UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

Pedro Augusto Alvim Sabino

Política Ótima de Incentivo à Eficiência em Monopólios Naturais

Belo Horizonte

2014

Pedro Augusto Alvim Sabino

Política Ótima de Incentivo à Eficiência em Monopólios Naturais

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Minas Gerais, para a obtenção de Título de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientador: Leonardo Pereira Santiago

Belo Horizonte

2014

Alvim Sabino, Pedro Augusto.

Política Ótima de Incentivo à Eficiência em Monopólios Naturais

68 páginas

Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte. Departamento de Engenharia de Produção.

1. Regulação de Monopólios Naturais
2. Modelo Principal-Agente
3. Regulação Dinâmica

I. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. Departamento de Engenharia de Produção.

Comissão Julgadora:

Prof. Dr.
Aureliano Angel Bressan

Prof. Dr.
José Heleno Faro

Prof. Dr.
Ricardo Hiroshi Caldeira Takahashi

Prof. Dr.
Leonardo Pereira Santiago

Resumo

A Teoria de Regulação de Monopólios Naturais trata de como o Estado pode mitigar a perda de bem-estar social quando o monopólio é a estrutura de mercado eficiente. Com o desenvolvimento dos problemas de Principal-Agente, essa literatura foi questionada quanto à presença de assimetria de informação entre Regulador e Regulado e, consequentemente, reformulada. Dessa forma, ela passou a desenvolver mecanismos de controle de preços capazes de capturar o verdadeiro nível de eficiência operacional do Regulado, ou de induzi-lo a empenhar um esforço (ótimo) em sua produtividade.

O principal objetivo dessa dissertação é revisar essa reformulação da literatura, expondo as principais propostas e suas implicações. Para tanto, recorremos aos resultados desenvolvidos a partir dos trabalhos seminais de Baron and Myerson (1982) e Laffont and Tirole (1986).

Uma vez que a relação entre Regulador e Regulado é contínua no tempo, revisamos também a discussão sobre regulação com assimetria de informação para casos dinâmicos. Por fim, apresentamos as limitações da Teoria de Regulação e as consequentes práticas de regulação desenvolvidas segundo o por ela normatizado.

Palavras-chave: Modelos de Principal-Agente, Regulação Ótima de Monopólios Naturais, Regulação Dinâmica, Prática Regulatória

Sumário

Capítulo 1

Introdução

Walras (1875) define um monopólio natural como uma indústria na qual o monopólio é a estrutura de mercado eficiente[1]. Dessa forma, a presença de um único produtor implica em um menor custo de produção total para o mercado. Todavia, é fato consolidado na literatura microeconômica que a ausência de competição acarreta uma série de problemas de performance econômica. Em especial, o poder de mercado do monopolista é considerado uma falha de mercado por reduzir o bem-estar social que essa atividade poderia auferir[2].

O estudo de monopólios naturais e dos problemas de performance a eles associados tem sido alvo de discussão entre economistas há mais de um século. Como discute Joskow (2007), a normativa econômica padrão é a regulação de preços e de entrada pelo Estado[3], desde que: *i)* essa indústria apresente baixa performance econômica em uma série de dimensões e *ii)* a implementação de práticas intervencionistas do governo que implique na melhoria a performance econômica, na teoria e na prática.

A respeito da literatura tradicional sobre teoria de regulação de preços em monopólios naturais, podemos adaptar a síntese fornecida em Joskow (2007) da seguinte forma:

> Boa parte dessa literatura assume que: i) existe um monopólio legal[4] provendo um ou mais serviços e ii) uma agência reguladora cujo trabalho é fixar o(s) preço(s). A firma regulada possui características típicas de monopólios naturais (como a presença de economias de escala) e minimiza custo. Além disso, a função de custo da firma é

[1] Caso de setores como o de eletricidade, o de água e esgoto, o de telefonia (fixa) e alguns serviços de transporte.

[2] Uma discussão aprofundada sobre esse fato é fornecida na subseção 2.1.2.

[3] A regulação de determinado mercado pode ter outros motivos/objetivos em si além da performance econômica, por exemplo, a distribuição de renda, a garantia de acesso dos consumidores ao bem, ou simplesmente a manutenção dos interesses de determinado grupo político.

[4] Onde a prestação de serviço monopolística é garantida por lei.

bem definida e de conhecimento público, e questões quanto à ineficiência na produção são ignoradas.

Na presença de economias de escala, a precificação pelo custo marginal tipicamente não gera receita suficiente para a firma cobrir seu custo total. Assim, diante dessa condição de viabilidade financeira da firma, uma precificação completamente eficiente (*first best*) não é possível (mesmo quando transferências do governo para a firma são factíveis, devido ao custo do governo levantar os fundos necessários para tanto). Por isso, essa literatura se desenvolveu focando questões normativas atreladas ao desenvolvimento de regras de precificação *second best*[5], impondo uma restrição de viabilidade financeira do monopolista ou permitindo subsídios por parte do governo (ainda que geradores de ineficiência).

A Teoria de Regulação de Preços, sintetizada acima, foi dominante até a década de 70 e sua base normativa orientou a prática regulatória vigente até essa década. No entanto, ainda que mitigue os problemas decorrentes do poder de mercado do monopolista, essa teoria tem pouco a dizer sobre os estímulos, ou sobre a falta deles, que permeiam a operação de empresas reguladas.

1.1 Problema de Pesquisa

Assim como argumentam Armstrong and Sappington (2007), na prática, o Regulador raramente possui informações perfeitas quanto à demanda dos consumidores ou às capacidades tecnológicas dos produtores regulados. Em particular, o Regulador tipicamente possui menos informação do que o Regulado (problema de seleção adversa) e não é capaz de observar a conduta (ou empenho) do Regulado durante a produção (problema de risco moral). Portanto, uma questão crítica é como o Regulador pode induzir a firma regulada à aplicar sua informação privilegiada para promover o interesse da sociedade.

De forma semelhante, Joskow (2007) afirma que teorias de precificação, de produção e de investimento ótimos onde o Regulador possui informação perfeita (sobre a tecnologia, o custo e os atributos de demanda dos consumidores) claramente não são condizentes com a realidade

[5] A Teoria Geral de *Second Best* estabelece que se for inserida uma restrição a um sistema de equilíbrio geral que impede uma das condições de otimalidade Paretiana de ser alcançada (as quais são obtidas de maneira simultânea), as demais condições, ainda que alcançáveis, em geral não são mais desejáveis. Nesse casos, uma solução ótima de Pareto pode ser obtida apenas com o afastamento das demais condições das soluções que seriam ótimas inicialmente. Nesses casos, a solução ótima é denominada *second best* porque ela surge de um problema restrito a uma condição que por si impede a obtenção do ótimo Paretiano do sistema. Para uma apreciação mais completa sobre teoria de *second best*, Lipsey and Lancaster (1956).

em monopólios naturais. Quando uma firma regulada tem vantagem informacional quanto às suas oportunidades de custo e ao seu comportamento (esforço na produção), ela agirá estrategicamente no processo regulatório visando aumentar o seu lucro (ou outras metas operacionais), sem considerar um possível detrimento em relação ao bem-estar do consumidor. Por isso, abordagens de Regulação Ótima que não considerarem a presença dessa segunda falha de mercado (informação assimétrica) não são capazes de garantir uma solução eficiente para o problema de precificação de monopólios naturais.

Segundo Laffont and Tirole (1993), a modelagem de mecanismos regulatórios mais realistas deve incluir uma completa descrição dos objetivos do regulador e das empresas, a estrutura de informação, os instrumentos de atuação e as restrições. Portanto, uma abordagem mais rigorosa e realista deve ser aderente ao disciplinado pela Teoria de Principal-Agente[6].

De acordo com Laffont (1994), a Teoria de Regulação amparada por modelos Principal-Agente é essencialmente um problema de controle sob informação incompleta. Assim como na literatura tradicional, ela consiste em um processo de otimização bem definido, se diferenciando da anterior ao estressa-la através da inserção de restrições atreladas às assimetrias informacionais entre Regulador (Principal) e Regulado (Agente).

Segundo Armstrong and Sappington (2007), as propriedades qualitativas de políticas regulatórias ótimas podem variar substancialmente conforme a natureza da informação privada e da tecnologia da firma. Todavia, Joskow (2007) destaca a possível partição da literatura de Regulação Ótima (com informação assimétrica) em dois pontos de partida: um focando exclusivamente o problema de seleção adversa, seguindo Baron and Myerson (1982), e outro focando tanto o problema de seleção adversa quanto o de risco moral, seguindo Laffont and Tirole (1986). Ainda, com o passar do tempo, essas duas abordagens evoluíram de forma a cobrir a mesma gama de problemas, gerando conclusões similares.

Devemos observar que, assim como expõem Baron and Besanko (1984), a regulação de monopólios naturais geralmente envolve uma relação contínua na qual, à medida que novas informações são expostas ao Principal, elas são incorporadas na revisão da política regulatória. Ademais, de acordo com Spence and Weitzman (1978), um modelo simples onde o Regulado responde de

[6]As primeiras formulações de modelo Principal-Agente ocorreram na década de 70. Desde então, de modo geral, os modelos em questão partem da estruturação de jogos onde o Principal tem o poder de desenhar o contrato. Contudo, devido à natureza dessa relação onde o Principal delega a operação direta do sistema ao Agente, que possui informações privadas sobre a operação, sendo mais difíceis de serem observadas pelo Principal. Logo, para evitar que o Agente utiliza dessa informação de forma estratégica reduzindo a eficiência alocativa, ao desenhar um contrato o Principal deve observar as condições necessárias de incentivo ao Agente para um conduta eficiente segundo os objetivos do Principal.

maneira míope a cada nova política regulatória não é realista. Dessa forma, um modelo de Controle Ótimo de preços deve adotar uma lógica multiperíodo, onde as decisões dos jogadores (Regulador e Regulado) devem observar o impacto de suas ações sobre os resultados futuros. Todavia, estabelecer o preço em um contexto com informação assimétrica, inclusive quanto aos parâmetros futuros, é algo tecnicamente complexo.

Apesar do desenvolvimento da Teoria e Regulação de Monopólios, Armstrong and Sappington (2007) fazem a ressalva de que, apesar dos úteis *insights* que essa abordagem normativa propicia para o *design* e a avaliação de políticas regulatórias no mundo real, essa abordagem possui suas limitações[7], devido principalmente a simplificações do ambiente demasiadamente complexo no qual o problema regulatório está inserido.Em razão dessas limitações, esses autores concluem que pesquisadores e responsáveis por políticas de regulação foram levados a propor políticas relativamente simples, as quais aparentam propriedades desejáveis apesar de não serem precisamente ótimas.

1.2 Objetivo

O objetivo dessa dissertação é revisar o desenvolvimento da literatura de Regulação de Preços em monopólios naturais devido à adoção da abordagem de Principal-Agente. Em especial, focamos o desenvolvimento de mecanismos de incentivo à eficiência produtiva, o que, por sua vez, gera um maior bem-estar social.

No que tange o estímulo à eficiência produtiva, abordamos tanto o problema de seleção adversa quanto o de risco moral. Ainda, uma vez que a relação entre Regulador e Regulado se perpetua no tempo, abordamos também o problema multiperíodo de Controle de Preços. Por fim, discutimos também as limitações para aplicação da Teoria de Regulação Ótima e as práticas desenvolvidas para contorna-las.

Para tanto, essa dissertação é organizada da seguinte forma: no capítulo II fornecemos uma revisão da Teoria de Regulação de Preços tradicional (com informação perfeita) e uma Introdução ao Problema de Principal-Agente; no capítulo III apresentamos os principais resultados da literatura de Regulação com Informação Imperfeita, estendendo esses resultados para o caso multiperíodo no capítulo IV; no capítulo V apresentamos as limitações da Teoria de Regulação Ótima e as práticas regulatórias utilizadas desenvolvidas para contorna-las; por fim, o capítulo VI é dedicado às considerações finais.

[7]As limitações listadas por esses autores são apresentadas na seção 5.1

Capítulo 2

Fundamentação Teórica

2.1 Regulação Ótima em Monopólios Naturais com Informação Perfeita

As formas como o governo pode interferir na atividade industrial, seja positiva ou negativamente, é material de estudo da Teoria da Regulação Econômica, a qual, segundo Laffont (1994), trata-se da face em Economia Pública dos estudos em Organização Industrial, campo que estuda a atividade econômica (ao nível da firma ou da indústria) quando o paradigma de concorrência perfeita[1] é inadequado.

A literatura em Organização Industrial (amparada no modelo formal da Teoria de Equilíbrio Geral[2]) enfatiza que nem sempre as condições exigidas para a existência de eficiência se sustentam. Nesses casos, o Estado deve intervir no mercado a fim de mitigar os efeitos negativos decorrentes das denominadas *falhas de mercado*, falhas nas condições necessárias para a maximização do bem-estar social.

Pindyck and Rubinfeld (2006) citam quatro razões básicas para a existência dessas falhas: poder de mercado, informações incompletas, externalidade e bens públicos. Dessa forma, o excessivo poder de mercado usufruído pelo monopolista é uma falha de mercado, a qual induz

[1] Caso em que nenhum agente possui poder de mercado suficiente para afetar o preço do bem, o qual é tratado como homogêneo.

[2] A Teoria do Equilíbrio Geral é um ramo da Teoria Microeconômica cuja origem remonta à Walras (1896), sendo estruturada formalmente a partir de Arrow and Debreu (1954). Nesse campo, o estado do sistema econômico em certo ponto no tempo é formulado como a solução de um sistema de equações simultâneas que representa a demanda dos consumidores por bens, a oferta dos produtores pelo respectivos bens e as condições de equilíbrio (oferta igual à demanda) em todos os mercados que compõem esse sistema econômico. O objetivo dessa análise é não só solucionar esse sistema de equações, mas também investigar as condições sob as quais essas soluções existem, possuindo assim um interesse tanto descritivo quanto normativo. Por fim, ao modelar integradamente as relações de consumo, oferta e troca entre os agentes, essa estrutura adota a forma conceitual de um jogo e as soluções alocativas provenientes da interação desses agentes consistem em Equilíbrios de Nash.

ineficiência na alocação dos recursos econômicos da sociedade.

As considerações quanto à eficiência econômica de monopólios da análise normativa providenciada pela Teoria de Regulação tem como ponto de partida os resultados sociais obtidos quando não há falhas de mercado, ou seja, quando o mercado é competitivo e há informação perfeita. Fixando, assim, um *benchmark* para a avaliação da perda de bem-estar social gerada pela falta de competitividade no setor.

Quando a presença de uma única firma significa um menor custo de produção para o setor (definição de monopólios naturais), ao incentivar a concorrência, o Regulador estará promovendo um maior custo que, por conseguinte, será repassado à sociedade. Em vista disso, a normativa regulatória em monopólios naturais aborda o controle pelo Regulador sobre a possível entrada de concorrentes nesses mercados, como forma de garantir maior eficiência no custo de produção (caso dos monopólios legais)[3]. Em contrapartida, o Regulador deve controlar os preços a fim de evitar o mal uso do poder de mercado por parte do monopolista.

Uma vez apresentada brevemente a teoria de regulação de monopólios naturais, o decorrer dessa seção apresentará de maneira mais aprofundada (e com maior rigor matemático) a Teoria de Regulação de Preços nessas indústrias monopolísticas. Uma vez que o objetivo dessa dissertação se concentra na avaliação da eficiência econômica, embasado no exposto em Mas-Colell et al. (1995), a subseção 2.1.1 formaliza o modelo de Equilíbrio Competitivo Parcial, cujos resultados serão comparados com os obtidos diante da quebra da hipótese de competitividade perfeita, expostos na subseção 2.1.2 posterior. A subseção 2.1.3 irá definir e caracterizar os monopólios naturais, além de expor a condição de viabilidade financeira para o monopolista no ato do controle de preços. Por fim, a subseção 2.1.4 discute os principais resultados da Teoria de Regulação de Preços com Informação Perfeita.

2.1.1 Alocação Econômica Eficiente - O Bem-Estar Social em Mercados Competitivos

Visando avaliar o bem-estar social em um setor quando não há falhas de mercado, formalizaremos o modelo de Equilíbrio Competitivo Parcial. Esse modelo tem origem na simplificação do de Equilíbrio Competitivo Geral ao assumir que certa economia pode ser decomposta em dois bens, o bem alvo da análise - cuja quantidade consumida (ou produzida) é representada pela variável q - e um numerário - cuja quantidade consumida (ou produzida) é representada

[3]Principalmente em indústrias tratadas como "essenciais"pelo governo, onde o acesso ao bem/serviço é objeto de políticas de universalização. Caso de setores como eletricidade, telefonia e serviços de água.

por m. A interpretação atribuída ao bem numerário é a de que ele engloba os demais bens da economia e a quantidade desse bem equivale ao montante de dinheiro gasto nesses demais bens ao assumirmos a normalização $p_m = 1$.[4]

Seja q_{Ci} a quantidade do bem alvo e m_i a do bem numerário consumidas pelo consumidor i, tal que os pares de consumo $(m_i; q_{Ci})$ estejam em $\mathbb{R} \times \mathbb{R}_+$. A função de utilidade de todo consumidor $i \in \{1; \ldots; I\}$ é representada pela função de utilidade quase-linear:

$$\nu_i(m_i; q_{Ci}) = m_i + u_i(q_{Ci}) \tag{2.1}$$

Assumimos também que a função u_i é limitada superiormente e duas vezes diferenciável para qualquer $i \in I$, com $\dot{u}_i(q_{Ci}) > 0$ e $\ddot{u}_i(q_{Ci}) < 0$ para todo $q_{Ci} > 0$. Ainda, normalizamos $u_i(0) = 0$.

Nessa economia, existem J firmas capazes de produzir o bem alvo a partir do bem m, onde o custo $C_j(q_{Fj})$ é o montante de m gasto pela da firma $j \in \{1; \ldots; J\}$ para produzir q_{Fj}. Seja, m_j o montante do bem numerário que a firma j consume na produção de q_{Fj}, o conjunto de produção de j é $Q_{Fj} = \{(-m_j, q_{Fj}) |\, q_{Fj} \geq 0 \text{ e } m_j \geq C_j(q_{Fj})\}$. Assumimos também que a função custo de produção C_j é duas vezes diferenciável com $\dot{C}_j(q_{Fj}) \geq 0$ e $\ddot{C}_j(q_{Fj}) > 0$ $\forall q_{Fj} > 0$ para qualquer $j \in J$.

Sem perda de generalidade, assumimos que nenhum consumidor possui alguma dotação inicial do bem alvo ou irá estocar parte do consumo para o futuro[5]. Por outro lado, definimos como ω_{mi} a dotação inicial do bem m pelo consumidor i. Seja p o preço do bem alvo e $\pi_j(q_{Fj}) = pq_{Fj} - C_j(q_{Fj})$ o lucro da firma j produzir q_j,

Definição 1. *Uma alocação econômica* $\{(m_i, q_{C1}); \ldots; (m_I, q_{CI}); (\pi_1(q_{F1}), q_{F1}); \ldots; (\pi_J(q_{FJ}), q_{FJ})\}$ *é factível se:*

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{I} m_i &\leq \sum_{i=1}^{I} \omega_{mi} + \sum_{j=1}^{J} [pq_{Fj} - C_j(q_{Fj})] \\ \sum_{i=1}^{I} q_{Ci} &\leq \sum_{j=1}^{J} q_{Fj} \end{aligned}$$

[4] Ao partirmos do modelo de análise de equilíbrio parcial, implicitamente assumimos que o mercado avaliado representa uma pequena parte da economia como um todo. Portanto, estamos assumindo que:

i) Como o consumo deste bem representa uma pequena parte da renda do consumidor, pequenas variações no preço não geram *efeito renda* significativo; e

ii) Os preços dos demais bens dessa economia não são afetados pelas mudanças nesse mercado em específico.

[5] Logo, não estamos avaliando a questão temporal no problema de decisão do consumidor.

Isso significa que o consumo não pode ser maior que a produção, seja do bem alvo, seja do numerário (recurso monetário). Estabelecido o conjunto de alocações possíveis da economia, podemos estabelecer o seguinte critério para caracterizar certa alocação factível como eficiente.

Definição 2. *Uma alocação factível* $\{(m_i,q_{C1});\ldots;(m_I,q_{CI});(\pi_1(q_{F1}),q_{F1});\ldots;(\pi_J(q_{FJ}),q_{FJ})\}$ *é Pareto ótima (eficiente) se* $\nexists\ \{(m_i^{'},q_{C1}^{'});\ldots;(m_I^{'},q_{CI}^{'});(\pi_1(q_{F1}^{'}),q_{F1}^{'});\ldots;(\pi_J(q_{FJ}^{'}),q_{FJ}^{'})\}$ *factível tal que* $u_i(m_i^{'};q_{Ci}^{'}) \geq u_i(m_i;q_{Ci})\ \forall i$ *e* $u_i(m_i^{'};q_{Ci}^{'}) > u_i(m_i;q_{Ci})$ *para algum* i.

Seja δ_{ij} a participação do consumidor i no lucro da empresa j, tal que $\sum_{i=1}^{I}\delta_{ij} = 1$. O conceito de Equilíbrio Competitivo (Walrasiano) é definido da seguinte maneira no modelo de Equilíbrio Parcial:

Definição 3. *Uma alocação* $\{(m_i^*,q_{C1}^*);\ldots;(m_I^*,q_{CI}^*);(\pi_1(q_{F1}^*),q_{F1}^*);\ldots;(\pi_J(q_{FJ}^*),q_{FJ}^*)\}$ *e o preço* $p^* \in \mathbb{R}_+$ *do bem alvo constituem um Equilíbrio Competitivo Parcial (Walrasiano) se as seguintes condições são satisfeitas:*

i) Maximização do lucro de cada firma: Para dado p^* *e* $\forall j$, q_{Fj}^* *soluciona*

$$Máx_{q_{Fj}\geq 0}\, p^* q_{Fj} - C_j(q_{Fj})$$

ii) Maximização da utilidade de cada consumidor: Para dado p^* *e* $\forall i$, (m_i^*,q_{Ci}^*) *soluciona*

$$Máx_{m_i\in\mathbb{R},q_{Ci}\in\mathbb{R}_+}\, m_i + u_i(q_{Ci})$$

s.a.

$$m_i + p^* q_{Fi} \leq w_{mi} + \textstyle\sum_{j=1}^{J}\delta_{ij}(p^* q_{Fj}^* - C_j(q_{Fj}^*))$$

iii) Market Clearing:

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{I} m_i^* &= \sum_{i=1}^{I}\omega_{mi} + \sum_{j=1}^{J}[p^* q_{Fj}^* - C_j(q_{Fj}^*)]\\ \sum_{i=1}^{I} q_{Ci}^* &= \sum_{j=1}^{J} q_{Fj}^*\end{aligned}$$

Qualquer solução do problema de maximização do consumidor na condição ii) satisfaz a restrição (conhecida como restrição orçamentária) com igualdade. Isso permite reescrevermos o problema de maximização do consumidor como

$$\text{Máx}_{q_{Ci} \in \mathbb{R}_+} u_i(q_{Ci}) + [w_{mi} + \sum_{j=1}^{J} \delta_{ij}(p^* q_{Fj}^* - C_j(q_{Fj}^*))] \quad (2.2)$$

que possui a condição de primeira ordem, necessária e suficiente, $\dot{u}_i(q_{Ci}^*) \leq p^*$, com igualdade se $q_{Ci}^* > 0$ para $i = 1, \ldots, I$. Assim, podemos expressar a quantidade ótima de m_i^* em termos de q_{Ci}^* da seguinte forma: $m_i^* = [w_{mi} + \sum_{j=1}^{J} \delta_{ij}(p^* q_{Fj}^* - C_j(q_{Fj}^*))] - p^* q_i^*$.

De forma semelhante, a solução para o problema de maximização da firma encontra-se na fronteira do conjunto (fechado) Q_{Fj}. Portanto, a solução de equilíbrio para o consumo do bem numerário pode ser escrita como $m_j^* = C_j(q_{Fj}^*)$. Essas duas considerações permitem reescrever a alocação de equilíbrio apenas em termos do bem alvo como $\{q_{C1}^*; \ldots; q_{CI}^*; q_{F1}^*; \ldots; q_{FJ}^*\}$.

Assim, ao assumirmos que a condição de *market clearing* seja válida para o bem alvo[6][7], podemos estabelecer o seguinte:

Lema 1. *A alocação* $\{q_{C1}^*; \ldots; q_{CI}^*; q_{F1}^*; \ldots; q_{FJ}^*\}$ *e o preço* p^* *constituem um Equilíbrio Competitivo Parcial se, e somente se,*

i) $p^* \leq \dot{C}_j(q_{Fj})$*, com igualdade se* $q_{Fj}^* > 0$*,* $j = 1, \ldots, J$*;*

ii) $\dot{u}_i(q_{Ci}^*) \leq p^*$*, com igualdade se* $q_{Ci}^* > 0$*,* $i = 1, \ldots, I$*; e*

iii) $\sum_{i=1}^{I} q_{Ci} = \sum_{j=1}^{J} q_{Fj}$

Observemos que, se $\max_i \dot{u}_i(0) > \min_j \dot{C}_j(0)$, a produção e o consumo agregado do bem alvo serão estritamente positiva e, consequentemente, as condições *i*) e *ii*) valerão com igualdade.[8] Dessa forma, por simplicidade, doravante assumiremos que temos $\max_i \dot{u}_i(0) > \min_j \dot{C}_j(0)$.

A análise de Equilíbrio Competitivo Parcial pode ser representada na técnica gráfica Marshaliana, onde o preço de equilíbrio é identificado como o ponto de interseção entre as curvas de demanda agregada e de oferta agregada, as quais serão desenvolvidas a seguir.

Como $\dot{u}(\cdot)$ é estritamente decrescente ($\ddot{u}_i(q_{Ci}) < 0$) no Conjunto Imagem $(0; \dot{u}(0)]$, para cada $p > 0$ existe um único valor de q_{Ci} que satisfaz a condição *ii*) do Lema 1. Chamemos de

[6]Lembrando que a condição de *market clearing* vale para determinado bem se ela vale para os demais bens dessa economia. Logo, ao valer para o bem alvo, ela vale para o bem numerário.

[7]Consideremos também que não é possível estocar o bem alvo, postergando seu consumo ou produção. O que restringe a análise a um problema atemporal.

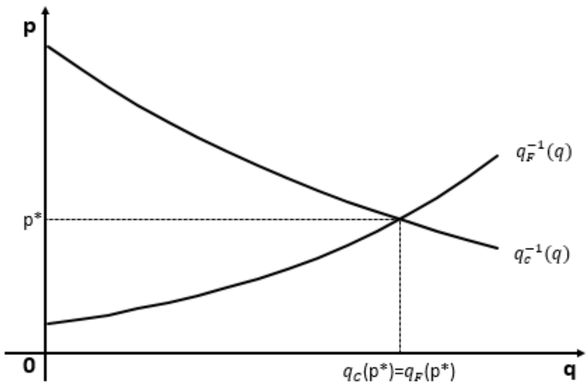
[8]Ainda, cabe observarmos que em nenhumas das três relações acima envolvem as dotações iniciais ou as participações dos consumidores no lucro das firmas. Assim, a alocação de equilíbrio não leva em conta a riqueza individual, inicial ou final. Essa simplificação é decorrente da utilização de forma quase-linear em 2.1 para representar as preferências dos consumidores.

demanda do consumidor i ao preço p, o valor de q_{Ci} que equaliza $p = \dot{u}_i(q_{Ci})$[9]. Podemos, assim, definir $q_{Ci}(p)$ como a função que associa a cada p um valor q_{Ci}, denominada *função de demanda Walrasiana* do consumidor i.[10] Por fim, definimos a *função de demanda agregada (Walrasiana)* $q_C(p) = \sum_{i=1}^{I} q_{Ci}(p)$, uma função contínua e não crescente para todo $p > 0$, sendo estritamente decrescente para qualquer $p < \text{Máx}_i \dot{u}_i(0)$ [11] e $q_C = 0$ quando $p > \text{Máx}_i \dot{u}_i(0)$.

De forma similar, suponhamos inicialmente que $\ddot{C}_j > 0$. Nesse caso, para cada $p > 0$ existe um único valor de q_{Fj} que satisfaz a condição $i)$ do Lema 1. Chamemos de oferta da firma j ao preço p, o valor de q_{Fj} que equaliza $p = \dot{C}_j(q_{Fj})$. Podemos, assim, definir a função de oferta $q_{Fj}(p)$ que associa a cada p um valor q a ser produzida pela firma j, segundo sua lógica de maximização do lucro[12]. Ainda, definimos a *função de oferta agregada* $q_F(p) = \sum_{j=1}^{J} q_{Fj}(p)$.

Segundo a hipótese de competitividade, nenhum consumidor (ou firma) impacta individualmente a quantidade total consumida (ou produzida) e, portanto, não são capazes de afetar o preço através de decisões individuais de consumo (ou produção). Sob essa hipótese, a definição dessas duas funções permite estabelecer que, para encontrarmos o preço de equilíbrio competitivo p^*, basta encontrarmos o preço p tal que $q_C(p) = q_F(p)$, ou seja, o preço que satisfaz a condição de *maket clearing*.

Podemos, assim, representar as curvas de oferta agregada e de demanda agregada e a alocação de equilíbrio competitivo $(p^*; q^*)$, tal que $q^* = q_C(p) = q_F(p)$ e $p^* = q_C^{-1}(q^*)$, da seguinte forma no gráfico Marshalliano.



Seja Q um vetor de alocação $(q_{C1}; \ldots; q_{CI}; q_{F1}; \ldots; q_{FJ})$ e $p(q_C) = q_C^{-1}(p)$ a *função de demanda agregada inversa*. A utilidade total dos consumidores pelo consumo descrito na alocação

[9]Se $p \geq \dot{u}_i(0)$, então $q_{Ci}(p) = 0$.

[10]Função que não dependente da renda ω_{mi} do consumidor i no modelo de Equilíbrio Parcial, devido à quase-linearidade do funcional $\nu_i(\cdot)$.

[11]Observe que, de $\ddot{u}_i(q) < 0$, temos $\dot{q}_i(p) = \frac{1}{\ddot{u}_i(q)} < 0$.

[12]Observe que, de $\ddot{C}_j(q) \geq 0$, temos $\dot{q}_j(p) = \frac{1}{\ddot{C}_j(q)} \geq 0$.

$(Q;p)$, onde $p = p(q_C)$, é mensurada pela função *excedente agregado do consumidor*

$$U(q_C) := \sum_{i=1}^{I} u_i(q_{Ci}) - p q_C, \tag{2.3}$$

ou seja, a soma das utilidades pelos respectivos consumos do bem alvo menos o custo total pelo consumo de q_C (total do numerário pago por esse consumo do bem alvo)[13]. Pelo teorema fundamental do cálculo e ao assumir que $u_i(0) = 0 \, \forall i$, podemos reescrever o excedente agregado do consumidor como

$$U(q_C) = \int_0^{q_C} [p(x) - p] \; dx \tag{2.4}$$

Para a avaliação do bem-estar das firmas ainda temos $p = p(q_C)$, pois o preço é determinado pela função de demanda inversa, no entanto, vale $q_C = q_F$. Dessa forma, a utilidade total das firmas produzirem segundo a alocação $(Q;p)$ é mensurada pela função *excedente agregado do produtor* $\pi(q_F) = p q_F - \sum_{j=1}^{J} C(q_{Fj})$, ou seja, a receita pela produção total de q_F do bem alvo menos a soma dos respectivos custos ao produzir q_F (total do numerário gerado pela produção do bem alvo). Similar ao caso do consumidor, podemos reescrever o excedente agregado do produtor como

$$\begin{aligned} \pi(q_F) &= \pi(0) + \int_0^{q_F} [p - \dot{C}(x)] \; dx \\ &= \pi(0) + \int_0^{p} q_F(x) \; dx \end{aligned} \tag{2.5}$$

onde $\pi(0)$ é uma constante independente da venda de q que é igual o lucro da firma quando $q_F = 0$ (podendo assim ser interpretado como o custo fixo de produção).

Logo, observando a condição de *market clearing* (com $q = q_C = q_F$), o bem-estar econômico auferido por certa alocação $(Q;p)$ pode ser avaliada pela função de Excedente Agregado Marshaliano $W(q) = U(q) + \pi(q)$, igual à diferença entre a utilidade social pelo consumo de q e o custo de produzi-lo (resultado da soma do excedente do consumidor com o do produtor[14]). Ainda, o

[13] Temos $\frac{\partial \sum_{i=1}^{I} u_i(q_{Ci})}{\partial q_C} = \sum_{i=1}^{I} \frac{\partial u_i(q_{Ci})}{\partial q_{Ci}} \frac{\partial q_{Ci}}{\partial q_C} = \sum_{i=1}^{I} p \frac{\partial q_{Ci}}{\partial q_C} = p$. O que garante que de fato $p(q) = q^{-1}(p)$ é a função de demanda inversa, com $q(p)$ a demanda total proveniente do problema de tomada de decisão de cada consumidor (enquanto tomadores de preço).

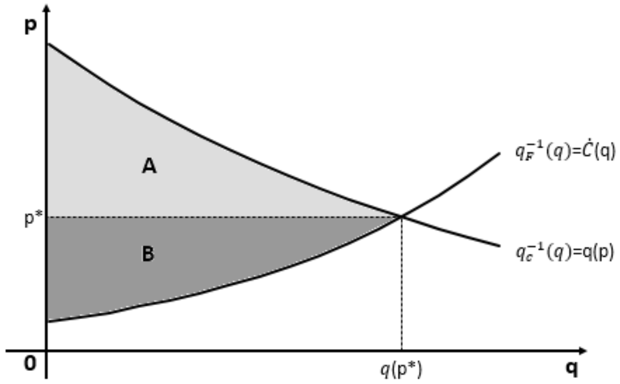
[14] Observe que a função de excedente agregado não faz qualquer distinção do peso do consumidor ou do produtor na soma. Logo, a alocação ótima maximiza o excedente agregado, mas não trata da questão distributiva desse agregado.

Excedente Agregado Marshaliano pode ser reescrito como

$$W(q) = \pi(0) + \int_0^q [p(x) - \dot{C}(x)]\ dx \tag{2.6}$$

A solução da maximização do problema acima fornece alocação de equilíbrio competitivo, podendo ser encontrada ao estabelecer o preço p tal que $p = \dot{C}(q)$.

Essa caracterização do excedente agregado alcançado por $p = \dot{C}(q)$ pode ser visualidade através do gráfico Marshalliano abaixo.



Nesse gráfico, a área A corresponde ao excedente do consumidor e a área B corresponde ao do produtor e, portanto, o excedente agregado é igual a soma das áreas A e B, dada por $\int_0^{q^*} [p(x) - \dot{C}(x)]\ dx$.

Por fim, o Primeiro Teorema Fundamental do Bem-Estar Econômico estabelece que, se uma alocação $(Q^*; p^*)$ constitui um equilíbrio competitivo, então essa alocação é Pareto ótima[15]. Portanto, a alocação decorrente do problema de otimização acima é eficiente no sentido de Pareto, razão pela qual ela é reconhecida como a solução de *first-best* para do problema de fixação do preço pelo Estado, servindo como solução de *benchmark* para casos onde a hipótese de concorrência perfeita seja factível.

Podemos ainda, expandir essa análise para o caso multi-produto. Seja $\bar{q}$ um vetor composto por n bens q_n e $\bar{p}$ o respectivo vetor de preços para $\bar{q}$ (matemos a hipótese de que $p_m = 1$). As hipóteses do modelo de Equilíbrio Parcial, são reescritas como: *i)* variações em cada p_n não geram efeito renda significativo e *ii)* mudanças na demanda de um bem q_n não afetam os mercados que compõem o bem numerário (demais bens além do alvo de avaliação)[16]. Dessa forma, o excedente agregado do consumidor será reescrito como $U(\bar{q}) = \sum_{i=1}^{I} u_i(\bar{q}) - \bar{p}\bar{q}$ e o excedente da firma é

[15] Uma exposição completa sobre esse teorema é fornecida em Mas-Colell et al. (1995), página 326.

[16] Essas hipóteses são garantida pela caracterização quase-linear do funcional de utilidade do consumidor, o qual é rescrito como $\nu(m; \bar{q}) = m + u(\bar{q})$.

dado por $\pi(\bar{q}) = \bar{p}\bar{q} - C(\bar{q})$. Contudo, uma vez que a análise do caso multi-produto não perde valor qualitativo ao ser restringida a avaliação de um único bem, sem perda de generalidade, doravante trataremos apenas do caso multi-produto (exceto quando for destacado o contrário).

2.1.2 Bem-Estar Social em Mercados sem Competição Perfeita

Por definição, mercado monopolístico é um setor onde há uma única firma produzindo o bem. Logo, a produção da firma é igual à produção total do bem ($q_j = q_F$, pois $j \equiv 1$). Sob a hipótese de não-competitividade e de *market clearing*, o preço será definido pela função de demanda inversa $p(q)$. Como o nível de produção escolhido por essa firma define o preço praticado nesse mercado, o problema de maximização do lucro para um monopolista pode ser estabelecido como

$$\max_{q \geq 0} p(q)q - C(q) \tag{2.7}$$

cuja solução q^M é dada pela condição de primeira ordem

$$\dot{p}(q^M)q^M + p(q^M) \leq \dot{C}(q^M), \text{ com iguldade se } q^M > 0, \tag{2.8}$$

como $p(0) > \dot{C}(0)$, essa condição pode ser satisfeita apenas com $q^M > 0$.

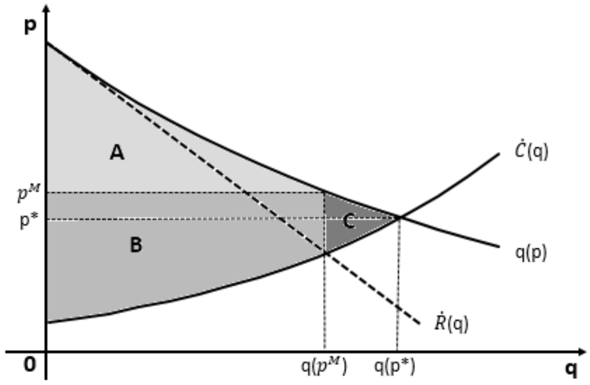
Como $\dot{p}(q) < 0$ e $q \geq 0$, temos $p(q^M) \geq \dot{C}(q^M)$. Ainda, como $\dot{p}(q) < 0$ e $\ddot{C} \geq 0$, temos $q^M < q^*$, o nível ótimo de produção no caso monopolístico é menor que o nível ótimo no caso competitivo.

A perda de bem-estar gerada por essa distorção do nível de produção pode ser mensurada pela variação da função de Excedente Agregado Marshaliano,

$$W(q^*) - W(q^M) = \int_{q^M}^{q^*} [p(x) - \dot{C}(x)]\, dx \quad > 0 \tag{2.9}$$

O valor dessa distorção é conhecido como *peso morto* pois, uma vez estabelecida a locação q^M, ele não pode ser recuperado mesmo que o Estado realize uma redistribuição do ganho extra de monopólio da firma para os consumidores. Observe que q^M é uma alocação não Pareto ótima, pois existe uma quantidade extra $(q^* - q^M)$ a qual os consumidores estariam dispostos a consumir caso essa quantidade extra fosse ofertada por um preço menor, p^* por exemplo, que ainda auferiria um resultado ao menos tão bom pra a firma quanto o já alcançado por $(q^M; p^M)$. Por isso, a não-competitividade é tratada como uma falha de mercado.

A representação gráfica do bem-estar social alcançado por $(p^M; q^M)$ é fornecida abaixo.



Nesse gráfico, ilustramos como a possibilidade da firma induzir o preço p^M através da fixação da produção em um nível q^M aumenta o seu excedente (representado pela área B) reduzindo o excedente do consumidor (na área A) e também gerando um peso morto (área C).

Podemos assim concluir que, independentemente da questão distributiva da renda, a ineficiência gerada pela não competitividade justifica a intervenção do Estado em setores como os monopolísticos. Contudo, conforme será desenvolvido na subseção a seguir, ao buscar resultados similares ao caso competitivo, o Estado não deve estimular a competitividade (induzindo um maior número de firmas na atividade) em casos monopólios naturais. Cabendo assim, a regulação do preço praticado no setor como forma alternativa do Estado promover uma alocação produtiva o mais próximo de $(q^*; p^*)$ possível, observando $q(p)$.

2.1.3 Definição, Regulação Eficiente e Viabilidade Financeira em Monopólios Naturais

Walras (1875) define um monopólio natural como uma indústria onde o monopólio é a estrutura de mercado eficiente. Logo, assim como posteriormente exposto em Posner (1969), um monopólio natural não se refere ao número de produtores em um mercado mas à relação entre a demanda e a tecnologia de produção. Essa definição tecnológica é adaptada de Carlton and Perloff (1994) da seguinte forma: quando o custo de produção total aumenta se duas ou mais firmas produzem ao invés de uma, esse mercado é um monopólio natural.

Portanto, independentemente das condições que levam uma indústria à situação de monopólio natural (e.g. retorno de escala, custos irrecuperáveis, economia de escopo, ...), essa caracterização é atribuída ao fato da função de custo de produção da indústria ser sub-aditiva para qualquer nível de produção.

Formalmente, seja $C^J(q) = \sum_{j=1}^{J} C_j(q_j)$ a função de custo de produção de um setor composto por J firmas onde $q = q(p)$ é a quantidade de certo bem homogêneo demandada pelo mercado para certo preço p, tal que $q = \sum_{j=1}^{n} q_j$. Sem perda de generalidade, assumimos que C_j é idêntica para qualquer firma $j \in J$. Esse mercado será um monopólio natural (ao menos para certo nível de produção $q \in [q^L; q^H]$) se e somente se para qualquer $J = 2,3,\cdots$ temos

$$C^1(q) = C_{j \in J}(q) \leq \sum_{j=1}^{J} C_j(q_j) = C^J(q).$$

Portanto, a produção desse setor quando concentrada em um único produtor é mais eficiente.

Alguns estudos que avaliam se de fato setores tipicamente reconhecidos como monopólios naturais apresentam função de custo de produção sub-aditiva são: Christensen and Greene (1976), Cowing (1974) e Rose and Joskow (1988) para o setor de energia elétrica; Teeples and Glyer (1987) para o setor de água e Gagnepain and Ivaldi (2002) para empresas de transito. Esses estudos empíricos tendem à encontrar economias de escala para certos níveis de produção, o que, segundo Bonbright et al. (1961) não é condição necessária, mas é suficiente para a condição de sub-aditividade em casos de um único produto[17].

Por fim, conforme afirma Joskow (2007), é importante destacar que o julgamento de certo monopólio natural quanto à sua não-competitividade passa pela avaliação das suas características. Por exemplo, a existência de bens substitutos - observe que uma empresa de televisão à cabo compete com uma de televisão via satélite - ou a ameaça de empresas entrantes - o que restringe a possibilidade do monopolista exercer seu poder de mercado.

No que tange a regulação de monopólios naturais, em razão da definição tecnológica destes, sua regulação é diferenciada quando comparada a regulação dos demais mercados não-competitivos. Se por um lado a falta de competitividade (a qual emerge "naturalmente") estimula uma série de problemas de performance econômica nesses setores[18], por outro, monopólios naturais são casos onde o estímulo a competição significa a promoção de uma estrutura de mercado ineficiente (maior custo total de produção). Dessa forma, para garantir uma estrutura de mercado eficiente e simultaneamente suprimir o problema de preço excessivo, e o consequente peso morto gerado, a prática regulatória mais adotada pelos governos no último século tem sido o

[17]Ressalva quanto à relativa ausência de distinção entre economia de escala clássica e economia de densidade nesses estudos.

[18]Nesse contexto, Joskow (2007) cita os seguintes problemas: preços excessivos, ineficiências produtivas, duplicação dos custos de instalação, baixa qualidade dos serviços prestados e potencial, e indesejado, impacto distribucional de renda.

controle sobre o preço de venda do monopolista.

Segundo o modelo de Equilíbrio Competitivo Parcial exposto nas subseções anteriores, a completa extinção da perda social decorrente do poder de mercado do monopolista pode ser obtida pela fixação do preço em p^* (o preço de equilíbrio caso esse mercado fosse competitivo, $p^* = \dot{C}(q^*)$). Todavia, a precificação pelo custo marginal não observa a viabilidade financeira da produção de q^*. Por isso, caso a indústria a ser regulada esteja sujeita a tecnologias - refletidas na função de custo - onde o excedente da firma $\pi(q^*) = p^*q^* - C(q^*)$ seja menor que zero, fixar o preço em p^* tornaria inviável a produção do bem. Logo, a discussão quanto à regulação ótima em monopólios naturais requer a avaliação das características tecnológicas dos setores assim caracterizados.

Kahn (1988) argumenta que economias de escala, além da presença de custos irrecuperáveis e altos custos fixos, são os principais fatores para a destruição da competição, tornando estruturas de mercado monopolísticas (ou oligopolísticas) ótimas no longo prazo. Conforme desenvolvido em Joskow (2007), a presença de altos custos fixos caminha junto com custos irrecuperáveis, e é fator suficiente para a existência de economias de escala. Conforme discutido no início dessa subseção, essa característica economia de escala é condição suficiente para a forma sub-aditiva da função de custo (típica de monopólios naturais).

Para casos de alto custo fixo (típicos em monopólio natural), a função de custo de produção pode ser representada por $C(q) = k + CV(q)$, onde k é a componente de custo fixo e $CV(q)$ é a componente de custo variável. Consequentemente, o custo médio é dado por $CMed(q) = \dfrac{k + CV(q)}{q}$ e o custo marginal por $\dot{C}(q) = \dot{CV}(q)$.

Ao ter o preço do produto fixado em p pelo regulador, o monopolista se torna um tomador de preço ($\frac{\partial q^{-1}(\cdot)}{\partial q_F} = 0$). Nesse caso[19], sua receita é linear em função de q e, consequentemente, seu retorno será crescente em escala se $\dot{CMed}(q) < 0$. É fácil demonstrar que $\dot{CMed}(q) = \frac{1}{q}[\dot{C} - CMed]$. Logo, $\dot{CMed}(q) < 0 \Leftrightarrow \dot{C} < CMed$. Como $\dot{C}(0) = 0$, $CMed(q)_{q \to 0} = \infty$ e $CMed(\cdot)$ e $\dot{C}(\cdot)$ são contínuas, para todo $q < q_e$, onde $CMed(q_e) = \dot{C}(q_e)$, vale $\dot{CMed}(q) < 0$ e $\dot{C}(q) < CMed(q)$.

Portanto, caso a produção do monopolista se encontre em certo nível onde haja economia de escala, a fixação do preço em $p^* = \dot{C}(q^*)$ significará que $p^* < CMed(q^*)$. Logo, a empresa incorreria em prejuízos, tornando inviável a prestação do serviço.

Portanto, ao controlar o preço praticado em um monopólio natural, o Regulador deve observar

[19] Restrito a $q \in \{q | q_F \leq q_C(p)\}$.

que a presença de altos custos fixos pode tornar inviável para firma operar caso o preço seja fixado em p^*. Dessa forma, uma vez que a alocação de equilíbrio competitivo corresponde à alocação que maximiza o bem-estar social, o Regulador deve buscar por uma solução de *second best* capaz de garantir a viabilidade financeira da prestação de serviço pela firma.[20]

2.1.4 Regulação de Preços com Informação Perfeita

A literatura tradicional de precificação em monopólios naturais assume que o Regulador possui informação perfeita quanto à função de custo da firma e as demais informações como a função de demanda, ou a qualidade do serviço, são igualmente fornecidas para Regulador e Regulado.

Uma primeira tentativa em contornar o problema de precificação eficiente é a fixação do preço como igual ao custo médio, solução capaz de garantir a viabilidade do serviço e de extrair o lucro monopolístico da firma[21]. Ainda, conforme exposto em Coase (1946), a precificação via custo marginal não observa o quanto a sociedade está disposta a pagar para garantir a produção de certo bem, cobrindo seus custos fixos. Todavia, a precificação pelo custo médio por si só não maximiza o problema de alocação econômica do setor.

Allais (1948) afirma que apenas a precificação pelo custo marginal pode maximizar o bem-estar social e, para tanto, ele sugere que a diferença entre o custo médio e o custo marginal, caso negativa, deveria ser subsidiada pelo governo. Sendo essa possibilidade discutida a seguir, no tópico sobre Regulação de Preços com Transferências.

Por outro lado, a realização de transferências entre o Estado (Regulador) e a firma (Regulado) nem sempre será factível ou simplesmente desejável pelo Estado. Nesses casos, o problema de precificação eficiente do Regulador consiste em um problema de *second best*, onde o preço é capaz de maximizar o bem-estar social e garantir a viabilidade financeira da produção por parte da firma, assunto que será discutido mais a frente, no tópico sobre Regulação de Preços sem Transferências.

Por fim, um foco secundário dessa literatura foi desenvolvido primariamente para a produção de energia elétrica, onde a demanda varia fortemente no tempo e a produção é não-estocável, intensiva em capital e o capital investido deve ser suficiente para satisfazer o pico de demanda.

[20] Para o caso multi-produto, a função de custo do monopolista será reescrita como $C(\bar{q}) = k + CV(\bar{q})$, onde o significativo peso da parcela fixa k garante a característica sub-aditividade da função de custo de produção do setor e torna necessária a contemplação da viabilidade financeira da firma (garantida pela receita $\bar{p}\bar{q}$) quando o Regulador fixar o vetor de preços $\bar{p}$.

[21] A precificação pelo custo médio é aplicada pela Regulação por Custo de Serviço, uma prática regulatória de precificação em Monopólios Naturais que será discutida no capítulo 5.

Esse problema será brevemente discutido no final dessa subseção, no tópico de Precificação de Ponta.

Regulação de Preços com Transferências

Uma forma de garantir a viabilidade financeira da empresa é o Estado estabelecer um imposto do tipo "*lump-sum*"[22]. Contudo, essa solução incorre em possíveis custos de transação na transferência monetária dos consumidores para a firma.

Adotando a exposição de Armstrong and Sappington (2007) quanto a essa possibilidade, considere que, a fim de limitar o peso morto, o Estado fixe o lucro da firma monopolista em zero através de uma transferência s_L (via *lump-sum*) do excedente do produtor para o os consumidores[23], tal que $(\pi(q) + s_L(q) = 0 \; \forall \, q)$. Nesse caso o excedente do consumidor será dado por $U(q) + s_L(q)$.

Seja $\Lambda \geq 0$ o custo do Estado levantar fundos dos pagadores de impostos, denominado na literatura como *custo social dos fundos públicos*. Uma vez que Λ está associado ao custo do Governo transacionar determinado recurso, o bem-estar social $W(\cdot)$ decai em $(1 + \Lambda)$ para cada unidade monetária coletada pelo Governo[24]. Nesse caso, o problema de maximização de W nesse setor monopolístico deve ser escrito como

$$\max_q U(q) + (1 + \Lambda)\pi(q) \tag{2.10}$$

Dessa forma, o preço p^r fixado pelo Regulador capaz de maximizar o bem-estar social de acordo com 2.10, satisfaz a expressão

$$\frac{p^R(q) - \dot{C}(q)}{p^R(q)} = \frac{\Lambda}{1 + \Lambda} \frac{1}{\epsilon} \tag{2.11}$$

onde $\epsilon = -\dfrac{\partial q}{\partial p} \dfrac{p}{q}$ é a elasticidade-preço da demanda. Ainda, se $\Lambda = 0$, então $p^R(q) = \dot{C}(q)$.[25]

O parâmetro Λ é usualmente visto como exógeno à indústria monopolística, sendo intrínseco

[22] É fato estabelecido na literatura em equilíbrio parcial, que a tributação sobre o preço gera distorção na alocação de equilíbrio, causando peso morto.

[23] Isso em si, não traz à tona qualquer nível de preferência do Regulador quanto ao bem-estar dos consumidores em relação ao da firma. Apenas sintetiza matematicamente a maximização do bem-estar social ao agrega-lo em nas mãos dos consumidores, e qualquer distribuição posterior do bem-estar social alcançado inicialmente não afetaria o resultado total.

[24] Por outro lado, se $\pi(\cdot) > 0$, a transferência $(1+\Lambda)\pi(\cdot)$ é interpretada como o montante monetário economizado pelos consumidores em pagamento de impostos.

[25] A demonstração desse resultado é idêntica a do problema de Ramsey-Boiteux no tópico abaixo, simplesmente trocando Λ pelo multiplicador de Lagrange λ. Logo, para apreciação da mesma vide a demonstração do resultado 2.14 no tópico abaixo.

às características institucionais e macroeconômicas do país. Exemplo de avaliação empírica a respeito é fornecido em Laffont (2005), onde o autor sugere que $\Lambda \approx 0{,}3$ em países desenvolvidos e maior que 1 em países menos desenvolvidos. Quando Λ é estritamente positivo, o problema de decisão dos agentes econômicos é sujeito a uma restrição extra (quando balizado pelo problema de Equilíbrio Geral), a perda de numerário devido à transferência. Causando, assim, distorção na atividade produtiva e, consequentemente, *peso morto*.

Todavia, o impacto de Λ sobre o problema de precificação pelo Estado em setores monopolísticos, em si, engloba questionamentos que surpassam o escopo dessa dissertação.

Regulação de Preços sem Transferências

Caso o Regulador não seja capaz de usar os fundos públicos para financiar a atividade produtiva monopolística e de tributar diretamente o lucro da firma, ele não poderá compensar a insuficiência (ou o excesso) da receita da firma de forma a garantir que $\pi(q) \geq 0$. Consequentemente, o problema de precificação eficiente pelo Regulador deve satisfazer $pq(p) - C(q(p)) \geq 0$.

Para tanto, consideramos a seguir duas possibilidades. Na primeira, o preço não muda independentemente da quantidade consumida pelo consumidor, portanto os preços são lineares. Na segunda, o preço unitário é não linear devido a partição da tarifa pelo serviço em componentes, geralmente uma fixa (independente do consumo) e outra(s) associadas a faixas de consumo.

Preços Lineares Ótimos

O problema de precificação, inclusive para o caso multi-produto ($\bar{q} = (q_1; \ldots; q_N)$), sujeito à viabilidade da produção foi desenvolvida por Ramsey (1927) e Boiteux (1971), partindo do seguinte problema de otimização:

$$\begin{gathered}\text{Máx}_{\bar{q}}[U(\bar{q}) - C(\bar{q})] \\ \text{s.a.} \\ \bar{p}(\bar{q})\bar{q} - C(\bar{q}) \geq 0\end{gathered} \tag{2.12}$$

Assim como demonstrado em Brown and Sibley (1986), a solução desse problema para cada p_n pode ser obtida pela maximização do Lagrangiano $U(\bar{q}) - C(\bar{q}) + \lambda[\bar{p}(\bar{q})\bar{q} - C(\bar{q})]$ com respeito à q_n. O que nos fornece

$$p_n - \dot{C}_n(\bar{q}) + \lambda\left[p_n - \dot{C}_n(\bar{q}) + \sum_{m=1}^{N} \frac{\partial p_m}{\partial q_n} q_m\right] = 0 \tag{2.13}$$

onde $\dot{C}_n(\bar{q})$ é a derivada da função de custo com relação à q_n.

Logo, quando as demandas dos N elementos em $\bar{q}$ são independentes (ou simplesmente no caso de um único bem), a solução desse problema é fornecida pela formula conhecida por precificação de Ramsey-Boiteux:

$$\frac{p_n^R - \dot{C}_n(q)}{p_n^R} = \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{1}{\epsilon_n} \tag{2.14}$$

onde λ é o preço sombra[26] e $\epsilon_n = -\frac{\partial q_n}{\partial p_n}\frac{p_n}{q_N}$.[27]

Quando a restrição desse problema de otimização é ativa (caso em que $p^R \geq \dot{C}$), Joskow (2007) conclui que p^R (Ramsey-Boiteux) é a solução *second-best* para o problema de precificação linear[28]. Cobrindo os custo de produção e gerando a menor perda social possível, ainda que essa perda seja maior do que a para a solução de equilíbrio competitivo (*first-best*).[29]

Preços Não-Lineares Ótimos

Comecemos pelo caso mais simples e suponhamos que a firma pode partir a tarifa (preço) em duas partes, uma parte F paga pelo acesso ao bem (independente da quantidade consumida) e outra p atrelada à quantidade. Logo, a tarifa exigida pelo consumo de q unidades do bem será $T(q) = F + pq$. Nesse caso o preço do bem não será mais linear em q, pois $T(q)/q$ será decrescente.

Suponhamos também que o mercado é composto de N consumidores idênticos (com o mesmo perfil de consumo). De $C(q) = k + CV(q)$, consideremos que a tarifa é estruturada de tal forma que $F = k/N$ e $p = CV$. Portanto, $T(q) = k/N + \dot{C}q$.

Se ignorarmos o efeito renda, essa forma de fixação de preço garante uma solução de *first best* pois $\dot{U} = p = \dot{C}$.[30]. Por outro lado, caso os consumidores não sejam idênticos, essa forma de definição dos preços pode excluir alguns consumidores do mercado devido à tarifa de acesso F poder ser excessiva para este grupo de consumidores.

[26] Custo marginal de estabelecer uma restrição ao problema.

[27] Observemos que para utilizarmos $\frac{\partial p_m}{\partial q_n} = \left(\frac{\partial q_n}{\partial p_n}\right)^{-1}$ de 2.13 para 2.14, assumimos que $\frac{\partial p_m}{\partial q_n} \neq 0$. De qualquer forma, se $\frac{\partial p_m}{\partial q_n} = 0$, o monopolista não poder de influenciar o preço desse bem n e, portanto, não há necessidade da Regulação de Preço para o mesmo.

[28] Para o caso de um mercado com um único produto, ocorre $p(q) = CMed(q)$.

[29] O modelo de Ramsey-Boiteux fornece *insights* importantes. No entanto, Laffont and Tirole (1993) afirmam que ela é raramente implementada na prática devido à falta de conhecimento sobre as elasticidades de demanda e dos preços sombra. Por isso, afirmam não ser surpresa a prática de modelos de Regulação por Custo de Serviço (também denominado Regulação por Taxa de Retorno), onde o Regulador ajusta os preços visando equalizar o custo da produção a ser demandada pelos consumidores partindo dos custos e das receitas observadas no passado, logo, um modelo de precificação pelo custo médio observado.

[30] Ainda, conforme demonstrado em Brown and Sibley (1986) nas páginas 167-183, essa forma de controle de preços garante melhores resultados no quesito eficiência econômica do que a precificação de Ramsey-Boiteux.

Quando os consumidores não são idênticos, o regulador pode fixar tarifas diferenciadas Por exemplo, $T_1(q_1) = F_1 + p_1q_1$ para um consumidor do tipo 1 e $T_2(q_2) = F_2 + p_2q_2$ para um consumidor do tipo 2, onde $F_1 < F_2$ e $p_1 > p_2 \geq \dot{C}$. Notemos que fixar esse menu é equivalente a fixarmos uma tabela de preços $T(q) = F^* + p_1q_1 + p_2(q_2 - q_1)$, com $F^* = \dfrac{k}{q_1 + q_2}$ para $q_2 > q_1$.

O caso mais simples (tarifa em duas partes) pode ser estendido para um com de tarifa com várias partes (uma de acesso e as demais atreladas à faixas de consumo)[31]. Contudo, ainda que essa discussão considere uma forma de maximização do bem-estar social em monopólios naturais, ela não passa pelo questionamento da assimetria de informação ou dos estímulos do Regulador à eficiência produtiva do Regulado. Logo, sua extensão nesse texto supera o objetivo da dissertação[32].

Precificação de Ponta

Assim com apresentado no final da introdução da seção 2.1.4, um foco secundário da literatura tradicional de Regulação de Preços é o caso onde uma mesma infra-estrutura física é utilizada para a produção do mesmo bem em períodos diferentes do dia ou qualquer outro intervalo de tempo. Caso a produção varie significativamente dentro desse intervalo de tempo, o seu custo operacional não será constante no tempo e, consequentemente, seu custo marginal também não será. Ainda, caso esse bem não seja estocável, a capacidade instalada deve ser suficiente para atender o pico de demanda.

Essa caracterização deu origem a extensa literatura de "*peak-load pricing*", ou precificação de ponta, desenvolvida principalmente entre 1950 e 1980[33]. O conceito por trás dessa literatura pode ser exposto de forma simples pelo seguinte exemplo:

Suponha que a demanda do bem seja q_1 durante o dia e q_2 durante a noite, tal que $q_1(p_1) > q_2(p_1)$. Assim, a firma precisa instalar uma capacidade $\bar{q}$, com custo k, suficiente para satisfazer $q_1 \leq \bar{q}$ e $q_2 \leq \bar{q}$. Sem perda de generadlidade, seja $\dot{C} = c$, o preço ótimo será dado pelas condições de Kuhn-Tucker do seguinte problema de maximização:

$$L = U(q_1) + U(q_2) - k - c(q_1 + q_1) - \lambda_1(\bar{q} - q_1) - \lambda_2(\bar{q} - q_2) \tag{2.15}$$

onde L é o lagrangiano do problema.

[31] Essa discriminação entre perfis de consumo na composição da tarifa (em várias partes) é observada na distinção entre categorias de consumo aplicada em setores como o de eletricidade, de água e esgoto e de telefonia.

[32] Para uma exposição completa do tema, vide Brown and Sibley (1986).

[33] Alguns exemplos dessa literatura são Kahn (1988), Brown and Sibley (1986) e Panzar (1976).

As condições de primeira ordem desse problema são:

$$p_1 - c - \lambda_1 = 0 \tag{2.16}$$

$$p_2 - c - \lambda_2 = 0 \tag{2.17}$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 - k = 0 \tag{2.18}$$

Além de,

$$\lambda_1(\bar{q} - q_1) = 0 \tag{2.19}$$

$$\lambda_2(\bar{q} - q_2) = 0. \tag{2.20}$$

A solução clássica dessa literatura para esse problema é:

$$p_1 = k + c \tag{2.21}$$

$$p_2 = c \tag{2.22}$$

$$q_2 < q_1. \tag{2.23}$$

2.2 Modelo Principal-Agente

Como esclarece Mas-Colell et al. (1995), o modelo denominado Problema do Principal-Agente (ou Problema de Agência) é um problema de design de contratos, capaz de mitigar os problemas decorrentes da assimetria de informação entre as partes envolvidas[34]. Esses problemas são endêmicos às situações onde um indivíduo (Principal) contrata outro (Agente) para a execução de certa ação.

A estrutura geral desse modelo pode ser aplicada em inúmeras relações econômicas como: seguradoras e segurados, empresa e força de trabalho, e bancos e mutuários; levando assim a uma vasta gama de abordagens desse modelo. O presente trabalho visa discutir o mesmo sobre a seguinte ótica: uma parte (Principal) detém o direito de posse sobre certo sistema produtivo, mas delega a operação do sistema a uma contraparte (Agente)[35].

Problemas dessa classe usualmente assumem que o Principal tem total poder de barganha,

[34] O Prolema de Principal-Agente é um caso particular de *Design* de Mecanismos, classe de jogos em Teoria dos Jogos que reuni o estudo de como a informação privada pode ser extraída e de como as restrições ao problema de revelação de informação afetam a forma como a decisão social pode responder às preferências individuais.

[35] Para tanto, esse modelos assumem sem perda de generalidade, que o ato de delegar a produção ao Agente não implica em custo ao Principal ou, mesmo que ocorra custos, ainda sim é preferível.

permitindo que ele desenhe um menu de contratos $\mathcal{A} = \{(P;q)|q \in \mathbb{R}_+, P \in \mathbb{R}\}$, onde cada opção de contrato especifica uma pagamento P e uma quantidade q. O Agente poderá ser aceito ou não $\mathcal{A}$, seguindo uma lógica de "pegue ou deixe"similar, por exemplo, à aplicada pelo oligopolista líder de Stackelberg. Logo, o objetivo Principal ao definir $\mathcal{A}$ é maximizar o seu bem-estar dado por $U(q) - P$, antecipando a escolha ótima do Agente dentro desse menu.[36] Para tanto, assumimos que $\dot{U}(q) > 0$, $\ddot{U}(q) < 0$ e $U(0) = 0$.

A título ilustrativo, seja $C(\theta;q) = \theta q$ a função de custo do Agente, onde $\theta \in [\underline{\theta};\bar{\theta}]$ com $\underline{\theta} < \bar{\theta}$. O parâmetro θ dessa função é a medida do grau de eficiência do Agente (quanto menor mais eficiente o Agente), sendo usualmente chamada de "tipo"do Agente. De acordo com caraterização de $C(\cdot)$ linear em q e sem o custo fixo, o lucro do Agente do tipo θ será $\pi_\theta(P;q) = P - \theta q$. Podemos assim redefinir o problema de definição do pagamento P pelo de definição do preço p tal que $P = pq$, caso em que o menu de contratos $\mathcal{A}$ desenhado pelo Principal consistirá nas duplas $(p;q)$.

Se o Principal fosse capaz de determinar o verdadeiro tipo θ do Agente, a solução ótima seria a de *first best* dada por $p^* = \dot{C}(q^*) = \theta$ e $q^* = q(p^*)$, situação onde $\pi(\theta;q^*) = 0$. Contudo, caso ele não seja capaz de observar o verdadeiro tipo θ, um Agente do tipo $\underline{\theta}$ (mais eficiente) poderia informar ser do tipo $\bar{\theta}$, induzindo o Principal à fixar o preço como $\bar{p} = \bar{\theta}$. Pois, dessa forma o lucro do Agente seria $\pi(\theta;q) = \bar{p}\bar{q} - k - \underline{\theta}\bar{q} + s = \bar{q}(\bar{\theta} - \underline{\theta}) > 0$.

Percebemos assim que a informação privada do Agente permite que sua ação ótima seja diferente da ação ótima desejada pelo Principal. Logo, ao desenhar um menu de contratos que não capture a assimetria de informação, o Principal não é capaz de garantir que o Agente irá operar da forma mais eficiente possível na perspectiva do Principal.

A proposta central nos Problemas de Principal-Agente é aplicar uma solução *second-best* para mitigar a assimetria de informação[37]. Essencialmente, a proposto é a de que o Principal desenhe um menu de contratos $\mathcal{A}$ de forma a maximizar seu bem-estar, sujeito a condição de que o Agente do tipo θ prefira $(P^{SB}(\theta); q^{SB}(\theta))$ a qualquer outro $(P^{SB}(\theta'); q^{SB}(\theta') \in \mathcal{A})$. Todavia, para que o Agente informe corretamente seu tipo, ou simplesmente escolha o dupla $(P;q)$ correspondente ao seu tipo, ele demandará uma renda extra a título de incentivo[38].

[36] Observe que mantivemos a notação U para a medida de bem-estar do Principal, reduzindo a necessidade de novas notações. No capítulo 3, demonstraremos como essa função é relacionada ao Excedente Agregado Marshaliano, a função de utilidade de um Regulador de monopólios.

[37] Observamos que, no caso da regulação de monopólios por exemplo, a solução do problema sujeito à restrição de viabilidade financeira - caso da precificação de Ramsey-Boiteux - é considerada uma solução de *first best*.

[38] Como será demonstrado adiante, a solução $(P^{SB}; q^{SB})$ gera $\pi(q^{SB}) \geq 0$ equivalente à renda exigida pelo Agente para revelar o quão eficiente ele pode ser.

Em termos formais, a hipótese de poder total de barganha do Principal e o Princípio da Revelação (desenvolvido a seguir), garantem que a proposta de desenho de contratos descrita acima seja um problema de otimização bem definido. Assim, a solução da maximização do bem-estar do Principal sujeita às restrições de viabilidade financeira (não há prejuízo para o Agente) e de compatibilidade de incentivo (o Agente informa o seu verdadeiro tipo θ), produziram contratos ótimos para o Principal, capazes de capturar o problema de assimetria de informação.

Por fim, para modelar a assimetria de informação e como mitiga-la, cabe considerar a distinção entre os tipos de assimetria de informação (que podem surgir na relação entre Principal e Agente) considerados na literatura à respeito. Esses tipos de assimetria são categorizados em:

i) informação oculta (seleção adversa), onde o Agente possui, previamente, informações privadas acerca do sistema em questão, as quais, consequentemente, não são consideradas pelo Principal na elaboração do contrato; ou

ii) ações ocultas (risco moral), onde, o Principal não consegue avaliar perfeitamente as ações tomadas pelo Agente após a assinatura do contrato (por exemplo o nível de esforço empregado na atividade).

As considerações sobre uma dessas, ou ambas, no problema de análise, impacta significativamente na modelagem proposta. Dessa forma, o desenvolvido formal de problemas de Principal-Agente é fortemente atrelado às hipóteses de seleção adversa, de risco moral e do momento do processo contratual no qual estas estão inseridas.

Visando introduzir os principais conceitos da modelagem de Principal-Agente, a subseção abaixo formaliza e contextualiza o Princípio da Revelação, a subseção seguinte trata do problema de seleção adversa e a final trata do de risco moral.

2.2.1 Princípio da Revelação

Conforme será demonstrado a seguir, pelo Princípio da Revelação, a análise da Teoria dos Contratos pode ser restringida a uma família de funções simples e bem definidas, a dos mecanismos confiáveis de revelação direta.

Seja $\Theta = [\underline{\theta}; \bar{\theta}]$ o espaço de possíveis tipos θ para o Agentes. Comecemos assumindo que o Agente reporte seu parâmetro θ como forma de definir o contrato $(P(\theta); q(\theta)) \in \mathcal{A}$ que ele deseja executar. Visando a formalização desse princípio, introduzimos o conceito de de *compatibilidade de incentivos* da seguinte forma:

Definição 4. *Um menu de contratos* $\mathcal{A} = \{(P(\theta); q(\theta))\}$ *é dito com "compatível em incentivo"quando o contrato* $(P(\theta'); q(\theta'))$ *é fracamente preferível a qualquer* $(P(\theta''); q(\theta''))$ *pelo Agente do tipo* θ'*, onde* θ',$\theta'' \in \Theta$*. Ou seja, para qualquer* $\theta \in \Theta$ *revelado pelo Agente do tipo* θ' *vale*

$$\pi_{\theta'}(\theta') = \max_{\theta \in \Theta} \pi_{\theta'}(\theta). \tag{2.24}$$

Todavia, há uma diversa gama de mecanismos de comunicação possíveis entre o Principal e o Agente. Desde o simples reporte do Agente ao Principal quanto ao tipo θ a mecanismos mais complexos. Para definirmos formalmente isso, seja $\mathcal{M}$ o espaço das mensagens de um mecanismo qualquer e $m \in \mathcal{M}$ a mensagem do Agente para o Principal,

Definição 5. *Um mecanismo é um espaço de mensagens* $\mathcal{M}$ *e um mapa* $\tilde{\eta}(\cdot)$ *de* $\mathcal{M}$ *até* $\mathcal{A}$*, assinando* $\tilde{\eta}(m) = (\tilde{P}(m); \tilde{q}(m))$ *para cada* $m \in \mathcal{M}$*.*

Assumindo que o Agente (de tipo θ) é um maximizador de lucro, a sua escolha em enviar a mensagem $m \in \mathcal{M}$ ao Principal irá satisfazer $\pi_\theta(\tilde{\eta}(m)) \geq \pi_\theta(\tilde{\eta}(m'))$ para quaisquer m,$m' \in \mathcal{M}$.

Uma vez definido o conceito de mecanismo, apresentamos a seguinte caracterização:

Definição 6. *Um "mecanismo revelação direta"é um mapa* $\eta(\cdot)$ *que parte de* Θ *e assina* $\eta(\theta) = (P(\theta); q(\theta)) \in \mathcal{A}$ *para todo* $\theta \in \Theta$*. Nesse mapa, o Principal se compromete a pagar* $P(\tilde{\theta})$ *pela produção de* $q(\tilde{\theta})$ *caso o Agente anuncie ser do tipo* $\tilde{\theta}$ *para qualquer* $\tilde{\theta} \in \Theta$*.*

Portanto, em mecanismos de revelação direta, a mensagem m de um Agente do tipo θ consiste simplesmente no reporte de um tipo $\tilde{\theta}$ qualquer em Θ.

Observemos que $\tilde{\eta} : \mathcal{M} \to \mathcal{A}$ enquanto $\eta : \Theta \to \mathcal{A}$, partindo assim de domínios diferentes. Todavia, podemos definir a função $m^* : \Theta \to \mathcal{M}$ que assina a mensagem escolhida pelo Agente do tipo θ observando a maximização de $\pi_\theta(\tilde{\eta}(m))$ diante de um mecanismo $(\mathcal{M}; \tilde{\eta}(\cdot))$. Logo, podemos definir uma mecanismo de revelação direta $\eta(\cdot)$ como a composição de $\tilde{\eta}(\cdot)$ e $m^*(\cdot)$, ou seja, $\eta(\theta) \equiv \tilde{\eta} \circ m^*(\theta) = (\tilde{P}(m^*(\theta)); \tilde{q}(m^*(\theta)))$.

Ainda, definimos o seguinte:

Definição 7. *Um mecanismo direto de revelação* $\eta(\cdot)$ *é "confiável"se é compatível em incentivo para o Agente revelar seu tipo* θ' *verdadeiro. Ou seja,*

$$\theta' = argmax_{\theta \in \Theta}\, \pi_{\theta'}(\theta). \tag{2.25}$$

Podemos agora estabelecemos o seguinte:

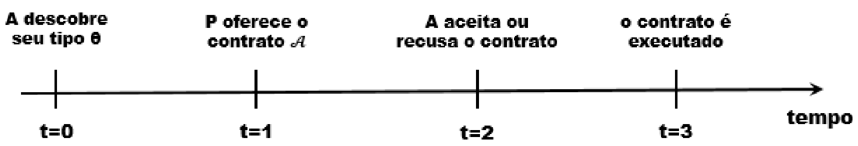
Teorema 1 (Princípio da Revelação Direta). *Qualquer regra de alocação $(P(\tilde{\eta}(\theta)); q(\tilde{\eta}(\theta)))$ obtida com um mecanismo $(\mathcal{M}; \tilde{\eta}(\cdot))$ também pode ser implementada por um mecanismo direto de revelação confiável η.* [39]

Portanto, pelo Princípio da Revelação, não há perda de generalidade no Principal oferecer um simples menu de contratos[40] que seja incentivo factível[41], caso em que a escolha ótima do Agente de tipo θ' é adotar $(P(\theta'); q(\theta'))$ dentre as opções do menu $\{(P(\theta); q(\theta))\}_{\theta \in \Theta}$ ofertado pelo Principal.

2.2.2 Contratos Ótimos para Seleção Adversa

Consideramos o problema de *design* de contrato do Principal para um único Agente, o qual produzirá q unidades de um único bem[42]. Ainda, assumimos que há assimetria de informação entre eles, no momento prévio ao *design* do contrato, a respeito da função custo de produção[43]. Portanto, um problema de seleção adversa.

Seja P o Principal, $\mathcal{A}$ o contrato ofertado pelo Principal, A o Agente e θ o parâmetro de tecnológica sob o qual a produção será realizada, a ordem cronológica desse problema de contratação é a seguinte:



Logo, o Agente pode recusar o contrato $\mathcal{A}$ caso ele não o considere viável. Além disso, caso o processo de desenho do menu de contratos não capture a assimetria de informação, ele não será capaz de garantir uma conduta adequada do Agente.

Retomando as caraterísticas definidas no início dessa seção, temos $\dot{U}(q) > 0$, $\ddot{U}(q) < 0$ e $U(0) = 0$. Ainda, sem perda de generalidade, assumimos que $C(q) = \theta q$. O problema de seleção adversa é capturado pelo fato do Principal, ao contrário do Agente, não saber *a priori* o verdadeiro tipo θ do Agente. Porém, o Principal é capaz de definir um intervalo $[\underline{\theta}, \bar{\theta}] = \Theta$,

[39]A prova desse teorema encontra-se no apêndice A.

[40]Oferecendo um conjunto de opções ao Agente com cardinalidade no máximo igual a do espaço de tipos Θ.

[41]Satisfaça as restrições de compatibilidade de incentivo (definição 2.24) e de participação do Agente (que a viabilidade financeira seja satisfeita, ou seja, $\pi(P; q) \geq 0$).

[42]Esse problema também pode ser avaliado como q sendo a qualidade do produto recebido pelo Principal sem necessidades de ajuste na formulação.

[43]Na maioria dos casos, os próprios administradores da firma são incertos quanto as especificidades do funcional de custo. Logo, podemos esperar que essa incerteza seja ainda maior para um Regulador.

ao qual ele atribui uma distribuição de probabilidade acumulada $F(\theta)$ com função de densidade $f(\theta) > 0$ para qualquer $\theta \in \Theta$.

Para que o Agente de qualquer tipo $\theta \in \Theta$ aceite um contrato $(P;q)$ qualquer em $\mathcal{A}$, a *restrição de participação* abaixo deve ser satisfeita.

$$P - \theta q \geq 0 \qquad \forall \theta \in \Theta \tag{2.26}$$

Na ausência de assimetria de informação, o problema de *design* de contrato do Principal consiste em maximar $U(q) - P$ em função de $(P;q)$, restrito à 2.26. Como o Principal tem total poder de barganha e informação simétrica, ele fixa $P = C(q) = \theta q$, extraindo todo o lucro do Agente. de tipo θ. Assim, a solução de *first best* desse problema será dada pela condição de primeira ordem $\dot{U}(q) = \theta$.

Contudo, conforme fora ilustrado na introdução dessa seção. Na presença de informação assimétrica, o Principal deve partir para o *design* de contratos de *second best*. Portanto, para garantir uma operação eficiente na ótica do Principal, ele deve desenhar um contrato $\mathcal{A}$ que seja compatível em incentivo, segundo a definição 4.

De acordo com o Princípio da Revelação Direta, independentemente de como se dá a comunicação entre Agente e Principal, o mecanismo de revelação pode ser descrito (substituído) por um mecanismo de revelação direta confiável. Dessa forma, o problema de otimização do Principal garantirá que o contrato seja compatível em incentivo para um Agente de tipo θ se a restrição abaixo for satisfeita.

$$P(\theta) - \theta q(\theta) \geq P(\theta') - \theta q(\theta') \quad \text{para todo}\, \theta, \theta' \in \Theta \tag{2.27}$$

A restrição 2.27 é chamada de *restrição de compatibilidade de incentivo* e garante que o Agente de tipo θ prefere reportar seu tipo verdadeiro - θ - a qualquer outro tipo $\theta' \in \Theta$.

Uma vez definida as restrições de participação e de compatibilidade de incentivo, o problema de *design* de contratos do Principal consiste no programa de otimização

$$\text{Máx}_{(P(\theta);q(\theta))_{\theta \in \Theta}} \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} (U(q(\theta)) - P) f(\theta)\, d\theta \tag{2.28}$$

s.a.

restrições 2.26 e 2.27.

Devemos observar que as restrições 2.26 e 2.27 correspondem a um contínuo de restrições cada uma, varrendo respectivamente Θ e Θ^2.

Antes de soluciona-lo, definimos a denominada *renda informacional* como $s_{RI}(P(\theta); q(\theta); \theta) = P(\theta) - \theta q(\theta)$.[44] Essa variável captura a renda extra (incentivo) dado pelo Principal ao Agente caso este informe se do tipo θ.

Assumindo que a condição de Spence-Mirrlees[45] é válida, podemos assim reescrever o problema de otimização acima como

Lema 2 (Problema transformado do Principal para seleção adversa[46]).

$$Máx_{(s_{RI}(\theta); q(\theta))_{\theta\in\Theta}} \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} [U(q(\theta)) - \theta q(\theta) - s_{RI}(\theta)] f(\theta)\, d\theta \tag{2.29}$$

$s.a.$

$$\dot{s}_{RI}(\theta) = -q(\theta) \tag{2.30}$$

$$\dot{q} \leq 0 \tag{2.31}$$

$$s_{RI}(\bar{\theta}) \geq 0 \tag{2.32}$$

Assumindo a propriedade de *monotone hazard rate*, temos $\dfrac{\partial}{\partial\,\theta}\left(\dfrac{F(\theta)}{f(\theta)}\right) \geq 0$ e podemos estabelecer o seguinte:

Teorema 2. *A solução do problema de design de contratos $\mathcal{A}^{SB}$ do Principal descrito no lema 2 satisfaz:*

$$\dot{U}(q^{SB}(\theta)) = \theta + \frac{F(\theta)}{f(\theta))} \tag{2.33}$$

$$s_{RI}^{SB}(\theta) = \int_{\theta}^{\bar{\theta}} q^{SB}(x)\, dx \tag{2.34}$$

onde 2.34 é equivalente a $P(\theta) = \theta q + \int_{\theta}^{\bar{\theta}} q^{SB}(x)\, dx$.[47]

[44] Mais uma vez economizamos na notação ao utilizarmos s para representar a transferência do Regulador, assim como a renda informacional fornecida pelo Principal. Contudo, conforme será demonstrado no capítulo a seguir, esses conceitos podem ser utilizados de forma equivalente na Regulação de Preços em monopólios com assimetria de informação.

[45] A condição de Spence-Mirrlees (também chamada de condição de *single crossing*) é a de que:

$$\frac{\partial}{\partial\,\theta}\left(\frac{\partial s_{RI}/\partial q}{\partial s_{RI}/\partial P}\right) > 0 \ \ (\text{ou} <0) \quad \forall\,(P; q; \theta) \in \mathcal{A} \times \Theta.$$

Como será visto na demonstração do lema 2, ela é uma hipótese técnica, necessária para garantir que a compatibilidade de incentivo local, obtida via solução de primeira ordem, também seja global.

[46] Para demonstração desse lema, veja o apêndice A.

[47] As hipóteses assumidas e o método de solução do programa de otimização desenvolvido nessa subseção são adaptados de Laffont and Martimort (2002), capítulos 2 e 3.

2.2.3 Contratos Ótimos para Risco Moral

O problema de risco moral (ou ação oculta) envolve o caso em que a produtividade do Agente depende de ações tomadas por esse durante a produção, as quais trataremos de forma sintética pela variável $e \in [0,e^H]$, denominada esforço. Essa variável gera desutilidade $\psi(e) \in \mathbb{R}_+$ ao Agente, com $\dot{\psi}(e) < 0$, $\ddot{\psi}(e) < 0$, $\psi(0) = 0$ e para evitar soluções de canto assumimos que $\dot{\psi}(0) = 0$ e $\dot{\psi}(e^H) = -\infty$. Por fim, caso o esforço não possa ser diretamente observado pelo Principal, ele não será capaz de exigir uma conduta eficiente durante a produção.

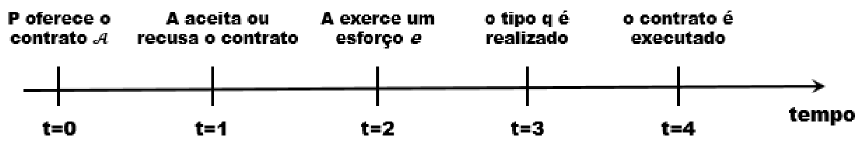
Assim como no problema de seleção adversa, o problema de *design* de contrato na presença de risco moral consiste em um problema de otimização do bem-estar do Principal restrito às condições de participação e de compatibilidade em incentivo (quanto ao risco moral). Contudo, sua modelagem trata θ como uma informação comum, não se concentrando no custo da produção.

Todavia, a principal diferença entre a modelagem de seleção adversa e a de risco moral está na segunda consideras a produção de q como estocástica. Para descrevemos essa aleatoriedade em q, definimos uma função de densidade de probabilidade $g(q|e)$ sobre $Q = [\underline{q},\bar{q}]$, positiva em todo ponto e condicionada ao esforço e. Apesar de $g(q|e)$ ser uma informação comum, o problema de risco moral é capturado pela impossibilidade do Principal observar o esforço e exercido pelo Agente e, consequentemente, atribuir diretamente uma distribuição de probabilidade $g(q|e)$ ao espaço Q. Ainda, seja $G(q|e)$ a função acumulada relativa à $g(\cdot)$, assumimos que $G(\cdot|e)$ é duas vezes diferenciável com respeito a e.

Ainda, outra diferença em relação ao problema de seleção adversa é que, ao contrário do primeiro, a incerteza capturada pela função de probabilidade é definida exogenamente (o Agente também é incerto quanto à realização de $q \in Q$).

Esse problema de *design* não se concentra no custo, mas sim na produtividade do Agente. Assim, dada a tecnologia *theta* da firma (informação comum), o custo não será mais tratado como variável em q e podemos assumir que o Principal se compromete a pagar o custo fixando $P = C(\cdot) = C$. Contudo, ainda que o custo não varie em q, a produtividade do Agente depende de e. Assim, caso o Agente consiga produzir q unidades o Principal se compromete a pagar uma renda extra de $s_{RI}(q)$ ao Agente. Logo, o menu de contratos nesse problema consiste em $\mathcal{A} = \{s_{RI}(q)\}$ e, sendo P o Principal e A o Agente, a ordem cronológica é a seguinte:

Portanto, o Principal propõem um menu de contratos $\mathcal{A}$. Caso aceite, o Agente exercerá um esforço e induzindo $g(q|e)$ e receberá um bônus adicional $s_{RI}(q)$ em função da realização de q.



A utilidade do Agente em receber um bônus $s_{RI}(q)$ é mensurado pelo funcional $v(s_{RI}(q))$.[48] Ainda, assumimos que $\dot{v}(\cdot)) > 0$, $\ddot{v}(\cdot) < 0$ e $v(0) = 0$. Por fim, o bem-estar do Agente será dado por $\pi(s_{RI}(q); e) = v(s_{RI}(q)) - \psi(e)$.[49]

O impacto do esforço e sobre o pagamento $s_{RI}(\cdot)$ está em $G(q \leq q'|e)$ ser crescente em e. Assim, tomemos $e' > e''$, a utilidade esperada pela firma ao exercer e' será $\int_Q v(s_{RI}(q))g(q|e')\,dq > \int_Q v(s_{RI}(q))g(q|e'')\,dq$, uma dominância estocástica em primeira ordem.

Caso o Principal pudesse observar o nível de esforço e exercido pelo Agente, o primeiro obrigaria o segundo a exercer e^*, a solução de *first best*. Nessa solução o Principal extrai todo o bem-estar do Agente sem que este recuse o contrato, ou seja, $\int_Q v(s_{RI}(q))g(q|e^*)\,dq = \psi(e^*)$. Contudo, uma vez que o Principal não é capaz de exigir diretamente o nível ótimo de esforço e^*, resta a ele aplicar uma solução de *second best* através do *design* de contratos que estimule uma ação (esforço) ótima do Agente segundo a ótica do Principal.

Para tanto, o Principal deve observar a restrição de participação[50]

$$\int_Q v(s_{RI}(q))g(q|e)\,dq - \psi(e) \geq 0. \tag{2.35}$$

Por sua vez, seja e^{SB} o nível de esforço ótimo para o Principal, a restrição de compatibilidade de incentivo para risco moral será dada por

$$\int_Q v(s_{RI}(q)))g(q|e^{SB})\,dq \geq \int_Q v(s_{RI}(q))g(q|e)\,dq \quad \forall\, e \in [0,\bar{e}] \tag{2.36}$$

Logo, de acordo com o Princípio da Revelação Direta, o problema de *design* de contrato do

[48]A utilização da um funcional de utilidade $v(\cdot)$ sobre o pagamento permite que esse problema contemple tanto o caso em que o Agente é neutro ao risco (v linear) quanto o que ele é averso ao risco (v concavo).

[49]Uma função de utilidade onde o bem-estar decorrente da renda $v(\cdot)$ é separável da desutilidade $\psi(\cdot)$. Para uma discussão sobre funções de utilidade não separáveis nessa classe de problemas, vide Laffont and Martimort (2002) páginas 226-232.

[50]Diferentemente do caso de seleção adversa, observamos a possibilidade de termos uma realização $v(s_{RI}(q)) < \psi(e)$. Fato que ocorre devido a restrição de participação requerer que o bem-estar esperado do Agente seja maior que zero e não o bem-estar realizado.

Principal consiste na solução do problema

$$\text{Máx}_{\{(s_{RI}(q),e)\}} \int_{\underline{q}}^{\bar{q}} (U(q) - s_{RI}(q))g(q|e)\,dq \tag{2.37}$$

s.a.

restrições 2.35 e 2.36.

Ainda que a descrição do problema acima seja intuitiva, as condições técnicas para solucioná-lo (quando q e e são variáveis contínuas) gerou grande discussão, a qual, segundo Laffont and Martimort (2002), foi um dos principais pontos de debate em problemas Principal-Agente durante o final da década de 70 e o início da de 80. Por exemplo, Mirrlees (1999) demonstra que esse problema pode não ter solução ótima em certas classes de abordagem que utilizam a aproximação de primeira ordem

$$\int_Q v(s_{RI}(q))\dot{g}(q|e)\,dq - \dot{\psi}(e) = 0, \tag{2.38}$$

sendo $\dot{g}(q|e) = \dfrac{\partial g(q|e)}{\partial e}$, para substituir o número infinito de restrições globais em 2.36.

Uma vez que formas técnicas mais avançadas de abordagem para essa classe de problema ultrapassam o objetivo dessa dissertação, doravante assumiremos a abordagem de primeira ordem. Para tanto, vamos recorrer à estrutura desenvolvida em Jewitt (1988). Assumiremos assim, as hipóteses de MLRP (*Monotone Likelihood Ratio Property*) com $\dfrac{\partial}{\partial q}(\dfrac{\partial g(q|e)/\partial e}{g(q|e)}) > 0$ e de que a $G(\cdot|e)$ é convexa.

Essa estrutura garante que a recompensa do Agente aumente conforme sua performance melhore. Logo, assumindo essas hipóteses, reescrevemos o programa de otimização do Principal da seguinte forma

$$\text{Máx}_{\{(s_{RI}(q),e)\}} \int_{\underline{q}}^{\bar{q}} (U(q) - s_{RI}(q))g(q|e)\,dq \tag{2.39}$$

s.a.

$$\int_Q v(s_{RI}(q))\dot{g}(q|e)\,dq = \dot{\psi}(e) \tag{2.38}$$

$$\int_Q v(s_{RI}(q))g(q|e)\,dq - \psi(e) \geq 0 \tag{2.35}$$

Ao assumirmos as condições de MLRP e de convexidade de $G(\cdot|e)$ com relação à e, podemos estabelecer a seguinte caracterização para a solução desse programa[51],

[51]Uma vez que a demonstração desse teorema mesmo pode ser obtida de forma precisa em Laffont and Martimort

Teorema 3. *A solução* $\{(s_{RI}^{SB}(\theta),e^{SB})\}$ *do problema de design de contratos* $\mathcal{A}^{SB}$ *descrito em 2.39 é caracterizado pelas restrições* **??** *e* **??** *e por:*

$$\frac{1}{\dot{u}(s_{RI}^{SB}(q))} = \lambda_2 + \lambda_1 \frac{\dot{g}(q|e^{SB})}{g(q|e^{SB})} \tag{2.40}$$

e

$$\int_{\Theta}(U(q) - s_{RI}^{SB}(\theta))\dot{g}(\theta|e^*)\,d\theta + \lambda_1 \left\{ \int_{\Theta} u(s_{RI}^{SB}(\theta))\ddot{g}(\theta|e^*)\,d\theta - \ddot{\psi}(e^*) \right\} = 0. \tag{2.41}$$

onde λ_1 *e* λ_2 *são multiplicadores de Lagrange associados, respectivamente às restrições 2.38 e 2.35.*

Por fim, ainda que a modelagem para risco moral seja intuitiva, o tratamento aplicado via abordagem de primeira ordem em 2.38 é muito restritiva e nem sempre é válida. Por isso, a maior parte da literatura aplicada de risco moral se restringe o caso em que o tipo as variáveis assumem apenas dois valores, ou seja, $e \in \{\underline{e}; \bar{e}\}$, $\theta \in \{\underline{\theta}; \bar{\theta}\}$ e $q \in \{\underline{q}; \bar{q}\}$.

(2002), nas páginas 197 a 200, não a replicaremos nessa dissertação, deixando-a como consulta à referida citação.

Capítulo 3

Regulação Ótima com Informação Assimétrica

As primeiras formulações de modelo Principal-Agente ocorreram na década de 70. Essa nova forma de modelar a Teoria de Contratos redirecionou a literatura de Regulação de Monopólios e Oligopólios, renovando o fôlego da mesma segundo Laffont and Tirole (1993).

Dentre os trabalhos pioneiros na literatura de Regulação como um Problema de Agência (Principal-Agente), os seguintes trabalhos devem ser destacados:

- Loeb and Magat (1979) foram os primeiros a tratar essa literatura na abordagem Principal-Agente com seleção adversa, salientando a defasagem na informação por parte do Regulador (o Principal);

- Baron and Myerson (1982) aplicaram esse problema na conjectura de *second-best* ponderando o lucro da firma com um peso menor que o excedente do consumidor para a maximização da função de bem-estar do regulador, permitindo transferências partindo do Regulador (sem um custo social de levantamento de fundos Λ para tanto); e

- Laffont and Tirole (1986) aplicam uma função de bem-estar social abstraindo a distribuição entre produtor e consumidor, porém, introduz um custo social Λ para os fundos públicos (devido à distorção causada por possível taxação do governo sobre os consumidores).

Armstrong and Sappington (2007) observam que, em geral, a moderna literatura de regulação se apoia em uma das duas últimas abordagens acima. Conforme Joskow (2007), com o passar do tempo essas duas abordagens evoluíram de forma a cobrir a mesma gama de problemas, gerando conclusões similares. A principal diferença entre elas abordagens está em considerar que Λ (o custo do Estado levantar fundos) é, respectivamente, positivo ou nulo[1].

Como a hipótese de que $\Lambda = 0$ torna a análise mais transparente, introduzimos o problema de Regulação de Preços para seleção adversa e o para risco moral, além dos resultados qualitativos, adotando a abordagem de Baron and Myerson (1982) (posteriormente revisada em Baron and Besanko (1984) e Baron and Besanko (1987a)). Na sequência, expomos esse problema (adotando simultaneamente a presença de problemas de seleção adversa e de risco moral) quando $\Lambda > 0$ e, em seguida, quando transferências não são aplicáveis. Em ambos os casos, amparadas pelo modelo desenvolvido em Laffont and Tirole (1986) e Laffont and Tirole (1993). Todavia, antes de expormos essas abordagens, primeiramente apresentamos uma breve comparação entre as formulações nas seções 2.1 e 2.2, compatibilizando-as com o problema a ser desenvolvido ao longo desse capítulo.

3.1 Considerações inicias sobre Regulação de Preços no contexto de Principal-Agente

Conforme fora ilustrado no início da seção 2.2, a assimetria de informação permite que o Agente (Regulado) use sua informação privada de forma estratégica, maximizando seu lucro independentemente de uma consequente redução no bem-estar do Principal (Regulado). Logo, assim como a falta de competitividade pode gerar peso morto, esse comportamento estratégico do Regulado também pode reduzir o bem-estar social.

A moderna Teoria de Regulação Ótima visa mitigar essa perda de bem-estar social decorrente do possível comportamento estratégico do Regulado. Para isso, ela readéqua a literatura tradicional (exposta na seção 2.1) ao contexto de Principal-Agente, desenvolvendo soluções de *second best* para a maximização do bem-estar agregado[2].

Conforme Armstrong and Sappington (2007), a moderna Teoria de Regulação Ótima geralmente assume a hipótese de que o Regulador tem total poder de barganha para desenhar o menu de contratos $\mathcal{A}$, podendo o Regulado aceitá-lo ou não. Ela também adota o Princípio da

[1]Outra diferença relevante é que o modelo de Baron and Myerson (1982) permite que o Regulador pondere o excedente do consumidor e o do produtor de forma desigual, temática que não será desenvolvida nessa dissertação.

[2]Lembramos que, na regulação de monopólios naturais com informação perfeita onde transferências ou tarifação em duas partes são factíveis, as soluções encontradas não são de *second best*. Pois, apesar de reduzirem o bem-estar social para cobrir possíveis prejuízos da firma, elas não alteram a alocação $(p; q)$ eficiente. Contudo, a de precificação de Ramsey-Boiteux em si é uma solução de *secon best*. Nesse caso, a literatura de Regulação de Preços baseada no Problema da Agência toma a solução de Ramsey-Boiteux é tomada como de *first best*.

Revelação Direta, o qual é contextualizado por Baron and Myerson (1982) da seguinte forma:

> "Sem perda de generalidade, o Regulador pode se restringir a políticas regulatórias que requerem que a firma reporte seu parâmetro de custo θ e que não incentivem a firma a mentir."

o que torna o problema de *design* de contratos em um programa de otimização bem definido.

Alinhado à literatura apresentada na introdução desse capítulo e dando foco ao problema de incentivo à eficiência operacional da firma assumiremos, doravante, que: a função de demanda é de conhecimento comum.; e, exceto pelo parâmetro de tecnologia θ e pelo nível de esforço e, a forma do funcional de custo $C(\cdot)$ também é de conhecimento comum.

Na seção 2.1 chamamos de s_L a transferência do Regulador para o Regulado tal que $\pi(q) = -s_L(q)$ e na seção 2.2 chamamos de s_{RI} a renda informacional transferida do Regulador para o Regulado. Nesse capítulo definimos

$$s = s_L + s_{RI} \tag{3.1}$$

sendo s a transferência total do Regulador oo Regulado, cobrindo o custo necessário à operação e fornecendo uma renda adicional pela informação revelada pelo Regulado.

Observamos que no modelo desenvolvido na seção 2.2, o Principal define um pagamento P e não um preço p. A adequação dessa modelagem à regulação de monopólios usualmente aplicada é definir

$$P = pq + s_L + s_{RI} \tag{3.2}$$

quando a realização de transferências são possíveis. Assim, pela definição de s_L, o Regulador pode fixar $p = \dot{C}(q(\theta))$, garantindo uma alocação socialmente ótima $(p^*(\theta); q^*(\theta))$[3]. Todavia, para ter acesso ao verdadeiro tipo θ da firma, ela ainda precisa recompensar a firma com uma renda informacional $s_{RI}(\theta)$.

Para o problema de risco moral, o custo é tratado como invariante em q ($C(\cdot) = C$) e o Regulador define um mecanismo de premiação $s_{RI}(q)$ atrelado à produtividade alcançada pela firma. Assim, o preço será dado por $p = q^{-1}(q)$ e teremos $s_L = pq - C$.

Por fim, assim como o bem-estar do Principal é dado por $U(q(\theta)) - P$ ou $U(q(\theta)) - C(q(\theta)) - s$. Logo, de forma equivalente, o objetivo do Regulador é maximizar o bem-estar agregado $W(q(\theta)) = U(q(\theta)) - C(q(\theta)) - s$.

[3]Lembramos que, conforme exposto na subseção 2.1.4, essa forma de definição da receita da firma é equivalente a de tarifação em duas partes.

3.2 Precificação em Monopólios com Seleção Adversa

A modelagem para seleção adversa desenvolvida nessa seção é baseada na proposta de Baron and Myerson (1982), revisada em Baron and Besanko (1987a). Nessa, a firma monopolística possui a seguinte função bilinear de custo:

$$C(q;\theta) = k_0 + k_1\theta + (c_0 + c_1\theta)q, \quad \text{com}\, C(0;\theta) = 0 \tag{3.3}$$

onde k_0,k_1,c_0,$c_1 \geq 0$ são constantes conhecidas inclusive pelo Regulador.

Apesar da firma conhecer *a priori* o parâmetro θ, o Regulador sabe apenas que ele pertence a um intervalo $[\underline{\theta};\bar{\theta}] \equiv \Theta$ compacto na reta, sob o qual ele atribui uma função de densidade contínua $f(\theta)$, positiva definida, com função acumulada $F(\theta)$. Ainda, sem perda de generalidade, assumimos que $W(\bar{\theta}) \geq 0$ e, portanto, a produção nesse setor é desejável pela sociedade, mesmo quando executada pela firma mais ineficiente.

Assumindo que o Regulador tem poder total de barganha e pelo Princípio da Revelação, o problema de *design* de contratos consiste na definição de menu $\mathcal{A} = (P(\theta);q(\theta))$ ótimo (de tipo *second best*), que poderá ser aceito ou não pelo Regulado.

Assumindo que a firma é neutra ao risco, o excedente do produtor é dado por

$$\pi(\theta) = [p(\theta)q(\theta) - k_0 - k_1\theta - (c_0 + c_1\theta)q(\theta)] + s_{RI}(\theta). \tag{3.4}$$

Caso a firma seja do tipo θ e informe ser $\hat{\theta}$, seu excedente será

$$\pi(\hat{\theta};\theta) = [p(\hat{\theta})q(\hat{\theta}) - k_0 - k_1\theta - (c_0 + c_1\theta)q(\theta)] + s_{RI}(\hat{\theta}). \tag{3.5}$$

Portanto, a firma não terá incentivo a informar um tipo falso se

$$\pi(\theta) = \max_{\hat{\theta}\in\Theta} \pi(\hat{\theta};\theta), \tag{3.6}$$

a condição compatibilidade de incentivo.

Por fim, o Regulador deve observar a restrição de participação (ou de viabilidade financeira)

$$\pi(\theta) \geq 0 \quad \forall\, \theta \in \Theta. \tag{3.7}$$

Logo, pelo Princípio da Revelação Direta, o problema de *design* de contratos do Regulador consiste no programa de otimização

$$\text{Máx}_{\mathcal{A}} \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} [U(q(\theta)) - C(q(\theta)) - s_{RI}(\theta)] f(\theta)\, d\theta \tag{3.8}$$

s.a.

restrições 3.6 e 3.7.

Esse programa pode ser reescrito da seguinte forma:

Lema 3 (Problema transformado do Principal para seleção adversa[4]).

$$\textit{Máx}_{\mathcal{A}} \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} [U(q(\theta)) - \theta q(\theta) - s_{RI}(\theta)] f(\theta)\, d\theta \tag{3.9}$$

s.a.

$$\pi(\theta) = \pi(\bar{\theta}) + \int_{\theta}^{\bar{\theta}} (c_1 q(x) + k_1)\, dx \tag{3.10}$$

$$\pi(\bar{\theta}) \geq 0 \tag{3.11}$$

Assumindo a propriedade de *monotone hazard rate* para $F(\cdot)$, podemos estabelecer o seguinte[5]:

Teorema 4. *Uma política regulatória $\mathcal{A}^{SB}$, definida pelas condições abaixo, maximiza o programa descrito no lema (3).*

- $p^{SB}(\theta) = c_0 + c_1\theta,$
- $q^{SB}(\theta) = q(p^{SB}(\theta)),$
- $s^{SB}(\theta) = [k_0 + k_1\theta + (c_0 + c_1\theta) q^{SB}(\theta) - p^{SB}(\theta) q^{SB}(\theta)] r(\theta) + \int_{\theta}^{\bar{\theta}} (c_1 q(x) + k_1) r(x)\, dx$

Cabe fazer algumas observações a respeito da solução acima do modelo de Baron and Myerson (1982). O valor $q^{SB}(\theta)$ corresponde a quantidade assinada pela função de demanda ao fixar $p^{SB}(\theta)$. O preço $p^{SB}(\theta)$ estabelecido corresponde ao custo marginal $(c_0 + c_1\theta)$, solução equivalente a de equilíbrio competitivo e, portanto, a alocação (p,q) é Pareto ótima. Isso é possível devido a componente de transferência $s^{SB}(\theta)$, com $\Lambda = 0$, providenciar a renda extra necessária para que as restrição de participação e de compatibilidade em incentivo sejam satisfeitas.

[4]Para demonstração desse lema, veja o apêndice A.

[5]A demonstração desse teorema é um caso particular da demonstração do Teorema 2.

3.3 Precificação em Monopólios com Risco Moral

De forma análoga a exposição de Armstrong and Sappington (2007), a descrição do problema de risco moral a seguir é formalizada segundo o arcabouço fornecido em Laffont and Martimort (2002) com ajuste ao modelo de Baron and Myerson (1982) desenvolvidos na seção 3.1.

Dessa forma, o esforço do monopolista é definido pela variável $e \in [0,e^H]$ e a desutilidade gerada por esse esforço é mensurada por $\psi(e) \in \mathbb{R}_+$, tak que $\dot{\psi}(e) < 0$, $\ddot{\psi}(e) < 0$, $\psi(0) = 0$ e para evitar soluções de canto assumimos que $\dot{\psi}(0) = 0$ e $\dot{\psi}(e^H) = -\infty$. Uma vez que o Regulador não é capaz de observar diretamente esse esforço, ele não será capaz de exigir uma conduta eficiente durante a produção.

Para tratar o problema de risco moral tomamos o custo como fixo, $C(q) = C$ para qualquer $q \in Q$. Nesse caso, a leitura do grau de eficiência operacional do monopolista se trata da sua produtividade, a quantidade q produzida para dado custo C invariável. Todavia, essa produtividade não é determinística, sendo influenciada pelo esforço e.

A aleatoriedade em q é capturada pela função de densidade de probabilidade $g(q|e)$, definida sobre $Q = [\underline{q},\bar{q}]$, positiva em todo ponto e condicionada ao esforço e. Ainda, seja $G(q|e)$ a função acumulada relativa à $g(\cdot)$, assumimos que $G(\cdot|e)$ é duas vezes diferenciável com respeito a e.

Seguindo a abordagem de Baron and Myerson (1982) ajustada na seção 3.1, estabelecemos $s_L(q) = pq - C$ com $p = q^{-1}(q)$. Logo, o problema de *design* do Regulador consiste na definição de um menu $\mathcal{A} = \{s_{RI}(q)\}$ visando maximizar $W(q) = U(q) - C - s_{RI}(q)$.

Pela definição de s_L, temos $\pi(q;e) = v(s_{RI}(q)) - \psi(e)$, onde $v(s_{RI}(q))$ é a utilidade do monopolista ao receber $s_{RI}(q)$. Ainda, assumimos que $\dot{v}(\cdot)) > 0$, $\ddot{v}(\cdot) < 0$ e $v(0) = 0$.

Portanto, de acordo com o Princípio da Revelação Direta, o problema de *design* de contrato do Principal consiste na solução do problema

$$\text{Máx}_{\{(s_{RI}(q),e)\}} \int_{\underline{q}}^{\bar{q}} [U(q) - C - s_{RI}(q)] g(q|e)\, dq \tag{3.12}$$

s.a.

$$\int_Q v(s_{RI}(q)))g(q|e^{SB})\, dq \geq \int_Q v(s_{RI}(q))g(q|e)\, dq \quad \forall\, e \in [0,\bar{e}] \tag{3.13}$$

$$\int_Q v(s_{RI}(q))g(q|e)\, dq - \psi(e) \geq 0 \tag{3.14}$$

Adotando a abordagem de primeira ordem para tratar a restrição de compatibilidade em incentivo, 3.14 é reescrita como

$$\int_Q v(s_{RI}(q))\dot{g}(q|e)\,dq - \dot{\psi}(e) = 0, \tag{3.15}$$

Logo, a solução de *second best* do problema de *design* do Regulador em caso de risco moral é dada por:

$$p = q^{-1}(q) \tag{3.16}$$

$$s^{SB}(q) = s_L + s_{RI}^{SB}(q) \tag{3.17}$$

onde $s_L(q) = pq - C$ e $s_{RI}^{SB}(q)$ é definida segundo o Teorema 3 na subseção 2.2.3.

3.4 Precificação em Monopólios com Seleção Adversa, Risco Moral e Custo de Levantar Fundos Públicos

Conforme fora discutido na introdução desse capítulo, o modelo de regulação de preço exposto nessa seção, e na seção seguinte, é desenvolvido em Laffont and Tirole (1986) e Laffont and Tirole (1993). Em particular, tomamos o caso em que $\Lambda > 0$.

Assumimos que a firma monopolista produz q unidades de um único bem gerando um custo dado por[6]

$$C(q,\theta) = (\theta - e)q \tag{3.18}$$

onde θ é uma informação privada da firma, para o qual o Principal atribui uma distribuição de probabilidade $F(\theta)$ com função de densidade $f(\theta)$ sobre o suporte $[\underline{\theta},\bar{\theta}]$.

Nesse modelo, o esforço e da firma não é observável pelo Regulador. Porém, em contraste à abordagem na seção anterior, essa variável atua de forma determinística sobre o custo da firma. Esse esforço gera uma desutilidade $\psi(e)$, com $\dot{\psi}(\cdot) > 0$ e $\ddot{\psi}(\cdot) > 0$ para qualquer $e > 0$, $\psi(0) = 0$ e $\lim_{e \to \theta} \psi(e) = +\infty$.

Nessa abordagem, o Regulador é um intermediário que recebe toda a produção $q(\theta)$ e, em troca, reembolsa a firma em $C(q(\theta);\theta)$ mais uma renda líquida adicional $s(\theta)$. Em seguida, o Regulador repassa essa produção e o custo equivalente aos consumidores, gerando o excedente

[6] Laffont and Tirole (1986) também levanta a possibilidade de adotar $C(q) = k + (\theta - e)q + \epsilon$, onde k é um custo fixo e ϵ é uma variável aleatória com média zero. Contudo, os mesmos afirmam que isso não traria uma melhoria nos resultados qualitativos e, por isso, os mesmos não serão adotados nessa exposição.

do consumidor

$$U(q(\theta)) - (1+\Lambda)[C(q(\theta);\theta) + s(\theta)] \tag{3.19}$$

onde $\dot{U}(\cdot) > 0$, $\ddot{U}(\cdot) < 0$ e $U(0) = 0$.

Por sua vez, como o Regulador se compromete a pagar $C(q(\theta))$ para qualquer $q(\theta) \in \mathcal{A}$, o excedente do produtor será mensurado por

$$\pi(s(\theta); e(\theta)) = s(\theta) - \psi(e(\theta)) \tag{3.20}$$

Logo, para que a firma aceite $\mathcal{A}$, esse menu de contratos deve satisfazer a restrição de participação

$$s(\theta) - \psi(e(\theta)) \geq 0. \tag{3.21}$$

e, para que ela revele seu verdadeiro tipo θ, deve satisfazer a restrição de compatibilidade de incentivo

$$s(\theta) - \psi(e(\theta)) \geq s(\theta) - \psi(e(\theta)). \tag{3.22}$$

observando que $e(\theta) = \theta - \dot{C}(\theta)$.

De acordo com o Princípio da Revelação Direta, qualquer mecanismo de revelação pode ser representado por um mecanismo de revelação direta confiável. Logo, o problema de *design* de menu de contratos do Regulador consiste em definir $\mathcal{A} = \{s(\theta); q(\theta)\}$.

Para tanto, recorrendo a 3.18, 3.20 e 3.19, a utilidade do Regulador é definida pelo excedente agregado

$$\begin{aligned} W(q(\theta),s(\theta),e(\theta)) &= U(q(\theta)) - (1+\Lambda)[C(q(\theta)) + s(\theta)] + s(\theta) - \psi(e(\theta)) && (3.23) \\ &= U(q(\theta)) - (1+\Lambda)[(\theta - e)q(\theta) + \psi(e(\theta))] - \Lambda\pi(s(\theta),e(\theta)) && (3.24) \end{aligned}$$

onde destacamos como Λ, o Custo de Levantamento dos Fundos Públicos, aumenta o custo aos consumidores sem aumentar a receita do produtor.

Logo, de acordo com a hipótese de poder total de barganha do Regulador, o problema de *deseign* de contratos dele consiste na otimização do programa

$$\text{Máx}_{\{(s(\theta),q(\theta),e(\theta))\}} \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} \{U(q(\theta)) - (1+\Lambda)[(\theta - e(\theta))q(\theta) + \psi(e(\theta))] - \Lambda s(\theta)\} f(\theta)\, d\theta \quad (3.25)$$

s.a.

restrições 3.21 e 3.22.

De forma semelhante ao desenvolvido na subseção 2.2.2, esse problema pode ser transformado em[7]

Lema 4 (Problema transformado do Regulador para $\Lambda > 0$)**.**

$$Máx_{\{(s(\theta),q(\theta),e(\theta))\}} \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} \{U(q(\theta)) - (1+\Lambda)[(\theta - e(\theta))q(\theta) + \psi(e(\theta))] - \Lambda s(\theta)\} f(\theta)\, d\theta \quad (3.26)$$

s.a.

$$\dot{s}(\theta) = -\dot{\psi}(e(\theta)) \quad (3.27)$$

$$s(\bar{\theta}) = 0 \quad (3.28)$$

Assumindo a propriedade de *monotone hazard rate*, temos $\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{F(\theta)}{f(\theta)}\right) \geq 0$ e podemos estabelecer os seguintes resultados para esse programa, expostos em Laffont and Tirole (1993).

$$q(\theta) = q^*(\theta - e(\theta)) \quad (3.29)$$

e

$$\dot{\psi}(e(\theta)) = q(\theta) - \frac{\Lambda}{1+\Lambda}\frac{F(\theta)}{f(\theta)}\ddot{\psi}(e(\theta)) \quad (3.30)$$

3.5 Precificação em Monopólios com Seleção Adversa, Risco Moral e sem Transferências

Para demonstrar o problema de Regulação de Preços com assimetria de informação e sem a possibilidade de transferências, recorremos ao modelo exposto em Laffont and Tirole (1993)[8]. Retomando o modelo desenvolvido na seção anterior, fazemos as seguintes alterações: a variável

[7] A demonstração dessa transformação é similar à desenvolvida na subseção 2.2.2. Para uma descrição precisa, vide Laffont and Tirole (1993).

[8] Observamos que os resultados qualitativos já foram desenvolvidos nas seções anteriores. Por isso, apresentamos de maneira breve a modelagem nessa seção, visando apenas apresentar o problema onde transferências não são possíveis. Para uma formalização mais detalhada desse modelo, vide Laffont and Tirole (1993).

q é definida pela função de demanda $q(p)$ (e não pelo contrato afirmado) e o menu de contratos consiste em $\mathcal{A} = \{L(\theta); p(\theta); \dot{C}(\theta)\}$. Nesse menu, $L(\theta)$ não é uma transferência mas sim uma recompensa definida por $L(\theta) = [p(\theta) - \dot{C}(\theta)]q(p(\theta))$ de forma a garantir que, para cada θ, o menu satisfaça a restrição de participação

$$\pi(\theta) = L(\theta) - \psi(e(\theta)) = 0 \tag{3.31}$$

Seja $\mathcal{P}(\dot{C}(\theta); L(\theta))$ o menor preço que satisfaz 3.31. Assumimos que $\mathcal{P}$ é diferenciável e crescente em $\cdot C$ e em L[9].

Dessa forma, o programa de otimização do Regulador nesse caso será descrito por

$$\text{Máx}_{\{(L(\theta),e(\theta))\}} \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} [U(\mathcal{P}(\theta - e(\theta); L(\theta))) + \pi(\theta)] f(\theta)\, d\theta \tag{3.32}$$

s.a.

$$\dot{\pi}(\theta) = -\dot{\psi}(e(\theta)) \tag{3.33}$$

Seja μ o multiplicador do Hamiltoniano desse programa. As condições de primeira ordem desse são

$$\dot{\mu} = f\left[q\frac{\partial \mathcal{P}(\cdot)}{\partial L(\theta)} - 1\right] \tag{3.34}$$

e

$$q\left[\frac{\partial \mathcal{P}(\cdot)}{\partial \dot{C}(\theta)} - \frac{\partial \mathcal{P}(\cdot)}{\partial L(\theta)}\dot{\psi}(e(\theta))\right] f = \mu\ddot{\psi}(e(\theta)) \tag{3.35}$$

Usando a condição de transversalidade $\mu(\underline{\theta}) = 0$ e o fato de que $\dfrac{\partial \mathcal{P}(\cdot)}{\partial \dot{C}(\theta)} = q\dfrac{\partial \mathcal{P}(\cdot)}{\partial L(\theta)}$, obtemos o esforço ótimo

$$\dot{\psi}(e(\theta)) = q(\theta) - \frac{\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} \left[\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \dot{C}}(x) - 1\right] f(x)\, dx}{\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \dot{C}}(\theta) f(\theta)} \ddot{\psi}(e(\theta)). \tag{3.36}$$

A implementação da solução ótima pode ser feita através de um plano de escala móvel estático.

[9]Condições que garantem essa hipótese são a de que a função de demanda é diferenciável e de que a função de excedente do produtor é estritamente concava.

Capítulo 4

Regulação Ótima Dinâmica com Informação Assimétrica

A prática de regulação de monopólios geralmente envolve um processo dinâmico de interação entre Regulador e Regulado. Essa expansão no problema de controle do Regulador induz à necessidade de avaliar como a estrutura informacional entre os jogadores é modificada ao longo do tempo. Em problemas dinâmicos, a decisão de cada jogador no período t observa também as consequências futuras dessa. Logo, a escolha ótima, tanto do Regulador quanto do Agente, observa o impacto de suas ações sobre o consequente grau de informação revelada ao Regulador, além de como ela será utilizada para estabelecer o preço nos períodos futuros.

Além da dinâmica quanto ao tipo θ_t do Agente no tempo t, conforme levantado em Laffont (1994), um segundo aspecto fundamental na regulação dinâmica é o grau, e/ou a duração, da hipótese de comprometimento. De forma sucinta, assumir essa hipótese significa assumir que, no momento da assinatura do contrato, as partes envolvidas (Regulador e Regulado) se comprometem a não renegocia-lo até o fim da relação entre os contratantes, independentemente da informação revelada pelo Regulado ao longo da execução do contrato.

A flexibilização dessa hipótese tem sido uma das principais temáticas em problemas dinâmicos de Principal-Agente. Por isso, ao tratar da Regulação Dinâmica Ótima de monopólios naturais, esse capítulo introduz a discussão sobre a utilização dessa hipótese e sua flexibilização na seção 4.1. Em seguida, exemplificamos essa discussão geral ao apresentarmos a expansão do modelo de Baron and Myerson (1982) feita em Baron and Besanko (1984) e Baron and Besanko (1987a) para a regulação multiperíodo com seleção adversa[1], onde a hipótese de comprometimento é

[1]Destacamos outra fonte relevante sobre o problema regulatório multiperíodo, o modelo exposto em Laffont

flexibilizada seguindo uma ordem decrescente.[2]

4.1 Discussão Geral sobre a hipótese de Comprometimento e sua flexibilização

O desenvolvimento da literatura para o problema multiperíodo teve como ponto de partida a adoção da hipótese de comprometimento total, sendo flexibilizada posteriormente. Podemos discriminar essa flexibilização em três casos:

- *Comprometimento Total* - Caso em que as partes estabelecem no período inicial um contrato de longo prazo, o qual será implementado sem que seus termos sejam questionados ao longo do tempo[3]. Ainda, essa hipótese não requer simplesmente que o comprometimento dos jogadores, mas também que o jogador acredite nesse comprometimento do outro.

- *Comprometimento com renegociação* - Um caso intermediário, onde as partes envolvidas assinam um contrato de longo prazo (que será implementado), porém não podem se comprometer a não renegocia-lo caso uma das partes o julgue desvantajoso. Isso permite qu: o Regulador induza uma renegociação caso venha a adquirir melhores informações sobre o Regulado; e/ou o Regulado atue de forma ineficiente (segundo a ótica social) em um período inicial, visando induzir uma renegociação posterior mais vantajosa para ele.[4]

- *Sem Comprometimento* - Caso em que não é possível estabeler contratos de longo prazo. Dessa forma, a relação de dinâmica entre Regulador e Regulado se restringe a uma sequencia de contratos de curto prazo.

Laffont and Tirole (1993) exibem o seguinte resumo quanto à preferência de Regulador em relação a esses três casos:

---

and Tirole (1988) e Laffont and Tirole (1993) a partir da abordagem de Laffont and Tirole (1986) citada na seção 3.4. Nesses trabalhos, o foco se dá sobre o problema de regulação de projetos (com custo independente de q), em contraste ao enfoque dessa dissertação. Todavia, eles convergem para os mesmos resultados qualitativos apresentados nessa seção.

[2]Observamos também a restrição na literatura de controle de preços em monopólios para o problema multi-período com risco moral, principalmente flexibilizando a hipótese de comprometimento. Para uma revisão geral sobre modelos dinâmico de Principal-Agente com risco moral, vide Laffont and Martimort (2002) seções 8.2 e 9.3.

[3]Uma extensa revisão sobre Principal-Agente dinâmico adotando a hipótese de comprometimento total é fornecida em Laffont and Martimort (2002), no capítulo 8. Para tanto, esses autores assumem um problema binário ($\theta \in \{\underline{\theta}; \bar{\theta}\}$ ou $e \in \{\underline{e}; \bar{e}\}$).

[4]Todavia, cabe ressalvar que existem casos onde o Regulador pode revisar (renegociar) o contrato, porém sua escolha ótima no estágio de renegociação será por não faze-lo. Nesses casos, diremos que o contrato é *renegotiation-proof*. Uma fonte de discussão sobre essa temática é Fudenberg and Tirole (1990).

$$\text{Comprometimento Total} \succsim \text{Comprometimento com Renegociação} \succsim \text{Sem Comprometimento.}$$

Inicialmente, pode parecer contra-intuitivo que, visando melhorar (gradativamente) os termos do contrato ao seu favor, a utilização da informação adquirida (ao longo das reiterações) pelo Regulador possa terminar por reduzir seu bem-estar total acumulado na execução do contrato.Todavia, caso ele pudesse utilizar essa informação para atualizar o contrato, ele observaria uma redução do seu bem-estar devido à relação de interdependência estratégica no problema regulatório.

Por exemplo, caso o Regulado mantenha sua opção por revelar corretamente sua informação privada no período inicial, no período seguinte ele pode vir a ter toda sua renda informacional extraída. Consequentemente, ao antecipar essa possível ação do Regulador, o primeiro pode preferir se passar por um tipo mais ineficiente no período inicial. Esse efeito é conhecido como *ratchet effect* e, quando ocorre, induz a ocorrência de *pooling*, caso onde não se é possível implementar uma solução separável[5] no processo de *design* de contrato, impossibilitando a definição de mecanismos compatíveis em incentivo.

Destacamos que, caso a hipótese de Comprometimento Total seja válida, conforme será demonstrado na subseção 4.2 abaixo, o contrato dinâmico ótimo consistirá na repetição de contratos ótimos estáticos sendo, assim, falsamente dinâmicos. Todavia, mesmo que o Regulador prefira situações onde a hipótese de comprometimento é adotada, a caracterização do problema quanto a essa hipótese não se trata de uma escolha do Regulador.

Laffont and Tirole (1993) argumentam que na prática, a regulação de monopólios é frequentemente uma sequência de contratos de curto prazo (ou, de maneira semelhante, uma sequência de contratos de médio prazo com Comprometimento Total e, portanto, estáticos como os de curto prazo). As razões citados por esses autores para tanto são: a imposição legal de limites para prazos estabelecidos em contratos; e a impossibilidade de prever completamente a tecnologia ou a produção futura, portanto, contratos incompletos. Portanto, um modelo de Controle de Preços adequado a necessidade de flexibilizar essa hipótese.

Encerrando essa introdução ao problema dinâmico, segundo Laffont and Martimort (2002), para a implementação de contratos de longo prazo com Comprometimento Total, aplicamos a versão equivalente do Princípio da Revelação Direta. Nessa versão, o Agente revela seu tipo uma

[5]A propriedade de um mecanismo de revelação separar os tipos está ligada a capacidade desse resultar em um equilíbrio separável. Onde, em um jogo com sinalização, um equilíbrio é separável se existe uma estratégia na qual o receptor é capaz de identificar o verdadeiro tipo do jogador transmissor quando o último emitir um sinal qualquer.

única vez, para todo o período de execução do contrato, através de um mecanismo direto de revelação aplicado em um momento prévio à assinatura do contrato. Dessa forma, o Principal se compromete a replicar o contrato estático para cada período de duração do contrato de longo prazo, independentemente da informação sobre o Agente que o Principal venha a capturar ao longo do processo reiterativo[6].

4.2 Regulação Dinâmica com Seleção Adversa - Extensão do Modelo de Baron and Myerson (1982)

Tendo em vista as observações feitas no Problema de Pesquisa quanto à relação contínua entre Regulador e Regulado, essa subseção expõem o modelo de os resultados em Baron and Besanko (1984) e Baron and Besanko (1987a), que expandem o modelo de Baron and Myerson (1982) para o caso multiperíodo. Sem perda de generalidade e não sobrecarregando a notação, o problema é descrito para apenas dois períodos.

O ponto de partida desse modelo é a hipótese de *comprometimento* do Principal. Assim, independentemente das informações que ele possa vir a capturar ao longo do processo interativo, ele não revisará o mecanismo adotado (o que permitiria a ele fixar preços mais baixos e, portanto mais eficientes, no futuro).

A firma monopolística possui a seguinte função bilinear de custo:

$$C(q_t;\theta_t) = k_0 + k_1\theta_t + (c_0 + c_1\theta_t)q_t, \quad \text{com}\, C(0;\theta_t) = 0 \tag{4.1}$$

onde k_0,k_1,c_0,$c_1 \geq 0$ são constantes conhecidas inclusive pelo Regulador e $t \in 1; 2$ é o período.

Apesar da firma conhecer *a priori* o parâmetro θ_1, o Regulador sabe apenas que ele pertence a um intervalo $[\underline{\theta}_1; \bar{\theta}_1] \equiv \Theta_1$ compacto na reta, sob o qual ele atribui uma função de densidade contínua $f_1(\theta_1)$, positiva definida, com função acumulada $F_1(\theta_1)$.

O paramêtro $\theta_2 = \theta_2(\theta_1; \varepsilon)$ é função de θ_1 e da realização de uma variável aleatória ε, que representa choques exógenos. No primeiro período, firma e Regulador são igualmente informadas quanto a possíveis mudanças futuras no custo devido às forças estocásticas capturadas por ε, logo ambas associação a mesma função de densidade $f_2(\theta_2|\theta_1)$ para θ_2 em $t = 1$. Todavia, ao contrário do monopolista, o Regulador não é capaz de observar a realização de ε. Logo, no

[6]Para uma avaliação do ajuste do Princípio da Revelação conforme a flexibilização da hipótese de comprometimento, vide Bester and Strausz (2001).

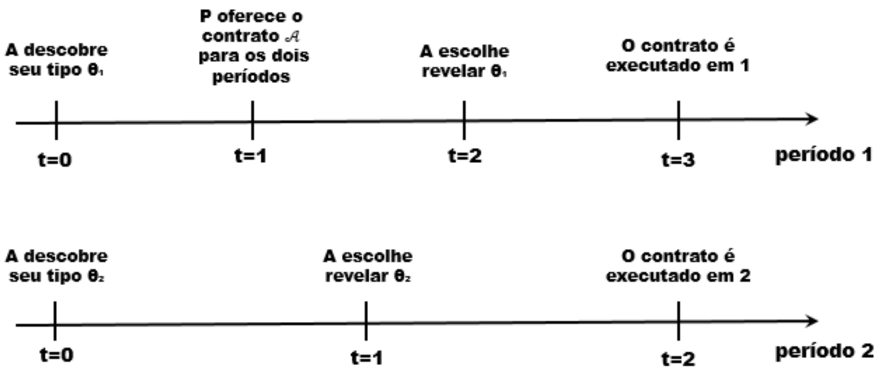
segundo período teremos novamente um problema de seleção adversa, onde o Principal toma $\theta_2 \in [\underline{\theta}_2; \bar{\theta}_2] \equiv \Theta_2$ compacto na reta (cujos limites são definidos de forma independente à θ_1) com função de densidade contínua $f_2(\theta_2|\theta_1)$, positiva definida, cuja função acumulada é $F_2(\theta_2|\theta_1)$.

Assumimos que $\dfrac{\partial F_2}{\partial \theta_1} \leq 0$ (com $\dfrac{\partial F_2}{\partial \theta_1} < 0$ para algum θ_2), tal que altos valores de θ_1 induzem estocasticamente maiores θ_2 no sentido de dominância estocástica de primeiro grau, e que $F_t(\cdot)/f(\cdot) \geq 0$ (propriedade de *monotone hazard rate*). Assumimos também que a função de demanda é conhecimento comum para firma e Regulador.

Ainda, sem perda de generalidade, assumimos que $W(\bar{\theta}_t) \geq 0$ para qualquer $t \in \{1; 2\}$ e, portanto, a produção nesse setor é desejável pela sociedade, mesmo quando executada pela firma mais ineficiente.

Assim como no desenvolvido na seção 3.1, o Regulador fixa $p = \dot{C}(q(\theta))$ e a definição da receita da firma de tipo θ é definida por $P = pq + s_L + s_{RI}(\theta)$ com $s_L = pq(\theta) - C(q(\theta))$. Logo, o mecanismo de atuação do Regulador se dá pelo *design* do menu $\mathcal{A} = \{P_1(\theta_1); q_1(\theta_1); P_2(\theta_2); q_2(\theta_2)\}$ (ou, de forma equivalente, $\mathcal{A} = \{s_{RI-1}(\theta_1); q_1(\theta_1); s_{RI-2}(\theta_2); q_2(\theta_2)\}$).

Seja P o Principal e A o Agente, a ordem cronológica do processo de interação entre Principal e Agente é a seguinte:



Assumindo que a firma é neutra ao risco, o excedente do produtor no período 2 caso ela seja do tipo θ_2 e informe ser θ_2' será

$$\pi_2(\theta_2'; \theta_2) = [p_2 q_2(\theta_2') - k_0 - k_1\theta_2 - (c_0 + c_1\theta_2) q_2(\theta_2')] + s_2(\theta_2'). \tag{4.2}$$

Portanto, a política regulatória $\mathcal{A}$ será compatível em incentivo no período 2 se

$$\pi_2(\theta_2; \theta_2) \geq \pi_2(\theta_2'; \theta_2) \quad \forall\, \theta_2', \theta_2 \in \Theta_2. \tag{4.3}$$

O excedente do produtor no período 1, caso ela seja do tipo θ_1 e informe ser θ_1', será $\pi_1(\theta_1';\theta_1) = [p_1 q_1(\theta_1') - k_0 - k_1\theta_1 - (c_0 + c_1\theta_1)q_1(\theta_1')] + s_1(\theta_1')$. Logo, para $\mathcal{A}$ ser compatível em incentivo no período 1, o monopolista deve avaliar o valor presente do excedente do produtor , o qual escrevemos como

$$\Pi_1(\theta_1';\theta_1) = \pi_1(\theta_1';\theta_1) + \beta E_{f_2}[\pi_2(\theta_2)|\theta_1] \tag{4.4}$$

onde $\beta \in [0;1]$ é um fator de desconto e $E[\pi_2(\theta_2)|\theta_1] = \int_{\underline{\theta}_2}^{\bar{\theta}_2} \pi_2(x) f_2(x|\theta_1;)\ dx$.

Se $\pi_2(\hat{\theta}_1;\theta_2)$ satisfaz a condição de compatibilidade em incentivo no período 2, $\mathcal{A}$ será compatível em incentivo no período 1 se

$$\Pi_1(\theta_1;\theta_1) \geq \Pi_1(\theta_1';\theta_1) \quad \forall\, \theta_1', \theta_1 \in \Theta_1. \tag{4.5}$$

A firma pode abandonar a operação no período 2 caso não seja satisfeita a seguinte restrição de participação

$$\pi_2(\theta_2) \geq 0 \quad \forall\, \theta_2 \in \Theta_2 \tag{4.6}$$

e para aceitar o contrato ele exige que

$$\Pi_1(\theta_1) \geq 0 \quad \forall\, \theta_1 \in \Theta_1. \tag{4.7}$$

As restrições de compatibilidade em incentivo 4.4 e 4.3 podem ser reescritas pelos seguintes lemas[7]:

Lema 5. *A restrição de incentivo compatibilidade 4.3 é equivalente a*

$$\pi_2(\theta_2;\theta_2) = \pi_2(\bar{\theta}_2;\bar{\theta}_2) + \int_{\theta_2}^{\bar{\theta}_2} (k_1 + c_1 q_2(\hat{\theta}_1;x))\ dx \tag{4.8}$$

onde $r_2(\hat{\theta}_1;x)(k_1 + c_1 q_2(\hat{\theta}_1;x))$ *é uma função não-crescente em* θ_2 *para todo* $\hat{\theta}_1$.

Lema 6. *A restrição de incentivo compatibilidade 4.4 é equivalente a*

$$\begin{aligned} \Pi_1(\theta_1;\theta_1) &= \Pi_1(\bar{\theta}_1;\bar{\theta}_1) + \int_{\theta_1}^{\bar{\theta}_1} (k_1 + c_1 q_1(x))\ dx \\ &\quad -\beta \int_{\theta_1}^{\bar{\theta}_1} \int_{\underline{\theta}_2}^{\bar{\theta}_2} (k_1 + c_1 q_2(y)) \frac{\partial F_2(y|x)}{\partial x}\ dy\ dx \end{aligned} \tag{4.9}$$

[7] A demonstração do lema 6 é idêntica a desenvolvida no lema 3 e a do lema 5 se encontra no Baron and Besanko (1984).

Segundo o Princípio da Revelação Direta (versão com comprometimento), esses lemas permitem que o problema de *design* do Regulador seja estabelecido da seguinte forma:

Lema 7 (Problema Transformado de Otimização do Regulador)**.** *O programa de otimização do Regulador consiste em definir $\mathcal{A}$ tal que*

$$Máx_{\mathcal{A}} W(\theta_1;\theta_2) \tag{4.10}$$

$$s.a.$$

$$\textit{restrições 4.9 e 4.8, e}$$

$$\Pi_1(\bar{\theta}_1) \geq 0. \tag{4.11}$$

onde $W(\theta_1;\theta_2) = \int_{\underline{\theta}_1}^{\bar{\theta}_1} \left\{ w_1(x) + \beta \int_{\underline{\theta}_2}^{\bar{\theta}_2} w_2(y) f_2(y|x)\,dy \right\} f(x)\,dx$ *com* $w_t(\theta_t) = U(q_t(\theta_t)) - k_0 - k_1\theta_t - (c_0 + c_1\theta_t)q_t(\theta_t)$ *para* $t = 1{,}2$.

A solução deste programa pode ser levantada para duas possibilidades: quando θ_1 e θ_2 são independentes ($f_2(\theta_2|\theta_1) = f_2(\theta_2)$) e quando θ_1 e θ_2 são correlacionados. Podemos assim enunciar as seguintes soluções[8]:

Teorema 5. *A solução ótima do problema transformado do Lema 7 quando θ_1 e θ_2 são independentes é dada por*

- $p_1^{SB}(\theta_1) = c_0 + c_1\theta_1$ *e* $p_2^{SB}(\theta_1;\theta_2) = c_0 + c_1\theta_2$*;*
- $q_1^{SB}(\theta_1) = q(p^{SB}(\theta_1))$ *e* $q_2^{SB}(\theta_2) = q(p^{SB}(\theta_2))$*;*
- $s_1^{SB}(\theta_1) = \int_{\theta_1}^{\bar{\theta}_1} (k_1 + c_1 q_1^{SB}(x))\,dx - [(p_1^{SB}(\theta_1) - c_0 - c_1\theta_1)q_1^{SB}(\theta_1) - k_0 - k_1\theta_1]$*;*
- $s_2^{SB}(\theta_2) = \int_{\theta_2}^{\bar{\theta}_2} (k_1 + c_1 q_2^{SB}(x))\ dx - [(p_2^{SB}(\theta_2) - c_0 - c_1\theta_2)q_2^{SB}(\theta_2) - k_0 - k_1\theta_2]$.

Em comparação ao modelo desenvolvido na seção 3.2, observamos que quando θ_1 e θ_2 são independentes, a adoção da hipótese de comprometimento implica em um mecanismo falso dinâmicos, pois s_t é definida de maneira idêntica a s no problema estático.

Contudo, quando há correlação entre os tipos ao longo do tempo, o Regulador pode utilizar a informação revelada em $t = 1$ para revisar o mecanismo $\mathcal{A}_2^{SB}$, ou seja, o contrato de longo prazo nesse caso não é à prova de renegociação. Portanto, a hipótese de comprometimento pelo Regulador pode não ser crível na perspectiva do Regulado.

[8] A demonstração desse encontra-se em Baron and Besanko (1984) e, uma vez que consiste na reiteração da solução em 4, não a desenvolveremos nessa dissertação.

Nesse caso, a firma exigirá a antecipação do pagamento da renda informacional para que o contrato seja compatível em incentivo. Ou seja,

$$\begin{aligned} s_1^{SB}(\theta_1) &= \int_{\theta_1}^{\bar{\theta}_1} (k_1 + c_1 q_1^{SB}(x))\, dx - [(p_1^{SB}(\theta_1) - c_0 - c_1\theta_1) q_1^{SB}(\theta_1) - k_0 - k_1\theta_1] \\ &\quad -\beta E_{f_2}[s_2^{SB}(\theta_2)|\theta_1] \end{aligned} \tag{4.12}$$

Contudo, essa forma de fixar s_1 permite que a firma reporte uma grau de eficiência melhor do que ela realmente possui. Ao fazer isso, devido a antecipação da renda via $\beta E_{f_2}[s_2^{SB}(\theta_2)|\theta_1]$, ela terá um lucro maior no período 1. Essa estratégia a forçaria a operar segundo um nível de eficiência no período 2 melhor do que ela realmente possui, no entanto, caso ela vislumbre um resultado negativo em 2, ela pode abandonar a operação.

Essa avaliação dos resultados quando a hipótese de comprometimento não é factível no modelo de Baron and Besanko (1984) é feita em Baron and Besanko (1987a)[9]. Nesse estudo é estabelecido o seguinte:

Teorema 6. *No caso de não comprometimento, não existe mecanismo factível para os dois períodos que no período 1 separe os tipos contidos em qualquer intervalo de medida positiva.*

[9]Nesse mesmo trabalho, esses autores apresentam *mecanismo justos* como uma forma intermediária entre, o caso de comprometimento e o de não comprometimento. Contudo, afirmam que se o comprometimento é factível, ele gera melhores resultados para o Regulador. Logo, uma vez que essa dissertação considera a hipótese de comprometimento como factível, uma discussão mais profunda sobre essa problemática não contribuiria ao modelo aqui apresentado.

Capítulo 5

Teoria de Regulação Ótima X Práticas Regulatórias

Conforme será desenvolvido na seção 5.1 abaixo, a Teoria de Regulação Ótima enfrenta limitações que dificultam sua implementação por Reguladores de monopólios naturais. Dessa forma, sua principal contribuição está nas propriedades qualitativas que ela propicia e o que se observa na prática regulatória são modelos mais simples, que buscam capturar o normatizado na Teoria de Regulação.

Dentre esses modelos observados na prática regulatória, a seção 5.2 apresenta o de Custo de Serviço, o de *Price Cap* e o de Escala Móvel. Entre eles, o primeiro segue o normatizado pela tradicional Teoria de Controle de Preços, já os dois últimos fazem parte do conjunto de práticas denominado Regulação por Incentivo. Conforme será discutido adiante, esse conjunto é formado por modelos de controle de preços que adaptam o de Custo de Serviço ao normatizado na moderna Teoria de Controle de Preços (com informação assimétrica) através de mecanismos simples de incentivo à eficiência operacional ao produtor. Por fim, a seção 5.3 apresenta alguns resultados na literatura de regulação quanto ao desempenho dessas práticas regulatórias em relação ao bem-estar social.

5.1 Limitações da Teoria de Regulação Ótima

Uma ampla revisão literária recente sobre o desenvolvimento da Teoria de Regulação Ótima - fundamentada em Problemas de Principal-Agente - é fornecida por Armstrong and Sappington (2007). Nesse mesmo artigo, os autores afirmam que apesar dos úteis *insights* que essa abordagem normativa propicia para o *design* e a avaliação de políticas regulatórias no mundo real, essa abordagem possui suas limitações[1]. Em particular, eles levantam as seguintes limitações:

i) Pode ser difícil caracterizar todas as assimetrias de informação relevantes;

ii) A forma da política regulatória ótima geralmente não é conhecida quando as assimetrias de informação (multi-dimensional) são enunciadas;

iii) Uma especificação de todas as restrições sobre o regulador e sobre a firma pode ser difícil de ser formulada;

iv) Alguns instrumentos que são importantes em uma política ótima de recompensa (como transferências) não são sempre admissíveis na prática; e

v) Mesmo algumas metas do Regulador são difíceis de se especificar em alguns casos.

Esse autores concluem que, devido aos motivos listados acima, pesquisadores e responsáveis por políticas de regulação foram levados a propor metodologias relativamente simples, as quais aparentam possuir propriedades desejáveis, como o estímulo à firma melhorar sua eficiência produtiva, apesar de não serem ótimas no sentido preciso desse conceito.

Devido a complexidade do problema informacional que envolve a relação entre Regulador e Regulado, a literatura sobre Teoria de Regulação Ótima tem se concentrado no desenho de mecanismos para problemas específicos, que variam conforme os objetivos e as características informacionais desses problemas. Conforme sustenta Schmalensee (1989), o trabalho desenvolvido na Teoria da Regulação Ótima sobre regimes regulatórios tem se concentrado nas características qualitativas de instituições tomadas como ótimas, e não na solução quantitativa dos problemas aos quais as instituições existentes estão sujeitas.

Portanto, não há uma proposta de mecanismo ótimo na literatura capaz de abranger todo o escopo do problema de controle de preços em monopólios naturais. Todavia, os resultados normativos observados nessa literatura tem sido de grande valor na orientação das práticas regulatórias atuais, práticas as quais tem sido denominadas como Regulação por Incentivos.

[1] Uma visão crítica sobre a relevância prática da recente literatura sobre regulação ótima é apresentada em Crew and Kleindorfer (2002) e em Vogelsang (2002).

5.2 Principais Práticas Regulatórias de Incentivo à Eficiência Operacional

Devido ao problema de informação limitada, o modelo tradicional de Custo de Serviço foi a metodologia de regulação de preços mais aplicada no século 20. Sua proposta central é garantir a viabilidade financeira para o monopolista sem que esse usufrua do lucro típico de monopolista. Para tanto, ele consiste em fixar o preço a valer ao longo de um período t qualquer no tempo através de

$$p_t = \frac{C(q_{t-1})}{q_{t-1}}; \tag{5.1}$$

ou seja, o custo médio em $t-1$.

Logo, conforme fora discutido na seção 2.1.4, ao não aplicar a precificação pelo custo marginal, ele não maximiza o bem-estar social propriamente. Todavia, sua dominância na prática regulatória, principalmente até as décadas de 70 e de 80, se deve às limitações informacionais (como a elasticidade preço ou o preço sombra) do Regulador ao seguir a normativa da Teoria de Regulação de Preços.

O avanço na Teoria de Regulação Ótima para problemas de assimetria de informação, a partir da década de 70, expôs essa prática de regulação como um mecanismo com baixo poder de estimulo à eficiência e à melhoria da qualidade na prestação de serviço[2]. Buscando contornar as limitações fornecidas pela regulação por Custo de Serviço, foram desenvolvidas uma série de práticas regulatórias, as quais compõem a denominada moderna Regulação por Incentivo.

Conforme observa Joskow (2007), apesar das críticas frequentes ao tradicional modelo de Custo de Serviço, os mecanismos de Regulação por Incentivo são frequentemente uma adição a esse modelo, e não uma substituição propriamente dita. Pois, de forma generalizada, a Regulação por Incentivos praticada atualmente consiste na inserção de mecanismos, como a não-rigidez do preço aos custos (utilizada pelos mecanismos de *Price Cap* e de Escala Móvel discutidos abaixo) ao modelo de Custo de Serviço. Dessa forma, os atuais modelos ainda partem da lógica de precificação pelo custo observado, sem abordar a eficiência alocativa como objetivo. As principais evoluções desses mecanismos (os quais não podem ser considerados como boas políticas de incentivos) está em melhorar o acesso à informação para o Regulador.

A principal metodologia de Regulação por Incentivo que surgiu como alternativa a de Custo

[2]Ainda, Averch and Johnson (1962) demonstraram que empresas inseridas nessa forma de regulação são estimuladas à realizarem sobre-investimento.

de Serviço é o modelo de *Price Cap*. Metodologia apresentada em Littlechild (1983) e também conhecida como regulação *RPI-X* [3].

Em sua forma mais simples, o modelo *RPI-X* consiste em fixar previamente o preço de acordo com um nível de custo julgado como eficiente, através de estudos do Regulador. Uma vez equalizada a receita ao custo (eficiente) para o período inicial, nos períodos seguintes esse preço é corrigido pela variação de um índice inflacionário (no caso da proposta de Littlechild para o setor de telecomunicações britânico, o índice RPI) e descontando por taxa X. Ou seja,

$$p_0 = \frac{C(q_0)}{q_0} \tag{5.2}$$

$$p_t = p_{t-1}(1 + RPI - X) \tag{5.3}$$

Como podemos perceber na equação acima, a taxa conhecida como fator X não muda com o tempo. Ela é fixada pelo Regulador no período inicial segundo suas projeções (em $T = 0$) de redução de custo para a firma (seja pelo ganho de escala com o aumento da demanda, seja por melhoria tecnológica da firma decorrente dos esforços dela). Logo, a alteração no preço em cada t é dada por 5.3 de forma automática, não sendo passível de revisão do Regulador, independentemente das melhorias na eficiência operacional que o Regulado possa vir a adquirir. Dessa forma, essa rigidez dos preço em razão de possíveis ganhos de produtividade funciona como estímulo para que o monopolista invista em produtividade. Todavia, o parâmetro X também não será revisado caso o monopolista não consiga alcançar uma redução equivalente no custo médio, o que significará prejuízos para o mesmo.

As primeiras experiências reais de aplicação do *Price Cap*, no fim da década de 80 e início da de 90, geraram ganho excessivo para as firmas. De forma geral, isso ocorreu devido a imprecisão das previsões de ganho de produtividade feitas no período inicial, para fixar o fator X. Pois, uma vez fixado, ele não deve ser revisado; já que isso seria uma contradição ao modelo fixado e uma quebra de contrato. Em razão desses possíveis problemas decorrentes de erros de previsão dos parâmetros, geralmente, o modelo chamado de *Price Cap* aplicado desde a década de 90 na verdade se trata de um modelo híbrido de *Price Cap* com Custo de Serviço.

Esse modelo híbrido corresponde ao *Price Cap* com revisões periódicas, em geral, com a frequência de 3 a 5 anos. Nessas revisões, o custo é reavaliado e um novo nível de preço é

[3] Há registros de experiências anteriores de regulação por *Price Cap* nos Estados Unidos. Um amplo estudo sobre o mesmo é apresentado na edição de outono de 1989 do Rand Journal of Economics, a introdução dessa edição feita por Acton and Vogelsang (1989) apresenta a origem teórica de vários componentes do *Price Cap*.

estabelecido (igual ao custo médio observado no perído anteriro) segundo o modelo de Custo de Serviço. Além disso, também é fixado um novo fator X para o próximo ciclo tarifário (período entre revisões)[4].

Por exemplo, tomemos um ciclo tarifário de quatro anos, uma formula geral de precificação via *Price Cap* é a seguinte:

$$p_t = \begin{cases} C(q_0) & \text{se } t = 0 \\ \dfrac{C(q_{t-1})}{q_{t-1}} & \text{se } t \text{ é múltiplo de 4} \\ (1 - X)p_{t-1} & \text{caso contrário} \end{cases} \tag{5.4}$$

onde X é fixado em $t = 0$ e t múltiplo de quatro, através de $X_{t,t+4} = \dfrac{\sum_{n=t-4}^{t-1} \dfrac{C_{n+1} - C_n}{C_n}}{3}$ com C_n sendo custo unitário no tempo n;

Quando comparado ao modelo de Custo de Serviço, o *Price Cap* apresenta maior estimulo a redução de custo por parte da firma. Por outro lado, também confere maior risco de perdas decorrentes de choques aleatórios negativos. Uma classe em Regulação por Incentivo considerada intermediária a de Custo de Serviço e a de *Price Cap*, quanto à relação *Risco X Incentivo*, é a de Escala Móvel. Essa classe consiste em fixar limites (superior e inferior) dentre os quais a firma é permitida operar e, caso um desses limites seja ultrapassado, o preço é revisado de forma a retornar a firma à situação regular (normal). Esse limites podem ser sobre o lucro (modelo de *profit sharing*) ou sobre a receita (modelo de *revenue sharing*).

Usualmente, esse mecanismo estabelece três bandas de atuação para o Regulador:

- Uma central, onde o Regulador não atua caso ela seja mantida;
- Uma intermediária, onde apenas um percentual do ganho (perda) superior (inferior) ao limite da região central é corrigida; e
- Uma extrema, onde todo ganho (ou perda) é corrigido, restabelecendo a variável alvo (lucro ou receita) na região central.

Por exemplo, tomemos o caso do modelo de *Profit Sharing* onde $\tau_{t-1} = \dfrac{p_{t-1} - C_{t-1}}{C_{t-1}}$ é a margem de lucro da firma em $t - 1$ observada pelo Regulador em t e, sem perda de generalidade,

[4]Na pratica regulatória observada, as política regulatórias são compostas por uma série de metodologias (*yardstick competition* e técnicas de *benchmarking* por exemplo) e mecanismos de incentivo que atuam de forma combinada. A combinação dessas práticas depende da factibilidade e efetividade das mesmas conforme o ambiente em que são aplicadas e, portanto, não é possível estabelecer um única forma geral de regulação como a melhor.

não há inflação. Caso o Regulador fixe os limites de -5 % a 5 % para a banda central, de -15 % a -5 % e de 5% a 15 % para a banda intermediária, e abaixo de -15% e acima de 15% para a área restante (extrema), seu política de correção de preços será dada por:

$$p_t = \begin{cases} p_{t-1} & \text{se} -0{,}05 \leq \tau_{t-1} \leq 0{,}05 \\ C_{t-1} + \frac{1}{2}(\tau_{t-1})C_{t-1} & \text{se} -0{,}15 \leq \tau_{t-1} < -0{,}05 \text{ ou } 0{,}05 < \tau_{t-1} \leq 0{,}15 \\ C_{t-1} & \text{caso contrário} \end{cases} \tag{5.5}$$

onde C_{t-1} é o custo unitário em $t-1$.

5.3 Estudos de Desempenho das Práticas Regulatórias

Quando a medida de performance avaliada é o bem-estar social, há grande complexidade em inferir o mesmo e os parâmetros que regem sua dinâmica ao longo do tempo. Ainda, uma vez que as práticas regulatórias não são modelos de maximização do bem-estar social, elas não são tratáveis através de uma abordagem analítica. Uma forma de contornar essas limitações é inferir (ou mesmo arbitrar) parâmetros que definem o ambiente ao qual o processo regulatório ocorre e simular como a firma reage diante a utilização de determinada prática regulatória definida pelo Regulador. Dessa forma, o desempenho (bem-estar social) alcançado por determinada prática, ao longo de um número n suficientemente grande de interações, pode ser comparado ao de outra prática regulatória submetida ao mesmo processo considerando o mesmo ambiente.

Seguindo essa linha, Schmalensee (1989) aplica de métodos numéricos para avaliar as práticas de regulação, através de regimes ótimos lineares[5]. Dessa forma, seu foco foi avaliar o desempenho quantitativo das denominadas por ele "boas"práticas regulatórias ao invés de abordar as propriedades qualitativas dos modelos de regulação de preço avaliados. Para tanto, ele considera um simples caso estático, sem possibilidade de transferências, com o Agente neutro ao risco e produtor de um único bem.

Assumindo a hipótese de custo fixo zero, seja o custo unitário dado por $C = \theta - e + \varepsilon$, onde e corresponde à variável de esforço gerencial (da firma) para redução do custo unitário e ε é variável aleatória exógena. De forma sucinta, a metodologia de avaliação em Schmalensee (1989) (expandida em Gasmi et al. (1994)) parte do seguinte funcional de regra de definição do preço

[5]Conforme discutido em Schmalensee (1989), a restrição à regimes lineares implica que esses não serão necessariamente ótimos para qualquer crença quanto a forma das funções de probabilidade e dos funcionais de utilidade. Contudo, eles defendem que esses mecanismo são mais robustos quanto aos erros nessas crenças e esperam que eles sejam bons, se não ótimos.

através da formula

$$p = \bar{p} + \gamma(C - \theta) \tag{5.6}$$

onde $\bar{p}$ é um preço base (definido segundo um histórico de dados), θ é o custo unitário esperado (definido previamente) e γ é a participação do custo unitário na composição de p, com $0 \leq \gamma \leq 1$. Dessa forma, caso $\rho = \theta$ e $\gamma = 1$ teremos a regulação por Custo de Serviço e caso $\gamma = 0$ teremos o modelo de *Price Cap*.

Além disso, o esforço e é escolhido pelo Agente (de forma oculta) após o Principal anunciar ρ e γ, gerando a desutilidade $\psi(\varrho; e) = \varrho e^2$, onde ϱ é uma informação privada da firma para a qual o Regulador atribui uma distribuição de probabilidade $F(\varrho)$ definida sobre $[\underline{\varrho},\bar{\varrho}]$.

A análise de Schmalensee (1989) considera quatro diferentes combinações de meta regulatória com restrição de viabilidade:

i) Maximizar o bem-estar, sujeito ao lucro esperado não negativo;

ii) Maximizar o excedente do consumidor, sujeito ao lucro esperado não negativo;

iii) Maximizar o bem-estar, sujeito ao lucro não negativo para o pior caso possível; e

iv) Maximizar o excedente do consumidor, sujeito ao lucro não negativo para o pior caso possível.

Para cada caso acima, a avaliação de Schmalensee (1989) consiste em variar o parâmetro $\gamma \in [0; 1]$ e observar qual valor de γ resulta no melhor desempenho conforme o objetivo do Regulador (seguindo um processo interativo de uma única rodada).

Nessa avaliação, o ambiente ao qual o modelo submetido é descrito por um *grid* (vetor de parâmetros) cujo principal impacto está na definição da distribuição de probabilidade $F(\varrho)$, além da ponderação que o Principal atribui ao excedente da firma em relação ao excedente do consumidor. Dessa forma, os autores foram capazes de levantar implicações quanto ao desempenho do regime regulatório em função das variáveis que definem o ambiente. Dentre essas implicações, cabe destacar a constatação de que o regime de *Price Cap* apresenta um desempenho menor quando submetido a ambientes com elevado grau de incerteza.

Baseado na proposta de Schmalensee (1989) de avaliação via simulação sujeita a um *grid* de parâmetros, Gasmi et al. (1994) avalia regimes como o *Price Cap*, a família de "bons"regimes lineares no estudo de Schmalensee e um regime ótimo que combina *Price Cap* com *Profit Sharing*, tratando a aleatoriedade sobre o custo total, e não sobre o marginal (como no estudo anterior).

Além desses regimes, esse estudo avalia também um modelo de precificação ótima (não linear e com transferência) como *benchmark*.

Em particular, esse estudo deu enfoque ao *trade off* entre extração de renda e incentivos à eficiência. Suas principais conclusões foram: a regulação por *Price Cap* concede substancial renda à firma quando comparada aos outros regimes; a introdução da possibilidade de flexibilidade do preço inferior aumenta a eficiência do *Price Cap* sobre os regimes lineares de Schmalensee; e, ao corrigir em parte a distorção distribucional do *Price Cap*, o mecanismo de *Profit Sharing* fornece níveis de bem-estar comparáveis aos níveis de regulação ótima.

Uma análise sintética dos resultados em Schmalensee (1989) e em Gasmi et al. (1994) é observada em Joskow (2007). Baseados nessa síntese expomos as observações que seguem.

A regulação por Custo de Serviço se adéqua bem aos casos de seleção adversa[6]. De fato, possíveis lucros extra decorrentes de comportamento estratégico (em função da informação privada) são blindados. Todavia, essa prática gera pouco incentivo para que a firma exerça esforço gerencial na redução de custo, sendo assim inapropriado para o tratamento de risco moral [7].

Quanto aos mecanismo de preços rígidos, esses mesmos autores argumentam que essa classe exerce forte estímulo para as firmas adotarem um nível ótimo de esforço[8], uma vez que os preços não respondem integralmente (ou imediatamente) à redução do custo devida ao esforço do Agente, permitindo assim lucro extra. Todavia, esses autores observam que os preços fixados por essa classe de mecanismo precisam cobrir os possíveis maiores custos. Logo, devido à restrição de viabilidade do contrato, modelos de preço rígido tendem a fixar preços mais altos em elevado grau de incerteza sobre o custo, estimulando ainda o comportamento estratégico da firma em situações de informação oculta.

[6]Desde que o Regulador possua um processo preciso de auditoria dos custos.
[7]Discussão sobre esse fato é encontrada em Laffont and Tirole (1986) e Baron and Besanko (1987b).
[8]Veja Brennan (1989) e Sibley (1989).

Capítulo 6

Considerações Finais

Essa dissertação apresentou os principais resultados normativos da reformulação sofrida pela Teoria de Regulação de Monopólios para adequar-se aos problemas de assimetria de informação, adotando uma estrutura axiomática.

Observamos que diante do possível comportamento estratégico do monopolista em casos de assimetria de informação, para maximizar o bem-estar social o Regulador deve fornecer um incentivo ao Regulado para que o último opere de forma socialmente eficiente.

Todavia, a definição desse incentivo está sujeita ao *trade-off Incentivo X Rent Extraction*. Assim, devido ao custo de levantamento de fundos públicos ou a distorção na alocação eficiente (para casos onde transferências não sejam factíveis), um maior incentivo significa também uma maior extração de renda da sociedade. Por isso, a solução ótima de maximização do bem-estar social quando é necessário recorrer a mecanismos de incentivo (casos de assimetria de informação) se caracteriza com uma solução de *second best*.

Os resultado normativos apresentados nessa dissertação foram desenvolvidos seguindo a modelagem em duas abordagens distintas na literatura de Regulação Ótima de monopólios, a originada em Baron and Myerson (1982) e a originada em Laffont and Tirole (1986). As principais diferenças entre elas aplicadas nessa exposição foram:

Característica	*Baron and Myerson (1982)*	*Laffont and Tirole (1986)*
Custo Social dos Fundos Públicos - Λ	$\Lambda = 0$	$\Lambda \geq 0$
Impacto do esforço e	Sobre distribuição de probabilidade em Q	Deterministicamente no custo marginal $(\theta - e)$

Ainda que hajam essas diferenças técnicas no ponto de partida de cada abordagem, à medida que ambas foram sendo desenvolvidas, elas passaram a cobrir uma gama semelhante de problemas, apresentando resultados qualitativos convergentes. Entre esses resultados qualitativos destacamos os seguintes:

i) Para problemas de seleção adversa - a definição da renda informacional, decrescente em θ, capaz de desestimular o monopolista a se passar por um tipo menos eficiente; e

ii) Para problemas de risco moral - a definição de um mecanismo de premiação por produtividade.

sendo, em ambos os casos, fornecidas uma remuneração adicional ao monopolista para mitigar a perda de bem-estar social ocasionada pela assimetria de informação entre Regulador e Regulado.

Quanto a extensão desse problemática ao caso multiperíodo, observamos que a hipótese de comprometimento que o torna o contrato de longo prazo em uma sequência de mecanismos estáticos. Ainda, a flexibilização dessa hipótese torna a modelagem desse problema mais complexa, além de poder gerar soluções não separáveis.

Destacamos também que a Teoria Ótima de Regulação, mesmo quando flexível à assimetria de informação, ainda é intensiva em informações. Devido à dificuldade dos Reguladores em detalhar as características necessárias (como as da assimetria de informação, dos seus objetivos, ou das demais variáveis que influenciam a dinâmica de oferta de demanda do mercado), eles frequentemente adotam práticas regulatórias mais simples (como o *Price Cap*) que, mesmo não sendo capazes de maximizar o bem estar social, incorporam mecanismos que simulam o normatizado pela Teoria Regulatória.

Por fim, observamos que a melhoria do nível de eficiência de uma firma no decorrer do tempo é algo imperativo em mercados competitivos, seja para permitir a sobrevivência dessa no mercado, seja pela possibilidade de lucros extra no curto prazo, caso ela avance tecnologicamente. Dessa forma, podemos questionar como um Regulador pode estimular o Regulado a empenhar um esforço ótimo e_t no período t visando melhorar seu parâmetro tecnológico $\theta_{t'}$ para $t' > t$.[1] Como essa possível melhoria em $\theta_{t'}$ é uma informação privada da firma, o Controle de Preços Dinâmico requer a modelagem de um problema com risco moral seguido por seleção adversa. Em função da complexidade envolvida nessa proposta de modelagem, principalmente quando a hipótese de comprometimento é flexibilizada, a deixamos como um problema de pesquisa futuro.

[1]Uma concepção semelhante quanto a esse tipo de avanço tecnológico em ambientes de Principal-Agente é apresentada em Sappington (1991).

Referências Bibliográficas

Acton, J. P. and Vogelsang, I. (1989). Introduction. *Rand Journal of Economics*, 20(3):369–372.

Allais, M. (1948). *Le problème de la coordination des transports et la théorie économique.*

Armstrong, M. and Sappington, D. E. M. (2007). Recent developments in the theory of regulation. *Handbook of industrial organization*, 3:1557–1700.

Arrow, K. J. and Debreu, G. (1954). Existence of an equilibrium for a competitive economy. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pages 265–290.

Averch, H. and Johnson, L. L. (1962). Behavior of the firm under regulatory constraint. *The American Economic Review*, 52(5):1052–1069.

Baron, D. P. and Besanko, D. (1984). Regulation and information in a continuing relationship. *Information Economics and Policy*, 1(3):267–302.

Baron, D. P. and Besanko, D. (1987a). Commitment and fairness in a dynamic regulatory relationship. *The Review of Economic Studies*, 54(3):413–436.

Baron, D. P. and Besanko, D. (1987b). Monitoring, moral hazard, asymmetric information, and risk sharing in procurement contracting. *The RAND Journal of Economics*, pages 509–532.

Baron, D. P. and Myerson, R. B. (1982). Regulating a monopolist with unknown costs. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pages 911–930.

Bester, H. and Strausz, R. (2001). Contracting with imperfect commitment and the revelation principle: the single agent case. *Econometrica*, 69(4):1077–1098.

Boiteux, M. (1971). On the management of public monopolies subject to budgetary constraints. *Journal of Economic Theory*, 3(3):219–240.

Bonbright, J. C., Danielsen, A. L., and Kamerschen, D. R. (1961). Principles of public utility regulation.

Brennan, T. J. (1989). Regulating by capping prices. *Journal of Regulatory Economics*, 1(2):133–147.

Brown, S. J. and Sibley, D. S. (1986). *The theory of public utility pricing*. Cambridge University Press.

Carlton, D. W. and Perloff, J. M. (1994). *Modern Industrial Organization, 2005*. Boston: Addison Wesley.

Christensen, L. R. and Greene, W. H. (1976). Economies of scale in us electric power generation. *The Journal of Political Economy*, pages 655–676.

Coase, R. H. (1946). The marginal cost controversy. *Economica*, 13(51):169–182.

Cowing, T. G. (1974). Technical change and scale economies in an engineering production function: The case of steam electric power. *Journal of Industrial Economics*, 23(2):135–52.

Crew, M. A. and Kleindorfer, P. R. (2002). Regulatory economics: Twenty years of progress? *Journal of Regulatory Economics*, 21(1):5–22.

Fudenberg, D. and Tirole, J. (1990). Moral hazard and renegotiation in agency contracts. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pages 1279–1319.

Gagnepain, P. and Ivaldi, M. (2002). Incentive regulatory policies: the case of public transit systems in france. *RAND Journal of Economics*, pages 605–629.

Gasmi, F., Ivaldi, M., and Laffont, J. J. (1994). Rent extraction and incentives for efficiency in recent regulatory proposals. *Journal of Regulatory Economics*, 6(2):151–176.

Jewitt, I. (1988). Justifying the first-order approach to principal-agent problems. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pages 1177–1190.

Joskow, P. L. (2007). Regulation of natural monopoly. *Handbook of law and economics*, 2:1227–1348.

Kahn, A. E. (1988). *The economics of regulation: principles and institutions*, volume 1.

Laffont, J. J. (1994). The new economics of regulation ten years after. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pages 507–537.

Laffont, J. J. (2005). *Regulation and development*. Cambridge University Press.

Laffont, J. J. and Martimort, D. (2002). *The theory of incentives: the principal-agent model*. Princeton University Press.

Laffont, J. J. and Tirole, J. (1986). Using cost observation to regulate firms. *The Journal of Political Economy*, pages 614–641.

Laffont, J. J. and Tirole, J. (1988). The dynamics of incentive contracts. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pages 1153–1175.

Laffont, J. J. and Tirole, J. (1993). *A theory of incentives in procurement and regulation*. MIT press.

Lipsey, R. G. and Lancaster, K. (1956). The general theory of second best. *The review of economic studies*, 24(1):11–32.

Littlechild, S. C. (1983). *Regulation of British Telecommunications' profitability*. Report to the Secretary of State, Department of Industry.

Loeb, M. and Magat, W. A. (1979). A decentralized method for utility regulation. *Journal of Law and Economics*, 22(2):399–404.

Mas-Colell, A., Whinston, M. D., and Green, J. R. (1995). *Microeconomic theory*. Oxford University Press.

Mirrlees, J. A. (1999). The theory of moral hazard and unobservable behaviour: Part i. *The Review of Economic Studies*, 66(1):3–21.

Panzar, J. C. (1976). A neoclassical approach to peak load pricing. *The Bell Journal of Economics*, pages 521–530.

Pindyck, R. S. and Rubinfeld, D. L. (2006). Microeconomia. trad. eleutério prado e thelma guimarães.

Posner, R. A. (1969). Natural monopoly and regulation. *Stanford Law Review*, 21:548–643.

Ramsey, F. P. (1927). A contribution to the theory of taxation. *The Economic Journal*, 37(145):47–61.

Rose, N. L. and Joskow, P. L. (1988). The diffusion of new technologies: evidence from the electric utility industry.

Sappington, D. E. (1991). Incentives in principal-agent relationships. *The Journal of Economic Perspectives*, pages 45–66.

Schmalensee, R. (1989). Good regulatory regimes. *Rand Journal of Economics*, 20(3):417–436.

Sibley, D. (1989). Asymmetric information, incentives and price-cap regulation. *The RAND Journal of Economics*, pages 392–404.

Spence, A. M. and Weitzman, M. L. (1978). *Regulatory strategies for pollution control.* MIT Press.

Teeples, R. and Glyer, D. (1987). Cost of water delivery systems: specification and ownership effects. *The Review of Economics and Statistics*, pages 399–408.

Vogelsang, I. (2002). Incentive regulation and competition in public utility markets: a 20-year perspective. *Journal of Regulatory Economics*, 22(1):5–27.

Walras, L. (1875). 1992. l'état et les chemins de fer. *Études d'économie politique appliquée, edited by Jean-Pierre Potier*, 10.

Walras, L. (1896). *Éléments d'économie politique pure, ou, Théorie de la richesse sociale.* F. Rouge.

Apêndice A

Demonstração de Teoremas e Lemas

Teorema ?? - Princípio da Revelação Direta. Como fora exposto no texto, podemos definir uma mecanismo de revelação direta $\eta(\cdot)$ pode ser construído pela composição de $\tilde{\eta}(\cdot)$ e $m^*(\cdot)$, ou seja, $\eta(\theta) \equiv \tilde{\eta} \circ m^*(\theta) = (\tilde{P}(m^*(\theta)); \tilde{q}(m^*(\theta)))$ para todo $\theta \in \Theta$. Portanto, qualquer mecanismo $\tilde{\eta}(m)$ indireto pode ser representado de forma equivalente por um mecanismo direto $\eta(m^*)$.

Assim, para provarmos esse teorema, basta demonstrarmos que $\eta(\cdot)$, tal que $\eta(\theta) \equiv \tilde{\eta} \circ m^*(\theta)$, é confiável.

Por definição, m^* é a função que assina a mensagem $m^*(\theta) \in \mathcal{M}$, a qual maximiza $\pi_\theta(\tilde{\eta}(m))$ diante de um mecanismo $(\mathcal{M}; \tilde{\eta}(\cdot))$. Ou seja,

$$\pi_\theta(\tilde{\eta}(m^*)) = \tilde{P}(m^*(\theta)) - \theta\tilde{q}(m^*(\theta)) \geq \tilde{P}(m') - \theta\tilde{q}(m') = \pi_\theta(\tilde{\eta}(m')) \quad \text{para todo}\, m' \in \mathcal{M}$$

Em particular, isso vale para $m' = m^*(\theta')$ de qualquer $\theta' \in \Theta$. Logo,

$$\tilde{P}(m^*(\theta)) - \theta\tilde{q}(m^*(\theta)) \geq \tilde{P}(m^*(\theta')) - \theta\tilde{q}(m^*(\theta')) \quad \text{para todo}\, (\theta,\theta') \in \Theta^2$$

Por fim, recorrendo a definição $\eta(\cdot) \equiv \tilde{\eta} \circ m^*(\theta)$, temos

$$P(\theta) - \theta q(\theta) \geq P(\theta') - \theta q(\theta') \quad \text{para todo}\, (\theta,\theta') \in \Theta^2$$

Logo, o mecanismo de revelação direta é $\eta(\cdot)$ é confiável.

□

Lema 2. A modificação na função objetivo consiste na simples troca de P por $\theta q + s(\theta)$, lembrando que por definição $s(\theta) = P - \theta q$. Provemos a seguir que as restrições 2.26 e 2.27 implicam nas três restrições do problema transformado:

- De acordo com 2.27, em particular temos $P(\theta) - \theta q(\theta) \geq P(\theta') - \theta q(\theta')$ e $P(\theta') - \theta' q(\theta') \geq P(\theta) - \theta' q(\theta)$ para todos os pares $(\theta,\theta') \in \Theta^2$.

  Somando essas duas desigualdades, podemos reescrever 2.27 como $(\theta - \theta')(q(\theta') - q(\theta)) \geq 0$. Logo, $\theta < \theta' \Rightarrow q(\theta) \geq q(\theta')$ (e de forma equivalente $\theta > \theta' \Rightarrow q(\theta) \leq q(\theta')$) o que significa que $q(\cdot)$ é não-crescente em Θ compacto.

  Como $q(\cdot)$ é uma função monótona em um compacto, ela é diferenciável em quase todo ponto. Portanto, $q(\cdot)$ é diferenciável e não-crescente em relação a θ, ou seja, $\dot{q}(\theta) \leq 0$.

  De 2.27 temos $P(\theta) - P(\theta') \geq \theta(q(\theta) - q(\theta'))$. Logo, como $q(\cdot)$ é decrescente em θ, $P(\cdot)$ também é e, assim como demonstrado acima para $q\cdot)$, é diferenciável em quase todo ponto.

  Uma vez que $P(\cdot)$ e $q(\cdot)$ são diferenciáveis em θ, a escolha do Agente reportar $\tilde{\theta}$ satisfaz a condição de primeira ordem $\dot{P}(\tilde{\theta}) - \theta\dot{q}(\tilde{\theta}) = 0$. Logo, para o reporte de θ ser a ação ótima localmente para um Agente de tipo θ, deve ocorrer

$$\dot{P}(\theta) - \theta\dot{q}(\theta) = 0. \tag{A.1}$$

  Alem disso, a condição de segunda ordem deve ser satisfeita, ou seja, $\ddot{P}(\tilde{\theta}) - \theta\ddot{q}(\tilde{\theta}) \leq 0$. Assim, derivando A.1 obtemos

$$-\dot{q}(\theta) \geq 0. \tag{A.2}$$

  Uma vez que A.1 e A.2 são as restrições locais de incetivo, precisamos garantir que esse resultado é válido globalmente. Garantido, assim, que a restrição 2.27 seja válida para qualquer $(\theta,\theta') \in \Theta^2$.

  Reescrevemos A.1 como $\dot{P}(\theta) = \theta\dot{q}(\theta)$. Pelo Teorema Fundamental do Cálculo temos

$$P(\theta) - P(\theta') = \int_{\theta'}^{\theta} x\dot{q}(x)\,dx = \theta q(\theta) - \theta' q(\theta') - \int_{\theta'}^{\theta} \dot{q}(x)\,dx,$$

  cuja última igualdade resulta da integração por partes. Reescrevendo temos

$$P(\theta) - \theta q(\theta) = P(\theta') - \theta q(\theta') + (\theta - \theta')q(\theta') - \int_{\theta'}^{\theta} \dot{q}(x)\,dx.$$

onde $(\theta - \theta')q(\theta') - \int_{\theta'}^{\theta} \dot{q}(x) \geq 0$ devido a $q(\cdot)$ ser não crescente.

Portanto, a restrição de incentivo local A.1 também implica em compatibilidade em incentivo globalmente.

Tendo provado que A.1 e A.2 garantem globalmente que o mecanismo de revelação direta é globalmente compatível em incentivo, nos resta adequar essas restrições para a variável de renda informacional $s(\cdot)$.

Como $s(\theta) = P(\theta) - \theta q(\theta)$, $\dot{s}(\theta) = \dot{P}(\theta) - q(\theta) - \theta\dot{q}(\theta)$. Logo, aplicando o resultado A.1, temos $\dot{s}(\theta) = -q(\theta)$.

- De $s(\theta) = P(\theta) - \theta q(\theta)$, 2.27 é equivalente à $s(\theta) \geq$. Como $\dot{s}(\theta) = -q(\theta)$, $s(\theta)$ é decrescente em θ e, ao fixarmos $s(\bar{\theta}) \geq 0$, teremos $s(\theta) \geq 0$ para qualquer $\theta \in \Theta$. Portanto, podemos fixar $s(\bar{\theta}) = 0$.

$\square$

Teorema 2. Pelo Teorema Fundamental do Cálculo, 2.30 implica em $s(\bar{\theta}) - s(\theta) = -\int_{\theta}^{\bar{\theta}} q(x)\,dx$. Ainda, por 2.32, isso significa que $s(\theta) = \int_{\theta}^{\bar{\theta}} q(x)\,dx$.

Podemos, assim, reescrever o objetivo do Principal como

$$\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} \left(U(q(\theta)) - \theta q(\theta) - \int_{\theta}^{\bar{\theta}} q(x)\,dx \right) f(\theta)\,d\theta$$

como $\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} \left(\int_{\theta}^{\bar{\theta}} q(x)\,dx \right) f(\theta)\,d\theta = \int_{\theta}^{\bar{\theta}} q(x)\,dx\ F(\theta)\ |_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} - \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} q(\theta)F(\theta)\,d\theta$,

$$\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} \left(U(q(\theta)) - \left(\theta + \frac{F(\theta)}{f(\theta)} \right) q(\theta) \right) f(\theta)\,d\theta$$

cuja maximização pontual fornece

$$\dot{U}(q(\theta)) = \theta + \frac{F(\theta)}{f(\theta)}$$

Para garantirmos que a solução acima satisfaz 2.31, recorremos à hipótese de que a propriedade de *monotone hazard rate*, temos $\frac{\partial}{\partial\,\theta}\left(\frac{F(\theta)}{f(\theta)}\right) \geq 0$ é válida.

$\square$

Lema 3. Provemos primeiramente que $c_1 q(\theta) + k_1)$ é decrescente em θ.

De acordo com a restrição de compatibilidade em incentivo 3.6, para quaisquer θ,$\theta' \in \Theta$, temos:

$$\pi(\theta;\theta) \geq \pi(\theta';\theta) = \pi(\theta';\theta') + (c_1 q(\theta') + k_1)(\theta' - \theta) \tag{A.3}$$

e

$$\pi(\theta';\theta') \geq \pi(\theta;\theta') = \pi(\theta;\theta) + (c_1 q(\theta) + k_1)(\theta - \theta') \tag{A.4}$$

Logo,

$$(c_1 q(\theta') + k_1)(\theta' - \theta) \leq \pi(\theta;\theta) - \pi(\theta';\theta') \leq (c_1 q(\theta) + k_1)(\theta' - \theta) \tag{A.5}$$

Portanto, $\theta' > \theta \Rightarrow (c_1 q(\theta') + k_1) \leq (c_1 q(\theta) + k_1)$.

Como $(c_1 q(\theta) + k_1)$ é monótona no compacto Θ, ela é contínua me quase todo ponto. Assim, dividindo A.5 por $(\theta' - \theta)$ e aplicando o limite $\theta' \to \theta$, obtemos

$$\frac{\partial \pi(\tilde{\theta};\theta)}{\partial \tilde{\theta}} = -(c_1 q(\theta) + k_1) \tag{A.6}$$

Dessa forma, pelo Teorema Fundamental do Cálculo, $\pi(\theta;\theta) - \pi(\theta';\theta) = \int_{\theta}^{\theta'} (c_1 q(x) + k_1)\, dx$

Provando a volta dessa relação de equivalência, a segunda restrição no lema 3 implica em

$$\begin{aligned} \pi(\theta';\theta) &= \pi(\theta';\theta') + (c_1 q(\theta) + k_1)(\theta' - \theta) && \text{(A.7)} \\ &= \pi(\theta;\theta) - \int_{\theta}^{\theta'} [(c_1 q(x) + k_1) - (c_1 q(\theta') + k_1)]\, dx && \text{(A.8)} \end{aligned}$$

Se $\theta' > \theta$, o termo integrando é não-negativo (pois $(c_1 q(\theta) + k_1)$ é decrescente em θ). Se $\theta > \theta'$,o termo integrando é não-positivo mas integral é invertida e, portanto o resultado dessa integração é positivo. Assim, $\pi(\theta;\theta) \geq \pi(\theta';\theta)$ para quaisquer θ,$\theta' \in \Theta$.

Por fim, de $\pi(\theta;\theta) = \pi(\bar{\theta};\bar{\theta}) + \int_{\theta}^{\bar{\theta}} (c_1 q(x) + k_1)\, dx$, temos que $\pi(\cdot)$ é não-crescente em θ. Logo, $\pi(\theta) \geq 0$ para too $\theta \in \Theta$ é equivalente à $\pi(\bar{\theta}) \geq 0$.

□