

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**ESTUDO DE PILARES DE CONCRETO ARMADO E
PILARES MISTOS DE AÇO E CONCRETO
TOTALMENTE REVESTIDOS**

Leonardo Eustáquio Antunes Chaves

C512e

Chaves, Leonardo Eustáquio Antunes.

Estudo de pilares de concreto armado e pilares mistos de aço e concreto totalmente revestidos [manuscrito] / Chaves, Leonardo Eustáquio Chaves. – 2013.

x, 98 f., enc.: il.

Orientador: Rodrigo Barreto Caldas.

Coorientador: Ricardo Hallal Fakury.

Dissertação (mestrado) Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Bibliografia: f. 95-98.

1. Engenharia de estruturas - Teses. 2. Colunas - Teses. 3. Concreto armado - Teses. I. Caldas, Rodrigo Barreto. II. Fakury, Ricardo Hallal. III. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. IV. Título.

CDU: 624(043)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

**“ESTUDO DE PILARES DE CONCRETO ARMADO E PILARES MISTOS DE
AÇO E CONCRETO TOTALMENTE REVESTIDOS”**

Leonardo Eustáquio Antunes Chaves

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de “Mestre em Engenharia de Estruturas”.

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Rodrigo Barreto Caldas
EE-UFMG (Orientador)

Prof. Dr. Ricardo Hallal Fakury
EE-UFMG (Coorientador)

Prof. Dr. Sebastião Salvador Real Pereira
EE-UFMG

Prof. Dr. José Luiz Rangel Paes
DEC-UFV

Dr. Alexander Galvão Martins
CODEME Engenharia S/A

Belo Horizonte, 13 de dezembro de 2013

À minha irmã, Luciana Antunes Chaves,
dedico este trabalho.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter me concedido saúde e paz, e por prover todas as condições necessárias para a conclusão de mais uma etapa em minha vida profissional.

Aos meus pais, Lucília e Maurício, pela formação de meu caráter e por todos os ensinamentos que me trouxeram até aqui.

À minha amada esposa, Luciana, pelo amor, carinho e compreensão durante toda essa jornada. Agradecimentos ainda pela inestimável colaboração nas análises estatísticas.

Ao meu orientador e professor Rodrigo Barreto Caldas, pelos ensinamentos transmitidos desde as aulas de Estruturas em Situação de Incêndio, pela amizade, orientação e apoio no desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores Estêvão Bicalho Pinto Rodrigues e Ricardo Hallal Fakury, coorientador deste trabalho, com os quais aprendi as mais importantes lições na Engenharia e na vida profissional.

A todos os professores e funcionários do DEES, em especial aos professores Felício Barros e Roque Pitangueira, grandes incentivadores na minha opção por este curso.

À Codeme Engenharia S/A, pela oportunidade concedida e pela confiança em meu trabalho. Ao Eng^o Alexander Galvão, pelas importantes contribuições e conselhos ao longo deste projeto.

À Eng^a Luciana Câmara e ao Eng^o Alio Kimura por todas as dicas no desenvolvimento das análises de estruturas de concreto armado.

Ao Eng^o Wesley Albiani, pela excelente participação na revisão do texto e confecção dos desenhos.

A todos os familiares e amigos que torceram pelo meu sucesso.

RESUMO

O propósito deste trabalho é o desenvolvimento e implementação de um procedimento numérico unificado voltado para a análise de pilares de aço, de concreto armado e mistos de aço e concreto totalmente revestidos. Para esta finalidade, foi desenvolvido um procedimento computacional para a determinação da carga última em pilares de concreto, pilares de aço e pilares mistos de aço e concreto, a partir do Método Geral adotado pela ABNT NBR 6118:2007. O procedimento tem por base um processo iterativo a partir de integrações numéricas sucessivas das curvaturas ao longo do pilar, obtidas através da determinação da relação momento-curvatura da seção transversal pelo método de Newton-Raphson, com base em um modelo discreto de fibras, que permite a consideração de seções transversais genéricas. Vários resultados numéricos e experimentais são utilizados em comparações com o programa para verificação da eficácia do procedimento implementado.

Palavras-Chave: Estruturas Mistas, Pilares Mistos, Estruturas de Concreto Armado, Pilares de Concreto Armado, Método Geral.

ABSTRACT

The purpose of this work is the development and implementation of a numerical procedure focused on the analysis of reinforced concrete columns and encased composite columns. For this purpose, a computer program was developed to determine the ultimate load of concrete columns, steel columns and encased composite columns, applying the General Method adopted by ABNT NBR 6118:2007. The program is based on an iterative process from successive numerical integrations of the curvatures along the column, obtained by determining the moment-curvature relationship of the cross section by the Newton-Raphson method, based on a discrete fiber model, which allows for the consideration of generic cross sections. Several experimental and numerical results are compared to the program's to verify the efficiency of the procedure.

Keywords: Composite Structures, Composite Columns, Reinforced Concrete Structures, Reinforced Concrete Columns, General Method.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Diversas etapas da construção de uma edificação com estruturas mistas.....	2
Figura 1.2 - Aplicação de pilares esbeltos (Macgregor, 1997).....	3
Figura 1.3 - Características geométricas dos pilares comparados (dimensões em mm)...	4
Figura 1.4 - Comparação de capacidades resistentes entre pilar misto e pilar de concreto.....	5
Figura 2.1 - Situações de projeto de pilares de concreto	10
Figura 2.2 - Imperfeições geométricas locais (ABNT NBR 6118:2007).....	11
Figura 2.3 - Envoltória mínima de primeira ordem (Projeto de revisão da ABNT NBR 6118, 2013).....	13
Figura 2.4 - Verificação da envoltória de momento mínimo (Projeto de revisão da ABNT NBR 6118, 2013).....	14
Figura 2.5 - Linha elástica senoidal (Fusco, 1981).....	15
Figura 2.6 – Pilar-padrão (Fusco, 1981).....	15
Figura 2.7 - Componentes de deslocamento no método do pilar-padrão melhorado (Fusco, 1981).....	18
Figura 2.8 - Processo do pilar-padrão melhorado (Fusco, 1981).....	18
Figura 2.9 - Exemplos de imperfeições geométricas locais (EN 1992-1-1:2004).....	25
Figura 2.10 - Tipos de seções transversais de pilares mistos (ABNT NBR 8800:2008).....	32
Figura 3.1- Deslocamentos e forças em uma barra esbelta (Araújo, 2003).....	43
Figura 3.2 - Deslocamentos de um elemento infinitesimal de barra (Araújo, 2003).....	44

Figura 3.3 - Diagrama tensão-deformação idealizado para o concreto (ABNT NBR 6118:2007).....	46
Figura 3.4 - Diagrama tensão-deformação para aço de armaduras passivas (ABNT NBR 6118:2007).....	49
Figura 3.5 - Relação momento-curvatura (ABNT NBR 6118:2007).	51
Figura 3.6 - Método de Newton-Raphson.	52
Figura 3.7 - Fluxograma do processo iterativo utilizado em um incremento no método de Newton-Raphson para controle de carga (Caldas, 2004).....	55
Figura 3.8 - Interface principal do CSTMI e entrada de dados da seção transversal.	59
Figura 3.9 – Gerador de malhas do programa Gmsh.....	59
Figura 3.10 - Relação momento-curvatura para uma carga N_{Sz}	60
Figura 3.11 - Discretização da barra e aplicação dos esforços solicitantes.	61
Figura 3.12 - Integração numérica de $k(z)$	62
Figura 3.13 – Conversão do cálculo de pilares engastados-livres para birrotulados.....	64
Figura 4.1 - Entrada de dados da calculadora de seções transversais do TQS (CAD/TQS, 2011).....	66
Figura 4.2 - Diagrama momento-curvatura gerado pelo TQS (CAD/TQS, 2011).	67
Figura 4.3 - Comparação da relação momento-curvatura entre CAD/TQS e CSTMI para $N_{Sz} = 1500$ kN e $f_{ck} = 20$ MPa.	68
Figura 4.4 - Comparação da relação momento-curvatura entre CAD/TQS e CSTMI para $N_{Sz} = 1500$ kN e $f_{ck} = 25$ MPa.	68
Figura 4.5 - Comparação da relação momento-curvatura entre CAD/TQS e CSTMI para $N_{Sz} = 1500$ kN e $f_{ck} = 30$ MPa.	69

Figura 4.6 - Comparação da relação momento-curvatura entre CAD/TQS e CSTMI para $N_{S_z} = 1500$ kN e $f_{ck} = 35$ MPa.	69
Figura 4.7 - Comparação da relação momento-curvatura entre CAD/TQS e CSTMI para $N_{S_z} = 1500$ kN e $f_{ck} = 40$ MPa.	70
Figura 4.8 - Comparação da relação momento-curvatura entre CAD/TQS e CSTMI para $N_{S_z} = 1000$ kN e $f_{ck} = 35$ MPa.	71
Figura 4.9 - Comparação da relação momento-curvatura entre CAD/TQS e CSTMI para $N_{S_z} = 1250$ kN e $f_{ck} = 35$ MPa.	71
Figura 4.10 - Comparação da relação momento-curvatura entre CAD/TQS e CSTMI para $N_{S_z} = 1750$ kN e $f_{ck} = 35$ MPa.	72
Figura 4.11 - Comparação da relação momento-curvatura entre CAD/TQS e CSTMI para $N_{S_z} = 2000$ kN e $f_{ck} = 35$ MPa.	72
Figura 4.12 - Comparação da relação momento-curvatura entre CAD/TQS e CSTMI descontando-se a área de concreto ocupada pela armadura.....	73
Figura 4.13 - Pilares ensaiados por Goyal e Jackson <i>apud</i> Araújo (2011).	74
Figura 4.14 - Ensaios realizados por Kim e Yang <i>apud</i> Araújo (2011).	76
Figura 4.15 - <i>Interval plot</i> para as relações R consideradas.	79
Figura 4.16 - Histograma das relações R para ensaios de pilares de concreto armado ..	80
Figura 4.17 – <i>Box-plot</i> das relações R para cada método.	85
Figura 4.18 - Dispersão dos resultados do fator R para cálculo via CSTMI.	86

LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1 - Análise comparativa das capacidades resistentes de pilar misto e pilar de concreto.....	5
Tabela 2.1 - Exigências para verificação de pilares segundo a ABNT NBR 6118:2007	9
Tabela 2.2 - Comparativo entre os procedimentos de dimensionamento de pilares de concreto armado.....	31
Tabela 2.3 - Experimentos realizados em pilares mistos envolvidos (adaptado de Shanmugam e Lakshmi, 2001)	41
Tabela 4.1 - Ensaio realizado por Goyal e Jackson <i>apud</i> Araújo (2011).	75
Tabela 4.2 - Ensaio realizado por Kim e Yang <i>apud</i> Araújo (2011).	77
Tabela 4.3 - Comparação de resultados entre os ensaios de pilares de concreto e o cálculo pelo CSTMI.....	78
Tabela 4.4 - Banco de dados de resultados de ensaios com pilares mistos totalmente revestidos.	82
Tabela 4.5 - Valores médios da relação R para comparações entre os ensaios de pilares mistos e os procedimentos de cálculo avaliados.	85
Tabela 4.8 – Comparação das capacidades resistentes de pilares de aço obtidas com a ABNT NBR 8800:2008 e com o CSTMI – PS 250x250x8x6,3 – excentricidade = L/350.....	88
Tabela 4.9 - Comparação das capacidades resistentes de pilares de aço obtidas com a ABNT NBR 8800:2008 e com o CSTMI – PS 250x250x8x6,3 – excentricidade = L/300.....	88

Tabela 4.10 - Comparação das capacidades resistentes de pilares de aço obtidas com a ABNT NBR 8800:2008 e com o CSTMI – PS 250x250x8x6,3 – excentricidade = L/250.....	88
Tabela 4.11 - Comparação das capacidades resistentes de pilares de aço obtidas com a ABNT NBR 8800:2008 e com o CSTMI – PS 250x250x8x6,3 – excentricidade = L/200.....	89
Tabela 4.12 - Comparação das capacidades resistentes de pilares de aço obtidas com a ABNT NBR 8800:2008 e com o CSTMI – PS 250x250x8x6,3 – excentricidade = L/150.....	89
Tabela 4.13 - Comparação das capacidades resistentes de pilares de aço obtidas com a ABNT NBR 8800:2008 e com o CSTMI – HP 250x62,0 – excentricidade L/350.....	90
Tabela 4.14 - Comparação das capacidades resistentes de pilares de aço obtidas com a ABNT NBR 8800:2008 e com o CSTMI – HP 250x62,0 – excentricidade L/300.....	90
Tabela 4.15 - Comparação das capacidades resistentes de pilares de aço obtidas com a ABNT NBR 8800:2008 e com o CSTMI – HP 250x62,0 – excentricidade L/250.....	90
Tabela 4.16 - Comparação das capacidades resistentes de pilares de aço obtidas com a ABNT NBR 8800:2008 e com o CSTMI – HP 250x62,0 – excentricidade L/200.....	91
Tabela 4.17 - Comparação das capacidades resistentes de pilares de aço obtidas com a ABNT NBR 8800:2008 e com o CSTMI – HP 250x62,0 – excentricidade L/150.....	91

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Romanas Maiúsculas

A_a	- Área do perfil de aço
A_c	- Área de concreto
A_s	- Área de armadura
A_{sr}	- Área de aço das armaduras (ANSI/AISC 360-10)
C_m	- Fator de correção para o formato do diagrama de momento fletor
E_a	- Módulo de elasticidade do perfil de aço
$E_{c,red}$	- Módulo de elasticidade reduzido do concreto
$E_{cd,eff}$	- Módulo de elasticidade efetivo do concreto
E_{ci}, E_c	- Módulo de elasticidade inicial do concreto
E_s	- Módulo de elasticidade do aço das armaduras
H	- Altura do lance do pilar
H_i	- Força transversal, força horizontal
I_a	- Momento de inércia do perfil de aço
I_c, I_g	- Momento de inércia da seção bruta de concreto
I_s	- Momento de inércia do perfil de aço (ANSI/AISC 360-10)
I_{se}, I_{sr}	- Momento de inércia das armaduras
K_c	- Fator para consideração dos efeitos de fissuração e fluência do concreto
K_r	- Fator de correção variável com a carga axial
K_s	- Fator de contribuição da armadura
K_ω	- Fator de consideração da fluência
L, L_c	- Comprimento destravado do pilar; altura do piso
L_e, L_0	- Comprimento efetivo de flambagem do pilar
$M_{[ij]}$	- Momento fletor solicitante da barra na condição indeformada
$M_{1d,A}$	- Momento fletor de primeira ordem de cálculo
$M_{1d,min}$	- Momento fletor mínimo de primeira ordem atuante na seção

M_A, M_B, M_1, M_2	- Momentos de 1ª Ordem nas extremidades do pilar
$M_{d,tot}$	- Momento fletor total máximo de cálculo no pilar
M_{Rd}	- Momento fletor resistente de cálculo
M_{Sd}	- Momento fletor solicitante de cálculo
N	- Força axial
N_e, P_u, N_B, N_{cr}	- Força axial de flambagem elástica (Carga de Euler)
$N_{pl,Rd}$	- Força axial de compressão resistente de cálculo da seção transversal à plastificação total
$N_{pl,Rk}, P_{no}$	- Força axial de compressão resistente nominal
N_{Rd}	- Força axial de compressão resistente de cálculo
N_{Sd}, N_{Ed}	- Força axial de compressão solicitante de cálculo

Letras Romanas Minúsculas

a	- Flecha
d	- Profundidade efetiva da armadura
e	- Excentricidade
e_1	- Excentricidade de primeira ordem
e_2	- Excentricidade de segunda ordem
e_{cc}	- Excentricidade complementar devida à fluência do concreto
f_c'	- Resistência à compressão do concreto especificada
f_{cd}	- Resistência de cálculo do concreto à compressão
f_{ck}	- Resistência característica do concreto à compressão
f_u	- Resistência à ruptura do aço
f_y, f_{ys}, f_{ya}	- Resistência ao escoamento do aço
f_{yd}	- Resistência de cálculo ao escoamento do aço
f_{ysr}	- Resistência ao escoamento do aço de armadura
h	- Altura da seção transversal do pilar
i	- Raio de giração
i_s	- Raio de giração da área total de armadura
k_x, k_y	- Curvatura da seção transversal em relação ao eixo x ou y
l_e	- Comprimento efetivo
n	- Força normal relativa

r_m	- Taxa de momentos de primeira ordem
u	- Deslocamento
Letras Gregas	
α	- Fator de redução devido ao Efeito Rüsçh
γ_a	- Coeficiente de ponderação da resistência do aço
γ_c	- Coeficiente de ponderação da resistência do concreto
γ_s	- Coeficiente de ponderação da resistência do aço das armaduras
Δ_0	- Deslocamento lateral relativo de primeira ordem entre topo e base do pilar
δ_S	- Fator de amplificação de momento
ε	- Deformação normal
ε_0	- Deformação axial
ε_{yd}	- Deformação de cálculo correspondente ao escoamento das armaduras
θ	- Inclinação
θ_0	- Valor básico de inclinação
κ	- Rigidez adimensional
λ	- Índice de esbeltez
$\lambda_{0,m}$	- Índice de esbeltez reduzido
λ_1	- Índice de esbeltez de primeira ordem
$\bar{\lambda}$	- Índice de esbeltez adimensional
ν	- Força adimensional
ρ	- Taxa de armadura
φ	- Coeficiente de fluência
ϕ	- Rotação da seção transversal
$\varphi_{(\infty,t0)}$	- Coeficiente de fluência final
φ_{ef}	- Taxa efetiva de fadiga (EN 1992-1-1:2004), taxa efetiva de fluência
ϕ_K	- Fator de redução de rigidez
χ	- Fator de redução de modo de flambagem (EN 1994-1-1:2004); curvatura média

ω - Taxa mecânica de armadura

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	- Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI	- <i>American Concrete Institute</i>
AISC	- <i>American Institute of Steel Construction</i>
CEB	- <i>Comité Euro-International du Béton</i>
CSTMI	- Cálculo de Seções Transversais Mistas em Situação de Incêndio
DEC	- Departamento de Engenharia Civil
EE	- Escola de Engenharia
ELU	- Estado Limite Último
LRFD	- <i>Load and Resistance Factor Design</i>
NBR	- Norma Brasileira Registrada
POO	- Programação Orientada a Objetos
UFMG	- Universidade Federal de Minas Gerais
UFV	- Universidade Federal de Viçosa

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	– Considerações Iniciais	1
1.2	– Objetivo	3
1.3	– Motivação	3
1.4	– Apresentação	6
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
2.1	– Procedimentos para Dimensionamento de Pilares de Concreto	7
2.1.1	– ABNT NBR 6118:2007	7
2.1.2	– ACI 318-11	19
2.1.3	– EN 1992-1-1:2004	23
2.1.4	– Comparação entre os procedimentos de cálculo	30
2.2	– Procedimentos para Dimensionamento de Pilares Mistos de Aço e Concreto	32
2.2.1	– ABNT NBR 8800:2008	32
2.2.2	– ANSI/AISC 360-10	34
2.2.3	– EN 1994-1-1:2004	35
2.2.4	– Comparação entre os procedimentos para dimensionamento	38
2.3	– Pesquisas Sobre Pilares Mistos de Aço e Concreto	38
3	MODELO NUMÉRICO	43
3.1	– Relação Deformação-Deslocamento	43
3.2	– Relações Tensão-Deformação	46
3.2.1	– Relação tensão-deformação do concreto	46
3.2.2	– Relação tensão-deformação do aço das armaduras	49
3.2.3	– Relação tensão-deformação do aço do perfil	50
3.3	– Determinação dos Esforços Resistentes	50
3.4	– Relação Momento-Curvatura	51
3.4.1	– Controle de carga	53
3.4.2	– Controle de curvatura	56
3.5	– Implementação Computacional	57

3.5.1 – Capacidade última de seções transversais mistas	57
3.5.2 – Verificação da capacidade última de pilares.....	60
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO	65
4.1 – Validação da Relação Momento-Curvatura com o CAD/TQS	65
4.2 – Validação dos resultados com ensaios de pilares de concreto	74
4.3 – Validação dos resultados com ensaios de pilares mistos	80
4.4 – Validação dos resultados para pilares de aço	87
5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES	92
5.1 – Comentários gerais e conclusões.....	92
5.2 – Sugestões	93
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	95

1

INTRODUÇÃO

1.1 – Considerações Iniciais

Pilares mistos são peças sujeitas à compressão pura ou flexo-compressão, formadas por perfis de aço envolvidos por concreto ou por tubos de aço circulares ou retangulares preenchidos com concreto, construídos de maneira que o aço e concreto trabalhem em conjunto, sem escorregamento relativo significativo entre os componentes.

A opção pelo sistema construtivo em estruturas mistas (pilares, vigas e lajes) abre à possibilidade de se edificar primeiramente a estrutura de aço, com função de resistir apenas às ações da etapa construtiva, e posteriormente completar a capacidade resistente da estrutura com o concreto para resistir às ações de uso normal. Desta maneira, etapas distintas como montagem de vigas, concretagem de lajes e pilares e execução de alvenarias podem ser executadas simultaneamente, o que torna a construção mais rápida, conforme pode ser observado na Fig. 1.1.

De acordo com Queiroz *et al.* (2010), além da variedade de opções disponíveis e a possibilidade de obtenção de benefícios arquitetônicos e econômicos, as estruturas mistas apresentam outras vantagens, listadas a seguir.

- Com relação às estruturas de concreto armado:
 - a) possibilidade de dispensa de formas e escoramentos;
 - b) redução do prazo de execução da obra;
 - c) redução do peso próprio e do volume da estrutura, com conseqüente redução dos custos da fundação;
 - d) aumento da precisão dimensional da construção.

- Com relação às estruturas de aço:
 - a) redução considerável do consumo de aço estrutural;
 - b) redução das proteções contra incêndio e corrosão;
 - c) aumento da rigidez da estrutura.



Figura 1.1 - Diversas etapas da construção de uma edificação com estruturas mistas.

O uso de pilares mistos proporciona menores seções transversais do que os pilares em concreto para um mesmo nível de carga, resultando em ganho de área útil na edificação.

Segundo Macgregor (1997), a maior parte dos pilares nas edificações em concreto armado pode ser classificada na categoria de pilares curtos (termo utilizado para pilares em que a análise dos efeitos locais de segunda ordem pode ser dispensada). Exceções ocorrem em prédios industriais, pontes e em edifícios que, por motivos arquitetônicos, apresentam pé-direito elevado, como ilustrado na Fig. 1.2.



Figura 1.2 - Aplicação de pilares esbeltos (Macgregor, 1997).

No Item 1.3 mostra-se que, para pilares mais esbeltos, os pilares mistos calculados conforme a ABNT NBR 8800:2008 têm capacidades resistentes menores do que os pilares de concreto calculados conforme a ABNT NBR 6118:2007 devido aos diferentes modelos de cálculo adotados, fato que motivou este trabalho.

1.2 – Objetivo

O objetivo geral deste trabalho é implementar um modelo geral de cálculo que possa ser utilizado tanto para a verificação de pilares de concreto armado quanto para pilares mistos totalmente revestidos.

1.3 – Motivação

A motivação deste estudo partiu de observações do dimensionamento de edifícios de andares múltiplos com pilares mistos. Constatou-se uma redução considerável na capacidade resistente à compressão de pilares mistos totalmente revestidos calculados conforme a ABNT NBR 8800:2008 à medida que se aumenta a esbeltez da peça, chegando ao extremo de o pilar em concreto armado, calculado conforme a ABNT NBR 6118:2007, apresentar melhores resultados do que o pilar misto de mesmas dimensões externas e com a mesma quantidade de barras de armadura.

Para ilustrar esse fato, dois pilares com as mesmas características geométricas e de material, diferenciados apenas pela presença ou não do perfil de aço, foram analisados com os procedimentos da ABNT NBR 8800:2008 (pilar misto) e da ABNT NBR 6118:2007 (pilar de concreto armado). A geometria da seção transversal é descrita na Fig. 1.3.

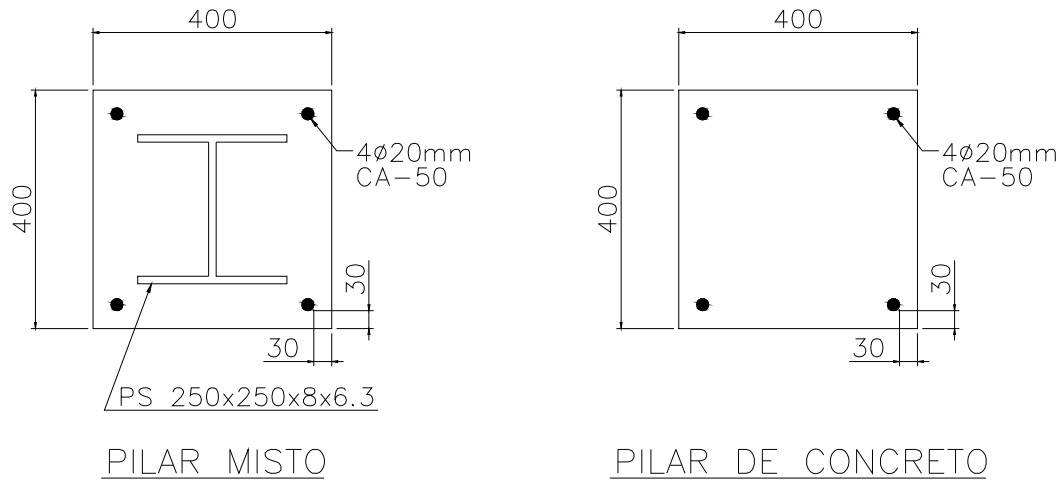


Figura 1.3 - Características geométricas dos pilares comparados (dimensões em mm).

Foi adotado concreto de resistência característica à compressão de 40 MPa e perfil de aço com resistência ao escoamento de 350 MPa. Para se manter o mesmo parâmetro de comparação de esbeltez entre os métodos, fixou-se como variável o comprimento destravado do pilar, uma vez que, para os pilares mistos, utiliza-se o índice de esbeltez reduzido $\lambda_{0,m}$ ao invés do índice de esbeltez $\lambda = KL/r$ adotado para pilares de concreto.

Foram simulados onze pilares, com comprimento equivalente a uma variação de esbeltez ($\lambda = kL/r$) na faixa de 40 a 90, com intervalos de 5. Nesse caso, os pilares são chamados de moderadamente esbeltos (Carvalho e Pinheiro, 2009), e, conforme a ABNT NBR 6118:2007, pode-se fazer uso de métodos simplificados para a consideração dos efeitos de segunda ordem.

Para o pilar misto, os efeitos das imperfeições e de segunda ordem são levados em conta a partir de uma curva única de flambagem, função do índice de esbeltez reduzido $\lambda_{0,m}$.

Para o pilar de concreto adota-se para a excentricidade de primeira ordem o maior valor entre a excentricidade acidental e a excentricidade correspondente ao momento mínimo. A excentricidade de segunda ordem é dada através de uma expressão aproximada da curvatura

na seção crítica. As análises para este tipo de pilar foram feitas com o uso do programa CAD/TQS (2011).

Os resultados são apresentados na Tabela (1.1) e na Fig. 1.4 a seguir.

Tabela 1.1 - Análise comparativa das capacidades resistentes de pilar misto e pilar de concreto.

λ	L (m)	N _{Rd} (kN)		Razão NBR 6118 / NBR 8800
		NBR 8800	NBR 6118	
40	4,62	5768	4405	0,76
45	5,20	5366	4233	0,79
50	5,77	4944	4042	0,82
55	6,35	4513	3806	0,84
60	6,93	4091	3571	0,87
65	7,51	3669	3286	0,90
70	8,08	3267	3029	0,93
75	8,66	2884	2811	0,97
80	9,24	2531	2594	1,02
85	9,81	2246	2399	1,07
90	10,39	2001	2158	1,08

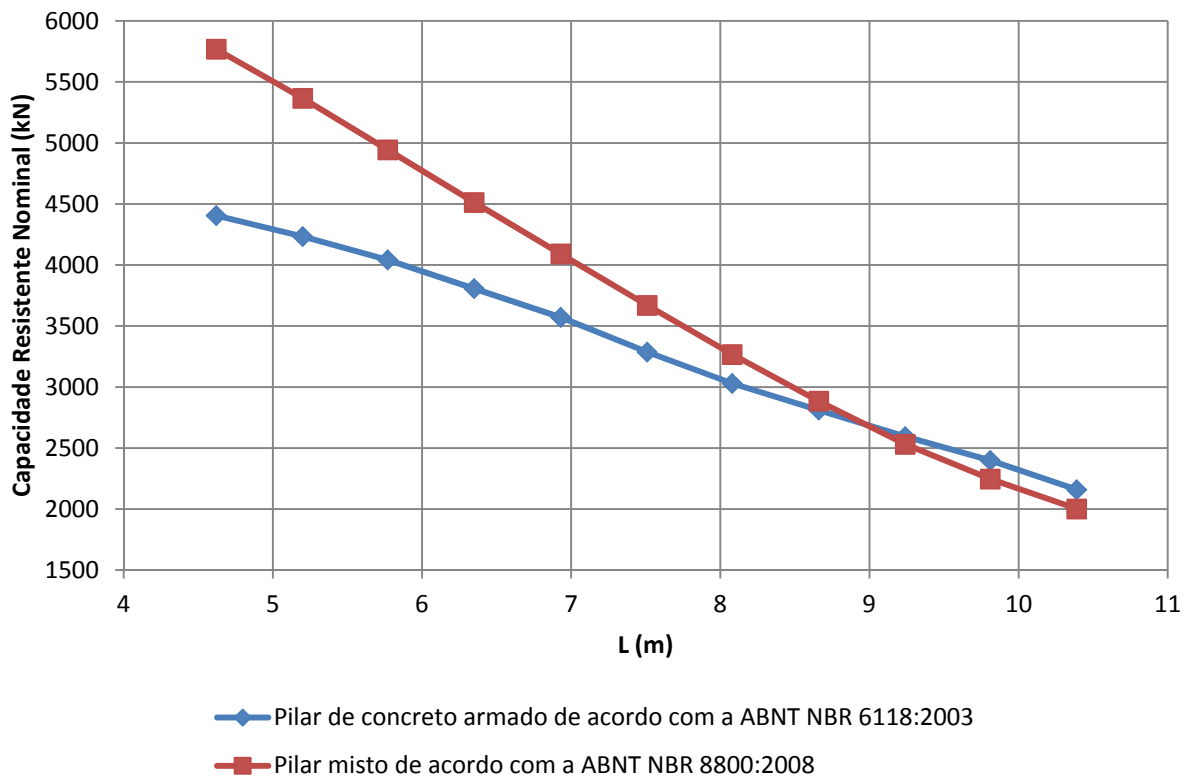


Figura 1.4 - Comparação de capacidades resistentes entre pilar misto e pilar de concreto.

Observa-se que a força axial resistente de cálculo do pilar misto cai mais rapidamente com o aumento de esbelteza do que no pilar de concreto. A relação entre as forças resistentes dos pilares à compressão conforme a ANBT NBR 6118:2007 e a ABNT NBR 8800:2008 começa em 0,76 e evolui até 1,08 numa taxa crescente. A partir de $\lambda = 80$ o pilar misto resiste a uma força axial de compressão de cálculo menor do que um pilar de concreto armado com as mesmas características, o que não justifica economicamente a inserção do perfil de aço para efeitos de ganho de resistência última.

1.4 – Apresentação

Este trabalho encontra-se dividido em cinco capítulos. No segundo capítulo apresenta-se uma revisão bibliográfica acerca dos diferentes procedimentos de cálculo dos pilares de concreto armado e pilares mistos, com uma abordagem voltada para os métodos simplificados de dimensionamento. Ao final de cada tópico é feita uma comparação entre as normas brasileira, norte-americana e europeia. Uma síntese das principais pesquisas recentes sobre o assunto também é apresentada.

No Capítulo 3 é feito um estudo voltado para análise de seções transversais mistas genéricas, observando-se a obtenção dos esforços solicitantes e resistentes nestas seções, as características dos materiais aço e concreto, e a construção das relações momento-curvatura a partir do Método de Newton-Raphson. Mostra-se também a base do programa CSTMI – *Cálculo de Seções Transversais Mistas em situação de Incêndio*. Ao final do capítulo é apresentado o módulo de cálculo de pilares implementado no programa e seus principais algoritmos para a determinação da força axial resistente de cálculo de pilares de concreto armado e pilares mistos.

No Capítulo 4 o módulo de cálculo de pilares do CSTMI é validado por meio de diversas comparações com programas comerciais de dimensionamento e ensaios realizados por outros pesquisadores para pilares de aço, pilares de concreto armado e pilares mistos de aço e concreto.

No Capítulo 5 apresentam-se as conclusões obtidas e sugestões para trabalhos futuros. Finalizando, são listadas as referências bibliográficas utilizadas no desenvolvimento deste trabalho.

2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 – Procedimentos para Dimensionamento de Pilares de Concreto

As principais variáveis que envolvem o dimensionamento de pilares são a posição de projeto (compressão centrada, flexo-compressão normal ou flexão composta oblíqua); características geométricas da seção, bem como a natureza das excentricidades de carregamento aplicadas; e esbeltez da peça, que interfere diretamente na escolha dos possíveis modelos de cálculo que podem ser adotados.

Com foco nessas variáveis, são apresentados a seguir os procedimentos de cálculo de pilares de concreto armado segundo a norma brasileira ABNT NBR 6118:2007, a norma americana ACI 318-11 e a norma europeia EN 1992-1-1:2004.

2.1.1 – ABNT NBR 6118:2007

Os pilares curtos apresentam modos de falha essencialmente por esmagamento do concreto, sendo a capacidade resistente global dada principalmente pela capacidade resistente da seção transversal, envolvendo seus materiais componentes. Em contrapartida, à medida que se aumenta a esbeltez da peça, a capacidade resistente passa a não depender somente da resistência da seção transversal, uma vez que geralmente ocorre a instabilidade do pilar antes da falha dos materiais que compõem a seção.

A ABNT NBR 6118:2007 estabelece que, na análise estrutural de estruturas de nós móveis, devem ser obrigatoriamente considerados os efeitos da não-linearidade geométrica e da não-

linearidade física, sendo portanto obrigatoriamente considerados no dimensionamento os efeitos globais e locais de segunda ordem.

A análise global de segunda ordem fornece apenas os esforços nas extremidades das barras, devendo ser realizada uma análise dos efeitos locais de 2ª ordem ao longo dos eixos das barras comprimidas. Os elementos isolados, para fins de verificação local, devem ser formados pelas barras comprimidas retiradas da estrutura, com comprimento l_e , porém aplicando-se às suas extremidades os esforços obtidos através de análise global de 2ª ordem.

Os pilares de concreto armado são classificados didaticamente quanto ao índice de esbeltez, $\lambda = l_e/i$, em:

- Curtos, quando $\lambda \leq \lambda_1$;
- Moderadamente esbeltos, quando $\lambda_1 < \lambda \leq 90$;
- Esbeltos, quando $90 < \lambda \leq 200$.

Pilares com índice de esbeltez superior a 200 não são permitidos pela ABNT NBR 6118:2007.

O valor de λ_1 depende da excentricidade relativa de 1ª ordem (e_1/h), da vinculação das extremidades do pilar isolado e da forma do diagrama de momentos de 1ª ordem sendo estes dois últimos fatores representados pelo termo α_b , sendo dado pela expressão:

$$35 \leq \lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \cdot (e_1 / h)}{\alpha_b} \leq 90 \quad (2.1)$$

onde e_1 é a excentricidade de primeira ordem na seção de extremidade do pilar (em geral obtida da análise de 2ª ordem global), na qual não se inclui a excentricidade correspondente a imperfeições locais; e h é a dimensão da seção transversal na direção considerada. Para pilares biapoiados sem cargas transversais, o termo α_b é dado por:

$$\alpha_b = 0,60 + 0,40 \frac{M_B}{M_A} \geq 0,40 \quad (2.2)$$

em que M_A e M_B são os momentos de 1ª ordem nos extremos do pilar, sendo $|M_A| \geq |M_B|$. Os momentos têm o mesmo sinal se a curvatura é simples e sinais opostos se a curvatura é reversa.

Conforme Araújo (2003), os pilares curtos sofrem pouca influência dos efeitos locais de 2ª ordem, cuja análise é dispensada. Nos pilares moderadamente esbeltos esses efeitos já passam a ser representativos, devendo então ser levados em conta, mas permite-se o emprego de processos simplificados. Nos pilares esbeltos os efeitos de segunda ordem são consideráveis, de grande influência nos esforços solicitantes, e devem ser considerados através de algum processo que leve em conta as não-linearidades física e geométrica de forma rigorosa. A norma exige os processos ditos “exatos” para $\lambda > 140$.

Na determinação dos efeitos de segunda ordem das peças submetidas à compressão por ações de longa duração, a princípio deve ser considerada a fluência do concreto. Em virtude da complexidade da determinação destes efeitos, são adotados métodos aproximados de cálculo. O efeito da fluência é considerado como uma excentricidade adicional, e é exigido para pilares esbeltos ($\lambda > 90$).

As exigências feitas pela ABNT NBR 6118:2007 para a verificação da segurança dos pilares estão resumidas na Tab. (2.1), adaptada de Fusco (1981) para a norma de 2007:

Tabela 2.1 - Exigências para verificação de pilares segundo a ABNT NBR 6118:2007

λ	Consideração efeitos globais de 2ª ordem	Processo de cálculo		Consideração fluência
		Rigoroso	Simplificado	
$\leq \lambda_I$	dispensável	-	-	-
$\lambda_I < \lambda \leq 90$	obrigatória	dispensável	permitido	dispensável
$90 < \lambda \leq 140$		obrigatório	não permitido	obrigatória
$140 < \lambda \leq 200$				
Não é permitido empregar-se $\lambda > 200$				

Os pilares de concreto são classificados quanto ao posicionamento na estrutura em: intermediários, nos quais os momentos transmitidos pelas vigas são desprezíveis nas duas direções (projeto em situação de compressão centrada); de extremidade, nos quais o momento transmitido por vigas é relevante em uma das direções (projeto em situação de flexo-compressão normal); e de canto, nos quais o momento transmitido pelas vigas deve ser

considerado nas duas direções (projeto em situação de flexão oblíqua composta), como ilustrado na Fig. 2.1.

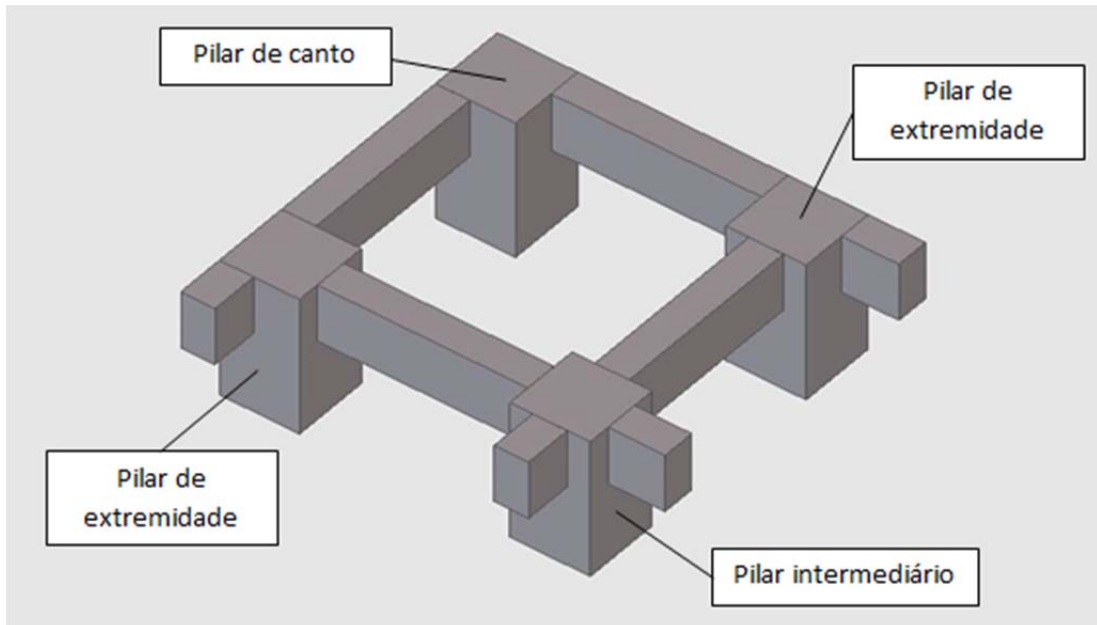


Figura 2.1 -Situações de projeto de pilares de concreto

Conforme descrito por Carvalho e Pinheiro (2009), para os pilares esbeltos submetidos à flexo-compressão normal ou flexão composta oblíqua, são apresentadas a seguir as excentricidades (referidas ao centro geométrico da seção de concreto) consideradas pela ABNT NBR 6118:2007.

Excentricidade inicial da força normal do pilar (e_i): é calculada em teoria de primeira ordem, isto é, com a geometria inicial do sistema. Ocorre nos pilares de extremidade e de canto, que, por estarem monoliticamente ligados à extremidade de uma viga, são submetidos a um momento fletor inicial. É o braço de alavanca da força normal N_{Sd} que gera o momento M_{Sd} :

$$e_i = \frac{M_{Sd}}{N_{Sd}} \quad (2.3)$$

Excentricidade de forma (e_f): ocorre quando os eixos das vigas suportadas não passam pelo centro geométrico da seção transversal do pilar, de maneira que as reações das vigas apresentam excentricidades em relação ao centro do pilar.

Excentricidade accidental da força normal do pilar (e_a): é convencionalmente adotada para levar em conta a incerteza do ponto de aplicação da força normal na seção transversal do pilar ou desvios do eixo da peça, durante a construção, em relação à posição prevista no projeto. Para a avaliação de elementos isolados (efeito local), deve ser considerado o efeito da falta de retilineidade do pilar ou do desaprumo do mesmo (Figs. 2.2-b e 2.2-c, respectivamente).

O valor da excentricidade accidental para o caso de falta de retilineidade é dado por:

$$e_a = \theta_1 (H / 2) \quad (2.4)$$

Para pilares em balanço, substitui-se o termo $H/2$ na expressão anterior por H . θ_1 é dado por:

$$\theta_1 = \frac{1}{100\sqrt{H}} \leq \frac{1}{200} \quad (2.5)$$

onde H é a altura do lance do pilar, em metros. Admite-se que, nos casos usuais, a consideração apenas da falta de retilineidade ao longo do lance do pilar seja suficiente.

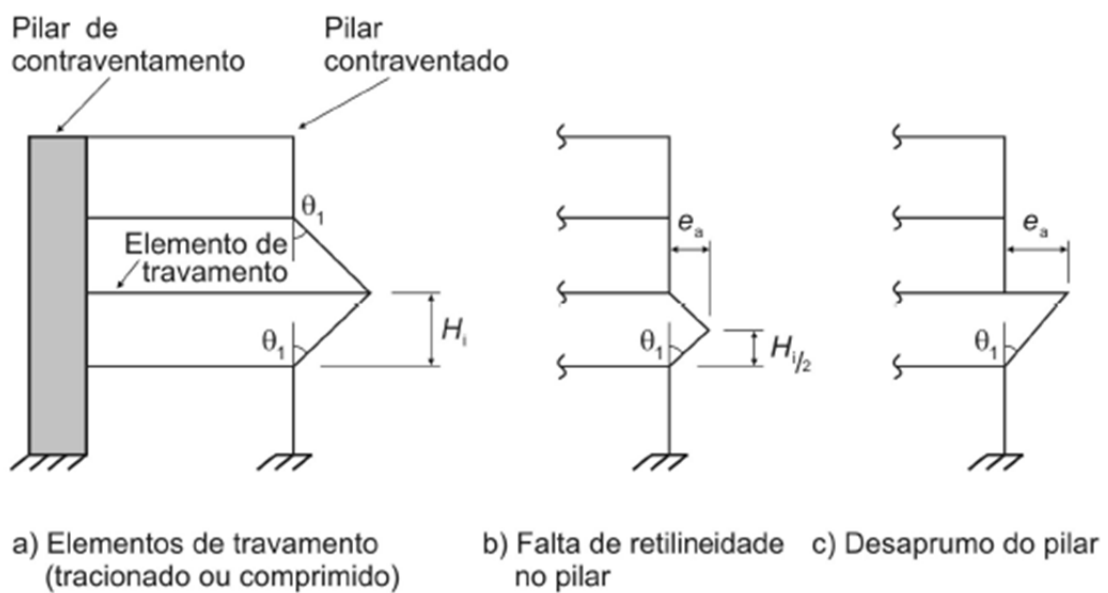


Figura 2.2 - Imperfeições geométricas locais (ABNT NBR 6118:2007).

A excentricidade de 1ª ordem (e_1) é composta das três parcelas anteriores:

$$e_1 = e_i + e_f + e_a \quad (2.6)$$

Excentricidade de segunda ordem ou excentricidade complementar da força normal do pilar produzida pelo efeito da esbeltez (e_2): para pilares com $\lambda \leq 90$, seção transversal constante e armadura simétrica e constante ao longo de seu eixo, a determinação dos esforços locais de 2ª ordem pode ser feita por métodos aproximados como o do pilar-padrão com curvatura aproximada e o do pilar-padrão com rigidez aproximada, apresentados adiante. A não linearidade geométrica, para o primeiro método (mais comum na prática), é considerada supondo-se que a deformação da barra seja senoidal; e a não linearidade física é considerada através de uma expressão aproximada da curvatura na seção crítica. Neste caso a excentricidade é dada pela Eq. (2.7):

$$e_2 = \frac{l_e^2}{\pi^2} \frac{1}{r} \approx \frac{l_e^2}{10} \frac{1}{r} \quad (2.7)$$

De acordo com Pfeil (1978), embora deduzida em regime elástico, esta expressão pode ser usada para materiais elastoplásticos, exprimindo-se a curvatura $1/r$ por expressões adequadas (a ABNT NBR 6118:2007 fornece expressões para avaliação das curvaturas), de modo a produzir resultados compatíveis com os valores experimentais. O valor da excentricidade de segunda ordem independe da excentricidade inicial.

Excentricidade complementar provocada pela fluência do concreto (e_{cc}): o concreto, quando sujeito a cargas de longa duração, apresenta deformações adicionais, por efeito de fluência. Essas deformações resultam em acréscimos dos deslocamentos transversais das barras comprimidas, agravando o problema de instabilidade das mesmas. Na resolução do problema geral, a fluência do concreto é considerada modificando-se as relações momento-curvatura utilizadas nas iterações. Devido à complexidade deste procedimento, a ABNT NBR 6118:2007 admite processos simplificados, onde o efeito da fluência do concreto é levado em conta por meio da Eq. (2.8), para pilares com $\lambda > 90$:

$$e_{cc} = \left(\frac{M_{sg}}{N_{sg}} + e_a \right) \cdot \left[\exp \left(\frac{\varphi \cdot N_{sg}}{N_e - N_{sg}} \right) - 1 \right] \quad (2.8)$$

onde e_a é a excentricidade acidental devida a imperfeições locais, M_{sg} e N_{sd} são os esforços solicitantes devidos à combinação quase permanente, φ é o coeficiente de fluência e N_e é dada por:

$$N_e = \frac{\pi^2 E_{ci} I_c}{l_e^2} \quad (2.9)$$

onde E_{ci} é o módulo de elasticidade inicial do concreto, I_c é o momento de inércia da seção bruta de concreto e l_e é o comprimento efetivo de flambagem do pilar.

Apesar de os pilares intermediários se enquadrarem como situação de projeto de compressão centrada, a ABNT NBR 6118:2007 exige, para se levar em conta o efeito das imperfeições locais, a consideração de um momento fletor mínimo de primeira ordem atuante na seção, dado por:

$$M_{1d,\min} = N_{Sd} (0,015 + 0,03 h) \quad (2.10)$$

onde h é a altura da seção transversal na direção considerada, em metros. Na Eq. (2.10) a parcela $0,015$ é uma excentricidade mínima, enquanto o termo $0,03h$ corresponde a uma excentricidade acidental. Ambas estão relacionadas ao processo construtivo dos pilares de concreto armado.

Diante da dúvida sobre a aplicação do momento mínimo de primeira ordem em apenas uma direção ou nas duas simultaneamente, a ABNT apresentou em 2013, no projeto de revisão da NBR 6118, uma envoltória mínima de primeira ordem conforme Fig. 2.3.

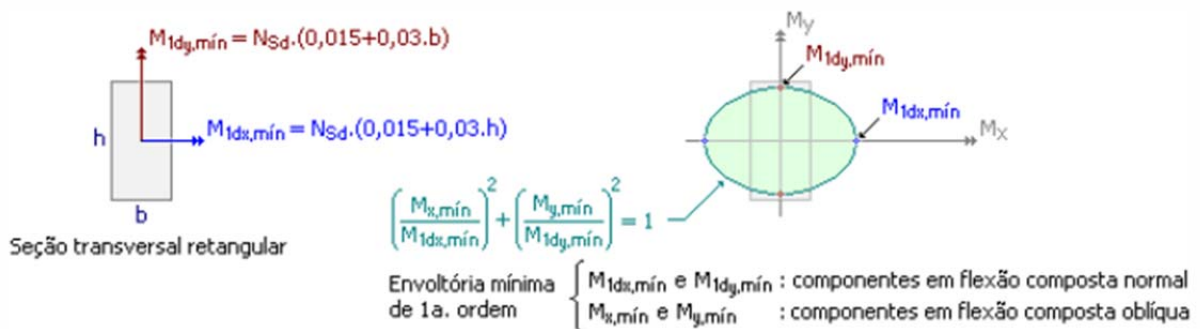


Figura 2.3 - Envoltória mínima de primeira ordem (Projeto de revisão da ABNT NBR 6118, 2013).

Neste caso, a verificação do momento mínimo pode ser considerada atendida quando, no dimensionamento adotado, obtém-se uma envoltória resistente que englobe a envoltória mínima de primeira ordem (Fig. 2.4).

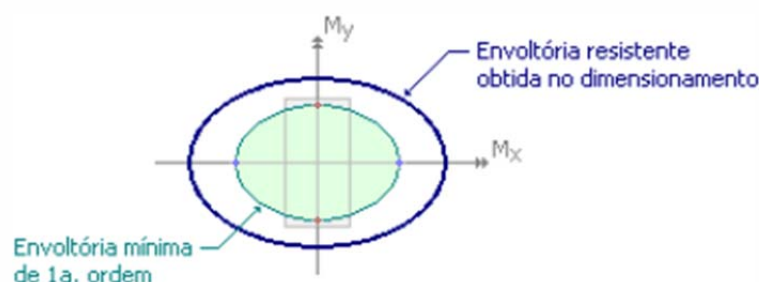


Figura 2.4 - Verificação da envoltória de momento mínimo (Projeto de revisão da ABNT NBR 6118, 2013).

Quando houver a necessidade de calcular os efeitos locais de segunda ordem em alguma das direções do pilar, a verificação do momento mínimo deve considerar ainda a envoltória mínima com segunda ordem. A aplicação do momento mínimo substitui a consideração de excentricidades acidentais no pilar, caso seu valor seja maior do que o obtido pela aplicação destas excentricidades.

Em pilares sujeitos à flexo-compressão normal ou flexão composta oblíqua, as deformações de 2ª ordem amplificam as excentricidades iniciais da força normal, produzindo acréscimos de momento que por sua vez dão origem a novos aumentos de excentricidade de 2ª ordem, e assim sucessivamente.

Em pilares curtos e moderadamente esbeltos, o processo iterativo é convergente. Atinge-se então uma posição de equilíbrio estável, na qual as deformações transversais calculadas são iguais às excentricidades admitidas pela força normal. Para estes casos a capacidade resistente do pilar pode ser obtida diretamente por métodos simplificados.

Em pilares esbeltos pode não haver convergência, de maneira que as excentricidades aumentam indefinidamente até provocar a instabilidade do pilar, o que demanda a aplicação de métodos mais rigorosos de cálculo para determinação da capacidade resistente.

A ABNT NBR 6118:2007 apresenta os seguintes métodos aproximados para dimensionamento, aplicáveis para pilares com índice de esbeltez $\lambda \leq 90$:

Método do pilar-padrão com curvatura aproximada: o método pode ser empregado no cálculo de pilares de seção constante e armadura simétrica e constante ao longo do seu eixo. A não-linearidade geométrica é considerada de forma aproximada, supondo-se que a deformação da barra seja senoidal, como apresentado na Fig. 2.5.

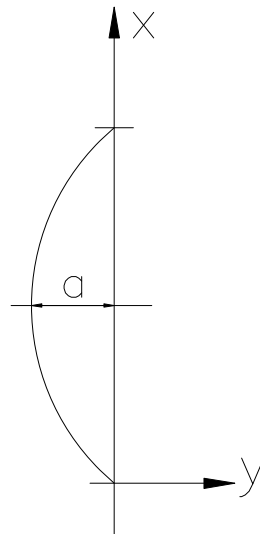


Figura 2.5 - Linha elástica senoidal (Fusco, 1981).

De acordo com Fusco (1981), pilar-padrão (Fig. 2.6) é um pilar em balanço com uma distribuição de curvaturas que provoque na sua extremidade livre uma flecha a dada por:

$$a = 0,4 \left(\frac{L^2}{r} \right)_{base} = \frac{L_e^2}{10} \left(\frac{1}{r} \right)_{base} \quad (2.11)$$

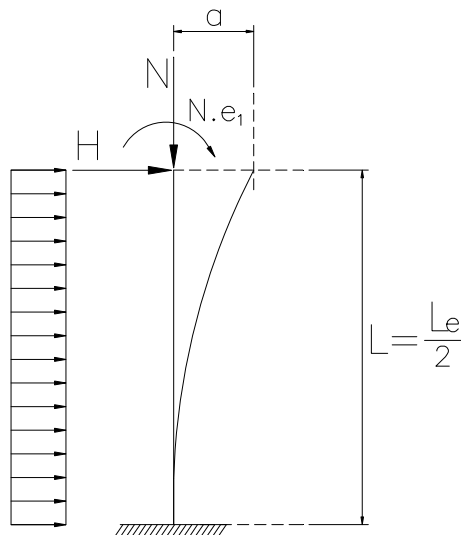


Figura 2.6 – Pilar-padrão (Fusco, 1981).

Observa-se que o valor da flecha a é o mesmo da excentricidade de segunda ordem, definida na Eq. (2.7). O momento total máximo no pilar é calculado pela expressão:

$$M_{d,tot} = \alpha_b M_{1d,A} + N_{sd} \frac{L_e^2}{10} \frac{1}{r} \geq M_{1d,A} \quad (2.12)$$

onde α_b para pilares biapoiados sem cargas transversais é dado pela Eq. (2.2); o momento $M_{1d,A}$ é o momento de primeira ordem ($N_{sd} \cdot e_l$) e $1/r$ é a curvatura crítica, avaliada pela expressão aproximada:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(\nu + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h} \quad (2.13)$$

onde h é a altura da seção transversal na direção considerada e ν é a força adimensional definida por:

$$\nu = \frac{N_{sd}}{A_c f_{cd}} \quad (2.14)$$

O momento de primeira ordem $M_{1d,A}$ deve ser maior que o momento mínimo.

Método do pilar-padrão com rigidez aproximada: este método apresenta os mesmos princípios do método do pilar-padrão com curvatura aproximada, mas com a não-linearidade física sendo considerada através de uma expressão aproximada da rigidez. O momento total máximo no pilar é obtido a partir da majoração do momento de primeira ordem pela expressão:

$$M_{d,tot} = \frac{\alpha_b M_{1d,A}}{1 - \frac{\lambda^2}{120\kappa/\nu}} \geq \left\{ \begin{array}{l} M_{1d,A} \\ M_{1d,min} \end{array} \right\} \quad (2.15)$$

sendo o valor da rigidez adimensional κ dado aproximadamente por:

$$\kappa = 32 \left(1 + 5 \frac{M_{d,tot}}{h N_d} \right) \nu \quad (2.16)$$

$M_{d,tot}$ é obtido, neste caso, por processo iterativo. Usualmente duas ou três iterações são suficientes ao se optar por um cálculo iterativo.

Método do pilar-padrão melhorado

No caso usual de pilares de seção constante, uma solução suficientemente precisa pode ser obtida através do método geral com o processo do pilar-padrão. Todavia, em certos casos, torna-se necessário melhorar a precisão dos resultados obtidos, uma vez que, para os pilares de maior esbeltez, nem sempre pode ser admitida uma linha elástica senoidal, o que torna inválida a Eq. (2.11).

Para maior acurácia dos resultados aplica-se o método do pilar-padrão melhorado, para pilares com índice de esbeltez $\lambda \leq 140$, em que é considerada a verdadeira distribuição de momentos de 1ª ordem, admitindo-se que apenas os momentos de 2ª ordem produzam deslocamentos transversais com distribuição senoidal.

A componente de 1ª ordem do deslocamento depende da lei de distribuição de momentos de 1ª ordem. Admite-se que, tanto no pilar-padrão quanto no pilar-padrão melhorado, sejam iguais as curvaturas críticas da base e o momento total crítico.

Considera-se a decomposição da curvatura total da base do pilar-padrão melhorado em duas parcelas, como expresso na Eq. (2.17) e na Fig. 2.7.

$$(1/r)_{base} = (1/r)_{crit} = (1/r_1)_m + (1/r_2)_m \quad (2.17)$$

onde $(1/r_1)_m$ e $(1/r_2)_m$ são as parcelas da curvatura na seção da base relativas, respectivamente, a $M_{1m,crit}$ e $M_{2m,crit}$. O índice m indica o uso do método do pilar-padrão melhorado, diferenciando do método do pilar-padrão.

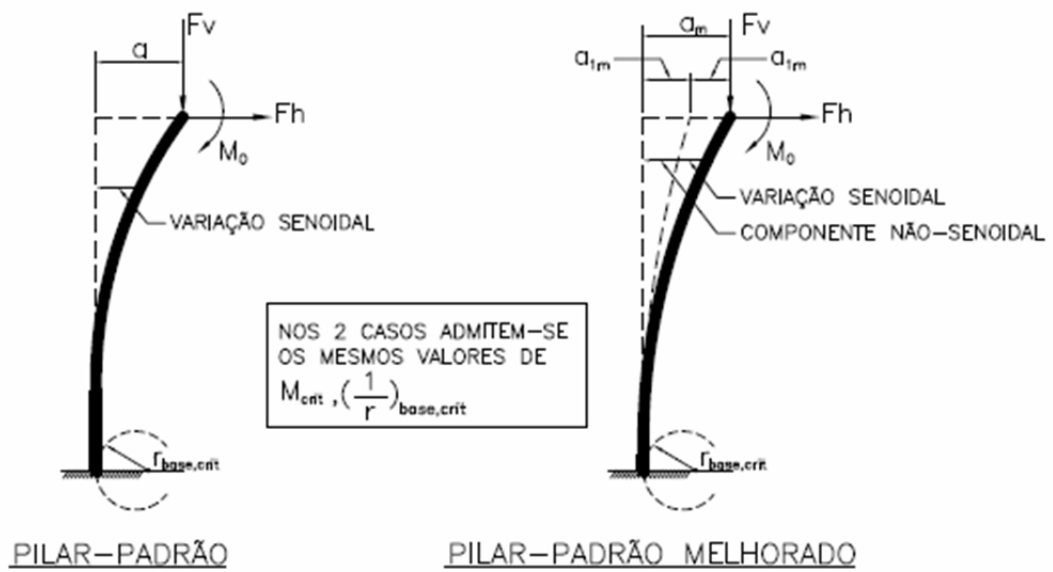


Figura 2.7 - Componentes de deslocamento no método do pilar-padrão melhorado (Fusco, 1981).

Observa-se na relação momento-curvatura da Fig. 2.8 que o momento disponível para os esforços de primeira ordem no método do pilar-padrão melhorado é superior ao do método do pilar-padrão, evidenciando-se o ganho de precisão ao se adotar esse procedimento.

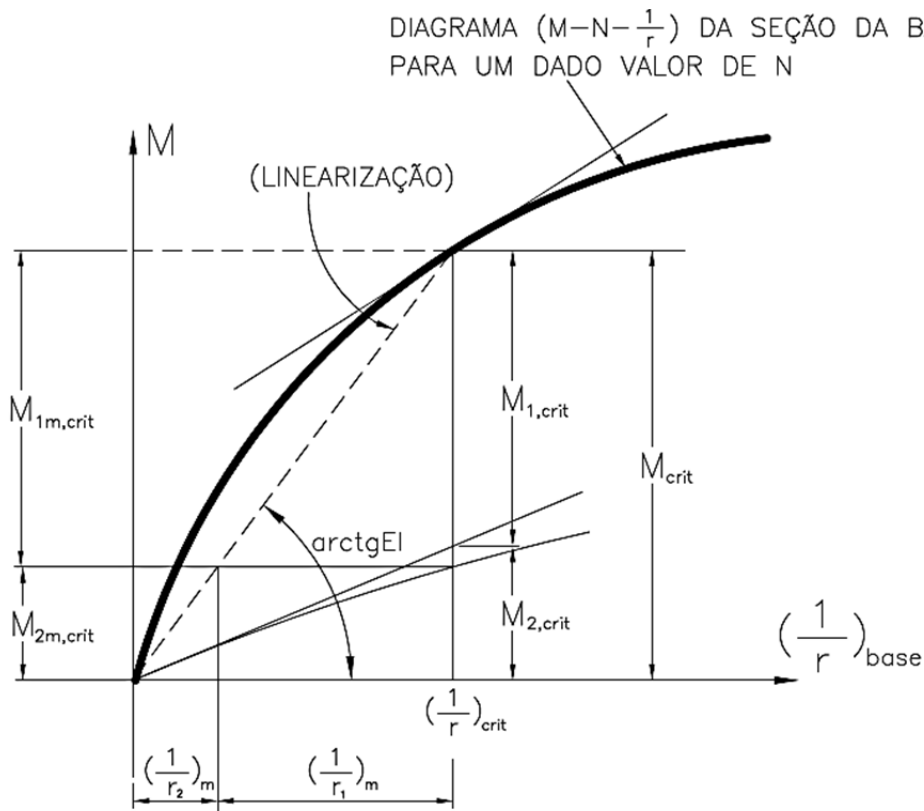


Figura 2.8 - Processo do pilar-padrão melhorado (Fusco, 1981).

Método do pilar-padrão acoplado a diagramas M, N, 1/r: consiste na determinação dos esforços locais de segunda ordem, através do método do pilar-padrão ou pilar-padrão melhorado, utilizando-se para a curvatura da seção crítica valores obtidos de diagramas normal-momento-curvatura específicos para o caso. O método pode ser aplicado para pilares com $\lambda \leq 140$.

Para a análise por métodos rigorosos, deve-se proceder a análise estrutural com efeitos de segunda ordem, assegurando-se que, para as combinações mais desfavoráveis das ações de cálculo, não ocorra perda da estabilidade nem esgotamento da capacidade resistente de cálculo. A não linearidade física presente nas estruturas de concreto armado deve ser obrigatoriamente considerada.

O principal efeito da não linearidade pode, em geral, ser considerado através da construção da relação momento-curvatura para cada seção, com armadura suposta conhecida, e para o valor da força normal atuante. Esta relação será abordada e discutida no Capítulo 3.

2.1.2 – ACI 318-11

De acordo com a especificação norte-americana, ACI 318-11, a análise de segunda ordem deve considerar a não-linearidade do material, a curvatura e deslocamentos laterais da peça, duração do carregamento, efeitos de retração e fluência do concreto e interação com a fundação.

O uso de excentricidades mínimas de cálculo foi abolido na versão de 1977 da especificação, exceto para a consideração dos efeitos de esbeltez para barras comprimidas com momentos de extremidade pequenos ou nulos. Estas excentricidades tinham anteriormente a finalidade de limitar a força axial resistente de cálculo, função que atualmente é feita pela Eq. (2.31).

Os efeitos de segunda ordem são desprezíveis em várias estruturas. Nestes casos, não é necessário considerar os efeitos da esbeltez e os pilares submetidos à compressão podem ser dimensionados baseados nas forças determinadas em análise de primeira ordem.

A análise de segunda ordem pode ser dispensada para pilares sem travamento lateral se o índice de esbeltez da peça atender a relação da Eq. (2.18).

$$\frac{k l_u}{r} \leq 22 \quad (2.18)$$

Para pilares travados lateralmente deve ser atendida a relação da Eq. (2.19).

$$\frac{k l_u}{r} \leq 34 - 12 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \leq 40 \quad (2.19)$$

onde M_1 e M_2 são os momentos de extremidade, sendo a relação M_1/M_2 positiva em caso de curvatura simples e negativa em caso de curvatura reversa.

O procedimento para análise de segunda ordem é feito a partir da amplificação dos momentos atuantes, diferenciado pelo grau de deslocabilidade da estrutura. Um pilar pode ser considerado não-deslocável quando o acréscimo de momento devido aos efeitos de segunda ordem não for superior a 5% do momento de primeira ordem na extremidade da peça.

Num piso a estrutura pode ser considerada como não-deslocável se a seguinte relação for obedecida:

$$Q = \frac{\Sigma P_u \cdot \Delta_o}{V_{us} \cdot L_c} \leq 0,05 \quad (2.20)$$

onde ΣP_u e V_{us} são, respectivamente, o total de cargas verticais e de cisalhamento horizontal do piso, Δ_o é o deslocamento lateral relativo de primeira ordem entre o topo e a base do pilar devido a V_{us} , e L_c é o comprimento dos pilares do piso.

Para estruturas não deslocáveis, o momento amplificado devido aos efeitos da curvatura de uma barra é dado por:

$$M_c = \delta_{ns} M_2 \quad (2.21)$$

onde δ_{ns} é o fator de amplificação dado por:

$$\delta_{ns} = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0,75P_c}} \geq 1,0 \quad (2.22)$$

Para barras sem cargas transversais entre apoios, o termo C_m é um termo de correção para o formato do diagrama de momento fletor, e pode ser tomado por:

$$C_m = 0,6 + 0,4 \frac{M_1}{M_2} \quad (2.23)$$

P_u é a força axial de compressão atuante na barra e P_c é a carga crítica de flambagem por flexão (carga de Euler), dada por:

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{(kL_u)^2} \quad (2.24)$$

De acordo com a especificação americana, o maior problema na definição da carga crítica P_c é a escolha de um fator EI que aproxime adequadamente as variações de rigidez devido à fissuração, à fluência e à não-linearidade da relação tensão-deformação do concreto. A rigidez EI , neste caso, é convencionalmente tomada como:

$$EI = \frac{(0,2E_c I_g + E_s I_{se})}{1 + \beta_{dns}} \quad (2.25)$$

ou, alternativamente, como:

$$EI = \frac{0,4E_c I_g}{1 + \beta_{dns}} \quad (2.26)$$

onde E_c e E_s são, respectivamente, os módulos de elasticidade do concreto e do aço; e I_g e I_{se} , os momentos de inércia da seção bruta de concreto e das armaduras em relação ao centróide da seção de concreto.

De acordo com a especificação, a Eq. (2.25) é deduzida para pequenas excentricidades e elevadas cargas de compressão, situação em que os efeitos da esbelteza tornam-se mais pronunciados. A Eq. (2.26) é uma simplificação menos precisa da equação anterior.

Para melhorar a precisão da aproximação, as duas expressões anteriores são divididas pelo termo $(1 + \beta_{dns})$, em que β_{dns} é a proporção entre a maior carga axial sustentada pela peça em

avaliação e a máxima carga axial associada à mesma combinação de carga na peça mais carregada do modelo estrutural completo. Usualmente adota-se $\beta_{dns} = 0,6$.

Observa-se que mesmo o termo relacionado à rigidez das armaduras também sofre redução através da divisão por $(1+\beta_{dns})$, que é feita para refletir o escoamento prematuro das armaduras em pilares sujeitos a cargas elevadas.

O momento M_2 da barra comprimida, na Eq. (2.21), não deve ser considerado menor que o valor dado por:

$$M_{2,\min} = P_u(0,6 + 0,03h) \quad (2.27)$$

onde o termo $0,6$ e a altura da seção transversal h são dados em polegadas. Não se considera que esta excentricidade mínima atue nas duas direções simultaneamente.

Para estruturas consideradas deslocáveis os momentos M_1 e M_2 nas extremidades da barra comprimida são dados por:

$$\begin{cases} M_1 = M_{1ns} + \delta_s M_{1s} \\ M_2 = M_{2ns} + \delta_s M_{2s} \end{cases} \quad (2.28)$$

onde M_{ns} é o momento de extremidade da barra comprimida devido a cargas que não provocam um deslocamento lateral apreciável, calculado através de uma análise elástica de primeira ordem; e M_s é o momento devido a cargas que provocam deslocamento lateral apreciável.

Para estas estruturas, o fator de amplificação de momento pode ser calculado por:

$$\delta_s = \frac{1}{1-Q} \geq 1 \quad (2.29)$$

onde Q é baseado nos deslocamentos calculados ao se usar os valores de E_c e I da Eq. (2.20).

A Eq. (2.29) tem boa aproximação para momentos de segunda ordem em estruturas deslocáveis até $\delta_s = 1,5$. Para valores superiores, é aconselhável utilizar a relação:

$$\delta_s = \frac{1}{1 - \frac{\Sigma P_u}{0,75 \Sigma P_c}} \geq 1,0 \quad (2.30)$$

onde ΣP_u é a soma de todas as cargas verticais atuantes no piso e ΣP_c é a soma das cargas críticas dos pilares do sistema de estabilização horizontal do piso, calculadas de acordo com a Eq. (2.24).

A força axial resistente de cálculo, ϕP_n de peças comprimidas não pode ser tomada maior do que a força axial resistente limite $\phi P_{n,max}$, dada por:

$$\phi P_{n,max} = 0,85 \phi \left[0,85 f'_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st} \right] \quad (2.31)$$

ainda que se considere excentricidade zero no posicionamento da força axial.

2.1.3 – EN 1992-1-1:2004

De acordo com a norma europeia, nas situações em que os efeitos de segunda ordem precisam ser levados em conta, o equilíbrio e capacidade resistente são verificados no estado deformado. As deformações devem ser calculadas levando em conta os efeitos relevantes de fissuração, fluência e a não-linearidade física (que pode ser considerada como reduções nos valores de rigidez).

O estudo da estrutura deve ser considerado na direção na qual as deformações podem ocorrer, e a flexão biaxial deve ser considerada quando necessário. Incertezas na geometria e posição das cargas axiais devem ser levadas em conta como um efeito adicional de primeira ordem baseado em imperfeições geométricas. Os efeitos de segunda ordem podem ser ignorados quando eles são menores que 10% dos efeitos de primeira ordem correspondentes.

Para barras isoladas do modelo, os efeitos de segunda ordem podem ser ignorados se o índice de esbeltez λ for menor que o valor de λ_{lim} , definido por:

$$\lambda_{lim} = \frac{20 A B C}{\sqrt{n}} \quad (2.32)$$

onde A é um fator relacionado à fadiga, dado por:

$$A = \frac{1}{1 + 0,2 \phi_{ef}} \quad (2.33)$$

sendo ϕ_{ef} é a taxa efetiva de fadiga. Se ϕ_{ef} for desconhecido, pode-se adotar $A = 0,7$. O fator B é relacionado à taxa mecânica de armadura, e é dado por:

$$B = \sqrt{1 + 2 \omega} \quad (2.34)$$

sendo ω a taxa mecânica de armadura, definida por:

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}} \quad (2.35)$$

Se ω for desconhecido, pode-se adotar $B = 1,1$. O fator C é relacionado aos momentos fletores de primeira ordem de extremidade da barra e é dado pela expressão:

$$C = 1,7 - r_m \quad (2.36)$$

onde r_m é a taxa de momentos de primeira ordem:

$$r_m = \frac{M_{01}}{M_{02}} \quad (2.37)$$

sendo $|M_{02}| \geq |M_{01}|$. Se os momentos de extremidade tracionam o mesmo lado, r_m é positivo, caso contrário, negativo. O termo r_m pode ser considerado zero para peças travadas nas quais os momentos de primeira ordem são predominantemente devido a imperfeições geométricas ou carregamento transversal, e para peças destravadas em geral. Se r_m for desconhecido pode-se adotar $C = 0,7$.

O termo n é a força normal relativa, dada por:

$$n = \frac{N_{Ed}}{A_c f_{cd}} \quad (2.38)$$

onde N_{Ed} é a força normal solicitante de cálculo. Conforme o resultado desta verificação, os efeitos de segunda ordem podem ser desprezados nas duas direções ou considerados em uma

ou nas duas direções. A partir da Eq. (2.32) pode-se decidir entre adotar um processo simplificado ou rigoroso para o dimensionamento do pilar.

Para barras isoladas, o efeito das imperfeições locais nas ações sobre a estrutura pode ser considerado de duas maneiras: através de uma excentricidade de carregamento e_i dada por:

$$e_i = \theta_i L_0 / 2 \quad (2.39)$$

sendo L_0 o comprimento efetivo de flambagem; ou, alternativamente, através de uma força transversal H_i locada na posição de momento máximo da peça, dada por:

$$H_i = \theta_i N \quad (2.40)$$

para barras sem travamento lateral (engastadas-livres), e:

$$H_i = 2 \theta_i N \quad (2.41)$$

para barras travadas (birrotuladas), sendo N a força axial da peça.

Pode-se por simplificação adotar para barras isoladas em sistemas travados horizontalmente uma excentricidade $e_i = L_0/400$ para cobrir todas as imperfeições relacionadas aos desvios normais de execução (Fig. 2.9).

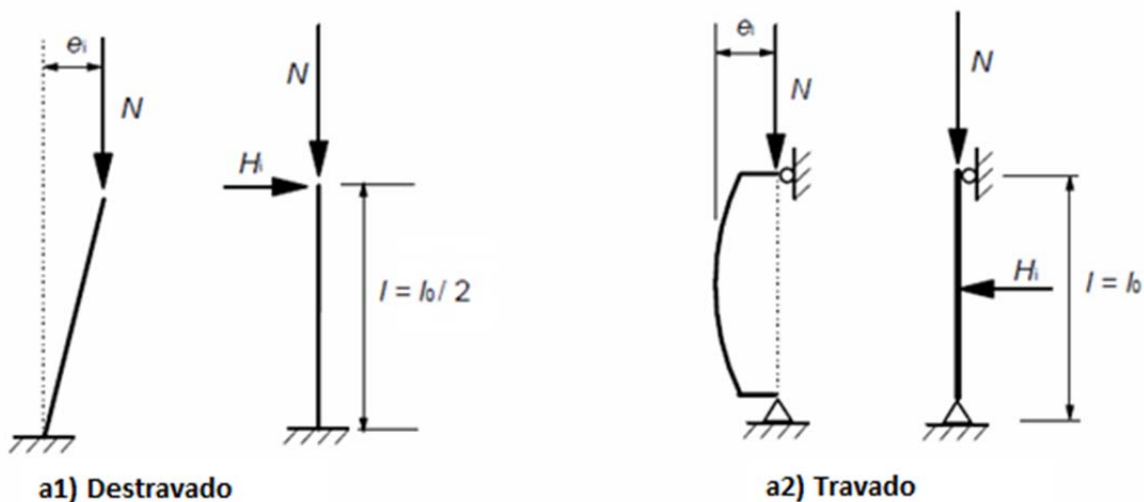


Figura 2.9 - Exemplos de imperfeições geométricas locais (EN 1992-1-1:2004).

Os efeitos da fluência do concreto podem ser levados em conta numa análise de segunda ordem, de forma simplificada, através de uma taxa de fluência efetiva, dada pela Eq. (2.42),

que, usada juntamente com a carga de cálculo, resulta numa deformação (curvatura) de fluência correspondente à carga quase permanente.

$$\varphi_{ef} = \varphi_{(\infty,t_0)} \frac{M_{0Eqp}}{M_{0Ed}} \quad (2.42)$$

onde $\varphi_{(\infty,t_0)}$ é o coeficiente de fluência final, obtido através de ábacos e variável de acordo com a umidade do ambiente, dimensões da peça e composição do concreto; M_{0Eqp} é o momento de primeira ordem em combinação quase permanente (estado-limite de serviço) e M_{0Ed} é o momento de primeira ordem em combinação de cálculo (estado-limite último). A relação M_{0Eqp}/M_{0Ed} deve ser calculada na seção de momento máximo da peça.

Os métodos de análise incluem um método geral, baseado em análise não-linear de segunda ordem, e em dois métodos simplificados: baseado na rigidez nominal (usado para peças isoladas e estruturas completas); e baseado na curvatura nominal (usado sobretudo para peças isoladas).

Método Geral: o método geral inclui efeitos de segunda ordem e não-linearidade geométrica, bem como da fluência do concreto. Na ausência de modelos mais refinados, a fluência pode ser levada em conta através da multiplicação de todos os valores de deformação nas relações tensão-deformação do concreto pelo fator $(1 + \varphi_{ef})$, onde φ_{ef} é definido pela Eq. (2.42).

Método da Rigidez Nominal: no método simplificado baseado na rigidez nominal, os valores nominais de rigidez a flexão devem ser usados em análise de segunda ordem, levando em conta os efeitos da fissuração, não-linearidade do material e fluência do concreto. A rigidez nominal para peças esbeltas sujeitas à compressão, com seção transversal arbitrária, pode ser estimada pela expressão:

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s \quad (2.43)$$

onde E_{cd} e E_s são, respectivamente, os módulos de elasticidade de cálculo do concreto e do aço; I_c e I_s são os momentos de inércia da seção de concreto e das armaduras, ambos em relação ao centróide da seção bruta de concreto; K_s é o fator de contribuição da armadura, igual a 1,0 para taxas de armadura $\rho = A_s/A_c \geq 0,002$; e K_c é o fator para efeitos de fissuração e fluência do concreto, dado por:

$$K_c = \frac{k_1 k_2}{(1 + \varphi_{ef})} \quad (2.44)$$

onde φ_{ef} é a deformação de fluência dada pela Eq. (2.42), k_1 é um fator vinculado à classe de resistência do concreto, dado por:

$$k_1 = \sqrt{f_{ck} / 20} \quad (2.45)$$

em Megapascal; e k_2 é um fator relativo à carga axial e à esbeltez da peça, dado por:

$$k_2 = n \frac{\lambda}{170} \leq 0,20 \quad (2.46)$$

sendo λ o índice de esbeltez da peça e n a carga axial relativa, dada por:

$$n = \frac{N_{Ed}}{A_c f_{cd}} \quad (2.47)$$

onde N_{Ed} é a força axial de compressão atuante de cálculo na peça.

Em estruturas estaticamente indeterminadas, os efeitos desfavoráveis da fissuração em barras adjacentes precisam ser levados em conta. Por simplificação, estas seções são consideradas totalmente fissuradas. A rigidez deve ser então baseada num módulo de elasticidade efetivo do concreto, dado por:

$$E_{cd,eff} = \frac{E_{cd}}{(1 + \varphi_{ef})} \quad (2.48)$$

Além das alterações na rigidez do concreto, o método também prevê a majoração dos momentos de primeira ordem atuantes através de um fator de amplificação de momentos, que representa os momentos de segunda ordem, sendo o valor resultante dado pela expressão:

$$M_{Ed} = M_{0Ed} \left[1 + \frac{\beta}{(N_B / N_{Ed}) - 1} \right] \quad (2.49)$$

em que $M_{0,Ed}$ é o momento atuante de primeira ordem, N_B é a carga de flambagem (carga de Euler) considerando a rigidez nominal, N_{Ed} é a força axial solicitante de cálculo e β é um fator que depende da distribuição dos momentos de primeira e segunda ordem, dado por:

$$\beta = \frac{\pi^2}{c_0} \quad (2.50)$$

Assume-se para a determinação de β em barras isoladas que o momento de segunda ordem tem um diagrama em forma senoidal, e que a seção transversal e carga axial são constantes. O coeficiente c_0 é relativo ao formato do diagrama de momento fletor de primeira ordem, sendo, por exemplo, igual a 8 para diagrama constante, 9,6 para diagrama parabólico e 12 para diagrama triangular. Caso estas condições não sejam aplicáveis, pode-se considerar, a favor da segurança, $\beta = 1$.

Método da Curvatura Nominal: o método simplificado baseado na curvatura nominal é primariamente aplicável em peças isoladas com força normal constante e um comprimento efetivo L_0 definido. O método fornece um momento nominal de segunda ordem baseado num deslocamento, que, em conjunto com o comprimento efetivo da peça, pode ser usado para estimar sua curvatura máxima.

O momento de cálculo é definido por:

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2 \quad (2.51)$$

onde M_{0Ed} é o momento de cálculo de primeira ordem, incluindo o efeito das imperfeições. Em caso de diferentes momentos de extremidade M_{01} e M_{02} , o momento equivalente é dado por:

$$M_{0e} = 0,6M_{02} + 0,4M_{01} \geq 0,4M_{02} \quad (2.52)$$

em que $|M_{02}| \geq |M_{01}|$. Os momentos têm o mesmo sinal se a curvatura é simples e sinais opostos se a curvatura é reversa. O momento nominal de segunda ordem M_2 na Eq. (2.51) é definido por:

$$M_2 = N_{Ed} e_2 \quad (2.53)$$

onde N_{Ed} é a força axial solicitante de cálculo e e_2 é a excentricidade de segunda ordem, que para seções transversais constantes é definida por:

$$e_2 = \left(\frac{1}{r}\right) \frac{L_0^2}{\pi^2} \quad (2.54)$$

em que L_0 é o comprimento efetivo da barra e $1/r$ é a curvatura da seção. Para seções constantes e simétricas, a curvatura pode ser definida pela expressão:

$$\frac{1}{r} = K_r K_\varphi \frac{1}{r_0} \quad (2.55)$$

K_r é o fator de correção variável com a carga axial, dado por:

$$K_r = \frac{(n_u - n)}{(n_u - n_{bal})} \leq 1 \quad (2.56)$$

onde n é definido pela Eq. (2.47); n_{bal} é o valor de n correspondente ao maior momento resistente, usualmente adotado como 0,4; e $n_u = 1 + \omega$, onde ω é a taxa mecânica de armadura, definida por:

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}} \quad (2.57)$$

K_φ é o fator de consideração da fluência, definido por:

$$K_\varphi = 1 + \beta \varphi_{ef} \geq 1 \quad (2.58)$$

onde φ_{ef} é a taxa efetiva de fluência e β é dado por:

$$\beta = 0,35 + \frac{f_{ck}}{200} - \frac{\lambda}{150} \quad (2.59)$$

A curvatura inicial $1/r_0$ é dada por:

$$\frac{1}{r_0} = \frac{\varepsilon_{yd}}{0,45 d} \quad (2.60)$$

onde ε_{yd} é a deformação de cálculo correspondente ao escoamento das armaduras ($\varepsilon_{yd}=f_{yd}/E_s$) e d é a profundidade efetiva da armadura. Para o caso mais habitual, em que a armadura não está totalmente concentrada em lados opostos do pilar, mas também distribuída paralelamente ao plano de flexão, d é dado por:

$$d = (h/2) + i_s \quad (2.61)$$

em que h é a altura da seção transversal e i_s é o raio de giração da área total de armadura.

2.1.4 – Comparação entre os procedimentos de cálculo

Observa-se, de modo geral, que o índice de esbeltez é o fator determinante para a decisão entre um método aproximado ou rigoroso de dimensionamento. Os três procedimentos citados apresentam índices limites de esbeltez para direcionar o tipo de procedimento para cálculo do pilar.

A Tab. (2.2) apresenta um comparativo resumo entre os procedimentos apresentados a respeito dos critérios de esbeltez, imperfeições geométricas, consideração de momento fletor mínimo de primeira ordem e os métodos simplificados de dimensionamento.

As não-linearidades geométricas são levadas em conta nos processos simplificados de dimensionamento através da consideração de excentricidades de cálculo, como no caso da norma brasileira e europeia, ou através de fatores amplificadores de momentos, como na especificação americana e também na europeia.

As não-linearidades físicas são consideradas nesses processos através de alterações na rigidez à flexão ou na curvatura, normalmente por equações empíricas, como as aproximações do pilar-padrão para a norma brasileira, as rigidezes padronizadas na especificação americana e as reduções de rigidez do Eurocode.

Tabela 2.2 - Comparativo entre os procedimentos de dimensionamento de pilares de concreto armado

Critério	ABNT NBR 6118:2007	ACI 318-11	EN 1992-1-1:2004
Dispensa de análise de segunda ordem de acordo com a esbeltez	$35 \leq \lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \cdot (e_1 / h)}{\alpha_b} \leq 90$	$\frac{k l_u}{r} \leq 22$ $\frac{k l_u}{r} \leq 34 - 12 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \leq 40$	$\lambda_{lim} = \frac{20 A B C}{\sqrt{n}}$
Imperfeições geométricas	Imperfeições locais: $e_a = \theta_1 (H / 2)$	Não há consideração de excentricidades	Imperfeições locais: $e_i = \theta_i L_0 / 2$ Imperfeições globais: $\theta_i = \theta_0 \alpha_h \alpha_m$
Momento mínimo	$M_{1d, min} = N_{Sd} (1,5 + 0,03 h)$	$M_{2, min} = P_u (0,6 + 0,03 h)$	Não existe limite mínimo para o momento
Métodos simplificados	- Pilar-padrão com curvatura aproximada - Pilar-padrão com rigidez aproximada - Pilar-padrão melhorado - Pilar-padrão acoplado a diagramas N, M, 1/r	Amplificação dos momentos solicitantes, diferenciada pelo grau de deslocabilidade da estrutura	- Método da rigidez nominal - Método da curvatura nominal

2.2 – Procedimentos para Dimensionamento de Pilares Mistos de Aço e Concreto

São apresentados a seguir os procedimentos de cálculo de pilares mistos de aço e concreto segundo a norma brasileira ABNT NBR 8800:2008, a norma americana ANSI/AISC 360-10 e a norma europeia Eurocode EN 1994-1-1:2004.

2.2.1 – ABNT NBR 8800:2008

As seções transversais de pilares mistos são classificadas conforme a Fig. 2.10 em: totalmente revestidas em concreto (figura a), parcialmente revestidas em concreto (figura b) e preenchidas em concreto (figuras c e d).

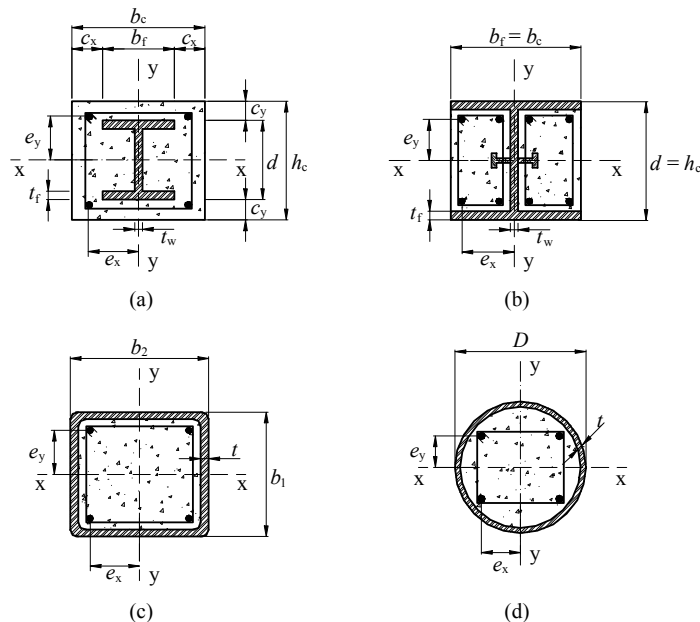


Figura 2.10 - Tipos de seções transversais de pilares mistos (ABNT NBR 8800:2008).

A força axial resistente de cálculo para pilares mistos comprimidos sujeitos à instabilidade por flexão (flambagem) é dada por:

$$N_{Rd} = \chi N_{pl,Rd} \quad (2.62)$$

onde $N_{pl,Rd}$ é a força axial de compressão resistente de cálculo da seção transversal à plastificação total, definida pela soma das parcelas de capacidade resistente do perfil de aço, concreto e armaduras:

$$N_{pl,Rd} = N_{pl,a,Rd} + N_{pl,c,Rd} + N_{pl,s,Rd} = f_{yd} A_s + \alpha f_{cd} A_c + f_{sd} A_s \quad (2.63)$$

onde o coeficiente α é igual a 0,95 para seções tubulares circulares preenchidas com concreto e 0,85 para as demais seções. O fator de redução χ é calculado em função do índice de esbeltez reduzido $\lambda_{0,m}$, dado por:

$$\lambda_{0,m} = \sqrt{\frac{N_{pl,R}}{N_e}} \quad (2.64)$$

Para $\lambda_{0,m} \leq 1,5$, χ é dado por:

$$\chi = 0,658 \lambda_{0,m}^2 \quad (2.65)$$

Para $\lambda_{0,m} > 1,5$, tem-se:

$$\chi = \frac{0,877}{\lambda_{0,m}^2} \quad (2.66)$$

As funções da Eq. (2.65) e Eq. (2.66) compõem a curva única de resistência da ABNT NBR 8800:2008. Na Eq. (2.64), N_e é a carga crítica de flambagem, dada pela expressão:

$$N_e = \frac{\pi^2 (EI)_e}{(KL)^2} \quad (2.67)$$

onde $(EI)_e$ é a rigidez à flexão efetiva da seção transversal mista, dada por:

$$(EI)_e = E_a I_a + 0,6 E_{c,red} I_c + E_s I_s \quad (2.68)$$

sendo I_a , I_c e I_s os momentos de inércia do perfil de aço, da seção de concreto e das armaduras, respectivamente; E_a o módulo de elasticidade do perfil de aço, E_s o módulo de elasticidade do aço das armaduras e $E_{c,red}$ o módulo de elasticidade reduzido do concreto, que contempla os efeitos de retração e fluência do material, dado por:

$$E_{c,red} = \frac{E_c}{1 + \varphi \left(\frac{N_{G,Sd}}{N_{Sd}} \right)} = \frac{E_c}{1 + 2,5 \cdot 0,6} = 0,4 E_c \quad (2.69)$$

onde E_c é o módulo de elasticidade do concreto, φ é o coeficiente de fluência, que pode ser adotado como 2,5 para seções total ou parcialmente revestidas de concreto; a relação $N_{G,Sd} / N_{Sd}$ pode ser tomada igual a 0,6; N_{Sd} é a força axial solicitante de cálculo e $N_{G,Sd}$ é a parcela de N_{Sd} devida à ação permanente e à ação quase permanente.

A força axial de compressão resistente nominal $N_{pl,R}$, na Eq. (2.64), é dada por:

$$N_{pl,R} = f_y A_s + \alpha f_{ck} A_c + f_{ys} A_s \quad (2.70)$$

2.2.2 – ANSI/AISC 360-10

De acordo com a ANSI/AISC 360-10, até a especificação ANSI/AISC 360 de 2005, admitia-se também o uso do procedimento descrito na ACI 318 para o dimensionamento de seções mistas aço-concreto. Entretanto, nesta última versão da especificação, publicada em 2010, afirma-se que os procedimentos da ACI 318 permaneceram inalterados por vários anos, decidindo-se então por parar de usá-los para tomar vantagem de pesquisas mais recentes, incorporadas no procedimento do AISC.

A especificação ACI 318 continua sendo referência para os valores de resistência do concreto e para os critérios de detalhamento de armaduras.

Para pilares total ou parcialmente revestidos duplamente simétricos, a força de compressão de cálculo $\phi_c P_n$ ($\phi_c = 0,75$ para Método dos Estados-Limites) é determinada pelo estado-limite de flambagem por flexão, conforme a esbeltez da peça.

Para $P_{no} / P_e \leq 2,25$:

$$P_n = 0,658 P_{no} / P_e \quad (2.71)$$

Para $P_{no} / P_e > 2,25$:

$$P_n = 0,877 P_e \quad (2.72)$$

P_{no} é a força axial de compressão resistente nominal, dada pela soma das parcelas de capacidade resistente do perfil de aço, armaduras e concreto, conforme a equação:

$$P_{no} = f_y A_s + f_{ysr} A_{sr} + 0,85 f_c' A_c \quad (2.73)$$

sendo A_s , A_{sr} e A_c as áreas do perfil de aço, armaduras e concreto, respectivamente; f_y e f_{ysr} as tensões de escoamento do perfil de aço e das armaduras; e f_c' a resistência à compressão especificada do concreto.

P_e é a carga crítica de flambagem (carga de Euler), dada por:

$$P_e = \frac{\pi^2 (EI_{eff})}{(KL)^2} \quad (2.74)$$

onde EI_{eff} é a rigidez efetiva da seção mista, dada pela expressão:

$$EI_{eff} = E_s I_s + 0,5 E_s I_{sr} + C_1 E_c I_c \quad (2.75)$$

sendo I_s , I_c e I_{sr} os momentos de inércia do perfil de aço, da seção de concreto e das armaduras, respectivamente; e E_s , E_c e E_{sr} os módulos de elasticidade do perfil de aço, do concreto e das armaduras. C_1 é o coeficiente para cálculo da rigidez efetiva da seção revestida mista comprimida, dado por:

$$C_1 = 0,1 + 2 \left(\frac{A_s}{A_c + A_s} \right) \leq 0,3 \quad (2.76)$$

2.2.3 – EN 1994-1-1:2004

A especificação europeia apresenta dois métodos para dimensionamento de seções mistas sujeitas a compressão: o método simplificado, direcionado a peças duplamente simétricas e de seções transversais constantes ao longo do comprimento; e o método geral, cujo escopo inclui peças com seções transversais não simétricas e não uniformes ao longo do comprimento.

No método simplificado, a resistência plástica à compressão de cálculo de seções transversais mistas pode ser calculada pela soma das resistências plásticas de seus componentes:

$$N_{pl,Rd} = A_a f_{yd} + 0,85 A_c f_{cd} + A_s f_{sd} \quad (2.77)$$

sendo A_a , A_s e A_c as áreas do perfil de aço, armaduras e concreto, respectivamente; f_{yd} e f_{sd} as tensões de escoamento de cálculo do perfil de aço e das armaduras; e f_{cd} a resistência de cálculo do concreto à compressão. A expressão se aplica para pilares total ou parcialmente revestidos. Para pilares preenchidos o fator 0,85 deve ser substituído por 1,00.

Simplificadamente, considera-se para peças em compressão axial que o valor de cálculo para a força normal atuante N_{Ed} deve atender a relação:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi N_{pl,Rd}} \leq 1,0 \quad (2.78)$$

onde χ é o fator de redução de acordo com o modo de flambagem, dado por:

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1,0 \quad (2.79)$$

onde Φ é dado por:

$$\Phi = 0,5 \left[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] \quad (2.80)$$

sendo α um fator de imperfeição e $\bar{\lambda}$ o índice de esbeltez adimensional, dado pela expressão:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{pl,Rk}}{N_{cr}}} \quad (2.81)$$

onde $N_{pl,Rk}$ é a resistência plástica à compressão nominal, definida pela Eq. (2.77) substituindo-se os valores de cálculo por valores nominais. N_{cr} é a carga crítica de flambagem, ou carga de Euler, dada analogamente pela Eq. (2.74). A rigidez equivalente da seção mista, $(EI)_{eff}$, para o cálculo da esbeltez relativa, é dada por:

$$EI_{eff} = E_a I_a + E_s I_s + K_e E_{cm} I_c \quad (2.82)$$

sendo I_a , I_c e I_s os momentos de inércia do perfil de aço, da seção de concreto e das armaduras, respectivamente; e E_a , E_s e E_{cm} os módulos de elasticidade do perfil de aço, das armaduras e do concreto. K_e é o fator de correção da rigidez do concreto, igual a 0,6.

Para se levar em conta os efeitos dos carregamentos de longa duração, o módulo de elasticidade do concreto E_{cm} deve ser reduzido para o valor efetivo, dado por:

$$E_{c,eff} = E_{cm} \frac{1}{1 + (N_{G,Ed} / N_{Ed}) \varphi_t} \quad (2.83)$$

onde $N_{G,Ed} / N_{Ed}$ é a parcela da carga permanente em relação à carga total de cálculo, e φ_t é o coeficiente de fluência $\varphi_{(t,t_0)}$, dependendo da idade (t) do concreto no momento considerado e da idade (t_0) quando carregado, conforme Eq. (2.42).

Para a determinação de forças internas, o valor de cálculo da rigidez efetiva à flexão, $(EI)_{eff,II}$, pode ser determinado de acordo com a expressão:

$$(EI)_{eff,II} = K_0 (E_a I_a + E_s I_s + K_{e,II} E_{cm} I_c) \quad (2.84)$$

onde $K_{e,II}$ é um fator de correção igual a 0,5 e K_0 um fator de calibração igual a 0,9. A consideração dos efeitos de carregamentos de longa duração deve ser feita de acordo com a Eq. (2.83).

A influência de imperfeições geométricas e estruturais pode ser levada em conta pela consideração de imperfeições geométricas equivalentes. Para pilares totalmente revestidos, as imperfeições consideradas são de $L/200$ em relação ao eixo de maior inércia do perfil de aço, e de $L/150$ em relação ao eixo de menor inércia.

Os efeitos de segunda ordem podem ser considerados através da multiplicação do maior momento de primeira ordem M_{Ed} por um fator de amplificação k dado por:

$$k = \frac{\beta}{1 - N_{Ed} / N_{cr,eff}} \geq 1,0 \quad (2.85)$$

onde $N_{cr,eff}$ é a carga de Euler, tomando-se a rigidez EI de acordo com a Eq. (2.84) e β é o fator de momento equivalente, igual a 1,0 para diagramas de momento fletor parabólicos e triangulares, e igual a $0,06 + 0,44 \cdot r$ para diagramas trapezoidais, sendo r a razão entre o menor e o maior momento de extremidade.

2.2.4 – Comparação entre os procedimentos para dimensionamento

De maneira geral, os três procedimentos consideram a capacidade resistente à compressão de um pilar misto como a soma das capacidades resistentes de seus componentes: concreto, perfil metálico e armaduras.

É utilizada uma rigidez equivalente no dimensionamento, conforme Eq. (2.68), Eq. (2.75) e Eq. (2.84), todas elas com redução da rigidez do concreto, de maneira a se considerar os efeitos da fissuração, fluência, entre outros.

Observa-se ainda que no dimensionamento de pilares mistos não são consideradas as mesmas excentricidades adotadas pelas especificações para estruturas de concreto. As imperfeições são levadas em conta apenas através do uso do índice de esbeltez reduzido, em procedimento análogo ao usado para pilares de aço.

2.3 – Pesquisas Sobre Pilares Mistos de Aço e Concreto

Nesta seção, apresenta-se um levantamento geral sobre as pesquisas realizadas a respeito dos pilares mistos, ordenadas por ordem cronológica.

El-Tawil *et al.* (1995) implementaram um programa baseado em um modelo de fibras para integrar a distribuição de tensões na seção transversal de um pilar misto e obter a configuração deformada de equilíbrio devido aos esforços solicitantes. O programa gera também o diagrama de interação normal-momento da seção. Os efeitos das não linearidades geométrica e física foram considerados a partir da amplificação dos esforços solicitantes, conforme procedimento do ACI-318-92, e os resultados foram comparados com cálculos baseados na metodologia apresentada pelo AISC-LRFD-1993.

Shanmugam e Lakshmi (2001) compilaram um levantamento de pesquisas realizadas desde a década de 1960, gerando um banco de dados envolvendo pesquisas sobre diversos parâmetros em relação a pilares mistos, como flambagem local, capacidade resistente, carregamento sísmico, e confinamento. Os trabalhos descritos datam até o ano de 1999. A Tab (2.3), adaptada por Caldas (2004), resume as principais variáveis observadas nos ensaios de pilares mistos totalmente revestidos levantados pelos autores.

Chen *et al.* (2001) desenvolveram um método computacional iterativo para formas arbitrárias de seção transversal de pilares mistos totalmente revestidos sujeitos à flexão oblíqua. A formulação utilizou o processo iterativo quase-Newton baseado no esquema numérico Regula-Falsi para solucionar as equações de equilíbrio. Um modelo de fibras foi aplicado para se obter as tensões no perfil e nas armaduras.

Sfakianakis (2002) propôs um novo método para o estudo do mecanismo de falha de pilares mistos e pilares de concreto armado sujeitos a flexão oblíqua. O procedimento é baseado em um modelo de fibras, empregando computação gráfica para a integração das tensões, considerando-se o comportamento não linear e os modelos constitutivos dos materiais componentes da seção transversal.

Weng e Yen (2002) apresentaram comparações entre as normas ACI e AISC vigentes sobre o projeto de pilares mistos totalmente revestidos. O objetivo do trabalho foi estudar as diferenças entre as normas e compará-las com uma amostra de 71 ensaios realizados por outros pesquisadores. Foram investigadas a diferença de filosofia entre as normas, o modo de falha dos protótipos ensaiados, diagramas e interação dos pilares e os efeitos da porcentagem de aço na seção para a previsão da capacidade resistente do pilar.

Caldas (2004) implementou um programa computacional para análise de seções transversais arbitrárias, baseado no modelo de fibras, podendo-se obter relações momento-curvatura e superfícies de interação bi e tridimensionais. Os resultados foram validados a partir de ensaios realizados por outros pesquisadores.

Kim (2005) montou um banco de dados com ensaios realizados por outros pesquisadores, incluindo 117 resultados de ensaios de pilares mistos totalmente revestidos submetidos à flexo-compressão normal. Os resultados foram comparados com os valores de cálculo obtidos através dos procedimentos do AISC e Eurocode.

Dundar *et al.* (2007) executaram uma investigação experimental sobre pilares de concreto armado e pilares mistos totalmente revestidos com seção transversal arbitrária, submetidos a flexão composta oblíqua. Foram utilizadas amostras de pilares curtos e esbeltos. O procedimento de cálculo proposto adota várias relações tensão-deformação não lineares para

os materiais, aplicados em fibras de acordo com sua posição na seção transversal. Os autores executaram ensaios e compararam com os valores numéricos obtidos.

Charalampakis e Koumosis (2008) apresentam um algoritmo baseado no modelo de fibras para análise de seções transversais genéricas solicitadas à flexão composta oblíqua, onde a integração do campo de tensões é obtida de forma analítica. O programa implementado é focado na obtenção de relações momento-curvatura, curvas de interação e superfícies de falha.

Ellobody e Young (2011) investigaram o comportamento de pilares mistos totalmente revestidos birrotulados. Um modelo não linear de elementos finitos foi desenvolvido para analisar o comportamento inelástico dos materiais, com enfoque na interação entre o aço do perfil e o concreto, aplicação das imperfeições geométricas e utilização de materiais de alta resistência.

Papanikolaou (2012) apresentou um novo método para análise da capacidade resistente e obtenção da relação momento-curvatura para seções transversais arbitrárias de pilares mistos totalmente revestidos solicitados à flexão composta oblíqua. Baseada numa implementação em programação orientada a objetos, a integração é feita analiticamente, através do Teorema de Green, com amostragem gaussiana adaptativa para mapeamento das deformações.

Tabela 2.3 - Experimentos realizados em pilares mistos envolvidos (adaptado de Shanmugam e Lakshmi, 2001)

Nº	Referência	País	Seção	Tipo de carregamento	A - Análise E - Exper. P - Projeto	Nº Testes	Variáveis Analisadas	Observações
1	Stevens, 1965	Reino Unido	Quadrada Retangular	Excêntrico	E	11	Excentricidade do carregamento, resistência do concreto e aço, dimensão da seção.	Os protótipos ensaiados tinham 4,57 m de comprimento, carregados excêntricamente ao longo do eixo de menor inércia.
2	Virdi e Dowling, 1973	Reino Unido	Retangular	Excêntrico	A, E	9	Comprimento, excentricidade ao longo do maior e menor eixo, resistência do concreto.	Propôs um método analítico numérico.
3	Anslin e Janss, 1974	Bélgica	Retangular	Excêntrico	E	30	Comprimento efetivo, esbeltez relativa, resistência do concreto e aço, dimensões da seção.	Os protótipos foram testados sem armadura longitudinal.
4	Roderick e Loke, 1975	Austrália	Retangular	Excêntrico	A, E, P	15	Excentricidade do carregamento aplicado, esbeltez.	Propôs uma metodologia de cálculo da resistência e procedimentos de projeto.
5	Johnston, 1976	Estados Unidos	Quadrada	Excêntrico	E	13	Contribuição do aço estrutural, excentricidade.	Seções foram sujeitas a uniaxial momentos sobre ambos eixos e carregamento axial.
6	Morino et al., 1984	Japão	Quadrada Retangular	Excêntrico	E	40	Excentricidade do carregamento, resistência do concreto e aço, dimensão da seção.	Comparação com modelo teórico analítico.
7	Matsui, 1979	Japão	Quadrada	Excêntrico	E	4	Comprimento efetivo, esbeltez relativa, resistência do concreto e aço.	Protótipos foram testados com armaduras longitudinais.
8	Roik e Schwalbenhofer, 1989	Alemanha	Quadrada	Excêntrico	E	27	Excentricidade do carregamento, resistência do concreto e aço, dimensão da seção.	Pilares bi-rotulados com 3 m de comprimento foram testados sob uniaxial ou biaxial momentos com carregamento axial.
9	Roik e Bergmann, 1984	Alemanha	Quadrada	Excêntrico	E, P	12	Comprimento efetivo, resistência do concreto e aço.	Propôs uma metodologia de projeto e equação de interação.

Tabela 2.3 – Continuação.

Nº	Referência	País	Seção	Tipo de carregamento	A - Análise E - Exper. P - Projeto	Nº Testes	Variáveis Analisadas	Observações
10	Mirza e Skrabek, 1991	Canadá	Quadrada	Excêntrico	A, E, P	16	Resistência do concreto, razão do aço estrutural, excentricidade, esbeltez.	Comparou com metodologia de projeto proposta e com a norma ACI.
11	Elnashai et al., 1991	Reino Unido	Quadrada	Cíclico, pseudodinâmico	A, E	6	Tipo de carregamento e porcentagem de carregamento axial.	Resultados comparados com programa computacional.
12	Mirza e Skrabek, 1992	Canadá	Quadrada	Excêntrico	E	16	Encruamento, resistência do concreto e aço, esbeltez.	Comparação com a norma ACI.
13	Matsui, 1993	Japão	Quadrada	Excêntrico	A, E, P	6	Comprimento efetivo, esbeltez relativa, resistência do concreto.	Propôs uma metodologia para cálculo da resistência.
14	Nakamura, 1994	Japão	Quadrada	Excêntrico	E	7	Comprimento efetivo, esbeltez relativa, resistência do concreto.	Variou a esbeltez.
15	Hunaiti e Fattah, 1994	Jordânia	Retangular	Excêntrico	A, E, P	19	Excentricidade do carregamento, resistência do concreto.	Comparação com carregamento teórico de análise via computador e metodologia de projeto baseada na BS 5400.
16	Wium e Lebet, 1994	África do Sul, Suíça	Quadrada	Tração, compressão	A, E, P	27	Espessura do cobrimento de concreto, tamanho da seção de aço, retração do concreto.	Propôs uma metodologia simplificada de projeto.
17	Ricles e Paboojian, 1994	Estados Unidos	Quadrada	Sísmico	A, E	8	Confinamento do concreto, resistência ao cortante, resistência do concreto e aço.	Comparou com as normas ACI e AISC.
18	Boyd et al., 1995	Estados Unidos	Circular	Axial, cíclico reverso	A, E	5	Razão D/t, conectores de cisalhamento, resistência do concreto e aço.	Propôs um método numérico.
19	Mirza et al., 1996	Canadá	Quadrada	Excêntrico	A, E	16	Resistência do concreto, armaduras, aço estrutural, excentricidade.	Comparou com o ACI, Eurocode e propôs um modelo de elementos finitos.
20	Munoz e Hsu, 1997	Estados Unidos	Quadrada	Axial e excêntrico	A, E	4	Excentricidade do carregamento, esbeltez, resistência do concreto e aço.	Propôs um modelo computacional numérico.
21	Wang, 1999	Reino Unido	Quadrada	Excêntrico	E, P	7	Excentricidade, resistência do concreto e aço.	Propôs uma metodologia de projeto baseada na BS 5950.

3

MODELO NUMÉRICO

Neste capítulo apresentam-se as premissas iniciais e conceitos adotados no programa CSTMI. Em seguida são apresentados os novos códigos implementados durante este estudo para a verificação de pilares.

3.1 – Relação Deformação-Deslocamento

Para obtenção dos esforços resistentes de uma seção transversal, M_{Rx} , M_{Ry} e N_{Rz} , consideram-se as hipóteses de que a seção plana permanece plana após a deformação, da não existência de tensões iniciais ou residuais na seção, e da perfeita aderência entre o concreto e o aço.

Apresenta-se na Fig. 3.1 uma barra nas configurações deformada e indeformada. As cargas externas são aplicadas no plano x-y, que contém os eixos de simetria das seções transversais da barra, sendo então a barra sujeita a flexo-compressão normal.

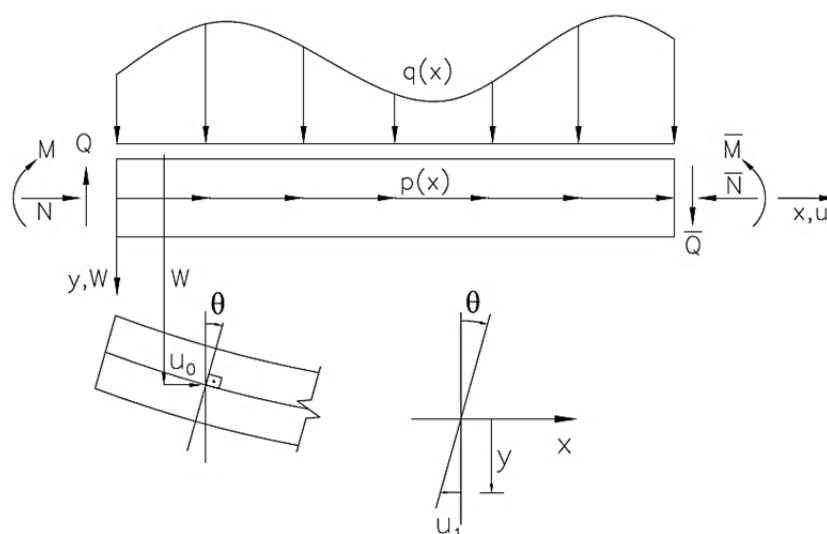


Figura 3.1- Deslocamentos e forças em uma barra esbelta (Araújo, 2003).

O eixo da barra sofre um deslocamento u_0 na direção x e um deslocamento transversal W na direção y . Além disso, uma seção transversal genérica sofre uma rotação θ para se manter plana e perpendicular ao eixo deformado. Desta maneira, o deslocamento $u(x,y)$ em uma fibra genérica da seção, situada a uma distância y qualquer do eixo da barra, é dado por:

$$u(x, y) = u_0(x) + u_1(x, y) \quad (3.1)$$

Onde $u_1(x,y)$ é o deslocamento provocado pela rotação, dado por:

$$u_1(x, y) = -y\theta = -y \frac{dW}{dx} \quad (3.2)$$

Substituindo a Eq. (3.2) na Eq. (3.1), obtém-se:

$$u(x, y) = u_0(x) - y \frac{dW}{dx} \quad (3.3)$$

Sendo o deslocamento transversal W apenas em função de x . O campo de deformações a partir de um segmento de barra com os respectivos deslocamentos (Araújo, 2003):

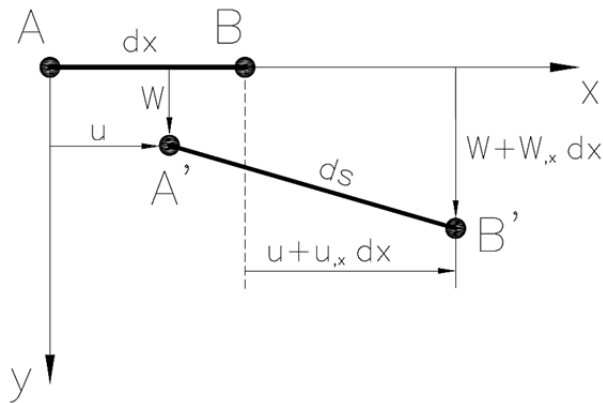


Figura 3.2 - Deslocamentos de um elemento infinitesimal de barra (Araújo, 2003).

As coordenadas do elemento, na configuração deformada, são dadas por:

$$A' = \begin{Bmatrix} x_{A'} \\ y_{A'} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u \\ W \end{Bmatrix}$$

$$B' = \begin{Bmatrix} x_{B'} \\ y_{B'} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u + \frac{du}{dx} dx + dx \\ W + \frac{dW}{dx} dx \end{Bmatrix} \quad (3.4)$$

O comprimento nesta configuração é dado por:

$$ds = \sqrt{(x_B' - x_A')^2 + (y_B' - y_A')^2} \quad (3.5)$$

Substituindo a Eq. (3.4) na Eq. (3.5) obtém-se:

$$ds = dx \sqrt{\left(1 + \frac{du}{dx}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{dW}{dx}\right)^2} \quad (3.6)$$

Expandindo o segundo termo da Eq. (3.6) em série de Taylor, resulta:

$$ds = dx \left[1 + \frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dW}{dx}\right)^2 \right] \quad (3.7)$$

Considerando a deformação normal do elemento, dada por:

$$\varepsilon_x = \frac{ds - dx}{dx} \quad (3.8)$$

Substituindo a Eq. (3.7) na Eq. (3.8) tem-se:

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dW}{dx}\right)^2 \quad (3.9)$$

Substituindo a Eq. (3.3) na Eq. (3.9) e derivando, obtém-se:

$$\varepsilon_x = \frac{du_0}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dW}{dx}\right)^2 - y \frac{d^2W}{dx^2} \quad (3.10)$$

Definindo-se a deformação axial como:

$$\varepsilon_0 = \frac{du_0}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dW}{dx}\right)^2 \quad (3.11)$$

e a curvatura média como:

$$\chi = -\frac{d^2W}{dx^2} \quad (3.12)$$

pode-se reescrever a Eq. (3.10) como:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_0 + yk_x \quad (3.13)$$

A Eq. (3.13) relaciona a deformação normal em um ponto genérico da barra com os deslocamentos do seu eixo, provocados pela aplicação de força normal e momento fletor. Observa-se que esta relação é não-linear, devido ao último termo da Eq. (3.11). Este termo introduz a não-linearidade geométrica do problema. Reproduzindo esta dedução no espaço, obtém-se:

$$\varepsilon(x, y) = \varepsilon_0 + yk_x - xk_y \quad (3.14)$$

3.2 – Relações Tensão-Deformação

Apresentam-se a seguir as relações tensão-deformação para os materiais componentes das seções transversais empregadas nas análises de pilares mistos deste trabalho.

3.2.1 – Relação tensão-deformação do concreto

Para o concreto, considerou-se o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo proposto pelo Código Modelo do CEB (1990) e adotado pela ABNT NBR 6118:2007:

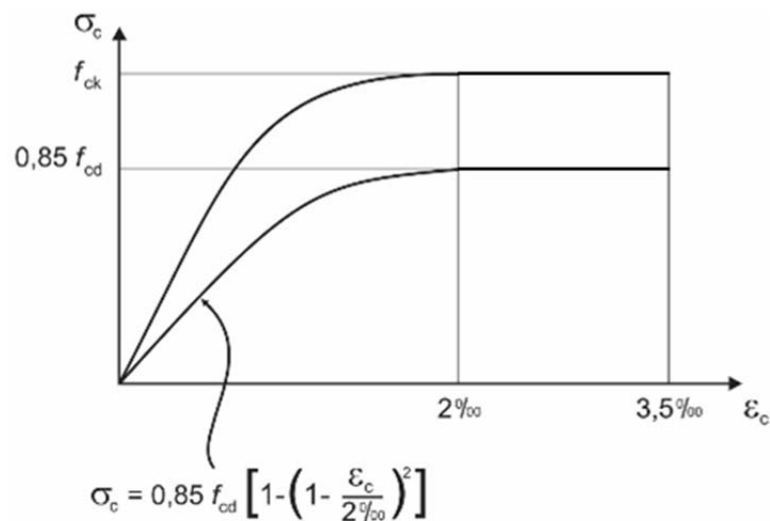


Figura 3.3 - Diagrama tensão-deformação idealizado para o concreto (ABNT NBR 6118:2007).

A tensão resistente de cálculo do concreto, para pilares sem confinamento, é dada por:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (3.15)$$

Onde f_{ck} é a resistência característica do concreto à compressão e γ_c é o coeficiente de ponderação da resistência. Desprezando-se a resistência do concreto à tração e convencionando-se sinal negativo para compressão e positivo para tração, as tensões podem ser divididas em quatro intervalos:

$$\sigma_c = \begin{cases} 0 & \text{para } \varepsilon_c > 0 \\ -0,85f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{0,002} \right)^2 \right] & \text{para } -0,002 < \varepsilon_c \leq 0 \\ -0,85f_{cd} & \text{para } \varepsilon_{cu} \leq \varepsilon_c \leq -0,002 \\ 0 & \text{para } \varepsilon_c < \varepsilon_{cu} \end{cases} \quad \begin{matrix} (3.16a) \\ (3.16b) \\ (3.16c) \\ (3.16d) \end{matrix}$$

A Eq. (3.16a) corresponde à faixa em que o concreto está tracionado, sem contribuição para a resistência da seção transversal; a Eq. (3.16b) corresponde à faixa em que o concreto está comprimido, com variação parabólica das tensões; a Eq. (3.16c) corresponde à faixa em que o concreto está comprimido, em tensão constante e igual a $0,85 f_{cd}$; e a Eq. (3.16d) é correspondente à região em que o material já ultrapassou sua capacidade resistente.

A ABNT NBR 6118:2007 considera para o concreto o diagrama tensão-deformação parábola-retângulo proposto pelo Código Modelo do CEB (1990), conforme apresentado na Fig. 3.3. Para o dimensionamento em estado-limite último, a resistência de cálculo à compressão do concreto, f_{cd} , é obtida pela multiplicação por um fator $\alpha = 0,85$ sobre a resistência característica do concreto à compressão, f_{ck} (uso da curva inferior da Fig. 3.3), além da aplicação dos coeficientes de ponderação das resistências, conforme adaptado na Eq. (3.17):

$$f_{cd} = \alpha \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0,85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (3.17)$$

O fator de redução α é devido aos fenômenos observados por Rüsçh (1960), que testou a capacidade resistente à flexão de corpos de prova de concreto em diferentes idades, avaliando o comportamento da região comprimida da seção transversal fletida. Os testes foram

realizados para incrementos contínuos de carregamento em diferentes taxas de deformação, e para cargas mantidas constantes.

O estudo de Rüsç levou a uma importante conclusão a respeito das propriedades do concreto: a capacidade resistente e deformação do material são influenciadas pelo tempo de utilização. As peças de concreto apresentam uma elevação de capacidade resistente com o passar do tempo, devido ao contínuo processo de cura do material após os 28 dias, prazo de referência normativa para a determinação do f_{ck} . Concomitantemente ocorre também a perda de capacidade resistente devida à degradação do concreto por causa do processo de microfissuração quando sujeito a uma carga mantida ao longo do tempo. Estes fenômenos ficaram conhecidos na literatura como *efeitos de longa duração*, *efeitos de carga mantida*, ou *efeito Rüsç*.

Diversos autores estipularam diferentes fatores para os efeitos de longa duração obtendo $\alpha = 0,85$. Neste estudo, a composição do fator α será adotada conforme Fusco (2012):

$$f_{cd} = k_{mod} \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \alpha \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (3.18)$$

Sendo k_{mod} o coeficiente de modificação dado pela Eq. (3.19):

$$k_{mod} = \alpha = k_{mod1} k_{mod2} k_{mod3} \quad (3.19)$$

onde:

$k_{mod1} = 0,95$, considera a influência da altura do corpo de prova;

$k_{mod2} = 1,20$, considera o aumento de resistência do concreto com o tempo;

$k_{mod3} = 0,75$, considera a perda de resistência devido à carga mantida.

Observa-se que o produto dos coeficientes de modificação resulta em 0,85.

O valor de $\alpha = 0,85$ é adotado para dimensionamento em estado limite último. Para comparações com ensaios, como as dos itens 5.3 e 5.4, os coeficientes k_{mod2} e k_{mod3} não são considerados, uma vez que as cargas são de curta duração. Tem-se então $\alpha = 0,95$ para esta situação.

3.2.2 – Relação tensão-deformação do aço das armaduras

A relação tensão-deformação para o aço das armaduras segue o proposto pela ABNT NBR 6118:2007 para aço de armadura passiva, conforme Fig. 3.4.

A resistência de cálculo ao escoamento do aço das armaduras é dada por:

$$f_{yd} = \frac{f_{ys}}{\gamma_s} \quad (3.20)$$

onde f_{ys} é a resistência ao escoamento do aço e γ_s é o coeficiente de ponderação da resistência do aço das armaduras.

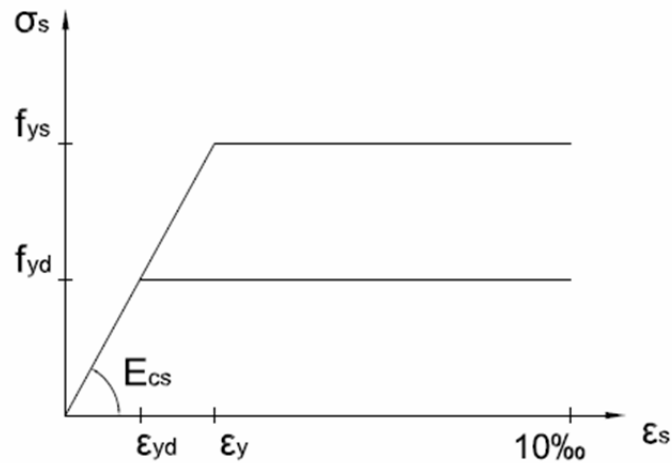


Figura 3.4 - Diagrama tensão-deformação para aço de armaduras passivas (ABNT NBR 6118:2007).

O diagrama da Fig. 3.4 pode ser aplicado tanto para tração quanto para compressão. As tensões podem ser divididas em três intervalos:

$$\sigma_s = \begin{cases} -f_{yd} & \text{para } \epsilon_s < -\epsilon_{yd} & (3.21a) \\ E_s \epsilon_s & \text{para } -\epsilon_{yd} \leq \epsilon_s < \epsilon_{yd} & (3.21b) \\ f_{yd} & \text{para } \epsilon_{yd} \leq \epsilon_s \leq 10\text{‰} & (3.21c) \end{cases}$$

Onde a deformação ϵ_y é dada por:

$$\epsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (3.22)$$

Sendo E_s o módulo de elasticidade longitudinal do aço das armaduras.

3.2.3 – Relação tensão-deformação do aço do perfil

Admitiu-se para o aço do perfil o mesmo comportamento do aço das armaduras, conforme Fig. 3.4. A resistência de cálculo do aço do perfil é dada por:

$$f_{yd} = \frac{f_{ya}}{\gamma_a} \quad (3.23)$$

onde f_{ya} é a resistência ao escoamento do aço e γ_a é o coeficiente de ponderação da resistência do aço do perfil. As tensões podem ser divididas em três intervalos:

$$\sigma_a = \begin{cases} -f_{yd} & \text{para } \varepsilon_a < -\varepsilon_{yd} \\ E_a \varepsilon_a & \text{para } -\varepsilon_{yd} \leq \varepsilon_a < \varepsilon_{yd} \\ f_{yd} & \text{para } \varepsilon_{yd} \leq \varepsilon_a \leq 10\text{‰} \end{cases} \quad (3.24a)$$

$$\text{para } -\varepsilon_{yd} \leq \varepsilon_a < \varepsilon_{yd} \quad (3.24b)$$

$$\text{para } \varepsilon_{yd} \leq \varepsilon_a \leq 10\text{‰} \quad (3.24c)$$

Onde a deformação ε_y é dada por:

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_a} \quad (3.25)$$

Sendo E_a o módulo de elasticidade longitudinal do aço do perfil.

3.3 – Determinação dos Esforços Resistentes

Conforme Caldas (2004), a partir das deformações impostas à seção transversal é possível determinar os esforços resistentes M_{Rx} , M_{Ry} e N_{Rz} através da integração numérica das tensões obtidas para cada elemento discretizado (foram adotados elementos de três e quatro lados) da seção, através das expressões:

$$N_{Rz} = \sum_{i=1}^{n_c} A_{ci} \sigma_{ci} + \sum_{i=1}^{n_a} A_{ai} \sigma_{ai} + \sum_{i=1}^{n_s} A_{si} \sigma_{si} \quad (3.26a)$$

$$M_{Rx} = \sum_{i=1}^{n_c} A_{ci} \sigma_{ci} y_{ci} + \sum_{i=1}^{n_a} A_{ai} \sigma_{ai} y_{ai} + \sum_{i=1}^{n_s} A_{si} \sigma_{si} y_{si} \quad (3.26b)$$

$$M_{Ry} = \sum_{i=1}^{n_c} A_{ci} \sigma_{ci} x_{ci} + \sum_{i=1}^{n_a} A_{ai} \sigma_{ai} x_{ai} + \sum_{i=1}^{n_s} A_{si} \sigma_{si} x_{si} \quad (3.26c)$$

3.4 – Relação Momento-Curvatura

O diagrama momento-curvatura relaciona a resposta da estrutura (curvatura) devida a um momento fletor solicitante, para uma dada força normal atuante.

De acordo com a ABNT NBR 6118:2007, o principal efeito da não-linearidade pode, em geral, ser considerado através da construção da relação momento-curvatura para cada seção, com armadura conhecida. Esta relação apresenta o aspecto da Fig. 3.5.

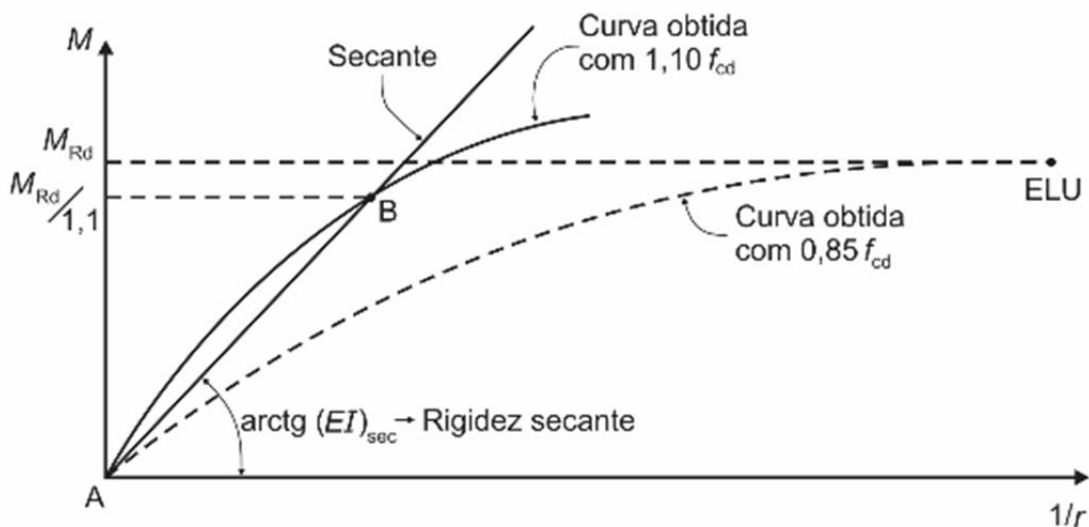


Figura 3.5 - Relação momento-curvatura (ABNT NBR 6118:2007).

Na Fig. 3.5, a curva cheia AB, que, a favor da segurança, pode ser linearizada pela reta AB conforme detalhado por França (1991), é utilizada no cálculo das deformações. A curva tracejada, obtida com os valores de cálculo das capacidades resistentes do concreto e do aço, é utilizada somente para definir os esforços resistentes M_{Rd} e N_{Rd} (ponto de máximo).

O fator $\gamma_{f3} = 1,10$ que divide M_{Rd} na Fig. 3.5 leva em conta as aproximações feitas em projeto. Conforme Kimura (2008), a tensão de pico do concreto foi elevada em 30% em relação a $0,85 f_{cd}$ ($0,85 f_{cd} \cdot 1,3 \approx 1,10 f_{cd}$) de maneira a uniformizar a condição das seções ao longo de todo o lance de um pilar no estado-limite último, uma vez que seria exagerado considerar que, no momento da perda de estabilidade, será atingido o esgotamento da capacidade de todas as

seções do pilar simultaneamente. A avaliação feita com $1,10f_{cd}$ se destina exclusivamente para avaliar a deformabilidade de um lance de pilar.

O ponto máximo do diagrama momento-curvatura para um dado valor de força normal corresponde ao ponto de falha da superfície de interação de momentos fletores para aquele esforço normal. O diagrama obtido expressa o comportamento da estrutura em cada nível de carregamento até a falha.

Neste trabalho, a obtenção das relações momento-curvatura é feita através do método de Newton-Raphson. Este método é um processo iterativo, que leva em conta uma função, sua derivada e um valor inicial adotado. A determinação das raízes é feita aproximando-se a função por uma reta tangente num ponto x_0 , obtendo-se a abscissa correspondente à ordenada nula desta reta (x_1), e repetindo-se o processo para a nova abscissa x até a convergência. O processo é ilustrado pela Fig. 3.6.

A equação para o caso geral do método de Newton-Raphson é dada por:

$$\tilde{x}_{i+1} = \tilde{x}_i - [\nabla f(\tilde{x}_i)]^{-1} f(\tilde{x}_i) \quad (3.27)$$

onde \tilde{x}_i é o vetor das variáveis que se deseja encontrar; \tilde{f}_i é o vetor de erro, que deve tender a zero à medida que o processo convergir; e $\nabla f(x_i)$ é o matriz jacobiana.

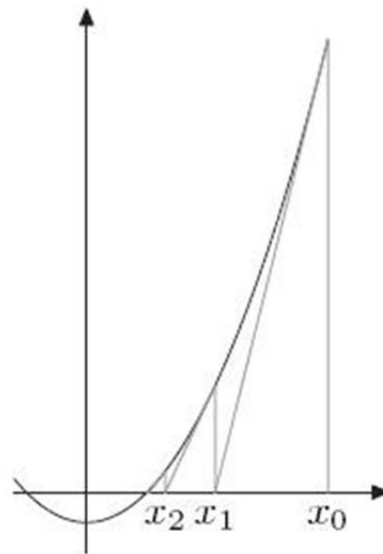


Figura 3.6 - Método de Newton-Raphson.

Utilizando-se deste método, Caldas (2004) implementou dois algoritmos: algoritmo para obtenção das relações momento-curvatura através do controle do momento solicitante (controle de carga), dado por incrementos nos momentos solicitantes à seção; e algoritmo de controle através de incrementos de curvatura da seção transversal. Para o cálculo dos pilares neste trabalho será utilizado o algoritmo de controle de carga.

3.4.1 – Controle de carga

Fixado um valor de esforço normal N_{Sz} , obtém-se, de forma iterativa, para cada incremento de momento, os parâmetros ε_0 , k_x e k_y que definem a configuração deformada da seção, que resiste aos esforços solicitantes N_{Sz} , M_{Sx} e M_{Sy} .

Os momentos solicitantes são incrementados através da multiplicação de uma excentricidade pelo esforço normal solicitante, sendo estas duas variáveis dados de entrada do problema. A excentricidade pode ser aplicada em uma direção, resultando em flexo-compressão normal; ou em duas direções, resultando em flexão composta oblíqua. No caso de flexão composta oblíqua, são geradas duas relações momento-curvatura, cada uma em relação a um dos eixos. O mesmo ocorre se a seção transversal for assimétrica.

As equações não lineares de equilíbrio a serem resolvidas em cada incremento de momentos são:

$$\begin{cases} N_{Rz} - N_{Sz} = 0 \\ M_{R,x} - M_{S,x} = 0 \\ M_{R,y} - M_{S,y} = 0 \end{cases} \quad (3.28)$$

onde os esforços resistentes N_{Rz} , M_{Rx} e M_{Ry} são dados pela Eq. (3.26) em função dos parâmetros ε_0 , k_x e k_y , conforme descrito no Item 3.1. Aplicando as variáveis em questão na Eq. (3.27), obtém-se:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{0+1} \\ k_{x+1} \\ k_{y+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ k_x \\ k_y \end{Bmatrix} + \left[\begin{array}{ccc} \frac{\partial N_{Rz}}{\partial \varepsilon_0} & \frac{\partial N_{Rz}}{\partial k_x} & \frac{\partial N_{Rz}}{\partial k_y} \\ \frac{\partial M_{Rx}}{\partial \varepsilon_0} & \frac{\partial M_{Rx}}{\partial k_x} & \frac{\partial M_{Rx}}{\partial k_y} \\ \frac{\partial M_{Ry}}{\partial \varepsilon_0} & \frac{\partial M_{Ry}}{\partial k_x} & \frac{\partial M_{Ry}}{\partial k_y} \end{array} \right]^{-1} \begin{Bmatrix} N_{Sz} - N_{Rz} \\ M_{Sz} - M_{Rx} \\ M_{Sy} - M_{Ry} \end{Bmatrix} \quad (3.28)$$

Reescrevendo o sistema no formato $A \cdot x = b$:

$$\left[\begin{array}{ccc} \frac{\partial N_{Rz}}{\partial \varepsilon_0} & \frac{\partial N_{Rz}}{\partial k_x} & \frac{\partial N_{Rz}}{\partial k_y} \\ \frac{\partial M_{Rx}}{\partial \varepsilon_0} & \frac{\partial M_{Rx}}{\partial k_x} & \frac{\partial M_{Rx}}{\partial k_y} \\ \frac{\partial M_{Ry}}{\partial \varepsilon_0} & \frac{\partial M_{Ry}}{\partial k_x} & \frac{\partial M_{Ry}}{\partial k_y} \end{array} \right] \cdot \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_0 \\ \Delta k_x \\ \Delta k_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N_{Sz} - N_{Rz} \\ M_{Sz} - M_{Rx} \\ M_{Sy} - M_{Ry} \end{Bmatrix} \quad (3.29)$$

Na Eq. (3.29), os esforços solicitantes são valores constantes de entrada do problema. Os momentos solicitantes são obtidos a partir do esforço normal multiplicado por uma excentricidade para cada incremento, durante o qual o sistema será resolvido. O valor do incremento de excentricidade também é um dado de entrada, através dele as excentricidades nas direções x e y são obtidas.

As derivadas da matriz jacobiana são obtidas numericamente, aplicando-se o conceito de derivada:

$$m = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \quad (3.30)$$

A partir de um par inicial esforço-deformação (por exemplo, esforço normal e parâmetro de deformação ε_0), promove-se uma pequena redução no valor da deformação e calcula-se o esforço resistente para esta nova configuração. Calculando-se a variação, a partir da Eq. (3.30), obtém-se o valor de cada derivada do jacobiano na Eq. (3.29).

Para cada etapa de incremento dos momentos solicitantes, as derivadas são obtidas, os esforços resistentes são calculados e resolve-se o sistema linear. Estas etapas são repetidas até

que as expressões do vetor “b” da Eq. (3.29) sejam suficientemente próximas de zero, até que o sistema não possa ser resolvido ou até que seja atingido o número máximo de iterações.

No final do processo são obtidos os valores de ε_0 , k_x e k_y para os quais os esforços resistentes são aproximadamente iguais aos solicitantes, de acordo com uma dada tolerância.

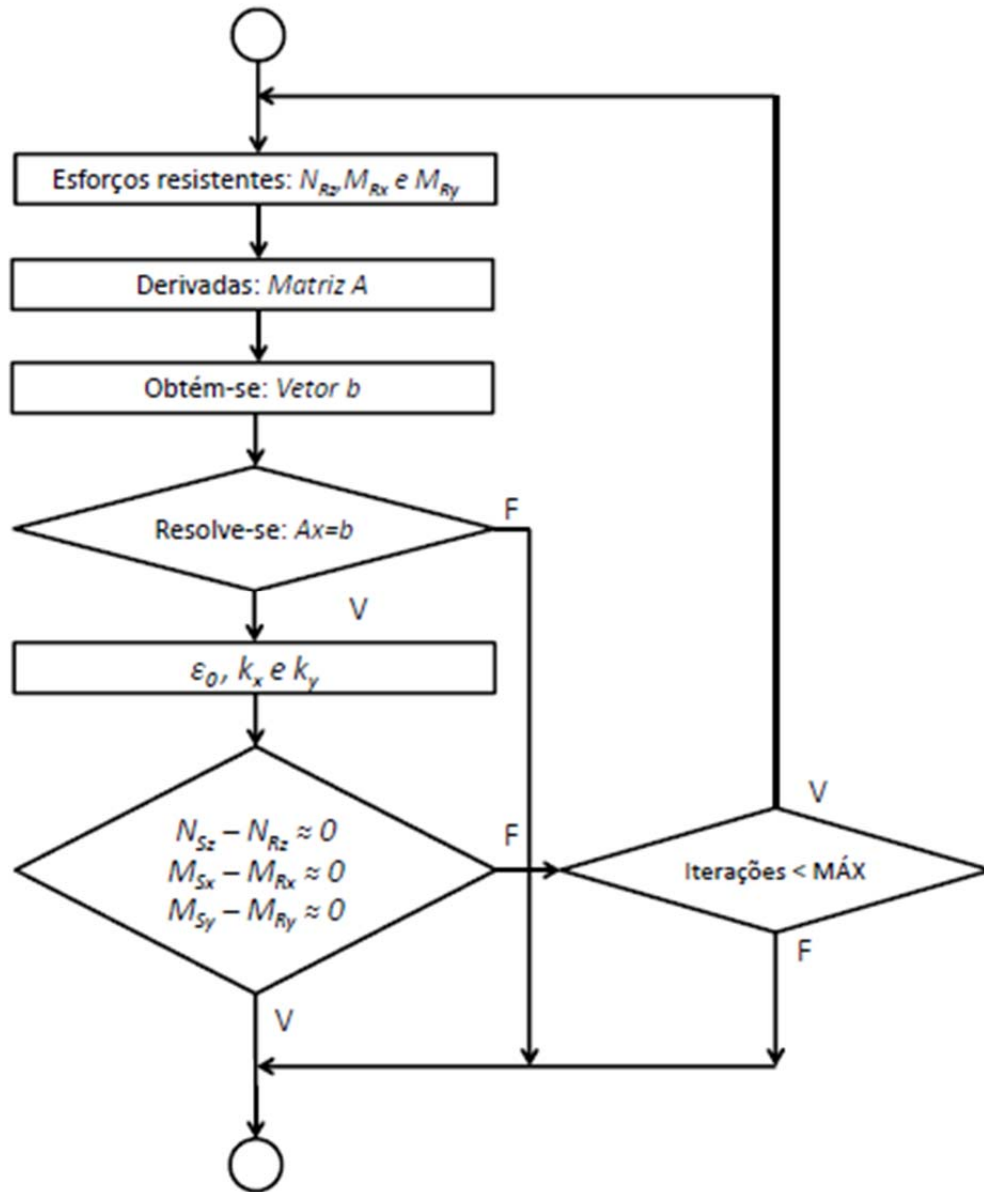


Figura 3.7 - Fluxograma do processo iterativo utilizado em um incremento no método de Newton-Raphson para controle de carga (Caldas, 2004).

Na Fig. 3.7 é apresentado um fluxograma com a estrutura típica do processo iterativo dos algoritmos que utilizam o método de Newton-Raphson para controle de carga, conforme Caldas (2004).

3.4.2 – Controle de curvatura

De acordo com Caldas (2004), o processo por controle de curvatura é similar ao apresentado anteriormente, controlando, através de incrementos, a curvatura da seção. Desta forma, para cada incremento o valor da curvatura em cada plano é conhecido.

Diferentemente do processo por controle de carga, que permite diagramas momento-curvatura apenas ascendentes, pelo método de controle de curvatura é possível que o gráfico apresente ramos descendentes.

As equações não lineares de equilíbrio a serem resolvidas em cada incremento de momentos são:

$$\begin{cases} N_{Rz} - N_{Sz} = 0 \\ M_{Rx} - N_{Sz} e_x = 0 \\ M_{Ry} - N_{Sz} e_y = 0 \end{cases} \quad (3.31)$$

O momento solicitante é obtido pela multiplicação da força normal solicitante N_{Sz} por uma excentricidade e_x e e_y , a determinar. Expandindo as expressões da Eq. (3.31) em série de Taylor, em relação aos parâmetros ε_0 , k_x e k_y , e desprezando-se os termos de segunda ordem, obtém-se o sistema linear no formato $A \cdot x = b$:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_{Rz}}{\partial \varepsilon_0} & 0 & 0 \\ \frac{\partial M_{Rx}}{\partial \varepsilon_0} & -N_{Sz} & 0 \\ \frac{\partial M_{Ry}}{\partial \varepsilon_0} & 0 & -N_{Sz} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_0 \\ \Delta e_x \\ \Delta e_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N_{Sz} - N_{Rz} \\ N_{Sz} e_x - M_{Rx} \\ N_{Sz} e_y - M_{Ry} \end{Bmatrix} \quad (3.32)$$

Assim como no processo de controle de carga, para cada etapa de incremento dos momentos solicitantes, as derivadas são obtidas, os esforços resistentes são calculados e resolve-se o sistema linear. Estas etapas são repetidas até que as expressões do vetor “b” da Eq. (3.32) sejam suficientemente próximas de zero, até que o sistema não possa ser resolvido ou até que seja atingido o número máximo de iterações.

A cada iteração, os valores de $\Delta\varepsilon_0$, Δe_x e Δe_y são somados aos valores iniciais. No final do processo são obtidos os valores de ε_0 , k_x e k_y para os quais os esforços resistentes são numericamente iguais aos solicitantes, obtendo-se então um ponto do diagrama momento-curvatura.

3.5 – Implementação Computacional

3.5.1 – Capacidade última de seções transversais mistas

Foi utilizada na implementação computacional a linguagem C++. Conforme Deitel e Deitel (2006), esta é uma linguagem de alto nível que evoluiu a partir da linguagem C, desenvolvida por Bjarne Stroustrup no início da década de 1980.

O programa CSTMI, *Cálculo de Seções Transversais Mistas em situação de Incêndio*, foi desenvolvido por Caldas e Sousa Jr. (2004), com o objetivo de verificar a capacidade resistente de seções transversais mistas genéricas em temperatura ambiente (Caldas, 2004) e elevada (Caldas, 2008). O programa foi implementado na plataforma Windows, apresentando uma interface gráfica interativa.

A metodologia de programação adotada pelos desenvolvedores é a programação orientada a objetos (POO), visando compatibilidade, portabilidade e facilidade de integração. De acordo com Deitel e Deitel (2006), essa metodologia modela objetos do mundo real de maneira a se obter duplicatas em *software*, partindo da relação de classe e herança onde objetos de uma mesma classe possuem as mesmas características e classes derivadas são criadas herdando e definindo suas características particulares. As classes criadas contêm tanto os dados como também o conjunto de funções que manipulam os dados.

Conforme Caldas (2004), no desenvolvimento do programa CSTMI foram utilizados alguns pacotes, tais como:

- a) IUP, *Sistema Portátil de Interface com o Usuário*, versão 1.8.8 (www.tecgraf.puc-rio.br). É um sistema de criação de interfaces com aproximadamente 100 funções para criação e manipulação de diálogos. Permite que um programa possa ser executado sem modificações em diferentes sistemas operacionais como Windows e Linux;

- b) CD, *Canvas Draw*, biblioteca gráfica 2D, versão 4.1 (www.tecgraf.puc-rio.br). É uma biblioteca gráfica independente da plataforma, contendo funções para suportar aplicações com vetores e imagens. Permite a visualização de superfícies abstratas como Clipboard, Metafile e OS. Possui alguns *drivers* que permitem, por exemplo, a geração de arquivos em formato DXF, EMF e WMF.

Os principais algoritmos implementados no CSTMI são: algoritmos para obtenção de relações momento-curvatura (conforme descrito no Item 3.4); algoritmos para obtenção da deformada da seção transversal em função dos esforços solicitantes; algoritmos para obtenção da superfície de interação normal-momento e superfície de interação dos momentos nos eixos x e y para um dado esforço normal; superfície de interação tridimensional, normal e momentos. O programa apresenta ainda funções de verificação de estruturas mistas em situação de incêndio, que não serão abordadas neste trabalho.

Um modelo de fibras é aplicado no programa para a integração das tensões e determinação dos esforços. De modo geral, o método consiste na discretização da seção transversal em pequenos elementos de quatro ou três lados (denominados fibras), e cada um deles pode assumir diferentes modelos constitutivos. Neste estudo são aplicados os modelos apresentados no Item 3.2.

As propriedades do aço da armadura são consideradas separadamente, não sendo incluídas na malha de fibras. Por simplicidade, as áreas de concreto ocupadas pela armadura não são deduzidas da seção transversal discretizada.

Na Fig. 3.8 apresenta-se um exemplo da interface do programa CSTMI, com a entrada de dados de geometria da seção transversal. Todas as malhas são geradas com auxílio do programa Gmsh (Geuzaine e Remacle, 2009), que utiliza uma saída de texto do CSTMI como entrada de dados de geometria e discretiza a seção transversal em elementos de 3 ou 4 faces. Um exemplo da interface do Gmsh é apresentado na Fig. 3.9 a seguir.

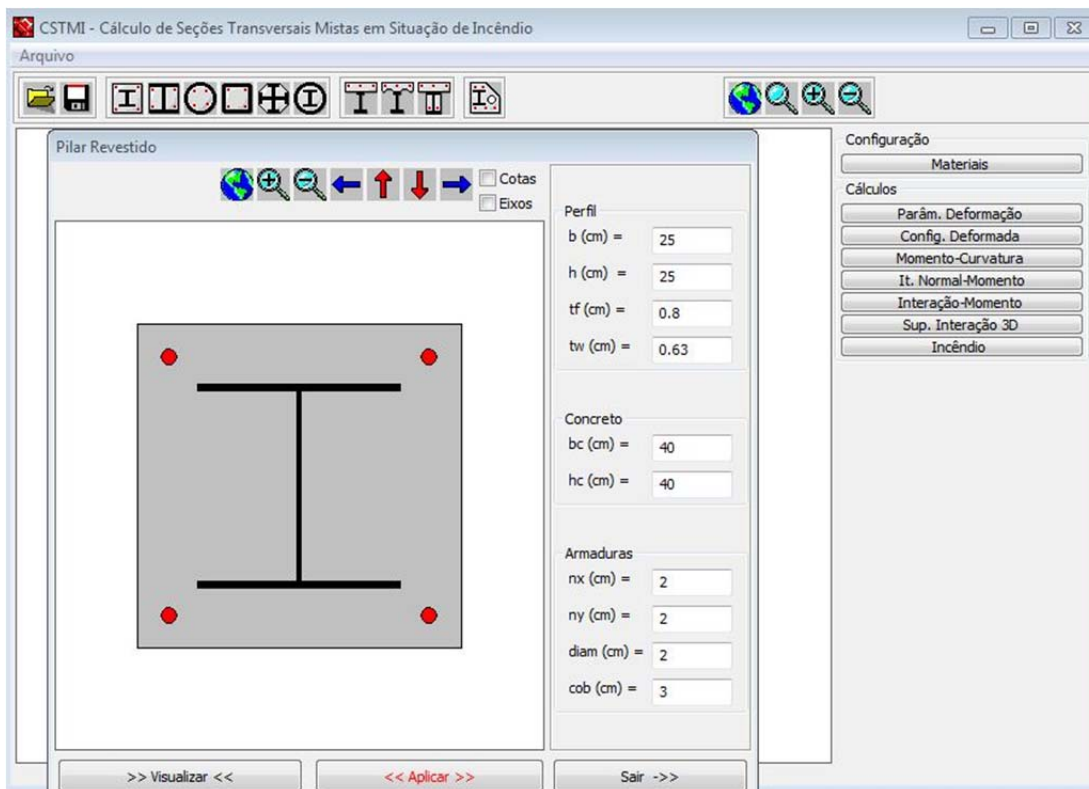


Figura 3.8 - Interface principal do CSTMI e entrada de dados da seção transversal.

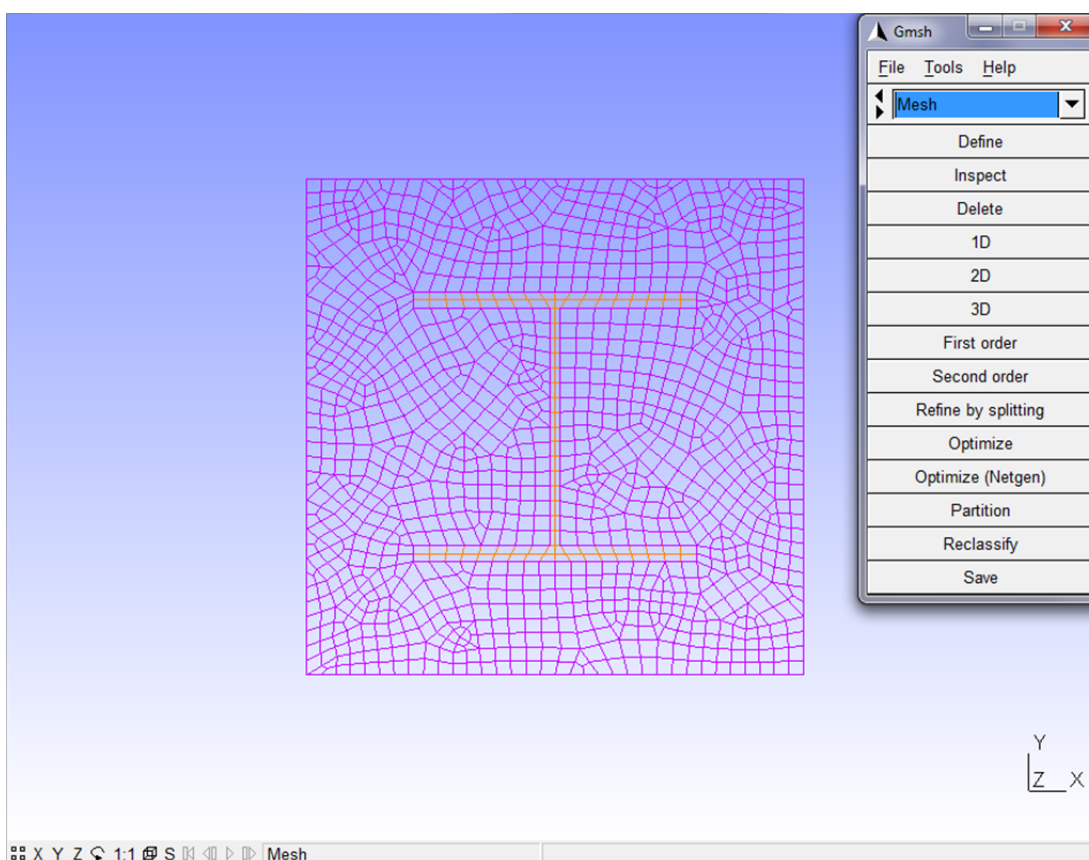


Figura 3.9 – Gerador de malhas do programa Gmsh.

3.5.2 – Verificação da capacidade última de pilares

No Capítulo 2 foram apresentados os métodos simplificados para dimensionamento de pilares de concreto armado e pilares mistos de aço e concreto de acordo com as normas brasileiras, norte-americanas e europeias.

A solução pelo método geral consiste em se encontrar o equilíbrio dos esforços internos em relação aos esforços externos aplicados em todas as seções transversais ao longo do pilar, levando em consideração os efeitos da não linearidade física e geométrica.

A metodologia adotada neste estudo para o cálculo de pilares se baseia na integração numérica das curvaturas obtidas do diagrama momento-curvatura. Desta maneira, obtém-se um deslocamento inicial para o pilar, o que conduz a uma configuração deformada do pilar. Repete-se o processo, agora considerando os efeitos de segunda ordem, sucessivamente até a convergência dos deslocamentos, atingindo-se ou não uma configuração final de equilíbrio.

A geometria do pilar é simplificada por uma barra formada por um número finito de elementos, informado pelo usuário do programa. Os cálculos do equilíbrio da seção são realizados para cada um dos nós da barra.

Considera-se um pilar engastado-livre com seção transversal e armadura pré-definidas, submetido a uma carga axial de compressão N_{Sz} . A partir do algoritmo de controle de carga, descrito no Item 3.4, obtém-se uma relação momento-curvatura como a da Fig. 3.10.

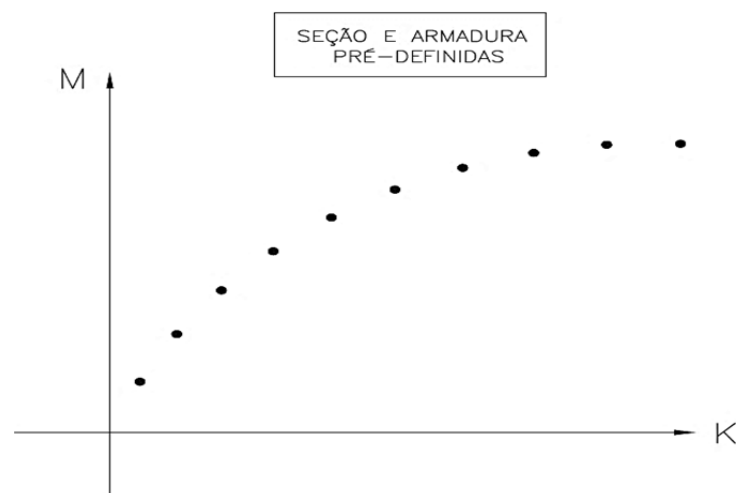


Figura 3.10 - Relação momento-curvatura para uma carga N_{Sz} .

Considera-se que os esforços externos são aplicados apenas nas extremidades da barra, através de excentricidades de base e topo, conforme Fig. 3.11, que ilustra o caso de flexo-compressão normal. Os esforços são aplicados no centro geométrico da seção transversal. Os esforços são equilibrados em cada nó da barra, portanto a precisão do modelo aumenta à medida que se utiliza mais elementos.

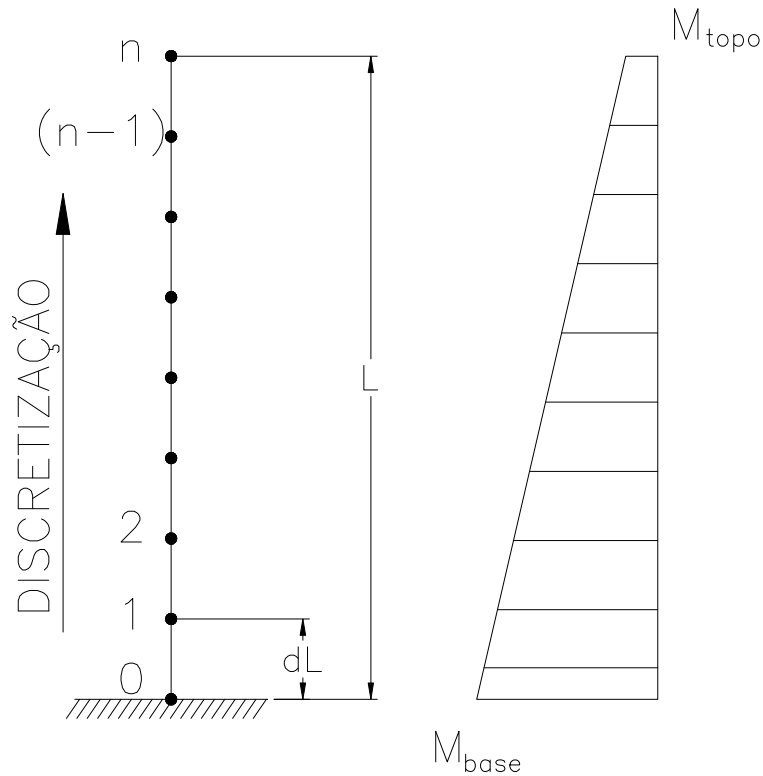


Figura 3.11 - Discretização da barra e aplicação dos esforços solicitantes.

O momento solicitante da barra na condição indeformada, em cada nó i , é dado por:

$$M_i = M_{base} + (M_{topo} - M_{base}) \frac{z_i}{L} \quad (3.33)$$

O programa constrói um vetor *posição*, com as coordenadas dos nós e um vetor com os momentos solicitantes correspondentes a eles. Introduzindo-se cada ponto do vetor de momentos solicitantes na relação momento-curvatura e interpolando linearmente, obtém-se um vetor com as curvaturas correspondentes para cada nó da barra.

A rotação da seção transversal em qualquer ponto pode ser obtida através da integração das curvaturas ao longo do comprimento da barra:

$$\phi(z) = \int_0^L k(z) dz + C_1 \quad (3.34)$$

Aplicando a condição de contorno $\phi(0) = 0$ na Eq. (3.34), chega-se a $C_1 = 0$. A integração numérica da curvatura é obtida pelo somatório das áreas sob o gráfico formado pelos pontos do vetor de curvaturas, conforme Fig. 3.12.

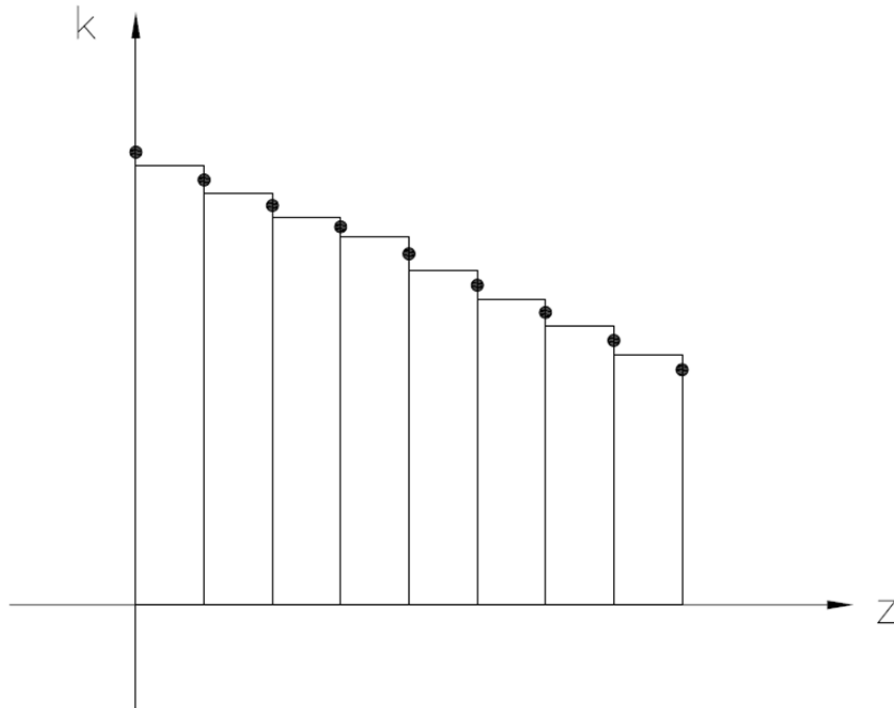


Figura 3.12 - Integração numérica de $k(z)$

A partir da integração das curvaturas, monta-se um vetor com as rotações dos nós, obtidas conforme a Eq. (3.35). Observa-se que é tomado o ponto médio entre a curvatura de um nó e o seu nó anterior no gráfico para o cálculo da área.

$$\phi_i = \phi_{i-1} + \frac{k_i + k_{i-1}}{2} (z_i - z_{i-1}) \quad (3.35)$$

A Eq. (3.35) é válida para $i \geq 1$. Para $\phi(0)$ tem-se rotação nula, o que é determinado pelas condições de contorno.

O deslocamento horizontal do eixo do pilar é obtido pela integração dupla das curvaturas, ou seja, pela integral simples das rotações das seções transversais, conforme Eq. (3.36):

$$d(z) = \int_0^L \phi(z) dz + C_2 \quad (3.36)$$

Aplicando a condição de contorno $d(0) = 0$ na Eq. (3.36), chega-se a $C_2 = 0$. O raciocínio numérico para a obtenção da integração das rotações é idêntico ao utilizado para a integração das curvaturas. O programa constrói um vetor com os deslocamentos dos nós, dados por:

$$d_i = d_{i-1} + \frac{\phi_i + \phi_{i-1}}{2} (z_i - z_{i-1}) \quad (3.37)$$

É obtida então através deste processo a posição deformada das seções transversais nos nós, a partir da posição indeformada. Uma segunda iteração é feita a partir da posição deformada do pilar, agora se considerando os efeitos adicionais devido ao deslocamento do pilar (efeitos de segunda ordem). O momento solicitante na condição deformada, no nó i , é dado por:

$$M_i = M_{base} + (M_{topo} - M_{base}) \frac{z_i}{L} + N_{Sz} (d_n - d_i) \quad (3.38)$$

Sendo d_i o deslocamento obtido na iteração anterior para o nó considerado e d_n o deslocamento obtido na iteração anterior para o topo do pilar.

Os acréscimos de esforços na segunda iteração resultam em uma nova configuração deformada de cada seção transversal da barra, que por sua vez geram uma nova posição deslocada dos nós e o respectivo aumento de esforços. O processo é repetido até que uma das seguintes situações ocorra:

- a) Convergência dos deslocamentos para uma dada tolerância;
- b) Instabilidade da barra por deslocamento excessivo;
- c) Ruptura dos materiais devido à ocorrência de tensões superiores aos limites de norma (neste estudo os limites adotados são os apresentados no Item 3.2).

Observou-se que a ocorrência dos itens b e c é percebida na execução do programa CSTMI pelo fato de o momento solicitante analisado estar acima do ponto de maior momento do diagrama momento-curvatura, não sendo possível neste caso obter uma curvatura correspondente ao esforço.

Para o cálculo de pilares birrotulados é adotada a mesma formulação dos pilares engastados-livres, porém usa-se a metade do valor do comprimento da barra nos cálculos, uma vez que os pilares birrotulados apresentam coeficiente de flambagem K igual a 1,0, frente ao valor de $K = 2,0$ dos pilares engastados-livres. Este método é ilustrado pela Fig. 3.13:

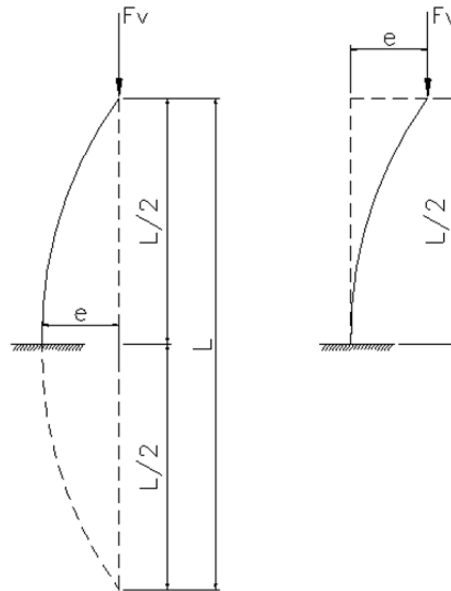


Figura 3.13 – Conversão do cálculo de pilares engastados-livres para birrotulados

A partir do processo iterativo apresentado é possível identificar se o pilar resiste aos esforços solicitantes.

Para se obter a força axial de compressão última do pilar, foi desenvolvido um segundo algoritmo, baseado em estimativa de cargas normais e repetição do processo anterior.

Primeiramente é considerada uma carga normal de referência, no caso a capacidade resistente da seção transversal à plastificação sob compressão, dada por:

$$N_{REF} = A_a f_{ya} + A_c f_{ck} + A_s f_{ys} \quad (3.39)$$

O programa inicia considerando, para a determinação da relação momento-curvatura, uma força normal N_{Sz} igual a 10% da força normal de referência. Caso o processo resulte em convergência, aumenta-se 10% de N_{REF} na carga inicial, e assim sucessivamente até que a convergência não seja atingida. A partir deste ponto, são feitas reduções de 1% de N_{REF} até que ocorra a convergência do modelo novamente, obtendo-se então, com precisão de 1% de N_{REF} , a carga última do pilar.

4

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo são apresentados os resultados da implementação do Método Geral no programa CSTMI, comparando-os com resultados de programas comerciais de dimensionamento e ensaios realizados por outros pesquisadores.

4.1 – Validação da Relação Momento-Curvatura com o CAD/TQS

O CAD/TQS (2011) é um sistema computacional gráfico destinado à elaboração de projetos de estruturas de concreto armado, protendido e em alvenaria estrutural. Sua filosofia de trabalho engloba todas as etapas de um projeto, isto é, desde a concepção estrutural, passando pela análise de esforços e deslocamentos, dimensionamento e detalhamento de armaduras, até a emissão dos projetos finais. Todo o seu desenvolvimento está integralmente baseado na ABNT NBR 6118:2007, o que faz com que o programa seja atualmente o de maior respaldo técnico no mercado brasileiro do setor.

O CAD/TQS possui um módulo para análise de seções transversais que gera os seguintes gráficos, dado uma força normal solicitante:

- a) Curva de interação normal-momento;
- b) Curva de interação dos momentos M_x e M_y ;
- c) Diagrama normal-momento-curvatura.

O aspecto da entrada de dados é apresentado na Fig. 4.1.

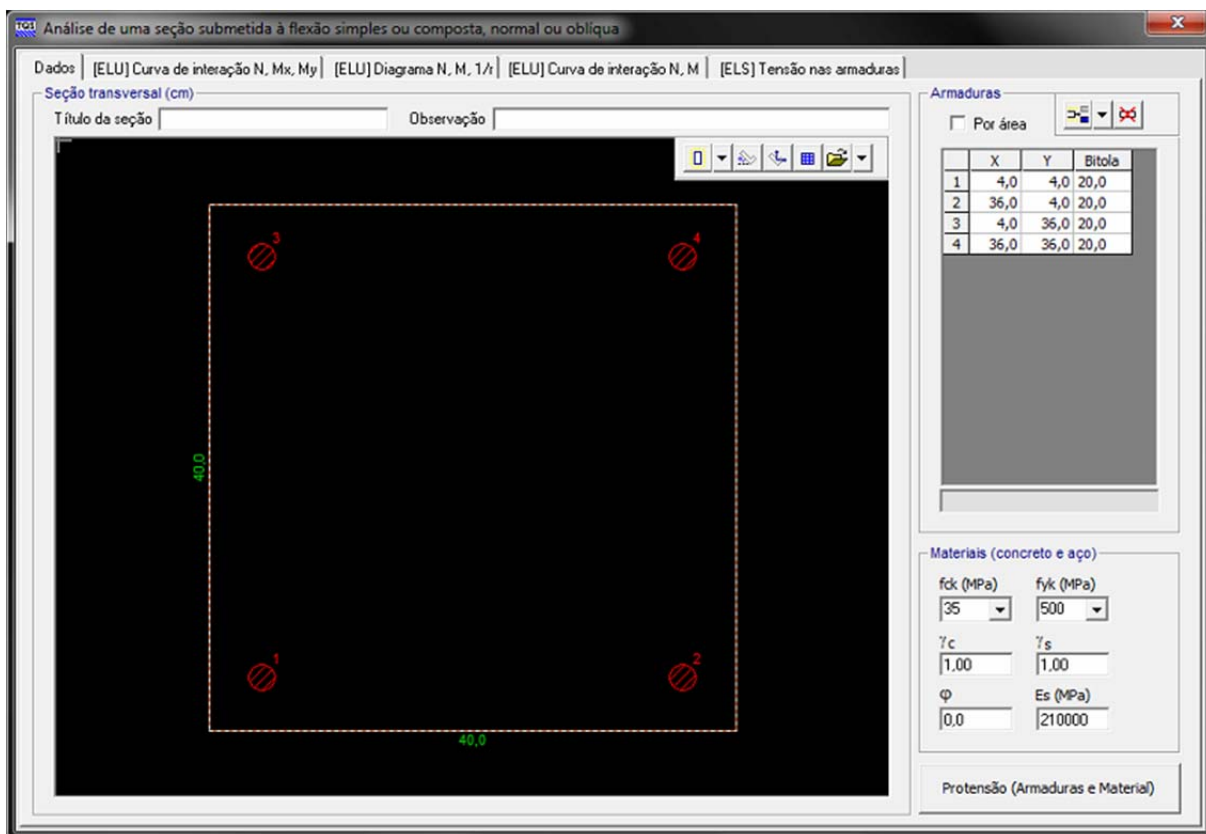


Figura 4.1 - Entrada de dados da calculadora de seções transversais do TQS (CAD/TQS, 2011).

Para a validação da relação momento-curvatura obtida com o CSTMI, foi reproduzida a seção transversal do pilar de concreto armado analisado no Item 1.3, Fig. 1.3, adotando-se duas situações:

- Força normal solicitante constante de 150 tf (1500 kN) e resistência característica do concreto variando entre 20 e 40 MPa;
- Resistência característica do concreto constante de 35 MPa e força normal solicitante variando entre 100 tf (1000 kN) e 200 tf (2000 kN).

Para esta comparação foram adotados coeficientes de ponderação das resistências unitários para o concreto e o aço das armaduras, e $\alpha = 0,85$. Todos os pilares tiveram discretização da seção transversal em elementos de 3 ou 4 lados de aproximadamente 1 cm, análoga à apresentada na Fig. 3.9.

O CAD/TQS gera o diagrama momento-curvatura em formatos .DWG e .DXF, de maneira que se possa extrair qualquer ponto (M , $1/r$) da curva em escala, em programas gráficos como o AutoCAD e o próprio CAD/TQS. O diagrama é apresentado ao usuário conforme Fig. 4.2.

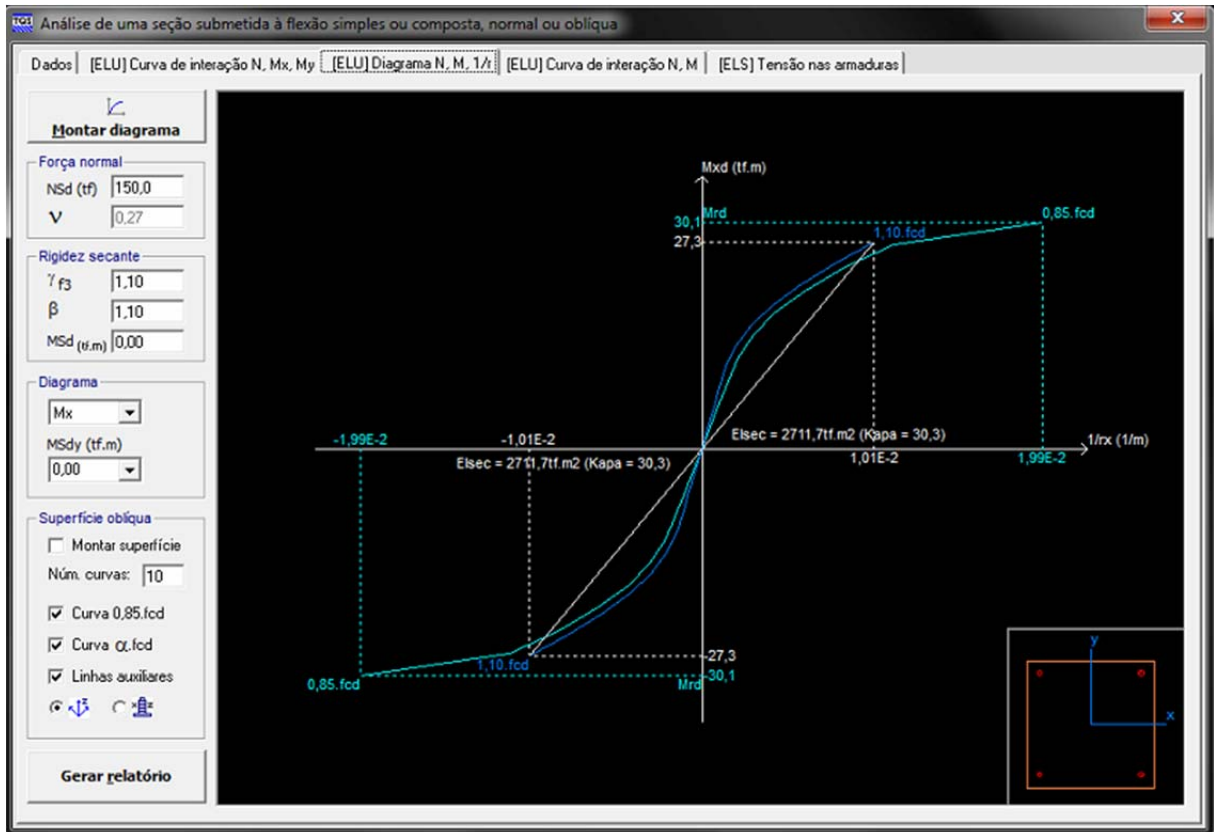


Figura 4.2 - Diagrama momento-curvatura gerado pelo TQS (CAD/TQS, 2011).

Nas Figs. 4.3 a 4.7 são apresentados os gráficos comparativos entre a relação momento-curvatura obtida pelo CAD/TQS e a obtida pelo CSTMI, mantendo-se a força normal solicitante constante igual a 150 tf (1500 kN) e variando-se o f_{ck} do concreto de 20 a 40 MPa, em intervalos de 5 MPa:

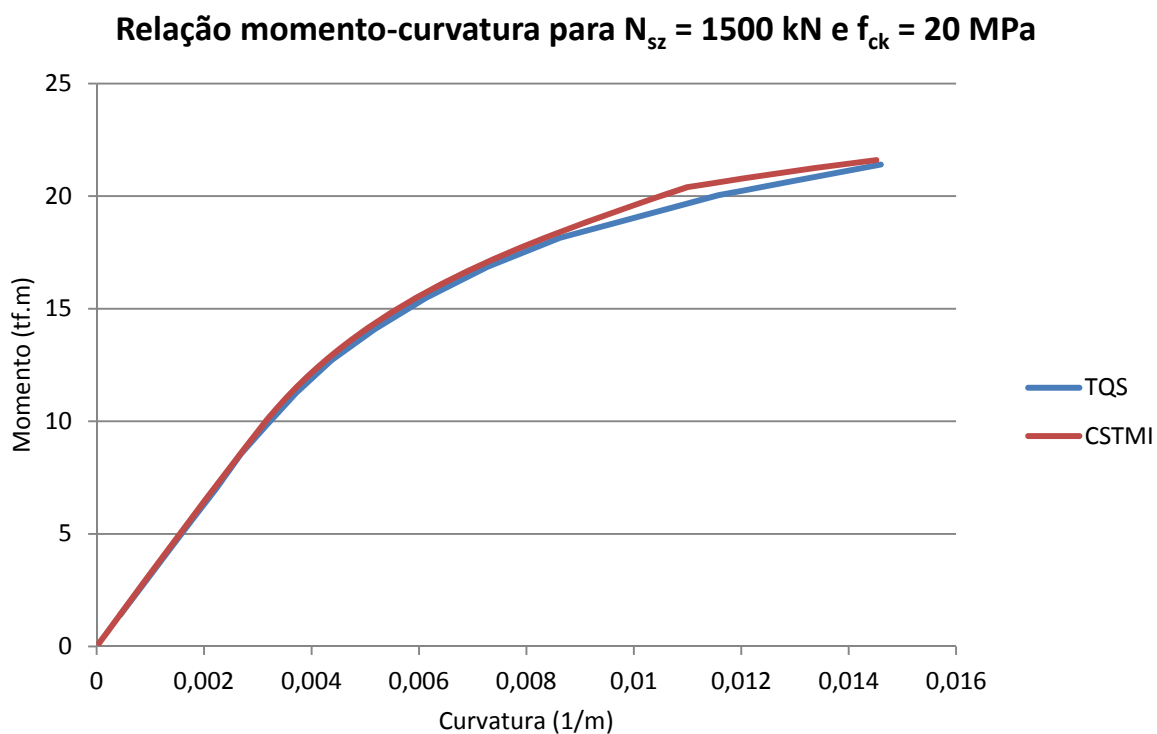


Figura 4.3 - Comparação da relação momento-curvatura entre CAD/TQS e CSTMI para $N_{sz} = 1500$ kN e $f_{ck} = 20$ MPa.

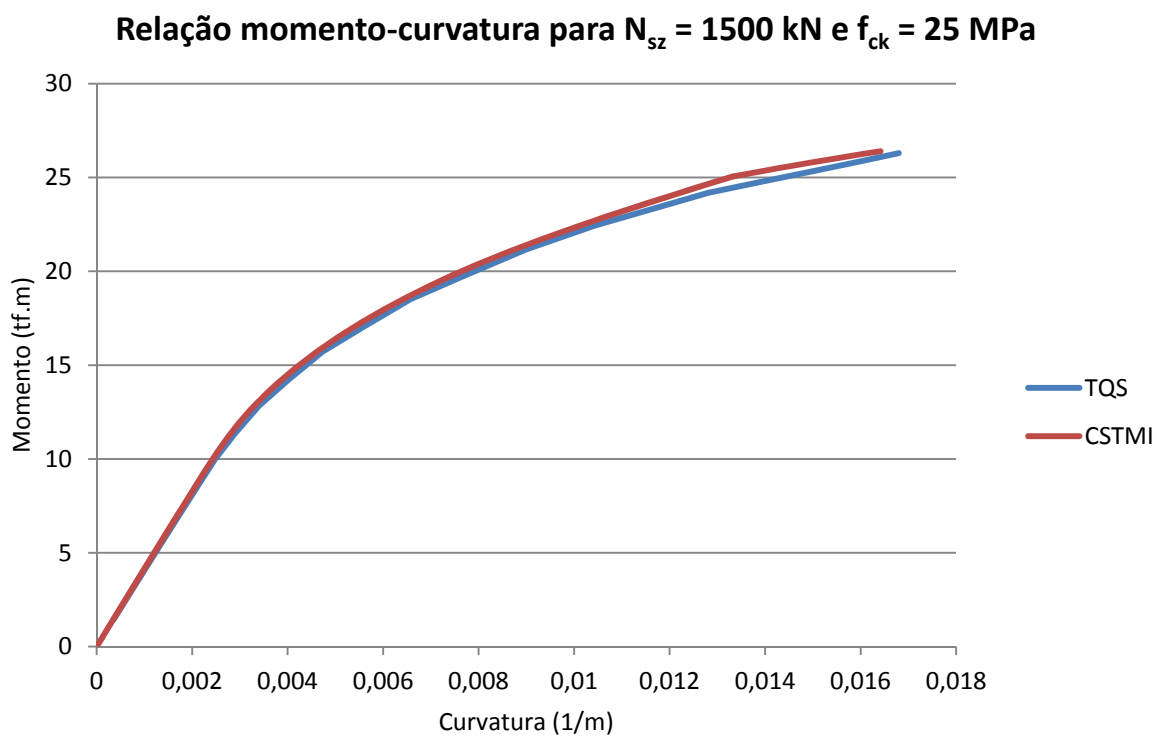


Figura 4.4 - Comparação da relação momento-curvatura entre CAD/TQS e CSTMI para $N_{sz} = 1500$ kN e $f_{ck} = 25$ MPa.

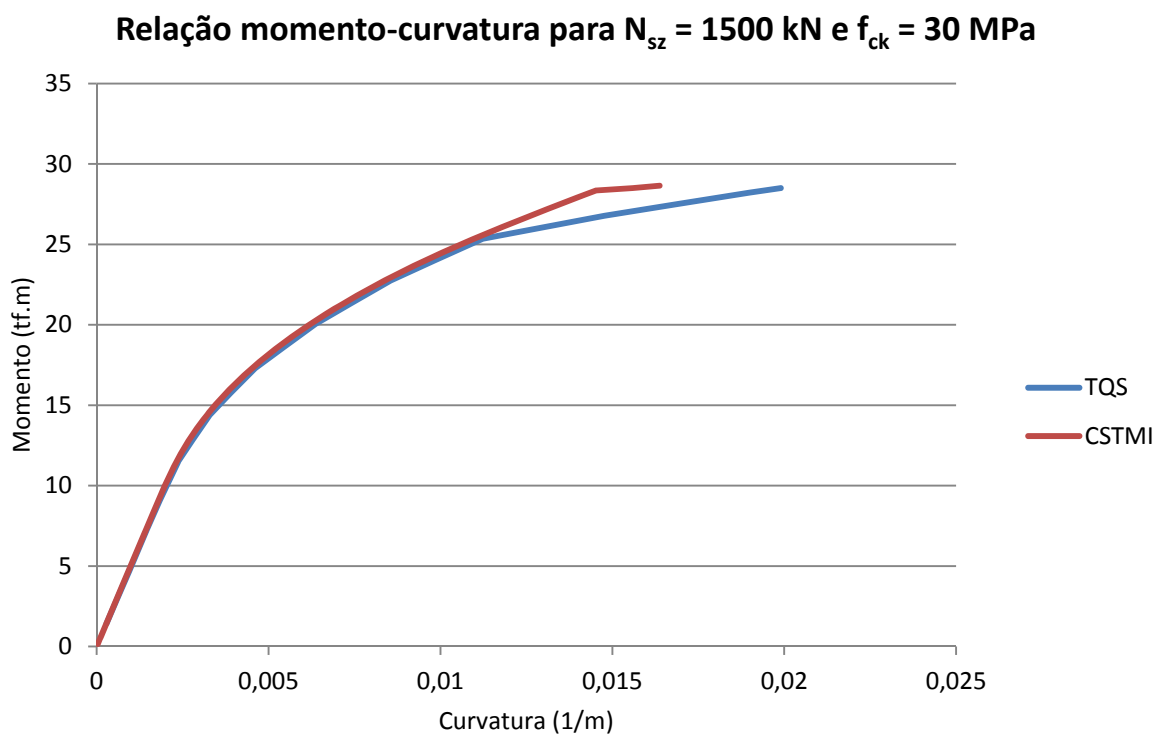


Figura 4.5 - Comparação da relação momento-curvatura entre CAD/TQS e CSTMI para $N_{sz} = 1500$ kN e $f_{ck} = 30$ MPa.

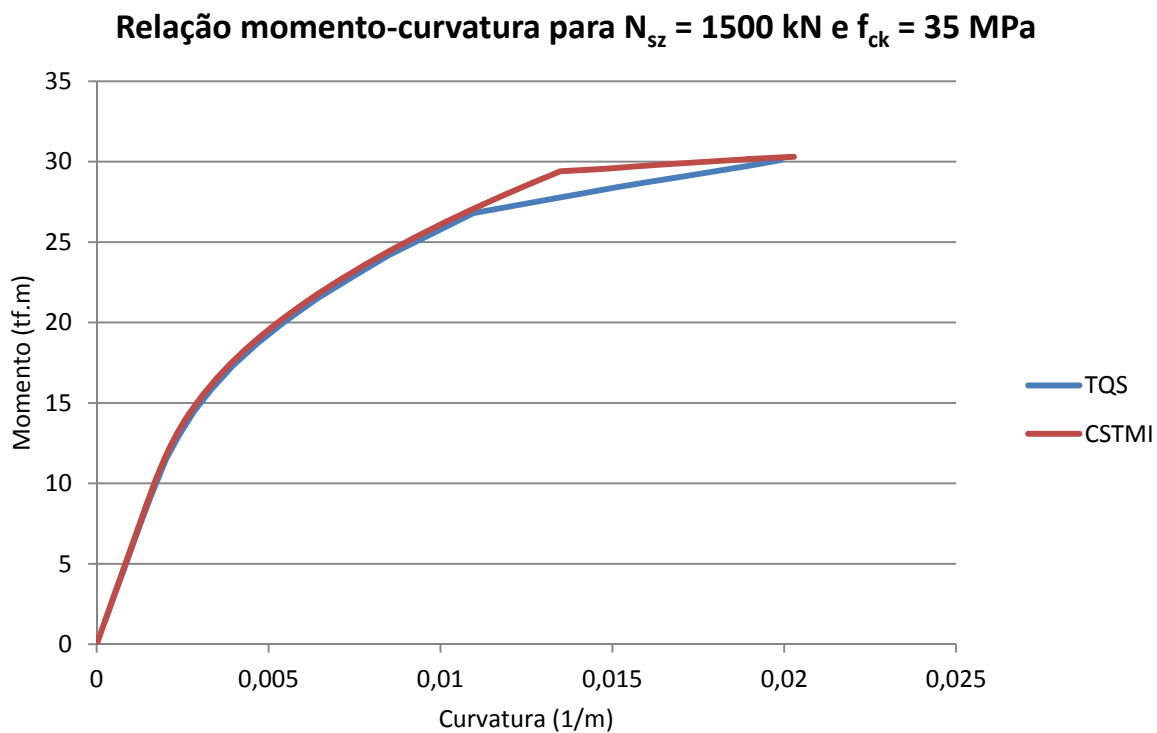


Figura 4.6 - Comparação da relação momento-curvatura entre CAD/TQS e CSTMI para $N_{sz} = 1500$ kN e $f_{ck} = 35$ MPa.

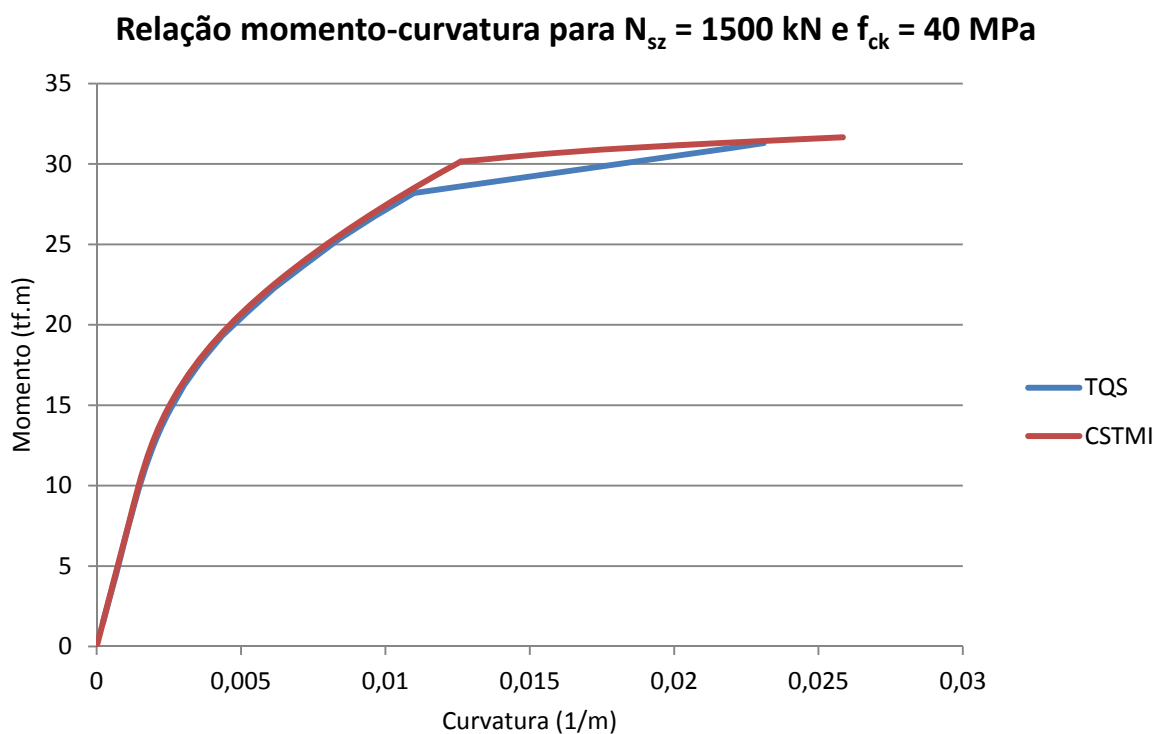


Figura 4.7 - Comparação da relação momento-curvatura entre CAD/TQS e CSTMI para $N_{sz} = 1500 \text{ kN}$ e $f_{ck} = 40 \text{ MPa}$.

Em seguida, são apresentados nas Figs. 4.8 a 4.11 os gráficos comparativos mantendo-se o f_{ck} do concreto constante em 35 MPa e variando-se a força normal solicitante de 100 tf (1000 kN) a 200 tf (2000 kN), em intervalos de 25 tf (250 kN). O gráfico para $N_{sz} = 150 \text{ tf}$ já foi apresentado na Fig. 4.6, por isso foi omitido nesta segunda comparação.

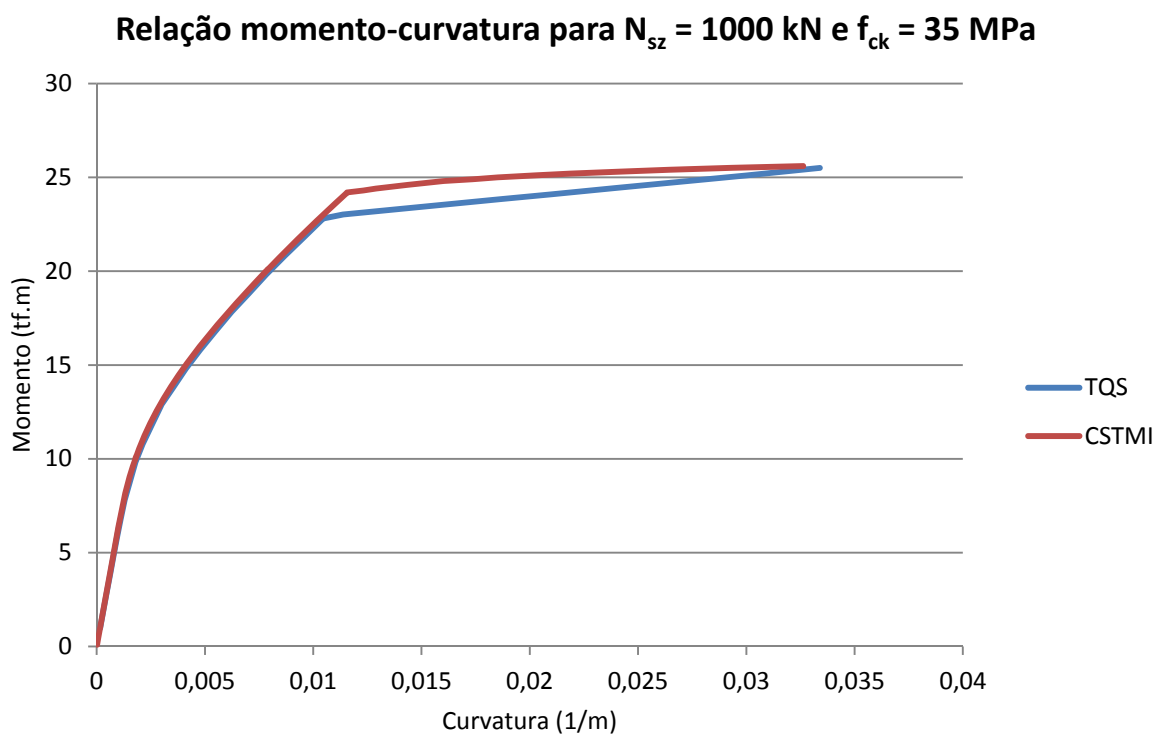


Figura 4.8 - Comparação da relação momento-curvatura entre CAD/TQS e CSTMI para $N_{sz} = 1000$ kN e $f_{ck} = 35$ MPa.

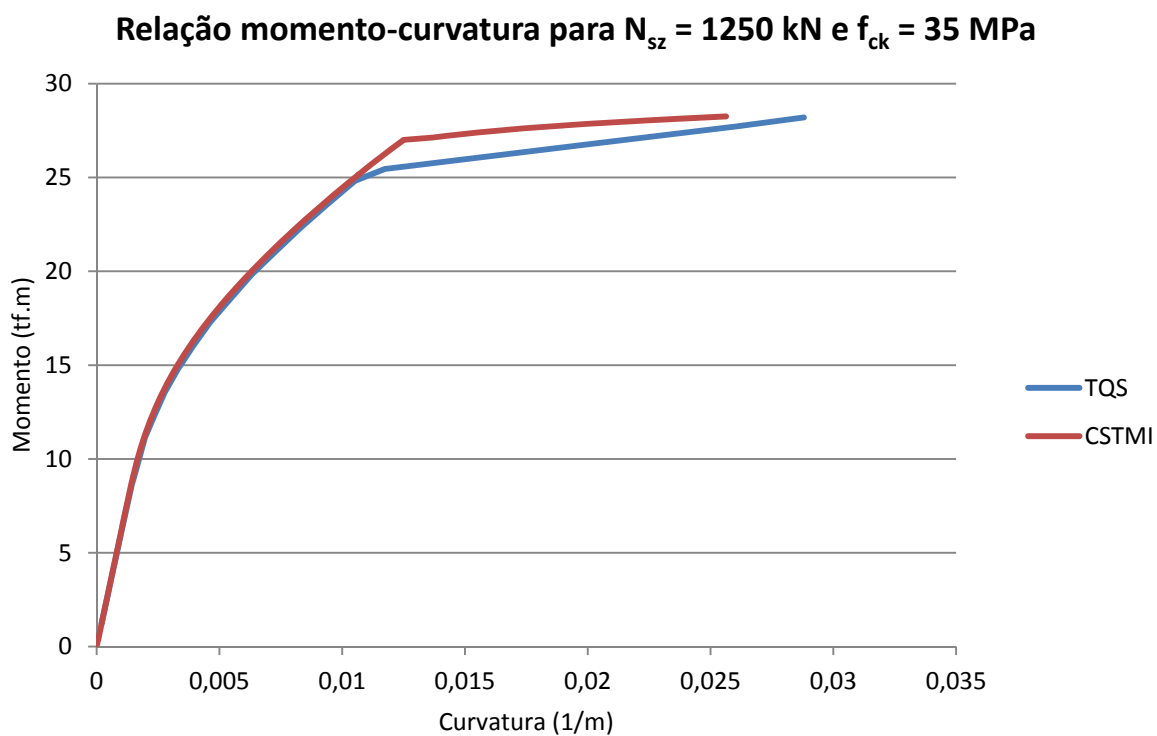


Figura 4.9 - Comparação da relação momento-curvatura entre CAD/TQS e CSTMI para $N_{sz} = 1250$ kN e $f_{ck} = 35$ MPa.

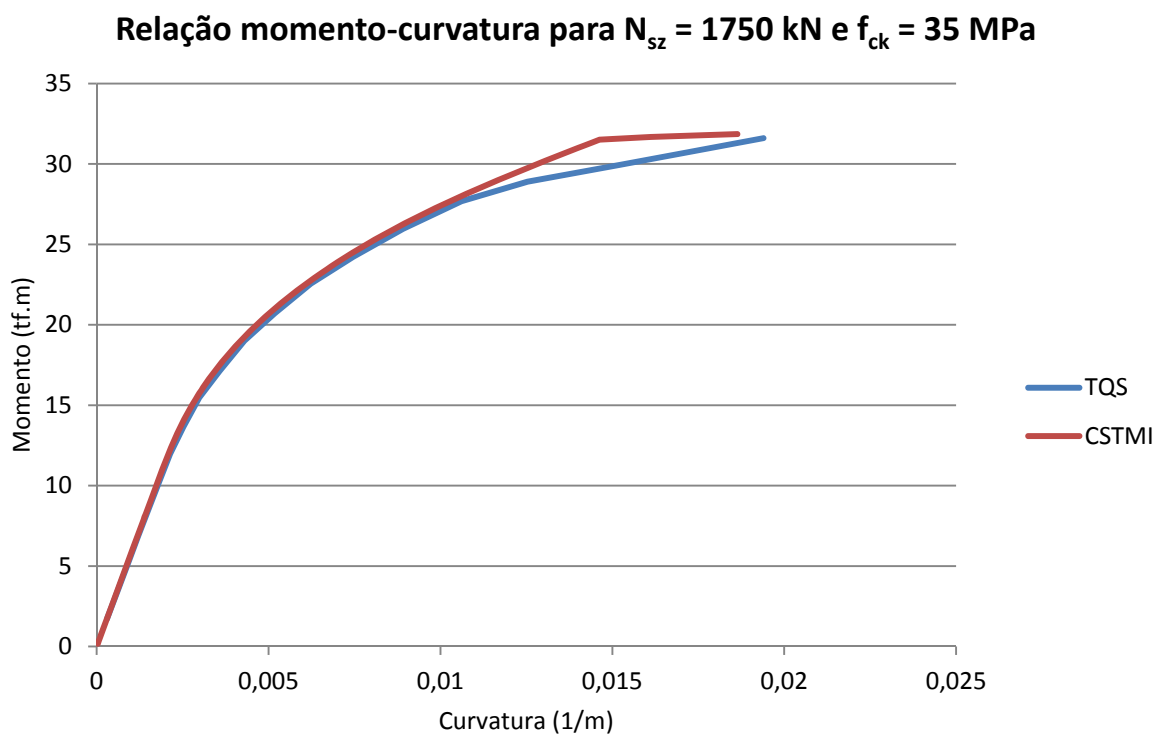


Figura 4.10 - Comparação da relação momento-curvatura entre CAD/TQS e CSTMI para $N_{sz} = 1750$ kN e $f_{ck} = 35$ MPa.

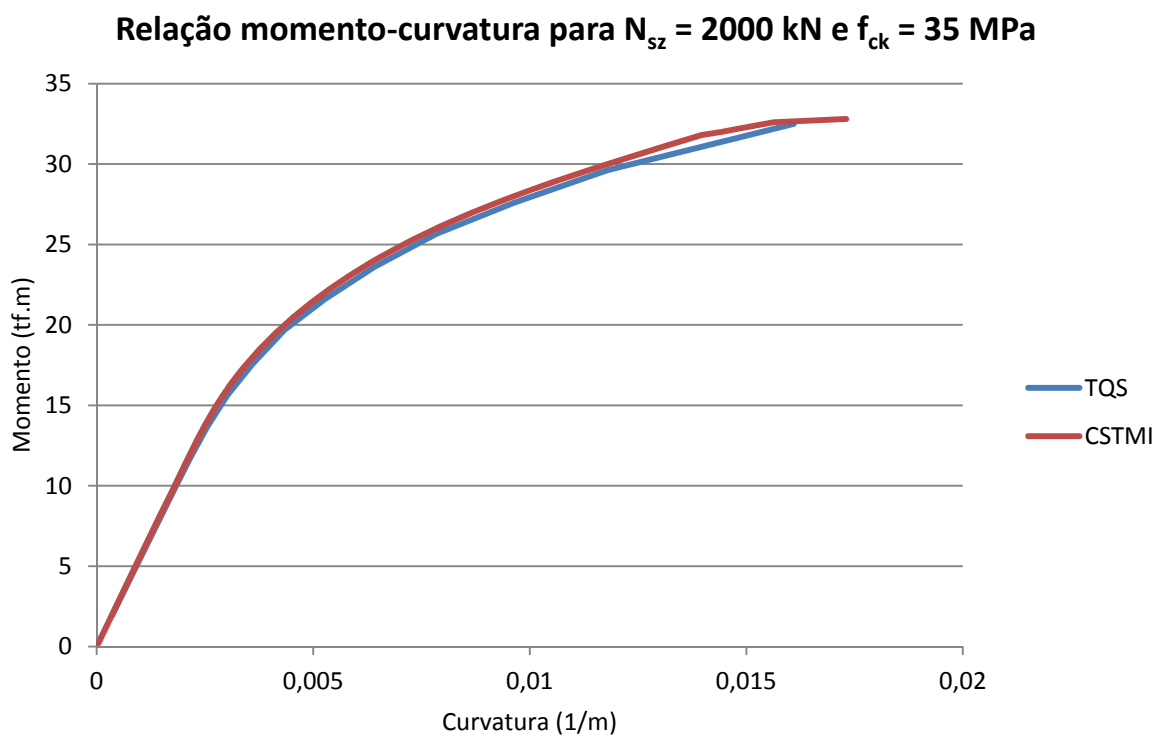


Figura 4.11 - Comparação da relação momento-curvatura entre CAD/TQS e CSTMI para $N_{sz} = 2000$ kN e $f_{ck} = 35$ MPa.

De maneira geral, observa-se que em todas as situações o diagrama momento-curvatura obtido via CSTMI é compatível aos obtidos pelo CAD/TQS, principalmente nos trechos iniciais das curvas. Ressalta-se que as ordenadas dos últimos pontos da curva, que correspondem ao momento fletor resistente para a configuração de armadura e força normal solicitante em questão, são iguais pelos dois programas.

Em todos os gráficos analisados é possível observar que a curva obtida pelo CSTMI está acima da obtida pelo CAD/TQS em todos os pontos, ou seja, a rigidez encontrada para a barra é ligeiramente maior no cálculo feito pelo CSTMI. Isso pode estar relacionado ao fato de não se descontar a área de concreto ocupada pelas armaduras no CSTMI, e, principalmente, por diferenças entre os métodos numéricos dos dois programas (enquanto o CSTMI faz a aproximação ao momento resistente máximo por convergência, o CAD/TQS calcula seu valor primeiramente, construindo a curva até chegar neste ponto máximo pré-definido), que é mais notável nos trechos finais das curvas.

Para se ilustrar este fato, foi feita uma malha com furos nas regiões ocupadas pelas barras de armadura, determinando-se novamente a relação momento-curvatura para $N_{sz} = 150$ tf (1500 kN) e $f_{ck} = 35$ MPa. A curva resultante foi denominada *CSTMI-1* no gráfico da Fig. 4.12.

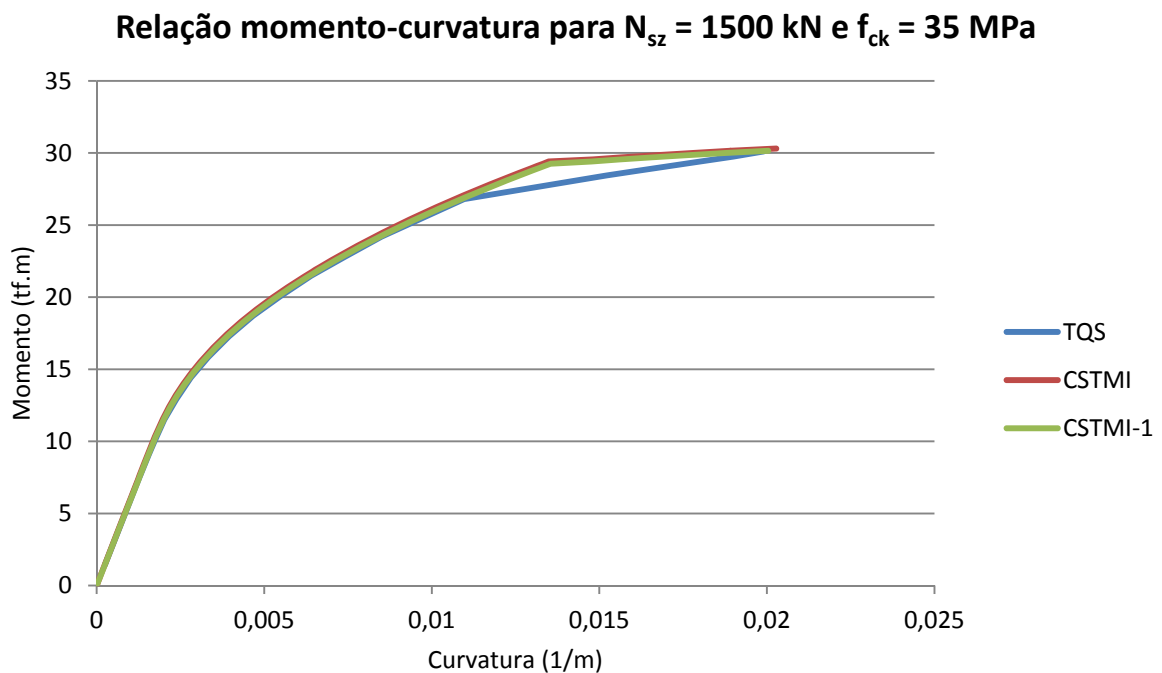


Figura 4.12 - Comparação da relação momento-curvatura entre CAD/TQS e CSTMI descontando-se a área de concreto ocupada pela armadura

Conclui-se que, para as interpolações feitas no cálculo de pilares conforme procedimento descrito no Capítulo 3, as diferenças encontradas entre os programas são pequenas e aceitáveis, de maneira que se pode admitir que os resultados obtidos pelos dois programas são compatíveis.

4.2 – Validação dos resultados com ensaios de pilares de concreto

Para a validação do cálculo de pilares de concreto armado via CSTMI foram modelados os pilares submetidos à flexo-compressão normal de ensaios estudados por Araújo (2011), que comparou resultados teóricos obtidos a partir de um programa implementado pelo autor com resultados de diversos experimentos de outros pesquisadores.

Ressalta-se que, por ser uma comparação com ensaios, todos os coeficientes de ponderação de resistência foram considerados unitários. O autor também especificou o fator α , discutido no Item 3.2.1, com valor unitário, o que também será adotado nesta comparação.

a) Ensaios realizados por Goyal e Jackson

Goyal e Jackson *apud* Araújo (2011) apresentaram resultados experimentais de pilares birrotulados, submetidos à flexo-compressão normal. No total, foram ensaiados 26 pilares submetidos a cargas de curta duração, com geometria descrita na Fig. 4.13. Os dados dos ensaios, bem como os resultados teóricos obtidos por Araújo são apresentados na Tab. (4.1).

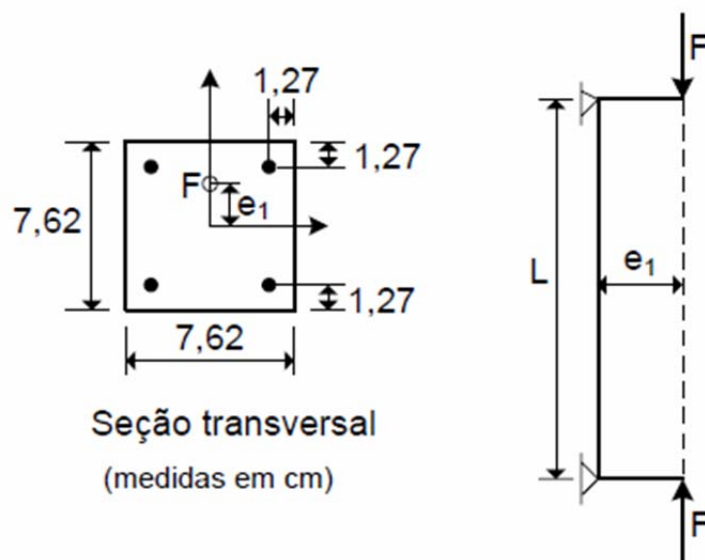


Figura 4.13 - Pilares ensaiados por Goyal e Jackson *apud* Araújo (2011).

Tabela 4.1 - Ensaio realizados por Goyal e Jackson *apud* Araújo (2011).

Pilar	f_c (MPa)	e_1 (cm)	$F_{u,exp}$ (kN)	$F_{u,teo}$ (kN)	$R = F_{u,teo} / F_{u,exp}$
L = 182 cm ; $\lambda = 83$					
$f_y = 352$ MPa ; $A_s = 1,42$ cm ²					
A1	19,9	3,81	33,1	34,4	1,04
A2	19,9	3,81	33,4	34,4	1,03
C1	23,3	2,54	44,5	48,9	1,10
C2	23,3	2,54	46,8	48,9	1,04
E1	21,9	1,27	66,7	69,4	1,04
E2	21,9	1,27	65,4	69,4	1,06
G1	22,2	1,91	55,4	56,5	1,02
G2	22,2	1,91	53	56,5	1,07
L = 182 cm ; $\lambda = 83$					
$f_y = 310$ MPa ; $A_s = 1,00$ cm ²					
I1	22,7	1,27	60,0	61,2	1,02
I2	22,7	1,27	57,4	61,2	1,07
K1	22,8	1,91	46,6	47,5	1,02
K2	22,8	1,91	45,6	47,5	1,04
M1	22,9	2,54	37,1	38,6	1,04
M2	22,9	2,54	37,0	38,6	1,04
L = 122 cm ; $\lambda = 55$					
$f_y = 310$ MPa ; $A_s = 1,00$ cm ²					
O1	23,6	1,27	82,3	87,2	1,06
O2	23,6	1,27	92,4	87,2	0,94
P1	23,6	1,91	64,5	67,1	1,04
P2	23,6	1,91	72,7	67,1	0,92
Q1	19,9	2,54	51,4	50,4	0,98
Q2	19,9	2,54	48,9	50,4	1,03
L = 274 cm ; $\lambda = 125$					
$f_y = 310$ MPa ; $A_s = 1,00$ cm ²					
R1	21,4	1,27	33,5	32,2	0,96
R2	21,4	1,27	31,1	32,2	1,04
S1	20,9	1,91	23,0	25,8	1,12
S2	20,9	1,91	24,3	25,8	1,06
T1	20,7	2,54	19,4	22,1	1,14
T2	20,7	2,54	20,6	22,1	1,07

f_c : resistência obtida em prismas com a mesma seção dos pilares
 A_s : área total de aço na seção
 λ : índice de esbeltez

A razão entre a carga resistente obtida numericamente ($F_{u,teo}$) e a obtida nos ensaios ($F_{u,exp}$) pelo autor será denominada R , neste estudo.

b) Ensaaios realizados por Kim e Yang

Kim e Yang ensaiaram 18 pilares birrotulados sob flexo-compressão normal, cujas dimensões são apresentadas na Fig. 4.14.

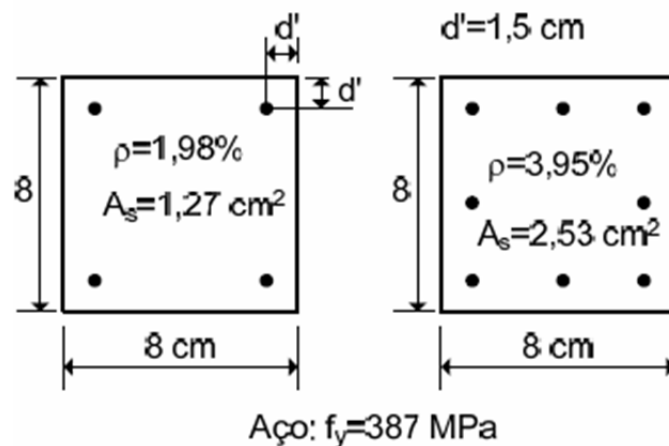


Figura 4.14 - Ensaaios realizados por Kim e Yang *apud* Araújo (2011).

O carregamento é o mesmo apresentado na Fig. 4.13, sendo $e_l = 2,4 \text{ cm}$ para todos os pilares. Foram ensaiados três grupos de pilares, com alturas $L = 24 \text{ cm}$, $L = 144 \text{ cm}$ e $L = 240 \text{ cm}$, o que corresponde aos índices de esbeltez $\lambda = 10$, $\lambda = 62$ e $\lambda = 104$, respectivamente.

Na Tab. (4.2) apresentam-se os resultados para este grupo de pilares.

Tabela 4.2 - Ensaaios realizados por Kim e Yang *apud* Araújo (2011).

Pilar	ρ (%)	L (cm)	$F_{u,exp}$ (kN)	$F_{u,teo}$ (kN)	$R = F_{u,teo} / F_{u,exp}$
$f_c = 25,5$ MPa					
L4-1	3,95	24	109,5	118,3	1,08
L4-2	3,95	24	109,3	118,3	1,08
L2-1	1,98	144	63,7	67,5	1,06
L2-2	1,98	144	65,7	67,5	1,03
L2-3	1,98	240	38,2	38,2	1,00
L2-4	1,98	240	35,0	38,2	1,09
L4-3	3,95	240	49,0	48,0	0,98
L4-4	3,95	240	47,0	48,0	1,02
$f_c = 63,5$ MPa					
M2-1	1,98	24	179,0	204,1	1,14
M2-2	1,98	24	182,8	204,1	1,12
M4-1	3,95	24	207,7	224,3	1,08
M4-2	3,95	24	204,6	224,3	1,10
M2-3	1,98	144	102,8	115,1	1,12
M2-4	1,98	144	113,5	115,1	1,01
M2-5	1,98	240	45,2	57,0	1,26
M2-6	1,98	240	47,6	57,0	1,20
M4-3	3,95	240	59,6	73,9	1,24
M4-4	3,95	240	60,5	73,9	1,22

Na Tab. (4.3) são apresentados os resultados dos ensaios descritos em comparação com os resultados obtidos pelo CSTMI. Todos os pilares foram divididos em 10 elementos longitudinais, e a seção transversal foi discretizada em elementos de 3 ou 4 lados de aproximadamente 1 cm, de maneira análoga à seção representada na Fig. 3.9.

Tabela 4.3 - Comparação de resultados entre os ensaios de pilares de concreto e o cálculo pelo CSTMI

Autores	Pilar		Base (cm)	Altura (cm)	Nº Barras	As unitária (cm²)	As total (cm²)	Cobrim. (cm)	L (cm)	fc (MPa)	fy (MPa)	e1 (cm)	Fu,exp 1 (kN)	Fu,exp 2 (kN)	Fu,CSTMI (kN)	Fu,CSTMI / Fu,exp1	Fu,CSTMI / Fu,exp2	Fu,CSTMI / Fu,exp,médio
	(expl;exp2)																	
Goyal e Jackson	A1	A2	7,62	7,62	4	0,355	1,42	1,27	182	19,9	352	3,81	33,1	33,4	33,1	1,00	0,99	1,00
Goyal e Jackson	C1	C2	7,62	7,62	4	0,355	1,42	1,27	182	23,3	352	2,54	44,5	46,8	48,2	1,08	1,03	1,06
Goyal e Jackson	E1	E2	7,62	7,62	4	0,355	1,42	1,27	182	21,9	352	1,27	66,7	65,4	67,3	1,01	1,03	1,02
Goyal e Jackson	G1	G2	7,62	7,62	4	0,355	1,42	1,27	182	22,2	352	1,91	55,4	53,0	55,5	1,00	1,05	1,02
Goyal e Jackson	I1	I2	7,62	7,62	4	0,25	1,00	1,27	182	22,7	310	1,27	60,0	57,4	58,6	0,98	1,02	1,00
Goyal e Jackson	K1	K2	7,62	7,62	4	0,25	1,00	1,27	182	22,8	310	1,91	46,6	45,6	45,7	0,98	1,00	0,99
Goyal e Jackson	M1	M2	7,62	7,62	4	0,25	1,00	1,27	182	22,9	310	2,54	37,1	37,0	34,4	0,93	0,93	0,93
Goyal e Jackson	O1	O2	7,62	7,62	4	0,25	1,00	1,27	122	23,6	310	1,27	82,3	92,4	84,0	1,02	0,91	0,96
Goyal e Jackson	P1	P2	7,62	7,62	4	0,25	1,00	1,27	122	23,6	310	1,91	64,5	72,7	65,5	1,02	0,90	0,96
Goyal e Jackson	Q1	Q2	7,62	7,62	4	0,25	1,00	1,27	122	19,9	310	2,54	51,4	48,9	45,4	0,88	0,93	0,91
Goyal e Jackson	R1	R2	7,62	7,62	4	0,25	1,00	1,27	274	21,4	310	1,27	33,5	31,1	31,1	0,93	1,00	0,96
Goyal e Jackson	S1	S2	7,62	7,62	4	0,25	1,00	1,27	274	20,9	310	1,91	23,0	24,3	24,4	1,06	1,00	1,03
Goyal e Jackson	T1	T2	7,62	7,62	4	0,25	1,00	1,27	274	20,7	310	2,54	19,4	20,6	21,2	1,09	1,03	1,06
Kim e Yang	L2-1	L2-2	8,00	8,00	4	0,3175	1,27	1,50	144	25,5	387	2,40	63,7	65,7	65,8	1,03	1,00	1,02
Kim e Yang	L2-3	L2-4	8,00	8,00	4	0,3175	1,27	1,50	240	25,5	387	2,40	38,2	35,0	36,1	0,95	1,03	0,99
Kim e Yang	L4-1	L4-2	8,00	8,00	8	0,3175	2,54	1,50	24	25,5	387	2,40	109,5	109,3	102	0,93	0,93	0,93
Kim e Yang	L4-3	L4-4	8,00	8,00	8	0,3175	2,54	1,50	240	25,5	387	2,40	49,0	47,0	47,1	0,96	1,00	0,98
Kim e Yang	M2-1	M2-2	8,00	8,00	4	0,3175	1,27	1,50	24	63,5	387	2,40	179,0	182,8	168,6	0,94	0,92	0,93
Kim e Yang	M2-3	M2-4	8,00	8,00	4	0,3175	1,27	1,50	144	63,5	387	2,40	102,8	113,5	100,2	0,97	0,88	0,93
Kim e Yang	M2-5	M2-6	8,00	8,00	4	0,3175	1,27	1,50	240	63,5	387	2,40	45,2	47,6	54,7	1,21	1,15	1,18
Kim e Yang	M4-1	M4-2	8,00	8,00	8	0,3175	2,54	1,50	24	63,5	387	2,40	207,7	204,6	186,7	0,90	0,91	0,91
Kim e Yang	M4-3	M4-4	8,00	8,00	8	0,3175	2,54	1,50	240	63,5	387	2,40	59,6	60,5	70,7	1,19	1,17	1,18
															Média Global	1,00		
															Desvio Padrão	0,07		
															Coef. Variação	0,07		

Tanto para os ensaios de Goyal e Jackson quanto para de Kim e Yang, foram avaliados, para cada caso, dois pilares com as mesmas características geométricas e de material (por exemplo, na primeira linha da Tabela, pilares A1 e A2). Sendo assim, há dois resultados experimentais, $F_{u,exp1}$ e $F_{u,exp2}$, para cada tipologia de pilar.

As amostras de pilares com as mesmas características podem ser consideradas dependentes entre si, de maneira que não devem ser avaliadas separadamente para não violar o princípio estatístico da independência. Neste caso, utiliza-se apenas o valor de $F_{u,exp1}$, apenas o de $F_{u,exp2}$, ou a média entre os dois.

Para escolher entre as opções acima, foram avaliados os valores das relações $R = F_{u,CSTM} / F_{u,EXP,i}$ conforme Fig. 4.15, podendo-se concluir que é possível adotar o valor médio entre os ensaios com as mesmas características, uma vez que eles não se diferem (P-valor = 0,357, a partir do teste T-pareado, considerando 5% de significância). O valor da média para cada par de ensaios é apresentado na última coluna da Tab. (4.3).

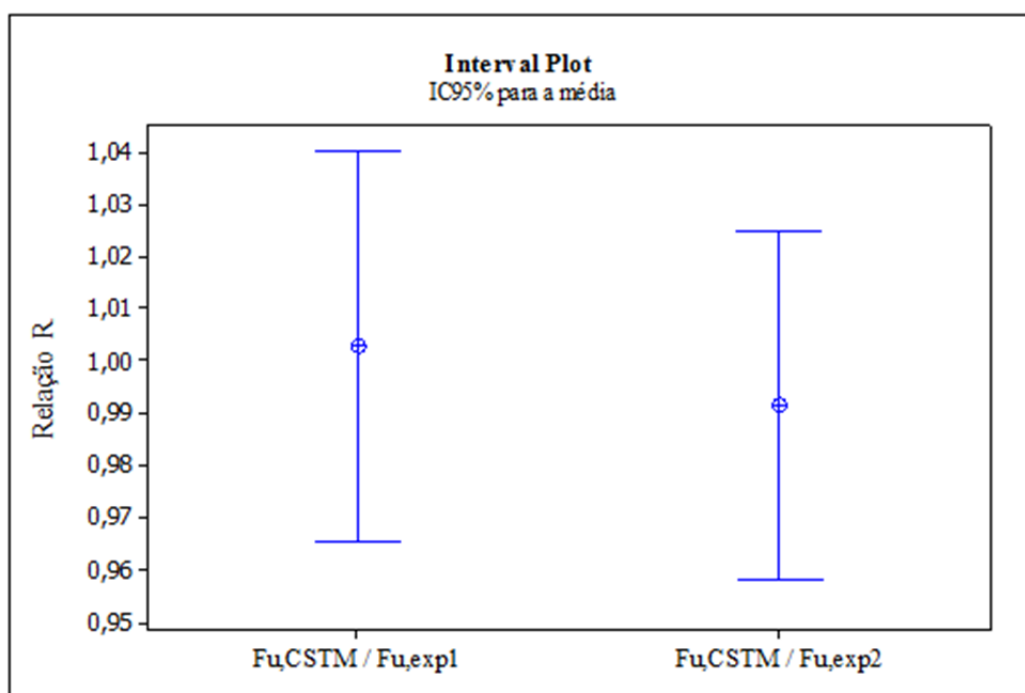


Figura 4.15 - *Interval plot* para as relações R consideradas.

O histograma da Fig. 4.16 mostra a distribuição de frequência para os valores médios de R obtidos para cada par de pilares ensaiados (por exemplo, A1 e A2). Observa-se que a distribuição é normal (P-valor > 0,15, pelo teste de Kolmogorov-Smirnov).

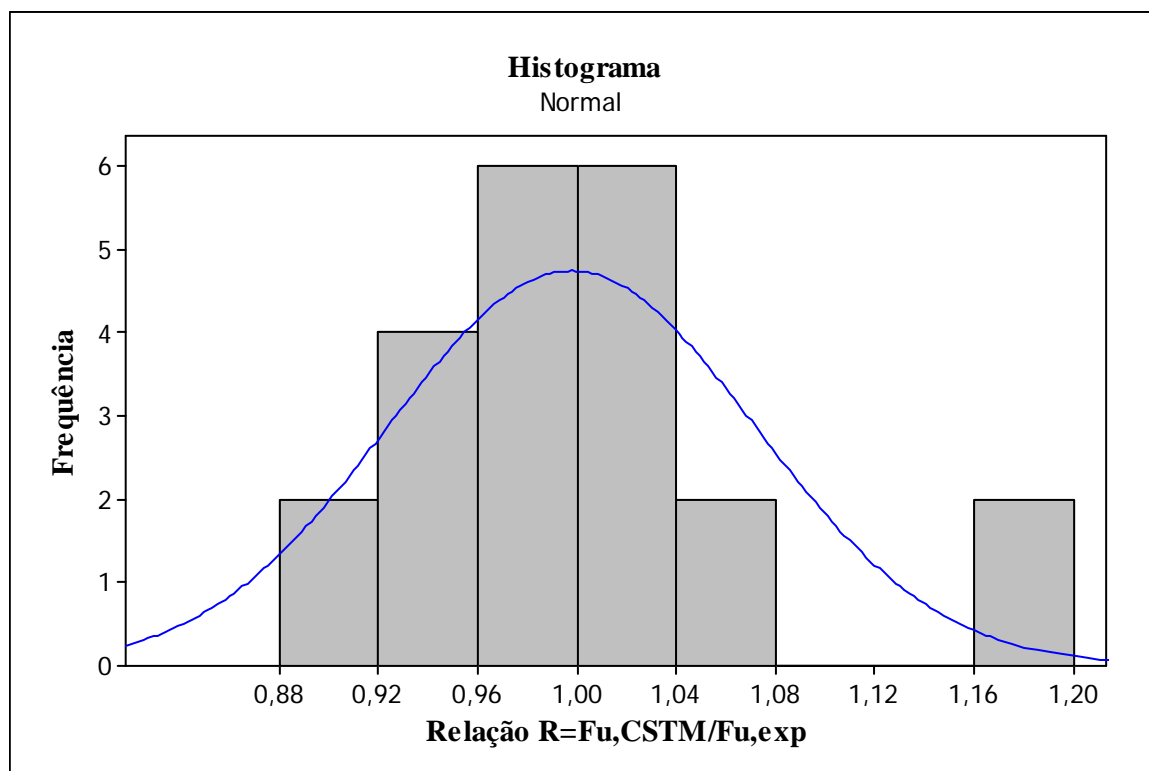


Figura 4.16 - Histograma das relações R para ensaios de pilares de concreto armado

O valor médio das relações $R = F_{u,CSTM} / F_{u,EXP}$ foi de 1,0, com desvio-padrão igual a 0,07. Com o objetivo de verificar se o valor teórico calculado pelo CSTMI equivale aos valores de ensaio, foi realizado o teste T para comparação da média igual a 1. O P-valor encontrado foi de 0,887, indicando que o valor médio não se difere de 1,0, portanto, pode-se afirmar que a capacidade resistente última para o pilar determinada pelo CSTMI equivale aos valores de ensaio.

4.3 – Validação dos resultados com ensaios de pilares mistos

Para a validação do cálculo de pilares mistos de aço e concreto via CSTMI, foram modelados pilares submetidos à flexo-compressão normal, estudados por Kim (2005). O autor levantou um extenso banco de dados de resultados experimentais de diversos pesquisadores, com amostras de pilares mistos totalmente revestidos, tubulares circulares preenchidos de concreto e tubulares retangulares preenchidos de concreto.

Os resultados de pilares mistos totalmente revestidos foram divididos nas categorias *colunas*, com 119 ensaios de barras submetidas à compressão centrada; e *vigas colunas*, com 136 ensaios de pilares submetidos à flexo-compressão normal.

Uma vez que é necessária uma excentricidade de entrada para disparar o processo iterativo de cálculo da capacidade resistente última dos pilares, as amostras de colunas foram desprezadas. Retirando-se também os ensaios de pilares mistos com perfis vigas colunas, com concreto de baixa densidade, sem barras de armadura, bem como espécimes com ocorrência de flexão oblíqua, restou uma amostra de 87 experimentos.

O sistema de carregamento dos ensaios consiste na aplicação de uma força axial centrada e um par de forças transversais atuando simultaneamente em pontos intermediários ao longo do comprimento de pilares birrotulados, produzindo uma excentricidade máxima no meio da barra. No CSTMI foi aplicada uma excentricidade no topo do pilar engastado-livre cujo comprimento é a metade do pilar ensaiado, o que equivale à aplicação de uma excentricidade no meio do vão de um pilar birrotulado. Foi considerado para o concreto o fator de redução da resistência característica devido aos efeitos de longa duração (efeito Rüschi) $\alpha = 0,85$.

No cálculo via CSTMI, todos os pilares foram divididos em 10 elementos longitudinais, e a seção transversal foi discretizada em elementos de 3 ou 4 lados de aproximadamente 1 cm, de maneira análoga à seção representada na Fig. 3.9.

Kim comparou os resultados experimentais com o cálculo teórico a partir dos procedimentos do ANSI/AISC 360-05 (método idêntico ao do ANSI/AISC 360-10) e do EN 1994-1-1:2004.

A Tab. (4.4), adaptada de Kim (2005), apresenta a lista dos ensaios avaliados, com as características dos pilares, as excentricidades aplicadas e o valor da carga última experimental. São apresentadas também as relações $R = N_{R,EXP} / N_{R,TEO}$ para cada uma das normas testadas e para o programa CSTMI. No trabalho de Kim, a razão R é inversa à razão considerada por Araújo (2011), apresentada no Item 4.2, ou seja, para os pilares mistos, R é a razão entre a carga última obtida experimentalmente ($N_{R,EXP}$) e a obtida numericamente ($N_{R,TEO}$).

Tabela 4.4 - Banco de dados de resultados de ensaios com pilares mistos totalmente revestidos.

Item	Fonte	Espec.	fy (MPa)	fc (MPa)	fys (MPa)	Perfil de Aço				Pilar de Concreto		n φ	As unit (cm²)	kL (m)	ey (m)	ex (m)	Nn exp (kN)	Nn CSTMI (kN)	Nn exp / Nn num		
						d (mm)	bf (mm)	tf (mm)	tw (mm)	bc (mm)	hc (mm)								CSTMI	AISC 2010	Eurocode 4
6	Stevens, 1965	FE3	218	17,4	270	304,8	203,2	21,22	14,15	305	406	4	1,27	4,57	0,0000	0,0254	2885	2776	1,04	1,19	1,41
7	Stevens, 1965	FE4	218	16,3	270	304,8	203,2	21,22	14,15	305	406	4	1,27	4,57	0,0000	0,0508	2087	1921	1,09	1,08	1,29
8	Stevens, 1965	FE5	218	27,0	270	304,8	203,2	21,22	14,15	305	406	4	1,27	4,57	0,0000	0,0508	2212	2534	0,87	0,92	1,18
9	Stevens, 1965	FE6	218	18,5	270	304,8	203,2	21,22	14,15	305	406	4	1,27	4,57	0,0000	0,0762	1548	1648	0,94	0,90	1,13
10	Stevens, 1965	FE7	218	18,5	270	304,8	203,2	21,22	14,15	305	406	4	1,27	4,57	0,0000	0,1016	1269	1282	0,99	0,85	1,12
11	Stevens, 1965	FE8	218	19,3	270	304,8	203,2	21,22	14,15	305	406	4	1,27	4,57	0,0000	0,1270	1125	1163	0,97	0,84	1,14
12	Stevens, 1965	FE9	218	18,8	270	304,8	203,2	21,22	14,15	305	406	4	1,27	4,57	0,0000	0,1524	991	966	1,03	0,84	1,17
13	Stevens, 1965	FE10	218	21,2	270	304,8	203,2	21,22	14,15	305	406	4	1,27	4,57	0,0000	0,1778	856	872	0,98	0,75	1,14
14	Stevens, 1965	FE11	218	20,7	270	304,8	203,2	21,22	14,15	305	406	4	1,27	4,57	0,0000	0,2032	721	766	0,94	0,70	1,11
28	Janss e Anslin, 1974	11.1	281	34,3	270	140	140	12	7	240	240	4	1,13	3,45	0,0000	0,0399	1095	1342	0,82	0,89	1,08
29	Janss e Anslin, 1974	11.2	281	33,1	270	140	140	12	7	240	240	4	1,13	3,45	0,0000	0,0399	1156	1286	0,90	0,96	1,16
30	Janss e Anslin, 1974	11.3	281	28,8	270	140	140	12	7	240	240	4	1,13	3,45	0,0000	0,0399	1047	1198	0,87	0,93	1,13
31	Janss e Anslin, 1974	12.1	372	32,2	270	140	140	12	7	240	240	4	1,13	3,45	0,0000	0,0399	1156	1318	0,88	0,90	1,08
32	Janss e Anslin, 1974	12.2	372	31,2	270	140	140	12	7	240	240	4	1,13	3,45	0,0000	0,0399	1095	1298	0,84	0,86	1,04
33	Janss e Anslin, 1974	12.3	372	28,8	270	140	140	12	7	240	240	4	1,13	3,45	0,0000	0,0399	973	1253	0,78	0,79	0,96
34	Janss e Anslin, 1974	13.1	267	33,2	270	220	110	9,2	5,9	210	320	4	1,13	2,45	0,0000	0,0399	1173	1309	0,90	0,94	1,12
35	Janss e Anslin, 1974	13.2	267	31,2	270	220	110	9,2	5,9	210	320	4	1,13	2,45	0,0000	0,0399	1021	1309	0,78	0,85	1,01
36	Janss e Anslin, 1974	13.3	267	30,6	270	220	110	9,2	5,9	210	320	4	1,13	2,45	0,0000	0,0399	999	1243	0,80	0,84	1,00
50	Roik e Schwalbenhofer, 1989	V11	251	43,8	412	120	120	11	6,5	280	280	4	1,53	3,00	0,1600	0,0000	748	851	0,88	0,66	1,17
51	Roik e Schwalbenhofer, 1989	V12	251	43,8	412	120	120	11	6,5	280	280	4	1,53	3,00	0,0599	0,0000	1597	1973	0,81	0,87	0,96
52	Roik e Schwalbenhofer, 1989	V13	251	46,8	412	120	120	11	6,5	280	280	4	1,53	3,00	0,1001	0,0000	1407	1423	0,99	0,92	1,26
53	Roik e Schwalbenhofer, 1989	V21	335	46,8	412	152	160	9	6	280	280	4	1,53	3,00	0,1001	0,0000	1474	1606	0,92	0,79	1,01
54	Roik e Schwalbenhofer, 1989	V22	335	37,0	412	152	160	9	6	280	280	4	1,53	3,00	0,1600	0,0000	932	998	0,93	0,74	1,12
55	Roik e Schwalbenhofer, 1989	V23	335	37,0	412	152	160	9	6	280	280	4	1,53	3,00	0,0599	0,0000	1905	1997	0,95	0,95	1,05
56	Roik e Schwalbenhofer, 1989	V31	256	40,7	412	200	200	15,00	9,00	280	280	4	1,53	3,00	0,1001	0,0000	1674	1992	0,84	0,75	0,94
57	Roik e Schwalbenhofer, 1989	V32	256	40,7	412	200	200	15,00	9,00	280	280	4	1,53	3,00	0,0599	0,0000	2210	2594	0,85	0,81	0,91
58	Roik e Schwalbenhofer, 1989	V33	256	39,3	412	200	200	15,00	9,00	280	280	4	1,53	3,00	0,1600	0,0000	1283	1410	0,91	0,75	1,03
59	Roik e Schwalbenhofer, 1989	V41	333	39,3	412	200	186	24,00	14,50	280	280	4	1,53	3,00	0,1001	0,0000	2082	2607	0,80	0,72	0,87
60	Roik e Schwalbenhofer, 1989	V42	333	42,2	412	200	186	24,00	14,50	280	280	4	1,53	3,00	0,1600	0,0000	1503	1912	0,79	0,65	0,85
61	Roik e Schwalbenhofer, 1989	V43	335	42,2	412	200	186	24,00	14,50	280	280	4	1,53	3,00	0,0599	0,0000	2680	3442	0,78	0,73	0,85
65	Roik e Schwalbenhofer, 1989	V111	306	40,1	412	152	160	9,00	6,00	280	280	4	6,16	3,00	0,1001	0,0000	1721	2955	0,58	0,90	0,98
66	Roik e Schwalbenhofer, 1989	V112	306	40,1	412	152	160	9,00	6,00	280	280	4	6,16	3,00	0,0599	0,0000	2466	3828	0,64	1,03	1,01
67	Roik e Schwalbenhofer, 1989	V121	237	40,1	412	120	120	11	6,5	280	280	4	6,16	3,00	0,1600	0,0000	1116	1306	0,85	0,88	1,05
68	Roik e Schwalbenhofer, 1989	V122	237	40,1	412	120	120	11	6,5	280	280	4	6,16	3,00	0,1999	0,0000	797	1088	0,73	0,73	0,95
69	Roik e Schwalbenhofer, 1989	V123	237	40,1	412	120	120	11	6,5	280	280	4	6,16	3,00	0,1001	0,0000	1505	1872	0,80	0,91	0,97
70	Roik e Mangerig, 1990	7	265	42,0	412	200	200	15,00	9,00	300	300	4	1,13	3,00	0,0000	0,0300	4460	3537	1,26	1,43	1,50

Tabela 4.4 – Continuação.

Item	Fonte	Espec.	fy (MPa)	fc (MPa)	fys (MPa)	Perfil de Aço				Pilar de Concreto		n φ	As unit (cm ²)	kL (m)	ey (m)	ex (m)	Nn exp (kN)	Nn CSTMI (kN)	Nn exp / Nn num		
						d (mm)	bf (mm)	tf (mm)	tw (mm)	bc (mm)	hc (mm)								CSTMI	AISC 2010	Eurocode 4
71	Roik e Mangerig, 1990	8	265	42,0	412	200	200	15,00	9,00	300	300	4	1,13	3,00	0,0000	0,0899	2188	1948	1,12	1,07	1,34
72	Roik e Mangerig, 1990	9	265	42,0	412	200	200	15,00	9,00	300	300	4	1,13	5,00	0,0000	0,0300	3595	3024	1,19	1,50	1,55
73	Roik e Mangerig, 1990	10	265	42,0	412	200	200	15,00	9,00	300	300	4	1,13	5,00	0,0000	0,0899	1791	1640	1,09	1,05	1,34
74	Roik e Mangerig, 1990	11	265	42,0	412	200	200	15,00	9,00	300	300	4	1,13	8,00	0,0000	0,0300	1983	1897	1,05	1,61	1,39
75	Roik e Mangerig, 1990	12	265	42,0	412	200	200	15,00	9,00	300	300	4	1,13	8,00	0,0000	0,0899	976	1076	0,91	0,96	1,19
76	Roik e Mangerig, 1990	23	265	42,0	412	200	200	15,00	9,00	300	300	4	1,13	5,00	0,0899	0,0000	2294	2102	1,09	0,99	1,28
77	Roik e Mangerig, 1990	24	265	42,0	412	200	200	15,00	9,00	300	300	4	1,13	5,00	0,1501	0,0000	1605	1538	1,04	0,87	1,30
78	Roik e Mangerig, 1990	25	265	42,0	412	200	200	15,00	9,00	300	300	4	1,13	8,00	0,0899	0,0000	1647	1640	1,00	1,02	1,38
79	Roik e Mangerig, 1990	26	265	42,0	412	200	200	15,00	9,00	300	300	4	1,13	8,00	0,1501	0,0000	876	1230	0,71	0,64	1,01
80	Roik e Mangerig, 1990	27	265	42,0	412	220	206	25,00	15,00	300	300	4	1,13	5,00	0,0300	0,0000	4099	4188	0,98	1,01	1,12
81	Roik e Mangerig, 1990	28	265	42,0	412	220	206	25,00	15,00	300	300	4	1,13	8,00	0,0300	0,0000	2265	3300	0,69	0,79	0,89
82	Roik e Mangerig, 1990	29	265	42,0	412	220	206	25,00	15,00	300	300	4	1,13	5,00	0,0300	0,0000	3433	4188	0,82	0,85	0,94
83	Roik e Mangerig, 1990	30	265	42,0	412	220	206	25,00	15,00	300	300	4	1,13	8,00	0,0300	0,0000	1854	3300	0,56	0,64	0,73
84	Mirza e Hyttinen, 1997	RHB-1	287	27,2	554	96	100	8,00	5,00	240	240	4	0,79	4,00	0,0396	0,0000	933	996	0,94	1,21	1,20
85	Mirza e Hyttinen, 1997	RHB-2	287	27,2	554	96	100	8,00	5,00	240	240	4	0,79	4,00	0,0658	0,0000	540	732	0,74	0,82	0,92
86	Mirza e Hyttinen, 1997	RHB-3	287	27,7	554	96	100	8,00	5,00	240	240	4	0,79	4,00	0,1057	0,0000	560	515	1,09	1,02	1,40
87	Mirza e Hyttinen, 1997	RHB-4	305	25,9	622	96	100	8,00	5,00	240	240	4	0,79	4,00	0,2004	0,0000	302	284	1,06	0,80	1,30
88	Mirza e Hyttinen, 1997	RHB-4A	287	25,1	554	96	100	8,00	5,00	240	240	4	0,79	4,00	0,3711	0,0000	151	135	1,12	0,64	1,23
90	Mirza e Hyttinen, 1997	RNHB-1	305	27,5	622	96	100	8,00	5,00	240	240	4	0,79	4,00	0,0493	0,0000	908	885	1,03	1,18	1,21
91	Mirza e Hyttinen, 1997	RNHB-2	305	27,5	622	96	100	8,00	5,00	240	240	4	0,79	4,00	0,0577	0,0000	761	801	0,95	1,04	1,10
92	Mirza e Hyttinen, 1997	RNHB-3	287	26,8	554	96	100	8,00	5,00	240	240	4	0,79	4,00	0,1059	0,0000	530	523	1,01	0,95	1,28
93	Mirza e Hyttinen, 1997	RNHB-4	287	27,2	554	96	100	8,00	5,00	240	240	4	0,79	4,00	0,2093	0,0000	346	264	1,31	0,89	1,52
95	Mirza e Hyttinen, 1997	RHNB-1	305	27,5	622	96	100	8,00	5,00	240	240	4	0,79	4,00	0,0419	0,0000	910	948	0,96	1,13	1,12
96	Mirza e Hyttinen, 1997	RHNB-2	305	27,5	622	96	100	8,00	5,00	240	240	4	0,79	4,00	0,0594	0,0000	707	780	0,91	0,97	1,04
97	Mirza e Hyttinen, 1997	RHNB-3	305	25,9	622	96	100	8,00	5,00	240	240	4	0,79	4,00	0,0986	0,0000	530	548	0,97	0,92	1,17
98	Mirza e Hyttinen, 1997	RHNB-4	305	25,9	622	96	100	8,00	5,00	240	240	4	0,79	4,00	0,2060	0,0000	291	284	1,02	0,75	1,21
100	Roik e Diekmann, 1989	11	279	46,6	270	200	200	15,00	9,00	300	300	4	1,13	3,00	0,0500	0,0000	3902	3293	1,18	1,12	1,22
101	Roik e Diekmann, 1989	12	279	46,6	270	200	200	15,00	9,00	300	300	4	1,13	3,00	0,0500	0,0000	3180	3293	0,97	0,92	0,98
102	Roik e Diekmann, 1989	13	279	46,6	270	200	200	15,00	9,00	300	300	4	1,13	3,00	0,0500	0,0000	3719	3293	1,13	1,07	1,16
103	Roik e Diekmann, 1989	14	242	46,6	270	152	160	9	6	300	300	4	1,13	3,00	0,0500	0,0000	2792	2615	1,07	1,12	1,25
104	Roik e Diekmann, 1989	15	392	46,6	270	200	200	15,00	9,00	300	300	4	1,13	3,00	0,0500	0,0000	4297	3804	1,13	1,09	1,19
105	Roik e Diekmann, 1989	16	279	46,6	270	200	200	15,00	9,00	300	300	4	1,13	3,00	0,1001	0,0000	2633	2663	0,99	0,98	1,26
110	Han e Kim, 1995	AH2-E2-80	310	21,4	275	100	100	8	6	160	160	4	0,71	0,70	0,0201	0,0000	1175	706	1,66	1,43	1,52
111	Han e Kim, 1995	AH2-E4-80	310	21,4	275	100	100	8	6	160	160	4	0,71	0,70	0,0399	0,0000	808	544	1,48	1,29	1,44
112	Han e Kim, 1995	AH2-E8-80	310	21,4	275	100	100	8	6	160	160	4	0,71	0,70	0,0800	0,0000	517	371	1,39	1,11	1,28
113	Han e Kim, 1995	BH2-E2-80	310	21,4	275	100	100	8	6	160	160	4	0,71	1,20	0,0201	0,0000	952	706	1,35	1,24	1,40

Tabela 4.4 – Continuação.

Item	Fonte	Espec.	fy (MPa)	fc (MPa)	fys (MPa)	Perfil de Aço				Pilar de Concreto		n	φ	As unit (cm ²)	kL (m)	ey (m)	ex (m)	Nn exp (kN)	Nn CSTMI (kN)	Nn exp / Nn num		
						d (mm)	bf (mm)	tf (mm)	tw (mm)	bc (mm)	hc (mm)									CSTMI	AISC 2010	Eurocode 4
114	Han e Kim, 1995	BH2-E4-80	310	21,4	275	100	100	8	6	160	160	4	0,71	1,20	0,0399	0,0000	735	544	1,35	1,27	1,52	
115	Han e Kim, 1995	BH2-E8-80	310	21,4	275	100	100	8	6	160	160	4	0,71	1,20	0,0800	0,0000	489	371	1,32	1,07	1,28	
116	Han e Kim, 1995	CH1-E2-80	310	21,4	275	100	75	4,50	3,20	160	160	4	0,71	1,70	0,0201	0,0000	860	512	1,68	1,59	1,63	
117	Han e Kim, 1995	CH1-E4-80	310	21,4	275	100	75	4,50	3,20	160	160	4	0,71	1,70	0,0399	0,0000	552	388	1,42	1,25	1,37	
118	Han e Kim, 1995	CH1-E8-80	310	21,4	275	100	75	4,50	3,20	160	160	4	0,71	1,70	0,0800	0,0000	339	256	1,32	1,04	1,42	
119	Han e Kim, 1995	CH2-E2-80	310	21,4	275	100	100	8	6	160	160	4	0,71	1,70	0,0201	0,0000	965	706	1,37	1,43	1,85	
120	Han e Kim, 1995	CH2-E4-80	310	21,4	275	100	100	8	6	160	160	4	0,71	1,70	0,0399	0,0000	671	544	1,23	1,08	1,24	
121	Han e Kim, 1995	CH2-E8-80	310	21,4	275	100	100	8	6	160	160	4	0,71	1,70	0,0800	0,0000	467	371	1,26	1,05	1,30	
122	Han e Kim, 1995	DH2-E2-80	310	21,4	275	100	100	8	6	160	160	4	0,71	2,20	0,0201	0,0000	831	706	1,18	1,39	2,08	
123	Han e Kim, 1995	DH2-E4-80	310	21,4	275	100	100	8	6	160	160	4	0,71	2,20	0,0399	0,0000	600	544	1,10	1,02	1,20	
124	Han e Kim, 1995	DH2-E8-80	310	21,4	275	100	100	8	6	160	160	4	0,71	2,20	0,0800	0,0000	470	347	1,35	1,10	1,42	
																		Média	1,01	0,98	1,19	
																		Desvio-padrão	0,22	0,22	0,22	
																		Coef. Variação	0,22	0,22	0,19	

Observa-se que as relações R referentes a todos os métodos avaliados apresentaram uma grande variabilidade (para o CSTMI o menor valor foi $R = 0,56$ e o maior, $R = 1,68$), o que mostra a dificuldade em se calibrar um método numérico a resultados tão diferentes. Com a eliminação dos *outliers* do mesmo grupo de ensaio (ensaios 106 a 109, de Han, 1992), a amostra foi reduzida de 87 para 83 pilares.

A Tab. (4.5) lista os valores de média e desvio-padrão referentes ao fator R para os métodos avaliados por Kim e para o CSTMI. Na Fig. 4.17 é apresentado um *box-plot* que ilustra estas informações.

Tabela 4.5 - Valores médios da relação R para comparações entre os ensaios de pilares mistos e os procedimentos de cálculo avaliados.

Métodos	N	Média	Desvio-padrão	Coef. Var.	Mínimo	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Máximo
CSTMI	83	1,01	0,22	22,16	0,56	0,85	0,98	1,12	1,68
AISC 2010	83	0,98	0,22	22,46	0,64	0,84	0,94	1,08	1,61
Eurocode 4	83	1,19	0,22	18,75	0,73	1,03	1,17	1,30	2,08

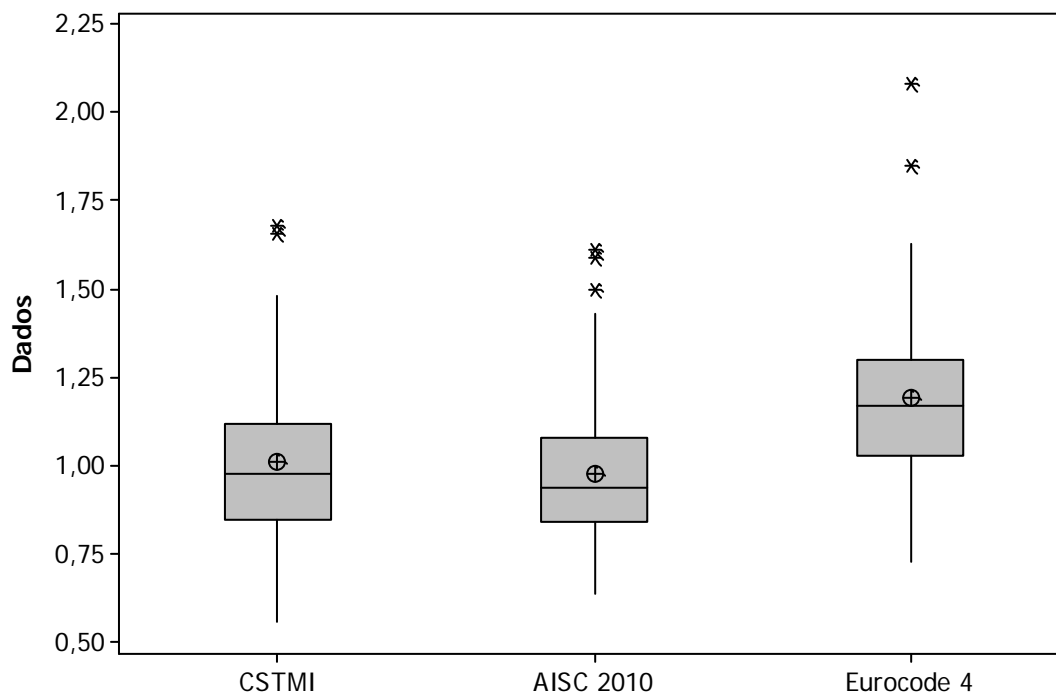


Figura 4.17 – *Box-plot* das relações R para cada método.

Com o objetivo de verificar se os valores teóricos equivalem aos valores de ensaio, foi realizado o teste Z para comparação da média igual a 1. O método do CSTMI obteve o melhor resultado, não se diferenciando significativamente de 1 (P-valor = 0,611, considerando 5% de significância).

Para o CSTMI obteve-se um valor médio de relação R igual a 1,01, com desvio-padrão de 0,22. A Fig. 4.18 apresenta uma dispersão dos valores de R encontrados para todos os ensaios calculados pelo CSTMI. O intervalo de confiança de 95% ficou situado entre 0,33 e 1,54, ou seja, 95% dos valores de R estão nesta faixa.

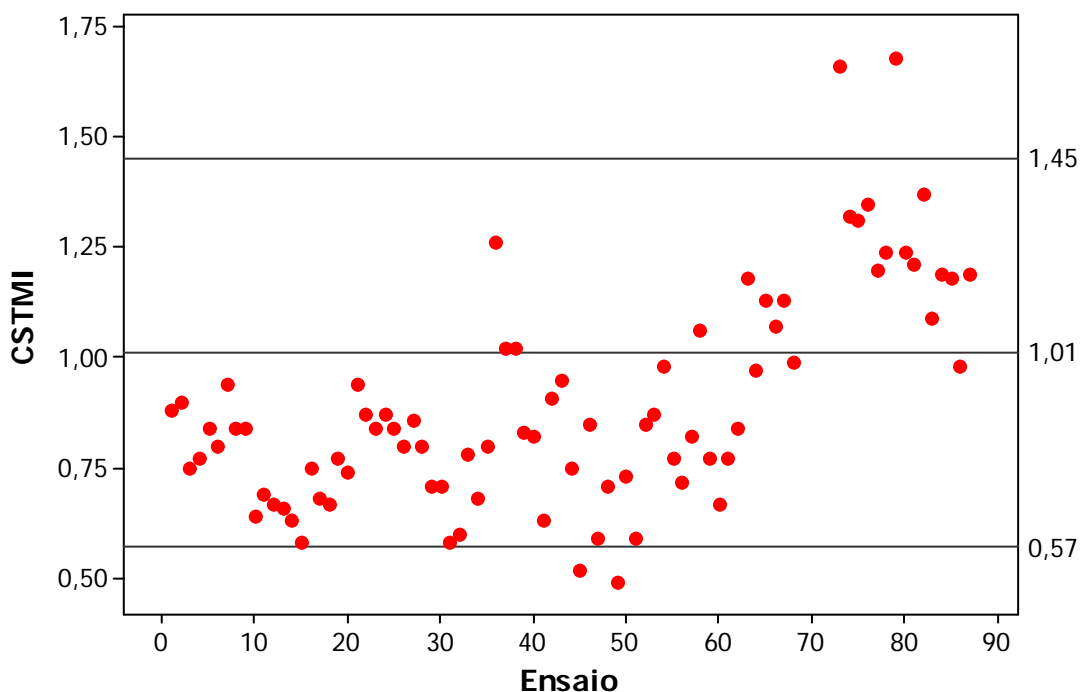


Figura 4.18 - Dispersão dos resultados do fator R para cálculo via CSTMI.

Para verificar a equivalência dos valores teóricos aos valores de ensaio, foi realizado o teste Z para comparação da média igual a 1,0. O método do CSTMI obteve resultado satisfatório (P-valor = 0,611, considerando 5% de significância). Observa-se que um P-valor a partir de 5% indica que não há diferença entre o valor da média e 1,0, de maneira que o resultado obtido através CSTMI é satisfatório, com uma qualidade de aproximação maior do que o resultado obtido através do ANSI/AISC 360-10 (P-valor = 0,377).

Foi calculado o coeficiente de correlação de Spearman (dados não seguem distribuição normal) entre os resultados do CSTMI e os experimentais. O coeficiente de correlação (que varia entre -1 e 1) igual a 0,964 indica correlação positiva e forte entre os resultados, ou seja, se um tende a ter o valor do fator R elevado, o outro também o terá ou se um tende a ter o valor do fator R baixo, o outro também será baixo. O P-valor foi inferior a 0,001, o que para este teste em questão indica que o coeficiente é estatisticamente significativo.

A partir desta análise, pode-se concluir que o modelo implementado é satisfatório para a determinação da força normal resistente de pilares mistos de aço e concreto em geral, com aproximações de melhor qualidade, para os ensaios em questão, do que o ANSI/AISC 360-10 e o EN 1994-1-1:2004.

4.4 – Validação dos resultados para pilares de aço

Devido à dificuldade em encontrar publicações com resultados de ensaios em pilares de aço realizados por outros pesquisadores, optou-se por se fazer uma comparação com resultados obtidos com o procedimento da ABNT NBR 8800:2008.

Para esta comparação, foi adotada a mesma seção transversal de pilar metálico do exemplo apresentado no Item 1.3, com perfil 250 x 250 x 8.0 x 6.3 mm. Foram aplicadas excentricidades correspondentes a flechas de L/350, L/300, L/250, L/200 e L/150 no meio do vão do pilar birrotulado, no eixo de menor inércia da seção transversal. Para o cálculo pelo CSTMI a excentricidade é simulada no topo do pilar engastado-livre com metade do comprimento, conforme descrito na Fig. 3.13.

Os pilares calculados com o procedimento da ABNT NBR 8800:2008 foram considerados na situação de compressão centrada, uma vez que as imperfeições geométricas já são levadas em conta através da curva única de flambagem.

Os resultados para pilares birrotulados são apresentados na Tab. (4.8). Todos os pilares foram divididos em 10 elementos longitudinais, e a seção transversal foi discretizada em elementos de 3 ou 4 lados de aproximadamente 1 cm, de maneira análoga à seção representada na Fig. 3.9.

Tabela 4.6 – Comparação das capacidades resistentes de pilares de aço obtidas com a ABNT NBR 8800:2008 e com o CSTMI – PS 250x250x8x6,3 – excentricidade = L/350

L (m)	λ	N _{Rd} (kN)		Razão NBR 8800 / CSTMI
		NBR 8800	CSTMI	
3,0	0,60	1369	1686	0,79
4,0	0,80	1186	1437	0,83
5,0	1,00	1014	1188	0,85
6,0	1,20	838	920	0,91
7,0	1,40	669	709	0,94
8,0	1,60	517	556	0,93
9,0	1,80	409	441	0,93
10,0	2,00	331	364	0,91

Tabela 4.7 - Comparação das capacidades resistentes de pilares de aço obtidas com a ABNT NBR 8800:2008 e com o CSTMI – PS 250x250x8x6,3 – excentricidade = L/300

L (m)	λ	N _{Rd} (kN)		Razão NBR 8800 / CSTMI
		NBR 8800	CSTMI	
3,0	0,60	1339	1629	0,82
4,0	0,80	1186	1399	0,85
5,0	1,00	1014	1150	0,88
6,0	1,20	838	901	0,93
7,0	1,40	669	690	0,97
8,0	1,60	517	556	0,93
9,0	1,80	409	441	0,93
10,0	2,00	331	364	0,91

Tabela 4.8 - Comparação das capacidades resistentes de pilares de aço obtidas com a ABNT NBR 8800:2008 e com o CSTMI – PS 250x250x8x6,3 – excentricidade = L/250

L (m)	λ	N _{Rd} (kN)		Razão NBR 8800 / CSTMI
		NBR 8800	CSTMI	
3,0	0,60	1339	1590	0,84
4,0	0,80	1186	1380	0,86
5,0	1,00	1014	1111	0,91
6,0	1,20	838	862	0,97
7,0	1,40	669	671	1,00
8,0	1,60	517	537	0,96
9,0	1,80	409	441	0,93
10,0	2,00	331	345	0,96

Tabela 4.9 - Comparação das capacidades resistentes de pilares de aço obtidas com a ABNT NBR 8800:2008 e com o CSTMI – PS 250x250x8x6,3 – excentricidade = L/200

L (m)	λ	N _{Rd} (kN)		Razão NBR 8800 / CSTMI
		NBR 8800	CSTMI	
3,0	0,60	1339	1552	0,86
4,0	0,80	1186	1322	0,90
5,0	1,00	1014	1073	0,95
6,0	1,20	838	843	0,99
7,0	1,40	669	651	1,03
8,0	1,60	517	517	1,00
9,0	1,80	409	422	0,97
10,0	2,00	331	345	0,96

Tabela 4.10 - Comparação das capacidades resistentes de pilares de aço obtidas com a ABNT NBR 8800:2008 e com o CSTMI – PS 250x250x8x6,3 – excentricidade = L/150

L (m)	λ	N _{Rd} (kN)		Razão NBR 8800 / CSTMI
		NBR 8800	CSTMI	
3,0	0,60	1339	1514	0,88
4,0	0,80	1186	1245	0,95
5,0	1,00	1014	996	1,02
6,0	1,20	838	786	1,07
7,0	1,40	669	613	1,09
8,0	1,60	517	498	1,04
9,0	1,80	409	402	1,02
10,0	2,00	331	326	1,02

Através dos valores das razões entre os resultados obtidos através da ABNT NBR 8800:2008 e do CSTMI, apresentadas na última coluna das tabelas, observa-se que há uma diferença entre os resultados, que chega até a 21%. Esta diferença é essencialmente referente aos efeitos da flambagem local na mesa e alma, o que se evidencia pelo aumento da razão entre os dois procedimentos quando se aumenta a esbeltez global. À medida que o pilar fica mais esbelto (globalmente), a flambagem local perde importância na capacidade resistente final da peça, conforme pode ser observado pelos valores das Tabs. (4.8 a 4.12), uma vez que o CSTMI não leva em conta a flambagem local dos elementos que compõem a seção transversal.

Para exemplificar a diferença devida à consideração da flambagem local, repetiu-se o exemplo com um perfil laminado HP 250 x 62,0 (246 x 256 x 10,7 x 10,5). Os resultados são apresentados nas Tabs. (4.13 a 4.17).

Tabela 4.11 - Comparação das capacidades resistentes de pilares de aço obtidas com a ABNT NBR 8800:2008 e com o CSTMI – HP 250x62,0 – excentricidade L/350

L (m)	λ	N_{Rd} (kN)		Razão NBR 8800 / CSTMI
		NBR 8800	CSTMI	
3,0	0,65	2140	2414	0,89
4,0	0,86	1864	2057	0,91
5,0	1,08	1561	1701	0,92
6,0	1,29	1257	1317	0,95
7,0	1,51	971	1015	0,96
8,0	1,73	743	795	0,93
9,0	1,94	587	631	0,93
10,0	2,16	476	521	0,91

Tabela 4.12 - Comparação das capacidades resistentes de pilares de aço obtidas com a ABNT NBR 8800:2008 e com o CSTMI – HP 250x62,0 – excentricidade L/300

L (m)	λ	N_{Rd} (kN)		Razão NBR 8800 / CSTMI
		NBR 8800	CSTMI	
3,0	0,65	2140	2331	0,92
4,0	0,86	1864	2002	0,93
5,0	1,08	1561	1646	0,95
6,0	1,29	1257	1289	0,97
7,0	1,51	971	987	0,98
8,0	1,73	743	795	0,93
9,0	1,94	587	631	0,93
10,0	2,16	476	521	0,91

Tabela 4.13 - Comparação das capacidades resistentes de pilares de aço obtidas com a ABNT NBR 8800:2008 e com o CSTMI – HP 250x62,0 – excentricidade L/250

L (m)	λ	N_{Rd} (kN)		Razão NBR 8800 / CSTMI
		NBR 8800	CSTMI	
3,0	0,65	2140	2277	0,94
4,0	0,86	1864	1975	0,94
5,0	1,08	1561	1591	0,98
6,0	1,29	1257	1234	1,02
7,0	1,51	971	960	1,01
8,0	1,73	743	768	0,97
9,0	1,94	587	631	0,93
10,0	2,16	476	494	0,96

Tabela 4.14 - Comparação das capacidades resistentes de pilares de aço obtidas com a ABNT NBR 8800:2008 e com o CSTMI – HP 250x62,0 – excentricidade L/200

L (m)	λ	N _{Rd} (kN)		Razão NBR 8800 / CSTMI
		NBR 8800	CSTMI	
3,0	0,65	2140	2222	0,96
4,0	0,86	1864	1893	0,98
5,0	1,08	1561	1536	1,02
6,0	1,29	1257	1189	1,05
7,0	1,51	971	933	1,04
8,0	1,73	743	741	1,00
9,0	1,94	587	603	0,97
10,0	2,16	476	494	0,96

Tabela 4.15 - Comparação das capacidades resistentes de pilares de aço obtidas com a ABNT NBR 8800:2008 e com o CSTMI – HP 250x62,0 – excentricidade L/150

L (m)	λ	N _{Rd} (kN)		Razão NBR 8800 / CSTMI
		NBR 8800	CSTMI	
3,0	0,65	2140	2167	0,99
4,0	0,86	1864	1783	1,05
5,0	1,08	1561	1426	1,09
6,0	1,29	1257	1125	1,12
7,0	1,51	971	878	1,11
8,0	1,73	743	713	1,04
9,0	1,94	587	576	1,02
10,0	2,16	476	466	1,02

Observa-se que as razões entre as capacidades resistentes obtidas via ABNT NBR 8800:2008 e via CSTMI apresentam menores variações à medida que se aumenta a esbeltez. Os valores das razões entre os procedimentos são mais próximos de 1,0 para as excentricidades de L/200 e L/250, mais próximas da referência da curva única da ABNT NBR 8800:2008.

Pode-se concluir que o modelo de cálculo implementado no CSTMI apresenta resultados com comportamento análogo aos obtidos pela norma brasileira, ao se fazer comparações entre pilares com perfis compactos. Ao se comparar pilares com perfis de seção transversal esbelta, cujos efeitos da flambagem local passam a ser importantes na definição da capacidade resistente do pilar, os resultados obtidos pelo CSTMI já não apresentam a mesma qualidade, uma vez que o programa não avalia estes efeitos.

5

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

5.1 – Comentários gerais e conclusões

Neste trabalho foi desenvolvido e implementado um procedimento para a verificação de pilares de concreto armado e mistos de aço e concreto totalmente revestidos.

No Capítulo 1, apresentou-se uma visão geral acerca das vantagens da utilização de estruturas mistas. Em seguida foi apresentado um exemplo comparativo entre resultados de dimensionamento, evidenciando a perda de capacidade resistente do pilar misto em relação ao pilar de concreto de mesma seção bruta à medida que se aumenta a esbeltez, fato que mostrou uma incoerência entre os processos de dimensionamento, o que fomentou este estudo.

Uma revisão bibliográfica a respeito dos métodos usados para dimensionamento de pilares de concreto armado e mistos, além de um levantamento sobre trabalhos já realizados por outros pesquisadores, são apresentados no Capítulo 2. Apresentou-se também neste tópico uma discussão sobre a composição e emprego do fator 0,85 no cálculo da resistência do concreto

No Capítulo 3 foram abordadas a determinação do campo de deformações e a obtenção dos esforços resistentes da seção transversal, com base nas relações tensão-deformação estabelecidas pela ABNT NBR 6118:2007. Posteriormente foram obtidas relações momento-curvatura através do Método de Newton-Raphson, com controle do momento atuante na seção.

No mesmo capítulo mostrou-se a base e os conceitos do programa CSTMI – *Cálculo de Seções Transversais Mistas em situação de Incêndio*. Ao final do tópico foi apresentado o módulo de cálculo de pilares implementado no programa e seus principais algoritmos para a determinação da carga última em pilares de concreto armado e pilares mistos.

No Capítulo 4 o módulo de pilares implementado no CSTMI como produto deste trabalho é validado por comparações com as normas, resultados de ensaios e cálculos por programas comerciais consagrados.

Para o cálculo de pilares de concreto armado, o CSTMI mostrou-se adequado. As relações momento-curvatura foram comparadas com as saídas do programa CAD/TQS, fazendo-se diversas variações de carga e resistência característica do concreto (f_{ck}) para uma mesma seção transversal, obtendo-se resultados satisfatórios. Os resultados de cargas últimas também se mostraram compatíveis com a amostra de 44 pilares ensaiados por outros pesquisadores.

Para o cálculo de pilares de aço, a comparação foi feita com os resultados obtidos através da ABNT NBR 8800:2008 para uma dada seção transversal. Observou-se que quando o perfil de aço tem seção não compacta (sujeita a flambagem local das mesas ou alma antes da plastificação) os resultados obtidos pelo CSTMI são menos precisos quando os pilares apresentam menor esbelteza global. À medida que se aumenta a esbelteza da barra, os efeitos da flambagem local passam a ter menor relevância no valor final da capacidade resistente. Para perfis de seção compacta os resultados foram aceitáveis independente do índice de esbelteza, de maneira que pode-se concluir que o CSTMI é adequado para o cálculo da instabilidade global de pilares de aço, mas não da local, cujos efeitos não são detectados pelo programa.

Para o cálculo de pilares mistos de aço e concreto, o programa CSTMI foi comparado com uma amostra de 87 ensaios realizados por outros pesquisadores. Os resultados obtidos numericamente ficaram calibrados com os experimentais, para diversos valores de índice de esbelteza.

Conclui-se que o procedimento implementado apresenta bons resultados para a determinação da força normal resistente de pilares de concreto armado, pilares de aço e pilares mistos de aço e concreto com seção transversal genérica, para qualquer proporção entre aço e concreto, sendo válido como um método geral para cálculo em situação de flexo-compressão normal.

5.2 – Sugestões

Apresentam-se a seguir algumas sugestões para complemento deste trabalho, listadas em tópicos:

- a) Execução de ensaios de determinação da carga última em pilares mistos com uma amostra maior, de maneira a se produzir resultados experimentais mais homogêneos e confiáveis, com menor variabilidade;
- b) Estudo de pilares mistos tubulares retangulares e circulares preenchidos de concreto. Diversos resultados de ensaios estão disponíveis no trabalho de Kim (2005), e podem ser comparados a um modelo numérico semelhante ao implementado neste trabalho, mas que contemple também as variações de capacidade resistente dos pilares oriundas do efeito do confinamento do concreto pelos tubos;
- c) Estudo de pilares mistos parcialmente revestidos;
- d) Aplicação do método de cálculo de pilares apresentado neste trabalho para dimensionamento de pilares de concreto e mistos de aço e concreto em situação de incêndio.
- e) Estudo aprofundado a respeito das excentricidades de cálculo a serem consideradas no procedimento de cálculo apresentado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. *Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary*. Detroit, 2011.

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION. *Manual of Steel Construction*. 14th edition. Chicago, 2010.

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION. *AISC-LRFD Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings*. AISC. Chicago, 1993.

ARAÚJO, J.M. *Curso de Concreto Armado*. 2ª. ed. Rio Grande: Dunas, 2003.

ARAÚJO, J.M. *Pilares Esbeltos de Concreto Armado. Parte 1: Um modelo não linear para análise e dimensionamento*. Teoria e Prática na Engenharia Civil, n.18, p.81-93, 2011.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento*. Rio de Janeiro, 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 8800: Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios*. Rio de Janeiro, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *Projeto de Revisão. NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento*. Rio de Janeiro, 2013.

CAD/TQS versão 16.1, *CAD/TQS: Manual de Dimensionamento, Detalhamento e Desenho*. São Paulo, 2011.

CALDAS, R.B., *Análise Numérica de Pilares Mistos Aço-Concreto*. Dissertação de Mestrado, Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, 2004.

CALDAS, R.B., *Análise Numérica de Estruturas de Aço, Concreto e Mistras em Situação de Incêndio*. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Minas Gerais, 2008.

CALDAS, R.B., SOUZA JR, J.B.M., *Cálculo de Seções Transversais Mistras*. Ouro Preto, 2004.

CARVALHO, R.C., PINHEIRO, L.M. *Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado: Volume 2*. 1ª. ed. São Paulo: Pini, 2009.

CHARALAMPAKIS, A.E., KOUMOSIS, V.K. *Ultimate Strength Analysis of Composite Sections Under Biaxial Bending and Axial Load*. *Advanced in Engineering Software*, v.39, p.923-936, 2008.

CHEN, S.F., TENG, J.G., CHAN, S.L. *Design of Biaxially Loaded Short Composite Columns of Arbitrary Section*. *Journal of Structural Engineering*, June/2001, p.678-685, 2001.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. *CEB-FIP Model Code 1990 – Final Draft*. Bulletin d'Information n.203. Paris, 1990.

DEITEL, H.M., DEITEL, P.J. *C++: Como Programar*. 5ª. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006.

DUNDAR, C., TOKGOZ, S., TANRIKULU, A.K., BARAN, T. *Behaviour of Reinforced and Concrete-Encased Composite Columns Subjected to Biaxial Bending and Axial Load*. *Building and Environment*, v.43, p.1109-1120, 2007.

ELLOBODY, E., YOUNG, B. *Numerical Simulation of Concrete Encased Steel Composite Columns*. *Journal of Constructional Steel Research*, v.67, p.211-222, 2011.

EL-TAWIL, S., SANZ-PICÓN, C.F., DEIERLEIN, G.G. *Evaluation of ACI 318 and AISC (LRFD) Strength Provisions for Composite Beam-Columns*. *Journal of Constructional Steel Research*, v.34, p.103-123, 1995.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. *EN 1992-1-1: Eurocode 2 – Design of Concrete Structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings*. Bruxelas, 2004.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. *EN 1994-1-1: Eurocode 4 – Design of Composite Structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings*. Bruxelas, 2004.

FRANÇA, Ricardo Leopoldo e Silva. *Contribuição ao Estudo dos Efeitos de Segunda Ordem em Pilares de Concreto Armado*. Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo, 1991.

FUSCO, P.B. *Estruturas de Concreto: Solicitações Normais: Estados Limites Últimos: Teoria e Aplicação*. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1981.

FUSCO, P.B. *Controle da Resistência do Concreto*. ABECE Informa, v.89, p.12-19, 2012.

GEUZAINÉ, C., REMACLE, J. *Gmsh: a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities*. International Journal for Numerical Methods in Engineering 79(11), pp. 1309-1331, 2009.

KIM, D.K., *A Database for Composite Columns*. Dissertação de Mestrado, Georgia Institute of Technology, 2005.

KIMURA, A.E. *Cálculo de Pilares de Concreto Armado*. São Paulo: ABECE – Associação Brasileira de Engenharia e Consultoria Estrutural, 2008.

MACGREGOR, J.G. *Reinforced Concrete: Mechanics and Design*. 3rd ed. New Jersey: Prentice Hall, 1997.

PAPANIKOLAOU, V.K. *Analysis of Arbitrary Composite Sections in Biaxial Bending and Axial Load*. Computers and Structures, v.98-99, p.33-54, 2012.

PFEIL, Walter. *Concreto Armado*. 3ª. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

QUEIROZ, G., PIMENTA, R.J., MARTINS, A.G. *Estruturas Mistas. Volume 1*. Rio de Janeiro: IABr/CBCA, 2010.

RÜSCH, Hubert. *Researches Toward a General Flexural Theory for Structural Concrete*. ACI Journal, July/1960, p. 1-28, 1960.

SHANMUGAN, N.E., LAKSHMI, B. *State of the Art Report on Steel-Concrete Composite Columns*. Journal of Constructional Steel Research, v.57, p.1041-1080, 2001.

SFAKIANAKIS, M.G. *Biaxial Bending with Axial Force of Reinforced, Composite and Repaired Concrete Sections of Arbitrary Shape by Fiber Model and Computer Graphics*. Advances in Engineering Software, v.33, p.227-242, 2002.

WENG, C.C., YEN, S.I. *Comparisons of Concrete-Encased Composite Column Strength Provisions of ACI Code and AISC Specification*. Engineering Structures, v.24, p.59-72, 2002.