

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
**FACULDADE DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS**  
**Programa de Pós-Graduação em Filosofia**  
**Mestrado em Filosofia**

SERÁ S5 O SISTEMA DE LÓGICA MODAL CORRETO PARA A  
MODALIDADE METAFÍSICA?

Fernando Fabrício Rodrigues Furtado

BELO HORIZONTE

2014

FERNANDO FABRÍCIO RODRIGUES FURTADO

SERÁ *S5* O SISTEMA DE LÓGICA MODAL CORRETO PARA A  
MODALIDADE METAFÍSICA?

Texto final de dissertação apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Filosofia, da Faculdade de Filosofia e Ciências Humanas da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial para obtenção do título de mestre em filosofia.

Orientador: Prof. Dr. Abílio Rodrigues

BELO HORIZONTE

2014

## **FERNANDO FABRÍCIO RODRIGUES FURTADO**

### **Será S5 o Sistema de Lógica Modal Correto Para a Modalidade Metafísica?**

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado do Departamento de Filosofia da Faculdade de Filosofia e Ciências Humanas da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Filosofia. Aprovada pela comissão formada pelos professores:

Orientador: Dr. Abílio Azambuja Rodrigues Filho – Universidade Federal de Minas Gerais

Assinatura: \_\_\_\_\_

Avaliador: Dr. Marco Antônio Caron Ruffino – Universidade Estadual de Campinas

Assinatura: \_\_\_\_\_

Avaliador: Dr. Antônio Mariano Nogueira Coelho – Universidade Federal de Minas Gerais

Assinatura: \_\_\_\_\_

Belo Horizonte, \_\_\_\_/\_\_\_\_ de 2014.

100 Furtado, Fernando Fabrício Rodrigues  
F992s Será S5 o sistema de lógica modal correto para a modalidade  
2014 metafísica? [manuscrito] / Fernando Fabrício Rodrigues Furtado. -  
2014.  
84 f.  
Orientador: Abílio Azambuja Rodrigues.  
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Filosofia e Ciências Humanas.  
1. Filosofia – Teses. 2.Necessidade (Filosofia) - Teses. 3. Possibilidade - Teses. 3. Lógica - Teses. 4. Metafísica - Teses.  
I.Rodrigues, Abilio Azambuja. II.Universidade Federal de Minas Gerais. Faculdade de Filosofia e Ciências Humanas. III.Título.

*Em memória de João Peixoto.*

*"Philosophy, including Logic, is not primarily  
about language, but about the real world." —  
A.N. Prior*

## **Agradecimentos**

Agradeço ao professor Nathan Salmon da Universidade de Santa Barbara (EUA) pela presteza com respeito aos e-mails trocados durante a feitura deste trabalho. Aos professores Antônio Coelho, Marco Ruffino e Túlio Aguiar por aceitarem prontamente o convite para comporem a banca de defesa deste trabalho. Ao professor Abílio Rodrigues por todo apoio e pela paciência com as revisões das versões preliminares deste trabalho durante sua preciosa orientação, sem a qual este trabalho não teria este formato final. Aos professores e funcionários do programa de pós-graduação em filosofia da UFMG por toda a colaboração durante a feitura deste trabalho, destacando o paciente e árduo trabalho da secretária Andrea. Aos colegas Luiz Helvécio e Paulo Andrade pelas discussões filosóficas inspiradoras pelos corredores da universidade. Ao colega Renan Andrade (UFOP) e à minha irmã Moara Furtado (UFES) pela ajuda com a revisão deste trabalho. À Gabrielle Ramos pelo companheirismo e pela paciência com as conversas sobre o tema deste trabalho quando ainda eram apenas ideias sem ordem e formato definidos. E finalmente, à minha família que sempre acredita e incentiva meus projetos sejam eles quais forem.

## Resumos

**Resumo:** Esta dissertação trata-se de uma investigação simultânea em lógica e metafísica modal. Busca-se aqui o sistema de lógica proposicional modal correto para modalidade metafísica ou modalidade *tout court*. Entendendo-se por ‘modalidade metafísica’ a modalidade que diz respeito aos *modos da verdade*; se o valor de verdade de uma proposição (falso/verdadeiro) é *necessário* ou *possível*. Uma proposição qualquer,  $\phi$ , pode ser verdadeira enquanto *necessariamente*  $\phi$ , ( $\Box\phi$ ), pode ser falsa. Inversamente,  $\phi$  pode ser falsa enquanto *possivelmente*  $\phi$ , ( $\Diamond\phi$ ), pode ser verdadeira. Além do valor de verdade *atual* da proposição, interessa seu valor de verdade em *mundos possíveis alternativos*. Considere as proposições: i) há objetos que viajam mais rápido que luz, e ii) há quadrados sem lados. São ambas atualmente falsas, mas, por vezes, diz-se que há mundos possíveis nos quais i) é verdadeira; o modo como i) é falsa é contingente ( $\neg p \wedge \Diamond p$ ). Já ii) é falsa em todos os mundos possíveis; o modo como ii) é falsa é necessário ( $\neg p \wedge \neg \Diamond p$ ). Quem pensa que i) é necessariamente falsa, pode aceitar ainda que se as *coisas tivessem sido diferentes do modo como atualmente são*, talvez i) pudesse ter sido verdadeira enquanto ii), para todos os *modos alternativos de ser das coisas*, não poderia ter sido verdadeira. Assim, i) é impossível sob *alguns modos de ser das coisas* ( $\neg \Diamond p \wedge \Diamond \Diamond p$ ) e ii) é impossível sob *qualquer modo de ser das coisas* ( $\neg \Diamond p \wedge \neg \Diamond \Diamond p$ ). Casos de reiteração de operadores modais são particularmente importantes aqui. A condicional *se necessário  $\phi$ , então é necessário que seja necessário  $\phi$*  é verdadeira? Depende. São apresentados aqui cinco sistemas de lógica modal: *K*, *T*, *B*, *S4* e *S5* em ordem de força, sendo *S5* o mais forte. Em *S4* e *S5* a condicional é verdadeira, nos sistemas mais fracos ela é falsa. Tipicamente se aceita *S5* como o sistema adequado para modalidade metafísica. Aqui, porém, são apresentadas algumas das objeções mais importantes a esse lugar comum e algumas vias de respostas a essas objeções. A lógica modal com a semântica dos mundos possíveis e algumas noções de metafísica modal são apresentadas como estudo preliminar.

**Palavras-chave:** lógica modal, modalidade, metafísica, necessidade, possibilidade, *S5*.

**Abstract:** This work is in a simultaneous investigation in both modal logic and modal metaphysics. We seek to the system of modal propositional logic correct for metaphysical modality or modality *tout court*. Being understood as 'metaphysical modality' the modality with respect to the ways of truth; if the truth value of a proposition (true / false) is necessary or possible. An arbitrary proposition,  $\phi$ , can be true while *necessarily*  $\phi$ , ( $\Box\phi$ ), can be false. For other hand,  $\phi$  can be false while *possibly*  $\phi$ , ( $\Diamond\phi$ ), can be true. In addition to the actual truth value of the proposition, its truth value in alternative possible worlds is indispensable. Suppose two propositions: i) there are objects that travel faster than light, and ii) there are round squares. Both are actually false, but sometimes it is said that there are possible worlds in which i) is true; the way how i) is false is contingent ( $\neg p \wedge \Diamond p$ ). But have ii) is false in all possible worlds, the way how ii) is false is necessary ( $\neg p \wedge \neg \Diamond p$ ). Even who thinks that i) is necessarily false, can still accept that *if things had been different from the way of they actually are*, maybe i) *could have been* true while ii) for all alternative ways of being of

*things*, could not have been true. Thus, i) is impossible under some ways of being of things and ii) is impossible under any ways of being of things. Iteration cases of modal operators are particularly important here. Is the conditional *if necessary  $\phi$ , then necessarily necessary  $\phi$*  true? It depends. Are presented here five modal systems: *K*, *T*, *B*, *S4* and *S5* in order of strength, with the strongest *S5*. In *S4* and *S5* the conditional is true, in the weaker systems it is false. *S5* is conventionally accepted as the appropriate modal system for metaphysical modality. Here, however, some objections to this common place and answers to them are presented and discussed. The modal logic with the possible-worlds semantics and some notions of modal metaphysics are presented as preliminary study.

**Key-words:** modal logic, modality, metaphysics, necessity, possibility, *S5*.

## NOTAÇÃO

$\square$	Operador de necessidade
$\diamond$	Operador de possibilidade
$\forall$	Quantificador universal
$\exists$	Quantificador existencial
$\wedge$	Conjunção
$\vee$	Disjunção
$\rightarrow$	Condicional material
$\neg$	Negação clássica
$\leftrightarrow$	Bicondicional
$\equiv$	Equivalência
$p, q, r \dots$	Variáveis proposicionais
$\phi, \chi, \psi$	Variáveis metalinguísticas
sse	Se, e somente, se
wff	Fórmula bem formada
$\vdash$	Martelo sintático
$\models$	Martelo semântico

## SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO .....	12
2.	BREVES CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES .....	21
3.	LINGUAGEM PROPOSICIONAL MODAL .....	25
3.1.	LÓGICA PROPOSICIONAL.....	25
3.1.1.	<i>Semântica</i> .....	26
3.1.2.	<i>Sistema axiomático para LP</i> .....	27
3.2.	LÓGICA PROPOSICIONAL MODAL.....	28
3.2.1.	<i>Semântica dos mundos possíveis</i> .....	30
3.2.2.	<i>Sistema axiomático para LPM</i> .....	35
3.2.2.1.	Os sistemas K, T, B, S4 .....	36
3.2.3.	<i>O sistema S5</i> .....	38
3.2.3.1.	Considerações acerca de S5 .....	39
4.	TIPOS DE MODALIDADES .....	42
5.	OBJEÇÕES A S5.....	49
5.1.	O CASO DA CANECA .....	49
5.2.	O ARGUMENTO MODAL ONTOLÓGICO (AMO).....	51
5.2.1.	<i>Versão de Anselmo</i> .....	51
5.2.2.	<i>Objecções à primeira versão</i> .....	53
5.2.3.	<i>Versão Modal Ontológica</i> .....	54
5.2.3.1.	Propriedades mundo-indexadas .....	55
5.2.3.2.	Essência .....	56
5.2.3.3.	O argumento .....	57
5.3.	A NECESSIDADE DAS LEIS NATURAIS .....	60
5.4.	O CASO WOODY .....	61
6.	RESPOSTAS .....	63
6.1.	RESPOSTA AO CASO DA CANECA .....	63
6.1.1.	<i>Interpretação Não-modal</i> .....	64
6.1.2.	<i>Arbitrariedade</i> .....	66
6.2.	REPOSTA AO ARGUMENTO ONTOLÓGICO.....	67
6.2.1.	<i>Arbitrariedade</i> .....	67
6.2.2.	<i>Versão em B</i> .....	68
6.3.	RESPOSTA AO CASO DAS LEIS DA NATUREZA .....	70
6.3.1.	<i>Intuição oscilante</i> .....	71
6.4.	RESPOSTA AO CASO WOODY .....	73
6.4.1.	<i>Teoria pressuposta</i> .....	74
6.4.2.	<i>Teoria da contraparte</i> .....	77
	CONCLUSÃO.....	79
	BIBLIOGRAFIA.....	82

## 1. Introdução

Esta dissertação ao mesmo tempo em que se trata de um problema pontual - saber entre vários qual o sistema de lógica modal correto para modalidade metafísica - é bastante abrangente devido aos vários elementos que estão envolvidos nesse empreendimento. Para começar temos o artigo ‘o’ formador de descrição definida presente na expressão ‘o sistema’ o que sugere que esperamos que apenas um sistema seja correto. Desse modo, pressupomos, já à partida, algo de relevante acerca da natureza dos sistemas de lógica modal e, por consequência, da própria natureza da lógica. Depois temos a palavra ‘correto’. O que exatamente queremos dizer com ‘correto’? Trata-se de algo próximo de uma justificação, razão ou até função pragmática da lógica? De modo que se funciona para os nossos raciocínios modais, está bom? Ou queremos dar à palavra ‘correto’ peso ontológico? Posso adiantar – e pretendemos argumentar nesta direção – que o último caso nos interessa mais. Depois disso temos a expressão ‘lógica modal’. Essa expressão designa um grande número de sistemas de lógica hoje em dia, sempre tratando dos vários termos modais na nossa linguagem natural. Nessa dissertação, porém, daremos atenção a uma *família de termos modais* apenas, os *termos modais aléticos*. Por fim, temos a expressão ‘modalidade metafísica’, essa, certamente, é a mais estranha das expressões que aparecem no título deste trabalho. Modalidade metafísica diz respeito àquilo que pode ser o caso (possibilidade) e àquilo que tem de ser o caso (necessidade) por razões metafísicas, oposto, por vezes, àquilo que pode ou tem de ser o caso por razões lógicas. Por exemplo, por razões lógicas apenas, pode ser o caso que eu deixe a sala onde estou escrevendo esta dissertação e esteja dentro de cinco segundos na muralha da China, porém, por razões metafísicas (ou talvez físicas apenas), isso não pode ser o caso.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Retornaremos a esse ponto no capítulo 4 desta dissertação.

Por todas essas razões brevemente anunciadas, o que nos parece, à partida, um empreendimento pontual reservado ao domínio da lógica mostra-se, na verdade, um trabalho complexo e algo abrangente como típico em filosofia. Assim, uma parte importante desta dissertação é, portanto, esclarecer esses problemas iniciais direcionando o leitor para o ponto que pretendemos desenvolver.

Na parte mais pontual deste trabalho – capítulos 5 e 6 – buscamos diretamente pelo sistema de lógica modal correto para a modalidade metafísica. Num primeiro momento apresentamos as objeções ao sistema  $S5$  de lógica modal e em seguida sugerimos vias de respostas para as objeções apresentadas. Mas, antes de partirmos para as críticas ao  $S5$ , apresentamos como estudo preliminar os cinco sistemas de lógica modal que são considerados nesta dissertação,  $K$ ,  $T$ ,  $B$ ,  $S4$  e  $S5$ . Sendo que ao  $S5$ , por ser o sistema que mais nos interessa aqui, é dada maior atenção. Assim, teremos condições de ver as diferenças que há entre eles do ponto de vista sintático e semântico. A semântica para a lógica modal proposicional que é apresentada aqui é a *semântica dos mundos possíveis*. Os sistemas de lógica modal proposicional que serão apresentados surgem a partir de sistemas clássicos de lógica proposicional como extensões conservadoras. No que diz respeito à semântica dos mundos possíveis, a diferenciação dos sistemas se dá por via das propriedades lógicas da *relação de acessibilidade* entre os mundos possíveis. Do ponto de vista sintático, os sistemas se diferem pelo conjunto de axiomas que compõe os sistemas.

Depois de finalizado este trabalho preliminar, apresentamos alguns dos ataques mais fortes à  $S5$  e em seguidas apresentamos algumas vias para responder tais objeções. Os principais objetivos desta pesquisa são: i) formular as objeções apresentadas ao sistema  $S5$  de lógica proposicional modal e ii) indicar vias possíveis de respostas a essas objeções. Trata-se, portanto, da busca por esclarecer as discussões sobre o sistema  $S5$  de lógica modal, o sistema

comumente aceito pela generalidade dos filósofos como correto, mas que alguns ataques a ele foram avançados e devem ser levados em consideração.

Algumas considerações preliminares já podem ser adiantadas a fim de contextualizar a discussão e estabelecer o vocabulário do que será avançado nesta dissertação, ainda que no decorrer deste texto os temas que veremos agora sejam abordados novamente em maior detalhe. Iniciemos, pois, com as considerações acerca da lógica modal.

A lógica modal é a ferramenta desenvolvida para clarificar o uso dos termos modais. Surge para tentar dar conta de captar noções não-verofuncionais. Há várias famílias de termos modais não-verofuncionais diferentes, portanto, é de se esperar que haja várias lógicas modais distintas que visam tratar formalmente das muitas famílias de termos. Por exemplo, temos a lógica epistêmica – preocupada com os termos *acredita*, *sabe*, etc. – a lógica deontica – que pretende clarificar os termos *obrigatório*, *permitido*, etc. – e, entre outras, a lógica modal alética que é estudada de perto neste trabalho.<sup>2</sup> ‘Alética’ é a palavra portuguesa que deriva da palavra grega ‘ἀλήθεια’ e quer dizer *verdade*. Assim, a lógica modal alética – doravante abreviada com a expressão ‘lógica modal’ – se preocupa com os *modos da verdade ou da falsidade*; e é a lógica para clarificar os termos modais ‘necessário’, ‘possível’ e ‘contingente’. Por exemplo, dizemos: i) ‘Sócrates é *necessariamente* um ser humano’; ii) ‘Sócrates é *contingentemente* ateniense’; ou iii) ‘É *possível* que Sócrates fosse egípcio’. Intuitivamente, com i) estamos dizendo que, além do fato de *Sócrates ser um ser humano*, *ele não poderia não o ser*; com ii) queremos dizer que, apesar de *Sócrates ser ateniense*, *poderia não tê-lo sido*; com iii) estamos, intuitivamente, dizendo que, apesar de *Sócrates não ser egípcio*, *poderia tê-lo sido*. Estas são as noções aléticas intuitivas que a lógica modal tenta capturar e tratar formalmente.

---

<sup>2</sup> É importante ser dito que as ferramentas lógicas trabalhadas aqui funcionam em menor ou maior grau para tratar de todas as famílias de termos modais mencionadas. Porém, para os fins desta pesquisa, interessa-nos apenas o tratamento aos termos modais aléticos.

Há, mesmo no que diz respeito às modalidades aléticas, diferentes tipos de noções modais. Tipicamente, a morada das necessidades era considerada as verdades lógicas ou, de modo mais amplo, as verdades analíticas. Ou seja, uma proposição qualquer é uma necessidade lógica (em sentido *lato*) se, e só se, é implicada pelas leis lógicas. O mesmo vale para a possibilidade, uma proposição é uma possibilidade lógica se, e só se, não é excluída pelas leis lógicas. E a modalidade lógica era a única noção modal aceita. Atualmente, a maior parte dos filósofos é mais permissiva e aceita outros tipos de modalidades, como por exemplo, a modalidade nomológica, a modalidade física e, entre outras, a modalidade metafísica. Nesses casos, uma proposição é (grosso modo) uma necessidade nomológica se, e só se, é implicada pelas leis naturais; e é uma possibilidade nomológica se, e só se, não é excluída pelas leis naturais. Assim como uma proposição é uma necessidade física se, e só se, é implicada pelas leis da física; e é uma possibilidade física se, e só se, não é excluída pelas leis da física. Analogamente, podemos dizer que uma proposição é uma necessidade metafísica se, e só se, é implicada pelas leis metafísicas; e é uma possibilidade metafísica se, e só se, não é excluída pelas leis metafísicas. Veremos esses casos de modo mais próximo mais adiante, mas podemos adiantar que a modalidade metafísica nos interessa especialmente neste trabalho.

A metafísica modal, assim como a lógica modal, estuda os termos modais e é comum utilizarmos nos trabalhos em metafísica modal os desenvolvimentos da lógica modal. Neste trabalho veremos de perto a relação que há entre essas duas áreas e vamos buscar na lógica modal o sistema que capte de forma mais adequada nossas intuições metafísicas modais.<sup>3</sup> É comum entre os filósofos admitir que *S5* é o sistema que capta melhor nossas intuições modais. Nesta pesquisa vamos dar atenção àqueles filósofos que acreditam que temos boas razões para rejeitar *S5* em detrimento de sistemas mais fracos. Veremos de perto as motivações desses filósofos para pensar que *S5* não é correto; formularemos os seus principais contra-

---

<sup>3</sup> Essa ideia tornar-se-á mais clara ao vermos os princípios característicos de cada sistema e o que cada sistema permite derivar.

exemplos e argumentos para, por fim, podermos tentar indicar possíveis vias de resposta às suas objeções em defesa de  $S5^4$ .

Um elemento fundamental para uma distinção mais clara e intuitiva entre os diversos sistemas de lógica modal foi a criação da *semântica dos mundos possíveis*. Chave para a semântica dos mundos possíveis, o conceito de *mundos possíveis* se fez conhecido entre os filósofos por Leibniz (1646-1716) e a reconstrução formal desse conceito por (Kripke, 1963) possibilitou a formulação da semântica dos mundos possíveis para a lógica modal. A semântica dos mundos possíveis tem a capacidade de reunir em uma mesma semântica os vários sistemas de lógica modal existentes. Outra vantagem da semântica dos mundos possíveis é que ela torna os termos modais e, principalmente, a reiteração desses termos muito mais clara e intuitiva. Pelo menos do ponto de vista formal, distinguir entre expressões do tipo ‘É necessário que todo quadrado tenha apenas ângulos retos’ e ‘É necessário que seja necessário que todo quadrado tenha apenas ângulos retos’, torna-se uma tarefa bastante mais simples se temos à disposição a semântica dos mundos possíveis. Dois são os conceitos centrais para esta semântica: o conceito de *mundo possível* e o conceito de *possibilidade relativa* ou *acessibilidade* entre mundos.

O conceito de mundo possível pode ser filosoficamente problemático, mas, de um modo relaxado é geralmente caracterizado, para ser utilizado numa semântica para lógica modal proposicional, como um conjunto de proposições completo e consistente<sup>5</sup> ou, mais intuitivamente, um modo completo (ou maximal) de como as coisas podem ser. O mundo atual é o modo como as coisas são atualmente e, claro, é um mundo possível. Os mundos possíveis não atuais são os modos como as coisas poderiam ser, mas não são. Por exemplo, no mundo atual

---

<sup>4</sup> Vale mencionar que podemos defender que sistemas diferentes são adequados para noções modais diferentes. Por exemplo, podemos defender que  $S5$  é o sistema correto para a necessidade lógica e adotar sistemas mais fracos para as outras noções modais.

<sup>5</sup> Dois problemas iniciais dessa definição é que ela envolve dois outros conceitos que podem ser postos em causa: os conceitos de conjunto e proposição.

Sócrates é ateniense, mas em outro mundo possível Sócrates é egípcio. De modo ligeiramente mais preciso, a tradução dos termos modais para a semântica dos mundos possíveis segue a seguinte forma:

- i) ‘Sócrates é necessariamente um ser humano’ quer dizer que Sócrates é um ser humano em todos os mundos possíveis.
- ii) ‘Sócrates é contingentemente ateniense’ quer dizer que Sócrates é ateniense em pelo menos um mundo possível e não é ateniense em pelo menos um mundo possível.
- iii) ‘É possível que Sócrates seja egípcio’ quer dizer que em pelo menos um mundo possível Sócrates é egípcio.

O segundo conceito referido, o conceito de *possibilidade relativa* ou *acessibilidade entre mundos possíveis*, desempenha papel crucial na semântica modal e é imprescindível para a diferenciação entre os vários sistemas de lógica modal proposicional. Do ponto de vista semântico, da diferença de possibilidade relativa surgem as diferenças entre os sistemas de lógica modal. Intuitivamente, mundos com quadrados redondos são mundos *impossíveis relativamente* ao mundo atual, ou seja, o mundo atual tem *acesso* apenas aos mundos possíveis nos quais não há quadrados redondos. De modo mais preciso, um mundo  $w'$  é *possível relativamente* a um mundo  $w$  se, e só se, toda proposição verdadeira em  $w'$  é possível em  $w$ .<sup>6</sup>

Os contextos mais interessantes em que se podem notar mais claramente as diferenças entre os diferentes sistemas são aqueles nos quais ocorre reiteração dos operadores modais. Mas como se dá a reiteração de operadores modais? Dizemos coisas do tipo ‘Sócrates é *necessariamente* um ser humano’ ( $\Box p$ ), nesse caso o operador modal de necessidade tem ocor-

---

<sup>6</sup> No terceiro capítulo desta dissertação veremos com mais calma a semântica dos mundos possíveis e como os conceitos de *mundo possível* e *possibilidade relativa* funcionam. Por hora, uma compreensão intuitiva prévia por parte do leitor nos serve para a explicação do que está em causa neste trabalho.

rência única. Mas podemos ainda dizer coisas do tipo ‘É *necessário* que Sócrates seja *necessariamente* um ser humano’ ( $\Box\Box p$ ). Já nesse caso temos a dupla ocorrência do operador de necessidade. Ainda que tenhamos intuições mais ou menos claras acerca do primeiro caso – ocorrência única do operador –, no segundo caso – ocorrência dupla do operador – as coisas são bem mais complicadas. Será que do primeiro caso ( $\Box p$ ) segue-se o segundo ( $\Box\Box p$ )? Por outras palavras, será a inferência ( $\Box p \vdash \Box\Box p$ ) válida? A resposta, do ponto de vista da lógica modal, é: depende do sistema de lógica modal que estamos usando. Se estivermos usando um sistema com força igual ou maior que *S4*, sim, caso contrário, não. Exatamente por isso, quando falamos de reiteração de operadores, estamos, quase diretamente, falando de sistemas de lógica modal.

A diferença entre os sistemas, pela leitura da semântica dos mundos possíveis, se dará pelas diferenças de possibilidade relativa entre os mundos possíveis. Que mundos são possíveis relativamente a outros mundos. Por tanto, para evitar cairmos, por definição, em *S5*, a definição de necessidade e possibilidade deve ser sutilmente refinada. Assim, necessidade (ou verdade necessária) será definida da seguinte forma:

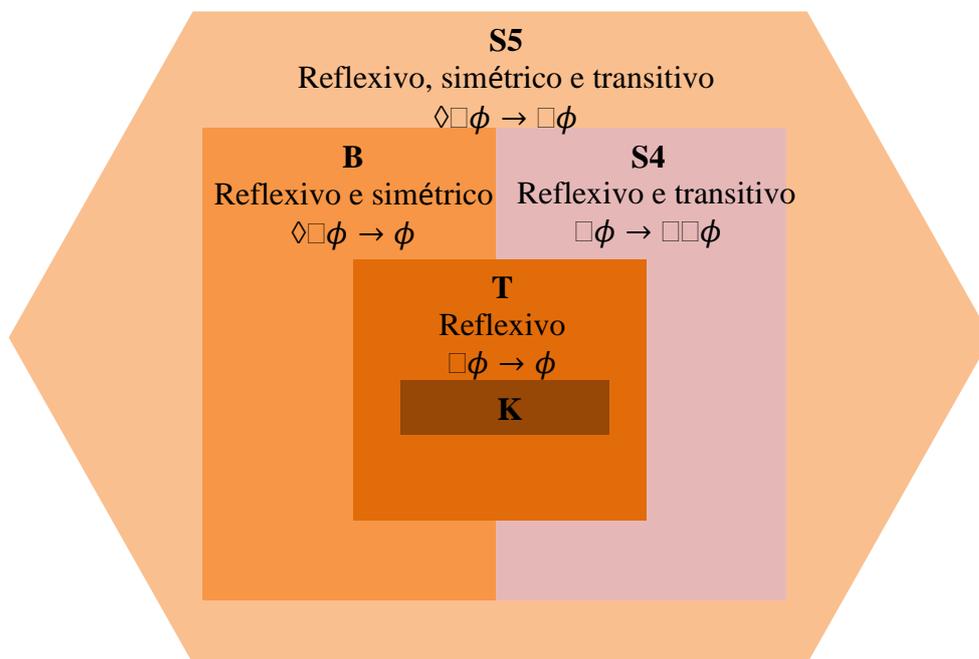
Uma proposição é uma *verdade necessária* em um mundo  $w_1$  se, e somente se, for verdadeira em todos os mundos possíveis acessíveis a partir de  $w_1$ .

E possibilidade (ou verdade possível) terá a seguinte definição:

Uma proposição é *possivelmente verdadeira* em  $w_1$  se, e somente se, for verdadeira em pelo menos um mundo possível acessível a partir  $w_1$ .

Por estas novas definições, devemos qualificar os mundos possíveis, assim, uma proposição pode ser necessária em  $w_1$  e ser falsa em  $w_2$ , desde que  $w_2$  não seja acessível a  $w_1$ .

Há dois modos distintos de diferenciar os sistemas de lógica modal; o primeiro é a forma sintática – feita através dos axiomas que formam o sistema. Alguns sistemas apresentam alguns axiomas que outros não apresentam, assim, podemos diferenciá-los desse modo. O segundo é a forma semântica – feito através de propriedades das relações de acessibilidade entre os mundos possíveis permitidas em cada sistema. As relações de acessibilidade entre os mundos possíveis podem ser simétricas, reflexivas e transitivas. No quadro abaixo temos as duas formas mencionadas de diferenciação.



**Figura 1**

Na **Figura 1**, do ponto de vista sintático, temos a lista dos cinco axiomas que representam princípios característicos relevantes de cada sistema.<sup>7</sup>

Do ponto de vista semântico, podemos diferenciar os sistemas pelas propriedades lógicas das relações de acessibilidade que permitem entre os mundos possíveis. Por exemplo, se estamos em um sistema que a única relação de acessibilidade que permitida entre os mundos possíveis é a *reflexividade*, estamos em *T*. Se é permitida, além da *reflexividade*, a *simetria*,

<sup>7</sup> O sistema *K* tem princípios modais relevantes, destacando por hora  $\Box(\phi \rightarrow \psi) \rightarrow (\Box\phi \rightarrow \Box\psi)$ .

estamos em  $B$ . E assim em diante, conforme o quadro.<sup>8</sup> O quadro apresentado na **Figura 1**. representa também a relação de inclusão entre os sistemas de modo que tudo que é teorema de  $B$  é teorema de  $S5$ , e assim por diante. Vale mencionar que  $B$  e  $S4$  são sistemas independentes, assim há teoremas de  $B$  que não são teoremas de  $S4$  e vice-versa, apesar de todos os teoremas de  $B$  e  $S4$  serem também teoremas de  $S5$ .

$S5$  é o sistema mais forte. Em  $S5$  a relação de acessibilidade é caracterizada pelas três propriedades, assim a relação é ao mesmo tempo: *reflexiva, simétrica e transitiva*. Os sistemas vão enfraquecendo ao passo que vão perdendo uma das propriedades da relação de acessibilidade entre os mundos.  $K$  é o mais fraco dado que a relação de acessibilidade em  $K$  é a mais simples e ele não possui nenhuma das três propriedades. Portanto, em  $K$ , podemos ter uma proposição falsa em um mundo  $w_1$  que é uma verdade necessária nesse mundo, pelo fato de a relação de acessibilidade em  $K$  não ser *reflexiva*,  $w_1$  não tem acesso a si próprio. Desse modo, a inferência ( $\Box p \vdash p$ ) é inválida em  $K$  e válida em todos os outros sistemas. Pelo fato de a relação de acessibilidade de  $S5$  possuir todas as três propriedades mencionadas, a relação de acessibilidade perde a relevância, dado que todos os mundos têm acesso a todos os mundos. Assim, se estivermos em  $S5$ , a definição da necessidade retorna àquela versão mais simples que mencionamos primeiro: uma proposição é uma verdade necessária se, e somente se, é verdadeira em todos os mundos possíveis. Alguns filósofos argumentam que temos motivos para rejeitar essa definição simplificada por acreditarem que  $S5$  é um sistema demasiado forte. As razões que eles usam para justificar esta crença é o que mais nos interessa neste trabalho.

---

<sup>8</sup> Essas ideias serão apresentadas mais calmamente no capítulo 3 desta dissertação.

## 2. Breves Considerações Preliminares

Neste capítulo pretendo apresentar as considerações preliminares que visam tornar claro para o leitor qual o problema que será tratado aqui. Essas considerações foram brevemente enunciadas ainda no primeiro parágrafo da introdução desta dissertação. Explicar em algum detalhe o título deste trabalho – *Será S5 o Sistema de Lógica Modal Correto para Modalidade Metafísica?* – pode ser um bom modo de tentar explicitar o que está em causa aqui.

Iniciemos, pois, pelo mais simples. Está presente no título a expressão ‘o sistema correto’, uma descrição definida que se analisada *à la* Russell é uma expressão de quantificação que diz que existe um e no máximo um sistema que é correto. Portanto, na discussão que se decorre estamos a considerar que há um e apenas um sistema de lógica modal correto para a modalidade metafísica e, além disso, queremos saber, especificamente se esse sistema é S5. Desse modo, este trabalho irá considerar a lógica (de um modo geral) de um ponto de vista bastante específico; há apenas um sistema de lógica modal correto, de modo que, caso haja dois sistemas de lógica modal diferentes, então há apenas três opções disponíveis: i) os dois sistemas são equivalentes; ii) um dos dois sistemas é incorreto; e iii) ambos os sistemas são incorretos. Assim, não pode ser o caso de os dois sistemas serem corretos e não serem equivalentes.

Algo mais complicado e relacionado à descrição definida que acabamos de tratar diz respeito ao termo ‘correto’. Precisamos tentar tornar claro o que está sendo considerado aqui *correto*. Já sabemos que está sendo considerado que há um e apenas um sistema de lógica modal correto para a modalidade metafísica, mas, afinal, o que é ser correto? Correto em que sentido? Temos aqui pelo menos duas posições possíveis: um tipo de relativismo e um realismo. Para o relativista, uma lógica será *correta* se ela lhe serve pragmaticamente, se ela é útil para uma finalidade ou outra que possa lhe interessar, ou se ela é adequada ou não para

aquilo que pretende, ou se ela está ou não adequada a nossa prática dedutiva. Para o realista uma lógica será correta independentemente da sua função pragmática, para ele a lógica correta capta algo de relevante acerca daquilo que pretende formalizar. De modo que se é correta, não é correta apenas para cumprir uma finalidade. É correta porque capta algo de fundamental acerca da estrutura da realidade, no caso da lógica modal, da estrutura modal da realidade. Uma posição similar é defendida explicitamente pelo professor Oswaldo Chateaubriand, como se vê nas seguintes passagens:

Na minha concepção o caráter fundamental da lógica é metafísico, e não linguístico. Eu a vejo como uma teoria ontológica que é parte de uma teoria sobre as características mais gerais e universais da realidade; do ser enquanto ser, como disse Aristóteles. [...] (Chateaubriand, 2007, p. 139)

E ele continua em outra passagem:

A combinação da lógica proposicional com a lógica de predicados deveria ser vista como uma investigação da estrutura geral da realidade, incluindo suas características possíveis e/ou necessárias, uma concepção da estrutura proposicional, uma concepção das relações de verdade entre as proposições e uma concepção de propriedades e operações que são especificamente propriedades e operações lógicas. Isso é, essencialmente, o que entendo por lógica como teoria ontológica. (Chateaubriand, 2007, p. 142)

Chateaubriand claramente pretende defender uma noção ontológica acerca da natureza da lógica que vai à direção daquilo que havia sido mencionado anteriormente.

Uma analogia com a ética pode ser esclarecedora aqui. Padrões morais podem variar fortemente através das culturas mundo afora; uma ação que para uma cultura parece absurdamente imoral, para outra cultura é plenamente aceitável. Por exemplo, enquanto em algumas culturas as mulheres têm sua plena liberdade garantida pelas leis e endossada moralmente, em outras culturas as mulheres têm várias de suas liberdades cerceadas. Assim, a garantia

das liberdades femininas varia segundo padrões éticos diferentes, nalgumas culturas as mulheres têm liberdade plena garantida e noutras as mulheres mal têm direito a ir e vir. De certo modo, há vários tipos de padrões morais variando de cultura a cultura, mas a pergunta acerca de haver ou não *uma moral correta* parece ainda assim uma pergunta legítima. Para um realista acerca da moralidade, há uma moral correta. Ao contrário do relativista, para quem perguntar pela moral correta é algo sem grande importância. Do ponto de vista do último, os padrões morais irão servir a cultura de modo mais ou menos pragmático, de modo que se a sociedade se mantém organizada em torno daqueles padrões morais, eles são corretos. Para o primeiro, algumas ações ainda que amplamente difundidas e completamente aceitáveis para uma cultura, podem ser imorais, dado que para ele há um padrão ético correto que não está subjugado a contingências e particularidades culturais.<sup>9</sup>

Neste trabalho a pergunta acerca do sistema de lógica modal correto para modalidade metafísica deve ser encarada de modo análogo à pergunta sobre a moral correta. E a resposta deve ser mais próxima do realista que do relativista moral.<sup>10</sup> Aqui é considerado, portanto, que um sistema de lógica modal, se correto, capta algo de substancial acerca da modalidade. Assim, a palavra ‘correto’ aqui tem peso ontológico, de modo que a lógica modal correta capta a modalidade real.<sup>11</sup> O leitor mais desconfiado acerca de posições filosóficas mais comprometidas metafisicamente, pode encarar as discussões que serão avançadas neste trabalho condicionalmente (ou a título de discussão) ou pode tentar reler o conteúdo dessas discussões à luz de suas concepções acerca da lógica modal.

---

<sup>9</sup> Analogia semelhante para finalidades ligeiramente diferentes encontra-se em (Beall & van Fraassen, 2003)

<sup>10</sup> Posições intermediárias e/ou mistas sobre o assunto são viáveis, mas penso que as reflexões desenvolvidas aqui são suficientes para deixar claro ao leitor o que está em causa neste trabalho. Em (Beall & van Fraassen, 2003, pp. 3-4) parece haver uma defesa de uma posição mista.

<sup>11</sup> Não é objetivo deste trabalho defender uma posição definitiva acerca da natureza da lógica, antes disso, pretendemos, com estes breves comentários, apenas introduzir o leitor ao contexto no qual a discussão que será avançada aqui ocorre. As discussões acerca do assunto geralmente não são totalmente explícitas e diretas, mas para o leitor interessado no assunto veja (Salmon, 1981), (Salmon, 1989), (Chateaubriand, 2007) e (Shalkowski, 2004), entre outros.

Resolvemos por hora o problema com a descrição definida ‘o sistema correto’, restamos ainda falar brevemente acerca da lógica modal e da modalidade metafísica. Os dois temas serão discutidos novamente mais adiante, agora apenas uma breve exposição será suficiente para fazer compreender o que será tratado nesta dissertação. Por ‘lógica modal’ compreende-se atualmente uma gama de lógicas ou teorias formais que pretendem dar conta de vários tipos de modalidades: modalidades epistêmicas, como crença e conhecimento; modalidades deônticas, como permissibilidade e obrigatoriedade moral; modalidades temporais, eternidade (sempre o caso que) e instantaneidade (por vezes é o caso que); e, entre outras, as modalidades aléticas, como necessidade, possibilidade e contingência. Esses casos, além de outros, são, estritamente falando, modalidades e as lógicas que pretendem tratá-los, são, portanto, lógicas da modalidade ou, mais diretamente, lógicas modais. Porém, comumente, a expressão ‘lógica modal’ é usada para se referir ao conjunto de teorias formais que compõe a lógica para as modalidades aléticas.<sup>12</sup> Para as demais modalidades é usual preferir nomes mais específicos, como, por exemplo, lógica epistêmica; para as modalidades epistêmicas, lógica deôntica; modalidades morais, lógica temporal; modalidades temporais, e assim por diante.<sup>13</sup> Neste trabalho, acompanhando o lugar comum, usamos ‘lógica modal’ para falar da lógica para as modalidades aléticas: necessário, possível e contingente. No que diz respeito às modalidades aléticas, há ainda distinções adicionais. Sempre se pode perguntar: possível em que sentido? Há várias respostas: logicamente possível, fisicamente possível, humanamente possível, conceitualmente possível, quimicamente possível, metafisicamente possível, etc. Veremos essas noções em maior detalhe no [capítulo 4](#) deste trabalho, por hora vale adiantar apenas algumas coisas acerca da modalidade metafísica que mais nos interessa. A modalidade meta-

---

<sup>12</sup> Uso ‘teorias formais’ aqui para apenas me referir de modo mais geral à semântica (por exemplo, semântica dos mundos possíveis), à sintaxe para a lógica modal e outras teorias que possam vir a ser usadas ou criadas para dar conta das modalidades.

<sup>13</sup> Há trabalhos formais muito interessantes que visam construir sistemas de lógica que sejam capazes de formalizar duas ou mais noções modais simultaneamente, esses sistemas chamam-se ‘sistemas multimodais’. Para ver um trabalho desta natureza (Carnielli & Pizzi, 2008).

física é encarada como a modalidade que diz respeito ao que é *realmente* possível ou não. Se algo é metafisicamente possível, então é *realmente possível*. Enquanto, por exemplo, a modalidade lógica admite, por vezes, possibilidades que não são realmente possíveis, como eu me levantar da minha cadeira agora e dar um salto que alcance a lua. No que diz respeito à modalidade lógica, é possível que eu dê esse salto até a lua, porém, essa é uma impossibilidade real (metafísica). Aqui nos interessa particularmente, como o título do trabalho sugere, a modalidade metafísica. Queremos saber se o sistema *S5* de lógica modal representa a modalidade metafísica corretamente e não a modalidade lógica ou outra.

### **3. Linguagem Proposicional Modal**

Neste capítulo será apresentada a parte mais formal desta dissertação com os sistemas de lógica modal que são tratados aqui incluindo a semântica e os sistemas axiomáticos para lógica modal. A estratégia que será utilizada aqui será bastante simples: primeiro, apresento muito rapidamente a semântica e os axiomas da lógica proposicional clássica (*LP*) e em seguida faço a extensão desta lógica para a lógica proposicional modal (*LPM*). Na segunda parte do trabalho será feita a extensão do sistema clássico de lógica proposicional para os cinco sistemas de lógica proposicional modal que nos interessa aqui, sendo que o foco principalmente será o sistema *S5*; o mais relevante para as finalidades desta dissertação.<sup>14</sup>

#### **3.1. Lógica Proposicional**

Nesta seção apresento a lógica proposicional clássica. Desse sistema surgirão como extensão, mais tarde, os sistemas de lógica proposicional modal que serão tratados nesta dissertação.

---

<sup>14</sup> Este capítulo é baseado em (Sider, 2010), pequenas modificações de estilo, preferência e modo de explicação foram feitas à maneira como o autor originalmente apresenta os sistemas que serão tratados aqui.

### 3.1.1. Semântica

Tipicamente, para a construção de um sistema formal, apresenta-se a gramática para a linguagem, neste trabalho será considerada a gramática para *LP* e *LPM* conforme usualmente apresentada em uma linguagem que contém a negação ( $\neg$ ) e a condicional material ( $\rightarrow$ ) como operadores primitivos da linguagem.<sup>15</sup> Estabelecer a gramática de uma linguagem nada mais é que dizer o que conta como uma *fórmula bem formada* na linguagem, para abreviar, *wff*.<sup>16</sup>

Começamos a semântica para lógica proposicional por definir a *função valoração* que irá atribuir valores de verdade (*V* ou *F*) para cada letra proposicional da linguagem para em seguida estender a valoração para todas as fórmulas bem formadas da linguagem.

DEFINIÇÃO DE VALORAÇÃO: Uma *valoração-LP* é uma função interpretação  $\mathcal{I}$  que atribui para cada letra proposicional *V* ou *F*.

A próxima tarefa é definir uma função que atribui, a partir dos valores de verdades das fórmulas atômicas, valores para as fórmulas complexas da linguagem. Assim, a *função valoração* atribuirá valores de verdade, *V* ou *F*, para todas as *wffs-LP*.

DEFINIÇÃO DE VALORAÇÃO: Toda *valoração - LP* é definida como uma função que atribui *V* ou *F* para cada *wff - LP*, e é tal que, para qualquer letra proposicional  $\alpha$  e quaisquer *wffs - LP*  $\phi$  e  $\psi$ .

$$\mathcal{V}_j(\alpha) = \mathcal{I}(\alpha)$$

$$\mathcal{V}_j(\phi \rightarrow \psi) = V \text{ sse ou } \mathcal{V}_j(\phi) = F \text{ ou } \mathcal{V}_j(\psi) = V$$

$$\mathcal{V}_j(\neg \phi) = V \text{ sse } \mathcal{V}_j(\phi) = F$$

---

<sup>15</sup> Para detalhes acerca da gramática da linguagem veja (Sider, 2010, pp. 30-34 e 174).

<sup>16</sup> Sigla da língua inglesa para *well-formed formula*.

Essas definições estendem a semântica para todas as fórmulas complexas de  $LP$ .

O passo seguinte é estender a definição para os demais conectivos:  $\wedge, \vee$  e  $\leftrightarrow$ . Assim, para qualquer *interpretação-LP*  $\mathcal{J}$  e quaisquer *wffs*  $\psi$  e  $\phi$ ,

$$\mathcal{V}_{\mathcal{J}}(\psi \wedge \phi) = V \text{ sse } \mathcal{V}_{\mathcal{J}}(\psi) = V \text{ e } \mathcal{V}_{\mathcal{J}}(\phi) = V$$

$$\mathcal{V}_{\mathcal{J}}(\psi \vee \phi) = V \text{ sse ou } \mathcal{V}_{\mathcal{J}}(\psi) = V \text{ ou } \mathcal{V}_{\mathcal{J}}(\phi) = V$$

$$\mathcal{V}_{\mathcal{J}}(\psi \leftrightarrow \phi) = V \text{ sse } \mathcal{V}_{\mathcal{J}}(\psi) = \mathcal{V}_{\mathcal{J}}(\phi)$$

Para finalizar a abordagem semântica à lógica proposicional, dois conceitos semânticos importantes devem ser definidos: *validade* e *consequência semântica* de  $LP$ .

DEFINIÇÃO DE VALIDADE: uma *wff-LP* é *válida-LP* sse para toda *interpretação-LP*,  $\mathcal{J}$ ,  $\mathcal{V}_{\mathcal{J}}(\phi) = V$ . Simbolicamente, ' $\models_{LP} \phi$ '

As fórmulas válidas da lógica proposicional são chamadas '*tautologias*'.

DEFINIÇÃO DE CONSEQUÊNCIA SEMÂNTICA: uma *wff*  $\phi$  é uma *consequência semântica-LP* de um conjunto de *wffs*  $\Gamma$  sse para toda *interpretação-LP*,  $\mathcal{J}$ , se  $\mathcal{V}_{\mathcal{J}}(\gamma) = V$  para todo  $\gamma \in \Gamma$ , então  $\mathcal{V}_{\mathcal{J}}(\phi) = V$ . Simbolicamente, ' $\Gamma \models_{LP} \phi$ '.

### 3.1.2. Sistema axiomático para $LP$

Nesta seção será construído um sistema axiomático para a lógica proposicional. Um sistema axiomático é tipicamente concebido como um conjunto de regras de inferência e de axiomas.

SISTEMA AXIOMÁTICO PARA  $LP$ :<sup>17</sup>

- *Regra de inferência: modus ponens.*

---

<sup>17</sup> O modo como é apresentado o sistema axiomático a seguir é o mais comum e foi retirado de (Sider, 2010, pp. 57-62).

$$\frac{\phi \rightarrow \psi \quad \phi}{\psi} \text{ MP}$$

- *Axiomas*: o resultado da substituição de qualquer *wff* em  $\phi$ ,  $\psi$  e  $\chi$  em qualquer dos seguintes axiomas esquemas é um axioma:

$$\phi \rightarrow (\psi \rightarrow \phi) \quad (\text{LP1})$$

$$(\phi \rightarrow (\psi \rightarrow \chi)) \rightarrow ((\phi \rightarrow \psi) \rightarrow (\phi \rightarrow \chi)) \quad (\text{LP2})$$

$$(\neg \psi \rightarrow \neg \phi) \rightarrow ((\neg \psi \rightarrow \phi) \rightarrow \psi) \quad (\text{LP3})$$

Uma fórmula é um *teorema de LP* se ela é a última linha de uma prova na qual cada linha é ou LP1, ou LP2, ou LP3 ou segue-se das fórmulas anteriores por *modus ponens*. E uma fórmula é *pode ser provada em LP* a partir de um conjunto  $\Gamma$  de fórmulas se ela está na última linha de uma prova na qual cada linha é ou um membro de  $\Gamma$  ou é LP1, ou LP2 ou, LP3, ou segue-se das linhas anteriores por via de *modus ponens*. É digno de nota que o *teorema da dedução* vale em um sistema com esses axiomas e com *modus ponens*.<sup>18</sup>

Nas seções seguintes será feita a extensão desse sistema para os sistemas de lógica modal proposicional que nos interessa particularmente neste trabalho.

### 3.2. Lógica Proposicional Modal

As seções que se seguem serão as mais importantes neste capítulo, nelas irei apresentar os sistemas de lógica modal que são discutidos neste trabalho. Com isto poderá se ver as diferenças entre os sistemas tanto do ponto de vista axiomático quanto do semântico. Inicialmente apresentarei algumas noções intuitivas preliminares acerca da lógica modal, depois a gramática para a lógica proposicional modal (*LPM*), logo em seguida apresento a semântica para a lógica modal e um sistema axiomático cada sistema. Por fim, algumas características relevantes do sistema *S5* – o mais importante para nossas finalidades – são levadas em conta.

---

<sup>18</sup> Sobre a prova do teorema da dedução veja (Sider, 2010, p. 74).

A lógica modal é a lógica da *necessidade* e da *possibilidade*. Para tanto se deve adicionar a *LP* dois novos operadores lógicos; o operador de *necessidade* ( $\Box$ ) e o operador de *possibilidade* ( $\Diamond$ ). Assim,

$\Box\phi$ : ‘É necessário que  $\phi$ ’ ou ‘Tem que ser o caso que  $\phi$ ’ etc.

$\Diamond\phi$ : ‘É possível que  $\phi$ ’ ou ‘pode ser o caso que  $\phi$ ’ etc.<sup>19</sup>

É usual e bastante esclarecedor traduzir proposições com termos modais para *linguagem dos mundos possíveis*. Assim, na linguagem dos *mundos possíveis*,

‘ $\Box\phi$ ’ é verdadeira sse  $\phi$  é verdadeira em *todos os mundos possíveis*.

‘ $\Diamond\phi$ ’ é verdadeira sse  $\phi$  é verdadeira em *pelo menos um mundo possível*.

Por exemplo, é *necessário que todo objeto azul seja colorido e poderia ter sido o caso que a Terra tivesse duas luas*. Desse modo, em *todos os mundos possíveis todo objeto azul é colorido e há algum mundo possível no qual a Terra tem duas luas*.

Dar uma definição filosófica do que é de fato um mundo possível é uma tarefa bastante complicada e não é o objetivo deste trabalho, mas, caracterizando de um modo geral, mundo possível é um cenário *completo e consistente*. *Consistente* no sentido de não haver mundos possíveis nos quais eu existo e não existo simultaneamente ou onde chove e não chove ao mesmo tempo. *Completo* porque cada mundo possível deve ser uma descrição exaustiva do modo de ser das coisas que não deixa qualquer pequeno detalhe de fora. Obviamente, o *mundo atual* é um mundo possível; é o cenário como as coisas atualmente são, ao contrário do cenário no qual *a Terra tem duas luas*. O último, por sua vez, é um cenário como as coisas poderiam ter sido, mas não são, portanto, é um cenário apenas possível e não atual, dado que atualmente *a Terra tem apenas uma lua*.

---

<sup>19</sup> Há várias expressões no português que em determinados contextos possuem significado modal, todas elas podem ser talvez traduzidas para a linguagem formal que está sendo apresentada aqui.

Os operadores  $\Box$  e  $\Diamond$  podem ser tomados como quantificadores sobre mundos possíveis juntamente com uma relação binária de possibilidade relativamente entre os mundos sobre os quais se quantifica. Nesse caso temos análogos perfeitos para os operadores universal e existencial da lógica clássica quantificada. Assim temos alguma coisa como,

$$\Box\phi \stackrel{\text{def}}{=} \forall_w \mathcal{R}_{ww_0} \phi \text{ obtém (ou é verdadeira) em } w.$$

$$\Diamond\phi \stackrel{\text{def}}{=} \exists_w \mathcal{R}_{ww_0} \phi \text{ obtém (ou é verdadeira) em } w.$$

Quer dizer ‘para todo  $w$  na relação  $\mathcal{R}$  com  $w_0$   $\phi$  obtém em  $w$ ’ e ‘para algum  $w$  na relação  $\mathcal{R}$  com  $w_0$   $\phi$  obtém em  $w$ ’. Essas definições podem ser esclarecedoras acerca do funcionamento da semântica modal. Essa ideia faz com que o valor de verdade de uma proposição modalizada seja relativa a mundos. Assim, avaliamos o valor de verdade de  $\Box\phi$  em  $w_0$ ,  $w_1$ ,  $w_2$  e assim por diante.

### 3.2.1. Semântica dos mundos possíveis

Com recurso à semântica dos mundos possíveis  $\Box\phi$  é verdadeira sse  $\phi$  é verdadeira em todos os mundos possíveis e  $\Diamond\phi$  é verdadeira sse  $\phi$  é verdadeira em pelo menos um mundo possível. Serão desenvolvidos *modelos* que contêm *mundos possíveis* e avaliaremos o valor de verdade de uma proposição  $\phi$  em cada mundo. Assim,  $\phi$  pode ser falsa em um mundo e verdadeira em outro e o valor de verdade de  $\Box\phi$  irá levar em conta o valor de  $\phi$  em todos os mundos. Temos ainda outro complicador, aceitamos  $\Box\phi$  como verdadeira em um mundo sse  $\phi$  é verdadeira em todo mundo possível *acessível* ao mundo em questão. Assim, cada modelo além de levar em conta o valor de verdade da proposição em cada mundo deve considerar também a *relação de acessibilidade* entre os mundos. Essas ideias intuitivas são o que a semântica formal tentará captar.

A *relação de acessibilidade* é uma relação binária,  $\mathcal{R}$ , sobre o conjunto dos mundos possíveis. Assim, dizemos que  $\nu$  é *acessível* de  $w$  quando  $\mathcal{R}_{w\nu}$ . Intuitivamente,  $\mathcal{R}_{w\nu}$  sse  $\nu$  é *possível relativamente* de  $w$ . Com a relação de acessibilidade, portanto, nossos modelos irão admitir que as possibilidades variem de mundo a mundo.

Inicia-se a semântica definindo um modelo para *LPM*:

DEFINIÇÃO DE MODELO: um *modelo-LPM* é uma tripla  $\langle \mathcal{W}, \mathcal{R}, \mathcal{J} \rangle$ , na qual:

- $\mathcal{W}$  é conjunto não-vazio de objetos (mundos possíveis)
- $\mathcal{R}$  é uma relação binária sobre  $\mathcal{W}$ . (relação de acessibilidade)
- $\mathcal{J}$  é uma função que atribui valor de verdade  $V$  ou  $F$  para cada letra proposicional relativa a cada mundo – isto é, para cada letra proposicional  $\alpha$  e para qualquer  $w \in \mathcal{W}$ ,  $\mathcal{J}(\alpha, w)$  é  $V$  ou  $F$ . (função interpretação)

Cada *modelo-LPM* contém um conjunto de mundos possíveis  $\mathcal{W}$  e uma relação de acessibilidade,  $\mathcal{R}$ , sobre estes mundos, assim  $\langle \mathcal{W}, \mathcal{R} \rangle$  é chamado de ‘*estrutura*’ do modelo. Além da estrutura cada *modelo-LPM* terá a função interpretação que irá atribuir valores de verdade para as letras proposicionais em cada mundo possível.

A função interpretação mais a estrutura determinam o valor de verdade de todas as letras proposicionais da linguagem, o valor de verdade de todas as *wffs-LPM* é determinado pela função valoração:

DEFINIÇÃO DE VALORAÇÃO: Sendo  $\mathcal{M} = \langle \mathcal{W}, \mathcal{R}, \mathcal{J} \rangle$  qualquer *modelo-LPM*, a *valoração* para  $\mathcal{M}$ ,  $\mathcal{V}_{\mathcal{M}}$ , é definida como uma função que atribui  $V$  ou  $F$  para cada *wff* relativa a cada membro de  $\mathcal{W}$ , sujeito às seguintes restrições, onde  $\alpha$  é qualquer letra proposicional,  $\phi$  e  $\psi$  são quaisquer *wffs* e  $w$  é qualquer membro de  $\mathcal{W}$ :

$$\mathcal{V}_{\mathcal{M}}(\alpha, w) = \mathcal{J}(\alpha, w)$$

$$\mathcal{V}_{\mathcal{M}}(\phi \rightarrow \psi, \omega) = V \text{ sse ou } \mathcal{V}_{\mathcal{M}}(\phi, \omega) = F \text{ ou } \mathcal{V}_{\mathcal{M}}(\psi, \omega) = V$$

$$\mathcal{V}_{\mathcal{M}}(\neg \phi, \omega) = V \text{ sse } \mathcal{V}_{\mathcal{M}}(\phi, \omega) = F$$

$$\mathcal{V}_{\mathcal{M}}(\Box \phi, \omega) = V \text{ sse para todo } \nu \in \mathcal{W}, \text{ se } \mathcal{R}_{\omega\nu}, \text{ então } \mathcal{V}_{\mathcal{M}}(\phi, \nu) = V$$

Para os demais conectivos  $\wedge, \vee, \leftrightarrow$  e  $\diamond$  podemos dar as seguintes definições:

$$\mathcal{V}_{\mathcal{M}}(\psi \wedge \phi, \omega) = V \text{ sse } \mathcal{V}_{\mathcal{M}}(\psi, \omega) = V \text{ e } \mathcal{V}_{\mathcal{M}}(\phi, \omega) = V$$

$$\mathcal{V}_{\mathcal{M}}(\psi \vee \phi, \omega) = V \text{ sse ou } \mathcal{V}_{\mathcal{M}}(\psi, \omega) = V \text{ ou } \mathcal{V}_{\mathcal{M}}(\phi, \omega) = V$$

$$\mathcal{V}_{\mathcal{M}}(\psi \leftrightarrow \phi, \omega) = V \text{ sse } \mathcal{V}_{\mathcal{M}}(\psi, \omega) = \mathcal{V}_{\mathcal{M}}(\phi, \omega)$$

$$\mathcal{V}_{\mathcal{M}}(\diamond \phi, \omega) = V \text{ sse para algum } \nu \in \mathcal{W}, \mathcal{R}_{\omega\nu} \text{ e } \mathcal{V}_{\mathcal{M}}(\phi, \nu) = V$$

Assim, tem-se a definição de *valoração* para todos os conectivos da linguagem. Foi construída uma noção genérica de modelo para *LPM*, agora há condições de construir modelos para os diferentes sistemas de lógica modal. Como dito em várias passagens os sistemas que nos interessam aqui são *K*, *T*, *B*, *S4* e *S5*, sendo *S5* o mais importante. Agora será definido o que conta como modelo para cada sistema. Como resultado disso, algumas fórmulas serão válidas nalguns sistemas e inválidas noutros. Os modelos para os diferentes sistemas serão definidos conforme as propriedades formais da *relação de acessibilidade* para cada sistema. Desse modo, um *modelo-T* será qualquer *modelo-LPM* em que a relação de acessibilidade é *reflexiva*. Podemos definir a noção geral assim:

**DEFINIÇÃO DE MODELO PARA UM SISTEMA:** Um *modelo-S*, para qualquer um dos sistemas *S* (sendo *S* ou *K*, *T*, *B*, *S4* ou *S5*), é definido como um *modelo-LPM*  $\langle \mathcal{W}, \mathcal{R}, \mathcal{J} \rangle$  em que a *relação de acessibilidade*  $\mathcal{R}$  tem as características dadas para o sistema *S* conforme o quadro abaixo:

**Tabela 1**

<i>Sistema</i>	<i>Relação de acessibilidade tem que ser</i>
<i>K</i>	Sem restrição
<i>T</i>	Reflexiva (em $\mathcal{W}$ )
<i>B</i>	Reflexiva (em $\mathcal{W}$ ) e simétrica
<i>S4</i>	Reflexiva (em $\mathcal{W}$ ) e transitiva
<i>S5</i>	Reflexiva (em $\mathcal{W}$ ), simétrica e transitiva.

Assim, todo *modelo-LPM* é um *modelo-K* enquanto para os demais sistemas características adicionais são exigidas. O próximo passo será definir *validade* e *consequência semântica* em *LPM*.

DEFINIÇÃO DE VALIDADE EM UM MODELO-LPM: Uma *wff-LPM*  $\phi$  é válida em um *modelo-LPM*  $\mathcal{M} = \langle \mathcal{W}, \mathcal{R}, \mathcal{J} \rangle$  sse para todo  $w \in \mathcal{W}$ ,  $\mathcal{V}_{\mathcal{M}}(\phi, w) = V$ .

DEFINIÇÃO DE VALIDADE E CONSEQUÊNCIA SEMÂNTICA:

- Uma *wff-LPM* é válida num sistema *S* sse for válida em todo *modelo-S*.
- Uma fórmula  $\phi$  é uma *consequência semântica* no sistema *S* de um conjunto de *wffs-LPM*  $\Gamma$  sse para todo *modelo-S*  $\langle \mathcal{W}, \mathcal{R}, \mathcal{J} \rangle$  e para cada  $w \in \mathcal{W}$ , se  $\mathcal{V}_{\mathcal{M}}(\gamma, w) = V$  para todo  $\gamma \in \Gamma$ , então  $\mathcal{V}_{\mathcal{M}}(\phi, w) = V$ .

A título de exemplo, considere a seguir uma prova semântica em *T* de  $\models_T (\diamond \Box(p \rightarrow q) \wedge \Box p) \rightarrow \diamond q$ . Tome-se  $w$  como qualquer mundo em um *modelo-T*  $\mathcal{M}$ . Deve-se mostrar, portanto, que  $\mathcal{V}_{\mathcal{M}}((\diamond \Box(p \rightarrow q) \wedge \Box p) \rightarrow \diamond q, w) = V$ .

- i) Suponha para redução ao absurdo que  $\mathcal{V}_{\mathcal{M}}((\diamond \Box(p \rightarrow q) \wedge \Box p) \rightarrow \diamond q, w) = F$ .
- ii) Assim,  $\mathcal{V}_{\mathcal{M}}(\diamond \Box(p \rightarrow q) \wedge \Box p, w) = V$  e ...
- iii)  $\mathcal{V}_{\mathcal{M}}(\diamond q, w) = F$ . Desse modo,  $q$  é falsa em todo mundo possível acessível de  $w$ .
- iv) De ii),  $\diamond \Box(p \rightarrow q)$  é verdadeira em  $w$ , e portanto,  $\mathcal{V}_{\mathcal{M}}(\Box(p \rightarrow q), v) = V$  para algum mundo possível  $v$  tal que  $\mathcal{R}_{wv}$ .
- v) De ii)  $\mathcal{V}_{\mathcal{M}}(\Box p, w) = V$ . Portanto, pelas condições de verdade de  $\Box$ ,  $p$  é verdadeira em todo mundo acessível de  $w$ ; como  $\mathcal{R}_{wv}$ , segue-se que  $\mathcal{V}_{\mathcal{M}}(p, v) = V$ . Mas, por iii)  $\mathcal{V}_{\mathcal{M}}(q, v) = F$ . Portanto,  $\mathcal{V}_{\mathcal{M}}(p \rightarrow q) = F$ .
- vi) De iv),  $(p \rightarrow q)$  é verdadeira em todo mundo possível acessível de  $v$ ; sendo  $\mathcal{M}$  um *modelo-T*,  $\mathcal{R}$  é reflexiva, ou seja  $\mathcal{R}_{vv}$ ; assim,  $\mathcal{V}_{\mathcal{M}}((p \rightarrow q), v) = V$ , contradizendo v)<sup>20</sup>.

Para a construção dessa prova foi usado um *modelo-T*, no qual a relação de acessibilidade,  $\mathcal{R}$ , é reflexiva, ou seja  $\mathcal{R}_{vv}$ , desse modo foi construída uma prova em  $T$ . O fato de a relação de acessibilidade ser reflexiva é o que faz com que a prova seja uma prova em  $T$  e não seja uma prova em  $K$ , dado que em  $K$  a relação de acessibilidade não é reflexiva, e ao mesmo tempo seja uma prova em  $B$ ,  $S4$  e  $S5$ , dado que além da reflexividade esses sistemas apresentam restrições adicionais, no caso de  $B$ ; simetria, no caso de  $S4$ ; transitividade, e no caso de  $S5$ ; tanto transitividade quanto simetria.

---

<sup>20</sup> Existem vários métodos de provas semânticas diferentes e provavelmente mais fáceis que a usada nesta prova, mas como não é objetivo deste trabalho introduzir o leitor a todos os métodos nem mesmo a um deles em especial, uso a prova anterior como exemplo para fazer entender que do ponto de vista semântico os sistemas de lógica modal diferem no que diz respeito às *propriedades da relação de acessibilidade*. Na prova do exemplo,  $\models_T (\diamond \Box(p \rightarrow q) \wedge \Box p) \rightarrow \diamond q$ , recorreremos à *reflexividade* na construção do modelo, o que faz do nosso modelo um *modelo-T* e torna o nossa prova uma prova em  $T$ . Sendo uma prova em  $T$  é também uma prova em  $B$ ,  $S4$  e  $S5$ , mas não uma prova em  $K$ . De modo que, se uma dada fórmula é *válida-T*, é *válida-B-S4-S5*. Para um método semântico de prova mais simples veja (Sider, 2010, pp. 187-203).

### 3.2.2. Sistema axiomático para *LPM*

A apresentação dos sistemas axiomáticos de lógica proposicional modal (*LPM*) será bastante similar ao trabalho feito na seção [3.1.2.](#) na qual foi apresentado um sistema axiomático para (*LP*). Basicamente, irei apresentar os axiomas e regras de inferência que compõem cada sistema; a diferença fundamental é que aqui, ao contrário do que foi feito para *LP*, serão apresentados cinco sistemas; *K*, *T*, *B*, *S4* e *S5*. Desse modo, apresentarei separadamente os axiomas e regras de inferência de cada um deles, partindo de *K* (o mais fraco) até *S5* (o mais forte).

Os sistemas axiomáticos se caracterizam pelos axiomas e regras de inferência que compõem o sistema. Todos os sistemas modais têm as mesmas regras de inferência; *modus ponens* e *necessitação*.

- Regras de inferência: *modus ponens* e *necessitação*<sup>21</sup>.

$$\frac{\phi \rightarrow \psi \quad \phi}{\psi} MP \qquad \frac{\phi}{\Box\phi} NEC$$

Com respeito aos axiomas, cada sistema irá apresentar um conjunto específico de axiomas formado a partir da lista abaixo:

Axiomas: o resultado da substituição de qualquer *wff-LPM* em  $\phi$ ,  $\psi$  e  $\chi$  em qualquer dos seguintes axiomas esquemas é um axioma:

---

<sup>21</sup> A regra (NEC) pode soar estranha. Afinal parece ir contra uma das intuições modais mais básicas, a dizer, que a inferência da necessidade de uma proposição a partir da verdade desta proposição é uma falácia modal. Mas, ao olhar mais de perto, não é essa intuição modal que (NEC) representa, mas sim outra talvez igualmente importante, a dizer, que toda verdade lógica é uma verdade necessária. Por essas razões deve-se restringir a aplicação de (NEC) às provas de teoremas sem premissas casos como  $\vdash_K \phi$  nos quais  $\phi$  é um teorema, nesses casos pode-se afirmar que  $\Box\phi$  é um teorema com base em  $\phi$ . (NEC) não se aplica na derivação de  $\phi$  de um conjunto de fórmulas  $\Gamma$  (premissas), nesses casos a inferência  $\Box\phi$  não está autorizada a pena de infringir a nossa primeira intuição modal mencionada. Assim, consegue-se introduzir no sistema formal duas intuições modais importantes sem permitir falácias.

$$\begin{aligned} \phi &\rightarrow (\psi \rightarrow \phi) && \text{(LP1)} \\ (\phi \rightarrow (\psi \rightarrow \chi)) &\rightarrow ((\phi \rightarrow \psi) \rightarrow (\phi \rightarrow \chi)) && \text{(LP2)} \\ (\neg \psi \rightarrow \neg \phi) &\rightarrow ((\neg \psi \rightarrow \phi) \rightarrow \psi) && \text{(LP3)} \\ \Box(\phi \rightarrow \psi) &\rightarrow (\Box\phi \rightarrow \Box\psi) && \text{(K)} \\ \Box\phi &\rightarrow \phi && \text{(T)} \\ \Diamond\Box\phi &\rightarrow \phi && \text{(B)} \\ \Box\phi &\rightarrow \Box\Box\phi && \text{(S4)} \\ \Diamond\Box\phi &\rightarrow \Box\phi && \text{(S5)} \end{aligned}$$

### 3.2.2.1. Os sistemas $K$ , $T$ , $B$ , $S4$

SISTEMA AXIOMÁTICO  $K$ :

- *Regras de inferência: Modus ponens, necessitação.*
- *Axiomas: LP1, LP2, LP3, (K).*

(K) pode ser substituído por um análogo ( $K\Diamond$ ).

$$\Box(\phi \rightarrow \psi) \rightarrow (\Diamond\phi \rightarrow \Diamond\psi) \quad \text{(K}\Diamond\text{)}$$

$K$  é um sistema demasiado fraco para os interesses filosóficos, dado que em  $K$  não temos meios de provar que se uma determinada fórmula é verdadeira, segue-se que essa fórmula é possível. Assim, mesmo a *Terra tendo atualmente apenas uma lua*, em  $K$ , não se segue que é possível que *Terra tenha apenas uma lua*. Do mesmo modo, não temos condições de provar que da necessidade de uma determinada fórmula, segue-se que essa fórmula é verdadeira, assim *Deus necessariamente existe*, em  $K$ , pode ser verdadeira enquanto *Deus existe* pode ser falsa. As provas mencionadas só podem ser obtidas em sistemas mais fortes que  $K$ .

SISTEMA AXIOMÁTICO  $T$ :

- *Regras de inferência: Modus ponens, necessitação.*
- *Axiomas: LP1, LP2, LP3, (K) e, (T).*

Recorrendo a (T) prova-se que de uma fórmula  $\Box\phi$  segue-se  $\phi$ . Com (T) temos condições de provar que *se Deus necessariamente existe, então Deus existe*. Por essa razão um sistema de lógica modal alética para os interesses filosóficos deve ser pelo menos tão forte quanto  $T$ .

( $T\Diamond$ ) pode substituir (T):

$$\phi \rightarrow \Diamond\phi \quad (T\Diamond)$$

SISTEMA AXIOMÁTICO  $B$ :

- *Regras de inferência: modus ponens, necessitação.*
- *Axiomas: LP1, LP2, LP3, (T), (B).*

O sistema  $B$  é uma extensão de  $T$  e, portanto, uma extensão de  $K$ . ( $B\Diamond$ ) pode substituir (B).

$$\phi \rightarrow \Diamond\Box\phi \quad (B\Diamond)$$

O SISTEMA AXIOMÁTICO  $S4$ :

O sistema  $S4$  é um modo alternativo de formalizar a interação de operadores modais.

- *Regras de inferência: modus ponens.*
- *Axiomas: LP1, LP2, LP3, (T), (S4).*

$S4$  e  $B$  são extensões de  $T$ , mas são sistemas independentes. Portanto, há teoremas que se provam em  $B$  que não se provam em  $S4$  e há teoremas que se prova em  $S4$  e que não se provam em  $B$ .

$$\diamond\diamond\phi \rightarrow \diamond\phi \tag{S4\(\diamond\)}$$

(S4 $\diamond$ ) pode substituir (S4).

### 3.2.3. O sistema $S5$

O último sistema é  $S5$ .  $S5$  é o sistema mais forte de todos e é o sistema que mais nos interessa neste trabalho. Portanto, será o sistema para o qual será dada maior atenção. Nesta seção além de tratar do sistema axiomático de  $S5$ , como foi feito com os sistemas anteriores, será apresentada mais calmamente algumas características interessantes desse sistema que talvez seja o que motiva muitos filósofos a tomar  $S5$  como o sistema correto para as modalidades aléticas.

O SISTEMA AXIOMÁTICO  $S5$ :

- *Regras de inferência: modus ponens, necessitação.*
- *Axiomas: LP1, LP2, LP3, (T), (S5).*

Pode-se substituir (S5) por (S5 $\diamond$ ).

$$\diamond\phi \rightarrow \square\diamond\phi \tag{S5\(\diamond\)}$$

Aos axiomas de  $S5$  não foram adicionados nem o axioma de  $B$  nem o axioma de  $S4$  (obtemos  $S5$  diretamente de  $T$  pela adição apenas do axioma esquema (S5) porém, todas as suas instâncias são teoremas de  $S5$ , desse modo podemos lançar mão de qualquer um dos axiomas de  $B$  e  $S4$  na construção de provas em  $S5$ .

### 3.2.3.1. Considerações acerca de S5

Aqui apresento algumas características adicionais de S5 que são relevantes.

Uma primeira característica sintática de S5 que deve ser mencionada é a chamada ‘redução modal’. Explicando a ideia de modo informal, em S5 pode-se reduzir qualquer fórmula com uma sequência de vários operadores modais reiterados a apenas o último operador. Por exemplo, a fórmula  $\Box\Diamond\Box\Diamond\Box\phi \rightarrow \Box\phi$  é um teorema de S5. Assim, da fórmula com vários operadores modais segue-se a fórmula com apenas um operador modal. Essa ideia é representada formalmente pelo *teorema da redução modal para S5*: onde  $\mathcal{O}_1 \dots \mathcal{O}_n$  são operadores modais e  $\phi$  é uma wff-LPM, assim:

$$\vdash_{S5} \mathcal{O}_1 \dots \mathcal{O}_n \phi \leftrightarrow \mathcal{O}_n \phi$$

Essa é uma vantagem técnica relevante de S5, dado que torna o trabalho formal muito mais simples e pode evitar a confusão intuitiva inicial acerca da reiteração de operadores modais. Por exemplo, enquanto parece difícil ter uma intuição acerca da proposição *Deus necessariamente existe*, parece humanamente impossível ter alguma intuição acerca de *é necessário que seja possível que seja necessário que seja possível que Deus necessariamente exista*. Se aceitarmos S5, uma proposição com reiteração de vários operadores modais como a última é reduzida para *Deus necessariamente existe* que já é suficientemente complicada para o trato filosófico. Seguindo essa ideia, todas as fórmulas a seguir são teoremas de S5:

$$\Diamond\Box\phi \leftrightarrow \Box\phi$$

$$\Box\Box\phi \leftrightarrow \Box\phi$$

$$\Box\Diamond\phi \leftrightarrow \Diamond\phi$$

$$\Diamond\Diamond\phi \leftrightarrow \Diamond\phi$$

É fácil ver que todas essas fórmulas são teoremas de S5, basta pensar nos axiomas dos sistemas que foram apresentados aqui. No primeiro caso, por exemplo, da esquerda para di-

reita é (S5) e da direita para esquerda é (T $\Diamond$ ). Fica a cargo do leitor o pequeno exercício mental de ver de onde vêm as outras fórmulas e como se tem uma linha de prova do teorema da redução com base nesse raciocínio<sup>22</sup>.

Algo similar ao que acaba de ser apresentado ocorre do ponto vista semântico. Semanticamente, a *relação de acessibilidade* em S5 perde, em certo sentido, a relevância. Em S5 todos os mundos têm acesso a todos os mundos ou todos os mundos são possíveis relativamente a todos os mundos. Desse modo, se as leis naturais atuais são necessárias, então elas são verdadeiras em todos os mundos possíveis sem exceção; dado que o mundo atual, em S5, tem acesso a todos os mundos possíveis. Assim, a definição que foi apresentada na seção 3.2. em termos de quantificação sobre mundos possíveis pode ser simplificada do seguinte modo:

$$\Box\phi \stackrel{\text{def}}{=} \forall_w \phi \text{ obtém (ou é verdadeira) em } w.$$

$$\Diamond\phi \stackrel{\text{def}}{=} \exists_w \phi \text{ obtém (ou é verdadeira) em } w.$$

nessas definições, como podemos ver, não aparece a relação de acessibilidade. Mostrar porque isso ocorre não é uma tarefa complicada. Suponhamos três mundos possíveis  $w_0$ ,  $w_1$  e  $w_2$  que pertencem a  $\mathcal{W}$ . Partindo de um *modelo-K* com relações arbitrariamente distribuídas de modo que para qualquer relação entre mundos adicionada ao modelo ou é redundante (já está posta) ou transforma o modelo em um modelo para um sistema mais forte que  $K$ , de modo que o modelo apresente o maior número possível de relações entre mundos para um *modelo-K* (a mesma ideia vale para modelos para os sistemas mais fortes). Portanto, teremos as seguintes relações de acessibilidade:

$$\mathcal{R}: \{\langle w_0, w_1 \rangle, \langle w_1, w_2 \rangle\}$$

Passando para um modelo reflexivo, um *modelo-T*, relação passa a:

$$\mathcal{R}: \{\langle w_0, w_1 \rangle, \langle w_1, w_2 \rangle, \langle w_0, w_0 \rangle, \langle w_1, w_1 \rangle, \langle w_2, w_2 \rangle\}$$

---

<sup>22</sup> Para alguns detalhes sobre o assunto, veja (Sider, 2010, p. 221).

Em um modelo simétrico, uma *modelo-B*:

$$\mathcal{R}: \{\langle w_0, w_1 \rangle, \langle w_1, w_2 \rangle, \langle w_0, w_0 \rangle, \langle w_1, w_1 \rangle, \langle w_2, w_2 \rangle, \langle w_1, w_0 \rangle, \langle w_2, w_1 \rangle\}$$

Por fim, num modelo reflexivo, simétrico e transitivo, uma *modelo-S5*:

$$\mathcal{R}: \left\{ \langle w_0, w_1 \rangle, \langle w_1, w_2 \rangle, \langle w_0, w_0 \rangle, \langle w_1, w_1 \rangle, \langle w_2, w_2 \rangle, \langle w_1, w_0 \rangle, \langle w_2, w_1 \rangle, \langle w_1, w_2 \rangle, \right. \\ \left. \langle w_2, w_1 \rangle \right\}$$

Nesse estágio, todos os mundos têm acesso a todos os mundos. Se tomarmos como exemplo uma instância de (S5), por exemplo,  $\diamond p \rightarrow \Box \diamond p$ , se  $\diamond p$  é verdadeira em  $w_0$ , então  $p$  é verdadeira em algum mundo, suponhamos  $w_1$ , acessível a  $w_0$ . Mas, se  $p$  é verdadeira em  $w_1$  e  $w_1$  tem acesso a todos os outros mundos e todos os outros mundos têm acesso a  $w_1$  – como é o caso em um *modelo-S5* – segue-se que  $p$  é possível com relação a todos os mundos, ou seja, segue-se que  $p$  é necessariamente possível.

Seguindo a mesma ideia, vejamos de modo mais preciso uma prova semântica de uma instância do axioma esquema de S5. Para tanto, devemos mostrar que instâncias de (S5) são válidas para todo *modelo-S5*; modelo *transitivo* e *simétrico*. Tome-se  $w$  como qualquer mundo em um *modelo-S5*  $\mathcal{M}$ . Deve-se mostrar, portanto,  $\models_{S5} \mathcal{V}_{\mathcal{M}}(\diamond p \rightarrow \Box \diamond p, w) = V$ .

- i) Suponha para redução ao absurdo que  $\mathcal{V}_{\mathcal{M}}(\diamond p \rightarrow \Box \diamond p, w) = F$ .
- ii) Assim,  $\mathcal{V}_{\mathcal{M}}(\diamond p, w) = V$  e ...
- iii)  $\mathcal{V}_{\mathcal{M}}(\Box \diamond p, w) = F$ .
- iv) De iii), há um mundo possível  $v$  tal que  $\mathcal{R}_{wv}$  e  $\mathcal{V}_{\mathcal{M}}(\diamond p, v) = F$ . Sendo  $\mathcal{M}$  um *modelo-S5*,  $\mathcal{R}$  é simétrica, ou seja,  $\mathcal{R}_{vw}$ .
- v) Por ii) há um mundo possível  $r$  tal que  $\mathcal{R}_{wr}$  e  $\mathcal{V}_{\mathcal{M}}(p, r) = V$ .
- vi) Sendo  $\mathcal{M}$  um *modelo-S5*,  $\mathcal{R}$  é transitiva, portanto,  $\mathcal{R}_{vr}$ . Por iv)  $p$  é falsa para todo mundo acessível a  $v$ . Assim,  $\mathcal{V}_{\mathcal{M}}(p, r) = F$ , o que contradiz v).

Assim, demonstramos semanticamente que o axioma de *S5* é válido apenas em um modelo *transitivo* e *simétrico*.<sup>23</sup>

Para finalizar, vale mencionar que há provas meta-teóricas acerca dos sistemas semânticos e axiomáticos que foram apresentados; eles são *corretos* e *completos* uns em relação aos outros. De modo que toda fórmula válida em *S5* é um teorema de *S5* e todo teorema de *S5* é válido em *S5*. Generalizando, todo *teorema-S* (*K*, *T*, *B*, *S4* ou *S5*) é *válido-S* (*correção*) e toda fórmula *válida-S* é um *teorema-S* (*completude*).

#### **4. Tipos de Modalidades**

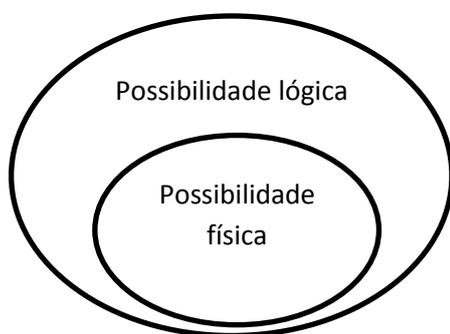
Neste capítulo traço considerações de natureza filosófica acerca das modalidades. Aqui irei apresentar várias noções de modalidade alética e a diferença entre elas. Veremos a noção de modalidade lógica estrita, modalidade analítica ou lógica em sentido amplo, a modalidade física, e, por fim, a modalidade metafísica. Vale lembrar que este trabalho quer saber fundamentalmente se o sistema *S5* de lógica modal (proposicional) é ou não o sistema correto para a modalidade metafísica, nesse sentido, ainda que possamos considerar *S5* o sistema correto para outra modalidade (por exemplo, modalidade lógica), podemos rejeitá-lo sem risco de contradição como sistema correto para a modalidade metafísica. Desse modo, este capítulo tem por objetivo não a defesa de uma posição acerca da disputa metafísica entre essencialista/antiessencialista, antes disso, nos interessa aqui explorar o terreno conceitual da discussão de modo a conduzir o leitor a uma compreensão dessa disputa suficiente para as finalidades desta dissertação.

A relação de acessibilidade foi introduzida na semântica modal para dar conta das modalidades estritas. Formalmente a modalidade física é um tipo restrito de modalidade lógica, ou seja, os mundos fisicamente possíveis são um subconjunto de um conjunto mais abrangente.

---

<sup>23</sup> Provas semelhantes podem ser construídas para cada sistema.

te que os engloba; o conjunto dos mundos logicamente possível. Assim, há mundos logicamente possíveis inacessíveis de alguns mundos fisicamente possíveis. Mundos possíveis com objetos que viajem mais depressa que a luz, por exemplo, são mundos que estão fora do conjunto de mundos fisicamente possíveis, apesar de serem membros do conjunto dos mundos logicamente possíveis. Assim, temos uma relação de inclusão entre mundos logicamente possíveis e mundos fisicamente possíveis, conforme figura abaixo:

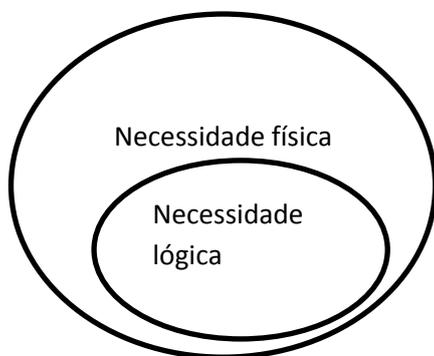


**Figura 2**

Para essa estrutura de inclusão novas fronteiras são usualmente adicionadas; aos mundos logicamente possíveis adicionam-se algumas vezes restrições a torná-los mundos analiticamente possíveis ou mundos logicamente possíveis em sentido amplo. Por exemplo, mundos que são logicamente possíveis (num sentido estrito) como, por exemplo, os mundos com casados solteiros, não são mundos analiticamente possíveis. Assim, os mundos analiticamente possíveis são também um subconjunto do conjunto dos mundos logicamente possíveis. Os mundos fisicamente possíveis continuam sendo uma restrição aos mundos analiticamente possíveis, assim como aos mundos logicamente possíveis. Para a discussão aqui, podemos considerar – a título de simplificação – os mundos analiticamente possíveis como o conjunto mais amplo dos mundos possíveis ou o conjunto mais amplo das possibilidades. Desse modo, quando falamos em mundos logicamente possíveis estamos pensando nos mundos analítica-

mente possíveis.<sup>24</sup> De modo similar, podemos chamar aqui de ‘mundos fisicamente possíveis’, além dos mundos compatíveis com as leis da física, aos mundos compatíveis com outras leis da natureza; química, biologia e etc. Esses mundos são, por vezes, chamados ‘nomologicamente possíveis’ e englobam todas as possibilidades compatíveis com o conjunto das leis naturais. Assim, as expressões ‘mundo nomologicamente possível’ e ‘mundo fisicamente possível’ podem, para as finalidades deste trabalho, ser consideradas sinônimas. Desse modo, os mundos fisicamente possíveis (ou nomologicamente possíveis) formam um subconjunto do conjunto dos mundos analiticamente possíveis.

O raciocínio invertido aqui vale para a necessidade. Assim, a necessidade lógica é um subconjunto da necessidade física. De modo que tudo que é logicamente necessário é fisicamente necessário, mas a recíproca não é verdadeira. A relação de inclusão para a necessidade, portanto, funciona segundo o gráfico da figura abaixo:



**Figura 3**

Além dos dois casos que acabamos de tratar – modalidade lógica e modalidade física – há um caso mais problemático e que nos interessa particularmente aqui; a modalidade metafísica. Logo à partida já temos uma dificuldade: como enquadrar a modalidade metafísica no

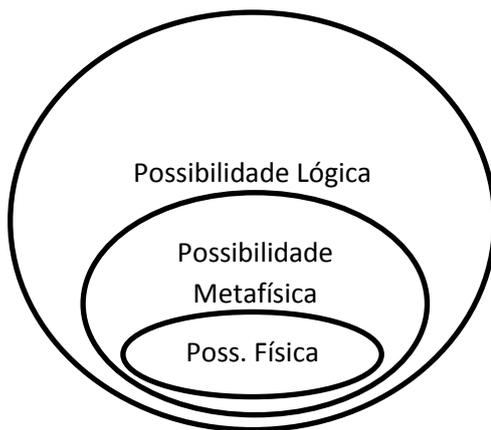
---

<sup>24</sup> Para as finalidades deste trabalho a distinção entre *modalidade lógica estrita* e *modalidade lógica em sentido amplo (ou analítica)* não desempenha papel importante, porém há contextos nos quais essa distinção pode ter papel substancial na disputa entre essencialistas e antiessencialistas. Para um exemplo disso, considere a discussão acerca da *modalidade absoluta* entre Shalkowski e Bob Hale em (Shalkowski, 2004) e (Hale, 1996).

gráfico da figura apresentada? A resposta para essa pergunta irá depender da força do essencialismo metafísico que se pretende defender. Outro problema é que não temos com relação à modalidade metafísica caminho tão livre para apresentar definições em termos de leis. Por exemplo, para a possibilidade lógica e para a possibilidade física temos definições relativamente simples e diretas em termos de leis; uma proposição é uma possibilidade lógica se, e só se, não contradiz as leis da lógica. Uma proposição é uma possibilidade física se, e só se, não contradiz as leis da natureza. Uma definição do tipo para a possibilidade metafísica é algo bastante estranho do tipo; uma proposição é uma possibilidade metafísica se, e só se, não contradiz uma lei metafísica. Mas afinal, o que é lei metafísica? Provavelmente não teremos uma resposta incontroversa para tal pergunta. Assim, uma definição para a modalidade metafísica em termos de leis, no mínimo não tem um caminho tão aberto quanto para os outros tipos de modalidades. Apesar, dessas dificuldades iniciais, é bastante comum entre os filósofos aceitar a modalidade metafísica ainda que não disponhamos de definições diretas e explícitas em termos de condições necessárias e suficientes. Mesmo aqueles que rejeitam a modalidade metafísica (antiessencialistas), aceitam discutir o tema mais ou menos nos mesmos termos da discussão comum. Pela falta de uma definição explícita amplamente aceita, muitas vezes a noção de modalidade metafísica é explicada com recurso a exemplos paradigmáticos. Os mais comuns exemplos de necessidade metafísica são, entre outros, proposições do tipo: i) *A água é necessariamente H<sub>2</sub>O*. Afirmção de propriedades essenciais de tipos naturais. ii) *Todo tigre é necessariamente um felino*. Inclusão específica em gênero, família e etc. mais abrangente. iii) *Kripke tem necessariamente os pais que atual possui*. Afirmção da necessidade da origem de indivíduos. Para os essencialistas, esses tipos de proposições captam princípios metafísicos modais substanciais e afirmam coisas relevantes acerca das entidades envolvidas. Assim, apesar de não termos apresentado aqui propostas de definições explícitas

para a noção de modalidade metafísica, indiretamente, via casos paradigmáticos, apresentamos uma noção razoavelmente clara daquilo que os filósofos modalistas têm em mente.

Como dito anteriormente, o tipo de gráfico que inclui a modalidade metafísica vai depender da força do essencialismo metafísico que se pretende defender. Vejamos o caso mais comum de essencialismo primeiro. O essencialista comum vai afirmar que as leis naturais podem ser metafisicamente contingentes, ou seja, vai dizer que há mundos metafisicamente possíveis nos quais as leis naturais atuais não obtêm. Assim, apesar de não haver mundos fisicamente possíveis com objetos que viajem mais rápido que a luz, há mundos metafisicamente possíveis com tais objetos. Esse tipo de essencialismo é representado pela figura a seguir:



**Figura 4**

Esse tipo de essencialismo vai defender também que há necessidades físicas que não são necessidades metafísicas. Assim, o conjunto das necessidades físicas será o mais abrangente conjunto das necessidades.

Esse tipo de essencialismo mais comum é o endossado por Nathan Salmon como se vê explicitamente na seguinte passagem:

A noção metafísica de possibilidade restringe a noção lógica de possibilidade, de maneira exatamente análoga em que a noção de *lei natural* envolvida na noção de necessidade nomológica restringe a noção de possibilidade metafísica. Precisamente como a possibilidade nomológica é um tipo especial de possibilidade metafísica, a possibilidade metafísica é um tipo especial de possibilidade lógica. (Salmon, 1989)<sup>25</sup>

Há ainda um tipo de essencialismo mais forte que irá defender que todas as possibilidades físicas são possibilidades metafísicas e que todas as necessidades físicas são necessidades metafísicas. Esse tipo de essencialismo coincide, no gráfico apresentado, com o âmbito das modalidades físicas e metafísicas.<sup>26</sup> Desse modo, as leis naturais ocorrem em todos os mundos metafisicamente possíveis.<sup>27</sup>

Uma posição (anti) essencialista ainda mais forte – e bastante implausível – diz que o âmbito da modalidade metafísica coincide com o da modalidade lógica. Assim, todos os mundos logicamente possíveis são mundos metafisicamente possíveis. Aqui duas noções diferentes podem ser adotadas: ou se enfraquece bastante a noção de mundo metafisicamente possível dizendo que todo mundo logicamente possível é um mundo metafisicamente possível. Assim, com a noção usual de mundo logicamente possível como mundo consistente, conta-se como mundos metafisicamente possíveis mundos com objetos que viajam mais depressa que a luz – essa é a posição tipicamente antiessencialista. Ou faz-se o inverso enfraquecendo a noção de mundo logicamente possível dizendo que não há mundos logicamente possíveis que não são mundos metafisicamente possíveis. Assim, restringe-se significativamente o conjunto de mundos possíveis a coincidir com o conjunto dos mundos metafisicamente possíveis. Esse tipo de posição obrigará a uma redefinição do que conta como mundo logicamente possível, obviamente a definição usual será demasiadamente permissiva para esse tipo de essencialismo mais forte.

---

<sup>25</sup> Tradução de minha responsabilidade.

<sup>26</sup> Esta ideia é defendida amplamente em (Murcho, 2002)

<sup>27</sup> Um dos contraexemplos importantes que veremos adiante irá tentar forçar nossas intuições acerca da necessidade das leis naturais.

Há ainda uma posição possível mais forte que vai considerar algumas verdades lógicas contingentes e, nesse caso, o conjunto das necessidades metafísicas pode vir a ser um subconjunto mais restrito do conjunto das necessidades lógicas. Essa posição bastante estranha, precisa de uma forte defesa e motivações filosóficas substanciais. Um exemplo de defesa é, de fato, a posição defendida por Descartes no seu voluntarismo. Segundo essa posição, as verdades lógicas atuais foram criadas por Deus e Deus, no uso de seu poder e liberdade, poderia ter criado, ao invés dessas verdades lógicas, outras bastante diferentes. Desse modo, as verdades lógicas atuais, apesar de verdadeiras, são meramente metafisicamente contingentes.

Discussões acerca dos tipos de essencialismo e antiessencialismo apresentados estão completamente em aberto e fogem muito ao empreendimento deste trabalho defender uma posição ou outra sobre o assunto. Porém, a discussão que ocorre acerca do tema deste trabalho, apesar de poder talvez ser relida sob algumas das posições consideradas, é feita sob a suposição de que a primeira posição essencialista apresentada, o essencialismo comum, é a posição correta acerca do assunto. Assim, a posição que estará sendo pressuposta como pano de fundo o tempo todo ao longo das discussões dos contraexemplos ao sistema *S5* de lógica modal (proposicional) é a posição que chamei de ‘essencialismo comum’, posição que inclusive é explicitamente endossada por Nathan Salmon, como visto na citação na passagem anterior. Apesar disso, não quero desencorajar o leitor a pensar se os contraexemplos funcionam ou não caso adotemos outra posição daquelas mencionadas, ao contrário, penso que esse pode ser um exercício mental poderoso para se compreender bem o que está em causa neste trabalho e, ao mesmo tempo, o que está em disputa na discussão essencialismo/antiessencialismo metafísico.

## 5. Objeções a S5

Neste capítulo (e no próximo) apresento a parte mais positiva deste trabalho. Apresento quatro das que penso que são as objeções mais fortes ao lugar comum de que S5 é o sistema de lógica modal adequado para a modalidade metafísica. Todas as objeções serão apresentadas em forma de contraexemplos a S5 e por vezes são contraexemplos contra S4, sistema mais fraco que S5. As objeções serão, portanto, como as chamo, o caso da caneca, o argumento ontológico modal, a necessidade das leis naturais e, por fim, o caso Woody. Depois de apresentados e explicados cada um dos contraexemplos, passo a discutir as possíveis vias de respostas em defesa de S5. Poderemos ver que, para que cada contraexemplo apresentado funcione, várias posições metafísicas e lógicas são pressupostas e que aceitá-las ou não depende em grande parte de uma posição filosófica mais geral do leitor.

### 5.1. O Caso da Caneca

O ‘caso da caneca’, como vou chamar este contraexemplo, é provavelmente o mais simples de se compreender e, ao mesmo tempo, o mais ingênuo do ponto de vista de comprometimento teórico dos contraexemplos que passo a apresentar a partir de agora. Este caso trata-se de um experimento mental no qual vamos analisar algumas possibilidades com respeito a uma caneca de porcelana (daí, o nome ‘caso da caneca’). Neste contraexemplo vamos ter a oportunidade de analisar o comportamento modal de uma propriedade relevante da caneca de porcelana.

Pois bem, pensemos em uma frágil caneca de porcelana no mundo atual, podemos chamá-la ‘Lua’. Lua, dentre várias propriedades que instancia no mundo atual, apresenta, certamente, a propriedade de ser *quebrável*. Se deixada cair, há boas chances de que ela venha a se despedaçar. Provavelmente o leitor teve a oportunidade de desajeitadamente deixar ir

ao chão uma caneca de porcelana semelhante a Lua, que veio se quebrar em inúmeros pedaços. Suponhamos, assim, um leitor hipotético, ‘Borat’, conhecido entre os amigos por ser uma pessoa particularmente desastrada. E, suponhamos ainda outro leitor hipotético, ‘Dimitri’, um famoso cientista com trabalhos relevantes acerca da resistência dos materiais e que, assim como Borat, é uma pessoa bastante desastrada. Pois bem, pensemos agora na propriedade de Lua que fiz questão de destacar, a dizer, a propriedade de ser *quebrável*. Um modo de interpretar essa propriedade é encará-la como uma propriedade modal de Lua, ou seja, a frase ‘Lua é quebrável’ é sinônima de ‘Lua *pode* ser quebrada’ que por sua vez é sinônima de ‘Lua se quebra em *algum mundo possível*’. Desse modo interpretamos a propriedade de *ser quebrável* como uma propriedade modal de Lua. Suponhamos agora um mundo possível,  $w_1$ , alternativo ao mundo atual,  $w_0$ , onde Lua e Borat coexistem. E, por coincidência, Borat é o proprietário de Lua em  $w_1$ . Não é de modo algum extravagante, portanto, supor que  $w_1$  é o famigerado mundo possível no qual Lua se quebra. Nesse caso,  $w_1$  é um mundo possível acessível a  $w_0$  dado que, de fato, Lua se quebra em  $w_1$ . Suponhamos agora outro mundo possível,  $w_2$ , também alternativo ao mundo atual e diferente de  $w_1$ , agora Lua, para seu desespero, é propriedade de Dimitri. Dimitri, ao longo de sua existência em  $w_2$ , em inúmeras oportunidades teve o azar de deixar a sua caneca cair em seu laboratório, confirmando a sua fama de desastrado. Porém, afortunadamente para Lua, Dimitri desenvolve uma técnica que faz com determinados materiais tornem-se *inquebráveis*. Analisando a propriedade de *ser inquebrável* de maneira exatamente análoga a análise que fizemos de quebrável, ‘*inquebrável*’ é o mesmo que ‘*impossível de ser quebrado*’ ou ‘*não há mundos possíveis onde está quebrado*’. Dimitri, imediatamente após descobrir a técnica e fazer alguns testes, a aplica em Lua, tornando-a inquebrável. Ou seja, em  $w_2$ , Lua, ao contrário do mundo atual, tem a propriedade de ser inquebrável, portanto, não há mundos possíveis acessíveis a partir de  $w_2$  onde Lua se quebra. Desse modo,  $w_1$ , o mundo onde Lua tem o infortúnio de pertencer a Borat,

não é um mundo possível relativamente a  $w_2$ . Nesse caso, tanto  $w_1$  quanto  $w_2$  são mundos possíveis relativamente ao mundo atual, ainda que  $w_1$  não seja possível relativamente ao mundo possível  $w_2$ .

Em um modelo para este caso, a relação de acessibilidade não pode ser nem transitiva nem simétrica. Não pode ser simétrica porque apesar de  $w_1$  poder ter acesso a  $w_2$ ,  $w_2$  não tem acesso a  $w_1$ , dado que em  $w_1$  Lua se quebra. E a relação de acessibilidade não pode ser transitiva porque no cenário onde  $w_2$  tem acesso a  $w_0$  e  $w_0$  tem acesso a  $w_1$ ,  $w_2$  não tem acesso a  $w_1$ . Desse modo, sem simetria e sem transitividade, nos resta apenas a reflexividade, portanto, o sistema mais forte que devemos aceitar caso este contraexemplo funcione é o sistema  $T$ . Assim, se o contraexemplo estiver correto,  $S5$  é um sistema de lógica modal demasiado forte para a modalidade metafísica.

## 5.2. O Argumento Modal Ontológico (AMO)

Talvez o argumento modal ontológico seja o caso mais evidente do sucesso da aplicação dos desenvolvimentos recentes da lógica e da metafísica contemporânea aos problemas tradicionais da filosofia. A clareza e sofisticação que os desenvolvimentos técnicos do último século trouxeram às discussões do problema são incontestáveis e poderemos agora ver brevemente alguns detalhes do *estado da arte* da discussão.

### 5.2.1. Versão de Anselmo

O famoso argumento ontológico foi apresentado pela primeira vez ainda no século XI, por volta do ano 1077, por Santo Anselmo de Aosta (1033-1109) em seu *Proslógio* (1973) e desde então tem ocupado o pensamento de muitos filósofos. Na filosofia moderna, por exemplo, pelo fato de se tratar de um argumento *a priori*, o argumento ontológico teve grande aceitação e várias reformulações por parte dos chamados ‘racionalistas’ e, pela mesma razão,

foi praticamente desprezado pelos empiristas. O próprio David Hume (1992) em seu *Diálogos Sobre a Religião Natural* – texto no qual discute em algum pormenor várias versões de argumentos de natureza *a posteriori* a favor da existência Deus e outras questões relacionados à filosofia da religião –, apenas menciona de passagem e em tom irônico o argumento ontológico, afirmando que *relações de ideias* não podem provar *questões de fato*; dado que para Hume, a existência de Deus é uma questão de fato semelhante à existência de Sócrates. Por outro lado, René Descartes (1983), por exemplo, em seu livro *Meditações*, apresenta uma versão do argumento ontológico para provar a existência de Deus. Mesmo Immanuel Kant não pôde manter-se em silêncio sobre o assunto e a apresenta talvez uma das objeções mais importantes ao argumento na sua versão original.

A versão original do famoso argumento ontológico apresentado por Anselmo é a que segue:

Cremos, pois, com firmeza, que tu és um ser do qual não é possível pensar nada maior. [...] Na verdade, ter a ideia de um objeto qualquer na inteligência, e compreender que existe realmente, são coisas distintas. Um pintor, por exemplo, ao imaginar a obra que vai fazer, sem dúvida, a possui em sua inteligência; porém, nada compreende da existência real da mesma, porque ainda não a executou. Quando, ao contrário, a tiver pintado, não a possuirá apenas na mente, mas também lhe compreenderá a existência, porque já a executou.[...] Mas "o ser do qual não é possível pensar nada maior" não pode existir somente na inteligência. Se, pois, existisse apenas na inteligência, poder-se-ia pensar que há outro ser existente também na realidade; e que seria maior. Se, portanto, "o ser do qual não é possível pensar nada maior" existisse somente na inteligência, este mesmo ser, do qual não se pode pensar nada maior, tornar-se-ia o ser do qual é possível, ao contrário, pensar algo maior: o que, certamente, é absurdo. Logo, "o ser do qual não se pode pensar nada maior" existe, sem dúvida, na inteligência e na realidade. (Anselmo, 1973, pp. 107-109)

Podemos parafrasear o argumento original de Anselmo para vocabulário como o argumento é discutido contemporaneamente. Desse modo, teremos o seguinte: tomemos a palavra

‘Deus’ como abreviação da expressão complexa ‘ser maior do que o qual nenhum outro é concebível’.

1. Deus existe apenas no entendimento.
2. A existência na realidade é maior que a existência no entendimento.
3. Se Deus existisse apenas no entendimento, haveria um ser concebível maior que Deus; a dizer, o Deus que existiria tanto na realidade quanto no entendimento.
4. Deste modo, haveria um ser concebível maior que o ser do qual nenhum outro ser maior é concebível.
5. Portanto, Deus não existe apenas no entendimento.
6. Logo, Deus existe tanto no entendimento quanto na realidade.

Nessa versão nada de especial é adicionado ao argumento original, apenas colocamos as premissas e conclusão ordenadas de modo a explicitar o argumento. Além disso, trocamos a palavra ‘inteligência’ por ‘entendimento’ e a expressão ‘pode ser pensado’ por ‘concebível’.<sup>28</sup>

### 5.2.2. Objeções à primeira versão

À versão original do argumento apresentada por Anselmo, Gaulino, um monge seu contemporâneo, apresenta uma famosa paródia na qual pretende provar a existência da *ilha maior do que a qual nenhuma outra pode existir*, seguindo analogamente os mesmos passos apresentados na prova original. A essa objeção Anselmo responde argumentando que *ser*

---

<sup>28</sup> Para discussão detalhada do argumento original de Santo Anselmo, veja (Rowe, 2007) capítulo sobre o argumento ontológico.

*maior do que nenhum outro ser pode ser* é uma propriedade que apenas Deus pode ter e que, portanto, a analogia com ilha não funciona.<sup>29</sup>

Adicionalmente à famosa objeção de Gaulino, (Kant, 1991) apresenta na *Crítica da Razão Pura* uma objeção que talvez tenha se tornado o mais influente ataque ao argumento ontológico. Brevemente, a estratégia de Kant, como sugere (Rowe, 2007), é tentar mostrar que o argumento ontológico pressupõe equivocadamente que a *existência* é um predicado comum como *brancura*. Segundo Kant, *existência* tem características especiais (não é um predicado) e um argumento que pressupõe tratar-se de um predicado comum, tende a fracassar. Se compararmos em exemplos, a ideia tornar-se-á mais clara. Suponhamos a proposição *a casa é branca*; a propriedade *ser branca* comparada à propriedade *existe em a casa existe* mostra as diferenças que há entre a *existência* e outras propriedades comuns como *ser branco*. A primeira é condição para a última, ou seja, quando se predica a um objeto *brancura*, por exemplo, em *a casa é branca*, pressupõe-se que tal objeto *existe*. Nesse caso, se *existência* for um predicado, ao afirmar coisas do tipo *dragões não existem*, estaríamos a pressupor a sua existência, para, em seguida, negá-la. Afirmando, portanto, uma contradição. Desse modo, *existência* tem características especiais que são ignoradas no argumento ontológico.<sup>30</sup>

### 5.2.3. Versão Modal Ontológica

Ao longo do século passado, com os desenvolvimentos da lógica modal e os avanços nas discussões em torno do argumento ontológico, várias versões modais surgiram, mas sem dúvida a mais influente é a versão apresentada por Alvin Plantinga (1974) em seu livro *The Nature of Necessity*. Nesse livro, além de apresentar o argumento modal ontológico (AMO) (o

---

<sup>29</sup> Resposta mais convincente para a paródia de Gaulino e que segue a mesma linha da resposta de Anselmo é apresentada por (Plantinga, 1974) em *The Nature of Necessity*. Para uma resposta à Plantinga em defesa de Gaulino, ver (Garreth, 2013) em artigo recente publicado pela *Analysis*.

<sup>30</sup> (Plantinga, 1974) sugere uma interpretação desta objeção e parece acomodá-la na sua versão do argumento. p. 211. Apesar de ter dito em passagem anterior que a objeção kantiana pode apresentar problemas. p. 196. Para uma discussão acerca da objeção de Kant ao argumento ontológico, veja Rowe (2007) capítulo sobre o argumento ontológico.

acontece apenas no último capítulo), Plantinga desenvolve uma teoria metafísica modal independente da sua defesa do argumento ontológico. Parte importante desta teoria é a defesa da tese segundo a qual *todo mundo possível é essencialmente possível*, ou, posto de modo mais preciso com recurso à semântica modal, *todo mundo possível é acessível a todo mundo possível*.<sup>31</sup> Aceitar essa tese significa aceitar S5.<sup>32</sup> Veremos aqui (AMO) como uma objeção ao sistema S5 de lógica modal (proposicional) ou como uma possibilidade de saída ateia adicional a (AMO), nesse caso rejeita-se S5 para bloquear (AMO).

A estratégia de Plantinga no desenvolvimento do seu argumento é dialeticamente apresentar várias versões modais e mostrar as dificuldades que cada uma delas possui até chegar à versão que ele chama de '*versão modal vitoriosa*' do argumento ontológico.<sup>33</sup> Aqui veremos apenas essa versão final do argumento que estou chamando de '(AMO)'

O argumento de Plantinga apresenta algumas modificações e sofisticções se comparado às versões anteriores e, portanto, alguns conceitos, definições e postulados devem ser apresentados de modo preliminar.

### 5.2.3.1. Propriedades mundo-indexadas

A primeira noção que devemos ter em mente é a de *propriedades mundo-indexadas*. *Propriedades mundo-indexadas* são, como o nome sugere, aquelas propriedades indexadas a mundos e objetos. A propriedade de Sócrates *ser ateniense* é uma propriedade contingente (ou acidental) de Sócrates, Sócrates é ateniense, mas poderia, muito bem, não tê-lo sido, caso tivesse nascido no Egito, por exemplo. Desse modo, há mundos possíveis, onde Sócrates não

---

<sup>31</sup> A defesa de (Plantinga, 1974) desta tese – todo mundo possível é acessível a todo mundo possível – não é particularmente interessante; é feita explicitamente em apenas uma seção muito rápida e sem uma discussão detalhada. (Plantinga, 1974, pp. 51-54)

<sup>32</sup> Vale lembrar que Plantinga não tem em mente a *necessidade metafísica* em sua defesa de S5, antes disso, ele afirma explicitamente que S5 é o sistema para a *necessidade lógica em sentido amplo* (*broadly logical necessity*).

<sup>33</sup> (Plantinga, 1974, pp. 213-217)

é ateniense, mas, antes disso, é egípcio. Além das suas *propriedades contingentes*, Sócrates tem *propriedades essenciais*, são aquelas propriedades que Sócrates exemplifica e não poderia deixar de exemplificar, ou seja, são aquelas propriedades que Sócrates exemplifica em todos os mundos possíveis nos quais existe. As *propriedades mundo-indexadas*, por sua vez, são, para Plantinga, um tipo especial de *propriedades essenciais*; são, por exemplo, a propriedade de Sócrates *ser ateniense no mundo atual*, essa propriedade, indexada ao mundo atual e a Sócrates, é tal que Sócrates não poderia deixar de tê-la, sendo, portanto, uma propriedade essencial de Sócrates, apesar de a propriedade *ser ateniense* ser meramente contingente a Sócrates. As *propriedades mundo-indexadas*, generalizando, têm a forma *ser P em w*, onde *P* representa uma propriedade e *w* um mundo possível, assim *x é P em w*, é a forma geral de, por exemplo, *Sócrates é ateniense no mundo atual*. Desse modo, mesmo que *P* seja *contingente* a *x*, a propriedade mundo-indexada *x é P em w* será uma *propriedade essencial* de *x*.

#### 5.2.3.2. Essência

A segunda noção que temos de dar alguma atenção é a noção de *essência* que é usada no argumento. Sócrates tem, como acabamos de ver, algumas *propriedades acidentais*, por exemplo, a propriedade de *ser grego*, e outras *propriedades essenciais*, por exemplo, a propriedade de *ser humano*. A *essência* de Sócrates é aquela propriedade (ou conjunto delas) que o diferencia de tudo o mais que há, além de ser essencial a ele; ou seja, trata-se daquela (s) propriedade (s) que Sócrates exemplifica (sempre que existe) e que nenhum outro objeto, além de Sócrates, exemplifica. Ou, inversamente, são aquelas propriedades que para qualquer objeto ser Sócrates tem que apresentar e nenhum outro objeto pode apresentá-las sem ser Sócrates. Podemos generalizar e definir explicitamente essa noção com recurso à semântica modal do modo que se segue:

(D) *E* é uma *essência* se, e só se, há um mundo *W* no qual existe um objeto *x* que (1) tem *E* essencialmente, e (2) é tal que não há um mundo *W\** no qual existe um objeto distinto de *x* que tem *E*. (Plantinga, 1974, p. 72)

A primeira parte da conjunção na definição dá conta da ideia de que *essência* não pode envolver *propriedades acidentais* e a segunda parte garante que não haja dois objetos com a mesma *essência*.

### 5.2.3.3. O argumento<sup>34</sup>

Inicialmente devemos fazer uma distinção entre *excelência máxima* e *grandeza máxima*. A primeira depende apenas das propriedades de um determinado ser em um mundo particular enquanto a última, além das propriedades do ser em um mundo, depende do comportamento modal das suas propriedades, ou seja, depende de outros mundos possíveis. Assim, o caso limite de *grandeza máxima* é um ser que tem *excelência máxima* em um mundo *W* e em todos os outros mundos possíveis.

Postas estas considerações, o argumento é o que segue:

- 1) A propriedade *ter grandeza máxima* implica a propriedade *ter excelência máxima em todo mundo possível*.
- 2) *Excelência máxima* implica *onisciência, onipotência e perfeição moral*.
- 3) *Grandeza máxima* possivelmente está exemplificada.

Mas para qualquer propriedade *P*, se *P* possivelmente está exemplificada, então há um mundo *W* e uma *essência E* tal que *E* está exemplificada em *W*, e *E* implica *ter P em W*. Assim,

---

<sup>34</sup> As linhas que se seguem aparecem em (Plantinga, 1974, pp. 214-216).

- 4) Há um mundo  $W^*$  e uma essência  $E^*$  tal que  $E^*$  está exemplificada em  $W^*$  e  $E^*$  implica *ter grandeza máxima em  $W^*$* .

Se  $W^*$  fosse atual,  $E^*$  estaria exemplificada por um objeto que tem grandeza máxima e, portanto, tem (por 1) excelência máxima em todos os mundos possíveis. Portanto, se  $W^*$  fosse atual,  $E^*$  estaria exemplificada por um ser que, para todo mundo possível  $W$ , teria a propriedade de *ter excelência máxima em  $W$* . E como toda propriedade mundo-indexada de um objeto é implicada pela sua essência, se  $W^*$  fosse atual,  $E^*$  implicaria, para todo mundo possível  $W$ , a propriedade *ter excelência máxima em  $W$* . O que, por sua vez, implicaria a propriedade *ter excelência máxima em todo mundo possível*. Isto é, se  $W^*$  fosse atual, a proposição

- 5) Para qualquer objeto  $x$ , se  $x$  exemplifica  $E^*$ , então  $x$  exemplifica a propriedade *ter excelência máxima em todo mundo possível*.

poderia ter sido necessariamente verdadeira. Mas, se estamos em  $S5$ , o que é necessariamente verdadeiro não varia de mundo a mundo. Portanto, 5) é necessária em todo mundo possível. Assim,

- 6)  $E^*$  implica a propriedade *ter excelência máxima em todo mundo possível*.

Um ser tem uma propriedade em um mundo  $W$  apenas se ele existe naquele mundo. Assim,  $E^*$  implica a propriedade *existe em todo mundo possível*.  $E^*$  está exemplificada em  $W^*$ .

Portanto, se  $W^*$  fosse atual,  $E^*$  seria exemplificada por algo que existe e a exemplifica em todo mundo possível. Desse modo,

- 7) Se  $W^*$  fosse atual, poderia ter sido impossível que  $E^*$  falhasse em estar exemplificada.

Mas, novamente se estamos em  $S5$ , o que é impossível não varia de mundo a mundo, portanto, é *de fato* impossível que  $E^*$  falhe em estar exemplificada. Assim,  $E^*$  está exemplificada; desse modo,

- 8) Há um ser que *tem excelência máxima* em todo mundo possível.

Ou seja, atualmente há um ser que é onisciente, onipotente e moralmente perfeito. Além disso, existe e tem essas propriedades em todos os mundos possíveis. Este ser é Deus.

Como pudemos ver, (*AMO*) utiliza-se basicamente de três premissas, a primeira, que grandeza máxima implica excelência máxima em todos os mundos possíveis, a segunda, excelência máxima implica as perfeições tipicamente atribuídas a Deus, e, por último, a grandeza máxima pode estar exemplificada. Além das distinções que tivemos oportunidade de ver brevemente.

O argumento corre recorrendo em dois momentos à ideia de que o que é necessário (ou impossível) não varia de mundo a mundo; ideia que é válida apenas no sistema  $S5$  de lógica modal (proposicional). Nesses termos, o ateu (ou simplesmente alguém que não aceita este tipo de prova da existência de Deus) que se vê incapaz de refutar o argumento mostrando que a conclusão não se segue das premissas ou que pelo menos uma das premissas é falsa tem ainda a possibilidade de bloquear um dos passos do argumento, rejeitando o princípio de  $S5$ .

Desse modo, sem uma boa razão independente para aceitação do princípio de  $S5$ , (AMO) pode, para um ateu, ser encarado como uma objeção ou contraexemplo, ao sistema  $S5$ .

### 5.3. A Necessidade das Leis Naturais

Nesta seção apresento o terceiro caso que pode levar dificuldades à aceitação de  $S5$  como sistema de lógica modal correto para a modalidade metafísica. Esse contraexemplo diz respeito a uma análise modal de uma concepção do que vem a ser as leis naturais, nomeadamente, a concepção que considera as leis naturais se verdadeiras, necessariamente verdadeiras. Tipicamente conhecida como *concepção necessitarista das leis naturais*. Os argumentos que apresento a seguir são influenciados por uma breve passagem em (Salmon, 1989).

Pois bem, nesse caso, como o nome sugere, devemos supor, a título de discussão, que as leis da natureza atuais não sejam meras generalizações acidentais, mas que sejam, de fato, necessárias ou ocorram em todos os mundos possíveis. Para tanto, devemos pensar nas leis da natureza atuais, ou seja, leis da natureza que são verdadeiras no mundo atual ( $w_0$ ) – a *invariância da velocidade luz*, por exemplo – como verdadeiras em todos os outros mundos possíveis, afinal isto que quer dizer ser necessária. Assim, basta ‘olhar’ do ponto de vista do mundo atual para todos os mundos possíveis acessíveis a partir dele e checar se em todos esses mundos ocorrem lá as mesmas leis naturais que ocorrem no mundo atual – se lá ocorrem, além das leis da invariância da velocidade luz, todas as demais leis da natureza de  $w_0$ . Agora, suponhamos um mundo possível alternativo,  $w_1$ , onde ocorrem as todas as mesmas leis naturais do mundo atual (ou seja,  $w_1$  é possível relativamente a  $w_0$ ), porém, a estrutura interna de  $w_1$  é de tal modo diferente de  $w_0$  que as leis da natureza de  $w_0$  em  $w_1$  são meras generalizações acidentais e, além disso, há em  $w_1$  algumas generalizações que nem mesmo ocorrem em  $w_0$  e outras que são falsas em  $w_0$  e são leis naturais em  $w_1$ . Portanto, se as leis da natureza de  $w_0$  são meras generalizações acidentais em  $w_1$ , então há mundos possíveis acessíveis

veis a  $w_1 - w_0$ , obviamente, não é um deles – com leis da natureza diferentes daquelas que ocorrem em  $w_1$  (e, portanto, de  $w_0$ ). Se esse raciocínio funcionar, apesar das leis da natureza de  $w_0$  serem necessárias, não são necessariamente necessárias. Assim, a relação de acessibilidade não é transitiva e falha o princípio de *S4* e, portanto, devemos adotar *B* ou talvez *T* como sistema adequado. Nesse mesmo cenário podemos formular um contraexemplo também à simetria; basta pensar em uma proposição  $p$  que é verdadeira em  $w_0$  e, ao mesmo tempo, viola as leis naturais de  $w_1$ . Assim, há pelo menos um mundo possível acessível de  $w_0$  onde  $p$  é necessariamente falsa. Nesse caso, temos um cenário no qual falha a conversa do princípio característico de *B* e a relação de acessibilidade não é transitiva nem simétrica, desse modo até mesmo *B* é um sistema demasiado forte.

#### 5.4. O Caso Woody

Hugh S. Chandler (1976) e Nathan Salmon (1989) argumentaram de modo bastante lúcido e original que podemos ter boas razões para rejeitar a transitividade da relação de acessibilidade e, portanto, rejeitar *S5*. O ‘caso Woody’, como chamo, é uma versão do contraexemplo em que Salmon apela a duas noções: a necessidade da origem, ideia defendida por Kripke (1980) e largamente aceita entre os filósofos, e a suposta *vagueza* na expressão “ser feito de” quando aplicada a artefatos materiais e analisada em contextos modais. A intuição de base é que um determinado artefato material poderia ter sido feito de matéria ligeiramente, mas não completamente, diferente daquela que foi atualmente feito e, ainda assim, manteria a sua identidade numérica. De modo simplificado, o argumento é o seguinte: no mundo atual uma determinada mesa de madeira, digamos, “Woody”, foi feita de um determinado pedaço de madeira  $m$ . Em um mundo  $w_1$  Woody foi feita de um pedaço de madeira ligeiramente diferente  $m'$  – a diferença entre  $m$  e  $m'$  pode ser de apenas um átomo. Segundo Salmon, intuitivamente diríamos que a mesa feita de  $m'$  é Woody. Porém, se passarmos para um mundo  $w_2$ ,

onde a mesa foi feita de  $m''$  e onde a mesa se assemelha muito com a mesa de  $w_1$ , e depois para o mundo  $w_3$ , onde a mesa é feita  $m'''$  e assim por diante até chegarmos a uma mesa, no mundo  $w_n$ , muito semelhante à mesa de  $w_{n-1}$ , que por sua vez, é muito semelhante à mesa em  $w_{n-2}$ , mas é completamente diferente de Woody. Assim, apesar de ser necessário que Woody seja Woody, não é necessariamente necessário que Woody seja Woody. Se o contra-exemplo funcionar, quebramos a transitividade e, portanto, teríamos motivos para abandonar  $S5$  a favor de um sistema mais fraco.<sup>35</sup>

O seguinte diagrama ilustra essa situação:

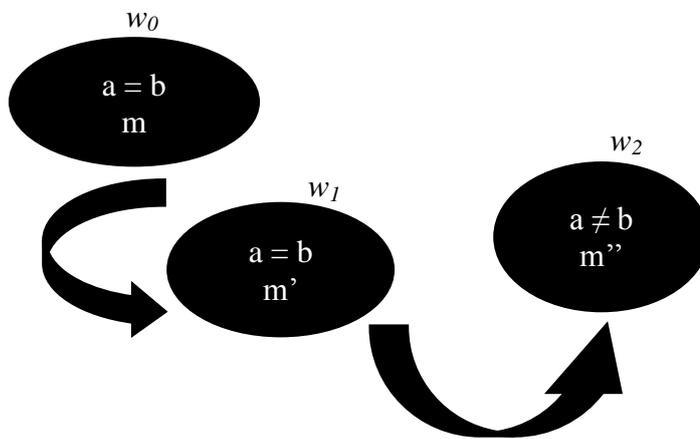


Figura 5

Na **Figura 5**, podemos ver que  $w_1$  é o único mundo possível acessível a partir do mundo atual  $w_0$ , então  $(a = b)$  é uma verdade necessária no mundo atual, mesmo que seja falsa em  $w_2$ . Dado que  $w_2$ , apesar de ser acessível a  $w_1$ , não é acessível ao mundo atual. Assim quebramos a transitividade e, portanto, não aceitamos  $S5$ .

Como vimos no quadro da **Figura 1**, (e no capítulo 4), a propriedade da transitividade da relação de acessibilidade está presente no sistema  $S5$ . Se encontrarmos um contraexemplo

<sup>35</sup> Salmon apresenta inúmeros outros argumentos a favor da sua ideia, mas, talvez, o caso Woody seja o exemplo mais iluminante de sua ideia.

onde a transitividade não funciona, temos razões suficientes para por em causa os sistemas que permitem a transitividade.

Se voltarmos ao diagrama da Figura 5., podemos detectar que a proposição  $\Box(a = b)$  é verdadeira no mundo atual, dado que de todos os mundos acessíveis a partir do mundo atual  $(a = b)$  é verdadeira. Porém, a proposição  $\Box\Box(a = b)$  é falsa no mundo atual, dado que há pelo menos um mundo possível acessível a partir de um mundo possível acessível a partir do mundo atual, onde  $(a = b)$  é falso.

## 6. Respostas

Neste capítulo, o sexto e último desta dissertação, eu apresento as vias possíveis de resposta às objeções discutidas no capítulo anterior. Passaremos por todas as objeções apresentadas no capítulo anterior uma a uma analisando-as criticamente em busca de vias razoáveis para rejeitá-las. Vale mencionar que não é o objetivo aqui argumentar de modo definitivo contra as objeções, mas, antes disso, procuramos trazer à luz os contextos teóricos nos quais as objeções parecem funcionar com a finalidade de indicar vias plausíveis de argumentação contra essas objeções. Assim, apesar da plausibilidade que cada uma das objeções pode ter, pode haver respostas para cada uma delas ou, ao menos, vias possíveis de tornar essa plausibilidade inicial mais fraca; esses, portanto, são os objetivos fundamentais deste capítulo.

### 6.1. Resposta ao Caso da Caneca

Para seguir a ordem em que as objeções foram apresentadas, começamos a apresentação das respostas pelo ‘caso da caneca’, a primeira das objeções apresentada na [seção 5.1](#) do capítulo anterior. ‘O caso da caneca’, como chamo o contraexemplo, é, para lembrar, o caso

da caneca de porcelana, ‘Lua’, e da sua propriedade de *ser quebrável*.<sup>36</sup> O caso da caneca é, de todas as objeções, a mais simples de se compreender e talvez a mais ingênua teoricamente. Assim, caso funcione, será provavelmente a objeção mais bem sucedida à aceitação de *S5*. Porém, como veremos agora, penso que há vias razoáveis de escapar à objeção e tentar descartá-la em detrimento de *S5*. Basicamente, apresentarei aqui duas respostas, sendo que a segunda pode ser entendida como extensão da primeira; a primeira é uma reinterpretação não modal de *ser quebrável* e a segunda é a acusação de que talvez o caso da caneca seja uma objeção artificial e arbitrária. Pois bem, vamos então às respostas.

### 6.1.1. Interpretação Não-modal

O leitor provavelmente já tem em mente o modo como esta resposta funciona. Basicamente, vamos atacar a ideia de que a interpretação modal de ‘ser quebrável’ funciona ou, pelo menos, vamos tentar argumentar que pode haver interpretações alternativas que talvez evitem o contraexemplo e resguardem *S5*.

No caso da caneca, interpretamos a propriedade de Lua de *ser quebrável* modalmente, ou seja, consideramos que um objeto é quebrável se, e só se, possivelmente se quebra ou (recorrendo à linguagem dos mundos possíveis) está quebrado em algum mundo possível. Uma análise exatamente análoga para inquebrável parece ingênua e inevitável. Assim, um objeto é inquebrável se, e só se, é impossível que se quebre ou não há mundos possíveis nos quais o objeto em questão está quebrado. Mas será essa interpretação modal a única e correta interpretação da propriedade *ser quebrável*? Penso que não! Pelo menos uma interpretação alternativa me parece plenamente viável; uma *interpretação temporal*.<sup>37</sup> Mas como interpretar temporalmente *ser quebrável*? Penso que não há dificuldades aqui e a interpretação temporal

---

<sup>36</sup> Fica a sugestão ao leitor de retornar ao contraexemplo para relembrar os detalhes.

<sup>37</sup> ‘Temporal’ é o termo reservado para designar a modalidade temporal enquanto ‘modal’ reserva-se às modalidades aléticas.

é análoga à interpretação modal. Interpretando temporalmente, um objeto é quebrável se, e só se, está quebrado (a partir do momento que passa a existir) em algum momento do tempo. E um objeto é inquebrável se, e só se, existe em todo momento do tempo (a partir de sua criação, fabricação, nascimento, etc. de acordo com a natureza do objeto em questão).<sup>38</sup> Sob a interpretação temporal não há espaço para a manobra apresentada no caso da caneca. Se a caneca Lua é quebrável, então há algum momento no tempo no qual Lua se quebra. Se se dá um tratamento químico à Lua de modo a torná-la inquebrável, então, a partir deste momento, não há um instante de tempo no futuro no qual Lua está quebrada. Se Lua se quebrou antes de receber o tratamento, então deixou de existir. Se Lua não se quebrou, então após o tratamento recebido Lua não irá mais se quebrar. Portanto, não há um instante no qual Lua está quebrada e um instante no qual Lua é inquebrável. Assim, sob a interpretação temporal o caso da caneca não apresenta problema. Agora sim, após essas considerações acerca da interpretação temporal podemos perguntar: qual a interpretação é mais plausível? Apesar de a interpretação temporal parecer, a princípio, menos problemática, penso que não há resposta óbvia. Nossas intuições oscilam sob as duas interpretações. Mas, de todo modo, o defensor de *S5* pode argumentar que a oscilação de nossas intuições acerca da interpretação correta já é suficiente para resguardar *S5* e rejeitar a objeção. Ainda que a interpretação temporal não seja obviamente verdadeira – argumenta o defensor de *S5* –, rejeitar um sistema de lógica modal à luz do caso da caneca não é a solução mais razoável. Aqui estamos próximo da segunda resposta.

---

<sup>38</sup> Uma interpretação mista também é viável; alguma coisa como um objeto é quebrável se, e só se, está quebrado em algum instante do tempo em algum mundo possível. Essa interpretação não esgota as possibilidades, se o leitor acha algo do tipo promissor, um bom exercício mental pode ser explorar todas as possibilidades em aberto. Em (Furtado, 2014) explora-se a relação intuitiva entre temporalidade e modalidade. E em (Carnielli & Pizzi, 2008) explora-se a relação formal entre temporalidade e modalidade.

### 6.1.2. Arbitrariedade

Uma segunda via para tentar responder ao caso da caneca é tentar mostrar que esse contraexemplo é arbitrário e artificial e não deve ser encarado como uma objeção forte ao sistema *S5* de lógica modal proposicional. A via para tentar argumentar que se trata de um contraexemplo arbitrário tem três direções: primeira, levando em consideração a resposta da seção anterior; parece não haver uma posição que seja definitiva quanto à interpretação correta da propriedade *ser quebrável* – temporal ou modal –, assim a escolha por uma delas para decidir um problema filosófico substancial – saber qual o sistema de lógica modal correto para a modalidade metafísica – é arbitrária e, portanto, um contraexemplo que pressupõe tal escolha perde significativamente sua força. A segunda via é tentar argumentar que recusar um sistema de lógica modal com base apenas em um argumento que recorre à análise modal de uma propriedade – *ser quebrável* – é atribuir força exagerada para um caso particular frente a vários outros casos nos quais *S5* parece funcionar perfeitamente. Outra possibilidade, que vai à linha das duas anteriores, é tentar argumentar que o contraexemplo é demasiado artificial para ser levado em conta. Assim, um argumento que pretende ser um contraexemplo a um sistema de lógica modal e tem ares de artificialidade deve ser desconsiderado frente à capacidade de explicação do sistema. Poderia argumentar o defensor de *S5* que para um argumento dessa natureza funcionar ao invés de recorrer e analisar uma propriedade particular em contextos modais devia, pelo menos, apresentar uma família de propriedades que apresentam o mesmo problema para ter a relevância pretendida pelo detrator de *S5*, como esse não é o caso (o argumento analisa apenas uma propriedade), *S5* permanece resguardado, pelo menos no que diz respeito à essa objeção particular – caso da caneca.

Claro que as respostas desta seção são, em sua maioria, provisórias. Dependem de que o contraexemplo a *S5* tenha o formato que foi apresentado neste trabalho. Provavelmente objeções similares ao caso da caneca possam ser formuladas de modo a evitar algumas das

respostas apresentadas, todavia o que o defensor de *S5* consegue, pelo menos provisoriamente, é transferir o ônus da prova para o seu adversário. E com isso, diminuir a possível plausibilidade inicial do contraexemplo do caso da caneca.

## **6.2. Reposta ao Argumento Ontológico**

Nesta seção procuro apresentar aquilo que penso que são as vias possíveis de resposta para a objeção apresentada na [seção 5.2.](#) deste trabalho – o argumento modal ontológico. A objeção da versão modal do argumento ontológico já à partida tem uma característica relevante a ser destacada; funciona em apenas um contexto específico no qual um ateu, frente ao argumento ontológico e sem conseguir via razoável para refutá-lo, opta por abandonar *S5* em detrimento de sua crença na inexistência de Deus. As vias de resposta para essa objeção serão duas; a primeira, a acusação ao ateu detrator de *S5* de arbitrariedade. Depois, a apresentação de uma versão do argumento modal ontológico que é válido em *B*, o que irá reforçar a primeira resposta.

### **6.2.1. Arbitrariedade**

Aqui vou esboçar a acusação ao ateu detrator do sistema *S5* de que sua posição ao abandonar *S5* é arbitrária e injustificada. A estratégia do defensor de *S5* para esta resposta é bastante simples; ele pode argumentar que rejeitar um sistema frente a um argumento particular é uma atitude arbitrária ou absurda (intolerável). Para justificar essa afirmação o defensor de *S5* pode lançar mão de uma analogia. Imagine que estamos autorizados, frente a um argumento qualquer que não somos capazes de refutar, a simplesmente rejeitar a regra de inferência à qual o argumento recorre. Nesse caso, temos saídas fáceis para alguns dos argumentos mais difíceis de escapar. Considere o caso do famoso argumento cético do cérebro na cuba (Putnam, 1981); numa versão simples ele pode ser formulado do seguinte modo: i) não sei se não sou um cérebro numa cuba. ii) se não sei se não sou um cérebro numa cuba, então não sei

se não tenho uma mão. Logo, iii) não sei se tenho uma mão.<sup>39</sup> Esse argumento é, claramente, um *modus ponens*. Pode haver várias saídas para esse argumento e nenhuma delas é uma saída fácil, porém, se o detrator de *S5* tem permissão para recusar o argumento modal ontológico apenas rejeitando *S5*, analogamente temos também disponível a saída fácil de rejeitar o argumento do cérebro na cuba apenas rejeitando o *modus ponens*. Assim, argumenta o defensor de *S5*, esse não pode ser um resultado tolerável; rejeitar o argumento do cérebro na cuba bloqueando o *modus ponens* não é uma saída razoável e, do mesmo modo, rejeitar *S5* para bloquear o argumento modal ontológico também não. Assim, o detrator de *S5* age arbitrariamente, hora quer bloquear o argumento modal ontológico rejeitando um sistema e hora não aceita a rejeição do *modus ponens* para bloquear o argumento cético. Desse modo, o defensor de *S5* tem aqui uma primeira via de resposta à objeção do argumento modal ontológico.

### 6.2.2. Versão em *B*

Uma possível tentativa de responder, ou ao menos, enfraquecer a objeção do argumento modal ontológico é mostrar que há uma versão do argumento válida num sistema mais fraco, assim, se alguém rejeita *S5* por conta do argumento terá, pela mesma razão, que rejeitar o sistema mais fraco. Nesta seção o que será feito é exatamente apresentar uma versão do argumento modal ontológico válida em um sistema mais fraco que *S5*, a dizer, no sistema *B*.

As discussões acerca do argumento ontológico tipicamente focam as premissas do argumento; discute-se vivamente acerca da possibilidade da existência de uma entidade com as propriedades tipicamente atribuídas a Deus, etc. Mas geralmente (mesmo nas discussões acerca das versões modais do argumento) não se discute o sistema de lógica necessário para que o argumento funcione. Uma exceção notável é o trabalho de (Kane, 1984) no seu ‘The

---

<sup>39</sup> Em (Furtado, 2011) analiso em algum detalhe as saídas racionais para argumentos como esse nos quais estamos perante a um argumento que reconhecemos a cogência e, ainda assim, não somos capazes nem de aceitá-lo nem de refutá-lo.

Modal Ontological Argument'. Nesse trabalho Kane foca exatamente o assunto geralmente negligenciado; o sistema necessário para que o argumento corra. O mais surpreende é que, ao contrário do que era comum pensar, há uma versão do argumento ontológico modal que é válida em sistema  $B$  (sistema reflexivo e simétrico), mais fraco que  $S5$  e independente de  $S4$ . Esta é a versão do argumento que apresentamos rapidamente agora.

Como típico nas versões modais do argumento ontológico, duas premissas fundamentais são necessárias para que o argumento corra. A primeira é admissão da possibilidade da existência de Deus, simbolicamente,  $(\diamond d)$ . A segunda é a afirmação que é tipicamente aceita como consequência da aceitação de Deus como um ser perfeito – ser maior que o qual nenhum outro existe – onde necessariamente se Deus existe, então existe necessariamente, simbolicamente  $\Box(d \rightarrow \Box d)$ . E essas duas premissas bastam para o argumento que tem a seguinte forma:

- |  |                  |
|--|------------------|
| 1. $\Box(d \rightarrow \Box d)$  | Premissa         |
| 2. $(\diamond d)$  | Premissa         |
| 3. $(\Box(d \rightarrow \Box d)) \rightarrow (\diamond d \rightarrow \diamond \Box d)$ | Teorema de $K$ . |
| 4. $(\diamond d \rightarrow \diamond \Box d)$  | 1 e 3, MP        |
| 5. $\diamond \Box d$   | 2 e 4, MP        |
| 6. $(\diamond \Box d \rightarrow d)$   | (B)              |
| 7. $d$   | 5 e 6, MP        |

Podemos ver que o argumento, admitindo as duas premissas, corre sem grandes problemas no sistema  $B$ . Mas, vejamos, pois, mais de perto, passo a passo o argumento. O passo 1. e o passo 2. são apenas as premissas do argumento (não é o que está em causa agora). O passo 3. também não é problemático, é simplesmente um teorema válido em  $K$ , diretamente de  $(K\Diamond)$ . Veja no [capítulo 3](#). O passo 4. vem, por *modus ponens*, de 1. e 3. O passo 5., por sua

vez, vem, também por *modus ponens*, de 2. e 4. O passo 5. é uma instância do axioma esquema (B), do sistema *B*. Por fim, o passo 7. vem de 5. e 6. novamente por *modus ponens*. Assim, olhando bem de perto o argumento, não temos dúvida que se trata de um argumento com prova no sistema *B*, mais fraco que *S5*. Sendo, portanto, um argumento (pela correção) válido em *B*, que é exatamente o resultado que era buscado.

Com a demonstração em *B* do argumento modal ontológico conseguimos duas coisas: a primeira, temos uma resposta adicional à objeção. E, depois, damos ainda mais força a resposta da seção anterior – acusação de arbitrariedade ao detrator de *S5*. Agora o detrator de *S5* tem de rejeitar também o sistema *B*, tornando sua posição mais obviamente arbitrária e implausível.

Uma resposta mais geral pode ser tentar argumentar que a objeção do argumento modal ontológico funciona apenas em contextos demasiadamente específicos; é o recurso último para um ateu desesperado em busca de uma razão para rejeitar o argumento ontológico. Assim, é uma posição muito exagerada atacar um sistema de lógica modal com base apenas nessa objeção. Razões muito mais relevantes e gerais podem ser requeridas para se abandonar de modo razoável um sistema de lógica.

Essas são, penso, algumas das respostas possíveis à objeção do argumento modal ontológico apresentada no capítulo anterior. Certamente não são respostas definitivas, mas talvez tornem menos plausível a objeção mencionada.

### **6.3. Resposta ao Caso das Leis da Natureza**

Nesta seção vamos considerar as respostas viáveis para a objeção apresentada na [seção 5.3](#) deste trabalho – A necessidade das leis naturais. Nessa objeção o que está em causa é que as leis naturais atuais ainda que sejam necessárias – verdadeiras em todos os mundos possí-

veis acessíveis a partir do mundo atual – é argumentável que elas não sejam necessariamente necessárias – necessariamente verdadeiras em todos os mundos possíveis acessíveis a partir do mundo atual. Se essa objeção funcionar, a transitividade da relação de acessibilidade é bloqueada e, equivalentemente, o princípio característico de *S4* falha. As repostas para essa objeção seguem, penso, três vias: primeira, põe em causa a plausibilidade das premissas do argumento. Segunda, tenta mostrar que a posição específica acerca das leis da natureza pode ser arbitrária. E, por fim, tenta mostrar que há alguma confusão no que diz respeito ao tipo de modalidade envolvida na objeção. Rapidamente agora tentaremos formular o esboço dessas vias de resposta na seção que se segue.

### **6.3.1. Intuição oscilante**

Aqui vou tentar argumentar contra a plausibilidade das premissas envolvidas na objeção da necessidade das leis da natureza. Vou tentar mostrar que a nossa intuição acerca das premissas envolvidas oscila e que, por essa razão, rejeitar *S5* com base nessa objeção talvez não seja a saída mais razoável. A estratégia para esta resposta será, portanto, bastante simples; basicamente irei tentar levar o leitor a considerar a força da premissa envolvida.

Pois bem, a objeção da necessidade das leis da natureza funciona com base em duas ideias independentes. A primeira – que diz respeito às modalidades envolvidas - é que as leis da natureza são necessárias – mas em que sentido? Metafisicamente necessárias? Fisicamente necessárias? Devemos ver isso com calma. E a segunda, admitindo que as leis da natureza atuais sejam necessárias e, assim, verdadeiras em todos os mundos possíveis acessíveis ao mundo atual, nalguns desses mundos as leis da natureza são meras generalizações acidentais. Com primeira noção, apesar de ser necessária alguma cautela, não parece haver grandes dificuldades. Considerar as leis da natureza logicamente necessárias, dependendo do que conta como logicamente verdadeiro, parece trivialmente falso – há mundos logicamente possíveis

com leis natureza diferentes – ou excessivamente forte – não há mundos logicamente possíveis com leis naturais diferentes. Assim, parece que nenhuma das duas posições é particularmente relevante aqui. Considerar as leis naturais fisicamente necessárias – verdadeiras em todos os mundos possíveis com as mesmas leis da natureza – é evidentemente circular. Desse modo, parece que o caso mais interessante é considerar as leis da natureza metafisicamente necessárias – verdadeiras em todos os mundos metafisicamente possíveis. Essa posição é um tipo forte de essencialismo.<sup>40</sup> E para a objeção funcionar precisa pressupor o tipo de essencialismo mencionado.<sup>41</sup> Mas penso que, apesar de ser uma dificuldade inicial da objeção, podemos supor, a título de discussão, que o essencialismo pressuposto está correto, dado que essa discussão corre independentemente do problema central deste trabalho. A segunda ideia pressuposta, essa sim, pode não ser tão fácil de aceitar ou, pelo menos, pode não ter o apelo intuitivo necessário para fazer com que a objeção tenha a força necessária para por em causa a transitividade da relação de acessibilidade e, por consequência, o sistema *S5* e também o *S4* de lógica modal. A nossa intuição acerca das leis da natureza é que estão em causa aqui. Nossas intuições necessitaristas acerca das leis naturais atuais admitem que nalguns mundos possíveis acessíveis ao mundo atual as leis naturais do mundo atual sejam meras generalizações acidentais? Ou, mais diretamente, nossas intuições necessitaristas admitem mundos, ainda que inacessíveis, onde as nossas (atuais) leis naturais não ocorram? Penso, e talvez o leitor concorde comigo, que apesar de provavelmente termos uma inclinação para uma resposta positiva ou negativa para essas perguntas, parece não haver razão que justifique aqui uma posição convicta acerca do assunto. Por mais que tenhamos inclinação para um lado ou outro, argumentos adicionais e independentes são requeridos para dar força suficiente à objeção para por em causa *S5*. Talvez um argumento que mostre que a posição mais forte plausível acerca do necessitarismo com respeito às leis naturais seja aquela que exige no máximo que

---

<sup>40</sup> Esta posição é amplamente defendida em (Murcho, 2002).

<sup>41</sup> Para detalhes sobre os tipos de essencialismo veja [capítulo 4](#) deste trabalho.

as leis da natureza atuais apenas ocorram em todos os mundos possíveis acessíveis ao mundo atual e que uma exigência maior – ou seja, exigir que além de ocorrer em todos os mundos acessíveis não sejam meras generalizações acidentais, mas antes disso, sejam leis de fato – seria demasiado forte a ponto de tornar implausível essa posição. Com recurso a esse argumento adicional, talvez, a objeção tenha a força necessária para por em causa *S5*, mas, por hora, argumenta o defensor de *S5*, dada a tocante oscilação das intuições acerca da natureza das leis naturais, suspender o juízo acerca da objeção e manter a posição comum – aceitar *S5* – parece a posição mais razoável.

Claro que esta resposta não termina a discussão. Ela recorre às nossas intuições acerca das leis naturais que, claro, podem variar (e variam) de filósofo para filósofo, mas ao menos, talvez, ela consiga deixar mais claro o modo como a objeção funciona e o que é necessário para que ela funcione. Assim, parece que a discussão acerca da objeção a *S5* com recurso à necessidade das leis naturais está em aberto para discussões futuras. Para as finalidades deste trabalho a discussão que desenvolvemos até aqui são suficientes e podem dar ao leitor condições de pensar com alguma clareza sobre o assunto.

#### **6.4. Resposta ao Caso Woody**

O ‘caso Woody’, como resolvi chamar, apresentado na [seção 5.4.](#) desta dissertação é a mais importantes das objeções que apresentei. O ‘caso Woody’ é, na verdade, uma versão de uma família de argumentos apresentados pela primeira vez por Hugh Chandler e depois por vários autores sendo que mereceu lugar especial nos trabalhos de Nathan Salmon. Salmon apresenta em vários lugares várias versões do argumento, aqui apresentamos, na seção referida acima, a versão que aparece em (Salmon, 1989).

O caso Woody é caso que recorre à intuição amplamente aceita que um determinado artefato material poderia ter sido feito de matéria ligeiramente, mas não completamente, dife-

rente da matéria que foi originalmente feito e ainda assim manteria a sua identidade numérica. No modo como o exemplo foi apresentado aqui, uma mesa, Woody, tem sua matéria original modificada lentamente ao longo dos mundos possíveis, de modo a chegarmos a um mundo possível  $n$ , acessível ao mundo possível  $n-1$ , mas inacessível ao mundo atual, sendo que  $n-1$  é um mundo acessível ao mundo atual. Assim, se esse contraexemplo funcionar, a transitividade da relação de acessibilidade falha e, portanto, quaisquer sistemas transitivos, incluindo  $S5$  e  $S4$ , são sistemas falaciosos para a lógica proposicional modal. Nesta seção veremos algumas vias para tentar responder a essa objeção. Irei, basicamente, apresentar duas vias de resposta à objeção. Na primeira, apresentarei a resposta que tenta argumentar que o caso Woody corre apenas em contextos teóricos específicos e pressupõe muitas teses (teorias) filosóficas substanciais e que isto deixa ampla margem de saída aos filósofos que rejeitam uma dessas teses (teorias). A segunda, mesmo pressupondo as teses filosóficas presentes na objeção, parece haver ainda saída alternativa ao abandono do sistema  $S5$  de lógica modal (proposicional), nomeadamente, a adoção de um tipo de teoria da contraparte. Nas duas seções que se seguem vamos considerar estas respostas.

#### **6.4.1. Teoria pressuposta**

Nesta seção apenas vou tentar lançar luz sobre algo daquilo que está pressuposto na objeção do caso Woody. Essa não é uma resposta direta à objeção, mas tenta deixar claro o que está teoricamente pressuposto para que o argumento funcione. Assim, caso um determinado filósofo rejeite uma das pressuposições estará livre dessa objeção particular. Duas são as teses pressupostas que pretendo destacar: a primeira diz respeito ao tipo de modalidade pressuposta e a segunda, intimamente relacionada à primeira, é a tese essencialista pressuposta na objeção.

A primeira tese pressuposta na objeção do *caso Woody* é: ou i) a tese que a lógica modal é importante em metafísica se está a tratar da modalidade metafísica ou, mais fraco que isso, ii) o caso Woody funciona apenas no que diz respeito à modalidade metafísica. Assim, a modalidade lógica estrita ou a modalidade lógica em sentido amplo não são importantes para o caso Woody. Portanto, o sistema *S5* pode funcionar para modalidade lógica em sentido amplo ainda que não funcione para a modalidade metafísica. A tese ii) é mais fraca e deixa em aberto a possibilidade de a lógica modal ter relevância outra para metafísica que não tratar da modalidade metafísica. A tese mais forte, i), exclui as possíveis outras funções relevantes da lógica modal para metafísica, como por exemplo, tratar da modalidade lógica em sentido amplo. Para i) talvez tenhamos uma resposta a seguir.

É bastante comum admitir que o sistema de lógica modal *S5* é o sistema de lógica modal correto para a necessidade lógica e para a necessidade lógica em sentido amplo.

Podemos ver essa ideia explicitamente endossada aqui:

Suppose we focus our attention on broadly logical necessity. Are there propositions that are in fact necessary, but would have been merely contingent if things had been different, if some other possible state of affairs had been actual? (13) All bachelors are unmarried and (14) If all bachelors are unmarried and Dirk is a bachelor, then Dirk is unmarried are necessary truths; could they have been merely contingent? If so, there must be some possible state of affairs *S* such that if *S* had been actual, then (13) and/or (14) would have been contingent. But are there states of affairs that with any show of plausibility could be said to meet this condition? [...] I think we can see that (13) and (14) are not merely necessary; they could not have been contingent. [...] Are there propositions that in fact are possible, but would have been impossible had things been different in some way? (15) Socrates never married and (16) Socrates was a carpenter are false but possible propositions; could they have been impossible? The answer, I think, is clear; (15) and (16) themselves could not have been impossible. (Plantinga, 1974, pp. 52-53)

Essa breve passagem mostra claramente o endosso de Plantinga pelo sistema *S5* de lógica modal quando temos em mente a necessidade lógica em sentido amplo. Segundo Plantinga, não há estados de coisas tais que proposições que são verdades analíticas como 13) e 14) sejam apenas contingentemente verdadeiras. Ou seja, não há mundos nos quais proposições analiticamente verdadeiras, sejam possivelmente falsas; elas são, para Plantinga, necessariamente verdadeiras. Além disso, quando o que está em causa são modalidades lógicas em sentido amplo, não há proposições que são possíveis, mas não são necessariamente possíveis ou não há proposições que são possíveis, mas poderiam ter sido impossíveis. Assim, 15) e 16) são falsas mas possíveis e, portanto, necessariamente possíveis. Ou seja, se há um mundo logicamente possível em sentido amplo acessível a um mundo qualquer no qual 15) é verdadeira, então para qualquer mundo possível este mundo tem acesso ao mundo no qual 15) é verdadeira. Portanto, 15) é possível em todos os mundos possíveis.

Assim, argumenta o defensor de *S5*, há pelo menos um tipo de modalidade, a dizer, a modalidade lógica em sentido amplo, para a qual o sistema *S5* parece ser o sistema de lógica modal correto para ela. Assim, quem defende a tese i) tem que enfrentar os argumentos de Plantinga. Desse modo, talvez, conseguimos enfraquecer a objeção a *S5*. Claro que explicitamente o caso Woody é uma objeção à ideia de *S5* ser o sistema de lógica modal correto para a modalidade metafísica e não para a necessidade lógica em sentido amplo, mas, ainda assim, como pode indicar essa resposta, parece haver alguma razão para não se rejeitar *S5* de todo e talvez a modalidade lógica em sentido amplo tenha de fato algum interesse metafísico.<sup>42</sup>

Juntamente com a modalidade metafísica, o caso Woody pressupõe o essencialismo. Essencialismo, claro, não é uma tese metafísica trivial. Mas porque o caso Woody pressupõe

---

<sup>42</sup> Na verdade Plantinga faz um trabalho metafísico imenso em *The Nature of Necessity* com o grande objetivo de reformular o argumento ontológico modal para a prova da existência de Deus e, segundo Plantinga, para que o argumento corra precisa-se apenas da necessidade lógica em sentido amplo e não da necessidade metafísica. E certamente a prova da existência de Deus é metafisicamente relevante.

o essencialismo? O caso Woody é exatamente acerca de propriedades que um objeto tem, mas poderia não ter, e permaneceria sendo o mesmo. Ou acerca das propriedades essenciais de um objeto. O essencialismo, tese filosófica defendida por Kripke, Putnam e outros diz que há propriedades essenciais. No caso específico da objeção do caso Woody, uma determinada quantidade de matéria que Woody deve ter em situações contrafactuais para permanecer sendo Woody. Para um filósofo antiessencialista, portanto, há aqui uma saída fácil: negar o essencialismo. Negando o essencialismo, o caso Woody não tem relevância, porém o tipo de essencialismo envolvido na objeção é amplamente aceito entre a maioria dos filósofos. Mas como típico em filosofia, há sempre posições contrárias que negam parte relevante do pressuposto na discussão. Aqui essa posição se chama ‘antiessencialismo’. A posição antiessencialista nesse caso nega não só o contraexemplo apresentado na objeção do caso Woody, mas nega completamente a discussão que está envolvida com a objeção. Neste trabalho em momento algum houve uma defesa direta do essencialismo ou um ataque ao antiessencialismo, essa discussão, apesar de estar diretamente ligada ao tema deste trabalho e estarmos pressupondo o tempo todo a tese essencialista, extrapola o âmbito daquilo que predemos abordar aqui. Essa discussão particular fica para outro momento em outro local. Mas de todo modo, vale novamente mencionar que o antiessencialista tem aqui uma saída fácil; negar a tese.

#### **6.4.2. Teoria da contraparte**

Nesta seção apresento a resposta para a objeção do caso Woody que é provavelmente a mais interessante e, sob algumas formulações, é compatível com o essencialismo pressuposto na objeção. Assim, esta resposta não nega a tese pressuposta, ao invés disso, apresenta saída alternativa. Portanto, esta pode ser a resposta que mais irá interessar para a maior parte dos filósofos modalistas que pretendem preservar *S5*.

A teoria da contraparte foi apresentada e amplamente desenvolvida por David Lewis e é endossada por muitos filósofos para tentar responder ao caso Woody e outras versões do argumento. Na versão de Lewis parte da teoria da contraparte é o *realismo modal*. Tese segundo a qual os mundos possíveis são entidades concretas exatamente iguais ao mundo atual; há cadeiras, mesas, computadores, etc. exatamente do mesmo modo que no mundo atual. Nesse caso, a palavra ‘atual’ que aparece na expressão ‘mundo atual’ deve ser interpretada de modo indexical, onde ‘atual’ refere-se ao mundo habitado pela pessoa que usa a expressão ‘mundo atual’. Esses elementos, penso, podem ser (e são) dispensados por um filósofo que defende uma teoria da contraparte. Para a maior parte dos filósofos (quase todos), os mundos possíveis não são entidades concretas, ao invés disso, são entidades intensionais abstratas, portanto, sem localização espaço-temporal. De um modo geral, mundos possíveis são descrições de como as coisas poderiam ser e não exatamente modos como as coisas poderiam ser. Mas mesmo rejeitando boa parte do pacote metafísico do realismo modal de Lewis, há uma parte importante que pode ser incorporada pacificamente à teoria de muitos filósofos, a ideia de contraparte em substituição à ideia de identidade.<sup>43</sup>

A teoria da contraparte é, grosso modo, uma tentativa de substituir, na semântica padrão para a lógica modal, a relação de identidade por uma relação mais franca entre indivíduos através dos mundos possíveis. Quando temos a identidade temos o problema da identificação transmundial; precisamos de critérios para identificar objetos através dos mundos possíveis. Desse modo, Woody do mundo atual é idêntico a alguns objetos nalguns mundos que cumprem certas condições de identidade para artefatos materiais. A relação de contraparte é bastante mais fraca que isso. Os objetos, ao invés de serem idênticos a outros objetos em outros mundos possíveis, mantêm apenas relação de contraparte com objetos em outros mundos. Contraparte está ligada a uma relação binária de similaridade entre indivíduos através dos

---

<sup>43</sup> Esta é a disputa entre *possibilista* e *atualista* na literatura. Para uma explicação complementar lúcida e uma versão da teoria da contraparte sem pressupor realismo modal, veja (Stalnaker, 1986).

mundos possíveis e não a uma relação de identidade como na semântica padrão. A ideia geral da teoria da contraparte pode ser expressa do seguinte modo: um objeto  $x$  é uma contraparte em  $w'$  de um objeto  $y$  de  $w$  se, e só se,  $x$  é o objeto que mais se assemelha a  $y$  em  $w$ . Já à partida,  $x$  e  $y$  não mantêm relação de identidade, mas apenas a relação de contraparte baseada na similaridade entre eles. Desse modo, diz o defensor da teoria da contraparte, estritamente falando os indivíduos existem apenas em um mundo possível, nos outros mundos possíveis eles possuem apenas contrapartes; os indivíduos que mais se assemelham a eles.

É bastante fácil ver como a teoria da contraparte responde à objeção do caso Woody; simplesmente vai dizer que o Woody feito em  $w'$  de matéria ligeiramente diferente da matéria original do Woody de  $w$  não é, estritamente, idêntico a nenhum objeto, apesar de possuir contrapartes em diferentes mundos. Como a relação de contraparte é intencionalmente não transitiva, baseada na relação de similaridade, o caso Woody não representa objeção ao sistema  $S5$  de lógica modal (proposicional). Assim, o defensor da teoria da contraparte pode manter  $S5$  e, ainda assim, bloquear o caso Woody.

A teoria da contraparte é, portanto, a última resposta à objeção do caso Woody que, por sua vez, foi a última objeção apresentada no capítulo anterior. Assim, temos por aqui finalizado aquilo que era a proposta deste capítulo; fornecer vias possíveis de respostas para as objeções ao lugar comum que  $S5$  é o sistema de lógica modal (proposicional) correto para a modalidade metafísica.

## **Conclusão**

Este trabalho se consistiu de duas partes claramente distintas; uma parte de caráter expositivo descritivo e outra de caráter positivo de discussão filosófica propriamente dita. A primeira parte do trabalho foi composta pelos primeiros quatro capítulos e a última pelos dois capítulos restantes. O objetivo fundamental desta dissertação de mestrado era construir uma abor-

dagem suficientemente abrangente para conter as várias posições viáveis na discussão central e suficientemente aprofundada para fornecer um material que possa ser útil para o desenvolvimento futuro de uma tese de doutorado sobre assunto. Não era objetivo aqui defender uma posição definitiva particular, antes disso, pretendia-se fornecer as condições necessárias para que uma discussão interessante acerca do assunto pudesse vir a ser avançada. Na primeira parte do trabalho apresentamos aquilo que consideramos necessário para a compreensão adequada do problema que foi trabalhado nesta dissertação, incluindo os sistemas de lógica modal proposicional que foram considerados aqui. Assim, o objetivo fundamental dessa primeira parte era fornecer ao leitor as ferramentas, tanto técnicas quanto filosóficas, para discutir o assunto. Além disso, apresentamos algumas noções relevantes acerca da metafísica da modalidade contemporânea que julgamos necessárias para o trabalho, incluindo um capítulo sobre os tipos de modalidades tipicamente considerados. Na segunda parte deste trabalho, a parte mais positiva, apresentamos um capítulo com as objeções que julgamos mais relevantes ao sistema *S5* de lógica modal proposicional; o caso da caneca, o argumento modal ontológico, a necessidade das leis da natureza e, por fim, o caso Woody. Logo em seguida, no último capítulo, apresentamos aquilo que consideramos as vias mais promissoras de resposta às objeções apresentadas no capítulo imediatamente anterior. Nem as objeções nem as suas respectivas repostas foram discutidas exaustivamente de modo a esgotar a discussão (esta tarefa, se viável, fica por conta do leitor ou em nossas mãos para trabalhos futuros), mas uma compreensão relativamente completa da discussão talvez tenha sido oferecida aqui. A intenção fundamental deste trabalho, portanto, era dar condições para que a discussão em torno do assunto possa se tornar mais direta e clara, além de fornecer material específico para os pesquisadores interessados no assunto. Percorremos nesses dois últimos capítulos vários tipos diferentes de tentativas de atacar o lugar comum de que *S5* é o sistema de lógica modal (proposicional) correto para a modalidade metafísica e provavelmente o leitor que nos acompanhou até aqui

teve condições de testar suas intuições modais acerca do assunto e de ter contato com as discussões na literatura filosófica contemporânea. As discussões em metafísica da modalidade são amplas e de variados assuntos, aqui vimos uma discussão específica nessa gama de possibilidades e em alguns momentos mantemos contato com outras discussões relacionadas ao tema central desta dissertação sem deixar que o leitor ficasse sem compreender algum ponto da discussão.

De um modo geral, portanto, as finalidades desta dissertação são modestas no que diz respeito a uma resposta definitiva acerca do problema central tratado aqui, mas significativas do ponto de vista de contribuir para uma compreensão mais completa do assunto e para uma discussão mais direcionada acerca dos sistemas de lógica modal relevantes para finalidades metafísicas.

Se os objetivos deste trabalho foram alcançados, temos em mãos um trabalho capaz de conduzir o leitor que nos acompanhou até aqui de modo relativamente seguro pelo tortuoso caminho dos raciocínios filosóficos acerca do que *poderia ter sido se as coisas tivessem sido de outro modo*. E quem sabe, pelos ainda mais tortuosos e perigosos caminhos dos raciocínios acerca do que *possivelmente poderia ter sido se as coisas tivessem sido diferentes*. E esse era o objetivo fundamental desta dissertação.

## Bibliografia

Adler, J., 2009. Resisting the Force of Argument. *The Journal of Philosophy*, CVI(6), pp. 339-364.

Anselmo, 1973. *Proslógio*. 1 ed. São Paulo: Abril Cultura.

Beall, J. & van Fraassen, B. C., 2003. *Possibilities and Paradox: An Introduction to Modal and Many-valued Logic*. Nova York: Oxford University Press.

Carnielli, W. & Pizzi, C., 2008. *Modalities and Multimodalities*. s.l.:Springer.

Chateaubriand, O., 2007. Lógica, Ontologia e Epistemologia. In:: *Metafísica Contemporânea*. Petrópolis(RJ): Vozes, pp. 135-160.

Chisholm, R., 1999. Identity Through Possible Worlds: Some Questions. In:: M. Tooley, ed. *Necessity and Possibility: The Metaphysics of Modality*. Nova York: Garland Publishing, pp. 301-309.

Descartes, R., 1983. *Meditações*. 3 ed. São Paulo: Abril Cultura.

Edgington, D., 2004. Two Kinds of Possibility. *Aristotelian Society Supplementary*, Volume 78, pp. 1-22.

Fara, M. & Williamson, T., 2005. Counterparts and Actuality. *Mind*, Volume 114, pp. 1-30.

Fine, K., 1994. Essence and Modality. *Philosophical Perspectives*, Volume 8, pp. 1-16.

Fitting, M. & Mendelsohn, R., 1998. *First Order Modal Logic*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Furtado, F., 2011. *Resistência Racional a Argumentos Cogentes*. Ouro Preto: Monografia UFOP.

Furtado, F., 2014. Quem Sabe Outra Hora, Outro Mundo. *Fundamento: Revista de Filosofia*, p. No prelo.

Garreth, B., 2013. On Behalf of Gaulino. *Analysis*, Junho, Volume 12, pp. 1-2.

Garson, J. W., 2006. *Modal Logic for Philosophers*. Nova York: Cambridge University Press.

Gibbard, A., 1975. Contingent Identity. *Journal of Philosophical Logic*, Maio, Volume 4, pp. 187-221.

Girle, R., 2000. *Modal Logic and Philosophy*. Londres: McGill-Queen's University Press.

Hale, B., 1996. Absolute Necessities. In:: J. E. Tomberlin, ed. *Philosophical Perspectives: Metaphysics*. Oxford: Wiley-Blackwell, pp. 96-117.

Hugh, C., 1976. Plantinga and the Contingently Possible. *Analysis*, Volume 36, pp. 106-109.

- Hume, D., 1992. *Diálogos Sobre a Religião Natural*. São Paulo: Martins Fontes.
- Kane, R., 1984. The Modal Ontological Argument. *Mind*, Julho, Volume 93, pp. 336-350.
- Kant, I., 1991. *Crítica da Razão Pura*. 4 ed. São Paulo: Nova Cultura.
- Kripke, S., 1963. Semantical Considerations on Modal Logic. *Acta Philosophica Fennica*, Volume 13, pp. 83-94.
- Kripke, S., 1980. *Naming and Necessity*. Oxford: Blackwell.
- Lewis, D., 1986. *On Pluraty of Worlds*. Oxford: Blackwell.
- Linsky, B. & Zalta, E. N., 1996. In Defense of the Contingently Nonconcrete. *Philosophical Studies*, Volume 84, pp. 283-294.
- Murcho, D., 2002. *Essencialismo Naturalizado*. Coimbra: Angelus Novus.
- Nolt, J. E., 1986. What Are Possible Worlds?. *Mind*, Outubro, Volume 95, pp. 432-445.
- Plantinga, A., 1974. *The Nature of Necessity*. Oxford: Clarendon Press.
- Plantinga, A., 1976. Actualism and Possible Worlds. *Theoria*, Issue 42, pp. 121-144.
- Pollock, J., 1985. Plantinga on Possible Worlds. In: J. E. Tomberlim & P. v. Inwagen, eds. *Alvin Plantinga: Profiles*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, pp. 121-144.
- Putnam, H., 1981. Brains in a Vat. In: *Reason, Truth and History*. Cambridge: Cambridge University Press, pp. 1-22.
- Rowe, W., 2007. *Introdução à Filosofia da Religião*. Vila Nova de Famalição: Quasi.
- Russell, B., 1905. On Denoting. *Mind*, Outubro, Volume 14, pp. 479-493.
- Salmon, N., 1979. How Not to Derive Essentialism from the Theory of Reference. *The Journal of Philosophy*, Dezembro, 76(12), pp. 703-725.
- Salmon, N., 1981. *Reference and Essence*. 2 ed. Amherst: Prometheus Books.
- Salmon, N., 1986. Modal Paradox: Parts and Counterparts, Points and Counterpoints. In: P. French, T. Uehling & H. Wettstein, eds. *Midwest Studies in Philosophy: Studies in Essentialism*. Minneapolis: University of Minnesota Press, pp. 75-120.
- Salmon, N., 1989. The Logic of What Might Have Been. *Philosophical Review*, pp. 3-34.
- Shalkowski, S., 2004. Logic and Absolute Necessity. *The Journal of Philosophy*, CI(2), pp. 55-82.
- Sider, T., 2010. *Logic for Philosophy*. Nova York: Oxford University Press.

- Simchen, O., 2006. Actualist Essentialism and General Possibilities. *The Journal of Philosophy*, Janeiro, CIII(1), pp. 5-26.
- Stalnaker, R., 1986. Counterparts and Identity. In: P. French, T. Uehling & H. Wettstein, eds. *Midwest Studies in Philosophy: Studies in Essencialism*. Minneapolis: University Minnesota Press, pp. 121-140.
- Stalnaker, R., 2003. The Interaction of Modality with Quantification and Identity. In: *Ways a World Might Be: Metaphysical and Anti-Metaphysical Essays*. Oxford: Clarendon Press, pp. 144-161.
- Stalnaker, R., 2003. *Ways a World Might Be: Metaphysical and Anti-Metaphysical Essays*. Oxford: Clarendon Press.
- Tarski, A., 2006. *Concepção Semântica de Verdade*. São Paulo: Editora Unesp.
- Tooley, M., ed., 1999. *Necessity and Possibility: The Metaphysics of Modality*. Nova York: Garland Publishing.
- Van Inwagen, P., 1986. Two Concepts of Possible Worlds. In: P. French, T. Uehling & H. Wettstein, eds. *Midwest Studies in Philosophy: Studies in Essencialism*. Minneapolis: University of Minnesota Press, pp. 185-214.
- Williamson, T., 1990. Necessary Identity and Necessary Existence. In: R. Haller & J. Brandl, eds. *Wittgenstein: Towards a Re-evaluation*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, pp. 168-175.
- Williamson, T., 2013. *Modal Logic as Metaphysics*. Oxford: Oxford University Press.