



**Universidade Federal de Minas Gerais
Escola de Engenharia**



Especialização em Estruturas

TRABALHO FINAL

ESTUDO COMPARATIVO ENTRE SISTEMAS ESTRUTURAIS COM LAJES LISAS E LAJES NERVURADAS

Professor: Ney Amorim

Aluno: Lucas Thomaz Mourão

ÍNDICE

<u>ITEM</u>	<u>DESCRIÇÃO</u>	<u>FOLHA</u>
1	INTRODUÇÃO	3
2	OBJETIVO	4
3	PROGRAMAS UTILIZADOS	4
4	DESENVOLVIMENTO	4
5	CONCLUSÃO	4
6	NORMAS / BIBLIOGRAFIAS ADOTADAS	5
7	ANEXO	6

1 INTRODUÇÃO

Segundo a NBR 6118:2003, “as lajes lisas são lajes em concreto armado apoiadas diretamente sobre os pilares sem capiteis, e as lajes nervuradas são lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração é constituída por nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte”.

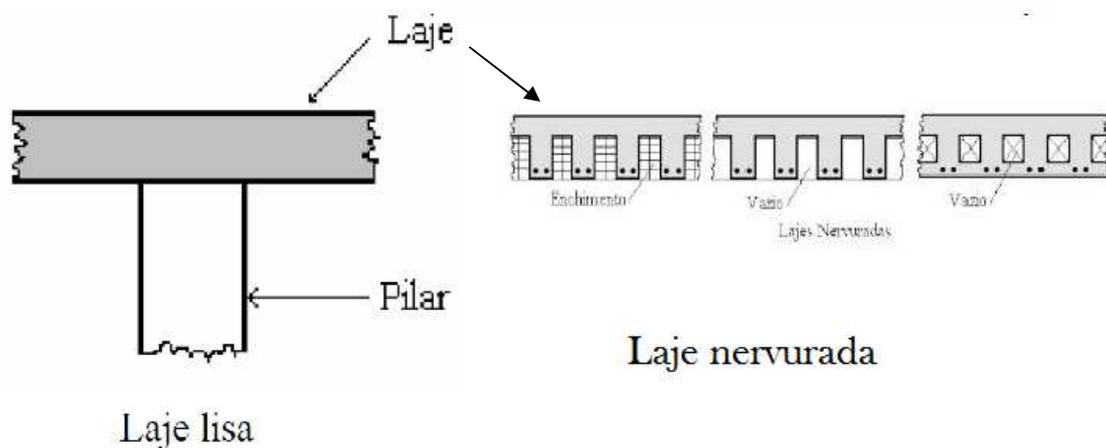


Figura 1 – Laje Lisa e laje nervurada

A utilização destas estruturas é economicamente competitiva, quando o valor da sobrecarga é muito grande ou então, quando se necessita de maiores distâncias entre os pilares.

Entre as possíveis vantagens destes tipos de estruturas pode - se citar para lajes lisas a simplificação na execução das formas, facilidade de concretagem, redução da altura total do edifício. Já para as lajes nervuradas, vencer grandes vãos extremamente carregados e que necessitam de redução dos números de pilares, grande possibilidade de divisórias flexíveis, devido à redução do concreto abaixo da linha neutra, elas propiciam uma redução no peso próprio e um melhor aproveitamento do aço e do concreto.

Algumas desvantagens podem ser observadas no uso destes tipos de estruturas. Para as lajes lisas, quando comparadas às lajes usuais - apoiadas em vigas – podem apresentar maiores deslocamentos verticais (flechas) para um mesmo vão, fazendo necessário o aumento na espessura da laje. Para as lajes nervuradas tem-se um elevado consumo de cubas plásticas, escoras, formas e mão de obra e alturas já pré-estabelecidas, devido à produção das cubas plásticas serem padronizadas.

2 OBJETIVO

Esse trabalho tem como objetivo desenvolver o cálculo e detalhamento de lajes lisas apoiadas diretamente sobre os pilares à flexão e à punção e lajes nervuradas apoiadas em vigas e avaliar as vantagens de uma em relação à outra.

3 PROGRAMAS UTILIZADOS

FTOOL

4 DESENVOLVIMENTO

Os cálculos dos esforços na laje lisa e nas vigas das lajes nervuradas foram feitos utilizando o programa FTOOL, já o dimensionamento à flexão para ambas as lajes e verificação à punção da laje lisa foram feitos de forma manual conforme cálculos em anexo.

5 CONCLUSÃO

De acordo com os resultados obtidos, observa-se que a laje nervurada tem uma pequena vantagem em relação ao consumo de aço e uma grande economia no volume do concreto

consumido, quando comparado com a estrutura composta por laje lisa. Mas, ao considerar o item formas, ela apresenta um gasto muito maior.

Para decidir qual a estrutura é mais vantajosa em termos de economia, tem-se que analisar os preços dos insumos aço, concreto e forma e também a região onde será executada, para conhecer melhor a mão de obra do lugar.

A laje nervurada exige uma mão de obra mais qualificada e o processo de montagem é mais demorado e ainda deve-se considerar que para a execução é preciso alugar cubas plásticas ou se preferir (como foi calculado) os blocos de material inerte, onerando ainda mais o preço final.

A laje lisa, apesar de ter um maior gasto final na soma dos insumos ainda é mais vantajosa, pois, se analisarmos tempo e trabalho de execução, a forma e a armação é menos trabalhosa do que a da laje nervurada.

6 NORMAS / BIBLIOGRAFIAS ADOTADAS

- NBR-6118 / 2003 – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento.

- Apostila do Curso de Especialização em Estruturas – Projeto de Estruturas de Concreto II dos Professores: Ney Amorim Silva, José Miranda Tepedino e Ronaldo Azevedo Chaves

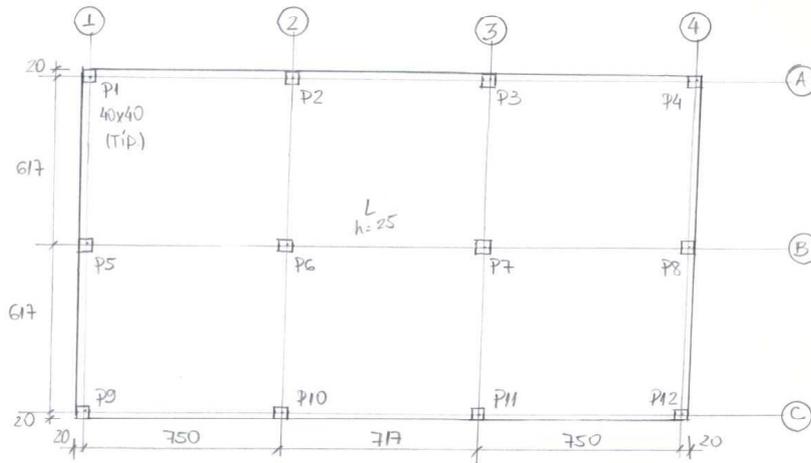
ANEXO

- Trabalho Final -

Aluno: Lucas Romay Mourão
 Disciplina: Concreto Armado II

(Nº 17)

a) Laje Lisa



- Escolha da espessura da laje

$$l_x = 750 \text{ cm} \Rightarrow h = \frac{750}{36} = 20,8 \rightarrow \text{Adotei: } h = 25 \text{ cm}$$

- Dimensões dos Pilares (considerando pé-direito livre = 2,80 m)

$$a, b \geq \begin{cases} 30 \text{ cm} \\ l/20 = \frac{750}{20} = 37,5 \text{ cm} \\ b/15 = \frac{280}{15} = 18,7 \text{ cm} \end{cases}$$

$a = b = 40 \text{ cm} \Rightarrow$ todos os pilares serão 40×40

- Carregamento:

$$\left. \begin{array}{l} \text{- Peso Próprio: } 0,25 \times 2500 = 625 \text{ Kg/m}^2 \\ \text{- Revestimento: } = 150 \text{ Kg/m}^2 \\ \text{- Alvenaria: } = 100 \text{ Kg/m}^2 \end{array} \right\} g = 875 \text{ Kg/m}^2$$

• Sobrecarga : $= 250 \text{ Kg/m}^2$ } $P = 250 \text{ Kg/m}^2$

$\therefore p < 0,75g \Rightarrow \text{OK!}$

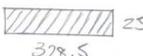
Carga total $\Rightarrow q = g + P = 1125 \text{ Kg/m}^2$

• Parede externa (acabada = 0,25m) = $0,25 \times 2,80 \times 1300 = 910 \text{ Kg/m}$

• Validade e condições do processo

$0,75 < \frac{l_x}{l_y} < 1,33 \therefore \frac{l_x}{l_y} = \frac{750}{617} = 1,22 \Rightarrow \text{OK!}$

• Inércia das seções:

- Eixos A e C  $I_v = 0,004277 \text{ m}^4$

- Eixo B  $I_v = 0,008034 \text{ m}^4$

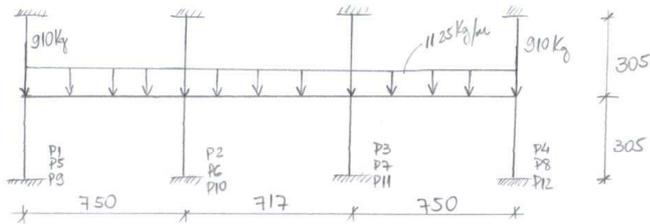
- Eixos 1 e 4  $I_v = 0,005143 \text{ m}^4$

- Eixos 2 e 3  $I_v = 0,009551 \text{ m}^4$

- Pilar  $I_p = 0,002133 \text{ m}^4$

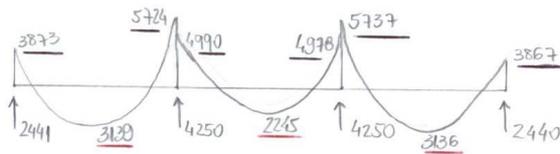
• Cálculo dos Esforços

- Direção X (Eixos A, B e C)

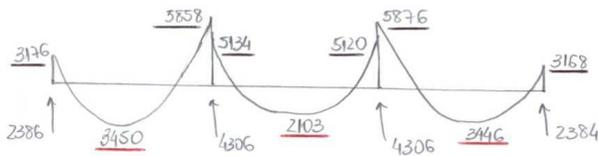


Eixos A e C

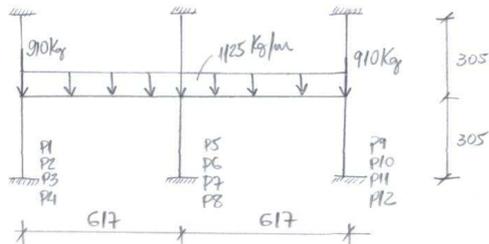
Unidades:
[kg; kg/m; kg·m]



Eixo B



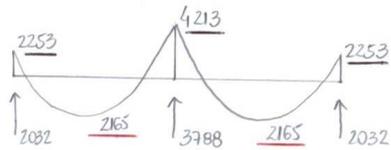
- Direção y (Eixos 1, 2, 3 e 4)



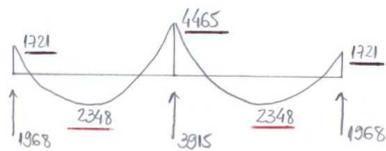
Eixos 1 e 4

Unidades:

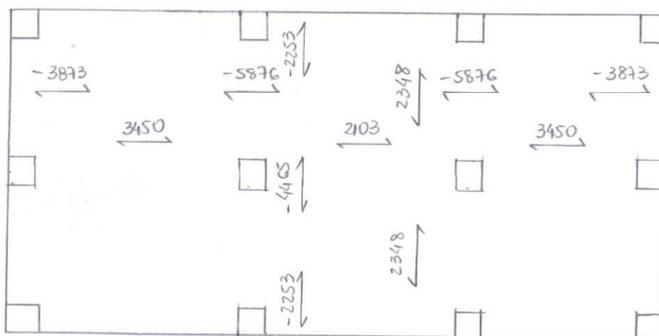
[Kg; Kg/m; Kgxm]



Eixos 2 e 3



Resumo dos momentos Finais:



$$f_{ck} = 25 \text{ MPa}$$

$$d' = 4 \text{ cm}$$

$$f_c = 1,518 \text{ KN/cm}^2$$

Resumo detalhamento

Direção X

• largura da faixa = $\frac{617}{4} = 154,25 \text{ cm}$

$A_{smin} = 0,15\% \times 154,25 \times 25 = 5,78 \text{ cm}^2$

Faixas externas

Momento/m	Painel	Momento/painel	% por faixa	Momento/faixa	d	As(total)	As/m	detalhamento
- 3873	6,17	- 23896	37,5	8961	21	14,70	9,53	Ø12,5Ø12,5
- 5876	6,17	- 36255	37,5	13596	21	23,23	15,06	Ø16Ø12,5
3450	6,17	21287	27,5	5854	21	9,36	6,07	Ø10Ø12,5
2103	6,17	12976	27,5	3568	21	5,61	3,64	Ø8Ø12,5

Faixas internas

Momento/m	Painel	Momento/painel	% por faixa	Momento/faixa	d	As(total)	As/m	detalhamento
- 3873	6,17	- 23896	12,5	2987	21	5,78	3,75	Ø8Ø12,5
- 5876	6,17	- 36255	12,5	4532	21	7,18	4,65	Ø8Ø10
3450	6,17	21287	22,5	4789	21	7,60	4,93	Ø8Ø10
2103	6,17	12976	22,5	2919	21	5,78	3,75	Ø8Ø12,5

Direção Y

• largura da faixa = $\frac{750}{4} = 187,5$

$A_{smin} = 0,15\% \times 187,5 \times 25 = 7,03 \text{ cm}^2$

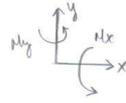
Faixas externas

Momento/m	Painel	Momento/painel	% por faixa	Momento/faixa	d	As(total)	As/m	detalhamento
- 2253	7,5	- 16898	37,5	6337	21	10,09	5,38	Ø10Ø15
- 4465	7,5	- 33488	37,5	12558	21	20,83	11,11	Ø12,5Ø10
2348	7,5	17610	27,5	4843	21	7,64	4,07	Ø8Ø12,5

Faixas internas

Momento/m	Painel	Momento/painel	% por faixa	Momento/faixa	d	As(total)	As/m	detalhamento
- 2253	7,5	- 16898	12,5	2112	21	7,03	3,75	Ø8Ø12,5
- 4465	7,5	- 33488	12,5	4186	21	7,03	3,75	Ø8Ø12,5
2348	7,5	17610	22,5	3952	21	7,03	3,75	Ø8Ø12,5

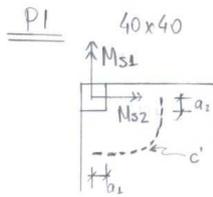
Cálculo da Punção



Pilar	Normal [k _s]	M _x [k _g m]	M _y [k _g m]
P1 = P4 = P9 = P12	2441 + 2032 = 4473	1126	1936
P2 = P3 = P10 = P11	4250 + 1968 = 6218	860	—
P5 = P8	2386 + 3988 = 6374	—	1588
P6 = P7	4306 + 3915 = 8221	—	—

Atenção:

Onde os momentos foram considerados zero (0), na verdade, sabemos que existem momentos, mas devido eles serem muito pequenos, tomei a decisão de desconsiderá-los.



$$a_{01} = a_{02} \leq 1,5d = 1,5 \times 21 = 31,5 \text{ cm}$$

$$a_1 \leq \begin{cases} 1,5d = 31,5 \\ 0,5C_1 = 20 \end{cases} > 20 \text{ cm}^*$$

$$a_2 \leq \begin{cases} 1,5d = 31,5 \\ 0,5C_2 = 20 \end{cases} > 20 \text{ cm}^*$$

$$F_s = 44,73 \text{ kN} \rightarrow F_{sd} = 62,62 \text{ kN}$$

$$M_{s1} = 19,36 \text{ kNxm} \rightarrow M_{sd1} = 27,10 \text{ kNxm}$$

$$M_{s2} = 11,26 \text{ kNxm} \rightarrow M_{sd2} = 15,76 \text{ kNxm}$$

Como $C_1 = C_2$, temos $K_1 = K_2 \therefore K_1 = K_2 = 0,6$

Contorno C

$$u^* = a_{01} + a_{02} = 63 \text{ cm}$$

$$M_{sd1} \left\{ \begin{aligned} W_{p1} &= \frac{C_1^2}{4} + \frac{C_1 C_2}{4} = 1200 \text{ cm}^2 \\ e_1^* &= \frac{C_1 a_1 - a_1^2 + a_2 C_1}{2(a_1 + a_2)} = 15 \text{ cm} \end{aligned} \right.$$

$$M_{sd2} \left\{ \begin{aligned} W_{p2} &= W_{p1} = 1200 \text{ cm}^2 \\ e_2^* &= e_1^* = 15 \text{ cm} \end{aligned} \right.$$

$$\bar{\sigma}_{sd1} = \frac{F_{sd}}{u^* d} + \frac{K_1 M_{sd1}}{W_{p1} d} \quad \therefore \quad M_{sd1} = M_{sd} - M_{sd}^* = 2710 - 62,62 \times 15 = 1771 \text{ KNm}$$

$$\bar{\sigma}_{sd1} = \frac{62,62}{63 \times 21} + \frac{0,6 \times 1771}{1200 \times 21} = 0,089 \text{ KN/cm}^2$$

$$\bar{\sigma}_{sd2} = \frac{F_{sd}}{u^* d} + \frac{K_2 M_{sd2}}{W_{p2} d} \quad \therefore \quad M_{sd2} = 1576 - 62,62 \times 15 = 637 \text{ KNm}$$

$$\bar{\sigma}_{sd2} = 0,063 \text{ KN/cm}^2$$

$$\bullet \quad \bar{\sigma}_{rd2} = 0,27 \alpha_v \cdot f_{cd} \quad \therefore \quad \alpha_v = 1 - \frac{f_{stk}}{250} = 0,90$$

$$\bar{\sigma}_{rd2} = 0,27 \times 0,90 \times 17,86$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4} = 17,86 \text{ MPa}$$

$$\bar{\sigma}_{rd2} = 4,34 \text{ MPa} = 0,434 \text{ KN/cm}^2$$

$$\boxed{\bar{\sigma}_{rd2} > \bar{\sigma}_{sd2} \quad \wedge \quad \bar{\sigma}_{rd2} > \bar{\sigma}_{sd1}} \Rightarrow \text{Concrete OK!}$$

Confirms c'

$$u^* = a_1 + a_2 + \pi d \cong 106 \text{ cm}$$

$$M_{sd1} = M_{sd2} \quad \left\{ \begin{array}{l} W_{p2} = W_{p1} = \frac{C_1^2}{4} + \frac{C_1 C_2}{2} + 2C_2 d + 4d^2 + \frac{\pi d C_1}{2} = 5963 \text{ KNcm} \\ e_1^* - e_2^* = \frac{C_1 a_1 - a_1^2 + a_2 C_1 + 4a_2 d + 8d^2 + \pi d C_1}{2(a_1 + a_2 + \pi d)} \cong 42,7 \text{ cm} \end{array} \right.$$

$$\bar{\sigma}_{sd1} = \frac{F_{sd}}{u^* d} + \frac{K_1 M_{sd1}}{W_{p1} d} = \frac{62,62}{106 \times 21} + \frac{0,6 (2710 - 62,62 \times 42,7)}{5963 \times 21} = 0,028 \text{ KN/cm}^2$$

$$\bar{\sigma}_{sd2} = \frac{F_{sd}}{u^* d} + \frac{K_2 M_{sd2}}{W_{p2} d} = \frac{62,62}{106 \times 21} + \frac{0,6 (1576 - 62,62 \times 42,7)}{5963 \times 21} = 0,028 \text{ KN/cm}^2$$

$$\bullet \quad \bar{\sigma}_{rd1} = 0,13 (1 + \sqrt{20/d}) \cdot (100 \rho \cdot f_{ck})^{1/3}$$

$$\bar{\sigma}_{rd1} = 0,13 (1 + \sqrt{20/21}) \cdot (100 \times \frac{0,341}{100} \times 25)^{1/3}$$

$$\bar{\sigma}_{rd1} = 0,525 \text{ MPa} = 0,0525 \text{ KN/cm}^2$$

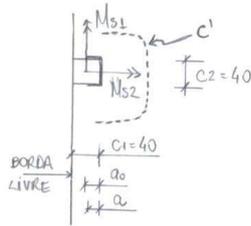
$$\therefore \quad \rho = \sqrt{p_x p_y} = 0,341 \%$$

$$A_{sx} = \phi 12,5 / 12,5 \quad \therefore \quad p_x = \frac{1,227}{12,5 \times 25} = 0,467 \%$$

$$A_{sy} = \phi 10 / 15 \quad \therefore \quad p_y = \frac{0,785}{15 \times 25} = 0,249 \%$$

$$\boxed{\bar{\sigma}_{sd1} \cong \bar{\sigma}_{sd2} < \bar{\sigma}_{rd1}} \Rightarrow \text{OK!}$$

D5 40x40



$$F_s = 62,18 \text{ KN} \rightarrow F_{sd} = 87,05 \text{ KN}$$

$$M_{s1} = 15,88 \text{ KN}\cdot\text{m} \rightarrow M_{sd1} = 22,23 \text{ KN}\cdot\text{m}$$

$$M_{s2} = 0$$

$$a_0 = 1,5d = 31,5$$

$$a \leq \begin{cases} 1,5d = 31,5 \\ 0,5c_1 = 20 \end{cases} > 20 \text{ cm}$$

$$K_1 \therefore \frac{c_1}{c_2} = 1 \Rightarrow K_1 = 0,6$$

$$K_2 \therefore \frac{c_2}{2c_1} = \frac{40}{80} = 0,5 \quad K_2 = 0,45$$

Contorno C

$$u^* = 2a_0 + c_2 = 103 \text{ cm}$$

$$w_{p1} = \frac{c_1^2}{2} + \frac{c_1 \cdot c_2}{2} = 1600 \text{ cm}^2$$

$$e^* = \frac{c_1 a_0 - a_0^2 + c_1 c_2 / 2}{2a_0 + c_2} \approx 10,4 \text{ cm}$$

$$M_{sd1} = M_{sd} - M_{sd}^* = 22,23 - 87,05 \times 10,4 = 1317,7 \text{ KN}\cdot\text{cm}$$

$$\sigma_{sd} = \frac{87,05}{103 \times 21} + \frac{0,6 \times 1317,7}{1600 \times 21} = 0,064 \text{ KN/cm}^2$$

$$\sigma_{sd} = 0,064 \text{ KN/cm}^2 < \sigma_{rd2} = 0,434 \text{ KN/cm}^2$$

Concator ok!

Contorno c'

$$u^* = 2a + c_2 + 2\pi d \approx 212 \text{ cm}$$

$$w_{p1} = \frac{a^2}{2} + \frac{c_1 c_2}{2} + 2c_2 d + 8d^2 + \pi d c_1 \approx 9447 \text{ cm}^2$$

$$e^* = \frac{c_1 a - a^2 + \frac{c_1 + c_2}{2} + 2c_2 d + 8d^2 + \pi d c_1}{2a + c_2 + 2\pi d} \approx 39,1 \text{ cm}$$

$$\sigma_{sd1} = \frac{87,05}{21 \times 21} + \frac{0,6 \times (2223 - 87,05 \times 29,1)}{3447 \times 21}$$

$$\sigma_{sd1} = 0,02 \text{ KN/cm}^2$$

$$\sigma_{rd1} = 0,13 (1 + \sqrt{20/d'}) (100 \rho \cdot f_{ck})^{1/3}$$

$$\sigma_{rd1} = 0,571 \text{ KN/cm}^2$$

$$\sigma_{sd1} < \sigma_{rd1}$$

OK!

$$A_{sx} = \phi 12,5 \text{ d} 12,5$$

$$A_{sy} = \phi 12,5 \text{ d} 10$$

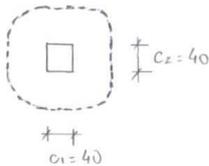
$$\rho_x = \frac{1,227}{12,5 \times 25} = 0,393\%$$

$$\rho_y = \frac{1,227}{10 \times 25} = 0,491\%$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} = 0,439\%$$

PE 40x40

$$F_s = 82,21 \text{ KN} \rightarrow F_{sd} = 115,1 \text{ KN}$$



$$c_1 = c_2 = 40$$

Contorno C

$$M_0 = 2 (c_1 + c_2) = 160 \text{ cm}$$

$$\sigma_{sd} = \frac{115,1}{160 \times 21} = 0,034 \text{ KN/cm}^2$$

$$\sigma_{sd} = 0,034 \text{ KN/cm}^2 < \sigma_{rd2} = 0,434 \text{ KN/cm}^2$$

Contorno OK!

Contorno c'

$$M = 2 (c_1 + c_2) + 4\pi d \cong 423,9 \text{ cm}$$

$$\sigma_{sd} = \frac{115,1}{423,9 \times 21} = 0,013 \text{ KN/cm}^2$$

$$\sigma_{rd1} = 0,13 (1 + \sqrt{20/d'}) (100 \rho \cdot f_{ck})^{1/3}$$

$$\sigma_{rd1} = 0,62 \text{ KN/cm}^2$$

$$\sigma_{sd} = 0,013 \text{ KN/cm}^2 < \sigma_{rd1} = 0,62 \text{ KN/cm}^2$$

OK!

$$A_{sx} = \phi 16 \text{ d} 12,5$$

$$A_{sy} = \phi 12,5 \text{ d} 10$$

$$\rho_x = \frac{2,011}{12,5 \times 25} = 0,644\%$$

$$\rho_y = \frac{1,227}{10 \times 25} = 0,491\%$$

$$\rho = 0,562\%$$

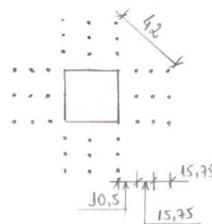
É necessário colocar um A_s suficiente para resistir 50% do F_{sd} . Isto se deve ao fato da NBR 6118 falar que quando a estabilidade global da estrutura depender da resistência da laje a punção, como é o caso usual das lajes lisas, esta condição tem que ser repetida.

("Não concordo com esta imposição da NBR 6118, pois, às vezes, quando precisamos armar a laje a armação necessária é menor que os 50% do F_{sd} exigido. Sendo assim, pode existir laje que não necessita ser armada (à punção) com uma armação maior do que uma laje que precisa ser armada".)

Repetindo a NBR 6118, temos:

$$A_s = \frac{1}{2} \frac{F_{sd}}{f_{ywd}} \quad \therefore \text{pl o pior caso} \quad A_s = \frac{1}{2} \cdot \frac{115,1}{29,625} = 1,94 \text{ cm}^2 / \text{contorno paralelo ao c'}$$

$$\text{Espaçamentos máximos} \begin{cases} S_o \leq 0,5d = 10,5 \text{ cm} \\ S_r \leq 0,75d = 15,75 \text{ cm} \\ S_c \leq 2d = 42 \text{ cm} \end{cases}$$



Resumo de Quantitativos

Laje - Armadoria Positiva

N	Φ (mm)	Quant.	Comp. Unit. (cu)
1	10,0	100	810
2	8,0	120	810
3	8,0	98	720
4	8,0	356	630

Laje - Armadoria Negativa

1	12,5	100	250
2	8,0	96	250
3	16,0	100	410
4	8,0	120	410
5	10,0	148	215
6	12,5	112	355
7	8,0	176	215
8	8,0	88	355

Resumo aço CA-50

Φ (mm)	comp. (m)	Kg/m	Kg
8,0	5343	0,395	2111
10,0	1128	0,617	696
12,5	648	0,963	624
16,0	410	1,578	647
Total			4077

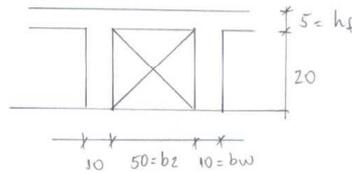
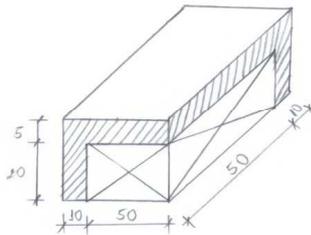
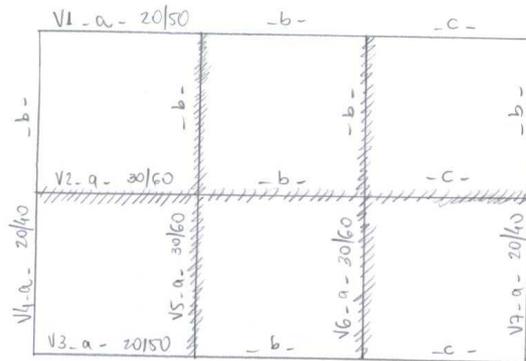
Volume concreto

Elem.	B (m)	L (m)	H (m)	Volume (m ³)
Laje	2257	1274	25	71,9
Pilar	40	40	280	5,4
total				77,3 m ³

Formas

Laje	2257	1274	25	305,2
Pilar	40	40	280	53,8
total				359 m ²

b) laje murçada



Determinação do h_f

$$h_f \geq \begin{cases} 3,0 \\ b_z/15 = 50/15 = 3,33 \\ 4,0 \text{ (pl tubulação passando na laje)} \end{cases}$$

Cálculo do peso próprio

Volume unidade = $0,6 \times 0,6 \times 0,25 = 0,090 \text{ m}^3$

" tijolo = $0,5 \times 0,5 \times 0,20 = 0,050 \text{ m}^3$

" concreto = $\frac{0,090}{0,050} = 0,040 \text{ m}^3$

Peso da unidade = $(0,040 \times 25) + (0,050 \times 5) = 1,25 \text{ KN}$

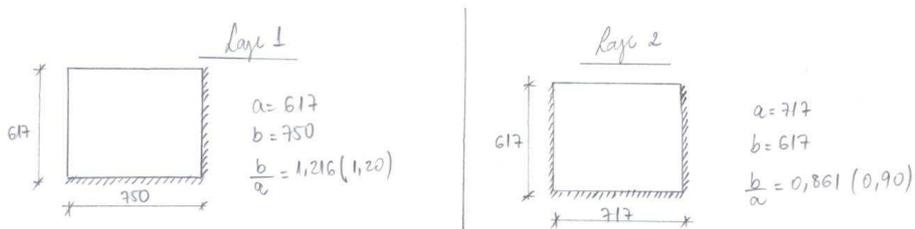
$$\frac{\text{Peso}}{\text{M}^2} = \frac{1,25}{0,6 \times 0,6} = 3,472 \text{ KN/m}^2$$

Carga morta:

abs = 1,00
PP = 3,47
S.C. = 2,50
Rev = 1,50
<u>8,47 KN/m²</u>

$g = 5,97 \text{ KN/m}^2$
$p = 2,50 \text{ KN/m}^2$
$q = 8,47 \text{ KN/m}^2$

Cálculo dos Momentos Fletores e Reações



Coeficientes da tabela

<p>$m_a = 27,4$ $r'_a = 0,183$ $m_b = 38,2$ $r''_a = 0,317$ $n_a = 11,5$ $r'_b = 0,214$ $n_b = 13,1$ $r''_b = 0,370$</p>	<p>$m_a = 47,4$ $r'_a = 0,144$ $m_b = 48,0$ $r''_a = 0,250$ $n_a = 18,1$ $r'_b = 0,336$ $n_b = 18,7$</p>
---	---

$$M = \frac{P \cdot a^2}{m}$$

$$\rightarrow P \cdot a^2 = 322,44 \text{ KN}$$

$$X = \frac{P \cdot a^2}{n}$$

$$\rightarrow P \cdot a^2 = 435,43 \text{ KN}$$

$M_a = 11,77 \text{ KNxm}$
 $M_b = 8,44 \text{ KNxm}$

$X_a = 28,04 \text{ KNxm}$
 $X_b = 24,61 \text{ KNxm}$

$M_a = 9,19 \text{ KNxm}$ $X_a = 24,06 \text{ KNxm}$
 $M_b = 9,07 \text{ KNxm}$ $X_b = 23,29 \text{ KNxm}$

$$R = r \cdot P \cdot a$$

$$\rightarrow P \cdot a = 52,26 \text{ KN/m}$$

$$\rightarrow P \cdot a = 60,73 \text{ KN/m}$$

$r'_a = 9,56 \text{ KN/m}$
 $r''_a = 16,57 \text{ KN/m}$
 $r'_b = 11,18 \text{ KN/m}$
 $r''_b = 19,34 \text{ KN/m}$

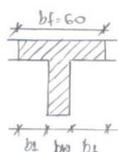
$r'_a = 8,75 \text{ KN/m}$
 $r''_a = 15,48 \text{ KN/m}$
 $r''_b = 20,41 \text{ KN/m}$

Cálculo do "bf"

$$b_1 \leq \begin{cases} 0,5b_2 = 0,5 \times 50 = 25 \text{ cm} \\ 0,10a = 0,10 \times 462,75 = 46,275 \text{ cm} \end{cases}$$

onde: $a = 0,75L = 462,75$

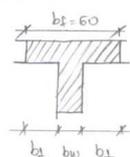
$\therefore b_1 = 25 \text{ cm}$



$$b_1 \leq \begin{cases} 0,5b_2 = 25 \text{ cm} \\ 0,10a = 0,10 \times 430,2 = 43 \text{ cm} \end{cases}$$

onde: $a = 0,6L = 430,20 \text{ cm}$

$\therefore b_1 = 25 \text{ cm}$



Resumo - Momento por nervura

lay 1

$$M_{a/nerv} = 11,77 \times 0,60 = 7,06 \text{ KNxm}$$

$$M_{b/nerv} = 8,44 \times 0,60 = 5,06 \text{ KNxm}$$

$$X_{a/nerv} = 28,04 \times 0,60 = 16,82 \text{ KNxm}$$

$$X_{b/nerv} = 24,61 \times 0,60 = 14,77 \text{ KNxm}$$

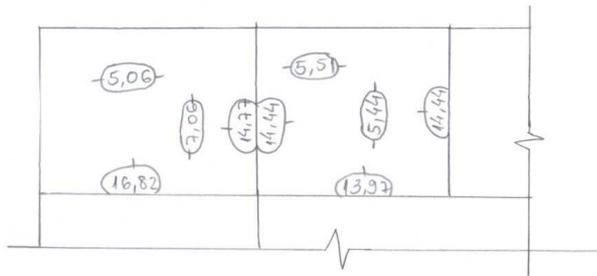
lay 2

$$M_{a/nerv} = 9,19 \times 0,60 = 5,51 \text{ KNxm}$$

$$M_{b/nerv} = 9,07 \times 0,60 = 5,44 \text{ KNxm}$$

$$X_{a/nerv} = 24,06 \times 0,60 = 14,44 \text{ KNxm}$$

$$X_{b/nerv} = 23,29 \times 0,60 = 13,97 \text{ KNxm}$$



$$f_c = 0,85 \frac{f_{ck}}{1,4} = 1,518 \text{ KN/cm}^2$$

$$M_R = f_c \cdot b_f \cdot h_f \left(d - \frac{h_f}{2} \right) = 1,518 \times 60 \times 5 \left(22 - \frac{5}{2} \right) = 8880,3 \text{ KNcm} \approx 88,80 \text{ KNm}$$

Atenção: Podemos notar que todos os momentos atuantes nas lajes é menor que M_R . Mesmo para momentos de cálculo, temos: $M_d < M_R$, sendo assim, a linha neutra "sobee" e podemos usar as fórmulas de flexão simples com base $b_f = 60 \text{ cm}$.

Dimensionamento

(foi usado uma planilha do excel[®] para obter os resultados.)

$$A_{s\min} = 0,15\% A_{\text{total}} = 0,75 \text{ cm}^2$$

	M/nova	Nd/nova	K	A_s (cm ²)	detalham.
LASE 1	5,06	7,08	0,016	0,75	2 ϕ 8
	7,06	9,88	0,022	1,05	2 ϕ 8
	-16,82	23,55	0,32	$3,08 \Rightarrow 3,08 \times \frac{100}{60} = 5,13$	$\phi 10 \text{ c/15}$
	-14,77	20,68	0,28	$2,60 \Rightarrow 2,60 \times \frac{100}{60} = 4,33$	$\phi 8 \text{ c/12}$
LASE 2	5,51	7,71	0,018	0,81	2 ϕ 8
	5,44	7,62	0,017	0,80	2 ϕ 8
	-14,44	20,22	0,275	$2,53 \Rightarrow 2,53 \times \frac{100}{60} = 4,22$	$\phi 8 \text{ c/12}$
	-13,97	19,56	0,266	$2,43 \Rightarrow 2,43 \times \frac{100}{60} = 4,05$	$\phi 8 \text{ c/12}$

Obs.: Para cálculos (dimensionamento) da laje dos momentos negativos, não podemos esquecer: a laje não funciona como seção "T", então, nestes casos temos:

$$b = b_w.$$

Verificação da flecha

• laje 1:

$$\frac{b}{a} = 1,216 (1,20) \rightarrow \text{tabela de Barce's} \rightarrow x = 0,034$$

$$f = \frac{P \cdot a^4}{E_c \cdot h^3} \cdot x$$

$$P = g + 0,3q = 5,97 + 0,3 \times 2,50 = 6,72 \text{ KN/m}^2 = 0,000672 \text{ KN/cm}^2$$

$$E_c = 0,85 \times 5600 \sqrt{25} = 23800 \text{ MPa} = 2380 \text{ KN/cm}^2$$

$$\text{supondo laje magra: } f = \frac{0,000672 \times 617^4}{2380 \times 25^3} \times 0,0034 = 0,089 \text{ cm}$$

$$y_a = \frac{60 \times 25 \times 12,5 - 50 \times 20 \times 10}{60 \times 25 - 50 \times 20} = 17,50 \uparrow$$

$$J_a / \text{norm} = \left[\left(\frac{60 \times 25^3}{3} - \frac{2 \times 25 \times 20^3}{3} \right) - (60 \times 5 + 10 \times 20) \times 17,50^2 \right] = 26042 \text{ cm}^4$$

$$J_a / m = J_a / \text{norm} \times \frac{100}{b_f} = 26042 \times \frac{100}{60} = 43403 \text{ cm}^4$$

(por faixa de momento)

$$J_{\text{maçã}} = \frac{100 \times 25^3}{12} = 130208 \text{ cm}^4$$

$$"f_{\text{REAL IMEDIATA}}" = "f_{\text{maçã}}" \times \frac{J_{\text{maçã}}}{"J_{\text{normalizada}}"}$$

$$"f_{\text{REAL IMEDIATA}}" = 0,089 \times \frac{130208}{43403 \times 0,70} = 0,381 \text{ cm}$$

$$f_{\infty} = f_{\text{IMEDIATA}} (1 + \alpha_f) = 0,381 (1 + 1,46) = 0,938 \text{ cm}$$

$$f_{adm} = \frac{617}{250} = 2,47 \text{ cm} \rightarrow \text{OK! } \underline{\underline{\text{Passou}}}$$

* Não verifiquei para a laje L2, porque sabemos que a flecha dela é menor.

• Cálculo do $M_{\text{fissurados}}$ e do $M_{\text{serviço}} \rightarrow$ seção fissurada

$$M_r = \alpha_{\text{fct}} \cdot \frac{I_c}{y_t} = 1,2 \times 0,257 \times \frac{26042}{17,50} = 458,93 \text{ kNm}$$

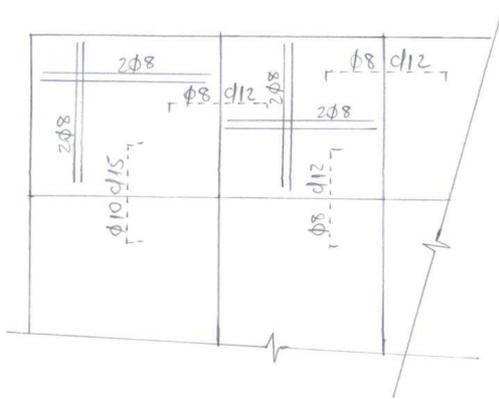
$$P_{\text{serviço}} = 6,72 \text{ kN/m}^2$$

$$M_{\text{serviço}} = 7,06 \times \frac{6,72}{8,47} = 5,60 \text{ kNm} = 560,0 \text{ kN.cm}$$

$$\text{Como } M_{\text{serviço}} > M_r \rightarrow \text{Estádio II}$$

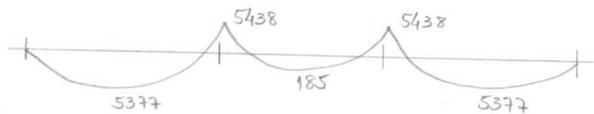
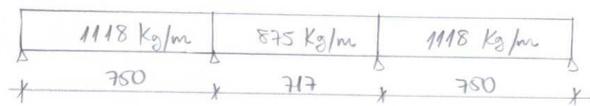
$$560,0 > 458,93$$

$$\text{ADOPTAR: } I_{\text{eq}} = 0,7 I_c = 0,7 \times 43403 = 30382 \text{ cm}^4 / \text{faixa de 1 metro}$$



Dimensionamento das Vigas

$$V_1 = V_3 \quad 20/50$$

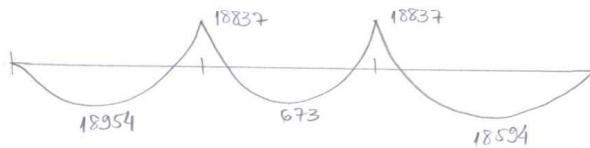
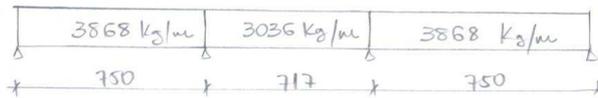


$$M = 5377 \text{ Kg}\cdot\text{m} \rightarrow A_s = 4,02 \text{ cm}^2 \quad (4\phi 12,5)$$

$$X = 5438 \text{ Kg}\cdot\text{m} \rightarrow A_s = 4,06 \text{ cm}^2 \quad (4\phi 12,5)$$

$$V = 4918 \text{ Kg} \rightarrow A_{sw}^{90} = 2,05 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \quad (\phi 5 \text{ c}/17,5)$$

V2 30/60

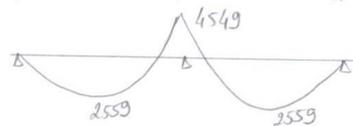
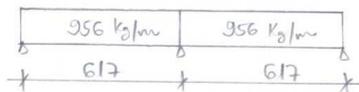


$$M = 18594 \text{ kg}\cdot\text{m} \rightarrow A_s = 11,90 \text{ cm}^2 \quad (6\phi 16)$$

$$X = 18837 \text{ kg}\cdot\text{m} \rightarrow A_s = 12,07 \text{ cm}^2 \quad (6\phi 16)$$

$$V = 17018 \text{ kg} \rightarrow A_{sw}^{90} = 4,97 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \quad (\phi 6.3 \text{ or } 12.5)$$

V4 = V7 20/40

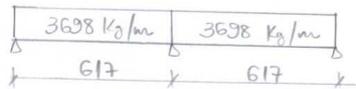


$$M = 2559 \text{ kg}\cdot\text{m} \rightarrow A_s = 2,40 \text{ cm}^2 \quad (2\phi 12,5)$$

$$X = 4549 \text{ kg}\cdot\text{m} \rightarrow A_s = 4,47 \text{ cm}^2 \quad (4\phi 12,5)$$

$$V = 3687 \text{ kg} \rightarrow A_{sw}^{90} = 2,05 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \quad (\phi 5 \text{ or } 12,5)$$

V5 = V6 30/60



$$M = 9899 \text{ kg}\cdot\text{m} \rightarrow A_s = 6,00 \text{ cm}^2 \quad (5\phi 12,5)$$

$$X = 17597 \text{ kg}\cdot\text{m} \rightarrow A_s = 11,18 \text{ cm}^2 \quad (6\phi 16)$$

$$V = 14260 \text{ kg} \rightarrow A_{sw}^{90} = 3,21 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \quad (\phi 5 \text{ or } 10)$$

Quantitativo Laje numerada

• Laje

$$\frac{\text{Vol concreto}}{\text{m}^2} = \frac{0,040}{0,6 \times 0,6} = 0,111 \text{ m}^3/\text{m}^2$$

$$\text{Volume total} = 0,111 \times 21,37 \times 11,84 \approx 28,1 \text{ m}^3$$

$$\frac{\text{n}^\circ \text{ de tijolos}}{\text{m}^2} = \frac{1}{0,6 \times 0,6} \approx 3 \text{ tijolos}$$

3 tijolos de $50 \times 50 \times 20 / \text{m}^2$

$$\text{Forma} = 305,2 \text{ m}^2$$

• Vigas

$$\text{Volume total} = 15,2 \text{ m}^3$$

$$\text{Forma} = 151,7 \text{ m}^2$$

• Pilares

$$\text{Volume total} = 5,4 \text{ m}^3$$

$$\text{Forma} = 53,8 \text{ m}^2$$

Aço CA-50

$$\approx 20 \text{ barras direção } x \rightarrow 367 + 302 = 669$$

$$\approx 35 \text{ barras direção } y \rightarrow 369 + 227 = \frac{596}{1265 \text{ Kg}}$$

$$V1 = V3 \Rightarrow 171 + 25 = 196 \times 2 = 392 \text{ Kg}$$

$$V2 \Rightarrow 420 + 76 = \dots = 496 \text{ Kg}$$

$$V4 = V7 \Rightarrow 71 + 12 = 83 \times 2 = 166 \text{ Kg}$$

$$V5 = V6 \Rightarrow 176 + 33 = 209 \times 2 = \frac{418 \text{ Kg}}{2737 \text{ Kg}}$$

RESUMO:

VOLUME TOTAL CONCRETO (m³)

4817 m³

PESO TOTAL DO AÇO (Kg)

4002 Kg

AREA TOTAL DE FORMA (m²)

510 m²