para um volume final igual a 40% do volume inicial para o pilar do Caso E2.....	64
FIGURA 5.2.9 – Topologia ótima obtida para um volume final igual a 38% do volume inicial para o Caso E2 em Simonetti.....	65
GRÁFICO 5.2.10 – Razão de remoção no processo evolutivo do Caso E2.....	66
GRÁFICO 5.2.11 – Razão entre o volume da estrutura na iteração correspondente e volume inicial para o Caso E2.	66
FIGURA 5.2.12 – Geometria inicial e condições de contorno para o exemplo do Caso E3.	68
FIGURA 5.2.13 – Modelo em elementos finitos com a geometria inicial – Caso E3....	69
FIGURA 5.2.14 – Topologias finais para 50% do volume inicial alcançadas para o problema do Caso E3.	70
GRÁFICO 5.2.15 – Deslocamento do nó N, paralelo ao eixo “Y”, durante o processo evolutivo do Caso E3.....	71
GRÁFICO 5.2.16 – Razão de remoção no processo evolutivo do Caso E3.....	71
GRÁFICO 5.2.17 – Razão entre o volume da estrutura na iteração correspondente e volume inicial para o Caso E3.	72
FIGURA 5.3.1 – Geometria inicial e condições de contorno para a placa de alumínio do Caso D1.....	74
FIGURA 5.3.2 – Representação da discretização do domínio para o Caso D1.	75
FIGURA 5.3.3 – Primeiro modo de vibração para o domínio inicial – Caso D1.....	76
FIGURA 5.3.4 – Topologia alcançada em Xie e Steven (1996) com 50% do volume inicial – Caso D1.....	77
FIGURA 5.3.5 – Topologias ótimas para um volume final igual a aproximadamente 50% do volume inicial – Caso D1.	78
FIGURA 5.3.6 – Primeiro modo de vibração para os modelos otimizados – Caso D1.	79
GRÁFICO 5.3.7 – Evolução das 3 (três) primeiras frequências para os modelos – Caso D1.....	80
GRÁFICO 5.3.8 – Razão de remoção no processo evolutivo para o Caso D1.	81

GRÁFICO 5.3.9 – Razão entre o volume da estrutura na iteração correspondente e volume inicial para o Caso D1.....	81
FIGURA 5.3.10 – Geometria inicial e condições de contorno para a viga do Caso D2.	84
FIGURA 5.3.11 – Modelo em elementos finitos com 2800 elementos M3D4 do Caso D2.....	84
GRÁFICO 5.3.12 – Evolução das primeiras frequências para do Caso D2.	85
GRÁFICO 5.3.13 – Evolução da razão de remoção para o problema do Caso D2.....	85
GRÁFICO 5.3.14 – Razão entre o volume da estrutura na iteração correspondente e volume inicial para o Caso D2.....	86
FIGURA 5.3.15 – Topologias ótimas para a estrutura do Caso D2.	87
FIGURA 5.3.16 – Primeiro modo de vibração – Caso D2.....	88
FIGURA 5.3.17 – Segundo modo de vibração – Caso D2.....	89
FIGURA 5.3.18 – Terceiro modo de vibração – Caso D2.	90
FIGURA 5.3.19 – Geometria inicial e condições de contorno para a chapa do Caso D3.	91
FIGURA 5.3.20 – Malha de elementos finitos para a chapa do Caso D3.	92
FIGURA 5.3.21 – Topologia obtida em Yang (2002) para o problema com a otimização da segunda frequência natural e volume final igual cerca de 35% do volume inicial – Caso D3.....	93
FIGURA 5.3.22 – Topologia ótima obtida para aproximadamente 65% do volume inicial com aplicação do algoritmo ESO desenvolvido – Caso D3.	93
FIGURA 5.3.23 – Segundo modo de vibração para a estrutura do Caso D3.	94
FIGURA 5.3.24 – Geometria inicial e condições de contorno para a placa do Caso D4.	95
FIGURA 5.3.25 – Malha de elementos finitos do Abaqus® – Caso D4.....	96
FIGURA 5.3.26 – Modos de vibração para a placa do Caso D4.....	97
GRÁFICO 5.3.27 – Razão de remoção durante o processo evolucionário – Caso D4.	98
GRÁFICO 5.3.28 – Razão entre o volume da estrutura na iteração correspondente e volume inicial para o Caso D4.....	98
GRÁFICO 5.3.29 – Evolução da primeira e segunda frequência de flexão para a placa do Caso D4.....	99
GRÁFICO 5.3.30 – Evolução da diferença entre as 2 (duas) primeiras frequências naturais de flexão para a placa do Caso D4.	99
FIGURA 5.3.31 – Topologias para a estrutura da placa – Caso D4.....	101
FIGURA 5.3.32 – Geometria inicial e condições de contorno para a viga do Caso D5.	102
FIGURA 5.3.33 – Malha de elementos finitos para a viga do Caso D5.....	103
FIGURA 5.3.34 – Topologia para um volume final igual a aproximadamente 50% do volume inicial obtida pelo <i>script</i> desenvolvido – Caso D5.	104
FIGURA 5.3.35 – Topologia para um volume final igual a aproximadamente 20% do volume inicial obtida em um problema estático similar – Caso D5.	104

GRÁFICO 5.3.36 – Histórico dos máximos deslocamentos do Nó N – Caso D5.....	105
GRÁFICO 5.3.37 – Histórico das máximas velocidades do Nó N – Caso D5.....	105
GRÁFICO 5.3.38 – Razão entre o volume da estrutura na iteração correspondente e volume inicial – Caso D5.....	106

LISTA DE SÍMBOLOS

C : trabalho das forças externas

C_e : energia de deformação do elemento ‘e’

ER : razão de evolução

$\{f\}$: vetor de forças nodais

J_2 : segundo invariante do tensor desviador

k_m : rigidez modal

$[K]$: matriz de rigidez

$[K]_e$: matriz de rigidez do elemento ‘e’

m_m : massa modal

$[M]$: matriz de massa

$[M]_e$: matriz de massa do elemento ‘e’

RR_i : razão de rejeição na iteração i

RR_f : razão de rejeição limite

$\{u\}$: vetor de deslocamentos nodais

$\{u\}_e$: vetor de deslocamentos nodais do elemento ‘e’

$\{\bar{u}\}$: matriz modal

$\{\bar{u}_m\}$: autovetor relacionado ao m-ésimo autovalor

$\{\bar{u}_m\}_e$: autovetor relacionado ao m-ésimo autovalor do elemento ‘e’

V_i : volume inicial

V_f : volume final

$\{y\}$: vetor amplitude de resposta modal em coordenadas principais

α_e : número de sensibilidade do elemento ‘e’

$\alpha_{e,m}$: número de sensibilidade do elemento ‘e’ devido ao modo m

$\alpha_{e,n}$: número de sensibilidade modal do elemento ‘e’ devido ao modo n

$\alpha_{e,m-n}$: número de sensibilidade do elemento ‘e’ devido à diferença de modos m e n

σ_e^{vm} : tensão de von Mises do elemento ‘e’

$\sigma_{e,m}^{vm}$: tensão de von Mises do elemento ‘e’ para o modo ‘m’ qualquer

$\sigma_{e,n}^{vm}$: tensão de von Mises do elemento ‘e’ para o modo ‘n’ qualquer

$\sigma_{e,m-n}^{vm}$: tensão de von Mises do elemento ‘e’ devido à diferença de modos m e n

σ_{MAX}^{vm} : máxima tensão de von Mises na estrutura

$\sigma_{MAX,m}^{vm}$: máxima tensão de von Mises na estrutura para o modo qualquer

$\sigma_{MAX,m-n}^{vm}$: máxima tensão de von Mises na estrutura devido à diferença de modos m e

n

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$: tensões totais principais

$\sigma_X, \sigma_Y, \sigma_Z$: tensões normais do tensor de tensões

$\tau_{XY}, \tau_{YZ}, \tau_{XZ}$: tensões de corte do tensor de tensões

σ_{esc} : tensão de escoamento na tensão uniaxial

ω_m : m-ésima frequência natural

ω_n : n-ésima frequência natural

Ω : frequência de excitação

RESUMO

Com a evolução da capacidade dos computadores e do Método dos Elementos Finitos, diversos métodos de otimização topológica têm sido desenvolvidos. Entre eles, o denominado Otimização Estrutural Evolucionária (*Evolutionary Structural Optimization – ESO*) tem se consolidado na resolução de problemas estruturais, por meio da aplicação de procedimentos heurísticos nas análises. Neste trabalho, aborda-se o problema de otimização topológica mediante o uso do algoritmo ESO, suportado por uma plataforma de programação disponível no *software* comercial Abaqus®. A finalidade principal é a validação de um algoritmo simples e com competência para encontrar estruturas ótimas, sujeitas às mais diversas formas de solicitações e condições de contorno. Para a comprovação dos resultados fornecidos na execução da rotina, alguns exemplos da literatura, com estruturas submetidas a ações estáticas e dinâmicas, são simulados sob restrições de volume do material. Outros exemplos, com abordagem sob condições de não-linearidade geométrica e sob restrições de outras variáveis de projeto, também são examinados como forma de demonstração dos recursos disponíveis para o emprego da ferramenta implementada. A metodologia desenvolvida mostrou-se eficiente e simples, indicando resultados muito próximos dos encontrados na literatura. Ao final, são feitas conclusões e discussões a respeito da investigação, além de sugestões para trabalhos futuros dentro dessa área de pesquisa.

Palavras-chave: Otimização Topológica. Otimização Estrutural Evolucionária - ESO. Método dos Elementos Finitos.

ABSTRACT

With the evolution of the computational capability and the Finite Element Method various topology optimization methods have been developed. Among them, the method called Evolutionary Structural Optimization (ESO) has been established in the solving structural problems through the application of heuristic procedures in the analyzes. In this work, the problem of topology optimization is solved through the use of the ESO algorithm developed in a platform for programming available in commercial software Abaqus[®]. The main purpose is the validation of a simple algorithm capable to provide optimal structures, subject to various initial and boundary conditions. To validate the implemented routine, numerical examples obtained from the literature were analyzed, involving static and dynamic conditions under material volume restriction. Moreover, a numerical example involving geometric nonlinearity behavior and other design variables is solved in order to prove the advantages related to the use of developed *script* associated with the commercial software. The methodology developed was efficient and simple, indicating very similar results to those found in the literature. At the end, conclusions and discussions are done regarding the developed research and suggestions for future work in this area of research were presented.

Keywords: Topology Optimization. Evolutionary Structural Optimization - ESO. Finite Element Method.

1

INTRODUÇÃO

1.1 Motivação

A preocupação com soluções econômicas sempre fez parte da rotina dos profissionais envolvidos no campo da Engenharia, desde os tempos mais remotos. Mais recentemente, exigências por construções sustentáveis também têm estimulado pesquisas que visam à redução do consumo dos recursos para a execução dos projetos, estimulando ainda mais a investigação de técnicas (ou métodos) que auxiliem na otimização das estruturas.

Durante alguns anos, em função da ausência de ferramentas disponíveis para análises mais sofisticadas, os problemas de otimização estrutural se resumiam, essencialmente, a Otimização Paramétrica e Otimização de Configuração. Na Otimização Paramétrica, o objetivo é alcançar o parâmetro que proporcione o melhor desempenho para a estrutura, o qual pode estar relacionado às propriedades constitutivas ou geométricas, tais como: módulos de elasticidade ou área de um elemento de barra (SANCHES, 2011). Na

Otimização de Configuração, o estudo se fundamenta na mudança dos contornos internos e externos de uma região, proposta como uma estrutura inicial, denominada domínio de projeto, domínio estendido ou, mesmo, espaço de busca. Definido esse domínio, a geometria sofre alterações em suas bordas, até que seja determinada uma configuração estrutural ótima. A FIG. 1.1.1 exemplifica uma abordagem dos 2 (dois) tipos de problemas.

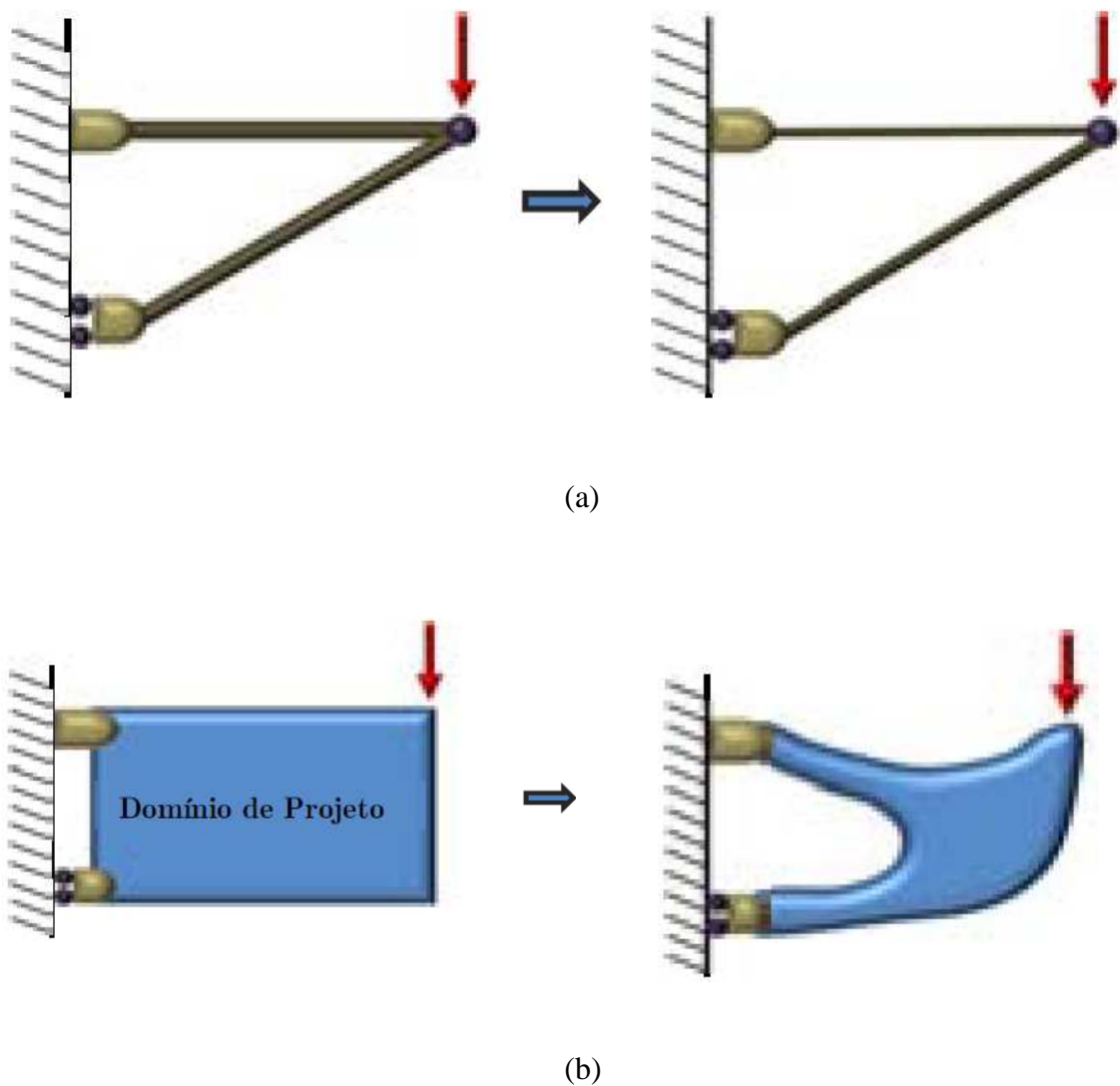


FIGURA 1.1.1 – Problemas de Otimização Paramétrica (a) e Otimização de Configuração (b).

Fonte: Adaptado de OLIVEIRA NETO, 2011, p. 11-12.

Somente no final da década de 1980 os métodos de Otimização Topológica (OT) surgiram para suprir a necessidade da identificação do posicionamento mais adequado para os constituintes estruturais. De forma intuitiva, a OT pode ser entendida com base no próprio significado da palavra “topologia”, que vêm do grego: “*topos*” (lugar) e “*logos*” (estudo). Em outras palavras, os métodos para OT são, em síntese, ferramentas que possibilitam determinar a localização do material estrutural mais eficiente, dentro de um domínio estendido. A FIG. 1.1.2 ilustra um possível resultado obtido por meio da OT.

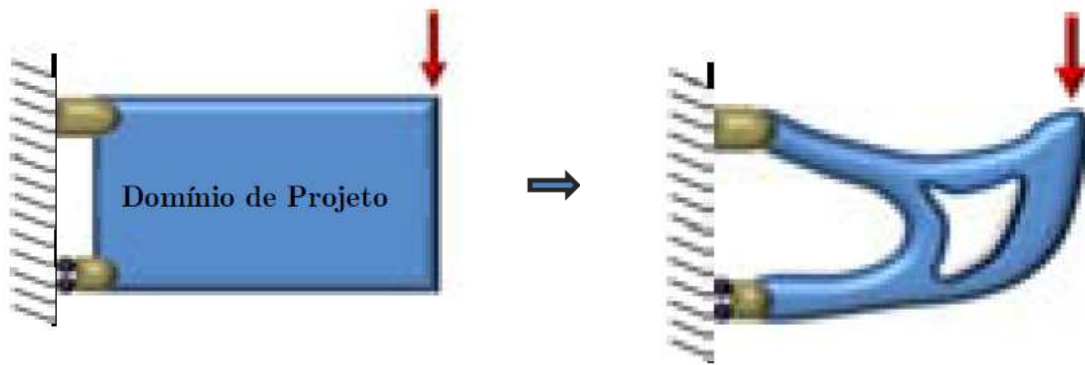


FIGURA 1.1.2 – Otimização Topológica.
Fonte: Adaptado de OLIVERIA NETO, 2011, p. 12.

Atualmente, várias técnicas topológicas estão disponíveis, no entanto, as mais tradicionais necessitam de uma grande quantidade de parâmetros para o início das avaliações, o que dificulta o aproveitamento desses recursos no dia-a-dia dos projetos. Tendo em vista fatores como os curtos prazos para soluções de Engenharia, o aumento da competitividade do mercado e as diversidades das concepções, procedimentos de cálculo mais sofisticados e que demandem menor quantidade de parâmetros para as avaliações tornam-se necessários.

Nesse contexto, o método heurístico Otimização Estrutural Evolucionária (*Evolutionary Structural Optimization – ESO*) torna-se uma excelente alternativa, porque permite obter resultados aproximados para a identificação de estruturas ótimas a partir do simples conceito de eliminação de regiões menos solicitadas do espaço de busca, a partir de uma análise estrutural, via Método dos Elementos Finitos (MEF).

1.2 Justificativa

Nos últimos anos, com o advento dos computadores, foi possível alcançar certa maturidade no tema da Otimização Topológica, conforme foram surgindo os métodos relacionados ao assunto. Dentre eles, o ESO é um dos que merecem uma intensa investigação para melhor compreensão do seu potencial e limitação, uma vez que trata-se de uma ferramenta recente e de aplicação relativamente simples. Alguns casos envolvendo ações estáticas já estão sendo estudados por meio dessa técnica; no entanto, pouco se avançou no que diz respeito a outras condições de solicitação. Verifica-se, por exemplo, escassa literatura relacionada aos problemas dinâmicos e de não-linearidade física e geométrica. Além disso, por se tratar de um recurso ainda entendido como inovador, as publicações sobre o tema, em sua grande maioria, tendem a abordar o assunto limitando-se apenas às restrições de volume. Entretanto, vinculações como, por exemplo, deslocamentos, velocidades, tensões máximas admissíveis e frequências naturais são também importantes durante a concepção estrutural.

Com a evolução das máquinas computacionais, foi possível o desenvolvimento dos *softwares*, que passaram a proporcionar facilidades relacionadas à implementação de rotinas personalizadas para análises complementares. O algoritmo ESO em plataformas de *softwares* comerciais de alto desempenho, então, é uma opção para pesquisas atuais e futuras relacionadas ao assunto, porque viabiliza, de maneira mais eficaz, o estudo de estruturas sujeitas a variadas condições de contorno e solicitações. É importante destacar que o uso de *softwares* comerciais homologados, às vezes, é uma exigência das agências que regulamentam aplicações em determinadas áreas da Engenharia, como no caso das Engenharias Aeronáutica, Automobilística e Naval.

Nesse contexto, o método ESO foi escolhido para o desenvolvimento deste trabalho, por implicar as seguintes vantagens:

- a) é um método simples, com eliminação instantânea dos elementos menos solicitados (do tipo *hard-kill*), e de fácil implementação baseada na análise de tensões e deslocamentos;
- b) pode ser facilmente integrado a qualquer programa comercial;
- c) pode ser utilizado para problemas não-lineares com grandes deformações; e
- d) permite uma concepção de estruturas sujeitas a ações dinâmicas.

O método ESO é capaz de atuar com a otimização de parâmetros como: o aumento da capacidade resistente de uma estrutura, o afastamento da frequência natural para um nível mais elevado ou, mesmo, aumentar o intervalo entre 2 (duas) frequências vizinhas.

1.3 Objetivos

O principal propósito deste trabalho é a apresentação dos recursos disponíveis no *script* para Otimização Topológica de estruturas implementado durante o período desta investigação. Alguns exemplos clássicos da bibliografia serão reavaliados, por meio da ferramenta desenvolvida, como forma de validação da rotina. Outros exemplos, não encontrados na literatura, também são abordados e resolvidos, incluindo exemplos com modelagem tridimensional e com não-linearidade geométrica.

São propostos e solucionados casos envolvendo restrição de volume e demais condições de restrição, tais como deslocamento e velocidade de um ponto específico do domínio. Alguns casos envolvendo atuação de ações estáticas e dinâmicas sobre estruturas também são abordados.

São apresentados alguns estudos comparativos, considerando-se as alterações na malha de elementos finitos e no regime de trabalho da estrutura. As diferenças na topologia final são apontadas e interpretadas.

O método Otimização Estrutural Evolucionária será utilizado em uma plataforma computacional para o processo de iteração. As análises de distribuição de tensão serão efetuadas sob o critério de von Mises, com simulação de um meio elástico. As estruturas serão modeladas com base no Método dos Elementos Finitos no sistema de análise de problemas multifísicos Abaqus[®].

1.4 Organização do Trabalho

Os capítulos deste documento foram organizados conforme uma sequência lógica de ideias, de maneira a facilitar a leitura e a possibilitar melhor entendimento do assunto abordado.

No capítulo 1, são feitas algumas considerações introdutórias, como forma de se destacar a relevância do tema, envolvendo abordagens relacionadas à motivação, às justificativas, aos objetivos e à organização do texto.

No capítulo 2, a otimização é descrita matematicamente. É feita uma caracterização do problema de Otimização Topológica e uma breve revisão da literatura é apresentada.

No capítulo 3, são destacados alguns dos itens mais relevantes, bem como os principais recursos para a aplicação numérica do método de otimização escolhido nesta investigação; ou seja, o método Otimização Estrutural Evolucionária (*Evolutionary Structural Optimization - ESO*).

No capítulo 4, de maneira sintética, é apresentada uma descrição da ferramenta computacional Abaqus[®], utilizada nas avaliações numéricas desta pesquisa. São feitas abordagens a respeito dos métodos de cálculos empregados pelo programa, tipos de elementos finitos disponíveis, as adequações e as hipóteses assumidas para as análises, além de uma breve apresentação dos recursos disponibilizados no algoritmo implementado em *script*.

Em sequência, no capítulo 5, são discutidos alguns exemplos com a aplicação da rotina computacional elaborada. São resolvidos casos clássicos da literatura para a aceitação do algoritmo desenvolvido. Outros exemplos também são abordados e solucionados.

Finalmente, o capítulo 6 é destinado às conclusões, considerações finais, sugestões e propostas para trabalhos futuros.

2

OTIMIZAÇÃO

2.1 Descrição Matemática

A otimização refere-se a uma análise matemática de problemas em que se procura minimizar ou maximizar uma determinada função, nomeada função objetivo, por meio da escolha sistemática de variáveis dentro de um conjunto viável, conhecido como espaço de busca ou domínio.

As variáveis são parâmetros reais ou inteiros escolhidos para descrever o sistema em estudo, geralmente expressas como indicado, na EQ. 2.1.1, em forma de vetores (ARORA, 2004; LUENBERGER, 1984).

$$x = [x_1, x_2, \dots, x_k] \quad (2.1.1)$$

Por convenção, um problema geral de otimização é frequentemente representado como um problema de minimização da função objetivo, conforme indicado na EQ. 2.1.2:

$$\begin{aligned} \text{minimize: } & f(x) \\ \text{sujeito a: } & h_i(x) = a_i, \text{ com } i = 1, \dots, M \\ & g_j(x) \leq b_j, \text{ com } j = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (2.1.2)$$

Nesse contexto, o argumento da minimização da função objetivo $f(x)$ é equivalente ao argumento de maximização da função objetivo $-f(x)$, admitindo a conversão de um problema original de maximização em um problema de minimização. A FIG. 2.1.1 ilustra a situação descrita.

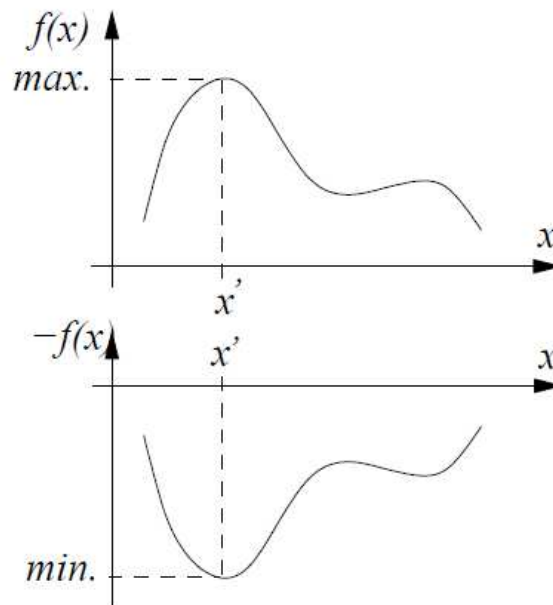


FIGURA 2.1.1 – Exemplo de um problema de maximização transformado em um problema de minimização.

Fonte: SILVA, 2011, p. 135.

As funções $h_i(x)$ e $g_j(x)$ são, respectivamente, as funções de restrição de igualdade e de restrição de desigualdade. Entende-se como restrições, ou vinculações, todos os requisitos impostos às variáveis, como os limites superiores e inferiores para os valores

admissíveis. Os parâmetros a_i e b_j , que aparecerem na EQ. 2.1.2, são vetores que correspondem, respectivamente, aos valores das restrições de igualdade e de desigualdade para cada posição i e j .

Um problema mais específico, e mais simples, envolvendo a otimização, corresponde a problemas sem vinculações, em que o valor ótimo da função objetivo pode ser alcançado sem qualquer entrave dentro do domínio; ou seja, $f(x') \leq f(x)$ para todo x contido no espaço de busca.

Eventualmente, um problema de otimização com restrições também pode ser convertido em um problema de otimização sem restrição e, então, ser resolvido, explicitamente, por eliminação de variáveis ou substituição direta (QUERIN, 1997). Caso, porém, as condições de restrição não sejam completamente eliminadas, estratégias específicas para a solução do problema são necessárias.

Basicamente, os métodos matemáticos utilizados para a solução de problemas de otimização se resumem a gradientes e heurísticos. Esses primeiros têm como base soluções provenientes da derivação da função objetivo, enquanto que os heurísticos se orientam em aproximações determinísticas ou estatísticas para a identificação do ótimo. Dentre os métodos gradientes mais tradicionais, citam-se: Multiplicadores de Lagrange, Condições de Kuhn-Tucker e Programação Linear. Algoritmos Genéticos, Recozimento Simulado e o próprio Otimização Estrutural Evolucionária são exemplos de métodos heurísticos (QUERIN, 1997).

2.2 Otimização Topológica

Um problema de OT consiste, essencialmente, na identificação da melhor distribuição de material em uma determinada região preestabelecida (espaço de busca), quando a estrutura está sujeita a alguma restrição de projeto. Em termos estruturais, essas restrições de projeto podem ser: volume, deslocamentos, taxas de deformações, frequências naturais, entre outras (SANCHES, 2011).

Sanches (2011) define o problema de otimização estrutural segundo 2 (duas) abordagens. A primeira está relacionada à própria análise, que consiste na avaliação das possíveis configurações da estrutura. Diante dos resultados, são construídos gráficos ou tabelas de desempenho em função de certos parâmetros variáveis. Com esses gráficos, avalia-se e define-se a configuração ótima para o domínio estudado. Uma representação dessas abordagens pode ser verificada na FIG. 2.2.1.

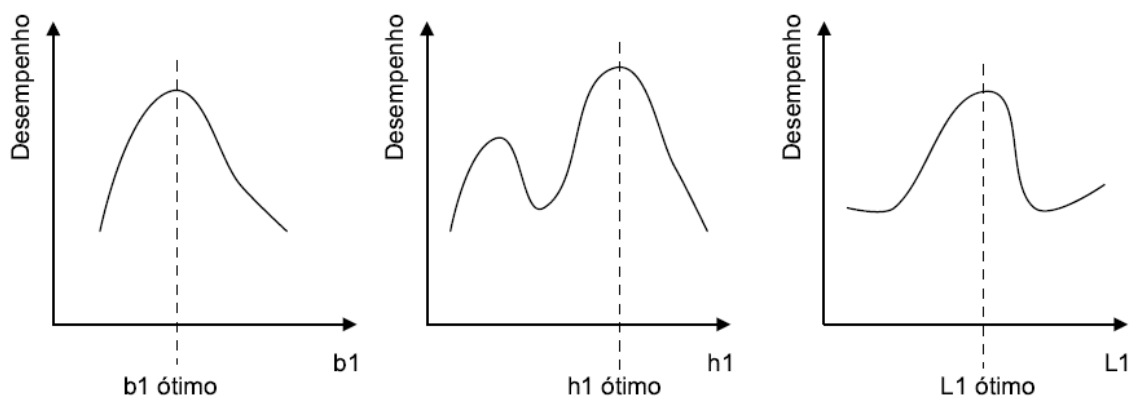


FIGURA 2.2.1 – Gráficos de desempenho em função dos valores dos parâmetros.

Fonte: SILVA, 2001, p. 2.

A necessidade de se alcançar uma configuração ótima para um determinado critério de otimização agrega ao estudo um nível de análise estrutural dependente de um domínio discreto, o que viabiliza o emprego do Método dos Elementos Finitos. Essa discretização permite a implantação de uma rotina computacional mais eficiente no processo de análise; no entanto, oferece, como desvantagem, a possibilidade de instabilidades numéricas ao modelo. Bendsøe e Sigmund (2003) definem os problemas de instabilidade numérica basicamente em 3 (três) categorias: as irregularidades do tabuleiro de xadrez, a dependência de malha e o problema de ótimos locais.

A irregularidade do tabuleiro de xadrez, conhecida na literatura como “*checkerboard*” (do Inglês), caracteriza-se pela configuração estrutural alternada em vazios e materiais, similar a um tabuleiro de xadrez. Para Díaz e Sigmund (1995) e Jog e Haber (1996), a origem do problema da configuração em xadrez está associada a erros numéricos

peculiares dos processos de aproximação do elemento finito, não representando, portanto, uma característica ótima de projeto. Bendsøe e Sigmund (2003) sugerem, como técnica para eliminação dessa instabilidade, a utilização de elementos com função interpoladora de ordem superior, como por exemplo, elementos bilineares ou quadriláteros de 8 (oito) nós, uma vez que esses elementos poderiam simular, de maneira mais precisa, o campo de deslocamentos, reduzindo a ocorrência de regiões em xadrez. A FIG. 2.2.2 apresenta, em destaque, um exemplo de uma região do domínio de projeto com instabilidade numérica do tabuleiro de xadrez.

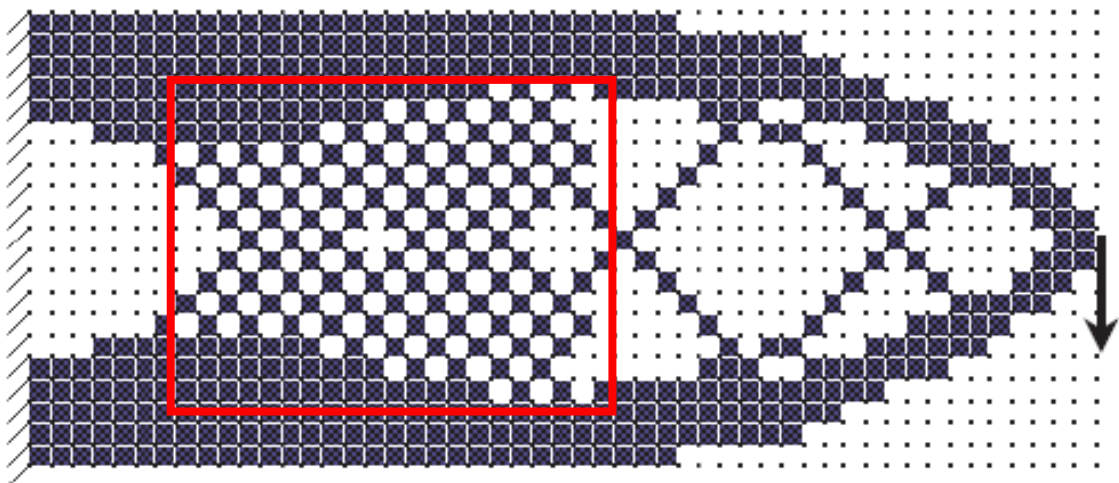


FIGURA 2.2.2 – Representação qualitativa de uma região com instabilidade numérica do tabuleiro de xadrez.

Fonte: LI *et al.*, 2001, p. 234.

A dependência de malha é uma anomalia inerente a divisão do domínio. Intuitivamente, espera-se que, quanto maior o refinamento da malha de elementos finitos, a topologia ótima resulte em uma estrutura que descreva com maior fidelidade as condições de contorno do problema. Entretanto, não é isso que ocorre. Em muitos problemas, malhas mais refinadas resultam em topologias mais detalhadas e qualitativamente diferentes de um modelo para outro, decorrente de uma malha mais grosseira. Observa-se que, com o aumento de elementos, há uma tendência de aumento dos espaços vazios. Para se reduzir essa dependência nos processos de otimização, alguns trabalhos foram realizados com a utilização de alguns métodos atenuantes, como descrito em Jog e Haber (1996), Sigmund (1997), Sigmund e Petersson (1998) e Zhou *et al.* (2001). Em 1998, Sigmund e Petersson constataram que as aproximações feitas para redução da

dependência de malha, reduzem também os efeitos do tabuleiro de xadrez. Uma representação de como a dependência de malha pode influenciar na topologia final é mostrada na FIG. 2.2.3.

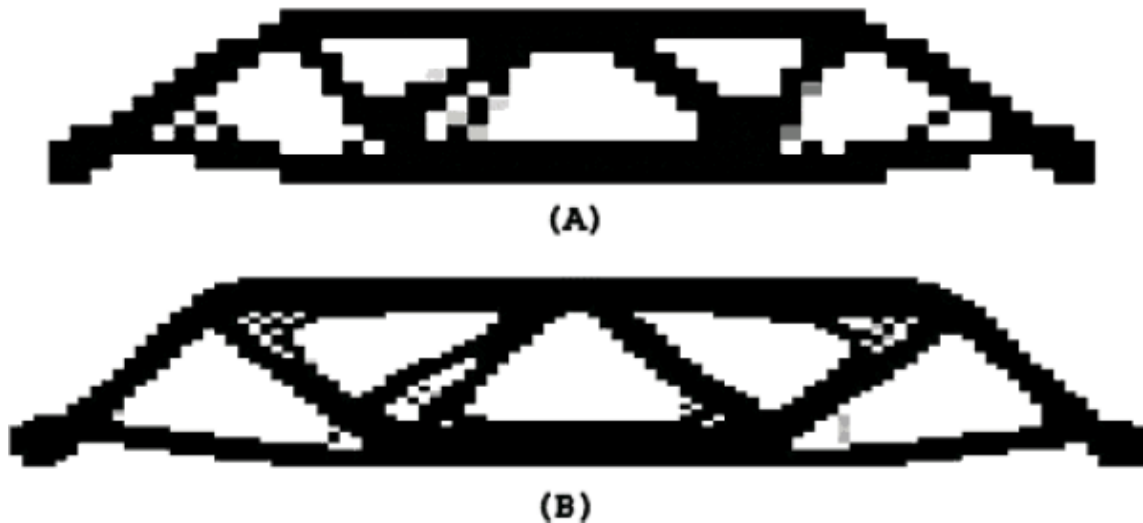


FIGURA 2.2.3 – Dependência de malha no problema de minimização de volume (A) Malha com 600 elementos; (B) Malha com 3300 elementos.

Fonte: SANT'ANNA, 2002, p. 58.

O problema de ótimos locais está relacionado à natureza não convexa dos projetos de otimização topológica, propícios a inúmeros resultados com soluções localizadas (COUTINHO, 2006; SANT'ANNA, 2002). Para um mesmo problema, muitos ótimos podem ser encontrados, dependendo dos parâmetros iniciais escolhidos, como número de elementos, coeficientes iterativos ou estocásticos da aproximação, entre outros (SIGMUND e PETERSSON, 1998). Para Simonetti (2009), esse é o grande problema da otimização estrutural topológica, que é extremamente sensível às modificações em seus parâmetros. No entanto, o controle das demais instabilidades numéricas tende a tornar o problema, originalmente não convexo, em convexo, fazendo com que a topologia final possa ser reproduzida (SIGMUND e PETERSSON, 1998). De todos os problemas, talvez a determinação de soluções globais seja um dos maiores desafios na otimização de projetos topológicos, qualquer que seja a aproximação adotada para a análise, o que permite entender que a identificação de ótimos locais já seja suficiente o

bastante para a maioria das aplicações em engenharia. A FIG. 2.2.4 exemplifica alguns conceitos relacionados à convexidade e à não convexidade das funções.

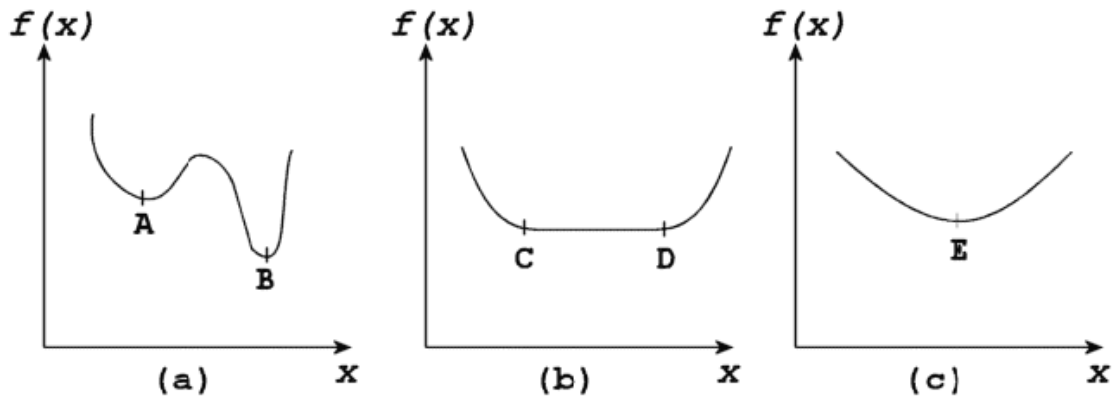


FIGURA 2.2.4 – (a) Função não-convexa, com A e B reproduzindo 2 (duas) topologias distintas; (b) Função não estritamente convexa: existe um valor mínimo (C e D), que correspondem a vários conjuntos distintos de valores para a variável de projeto x ; (c) Função convexa com unicidade de solução (E).

Fonte: SANT'ANNA, 2002, p. 61.

Diante das limitações existentes, o processo de avaliação topológica não termina na identificação da topologia final da estrutura. Além da obtenção da topologia ótima, alcançada no processo de otimização, são fundamentais a interpretação e verificação dos resultados obtidos, conforme apresentado na FIG. 2.2.5.

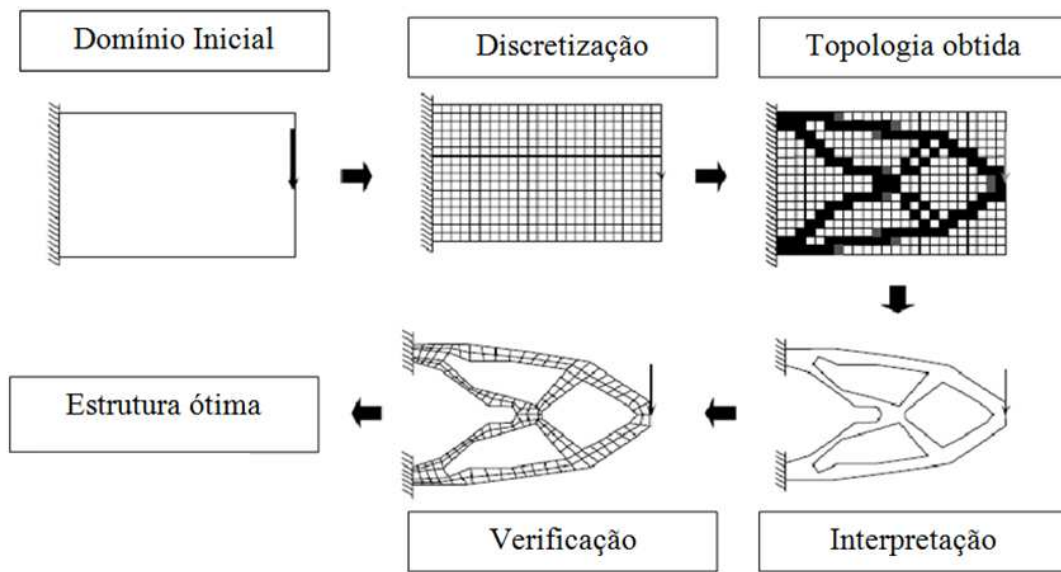


FIGURA 2.2.5 – Procedimento característico de um projeto de otimização topológica.

Fonte: Adaptado de SILVA, 2001, p. 9.

É sempre importante ter em mente que o desenvolvimento de uma estrutura ótima pode dizer respeito a vários aspectos de um projeto, como, por exemplo, disponibilidade das ferramentas de fabricação e tecnologia, gastos com matérias-primas, redução do tempo para geração de documentos, tempo de execução ou montagem dos elementos estruturais, entre outros fatores relacionados a questões financeiras do projeto. De maneira geral, pode-se dizer que, apesar das formulações matemáticas disponíveis, outro fator limitante é a dificuldade de se trabalhar com múltiplas funções objetivos. Na prática, geralmente é escolhida a variável considerada mais importante para ser a função objetivo, transformando as demais variáveis em restrições (SANT'ANNA, 2002).

2.3 Revisão Bibliográfica

Embora a preocupação com a determinação de valores máximos e mínimos de uma função datar da Antiguidade, pode-se afirmar que somente após a evolução da Matemática no campo do Cálculo Diferencial que as teorias de otimização passaram a ser investigadas com maior rigor científico, com as contribuições de Newton, Leibnitz, Lagrange, Cauchy, Bernoulli, Euler, entre outras, que surgiram até, aproximadamente, meados do século XVIII.

As hipóteses básicas desses primeiros estudos eram fundamentadas na idealização de problemas convexos; ou seja, com a possibilidade da obtenção de valores mínimos e máximos para as funções objetivos, o que limitava bastante o emprego dos seus conceitos a uma classe muito restrita dos problemas de Engenharia caracterizados como não-convexos (HUANG e ARORA, 1997).

Na Engenharia Estrutural, o primeiro trabalho notório envolvendo otimização data do final do século XIX e foi empregado por Maxwell. Em seu estudo, o projeto ótimo de uma ponte seria a idealização de um conjunto de estruturas unidimensionais dispostas nas direções das tensões principais. Em 1904, Michell deu prosseguimento às ideias de Maxwell, aplicando-as a outras estruturas (SANCHES, 2011). A FIG 2.3.1 mostra o resultado obtido por Michell para a otimização de um modelo biapoiado.

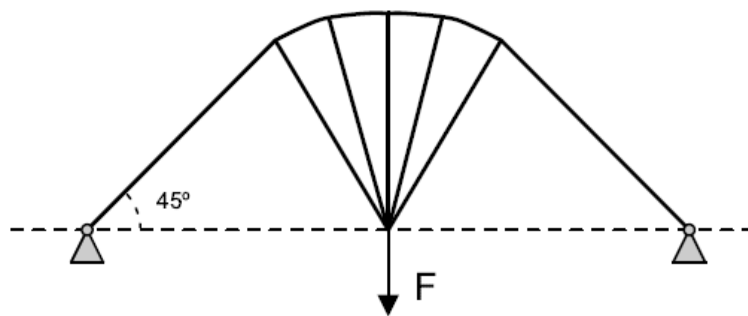


FIGURA 2.3.1 – Otimização estrutural obtida por Michell.
Fonte: SANCHES, 2011, p. 26.

Dessas primeiras investigações até aproximadamente meados do século XX, pouco avanço, no que se refere a aplicações práticas, foi alcançado (ROSAL, 2007). Somente com o advento do computador e com o surgimento de novas técnicas de aproximação aplicações de maior relevância tornaram-se viáveis para problemas envolvendo otimizações Paramétrica e de Configuração.

No final da década de 1980, com a evolução dos computadores e o amadurecimento do Método dos Elementos Finitos, surgem os primeiros métodos para Otimização Topológica, também conhecidos como métodos de Otimização de Configuração

Generalizada (PORTO, 2006). Dentre eles, destacam-se, por exemplo: o Método de Homogeneização (BENDSØE, 1989; BENDSØE e KIKUCHI, 1988; PEDERSEN, 1989), o Método das Assíntotas Móveis (SVANBERG, 1987; BRUYNEEL *et al.*, 2000) e o Algoritmo Genético (GOLDBERG, 1989).

Essencialmente, essas primeiras ferramentas proporcionavam processos computacionais iterativos e procedimentos matemáticos bastante complexos para aplicações práticas e verificações dos seus resultados (ZHAO *et al.*, 1998). Em alguns casos da OT, por exemplo, a variação metodológica de um determinado problema acarretava em topologias finais completamente distintas da que se esperava. Alterações em parâmetros de controle inicial de um determinado algoritmo também poderiam resultar em topologias inesperadas, o que assinalava a sensibilidade dos problemas topológicos. Uma das causas dessa sensibilidade era associada à ocorrência dos ótimos locais, inerentes à OT. Atualmente, já se sabe que essa não-convexidade pode ser atenuada com o controle das instabilidades numéricas do “tabuleiro de xadrez” e da “dependência de malha” (JOG e HABER, 1996; SANCHES, 2011; SIGMUND e PETERSSON, 1998; e ZHOU *et al.*, 2001).

Em meio às técnicas existentes para OT, em 1993 foi proposto, por Xie e Steven, um método com conceitos mais simples para a determinação topológica dos projetos, denominado Otimização Estrutural Evolucionária (*Evolutionary Structural Optimization* – ESO). A ideia básica desse método consiste na execução de um algoritmo de aproximação heurística com remoção gradual de regiões menos solicitadas do domínio, com base em um critério de penalidade. O primeiro critério de penalidade apresentado pelos autores foi baseado em tensões equivalentes de von Mises; ou seja, elementos com tensões abaixo de um dado limite pré-estabelecido eram removidos a cada iteração, permitindo encontrar-se uma estrutura com rigidez ótima para um determinado volume remanescente.

Os critérios de remoção, tais como tensão de von Mises ou tensões médias, propostas no algoritmo ESO, ensejaram contestações a respeito de sua validação e questionamentos relacionados à escassez de embasamento matemático (ZHOU e ROZVANY, 2001) para

o seu estabelecimento. Em 1996, Chu *et al.* apresentaram o ESO para problemas com restrição de rigidez associado a um número de sensibilidade, o qual era dependente das matrizes de rigidez e deslocamento. Esse trabalho foi baseado na igualdade das energias total e de deformação. Essa análise por meio do ESO também ficou conhecida como ESO em nível de deslocamentos.

Em artigo datado de 1998, Zhao *et al.* constataram a coerência dos resultados encontrados para os casos da otimização sob o nível de deslocamentos e sob o nível de tensão. Em seguida, Tanskanen (2002) pode concluir que o método ESO era capaz de proporcionar uma base teórica equivalente ao método de otimização baseado em Programação Linear Sequencial.

Com a consolidação do método ESO, foram propostas outras variações do algoritmo, visando suprimir algumas de suas limitações; em especial, o problema de ótimos locais. No trabalho de Liu *et al.* (2008), por exemplo, foi proposto o método ESO Genético (*Genetic Evolutionary Structural Optimization – GESO*), que é um algoritmo que integra operações da Genética – tais como seleção, cruzamento e mutação – ao ESO original. Segundo o conceito de “sobrevivência do mais apto”, de Charles Darwin, o processo evolutivo conserva os elementos mais fortes e exclui os elementos mais fracos. O parâmetro responsável pela determinação dos mais aptos ou não é o número de sensibilidade. Assim como o ESO, o algoritmo GESO também é heurístico e atua com remoção e manutenção de elementos com maiores ou menores chances probabilísticas na evolução do processo, diferenciando-se do ESO, que apresenta caráter determinístico. Segundo Liu *et al.* (2008), essa natureza estatística do procedimento favorece maiores chances de se obter ótimos globais, apesar de existirem casos excepcionais.

Assim como o GESO, surgiram também outros procedimentos híbridos com grande destaque, como o método ESO Aditivo (*Additive Evolutionary Structural Optimization – AESO*) e o método BESO (*Bi-Directional Evolutionary Structural Optimization*), que foram propostos por Quin *et al.* (2000a,b). O primeiro adiciona elementos ao sistema em regiões de alta concentração de tensão, enquanto o segundo adiciona e remove

elementos do sistema. Surgiu, também, a técnica SESO (*Soft Evolutionary Structural Optimization*), proposta por Simonetti (2009), com o objetivo de suavizar o processo de remoção do método ESO, atribuindo aos elementos menos solicitados um valor de rigidez menor, com redução progressiva da sua matriz constitutiva ao longo do processo.

A grande maioria dos estudos envolvendo Otimização Topológica é aplicada em problemas estáticos. No entanto, alguns estudos envolvendo a otimização de problemas dinâmicos também foram analisados por meio de diferentes métodos e vêm evoluindo em pesquisas de grande relevância acadêmica. Alguns artigos de destaque podem ser encontrados em: Díaz e Kikuchi (1992), Jensen e Pedersen (2006), Jog (2002), Kang *et al.* (2012), Lee *et al.* (2009), Ma *et al.* (1995), Min *et al.* (1999), e Yoon (2010).

Em se tratando do método ESO, o primeiro trabalho envolvendo análises topológicas para problemas dinâmicos surgiu em 1996 (XIE e STEVEN), com estudos abordando o problema da maximização das frequências naturais, aumento da diferença entre 2 (duas) frequências naturais vizinhas e manutenção da frequência natural constante. A partir dessa publicação, outras envolvendo o algoritmo ESO, e suas variações, em análises dinâmicas foram possíveis como nos trabalhos de Huang *et al.* (2010), Rong *et al.* (2000), Xie *et al.* (2012), Zuo *et al.* (2010) e Zuo *et al.* (2011).

3

OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL EVOLUCIONÁRIA

3.1 Considerações Iniciais

O método utilizado para o desenvolvimento deste trabalho é o ESO, razão pela qual, nesse capítulo, é dedicada atenção especial a essa técnica de otimização. Nas seções a seguir, são discutidos os principais recursos disponíveis e, de maneira simultânea, são apontados quais deles foram utilizados para a elaboração do *script* em linguagem de programação *Python*.

3.2 Teoria

Em artigo publicado por Xie e Steven (1993), foi proposta uma técnica alternativa para a otimização topológica de estruturas: a Otimização Estrutural Evolucionária. Esse procedimento é, originalmente, um algoritmo evolucionário, de conceito muito simples, que se baseia na inserção de vazios; ou seja, apresenta fundamentos na eliminação gradual dos elementos menos solicitados do domínio durante o processo de evolução, procedimento denominado “*Hard-Kill*”, em Inglês.

3.3 ESO em Nível de Tensão

A representação matemática do ESO para a solução de problemas de otimização topológica pode ser apresentada com base nos conceitos de tensão ou deslocamentos (LIANG *et al.*, 1999). No desenvolvimento deste trabalho, a aproximação utilizada foi o ESO baseado em nível de tensão, por se tratar de um método de aplicação mais simples em *softwares* comerciais como o *software* Abaqus[®].

O ESO, proposto por Xie e Steven em 1993, foi, originalmente, fundamentado nesse conceito de tensões. Nessa consideração, elementos com baixo nível de tensão são sistematicamente removidos da estrutura, para obtenção de um projeto eficiente. Essa remoção ocorre durante um processo evolutivo e, a cada análise, novos elementos ineficientes¹ são eliminados, até que seja obtida a saturação no campo de tensões atuantes da estrutura ou até que algum outro critério de restrição de projeto seja atingido.

Nesse processo, a máxima tensão de von Mises é utilizada como um critério de penalidade, que pode ser expresso conforme a seguir (Inequação 3.3.1):

$$\frac{\sigma_e^{vm}}{\sigma_{MAX}^{vm}} < RR_i \text{ ou equivalentemente } \sigma_e^{vm} < RR_i \cdot \sigma_{MAX}^{vm} \quad (3.3.1)$$

A razão de rejeição RR_i é utilizada para retardar o processo de remoção do elemento e está condicionada a $0,0 < RR_i < 1,0$. O ciclo de remoção dos elementos ocorre até que não possam ser removidos mais elementos para um dado valor de RR_i . Alcançado esse nível de equilíbrio, mas não alcançada a configuração ótima, o processo evolutivo é redefinido, adicionando-se a RR_i uma razão de evolução ER . Dessa maneira, um novo ciclo de evolução se inicia, até que não existam mais elementos a serem eliminados com

¹ Neste trabalho, a expressão “elementos ineficientes” refere-se aos elementos constituintes do modelo de Método dos Elementos Finitos, os quais são pouco solicitados; ou seja, atendem a Inequação 3.3.1.

essa nova razão de rejeição. Reatingido o equilíbrio, RR_i é, novamente, atualizada. Em outras palavras:

$$RR_{i+1} = RR_i + ER \quad i = 0,1,2,\dots \quad (3.3.2)$$

Querin (1997) sugere que, para os valores RR_i e ER , sejam adotados valores pequenos, aproximadamente 1%, para que se garanta melhor convergência, a exemplo do que ocorre no processo evolutivo natural ou em um processo de recozimento. Adicionalmente, um controle sobre a razão de remoção pode ser realizado, para se impedir que o valor de RR_i atinja valores muito elevados, conduzindo-se a remoção de uma região muito grande do domínio. Dessa maneira a razão de remoção da iteração deve sempre ser menor que uma razão de remoção máxima preestabelecida RR_f . A FIG. 3.2.1 ilustra o algoritmo ESO baseado em nível de tensões.

Esse processo evolucionário também pode ser resumido de acordo com os seguintes passos:

- a) Passo 1: discretização do domínio inicial da estrutura, utilizando-se uma malha fina de elementos finitos, e aplicação das condições de contorno e ações prescritas;
- b) Passo 2: analisar a estrutura por elementos finitos;
- c) Passo 3: remover os elementos que satisfaçam a Inequação 3.3.1;
- d) Passo 4: repetir os passos 2 a 4, até que o projeto ótimo seja alcançado.

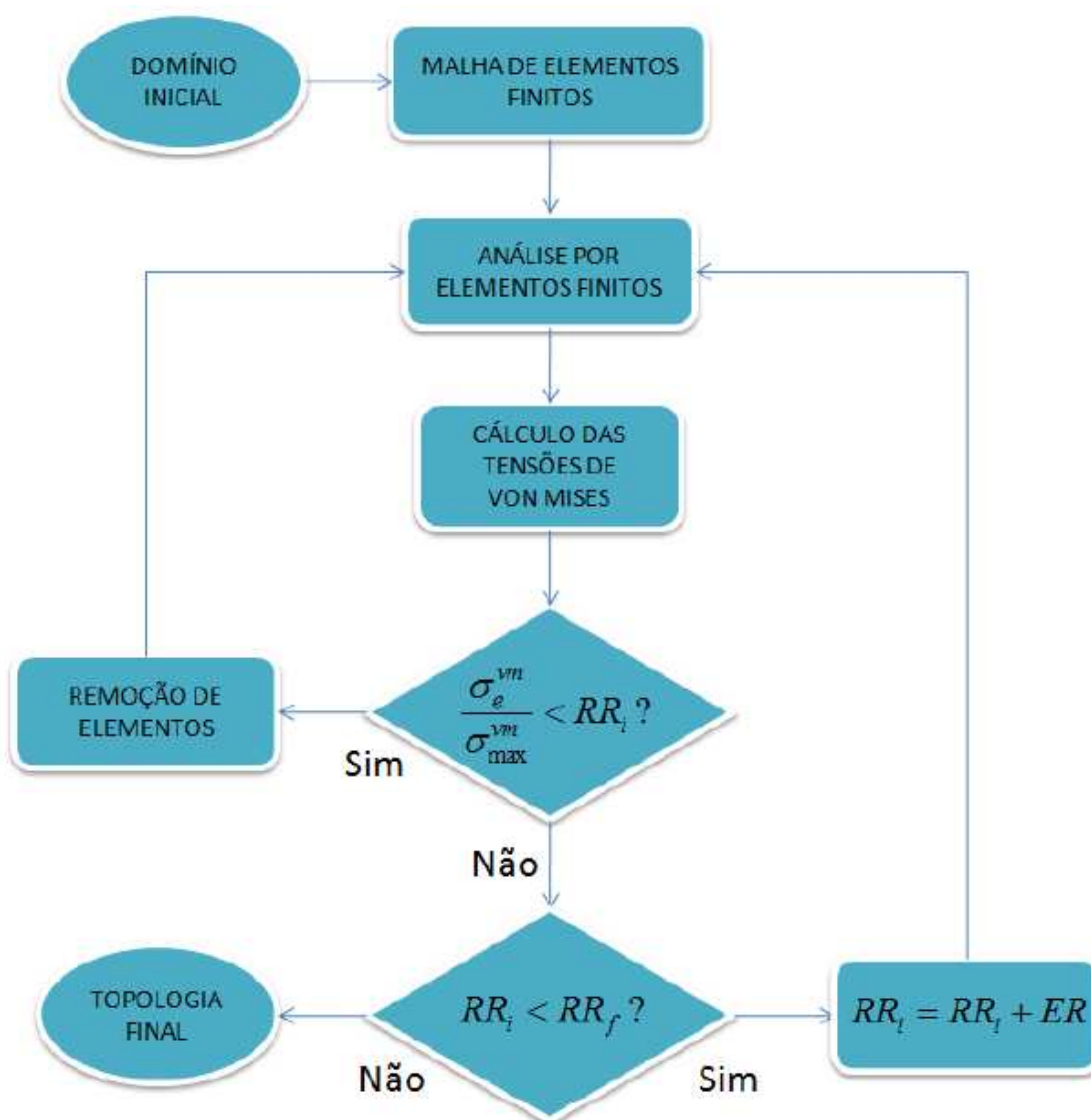


FIGURA 3.3.1 – Algoritmo ESO em nível de tensão.

Fonte: SANCHES, 2011, p. 34.

3.3.1 Critério de von Mises (1913)

Em 1913, von Mises desenvolveu uma formulação do critério de escoamento com base na teoria da energia de distorção. De acordo com esse critério, o escoamento ocorre quando o segundo invariante do tensor desviador atinge o seu valor crítico. Em termos de tensões principais, esse invariante pode ser escrito da seguinte maneira:

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (3.3.3)$$

Ao assumir um caso uniaxial, com $\sigma_1 = \sigma_{esc}$ e $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$, determina-se o valor da constante J_2 :

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_{esc} - 0)^2 + (0 - \sigma_{esc})^2] = \frac{\sigma_{esc}^2}{3} \quad (3.3.4)$$

Assim, o critério de escoamento pode ser determinado conforme:

$$6J_2 = [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] = 2\sigma_{esc}^2 \quad (3.3.5)$$

Supondo-se que esse escoamento ocorra para uma dada tensão de von Mises no elemento 'e'; ou seja, $\sigma_{esc} = \sigma_e^{vm}$, então:

$$\sigma_e^{vm} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (3.3.6)$$

A partir de tensões normais e de cisalhamento, também é possível determinar a tensão de von Mises:

$$\sigma_e^{vm} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)} \quad (3.3.7)$$

No caso plano, a tensão de von Mises, calculada para cada elemento finito, reduz-se à seguinte expressão:

$$\sigma_e^{vm} = \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2} \quad (3.3.8)$$

3.4 ESO em Nível de Deslocamentos

O ESO em nível de deslocamentos, proposto por Chu *et al.* (1996), foi definido, originalmente, para problemas estáticos, baseados em análise pelo Método dos Elementos Finitos. Essa aproximação também é conhecida como ESO em nível de rigidez, uma vez que a aproximação foi originalmente elaborada visando ao aumento da rigidez global da estrutura. Esse critério não foi utilizado, efetivamente, no algoritmo de análise deste trabalho; no entanto, salienta-se que é um procedimento importante para o entendimento teórico do ESO.

Por meio desse procedimento, é possível constatar que os elementos removidos são os que apresentam menor energia de deformação; ou seja, contribuem menos para a rigidez da estrutura. Em termos matemáticos, considere:

$$[K]\{u\} = \{f\} \quad (3.4.1)$$

A base do algoritmo é a igualdade da energia de deformação da estrutura e o trabalho das forças externas. Em termos matemáticos, significa dizer que o trabalho das forças externas C pode ser escrito conforme a equação a seguir:

$$C = \{f\}^t \{u\} \quad (3.4.2)$$

Supondo-se forças conservativas e que uma mudança na estrutura resulte em uma mudança na energia de deformação, então se $\{f\}$ permaneça constante, tem-se $\Delta\{f\} = 0$. Logo:

$$\Delta C = \{f\}^t \Delta\{u\} + \Delta\{f\}^t \{u\} \rightarrow \Delta C = \{f\}^t \Delta\{u\} \quad (3.4.3)$$

Da mesma forma:

$$\Delta[K]\{u\} + [K]\Delta\{u\} = 0 \quad (3.4.4)$$

Premultiplicando-se a equação anterior por $\{f\}^t [K]^{-1}$; ou seja, $\{u\}^t$, então:

$$\Delta C = -\{u\}^t \Delta[K]\{u\} \quad (3.4.5)$$

Assumindo-se que a modificação é devida à remoção de um dado elemento 'e', a equação anterior, torna-se:

$$\Delta C = \{u\}_e^t [K]_e \{u\}_e = 2C_e \quad (3.4.6)$$

Assim, o número de sensibilidade para a energia de deformação média pode ser definido como:

$$\alpha_e = \frac{1}{2} \{u\}_e^t [K]_e \{u\}_e = C_e \quad (3.4.7)$$

A equação acima indica que a maneira mais eficiente de se maximizar a rigidez da estrutura, para problemas com redução de volume, é por meio da eliminação de elementos com menores valores α_e .

O número de elementos a serem removidos é determinado pela razão de rejeição RR_i , constante no processo de evolução, que é definida pelo quociente do número de elementos retirados por iteração pelo número total inicial do modelo de elementos finitos. Os elementos serão retirados até que se atinja uma fração pré-estabelecida para o volume da estrutura. A seguir, são apresentados os passos para a otimização evolucionária sob o conceito em nível de deslocamentos e restrição de volume:

- a) Passo 1: discretização do domínio inicial da estrutura, utilizando-se uma malha fina de elementos finitos, e aplicação das condições de contorno e ações prescritas;
- b) Passo 2: analisar a estrutura via MEF;
- c) Passo 3: calcular o número de sensibilidade para cada elemento, utilizando-se a Equação 3.4.7;
- d) Passo 4: remover uma quantia de elementos com os menores números de sensibilidade, de acordo com a razão de rejeição preestabelecida;
- e) Passo 5: repetir os passos 2 a 4, até que o projeto ótimo seja alcançado.

O principal objetivo desta investigação é o desenvolvimento de um algoritmo por meio do método ESO para aplicação em um *software* comercial. A grande dificuldade do procedimento ESO em nível de deslocamentos para aplicações com esse objetivo reside na necessidade de acesso às matrizes e aos vetores envolvidos nos cálculos de elementos finitos para o processo evolutivo. Tal procedimento não é escopo deste trabalho.

A sequência iterativa apresentada também possibilita escrever-se um fluxograma para a aplicação do método ESO com critério de deslocamentos, conforme mostrado na FIG. 3.4.1.

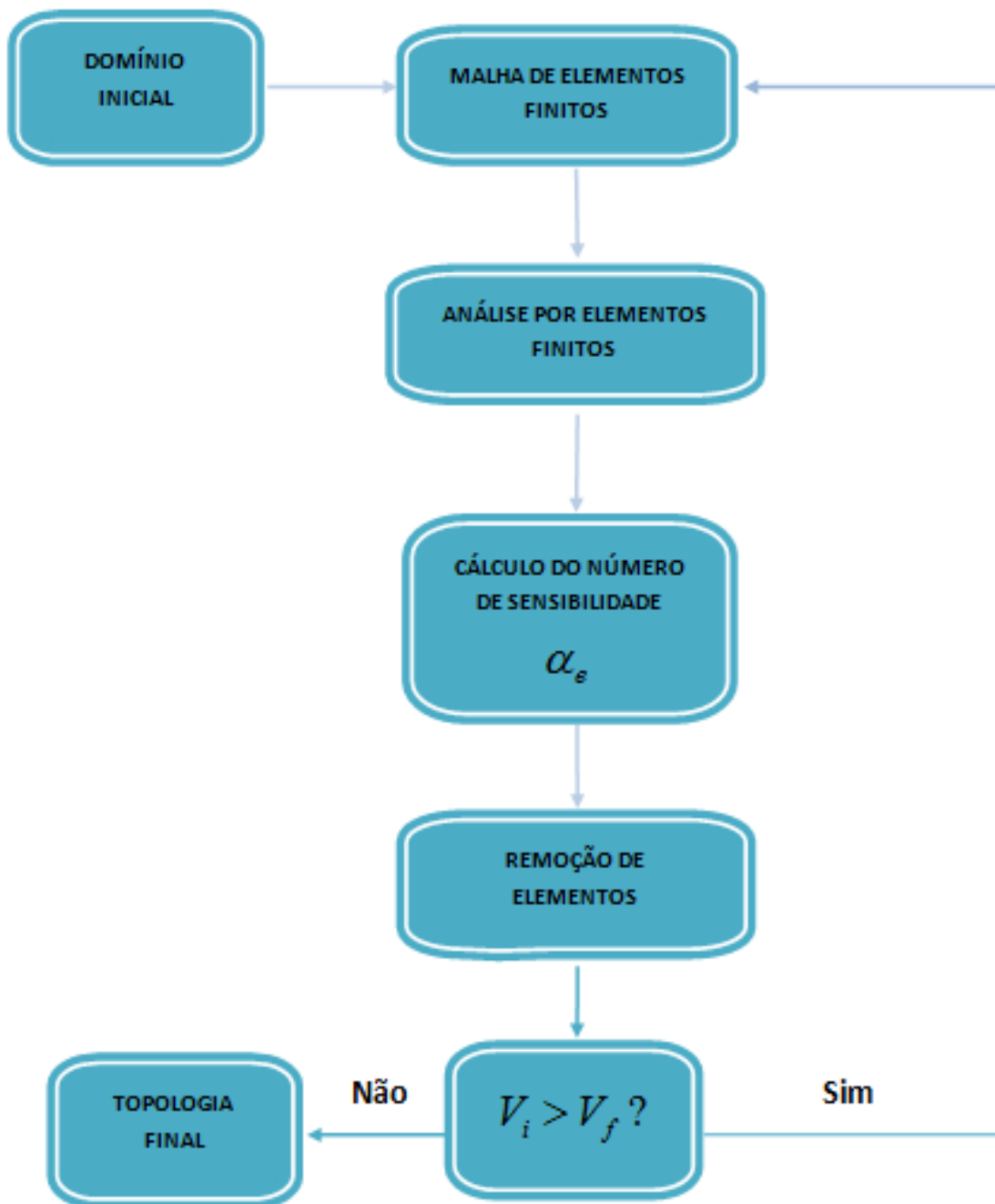


FIGURA 3.4.1 – Algoritmo ESO em nível de deslocamento.

Fonte: SANCHES, 2011, p. 36.

3.5 ESO para Problemas Dinâmicos

O ESO para problemas dinâmicos (XIE e STEVEN, 1996) é uma extensão do conceito utilizado para o ESO baseado em nível de deslocamentos. No trabalho apresentado por Xie e Steven (1996), esse método não é utilizado para otimizações no domínio do

tempo. Trata-se de um recurso para análises de problemas de otimização das frequências naturais da estrutura, com a utilização direta das matrizes e dos vetores do Método dos Elementos Finitos.

O comportamento dinâmico de uma estrutura, para problemas não amortecidos, pode ser representado, matematicamente, pela seguinte solução geral em problemas de autovalores:

$$([K] - \omega_m^2 [M]) \{ \bar{u}_m \} = \{ 0 \} \quad (3.5.1)$$

Assumindo-se o cálculo pelo método de Rayleigh, tem-se, então:

$$\omega_m^2 = \frac{k_m}{m_m} \quad (3.5.2)$$

em que $k_m = \{ \bar{u}_m \}^t [K] \{ \bar{u}_m \}$ e $m_m = \{ \bar{u}_m \}^t [M] \{ \bar{u}_m \}$.

Supondo-se que seja removido um elemento da estrutura original, a mudança na frequência devido à remoção desse elemento pode ser determinada conforme a seguir:

$$\Delta \omega_m^2 = \frac{\Delta k_m}{m_m} - \frac{k_m \Delta m_m}{m_m^2} = \frac{1}{m_m} (\Delta k_m - \omega_m^2 \Delta m_m) \quad (3.5.3)$$

Para a obtenção do valor de $\Delta \omega_m^2$, assume-se que o autovetor $\{ \bar{u}_m \}$ é, aproximadamente, o mesmo, antes e depois da remoção do elemento. Essa hipótese significa dizer que o modo de vibração não se altera, significativamente, durante o processo evolutivo. Assim, obtêm-se:

$$\begin{aligned} \Delta k_m &= - \{ \bar{u}_m \}_e^t [K]_e \{ \bar{u}_m \}_e \\ \Delta m_m &= - \{ \bar{u}_m \}_e^t [M]_e \{ \bar{u}_m \}_e \end{aligned} \quad (3.5.4)$$

Dessa forma:

$$\Delta \varpi_m^2 \approx \alpha_{m,e} = \frac{1}{m_m} \{ \bar{u}_m \}_e^t (\varpi_m^2 [M]_e - [K]_e) \{ \bar{u}_m \}_e \quad (3.5.5)$$

em que $\alpha_{m,e}$ é o número de sensibilidade que indica a mudança de frequência ao quadrado devido à remoção do elemento. Nos processos evolucionários, a remoção de elementos que apresentam número de sensibilidade com valores muito baixos resulta no aumento da frequência natural ϖ_m . A redução dessa frequência ϖ_m é alcançada para números de sensibilidade com valores elevados.

3.6 ESO para Ações Múltiplas

Estruturas usuais são submetidas a várias ações que podem atuar sobre a estrutura em tempos diferentes e solicitar regiões diferentes do elemento estrutural. O método ESO, apresentado na seção anterior, é utilizado para a otimização de estrutura sujeita a uma ação simples.

O procedimento descrito em Xie e Steven (1994) consiste em uma sugestão para aplicação do método ESO em análises envolvendo ações múltiplas. A identificação do elemento menos eficiente é realizada para todas as ações envolvidas, com base no conceito de superposição dos efeitos para ações estáticas, quando há ocorrência simultânea das ações. Em outras palavras: para cada ação, os elementos ineficientes são eliminados, desde que esses sejam ineficientes para todas as ações envolvidas. A seguir, apresenta-se o algoritmo que descreve a metodologia para estruturas submetidas a ações múltiplas:

- a) Passo 1: discretização do domínio inicial da estrutura, utilizando-se uma malha fina de elementos finitos, aplicando as condições de contorno e ações prescritas;

- b) Passo 2: analisar a estrutura, via Método dos Elementos Finitos, para cada ação aplicada e/ou a cada instante de tempo;
- c) Passo 3: especificar o critério de remoção adotado;
- d) Passo 4: determinar, para cada ação, os elementos ineficientes para todos os casos em estudo;
- e) Passo 5: remover os elementos que atendem o Passo 4; e
- f) Passo 6: repetir os passos 2 a 5, até que o projeto ótimo seja alcançado.

3.7 Nibbling ESO

O método ESO convencional, naturalmente, cria cavidades na estrutura, quando elementos ineficientes são removidos, independentemente da sua localização no domínio, podendo resultar, em casos extremos, na instabilidade numérica do tabuleiro de xadrez.

O método *Nibbling* ESO é uma adaptação do método ESO para Otimizações de Configuração; ou seja, é uma aplicação do ESO com restrição do domínio de projeto. É uma técnica de otimização que atua na remoção apenas de elementos presentes nos contornos da estrutura. O objetivo dessa técnica é evitar a abertura de espaços vazios excessivos e desnecessários no processo de otimização de domínio.

Neste trabalho, o *Nibbling* ESO foi utilizado de maneira associada ao ESO convencional, de forma a atenuar os problemas de instabilidade numérica e a proporcionar uma estrutura final mais racional para as aplicações práticas. A cada iteração, o campo de tensões de von Mises é avaliado, em toda a estrutura, e é verificada a necessidade da criação de uma nova cavidade no interior do domínio. Caso haja necessidade, o método ESO convencional é aplicado; caso contrário, o método *Nibbling*

ESO segue modificando a forma e o tamanho do contorno e das cavidades existentes, até haver necessidade de uma nova cavidade. A seguir, exibe-se o algoritmo para a utilização dos recursos *Nibbling* ESO e ESO convencional em associação:

- a) Passo 1: aplicar o *Nibbling* ESO e verificar se há elementos ineficientes nos contornos;
- b) Passo 2: se houver elementos ineficientes no contorno, então, vá para o Passo 4; se não, vá para o Passo 3;
- c) Passo 3: há necessidade de se criar uma nova cavidade; então, aplique o ESO convencional;
- d) Passo 4: se o projeto ótimo foi alcançado, então vá ao Passo 5; senão, volte ao Passo 1; e
- e) Passo 5: projeto ótimo foi alcançado.

3.8 Independência da Malha

Em um problema de otimização topológica com base no Método dos Elementos Finitos, qualquer que seja a aproximação adotada, a solução final pode estar sujeita à influência da malha. Para a redução desses efeitos, ao longo dos anos, foram sugeridas a utilização de técnicas específicas para o tema, mas não isentas de limitações, como os filtros de independência de malha (SIGMUND, 1997), restrição de gradiente local e global (SIGMUND e PETERSSON, 1998) e controle do perímetro (JOG e HABER, 1996). Kim *et al.* (2002) apresentaram um estudo comprovando a redução da dependência da malha, quando o critério utilizado na análise em nível de tensão for a tensão média do elemento finito. Quando são utilizados critérios de remoção baseados na tensão máxima do elemento, os resultados tornam-se muito dependentes da malha, devido às singularidades que ocorrem próximas às condições de contorno. Essas singularidades

são fortemente dependentes da malha e das condições de contorno do modelo idealizado. No entanto, com a utilização de critérios baseados na tensão média do elemento, o efeito de influência da malha torna-se reduzido.

A FIG. 3.8.1 mostra alguns resultados obtidos e relatados no trabalho de Kim *et al.* (2002). Observa-se que, com a utilização de tensões máximas, em vez de tensões média, o resultado final torna-se mais dependente da malha de elementos finitos para um mesmo problema de análise estrutural.

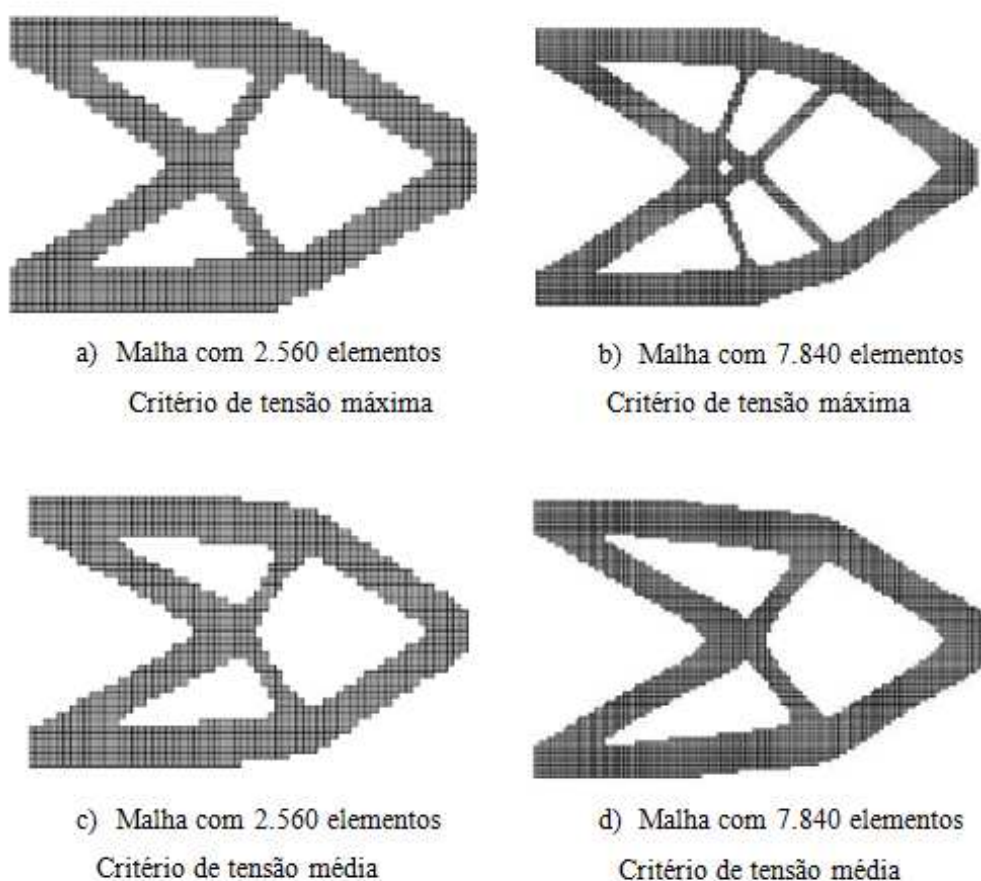


FIGURA 3.8.1 – Representação qualitativa da independência de malha para critério sob tensão média.

Fonte: Adaptado de KIM *et al.*, 2002, p. 742.

3.9 Restrição do Número de Cavidades

Os recursos disponíveis para a suavização dos problemas de tabuleiro de xadrez e dependência de malha auxiliam na redução da quantidade de orifícios na malha final, proporcionando um ótimo viável (ou executável) para topologia das estruturas. Esses recursos, no entanto, não apresentam capacidade para controlar a quantidade máxima dessas cavidades. Em muitas aplicações de Engenharia, talvez seja necessário alcançar uma topologia, tal qual, apresente uma restrição associada ao número máximo de vazios permitidos no domínio de projeto durante o processo evolucionário.

Kim *et al.* (2002) também apresentaram um estudo com aplicação desse recurso e evidenciando a sua importância, inclusive no controle de instabilidades numéricas do algoritmo ESO em nível de tensão, conforme ilustração na FIG. 3.9.1. Nesse exemplo, o controle de cavidades foi aplicado a um problema de malha dependente e se utilizou um parâmetro para controle do número de orifícios máximos desejados.

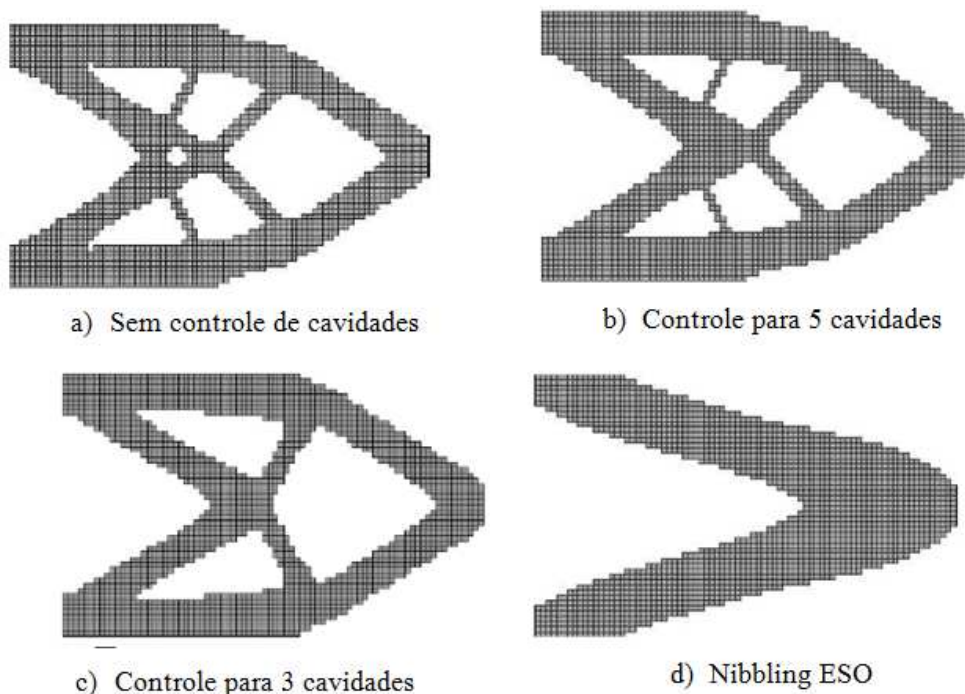


FIGURA 3.9.1 – Representação do controle de cavidades para malha, sob influência da dependência de malha, em nível de tensão máxima para topologia final com aproximadamente 45% do volume inicial.

Fonte: KIM *et al.*, 2002, p. 742.

O algoritmo básico que controla o número máximo de cavidades é apresentado em sequência:

- a) Passo 1: aplicar o *Nibbling* ESO e verificar se há elementos ineficientes nos contornos;
- b) Passo 2: se houver elementos ineficientes no contorno e o número de cavidades máxima não foi atingido, então vá para o Passo 4; se não, vá para o Passo 3;
- c) Passo 3: há necessidade de se criar uma nova cavidade; então, aplique o ESO convencional;
- d) Passo 4: se o projeto ótimo foi alcançado, então vá ao Passo 5; se não, volte ao Passo 1; e
- e) Passo 5: projeto ótimo foi alcançado.

Neste trabalho, essa técnica foi aplicada de maneira indireta; ou seja, com restrições impostas aos números de atuações do ESO convencional durante o processo evolucionário.

4

SOFTWARE ABAQUS[®] E OS RECURSOS UTILIZADOS

4.1 Considerações Iniciais

No capítulo anterior, foi verificada a formulação matemática para solução de problemas estáticos e em análise modal por meio da Otimização Estrutural Evolucionária. Em problemas de análise estrutural, os recursos disponíveis no Abaqus[®] facilitam a aplicação do método ESO, porque este dispensa a utilização direta das matrizes e dos vetores utilizados nos cálculos baseados em MEF.

Neste capítulo, é feita uma breve apresentação dos principais conceitos e ferramentas disponíveis no programa Abaqus[®], assim como uma rápida introdução aos critérios utilizados para a implementação da rotina desenvolvida para o escopo desta pesquisa.

4.2 Generalidades

O Abaqus® é um *software* comercial de Engenharia, com alto desempenho, que apresenta como grande vantagem um sistema numérico robusto capaz de realizar, de maneira eficiente, análises lineares e não-lineares dos modelos estruturais sujeitos a solicitações estáticas ou dinâmicas.

A composição básica do programa é formada pelos seguintes módulos principais:

- a) Abaqus®/Standard: programa de elementos finitos para avaliações gerais;
- b) Abaqus®/Explicit: programa de elementos finitos para análise dinâmica explícita;
- c) Abaqus®/CAE: ambiente interativo usado para criar modelos de elementos finitos e proporcionar avaliações, monitoramentos e diagnósticos; e
- d) Abaqus®/Viewer: subconjunto do Abaqus®/CAE que contém apenas os recursos de pós-processamento em um módulo de visualização.

Juntamente com esse pacote básico, o programa ainda oferece uma plataforma com ambiente de programação orientada a objetos que permite automatizar operações e customizar interfaces, viabilizando análises ainda mais complexas. Esse recurso é o denominado Abaqus Scripting e foi utilizado para a implementação do algoritmo ESO, mencionado anteriormente, escopo desta dissertação.

Outros módulos mais específicos, como o Abaqus®/CFD, Abaqus®/Aqua, Abaqus®/Design, Abaqus®/MAS e o Abaqus®/Foundation, também podem ser adicionados ao programa, permitindo ampla aplicação do *software* em diversas áreas da Engenharia.

4.3 Elementos do Abaqus®

O Abaqus® apresenta uma vasta biblioteca de elementos que possibilita análises de diversos problemas.

Cada elemento finito é qualificado em 5 (cinco) aspectos, a saber:

- a) família;
- b) graus de liberdade;
- c) número de nós;
- d) formulação; e
- e) integração.

O entendimento desses aspectos facilita a identificação rápida do elemento desejado. A FIG. 4.3.1 exemplifica uma aplicação desses conceitos para a identificação do elemento de membrana M3D4R do *software*, como exemplo.

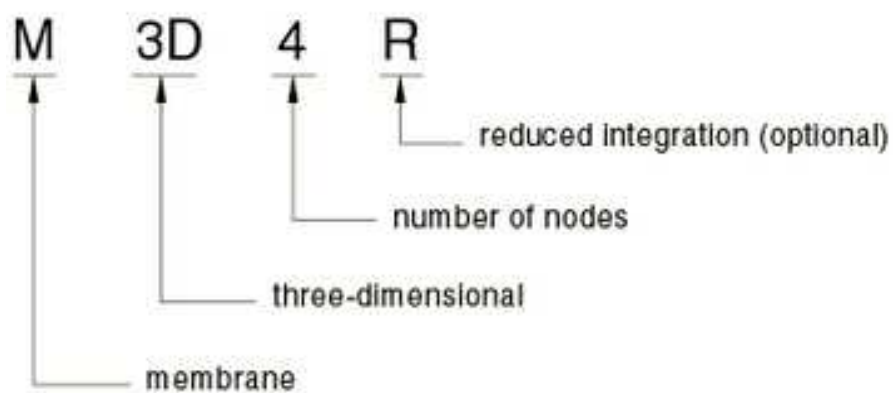


FIGURA 4.3.1 – Identificação um elemento no Abaqus®.

Fonte: SIMULIA, 2010, p. 26.

4.3.1 Família

No Abaqus®, as diferenças geométricas existentes entre os elementos definem o conceito de família. A FIG. 4.3.2 ilustra as famílias de elementos utilizadas com maior frequência em uma análise de tensão/deformação. A(s) primeira(s) letra(s) do nome de um elemento indicam a qual família o elemento pertence, como por exemplo, o elemento S4R, da família *Shell elements*.

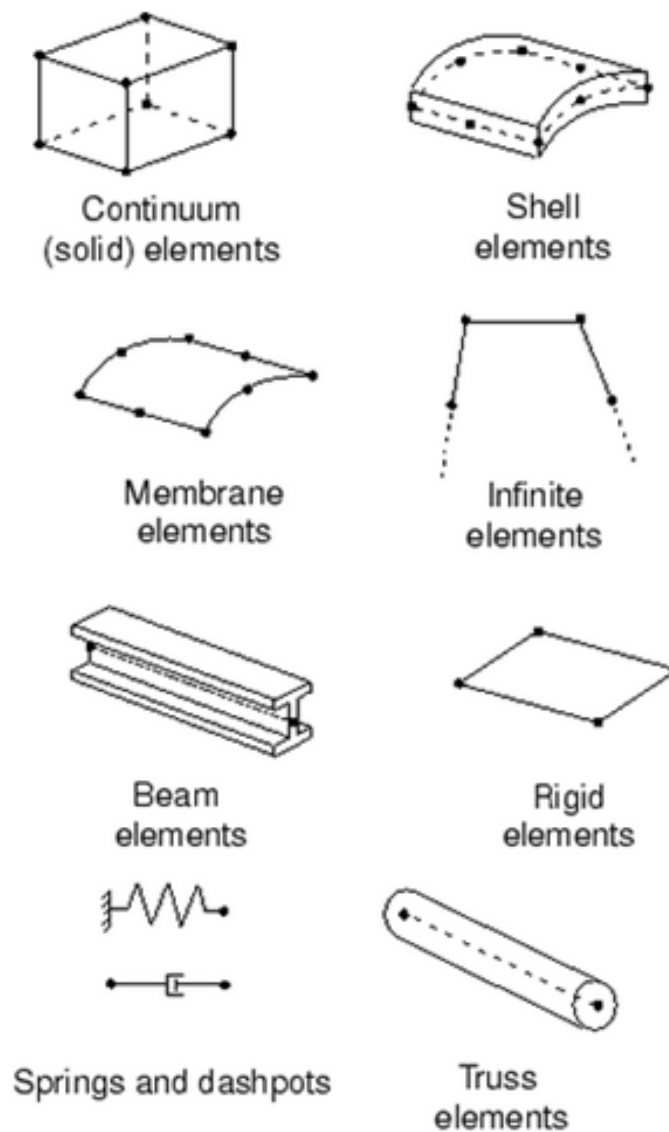


FIGURA 4.3.2 – Família de elementos do Abaqus®.
Fonte: Adaptado de SIMULIA, 2010, p. 24.

4.3.2 Graus de Liberdade

O acervo do Abaqus[®] oferece elementos capazes de simular graus de liberdade relacionados não só a deslocamentos e rotações, como também a pressões fluido hidrostáticas, temperaturas, potenciais elétricos, pressões acústicas, entre outros.

Em uma análise de tensão/deformação, os graus de liberdade limitam-se aos movimentos de rotações e translações possíveis de um determinado nó, relacionados às direções 1, 2 e 3 do programa. No sistema de coordenada global padrão, essas direções correspondem, respectivamente, a direções paralelas aos 3 (três) eixos perpendiculares entre si, rotulados “X”, “Y” e “Z” do programa, de acordo com a orientação destro-giro, conforme ilustrado na FIG. 4.3.3.

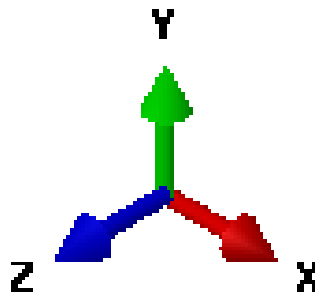


FIGURA 4.3.3 – Sistema de coordenadas utilizado pelo programa.

Fonte: Arquivo do autor.

A seguinte convenção numérica é utilizada para a definição dos graus de liberdade em uma análise envolvendo elementos de tensão/deformação:

- a) grau de liberdade 1 – translação na direção 1;
- b) grau de liberdade 2 – translação na direção 2;
- c) grau de liberdade 3 - translação na direção 3;

- d) grau de liberdade 4 – rotação em torno do eixo 1;
- e) grau de liberdade 5 – rotação em torno do eixo 2; e
- f) grau de liberdade 6 – rotação em torno do eixo 3.

Para mais informações relacionadas aos demais graus de liberdade, recomenda-se uma consulta ao “Abaqus Analysis User’s Manual” do Simulia (2010).

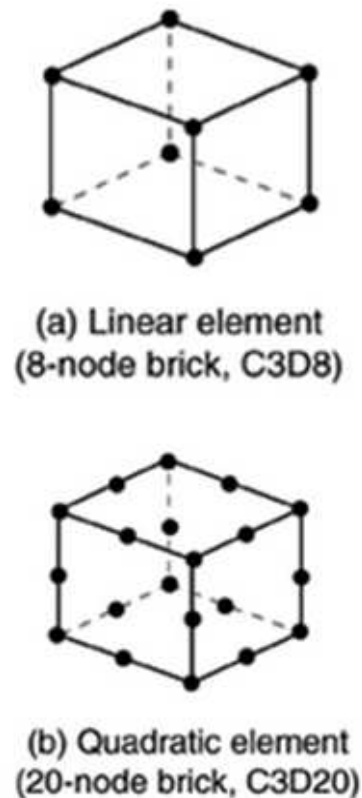
4.3.3 Número de Nós

O valor exato dos graus de liberdade, mencionados na seção anterior, somente podem ser calculados nos nós do modelo em análise. Em qualquer outro ponto, o valor do grau de liberdade é determinado por interpolação entre os nós do elemento. É a quantidade de nós de um elemento que define a ordem da interpolação e, conseqüentemente, as aproximações para as tensões e deformações nos elementos finitos.

Tipicamente, o número de nós de um elemento é claramente identificado em seu nome. Por exemplo: o elemento S4R indica que existem 4 (quatro) nós no elemento da família *Shell elements*, enquanto o elemento S8R indica que existem 8 (oito) nós no elemento da mesma família.

Elementos que têm nós somente nos cantos – tais como o elemento *8-node brick* apresentado na FIG. 4.3.3(a) – utilizam interpolação linear em cada direção e são frequentemente chamados de elementos lineares ou elementos de primeira ordem. Elementos com nós no meio de suas arestas – tais como o *20-node brick*, apresentado na FIG. 4.3.3(b) – utilizam interpolação quadrática e são frequentemente denominados elementos quadráticos ou elementos de segunda ordem.

O Abaqus[®]/Standard oferece uma grande variedade de elementos lineares e quadráticos. O Abaqus[®]/Explicit oferece apenas elementos lineares, com exceção de alguns elementos tetraedros, triangulares e de viga.

FIGURA 4.3.4 – Elemento *brick* com diferentes interpolações.

Fonte: Adaptado de SIMULIA, 2010, p. 24.

4.3.4 Formulação

Uma formulação de um elemento refere-se à teoria matemática utilizada para definir o seu comportamento. Em uma análise envolvendo elementos finitos de tensão/deformação, o Abaqus® se fundamenta na descrição Lagrangeana ou material; ou seja, o material não se desloca além dos limites do elemento. Em contrapartida, na descrição Euleriana ou espacial, os elementos são fixados no espaço com o material escoando além de suas fronteiras. Métodos Eulerianos são frequentemente utilizados em simulações fluido mecânicas e não fazem parte do escopo deste trabalho.

No Abaqus®, além dos elementos de tensão/deformação, destacam-se, entre outros, a existência de elementos específicos para análises de poro-pressão, temperatura, transferência de calor e massa, fluxo incompressível, piezoelétricos e acústicos. O estudo dos mesmos não está no escopo deste texto.

4.3.5 Integração

O Abaqus® utiliza técnicas numéricas para integrar várias quantidades em relação ao volume de cada elemento. A Quadratura Gaussiana é utilizada para a maioria dos elementos do programa, que avalia a resposta em cada ponto de integração de cada elemento.

Alguns elementos utilizam a integração total ou reduzida. Elementos identificados com a letra “R” no final do nome indicam elementos com integração reduzida. Por exemplo: o elemento CAX4 é um elemento sólido axissimétrico linear de 4 (quatro) nós, de integração total, enquanto o CAX4R é o mesmo elemento com integração reduzida.

O Abaqus®/Standard oferece tanto elementos de integração reduzida quanto elementos de integração total; o Abaqus®/Explicit, por sua vez, oferece somente elementos de integração reduzida, com algumas exceções.

4.4 Análises no Abaqus®

No Abaqus®, todas as análises são realizadas com a divisão dos problemas em etapas. Essas devem ser preestabelecidas antes mesmo do processamento numérico e, a cada nova etapa, um novo procedimento de análise apropriado também deve ser indicado pelo usuário para a realização das avaliações desejadas.

As etapas são denominadas *STEPS*, pelo programa, e são responsáveis pelo armazenamento de todo o histórico de imposições aplicadas ao modelo, tais como: regime estático, dinâmico, transiente, spectral, linear, não-linear, contato, transferência de calor, entre outros. Os procedimentos são nomeados *PROCEDURES* e assumem que todas as análises são dependentes do tempo, conforme a sequência de *STEPS* pré-estabelecida pelo usuário.

Os métodos de análise numérica dos *PROCEDURES* podem ser tanto implícitos quanto explícitos, disponíveis, respectivamente, nos módulos Abaqus[®]/Standard e Abaqus[®]/Explicit. Esses módulos apresentam estruturas de dados separadas e, por isso, procedimentos explícitos não podem ser utilizados, em uma mesma análise, com procedimento do Abaqus[®]/Standard ou vice-versa. O acesso para a definição de *STEPS* e *PROCEDURES* no Abaqus[®]/CAE é ilustrado na FIG. 4.4.1.

Os métodos implícitos disponíveis envolvem, a cada passo de tempo, soluções de matrizes de massa, rigidez e amortecimento, o que pode elevar o custo computacional, em análises muito complexas, porque demandam pequenos valores para o incremento do tempo. Uma grande vantagem desses métodos é observada em problemas dinâmicos com pequenas não-linearidades, porque, por serem incondicionalmente estáveis, aceitam maiores incrementos de tempo e conseguem alcançar boa precisão e estabilidade numérica (SUN² *et al.*, 2000 *apud* FURLAN, 2011; YANG³ *et al.*, 1995 *apud* FURLAN, 2011).

Os métodos explícitos, encontrados no Abaqus[®]/Explicit, são mais indicados quando altas frequências ou ondas de choque dominam a solução de um problema físico; então, pequenos passos de tempo são requeridos. Nesse caso, a maneira mais eficiente para integrar as equações de movimento é o método explícito. Esse método, entretanto, é apenas condicionalmente estável e requer um passo de tempo extremamente pequeno para a solução. Essa restrição resulta na introdução de oscilações de modos de altas frequências, que devem ser filtrados (FURLAN, 2011). Para problemas dinâmicos explícitos, o método da Diferença Central é utilizado para a aplicação da integração direta em função do tempo no programa.

² YANG, D.; JUNG, D.; SONG, I.; YOO, D.; LEE, J. Comparative investigation into implicit, explicit, and iterative implicit/explicit schemes for the simulation of sheet-metal forming processes. *Journal of Materials Processing Technology.*, Elsevier, v. 50, n. 1-4, p. 39-53, 1995.

³ SUN, J. S.; LEE, K. H.; LEE, H. P. Comparison of implicit and explicit finite element methods for dynamic problem. *Journal of Materials Processing Technology.*, Elsevier, v. 105, n. 1-2, p. 252-265, 07 set. 2000.

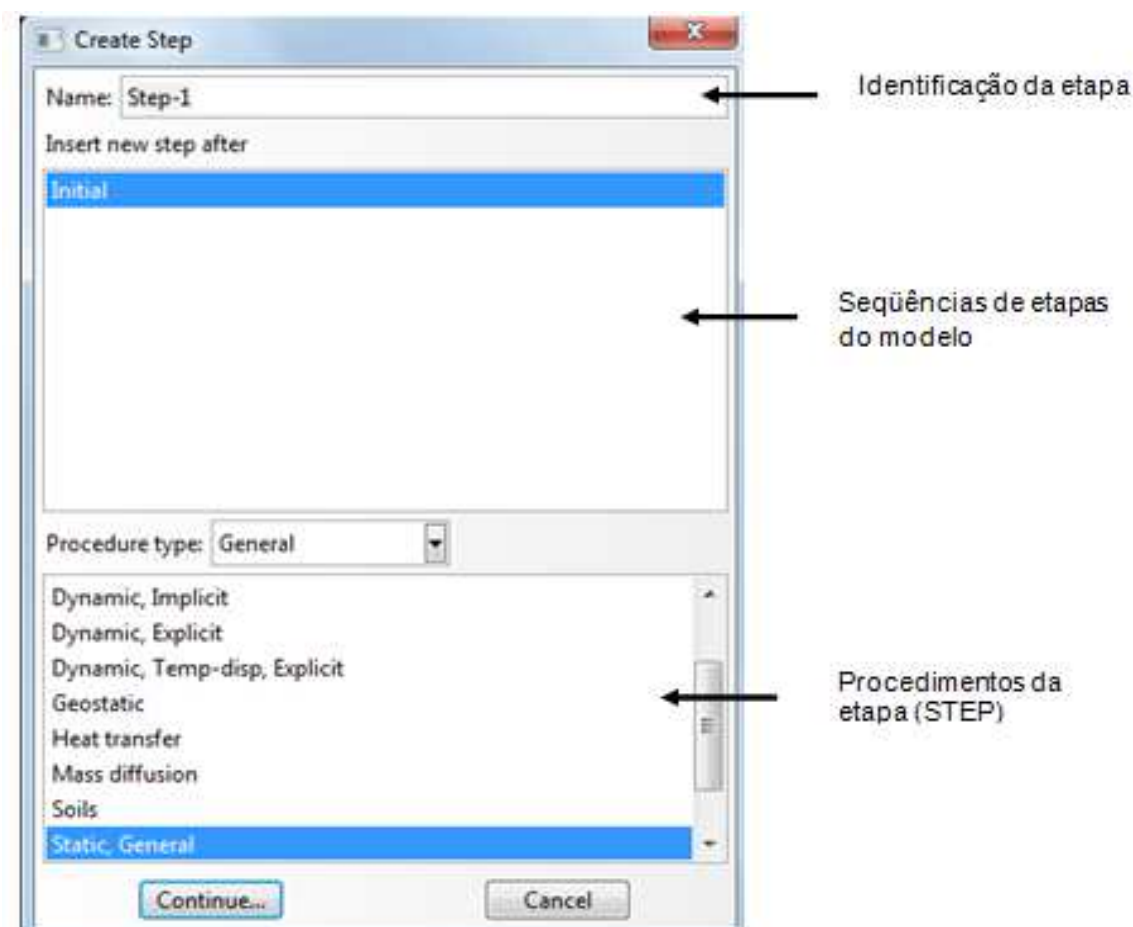


FIGURA 4.4.1 – Janela iterativa para definição de *STEPS* e *PROCEDURES* do Abaqus®/Standard e Abaqus®/Explicit.

Fonte: Arquivo do autor.

No Abaqus®/Standard, a análise no domínio do tempo pode ser alcançada tanto por integração direta quanto por superposição modal. A máxima eficiência em análises dinâmicas implícitas é alcançada quando se utilizam procedimentos de integração direta em problemas não-lineares e procedimentos de superposição modal para análises lineares.

Os procedimentos de integração direta implícita utilizam uma extensão do método de Newmark- β , a integração Hilber-Hughes-Taylor. A principal diferença entre os métodos está associada a um operador α para a determinação dos operadores β e γ de Newmark- β , conforme estão apresentados nas equações seguintes:

$$\beta = 0,25(1 - \alpha)^2 \quad (4.4.1)$$

$$\gamma = 0,5 - \alpha \quad (4.4.2)$$

Esses operadores precisam respeitar o seguinte limite: $-1/3 \leq \alpha \leq 0$, $\beta > 0$ e $\gamma \geq 0,50$. Valores negativos de α proporcionam amortecimento, enquanto valores nulos de α não produzem amortecimento numérico, tornando a aproximação idêntica à regra do trapézio, também denominada Método das Acelerações Médias, ou, simplesmente, método de Newmark- β com $\beta = 0,25$ e $\gamma = 0,50$. Como padrão, o Abaqus[®]/Standard utiliza as equações acima para manter um amortecimento numérico nas análises com $\alpha = -0,05$ para problemas que envolvem mínima dissipação de energia. Para a finalidade deste trabalho, nas análises envolvendo integração direta não foi utilizado qualquer tipo de amortecimento numérico algorítmico. A FIG. 4.4.2 ilustra a eliminação do amortecimento numérico em um “PROCEDURE” de análise dinâmica implícita no Abaqus[®]/CAE.

Mais informações relacionadas a integrações diretas por meio de métodos implícitos e explícitos, bem como os métodos de aproximação envolvendo amortecimento numérico, podem ser encontradas em referências como Bathe e Wilson (1973), Hilber *et al.* (1977) e Wood *et al.* (1980).

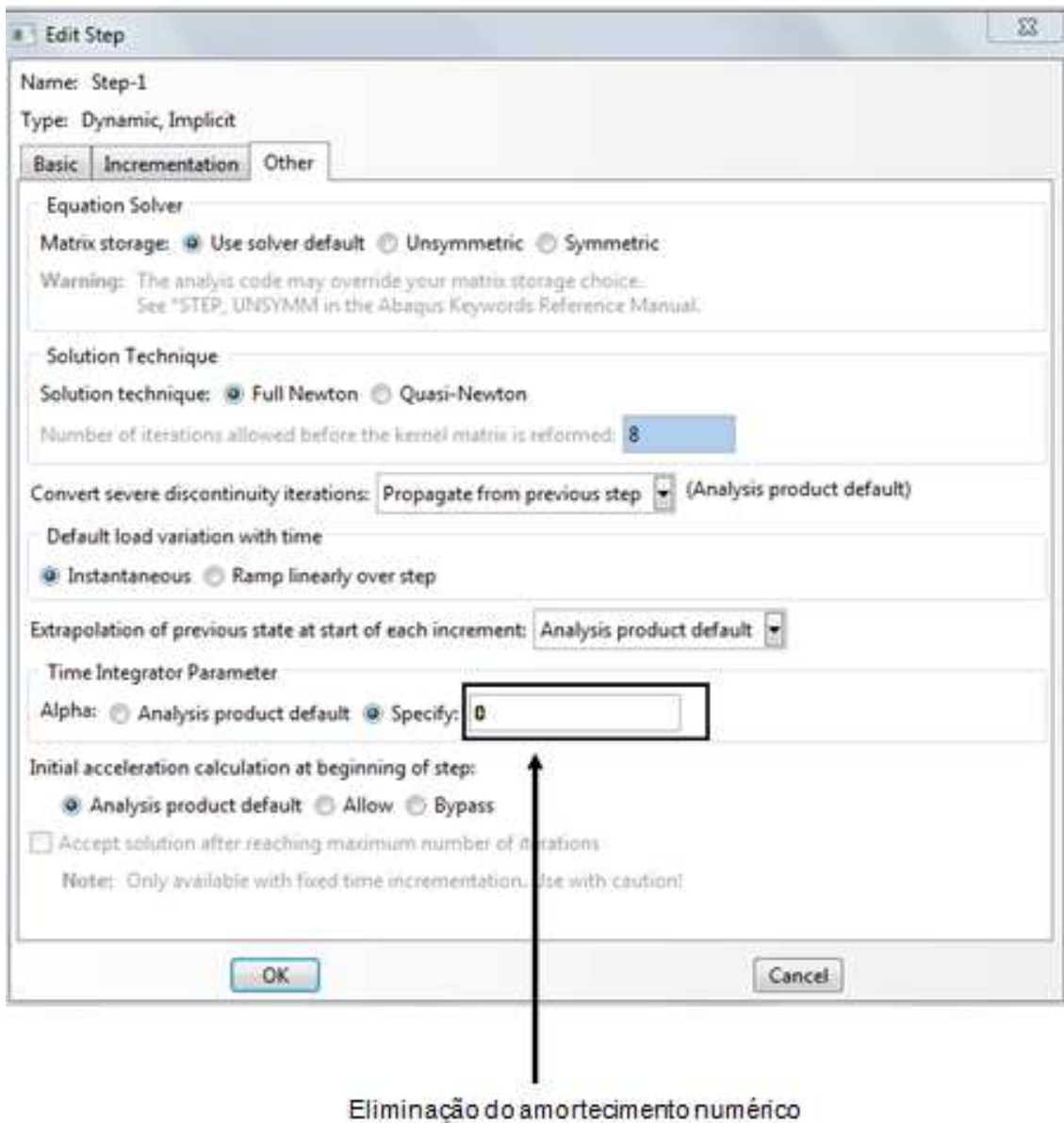


FIGURA 4.4.2 – Exemplo de eliminação do amortecimento numérico em um procedimento de análise dinâmica implícita.

Fonte: Arquivo do autor.

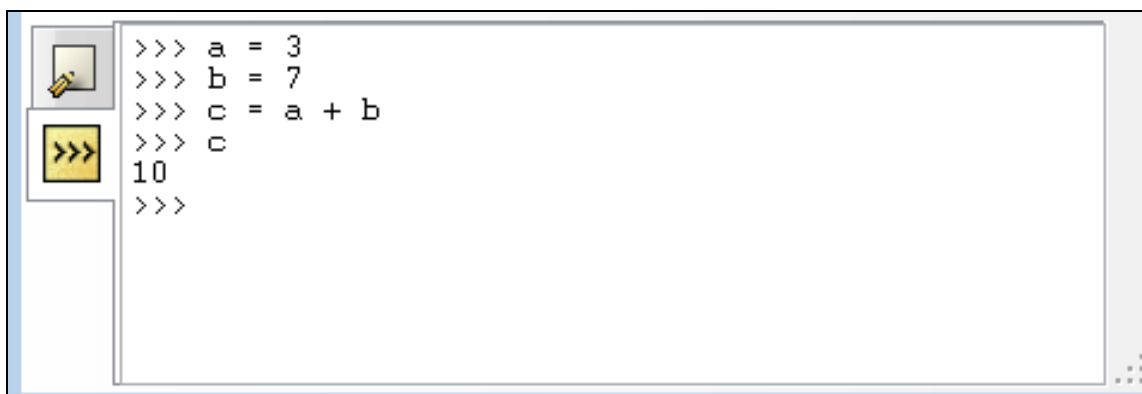
4.5 Abaqus Scripting

O Abaqus Scripting oferece a possibilidade do desenvolvimento de rotinas, por ser uma extensão da popular linguagem orientada a objetos *Python*. Em geral, todas as discussões sobre essa linguagem aplicam-se igualmente ao Abaqus Scripting.

Os arquivos que contêm os comandos em *Python*, no programa, são executados com a extensão “.py” e denominados *script*. Eles podem ser utilizados para desempenhar as seguintes tarefas:

- a) automatização de tarefas repetitivas, como, por exemplo, a sequência de análises estruturais via MEF que são executadas no algoritmo ESO a cada nova estrutura;
- b) realização de estudos paramétricos com criação e modificação do modelo, como, por exemplo, a atribuição de propriedades físicas distintas para uma fração do modelo estrutural, assim como ocorre no ESO; e
- c) acesso a um banco de dados de saída, como, por exemplo, a leitura dos resultados obtidos nos valores de tensão e deslocamentos para cada nó ou elemento, conforme é necessário para a implementação do ESO.

O interpretador *Python*, fornecido na interface de linha de comando Abaqus®/CAE, pode ser utilizado para execução de tarefas experimentais. A FIG. 4.5.1 mostra o interpretador do Abaqus Scripting no programa Abaqus®/CAE.



```
>>> a = 3
>>> b = 7
>>> c = a + b
>>> c
10
>>>
```

FIGURA 4.5.1 – Interpretador *Python* na interface de linha de comando do Abaqus®/CAE.

Fonte: Arquivo do autor.

4.6 Critérios para o Desenvolvimento do *Script*

Os principais critérios utilizados para o desenvolvimento da rotina implementada para a avaliação topológica são os mesmos descritos no capítulo anterior. A seguir, são descritos outros ajustes e conceitos utilizados para o desenvolvimento da rotina no Abaqus[®].

4.6.1 Otimização em Análises Estáticas e Dinâmicas

O *software* Abaqus[®] fornece um ferramenta que possibilita a identificação das tensões de von Mises tanto para análises dinâmicas quanto para análises estáticas. Para essas últimas, por serem independentes do tempo, o critério de remoção utilizado no método ESO é, essencialmente, o apresentado na Inequação 3.3.1. A mesma inequação também é estendida para otimização no domínio do tempo; no entanto, o elemento considerado ineficiente, neste trabalho, é aquele que apresenta menor tensão equivalente de von Mises ao longo de uma envoltória de valores máximos durante todo o tempo em análise.

Em análises estáticas, o fluxograma do *script* programado é o mesmo mostrado na FIG. 3.3.1. A FIG. 4.6.1 apresenta o fluxograma da rotina desenvolvida para otimização topológica em análises dinâmicas no domínio do tempo.

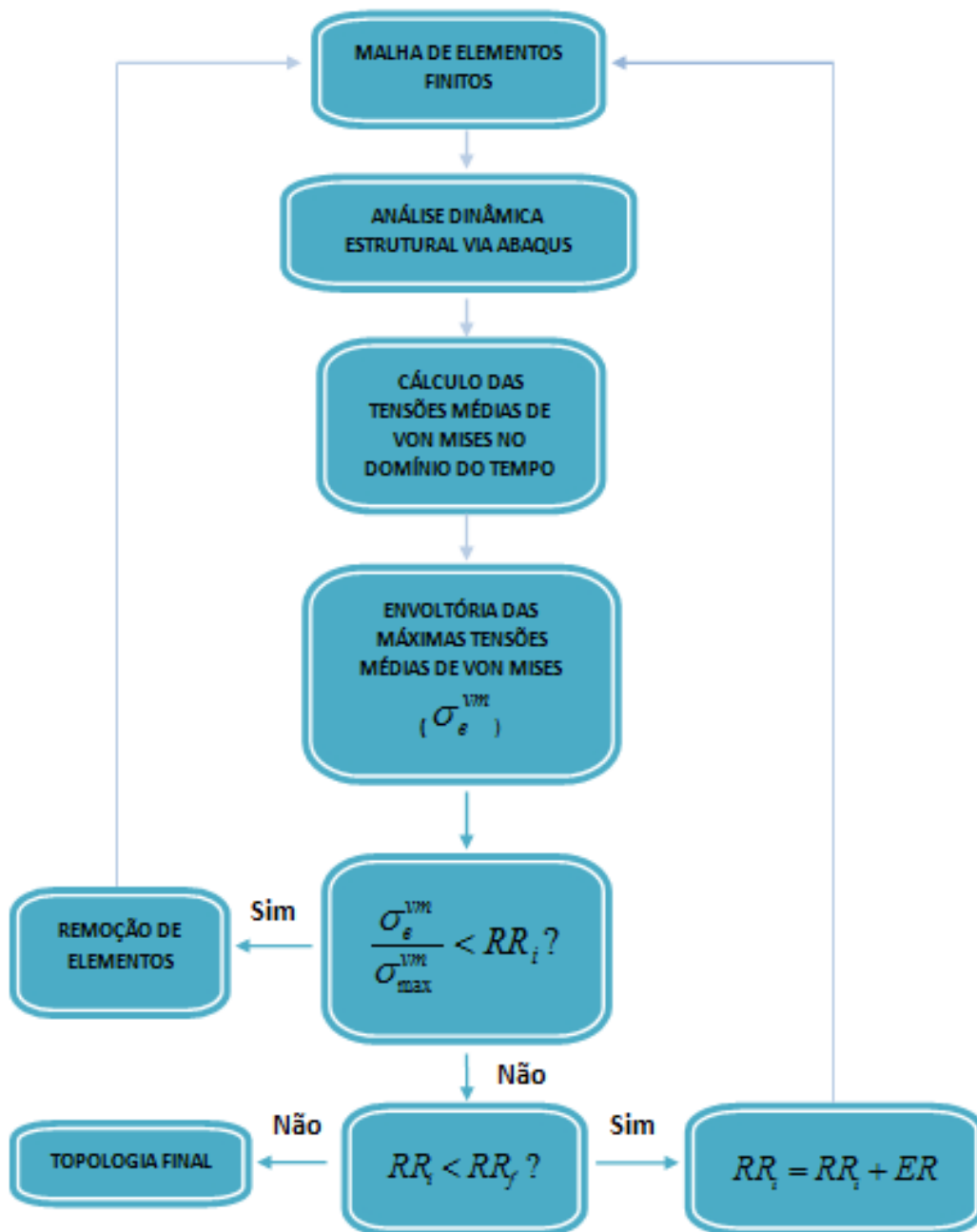


FIGURA 4.6.1 – Algoritmo ESO implementado para otimização topológica no domínio do tempo.

Fonte: Arquivo do autor.

4.6.2 Otimização Dinâmica Envolvendo Frequência Natural

Os critérios utilizados para a otimização dos modos de uma estrutura são os mesmos utilizados para a otimização estática. Para validação da aplicação desse critério, seja a equação do movimento de um sistema não amortecido discreto:

$$[M]\{\ddot{\eta}\} + [K]\{\eta\} = \{f\}\cos\Omega t \quad (4.6.1)$$

Utilizando-se superposição modal, a solução para o sistema pode ser expressa por:

$$\{\eta\} = \{\bar{u}\}\{y\}\cos\Omega t \quad (4.6.2)$$

Incluindo-se uma matriz com funções ponderadoras igual à matriz transposta dos modos de vibração na equação do movimento, obtém-se:

$$\left(\{\bar{u}\}^T [K] \{\bar{u}\} - \Omega^2 \{\bar{u}\}^T [M] \{\bar{u}\}\right)\{y\}\cos\Omega t = \{\bar{u}\}^T \{f\}\cos\Omega t \quad (4.6.3)$$

A solução desse novo sistema será:

$$\{y\}\cos\Omega t = \left(\{\bar{u}\}^T [K] \{\bar{u}\} - \Omega^2 \{\bar{u}\}^T [M] \{\bar{u}\}\right)^{-1} \{\bar{u}\}^T \{f\}\cos\Omega t \quad (4.6.4)$$

Logo:

$$\{\eta\} = \{\bar{u}\}\{y\}\cos\Omega t = \{\bar{u}\}\left(\{\bar{u}\}^T [K] \{\bar{u}\} - \Omega^2 \{\bar{u}\}^T [M] \{\bar{u}\}\right)^{-1} \{\bar{u}\}^T \{f\}\cos\Omega t \quad (4.6.5)$$

alternativamente:

$$\{\eta\} = [\bar{K}]^{-1}\{\bar{f}\} \rightarrow [\bar{K}]\{\eta\} = \{\bar{f}\} \quad (4.6.6)$$

em que $[\bar{K}]^{-1} = \{\bar{u}\} \left(\{\bar{u}'\}^T [K] \{\bar{u}\} - \Omega^2 \{\bar{u}\}^T [M] \{\bar{u}\} \right)^{-1} \{\bar{u}\}^T$, é a inversa da nova matriz de rigidez equivalente e $\{\bar{f}\} = \{f\} \cos \Omega t$, é o vetor de forças no domínio do tempo ou um vetor de forças normalizado segundo um modo de vibração.

Essas equações correlacionam deslocamentos e tensões, validando a adoção dos critérios de remoção em nível de tensões para casos de otimização de modos, sem a necessidade do acesso direto a matrizes de rigidez e massa, conforme o item 3.5.

O fluxograma que demonstra a rotina desenvolvida é mostrado na FIG. 4.6.2.

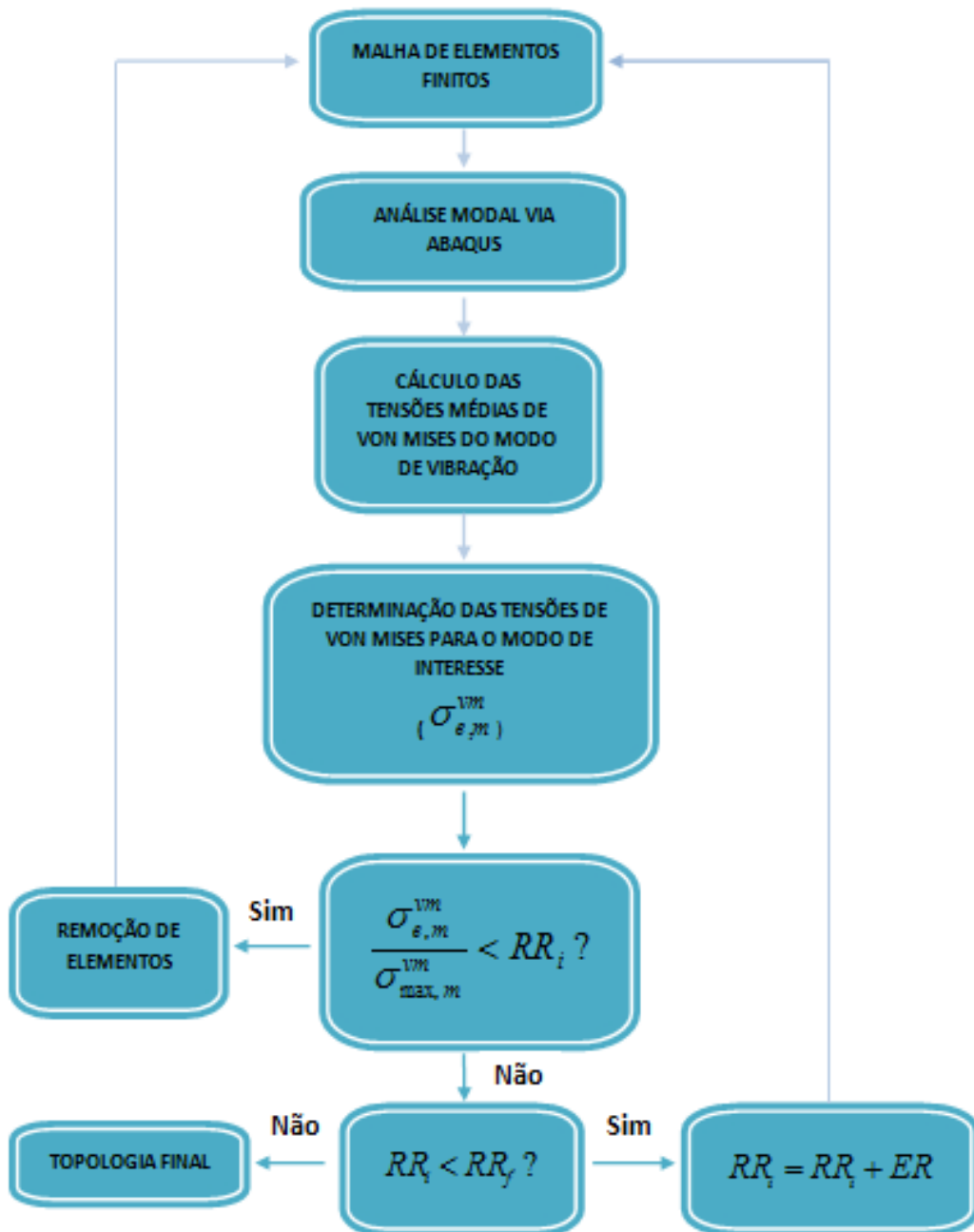


FIGURA 4.6.2 – Algoritmo ESO implementado para otimização de uma frequência natural qualquer.

Fonte: Arquivo do autor.

4.6.3 Otimização Dinâmica Envolvendo o Intervalo entre Duas Frequências

Na aplicação do item 4.6.2, é possível alcançar um valor ótimo para uma determinada frequência natural de interesse, sem se preocupar com as demais frequências naturais da

estrutura. Na prática de engenharia, porém, há situações em que é necessário avaliar mais de uma frequência natural.

Com a rotina desenvolvida, é possível otimizar o intervalo entre 2 (duas) frequências naturais da estrutura, baseando-se no artigo de Xie e Steven (1996). Esses autores do artigo sugerem que, para se alcançar esse objetivo, é necessário remover os elementos que apresentam números de sensibilidade mais elevados, sendo o número de sensibilidade, para esse caso, dado pela equação a seguir:

$$\alpha_{e,m-n} = \Delta(\bar{\omega}_m^2 - \bar{\omega}_n^2) = \alpha_{e,m} - \alpha_{e,n}, \text{ sendo } n > m \quad (4.6.7)$$

Para a aplicação desse recurso no *software* Abaqus®, aplica-se o método ESO em nível de tensões. Dessa maneira, os elementos ineficientes, para esse procedimento são os que apresentarem menor diferença de tensões entre os modos de interesse; ou seja:

$$\frac{\sigma_{e,m-n}^{vm}}{\sigma_{MAX,m-n}^{vm}} < RR_i \quad (4.6.8)$$

sendo $\sigma_{e,m-n}^{vm} = \left| \Delta(\sigma_{e,n}^{vm} - \sigma_{e,m}^{vm}) \right|$, e $n > m$.

O fluxograma que representa a rotina desenvolvida é mostrada na FIG. 4.6.3.

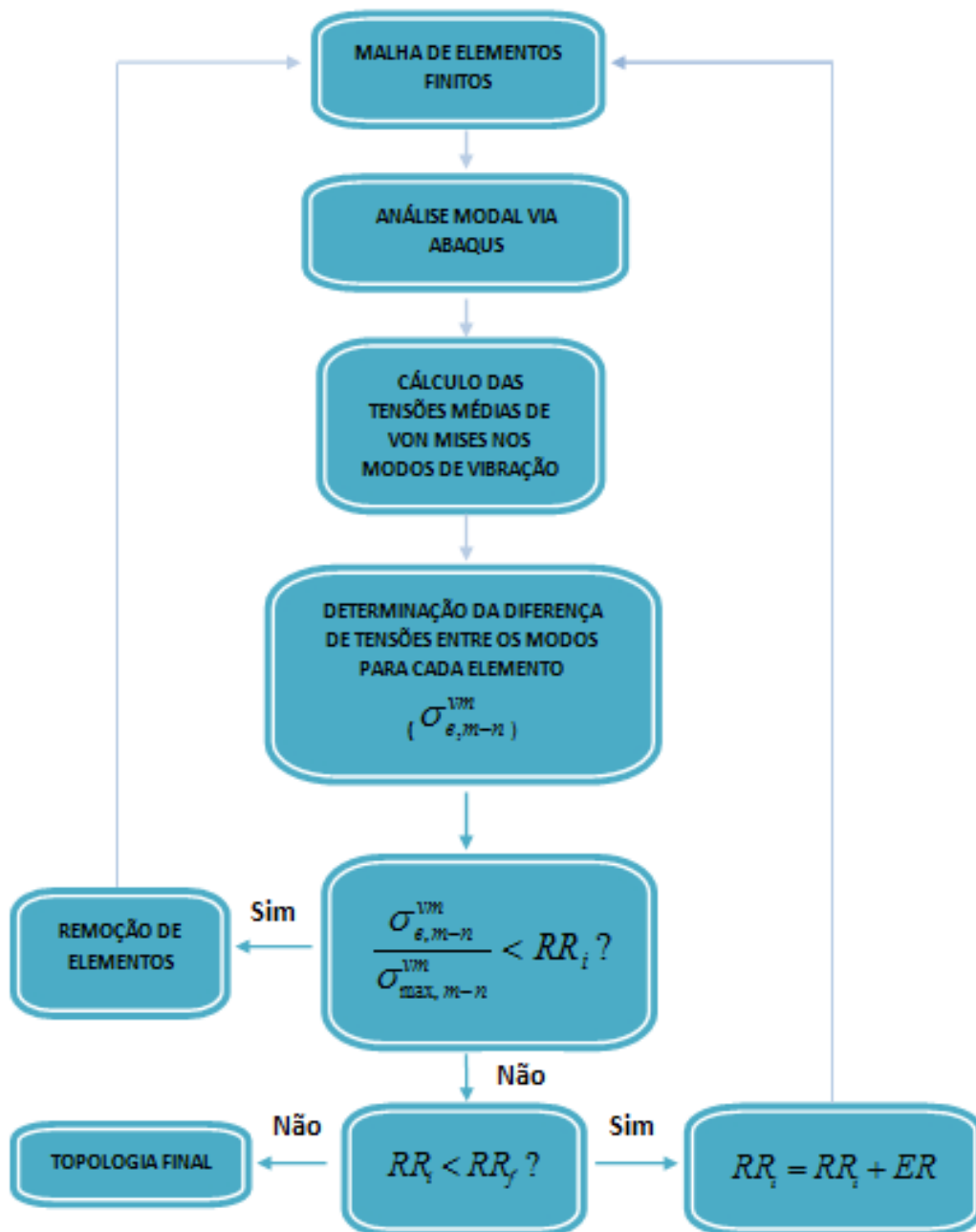


FIGURA 4.6.3 – Algoritmo ESO implementado para otimização modal com aumento do intervalo entre duas frequências naturais.

Fonte: Arquivo do autor.

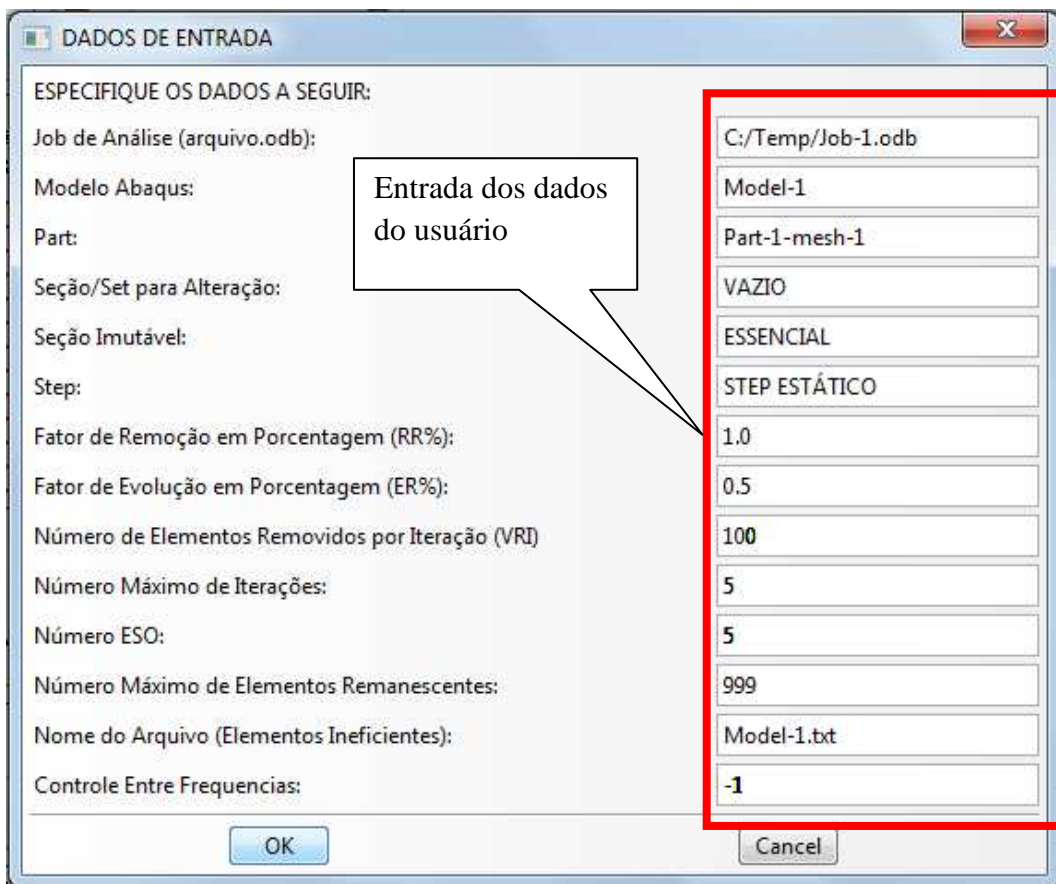
4.6.4 Dados de Entrada Solicitados pelo Script

Depois da análise estrutural feita pelo programa Abaqus®, é possível realizar a análise topológica, via ESO, pelo algoritmo implementado. Uma janela iterativa foi desenvolvida para o armazenamento dos dados de entrada para a análise, conforme pode

ser visualizado na FIG. 4.6.4. Basicamente, as informações necessárias para a execução do algoritmo são indicações de nomes do modelo, seção, etapas, etc.. Além disso, são requisitados os parâmetros numéricos para a otimização, como a razão de remoção e evolução, de uma maneira bastante intuitiva. Uma variável de controle também é solicitada, à qual podem ser atribuídos os seguintes valores numéricos:

- a) valor igual a 0 (zero): otimização topológica, em problemas dinâmicos no domínio do tempo;
- b) valor igual a 1 (um) : otimização topológica, em modos de vibração com a definição da frequência que se deseja avaliar;
- c) valor igual a 2 (dois): otimização topológica, em modos de vibração com o afastamento entre 2 (duas) frequências naturais; e
- d) demais valores: otimização topológica em problemas estáticos.

Um tutorial para utilização do *script* é apresentado, em detalhes, no APÊNDICE A.

FIGURA 4.6.4 – Dados de entrada solicitados pelo *script*.

Fonte: Arquivo do autor.

4.6.5 Remoção dos Elementos

Neste trabalho, a remoção dos elementos do sistema não ocorre com a retirada literal dos mesmos. Na verdade, a exemplo da metodologia adotada em Simonetti (2009), para se evitar a necessidade de remalhamento, ao ser identificada uma região ineficiente, as propriedades mecânicas dessa região são alteradas para uma seção ou para um material com características estruturais desprezíveis, quando comparadas com as suas propriedades mecânicas iniciais.

O *script* desenvolvido requer que o próprio usuário defina essa característica física que represente a desativação estrutural desses componentes do domínio. Dentre algumas formas representativas para essa estratégia, citam-se baixos módulos de elasticidade e densidade do material e seção transversal de espessura relativamente baixa.

5

AVALIAÇÕES NUMÉRICAS

5.1 Introdução

O objetivo principal desse capítulo é apresentar alguns recursos do *script* desenvolvido e algumas aplicações do método ESO para solução de problemas estáticos e dinâmicos. Algumas topologias encontradas são comparadas com resultados fornecidos pela literatura, como forma de validação do algoritmo implementado. Outros exemplos, não encontrados na bibliografia, também são solucionados como forma de consulta para trabalhos futuros.

5.2 Análise em Problemas Estáticos

5.2.1 Caso E1 – Otimização de Uma Chapa em Balanço

Este caso de estudo tem por objetivo a resolução de um exemplo clássico de otimização topológica estrutural para uma chapa em balanço sujeita a uma ação estática. Diversos autores alcançaram uma solução para esse problema com resultados se aproximando muito para algumas das geometrias indicadas na FIG.3.8.1.

No trabalho de Kim *et al.* (2002), no entanto, todo o esforço foi feito para se alcançar uma geometria única que fosse independente da densidade da malha de elementos finitos. Nesse cenário, a estrutura modelada, para este estudo com uma malha mais densa, será otimizada, com a finalidade de se apresentar a capacidade do algoritmo em eliminar problemas relacionados à dependência de malha.

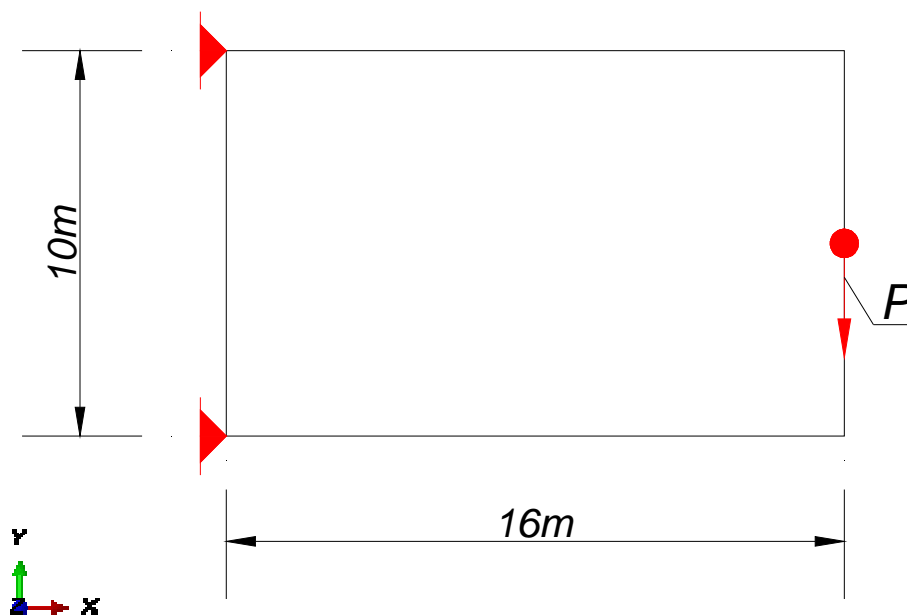


FIGURA 5.2.1 – Geometria inicial e condições de contorno para a chapa do Caso E1.

Fonte: Arquivo do autor.

Para a resolução desse caso, considera-se um domínio inicial de projeto constituído por uma chapa de dimensões 16,00m x 10m e espessura de 1,00m, solicitada por uma ação $P = 0,10\text{kN}$ e vinculada conforme a FIG. 5.2.1. As propriedades do material são módulo de elasticidade igual a 210GPa e coeficiente de Poisson igual a 0,30. A estrutura será otimizada para um volume de aproximadamente 50% do volume original.

A malha de elementos finitos foi modelada com elementos do tipo M3D4 do Abaqus[®] com 7840 (sete mil, oitocentos e quarenta) elementos e 8023 (oito mil e vinte e três) nós, conforme mostrado na FIG. 5.2.2.

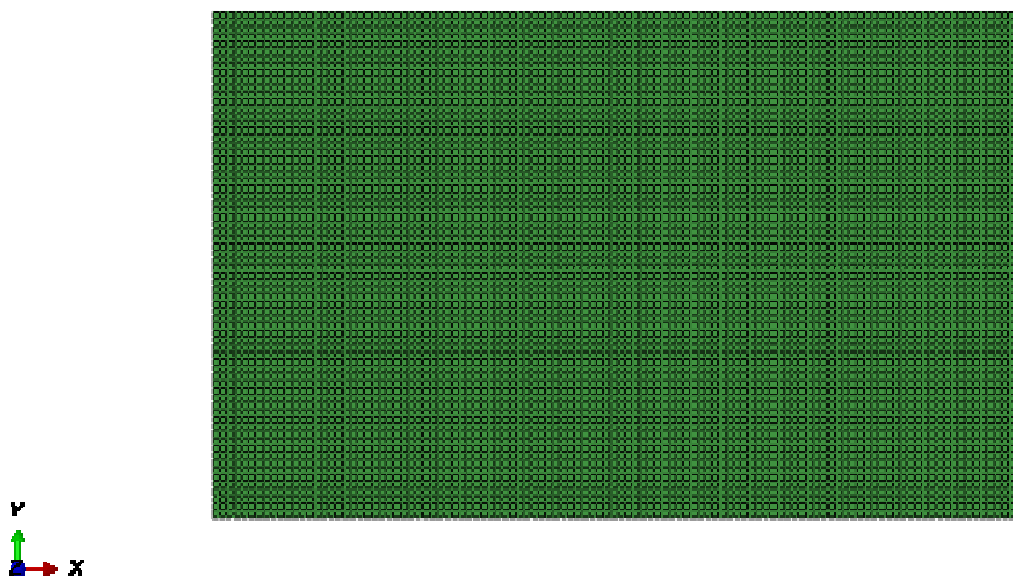


FIGURA 5.2.2 – Malha de elementos finitos para a chapa do Caso E1
Fonte: Arquivo do autor.

Os parâmetros utilizados para a otimização foram: $RR_0 = 1,0\%$ e $ER = 0,5\%$, com o máximo de 3 (três) furos para o domínio de projeto durante o processo evolutivo. A FIG. 5.2.3 apresenta a topologia ótima obtida na análise do problema, via ESO, para um volume final igual a aproximadamente 50% do volume inicial, encontrada pela rotina desenvolvida.

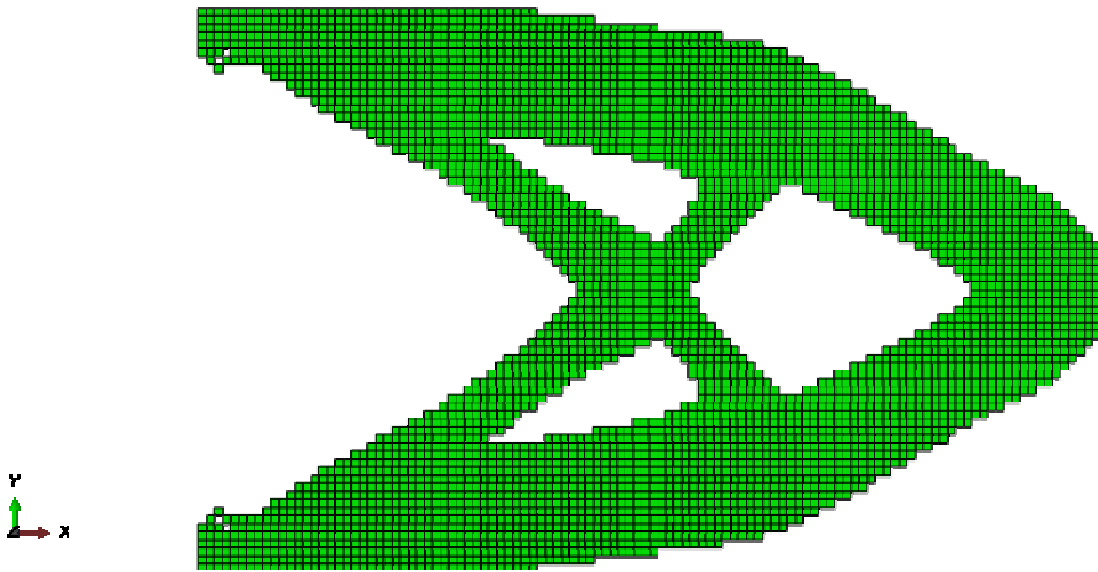


FIGURA 5.2.3 – Topologia ótima obtida para um volume final igual a 50% do volume inicial para a chapa do Caso E1.
 Fonte: Arquivo do autor.

Os GRAF. 5.2.4 e 5.2.5 resumem o processo evolutivo para o parâmetro de otimização RR_i e a razão entre os volumes na iteração correspondente e o volume inicial.

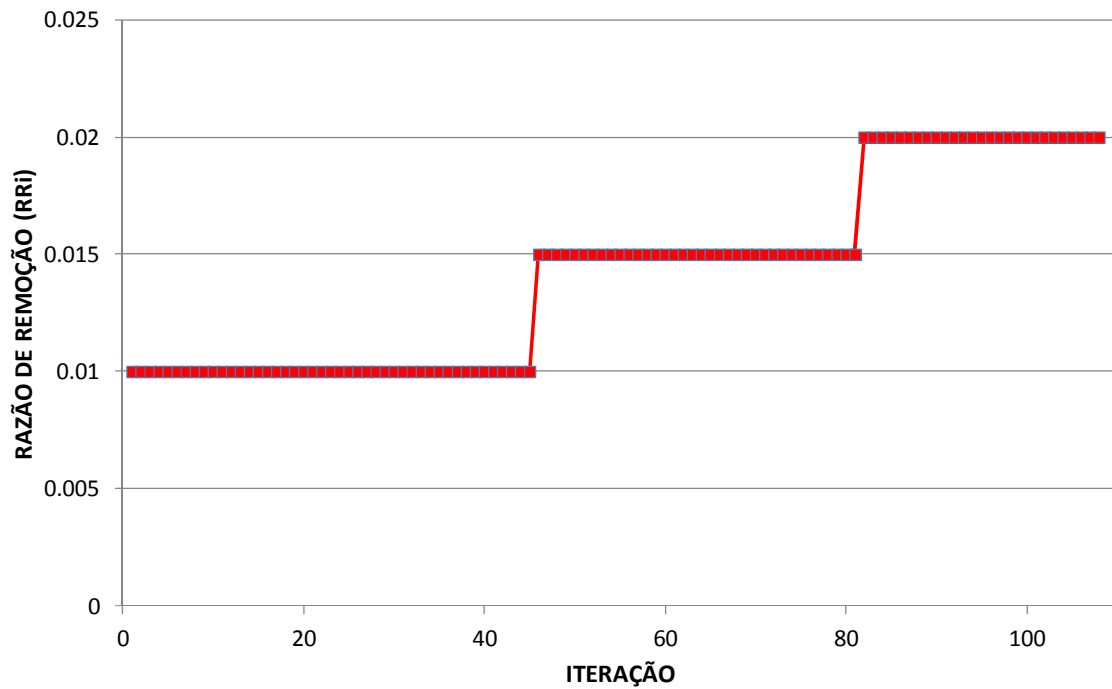


GRÁFICO 5.2.4 – Razão de remoção no processo evolutivo do Caso E1.
 Fonte: Arquivo do autor.

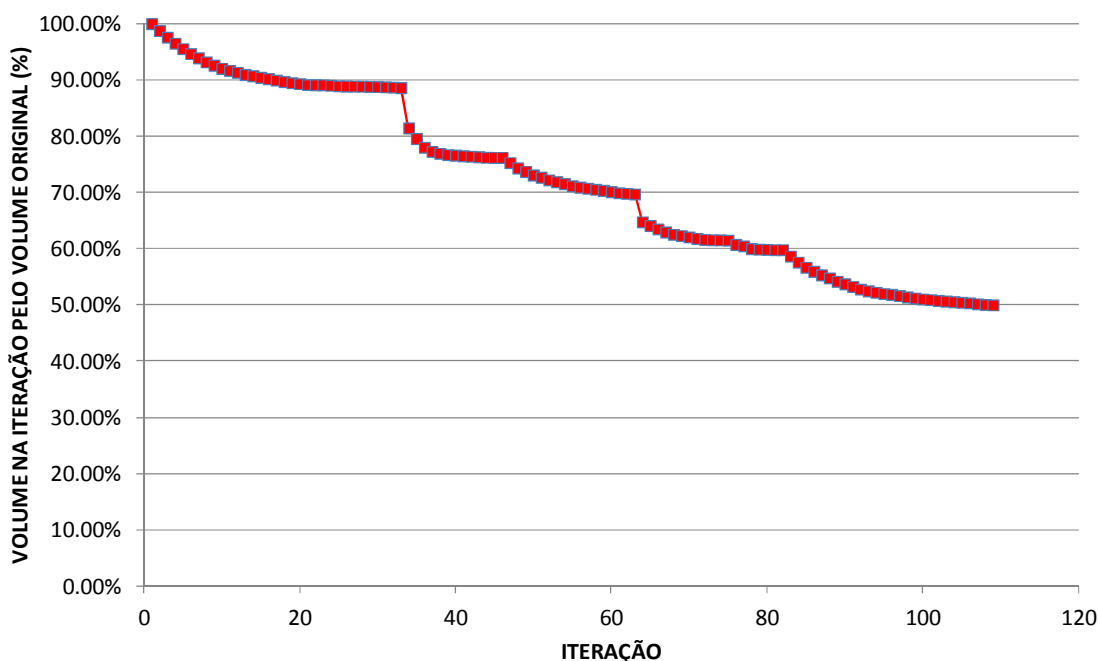


GRÁFICO 5.2.5 – Razão entre o volume da estrutura na iteração correspondente e volume inicial para o Caso E1.

Fonte: Arquivo do autor.

Com base nos resultados encontrados, é possível concluir que:

- a) o algoritmo implementado é capaz de solucionar problemas relacionados a dependência de malha; e que
- b) a topologia encontrada para a estrutura é semelhante a topologia sugerida em Kim *et al.* (2002), conforme se verifica na FIG. 3.8.1(d).

5.2.2 Caso E2 – Otimização de Um Pilar sob Solicitações Múltiplas

Este caso foi objeto de estudo de Simonetti (2009), que comparou os resultados obtidos na otimização estrutural topológica, por meio do método SESO, com um modelo de biela tirante para concreto armado.

Para a resolução deste problema, considera-se um domínio inicial de projeto constituído por um pilar com as dimensões, vínculos e solicitações indicadas na FIG. 5.2.6. As propriedades do material são: módulo de elasticidade igual a 28,6GPa e coeficiente de Poisson igual a 0,15. A estrutura será otimizada para um volume final de aproximadamente 40% do volume original e o valor de cada ação P adotado será igual a 2750kN.

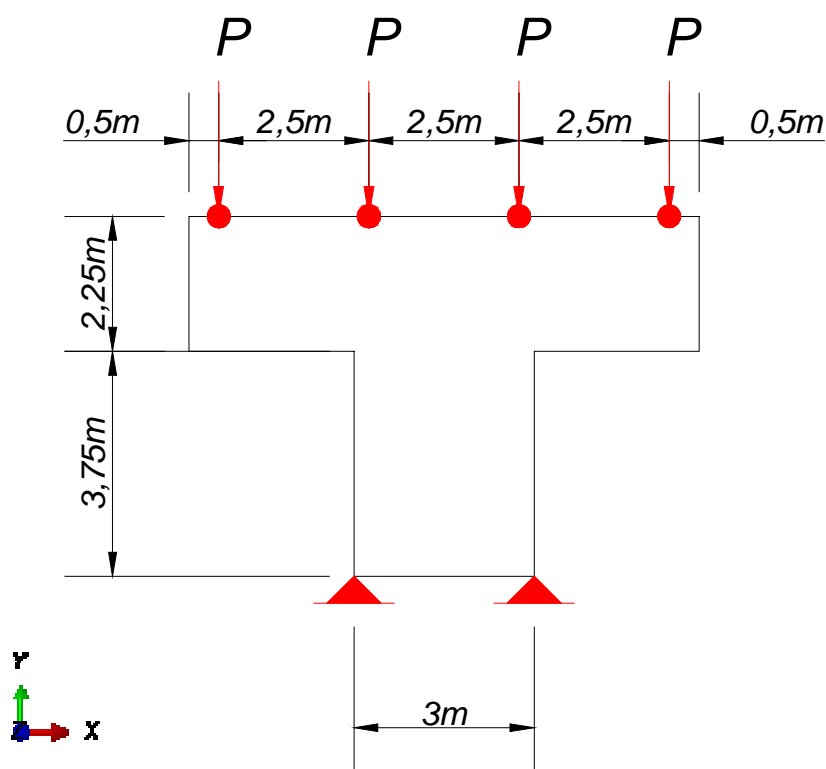


FIGURA 5.2.6 – Geometria inicial e condições de contorno para o pilar do Caso E2.

Fonte: Arquivo do autor.

A malha de elementos finitos foi modelada com elementos do tipo M3D4 do Abaqus® com 3065 (três mil e sessenta e cinco) elementos e 3211 (três mil, duzentos e onze) nós, conforme mostrado na FIG. 5.2.7.

Os parâmetros utilizados para a otimização foram: $RR_0 = 4,0\%$ e $ER = 1,0\%$, com o máximo de 4 (quatro) furos para o domínio de projeto durante o processo evolutivo. A

FIG. 5.2.8 apresenta a topologia ótima obtida na análise do problema, via ESO, para 40% do volume inicial, encontrada pela rotina desenvolvida.

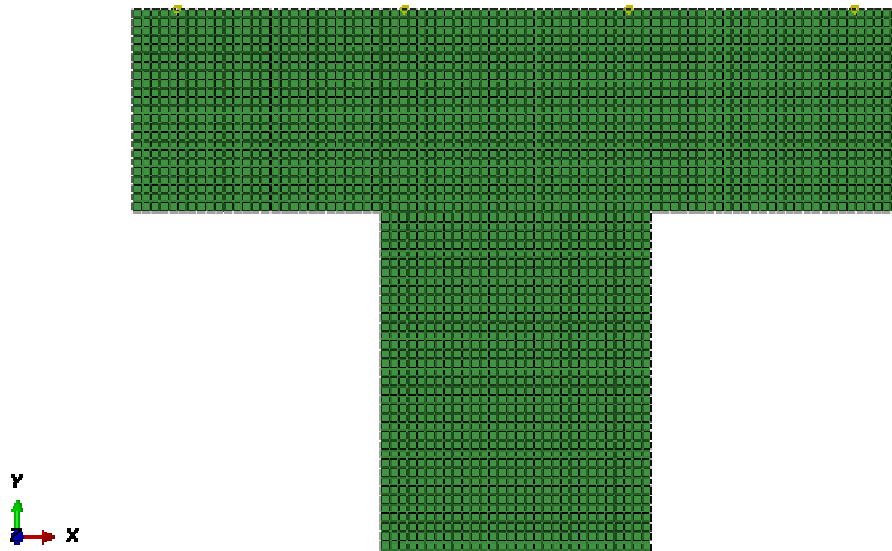


FIGURA 5.2.7 – Malha de elementos finitos para o pilar do Caso E2.
 Fonte: Arquivo do autor.

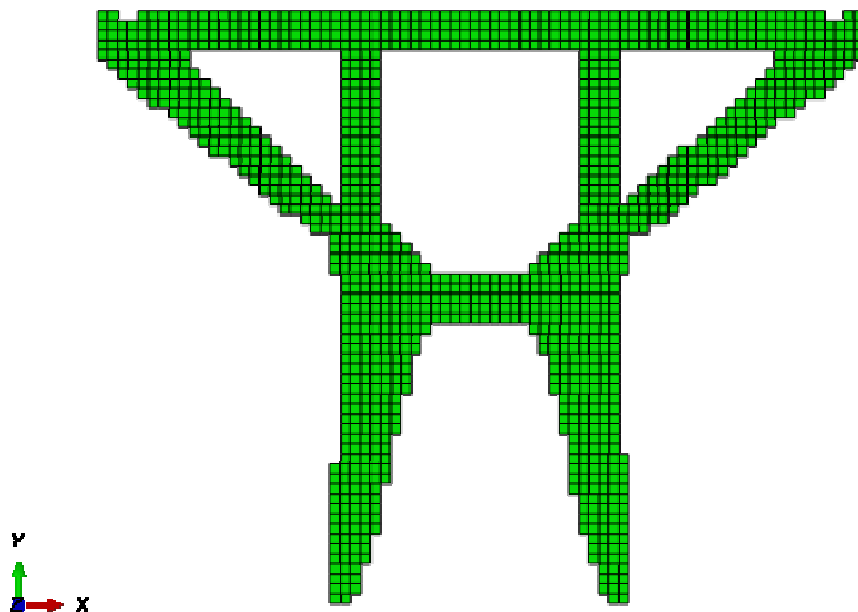


FIGURA 5.2.8 – Topologia ótima obtida para um volume final igual a 40% do volume inicial para o pilar do Caso E2.
 Fonte: Arquivo do autor.

A solução encontrada em Simonetti (2009), utilizando uma malha triangular fina com 12040 (doze mil e quarenta) elementos, por meio do método SESO, é ilustrada na FIG. 5.2.9, para efeito de comparação com o resultado encontrado pela rotina elaborada neste trabalho. O volume final obtido em Simonetti (2009) foi de aproximadamente 38% do volume inicial.



FIGURA 5.2.9 – Topologia ótima obtida para um volume final igual a 38% do volume inicial para o Caso E2 em Simonetti.

Fonte: SIMONETTI, 2009, p. 132.

Os GRAF. 5.2.10 e 5.2.11 resumem o processo evolutivo para o parâmetro de otimização RR_i e a razão entre os volumes na iteração correspondente e inicial.

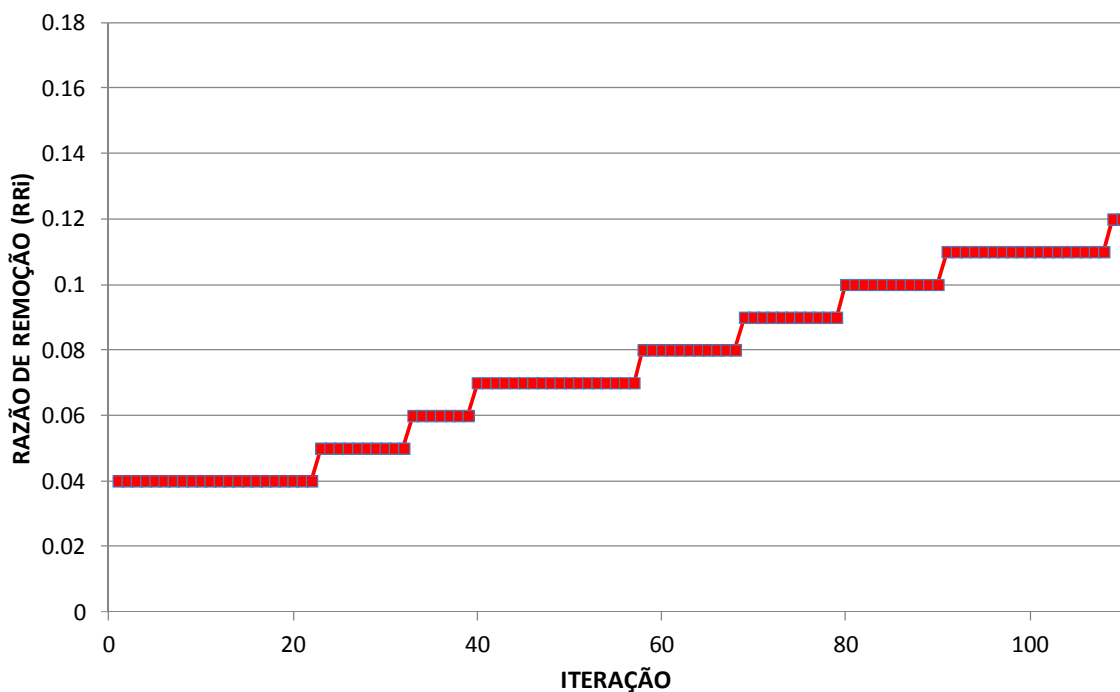


GRÁFICO 5.2.10 – Razão de remoção no processo evolutivo do Caso E2.
 Fonte: Arquivo do autor.

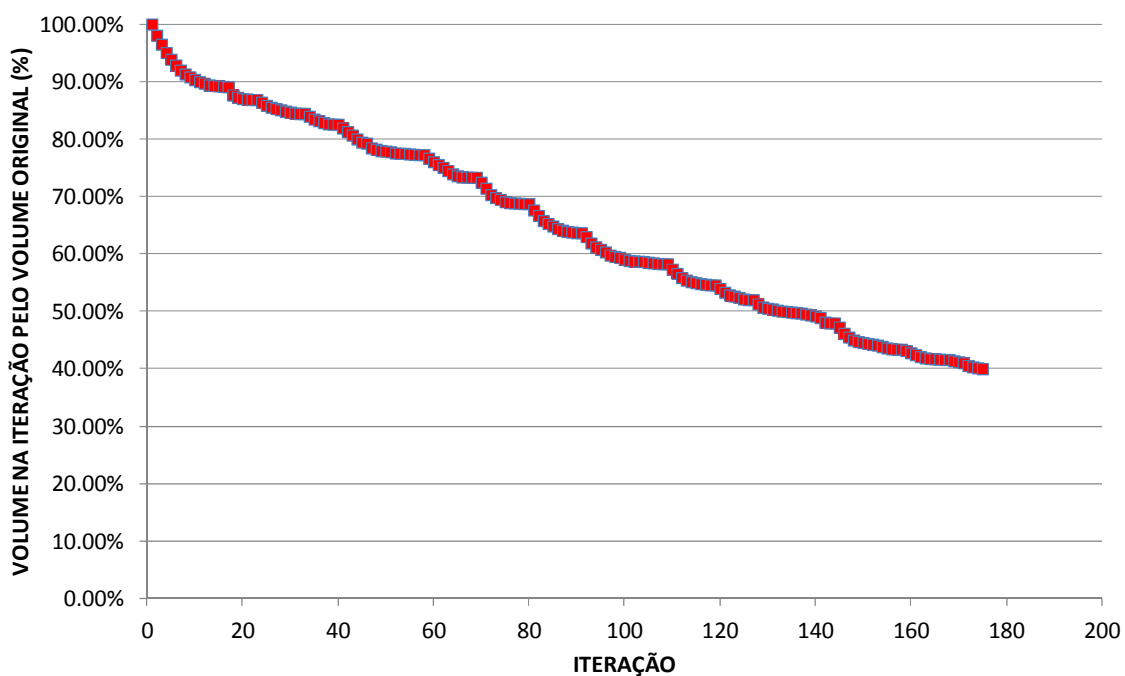


GRÁFICO 5.2.11 – Razão entre o volume da estrutura na iteração correspondente e volume inicial para o Caso E2.
 Fonte: Arquivo do autor.

Com base nos resultados encontrados, é possível concluir que:

- a) o algoritmo implementado é capaz de solucionar problemas relacionados a solicitações externas múltiplas; e que
- b) a topologia final encontrada para a estrutura é semelhante à topologia alcançada por Simonetti (2009).

5.2.3 Caso E3 – Otimização de Uma Estrutura Tridimensional em Balanço sob Regime Linear e Não-Linear

Neste exemplo, o método *Nibbling* ESO é aplicado a uma estrutura contínua tridimensional, modelada com 2000 elementos C3D8 do Abaqus® e 2541 (dois mil, quinhentos e quarenta e um) nós para um problema estático. A razão de remoção inicial RR_0 e a razão de evolução ER utilizadas são, respectivamente, 4% e 2%. O objetivo deste exemplo é alcançar uma topologia ótima da estrutura para um volume igual a 50% do volume original. Dois casos serão estudados, a saber: análises em regimes geometricamente linear e não-linear.

O módulo de elasticidade do material é igual a 210GPa e o coeficiente de Poisson igual a 0,30. A estrutura encontra-se em balanço, solicitada por uma ação $P = 13500\text{kN}$ aplicada no nó N. A FIG. 5.2.12 ilustra o problema com a geometria inicial da estrutura e o seu sistema de coordenadas em perspectiva. Uma seção transversal de referência “S”, escolhida aleatoriamente, distando 7,5cm do apoio, é definida, na mesma figura, para uma análise qualitativa de sua geometria resultante para os dois casos do estudo.

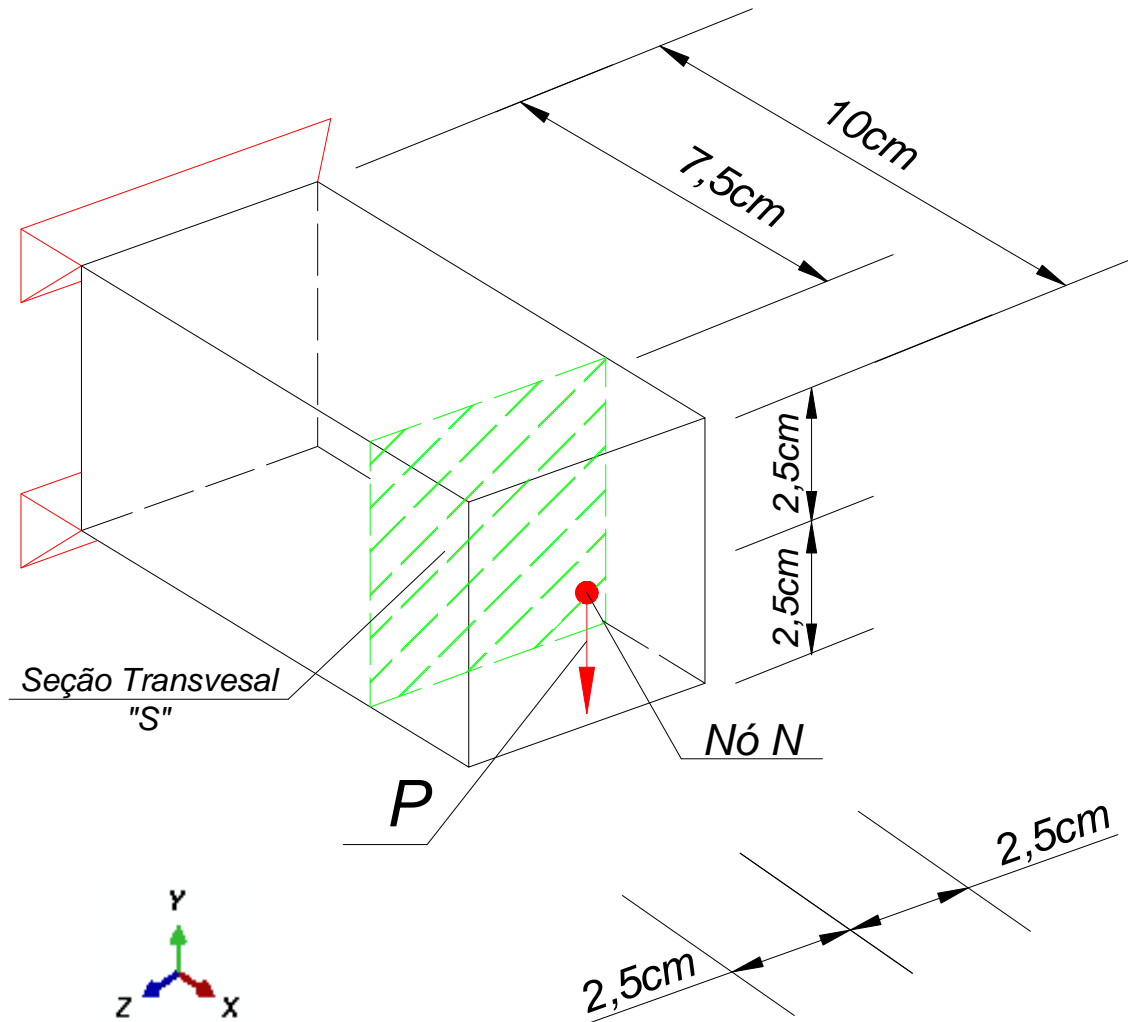


FIGURA 5.2.12 – Geometria inicial e condições de contorno para o exemplo do Caso E3.

Fonte: Arquivo do autor.

O modelo em elementos finitos correspondente à geometria descrita, com 100% do volume inicial, é também indicado na FIG. 5.2.13 em vista e em perspectiva.

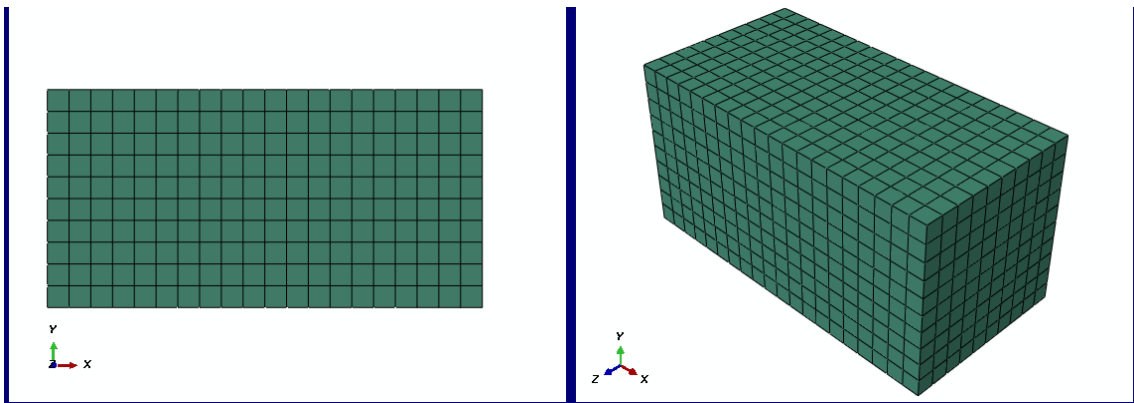
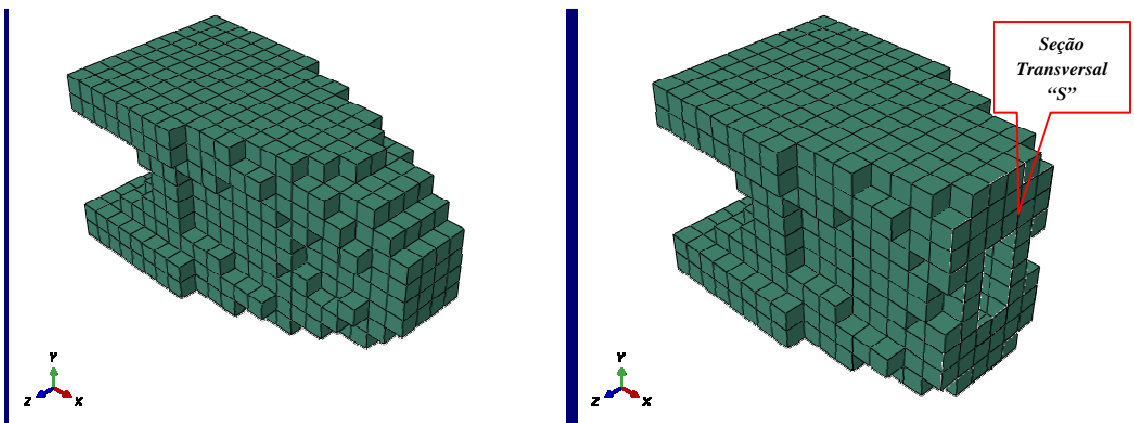
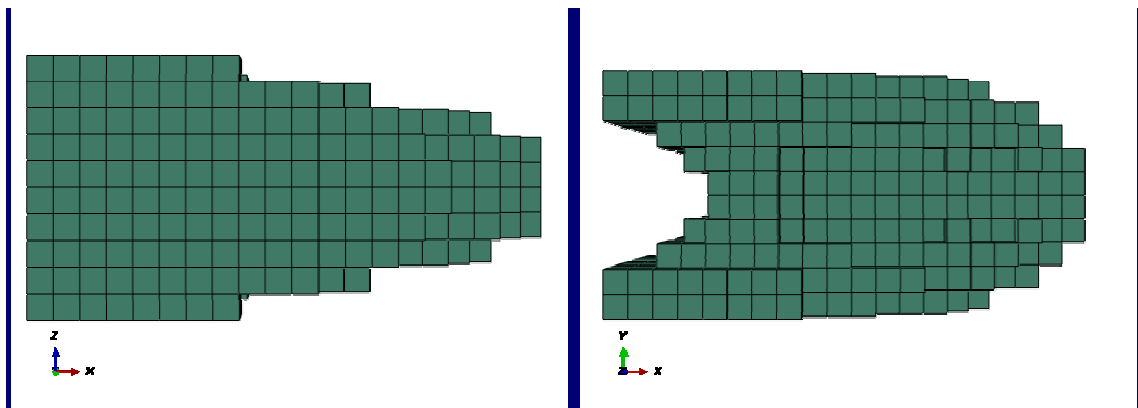


FIGURA 5.2.13 – Modelo em elementos finitos com a geometria inicial – Caso E3.
 Fonte: Arquivo do autor.

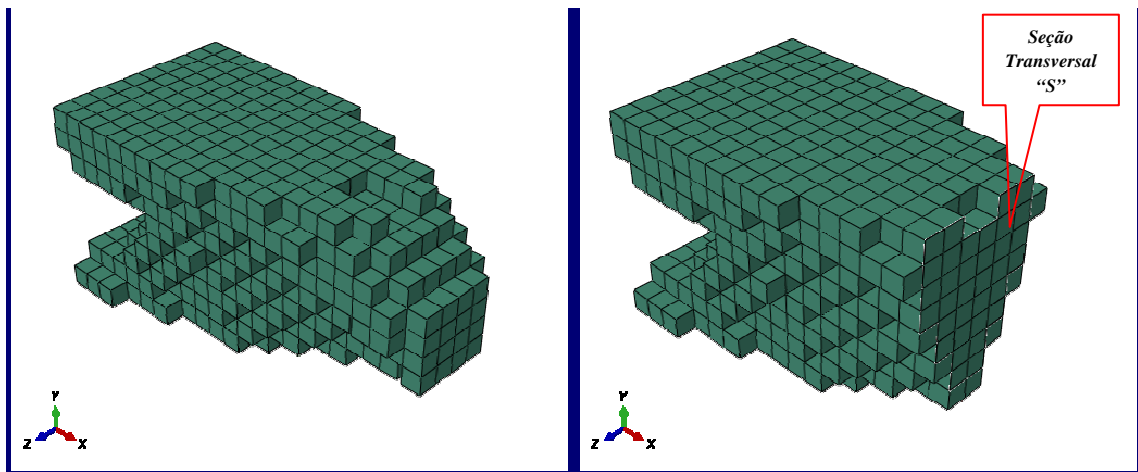
As FIG. 5.2.14(a) e 5.2.14(b) apresentam a geometria ótima alcançada para o caso geometricamente linear e, nas FIG. 5.2.14(c) e 5.2.14(d), é mostrada a topologia final para análise não-linear geométrica desse problema. Em sequência, para efeito de comparação, os GRAF. 5.2.15 a 5.2.17 mostram, respectivamente, o desenvolvimento dos deslocamentos no nó N, da razão de remoção RR_i e da razão entre os volumes na iteração correspondente e inicial.



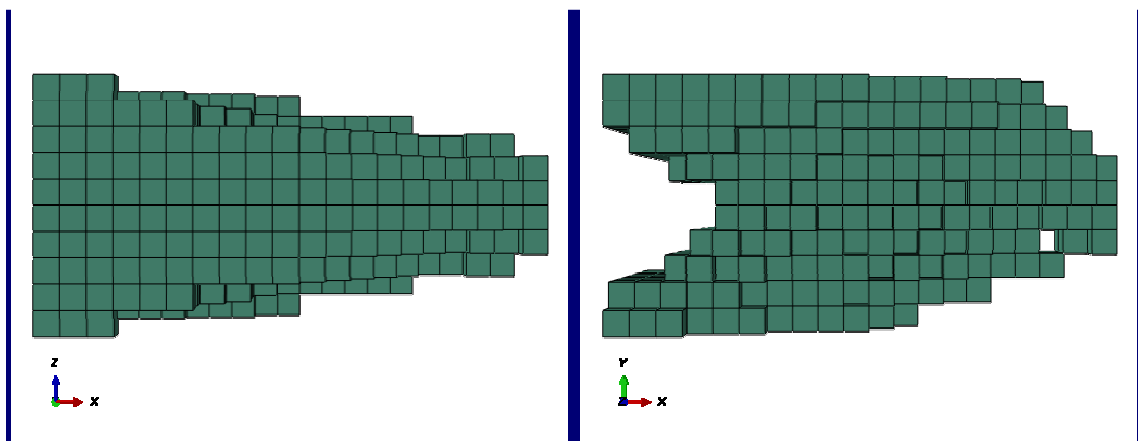
(a) Perspectivas para o modelo linear geométrico.



(b) Vistas nos planos “XZ” e “XY” para o modelo linear geométrico.



(c) Perspectivas para o modelo não-linear geométrico.



(d) Vistas nos planos “XZ” e “XY” para o modelo não-linear geométrico.

FIGURA 5.2.14 – Topologias finais para 50% do volume inicial alcançadas para o problema do Caso E3.

Fonte: Arquivo do autor.

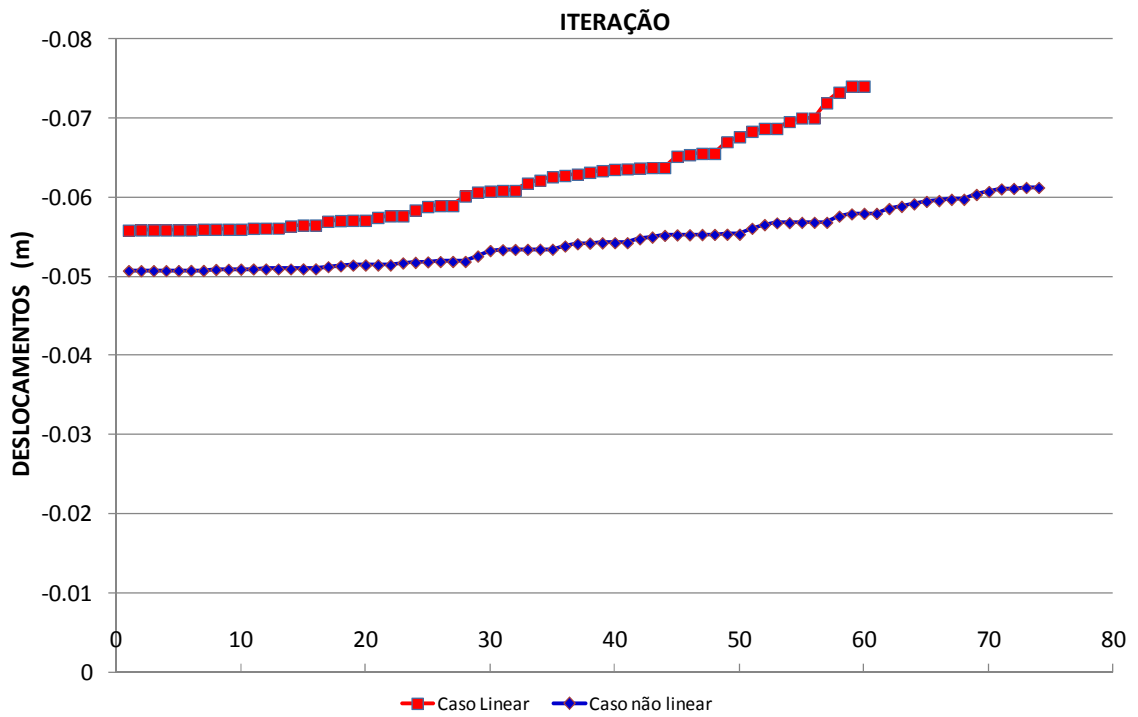


GRÁFICO 5.2.15 – Deslocamento do nó N, paralelo ao eixo “Y”, durante o processo evolutivo do Caso E3.
 Fonte: Arquivo do autor.

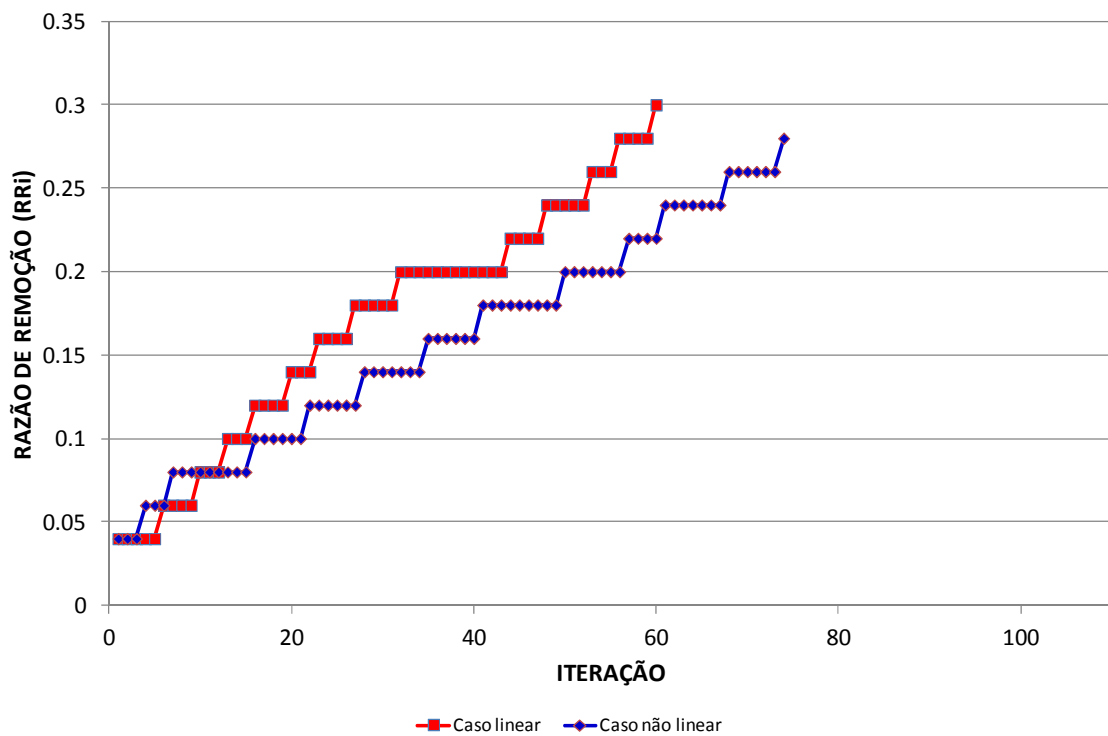


GRÁFICO 5.2.16 – Razão de remoção no processo evolutivo do Caso E3.
 Fonte: Arquivo do autor.

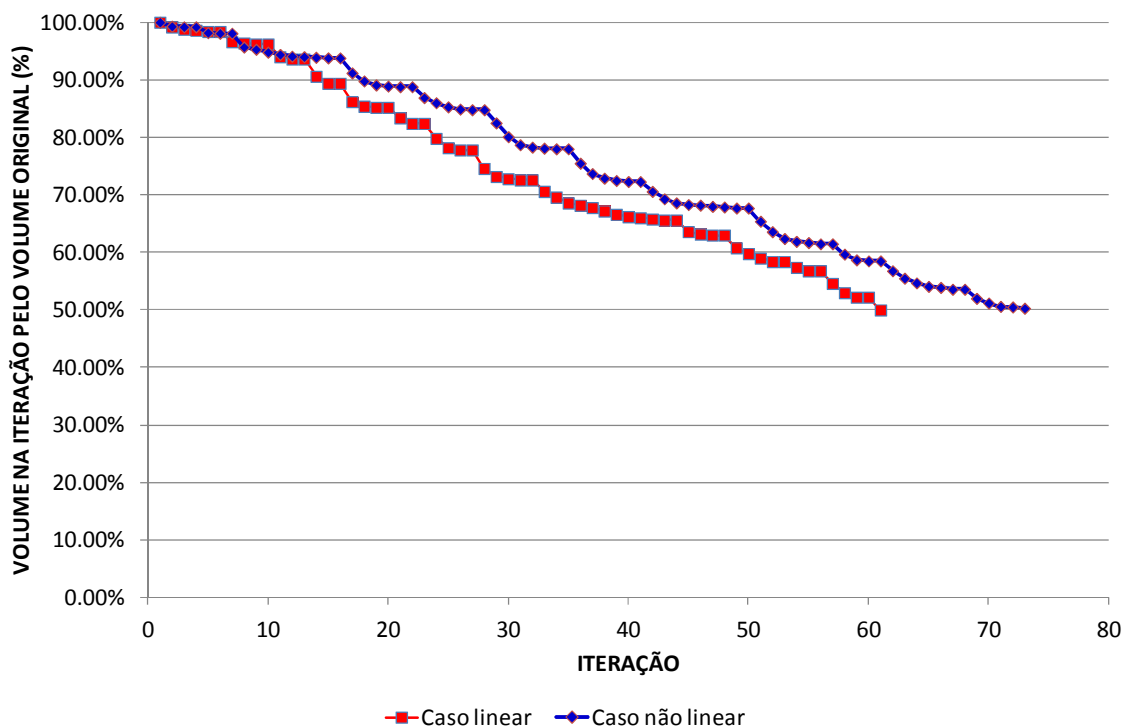


GRÁFICO 5.2.17 – Razão entre o volume da estrutura na iteração correspondente e volume inicial para o Caso E3.

Fonte: Arquivo do autor.

Diante dos resultados obtidos para esse estudo de caso, é possível concluir que:

- a) a estrutura, encontrada apenas com a utilização do algoritmo *Nibbling* ESO, apresenta seção transversal “S” vazada para a análise linear geométrica e seção transversal maciça para o estudo em regime não-linear geométrico;
- b) apesar de o processo de remoção ocorrer somente nas fronteiras do domínio de análise para ambos os casos, o algoritmo *Nibbling* ESO é capaz de proporcionar geometrias com seções transversais vazadas para um modelo 3D, conforme apresentado na seção transversal “S”, no caso de linearidade geométrica;
- c) ao final do processo evolucionário, para o modelo em regime linear geométrico, a geometria encontrada para qualquer seção transversal permanece simétrica em relação aos planos, paralelos aos planos “XZ” e “XY”, que interceptam o nó N;

- d) ao final do processo evolucionário, para o modelo em regime não-linear geométrico, a geometria encontrada para qualquer seção transversal permanece simétrica somente em relação ao plano que intercepta o nó N e é paralelo ao plano “XY”;
- e) a resposta em deslocamento no regime linear geométrico mantém-se maior do que a resposta em regime não-linear geométrico. Durante o processo evolucionário a diferença entre os regimes, associada aos deslocamentos do nó N, aumenta a cada iteração; e que
- f) o algoritmo desenvolvido é capaz de determinar topologias ótimas para modelos tridimensionais, tanto em análises geometricamente lineares quanto em não-lineares.

5.3 Análise em Problemas Dinâmicos

5.3.1 Caso D1 – Otimização da Primeira Frequência de Uma Chapa Retangular Simples

Este caso foi objeto de estudo no trabalho realizado por Xie e Steven (1996). A finalidade deste exemplo é a determinação de uma geometria ótima com a maximização da frequência fundamental de uma chapa de alumínio que será submetida a ações dinâmicas.

Considerando-se uma placa de alumínio com dimensões 0,15m x 0,10m e espessura de 0,01m fixada conforme a FIG. 5.3.1. As propriedades da placa são: módulo de elasticidade igual a 70GPa, coeficiente de Poisson igual a 0,30 e densidade igual a 2.700kg/m³.

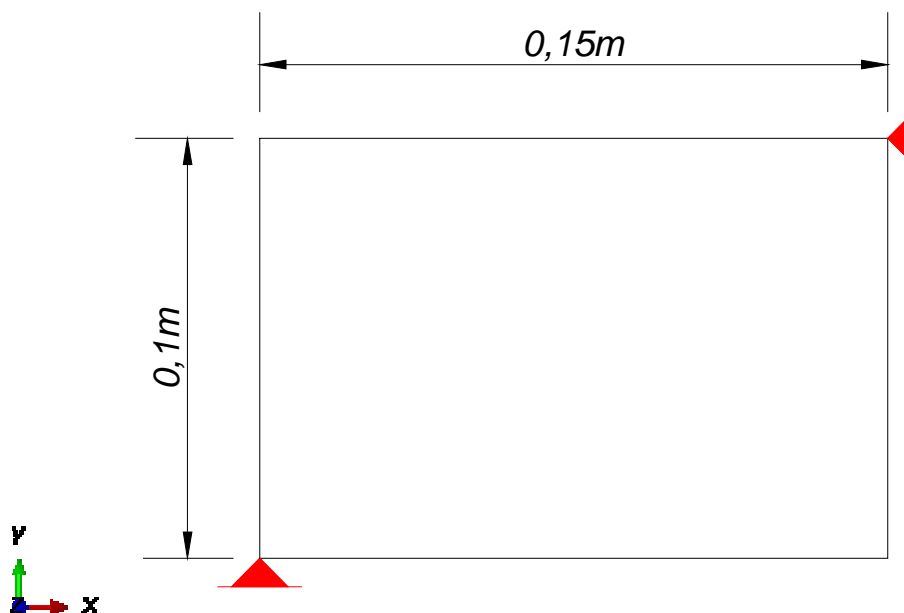
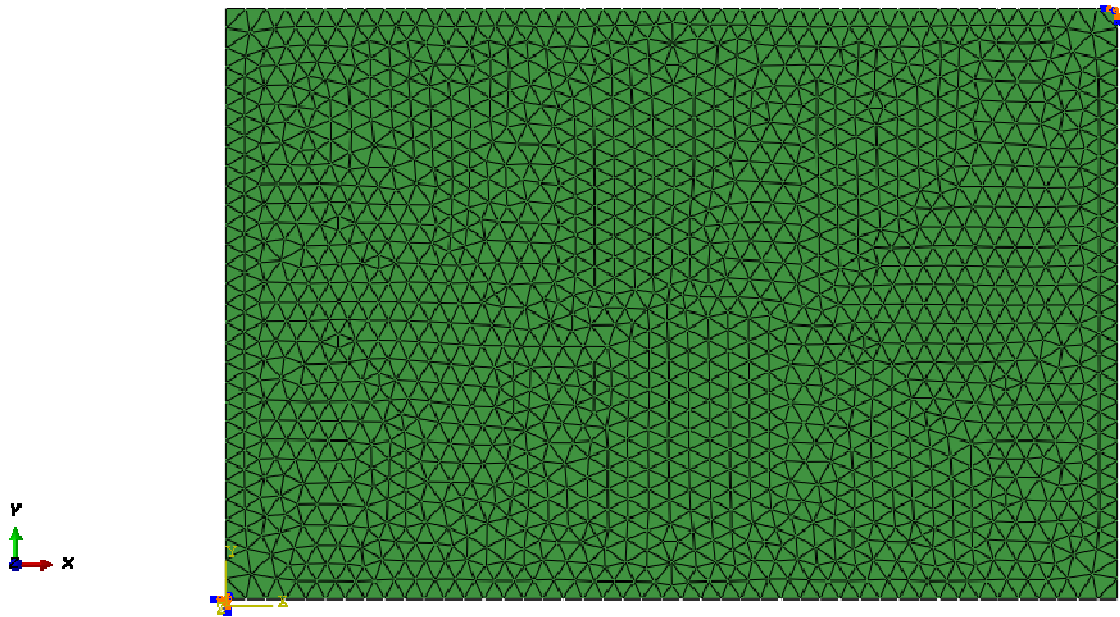


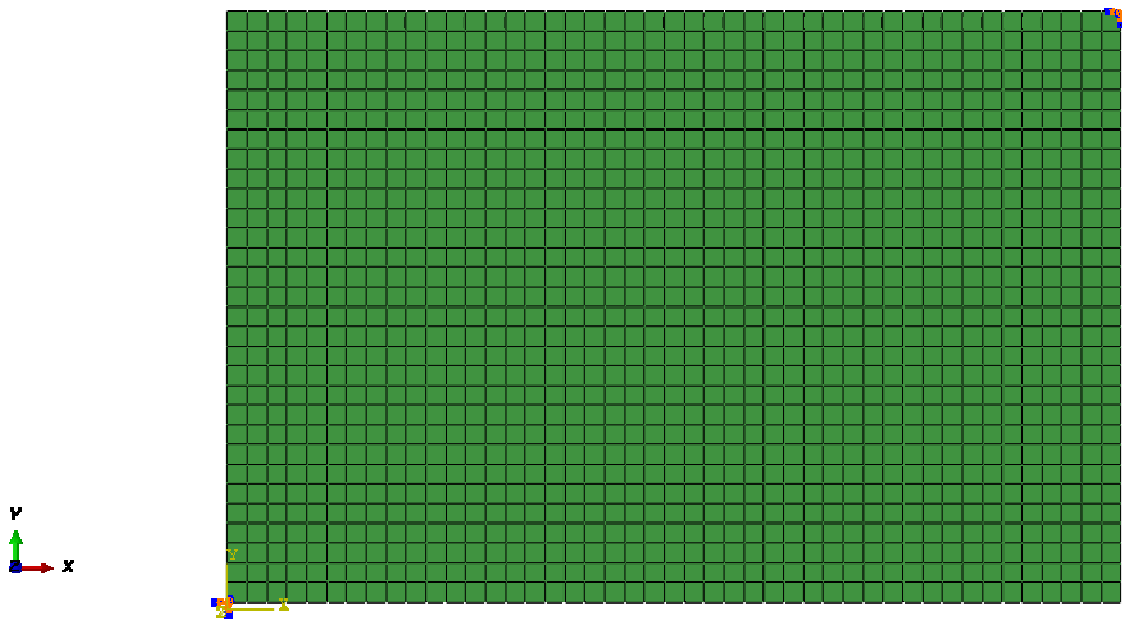
FIGURA 5.3.1 – Geometria inicial e condições de contorno para a placa de alumínio do Caso D1.

Fonte: Arquivo do autor.

O modelo de elementos finitos da estrutura foi avaliado para malhas em elementos triangulares e retangulares no programa Abaqus[®]. Dois (2) tipos de elementos foram investigados, a saber: os elementos triangulares do tipo M3D3 e os elementos quadriláteros de segunda ordem do tipo M3D8. Para os modelos em elementos triangulares do tipo M3D3 a estrutura foi representada por 2760 (dois mil, setecentos e sessenta) elementos e 1456 (mil, quatrocentos e cinquenta e seis) nós, enquanto que para os modelos em elementos retangulares, do tipo M3D8, o domínio foi dividido em 1350 (mil, trezentos e cinquenta) elementos e 4201 (quatro mil, duzentos e um) nós, conforme representados na FIG. 5.3.2.



(a) Elementos triangulares M3D3.

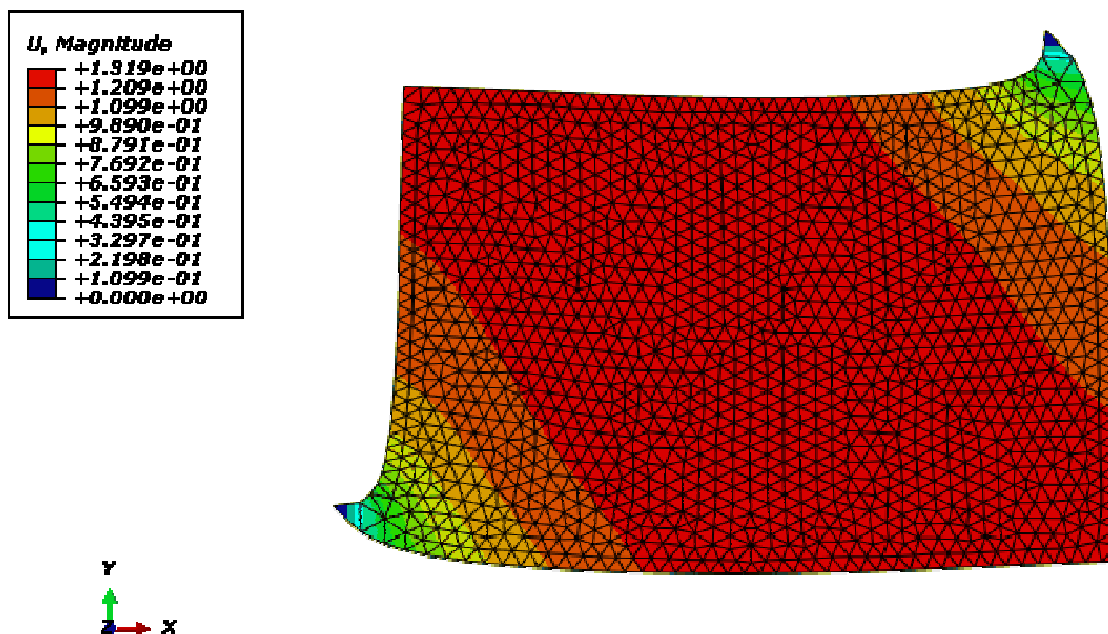


(b) Elementos retangulares M3D8.

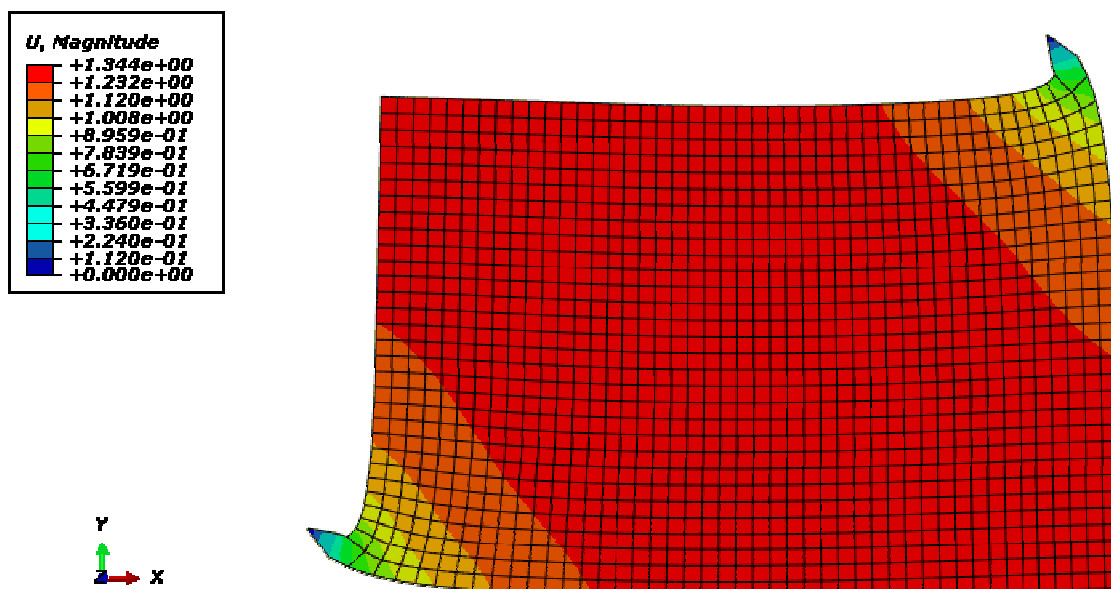
FIGURA 5.3.2 – Representação da discretização do domínio para o Caso D1.

Fonte: Arquivo do autor.

Uma análise das frequências fundamentais para os 2 (dois) modelos originais de elementos finitos foi realizada. A FIG. 5.3.3 apresenta os modos de vibração e suas correspondentes frequências para ambos os modelos descritos.



(a) Frequência fundamental igual a 2740,30Hz - Elementos triangulares M3D3.



(b) Frequência fundamental igual a 2333,30Hz – Elementos retangulares M3D8.

FIGURA 5.3.3 – Primeiro modo de vibração para o domínio inicial – Caso D1.

Fonte: Arquivo do autor.

Os parâmetros utilizados para a remoção de elementos foram: $RR_0 = 1,0\%$ e $ER = 0,5\%$. O número máximo de elementos removidos por iteração admitido foi igual a 8 (oito), para os elementos retangulares, e igual a 16 (dezesesseis), para os elementos triangulares, de maneira a se alcançar, aproximadamente, o mesmo número de iterações ao final do processo evolucionário. Além disso, a atuação do algoritmo ESO Convencional foi verificada apenas em uma única iteração; ou seja, as aberturas de orifícios ocorreram uma única vez, durante todo o processo evolucionário. Somente o algoritmo *Nibbling* ESO foi admitido para as demais iterações.

A FIG. 5.3.4 apresenta a topologia ótima obtida para o mesmo exemplo em Xie e Steven (1996) para um elemento retangular de 4 (quatro) nós em estado plano de tensão.

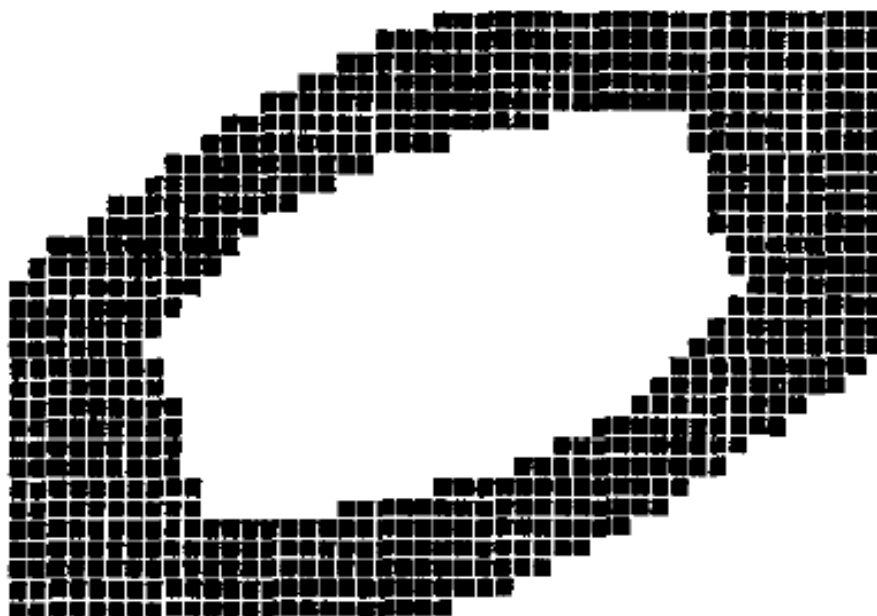
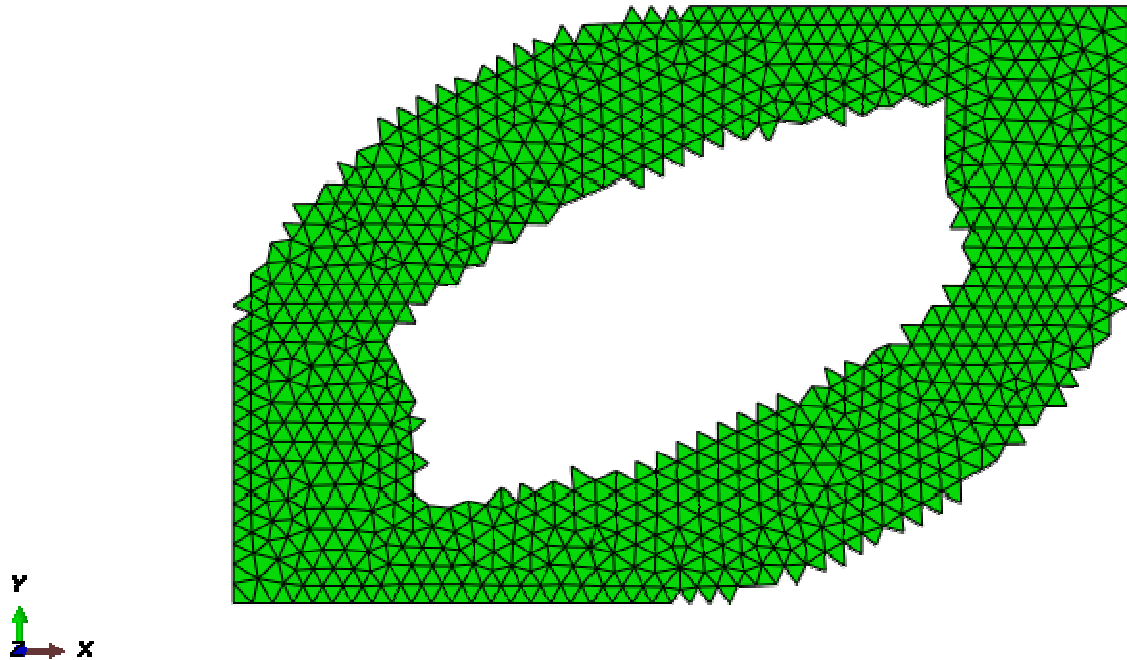


FIGURA 5.3.4 – Topologia alcançada em Xie e Steven (1996) com 50% do volume inicial – Caso D1.

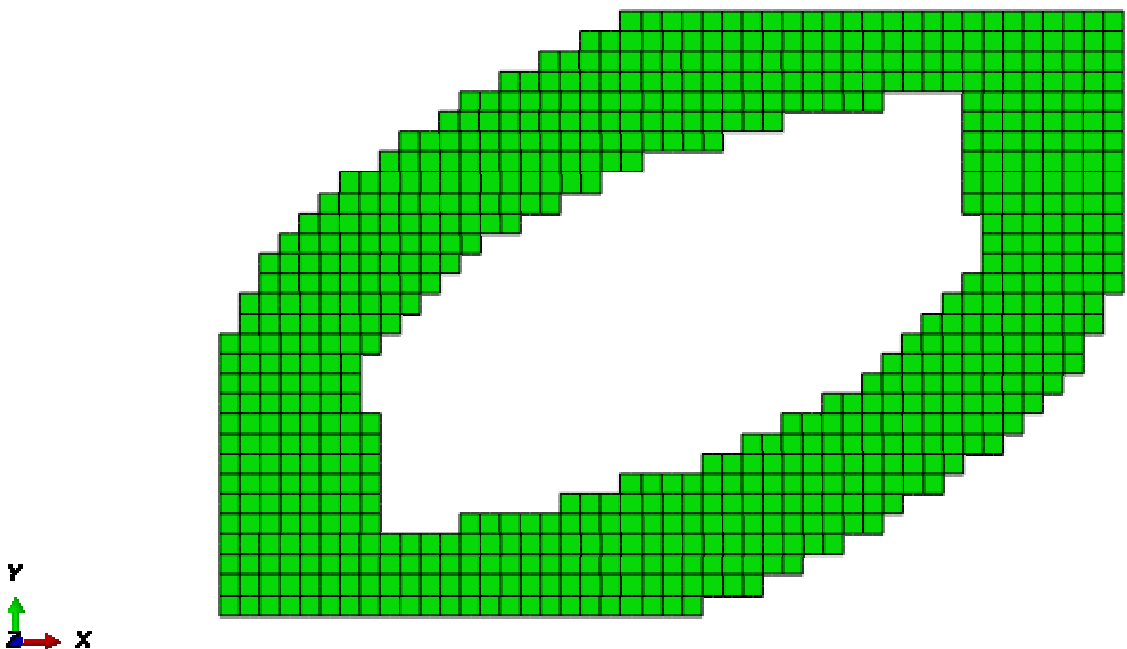
Fonte: Xie e Steve, 1996, p. 1071.

Nas FIG. 5.3.5 e 5.3.6, são mostradas, respectivamente, as topologias alcançadas e o primeiro modo de vibração para os 2 (dois) modelos descritos para a malha de

elementos finitos otimizada. Para ambas as figuras, o volume final é para aproximadamente 50% do volume inicial.



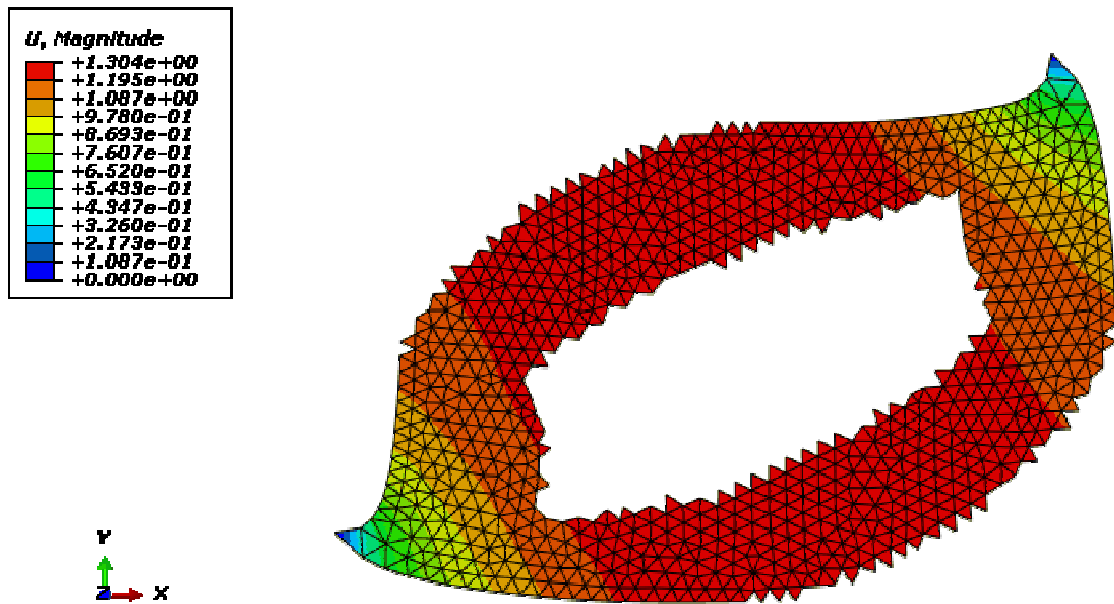
(a) Elementos triangulares M3D6.



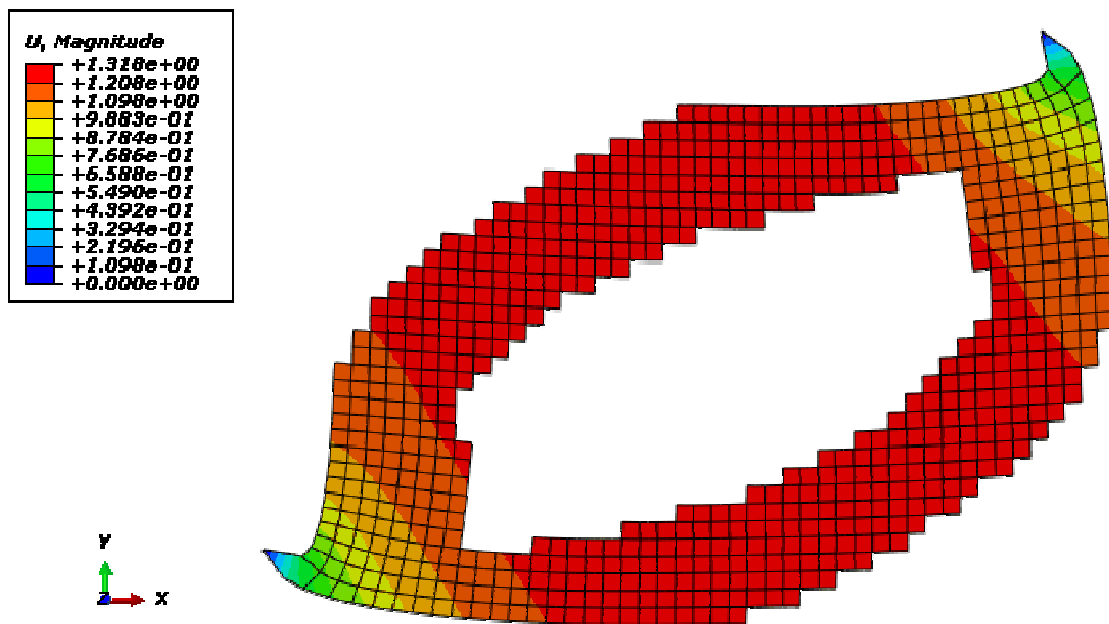
(b) Elementos retangulares M3D8.

FIGURA 5.3.5 – Topologias ótimas para um volume final igual a aproximadamente 50% do volume inicial – Caso D1.

Fonte: Arquivo do autor.



(a) Frequência fundamental igual a 3622,50Hz - Elementos triangulares M3D3.

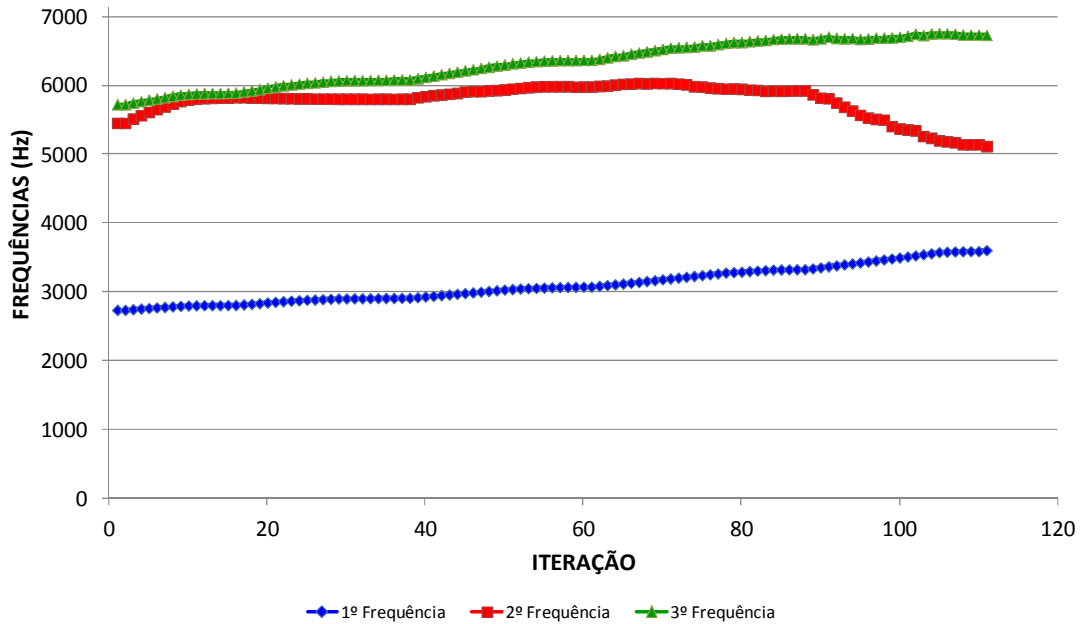


(b) Frequência fundamental igual a 3240,80Hz - Elementos retangulares M3D8.

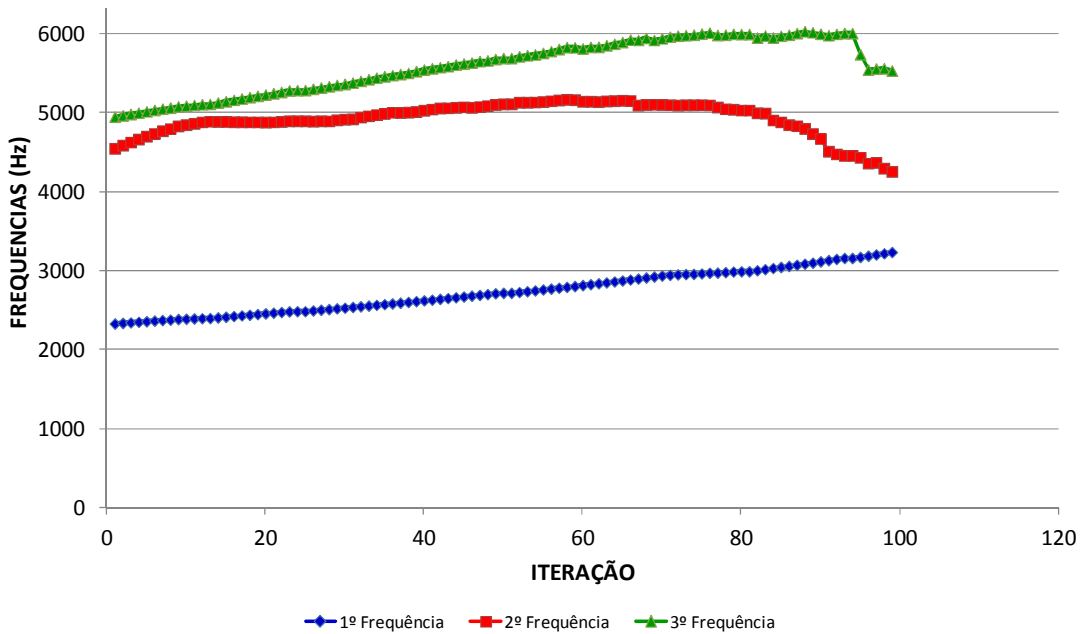
FIGURA 5.3.6 – Primeiro modo de vibração para os modelos otimizados – Caso D1.

Fonte: Arquivo do autor.

Um histórico das primeiras frequências de cada modelo, bem como o desenvolvimento de outros parâmetros de otimização durante o processo evolucionário, são apresentados nos GRAF. 5.3.7 a 5.3.9.



(a) Elementos M3D3.



(b) Elementos M3D8

GRÁFICO 5.3.7 – Evolução das 3 (três) primeiras frequências para os modelos – Caso D1.

Fonte: Arquivo do autor.

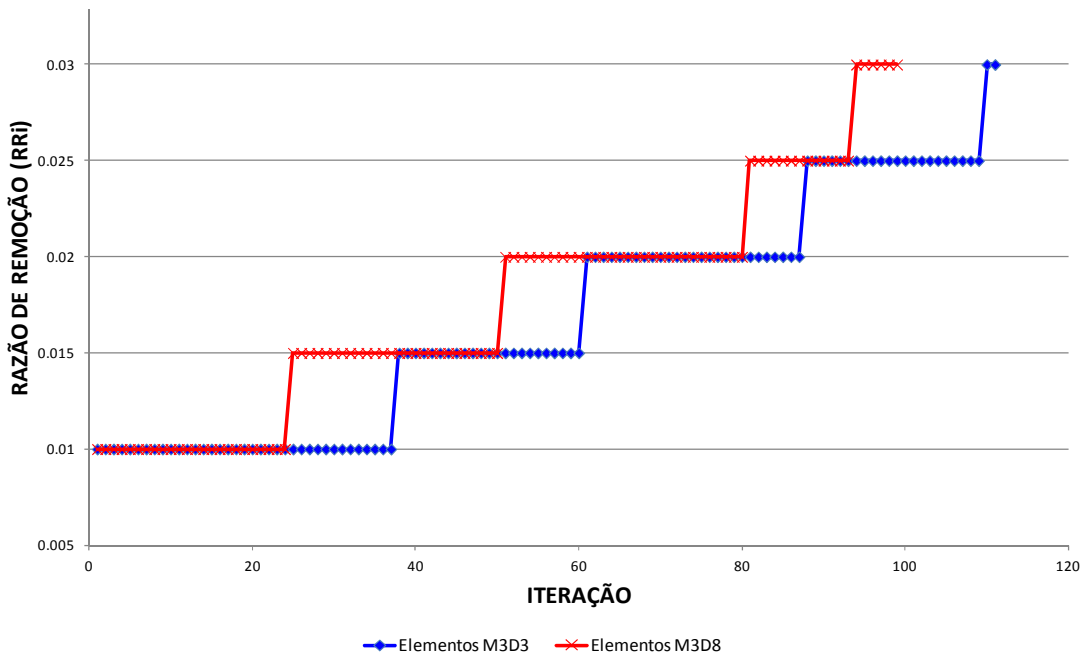


GRÁFICO 5.3.8 – Razão de remoção no processo evolutivo para o Caso D1.
 Fonte: Arquivo do autor.

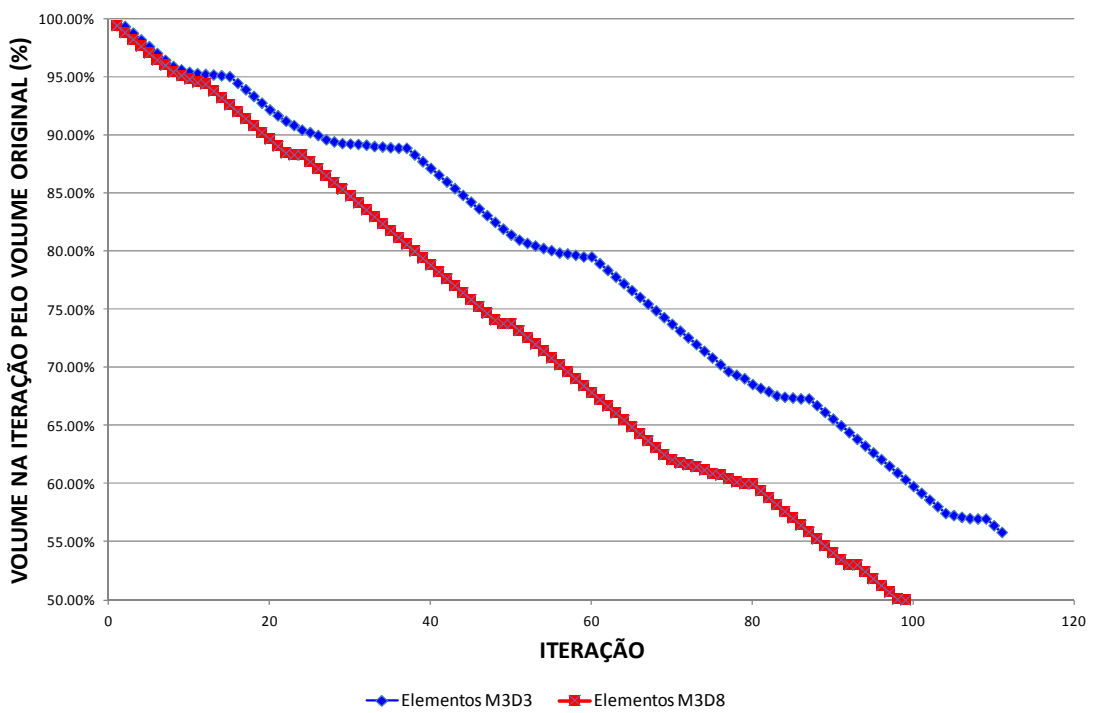


GRÁFICO 5.3.9 – Razão entre o volume da estrutura na iteração correspondente e volume inicial para o Caso D1.
 Fonte: Arquivo do autor.

No problema desenvolvido por Xie e Steven (1996), o valor encontrado para a primeira frequência foi de 2441,50Hz para a estrutura original, enquanto a frequência encontrada para a estrutura final foi de 3392,80Hz; ou seja, um acréscimo de aproximadamente 39%. Nos resultados encontrados com a execução do *script* desenvolvido, o modelo de malha M3D3 apresentou frequência fundamental inicial igual a 2740,30Hz e frequência fundamental final igual a 3622,50Hz, com acréscimo de aproximadamente 32%. Já o modelo em malha M3D8 proporcionou aumento próximo dos 39%, com a frequência fundamental partindo de 2333,30Hz para 3240,80Hz. A TAB. 1 apresenta um resumo do que foi explicado.

TABELA 1 – Resumo dos resultados obtidos para os modelos estudados no Caso D1.

MODELO DE ELEMENTOS FINITOS	Primeira Frequência Natural (Hz)		Acréscimo (%)
	Estrutura Original	Estrutura Otimizada	
<i>Xie e Steven (1996)</i>	2441,50	3392,80	39
<i>Script em malha M3D3</i>	2740,30	3622,50	32
<i>Script em malha M3D8</i>	2333,30	3240,80	39

Fonte: Arquivo do autor.

Diante dos resultados obtidos, é possível concluir que:

- a) a topologia ótima e os valores encontrados para as frequências fundamentais são muito próximos dos indicados na literatura para ambos os modelos analisados;
- b) o algoritmo implementado é capaz de eliminar anomalias associadas a instabilidades numéricas, como o tabuleiro de xadrez e a dependência de malha;
- c) a primeira frequência natural da estrutura otimizada corresponde ao mesmo modo de vibração da estrutura original, não havendo, portanto, alteração no primeiro modo de vibração, durante o processo;

- d) em ambos os modelos, o acréscimo da frequência natural fundamental ocorreu em detrimento do decréscimo de frequências naturais superiores; e que
- e) o modelo com malha M3D3 alcançou um acréscimo de frequências em 32%, enquanto a aproximação por elemento de segunda ordem implicou acréscimo de frequência de aproximadamente 39%, se aproximando ao acréscimo encontrado pelos autores Xie e Steven (1996).

5.3.2 Caso D2 – Otimização da Primeira Frequência de Uma Viga Hiperestática com Massa Não Estrutural Concentrada

Em 2006, Porto estudou um exemplo, otimizando a primeira frequência para uma viga hiperestática com massa não estrutural concentrada pelo Método da Homogeneização e comparou com resultados obtidos com bibliografia então existente. Para o Caso D2, analisa-se, aqui, uma geometria semelhante àquela verificada em Porto (2006), via método ESO, para efeito de comparação entre os resultados obtidos pelas diferentes metodologias de otimização.

Dessa forma, seja uma viga com dimensões 14,00m x 2,00m e espessura de 1,00m fixada conforme a FIG. 5.3.10. As propriedades do material da viga são: módulo de elasticidade igual a 100MPa, coeficiente de Poisson igual a 0,30 e densidade igual a 1000kg/m³. A restrição para o volume é de aproximadamente 50% do volume original.

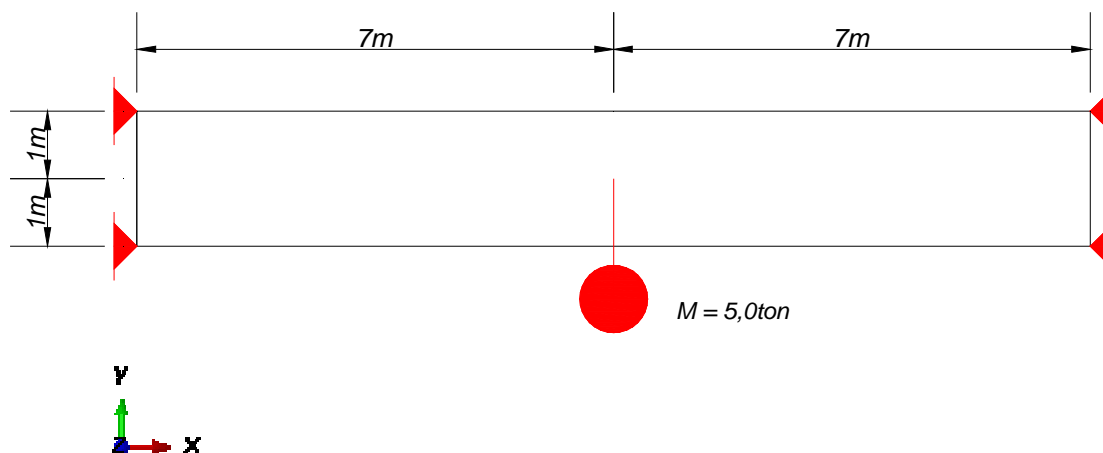


FIGURA 5.3.10 – Geometria inicial e condições de contorno para a viga do Caso D2.
 Fonte: Arquivo do autor.

A análise consiste em um modelo de elementos finitos com malha retangular no programa Abaqus[®], conforme mostrado na FIG. 5.3.11. Para a modelagem da estrutura, foram utilizados 2800 (dois mil e oitocentos) elementos M3D4 e 2981 (dois mil, novecentos e oitenta e um) nós, com os seguintes critérios para remoção dos elementos: $RR_0 = 1,0\%$ e $ER = 0,5\%$. O limite de remoção de elementos por iteração foi de 10 (dez) unidades.

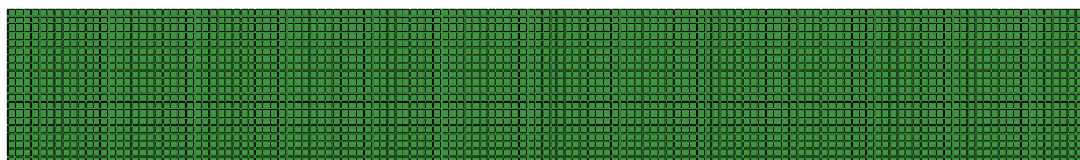


FIGURA 5.3.11 – Modelo em elementos finitos com 2800 elementos M3D4 do Caso D2.

Fonte: Arquivo do autor.

Nos GRAF. 5.3.12 a 5.3.14, é possível identificar, durante o processo evolutivo, respectivamente, o desenvolvimento das primeiras frequências naturais, da razão de

remoção e, também, o quociente entre o volume na iteração correspondente e o volume inicial da estrutura.

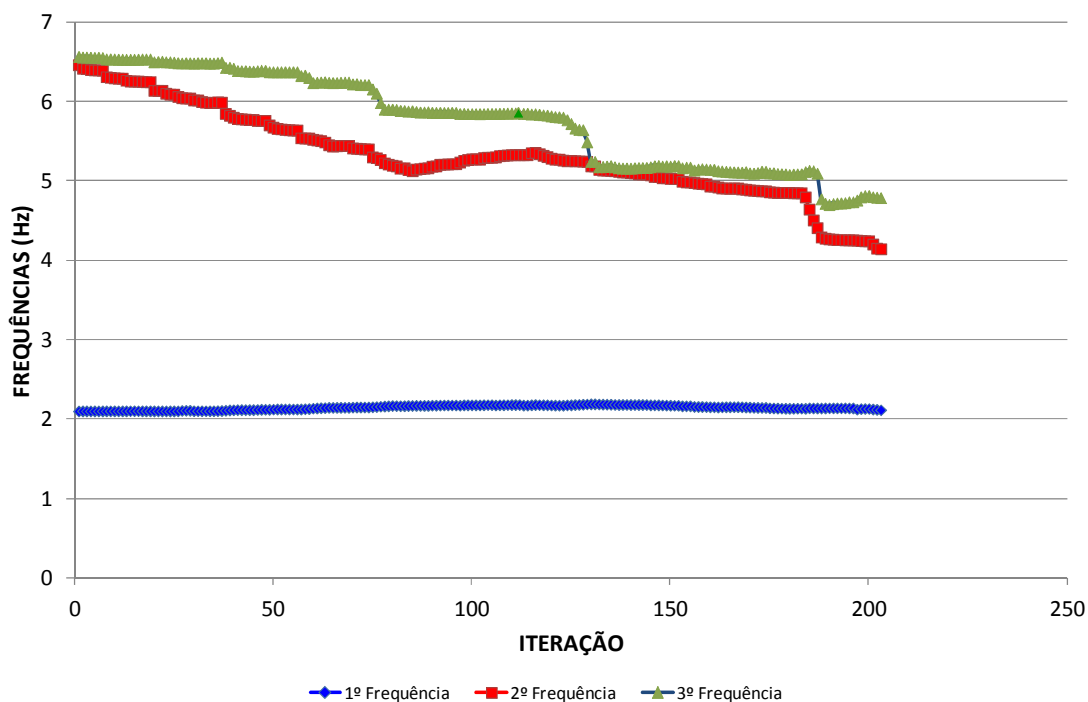


GRÁFICO 5.3.12 – Evolução das primeiras frequências para do Caso D2.
 Fonte: Arquivo do autor.

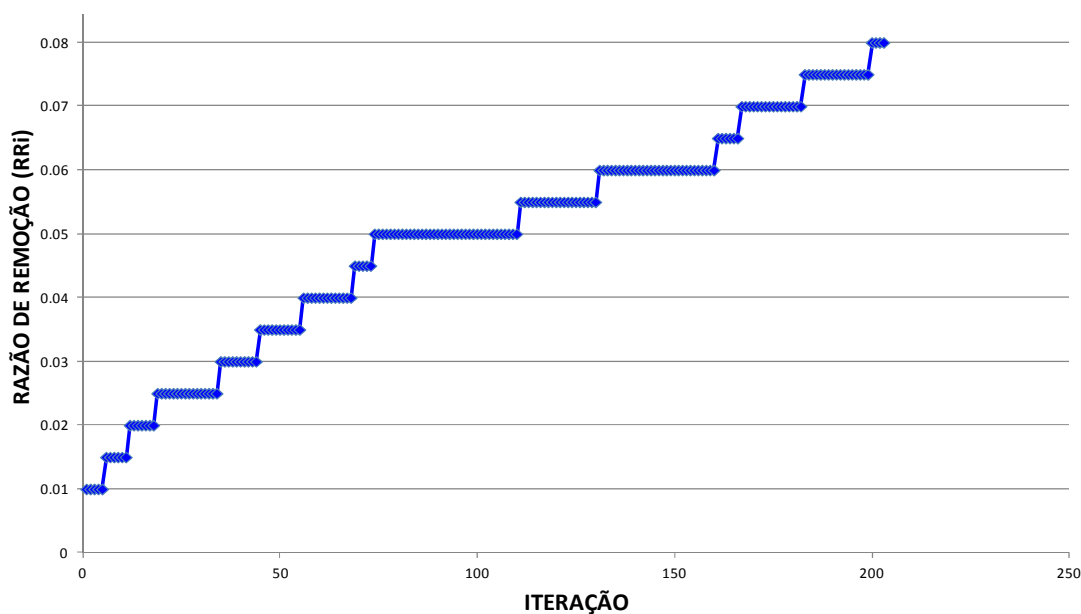


GRÁFICO 5.3.13 – Evolução da razão de remoção para o problema do Caso D2.
 Fonte: Arquivo do autor.

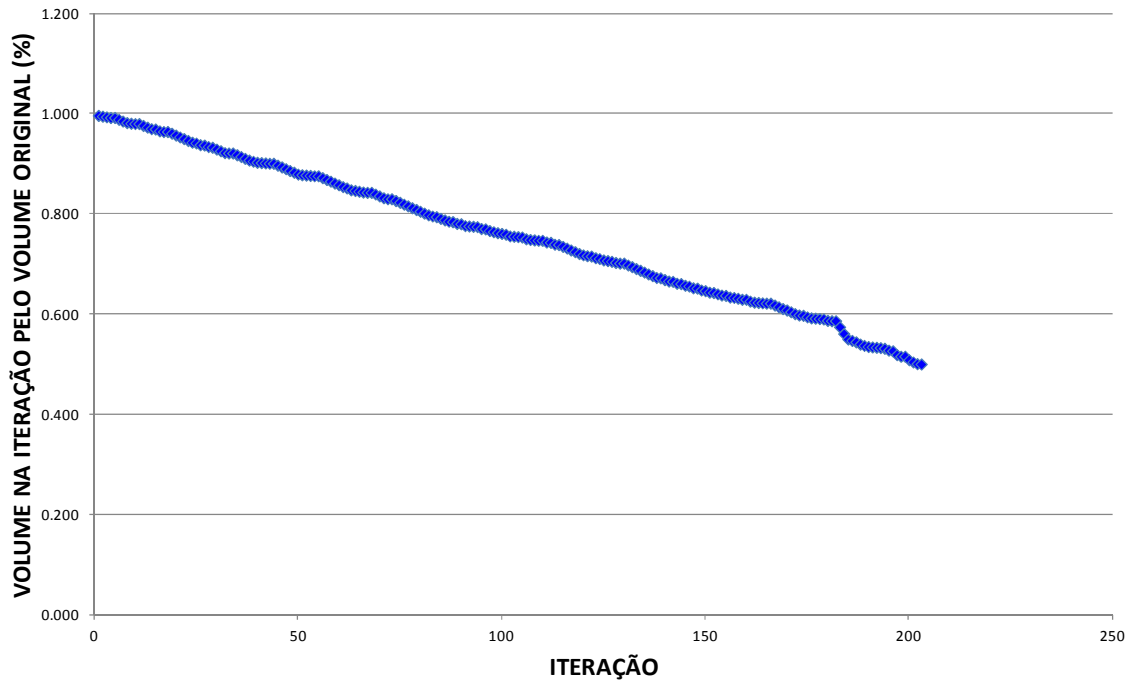
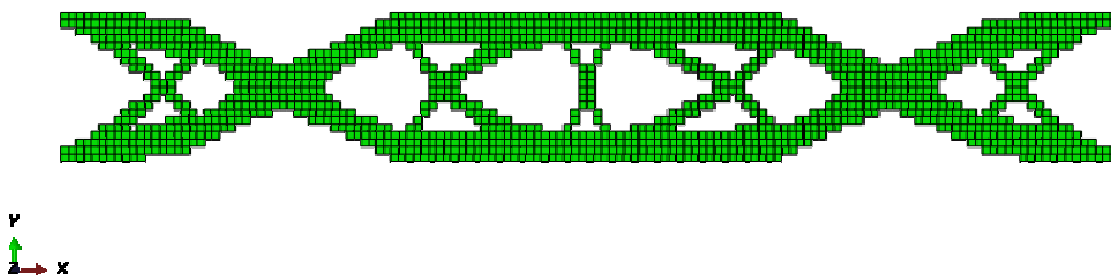


GRÁFICO 5.3.14 – Razão entre o volume da estrutura na iteração correspondente e volume inicial para o Caso D2.

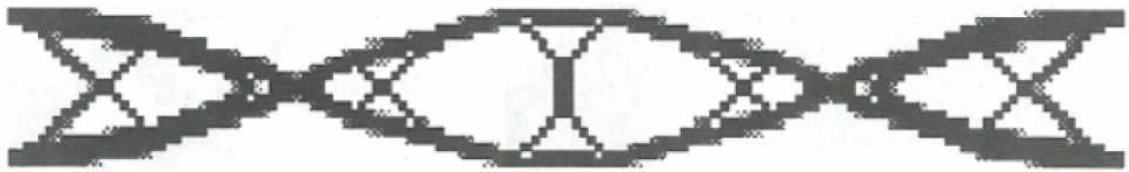
Fonte: Arquivo do autor.

A FIG. 5.3.15 mostra um comparativo entre a topologia final obtida na literatura, para uma remoção de 50% de material, e a topologia final alcançada com a execução do algoritmo desenvolvido.



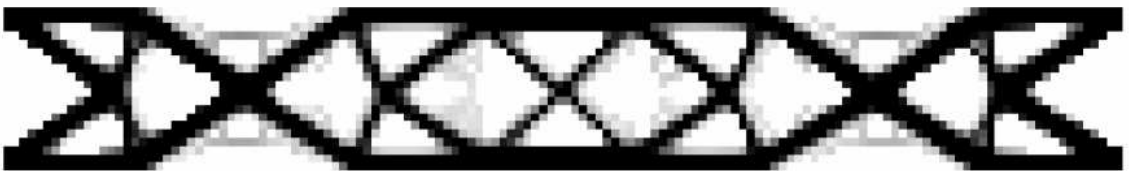
(a) Topologia final alcançada com a execução do script desenvolvido.

Fonte: Arquivo do autor



(b) Topologia obtida em Ma⁴ *et al.* (1995, *apud* PORTO, 2006).

Fonte: PORTO, 2010, p.140



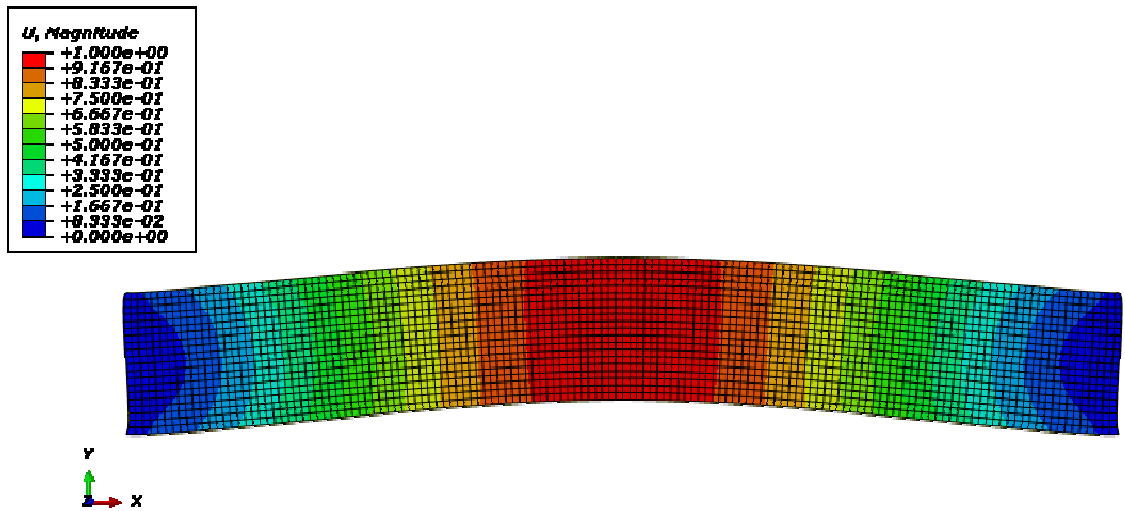
(c) Topologia obtida em Porto (2006).

Fonte: PORTO, 2010, P.139

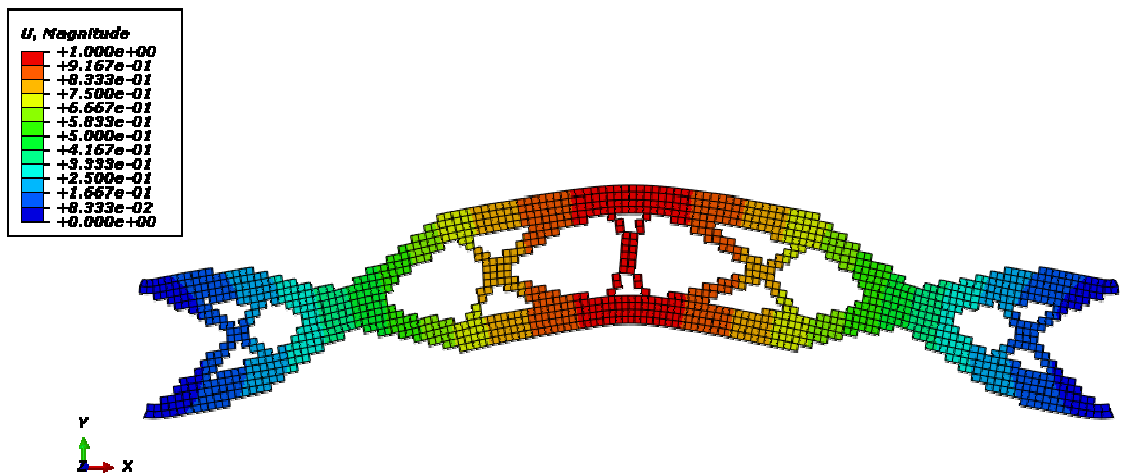
FIGURA 5.3.15 – Topologias ótimas para a estrutura do Caso D2.

As FIG. 5.3.16 a 5.3.18 apresentam os primeiros modos de vibração e as primeiras frequências para a estrutura original e para a estrutura resultante da execução do algoritmo de otimização topológica implementado.

⁴ MA, Z. D.; KIKUCHI; N.; CHENG, H. C. Topological design for vibrating structures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 121, p. 259-280, 1995.



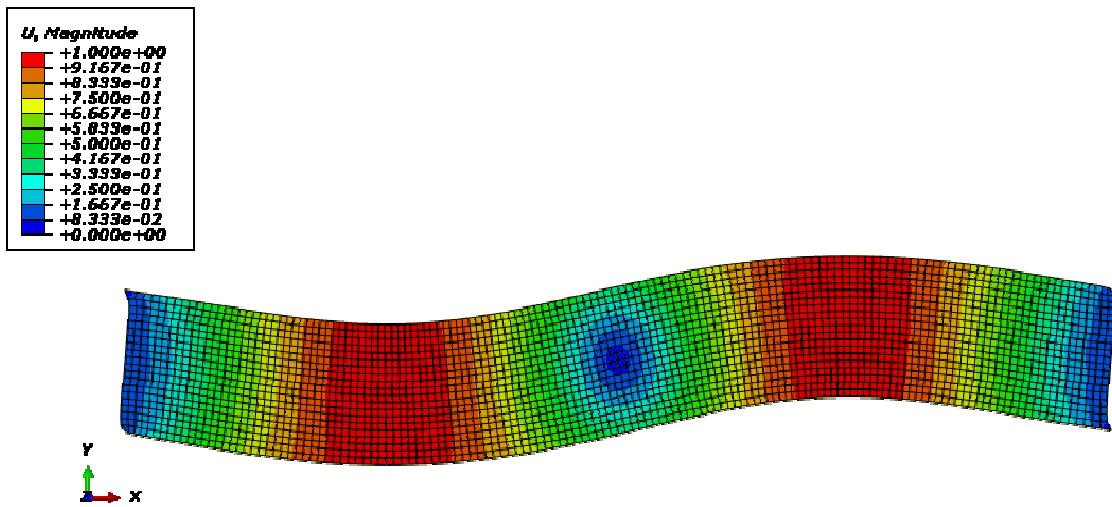
(a) Estrutura original – Primeiro modo de vibração com 2,10Hz.



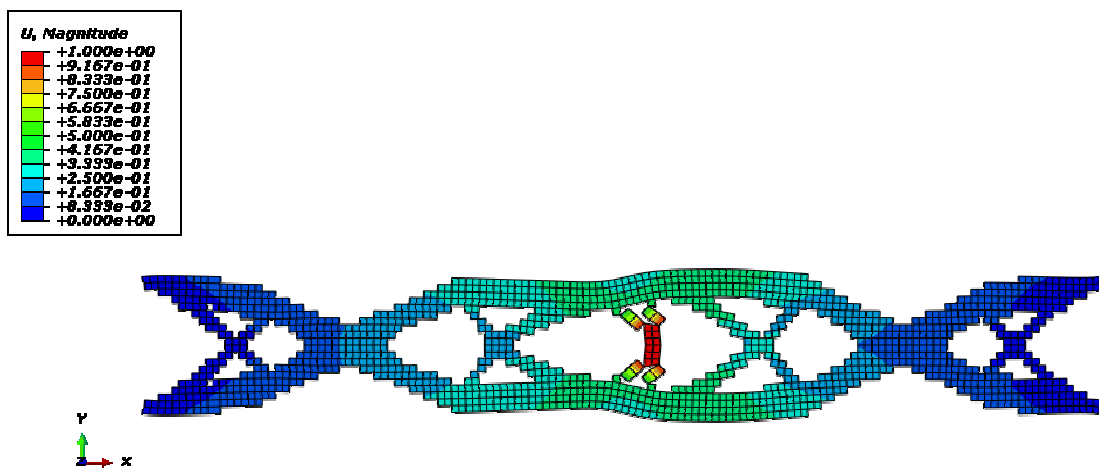
(b) Estrutura otimizada – Primeiro modo de vibração com 2,12Hz

FIGURA 5.3.16 – Primeiro modo de vibração – Caso D2.

Fonte: Arquivo do autor.



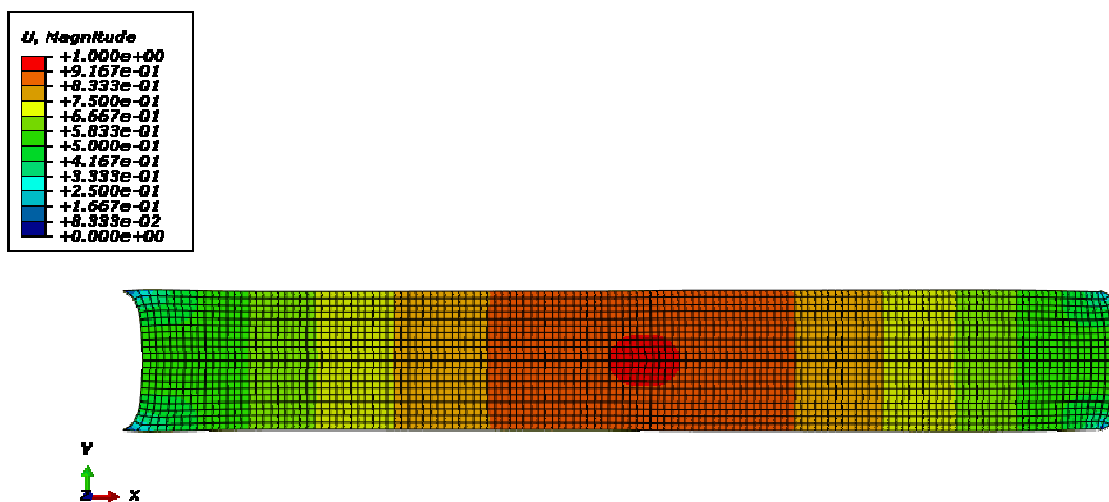
(a) Estrutura original – Segundo modo de vibração com 6,47Hz.



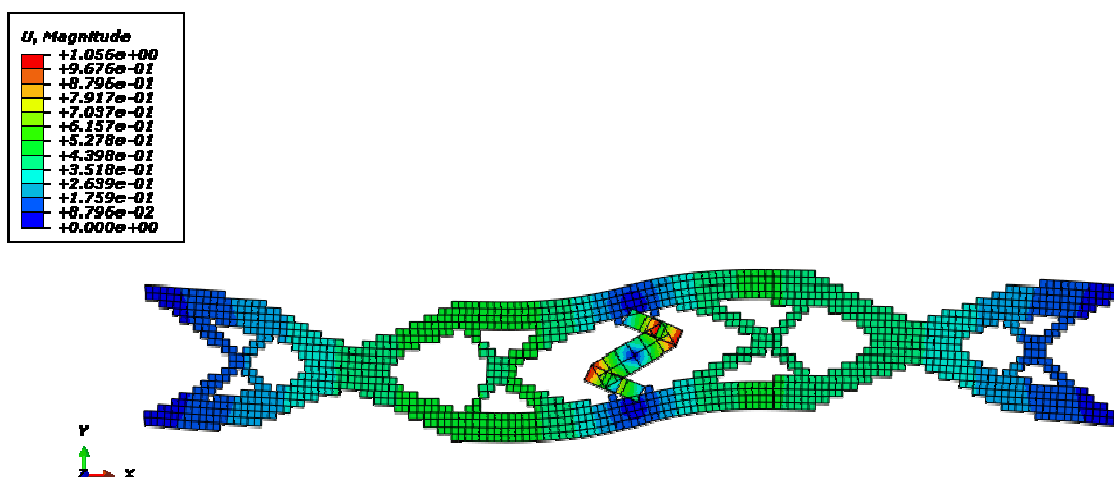
(b) Estrutura otimizada – Segundo modo de vibração com 4,14Hz.

FIGURA 5.3.17 – Segundo modo de vibração – Caso D2.

Fonte: Arquivo do autor.



(a) Estrutura original – Terceiro modo de vibração com 6,57Hz.



(b) Estrutura otimizada – Terceiro modo de vibração com 4,79Hz.

FIGURA 5.3.18 – Terceiro modo de vibração – Caso D2.

Fonte: Arquivo do autor.

Com base nos resultados encontrados, é possível concluir que:

- a) a frequência fundamental da estrutura otimizada encontra-se bem próxima daquela obtida com a topologia original, mesmo com uma redução de massa da ordem de 50%;
- b) durante o processo de otimização evolucionária, existe a possibilidade de alteração dos modos de vibração, conforme é possível identificar nesse exemplo,

com a inversão do segundo e terceiro modo de vibração da estrutura ótima em relação a estrutura original; e que

- c) a topologia ótima encontrada é muito similar aos resultados apresentados na literatura, apesar da diferença entre os métodos de otimização utilizados.

5.3.3 Caso D3 – Otimização da Segunda Frequência de Uma Chapa Biapoiada com Massas Não Estruturais

Em 2002, Yang investigou a forma otimizada de uma chapa com dimensões 6,00cm x 2,00cm e espessura de 1,00cm sustentando 3 (três) massas não estruturais $M = 1,0\text{ton}$ e vinculada conforme a FIG. 5.3.19. As propriedades do material para essa análise foram: módulo de elasticidade igual a 200GPa, coeficiente de Poisson igual a 0,30 e densidade igual a 7000kg/m³.

Neste exemplo, a estrutura verificada em Yang (2002), será reavaliada com a otimização da segunda frequência natural da estrutura, sob uma restrição de volume de aproximadamente 65% do volume inicial.

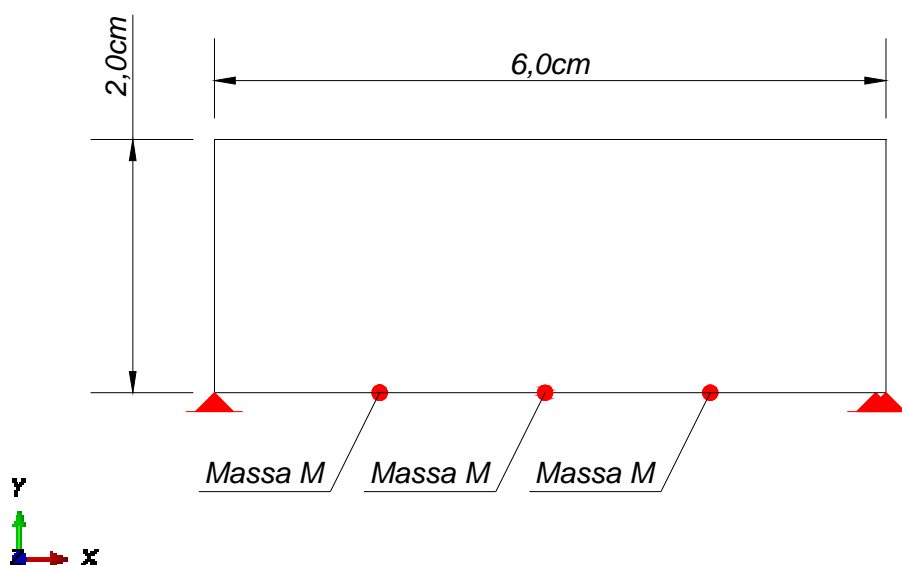


FIGURA 5.3.19 – Geometria inicial e condições de contorno para a chapa do Caso D3.
Fonte: Arquivo do autor.

A malha de elementos finitos foi modelada com elementos do tipo M3D4 do Abaqus® com 1200 (mil e duzentos) elementos e 1281 (mil, duzentos e oitenta e um) nós. A FIG. 5.3.20 mostra o modelo em elementos finitos.

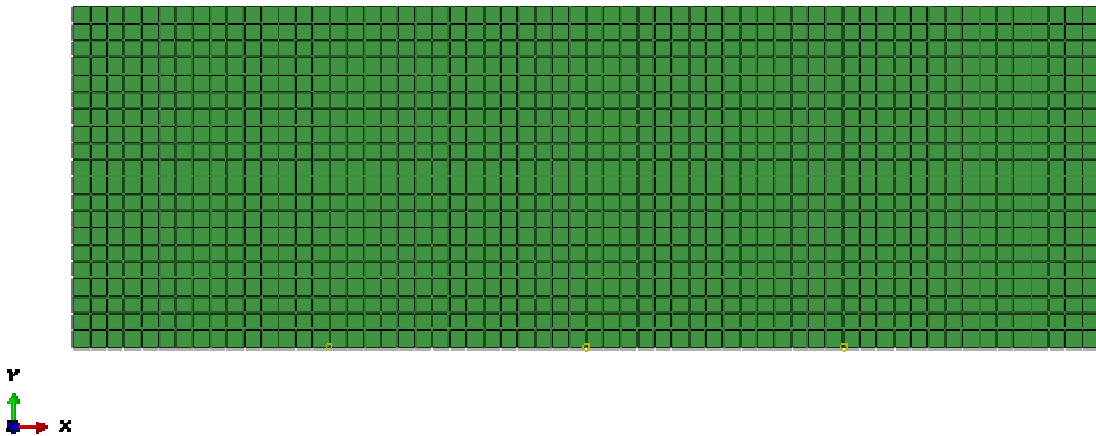


FIGURA 5.3.20 – Malha de elementos finitos para a chapa do Caso D3.

Fonte: Arquivo do autor

Os parâmetros utilizados para a otimização foram: $RR_0 = 1,0\%$ e $ER = 0,5\%$, com no máximo 12 (doze) elementos removidos por iteração. A FIG. 5.3.21 mostra a topologia ótima obtida na análise desse problema, via ESO, apresentada por Yang (2002), para aproximadamente 35% do volume inicial, otimizando a segunda frequência. A FIG. 5.3.22 mostra a topologia ótima obtida pela rotina desenvolvida, com um volume remanescente de aproximadamente 65% do volume inicial e o segundo modo de vibração para as estruturas original e otimizada.

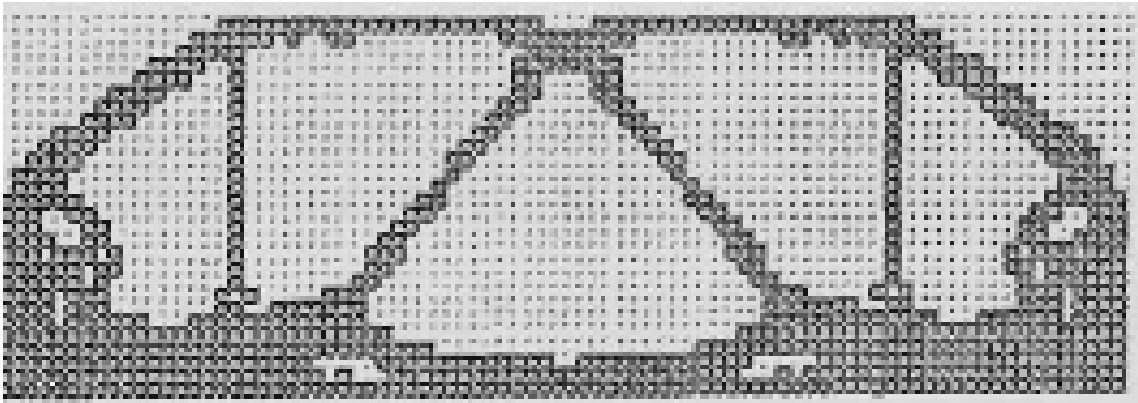


FIGURA 5.3.21 – Topologia obtida em Yang (2002) para o problema com a otimização da segunda frequência natural e volume final igual cerca de 35% do volume inicial – Caso D3.

Fonte: YANG, 2002, p. 107.

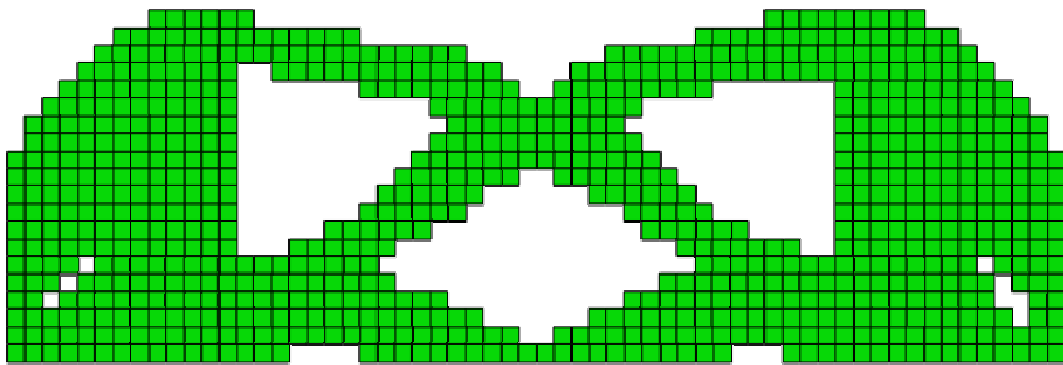
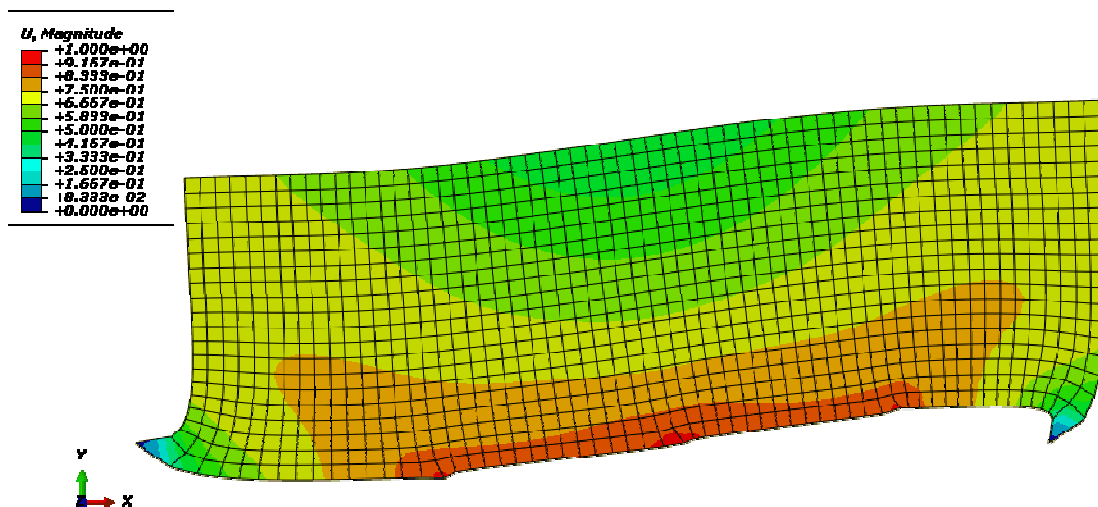
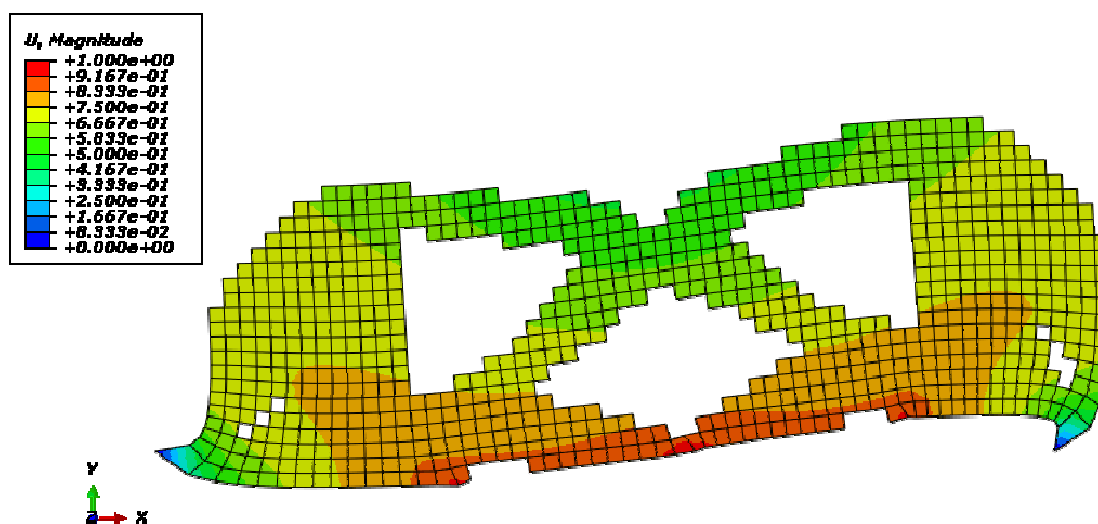


FIGURA 5.3.22 – Topologia ótima obtida para aproximadamente 65% do volume inicial com aplicação do algoritmo ESO desenvolvido – Caso D3.

Fonte: Arquivo do autor



(a) Estrutura original com frequência igual a 56,60Hz



(b) Estrutura final com frequência igual a 54,41Hz

FIGURA 5.3.23 – Segundo modo de vibração para a estrutura do Caso D3.
 Fonte: Arquivo do autor.

Com base nos resultados encontrados, é possível concluir que:

- a) a segunda frequência natural da estrutura otimizada encontra-se bem próxima daquela obtida com a topologia original, mesmo com uma redução de massa da ordem de 65%;

- b) a segunda frequência natural da estrutura otimizada corresponde ao mesmo modo de vibração da estrutura original, não havendo, portanto, alteração no segundo modo de vibração, durante o processo; e que
- c) a topologia encontrada para a estrutura é semelhante e tende à topologia encontrada em Yang (2002), para o caso de otimização da segunda frequência natural.

5.3.4 Caso D4 – Otimização do Intervalo entre Duas Frequências de Uma Placa Engastada.

O objetivo deste exemplo é a otimização estrutural topológica de uma placa envolvendo a maximização do intervalo entre 2 (duas) frequências naturais para um volume final compreendido entre 100% e 65% do volume inicial. O critério de penalidade para as regiões ineficientes será a redução da sua espessura, em vez de sua remoção. Em outras palavras: será apresentado um problema de Otimização Paramétrica em que regiões menos solicitadas apresentam espessuras menores do que as regiões mais solicitadas. A geometria inicial da estrutura e as suas condições de contorno são mostradas na FIG. 5.3.24.

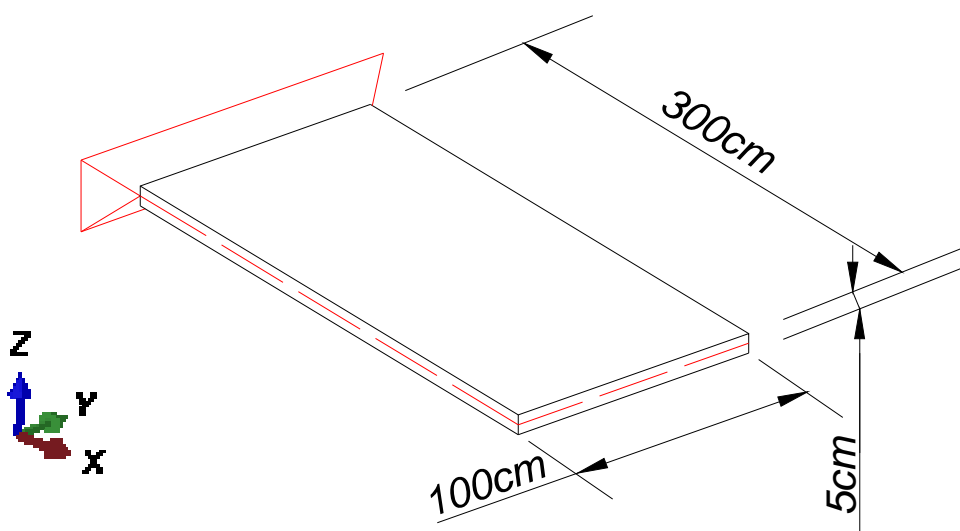


FIGURA 5.3.24 – Geometria inicial e condições de contorno para a placa do Caso D4.
Fonte: Arquivo do autor.

As propriedades físicas iniciais da estrutura são: módulo de elasticidade igual a 210GPa, coeficiente de Poisson igual a 0,30 e densidade igual a 7800kg/m³. A espessura fixada para as regiões menos solicitadas será a de 2,0cm. A malha de elementos finitos é constituída de 1200 (mil e duzentos) elementos do tipo S4 e com 1281 (mil duzentos e oitenta e um) nós do Abaqus[®], conforme apresentado na FIG. 5.3.25.

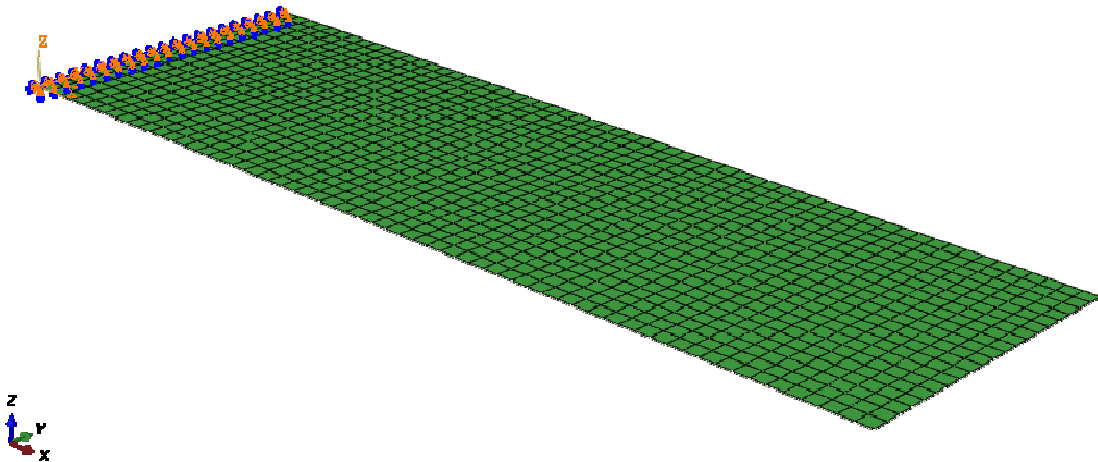
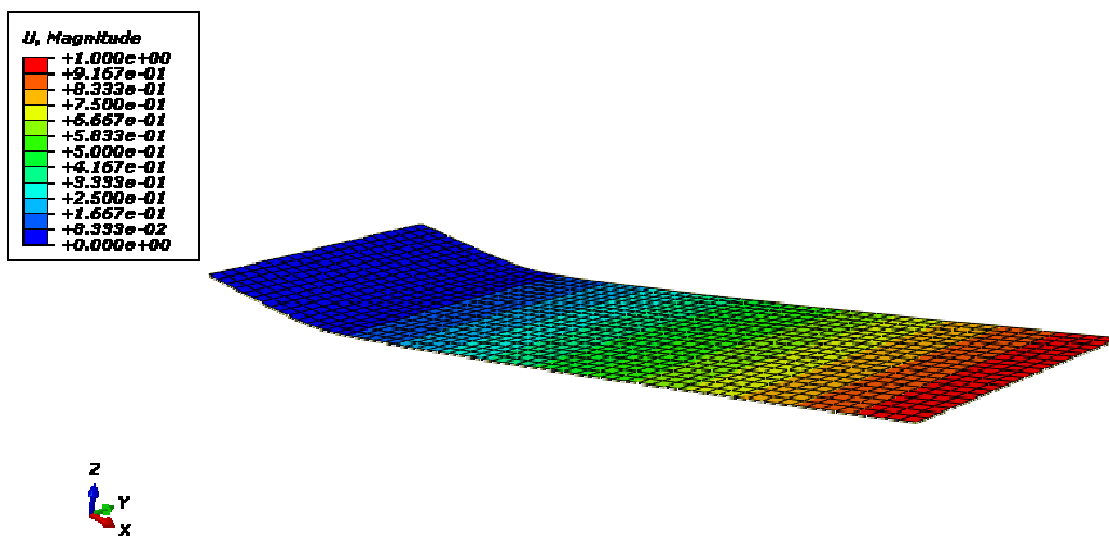


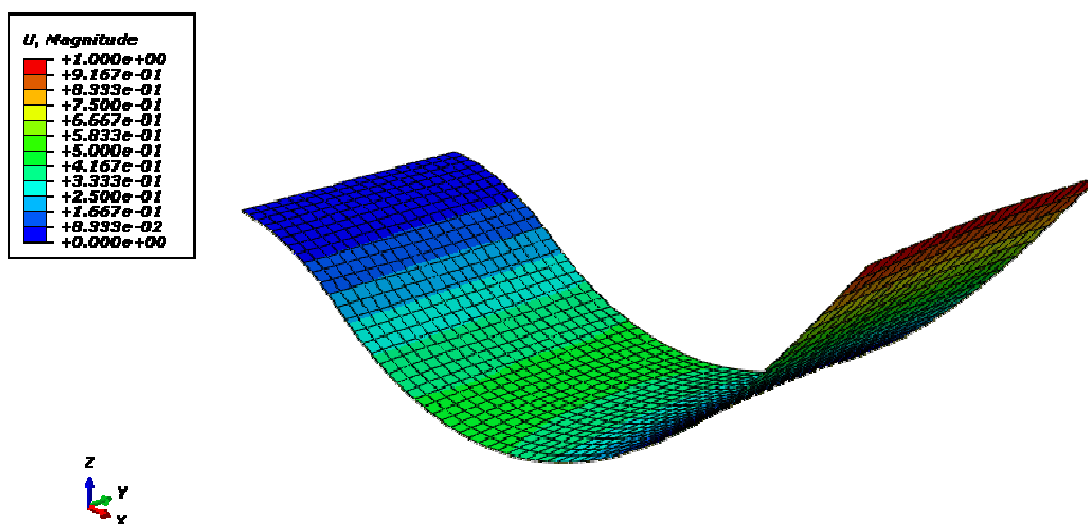
FIGURA 5.3.25 – Malha de elementos finitos do Abaqus[®] – Caso D4.
 Fonte: Arquivo do autor.

O algoritmo utilizado para a remoção foi o *Nibbling* ESO com razão de remoção $RR_0 = 4,0\%$ e razão de evolução $ER = 2,0\%$. A otimização envolve a maximização do intervalo entre o primeiro e o segundo modos de vibração de flexão da estrutura descrita.

A FIG. 5.3.26 mostra os respectivos modos de vibração e os valores de suas frequências iniciais.



(a) Primeiro modo de vibração com 4,62Hz.



(b) Segundo modo de vibração com 28,90Hz.

FIGURA 5.3.26 – Modos de vibração para a placa do Caso D4.
 Fonte: Arquivo do autor.

Por meio do histórico da análise evolucionária processada, indicada nos GRAF. 5.3.27 a 5.3.29, é possível construir um gráfico auxiliar com o desenvolvimento da diferença entre as 2 (duas) primeiras frequências de flexão, viabilizando à determinação do ótimo, conforme apresentado no GRAF. 5.3.30.

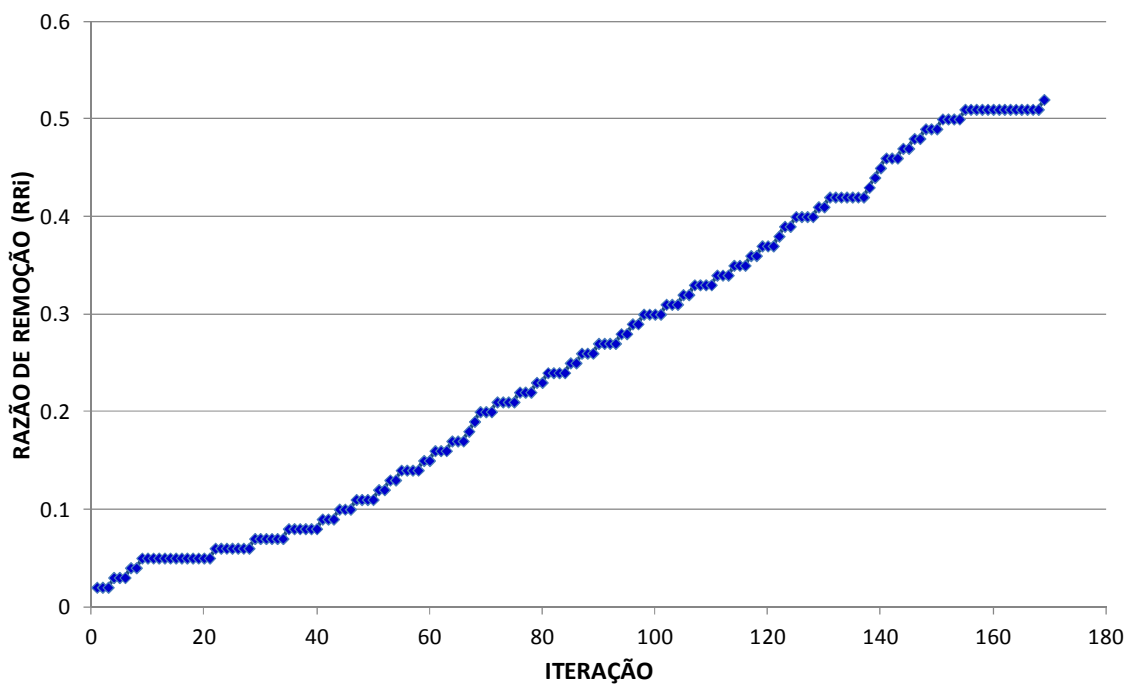


GRÁFICO 5.3.27 – Razão de remoção durante o processo evolucionário – Caso D4.

Fonte: Arquivo do autor.

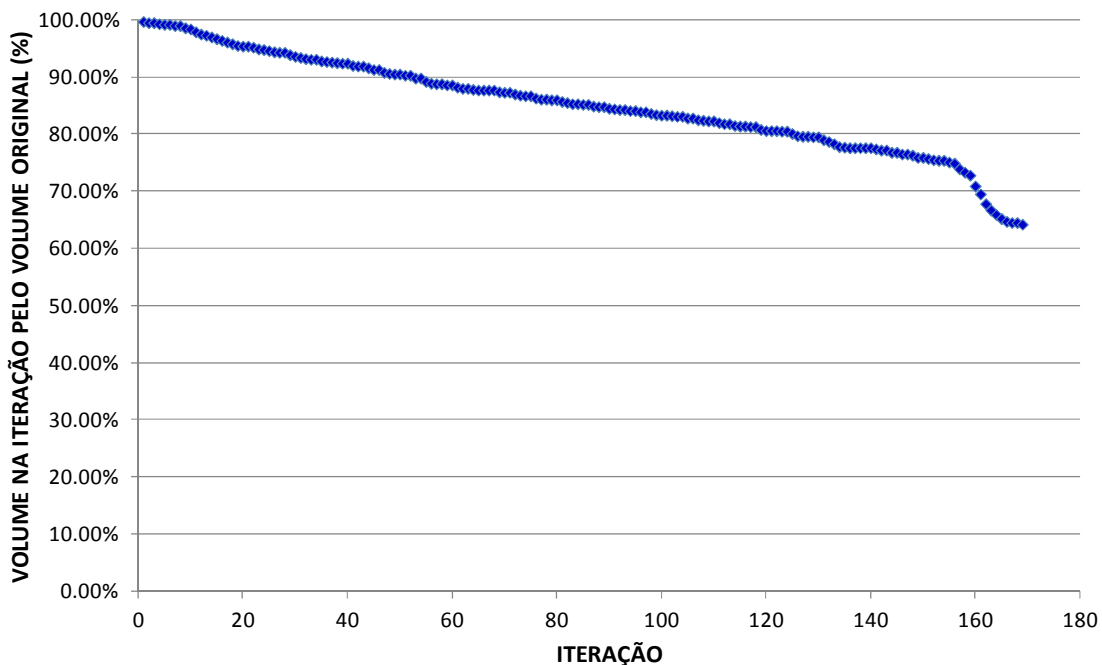


GRÁFICO 5.3.28 – Razão entre o volume da estrutura na iteração correspondente e volume inicial para o Caso D4.

Fonte: Arquivo do autor.

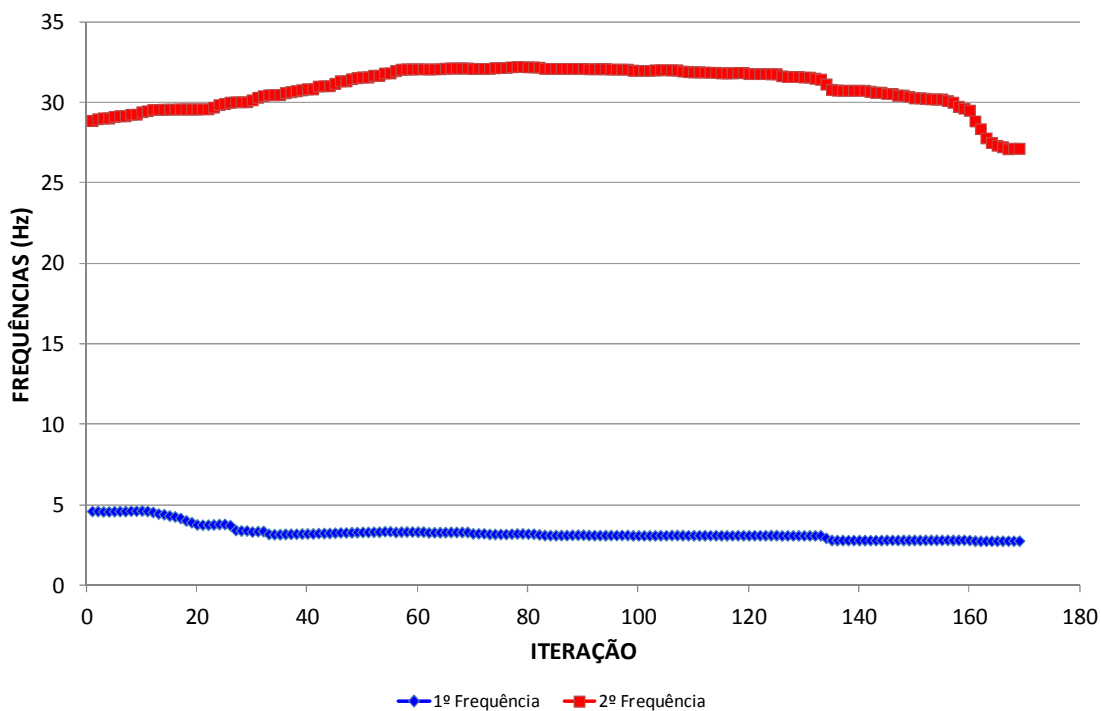


GRÁFICO 5.3.29 – Evolução da primeira e segunda frequência de flexão para a placa do Caso D4.
 Fonte: Arquivo do autor.

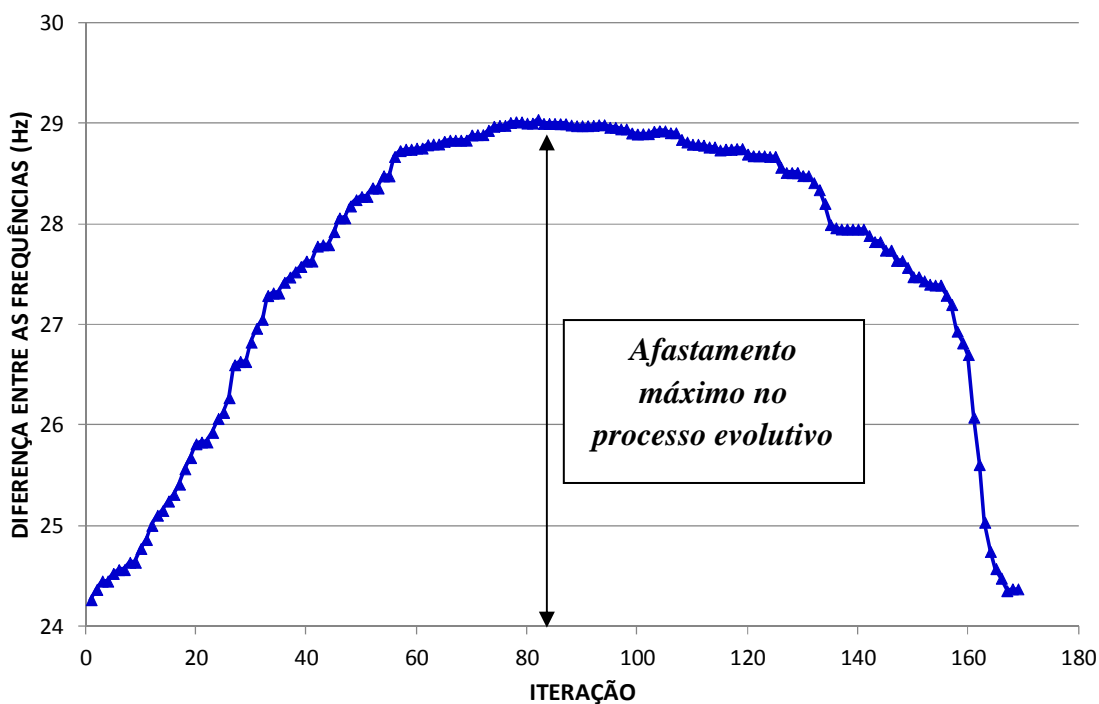
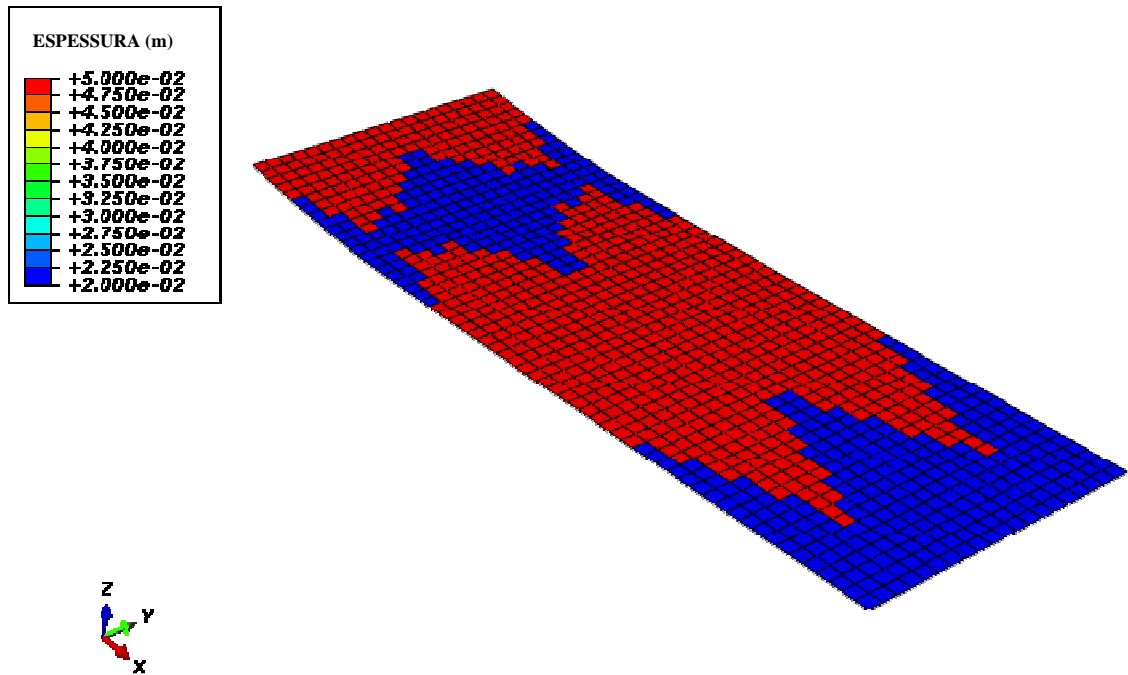
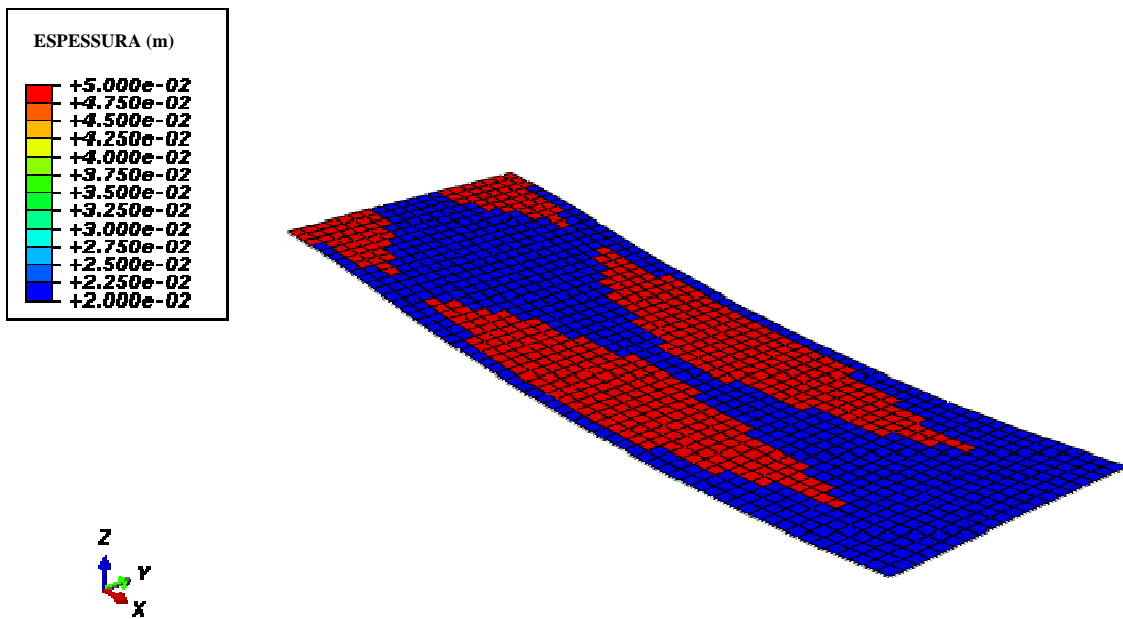


GRÁFICO 5.3.30 – Evolução da diferença entre as 2 (duas) primeiras frequências naturais de flexão para a placa do Caso D4.
 Fonte: Arquivo do autor.

A topologia ótima, que fornece o máximo afastamento entre as frequências, é apresentada na FIG. 5.3.31(a). Na FIG. 5.3.31(b), é representada a topologia encontrada para o volume limite igual a 65% do volume inicial. Observa-se que, para esse caso de estudo, o ótimo ocorre na iteração número 82 e com diferença entre as frequências de 29,04Hz, sendo a primeira frequência igual a 3,17Hz e a segunda, igual a 32,21Hz.



(a) Topologia ótima com volume igual a 86% do volume inicial.



(b) Topologia para um volume igual a 65% do volume inicial.

FIGURA 5.3.31 – Topologias para a estrutura da placa – Caso D4.
 Fonte: Arquivo do autor.

Com base nos resultados encontrados, é possível concluir que:

- a) foi possível manter o afastamento inicial entre as 2 (duas) primeiras frequências de flexão mesmo para um volume cerca de 65% do volume original;
- b) o algoritmo implementado é capaz de gerar topologias com o objetivo de afastar frequências de interesse;
- c) o algoritmo implementado permite a análise de problemas estruturais envolvendo a Otimização Paramétrica;
- d) o afastamento máximo, para o domínio de projeto dado, pode ser alcançado para um volume cerca de 86% do volume inicial e com um afastamento de aproximadamente 29,04Hz; e que

- e) a maximização do intervalo entre frequências pode implicar redução, ou aumento, de alguma das frequências naturais em análise.

5.3.5 Caso D5 – Otimização de Uma Viga Hiperestática Submetida a Uma Ação Dinâmica Súbita do Tipo Ressalto em Regime Linear e Não-Linear.

Uma das grandes vantagens do *software* Abaqus® refere-se à sua eficiência relacionada as análises não-lineares. Este exemplo ilustra uma aplicação do método da otimização estrutural topológica envolvendo otimização no domínio do tempo em regime linear e não-linear com restrição de outros critérios de projeto.

Seja uma viga de material hipotético com dimensões 1,60m x 0,20m e espessura de 0,10m vinculada conforme mostrado na FIG. 5.3.32. As propriedades do material são: módulo de elasticidade igual a 30GPa, coeficiente de Poisson igual a 0,30 e densidade igual a 1000kg/m³.

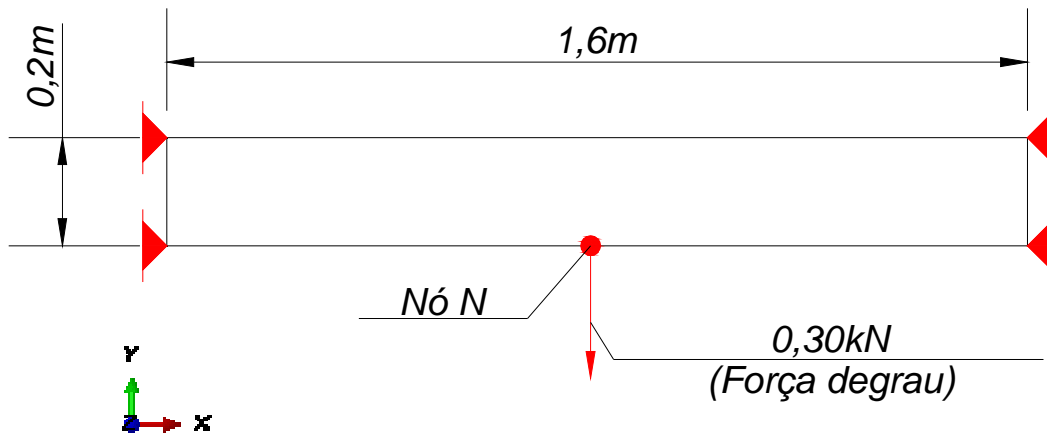


FIGURA 5.3.32 – Geometria inicial e condições de contorno para a viga do Caso D5.
 Fonte: Arquivo do autor.

O objetivo do exemplo é determinar uma topologia ótima da estrutura para um regime de linearidade e não-linearidade geométrica, desde que atendidas as seguintes restrições de projeto para ambas as situações:

- a) volume remanescente maior ou igual a 50% do volume inicial;
- b) o deslocamento máximo do Nó N igual a 0,02m;
- c) a máxima de velocidade do Nó N igual a 1,00m/s; e
- d) não deverá ser considerado qualquer tipo de amortecimento durante a análise.

A malha de elementos finitos foi modelada com 371 (trezentos e setenta e um) elementos retangulares M3D4 e 432 (quatrocentos e trinta e dois) nós do programa Abaqus[®], conforme ilustrado na FIG. 5.3.33.

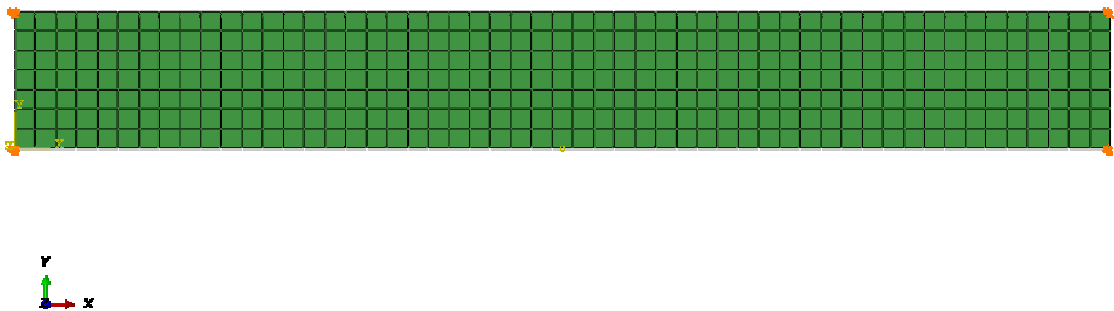
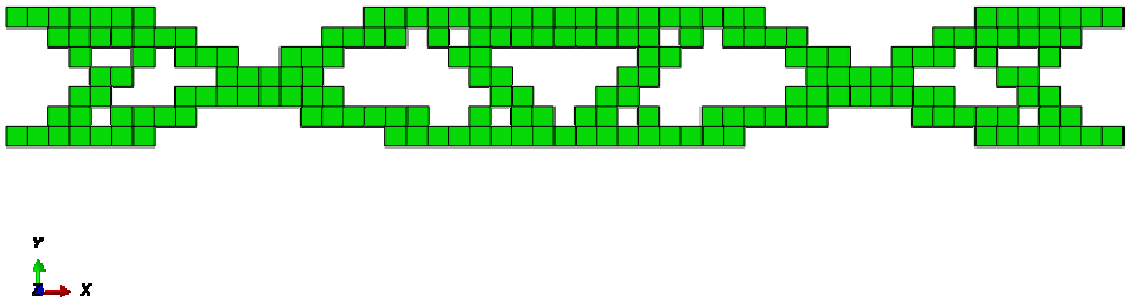


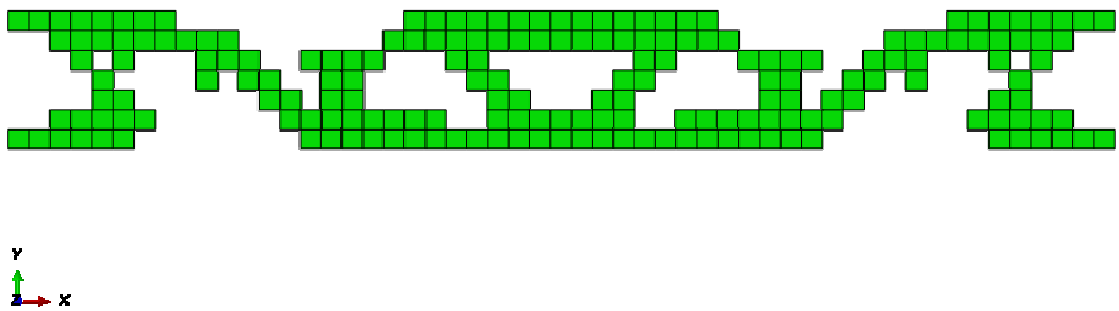
FIGURA 5.3.33 – Malha de elementos finitos para a viga do Caso D5.
Fonte: Arquivo do autor.

Os parâmetros utilizados para a otimização foram: $RR_0 = 10,0\%$ e $ER = 0,5\%$, com no máximo 10 (dez) elementos removidos por iteração.

A FIG. 5.3.34 apresenta as topologias ótimas obtidas pela rotina ESO desenvolvida para os casos estudados. Esses ainda podem ser comparados com a FIG. 5.3.35, obtida na análise de um problema semelhante; porém, em situação estática, no trabalho de Jung e Gea (2004). Em sequência, os GRAF. 5.3.36 a 5.3.38 mostram, respectivamente, a evolução das variáveis deslocamento, velocidade e a razão do volume da iteração sobre o volume original.



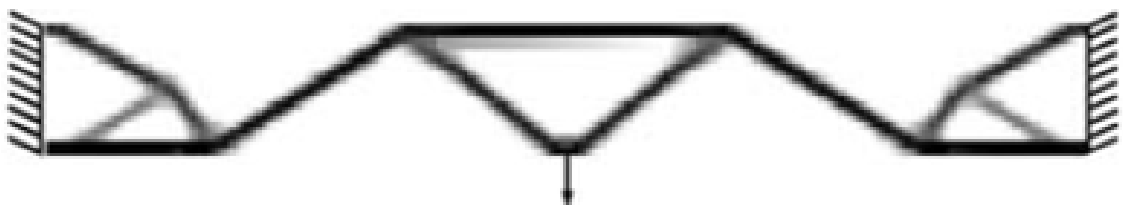
(a) Análise linear.



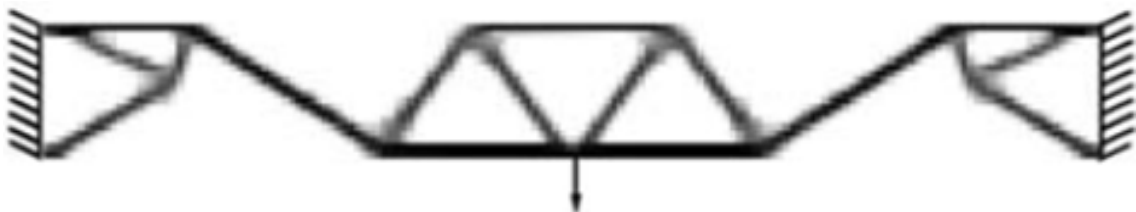
(b) Análise não-linear geométrica.

FIGURA 5.3.34 – Topologia para um volume final igual a aproximadamente 50% do volume inicial obtida pelo *script* desenvolvido – Caso D5.

Fonte: Arquivo do autor.



(a) Análise linear.



(b) Análise não-linear.

FIGURA 5.3.35 – Topologia para um volume final igual a aproximadamente 20% do volume inicial obtida em um problema estático similar – Caso D5.

Fonte: JUNG e GEA, 2004, p. 1424.

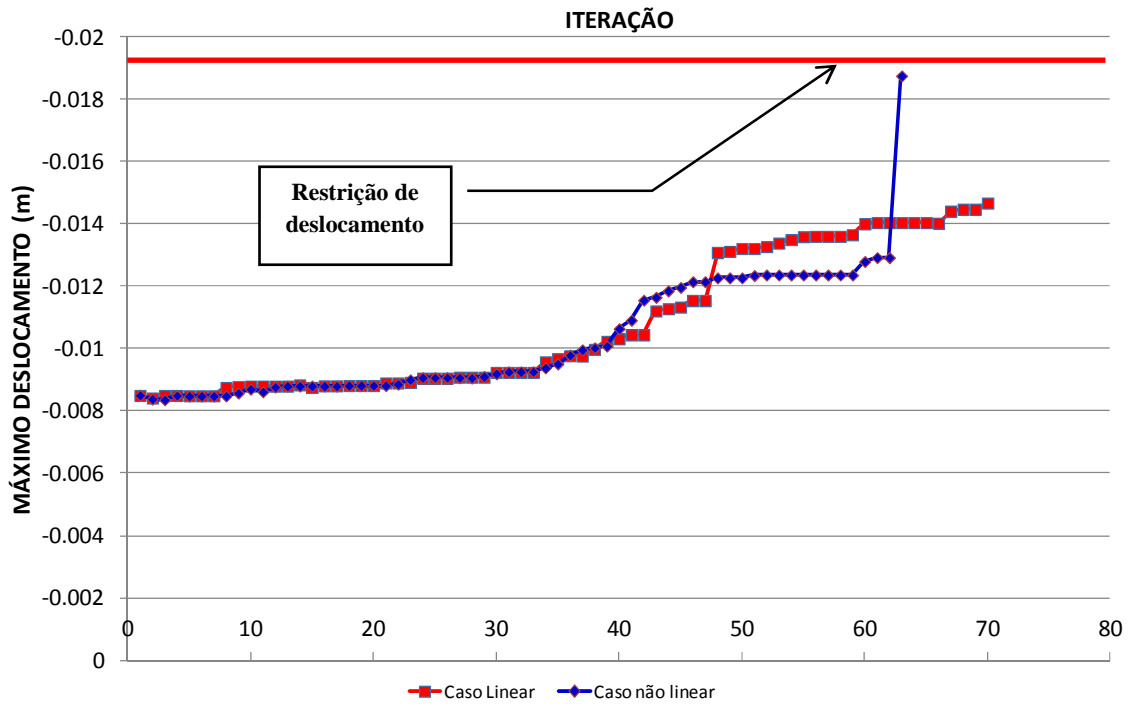


GRÁFICO 5.3.36 – Histórico dos máximos deslocamentos do Nó N – Caso D5.

Fonte: Arquivo do autor.

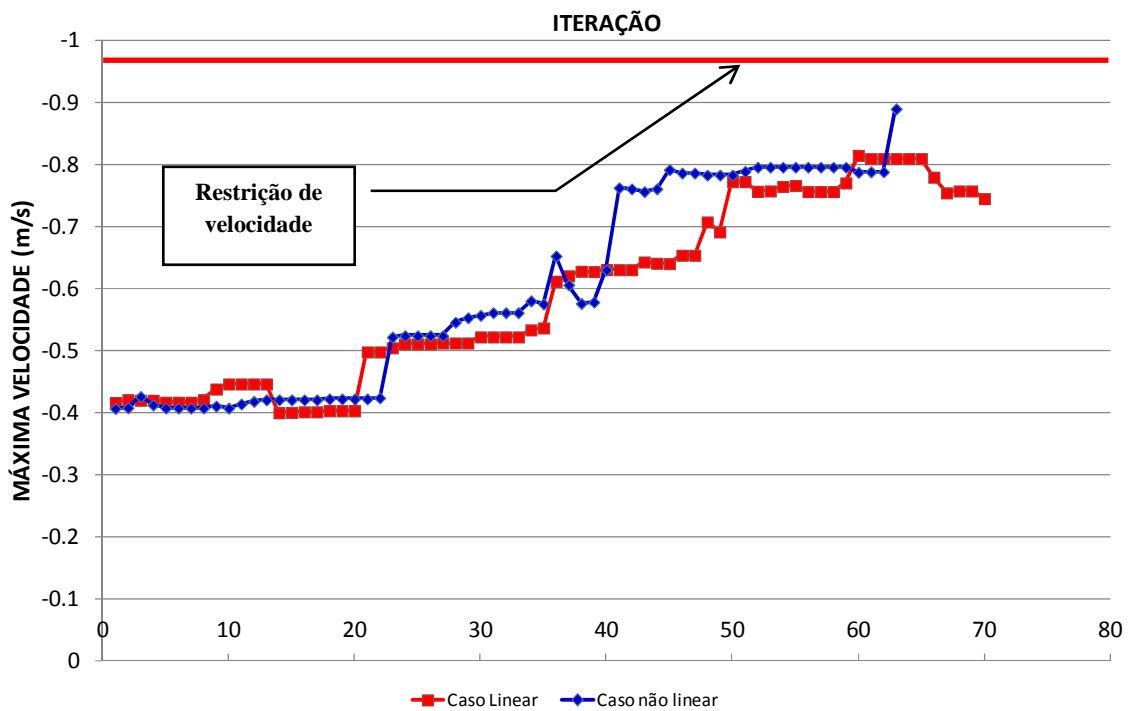


GRÁFICO 5.3.37 – Histórico das máximas velocidades do Nó N – Caso D5.

Fonte: Arquivo do autor.

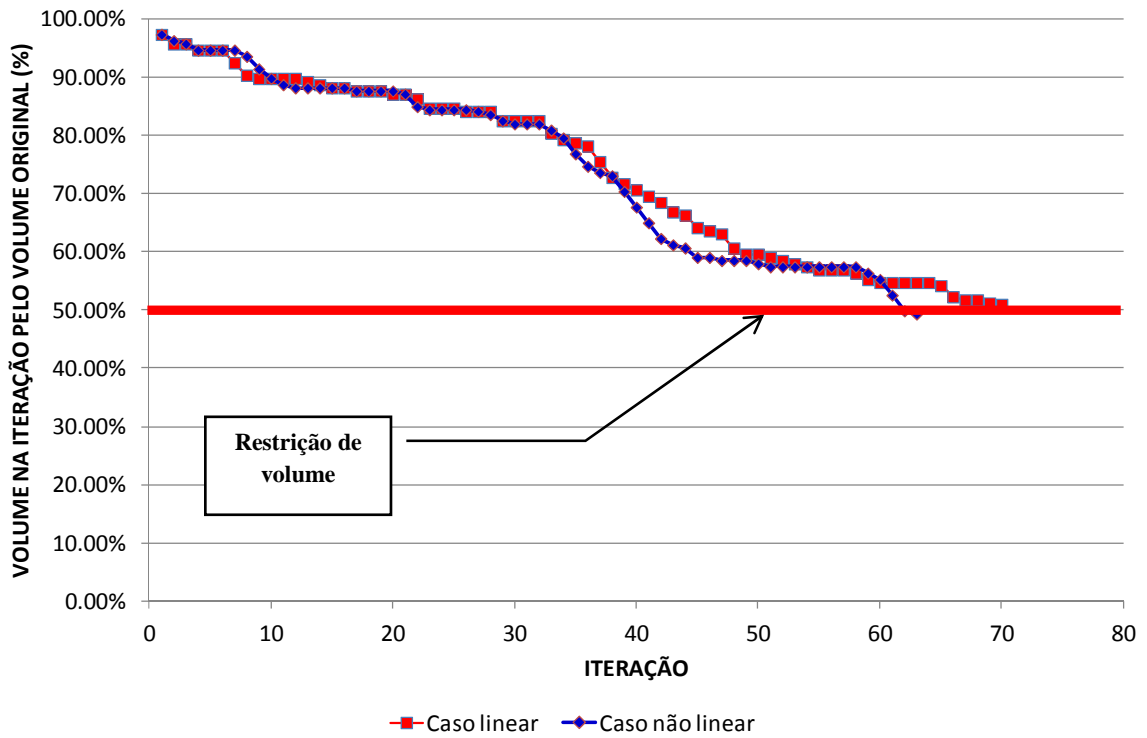


GRÁFICO 5.3.38 – Razão entre o volume da estrutura na iteração correspondente e volume inicial – Caso D5.

Fonte: Arquivo do autor.

Com base nos resultados encontrados, é possível concluir que:

- a) o algoritmo implementado é capaz de determinar topologias ótimas para estruturas submetidas a ações dinâmicas e em regimes lineares e não-lineares geométricos;
- b) o *script* desenvolvido permite adotar diversos critérios para restrição para o projeto, tais como deslocamento, velocidades e volumes;
- c) as geometrias encontradas para o exemplo em questão são levemente distintas e apresentam respostas dinâmicas similares;

- d) a topologia em regime não-linear geométrico em análise dinâmica é similar à topologia em regime não-linear geométrico em análise estática, apresentada em Jung e Gea (2004); e que

- e) a topologia em regime linear geométrico em análise dinâmica difere da topologia em regime linear geométrico em análise estática, apresentada em Jung e Gea (2004).

6

CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES

6.1 Sobre a Pesquisa

A principal finalidade desse trabalho foi o desenvolvimento de uma ferramenta computacional simples, com capacidade de proporcionar análises topológicas de estruturas otimizadas, quando sujeitas às diversas formas de solicitações, por meio do método Otimização Estrutural Evolucionária. Na implementação da rotina, utilizou-se a plataforma em linguagem *Python*, do Abaqus Scripting do *software* de análise de problemas multifísicos Abaqus®.

Atenção especial foi dedicada ao entendimento dos recursos disponíveis no Abaqus®, para maior eficiência do algoritmo, o que possibilitou a programação e análises de estruturas solicitadas por ações estáticas ou dinâmicas, com ou sem linearidade geométrica, por meio de um critério de tensões. Além da facilidade das análises, foi possível acrescentar um ambiente amigável de interface com o usuário no próprio *script* de otimização, facilitando-se a entrada de dados.

Alguns exemplos foram avaliados e verificou-se coerência com os estudos disponíveis na literatura. Encontram-se resultados satisfatórios para problemas com elementos bidimensionais e tridimensionais, viabilizando análises futuras promissoras de diversas naturezas. Problemas associados a instabilidades numéricas foram contornados por meio de restrições do número de vazios e da técnica *Nibbling* ESO. Apesar disso, foi possível identificar que, para melhor calibração dos parâmetros RR e ER, seria necessária a realização de testes numéricos preliminares, para evitar singularidades à estrutura durante o processo evolutivo da otimização.

6.2 Sobre a Rotina Desenvolvida

Conforme apresentado nesta dissertação, conclui-se que o *script* desenvolvido com a utilização do método ESO é capaz de:

- a) interagir com o usuário no processo de entrada de dados;
- b) encontrar topologias ótimas para modelos tridimensionais e bidimensionais simples do *software* Abaqus®;
- c) atenuar os problemas de instabilidades numéricas associados a dependência de malha e o tabuleiro de xadrez;
- d) permitir o monitoramento das variáveis evolucionárias envolvidas no processo de otimização, facilitando a calibração das mesmas;
- e) otimizar frequências naturais de estruturas, sem acesso às matrizes de massa e rigidez envolvidas no Método dos Elementos Finitos, em analogia ao critério de tensões;
- f) otimizar estruturas submetidas a solicitações externas múltiplas;

- g) otimizar geometrias para a estrutura, a partir de solicitações dependentes ou não do tempo;
- h) otimizar geometrias de estruturas com linearidade ou não-linearidade geométrica; e de
- i) permitir a identificação de topologias de estruturas, sujeitas a mais de uma restrição de projeto, tais como: volume, deslocamento de um dado nó e velocidades de um dado nó.

6.3 Sugestões para Estudos Futuros

Como sugestões para trabalhos futuros, citam-se:

- a) incorporação de um método de otimização híbrido no *script*, com objetivo de encontrar, com maior probabilidade, ótimos globais, como o GESO;
- b) incorporação de métodos de otimização com remoção suavizada de elementos, como o SESO;
- c) incorporação de uma rotina com a consideração de temperatura e a alteração do módulo de elasticidade, devido a esse processo;
- d) testes com outros exemplos e outras condições de contorno para o *script* desenvolvido;
- e) testes com problemas envolvendo não-linearidade material para o *script* desenvolvido;

- f) desenvolvimento de um algoritmo que elimine, durante o processo de otimização dinâmica ou de frequência, modos de vibração localizados; e
- g) investigação acerca da possibilidade de inversão dos modos de vibração, inerentes ao processo.

REFERÊNCIAS

ARORA, J. S. *Introduction to optimum design*. 2. ed. London: Elsevier, 2004.

BATHE, K. J.; WILSON, E. L. Stability and accuracy analysis of direct integration methods. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, v. 1, p. 283-291, 1973.

BENDSØE, M. P. Optimal shape design as a material distribution problem. *Structural Optimization*, v. 1, p. 193-202, 1989.

BENDSØE, M. P.; KIKUCHI, N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 71, p. 197-224, 1988.

BENDSØE, M. P.; SIGMUND, O. *Topology optimization: Theory, Methods and Application*. Berlin: Springer-Verlag, 2003.

BRUYNEEL, M.; DUYSINX, P.; FLEURY, C. Solution of topology optimization problems with sequential convex programming. *Lecture Notes*, p. 1-53, 2000.

CHU, D. N.; XIE, Y. M.; HIRA, A.; STEVEN, G. P. Evolutionary structural optimization for problems with stiffness constraints. *Finite Elements in Analysis and Design*, v. 21, p. 239-251, 1996.

COUTINHO, K. D. *Método de otimização topológica em estruturas tridimensionais*. 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2006.

DÍAAZ, A. R.; KIKUCHI, N. Solutions to shape and topology eigen-value optimization problems using a homogenization method. *International Journal For Numerical Methods in Engineering*, p. v. 35, n. 7, p. 1487-1502, 30 out. 1992.

- DÍAZ, A.; SIGMUND, O. Checkerboard Patterns in Layout Optimization. *Structural Optimization*, v. 10, p. 40-45, 1995. Disponível em: <http://www.giref.ulaval.ca/~deteix/bois/documents_references/sigmund1995.pdf>. Acesso em: 10 jan. 2013.
- FURLAN, F. A. C. *Métodos locais de integração explícito e implícito aplicados ao método de elementos finitos de alta ordem*. 2011. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas – Unicamp, Campinas, 2011.
- GOLDBERG, D. E. *Genetic Algorithms in Search, Optimisation and Machine Learning*. Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Co., Inc., 1989.
- HILBER, H. M.; HUGHES, T. J. R.; TAYLOR, R. L. Improved numerical dissipation for time integration algorithms in structural dynamics. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, v. 5, p. 283-292, 1977.
- HUANG, M. W.; ARORA, J. S. Optimal design with discrete variables: some numerical experiments. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 40, p. 165-188, 1997.
- HUANG, X.; ZUO, Z. H.; XIE, M. Y. Evolutionary topological optimization of vibrating continuum structures for natural frequencies. *Comput Struct*, v. 88, p. 357-364, 2010.
- JENSEN, J. S.; PEDERSEN, N. L. On maximal eigenfrequency separation in two-material structures: the 1D and 2D scalar cases. *Journal Sound of Vibration*, v. 289, p. 967-986, 2006.
- JOG, C. S.; HABER, R. B. Stability of finite element model for distributed parameter optimization and topology design. *Comp. Meth. Appl. Mech. Engineering.*, v. 130, p. 203-226, 1996.
- JOG, C. S. Topology design of structures subjected to periodic loading. *Journal of sounds and vibration*, v. 253, n. 1, p. 1191-1198, 2002.
- JUNG, D.; GEA, H. C. Topology optimization of nonlinear structures. *Finite Elements in Analysis and Design*, v. 40, p. 1417-1427, 2004.
- KANG, Z.; ZHANG, X.; JIANG, S.; CHENG, G. On topology optimization of damping layer in shell structures under harmonic excitations. *Struct Multidisc Optim*, v. 46, p. 51-67, 2012.
- KIM, H.; QUERIN, O. M.; STEVEN, G. P.; XIE, Y. M. Determination of an optimal topology with a predefined number of cavities. *AIAA Journal*, v. 40, n. 4, p. 739-744, 2002.

- LEE, D.; UWE, S.; SHIN, S.-M. Evaluating optimum shape of thin steel plates with dynamic problem by using topology optimization design. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON STEEL STRUCTURES, 5., 2009, Seoul, Korea. *Proceedings...* Seoul, Korea: [s. ed.], 2009. Disponível em: <<http://www.tuhh.de/sdb/starossek/Veroeffentlichungen/Dateien/Optimum-shape-of-thin-steel-plates-with-dynamic-problem.pdf>>. Acesso em: 10 mar. 2012.
- LI, Q.; STEVEN, G. P.; XIE, Y. M. A simple checkerboard suppression algorithm for evolutionary structural optimization. *Struct. Multidisc. Optim.*, v. 22, p. 230-239, 2001.
- LIANG, Q. Q.; XIE, Y. M.; STEVEN, G. P. Optimal topology selection of continuum structures with stress and displacement constraints. In: THE SEVENTH EAST ASIA-PACIFIC CONFERENCE ON STRUCTURAL ENGINEERING & CONSTRUCTION, 7, 2009, Kochi, Japan. *Proceedings...* Kochi, Japan: [s. ed.], 1999. p. 27-29.
- LIU, X.; YI, W.; LI, Q. S.; SHEN, P. Genetic evolutionary structural optimization. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 64, p. 305-311, 2008.
- LUENBERGER, G. D. *Linear and Nonlinear Programming*. 2. ed. Boston: Addison-Wesley Publishing Company, 1984.
- MA, Z. D.; KIKUCHI, N.; CHENG, H. C. Topological design for vibrating structures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 121, p. 259-280, 1995.
- MIN, S.; KIKUCHI, N.; PARK Y.; KIM, S.; CHANG, S. Optimal topology design of structures under dynamic loads. *Struct. Optim.*, v. 17, p. 208-218, 1999.
- OLIVEIRA NETO, J. A. *Otimização topológica de estruturas temoelásticas tridimensionais*. 2011. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2011.
- PEDERSEN, P. On optimal orientation of orthotropic materials. *Structural Optimization*, v. 1, p. 101-106, 1989.
- PORTO, E. C. B. *Método da homogeneização aplicado à otimização estrutural topológica*. 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas - Unicamp. Campinas, 2006.
- QUERIN, O. M.; STEVEN, G. P.; XIE, Y. M. Evolutionary structural optimization using additive algorithm. *Finite Element Analysis and Design*, v. 34, p. 291-308, 2000a.
- QUERIN, O. M.; YOUNG, V.; STEVEN, G. P.; XIE, Y. M. Computational efficiency and validation of bi-directional evolutionary structural optimisation. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engineering.*, v. 189, p. 559-573, 2000b.

- QUERIN, O. M. *Evolutionary structural optimization stress based formulation and implementation*. Tese de Doutorado. Sydney, Australia: University of Sydney, 1997.
- RONG, J. H.; XIE, Y. M.; YANG, X. Y.; LIANG, Q. Q. Topology optimization of structures under dynamic response constraints. *Journal of Sounds and Vibration*, v. 234, n. 2, p. 177-189, 2000.
- ROSAL, M. C. F. *Programação não-linear aplicada à otimização de redes pressurizadas de distribuição de água*. 2007. Dissertação (Mestrado em Ciência em Engenharia Civil) – Centro de Tecnologia e Geociência. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2007.
- SANCHES, R. P. *Otimização estrutural evolucionária usando malhas hexagonais*. 2011. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas – Unicamp, Campinas, 2011.
- SANT'ANNA, H. M. *Otimização topológica de estruturas bidimensionais contínuas submetidas a restrições de flexibilidade e tensão*. 2002. Dissertação. (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2002.
- SIGMUND, O. On the design compliant mechanisms using topology optimization. *Mechanics of Structures and Machines*, v. 25, n. 4, p. 493-524, 02 abr. 1997.
- SIGMUND, O.; PETERSSON, J. Numerical instabilities in topology optimization: a survey on procedures dealing with checkerboards, mesh dependencies and local minima. *Structural Optimization*, Springer-Verlag, v. 16, p. 68-75, 1998. Disponível em: <<http://empslocal.ex.ac.uk/people/staff/reverson/uploads/MoodSwings/sigmund-petersen-review.pdf>>. Acesso em: 10 out. 2012.
- SILVA, E. C. N. *Técnicas de otimização aplicadas no projeto de peças mecânicas*. São Paulo: Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos, Escola Politécnica da USP, 2001. (Apostila)
- SILVA, M. M. *Otimização de estruturas reticuladas incluindo não-linearidade geométrica*. 2011. Dissertação (Mestrado em Modelagem Computacional) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2011.
- SIMONETTI, H. L. *Otimização topológica de estruturas bidimensionais*. 2009. Dissertação (Mestrado em Ciências da Engenharia Civil) - Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2009.
- SIMULIA. *Abaqus User's Manual*, v. 6. 10. ed. USA: [s.n.]. *Abaqus analysis user's manual*. 2010.

- SUN, J. S.; LEE, K. H.; LEE, H. P. Comparison of implicit and explicit finite element methods for dynamic problem. *Journal of Materials Processing Technology.*, Elsevier, v. 105, n. 1-2, p. 252-265, 07 set. 2000.
- SVANBERG, K. The method of moving asymptotes - A new method for structural optimization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 24, n. 2, p. 359-373, fev. 1987.
- TANSKANEN, P. The evolutionary structural optimization method: theoretical aspects. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Elsevier, v. 191, n. 47-48, 5485-5498, 22 nov. 2002.
- WOOD, W. L.; BOSSAK, M.; ZIENKIEWICZ, O. C. An alpha modification of newmark's method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 15, n. 10, p. 1562-1566, out. 1980.
- XIE, M. Y.; STEVEN, G. P. A simple evolutionary procedure for structural optimization. *Computer & Structures*, Elsevier, v. 49, n. 5, p. 885-896, dez. 1993.
- XIE, Y. M.; STEVEN, G. P. Evolutionary structural optimization for dynamic problems. *Computers & Structures*, Elsevier, v. 58, n. 6, p. 1067-1073, 17 mar. 1996.
- XIE, Y. M.; STEVEN, G. P. Optimal design of multiple load case structures using an evolutionary procedure. *Engineering Computations*, v. 11, n. 4, p. 295-302, 1994.
- XIE, Y. M.; ZUO, Z. H.; HUANG, X.; RONG, J. H. Convergence of topological patterns of optimal periodic structures under multiple scale. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Springer-Verlag, v. 46, n. 46, p. 41-54, 2012.
- YANG, D.; JUNG, D.; SONG, I.; YOO, D.; LEE, J. Comparative investigation into implicit, explicit, and iterative implicit/explicit schemes for the simulation of sheet-metal forming processes. *Journal of Materials Processing Technology.*, Elsevier, v. 50, n. 1-4, p. 39-53, 1995.
- YANG, X. *Evolutionary methods for topology optimisation of continuum structures: static and dynamic problems*. 2002. Tese (Doutorado em Engenharia) - School of the Built Environment - Victoria University of Technology, Melbourne, Austrália, 2002.
- YOON, G. H. Structural topology optimization for frequency response problem using model reduction schemes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Elsevier, v. 199, n. 15, p. 1744-1763, maio 2010.
- ZHAO, C.; HORNBY, P.; STEVEN G. P.; XIE, Y. M.. A generalized evolutionary method for numerical topology optimization of structures under static loading conditions. *Structural Optimization*, Springer-Verlag, v. 15, n. 3-4, p. 251-260, 1998.

ZHOU, M.; ROZVANY, G. I. N. On the validity of ESO type methods in topology optimization. *Struct. Multidisc Optim.*, Springer-Verlag, v. 21, n. 1, p. 80-83, 2001.

ZHOU, M.; SHYY, Y. K.; THOMAS, H. L. Checkerboard and minimum member size control in topology optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Springer-Verlag, v. 21, n. 2, p. 152-158, 2001.

ZUO, Z. H.; XIE, M. Y.; HUANG, X. Optimal topological design of periodic structures for natural frequencies. *Journal of Structural Engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 137, n. 10, p. 1229-1240, 2011.

ZUO, Z. H.; XIE, Y. M.; HUANG, X. An improved bi-directional evolutionary method for topology optimization for frequencies. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, v. 10, n. 55, p. 55-75, mar. 2010.

APÊNDICE A – TUTORIAL PARA O *SCRIPT*
DESENVOLVIDO

A Utilização da Ferramenta

Para a execução da rotina desenvolvida para otimização de estruturas via método Otimização Estrutural Evolucionária (ESO), é necessário salvar o arquivo “ESO SCRIPT_v1.py” no diretório de acesso padrão do Abaqus®, conforme FIG.. A.1.

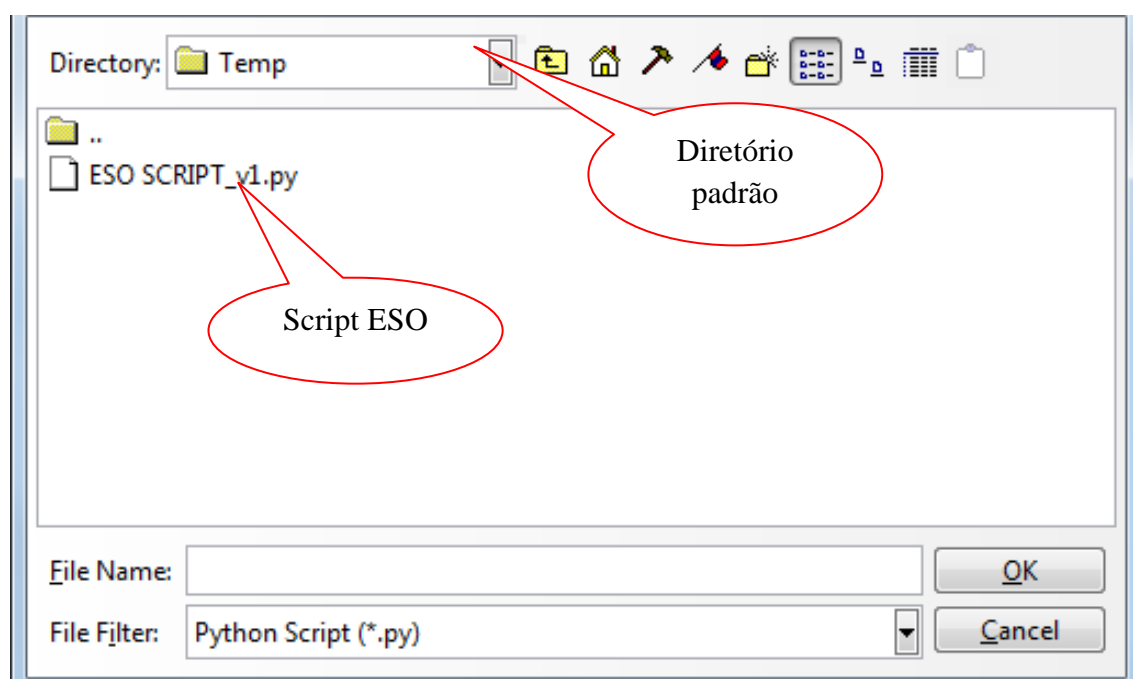


FIGURA A.1 – Acesso para o *script* ESO pelo *Windows*.

Fonte: Arquivo do autor.

Um exemplo com aplicação da metodologia para análise via o *script* é apresentado a seguir.

B Exemplo de Aplicação

O exemplo foi retirado de Porto (2006) e a geometria e condições de contorno do problema estão identificadas na FIG. B.1. Todas as unidades são compatíveis, portanto: módulo de elasticidade apresenta valor $E=100.000$, coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$ e força $F = 1000$.

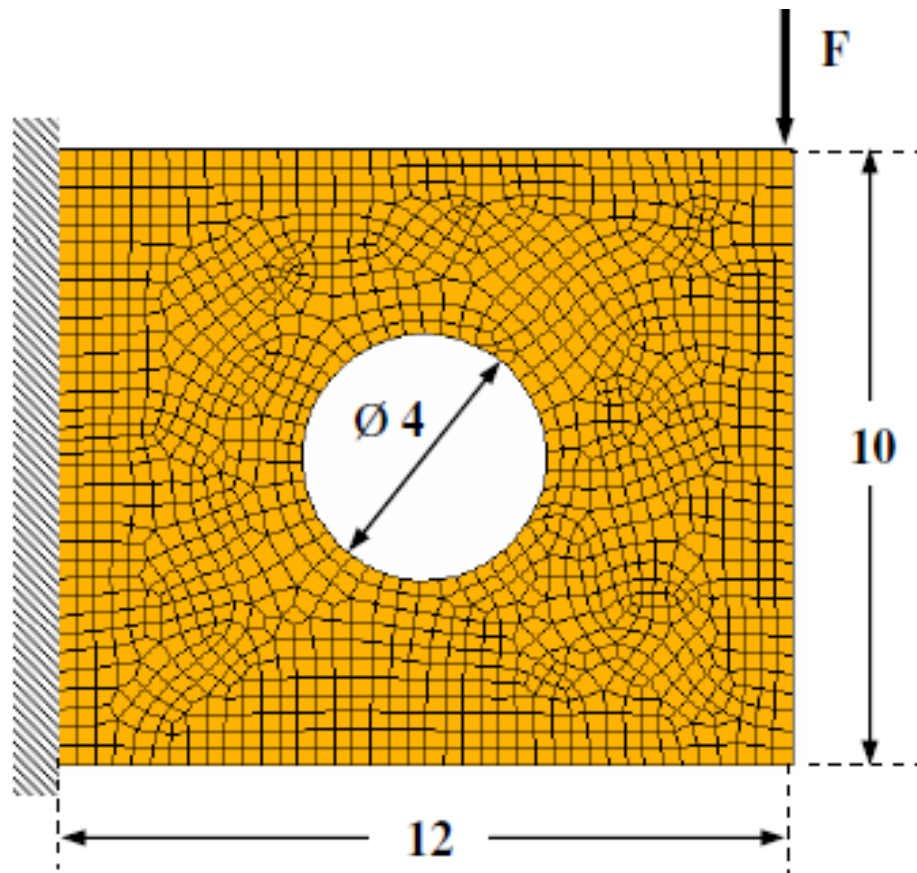


FIGURA B.1 – Problema disponível em PORTO (2006).
Fonte: PORTO, 2006, p. 123.

- **Definição de uma PART**

Assim como em qualquer outra análise via Abaqus[®], são necessárias as definições geométricas do modelo. A rotina desenvolvida suporta a análise de apenas uma única *PART*. As FIG. B.2 a B.4 indicam ilustrações para as definições geométricas deste exemplo no módulo CAE do *software*.

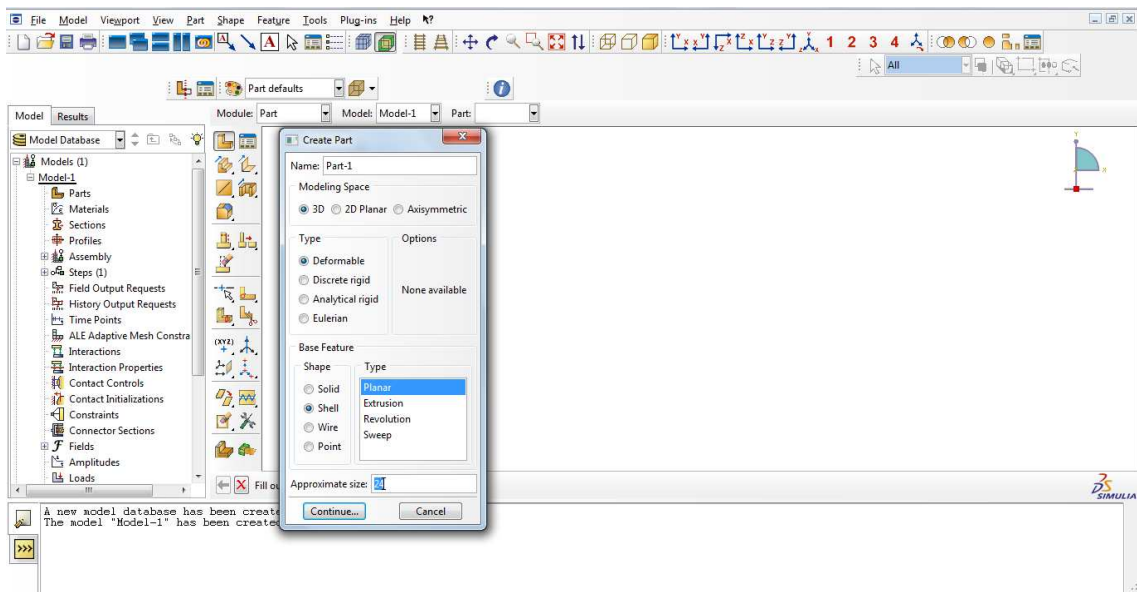


FIGURA B.2 – Definição do campo para o desenho da *PART*.

Fonte: Arquivo do autor.

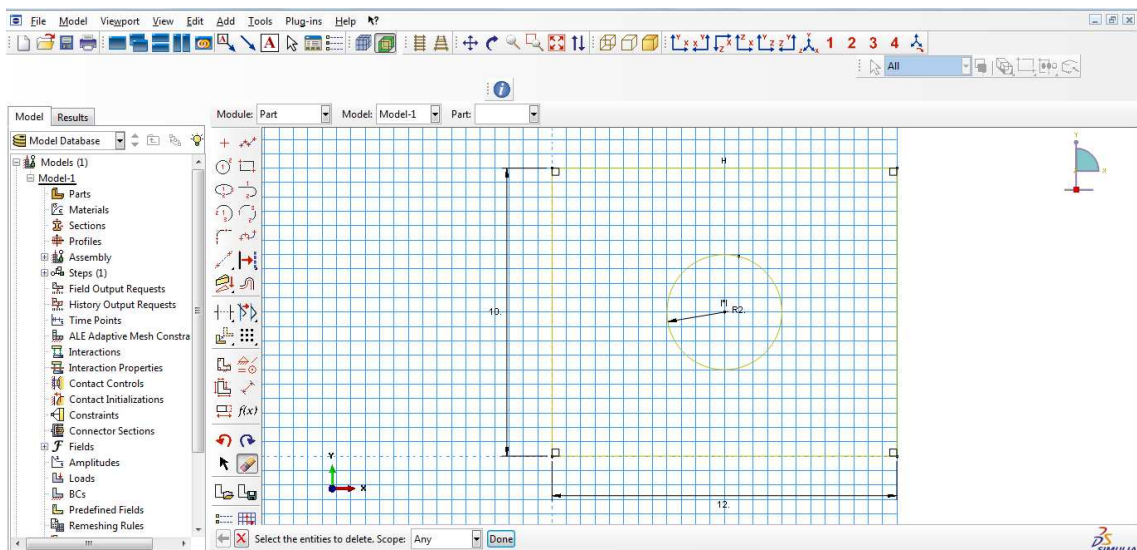


FIGURA B.3 – Limites geométricos da *PART*.

Fonte: Arquivo do autor.

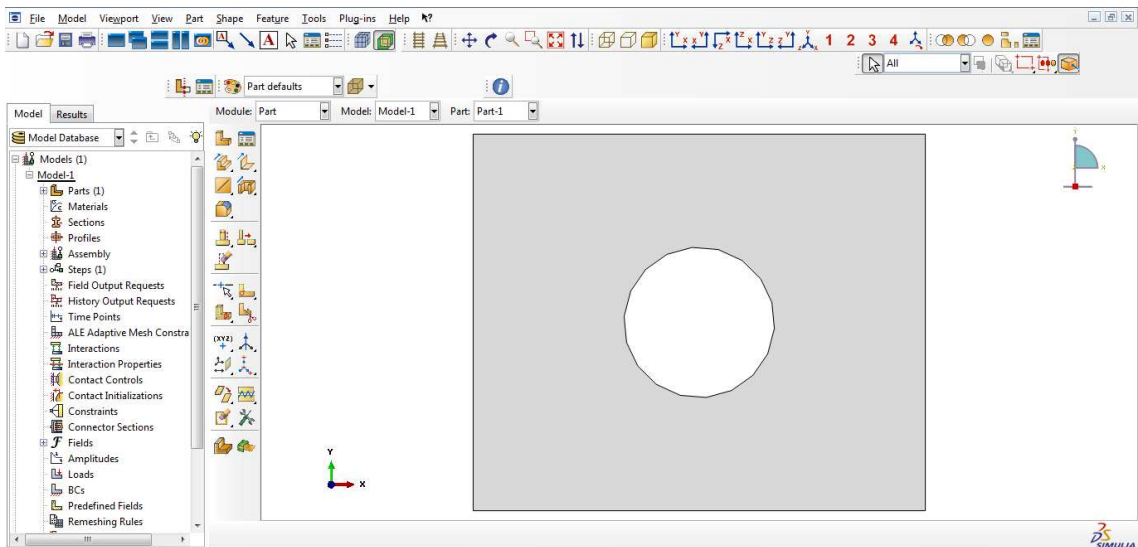


FIGURA B.4 – Geometria definida.
 Fonte: Arquivo do autor.

- **Definição da Malha de Elementos Finitos**

O procedimento seguinte é a definição da malha. Será definida uma malha com 2082 (dois mil e oitenta e dois) nós e 1999 (mil, novecentos e noventa e nove) elementos do tipo M3D4, conforme FIG. B.5.

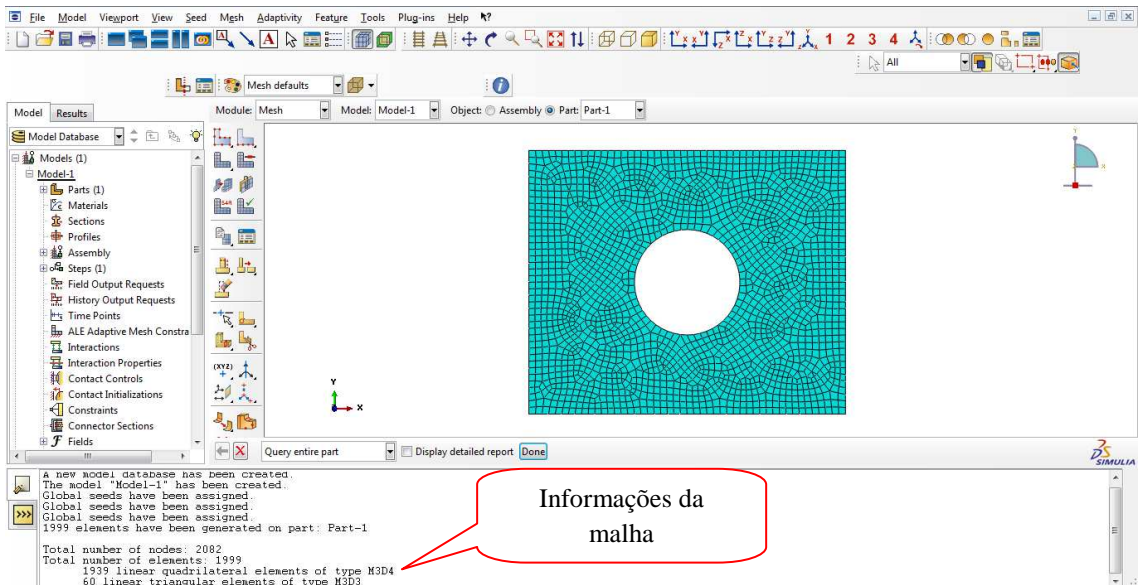


FIGURA B.5 – Definição da Malha.
 Fonte: Arquivo do autor.

- **Definição de uma Nova PART para a Execução do Script**

Definida a malha, cria-se uma nova *PART* a partir da malha gerada em “*MESH – CREAT MESH PART – ENTER*” no Abaqus®/CAE. Dessa maneira, passam a existir 2 (duas) geometrias: “*Part-1*” e “*Part-1-mesh-1*”, conforme FIG. B.6.

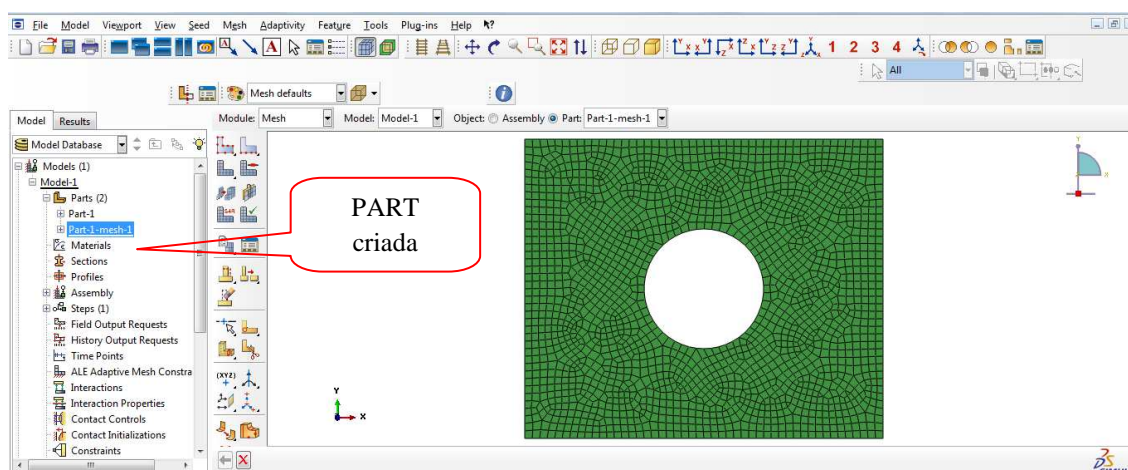


FIGURA B.6 – Nova *PART* criada.

Fonte: Arquivo do autor.

A partir desse ponto, todas as definições de montagem do modelo serão referentes à nova *PART* criada. A *PART* original será utilizada apenas como referência.

- **Definição das Seções**

A remoção dos elementos do sistema não ocorre com a retirada literal dos mesmos. Na verdade, a exemplo da metodologia adotada em Simonetti (2009), para se evitar a necessidade de remalhamento, ao ser identificada uma região ineficiente, as propriedades mecânicas dessa região são alteradas para uma seção ou para um material com características estruturais desprezíveis, quando comparadas com suas propriedades mecânicas iniciais.

O *script* desenvolvido requer que o próprio usuário defina essa característica física que represente a desativação estrutural desses componentes do domínio. Dentre algumas formas representativas para essa estratégia, citam-se: baixos módulos de elasticidade e densidade do material e seção transversal de espessura relativamente baixa.

Para efeito deste exemplo, as definições seguem como indicado nas FIG. B.7 e B.8.

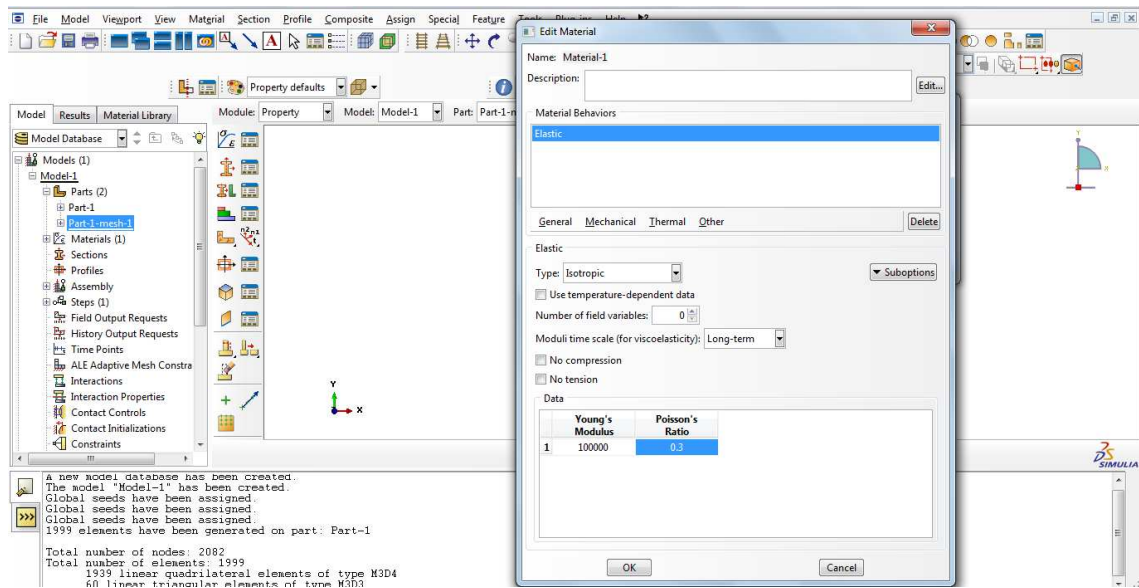


FIGURA B.7 – Definição do material.

Fonte: Arquivo do autor.

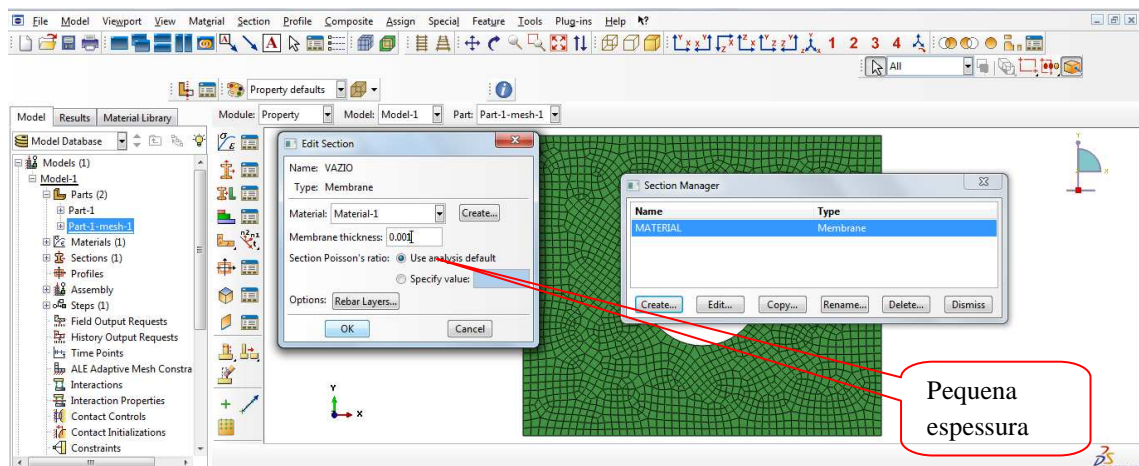


FIGURA B.8 – Definição de uma seção para representar o vazio.

Fonte: Arquivo do autor.

- **Definição de SET**

O *script* exige sempre a definição de dois *SET*'s, a saber:

- a) *SET* ESSENCIAL: pode ser um grupo de elementos ou nós. É utilizado para regiões do domínio que não devem ser removidas durante o processo evolucionário. Caso exista uma região que não possa ser removida, o *SET* deve sempre corresponder a elementos da malha. Se não houver regiões com essa restrição, esse *SET* deve ser definido para qualquer nó da malha. A FIG. B.9 mostra os elementos essenciais; ou seja, que não devem ser removidos para este exemplo.
- b) *SET* VAZIO: corresponde apenas a grupos de elementos. Não pode ser definido para nós. É utilizado para regiões onde o *script* identificará ineficiência. A definição desse *SET* é apenas orientativa e imprescindível para a execução da rotina. Para a definição desse grupo, é suficiente selecionar qualquer elemento da malha, já que esse *SET* deverá ser deletado após a atribuição da SEÇÃO VAZIO ao modelo. A FIG. B.10 mostra, para esse exemplo, o elemento pertencente, provisoriamente, ao grupo *SET* VAZIO.

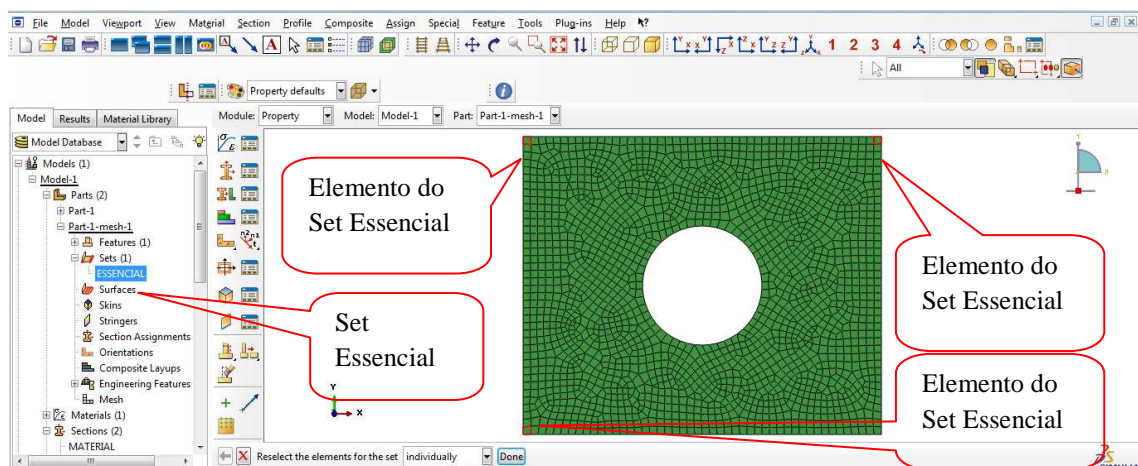


FIGURA B.9 – Definição de um *SET* ESSENCIAL.

Fonte: Arquivo do autor.

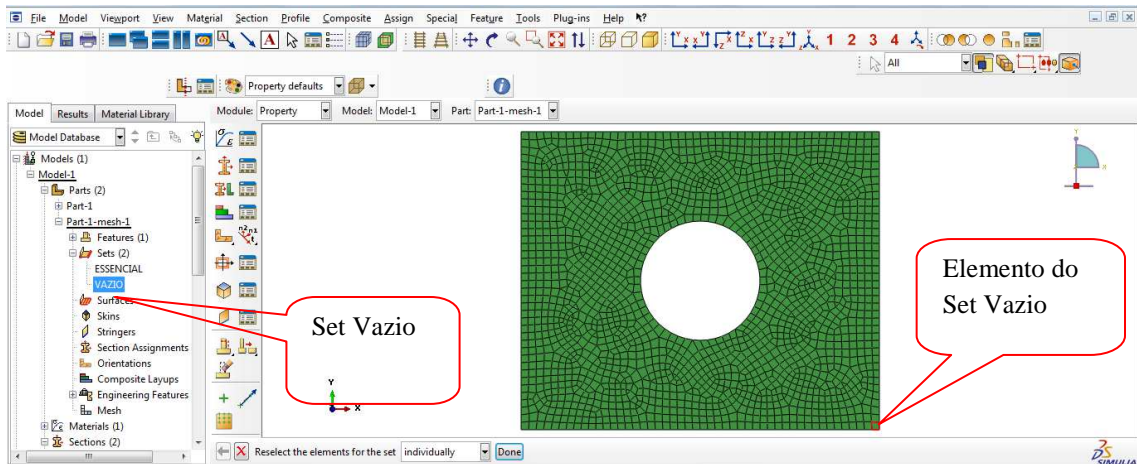


FIGURA B.10 – Definição de um SET VAZIO.
 Fonte: Arquivo do autor.

- **Atribuição das Seções**

A seção MATERIAL é atribuída a todo o domínio de projeto inicial, conforme FIG. B.11. A seguir, a seção VAZIO é atribuída ao SET VAZIO, conforme B.12.

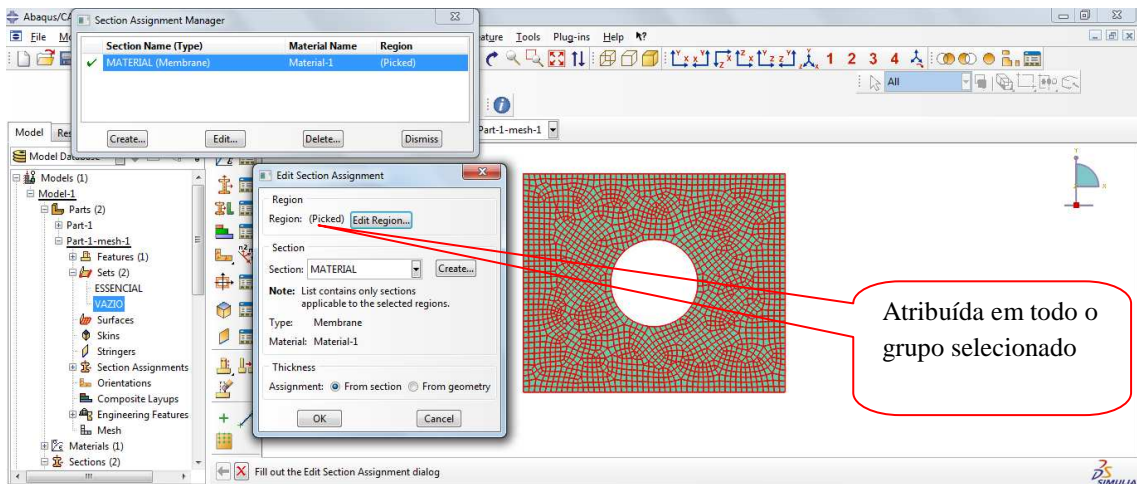


FIGURA B.11 – Atribuição da SEÇÃO MATERIAL em todo o domínio de projeto.
 Fonte: Arquivo do autor.

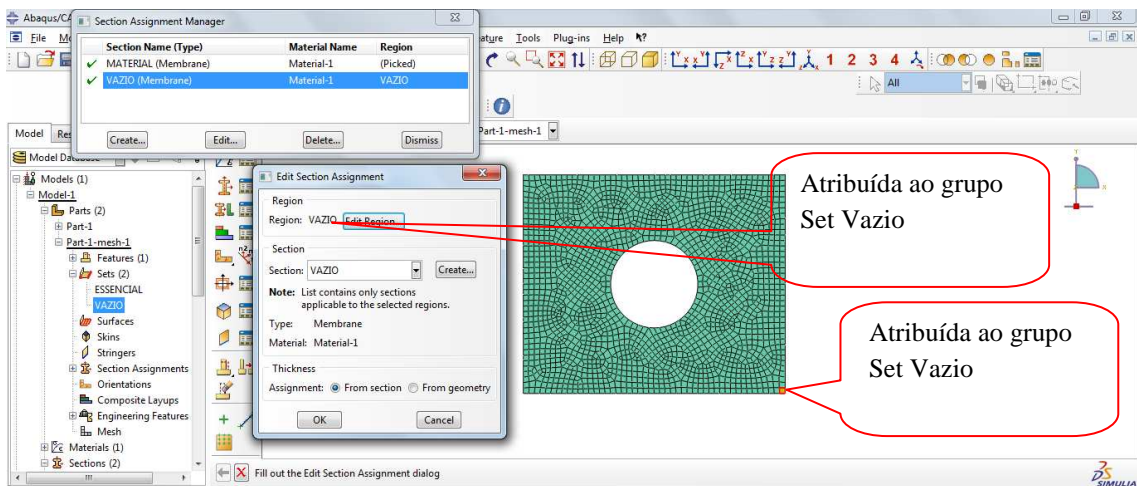


FIGURA B.12 – Atribuição da SEÇÃO VAZIO nos elementos do SET VAZIO.
 Fonte: Arquivo do autor.

- **Exclusão do SET VAZIO**

Após a atribuição do SET VAZIO a SEÇÃO VAZIO, o SET VAZIO deve ser deletado, para que o grupo de elementos definidos como ineficientes retorne ao domínio de projeto inicial.

- **Definição do STEP ESTÁTICO**

O STEP de análise estática é definido, conforme FIG. B.13:

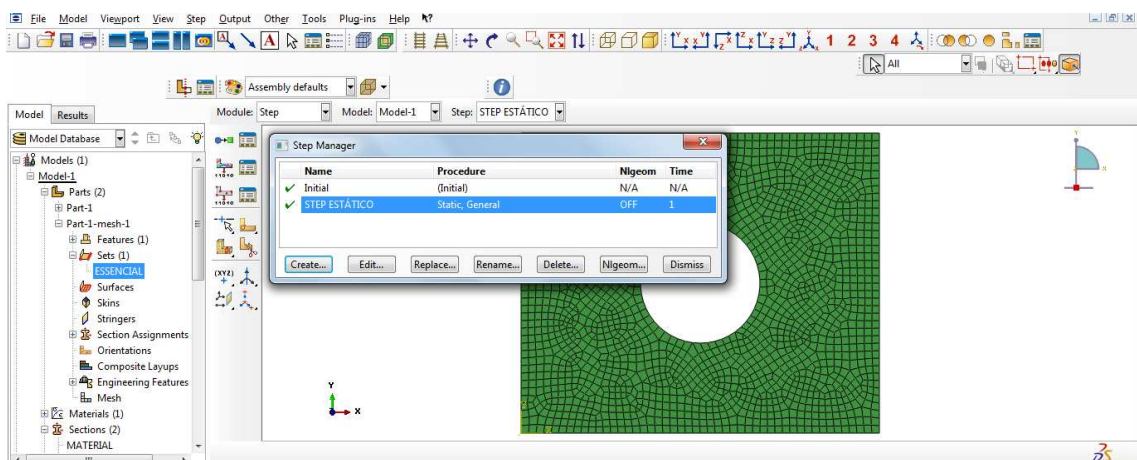


FIGURA B.13 – Definição do STEP ESTÁTICO.
 Fonte: Arquivo do autor.

- **Solicitação de Resposta em Tensões de von Mises**

É necessário solicitar o cálculo e a saída dos resultados em tensões de von Mises no *Field Output* do *STEP* ESTÁTICO, conforme FIG. B.14.

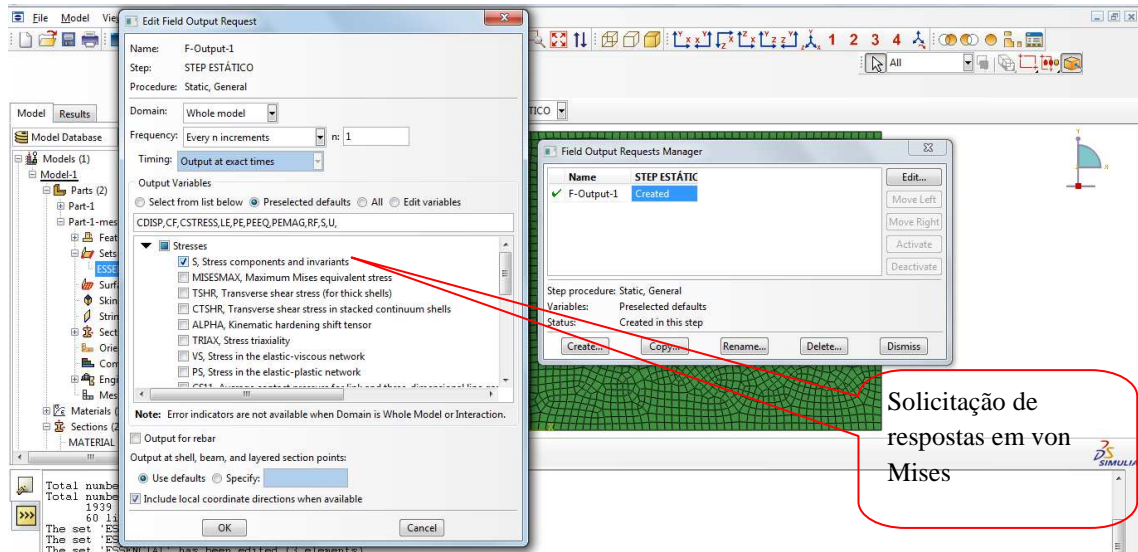


FIGURA B.14 – Solicitação de resposta em von Mises.

Fonte: Arquivo do autor.

- **Aplicação de condições de contorno**

As condições de contorno devem ser aplicadas aos nós. Nesse caso, fixação de vínculos fixos e ação concentrada de valor igual a 1000, conforme FIG. B.15.

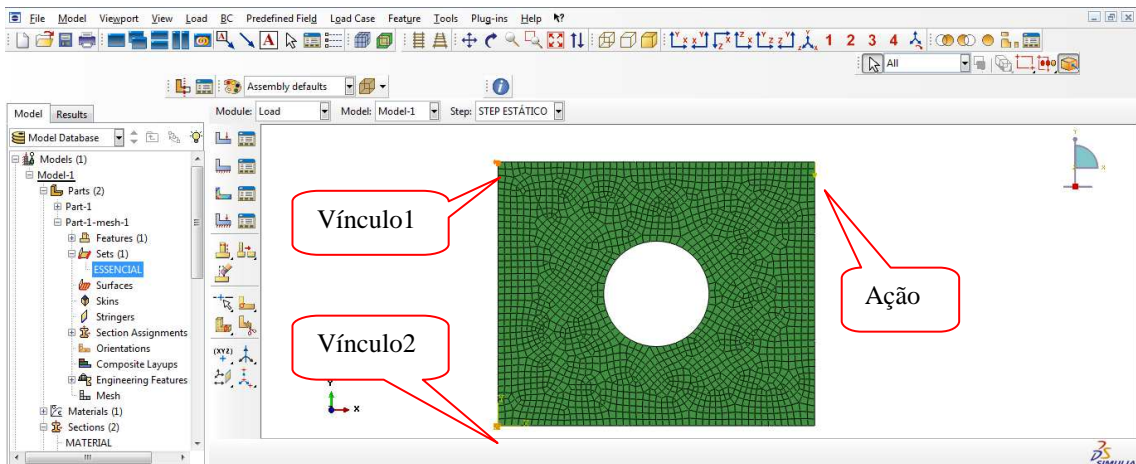


FIGURA B.15 – Solicitação de resposta em von Mises.
 Fonte: Arquivo do autor.

- **Análise Estrutural**

Após todas as definições, o modelo pode ser salvo e submetido à análise estrutural. A FIG. B.16, mostra o resultado obtido para a análise inicial.

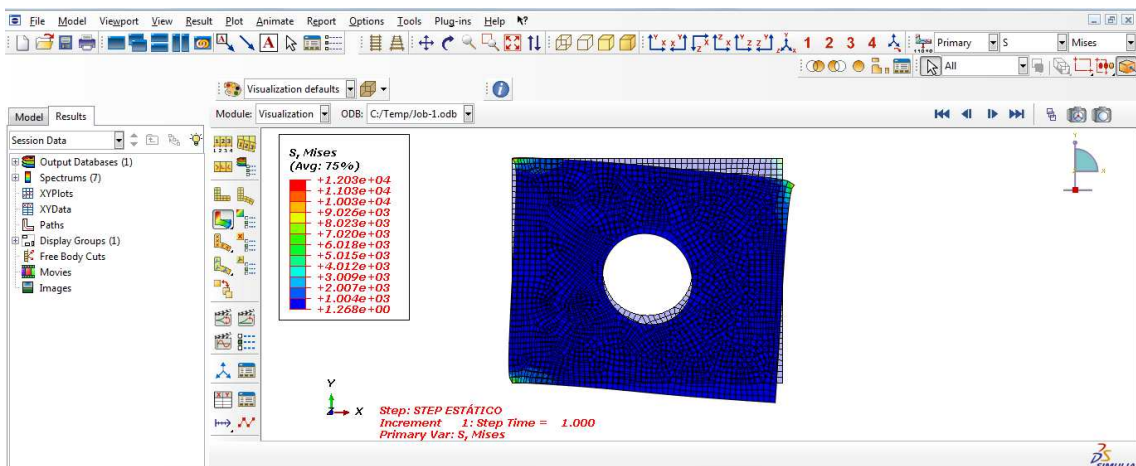


FIGURA B.16 – Resposta inicial em tensões de von Mises.
 Fonte: Arquivo do autor.

• **Execução do Script**

Após esses procedimentos, o *script* pode ser executado. Para este exemplo, serão feitas 5 (cinco) iterações com no máximo 100 (cem) elementos removidos (alterados) por iteração. Os dados de entrada inicial na tela inicial do *script* são apresentados na FIG. B.17.

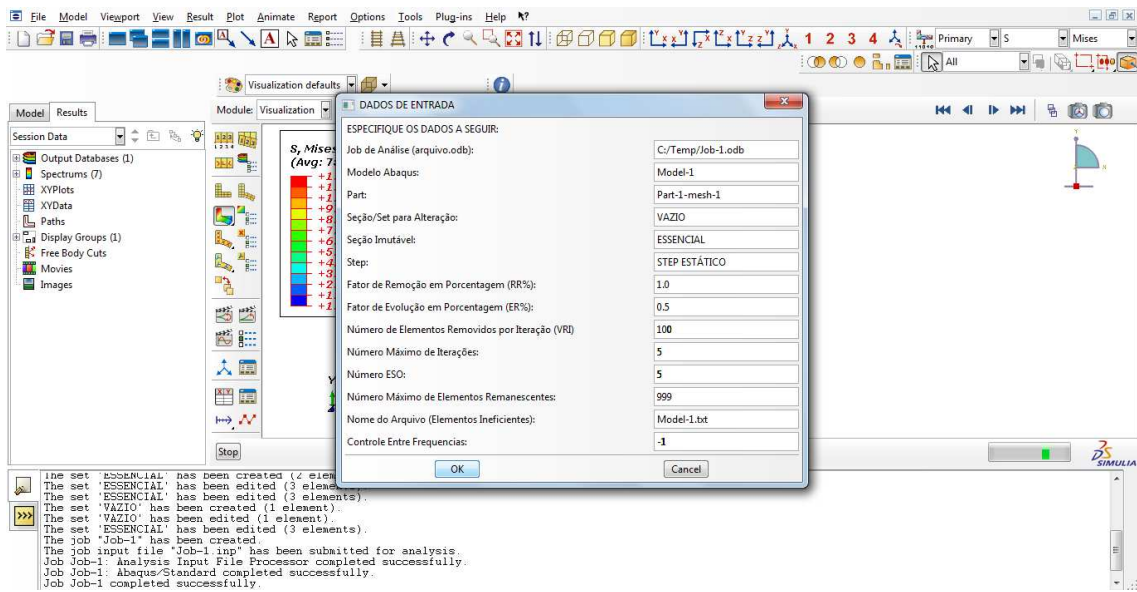


FIGURA B.17 – Dados de entrada inicial do *script* para o exemplo em questão.

Fonte: Arquivo do autor.

Depois de especificados os dados de entrada inicial, o *script* solicita um nó e um grau de liberdade do modelo para monitoramento. A FIG. B.18 apresenta os dados solicitados para este exemplo:

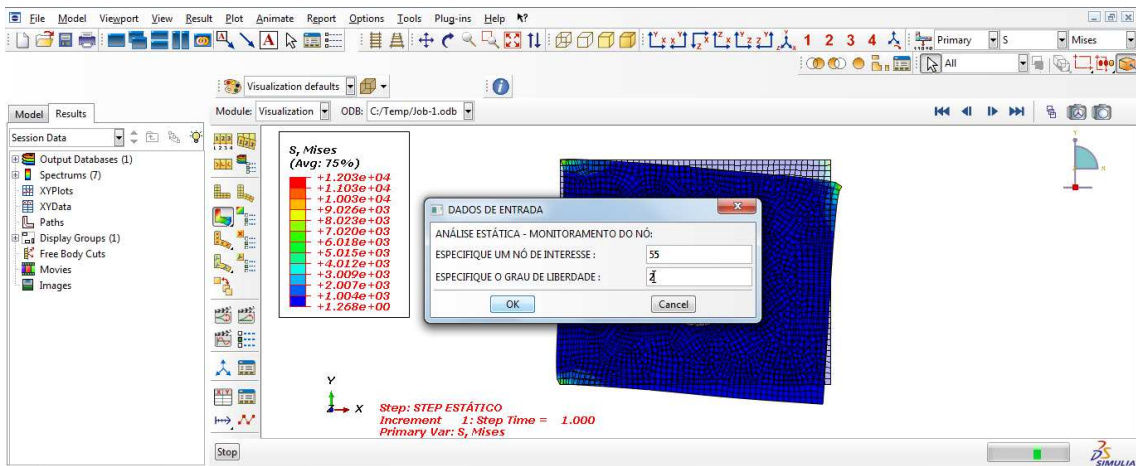


FIGURA B.18 – Dados de entrada específicos para um nó.
 Fonte: Arquivo do autor.

• **Resultados**

Os elementos removidos podem ser identificados no recurso “*CREATE DISPLAY GROUP*” (FIG B.19) ou ativando-se apenas os elementos eficientes (FIG. B.20).

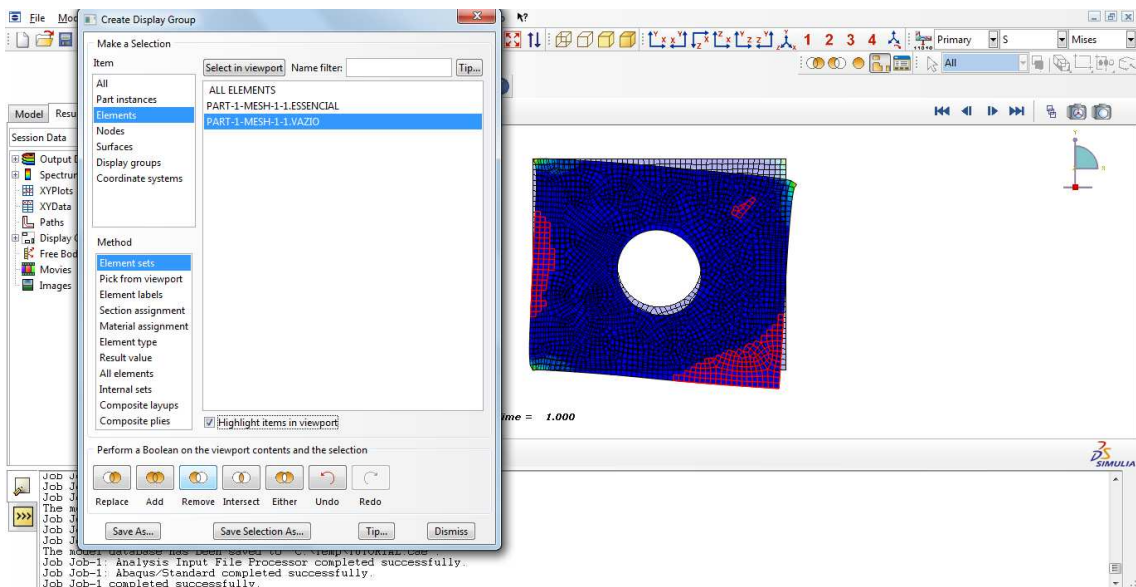


FIGURA B.19 – Identificação dos elementos ineficientes através do “*CREATE DISPLAY GROUP*”.
 Fonte: Arquivo do autor.

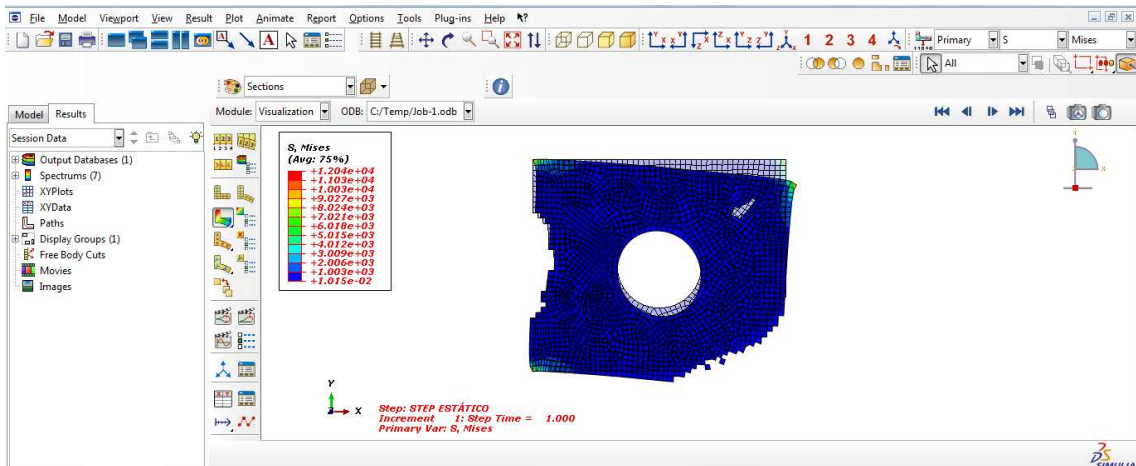


FIGURA B.20 – Elementos eficientes.
 Fonte: Arquivo do autor.

Com a execução de mais alguns passos de iteração, pode-se alcançar a seguinte forma geométrica, indicada na FIG. B.21, para a topologia final da estrutura, sendo um volume final igual a aproximadamente 30% do volume inicial.

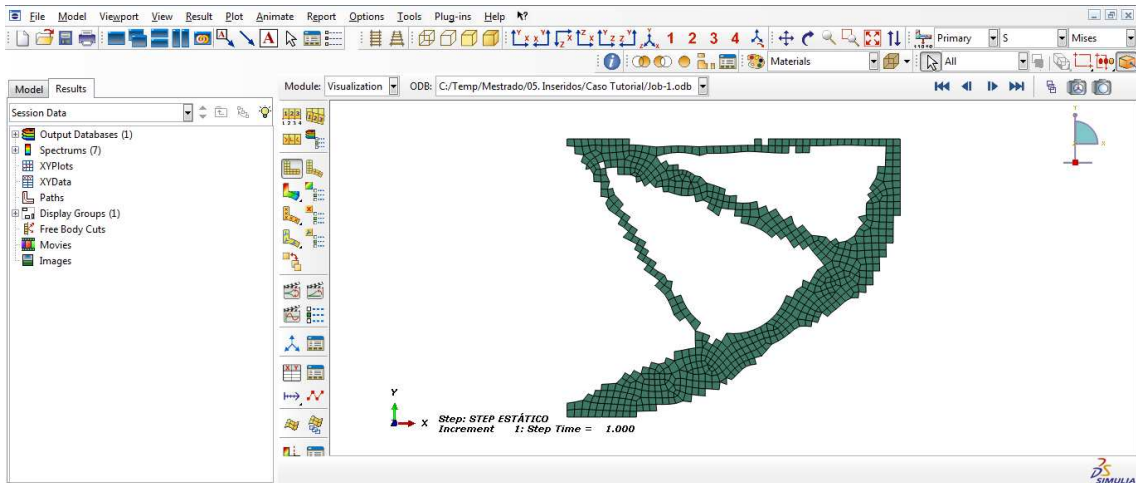


FIGURA B.21 – Topologia para um volume final aproximadamente 30% do inicial.
 Fonte: Arquivo do autor.

- **Resultados no Arquivo de Monitoramento .txt**

A cada iteração, o *script* registra as informações obtidas pelo Abaqus® para monitoramento das variáveis durante o processo evolucionário, fornecendo informações

a respeito do deslocamento do nó em monitoramento, quantidade de elementos removidos, tensão máxima no domínio e tensões dos elementos removidos, conforme apresentado na FIG. B.22.

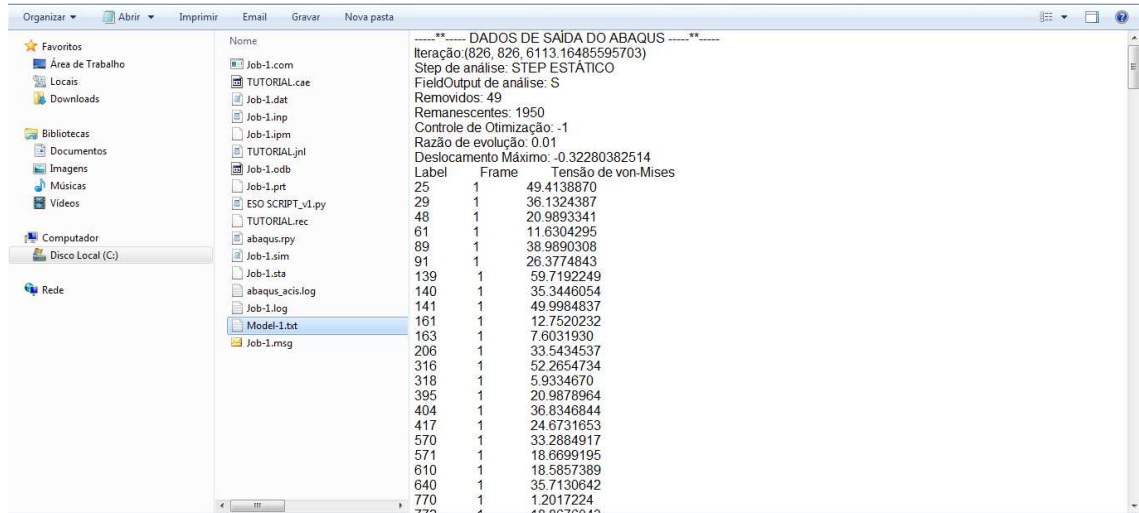


FIGURA B.22 – Arquivo de monitoramento.

Fonte: Arquivo do autor.