

Universidade Federal de Minas Gerais

Instituto de Ciências Exatas – ICEX

Departamento de Estatística

Especialização em Estatística

**Previsão em eventos hospitalares utilizando o método de
combinação de previsão**

Mário Fonseca Moreira da Silva

Belo Horizonte

Janeiro de 2008

Mário Fonseca Moreira da Silva

**Previsão em eventos hospitalares utilizando o método de
combinação de previsão**

Trabalho apresentado ao Curso de Especialização em
Estatística da Universidade Federal de Minas Gerais.

Orientadora: Professora Dra. Ela Mercedes Medrano de Toscano

Co-orientador: Fabio Fajardo

Belo Horizonte

Junho de 2008

Agradecimentos

Um agradecimento especial à Professora Ela Mercedes e ao Fábio Fajardo que com muito conhecimento direcionou-me na conclusão desse trabalho.

A todos os professores do departamento em estatística, pelo prazer em assistir suas aulas.

Aos meus pais e à minha esposa Tatiana pelo apoio e incentivo na conclusão de mais uma etapa em minha vida.

Muito obrigado a todos!

Lista de Abreviaturas

ANS – Agência nacional de saúde suplementar.

BDMG – Banco de desenvolvimento de Minas Gerais.

FAC – Função de autocorrelação.

FACP – Função de autocorrelação parcial.

SQE – Soma dos Quadrados dos Erros.

AMB – Associação Médica Brasileira.

CBHPM – Classificação Brasileira Hierarquizadas de Procedimentos Médicos.

EQM – Erro Quadrado Médio.

Lista de Tabelas

Tabela1 – Rendimento médio mensal na região metropolitana em Belo Horizonte

Tabela2 – Estatísticas de erros do modelo AE de Holt-Winter`s.

Tabela3 – Estatísticas de erros do modelo AE de Holt-Winter`s com dados transformados.

Tabela4 – Estatísticas de erros do modelo SARIMA (0, 0,0) (0 1,1) ₁₂

Tabela5 – Estatísticas de erros do modelo SARIMA (0, 0,0) (0, 1,1) ₁₂ na série transformada.

Tabela6 – Análise descritiva das previsões da série media em eventos hospitalares

Tabela7 – Erros de previsão com diferentes k passos à frente.

Tabela8 – Erros de previsão por otimização com diferentes k passos à frente.

Lista de Figuras

Figura1 – Série em eventos hospitalares

Figura2 – Descritiva da série

Figura3 – Box-Plot

Figura4 – FAC e FACP da série temporal

Figura5 – Previsão com doze passos à frente

Figura6 – Período de validação e o método Winter's

Figura7 – Teste de normalidade dos resíduos

Figura8 –FAC do resíduo produzido pelo AE de Holt-Winter's aplicada à série

Figura9 – FAC do resíduo produzido pelo AE de Holt-Winter's aplicada à série transformada

Figura10 – Teste de normalidade dos resíduos da série transformada

Figura 11 – Previsão com doze passos à frente

Figura12 – Período de validação e método SARIMA $(0, 0,0) (0 1,1)_{12}$

Figura13 – Teste de normalidade dos resíduos da série produzida pelo modelo SARIMA $(0, 0,0) (0 1,1)_{12}$

Figura14 – FAC do resíduo produzido pelo modelo SARIMA $(0, 0,0) (0 1,1)_{12}$

Figura15 – FAC do resíduo produzido pelo modelo SARIMA $(0, 0,0) (0, 1,1)_{12}$ na serie transformada

Figura16 – Teste de normalidade dos resíduos da série transformada produzida pelo modelo SARIMA $(0, 0,0) (0, 1,1)_{12}$

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	7
2. PROBLEMA DE PESQUISA.....	9
2.1 OBJETIVO	11
2.1.1 <i>Objetivo Geral:</i>	11
2.1.2 <i>Objetivos Específicos:</i>	11
2.2 JUSTIFICATIVA.....	11
3.APRESENTAÇÃO DO TEMA	12
3.1 OS INTEGRANTES DO ATUAL DESENHO DO CAMPO DA SAÚDE SUPLEMENTAR	12
3.2 ELEMENTOS GERADORES DE RECEITA.....	13
3.3 ELEMENTOS GERADORES DE DESPESA	14
4. METODOLOGIAS UTILIZADAS PARA ESTIMAR A PREVISÃO	14
4.1 MODELOS DE SUAVIZAÇÃO EXPONENCIAL.....	14
4.2 MODELOS ARIMA.....	13
4.3 COMBINAÇÕES DE PREVISÃO.....	14
5. APLICAÇÃO DAS METODOLOGIAS	26
5.1 ANÁLISE DESCRITIVA DA SÉRIE	27
5.2 APLICAÇÃO DA METODOLOGIA DE ALISAMENTO EXPONENCIAL.....	32
5.3 APLICAÇÕES DA METODOLOGIA DE BOX & JENKINS SARIMA (P, D, Q) (P, D, Q) _s	36
5.4 APLICAÇÕES DA METODOLOGIA DE COMBINAÇÃO DE PREVISÕES	41
6. PREVISÕES COM DIFERENTES K PASSOS Á FRENTE.....	44
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	46
8.REFERENCIA BIBLIOGRAFICA	47
9.ANEXOS	49

1. INTRODUÇÃO

A Constituição da República de 1988, em seus Arts. 196 e seguintes, atribuiu a execução dos serviços públicos de saúde ao Estado, diretamente, e também às pessoas físicas e jurídicas de direito privado.

Tendo em vista o permissivo constitucional, e com o intuito de prestar assistência médico-hospitalar, as empresas privadas celebram com os particulares um contrato de adesão, conhecido como Plano de Saúde, por meio do qual a empresa arca com o pagamento das despesas afetas à prestação do serviço, mediante o pagamento de uma contribuição.

Neste cenário, e por intermédio da Lei nº 9.961 de 28 de janeiro de 2000, foi criada a Agência Nacional de Saúde Suplementar – ANS, que tem por finalidade institucional promover a defesa do interesse público na assistência suplementar à saúde, regular as operadoras setoriais - inclusive quanto às suas relações com prestadores e consumidores - e contribuir para o desenvolvimento das ações de saúde no País.

Por meio de seu caráter normativo, a ANS atribuiu classificações e características que obrigam os planos de saúde a adotar uma abrangência geográfica específica, um tipo de cobertura assistencial e um tipo de adesão por parte dos beneficiários.

Com isso, o Banco de Desenvolvimento de Minas Gerais – BDMG instituiu o Programa de Promoção à Saúde, doravante designado PRO-SAÚDE, que é um plano de assistência à saúde na modalidade de autogestão patrocinada, que tem por objetivo atender aos objetivos de prevenção de doenças e recuperar a saúde dos usuários inscritos.

O PRO-SAÚDE é registrado como produto na Agência Nacional de Saúde Suplementar – ANS sob o número 448.709/04-5 com as seguintes características:

- I** - Ser coletivo por adesão;
- II** - ser custeado, na forma de pré-pagamento, por contribuições efetuadas por seus patrocinadores e usuários, e por co-participação destes últimos nas despesas, na forma da lei;
- III** - dar cobertura às segmentações ambulatorial e hospitalar com obstetrícia;
- IV** - ser baseado em rede credenciada de estabelecimentos e profissionais prestadores de serviços de qualidade; e
- V**- abranger a Região Metropolitana de Belo Horizonte.

Como o Pró – Saúde é classificado como uma autogestão patrocinada e sem fins lucrativos, o objetivo desse trabalho é controlar futuras despesas médicos-hospitalares do plano, mediante a realização de previsões em eventos hospitalares, e transferir os gastos futuros em benefícios, aumentando assim a qualidade de vida de nossos participantes e tornado nosso sistema de promoção a saúde viável e auto-sustentável em Belo Horizonte.

Os eventos hospitalares que serão objeto de previsão neste trabalho são os procedimentos médicos publicamente encontrados nas tabelas AMB (Associação

Médica Brasileira) e CBHPM (Classificação Brasileira Hierarquizadas de Procedimentos Médicos), os materiais utilizados como instrumento de trabalho do profissional de saúde, os medicamentos e os equipamentos tecnológicos em saúde.

Deve-se ressaltar a necessidade de se realizar decisões médicas preventivas, tendo em vista o alto custos desses eventos, que impactam em 82% das despesas assistenciais.

Sendo assim, foi selecionada a média mensal dos eventos hospitalares ajustando uma série temporal, com oitenta e quatro observações, na qual se aplicam modelos clássicos de previsão.

2. PROBLEMA DE PESQUISA

O Código de Ética Médica Brasileiro foi definido através da Resolução do Conselho Federal de Medicina [1.246/88] e rege os princípios éticos que devem ser seguidos pelos médicos. O capítulo IX de referido dispositivo legal, ao tratar do segredo médico, assim dispõe:

“Art. 102 - Revelar fato de que tenha conhecimento em virtude do exercício de sua profissão, salvo por justa causa, dever legal ou autorização expressa do paciente.

Parágrafo único: Permanece essa proibição: a) Mesmo que o fato seja de conhecimento público ou que o paciente tenha falecido. b) Quando do depoimento como testemunha. Nesta hipótese, o médico comparecerá perante a autoridade e declarará seu impedimento.

Art. 103 - Revelar segredo profissional referente a paciente menor de idade, inclusive a seus pais ou responsáveis legais, desde que o menor tenha capacidade de avaliar seu problema e

de conduzir-se por seus próprios meios para solucioná-lo, salvo quando a não revelação possa acarretar danos ao paciente.

Art. 104 - Fazer referência a casos clínicos identificáveis, exhibir pacientes ou seus retratos em anúncios profissionais ou na divulgação de assuntos médicos em programas de rádio, televisão ou cinema, e em artigos, entrevistas ou reportagens em jornais, revistas ou outras publicações leigas.

Art. 105 - Revelar informações confidenciais obtidas quando do exame médico de trabalhadores, inclusive por exigência dos dirigentes de empresas ou instituições, salvo se o silêncio puser em risco a saúde dos empregados ou da comunidade.

Art. 106 - Prestar a empresas seguradoras qualquer informação sobre as circunstâncias da morte de paciente seu, além daquelas contidas no próprio atestado de óbito, salvo por expressa autorização do responsável legal ou sucessor.

Art. 107 - Deixar de orientar seus auxiliares e de zelar para que respeitem o segredo profissional a que estão obrigados por lei.

Art. 108 - Facilitar manuseio e conhecimento dos prontuários, papeletas e demais folhas de observações médicas sujeitas ao segredo profissional, por pessoas não obrigadas ao mesmo compromisso.

Art. 109 - Deixar de guardar o segredo profissional na cobrança de honorários por meio judicial ou extrajudicial.”

A regulamentação acima transcrita acaba por inviabilizar o conhecimento de possíveis variáveis explicativas relacionadas ao evento hospitalar, o que acaba por impedir a aplicação de um modelo de regressão dinâmica.

2.1 OBJETIVOS

2.1.1 OBJETIVO GERAL:

Realizar previsões sobre eventos hospitalares, mediante a utilização dos modelos clássicos de previsão, ARIMA e Holt Winters, objetivando a tomada de decisões médicas preventivas, de forma a transferir os gastos futuros em benefícios, aumentando assim a qualidade de vida dos participantes e tornando o PRÓ-SAÚDE viável e auto-sustentável em Belo Horizonte.

2.1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Analisar e descrever os modelos estatísticos de previsão utilizados.
- Avaliar os modelos estatísticos de previsão utilizados.

2.2 JUSTIFICATIVA

Segundo Moacir Pereira (1999):

“o princípio da classificação ABC ou curva 80 – 20 é atribuído a Vilfredo Pareto, um renascentista italiano do século XIX, que em 1897 executou um estudo sobre a distribuição de renda. Através deste estudo, percebeu-se que a distribuição de riqueza não se dava de maneira uniforme, havendo grande concentração

de riqueza (80%) nas mãos de uma pequena parcela da população (20%).

A partir de então, tal princípio de análise tem sido estendido a outras áreas e atividades tais como a industrial e a comercial, sendo mais amplamente aplicado a partir da segunda metade do século XX.”

A curva ABC tem sido bastante utilizada para a administração de estoques, para a definição de políticas de vendas, para o planejamento da distribuição, para a programação da produção e para a resolução de uma série de problemas usuais de empresas, quer sejam estas de características industriais, comerciais ou de prestação de serviços.

Trata-se de uma ferramenta gerencial que permite identificar quais itens justificam atenção e tratamento adequados quanto à sua importância relativa. Utilizando a técnica acima descrita, observou-se que os eventos hospitalares correspondem a 82% das despesas assistenciais do plano de saúde.

Com o uso dos métodos estatísticos de previsão, juntamente com as observações médicas, podemos antecipar gastos futuros colocando em prática medidas preventivas, o que acabará acarretando uma transformação de despesa assistencial médica em qualidade de vida dos nossos beneficiários.

3 – APRESENTAÇÃO DO TEMA

3.1 OS INTEGRANTES DO ATUAL DESENHO DO CAMPO DE SAÚDE COMPLEMENTAR

Segundo a ANS, são basicamente quatro elementos que constituem o cenário da saúde suplementar no Brasil:

a) A Agência Nacional de Saúde Suplementar – ANS, que tem como meta regulamentar a prestação de serviços de Saúde Suplementar em âmbito nacional, mediante os recursos de poder auferidos pela legislação e a independência administrativa e financeira, propiciada pelo sistema de mandato dos seus diretores e a captação de taxa das operadoras de planos de saúde, para suporte às suas atividades;

b) as operadoras de planos privados de saúde, que têm o papel de estruturar a prestação sistêmica dos serviços de saúde, contratando redes de assistência para o atendimento aos seus clientes, usuários destes serviços.

c) os prestadores de serviço de assistência à saúde, que englobam a classe médica, as clínicas e hospitais de diagnóstico-terapêuticos, efetivando a prestação dos atendimentos aos detentores de planos de saúde, posteriormente remunerados pelas operadoras.

d) os consumidores de planos de saúde, que contratam e utilizam os serviços de saúde, os quais, na defesa dos seus interesses, ainda não se estruturaram em sociedades civis para enfrentamento de questões lesivas aos seus direitos, mas que contam com recursos de poder advindos do Poder Judiciário, do Poder Executivo e dos PROCON's que atuam, cada qual na sua esfera de competência, no sentido de salvaguardar direitos prescritos no Código de Defesa do Consumidor e na Lei nº 9.656, que dispõe sobre os planos privados de saúde.

3.2 ELEMENTOS GERADORES DE RECEITA

Segundo o regulamento de prevenção a saúde o custeio do PRO-SAÚDE será atendido pelas seguintes fontes de receita:

- I-** Contribuição mensal do BDMG, Banco de Desenvolvimento de Minas Gerais;
- II-** Contribuição mensal da DESBAN – Fundação BDMG de Seguridade Social;
- III-** Contribuição mensal dos empregados dos patrocinadores;
- IV-** Contribuição mensal dos assistidos do plano de benefícios previdenciários do BDMG;
- V-** Mensalidades dos titulares agregados e dos dependentes agregados;

VI- Co-participação prevista no Capítulo XII, Seção II do Regulamento;
VII- Receitas de aplicação do patrimônio; e
VIII- Dotações, doações, subvenções, legados e rendas extraordinárias não previstas nos incisos anteriores.

3.3 ELEMENTOS GERADORES DE DESPESA

Basicamente, o elemento detentor de 100% da despesa do plano de saúde é a fatura médica proveniente das entidades prestadoras de assistência à saúde, seja ela pessoa física ou jurídica.

4. METODOLOGIAS UTILIZADAS PARA REALIZAR PREVISÕES

Várias metodologias vêm sendo empregadas para previsões em séries temporais. Neste trabalho serão discutidas as seguintes metodologias: Modelos Wintes`s e modelos SARIMA.

Posteriormente será discutido o modelo de combinação de previsão, visando um melhor desempenho para previsões obtidas com ajuda das metodologias utilizadas para análise.

4.1 MODELOS DE SUAVIZAÇÃO EXPONENCIAL (WINTER`S)

4.1.1 Alisamento Exponencial Simples

O modelo de suavização exponencial simples pode ser descrito matematicamente por:

$$Z_t = Z_t + (1 - \alpha)\bar{Z}_{t-1}, \bar{Z}_0 = Z_1, t = 1, \dots, N$$

Onde \bar{Z}_t é denominado valor exponencialmente suavizado, α é a constante de suavização, $0 \leq \alpha \leq 1$ e N é a quantidade de previsões geradas.

Já a previsão dos valores futuros é dada por:

$$\hat{Z}_t(1) = \alpha * e_t + \hat{Z}_{t-1}(1), \text{ onde } e_t = Z_t - \hat{Z}_{t-1}(1) \text{ é o erro de previsão a}$$

um passo. Conforme Morettin e Toloi, (2006) pode ser interpretada como uma equação de atualização de previsão quando tivermos uma nova observação.

4.1.1.1 Vantagens e desvantagens da suavização exponencial simples.

No que toca às vantagens e desvantagens da suavização exponencial simples, vejamos Morettin e Toloi (2006):

“a suavização exponencial simples é um método muito utilizado devido às seguintes vantagens:

- *Fácil entendimento;*
- *Aplicação não dispendiosa;*
- *Grande flexibilidade permitida pela variação da constante de suavização α ;*
- *Necessidade de armazenar somente Z_t, \bar{Z}_t e α ; e*
- *O valor de $\alpha = 2 / (r-1)$ fornece previsões semelhantes ao método médias móveis simples com parâmetro r (Montgomery e Johnson, 1976), sendo r as observações mais recentes.*

A principal desvantagem é a dificuldade em determinar o valor mais apropriado da constante de suavização, que pode ser superada através da utilização da suavização exponencial adaptativo de Trigg e Leach (Morettin e Toloi, 1981, e Montgomery e Johnson, 1976).

4.1.2 Suavização exponencial de Holt.

Segundo Morenttin e Toloi (2006),

o método de suavização exponencial simples quando aplicado a uma série que apresenta tendência linear positiva ou negativa, fornece previsões que subestimam (ou superestimam) continuamente os valores reais. Para evitar esse erro sistemático, um dos métodos aplicáveis é a suavização exponencial de holt. Esse método é similar ao alisamento exponencial simples. A diferença é que em vez de suavizar só o nível, ele utiliza uma nova constante de suavização para modelar a tendência da série.

Os valores do nível e da tendência da série no instante t , serão estimados

por:

$$\bar{Z}_t = AZ_t + (1 - A)(\bar{Z}_{t-1} + \hat{T}_{t-1}), 0 < A < 1 \text{ e } t = 2, \dots, N,$$

$$\hat{T}_t = C(\bar{Z}_{t-1} + \hat{T}_{t-1}) + (1 - C)\hat{T}_{t-1}, 0 < C < 1 \text{ e } t = 2, \dots, N,$$

respectivamente. Nas equações descritas acima, A e C são denominadas constantes de suavização.

Já na previsão, para o valor Z_{t+h} , com origem em t é dado por:

$$\hat{Z}_t(h) = \bar{Z}_t + h\hat{T}_t, \text{ para todo } h > 0,$$

ou seja, a previsão é feita adicionando-se ao valor básico (\bar{Z}_t) a tendência multiplicada pelo número de passos à frente que se deseja prever (h).

4.1.2.1 Vantagens e desvantagens da suavização exponencial de Holt.

As vantagens e desvantagens do alisamento exponencial de Holt são as mesmas da suavização exponencial simples.

4.1.3 Suavização exponencial sazonal de Holt-Winters

Deve ser utilizada para séries que apresentam um comportamento mais complexo, sendo que o método pode ser aditivo ou multiplicativo, de acordo com as características da série que será trabalhada.

Existem dois tipos de procedimentos cuja utilização depende da característica da série considerada. Tais procedimentos são baseados em três equações com constantes de suavização diferentes, que são associados a cada uma das componentes do padrão da série: nível, tendência e sazonalidade.

(a) Série Sazonal Multiplicativa

Deve ser usado quando a série apresenta um fator sazonal como sendo multiplicativo, enquanto a tendência permanece aditiva.

As três equações de suavização são:

$$L_t = \frac{z_t}{S_{t-s}} + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t+1}),$$

$$T_t = (L_t - L_{t-1}) + (1 - \gamma)T_{t-1},$$

$$S_t = \frac{Z_t}{L_t} + (1 - \delta)S_{t-s},$$

onde:

- L_t é o valor exponencialmente alisado do nível até o final do instante t ;
- T_t é o valor exponencialmente alisado da tendência até o final do instante t ;
- S_t é o valor exponencialmente alisado da sazonalidade até o final do

instante t ;

- Y_t é a observação no instante t ;
- α é a constante de alisamento do nível;
- γ é a constante de alisamento da tendência;
- δ é a constante de alisamento sazonal.

A previsão dos valores futuros da série é dada pela equação:

$$\hat{Y}_t(m) = (L_t + mT_t)S_{t-s+k}$$

O erro de previsão um passo a frente é dada pela equação:

$$e_t = [Y_t - \hat{Y}_t(1)].$$

(b) Série sazonal aditiva.

Deve ser utilizado quando a série apresenta um fator sazonal aditivo e a tendência com característica aditiva.

Suas equações de alisamento são:

$$L_t = \alpha(Y_t - S_{t-s}) + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}),$$

$$T_t = \gamma(L_t - L_{t-1}) + (1 - \gamma)T_{t-1},$$

$$S_t = \delta(Y_t - S_{t-s}) + (1 - \delta)S_{t-s},$$

onde:

- L_t é o valor exponencialmente alisado do nível até o final do instante t ;
- T_t é o valor exponencialmente alisado da tendência até o final do instante t ;
- S_t é o valor exponencialmente alisado a sazonalidade até o final do instante t ;
- Y_t é a observação no instante t ;
- α é a constante de alisamento do nível;
- γ é a constante de alisamento da tendência;
- δ é a constante de alisamento sazonal.

A previsão dos valores futuros da série é dada pela equação:

$$\hat{Y}_t(m) = L_t + mT_t + S_t m$$

4.1.3.1 Vantagens e desvantagens da suavização exponencial sazonal de Holt-Winters

As vantagens e desvantagens do alisamento exponencial de Holt-Winters são as mesmas da suavização exponencial simples.

4.2 MODELOS ARIMA

Segundo Morentti e Toloi (2006),

“Uma metodologia bastante utilizada na análise de modelos paramétricos conhecida como abordagem de Box & Jenkins (1970) que consiste em ajustar modelos auto-regressivos integrados de médias móveis, ARIMA (p, d, q), a um conjunto de dados.”

A estratégia de determinação do modelo é baseada em um ciclo iterativo composto por quatro etapas:

- Especificação: nesta fase considera-se uma classe geral de modelos para análise;
- Identificação: feita com base na análise das autocorrelações e autocorrelações parciais dos dados;
- Estimação: Na qual os parâmetros do modelo são estimados.
- Verificação ou diagnóstico do modelo: feita através de uma análise dos resíduos, para saber se o mesmo é adequado à previsão.

Caso o modelo não seja adequado, o ciclo é repetido, voltando-se à fase de identificação. Em alguns casos identifica-se mais de um modelo adequado. Nesse caso, se o propósito for previsão, podemos escolher o modelo que apresenta o menor erro quadrado médio de previsão (Morenttin e Tolo, 2006).

Para facilitar a manipulação dos modelos ARIMA introduz-se uma notação de operadores onde:

(a) B: operador utilizado para denotar uma translação para o passado:

$$BY_t = Y_{t-1}, \text{ ou } B^m Y_t = Y_{t-m}$$

(b) Δ : operador utilizado para denotar uma diferença:

$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} = (1 - B)Y_t, \text{ ou seja, } \Delta = 1 - B$$

Os processos estruturados a partir da metodologia ARIMA devem ser estocásticos estacionários e inversíveis. Diz-se que o processo é estocástico e estacionário quando ele está em um estado de equilíbrio estatístico, ou seja, ele se desenvolve no tempo aleatoriamente ao redor de uma média constante.

Uma maneira bastante utilizada para a detecção da estacionaridade de uma série é a função de auto-correlação (FAC) que mede a correlação linear entre observações da série separadas por k unidades de tempo, permitindo um entendimento da dependência estatística entre os dados. A FAC de um processo estocástico com média μ e variância constante σ^2 é definida por:

$$p_k = \frac{\text{Cov}(Y_t, Y_{t+k})}{\sqrt{\text{Var}(Y_t)}\sqrt{\text{Var}(Y_{t+k})}}, \text{ k} = 0, 1, 2, \dots$$

Para identificar se uma série temporal é estacionária, deve-se observar a velocidade de decaimento das auto-correlações nos *lags* da função de auto-correlação. Caso o decaimento seja rápido, há indicativo de que seja estacionária. Por outro lado, se o decaimento for lento, há indícios de que a estacionaridade não esteja garantida.

4.2.1 Modelo Auto-Regressivo – AR(p)

O modelo AR(p) é dado pela seguinte expressão:

$$Y_t = \theta_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + a_t,$$

onde:

- $\theta_0 = \mu(1 - \phi_1 - \phi_2 - \dots - \phi_p)$;
- $\{a_t\}$ é um processo ruído branco com média zero e variância

constante e as raízes de $\phi(\beta)$ estão fora do círculo unitário. Para

maiores detalhes ver Morettin e Toloí, 2006.

Utilizando o operador B tem-se:

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)Y_t = \phi(\beta) + a_t$$

4.2.2 Processo de médias móveis – MA(q)

O modelo MA(q) é dado pela seguinte expressão:

$$Y_t - \mu = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

Onde:

- μ é a média do processo;
- $\{a_t\}$ é um processo ruído branco com média zero e variância

constante,

Utilizando o operador B:

$$Y_t - \mu = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q)a_t = \theta(B)a_t.$$

Pode-se dizer que o processo de médias móveis é simplesmente uma combinação linear dos termos de um ruído branco.

4.2.3 Processo Auto-Regressivo e de Média Móvel – ARMA (p, q)

Um processo ARMA (p, q) tem p termos auto-regressivos e q termos média móvel apresenta características auto-regressivas quanto de médias móveis conforme a expressão a seguir:

$$(1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) Y_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}.$$

Lembrando que $\phi(B)$ e $\theta(B)$ são operadores auto-regressivos e de médias móveis, respectivamente, pode-se escrever a expressão acima na forma compacta:

$$\phi(B) Y_t = \theta(B) a_t,$$

μ é a média do processo e a_t é um processo ruído branco com média zero e variância constante.

4.2.4 Processo Auto-Regressivo Integrado de Média Móvel – ARIMA (p, d, q)

Quando se tem uma série não estacionária, ou seja, uma série que não possui média e variância constante para torná-la estacionária, é necessário transformar os dados originais, tomando diferenças sucessivas da série. Em situações normais, será suficiente tomar uma ou duas diferenças para que a série se torne estacionária. Estas diferenças, $d = 1$ e $d = 2$, correspondem a dois casos interessantes de não-estacionaridade homogênea:

- a) séries não estacionárias quanto ao nível: oscilam ao redor de um nível médio durante algum tempo e depois saltam para outro nível temporário;
- b) séries não estacionárias quanto à inclinação: oscila numa direção por algum tempo e depois mudam para outra direção temporária.

O modelo ARIMA (p, q, d) possui a seguinte forma geral:

$$\phi(B)(1-B)^d Y_t = \theta_q(B) a_t,$$

onde: $\{a_t\}$ é um processo ruído branco.

4.2.5 Processo Auto-Regressivo Integrado de Média Móvel Sazonal – SARIMA (p, d, q) (P, D, Q)^S

O processo SARIMA é um processo ARIMA com fator sazonal. A sazonalidade representa flutuações periódicas com período máximo de um ano.

O método SARIMA (p, d, q) (P, D, Q)^S possui a seguinte forma geral:

$$\Phi_p(B^S)\phi(B)(1-B)^d(1-B^S)^D Y_t = \theta_q(B)\Theta_q(B^S)a_t,$$

onde: $\{a_t\}$ é um processo ruído branco.

4.2.5.1 Vantagens e desvantagens do modelo Auto-Regressivo Integrado de Média Móvel Sazonal – SARIMA (p, d, q) (P, D, Q)^S

Em geral, os modelos ARIMA postulados são parcimoniosos, pois contêm um número pequeno de parâmetros e as previsões obtidas são bastante precisas, comparando-se favoravelmente com os demais métodos de previsão.

Uma desvantagem da técnica de Box e Jenkins é que a sua utilização requer experiência e algum conhecimento além do uso automático de um pacote de computador.

4.3 Combinações de previsões

A combinação de previsões de diferentes modelos tem como objetivo reduzir a incerteza associada à previsão através de uma reunião de uma maior quantidade de informações.

Algumas técnicas são utilizadas para realizar combinações para extrair os coeficientes ou pesos que satisfazem a seguinte equação:

$$MC = \alpha_1 H_1 + \alpha_2 H_2 + \dots + \alpha_n H_n$$

$$\text{tal que : } \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n = 1,$$

onde:

- α é o peso atribuído ao método de previsão H
- $H_i, i=1, 2, \dots, n$ é o método de previsão utilizado.

As técnicas utilizadas e discutidas neste trabalho serão:

- Média aritmética das previsões.

- Média ponderada pelo inverso do Erro Percentual Absoluto Médio (EPAM).
- Otimização com restrição: Esta solução corresponde à estimativa dos coeficientes (pesos) pelo método dos mínimos quadrados, com a restrição $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n = 1$. A otimização foi realizada através do método simplex.

5 – Aplicação das metodologias

Este capítulo é destinado à apresentação dos resultados utilizando as metodologias descritas anteriormente. Serão apresentadas as metodologias que obtiveram os melhores resultados de previsão para a série *Média em eventos hospitalares*, que são o Alisamento Exponencial de Holt – Winters, modelo ARIMA sazonal. Uma análise comparativa dos métodos de previsão observados mostram que a combinação de previsões resulta em uma alternativa razoável para obtenção de valores futuros para a série em estudo.

Para realizar as previsões, os últimos doze valores mensais da série (Janeiro de 2007 a Dezembro de 2007) foram separados da série original com o objetivo de comparar e avaliar as previsões obtidas a partir dos modelos utilizados. O critério

para escolha dos modelos foi a observação do menor erro quadrado médio, ou seja, o menor valor que satisfaz a equação:

$$EQM = \frac{1}{N} (y_t - \hat{y}_t)^2, \text{ onde:}$$

- Y_t é a observação no instante t.
- \hat{Y}_t é a previsão estimada no instante t.
- N é o número de previsões.

Generalizando teremos:

$$EQM = \frac{\sum E^2_i}{n}, \text{ onde n é o numero total de observações.}$$

O critério acima descrito foi escolhido por ter como característica uma compensação dos valores de sinais opostos.

Para estimação das previsões dos modelos, foi utilizado o pacote estatístico MINITAB14 e o Excel para otimização pelo método simplex.

5.1 Análise descritiva da série

A série utilizada nesse trabalho corresponde à média mensal da quantidade dos eventos hospitalares ocorridos no período compreendido entre Janeiro de 2001 a Dezembro de 2006, que totaliza setenta e duas observações.

A figura 1 mostra a dinâmica da série sugerindo um comportamento estacionário ao redor de uma média constante ao longo do tempo. Pode-se observar que

nos períodos de baixa temperatura e umidade há um aumento da ocorrência dos eventos hospitalares que pode ser explicado pela evolução de doenças respiratórias, ouvido, nariz e garganta.

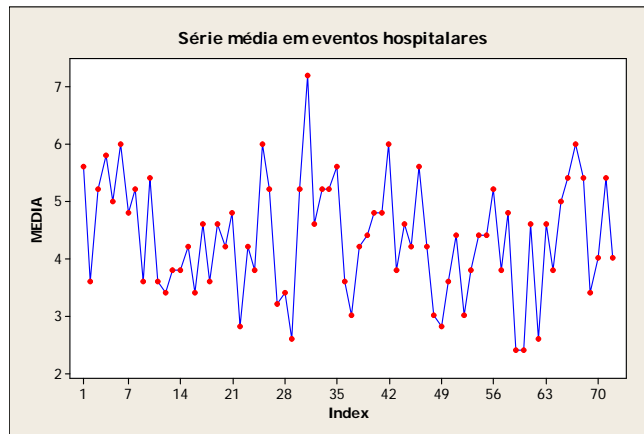


Figura 1: Série em eventos hospitalares

O teste de normalidade de Anderson – Darling, na qual apresentou um p-valor igual a 0, 510, conforme figura 2, sugere que os dados seguem uma distribuição normal. Isto pode ser explicado pelo grupo de usuários que compõe o plano de saúde, Pró-Saúde. Como o Pró-Saúde foi instituído pelo Banco de Desenvolvimento de Minas Gerais S.A. – BDMG os usuários do plano deverão ser, obrigatoriamente, funcionários do BDMG e da DESBAN – Fundação BDMG de Seguridade Social, ambos patrocinadores do plano.

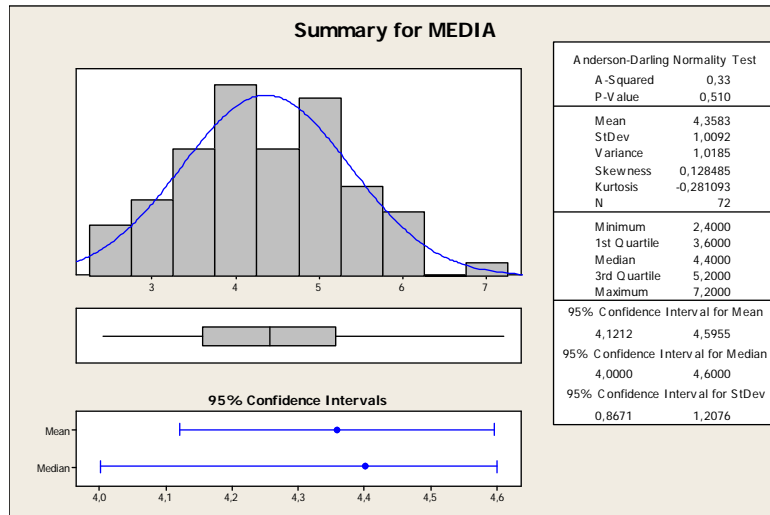
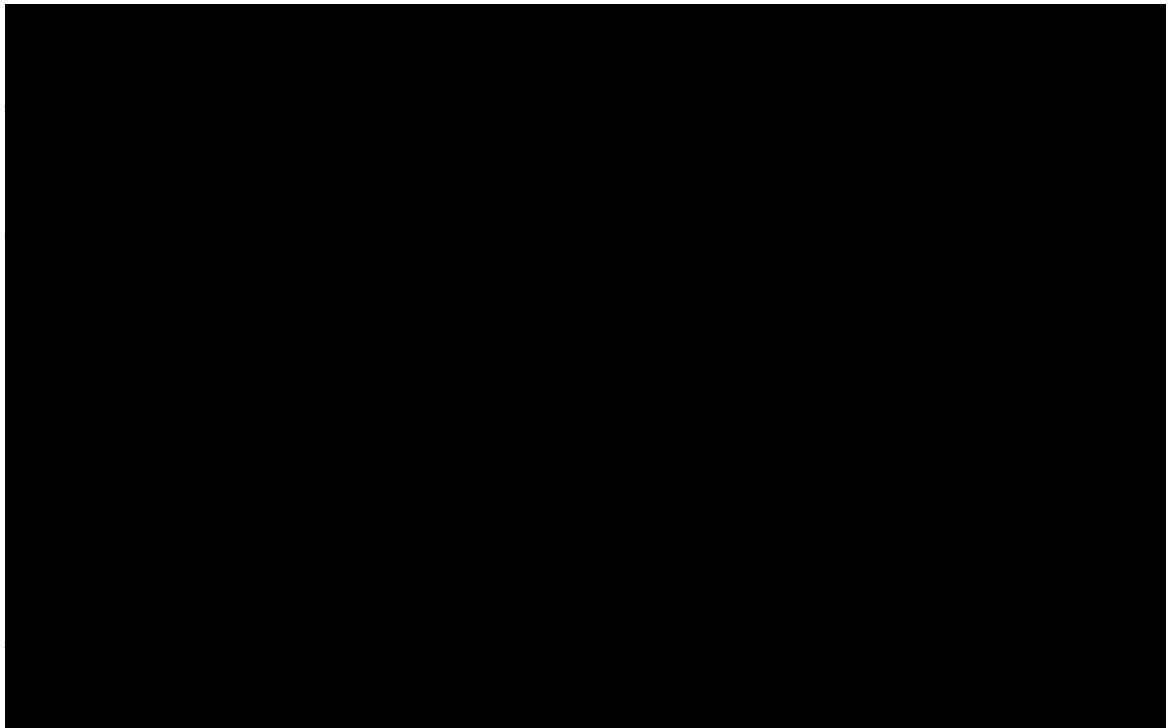


Figura 2: Descritiva da série

Segundo fontes do IBGE, Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, o rendimento médio mensal na região metropolitana de Belo Horizonte é de R\$ 533,04 compreendido entre Janeiro de 2007 à Março de 2008 conforme a Tabela1.



Já os funcionários do BDMG apresentam ganhos médios mensais que superam em aproximadamente onze vezes o valor mediano real do trabalho principal das pessoas ativas em Belo Horizonte.

Sendo assim, teoricamente, os usuários do Pró-Saúde possuem uma melhor qualidade de vida e conseqüentemente um valor^a de saúde mais homogêneo, o que explica a pouca variabilidade da série temporal apresentada.

A figura 3 apresenta o Box-Plot por mês. Nela percebe-se que a série é sazonal, pois as medianas apresentadas no gráfico não estão alinhadas. Nota-se também que há uma diferença na variabilidade nos meses de Janeiro e Julho. Podemos supor que diferença está ocasionada por fatores climáticos. Em Janeiro temos fortes ocorrências de chuvas, o que favoreceu para um agravamento das epidemias de dengue a nível nacional.

Já em Julho, temos uma queda na temperatura e umidade, o que ocasiona uma maior procura pelas especialidades de alergologia e pneumologia, em conjunto com a pediatria.

^a O conceito de Valor em Saúde refere-se aos resultados de saúde que geram melhoria para os indicadores de saúde de uma população. São exemplos de indicadores de saúde a prevalência e incidência de doenças, taxas de mortalidade infantil e Anos de Vida Ajustados por Incapacidade (AVAI).

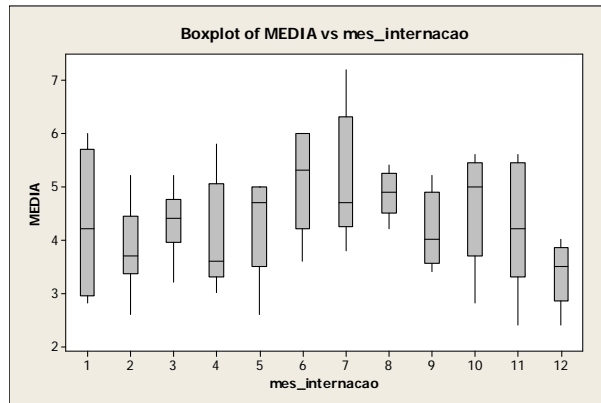


Figura 3: Box-Plot

A Figura 4 apresenta as funções de Autocorrelação (FAC) e Autocorrelação Parcial (FACP) da série. Pelos resultados podemos observar que a série possui um comportamento estacionário, pois apresenta uma FAC com decaimento exponencial. Apenas um *lag* apresentando estatisticamente uma correlação significativa e uma FACP também com uma correlação significativa. Ambas as funções têm correlações no lag 18, no qual há indícios de uma componente de médias móveis de ordem 1.

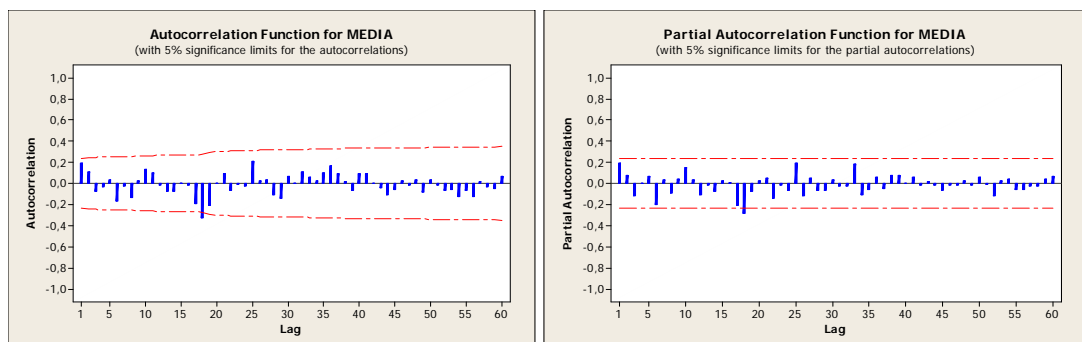


Figura 4: FAC e FACP da série temporal

5.2 Aplicação da metodologia de Alisamento Exponencial

Como a série *média em eventos hospitalares* apresenta uma sazonalidade e não apresenta tendência determinística, o modelo implementado foi o de Alisamento Exponencial de Holt-Winters, que apresenta parâmetros para o nível, tendência e sazonalidade.

Como o método de alisamento exponencial é um método determinístico, não há muitos supostos a cumprir. Os melhores parâmetros encontrados serão aqueles que apresentaram um menor EQM.

De acordo com o método, os parâmetros obtidos que satisfazem suas equações de suavização são:

$$L_t = \frac{z_t}{S_{t-s}} + (1 - 0,2)(L_{t-1} + T_{t+1}),$$

$$T_t = (L_t - L_{t-1}) + (1 - 0)T_{t-1},$$

$$S_t = \frac{Z_t}{L_t} + (1 - 0,1)S_{t-s},$$

Para exemplificar o método utilizado a previsão encontrada no instante $t = 70$ para $k = 1$ períodos a frente da série *Média em eventos hospitalares* temos:

- $L_{70} = 3,5294$,
- $T_{70} = -0,12028$,
- $S_{70-12+1} = 0,99386$,

Substituindo os valores encontrados nas equações de suavização teremos:

$$\hat{Z}_{71} = [3,5294 + (-0,12028)]0,99386 = 3,38818.$$

A Figura 5 mostra a previsão do modelo de Winters Multiplicativo com doze passos à frente.

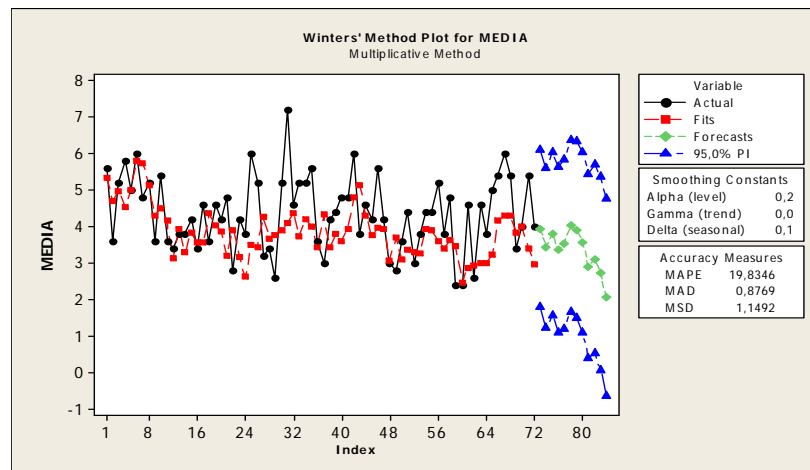


Figura 5: Previsão com doze passos à frente

Pela Figura 6, podemos observar o comportamento da previsão da série em relação ao período de validação.

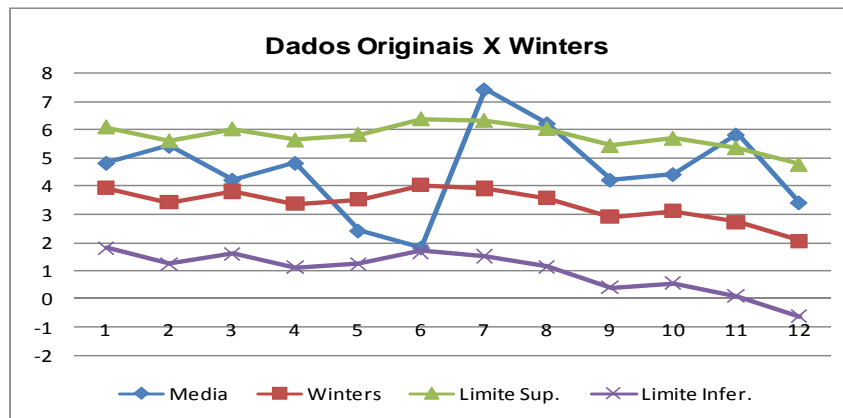


Figura 6: Período de validação e o método Winter's

O modelo de Alisamento Exponencial de Holt-Winters produziu um ruído branco gaussiano, pois não apresentou correlação significativa em nenhum lag dos resíduos e apresentou uma distribuição normal, observada pelo teste de Anderson Darling com um valor p de 0,472.

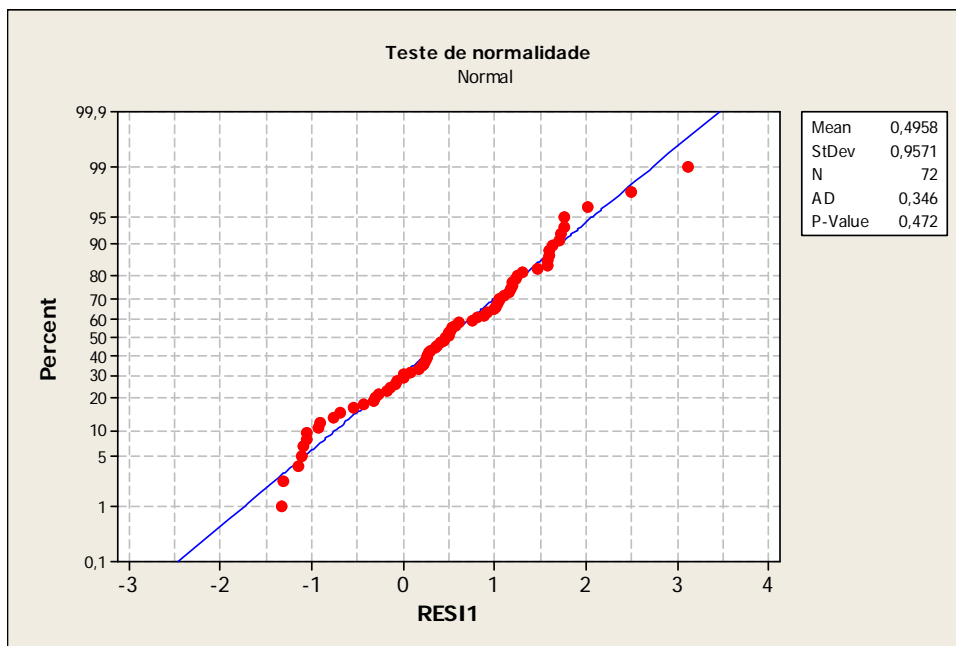


Figura 7: Teste de normalidade dos resíduos

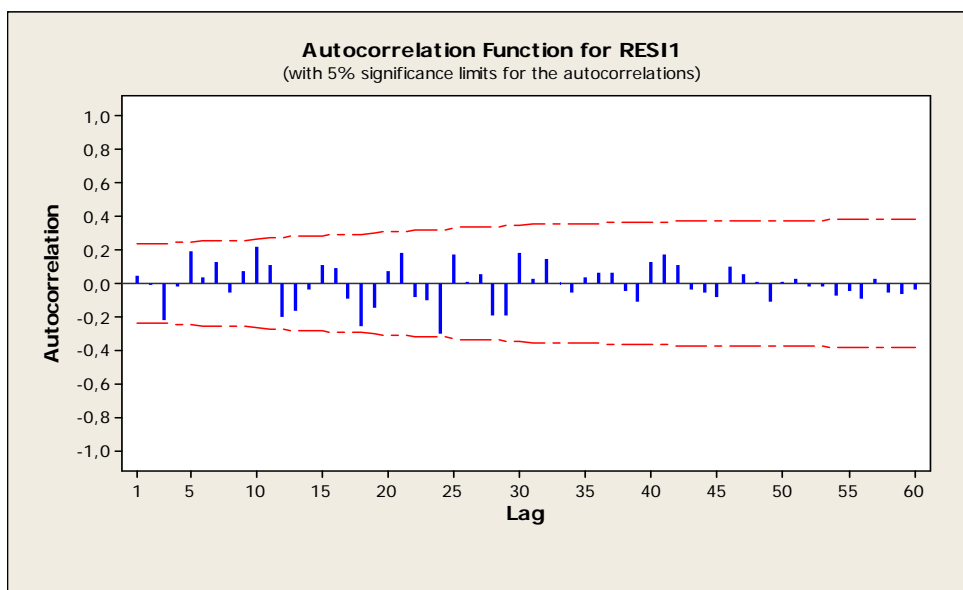


Figura 8: FAC do resíduo produzido pelo AE de Holt-Winter`s aplicada à série

As estatísticas de erros produzidos pelo modelo de Alisamento Exponencial de Holt-Winter`s podem ser vistas na Tabela 2:

Modelos	Erros	Valores
AE-HW	MAPE	19,8343
	MAD	0,8769
	MSD	1,1492

Tabela 2: Estatísticas de erros do modelo AE de Holt-Winter`s

Visando diminuir a discrepância dos valores de máximo e de mínimo da série *Média em eventos hospitalares* e procurando encontrar um menor erro quadrado médio, foi realizada uma transformação aplicando o logaritmo natural aos dados originais.

Utilizando as mesmas constantes de suavização utilizada na série original, as estatísticas de erros encontradas podem ser vistos na Tabela 3:

Modelos	Erros	Valores
AE-HW Log.	MAPE	14,934
	MAD	0,2142
	MSD	0,0647

Tabela 3: Estatísticas de erros do modelo AE de Holt-Winter`s com dados transformados.

O modelo de Alisamento Exponencial de Holt-Winters, na série transformada, produziu um ruído branco gaussiano, pois não apresentaram correlação significativa em nenhum lag dos resíduos e apresentaram uma distribuição normal, observada pelo teste de Anderson Darling com um p-valor = 0,307 conforme Figuras 9 e 10.

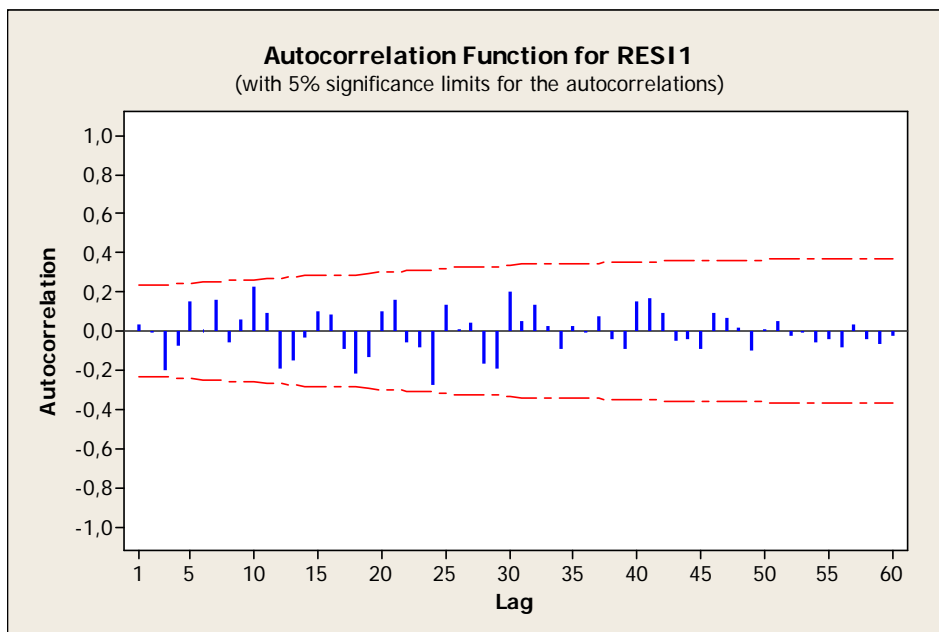


Figura 9: FAC dos resíduo produzido pelo AE de Holt-Winter`s aplicada à série transformada

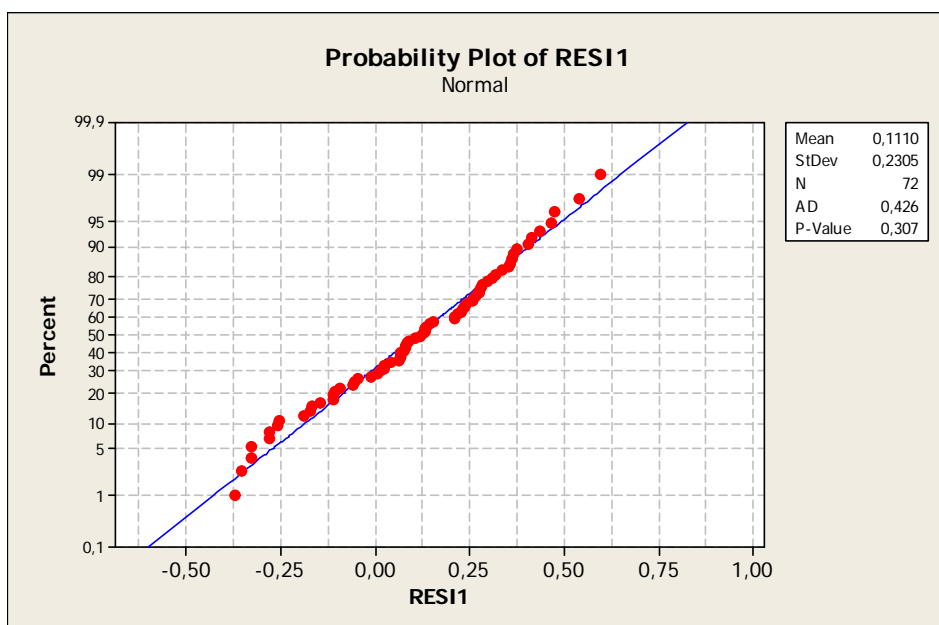


Figura 10: Teste de normalidade dos resíduos da série transformada

5.3 Aplicações da metodologia de Box & Jenkins SARIMA (p , d, q) (P , D, Q) s

Observando o gráfico de Box-Plot pela figura 3 e o FAC e FACP pela figura 4, tem-se a indicação de um modelo SARIMA (0, 0, 0) (0, 1, 1)₁₂.

Os resultados obtidos para o ajuste do modelo ARIMA proposto são apresentados no anexo 1.

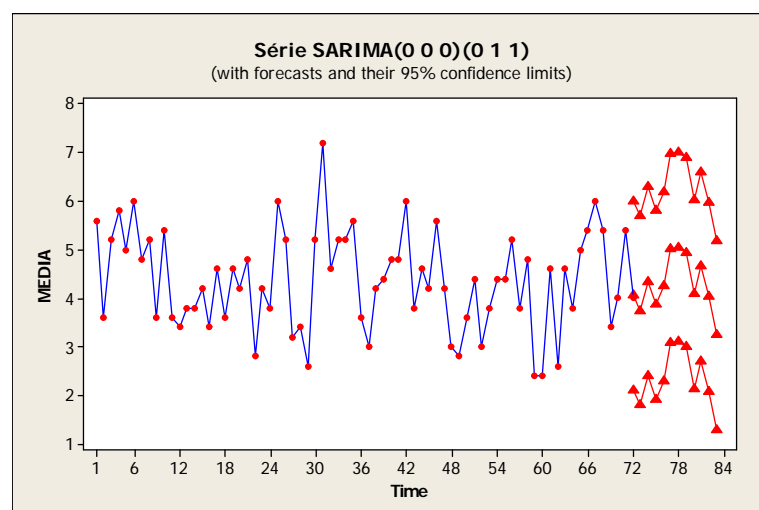
Para exemplificar o método a previsão encontrada no instante $t = 70$ para $k = 1$ períodos a frente da série *Média em eventos hospitalares* para a equação do modelo SARIMA(0,0,0)(0,1,1) dado por $Y_{71} = Y_{t-12} - \theta e_{t-12} + e_t$ temos:

- $Y_{t-12} = 2,4$;
- $\theta = 0,8173$;
- $e_{t-12} = -1,61824$;
- $e_t = 1,67744$.

Substituindo os valores encontrados na equação teremos:

$$Y_{71} = 2,4 - (0,8173) * (-1,61824) + 1,67744 = 5,4.$$

A figura 11 mostra a previsão do modelo modelo SARIMA (0, 0, 0) (0, 1, 1)₁₂ com doze passos à frente



Pela Figura 12, podemos observar o comportamento da previsão da série em relação ao período de validação.

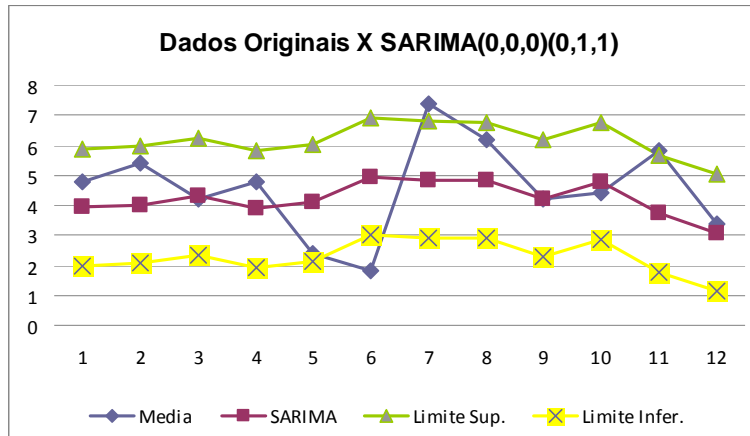


Figura 12: Período de validação e método SARIMA (0, 0, 0) (0 1, 1)

O modelo SARIMA (0, 0,0) (0, 1,1) ₁₂ produziu um ruído branco gaussiano, pois não apresentou correlação significativa em nenhum *lag* dos resíduos e apresentou uma distribuição normal, observada pelo teste de Anderson Darling com um valor p de 0,908 conforme figuras 13 e 14.

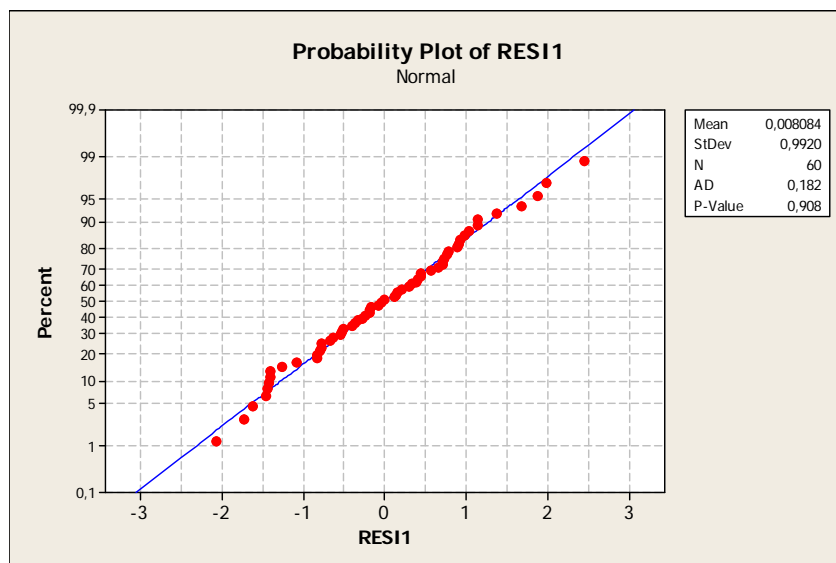


Figura 13: Teste de normalidade dos resíduos da série produzida pelo modelo SARIMA

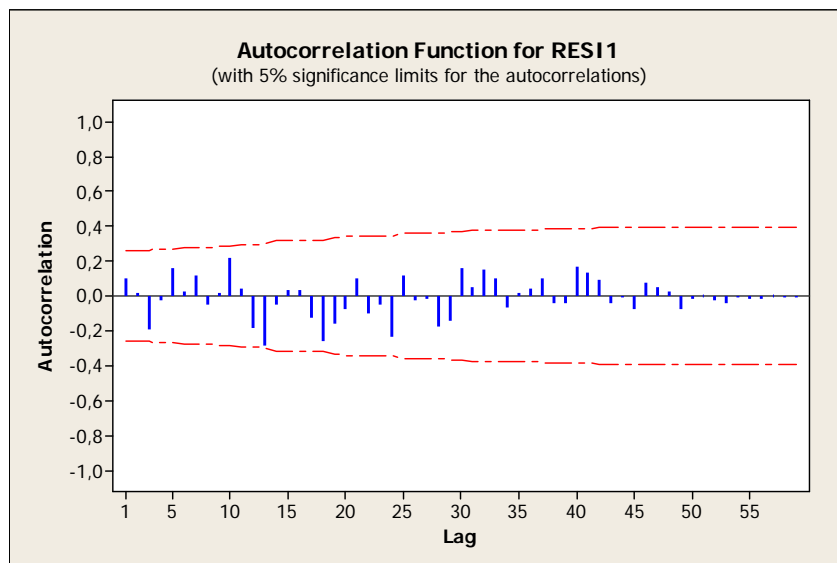


Figura 14: FAC dos resíduo produzido pelo modelo SARIMA (0, 0,0) (0 1,1)

As estatísticas de erros produzidos pelo modelo de SARIMA (0, 0,0) (0, 1,1)₁₂ podem ser vistos na Tabela 4:

Modelos	Erros	Valores
SARIMA(0,0,0)(0,1,1)	MAPE	20,4728
	MAD	0,804848
	MSD	0,967717

Tabela 4: Estatísticas de erros do modelo SARIMA (0, 0,0) (0 1,1).

Visando diminuir a discrepância dos valores de máximo e de mínimo da série *Média em eventos hospitalares* e procurando encontrar um menor erro quadrado médio, foi realizada uma transformação aplicando o logaritmo natural aos dados originais.

As estatísticas de erros produzidos pelo modelo SARIMA (0, 0,0) (0, 1,1)

$_{12}$ na série transformada, podem ser vistos na Tabela 5:

Modelos	Erros	Valores
SARIMA_Log(0,0,0)(0,1,1)	MAPE	15,0236
	MAD	0,1968
	MSD	0,057963

Tabela 5: Estatísticas de erros do modelo SARIMA (0, 0,0) (0, 1,1) $_{12}$ na série transformada

O modelo SARIMA (0, 0,0) (0, 1,1) $_{12}$, na série transformada, produziu um ruído branco gaussiano, pois não apresentou correlação significativa em nenhum *lag* dos resíduos e apresentou uma distribuição normal, observada pelo teste de Anderson Darling com um p-valor = 0, 307 conforme figuras 15 e 16.

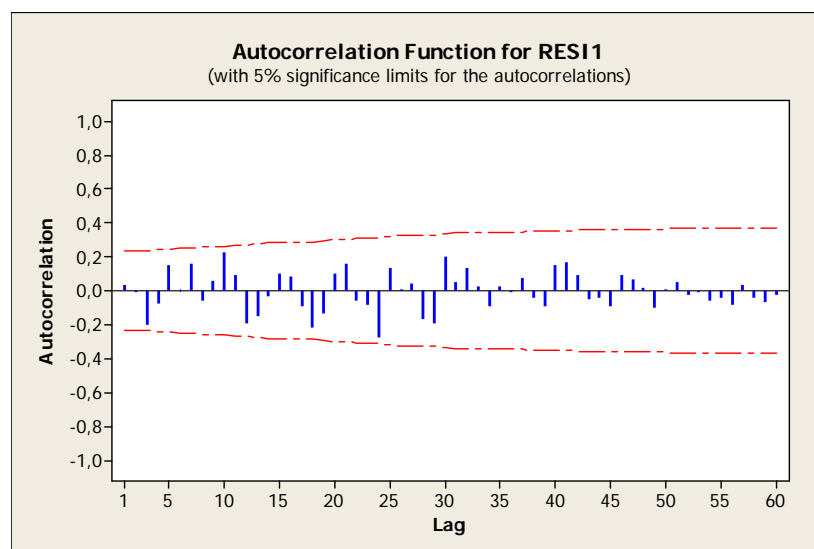


Figura 15: FAC do resíduo produzido pelo modelo SARIMA (0, 0,0) (0, 1,1) $_{12}$ na serie transformada

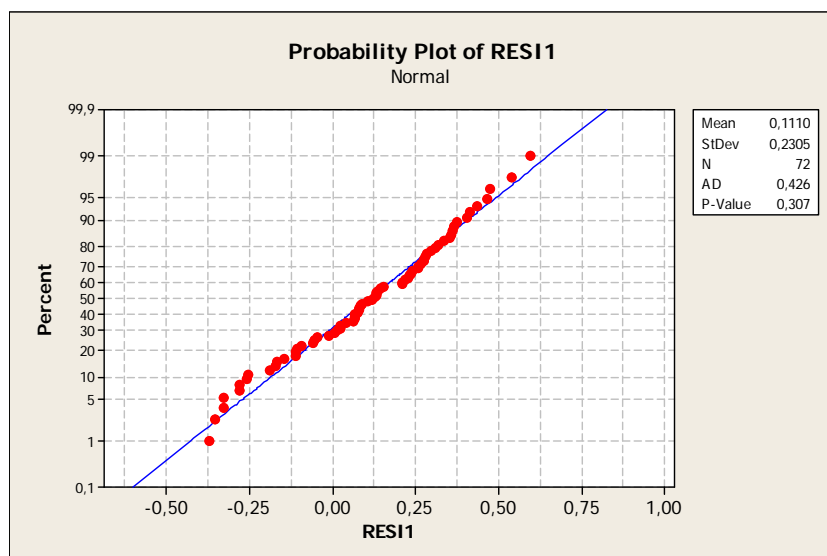


Figura 16: Teste de normalidade dos resíduos da série transformada produzida pelo modelo SARIMA

5.4 Aplicações da metodologia de Combinação de Previsões

Nesta parte do trabalho, as previsões obtidas nas duas metodologias anteriores serão combinadas com o intuito de melhorar o desempenho das previsões, ou seja, tentar obter um menor erro quadrado médio.

Os critérios utilizados serão aqueles que foram descritos na seção 4.3: média aritmética, média ponderada pelo inverso do erro percentual absoluto e o método de otimização com restrição de pesos e sem constante.

Através da correlação linear entre as previsões produzidas pelos dois modelos, Winters multiplicativo e SARIMA $(0, 0,0) (0, 1,1)_{12}$, podemos observar que

os dois modelos apresentam uma correlação linear forte, apresentando um coeficiente de correlação de Pearson igual a 0,76 conforme anexo 2.

Devido a essa forte correlação, podemos observar que os modelos apresentam previsões similares, conforme tabela 6.

Metodologia	Média	Desvio padrão	Assimetria	EQM	Ponderações	
					Winter`s	SARIMA
Winter`s	3,8625	0,6840	0,56	1,149200	-	-
SARIMA	4,2686	0,5223	-0,25	0,967717	-	-
Combinações						
Média aritmética	3,9749	0,4845	-0,09	0,841269	0,5000	0,5000
Média ponderada	3,9702	0,4844	-0,09	0,843399	0,0504	0,0488
Otimização	4,1738	0,5035	-0,25	0,666203	0,1613	0,8387

Tabela 6: Análise descritiva das previsões da série media em eventos hospitalares

A previsão do modelo combinado utilizando a média aritmética foi encontrada utilizando a seguinte equação:

$$\hat{Y}_t = \frac{M1_t + M2_t}{2} \text{ onde,}$$

- \hat{Y}_t é a previsão do modelo combinado estimada no instante t,
- $M1_t$ é a previsão do modelo Winter`s no instante t,
- $M2_t$ é a previsão do modelo SARIMA (0, 0,0) (0, 1,1)₁₂ no

instante t

A previsão do modelo combinado utilizando a média ponderada foi encontrada utilizando a seguinte equação:

$$\hat{Y}_t = \frac{(M1_t * 0,05) + (M2_t * 0,04)}{(0,05 + 0,04)} \text{ onde,}$$

- \hat{Y}_t é a previsão do modelo combinado estimada no instante t,
- $M1_t$ é a previsão do modelo SARIMA no instante t,
- 0,05 é a ponderação para o modelo SARIMA (0, 0,0) (0, 1,1) ₁₂
- $M2_t$ é a previsão do modelo Winter's no instante t,
- 0,04 é a ponderação para o modelo Winter's

As ponderações do modelo de otimização foram encontradas utilizando o método simplex.

Segundo Gerson Lachtermacher,

“Durante a Segunda Guerra Mundial, um grupo de cientistas foi convocado na Inglaterra para estudar problemas de estratégias e de táticas associados com a defesa do país. O objetivo era decidir sobre a utilização mais eficaz de recursos militares limitados.

Os resultados positivos conseguidos pela equipe de pesquisa operacional inglesa motivaram os Estados Unidos a iniciarem atividades semelhantes. Ao resultado deste esforço de pesquisa concluído em 1947, deu-se o nome de Método Simplex.”

De maneira geral, os problemas de otimização podem ser representados

da seguinte forma:

$$\text{Otimizar: } Z = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

$$\text{Sujeito a: } g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \} \leq = \geq b_1$$

$$g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \} \leq = \geq b_2$$

$$g_3(x_1, x_2, \dots, x_n) \} \leq = \geq b_3$$

.

.

.

$$g_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \} \leq = \geq b_n$$

Onde:

- Z é a função objetivo de minimizar o erro quadrado médio.
- g_m são as restrições. No caso, os pesos somados serão iguais a um.

A previsão do modelo combinado utilizando a otimização foi encontrado utilizando a seguinte equação:

$$\hat{Y}_t = (0,1613 * M1_t) + (0,8387 * M2_t) \text{ onde,}$$

- \hat{Y}_t é a previsão do modelo combinado estimada no instante t ,
- $M1_t$ é a previsão do modelo Winter's no instante t ,
- $M2_t$ é a previsão do modelo SARIMA (0, 0,0) (0, 1,1) ₁₂

no instante t ,

6 – Previsões com diferentes k passos á frente.

Visando observar o comportamento das previsões dos modelos Winter's Multiplicativo e SARIMA (0, 0,0) (0, 1,1) ₁₂ foram realizadas as previsões com um passo à frente, com seis passos à frente e com doze passos à frente.

Pode-se observar que as estatísticas de erros produzidas pelos modelos não tiveram grandes alterações conforme Tabela 7

Modelos	Erros - 1 passo			Erros - 6 passos			Erros - 12 passos		
	MAPE	MAD	MSD	MAPE	MAD	MSD	MAPE	MAD	MSD
SARIMA	19,090	0,804	0,961	20,360	0,861	1,153	20,473	0,805	0,968
AE-HW	19,835	0,877	1,149	21,688	0,913	1,223	19,834	0,877	1,149
SARIMA-Log	14,993	0,197	0,058	18,103	0,216	0,078	15,024	0,197	0,058
AE-HW-Log	14,934	0,214	0,065	17,016	0,227	0,075	14,934	0,214	0,065

Tabela 7: Erros de previsão com diferentes k passos à frente.

As combinações por otimização também não tiveram grandes alterações na estatística de erro produzida conforme Tabela 8:

Combinação	EQM
Série sem transformação	
1 Passo	0,655712
6 Passos	0,841171
12 Passos	0,895621
Série Transformada	
1 Passo	0,056735
6 Passos	0,074019
12 Passos	0,079011

Tabela 8: Erros de previsão por otimização com diferentes k passos à frente.

Pela figura 17 podemos observar o comportamento dos modelos Winter's Multiplicativo, SARIMA (0, 0,0) (0, 1,1)₁₂ e a combinação de previsão por otimização em relação ao período de validação da série.

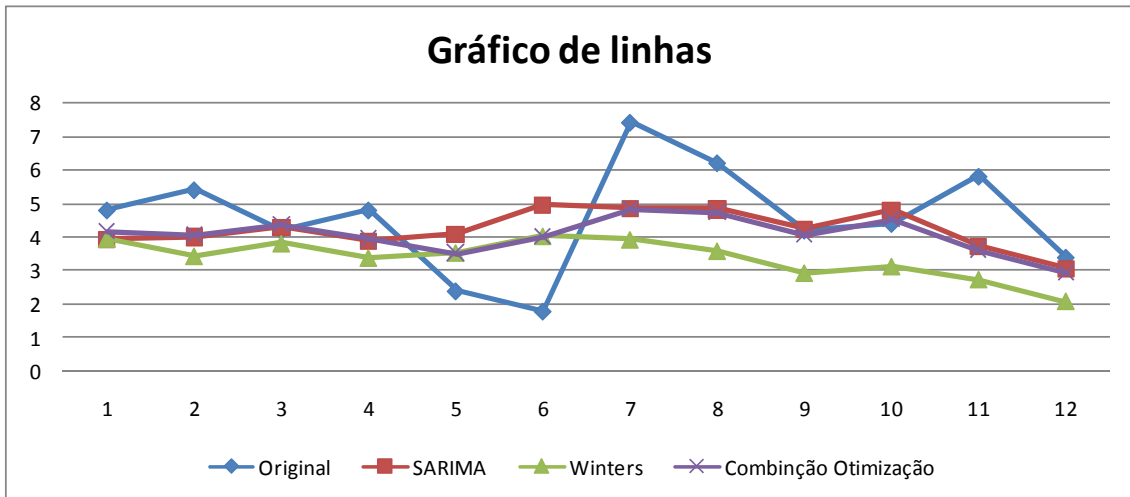


Figura 17. Gráfico de linhas dos modelos SARIMA, Winters e Combinação por Otimização

7 – Considerações finais

Este trabalho teve como objetivo encontrar metodologias de previsão eficazes para prever a série sobre eventos hospitalares do plano de saúde, Pró-Saúde.

A motivação para a utilização da combinação de previsões é a expectativa de que as informações produzidas pelos modelos de previsão aumentem sua precisão ou reduzem a incerteza associada a um único modelo.

Essa expectativa foi confirmada na apuração das estatísticas de erros produzidas pelas metodologias utilizadas. Os modelos de combinação de previsão apresentaram um menor erro quadrado médio.

Apesar de não ser usual realizar uma transformação dos dados originais, a transformação usando o logaritmo natural da série conseguiu reduzir as estatísticas de erros na previsão.

Uma proposta para trabalhos futuros será comparar os modelos apresentados neste trabalho com um modelo de regressão dinâmica, montando um banco de dados com resultados específicos dos exames laboratoriais e clínicos respeitando o código de ética do médico.

8 – Referencias Bibliográficas

1. Agência Nacional de Saúde Suplementar – ANS. Lei 9656 / 98 –
WWW.ANS.GOV.BR
2. MORETIN, Pedro A e TOLOI, Clelia MC. Análise de Séries Temporais.
São Paulo: Editora Edigarde Blucher 2006.
3. LACHTERMACHER, Gerson. Pesquisa Operacional na Tomada de
Decisões. Rio de Janeiro: Editora Campus, 2002.
4. MOCHON, Francisco, TROSTER, Roberto Luiz. Introdução à economia.
São Paulo: Makron Books, 1994.
5. MINGOTI, Sueli Aparecida. Análise de Dados Através de Métodos de
Estatística Multivariada. Belo Horizonte: Editora UFMG 2005

6. LAPPONI, Juan Carlos. Estatística Usando Excel. Rio de Janeiro: Editora Campus, 2005.
7. TOSCANO, Ela Mercedes Medrano. Material de Alisamento Exponencial do curso de Especialização em Estatística, Universidade Federal de Minas Gerais, 2006.
8. TOSCANO, Ela Mercedes Medrano. Material de modelos de Box & Jenkis do curso de Especialização em Estatística, Universidade Federal de Minas Gerais, 2006.
9. TOSCANO, Ela Mercedes Medrano. Material de Conceitos Básicos de Processos Estocásticos do curso de Especialização em Estatística, Universidade Federal de Minas Gerais, 2006.

9 – Anexos

Anexo 1: Ajuste do modelo SARIMA (0, 0,0) (0 1,1) ₁₂.

Final Estimates of Parameters

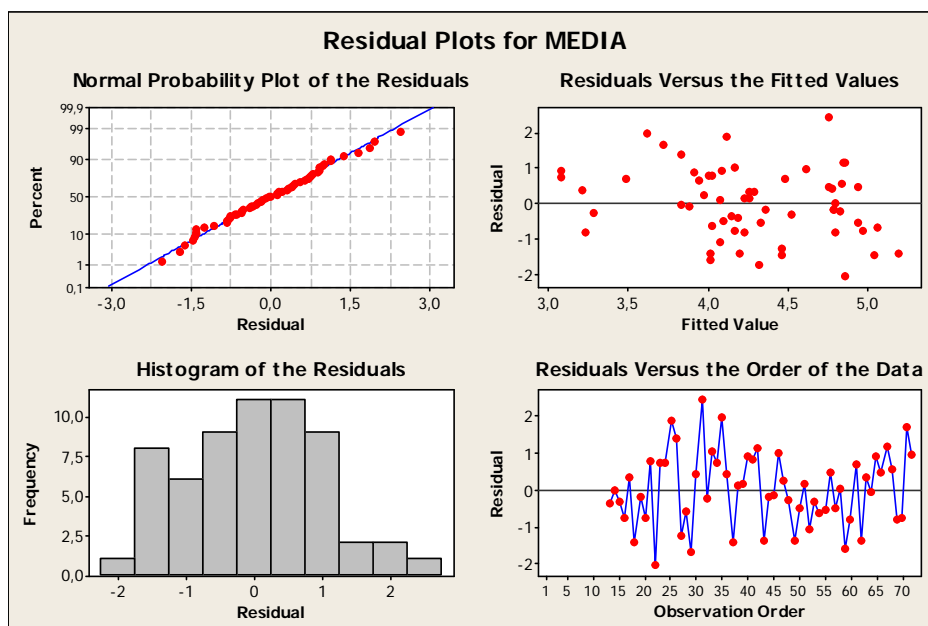
Type	Coef	SE Coef	T	P
SMA 12	0,8173	0,1281	6,38	0,000

Differencing: 0 regular, 1 seasonal of order 12
Number of observations: Original series 72, after differencing 60
Residuals: SS = 58,0630 (backforecasts excluded)
MS = 0,9841 DF = 59

Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic

Lag	Chi-Square	DF	P-Value
12	12,0	11	0,362
24	36,8	23	0,034
36	53,3	35	0,024
48	70,5	47	0,015

Anexo 2: Gráficos do vetor de resíduos do modelo SARIMA (0, 0,0) (0 1,1) ₁₂.



Anexo 3: Coeficiente de correlação de Pearson.

Pearson correlation of FITS_Winters and FITS_Sarima = 0,760
P-Value = 0,000

Anexo 4: Gráfico do vetor de resíduos do modelo Winters Multiplicativo

