

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
ICEX – DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
ESPECIALIZAÇÃO PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA

**Análise de livros didáticos: Geometria no Ensino Fundamental**

Thalita Sampaio Luiz Lupp Collares

Belo Horizonte

2012

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
ESPECIALIZAÇÃO PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA

## **Análise de livros didáticos: Geometria no Ensino Fundamental**

Thalita Sampaio Luiz Lupp Collares

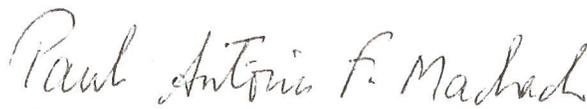
Monografia apresentada ao Programa de Pós-graduação em Matemática para Professores com Ênfase em Educação Básica da Universidade Federal de Minas Gerais UFMG, como requisito parcial à obtenção do título de Especialista em Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Antônio Fonseca Machado

BELO HORIZONTE – 2012

**ATA DA 132ª MONOGRAFIA DO CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM MATEMÁTICA PARA PROFESSORES, APRESENTADA PELA ALUNA THALITA SAMPAIO LUIZ LUPP COLLARES**

Aos seis dias do mês de junho de 2012, às 14h30, na Sala 3060, reuniram-se os professores abaixo relacionados, formando a Comissão Examinadora homologada pela Comissão do Curso de Especialização em Matemática para Professores, para julgar a apresentação da monografia da aluna **Thalita Sampaio Luiz Lupp Collares**, intitulada: "*Análise de livros didáticos: Geometria no Ensino Fundamental*", como requisito para obtenção do Grau de Especialista em Matemática, com ênfase em Matemática do Ensino Básico. Abrindo a sessão, o Senhor Presidente da Comissão, Prof. Paulo Antônio Fonseca Machado, após dar conhecimento aos presentes do teor das normas regulamentares, passou a palavra à aluna para apresentação de seu trabalho. Seguiu-se a arguição pelos examinadores com a respectiva defesa da aluna. Após a defesa, os membros da Comissão Examinadora reuniram-se sem a presença da aluna e do público, para julgamento e expedição do resultado final. Foi atribuída a seguinte indicação: a aluna foi considerada **Aprovada**, por unanimidade, com nota 90 e conceito A. O resultado final foi comunicado publicamente à aluna pelo Senhor Presidente da Comissão. Nada mais havendo a tratar, o Presidente encerrou a reunião e lavrou a presente ata, que será assinada por todos os membros participantes da Comissão Examinadora. Belo Horizonte, 06 de junho de 2012.



**Prof. Paulo Antônio Fonseca Machado**

Orientador



**Profa. Maria Laura Magalhães Gomes**

Examinador



**Profa. Nora Olinda Cabrera Zúñiga**

Examinador

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus, responsável por todas as oportunidades que a mim foram concedidas.

Aos meus pais que sempre me ensinaram a importância do estudo e fizeram todo o possível para que eu pudesse chegar até aqui.

Ao meu irmão, que sempre esteve ao meu lado me apoiando em todas as decisões.

Agradeço ainda, ao meu marido, pela sua cumplicidade, por tantas vezes que me encorajou, pela paciência e contribuição ao longo deste estudo.

E por último, mas não menos importante, ao professor Paulo Antônio, que se dedicou a esse trabalho junto comigo.

## RESUMO

Este trabalho analisa o material didático utilizado nas aulas de matemática do Ensino Fundamental II em termos da presença ou não do conteúdo de geometria, bem como da abordagem realizada dos tópicos específicos dentro deste conteúdo.

O material didático estudado contempla obras desde a década de 70 até os anos 2000, utilizando tanto coleções completas quanto parciais, devido à dificuldade em se encontrar livros datados para as coleções mais antigas.

Inicialmente, faz-se um breve estudo da legislação da educação brasileira no intuito de contextualizar a análise a ser realizada posteriormente, abordando, inclusive, a mudança do regime do Ensino Fundamental de 8 anos para 9 anos de duração, ocorrida em 2006.

Em seguida, discute-se no trabalho a tendência tecnicista de algumas obras frente à posição predominantemente didática de outras, frequentemente vinculada à data de publicação do material. Disserta-se sobre a existência de atividades diferenciadas nas obras mais atuais, como dobraduras e exercícios de manipulação, e seu impacto no aprendizado do aluno.

Por fim, reflete-se sobre como outros fatores que possam contribuir para a deficiência da aprendizagem do discente, mesmo durante a utilização de livros de boa qualidade, tais como o preparo do docente e o interesse do aluno.

## **ABSTRACT**

This document analyses the bibliography used in the math classes of the Fundamental Teaching II stage of the Brazilian educational structure in terms of the presence or not of the Geometry subject, as much as the approach used for the specific topics contemplated in this subject.

The studied didactic books contemplate works since the 70s until the 2000 decade, including both complete collections and partial ones, due to the difficulty of finding dated books for the oldest collections.

Firstly, a brief study is performed of the Brazilian education laws aiming to contextualize the analysis to be further realized, contemplating also the changing of the duration of the Fundamental Teaching regime from 8-year period to 9-year period, which took place in 2006.

Next, a discussion is performed of the technical approach of some works in contrast to the mainly didactical one of the others, frequently related to the date of publication of the item. The existence of differentiated activities in the later works, such as folding and manipulation tasks, and their impact in the learning process of the student are also commented.

Finally, a reflection is presented on how other factors, such as the background of the teacher and the interest of student, might contribute to a deficiency in the learning process, even while using good quality books.

## ÍNDICE DE ILUSTRAÇÕES

|  |    |
|--|----|
| Figura 1: Mudança na organização do ensino fundamental. ....                                       | 12 |
| Figura 2: Exemplo de abordagem euclidiana. ....  | 16 |
| Figura 3: Exercício 1 exemplificando trabalho correlacionado a Conjunto e ponto, reta e plano. .   | 19 |
| Figura 4: Exercício 2 exemplificando trabalho correlacionado a ângulos e cálculos algébricos. .... | 19 |
| Figura 5: Exemplo da abordagem euclidiana. ....  | 21 |
| Figura 6: Cálculo das medidas do lado e do apótema de figuras geométricas. ....                    | 22 |
| Figura 7: Transferidor indicando como realizar medida de ângulo. ....                              | 25 |
| Figura 8: Palitos de picolé para trabalhar o raciocínio visual e lógico. ....                      | 25 |
| Figura 9: Contando triângulos. ....  | 26 |
| Figura 10: Tangram. ....   | 26 |
| Figura 11: Atividade de dobradura com ângulos. ....  | 29 |
| Figura 12: Atividade de dobradura de bissetriz. ....   | 30 |
| Figura 13: Soma dos ângulos internos de um triângulo. ....   | 31 |
| Figura 14: Soma dos ângulos internos de um quadrilátero. ....                                      | 32 |
| Figura 15: Teorema de Tales com resolução algébrica. ....  | 34 |
| Figura 16: Atividade de simetria com dobradura. ....   | 36 |
| Figura 17: Coordenadas geográficas. ....   | 38 |
| Figura 18: Abordagem conceitual. ....  | 40 |
| Figura 19: Exemplo de conceitos geométricos. ....  | 42 |

## SUMÁRIO

|   |    |
|---|----|
| AGRADECIMENTOS.....                                 | 4  |
| RESUMO .....  | 5  |
| ABSTRACT.....                                       | 6  |
| ÍNDICE DE ILUSTRAÇÕES .....                         | 7  |
| SUMÁRIO.....  | 8  |
| INTRODUÇÃO .....                                    | 9  |
| CAPÍTULO I – EDUCAÇÃO E LEGISLAÇÃO .....            | 11 |
| CAPÍTULO II – DÉCADA DE 70.....                     | 14 |
| • O Trabalho Dirigido no ensino da Matemática ..... | 14 |
| • Matemática Viva .....                             | 14 |
| CAPÍTULO III – DÉCADA DE 80.....                    | 18 |
| • Matemática Conceitos e Operações .....            | 18 |
| • Matemática Funcional.....                         | 19 |
| CAPÍTULO IV – DÉCADA DE 90.....                     | 24 |
| • Matemática e Realidade .....                      | 24 |
| • A Conquista da Matemática .....                   | 27 |
| CAPÍTULO V – ANOS 2000 .....                        | 36 |
| • Praticando Matemática.....                        | 36 |
| • Fazendo a Diferença.....                          | 39 |
| CONCLUSÃO .....                                     | 44 |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....                    | 47 |

## INTRODUÇÃO

Segundo Kaleff (1994), a Geometria surgiu das necessidades dos habitantes que viviam às margens dos rios Nilo, Eufrates e Ganges. Essas sociedades precisavam medir terras devido às inundações desses rios e, também, pela necessidade de calcular os impostos referentes a essas áreas.

Foi da necessidade do Homem em compreender e descrever o seu meio ambiente (físico e mental), que as imagens, representadas através de desenhos, foram lentamente conceitualizadas até adquirirem um significado matemático, na Geometria e uma forma, nas Artes (KALLEFF, 1994, p. 19).

A palavra Geometria, derivada do grego *geometrein*, significa medição da terra (*geo* = terra e *metrein* = medida). A Geometria é o ramo da Matemática que estuda as propriedades do espaço, normalmente em termos de figuras do plano (bidimensional) e sólidas (tridimensional). Ela divide-se em Geometria Sintética, a qual é axiomática e estuda o plano e os sólidos, tema trabalhado na mais conhecida obra de Euclides: *Os Elementos*; e em Geometria Analítica (Geometria de coordenadas), na qual os problemas são resolvidos com métodos algébricos.

Os conhecimentos geométricos foram pela primeira vez apresentados de forma estruturada por Euclides (300 a.C.), que escreveu 13 volumes nomeados por *Os Elementos*. Essa obra foi tão significativa para o ensino da Geometria e para a Matemática em geral, que rendeu ao autor o título de “pai” da Geometria. Dessa forma, “a Geometria Euclidiana tornou-se o modelo descritivo do Universo físico da Antiguidade” (KALEFF, 1994, p. 20).

Mas, apesar de sua importância na vida útil e acadêmica, sabemos que a Geometria foi paulatinamente desvalorizada nas escolas de Ensino Básico. Segundo Fonseca (1997), esse conteúdo tem sido trabalhado de forma restrita ou, até mesmo, extinto de algumas salas de aula. Os motivos que levam a essa situação são variados: o isolamento da Geometria, que geralmente era trabalhada no final do ano letivo; a abordagem analítica e mecânica do conteúdo; a falta de preparo por parte dos docentes; entre outros. Estas questões fazem com que os alunos não tenham interesse pelo estudo

da Geometria, a qual poderia ser um conteúdo interessante se fosse contextualizado pelo professor.

Uma das questões que interferem bastante no ensino da Geometria é a escolha do livro didático. E é por isso que neste trabalho analisaremos livros didáticos da década de 70 até os anos atuais com o objetivo de verificar se os conceitos geométricos são trabalhados nessas obras e como o são. Em cada década, selecionamos duas coleções diferentes, mas em especial na década de 70, nenhuma análise foi feita com a coleção completa, já que se apresentou certa dificuldade em encontrar os livros mais antigos, e, pelo fato de que esses materiais nem sempre eram datados.

No primeiro capítulo abordamos algumas leis que se fizeram importante no desenvolvimento da Educação Básica e, incluindo, as mudanças do regime de 9 anos. No capítulo II referente a década de 70, selecionamos as obras “O Trabalho Dirigido no ensino da Matemática” de Scipione di Pierro Netto, Aida F. da Silva Munhoz e Iracema Ikiezaki; e “Matemática Viva” de Mário de Oliveira. Os livros da década de 80, abordados no capítulo III, são “Matemática Conceitos e Operações” escrito por Scipione di Pierro Netto e “Matemática Funcional” de Miguel Assis Name, Cid A. Goreth e Ariodante M. Cilli. No quarto capítulo temos os livros “Matemática e Realidade” de Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Antonio Machado e “A Conquista da Matemática” escrita por José Rui Giovanni, Benedito Castrucci e José Rui Giovanni Jr, estes materiais didáticos são da década de 90. E, finalmente, no quinto capítulo os livros dos anos 2000, temos “Praticando Matemática” dos autores Álvaro Andrini e Maria José Vasconcellos e “Fazendo a diferença” de José Bonjorno, Regina Bonjorno e Ayrton Olivares. O último capítulo, a conclusão, é destinado à discussão das propostas geométricas dos livros didáticos aqui estudados, dos recursos usados nestes materiais e algumas possibilidades para sala de aula.

## **CAPÍTULO I – EDUCAÇÃO E LEGISLAÇÃO**

A educação básica é dividida em três segmentos: Educação Infantil, 1º grau e 2º grau, hoje mais comumente chamados de Ensino Fundamental (1º grau) e Ensino Médio (2º grau). O Ensino Fundamental é novamente dividido em dois segmentos: Ensino Fundamental I e Ensino Fundamental II. O estudo presente refere-se a materiais didáticos destinados ao Ensino Fundamental II.

As coleções de livros citadas neste trabalho são divididas em quatro volumes, sendo que cada um se destina a alunos do 6º ao 9º ano (5ª série à 8ª série) do Ensino Fundamental II. Essa divisão é feita pelo Regime de 8 anos em que temos, quatro séries no Ensino Fundamental II. Atualmente está em vigor o Regime de 9 anos, em que temos, ao invés de quatro séries, quatro anos, são eles: 6º ano (5ª série), 7º ano (6ª série), 8º ano (7ª série) e 9º ano (8ª série). Segundo o projeto de Lei nº 144/2005 de janeiro de 2006, a matrícula no Ensino Fundamental começa com crianças de 6 anos e sua permanência nesse segmento é de 9 anos. Os livros mencionados referem-se aos 4 anos do Ensino Fundamental II, sendo que, do 1º ao 5º ano, temos o Ensino Fundamental I. A mudança é devida ao 3º período da Educação Infantil que passou a fazer parte do Ensino Fundamental I como 1º ano, aumentando assim um ano letivo de estudos obrigatórios no Ensino Fundamental. A Figura 1 explica a mudança de configuração do ensino fundamental entre o antigo regime de 8 anos e o regime atual de 9 anos.

As diretrizes norteadoras da educação fundamental estão contidas na Constituição Federal (CF), na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), nas Diretrizes Curriculares Nacionais (DCNs) e nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs).

De acordo com a Lei 5 692, de 11 de agosto de 1971, o 1º grau era obrigatório para crianças e pré-adolescentes de 7 a 14 anos. O aluno estudava oito anos nesse segmento e tinha o mínimo de 720 horas de atividades por ano letivo. Esses oito anos eram organizados em séries, 1ª série a 8ª série. O objetivo era formar cidadãos conscientes, trabalhadores qualificados e desenvolver no estudante potencialidades para auto realização.

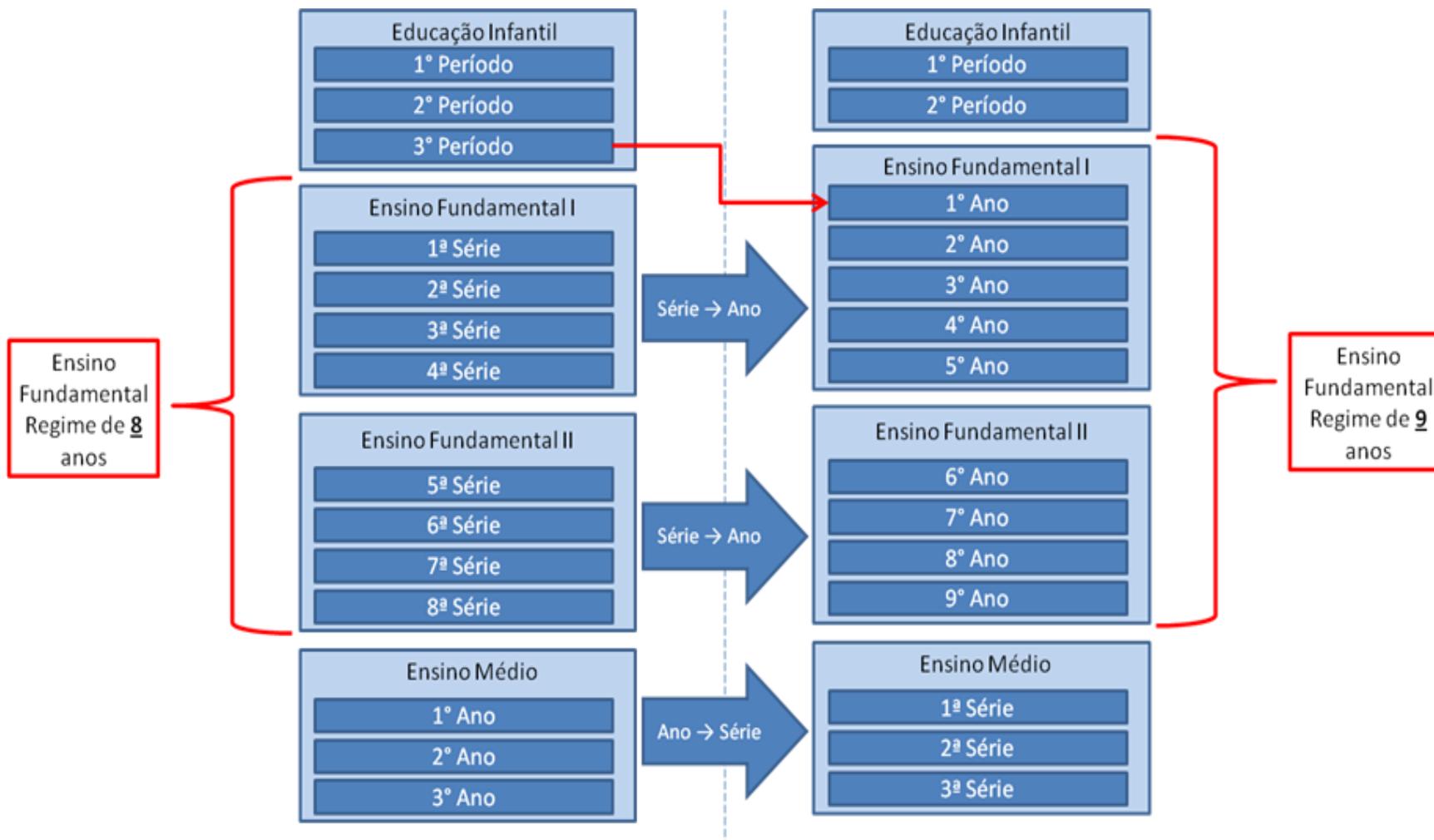


Figura 1: Mudança na organização do ensino fundamental.

Na Lei nº 8 069, de 13 de julho de 1990, a Constituição vem reforçar o direito da criança e do adolescente ao estudo, visando o desenvolvimento do aluno como pessoa, cidadão e trabalhador. Ressalta-se ainda, o direito a igualdade para acesso e permanência na escola, o direito de ser respeitado pelos educadores, direito a escola pública e gratuita perto da sua residência. É dever do Estado garantir a criança e ao adolescente Ensino Fundamental obrigatório e gratuito, inclusive para aqueles que não frequentaram a sala de aula na idade adequada; continuação dos estudos no Ensino Médio e estudo noturno para adolescentes inseridos no mercado de trabalho. Para crianças de zero a seis anos, é dever do Estado dispor de creches ou pré-escolas que as atendam.

Em 20 de dezembro de 1996, a lei de nº 9 394 estabelece que a educação escolar deve vincular-se ao mundo do trabalho e à prática social. De acordo com essa lei, a educação abrange os processos formativos da vida familiar, da convivência humana, do trabalho, das manifestações sociais, das organizações da sociedade civil e dos movimentos culturais.

A Lei 9 394 vem ainda tentar democratizar o acesso ao Ensino Médio. Já era de responsabilidade do Estado garantir a continuidade dos estudos através desse segmento, agora a Constituição o responsabiliza pela universalização do Ensino Médio gratuito. Outra mudança é que o ensino noturno não se restringe mais ao estudante trabalhador, as escolas devem ofertar o ensino noturno regular adequando-se às condições do estudante. Essa Lei também passa a garantir vaga na escola pública de Educação Infantil ou de Ensino Fundamental a crianças com quatro anos completos de idade.

No ano de 2001, as determinações para o Ensino Fundamental foram mais abrangentes. A Lei 10 172 determina que as instituições de ensino sigam padrões pré-determinados de infraestrutura, como por exemplo: espaço, rede elétrica, ventilação, insolação, água potável, instalações sanitárias e de higiene, espaço para esporte e lazer, biblioteca, merenda escolar, adaptação do espaço físico para atendimento apropriado de alunos portadores de necessidades especiais, informática, entre muitos outros.

## **CAPÍTULO II – DÉCADA DE 70**

Este segundo capítulo é destinado à discussão de livros didáticos da década de 1970. As duas coleções aqui analisadas não são completas. Na primeira coleção (O trabalho dirigido no ensino da Matemática) a abordagem é feita apenas com material da 6ª série (atualmente 7º ano), enquanto na segunda coleção (Matemática Viva), mencionaremos os livros da 5ª e 7ª séries (6º e 8º anos, respectivamente).

### **• O Trabalho Dirigido no ensino da Matemática**

O livro “O Trabalho Dirigido no ensino da Matemática - curso moderno 6ª série” foi publicado no ano de 1972 por Scipione di Pierro Netto, Aida F. da Silva Munhoz e Iracema Ikiezaki e foi publicado pela Editora Saraiva.

Ele é dividido em dois capítulos de extensão muito diferente. Um grande capítulo, denominado “Conjuntos”, aborda os conteúdos algébricos e aritméticos da Matemática e o outro capítulo dedicado ao ensino da Geometria. O primeiro capítulo (Conjuntos) é dividido em 50 subcapítulos que exploram os conjuntos dos números inteiros, racionais e reais, além de trabalhar com equações, inequações, proporcionalidade e até mesmo com matemática comercial (juros simples). O segundo capítulo (Geometria) trata de dois assuntos: retas paralelas cortadas por uma transversal e medida de ângulos (ângulos suplementares e complementares e submúltiplos do grau).

Ao todo o livro tem 220 páginas, dentre as quais apenas 23 são destinadas ao conteúdo de Geometria, com poucos exercícios e ilustrações apenas de ângulos e retas em preto e branco.

### **• Matemática Viva**

Já no livro “Matemática Viva – 5ª série ensino do 1º grau – coleção didática moderna” de Mário de Oliveira – Livraria Cultura Brasileira Editora, de 1974, observamos

que não apresenta sequer um tópico de Geometria, trazendo apenas um capítulo sobre medidas.

O livro é dividido em partes e estas em capítulos. São cinco partes destinadas ao estudo dos números naturais e suas operações e dos divisores e múltiplos. Outra parte é composta por um capítulo que se destina ao estudo de medidas. Esse capítulo abrange medidas de comprimento, área, volume, capacidade, massa e tempo. O pouco que se vê de Geometria nesse material didático são as figuras geométricas planas e espaciais apresentadas no conteúdo de área e volume.

Da mesma coleção, no livro de 7ª série (1976), o autor destina um capítulo à Geometria euclidiana plana e os outros três capítulos abordam temas algébricos (polinômios, equação e função).

O capítulo de Geometria é dividido em oito partes que trabalham desde os elementos básicos (ponto, reta e plano) às figuras geométricas planas. O capítulo também envolve ângulos ao trabalhar com triângulos e semiplano.

A abordagem é inspirada no modelo euclidiano, pois o autor cita os conceitos de demonstração, axioma, corolário e teorema recíproco, o que não é comum na maioria dos livros atuais.

Pode-se ver um exemplo na Figura 2.

Sabemos que essa abordagem não é comum nos livros didáticos mais recentes destinados ao Ensino Fundamental. No momento atual não é muito comum nem mesmo nos livros de Ensino Médio. Será que um aluno de aproximadamente 13 anos, que é a faixa etária de um estudante de 7ª série, já tem um raciocínio lógico desenvolvido para trabalhar de tal forma? Mesmo alguns alunos de curso superior apresentam dificuldade ao trabalhar com demonstrações. Qual o objetivo de ensinar esse tipo de Matemática para alunos, que em maioria, tem receio dessa matéria? Hoje, tem-se discutido muito sobre considerar a “bagagem” que o aluno traz para a escola, mas anos atrás não era assim. O ensino era mais “rígido” e “tradicional”. Atualmente, os professores inovam com jogos, dobraduras, recursos tecnológicos entre outros, o que aparentemente chama a atenção do aluno e faz com que este tenha mais interesse no estudo. Nossos alunos de

hoje estão preparados para fazer demonstrações geométricas, quando na maioria nem conhecem as características das figuras geométricas que tanto vemos no dia a dia?

### *Teorema*

Teorema é uma proposição que precisa ser demonstrada, isto é, deduzida de outras precedentes.

Um teorema consta de duas partes:

a hipótese (H) ou suposição e  
a tese (T) ou conclusão.

A hipótese é o conjunto das condições admitidas como verdadeiras; a tese é o que se pretende demonstrar.

Todo teorema pode escrever-se na forma implicativa :

Se  $H$ , então  $T$  ou

$H \Rightarrow T$ .

### *Demonstração*

Demonstração é o raciocínio que permite mostrar que a hipótese acarreta a tese.

### *Axioma*

Axioma ou postulado é uma proposição admitida como verdadeira independentemente de demonstração.

### *Corolário*

Corolário é uma consequência imediata de um teorema.

### *Teorema recíproco*

Dois teoremas são recíprocos quando a hipótese e a tese de um deles são, respectivamente, a tese e a hipótese do outro.

Figura 2: Exemplo de abordagem euclidiana.

É importante ressaltar que os capítulos de Geometria geralmente são trabalhados junto com os conteúdos de Medidas. No material didático da 5ª série de Mário de Oliveira, percebemos a ausência do conteúdo de Geometria e a presença de um capítulo destinado ao ensino de medidas. Os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (1998, p. 122) têm chamado a atenção para o fato de que o ensino de Geometria tem tido pouco destaque nas aulas de Matemática; ou, pelo menos, é confundido com o ensino de Medidas. Talvez daí venha o motivo do descaso com a Geometria nas salas de aula, nem ao certo se sabe o que se refere ao seu ensino ou se faz parte do ensino sobre medidas.

## CAPÍTULO III – DÉCADA DE 80

Neste capítulo referimo-nos aos materiais didáticos da década de 80. As duas coleções são: “Matemática Conceitos e Operações”, onde a análise é feita apenas com os livros da 5ª, 6ª e 7ª séries (6º, 7º e 8º anos, respectivamente) e “Matemática Funcional”, pela primeira vez, uma coleção completa – 5ª a 8ª séries (6º ao 7º anos).

### • Matemática Conceitos e Operações

Matemática Conceitos e Operações 6ª série de Scipione di Pierro Netto – Editora Saraiva, 1986, é um livro dividido em nove unidades. Comparando o livro destinado à mesma série e do mesmo autor, mas que foi escrito na década anterior (O trabalho Dirigido no ensino da Matemática), podemos notar que o anterior apresenta o conteúdo de Geometria em um único capítulo pequeno e que, neste, que talvez devesse estar mais “desenvolvido”, simplesmente não encontramos esse conteúdo. De todas as unidades apresentadas divididas em tópicos, nenhuma sequer destina-se ao ensino da Geometria. São 136 páginas, mas nenhuma delas destina-se ao ensino de ângulos, que é bastante abordado na 6ª série do Ensino Fundamental nos livros didáticos desta série, ou qualquer outro tópico geométrico.

Já o livro destinado aos alunos de 5ª série da mesma coleção apresenta um capítulo nomeado como “Geometria intuitiva” e outro de Medidas, enquanto os outros seis capítulos abordam temas direcionados aos conjuntos numéricos e suas operações.

A unidade sobre Geometria é dividida em dez partes, sendo as últimas três apenas de exercícios. A abordagem é bem conceitual, pois enfoca bastante os significados de entidades geométricas, como: ponto, reta, plano, curva aberta e fechada, regiões convexas e não convexas, polígonos, ângulos (ângulo reto).

O tema é trabalhado de forma resumida e simples. Por exemplo, o autor discute a ideia de ângulo reto quando aborda os polígonos com este ângulo (quadrado e retângulo), mas não discute a ideia de ângulo agudo, obtuso e raso. Os dois primeiros

conceitos seriam fundamentais para diferenciar as características dos paralelogramos e trapézios em relação aos quadrados e retângulos.

No livro da 7ª série já vemos uma abordagem mais intensa da Geometria. Novamente observamos uma abordagem euclidiana, mas neste caso mais restrita. Apesar de observarmos um pouco mais do conteúdo geométrico neste livro que nos outros, o predomínio ainda é Álgebra e Aritmética: são nove capítulos contra sete de Geometria.

Os exercícios nas Figuras 3 e 4, retirados do livro, mostram o trabalho correlacionado a cálculos algébricos e conceitos geométricos (ponto, reta e plano) e cálculos algébricos com ângulos.

Complete, observando a figura, usando os símbolos  $\notin$ ,  $\in$ ,  $\subset$ ,  $\varsubsetneq$ ,  $=$ ,  $\neq$ , de modo que as sentenças se tornem verdadeiras:

- |  |  |
|--|--|
| a) $M \subset \overline{LN}$                                 | f) $\overleftrightarrow{MN} \subset \overleftrightarrow{RS}$ |
| b) $\overline{ST} \subset \overleftrightarrow{RT}$           | g) $T \subset \overleftrightarrow{RS}$                       |
| c) $L \subset \beta$   | h) $N \subset \overline{ST}$                                 |
| d) $S \subset \overline{MN}$                                 | i) $\overleftrightarrow{LM} \subset \beta$                   |
| e) $\overleftrightarrow{RT} \subset \overleftrightarrow{TS}$ | j) $\beta \subset S$   |

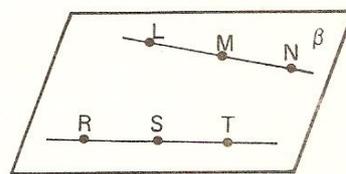


Figura 3: Exercício 1 exemplificando trabalho correlacionado a Conjunto e ponto, reta e plano.

Dada a figura, o valor de  $x$  é:

- |               |               |
|---------------|---------------|
| a) $72^\circ$ | c) $24^\circ$ |
| b) $36^\circ$ | d) $18^\circ$ |

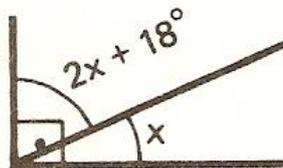


Figura 4: Exercício 2 exemplificando trabalho correlacionado a ângulos e cálculos algébricos.

### • Matemática Funcional

Na coleção intitulada “Matemática Funcional”, de Miguel Assis Name, Cid A. Goreth e Ariodante M. Cilli, de 1983, pela Editora do Brasil. O livro destinado à 5ª série, quase sem abordagem do conteúdo de Geometria, possui oito capítulos no total. Sete destes são destinados ao ensino de conjuntos numéricos e operações, enquanto um trabalha com os tópicos de Medidas.

O conteúdo geométrico é simultâneo ao ensino de Medidas, e o autor, ao trabalhar as ideias de Medidas, cita os conceitos geométricos necessários ao tópico abordado. Por exemplo, ao trabalhar medida de comprimento, conceituando segmento

de reta ele acrescenta a ideia de polígono para assim trabalhar com perímetro. Em sequência, aborda mais uma figura geométrica: circunferência, para mais uma vez envolver perímetro. Posteriormente o autor apresenta medida de superfície e as principais áreas, já que os polígonos já tinham sido citados anteriormente. Depois caracteriza medida de volume e capacidade. O livro didático da 6ª série desta mesma coleção não destina nenhum capítulo ao ensino da Geometria. Os seis capítulos são: 1 - Conjunto Z e operações; 2 - Conjunto Q e operações; 3 – Equações; 4 – Inequações; 5 – Sistemas e 6- Grandezas proporcionais.

A “Matemática Funcional” da 7ª série apresenta, pela primeira vez, 50% conteúdo geométrico. O material é composto de 14 capítulos sendo 7 para a matéria de Geometria, incluindo demonstrações, o que raramente aparece em livros do Ensino Fundamental.

O primeiro capítulo destinado a esse conteúdo é “Introdução à Geometria” que trabalha com os conceitos primitivos (ponto, reta e plano), conceitos de reta, semirreta e segmentos de reta, com as ideias de congruência, segmentos consecutivos e colineares e com posição de duas retas. O capítulo também trabalha o conteúdo de Geometria com a linguagem de conjuntos. O segundo capítulo aborda os conceitos e tópicos de ângulos, como classificação, ângulos opostos pelo vértice, complementares e suplementares, bissetriz e ângulos formados por três retas. O próximo capítulo é todo destinado a triângulos, desde a condição de existência aos casos de congruência. O outro capítulo da mesma forma é destinado aos quadriláteros, seus tipos e soma dos ângulos internos. O quinto capítulo é destinado a polígonos de modo geral, a classificação destes, diagonal e soma dos ângulos internos. O penúltimo capítulo refere-se à circunferência e círculo e seus elementos, incluindo a posição entre duas circunferências. Já o último capítulo, como mencionado anteriormente, trabalha demonstrações geométricas, com postulados (axiomas) e teoremas, é um capítulo bem teórico e o único que não apresenta exercícios. Todos os outros capítulos (algébricos e geométricos) são ricos em exercícios e apresentam ilustrações.

Veja exemplo da abordagem euclidiana na Figura 5.

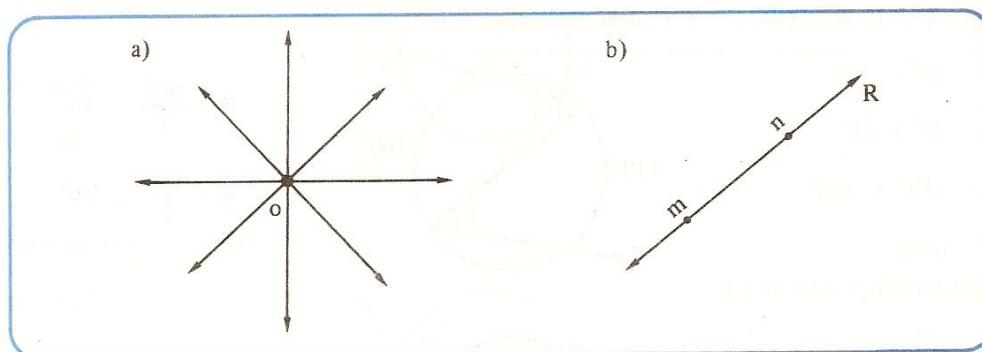
Na Geometria, as sentenças podem ser classificadas em dois tipos:

**1 POSTULADOS ou AXIOMAS** – Sentenças que são aceitas sem demonstração.

**Exemplos:**

**A** Por um ponto passam infinitas retas.

**B** Por dois pontos distintos passa uma única reta.



**2 TEOREMAS** – Sentenças que são aceitas como verdadeiras mediante uma demonstração. Nos teoremas, destacamos duas partes:



**Figura 5: Exemplo da abordagem euclidiana.**

Da mesma forma que na coleção “Matemática Viva de Mário de Oliveira” a abordagem da demonstração é destinada aos alunos de 7ª série. E novamente questiono o objetivo da abordagem, já que alunos de Ensino Fundamental ainda não desenvolveram um raciocínio lógico aguçado e crítico. Mas é importante observar que essa abordagem aconteceu na década de 80, em que o ensino ainda era bem tradicional.

O material desenvolvido para a 8ª série enfoca os conteúdos geométricos que envolvem conteúdos de Medidas: relações métricas no triângulo retângulo, num

triângulo qualquer e no círculo, proporcionalidade de segmentos, incluindo o teorema de Tales, semelhança de triângulos, razões trigonométricas, polígonos regulares das regiões planas. Todos estes conteúdos envolvem ideias geométricas e o conteúdo de Medidas. Por isso, como já citado, ambos os conteúdos são facilmente confundidos, já que andam lado a lado, um interagindo com o ensino do outro. Na Figura 6 observamos o cálculo das medidas do lado e do apótema de figuras geométricas. Assim como no livro didático da 7ª série, o volume da 8ª série apresenta um grande número de exercícios.

Determine o lado e o apótema de cada um dos polígonos regulares:

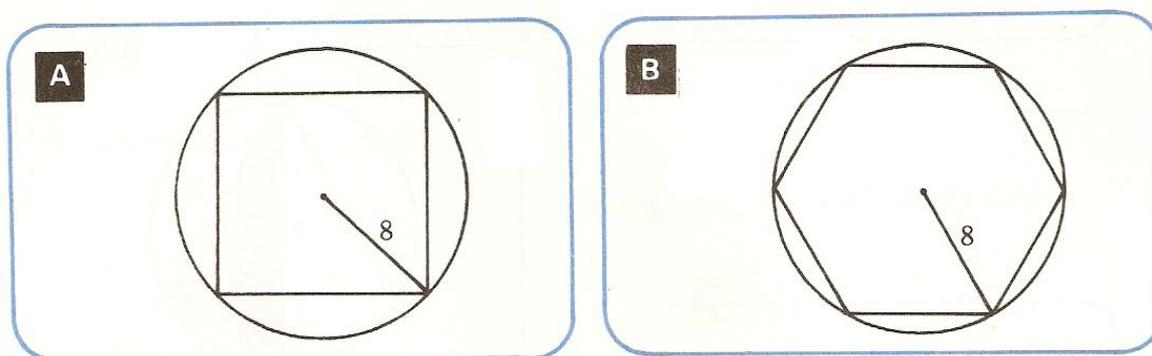


Figura 6: Cálculo das medidas do lado e do apótema de figuras geométricas.

No livro da 5ª série podemos observar que o autor, ao invés de apresentar os sólidos geométricos e depois ensinar a calcular o volume destas figuras, como é mais comumente observado nos livros, inverte a apresentação dos conteúdos, o que nos leva a pensar no ensino sequencial. Muitos autores não mais tem essa abordagem. Alguns não trabalham com capítulos separados para os tópicos matemáticos e sim, abordam os conteúdos de forma eclética, misturando tópicos de Álgebra, Estatística, Geometria, Medidas, entre outros, no decorrer dos capítulos. Nessa situação, o aprendizado acontece de forma dinâmica, já que o próprio aluno pode ser instigado a usar seus conhecimentos prévios e tirar conclusões que o professor não deve descartar.

Já no material da 6ª série não existe nenhum capítulo de Geometria, o que cria uma ruptura na sequência do ensino deste conteúdo. O raciocínio geométrico dos alunos é desenvolvido na maioria das vezes em passos lentos, é a prática que aguça seu lado observador e analítico ao trabalhar com uma figura geométrica, por exemplo. Quando esse estudo não é contínuo, estamos dando passos para trás e, talvez, perdendo o que já

havia sido conquistado no ano anterior. Devemos ter cuidado ao simplesmente “ignorar” alguns conteúdos para que não haja uma “quebra” no desenvolvimento do aluno.

## CAPÍTULO IV – DÉCADA DE 90

Neste capítulo, trabalharemos com duas coleções completas da década de 90, ou seja, mencionaremos os quatro volumes de 5ª a 8ª série (6º ao 9º anos). Os livros são: “Matemática e Realidade” e “A conquista da Matemática”.

### • Matemática e Realidade

A coleção “Matemática e Realidade”, da Atual Editora (1991), é destinada ao Ensino Fundamental II. Em cada um dos quatro volumes, 5ª a 8ª séries, existe um capítulo de Geometria. A coleção foi escrita por Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Antonio Machado.

Todos os volumes apresentam uma quantidade grande de exercícios e até agora, das que resenhei, é a coleção de livros didáticos mais ilustrada.

O capítulo apresentado no material da 5ª série é bem teórico, assim como seus exercícios, pois nele se tratam as noções fundamentais da geometria e os conceitos de polígonos e curvas.

No livro de 6ª série, o capítulo é todo destinado ao estudo de ângulos – operações e classificação dos ângulos, ângulos complementares e suplementares e retas perpendiculares. O último tópico é analisado a partir do ângulo formado entre duas retas que se cruzam.

O capítulo é bem ilustrado e apresenta inclusive figuras de transferidor ensinando como medir um ângulo, como aquela apresentada na Figura 7. Neste material também aparecem atividades que utilizam palitos de picolé que trabalham o raciocínio visual e lógico do aluno, conforme pode ser observado na Figura 8.

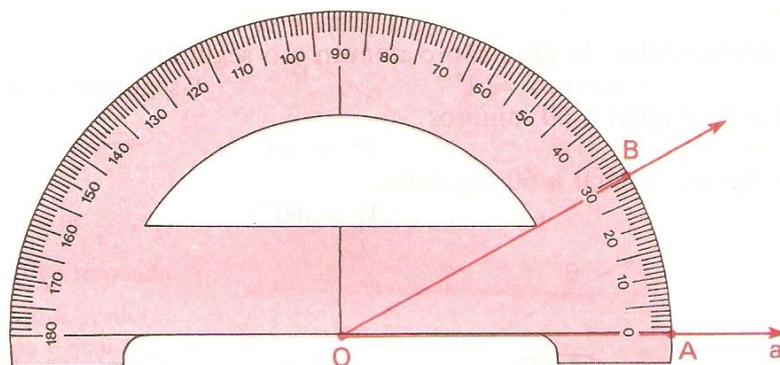


Figura 7: Transferidor indicando como realizar medida de ângulo.



Figura 8: Palitos de picolé para trabalhar o raciocínio visual e lógico.

O estudo de Geometria na 7ª série é mais intenso. Percebemos inclusive, que é o maior capítulo deste assunto em toda coleção. A parte destinada à Geometria é composta de 92 páginas das 234 totais do livro. Os tópicos são: 1 - congruência de segmentos, 2 - congruência de ângulos, 3 - posições de duas retas, 4 - ângulos de duas retas concorrentes, 5 - paralelismo, 6 - triângulo, 7 - soma dos ângulos de um triângulo, 8 - congruência de triângulos, 9 - casos de congruência, 10 - segmentos e pontos notáveis do triângulo, 11 - triângulo isósceles, 12 - quadriláteros, 13 - quadriláteros notáveis, 14 - propriedades dos paralelogramos, 15 - propriedades características do retângulo, do losango e do trapézio isósceles, 16 - trapézios isósceles, 17 - circunferência e círculo, 18 - posições relativas de reta e circunferência, 19 - posições relativas de duas circunferências, 20 - segmentos tangentes, 21 - arco de circunferência, 22 - ângulo inscrito, 23 - quadrilátero inscritível e 24 - ângulo de segmento.

Neste material também encontramos atividades diferentes das tradicionais, que reforçam a visualização e a lógica do estudante. Exemplos podem ser vistos nas Figuras 9 e 10.

Já na 8ª série, temos 14 tópicos destinados ao estudo do Teorema de Tales, bissetrizes, semelhança de triângulos, relações métricas no triângulo retângulo e num triângulo qualquer, áreas, polígonos e seus elementos, circunferência e círculo, incluindo seu comprimento e área, relações métricas na circunferência. É possível notar que o capítulo de Geometria é trabalhado juntamente com tópicos de Medidas, situação que já mencionamos e analisamos anteriormente.



Figura 9: Contando triângulos.



O quadro da figura abaixo está dividido em 7 partes:  
cinco triângulos retângulos isósceles, um paralelogramo e um quadrado.  
Copie esta figura em cartolina e recorte as peças. Depois tente montar um quadrado:

- a) usando só duas peças;
- b) usando só três peças;
- c) usando só quatro peças;
- d) usando só cinco peças;
- e) usando só seis peças.

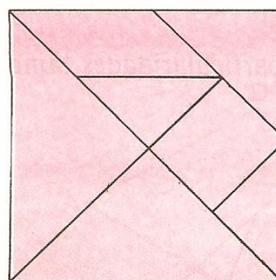


Figura 10: Tangram.

Em todos os livros da coleção encontramos uma quantidade grande de exercícios com respostas ao final de cada livro.

#### • **A Conquista da Matemática**

A edição da Conquista da Matemática aqui citada é do ano de 1998 e escrita por José Rui Giovanni, Benedito Castrucci e José Rui Giovanni Jr, da editora FTD. Essa coleção é muito respeitada e conceituada pelos professores; ainda hoje muitas escolas adotam essa obra.

O material da 5ª série do Ensino Fundamental é dividido em dez capítulos, sendo seis de números e operações, um de Geometria e três de Medidas. São 20 páginas de 271, destinadas ao ensino de ponto, reta e plano; figuras geométricas; classificação de retas; polígonos e triângulo e quadriláteros.

No início de cada capítulo, os autores apresentam uma introdução sobre o tema que será abordado. No capítulo de número 7, capítulo de Geometria, o livro descreve a importância de Euclides para a Geometria e seu estudo. Os autores citam, inclusive, que ainda hoje estudamos o que Euclides descobriu há cerca de 2300 anos. O texto aborda também a importância dos babilônios e egípcios que desenvolveram ideias geométricas.

O livro apresenta os conceitos primitivos (ponto, reta e plano), trabalha com figuras geométricas planas e espaciais de forma superficial, sem ao menos citar os elementos dessas últimas (faces, arestas e vértices). O trabalho com retas já é mais detalhado, pois mostra os tipos de retas (paralelas e concorrentes) e os conceitos de semirreta, segmento de reta, segmentos consecutivos e colineares e segmentos congruentes – aproveitando o momento para trabalhar com medidas de segmentos. No capítulo de Geometria, também encontramos o estudo de polígonos, classificação destes e suas características. Além do estudo dos polígonos em geral, os autores abordam características de triângulos e quadriláteros.

Neste material também encontramos atividade com o Tangram, já mencionado na coleção analisada anteriormente (Matemática e Realidade).

O livro tem muitas ilustrações coloridas, e contém uma boa quantidade de exercícios ao final de cada capítulo. Isso acontece nos quatro volumes da coleção, o que já nos faz perceber que o material didático não tem que ser mais apenas conceitual, as ilustrações têm um papel bastante importante, já que são elas que concretizam a ideia do aluno.

No livro 6, encontramos dois capítulos entre dez que abordam conteúdos geométricos. Eles destinam-se ao ensino de ângulos, bastante comum na 6ª série e ao estudo de triângulos e quadriláteros, mais comum na 7ª série.

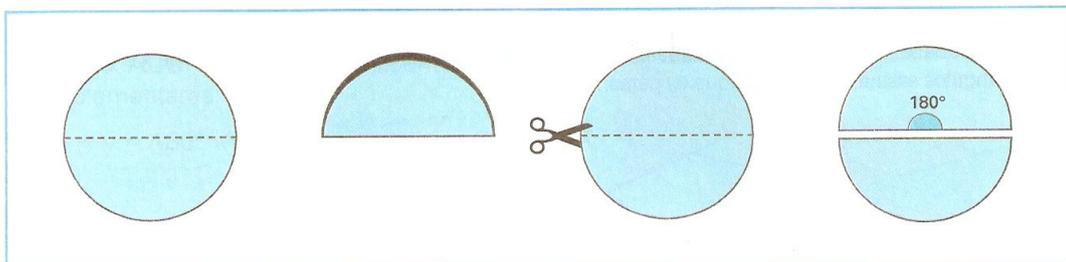
Os outros capítulos são sobre potências e raízes; o conjunto dos números inteiros; o conjunto dos números racionais; estudando as equações; estudando as inequações; razões e proporções; grandezas proporcionais: regra de três e porcentagem e juros simples.

É comum no livro encontrarmos atividades com dobradura. No capítulo de ângulos, os autores ensinam ângulos formados por divisões de um círculo por meio de dobraduras e ao mencionar bissetriz eles também utilizam esse recurso. Veja as Figuras 11 e 12.

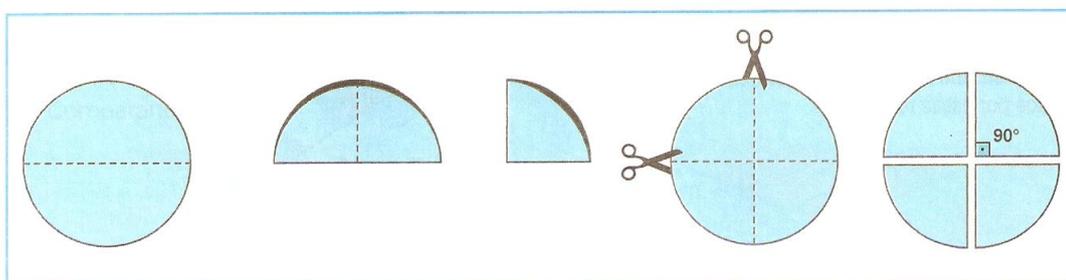
Usando um compasso construa círculos em uma cartolina e trace os seus diâmetros. Em seguida, recorte os círculos, que serão empregados nas atividades a seguir:

Com o auxílio de dobraduras é possível dividir um círculo em:

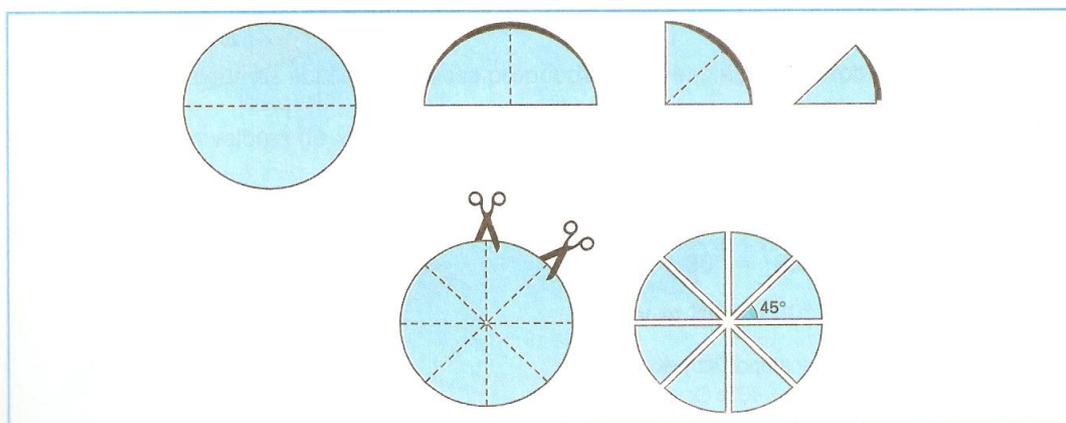
- 2 partes iguais, com apenas uma dobra



- 4 partes iguais, com duas dobras



- 8 partes iguais, com quatro dobras

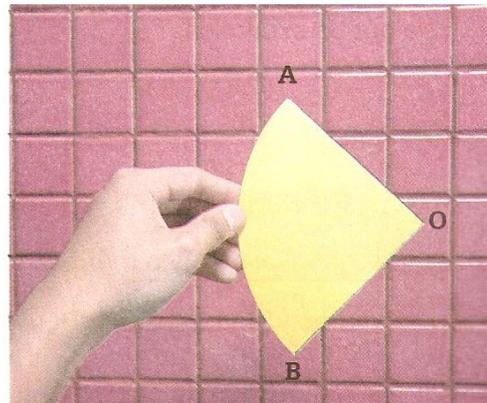


**Figura 11: Atividade de dobradura com ângulos.**

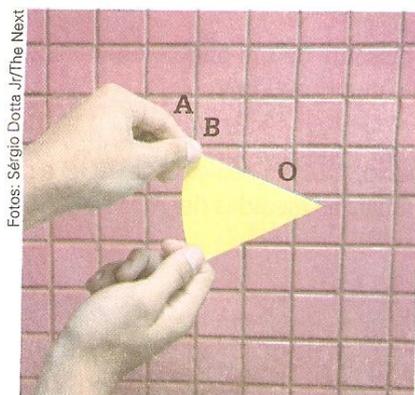
Obtendo a bissetriz de um ângulo por dobraduras.

1ª) Num pedaço de cartolina, desenhe um ângulo qualquer e nomeie-o de  $\hat{A}\hat{O}\hat{B}$ .

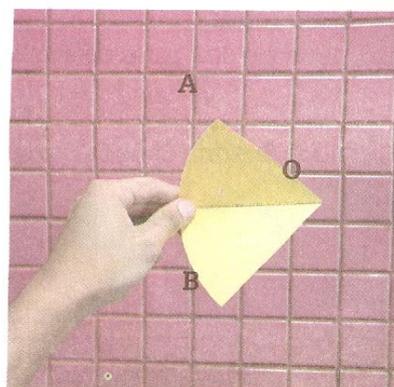
2ª) Recorte o ângulo, como indicado:



3ª) Dobre o ângulo, fazendo coincidir os lados  $\overrightarrow{OA}$  e  $\overrightarrow{OB}$ .



4ª) Desdobre o ângulo. A dobra obtida é a bissetriz do ângulo  $\hat{A}\hat{O}\hat{B}$ .

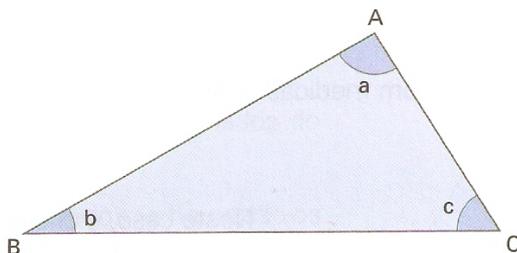


**Figura 12: Atividade de dobradura de bissetriz.**

No capítulo de triângulos e quadriláteros, também encontramos atividades com dobraduras que estão relacionadas ao conteúdo de ângulos. Os autores mostram que por meio de dobradura e recorte de triângulo e quadrilátero podemos descobrir a soma dos ângulos internos de cada uma dessas figuras. Veja as Figuras 13 e 14.

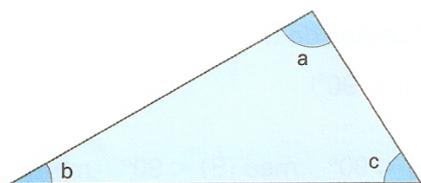
O capítulo que trabalha ângulos é de certa forma bem completo, pois aborda vários tópicos do assunto com muitas ilustrações e atividades. O livro é bem colorido e não mais preto e branco. O capítulo de triângulos e quadriláteros é mais resumido, já que esses polígonos serão novamente estudados na 7ª série.

Consideremos o triângulo ABC, abaixo, e sejam  $a$ ,  $b$  e  $c$  as medidas de seus ângulos internos.

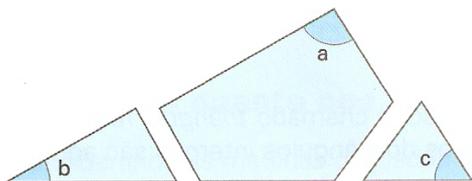


Vamos determinar experimentalmente uma relação entre essas medidas  $a$ ,  $b$  e  $c$ :

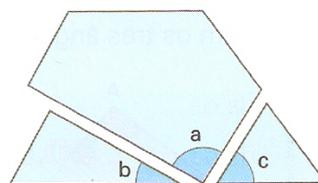
1) Desenhe numa folha um triângulo de qualquer tamanho.



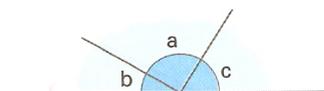
2) Separe o triângulo em três partes, cada uma contendo um dos ângulos do triângulo.



3) Junte os três ângulos do triângulo, fazendo coincidir seus vértices, como na figura.



4) Você pode notar que se formou um ângulo de meia-volta, cuja medida é  $180^\circ$ .



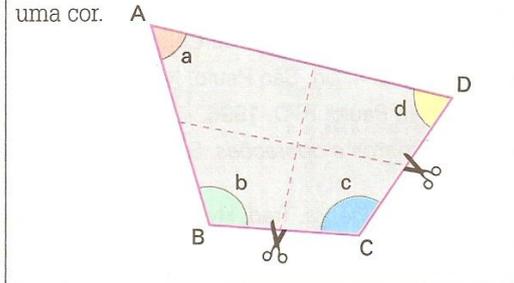
Assim,  $a + b + c = 180^\circ$ .

Se você repetir a experiência com outros triângulos, verá que a soma das medidas dos seus ângulos internos será sempre  $180^\circ$ .

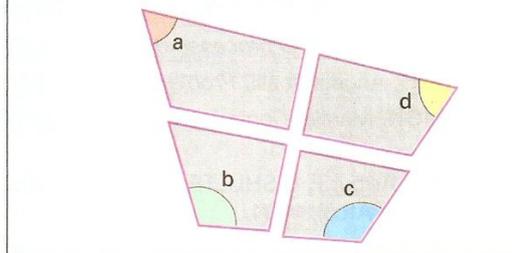
**Figura 13: Soma dos ângulos internos de um triângulo.**

### A soma das medidas dos ângulos internos de um quadrilátero

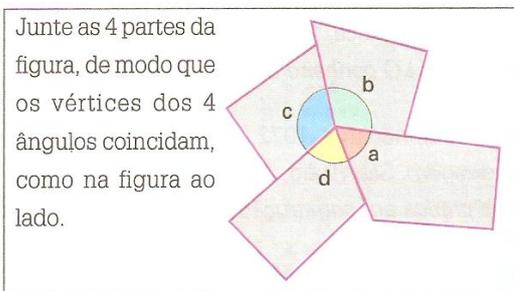
1. Num pedaço de cartolina, desenhe um quadrilátero ABCD qualquer e pinte cada ângulo interno de uma cor.



2. Usando uma tesoura, recorte o quadrilátero em 4 partes de modo que cada parte fique com apenas um dos ângulos internos.



3. Junte as 4 partes da figura, de modo que os vértices dos 4 ângulos coincidam, como na figura ao lado.



4. O que você pode concluir em relação à soma das medidas dos ângulos internos  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$ ,  $\hat{C}$  e  $\hat{D}$ ?

5. Compare o resultado que você obteve com o de seus colegas. O que você conclui?

Figura 14: Soma dos ângulos internos de um quadrilátero.

Os tópicos dos capítulos são:

Ângulos – o ângulo e seus elementos; medida de um ângulo; operações com medidas de ângulos; ângulos consecutivos e ângulos adjacentes; bissetriz de um ângulo; ângulo reto, ângulo agudo e ângulo obtuso; ângulos complementares e ângulos suplementares e por último, ângulos opostos pelo vértice.

Triângulos e Quadriláteros – o triângulo e seus elementos; reconhecendo triângulos (classificação quanto aos lados); uma relação entre as medidas dos ângulos do triângulo; os quadriláteros e seus elementos e conhecendo alguns quadriláteros especiais.

O volume 7 é dividido em 12 capítulos, sendo 6 destinados a conteúdos de Geometria. Os capítulos são assim divididos: 1 – os números reais; 2 – introdução ao cálculo algébrico; 3 – estudo dos polinômios; 4 – estudo das frações algébricas; 5 – equações de 1º grau com uma incógnita; 6 – sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas; 7 – geometria; 8 – ângulos formados por duas retas paralelas com uma transversal; 9 – polígonos; 10 – estudando os triângulos; 11 – estudando os quadriláteros;

12 – estudando a circunferência e o círculo. Ao final do livro ainda temos respostas dos exercícios, assim como nos outros volumes da coleção.

O primeiro capítulo de Geometria, capítulo de número 7, trabalha com os conceitos primitivos (conceitos de semirreta, segmento de reta e ponto médio), com o conceito de ângulo, classificação e como usar o transferidor, além das ideias de bissetriz, ângulos adjacentes, ângulos complementares e suplementares e ângulos opostos pelo vértice. Este capítulo é pequeno, possui apenas 16 páginas, pois a maioria dos conceitos abordados aqui já foram trabalhados no livro da 6ª série. Na introdução do capítulo, os autores novamente falam de Euclides e sua importância, assim como no livro da 5ª série.

O capítulo 8, nomeado como “ângulos formados por duas retas paralelas com uma transversal” trabalha com as ideias de retas paralelas, reta transversal e estabelece relações entre elas, como a de ângulos opostos pelo vértice e ângulos adjacentes suplementares. Depois os autores fazem o estudo de ângulos correspondentes, ângulos alternos e ângulos colaterais.

O capítulo seguinte, o de número 9, começa com o conceito de polígono. Os tópicos abordados são: elementos de um polígono, nomenclatura (quanto aos lados), diagonais de um polígono, ângulos de um polígono convexo (soma das medidas dos ângulos internos e externos de um polígono), ângulos de um polígono regular, e, inclusive, perímetro de polígonos. Neste capítulo os autores mais uma vez apresentaram atividade com o Tangram. É possível observar que alguns tópicos já haviam sido trabalhados no livro 6.

O capítulo sobre triângulos começa com o estudo de seus elementos e sua condição de existência. Segue com o estudo dos ângulos no triângulo, o que já foi previamente trabalhado no capítulo de polígonos. Os autores abordam a classificação de triângulos (quanto aos lados e quanto aos ângulos), conceituam altura, mediana e bissetriz, novamente utilizando atividades com dobraduras para trabalhar com estes últimos três conceitos. O próximo tópico é destinado ao estudo da congruência de triângulos e seus casos. Depois o estudo é feito para os triângulos isósceles e equilátero especificamente.

O capítulo 11 segue a mesma linha de estudo do capítulo 10. Ao estudar os quadriláteros, os autores começam com seus elementos, trabalham novamente com a soma das medidas dos ângulos internos e, trabalham as características e propriedades dos tipos de quadriláteros (paralelogramos: retângulo, losango e quadrado e trapézio).

No último capítulo de Geometria, e também último capítulo do livro, estuda-se circunferência e círculo. Os autores a princípio abordam as características e os elementos dessas duas figuras geométricas. Depois segue o trabalho com posições relativas entre reta e circunferência, posições relativas entre duas circunferências. Eles também abordam arco e ângulo central de circunferência, assim como ângulo inscrito e ângulo cujo vértice não pertence à circunferência.

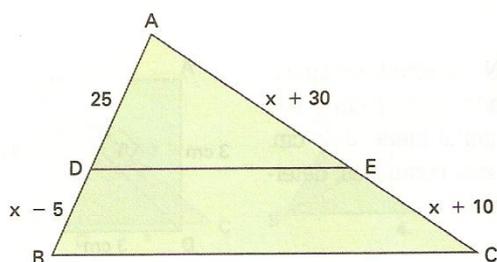
O livro apresenta uma grande quantidade de exercícios, assim como é bem ilustrado e diversificado, apresentando atividades com dobraduras, recortes e Tangram.

No livro da 8ª série, temos os seguintes capítulos de Geometria: 6 – segmentos proporcionais, 7 – semelhança, 10 – estudando a circunferência e o círculo. Existem dois capítulos que trabalham conteúdos de geometria envolvidos no conteúdo de Medidas: 8 – estudando as relações métricas no triângulo retângulo, 9 – estudando as relações trigonométricas nos triângulos.

O capítulo 6 tem os seguintes tópicos: razão e proporção, razão de dois segmentos, segmentos proporcionais, feixe de retas paralelas, teorema de Tales e aplicações do teorema de Tales nos triângulos. Este capítulo começa com um pouco da história e importância de Tales de Mileto. Grande parte dos exercícios são resolvidos por meio de equação, já que utilizam letras para aqueles valores que devemos descobrir.

Observe, por exemplo, os exercícios na Figura 15.

**16** No triângulo ABC da figura, sabe-se que  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ . Calcule as medidas dos lados  $\overline{AB}$  e  $\overline{AC}$  do triângulo.



**18** Na figura abaixo, sabe-se que  $\overline{RS} \parallel \overline{DE}$  e que  $AE = 42$  cm. Nessas condições, determine as medidas  $x$  e  $y$  indicadas.

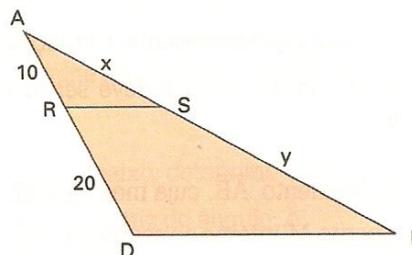


Figura 15: Teorema de Tales com resolução algébrica.

Na parte destinada ao estudo de semelhança, observamos um trabalho interdisciplinar com o estudo de mapas, a fim de mostrar a razão entre distância real e a distância representada no mapa. Os autores ainda citam a semelhança de polígonos quaisquer, mas em especial a semelhança de triângulos.

No capítulo 8, relações métricas no triângulo retângulo, os autores abordam as relações nesse tipo de triângulo e o Teorema de Pitágoras.

O capítulo 9 faz menção as relações trigonométricas no triângulo retângulo e num triângulo qualquer, ou seja, trabalha com as relações seno, cosseno e tangente.

Na introdução do capítulo 10, os autores relatam sobre o número  $\pi$  (pi) e sobre Arquimedes. O capítulo começa com o estudo das relações métricas na circunferência. Depois estuda as características e propriedades de um polígono regular inscrito na circunferência. Por último, o estudo é destinado ao cálculo do comprimento da circunferência.

Novamente é possível observar que o estudo da Geometria e de Medidas se faz lado a lado, um completa o outro, e, por isso, muitas vezes esses conteúdos são confundidos e fundidos.

## CAPÍTULO V – ANOS 2000

As coleções que representam os anos atuais neste trabalho são “Praticando Matemática” e “Fazendo a diferença”. Ambas as coleções são analisadas completas – 5ª a 8ª séries (6º ao 9º anos).

### • Praticando Matemática

Praticando Matemática é uma coleção de livros didáticos da Editora do Brasil publicado por Álvaro Andrini e Maria José Vasconcellos no ano de 2002.

O primeiro livro (5ª série) é dividido em 14 unidades: 1- Sistema de numeração decimal; 2- Números naturais; 3- Adição e subtração de números naturais; 4- Multiplicação e divisão de números naturais; 5- Potenciação e raiz quadrada de números naturais; 6- Múltiplos e divisores; 7- Dados, tabelas e gráficos de barras; 8- Observando formas; 9- Ângulos; 10- Polígonos e circunferência; 11- Frações; 12- Números decimais; 13- Porcentagens e 14- Medidas.

Nesse livro existem três unidades com o conteúdo de Geometria, sendo que eles abordam figuras planas e espaciais e ângulos. O material é bem ilustrado. A unidade de ângulo ensina a usar o transferidor e a unidade de polígonos aborda a ideia de simetria com dobraduras dos polígonos.

Observe na Figura 16 a atividade de simetria com dobradura.

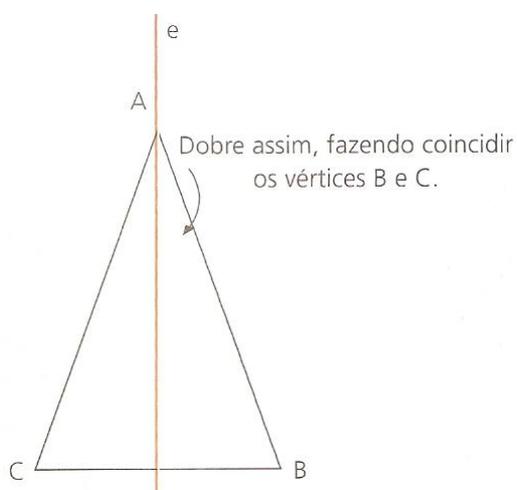


Figura 16: Atividade de simetria com dobradura.

O livro da 6ª série é composto por onze unidades. São elas: 1- Aprendendo mais sobre frações e números decimais; 2- Proporcionalidade; 3- Razão e porcentagem; 4- Construindo e interpretando gráficos; 5- Sólidos geométricos; 6- Áreas e volumes; 7- Medidas de massa e medidas de tempo; 8- Números negativos; 9- Equações; 10- Inequações e 11- Ângulos. É interessante observar que, de forma diferente dos outros livros de 6ª série, que em sua maioria começam trabalhando com números negativos e deixam proporcionalidade e razão mais para o final, os autores deste material didático deixam os números negativos para depois da metade do livro e proporcionalidade e razão são abordados no início do material.

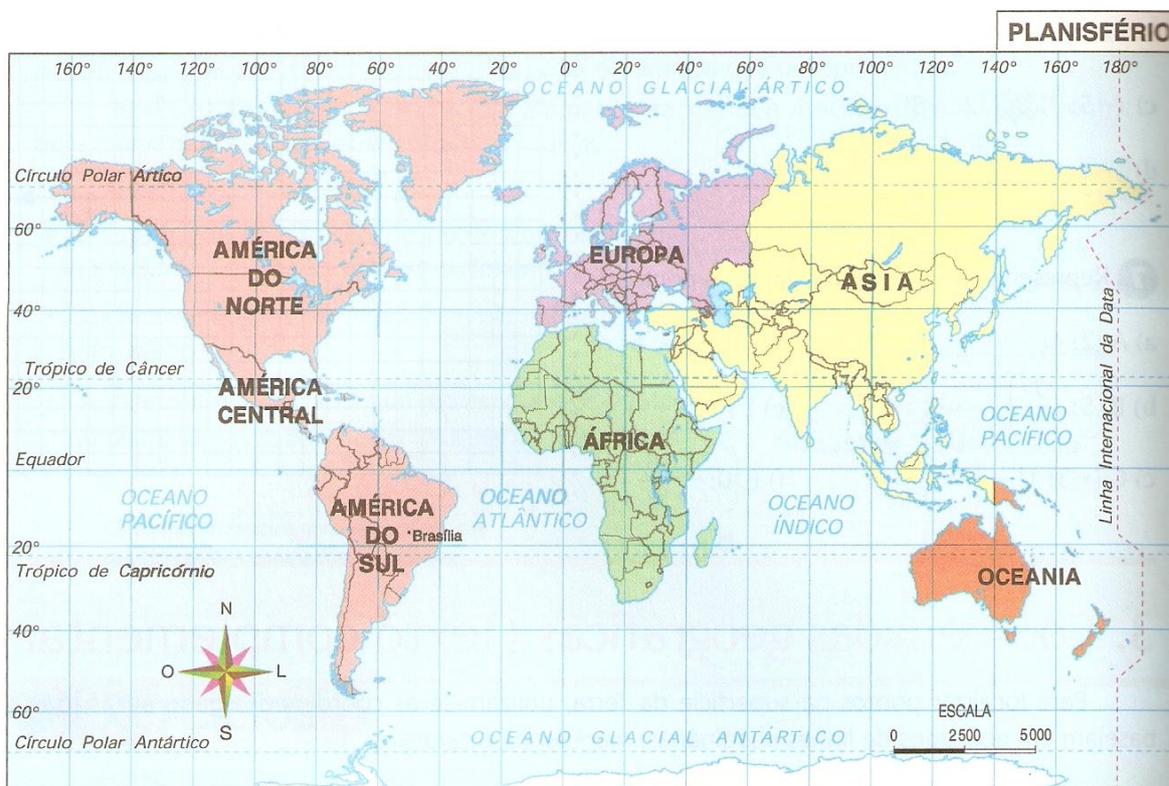
Nesse volume, os conteúdos geométricos são divididos em dois capítulos, sendo que um deles (sólidos geométricos) possui apenas uma pequena revisão de 10 páginas da matéria da 5ª série. O capítulo de ângulos aborda os tópicos comumente abordados nesta série: ângulos complementares e suplementares, ângulos opostos pelo vértice, grau e submúltiplos do grau, bissetriz de um ângulo e a soma dos ângulos internos de um triângulo e de um quadrilátero. Esse capítulo é constituído de 21 páginas, incluindo exercícios e atividades com dobradura para a prova da soma dos ângulos internos de um triângulo. É importante destacar que, como o capítulo de equações é abordado antes do de ângulos, muitos exercícios do capítulo de ângulos envolvem a resolução de equações. No final desse livro, os autores disponibilizaram a planificação dos poliedros para que os alunos possam fazer as montagens.

O livro 7 também é dividido em onze unidades, sendo que apenas três são para o ensino de Geometria. Os capítulos não geométricos são: conjuntos numéricos; potenciação e notação científica; radiciação; cálculo algébrico; produtos notáveis e fatoração; frações algébricas; sistemas de equações e possibilidades e estatísticas. Já os capítulos geométricos são: ângulos e polígonos; circunferência e círculo e sistema cartesiano.

O capítulo de ângulos e polígonos é uma “continuação” dos conteúdos abordados na 5ª e 6ª séries, enquanto o capítulo de circunferência e círculo foi inicialmente abordado na 5ª série. O conteúdo de sistema cartesiano é abordado juntamente com a solução de sistemas de equações e, também, com coordenadas geográficas. Essa matéria

pode ser abordada de modo paralelo entre os professores de Matemática e Geografia. É interessante que os professores explorem atividades interdisciplinares e essa é uma ótima oportunidade para os educadores de Matemática que, às vezes, ficam muito fechados em seus conteúdos.

No final desse capítulo, os autores fazem essa abordagem interdisciplinar, e trabalham com um texto complementar: Coordenadas geográficas. O texto conceitua latitude e longitude e mostra um mapa com a planificação da Terra (veja a Figura 17), mostrando assim, as coordenadas geográficas.



**Figura 17: Coordenadas geográficas.**

O último livro, destinado aos alunos da 8ª série, é composto por nove unidades. 1- Potenciação e radiciação; 2- Equações do 2º grau; 3- Funções; 4- Noções de probabilidade; 5- Congruência e semelhança de figuras; 6- Relações métricas nos triângulos retângulos; 7- Círculo e cilindro; 8- Trigonometria no triângulo retângulo e 9- Porcentagem e juro.

As unidades de Geometria são apenas duas: congruência e semelhança de figuras e círculo e circunferência. Existem ainda os capítulos de Geometria Métrica, que abordam

tópicos como: relações métricas no triângulo retângulo e trigonometria no triângulo retângulo.

O capítulo 5 discute os casos de congruência de triângulos e apresenta atividades de semelhança que envolvem a resolução de equações. Já o capítulo 7 faz a abordagem dos conceitos geométricos das duas figuras (círculo e cilindro) e principalmente, trabalha o conteúdo de Geometria Métrica, pois as atividades são em maior parte, voltadas para o cálculo de área e volume.

A coleção “Praticando Matemática” apresenta, ao final de cada volume, gabarito dos exercícios propostos e um manual do professor. O manual do professor vem com frases e um pouco da história dos matemáticos mais importantes, algumas datas que são destaque no ramo da Matemática e orientações didáticas de cada capítulo. Esse tipo de material é importante nos livros, pois contribui para o planejamento de aula do educador.

#### • **Fazendo a Diferença**

A coleção “Fazendo a Diferença” foi escrita por José Bonjorno, Regina Bonjorno e Ayrton Olivares e publicada pela Editora FTD no ano de 2006. Os livros são bem ilustrados. Podemos perceber que os autores valorizam o trabalho com a história da Matemática, já que em diversas unidades apresentam pequenos textos com histórias sobre o surgimento da Matemática ou sobre grandes matemáticos.

O livro da 5ª série é dividido em quinze unidades, que são divididas em capítulos. Dessas quinze unidades, sete são destinadas ao estudo de números e operações, duas ao estudo de Medidas, uma para Estatística (gráficos) e cinco aos conteúdos de Geometria.

A primeira unidade sobre o conteúdo de Geometria é “As formas no mundo”, que se destina ao estudo de figuras geométricas espaciais. Essa unidade possui apenas 10 páginas, mas é bem ilustrada e contém exercícios.

A próxima unidade sobre esse conteúdo tem o próprio nome de “Geometria” e aborda os conceitos de ponto, reta, plano, semirreta, segmentos de reta e seus tipos, ângulo e suas classificações e posições de reta (horizontal, vertical, paralelas e concorrentes).

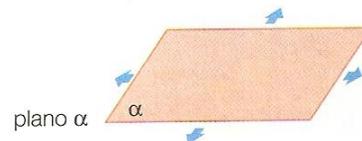
Veja na Figura 18 a abordagem conceitual do capítulo.

## Plano



A superfície de um muro ou de um espelho, o vidro de uma janela ou o piso de uma quadra de esporte sugerem a idéia de **plano geométrico**.

Para indicar planos, geralmente usamos letras minúsculas do alfabeto grego:  $\alpha$  (alfa),  $\beta$  (beta),  $\gamma$  (gama).



Assim como a reta, o plano também é **infinito**.

**Figura 18: Abordagem conceitual.**

A unidade seguinte, “Polígonos”, trabalha com os elementos e classificações de um polígono, e também, faz um estudo mais específico dos triângulos e quadriláteros. A unidade de número 13 refere-se a “Circunferência e Círculo”, trabalhando com seus conceitos e elementos. Também é uma unidade bem pequena, pois possui apenas 5 páginas.

A última unidade de Geometria chama-se “Poliedros”, tema que já foi superficialmente trabalhado na unidade “As formas no mundo”. A diferença é que essa unidade também se refere aos corpos redondos. Na unidade específica de poliedros, os autores diferenciam estes últimos dos corpos redondos e, trabalham com faces, arestas e vértices, poliedros regulares e as vistas (de frente, de lado e de cima). A unidade é bem ilustrada e apresenta muitos exercícios.

O material da 6ª série tem apenas sete unidades, porém elas são maiores que as do livro 5. Nesse material, a presença de conteúdo geométrico é bem menor, pois apenas uma das unidades faz essa abordagem.

A unidade de Geometria chama-se “Ângulos”. Ela é dividida em oito partes; são elas: 1- Medindo ângulos; 2- Adição e subtração de medidas de ângulos; 3- Classificação de ângulos; 4- Multiplicação da medida de um ângulo por um número natural; 5- Divisão da medida de um ângulo por um número natural; 6- ângulos congruentes e ângulos

adjacentes; 7- Ângulos complementares e ângulos suplementares e, por último, 8- Ângulos opostos pelo vértice. Nessa unidade, vemos trabalhos com transferidor, esquadros, Tangram e também com mapas, podendo-se fazer um trabalho em conjunto com a disciplina de Geografia, como já mencionado em outro momento.

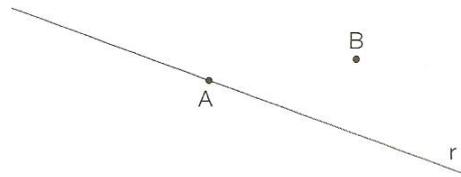
O livro da 7ª série possui 50% de Álgebra e Aritmética e 50% de Geometria. O material tem oito unidades, sendo que quatro referem-se a conteúdos geométricos e as outras quatro ao estudo dos números. A primeira unidade de Geometria é “Noções de Geometria”, com os conceitos já trabalhados na 5ª série (ponto, reta e plano), além de mencionar postulados, propriedades e teoremas. Aborda, também, ângulos formados por duas retas paralelas e uma transversal (ângulos correspondentes, alternos internos, alternos externos, colaterais internos e colaterais externos). Observe o exemplo da Figura 19.

A unidade seguinte aborda o estudo dos polígonos, mas de forma diferente da feita na 5ª série. Nesse nível da 7ª série, os autores mencionam os elementos de um polígono, introduzindo o trabalho com as diagonais e abordam a soma dos ângulos internos e externos de polígonos quaisquer.

A 3ª unidade de Geometria faz uma abordagem bem completa de triângulos e quadriláteros, estudando seus elementos e classificação, mas também inserindo as ideias de mediana, altura, bissetriz e mediatriz de triângulos. Na parte de triângulos ainda observamos congruência dessas figuras e propriedades específicas dos triângulos isósceles e equilátero. A unidade ainda trabalha com translação e rotação de triângulos e outras figuras.

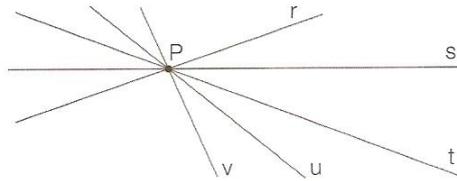
A última unidade de Geometria é “Circunferência e Círculo” e é dividida da seguinte forma: 1- Estudando a circunferência (elementos da circunferência e estudando o centro de uma circunferência); 2- Reta e circunferência: posições relativas (propriedade da reta tangente à circunferência e segmentos tangentes a uma circunferência); 3- Posições relativas de duas circunferências; 4- Arco de circunferência e ângulos (arcos de circunferência, ângulo central e ângulo inscrito); 5- Ângulos não inscritos formados por secantes e tangentes (vértice como ponto interno à circunferência e distinto do centro, vértice como ponto externo à circunferência e vértice como ponto da circunferência).

Numa reta, bem como fora dela, existem infinitos pontos.

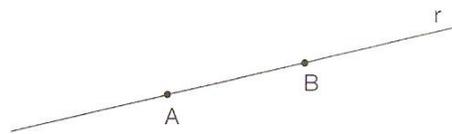


$A \in r$  (A “pertence a” r)  
e  
 $B \notin r$  (B “não pertence a” r)

Por um ponto passam infinitas retas.

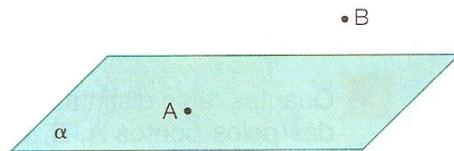


Dois pontos distintos (não coincidentes) determinam uma única reta.



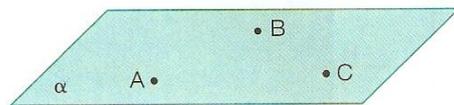
(reta  $r = \overleftrightarrow{AB}$ )

Num plano, bem como fora dele, existem infinitos pontos.

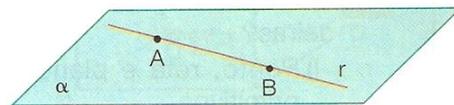


$A \in \alpha$   
 $B \notin \alpha$

Três pontos não colineares (não alinhados) determinam um plano.



Toda reta que tem dois pontos distintos num plano está inteiramente contida nesse plano.



$r \subset \alpha$   
(C: lê-se “está contido”)

**Figura 19: Exemplo de conceitos geométricos.**

Podemos observar que o trabalho feito na 7ª série é uma continuação do trabalho que foi feito na 5ª série. Os temas são praticamente os mesmos, porém a abordagem é mais complexa e ampla no nível da 7ª série.

O último volume da coleção (8ª série) é composto de dez unidades. A unidade 4, “Semelhança”, trabalha com segmentos proporcionais, polígonos semelhantes, triângulos semelhantes, feixe de paralelas cortadas por transversais e com outras relações métricas no triângulo retângulo.

A unidade 5 refere-se ao estudo de Trigonometria e a unidade 6 destina-se às relações métricas na circunferência, que apesar de ser referente ao conteúdo de Geometria Métrica, aborda também as posições relativas entre reta e circunferência, que faz parte do conteúdo geométrico.

Podemos notar, então, que, no livro da 8ª série, a Geometria aparece em conjunto com outros conteúdos, quase nunca com abordagem isolada.

Os quatro volumes apresentam ao final um glossário com as palavras mais importantes trabalhadas em cada livro. O material também vem com orientações didáticas para os professores e inclusive, com sugestões de atividades.

## CONCLUSÃO

Começamos este trabalho questionando a regularidade do ensino de Geometria no Ensino Fundamental II (5ª à 8ª série/6º ao 9º ano). Poucos livros aqui citados não apresentaram este tópico em seus conteúdos. O problema pode não estar vinculado somente ao material didático abordado, mas também à forma e seriedade com a qual os profissionais lecionam essa parte do conteúdo matemático, ou até à formação acadêmica que estes receberam. Sem dúvidas, uma possível insegurança e falta de desembaraço por parte do docente com relação ao conteúdo pode levá-lo a negligenciar este em parte, ou mesmo por completo, em sala de aula. Não obstante, o desinteresse e dificuldade do discente no que se refere ao conteúdo podem levar à inibição do ensino, especialmente mediante as limitações de tempo em face da necessidade de finalização do conteúdo programático. É notável a dificuldade que os alunos apresentam com o ensino da Geometria, muitos não conseguem visualizar as estratégias para resolver exercícios do tema, pois as atividades ligadas ao conteúdo geométrico são de resolução intuitiva, baseadas na experiência, e não de forma sistemática, como ocorre com outros tópicos da Matemática.

Devemos ressaltar que as diretrizes educacionais reforçam a importância da educação em explorar e desenvolver o comportamento e interação do educando nos outros núcleos de convivência dos quais faz parte. A escola pode e deve vincular o ensino com o cotidiano do aluno no ambiente familiar, no trabalho e na comunidade. A Geometria está presente nos vários ambientes que o estudante frequenta. Existem formas e relações geométricas em casa, na rua, no trabalho, etc. Ser capaz de reconhecer o conteúdo abordado na escola em outros ambientes não apenas traz um sentimento de satisfação ao discente, como também permite a consolidação do tópico estudado através da visualização de exemplos práticos.

Podemos notar que, na década de 70, os livros, baseados na tendência “Tecnicista”, predominante durante a Ditadura Militar, eram mais técnicos, e os conteúdos geométricos eram influenciados pelo modelo geométrico euclidiano, ou seja, a abordagem dos autores era bem conceitual. A partir da década de 80, mas

principalmente na década de 90, a educação passou a ser mais reflexiva, quando passamos a viver a tendência “Construtivista-interacionista”. O ensino passou a valorizar os erros do aluno como uma oportunidade de crescimento e desenvolvimento educacional, além de valorizar atividades de manipulação, como as citadas em alguns dos livros analisados neste trabalho (dobradura, recorte, Tangram, atividades com palitos, manipulação do transferidor, entre outras). Nesse período, o material didático também ficou mais colorido e ilustrativo, de forma que o estudo se tornou mais agradável e instigante para os estudantes.

Este tipo de atividade estimula mais a criatividade do aluno e pode até aumentar seu interesse pela aula. Mas, como professora de Matemática, observo que não são aulas fáceis de ministrar. O pouco tempo, a sala cheia e a inquietação da turma são alguns fatores que dificultam um bom desenvolvimento desse tipo de atividade. No livro da década de 90 “A Conquista da Matemática”, encontramos uma atividade de dobradura que demonstra a soma dos ângulos internos de um triângulo (p. 20). Com algumas turmas, pude pôr em prática esta atividade. É bem interessante o entusiasmo dos alunos em participar de uma aula diferente, inclusive gostam de poder descobrir relações ao invés de simplesmente decorá-las. Porém, é uma aula mais agitada e conseqüentemente mais cansativa. Cabe ao professor ponderar quando é viável explorar outros recursos, não abandonando as atividades tradicionais no livro e caderno.

Sabemos que hoje as escolas dispõem de recursos variados. Computadores, multimídia, lousa interativa, entre muitos que a tecnologia disponibiliza para o meio educacional. Tanto a escola quanto a família deve ponderar o uso dessas novas tecnologias, afinal nossas crianças e jovens precisam aprender a escrever com lápis e papel antes de digitar no computador. Precisam exercitar cálculos da forma tradicional antes de explorarem as calculadoras. Bill Gates já havia afirmado: “Meus filhos terão computadores, sim, mas antes terão livros. Sem livros, sem leitura, os nossos filhos serão incapazes de escrever - inclusive a sua própria história”. É preciso que nossos alunos não sejam educados apenas com as facilidades do mundo moderno, apesar de essas tecnologias encantarem crianças e adultos. A importância de se obter conhecimento dos fundamentos e construir uma base sólida dá ao aluno a possibilidade de não somente

utilizar a tecnologia, mas também de entendê-la e adaptá-la a seu favor quando necessário, tornando-a um ferramental bem mais poderoso para seu aprendizado e desenvolvimento.

O ensino deve ser equilibrado. Nós, professores, não podemos abrir mão do ensino tradicional, assim como não podemos também nos fechar ao novo. Precisamos e devemos avaliar as necessidades e dificuldades de nossas turmas a fim de saná-las e preparar de forma eficiente nossos alunos para a vida.

A verdade é que existem inúmeras influências na educação de modo geral, incluindo o ensino da Matemática e da Geometria. Todas elas podem interferir de forma positiva ou negativa. Sabemos que essa não é uma situação que se deu por agora. Na década de 60, o ensino da Geometria era privilégio das escolas elitistas enquanto nas escolas do povo não se ensinava este conteúdo. A escola tem revertido este quadro aos poucos. Precisamos acreditar na educação e mudar esta história. Tudo depende da conduta do docente e do interesse do discente. Mas não há como discutir a importância da Geometria para o ser humano e a sociedade.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRINI, Álvaro; VASCONCELLOS, Maria José. *Praticando Matemática*. São Paulo: Editora do Brasil, 2002. (Coleção)

BONJORNO, José Roberto; BONJORNO, Regina Azenha; OLIVARES, Ayrton. *Fazendo a diferença*. São Paulo: FTD, 2006. (Coleção)

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1998.

FONSECA, Solange. *Metodologia de Ensino: Matemática*. Belo Horizonte: Editora Lê: Fundação Helena Antipoff, 1997.

GIOVANNI, José Rui; CASTRUCCI, Benedito; GIOVANNI JR., José Rui. *A conquista da matemática*. São Paulo: FTD, 1998. (Coleção)

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. *Matemática e Realidade*. São Paulo: Atual Editora, 1991. (Coleção)

KALEFF, Ana Maria. Tomando o ensino da Geometria em nossas mãos... *Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM*. Ano I, nº 2, 1994.

NAME, Miguel Assis; GORETH, Cid A.; CILLI, Ariodante M. *Matemática Funcional*. São Paulo: Editora do Brasil, 1983. (Coleção)

NETTO, Scipione di Pierro; MUNHOZ, Aida F. da Silva; IKIEZAKI, Iracema. *O Trabalho Dirigido no ensino da Matemática - curso moderno 6ª série*. São Paulo: Editora Saraiva, 1972.

NETTO, Scipione di Pierro. Matemática conceitos e operações 5ª série. São Paulo: Editora Saraiva, 1986.

NETTO, Scipione di Pierro. Matemática conceitos e operações 6ª série. São Paulo: Editora Saraiva, 1986.

NETTO, Scipione di Pierro. Matemática conceitos e operações 7ª série. São Paulo: Editora Saraiva, 1982.

OLIVEIRA, Mário de. Matemática Viva – 5ª série ensino do 1 grau – coleção didática moderna. Belo Horizonte: Livraria Cultura Brasileira Editora, 1974.

OLIVEIRA, Mário de. Matemática Viva – 7ª série ensino do 1 grau – coleção didática moderna. Belo Horizonte: Livraria Cultura Brasileira Editora, 1976.

[www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/Leis/L5692](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L5692)

[www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/Leis/L8069](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L8069)

[www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/Leis/L9394](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394)

[www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/Leis/LEIS\\_2001/L10172](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/LEIS_2001/L10172)

[www.planetaeducacao.com.br/portal/artigo.asp?artigo=815](http://www.planetaeducacao.com.br/portal/artigo.asp?artigo=815)