

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
**Curso de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica e de Minas**

**Tese de Doutorado**

**Caracterização de Minérios da Mina de Brucutu, VALE,  
Focada na Previsibilidade das Operações de Concentração Mineral.**

**Autor: Leonardo de Almeida Queiroz**  
**Orientador: Paulo Roberto Gomes Brandão**

**Dezembro / 2008**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
**Curso de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica e de Minas**

**Leonardo de Almeida Queiroz**

**CARACTERIZAÇÃO DE MINÉRIOS DA MINA DE BRUCUTU, VALE,  
FOCADA NA PREVISIBILIDADE DAS OPERAÇÕES DE CONCENTRAÇÃO  
MINERAL**

Tese de doutorado apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica e de Minas da Universidade Federal de Minas Gerais

Área de concentração: Tecnologia Mineral

Orientador: Paulo Roberto Gomes Brandão.

Belo Horizonte  
Escola de Engenharia da UFMG  
2008

A Deus, minha esposa Cristiana, meus filhos Thacianny e Thalles  
e aos meus pais, Gegê e Mirtes.

**AGRADECIMENTOS:**

À VALE pela disponibilidade de recursos material e humano. Ao Centro de Pesquisas Tecnológicas (CPT) pela oportunidade de desenvolvimento pessoal e profissional e ao amigo Delfonso pelo apoio incondicional. Ao Regisvander por todo o suporte na realização das análises mineralógicas. Ao Padovezi e Ernandes pelo incentivo e orientação. Ao meu orientador, Paulo Brandão, pelo aprendizado ao longo de todos estes anos.

## SUMÁRIO

1 – INTRODUÇÃO .....	36
2 – OBJETIVO .....	39
3 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	40
3.1 – Populações de partículas e funções de distribuição .....	40
3.1.1 – Introdução .....	40
3.1.2 – Funções de distribuição empíricas .....	42
3.1.3– Distribuições de tamanho truncadas .....	43
3.1.4 – A função de densidade de distribuição .....	44
3.1.5 – A distribuição através de número .....	45
3.1.6 – O tamanho representativo e as médias de população .....	47
3.1.7 – Distribuições baseadas na composição de partícula .....	48
3.1.8 – Funções de distribuição de conjunto .....	48
3.1.9 – Funções de distribuição condicionais .....	50
3.1.10 – Independência .....	52
3.2 – Modelos matemáticos aplicados a processos .....	53
3.2.1 – Introdução .....	53
3.2.2 – Princípios da fluidodinâmica relevantes à classificação em hidrociclones e à concentração gravítica .....	54
3.2.2.a: Introdução .....	54
3.2.2.b: Princípios de reologia .....	55
3.2.2.c: A influência da presença de partículas na reologia de fluidos .....	60
3.2.2.d: Movimento de partículas em fluidos – a equação do movimento .....	61
3.2.2.e: Movimento uniforme da partícula isolada .....	72
3.2.2.f: Movimento acelerado de uma partícula esférica isolada .....	80

3.2.2.g: A influência da concentração de sólidos no movimento das partículas .....	84
3.2.2.h: Razões de sedimentação .....	88
3.2.2.i: Forças de sustentação e dispersivas .....	89
3.2.3 – Jigagem .....	93
3.2.3.a: Teoria hidrodinâmica da jigagem .....	95
3.2.3.b: Teoria da energia potencial .....	101
3.2.3.c: Um modelo quantitativo para a estratificação .....	107
3.2.3.d: Tipos de jigues, classificação e aplicações .....	119
3.2.3.e: Ciclo de jigagem .....	103
3.2.3.f: Influência das variáveis operacionais e de projeto ...	143
3.2.3.g: Modelos de funções de partição generalizados para equipamentos de separação gravítica .....	154
3.2.3.h: Os modelos de jigagem disponíveis no MODSIM 3.6 .....	163
3.2.4 – Separação magnética .....	166
3.2.4.a: O comportamento de partículas nos campos magnéticos .....	166
3.2.4.b: As forças experimentadas por uma partícula no campo magnético .....	171
3.2.4.c: Modelo para separador magnético rotativo de tambor, a seco .....	174
3.2.4.d: Modelo para separador magnético de alta intensidade, a úmido .....	179
3.2.4.e: Os modelos de concentração magnética disponíveis no MODSIM 3.6 .....	181
3.2.5 – Flotação .....	183
3.2.5.a: Introdução .....	183
3.2.5.b: Uma aproximação cinética para o modelamento de flotação .....	185

3.2.5.c: Um modelo cinético para a flotação .....	189
3.2.5.d: Modelo da constante cinética de taxa distribuída para flotação .....	205
3.2.5.e: A flotação durante o carregamento da bolha .....	208
3.2.5.f: O tempo de subida de bolhas carregadas .....	211
3.2.5.g: Descoleta de partícula .....	214
3.2.5.h: A fase espuma .....	216
3.2.5.i: Modelos cinéticos simplificados para a flotação .....	233
3.2.5.j: Modelos cinéticos para a flotação de primeira ordem a uma variável, baseados em analogia química .....	237
3.3 – Técnicas de mineralogia aplicadas à caracterização .....	241
3.3.1 – Técnicas de microscopia óptica .....	242
3.3.2 – Difração de raios X .....	244
3.3.2.a – Introdução .....	244
3.3.2.b – Equipamentos de difração de raios X .....	245
3.3.2.c– Aplicações da difração de raios X .....	249
3.3.3 – Microscopia eletrônica de varredura e microanálise química	250
3.3.3.a – Introdução .....	250
3.3.3.b – O microscópio eletrônico de varredura – MEV ....	251
3.3.3.c – Interações elétrons – amostra .....	252
3.3.3.d – Sistemas de detecção .....	254
3.3.3.e– Microanálise química .....	255
3.3.3.f– Aplicações .....	256
3.3.4 – Análises químicas .....	256
3.3.4.a – Análise química por via úmida .....	256
3.3.4.b– Espectrometria de emissão atômica por plasma de acoplamento induzido (ICP) .....	259
3.3.4.c– Aplicações .....	260
3.4 – Balanço de Massa.....	260
3.4.1 – Introdução .....	260
3.4.2– Sensibilidade da equação de recuperação metálica .....	261
3.4.3– Sensibilidade da equação de recuperação em massa .....	262

3.4.4– Reconciliação de dados redundantes .....	263
3.5- Descrição do processo de beneficiamento de Brucutu .....	266
4- DEFINIÇÃO DO PROBLEMA .....	277
5- METODOLOGIA.....	278
5.1- Conhecimento geral da partição das espécies minerais em operações unitárias de concentração de minério de ferro – Quadrilátero Ferrífero .....	278
5.2- Identificação e coleta de amostras representantes das diversas litologias da Mina de Brucutu .....	280
5.3- Formação de amostra para estudos em escala piloto .....	281
5.4- Processamento de amostra em escala piloto .....	284
5.4.1- Condições relativas ao circuito de britagem .....	286
5.4.2- Condições relativas ao peneiramento a 1mm .....	288
5.4.3- Condições relativas à classificação em 0,15mm .....	288
5.4.4- Condições relativas à jigagem .....	289
5.4.5- Condições relativas à concentração magnética .....	289
5.4.6- Condições relativas à moagem .....	290
5.4.7- Condições relativas à deslamagem .....	291
5.4.8- Condições relativas à flotação .....	292
5.5- Análise das amostras obtidas no processamento em escala piloto e aplicações .....	292
5.5.1- Determinação de diluições, taxas de fluxo, análises granulométrica e química .....	292
5.5.2- Análises mineralógicas em replicata .....	293
5.5.3- Análises da partições e migrações dos minerais nos diversos fluxos do circuito da planta piloto .....	294
5.6- Quantificação mineralógica segundo classes de associações minerais e modelamento de processo de beneficiamento para a operação de concentração .....	294
6- RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	297
6.1- Conhecimento geral da partição das espécies minerais em operações unitárias de concentração de minério de ferro – Quadrilátero Ferrífero .....	297
6.1.1 – Considerações gerais .....	297

6.1.2 – Concentração gravítica (jigagem) .....	297
6.1.2.a – Porosidade da partícula .....	297
6.1.2.b – Associações minerais .....	299
6.1.2.c – Forma das partículas minerais .....	300
6.1.2.d – Comportamento geral .....	300
6.1.3 – Concentração magnética (baixo, médio e alto campo) .....	302
6.1.3.a – Partículas que manifestam susceptibilidade magnética sob a presença de campos magnéticos de intensidade baixa .....	302
6.1.3.b – Partículas que manifestam susceptibilidade magnética sob a presença de campos magnéticos de intensidade alta .....	304
6.1.3.c – Partículas que manifestam susceptibilidade magnética sob a presença de campos magnéticos de intensidade média .....	305
6.1.3.d – Aspectos gerais .....	306
6.1.4 – Moagem (moinho de bolas) .....	308
6.1.5 – Deslamagem e flotação .....	314
6.1.5.a – Presença e geração de lamas .....	314
6.1.5.b – Presença de contaminantes em poros e interstícios .....	315
6.1.5.c – Tamanho de cristal (mocristais) e/ou partícula (policristais) .....	316
6.1.5.d – Recobrimento de minerais por massas terrosas ...	320
6.1.5.e – Liberação do quartzo .....	321
6.2- Análise das amostras obtidas no processamento em escala piloto e aplicações .....	322
6.2.1- Determinação de diluições, taxas de fluxo, análises granulométrica e química .....	322
6.2.2- Análises mineralógicas em replicata .....	323
6.2.3- Análises da partição dos minerais entre os diversos fluxos da planta piloto .....	330

6.3- Quantificação mineralógica segundo classes de associações minerais e modelamento de processo de beneficiamento para a operação de concentração .....	336
6.3.1- Quantificação por classes de associações minerais e modelamento de processo de beneficiamento para a fração granulométrica +1mm .....	336
6.3.2- Quantificação por classes de associações minerais e modelamento de processo de beneficiamento para a fração granulométrica -1+0,15mm .....	345
6.3.3- Modelamento de processo de beneficiamento para a fração granulométrica -0,15mm .....	357
6.3.3-a: A seleção da condição ótima de flotação .....	357
6.3.3-b: A flotação de frações granulométricas diferentes ....	359
6.3.3-c: O conhecimento da cinética de flotação aplicado à previsibilidade de resultados em circuitos de flotação mecânica em escala contínua .....	360
7- CONCLUSÕES .....	369
7.1- Para a análise mineralógica e partição dos minerais nos diversos fluxos de minério no circuito de beneficiamento .....	369
7.2- Para a concentração gravítica .....	370
7.3- Para a concentração magnética .....	372
7.4- Para a moagem .....	375
7.5- Para a deslamagem e a flotação .....	376
8- CONTRIBUIÇÕES ORIGINAIS AO CONHECIMENTO.....	378
9- SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	379
10- REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	380
ANEXOS .....	396

## LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1: Arranjo dos tamanhos de classe, tamanhos representativos e tamanhos de malha ao longo do eixo de tamanho de partículas .....	48
Figura 3.2: Regiões de tamanho de partículas, espaço de composição de partícula	49
Figura 3.3-a: Representação esquemática da medida de distribuição da composição da partícula condicionada pelo tamanho da partícula .....	50
Figura 3.3-b: Representação esquemática da medida de distribuição de tamanho de partícula condicionada pela composição da partícula .....	51
Figura 3.4: Definição de viscosidade .....	55
Figura 3.5: Comportamentos reológicos de fluidos .....	56
Figura 3.6: Ilustração das definições de velocidades utilizadas .....	61
Figura 3.7: Componentes da força de pressão agindo sobre uma partícula em repouso e em movimento .....	63
Figura 3.8: Componentes da força de resistência fluidodinâmica e de sustentação sobre uma partícula .....	64
Figura 3.9: Relação entre o coeficiente de arraste e o número de Reynolds de partículas esféricas individuais segundo Lapple e Shepherd.....	67
Figura 3.10: Relação entre o coeficiente de arraste e o número de Reynolds de partículas esféricas individuais segundo Abraham (1970) e Almendra (1979) .....	71
Figura 3.11: Balanço das forças que agem sobre uma partícula .....	72
Figura 3.12: Valores de tempo adimensional para uma partícula atingir 50% e 90% da sua velocidade terminal, a partir do número de Reynolds, na velocidade terminal .....	82
Figura 3.13: Movimento acelerado de partículas esféricas de quartzo e ilmenita em água .....	83
Figura 3.14: Relação entre velocidade terminal adimensional e tamanho de partícula adimensional em função da fração de sólidos na polpa .....	87
Figura 3.15: Efeito da concentração de sólidos na fluidodinâmica de suspensões monodispersas .....	88
Figura 3.16: Ação de forças dispersivas em um leito de partículas .....	92
Figura 3.17: Diagrama esquemático de um jigue .....	94
Figura 3.18: Relação entre velocidade e tempo para partículas envolvidas em	

jigagem .....	98
Figura 3.19: Velocidade de sedimentação por tempo, para várias partículas .....	99
Figura 3.20: Posição do centro de massa em um sistema binário .....	102
Figura 3.21: Comportamento de partículas de tamanhos e formas diferentes em leitos contendo partículas de tamanho e densidade uniformes .....	105
Figura 3.22: Resultados da simulação de Monte Carlo da estratificação de partículas de densidades e tamanhos diferentes .....	106
Figura 3.23: Perfis de estratificação de equilíbrio calculados para uma mistura binária contendo componentes com densidades 2670 e 3300kg/m <sup>3</sup> e concentração inicial 0,2 do componente mais leve .....	112
Figura 3.24: Efeito da dispersão das partículas no perfil de estratificação em uma mistura de multi-componentes.....	117
Figura 3.25: Desenvolvimento do perfil de estratificação em um jigue contínuo ....	118
Figura 3.26: Perfis de estratificação em um jigue contínuo de dois estágios .....	119
Figura 3.27: Diagramas esquemáticos de jigues de pistão e diafragma .....	122
Figura 3.28: Diagrama esquemático do jigue Denver .....	123
Figura 3.29: Jigue Pan-American .....	124
Figura 3.30: Diagrama esquemático do jigue WENCO-Remer .....	125
Figura 3.31: Jigue tipo Yuba .....	126
Figura 3.32: Instalação de vários jigues trapezoidais, formando um jigue circular IHC .....	127
Figura 3.33: Diagrama esquemático de um jigue Baum .....	130
Figura 3.34: Jigue Baum McNally Norton .....	131
Figura 3.35: Jigue Batac® .....	132
Figura 3.36: Diagrama esquemático do jigue Batac® .....	133
Figura 3.37: Diagrama esquemático do jigue Batac® de finos .....	135
Figura 3.38: Diagrama esquemático do jigue de ROM .....	137
Figura 3.39: Jigue pressurizado .....	138
Figura 3.40: Ciclo de jigagem .....	139
Figura 3.41: Comportamento do leito de partículas durante o ciclo de jigagem .....	140
Figura 3.42: Ação dos mecanismos de estratificação na teoria hidrodinâmica .....	142
Figura 3.43: Ciclos de jigagem usados em alguns tipos de jigue, indicando a	

velocidade e altura de deslocamento do fluido .....	146
Figura 3.44: Efeito do tamanho de partícula na precisão de separação no beneficiamento de carvão .....	151
Figura 3.45: Curvas de Tromp do beneficiamento de carvão em um jigge Batac. ....	152
Figura 3.46: Normalização da função de partição para um ciclone de meio denso..	156
Figura 3.47: Curvas de partição generalizadas para separadores de meio denso ....	157
Figura 3.48: Nove modelos para a função de partição para valor de imperfeição $I_c=0,4$ .....	159
Figura 3.49: Nove modelos a função de partição para valor de imperfeição $I_c=0,01$ .....	159
Figura 3.50: Funções de partição medidas para carvão em um ciclone de meio denso .....	161
Figura 3.51: Caixa de diálogo do MODSIM 3.6 apresentando os parâmetros necessários para o modelo BATJ .....	164
Figura 3.52: Caixa de diálogo do MODSIM 3.6 apresentando os parâmetros necessários para o modelo BAUJ .....	165
Figura 3.53: Caixa de diálogo do MODSIM 3.6 apresentando os parâmetros necessários para o modelo SJIG .....	166
Figura 3.54: Distribuição do campo magnético causado por uma partícula paramagnética .....	170
Figura 3.55: Forças sobre um dipolo pequeno em um campo magnético .....	171
Figura 3.56: Arranjo simplificado para um separador magnético rotativo, a seco ...	175
Figura 3.57: Caixa de diálogo do MODSIM 3.6 apresentando os parâmetros necessários para o modelo WDMS .....	181
Figura 3.58: Caixa de diálogo do MODSIM 3.6 apresentando os parâmetros necessários para o modelo WDM2 .....	182
Figura 3.59: Caixa de diálogo do MODSIM 3.6 apresentando os parâmetros necessários para o modelo OFI .....	183
Figura 3.60: Os quatro estados nos quais as partículas podem estar em uma célula de flotação .....	187
Figura 3.61: Carregamento de uma bolha única durante a flotação .....	192
Figura 3.62: Linhas de força para a água em torno de uma bolha esférica rígida	

calculada assumindo o fluxo de potencial e fluxo de Stokes .....	193
Figura 3.63: Linhas de fluxo para água e linhas de fluxo para partículas tendo uma velocidade terminal igual a $0,1U_b$ .....	196
Figura 3.64: Comparação entre as eficiências de coleta prevista e medida para os minerais quartzo e carvão .....	197
Figura 3.65: Ângulo de colisão e divergência para colisões .....	201
Figura 3.66: Bolha muito carregada mostrando o ângulo de carregamento .....	203
Figura 3.67: Bolha plenamente carregada mostrando aglomerados de partículas....	209
Figura 3.68: Carga medida em bolhas únicas, plenamente carregadas .....	210
Figura 3.69: Coeficiente de arraste para bolhas em ascensão, em fluidos viscosos, em função do número de Reynolds .....	213
Figura 3.70: Coeficiente de arraste para bolhas em ascensão, em fluidos viscosos, em função de $\Phi$ .....	213
Figura 3.71: Distorção de uma bolha devido ao peso de uma partícula aderida .....	215
Figura 3.72: Estrutura geométrica de uma única bolha, em uma espuma, vista em duas dimensões .....	218
Figura 3.73: Linhas de fluxo na espuma de flotação calculada para $1-\alpha=0,7$ .....	219
Figura 3.74: Linhas de fluxo na espuma de flotação calculada para $1-\alpha=0,3$ .....	220
Figura 3.75: Segmento em uma rede de bordas de Plateau através do qual a polpa drena sob a ação da gravidade .....	229
Figura 3.76: Trajetórias de drenagem para polpa na rede de bordas de Plateau.....	231
Figura 3.77: Resultados típicos de testes em flotação em bancada .....	235
Figura 3.78: Tubo de raios X .....	245
Figura 3.79: Espectro de raios X contínuo e característico para o molibdênio a 35 kV.....	246
Figura 3.80: À esquerda, espectro de emissão de raios X do Cu mostrando as linhas $K\alpha$ e $K\beta$ e a banda de absorção do Ni.....	247
Figura 3.81: Câmara de pó ou de Debye-Scherrer .....	248
Figura 3.82: Geometria Bragg-Bretano de um difratômetro de raios X, mostrando as diferentes fendas utilizadas .....	248
Figura 3.83: Esquema geral do microscópio eletrônico de varredura .....	251
Figura 3.84: Interação elétrons – amostra .....	253

Figura 5.1: Localização das unidades da VALE no Quadrilátero Ferrífero .....	280
Figura 5.2: Fluxograma simplificado de processo adotado para o processamento da amostra em planta piloto .....	284
Figura 6.1: Modelo mineralógico genérico para as operações unitárias de concentração gravítica de minério de ferro através da jigagem .....	301
Figura 6.2: Exemplos de partículas minerais de ferro susceptíveis a campos magnéticos de intensidade baixa .....	304
Figura 6.3: Exemplos de partículas minerais de ferro susceptíveis somente a campos magnéticos de intensidade alta .....	305
Figura 6.4: Correlação entre a estimativa de recuperação em massa em separadores de media intensidade, pelos métodos de microscopia óptica e testes em separador de bancada (L4 INBRAS).....	307
Figura 6.5: Modelo mineralógico genérico para as operações unitárias de concentração magnética de minério de ferro .....	307
Figura 6.6: Principais características da trama de minerais que facilitam a moagem .....	309
Figura 6.7: Principais características da trama de minerais que dificultam a moagem .....	310
Figura 6.8: Influência da granulometria de alimentação da moagem, no tempo necessário para que a moagem alcance a especificação granulométrica do produto moído .....	311
Figura 6.9: Situações em que a trama/características dos cristais são mais dominantes no resultado da moagem que a distribuição granulométrica da alimentação .....	312
Figura 6.10: Ilustração das características de trama e tamanho de cristal que influenciam na moagem, apresentado pelas amostras da figura 6.9 .....	313
Figura 6.11: Modelo mineralógico genérico para as operação unitária de moagem de minério de ferro .....	314
Figura 6.12: Influência da alumina no teor de sílica do concentrado de flotação de minério de ferro em função da presença de caulinita nos poros e interstícios da goethita .....	315
Figura 6.13: Relação do teor de ferro com a quantidade de finos (-45µm), no	

flotado.....	318
Figura 6.14: Recobrimento de minerais por massas terrosas .....	320
Figura 6.15: Modelo mineralógico genérico para as operações unitárias de deslamagem e flotação de minério de ferro .....	321
Figura 6.16: Exemplos da dispersão grande dos resultados de quantificação mineralógica para o detalhamento das texturas/microestruturas do mineral hematita (Formas geométricas que se distanciam do formato de uma esfera) .....	324
Figura 6.17: Exemplos da dispersão menor dos resultados de quantificação mineralógica para a hematita martítica e magnetita, goethita e goethita terrosa .....	325
Figura 6.18: Influência da porosidade na densidade aparente e na diferença entre os teores de ferro analisado e calculado pela mineralogia, para minerais de ferro com teor médio aproximado, na fração +8mm .....	326
Figura 6.19: Influência da porosidade e do teor de ferro na densidade aparente e na diferença entre os teores de ferro analisado e calculado pela mineralogia, para minerais de ferro com teor médio aproximado, na fração -8+6,35mm .....	327
Figura 6.20: Diferença entre o fechamento químico obtido pela análise química via plasma e por cálculo estequiométrico a partir da quantificação mineralógica, considerando diferentes níveis de hidratação das amostras .....	329
Figura 6.21: Principais feições mineralógicas apresentadas pela fração granulométrica +1mm .....	333
Figura 6.22: Principais feições mineralógicas apresentadas pela fração granulométrica -0,150mm .....	335
Figura 6.23: Principais feições mineralógicas apresentadas pela fração granulométrica -1+0,150mm .....	336
Figura 6.24-a: Comparação dos teores de ferro obtidos em testes em escala piloto com aqueles simulados através do programa MODSIM , para níveis diferentes de recuperação em massa ( $\alpha= 0,02$ para 4 níveis de altura de leito).....	341
Figura 6.24-b: Comparação dos teores de sílica obtidos em testes em escala piloto com aqueles simulados através do programa MODSIM , para níveis diferentes de recuperação em massa ( $\alpha= 0,02$ para 4 níveis de altura de leito) .....	341
Figura 6.24-c: Comparação dos teores de alumina obtidos em testes em escala	

piloto com aqueles simulados através do programa MODSIM , para níveis diferentes de recuperação em massa ( $\alpha= 0,02$ para 4 níveis de altura de leito) .....	342
Figura 6.24-d: Comparação da perda por calcinação obtido em testes em escala piloto com os valores simulados através do programa MODSIM , para níveis diferentes de recuperação em massa ( $\alpha= 0,02$ para 4 níveis de altura de leito) .....	342
Figura 6.25: Evolução do perfil de estratificação de partículas de minerais de ferro ao longo da extensão do leito de partículas em um jigge Remer piloto e a identificação da formação de três regiões distintas relativas à densidade aparente de partículas governada pela porosidade .....	344
Figura 6.26: Fotomicrografias evidenciando algumas classes de associação de minerais na alimentação da concentração magnética .....	347
Figura 6.27: Quartzo (QZ) com inclusões de magnetita (MA) .....	350
Figura 6.28- Partição dos minerais associados à magnetita nos produtos da concentração magnética .....	352
Figura 6.29- Partição da hematita não associada à magnetita nos produtos da concentração magnética .....	353
Figura 6.30- Partição do quartzo nos produtos da concentração magnética .....	354
Figura 6.31- Correlação entre o teor de quartzo na alimentação do circuito de concentração magnética e o produto magnético de intensidade alta.....	355
Figura 6.32- Partição da feição mineral hematita martítica (sem magnetita reliquiar) nos fluxos do circuito de concentração magnética .....	356
Figura 6.33- Partição do mineral goethita nos fluxos do circuito de concentração magnética .....	357
Figura 6.34: Distribuição de teores obtidos na flotação em bancada para a fração - 0,15mm deslamada de Brucutu – dados experimentais versus dados calculados pelo modelo de primeira ordem a uma variável .....	362
Figura 6.35: Linearização das funções da figura 6.34 para a determinação das constantes cinética de flotação para os minerais de ferro (obtido pela distribuição de teores de ferro) e para o quartzo (obtido pela distribuição de teores de sílica) ....	363
Figura 6.36: Quadro esquemático relacionando os resultados de cinética de flotação de primeira ordem a uma variável (aplicados aos dados em batelada) para a previsão de resultados em escala contínua .....	364

Figura 6.37: Gráfico para determinação do coeficiente $\alpha$ , que estabelece a relação entre as funções de distribuição de teores em escala contínua e batelada .....	366
Figura 6.38: Atualização da figura 6.13, com a inclusão do resultado de flotação com o minério de Brucutu .....	368

## LISTA DE TABELAS

Tabela III.1: Influência da temperatura na massa específica e na viscosidade da água e do ar a 1atm de pressão .....	57
Tabela III.2: Equações para o cálculo da velocidade terminal de sedimentação da partícula esférica isolada e tamanho associado .....	76
Tabela III.3: Funções de correção para a influência da forma da partícula na velocidade de sedimentação .....	79
Tabela III.4: Velocidades terminais de sedimentação de materiais selecionados com diferentes fatores de forma .....	80
Tabela III.5: Tipos de jigues e uma forma de classificação .....	121
Tabela III.6: Intervalo típico de operação de tipos de jigues diferentes .....	148
Tabela III.7: Equações empíricas para funções de partição corrigida para separadores de meio denso.....	158
Tabela III.8: Parâmetros a, b e c, para diferentes equipamentos de separação gravítica .....	162
Tabela III.9: Valores de $E_S$ por tipo de separador de meio denso .....	163
Tabela III.10: Fatores de conversão para converter do sistema emu para o sistema SI .....	167
Tabela III.11:Técnicas de mineralogia de uso mais difundido na caracterização de minérios .....	242
Tabela III.12: Características dos ânodos mais comuns .....	245
Tabela III.13: Características de tubos de raios X diferentes.....	246
Tabela V.1: Relação e quantidade de amostras por litologia da Mina de Brucutu.	281
Tabela V.2: Expectativa das características médias da pilha de homogeneização (-25mm) a ser alimentada na usina de Brucutu, até o ano de 2011 .....	282
Tabela V.3: Características da amostra coletada para estudos em escala piloto, considerando o ROM após as operações de desmonte, carregamento, transporte e redução até a britagem terciária (-16mm) .....	283
Tabela V.4- Especificações de qualidade para os produtos gerados a partir do processamento em planta piloto (ROM com teor médio de 59%Fe) .....	286
Tabela V.5- Principais parâmetros operacionais durante a operação de jigagem	

em escala piloto (jigüe Remer) .....	289
Tabela V.6- Distribuição de tamanho da carga de corpos moedores adotada para o teste piloto de moagem do rejeito da jigagem .....	290
Tabela V.7: Densidades e diluições obtidas para o teste de moagem em escala piloto (densidade do minério de 4,43) .....	291
Tabela VI.1: Composição mineralógica, base óxidos/hidróxidos, e as equações resultantes da correlação existente entre o teor de ferro e a massa passante em 45µm, no flotado.....	320
Tabela VI.2: Resultado das qualidades de produtos obtidos a partir da amostra processada em escala piloto .....	322
Tabela VI.3: Partição dos teores dos minerais nos diversos fluxos de alimentação das operações de concentração da planta piloto de beneficiamento de Brucutu .....	331
Tabela VI.4: Classes de associações minerais selecionadas para a alimentação da jigagem .....	337
Tabela VI.5: Participação de cada classe de associação mineral por fração granulométrica, na alimentação da jigagem .....	338
Tabela VI.6- Correção da densidade dos minerais de ferro em função da porosidade existente (Da densidade real para a densidade aparente) .....	304
Tabela VI.7: Variações de teores observados em minerais da assembleia de minério de ferro (obtidos através de análise em microscópio eletrônico com microanálise) .....	339
Tabela VI.8: Teores estimados para cada mineral, empregando cálculo estequiométrico e a aproximação dos teores químicos existentes na alimentação da jigagem .....	339
Tabela VI.9: Composição média de cada classe de associação mineral, na alimentação da jigagem .....	340
Tabela VI.10: Classes de associações minerais selecionadas para a alimentação da concentração magnética .....	346
Tabela VI.11: Participação de cada classe de associação mineral por fração granulométrica na alimentação do concentrador magnético de média intensidade.....	346
Tabela VI.12: Correção da densidade dos minerais de ferro em função da	

porosidade existente (Da densidade real para a densidade aparente) .....	347
Tabela VI.13: Teores estimados para cada mineral, empregando cálculo estequiométrico e a aproximação dos teores químicos existentes na alimentação da concentração magnética de média intensidade .....	348
Tabela VI.14: Composição média de cada classe de associação mineral, adotada para a alimentação da concentração magnética .....	349
Tabela VI.15: Resultados medidos em teste em escala piloto de concentração magnética de intensidade média de campo e resultados simulados, para este mesmo tipo de concentração, no programa MODSIM 3.6 .....	349
Tabela VI.16: Resumo dos testes exploratórios de flotação em bancada para a seleção da condição ótima de flotação .....	358
Tabela VI.17: Resumo dos testes de flotação em bancada por fração granulométrica .....	359
Tabela VI.18: Resultados de partições em massa, químicos e de distribuição de teores para a cinética de flotação com a fração -0,15mm do ROM de Brucutu ....	361
Tabela VI.19: Comparação entre os resultados previstos em escala de bancada e os resultados previstos em escala piloto para flotação da fração -0,15mm deslamada .....	367
Tabela VI.20: Condições de teste praticadas em escala de bancada e escala piloto .....	367

## RESUMO

Apresenta-se uma abordagem de caracterização aplicada ao depósito de minério de ferro de Brucutu, da VALE, tendo como objetivos a identificação e a definição das principais características necessárias, a fim de aprimorar a previsibilidade das operações de concentração na usina de beneficiamento mineral.

Os aspectos teóricos relacionados às operações unitárias de concentração por jigagem, concentração magnética, concentração por flotação, técnicas de caracterização mineral e revisão de modelos matemáticos aplicados à simulação de operações de concentração são apresentados na revisão da literatura.

A pesquisa empregou análise mineralógica, testes de processo em escala de bancada e em planta piloto de beneficiamento mineral.

A simulação das operações unitárias de concentração por jigagem, magnética e flotação de minério de ferro incorporou as informações de composição química, granulométrica e associações de partículas minerais.

Uma abordagem detalhada foi empregada quanto à definição dos critérios para aceitação de resultados de análise mineralógica em minério de ferro, a partir da investigação de resultados de análises em replicata.

Apresenta como conclusão principal a validação do uso da combinação de análises química, granulométrica, de associações de partículas minerais e de modelos matemáticos de simulação na previsão de resultados nos processos de concentração de minério de ferro.

Outra contribuição é a apresentação de um procedimento simplificado para a estimativa de partições em massa, resultados de composição química em fluxos internos de circuitos de flotação convencional e do tempo de residência correspondente, empregando o conhecimento da cinética de flotação.

## **ABSTRACT**

A characterization study applied to the Brucutu iron ore deposit, VALE, was developed, which aimed to identify and determine the main characteristics in order to increase the concentration units' predictability in the mineral treatment plant.

Fundamental aspects related to the mineralogical analyses and mineral process testwork in bench and pilot plant scales, such as jigging, drum magnetic separation, wet high intensity magnetic separation, flotation in mechanical or conventional cells are presented in the bibliography review.

Mineralogical analysis and mineral processing testwork in bench and pilot plant scales has been applied throughout.

The modeling of iron ore concentration unit operations by jigging, magnetic separation and flotation took into account information about chemical composition, size distribution and particles' mineral associations.

Detailed investigation was applied considering the establishment of a procedure to validate the iron ore mineralogical analyses from several repeated determinations.

Validation of process simulation to iron ore, applying the combination of chemical, mineralogical and size analyses, is presented. The main result obtained was to improve the prior information to reach better performance in jigging, magnetic concentration and flotation processes.

Another contribution was the establishment of a simplified procedure to estimate the flowrate and the chemical composition to internal flows in conventional flotation circuits and the residence time necessary to reach these results applying flotation kinetics knowledge.

## LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

### Em “Populações de Partículas e Funções de Distribuição”

$P(d_p)$	fração da massa daquela porção da população que consiste de partículas com tamanho menor ou igual a $d_p$
$d_p$	tamanho de uma partícula
$p_i(d_p)$	função discreta de densidade de tamanho de partícula
$\Delta P_i$	fração de massa da porção da população de partículas que consiste de partículas que têm tamanho entre $D_i$ e $D_{i-1}$
$p_i(d_p)$	função de densidade de probabilidade discreta fracional
$\Delta d_p = D_{i-1} - D_i$	largura finita da classe de tamanho, que não é usualmente constante, mas varia de tamanho para tamanho
$D_{63,2}$	tamanho no qual a função distribuição tem o valor 0,632
$G(x)$	função de distribuição normal ou Gaussiana
$D_{50}$	tamanho da partícula no qual $P(D_{50}) = 0,50$ e é chamado de tamanho médio
$D'$	maior partícula na população
$\alpha$	medida do espalhamento (dispersão) nos tamanhos das partículas
$X$	qualquer característica da partícula de interesse
$P(x)$	fração de massa da população que consiste de partículas que têm o valor da característica menor ou igual a $x$
$p(x)$	função de densidade de distribuição
$\Psi(x)$	fração por número de partículas na população que tem tamanho igual ou menor a $x$
$x^{(j)}$	da propriedade característica para partícula $j$
$N_T$	número total de partículas na população
$x^{(i)}/N_T$	pelo número da população de partículas que têm tamanho $x_i$
$M_T$	massa total do material na população
$m^{(i)}$	massa de partículas no grupo $i$ que tem valor representativo $x_i$
$m^{(i)}/M_T$	fração por massa de partículas no grupo $i$
$\psi(d_p)$	número da função de densidade de distribuição
$\psi_i(d_p)$	fração de número da população na classe de tamanho $i$

$P(D, g)$	fração de massa da população total de partículas que tem tamanho $\leq D$ e fração de mineral $\leq g$
$P_{ij}(d_p, g)$	fração do material com tamanho na faixa $(D_i, D_{i-1})$ , e composição na faixa $(G_{j-1}, G_j)$
$p_{ij}(g   d_p)$	função de densidade discreta de distribuição condicional
$M$	massa da população total
$Mp_{ji}(g, d_p)$	massa das partículas que caem nas duas classes $j$ e $i$ , simultaneamente
$p_{ji}(g, d_p)$	função de distribuição discreta de conjunto

**Em “Princípios da Fluidodinâmica Relevantes à Classificação em Hidrociclones e à Concentração Gravítica”**

$F$	força tangencial aplicada à laminas de fluidos
$U$	velocidade dos diversos elementos do fluido ou velocidade que o fluido apresentaria no centro de massa de uma partícula
$Z$	distância que separa duas lâminas imaginárias de fluido
$M$	coeficiente de viscosidade do fluido ou viscosidade
$T$	tensão cisalhante
$S$	taxa de cisalhamento ou taxa de distensão
$\tau_0$	tensão cisalhante crítica
$K$	índice de consistência do fluido
$N$	índice que expressa o comportamento do fluido
$W$	velocidade de translação da partícula
$V$	velocidade relativa partícula-fluido
$m_p$	massa da partícula
$\sum F$	resultante das forças que agem sobre o centro de massa da partícula
$\partial v / \partial t$	aceleração do centro de massa da partícula
$F_e$	forças externas que agem sobre o volume da partícula
$B$	intensidade do campo externo aplicado
$G$	aceleração da gravitacional

$\omega, \omega e \Omega$	velocidades angulares do fluido (para campo centrífugo e movimento de Coriolis)
$R$	raio da órbita da partícula (para campo centrífugo) ou eixo instantâneo de órbita da partícula (para movimento de Coriolis)
$F_D$	força de arraste que o fluido exerce sobre uma superfície sólida ou força de resistência hidrodinâmica
$A_C$	seção transversal da partícula na direção do movimento relativo
$v_\infty$	velocidade de aproximação da partícula isolada (em movimento uniforme em um fluido infinito) ou velocidade terminal relativa da partícula
$C_D$	fator adimensional, denominado coeficiente de arraste
$Re$	número de Reynolds
$V_p$	volume da partícula
$\rho_s$	densidade do sólido
$\rho_f$	densidade do fluido
$\omega_\infty$	velocidade terminal da partícula $\omega_\infty$ em um fluido em repouso
$T$	tempo relativo às diferentes proporções da velocidade terminal de sedimentação
$\phi$	fração volumétrica de sólidos na polpa
$f_p$ e $f_q$	funções empíricas da fração de sólidos
$v_i^*$	velocidade adimensional de sedimentação retardada
$\rho_l$ e $\rho_d$	densidades do componente leve e denso, respectivamente
$F_B$	força de sustentação
$K_l$	constante de proporcionalidade
$B$	número de Reynolds segundo Bagnold, para os regimes limites para uma partícula (macroviscoso e inercial)
$du/dz$	taxa média de cisalhamento
$C_L$	concentração linear
$\phi_{\max}$	fração de sólidos máxima possível para a distribuição granulométrica do material

**Em “Jigagem”**

$\rho_d, \rho_b, \rho_a$	densidades das partículas densas, leves e a densidade aparente da suspensão, respectivamente
$dv/dt$	aceleração da partícula
$\rho_f$	densidade do fluido
$\rho_s$	densidade do sólido
$G$	aceleração da gravidade
$E_I$	energia potencial
$E_{II}$	energia potencial do leito perfeitamente estratificado
$G_l$ e $G_d$	pesos das camadas das partículas leve e densa, respectivamente
$S$	centro de gravidade ou centro de massa
$\Delta H$	jigabilidade do material, segundo Mayer (1964). Mede a facilidade com que uma mistura binária pode ser separada. Representa a energia potencial por unidade de massa disponível para que a separação seja efetuada
$P$	densidade de partícula
$\bar{\rho}$	densidade média de um leito de partículas
$E$	Energia potencial
$U$	mobilidade específica da partícula e é definida como a velocidade na qual uma partícula penetra no leito sob uma unidade de gradiente de energia potencial
$n_s$	fluxo de estratificação
$D$	coeficiente de difusão
$h=H/H_b$	altura relativa
$H_b$	profundidade total do leito
$A$	constante de estratificação específica
$C_\rho^f$	concentração de partículas de densidade $\rho$ na alimentação do leito
$C_i(0)$	concentração de partículas do tipo $i$ , na base da camada
$C_i^0$	concentração de cada espécie na base da camada
$\bar{\rho}(h)$	perfil de densidade médio inicial
$C_i(h)$	perfis de concentração

$C_\rho^f$	concentração de partículas de densidade $\rho$ na alimentação
$C_\rho$	concentração de partículas de densidade $\rho$ no leito, expressa como a fração de volume do sólido
$V(h)$	velocidade do leito na altura $h$
$\gamma(h_s, \delta)$	produção de sólido para o produto mais leve
$R_i(h_s, \delta)$	recuperação do $i$ -ésimo componente de densidade, para o produto mais leve
$C_i^p(h_s, \delta)$	distribuição de densidade por volume, para o produto mais leve
$C_i^p$	distribuição de densidade no produto mais leve do primeiro compartimento
$C_i^2(h)$	perfil de concentração no segundo comportamento
$v_2(h)$	perfil de velocidade no segundo comportamento
$U$	velocidade superficial do fluido
$R$	Amplitude
$N$	Frequência
$u_f$	menor velocidade do fluxo ascendente do fluido que permite que o leito seja erguido ou velocidade corresponde à velocidade final de sedimentação do leito formando um corpo poroso rígido
$\rho_m$	densidade do meio
$NPCS$	<i>normalized cut point shift</i>
$I_c$	imperfeição corrigida
$R(x)$	curva de partição normalizada
$X$	densidade normalizada
$\frac{SG_s}{SD_s}$	ponto de corte para tamanhos individuais para ciclones de meio denso
$SG_S$	ponto de corte para partículas de tamanho $d_p$
$\overline{SG_S}$	ponto de corte global para a alimentação composta
$\overline{d_p}$	tamanho médio de partícula na alimentação
$E_S$	função padrão representado a variação de $EPM$ com a densidade de separação para cada tipo de equipamento

### Em “ Separação Magnética”

$H$	campo magnético exterior à partícula
$F$	força exercida em um polo magnético isolado
$B$	indução magnética
$J$	polarização magnética
$M$	força de polo magnético
$M$	momento dipolo magnético
$\Phi$	fluxo magnético
$M$	permeabilidade magnética
$K$	susceptibilidade magnética de volume
$X$	susceptibilidade magnética de massa
$J'$	indução magnética que resulta da magnetização da partícula ou medida do dipolo magnético que é induzido no material da partícula
$\Delta$	distância de separação entre polos magnéticos
$\Theta$	ângulo entre a orientação da partícula e o campo magnético
$\mu_r$	permeabilidade magnética relativa
$H'$	campo magnético no interior da partícula
$N$	fator geométrico que depende da forma da partícula
$F_n$	força do polo norte
$F_s$	força do polo sul
$v_p$	volume da partícula
$V_m$	volume magnético da partícula
$f_m$	densidade da força magnética
$H_0$	força de campo na superfície do tambor
$F_r$	componente radial da força sobre uma partícula próxima à superfície do tambor
$f_m$	componente radial da densidade de força magnética na superfície do tambor
$F_c$	força centrífuga
$F_{Gr}$	componente radial da força gravitacional

$\omega_{Crit}$	velocidade de rotação crítica para o desprendimento de uma partícula
$sen\varphi_d$	ponto teórico de desprendimento de uma partícula
$p(f_m)$	densidade de distribuição para a densidade de força magnética dentro do leito de partículas sobre a superfície do tambor
$p(V_m / g)$	distribuição condicional do volume magnético para partículas de teor $g$
$Y_T$	produção para o rejeito
$\rho_b$	densidade <i>bulk</i> da camada
$B$	espessura da camada
$F_m$	força magnética
$F_u$	força hidrodinâmica
$d_\omega$	diâmetro do arame da matriz
$H_s$	força do campo magnético de saturação dentro do material da matriz
$U$	velocidade média da polpa quando esta flui através da matriz
$L_m$	carregamento da matriz ou a fração de massa magnética na alimentação / massa da matriz
$d_p$	tamanho de partícula
$R_M(\chi, d_p)$	recuperação de partícula em um separador magnético tipo WHIMS
$M_{50}$	ponto de corte magnético no qual a recuperação é 0,5
$Y$	produção total de sólidos para a fração magnética em um separador magnético tipo WHIMS
$R(d_p)$	retenção fracional de partículas de tamanho $d_p$ por aprisionamento físico

**Em “Flotação”**

$U_b$	velocidade local de subida da bolha
$D_{bh}$	diâmetro da bolha projetado no plano horizontal
$D_{be}$	diâmetro da bolha equivalente do volume ou diâmetro esférico efetivo da bolha
$C_{ij}$	concentração de partículas do tipo $ij$ na polpa
$d_{pi}$	tamanho de partícula
$v_{Ti}$	velocidade de queda livre da partícula
$G_v$	taxa de aeração específica em $m^3$ de ar/ $s.m^3$ de volume de célula
$\tau_b$	tempo de residência médio da bolha na célula
$E_{Cij}$	a fração de partículas que estão no caminho da bolha e que realmente colide com ela
$E_{Aij}$	fração das colisões bolha-partícula que leva à aderência com sucesso ou eficiência de adesão para a fração flotável de partículas do tipo $ij$
$E_c$	eficiência de colisão
$r$ e $\theta$	coordenadas espaciais esféricas
$R_b$	raio da bolha
$R_p$	o raio da partícula
$u_r$	componentes radial da velocidade do fluido
$u_\theta$	componentes azimutal da velocidade do fluido
$Re_b$	número de Reynolds de bolha
$v_r$	componentes radial do vetor velocidade da partícula
$v_\theta$	componentes azimutal do vetor velocidade da partícula
$\psi_p$	função de fluxo para o movimento da partícula
$\psi_{poi j}$	valor de função de fluxo de partícula para as linhas de fluxo que representam a trajetória rasante para uma partícula do tipo $ij$ , no equador da bolha
$\theta_c$	ângulo de colisão
$t_s$	tempo de deslizamento
$L$	carregamento fracional sobre a bolha

$\theta_L$	ângulo de carregamento
$S_v$	área de superfície de bolha total em contato com a fase polpa por unidade de volume da célula
$k_{ij}$	coeficiente de transferência de massa da partícula da polpa para a superfície das bolhas
$R_{ij}$	recuperação final das partículas do tipo $ij$
$t_{smax}$	o tempo de deslizamento mais longo disponível
$\Gamma_z$	função gama incompleta
$f_{ij}$	função de densidade de distribuição para o tempo de indução
$F_{ij}$	função de distribuição correspondente à $f_{ij}$
$\eta_{ij}$	carga por unidade de volume da bolha em uma bolha carregada plenamente com partículas do tipo $ij$
$\varepsilon_{ij}$	empacotamento de vazios para partículas do tipo $ij$
$\rho_{ij}$	densidade de partículas do tipo $ij$
$\eta_0$	carga sobre uma bolha muito pequena que é composta largamente de aglomerados de partículas hidrofóbicas
$L_{max}$	carga máxima em uma bolha
$V_b$	volume da bolha
$m_{ij}$	fração de massa de partículas do tipo $ij$ na carga da bolha
$Mo$	número de Morton
$\Sigma$	tensão de superfície da solução na superfície da bolha
$C_D$	coeficiente de arraste para uma bolha em ascensão
$F_g$	força de separação
$F_c$	componente vertical da força de tensão superficial $F_\sigma$ .
$\Theta$	ângulo de contato
$\Psi$	função de fluxo
$UG=G/wb$	velocidade superficial do gás, através da interface polpa-espuma
$G/w$	taxa de aeração linear
$Gx/b$	fluxo total de gás através da interface que é limitado pela parede de trás da célula e uma distância $x$ de uma linha imaginária desta parede
$\Psi$	função de fluxo normalizada de $\psi$

$H$	altura total da camada de espuma
$Wh$	altura borda da célula acima da interface polpa-espuma
$\sigma_{ij}$	coeficiente de adesão de sólido
$\Gamma_{ij}$	quantidade de sólidos do tipo $ij$ aderido por unidade de área da superfície da bolha ou concentração de superfície
$\sigma'_{ij}$	fração do tipo $ij$ que permanece aderida durante a ruptura de um filme lamelar único
$\Gamma'_{ij}$	quantidade de sólidos do tipo $ij$ aderido por unidade de área da superfície da bolha normalizada
$\tau'$	tempo de residência da bolha normalizado em relação à velocidade superficial do gás
$D_H$	diâmetro hidráulico do canal
$\bar{V}$	velocidade de drenagem média
$\bar{V}'$	velocidade de drenagem média normalizada
$\Delta$	espessura média dos filmes lamelares na espuma
$\delta'$	espessura média dos filmes lamelares na espuma normalizada
$\gamma_{ij}$	coeficiente de transmissão de espuma
$\frac{Q_w^C}{G}$	recuperação de água do flotado
$K_{ij}C_{ij} = k_{ij}SC_{ij}$	taxa de transferência de partículas do tipo $ij$
$K_{ij}$ e $k_{ij}$	funções complexas do tamanho de partícula, tamanho de bolha, carregamento da bolha e do tempo de indução de aderência
$R_{ij}$	recuperação $R_{ij}$ das espécies minerais
$\Phi_f(d_{pi})$	parâmetro que inclui todos os efeitos de tamanho de partícula que pode depender do tipo de partícula
$S_{av}$	área média de superfície de bolha disponível na população inteira de bolhas em uma célula de flotação
$k_j$	constante residual que é específica para o tipo de partícula e é independente do tamanho de partícula
$M$	massa de sólidos na célula
$p_{ij}$	fração de sólidos na célula que está na classe $j$ de composição e classe $i$ de tamanho

$V_c$	o volume da célula de flotação
$A$	área superficial de bolha por unidade de volume
$S$	área de superfície disponível, após uma bolha ter estado em uma célula por um tempo $\tau$
$C(t)$	concentração de sólidos no tempo $t$
$T$	tempo de flotação
$N$	ordem do processo
$K$	constante da taxa de flotação
$V$	volume de polpa
$R$	recuperação acumulada após um tempo $t$ de flotação
$R_\infty$	recuperação de flotação teórica máxima
$ES$	eficiência de separação
$t_o$	tempo ótimo ( $t_o$ ) em termos das recuperações de mineral-minério ( $R_m$ ) e de ganga ( $R_g$ )

### Em “Técnicas de Mineralogia Aplicadas à Caracterização”

$\lambda$	comprimento de onda da radiação incidente
$N$	número inteiro (ordem de difração)
$D$	distância interplanar para o conjunto de planos hkl (índice de Miller) da estrutura cristalina
$\theta$	ângulo de incidência dos raios X (medido entre o feixe incidente e os planos cristalinos)
$I_{(hkl)}$	intensidade integrada
$K_e$	constante para um equipamento particular
$P_{(hkl)}$	fator de multiplicidade
$V_j$	volume da cela unitária
$F_{(hkl)j}$	fator de estrutura
$LP_{(hkl)}$	fator Lorentz-polarização
$f_j$	fração volumétrica da fase J na amostra
$M$	coeficiente de absorção linear da amostra

**Em “Balço de massa”**

$A, C e R$	taxa de fluxo na alimentação, concentrado e rejeito, respectivamente
$R_{met}$	recuperação metálica
$R_{mas}$	recuperação em massa
$a, c e r$	teores de elementos ou compostos químicos nos fluxos de alimentação, concentrado e rejeito, respectivamente
$V$	variância

## 1 – INTRODUÇÃO

A demanda de mercado para os produtos de minério de ferro exige que a indústria mineral tenha capacidade produtiva fundamentada na qualidade dos produtos beneficiados. Este cenário cria a necessidade do controle rigoroso das operações de beneficiamento para atendimento às especificações de qualidade dos produtos, além da garantia de melhores níveis de recuperação em mina e usina.

Alinhada às tendências de mercado, a Vale desenvolveu um projeto para o aproveitamento de minérios da mina de Brucutu, localizado no Município de São Gonçalo do Rio Abaixo, no Estado de Minas Gerais, porção nordeste do Quadrilátero Ferrífero, que teve início de operação em 2006.

Brucutu é uma jazida tipicamente constituída por itabiritos, sendo que o sequenciamento de lavra para os primeiros anos de operação considerou um teor global de ferro de 58%. Os itabiritos desta mina apresentam-se sob a forma de litologias com características diferenciadas em termos de distribuição granulométrica, teores, constituição mineralógica e resposta frente às diversas etapas de beneficiamento mineral.

Esta tese apresenta a caracterização dos minérios da jazida de Brucutu e tem por objetivo principal a identificação e a definição das características principais necessárias ao modelamento das operações unitárias de concentração, a fim de aumentar a previsibilidade frente ao processo de beneficiamento mineral.

As caracterizações foram realizadas no Centro de Pesquisas Tecnológicas da Vale Ferrosos englobando duas unidades: uma na Mina da Cauê, em Itabira – MG e a outra na Mina de Alegria, em Mariana – MG. Este Centro de Pesquisas Tecnológicas é capacitado para a realização de caracterização mineralógica, através de microscopia óptica, laboratório para a preparação física de amostras, laboratório de processo de beneficiamento e planta piloto. O laboratório de processo e a planta piloto são

capacitados para o desenvolvimento de qualquer estudo relacionado às operações unitárias clássicas de beneficiamento de minério de ferro.

O desenvolvimento do trabalho contou, em sua fase inicial, com a caracterização de minérios de ferro localizados em porções diferentes do Quadrilátero Ferrífero, em Minas Gerais, onde estão presentes diversidades de feições mineralógicas. Suportada por estudos laboratoriais e em escala piloto, esta fase do trabalho buscou estabelecer correlações entre as características mineralógicas das diversas litologias com a resposta frente às operações unitárias de concentração mineral. A expectativa desta fase do trabalho foi estabelecer um modelo genérico relacionando as características mineralógicas e a resposta frente às operações unitárias de jigagem, concentração magnética de média e alta intensidade de campo e flotação. Esta fase do trabalho foi designada por “Conhecimento Geral da Distribuição Mineralógica em Operações Unitárias de Concentração de Minério de Ferro”.

A fase seguinte focou na investigação mais detalhada das características específicas das litologias de minérios existentes na Mina de Brucutu frente às operações unitárias de concentração de minério de ferro. Para os estudos em escala de bancada, foi realizada uma campanha de amostragem de pequeno volume em frente de lavra, através de coleta de amostras em canaletas, seguida da composição de amostras de grande volume para a realização de estudos em escala piloto.

Considerando que a caracterização mineralógica constituiu um dos pilares para o desenvolvimento do trabalho apresentado nesta tese, foi realizado um trabalho de replicação de análises mineralógicas, em diversas amostras obtidas a partir de vários fluxos internos do circuito de beneficiamento em escala piloto. Esta investigação foi realizada a fim de estabelecer os critérios de aceitação para os resultados de análise mineralógica em frações granulométricas distintas, segundo constituições mineralógicas diferenciadas.

O emprego de modelamento matemático de operações unitárias de jigagem e concentração magnética, calibrados a partir das caracterizações prévias, buscou prever os diversos resultados de concentração, tendo como referência para a comparação os

resultados obtidos em testes em escala piloto. Nesta fase do trabalho, buscou-se identificar quais as principais características das diversas litologias que precisam ser avaliadas a fim de atingir a melhor resposta das operações unitárias de concentração para a usina de beneficiamento de Brucutu, a partir da previsibilidade das operações unitárias de concentração mineral.

As investigações realizadas para a operação unitária de concentração por flotação buscaram a determinação de uma metodologia simplificada e rápida a fim de estabelecer os parâmetros necessários à avaliação e dimensionamento de circuitos de flotação contínua.

Esta tese tem por característica marcante o emprego da caracterização mineralógica, amparada pela caracterização tecnológica, aplicada ao beneficiamento de minérios. Mostra uma forma prática de aplicação acessível tanto aos profissionais de geologia, planejamento e controle de qualidade de mina quanto aos profissionais de controle operacional e desenvolvimento em operações de beneficiamento mineral.

## 2 - OBJETIVO

O objetivo geral desta tese é realizar a caracterização de minério de ferro focada na previsibilidade de operações de beneficiamento mineral. Outro aspecto também relacionado é a identificação das principais características dos diversos minérios existentes na mina de Brucutu que necessitam ser observadas e mensuradas, a fim de dar apoio à tomada de decisão frente às operações unitárias de concentração mineral e, conseqüentemente, na geração de produtos.

Para o alcance do resultado final, o objetivo geral pode ser subdividido em:

- caracterização das diversas litologias existentes na mina de Brucutu: conhecimento das características mineralógicas e tecnológicas das diferentes litologias que irão compor o *run of mine* a ser alimentado na usina de beneficiamento de Brucutu;
- modelamento mineralógico das operações de beneficiamento através de caracterização mineral;
- dar subsídios aos trabalhos de geometurgia, referentes ao beneficiamento mineral, para Brucutu;
- dar subsídios ao aprimoramento dos programas de simulação de processos;
- estabelecer um entendimento melhor das operações de beneficiamento de minério de ferro sob os aspectos das características mineralógicas;
- identificar as principais técnicas e análises necessárias para subsidiar a tomada de decisão durante as operações envolvidas no controle de qualidade de mina e usina.

### **3 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

A revisão bibliográfica apresenta uma abordagem resumida dos principais métodos e técnicas que serão aplicados no desenvolvimento e na interpretação dos resultados desta tese de doutorado, sendo relacionados:

- o emprego de população de partículas e de funções de distribuição como base para modelamento e para a simulação de processos de beneficiamento;
- os aspectos teóricos sobre as operações unitárias de peneiramento, classificação e concentração (em especial aquelas relacionadas às operações unitárias de beneficiamento da usina de Brucutu da Vale, foco principal desta tese) e os modelos matemáticos tipicamente usados pelo programa de modelamento e simulação MODSIM versão 3.6 Pro;
- as técnicas de instrumentação e análise aplicadas à caracterização de minérios.

#### **3.1 – Populações de Partículas e Funções de Distribuição (King, 2001):**

Antes da operação de uma planta poder ser simulada, é necessário especificar as características do material que está sendo processado e os parâmetros que definem o comportamento individual das operações unitárias no circuito. O método de balanço populacional pode ser usado para modelar operações unitárias. Este método requer que a natureza dos sólidos seja especificada, usando as funções de distribuição.

##### **3.1.1 – Introdução**

O comportamento dos equipamentos de tratamento de minério depende da natureza das partículas individuais a serem processadas. Considerando a diversidade de partículas envolvidas em uma dada operação unitária de beneficiamento e a necessidade de levar em conta as suas características individuais, torna-se necessário definir uma forma de caracterizar as suas propriedades na população de partículas.

Esta forma tem que permitir que os modelos sejam suficientemente sensíveis às propriedades da partícula individual, mas, ao mesmo tempo, suficientemente vasta para permitir a economia de não ter que definir as propriedades de cada partícula individual,

além de permitir a sua aplicação para toda a população de partículas. Cada uma destas formas deverá ser munida por uma descrição que usa funções de distribuição.

As duas propriedades fundamentais mais importantes são o tamanho de partícula e a sua composição mineralógica. Outras propriedades, tais como a forma, a massa específica, a energia de fraturamento, a área superficial, o ângulo de contato, etc., também são importantes e, em algumas operações de tratamento de minério, podem ser de significância preponderante.

As várias propriedades físicas não são necessariamente independentes umas das outras. Por exemplo, a massa específica de uma única partícula só é fixada uma vez que a composição mineralógica esteja especificada. Da mesma maneira, as propriedades de superfície de uma partícula serão especificadas pelos componentes minerais que estão expostos na superfície da partícula.

A função de distribuição, para uma propriedade particular, define, quantitativamente, como os valores daquela propriedade estão distribuídos entre as partículas de uma população inteira. Talvez, a função de distribuição melhor conhecida e mais amplamente usada seja a função de distribuição de tamanho  $P(d_p)$  definida por  $P(d_p) =$  fração da massa daquela porção da população que consiste de partículas com tamanho menor ou igual a  $d_p$ . O símbolo  $d_p$  é usado para representar o tamanho de uma partícula.

Embora a função de distribuição  $P(d_p)$  seja perfeitamente bem definida e sensível à medida direta em laboratório, não é diretamente útil para a modelagem das operações unitárias de beneficiamento.

A função discreta de densidade probabilidade de tamanho de partícula  $p_i(d_p)$  é definida como segue:

$$p_i(d_p) = \int_{D_i}^{D_{i-1}} dP(d_p) = P(D_{i-1}) - P(D_i) = \Delta P_i \quad (3.1)$$

onde:

$\Delta P_i$ : é a fração de massa da porção da população de partículas que consiste de partículas que têm tamanho entre  $D_i$  e  $D_{i-1}$ ;

$p_i(d_p)$ : é a função de densidade discreta fracional;

$\Delta d_p = D_{i-1} - D_i$  : é a largura da classe de tamanho, que não é usualmente constante, mas varia de tamanho para tamanho.

A largura finita da classe de tamanho, definida por  $\Delta d_p$ , é a idéia central para o desenvolvimento do procedimento de modelagem, pois permite a formulação de modelos para sistemas de processamento mineral através da descrição do comportamento das classes de partículas, ao invés do comportamento individual das mesmas.

Um tamanho representativo está associado com cada classe de tamanho de partícula, sendo assumido que todas as partículas, na classe, irão comportar-se nas operações de beneficiamento mineral, como se tivessem o tamanho igual ao tamanho representativo. É claro que esta suposição de trabalho somente é viável se a classe, ou intervalo, de tamanho forem suficientemente estreitos. Isto, por outro lado, implica que um grande número de classes de partículas precisa ser considerado.

### **3.1.2 – Funções de distribuição empíricas**

Várias funções de distribuição empíricas são encontradas para representar totalmente a distribuição de tamanho das populações de partícula, com precisão prática, e estas são úteis em várias situações. As distribuições mais comuns são:

**Função de distribuição de Rosin-Rammler**, definida por:

$$P(D) = 1 - \exp[-(D / D_{63,2})^\alpha] \quad (3.2)$$

onde:  $D_{63,2}$  é o tamanho no qual a função distribuição tem o valor 0,632.

**Distribuição log-normal**, definida por:

$$P(D) = G(x) \frac{(\ln(D/D_{50}))}{\sigma} \quad (3.3)$$

onde  $G(x)$  é a função

$$G(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt = \frac{1}{2} [1 + \operatorname{erf}(\frac{x}{\sqrt{2}})] \quad (3.4)$$

que é chamada de função de distribuição normal ou Gaussiana. É tabelada em muitos livros de referência estatística e matemática e é fácil obter-se valores para esta função. Nesta distribuição,  $D_{50}$  é o tamanho da partícula no qual  $P(D_{50}) = 0,50$  e é chamado de tamanho médio.  $\sigma$  é dado por :

$$\sigma = \frac{1}{2} (\ln D_{84} - \ln D_{16}) \quad (3.5)$$

**Distribuição logística**, definida por:

$$P(D) = \frac{1}{(1 + (D/D_{50})^{-\lambda})} \quad (3.6)$$

Estas três distribuições são funções de dois parâmetros e podem ser razoavelmente ajustadas aproximando das distribuições de tamanho medidas pelas técnicas de ajustes de curvas. Num sistema adequado de coordenadas, estas funções podem ser linearizadas.

### **3.1.3–Distribuições de tamanho truncadas**

Algumas vezes, a população de partículas terá todas as partículas menores que o maior tamanho (*top size*) definido. Populações deste tipo ocorrem, por exemplo, quando uma partícula de tamanho  $D'$  é quebrada. Torna-se claro que nenhuma partícula descendente pode ter um tamanho maior que a partícula de origem, tanto que a distribuição da população de partículas descendentes está truncada com a partícula de origem,  $D'$ . Assim,

$$P(D') = 1,0 \quad (3.7)$$

A distribuição truncada mais comum é a distribuição logarítmica, sendo definida por:

$$P(D) = (D/D')^\alpha \quad \text{para } D \leq D' \quad (3.8)$$

$D'$  é a maior partícula na população e  $\alpha$  é a medida do espalhamento (dispersão) nos tamanhos das partículas.

Outras distribuições truncadas são as de Gaudin-Meloy e Harris. A distribuição de Gaudin-Meloy é definida por:

$$P(D) = 1 - (1 - D/D')^n, \text{ para } D \leq D' \quad (3.9)$$

A distribuição de Harris é definida por:

$$P(D) = 1 - (1 - D/D^S)^n, \text{ para } D \leq D' \quad (3.10)$$

Versões truncadas das distribuições de Rosin-Rammler, log-normal e logística podem ser geradas usando uma escala de tamanho transformada.

### **3.1.4 – A função de densidade de distribuição**

Em muitos dos trabalhos teóricos de modelagem é conveniente empregar uma função que é derivada da função distribuição por diferenciação. Seja  $x$  representando qualquer característica da partícula de interesse. Então  $P(x)$  é a fração de massa da população que consiste de partículas que têm o valor da característica menor ou igual a  $x$ . A função de densidade de distribuição,  $p(x)$  é definida por:

$$p(x) = \frac{dP(x)}{dx} \quad (3.11)$$

A função de densidade discreta, definida na equação (3.1), está relacionada com a função de densidade por:

$$p_i = \int_{D_i}^{D_{i-1}} p(x) dx = P(D_{i-1}) - P(D_i) \quad (3.12)$$

Uma interpretação usual, mas imprecisa, da função de densidade de distribuição é que  $p(x)dx$  pode ser considerada como a fração de massa da população que consiste de partículas que têm o valor da característica em uma região estreita ( $x, x+dx$ ). Uma relação integral importante é:

$$\int_0^{\infty} p(x) dx = P(\infty) - P(0) = 1 \quad (3.13)$$

que reflete que a soma de todas as frações é unitária.

### **3.1.5 – A distribuição através de número**

Pelo fato de todas as populações de partículas conterem um número finito de partículas, também é possível descrever a variação das características de partículas através da fração de número.

A função de distribuição de número, para qualquer característica (que tem valores representados através da variável  $x$ ), é definida como uma função  $\Psi(x)$ , que é a fração por número de partículas na população que tem tamanho igual ou menor a  $x$ . A função densidade de número associada é definida por:

$$\psi = \frac{d\Psi(x)}{dx} \quad (3.14)$$

A densidade discreta de número é dada por:

$$\psi_i = \Psi(X_{i-1}) - \Psi(X_i) = \Delta\psi_i \quad (3.15)$$

É útil ter valores médios para qualquer característica com a média, levando em conta todos os membros da população. O valor médio de qualquer propriedade característica é dado por:

$$\bar{X}_N = (1/N_T) \cdot \sum_{j=1}^{N_T} x^{(j)} \quad (3.16)$$

onde:

$x^{(j)}$ : valor da propriedade característica para partícula  $j$ ;

$N_T$ : é o número total de partículas na população.

A equação (3.16) é de difícil manuseio porque o somatório precisa considerar um número muito grande de partículas,  $N_T$ . O número de termos no somatório é amplamente reduzido colecionando partículas que têm valores de  $x$  em grupos distintos.

Se o número de partículas neste grupo é representado por  $x_i$ , então o valor médio da propriedade  $x$  na população como um todo é dado por:

$$\bar{X}_N = (1/N_T) \cdot \sum_{i=1}^{N_T} n^{(i)} x_i \quad (3.17)$$

onde:

$N$ : representa o número total de grupos que são formados;

$x^{(i)}/N_T$ : fração pelo número da população de partículas que têm tamanho  $x_i$ .

Isto permite uma alternativa e é sempre a forma mais conveniente de avaliação da média:

$$\bar{X}_N = \sum_{i=1}^N x_i \psi_i \quad (3.18)$$

Outras médias são algumas vezes usadas. Por exemplo, a média pode ser pela massa da partícula, ao invés de ser pelo número:

$$\bar{X}_N = (1/M_T) \cdot \sum_{i=1}^N m^{(i)} x_i \quad (3.19)$$

onde:

$M_T$ : representa a massa total do material na população;

$m^{(i)}$ : a massa de partículas no grupo  $i$  que tem valor representativo  $x_i$ ;

A razão  $m^{(i)}/M_T$  é a fração por massa de partículas no grupo  $i$ , e está relacionada à função distribuição:

$$m^{(i)}/M_T = P(x_{i+1}) - P(x_i) = \Delta P_i = p_i \quad (3.20)$$

$$\bar{X}_N = \sum_{i=1}^N x_i \Delta P_i = \sum_{i=1}^N x_i p_i \quad (3.21)$$

No limite, como as larguras dos grupos decrescem para zero, a equação (3.21) torna-se:

$$\bar{X} = \int_0^1 x dP(x) = \int_0^{\infty} x p(x) dx \quad (3.22)$$

De maneira similar, a variância da distribuição pode ser obtida:

$$\sigma^2 = \int_0^{\infty} (x - \bar{x})^2 p(x) dx \quad (3.23)$$

A função de densidade de distribuição é útil para a avaliação da média de qualquer função da partícula de propriedade  $x$ .

$$\overline{f(x)} = \int_0^{\infty} f(x) p(x) dx \quad (3.24)$$

Da mesma forma, o valor médio da propriedade,  $x$ , influenciado através do número é obtido de

$$\bar{X}_N = \int_0^{\infty} x \psi(x) dx \quad (3.25)$$

e de maneira mais geral:

$$\overline{f(x)_N} = \int_0^{\infty} f(x)\psi(x)dx \quad (3.26)$$

### **3.1.6 – O tamanho representativo e as médias de população**

Um tamanho representativo, para classe de tamanho  $i$ , é definido através da expressão:

$$d_{pi}^3 = \frac{1}{\psi_i(d_p)} \int_{D_i}^{D_{i-1}} dp^3 \psi(d_p) dd_p \quad (3.27)$$

onde:

$\psi(d_p)$ : é o número da função de densidade de distribuição;

$\psi_i(d_p)$ : é a fração de número da população na classe de tamanho  $i$ .

É possível estimar o tamanho representativo a partir de:

$$d_{pi} = \int_{D_i}^{D_{i-1}} d_p p(d_p) dd_p = \frac{1}{P_i} \int_{D_i}^{D_{i-1}} d_p dP(d_p) \quad (3.28)$$

que influencia as partículas individuais na classe por massa.

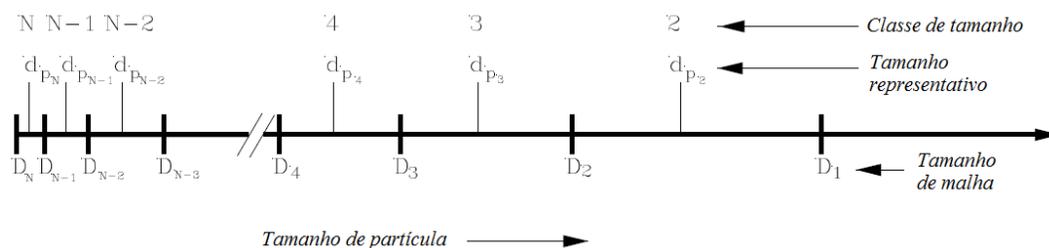
Estas duas definições de tamanho representativo requerem que a função distribuição de tamanho seja conhecida antes que o tamanho representativo possa ser estabelecido. Em muitas circunstâncias, isto será insatisfatório porque seria mais conveniente ter classes de tamanho junto com seus respectivos tamanhos representativos definidos, independentemente da distribuição de tamanho. Um método comum é o uso da média geométrica dos limites superior e inferior, para o tamanho representativo.

$$D_{pi} = (D_i d_{i-1})^{1/2} \quad (3.29)$$

Desde que  $D_N=0$  e  $D_o$  sejam indefinidos, a equação (3.29) não pode ser usada para calcular os tamanhos representativos nas duas classes de tamanho extremas. Estes tamanhos são calculados usando:

$$D_{p1} = \frac{d_{p2}^2}{d_{p3}}; D_{pN} = \frac{d_{p(N-1)}^2}{d_{p(N-2)}} \quad (3.30)$$

Estas fórmulas projetam a seqüência  $d_{pi}$  como uma progressão geométrica nos dois extremos de classes de tamanho. Os arranjos de malha e tamanhos representativos são mostrados na figura 3.1.



**Figura 3.1: Arranjo dos tamanhos de classe, tamanhos representativos e tamanhos de malha ao longo do eixo de tamanho de partículas (King, 2001).**

### **3.1.7 – Distribuições baseadas na composição de partícula**

A composição mineralógica das partículas que são processadas nas operações de beneficiamento de minério varia de partícula para partícula. Isto é de importância fundamental em qualquer processo de separação física, para material particulado.

A composição mineralógica de uma partícula pode ser definida pela composição fracional da partícula, em termos dos componentes minerais individuais que são de interesse. Geralmente, mais que uma espécie mineral precisa ser considerada, tanto que a composição mineralógica é descrita por um vetor  $g$  de frações do mineral.

Cada elemento do vetor  $g$  representa a fração de massa de um mineral correspondente em uma partícula. O número de elementos no vetor é igual ao número de minerais, incluindo os minerais de ganga. Um número de classes discretas das frações minerais pode ser definido e a faixa de cada fração de elemento, isto é, a faixa de cada componente do vetor  $g$ , precisa ser especificada para cada classe de partículas. A função de distribuição discreta fracional pode ser definida, como é feito para o tamanho de partícula.

### **3.1.8 – Funções de distribuição de conjunto**

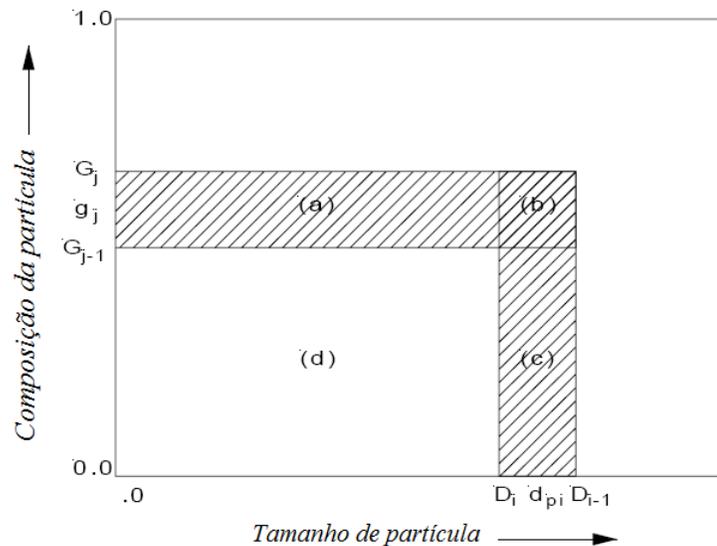
Acontece, com frequência, que mais de uma propriedade da partícula é significativa na influência de seu desempenho em uma operação de beneficiamento de minério. Neste caso, é essencial uma descrição da população de partículas que considere todas as propriedades relevantes. A descrição apropriada é proporcionada pela função de

distribuição de conjunto. Se as duas propriedades consideradas são o tamanho e a composição mineralógica, a função distribuição de conjunto será definida como:

$P(D, g)$  – fração de massa da população total de partículas que tem tamanho  $\leq D$  e fração de mineral  $\leq g$ .

Da mesma maneira que com as propriedades únicas, a população pode ser dividida em um número finito de grupos discretos, cada um identificado por um único par de variáveis  $g$  e  $d_p$ . Assim, o espaço da variável  $g$  e  $d_p$  pode ser seccionado em uma malha retangular e a função de densidade de distribuição fracional discreta é definida por:

$P_{ij}(d_p, g)$ : fração do material com tamanho na faixa  $(D_i, D_{i-1})$ , e composição na faixa  $(G_{j-1}, G_j)$ : fração de massa do material na área (b) da figura 3.2.



**Figura 3.2: Regiões de tamanho de partículas, espaço de composição de partícula (King, 2001).**

onde:

$P(D_{i-1}, G_j)$ : fração do material nas áreas a + b + c + d;

$P(D_i, G_{j-1})$ : fração do material na área d;

$P(D_i, G_j)$ : fração do material na área a + d;

$P(D_{i-1}, G_{j-1})$ : fração do material na área c + d.

A relação entre a função de densidade de distribuição fracional discreta e a função de distribuição cumulativa bidimensional é ilustrada na figura 3.2.

Portanto,

$$p_{ij}(d_p, g) = P(D_{i-1}, G_j) - P(D_i, G_j) - P(D_{i-1}, G_{j-1}) + P(D_i, G_{j-1}) \quad (3.31)$$

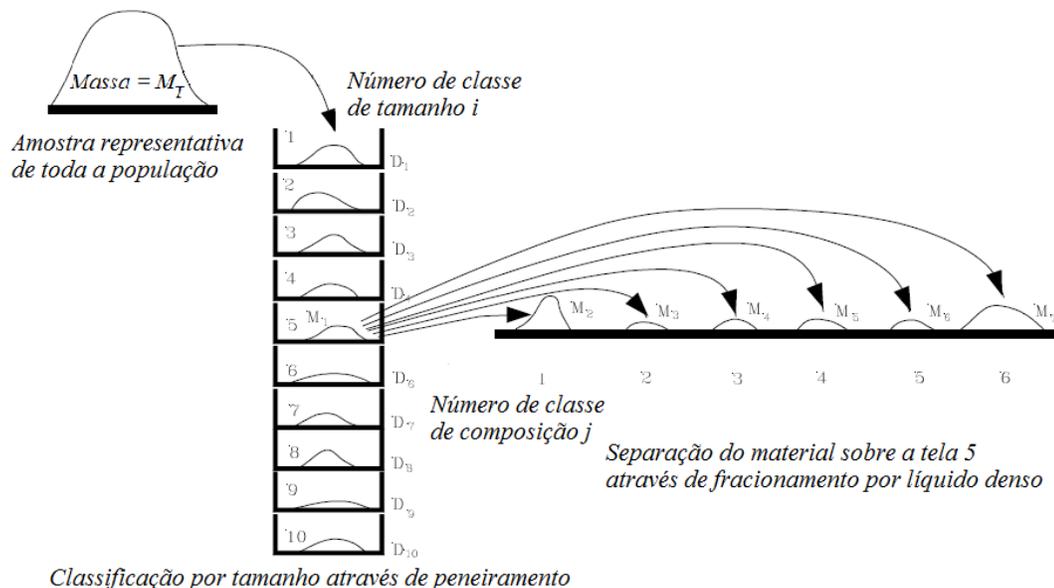
e esta é a fração de massa da população de partículas que tem  $D_i < d_p \leq D_{i-1}$  e  $G_{j-1} < g \leq G_j$ .

As idéias desenvolvidas acima, para distribuições bidimensionais, são obviamente estendidas para dimensões maiores. Em particular, cada extensão seria exigida para um vetor de composição multidimensional  $g$ , caso mais de uma espécie mineral estiver presente. Está claro, a partir de sua definição, que o valor de  $p_{ij}(d_p, g)$  não muda se a ordem de seus argumentos  $d_p$  e  $g$ , e, portanto, os índices  $i$  e  $j$ , são mudados. Assim,

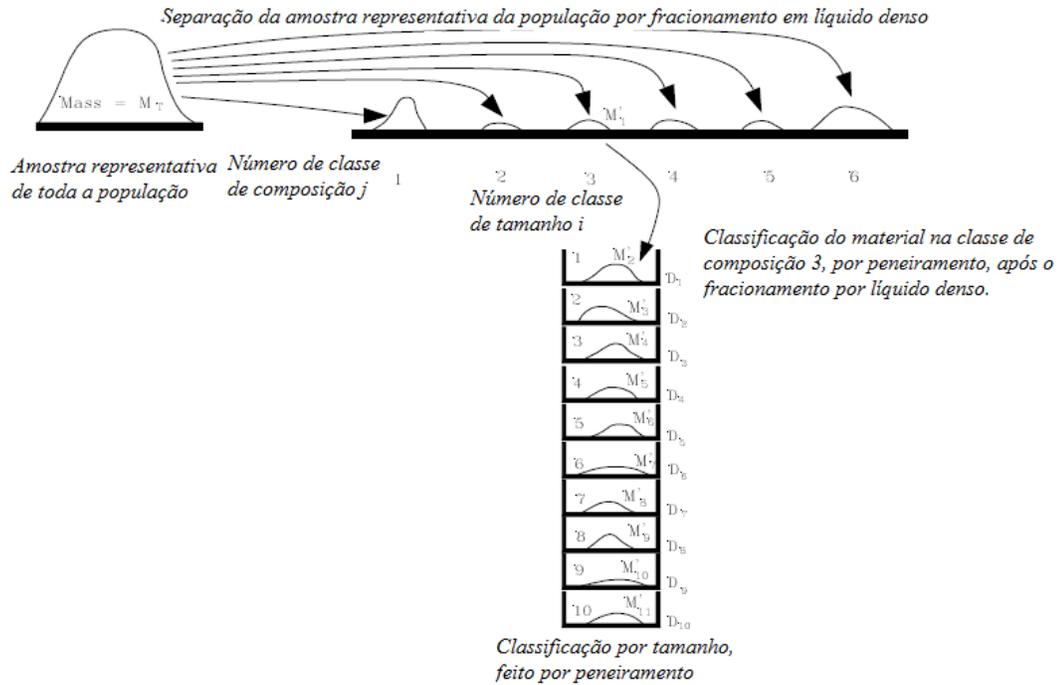
$$p_{ij}(d_p, g) = p_{ji}(g, d_p) \quad (3.32)$$

### 3.1.9 – Funções de distribuição condicionais

O conceito de distribuição condicional é ilustrado esquematicamente nas figuras 3.3-a e 3.3-b.



**Figura 3.3-a: Representação esquemática da medição de distribuição da composição da partícula condicionada pelo tamanho da partícula (King, 2001).**



**Figura 3.3-b: Representação esquemática da medida de distribuição de tamanho de partícula condicionada pela composição da partícula (King, 2001).**

Quando se lida com uma coletânea de partículas, é conveniente separá-las em grupos de acordo com uma única propriedade apesar da variabilidade das outras propriedades importantes entre as partículas.

A função de densidade discreta condicional  $p_{ij}(g | d_p)$  é definida como a fração de massa de partículas na classe  $i$  (isto é, partículas com tamanho entre  $D_i$  e  $D_{i-1}$ ), que estão na classe  $j$  de composição. Estas funções de distribuição condicional podem estar relacionadas com as funções de distribuição de conjunto.

Se  $M$  é a massa da população total, a massa das partículas que caem nas duas classes  $j$  e  $i$ , simultaneamente, é  $Mp_{ji}(g, d_p)$ . Quando esta é expressa como uma fração somente daquelas partículas na classe  $d_p$ , chamada de  $Mp_i(d_p)$ , a distribuição condicional é produzida. Assim,

$$P_{ji}(g | d_p) = \frac{Mp_{ji}(g, d_p)}{Mp_i(d_p)} = \frac{p_{ji}(g, d_p)}{p_i(d_p)} \quad (3.33)$$

A equação (3.33) é importante, principalmente, porque dá um meio para a determinação da função de distribuição discreta de conjunto,  $p_{ji}(g, d_p)$  a partir da função de distribuição condicional observável experimentalmente  $p_{ji}(g | d_p)$

$$p_{ji}(g, d_p) = p_{ji}(g | d_p) p_i(d_p) \quad (3.34)$$

desde que 
$$p_{ji}(g, d_p) = p_{ij}(d_p, g), \quad (3.35)$$

nota-se que 
$$p_{ji}(g, d_p) = p_{ij}(d_p | g) p_j(g) \quad (3.36)$$

e 
$$p_{ji}(g | d_p) p_i(d_p) = p_{ij}(d_p | g) p_j(g) \quad (3.37)$$

A equação (3.34) corresponde a um procedimento experimental no qual a população da partícula é primeiramente separada por peneiramento seguido por uma separação de cada fração peneirada em vários grupos de composição. A equação (3.37), por outro lado, corresponde à separação baseando-se em composição (pelas técnicas magnéticas, eletrostática ou talvez líquido denso) seguida por análise granulométrica em peneira, em cada classe de composição.

De qualquer modo a mesma função de distribuição em conjunto é gerada, mas o procedimento experimental anterior é, na maioria das instâncias, muito menos conveniente que o posterior, por causa das dificuldades experimentais associadas com separação através de composição. É usualmente mais eficiente combinar uma separação de composição com muitas separações por tamanho (que, em comparação, são simples de se fazer em laboratório).

### **3.1.10 – Independência**

Acontece, algumas vezes, que duas propriedades podem ser distribuídas independentemente uma da outra. Esta idéia pode ser feita pela definição da independência das duas propriedades  $K$  e  $d_p$ , se a relação seguinte for satisfeita:

$$P_{ji}(K | d_p) = p_j(K) \quad (3.38)$$

que significa que a distribuição dos valores de  $K$  (que podem ser constantes de taxa de flotação, por exemplo) é a mesma dentro de qualquer classe de tamanho, como é ao longo da população inteira. Isto leva a:

$$P_{ji}(K | d_p) = p_j(K | d_p) p_i(d_p) = p_j(K) p_i(d_p), \quad (3.39)$$

que mostra que a distribuição de conjunto, para duas propriedades que são independentes, pode ser gerada como o produto de duas funções de distribuição separadas.

## **3.2 – Modelos Matemáticos Aplicados a Processos (King, 2001; Sampaio e Tavares, 2005)**

### **3.2.1 – Introdução**

Esta revisão considera uma síntese dos aspectos teóricos e desenvolvimento matemático apresentados por Ronald Peter King que trata dos aspectos teóricos do livro “*Modeling & Simulation of Mineral Processing Systems*”. Trata-se de um trabalho fundamental, em função da qualidade da abordagem teórica e da correlação direta com a aplicação na indústria mineral. Também são apresentados os modelos empregados no programa MODSIM, Versão 3.6 Pro, desenvolvido pela MTI – *Mineral Technologies International, Inc.* O MODSIM é um programa que foi desenvolvido para o modelamento e simulação de plantas de processamento mineral.

Outra revisão de importância incomum é o trabalho desenvolvido por Carlos Hoffmann Sampaio e Luís Marcelo Marques Tavares no livro “*Beneficiamento Gravimétrico*” de onde foram extraídos aspectos referentes aos princípios da fluidodinâmica relevantes à concentração gravítica.

O programa MODSIM usa o método de balanço populacional para modelar as operações unitárias. Este método requer que a natureza particular do sólido seja especificada usando as funções de distribuição. A distribuição de tamanho de partícula é familiar e esta é a função de distribuição básica que é usada. Entretanto, é usualmente necessário descrever outras propriedades, assim como o tamanho. Os princípios básicos das funções de distribuição foram apresentados no item 3.1 desta revisão bibliográfica.

O MODSIM faz uma distinção clara entre os dados necessários para descrever o minério e os dados que são necessários para definir o comportamento dos modelos das operações unitárias.

Os dados de sistema incluem qualquer informação que se aplica ao circuito como um todo, incluindo informações que o MODSIM necessita estabelecer em seus algoritmos de cálculo como, por exemplo, o número e classes de tamanho que precisam ser usadas para todos os cálculos, o número de minerais que é necessário levar em consideração e as características de liberação dos minerais no minério e, em alguns casos, outras propriedades adicionais que precisam ser especificadas.

O comportamento de cada classe de material é então calculado e o comportamento global é determinado pelo acúmulo de resultados de cada classe de partículas. Em geral, os cálculos produzem resultados mais precisos quando são empregadas mais classes de partículas e intervalos mais estreitos. Mas, naturalmente, o esforço de cálculo aumentará quando aumentar o número de classes.

O MODSIM permite que as populações de partículas sejam distribuídas em três dimensões ou mais. A primeira dimensão é o tamanho de partícula. A segunda dimensão descreve a composição mineral ou o teor das partículas e a terceira dimensão está disponível para descrever qualquer outra propriedade de partícula que pode ser útil em qualquer simulação em particular. É necessário, portanto, considerar cuidadosamente qual o nível de detalhe a ser usado para a descrição do material sólido de forma que os resultados de simulação sejam úteis e significativos.

### **3.2.2 – Princípios da fluidodinâmica relevantes à classificação em hidrociclones e à concentração gravítica (Sampaio e Tavares, 2005).**

#### **3.2.2.a: Introdução:**

A separação de partículas por processos de classificação e concentração gravítica é inteiramente resultado do comportamento cinemático destas partículas em fluidos, o qual é influenciado pela distribuição granulométrica, forma e densidade das partículas,

bem como pela densidade e reologia do fluido. A análise fluidodinâmica do transporte de partículas oferece importantes subsídios que permitem elucidar uma série de fenômenos observados na separação gravítica, permitindo um melhor projeto e operação dos equipamentos.

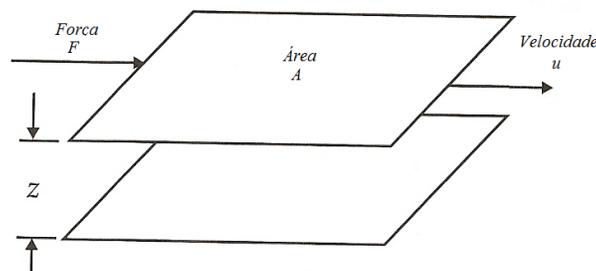
3.2.2.b: Princípios de reologia:

Os fluidos são substâncias que sofrem deformações contínuas à medida que são sujeitos a esforços de cisalhamento. A reologia é a ciência dedicada ao estudo da deformação e escoamento de materiais deformáveis, permitindo classificar os fluidos de acordo com o seu comportamento, quando sujeitos a esforços de cisalhamento, em newtonianos e não-newtonianos.

Isaac Newton foi o responsável por um dos primeiros estudos sobre o escoamento de fluidos. Considerou um modelo constituído por duas lâminas paralelas de mesma área  $A$ , separadas umas das outras por uma distância  $Z$ , entre as quais se encontra o fluido (figura 3.4). Ao se aplicar uma força tangencial  $F$  sobre a lâmina superior, mantendo fixa a inferior, cada elemento do fluido percorre uma trajetória paralela às lâminas com velocidade constante. A velocidade dos diversos elementos do fluido varia de  $u$ , junto à lâmina superior, a zero, junto à lâmina inferior. A força  $F$  necessária para manter o movimento de cada camada paralela do fluido é dada por:

$$\frac{F}{A} = \mu \frac{u}{Z} \quad (3.40)$$

que mostra que a força, por unidade de área, é proporcional à redução de velocidade na distância  $Z$ . A constante de proporcionalidade  $\mu$  é denominada coeficiente de viscosidade do fluido, ou viscosidade.

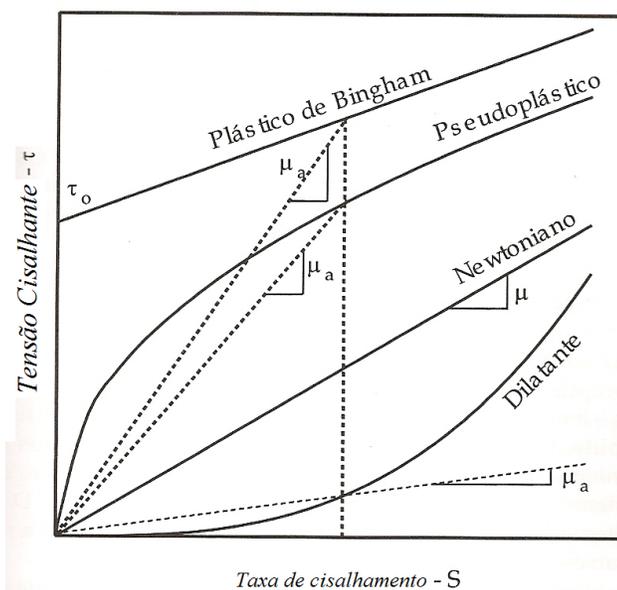


**Figura 3.4: Definição de viscosidade (Sampaio e Tavares, 2005).**

Expressando a equação (3.40) em uma forma diferencial e reconhecendo que  $\tau = dF/dA = du/dZ$ , tem-se que:

$$\tau = \mu S \quad (3.41)$$

sendo  $\tau$  a tensão cisalhante e  $S$  a taxa de cisalhamento, também chamada de taxa de distensão, uma vez que o gradiente de velocidades normal ao esforço cisalhante aplicado. As unidades de  $\tau$  e  $S$  são, respectivamente, o Pascal (Pa) e  $s^{-1}$  no Sistema Internacional de unidades (SI). Esta equação é a lei da viscosidade de Newton (Bird e outros, 1960), caracterizada pela proporcionalidade constante entre tensões e taxas de cisalhamento, como mostrado na figura 3.5.



**Figura 3.5: Comportamentos reológicos de fluidos (Sampaio e Tavares, 2005).**

Os fluidos newtonianos são caracterizados por um valor constante da viscosidade, independente da variação da taxa de cisalhamento. Estes são os casos dos gases e de diversos líquidos, inclusive a água. Assim, a viscosidade somente é influenciada pela temperatura (tabela III.1) e pressão. No caso de gases (como o ar), a viscosidade aumenta com a temperatura, enquanto que em líquidos ela normalmente diminui com o aumento da temperatura. As unidades da viscosidade são o Pa.s (SI) e o Poise (P, g/cm.s) (CGS). Outra definição também usada na literatura é a da viscosidade

cinemática, dada pela razão entre o coeficiente de viscosidade e a massa específica do fluido.

**Tabela III.1: Influência da temperatura na massa específica e na viscosidade da água e do ar a 1atm de pressão (Bird *et al.*, 1960; Perry e Green, 1984).**

Temperatura (°C)	Água		Ar	
	Densidade (kg/m <sup>3</sup> )	Viscosidade (x10 <sup>-3</sup> kg/ms)*	Massa Específica (kg/m <sup>3</sup> )	Viscosidade (x10 <sup>-3</sup> kg/ms)
0	1000	1,790	1,29	0,0172
20	998	1,000	1,20	0,0181
40	992	0,653	1,12	0,0191
60	983	0,467	1,06	0,0200
80	972	0,355	0,99	0,0209

\*10<sup>-3</sup>kg/ms=1cP=1mPa.s

Se, além da temperatura e pressão, a viscosidade também for influenciada pela taxa de cisalhamento ou pela duração dos esforços cisalhantes, então o fluido é classificado como não-newtoniano.

O principal grupo de fluidos não-newtonianos é formado por aqueles cujas propriedades são independentes do tempo e da duração do cisalhamento, mas dependentes da taxa de cisalhamento. Outro grupo é formado por fluidos cujas propriedades são variáveis com o tempo. Esses são os casos dos fluidos tixotrópicos e reopéticos (Darley e Gray, 1988). A propriedade principal que caracteriza o comportamento reológico destes fluidos – a viscosidade – depende da taxa de cisalhamento.

A rigor, a denominação “viscosidade” não é adequada para fluidos não-newtonianos, uma vez que ela está intimamente associada ao comportamento reológico dos fluidos newtonianos. Definições alternativas, portanto, devem ser usadas para expressar a resistência ao escoamento de fluidos não-newtonianos.

A viscosidade plástica (também chamada de viscosidade diferencial) é dada pela declividade da curva reológica do fluido (figura 3.5), sendo expressa por:

$$\mu_p = \left. \frac{d\tau}{dS} \right|_i \quad (3.42)$$

Alternativamente, a viscosidade aparente (ou efetiva) é dada pela razão entre as tensões e taxas de cisalhamento:

$$\mu_a = \frac{\tau_i}{S_i} \quad (3.43)$$

sendo  $\tau_i$  e  $S_i$  os valores das tensões e taxas de cisalhamento, respectivamente, correspondentes a um ponto do gráfico (figura 3.5).

Considerando a influência da taxa de cisalhamento tanto na viscosidade plástica quanto na aparente, qualquer referência a estes valores requer a identificação da taxa de cisalhamento à qual eles se referem.

Dentre os principais tipos de fluidos que apresentam caráter não-newtonianos e dependentes da taxa de cisalhamento, estão incluídos os fluidos plásticos de Bingham, os pseudoplásticos e os dilatantes.

Os fluidos plásticos de Bingham são, provavelmente, os fluidos que apresentam o caráter não-newtoniano mais simples. Eles diferem dos newtonianos apenas pelo fato de que a sua relação linear entre a tensão de cisalhamento e a taxa de cisalhamento não atravessa a origem (figura 3.5). Estes fluidos se comportam como sólidos até que a tensão de cisalhamento exceda certo valor crítico, acima do qual eles iniciam o seu escoamento.

Os fluidos pseudoplásticos representam o principal tipo de fluidos não-newtonianos encontrados em polpas. Ele resulta do fato de partículas sólidas entrarem em contato umas com as outras e formarem estruturas, quando em repouso ou sob a ação de baixas tensões cisalhantes. Com o aumento da taxa de cisalhamento, a estrutura formada gradualmente é destruída, causando uma redução da resistência ao escoamento. A curva reológica do fluido cruza a origem e curva-se convexamente em relação ao eixo de tensão de cisalhamento, aproximando-se a uma reta a altos valores desta (figura 3.5).

Normalmente, eles não apresentam uma tensão de escoamento como os fluidos plásticos de Bingham. Assim, se leituras de tensão, tomadas a altas taxas de cisalhamento, são extrapoladas até o eixo das ordenadas, pode aparentar que o fluido apresente um limite de escoamento similar ao fluido de Bingham. Em decorrência disto, estes fluidos são chamados de pseudoplásticos (Darley e Gray, 1988). Alguns fluidos pseudoplásticos, contudo, podem apresentar tensões cisalhantes críticas.

Os fluidos dilatantes apresentam comportamento reológico oposto ao dos pseudoplásticos (figura 3.5), exibindo um aumento da viscosidade aparente com o aumento da taxa de cisalhamento. Este comportamento se deve ao efeito da dilatação da polpa, com o fluido sendo suficiente apenas para preencher os vazios resultantes da dilatação (Shaw, 1992). Com o aumento da taxa de cisalhamento é gerada uma instabilidade, que faz com que as partículas se movam umas em relação às outras, resultando na expansão da polpa. Uma vez que o fluido se torna insuficiente para preencher os novos vazios gerados, ocorre o aparecimento de forças de tensão superficial (Shaw, 1992). Os fluidos dilatáveis, que não são tão comuns quanto aos pseudoplásticos, são muito indesejáveis em equipamentos de processamento, uma vez que as viscosidades aparente e plástica do fluido aumentam significativamente com pequenas elevações da taxa de cisalhamento.

Um modelo empírico que descreve uma variedade de comportamentos reológicos encontrados na prática é dado por (Darley e Gray, 1988):

$$\tau = \tau_0 + kS^n \quad (3.44)$$

onde:

$\tau_0$ : tensão cisalhante crítica, que corresponde à tensão de cisalhamento mínima necessária para colocar o fluido em movimento. Ela é igual a zero para fluidos newtonianos, pseudoplásticos e dilatantes;

$k$ : índice de consistência do fluido, sendo  $k = \mu_a S^{1-n}$  para fluidos não-newtonianos e  $k = \mu$  para fluidos newtoniano;

$n$ : índice que depende do comportamento do fluido, sendo  $n=1$  para fluidos newtonianos e plásticos e Bingham,  $n < 1$  para fluidos pseudoplásticos e  $n > 1$  para fluidos dilatantes.

3.2.2.c: A influência da presença de partículas na reologia de fluidos:

A reologia de uma suspensão é influenciada significativamente pela presença de partículas sólidas. Vias de regra, as partículas tendem a aumentar a viscosidade da suspensão e modificar o seu comportamento reológico, uma vez que não participam em quaisquer deformações do fluido (Heiskanen, 1993).

O aumento da viscosidade do fluido na presença de sólidos se deve ao aumento das interações das partículas com o fluido e delas entre si. Isto ocorre devido ao choque destas partículas e da presença de forças atrativas que promovem a formação de agregados e flocos.

Existe, em geral, uma relação direta entre a viscosidade e a concentração volumétrica de sólidos contidos na polpa. Segundo Albert Einstein, ela pode ser dada por:

$$\mu_a = \mu(1 + 2,5\phi) \quad (3.45)$$

Esta expressão somente é aplicável a polpas muito diluídas e que contêm partículas esféricas muito finas (regime de Stokes), nas quais as interações entre as partículas encontram-se ausentes. Diversas modificações empíricas estão em proposição a esta equação, para o caso de polpas mais concentradas como, por exemplo (Heiskanen e Laapas, 1979):

$$\mu_a = \mu[1 + 2,5\phi + 14,1\phi^2 + 0,00273\exp(16,6\phi)] \quad (3.46)$$

A concentração de sólidos não é o único fator que influencia a viscosidade aparente de suspensões não-newtonianas. O tamanho e forma das partículas, a sua distribuição (polidispersividade) e o potencial superficial também influenciam significativamente a viscosidade aparente da polpa.

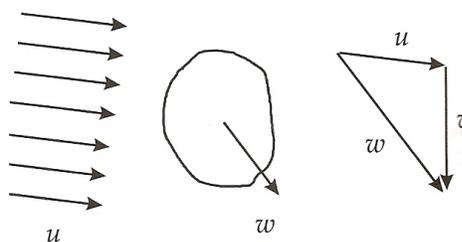
A presença de sólidos não influencia somente a viscosidade aparente do fluido, mas todo o seu comportamento reológico. Suspensões que contêm baixas concentrações de sólidos ou partículas esféricas maiores que 50mm tendem a apresentar comportamento newtoniano (Kelly e Spottiswood, 1982). À medida que a concentração volumétrica de partículas aumenta, o fluido passa a apresentar comportamento não-newtoniano. O comportamento dilatável é normalmente associado a suspensões contendo altas

concentrações de sólidos. Ele é decorrente do aumento de volume, que resulta da aplicação de esforços de cisalhamento à polpa, contendo partículas de formato irregular.

A tensão cisalhante crítica (fluidos de Bingham ou pseudoplásticos que apresentam tensão crítica) é também influenciada pela concentração de sólidos, além do tamanho, forma, área específica e densidade das partículas (Dabak e Yucel, 1987).

3.2.2.d: Movimento de partículas em fluidos – a equação do movimento:

Algumas definições importantes de velocidades podem ser introduzidas pela análise de uma partícula suspensa em um fluido em movimento, conforme mostra a figura 3.6.



**Figura 3.6: Ilustração das definições de velocidades utilizadas (Sampaio e Tavares, 2005).**

$u$  é a velocidade que o fluido apresentaria exatamente no centro de massa da partícula, caso ela não se encontrasse presente. Se  $w$  é a velocidade de translação da partícula, então a velocidade relativa partícula-fluido  $v$  é dada por:

$$v = u - w \quad (3.47)$$

A figura 3.6 ilustra, graficamente, a distinção que deve ser feita entre as velocidades da partícula e do fluido. Esta distinção deve ser realizada não somente em relação às velocidades, como também aos regimes de escoamento. Se, por exemplo, o fluido encontra-se em escoamento laminar, as partículas não necessariamente também irão sedimentar em regime laminar.

O movimento de uma partícula em um fluido incompressível é descrito pela equação de Navier-Stokes, da mecânica de fluidos (Bird *et al.*, 1960), juntamente com as equações

de conservação de massa do sistema, as quais devem ser resolvidas numericamente ou analiticamente. Para o caso em que o tamanho da partícula é pequeno, se comparado com as variações espaciais da velocidade do fluido (Neste caso, a velocidade relativa da partícula-fluido  $v$  também é chamada de velocidade de aproximação, dependendo do sistema em questão), é possível analisar o movimento desta partícula simplesmente a partir da segunda lei de Newton. A equação do movimento de uma partícula em movimento, a uma velocidade constante  $v$  em regime laminar e em um fluido incompressível e newtoniano, é dada por:

$$m_p = \frac{\partial v}{\partial t} = \sum F \quad (3.48)$$

na qual  $m_p$  é a massa da partícula,  $\sum F$  é a resultante das forças que agem sobre o seu centro de massa e  $\partial v / \partial t$  é a aceleração do centro de massa da partícula.

Algumas forças que podem agir sobre as partículas são:

- forças de campo, que podem ser a gravitacional, a eletrostática ou a magnética;
- forças inercial, centrífuga e de Coriolis (estas últimas em sistemas rotacionais);
- força de pressão, ou empuxo;
- forças difusivas;
- forças de contato: forças de interação e colisão de partículas entre si e de partículas com superfícies rígidas;
- forças de resistência fluidodinâmica.

Estas forças podem ser classificadas entre aquelas que são capazes de imprimir um movimento à partícula e as que se opõem a este movimento. As forças de campo e as inerciais – ambas chamadas de forças externas – encontram-se entre as principais forças capazes de imprimir uma aceleração à partícula. Dentre as várias forças que se opõem ao movimento de uma partícula, a principal força é a de arraste. As várias outras poderão tanto se opor quanto favorecer o movimento da partícula, dependendo do sistema em questão.

Dentre as principais forças externas  $F_e$  que agem sobre o volume da partícula, citam-se: a gravitacional, a magnética e a inercial (no caso da força centrífuga), que podem ser relacionadas por:

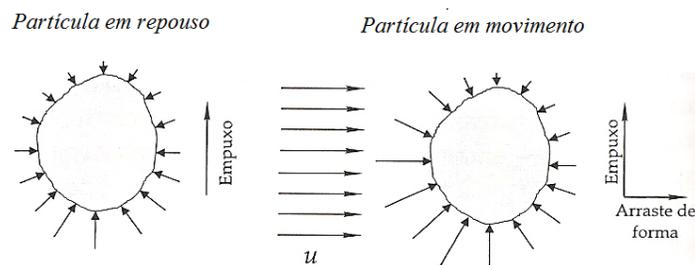
$$F_e = \rho_s V_p b \quad (3.49)$$

sendo  $b$  a intensidade do campo aplicado (Massarani, 1997), que corresponde a:

- $g$ , no caso da ação da gravidade (sedimentação gravitacional);
- $\omega^2 r$  para o movimento em um campo centrífugo, onde  $\omega$  é a velocidade angular do fluido e  $r$  é o raio da órbita da partícula;
- $(\omega + \Omega)^2 r$  para o movimento de Coriolis, onde  $\omega$  e  $\Omega$  são as velocidades angulares do fluido e  $r$  é o eixo instantâneo de órbita da partícula.

A força de pressão que o fluido exerce depende do gradiente de pressões ao redor da partícula, o qual pode ser calculado usando a equação de Navier-Stokes da fluidodinâmica (Bird *et al.*, 1960). Ela é composta por uma componente dinâmica (figura 3.7), que depende da velocidade do fluido,  $u$ , e da sua interação com o formato da partícula; e uma componente estática, chamada empuxo. O empuxo é expresso por:

$$F_b = \rho_f V_p b \quad (3.50)$$



**Figura 3.7: Componentes da força de pressão agindo sobre uma partícula em repouso e em movimento (Sampaio e Tavares, 2005).**

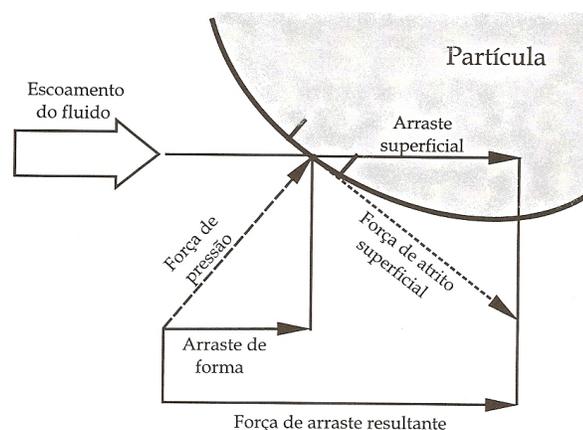
A força de empuxo,  $F_b$ , associada ao Princípio de Arquimedes, apresenta o sentido oposto à força de campo e módulo igual ao peso de fluido deslocado pelo corpo. Esta força, assim como as forças de campo, atua sobre a partícula mesmo quando não existe qualquer movimento relativo entre ela e o fluido. A componente da força de pressão, associada ao movimento relativo de partícula-fluido (componente dinâmica), é de difícil

descrição quantitativa. Devido à sua relação com o formato da partícula, ela é mais adequadamente considerada como parte da força de arraste (especificamente ela corresponde ao arraste da forma), conforme é analisado na seção seguinte.

As forças difusas são, normalmente, de menor importância, exceto no caso de partículas coloidais, para as quais as contribuições aleatórias das colisões entre as moléculas do fluido (movimento Browniano) podem ser significativas. A transferência da quantidade de movimento de fluidos em escoamento turbulento também pode causar o aparecimento de forças difusas (Schubert e Neese, 1973).

As forças de interação entre as partículas e de partículas com superfícies rígidas (as quais incluem forças de impacto, atrito e adesão) são, em geral, de difícil quantificação. A sua influência, no movimento de partículas em fluidos, é normalmente determinada de uma forma empírica e indireta, seja pelo efeito da fração de sólidos na viscosidade aparente da polpa, ou pelo efeito na velocidade de sedimentação de partículas.

A força de resistência fluidodinâmica pode ser decomposta em duas partes: a primeira, chamada de força de arraste, é aplicada na direção do movimento da partícula e apresenta sentido oposto a este. A outra componente, denominada força de sustentação, apresenta direção perpendicular à velocidade relativa  $v$ . Esta componente, responsável pelo movimento oscilatório de partículas não-esféricas durante a sedimentação, é nula no caso de partículas esféricas em fluido em repouso.



**Figura 3.8: Componentes da força de resistência fluidodinâmica e de sustentação sobre uma partícula (Sampaio e Tavares, 2005).**

A força de resistência fluidodinâmica tem sua origem em dois fenômenos básicos: o arraste superficial e o arraste de forma.

O arraste superficial, também chamado de resistência viscosa, representa o atrito resultante do escoamento do fluido sobre a superfície da partícula. Considerando-se que, dependendo do regime de escoamento, a partícula encontra-se envolta por uma camada do fluido estagnada, mesmo enquanto a partícula está em movimento (chamada camada limite e definida como sendo a região na qual a velocidade relativa sólido-fluido varia de zero, na superfície do sólido, até 99% do seu valor máximo). Os efeitos viscosos estão presentes na camada limite (Bird *et al.*, 1960). O atrito é devido ao cisalhamento das camadas de fluidos umas contra as outras. A magnitude da resistência viscosa aumenta com a viscosidade do fluido e com a velocidade relativa entre a partícula e o fluido. Isto ocorre até que a velocidade em que o fluido passa suavemente em torno da partícula.

O segundo fenômeno responsável pela força de arraste é o gradiente de pressão, que é formado em torno da partícula em decorrência de seu movimento. Este efeito é responsável pelo arraste de forma, cuja denominação está relacionada à influência da geometria da partícula no gradiente. O arraste de forma se deve ao aumento de pressão, gerado na parte frontal da partícula à medida que ela se move através do fluido, e está intimamente relacionado com o escoamento em torno da partícula. Por outro lado, é formada uma região, com pressão relativamente baixa, imediatamente atrás da partícula. Essa perda de carga resulta na componente correspondente ao arraste de forma na força de arraste que o fluido exerce sobre a partícula.

Tanto o arraste superficial quanto o arraste de forma variam com a velocidade relativa entre a partícula e o fluido e com a densidade do fluido. A força de arraste que o fluido exerce sobre a partícula, que corresponde à soma das forças de arraste superficial e de forma (figura 3.8) também é influenciada por uma série de fatores incluindo (Massarani, 1977):

- tamanho, forma e rugosidade da partícula;
- gradiente de velocidades do fluido não perturbado pela presença da partícula;

- proximidade de superfícies rígidas e de outras partículas;
- aceleração de partícula (no caso do movimento não-uniforme).

Expressões analíticas, para o cálculo da força resistiva, somente encontram-se disponíveis para alguns tipos de movimento relativo entre a partícula e o fluido, e no caso da partícula apresentar geometria regular.

Para o caso do movimento relativo uniforme entre a partícula e o fluido, sabe-se que a força de arraste que o fluido exerce sobre uma superfície sólida pode ser expressa pelo produto de um fator adimensional, da energia cinética por unidade de volume do fluido e de uma área característica,

$$F_D = C_D \left( \frac{1}{2} \rho_f v_\infty^2 \right) A_C \quad (3.51)$$

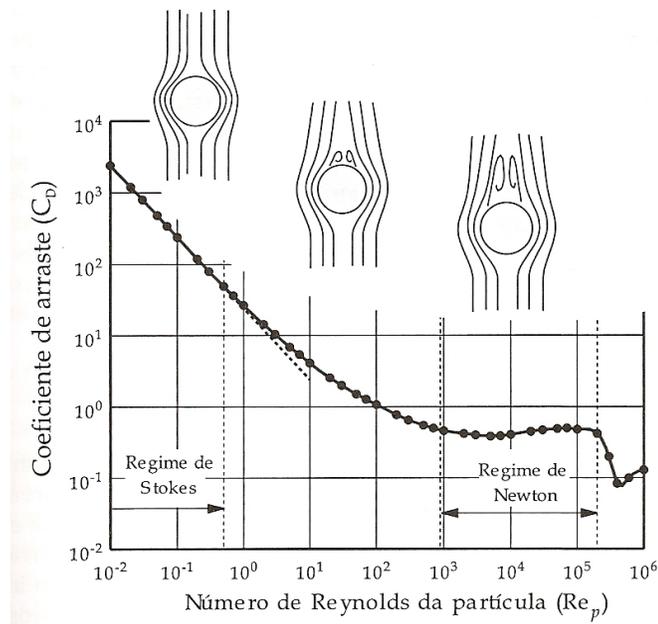
sendo  $A_C$  a seção transversal da partícula na direção do movimento relativo,  $v_\infty$  a velocidade de aproximação da partícula isolada (em movimento uniforme em um fluido infinito) e  $C_D$  um fator adimensional, denominado coeficiente de arraste.

O grande volume de resultados experimentais de sedimentação e fluidização de partículas encontrado na literatura indicam que o coeficiente de arraste depende, essencialmente, do regime de escoamento, da forma da partícula e da concentração de sólidos na polpa. Um número adimensional que pode ser efetivamente usado na caracterização do regime de escoamento é o número de Reynolds ( $Re$ ), que representa a razão entre as forças inerciais e difusas, a menos de uma constante, agindo no interior do fluido. Embora ele tenha sido definido, originalmente para a caracterização do escoamento de fluidos em tubos fechados, o número de Reynolds pode ser caracterizado para qualquer sistema de escoamento pelo emprego de uma característica apropriada como tamanho, velocidade, densidade ou viscosidade. Para uma partícula em movimento em um fluido, o número de Reynolds é dado por:

$$Re_p = \frac{d_p v_\infty \rho_f}{\mu} \quad (3.52)$$

A relação entre estes números adimensionais para partículas esféricas é mostrada na figura 3.9. Os valores de  $C_D$  e  $Re_p$ , mostrados nesta figura, foram calculados a partir de

medições de velocidades terminais de sedimentação de partículas esféricas de tamanhos conhecidos usando as equações 3.52 e 3.63.



**Figura 3.9: Relação entre o coeficiente de arraste e o número de Reynolds de partículas esféricas individuais. Os pontos experimentais foram obtidos de Lapple e Shepherd (1941).**

Na figura 3.9 é possível identificar pelo menos quatro regiões na relação entre o número de Reynolds e o coeficiente de arraste, que caracterizam diferentes regimes de escoamento:

- regime de Stokes ( $Re_p < 0,5$ );
- regime intermediário ( $0,5 < Re_p < 10^3$ );
- regime de Newton ( $10^3 < Re_p < 10^5$ );
- regime crítico e supercrítico ( $Re_p \geq 2 \times 10^5$ );

**Regime de Stokes:** Em baixas velocidades o movimento da partícula é suave, uma vez que a camada de fluido, diretamente em contato com a partícula (camada limite), se move juntamente a ela à medida que a partícula sedimenta, enquanto que o fluido, a uma pequena distância, encontra-se imóvel.

Entre estas duas posições encontra-se, em torno da partícula em movimento, uma zona de intenso cisalhamento no fluido. As linhas de fluxo contornam totalmente a partícula à medida que passam por ela, caracterizando regime laminar. Neste regime, existe uma simetria dos campos de velocidade e pressão em torno da partícula (ver figura 3.9), de maneira que a contribuição do arraste de forma é relativamente limitada, representando 1/3 da força de arraste (Bird *et al.*, 1960). A maior parte da resistência ao movimento se deve às forças de cisalhamento ou viscosidade do fluido (arraste superficial).

O regime de Stokes é o único para o qual é possível determinar analiticamente uma expressão para a força de arraste sob a qual uma partícula é submetida no interior de um fluido. Considerando que a força de arraste, que age sobre a partícula esférica em movimento no fluido sob condições de baixo número de Reynolds, ocorre devido às forças viscosas, resolveu-se analiticamente as equações de movimento e continuidade (equação de Navier-Stokes). Desconsiderando as forças inerciais, tem-se (Bird *et al.*, 1960):

$$F_D = 3\pi d_p \mu v_\infty \quad (3.53)$$

Esta equação é conhecida como a lei de Stokes. Alternativamente, a mesma expressão também pode ser obtida a partir da observação de resultados experimentais. Conforme mostra a figura 3.9, que estabelece a relação entre o número de Reynolds e o coeficiente de arraste, os pontos experimentais se aproximam de uma linha reta com inclinação de 45°, em coordenadas logarítmicas, para baixos números de Reynolds, sendo representada por:

$$C_D = \frac{24}{\text{Re}_p} \quad (3.54)$$

Considerando que a área superficial de uma esfera, projetada na direção perpendicular à velocidade, é dada por:

$$A_C = \frac{\pi d_p^2}{4} \quad (3.55)$$

que, substituindo na que ação 3.51, juntamente a 3.54, obtém-se novamente a equação 3.53.

**Regime intermediário:** Para valores de  $Re_p$  superiores a 0,5, ocorre um aumento rápido da influência das forças inerciais. A partir de certo ponto, o fluido passa a não ser capaz de contornar suavemente a partícula durante o escoamento, como no escoamento no regime de Stokes. A partir de  $Re_p$  em torno de 24, partes do fluido começam a se deslocar das linhas de corrente (Clift *et al.*, 1978), formando vórtices, conforme ilustrado na figura 3.9. À medida que o número de Reynolds se aproxima do limite superior do intervalo ( $Re_p=10^3$ ), esta região de separação atinge a sua amplitude máxima.

Para este regime, uma solução analítica da equação de Navier-Stokes não se encontra disponível, sendo necessário o uso de métodos numéricos ou aproximações empíricas. Diversas expressões têm sido propostas na literatura para este intervalo de números de Reynolds (Heiskanen, 1993).

**Regime de Newton:** A altas velocidades relativas, a principal resistência oferecida ao movimento da partícula se deve ao deslocamento do fluido pelo corpo da partícula (arraste de forma), uma vez que a resistência viscosa (arraste superficial) é relativamente pequena. Esta resistência é chamada de resistência turbulenta e caracteriza o regime potencial. As linhas de fluxo não são mais suaves e os vórtices deixados pelo fluxo turbulento formam uma esteira na parte superior da partícula, como ilustra a figura 3.9.

O coeficiente de arraste de partículas esféricas varia de 0,4 a 0,5 no intervalo de números de Reynolds de  $10^3$  a  $2 \times 10^5$  (ver figura 3.9). Este intervalo é conhecido como regime de Newton. Considerando-se que  $C_D$  é aproximadamente constante (com erro inferior a 25% no intervalo) e independente do número de Reynolds, tem-se que a força de arraste pode ser estimada substituindo  $C_D \approx 0,44$ , na equação 3.2-98, sendo dada por:

$$F_D = 0,055\pi d_p^2 \rho_f V_\infty^2 \quad (3.56)$$

que é válida somente para partículas esféricas.

**Regime crítico e supercrítico:** No número de Reynolds crítico ( $2 \times 10^5$ ), ocorre uma mudança abrupta na natureza do fluxo na camada limite, passando de laminar a

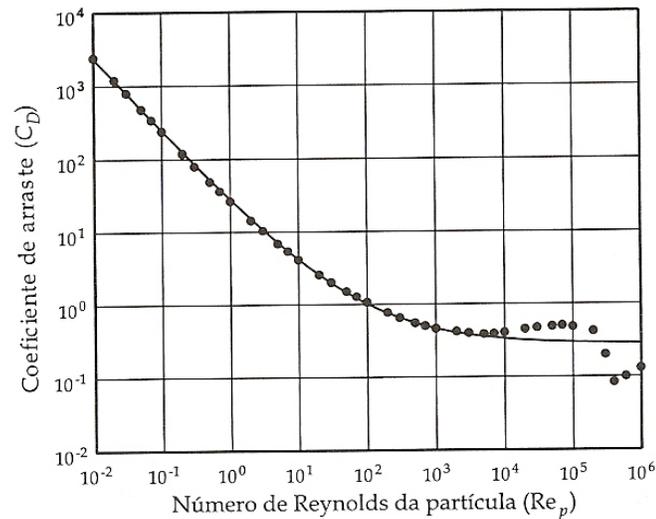
turbulento. A turbulência na camada limite resulta, essencialmente, em uma maior troca de quantidade de movimento entre a partícula e o fluido ao redor, de modo que ele é suprido por energia cinética dessa corrente.

Há mais de um século, os pesquisadores procuram uma equação simples que descreva os dados mostrados na figura 3.9, para um amplo intervalo de números de Reynolds. Diversas expressões que relacionam o coeficiente de arraste e o número de Reynolds são propostas. Porém, a sua simplicidade e a qualidade do ajuste que conferem aos resultados experimentais, variam significativamente (Almeandra, 1979; Heiskanen, 1993; Massarani, 1997).

Uma correlação excelente, que cobre os regimes de Stokes, intermediário e turbulento, foi originalmente proposta por Abraham (1970). Almendra (1979), mais tarde, demonstrou que esta equação pode ser obtida a partir da análise do escoamento em torno de uma esfera isolada, usando elementos da teoria da camada limite, assim como dados experimentais sobre a distribuição de pressões na superfície da esfera. Esta equação é dada por:

$$C_D = 0,28 \left( 1 + \frac{9,06}{\text{Re}_p^{1/2}} \right)^2 \quad (3.57)$$

A equação descreve muito precisamente a relação entre números de Reynolds e coeficientes de arraste até de  $10^4$ , podendo ser usada para  $\text{Re}_p$  de até  $2 \times 10^4$ , desde que erros de até 25% nas estimativas do coeficiente de arraste possam ser tolerados.



**Figura 3.10: Relação entre o coeficiente de arraste e o número de Reynolds de partículas esféricas individuais. Os pontos experimentais foram obtidos de Lapple e Shepherd (1941) e a curva apresenta a equação de Abraham (1970), modificada por Almendra (1979).**

No caso do movimento acelerado de uma partícula, a força de arraste torna-se uma função complexa sendo influenciada por diversos fatores. O único caso para o qual existe uma solução teórica corresponde ao movimento relativo de uma partícula esférica é aquele em que o movimento parte do repouso em um fluido inicialmente estagnado, a baixos números de Reynolds (regime de Stokes). A força de arraste é dada por (Clift *et al.*, 1978):

$$F_D = \frac{\pi d_p^3 \rho_f}{12} \frac{dv}{dt} + 3\pi d_p \mu v(t) + \frac{3}{2} d_p^2 (\pi \mu \rho_f)^{1/2} \int_0^t \frac{dv/dt}{\sqrt{t-\tau}} d\tau \quad (3.58)$$

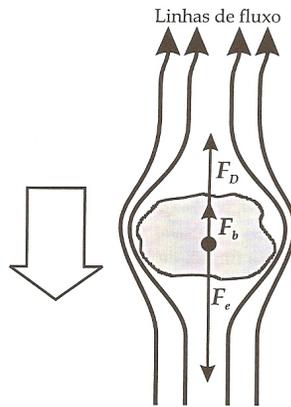
O primeiro termo à direita da igualdade fornece o valor da força resistiva que o fluido ideal em escoamento potencial exerce sobre a partícula; o segundo termo representa o resultado clássico de Stokes para o movimento retilíneo e uniforme de uma esfera em um fluido viscoso; o terceiro termo evidencia a ação hereditária do fluido sobre a partícula, pois explicita o fato de que a força resistiva depende da história de aceleração da partícula. Para o caso de valores maiores do número de Reynolds, que é de interesse maior no beneficiamento gravítico, existem somente extensões empíricas, conforme é apresentado na equação (Clift *et al.*, 1978):

$$F_D = \Delta_A \frac{\pi d_p^3 \rho_f}{12} \frac{dv}{dt} + C_D \frac{\pi d_p^3 \rho_f}{8} v^2 + \Delta_H \frac{3}{2} d_p^2 \sqrt{\pi \mu \rho_f} \int_0^t \frac{dv/dt}{\sqrt{t-\tau}} d\tau \quad (3.59)$$

sendo  $\Delta_A$  e  $\Delta_H$  fatores empíricos de correlação que levam em consideração as diferenças em relação ao regime de Stokes (sendo iguais a um, neste caso).

3.2.2.e: Movimento uniforme da partícula isolada:

**Velocidade terminal da partícula esférica isolada:** No caso mais elementar de uma partícula que se movimenta em queda livre no vácuo, na qual a única força de campo agindo sobre ela é a gravitacional, tem-se que a equação 3.2-59 torna-se, simplesmente,  $dv/dt=g$ , onde  $g$  é a aceleração da gravidade. Neste caso, a velocidade da partícula aumenta indefinidamente ( $v=gt$ ), não dependendo de seu tamanho, forma e densidade. Se, ao invés do vácuo, a partícula se movimenta em um fluido viscoso como o ar ou água, uma resistência a este movimento aparece, conforme é ilustrado na figura 3.11.



**Figura 3.11: Balanço das forças que agem sobre uma partícula (Sampaio e Tavares, 2005).**

Considerando o caso em que uma partícula isolada, em movimento uniforme, em uma dimensão no interior do fluido infinito, que se encontra em repouso ou se desloca com velocidade uniforme. Este regime de sedimentação da partícula é conhecido como sedimentação livre. No caso em que somente uma força externa (de campo ou inercial) encontra-se presente, a equação 3.48 torna-se:

$$\rho_s V_p \frac{\partial v}{\partial t} = (\rho_s - \rho_f) V_p b - F_D \quad (3.60)$$

sendo  $V_p$  o volume da partícula,  $\rho_s$  a densidade,  $b$  a intensidade do campo externo e  $F_D$  a força de resistência hidrodinâmica.

Uma partícula rígida que sedimenta em um fluido viscoso newtoniano e incompressível, com velocidade constante e uniforme  $u$ , é acelerada por um curto intervalo de tempo. À medida que esta partícula move mais rapidamente, a força de arraste que o fluido exerce aumenta até entrar em equilíbrio com a força externa menos a força do empuxo resultante da imersão da partícula no fluido. Quando esta condição é atingida, a aceleração da partícula se torna nula, sendo que a equação 3.60 pode ser escrita como:

$$F_D = (\rho_s - \rho_f)V_p b \quad (3.61)$$

A velocidade relativa entre a partícula e o fluido que corresponde à condição de aceleração nula é denominada velocidade terminal. A solução da equação 3.61 permite o cálculo da velocidade terminal relativa  $v_\infty$  da partícula, cuja magnitude é igual à velocidade terminal da partícula  $\omega_\infty$  em um fluido em repouso. A partir deste ponto, considera-se que o movimento da partícula seja somente em uma direção, o que permite que a representação vetorial seja suprimida.

O volume de uma partícula esférica é dado por:

$$V_p = \frac{\pi d_p^3}{6} \quad (3.62)$$

Substituindo as equações 3.62, 3.55 e 3.61 em 3.51, tem-se:

$$C_D = \frac{4(\rho_s - \rho_f)}{3} \frac{bd_p^2}{\rho_f v_\infty^2} \quad (3.63)$$

Esta equação só apresenta solução explícita para os regimes de Stokes e Newton, conforme é mostrado a seguir.

**Velocidade terminal no regime de Stokes:** Substituindo-se a equação 3.53 em 3.61 e considerando a partícula de formato esférico, a velocidade terminal de sedimentação no regime de Stokes é dada por:

$$v_\infty = \frac{(\rho_s - \rho_f)bd_p^2}{18\mu} \quad (3.64)$$

O tamanho máximo de uma partícula esférica se movendo no regime de Stokes pode ser determinado, permitindo que a equação do número de Reynolds tenha o valor de 0,5, que resulta em:

$$d_{p,cr} = \left[ \frac{9\mu^2}{b(\rho_s - \rho_f)\rho_f} \right]^{1/3} \quad (3.65)$$

O limite inferior de aplicabilidade da lei de Stokes é imposto pelas forças difusas relativas ao movimento Browniano. Estas forças se tornam importantes na análise do comportamento de partículas muito finas, como colóides.

**Velocidade terminal no regime de Newton:** Substituindo-se a equação 3.56 em 3.61, a velocidade terminal de sedimentação de partículas esféricas, no regime de Newton, é dada por:

$$v_\infty = \left[ \frac{3gd_p(\rho_s - \rho_f)}{\rho_f} \right]^{1/2} \quad (3.66)$$

Esta equação mostra que a velocidade de sedimentação, no regime de Newton, independe da viscosidade do fluido. A equação 3.66 é conhecida, também, como lei de Rittinger da sedimentação, proposta empiricamente por Rittinger (1870) para a descrição da sedimentação de partículas minerais em água.

Infelizmente não é possível resolver diretamente as equações 3.52 e 3.63 que definem  $C_D$  e  $Re_p$ , uma vez que ambas dependem tanto de  $v_\infty$  quanto do tamanho da partícula. Combinando, entretanto, estes dois números em dois novos grupos adimensionais  $C_D Re_p^2$  e  $Re_p/C_D$ , que podem ser obtidos a partir das equações 3.52 e 3.63, tem-se:

$$C_D Re_p^2 = \left[ \frac{4(\rho_s - \rho_f)\rho_f b}{3\mu^2} \right] d_p^3 \quad (3.67)$$

e

$$\frac{Re_p}{C_D} = \left[ \frac{3\rho_f^2}{4(\rho_s - \rho_f)\mu b} \right] v_\infty^3 \quad (3.68)$$

$C_D Re_p^2$  é independente de  $v_\infty$ , enquanto  $Re_p/C_D$  é independente de  $d_p$ . Os números adimensionais resultantes são chamados de diâmetro ( $d_p^*$ ) e velocidade terminal adimensional ( $V_t^*$ ) da partícula esférica, respectivamente, os quais são dados por:

$$d_p^{*3} = C_D Re_p^2 \quad (3.69)$$

e

$$v_{\infty}^{*3} = \frac{\text{Re}_p}{C_D} \quad (3.70)$$

A fim de permitir o cálculo da velocidade terminal de sedimentação ou do tamanho da partícula, uma relação entre  $v_{\infty}^*$  e  $d_p^*$ , um método baseado na equação de Abraham foi proposto por Almendra (1979). Substituindo-se a expressão da equação de Abraham (Equação 3.57) na Equação 3.70 e reconhecendo-se que o número de Reynolds é dado por:

$$\text{Re}_p = d_p^* v_{\infty}^* \quad (3.71)$$

que tem-se:

$$v_{\infty}^{*3} = \frac{d_p^* v_{\infty}^*}{0,28 \left( 1 + \frac{9,06}{(d_p^* v_{\infty}^*)^{1/2}} \right)^2} \quad (3.72)$$

A multiplicação de ambos os lados por  $v_{\infty}^*$  resulta em:

$$v_{\infty}^* + \frac{9,06}{d_p^{*1/2}} (v_{\infty}^*)^{1/2} = \left( \frac{d_p^*}{0,28} \right)^{1/2} \quad (3.73)$$

Esta é uma equação quadrática em  $v_{\infty}^{*1/2}$  cuja solução é:

$$v_{\infty}^* = \frac{20,52}{d_p^*} \left[ \left( 1 + 0,0921 d_p^{*3/2} \right)^{1/2} - 1 \right]^2 \quad (3.74)$$

A equação 3.74 pode ser usada no cálculo de  $v_{\infty}^*$ , desde que  $d_p^*$  seja conhecido.

Analogamente, substituindo-se as equações 3.57 e 3.71 em 3.69, tem-se:

$$d_p^* = 0,07 \left[ \left( 1 + \frac{68,49}{v_{\infty}^{*3/2}} \right) \right]^{1/2} v_{\infty}^{*2} \quad (3.75)$$

A tabela III.2 apresenta as equações para os cálculos de tamanhos e densidade de partículas:

**Tabela III.2: Equações para o cálculo da velocidade terminal de sedimentação da partícula esférica isolada e tamanho associado.**

	Velocidade terminal da partícula ( $v_\infty$ )	Tamanho de partícula ( $d_p$ )
Regime de Stokes $Re_p > 0,1$	$v_\infty = \frac{(\rho_s - \rho_f)bd_p^2}{18\mu}$	$d_p = \left[ \frac{18\mu v_\infty}{b(\rho_s - \rho_f)} \right]^{1/2}$
Regime de Newton $Re_p > 10^3$	$v_\infty = \left[ \frac{3gd_p(\rho_s - \rho_f)}{\rho_f} \right]^{1/2}$	$d_p = \frac{v_\infty^2 \rho_f}{3g(\rho_s - \rho_f)}$
Método de Concha Almendra (1979) $Re_p < 10^4$	$d_p^* = \left[ \frac{4(\rho_s - \rho_f)\rho_f b}{3\mu} \right]^{1/3} d_p$ $v_\infty^* = \frac{20,52}{d_p^*} \left[ (1 + 0,0921d_p^{*3/2})^{1/2} - 1 \right]^2$ $v_\infty = \left[ \frac{4(\rho_s - \rho_f)\mu b}{3\rho_f^2} \right] v_\infty^*$	$v_\infty^* = \left[ \frac{3\rho_f^2}{4(\rho_s - \rho_f)\mu b} \right]^{1/3} v_\infty$ $d_p^* = 0,07 \left[ \left( 1 + \frac{68,49}{v_\infty^{*3/2}} \right)^{1/2} + 1 \right]^2 v_\infty^{*2}$ $d_p = \left[ \frac{3\mu^2}{4(\rho_s - \rho_f)\rho_f b} \right]^{1/3} d_p^*$

Quase a totalidade dos estudos que tratam do movimento de partículas em fluidos considera somente o comportamento newtoniano do fluido. No caso de fluidos não-newtonianos, tem-se reconhecido que a relação entre coeficiente de arraste e o número de Reynolds não é a mesma que aquela observada para fluidos newtonianos (He *et al.*, 2001). Recentemente alguns autores propuseram modificações empíricas do coeficiente de arraste e do número de Reynolds, a fim de descrever o movimento de partículas em fluidos não-newtonianos (Ceylan *et al.*, 1999; He *et al.*, 2001). Na prática, é reconhecido que a tensão crítica  $\tau_0$  é muito importante na separação de partículas, uma vez que ela pode restringir o movimento das partículas mais finas. As partículas mais finas não conseguem produzir uma tensão suficientemente elevada para penetrar numa polpa não-newtoniana, se a concentração se situa abaixo da crítica (Kirchberg *et al.*, 1975).

**Velocidade terminal da partícula não-esférica isolada:** O comportamento de partículas não-esféricas em fluidos é tão complexo que apenas uma quantidade limitada de informações pode ser encontrada na literatura. Mesmo que qualitativas, na sua maior

parte, estas informações são muito úteis no projeto e na operação de equipamentos de beneficiamento, uma vez que auxiliam na interpretação de diversos fenômenos observados na prática.

Partículas não-esféricas diferem das esféricas principalmente em dois aspectos:

- a área superficial por unidade de volume é maior, resultando em uma maior resistência superficial;
- a irregularidade do seu formato pode ocasionar o aparecimento de movimentos vibratórios e oscilatórios periódicos e aperiódicos durante a sua sedimentação no fluido.

O efeito do aumento da área superficial na força resistiva é significativo para qualquer número de Reynolds, porém, o aparecimento de movimentos vibratórios e oscilatórios depende significativamente do regime de escoamento da partícula (Becker, 1959):

- no regime de Stokes, uma partícula é estável em qualquer orientação e o efeito da forma somente se deve ao aumento da resistência superficial;
- no regime intermediário, as partículas inicialmente tendem a se orientar segundo a direção da maior força de arraste, com a sua maior seção transversal perpendicular à direção do movimento do fluido. A partir de aproximadamente  $Re_p=200$  elas começam a oscilar enquanto se movem no fluido;
- no regime de Newton, as partículas tendem a girar em torno do seu eixo de menor inércia e a vibrar, movimentando-se em espiral à medida que sedimentam.

Oscilações e giros, que fazem com que a partícula percorra uma trajetória em helicóide durante a sedimentação, no regime de Newton, estão relacionados com a força de resistência fluidodinâmica perpendicular à direção do movimento, chamada força de sustentação. A força de sustentação está associada ao fato que assimetrias na forma da partícula resultam no aparecimento de um campo de pressões também assimétrico. Uma vez que a resultante não é necessariamente aplicada no centro de massa da partícula, esta tende a produzir rotações enquanto sedimenta (Almendra, 1979).

Os desvios observados no movimento retilíneo durante a sedimentação não dependem somente do formato da partícula. Alguns autores observam que, para um dado formato de partícula, os desvios diminuem com o aumento da densidade da partícula. Portanto, é comum incluir a razão das densidades da partícula à esfericidade na descrição da sedimentação de partículas não-esféricas a altos números de Reynolds. É possível que este efeito da densidade esteja relacionado ao movimento de aceleração da partícula, onde uma massa induzida inercial é acrescida à massa sólida, de maneira que quanto maior for a densidade do sólido, menor será a contribuição da massa acrescida (Concha e Barrientos, 1986).

Qualquer um dos mecanismos descritos acima resulta em uma perda da quantidade de movimento da partícula à medida que a partícula sedimenta no fluido. Esses também resultam em uma redução de velocidade de sedimentação em relação a uma partícula esférica com mesmo tamanho. Devido à complexidade destes mecanismos envolvidos na sedimentação de partículas irregulares, ainda não existe uma descrição detalhada que seja válida para qualquer formato de partícula. Entretanto, quando as partículas não apresentam formato esférico, mas são isométricas (direções aproximadamente iguais nas três direções ortogonais), correlações úteis são propostas.

Concha e Barrientos (1986) definem modificações ao coeficiente de arraste e ao número de Reynolds das partículas como:

$$C_{DM} = \frac{C_D}{f_A f_C} \quad (3.76)$$

e

$$\text{Re}_M = \frac{\text{Re}_p}{(f_B f_D)^2} \quad (3.77)$$

As funções  $f_A$ ,  $f_B$ ,  $f_C$  e  $f_D$ , definidas por Concha e Barrientos (1986), a partir de funções previamente propostas na literatura (como aquelas propostas por Pettyjohn e Christiansen, 1948), levam em consideração o efeito da esfericidade e da razão entre as densidades da partícula de fluido no coeficiente de arraste e no número de Reynolds da partícula (tabela III.3). As constantes destas funções foram ajustadas a partir de dados

experimentais disponíveis na literatura para partículas com valores de esfericidade ( $\psi$ ) de 0,67 a 1,0.

**Tabela III.3: Funções de correção para a influência da forma da partícula na velocidade de sedimentação.**

Funções de correção envolvendo a forma da partícula	Funções de correção envolvendo a razão das densidades
$f_A = \frac{5,42 - 4,75\psi}{0,67}$ $f_B = \left(0,843f_A \log \frac{\psi}{0,065}\right)^{-1/2}$ $\alpha = f_B^2$ $\lambda = [f_A^{1/2} f_B^2]^{-1}$	$f_C = (\rho_s / \rho_f)^{-0,0145}$ $f_D = (\rho_s / \rho_f)^{0,00725}$ $\gamma = f_D^2$ $\eta = f_C f_D$

A equação de Abraham (3.57) pode, então, ser reescrita levando em consideração o formato da partícula, ou seja,

$$C_{DM} = 0,28 \left(1 + \frac{9,06}{\text{Re}_M^{1/2}}\right)^2 \quad (3.78)$$

A função permite as definições modificadas de tamanho e de velocidade terminal adimensional de sedimentação, como:

$$d_{vM}^* = d_v^* (\lambda \eta)^{2/3} \quad (3.79)$$

e

$$v_M^* = \frac{v_\infty^*}{\alpha \gamma} \quad (3.80)$$

onde as funções  $\alpha, \lambda, \gamma, \eta$  são apresentadas na tabela III.3. Com estas definições, a velocidade de sedimentação terminal adimensional modificada é relacionada ao tamanho de partícula adimensional modificada, pela expressão:

$$v_M^* = \frac{20,52}{d_{vM}^*} \left[ \left(1 + 0,0921 d_{eM}^{*3/2}\right)^{1/2} - 1 \right]^2 \quad (3.81)$$

Utilizando-se o procedimento acima, é possível avaliar o efeito da forma da partícula na velocidade terminal de sedimentação. A tabela III.4 mostra que quanto maior for o tamanho da partícula e a sua densidade, maior será a redução da velocidade de sedimentação em relação à da partícula esférica.

**Tabela III.4: Velocidades terminais de sedimentação (cm/s) de materiais selecionados com diferentes fatores de forma (sedimentação em água a 20<sup>0</sup>C).**

Material	$d_p=1\text{mm}$				$d_p=0,1\text{mm}$			
	$\Psi=1,0$	0,9	0,8	0,7	1,0	0,9	0,8	0,7
Carvão $\rho_s=1.300\text{kg/m}^3$	5,28	3,77	3,04	2,61	0,157	0,129	0,100	0,0983
Quartzo $\rho_s=2.650\text{kg/m}^3$	16,4	11,4	9,06	7,71	0,784	0,622	0,532	0,472
Wolframita $\rho_s=7.500\text{kg/m}^3$	38,4	26,3	20,7	17,5	2,69	2,09	1,76	1,55

Segundo a tabela III.4, uma partícula de wolframita de 1mm, que apresente uma esfericidade ( $\psi$ ) igual a 0,7, pode apresentar aproximadamente a mesma velocidade terminal (em água) que uma partícula de quartzo de mesma granulometria e formato esférico.

### 3.2.2.f: Movimento acelerado de uma partícula esférica isolada:

Normalmente as partículas atingem velocidade terminal de sedimentação muito rapidamente. Entretanto, existem alguns processos em que o movimento acelerado das partículas é de grande relevância na separação. O movimento de uma partícula se torna transitório se esta partícula e/ou fluido são acelerados.

É comum, na literatura de tecnologia mineral, utilizar uma descrição simplificada do movimento transitório da partícula. Considerando que a força de arraste para o movimento transitório se mantém a mesma que para o movimento uniforme, e substituindo a expressão da força de arraste do movimento uniforme (equação 3.51) na equação do movimento da partícula (equação 3.60), tem-se que:

$$\rho_s V_p \frac{dv}{dt} = (\rho_s - \rho_f) V_p g - \frac{C_D \pi d_p^2 \rho_f}{8} v^2, \quad (3.82)$$

que pode ser resolvida analiticamente (Kelly e Spottiswood, 1982).

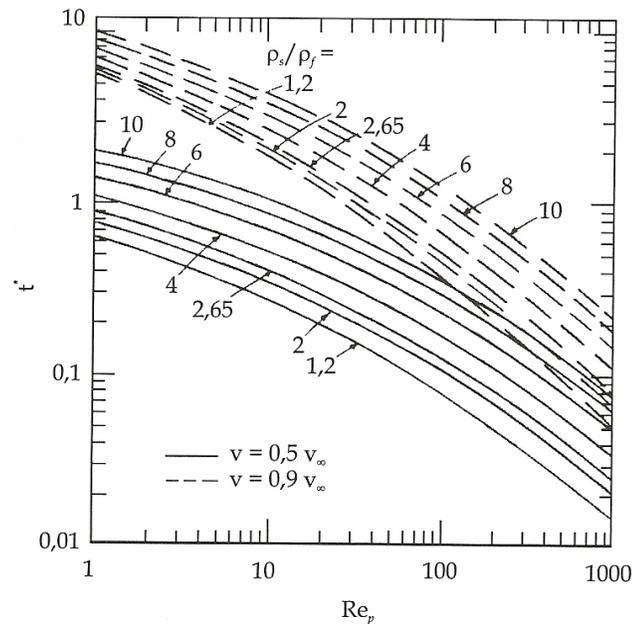
Rigorosamente, a equação 3.82 somente é aplicável quando a densidade das partículas é muito superior à do fluido, como é o caso na queda livre de partículas no ar.

A utilização desta equação para casos em que a razão entre a densidade do sólido e do fluido é baixa resulta em superestimções significativas da aceleração (Keiskanen, 1993). Quando o fluido é a água, por outro lado, o tempo necessário para que a partícula acelere 99% da sua velocidade terminal pode ser 500 vezes maior que aquele estimado a partir da equação 3.82.

Portanto, a equação geral do movimento da partícula é obtida substituindo a equação geral da força de resistência fluidodinâmica (3.59) na equação 3.60, que resulta em:

$$\left( \rho_s + \frac{\Delta_A \rho_f}{2} \right) V_p \frac{dv}{dt} = (\rho_s - \rho_f) V_p g - C_D \frac{\pi d_p^2 \rho_f}{8} v^2 - \Delta_H \frac{3}{2} d_p^2 \sqrt{\pi \mu \rho_f} \int_0^t \frac{dv/dt}{\sqrt{t-\tau}} d\tau \quad (3.83)$$

Diferentes técnicas numéricas são utilizadas na resolução desta equação, sendo que soluções são apresentadas graficamente na figura 3.12.

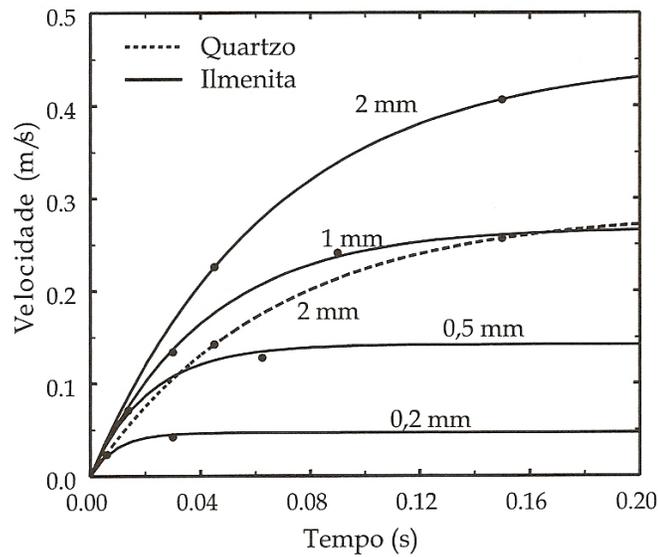


**Figura 3.12: Valores de tempo adimensional para uma partícula atingir 50% e 90% da sua velocidade terminal, a partir do número de Reynolds, na velocidade terminal (modificado por Clift *et al.*, 1978).**

O tempo relativo às diferentes proporções da velocidade terminal de sedimentação mostrado na figura 3.12 é calculado a partir do adimensional  $*t$ , dado por:

$$t = \frac{\rho_f d_p^2 t^*}{4\mu} \quad (3.84)$$

Soluções da equação 3.83, apresentadas na figura 3.13 para quartzo e ilmenita, mostram que as partículas atingem suas velocidades terminais de sedimentação muito rapidamente, precisando de menos de um décimo de segundo para partículas menores que 1mm. Observa-se também que, embora partículas de ilmenita de 1mm e de quartzo de 2mm apresentem velocidades terminais de sedimentação muito próximas, elas possuem histórias de aceleração muito distintas em decorrência das suas diferentes densidades.



**Figura 3.13: Movimento acelerado de partículas esféricas de quartzo (densidade de  $2.65\text{g/cm}^3$ ) e ilmenita (densidade de  $4.7\text{g/cm}^3$ ) em água. Os pontos representam as velocidades correspondentes a 50 e 90% da velocidade terminal (Sampaio e Tavares, 2005).**

Para o início do movimento da partícula, a sua velocidade ainda é pequena, de modo que a equação 3.83 pode ser simplificada para:

$$\frac{dv(0)}{dt} = \frac{2(\rho_s - \rho_f)}{2\rho_s + \rho_f} g \quad (3.85)$$

A equação 3.85 mostra que o início do movimento da partícula a sedimentação é dominada pela densidade, com a granulometria somente passando a exercer alguma influência após milissegundos. Isto oferece um mecanismo viável para a separação por densidades, com um mínimo de influência da granulometria.

A figura 3.13 mostra que as partículas finas atingem mais rapidamente as suas velocidades terminais que partículas mais grossas. Adicionalmente, a equação 3.85 mostra também que, quando a densidade do sólido é muito superior à densidade do fluido, a aceleração de uma partícula tende a se aproximar a da gravidade.

Infelizmente, toda a análise apresentada anteriormente só aplicável a partículas esféricas isoladas sedimentando em fluidos newtonianos. Apenas um volume muito limitado de resultados experimentais permite analisar o efeito da forma da partícula e da reologia do

fluido no comportamento da partícula durante o movimento acelerado. Reganathan *et al.* (1989) observaram que as partículas não-esféricas atingem a sua velocidade terminal de sedimentação após uma distância mais curta que as partículas esféricas.

Os resultados mostram que, especialmente a altos números de Reynolds, o efeito do formato na aceleração é significativo. No caso de fluidos não-newtonianos, Bagchi e Chhabra (1991) mostraram que a distância necessária, para que uma partícula atinja 99% de sua velocidade terminal, aumenta com a redução do índice  $n$  da lei de potência do comportamento reológico do fluido pseudoplástico. Para  $n=0,3$ , a distância necessária para a partícula atingir a velocidade terminal é superior ao dobro daquela necessária em um fluido newtoniano.

#### 3.2.2.g: A influência da concentração de sólidos no movimento das partículas:

Na prática, as condições que predominam nos equipamentos de processamento diferem muito daquelas relativas à sedimentação livre apresentadas na seção 3.2.2.e. Normalmente isto se deve à necessidade do processamento de grandes quantidades de material por unidade de volume do equipamento e à necessidade de separação mais nítida com relação à densidade e uma minimização da influência do tamanho de partícula na separação.

As interações das partículas entre si, e delas com o fluido, impõem uma maior resistência à sedimentação que aquela encontrada na sedimentação livre. Esta condição é chamada de sedimentação impedida ou retardada. Zimmels (1990) lista alguns dos impedimentos que aparecem à medida que aumenta a fração de sólidos na polpa:

- redução da seção transversal disponível para escoamento do fluido, o qual resulta em um aumento da velocidade de aproximação do fluido;
- aumento da viscosidade aparente da polpa;
- redução da força gravitacional devido a um aumento da densidade aparente da polpa;
- aumento da resistência devido ao efeito de parede;
- aumento da difusão fluidodinâmica.

Devido à complexidade das interações entre as partículas e à difícil quantificação do seu efeito sobre as várias forças envolvidas no movimento de partículas em fluidos, é comum a descrição empírica do seu efeito na velocidade de sedimentação da partícula.

Considerando o efeito da fração volumétrica de sólidos na polpa, tanto na densidade quanto na viscosidade, alguns autores simplesmente propuseram a introdução de modificações às equações de cálculo da velocidade de sedimentação livre. Isto implica em considerar que o comportamento de uma partícula isolada dentro de um fluido caracterizado pela densidade e viscosidade da polpa (Govier e Aziz, 1972). Para o regime de Stokes isso seria equivalente a:

$$v_t = \frac{(\rho_s - \rho_a)gd_p^2}{18\mu_a} \quad (3.86)$$

A densidade da polpa  $\rho_a$  é dada por:

$$\rho_a = \phi\rho_s + (1 - \phi)\rho_f \quad (3.87)$$

sendo  $\phi$  a fração volumétrica de sólidos na polpa (razão entre o volume de sólidos e o volume total da polpa e equivalentes  $a\phi = 1 - \varepsilon$ ).

A dificuldade na aplicação das equações 3.86 e 3.87 está relacionada à viscosidade da polpa, que não é conhecida *a priori* e depende não somente da fração de sólidos, mas da distribuição de tamanhos de partículas da polpa. De uma maneira análoga, pode-se, também, modificar a equação de Newton resultando em:

$$v_t = \left[ \frac{3gd_p(\rho_s - \rho_a)}{\rho_a} \right]^{1/2} \quad (3.88)$$

As equações 3.86 e 3.88 são muito utilizadas, especialmente na literatura de tecnologia mineral. Implicitamente, entretanto, as equações consideram que a redução da velocidade de sedimentação de partículas contidas em polpas em relação à sedimentação livre de partículas livres se deve à fração de sólidos na polpa e à razão entre a densidade do sólido e do fluido.

Alternativamente, aplicando a equação de Einsten (3.45) à equação de Stokes (3.64), tem-se:

$$v_t = \frac{v_\infty}{1 + 2.5\phi}, \text{ com } \phi < 1\% \quad (3.89)$$

Um outro modelo empírico freqüentemente citado na literatura de tecnologia mineral é aquele proposto por Richardson e Zaki (1954). Neste modelo, a razão entre as velocidades terminais de partículas em uma polpa e a velocidade terminal de partículas individuais depende somente do número de Reynolds e da fração de sólidos na polpa. A velocidade de sedimentação retardada é dada por:

$$v_t = v_\infty (1 - \phi)^{n_{RZ}} \quad (3.90)$$

na qual:

$$\begin{aligned} n_{RZ} &= 3,65 && \text{para } Re_p < 0,2 \\ n_{RZ} &= 4,35 Re_p^{-0,03} - 1 && \text{para } 0,2 < Re_p < 1 \\ n_{RZ} &= 4,35 Re_p^{-0,1} - 1 && \text{para } 1 < Re_p < 500 \\ n_{RZ} &= 1,39 && \text{para } Re_p > 500 \end{aligned}$$

Comparações entre resultados experimentais da literatura e previsões usando as equações mostram que o modelo de Richardson e Zaki (1954) tende a superestimar a velocidade de sedimentação, particularmente a baixas concentrações de sólidos e na região intermediária de números de Reynolds.

Em um outro estudo, Concha e Almendra (1979) analisaram os dados experimentais disponíveis na literatura e propuseram expressões modificadas para a velocidade de sedimentação, sob condições de alta percentagem de sólidos. Eles postularam, inicialmente, que a relação entre as velocidades e os tamanhos adimensionais (tabela III.2) se mantém válida para uma suspensão de partículas esféricas.

$$v_H^* = \frac{20,52}{d_H^*} \left[ \left( 1 + 0,0921 d_H^{*3/2} \right)^{1/2} - 1 \right]^2 \quad (3.91)$$

O efeito da fração de sólidos na polpa aparece pelo intermédio de funções de correção aos números adimensionais, sendo expressos por:

$$v_H^* = \frac{v_t^*}{f_q} \quad (3.92)$$

$$d_H^* = \frac{d_p^*}{f_p} \quad (3.93)$$

Sendo  $\phi$  a fração volumétrica de sólidos na polpa (razão entre o volume de sólidos e o volume total de polpa e equivalentes a  $\phi = 1 - \varepsilon$ ), e  $f_p$  e  $f_q$  são funções empíricas da fração de sólidos, dadas por:

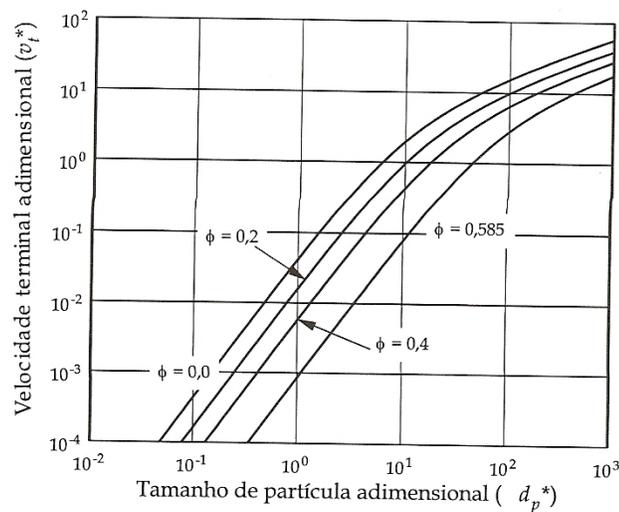
$$f_q = \left[ \frac{(1 - \phi)^4 (1 + 0,75\phi^{1/3})}{(1 - \phi + 1,2\phi^{2/3})^3 (1 - 1,45\phi)^{1,83}} \right]^{1/3} \quad (3.94)$$

$$f_p = \left[ \frac{(1 - \phi)(1 + 0,75\phi^{1/3})}{(1 - \phi + 1,2\phi^{2/3})^{3/4} (1 - 1,45\phi)^{1,83}} \right]^{2/3} \quad (3.95)$$

Substituindo-se as equações 3.92 e 3.93 na equação 3.91, tem-se:

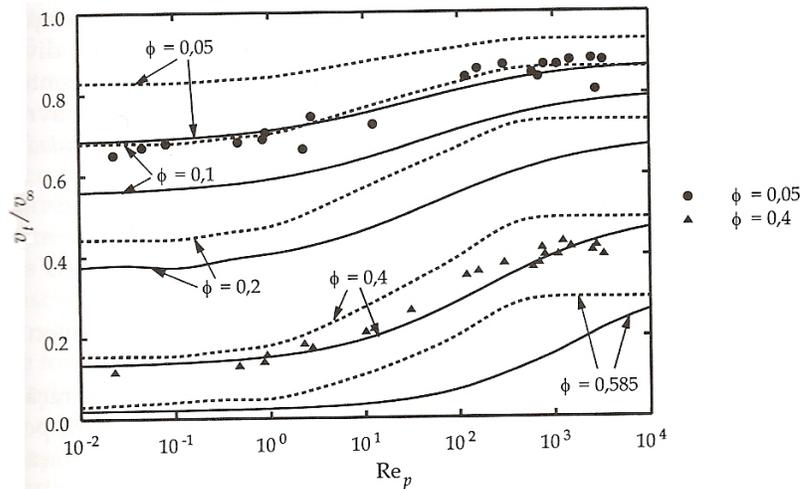
$$v_t^* = \frac{20,52}{d_p^*} f_p f_q \left[ (1 + 0,0921 f_p^{-3/2} d_p^{*3/2})^{1/2} - 1 \right]^2 \quad (3.96)$$

As constantes das funções acima foram determinadas usando dados da literatura relativos a sistemas monodispersos (polpas cujas partículas apresentam o mesmo tamanho), com frações de sólido  $f$  no intervalo de 0 até 0,585 (58,5%) (Concha e Almendra, 1979). A relação entre a velocidade adimensional de sedimentação retardada  $v_t^*$  e  $d_H^*$  é ilustrada na figura 3.14, com a curva relativa a  $\phi = 0,585$  correspondendo a de um leito totalmente empacotado de partículas esféricas.



**Figura 3.14: Relação entre velocidade terminal adimensional e tamanho de partícula adimensional em função da fração de sólidos na polpa ( $\phi$ ) (Sampaio e Tavares, 2005).**

Uma comparação dos resultados obtidos usando este procedimento a alguns resultados experimentais é apresentada na figura 3.15, que mostra que é o método é capaz de estimar precisamente velocidades de sedimentação de polpas.



**Figura 3.15: Efeito da concentração de sólidos na fluidodinâmica de suspensões monodispersas. As linhas sólidas são dadas pelo método de Concha-Almendra (1979), as linhas pontilhadas são o modelo de Richardson e Zaki (1954) e os símbolos são os dados experimentais (compilados por Almendra, 1979).**

### 3.2.2.h: Razões de sedimentação:

Partículas de materiais de densidades diferentes poderão se movimentar com a mesma velocidade no fluido, desde que sejam escolhidas com tamanhos apropriados. A relação entre tamanhos de partículas pode ser determinada simplesmente igualando as expressões para a velocidade terminal de sedimentação. Para o regime de Stokes, este quociente, chamado de razão de sedimentação, é dado por:

$$\frac{d_l}{d_d} = \left( \frac{\rho_d - \rho_f}{\rho_l - \rho_f} \right)^{1/2} \quad (3.97)$$

sendo  $\rho_l$  e  $\rho_d$  as densidades do componente leve e denso, respectivamente, e  $\rho_f$  é a densidade do fluido.

Analogamente, ao regime de Newton, ela é dada por:

$$\frac{d_l}{d_d} = \left( \frac{\rho_d - \rho_f}{\rho_l - \rho_f} \right) \quad (3.98)$$

As equações 3.97 e 3.98 são denominadas razões de sedimentação livre, uma vez que consideram o comportamento de partículas individuais. A sedimentação retardada faz com que partículas de diferentes densidades sedimentem a razões que diferem da sedimentação livre. Esta razão modificada é denominada razão de sedimentação retardada, sendo expressa por:

$$\frac{d_l}{d_d} = \left( \frac{\rho_d - \rho_a}{\rho_l - \rho_a} \right)^q \quad (3.99)$$

sendo  $\rho_a$  a densidade da polpa e  $q=1$  para o regime de Newton e  $q=0,5$  para o regime de Stokes.

Quanto maior a razão de sedimentação, mais fácil é a separação das partículas por densidade. Esta razão, proposta originalmente por Rittinger (1870), também é conhecida como critério de concentração.

A razão de sedimentação retardada é sempre maior que a de sedimentação livre e, quanto maior a densidade da polpa, maior será a razão dos tamanhos de partículas com mesma velocidade terminal.

### 3.2.2.i: Forças de sustentação e dispersivas:

Na análise do movimento de partículas em fluidos, é comum considerar que o fluido se encontra em repouso ou que apresenta velocidade constante (esta aproximação também é válida quando o tamanho de partícula é pequeno em comparação com a variação das velocidades no fluido). Outra consideração comum é que as partículas são esféricas e não interagem umas com as outras na polpa. Esta abordagem, descrita na seção 3.2.2-e, se torna simples uma vez que as forças são representadas por equações conhecidas da fluidodinâmica e também porque elas atuam na mesma direção do movimento relativo entre a partícula e o fluido.

Em um grande número de casos de interesse, forças direcionadas perpendicularmente ao movimento relativo da partícula, que correspondem à interação entre a partícula e o fluido e das partículas entre si, também aparecem. Um exemplo é a sedimentação de partículas com formato irregular em um campo de velocidades uniformes. Partículas com formato tabular ou placóide, posicionadas obliquamente ao escoamento do fluido, sofrem a ação de forças de pressão variáveis em diferentes partes da partícula, causando o aparecimento de forças de sustentação. Estas forças, que são as mesmas agindo na manutenção das asas de um avião no ar, geralmente são responsáveis pelos giros e oscilações na sedimentação de partículas de formato tabular ou placóide, a números de Reynolds intermediários e altos.

Outro caso de interesse prático é o movimento de partículas de qualquer formato (inclusive esférico) em fluidos que exibem um gradiente de velocidades, especialmente quando a concentração de sólidos na polpa é elevada. Nestes casos, tem-se observado o aparecimento de forças de sustentação e dispersivas, as quais são perpendiculares ao movimento do fluido. Estas forças são estudadas por um grande número de pesquisadores, especialmente aqueles interessados em analisar o transporte de sedimentos em rios e canais. Uma primeira aproximação usada por diversos autores é que a força de sustentação ( $F_B$ ) é proporcional à força de arraste do fluido (equação 3.51) (Allen, 1982; Julien, 1995), dada por:

$$F_B = K_1 F_D \quad (3.100)$$

Ainda não há um consenso, na literatura, sobre o valor da constante de proporcionalidade  $K_1$ , sendo que os valores experimentais entre 0,14 e 1 são reportados (Kapur e Meloy, 1998).

Uma análise alternativa é oferecida por Bagnold (1954), que investigou experimentalmente o movimento de esferas de cera em fluidos sob as mais variadas condições de taxas de cisalhamento e concentração de sólidos. Ele concluiu que as colisões que ocorrem entre as partículas em uma polpa resultam no aparecimento de pressões dispersivas orientadas perpendicularmente à direção do movimento do fluido.

Dependendo do valor de um grupo adimensional  $B$  (em analogia ao número de Reynolds), Bagnold definiu dois regimes limites: o primeiro é o macroviscoso ( $B \leq 40$ ) e o outro é o regime inercial de partícula ( $B \geq 450$ ), sendo que estão separados por um regime de transição ( $40 < B < 450$ ). O número de Reynolds  $B$  é dado por:

$$B = \frac{1}{\mu} \rho_s C_L^{1/2} d_p^2 \frac{du}{dz} \quad (3.101)$$

sendo  $du/dz$  a taxa média de cisalhamento e  $C_L$  a concentração linear, que é relacionada à fração de sólidos na polpa pela expressão:

$$C_L = \frac{1}{(\phi_{\max} / \phi)^{1/3} - 1} \quad (3.102)$$

sendo  $\phi_{\max}$  a fração de sólidos máxima possível para a distribuição granulométrica do material. A concentração linear aumenta muito rapidamente com a concentração volumétrica de sólidos na polpa.

Para o regime macroviscoso, tem-se que:

$$F_B = 1,3 C_L^{3/2} \mu \frac{du}{dz} A_c \quad (3.103)$$

Neste regime, as forças (ou tensões) são transmitidas pelo atrito do fluido. Portanto, essas forças dependem da viscosidade e da taxa de cisalhamento do fluido e independem da densidade da partícula.

No regime inercial de partícula, tem-se que:

$$F_B = \rho_s C_L^2 d_p^2 \left( \frac{du}{dz} \right)^2 A_c \quad (3.104)$$

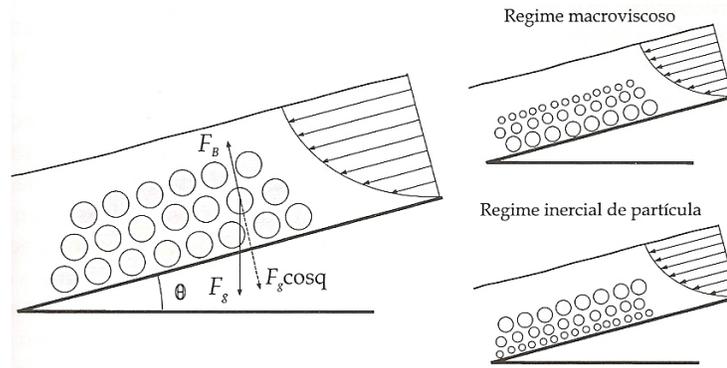
que é válida para  $1,4 < C_L < 14$ .

Neste regime, Bagnold afirmou que o fluido presente nos interstícios exerce uma influência secundária (que explica a independência da viscosidade na força de Bagnold) e que o efeito dominante está associado às várias colisões de partículas que se encontram em camadas adjacentes no leito. Uma vez que, tanto a frequência de colisões quanto a quantidade de movimento transferida em cada colisão são proporcionais à taxa

média de cisalhamento, a força dispersiva é proporcional ao quadrado da taxa de cisalhamento (Holtham, 1992).

A fim de avaliar o efeito da força dispersiva (mais especificamente da força de Bagnold) na separação de partículas em fluidos, é conveniente considerar o movimento de partículas em um plano inclinado (figura 3.16). Se a partícula não sobe nem desce verticalmente no leito sob condições de cisalhamento, ela deve estar em equilíbrio, com a força dispersiva sendo balanceada pela componente da força peso aparente da partícula, dada por:

$$F_g \cos \theta = \beta d_p^3 (\rho_s - \rho_f) \cos \theta \quad (3.105)$$



**Figura 3.16: Ação de forças dispersivas em um leito de partículas (Sampaio e Tavares, 2005).**

No caso do regime macroviscoso, a razão entre a força de Bagnold (equação 3.104) e a força peso (equação 3.106) é dada por:

$$\frac{F_B}{F_g \cos \theta} = \frac{k_2}{d_p (\rho_s - \rho_f)} \left( \frac{du}{dz} \right) \quad (3.106)$$

sendo que  $k_2$  agrupa as diversas constantes e algumas variáveis.

No regime inercial de partícula, tem-se que:

$$\frac{F_B}{F_g \cos \theta} = k_3 d_p \left( \frac{\rho_s}{\rho_s - \rho_f} \right) \left( \frac{du}{dz} \right)^2 \quad (3.107)$$

Quanto maior esta razão, maior será a tendência da partícula de subir até as camadas que se movimentam mais rapidamente no fluido. O efeito do tamanho de partícula, por outro lado, depende do regime.

No regime macroviscoso, o aumento do tamanho de partícula resulta na diminuição da razão entre a força de Bagnold e a força peso aparente. Isto faz com que partículas mais finas se dirijam até as zonas de maior cisalhamento no leito (a superfície livre do fluido).

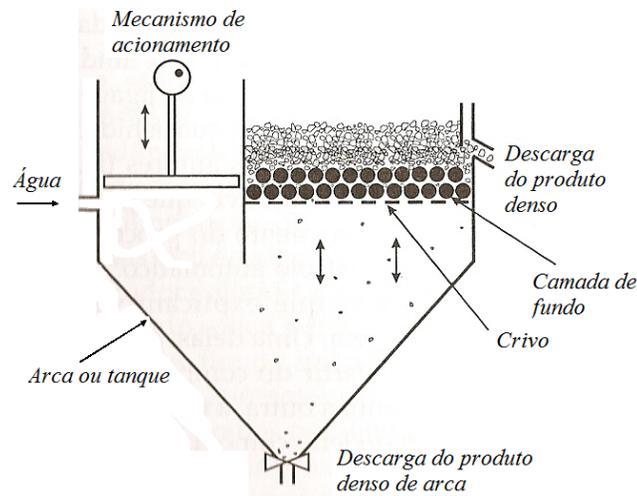
No regime inercial de partícula, a equação 3.107 sugere que as mais grossas são empurradas mais facilmente até o topo do leito, enquanto que as mais finas se mantêm mais próximo à superfície sólida (figura 3.16).

Bagnold não considerou explicitamente partículas de diferentes densidades. Porém, o efeito provável da ação conjunta da força de Bagnold e da força peso aparente na segregação de partículas com densidades diferentes (equações 3.106 e 3.107) é que partículas densas se dirijam para a base do leito, enquanto as menos densas para o topo. Ressalta-se que os experimentos de Bagnold foram realizados em condições muito diferentes daquelas encontradas em equipamentos industriais, uma vez que as partículas de cera são mais plásticas que os minerais e apresentam a mesma densidade do fluido e tamanho uniforme (Kelly e Spottiswood, 1982). Publicações recentes questionam as equações e limites de validade dos regimes. Savage e McKeon (1983) e Holtham (1992) sugerem cautela na aplicação das equações 3.101 a 3.104 para as situações de modelagem de processos de beneficiamento gravítico. Entretanto, a capacidade destas forças de explicar uma série de fenômenos observados na prática demonstra que, pelo menos qualitativamente, a análise de Bagnold apresenta validade.

### **3.2.3 –Jigagem (Sampaio e Tavares, 2005).**

A jigagem é um processo de separação hidráulica que consiste da expansão (dilatação) e contração (compactação) de um leito de partículas, pelo movimento pulsante da água, que se intercalam repetidamente segundo um plano vertical.

Os tipos diferentes de jigues, usados na aplicação da indústria mineral são essencialmente compostos pelos mesmos elementos básicos, conforme representado na figura 3.17.



**Figura 3.17: Diagrama esquemático de um jigue.**

Eles são constituídos de um tanque, chamado de arca, dividido em duas seções principais. Uma delas contém a tela de suporte (crivo) que é responsável pela sustentação do leito de partículas (e de esferas, onde aplicável), onde ocorre a estratificação. A outra corresponde à uma seção onde são geradas as pulsações do fluido. Junto a esta seção, encontra-se um mecanismo de acionamento responsável pela geração das pulsações. Completando as partes básicas destes equipamentos, têm-se os sistemas de descarga dos produtos flutuado e afundado.

A pulsação do fluido, em um jigue, pode ser produzida tanto mecanicamente, por meio de um êmbolo, quanto pela pulsação da água (ou ar) que é admitido de forma intermitente à arca, por meio de uma válvula especial. Em alguns tipos de jigue, o movimento relativo, entre o fluido e o leito de partículas, é obtido pelo deslocamento vertical do crivo.

Apesar da grande relevância do processo e da pesquisa no assunto, que já se estende por mais de um século, ainda não existe uma descrição teórica quantitativa de consenso do processo de jigagem. Isto se deve à complexidade deste processo, no qual a hidrodinâmica do sistema é variável continuamente.

Alguns autores (Burt, 1984; Kelly e Spottiswood, 1982) consideram admirável que os jigues funcionem tão bem, apesar do pequeno conhecimento do processo e do uso ainda limitado de ferramentas de controle automático. Ainda assim, existem pelo menos duas teorias que explicam vários aspectos da estratificação vertical da jigagem: o formalismo da hidrodinâmica (que procura descrever a jigagem a partir do comportamento de partículas individuais no fluido) e a teoria da energia potencial (que procura descrever o comportamento do leito como um todo).

### 3.2.3.a: Teoria hidrodinâmica da jigagem

A teoria hidrodinâmica clássica considera, inicialmente, o movimento de uma partícula individual no leito do jigue e, então, relaciona-o ao movimento de todas as partículas em conjunto. Esta foi a primeira teoria de jigagem proposta e, embora pesquisadores como Rittinger (1870) e Richards (1908) tenham lançado as suas bases, Antoine Marc Gaudin foi quem a sintetizou em seu texto clássico (Gaudin, 1939). Gaudin sugeriu que a estratificação poderia ser descrita como o resultado da combinação de três mecanismos principais: a sedimentação retardada diferencial, a aceleração diferencial no início da queda e a consolidação intersticial das partículas durante a sucção.

**Sedimentação retardada diferencial:** Uma partícula em sedimentação livre, em um fluido, é acelerada por certo período de tempo pela ação da força da gravidade, aumentando a sua velocidade até alcançar um valor máximo, que a velocidade terminal. Igualando as velocidades de sedimentação de duas partículas de densidades diferentes, Rittinger (1870) introduziu o conceito de razão de sedimentação (equações 3.97 e 3.98).

$$\frac{d_l}{d_d} = \left( \frac{\rho_d - \rho_a}{\rho_l - \rho_a} \right)^q \quad (3.108)$$

onde:

$q$ : igual a 1,0, para o regime de Newton, e igual a 0,5 para o regime de Stokes;

$\rho_d$ ,  $\rho_l$ , e  $\rho_a$  : são densidades das partículas densas, leves e a densidade aparente da suspensão, respectivamente.

A razão de sedimentação corresponde ao quociente dos tamanhos de partículas de dois minerais que apresentam a mesma velocidade terminal de sedimentação, de maneira que quanto maior a razão de sedimentação, mais fácil é a separação das partículas por densidade.

Qualquer separador é alimentado com um intervalo de tamanho de partículas e, de acordo com a equação 3.108, isto limita a separação que é possível atingir. A fim de minimizar o efeito do tamanho de partícula na separação, ou aumentar o intervalo de tamanhos de partículas que podem ser separados por densidade, a densidade aparente da suspensão deve ser a mais próxima possível daquela do mineral mais leve. Da mesma forma, à medida que aumenta a densidade aparente da polpa, também aumenta a razão de sedimentação. Além disto, verifica-se que, para um dado par de minerais, a relação será maior no regime de Newton, significando que a diferença de densidade entre as partículas minerais tem efeito mais pronunciado nas faixas grossas. Alternativamente, nas faixas granulométricas mais finas (onde predomina o regime de Stokes), a separação pelo mecanismo da sedimentação diferencial é menos eficaz.

No caso da jigagem, o mecanismo da sedimentação retardada diferencial não pode explicar, por si só, a separação - como teria sido sugerido pelos seus proponentes originais (Rittinger, 1870; Richards, 1908) -, uma vez que a prática mostra que é possível tratar alimentações no jig com um intervalo de tamanhos muito mais amplo que aquele previsto usando a equação 3.108. Além disto, também é importante lembrar que, com altas frequências e as baixas amplitudes envolvidas na jigagem, é improvável que as partículas (em particular as mais grossas) sejam capazes de atingir a sua velocidade terminal de sedimentação.

**Aceleração diferencial:** No caso de jiges, bem como de outros equipamentos de concentração gravítica, uma partícula sofre a interferência das paredes do aparelho ou de outras partículas podendo ter movimento por um tempo e distância curtos, antes que

parem ou sejam desviadas. Assim, as partículas são sujeitas a sucessivas acelerações (e desacelerações) e, em algumas condições, estes períodos de aceleração podem ocupar uma proporção significativa do período do movimento das partículas (Lins, 1998).

O aspecto principal do mecanismo da aceleração diferencial é que a aceleração da partícula, no início do seu movimento, somente depende das densidades da partícula e do fluido:

$$\frac{dv(0)}{dt} = \frac{2(\rho_s - \rho_f)}{2\rho_s + \rho_f} \quad (3.109)$$

onde:

$dv/dt$  : aceleração da partícula;

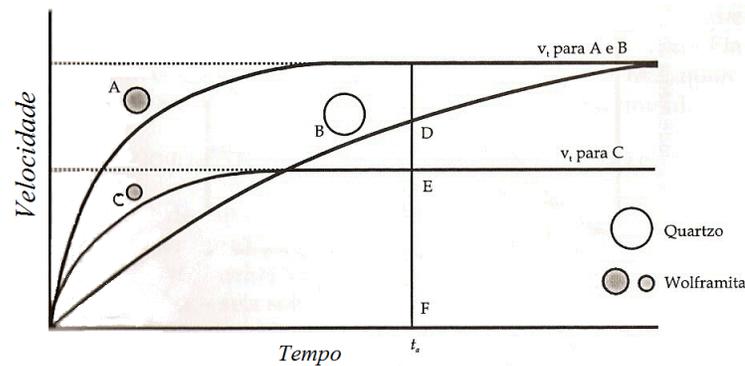
$\rho_s$  : densidade do sólido;

$\rho_f$  : densidade do fluido;

$g$ : aceleração da gravidade.

Portanto, considerando a aceleração diferencial no início do movimento, seria possível separar partículas de diferentes densidades sem qualquer influência do tamanho de partícula. Considerando, entretanto, que a equação 3.85 é válida somente para o início do movimento, torna-se necessária a análise da variação da velocidade de sedimentação de partículas no fluido.

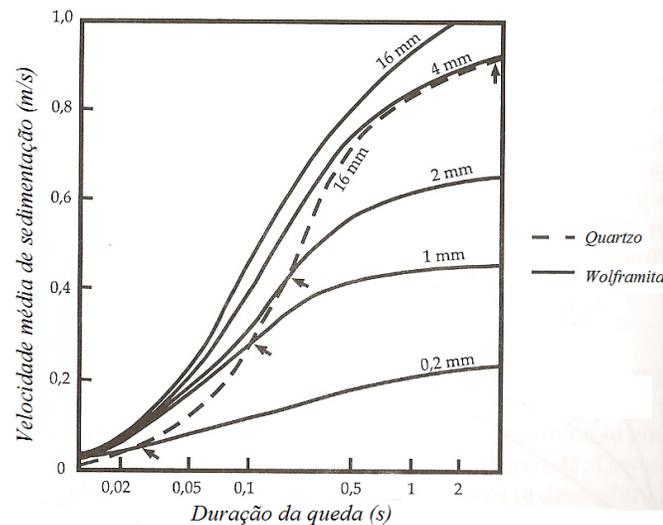
A figura 3.18 apresenta a variação da velocidade de sedimentação com o tempo, para partículas esféricas de wolframita e quartzo em água. Esta figura mostra que a influência do tamanho da partícula aumenta com o tempo de sedimentação até o ponto em que, a tempos infinitos, ele se torna igual àquele descrito pelo mecanismo de sedimentação diferencial em velocidade terminal. Desta maneira, para que a separação entre as partículas ocorra mais significativamente como o resultado da ação da aceleração diferencial do que da velocidade terminal, é necessário que o tempo de deslocamento seja suficientemente curto e que o ciclo de jigagem (expansão e compactação do leito) seja repetido inúmeras vezes.



**Figura 3.18: Relação entre velocidade e tempo para partículas envolvidas em jigagem (modificada de Burt, 1984).**

Uma análise mais detalhada da figura 3.18 mostra que a distância percorrida (que corresponde à área sob a curva), para as partículas com mesma velocidade terminal (partículas A e B), somente se torna equivalente para tempos infinitos. Para tempos curtos, a partícula A percorre uma distância maior que a partícula B. Além disto, uma partícula fina de Wolframita (C) pode percorrer a mesma distância que uma partícula grossa de quartzo (B), se um determinado tempo  $t_a$  for escolhido (área ODF = área OEF). Portanto, para este tempo  $t_a$  as partículas B e C irão se encontrar na mesma posição em um fluido, uma vez que elas percorrem a mesma distância (Burt, 1984).

A figura 3.19 mostra a relação entre a velocidade média de sedimentação e o tempo para partículas esféricas de quartzo com 16mm de diâmetro e partículas esféricas de wolframita com 4mm de diâmetro e mesma velocidade terminal que a de quartzo, além de resultados para partículas de wolframita de outros tamanhos.



**Figura 3.19: Velocidade de sedimentação por tempo, para várias partículas (modificada de Burt, 1984).**

Nota-se que cada partícula de wolframita mais fina que o a quartzo irá apresentar um tempo específico de sedimentação (apontado pelas setas, na figura), no qual a distância percorrida por segundo é a mesma que para a partícula de quartzo. Com o intuito de descrever esta condição, de grande importância para a jigagem, Gaudin (1939) propôs um quociente, chamado razão de jigagem  $R_j$ , que corresponde à razão dos diâmetros de partículas que se encontram na mesma posição depois de transcorrido um certo tempo de queda. Evidentemente, esta razão aumenta com a diminuição do tempo de sedimentação, de maneira que quanto mais curto o ciclo da jigagem, maior será a distribuição de tamanhos de partículas que podem ser estratificadas.

Esta análise permite concluir que, se um jigge for alimentado com uma distribuição granulométrica estreita, o ciclo de jigagem pode variar significativamente, sem prejuízo para a separação. Por outro lado, se a distribuição granulométrica das partículas da alimentação do jigge for ampla, o ciclo de jigagem deve ser escolhido com muita cautela.

A análise anterior se baseia em expressões somente válidas para o movimento de partículas esféricas isoladas, não levando em consideração o efeito da forma das partículas, interações entre elas, além da ação de mecanismos como a consolidação

intersticial. Ainda assim, ela é útil para estimar os intervalos máximos de tamanhos que podem ser separados em um único jigge com um determinado ciclo de jigagem.

Durante o processo de jigagem, a aceleração diferencial ocorre no final da expansão do leito de partículas, quando as partículas que estão na velocidade terminal desaceleram até a velocidade zero. Ela também aparece no início da compactação do leito de partículas, quando estas aceleram, atingindo (ou não) a sua velocidade terminal.

**Consolidação Intersticial:** Partículas com tamanhos e densidades diferentes percorrem distâncias diferentes durante o golpe da jigagem. Devido as suas maiores velocidades de sedimentação, as partículas maiores irão alcançar posições de repouso (seja sobre o crivo do jigge ou outras sobre partículas previamente depositadas) antes das partículas finas. Porém, devido à existência de interstícios entre as partículas grossas, as partículas finas podem continuar a sedimentar. Esse é o mecanismo denominado consolidação (ou percolação) intersticial.

De todos os mecanismos, este é o mais difícil de analisar quantitativamente. Uma estimativa interessante é a do tamanho máximo de partícula capaz de passar pelos interstícios deixados por partículas esféricas, posicionadas em um arranjo compacto, o qual é igual a 0,41 vezes o diâmetro das esferas que formam o leito (Taggart, 1945; Burt, 1984).

Este mecanismo foi proposto, originalmente, por Gaudin (1939) e é importante na jigagem, pois explica como a recuperação das partículas finais no produto denso aumenta com uma etapa de sucção mais intensa. Entretanto, cabe lembrar que, uma vez que a velocidade terminal das partículas finas é pequena, é necessário que o período de sucção seja suficientemente longo para que a consolidação intersticial seja significativa. Este mecanismo tem aplicação em outros processos de concentração gravítica, mas no caso da jigagem este fenômeno é de grande importância. Uma vez que o leito estiver empacotado, formando uma estrutura semelhante a um meio filtrante, o fluido continua atravessando o leito, carregando os finos arrastados.

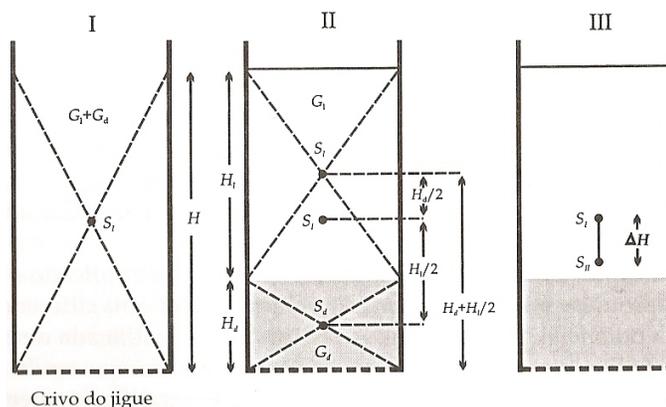
**Considerações gerais:** O efeito combinado dos mecanismos da jigagem é analisado qualitativamente em conjunto com o ciclo de jigagem na seção 3.2.3-d. Infelizmente, as simplificações envolvidas na teoria hidrodinâmica e a sua incapacidade de estabelecer a conexão entre os parâmetros das equações e os ajustes operacionais do jig, fazem com que ela seja incapaz de ser utilizada quantitativamente na descrição da jigagem.

A simulação pelo método dos elementos discretos (*Discrete Element Method* – DEM) mostra-se como um avanço recente e importante, com potencial de contornar as dificuldades da abordagem baseada no movimento de partículas individuais, usada na jigagem. A sua principal vantagem é permitir avaliar diretamente a influência do tipo de ciclo de jigagem, bem como a frequência e amplitude das oscilações na separação. Este método, intensamente computacional, permite descrever a posição de um grande número de partículas no fluido resolvendo, a cada instante, equações do movimento e levando em consideração as colisões que ocorrem durante o seu deslocamento. A técnica já foi empregada na simulação da jigagem em duas (Beck e Holtham, 1993) e três dimensões (Clarke e outros, 1997; Mishra e Mehrotra, 1998), mostrando resultados promissores.

### 3.2.3.b: Teoria da energia potencial

Uma descrição alternativa da estratificação em jiges foi proposta por F. W. Mayer. Ele indicou que existe uma diferença de energia potencial gravitacional entre os estados totalmente misturado e o estratificado com relação à densidade e que esta diferença de energia potencial é a verdadeira responsável pela estratificação na jigagem. A teoria, chamada teoria da energia potencial da jigagem, pode ser ilustrada considerando uma mistura binária simples e dois estados ideais do leito de partículas (figura 3.20) (Mayer, 1950; Mayer, 1964):

- perfeitamente homogêneo das partículas de diferentes tamanhos e densidades antes da estratificação (I);
- perfeitamente estratificado das partículas de densidades diferentes (II).



**Figura 3.20: Posição do centro de massa em um sistema binário (modificada de Mayer, 1964).**

A energia potencial,  $E_I$ , do leito do jigge, na condição perfeitamente homogênea, é dada por:

$$E_I = (G_l + G_d) \frac{H}{2} \quad (3.110)$$

A energia potencial do leito perfeitamente estratificado, com relação à densidade, é expressa por:

$$E_{II} = G_l \left( \frac{H_l}{2} + H_d \right) + G_d \left( \frac{H_d}{2} \right) \quad (3.111)$$

sendo  $G_l$  e  $G_d$  os pesos das camadas das partículas leve e densa, respectivamente, de maneira que a variação da energia potencial gravitacional entre os dois estados é dada por:

$$\Delta E = E_I - E_{II} = \frac{G_d H_l - G_l H_d}{2} \quad (3.112)$$

que sempre é positiva.

O significado físico da equação 3.112 pode ser verificado na figura 3.20, onde o termo  $G_d h/2$  é positivo, ou seja, há acúmulo de energia. Esta energia nada mais é que a distância média  $S_{II} - S_I$  do deslocamento das partículas do material denso, multiplicada pelo seu peso  $G_d$ . Por outro lado, o termo  $G_l h/2$  representa o trabalho de elevação que deve ser realizado pelas partículas do material denso, a fim de levantar as partículas do material leve do centro de gravidade  $S_I$ , antes da estratificação, para o novo centro de massa  $S_{II}$ , após a estratificação.

Portanto, entre o estado estratificado e não estratificado do leito de partículas de diferentes pesos específicos, há uma diferença na energia potencial gravitacional. A mistura não estratificada de partículas de diferentes densidades é um sistema mecânico que tende a um estado de menor energia, que corresponde à estratificação perfeita.

Mayer discordou de outros pesquisadores que consideravam que as pulsações suprem a energia para a estratificação do leito, argüindo que a energia suprida pelas pulsações serve apenas para liberar a energia potencial armazenada (latente) na mistura, não sendo diretamente responsável pela estratificação.

O rebaixamento do centro de massa ( $\Delta H$ ) do leito pode ser expresso como:

$$\Delta H = \frac{\Delta E}{G_l + G_d} = S_l - S_H \quad (3.113)$$

Esta expressão mostra a correspondência direta entre o rebaixamento do centro de massa e a diminuição da energia potencial do leito.  $\Delta H$  é uma medida da facilidade com que uma mistura binária pode ser separada, uma vez que ela representa a energia potencial por unidade de massa disponível para que a separação seja efetuada. Mayer (1964) definiu esta quantidade como “jigabilidade” do material.

É conveniente re-escrever a equação 3.113 em função das densidades aparentes dos constituintes. Considerando que  $G_l = \rho_{a,l} A H_l g$  e  $G_d = \rho_{a,d} A H_d g$ , tem-se que:

$$\Delta H = \frac{1}{2} \left[ \frac{H_d H_l (\rho_{a,d} - \rho_{a,l})}{\rho_{a,d} H_d + \rho_{a,l} H_l} \right] \quad (3.114)$$

sendo  $\rho_{a,l}$  e  $\rho_{a,d}$  as densidades aparentes das partículas leve e densa, respectivamente.

A equação 3.114 mostra que, quanto maior a diferença de densidades entre os componentes e mais próximas as suas proporções volumétricas, maior será a “jigabilidade” da mistura e, portanto, mais fácil será a separação.

Conforme apresentado, anteriormente, a teoria da energia potencial impõe uma dificuldade análoga àquela da termodinâmica. Enquanto a termodinâmica indica que uma reação ocorre porque a energia livre do sistema diminui, ela não é capaz de fazer

qualquer afirmação com relação à taxa através da qual a reação ocorre. Portanto, a rigor, a teoria da energia potencial não permite determinar diretamente a cinética do processo de estratificação.

Mayer (1964) tentou remediar esta limitação, supondo que a diminuição da energia potencial gravitacional do leito poderia ser descrita com uma equação cinética de primeira ordem (em função do tempo de jigagem ou do número de pulsações):

$$\frac{d\Delta E}{dt} = -k\Delta E \quad (3.115)$$

Mayer considerou que, durante a estratificação, ocorre uma conversão contínua de energia potencial em energia cinética, que é parcialmente transformada em trabalho de elevação das partículas leves, atrito, calor, etc. Como a energia disponível diminui continuamente à medida que a estratificação progride, então, a taxa do processo de estratificação diminui progressivamente.

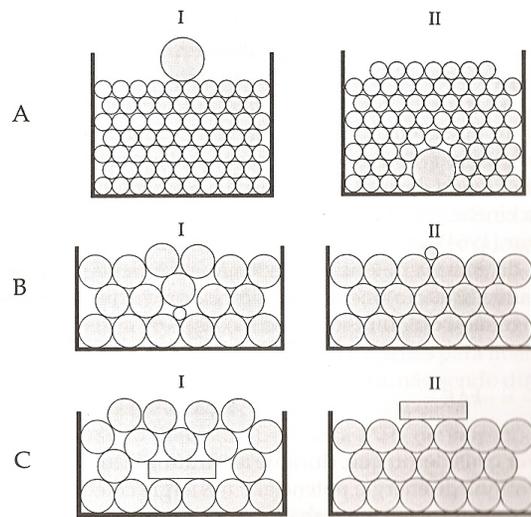
Resolvendo a equação 3.115 com uma condição adequada, tem-se:

$$H(t) = \Delta H \exp(-kt) \quad (3.116)$$

A constante  $k$  caracteriza a velocidade do processo de estratificação. Quanto maior for o seu valor, mais rapidamente ocorrerá o rebaixamento do centro de massa do leito e maior a velocidade com que a separação irá ocorrer. Contudo, a separação completa somente ocorrerá após infinitos ciclos de jigagem.

Um outro aspecto importante da análise acima é o fato de que são usadas as densidades aparentes nas expressões, ao invés das densidades reais dos componentes leve e denso. Isto sugere que a forma e a distribuição granulométrica das partículas do leito e a sua densidade de empacotamento influenciam a separação.

Mayer ilustrou a influência da granulometria e da forma de partícula na segregação do leito, a partir de alguns exemplos, como mostrado na figura 3.21 (Mayer, 1964).



**Figura 3.21: Comportamento de partículas de tamanhos e formas diferentes em leitos contendo partículas de tamanho e densidade uniformes (Mayer, 1964).**

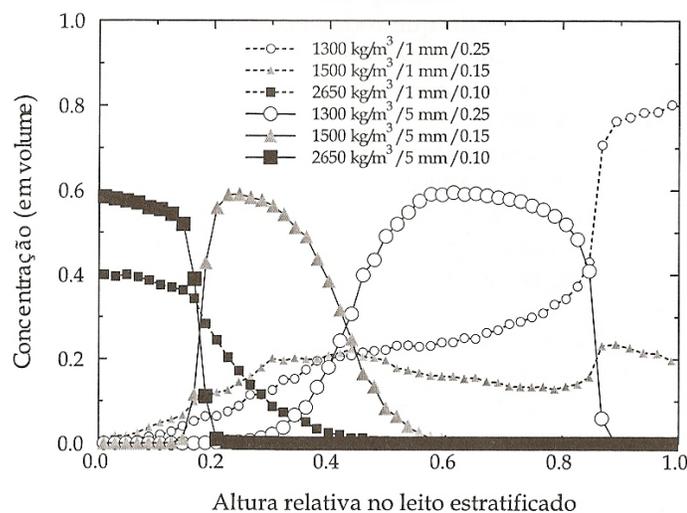
A figura 3.21-A mostra uma partícula grossa contida em um leito de partículas finas, sendo que todas possuem a mesma densidade. Neste caso, após algumas expansões e compactações do leito, a partícula grossa que se encontrava na parte superior (estado I), migra para a base do leito (estado II). Isto ocorre devido à menor energia potencial do estado (II) em relação ao estado (I), pois a densidade aparente próximo à base do leito é maior na configuração II.

Outro exemplo é o de uma partícula fina contida em um leito de partículas grossas (figura 3.21-B). Neste caso, o distúrbio causado pela partícula pequena no arranjo das partículas grandes causa uma diferença na energia potencial dos sistemas (I) e (II), sendo a energia potencial do sistema (II) menor do que a do sistema (I).

Um último caso é o de uma partícula de formato tabular em um leito de partículas esféricas (figura 3.21-C). Neste caso, a influência dos volumes vazios dentro de um leito de partículas, causados pela colocação de uma partícula tabular no meio de partículas esféricas é evidente. O volume de vazios no estado (I) é muito maior do que o estado (II), e, conseqüentemente, a energia potencial do sistema (II) é menor do que a do sistema (I).

Mesmo a partir de sistemas simples, como os apresentados na figura 3.21, é possível explicar alguns fenômenos observados na prática, como por exemplo, que partículas grossas tendem a se acumular mais próximo do fundo do leito enquanto as finas do topo. A análise acima também sugere que um material mais denso, mas com menor densidade de empacotamento que um mineral mais leve, pode ser segregado de maneira reversa. Infelizmente, a inexistência de expressões analíticas para o cálculo da energia potencial gravitacional do leito torna impossível analisar, quantitativamente, esses e outros casos de interesse prático como aqueles envolvendo leitos contendo partículas de densidades, tamanhos e formas diferentes.

A fim de preencher esta lacuna, a técnica da simulação de Monte Carlo foi recentemente aplicada na previsão da estratificação ideal, segundo a teoria da energia potencial de Mayer, para leitos contendo partículas de densidades e tamanhos diferentes (Tavares, 1999). Os resultados permitem verificar que quando as partículas de tamanhos e densidades diferentes encontram-se presentes, a condição de energia potencial gravitacional menor do leito nem sempre coincide com a estratificação perfeita com relação à densidade e que alguma mistura entre componentes de densidades diferentes inevitavelmente ocorre (figura 3.22).



**Figura 3.22: Resultados da simulação de Monte Carlo da estratificação de partículas de densidades e tamanhos diferentes (Tavares, 1999).**

A teoria da energia potencial de Mayer apresenta alguns pontos de controvérsia. Ela considera que o leito do jigge irá atingir uma condição de energia potencial mínima, que corresponde à estratificação perfeita. Considera que a estratificação perfeita ocorrerá eventualmente, desde que o ciclo de jigagem produza a dilatação necessária para que as partículas sejam rearranjadas no leito.

A teoria, portanto, considera a influência do ciclo de jigagem na separação. Embora a sua influência seja mais limitada na separação em leitos com granulometria uniforme, a hidrodinâmica do leito exerce um efeito significativo na separação quando o leito é formado por partículas com distribuição granulométrica ampla.

Por fim, a teoria potencial considera que o tempo é o único responsável por uma separação imperfeita em jigge, uma vez que se um tempo suficiente for utilizado, o resultado será uma separação perfeita em estratos com densidades diferentes. Na prática, entretanto, sabe-se que os mesmos golpes responsáveis pela expansão do leito e liberação de energia potencial necessária para o rebaixamento do centro de gravidade do leito, também podem gerar (especialmente quando eles forem excessivamente energéticos) alguma nova mistura das camadas estratificadas. Uma modificação da teoria de Mayer que contorna esta limitação é discutida a seguir.

### 3.2.3.c: Um modelo quantitativo para a estratificação

Um modelo útil para a estratificação para a jigagem, que é de sucesso na descrição do comportamento de equipamentos industriais, pode ser desenvolvido considerando a interação do perfil de energia potencial (que leva o processo de estratificação) com o processo de difusão aleatória (que tende a avariar o perfil de estratificação ideal).

A variação da energia potencial, quando duas partículas de densidades diferentes trocam de posição entre si em um leito estabilizado, é a força de condução para a estratificação.

Considerando uma partícula isolada de densidade  $\rho$ , em um leito de partículas de densidade  $\bar{\rho}$ , a mudança de energia potencial quando a partícula isolada muda de posição com uma partícula na densidade média (figura 3.20) pode ser calculada por:

$$\Delta E = E(H + \Delta H) - E(H) = v_p \rho (H + \Delta H)g + v_p \bar{\rho} (H + \Delta H)g - v_p \rho Hg = v_p g (\rho - \bar{\rho}) \Delta H \quad (3.117)$$

A taxa de mudança da energia potencial, quando a partícula de densidade  $\rho$  aumenta sua altura no leito de densidade média  $\bar{\rho}$ , é dada por:

$$\frac{dE}{dH} = v_p g (\rho - \bar{\rho}) \quad (3.118)$$

Este gradiente de energia potencial faz com que a partícula de densidade  $\rho$  migre no interior do leito, para cima ou para baixo, dependendo do sinal de  $\rho - \bar{\rho}$ . Se  $\rho > \bar{\rho}$ , a partícula moverá para baixo e vice-versa. A taxa na qual as partículas movem em relação ao leito é proporcional ao gradiente de energia e a velocidade de migração é dada por  $u(dE/dH)$ .

$u$  é chamada de mobilidade específica da partícula e é definida como a velocidade na qual uma partícula penetra no leito sob uma unidade de gradiente de energia potencial.  $u$  é função da forma e tamanho de partícula e do mecanismo de expansão da camada, mas é independente da densidade de partícula.

O fluxo de partículas de densidade  $\rho$ , em um leito de densidade  $\bar{\rho}$  causada pelo gradiente de energia potencial, é dado por:

$$n_s = -C_\rho u \frac{dE}{dH} \text{ m}^3/\text{m}^2\text{s} \quad (3.119)$$

$C_\rho$  é a concentração de partículas de densidade  $\rho$  no leito, expressa como a fração de volume de sólido. O sinal negativo reflete o fato de que cada partícula tenderá a descer o gradiente de energia potencial ao nível que finalmente minimize a energia potencial total, em concordância com o princípio de Mayer.  $n_s$  é chamado de fluxo de estratificação. A combinação das equações 3.118 e 3.119 dá:

$$n_s = -C_\rho u v_p g (\rho - \bar{\rho}) \quad (3.120)$$

O oposto ao fluxo de estratificação é o fluxo de difusão devido às interações aleatórias dentro do leito entre partícula-partícula e partícula-fluido. Este fluxo é descrito pela equação de Fickian:

$$n_D = -D \frac{dC_\rho}{dH} \quad (3.121)$$

O coeficiente de difusão,  $D$ , é dependente do tamanho e forma de partícula e do mecanismo de expansão do leito.

Um estado dinâmico do equilíbrio de estratificação existe em um leito quando a tendência das partículas para estratificar, sob a influência do gradiente de energia potencial, é exatamente balanceada pela tendência para dispersar sob a influência do gradiente de concentração que é criado pela ação de estratificação. Este equilíbrio dinâmico é definido por:

$$n_D = -n_S \quad (3.122)$$

tanto que:

$$\frac{dC_\rho}{dH} = -\frac{ugv_p C_\rho}{D} (\rho - \bar{\rho}) \quad (3.123)$$

Isto pode ser escrito em termos da altura relativa  $h=H/H_b$ , onde  $H_b$  é a profundidade total do leito e a constante de estratificação específica  $\alpha$ .

$$\alpha = \frac{ugv_p H_b}{D} \quad \text{m}^3/\text{kg} \quad (3.124)$$

$$\frac{dC_\rho}{dh} = -\alpha C_\rho (\rho - \bar{\rho}(h)) \quad (2.125)$$

$\alpha$  é independente da densidade de partícula, mas é uma forte função do tamanho de partícula e do mecanismo de expansão do leito. A densidade média do leito é uma função de  $h$ , como indicado na equação 3.125, e é dada por:

$$\bar{\rho}(h) = \int_0^\infty \rho C_\rho(h) d\rho \quad (3.126)$$

A solução da equação 3.125 dá o perfil de concentração vertical das partículas de densidade  $\rho$ . Nenhuma condição limite pode ser especificada, *a priori*, para a equação 3.125 porque não é possível especificar a concentração de qualquer tipo de partícula tanto no topo quanto na base ou em qualquer nível intermediário do leito.

Entretanto, a solução da equação 3.125 precisa satisfazer as condições:

$$\int_0^1 C_\rho dh = C_\rho^f, \text{ para todo } \rho \quad (3.127)$$

onde  $C_\rho^f$  é a concentração de partículas de densidade  $\rho$  na alimentação do leito e

$$\int_0^\infty C_\rho d\rho = 1, \text{ para } 0 \leq h \leq 1 \quad (3.128)$$

Na prática, a população de partículas é discretizada em  $n$  classes de composição, cada qual com densidade única e as equações 3.125 a 3.128 são escritas na forma discreta:

$$\frac{dC_i(h)}{dh} = -\alpha C_i(h)(\rho_i - \bar{\rho}(h)), \text{ para } i = 1, 2, \dots, n \quad (3.129)$$

com:

$$\bar{\rho}(h) = \sum_{i=1}^n C_i(h)\rho_i \quad (3.130)$$

$$\sum_{i=1}^n C_i(h) = 1, \text{ para todo } h \quad (3.131)$$

$$C_i^f = \int_0^1 C_i(h)dh, \text{ para todo } i \quad (3.132)$$

O conjunto de equações diferenciais 3.129 pode ser facilmente resolvido de forma aproximada quando o leito consiste somente de dois componentes. A integral formal da equação 3.129 dá:

$$C_i(h) = C_i(0) \exp\left(-\alpha\rho_i h + \alpha \int_0^h \bar{\rho}(y)dy\right), \text{ para } i=1 \text{ e } 2 \quad (3.133)$$

A densidade média de partículas ao nível  $h$  no leito, para um sistema de dois componentes, é:

$$\bar{\rho} = \frac{\rho_1 C_1(h) + \rho_2 C_2(h)}{C_1(h) + C_2(h)} \quad (3.134)$$

A condição limite  $C_i(0)$  representa a concentração de partículas do tipo  $i$ , na base da camada. Isto é desconhecido e precisa ser calculado para cada espécie, mas a solução precisa satisfazer às duas condições 3.131 e 3.132.

A equação 3.131 requer:

$$C_1(0) + C_2(0) = 1 \quad (3.135)$$

em cada nível do leito.

O perfil de densidade vertical  $\bar{\rho}(h)$  é também desconhecido, tanto que a equação 3.133 não pode ser usada sozinha para calcular o perfil de concentração vertical dos tipos de partícula diferentes. Entretanto, a razão das concentrações das duas espécies, em um sistema de dois componentes, é independente de  $\bar{\rho}(h)$ .

$$\frac{C_1(h)}{C_2(h)} = \frac{C_1(h)}{1 - C_1(h)} = \frac{C_1(0)}{C_2(0)} \exp[-\alpha(\rho_1 - \rho_2)h] \quad (3.136)$$

da qual:

$$C_1(h) = \frac{\frac{C_1(0)}{C_2(0)} \exp[-\alpha(\rho_1 - \rho_2)h]}{1 + \frac{C_1(0)}{C_2(0)} \exp[-\alpha(\rho_1 - \rho_2)h]} \quad (3.137)$$

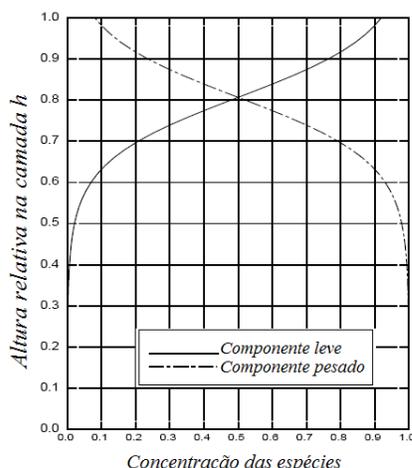
A equação 3.137 dá o perfil de concentração vertical da espécie 1 como uma função da razão  $C_1(0)/C_2(0)$  na base da camada. A razão é fixada pela composição do material que é alimentado no leito do jigue e pode ser avaliado a partir da equação 3.132.

$$C_i^f = \int_0^1 C_1(h) dh \quad (3.138)$$

A integração da equação 3.138, usando a equação 3.137 e a solução por  $C_1(0)/C_2(0)$  dá:

$$\frac{C_1(0)}{C_2(0)} = \frac{1 - \exp[-\alpha(\rho_1 - \rho_2)C_i^f]}{\exp[-\alpha(\rho_2 - \rho_1)C_2^f] - 1} \exp[\alpha(\rho_1 - \rho_2)] \quad (3.139)$$

que é fácil avaliar quando a composição da alimentação é conhecida. Substituindo esta razão na equação 3.137 dá o perfil de concentração vertical. Perfis de concentração crítica são mostrados na figura 3.23.



**Figura 3.23: Perfis de estratificação de equilíbrio calculados para uma mistura binária contendo componentes com densidades 2.670 e 3.300kg/m<sup>3</sup> e concentração inicial 0,2 do componente mais leve. A constante de estratificação específica é 0,02 (King, 2001).**

O equipamento que é projetado para induzir a estratificação das partículas e então separá-las sempre tem um mecanismo que permite o leito estratificado ser separado em alguma posição horizontal. As camadas de topo do leito contêm as partículas mais leves e as camadas mais baixas do leito incluirão as partículas mais pesadas.

A produção em massa de sólidos do produto mais leve, obtida a partir do seccionamento da camada em uma altura relativa  $h_s$  é dada por:

$$\gamma(h_s) = \frac{\int_{h_s}^1 \bar{\rho}(h) dh}{\int_0^1 \bar{\rho}(h) dh} \quad (3.140)$$

A recuperação do  $i$ -ésimo componente de densidade para o produto mais leve, em uma altura  $h_s$ , é dada por:

$$R_i(h_s) = \frac{\int_{h_s}^1 C_i(h) dh}{\int_0^1 C_i(h) dh} = \frac{\int_{h_s}^1 C_i(h) dh}{C_i^f} \quad (3.141)$$

A concentração do componente  $i$  no produto mais leve é dada por:

$$C_i^p = \frac{C_i^f R_i(h_s)}{\sum_i C_i^f R_i(h_s)} \quad (3.142)$$

As equações 3.140, 3.141 e 3.142 podem ser usadas para gerar as curvas conteúdo-recuperação e recuperação-rendimento, usando a altura de partição relativa  $h_S$  como a variável de operação.

Quando o material a ser processado contém mais que dois tipos de partículas, a solução analítica conveniente apresentada anteriormente não está disponível e uma técnica numérica precisa ser usada para resolver o sistema de equações diferenciais 3.129 sujeitas às condições 3.130 a 3.132.

Uma aproximação óbvia, para a solução do sistema de equações 3.129, é assumir um conjunto de  $C_i(0)$ , integrar as equações 3.129 numericamente e verificar os perfis resultantes contra a equação 3.132. Usando um procedimento de otimização, as suposições iniciais de  $C_i(0)$  podem ser refinadas e o procedimento pode ser repetido. Este procedimento, entretanto, converge somente de forma lenta e exhibe características de estabilidade frágeis.

Um procedimento muito mais eficiente para integrar as equações de equilíbrio pode ser desenvolvido usando o método que segue.

A integração das equações de estratificação 3.129 a partir da base do leito com uma condição inicial não conhecida  $C_i(0) = C_i^0$  dá:

$$C_i(h) = C_i^0 \exp\left[-\alpha\rho_i h + \alpha \int_0^h \bar{\rho}(u) du\right], \quad i=1, 2, 3, \dots, n \quad (3.143)$$

Substituindo a equação 3.143 na equação 3.132, tem-se:

$$\int_0^1 C_i^0 \exp\left[-\alpha\rho_i h + \alpha \int_0^h \bar{\rho}(u) du\right] dh = C_i^f \quad (3.144)$$

e, rearranjando, dá uma estimativa da concentração de cada espécie na base da camada:

$$C_i^0 = \frac{C_i^f}{\int_0^1 \exp\left[-\alpha\rho_i h + \alpha \int_0^h \bar{\rho}(u) du\right] dh} \quad (3.145)$$

Um método iterativo é iniciado pela suposição de um perfil de densidade médio inicial  $\bar{\rho}(h)$  e aplicação da equação 3.145 para calcular  $C_i^0$  para cada tipo de partícula.

O acúmulo de erros numéricos  $i$  impedido pela normalização do  $C_i(0)$  para fazer:

$$\sum_i C_i(0) = 1 \quad (3.146)$$

a este estágio no cálculo.

Estes valores iniciais de  $C_i(0)$  podem ser usados na equação 3.143 para conseguir uma estimativa dos perfis de concentração  $C_i(h)$ , para cada tipo de partícula, e então um novo perfil de densidade médio pode ser calculado usando a equação 3.130. O procedimento é repetido e continuado até o perfil de densidade média calculado sem nenhuma maior mudança de uma interação para a próxima.

Este procedimento iterativo é eficiente e robusto e é capaz de gerar soluções rapidamente para qualquer número de componentes encontrado na prática. O perfil de Mayer ideal é uma boa condição inicial.

Os valores da constante de estratificação específica variam de zero, para um leito misturado perfeitamente, sem nenhuma estratificação, a infinito, para o caso de estratificação perfeita. Valores práticos típicos para alfa variam de  $0,001\text{m}^3/\text{kg}$ , para uma separação pobre, a  $0,5\text{m}^3/\text{kg}$ , para uma separação excencialmente precisa.

Embora independente da concentrabilidade/separabilidade da alimentação, a constante de estratificação específica depende do tamanho e forma das partículas e do tipo e condições de operação do equipamento.

O jigge mineral é projetado especificamente para estratificar um leito de partículas sólidas sendo que, ao longo dos anos, projetos diferentes foram desenvolvidos neste sentido. Todos estes projetos têm um princípio básico de operação comum, tanto que é viável construir um modelo genérico que possa ser usado para simular a operação de qualquer jigge.

Três subprocessos distintos podem ser identificados em um jigge contínuo: a estratificação do leito (produzida pela pulsação vertical da camada), o transporte

longitudinal do leito (devido ao fluxo de água ao longo do eixo do jig) e a divisão do leito em camadas de concentrado e de rejeito.

A velocidade de água na direção longitudinal não é uniforme fazendo com que exista um perfil de velocidade em processos contínuos de jigagem. Em cada compartimento do jig, as várias camadas do leito se movem em diferentes velocidades, com as camadas superiores geralmente se movendo mais rápido que as inferiores. As velocidades das partículas, no final do leito, dependem primariamente das velocidades das camadas às quais estão relacionadas.

O perfil de velocidade no final da descarga do leito determina a taxa de descarga de cada camada ao sair do jig. Em um processo contínuo de jigagem, o balanço de massas global precisa ser satisfeito, para cada componente, e a equação de condição integral precisa refletir o perfil de velocidade. Assim,

$$C_{\rho}^f = \frac{\int_0^1 C_{\rho}(h)V(h)dh}{\int_0^{\infty} \int_0^1 C_{\rho}(h)V(h)dhd\rho} \quad (3.147)$$

onde:

$C_{\rho}^f$ : concentração de partículas de densidade  $\rho$  na alimentação;

$C_{\rho}$ : concentração de partículas de densidade  $\rho$  no leito, expressa como a fração de volume do sólido;

$V(h)$ : é a velocidade do leito na altura  $h$ .

O perfil de velocidade precisa ser conhecido para integrar a equação (3.147).

A velocidade longitudinal real em cada altura de leito, somente pode ser determinada experimentalmente, para qualquer tipo de equipamento em particular e dependerá das condições de operação de cada equipamento. Considerando  $v(h)=(V(h)/V_{max})$  e discretizando a equação (3.147), obtém-se:

$$C_i^f = \frac{\int_0^1 C_i(h)v(h)dh}{\sum_{j=1}^n \int_0^1 C_j(h)v(h)dh} \quad (3.148)$$

No processo de jigagem, particularmente para jigues bem operados, espera-se que a velocidade aumente monotonicamente da base para o topo do leito. Entretanto, a quantidade limitada de medidas diretas de velocidade encontrada na literatura não permite o desenvolvimento de modelos precisos para o perfil de velocidade. Um modelo empírico simples, mas efetivo e que não parece conflitar com dados experimentais disponíveis para o perfil de velocidade pode ser dado por:

$$v(h) = kh + (1-k)h^2 \quad (3.149)$$

onde  $k$  é um parâmetro do modelo.

Em um jigue contínuo, a separação de camadas estratificadas é afetada pelos mecanismos de descarga de médios e partículas de maior densidade. Acredita-se acontecer extravio das partículas de menor densidade aparente (camada superior do leito) e de maior densidade aparente (camada inferior do leito) como resultado da turbulência produzida pela operação dos sistemas de remoção.

A ausência de qualquer trabalho experimental quantitativo sobre este efeito e a ampla variedade de ejetores de partículas de maior densidade, encontrados na prática, não permite o modelamento preciso deste processo, na atualidade. Um modelo que considera que a turbulência produzida pela divisão das camadas estratificadas cria uma região perfeitamente misturada de espessura relativa  $2\delta$  pode ser proposto de maneira tentativa.

A produção de sólido para o produto mais leve pode ser calculada por:

$$\gamma(h_s, \delta) = \frac{\frac{1}{2} \int_{h_s-\delta}^{h_s+\delta} \bar{\rho}(h)v(h)dh + \int_{h_s}^1 \bar{\rho}(h)v(h)dh}{\int_0^1 \bar{\rho}(h)v(h)dh} \quad (3.150)$$

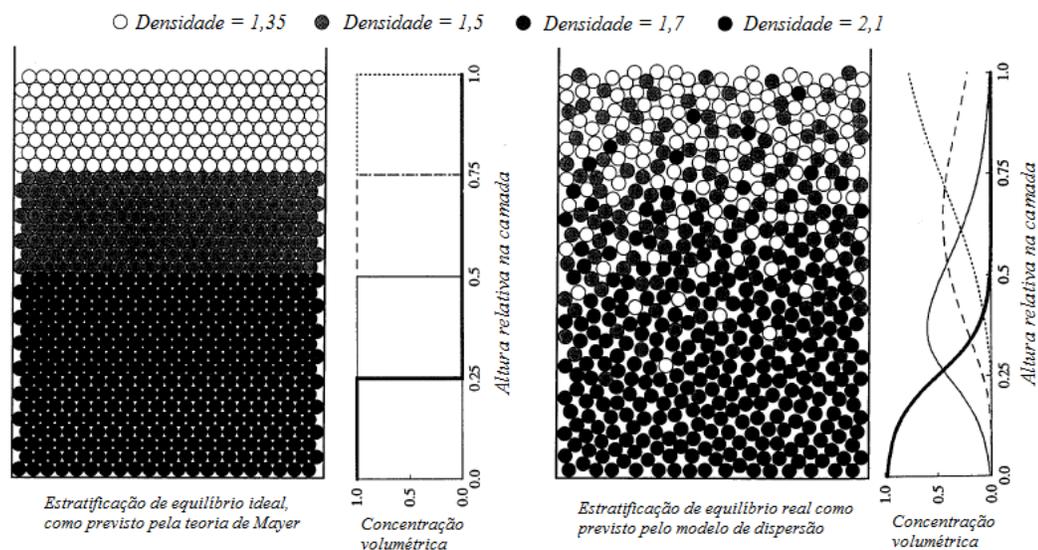
A recuperação do  $i$ -ésimo componente de densidade, para o produto mais leve, é dado por:

$$R_i(h_S, \delta) = \frac{\frac{1}{2} \int_{h_S - \delta}^{h_S + \delta} C_i(h) v(h) dh + \int_{h_S}^1 C_i(h) v(h) dh}{\int_0^1 C_i(h) v(h) dh} \quad (3.151)$$

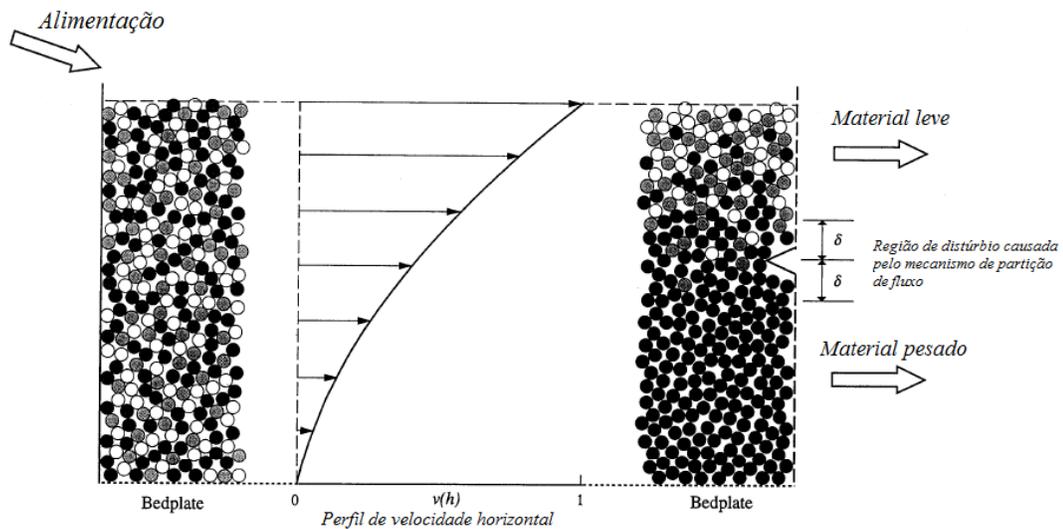
A distribuição de densidade por volume, para o produto mais leve, é dada por:

$$C_i^p(h_S, \delta) = \frac{C_i^f R_i(h_S, \delta)}{\sum_{j=1}^n C_j^f R_j(h_S, \delta)} \quad (3.152)$$

O efeito do perfil de velocidade pode ser visto pela comparação dos leitos simulados nas figuras 3.24 e 3.25.



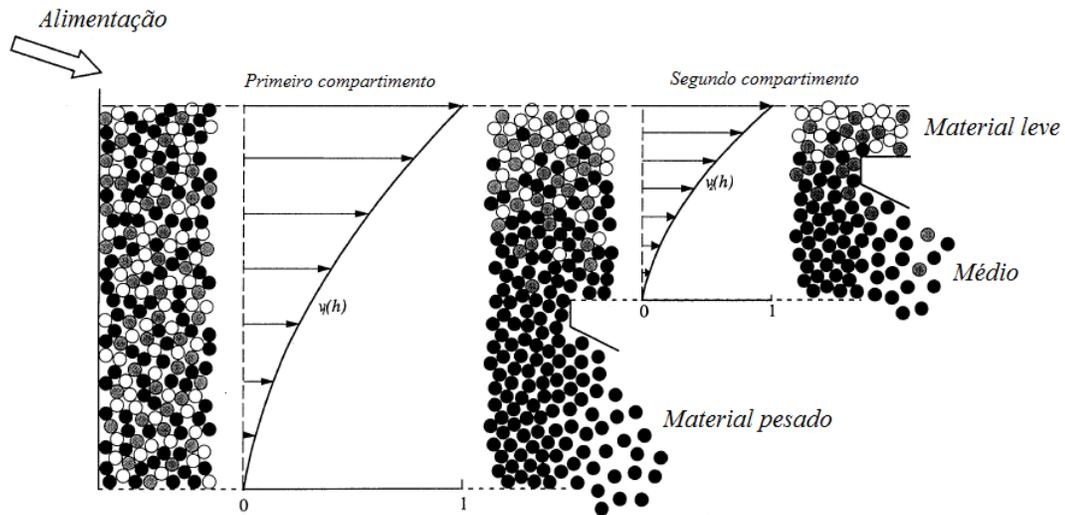
**Figura 3.24:** Efeito da dispersão das partículas no perfil de estratificação em uma mistura de multi-componentes. Os leitos mostrados representam simulações precisas usando a teoria de Mayer e o modelo de dispersão. Os perfis de concentração vertical calculados também são mostrados. Um valor de  $\alpha=0,03$  foi usado para simular o leito disperso (Tavares e King, 1995).



**Figura 3.25: Desenvolvimento do perfil de estratificação em um jigue contínuo. O leito estratificado e dividido conforme mostrado no lado direito desta figura (Tavares e King, 1995).**

Em cada caso, a mesma mistura hipotética de quatro componentes foi usada para simular os leitos estratificados. Uma camada espessa de partículas de densidade maior acumula na base do leito em movimento, como resultado de tempos de residência mais longos experimentado pelo material mais pesado, no jigue. A concentração dos componentes separados, nos fluxos de produtos mais leves, é governada pela equação 3.152 e difere significativamente da concentração de equilíbrio em seu próprio leito.

Este modelo também pode ser usado para simular a separação em jigues de compartimentos múltiplos. O primeiro compartimento é modelado como um jigue de compartimento único e o segundo compartimento é considerado ser um compartimento unitário com a alimentação igual ao produto mais leve do primeiro compartimento, o que é esquematicamente mostrado na figura 3.26.



**Figura 3.26: Perfis de estratificação em um jig contínuo de dois estágios (Tavares e King, 1995).**

Assim, a equação 3.148 torna-se:

$$C_i^p = \frac{\int_0^1 C_i^{(2)}(h)v_2(h)dh}{\sum_{j=1}^n \int_0^1 C_j^{(2)}(h)v_2(h)dh} \quad (3.153)$$

onde  $C_i^p$  é a distribuição de densidade no produto mais leve do primeiro compartimento e  $C_i^{(2)}(h)$  e  $v_2(h)$  são os perfis de concentração e de velocidade no segundo compartimento, respectivamente. O mesmo procedimento computacional pode ser usado para o segundo estágio, como foi usado para o primeiro estágio.

### 3.2.3.d: Tipos de jiges, classificação e aplicações

Uma vez que os princípios básicos de operação dos diferentes tipos de jiges são essencialmente os mesmos, as diferenças entre os vários tipos estão normalmente associadas apenas: às diferenças na geometria da arca, ao sistema de acionamento empregado, à forma de transporte do material e à descarga dos produtos, bem como aos sistemas de controle adotados.

É possível classificar os tipos de jigues de maneiras diferentes. Inicialmente eles podem ser classificados em duas categorias (Trajano, 1966):

- *jigues de crivo fixo*, nos quais o leito se forma sobre uma superfície estacionária perfurada (grelha) e a água se move através do crivo, gerando a expansão e dilatação sucessivas do leito;
- *jigues de crivo móvel*, nos quais o leito se forma em uma superfície dotada de movimento alternativo vertical dentro de um tanque, resultando em um movimento relativo de pulsação da água através do fundo do crivo.

Os jigues de crivo fixo, mais comuns, podem ser classificados de acordo com o mecanismo utilizado para produzir as pulsações, em jigues de pistão (êmbolo), diafragma e pulsados a ar.

Adicionalmente, os jigues também podem ser classificados de acordo com a forma de extração do produto denso, que pode ser realizada sobre o crivo (jigues de crivo “fechado”) ou predominantemente através do crivo do jigue (jigues de crivo “aberto”).

A primeira maneira é usada, geralmente, no beneficiamento de finos. Quando a extração é realizada através de orifícios, a alimentação deve ser constituída de partículas de tamanho menor que a abertura da tela o que permite que o produto denso seja recolhido na câmara inferior. A fim de dificultar a passagem das partículas através do crivo e possibilitar a sua estratificação adequada no leito, uma camada de fundo é usada.

A tabela III.5 mostra que alguns tipos de jigues são essencialmente usados para o beneficiamento de minérios onde o componente de interesse é mais denso que a ganga. Outros tipos de jigues foram desenvolvidos para o beneficiamento de materiais nos quais o constituinte de interesse é mais leve que a ganga, como é o caso do carvão.

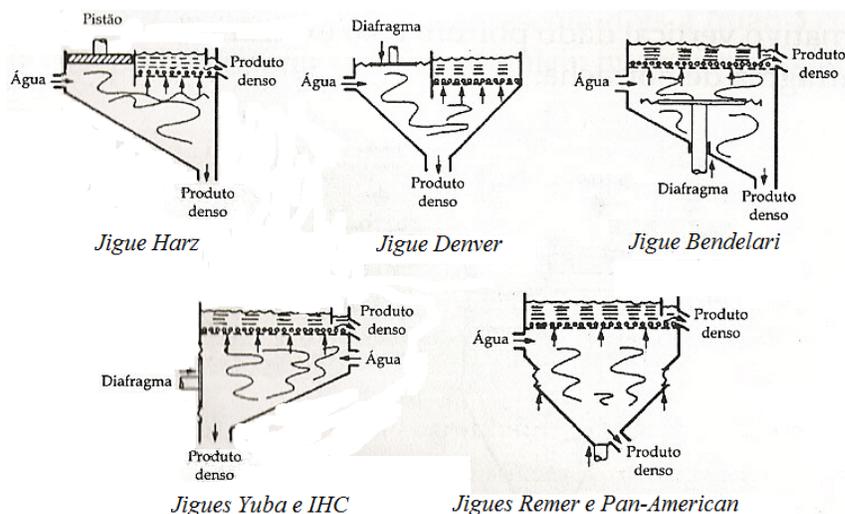
**Tabela III.5: Tipos de jigues e uma forma de classificação (Sampaio e Tavares, 2005).**

Condição do crivo	Mecanismo de pulsação	Separação dos produtos	Tipos*	Aplicações mais comuns
Crivo fixo	Mecânico - pistão	Sobre o crivo	Harz	Carvão
		Através do crivo	COOLEY, COLLOM	Minérios
			Centrífugo (Kesley e Altair)	Minérios
	Mecânico - diafragma	Sobre o crivo	Bendelari	Minérios
			JEFFREY	Carvão
		Através do crivo	Denver	Minérios
			Wemco/Remer	Minérios
			Yuba	Minérios
			Pan-American Placer	Minérios
			IHC	Minérios
Pneumático	Sobre o crivo	Baum (McNALLY, ALLJIG)	Carvão, minérios	
		Batac/Tacub (KHD, APIC, KOPEX)	Carvão, minérios, materiais secundários	
	Através do crivo	Feldspato (KHD)	Carvão	
Crivo móvel	Mecânico – crivo móvel	Sobre o crivo	HALKYN, JAMES	Minérios
			WILMOT PAN	Carvão
			Jigue de Rom (KHD)	Carvão
		Através do crivo	Hancock	Minérios
			Pressurizado (IPJ)	Minérios

\* Nomes em maiúsculo representam marcas e em minúsculo, designações genéricas.

A seguir são apresentados alguns dos principais tipos de jigues.

**Jigue de pistão ou diafragma:** A figura 3.27 mostra um diagrama esquemático dos principais jigues de pistão e diafragma.



**Figura 3.27: Diagramas esquemáticos de jigues de pistão e diafragma (modificado de Pickett e Riley, 1985).**

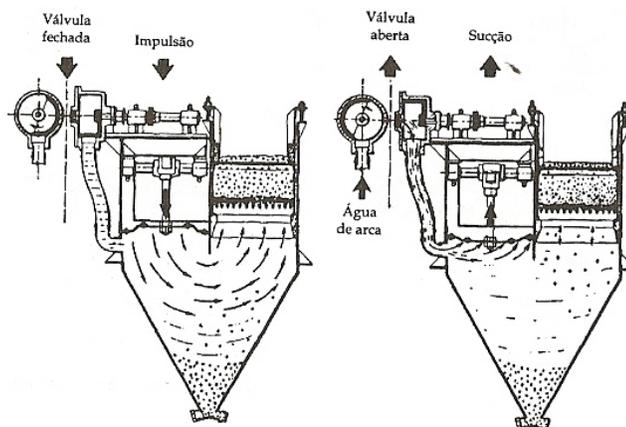
O **jigue Harz** (nome dado devido às montanhas Harz, na Alemanha, onde foi desenvolvido no início do século 19 para o beneficiamento de minérios de chumbo e zinco, a partir de jigues manuais já usados naquela região desde o século 16) é um dos tipos ainda em uso mais antigos. Consiste de um recipiente prismático com fundo inclinado apresentando na parte superior dois compartimentos. Um deles corresponde à câmara de separação do aparelho, possui no fundo um crivo fixo cuja abertura permite reter todas as partículas contidas no leito. No compartimento adjacente, atua um êmbolo que transmite um movimento alternante vertical à água necessário para a jigagem do material. Na prática, dois ou mais destes compartimentos são geralmente empregados em série a fim de permitir uma maior recuperação do mineral denso (Junior *et al.*, 1980). Quando sob a ação de pulsações produzidas pelo mesmo mecanismo, esses compartimentos diferentes permitem o controle individualizado da amplitude dos golpes, porém não da frequência. A simplicidade mecânica e construtiva é a principal vantagem do jigue Harz. Em diversos casos eles são até fabricados na própria usina, construídos em aço, concreto ou madeira.

O movimento do êmbolo no jigue Harz é normalmente produzido por uma biela e um excêntrico acionados por um motor, resultando em um movimento harmônico. Uma dificuldade frequentemente encontrada neste jigue é a manutenção da vedação entre o êmbolo e o compartimento. A fim de reduzir o movimento descendente da água na

câmara de separação quando o êmbolo sobe, este possui vários orifícios que permitem que uma parte da água passe.

No equipamento, a separação normalmente ocorre sobre o crivo, com o material apresentando granulometria superior à abertura deste. O produto leve é descarregado por transbordamento no último compartimento. As partículas densas depositadas no fundo do leito são retiradas através de um orifício lateral do jigüe.

Um dos mais antigos jigües que permitem prevenir a passagem de água pelos flancos dos êmbolos, como o que ocorre no jigüe Harz, é o **jigüe Denver**. Este jigüe de crivo fixo e “aberto”, desenvolvido nos Estados Unidos, emprega um diafragma. O produto denso, que normalmente corresponde ao concentrado, é extraído no fundo do compartimento sendo denominado “concentrado de arca”. Da mesma maneira que o jigüe Harz, a parte superior do compartimento é também bipartida, sendo que um lado contém o mecanismo que gera as pulsações e, o outro, o leito e o crivo. O mecanismo responsável pelas pulsações consiste de uma biela que realiza movimento alternativo vertical dado por um eixo excêntrico, que atua sob um diafragma de borracha.



**Figura 3.28: Diagrama esquemático do jigüe Denver (Sampaio e Tavares, 2005).**

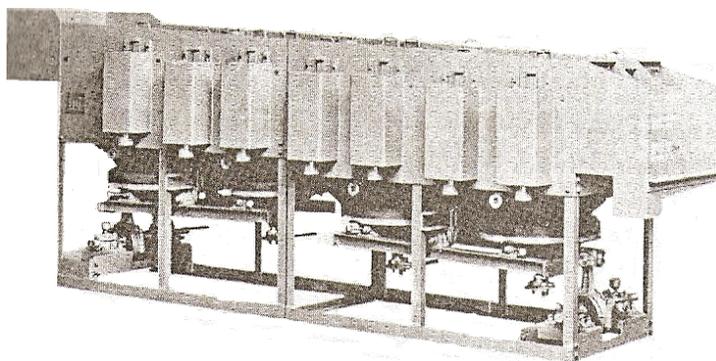
Um componente importante do jigüe Denver é a válvula de controle da admissão de água na câmara do jigüe. Esta válvula, comandada pelo eixo de acionamento da biela, tem o objetivo de eliminar quase totalmente a etapa de sucção na jigagem, uma vez que somente permite a entrada de água na câmara durante o movimento de ascensão do

diafragma, quando ocorre a contratação do leito. Isto previne a compactação do leito durante a sucção, de maneira que as condições de sedimentação retardada predominem.

A ausência desta válvula em jiges do tipo Denver fabricados no Brasil faz com que eles sejam somente apropriados à recuperação de finos densos (Lins, 1998). A sua principal aplicação é na recuperação de minerais pesados em circuitos fechados de moagem.

A forma em U da arca dos jiges Harz e Denver resulta na ocupação de uma parte significativa da área dos aparelhos pelo mecanismo responsável pelas pulsações. Nos jiges Pan-American, Remer e Bendelari, o mecanismo responsável pelas pulsações é posicionado abaixo do compartimento do jigge, permitindo uma melhor utilização do espaço de piso da usina.

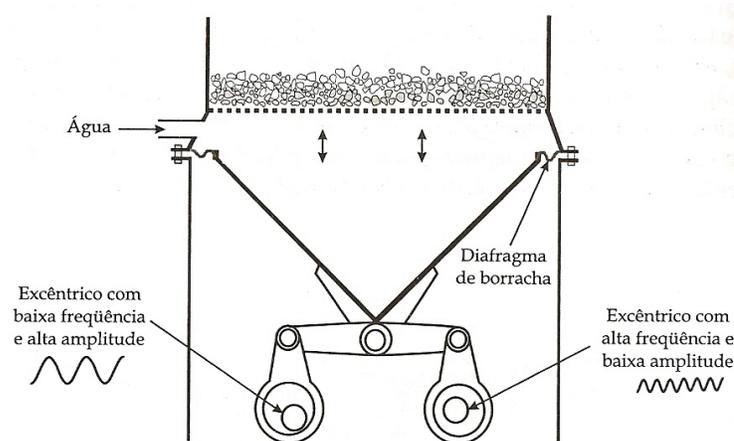
No jigge **Pan-american**, desenvolvido principalmente para a concentração primária de ouro aluvionar, as pulsações são produzidas pelo movimento de um diafragma posicionado abaixo do compartimento, que funciona como parte do tanque (figura 3.29).



**Figura 3.29: Jigge Pan-American (cortesia Dorr Oliver Inc.).**

No **jigge Remer** (figura 3.30) o crivo é contínuo ao longo dos quatro compartimentos, de maneira que a estratificação não é interrompida ao longo de todo o comprimento do jigge. Neste jigge, as pulsações são produzidas por diafragmas que oscilam a diferentes frequências e que se encontram em diferentes posições abaixo da câmara do jigge.

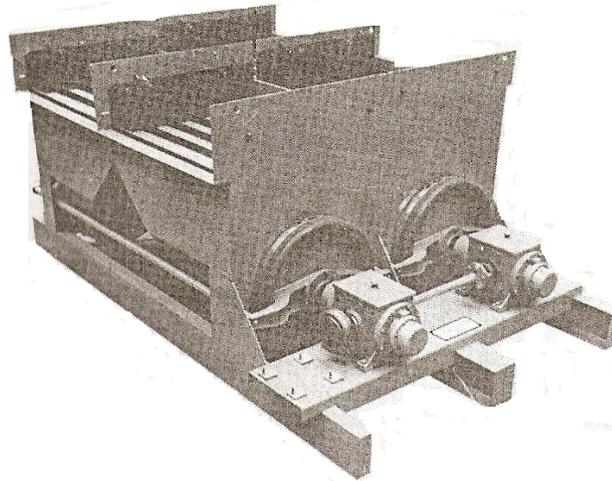
Oscilações harmônicas de altas amplitudes e baixas frequências (tipicamente de 5 a 22mm e 150 a 170 ciclos por minuto, respectivamente) são superpostas a oscilações de baixa amplitude e altas frequências. Tipicamente de 1,6mm e 400c/min (Leonard, 1991), produzidas por excêntricos duplos que operam em paralelo e que são conectados à arca por braços cruzados pivotados (Burt, 1984). Todo o sistema oscila em conjunto, verticalmente, e é conectado ao jigge por intermédio de diafragmas de borracha. A superposição de oscilações, com diferentes frequências e amplitudes, tem o objetivo de evitar o fechamento completo do leito durante a sucção, etapa esta quando ocorre a consolidação intersticial. O jigge Remer, também chamado WENCO-Remer, foi desenvolvido originalmente para o beneficiamento de minério de ferro, mas encontra alguma aplicação no beneficiamento de carvão e antracito (Leonard, 1991).



**Figura 3.30: Diagrama esquemático do jigge WENCO-Remer (Sampaio e Tavares, 2005).**

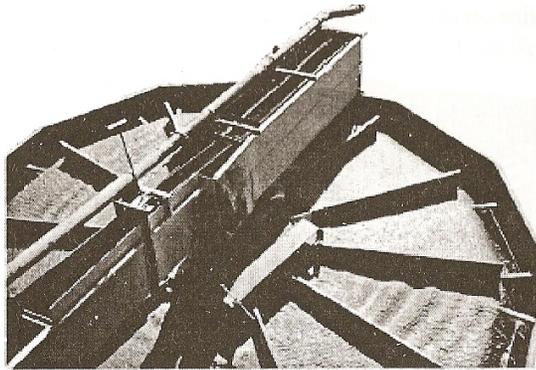
Um outro no qual o sistema de pulsação é posicionado abaixo da câmara é o **jigge Bendelari**, desenvolvido na década de 30. Neste jigge o diafragma, que ocupa uma grande parte da área da câmara, é conectado ao restante da arca por meio de uma membrana de borracha. De maneira análoga ao jigge Denver, a água é adicionada por meio de uma válvula rotativa durante a sucção. A vazão de água adicionada pode ser controlada para garantir uma mobilidade adequada do leito durante a sucção, acentuando a fase na qual as partículas se separam pelo efeito da sedimentação retardada.

No jigue Yuba (figura 3.31), desenvolvido na década de 40 nos Estados Unidos, o diafragma é posicionado na lateral da câmara de separação, com o intuito de diminuir a altura do jigue. Este diafragma realiza movimento harmônico simples. A forma de compartimento é tal que pulsações uniformes são produzidas ao longo de toda a área de jigagem. Além disso, água é adicionada continuamente durante a jigagem.



**Figura 3.31: Jigue tipo Yuba (Sampaio e Tavares, 2005).**

Os jigues geralmente apresentam arcas de forma retangular ou quadrada. A adição de água de arca faz com que uma quantidade excessiva se encontre próximo ao topo do leito, resultando em arraste das partículas finas densas pelo fluido em escoamento. Com o intuito de compensar este efeito, foi desenvolvido o jigue trapezoidal. Neste jigue, a superfície do crivo apresenta a forma de um trapézio, com o lado menor próximo à alimentação e o maior na extremidade de descarga do produto leve. O jigue trapezoidal é utilizado, freqüentemente, na concentração secundária de aluviões auríferos e de cassiterita. Ao final da década de 60 foi desenvolvido o jigue circular IHC que consiste no arranjo de vários jigues trapezoidais, formando um círculo, com a alimentação distribuída centralmente (figura 3.32). Como o fluxo tem a sua componente horizontal de velocidade diminuída, estes jigues são particularmente apropriados para a recuperação de minerais finos densos, como cassiterita e o ouro de aluviões. Esse jigue ainda apresenta como vantagens o consumo menor de água e a ocupação de menor espaço que os jigues retangulares, para uma mesma capacidade (Richardson, 1984).



**Figura 3.32: Instalação de vários jigues trapezoidais, formando um jigue circular IHC (Cortesia IHC Holland).**

As pulsações no jigue IHC são produzidas por meio de um diafragma lateral, sendo facilmente controladas. O arranjo radial do compartimento do jigue economiza espaço na usina e facilita a distribuição da alimentação.

O jigue circular IHC é amplamente utilizado no beneficiamento de cassiterita e apresenta capacidades que variam de 30 a 300m<sup>3</sup>/h para aparelhos com diâmetro entre 1,5 e 7,5m (Pickett e Riley, 1985) e com alimentações com tamanho máximo de 25mm. A sua desvantagem é a complexidade mecânica que é maior que dos jigues de pistão/diafragma, necessitando de pessoal qualificado para a sua manutenção (Burt, 1984).

As principais limitações dos jigues de diafragma e pistão são a capacidade unitária baixa e a necessidade de um monitoramento mais cuidadoso, em relação aos jigues de pulsação a ar. Estas se devem, em especial, a sua versatilidade limitada no controle do ciclo da jigagem e à dificuldade do controle de processo.

A precisão de separação dos jigues de pistão e diafragma é moderada. Caso a alimentação apresente intervalo de tamanhos estreito, ele pode ser usado até na separação de minerais com densidades próximas. Um exemplo é a separação de fluorita (densidade relativa de 3,2) de quartzo (2,65), que pode ser realizada em jigues com alimentações na faixa de 10 x 3mm, por exemplo (Wills, 1997). Quando a diferença de densidades for maior, uma separação boa se torna possível para intervalos mais amplos

de tamanho, sendo comum a concentração em separado das faixas de tamanho 16 x 0,1mm e de 30 x 16mm em diferentes aparelhos (Millard, 1993).

A alimentação destes jigues deve apresentar 30 a 70% de sólidos (em peso), sendo comum o uso de ciclones desaguadores na alimentação do aparelho na regulagem de percentagem de sólidos, bem como na remoção das lamas que podem comprometer a eficiência da separação (Millard, 1993). Exceção são os jigues circulares IHC, no qual a alimentação é controlada entre 20 e 25% de sólidos.

Os jigues Yuba e circular, por exemplo, são muito utilizados no beneficiamento de minérios aluvionares de estanho. Na África, do Sul os jigues Yuba são amplamente usados na recuperação da pirita e ouro liberados em circuitos fechados de moagem. No Brasil tem-se a aplicação do Jigue Yuba na usina Figueira (PR) para a concentração de pirita contida em rejeitos de espirais concentradoras que beneficiam carvão.

O jigue Remer, por outro lado, encontra a sua aplicação maior no beneficiamento de minério de ferro da Vale, nas instalações de Água Limpa, em Rio Piracicaba – MG, Conceição e Cauê, em Itabira – MG, Brucutu, em São Gonçalo do Rio Abaixo – MG, (adaptado de Sampaio e Tavares, 2005 pelo autor). Os jigues trapezoidais são usados na recuperação de ouro grosso, na Rio Paracatu Mineração (Paracatu – MG) e concentração de diamantes, em Minas Gerais.

Jigues de diafragma encontram aplicação no primeiro estágio de beneficiamento de cromita (+1mm), para a produção de cromita refratária, na Bahia. Eles também são empregados em diversas usinas de concentração de cassiterita (exemplos: Bom Futuro – RO, Presidente Figueiredo – AM, EBESA S.A., Mineração Taboca).

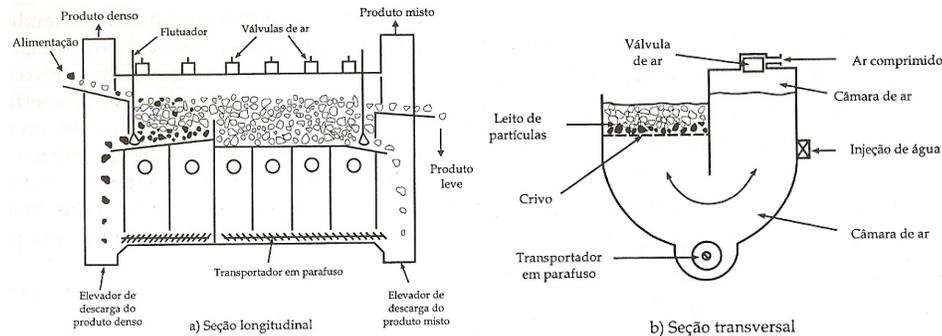
Os jigues do tipo Denver são utilizados no Brasil, geralmente na jigagem terciária de minérios aluvionares auríferos e de cassiterita ou na etapa final de concentração. Os jigues Yuba e Pan-American, por outro lado, são bastante empregados na concentração primária e secundária de aluviões, no Brasil, em instalações fixas ou móveis, ou em dragas (Lins e Silva, 1987).

Os jigsawes de pistão, e especialmente o de diafragma, encontram uma variedade de aplicações no Brasil. Os jigsawes Harz, fabricados nas próprias empresas, são usados em algumas usinas de beneficiamento de carvão nos Estados do Paraná e Santa Catarina.

**Jigsawe pulsados a ar:** No final do século 19 foi desenvolvido um novo sistema de geração de pulsações da água, empregando pressão de ar. Neste sistema, que é usado nos **jigsawes Baum e Batac**, as pulsações são produzidas pela admissão e exaustão de ar contido nas câmaras.

O jigsawe Baum foi desenvolvido e patenteado por Fritz Baum, na Alemanha, em 1891. Baseia-se no princípio de que uma maior gama de variações do ciclo de jigsawagem pode ser obtida pelo uso de ar comprimido nas pulsações do que usando dispositivos mecânicos (Kellerewessel, 1991). Este jigsawe encontrou enorme aplicação no beneficiamento de carvão, especialmente devido a sua alta capacidade, em comparação ao jigsawe Harz.

Um diagrama esquemático do jigsawe Baum é apresentado na figura 3.33. Essencialmente, a arca consiste de um recipiente de aço em forma de U, dividido lateralmente em duas partes e longitudinalmente em dois ou mais compartimentos. Em um lado da arca encontra-se o crivo que contém o leito de material e, no outro lado, a câmara de ar. No jigsawe Baum, uma câmara de ar vedada posicionada acima do compartimento é acoplada a uma válvula de ar que, por sua vez, é conectada a um suprimento de ar comprimido. Válvulas de tipos diferentes são empregadas, podendo ser tanto do tipo pistão, operado por um excêntrico, quanto uma válvula rotativa (Leonard, 1991).



**Figura 3.33: Diagrama esquemático de um jigge Baum (Sampaio e Tavares, 2005).**

A seção longitudinal mostrada na figura ilustra que a arca é dividida em várias seções ou compartimentos ao longo da direção de transporte do leito de partículas. Isto pode variar de três a seis, dependendo da capacidade (Osborne, 1988). Os múltiplos compartimentos têm o objetivo de oferecer um controle independente sobre a separação, de maneira que cada uma das seções possui seus próprios controles de ar e água. A figura 3.33 ainda mostra duas divisões principais com elevadores de descarga do produto denso. No primeiro, é descarregado o produto denso; no segundo, os mistos. Cada uma destas divisões é um jigge completo. Elas são separadas por uma barra de retenção fixa e contêm o crivo e dispositivos para a descarga do produto denso. Uma vez descarregado, o produto denso cai dentro da arca, de onde é retirado do jigge por meio de um elevador de caçambas, cujas perfurações evitam que uma quantidade significativa de água seja perdida.

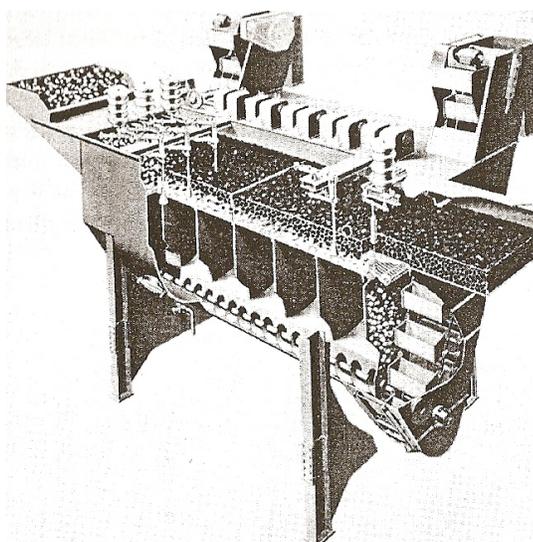
A configuração com dois elevados é a mais comum. Porém, jigges com três elevadores também são utilizados, especialmente no beneficiamento de carvões de separação difícil. Embora a maior parte da separação ocorra sobre o crivo, uma parte das partículas do leito é capaz de percolar através das perfurações até o fundo da arca, de onde são removidas por meio de um transportador helicoidal, que o leva até os elevadores de caçambas.

O ponto chave da operação do jigge Baum está no controle da válvula de controle de admissão e exaustão de ar. No início do ciclo de jigagem a válvula é aberta para a admissão de ar (a pressões de 10-15kPa), produzindo um movimento rápido ascendente

da água. No instante de fechamento da válvula, o ar continua a expandir, dissipando a sua pressão e permitindo que a água continue a subir através do crivo. À medida que a válvula continua a girar, o ar é descarregado para a atmosfera a uma taxa controlada, de maneira que as partículas contidas no leito começam a sedimentar, somente sob a ação da gravidade. Assim, a separação ocorre principalmente pela sedimentação retardada diferencial, sendo a percolação intersticial suprimida (Burt, 1984).

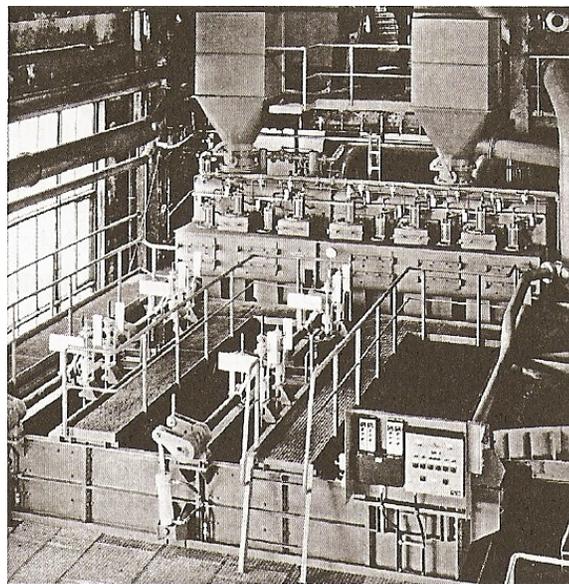
A fim de suplementar a pulsação de água e manter o leito expandido por um maior tempo, água adicional de processo é geralmente alimentada à câmara para auxiliar no controle das pulsações.

Os jigues seguindo o projeto original de F. Baum foram usados essencialmente até a década de 40. Durante e após a década seguinte, avanços importantes foram realizados com o controle automático das pulsações, combinado com válvulas rotativas novas e sistemas automáticos de descarga do produto denso. Como resultado, os jigues Baum se tornaram mais versáteis e com maior capacidade. Atualmente os jigues Baum encontram-se disponíveis com até 5m de largura, sendo capazes de processar até 750t/h de carvão com 200 x 0mm (Osborne, 1988). Diversos fabricantes atualmente produzem estes jigues, podendo-se citar desde os tradicionais McNally (figura 3.34) e Link-Belt (EUA) até o mais recente Allmineral (Alemanha).



**Figura 3.34: Jigue Baum McNally Norton (Cortesia McNally-Pittsburg Inc.).**

À medida que a largura do jigge aumenta, a câmara na forma de U torna difícil a distribuição uniforme da pulsação ao longo de todo o leito. Na década de 50, observou-se que este feito tornava-se significativo em jigues Baum com largura superiores a 2,5m (Osborne, 1988). Uma vez que a capacidade do jigge depende da sua largura, ficou evidenciada a necessidade de deslocar a injeção de ar de uma câmara lateral para baixo da câmara da jigagem, a fim de garantir a uniformidade das pulsações ao longo de toda a largura do leito. O primeiro jigge que empregou este princípio foi projetado e construído no Japão em 1958 e batizado de Tacub (homenagem ao seu inventor T. Takakuwa). Após uma associação com uma empresa Alemã (*Schuchtermann und Frmer Baum AG*), que produzia um novo sistema de controle de descarga, um jigge denominado Batac® (Baum-Takakuwa) foi desenvolvido e comercializado a partir de 1964. Atualmente, fabricantes diferentes produzem este tipo de jigge. Além da KHD Hulboldt Wedag AG na Alemanha, que produz o Batac® (figura 3.35), a Bateman da África do Sul fabrica o jigge APIC, enquanto a ICON fabrica o jigge KOPEX no Brasil com tecnologia polonesa, dentre outras.

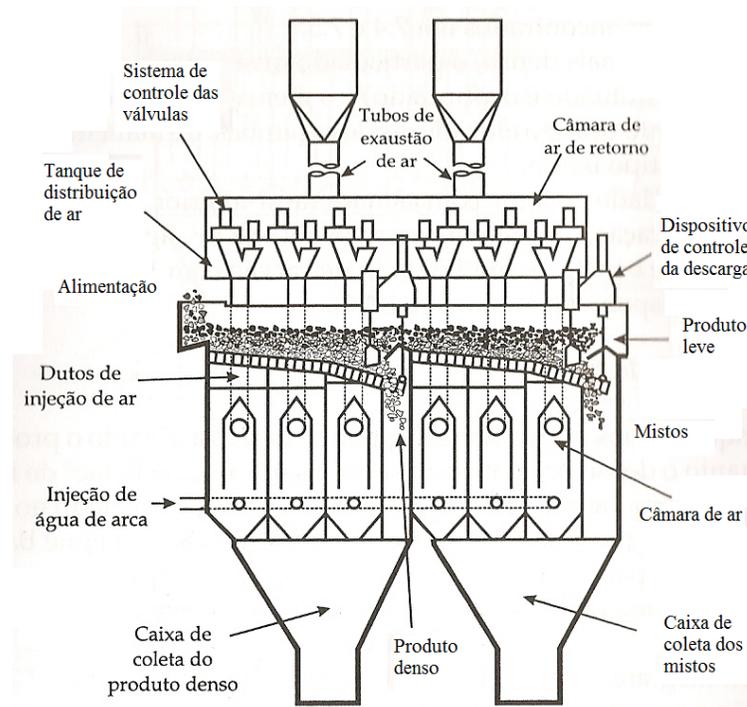


**Figura 3.35: Jigge Batac® (cortesia da KHD Humboldt Wedag AG).**

De maneira análoga aos jigues Baum, as diferenças entre estes jigues normalmente estão nos tipos de válvulas que utilizam os dispositivos de descarga e os sistemas de instrumentação e controle do processo. A ausência da câmara lateral no jigge Batac

permite um melhor uso da área de piso da usina ou, alternativamente, uma maior capacidade unitária de processamento (Zimmermann, 1974).

Um diagrama esquemático do jigge Batac® é mostrado na figura 3.36. O equipamento possui câmaras de ar posicionadas abaixo do crivo do jigge que sustenta o leito de partículas a serem beneficiadas. A pressão de ar é aplicada na câmara por meio de dutos, fazendo com que o nível de água abaixe. Com o rebaixamento do nível de água dentro da câmara de ar, o nível da água junto ao minério venha a subir, resultando na expansão do leito do material particulado. Após algum tempo, a pressão de ar dentro da câmara volta a abaixar, com o rebaixamento do nível de água junto ao leito de partículas, ocorrendo compactação do leito. Assim, com a elevação e a redução da pressão de ar na câmara é possível expandir e compactar o leito de partículas conforme o diagrama de jigagem pré-determinado.



**Figura 3.36: Diagrama esquemático do jigge Batac® (Sampaio e Tavares, 2005).**

Da mesma maneira que o jigge Baum, o jigge Batac® consiste de dois ou mais compartimentos separados em duas ou mais seções, que geram os produtos denso, misto e leve. O equipamento mostrado na figura 3.36 apresenta câmaras de ar, permitindo o

controle independente da separação em cada câmara. No jigue Batac®, as válvulas que controlam a admissão e a exaustão do ar são, por sua vez, controladas por circuitos eletrônicos em estado sólido. Estas válvulas são do tipo de disco, que segundo os fabricantes, permitem produzir um corte mais agudo da entrada de ar e da exaustão que a válvula rotativa usada normalmente no jigue Baum.

Os tempos de pulsos, em cada compartimento, são ajustados automaticamente com o objetivo de compensar variações de espessura do leito. A pressão de entrada do ar na câmara é regulada automaticamente, a fim de oferecer uma intensidade adequada do pulso para cada aplicação em particular, enquanto a pressão de exaustão de ar é regulada para controlar o golpe de sucção.

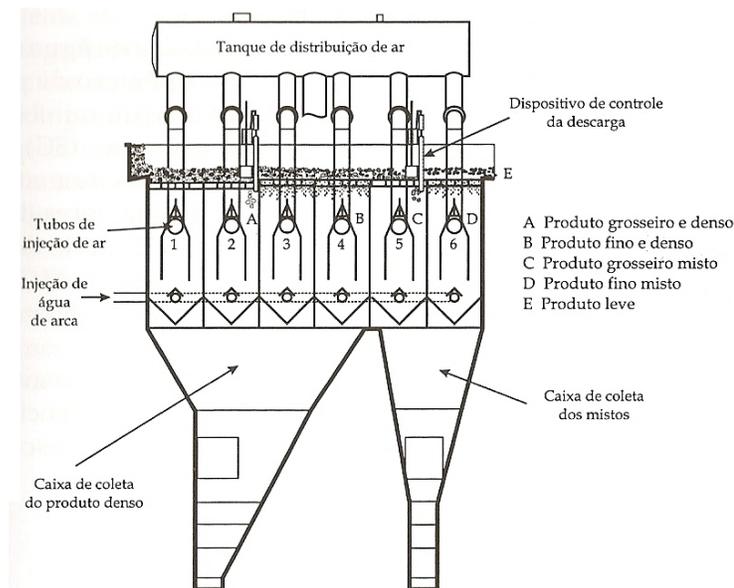
O material mais denso, o particulado misto (densidade intermediária entre o flutuado e o afundado) e o menos denso são removidos do equipamento usando elevadores de caçambas, de maneira análoga aos jagues do tipo Baum.

A capacidade do jigue com câmara de ar inferior varia com o *top size* da alimentação, tipicamente entre 18 e 20t/h.m<sup>2</sup>. Tem-se disponíveis jagues Batac® com capacidade de beneficiar até 1000t/h de carvão com 10x0,5mm (Osborne, 1988).

Enquanto nos outros tipos de jigue pulsados a ar, tanto o produto leve quanto o denso permanecem sobre o leito, o jigue Batac® de finos opera com crivo “aberto”, ou seja, o produto denso é coletado no fundo da arca. O jigue Batac® de finos é, essencialmente, um jigue dotado de compartimentos nos quais uma camada de fundo (composta normalmente por feldspato no beneficiamento de carvão) auxilia a separação.

Um diagrama esquemático deste jigue é apresentado na figura 3.37. A expansão e a compactação do leito de jigagem ocorrem de maneira semelhante ao jigue de grossos. No primeiro compartimento, onde se encontram as câmaras de ar 1 e 2, ocorre a remoção do material mais denso e grosso (A, na figura). No compartimento seguinte, onde se encontram as câmaras de ar 3 e 4, existe uma camada de fundo formada por partículas diferentes do minério entre o leito do jigue e o leito do minério que está sendo

beneficiado (estas partículas ficam permanentemente dentro do jigue). As partículas finas e densas, que não teriam sido removidas do jigue no primeiro extrator, passam através do leito (pelo mecanismo de consolidação intersticial) e através da grade do leito (B, na figura). Do mesmo modo, os grossos mistos (densidade intermediária) e os finos mistos são removidos do jigue (C e D, na figura). Por último, as partículas menos densas são descarregadas do jigue por transbordamento (E, na figura).



**Figura 3.37: Diagrama esquemático do jigue Batac® de finos (Sampaio e Tavares, 2005).**

Os jigues pulsados a ar apresentam consumo alto de água (da ordem de 2 a 4m<sup>3</sup>/t de alimentação). Para o caso do carvão, o seu consumo energético é da ordem de 0,14kWh/t.h (Millard, 1993). Têm ampla aplicação no Brasil, sendo mais frequentemente usados no beneficiamento de carvão.

Os jigues com câmara lateral e inferior são usados no beneficiamento do carvão grosso. Jigues Baum são usados, por exemplo, nos lavadores do Recreio (Copelmi – RS), na usina Lauro Miller (Carbonífera Catarinense, Lauro Miller – SC), Esperança (Carbonífera Metropolitana – SC), entre vários outros. Existem exemplos de aplicação do jigue Batac no beneficiamento de carvão, em Santa Catarina. Outro exemplo de

aplicação de jígues pulsados a ar é a recuperação de pirita em rejeitos de beneficiamento de carvão.

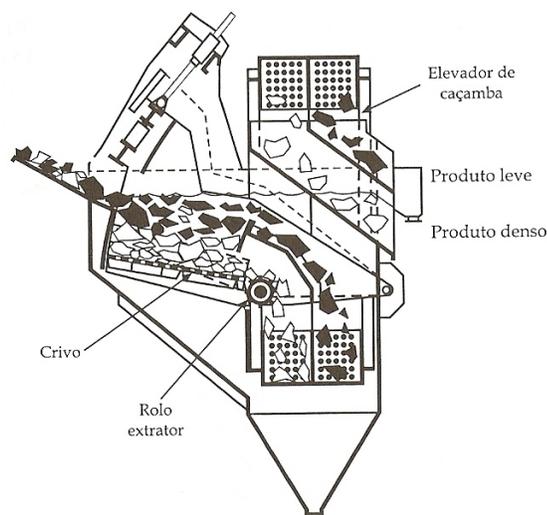
Até o início da década de 90, um jígue Batac® era usado em Crisciúma (SC) pela Indústria Carboquímica Catarinense na concentração de material de 12,5 x 0,5mm (Tavares e Rubio, 1991). Um dos jígues Batac® maiores (com 5,5m de largura) foi instalado na antiga Mineração Ferteco (Ouro Preto-MG), no beneficiamento de *sinter feed* grosso, com capacidade de processar 450t/h (Wasmuth e Ziaja, 1992).

**Jígues de crivo móvel:** No jígue primitivo descrito por Agrícola (1556), o leito depositado sobre uma cesta é movimentado manualmente para cima e para baixo, gerando pulsações responsáveis pela estratificação do leito. Versões mecanizadas deste tipo de jígue, nos quais o crivo tem acionamento mecânico, foram desenvolvidas ainda no século 19. Como exemplos pode-se citar os jígues Hancock e James (Taggart, 1945), que se tornaram obsoletos já no início do século 20. Nas últimas décadas ressurgiu o interesse na aplicação desse sistema de geração de pulsações, com o desenvolvimento dos **jígues de ROM e pressurizado**.

Desenvolvido em 1984 pela Humboldt Wedag AG, na Alemanha, o jígue de ROM (ROM JIG®) é um equipamento no qual as pulsações responsáveis pela expansão e compactação do leito de partículas são produzidas pelo movimento de subida e descida da grade do jígue. O uso do movimento da grade na geração das pulsações permite obter pulsos de velocidade alta que são necessários para a expansão do leito contendo as partículas grossas.

O movimento do crivo do jígue é produzido por um braço controlado hidráulicamente (figura 3.38). Este braço eleva o crivo e, quando atinge o ponto mais alto, a pressão de óleo é aliviada e o crivo cai em queda livre através da água de volta a sua posição mais baixa. O crivo é inclinado de modo a auxiliar no transporte do leito ao longo do jígue. O material contido no leito, sujeito a golpes, é estratificado enquanto se movimenta até a zona de separação dos produtos. O produto denso é descarregado por meio de uma válvula do tipo estrela, enquanto o produto leve passa sobre uma barra de retenção. O

controle da descarga dos produtos, dado pela freqüência de rotações da válvula do tipo estrela, bem como pela freqüência das pulsações, é realizado automaticamente a partir do monitoramento da pressão hidráulica no braço que realiza as pulsações. Pressões mais altas, que sugerem uma maior espessura do leito do material denso acumulado no fundo do leito, indicam que a velocidade de rotação do rolo extrator e a freqüência de pulsações devem ser elevadas. Por outro lado, pressões mais baixas, associadas a leitos menos espessos, indicam que tanto a freqüência de pulsações quanto a velocidade do rolo devem ser reduzidas.

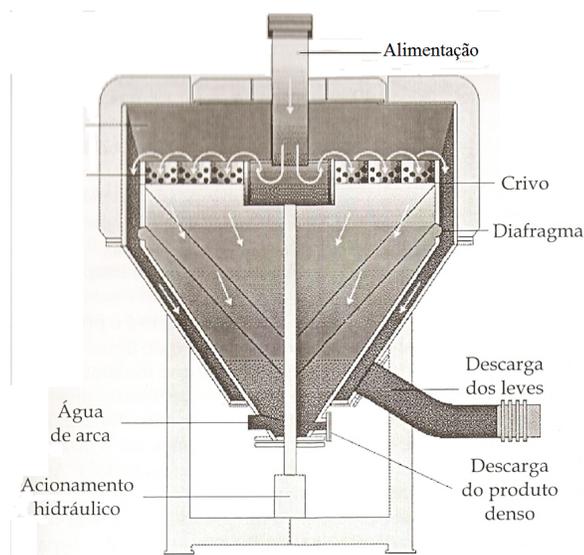


**Figura 3.38: Diagrama esquemático do jigge de ROM (Sampaio e Tavares, 2005).**

O jigge de ROM foi desenvolvido na Alemanha para a pré-concentração de carvão grosso, removendo o rejeito grosso com alto teor de cinzas (aproximadamente 60%), logo após a britagem primária (a fração grossa 400 x 30mm pode conter até 70% de cinzas) cominuindo, assim, um produto mais nobre. Este jigge também tem aplicações no beneficiamento de entulho da construção civil.

Freqüências de oscilações de 38 a 43 golpes por minuto e de rotação da válvula do tipo estrela de até 20rpm são geralmente usados. A abertura do crivo é de 15mm (Osborne, 1988). A capacidade pode atingir 300t/h. O seu consumo de energia é baixo (cerca de 0,15kWh/t) bem como o consumo de água (cerca de 0,03m<sup>3</sup>/t alimentada).

Outro modelo recente de jigue de crivo móvel é o jigue pressurizado (*InLine Pressure Jig®*) desenvolvido na Austrália para a recuperação eficiente de ouro livre grosso. Este jigue apresenta um compartimento único (arca) e forma circular (figura 3.39). O movimento do crivo é realizado por meio de um sistema hidráulico, que resulta em um diagrama de jigagem em forma de dente de serra, similar àquele empregado no jigue IHC. A alimentação é introduzida no centro do aparelho, sendo que o produto denso atravessa o crivo até o fundo da arca, de onde é descarregado pela borda do jigue sob pressão. O aparelho é inteiramente encapsulado e pressurizado, garantindo uma operação mais segura e prevenindo a criação de distúrbios na superfície do fluido que seriam causados pelo movimento do crivo. A capacidade do jigue pressurizado pode atingir 100t/h (sendo 20t/h a capacidade de extração de produto denso), com tamanho máximo de partícula da alimentação da ordem de 30mm, sendo que a sua principal aplicação é na recuperação do ouro contido na carga circulante de moinhos.



**Figura 3.39: Jigue pressurizado (Cortesia da Gekko Systems Pty).**

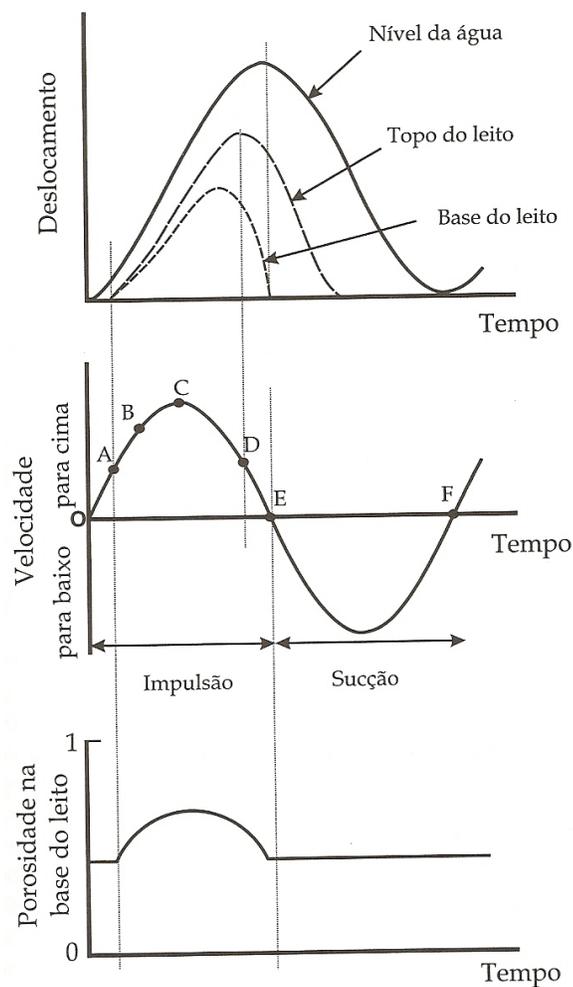
### 3.2.3.e: Ciclo de jigagem

A seguir, é analisado o comportamento de partículas individuais e do leito como um todo para o movimento harmônico simples do fluido. Este ciclo, que é o mais fácil de ser produzido mecanicamente é o mais comum em jigues mecânicos. De forma matemática, pode ser descrito por:

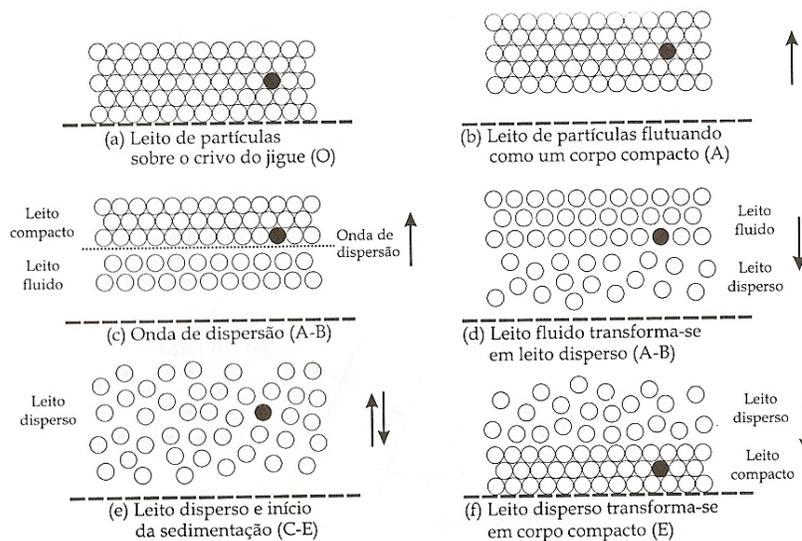
$$u(t) = \pi N r \sin(2\pi N t) \quad (3.154)$$

sendo  $u$  a velocidade superficial do fluido,  $r$  a amplitude,  $N$  a frequência e  $u_{max} = \pi N r$  a sua velocidade máxima.

As etapas do ciclo de jigagem são ilustradas nas figuras 3.40 e 3.41. A figura 3.40 mostra o deslocamento do fluido em um jig de pistão, juntamente com a variação da sua velocidade e da porosidade do leito. Neste caso, a velocidade vertical do fluxo através do leito é diretamente proporcional à velocidade do pistão. Na figura, velocidades positivas representam movimento ascendente da água, enquanto as velocidades negativas indicam o movimento de descida da água.



**Figura 3.40: Ciclo de jigagem (Sampaio e Tavares, 2005).**



**Figura 3.41: Comportamento do leito de partículas durante o ciclo de jigagem (modificado de Kirchberg e Hentzschel, 1957).**

No ponto O (figura 3.40), o leito de partículas é encontrado totalmente compactado. A partir desse ponto, a velocidade do fluido aumenta significativamente de maneira que, em algum ponto A, o fluido é capaz de erguer o leito como um todo, mas não necessariamente a camada de fundo, caso esta se encontrar presente (figura 3.41-a). Essa condição pode ser estimada para o caso do movimento de partículas em regime turbulento.

Do ponto A ao ponto B, inicia a dispersão das partículas individuais enquanto o leito ainda realiza o movimento ascendente. Essa dispersão ocorre na forma de uma onda que se propaga de baixo para cima do leito. Esta dispersão ocorre de tal maneira que partículas individuais começam a se desprender do leito, seguidas de outras partículas, formando uma camada com maior porosidade interna. A porosidade maior nesta parte do leito faz com que as forças de interação entre as partículas se tornem mais reduzidas, bem como as forças de resistência hidrodinâmica que o fluido exerce. O resultado é que as partículas serão desaceleradas em relação ao fluido, sendo que algumas destas são até capazes de atingir a sua velocidade terminal, sofrendo a ação do mecanismo de sedimentação retardada diferencial. Nesta etapa do processo, as partículas leves e finas se movimentam mais rapidamente para cima que as grossas e densas.

O ponto C corresponde ao momento quando o leito se encontra mais expandido, uma vez que a porosidade atinge o seu valor máximo. Este também é o momento em que as partículas finas (sejam elas leves ou densas) têm maior chance de serem arrastadas com o fluido para o produto leve, devido à velocidade maior do fluido.

No intervalo entre C e D, a força de arraste do fluido sobre as partículas terá sido equilibrada pelo seu peso aparente. Assim, a velocidade das partículas irá se tornar nula (próximo ao ponto D, no caso das partículas posicionadas no topo do leito), embora o fluido ainda se encontre em movimento ascendente. Neste ponto atua o mecanismo de aceleração diferencial, uma vez que o movimento de cada partícula muda de sentido, iniciando a sua queda. As partículas continuam a cair durante o período compreendido entre D e F, sendo que várias delas passam a se deslocar de acordo com a sua velocidade terminal (mecanismo de sedimentação retardada diferencial). Durante o período de sucção, compreendido entre E e F, o escoamento do fluido é descendente e as partículas são empurradas na direção do crivo. As partículas grossas e densas, tendo se deslocado para cima numa distância menor e se movendo para baixo com a velocidade maior, são as primeiras a chegar próximo ao crivo (ponto E). Elas são seguidas pelas partículas leves mais grossas, formando um leito empacotado, enquanto muitas partículas finas continuam a sedimentar através dos interstícios deixados pelas mais grossas, pelo mecanismo de consolidação intersticial.

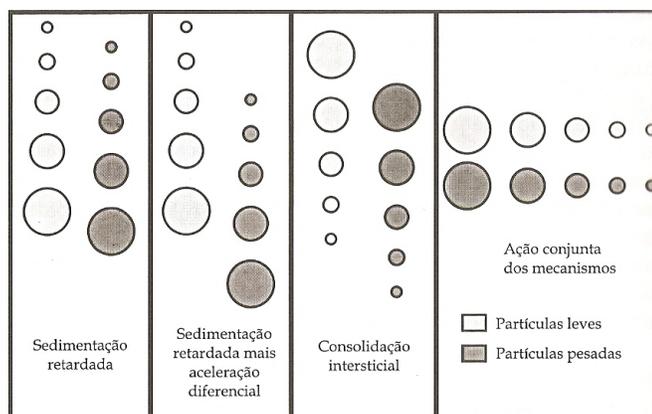
A proporção do ciclo de jigagem durante o qual o leito se encontra sob sucção influencia diretamente a capacidade do jig. Durante esta etapa, o leito permanece empacotado e a separação somente ocorre próximo à base do leito. Assim, jiges que apresentam um ciclo caracterizado pelo predomínio do golpe de impulsão apresentarão capacidades inerentemente maiores que jiges que apresentam etapas de impulsão e sucção comparáveis, como é o caso de jiges de pistão. Assim, o aumento da capacidade é realizado à custa da diminuição da recuperação de partículas finas no produto denso.

A fim de controlar a etapa de sucção, é comum introduzir uma quantidade suplementar de água diretamente na arca. Isto permite reduzir a compactação do leito, fazendo com

que esta seja diminuída ou até mesmo eliminada. Essas condições facilitam a penetração das partículas grossas no leito e o transporte horizontal do material no jig (Burt, 1984).

A figura 3.42 mostra uma idealização do processo de jigagem de acordo com os mecanismos descritos na teoria hidrodinâmica. Enquanto a sedimentação retardada e a aceleração diferencial são responsáveis por colocar as partículas densas em posições mais baixas no leito, as finas e densas na porção média e as leves e finas no topo, a consolidação intersticial produz a segregação inversa. Idealmente, a combinação dos diversos efeitos tem o potencial de estratificar o leito inteiramente com relação à densidade.

A ação combinada de vários mecanismos na jigagem é o motivo porque jiges podem beneficiar partículas contidas em um maior intervalo de tamanhos e de maneira mais eficaz que diversos outros processos de concentração hidráulica.



**Figura 3.42: Ação dos mecanismos de estratificação na teoria hidrodinâmica (Sampaio e Tavares, 2005).**

Uma condição importante da jigagem é a velocidade do fluido responsável pelo movimento do leito como um corpo compacto. Esta condição limite pode ser determinada considerando a passagem do fluido através de um leito poroso, resultando em perda de carga. Se a resistência ao fluxo do meio se torna igual à carga do leito, este então é erguido. A menor velocidade do fluxo ascendente do fluido que permite que o leito seja erguido é dada por:

$$u_f = \left[ \frac{gd_p \psi (\rho_s - \rho_f) \varepsilon^3}{1,75 \rho_f} \right]^{1/2} \quad (3.155)$$

Esta velocidade corresponde à velocidade final de sedimentação do leito formando um corpo poroso rígido.

Quando a velocidade do fluxo excede o limite dado pela equação 3.125, a resistência do leito ao fluxo torna-se maior que a pressão, elevando-se assim o leito, inicialmente, como um corpo rígido e, posteriormente, ficando este disperso (intervalo A-B da figura 3.41).

Ainda que não existam expressões matemáticas de consenso para descrever com precisão o comportamento de partículas durante todo o ciclo de jigagem, algumas expressões analíticas são propostas por diferentes autores (Jinnouchi *et al.*, 1984; Witteveen *et al.*, 1991) para o cálculo do deslocamento de leitos de partículas na jigagem, a partir de considerações sobre a variação da porosidade no leito.

### 3.2.3.f: Influência das variáveis operacionais e de projeto

**Ciclo de jigagem:** Com exceção dos jigues trapezoidal e circular, a aparência externa do jigue não tem mudado nos últimos anos. A maior parte do desenvolvimento e da distinção entre os jigues é realizada nos mecanismos que produzem a estratificação e nos ciclos de jigagem correspondentes. Isto se justifica pelo fato que a variação da forma da onda com o ciclo de jigagem irá determinar a proporção do ciclo durante o qual os diferentes mecanismos de separação irão atuar na separação.

Na maior parte dos jigues a pulsação é resultante do movimento da água. Entretanto, em alguns tipos de jigues, a água encontra-se estacionária e o movimento do crivo é o responsável pelas pulsações. Nestes casos, a impulsão ocorre durante a subida do crivo e a sucção ocorre durante a descida.

No caso de jigsawes de pistão e diafragma, o ciclo é determinado essencialmente pelas conexões mecânicas envolvidas. Isto resulta em um ciclo fixo de jigsawagem, geralmente correspondente ao movimento harmônico, ainda que algumas variações do ciclo possam ser realizadas pelo controle da vazão e do momento de adição de água de arca. No caso dos jigsawes pulsados a ar, o ciclo de jigsawagem irá depender do tipo e das características das válvulas utilizadas. Em alguns tipos de jigsawes, como o Batac, é possível variar a amplitude do ciclo de jigsawagem, uma vez que as válvulas de acionamento rápido são controladas eletronicamente.

Em termos gerais, é possível classificar os principais tipos de ciclos em senoidal, trapezoidal (Mayer, 1964), dente de serra com subida rápida (Mitchell, 1950) ou ainda dente de serra com descida rápida (Leonard, 1991). O golpe senoidal é característico dos jigsawes mais antigos (ainda que seja usado em alguns jigsawes modernos), enquanto os outros estão associados a uma ou outra interpretação (teoria) do processo de jigsawagem, não existindo consenso sobre o ciclo da jigsawagem ótimo.

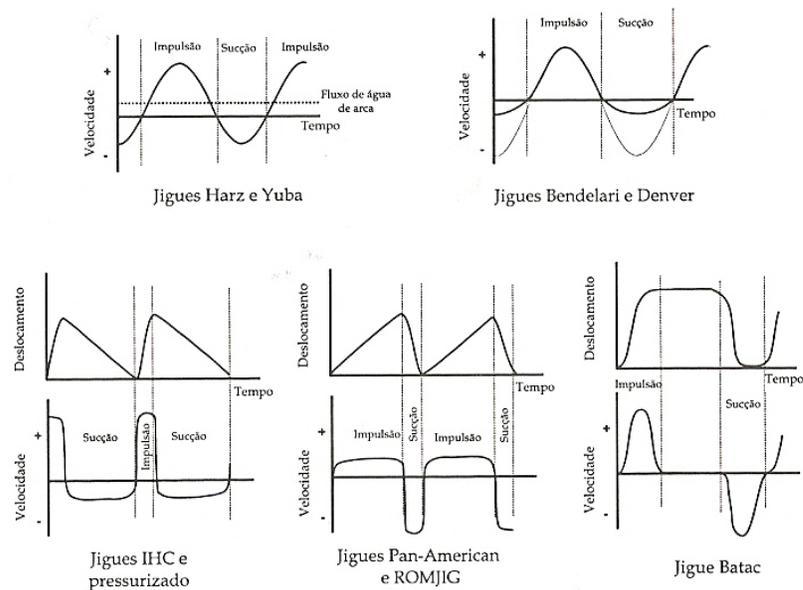
Os ciclos diferentes de jigsawagem são escolhidos com o objetivo de aperfeiçoar um ou outro mecanismo de separação que o fabricante considera importante. Nem sequer existe consenso a respeito da etapa mais importante do ciclo de jigsawagem na separação. Bird (Bird e Mitchell, 1950), por exemplo, sugere que a maior parte da separação ocorre durante a sucção, enquanto Mayer (1964) afirma que a etapa mais importante é a impulsão, uma vez que a sucção teria somente o propósito de admitir água para a próxima pulsação.

Embora ainda exista muita controvérsia sobre o ciclo de jigsawagem ideal, algumas observações de caráter geral podem ser feitas:

- o ciclo de jigsawagem deve ser ajustado de maneira que o leito expanda durante o golpe de impulsão (mas não demais ao ponto das partículas sedimentarem livremente, pois isso prejudicaria a separação com relação à densidade) e retorne totalmente ao repouso no crivo antes do final da etapa de sucção, permitindo a ação do mecanismo de consolidação intersticial;

- quanto mais tempo o fluido permanecer parado na sua posição mais alta (final da impulsão), maior é a oportunidade das partículas atingirem a dispersão e sedimentarem de acordo com a sua velocidade terminal e maior o efeito do mecanismo da sedimentação retardada diferencial;
- quanto maiores as velocidades do fluido e mais prolongada a etapa de sucção, mais acentuado será o efeito da consolidação intersticial. Uma ação excessiva deste mecanismo pode fazer com que o produto denso seja contaminado com partículas finas e leves;
- quanto maior for a densidade do material a ser separado, maior será a velocidade do fluido durante o golpe de impulsão necessária para garantir que o leito seja disperso nesta etapa. Em jigsawes que empregam um ciclo senoidal, nos quais o aumento da velocidade é normalmente obtido com o auxílio da água de arca, menor será o efeito da etapa de sucção.

O ciclo de jigagem, empregado nos jigsawes Bendelari, Denver, Yuba e Harz, é do tipo senoidal. A adição de água de arca durante a etapa de sucção, no ciclo de jigagem usado no Bendelari e Denver, resulta no aumento do efeito do mecanismo de sedimentação retardada diferencial e na minimização da consolidação intersticial (Burt, 1984). Entretanto, a adição durante as etapas de sucção e impulsão (caso dos jigsawes Harz e Yuba) pode resultar no arraste de finos (leves e densos) ao produto leve, uma vez que esse fenômeno está diretamente relacionado à velocidade máxima ascendente no ciclo de jigagem (figura 3.43).



**Figura 3.43: Ciclos de jigagem usados em alguns tipos de jigge, indicando a velocidade e altura de deslocamento do fluido (Sampaio e Tavares, 2005).**

O jigge IHC usa um ciclo em forma de dente de serra com impulsão rápida (a fim de evitar a perda de finos), seguida de sucção lenta. Durante a impulsão rápida, o fluxo ascendente seria capaz de elevar o leito como um todo, uma vez as partículas, devido à inércia, se manteriam pressionadas umas contra as outras. Tão logo o fluido venha a atingir a sua maior altura, imediatamente ele começa a descer (etapa de sucção), porém a uma velocidade menor. Isto permite que as partículas se tornem progressivamente dispersas e acelerem em direção ao crivo (Burt, 1984). A etapa de sucção prolongada permite a ação intensa do mecanismo da consolidação intersticial, fazendo com que as partículas finas e densas tenham tempo de percolar através do leito e serem recuperadas no produto denso. O tamanho mínimo de partícula é da ordem de 60mm (Wills, 1997).

As velocidades descendentes baixas do fluido, no jigge circular, dispensam a adição de água de lavagem, que somente é introduzida a vazões baixas a fim de repor aquela perdida com os produtos. Com este ciclo a ação do mecanismo de sedimentação retardada diferencial seria minimizada ou suprimida, enquanto os mecanismos da aceleração diferencial e a consolidação intersticial seriam maximizados (Burt, 1984).

O ciclo de jigagem é, normalmente, dividido em impulsão e sucção, mas existem, na verdade, quatro componentes no ciclo de jigsaw com pulsação a ar:

- a admissão (válvula de entrada de ar aberta e de saída fechada);
- a expansão (ambas válvulas fechadas);
- a exaustão (válvula de saída de ar aberta e de entrada fechada) e
- compressão (ambas válvulas fechadas).

Assim, a água é continuamente admitida na arca, enquanto o ar é admitido e exaurido de forma alternada. O golpe de impulsão é iniciado com a admissão de ar que, em conjunto com a água injetada, força a água contida na arca para cima, através do crivo, erguendo o leito. No final da impulsão, a válvula de admissão de ar é fechada evitando que o ar entre ou saia da câmara de ar. Devido à compressibilidade, este período permite que o ar comprimido na câmara de ar sofra expansão, que gradualmente reduz a velocidade vertical da água em ascensão no leito. Durante o período crítico, o leito sofre dispersão. Neste ponto a válvula de descarga de ar é aberta, dando início ao período de exaustão e à etapa de sucção do ciclo de jigagem. Nesta etapa as partículas se movimentam de volta na direção do crivo, sendo sujeitas aos mecanismos da aceleração diferencial e sedimentação retardada. O período termina quando as partículas atingem o crivo do jig, com o nível da água na câmara de ar. Neste momento a válvula de saída de ar é fechada, resultando na etapa de compressão, quando a água desacelera, atingindo o seu nível mais baixo.

Nos jigsaw pulsados a ar, o ciclo de jigagem irá depender do tipo e características das válvulas utilizadas. Em alguns tipos de jigsaw, como o Batac, é possível variar amplamente o ciclo de jigagem, uma vez que as válvulas são de acionamento rápido e controladas eletronicamente.

O ciclo de jigagem usado no Batac é o denominado trapezoidal, sendo o recomendado por Mayer (1950) como o responsável pela separação mais precisa de carvão. O ciclo do Batac se dá de maneira que o leito é elevado como um todo devido à ascensão rápida do fluido. Em seguida, o nível da água é mantido constante por algum tempo, a fim de permitir que a sedimentação retardada atue no fluido estagnado.

Existem poucos trabalhos que permitem comparar os diferentes ciclos de jigagem. Um estudo comparativo entre os ciclos trapezoidal (usado no Batac) e os de dente de serra com subida rápida (usado no jigue IHC) e o dente de serra com descida rápida (Pan-America), demonstrou que o ciclo trapezoidal apresenta precisão maior de separação no beneficiamento de carvão, seguido pelo dente de serra com subida lenta (Tanaka *et al.*, 1990). A superioridade do ciclo trapezoidal se torna particularmente evidente para taxas de alimentação altas.

A separação ineficiente usando o ciclo de dente de serra com subida rápida se deve ao fato que, durante toda a ascensão do leito, o mesmo encontra-se empacotado de uma maneira que nenhuma separação ocorre nesta etapa (Tanaka *et al.*, 1990), enquanto nos outros, parte da separação já é efetuada durante a impulsão.

**Amplitude e frequência das pulsações:** Uma vez escolhido o ciclo de jigagem, a frequência e a amplitude das pulsações devem ser ajustadas de maneira que as partículas do leito retornem inteiramente ao repouso sobre o crivo antes do final da sucção. A condição de dispersão está diretamente relacionada à velocidade da água durante o golpe de impulsão, enquanto a condição para a deposição adequada do leito, ao final da sucção, depende diretamente da frequência de pulsações.

As características dos sólidos influenciam diretamente a frequência e a amplitude da jigagem. Quanto maior a densidade do material contido no leito, maiores as frequências e amplitudes na jigagem. Adicionalmente, em leitos compactos, a amplitude necessária é mais alta, com um correspondente aumento do período de pulsação (menor frequência) (Tabela III.6). Por outro lado, amplitudes menores e frequências maiores são requeridas para as situações em que se tem a estratificação de material fino ou quando a espessura do leito é fina.

**Tabela III.6: Intervalo típico de operação de tipos de jigues diferentes (Burt, 1984).**

Tipo de Jigue	Tamanho de Partícula	Amplitude (mm)	Frequência (ciclo/min)
Baum	200-5	30-40	30-60
Câmara de ar sob o leito	100-0,5	30-60	40-60
Diafragma	25-0,25	20-30	125-150
	10-0,2	10-15	150-200

É importante ressaltar, entretanto, que em alguns tipos de jig, como aqueles em forma de U (Harz e o Denver, por exemplo), a velocidade ótima da água será basicamente determinada pelo período natural de movimento, que, por sua vez, depende das dimensões da arca.

**Profundidade do leito:** A espessura do leito é controlada diretamente pela abertura do portão de extração do produto. Dentro de certos limites, o leito deve ser mantido o menos espesso possível para garantir uma dispersão rápida das partículas durante o golpe de impulsão. Entretanto, ele deve ser espesso o suficiente para que, durante a etapa de impulsão (na qual o leito encontra-se dilatado), o topo da camada de material denso no leito esteja sempre mais baixo que o nível da barra de retenção.

**Camada de fundo:** Na jigagem com “crivo aberto”, na qual o produto denso é coletado no fundo da calha, a escolha da camada de fundo é muito importante. A camada de fundo controla a taxa com que as partículas finas densas penetram e percolam através do leito e do crivo, em direção ao fundo da arca.

Em alguns minérios existe uma quantidade suficiente de material denso e de granulometria grossa, na alimentação da jigagem, para formar esta camada. Com alguns minérios, entretanto, é necessário gerar uma camada adicional de material denso para atuar como camada de fundo (*ragging*). Em geral, as partículas da camada de fundo devem ser densas o suficiente para se depositarem no fundo do leito, junto ao crivo, mas devem ser leves o suficiente para se dilatarem durante a impulsão.

O seu tamanho deve ser uniforme e maior que a abertura do crivo e grosso o suficiente para permitir que as partículas densas da alimentação percolem através dos seus interstícios durante a sucção (pelo mecanismo de consolidação intersticial). O tamanho de partícula geralmente recomendado é de quatro vezes o *top size* das partículas a serem recuperadas (Pickett e Riley, 1985). Materiais usados incluem pelotas de aço, hematita e feldspato, dentre outros. O material da camada de fundo pode ser mais ou menos denso que o mineral mais denso. Feldspato, por exemplo, é freqüentemente usado como

camada de fundo no beneficiamento de carvão, enquanto hematita é muito usada na separação de minerais pesados como wolframita e cassiterita.

Em geral, quanto mais densa e mais espessa for a camada de fundo, menor será a recuperação do produto denso e maior será a perda de partículas densas e grossas no produto leve. Por outro lado, quanto mais grossas forem as partículas da camada de fundo, maior será a recuperação do produto denso.

A camada de fundo também pode ser tornar contaminada por partículas grossas e densas na alimentação, normalmente minerais acessórios (Burt, 1984), fazendo com que, ao longo do tempo, a porosidade do leito diminua e, por conseqüência, a recuperação do produto denso.

**Tipo e abertura do crivo:** O tipo do crivo ou grade irá depender inicialmente do modo de operação, se com crivo “fechado” ou “aberto”. Evidentemente, no caso da jigagem com crivo aberto, a abertura deve ser maior que o tamanho máximo de partícula na alimentação – mas menor que aquele do material da camada de fundo. Na jigagem com crivo “fechado” a abertura deve ser menor que o tamanho mínimo do material denso que se deseja recuperar sobre o crivo. Placas perfuradas, com aberturas em forma de cunha, ou telas de fios trançados são usadas por minimizar entupimentos, além da sua resistência.

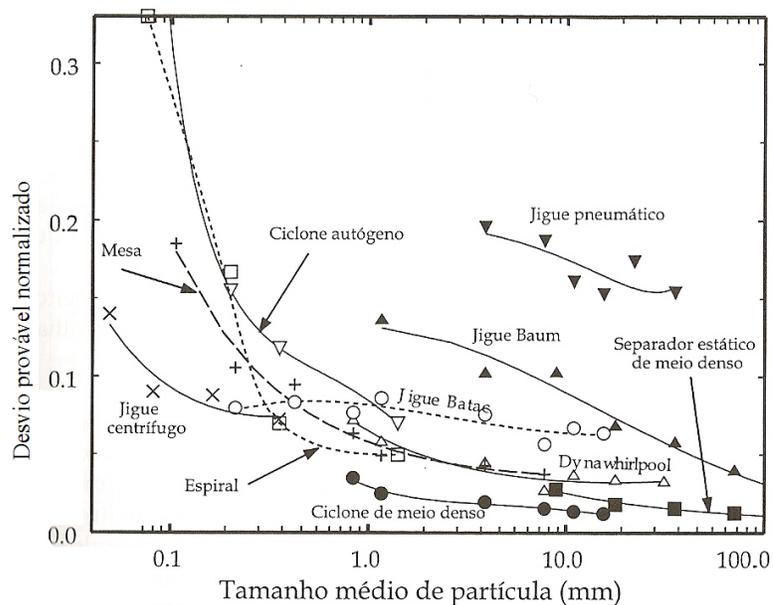
O crivo pode ser instalado na horizontal ou inclinado na direção da descarga do produto leve ou denso. Em jigues pulsados a ar, é comum que o crivo no primeiro compartimento seja inclinado na direção da alimentação, a fim de facilitar a descarga de partículas grossas densas. Nestes casos o produto denso se move em contracorrente, em relação à alimentação e/ou produto leve.

**Granulometria da alimentação:** O intervalo de tamanho de partículas processado em jigues depende do material e do tipo de equipamento. No beneficiamento de minérios de estanho, por exemplo, o *top size* é geralmente da ordem de 9 a 12mm. No beneficiamento de minérios aluvionares de ouro, o material maior que 12 a 20mm é

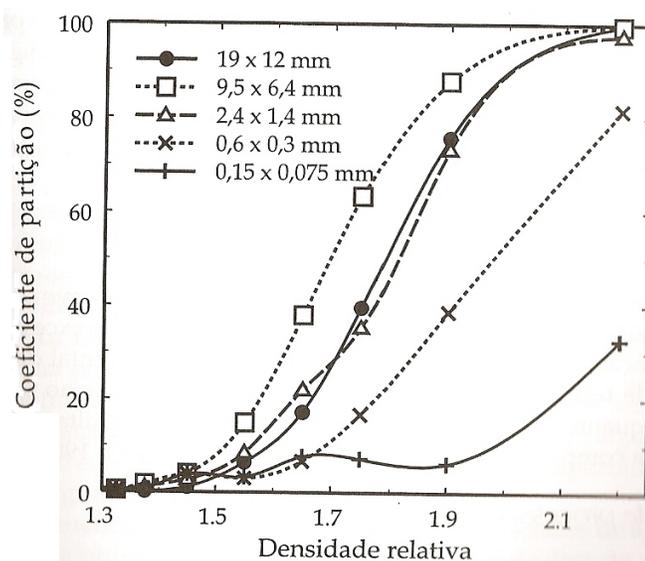
descartado da alimentação do jigue. O limite inferior de tamanhos normalmente é determinado pela precisão de separação. Eles permitem boas recuperações para materiais de até 50 ou 100 $\mu\text{m}$ , no caso de minérios de estanho.

No beneficiamento de carvão, um intervalo muito maior de tamanhos é usado. Nos Estados Unidos e Europa, era prática usual o beneficiamento de carvões com granulometria de 200 x 0mm. No Brasil, o mais comum é o beneficiamento no intervalo 38 ou 50mm até 0,5mm.

A ação dos mecanismos de separação que atuam na jigagem faz com que a influência da granulometria na separação seja muito pequena, em comparação aos outros processos de concentração hidráulica, como pode ser observado nas figuras 3.44 e 3.45



**Figura 3.44: Efeito do tamanho de partícula na precisão de separação no beneficiamento de carvão (Dados de fontes diversas).**



**Figura 3.45: Curvas de Tromp do beneficiamento de carvão em um jigge Batac (Dados de Killmeyer, 1980. Algumas das frações granulométricas foram omitidas para facilitar a visualização da figura).**

**Capacidade:** A capacidade de processamento de jigues está diretamente relacionada à área da superfície do crivo. Capacidades em torno de  $20\text{t/h.m}^2$  de área do crivo são típicas no beneficiamento de carvões ( $150 \times 0\text{mm}$ ), em jigues Baum, e da ordem de  $24\text{t/h.m}^2$  e  $12\text{t/h.m}^2$  para jigues Batac, processando alimentações de  $-150\text{mm}$  e  $-12\text{mm}$ , respectivamente (Kelly e Spottiwood, 1982). Considerando a área grande de jigagem geralmente encontradas em jigues industriais, estas capacidades unitárias altas podem resultar em equipamentos individuais e serem capazes de processar até  $1000\text{t/h}$ .

No caso de jigues de diafragma e pistão, a capacidade unitária de processamento é significativamente mais baixa, variando de  $4$  a  $7\text{t/h}$ , para jigues de pistão e diafragma, até  $10\text{t/h.m}^2$  de área de crivo para jigues circulares de IHC, caso do beneficiamento de cassiterita ( $200\mu\text{m}$ ). Isto resulta em capacidades da ordem de apenas  $5\text{t/h}$  para jigues Denver,  $50\text{t/h}$  para jigues Remer e até  $500\text{t/h}$  para jigues circulares IHC.

Mantidas todas as outras variáveis constantes, o aumento da taxa de alimentação resulta em uma nova distribuição de recuperação do produto denso e um aumento da contaminação do produto leve. Na jigagem com crivo fechado, a taxa de alimentação ótima é co-determinada pela capacidade de extração do produto denso pelos

dispositivos e pelo tempo de residência das partículas necessário para uma separação adequada.

**Porcentagem de sólidos:** A porcentagem de sólidos na alimentação do jigue deve ser, tipicamente, controlada entre 30 e 50% de sólidos. A diluição excessiva da alimentação pode resultar no aumento do fluxo horizontal de água e, por conseqüência, em perdas de partículas finas e densas no produto leve, enquanto que o uso de porcentagens muito altas de sólidos pode resultar na compactação excessiva do leito do jigue (Burt, 1984).

**Água de processo:** A adição de água tem, geralmente, o objetivo de repor aquela removida junto com os produtos, e auxilia o transporte do leito ao longo do comprimento do jigue. Frequentemente, ela tem o intuito de minimizar o efeito da sucção e controlar a ação dos mecanismos da jigagem, conforme discutido previamente.

Em jigues de diafragma ou pistão, a vazão de água de arca é a principal ferramenta à disposição do operador no controle do processo de jigagem. Muitos operadores são capazes de monitorar a condição do leito mergulhando a mão no leito. O leito deve oferecer uma resistência semelhante à da areia movediça à penetração da mão, enquanto a camada de fundo, se presente, deve ser mais difícil de penetrar, de maneira que alguma força deve ser usada para deslocar esse material até atingir o crivo do jigue (Burt, 1984).

Se a vazão de água da arca é excessiva, a recuperação do produto denso diminui. Se por outro lado ela é insuficiente, faz com que as partículas densas grossas sejam incapazes de penetrar através do leito, reportando ao produto leve. Em geral, quanto maior for a granulometria da alimentação, maior será a vazão de água de arca necessária, uma vez que as partículas grossas sedimentam mais rapidamente e a água, em movimento ascendente, pode atravessar o leito com maior facilidade em um menor número de interstícios grandes do que em um grande número de pequenos interstícios (Burt, 1984).

No caso de alimentações com distribuição granulométrica estreita, maiores vazões de água de lavagem são vantajosas, uma vez que elas suprimem a consolidação intersticial. No beneficiamento de materiais com distribuição granulométrica ampla, por outro lado, a vazão irá depender do tamanho de partícula do material denso que se deseja recuperar. Se os minerais forem densos e finos, baixas vazões são recomendadas, ao passo que, se eles forem grossos, altas vazões tornam-se necessárias.

A introdução de água de arca tem o mesmo efeito da diluição da alimentação. Resulta no aumento das velocidades horizontais no jig (em especial próximo ao topo do leito), fazendo com que as partículas finas sejam descarregadas junto ao produto leve sem que sejam expostas à ação dos mecanismos de separação. Em alguns jigs este efeito é reduzido usando um crivo com forma trapezoidal, com a maior largura na extremidade da descarga.

O beneficiamento em jigs requer grandes vazões de água, sendo que da ordem de 5 a  $6\text{m}^3/\text{h.m}^2$  de área do crivo são comuns no beneficiamento de estanho em jigs circulares IHC. A reciclagem da água, portanto, é vital no processo. Em geral, não é necessário que a água esteja clarificada, uma vez que lamas não influenciam significativamente a separação, pelo menos até uma densidade aparente de  $1,05\text{g/cm}^3$  (Pickett e Riley, 1985). Acima deste nível, é recomendado o uso de floculantes para auxiliar na remoção dos sólidos.

### 3.2.3.g: Modelos de funções de partição generalizados para equipamentos de separação gravítica.

**Modelos quantitativos para separadores de meio denso:** Apesar do desenvolvimento desta seção considerar o modelo para ciclones de meio denso, os conceitos aqui desenvolvidos são também empregados para a concentração por jigagem.

Quatro fatores físicos identificáveis definem o desempenho de separação de um separador de meio manufaturado (meio denso, esferas do leito da jigagem, etc.): a densidade de separação ou ponto de corte, a eficiência de separação, o curto-circuito da

alimentação para o *underflow* (**no caso de ciclones de meio denso, pode ser interpretado como produto denso**) e o curto-circuito para o *overflow* (**ou produto leve**) que são melhores compreendidos a partir do significado de curva de partição. Esta tem uma forma similar para os diversos equipamentos de separação de meio denso.

**O Ponto de corte:** o ponto de corte é definido como a densidade  $\rho_{50}$  no qual a função de partição tem o valor 0.5. Uma partícula que tem a densidade  $\rho_{50}$  tem chance igual de reportar tanto à fração afundada quanto à fração flutuante.

O ponto de corte é um parâmetro de operação que pode ser controlado razoavelmente pela variação da densidade do meio que, obviamente, determina quais partículas tenderão a afundar no meio e quais tenderão a flutuar. Em um banho estático de meio denso, o ponto de corte sempre é igual à densidade do meio. Entretanto, em equipamentos de operação contínua, isto nem sempre é o caso e o ponto de corte pode ser maior ou menor que a densidade do meio dependendo se a fração mais leve ou mais pesada precisa mover contra a maior parte do fluxo do meio, no equipamento.

Desde que as partículas na órbita de equilíbrio definem o ponto de corte:

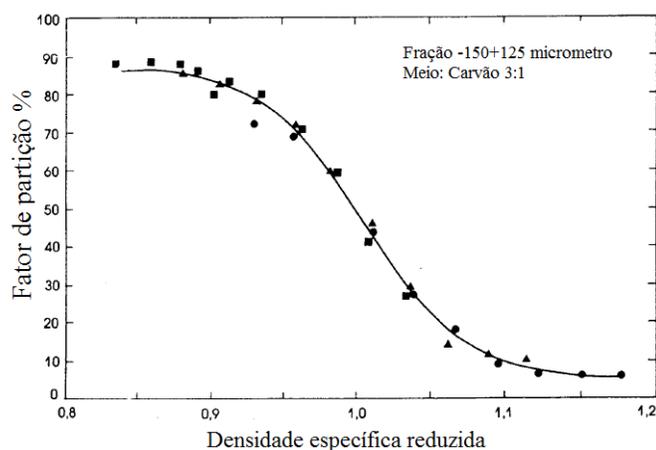
$$\rho_{50} > \rho_m \quad (3.156)$$

onde  $\rho_m$  é a densidade do meio. A diferença  $\rho_{50} - \rho_m$  é chamada de mudança do ponto de corte e esta pode ser normalizada em relação à densidade do meio para formar a mudança de ponto de corte normalizada (NPCS – *normalized cut point shift*):

$$NPCS = \frac{\rho_{50} - \rho_m}{\rho_m} \quad (3.157)$$

**Fluxos de curto-circuito:** a curva mostrada na figura 3.46 é chamada de curva de partição normalizada e é representada pelo símbolo  $R(x)$  onde  $x$  representa a densidade normalizada  $\rho / \rho_{50}$ . Uma fração da alimentação é assumida passar diretamente para o *underflow* (**produto mais denso**) e a outra fração para o *overflow* diretamente, sem passar através do campo de separação do separador. Se  $\alpha$  é a fração de curto-circuito para o afundado e  $\beta$  o curto-circuito para a fração que flutua, o fator de partição real  $R$  pode ser relacionado a um fator de partição ideal ou corrigido  $R_c$  por:

$$R(x) = \beta + (1 - \alpha - \beta)R_c(x) \quad (3.158)$$



**Figura 3.46: Normalização da função de partição para um ciclone de meio denso. A presença dos fluxos de curto-circuito é claramente evidente nestes dados.**

Ambos os fluxos de curto-circuito são função do tamanho de partícula e o curto-circuito para o afundado (produto mais denso) extrapola o tamanho zero para a recuperação de água para o afundado. Encontra-se uma dependência exponencial com o tamanho, se considerado um ciclone de meio denso de 150mm:

$$\alpha = R_f e^{-bd_p} \quad (3.159)$$

com  $b=5,43\text{mm}^{-1}$  e  $d_p$  em mm. O curto-circuito para o flutuado pode ser usualmente negligenciado, exceto para materiais menores que 0,5mm.

**Eficiência de separação:** a eficiência de separação é especificada em termos da imperfeição corrigida, definida por:

$$I_c = \frac{\rho_{25} - \rho_{75}}{2\rho_{50}} = \frac{EPM}{\rho_{50}} \quad (3.160)$$

onde:

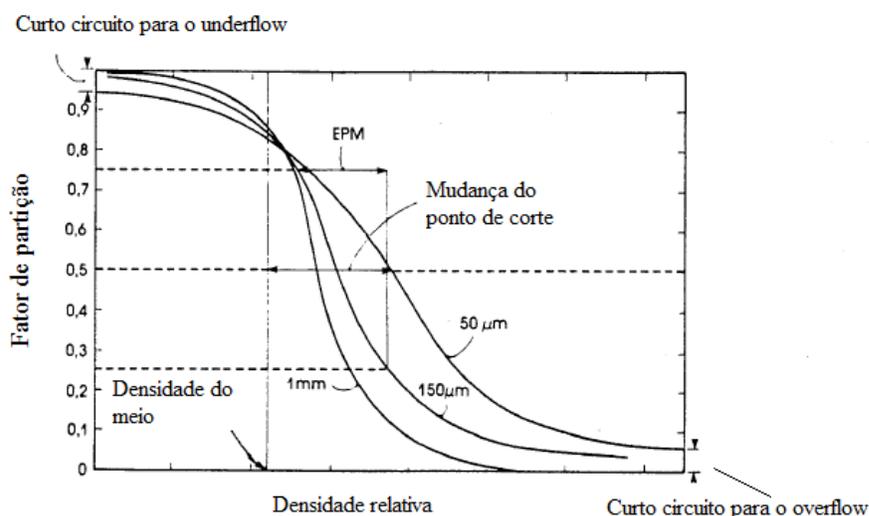
$$R_c(\rho_{25}) = 0,25 \quad (3.161)$$

e:

$$R_c(\rho_{75}) = 0,75 \quad (3.162)$$

A imperfeição da curva de partição corrigida é independente dos fluxos de curto-circuito e é melhor basear um modelo preditivo sobre a imperfeição corrigida que sobre a imperfeição da curva de partição real.

A imperfeição aumenta com o tamanho de partícula e as curvas de partição tornam-se mais plana de modo constante quando o tamanho de partícula decresce, como mostrado na figura 3.47.



**Figura 3.47: Curvas de partição generalizadas para separadores de meio denso.**

A imperfeição também aumenta quando o tamanho de partícula do ciclone aumenta e para ciclones de diâmetro pequeno (150mm) a relação da quantidade útil para a imperfeição da curva de partição corrigida é:

$$I_c - 0,013 = \frac{3,8}{d_p} \quad (3.163)$$

com  $d_p$  em mm.

**A função de partição corrigida:** uma variedade de expressões empíricas, de um parâmetro, para a curva de partição corrigida aparece na literatura. Uma função normalizada é dada por  $x = \rho/\rho_{50}$ . Uma vez que uma função foi escolhida para modelar a curva de partição corrigida, a curva de partição real pode ser construída a partir de

quatro parâmetros:  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\rho_{50}$ , e  $I_c$ . Isto é, então, uma maneira simples para calcular a recuperação de cada partícula para flutuar e afundar no separador.

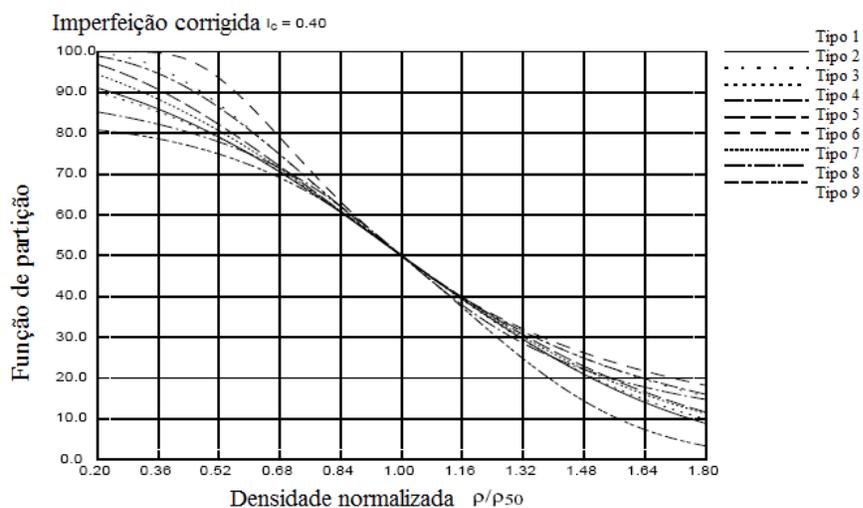
A função soma exponencial (tipo 7 na tabela III.7) mostra bom ajuste aos dados obtidos de ciclones de meio denso, conforme mostrado na figura 3.46.

**Tabela III.7: Equações empíricas para funções de partição corrigida para separadores de meio denso.  $x=\rho/\rho_{50}$  (King, 2001).**

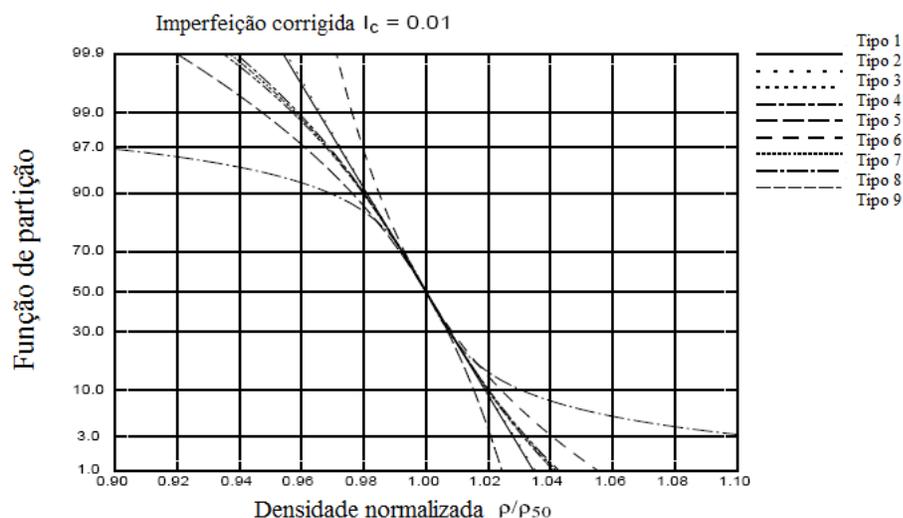
Tipo	Função	Relação entre $I_c$ e $\lambda$
1	$R(x)=G[\lambda(1-x)]$	$\lambda I_c=0,674$
2	$R(x)=1-G(\lambda \ln x)$	$I_c=\sinh(0,674/\lambda)$
3	$R(x)=1/(1+\exp(\lambda(x-1)))$	$\lambda I_c=1,099$
4	$R(x)=1/(1+x^\lambda)$	$I_c=\sinh(1,099/\lambda)$
5	$R(x)=\exp(-0,693x^\lambda)$	$2I_c=2^{1/\lambda}-0,415^{1/\lambda}$
6	$R(x)=1-\exp(-0,693x^\lambda)$	$2I_c=2,411^{1/\lambda}-0,5^{1/\lambda}$
7	$R(x)=(e^\lambda-1)/(e^\lambda+e^{2\lambda}-2)$	$2\lambda I_c=\ln[(9^{e^\lambda}-6)/(e^\lambda+2)]$
8	$R(x)=(1/2)-(1/\pi)\tan^{-1}(\lambda(x-1))$	$\lambda I_c=1,0$
9	$R(x)=1/(1+\exp(\lambda(x^n-1)))$	$2I_c=[1+(1,099/\lambda)]^{1/n} - [1-(1,099/\lambda)]^{1/n}$ $2I_c < 2^{1/n}$

Os nove tipos de funções listados na tabela III.7 são mostrados na forma gráfica nas figuras 3.48 e 3.49, para comparar suas respectivas formas. Embora similar uma a outra, elas exibem algumas diferenças na forma tanto que uma das funções pode ajustar a um conjunto particular de dados experimentais melhor que os outros. Quando escolher uma função apropriada para modelar um separador de meio denso particular os dados medidos disponíveis devem ser testados contra todas as funções e, aquela com o melhor ajuste, pode ser escolhida.

As funções são plotadas com uma imperfeição relativamente grande de 0,4 (figura 3.48) até a imperfeição mais baixa possível de ser alcançada em equipamentos reais, 0,01 (figura 3.49).



**Figura 3.48:** Nove modelos da tabela III.7 para a função de partição. Todos os modelos têm o mesmo valor de imperfeição  $I_c=0,4$  (King, 2001).



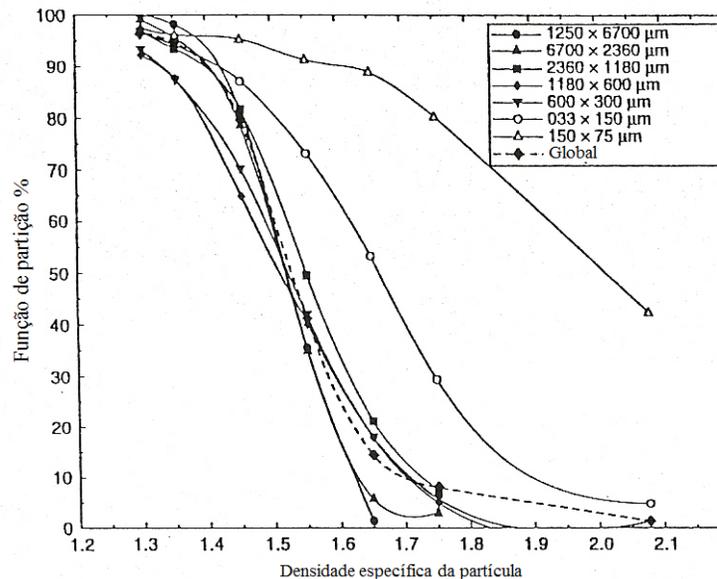
**Figura 3.49:** Nove modelos da tabela III.7 para a função de partição. A ordenada é uma escala de probabilidade. Todos os modelos têm o mesmo valor de imperfeição  $I_c=0,01$  (King, 2001).

O uso de curva de partição é o método mais amplamente usado para descrever a operação de qualquer equipamento de separação gravítica. Na verdade, a curva de partição determinada sobre um equipamento em operação pode ser usada para diagnosticar a “saúde” da operação.

Idealmente, as funções de partição podem produzir curvas de passos simétricos que não mostram curto-circuito e, assim, assintótico aos limites 1,0 e 0,0 em  $\rho=0$  e  $\rho=\infty$ , respectivamente. Desvios da condição ideal podem ser atribuídos a condições inadequadas de operação e de projeto, sendo que Leonard e Leonard (1983) proporcionaram uma tabulação conveniente de causas para funções de partição pobres em uma variedade de equipamentos de lavagem de carvão.

Embora a curva de partição seja uma ferramenta excelente de diagnóstico, não é inteiramente satisfatória para simulação em função da dificuldade de previsão da curva de partição de qualquer item particular do equipamento.

Um procedimento generalizado atribuído a Gottfried e Jacobsen (1977) tenta conduzir este problema. A curva de partição generalizada é estimada em termos de uma massa específica alvo de separação para o equipamento proposto. A massa específica alvo é o ponto  $\rho_{50}$  sobre a curva de partição plotada como uma composição de todos os tamanhos. Este ponto está em um fato fixado pelo comportamento tamanho-por-tamanho de um material no separador e pela composição tamanho-por-tamanho da alimentação. Em qualquer operação de separação gravítica, a função de partição sobre uma base tamanho-por-tamanho varia de maneira sistemática através da variação no  $\rho_{50}$  e a imperfeição para cada fração de tamanho. Isto é ilustrado para um ciclone de meio denso, na figura 3.50.



**Figura 3.50: Funções de partição medidas para carvão em um ciclone de meio denso. Frações de tamanhos individuais são mostradas tanto quanto a composta de todos os tamanhos. Dados de Sokaski e Geer (1963).**

Tanto o ponto de corte quanto a imperfeição aumentam quando o tamanho das partículas decresce. Os dados mostrados são razoavelmente típicos para separadores gravíticos industriais e o ponto de corte para tamanhos individuais é modelado por:

$$r = \frac{SG_s}{SD_s} = f\left(\frac{d_p}{\bar{d}_p}\right) \quad (3.164)$$

onde  $SG_s$  é o ponto de corte para partículas de tamanho  $d_p$ ,  $\overline{SG_s}$  é o ponto de corte global para a alimentação composta e  $\bar{d}_p$  é o tamanho médio de partícula na alimentação.

Esta normalização do procedimento de Gottfried-Jacobsen, com relação ao tamanho médio de partícula na alimentação, é quase robusta e correlaciona com os dados disponíveis na literatura. A função  $f(\bullet)$  não é sensível à composição da alimentação e leva em conta, pelo menos, variações razoavelmente amplas na distribuição de tamanhos na alimentação.  $\overline{SG_s}$ , na equação 3.2-257, é o ponto de corte alvo e este alvo fixa o ponto de operação de um equipamento em particular. A função  $f(\bullet)$  é avaliada para um número de equipamentos de separação gravítica e segue a forma exponencial, ajustando-se aos dados razoavelmente bem.

$$r = a + b \exp\left(-c \frac{d_{pi}}{d_p}\right) \quad (3.165)$$

Os valores de  $a$ ,  $b$  e  $c$ , para alguns equipamentos diferentes é dado na tabela III.8.

**Tabela III.8: Parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$ , referentes à equação 3.157, para diferentes equipamentos de separação gravítica (King, 2001).**

Tipo de equipamento	a	b	c
Ciclone somente com água	0,80	0,60	1,26
Ciclone de meio denso	0,98	0,10	1,61
Mesa vibratória	0,97	0,30	7,70
Tambor de lavagem de carvão	0,98	0,10	1,61

Uma vez que a densidade específica alvo e o tamanho de partícula médio na alimentação são conhecidos, o ponto de corte para cada tamanho de partícula pode ser obtido a partir da equação (3.165). O ponto de corte pode ser usado com qualquer função de partição generalizada apropriada, tais como aquelas apresentadas na tabela III.8. Uma quantidade apropriada de curto-circuito, tanto para o afundado quanto para o flutuado, também pode ser aplicada se for antecipado que este tipo de ineficiência estará presente no equipamento.

Osborne (1988) recomenda que a variação de  $EPM$  com o tamanho de partícula, o tamanho do equipamento e a densidade de separação podem ser computados usando uma série de fatores:

$$EPM = f_1 f_2 f_3 E_s \quad (3.166)$$

onde  $f_1$  é um fator que explica a variação do  $EPM$  com o tamanho de partícula,  $f_2$  um fator que explica a variação do  $EPM$  com o tamanho do equipamento e  $f_3$  um fator de garantia, geralmente numa faixa de 1,1 a 1,2.  $E_s$  é uma função padrão representado a variação de  $EPM$  com a densidade de separação para cada tipo de equipamento. Considerando vários tipos de equipamentos na lavagem de carvão, têm-se os seguintes valores de  $E_s$ :

**Tabela III.9: Valores de  $E_S$  por tipo de separador de meio denso (Adaptado de King, 2001).**

Tipo de Equipamento	$E_S$
Ciclone de meio denso	$E_S = 0,027\rho_{50}^{-0,01}$
Dynawhirpool	$E_S = 0,15\rho_{50}^{-0,16}$
Banho de meio denso	$E_S = 0,047\rho_{50}^{-0,05}$
Jigue Baum	$E_S = 0,78(\rho_{50}(\rho_{50}-1)+0,01)$
Ciclone somente com água	$E_S = 0,33\rho_{50}^{-0,31}$
Mesa vibratória e concentrador em espiral	$E_S = \rho_{50}^{-1}$

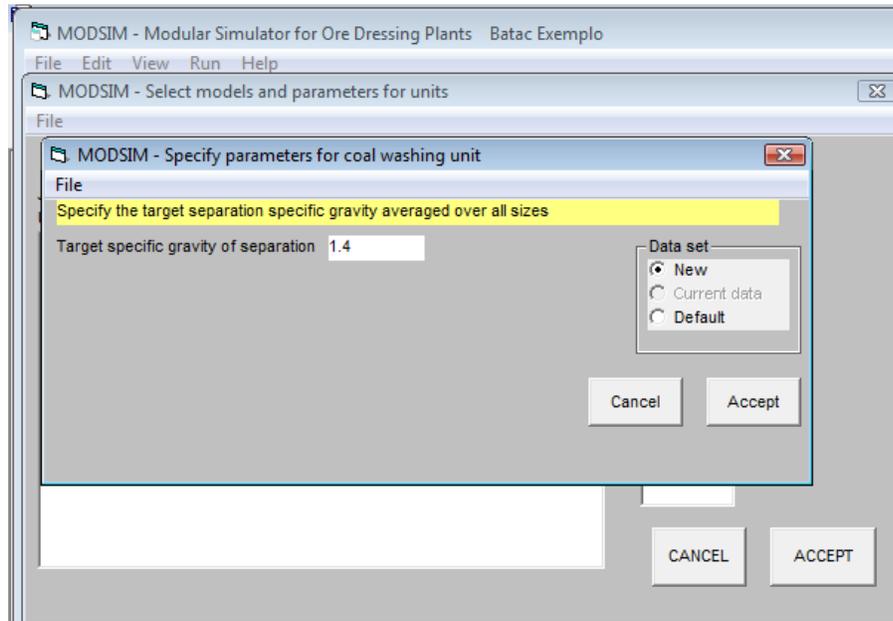
Para ciclones de meio denso  $f_l$  varia de 2 a 0,75 quando o tamanho de partícula varia de 0,5 a 10mm. Para vasos de meio denso,  $f_l$  varia de 0,5 para carvão grosso a 1,4 para carvão menor. Pelo fato do jigue Baum e o ciclone somente com água serem separadores gravíticos autógenos,  $f_l$  depende da distribuição de tamanhos e lavabilidade do material de alimentação. Os valores de  $f_l$  para jigues variam de 3 a 0,5 quando o tamanho médio do material da alimentação varia de 1 a 100mm.

### 3.2.3.h: Os modelos de jigagem disponíveis no MODSIM 3.6

**Modelo BATJ:** Modelo usado para a simulação de jigue Batac aplicado como lavador de carvão. A simulação usa um modelo modificado da equação de Lynch para uma curva de partição. O curto-circuito para o *overflow* é uma função da taxa de alimentação. O ponto de corte é calculado usando o procedimento de Gottfried-Jacobsen. A constante de imperfeição corrigida em 0,06. Os dados foram baseados nos estudos de M. V. Rueda e L. M. Tavares e J. Rubio. A avaliação de desempenho e simulação do jigue Batac baseada na limpeza de pirita de rejeitos lavados de carvão. (Presented at 4th Intl. Conf. on Processing and Utilization of High-Sulphur Coals. Idaho Falls 1991).

Parâmetros:

1. ponto de corte alvo para a separação (massa específica alvo para a separação).

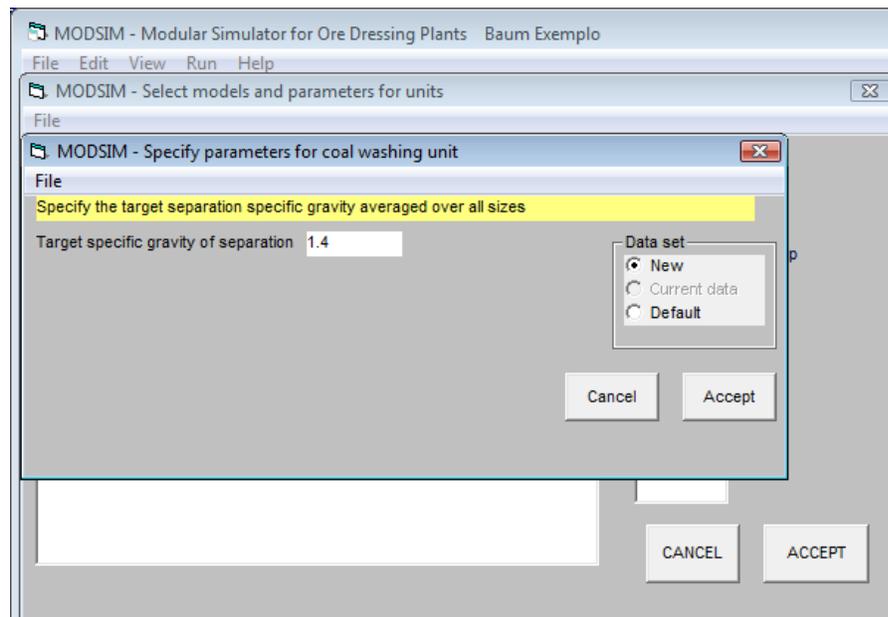


**Figura 3.51: Caixa de diálogo do MODSIM 3.6 apresentando os parâmetros necessários para o modelo BATJ.**

**Modelo BAUJ:** Modelo usado para a simulação de jigge Baum aplicado como lavador de carvão. A simulação usa um modelo modificado da equação de Lynch para uma curva de partição. O ponto de corte normalizado é zero. A imperfeição corrigida varia com a taxa de alimentação.

Parâmetro:

1. densidade de separação alvo.

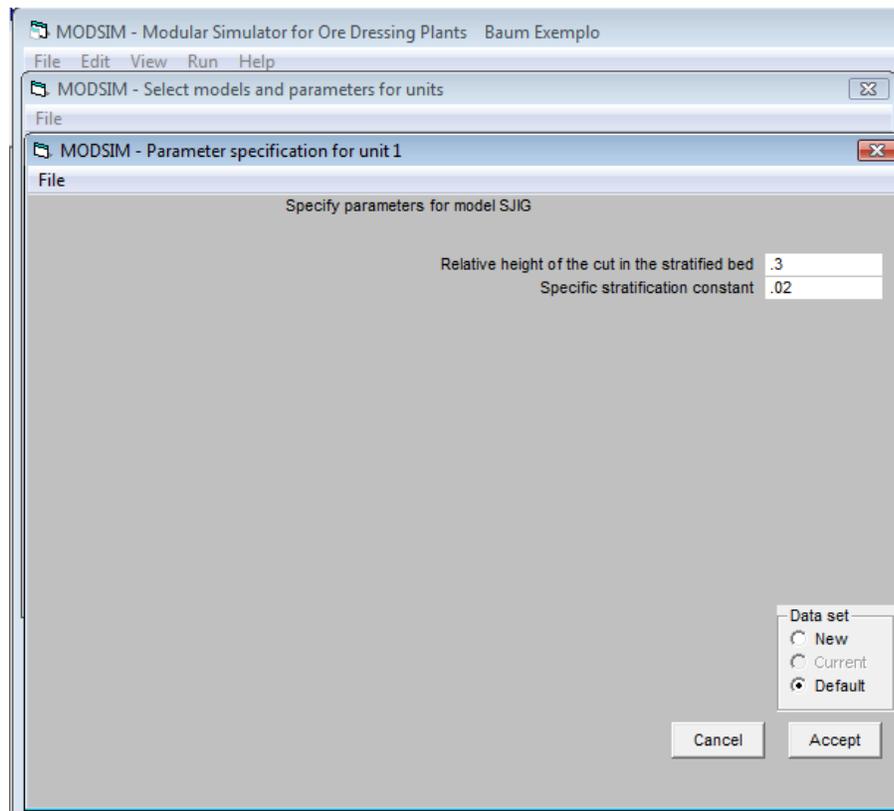


**Figura 3.52:** Caixa de diálogo do MODSIM 3.6 apresentando os parâmetros necessários para o modelo BAUJ.

**Modelo SJIG:** Modelo para um estágio de jigue único baseado no modelo de estratificação de equilíbrio. Usado para o modelamento e simulação dos jigues Batac e Baum.

Parâmetros:

1. altura relativa do cortador no leito;
2. constante de estratificação específica.



**Figura 3.53: Caixa de diálogo do MODSIM 3.6 apresentando os parâmetros necessários para o modelo SJIG.**

### **3.2.4 – Separação magnética (King, 2001)**

As diferenças nas propriedades magnéticas entre minerais podem ser utilizadas sob condições favoráveis para efetuar a separação. Os separadores magnéticos podem ser muitos efetivos e desenvolvimentos recentes nos seus projetos vêm estendendo a região de minerais que são potencialmente apropriados para concentração em separadores magnéticos.

#### **3.2.4.a: O comportamento de partículas nos campos magnéticos:**

Para os propósitos do tratamento de minérios os sólidos podem ser classificados como ferromagnéticos, paramagnéticos ou diamagnético. Substâncias ferromagnéticas, tais como a hematita e a magnetita, reagem muito fortemente ao campo magnético mostrando grande habilidade de serem atraídas no sentido do pólo magnético. Materiais

paramagnéticos são muito menos afetados pelo campo magnético, mas, como os materiais ferromagnéticos, são atraídos no sentido do pólo magnético.

O campo magnético, que circunda um magneto ou que é gerado por uma corrente elétrica, é descrito quantitativamente pela força do campo magnético  $H$  (no SI, A/m). A força do campo magnético reflete a força do campo criado por uma corrente elétrica que flui através da unidade de força do condutor.  $H$  tem caráter vetorial, apresentando módulo, direção e sentido. Assim, a força de campo, em cada ponto do espaço, é descrita por três componentes  $H_x$ ,  $H_y$  e  $H_z$  do campo. A força exercida em um pólo magnético isolado de força  $m$  Wb é dado por:

$$F = mH \quad (3.167)$$

Uma unidade comumente usada para  $H$  é o Oersted. Esta unidade refere-se ao sistema emu e, embora tenha sido substituído pelo sistema SI, quase todos os dados de propriedades magnéticas são gravados na literatura no sistema emu. A conversão do emu para o SI é dada na tabela III.10. Note que no sistema SI:  $T = \text{Wb}/\text{m}^2 = \text{kg}/\text{As}^2 = \text{N}/\text{Am}$ ,  $\text{Wb} = \text{Nm}/\text{A}$ ,  $H = \text{Wb}/\text{A} = \text{m}^2\text{kg}/\text{A}^2\text{s}^2$ .

**Tabela III.10: Fatores de conversão para converter do sistema emu para o sistema SI (King, 2001).**

Variável	Unidade (emu)	Unidade (SI)	Fator de conversão
Força de campo magnético, $H$	Oersted	Amper/metro	$10^3/4\pi$
Indução magnética, $B$	Gauss	Weber/ $\text{m}^2$ (Tesla)	$10^{-4}$
Polarização magnética, $J$	Emu	Weber/ $\text{m}^2$ (Tesla)	$4\pi 10^{-4}$
Força de polo magnético, $m$	Emu	Weber	$4\pi 10^{-8}$
Momento dipolo magnético, $M$	Emu	Weber metro	$4\pi 10^{-10}$
Fluxo magnético, $\Phi$	Maxwell	Weber	$10^{-8}$
Permeabilidade magnética, $\mu$	Adimensional	Henry/metro	$4\pi 10^{-7}$
Suscetibilidade de volume, $k$	$\text{Emu}/\text{cm}^3$	Adimensional	$4\pi$
Suscetibilidade de massa, $\chi$	$\text{Emu}/\text{g}$	$\text{m}^3/\text{kg}$	$4\pi 10^{-3}$

A permeabilidade magnética do espaço livre é  $\mu_0 = 1 \text{ emu} = 4\pi 10^{-7} \text{ H/m}$ . A indução magnética,  $B$ , pode ser considerada como fluxo magnético por unidade de área. A polarização magnética,  $J$ , pode ser considerada como o dipolo magnético por unidade de volume ( $\text{Wb m/m}^3$ ).

Quando um sólido é colocado em um campo magnético a partícula afeta o campo e o campo afeta a partícula de uma maneira que a partícula torna-se magnetizada. Esta magnetização da partícula é importante do ponto de vista da separação magnética das partículas porque a partícula pode ser movida no campo magnético em virtude do momento magnético que é induzido na partícula.

Em qualquer região do espaço, a indução magnética  $B$  está relacionada ao campo magnético por:

$$B = \mu H \quad (3.168)$$

A indução magnética tem dois componentes: um devido ao campo magnético e o segundo que resulta da força produzida pela magnetização da própria região. O primeiro componente estaria presente sempre que a região estiver completamente evacuada. Dentro da partícula, por exemplo, o campo é dado pela equação 3.169.

$$B' = \mu' = \mu_0 H' + J' \quad (3.169)$$

$J'$  é a indução magnética que resulta da magnetização da partícula e é medido em unidades de momento de dipolo por unidade de volume ( $\text{Wbm/m}^3$ ).  $J'$  é uma medida do dipolo magnético que é induzido no material da partícula.

Considerando uma unidade de volume do material, o dipolo magnético é induzido que pode ser representado por dois pólos de força  $m$  separados por uma distância  $\delta$ , inclinado de  $\theta$  na direção do eixo das ordenadas. A geometria e a orientação da partícula em relação ao campo magnético determinam o ângulo  $\theta$  e o dipolo normalmente não se encontra paralelo ao vetor  $J'$ .

O momento efetivo paralelo à direção do eixo  $x$  das coordenadas é  $m\delta \cos\theta$  e está relacionado ao componente  $x$  de  $J'$  por:

$$m\delta \cos\theta = J'_x \quad (3.170)$$

por unidade de volume do meio. Expressões similares podem ser escritas para as outras direções de coordenadas.

A polarização magnética  $J'$  é proporcional à força de campo dentro da partícula,  $H'$ , e

$$J' = \mu_0 k H' \quad (3.171)$$

onde  $k$  é a suscetibilidade magnética de volume do material. A suscetibilidade de permeabilidade e de volume não são independentes porque:

$$B' = \mu_0 H' + \mu_0 k H' = \mu_0 (1 + k) H' \quad (3.172)$$

e por comparação à equação 3.168:

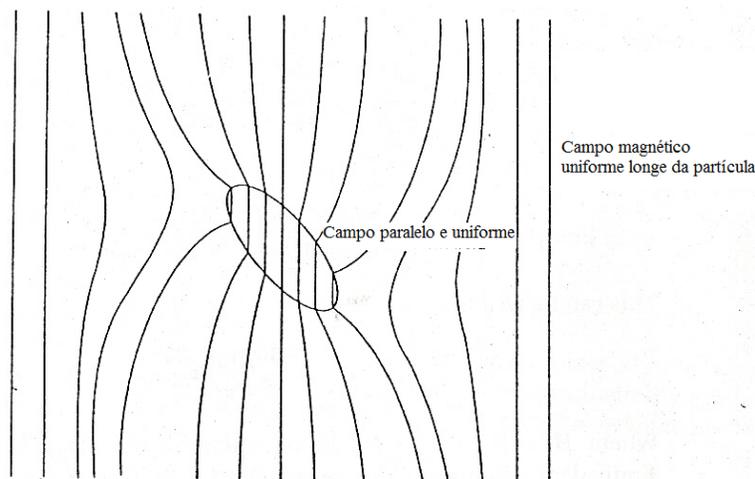
$$\mu = \mu_0 (1 + k) \quad (3.173)$$

A permeabilidade relativa,  $\mu_r$ , do material é dada por:

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = 1 + k \quad (3.174)$$

Materiais diamagnéticos e paramagnéticos têm valores negativo e positivo pequenos de  $k$ , respectivamente, e eles são independentes da força de campo  $H$ . Materiais ferromagnéticos têm valores positivos maiores de  $k$  em adição à suscetibilidade e por isso, a permeabilidade é uma função de  $H$ . Na verdade, em materiais ferromagnéticos  $J'$  não continua a aumentar indefinidamente quando  $H$  aumenta, mas aproxima-se a um valor limite que é o fenômeno familiar de saturação.

Antes de discutir a magnetização da partícula, o distúrbio do campo pela partícula precisa ser considerado. A permeabilidade magnética da partícula, em geral, será diferente daquela do meio vizinho e o campo magnético é distorcido na vizinhança da partícula. A extensão da distorção depende da forma da partícula e do valor de sua permeabilidade. Quando o campo exterior longe da partícula é uniforme, o campo dentro da partícula também é uniforme e dirigido paralelo ao campo exterior e na mesma direção, como mostrado na figura 3.54.



**Figura 3.54: Distribuição do campo magnético causado por uma partícula paramagnética. O campo magnético no interior da partícula é paralelo ao campo induzido (King, 2001).**

Para um número de partículas de forma diferente:

$$H' = \frac{H}{1 + kN} \quad (3.175)$$

onde:

$H$ : força de campo magnético externa;

$H'$ : força de campo magnético no interior da partícula;

$\mu_r$ : permeabilidade relativa da partícula e

$N$ : fator geométrico que depende da forma da partícula - 0,333 para partículas esféricas, 0,27 para cilíndricas de comprimento igual ao seu diâmetro e 0,0172 para cilíndricas de comprimento igual a dez vezes o diâmetro – Anderson (1968).

A equação 3.175 pode ser derivada simplesmente por notar que o campo no interior do corpo está diminuindo porque os polos magnéticos induzidos na partícula criam um campo que é oposto ao campo aplicado:

$$H' = H - \frac{NJ'}{\mu_0} = H - NkH' \quad (3.176)$$

Este fenômeno é conhecido como desmagnetização.

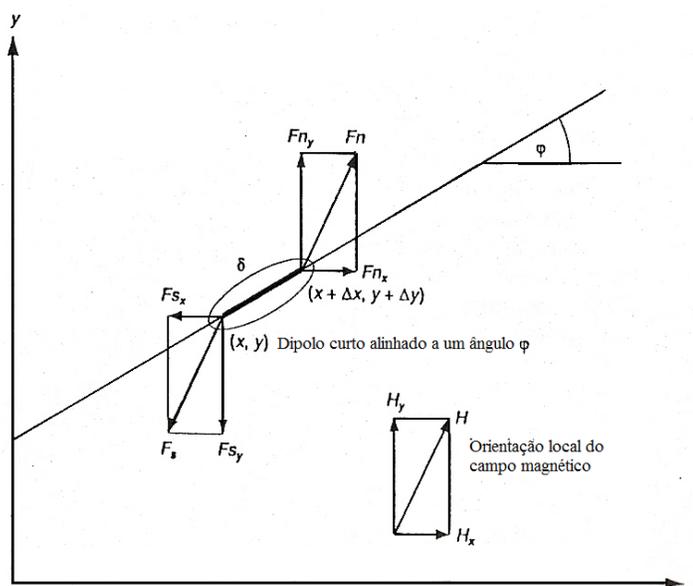
Na realidade,  $N$  é, também, uma grandeza vetorial, podendo ser escrita:

$$H'_x = \frac{H_x}{1 + kN_x} \quad (3.177)$$

Assim,  $H'_x$  não é perfeitamente paralelo a  $H$ , a menos que a partícula esteja livre para orientar-se paralela ao campo.

3.2.4.b: As forças experimentadas por uma partícula no campo magnético:

Um dipolo magnético pequeno, colocado em um campo magnético não uniforme, experimenta uma força de translação que é determinada pela força de campo e pela força, orientação e dimensões do dipolo. Considere uma partícula pequena de material paramagnético colocado no campo magnético como mostrado na figura 3.55.



**Figura 3.55: Forças sobre um dipolo pequeno em um campo magnético (King, 2001).**

Considerando um dipolo pequeno situado no plano  $x$ - $y$ , o campo magnético representado por  $H$ , a força do pólo norte representada por  $F_n$  e a força do pólo sul representada por  $F_s$  e estes dois vetores são paralelos ao campo magnético  $H$ . O pólo sul está situado nas coordenadas  $(x, y)$  e o pólo norte situado nas coordenadas  $(x + \Delta x, y + \Delta y)$ . Estas forças criam um par que tende a orientar o dipolo paralelo ao campo

magnético. Se o campo não for uniforme, eles geram uma força líquida translacional que pode estar relacionado ao campo magnético pela análise que segue.

A força translacional na direção do eixo  $x$  é:

$$\begin{aligned}
 F_x &= F_{n_x} - F_{sx} \\
 &= mH_x(x + \Delta x, y + \Delta y) - mH_x(x, y) \\
 &= m\Delta H_x \\
 &= m\left(\frac{\partial H_x}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial H_x}{\partial y}\Delta y\right)
 \end{aligned} \tag{3.178}$$

Se o comprimento do dipolo é  $\delta$ ,  $\Delta x = \delta \cos\theta$  e  $\Delta y = \delta \sin\theta$

$$F_x = m\delta\left(\frac{\partial H_x}{\partial x}\cos\theta + \frac{\partial H_x}{\partial y}\sin\theta\right) \tag{3.179}$$

Da mesma maneira, o componente  $y$  da força translacional é:

$$F_y = m\delta\left(\frac{\partial H_y}{\partial x}\cos\theta + \frac{\partial H_y}{\partial y}\sin\theta\right) \tag{3.180}$$

Usando a equação 3.170, estas se tornam:

$$F_x = v_p J'_x \frac{\partial H_x}{\partial x} + v_p J'_y \frac{\partial H_x}{\partial y} \tag{3.181}$$

$$F_y = v_p J'_x \frac{\partial H_y}{\partial x} + v_p J'_y \frac{\partial H_y}{\partial y} \tag{3.182}$$

onde  $v_p$  é o volume da partícula.

Esta análise inteira pode ser estendida para três dimensões de maneira simples. Quando uma partícula pequena, de susceptibilidade magnética  $k$  é colocada no campo magnético, o magnetismo induzido na partícula cria um momento de dipolo efetivo. O momento magnético por unidade de volume,  $J'$ , na partícula está relacionado ao campo,  $H$ , pelas equações 3.172 e 3.175.

$$J' = \frac{\mu_0 k H}{1 + kN} \tag{3.183}$$

Ambos,  $J'$  e  $H$  são vetores e, como a equação 3.183 dá a entender, o momento magnético  $J'$  é paralelo ao campo  $H$ .

Substituindo na equação 3.181, dá:

$$F_x = \frac{v_p \mu_0 k}{1 + kN} \left( H_x \frac{\partial H_x}{\partial x} + H_y \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \quad (3.184)$$

As componentes da força de campo magnético podem ser escritas em termos do gradiente de potencial magnético  $\varphi$ , como segue:

$$H_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad H_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y} \quad (3.185)$$

que produz a relação simétrica:

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \partial x} = \frac{\partial H_x}{\partial y} \quad (3.186)$$

e

$$\frac{\partial H_x}{\partial y} = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \partial x} = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} = \frac{\partial H_y}{\partial x} \quad (3.187)$$

Assim,

$$F_x = \frac{v_p \mu_0 k}{1 + (\mu_r - 1)N} \left( H_x \frac{\partial H_x}{\partial x} + H_y \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \quad (3.188)$$

Isto pode ser escrito como:

$$F_x = \frac{0,5 v_p \mu_0 k \partial H^2}{1 + kN \partial x} \quad (3.189)$$

Onde  $H^2 = H_x^2 + H_y^2 + H_z^2$  é o quadrado da força de campo magnético. Expressões equivalentes podem ser derivadas para componentes y e z da força experimentada pela partícula no campo magnético.

Se  $\chi$  é susceptibilidade de massa da partícula e  $m_p$  a massa da partícula,

$$v_p k = m_p \chi \quad (3.190)$$

$$k = \rho_p \chi \quad (3.191)$$

onde  $\rho_p$  é a densidade da partícula.

A equação 3.188 mostra, claramente, que a força translacional é proporcional ao produto da força de campo magnético e ao seu gradiente. Conseqüentemente, os

separadores magnéticos precisam ser construídos tanto que campos altos, contendo gradientes de campo fortes, estejam presentes.

A força pode ser escrita como um produto de dois fatores:

$$V_m = \frac{0,5v_p k}{1 + kN} \quad (3.192)$$

e

$$f_m = \mu_0 \nabla H^2 \quad (3.193)$$

$V_m$  tem dimensão  $m^3$  e é chamado de volume magnético da partícula.  $f_m$  tem dimensão  $N/m^3$  e é chamado de densidade da força magnética. O valor de  $V_m$  é determinado pelas características das partículas. A densidade da força magnética é uma função primariamente do projeto da máquina e campo magnético gerado pela máquina. É, portanto, um parâmetro específico da máquina. Entretanto, se as partículas estão sujeitas à saturação magnética no campo de trabalho, a densidade de força magnética também será função da magnetização de saturação da partícula. A força atuando em uma partícula em um campo magnético é o produto de  $V_m$  e  $f_m$ :

$$F = V_m f_m \quad (3.194)$$

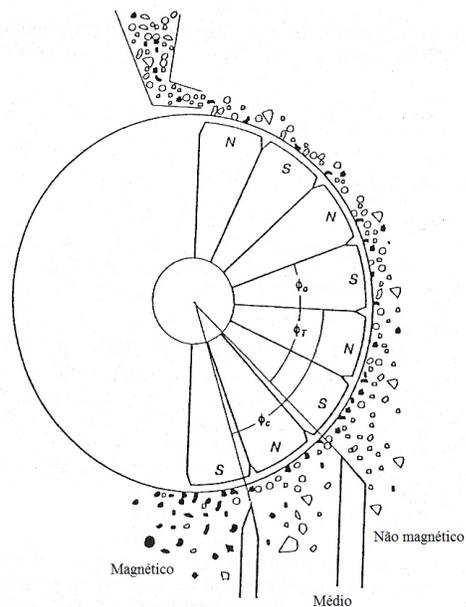
O conceito de volume magnético de uma partícula é especialmente conveniente para o cálculo prático porque o volume magnético de uma partícula mineral composta pela soma dos volumes magnéticos dos componentes separados. O volume magnético do componente  $i$  é calculado de:

$$V_{mi} = \frac{0,5v_i v_p k_i}{1 + Nk_p} \quad (3.195)$$

onde  $v_i$  é a fração do volume do componente  $i$  e  $v_p$  e  $k_p$  são a suscetibilidade magnética e de volume da partícula.

#### 3.2.4.c: Modelo para separador magnético rotativo de tambor, a seco.

A figura 3.56 mostra um arranjo simplificado para um separador magnético rotativo de tambor.



**Figura 3.56: Arranjo simplificado para um separador magnético rotativo, a seco (King, 2001).**

O material particulado é alimentado no topo do tambor e é carregado para baixo quando o tambor gira. As partículas paramagnéticas são atraídas pelo campo magnético interno do tambor. As partículas não magnéticas tendem a serem dispersas da superfície do tambor pela força centrífuga. As partículas podem ser separadas, dependendo da posição de separação, e um rejeito, um médio e um concentrado magnético são usualmente produzidos, como mostrado.

Uma análise simples pode ser usada para desenvolver um modelo simples, mas funcional, para este tipo de separação magnética. Próximo à superfície do tambor, a força de campo magnético pode ser descrita por dois componentes em coordenadas cilíndricas com origem no centro do tambor:

$$H_r = H_0 \cos\left(\pi \frac{\varphi}{\varphi_0}\right) \exp\left(\frac{-\pi(r-R)}{\varphi_0 R}\right) \quad (3.196)$$

$$H_\varphi = H_0 \operatorname{sen}\left(\pi \frac{\varphi}{\varphi_0}\right) \exp\left(\frac{-\pi(r-R)}{\varphi_0 R}\right) \quad (3.197)$$

onde  $H_0$  e a força de campo na superfície do tambor.

O modelo depende de um conhecimento da força radial que uma partícula, próxima à superfície do tambor, experimenta. Esta pode ser calculada como o produto da densidade de força magnética e o volume magnético da partícula.

O quadrado da força de campo próximo à superfície do tambor é obtido das equações (3.196) e (3.197), como:

$$H^2 = H_r^2 + H_\phi^2 + H_z^2 = H_0^2 \exp\left(-\frac{2\pi(r-R)}{\phi_0 R}\right) \quad (3.198)$$

O componente radial da força sobre uma partícula próxima à superfície do tambor é dado por:

$$F_r = V_m \mu_0 \frac{\partial H^2}{\partial r} = -V_m \mu_0 H_0^2 \frac{2\pi}{\phi_0 R} \exp\left(\frac{2\pi(r-R)}{\phi_0 R}\right) \quad (3.199)$$

O sinal negativo indica que a componente radial da força sobre uma partícula está direcionada para dentro.

Na superfície do tambor,  $r=R$  e

$$F_r = -V_m \mu_0 H_0^2 \frac{2\pi}{\phi_0 R} \quad (3.200)$$

O componente radial da densidade de força magnética na superfície do tambor é:

$$f_m = \frac{2\pi\mu_0 H_0^2}{\phi_0 R} \quad (3.201)$$

O comportamento de uma partícula na superfície do tambor é governado por um balanço de forças. A força centrífuga é dada por:

$$F_c = \rho_p v_p \omega^2 R \quad (3.202)$$

e a componente radial da força gravitacional é:

$$F_{Gr} = \rho_p v_p g \operatorname{sen}\varphi \quad (3.203)$$

A partícula se desprenderá da superfície do tambor quando  $F_c + F_{Gr} > F_r$ .

A velocidade de rotação crítica para o desprendimento de uma partícula, de volume magnético  $V_m$ , é obtida pela equação das forças magnéticas e centrífugas:

$$\omega_{crit} = \left( \frac{2\pi V_m \mu_0}{\varphi_0 \rho_p v_p} \right)^{1/2} \frac{H_0}{R} \quad (3.204)$$

Pelo fato da razão  $V_m/v_p$  ser independente do tamanho de partícula, este modelo prevê que a ação da rotação do separador magnético de tambor seja independente do tamanho da partícula, sendo isto confirmado por experimentos em uma faixa de tamanho de 1mm a 6mm.

O ponto teórico de desprendimento de uma partícula, de volume magnético  $V_m$ , é dado por:

$$\text{sen} \varphi_d = \frac{V_m f_m}{\rho_p v_p g} - \frac{\omega^2 R}{g} \quad (3.205)$$

Na teoria, o separador magnético de tambor deverá recuperar, para o rejeito, todas as partículas que têm  $\varphi_T < \varphi_d$  e deverá recuperar, para o médio, todas as partículas que têm  $\varphi_T < \varphi_d < 90^\circ$ .

Na prática, o comportamento de materiais reais, no separador magnético, desvia do modelo previsto por uma série de razões. A interação partícula-partícula é desconsiderada nas análises e isto pode ser significativo em uma máquina industrial porque é necessário atingir, economicamente, taxas elevadas de produção que, em geral, ditam a espessura do leito de material de partículas sobre o tambor. Isto traduzirá um leito com várias espessuras de camadas se as partículas são menores que aproximadamente 1mm.

Variações significativas na força de campo magnético sobre a superfície do tambor, causada por serrilhas ou ranhuras ou outro esquema de projeto aplicado para a intensificação de gradiente no campo magnético, são outras causas significantes de comportamento imperfeito.

A separação imperfeita do mineral desejado também resulta da correlação imperfeita entre a composição de partícula e a suscetibilidade magnética ou volume magnético de partícula. A densidade de distribuição condicional,  $V_m$ , para partículas de teor mineral  $g$  completamente ampla deve ser refletida no modelo. Se  $p(f_m)$  é a densidade de distribuição para a densidade de força magnética dentro do leito de partículas, sobre a superfície do tambor, e  $p(V_m / g)$  é a distribuição condicional do volume magnético para partículas de teor  $g$ , a produção para o rejeito é dada por:

$$Y_T = \int_0^{\phi T} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \operatorname{sen}^{-1} \left( \frac{V_m f_m}{\rho_p v_p g} - \frac{\omega^2 R}{g} \right) p(f_m) p(V_m | g) p(g) df_m dV_m dg d\phi \quad (3.206)$$

A capacidade do separador rotativo de tambor é dada por:

$$\text{Tonelagem} = \omega R \rho_b b \bar{L} \quad (3.207)$$

onde  $\rho_b$  é a massa específica aparente da camada,  $b$  é a espessura da camada e  $\bar{L}$  o comprimento do tambor rotativo.

Geralmente, uma espessura de leito igual ao diâmetro da partícula é desejável, mas isto pode levar a capacidades que são baixas demais. Então, uma espessura de camadas de várias partículas será usada. Para aumentar a tonelagem, o tambor deverá girar em uma taxa próxima à velocidade crítica, para a separação das partículas de teor mais baixo que deverão ser reportadas ao rejeito. Então,

$$\text{Tonelagem} = \rho_b \left( \frac{\pi k \mu_0}{\phi_0 \rho (1 + kN)} \right)^{1/2} H_0 \quad (3.208)$$

que é independente de  $R$ .

3.2.4.d: Modelo para separador magnético de alta intensidade, a úmido.

Dobby e Finch (1977) desenvolveram um modelo empírico para a operação de separador magnético de alta intensidade a úmido. Os autores mostraram que a recuperação de partículas magnéticas em um WHIMS depende da suscetibilidade magnética e do tamanho de cada partícula. A probabilidade de captura é proporcional à taxa da força de captura magnética e da força hidrodinâmica, que tende a desalojar a partícula.

$F_m$  e força magnética e é proporcional a  $d_p^3 \rho \chi H G / d_w$

$$G = H, \text{ se } H < H_s \text{ ou } G = H_s \text{ se } H > H_s$$

$F_u$  e força hidrodinâmica e é proporcional a  $d_p \mu u_f$

$d_w$  é o diâmetro do arame da matriz e  $H_s$  é a força do campo magnético de saturação dentro do material da matriz.  $U$  é a velocidade média da polpa quando esta flui através da matriz.

A recuperação de uma partícula de tamanho  $d_p$  e a suscetibilidade magnética  $\chi$  devem ser uma função do grupo:

$$\frac{F_M}{F_H} = \frac{d_p^2 \rho \chi H^2}{\mu u} \quad (3.209)$$

Seus dados experimentais são melhores correlacionados pelo grupo:

$$M_L = \frac{HG(\rho\chi)^{1,2} d_p^{2,5}}{u^{1,8} L_m^{0,8}} \quad (3.210)$$

onde  $L_m$  é o carregamento da matriz = (fração de massa magnética na alimentação / massa da matriz).

A recuperação de partículas, de tamanho  $d_p$ , e a suscetibilidade magnética volumétrica  $k$ , são modelados por:

$$\begin{aligned}
R_M(\chi, d_p) &= 0,5 + B \log_{10} \left( \frac{M_L}{M_{50}} \right), \text{ para } M_{50} 10^{-0,5/B} \leq M_L \leq M_{50} 10^{0,5/B} \\
&= 0, \text{ para } M_L < M_{50} 10^{-0,5/B} \quad \text{e} \\
&= 1,0 \text{ para } M_L > M_{50} 10^{0,5/B}
\end{aligned} \tag{3.211}$$

$M_{50}$  é o ponto de corte magnético no qual a recuperação é 0,5.  $M_{50}$  e  $B$  são parâmetros específicos para uma máquina em particular, mas independem do material que é tratado. Dobby e Finch encontraram  $B=0,348$  e  $M_{50}=1,296 \times 10^{-2}$  para a máquina que eles testaram.

A população de partículas na alimentação do separador magnético será distribuída sobre uma região de valores de  $\chi$  e  $d_p$ , tanto que a produção total de sólidos para a fração magnética é dada por:

$$Y = \sum_i \sum_j R_m(\chi(g), d_p) p_{ij}(g | d_p) p_j(d_p) + \sum_j R_p(d_p) p_j(d_p) \tag{3.212}$$

onde  $R(d_p)$  é a retenção fracional de partículas de tamanho  $d_p$  por aprisionamento físico.

Na prática, é mais fácil medir a distribuição de suscetibilidade magnética em uma amostra do material de alimentação diretamente em experimentos de laboratório, usando o separador isodinâmico ou separador de tambor rotativo e, então, determinar o valor médio do teor  $g$  para cada fração em separado. A distribuição de teores de partículas em cada fração magnética pode ser determinada por técnicas de análise de imagem. Neste caso a produção para o produto magnético é dada por:

$$Y = \sum_k \sum_i \sum_j R_M(\chi, d_p) p_{kij}(\chi | g, d_p) p_{ij}(g | d_p) p_j(d_p) \tag{3.213}$$

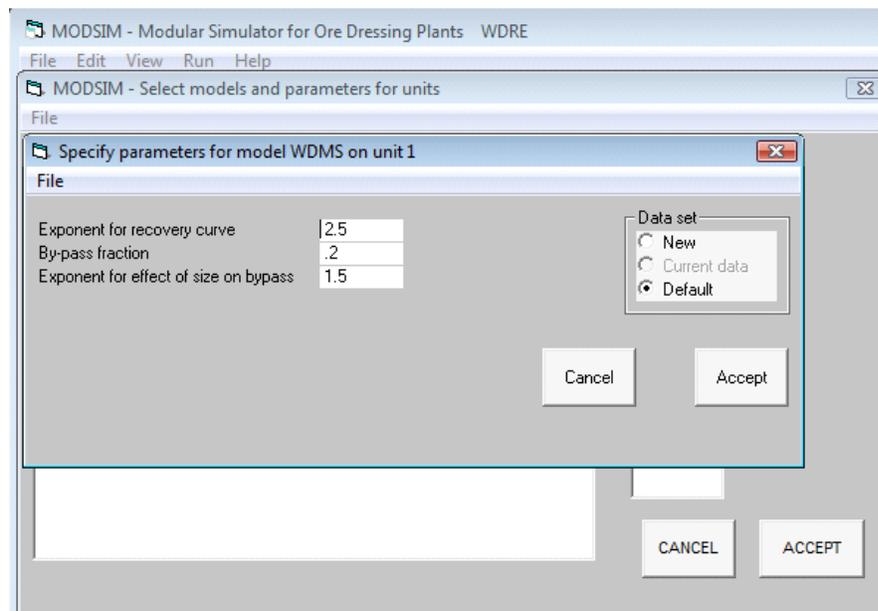
com

$$p_{kij}(\chi | g, d_p) p_{ij}(g | d_p) = p_{ikj}(g | \chi, d_p) p_{kj}(\chi | d_p) \tag{3.214}$$

3.2.4.e: Os modelos de concentração magnética disponíveis no MODSIM 3.6

**Modelo WDMS:** Trata-se de um modelo simples de recuperação para um concentrador magnético a úmido que considera os seguintes parâmetros:

1. expoente sobre a fração volumétrica não magnética para modelar a recuperação;
2. fração de *by-pass* para o produto não magnético;
3. coeficiente exponencial para reduzir o *by-pass* quando há aumento de tamanho.

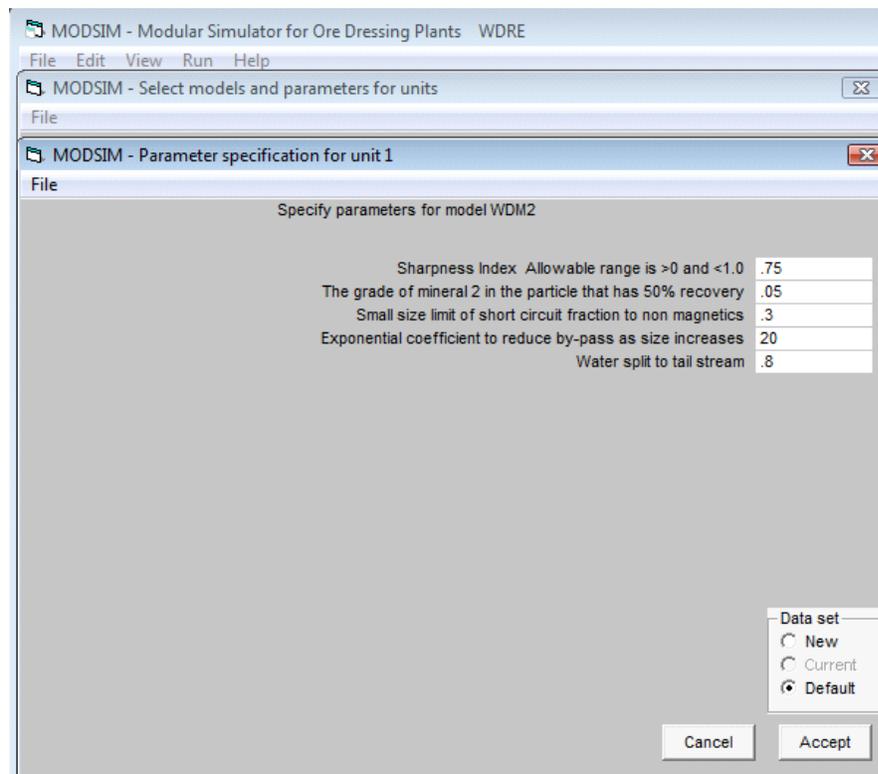


**Figura 3.57:** Caixa de diálogo do MODSIM 3.6 apresentando os parâmetros necessários para o modelo WDMS.

**Modelo WDM2:** Trata-se de um modelo simples para um concentrador magnético de tambor com processamento a úmido. A curva de partição é de Rosin-Rammler com a composição volumétrica da partícula como variável de determinação. O curto-circuito para o produto não magnético aumenta exponencialmente com o decréscimo do tamanho da partícula.

Os parâmetros são:

1. índice de forma;
2. teor do segundo mineral na partícula que tem 50% de recuperação;
3. limite de menor tamanho da fração de curto-circuito para o produto não magnético
4. coeficiente exponencial para redução do *by-pass* quando o tamanho de partícula aumenta;
5. partição de água para o fluxo de rejeito.

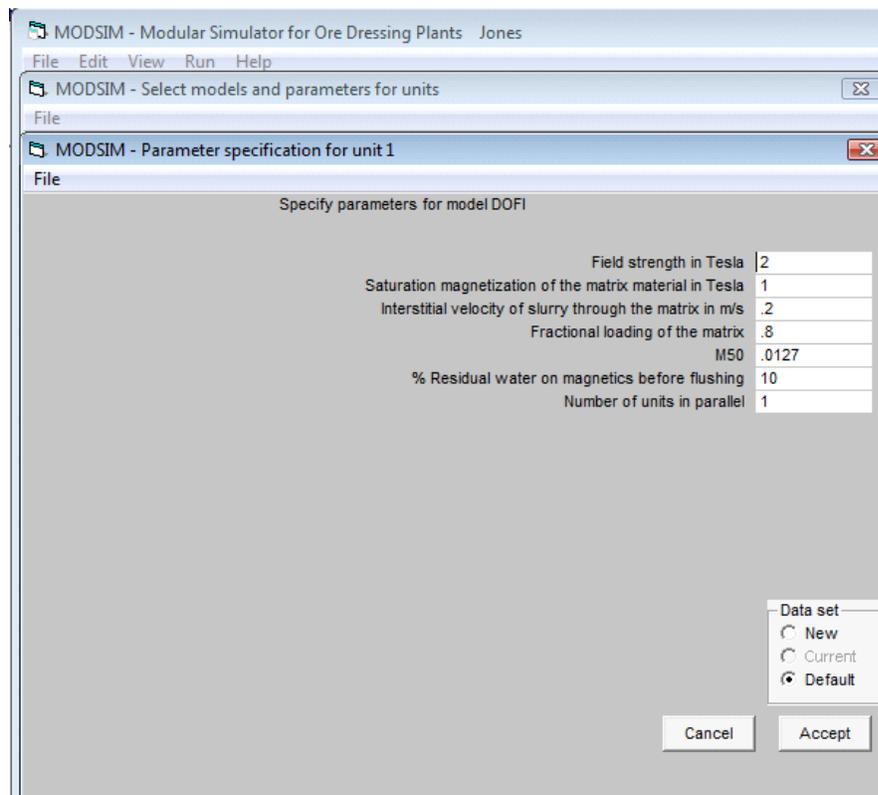


**Figura 3.58: Caixa de diálogo do MODSIM 3.6 apresentando os parâmetros necessários para o modelo WDM2.**

**Modelo OFI:** Modelo empírico de Dobby e Finch para separadores magnéticos de alta intensidade a úmido usado para previsão de desempenho. Trabalho publicado no 12º Congresso Internacional de Processamento Mineral realizado em São Paulo em 1977 (vol.1, pp. 128-152).

Os parâmetros são:

1. índice de forma;
2. teor do segundo mineral na partícula que tem 50% de recuperação;
3. limite de menor tamanho da fração de curto-circuito para o produto não magnético
4. coeficiente exponencial para redução do *by-pass* quando o tamanho de partícula aumenta;
5. partição de água para o fluxo de rejeito.



**Figura 3.59:** Caixa de diálogo do MODSIM 3.6 apresentando os parâmetros necessários para o modelo OFI.

### **3.2.5 –Flotação**

#### **3.2.5.a: Introdução.**

A flotação é o método de separação mineral mais amplamente usado. Os princípios envolvidos no processo de flotação são bem conhecidos, mas existem dificuldades em construir modelos preditivos quantitativos que possam ser usados para simular a

operação de células de flotação em circuitos industriais típicos. A razão para a dificuldade reside na complexidade de muitos micro processos que combinam para produzir o resultado global que é a separação de espécies minerais diferentes, em virtude das diferenças de condições de superfícies que podem ser induzidas sobre os vários minerais.

Na célula de flotação, uma polpa agitada é aerada pela introdução de uma nuvem de bolhas que estão tipicamente em tamanhos na ordem de milímetros. A agitação da polpa é suficiente para manter as partículas sólidas em suspensão embora a suspensão seja usualmente não uniforme, fazendo com que as partículas mais pesadas e de tamanho maior permaneçam nas partes mais baixas da célula.

As bolhas em ascensão podem e realmente colidirão com as partículas sólidas em suspensão e aquelas partículas que tiverem características de superfície apropriadas poderão aderir-se à bolha em ascensão e poderão, portanto, serem carregadas para cima e atingindo a superfície da polpa. Cada bolha terá muitos encontros com partículas durante a sua ascensão através da polpa e uma bolha pode carregar várias partículas para o topo da polpa.

Uma camada mais ou menos estável de espuma é mantida na superfície da polpa. As partículas que estão aderidas à bolha tenderão a permanecer na interface ar-água quando a bolha entrar na camada de espuma. As partículas que estão retidas na espuma são recuperadas no transbordo da célula de flotação. A recuperação da espuma é realizada pela mobilidade natural da espuma que a faz fluir sobre borda e a recuperação é, algumas vezes, ajudada por pás mecânicas rotativas.

Dentro da visão macroscópica geral do processo de flotação, de uma maneira geral, vários micro processos distintos podem ser identificados. Cada um destes tem um papel na determinação de como partículas sólidas individuais responderão enquanto elas estiverem em uma célula de flotação. Antes de qualquer flotação acontecer, ocorre um número de processos químicos detalhados e excessivamente próximos à superfície das partículas. Este é um passo do condicionamento químico e é necessário para assegurar

que a hidrofobicidade diferencial seja atingida com relação às espécies minerais diferentes que estão presentes. Os minerais que têm superfícies fortemente hidrofóbicas têm uma chance maior de serem recuperados para a fase espuma se comparados com partículas que são fracamente hidrofóbicas ou hidrofílicas.

Muito do conhecimento desenvolvido quanto à condição química de superfícies minerais em fase aquosa é qualitativo com comparativamente pouca informação emergindo, informações estas que permitem uma previsão quantitativa de tais variáveis importantes, como o ângulo de contato e outras medidas de hidrofobicidade. Como resultado, nos modelos quantitativos do desempenho de células de flotação não estão presentes quaisquer usos significativos de parâmetros químicos tais como, por exemplo, o pH da polpa e a concentração de coletores químicos ou espumantes para definir o comportamento do processo global, apesar da esperança que existe neste sentido.

O mesmo pode ser dito para a fase espuma. Embora haja um maior conhecimento sobre a estrutura das espumas, não é possível fazer previsões quantitativas sobre a sua estabilidade e mobilidade e o efeito sobre a habilidade para manter e recuperar as partículas minerais que entram na espuma, aderidas à bolha.

Ao formular um modelo quantitativo para o processo de flotação é necessário ter como premissa o condicionamento químico apropriado da polpa que leva os minerais a exibirem níveis variáveis de hidrofobicidade de superfície e, conseqüentemente, tornando possível uma separação de partículas minerais diferentes. Da mesma maneira presume-se que uma camada mais ou menos estável e móvel de espuma irá persistir sobre a superfície da polpa e irá acumular e recuperar a proporção de partículas minerais aderidas.

#### 3.2.5.b: Uma aproximação cinética para o modelamento de flotação.

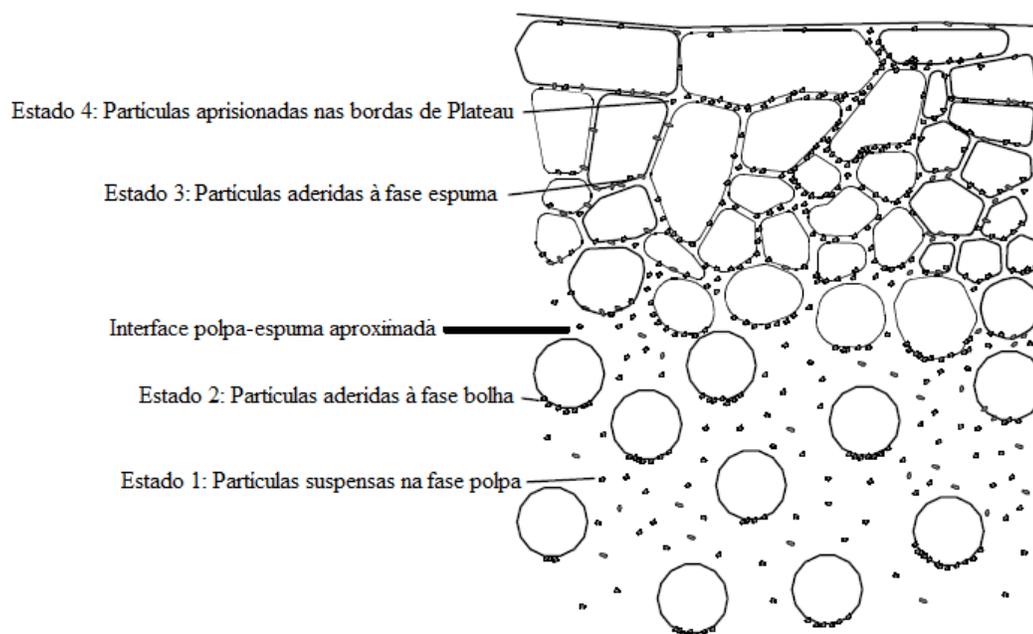
Quase todos os modelos de sucesso do processo de flotação são baseados na premissa de que a flotação é um processo cinético. Desta maneira, um modelo pode ser

formulado em termos de taxas de flotação que podem ser quantificadas segundo alguns dos fatores que definem o ambiente dentro da célula de flotação.

A formulação de um modelo de taxa apropriado não é simples e precisa ser baseado em análises dos subprocessos individuais que afetam uma partícula individual, no ambiente de flotação. Estes subprocessos podem ser identificados se observados os passos, relacionados a seguir, que uma partícula precisa completar para que seja possível a sua recuperação na fase espuma, em uma célula de flotação:

1. a partícula precisa atingir um nível de hidrofobicidade que permita a sua adesão à bolha que sobe;
2. a partícula precisa estar suspensa na fase polpa;
3. a partícula precisa colidir com uma bolha ascendente;
4. a partícula precisa aderir à bolha;
5. a partícula precisa manter-se aderida à bolha durante a passagem através da fase polpa.
6. a partícula precisa manter-se aderida à bolha quando a mesma sai da fase polpa e entra na fase espuma;
7. a partícula precisa manter-se aderida à bolha e drenar durante a passagem da espuma pela borda da célula.

Para incorporar estes subprocessos em um modelo cinético útil é necessário considerar a fase polpa e a fase espuma separadamente porque os processos cinéticos que ocorrem são diferentes em cada uma. As partículas podem ser consideradas presentes em um dos quatro estados possíveis em uma célula de flotação. Estes estados são ilustrados na figura 3.60. Os quatro estados são: partículas em suspensão na fase de polpa, partículas aderidas à fase bolha, partículas aderidas na interface ar-água na fase espuma e partículas suspensas nas bordas de Plateau, na fase espuma.



**Figura 3.60: Os quatro estados nos quais as partículas podem estar em uma célula de flotação (King, 2001).**

**A fase polpa:** A fase polpa é aerada de maneira que as bolhas são formadas continuamente e sobem através da polpa como uma nuvem movendo para cima. As partículas sólidas estão em suspensão por toda a polpa, pela circulação que é induzida pelo agitador. Em qualquer ponto da polpa, as bolhas movem-se no sentido ascendente em relação à polpa, com uma velocidade de subida e as partículas se movem no sentido descendente segundo uma velocidade de sedimentação. Isto não significa que as bolhas estejam se deslocando verticalmente para cima e que as partículas estejam descendo verticalmente porque há um movimento considerável (lateral e vertical) do líquido, necessário para manter as partículas suspensas na polpa. Contudo, é esta velocidade relativa entre as partículas e as bolhas que é responsável, primariamente, por colisões entre as partículas e as bolhas.

As partículas podem sair da fase polpa através de uma ou duas rotas: por colisão e aderência à bolha ou aprisionamento direto na interface polpa-espuma. Os subprocessos de colisão e aderência são discutidos com um pouco mais de detalhe no desenvolver desta revisão. Eles governam, de uma maneira mais ampla, o comportamento cinético das partículas na célula de flotação.

As partículas podem entrar novamente na fase polpa em função da descoleta a partir da bolha ou pela drenagem a partir das bordas de Plateau na espuma.

**A fase bolha:** A fase bolha consiste de uma nuvem de bolhas que sobe através da fase polpa. Uma partícula é transferida da fase polpa para a fase bolha por um processo de colisão partícula-bolha e de aderência de partícula. Uma vez que uma partícula é aderida à bolha, ela é movida com a bolha e alcançará a fase espuma, a menos que seja descoletada da bolha, caso em que retorna para a fase polpa. As bolhas tornam-se mais constantes e mais carregadas com partículas aderidas à medida que passam através da polpa.

**A fase espuma:** As partículas entram na fase espuma quando uma bolha, carregando as partículas, cruza a interface polpa-espuma. A fase espuma flutua no topo da fase polpa e é formada por bolhas que rompem através da superfície da fase polpa. A água, nas células de flotação, é condicionada para promover a formação de espuma mais ou menos estável. As bolhas não arrebentam quando elas cruzam a interface e cada uma carrega uma película de água para a fase espuma. As bolhas movem-se juntas, com um filme único de líquido separando as bolhas individuais.

Quando as bolhas são pequenas, estes filmes limites são curvos. O líquido drena a partir dos filmes que se tornam mais finos e que eventualmente quebram, causando bolhas adjacentes até a coalescência. As bolhas vão se tornando cada vez maiores e de forma poliédrica. Na junção das bordas poliédricas das bolhas, a forma de bordas de Plateau atua como uma rede de condutos mais ou menos tubulares nos quais o líquido é drenado, movendo-se no sentido descendente. As partículas que restarem aderidas à superfície das bolhas, na espuma, são movidas com a espuma até que sejam recuperadas. Neste momento, elas passam sobre o transbordo da célula de flotação. As partículas podem sofrer descoleta do filme de líquido e serem transferidas da fase espuma para as bordas de Plateau, na espuma, de onde podem drenar em sentido à fase polpa.

**A fase aprisionada:** As partículas aprisionadas nas bordas de Plateau da espuma tenderão a sedimentar na direção da interface polpa-espuma sob a influência da gravidade. Esta sedimentação é ajudada, de maneira suplementar, pela drenagem de água quando os filmes entre as bolhas, na espuma, tornam-se mais finos e possivelmente rompem. Esta água flui através da rede das bordas de Plateau e eventualmente entra novamente na fase polpa. As partículas entram na fase aprisionada por descoleta, a partir da superfície ar-água, na espuma, e também por entrada direta a partir da fase polpa, imediatamente abaixo da interface polpa-espuma, no topo da polpa.

### 3.2.5.c: Um modelo cinético para a flotação.

O modelo cinético para a flotação é baseado no princípio simples que segue. Uma única bolha subindo através da fase polpa colidirá com partículas em suspensão. Algumas destas partículas irão aderir à superfície da bolha e serão transportadas ascendentemente com a mesma. A taxa na qual as bolhas colidem com as partículas depende do tamanho das bolhas, do tamanho das partículas, de suas velocidades relativas e da concentração de partículas na polpa. O número de partículas que pode colidir com a bolha pode ser calculado da maneira que segue.

A vazão volumétrica de gás, por bolha é  $(\pi/4)D_{bh}^2U_b$ , onde  $U_b$  é a velocidade local de subida da bolha e  $D_{bh}$  é o diâmetro da bolha projetado no plano horizontal. Este é, geralmente, diferente ao diâmetro da bolha equivalente do volume,  $D_{be}$ , porque a ascensão da bolha a distorce numa forma elíptica, a menos que ela seja muito pequena. Outro aspecto importante que merece ser citado é a influência do surfactante no enrijecimento da interface e, conseqüentemente, no formato da bolha resultante.

Uma aproximação de um balanço populacional pode ser feita. A população de partículas na célula pode ser, conceitualmente, dividida em classes. As partículas em qualquer uma das classes são similares em tamanho e composição. O número de colisões potenciais com as partículas do tipo  $ij$  é proporcional à concentração  $C_{ij}$  destas partículas na fase polpa. O diâmetro do volume arrastado a partir do qual uma partícula

de tamanho  $d_{pi}$  pode ser capturada é  $D_{bh}+d_{pi}$ . O número de colisões potenciais com as partículas de tamanho  $D_{pi}$  é dado por:

$$\text{Número de colisões potenciais com partículas do tipo } ij = \frac{\pi}{4}(D_{bh} + d_{pi})^2(U_b + v_{Tij})C_{ij} \quad (3.215)$$

onde  $U_b$  é a velocidade de subida da bolha e  $v_{Ti}$  é a velocidade de queda livre da partícula. Elas são levadas a serem as velocidades terminais no campo gravitacional, em ambos os casos, embora em um fluxo de circulação turbulenta dentro de uma célula de flotação, as velocidades terminais podem não ser atingidas para todas as partículas e bolhas.

A taxa de transferência de partículas a partir da fase polpa para a fase bolha (transição do estado 1 para o estado 2, na figura 3.60) é dada por:

*Taxa ideal de transferência=número de colisões potenciais x número de bolhas/unidade de volume*

$$\text{Taxa ideal de transferência} = \frac{\pi}{4}(D_{bh} + d_{pi})^2(U_b + v_{Tij})C_{ij} \times \frac{G_v \tau_b}{\frac{\pi}{6} D_{be}^3} \text{ kg por m}^3 \text{ de polpa}$$

aerada na célula

$$(3.216)$$

Onde  $G_v$  é a taxa de aeração específica em  $\text{m}^3$  de ar/ $\text{s} \cdot \text{m}^3$  de volume de célula e  $\tau_b$  é o tempo de residência médio da bolha na célula.  $D_{be}$  é o diâmetro esférico efetivo da bolha.

Em uma célula de flotação real, esta taxa ideal de transferência nunca é atingida porque nem todas as colisões potenciais realmente ocorrem e, daquelas que ocorrem, nem todas têm sucesso em atingir a adesão entre a bolha e a partícula. A taxa ideal é, por consequência, modificada para refletir estas ineficiências.

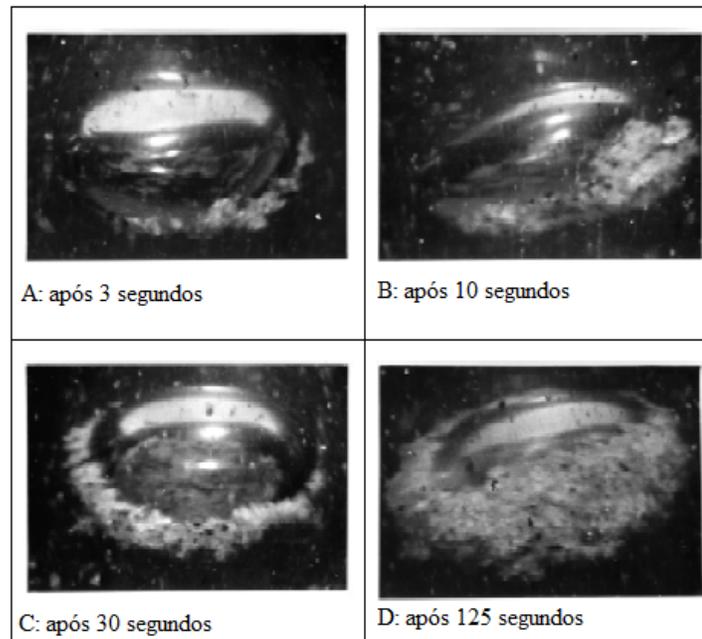
$$\text{Taxa de transferência} = \frac{3}{2}(D_{bh} + d_{pi})^2(U_b + v_{Tij})C_{ij} \times \frac{G_v \tau_b}{D_{be}^3} \times E_{Cij} E_{Aij} (1 - E_{Dij}), \text{ kg/m}^3 \text{ de célula.} \quad (3.217)$$

Onde  $E_{Cij}$  é a fração de partículas que estão no caminho da bolha e que realmente colide com ela.  $E_{Aij}$  é a fração das colisões bolha-partícula que leva à aderência com sucesso.  $E_{Dij}$  é a fração das partículas do tipo  $ij$  que descoletaram da bolha durante o tempo que a bolha levou para subir através da fase polpa. O desenvolvimento de um modelo cinético quantitativo para o processo de flotação inicia com modelos para  $E_{Cij}$ ,  $E_{Aij}$  e  $E_{Dij}$ .

Os subprocessos de colisão, aderência (ou coleta) e descoleta podem ser considerados independentes, desde que eles sejam governados por forças essencialmente diferentes. O processo de colisão é dominado por condições hidrodinâmicas locais em torno na bolha.

O processo de aderência (ou coleta) é dominado por forças de superfície de curta distância e pelas características de drenagem e ruptura da película de filme líquido entre as bolhas e partículas. O processo de descoleta é governado por considerações de estabilidade de agregados de multipartículas agregadas que são formadas sobre a superfície das bolhas, seguido da coleta das partículas com sucesso. Estes processos são amplamente independentes um dos outros e requerem modelos diferentes para as suas descrições quantitativas.

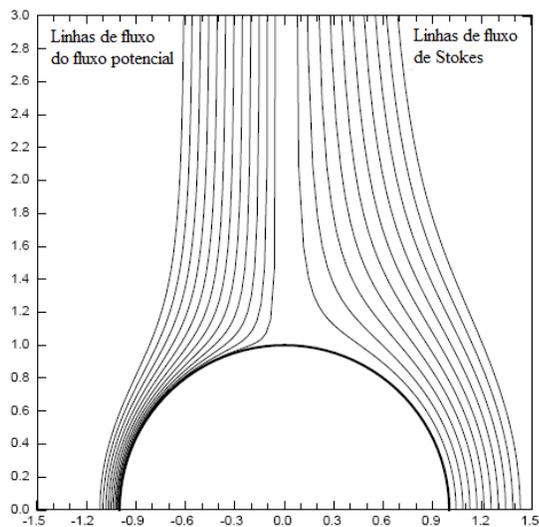
A eficiência da captura da bolha é reduzida pela presença de outras partículas em adesão que cobrem uma porção da área da superfície da bolha. Um resultado necessário deste modelo cinético é que qualquer bolha irá se tornar progressivamente coberta com partículas aderidas durante a sua passagem através da fase polpa. Este comportamento é confirmado por observações experimentais diretas e é mostrado de forma clara na seqüência de fotos na figura 3.61.



**Figura 3.61: Carregamento de uma bolha única durante a flotação. (a) após 3 segundos, (b) após 10 segundos, (c) após 30 segundos, (d) após 125 segundos (King *et al.*, 1974).**

Essas fotografias de uma única bolha foram tiradas para registrar o aumento da carga de partículas durante o tempo de vida de uma bolha na polpa. Os elementos essenciais da coleta de partículas pelas bolhas são claramente ilustrados nesta figura. A ação de arraste do movimento de fluido, que faz as partículas deslizarem sobre a bolha e acumularem sobre a superfície mais baixa (inferior), é evidente. Este comportamento influencia tanto a eficiência de colisão  $E_C$  quanto a eficiência de adesão  $E_A$ .

**Colisões partícula-bolha:** Nem toda partícula, no caminho da bolha em ascensão, colidirá com a bolha porque, quando a bolha avança através da água, ela força a água para o lado e isto tende a carregar as partículas para fora do caminho da bolha e no seu entorno (figura 3.62).



**Figura 3.62: Linhas de força para a água em torno de uma bolha esférica rígida calculada assumindo o fluxo de potencial (lado esquerdo) e fluxo de Stokes (lado direito) (King, 2001).**

A figura 3.62 mostra as linhas de fluxo que são formadas no entorno de uma bolha quando ela avança através da polpa. As linhas de fluxo, nesta figura, foram calculadas para dois regimes de fluxo extremos: fluxo de Stokes (que é aplicável quando o número de Reynolds da bolha é muito menor que uma unidade) e fluxo potencial (aplicável quando o número de Reynolds é muito maior que uma unidade). As linhas de fluxo mostram as trajetórias que uma partícula flutuante irá levar durante o encontro com as bolhas. Como uma partícula irá colidir com a bolha somente se uma linha de fluxo que tem uma proximidade maior à bolha, menor ou igual ao raio da partícula. As linhas de fluxo da figura 3.62 foram calculadas tanto que elas estão distribuídas uniformemente em um longo caminho em frente da bolha. Isto significa que dois conjuntos de linhas de fluxo terão efeito significativo sobre o valor de  $E_c$ . O fluxo potencial leva a eficiências de colisões maiores que o fluxo de Stokes.

Pode-se observar, na figura 3.62, que uma partícula flutuante neutra, de diâmetro  $d_p=0,1D_b$  precisa não mais que cerca de 17% de um do raio de bolha, fora da linha de centro do caminho de colisão, caso em que é para fazer contato com a superfície da bolha durante a passagem sob o fluxo de Stokes. Por outro lado, uma partícula flutuante neutra, do mesmo tamanho, deveria tocar a superfície desta bolha se ela estiver tão distante quanto 56% do raio da bolha sob condições de fluxo potencial. Obviamente, a

eficiência de colisão  $E_c$  para partículas deste tipo é pequena tanto em um caso quanto em outro, mas é significativamente menor para as condições de fluxo de Stokes. Isto concorda com um pensamento intuitivo, desde que um movimento mais rápido da bolha é considerado arrastar partículas neste caminho de forma mais eficiente que em um movimento lento de bolha.

As linhas de fluxo da figura 3.62 resultaram de soluções analíticas das equações de continuidade em torno de esferas de sólidos movendo em fluidos Newtonianos. Estas soluções podem ser aplicadas para o movimento de bolhas através da água, levando em conta que a superfície da bolha pode ser assumida como imóvel. Geralmente, é razoável assumir esta premissa quando são analisados os processos de flotação em função das quantidades relativamente grandes de surfactantes concentrados na superfície da bolha. Estas soluções matemáticas, sob as condições de fluxo de Stokes e potencial, podem ser encontradas em textos padrão da mecânica de fluidos.

Para o fluxo de Stokes, tem-se:

$$\Psi = \frac{\psi}{U_b R_b^2} = \text{sen}^2 \theta \left( \frac{1}{2} \left( \frac{r}{R_b} \right)^2 - \frac{3}{4} \frac{r}{R_b} + \frac{R_b}{4r} \right) = \text{sen}^2 \theta F_{St}(r) \quad (3.218)$$

Para o fluxo potencial:

$$\Psi = \frac{\psi}{U_b R_b^2} = \text{sen}^2 \theta \left( \frac{1}{2} \left( \frac{r}{R_b} \right)^2 - \frac{R_b}{2r} \right) = \text{sen}^2 \theta F_{Pot}(r) \quad (3.219)$$

$r$  e  $\theta$  são coordenadas espaciais esféricas, com o centro da bolha na origem.  $U_b$  é a velocidade de subida da bolha e  $R_b$  é o raio da bolha.

Nenhum dos regimes de fluxo (Stokes ou potencial) será aplicável sob todas as condições de operação de células de flotação, sendo exigido um modelo que irá possuir todos os valores do Reynolds de bolha variando de baixo (regime de Stokes) a alto (fluxo potencial). Usando como um guia os modelos de linhas de força, publicados para esferas rígidas movendo em fluidos sobre uma região de números de Reynolds de bolha, Yoon e Luttrell (1989) usaram uma soma ponderada das soluções de fluxo potencial e

de Stokes para descrever as linhas de fluxo em torno de uma esfera em números de Reynolds numa faixa de 0 a 100.

$$\Psi = \text{sen}^2\theta(\alpha F_{St}(r) + (1-\alpha)F_{Pot}(r)) = \text{sen}^2\theta F(r) \quad (3.220)$$

com  $F(r)$  dado por:

$$F(r) = \frac{1}{2} \left( \frac{r}{R_b} \right)^2 - \frac{3}{4} \alpha \frac{r}{R_b} + \left( \frac{3}{4} \alpha - \frac{1}{2} \right) \frac{R_b}{r} \quad (3.221)$$

$\alpha$  é um parâmetro adimensional que depende do número de Reynolds da bolha e tem o valor 1 quando  $Re_b=0$  (Regime de Stokes) e assintótico ao valor 0 à altura  $R_{eb}$  (fluxo potencial).  $\alpha$ , também, depende do valor de  $r$ . Para valores de  $r$  ligeiramente maiores que  $R_b$ ,  $\alpha$  é próximo de 1.  $\alpha$  está relacionado ao número de Reynolds por:

$$\alpha = \exp\left(-\frac{4 Re_b^{0,72}}{45} \frac{r'-1}{r'}\right) \quad (3.222)$$

onde  $r'=(r/R_b)$  e  $R_p$  é o raio da partícula.

O número de Reynolds de bolha  $Re_b=(D_b U_b \rho_w / \mu_w)$  pode ser calculado a partir da velocidade terminal de subida dado o tamanho da bolha e a carga de sólidos que ela carrega.

**Um modelo para as eficiências de colisão:** A eficiência de colisão é calculada como a fração das partículas que estão no caminho e que realmente colidem com as bolhas. Para encontrar quais partículas colidem com a bolha, é útil estabelecer as linhas de fluxo para o movimento de partículas, desde que as partículas sejam desviadas das linhas do fluido que são mostradas na figura 3.62. As partículas desviam das linhas de fluxo do fluido porque elas caem em relação ao fluido como um resultado de suas densidades maiores e porque a inércia previne a partícula da aceleração, à mesma taxa que o fluido desvia do caminho em linha reta no momento em que aproxima da bolha.

Os componentes radial e azimutal da velocidade do fluido são dados por:

$$u_r = -\frac{1}{r^2 \text{sen}\theta} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} = -2 \frac{U_b R_b^2}{r^2} \cos\theta F(r) \quad (3.223)$$

$$u_{\theta} = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = -2 \frac{U_b R_b^2}{r} \cos \theta F'(r) \quad (3.224)$$

Se a inércia das partículas é desconsiderada, as partículas movem, em relação ao fluido em suas respectivas velocidades de sedimentação terminal,  $v_T$ . Os componentes do vetor velocidade da partícula são dados por:

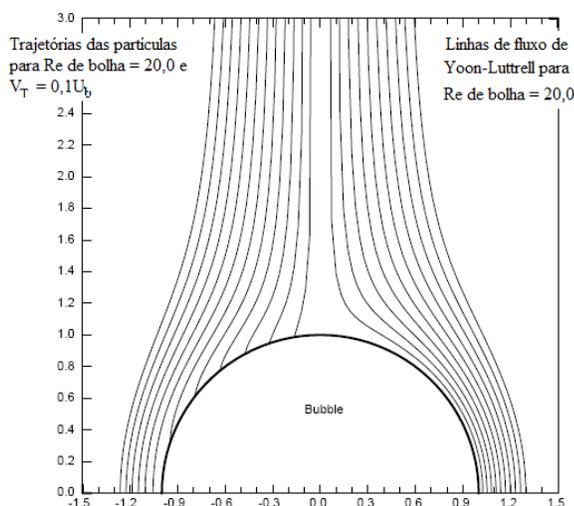
$$v_r = u_r - v_T \cos \theta \quad (3.225)$$

$$v_{\theta} = u_{\theta} + v_T \sin \theta \quad (3.226)$$

A função de fluxo para o movimento da partícula é, portanto,

$$\psi_p = U_b R_b^2 \sin^2 \theta \left( \frac{1}{2} \frac{v_T}{U_b} \left( \frac{r}{R_b} \right)^2 \right) + U_b R_b^2 \sin^2 \theta F(r) \quad (3.227)$$

As linhas de fluxo para a água, calculada usando a equação 3.220, e as trajetórias das partículas tendo velocidade de sedimentação terminal igual a  $0,1U_b$ , calculada usando a equação 3.227, são mostradas na figura 3.63 para uma bolha subindo com um número de Reynolds de 20.



**Figura 3.63:** Linhas de fluxo para água (lado direito) calculada usando a equação 3.220 e linhas de fluxo para partículas (lado esquerdo) tendo uma velocidade terminal igual a  $0,1U_b$  calculada usando a equação 3.227 (king, 2001).

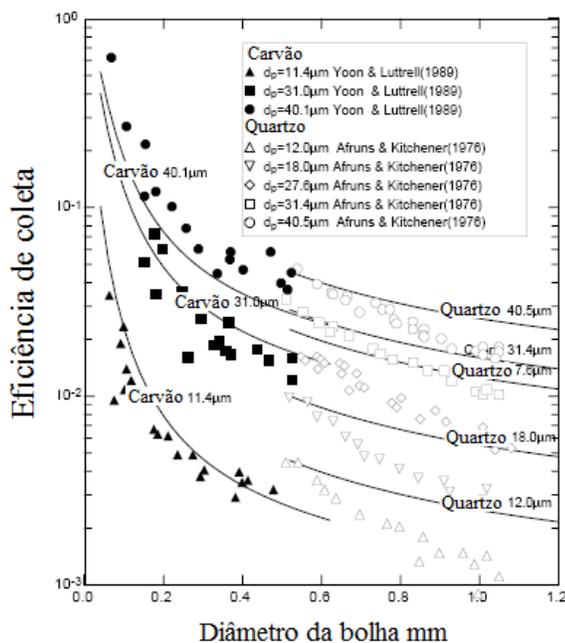
A eficiência de colisão para as partículas do tipo  $ij$  é calculada como o fluxo de partículas um hemisfério imaginário de raio  $R_b + R_p$  que encobre o hemisfério de frente

da bolha dividida pelo fluxo de partículas que cruzam o plano horizontal da área  $\pi(R_b+R_p)^2$ .

Portanto,

$$E_{Cij} = \frac{-2\pi \int_0^{\pi/2} v_r |_{r=R_b+R_p} (R_b + R_p) \text{sen}\theta (R_b + R_p) d\theta}{\pi(R_b + R_p)^2 (U_b + v_{Tij})} = \frac{\frac{2U_b R_b^2 F}{(R_b + R_p)^2} + v_{Tij}}{U_b + v_{Tij}} \quad (3.228)$$

A eficiência de colisão pode ser medida em laboratório usando um experimento de flotação de bolha única com partículas que são condicionadas para serem extremamente hidrofóbicas. Estas partículas têm eficiência de adesão de 1,0 e a eficiência de coleta medida é, portanto, igual à eficiência de colisão. As eficiências de colisão previstas pela equação 3.228 são comparadas aos dados experimentais na figura 3.64.



**Figura 3.64: Comparação entre as eficiências de coleta prevista e medida. As linhas foram calculadas usando a equação 2.228 para cada um dos dois minerais (quartzo e carvão) (King, 2001).**

Os dados de Afruns e Kitchener (1976) foram determinados usando partículas de quartzo e os de Yoon e Luttrell (1989) usaram partículas de carvão. As eficiências previstas são próximas às dos dados medidos, confirmando que a teoria proporciona um

modelo razoável do processo de colisão embora ele superestime a eficiência de colisão por um fator de cerca de 2 para as bolhas que se aproximam de diâmetro de 1mm.

Outro fator importante é que as partículas que realmente batem na bolha terão latitudes diferentes sobre a bolha. Isto tem implicações importantes para o modelamento dos processos de adesão da partícula à bolha. O ângulo de latitude no qual a partícula, sobre as linhas de fluxo  $\Psi_0$ , toca a bolha pode ser calculado pela equação 3.227, fazendo  $r=R_b + R_p$ , e é dada por:

$$\theta_c = \text{sen}^{-1} \left( \left( \frac{\Psi_0}{F (R_b + R_p) + \frac{1}{2} \frac{v_T}{U_b} \left( \frac{R_b + R_p}{R_b} \right)^2} \right)^{1/2} \right) \quad (3.229)$$

Partículas do tipo  $ij$  podem iniciar sua aproximação à bolha a qualquer distância  $R_o$  da linha do centro de colisão. Cada partícula do tipo  $ij$  terá uma distância máxima  $R_{oij}$ , a partir da linha de centro, que resultará em uma trajetória rasante. Contudo que  $R_o < R_{oij}$ , uma colisão irá ocorrer. O ângulo de colisão irá variar com  $R_o$  e, desde que a localização de cada partícula na polpa seja aleatória,  $\theta_c$  deve ser considerado como uma variável aleatória (randômica). Sua distribuição de probabilidade associada pode ser avaliada ao observar que  $R_o$  está distribuído uniformemente em  $[0, R_{oij}]$ .

$R_o$  pode estar relacionado a  $\psi_{po}$  ao observar que longe da parte externa da bolha

$$\text{sen} \theta = \frac{R_o}{r} \quad (3.230)$$

tanto que a equação 2.227 dá:

$$R_o = \left( \frac{2\psi_{po}}{U_b + v_{Tij}} \right)^{1/2} \quad (3.231)$$

e

$$R_{oij} = \left( \frac{2\psi_{poi}}{U_b + v_{Tij}} \right)^{1/2} \quad (3.232)$$

onde  $\psi_{poij}$  é o valor de função de fluxo de partícula para as linhas de fluxo que representam a trajetória rasante para uma partícula do tipo  $ij$ , no equador da bolha. Isto é avaliado usando a equação 3.227 com  $\theta = \pi/2$  e  $r = R_b + R_{pij}$ .

$$\Psi_{oij} = F (R_b + R_{pij}) + \frac{1}{2} \frac{v_{rij}}{U_b} \left( \frac{R_b + R_{pij}}{R_b} \right)^2 \quad (3.233)$$

Substituindo as equações 3.231 e 3.232 e 3.233 na equação 3.229, tem-se uma relação simples entre  $\theta_c$  e  $R_o$ .

$$\text{sen} \theta_c = \frac{R_o}{R_{oij}} \quad (3.234)$$

Observando a distribuição de probabilidade uniforme da variável aleatória  $R_o$ , a densidade de distribuição para o ângulo de colisão  $\theta_c$  é:

$$f_{\theta_c}(\theta_c) = \cos \theta_c \quad (3.235)$$

A função de distribuição acumulada correspondente para  $\theta_c$  é:

$$F_{\theta_c}(\theta_c) = \text{sen} \theta_c, \text{ para } 0 \leq \theta_c \leq \pi/2 \quad (3.236)$$

**Adesão partícula-bolha:** O processo de adesão requer um modelamento significativamente mais complexo que o do processo de colisão, que, como mostrado nas seções anteriores, é governado primariamente pela dinâmica de fluido próxima à bolha. O processo de aderência é governado por fatores químicos e hidrodinâmicos que interagem de maneiras complexas, que finalmente determina se a partícula irá aderir à bolha ou não.

Quando uma partícula colide com a bolha, não pode aderir imediatamente em função de que o filme fino de líquido, entre a partícula e a bolha, precisa ser drenado. Quando o filme se torna suficientemente fino, pode ser rompido permitindo que a partícula penetre a película da bolha. A linha de contato das três fases, que define os limites de penetração da bolha em torno da partícula, precisa desenvolver-se para uma configuração estável, por vez governada, primariamente, pelo ângulo de contato do sólido e também pela sua forma.

Embora o passo de ruptura real seja muito rápido, o afinamento do filme e o movimento da linha de contato das três fases são governados pelos processos cinéticos e cada um requer um tempo finito. O tempo levado do instante de colisão ao estabelecimento de um contato estável das três fases é chamado de tempo de indução, representado por  $t_{ind}$ .

O tempo de indução para uma partícula é determinado, primariamente, pelo seu ângulo de contato. O tamanho e a forma da partícula também são importantes. Outros fatores químicos, tais como a concentração de surfactantes na superfície da bolha, a interação entre o coletor adsorvido sobre o sólido e o espumante sobre a superfície da bolha também exercem um papel importante.

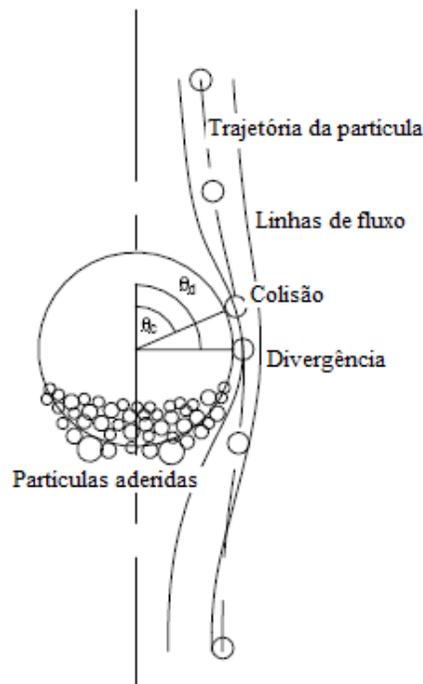
Fatores puramente físicos, tais como a orientação precisa da partícula no primeiro contato e o perfil de velocidade próximo à superfície da bolha e também ao seu arredor, contribuem para a enormidade deste fenômeno complexo. Uma compreensão detalhada destes efeitos ainda não foi desenvolvida num estágio onde tempos de indução para partículas irregulares, com superfícies heterogêneas, podem ser calculados com confiança. Entretanto, em geral, partículas com ângulos de contato maiores têm tempos de indução mais curtos que partículas similares que possuem ângulos de contato menores. Esta variação no tempo de indução é a origem do comportamento diferencial das partículas durante a flotação e, conseqüentemente, precisa formar a essência de qualquer modelo de flotação.

Enquanto o afinamento do filme, sua ruptura e a recuo da linha de contato das três fases estão prosseguindo, outro processo puramente físico está ocorrendo. A partícula está sendo carregada para baixo sobre a superfície da bolha, pela água. As partículas aderidas à bolha são lavadas para a sua parte posterior. Se estabelecido um contato estável das três fases, antes das linhas de fluxo começarem a divergir da bolha, adesões de sucesso são alcançadas. A partícula que permanece aderida à bolha continua a sua jornada sobre a superfície da mesma até colidir com outras partículas já aderidas e cobrindo o seu pólo inferior. A coleta acumulada de partículas aderidas sobre a superfície mais baixa da bolha gradualmente acumula-se até que o hemisfério mais baixo da bolha seja todo coberto.

As partículas que não formam um contato estável das três fases, no tempo em que as linhas de fluxo começam a divergir da superfície da bolha, nas proximidades da linha do equador, são arrancadas da superfície a partir deste ponto de colisão até o ponto de divergência. Este tempo é chamado de tempo de deslizamento,  $t_s$ . O princípio fundamental que governa o modelo de colisão da flotação é que uma partícula de tamanho  $d_p$  e composição  $g$  irão aderir a uma bolha de tamanho  $R_b$  somente se ela tiver uma colisão de sucesso e se o tempo de indução for menor que o tempo de deslizamento.

$$t_{\text{ind}} \leq t_s \quad (3.237)$$

Isto deve ser referido ao princípio de Sutherland, em reconhecimento a sua atenção pioneira ao compreender os princípios da flotação sobre uma base científica firme. Este modelo do processo de flotação é ilustrado na figura 3.65.



**Figura 3.65: Ângulo de colisão e divergência para colisões (King, 2001).**

Para usar os princípios incluídos na equação 3.237 para calcular a taxa na qual as partículas são capturadas pelas bolhas, é necessário calcular o tempo de deslizamento e o tempo de indução.

O tempo de deslizamento para a partícula pode ser calculado com precisão razoável a partir de um conhecimento de hidrodinâmica em água para a superfície da bolha. A velocidade tangencial nos arredores da bolha pode ser calculada usando a função de fluxo dada na equação 2.220:

$$u_{\theta} = \frac{1}{R_b \text{sen}(\theta + \theta_p)} \frac{d\psi}{dr} = U_b \text{sen}(\theta + \theta_p) \left( \frac{r}{R_b} - \frac{3}{4} \alpha + \frac{R_b^2}{2r^2} - \frac{3}{4} \frac{\alpha R_b^2}{r^2} \right) \quad (3.238)$$

onde  $\theta_p$  é o ângulo entre o centro da bolha e o raio de uma partícula no ponto em que toca a bolha. A partícula escoa sobre a superfície de uma esfera, a uma velocidade próxima a da água a um raio de partícula da superfície da bolha que, para partículas pequenas, é dado por:

$$u_{\theta} = U_b \text{sen}(\theta + \theta_p) \left[ \frac{3}{2} (1 - \alpha + \alpha r_p') + \left( \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \alpha \right) r_p'^2 \right] = U_b^* \text{sen}(\theta + \theta_p) \quad (3.239)$$

onde:

$$r_p' = \frac{R_p}{R_b} \quad (3.240)$$

$$U_b^* = U_b \left[ \frac{3}{2} (1 - \alpha + \alpha r_p') + \left( \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \alpha \right) r_p'^2 \right] \quad (3.241)$$

Adicionalmente, as partículas movem em relação à água com velocidade terminal de sedimentação, tanto que o tempo de deslizamento é:

$$t_s = \int_{\theta_c}^{\pi/2} \frac{R_b + R_p}{u_{\theta} + v_t \text{sen}(\theta + \theta_p)} = \frac{R_b + R_p}{U_b^* + v_t} \int_{\theta_c}^{\pi/2} \frac{d\theta}{\text{sen}(\theta + \theta_p)} \quad (3.242)$$

$$t_s = \frac{R_b + R_p}{2(U_b^* + v_t)} \ln \left[ \frac{1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta_p\right)}{1 + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta_p\right)} \right] \times \frac{1 + \cos(\theta_c + \theta_p)}{1 - \cos(\theta_c + \theta_p)} \quad (3.243)$$

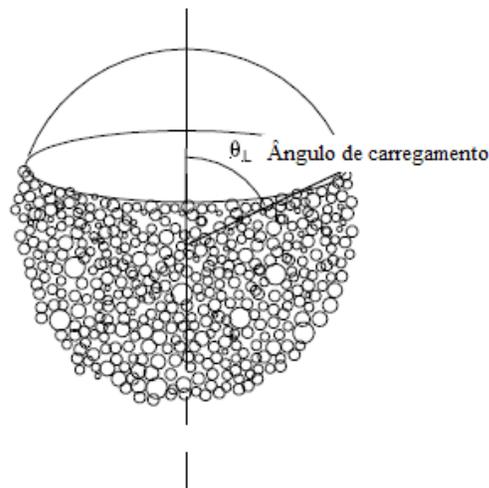
O tempo de deslizamento máximo para uma partícula de tamanho  $R_p$  é avaliado a partir da equação 3.243 em  $\theta_c=0$  e é dado por:

$$t_{s \max} = \frac{R_b + R_p}{2(U_b^* + v_t)} \ln \left[ \frac{1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta_p\right)}{1 + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta_p\right)} \right] \times \frac{1 + \cos \theta_p}{1 - \cos \theta_p} \quad (3.244)$$

Em máquinas de flotação industrial é comum encontrar bolhas carregadas, tanto que uma fração considerável da área de superfície disponível é coberta por partículas aderidas. A ação de arraste sobre as partículas aderidas e o carregamento da superfície da bolha são ilustrados, graficamente, na sequência de fotografias de uma bolha única durante o seu tempo de vida em uma polpa de flotação, como mostrado na figura 3.61.

Quando a camada de partículas aderidas acumula-se após o equador da bolha, o tempo de deslizamento disponível é encurtado, como mostrado na figura 3.66. Quando a bolha está carregada em mais de 50%, a equação 3.243 torna-se:

$$t_s = \frac{R_b + R_p}{2(U_b^* + v_t)} \ln \left[ \frac{1 - \cos \theta_L}{1 + \cos \theta_L} \times \frac{1 + \cos(\theta_c + \theta_p)}{1 - \cos(\theta_c + \theta_p)} \right] \quad (3.245)$$



**Figura 3.66: Bolha muito carregada mostrando o ângulo de carregamento (King, 2001).**

$L$  é o carregamento fracional sobre a bolha.

$L =$  (fração da superfície da bolha coberta por partículas aderidas/área total da superfície da bolha).

$$L = \frac{1}{2}(1 + \cos \theta_L) \quad (3.246)$$

$\theta_L$  é chamado de ângulo de carregamento.

O valor correspondente para  $t_{smax}$  é:

$$t_{s\max} = \frac{R_b + R_p}{2(U_b^* + v_T)} \ln \left[ \frac{1-L}{L} \times \frac{1 + \cos(\theta_L + \theta_p)}{1 - \cos(\theta_L + \theta_p)} \right] \quad (3.247)$$

Enquanto é possível calcular o tempo de deslizamento pelo menos de maneira aproximada para partículas de densidade e tamanhos arbitrários, quando o tamanho da bolha é conhecido, o mesmo não pode ser dito para o tempo de indução. O tempo de deslizamento é governado, primariamente, por fatores físicos e pela hidrodinâmica na fase água próxima à bolha. O tempo de indução, por outro lado é fortemente influenciado pelo condicionamento químico da superfície da partícula. Em particular, o ângulo de contato exerce um papel importante. Em adição, a forma precisa da partícula, a rugosidade de sua superfície, a textura e a composição mineralógica contribuem fortemente para o tempo que é levado para uma adesão estável ocorrer.

Três estágios, no processo de adesão, podem ser identificados: o afinamento do filme de água entre a partícula e a bolha, a ruptura real da película da bolha quando o filme em afinamento alcança uma condição estável e, finalmente, a retração da água da superfície da partícula para formar um perímetro de contato das três fases estável. Destes subprocessos, somente o primeiro e o terceiro contribuem para o tempo de indução. A ruptura do filme é muito mais rápida e o tempo de ruptura é usualmente desconsiderado se comparado ao tempo levado para a drenagem do filme e a formação do perímetro de contato das três fases estável.

Apesar do esforço de pesquisa considerável, não há modelos quantitativos disponíveis que permitam o cálculo do tempo de indução para uma partícula específica. Entretanto, pode ser assumido que o tempo de indução é dominado pelas características das partículas tais como o ângulo de contato, a textura mineralógica da superfície, a forma e a rugosidade da partícula. O tempo de indução não é influenciado significativamente pelas condições hidrodinâmicas da colisão nem pelo tamanho de bolha. Isto não é completamente verdade porque a orientação exata da partícula, em relação à superfície da bolha no primeiro contato é conhecida para influenciar o processo de drenagem do filme. Em vez disto, é postulado que o tempo de indução é inteiramente uma constante específica-partícula. Cada partícula, na célula de flotação, tem seu valor único próprio de tempo de indução, que permanece o mesmo para cada colisão que a partícula faz com

a bolha durante o tempo de vida no ambiente de flotação. Pelo menos, qualquer variação no tempo de indução que uma partícula em particular experimenta de colisão a colisão refletirá somente em flutuações estatísticas pequenas em torno do valor médio.

Este postulado de especificidade de partícula para o tempo de indução leva a uma conclusão importante relacionada à cinética do processo de flotação global. Se qualquer partícula tem um tempo de indução maior que o tempo de deslizamento associado com uma colisão de linha de centro direta com a bolha maior disponível, ela nunca flotarà, não importando a posição no interior da célula de flotação. Isto aumenta o conceito de componente não flotável para cada tipo de partícula. Este comportamento é comumente observado durante os estudos sobre cinética de sistemas de flotação sendo rotineiramente aplicado para as análises de cinéticas de flotação desde, pelo menos, os anos 50 e, provavelmente, muito anterior a isto.

As partículas não flotáveis serão encontradas virtualmente em qualquer ambiente de flotação desde tubos de Hallimond precisamente controlados a grandes células de flotação industrial. Exceções somente são encontradas em situações onde as partículas são condicionadas para terem superfícies muito hidrofóbicas, tanto que elas todas têm tempos de indução curtos, se comparado com os tempos de deslizamento disponíveis. Sob estas condições, a captura de partículas é dominada pelo processo de colisão e isto é freqüentemente explorado para medir a eficiência de colisão, experimentalmente.

#### 3.2.5.d: Modelo da constante cinética de taxa distribuída para flotação.

O modelo cinético para a flotação é baseado na equação 3.217. Esta equação mostra, claramente, que a taxa de transferência das partículas do tipo  $ij$  de uma fase polpa para a fase bolha é de primeira ordem com relação à concentração destas partículas na fase polpa. Esta observação leva à formulação simples da lei cinética como:

$$\text{Taxa de Transferência de Partículas do Tipo } ij = K_{ij}C_{ij} \quad (3.248)$$

onde

$$\begin{aligned}
K_{ij} &= \frac{3}{2} (D_p + d_{pi})^2 (U_b + v_{Tij}) \times \frac{G_v \tau_b}{D_b^3} \times E_{Cij} E_{Aij} (1 - E_{Dij}) \\
&= \frac{1}{4} \left( 1 + \frac{d_{pi}}{D_b} \right)^2 (U_b + v_{Tij}) \times S_v \times E_{Cij} E_{Aij} (1 - E_{Dij}) = k_{ij} S_v \quad (3.249)
\end{aligned}$$

e

$$S_v = \frac{6G_v \tau_b}{D_b} \text{ m}^2 \text{ de superfície de bolha por m}^3 \text{ de polpa aerada} \quad (3.250)$$

é a área de superfície de bolha total em contato com a fase polpa por unidade de volume da célula. É fácil ver, a partir da equação 3.249 que  $K_{ij}$  é uma função complexa da densidade e tamanho de partícula porque a dependência complexa de  $E_{Cij}$  e  $E_{Aij}$  sobre o tamanho de partícula.  $k_{ij}$  é o coeficiente de transferência de massa da partícula da polpa para a superfície das bolhas e ela pode ser escalonada independentemente da área da superfície da bolha.  $k_{ij}$  tem unidade em m/s.

A equação 3.249 parece ser uma lei cinética convencional perfeitamente linear, mas o princípio de Sutherland transmite um caráter especial para  $K_{ij}$ . Uma fração definida de partículas do tipo  $ij$  (isto é, partículas caracterizadas pelo tamanho  $d_{pi}$  e composição mineralógica  $g_j$ ) tem  $K_{ij}=0$  porque  $t_{ind} > t_{smax}$  para estas partículas e, portanto,  $E_{Aij}=0$ . Esta é a fração não flutuável para este tipo de partícula.

O tamanho da fração não flutuável depende da distribuição dos tempos de indução ao longo da população de partículas que estão caracterizadas pelo tamanho  $d_{pi}$  e composição mineralógica  $g$ . Não há, aparentemente, nenhum dado experimental a partir do qual estas distribuições possam ser estimadas, embora técnicas experimentais sejam desenvolvidas para a medida dos tempos de indução. Desde que o tempo de indução não possa ser negativo, é razoável postular que o seu valor tem uma distribuição gama definida pela função de densidade de probabilidade:

$$f_{ij}(t_{ind}) = \frac{t_{ind}^{\beta_{ij}-1} \exp\left(-\frac{t_{ind}}{\tau_{ij}}\right)}{\tau_{ij}^{\beta_{ij}} \Gamma(\alpha_{ij})} \quad (3.251)$$

que tem dois parâmetros  $\beta_{ij}$  e  $\tau_{ij}$  que variam com o tamanho e composição de partícula.

A fração das partículas na classe  $ij$  que não são flotáveis é usualmente especificada em termos da recuperação final,  $R_{ij}$ , das partículas deste tipo:

$$R_{ij} = \text{Prob} (t_{ind} < t_{smax}) \quad (3.252)$$

onde  $t_{smax}$  é o tempo de deslizamento mais longo disponível e é dado pela equação 3.244.

Usando as equações 3.251 e 3.252, a recuperação final das partículas do tipo  $ij$  é dada por:

$$R_{ij} = \frac{\Gamma_z(\beta_{ij})}{\Gamma(\beta_{ij})} \quad (3.253)$$

onde  $\Gamma_z$  é a função gama incompleta e

$$z = \frac{t_{smax}}{\tau_{ij}} \quad (3.254)$$

Os parâmetros  $\alpha_{ij}$  e  $\tau_{ij}$  na distribuição dos tempos de indução estão relacionados unicamente à média e variância da distribuição.

$$\tau_{ij} = \frac{\text{Variância}}{\text{Média}} = \frac{\sigma_{ind}^2}{\bar{t}_{ind}} \quad (3.255)$$

$$\beta_{ij} = \frac{\text{Média}}{\tau_{ij}} = \frac{\bar{t}_{ind}}{\sigma_{ind}^2} \quad (3.256)$$

$\bar{t}_{ind}$  é a média da distribuição de tempo de indução e  $\sigma_{ind}^2$  é a variância.

A constante de flotação específica para o componente flotável de partículas do tipo  $ij$  é dada pela equação 3.249 com o valor apropriado de eficiência de adesão  $E_{Aij}$ .

A eficiência de adesão para a fração flotável de partículas do tipo  $ij$  é dada por:

$$E_{Aij} = \text{Prob}(t_s - t_{ind} > 0) \quad (3.257)$$

A equação 3.257 contém duas variáveis aleatórias  $t_{ind}$  e  $t_s$  e a probabilidade indicada pode ser avaliada a partir de suas respectivas funções de densidade.

O tempo de deslizamento  $t_s$  inerente a sua aleatoriedade ângulo de colisão  $\theta_c$  que, por sua vez, é inerente a sua aleatoriedade da posição da partícula em relação ao eixo do movimento da bolha.  $\theta_c$  tem função de probabilidade dada pela equação 3.236 e pela função densidade de distribuição:

$$f_{\theta_c}(\theta_c) = \cos \theta_c \quad (3.258)$$

$t_s$  está relacionado a  $\theta_c$  pela equação 2.243 e a função de densidade de distribuição é:

$$f_{t_s} = \frac{f_{\theta_c}(\theta_c)}{\left| \frac{dt_s}{d\theta_c} \right|} \quad (3.259)$$

Assim,

$$E_{Aij} = \int_0^{t_s \max} \int_0^{t_s} f_{t_s}(t_s) \times f_{if}(t_{ind}) dt_{ind} dt_s = \int_0^{\pi} f_{\theta_c}(\theta_c) \times F_{ij}(t_s) d\theta_c = \int_0^{\pi} \cos \theta_c \times F_{ij}(t_s) d\theta_c \quad (3.260)$$

onde  $f_{ij}$  é a função de densidade de distribuição para o tempo de indução, dado pela equação 3.251 e  $F_{ij}$  é a função de distribuição correspondente. Em aplicações práticas, a integral na equação 3.260 precisa ser avaliada numericamente, mas isto é comparativamente fácil para fazer.

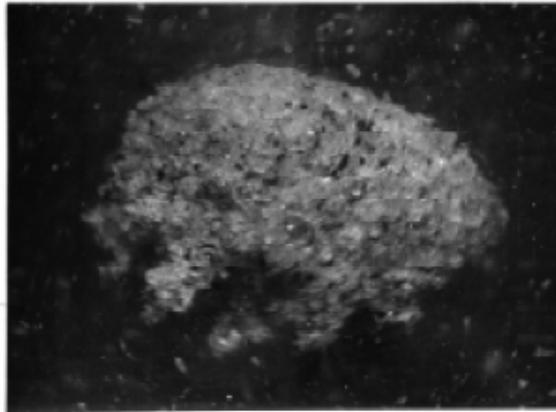
### 3.2.5.e: A flotação durante o carregamento da bolha.

Até o momento a discussão do modelo de cinética para a flotação foi apresentado sob o ponto de vista das partículas. Algumas considerações adicionais emergem quando o processo é visto do ponto de vista da bolha. Como as bolhas sobem através da fase polpa, elas adicionam a si carga de partículas e o hemisfério mais baixo da bolha torna-se progressivamente coberto com partículas acumuladas pela adesão, como um resultado de colisões que ocorreram com sucesso.

O processo de carregamento pode ser modelado quantitativamente usando o modelo cinético da captura da partícula, já descrito na seção anterior. Quando uma bolha sobe através de uma polpa bem misturada, ela colide com todos os tipos de partículas, algumas das quais são capturadas de acordo ao modelo já desenvolvido. Os tipos diferentes de partículas serão capturados em taxas diferentes, dependendo de seus tamanhos e hidrofobicidade que determinam as constantes de taxa de flotação

específica. A bolha, por conseqüência, acumula uma carga que tem uma composição e distribuição de tamanho que é distintamente diferente à composição média de partícula da polpa. Entretanto, durante o tempo de vida de uma bolha particular, o ambiente da polpa não muda, tanto que a bolha torna-se progressivamente coberta com uma carga de partículas de distribuição de tamanho e composição que não muda com o tempo de residência da bolha.

A área da superfície da bolha, que é ocupada por uma partícula aderida, depende primariamente da forma da partícula, mas também depende da densidade do empacotamento das partículas sobre a superfície curva da bolha. As partículas hidrofóbicas formam aglomerados em suspensão sempre quando nenhuma superfície de bolha está presente e este fenômeno pode aumentar a carga da superfície. Evidências destes aglomerados podem ser vistas na fotografia de uma bolha excessivamente carregada, na figura 3.67.



**Figura 3.67: Bolha plenamente carregada mostrando aglomerados de partículas (King *et al.* – 1974).**

O hemisfério inferior da bolha é coberto por várias camadas de partículas onde, evidentemente, nem toda partícula está em contato com a superfície da bolha.

Um modelo para o carregamento por partículas sobre a sua superfície pode ser baseado sobre a cobertura específica alcançada por cada tipo de partícula.

Seja  $\eta_{ij}$  a carga por unidade de volume da bolha em uma bolha carregada plenamente com partículas do tipo  $ij$ :

$$\eta_{ij} = \frac{(1 - \varepsilon_{ij})3(R_b + R_{pi})^2 R_{pi} \rho_{ij} + \eta_0}{R_b^3} \text{ kg/m}^3 \text{ de volume de bolha} \quad (3.261)$$

$\varepsilon_{ij}$  é o empacotamento de vazios para partículas do tipo  $ij$ ,  $\rho_{ij}$  é a densidade de partículas do tipo  $ij$  e  $\eta_0$  é a carga sobre uma bolha muito pequena, que é composta largamente de aglomerados de partículas hidrofóbicas.

Uma bolha plenamente carregada em uma polpa de flotação apresenta uma carga dada por:

$$L_{\max} = V_b \sum_{ij} m_{ij} \eta_{ij} \quad (3.262)$$

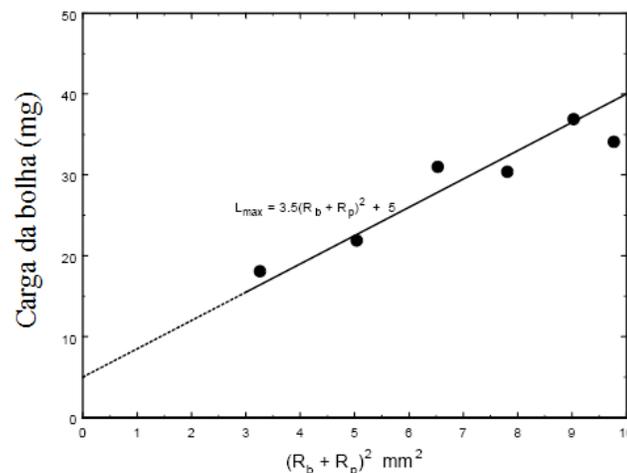
onde  $V_b$  é o volume da bolha e  $m_{ij}$  é a fração de massa de partículas do tipo  $ij$  na carga da bolha.

$$L_{\max} = 4\pi \sum_{ij} (1 - \varepsilon_{ij}) m_{ij} R_{pi} \rho_{ij} (R_b + R_{pi})^2 + \eta_0 \quad (3.263)$$

$L_{\max}$  pode ser medido pela simples captura de bolhas completamente carregadas e pesando a carga da bolha. Para bolhas muito pequenas, a carga máxima é aproximadamente independente do volume da bolha e para bolhas que são muito maiores que o tamanho da partícula,  $L_{\max}$  varia com  $V_b^{2/3}$ . Se as partículas são todas do mesmo tamanho e densidade,

$$L_{\max} = a(R_b + R_{pi})^2 + \eta_0 \quad (3.264)$$

Alguns dados de bolhas plenamente carregadas capturadas são dados na figura 3.68.



**Figura 3.68:** Carga medida em bolhas únicas, plenamente carregadas (King *et al.*-1974).

O desenvolvimento da carga de bolha,  $L$ , é descrito pela seguinte equação diferencial, quando a bolha move através da fase polpa e seu tempo de residência aumenta:

$$\frac{6G_v \tau_b L_{\max}}{D_b} \frac{dL}{d\tau} = \sum_{ij} K_{ij} C_{ij} \quad (3.265)$$

com  $K_{ij}$  dado pela equação 3.249 e  $\tau$  representando o tempo de residência da bolha.

Durante os primeiros poucos segundos do processo de carregamento,  $L < 0,5$  e o lado direito da equação 3.265 é constante e a carga da bolha aumenta linearmente com o seu tempo de residência. Quando a carga sobre a bolha aumenta, a taxa de carregamento decresce como um resultado de dois efeitos. Quando a carga de sólido nas bolhas aumenta, sua velocidade de subida decresce por causa do seu aumento de massa. Desde que  $K_{ij}$  seja proporcional a  $U_b$ , de acordo com a equação 3.249, ela decresce quando a velocidade de subida decresce. Quando a carga sobre a bolha excede 50%,  $K_{ij}$  decresce com o aumento na carga da bolha porque o tempo de deslizamento e, portanto,  $E_{Aij}$  decrescem, de acordo com a equação 3.243. O tempo de deslizamento torna-se, eventualmente, zero quando a bolha se aproxima do carregamento completo.

Sob estas condições de flotação inibida, a bolha transporta uma carga de partícula para a fase espuma que está limitada tanto pela capacidade da superfície das bolhas quanto pelo poder de levantamento da bolha. Entretanto, sempre deveria ser considerado em aplicações de flotação industrial porque as considerações econômicas geralmente ditam que as células de flotação industrial devem ser operadas com bolhas carregadas de forma significativa.

### 3.2.5.f: O tempo de subida de bolhas carregadas.

Para quantificar o efeito de bolhas carregadas sobre a taxa específica de flotação é necessário calcular a velocidade de subida da bolha como uma função da carga que ela carrega. Partículas leves sobem, em água, a velocidades terminais que são mais baixas que aquelas calculadas a partir do coeficiente de arraste para partículas pesadas que afundam. Bolhas deformáveis têm velocidade terminal de subida que são ainda

menores. Bolhas muito pequenas sobem, na água, como se comportassem como esferas rígidas na forma elipsoidal. O coeficiente de arraste varia, por conseqüência.

Em vez destas anomalias, as velocidades terminais das bolhas podem ser calculadas precisamente usando o coeficiente de arraste para esferas de sólidos mais leves que a água, levado em conta que o número de Reynolds é calculado usando a projeção horizontal do diâmetro da bolha. O diâmetro da projeção horizontal pode ser calculado a partir do diâmetro do volume efetivo usando a relação empírica:

$$\frac{D_{be}}{D_{bh}} = \frac{1 + 0,6Ta^3}{1 + Ta^3} \quad (3.266)$$

onde

$$Ta = \text{Re}_{be} Mo^{0,23} \quad (3.267)$$

$$\text{Re}_{be} = \frac{D_{be} U_b \rho_w}{\mu} \quad (3.268)$$

$$D_{be} = \left( \frac{6V_b}{\pi} \right)^{1/3} \quad (3.269)$$

e  $V_b$  é o volume da bolha.  $Mo$  é o número de Morton e é definido como:

$$Mo = \frac{g\mu^4}{\rho\sigma^3} \quad (3.270)$$

onde  $\sigma$  é a tensão de superfície da solução na superfície da bolha.

A velocidade de subida terminal de uma bolha carregada em parte pode ser calculada de

$$U_b = \left( \frac{8(V_b \rho_w - m_b)g}{C_D \pi D_{bh}^2 \rho_w} \right)^{1/2} = \frac{D_{be}}{D_{bh}} \left( \frac{4(\rho_w - LL_{\max})g D_{be}}{3C_D \rho_w} \right)^{1/2} \quad (3.271)$$

onde  $C_D$  é o coeficiente de arraste para uma bolha em ascensão.

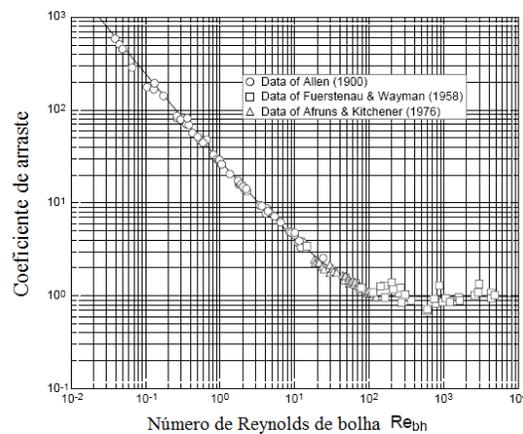
Dados experimentais, medidos sobre bolhas em ascensão na água e contendo surfactantes, revelam que  $C_D$  mostra a mesma variação com o número de Reynolds de bolha como esferas de sólidos mais leves que a água levando em conta que o benefício devido é feito para a deformação da bolha. Os dados são mostrados nas figuras 3.69 e 3.70, onde o coeficiente de arraste medido é plotado contra o número de Reynolds de bolha, calculado usando a velocidade da bolha projetada horizontalmente.

$$Re_{bh} = \frac{D_{bh} U_b \rho_w}{\mu_w} \quad (3.272)$$

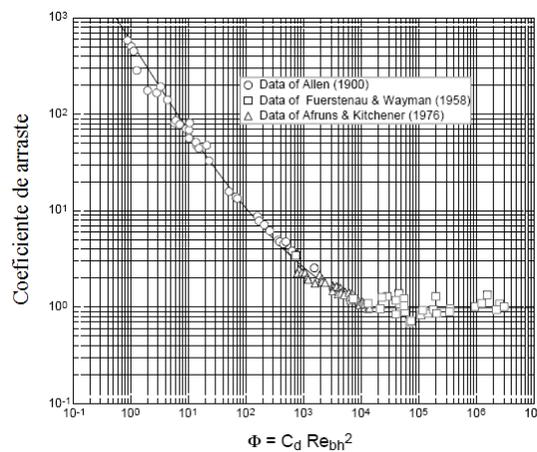
A linha, na figura 3.69, representa o coeficiente de arraste para esferas sólidas e é dado por:

$$C_D = 0,28 \left( 1 + \frac{9,06}{Re_{bh}^{1/2}} \right)^2, \text{ para } Re_{bh} \leq 108 \quad (3.273)$$

$$C_D = 0,98, \text{ para } Re_{bh} > 108 \quad (3.273)$$



**Figura 3.69:** Coeficiente de arraste para bolhas em ascensão, em fluidos viscosos, em função do número de Reynolds. Os dados experimentais de Allen (1900), Fuerstenau e Wayman (1958) e Afruns e Kitchener (1976). A linha sólida representa dados para esferas sólidas subindo.



**Figura 3.70:** Coeficiente de arraste para bolhas em ascensão, em fluidos viscosos, em função de  $\Phi$ . Os dados experimentais de Allen (1900), Fuerstenau e Wayman (1958) e Afruns e Kitchener (1976). A linha sólida representa dados para esferas sólidas subindo. Este sistema de coordenadas é mais útil para o cálculo da velocidade terminal de subida das bolhas.

A equação correspondente para a linha na figura 3.70 é:

$$C_D = 0,28 \left( \frac{(1 + 0,0921\Phi^{1/2})^{1/2} + 1}{(1 + 0,0921\Phi^{1/2})^{1/2} - 1} \right), \text{ para } \Phi < 1,14 \times 10^4 \quad (3.275)$$

A figura 3.70 é útil porque pode ser usada para calcular a velocidade terminal de subida de uma bolha, sem os métodos de erro e experiência, por causa da velocidade terminal de sedimentação.

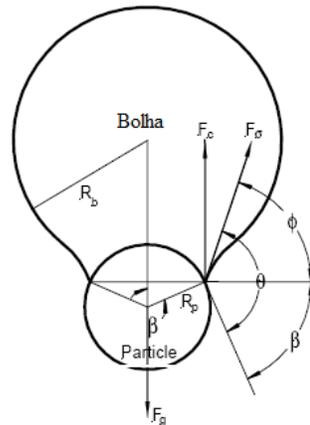
$$C_D \text{Re}_{bh}^2 = \frac{4 (\rho_w - LL_{\max}) \rho_w g D_{be}^3}{3 \mu^2} \quad (3.276)$$

Isto pode ser calculado sem conhecimento da velocidade de subida e o valor de  $C_D$  pode ser obtido direto da figura 3.70. Isto proporciona um método para calcular a velocidade terminal de subida da bolha quando sua carga de sólido aumenta.

### 3.2.5.g: Descoleta de partícula.

Nas seções anteriores foi assumido que se uma partícula colide e adere a uma bolha ela entrará na fase espuma quando a bolha que a carrega alcança a interface polpa-espuma. Isto não é necessariamente verdade pelo fato da partícula poder descoletar da bolha em função dos efeitos de tensão que são induzidos pela turbulência na célula de flotação. O processo de descoleta é complexo e não há uma análise compreensiva disponível. Duas forças são dominantes na descoleta de partículas da bolha: o peso da partícula e a inércia da partícula durante a aceleração da bolha que induzida pela turbulência no fluido. A distorção da bolha, devido ao peso da partícula, é ilustrada na figura 3.71. A bolha é distorcida e a linha de contato das três fases é puxada para trás, sobre a partícula, até que uma posição de equilíbrio seja estabelecida ou até que a ligação entre a partícula e a bolha seja quebrada. Na situação ideal, que ilustrada na figura 3.71, a força de separação  $F_g$  é balanceada pelo componente vertical  $F_c$  da força de tensão superficial  $F_\sigma$ . Se a força de separação o valor máximo que  $F_c$  pode atingir, a partícula será descoletada. O valor máximo de  $F_c$  é obtido como segue:

$$F_c = \sigma 2\pi R_p \sin\beta \sin\phi \quad (3.277)$$



**Figura 3.71: Distorção de uma bolha devido ao peso de uma partícula aderida. Adaptado de Drzymala (1994).**

Isto precisa ser maximizado sujeito à condição que  $\beta + \varphi = \theta$ , onde  $\theta$  é o ângulo de contato. Estabelecendo que a derivada de  $F_c$  seja igual a zero, tem-se que  $F_c$  é maximizado quando:

$$\varphi = \beta = \frac{\theta}{2} \quad (3.278)$$

$$F_{c \max} = 2\pi R_p \sigma \text{sen}^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (3.279)$$

A partícula maior que pode aderir à bolha é dada por:

$$\frac{\pi}{6} d_{p \max}^3 g(\rho_s - \rho_w) = \pi d_{p \max} \sigma \text{sen}^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (3.280)$$

$$d_{p \max} = \left( \frac{6\sigma}{g(\rho_s - \rho_w)} \right)^{\frac{1}{2}} \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (3.281)$$

As forças adicionais causadas pela turbulência podem descoletar uma partícula menor e uma análise aproximada por Woodburn *et al.* (1971) leva ao seguinte modelo para a eficiência de descoleta.

$$E_D = \left( \frac{d_p}{d_{p \max}} \right)^{1.5} \quad (3.282)$$

### 3.2.5.h: A fase espuma.

**O movimento da espuma:** Os modelos cinéticos para a coleta de partículas sólidas na polpa não são adequados para descrever o comportamento global da célula de flotação porque a espuma, no topo da célula, exerce uma forte influência sobre o comportamento cinético do sistema de flotação. Os processos que acontecem na fase espuma são complexos e eles finalmente determinam se a partícula, capturada por uma bolha, na fase polpa, será recuperada no fluxo flotado de uma célula de flotação. Dois aspectos do comportamento da espuma precisam ser considerados: o movimento da espuma desde a superfície da polpa até a sua superfície superior, o transbordo de espuma e os processos que ocorrem dentro da espuma enquanto ela está fluindo. Estes processos incluem bolhas estourando, partículas descoletando e a drenagem de água e sólidos da espuma. É útil considerar o movimento da espuma primeiro e, então, sobrepor os subprocessos internos sobre o modelo de fluxo básico.

As bolhas, carregando suas cargas de partículas aderidas, saem da fase polpa para a fase espuma no limite polpa-espuma, no topo da polpa. As bolhas não arrebentam imediatamente e elas se juntam e flutuam na superfície da polpa. As bolhas são empurradas para cima pela chegada de outras bolhas novas provenientes da fase polpa. Levando em conta que as bolhas não são tão grandes, elas conservam suas formas esféricas quando passam da fase polpa para a camada mais baixa da fase espuma. Elas tendem a se arranjar segundo um pacote fechado hexagonal. Os espaços de intervenção entre as bolhas são preenchidos com líquido que é carregado para cima em conjunto com a bolha, a partir da fase polpa. Este líquido intersticial aprisiona quantidades significativas de material particulado da polpa e o material aprisionado pode incluir quantidades significantes de partículas hidrofílicas não flotáveis. A composição dos sólidos aprisionados é determinada primariamente pela composição do sólido que está suspenso nas regiões mais de topo da fase polpa.

A água intersticial drena bastante rapidamente da espuma e as bolhas movem mais próximas e juntas, deformando de modo constante para tomar formas poliédricas (ocorre quando os filmes que separam quaisquer duas bolhas tornam-se mais finos e mais fracos). A equação de Young-Laplace constitui uma base matemática que auxilia para a melhor compreensão do processo de drenagem capilar que ocorre no plateau.

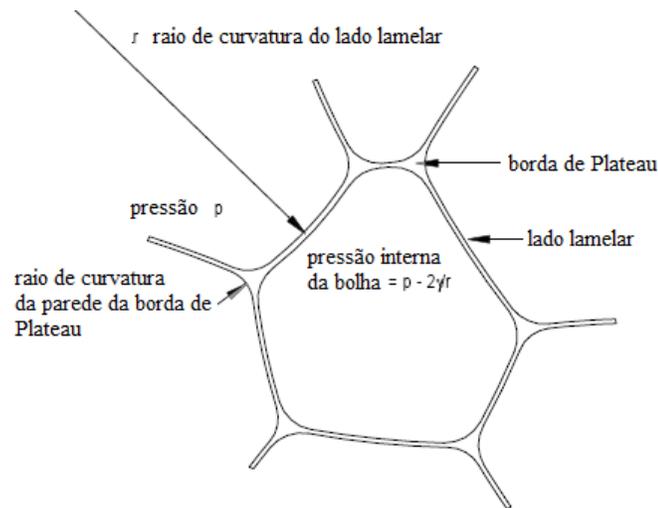
As poucas camadas de bolhas esféricas, imediatamente acima da superfície da polpa, geralmente podem ser desconsideradas quando a fase espuma for observada como um todo, a menos que a camada de espuma seja muito fina. Quando a água intersticial drena, a estrutura torna-se uma espuma verdadeira com uma estrutura geométrica característica que é ilustrada em duas dimensões na figura 3.72. Os três filmes lamelares que separam as bolhas encontram-se para formar bordas chamadas de bordas de Plateau que constituem uma rede de canais através dos quais a água pode drenar a partir da espuma, sob a ação da gravidade.

O raio de curvatura dos filmes lamelares é consideravelmente maior que o raio das paredes das bordas de Plateau, como ilustrado na figura 3.72. Isto significa que a pressão dentro de uma borda de Plateau é menor que a pressão dentro dos filmes laminares para o qual ela está aderida. Conseqüentemente, a água drena dos filmes lamelares para a borda de Plateau e os filmes tornam-se regularmente mais finos. As bordas de Plateau variam em comprimento, área da seção de corte e orientação por todo a espuma. Os filmes que separam as bolhas contêm todas as partículas que foram aderidas a uma bolha quando a bolha passa da fase polpa para a fase espuma.

A equação diferencial parcial não-linear de Young-Laplace apresenta-se como uma ferramenta útil para o entendimento melhor destes fenômenos, pois descreve a diferença de pressão de capilaridade sustentada ao longo da interface entre dois fluidos estáticos, tais como a água e o ar, devido ao fenômeno da tensão superficial (Wikipédia). A equação de Young-Laplace, na física, relata a diferença de pressão para a forma da superfície e é fundamentalmente importante no estudo de superfícies de capilaridade estática. É uma constatação do balanço de tensão normal para fluidos estáticos reunidos em uma superfície, onde a interface é tratada como uma superfície (espessura zero):

$$\Delta p = \gamma \nabla \cdot \hat{n} = 2\gamma H = \gamma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (3.283)$$

onde  $\Delta p$  é a diferença de pressão ao longo da interface do fluido,  $\gamma$  é a tensão superficial,  $\hat{n}$  é uma unidade normal à superfície,  $H$  é a curvatura média e  $R_1$  e  $R_2$  são os raios de curvatura principais (alguns autores referem, de maneira inapropriada, o fator  $2H$  como a curvatura total).



**Figura 3.72: Estrutura geométrica de uma única bolha, em uma espuma, vista em duas dimensões (King, 2001).**

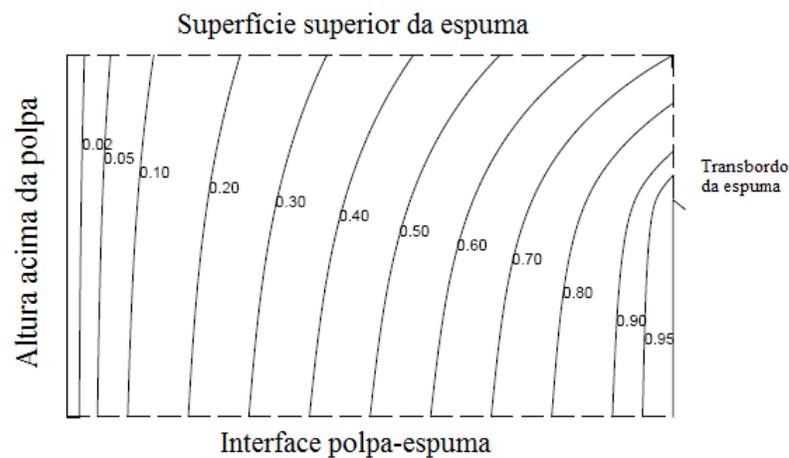
As bolhas continuam a mover para cima, através do topo da superfície da espuma e lateralmente através da região de transbordo. A partir deste ponto a espuma carregada de partículas é recuperada para o flotado. Algumas das bolhas atingem o topo da superfície da espuma onde estouram e, então, nunca alcançam o transbordo. O movimento da fase espuma pode ser modelado como um problema de fluxo potencial bi-dimensional. Isto é ilustrado nas figuras 3.73 e 3.74 que mostram uma seção vertical, ao longo da fase espuma, no topo de uma célula típica de flotação.

A espuma é assumida ser incompressível e, portanto, as linhas de fluxo para o fluxo modelo podem ser calculadas como valores constantes da função de fluxo  $\psi$  que satisfaz a equação de Laplace:

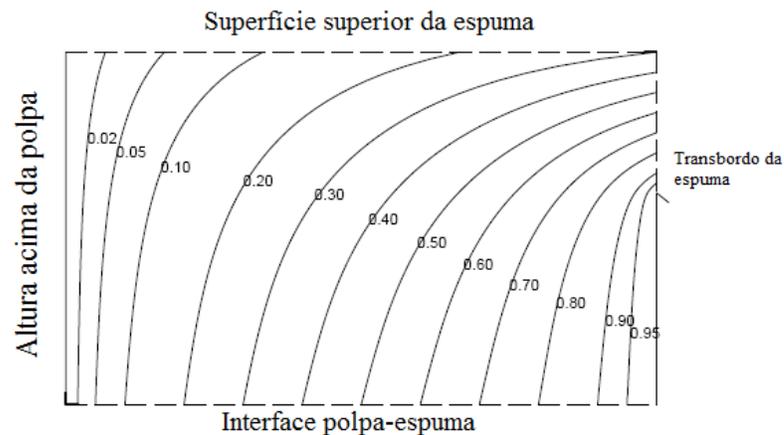
$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial y^2} = 0 \quad (3.284)$$

sujeita às condições limites disponíveis. Pelo fato de não haver quase nenhuma turbulência em escala macro, na espuma, as linhas de fluxo representam o caminho tomado por uma bolha através da espuma.

As linhas de fluxo, que terminam no topo da superfície da espuma, representam as bolhas que rompem sobre a superfície enquanto as linhas de fluxo que terminam sobre o plano vertical, acima do transbordo, passam para o produto flotado. Não é difícil calcular as trajetórias das linhas de fluxo para geometrias de espuma simples, tais como aquelas mostradas nas figuras 3.69 e 3.70, porque as soluções da equação de Laplace para estas geometrias estão facilmente disponíveis. Carslaw e Jaeger (1959) é uma boa fonte para estas soluções. É necessário, somente, especificar as condições limite para uma geometria de célula em particular que está para ser estudada.



**Figura 3.73: Linhas de fluxo na espuma de flotação calculada a partir da equação 3.290. A espuma é relativamente instável com coeficiente de estabilidade  $1-\alpha=0,7$ . As linhas limite do sólido são impermeáveis ao ar que pode fluir somente através dos limites representados pelas linhas quebradas (King, 2001).**



**Figura 3.74: Linhas de fluxo na espuma de flotação calculada a partir da equação 3.290. A espuma é relativamente estável com coeficiente de estabilidade  $1-\alpha=0,3$ . As linhas limite do sólido são impermeáveis ao ar que pode fluir somente através dos limites representados pelas linhas quebradas (King, 2001).**

As condições limites são formuladas em termos de fluxo de gás, ao longo dos vários limites da espuma. O fluxo de gás ao longo da interface polpa-espuma está relacionado à taxa de aeração na célula de flotação, em  $Gm^3/s$ . Considere uma célula de flotação com uma seção de corte retangular e uma dimensão lado a lado de  $w$  metros, e a dimensão de trás para frente de  $b$  metros. A velocidade superficial do gás, através da interface polpa-espuma, é  $G/wb$  e a taxa de aeração linear é  $G/w$  por unidade de comprimento da interface. O fluxo total de gás, através da interface que é limitada pela parede de trás da célula, e uma linha imaginária a uma distância  $x$  da parede de trás é  $Gx/b$ . Assim, se o valor da função de fluxo contra a parede de trás é dada o valor de referência zero, o valor da função de fluxo a uma distância  $x$  desta parede é  $\psi=(Gx/b)$ . A função de fluxo pode ser normalizada como:

$$\Psi = \frac{\psi}{G} \quad (3.285)$$

e  $\Psi$ , obviamente, também satisfaz a equação 3.284. As dimensões das espumas são normalizadas em relação à dimensão  $b$  da célula.

$$x' = \frac{x}{b} \quad e \quad y' = \frac{y}{b} \quad (3.286)$$

Na interface polpa-espuma, o valor limite para a função de fluxo  $\Psi$  é dada por  $\Psi=x'$ .

De maneira similar, a função de fluxo é zero ao longo da parede de trás por que o ar passa através daquele plano. Nenhum gás passa através da parede de frente, debaixo do transbordo da célula. Um fator importante do modelo de linhas de fluxo na espuma é a partição fracional do fluxo de gás entre aquele contido na porção flotada e aquele que sai da espuma através superfície de topo, onde as bolhas arrebatam e libertam gás.

Se a fração  $1-\alpha$  da espuma passa sobre a borda de transbordo, a linha de fluxo que passa através do topo da esquina da espuma, do lado direito, está associada com a função de fluxo com valor de  $\alpha$  normalizado. Esta linha de fluxo separa a espuma recuperada da espuma que termina sua vida pelo rompimento na superfície de topo.

Assim, a condição limite sobre a superfície de topo da espuma é:

$$\Psi = \alpha x' \quad (3.287)$$

E ao longo da parede de frente:

$$\Psi = 1, \text{ para } 0 < y \leq Wh \quad (3.288)$$

e

$$\Psi = 1 - (1 - \alpha) \frac{y - Wh}{H - Wh}, \text{ para } Wh < y \leq H \quad (3.289)$$

onde  $H$  representa a altura total da camada de espuma e  $Wh$  representa a altura borda da célula acima da interface polpa-espuma.

O parâmetro  $\alpha$  é determinado, com grande influência, pela estabilidade da espuma. Espumas estáveis tendem a subir mais alto acima da polpa forçando, assim, mais espuma sobre a borda da célula para o flotado. Espumas instáveis tendem a quebrar mais facilmente e, conseqüentemente, mais gás sai da espuma através da superfície da polpa. Valores mais baixos de  $\alpha$  representam espumas mais estáveis. Obviamente, a mobilidade da fase espuma também afetará o valor do parâmetro  $\alpha$  desde que uma mobilidade maior da fase espuma permitirá ser mais recuperada sobre a borda do flotado.

Caslaw e Jaeger (1959) proporcionaram uma solução de estado regular conveniente para a equação 3.284 em uma região retangular com três lados tendo  $\Psi=0$  e uma função

arbitrária ao longo do quarto lado. A solução para o problema presente pode ser obtida pela imposição de três soluções separadas, cada qual com a função limite apropriada especificada para a interface polpa-espuma, o topo da superfície da espuma ou a parede de frente e o transbordo do flotado.

A solução geral tem a forma:

$$\Psi(x', y') = \Psi_1(x', y') + \Psi_2(1 - x', H' - y') + \Psi_3(y', 1 - x') \quad (3.290)$$

onde:

$$\Psi_i(x', y') = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^{(i)} \operatorname{sen} n\pi x' \frac{1 - \exp(-2n\pi(H' - y'))}{1 - \exp(-2n\pi H')} \exp(-n\pi y') \quad (3.291)$$

representa a solução para o limite  $i$  e o coeficiente  $a_n^{(i)}$  para cada solução é dada por:

$$a_n^{(1)} = \frac{2}{n\pi} (-1)^n, \text{ para a interface polpa-espuma} \quad (3.292)$$

$$a_n^{(2)} = \frac{2\alpha}{n\pi}, \text{ para a superfície superior da espuma} \quad (3.293)$$

$$a_n^{(3)} = \frac{2}{n\pi} \left( 1 - \alpha(-1)^n + \frac{1 - \alpha}{n\pi(1 - Wh')} \operatorname{sen}(n\pi Wh') \right), \text{ para a borda de frente} \quad (3.294)$$

Os contornos para valores constantes de  $\Psi$  (as linhas de fluxo), calculados a partir da equação 3.289, são ilustradas nas figuras 3.2-83 e 3.2-84, que dão uma descrição visual do fluxo da espuma.

**Processos dinâmicos na fase espuma:** Quando bolhas individuais na espuma movem para cima, em direção à superfície livre, e lateralmente no sentido ao transbordo de material flotado, ocorrem um número de processos dinâmicos. O mais óbvio destes é o engrossamento da estrutura da espuma devido à ruptura dos filmes lamelares entre as bolhas. Este fenômeno é facilmente observável em qualquer célula de flotação e há um número de estudos que visam diagnosticar o comportamento da espuma a partir do tamanho das bolhas no topo da camada na qual podem ser medidos de forma razoável e fácil pelas técnicas de análise de imagem.

A ruptura de um filme na espuma leva à descoleta parcial das partículas hidrofóbicas que estavam presentes no filme antes da ruptura. A água e as partículas contidas no filme lamelar rompido são transferidas para as bordas de Plateau que estão conectadas ao filme. É razoável supor que algumas partículas, entretanto, irão permanecer aderidas à interface ar-água e simplesmente irão se mover para um filme lamelar vizinho. As partículas que têm hidrofobicidade alta (ângulo de contato elevado) terão maior tendência a permanecerem aderidas enquanto que partículas com hidrofobicidade menor tenderão a serem transferidas para as bordas de Plateau.

A água, nas bordas de Plateau, em conjunto com sua carga de sólidos suspensos, drena sob a ação da gravidade através de uma rede de bordas de Plateau fazendo com que a espuma torne-se progressivamente nua, tanto de água quanto de partículas, quando ela é descarregada da célula.

As partículas hidrofílicas que entraram na espuma por aprisionamento são improváveis de se tornarem aderidas às bolhas na espuma, estando livres para drenarem a partir da espuma com a água. As partículas também sedimentam em relação à água em função de sua maior densidade e estas adicionam ao fluxo descendente de partículas nas bordas de Plateau.

As partículas que são aprisionadas na água, em filmes lamelares que separam as bolhas, não drenam dos filmes lamelares para as bordas de Plateau porque elas são impedidas por outras partículas que estão aderidas à superfície das bolhas. Esta restrição foi sugerida, primeiramente, por Gaudin quem proporcionou um esboço para ilustrar a idéia.

A taxa de quebra dos filmes lamelares é governada de uma maneira complexa pela tensão superficial do fluido, pela concentração e tipo de surfactante, pela espessura do filme, pela presença de partículas (principalmente aquelas com ângulo de contato alto), pela pressão diferencial do filme e pelo tamanho da bolha e, portanto, pela área do filme. Dippenaar (1982) mostrou que partículas hidrofóbicas, com ângulo de contato elevado, levam à ruptura razoavelmente rápida do filme mas há, também, evidências de

que partículas hidrofóbicas, com ângulos de contato mais baixos, têm um efeito de estabilização sobre a espuma. Isto pode ser observado, algumas vezes, em plantas de flotação onde as espumas produzidas em células *cleaner* são freqüentemente mais estáveis que aquelas produzidas em células *rougher* ou *scavenger* (**Nota do autor: esta última frase considera um raciocínio para a flotação direta. Para uma flotação reversa - rejeito coletado para a espuma - esta frase poderia ser reescrita da seguinte forma: “em plantas de flotação onde as espumas produzidas em células *scavenger* são freqüentemente mais estáveis que aquelas produzidas em células *rougher* ou *cleaner*”**).

O comportamento dinâmico da espuma e a sua evolução com o tempo são governados por três processos: a taxa de drenagem da água a partir do filme lamelar para as bordas de Plateau, a taxa de quebra dos filmes lamelares e a taxa de drenagem da água e sólidos suspensos a partir das bordas de Plateau. Adicionalmente, as composições das populações de partículas em filmes lamelares e as bordas de Plateau, em qualquer ponto da fase espuma, são governadas pela taxa diferencial de adesão dos tipos diferentes de partículas dos filmes lamelares para as bordas de Plateau.

Estes processos de taxa individuais são difíceis para observações e estudos em laboratório, tanto que quase nenhuma informação confiável está atualmente disponível em estruturas de modelos apropriados que possam ser usados para sua descrição em termos quantitativos. É útil, entretanto, formular um modelo simples para cada processo e sobrepô-lo ao modelo de movimento da espuma descrito anteriormente. Isto leva a um modelo cinético médio para o processo de flotação que captura os elementos de todos os subprocessos importantes que ocorrem na espuma e que são capazes de calibração frente a dados operacionais. Este modelo, para a fase espuma, pode ser combinado com os modelos de cinética para a fase polpa. Pode gerar uma estrutura de modelo viável, passível de ser usada para a simulação de células de flotação em operação.

**A taxa de quebra de filmes lamelares:** A taxa de quebra de filmes lamelares que separam as bolhas na espuma é um processo complexo que depende de muitos fatores. As duas propriedades internas da espuma que são mais diretamente afetadas pela

ruptura dos filmes lamelares são a área de superfície por unidade de volume da espuma e a quantidade e composição dos sólidos que permanecem aderidos nas superfícies das bolhas. A quantidade de água, de sólido e a composição do sólido nas bordas de Plateau também são determinadas pelo processo de quebra porque cada evento de ruptura adiciona tanto água quanto, seletivamente, partículas sólidas às bordas de Plateau.

A taxa na qual o filme lamelar quebra varia por toda a camada de espuma, mas os fatores que determinam a taxa de quebra não são suficientemente bem compreendidos, atualmente. Por consequência, um modelo simples para a quebra de filmes lamelares é apresentado aqui. Um método é desenvolvido para calcular a quantidade e composição de massa no flotado e a quantidade de água que é recuperada sobre o fluxo de material flotado.

O método de solução é baseado na observação que bolhas individuais passam através da espuma inteiramente sobre uma única linha de fluxo. Assim, as mudanças dinâmicas que ocorrem durante o tempo que uma bolha está na espuma pode ser avaliado pela integração ao longo da linha de fluxo. Isto pode ser ilustrado pelo cálculo da área superficial da bolha por unidade de volume da espuma, a partir do tempo que a bolha entra na espuma até sair no flotado ou estourar sobre a superfície da espuma. Seja  $S_F$  a área superficial da bolha por unidade de volume da espuma. Um balanço diferencial da área de superfície da bolha na espuma é dado por:

$$u_x \frac{\partial S_F}{\partial x} + u_y \frac{\partial S_F}{\partial y} = -R_B \quad (3.295)$$

onde  $u_x$  e  $u_y$  são os componentes locais do movimento da espuma e  $R_B$  é a taxa de quebra de filmes lamelares por unidade de volume da espuma. A incompressibilidade da espuma requer:

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0 \quad (3.296)$$

A solução da equação 3.295 pode ser gerada pela integração ao longo da linha de fluxo, desde que todas as linhas de fluxo sejam linhas características para esta equação. O componente do vetor velocidade pode ser obtido pela diferenciação da função de fluxo.

$$u_x = \frac{1}{w} \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{G}{wb} \frac{\partial \Psi}{\partial y'} = \frac{G}{wb} u'_x = U_G u'_x \quad (3.297)$$

e

$$u_y = \frac{1}{w} \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{G}{wb} \frac{\partial \Psi}{\partial x'} = \frac{G}{wb} u'_y = U_G u'_y \quad (3.298)$$

onde  $UG=(G/wb)$  é a velocidade do gás superficial através da interface polpa-espuma.

Ao longo de uma linha de fluxo:

$$\frac{dS_F}{dy} = -\frac{R_B}{u_y} \quad (3.299)$$

que é fácil para integrar numericamente, iniciando em  $S_F=(6/D_b)$ , em  $y=0$ .  $D_b$  é o diâmetro da bolha quando ela sai da fase polpa. É conveniente normalizar  $S_F$  em relação à área de superfície por unidade de volume de uma bolha esférica única quando ela emerge da fase polpa e  $R_B$  com relação à taxa de produção da área de superfície em uma célula de flotação,  $6G/D_b$ .

$$S'_F = S_F \frac{D_b}{6} \quad (3.300)$$

$$R'_B = R_B \frac{D_b wb^2}{6G} \quad (3.301)$$

A equação 3.299 torna-se:

$$\frac{dS'_F}{dy'} = -\frac{R'_B}{u'_y} \quad (3.302)$$

com  $S'_F=1$ , em  $y'=0$ .

Cada bolha que arrebenta altera a quantidade de sólidos aderidos às superfícies que pulam os filmes lamelares porque há uma forte tendência para o sólido aderido descoletar e ser aprisionado à água nas bordas de Plateau, como sólidos suspensos.

Nem todo sólido aderido irá descoletar e algum restará aderido na interface ar-água e deslizará ao longo da superfície da bolha e se juntará à carga aderida em um filme lamelar vizinho. Este fenômeno é descrito por um coeficiente de adesão de sólido  $\sigma_{ij}$  que é a fração de partículas do tipo  $ij$  que permaneceu aderida durante o evento de estouro.  $\sigma_{ij}$  depende fortemente do tamanho e da hidrofobicidade da partícula. Partículas

altamente hidrofóbicas têm uma tendência maior para permanecerem aderidas e isto é o mecanismo primário pelo qual o teor de mineral aumenta na espuma quando a mesma move-se para cima da superfície da polpa. Este fenômeno é observado na prática e, algumas vezes, explorado para melhorar o teor da espuma em células de flotação industrial. A composição de sólido aderido às superfícies das bolhas é governada pela equação:

$$u_x = \frac{\partial S_F \Gamma_{ij}}{\partial x} + u_y \frac{\partial S_F \Gamma_{ij}}{\partial y} = -(1 - \sigma_{ij}) \Gamma_{ij} R_B \quad (3.303)$$

onde  $\Gamma_{ij}$  é a quantidade de sólidos do tipo  $ij$  aderido por unidade de área da superfície da bolha.  $\sigma_{ij}$  é a fração do tipo  $ij$  que permanece aderida durante a ruptura de um filme lamelar único. As linhas de fluxo são características para a equação 3.2-393 e ao longo de uma linha de fluxo.

$$\frac{dS_F \Gamma_{ij}}{dy} = -\frac{(1 - \sigma_{ij}) \Gamma_{ij} R_B}{u_y} \quad (3.304)$$

que precisa ser integrada a partir da condição inicial  $\Gamma_{ij} = m_{ij} LL_{max}$ , em  $y=0$ .  $LL_{max}$ , é a carga carregada pelas bolhas quando elas saem da fase polpa e  $m_{ij}$  é a fração de massa das partículas do tipo  $ij$ , na bolha carregada.  $\Gamma_{ij}$  é normalizada por:

$$\Gamma'_{ij} = \frac{\Gamma_{ij}}{m_{ij} LL_{max}} \quad (3.305)$$

e a equação 3.304 pode ser normalizada:

$$\frac{d\Gamma'_{ij}}{dy'} = \sigma_{ij} \frac{\Gamma'_{ij} R'_B}{S'_F u'_y} \quad (3.306)$$

$S'_F$  e  $\Gamma'_{ij}$  podem ser calculados ao longo de uma linha de fluxo característica usando as equações 3.302 e 3.306 levando em conta que um modelo para a taxa de arrebetamento de bolha possa ser formulado. A taxa na qual o filme lamelar rompe é assumida ser constante.

O tempo de residência de qualquer bolha em uma espuma é obtido pela integração ao longo da linha de fluxo:

$$\frac{d\tau'}{dy'} = \frac{1}{u'_y} \quad (3.307)$$

onde  $\tau'$  é o tempo de residência da bolha normalizado em relação à velocidade superficial do gás.

$$\tau' = \frac{\tau U_G}{b} \quad (3.308)$$

As equações 3.302 e 3.306 podem ser integradas simultaneamente para dar expressões explícitas para  $S'_F$  e  $\Gamma'_{ij}$  por toda a espuma em termos de tempo de residência como um parâmetro.

$$S'_F = 1 - R'_B \tau' \quad (3.309)$$

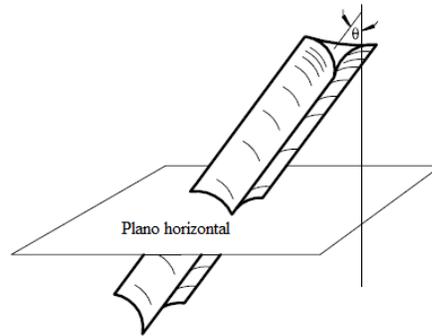
$$\Gamma'_{ij} = (S'_F)^{-\sigma_{ij}} = (1 - R'_B \tau')^{-\sigma_{ij}} \quad (3.310)$$

Estas expressões são necessárias para calcular as condições na rede de bordas de Plateau ao longo de toda a espuma como será descrito a seguir.

**A drenagem da espuma através das bordas de plateau:** O fluxo de polpa na rede de bordas de Plateau varia por toda a espuma. A taxa na qual água e sólido drenam através da rede é maior na base da espuma, por causa da água e dos sólidos acumulados devido à quebra de filmes lamelares quando a espuma flui no sentido à superfície ou para a drenagem da espuma.

A água e o sólido que drenam dos filmes lamelares e que saem deles por causa do mecanismo de quebra, que foi descrito anteriormente, causam um aumento gradual no fluxo através das bordas de Plateau, aumentando a área da seção de corte para acomodar o fluxo adicional. A polpa que drena através das bordas de Plateau é dirigida pela gravidade e, conseqüentemente, move em relação ao movimento da espuma.

O caminho que qualquer elemento de uma polpa em drenagem toma através da espuma pode ser calculado a partir das linhas de fluxo estabelecidas para a espuma e, portanto, para a rede de bordas de Plateau, que move integralmente com a espuma. A velocidade na qual a polpa drena em relação à rede pode ser aproximada assumindo um fluxo laminar sob a ação da gravidade nas bordas de Plateau. Um segmento curto do canal dentro de uma rede de bordas de Plateau é ilustrado na figura 3.75.



**Figura 3.75: Segmento em uma rede de bordas de Plateau através do qual a polpa drena sob a ação da gravidade (King, 2001).**

Em um canal inclinado a um ângulo  $\theta$  com a vertical, a velocidade média relativa à parede do canal é:

$$V(\theta) = \frac{g\rho \cos\theta D_H^2}{32\mu} \quad (3.311)$$

onde  $D_H$  é o diâmetro hidráulico do canal. As bordas de Plateau são assumidas como não tendo uma orientação preferida, tanto que  $\theta$  é uniformemente distribuído no intervalo  $[0, \pi/2]$ . A velocidade de drenagem média é:

$$\bar{V} = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{g\rho D_H^2}{32\mu} \cos\theta d\theta = \frac{g\rho D_H^2}{16\pi\mu} \quad (3.312)$$

Se  $D_H$  permanece constante por toda a espuma,  $\bar{V}$  pode ser tomado como constante e os componentes do vetor da velocidade de drenagem da água na espuma são:

$$v_x = u_x \quad \text{e} \quad v_y = u_y - \bar{V} \quad (3.313)$$

As trajetórias características, para a polpa em drenagem, são dadas por:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{v_x}{v_y} = \frac{u_x}{u_y - \bar{V}} \quad (3.314)$$

que são integradas iniciando em  $y=H$ .

Por conveniência, a equação 3.314 pode ser escrita em termos de variáveis normalizadas:

$$\frac{dx'}{dy'} = \frac{u'_x}{u'_y - V'} \quad (3.315)$$

onde:

$$\bar{V}' = \frac{\bar{V}}{U_G} \quad (3.316)$$

Um conjunto típico de trajetórias, calculadas a partir da equação 3.316, é mostrado na figura 3.76. As trajetórias que passam sobre o transbordo da espuma representam água e sólidos que são recuperados pelo aprisionamento. Aquelas trajetórias que terminam na interface polpa-espuma representam a polpa que retorna da espuma para a fase polpa.

A quantidade de polpa que drena através da rede de bordas de Plateau aumenta linearmente a partir do topo da polpa da espuma porque, as bolhas estourando continuamente, adicionam água aos canais de drenagem, que por sua vez tornam-se maiores na seção de corte para acomodar o aumento na taxa de drenagem. Se  $\varepsilon$  representa o volume das bordas de Plateau por unidade de volume da espuma, o balanço de volume diferencial para a polpa em drenagem é:

$$u_x \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + (u_y - \bar{V}) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{1}{2} R_B \delta \quad (3.317)$$

onde  $\delta$  é a espessura média dos filmes lamelares na espuma. A equação 3.317 pode ser resolvida com condições limites especificadas ao longo da superfície de topo da espuma, que refletem a liberação de polpa devido ao arrebentamento de bolhas sobre a superfície. Toda a quebra de filmes lamelares, que está associada com o gás que escapa através da superfície da espuma, e a polpa produzida entram nas bordas de Plateau e iniciam a drenagem descendente na rede de canais.

Qualquer água de lavagem que é adicionada à superfície de topo da espuma também é adicionada ao fluxo, na superfície superior.

$$\bar{V}\varepsilon = \frac{1}{2} S_F \delta \alpha U_G + \text{taxa de água de lavagem, em } y=H \quad (3.318)$$

$$\varepsilon = 3 \frac{S_F' \delta' \alpha}{\bar{V}'} + \frac{\text{taxa de água de lavagem}}{\bar{V}} \quad (3.319)$$

As trajetórias de drenagem mostradas na figura 3.76 são linhas características para a solução da equação 3.317. Ao longo de qualquer trajetória

$$\frac{d\varepsilon}{dy} = \frac{1}{2} \frac{R_B \delta}{u_y - \bar{V}} \quad (3.320)$$

Em termos de variáveis normalizadas

$$\frac{d\varepsilon}{dy'} = \frac{3R'_B \delta'}{u'_y - V'} \quad (3.321)$$

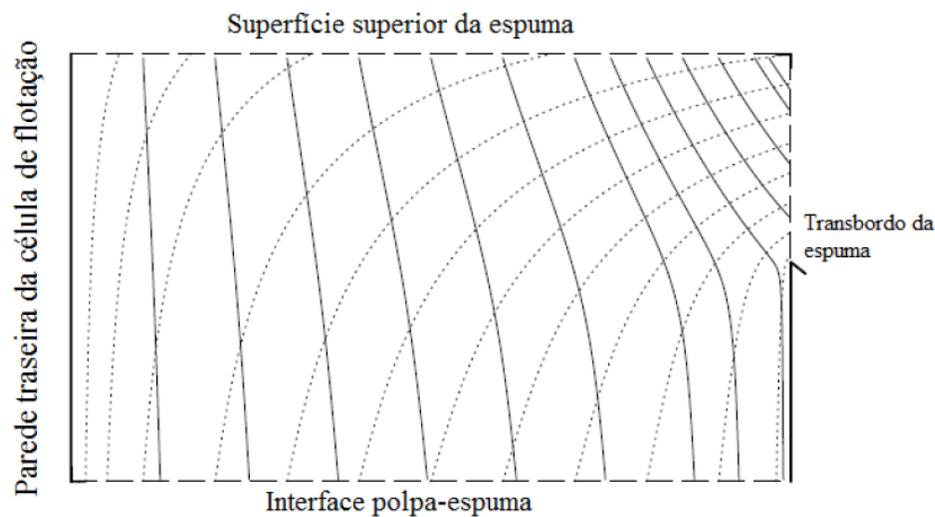
onde  $\delta' = (\delta/D_b)$ .

Um balanço diferencial para a concentração  $C_{ij}$  de sólidos, do tipo  $ij$  na polpa, nas bordas de Plateau é:

$$u_x \frac{\partial \varepsilon C_{ij}}{\partial x} + (u_x - \bar{V} - v_{Tij}) \frac{\partial \varepsilon C_{ij}}{\partial y} = (1 - \sigma_{ij}) R_B \Gamma_{ij} \quad (3.322)$$

onde  $v_{Tij}$  é a velocidade terminal de sedimentação em canais estreitos do tipo  $ij$ . As condições limites são:

$$C_{ij} = \frac{2\Gamma_{ij}}{\delta}, \text{ em } y=H \quad (3.323)$$



**Figura 3.76: Trajetórias de drenagem para polpa na rede de bordas de Plateau (King, 2001).**

As linhas características para esta equação podem ser calculadas pela integração:

$$\frac{dx'}{dy'} = \frac{u'_x}{u'_y - \bar{V}' - \frac{v_{Tij}}{U_G}} \quad (3.324)$$

Estas linhas têm a mesma forma geral quanto às características de drenagem, mas são um tanto mais íngremes, tornando-se quase verticais para a maior parte da espuma, para partículas que sedimentam rapidamente.

Ao longo destas linhas características:

$$\frac{d\varepsilon C_{ij}}{dy} = \frac{(1 - \sigma_{ij}) R_B \Gamma_{ij}}{u_y - \bar{V} - v_{Tij}} \quad (3.325)$$

Em termos de variáveis normalizadas:

$$\frac{d\varepsilon C'_{ij}}{dy'} = \frac{(1 - \sigma_{ij}) R'_B \Gamma'_{ij}}{u'_y - \bar{V}' - \frac{v_{Tij}}{U_G}} \quad (3.326)$$

com

$$C'_{ij} = \frac{C_{ij} D_b}{6m_{ij} LL_{\max}} \quad (3.327)$$

A equação 3.326 precisa ser resolvida após a concentração de superfície  $\Gamma_{ij}$  ter sido avaliada em todos os pontos na espuma, usando a equação 3.310.

A concentração total de partículas do tipo  $ij$  em uma amostra coletada a partir de qualquer ponto da espuma é dada por:

$$\text{Concentração da Amostra de Espuma} = \varepsilon C_{ij} + S_F \Gamma_{ij} \text{ kg/m}^3 \quad (3.328)$$

Amostras podem ser coletadas de pontos diferentes na espuma, durante a operação de células e comparadas com as previsões do modelo usando esta equação.

Isto agora é possível para avaliar a recuperação fracional de partículas do tipo  $ij$  pela espuma. Esta quantidade é chamada de coeficiente de transmissão de espuma  $\gamma_{ij}$  e é uma ligação importante entre as cinéticas da fase polpa e a recuperação de sólidos. O coeficiente de transmissão de espuma pode ser avaliado pela integração do fluxo de partículas, tanto aquelas aderidas aos filmes laminares quanto aquelas aprisionadas nas bordas de Plateau, nos fluxos que passam pelo transbordo do flotado.

$$\gamma_{ij} = \frac{w \int_{Wh}^H (u_x S_F \Gamma_{ij})_{x=b} dy + w \int_{Wh}^H (u_x \varepsilon C_{ij})_{x=b} dy}{\frac{6}{D_b} g m_{ij} L L_{\max}} = \int_{Wh}^H u'_x (S'_F \Gamma'_{ij} + \varepsilon C'_{ij})_{x'=1} dy' \quad (3.329)$$

Da mesma maneira, a recuperação de água no fluxo de flotado pode ser calculada a partir de:

$$\frac{Q_w^C}{G} = \int_{Wh}^H u'_x (3S'_F \delta' + \varepsilon) dy' \quad (3.330)$$

### 3.2.5.i: Modelos cinéticos simplificados para a flotação.

Muitos testes de flotação em bancada são conduzidos em laboratório e indicam que o modelo cinético para a flotação realmente descreve a natureza essencial deste processo, pelo menos em um ambiente bem excitado onde as partículas sólidas são mantidas em suspensão e estão disponíveis para captura pelas bolhas.

As análises apresentadas nas seções anteriores indicam que a taxa na qual as partículas são capturadas na superfície das bolhas é proporcional à concentração de partículas na fase polpa. As partículas de tipos diferentes terão taxas diferentes de captura específica porque a variação da flotabilidade devido à variação no ângulo de contato exibida pelas superfícies da partícula. Há referências em abundância, na literatura, que o tamanho de partícula também influencia a taxa de captura de partículas. Isto é refletido em um modelo para a constante de flotação específica  $K_{ij}$ , que foi descrito nas seções anteriores, levando às equações 3.248 e 3.249 para a taxa de transferência de partículas da fase polpa para a fase bolha.

$$\text{Taxa de transferência de partículas do tipo } ij = K_{ij} C_{ij} = k_{ij} S C_{ij} \quad (3.331)$$

Nesta equação, os índices referem-se ao tamanho de partícula e tipo de composição de partículas, respectivamente.  $K_{ij}$  e  $k_{ij}$  são funções complexas do tamanho de partícula, tamanho de bolha, carregamento da bolha e do tempo de indução de aderência que é

aparentemente dominado pelo ângulo de contato que é exibido por uma partícula, no ambiente da célula de flotação.

O teste em bancada é descrito por:

$$\frac{dC_{ij}}{dt} = -K_{ij}C_{ij} \quad (3.332)$$

que integrada dá:

$$\frac{C_{ij}(t)}{C_{ij}(0)} = \exp(-k_{ij}t) \quad (3.333)$$

Se o processo foi inteiramente governado pela equação 3.332, dados experimentais poderiam ser plotados como uma linha reta, de acordo com a equação 3.333. Claro que não é a taxa específica de flotação dos minerais que decresce no decorrer do teste de flotação e ambos, a partir de um dado tempo, param de flotar. Este tipo de comportamento pode ser descrito ao assumir que uma fração de cada mineral é não flotável e tem  $K_{ij}=0$ . Esta fração está relacionada à recuperação final por  $R_{ij}$  e a equação 3.333 torna-se:

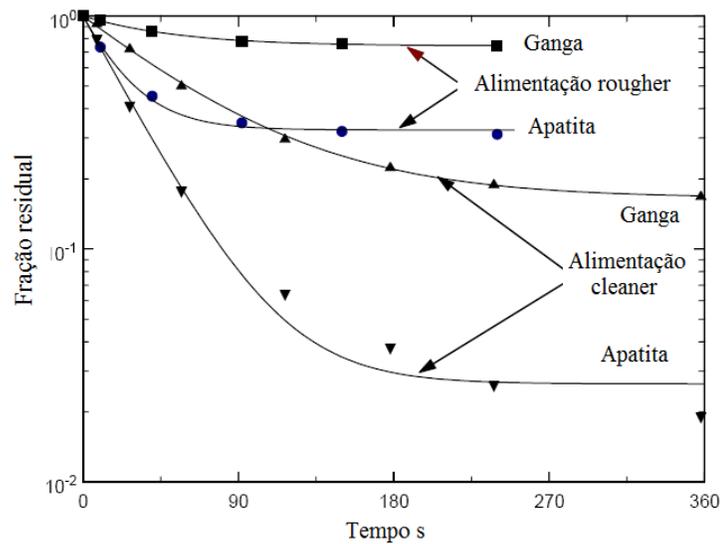
$$\frac{C_{ij}(t)}{C_{ij}(0)} = R_{ij} \exp(-K_{ij}t) + (1 - R_{ij}) = 1 - R_{ij}(1 - \exp(-k_{ij}t)) \quad (3.334)$$

esta é freqüentemente escrita em termos da recuperação,  $R_{ij}$ , das espécies minerais:

$$R_{ij} = \frac{C_{ij}(0) - C_{ij}(t)}{C_{ij}(0)} = R_{ij}(1 - \exp(-K_{ij}t)) \quad (3.335)$$

Se tanto  $K_{ij}$  e  $R_{ij}$ , na equação 3.335, são considerados como parâmetros ajustáveis, este modelo simples pode ser feito para ser ajustado aos dados experimentais.

A figura 3.77 mostra resultados de testes em escala de bancada para um minério apatítico considerando a coleta estagiada de espumas em tempos distintos da flotação, sendo o resultado plotado como resultados acumulados ao longo do tempo, para os estágios *rougher* e *cleaner*. Os símbolos representam os dados experimentais e as linhas cheias representam o melhor ajuste aos pontos experimentais obtidos pela equação 3.335.



**Figura 3.77: Resultados típicos de testes em flotação em bancada (King, 1978).**

Analisando a figura 3.77, alguns pontos podem ser observados. A curvatura pode ser devida ao efeito da distribuição do tamanho de partícula. Isto pode ocorrer porque as partículas tendo tamanhos favoráveis para a flotação irão flotar relativamente mais rápido, saindo os tamanhos de flotação mais lentos na polpa com conseqüente declínio na taxa específica média de flotação. Na verdade esta é a causada aparente falta de ajuste ao modelo simples mostrado para a alimentação do estágio *cleaner*. Outra possível explicação para o declínio na taxa específica de flotação é possibilidade de que a fase espuma perde progressivamente sua habilidade para transmitir à porção flotada às partículas que estão aderidas às bolhas. Fatores, tais como o declínio na concentração de espumante durante o teste, contribuem para este fenômeno, que é freqüentemente observado como um declínio na taxa de coleta da espuma durante o decorrer do teste de flotação em bancada.

Alguns autores, notavelmente Imaizumi e Inoue (1965), postularam que a constante de taxa é distribuída sobre amplos valores. Na prática, raramente encontra-se um modelo efetivo para descrever os dados reais de flotação, sobretudo porque a distribuição contínua deveria ser bimodal com uma concentração definida em torno do valor 0, representando os componentes não flotáveis.

Se este modelo cinético simples é para ser usado para aplicação prática em sistemas reais de flotação, o efeito da variação do tamanho de partícula precisa ser incluído. Uma aproximação simples que prova ser efetiva em levar em conta o efeito do tamanho de partícula é para dividir a constante da taxa de flotação específica  $K_{ij}$  em três fatores, usando a equação 3.249 como um guia:

$$K_{ij} = k_j \Phi_j(d_{pi}) S_{av} \quad (3.336)$$

$\Phi_j(d_{pi})$  inclui todos os efeitos de tamanho de partícula mas pode também depender do tipo de partícula.  $S_{av}$  é a área média de superfície de bolha disponível na população inteira de bolhas em uma célula de flotação.  $k_j$  é uma constante residual que é específica para o tipo de partícula e é independente do tamanho de partícula.

A área de superfície média disponível,  $S_{av}$  pode ser modelada usando um método proposto por Pogorely (1962) que notou que a taxa na qual a área de superfície disponível sobre uma bolha decresce, pode ser modelada pela equação 3.265:

$$V_c A \frac{dS}{d\tau} = MAS \sum_j k_j \Phi_j(d_{pi}) p_{ij} = MAS \bar{k} \quad (3.337)$$

onde  $M$  é a massa de sólidos na célula e  $p_{ij}$  é a fração de sólidos na célula que está na classe  $j$  de composição e classe  $i$  de tamanho.  $V_c$  é o volume da célula de flotação e  $A$  é a área superficial de bolha por unidade de volume.

A área de superfície disponível, após uma bolha ter estado em uma célula por um tempo  $\tau$ , é obtida pela integração da equação 3.337.

$$S = \exp\left(-\frac{M\tau}{V_c} \sum_j k_j \Phi_j(d_{pi}) p_{ij}\right) = \exp\left(-\frac{M\tau \bar{k}}{V_c}\right) \quad (3.338)$$

A área disponível média em uma célula é obtida pelo  $S$  médio no intervalo de 0 a  $\tau_b$ , onde  $\tau_b$  é o tempo que uma bolha permanece na célula.

$$S_{av} = \int_0^{\tau_b} S_v S d\tau = \frac{S_v V_c}{M \tau_b \bar{k}} \left(1 - \exp\left(-\frac{M \tau_b \bar{k}}{V_c}\right)\right) \quad (3.339)$$

3.2.5.j: Modelos cinéticos para a flotação de primeira ordem a uma variável, baseados em analogia química.

A cinética de flotação é o estudo da variação na quantidade do produto no fluxo da espuma, em relação ao tempo de flotação, e a identificação quantitativa de todas as variáveis de controle de taxa. Com cada variável mantida constante, a relação algébrica entre a proporção do mineral flotado e o tempo de flotação é a equação da taxa de flotação que contém valores da constante de todas as variáveis de determinação de taxa que precisam ser avaliadas a partir de dados experimentais.

Os modelos matemáticos descrevem a flotação como um processo de taxa e podem ser classificados, basicamente, em seis modelos: de cinética baseada em analogia química, probabilísticos e estatísticos, de multifase, mecanísticos, cinéticos com constante de taxa distribuída, de flotação contínua.

A cinética de flotação estuda a variação da massa do mineral flotado de acordo com o tempo de flotação. Se todas as variáveis operacionais são mantidas constantes, a relação algébrica entre os parâmetros mencionados acima é a equação da taxa de flotação. O caminho, no qual as equações de taxa podem ser avaliadas, pode ser baseado em suposições ou em fatos estabelecidos sobre o mecanismo do processo, ou, mais comumente, determinado empiricamente ou por analogia química.

Por analogia com cinética química, a equação representando a cinética de flotação pode ser assim expressa:

$$\frac{dC(t)}{dt} = -KC^n(t) \quad (3.340)$$

e

$$C = \frac{M}{V} \quad (3.341)$$

onde:

$C(t)$ : concentração de sólidos no tempo  $t$ ;

$t$ : tempo de flotação;

$n$ : ordem do processo;

$K$ : constante da taxa de flotação;

$M$ : massa de sólidos;

$V$ : volume de polpa.

Assumindo que não há modificação de volume durante a flotação (esta premissa não é estritamente verdadeira, considerando o fato de que sempre há perdas pequenas de líquidos quando a espuma mineralizada é coletada), o problema torna-se consideravelmente simples já que é possível obter a massa de mineral residual na célula. Esta constante é complexa desde que inclua parâmetros operacionais como tempo de indução, aeração, concentração de reagentes, tamanho de partículas, tratamento anterior, projeto da célula de flotação, etc.

A cinética de flotação, investigada por vários estudiosos, é classificada pela maioria como uma reação de primeira ordem ( $n=1$ ); outros relatam como cinética de segunda ordem. A aplicação de modelos de terceira ordem, para a flotação de cobre em bancada, e a avaliação dos resultados usando técnica estatística, mostram ser essencialmente de primeira ordem, sendo que todos os modelos testados resultaram em um bom ajuste aos dados experimentais.

A equação de taxa de primeira ordem é usualmente expressa como:

$$R = 1 - e^{-kt} \quad (3.342)$$

onde:

$R$ : recuperação (ou seja, distribuição de teores) acumulada após o tempo  $t$ ;

$K$ : constante da taxa de primeira ordem ( $\text{tempo}^{-1}$ );

$t$ : tempo (acumulado) de flotação.

Plotando-se o  $\ln (1 - R)$  versus  $t$  deverá ser produzida uma função linear, mas tais gráficos são freqüentemente côncavos (concavidade para cima), que vem sugerindo aos estudiosos postularem a presença de componentes de flotação rápido e lento.

Questionamentos quanto à veracidade de tais postulados e de que os gráficos não-lineares resultaram da suposição de que o máximo possível de recuperação é 100%, embora, na prática, alguns materiais flotáveis não sejam totalmente recuperáveis, levaram à proposta de uma equação de taxa de primeira ordem na forma:

$$R = R_{\infty}(1 - e^{-kt}) \quad (3.343)$$

onde:

$R$ : recuperação (ou seja, distribuição de teores) acumulada após o tempo  $t$ ;

$R_{\infty}$ : recuperação (ou seja, distribuição de teores) de flotação teórica máxima;

$K$ : constante da taxa de primeira ordem ( $\text{tempo}^{-1}$ );

$t$ : tempo (acumulado) de flotação.

A constante de taxa de flotação depende do tamanho da partícula e do grau de liberação do mineral (**comentários do autor: e de outros aspectos tais como pH da polpa, dosagem de reagentes, aeração, etc.**)

Questionamento quanto ao limite que determina a divisão entre as etapas *rougher* e *cleaner* indicaram que esta pode ser feita no tempo de flotação em que a eficiência de separação é maximizada.

$$ES = R_m - R_g \quad (*) \quad (3.344)$$

onde:

$R_m$ : % recuperação (ou seja, distribuição de teores) do mineral valioso;

$R_g$ : % recuperação (ou seja, distribuição de teores) da ganga no concentrado.

**(\*) Comentário do autor: A equação deveria ser expressa na forma  $E.S. = R_g - R_m$ , sendo  $R_g$  a recuperação da ganga no flotado e  $R_m$  a perda do mineral-minério no flotado (Queiroz, 2003). Tal observação deve ser considerada a fim de adequar a interpretação à flotação reversa de minério de ferro, visto que a bibliografia citada refere-se à flotação direta. Assim, as descrições seguintes serão apresentadas baseando-se nas considerações do autor.**

A maximização da eficiência de separação é dada por:

$$\frac{dES}{dt} = \frac{d(R_m - R_g)}{dt} = 0 \quad \text{ou seja,} \quad \frac{dR_m}{dt} = \frac{dR_g}{dt} \quad (3.345)$$

Portanto, na eficiência de separação máxima, a taxa de flotação do mineral-minério é igual àquela da ganga e ocorre num tempo chamado de tempo ótimo ( $t_o$ ), ou tempo de inversão de taxas de flotação dos componentes minerais (mineral-minério e ganga).

Acima do tempo ótimo o mineral-minério começa a flotar mais rapidamente que a ganga (**Caso da flotação reversa**). Este tempo ótimo pode ser calculado a partir da equação de primeira ordem já apresentada.

A equação de primeira ordem pode ser modificada para testes de flotação em bancada para incorporar um fator de correção para o tempo. Na flotação em bancada, os sólidos hidrofóbicos tendem a conectar-se ao ar durante o período de condicionamento, o que promove a sua flotação mais rápida que deveria ser. Se não tivesse esta propriedade, e por consequência, uma correção positiva ao tempo zero (na verdade, a flotação começa antes que o fluxo de ar seja introduzido). Por outro lado, quando o fluxo de ar começa, vários segundos decorrem antes da espuma carregada, original das partes mais profundas da cuba de flotação, estar presente na interface líquido – ar. Isto promove uma correção negativa ao tempo zero.

Um gráfico de  $[\ln (R_\infty - R)/R_\infty]$  versus  $(t + b)$  deve produzir uma função linear de inclinação  $-K$ . Entretanto  $R_\infty$  e  $b$  são ambos desconhecidos. Usando dados experimentais, no q-ésimo valor de  $R$  e  $t$ :

$$\ln [(R_\infty - R_q)/R_\infty + K (t_q + b)] = \Delta_q \quad (3.346)$$

onde:

$\Delta_q$ : resíduo devido a erros nos dados experimentais.

Assim,

$$\Delta_q^2 = \{\ln[(R_\infty - R_q)/R_\infty]\}^2 + K^2(t_q - b)^2 + 2K(t_q + b)\ln[(R_\infty - R_q)/R_\infty] \quad (3.347)$$

Para  $n$  dados experimentais e  $q$  variando de 1 até  $n$ :

$$\sum \Delta_q^2 = \sum \{\ln[(R_\infty - R_q)/R_\infty]\}^2 + K^2 \sum t_q^2 + nK^2 b^2 + 2K^2 b \sum t_q + 2K \sum \ln[(R_\infty - R_q)/R_\infty] \quad (3.348)$$

$\sum \Delta_q^2$  é um mínimo quando  $\frac{\partial(\sum \Delta_q^2)}{\partial K}$  e  $\frac{\partial(\sum \Delta_q^2)}{\partial b}$  são iguais a zero, o que implica

em:

$$K' = \frac{\left[ \frac{n \sum \ln(R_\infty - R_q)}{R_\infty} \right] - \left[ \frac{\sum \ln(R_\infty - R_q)}{R_\infty} \right] \sum t}{n \sum t^2 - (\sum t)^2} \quad (3.349)$$

$$b' = \frac{\left[ K \sum t - \frac{\sum \ln(R_\infty - R_q)}{R_\infty} \right]}{nK'} \quad (3.350)$$

sendo  $K'$  e  $b'$  os valores corrigidos de  $K$  e  $b$ , respectivamente.

Inicialmente,  $R_\infty$  pode ser suposto como sendo 100, e  $K'$  e  $b'$  são calculados a partir destas equações anteriores e em seguida calcula-se  $\sum \Delta_q^2$ . Este procedimento deve ser repetido até que os valores de  $K'$ ,  $b'$  e  $R_\infty$  encontrados minimizem  $\sum \Delta_q^2$ .

A partir da equação de  $\sum \Delta_q^2$ , tem-se que:

$$\frac{dR}{dt} = R_\infty K e^{-k(t+b)} \quad (3.351)$$

da qual pode ser definido o tempo ótimo ( $t_o$ ) em termos das recuperações de mineral-minério ( $R_m$ ) e de ganga ( $R_g$ ):

$$t_o = \frac{\left[ \ln \left( \frac{R_{\infty m} k_m}{R_{\infty g} K_g} \right) - K_m b_m + k_g b_g \right]}{(K_m - k_g)} \quad (3.352)$$

### 3.3 – Técnicas de Mineralogia Aplicadas à Caracterização (Sant' Agostino, 1997; Kahn, 2001)

Na caracterização tecnológica de matérias-primas minerais, as análises mineralógicas constituem-se em recurso essencial na identificação dos constituintes e determinação de suas propriedades.

São de importância similar às técnicas/recursos de análise que possibilitam a quantificação das espécies minerais, viabilizando a determinação da composição mineral e do grau de liberação do mineral útil.

As técnicas que acessam a observação e a identificação das espécies minerais são fundamentais na determinação dos parâmetros da matéria-prima mineral, sejam eles mineralógicos ou não. As mais usuais, aplicadas à caracterização, estão resumidas na tabela III.11.

**Tabela III.11: Técnicas de mineralogia de uso mais difundido na caracterização de minérios ( Sant' Agostino e Kahn, 1997).**

	<b>Técnica</b>	<b>Propriedades</b>
<b>Microscopia Óptica</b>	microscópios estereoscópicos microscópios ópticos de polarização	forma, cor, alterações, alterações, associações, propriedades ópticas
<b>Difração de Raios-X</b>	método do pó câmara de monocristal	estrutura cristalina
<b>Microscopia Eletrônica de Varredura</b>	microscópio eletrônico de varredura (MEV)	forma, associações, liberação
<b>Sistemas de Microanálise</b>	dispersão de energia (EDS) dispersão de comprimento de onda (WDS)	Composição química
<b>Recursos Diversos</b>	análise termodiferencial análise termogravimétrica análise por espectrometria de infravermelho	Composição química
<b>Luminescência</b>	catodoluminescência fluorescência	Excitação por elementos ativadores

Serão aqui apresentadas as principais técnicas tradicionais relevantes a esta tese. Ressalta-se, no entanto, existirem atualmente inúmeras outras técnicas utilizadas em estudos de Ciência e Engenharia de Materiais.

### **3.3.1 – Técnicas de microscopia óptica (Sant' Agostino e Kahn, 1997)**

A microscopia óptica é o recurso mais básico e tradicional, tanto utilizando microscópios estereoscópicos como petrográficos. Destaca-se que a mineralogia de

apoio à caracterização é essencialmente relacionada com partículas minerais, monominerálicas ou não, sendo menos freqüente a análise realizada em fragmentos de rocha.

Microscópios estereoscópicos, ou lupas binoculares, constituem-se em recursos imprescindíveis na caracterização prévia de materiais, para orientação e planejamento dos mesmos, até o acompanhamento dos ensaios de separação minerais, para refinamento das condições operacionais, bem como na própria identificação mineral.

Equipamentos padrões têm recursos de luz incidente e possibilitam obter os seguintes dados sobre as partículas ou grãos de minerais: formas/*habitus*, características de superfície, cor e associações minerais: sendo que os mais completos dispõem também de recursos de luz transmitida e sistemas de polarização de luz, possibilitando a determinação de propriedades ópticas. As observações são feitas sem quaisquer montagens de grãos, e a faixa de aumentos práticos dos microscópios estereoscópicos é de 3 a 40 vezes. Para os microscópios ópticos polarizantes, com luz transmitida e/ou refletida, a faixa é de 25 a 1000 vezes.

Para observações em luz transmitida, própria para minerais transparentes ou translúcidos, vários procedimentos de montagens são usados, conforme o tipo e granulometria do material:

- não fixas, diretamente em lâminas de vidro cobertas por lamínulas, por imersão a óleo ou bálsamo – ideal para grãos límpidos e granulometrias finas (0,300mm a 0,010mm);
- fixas, diretamente em lâminas de vidro cobertas por lamínulas, por imersão e bálsamo cozido ou resina (quando é necessário o arquivamento de amostra);
- seções delgadas através de montagem prévia dos grãos em resina, corte da amostra resinada em fatia, colagem em lâmina de vidro e desbaste até atingir a espessura de lâmina petrográfica (0,030mm), recobrimento com lamínula (próprio para grãos com recobrimento/impregnação superficial e granulometrias grossas -3,500mm a 0,300mm);
- seções delgadas/polidas obtidas pelo polimento das seções descritas acima (sem recobrimento com lamínula).

As observações em luz refletida, recurso adequado para minerais opacos, exigem confecção de seções polidas, feitas a partir do corte e polimento de montagens dos grãos em resina, sendo que opcionalmente pode-se usar seções delgadas/polidas.

### **3.3.2 – Difração de raios X (Sant' Agostino e Kahn, 1997; Kahn, 2001)**

#### 3.3.2.a – Introdução

A difratometria de raios X corresponde a uma das principais técnicas de caracterização mineralógica de materiais cristalinos, encontrando aplicações em diversos campos do conhecimento. É uma metodologia que permite a determinação das fases a partir de espectro gerado pela estrutura cristalina, sendo uma ferramenta extremamente útil na identificação das espécies minerais. É comumente aplicada em duas modalidades básicas: método do pó e câmaras de monocristal.

Os raios X, ao atingirem um material, podem ser espalhados elasticamente, sem perda de energia pelos elétrons de um átomo (dispersão ou espalhamento coerente). O fóton de raios X, após a interação com o elétron, muda sua trajetória mantendo, porém, a mesma fase e energia do fóton incidente. Sob o ponto de vista da física ondulatória, pode-se dizer que a onda eletromagnética é instantaneamente absorvida pelo elétron e reemitida; cada elétron atua, portanto, como centro de emissão de raios X.

Se os átomos que geram este espalhamento estiverem arranjados de maneira sistemática (como em uma estrutura cristalina e apresentando entre eles distâncias próximas ao do comprimento de onda da radiação incidente), pode-se verificar que as relações de fase entre os espalhamentos tornam-se periódicas. Verifica-se, também, que os efeitos de difração dos raios X podem ser observados em vários ângulos.

Considerando-se dois ou mais planos de uma estrutura cristalina, as condições para que ocorra a difração de raios X (interferência construtiva ou numa mesma fase) vão depender da diferença de caminho percorrida pelos raios X e o comprimento de onda da

radiação incidente. Esta condição é expressa pela Lei de Bragg verificada para radiação monocromática, ou seja,  $n\lambda = 2d \sin\theta$ , onde  $\lambda$  corresponde ao comprimento de onda da radiação incidente,  $n$  a um número inteiro (ordem de difração),  $d$  à distância interplanar para o conjunto de planos  $hkl$  (índice de Miller) da estrutura cristalina e  $\theta$  ao ângulo de incidência dos raios X (medido entre o feixe incidente e os planos cristalinos).

### 3.3.2.b – Equipamentos de difração de raios X

**Fontes de raios X e filtros:** Vários materiais distintos podem ser empregados como ânodo, sendo Cu, Cr, Fe e Mo os mais usuais (Tabela III.12); da mesma forma, geometrias construtivas distintas podem ser empregadas acarretando em feixes de raios X com diferentes formas e intensidades por unidade de área (Tabela III.13).

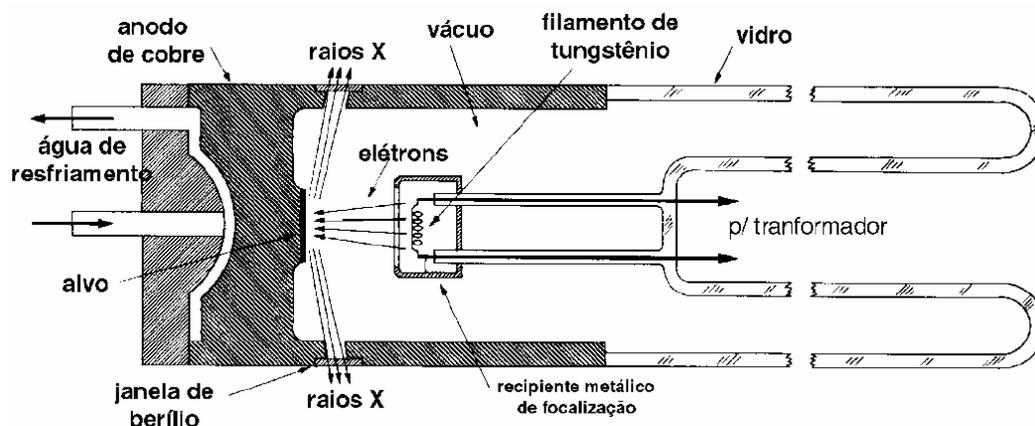


Figura 3.78: Tubo de raios X (Kahn, 2001).

Tabela III.12: Características dos ânodos mais comuns.

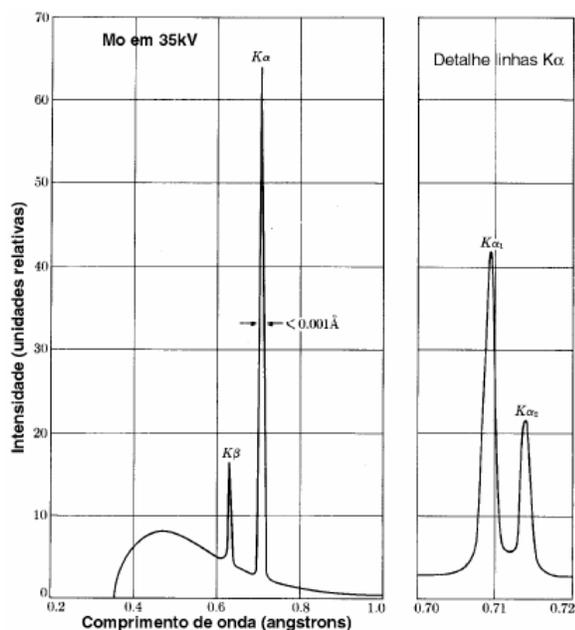
Ânodo	Número atômico	$K\alpha$ (angström)	Energia crítica de excitação (KeV)	Voltagem ótima (KV)
Cr	24	2,291	5,99	40
Fe	26	1,937	7,11	40
Cu	29	1,542	8,98	45
Mo	42	0,710	20,00	80

**Tabela III.13: Características de tubos de raios X diferentes.**

Tipo de tubo	Dimensões do foco (mm)	Área focal (mm <sup>2</sup> )	Dimensões virtuais ( <i>take off</i> $\theta^0$ )	
			Foco ponto (mm)	Foco linha (mm)
Foco fino longo	0,4 x 12	4,8	0,4 x 12	0,04 x 12
Foco fino	0,4 x 8	3,2	0,4 x 8	0,04 x 8
Foco normal	1,0 x 10	10,0	1,0 x 10	0,10 x 10
Foco largo	2,0 x 12	24,0	2,0 x 12	0,20 x 12

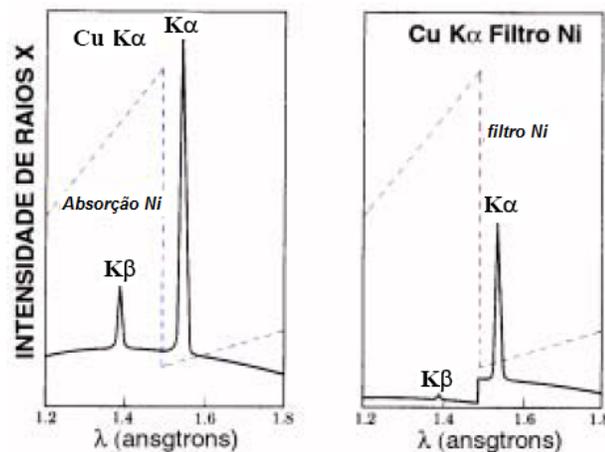
A seleção do tipo de ânodo está relacionada principalmente com a natureza do material a ser analisado, buscando-se sempre a conjugação ânodo/amostra que apresente o menor coeficiente de absorção de massa, além da relação resolução *versus* intensidade dos picos do difratograma. A seleção do tipo de tubo e do foco a serem empregados (linha ou ponto) está relacionada à aplicação a ser efetuada.

O espectro de radiação gerado a partir do tubo de raios X não é monocromático, apresentando tanto a radiação característica do material empregado como ânodo ( $K\alpha$ ,  $K\beta$ , etc.), como também do espectro contínuo (Figura 3.79).



**Figura 3.79: Espectro de raios X contínuo e característico para o molibdênio a 35 kV. No quadro direita é detalhado o espectro referente à linha  $K\alpha$ , mostrando  $K\alpha_1$ ,  $K\alpha_2$  (Kahn, 2001).**

Sendo necessário o emprego de radiação monocromática, há que se remover a radiação referente à linha  $K\beta$  e também parte do espectro contínuo emitido pelo tubo. Duas alternativas podem ser consideradas para tanto: a primeira considera a utilização de filtros, cujas bandas de absorção de radiação permitam a passagem da radiação referente à linha  $K\alpha$  e a remoção da linha  $K\beta$ , como o exemplo de filtro de Ni sobre a emissão de ânodo de Cu (Figura 3.80)

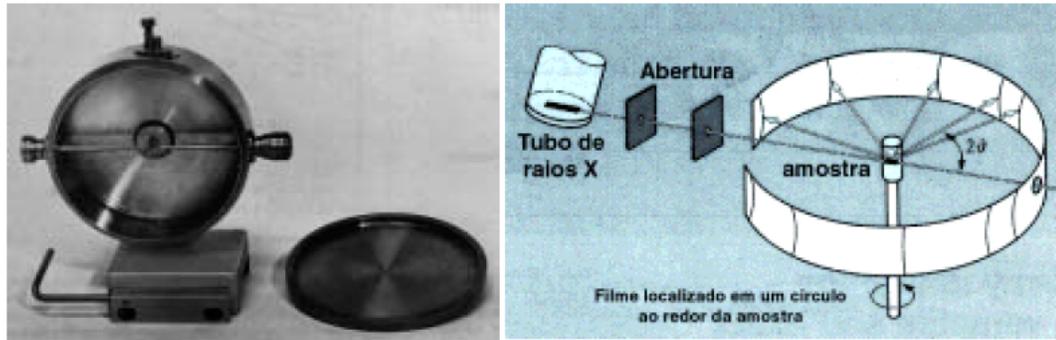


**Figura 3.80:** À esquerda, espectro de emissão de raios X do Cu mostrando as linhas  $K\alpha$  e  $K\beta$  e a banda de absorção do Ni. À direita tem-se o espectro obtido com o emprego do filtro de Ni (remoção da linha  $K\beta$ ) (Kahn, 2001).

Outra opção, mais freqüentemente usada, consiste na utilização de um filtro monocromador. Este filtro, situado na passagem dos raios X, entre a amostra e o detector ou entre o tubo e a amostra, o qual, através do princípio da difração de Bragg, permite exclusivamente a passagem da radiação com o comprimento de onda de interesse ( $K\alpha$ ).

**Método do pó:** Câmara de Debye-Scherrer, Difrátômetro de Raios X. A câmara de Debye-Scherrer, Figura 3.81, compreende um dispositivo cilíndrico no qual a amostra em pó é acondicionada em um capilar posicionado bem no centro da câmara sobre o qual é focalizado um fino feixe de raios X. Cones de difração de raios X são então gerados a partir da amostra, sendo que uma parcela destes sensibiliza um filme fotográfico posicionado na parede interna da câmara, possibilitando a coleta de raios X desde praticamente  $0^\circ$  até  $180^\circ$  em termos de  $2\theta$ . Esta técnica, introduzida na segunda metade da década de 1910, foi bastante empregada até os anos 80. Sua utilização hoje é

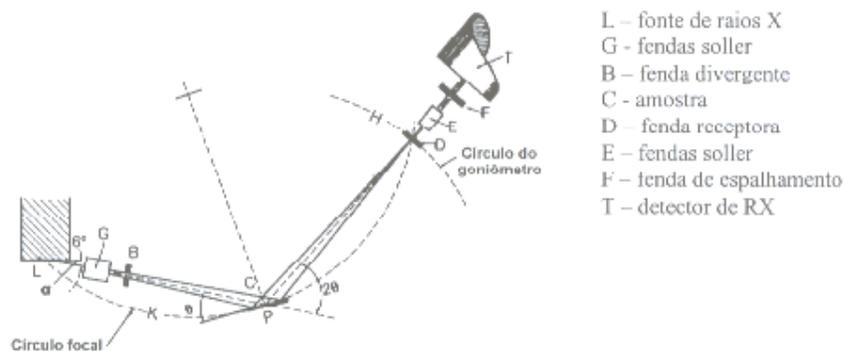
bastante restrita, estando limitada a situações em que é crítica a disponibilidade de amostra e a estudos de amostras monocristalinas.



**Figura 3.81: Câmara de pó ou de Debye-Scherrer (Kahn, 2001).**

Os difratômetros de raios X disponíveis no mercado são dominados pela geometria parafocal Bragg – Brentano; seu arranjo geométrico pode constituir-se de um goniômetro horizontal ( $\theta$ - $2\theta$  ou  $\theta$ - $\theta$ ).

Para a geometria  $\theta$ - $2\theta$  (Figura 3.82), o goniômetro, acoplado aos acessórios de recepção do feixe difratado, move-se (H) com velocidade angular ( $2\theta$ /passo) sobre o eixo P e rotacional a amostra (P) com a metade desta velocidade angular ( $\theta$ /passo). O raio do círculo do goniômetro é fixo, apresentando iguais distâncias do tubo gerador de raios X à amostra e da amostra à fenda de recepção “D” ( $LP = PD$ ). O plano do círculo focal contém os raios incidentes e difratados, isto é, a fonte, a amostra e a fenda de recepção.



**Figura 3.82: Geometria Bragg-Brentano de um difratômetro de raios X, mostrando as diferentes fendas utilizadas (Kahn, 2001).**

A partir da fonte, os raios X atravessam a fenda soler ou colimadores paralelos (G), a fenda de divergência (B) e irradiam a superfície da amostra (C). Os raios difratados em determinado ângulo  $2\theta$  convergem para a fenda de recepção (D). Antes ou depois da fenda de recepção pode ser colocado um segundo conjunto de colimadores (E) e uma fenda de espalhamento (F). Um monocromador do feixe difratado pode ser colocado após a fenda de recepção, na posição da fenda de espalhamento.

### 3.3.2.c- Aplicações da difração de raios X

**Identificação de fases cristalinas:** A principal aplicação da difração de raios X refere-se à identificação de compostos cristalinos. Os planos de difração e suas respectivas distâncias interplanares, bem como as densidades de átomos (elétrons) ao longo de cada plano cristalino, são características específicas e únicas de cada substância cristalina, da mesma forma que o padrão difratométrico por ela gerado.

Várias estratégias de identificação podem ser empregadas, sendo que a dificuldade de identificação aumenta progressivamente com a elevação do número de fases cristalinas presentes na amostra.

A partir da década de 90, sistemas automáticos de busca por métodos booleanos e lógica Fuzzy passaram a ser largamente empregados no auxílio à identificação de fases cristalinas por difração de raios X. Nestes procedimentos, os três a dez picos mais intensos de cada fase presente no banco de dados são comparados com o difratograma da amostra, atribuindo-se créditos e penalidades para cada pico difratado no que se refere a sua presença/ausência, intensidade difratada e deslocamento da distância interplanar. Ao final do processo de busca e comparação, os valores dos resultados são expressos em ordem decrescente de pontuação, seguindo-se a avaliação final por parte do usuário.

**Quantificação das fases:** A intensidade da difração depende da densidade de elétrons em um dado plano cristalino, devendo ser consideradas, ainda, outras variáveis, como expresso na equação que segue:

$$I_{(hkl)} = K_e P_{(hkl)} (1/V_j^2) |F_{(hkl)j}|^2 LP_{(hkl)} f_j / \mu \quad (3.353)$$

Onde:

$I_{(hkl)}$  : intensidade integrada;

$K_e$ : constante para um equipamento particular;

$P_{(hkl)}$ : fator de multiplicidade;

$V_j$ : volume da cela unitária;

$F_{(hkl)j}$ : fator de estrutura;

$LP_{(hkl)}$ : fator Lorentz-polarização;

$f_j$  : fração volumétrica da fase J na amostra;

$\mu$ : coeficiente de absorção linear da amostra.

O fator (F) considera a eficiência do espalhamento pelos elétrons de um átomo e os efeitos da temperatura sobre a posição dos átomos na estrutura cristalina. O fator de multiplicidade, P, refere-se à proporção relativa de planos que contribuem para um pico difratado. O fator Lorentz-polarização, LP, refere-se a um fator geométrico que diminui as intensidades integradas dos picos difratados em ângulos menores e maiores, uma vez que a quantidade de polarização depende do ângulo através do qual a radiação é espalhada.

### **3.3.3 – Microscopia eletrônica de varredura e microanálise química (Sant’Agostino e Kahn, 1997; Kahn, 2001)**

#### **3.3.3.a – Introdução**

A microscopia eletrônica de varredura é a técnica de caracterização microestrutural mais versátil hoje disponível, encontrando aplicações em diversos campos do conhecimento. Produz a imagem resultante da interação de um feixe de elétrons com a amostra, permitindo aumentos de 30 a 100.000 vezes.

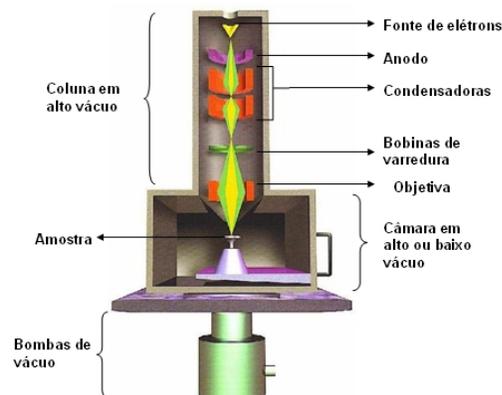
A interação de um feixe fino de elétrons focalizado sobre a área ou o volume a ser analisado gera uma série de sinais que podem ser utilizados para caracterizar propriedades da amostra, tais como composição, superfície topográfica, cristalografia, etc.

O microscópio eletrônico de varredura, quando conjugado com detectores de elétrons retroespalhados, permite a distinção entre espécies minerais pela diferença de número atômico médio dos elementos constituintes, através de tons de cinza.

Na microscopia eletrônica de varredura, os sinais de maior interesse referem-se usualmente às imagens de elétrons secundários e de elétrons retroespalhados. Na microsonda eletrônica, o sinal de maior interesse corresponde aos raios X característicos, resultantes do bombardeamento do feixe de elétrons sobre a amostra, permitindo a definição qualitativa ou quantitativa dos elementos químicos presentes no microvolume.

### 3.3.3.b – O microscópio eletrônico de varredura - MEV

O esquema genérico de um microscópio eletrônico de varredura é apresentado na figura 3.83. Basicamente o MEV pode ser subdividido em duas partes principais: a coluna e a câmara de amostras.



**Figura 3.83: Esquema geral do microscópio eletrônico de varredura. (<http://fap01.if.usp.br/~lff/mev.html>).**

A coluna, mantida sob o vácuo inferior a  $10^{-4}$  Torr, contém em sua porção superior um canhão de elétrons e, abaixo deste, lentes magnéticas para focalização de um fino feixe de elétrons incidente sobre a amostra. A quantidade de corrente no feixe de elétrons incidente sobre a amostra determina a intensidade dos sinais a serem emitidos, a qual, por sua vez, é diretamente proporcional ao diâmetro do feixe, implicando no ajuste dos controles do microscópio para otimização da condição de operação desejada: alta resolução (diâmetro do feixe de 3 a 10nm), elevada profundidade de foco ou microanálise (diâmetro do feixe de 0,2 a 1  $\mu\text{m}$ ). A fonte mais usual de elétrons corresponde à emissão termo iônica gerada a partir de um filamento de tungstênio aquecido a 2700 K.

O filamento é mantido em um potencial negativo de 5 a 40KV, com a aceleração dos elétrons através do orifício de uma placa de ânodo conectada à terra.

Alternativamente, pode-se recorrer a um filamento de  $\text{LaB}_6$ , que fornece uma maior densidade de corrente, em temperatura inferior à do tungstênio (1800 K). Além de um brilho de 5 a 10 vezes superior, este filamento apresenta vida útil substancialmente superior (cerca de 700 a 1000 horas, contra 20 a 50 horas para o tungstênio; no entanto, a utilização de  $\text{LaB}_6$  requer condições de vácuo da ordem de  $10^{-7}$  Torr.

A câmara de amostras conta com diferentes tipos de detectores para captar os sinais gerados na interação elétron-amostra e um suporte que possibilita a movimentação das amostras em três eixos (x, y e z), além de rotação e inclinação lateral.

Duas concepções construtivas são adotadas no que se refere às condições de vácuo: alto vácuo, equivalente àquele existente na coluna, e de baixo vácuo ( $10^{-2}$  Torr)

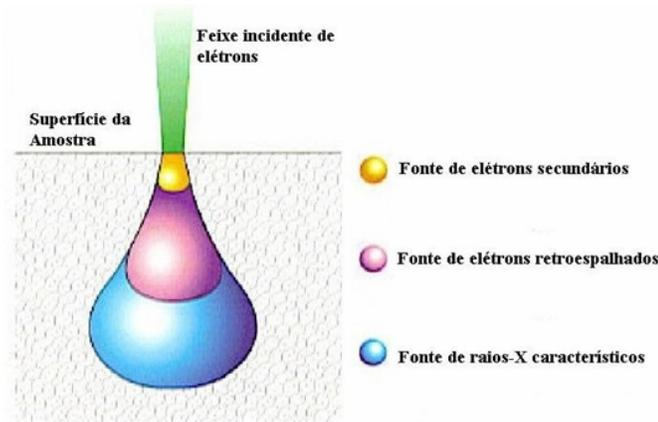
### 3.3.3.c – Interações elétrons – amostra

As interações entre os elétrons e a amostra podem ser divididas em duas classes:

- **espalhamento elástico:** afeta a trajetória dos elétrons dentro da amostra sem, no entanto, alterar a energia cinética dos mesmos. É responsável pelo fenômeno de elétrons retroespalhados;

- **espalhamento não elástico:** compreende diferentes interações em que há perda de energia cinética dos elétrons para os átomos da amostra, propiciando a geração de elétrons secundários, elétrons Auger, raios X e catodoluminescência.

A Figura 3.84 ilustra os elétrons incidindo sobre a amostra e as várias interações resultantes e as profundidades nas quais estas são geradas.



**Figura 3.84: Interação elétrons – amostra** (<http://fap01.if.usp.br/~lff/mev.html>).

**Elétrons retroespalhados:** Compreendem o espalhamento elástico de elétrons cuja trajetória foi desviada em mais de  $90^\circ$  em relação à direção do feixe incidente. Mostram estreita relação de dependência com o número atômico e a energia dos elétrons (50eV até valores correspondentes à energia do feixe incidente). Permitem a individualização de fases através de contraste de tons de cinza em função do número atômico médio.

**Elétrons secundários:** Englobam todos os elétrons de energia inferior a 50eV. Essencialmente, compreendem os elétrons da camada de valência perdidos que, em face de sua baixa energia, emergem das proximidades da superfície da amostra. Possibilitam a visualização da topografia da amostra, com elevada profundidade de foco.

**Raios X contínuo e característico:** O espectro de raios-X resultante da interação elétrons-amostra é constituído por dois componentes distintos: o característico, que permite identificar e quantificar os elementos presentes, e o contínuo, responsável pelo *background* em todos os níveis de energia.

- Raio X contínuo: o feixe de elétrons incidente sofre uma desaceleração resultante da interação dos mesmos com os átomos da amostra. A energia perdida pelo feixe de elétrons no processo de desaceleração é convertida em fótons de energia eletromagnética variando desde uma fração de eV até a energia total correspondente à do feixe incidente (espectro contínuo). Esta radiação, conhecida como radiação de desaceleração (*bremsstrahlung*) não apresenta interesse analítico.
- Raio X característico: o feixe de elétrons pode interagir com as camadas de elétrons dos átomos presentes na amostra, de forma a arrancar um elétron de seu orbital, ocasionando uma vacância e deixando o átomo como um íon em seu estado excitado. Instantaneamente, o átomo retorna ao seu estado normal com a emissão de energia característica da transição ocorrida entre os níveis de elétrons. As energias dos elétrons em cada nível são bem definidas, com valores característicos para cada átomo, possibilitando a identificação e quantificação dos elementos químicos através de uma série de técnicas instrumentais.
- Elétrons Auger: um átomo excitado, quando retorna ao seu estado normal, pode tanto emitir raios X característico, quanto perder um elétron da camada mais externa, o qual é chamado de elétron Auger.
- Catodoluminescência: o bombardeamento da amostra por um feixe de elétrons pode dar origem à emissão de fótons de comprimentos de onda elevados, situados nas regiões do espectro eletromagnético referentes às radiações ultravioleta, visível e infravermelho.

#### 3.3.3.d – Sistemas de detecção

**Elétrons retroespalhados:** São fáceis de detectar devido a sua elevada energia, sendo de difícil coleta em face de sua elevada velocidade (caminham em linha reta). O detector tem formato anelar e situa-se logo abaixo da objetiva do microscópio, apresentando um orifício central para a passagem do feixe de elétrons incidente. O detector é segmentado em quatro partes, podendo coletar tanto imagens de contraste de número atômico (composição), como topografia.

**Elétrons secundários:** A energia muito baixa (menor que 50eV) exige detectores especiais para captação, podendo ser facilmente coletados dado a sua baixa velocidade. O detector mais comum compreende uma gaiola de Faraday que atrai os elétrons para um cintilador; este sinal é guiado até uma célula fotomultiplicadora, onde é convertido em diferença de potencial.

**Raios X característicos:** Dois diferentes tipos de espectrômetros são empregados para a detecção dos raios X característicos, ambos permitindo a realização de microanálises qualitativas e quantitativas. São eles o espectrômetro de dispersão de comprimento de onda (WDS), no qual cristais analisadores e difração são empregados para a discriminação dos raios X segundo o comprimento de onda da radiação (monocromador), e o espectrômetro de dispersão de energia (EDS), com discriminação de todo o espectro de energia através de um detector do estado sólido de Si(Li) ou Ge. Além de informações sobre composição química pontual, estas técnicas permitem as análises segundo uma dada direção da amostra (linhas) ou a geração de imagens de raios X de múltiplos elementos, bem como mapeamento quantitativo.

**Catodoluminescência:** Dois diferentes tipos de detectores podem ser empregados; um coletando todo o espectro gerado em um único sinal e o outro possibilitando discriminação de acordo com o comprimento de onda da luz emitida, mediante o emprego de filtros monocromadores.

### 3.3.3.e- Microanálise química

A identificação das espécies minerais é auxiliada pela determinação da sua composição química, o que pode ser obtido por sistemas de microanálise, que habilitam à análise de elementos em áreas pequenas, de até 0,001 mm (análises pontuais). A metodologia de análise aplicada é a espectrometria de raios X, utilizando detector de dispersão de energia (EDS) ou um sistema de dispersão de comprimento de onda (WDS), ambos adequados para análises qualitativas de elementos, e para as quantitativas diferindo em resolução / sensibilidade: a primeira com capacidade para determinação de teores de

0,1% a 100%, e a segunda desde teores da ordem de dezenas a centenas de partes por milhão (> 0,01%).

Os sistemas de microanálise são acopláveis ao microscópio eletrônico de varredura, ou montados em equipamentos específicos de microsonda.

### 3.3.3.f- Aplicações

Algumas aplicações na área da engenharia:

- análise micromorfológica, incluindo estudos de fraturas, morfologia de pós, etc.;
- análises de tramas e quantificação de fases com números atômicos distintos;
- identificação/composição química das fases presentes em uma amostra;
- estudos de liberação de minérios (conjugado com sistemas de análise de imagem).

### **3.3.4 – Análises químicas (Ratti, 2001)**

#### 3.3.4.a – Análise química por via úmida

Análises químicas por via úmida baseiam-se em métodos conhecidos e praticados durante muitos anos, constam nos livros textos clássicos de Química Analítica e geralmente são de difícil execução, lentas, de maior custo, além de requerem instalações adequadas e grande treinamento dos operadores.

As análises químicas podem ser qualitativas ou quantitativas e na via úmida baseiam-se na manipulação de amostras com reagentes específicos. As análises qualitativas consistem na observação da solubilização ou não em diferentes ácidos, observação da cor da chama queimando o pó, precipitação de grupos de cátions e ânions, observação de resíduo insolúvel em ácidos. As análises quantitativas envolvem geralmente solubilizações, precipitações e reprecipitações. Elementos traço são dosados com métodos muito específicos.

As principais técnicas da via úmida são a gravimetria (precipitação de um composto e dosagem pelo peso obtido), volumetria (titulação de compostos diante de um indicador de cor específico) e colorimetria (medida do comprimento de onda da cor de uma solução obtida com indicador específico).

Embora análises químicas por via úmida não atendam em volume e velocidade, seus conhecimentos ainda são imprescindíveis em técnicas instrumentais por dosagem de elementos em solução. A solubilização de materiais pode ser total ou parcial, dependendo da finalidade da análise.

A solubilização total baseia-se em duas técnicas convencionais que, por não serem sempre eficientes, geraram uma grande variedade de métodos. A primeira é a fusão, alcalina, ácida ou oxidante, com subsequente retomada em meio aquoso ou ácido. As fusões são geralmente em cadinhos de platina para não haver contaminação de amostras, mas as fusões alcalinas devem ser feitas em cadinhos de níquel ou de ferro. Outra técnica de solubilização total é o ataque por misturas ácidas, onde o ácido fluorídrico é normalmente um dos componentes.

A solubilização parcial é uma técnica pouco empregada, mas de grande valia em geoquímica e processamento mineral (métodos específicos para alguns elementos). Colocar em solução, por meio de ácidos, apenas elementos a serem dosados ou a parte da amostra que contém os elementos de interesse ou solubilizar apenas o conteúdo fracamente ligado às amostras traz inúmeras vantagens, além desses métodos fazerem com que a solubilização parcial seja mais rápida e mais econômica que a solubilização total.

As ações dos ácidos mais comumente usados podem ser assim resumidas:

**HCl:** o ácido clorídrico é solvente básico para análise de minérios, minerais e algumas ligas metálicas. Rochas carbonáticas são facilmente solubilizadas deixando resíduo insolúvel (geralmente sílica, pirita, grafita e silicatos). Óxidos e hidróxidos de sódio, de ferro e de manganês dissolvem-se em HCl com maior ou menor facilidade. Hematita e

magnetita dissolvem-se em 15 minutos. Silicatos são, em sua grande maioria, insolúveis em HCl.

**HNO<sub>3</sub>**: o ácido nítrico, diluído ou concentrado, é um ótimo solvente para inúmeros minerais, particularmente sulfetos e fosfatos. Por ser oxidante, o ácido nítrico dissolve a maioria dos elementos de forma metálica, bem como ligas metálicas.

**Água régia**: a combinação do ácido clorídrico com o nítrico aproxima-se do Alcaest (solvente universal) procurado pelos alquimistas. Na proporção 3:1 v/v forma-se a água régia, cujos componentes ativos são o cloreto de nitrosila e o cloro nascente, ambos agressivos e oxidantes. A água régia dissolve óxidos, sulfetos e sulfossais, minérios polimetálicos e ligas metálicas, podendo ainda dissolver matérias como ouro e platinóides.

**HF**: o ácido fluorídrico tem alta afinidade por alguns íons, formando complexos importantes com Be, B, Nb, Ti e Zr. Por esta característica, o HF é empregado industrialmente no ataque de silicatos para separar esses e outros íons de soluções complexas.

**H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>**: embora possa decompor vários minérios, o ácido sulfúrico é pouco empregado em material geológico, principalmente quando a quantificação final é feita por absorção atômica. É o mais denso dos ácidos minerais até agora mencionados, e a viscosidade resultante provoca um forte abatimento de sinal, que deve ser compensado pela identidade ácida de padrões e amostras. Pode ser empregado na decomposição de muitos minérios como sulfetos, terras raras, fluorsilicatos e compostos de Nb, Ta, Ti e Zr.

**HClO<sub>4</sub>**: o ácido perclórico é usado como oxidante, em pequenas quantidades, junto a outros ácidos, como o fluorídrico. A fluorização de amostras é usada pela eliminação de boa parte da massa pela volatilização do silício. O ácido perclórico é preferido ao sulfúrico nas fluorizações pelo fato dos sais resultantes (cloretos) serem mais solúveis que os sulfatos e o poder oxidante ser maior, auxiliando a solubilização em geral.

**H<sub>3</sub>PO<sub>4</sub>**: o ácido fosfórico tem ação semelhante à do sulfúrico sobre os minerais, podendo ser usado tanto na destilação do flúor como na solubilização de minerais portadores de terras raras, fosfatos, cromita, minérios de manganês e ferro.

**Ácidos orgânicos:** são importantes nas análises de material geológico por sua ação bastante seletiva em determinadas fases minerais. O ácido acético a 10% em volume é usado para dissolver carbonatos em minérios onde coexistem fluorita e calcita.

#### 3.3.4.b– Espectrometria de emissão atômica por plasma de acoplamento induzido (ICP)

Os primeiros equipamentos de plasma entraram no mercado em 1965 (1970 no Brasil), marcando um progresso técnico importante na espectrografia de emissão. Um ICP é constituído basicamente de um sistema de vaporização e nebulização, uma fonte de geração de plasma, um sistema óptico, um sistema de detecção da resposta do átomo à excitação e um microcomputador para comando do conjunto e tratamento dos dados.

O plasma é formado por mecanismos de colisão entre moléculas e íons de argônio em um campo magnético induzido por radiofrequência. A tocha que sustenta o plasma é formada por três tubos de quartzo concêntricos, circundados por uma bobina de indução através da qual energia de 2 a 3KW é fornecida. O fluxo de argônio passa através da tocha e é ionizado pelo campo magnético produzido pela bobina de indução; o campo magnético tem linhas de força axiais e as partículas de argônio encontram resistência produzindo aquecimento e mais ionização. O fluxo de gás e semeado de elétrons livres que interagem como o campo magnético, adquirindo energia suficiente para ionizar ainda mais o fluxo de gás. Um plasma em forma de chama de vela aparece sobre a tocha de quartzo e se auto-sustenta pela continuidade do processo. Nos três tubos de quartzo da tocha flui argônio, e a temperatura obtida no plasma, próximo à bobina indutora, é de 10.000 K.

A amostra em solução é levada até à tocha por uma bomba peristáltica, cujo controle de fluxo pode ser regulado e deve ser mantido constante durante as etapas de calibração e análise para não gerar erros.

A emissão atômica depende da fonte de energização. A combustão de ar e GLP (Bico de Bunsen) pode atingir 1700° C, ar e acetileno geram 2100 a 2400° C, acetileno e óxido nitroso até 2600° C a 2800° C. A técnica do ICP, com seus 10.000 K atuando sobre os

elementos, produz uma quantidade de linhas de emissão muito maior que em outros sistemas, sendo essa energia suficiente para excitar não os átomos e também os íons que chegam ao plasma.

O ICP, após a calibração instrumental, executa trabalhos de rotina de forma adequada. Deve-se investigar as raias que podem ser utilizadas para cada elemento em função da matriz a ser trabalhada. Deve-se investigar o efeito de ácidos ou sais presentes na solubilização das amostras e avaliar variações de “background” para estabelecer as correções necessárias.

#### 3.3.4.c- Aplicações

Análises químicas por via úmida quase não são mais usadas, pela grande disponibilidade e rapidez dos métodos instrumentais, mas para pequenas demandas mensais, ainda são úteis, seja pelo baixo custo de implantação como pela alta confiabilidade dos resultados, ao se manipular massas reais por metodologias muito bem detalhadas na literatura.

O ICP não é conveniente para a dosagem de altos teores por sua notória sensibilidade. Mesmo procurando-se comprimentos de onda menos sensíveis e diluindo-se as amostras, as oscilações resultantes refletirão erros devidos às variações instrumentais multiplicadas pelo fator de diluição, acrescidos pelos erros devidos à qualidade da calibração da vidraria.

### **3.4 – Balanço de Massa (Wills, 1997)**

#### **3.4.1 – Introdução**

Os balanços de massa em circuitos de concentração são fundamentados nas equações de conservação de massa, que seguem:

$$A = C + R \quad (3.354)$$

$$Aa = Cc + Rr \quad (3.355)$$

onde,

$A$ ,  $C$  e  $R$ : Taxa de fluxo na alimentação, concentrado e rejeito, respectivamente (t/h, %sólidos, etc.)

$a$ ,  $c$  e  $r$ : componente analisado na alimentação, concentrado e rejeito, respectivamente (Teor de um elemento, distribuição granulométrica em determinada fração, etc.)

A partir destas equações, obtêm-se as equações de recuperação metálica ( $R_{met}$ ) e recuperação em massa ( $R_{mas}$ ):

$$R_{met} = 100 \times \left( \frac{a-r}{c-r} \right) \times \frac{c}{a} \% \quad (3.356)$$

$$R_{met} = 100 \times \left( \frac{a-r}{c-r} \right) \% \quad (3.357)$$

Estas equações, apesar de seu grande uso, têm limitações quanto à aplicação industrial, por assumirem condições regulares onde a suposição fundamental é que “o que entra é igual ao que sai”. Tal suposição pode ser verdadeira se considerado um período maior de tempo (por turno, diário, etc.); tal equilíbrio dinâmico pode não existir em curtos intervalos de operação (ex.: análises sucessivas dos produtos).

### **3.4.2– Sensibilidade da equação de recuperação metálica**

Da equação de recuperação metálica, diferenciada parcialmente em relação à  $a$ ,  $c$  e  $r$ , obtém-se:

$$\frac{\partial R_{met}}{\partial a} = \frac{100cr}{a^2(c-r)} \quad (3.358)$$

$$\frac{\partial R_{met}}{\partial c} = -\frac{100r(a-r)}{a(c-r)^2} \quad (3.359)$$

$$\frac{\partial R_{met}}{\partial r} = -\frac{100c(c-a)}{a(c-r)^2} \quad (3.360)$$

Na estatística, a variância de uma função é dada por sua derivada. Assim, a variância da função recuperação metálica é:

$$V_R = \left( \frac{\partial R_{met}}{\partial a} \right)^2 V_a + \left( \frac{\partial R_{met}}{\partial c} \right)^2 V_c + \left( \frac{\partial R_{met}}{\partial r} \right)^2 V_r \quad (3.361)$$

onde:  $V_{R_{met}}$ ,  $V_a$ ,  $V_c$  e  $V_r$  são variâncias em  $R_{met}$ ,  $a$ ,  $c$  e  $r$ , respectivamente.

Esta equação é útil para obtenção do erro esperado no valor calculado de recuperação devido a erros na medição de  $a$ ,  $c$  e  $t$ .

**Comentários do autor:** Wills, em seus exemplos de cálculos de recuperação em massa e metálica, considera a análise de sensibilidade de grande importância na determinação das incertezas, que por vez auxilia na definição dos principais componentes (teores, distribuições granulométricas, % sólidos, etc) a serem empregados, podendo ser seguramente utilizado em balanços de massa industriais. De acordo com exemplos de aplicação da análise de sensibilidade, Wills considera duas condições típicas para o caso da recuperação metálica:

**Situação em que há grande separação entre componentes:** O valor da recuperação metálica calculada é mais sensível à variação das análises dos componentes dos rejeitos sendo extremamente insensível à variância dos componentes do concentrado e alimentação.

**Situação em há uma pequena separação entre componentes:** O valor da recuperação é mais dependente da precisão das análises de alimentação e concentrado que da análise do rejeito.

### **3.4.3– Sensibilidade da equação de recuperação em massa**

Para a equação de recuperação em massa, tem-se:

$$\frac{\partial R_{mas}}{\partial a} = \frac{100}{(c - r)} \quad (3.362)$$

$$\frac{\partial R_{mas}}{\partial c} = -\frac{100(a - r)}{(c - r)^2} \quad (3.363)$$

$$\frac{\partial R_{mas}}{\partial r} = -\frac{100(c - a)}{(c - r)^2} \quad (3.364)$$

Assim, a variância da função recuperação metálica é:

$$VR_{mas} = \left(\frac{\partial R_{mas}}{\partial a}\right)^2 V_a + \left(\frac{\partial R_{mas}}{\partial c}\right)^2 V_c + \left(\frac{\partial R_{mas}}{\partial r}\right)^2 V_r \quad (3.365)$$

onde  $V_R$ ,  $V_a$ ,  $V_c$  e  $V_r$  são variâncias em  $R_{mas}$ ,  $a$ ,  $c$  e  $r$ , respectivamente.

Esta equação é útil para obtenção do erro esperado no valor calculado de recuperação em massa devido a erros na medição de  $a$ ,  $c$  e  $r$ .

### **3.4.4– Reconciliação de dados redundantes**

É prática comum em balanço de massa reduzir o circuito em módulos simples e calcular a taxa de fluxo de massa relativa pelos significados dos componentes medidos. Em muitos casos tem-se um excesso de dados disponíveis para cada nó, tais como análise granulométrica, análise química por faixa granulométrica, taxas de diluição, teores, etc., tanto que é possível calcular a recuperação em massa por uma variedade de rotas, sendo cada uma independente da outra e de validade aparentemente igual.

Surge a questão de quais destes componentes poderiam ser usados para produzir um balanço e a indicação de quais componentes seriam supérfluos. O procedimento comumente adotado é usar todos os componentes disponíveis para computar a melhor estimativa de recuperação em massa e ajustar os dados para fazer os valores dos componentes ficarem consistentes com esta estimativa.

Dois métodos básicos são comumente usados, ambos empregando a aproximação do mínimo dos quadrados:

- (a) minimização da soma dos quadrados dos resíduos (\*);
- (b) minimização da soma dos quadrados dos ajustes.

**Comentário do autor: Levando em conta que Wills considera que ambos os métodos levam a resultados similares, é apenas apresentado o primeiro (a).**

No método da minimização da soma dos quadrados residuais, os valores que definem a melhor forma para as taxas de fluxo de massa são calculados a partir de dados experimentais, sendo os dados ajustados para absorver estas estimativas.

Se os extremos de um separador simples são amostrados e analisados para  $n$  componentes, tem-se:

$$(a_k - r_k) - R_{mas} (c_k - r_k) = \Delta_k, \quad (k= 1 \text{ a } n), \quad (3.366)$$

onde:

$a_k$ : valor do componente  $k$  no extremo da alimentação;

$c_k$ : valor do componente  $k$  no extremo do concentrado;

$r_k$ : valor do componente  $k$  no extremo do rejeito;

$\Delta_k$ : resíduo gerado por erros experimentais na medida do componente  $k$ .

O objetivo deste método é a escolha do valor de  $R_{mas}$  que minimiza a soma dos quadrados dos resíduos ( $S$ ):

$$S = \sum (\Delta_k)^2 \quad (3.367)$$

O valor de  $S$  pode não ser zero em qualquer valor de  $R_{mas}$  a menos que os dados sejam consistentes. Entretanto, tem um valor mínimo quando  $dS / dR_{mas} = 0$ , isto é, quando

$$2 R'_{mas} \sum (c_k - r_k)^2 - 2 \sum (a_k - r_k)(c_k - r_k) = 0 \quad (3.368)$$

onde  $R'_{mas}$  é a estimativa da melhor forma de  $R_{mas}$ .

Assim,

$$R'_{mas} = \frac{\sum (a_k - r_k)(c_k - r_k)}{\sum (c_k - r_k)^2} \quad (3.369)$$

Este valor é mais influenciado pelos valores dos componentes que são mais alterados pelo processo de separação. Determinado o valor de  $R'_{mas}$ , o próximo passo é o ajuste dos valores dos componentes para torná-los com as taxas de fluxos calculadas. O resíduo pode ser distribuído entre os valores dos componentes de tal forma que:

$$(a'_k - r'_k) - R'_{mas} (c'_k - r'_k) = 0 \quad (3.370)$$

onde:  $a'_k$ ,  $c'_k$  e  $r'_k$  são os melhores valores de  $k$  nos três extremos, isto é,

$$(a_k - a''_k) - R'_{mas} (c_k - c''_k) - (1 - R'_{mas}) (r_k - r''_k) = 0 \quad (3.371)$$

onde:  $a''_k$ ,  $c''_k$  e  $r''_k$  são os ajustes para os  $k$ -ésimos valores dos componentes nos três extremos.

Usando uma aproximação dos mínimos quadrados, a soma dos quadrados pode ser minimizada:

$$S'' = \sum (a''_k{}^2 + c''_k{}^2 + r''_k{}^2) \quad (3.372)$$

Este problema de minimização pode ser resolvido pelo “Método dos Multiplicadores Lagrangeanos” que faz com que os ajustes sejam os menores possíveis, que por vez envolve a minimização de  $L$ :

$$L = \sum (a''_k{}^2 + c''_k{}^2 + r''_k{}^2) + 2 \sum \lambda_k \quad (3.373)$$

onde  $2 \lambda_k$  é o multiplicador lagrangeano.

Assim,

$$L = S'' + 2 \sum \lambda_k (\Delta_k - a''_k + R'_{mas} c''_k + (1 - R'_{mas}) r''_k) \quad (3.374)$$

Diferenciando  $L$  em relação a cada componente desconhecido (ajustes e multiplicadores) e igualando a zero, tem-se:

$$\frac{\partial L}{\partial a''_k} = 2a''_k - 2\lambda_k = 0, \text{ ou seja, } a''_k = \lambda_k \quad (3.375)$$

$$\frac{\partial L}{\partial c''_k} = 2c''_k - 2\lambda_k R'_{mas} = 0, \text{ ou seja, } c''_k = -\lambda_k R'_{mas} \quad (3.376)$$

$$\frac{\partial L}{\partial r''_k} = 2r''_k - 2\lambda_k (1 - R'_{mas}) = 0, \text{ ou seja, } r''_k = -\lambda_k (1 - R'_{mas}) \quad (3.377)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_k} = 2(\Delta_k - a''_k + R'_{mas} c''_k + (1 - R'_{mas}) r''_k) = 0 \quad (3.378)$$

substituindo por  $a''_k$ ,  $c''_k$  e  $r''_k$ , tem-se:

$$a''_k = \frac{\Delta_k}{(1 + R'_{mas}{}^2 + (1 - R'_{mas})^2)} \quad (3.379)$$

$$c''_k = \frac{-R'_{mas} \Delta_k}{(1 + R'_{mas}{}^2 + (1 - R'_{mas})^2)} \quad (3.380)$$

$$r''_k = \frac{-(1 - R'_{mas}) \Delta_k}{(1 + R'_{mas}{}^2 + (1 - R'_{mas})^2)} \quad (3.381)$$

### 3.5– Descrição do Processo de Beneficiamento de Brucutu

O minério proveniente da mina de Brucutu é alimentado em um britador primário tipo giratório (BR 121A-0101, capacidade nominal de 5000t/h) que descarrega em um silo (SI-121A-0201). Deste silo, o minério é retomado através do alimentador de placas ou sapatas (AL-121A-0201) sendo destinado, através do transportador de correia (TC-121A-0201), dotado de balança e extrator de sucatas, para o peneiramento de escalpe e britagem secundária.

O peneiramento de escalpe da britagem secundária é realizado por duas grelhas vibratórias (PN-122A-0201/0202, dimensões 2,4 x 6,1 m, malha de 75 mm). Estas grelhas estão instaladas no prédio da britagem secundária/terciária de uma maneira que o material retido (fração +75 mm) alimenta o britador secundário tipo cônico (BR 122A-0201, versão *standard* para britagem grossa).

O material passante no peneiramento de escalpe da britagem secundária e os produtos das britagens secundária e terciária são direcionados, através do transportador de correia com *tripper* (TC 122A 0301), até o silo (SI-132A-0301) de alimentação do peneiramento secundário.

Sob o silo estão localizados os alimentadores vibratórios (AV-132A-0301 a 0308), responsáveis pela alimentação do peneiramento secundário (PN 132A-0301 a 0308), composto por peneiras inclinadas, com dimensões 8' x 21', de dois *decks*, sendo o primeiro com a função de alívio – 32mm e o segundo com malhas de 25mm e 19mm, objetivando o corte do peneiramento em 25mm.

A fração granulométrica retida no peneiramento secundário (+25mm) seguirá pelo transportador de correia com *tripper* (TC-132A-0302) até o silo (SI-122A-0302) sob os quais estão os alimentadores de correia (AL-122A-0301 a 0304) responsáveis por direcionar o minério para a alimentação dos britadores terciários (BR-122A-0301 a 0304), fechando assim o circuito.

O material passante no peneiramento secundário, fração -25mm é direcionado para o pátio de homogeneização, através de transportadores de correia (TC-132A-0303 e TC-132A-0304), ponto em que ocorre a amostragem de *run of mine* britado através de um amostrador primário linear (AM-137A-0301).

A amostra primária coletada pelo amostrador primário linear é transportada através de correia (TC-137A-9108) e alimenta o silo de regularização (SI-137A-9108). A amostra primária é extraída do silo através de alimentador (AL-137A-9108) a fim de ser novamente amostrado (AM-137A-9108, amostrador rotativo), que encaminhará a nova amostra reduzida para o silo de regularização (SI-137A-9109). Em seguida é quarteada pelo quarteador rotativo (CQ-137A-9109) e separada em caçambas de no máximo 25kg cada. A massa passante pela amostragem retorna através de correia transportadora (TC-137A-9109) ao pátio de homogeneização.

O material passante pelo AM-137A-0301 será empilhado por uma empilhadeira móvel (EP 137A-0301) com duas lanças basculáveis, sem rolamento de giro.

Está previsto um divisor de fluxo DV-137A-0301 que permitirá o "by pass" do pátio de homogeneização, garantindo a alimentação da planta ainda que a retomadora esteja impossibilitada de operar. Nesta circunstância, o minério britado será desviado para o transportador de correia TC-137A-0306, responsável pela alimentação do transportador de retomada do pátio de homogeneização, TC-137A-9101.

O pátio de homogeneização é composto por cinco pilhas. O minério empilhado será retomado através da retomadora de tambor RT-137A-9101 que, com auxílio de carro de transferência, possui flexibilidade para atender todas as cinco pilhas de homogeneização.

O minério retomado nas três pilhas paralelas seguirá através do transportador de correia TC-137A-9101 até o TC-137A-9102. Já o minério retomado nas duas pilhas paralelas seguirá através das correias transportadoras TC-137A-9106 e TC 137A-9107 até o TC-137A-9102, que receberá também o produto da britagem quaternária.

O transportador de correia TC-137A-9102 é responsável por alimentar o TC 137A 9103 (dotado de tripper), até o silo de alimentação do peneiramento a úmido (SI-133A-9101).

Deste silo, o material é recuperado através das balanças dosadoras de correia BL-133A-1101 a 1113, responsáveis por alimentar o peneiramento a úmido. Este peneiramento é realizado por peneiras horizontais PN-133A-1101 a 1113, com dimensões 8 x 21 ft, dois *decks*, malhas de 8 e 1 mm.

O material retido no primeiro *deck* do peneiramento a úmido (PN-133A-1101 a 1113), fração +8mm, através dos transportadores de correia TC-133A-9204 e TC 133A-9205, (sendo este último com tripper), é direcionado ao silo SI-124A-9201.

Deste silo (SI-124A-9201), o material é recuperado através dos alimentadores de correia AL-124A-9201 a 9207, responsáveis pela alimentação dos britadores quaternários BR-124A-9201 a 9207, sendo seis britadores operando e um reserva. O produto desta britagem seguirá juntamente com o material retomado do pátio de homogeneização, através dos transportadores de correia TC-137A-9102 e TC-137A-9103, para o silo de alimentação do peneiramento a úmido (SI-133A-9101), fechando assim o circuito.

O material retido no segundo *deck* do peneiramento a úmido (PN-133A-1101 a 1113), fração -8+1 mm, é direcionado ao transportador de correia TC 133A 9408. Este fluxo poderá, utilizando-se o carro desviador de fluxo DV-133A-9408, alimentar diretamente o transportador de correia TC-133A-9409 (que leva material até o silo de alimentação da jigagem, SI-147A-9401), ou, quando necessário, ser direcionado à correia transportadora TC-147A-9402 (que transporta o concentrado de jigagem até o pátio de produtos, ou seja, esta opção direciona a fração -8+1mm diretamente ao pátio para as condições em que a jigagem não se fizer necessária). Se alimentada a jigagem, o material será extraído através dos alimentadores de correia AL-147A-1401 a 1406, 2401 a 2406, 3401 a 3406, 4401 a 4406, alimentando assim a jigagem, constituída pelos jigsawes tipo Remer (7x16 ft) JI 147A 1401 a 1406, 2401 a 2406, 3401 a 3406, 4401 a 4406, respectivamente.

O concentrado da jigagem seguirá para as peneiras desaguadoras PN-147A-1401/1402/2401/2402/3401/3402/4401/4402, com dimensões 4x14ft e malha de 0,5mm. O material retido nestas peneiras é direcionado ao pátio de produtos através das correias transportadoras TC-147A-9401/9402, sendo empilhado por empilhadeira móvel. A fração passante nas peneiras desaguadoras alimentará, juntamente com o passante no 2º *deck* do peneiramento a úmido (PN-133A-1101 a 1113), o circuito de classificação em 0,15mm.

O rejeito da jigagem é direcionado às peneiras desaguadoras PN-147A-1403/1404/2403/2404/3403/3404/4403/4404, com dimensões 4x14 ft e malha de 0,5mm. O material retido nestas peneiras é encaminhado silo de alimentação SI-144A-9501 através das correias transportadores TC-147A-9501 e TC 147A-9502. O material deste silo será eventualmente recuperado através de caminhões, ou normalmente através da balança dosadora BL-144A-9501 que alimentam o moinho de bolas MO-144A-9501. O produto da moagem é bombeado (BP-144A-9501/9501R) para a bateria de ciclones de classificação (26”) HC-144A-9501. O *underflow* desta ciclonagem é realimentado no moinho (fechando o circuito) e o *overflow* é bombeado (BP-144A-9502) até a caixa de polpa TQ-144A-1305/2305/3305/4305.

O circuito de moagem é composto por um sistema para dosagem de bolas, por vez estocadas nos silos SI 144A-9504/9505 e recuperadas pelos alimentadores AV-144A-9505/9506. Próximo ao silo de bolas tem-se o silo SI-144A-9503 (dupla saída) para eventual reposição de minério para moagem. Tanto este minério complementar quanto as bolas serão transportados através de correia transportadora TC-144A-9503 e serão incorporados ao material que vem do rejeito da jigagem, no transportador TC 147A-9501.

O fluxo passante no desaguamento do rejeito da jigagem é bombeado (BP-147A-1403/2403/3403/4403) e utilizado para diluição nas caixas de polpa TQ-147A-1303/2303/3303/4303 e 1304/2304/3304/4304.

O circuito de classificação em 0,15mm recebe, como alimentação nas caixas de polpa TQ-133A-1101 a 1104, os seguintes fluxos:

- fração passante no 2° *deck* do peneiramento a úmido (PN-133A-1101 a 1113);
- fração passante no desaguamento do concentrado da jigagem, fração –1mm.

Este material reunido nas caixas TQ-133A-1101 a 1104, fração –1mm, será bombeado para o 1° estágio de classificação, constituído de quatro baterias de seis ciclones com = 26” de diâmetro, HC 147A-1301/2301/3301/4301. O *underflow* desta ciclonagem é bombeado através das BP 147A-1303/2303/3303/4303 até o segundo e último estágio de classificação em 0,15mm, realizado em peneiras vibratórias de alta frequência (*multiscreen*, 5 *decks* paralelos), PN-147A-1301 a 1306/2301 a 2306/3301 a 3306/4301 a 4306.

O material passante nas peneiras de alta frequência, fração –0,15mm, juntamente com o *overflow* da ciclonagem HC-147A-1301/2301/3301/4301 (1° estágio de classificação em 0,15mm) e o produto da moagem (bombeado pela BP-144A-9502), seguirá por bombeamento (BP 147A 1305/2305/3305/4305) até a deslamagem.

O material retido nestas peneiras de alta frequência, fração –1+0,15mm, é bombeado (BP-147A-1304/1304R/2304/2304R/3304/3304R/4304/4304R) até a separação magnética de intensidade média de campo.

A separação magnética é realizada em duas etapas, sendo a primeira em média intensidade de campo (6000 gauss), e a segunda de alta intensidade de campo (9000 gauss).

A função da separação magnética em intensidade média de campo magnético é promover a recuperação de minerais de ferro associados à magnetita, atuando como uma proteção para o segundo estágio de concentração magnética de alta intensidade (a característica de elevada susceptibilidade magnética da magnetita aliado ao campo magnético de alta intensidade, necessário para a recuperação dos minerais hematita e

goethita, resulta na obstrução das placas magnética e consequentes entupimentos, o que justifica a aplicação de desbaste com intensidade média de campo).

A separação magnética em média intensidade é realizada pelos separadores magnéticos SM 143A-9601 a 9609, tipo WDRE (*Wet Drum Rare Earth*: Separador Magnético de tambor de terras raras). A fração magnética (concentrado) alimenta um sistema de filtragem (FL 143A-9601/9602/9603), composto por filtro de esteira, reservatório de filtrado, perna barométrica, tanque de selagem e bomba de vácuo (BV-143A-9601/9602/9603).

O circuito também dispõe de filtro reserva FL-143A-9602 que pode atender tanto a filtragem de *sinter feed 2* (SF2) quanto de *sinter feed 3* (SF3). Caso este filtro opere com *sinter feed 3*, tem-se o transportador de correia TC-143A-9704, que levará a torta (SF3) até o transportador de correia TC-143A-9708.

A torta proveniente da filtragem do *sinter feed 2* (SF2), é transportada pelo transportador de correia TC-143A-9605, podendo este ter as seguintes opções, utilizando-se a balança dosadora (BL-143A-9605):

- alimentar normalmente o transportador de correia TC-143A-9709, incorporando-se ao *sinter feed 3* (SF3) até o pátio de produtos ou;
- alimentar eventualmente, por transbordo do chute de alimentação da BL-143A-9605, o transportador de correia TC 147A-9402, incorporando-se ao *sinter feed 1* (SF1) até o pátio de produtos.

A concentração em separadores de alta intensidade de campo magnético prevê que a fração não-magnética dos separadores WDRE passará pelo peneiramento de proteção PN-143A-9701 a 9709, cuja função é a proteção dos separadores magnéticos de alta intensidade, ou seja, a remoção de corpos estranhos (tais como orgânicos, eletrodos, soldas, parafusos...) e, eventualmente, partículas de minério maior que 1mm.

O material passante no peneiramento de proteção é direcionado, por bombeamento (BP 143A-9701/9701R/9702/9702R/9703/9703R/9704/9704R), para as baterias de

hidrociclones de 10” HC 143A-9701/9702/9703/9704, onde o *overflow* é direcionado para empolpamento do segundo estágio de deslamagem (HC 145A-1306/2306/3306/4306) e o *underflow* é direcionado, por bombeamento (BP-143A-9705/9705R/9706/9706R/9707/9707R/9708/ 9708R), até o 1º estágio de separação magnética em alta intensidade, denominado estágio *rougher*, constituído de separadores magnéticos tipo Jones, SM 143A 9701 a 9712.

O concentrado do estágio *rougher* é bombeado (BP-143A-9709/9709R/9710/9710R/9711/9711R/9712/9712R) até as baterias de ciclones (10”) de adensamento HC 143A-9709/9710/9711/9712. O *overflow* deste adensamento é encaminhado, por gravidade, até o espessador de lamas (ES-145A-9901). O *underflow* é bombeado (BP-143A-9713/9713R/9715/9715R/9717/9717R/9718/9718R) para a alimentação do segundo estágio de separação magnética de alta intensidade de campo, denominado estágio *cleaner* (SM-143A-9719 a 9726).

O concentrado deste estágio *cleaner* é bombeado (BP-143A-9714/9714R/9730/ 9730R) para as baterias de ciclones (10”) HC-143A-9714/9730 de adensamento. O *overflow* deste adensamento é encaminhado, por gravidade, até o espessador de lamas (ES-145A-9901) e o *underflow* seguirá para o sistema de filtração em filtros esteira (FL-143A-9701 a 9704).

Os rejeitos da separação magnética, provenientes dos estágios *rougher* e *cleaner*, é adensado através das baterias de ciclones (10”) HC-143A-9716/9719. O *overflow* deste adensamento é encaminhado, por gravidade, até o espessador de lamas (ES-145A-9901), e o *underflow* seguirá, por gravidade, até a caixa de rejeitos TQ-145A-9902.

A torta proveniente desta filtração em esteira (FL-143A-9701/9702/9703/9704), *sinter feed* 3 (SF3), é transportada pelo transportador de correia TC-143A-9708, podendo este ter as seguintes opções, utilizando-se a balança dosadora (BL-143A-9708):

- alimentar normalmente o transportador de correia TC-143A-9709, sendo incorporado ao *sinter feed* 2 (SF2) até o pátio de produtos ou

- alimentar eventualmente, por transbordo do *chute* de alimentação da BL-143A-9605, o transportador de correia TC 147A-9402, incorporando-se ao *sinter feed* 1 (SF1) até o pátio de produtos.

A deslamagem da fração –0,15 mm, prévia à flotação, é realizada em 3 estágios. A alimentação do 1º estágio é composta pelos seguintes fluxos, reunidos nas caixas de polpa TQ-147A-1305/2305/3305/4305:

- material passante na classificação em 0,15 mm, composto por:
  - *overflow* do 1º estágio de classificação, em ciclones de 26”;
  - massa passante no 2º estágio de classificação, em peneiras de alta frequência;
  - produto da moagem, bombeado pela BP-144A-9502.

A fração –0,15mm é bombeada (BP 147A 1305/2305/3305/4305) para o 1º estágio de deslamagem, realizado pelas baterias de ciclones de 20”, HC-143A-1305/2305/3305/4305. Desta ciclonagem, tem-se:

- o *underflow* sendo bombeado (BP-145A-1306/2306/3306/4306) para o 2º estágio de deslamagem, realizado pelas baterias de ciclones de 10”, HC-145A-1306/2306/3306/4306 e
- o *overflow* sendo bombeado (BP-145A-1307/2307/3307/4307) para o 3º estágio de deslamagem, realizado pelas baterias de ciclones de 10” HC-145A-1307/2307/3307/4307.

O *overflow* total das ciclonagens HC-145A-1306/2306/3306/4306 e HC-145A-1307/2307/3307/4307 é encaminhado em suas respectivas linhas independentes para o espessador de lammas ES-145A-9901. O fluxo do *underflow* destas ciclonagens (HC-145A-1306/2306/3306/4306 e HC-145A-1307/2307/3307/4307) é dividido e encaminhado para os tanques condicionadores da flotação TQ-145A-9801/9802 (em série) e TQ-145A-9803/9805 (em série), sendo que os tanques TQ-145A-9801/9802 foram instalados em paralelo aos tanques TQ-145A-9803/9805.

Neste condicionamento, podem haver as seguintes possibilidades de manobras operacionais:

- o material a ser condicionado poderá alimentar diretamente o TQ-145A-9802, sem passar previamente pelo TQ-145A-9801;
- o material condicionado no TQ-145A-9801 poderá alimentar diretamente o TQ-145A-9804, sem passar previamente pelo TQ-145A-9802;
- o material a ser condicionado poderá alimentar diretamente o TQ-145A-9805, sem passar previamente pelo TQ-145A-9803;
- o material condicionado no TQ-145A-9803 poderá alimentar diretamente o TQ-145A-9805, sem passar previamente pelo TQ-145A-9806.

Este condicionamento constitui a alimentação nova da flotação, sendo esta composta pelos estágios *rougher*, *cleaner*, *re cleaner* e *scavenger*.

Nas caixas de polpa TQ-145A-9804/9806, são reunidos os seguintes fluxos, que alimentarão a flotação, através das bombas de polpa BP-1804/2804/3804/4804:

- alimentação nova da flotação, enviada dos condicionadores por gravidade;
- carga de retorno da flotação para fechamento do circuito, composta por:
  - rejeito das células *cleaner*, enviado por gravidade;
  - rejeito das células *re cleaner*, enviado por gravidade;
  - concentrado das células *scavenger*, enviado por gravidade.

O circuito de flotação *rougher* (CF-148A-1801/2801/3801/4801/5801/6801/7801/8801) é alimentado pelas bombas de polpa BP-145A-1804/2804/3804/4804, que retiram das caixas TQ-145A-9804/9806 os fluxos anteriormente discriminados. O rejeito do circuito *rougher* (CF-148A-1801/2801/3801/4801/5801/6801/7801/8801) segue por gravidade para o circuito *scavenger* (CF 148A-1804/2804/3804/4804). O concentrado *scavenger* segue para as peneiras de alta frequência (*multiscreen*, cinco *decks* paralelos), PN-148A-1801/2801/3801/4801, onde a fração de massa passante é encaminhada por gravidade para as caixas de polpa TQ-145A-9804/9806, realimentando o circuito *rougher*.

A fração de massa retida nas peneiras de alta frequência PN-148A-1801/2801/3801/4801, juntamente com o rejeito *scavenger*, são encaminhados por

gravidade para a caixa de rejeitos TQ 145A-9902, constituindo o rejeito final da flotação.

O concentrado do circuito *rougher* (CF-148A-1801/2801/3801/4801/5801/6801/7801/8801) é encaminhado por gravidade para o circuito de flotação *cleaner* (CF-148A-1802/2802/3802/4802/5802/6802/7802/8802) e o concentrado deste circuito *cleaner* é encaminhado por gravidade para o circuito de flotação *re-cleaner* (CF-148A-1803/2803/3803/4803/5803/6803/7803/8803).

O rejeito dos circuitos *cleaner* e *re-cleaner* são encaminhados por gravidade para as caixas de polpa TQ-145A-9804/9806, realimentando o circuito *rougher*. Há a alternativa destes fluxos alimentarem, por gravidade, o circuito *scavenger*.

O concentrado do circuito *re-cleaner* alimenta os espessadores de concentrado ES-142A-9801/9802. O *overflow* deste espessamento é encaminhado por gravidade para o reservatório de água recuperada TQ-145A-9901.

O *underflow* dos espessadores de concentrado ES-142A-9801/9802 é bombeado (BP-142A-9801/9801R/9802/9802R) para o tanque de regularização da filtração TQ-142A-9801, de onde será bombeado (BP-142A-9803/9803R/9806) para o sistema de filtração composto por filtros à vácuo de discos (FL-142A-9801 a 9810), vasos separadores, pernas barométricas, tanques de selagem e bombas de vácuo (BV-142A-9801 a 9810). Os filtros de discos operam por transbordo na bacia, sendo admitida uma taxa de 20% de recirculação para os espessadores de concentrado ES-142A-9801/9802.

A torta proveniente desta filtração de discos, *pellet feed* (PF), segue sucessivamente através das correias transportadoras TC-142A-9811 e 9812, até o pátio de produtos.

O espessador de lamas ES 145A-9901 recebe como alimentação os seguintes fluxos:

- *overflow* da ciclonagem de adensamento HC-143A-9701/9702/9703/9704 (eventualmente);
- *overflow* da ciclonagem de adensamento HC-143A-9709/9710/9711/9712;

- *overflow* da ciclonagem de adensamento HC-143A-9714/9730;
- *overflow* da ciclonagem de adensamento HC-143A-9716/9719;
- *overflow* da ciclonagem de deslamagem HC-145A-1306/2306/3306/4306;
- *overflow* da ciclonagem de deslamagem HC-145A-1307/2307/3307/4307.

O *overflow* do espessador de lamas ES-145A-9901 é encaminhado por gravidade para o reservatório de água recuperada TQ-145A-9901.

Considerando os rejeitos gerados neste processo, tem-se como alimentação da caixa de rejeitos (TQ 145A-9902) os seguintes fluxos:

- *underflow* do espessador de lamas ES-145A-9901, bombeado pela bomba de polpa BP-145A-9901/9901R;
- rejeito da separação magnética de alta intensidade;
- rejeito do circuito de flotação.

Desta caixa central, os rejeitos são bombeados até a barragem, através de duas linhas independentes de bombeamento. As bombas BP-145A-9902/9902R representam a primeira linha, apta a atender a implantação 12 MTPA. As bombas restantes BP-145A-9903/9904/9903R/9904R/9905/9905R/9906/ 9906R representam a segunda linha de bombeamento para a barragem de rejeitos, apta a atender a implantação 24 MTPA (ROM: 37,5 MTPA).

#### **4 – DEFINIÇÃO DO PROBLEMA**

A jazida de Brucutu, foco desta tese, correspondente à reserva inicial de 200 milhões de toneladas de itabiritos com teor médio de 58%Fe, possui litologias com características distintas que determinam comportamentos diferenciados frente às operações unitárias de beneficiamento mineral, em especial àquelas que se referem aos processos de concentração.

Este novo projeto da VALE tem por objetivo agregar à produção do Sistema Sudeste desta empresa 24 milhões de toneladas de produtos por ano e teve o início de operação em 2006.

Atualmente, a jazida de Brucutu apresenta modelo geológico de detalhe, com reservas provadas e conhecimento estrutural do depósito.

Com o início das operações, surgiu a necessidade do conhecimento prévio das pilhas de homogeneização que formam para a alimentação da usina de concentração. Considerando as particularidades da rota de processo de beneficiamento, estabelecidas a partir dos estudos de caracterização do *run of mine* médio, as informações baseadas somente em análises químicas e granulométricas mostram-se insuficientes para a garantia de uma operação de beneficiamento satisfatória em termos de recuperações em massa e metálica e de garantia da qualidade dos produtos a serem obtidos.

Como definição do problema, tem-se a necessidade do desenvolvimento de um conhecimento específico na área de caracterização mineral e a identificação de alternativas que venham a maximizar a previsibilidade operacional da usina de beneficiamento de Brucutu. Um destaque especial deve ser dado à relação das características mineralógicas que impactam diretamente as operações de concentração da usina de beneficiamento. O modelamento das operações unitárias de concentração, existentes na planta de beneficiamento de Brucutu, com enfoque em caracterização mineralógica é uma alternativa de grande importância para a garantia da previsibilidade operacional e, por consequência, estabilidade na geração de produto, tanto em massa quanto em qualidade.

## **5 - METODOLOGIA**

Para o desenvolvimento da parte experimental desta tese, foi adotada a metodologia descrita nos itens seguintes:

### **5.1- Conhecimento Geral da Partição das Espécies Minerais em Operações Unitárias de Concentração de Minério de Ferro – Quadrilátero Ferrífero.**

Esta etapa do desenvolvimento considerou a coleta de amostras em diversos circuitos industriais de usinas de beneficiamento de minério de ferro da Vale, em diversos locais do Quadrilátero Ferrífero, a fim de desenvolver o conhecimento geral da partição das espécies minerais nos produtos das diversas operações unitárias de concentração. Teve por objetivo conhecer a influência da mineralogia do minério de ferro (associações minerais, porosidade entre cristais, liberação mineral, tamanho de cristal e de partícula, etc.), de maneira qualitativa, no desempenho das operações de concentração. Focou em desenvolver, em linhas gerais, um modelo mineralógico simplificado quanto à partição das espécies minerais nos diversos produtos gerados nos processos de concentração.

As amostras obtidas foram submetidas às análises granulométricas para a determinação de distribuição de componentes químicos por faixa de tamanhos, além da investigação de suas características mineralógicas e texturais. Algumas amostras de alimentação das operações unitárias foram submetidas a ensaios tecnológicos em escala de bancada, nas situações em que os dados industriais não estavam disponíveis, buscando reproduzirem as operações de beneficiamento correspondentes.

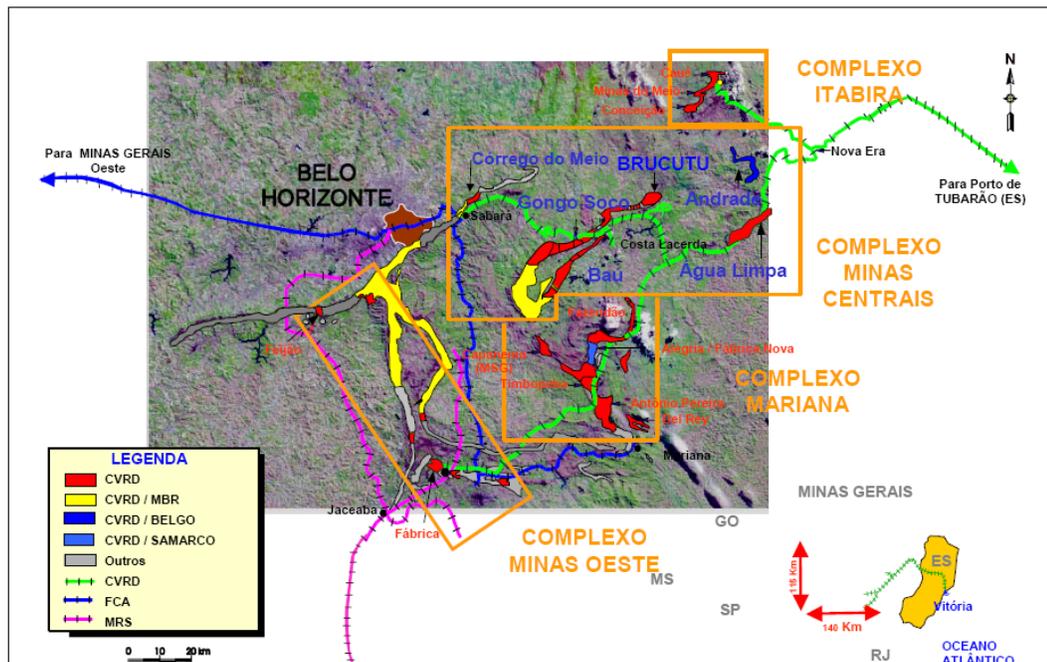
Para o desenvolvimento desta primeira etapa desta tese, a seleção das operações unitárias de concentração baseou-se nas operações unitárias existentes na instalação de beneficiamento mineral de Brucutu. Outro aspecto considerado como critério para a seleção de amostra foi a diversidade mineralógica existente em cada minério a ser beneficiado.

Nesta fase, foram investigadas as distribuições granulométricas, composições químicas, composições mineralógicas (por microscopia óptica de luz refletida) e, quando necessário, estudos tecnológicos em escala de bancada e piloto buscando compreender a relação entre as características dos minérios frente às operações de beneficiamento.

As usinas da VALE envolvidas neste trabalho foram: Cauê e Conceição (em Itabira-MG), Água Limpa (em Rio Piracicaba-MG), Córrego do Meio (em Sabará-MG), Alegria (em Mariana-MG), Timbopeba (em Ouro Preto-MG), Fábrica (em Congonhas-MG). Considerando que estas minas estão distribuídas em locais regionalmente distintos, no Quadrilátero Ferrífero, indica ser um estudo bastante abrangente em termos de tipos de minérios de ferro para a definição deste modelo genérico.

As amostras foram coletadas durante o processamento de pilhas de alimentação típicas de cada usina de beneficiamento, sendo realizadas quantificações mineralógicas dos diversos fluxos das operações de concentração: gravítica (jigagem), magnética (concentração de média intensidade em WDRE, concentração em alta intensidade em JONES), por flotação (convencionais e colunas). Apesar da moagem não ser o foco desta tese, já que a proposta original restringe-se às operações unitárias de concentração de minério de ferro, um modelo genérico também foi desenvolvido para esta operação, que também está presente na planta de beneficiamento de Brucutu. Em particular, para esta operação unitária, as amostragens foram realizadas na instalação de Timbopeba, que possui operação de moagem industrial. Outro aspecto de importância é que se trata de uma operação unitária importante como etapa preparatória para a flotação e influencia diretamente na distribuição de tamanho de partículas na alimentação da flotação.

A figura 5.1 apresenta a localização das unidades da VALE no Quadrilátero Ferrífero.



**Figura 5.1- Localização das unidades da Vale no Quadrilátero Ferrífero.**

## 5.2- Identificação e Coleta de Amostras Representantes das Diversas Litologias da Mina de Brucutu.

Esta etapa do desenvolvimento foi considerada necessária com o objetivo de apresentar as diversas litologias reconhecidas pelo mapeamento e modelamento geológico que compõem o *run of mine* (ROM) de alimentação da instalação de beneficiamento de Brucutu.

A identificação e coleta de amostras de minério que representam as diversas litologias da mina de Brucutu, englobaram os principais aspectos geológicos e estruturais atualmente empregados pelo planejamento de mina de longo e curto prazo da Vale.

Como técnica de amostragem, foram coletadas litologias típicas dos minérios da Mina de Brucutu em afloramentos e em frentes de lavra expostas, a partir da execução de canaletas cuja direção de escavação considerou a maior variabilidade da litologia (perpendicular ao plano médio de mergulho das camadas).

Foram selecionadas vinte e nove (29) amostras, sendo estas coletadas com o objetivo de apresentar as principais feições litológicas existentes na mina de Brucutu. O anexo 5.1 apresenta fotografias de frente de lavra das principais litologias na Mina de Brucutu, Vale. A relação e a quantidade de amostras coletadas são apresentados na tabela V.1.

**Tabela V.1: Relação e quantidade de amostras por litologia da Mina de Brucutu.**

Litologia	Amostras	Data	Quantidade
Hematita compacta (HC)	AFBR 1002 (Banco 980, parte oeste da mina)	03/10/2005	1
Hematita friável (HF)	AFBR 1004 (Banco 980, região oeste)	03/10/2005	4
	AFBR 1006 (Banco 890, parte leste)	07/10/2005	
	AFBR 1016 (Banco 960)	12/01/2006	
	AFBR 1023 (Banco 900)	16/01/2006	
Hematita goethítica (HGO)	AFBR 1005 (Banco 890, parte leste)	07/10/2005	2
	AFBR 1009 (Banco 1010)	25/11/2005	
Hematita contaminada (HCT)	AFBR 1018 (Banco 1000)	13/01/2006	2
	AFBR 1020 (Banco 990)	13/01/2006	
Itabirito friável (IF)	AFBR 1003 (Banco 990, região oeste)	03/10/2005	9
	AFBR 1007 (Antigo corte da OAS, porção W)	20/10/2005	
	AFBR 1010 (Banco 890)	30/11/2005	
	AFBR 1013 (Banco 990)	02/12/2005	
	AFBR 1017 (Banco 940)	13/01/2006	
	AFBR 1024 (Próximo ao britador primário)	31/01/2006	
	AFBR 1025 (Banco 950)	01/02/2006	
	AFBR 1026 (Banco 910)	01/02/2006	
AFBR 1028 (Ciclovía, próximo à 2ª rotatória)	06/02/2006		
Itabirito compacto (IC)	AFBR 1012 (Banco 960)	01/12/2005	1
Itabirito goethítico (IGO)	AFBR1001 (Banco 880, Mina Leste)	01/10/2005	2
	AFBR 1019 (2º banco da ciclovía)	13/01/2006	
Itabirito contaminado (ICT)	AFBR 1008 (Banco 1010)	22/11/2005	2
	AFBR 1021 (Banco 970)	?	
Canga (CG)	AFBR 1014 (Banco 1010)	02/12/2005	5
	AFBR 1015 (Banco 1020, região oeste)	06/12/2005	
	AFBR 1022 (Início da ciclovía)	16/01/2006	
	AFBR 1027 (Banco 1040)	06/02/2006	
	AFBR 1029 (Banco 1030)	09/02/2006	

### 5.3- Formação de Amostra para Estudos em Escala Piloto.

A formação de uma amostra para a realização dos testes em escala piloto foi orientada pelas especificações do *run of mine* (ROM) do projeto Brucutu, conforme mostrado na

tabela V.2. As informações da tabela V.2 são provenientes do modelo de bloco, já considerando o efeito da degradação do minério por desmonte, manuseio, transporte e britagens até o estágio terciário (-25mm). Trata-se da expectativa das características da pilha de homogeneização de alimentação da usina de Brucutu até o ano de 2011.

**Tabela V.2: Expectativa das características médias da pilha de homogeneização (-25mm) a ser alimentada na usina de Brucutu, até o ano de 2011.**

Frações Granulométricas (mm)	Massa (%)	Teores (%)					
		Fe	SiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	%P	Mn	PPC <sup>(*)</sup>
+8	10,48	60,24	4,87	2,33	0,037	0,057	N.D.
-8+1	16,11	61,17	7,06	2,01	0,045	0,097	N.D.
-1+0,15	18,41	48,76	26,83	1,26	0,022	0,071	N.D.
-0,15	55,00	60,22	11,31	1,40	0,028	0,037	N.D.
Global Calc.	<b>100,00</b>	<b>58,27</b>	<b>12,81</b>	<b>1,57</b>	<b>0,030</b>	<b>0,055</b>	N.D.

<sup>(\*)</sup> N.D.: Informação não disponível.

As informações contidas no modelo de bloco consideram somente os resultados de distribuições granulométricas, obtidas a partir de peneiramento a seco, e de química por fração granulométrica, sem qualquer etapa de britagem dos furos de sonda. Não contempla qualquer degradação das amostras com conseqüente migração de minerais das frações granulométricas mais grossas para as mais finas e, conseqüentemente, não evidenciam as alterações de análises químicas e de partições em massa por fração, após a britagem e o processamento à úmido do minério. Desta maneira, torna-se necessário a aplicação de fatores que permitam a correção destas informações existentes no modelo de bloco a fim de criar especificações de minério que sejam compatíveis com a alimentação da planta de concentração mineral, caso apresentado na tabela V.2. Assim, a amostra de grande volume para a realização dos estudos em escala piloto foi formada considerando, também, as informações da tabela V.2.

O anexo 5.2 apresenta o mapa geológico, com as principais litologias da mina de Brucutu, e as cavas (inicial e final 2011) que orientaram a composição da amostra para o estudo em escala piloto, além da localização dos pontos de coleta de amostras.

A tabela V.3 apresenta a análise química por fração granulométrica para a amostra de ROM formada para estudos em escala piloto, após o desmonte mecânico, carregamento, transporte e britagens primária, secundária e terciária (-16mm), em escala piloto.

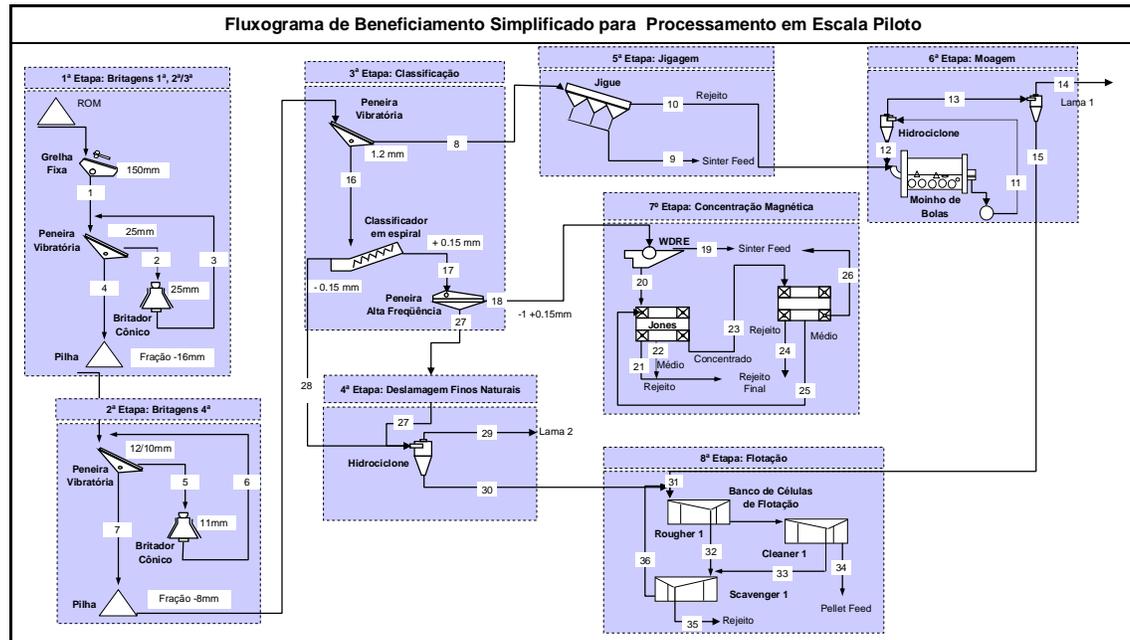
**Tabela V.3: Características da amostra coletada para estudos em escala piloto, considerando o ROM após as operações de desmonte, carregamento, transporte e redução até a britagem terciária (-16mm) – dados medidos sem qualquer ajuste.**

Frações Granulométricas (mm)	Massa (%)	Teores (%)					
		Fe	SiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	%P	Mn	PPC
+8	7,96	63,33	2,81	2,67	0,057	0,017	3,57
-8+1	16,30	63,72	3,97	1,90	0,052	0,029	2,60
-1+0,15	17,76	49,82	26,06	1,03	0,034	0,033	1,34
-0,15	57,99	58,44	13,51	1,39	0,029	0,026	1,10
Global Calc.	100,00	58,16	13,33	1,51	0,036	0,027	1,59
Global Anal.	--	58,31	12,83	1,58	0,038	0,028	1,82

Considerando os erros associados à formação de amostras (estimativas durante o modelamento geológico, seqüenciamento de lavra, representatividade e coleta de amostras, diferenças quanto à redução de tamanho prevista para a pilha de homogeneização (-25mm) e a obtida em escala piloto (-16mm)) obteve-se uma aderência muito boa entre as características previstas e aquelas apresentadas pela amostra formada para estudos em escala piloto. Entretanto, pode-se observar uma maior migração de quartzo da fração granulométrica mais grossa para a fração granulométrica mais fina, o que pode ser evidenciado pela redução dos teores de SiO<sub>2</sub> nas frações grossas e aumento nas frações mais fina, pelo fato do quartzo ser o principal mineral fonte de sílica deste minério de ferro.

#### 5.4- Processamento de Amostra em Escala Piloto.

O processamento da amostra de 500t, em planta piloto, foi realizado segundo o fluxograma simplificado apresentado na figura 5.2.



**Figura 5.2: Fluxograma simplificado de processo adotado para o processamento da amostra em planta piloto.**

(Observação: Os valores médios das variáveis de processo, para cada nó, são apresentados no anexo 6.1). Este fluxograma corresponde ao circuito de beneficiamento referente à rota de processamento mineral concebida para a usina de Brucutu.

A planta piloto utilizada para os trabalhos desta tese considerou a estrutura do Centro de Pesquisas Tecnológicas da Vale, cujas unidades estão localizadas na Mina de Alegria, em Mariana – MG e na Mina de Cauê, em Itabira – MG. Estas plantas contam com todas as operações unitárias de processamento mineral que constituem o circuito de beneficiamento mineral de Brucutu. Considera capacidades variadas, com taxas de podem ser de 30 a 80t/h em circuitos de britagem e peneiramento à seco, 5 a 10t/h em circuitos de classificação, peneiramento e deslamagem, 300kg/h a 3,5t/h em circuitos de flotação, 0,8 a 1,2t/h em circuito de jigagem e 200 a 400kg/h em circuitos de concentração magnética.

Durante o processamento em escala piloto, foram coletadas amostras de todos os fluxos, tanto de entrada quanto de saída, das diversas operações unitárias de beneficiamento, sendo adotados os seguintes critérios de amostragem:

- Amostragem no circuito de britagem e peneiramento a seco: após os ajustes dos equipamentos da planta piloto de britagem e peneiramento e alcance do equilíbrio operacional, foram coletadas amostras compostas por incrementos (com massa variando de vinte (20) a quarenta (40) quilogramas, cada incremento), sendo que cada um deles representou o máximo de vinte (20) toneladas processada na planta piloto. Neste circuito, a coleta de amostras foi realizada pelo método de correia parada. Para a garantia de massa mínima necessária à preparação e processamento em laboratório (homogeneização, quarteamento, análise granulométrica e química por fração granulométrica, análise mineralógica e ensaios diversos em bancada) coletou-se uma massa mínima de 500kg de amostra por fluxo. Em alguns casos, em função da partição em massa nos diversos fluxos do circuito, foram coletados incrementos em intervalos menores de tempo a fim de garantir esta massa mínima.
- Amostragem nos circuitos classificação e concentração: após os ajustes dos equipamentos da planta de classificação e concentração e alcance do equilíbrio operacional, foram coletados o mínimo de seis (06) incrementos a cada hora de operação para cada fluxo de entrada e de saída, das diversas operações unitárias. Esta amostragem abrangeu em torno de nove (09) horas consecutivas de operação do circuito piloto, após o estabelecimento do equilíbrio operacional. Cada fluxo foi representado por uma massa que variou de 10 a 40kg de amostra. A amostragem foi realizada empregando cortadores manuais de fluxo.

As amostras coletadas neste circuito foram divididas em dois grupos:

- O primeiro grupo de amostras foi coletado com o objetivo de sustentar as medições de vazões, taxas de fluxos e diluições. Estas amostras foram coletadas no intervalo de uma (01) hora de operação, correspondendo à composição de incrementos que consideraram volumes maiores de polpa, com conseqüente interferência no equilíbrio do regime de fluxos do circuito. A coleta dos diversos incrementos foi realizada no sentido contrário do fluxo de polpa, a fim de

minimizar este efeito no desequilíbrio do circuito. Outra ação para minimizar o efeito do desequilíbrio do circuito na representatividade das amostras quanto à estabilidade do regime de fluxo foi adotar um intervalo mínimo de trinta (30) minutos para a retomada das amostragens.

- O segundo grupo de amostras corresponde àquelas destinadas para as análises química, granulométrica e mineralógica, sendo os incrementos coletados de maneira intercalada às amostras destinadas à medição de vazões. São compostas por incrementos de pequeno volume, com interferência mínima no equilíbrio do regime de fluxos do circuito e que buscam representar a variação das diversas características dos fluxos do circuito em torno da condição de equilíbrio.

Os ajustes do circuito piloto foram realizados a fim de atender a uma especificação (valores médios) de qualidade química e granulométrica para os produtos gerados, tendo como referência as especificações indicadas nos dados básicos e critérios adotados no desenvolvimento do projeto de Brucutu. Estas referências são apresentadas na tabela V.4.

**Tabela V.4- Especificações de qualidade para os produtos gerados a partir do processamento em planta piloto (ROM com teor médio de 59%Fe).**

Especificação	Química (Teores em %)					Granulométrica (% massa)			
	Fe	SiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	P	Mn	+8	+6,35	+1,00	-0,15
<i>Sinter Feed</i>	>65,00	< 3,00	<1,20	<0,050	--	Max. 5,00	--	--	< 15,00
<i>Pellet Feed</i>	> 68,00	<1,00	< 0,75	< 0,045	--	--	--	--	Min. 96,00

Algumas fotografias foram tiradas durante a operação dos equipamentos em escala piloto e são apresentadas no anexo 5.3.

Com relação às principais condições operacionais, durante a realização dos testes em escala piloto, pode-se destacar:

5.4.1- Condições relativas ao circuito de britagem: circuito de britagem secundária/terciária operando com peneiramento a umidade natural (5,6% de umidade),

inclinado, com telas de aço em malha quadrada, com abertura de 25mm, em circuito fechado com um britador girasférico de abertura na posição fechada em 25mm. Como premissa para o desenvolvimento dos testes em escala piloto, admitiu-se até 20% de finos no *oversize* de peneiramentos à umidade natural. Para a peneira que fechou o circuito com a britador secundário/terciário, obteve-se um tamanho máximo de 16mm no *undersize* do peneiramento a fim de garantir em torno de 20% de finos no *oversize*, sendo que esta parte do circuito operou com uma taxa de 43t/h de alimentação nova. Mesmo nesta condição de baixa eficiência para o *oversize*, a massa de material retido não foi suficiente para encher completamente a câmara do britador a fim de receber a massa mínima necessária ao seu perfeito funcionamento (mínimo de 17t/h, para abertura na posição fechada maior que 20mm), fazendo com que o início da operação ocorresse a britagem com eficiência muito baixa. Por consequência, a carga circulante atingiu o valor de 254% a fim de garantir a massa necessária ao início da britagem. Não houve a possibilidade de aumento de taxa de alimentação para compensar esta deficiência em função de limitação de área de peneiramento.

Pode-se observar o mesmo comportamento para o caso da britagem quaternária em circuito fechado com o peneiramento. O peneiramento foi realizado à seco, inclinado, com telas de aço em malha quadrada, com abertura de 12 e 10mm, em circuito fechado com um britador girasférico de abertura na posição fechada em 11mm. Como premissa para o desenvolvimento dos testes em escala piloto, admitiu-se até 20% de finos no *oversize* de peneiramentos a umidade natural. Para a peneira que fechou o circuito com a britador quaternário, obteve-se um tamanho máximo de 8mm no *undersize* do peneiramento a fim de garantir em torno de 20% de finos no *oversize*, sendo que esta parte do circuito operou com uma taxa de 40t/h de alimentação nova. Mesmo nesta condição de baixa eficiência para o *oversize*, a massa de material retido não foi suficiente para encher completamente a câmara do britador a fim de receber a massa mínima necessária ao seu perfeito funcionamento (mínimo de 15t/h, para abertura na posição fechada entre 12 e 20mm), fazendo com que o início da operação ocorresse a britagem com eficiência muito baixa. Por consequência, a carga circulante atingiu o valor de 175% a fim de garantir a massa necessária ao início da britagem. Não houve a

possibilidade de aumento de taxa de alimentação para compensar esta deficiência em função de restrições da área de peneiramento.

Observou-se uma densidade aparente de 1,96 para os fluxos de alimentação nova dos peneiramentos a 25 e 16mm e de 1,86 para os fluxos de *oversize* destes respectivos peneiramentos.

5.4.2- Condições relativas ao peneiramento a 1mm: Peneiramento inclinado, com tela de poliuretano oblonga, 1,2 x 12,7mm, com dimensão de 1,2m de comprimento e 0,6m de largura, alimentada com uma taxa de 4,67t/h e um consumo de água total (diluição e *spray* de 1m<sup>3</sup>/t alimentada, com liberdade de ser aumentada, desde que o *undersize* não ficasse mais diluído que 45% de sólidos em função da diluição necessária para a operação do classificador em espiral). Observa-se que se tem uma taxa unitária bem inferior ao peneiramento industrial: 6,5t/(h.m<sup>2</sup>) para a peneira piloto *versus* 20 a 25t/(h.m<sup>2</sup>) para peneiramento industrial. Isto é devido às menores frequências obtidas no equipamento piloto em função de suas restrições mecânicas. Para determinação da eficiência de peneiramento, teve-se como premissa um tamanho máximo de 1mm no *undersize* deste peneiramento e até 15% de finos (-1mm) no *oversize*, além de, no máximo, 15% de umidade na fração -8+1mm (*oversize* deste peneiramento).

5.4.3- Condições relativas à classificação em 0,15mm: A classificação em 0,15mm foi realizada em dois estágios: o primeiro em classificador em espiral e o segundo com peneira de alta frequência para o tratamento do *underflow* do classificador. No primeiro estágio, buscou-se um corte ( $d_{95}$  na curva de distribuição granulométrica do *overflow* ou  $d_{50}$  na curva de partição) no classificador em espiral em 0,15mm, para uma % sólidos na alimentação do classificador em torno de 45% a fim de minimizar o carreamento de finos para o *underflow*. No segundo estágio, buscou-se alimentar o peneiramento de alta frequência com diluição em torno de 45% de sólidos, usando telas de poliuretano de 0,21 e 0,15mm e com frequência de 1200rpm. O objetivo do duplo estágio na classificação seria garantir a redução de partículas com tamanho menor que 0,075mm na alimentação da concentração magnética que possuem maior probabilidade de serem perdidas para o rejeito da concentração magnética, sem necessidade de engrossar o

corde, fato que levaria ao aumento da participação de quartzo com granulação maior que 0,15mm na alimentação da flotação.

5.4.4- Condições relativas à jigagem: Tem-se como os principais parâmetros operacionais dos testes de jigagem aqueles destacados na tabela V.5.

**Tabela V.5: Principais parâmetros operacionais durante a operação de jigagem em escala piloto (jigue Remer).**

Parâmetro	Recuperação em Massa (%)			
	Teste 1: 36%	Teste 2: 51%	Teste 3: 65%	Teste 4: 88%
Taxa de alimentação (t/h)	1,19	1,10	1,32	1,23
Tempo de duração (min)	45	31,8	30	102
Curso (mm)	14	14	14	14
Rotação (rpm)	185	185	185	185
Diâmetro de esferas (mm)	15,46	15,46	15,46	15,46
Massa de esferas (kg)	39,95	39,95	29,50	39,95
Crivo (mm x mm)	15 x 10	15 x 10	15 x 10	15 x 10
Água (m <sup>3</sup> /h)	10,29	10,29	13,63	10,53
Consumo de água (m <sup>3</sup> /t alimentação)	8,62	9,34	10,34	8,53
Altura comporta do concentrado de grossos (mm)	180	188	190	N.D. <sup>(*)</sup>
Altura comporta de rejeito (mm)	142	135	130	N.D. <sup>(*)</sup>
Área total do jigue (m <sup>2</sup> )	0,3355	0,3355	0,3355	0,3355
Produtividade (t/(h.m <sup>2</sup> ))	3,6	3,3	3,9	3,7

(\*) **Dados não disponíveis**

O concentrado final da jigagem constituiu a porção grossa do *sinter feed* e o rejeito direcionado à moagem.

5.4.5- Condições relativas à concentração magnética: O circuito considerou um primeiro estágio de concentração magnética empregando um equipamento tipo tambor, a úmido, de média intensidade de campo, a fim de recuperar as partículas associadas à magnetita, que constituem a massa magnética recuperada em equipamentos de médio campo (partículas com maior suscetibilidade magnética). No caso, empregou-se o WDRE, da Inbrás. O concentrado constituiu a primeira porção fina do *sinter feed* e o rejeito foi direcionado para o segundo estágio de concentração magnética realizado em escala piloto com um Jones P40, de alta intensidade de campo. O médio e o rejeito deste segundo estágio constituíram o rejeito final e o concentrado foi direcionado para o terceiro estágio de concentração magnética de alta intensidade de campo (Jones P40). O rejeito do terceiro estágio constituiu o rejeito final, o médio uma carga circulante que foi

agrupado ao rejeito do primeiro estágio de média intensidade e o concentrado a segunda porção da fração fina do *sinter feed*.

Os principais parâmetros observados foram:

- primeiro estágio (WDRE): 32% de sólidos na alimentação, *gap* de 9mm e rotação de 15rpm, campo de 6000Gauss;
- segundo estágio (Jones P40): 42% de sólidos, *gap* de 2,5mm, campo de 9200Gauss, corrente de 3,2A, 1kgf/cm<sup>2</sup> de água de lavagem;
- terceiro estágio (Jones P40): 42% de sólidos, *gap* de 3,8mm, campo de 9200Gauss, corrente de 4,1A, 2kgf/cm<sup>2</sup> de água de médio.

5.4.6- Condições relativas à moagem: Realizada em um moinho tubular, de dimensões 1,22m x 1,22m (4' x 4'), tendo como corpo moedor uma carga de bolas com a distribuição de tamanhos indicada na tabela V.6.

**Tabela V.6: Distribuição de tamanho da carga de corpos moedores adotada para o teste piloto de moagem do rejeito da jigagem.**

Tamanho médio (mm)	Distribuição Simples (%)
55	17,36
50	38,93
40	22,29
35	9,37
30	5,9
25	3,42
20	1,75
15	0,74
10	0,25
<b>Total</b>	<b>100,00</b>

A moagem foi realizada em circuito fechado com hidrociclone de 76,2mm (3") de diâmetro, de fundo cônico inclinado de aproximadamente 6°, com *inlet* de 30 x 6mm, *vortex finder* de 30mm e *apex* de 11 mm. Foi registrado o consumo de energia com carga (moinho, carga bolas e minério) de 13,74kWh, o consumo de energia em vazio (moinho sem carga de bolas) de 3,1kWh levando ao consumo de líquido de energia

(carga de bolas e minério) de 10,642 kWh. Considerando que o moinho operou por 5,5h com uma taxa média de alimentação de 1,72t/h, obteve-se um consumo específico de energia de 6,19 kWh/t, para uma carga circulante de 237% e corte no hidrociclone de classificação de aproximadamente 0,115mm. Considerando que o  $F_{80}$  e  $P_{80}$  da moagem foram 4800 $\mu$ m e 80 $\mu$ m, é possível calcular o WI operacional, já que a carga circulante aproxima-se do valor de 250%, conforme estabelecido no método de Bond, sendo este valor de 6,36kwh/t.

Para o teste em análise, foram obtidas as seguintes densidades e diluições para os diversos fluxos do circuito, conforme mostrado na tabela V.7.

**Tabela V.7: Densidades e diluições obtidas para o teste de moagem em escala piloto (densidade do minério de 4,43).**

Fluxo	Densidade de Polpa	% Sólidos
Alimentação nova	--	94,12
Descarga do moinho	2,70	81,32
Underflow do hidrociclone	2,80	82,95
Overflow do hidrociclone	1,12	13,64

5.4.7- Condições relativas à deslamagem: Realizada em três estágios de hidrociclonagem. O primeiro recebendo o *overflow* do classificador em espiral e dividindo este fluxo nas frações +0,075mm e -0,075mm, sem exigência de uma eficiência muito apurada, mas que garantisse que a maior parte da lama fosse direcionada para o *overflow*. O segundo estágio foi destinado à deslamagem final do *underflow* do primeiro estágio e do *undersize* do peneiramento de alta frequência e o terceiro estágio destinou-se à deslamagem final do *overflow* do primeiro estágio. Tanto o *underflow* do segundo quanto do terceiro estágio foram destinados ao condicionamento para a flotação. Para os três estágios de hidrociclonagem da deslamagem adotou-se hidrociclones de 101,6mm (4”), sendo as pressões de operação do primeiro, segundo e terceiro estágios dadas, respectivamente, por 0,5kgf/cm<sup>2</sup>, 1,8kgf/cm<sup>2</sup> e 2,0kgf/cm<sup>2</sup>. O ápex adotado para o primeiro estágio foi de 14mm e do segundo e terceiro estágios de 11mm. O *vortex finder* dos três estágios foi de 24mm. Considerando a dificuldade de estabilidade na pressão de operação destes hidrociclones

deslaminadores somente a partir da vazão original dos fluxos de alimentação, adotou-se como alternativa o acréscimo de água de diluição nas caixas de bombas de alimentação de cada hidrociclone até o ponto em que garantissem a pressão de operação, sem ocorrência de transbordo nas caixas e cavitação das bombas.

5.4.8- Condições relativas à flotação: A preparação de reagentes considerou a gelatinização do amido de milho (fubá) com soda cáustica, mantendo uma relação amido:soda de 5:1, 40 minutos de agitação, levando a uma concentração final de 3,3% em massa com adição de água e agitação lenta por mais 20 minutos. A eteramina empregada foi a EDA-B da Clariant, na concentração de 2% em massa, com agitação por 5 minutos. A flotação foi alimentada buscando um percentual de sólidos de aproximadamente 50% na alimentação total (alimentação nova e carga circulante). A flotação foi realizada envolvendo os estágios *rougher*, *cleaner/recleaner* e *scavenger*, com tempos de residência de 7minutos, 8minutos e 36minutos, respectivamente. O pH de flotação foi de 10,5 no banco *rougher*, 10,4 no banco *cleaner* e 10,8 no banco *scavenger* (adição complementar de soda). Buscou-se empregar uma dosagem de amina de 150g/t SiO<sub>2</sub> e de amido por massa de alimentação de 700g/t de alimentação, mas o fechamento do teste piloto apresentou um consumo médio de 220g de amina/t SiO<sub>2</sub> na alimentação e de amido por massa de alimentação de 650g/t de alimentação.

## **5.5- Análise das Amostras Obtidas no Processamento em Escala Piloto e Aplicações.**

As análises das amostras obtidas no processamento em escala piloto foram realizadas nas seguintes etapas, cada qual com objetivos distintos e complementares:

### **5.5.1- Determinação de diluições, taxas de fluxo, análises granulométrica e química**

Além da determinação das diluições, taxas de fluxo e de vazão do conjunto de amostras obtidas em escala piloto, foram realizadas análise granulométrica e química em uma série completa de tamanhos. Para a determinação da distribuição granulométrica empregou-se o método tradicional de peneiramento à úmido em uma série completa de

peneiras, sendo realizadas, para o material retido em cada peneira, análises químicas via plasma (sendo o teor de ferro determinado por via úmida). Apesar do conjunto de análises realizadas constituírem informações em um maior número de detalhes, a idéia original considerou o agrupamento dos resultados obtidos (granulométrico e químico) segundo as seguintes frações granulométricas: +8mm, -8+6,35mm, -6,35+1mm, -1+0,71mm, -0,71+0,21mm, -0,21+0,150mm, -0,150+0,075mm, -0,075+0,044mm e -0,044mm.

Esta etapa teve por objetivo realizar o fechamento de balanço de massas e metalúrgico completo para todo o circuito de beneficiamento e empregar os resultados de análise química por fração granulométrica como referência para a realização do fechamento das análises mineralógicas efetuadas nestas respectivas frações. Para o fechamento do balanço de massa e metalúrgico dos resultados obtidos a partir do processamento em escala piloto adotou-se o programa de reconciliação de dados e distribuição de erros, BILMAT, versão 9.0. Este programa foi adotado para a realização da reconciliação dos dados, apesar de outras opções existentes, das quais se pode citar o USIMPAC e o BILCO, que são programas de uso frequente na atualidade e com qualidade de resultados excelentes.

### **5.5.2- Análises mineralógicas em replicata**

As análises mineralógicas focadas na replicação de resultados foram realizadas em microscópio óptico de luz refletida, modelo Leica DMLP, segundo as principais tramas e microestruturas existentes no minério de ferro do Quadrilátero Ferrífero, em Minas Gerais. As principais tramas e microestruturas são apresentadas no anexo 5.4 (“Principais texturas e microestruturas do minério de ferro e minerais associados, encontrados no Quadrilátero Ferrífero”), sem a preocupação, nesta fase do trabalho, de considerar as associações minerais existentes (exceto para o quartzo, que foi analisado como quartzo livre e quartzo misto).

A replicação dos resultados de análise mineralógica (dez análises considerando analistas diferentes para uma mesma amostra) teve por objetivo gerar informações para estabelecer critérios de aceitação para a quantificação mineralógica.

A quantificação mineralógica considerando a replicação de análises, considerou as seguintes condições:

- condições comuns: quantificação da mesma amostra para análise (mesma amostra de minério, com a mesma alíquota do quarteamento para embutimento e polimento, mesma pastilha, mesmas frações granulométricas) e mesmo equipamento de preparação de pastilhas;
- condições diferentes: dez (10) analistas diferentes, em regime de turno de revezamento (24horas), quatro (4) microscópios diferentes (sendo três (3) equipamentos idênticos), preparadores de pastilhas diferentes.

### **5.5.3- Análises da partições e migrações dos minerais nos diversos fluxos do circuito da planta piloto**

Após o estabelecimento dos critérios de aceitação para os resultados de quantificação mineralógica, foi realizada a análise da partição mineralógica nos diversos fluxos do circuito piloto, em relação à composição mineralógica do *run of mine*. Esta análise de partição mineralógica (segundo as principais tramas e microestruturas reconhecidas no minério de ferro - Anexo 5.4), teve por objetivo determinar as partições e migrações dos diversos minerais (mineral-minério, ganga e minerais acessórios) nos diversos fluxos do circuito, desde o circuito de britagem até os fluxos de alimentação das operações de concentração.

### **5.6- Quantificação Mineralógica Segundo Classes de Associações Mineraias e Modelamento de Processo de Beneficiamento para a Operação de Concentração.**

Esta etapa do trabalho teve por objetivo identificar as características mineralógicas que pudessem influenciar o desempenho das operações unitárias de beneficiamento, em especial para as operações de concentração.

Considerou a realização de análises mineralógicas, segundo o agrupamento de partículas minerais, de acordo com a sua composição mineralógica. Desta maneira, não foi pré-estabelecido quais classes de associação mineral deveriam ser quantificadas. Assim, as classes de associações minerais foram previamente identificadas a partir de uma análise qualitativa das diversas amostras, sendo identificadas as associações minerais mais dominantes em cada amostra representativa dos fluxos de alimentação de cada operação unitária de concentração.

A opção de realização desta etapa do trabalho também teve por objetivo obter informações adicionais que agregassem conhecimento para o modelamento das operações unitárias de beneficiamento. Geralmente um bom modelamento de operações de concentração tem que levar em consideração a composição de partículas.

Os dados de quantificação mineralógica por classes de partículas, além dos resultados de análise química e granulométrica foram alimentados no programa MODSIM versão 3.6, da MTI (*Mineral Technologies International, Inc.*). O MODSIM é um programa com recursos que ofertam a possibilidade de simulação dos processos de beneficiamento empregando este conjunto de informações.

Para a fração granulométrica  $-0,15\text{mm}$ , correspondente à alimentação da flotação, não houve o trabalho de simulação através do MODSIM. Buscou-se empregar o conhecimento de flotação em escala de bancada (flotação até a exaustão e em cinética de flotação) para desenvolver uma metodologia específica que permitisse a definição de uma previsibilidade mínima de resposta frente às operações de flotação de minério de ferro. O procedimento adotado para o desenvolvimento desta etapa do trabalho contemplou:

- A seleção da condição ótima de flotação: que consistiu na investigação, através de testes em escala de bancada, das condições diferentes de flotação, sendo explorados:
  - variação de pH: 10,20 - 10,50 - 10,70;
  - variação da dosagem de amido (g/t de alimentação): 500, 600 e 700;

- variação na dosagem de amina (g/t SiO<sub>2</sub> na alimentação): 150 e 250.
  
- A flotação de frações granulométricas diferentes: que consistiu na realização de testes de flotação até a exaustão segundo as condições ótimas de flotação, identificadas no item anterior, nas frações granulométricas -0,15+0,075mm, -0,075+0,044mm e 0,044mm.

## **6 – RESULTADOS E DISCUSSÃO**

Os resultados e discussões são apresentados segundo a estruturação mostrada no capítulo de metodologia desta tese.

### **6.1- Conhecimento Geral da Partição das Espécies Minerais em Operações Unitárias de Concentração de Minério de Ferro – Quadrilátero Ferrífero.**

#### **6.1.1 – Considerações gerais**

A análise mais detalhada dos processos de concentração mostra que a partição em massa em cada operação unitária não é dada somente pela melhor seletividade do processo em termos de separação entre ganga e mineral-minério, ou pela melhor qualidade química e granulométrica a serem obtidos. No sistema de produção, os níveis de recuperação a serem perseguidos pelas operações de usina são, na maior parte das vezes, determinados por campanhas diferenciadas de produção, sendo que cada uma destas campanhas apresenta uma especificidade de qualidade para os produtos a serem gerados. Assim, os resultados apresentados consideram o resultado médio global destas campanhas de produção.

#### **6.1.2 – Concentração gravítica (jigagem)**

Na concentração por jigagem, a propriedade diferenciadora é a diferença de densidade existente entre as diversas partículas minerais. Observou-se que as características das partículas minerais mais determinantes no desempenho do processo de jigagem são:

*6.1.2.a – Porosidade da partícula:* Dentro da faixa granulométrica de operação da jigagem de minério de ferro (-8+1mm), as partículas que possuem porosidade superior a 30% de seu volume têm uma forte tendência de serem direcionadas para o rejeito da jigagem. Partículas com porosidade inferior a 10% de seu volume, associadas ou não ao quartzo, têm forte tendência de serem direcionadas para o concentrado da jigagem, sendo este um comportamento geral para sistemas de partículas em que há a participação de partículas de menor e maior porosidade, para uma composição

mineralógica constituída essencialmente pelo principal mineral-minério (hematita -  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ) e pela ganga (quartzo -  $\text{SiO}_2$ ).

A goethita ( $\text{FeO.OH}$ ), o segundo mineral-minério de maior importância no minério de ferro, dada à sua formação geológica (resultante de ação intempérica) apresenta densidade de partícula menor que a da hematita, para um mesmo nível de porosidade. Além disto, a goethita, dentro de suas várias formas de ocorrência, possui uma porosidade média de partícula relativamente maior que a da hematita (frente as suas várias tramas e microestruturas). Assim, de uma maneira geral, as partículas minerais tipicamente constituídas de goethita têm uma tendência muito maior de constituírem os rejeitos de concentração gravítica que as partículas minerais tipicamente constituídas por hematitas, exceto quando estas últimas apresentam porosidade maior.

A análise feita até este ponto compara partículas que apresentam tamanhos aproximados. Não é feita uma abordagem comparativa de densidade de partícula *versus* tamanho de partículas, sendo esta uma forma muito complexa para a descrição de um modelo completo para todos os tipos de minérios de ferro. Na prática operacional, quando é observada perda de minerais de ferro de menor tamanho no rejeito da jigagem, têm-se alternativas operacionais para a melhora de seletividade do processo de concentração. Um exemplo é a diminuição da pressão de água da câmara ou mesmo a diminuição da camada de esferas sobre o crivo do jig.

Quando a totalidade da população de partículas tem porosidade tipicamente elevada (maior que 30% em volume) a jigagem necessita operar com uma menor camada de esferas e menor vazão de água na arca, a fim de minimizar a perda de minerais de ferro para o rejeito, por arraste hidrodinâmico, e mesmo para a minimizar o efeito de interferência no processo de estratificação das partículas.. Nestas condições, somente partículas com porosidade muito elevada (poros predominando sobre os cristais) tendem a ser perdidas para o rejeito da jigagem. Assim, a jigagem de sistemas em que há uma mistura de partículas de baixa porosidade com partículas de alta porosidade, independente da mineralogia, tende a ser pouco seletiva e com teores elevados de ferro no rejeito.

6.1.2.b – Associações minerais: A principal associação mineral que afeta a seletividade do processo de jigagem é a do quartzo com os minerais de ferro, tanto hematita quanto goethita. Quanto à magnetita, não é apresentada nenhuma análise em função da participação baixa deste mineral no conjunto de amostras avaliadas. Partículas, que apresentam uma proporção de quartzo associado aos minerais-minério (goethita, hematita martítica e magnetita) superior a 30% em massa e porosidade dos minerais de ferro superior a 30% do volume total da partícula, têm forte tendência de constituírem os rejeitos de jigagem, pois diminuem drasticamente a densidade de partícula. De uma maneira geral o quartzo não apresenta porosidade intrínseca relevante que venha a impactar a densidade média de partícula. Desta maneira, a porosidade dos minerais de ferro é que influencia diretamente na densidade aparente de partícula.

Outra associação muito comum é a de caulinita  $[Al_4[Si_4O_{10}](OH)_8]$ , gibbsita  $(Al(OH)_3)$  e massas terrosas em poros e interstícios dos minerais de ferro. Em geral, depósitos constituídos por minerais que sofreram forte ação intempérica apresentam partículas minerais com grandes variações de associações minerais onde a goethita, em suas mais variadas formas, está presente, sendo a porosidade da partícula relativamente elevada. Litologias com estas características tendem a constituir o rejeito da jigagem.

Em geral não é possível estabelecer uma regra geral da influência da porosidade das partículas de minerais de ferro na densidade aparente de partícula e, conseqüentemente, no comportamento frente à jigagem, em função das inúmeras possibilidades de associações minerais. De uma maneira geral, são apresentados, neste trabalho, as características típicas do minério de ferro brasileiro, na região do Quadrilátero Ferrífero, que aprimoram a visão e os conceitos gerais frente aos processos de concentração gravítica de minério de ferro.

Na abordagem desta tese, a porosidade de partícula é determinada através de microscopia óptica e a metodologia visa estabelecer qual o % da área total das partículas de minerais de ferro corresponde a poros. O resultado final é obtido pela média aritmética dos resultados de quantificação a partir dos diversos campos observados

durante o processo de quantificação. Entre frações granulométricas distintas, faz-se a média ponderada dos poros, considerando os valores de massas retidas em cada fração de tamanho como ponderador.

6.1.2.c – Forma das partículas minerais: Independente da mineralogia e da textura apresentada pelas partículas (forma como as partículas minerais estão combinadas refletindo características minerais diferenciadas, tais como porosidade, orientação de cristal, planos de fratura, etc.), apesar de ser um caso mais típico de minérios de ferro especularíticos, partículas que possuem formas tabulares e alongadas tendem a descaracterizar o processo de estratificação das camadas no leito de partículas do jig. As partículas com estas características, principalmente quando estão na faixa granulométrica +6,35mm, tendem a permanecer estacionárias na região intermediária do leito, impedindo a estratificação perfeita.

6.1.2.d – Comportamento geral: Não é possível generalizar a distribuição dos minerais no processo de concentração de minério de ferro por jigagem, pois a distribuição mineralógica é função do sistema de partículas que está presente. Entretanto, pode-se obter um comportamento geral em termos de tendência de migração das partículas minerais em função de suas principais características intrínsecas.

São partículas que tendem a constituir o rejeito da jigagem:

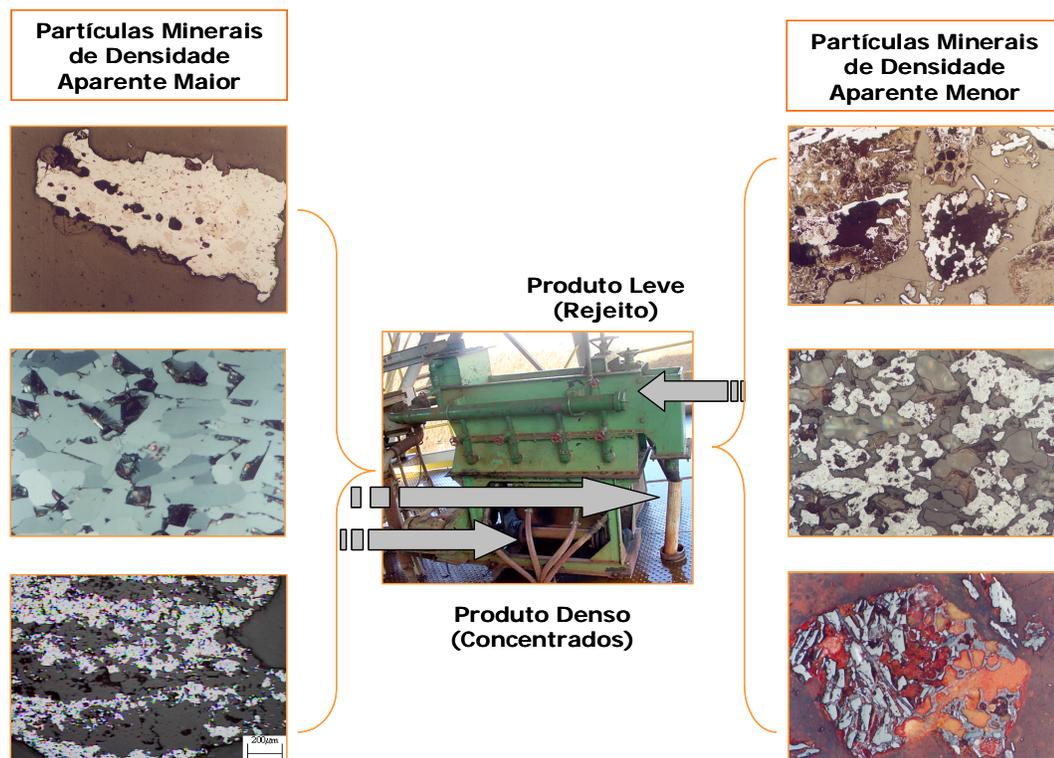
- goethitas (aquelas com porosidade elevada, goethita alveolar, goethita terrosa, goethita com poros e interstícios preenchidos por caulinita e gibbsita);
- hematita martítica com porosidade maior que 30% em volume;
- partículas policristalinas de hematita com porosidade superior a 30% em volume;
- partículas constituídas pela associação de goethita/hematita martítica/massas terrosas;
- partículas constituídas pela associação de minerais de ferro/quartzo, onde o quartzo é predominante e a porosidade é superior a 30%;
- partículas constituídas pela associação de minerais de ferro/quartzo, onde a porosidade é menor que 30% em volume mas que são mistas (quartzo e hematita) e que possuem formato tabular;

- minerais acessórios (óxidos de manganês, caulinita, gibbsita, etc.).

São partículas que tendem a constituir o concentrado da jigagem:

- goethitas (aquelas com baixa porosidade);
- hematita martítica com poros totalmente preenchidos pela goethita de maior compactidade;
- partículas policristalinas de hematita com baixa porosidade (menor que 10% em volume);
- partículas constituídas pela associação de minerais de ferro/quartzo, onde o quartzo tem proporção similar à dos minerais de ferro e a porosidade é inferior a 10%.

A figura 6.2 apresenta uma proposta de um modelo mineralógico genérico para a concentração gravítica através da jigagem, indicando a tendência de participação das feições mineralógicas principais para os produtos da jigagem.



**Figura 6.1: Modelo mineralógico genérico para as operações unitárias de concentração gravítica de minério de ferro através da jigagem.**

### **6.1.3 – Concentração magnética (baixo, médio e alto campo)**

Na concentração magnética, a propriedade diferenciadora é a diferença de suscetibilidade magnética entre as partículas minerais frente à determinado campo.

Toda a análise e discussão realizada deste ponto em diante desta tese são baseados em processos de concentração magnética para a fração granulométrica entre 0,150 e 1mm.

O minério de ferro pode ser dividido em três grandes grupos distintos de partículas, frente a campos magnéticos :

6.1.3.a – Partículas que manifestam susceptibilidade magnética sob a presença de campos magnéticos de intensidade baixa (menor que 1200Gauss): Trata-se de uma população de partículas constituídas pela presença de um mineral de elevada susceptibilidade magnética. No Quadrilátero Ferrífero, a magnetita é o mineral de maior abundância com este comportamento (agora sempre citada como referência no texto que segue). Neste primeiro grupo, a magnetita ainda está preservada (pouco alterada), sendo que o seu processo de martitização encontra-se em estágio inicial. Mas nem sempre é necessário ter grandes quantidades de magnetita na população de partículas para que ocorra uma recuperação elevada desta população frente ao campo magnético de intensidade baixa.

Assim, deve-se considerar a maneira com a qual as partículas minerais estão associadas. Mesmo amostras que tenham somente 10% em volume de magnetita em toda a população de partículas que se deseja concentrar podem estar sujeitas a níveis elevados de recuperação em massa. Para tanto basta ter magnetita presente na maior parte das partículas da população. Este é o caso em que a magnetita ocorre de maneira reliquiar (ou relictual) na população de partículas. Assim, tanto as medidas diretas e indiretas podem levar à seleção equivocada de equipamentos pelo fato de não estabelecer uma relação destas medidas com as restrições operacionais apresentadas pelos equipamentos de concentração magnética.

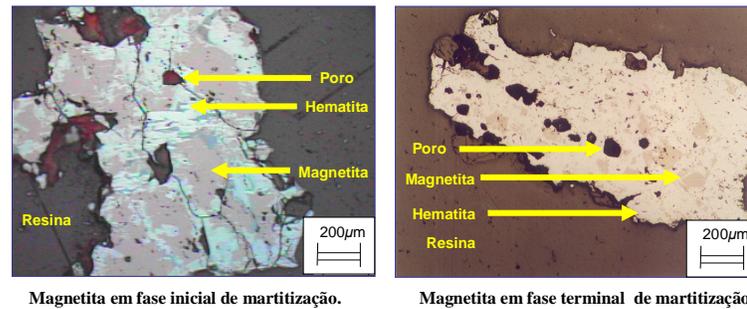
De uma maneira geral, sempre que a associação de qualquer mineral de ferro com magnetita represente mais que 30% em volume da população de partículas, os

equipamentos de intensidade baixa de campo tornam-se necessários a fim de realizarem uma etapa inicial de desbaste em um circuito de concentração magnética. Este procedimento é necessário a fim de evitar entupimento de equipamentos. O estágio inicial de desbaste não deve constituir um estágio único, em decorrência da perda de minerais de ferro não susceptíveis a intensidade baixa de campo magnético, para o rejeito.

Na condição apresentada por este primeiro grupo de população de partículas não é possível atuar em variáveis operacionais, tais como abertura de *gap*, alteração da pressão de água de lavagem, etc., a fim de corrigir problemas com entupimentos.

Um exemplo de equipamento para este tipo de aplicação é o WDL8 (equivalente ao LIMS – *Low Intensity Magnetic Separator*), da Inbrás, apesar das usinas atualmente em operação, na VALE, não possuírem equipamentos de intensidade baixa de campo. Esta conclusão foi obtida a partir da análise dos resultados operacionais durante o *start up* da instalação de beneficiamento de Fábrica Nova, em Mariana-MG, com ocorrências de adesão permanente de partículas no tambor do equipamento de intensidade média de campo (no caso, o WDRE da Inbrás). Foi verificada quantidade grande de magnetita preservada ou em estágio inicial de martitização. Neste caso, em especial, a operação seria possível somente pelo uso de equipamentos de baixa intensidade, condição confirmada em estudos em escala piloto, ou limitando a quantidade de partículas minerais, com as características citadas anteriormente, na alimentação do WDRE (*Wet Drum Rare Earth*).

A figura 6.2 apresenta feições típicas de partículas minerais de minério de ferro com magnetita reliquiar (ou relictual) ou magnetita preservada que levam a população de partículas a ser susceptível aos campos magnéticos de intensidade baixa.



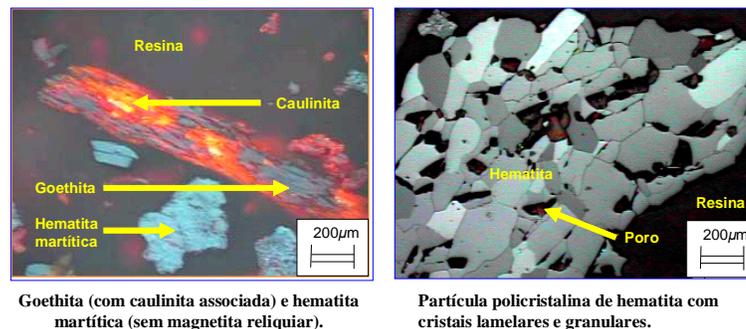
**Figura 6.2:** Exemplos de partículas minerais de ferro susceptíveis a campos magnéticos de intensidade baixa.

6.1.3.b – Partículas que manifestam susceptibilidade magnética sob a presença de campos magnéticos de intensidade alta (maior que 9000Gauss): Trata-se de uma população de partículas que não possui magnetita ou na qual a magnetita reliquiar tem participação menor que 5% no volume da população de partículas. Para que haja a recuperação efetiva dos minerais de ferro, torna-se necessário o emprego de separadores magnéticos de intensidade alta.

Neste sentido, um aspecto ainda merece ser observado: a distribuição granulométrica da população de partículas. Minérios em que o percentual em massa para tamanhos menores que 0,045mm possibilitam o emprego de equipamentos de concentração magnética de intensidade alta de campo sem que ocorram problemas de entupimento. Trata-se da combinação de uso de *gap* mais aberto entre as placas do separador magnético e a definição de diluições de alimentação e água de lavagem compatíveis para esta aplicação. No entanto, equipamentos que operam nesta condição possuem baixo desempenho se avaliado sob o aspecto de recuperação metalúrgica.

Este é o caso observado na operação de concentração magnética da usina de Fábrica, em Congonhas – MG. Neste exemplo, tem-se um teor de magnetita em torno de 5% na alimentação, com aproximadamente 60% da alimentação passante em 0,044mm (nesta condição, para minérios onde o teor de magnetita é muito baixo, tem-se grande probabilidade de todas estas partículas menores que 0,044mm constituírem o rejeito. Na prática operacional, faz-se a opção de não empregar a água de lavagem de médio e trabalhar com abertura de *gap* menor ou igual a 2,5mm).

A figura 6.3 apresenta as feições típicas de partículas minerais de minério de ferro que levam a população de partículas a ser susceptível a campos magnéticos de intensidade elevada.



**Figura 6.3: Exemplos de partículas minerais de ferro susceptíveis somente a campos magnéticos de intensidade alta.**

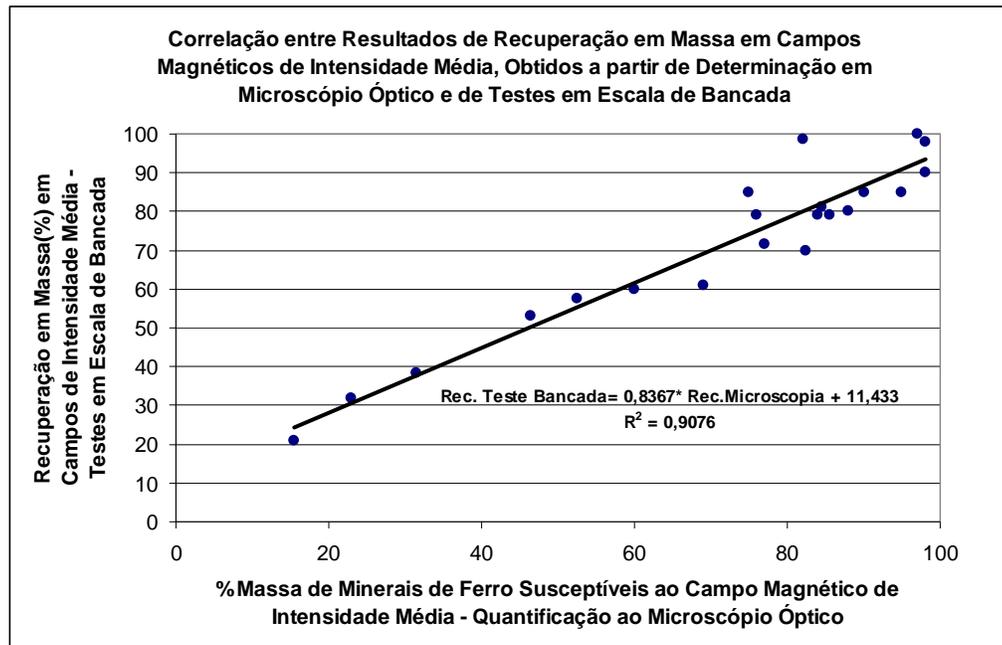
6.1.3.c – Partículas que manifestam susceptibilidade magnética sob a presença de campos magnéticos de intensidade média (entre 1200 e 9000Gauss): Apresentam bastante similaridade à descrição apresentada no item 6.1.3.a, diferenciando somente pela quantidade de partículas minerais com magnetita reliquiar presente na população de partículas. A prática industrial mostra que este valor varia de 5% a 30% em volume da população de partículas. Nesta condição ainda é necessário empregar campos magnéticos de intensidade média como etapa de desbaste para estágios posteriores de concentração magnética de alta intensidade, a fim de evitar entupimentos dos equipamentos tipo WHIMS (*Wet High Intensity Magnetic Separator*).

Não necessariamente a partícula deve ser toda resultante de um processo de martitização. Qualquer associação mineral na qual a magnetita está presente numa proporção de 5 a 30% do volume da partícula, independente do processo de formação mineralógica envolvido, terá uma suscetibilidade magnética considerada intermediária. Neste caso, torna-se necessário o emprego de um separador magnético de média intensidade a fim de garantir bons níveis de recuperação e, ao mesmo tempo, evitar problemas operacionais por entupimento para equipamentos de intensidade de campo elevada. Outra população de partículas que deve ser enquadrada nesta mesma classe é

aquela em que a maioria das partículas tem magnetita reliquiar e este valor está em torno de 5% do volume. Para estes tipos de população de partículas tem-se empregado o separador de tambor a úmido, de média intensidade. Esta condição tem um potencial elevado de causar problemas operacionais por entupimento dos equipamentos de separação magnética de alta intensidade.

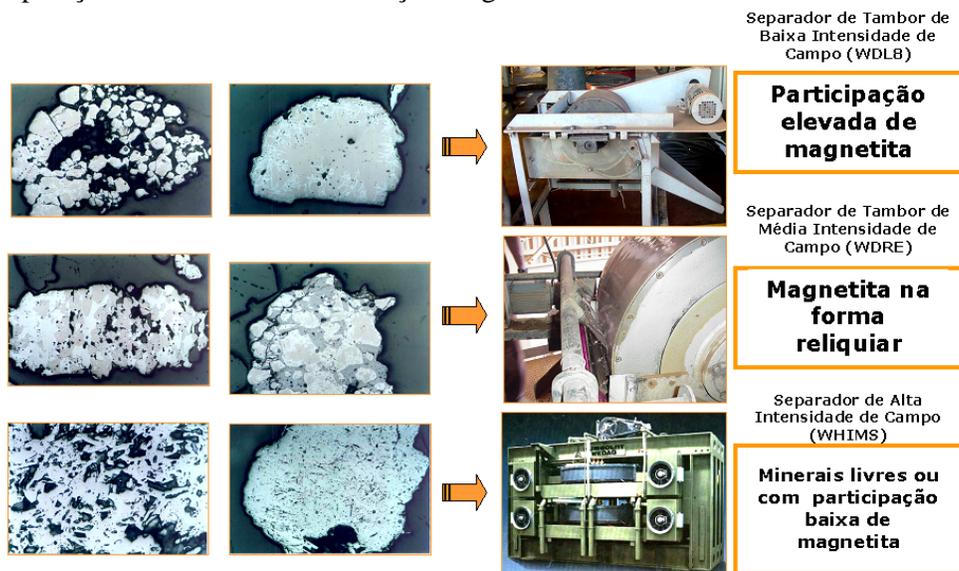
6.1.3.d – Aspectos gerais: Observa-se que, para todas as operações unitárias de concentração magnética, os métodos usuais que são empregados para a medida de suscetibilidade magnética não oferecem uma orientação adequada quanto à seleção de equipamentos para a concentração magnética, o que reforça a importância da caracterização mineral e análise de imagem. É importante determinar a massa a ser recuperada em uma determinada operação de concentração magnética frente a um dado campo magnético e frente às condições operacionais do equipamento, como por exemplo: abertura de GAP, pressão de água de lavagem, diluição da alimentação, etc., incluindo a análise de cada fração granulométrica. Ou seja, mesmo que a amostra apresente elevada suscetibilidade magnética, esta pode estar relacionada a uma fração pequena da massa total da amostra, indicando recuperações em massa baixas em campos magnéticos de intensidade baixa e/ou média. Nesta condição, mesmo com elevada suscetibilidade magnética, é possível aplicar equipamento com intensidade de campo maior.

As partículas minerais que se enquadram no grupo “partículas que manifestam suscetibilidade magnética sob a presença de campos magnéticos de intensidade média” apresentam uma forte relação com a recuperação em massa em separadores magnéticos de intensidade média (exemplo do WDRE da Inbrás). Neste caso é possível prever estes níveis de recuperação através de quantificação em microscópio óptico (toda a massa de minerais que estão associados com a magnetita). A figura 6.4 apresenta uma correlação entre o percentual de minerais susceptíveis a campo médio (que apresentam uma participação média de magnetita reliquiar maior que 5% em volume da partícula), estimada em microscópio óptico através dos métodos de contagem e de estimativa, e a recuperação em massa total obtida em testes em bancada simulando um separador de intensidade média.



**Figura 6.4:** Correlação entre a estimativa de recuperação em massa em separadores de media intensidade, pelos métodos de microscopia óptica e testes em separador de bancada (L4 INBRAS) – Amostras de furos de sonda correspondentes às litologias da mina de Fábrica, em Congonhas-MG .

A figura 6.5 apresenta uma proposta de um modelo mineralógico genérico para as operações unitárias de concentração magnética.



**Figura 6.5:** Modelo mineralógico genérico para as operações unitárias de concentração magnética de minério de ferro.

Observam-se, para a concentração magnética de minério de ferro, alguns aspectos que ainda devem ser considerados, pois interferem na estimativa de recuperação:

- em equipamentos do tipo WHIMS, o arraste hidrodinâmico torna-se mais acentuado quando as partículas e/ou cristais a serem concentrados apresentam porosidade elevada e tamanho de partícula tipicamente inferior a  $70\mu\text{m}$ , para GAP de 3,8mm e  $45\mu\text{m}$  para GAP de 2,5mm. Assim, alguns ajustes operacionais tornam-se necessários para a garantia dos níveis de recuperação passíveis de serem obtidos, tais como a operação com GAP mais fechado, o aumento do percentual de sólidos e a diminuição de água de lavagem;
- a presença de quartzo tipicamente mais grosso traz um efeito negativo quanto a recuperação em massa pois há a necessidade de abertura de GAP para evitar entupimentos ou aprisionamentos, o que ocasiona perdas de minerais de ferro para o rejeito;
- minérios tipicamente especularíticos tendem a apresentar quartzo com inclusões de hematita. Este tipo de associação aumenta a probabilidade do quartzo ser recuperado para o produto magnético no caso de separação magnética de alta intensidade.

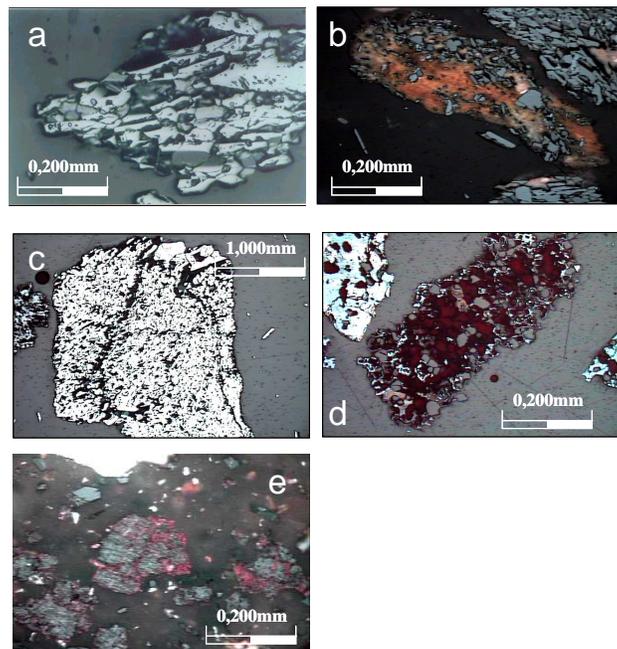
#### **6.1.4 – Moagem (moinho de bolas)**

As características que condicionam à maior ou à menor resistência à moagem podem ser agrupadas da seguinte forma:

- distribuição granulométrica da alimentação da cominuição, sendo esta a primeira característica que deve ser considerada (está relacionada ao tamanho de partícula);
- tamanho de cristal (necessário de ser analisado principalmente quando se trata da análise de liberação mineral);
- trama apresentada pelas partículas minerais a serem cominuídas, que por sua vez envolve: a forma de contato entre os cristais dos minerais, os tipos de associações minerais, a porosidade (quantidade de poros e sua forma de distribuição), presença de zonas de fraqueza.

Quanto às características de trama que facilitam a cominuição, podem ser destacadas:

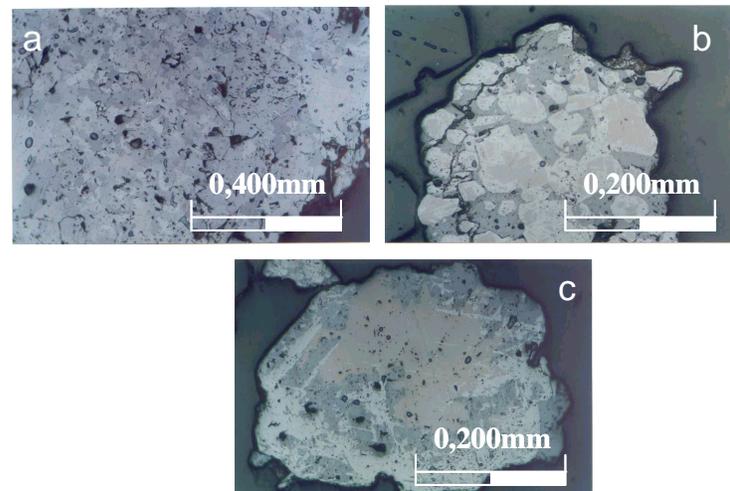
- partículas de minerais de ferro cujos cristais são tipicamente compactos (casos de cristais de hematita com forma especular, lamelar, granular e sinuosa), orientados, sem associações com goethita, cuja porosidade apresenta certo nível de conexão e os cristais têm tamanho inferior à malha de cominuição, conforme mostrado na figura 6.6-a;
- partículas policristalinas de minerais de ferro cujos poros e interstícios estão preenchidos por minerais de baixa resistência física (caulinita, gibbsita, óxidos de manganês, goethita terrosa), conforme mostrado na figura 6.6-b;
- partículas com áreas internas microfraturadas, indicando zonas de fraqueza, conforme mostrado na figura 6.6-c;
- quartzo na forma de agregados sacaroides em que os cristais apresentam uma granulação inferior à malha de cominuição, conforme mostrado na figura 6.6-d;
- grande participação de hematita martítica e goethita terrosa (ou goethita-limonita, ou limonita), com porosidade elevada, conforme mostrado na figura 6.6-e.



**Figura 6.6: Principais características da trama de minerais que facilitam a moagem: a) presença de cristais não orientados, com poros altamente conectados e tamanho inferior à malha de cominuição b) poros preenchidos por minerais de baixa resistência física c) zonas de fraqueza devido à presença de microfraturas, d) agregado de quartzo, e) participação de hematita martítica e goethita terrosa.**

Quanto às características de trama que dificultam a cominuição, podem ser destacadas:

- partículas policristalinas de hematita com trama/microestrutura sinuosa (ou lobular) e granular, com baixa porosidade, conforme mostrado na figura 6.7-a;
- presença de minerais de ferro associados com goethita. A goethita atua como cimento, conferindo grande resistência física à partícula, condição mostrada na figura 6.7-b;
- presença de minerais de grande resistência física, cujos tamanhos de cristal são maiores que a malha de cominuição, sendo este o caso do quartzo e magnetita, conforme mostrado nas figuras 6.7-c.

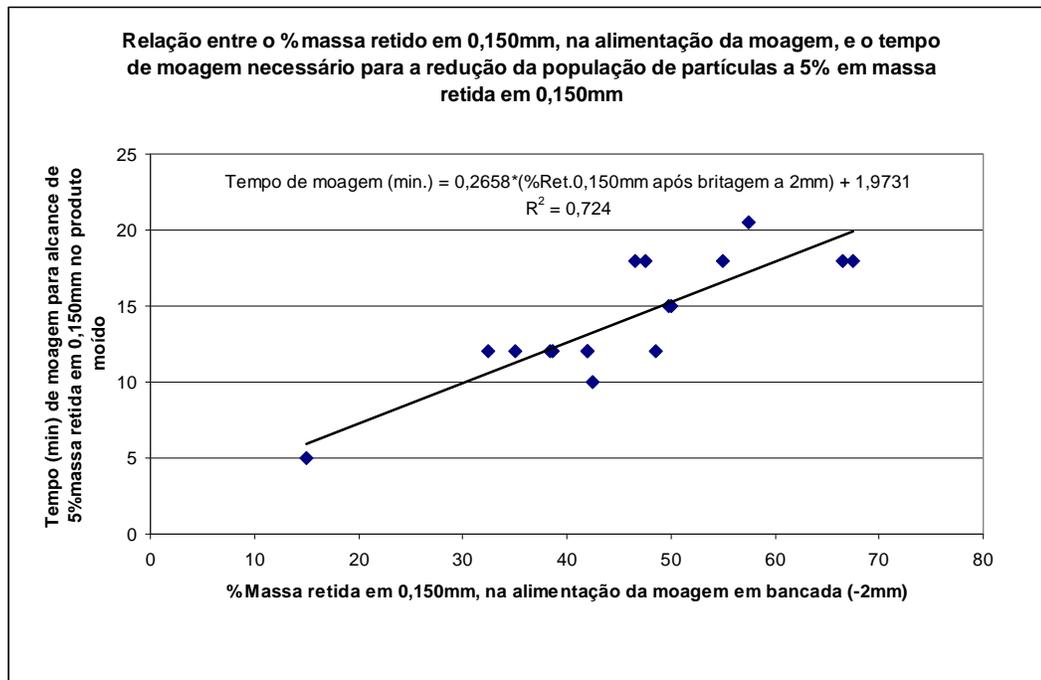


**Figura 6.7: Principais características da trama de minerais que dificultam a moagem: a) presença de hematita sinuosa, com baixa porosidade, b) goethita atuando como um cimento, c) magnetita com tamanho de cristal maior que o tamanho que é desejado para a cominuição.**

Com a finalidade de validar as características apresentadas anteriormente, foi selecionado um conjunto de amostras para testes em escala de bancada. Estas amostras, com diferentes distribuições granulométricas e tramas de partículas, foram reduzidas abaixo de 2mm a fim de serem alimentadas em um moinho de bancada e, posteriormente, moídas até atingirem o máximo de 5% retido na malha de 0,15mm. Foram moídas segundo esta especificação, considerando a prática industrial de moagem destes tipos de minério. Como referência, 9 minutos de moagem seria considerado o tempo de moagem, em escala de bancada, que levaria ao consumo específico de energia

de aproximadamente 6kWh/t, refletindo também na capacidade da instalação de moagem industrial.

A figura 6.8 confirma a primeira afirmação de que a distribuição granulométrica da alimentação da cominuição deve ser a primeira característica a ser considerada na maior ou menor facilidade de moagem.

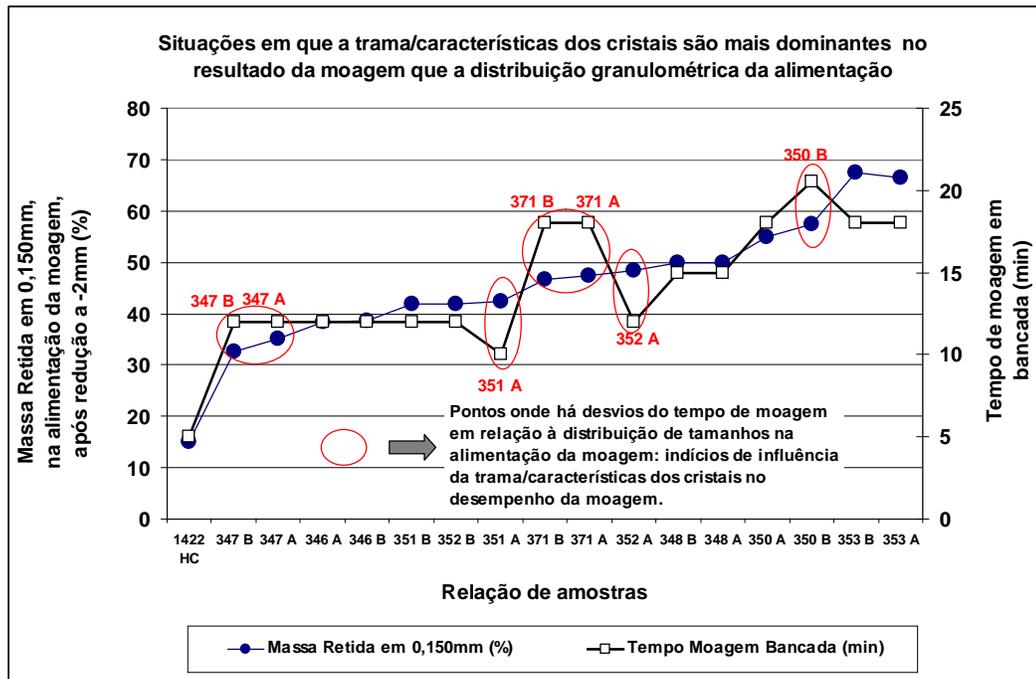


**Figura 6.8: Influência da granulometria de alimentação da moagem, no tempo necessário para que a moagem alcance a especificação granulométrica do produto moído.**

A análise mais detalhada da figura 6.9 permite evidenciar a influência que a trama e as características dos cristais têm frente à maior ou à menor facilidade de moagem, para um dado tamanho máximo de partícula no produto da moagem.

Na figura 6.9, o eixo das abscissas indica a relação de amostras submetidas à moagem em escala de bancada, dispostas em uma ordem crescente de dificuldade de moagem. Nela, também são considerados dois eixos das ordenadas: o da esquerda, indicando o percentual em massa retido em 0,150mm na alimentação do moinho de bancada (já reduzido a -2mm); o da direita, o tempo de moagem em escala de bancada necessário para atingir a granulometria alvo (5% massa retido em 0,150mm no produto moído). As

escalas adotadas para os eixos das ordenadas foram propositalmente ajustadas a fim de buscar a superposição das curvas geradas com o objetivo de ressaltar as diferenças de comportamento frente à moagem, existentes para algumas amostras.



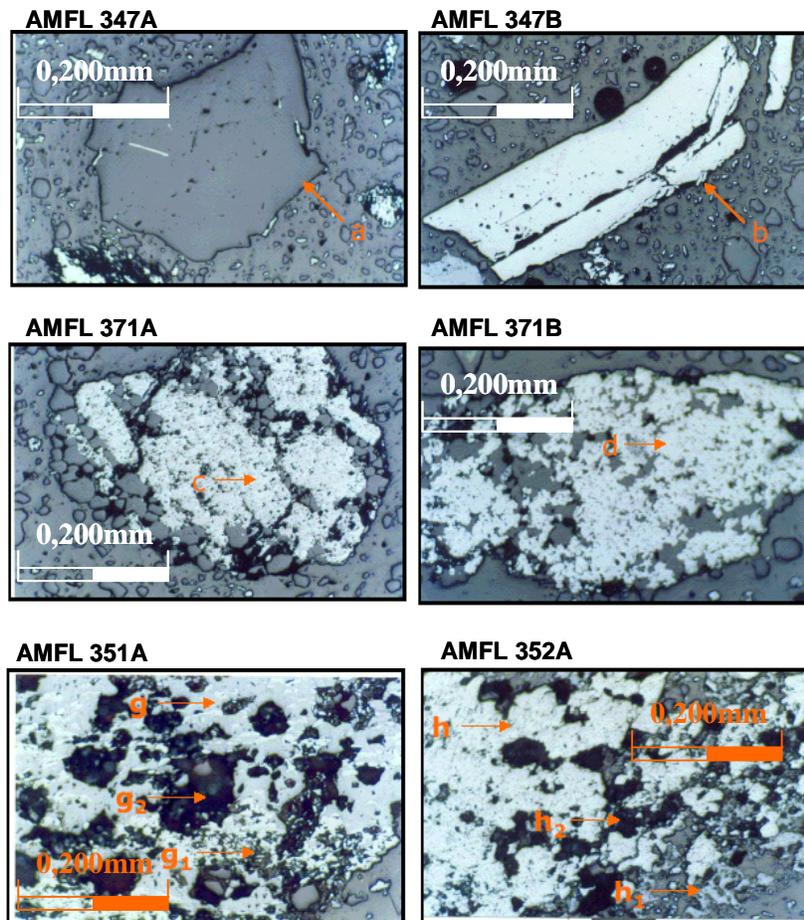
**Figura 6.9:** Situações em que a trama/características dos cristais são mais dominantes no resultado da moagem que a distribuição granulométrica da alimentação.

A figura 6.9 indica que algumas amostras apresentaram comportamento diferenciado, indicando que uma análise mais detalhada necessita ser feita em relação às características do minério que influenciam na moagem, além da distribuição granulométrica da alimentação. Estas diferenças podem ser justificadas pelas características da trama da partícula e tamanho de cristal:

- as amostras 347A e 347B apresentam monocristais com granulação maior que 0,22mm, ou seja, maior que o tamanho exigido para o produto da moagem (0,15mm), ofertando maior resistência à cominuição;
- as amostras 371A e 371B apresentam uma trama constituída por cristais com coesão elevada, sendo as partículas compostas por hematita de textura sinuosa, associada ao quartzo e com magnetita presente na forma relictual, além da baixa

porosidade (tipicamente menor que 15%, em volume), ofertando maior resistência à moagem;

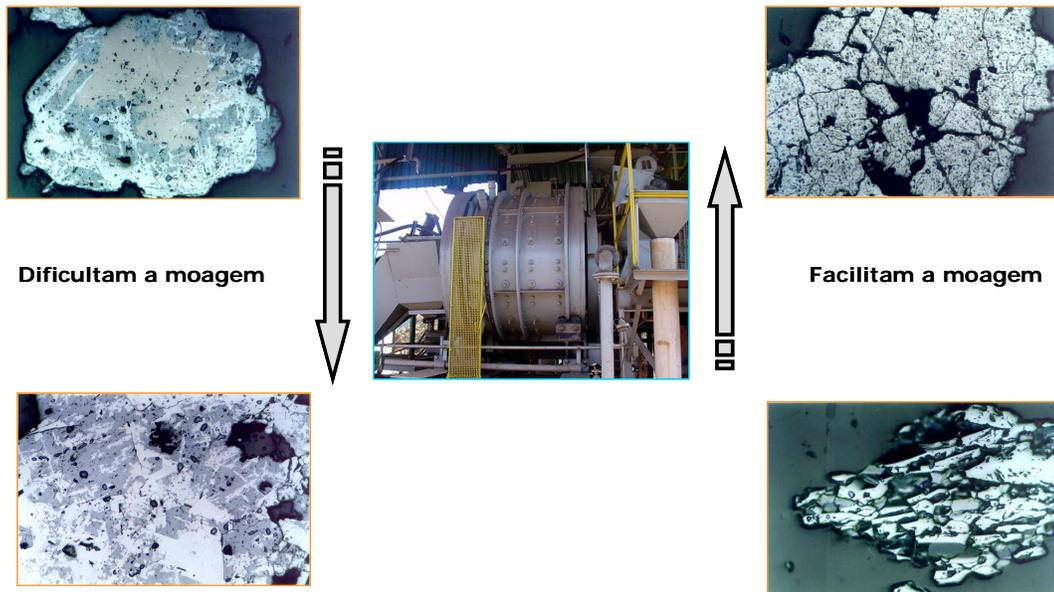
- as amostras AMFL 351A e AMFL 352A são constituídas por goethita e hematita martítica com porosidade elevada e grande conexão entre os poros, o que facilita a



cominuição.

**Figura 6.10:** Ilustração das características de trama e tamanho de cristal que influenciam na moagem, apresentado pelas amostras da figura 6.9 (a-quartzo; b-hematita especular; c e d-hematita sinuosa com presença de magnetita relictual; g-goethita; g<sub>1</sub>-hematita granular e especular; g<sub>2</sub>-poro; h-hematita martítica; h<sub>1</sub>-goethita; h<sub>2</sub>-poro .

A figura 6.11 apresenta uma proposta de um modelo mineralógico genérico para as operações unitárias cominuição.



**Figura 6.11: Modelo mineralógico genérico para a operação unitária de moagem de minério de ferro.**

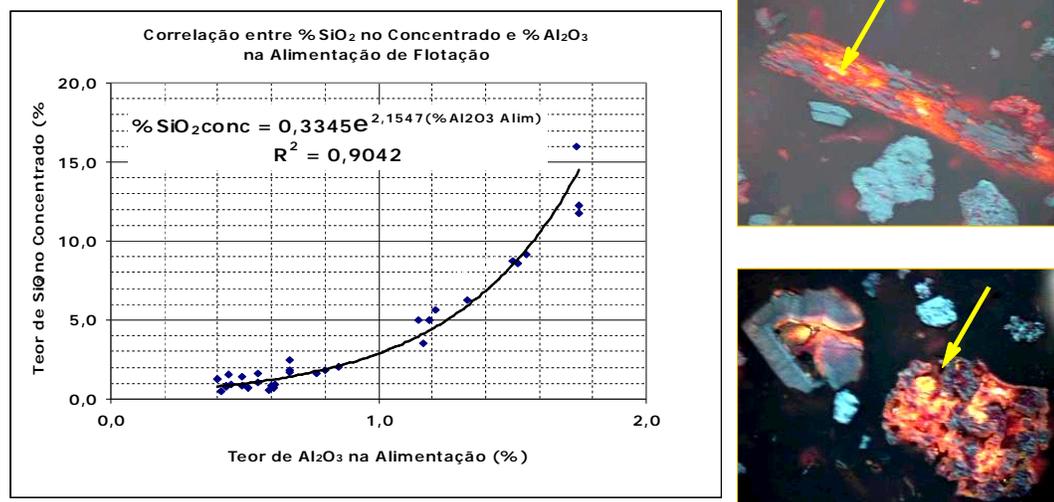
### **6.1.5 – Deslamagem e flotação**

Considerando que a alimentação da flotação possui uma distribuição granulométrica adequada para este processo de concentração, algumas características das partículas minerais devem ser consideradas.

Quanto àquelas que afetam negativamente a flotação:

**6.1.5.a – Presença e geração de lamas:** em geral, minérios tipicamente hidroxilados, cuja formação mineralógica tem forte influência do intemperismo, apresentam grande participação de goethita terrosa com significativa granulação inferior a  $10\mu\text{m}$ . Em sistema turbulentos, também têm a tendência de geração de maior quantidade de lamas, devido a sua maior friabilidade. Os minérios hidroxilados tendem a apresentar grande participação de gibbsita, caulinita e outros minerais de menor proporção que têm o mesmo comportamento e são nocivos ao processo de flotação frente à adsorção dos reagentes empregados. A figura 6.12 retrata esta análise. Na figura 6.12 são apresentadas duas fotomicrografias: no canto superior direito, tem-se uma partícula de goethita que pode ser classificada como anfíbolítica, apresentando grande presença de caulinita em seus poros e interstícios (evidenciado pela seta); no canto inferior direito,

tem-se uma partícula de hematita martítica, também com presença significativa de caulinita em seus poros e interstícios (também evidenciado por uma seta). Em ambos os casos, são apresentadas partículas minerais com porosidade elevada e cujo conteúdo de poro mantém contato externo com o meio que circunda a partícula. Em geral, a massa terrosa tipicamente constituída por caulinita, tende a liberar minerais e/ou íons que se tornam disponíveis na polpa de um sistema de flotação à medida que ocorre a agitação nos sistemas de flotação mecânica.



**Figura 6.12: Influência da alumina no teor de sílica do concentrado de flotação de minério de ferro em função da presença de caulinita nos poros e interstícios da goethita (Queiroz, 2003).**

Trata-se de uma situação muito comum em flotação de minério de ferro, onde pode ocorrer o aumento no teor de sílica no concentrado final por dois motivos principais: a caulinita apresenta em torno de 46% SiO<sub>2</sub> em sua constituição, levando ao aumento do teor de sílica no concentrado, e em geral tende a constituir o concentrado final, e a dissociação de íons de alumínio (e outros mais) que ficam disponíveis na polpa e são capazes de combinarem com os reagentes de flotação (principalmente amina) levando ao mau desempenho deste reagente no processo de concentração.

6.1.5.b – Presença de contaminantes em poros e interstícios: resultante de processos de intemperismo, de fluidos hidrotermais por ações de falhamento ou intrusões, estas impurezas podem contribuir com a deposição de minerais que promovem os mesmos

efeitos citados no item anterior. Não só afetam o desempenho da flotação como tendem a elevar o teor de contaminantes no *pellet feed* a ser produzido, tais como teores elevados de fósforo, sílica, alumina, etc..

6.1.5.c – Tamanho de cristal (monocristais) e/ou partícula (policristais): que são determinantes na definição na recuperação metálica em circuitos de flotação reversa. Minerais de ferro com cristais tipicamente compactos (caso das hematitas com textura especular, lamelar, granular e sinuosa) são mais facilmente coletadas pela espuma para tamanhos de cristais menores que 45 $\mu$ m. Minerais de ferro com cristais mais porosos, como é o caso das diversas goethitas e da hematita martítica, são mais sensíveis ao arraste pela espuma, para uma granulação inferior a 60 $\mu$ m. A figura 6.13 evidencia esta análise anterior. Busca mostrar a relação entre o teor de ferro no rejeito (ou no flotado) de três estágios de flotação (*rougher*, *cleaner* e *scavenger*) em células mecânicas com a massa passante em 45 $\mu$ m (faixa de tamanho usualmente analisado na rotina de flotação de minério de ferro). Para todas as condições evidenciadas nesta figura, tiveram-se as seguintes condições operacionais:

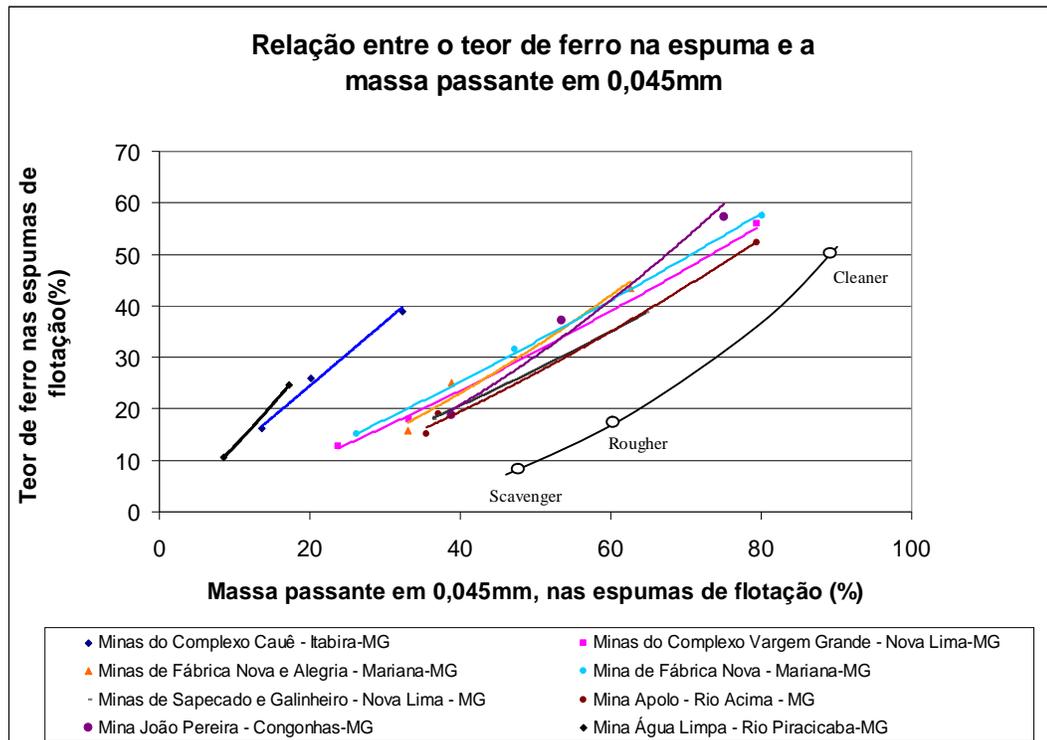
- circuito de flotação piloto envolvendo os estágios *rougher*, *cleaner* e *scavenger*, com as espumas dos estágios *rougher* e *cleaner* alimentando o estágio *scavenger*. O concentrado *scavenger* sendo recirculado a fim de compor, juntamente com a alimentação nova, a alimentação total do estágio *rougher*. O estágio *scavenger* foi ajustado operacionalmente a fim de gerar um concentrado cujo teor de ferro fosse o mais próximo possível da alimentação nova, mas nunca com o teor de sílica maior que o da alimentação nova. O concentrado do estágio *rougher* alimentando o estágio *cleaner*. O concentrado do estágio *cleaner* (*pellet feed*) e o rejeito *scavenger* constituíram os fluxos finais do circuito de flotação;
- as dosagens de reagentes foram diferentes para cada condição de flotação apresentada na figura 6.13, mas considerou um cenário onde o *pellet feed* produzido tivesse teor de sílica menor que 1% e o teor de ferro o menor valor possível (condições previamente exploradas em escala de bancada);
- os tempos de residência adotados em cada estágio consideraram o tempo mínimo necessário para o alcance da distribuições de teores do flotado e

afundado indicado pelos estudos de cinética de flotação previamente desenvolvidos em escala de bancada;

- condições de aeração similares, obtidas em células auto aeradas para uma rotação média em cada um dos estágios de 1250rpm.

**Observação:** Para o conjunto de amostras avaliadas, somente o minério de Água Limpa desviou das condições apresentadas anteriormente. Neste caso, não houve a necessidade de estágio *scavenger* para a obtenção de rejeito final. Para tanto, a espuma do estágio *cleaner* foi recirculada, por vez alimentando o estágio *rougher*. Outro ponto que diferiu foi o teor de sílica no concentrado de 1,5%. Todas estas condições foram necessárias pelo fato da distribuição de tamanhos da população de partículas minerais (tanto minerais de ferro quanto o quartzo) serem tipicamente mais grossas. Os comentários, a seguir, discutem melhor a condição do minério de Água Limpa.

Assim, a figura 6.13 busca evidenciar que, mesmo com toda a complexidade envolvida em um processo de flotação de minério de ferro, a distribuição dos tamanhos das partículas minerais exerce influência significativa na recuperação metálica. Observa-se um comportamento muito similar para as diversas amostras de minério de ferro, por vez coletadas em diversos pontos do Quadrilátero Ferrífero, em Minas Gerais, com composições mineralógicas mais variadas possíveis e com teores de ferro e sílica diversos. O flotado do estágio *cleaner*, que de forma geral possui o maior teor de ferro na espuma, apresenta também a maior participação em massa passante em 45 $\mu$ m.



**Figura 6.13: Relação do teor de ferro com a quantidade de finos ( $-45\mu\text{m}$ ), no flotado.**

A observação mais detalhada da figura 6.13 pode nos levar a inferir, obviamente de forma indireta, alguns aspectos importantes:

- quanto maior a quantidade de partículas finas, maior a tendência de perda metálica durante a flotação;
- a redução da perda metálica pode ser obtida por diversos meios (configuração adequada dos diversos estágios de flotação e fluxos de recirculação de polpa, dosagem estagiada de reagentes, busca de pH mais adequado para cada estágio de flotação, dosagem adequada de reagentes, etc.), mas sob a ótica de distribuição de tamanhos de partículas, um melhor desempenho pode ser alcançado se forem determinadas condições hidrodinâmicas compatíveis com as características do minério a ser flotado (nível de turbulência, aeração, tamanho de bolhas, % sólidos, etc.);
- que em geral o efeito de maior perda metálica ocorre quando há cristais de minerais de ferro com tamanhos menores que  $45\mu\text{m}$  (caso de hematitas com cristais

compactos) e  $60\mu\text{m}$  (caso dos minerais de ferro com maior porosidade, neste caso a hematita martítica e goethitas).

Há, até o momento, o jargão na indústria de mineração de ferro que minérios especularíticos apresentam maior dificuldades frente à recuperação metálica. Uma análise mais detalhada indica que os minérios ditos especularíticos (tipicamente compostos por hematitas especular, lamelar, granular e sinuosa) podem apresentar tamanhos de partículas monocristalinas muito variados (de  $20\mu\text{m}$  a  $200\mu\text{m}$ ). As maiores perdas metálicas ocorrem nas flotações para aqueles minérios em que a distribuição de tamanhos dos cristais destes minerais ocorre na fração menor que  $45\mu\text{m}$ . A figura 6.13 indica claramente isto: Os testes realizados com o minério da Mina de Água Limpa (Rio Piracicaba-MG) mostra %Fe no rejeito em torno de 10% para o %massa passante em  $0,045\text{mm}$  de 8,5%. A mina de Água Limpa é reconhecida como uma das porções do Quadrilátero Ferrífero que apresenta minerais de ferro (entre os óxidos e hidróxidos: 2,65% hematita especular, 16,44% hematita lamelar, 65,24% hematita granular, 7,40% hematita martítica, 4,92% magnetita, 3,36% goethitas) com maior tamanho de cristais (tamanho médio de  $92\mu\text{m}$ ). Desta forma, não é a composição mineralógica que determina o nível de perda metálica na flotação reforçando, assim, a importância da distribuição dos tamanhos das partículas minerais neste sentido.

Outro aspecto que também merece ser explorado é o paradigma relacionado ao fato de que alimentações de flotação mais ricas apresentam teores finais de ferro no rejeito mais altos. Todos os comentários feitos até o momento validam a lógica que deve ser empregada para o melhor entendimento deste comportamento (condições hidrodinâmicas, dosagens adequadas de reagentes, pH, configuração dos estágios de flotação, distribuição de tamanhos das partículas minerais de ferro, etc.). O conjunto de amostras avaliadas e apresentadas na 6.13 apresentaram teores de ferro na alimentação da flotação entre 43,2%Fe e 64,4%, não sendo observado qualquer relação entre teores de ferro no rejeito e na alimentação das flotações.

A tabela VI.1 apresenta algumas a composição mineralógica, base óxidos, para as flotações realizadas nas condições de 1 a 5 e as equações resultantes da correlação existente entre o teor de ferro e a massa passante em 45µm, no flotado.

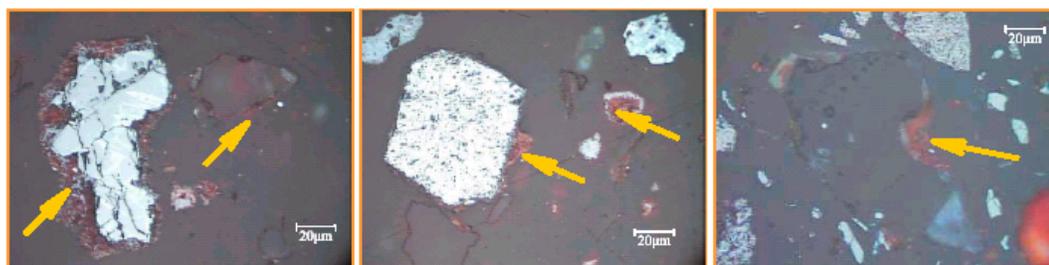
**Tabela VI.1: Composição mineralógica, base óxidos/hidróxidos, e as equações resultantes da correlação existente entre o teor de ferro e a massa passante em 45µm, no flotado.**

Amostras*	Texturas/mineral				Equação; R <sup>2</sup>
	HC's	HM	MA	GO	
1	95,0	2,5	0,5	2,0	$\%Fe_{Rejeito} = 1,1905 * (\% \text{ massa passante em } 45\mu\text{m})^{1,0097}$ ; R <sup>2</sup> = 0,9915
2	68,4	22,5	3,5	5,6	$\%Fe_{Rejeito} = 0,0975 * (\% \text{ massa passante em } 45\mu\text{m})^{1,4816}$ ; R <sup>2</sup> = 0,9497
3	90,6	3,8	0,0	5,6	$\%Fe_{Rejeito} = 0,1681 * (\% \text{ massa passante em } 45\mu\text{m})^{1,3039}$ ; R <sup>2</sup> = 0,9989
4	40,5	13,1	23,4	22,9	$\%Fe_{Rejeito} = 0,0939 * (\% \text{ massa passante em } 45\mu\text{m})^{1,4462}$ ; R <sup>2</sup> = 0,9817
5	84,3	7,4	4,9	3,4	$\%Fe_{Rejeito} = 0,8057 * (\% \text{ massa passante em } 45\mu\text{m})^{1,2013}$ ; R <sup>2</sup> = 0,979
6	85,7	0,3	3,1	10,9	$\%Fe_{Rejeito} = 0,244 * (\% \text{ massa passante em } 45\mu\text{m})^{1,2391}$ ; R <sup>2</sup> = 0,9968
7	84,5	8,6	0,2	6,7	$\%Fe_{Rejeito} = 0,8559 * (\% \text{ massa passante em } 45\mu\text{m})^{0,9729}$ ; R <sup>2</sup> = 0,9954
8	50,5	4,4	0,7	39,9	$\%Fe_{Rejeito} = 0,0424 * (\% \text{ massa passante em } 45\mu\text{m})^{1,6793}$ ; R <sup>2</sup> = 0,979

(\*) Relação de amostras:

- 1- Minas do Complexo Cauê - Itabira - MG
- 2- Minas de Fábrica Nova e Alegria - Mariana - MG
- 3- Minas de Sapecado e Galinheiro - Nova Lima - MG
- 4- Mina Apolo - Rio Acima - MG
- 5- Mina Água Limpa - Rio Piracicaba - MG
- 6- Minas Complexo Vargem Grande - Nova Lima - MG
- 7- Mina de Fábrica Nova - Mariana - MG
- 8- Mina João Pereira - Congonhas - MG

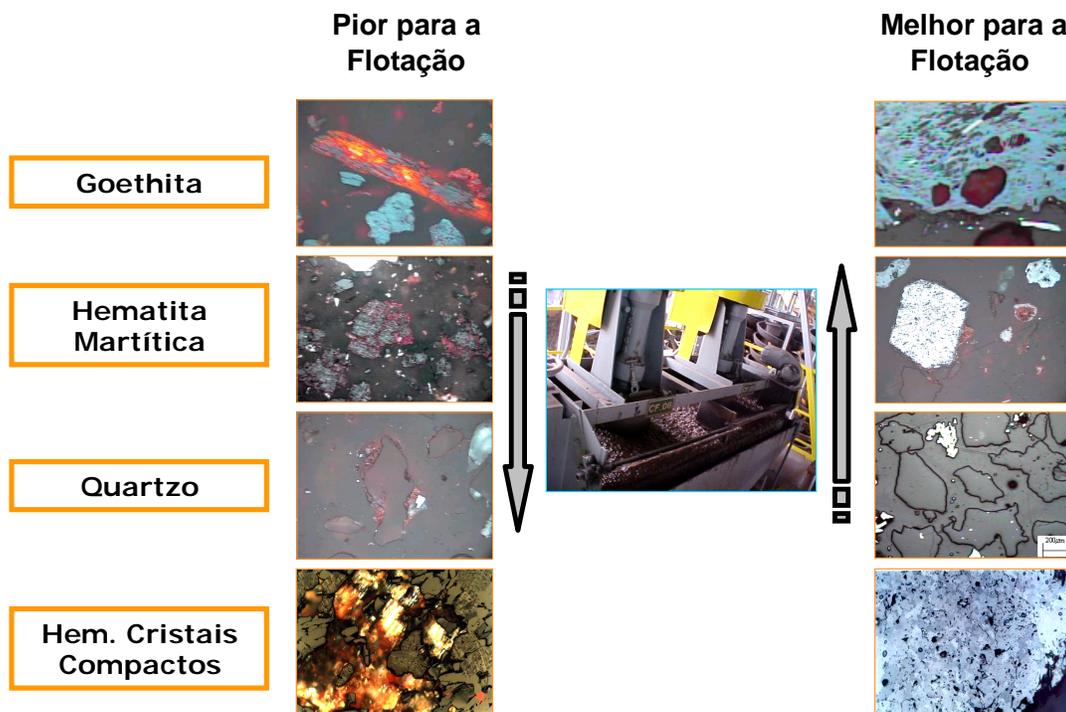
6.1.5.d – Recobrimento de minerais por massas terrosas: no caso de minerais de ferro, o recobrimento de minerais por massas terrosas são potenciais geradores de lamas em circuitos de flotação. No caso do quartzo, além de potenciais geradores de lama, inibem a adsorção de coletor (figura 6.14).



**Figura 6.14: Recobrimento de minerais por massas terrosas. Da esquerda para a direita: goethita e quartzo; hematita martítica e goethita terrosa; quartzo com cavidade preenchida por massas terrosas.**

6.1.5.e – Liberação do quartzo: que é a condição básica para qualquer processo de concentração, onde a ganga e o mineral-minério encontram-se livres para serem separados.

A figura 6.15 apresenta o modelo mineralógico genérico para as operações unitárias de deslamagem e flotação de minério de ferro.



**Figura 6.15: Modelo mineralógico genérico para as operações unitárias de deslamagem e flotação reversa de minério de ferro.**

As fotomicrografias da coluna da esquerda, relacionadas à condição “Pior para a Flotação”, mostra, do extremo superior para o inferior: **goethita com poro preenchido por caulinita** (caulinita apresenta 46% de sílica em sua constituição, podendo impactar no teor de sílica no concentrado, caso seja recuperada. Trata-se de um tipo de associação mineral com potencial elevado para a geração de lama quando em contato com sistemas em agitação e/ou turbulentos, pelo fato da intercomunicação dos poros e contato com a fase polpa), **hematita martítica com poro preenchido por massas terrosas** (valem os comentários feitos para a goethita), **quartzo recoberto por película ferruginosa ou por massas terrosas** (inibem a ação do coletor, pois apresentam

características de superfície similares à dos minerais de ferro, além de serem potenciais geradores de lama em ambientes de turbulência elevada), **associação de caulinita com hematita** (valem os comentários feitos para o caso da goethita, citado inicialmente).

As fotomicrografias da coluna da direita, relacionadas à condição “Melhor para a Flotação”, mostra, do extremo superior para o inferior: **goethita livre de massas terrosas associadas e com porosidade baixa, hematita martítica livre de qualquer associação com massas terrosas, quartzo com superfície livre de qualquer recobrimento, hematita com cristais livres de qualquer associação.**

## 6.2- Análise das Amostras Obtidas no Processamento em Escala Piloto e Aplicações.

### 6.2.1- Determinação de diluições, taxas de fluxo, análises granulométrica e química:

Considerando que esta etapa do trabalho teve por objetivo realizar o fechamento de balanço de massas e metalúrgico completo para todo o circuito de beneficiamento, estes resultados são apresentados no anexo 6.1.

A análise dos resultados de balanço de massas e metalúrgico indicou que o conjunto de amostras coletadas representou de forma adequada as condições de um circuito completo, em estado de equilíbrio, oferecendo, assim, segurança para a execução das demais etapas do trabalho. Outro aspecto importante é que as premissas adotadas para a realização do processamento em escala piloto quanto à especificação da qualidade dos produtos (tabela V.4) também foram alcançadas, conforme evidenciado na tabela VI.2.

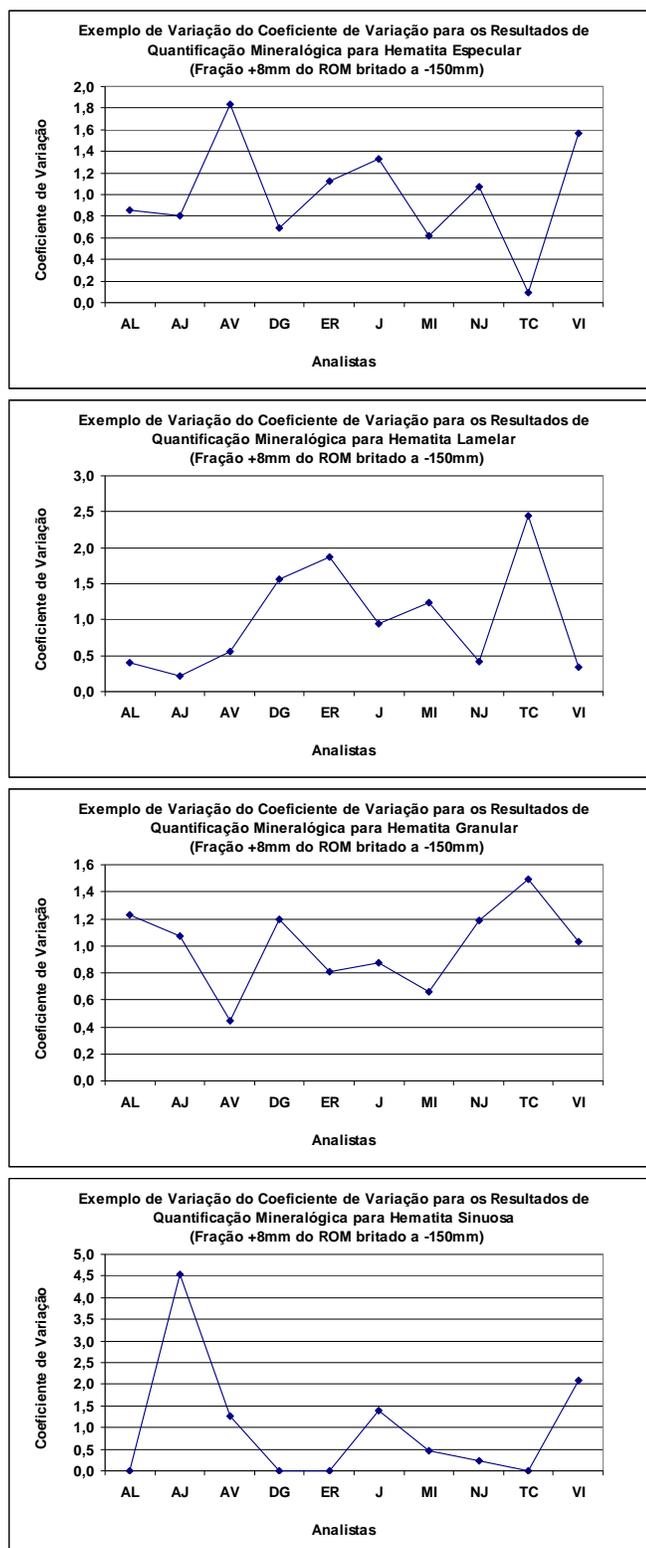
**Tabela VI.2: - Resultado das qualidades de produtos obtidos a partir da amostra processada em escala piloto.**

Especificação	Química (Teores em %)					Granulométrica (% massa, abertura em mm)			
	Fe	SiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	P	Mn	+8	+6,35	+1,00	-0,15
“Sinter Feed”	66,23	2,64	0,97	0,029	0,037	4.14	--	--	12,31
“Pellet Feed”	68,21	0,65	0,53	0,028	--	--	--	--	97,75

### **6.2.2- Análises mineralógicas em replicata:**

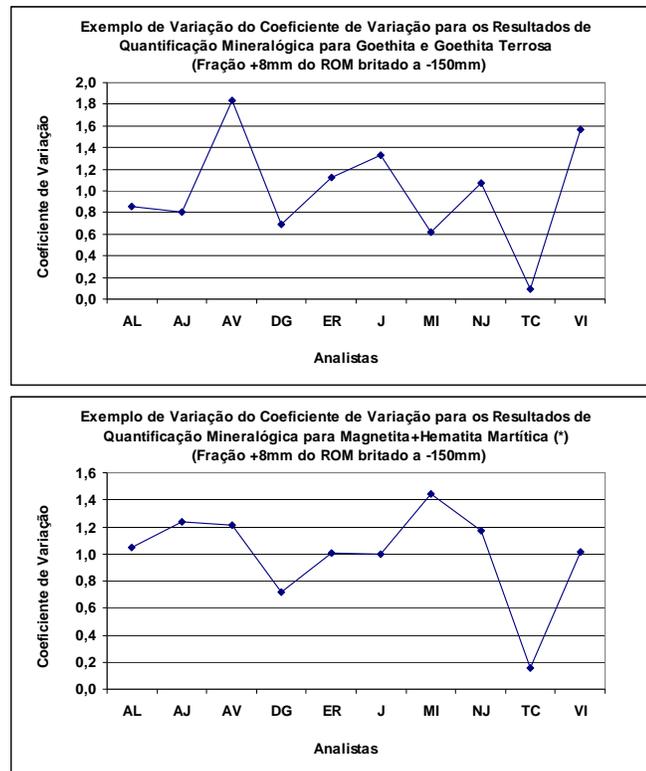
Os resultados de quantificação mineralógica, considerando a replicação de resultado para as operações de britagem, peneiramento, classificação e deslamagem, até os fluxos de alimentação dos processos de concentração, são apresentados de forma detalhada nesta tese, em função de ser uma quantidade muito grande de informações. De forma mais resumida, estes dados são apresentados no Anexo 6.2 sob a forma de distribuição mineralógica nos fluxos de minérios amostrados durante a execução dos testes em escala piloto. Apesar da busca de uma análise apurada dos resultados, aqui são apresentadas algumas discussões considerando a tendência obtida a partir de correlações e observações, que são apresentadas a seguir. Considerando a quantificação mineralógica nas diversas frações granulométricas tem-se:

- A análise detalhada de cada textura/microestrutura dos minerais de ferro de hematita (neste trabalho adotou-se um nível de detalhe segundo as seguintes texturas/microestruturas: hematita especular, hematita lamelar, hematita granular, hematita sinuosa ou lobular) indica variações muito grandes de resultados de quantificação, tanto entre os tipos de tramas/microestruturas, quanto entre os resultados dos diversos analistas. Deste modo, a subdivisão de tramas/microestruturas com o desejo de realizar a quantificação mineralógica mais detalhada, mostra-se inviável, conforme evidenciado na figura 6.16. Tal condição sugere que a análise seja realizada em um âmbito mais descritivo e qualitativo que quantitativo. Tais desvios podem ser facilmente explicados considerando que se realizada uma análise mais detalhada quanto às características dos cristais dos minerais de ferro, tem-se a presença de cristais com dimensões muito próximas aos limites de transição entre a hematita especular e a hematita lamelar (relação L/D muito próximas de 5/1). O mesmo pode ser observado entre a hematita lamelar e a hematita granular (próximas de 1/1). Cristais cujas características geométricas retratam estas condições causam ambiguidade na interpretação e na quantificação destas texturas, principalmente ao microscópio óptico em que o analista está restrito a uma visão bidimensional. O mesmo comportamento é observado para o caso da determinação da porosidade.



**Figura 6.16:** Exemplos da dispersão grande dos resultados de quantificação mineralógica para o detalhamento das texturas/microestruturas do mineral hematita (Formas geométricas que se distanciam do formato de uma esfera).

- Observou-se, de uma maneira geral, que partículas cujas formas são mais arredondadas (ou que se aproximam da forma de uma esfera), em geral apresentam menor dispersão dos resultados, caso típico das goethitas e da hematita martítica, conforme mostrado na figura 6.17. Da mesma maneira, tem-se o mesmo comportamento para o quartzo e para a magnetita.



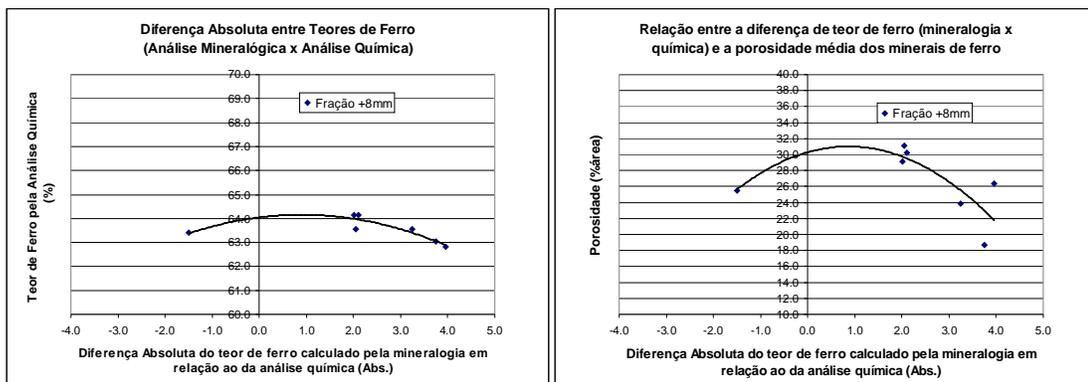
**Figura 6.17: Exemplos da dispersão menor dos resultados de quantificação mineralógica para a hematita martítica e magnetita (\*), goethita e goethita terrosa(\*\*).(Formas geométricas que se aproximam do formato de uma esfera). (\*) e (\*\*): Os gráficos são apresentados considerando a soma dos resultados pelo fato destas tramas/microestruturas ocorrerem associadas.**

- Não foi observada uma tendência de maior ou menor dispersão dos resultados de determinações mineralógicas em faixas de tamanhos de partículas diferentes, ou nos casos de partículas monocristalinas ou policristalinas.

Considerando os resultados médios de todos os analistas, nos diversos fluxos replicados e nas diversas frações granulométricas, foi realizada uma comparação entre os teores

obtidos através da análise química e os teores obtidos a partir da quantificação mineralógica, por cálculo estequiométrico, obtendo-se as seguintes análises:

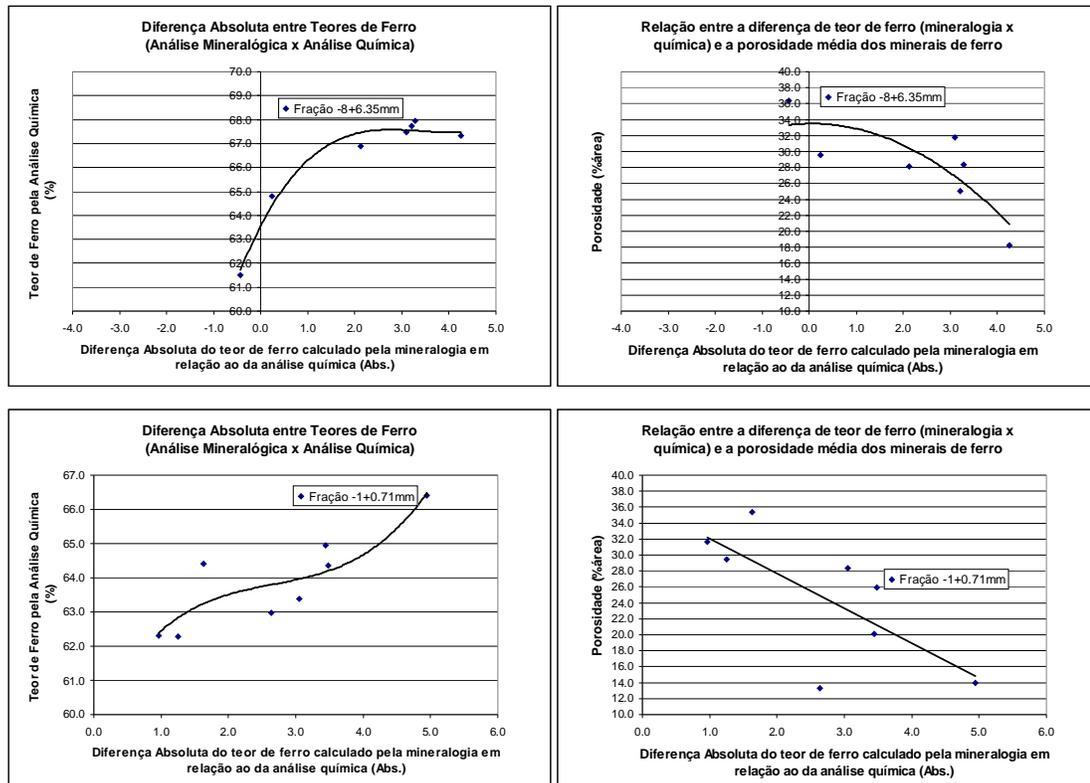
- Existe uma tendência geral da análise química calculada a partir da quantificação mineralógica, salvo algumas exceções (que por vez podem estar relacionadas aos erros associados ao processo de análise) sempre ser maior que aquele obtido pela análise química direta. Isto indica uma probabilidade grande de ter ocorrido a segregação de partículas minerais durante o processo de preparação das pastilhas, indicando uma sedimentação mais rápida dos minerais de maior densidade.
- Para a fração +8mm, que apresenta pequenas variações de teor de ferro e que também é mais rica (aproximadamente entre 62,5% a 64%Fe), observa-se que a diferença entre o teor de ferro (em valor absoluto) entre a análise química direta e aquele calculado a partir da quantificação mineralógica está intimamente relacionado à porosidade das partículas. Partículas de maior porosidade têm menor densidade aparente e, por consequência, tendem a estratificar menos durante o processo de sedimentação na resina, indicando desvios menores em relação aos teores obtidos a partir de análise química. Isto é evidenciado na figura 6.18.



**Figura 6.18: Influência da porosidade na densidade aparente e, conseqüentemente, na diferença entre os teores de ferro analisado e calculado pela mineralogia, para minerais de ferro com teor médio aproximado, na fração +8mm (média de todos os fluxos amostrados durante o processamento em escala piloto).**

- As frações granulométrica -8+6,35mm e -1+0,71mm apresentam teores de ferro mais variados (de 61% a 68%Fe). Analisando a porosidade média das partículas, observa-se que as maiores diferenças entre o teor de ferro (em valor absoluto)

obtido pela análise química direta e aquele calculado a partir da quantificação mineralógica podem ser atribuídas às partículas de densidade aparente maior (menor porosidade e maior teor de ferro). Isto reforça a ideia de que existe um grande peso da segregação de partículas durante a preparação de amostras na qualidade dos resultados da análise mineralógica. A figura 6.19 evidencia este fato.



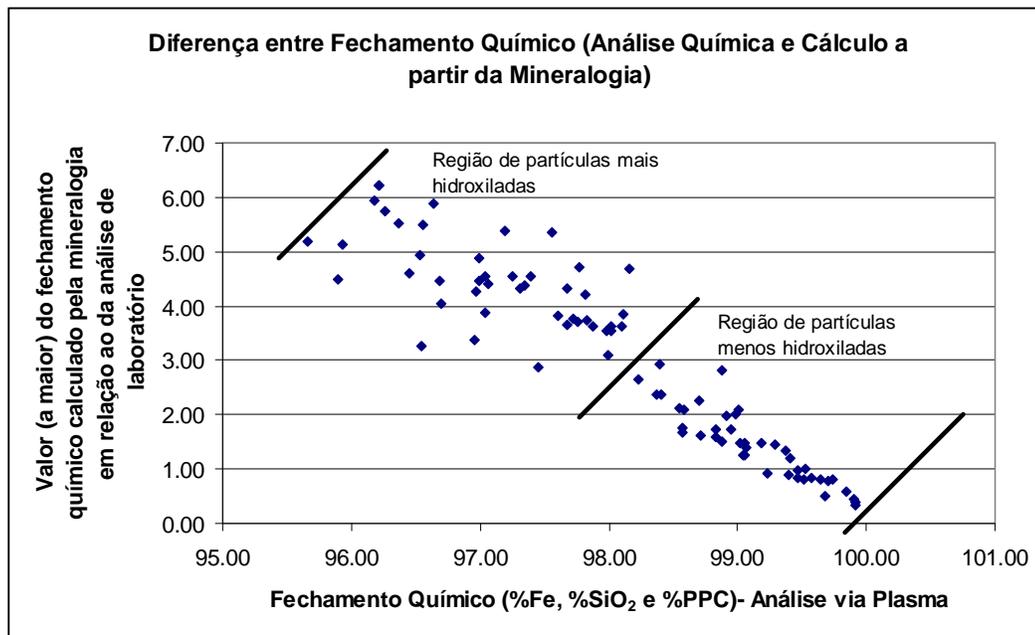
**Figura 6.19: Influência da porosidade e do teor de ferro na densidade aparente e, consequentemente, na diferença entre os teores de ferro analisado e calculado pela mineralogia, para minerais de ferro com teor médio aproximado, na fração -8+6,35mm (média de todos os fluxos amostrados durante o processamento em escala piloto).**

A partir desta análise preliminar observa-se a necessidade de melhora do procedimento de preparação de amostras para a quantificação mineralógica, focada na minimização da segregação de partículas durante a preparação. Alguns aspectos merecem ser observados, tais como viscosidade da resina, forma de agitação antes da preparação, dosagem de reagentes durante a preparação, etc.

Considerando que todo o processo de preparação de amostras para análise em microscópio óptico trata-se de um trabalho artesanal, deve-se ter o cuidado de observar as características das amostras a serem embutidas para o posterior polimento e desenvolver alternativas que possam minimizar a ocorrência de segregação durante a preparação. Partindo do princípio que alguma segregação deverá ocorrer, por menor que seja, deve-se avaliar a alternativa de disponibilizar seções que permitam a análise dos diversos minerais embutidos segundo todo o seu perfil de segregação. Uma maneira de minimizar este problema seria a substituição de pastilhas por tarugos seccionados segundo o perfil de segregação.

A partir dos trabalhos de replicação de resultados das análises mineralógicas, é possível estabelecer alguns critérios mínimos para a aceitação destes resultados:

- Fechamento químico: o fechamento químico deve ser diferenciado em função da composição mineralógica média da amostra em análise, sendo que os minerais mais hidratados merecem maior flexibilidade quanto ao fechamento químico, o que fica evidenciado pela figura 6.20. Como os dados disponíveis são de amostras de minério analisadas para esta tese, esta figura passa a ser uma referência para a aceitação dos resultados de fechamento químico. Observa-se, ainda, que minérios mais hidroxilados tendem a ter uma maior dispersão dos resultados em função da dificuldade de identificação e quantificação das diferentes tramas/microestruturas, que por vez apresentam grande participação de partículas minerais associadas. Fica evidente, também, na figura 6.20, o fechamento químico a maior, para os resultados obtidos a partir da análise mineralógica, reforçando a ideia de segregação de partículas minerais de maior densidade.



**Figura 6.20:** Diferença entre o fechamento químico obtido pela análise química via plasma e por cálculo estequiométrico a partir da quantificação mineralógica, considerando diferentes níveis de hidratação das amostras.

- Em relação aos dados replicados, conclui-se que é possível adotar o valor médio dos resultados dos dez analistas, desde que haja coerência entre a distribuição mineralógica nos diversos fluxos do circuito piloto. Houve a tentativa de realizar um balanço de massas envolvendo as informações de distribuição granulométrica, análise química e análise mineralógica. Em função do erro maior associado às determinações mineralógicas, os dados ajustados pelo programa de reconciliação de dados indicaram valores de fechamento químico muito fora das faixas estabelecidas pela figura 6.20. Assim, foi descartada a ideia de implantação deste procedimento para a validação dos resultados de análise mineralógica a partir de balanço de massa.
- A partir da interpretação do conjunto de resultados disponíveis, é possível observar que a análise mineralógica é uma ferramenta útil na identificação de vários comportamentos frente aos processos de beneficiamento, mas sem a ideia de que trará definições tão precisas quanto aquelas geradas a partir da distribuição granulométrica e análises químicas.

### **6.2.3- Análises da partição dos minerais entre os diversos fluxos da planta piloto:**

Considerando as faixas de erros (ou critérios de aceitação para os resultados de quantificação mineralógica) conforme estabelecido a partir das interpretações apresentadas nas seções anteriores, foi realizada a quantificação (valor médio das análises em replicadas, apresentados no anexo 6.2) dos principais minerais nos principais fluxos amostrados durante o teste em escala piloto, sendo relacionados:

- *run of mine* abaixo de 150mm (ROM -150mm);
- alimentação do britador secundário/terciário;
- descarga do britador secundário/terciário;
- *run of mine* abaixo de 16mm (ROM -16mm);
- alimentação do britador quaternário;
- descarga do britador quaternário;
- *run of mine* abaixo de 8mm (ROM -8mm);
- *oversize* do peneiramento a 1,2mm (alimentação da jigagem);
- *undersize* do peneiramento a 1,2mm (alimentação do classificador em espiral);
- *underflow* do classificador em espiral (alimentação da peneira de alta frequência);
- *oversize* do peneiramento de alta frequência (alimentação da concentração magnética);
- *undersize* da peneira de alta frequência (parte da alimentação da deslamagem);
- *overflow* do classificador em espiral (parte da alimentação da deslamagem);
- fração -0,15mm natural e deslamada (alimentação da flotação sem a inclusão do rejeito da jigagem moído e deslamado).

Considerando a dificuldade encontrada no fechamento do balanço de massas empregando resultados de mineralogia, observa-se ser inviável calcular a distribuição dos teores mineralógicos, para os diversos fluxos da usina de beneficiamento, em relação aos teores de minerais iniciais apresentados pelo *run of mine*. Um quadro resumo, mostrado na tabela VI.3, traz estas distribuições dos teores mineralógicos, para os principais fluxos que definem as partições em massa finais, que irão alimentar as operações de concentração.

**Tabela VI.3: Partição dos teores dos minerais nos diversos fluxos de alimentação das operações de concentração da planta piloto de beneficiamento de Brucutu.**

Fluxo	Massa	Teores dos Minerais						
		Hematita	Hematita Martítica	Magnetita	Goethita	Quartzo	Minerais de Manganês	Caulinita e Gibbsita
ROM Calc.	100,0	69,2	4,8	6,6	7,8	11,0	0,1	0,4
Alim. Jigue	25,5	60,8	4,0	8,5	19,8	5,9	0,1	0,9
Alim. Conc.Mag.	16,8	61,9	4,8	7,5	9,8	15,3	0,2	0,5
Fração -0,15mm Nat	57,7	75,1	5,2	5,5	2,0	12,0	0,0	0,1
Fluxo	Massa	Partição dos Teores de Minerais						
		Hematita	Hematita Martítica	Magnetita	Goethita	Quartzo	Minerais de Manganês	Caulinita e Gibbsita
ROM Calc.	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
Alim. Jigue	25,5	22,4	21,1	32,7	64,5	13,7	36,0	62,4
Alim. Conc.Mag.	16,8	15,0	16,7	19,1	21,0	23,3	47,1	24,8
Fração -0,15mm Nat	57,7	62,6	62,3	48,2	14,5	62,9	16,9	12,8

Observa-se que a hematita presente no fluxo de ROM tem maior partição para a fração fina (fração -0,15mm) ao passo que os minerais goethita, caulinita e gibbsita para as frações mais grossas (alimentação da jigagem). Desta maneira, observa-se que os minerais que sofreram maior ação intempérica tendem a distribuir-se em tamanhos de partículas tipicamente mais grossas se comparados com aqueles cujos processos de formação são resultantes dos processos de tectonismo e hidrotermalismo. Há, também, a concentração de quartzo nas frações mais finas. Indiretamente pode-se observar que o quartzo, para a amostra estudada, está relacionado preferencialmente aos minerais de origem tectônica e hidrotermal, com indicativo de grande fragilidade de coesão entre os cristais, o que fica refletido pela sua migração após os processos de britagem. Os minerais hematita martítica e magnetita distribuem-se uniformemente entre as frações, praticamente em uma mesma razão, indicando que há uma tendência forte de associação entre os mesmos.

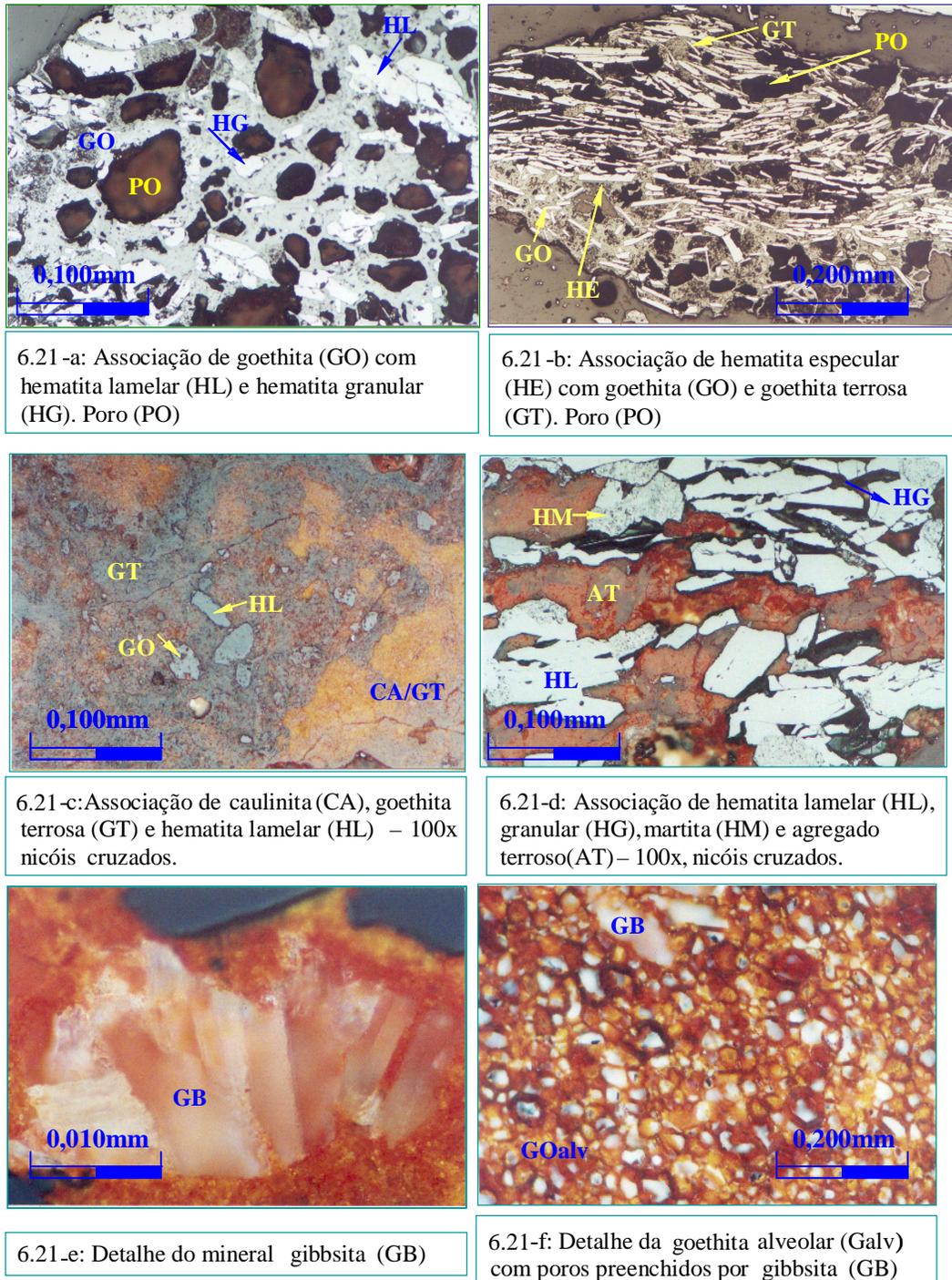
A distribuição de teores mineralógicos também foi calculada a partir dos teores médios das análises em replicatas, segundo as frações granulométricas típicas para a geração de produtos de minério de ferro (-8+1mm, correspondendo à porção grossa do *sinter feed*, -1+0,15mm, correspondendo à fração fina do *sinter feed* e -0,15mm, correspondendo ao *pellet feed*) e são apresentados no anexo 6.2 (forma gráfica considerando resultados segundo as frações de produtos já mencionadas e global).

De uma maneira geral, observam-se as seguintes características:

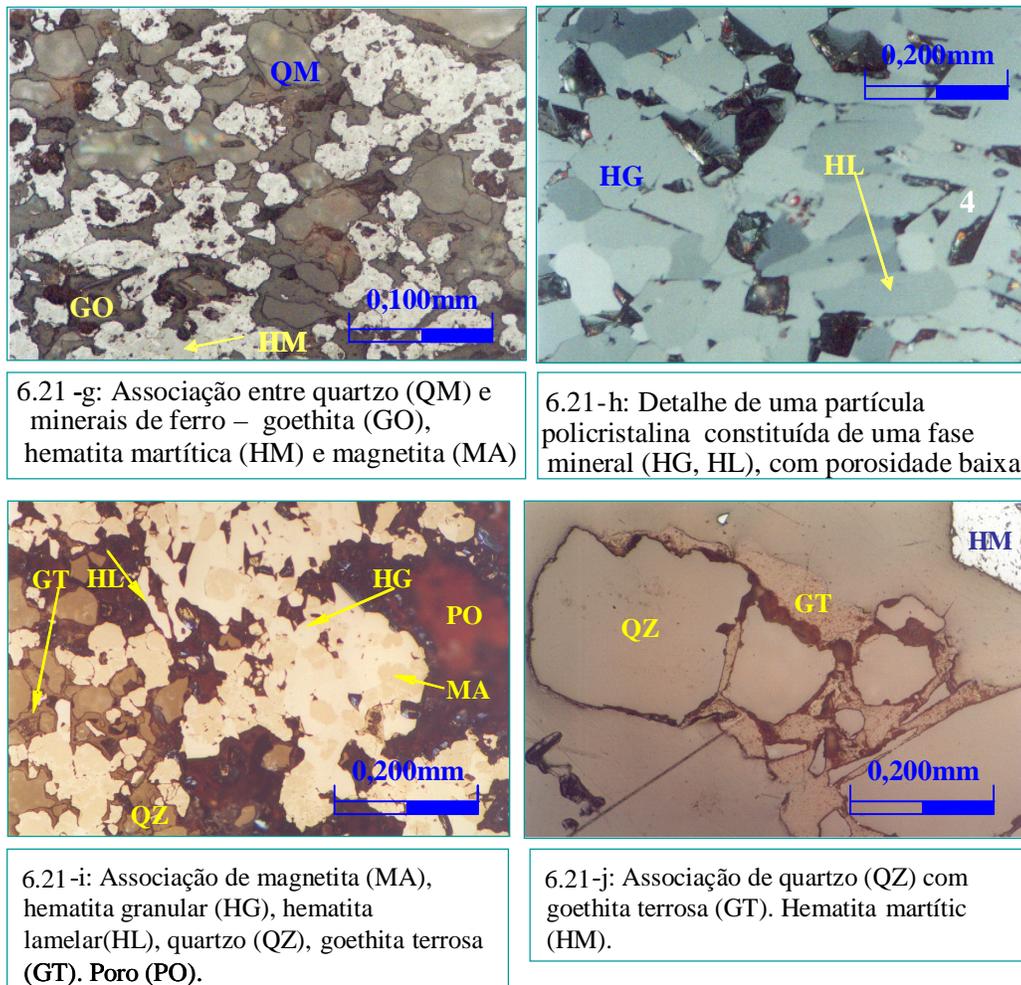
**Fração -8+1mm:** Tem por característica marcante participação grande de minerais de ferro que sofreram ação intempérica, sendo observada maior participação de goethita e hematita martítica. Em geral, nesta fração granulométrica, há uma concentração de partículas mais porosas, sendo que aproximadamente a metade destes poros está preenchida por caulinita e gibbsita. Os minerais caulinita e gibbsita encontram-se tipicamente associados à goethita e goethita terrosa, na forma de agregados terrosos. Em geral, trata-se de uma fração em que o quartzo encontra-se menos liberado, se comparado com as demais frações granulométricas, podendo estar associado tanto à hematita granular quanto à goethita e, em menor frequência, à hematita martítica e à magnetita. Apresenta quantidade significativa de magnetita, com maior concentração, se comparado com as demais frações, sendo que esta se apresenta na forma reliquiar (ou relictual) na hematita martítica (processo de martitização resultante do intemperismo).

Em termos de rotas de processo, é possível observar que o concentrado da jigagem apresentará teores mais elevados de alumina em função da presença de caulinita e gibbsita nos poros das partículas de hematita e associações com goethita e goethita terrosa. Considerando a diversidade de associações minerais e a forma com a qual os poros estão distribuídos, observa-se a possibilidade de minimizar o teor de alumina no concentrado de jigagem a partir da variação da recuperação em massa (perda de goethitas e minerais de ferro de maior porosidade para o rejeito da jigagem). Há a tendência de geração de rejeitos com teores elevados de ferro por ser constituído essencialmente de goethita, partículas porosas de hematita e baixo percentual de quartzo na fração.

A figura 6.21 apresenta as principais feições mineralógicas apresentadas pela fração granulométrica +1mm.



**Figura 6.21: Principais feições mineralógicas apresentadas pela fração granulométrica +1mm.**

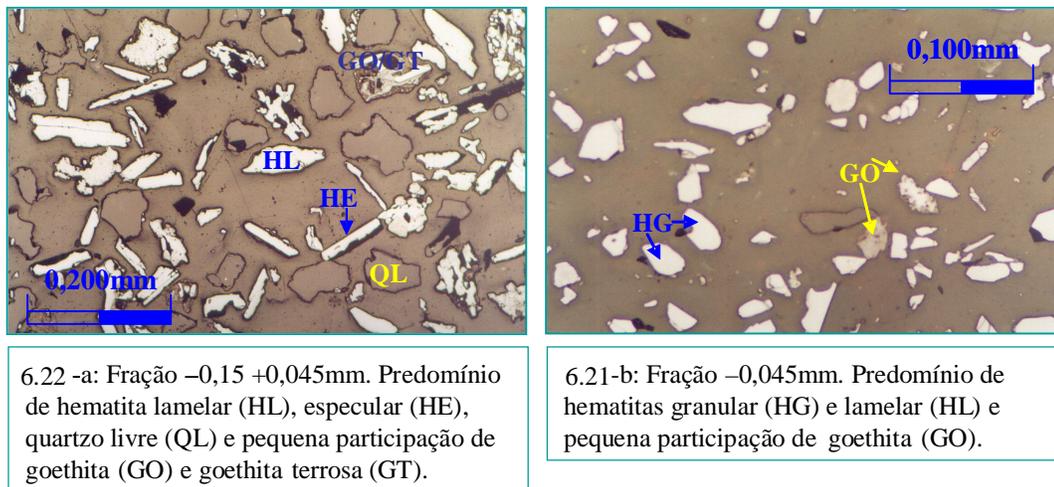


**Figura 6.21 (Continuação): Principais feições mineralógicas apresentadas pela fração granulométrica +1mm.**

**Fração -0,15mm:** Tem por característica a participação maior do mineral hematita (nas texturas/microestruturas especular, lamelar e granular), essencialmente na forma de monocristais, onde as associações minerais, em geral, são pouco presentes. As associações da hematita com caulinita e gibbsita são raras, sendo que estes dois últimos minerais estão livres ou associados ao mineral goethita, conforme observado para as frações granulométricas mais grossas (+1mm). O quartzo apresenta-se essencialmente livre. A magnetita ainda está presente e também ocorre na forma relictual na hematita martítica.

Quanto à resposta frente ao beneficiamento mineral, observa-se a geração de um concentrado tipicamente especularítico (são considerados como especularíticos: hematita especular, hematita lamelar, hematita granular, hematita sinuosa ou lobular), não havendo indícios de problemas nas operações de deslamagem ou cobertura de minerais por massas terrosas, o que impactaria na eficiência dos reagentes de flotação.

A figura 6.22 mostra as principais feições mineralógicas apresentadas pela fração granulométrica -0,150mm.

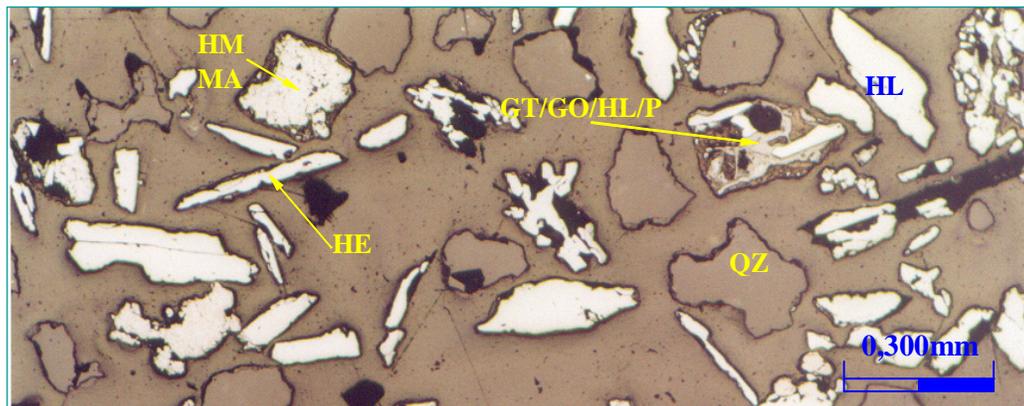


**Figura 6.22: Principais feições mineralógicas apresentadas pela fração granulométrica -0,150mm.**

**Fração -1+0,15mm:** Apresenta características intermediárias às frações granulométricas +1mm e -0,15mm. Mostra toda a assembleia de minerais já discutida anteriormente, sendo que a massa do minério susceptível ao campo magnético de intensidade média (6000Gauss) (em geral, tratam-se de partículas que estão associadas à magnetita, sendo que a magnetita pode ocupar o percentual em volume médio, destas partículas, numa faixa de 5% a 30%) exige a concentração magnética de intensidade média como estágio de proteção à concentração magnética de intensidade alta. A concentração magnética de intensidade de campo alta necessita ser empregada com o objetivo de aumentar a recuperação em massa desta fração (recuperação dos minerais hematita, goethita e hematita martítica sem magnetita reliquiar). Considerando as associações minerais presentes, o concentrado de um concentrador magnético de

intensidade média de campo magnético tende a apresentar qualidade química melhor que os concentradores magnéticos de intensidade alta de campo magnético. Este segundo irá recuperar o mineral goethita, que por vez apresenta maior quantidade de minerais contaminantes associados.

A figura 6.23 evidencia as principais feições mineralógicas apresentadas pela fração -1+0,15mm.



Fração -1+0,150mm. Presença de toda assembléia de minerais. hematita lamelar (HL), hematita especular (HE), quartzo livre (QL), goethite (GO), goethite terrosa (GT), hematite martítica (HM), magnetite

**Figura 6.23: Principais feições mineralógicas apresentadas pela fração granulométrica -1+0,150mm.**

### **6.3- Quantificação Mineralógica Segundo Classes de Associações Mineraias e Modelamento de Processo de Beneficiamento para a Operação de Concentração.**

#### **6.3.1- Quantificação por classes de associações mineraias e modelamento de processo de beneficiamento para a fração granulométrica +1mm:**

**Alimentação da Jigagem:** A análise mineralógica considerando as classes de partículas mineraias foi orientada pela análise prévia das seções a fim de identificar as classes de associações mineraias que contemplassem a maior parte da assembleia de mineraias existente na alimentação da jigagem, e são relacionadas na tabela VI.4.

**Tabela VI.4- Classes de associações minerais selecionadas para a alimentação da jigagem.**

<b>Classe de Associação Mineral</b>	<b>Descrição</b>
C1	Partículas com participação de hematita maior que 70%, com quartzo misto menor que 5%
C2	Partículas com participação de hematita entre 69,99 e 60%, com quartzo misto menor que 5%
C3	Partículas com participação de hematita entre 59,99 e 50%, com quartzo misto menor que 5%
C4	Partículas com participação de hematita entre 49,99 e 40%, com quartzo misto menor que 5%
C5	Partículas com participação de hematita entre 39,99 e 30%, com quartzo misto menor que 5%
C6	Partículas com participação de hematita menor que 30% e goethita maior que 50%, com quartzo misto menor que 5%
C7	Partículas com participação de hematita menor que 30% e magnetita maior que 50%, com quartzo misto menor que 5%
C8	Partículas com participação de hematita menor que 30% e hematita martítica maior que 15%, com quartzo misto menor que 5%
C9	Partículas com quartzo misto maior que 5%
C10	Partículas com hematitas essencialmente livres
C11	Partículas com goethita essencialmente livre
C12	Partículas com Hematita Martítica essencialmente livre
C13	Partículas com magnetita essencialmente livre
C14	Partículas com quartzo essencialmente livre

O anexo 6.3 apresenta Fotomicrografias ilustrando algumas destas classes de composição mineral.

Os resultados de quantificação por classes de associação mineral foram agrupados de maneira a atender ao formato dos dados de entrada do programa MODSIM versão 3.6, sendo os resultados apresentados a seguir. A participação de cada classe de associação mineral, em cada fração granulométrica, é dada na tabela VI.5.

**Tabela VI.5: Participação de cada classe de associação mineral por fração granulométrica, na alimentação da jigagem.**

Fração Granulométrica (mm)	Distribuição Granulométrica			Quantificação Mineralógica por Classes de Associação mineral (% Massa)														Total	
	% Ret.Simp.	% Ret.Acum.	% Pass.Acum.	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14		
+8	7,19	7,19	92,82	8,7	22,5	12,0	10,5	14,5	11,7	17,0	3,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	100,0
-8+6,35	11,07	18,25	81,75	34,7	15,3	13,8	5,2	5,4	3,8	17,3	4,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	100,0
-6,35+1	66,21	84,47	15,53	21,2	12,7	6,0	12,6	3,3	23,2	13,3	2,6	5,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	100,0
-1+0,71	3,88	88,35	11,65	52,2	11,6	9,1	8,0	2,7	3,4	9,4	0,0	3,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	100,0
-0,71+0,21	1,55	89,90	10,10	56,9	7,6	9,8	7,4	4,7	3,3	3,1	7,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	100,0
-0,21+0,15	1,55	91,46	8,54	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	48,8	4,6	21,7	17,1	7,8	100,0	
-0,15+0,075	3,11	94,56	5,44	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	47,0	6,0	24,8	14,0	8,2	100,0	
-0,075+0,044	2,72	97,28	2,72	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	58,5	7,2	16,6	11,7	6,0	100,0	
-0,044	2,72	100,00	0,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	59,8	6,6	17,1	13,1	3,4	100,0	

A tabela VI.6 apresenta a correção da densidade das partículas minerais considerando a presença da porosidade média existente nas partículas. A densidade aparente é uma informação de grande importância para o emprego do modelo de estratificação do leito de partículas focado na simulação dos resultados de jigagem, usado pelo programa MODSIM, versão 3.6.

**Tabela VI.6: Correção da densidade dos minerais de ferro em função da porosidade existente (Da densidade real para a densidade aparente).**

Mineral	Densidade Real	Poros (% Volume)	Densidade Aparente <sup>(*)</sup>
Hematita	5,26	0	5,26
Goethita	4,37	45	2,40
Hematita Martítica	5,26	25	3,95
Magnetita <sup>(**)</sup>	5,18	7	4,82
Caulinita e Gibbsita	2,5	15	2,13
Quartzo	2,65	0	2,65

<sup>(\*)</sup> Obtida por cálculo matemático, levando em consideração o volume ocupado pelos poros existentes entre os cristais das diversas partículas minerais. A porosidade foi estimada a partir de quantificação através de microscopia óptica.

<sup>(\*\*)</sup> A densidade da magnetita é apresentada com valor inferior à densidade da hematita por considerar a ocorrência de poros de pequenos diâmetros, por vezes não quantificados através de microscopia óptica.

A composição química média dos diversos minerais existentes na mina Brucutu, para efeitos de simulação de processos, foi adotada considerando os resultados típicos de composição química obtida em diversas microanálises em microscópio eletrônico, para minérios de ferro diversos. Observa-se uma variação grande de teores para um mesmo mineral; as faixas são apresentadas na tabela VI.7. A fim de estabelecer um critério consistente para a previsão da análise química nos produtos a serem gerados a partir da operação de concentração por jigagem, adotou-se, dentro da faixa observável de teores, para um dado mineral (ver tabela VI.7). Estes teores que permitiram, através de cálculo estequiométrico (ver tabela VI.8), resultados próximos aos teores obtidos através de análises químicas via plasma, para o fluxo de alimentação da jigagem.

**Tabela VI.7: Variações de teores observados em minerais da assembleia de minério de ferro (obtidos através de análise em microscópio eletrônico com microanálise).**

Mineral	%Fe <sub>min</sub>	%Fe <sub>max</sub>	PPC <sub>min</sub>	PPC <sub>max</sub>	SiO <sub>2min</sub>	SiO <sub>2max</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3min</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3max</sub>
Goethita	51,58	58,47	12,67	14,17	2,91	4,80	0,00	6,80
Goethita Terrosa	58,02	62,70	9,97	10,98	2,91	4,80	--	6,80
Caulinita	--	--	13,47	13,92	45,48	46,07	38,07	39,82
Gibbsita	--	--	31,80	34,12	--	--	62,80	65,30

A aproximação realizada resultou no estabelecimento dos teores existentes em cada mineral, que são apresentados na tabela VI.8.

**Tabela VI.8: Teores estimados para cada mineral, empregando cálculo estequiométrico e a aproximação dos teores químicos existentes na alimentação da jigagem.**

Mineral	Fe	SiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	PPC	Fechamento Químico
Hematita	69,90	0,00	0,00	0,00	99,9
Goethita	53,97	5,39	6,80	10,20	99,6
Hematita Martítica	69,90	0,00	0,00	0,00	99,9
Magnetita	71,90	0,00	0,00	0,00	99,3
Caulinita	0,00	23,03	52,56	24,02	99,6
Quartzo	0,00	100,00	0,00	0,00	100,0

As equações estequiométricas, obtidas a partir desta analogia, são apresentadas como segue:

$$\% Fe = \frac{(hematita + martita)}{1,4297} + \frac{magnetita}{1,3812} + \frac{goethita}{1,5298} \quad (6.1)$$

$$\% SiO_2 = quartzo + (caulinita * 0,46) + (goethita * 0,0386) \quad (6.2)$$

$$\% Al_2O_3 = [0,52 * (caulinita + gibbsita)] + (0,068 * goethita) \quad (6.3)$$

$$\% PPC = \frac{[0,3412 * (caulinita + gibbsita)] + (0,1417 * goethita) + \frac{(goethita + 6,5116)}{8,89}}{2} \quad (6.4)$$

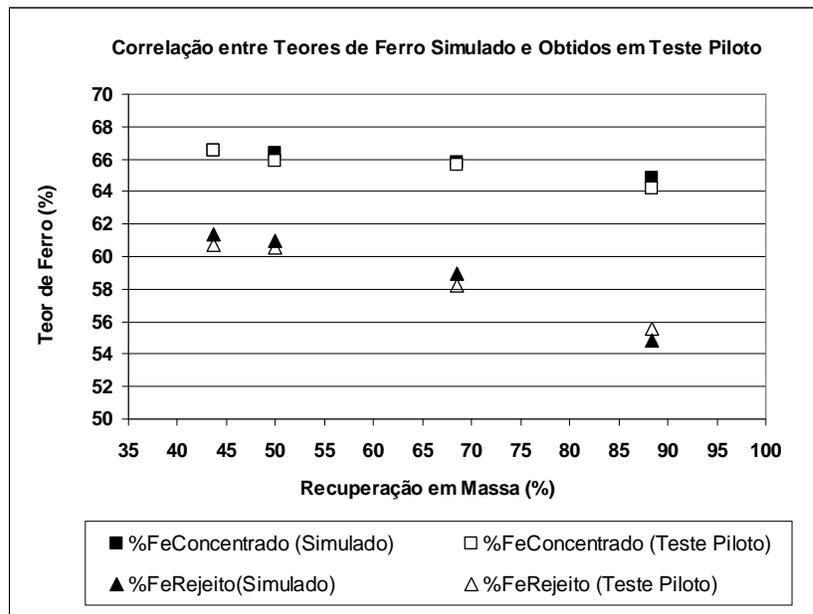
A composição média de cada classe de associação mineral, na alimentação da jigagem é apresentada na tabela VI.9.

**Tabela VI.9: Composição média de cada classe de associação mineral, na alimentação da jigagem.**

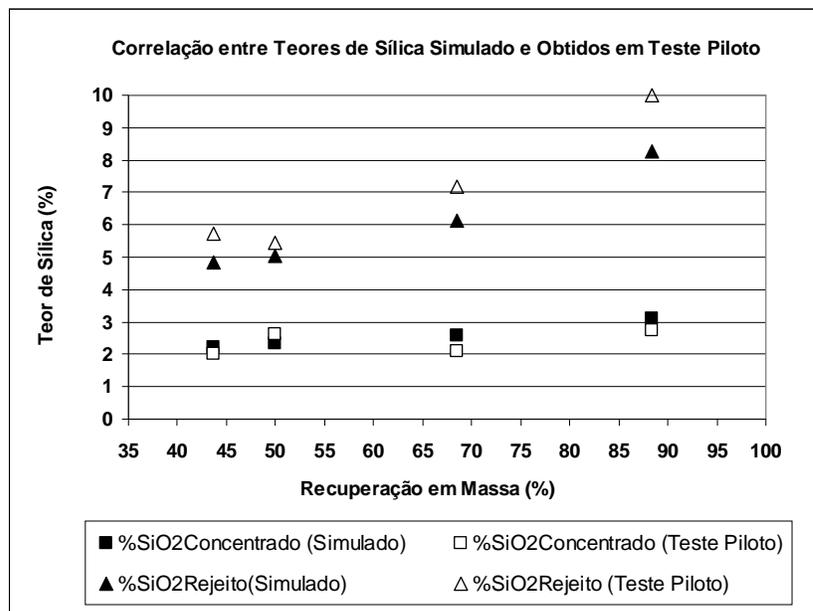
Classe	Hematitas	Goethitas	Hematita Martítica	Magnetita	Caulinita+ Gibbsita	Quartzo Misto	Quartzo Livre
C1	93,6	4,4	0,7	0,5	0,7	0,3	0,0
C2	68,7	18,6	3,2	6,6	1,5	1,4	0,0
C3	57,4	30,0	2,5	8,9	0,8	0,4	0,0
C4	47,8	31,3	3,9	15,2	1,1	0,8	0,0
C5	37,3	22,9	9,2	28,7	1,1	0,9	0,0
C6	12,1	84,1	0,9	0,2	2,5	0,1	0,0
C7	11,3	11,9	11,5	61,8	0,8	2,5	0,2
C8	24,6	10,5	33,6	30,0	0,4	0,9	0,0
C9	22,8	7,5	12,6	40,8	1,0	15,4	0,0
C10	100,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
C11	0,0	100,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
C12	0,0	0,0	100,0	0,0	0,0	0,0	0,0
C13	0,0	0,0	0,0	100,0	0,0	0,0	0,0
C14	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	100,0

As telas do programa, com os dados alimentados são apresentados no anexo 6.4.

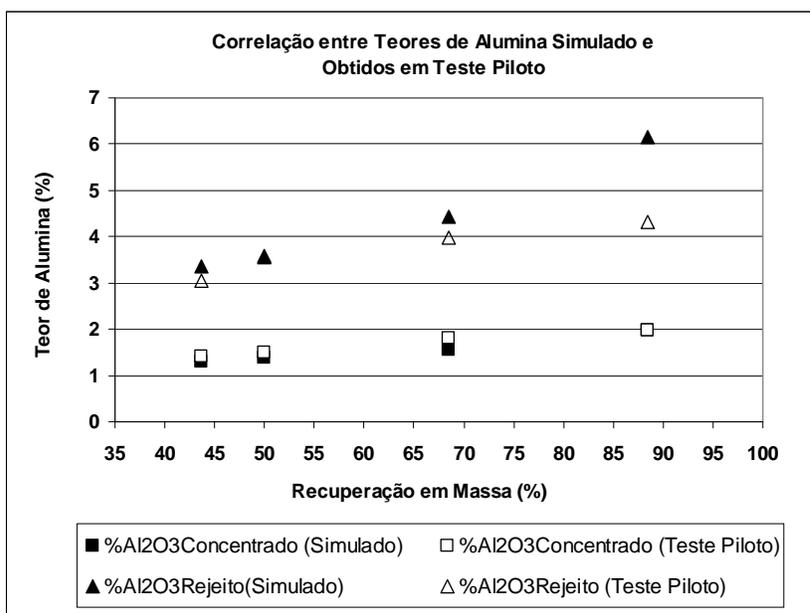
A figura 6.24 apresenta uma comparação entre a qualidade química (%Fe, %SiO<sub>2</sub>, %Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> e %PPC) dos concentrados e rejeitos obtidos em testes em escala piloto e aquela obtida a partir da simulação empregando o programa MODSIM 3.6, segundo os diferentes níveis de recuperação em massa realizados em escala piloto.



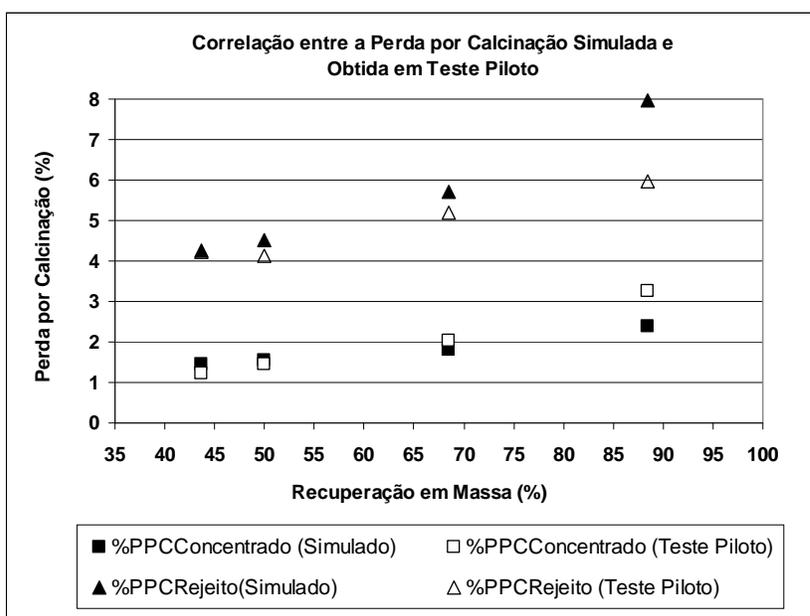
**Figura 6.24-a: Comparação dos teores de ferro obtidos em testes em escala piloto com aqueles simulados através do programa MODSIM , para níveis diferentes de recuperação em massa ( $\alpha=0,02$  para 4 níveis de altura de leito).**



**Figura 6.24-b: Comparação dos teores de sílica obtidos em testes em escala piloto com aqueles simulados através do programa MODSIM , para níveis diferentes de recuperação em massa ( $\alpha=0,02$  para 4 níveis de altura de leito).**



**Figura 6.24-c: Comparação dos teores de alumina obtidos em testes em escala piloto com aqueles simulados através do programa MODSIM , para níveis diferentes de recuperação em massa ( $\alpha= 0,02$  para 4 níveis de altura de leito).**



**Figura 6.24-d: Comparação da perda por calcinação obtido em testes em escala piloto com os valores simulados através do programa MODSIM, para níveis diferentes de recuperação em massa ( $\alpha= 0,02$  para 4 níveis de altura de leito).**

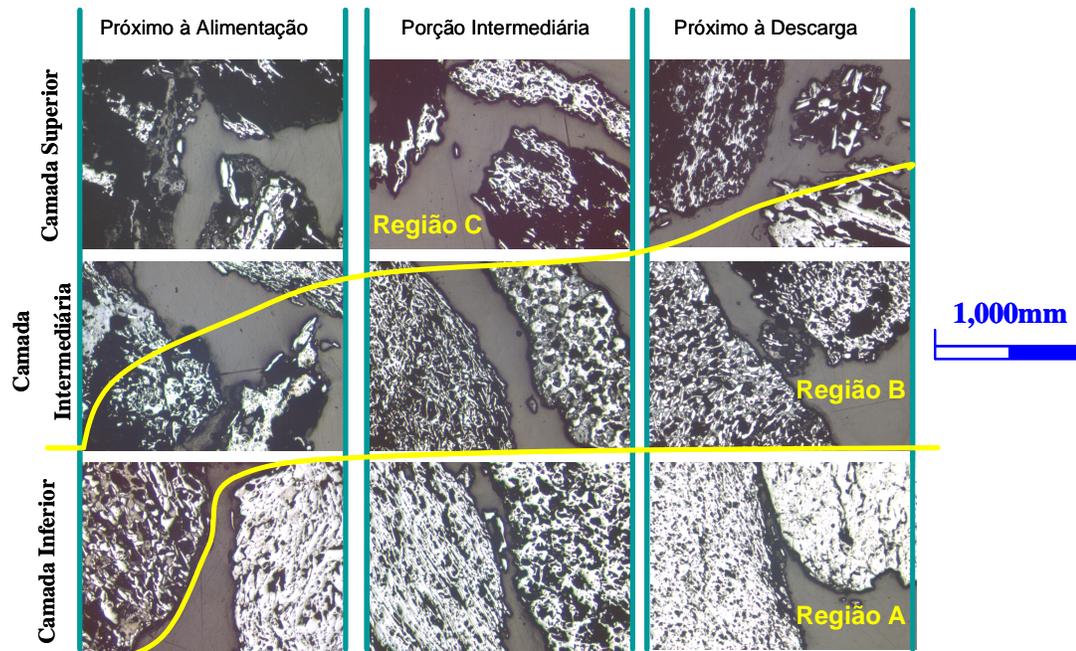
Observa-se, de uma maneira geral uma previsão excelente dos resultados a serem obtidos, adotando a metodologia empregada. Para níveis de recuperação em massa elevados, para a jigagem, observa-se um maior distanciamento entre os resultados de rejeitos obtidos em testes em escala piloto e aqueles simulados (de sílica, alumina e perda por calcinação). Para o caso em análise, podem ser observadas as seguintes causas:

- dificuldades operacionais na estabilização dos testes de jigagem em escala piloto, sendo observada grande instabilidade de partição em massa durante a operação, mesmo mantendo os parâmetros operacionais;
- as aproximações de teores realizadas tendo como referência a aderência com a qualidade química da alimentação, em razão da dificuldade em estabelecer uma metodologia de análise química segura para a variedade de classes de partículas quanto à composição mineralógica;
- erros associados à amostragem e análise química.

Mesmo com as diferenças apresentadas, trata-se de uma aproximação considerada muito boa e que pode prever comportamentos processuais de forma a aumentar a previsibilidade das operações de beneficiamento mineral.

Com o objetivo de validar a extensão dos princípios de modelo de estratificação de partículas em um leito para minério de ferro, foram realizadas amostragens ao longo da extensão do leito de partículas do jig durante a execução dos testes em escala piloto. A metodologia consistiu na introdução, após a parada da jigagem e drenagem de toda a água do equipamento, de tubos circulares de plásticos, de 50,8mm (2”) de diâmetro segundo a posição vertical, em três pontos distintos de amostragem: próximo à alimentação do jig, na região intermediária e no ponto de descarga do concentrado grosso e do rejeito.

A figura 6.25 mostra Fotomicrografias em cada um destes três pontos de amostragem e três regiões distintas: no fundo do jigge, próximo ao crivo (camada inferior), na camada intermediária e na camada de topo, próximo à superfície (camada superior).



**Figura 6.25: Evolução do perfil de estratificação de partículas de minerais de ferro ao longo da extensão do leito de partículas em um jigge Remer piloto e a identificação da formação de três regiões distintas relativas à densidade aparente de partículas governada pela porosidade.**

As Fotomicrografias apresentadas na figura 6.25 mostram, de forma clara, o processo de estratificação de leito de partículas minerais de minério de ferro. É notável a influência da porosidade de partícula neste processo, pois impacta diretamente na densidade aparente de cada partícula mineral.

Na região próxima à alimentação do jigge, tem-se um distúrbio maior sem uma estratificação definida. É observado que as partículas de porosidade menor constituem a camada inferior, desde o início do processo de estratificação, e aquelas com porosidade muito elevada constituem as camadas superiores. As partículas de porosidade intermediária encontram-se distribuídas tanto nas camadas inferiores quanto nas camadas intermediárias.

Na porção intermediária do leito de partículas, o processo de estratificação evolui ao ponto em que as partículas de porosidade maior concentram-se essencialmente nas camadas de partículas do topo. Partículas com porosidade intermediária concentram-se nas camadas intermediárias e inferiores.

Na região próxima à descarga do jigge ocorre a estratificação final das partículas onde é observada a concentração de partículas com porosidade elevada nas camadas superiores do leito. As partículas com porosidade intermediária ficam localizadas nas camadas intermediárias e as partículas de porosidade baixa nas camadas inferiores.

Uma maneira simplificada de compreender o processo de estratificação das partículas minerais, para o minério de ferro em estudo, foi criar três regiões imaginárias: região onde há o predomínio de partículas de porosidade baixa (**região A**), de porosidade intermediária (**região B**) e de porosidade elevada (**região C**). Para o minério estudado, observa-se que na **região A** porosidade média das partículas é inferior a 15% em volume. Na **região B** tem-se partículas com porosidade média variando de 15% a 35% e, na **região C**, superiores a 35% de porosidade, podendo atingir até 70% de porosidade.

Apesar das Fotomicrografias apresentadas não evidenciarem a presença de quartzo, praticamente desde o início de operação da jigagem estas partículas constituíram as camadas superiores. Vale ressaltar que o minério apresentou um teor de sílica muito baixo na alimentação da jigagem (em torno de 3,8%) e que a jigagem é empregada, para o caso do beneficiamento dos minérios de Brucutu, como uma operação unitária para diminuir o teor de alumina e fósforo no produto final, a ser obtido a partir da fração -8+1mm do ROM.

### **6.3.2- Quantificação por classes de associações minerais e modelamento de processo de beneficiamento para a fração granulométrica -1+0,15mm:**

**Alimentação da concentração magnética:** A análise mineralógica considerando as classes de partículas minerais foi orientada pela análise prévia das seções a fim de identificar as classes de associações minerais que contemplassem a maior parte da

assembleia de minerais existente na alimentação da concentração magnética, e são relacionadas na tabela VI.10.

**Tabela VI.10: Classes de associações minerais selecionadas para a alimentação da concentração magnética.**

Classe de Associação Mineral	Descrição
C1	Partículas com participação de hematita maior que 30%
C2	Partículas com participação de hematita menor que 30%, associadas à goethita e hematita martítica, sem presença de magnetita
C3	Partículas com participação de hematita menor que 30%, associadas à goethita e hematita martítica, com presença de magnetita
C4	Partículas com magnetita essencialmente preservada (baixo grau de martitização)
C5	Partículas com goethita essencialmente livre
C6	Partículas com hematita martítica essencialmente livre
C7	Partículas de quartzo essencialmente livre
C8	Partículas de quartzo com magnetita associada

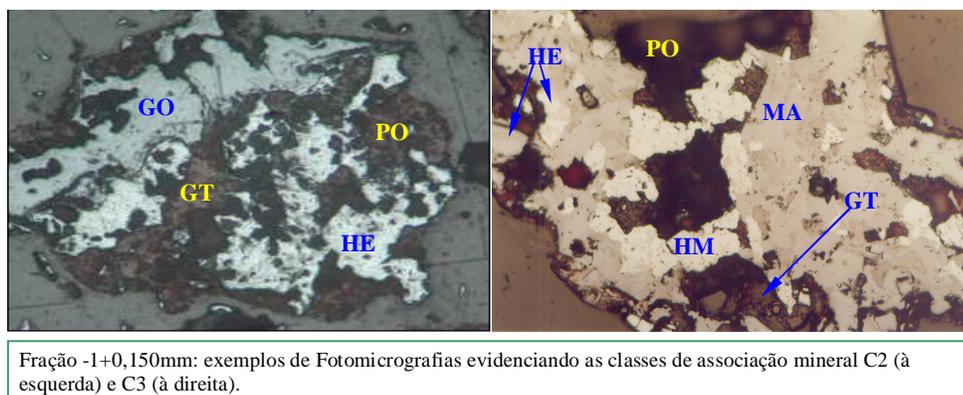
Os resultados de quantificação por classes de associação mineral foram agrupados de maneira a atender ao formato dos dados de entrada do programa MODSIM versão 3.6, sendo os resultados apresentados a seguir.

A participação de cada classe de associação mineral, em cada fração granulométrica, é dada na tabela VI.11.

**Tabela VI.11: Participação de cada classe de associação mineral por fração granulométrica na alimentação do concentrador magnético de média intensidade.**

Fração Granulométrica (mm)	Distribuição Granulométrica			Quantificação Mineralógica por Classes de Associação Mineral (%Massa)								
	% Ret. Simp.	% Ret. Acum.	% Pass. Acum.	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	Total
+1	3,96	3,96	96,04	69,7	9,7	16,5	0,9	1,4	0,0	1,3	0,5	100,0
-1+0,71	8,53	12,49	87,51	48,8	15,7	15,8	0,8	9,2	0,0	8,5	1,2	100,0
-0,71+0,21	57,33	69,82	30,18	50,9	3,9	14,3	5,7	2,9	0,4	19,5	2,3	100,0
-0,21+0,15	18,9	88,72	11,28	38,9	3,3	13,7	8,0	4,3	1,6	29,6	0,6	100,0
-0,15	11,28	100,00	0,00	67,9	0,2	14,5	3,7	1,5	3,8	8,3	0,0	100,0

A figura 6.26 apresenta algumas Fotomicrografias referentes à algumas classes de associação mineral na fração -1+0,150mm, correspondente à alimentação da concentração magnética.



**Figura 6.26: Fotomicrografias evidenciando algumas classes de associação de minerais na alimentação da concentração magnética.**

A tabela VI.12 apresenta a correção da densidade das partículas minerais considerando a presença da porosidade média existente nas partículas. Para o primeiro estágio de concentração magnética, apesar da propriedade diferenciadora principal ser a susceptibilidade magnética, a densidade aparente foi uma informação considerada na etapa de modelamento, como pré-requisito da entrada de dados do programa MODSIM, versão 3.6.

**Tabela VI.12: Correção da densidade dos minerais de ferro em função da porosidade existente (Da densidade real para a densidade aparente).**

Mineral	Densidade Real	Poros (% Volume)	Densidade Aparente <sup>(*)</sup>
Hematita	5,26	0	5,26
Goethita	4,37	25	3,28
Hematita Martítica	5,26	15	4,47
Magnetita <sup>(**)</sup>	5,18	10	4,66
Caulinita e Gibbsita	2,5	10	2,25
Quartzo	2,65	0	2,65

<sup>(\*)</sup> Obtida por cálculo matemático, levando em consideração o volume ocupado pelos poros existentes entre os cristais das diversas partículas minerais. A porosidade foi estimada a partir de quantificação através de microscopia óptica.

<sup>(\*\*)</sup> A densidade da magnetita é apresentada com valor inferior à densidade da hematita por considerar a ocorrência de poros de pequenos diâmetros, por vezes não quantificados através de microscopia óptica.

Da mesma forma que para a jigagem, a composição química média dos diversos minerais existentes na mina Brucutu, para efeitos de simulação de processos, foi adotada considerando os resultados típicos de composição química obtida em diversas microanálises em microscópio eletrônico, para minérios de ferro diversos (tabelas VI.6, VI.7). As mesmas equações estequiométricas, empregadas para as análises da jigagem, foram empregadas para a concentração magnética. Considerando a dificuldade existente na determinação precisa da composição química média das partículas, foram adotados os valores de análises químicas entre as faixas de teores apresentadas na tabela VI.6. Estes valores adotados foram selecionados tendo como referência a aproximação aos teores globais apresentados pela alimentação da concentração magnética.

A aproximação realizada resultou na definição dos teores existentes em cada mineral, que são apresentados na tabela VI.13.

**Tabela VI.13: Teores estimados para cada mineral, empregando cálculo estequiométrico e a aproximação dos teores químicos existentes na alimentação da concentração magnética de média intensidade.**

Mineral	Fe	SiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	PPC	Fechamento Químico
Hematita	69,00	0,00	0,00	0,00	99,9
Goethita	58,47	6,80	5,00	8,00	100,5
Hematita Martítica	69,00	0,00	0,00	0,00	99,9
Magnetita	71,90	0,00	0,00	0,00	99,3
Caulinita	0,00	46,00	38,00	13,47	100,0
Quartzo	0,00	100,00	0,00	0,00	100,0

A composição média de cada classe de associação mineral, adotada para a alimentação da concentração magnética, é apresentada na tabela VI.14.

**Tabela VI.14: Composição média de cada classe de associação mineral, adotada para a alimentação da concentração magnética.**

Classe	Hematitas	Goethitas	Hematita Martítica	Magnetita	Caulinita+ Gibbsita	Quartzo
C1	70,0	15,0	15,0	0,0	0,0	0,0
C2	20,0	40,0	40,0	0,0	0,0	0,0
C3	20,0	32,5	32,5	15,0	0,0	0,0
C4	0,0	0,0	0,0	100,0	0,0	0,0
C5	0,0	100,0	0,0	0,0	0,0	0,0
C6	0,0	0,0	100,0	0,0	0,0	0,0
C7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	100,0
C8	0,0	0,0	0,0	5,0	0,0	95,0

As telas do programa, com os dados alimentados, são apresentadas no anexo 6.5.

A tabela VI.15 apresenta uma comparação entre os resultados medidos (análise química -%Fe, %SiO<sub>2</sub>, %Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, %PPC – e partição em massa nos fluxos de alimentação, concentrado e rejeito da concentração magnética de média intensidade) no teste em escala piloto e os resultados simulados a partir do programa MODSIM 3.6.

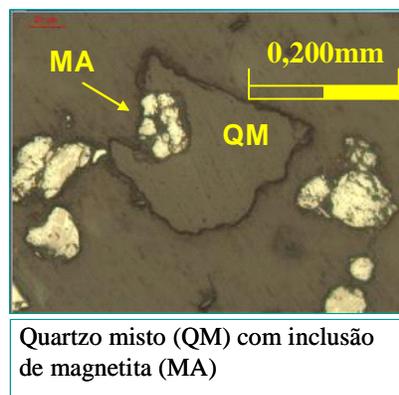
No caso específico da concentração magnética de média intensidade não foi explorada a variação de recuperação em massa pelo fato da mesma ser uma consequência da composição mineralógica da alimentação. Em geral, há poucas variações no nível de recuperação em massa a partir de alterações em parâmetros operacionais, dentro dos limites que garantem a seletividade do processo de concentração.

**Tabela VI.15: Resultados medidos em teste em escala piloto de concentração magnética de intensidade média de campo e resultados simulados, para este mesmo tipo de concentração, no programa MODSIM 3.6.**

Fluxo	Partição (%)		%Fe		%SiO <sub>2</sub>		%Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>		%PPC	
	Medido	Simulado	Medido	Simulado	Medido	Simulado	Medido	Simulado	Medido	Simulado
Alimentação WDRE	100,00	100,00	53,57	53,82	21,00	21,04	0,90	0,86	1,29	1,38
Concentrado WDRE	16,44	16,14	67,09	67,89	2,44	1,02	0,37	0,75	1,93	1,20
Rejeito WDRE	83,56	83,79	50,91	51,12	24,66	24,90	1,00	0,88	1,08	1,41

Observa-se uma aproximação razoável entre os resultados simulados e os resultados obtidos no teste em escala piloto. As diferenças apresentadas são discutidas a seguir:

- diferença no teor de sílica no concentrado: se for considerado o erro existente no processo de quantificação mineralógica, é razoável aceitar a diferença de aproximadamente 1,5% absolutos entre o resultado de análise química e aquele apresentado pelo testes em escala piloto. Dentro deste erro para a determinação dos teores de sílica no concentrado está a dificuldade em quantificar, de forma precisa, partículas de quartzo com inclusão de magnetita (ver figura 6.27), que têm a probabilidade elevada de constituir o produto magnético. Por serem quantidades menos expressivas e ocorrerem na forma de inclusões muito pequenas, espera-se um erro associado à quantificação mineralógica maior que para as demais classes de associação mineral. Outro aspecto que necessita ser considerado é que não é possível determinar o teor de sílica médio existente nos diversos minerais da assembleia de minério de ferro de forma precisa, podendo também levar a estas diferenças;



**Figura 6.27: Quartzo (QZ) com inclusões de magnetita (MA).**

- diferenças nos teores de alumina e de PPC nos diversos fluxos: o método de determinação de teores em partículas minerais associadas, estimados por aproximação a teores químicos globais do fluxo de alimentação, que foi o procedimento adotado, não é a melhor metodologia quando há o desejo da simulação de resultados com grande precisão. Este efeito é maior para elementos ou

compostos químicos que apresentam menor participação na composição total da partícula, caso observado para a alumina e a PPC;

Para o processo de concentração magnética de média intensidade, se considerado o circuito de beneficiamento da usina de Brucutu, a previsibilidade quanto à recuperação em massa e ao teor de ferro no produto (no caso, *sinter feed* fino), são considerados de grande importância, o que valida a aplicação da metodologia para fins práticos. A recuperação em massa deste estágio de concentração magnética tem efeito determinante no equilíbrio das operações de concentração magnética subsequentes, no que se refere às diluições e partições em massa.

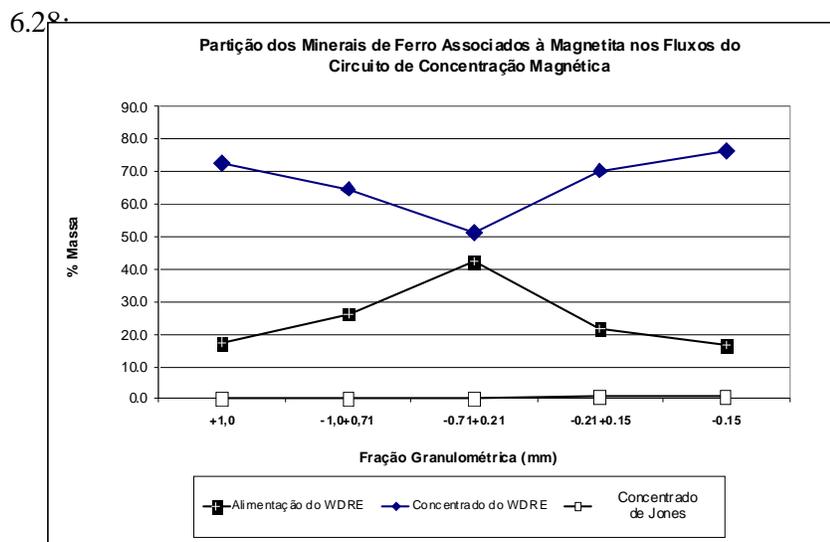
Alguns aspectos importantes ainda necessitam serem discutidos:

- o curto-circuito, comum nos diversos estágios de concentração, é pouco expressivo nesta operação de concentração, no que diz respeito à perda de partículas minerais com suscetibilidade magnética elevada para o produto não-magnético. Ao contrário, observa-se o arraste de partículas de baixa suscetibilidade magnética para o produto magnético;
- a medição de susceptibilidade magnética de uma população de partículas não traz informações que possam ser empregadas em caráter amplamente prático para a previsão do desempenho de operações unitárias de concentração magnética de minério de ferro. Neste aspecto, a susceptibilidade magnética deverá ser substituída pelo conceito de massa de partículas minerais susceptíveis ao campo que serão submetidas durante o processo de concentração. Para campos magnéticos de intensidade média, como é o caso do concentrador tipo tambor (WDRE da Inbrás), esta população de partículas pode ser considerada como o agrupamento de todas as partículas que possuem qualquer associação com o mineral magnetita. Desta maneira, é possível estabelecer que, mesmo com a mínima participação de magnetita em uma partícula, toda ela é considerada como partícula que será recuperada para o produto. Em alguns casos, quando uma partícula possui uma quantidade muito pequena de magnetita, possivelmente não indicará uma susceptibilidade magnética elevada;

- apesar dos resultados químicos simulados terem boa aproximação aos resultados obtidos em teste piloto, não foi possível estabelecer uma boa previsão da partição dos minerais a partir dos modelos existentes. Apesar de terem sido exploradas as possibilidades existentes nos modelos disponíveis, talvez a complexidade de associações minerais (não restrita somente a dois tipos de minerais, caso do programa) não permita tanta precisão nesta estimativa.

Analisando a operação da concentração magnética sob os estágios com intensidade média (WDRE) e alta (Jones) de campo magnético, tem-se as seguintes distribuições dos minerais, considerando os testes realizados em escala piloto:

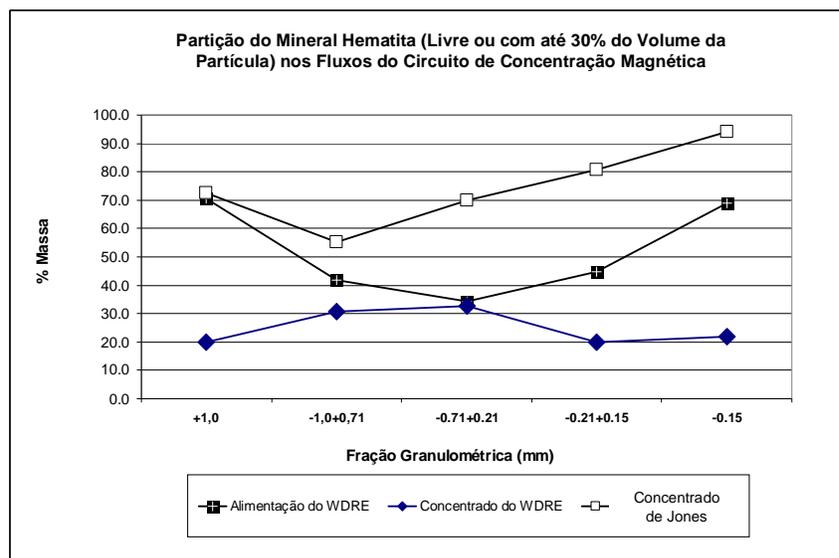
- os minerais que estão associados à magnetita, por menor que seja o teor de magnetita existente, são recuperados nos estágios de concentração magnética de média intensidade, não sendo observada uma mínima quantidade sequer dos mesmos nos estágios de concentração magnética de alta intensidade. O mesmo ocorre para as frações granulométricas mais finas, o que fica evidenciado pela ausência destes minerais no produto magnético do estágio de alta intensidade, como mostra a figura 6.28.



**Figura 6.28- Partição dos minerais associados à magnetita nos produtos da concentração magnética.**

- apesar da susceptibilidade magnética baixa da hematita especular, lamelar, granular e lobular (ou sinuosa), frente ao campo magnético de média intensidade, o que exigiria estágios de alta intensidade para a sua recuperação final, tem-se uma quantidade significativa dos mesmos no produto magnético de média intensidade,

como mostrado na figura 6.29. Apesar de sua ocorrência, em princípio, sugerir que a presença dos mesmos neste produto resulta de um processo de arraste mecânico, nenhuma medida específica foi realizada a fim de detectar se há alguma característica intrínseca destes minerais que condicione à recuperação em campos magnéticos de média. Trata-se de um aspecto que merece uma avaliação mais apurada. Mas a fração  $-1+0,15\text{mm}$  ainda apresenta uma grande quantidade de partículas de minerais de ferro associadas à hematita, podendo ser esta a justificativa mais adequada para este comportamento, além do arraste hidrodinâmico;



**Figura 6.29- Partição da hematita não associada à magnetita nos produtos da concentração magnética.**

- como é de ser esperado, o quartzo presente na alimentação da concentração magnética não é recuperado indo, em sua maioria, para o produto não magnético. No entanto, observa-se uma maior participação deste mineral nas frações granulométricas mais finas (figura 6.30). A presença de quartzo nos produtos magnéticos de intensidade média e alta de campo sugere a ação do arraste mecânico, como resultado do processo de “engaiolamento”, jargão usado na indústria de beneficiamento de minério de ferro;

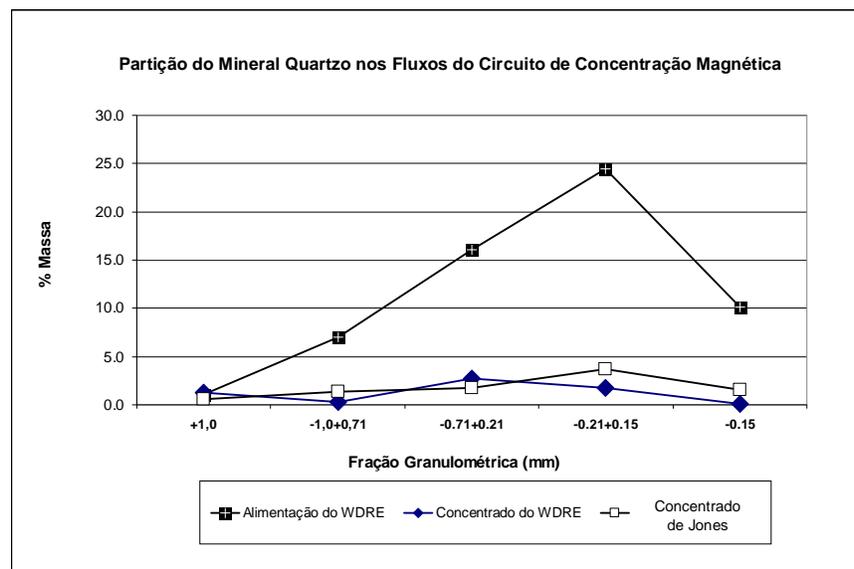
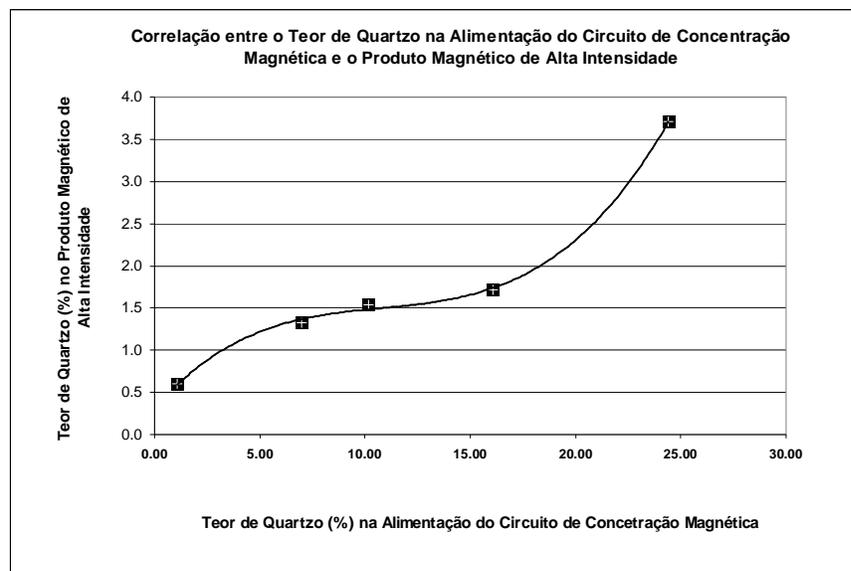


Figura 6.30- Partição do quartzo nos produtos da concentração magnética.

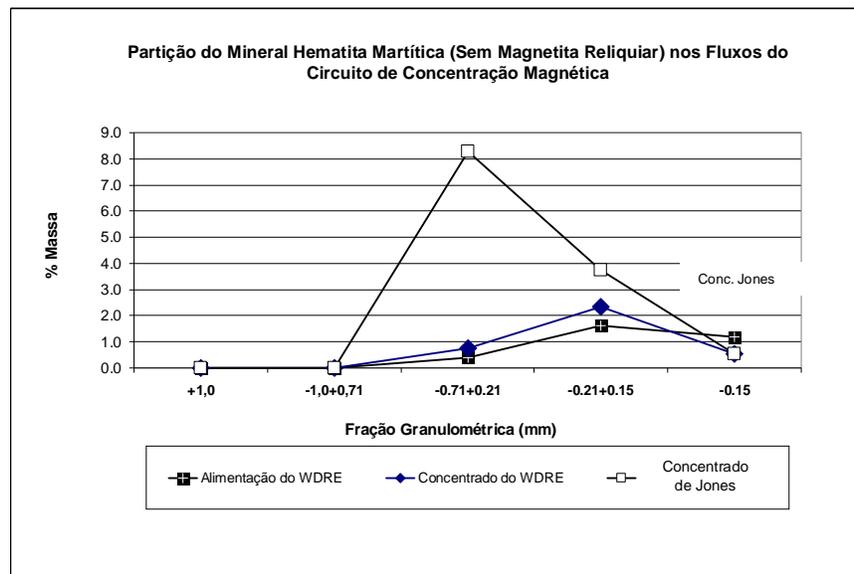
- por outro lado; esta análise, se feita sob a ótica de cada um dos equipamentos, indica que o arraste ocorre mais frequentemente na concentração de média intensidade, onde as partículas de tamanho intermediário (entre 0,71 e 0,15mm) são as que mais permanecem no produto magnético, o que é menos frequente para as partículas que estão fora desta faixa (mais grossas que 0,71mm e mais finas que 0,15mm) – vide figura 6.30, sequência “concentrado WDRE”. Já na concentração de intensidade alta de campo magnético, observa-se que o arraste está presente, mas a concentração de quartzo guarda uma correlação direta com a quantidade de quartzo presente na alimentação do equipamento. Isto significa que a presença de quartzo no produto magnético é extremamente sensível à diluição da alimentação e pressão de água de lavagem. Esta correlação é mostrada na figura 6.31;



**Figura 6.31- Correlação entre o teor de quartzo na alimentação do circuito de concentração magnética e o produto magnético de intensidade alta.**

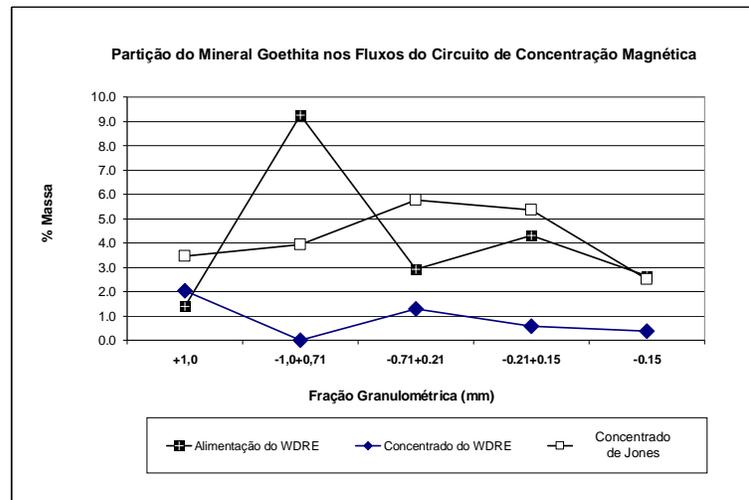
- a feição mineral hematita martítica, apesar de ser o produto da alteração da magnetita pelo processo de martitização, não apresenta magnetismo residual (salvo nas situações em que a magnetita reliquiar está presente). Desta maneira, comporta-se como a hematita, porém com a diferença que as partículas menores são mais difíceis de serem recuperadas mesmo em campos magnéticos de intensidade alta em função da porosidade intrínseca do seu cristal. A figura 6.32 apresenta a partição da

hematita martítica (sem magnetita reliquiar) no estágio de média intensidade de campo somente para tamanhos intermediários (possivelmente arraste mecânico) e no estágio de alta intensidade de campo, preferencialmente para as partículas com distribuição granulométrica mais grossa;



**Figura 6.32- Partição da feição mineral hematita martítica (sem magnetita reliquiar) nos fluxos do circuito de concentração magnética.**

- a goethita, assim como a hematita martítica, apresenta melhor recuperação frente à concentração de campo magnético alto. Mesmo no campo alto, as partículas de tamanho maior são menos recuperadas, possivelmente pelo fato de possuírem a maior porosidade em relação às frações anteriores e aos demais minerais. O nível de recuperação em massa da goethita, para as frações granulométricas mais finas, é menor em função da menor participação deste mineral nesta fração da alimentação da concentração magnética. A figura 6.33 ilustra estes comentários.



**Figura 6.33- Partição do mineral goethita nos fluxos do circuito de concentração magnética.**

### **6.3.3- Modelamento de processo de beneficiamento para a fração granulométrica -0,15mm:**

#### **6.3.3-a: A seleção da condição ótima de flotação:**

A seleção da condição ótima de flotação consistiu na investigação, através de testes em escala de bancada das condições diferentes de flotação, sendo explorados:

- variação de pH: 10,20 - 10,50 - 10,70;
- variação da dosagem de amido (g/t de alimentação): 500, 600 e 700;
- variação na dosagem de amina (g/t SiO<sub>2</sub> na alimentação): 150 e 250;

Para a seleção da condição ótima de flotação foram adotados como critérios de seleção:

- menor teor de ferro no rejeito;
- teor de sílica no concentrado final menor que 0,80%,

que, por consequência, levam:

- à maior recuperação metálica;
- ao maior índice de seletividade de Gaudin.

A tabela VI.16 apresenta o resumo dos principais resultados dos testes exploratórios focados na seleção da condição ótima de flotação, indicando que os melhores resultados obtidos foram para as condições adotadas para o teste número 9 (150 gramas de amina por tonelada de sílica na alimentação, 700 gramas de amido por tonelada de alimentação e pH de 10,70 no início da flotação).

**Tabela VI.16: Resumo dos testes exploratórios de flotação em bancada para a seleção da condição ótima de flotação.**

Teste	Teor Fe AL (%)	Teor SiO <sub>2</sub> AL (%)	Teor Fe CO (%)	Teor SiO <sub>2</sub> CO (%)	Teor Fe RJ (%)	Teor SiO <sub>2</sub> RJ (%)
1	59.99	12.68	68.17	0.99	29.23	55.30
2	59.99	12.68	68.79	0.30	28.66	57.15
3	59.99	12.68	65.92	4.04	22.75	64.87
4	59.99	12.68	68.77	0.30	25.90	60.40
5	59.99	12.68	68.77	0.27	24.84	61.88
6	59.99	12.68	62.92	6.58	20.67	68.50
7	59.99	12.68	68.88	0.40	24.07	63.03
8	59.99	12.68	69.17	0.36	23.78	63.57
9	59.99	12.68	68.87	0.47	20.04	69.50
10	59.99	12.68	68.72	0.23	38.04	43.18
11	59.99	12.68	69.22	0.23	33.38	49.60
12	59.99	12.68	69.01	0.24	31.36	52.74
13	59.99	12.68	69.15	0.21	37.96	43.06
14	59.99	12.68	68.95	0.24	30.61	53.58
15	59.99	12.68	69.03	0.28	29.49	55.70
16	59.99	12.68	69.19	0.26	34.54	48.09
17	59.99	12.68	69.17	0.26	29.65	55.06
18	59.99	12.68	68.99	0.28	27.03	59.66

Teste	Dosagem de Amido (g/t Alim.)	Dosagem de Amina (g/t SiO <sub>2</sub> Alim.)	pH	Recuperação em Massa (%)	Recuperação Metálica (%)	Índice de Seletividade (Gaudin)
1	500	150	10.2	79.00	89.77	11.4
2	500	150	10.5	78.08	89.53	21.4
3	500	150	10.7	86.27	94.79	6.8
4	600	150	10.2	79.53	91.16	23.1
5	600	150	10.5	80.02	91.73	25.2
6	600	150	10.7	93.07	97.61	5.6
7	700	150	10.2	80.17	92.04	21.2
8	700	150	10.5	79.78	91.99	22.7
9	700	150	10.7	81.82	93.93	22.5
10	500	250	10.2	71.56	81.97	18.4
11	500	250	10.5	74.26	85.68	21.1
12	500	250	10.7	76.05	87.48	22.0
13	600	250	10.2	70.64	81.43	19.3
14	600	250	10.5	76.64	88.08	22.4
15	600	250	10.7	77.15	88.77	21.6
16	700	250	10.2	73.46	84.72	19.2
17	700	250	10.5	76.78	88.52	22.2
18	700	250	10.7	78.56	90.34	23.3

Onde: AL é alimentação, CO é concentrado e RJ é rejeito.

6.3.3-b: A flotação de frações granulométricas diferentes:

Com o objetivo de avaliar a influência da distribuição de tamanhos de partículas e de cristais na flotação, foram realizados testes de flotação até a exaustão, segundo as condições ótimas de flotação (pH 10,70, dosagem de amina de 150g/t SiO<sub>2</sub> na alimentação, dosagem de amido de 700g/t de alimentação), sendo o resumo destes resultados apresentados na tabela VI.17.

**Tabela VI.17: Resumo dos testes de flotação em bancada por fração granulométrica.**

Fração Granulométrica	Teor Fe AL (%)	Teor SiO <sub>2</sub> AL (%)	Teor Fe CO (%)	Teor SiO <sub>2</sub> CO (%)	Teor Fe RJ (%)	Teor SiO <sub>2</sub> RJ (%)	Recuperação em Massa (%)	Recuperação Metálica (%)	Índice de Seletividade (Gaudin)
-0.150mm total	59.99	12.68	68.87	0.47	20.04	69.50	81.82	93.93	22.5
-0.150+0.075mm	57.48	16.77	68.98	0.21	7.04	89.36	81.43	97.73	64.6
-0.075+0.044mm	63.39	8.06	68.69	0.50	16.69	74.70	89.81	97.32	24.8
-0.044mm	65.70	3.26	66.94	1.73	47.89	25.32	93.51	95.27	4.5

Onde: AL é alimentação, CO é concentrado e RJ é rejeito.

Observa-se, a partir da análise da tabela VI.17, que há um aumento significativo do teor de ferro no rejeito de flotação para partículas com distribuição de tamanho mais fina, sendo a fração -0,044mm mais impactada neste sentido. A perda dos minerais de ferro para o rejeito impacta na menor concentração dos mesmos fazendo com que o teor de quartzo no concentrado se torne mais acentuado, mesmo para as frações mais finas, o que também fica evidenciado na tabela VI.17. De uma maneira geral, pode-se observar perdas de recuperação metálica e piora da seletividade na flotação de minério de ferro com distribuição de tamanho de partícula mais fina. Mesmo possuindo uma distribuição granulométrica mais grossa (preferencialmente distribuído na fração -0,150+0,075mm), o quartzo não apresentou nenhuma restrição de flotabilidade.

As conclusões obtidas para o minério de Brucutu são bastante consistentes com os resultados observados no estudo realizado com diversos minérios de ferro do Quadrilátero Ferrífero.

6.3.3-c: O conhecimento da cinética de flotação aplicado à previsibilidade de resultados em circuitos de flotação mecânica em escala contínua:

A solução de muitos problemas associados com o projeto e/ou controle dos circuitos de flotação depende da existência de um bom modelo matemático do processo contínuo de flotação que seja preciso e, ao mesmo tempo, simples o suficiente para permitir soluções rápidas.

O desempenho de um circuito de flotação é determinado por um grande número de fatores que influenciam o processo de maneira complexa. Para obter um modelo completo do processo de flotação, cada um destes fatores precisa ser considerado na definição das equações:

- fatores determinados pelo minério alimentado, pelos reagentes de flotação a serem usados e pelas operações unitárias de processo que precedem a operação unitária de flotação;
- fatores determinados pelo projeto da máquina de flotação, isto é, as características de mistura (agitação) e aeração da máquina;
- fatores determinados pela maneira com a qual a polpa flui através das máquinas contínuas, em multi-células, isto é, características de transporte da polpa.

Nesta etapa do trabalho, considerada final no que refere à previsibilidade do processo de flotação contínuo, foram realizados testes em escala de bancada e os resultados obtidos foram base para a aplicação do modelo de cinética de flotação de primeira ordem a uma variável, empregando analogia química.

A fim de estabelecer os critérios de aceitação para esta etapa do trabalho, foi definido que o termo “previsibilidade do processo de beneficiamento para a flotação” significa a determinação prévia do tempo de residência necessário à obtenção da melhor seletividade do circuito de flotação. Para este tempo calculado, a previsão das partições em massa e os teores para os diversos fluxos do circuito de flotação. Esta previsão, obtida a partir de testes em escala de bancada, deve ser reproduzida em testes contínuos de flotação mecânica. Para tanto, os resultados de flotação em escala de bancada, sob a

ótica da cinética de flotação, necessitam ser validados por testes contínuos em escala piloto, que por vez reproduzem, de forma satisfatória, o escalonamento e dimensionamento de reatores e circuitos de flotação em escala industrial.

O desenvolvimento desta fase do trabalho envolveu a aplicação do modelo de primeira ordem, a uma variável, aos resultados experimentais de cinética de flotação em bancada. Posteriormente, foram determinados as taxas de flotação das principais fases minerais, o cálculo do tempo em que a taxa de flotação dos minerais de ferro torna-se superior à taxa de flotação do quartzo e a estimativa do tempo de residência nos diversos estágios de concentração.

A análise da cinética de flotação foi realizada segundo as condições ótimas de flotação estabelecidas no item 6.3.3-a, diferenciando somente pela coleta estagiada de rejeitos em quatro frações de tempos, relativos ao tempo total de flotação até a exaustão.

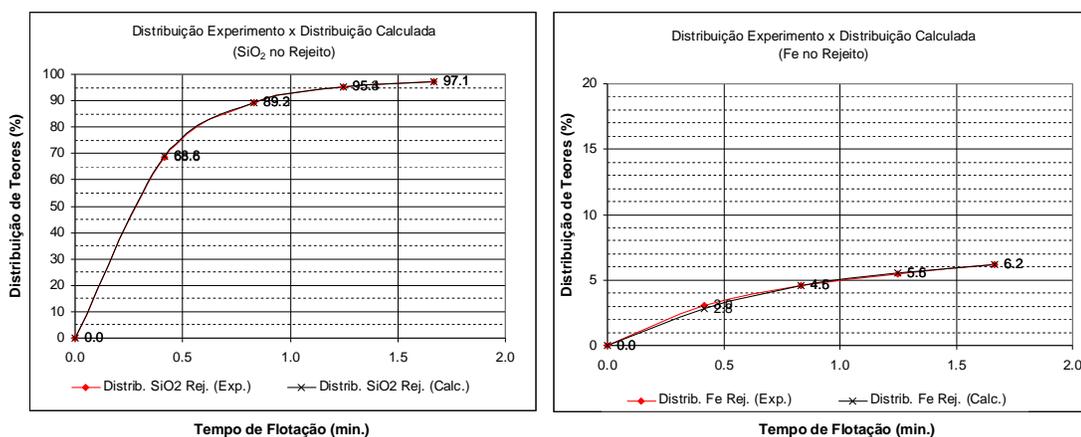
A tabela VI.18 apresenta os resultados de partições em massa, químicos e de distribuição de teores para a cinética de flotação com a fração -0,15mm deslamada do ROM (sem a incorporação do rejeito de jigagem moído e deslamado).

**Tabela VI.18: Resultados de partições em massa, químicos e de distribuição de teores para a cinética de flotação com a fração -0,15mm do ROM de Brucutu.**

pH de deslamagem:		-		Tempo de Exaustão (s):		99.94		Dosagem coletor (g/t SiO <sub>2</sub> ):		150					
pH inicial de flotação:		10.50		Tempo Ótimo de Flotação (s):		64.07		Dosagem depressor (g/t Fe):		700					
Resultados de Cinética de Flotação (Dados Medidos Com Distribuição de Erros)	Produto	Tempo (s)	Massa		Teores (%)				Distribuições (%)						
			g	%	Fe	SiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	P	Fe	SiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	P			
	Alim.	-	3569.86	100.00	59.99	12.68	0.573	0.014	100.00	100.00	100.00	100.00			
	Conc.	-	2927.28	82.00	68.65	0.45	0.450	0.015	93.83	2.91	64.36	85.44			
	Rejeito	-	642.57	18.00	20.56	68.40	1.135	0.012	6.17	97.09	35.64	14.56			
	Rej. 01	24.99	411.54	11.53	15.79	75.41	1.07	0.008	3.03	68.56	21.51	6.41			
	Rej. 02	49.97	143.61	4.02	22.89	64.99	1.19	0.013	1.53	20.62	8.35	3.63			
	Rej. 03	74.96	56.56	1.58	33.52	49.59	1.29	0.022	0.89	6.20	3.56	2.42			
	Rej. 04	99.94	30.86	0.86	49.61	25.20	1.47	0.035	0.71	1.72	2.22	2.10			
	Rej. 01	25.0	411.54	11.53	15.79	75.41	1.07	0.008	3.03	68.56	21.51	6.41			
	Rej. 02	50.0	555.15	15.55	17.63	72.71	1.10	0.009	4.57	89.18	29.86	10.04			
	Rej. 03	75.0	611.71	17.14	19.10	70.58	1.12	0.010	5.45	95.37	33.43	12.46			
	Rej. 04	99.9	642.57	18.00	20.56	68.40	1.14	0.012	6.17	97.09	35.64	14.56			
	Conc. 01	24.99	3158.31	88.47	65.75	4.51	0.51	0.015	96.97	31.44	78.49	93.59			
	Conc. 02	49.97	3014.70	84.45	67.80	1.63	0.48	0.015	95.43	10.82	70.14	89.96			
	Conc. 03	74.96	2958.14	82.86	68.45	0.71	0.46	0.015	94.55	4.63	66.57	87.54			
	Conc. 04	99.94	2927.28	82.00	68.65	0.45	0.45	0.015	93.83	2.91	64.36	85.44			
	Alim.	-	3569.9	100.00	59.99	12.68	0.57	0.014	100.00	100.00	100.00	100.00			
	Lama	-		0.00											
	Índ. Sel. f(Conc. Calc.):				22.53				Índ. Sel. f(Conc. Anal.):				22.53		

Os dados apresentados nesta tabela consideram os resultados tratados e com o erro de análises distribuído nos diversos fluxos empregando a minimização de erros apresentada na revisão bibliográfica. Este teste de cinética de flotação representa os estágios *rougher* e *cleaner* do circuito de flotação, em circuito aberto.

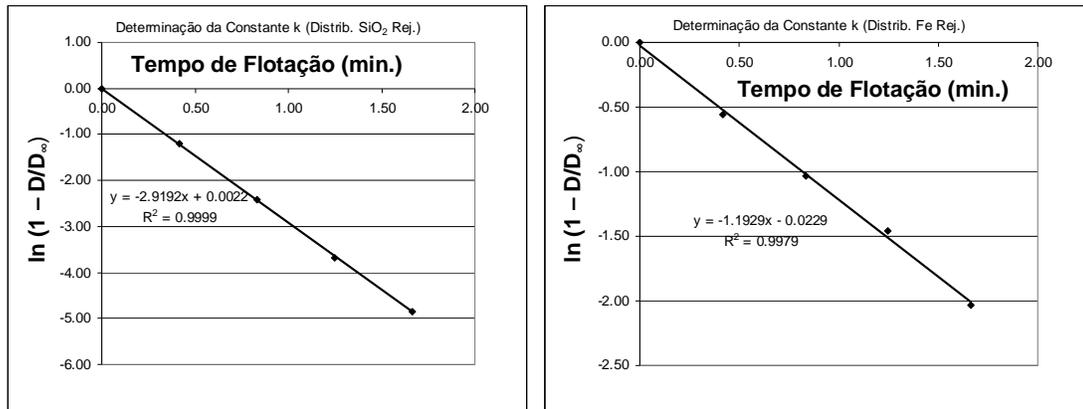
Os resultados de distribuição de teores foram plotados de forma gráfica, assim como os resultados previstos a partir do modelo de primeira ordem a uma variável e são apresentados na figura 6.34.



**Figura 6.34: Distribuição de teores obtidos na flotação em bancada para a fração -0,15mm deslamada de Brucutu – dados experimentais versus dados calculados pelo modelo de primeira ordem a uma variável.**

Observa-se, a partir da figura 6.34 uma aproximação excelente entre os dados experimentais e aqueles calculados pelo modelo de cinética de primeira ordem a variável, tanto para a distribuição dos teores de sílica quanto de ferro, na espuma de flotação.

Considerando que a função de distribuição de teores tem um comportamento exponencial, estas funções foram linearizadas com a finalidade de determinar as constantes cinéticas de flotação, conforme mostrado na figura 6.35.



**Figura 6.35: Linearização das funções da figura 6.34 para a determinação das constantes cinética de flotação para os minerais de ferro (obtido pela distribuição de teores de ferro) e para o quartzo (obtido pela distribuição de teores de sílica).**

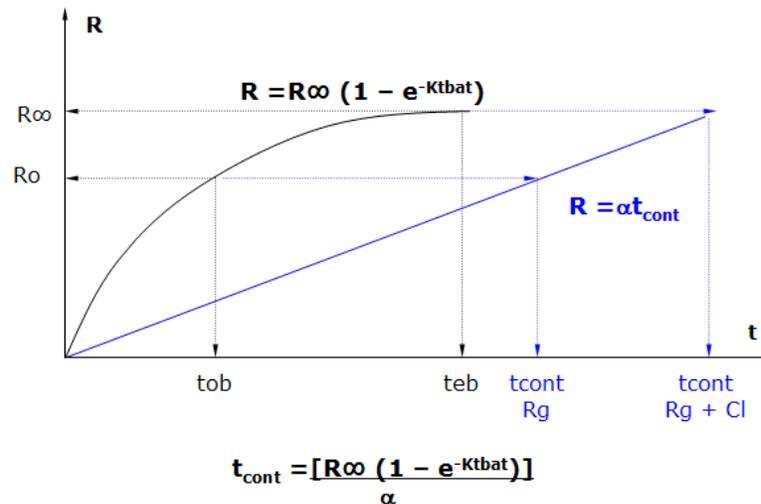
Como resultado, obtiveram-se as seguintes equações de distribuição de teores:

- para os minerais de ferro:  $Distribuição_{Fe} = 7,1 \cdot (1 - e^{-1,2197 \cdot t})$ ; (6.5)

- para o quartzo:  $Distribuição_{SiO_2} = 97,86 \cdot (1 - e^{-2,9087 \cdot t})$ . (6.6)

Para uma flotação em bancada que entra em exaustão para um tempo aproximado de 100s, tem-se que a taxa de flotação dos minerais de ferro torna-se maior que aquela apresentada pelo quartzo (“tempo ótimo de flotação”, segundo Wills, 1997) em torno de 64s.

Com o objetivo de estabelecer uma forma de escalonamento dos testes em batelada (em bancada) para o teste contínuo (teste em escala piloto), empregou-se como raciocínio a seguinte abordagem, esquematizada na figura 6.36:



**Figura 6.36:** Quadro esquemático relacionando os resultados de cinética de flotação de primeira ordem a uma variável (aplicados aos dados em batelada) para a previsão de resultados em escala contínua.

A figura 6.36 mostra, em primeiro lugar a função exponencial  $R = R_{\infty} (1 - e^{-kt_{bat}})$ , representando a distribuição de teores na espuma para um testes em batelada, sendo  $R_{\infty}$  a distribuição máxima de teor possível de alcançada em escala de bancada, para uma condição já otimizada de flotação (pH, rotação, %sólidos, dosagem de reagentes).  $k$  é a constante cinética,  $t_{ob}$  e  $t_{eb}$  correspondem, respectivamente, ao tempo de inversão e de exaustão obtidos a partir da análise dos resultados do testes em escala de bancada.

A função linear representa o resultado de um teste contínuo de flotação na linha de desbaste e limpeza. Existem, na literatura, defesas diferentes quanto ao comportamento desta função. Para este caso em específico, o comportamento linear foi adotado considerando que a massa de afundado e de flotado em flotações contínuas possuem flutuações em torno de uma média que garantem as partições e a possibilidade de um fechamento de um balanço de massas. Desta maneira é razoável admitir, para simplificação desta análise, que há um valor médio de taxa de fluxo com comportamento constante para um dado instante da flotação, ou seja, seria o mesmo que dizer que não há variações abruptas de vazões durante uma flotação, desde que mantidas as condições operacionais (% sólidos, dosagem de reagentes, aeração, pH, etc.)

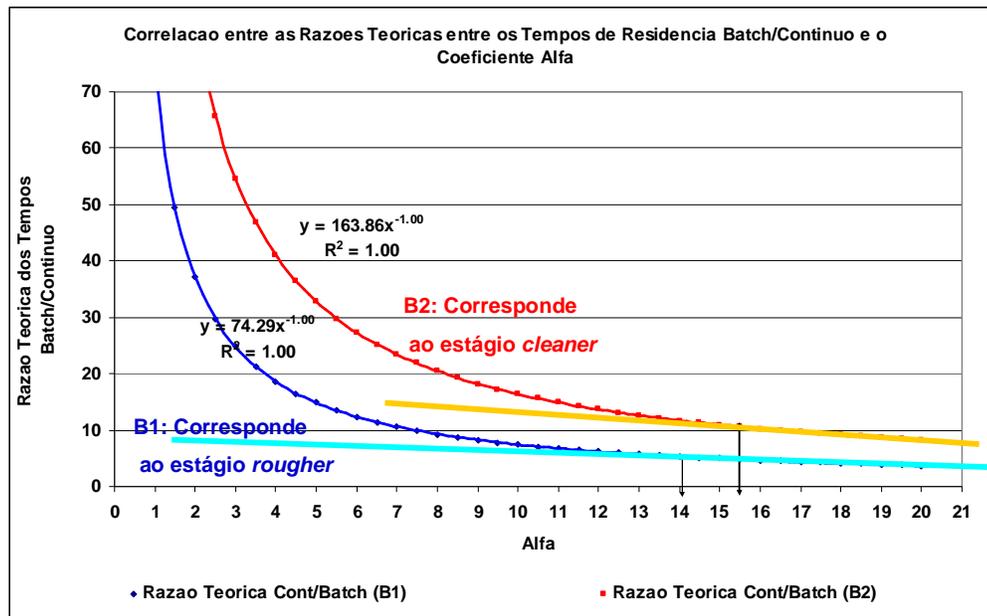
Outra suposição admitida neste raciocínio é que, para tempo analisado em escala de bancada, há um tempo correspondente na flotação em escala contínua em que é possível obter os mesmos resultados de distribuição de teores tanto em bancada quanto em escala contínua. Esta suposição indica, então, que é possível obter o mesmo nível de  $R_{\infty}$ , tanto para o processo em batelada quanto para o processo contínuo. Outro aspecto importante para estas simplificações é que os testes em batelada necessitam contemplar flotação até a exaustão na etapa de concentração por flotação aqui designada por *cleaner*. Estas premissas permitem realizar a igualdade das equações exponencial e linear (figura 6.36), estabelecendo uma relação entre os tempos de flotação em escala de bancada e contínua, guardando entre si um coeficiente de proporcionalidade, agora designado por  $\alpha$ :

$$t_{contínuo} = \frac{\left[ R_{\infty} (1 - e^{-kt_{batelada}}) \right]}{\alpha} \quad (6.7)$$

O coeficiente de proporcionalidade nada mais é que o “número que se deve multiplicar o tempo de bancada para a obtenção do tempo de flotação contínuo”, conforme descrito no jargão da flotação de minério de ferro. No entanto, ao invés de ser fixo, como sugerido pela prática operacional do minério de ferro (de 2 a 3 vezes o resultado de bancada), este valor é estabelecido da seguinte forma:

- estabelecer o quociente entre o tempo contínuo e o tempo de bancada, para valores de  $\alpha$  que variam de 0 a no máximo 25;
- construir, de forma gráfica, uma função que relacione este quociente com os valores de  $\alpha$ ;
- a função obtida deverá tender a um comportamento assintótico;
- na região terminal desta função, deve-se construir uma assíntota que coincida com o maior número possível de pontos;
- o ponto desta função em que está assíntota não mais tangenciar a função, lê-se o valor de  $\alpha$ ;
- este valor de alfa é substituído na equação 6.7 e obtém-se o tempo de residência para a flotação em escala contínua necessário à obtenção dos resultados obtidos em bancada (partições em massa e teores dos diversos fluxos).

A figura 6.37 apresenta a determinação dos valores de alfa para os estágios *rougher* e *cleaner* para a flotação da fração -0,15mm deslamada de Brucutu (14 para o banco *rougher* e 15,5 para o banco *cleaner*).



**Figura 6.37:** Gráfico para determinação do coeficiente  $\alpha$ , que estabelece a relação entre as funções de distribuição de teores em escala contínua e batelada.

A substituição destes valores, nas equações anteriores, projetou os tempos obtidos em escala de bancada (considerando os teores necessários de serem obtidos em cada fluxo do circuito de flotação) em 6,6 minutos para o banco *rougher* e 4,4 minutos para o banco *cleaner*, no circuito de flotação contínuo.

Os testes em escala piloto foram realizados buscando as mesmas condições ótimas estabelecidas em escala de bancada e a vazão de alimentação nova foi ajustada a fim de garantir o tempo de residência indicado para o estágio *rougher*. O tempo de residência no estágio *cleaner* ficou maior que aquele previsto em escala de bancada devido à impossibilidade de redução do volume de reatores na escala piloto.

A tabela VI.19 apresenta a comparação entre os resultados previstos em escala de bancada e aqueles obtidos em escala piloto.

**Tabela VI.19: Comparação entre os resultados previstos em escala de bancada e os resultados previstos em escala piloto para flotação da fração -0,15mm deslamada.**

Fluxo	Partição (%)		Teor de Ferro (%)	
	Prevista pela Cinética (Circuito Aberto)	Obtida em Teste Piloto (Circuito Fechado)	Previsto pela Cinética (Circuito Aberto)	Obtido em Teste Piloto (Circuito Fechado)
Alimentação	100	100	59.99	59.42
Concentrado Banco Rougher	82.86	82.23	68.45	67.60
Rejeito Banco Rougher	17.14	17.77	19.10	21.55
Concentrado Banco Cleaner	82.00	79.33	68.65	68.14
Rejeito Banco Cleaner	0.86	2.90	49.61	52.73

Fluxo	Teor de Sílica (%)		Tempo de Residência (min)	
	Previsto pela Cinética (Circuito Aberto)	Obtido em Teste Piloto (Circuito Fechado)	Previsto pela Cinética (Circuito Aberto)	Obtido em Teste Piloto (Circuito Fechado)
Alimentação	12.68	13.02	--	--
Concentrado Banco Rougher	0.71	1.38	6.63	7.04
Rejeito Banco Rougher	70.57	66.87		
Concentrado Banco Cleaner	0.45	0.66	4.39	8.73
Rejeito Banco Cleaner	25.20	21.08		

A tabela VI.20 apresenta as condições de testes praticadas em escala de bancada e em escala piloto.

**Tabela VI.20: Condições de teste praticadas em escala de bancada e escala piloto.**

Teste	Amina (g/t SiO <sub>2</sub> )	Amina (g/t Alim.)	pH inicial	%Sólidos Inicial
Teste de Cinética	150	700	10,7	50,0
Teste Piloto	220	650	10,5	51,3

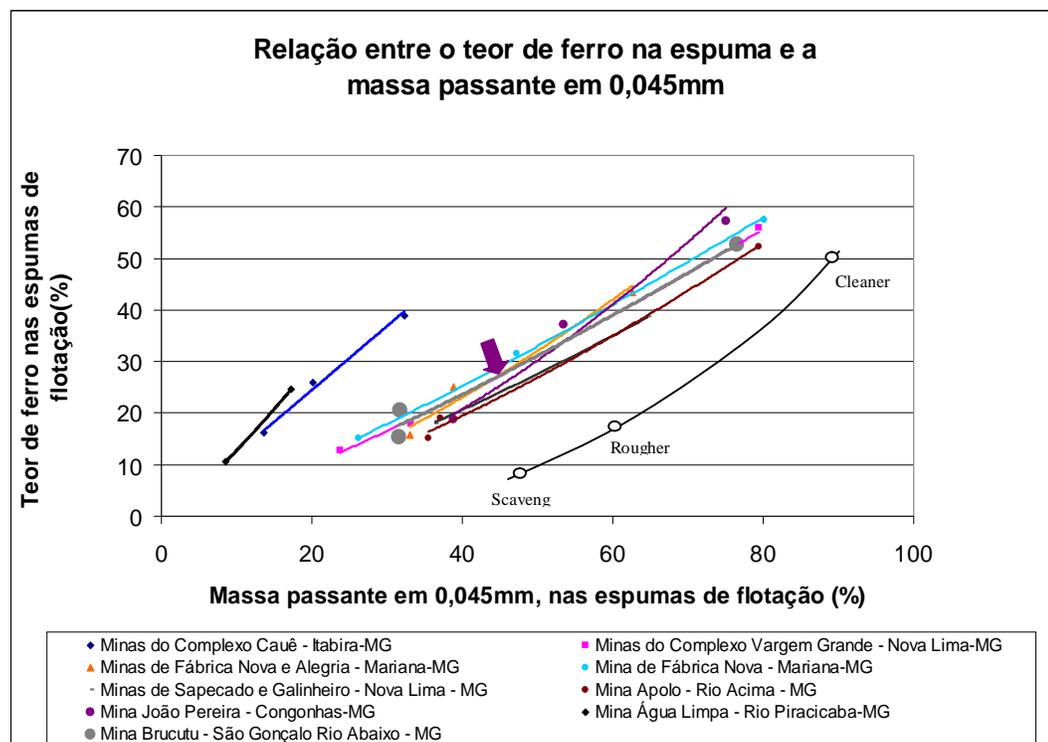
Considerando os erros associados à amostragem, representatividade de amostras para o estudo em escala de bancada (ordem de 100kg) e para o teste em escala piloto (ordem de 100 toneladas) observa-se uma aproximação excelente dos resultados previstos em escala de bancada e aqueles obtidos no teste contínuo em escala piloto.

As diferenças de resultados estão coerentes com as condições de contorno dos testes, podendo ser destacados:

- teor de ferro maior na espuma do estágio *rougher*, como resultado de uma maior dosagem de coletor na escala piloto e tempo de residência ligeiramente maior;
- teor de ferro maior e perda em massa maior para a espuma, como resultado do tempo de residência maior, praticado em escala piloto.

Apesar do estágio *scavenger* não ter sido avaliado sob a ótica da cinética de flotação, trata-se de um procedimento que pode ser aplicado para o escalonamento deste estágio. Vários resultados foram obtidos para diversos outros minérios, de composição mineralógica e distribuição de tamanhos variados, com razoável aderência de resultados.

Um último aspecto que merece ser ainda avaliado é o resultado de teor de ferro no rejeito final da flotação e a sua relação com o a distribuição de tamanho de partícula na alimentação nova. A figura 6.38 apresenta uma versão atualizada da figura 6.38, agora com a inclusão do resultado de flotação com o minério de Brucutu. Esta inclusão mostra que a flotabilidade dos minerais de ferro sofre forte influência da distribuição de tamanhos e que este resultado está coerente com os demais resultados obtidos para minérios diferentes no Quadrilátero Ferrífero.



**Figura 6.38: Atualização da figura 6.13, com a inclusão do resultado de flotação com o minério de Brucutu.**

Ressalta-se que existem trabalhos em desenvolvimento que consideram o aumento da recuperação metalúrgica em flotação de minério de ferro. Estas inovações ainda não estão incorporadas nesta pesquisa.

## 7- CONCLUSÕES

A partir dos diversos aspectos abordados no capítulo de resultados e discussões, podem ser destacadas as seguintes conclusões:

### 7.1- Para a Análise Mineralógica e Partição dos Minerais nos Diversos Fluxos de Minério no Circuito de Beneficiamento

Considerando a quantificação mineralógica em replicata, nas diversas frações granulométricas, tem-se:

- a análise detalhada de cada trama/microestrutura dos minerais de ferro de hematita, segundo a identificação proposta para este trabalho (hematita especular, hematita lamelar, hematita granular, hematita sinuosa ou lobular) indica dispersão muito grande de resultados, indicando ser inviável qualquer determinação quantitativa considerando este nível de detalhe e/ou a análise a partir de um único analista;
- as principais razões da dispersão maior dos resultados de análise mineralógica são a segregação de partículas minerais durante o embutimento, em função da diferença de densidade de partícula, e a dificuldade da distinção e quantificação correta de minerais de ferro cuja forma é mais distante daquela apresentada por uma esfera (caso das partículas placóides e alongadas);
- não foi observada uma tendência de maior ou menor dispersão dos resultados de quantificação mineralógica em faixas específicas de tamanhos de partículas, ou em casos de partículas monocristalinas ou policristalinas;
- há uma tendência geral da análise química calculada para o teor de ferro, a partir da quantificação mineralógica, sempre ser maior que aquela obtida pela análise química direta em função da segregação de partículas minerais durante o processo de preparação de pastilhas. Assim, a porosidade, principal responsável por estas diferenças, necessita ser considerada durante o processo de preparação de amostras para a análise mineralógica;
- para a validação de resultados de quantificação mineralógica, em comparação com análise química, deve-se considerar fechamentos químicos diferenciados:

flexibilizar os limites de fechamento químico calculado a partir da composição mineralógica para minérios constituídos tipicamente por minerais mais hidroxilados;

- a análise da partição dos minerais, segundo os diversos fluxos do circuito de beneficiamento, indica as seguintes características para os minérios da jazida de Brucutu:

- o mineral hematita, por ser o mineral de ferro mais abundante, encontra-se distribuído em todas as frações granulométricas, mas tem maior concentração na fração  $-0,15\text{mm}$ . O mesmo comportamento é observado para a hematita martítica;

- a magnetita, por ser essencialmente reliquiar na hematita martítica, segue a sua partição. As concentrações maiores ocorrem na fração de alimentação da jigagem e na fração  $-0,15\text{mm}$ ;

- a goethita distribui-se preferencialmente nas frações granulométricas mais grossas, concentrando-se preferencialmente na fração  $+1\text{mm}$ , sendo que os minerais de manganês apresentam partição similar;

- o quartzo é o mineral que apresenta maior migração entre as diversas frações granulométricas. Após as etapas de cominuição, concentram-se preferencialmente nas frações granulométricas mais finas. A fração  $-0,15\text{mm}$  é a que apresenta a maior participação de quartzo;

- os minerais caulinita e gibbsita estão tipicamente relacionados aos minerais de ferro mais hidroxilados. Desta maneira, seguem a partição do mineral goethita, concentrando-se nas frações granulométricas acima de  $1\text{mm}$  e na fração granulométrica de lama;

- a fração  $-1+0,15\text{mm}$  apresenta-se com comportamento intermediário das frações  $+1\text{mm}$  e  $-0,15\text{mm}$ , em termos de partição mineralógica.

## **7.2- Para a concentração gravítica**

- a densidade de partícula, que é a propriedade diferenciadora nesta operação unitária de concentração, é afetada diretamente pela porosidade das partículas, associações minerais e forma das partículas.

De uma maneira geral, são partículas que tendem a constituir o rejeito da jigagem (porção com partículas com densidade menor):

- goethitas (aquelas com porosidade elevada: goethita alveolar, goethita terrosa, goethita com poros e interstícios preenchidos por caulinita e gibbsita);
- hematita martítica com porosidade maior que aproximadamente 30% em volume;
- partículas policristalinas de hematita com porosidade superior a 30% em volume;
- partículas constituídas pela associação de goethita/hematita martítica/massas terrosas;
- partículas constituídas pela associação de ferro/quartzo, onde o quartzo é predominante e a porosidade é superior a 30% ou aquelas com porosidade menor que 30% em volume mas que são mistas (quartzo e hematita) e que possuem formato tabular;
- minerais acessórios (óxidos/hidróxidos de manganês, caulinita, gibbsita, etc.).

De uma maneira geral, são partículas que tendem a constituir o concentrado da jigagem (porção com partículas com densidade maior):

- goethitas (aquelas com porosidade baixa);
  - hematita martítica com poros totalmente preenchidos pela goethita de maior compacidade;
  - partículas policristalinas de hematita com baixa porosidade (menor que 10% em volume);
  - partículas constituídas pela associação de minerais de ferro/quartzo, onde o quartzo tem proporção similar à dos minerais de ferro e a porosidade é inferior a 10%.
- partículas com tamanho maior que 6,35mm, que possuem formas tabulares e alongadas tendem a impedir o processo de estratificação das camadas no leito de partículas do jigage, permanecendo estacionárias no leito;
  - é possível observar que o modelo mineralógico genérico, elaborado a partir de observações de diferentes minérios distribuídos no Quadrilátero Ferrífero, engloba um conhecimento aplicável a minério de ferro. O trabalho de modelamento da operação unitária de jigagem de minérios de Brucutu é bastante aderente a este modelo genérico;

- a conjugação de análise mineralógica, segundo classes de associações minerais, com a distribuição granulométrica e a análise química, aliados ao modelo de estratificação de leitos de partículas existente no programa MODSIM, mostraram-se bastante adequados na previsão dos resultados de recuperação em massa e qualidade química de produtos para a operação unitária de jigagem;
- o minério de Brucutu, frente ao processo de estratificação em um jigue, apresenta as seguintes características segundo três regiões imaginárias do leito de partículas: região onde há o predomínio de partículas de porosidade baixa (região A), de porosidade intermediária (região B) e de porosidade elevada (região C). Na região A, a porosidade média das partículas é inferior a 15% em volume. Na região B, tem-se partículas com porosidade média variando de 15% a 35% e, na região C, superiores a 35% de porosidade, chegando até a 70%.

### **7.3- Para a concentração magnética**

Na concentração magnética de minérios de ferro, a propriedade diferenciadora susceptibilidade magnética das partículas minerais necessita ser vista de uma maneira mais aplicável, de forma a permitir seu emprego na prática operacional. Deve-se introduzir o conceito de partículas minerais susceptíveis a campos magnéticos com intensidade bem determinada. Tomando este cuidado na análise de susceptibilidade magnética, torna-se possível a previsão mais acertada da recuperação em massa e a identificação prévia de problemas operacionais em potencial, como por exemplo os entupimentos. No minério de ferro, podem ser distinguidos três grandes grupos de partículas em termos de Suscetibilidade magnética:

- partículas minerais susceptíveis a campos magnéticos de intensidade baixa: trata-se de uma população de partículas constituídas por magnetita preservada ou com grau de martitização pouco avançado e que representam grande participação na massa total do mineral-minério a ser concentrado. Em geral, observa-se que a magnetita reliquiar (ou relictual), tanto na hematita quanto na hematita martítica, participa com mais de 30% do volume da partícula. Por questões operacionais, a fim de evitar entupimentos em equipamentos de

intensidade de campo média e alta, exige a aplicação de um equipamento com baixa intensidade de campo magnético;

- partículas susceptíveis a campos magnéticos de intensidade intermediária: partículas constituídas por qualquer associação mineral na qual a magnetita está presente numa proporção de 5 a 30% do volume da partícula, independente do processo de formação mineralógica envolvido. Neste caso, torna-se necessário o emprego de um separador magnético de intensidade média de campo a fim de garantir bons níveis de recuperação e, ao mesmo tempo, evitar problemas operacionais por entupimento para equipamentos de intensidade elevada de campo;

- partículas susceptíveis somente a campos magnéticos de intensidade elevada: são aquelas em que a magnetita relíquia tem participação menor que 5% no volume na população de partículas. Para que haja a recuperação efetiva dos minerais de ferro, torna-se necessário o emprego de separadores magnéticos de intensidade alta de campo;

- em equipamentos do tipo WHIMS, o arraste hidrodinâmico torna-se mais acentuado quando as partículas e/ou cristais a serem concentrados apresentam porosidade elevada e granulação tipicamente inferior a 70 $\mu$ m, para *gap* de 3,8mm e 45 $\mu$ m para GAP de 2,5mm.
- a presença de quartzo tipicamente mais grosso traz um efeito negativo quanto a recuperação em massa, pois há a necessidade de abertura de *gap* para evitar entupimentos, o que ocasiona perdas de minerais de ferro para o rejeito;
- minérios tipicamente especularíticos tendem a apresentar quartzo com inclusões de hematita. Este tipo de associação faz com que o quartzo venha a ser recuperado para o concentrado no caso de separação magnética de alta intensidade;
- o curto-circuito, comum nos diversos estágios de concentração, é pouco expressivo nesta operação de concentração, no que diz respeito à perda de partículas minerais com susceptibilidade magnética elevada para o produto não magnético. Ao contrário, observa-se o arraste de partículas de baixa susceptibilidade magnética para o produto magnético;

- a conjugação de análise mineralógica segundo classes de associações minerais, de distribuição granulométrica e de análise química, aliados ao modelo de estratificação de leitos de partículas existente no programa MODSIM mostraram-se bastante adequados na previsão dos resultados de recuperação em massa e qualidade química de produtos para a operação unitária de concentração magnética. Apesar dos resultados químicos simulados terem boa aproximação aos resultados obtidos em teste piloto, não foi possível estabelecer uma boa previsão da partição dos minerais a partir dos modelos existentes;
- os minerais que estão associados à magnetita, por menor que seja o teor de magnetita existente, são recuperados nos estágios de concentração magnética de média intensidade, não sendo observado um mínima quantidade sequer dos mesmos nos estágios de concentração magnética de alta intensidade, mesmo nas frações granulométricas mais finas;
- apesar susceptibilidade magnética baixa dos minerais de hematita especular, lamelar, granular e lobular (ou sinuosa), o que exigiria estágios de alta intensidade para a sua recuperação final, tem-se uma quantidade significativa dos mesmos no produto magnético de média intensidade. Este resultado pode ser explicado pela associação deste tipo de hematita com minerais que possuem magnetita reliquiar e também pelo efeito de engaiolamento de partículas minerais;
- o quartzo presente na alimentação da concentração magnética não é recuperado, em sua maioria, indo para o produto não-magnético. Observou-se uma maior participação deste mineral nas frações granulométricas mais finas dos produtos magnéticos de média e alta intensidade de campo possivelmente por arraste mecânico, como resultado do processo de “engaiolamento”, jargão usado na indústria de beneficiamento de minério de ferro. Observado que a presença de quartzo para o produto magnético ocorre mais frequentemente, na concentração de média intensidade, para partículas de tamanho entre 0,71 e 0,15mm. Na concentração de alta intensidade, observa-se que o arraste está presente, mas a concentração de quartzo guarda uma correlação direta com a quantidade de quartzo presente na alimentação dos equipamentos;
- o mineral hematita martítica, apesar de ser o produto da alteração da magnetita pelo processo de martitização, não apresenta magnetismo residual (salvo nas situações em que a magnetita relictual está presente), comportando-se como a hematita. A maior

diferença em relação à hematita é que as partículas menores são mais difíceis de serem recuperadas mesmo em campos magnéticos de alta intensidade, em função da porosidade intrínseca do seu cristal;

- a goethita, assim como a hematita martítica, apresenta melhor recuperação frente à concentração de alto campo magnético. Mesmo no alto campo, as partículas de maior tamanho são menos recuperadas por possuírem a maior porosidade frente às frações anteriores e demais minerais.

#### **7.4- Para a moagem**

Quanto às características de trama que facilitam a cominuição, podem ser destacadas:

- partículas de minerais de ferro cujos cristais são tipicamente compactos (casos de cristais de hematita com trama especular, lamelar, granular e sinuosa), orientados, sem associações com goethita, cuja porosidade apresenta certo nível de conexão e os cristais têm tamanho inferior à malha de cominuição;
- partículas policristalinas de minerais de ferro cujos poros e interstícios estão preenchidos por minerais de baixa resistência física (caulinita, gibbsita, óxidos/hidróxidos de manganês, goethita terrosa);
- partículas com áreas internas microfraturadas, indicando zonas de fraqueza;
- quartzo na forma de agregados sacaroides em que os cristais apresentam uma granulação inferior à malha de cominuição;
- grande participação de hematita martítica e goethita terrosa (ou goethita-limonita, ou limonita), com porosidade elevada.

Quanto às características de trama que dificultam a cominuição, podem ser destacadas:

- partículas policristalinas de hematita com trama/microestrutura sinuosa (ou lobular) e granular, com baixa porosidade;
- presença de minerais de ferro associados com goethita; a goethita atua como cimento, conferindo grande resistência física à partícula;
- presença de minerais de grande resistência física, cujos tamanhos de cristal são maiores que a malha de cominuição, sendo este o caso do quartzo e magnetita.

### 7.5- Para a deslamagem e a flotação

Considerando que a alimentação da flotação possui uma distribuição granulométrica adequada para este processo de concentração, algumas características das partículas minerais devem ser consideradas. Quanto às que afetam negativamente:

- presença e geração de lamas: em geral, minérios tipicamente hidroxilados, cuja formação mineralógica tem forte influência do intemperismo, apresentam grande participação de goethita terrosa com significativa granulação inferior a  $10\mu\text{m}$ . Em sistemas turbulentos, também têm a tendência de geração de maior quantidade de lamas, devido a sua maior fragilidade. Os minérios hidroxilados tendem a apresentar grande participação de gibbsita, caulinita e outros minerais de menor proporção que têm o mesmo comportamento e são nocivos ao processo de flotação frente à adsorção dos reagentes empregados;
- presença de contaminantes em poros e interstícios: não só afetam o desempenho da flotação com a dissociação de íons, na polpa, prejudiciais à adsorção dos reagentes, como tendem a elevar o teor de contaminantes no *pellet feed* a ser produzido, tais como teores elevados de fósforo, sílica, alumina, etc.;
- recobrimento de minerais por massas terrosas: no caso de minerais de ferro, são potenciais geradores de lamas em circuitos de flotação. No caso do quartzo, além de potenciais geradores de lama, inibem a adsorção de coletor;
- liberação de quartzo: que é a condição básica para qualquer processo de concentração, onde a ganga e o mineral-minério encontram-se livres para serem separados.

De uma maneira geral tem-se que:

- o tamanho de partícula é determinante na definição na recuperação metálica em circuitos de flotação. Minerais de ferro com cristais tipicamente compactos (caso das hematitas com trama especular, lamelar, granular e sinuosa) são mais facilmente coletados para espuma para tamanhos de cristais menores que  $45\mu\text{m}$ . Minerais de ferro com cristais mais porosos, como é o caso das diversas goethitas e da hematita martítica, são mais sensíveis para uma granulação inferior a  $60\mu\text{m}$ ;

- mesmo possuindo uma distribuição granulométrica mais grossa (preferencialmente distribuído na fração  $-0,150+0,075\text{mm}$ ), o quartzo não apresentou nenhuma restrição quanto à flotabilidade, se considerado células tipo convencional;
- a flotabilidade dos minerais de ferro tem uma relação direta com a distribuição do tamanho das partículas minerais, sendo que quanto mais fino, maior a perda de minerais de ferro para a porção flotada. Os minérios specularíticos são constituídos pela faixa mais ampla de distribuição de tamanho de partículas e tendem, neste caso, a ter maior flotabilidade dos minerais de ferro. Desta forma, é comum a interpretação de que minérios specularíticos tem maior flotabilidade dos minerais de ferro, se comparado com minérios goethíticos, martíticos e magnetíticos, sendo comum generalizar este comportamento para este tipo de minério;
- a interpretação da cinética de flotação, a partir do tratamento de resultados de testes em escala de bancada, apresenta boa aplicação no que refere à previsibilidade das etapas de concentração por flotação e previsão das partições em massa e dos teores dos produtos flotado e afundado;
- a metodologia proposta nesta tese, além de indicar as partições e qualidades para os estágios *rougher* e *cleaner*, fornece a estimativa do tempo de residência em células convencionais (ou mecânicas), necessários para o atingimento da eficiência desejada. Os resultados são bastante aderentes se consideradas os mesmos parâmetros operacionais, tais como diluições, dosagem de reagentes, pH, rotação;
- para o caso específico dos minérios de Brucutu, não foi avaliado a aplicação da metodologia de cinética de flotação para a avaliação do estágio *scavenger*, mas os resultados são também consistentes se considerados os diversos minérios existentes no quadrilátero ferrífero.

## 8- CONTRIBUIÇÕES ORIGINAIS AO CONHECIMENTO

Esta tese apresenta como principais conclusões originais ao conhecimento:

- a análise quantitativa de erros associados à análise mineralógica de minérios de ferro e estabelecimento de critérios de aceitação destes resultados baseados em analogia entre fechamento químico calculado a partir da quantificação mineralógica e fechamento químico obtido a partir da análise química direta;
- a associação das características mineralógicas da assembleia de minerais do minério de ferro na compreensão do desempenho de operações unitárias de concentração mineral, propondo um modelo genérico para estas operações. Aborda aplicações práticas desta abordagem para as operações de concentração por jigagem, concentração magnética em equipamentos tipo tambor de média intensidade e tipo WHIMS e concentração por flotação;
- a identificação da influência determinante da distribuição de tamanho de partículas minerais na recuperação metálica frente ao processo de flotação de minério de ferro;
- a apresentação de um método simplificado e prático, a partir do conhecimento de cinética de flotação, para a simulação de circuito de flotação de minério de ferro em células mecânicas ou convencionais. Este método possibilita a previsão das partições em massa nos fluxos internos do circuito como também as qualidades químicas dos diversos produtos, além do tempo de residência necessário para cada estágio de flotação;
- a identificação das características mineralógicas de maior relevância nos processos de concentração de minério de ferro.

## 9- SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Neste capítulo, são feitas algumas sugestões para trabalhos futuros relacionados à caracterização de minérios focada na previsibilidade de operações de concentração:

- a- investigação mais ampla da aplicação de cinética de flotação voltada à previsão de circuitos contínuos de flotação, para diferentes tipos de minérios de ferro;
- b- extensão da aplicação do método simplificado para previsibilidade de circuitos de flotação, apresentado nesta tese, para circuitos com colunas de flotação;
- c- avaliação dos aspectos hidrodinâmicos nos reatores de flotação e introdução deste conhecimento na previsão de resultados de circuitos de flotação;
- d- desenvolvimento da aplicação de análise de imagem na identificação de tipos de associações minerais;
- e- aplicação do trinômio caracterização mineralógica, análise de imagem e automação em circuitos industriais de beneficiamento mineral;
- f- aplicação de análise de imagem na identificação de porosidade de partículas minerais.

## 10- REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABRAHAM, F.F. Functional Dependence of Drag Coefficient of a Sphere on Reynolds Number. *The Physics of Fluids*, v.13, p. 2194-2195, 1970.

AFRUNS, J.P.; KITCHENER, J.A. The Absolute Rate of Capture of Single Particles by Single Bubbles. *Flotation*. SME, Gaudin Memorial Volume (M.C. Fuerstenau, ed.) p.625-637. 1976.

ALLEN, H.S. The Motion of a Sphere in a Viscous Fluid. *Philosophical Magazine*, v.50, p.323-338, 1900.

ALLEN, J.R.L., *Sedimentary Structure: Their Character and Physical Basis*. Amsterdam: Elsevier, 1982.

ALMENDRA, E.R. *Velocidade de Sedimentação de Sistemas Particulados*. Rio de Janeiro: COPPE/UFRJ, 1979. (Dissertação de Mestrado, Programa de Engenharia Metalúrgica, COPPE/UFRJ).

AGRICOLA, G., 1556. *De Re Metallica*, (Traduzido por H.C. Hoover e L.H. Hoover), Dover Publications (1950).

ANDERSON, J.C. *Magnetism and Magnetic Materials*. London: Chapman and Hall Ltd, 1968. p.24.

BAGCHI, A., CHHABRA, R.P. Acceleration Motion of Spherical Particles in Power Law Type Non-Newtonian Liquids, *Powder Technology*, v.68, p85-90, 1991.

BAGNOLD, R.A. Experiments on a Gravity Free Dispersion of Large Solid Spheres in a Newtonian Fluid under Shear, *Proc. R. Soc.*, London, Ser. A, v.225, p49-63, 1954.

BARBERY, G. *Mineral Liberation; Measurement, Simulation and Practical Use in Mineral Processing*. Quebec: Editions GB., 1991.

BECK, A.J.G., HOLTHAM, P.N. Computer Simulation of Particle Stratification in a Two-Dimensional Batch Jig. *Minerals Engineering*, v.6, p523-536, 1993.

BECKER, H.A. The Effect of Shape and Reynolds Number on Drag in the Motion of a Freely Oriented Body in an Infinite Fluid, *Canadian Journal of Chemical Engineering*, v.37, p85-91, 1959.

BIRD, B.M., MITCHELL, D.R. Jigs. In: *Coal Preparation*, AIME, 1950. p.303.

BIRD, R.B., STEWART, W.E., LIGHTFOOT, E.N. *Transport Phenomena*, New York: John Wiley & Sons, 1960. 780p.

BRADSHAW, D.J.; O'CONNOR, C.T. Measurement of the Sub-process of Bubble Loading in Flotation. *Minerals Engineering*, v.9, p443-448, 1996.

BURT, R.O. *Gravity Concentration Technology*, Amsterdam: Elsevier, 1984, 605p.

CARSLAW, H.S.; JAEGER, J.C. *Conduction of Heat in Solids*. Oxford: Oxford University Press, 1959.

CEYLAN, K., HERDEM, T., ABBASOV, T. A Theoretical Model of Drag Force in the Flow of Non-newtonian Fluids Around Spherical Solid Particles. *Powder Technology*, v.103, p286-191, 1999.

CHANDER, S.; POLAT, M. *Flotation Kinetics: Methods for Estimating Distribution of Rate Constants*. In: Proceedings of XIX International Mineral Processing Congress. SME, 1995, Chapter 17, v.3, p.105-111.

CHONG, J.S., CHRISTIANSEN, E.B., BAER, A.D. Rheology of Concentrated Suspensions. *Journal of Applied Polymer Science*, v.15, p2007s-2021s, 1971.

CLARKE, A.J., JIA, X., WILLIAMS, R.A. Verification of Distinct Element Modeling of Particle Separation in Laboratory Jigs Using Positron Emission Tomography. In: FRONTIERS IN INDUSTRIAL PROCESS TOMOGRAPHY, 1997, Holanda, 8 a 12 de abril.

CLIFT, R., GRACE, J.R., WEBER, M.E., *Bubbles, Drops and Particles*. Academic Press, 1978. 380p. Apud KING, R.P. *Modeling & Simulation of Mineral Processing Systems*. 1.ed. University of Utah, USA: Butterworth-Heinemann, 2001. 403p.

COLEMAN, R. Least Squares and Its Application to Mineral Liberation. *Arch. Mining Sci.*, Poland, v.33, p270s-290s, 1988.

CONCHA, F., ALMENDRA, E.R. Settling Velocities of Particulate Systems, Settling Velocities of Individual Spherical Particles, *International Journal of Mineral Processing*, v.5, n.1, p349s-367s, 1979.

CONCHA, F., BARRIENTOS. Settling Velocities of Particulate Systems. Settling of Nonspherical Isometric Particles, *International Journal of Mineral Processing*, v.18, n.4, p297s-308s, 1986.

CONHA, F.A., BARRIENTOS, A.C., MONTERO, J., SAMPAIO, R., 1994. Air Core and Roping in Hydrocyclones. In: PROCEEDINGS OF THE 8<sup>th</sup> EUROPEAN SYMPOSIUM ON COMMINUTION, Stockholm, May, 1994. v.2, p.814-823.

CUTTING, G.W. (1989) Effect of Froth Structure and Mobility on Plant Performance. *Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review*, v.5, p169s-201s, 1989.

DABAK, T., YUCEL, O. Modeling of The Concentration and Particle Size Distribution Effects on The Rheology of Highly Concentrated Suspensions. *Powder Technology*, v.52, n.3, p.193s-206s, october 1987.

DARLEY, H.C.H., GRAY, G.R. *Composition and Properties of Drilling and Completion Fluids*. Fifth Edition, Gulf Publishing, 1988. 634p.

DIPPENAAR, A. The Destabilization of Froths by Solids. *International Journal of Mineral Processing*, v.9, n.1, p.1s-22s, January 1982.

DOBBY, G., FINCH, J.A. An Empirical Model of Capture in a High Gradient Magnetic Separator and Its Use in Performance Prediction. In: XIIth INT. MIN. PROC. CONGR, 1977, São Paulo, Brazil, v.I, p.128-152.

DRYZYMALA, J. Characterization of Materials by Hallimond Tube Flotation. Part 2: Maximum Size of Floating Particles and Contact Angle. *International Journal of Mineral Processing*, v.42, n. 3-4, p153s-168s, December 1994.

FERRARA, G.; PRETI, U.; SCHENA, G.D. Modeling of Screening Operations. *International Journal of Mineral Processing*, v.22, n.1-4, p193s-222s, April 1988.

FLINT, L.R.; HOWARTH, W.J. (1971) The Collision Efficiency of Small Particles With Spherical Air Bubbles. *Chemical Engineering Science*, v.26, n.8, p1155s-1168s, August 1971.

FUERSTENAU, D.W.; WAYMAN, C.H. Effect of Chemical Reagents on The Motion of Single Air Bubbles in Water. *Trans. AIME*, v.211, p694s-699s, June 1958.

GAUDIN, A.M. *Principles of Mineral Dressing*. New York: McGraw-Hill Book Company Inc., 1939. 554p.

GERBER, R.; BIRSS, R.R. High Gradient Magnetic Separation. Chichester: Research Studies Press, 1983. 209p.

GOMES, J.I.A.; CARRISSO, R.C.C. Aplicação da Simulação de Hidrociclones em Circuitos de Moagem. *Série Tecnologia Mineral*, Brasília, n.35, Seção Beneficiamento n.22, p.1s-3s, 1985.

GOTTFRIED, B.S.; JACOBSEN, P.S. *U.S. Bureau of Mines Report of Investigations; Generalized Distribution Curve for Characterizing the Performance of Coal-Cleaning Equipament*. Washington D.C. (USA): Institution of Mining and Metallurgy, 1977. RI8238, 25p (7081259).

GOVIER, G. W., AZIZ, K.. *The Flow of Complex Mixtures in Pipes*. New York: Van Nostrand Reinhold Co., 1972. 792 p (ISBN 0882755471).

HE, Y.B., LASKOWSKI, J.S., KLEIN, B., 2001. Particle Movement in Non-newtonian Slurries: The Effect of Yield Stress on Dense Medium Separation. *Chemical Engineering Science*, v.56, n.9, p2991s-2998s, May 2001.

HEISKANEN, K., 1993. *Particle Classification*, 1<sup>st</sup> ed. New York: Chapman & Hall, 1993. 321p. (ISBN 0412493004 9780412493003)

HEISKANEN, K., LAAPAS, H. On The Effect of Fluid Rheological and Flow Properties in The Wet Gravitational Classification. In: *International Mineral Processing Congress XIII*, 1979, Varsóvia, Polônia. Anais... Amsterdam: 1979. p.417-442.

HERNÁINZ, F.; CALERO, M. Froth Flotation: Kinetic Models Based on Chemical Analogy. *Chemical Engineering and Processing*, 40, p269s – 275s, 2001.

HOLTHAM, P.N. Particle Transport in Gravity Concentrators and The Bagnold Effect, *Minerals Engineering*, v.5, n.2, p205s-221s, 1992.

HOPSTOCK, D.M. Fundamentals Aspects of Design and Performance of Low-Intensity Dry Magnetic Separators. *Trans SME*, 258, p221s-227s, 1975.

HULBURT, H.M., KATZ, S. Some Problems in Particle Technology: A Statistical Mechanical Formulation. *Chemical Engineering Science*, v.19, n.8, p555s-574s, August 1964.

IMAIZUMI, T.; INUOE, T. Kinetic Considerations of Froth Flotation. In: PROCEEDINGS OF 6<sup>TH</sup> CANNES INTERNATIONAL MINERAL PROCESSING CONGRESS, 1965, Cannes: Pergamon Press, Oxford, 1965, p.563-579.

JAMESON, G.L., Physical Factores Affecting Recovery Rates in Flotation. *Minerals Science and Engeneering*, 9, 3, p103s-118s, 1977.

JINNOUCHI, Y., KITA, S., TANAKA, M. New Trends in Theory and Technology of The Air-Pulsated Jigs in Japan. *Minerals and Metallurgical Processing*, p76s-81s, 1984.

JONES, M.P. Applied Mineralogy: A Quantitative Approach. 1<sup>st</sup> Edition. London: Graham and Trotman, April 30, 1987. 272p.

JULIEN, P. Y., *Erosion and Sedimentation*. New York: Cambridge University Press, 1995, xvii + 286p. (ISBN: 0 521 44237 0).

JUNIOR, A.V. *et alii*, 1980, Métodos Físicos de Concentração de Minerais. In: TRATAMENTO DE MINÉRIOS E HIDROMETALURGIA. Recife: ITEP,1980, p. 113-204.

KAHN, H., *Difração de raios X* – Notas de aula, 17p., III Curso de Caracterização Tecnológica de Matérias Primas Minerais, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Minas, Laboratório de Caracterização Tecnológica, Maio de 2001.

KAHN, H., *Microscopia Eletrônica de Varredura e Microanálise Química* – Notas de aula, 10p., III Curso de Caracterização Tecnológica de Matérias Primas Mineraiis, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Minas, Laboratório de Caracterização Tecnológica, Maio de 2001.

KAPUR, P.C., MELOY, T.P. Spirals Observed, *International Journal of Mineral Processing*, v.53, n.1-2, p15s-28s, February 1998.

KARAMANEV, D.G. Rise of Gas Bubbles in Quiescent Liquids. *AIChE Journal*, v.40, n.8, p1418s-1421s, 1994.

KARAMANEV, D.G. Equations for Calculation of Terminal Velocity and Drag Coefficient of Solid Spheres and Gas Bubbles. *Chem. Eng. Communications*, v.147, p75s-84s, 1996.

KARAMANEV, D.G.; NIKOLOV, L.N. Free Rising Spheres do not Obey Newton's Law for Free Settling. *AIChE Journal*, v.38, p1843s-1846s, 1992.

KARRA, V.K. Development of a Model for Predicting the Screening Performance of Vibrating Screens. *CIM Bulletin*, p168s-171s, April 1979.

KELLY, E.G., SPOTTISWOOD, D.J., *Introduction to Mineral Processing*, New York: John Wiley, 1982. 491p. (ISBN 0471033790)

KELLERWESSEL, H. The Baum jig – 100 years old or 100 years young?, *Aufbereitungs-Technik*, v.32, n. 9, p504s-508s, 1991.

KILLMEYER, R.P. *Performance Characteristics of Coal-Washing Equipament: Baum and Batac Jigs* – Technical Report of Investigations USDoE, RI-PMTC-9(80)., Pittsburgh Mining Technology Center, United States, 42p., Pittsburgh.

KING, R.P. A Model for the Design and Control of Flotation Plants; *Applications of Computer Methods in the Mineral Industry*. In: 10<sup>TH</sup> INTERNATIONAL SYMPOSIUM, 1973, South Africa. Johannesburg: M.D.G. Salamon and F.H. Lancaster, eds., 1973, p.341-350.

KING, R.P. A Pilot-Plant Investigation of a Kinetic Model for Flotation. *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, v.78, p325s-338s, July 1978.

KING, R.P. Principles of Flotation. *South African Institute of Mining and Metallurgy*, Johannesburg, 1982.

KING, R.P.; HATTON, T.A.; HULBERT, D.G. Bubble Loading During Flotation. *Trans. Inst. Min. Metall.*, v.C, p.C112s-C115s, 1974.

KING, R.P. *Modeling & Simulation of Mineral Processing Systems*. 1th Edition. University of Utah, USA: Butterworth/Heinemann, 2001. 403p. (ISBN 0 7506 4884 8)

KING, R.P., SCHNEIDER, C.L. Stereological Correction of Linear Grade Distributions for Mineral Liberation. *Powder Technology*, v.98, n.1, p21s-37s, 1998.

KIRCHBERG, H., HENTZSCHEL, W. Neuere Erkenntnisse über den Setzvorgang, *Erzmetall*, v.10, p526s-537s, 1957.

KIRCHBERG, H., TÖPFER, SCHEIBE, W., 1975. The Effect of Suspension Properties on Separating Efficiency of Mechanical Classifiers. In: XI INTERNATIONAL MINERAL PROCESSING CONGRESS, Università di Cagliari, Anais... Cagliari, 1975, p.219-243.

LAPPLE, C.E., SHEPHERD, C.B. Calculation of particle trajectories. *Ind. Eng. Chem.*, v.32, n.5, p605s-617s, 1941.

LAWVER, J.E.; HOPSTOCK, D.M. Wet Magnetic Separation of Weakly Magnetic Materials. *Minerals Sci. Eng*, vol. 6, p154s-172s, 1974.

LEONARD, J.W. *Coal Preparation*. 5<sup>th</sup> edition, Littleton, SME, 1991. 1154p.

LEONARD, I.V.; LEONARD, J.W. Using Tromp Curves to Diagnose Performance Problems in Coal Cleaning. In: BASIC MATHEMATICS AND COMPUTER TECHNIQUES FOR COAL PREPARATION AND MINING, K.K. Marcel Dekker Inc.: Humphreys and J.W. Leonard, eds., 1983. p.71-79.

LYNCH, A.J. & RAO, R.C. Modeling and Scale-up of Hydrocyclones Classifiers. In: 11<sup>TH</sup> INTERNATIONAL MINERAL PROCESSING CONGRESS, Paper n.9, n.2, 1975, Italy. *Proceedings...* Cagliari: 1975. p.245-269.

LINS, F.A.F. Concentração Gravítica. In: LUZ, A. B.; POSSA, M. V.; ALMEIDA, S. L. *Tratamento de Minérios*; 2<sup>a</sup> ed., Rio de Janeiro: CETEM/MCT, 1988. p.259-295.

LINS, F.A.F., SILVA, L.A. Aspectos do Beneficiamento de Ouro Aluvionar. *Série Tecnologia Mineral*, CETEM/CNPq, Rio de Janeiro, v.41, 1987.

MASSARANI, G. *Fluidodinâmica em Sistemas Particulados*. 2<sup>a</sup> ed. Rio de Janeiro: Editora UFRJ, 1997. 189 p.

MAYER, F.W. A New Theory Concerning the Mechanism of Settling with its Consequences for the Rational Shape of the Diagrama of the Washing Stroke and Development of the Corresponding Regulator of a Non-plunger Jig. In: INTERNATIONAL COAL PREPARATION CONFERENCE, I, 1950, Paris. *Anais...* Paris, Paper A7, p.316-322.

MAYER, F.W., Fundamentals of Potential Theory of the Jigging Process. In: INTERNATIONAL MINERAL PROCESSING CONGRESS, VII, 1964, New York. *Anais...* New York, Part 2, p.750-86.

MILLARD, M. Gravity Concentration Equipament. In: Cost Estimation Handbook for the Australian Mining Industry, *The Australasian Institute of Mining and Metallurgy*, Victoria, Australia, cap. 7, p.138-166, 1993.

MISHRA, B.K., MEHROTRA, S.P. Modelling of Particle Stratification in Jigs by The Discrete Element Method. *Minerals Engineering*, v.11, n.6, p.511s-522s, June 1998.

MORRIS, T.M. Measurement and Evaluation of the Rate of Flotation as a Function of Particle Size. *Trans. AIME*, v.193, p794s-797s, August, 1952.

MOYS, M.H. A Study of a Plug Flow Model for Flotation Froth Behavior. *Intl Jnl Mineral Processing*, v.5, p21s-38s, March 1978.

MOYS, M.H. Residence Time Distribution and Mass Transport in The Froth Phase of the Flotation Process. *Intl Jnl Mineral Processing*, v.13, p117s-142s, 1984.

MOYS, M.H. Mass Transport in Flotation Froths. *Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review*. v.5, p203s-228s, 1989.

MURPHY, D.G.; ZIMMERMAN, W.B.; WOODBURN, E.T. Kinematic Model of Bubble Motion in Flotation Froth. *Powder Technology*, v.87, p3s-12s, 1996.

NEETHLING, S.J.; CILLIERS, J.J. A Visual Kinematic Model of Flowing Foams Incorporating Coalescence. *Powder Technology*, v.101, n.3 p249s-256s, March 1999.

NEETHLING, S.J.; CILLIERS, J.J.; WOODBURN, E.T. Prediction of The Water Distribution in a Flowing Foam. *Chem. Eng Science*, v.55, p4021s-4028s, 2000.

OSBORNE, D.G., 1988. *Coal Preparation Technology*. 2<sup>nd</sup> ed.London: Graham and Trotman Ltd, 1988, 522p., v.1..

PETTYJOHN, E.S., CHRISTIANSEN, E.B., 1948. Effect of Particle Shapes on Free-Settling Rates of Isometric Particles. *Chemical Engineering Progress*, v.44, n.2, p157s-172s, 1948.

PICKETT, D.E., RILEY, G.W. Unit Operation and Processes. In: *SME Mineral Processing Handbook; Hindered Settling Concentration and Jigging*. (N.L. Weiss, ed.), 1985. v.1, chapter 4-4, p4-27.

PLITT, V.R. A Mathematical Model of the Hydrocyclone Classifier. *CIM Bulletin*, v.69, p114s-123s, December 1976.

POGORELY, A.D. Limits of The Use of The Kinetic Equation Proposed by K F Beloglazov. *Izv. Vuzov. Tsvetnaya Metaurgia*, n.1, p33s-40s, 1962.

QUEIROZ, L.A. *Emprego da Atrição na Deslamagem: Efeitos na Flotação Reversa de Minérios Itabiríticos*. Belo Horizonte: Escola de Engenharia da UFMG, 2003, 165p. (Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica e de Minas – Área de Tecnologia Mineral).

RATTI, G., *Técnicas de Análise Química de Compostos Inorgânicos* – Notas de aula, 22p., III Curso de Caracterização Tecnológica de Matérias Primas Mineraias, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Minas, Laboratório de Caracterização Tecnológica, Maio de 2001.

REAY, D.; RATCLIFFE, G.A. Removal of Fine Particles from Water by Dispersed Air Flotation: Effect of Bubble Size and Particle Size on Collision Efficiency. *Canadian Journal of Chemical Engineering*, v.51, n.2, p178s-185s, April 1973.

RENGANATHAN, K., TURTON, R., CLARK, N.N., Accelerating Motion of Geometric and Spherical Particles in a Fluid. *Powder Technology*, v.58, n.4, p279s-284s, August 1989.

RICHARDS, R.H. *Ore dressing*. 2<sup>nd</sup> ed. New York: McGraw-Hill Book Company, January 1908. vol.1, 480p.

RICHARDSON, J. The Evolution and Current Applications of The MKII Cleaveland Circular Jig to Alluvial Gold Recovery. In: SYMPOSIUM ON PRECIOUS METALS RECOVERY, I, 1984, Reno, EUA.

RICHARDSON, J.F., ZAKI, W.N. Sedimentation and Fluidization. *Transactions of the Institution of Chemical Engineers*, v.32, Part I, p.35s-53s, 1954.

RITTINGER, P.V., 1870. *Lehrbuch der Aufbereitungskunde, Ernst und Korn*, Berling.

RADOEV, B. P.; ALEXANDROVA, L. B.; TCHALJOVSKA, S. D., On the Kinetics of Froth Flotation, *Int. J. Miner. Process.*, v.28, p127s-138s, 1989.

SAMPAIO, C.H; TAVARES, L.M.M, *Beneficiamento Gravimétrico*. 1<sup>a</sup> Edição. Porto Alegre - RS, Brasil: UFRGS Editora, 2005. 603p.

SANT'AGOSTINO, L.M.; KAHN, H., Metodologia para Caracterização Tecnológica de Matérias Primas Mineraiis. *Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP*, São Paulo,.BT/PMI/069 Departamento de Engenharia de Minas, 29p., 1997

SAVAGE, S.B., McKEON, S. Shear Stresses Developed During Rapid Shear of Concentrated Suspensions of Large Spherical Particles Between Concentric Cylinders. *Journal of Fluid Mechanics*, v.127, p453s-472s, 1983.

SCHUBERT, H., NEESE, T. The Role of Turbulence in Wet Classification. In: INTERNATIONAL MINERAL PROCESSING CONGRESS, X, 1974, Londres, Anais... Londres: p.213-239.

SHAW, D.J. Reology. In: SHAW, D.J. Introduction to Colloid and Surface Chemistry. 4<sup>th</sup> ed. Oxford: Butterworths-Heinemann, 1992. Chapter 9, p.244-261

SCHULZE, H.J. Physico-chemical Elementary Processes in Flotation. *Elsevier Science Pu. Co.*, Amsterdam, v.4, 238p., 1984.

SOKASKI, M.; GEER, M.R. Cleaning Unsized Fine Coal in a Dense-medium Cyclone Pilot Plant. Washington, DC: U.S. Dept. of the Interior. Bureau of Mines, 1963. (RI 6274)

SUTHERLAND, D.N. An Appreciation of Galena Concentration Using a Steady-state Flotation Model. *Intl Jnl Mineral Processing*, v.4, p149s-162s, 1977.

SVOBODA, J. *Magnetic Methods for the Treatment of Minerals*. Amsterdam: Elsevier Science Ltd, 1987. 692p., v.8. (ISBN-10: 0444418040, ISBN-13: 9780444418043)

TAGGART, A.F. *Handbook of Minerals Dressing*. John Wiley and Sons Canada Ltd., 1945. 1905p. (ISBN-10: 0471843482; ISBN-13: 978-0471843481)

TANAKA, M., JINNOUCHI, Y., SAWATA, Y., KAWASHIMA, S. Effect of The Wave Pattern of Pulsation on The Performance of an Air-pulsated Jig. In: INTERNATIONAL COAL PREPARATION CONGRESS, XI, 1990, Tokyo. *Anais...* Tokyo: 1990. p.139-144.

TAVARES, L.M. Monte Carlo Simulations on The Potential Energy Theory of Jigging. *Coal Preparation*, New York: v.20, n.1-2, p71s-83s, 1999.

TAVARES, L.M e KING, R.P. A Useful Model for The Calculation of The Performance of Batch and Continuous Jigs. *Coal Preparation*, New York, v.15, n. 3-4, p99s-128s, 1995.

TAVARES, L.M., RUBIO, J. Performance Evaluation and Simulation of Batac Jig Cleaning Pyrite from Coal Washery Tailings. In: P.R.DUGAN, D.R. QUIGLEY, Y.A.

ATTIA. *Processing and Utilization of High-sulfur Coals IV*; 1<sup>st</sup> ed. Amsterdam: Elsevier Science, 1991. v.1, p.597-608.

TRAHAR, W. J.; WARREN, L. J. The Floatability of Very Fine Particles – A Review. *International Journal of Mineral Processing*, Amsterdam, v.3, p.103s-131s, 1976.

TURTON, R. A; LEVENSPIEL, O. (1986) A Short Note on Drag Correlation for Spheres. *Powder Technology*, v.47, p83s-86s, 1986.

WASMUTH, H. D., ZIAJA, D. Beneficiation of Lump Iron Ores and Sinterfines by The Use of Air-pulsated BATAAC Jigs. *Aufbereitungs-Technik*, v.38, p318s-327s, 1992.

WILLS, B.A. *Mineral Processing Technology*. 6<sup>th</sup> ed. Butterworth-Heinemann, July 1997. 485p. (ISBN-10: 0750628383; ISBN-13: 978-0750628389).

WILLS, B.A. Froth Flotation. In: WILLS, B. A. *Mineral Processing Technology*, 6<sup>th</sup> edition. Butterworth-Heinemann, July 1997. Chapter 12, p.258 – 341.

WILLS, B.A. Metallurgical Accounting, Control and Simulation. In: WILLS, B. A. *Mineral Processing Technology*, 6<sup>th</sup> edition. Butterworth-Heinemann, July 1997. Chapter 3, p.44 – 91, 1997.

WITTEVEEN, H.J., DALMIJN, W.L., VAN DER VALK, H. The Porosity Distribution in a Jig. In: INTERNATIONAL MINERAL PROCESSING CONGRESS, XVII, 1991, Dresden, Alemanha. Anais... Dresden: Zolygraphischer Bereich Bergakademie Freiberg, 1991, vol. 3, p.9-20.

WOODBURN, E.T.; KING, R.P.; COLBORN, R.P. The Effect of Particle Size Distribution on The Performance of a Phosphate Flotation Process. *Metallurgical Transactions*, v.2, p3163s-3174s, 1971.

YOON, R.H.; LUTTRELL, G.H. The Effect of Bubble Size on Fine Particle Flotation. *Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review*, v.5, p101s-122s, 1989.

ZIMMELS, Y. Hydrodynamic Diffusion of Particulates in Sedimentation Systems. *Powder Technology*, v.61, p131s-141s, 1990.

ZIMMERMANN, R.E. Batac Jig: A New Improved Baum Type Jig for Cleaning Coarse and Fine Coal. *Mining Congress Journal*, p43s-49s, May 1974.

<http://fap01.if.usp.br/~lff/mev.html>

<http://fap01.if.usp.br/~lff/mev.html>

ANEXO 5.1

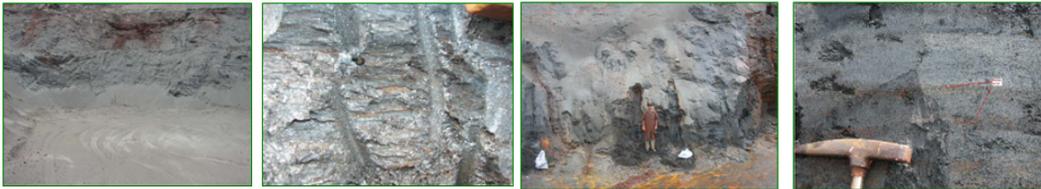
FOTOGRAFIAS DE FRENTE DE LAVRA DAS PRINCIPAIS LITOLOGIAS NA  
MINA DE BRUCUTU, VALE

### 5.1.1- “Hematita Compacta” (Hematitito Compacto)



AFBR 1002 (Banco 980, parte oeste da mina)

### 5.1.2- “Hematita Friável” (Hematitito Friável)



AFBR 1023 (Banco 900)

AFBR 1004 (Banco 980, região oeste)

### 5.1.3- “Hematita Goethítica” (Hematitito Goethítico)



AFBR 1005 (Banco 890, parte leste)

AFBR 1009 (Banco 1010)

### 5.1.4- “Hematita Contaminada” (Hematitito Contaminado)



AFBR 1018 (Banco 1000)

### 5.1.5- Itabirito Friável

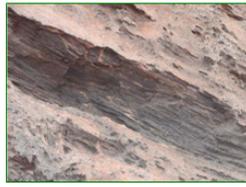


AFBR 1003 (Banco 990, região oeste)

AFBR 1007 (Antigo corte da OAS, porção W)



AFBR 1017 (Banco 940)



AFBR 1024 (Próximo ao britador primário)



### 5.1.5- Itabirito Compacto



AFBR 1012 (Banco 960)



### 5.1.6- Itabirito Goethítico



AFBR 1001 (Banco 380, Mina Leste)



AFBR 1019 (Segundo banco da ciclovia)

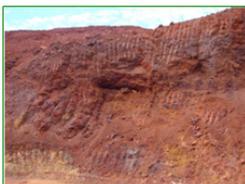


### 5.1.7- Itabirito Contaminado



AFBR 1008 (Banco 1010)

### 5.1.8- Canga



AFBR 1014 (Banco 1010)

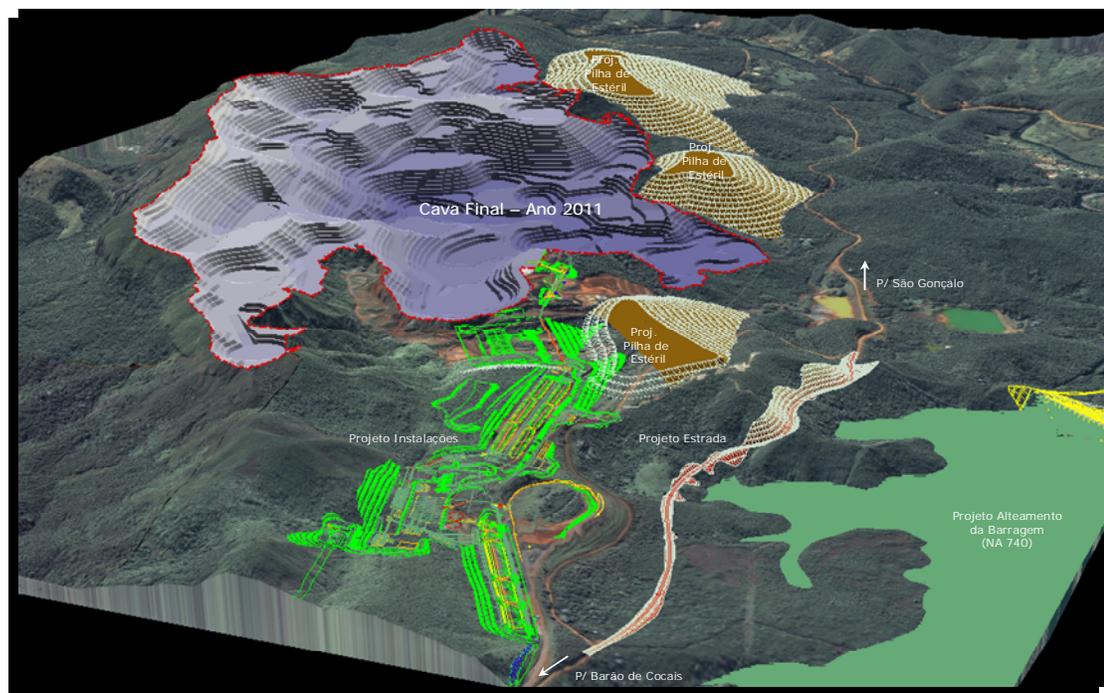
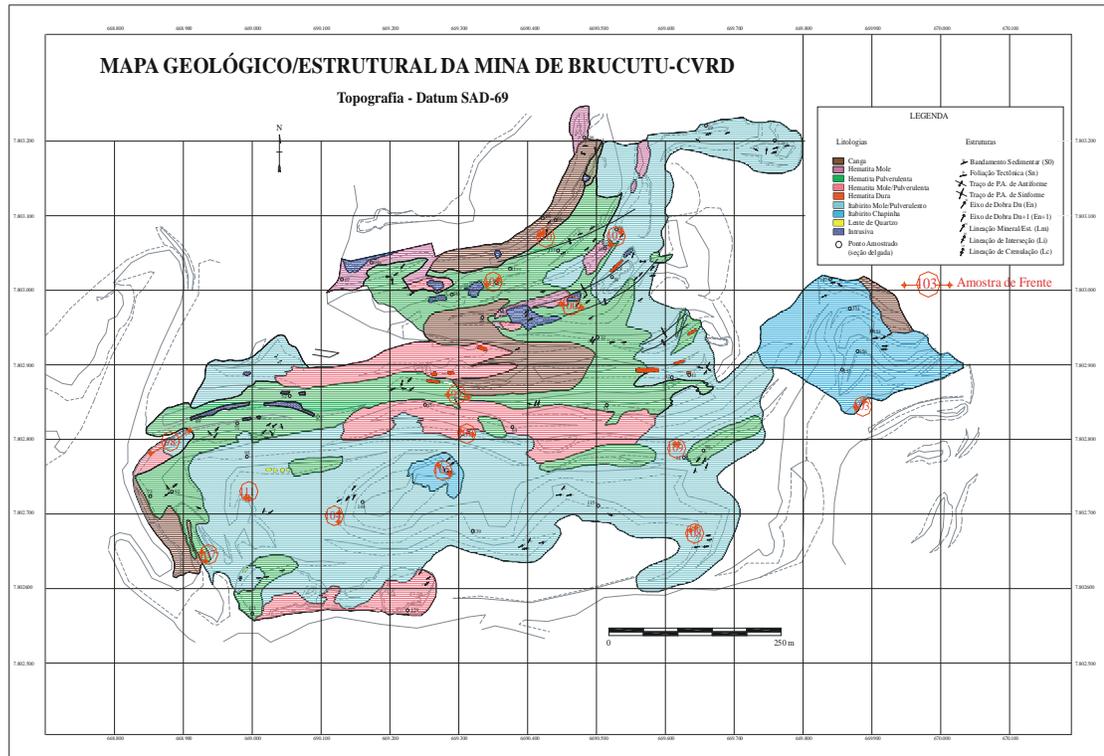


AFBR 1027 (Banco 1040)



ANEXO 5.2

MAPA GEOLÓGICO E CAVAS DA MINA DE BRUCUTU, VALE



ANEXO 5.3

FOTOGRAFIAS DOS TESTES E DA PLANTA PILOTO DO CENTRO DE  
PESQUISAS TECNOLÓGICAS – CPT, VALE

### 5.3.1- Circuitos de cominuição (britagem e moagem)



### 5.3.2- Fração -8mm: alimentação do circuito de peneiramento e classificação à úmido



### 5.3.3- Fração -8+1mm: *oversize* do peneiramento a 1mm (alimentação da jigagem).



### 5.3.4- Fração -1+0,15mm: *oversize* do peneiramento a 0,15mm (alimentação da concentração magnética).



### 5.3.5- Equipamento de concentração gravítica



Jigue Renner

### 5.3.6- Equipamentos de concentração magnética



Concentrador magnético de média intensidade  
(WDRE, Librás)



Concentrador magnético de alta intensidade  
(P40, Librás)

### 5.3.7- Hidrociclones deslamadores



Fração -0,15mm: *Underflow* dos hidrociclones  
deslamadores. (alimentação da flotação).



Fração -0,15mm: *Overflow* dos  
hidrociclones deslamadores (lama).

### 5.3.8- Flotação



**Bancos *rougher*, *cleaner* e *scavenger*.**



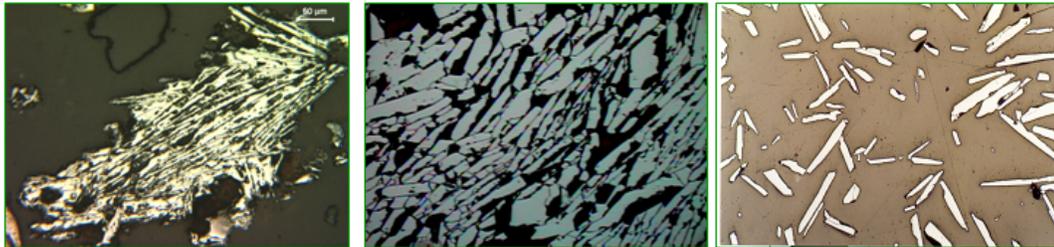
**Flotado dos banco *rougher*, *cleaner* e *scavenger*, respectivamente e afundado do banco *cleaner*.**

**ANEXO 5.4****TEXTURAS E MICROESTRUTURAS MINERAIS TÍPICAS DO MINÉRIO DE FERRO**

#### 5.4.1- MINÉRIOS ESPECULARÍTICOS (HE+HL+HG+HS+HC)

Minérios tipicamente constituídos por: hematita especular (HE), hematita lamelar (HL), hematita granular (HG), hematita sinuosa ou lobular (HS) e criptocristalina (HC).

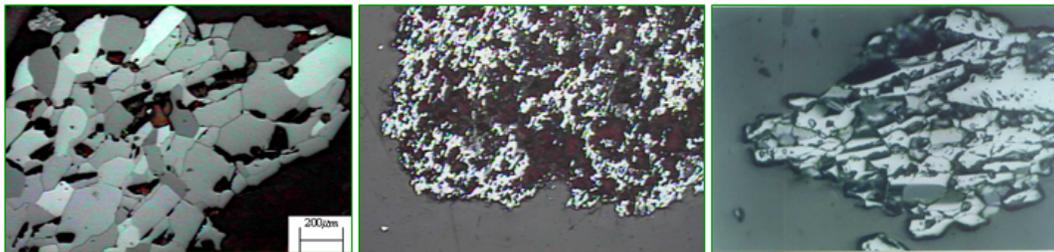
##### 5.4.1-a: Hematita Especular:



Aspectos visuais dos cristais ao microscópio óptico de luz refletida:

- Porosidade: sem poros (compacto).
- Contatos: laterais retilíneos.
- Dimensões: relação entre comprimento e largura maior que 5:1 (inequidimensional).
- Granulometria: fina (0,01 a 0,03 mm) a muito grossa(>0,22 mm).

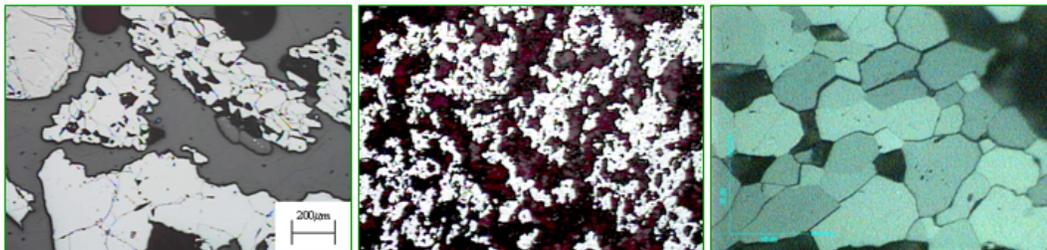
##### 5.4.1-b: Hematita Lamelar:



Aspectos visuais dos cristais ao microscópio óptico de luz refletida:

- Porosidade: sem poros (compacto).
- Contatos: laterais retilíneos.
- Dimensões: Relação entre comprimento e largura menor que 5:1 (inequidimensional).
- Granulometria: fina (0,01 a 0,03 mm) a muito grossa(>0,22 mm).

#### 5.4.1-c: Hematita Granular:

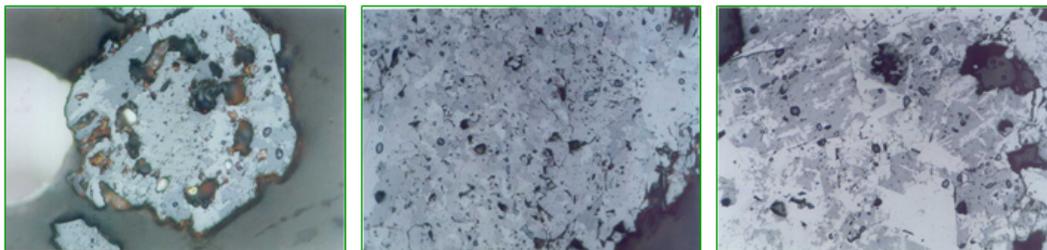


Aspectos visuais dos cristais ao microscópio óptico de luz refletida:

- Porosidade: sem poros (compacto).
- Contatos: retilíneos e junções tríplexes.
- Dimensões: aspecto granular com cristais equidimensionais.
- Granulometria: fina (0,01 a 0,03 mm) a muito grossa (>0,22 mm).

É usual o emprego de luz polarizada para uma melhor distinção dos cristais.

#### 5.4.1-d: Hematita Sinuosa ou Lobular:



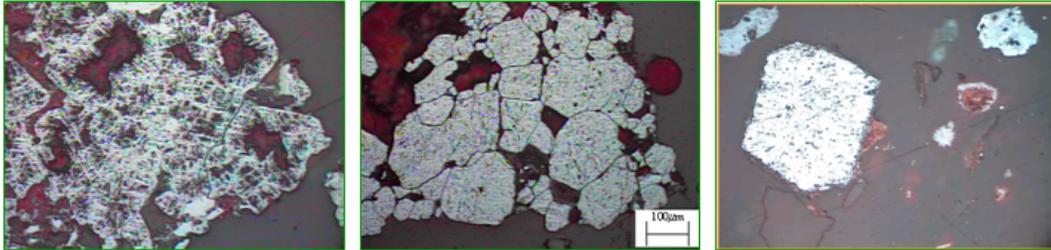
Aspectos visuais dos cristais ao microscópio óptico de luz refletida:

- Porosidade: sem poros (compacto).
- Contatos: irregulares, entrelaçados, geralmente embricados.
- Dimensões: Aspecto granular com cristais inequidimensionais e irregulares.
- Granulometria: fina (0,01 a 0,03 mm) a média (0,04 a 0,11 mm).

É usual o emprego de luz polarizada para uma melhor distinção dos cristais.

#### 5.4.2- MINÉRIOS MARTÍTICOS (HM)

Minérios tipicamente constituídos por hematita martítica ou martita (HM).



Aspectos visuais dos cristais ao microscópio óptico de luz refletida:

- Porosidade: poroso.
- Contatos: laterais retilíneos quando preserva o *habitus* da magnetita (forma euédrica).

Irregulares (quando não preserva o *habitus* da magnetita).

- Dimensões: aspecto granular com cristais equidimensionais. Às vezes totalmente irregulares.

- Granulometria: fina (0,01 a 0,03 mm) a muito grossa(>0,22 mm).

Sob luz polarizada, pode apresentar estrutura em treliça.

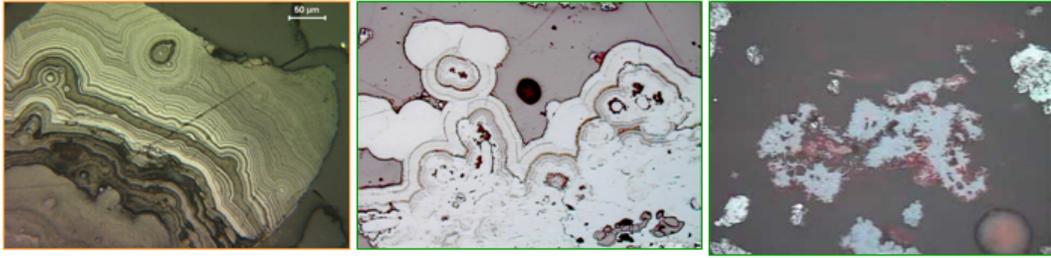
#### 5.4.3- MINÉRIOS GOETHÍTICOS (GO+GT+GA+GOalv.)

Minérios tipicamente constituídos por goethita, que pode classificada como: goethita (GO), goethita terrosa ou agregado terroso ou goethita-limonita (GT), goethita anfibolítica (GA), goethita alveolar (GOalv.).

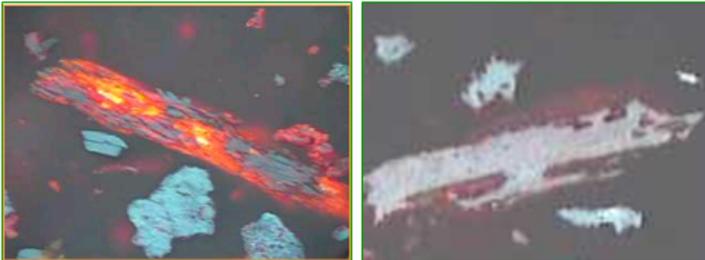
Aspectos visuais dos cristais ao microscópio óptico de luz refletida:

- Porosidade: de compacto a poroso.
- Contatos: irregulares, em geral apresentam perímetros cuja forma está condicionada às partículas a que estão associadas. Às vezes com aspecto alveolar ou fibrosa (goethita anfibolítica).
- Dimensões: Aspecto granular com forma irregular.
- Granulometria: muito fina (>0,01mm) a muito grossa(>0,22 mm).

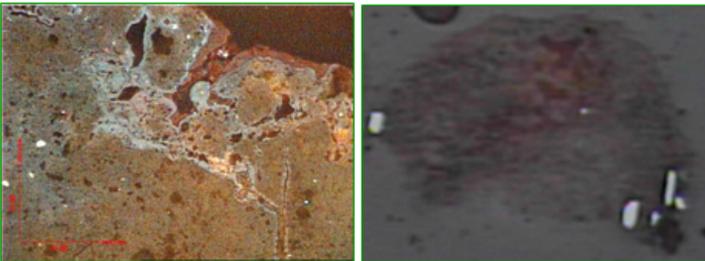
5.4.3-a: Goethita



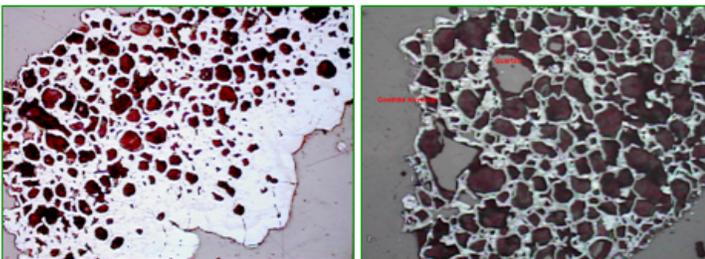
5.4.3-b: Goethita Anfibolítica



5.4.3-c: Goethita Terrosa

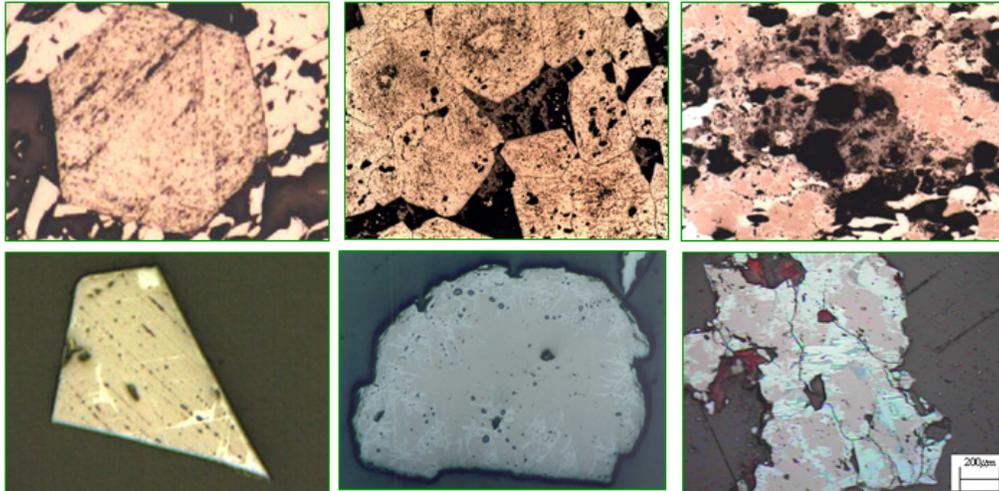


5.4.3-d: Goethita Alveolar



#### 5.4.4- MINÉRIOS MAGNETÍTIOS (MA.)

Minérios tipicamente constituídos por magnetita (MA) e magnetita relictual (reliquiar) (Marelictual) nos demais minerais de ferro.



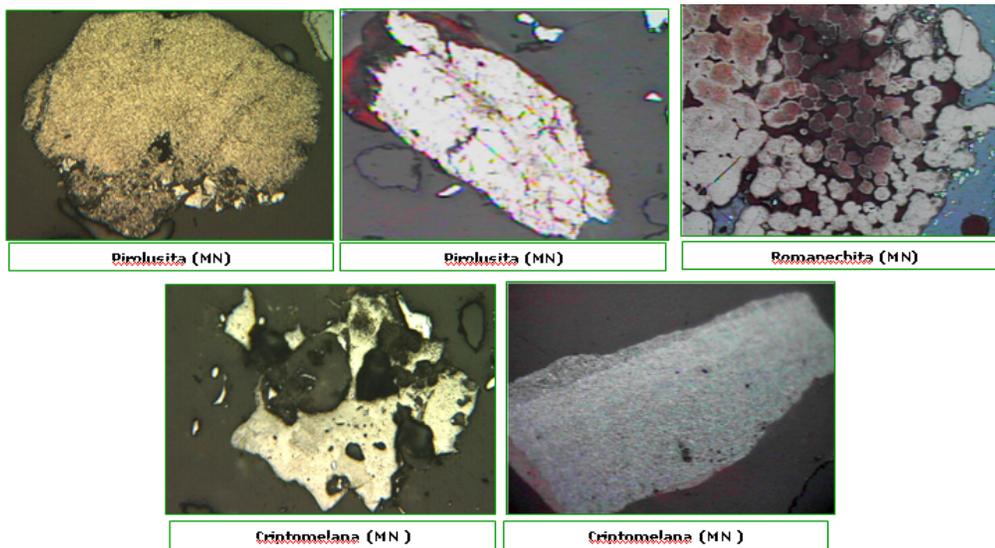
Aspectos visuais dos cristais ao microscópio óptico de luz refletida:

- Porosidade: de compacto a poroso.
- Contatos: laterais retilíneos quando preserva a forma euédrica. Irregular quando não preserva a forma euédrica.
- Dimensões: Aspecto granular com cristais equidimensionais. Às vezes totalmente irregulares, principalmente quando a porosidade é elevada.
- Granulometria: fina (0,01 a 0,03mm) a muito grossa(>0,22 mm).

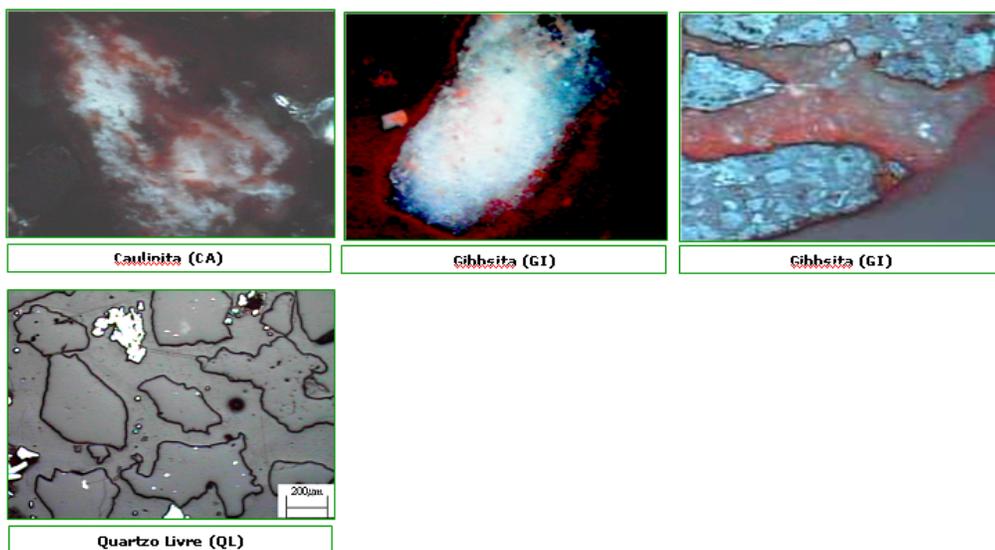
#### 5.4.5- ÓXIDOS DE MANGANÊS (MN)

Aspectos visuais dos cristais ao microscópio óptico de luz refletida:

- Porosidade: Microporos (criptomelana e pirolusita) a macroporos (romanechita) em agregado terroso.
- Contatos: Irregulares. Geralmente assumem a forma das partículas que circundam.
- Comum de ocorrer nos interstícios ou poros de outros minerais.
- Dimensões: Ocorre como uma massa terrosa. Granulometria: muito fina (<0,01mm) a muito grossa(>0,22 mm).

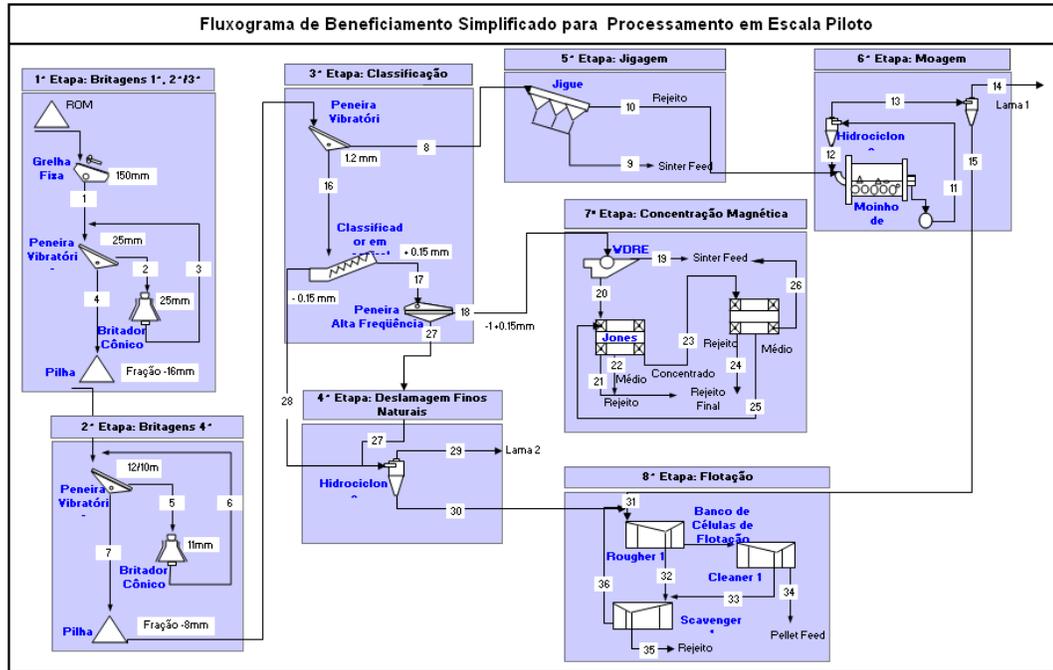


#### 5.4.6- OUTROS MINERAIS



**ANEXO 6.1:**

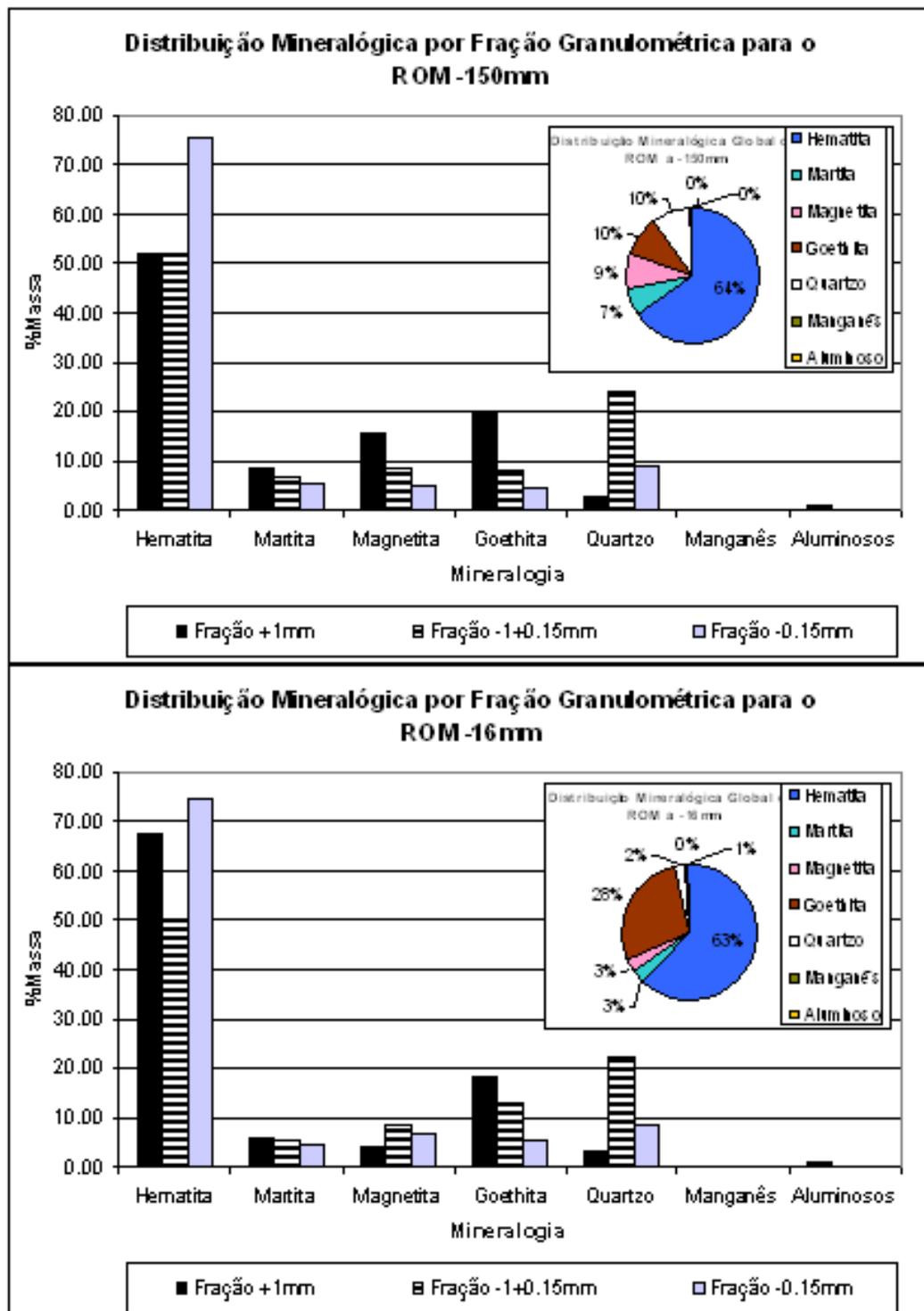
**RESUMO DO BALANÇO DE MASSAS DOS TESTES EM ESCALA PILOTO**

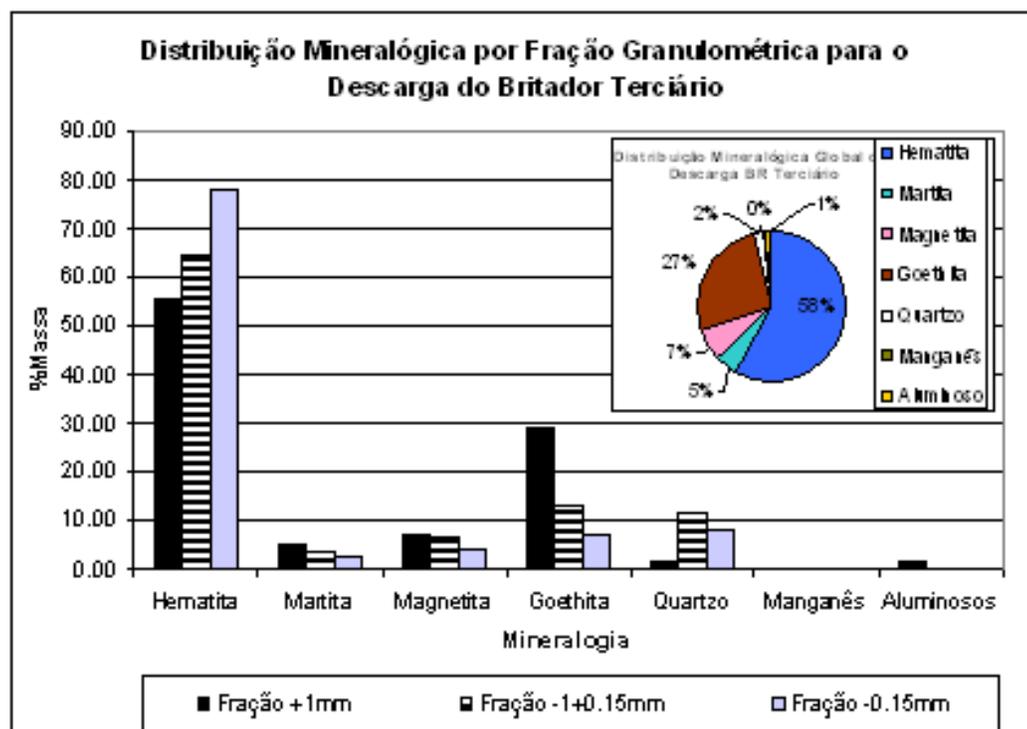
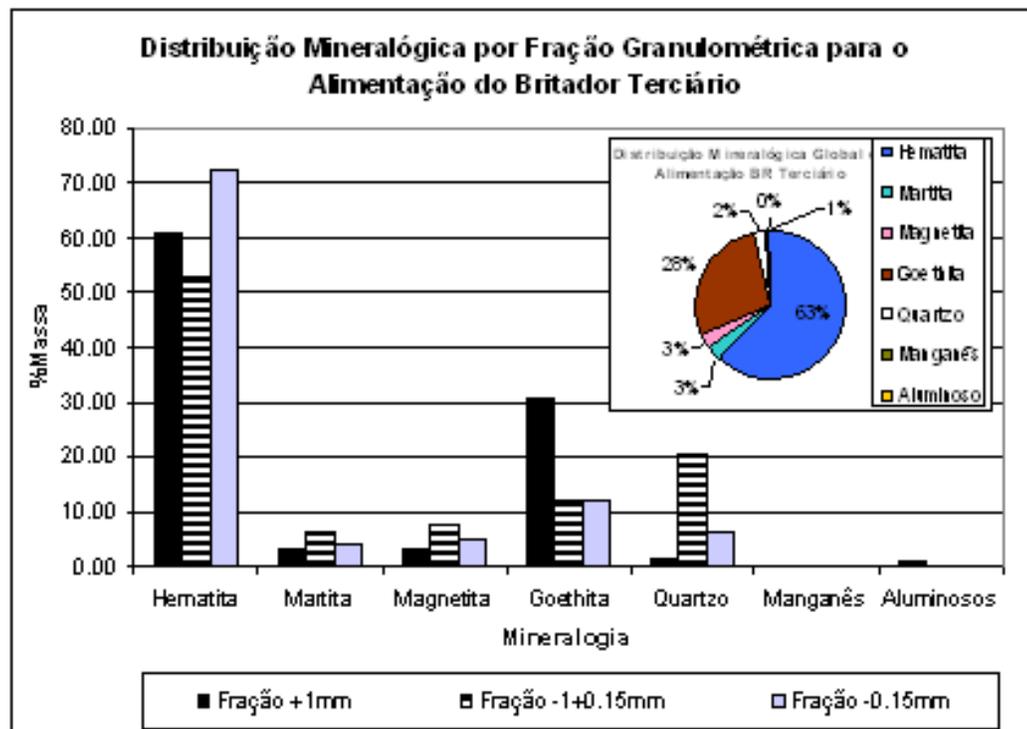


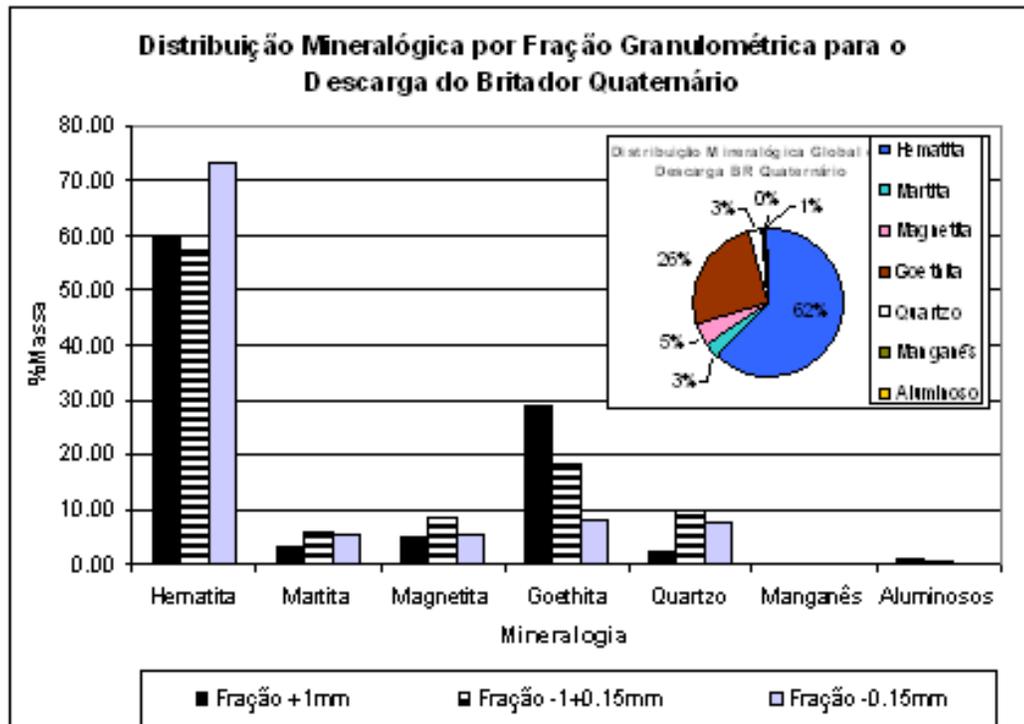
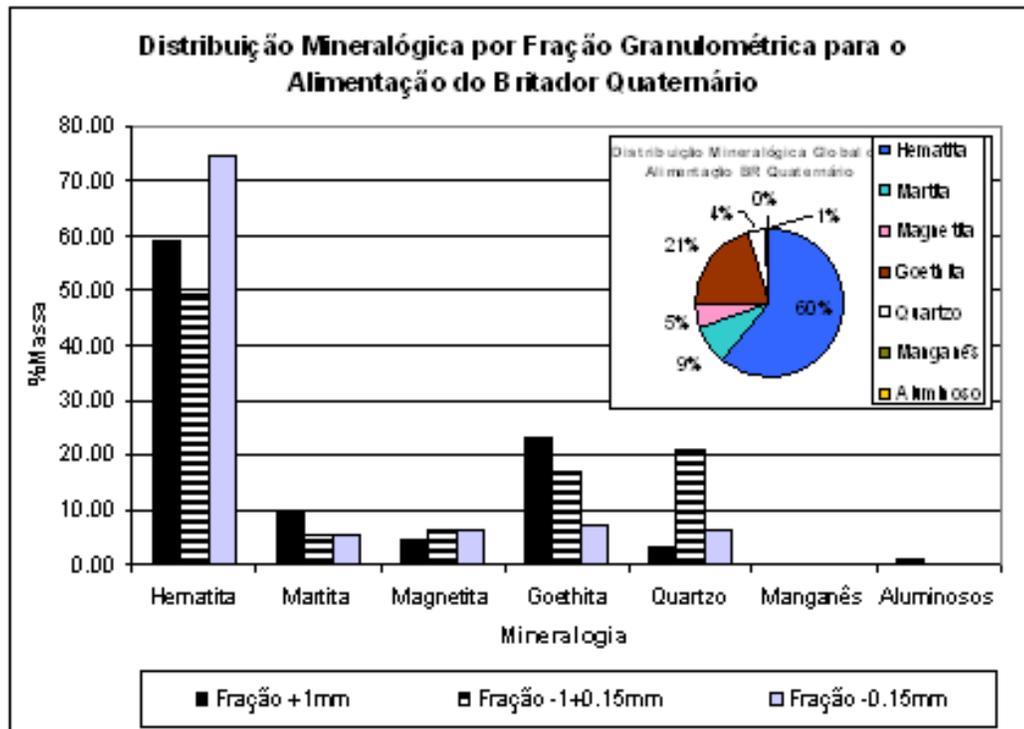
Número do Fluxo	Descrição do Fluxo	Massa (% ROM)	Teores (%)							Massa Retida (%) por Fração Geométrica (mm)								
			Fe	SiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	P	Mn	PPC	Fechamento Químico	-8	-8+6.35	-6.35+1	-1+0.71	0.71+0.21	0.21+0.15	0.15+0.075	0.075+0.04	0.04
<b>ETAPA 1: BRITAGENS PRIMÁRIA E SECUNDÁRIA/TERCIÁRIA</b>																		
1	Run of mine -150mm	100,00	58,73	12,69	1,49	0,034	0,034	1,63	99,90	14,42	2,43	13,66	1,74	8,80	6,77	16,19	17,42	18,57
2	Oversize do peneiramento 25mm	253,90	62,67	2,91	3,09	0,059	0,019	4,21	99,97	88,45	0,48	1,31	0,16	1,02	0,73	2,84	2,21	2,79
3	Descarga do britador 25mm	253,90	62,67	2,91	3,09	0,059	0,019	4,21	99,97	86,08	0,49	1,93	0,17	0,94	0,74	2,90	2,61	4,13
4	Undersize do peneiramento a 25mm	100,00	58,73	12,69	1,49	0,034	0,034	1,63	99,90	8,41	2,46	15,25	1,76	8,58	6,79	16,36	18,42	21,97
<b>ETAPA 2: BRITAGEM QUATERNÁRIA</b>																		
5	Oversize do peneiramento a 12/10mm	174,60	63,67	2,75	2,40	0,047	0,038	3,23	99,56	75,89	9,35	4,03	0,14	0,69	0,61	3,16	2,52	3,62
6	Descarga do britador a 11mm	174,60	63,67	2,75	2,40	0,047	0,038	3,23	99,56	72,06	9,10	5,72	0,16	0,91	0,67	2,64	3,07	5,66
7	Undersize do peneiramento a 12/10mm	100,00	58,73	12,69	1,49	0,034	0,034	1,63	99,90	1,74	2,03	18,20	1,80	8,97	6,91	15,44	19,38	25,53
<b>ETAPA 3: CLASSIFICAÇÃO</b>																		
8	Oversize do peneiramento a 1,2mm	25,50	63,82	3,78	2,10	0,043	0,031	2,83	100,09	6,81	7,97	70,23	3,64	2,19	0,99	2,64	2,76	2,76
16	Undersize do peneiramento a 1,2mm	74,50	56,99	15,74	1,28	0,031	0,036	1,22	99,83	0,00	0,00	0,40	1,17	11,29	8,93	19,82	25,07	33,32
17	Underflow do classificador em espiral	41,90	59,69	13,37	0,78	0,029	0,034	0,88	100,48	0,00	0,00	0,71	2,08	19,81	13,89	24,25	21,47	17,79
18	Oversize do peneiramento de alta frequência	16,80	53,57	21,00	0,90	0,030	0,049	1,29	99,92	0,00	0,00	1,76	5,18	48,88	28,78	13,22	1,38	0,79
27	Undersize do peneiramento de alta frequência	25,10	63,79	8,26	0,70	0,028	0,024	0,60	100,85	0,00	0,00	0,00	0,00	0,36	3,91	31,64	34,92	29,17
28	Overflow do classificador em espiral	32,60	53,51	18,78	1,93	0,033	0,037	1,67	99,01	0,00	0,00	0,00	0,34	2,56	14,13	29,69	53,28	
<b>ETAPA 4: DESLAMAGEM DOS FINOS NATURAIS</b>																		
29	Lama 2 (Proveniente do circuito de britagem e classificação)	4,15	42,00	14,76	13,03	0,146	0,180	10,05	98,45	0,00	0,00	0,00	0,00	0,12	0,19	0,37	1,01	98,32
30	Alimentação nova 2 da flotação (Proveniente do circuito de britagem e classificação)	57,70	57,98	14,20	1,39	0,031	0,032	1,20	99,81	0,00	0,00	0,00	0,00	0,35	3,15	21,75	31,96	42,79

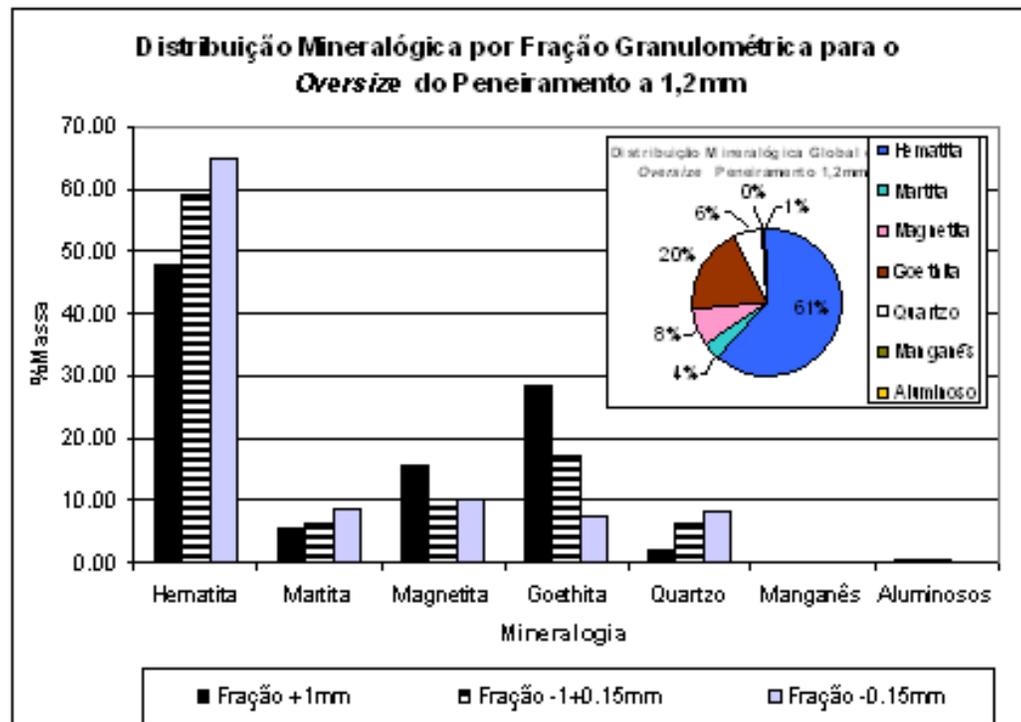
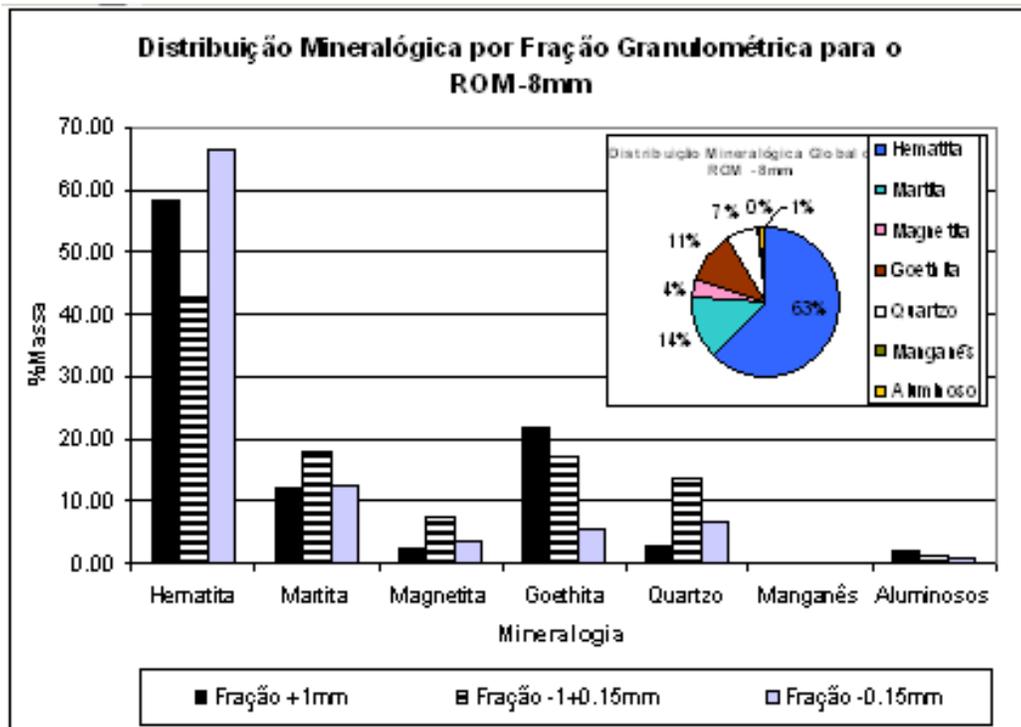
RESULTADO DO BALANÇO DE MASSAS DO PROCESSAMENTO EM ESCALA PILOTO (DADOS DE BALANÇO)				Teores (%)							Massa Retida (%) por Fração Granulométrica (mm)							
Número do Fluxo	Descrição do Fluxo	Massa (% ROM)	Fe	SiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	P	Mn	PPC	Ferimento Químico	φ	-8+6.35	-6.35+1	-1+0.71	-0.71+0.21	-0.21+0.15	-0.15+0.075	-0.075+0.04	-0.04
<b>ETAPA 5: JIGAGEM</b>																		
9	Concentrado da jigagem	16,44	66,23	2,04	1,41	0,028	0,024	0,60	98,84	8,76	10,58	62,96	2,74	2,93	1,40	3,48	3,72	3,43
10	Rejeito da jigagem	9,06	59,44	6,93	3,35	0,068	0,043	5,08	100,55	3,28	3,23	83,42	5,29	0,85	0,25	1,11	1,02	1,54
<b>ETAPA 6: MOAGEM</b>																		
11	Descarga da moagem	12,41	--	--	--	--	--	--	--	0,00	0,00	1,39	1,32	16,71	10,41	35,59	13,67	20,90
12	Underflow do hidroclorone - circuito de moagem	21,47	--	--	--	--	--	--	--	0,00	0,00	1,98	1,88	23,40	14,10	42,71	9,88	6,05
13	Overflow do hidroclorone - circuito de moagem	9,06	59,44	6,93	3,35	0,068	0,043	5,08	100,55	0,00	0,00	0,00	0,00	0,85	1,66	18,70	22,65	56,14
14	Lama 1 (Proveniente do circuito de moagem do rejeito da jigagem)	1,40	50,50	6,45	9,43	0,134	0,151	10,84	99,42	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	100,00
15	Alimentação nova 1 da flotação (Proveniente do circuito de moagem do rejeito da jigagem)	7,66	61,07	7,02	2,24	0,056	0,024	4,02	100,76	0,00	0,00	0,00	0,00	1,01	1,97	22,11	26,89	48,02
<b>ETAPA 7: CONCENTRAÇÃO MAGNÉTICA</b>																		
19	Concentrado do 1º estágio de concentração magnética (WDRE)	2,76	67,09	2,44	0,37	0,029	0,073	1,93	100,81	0,00	0,00	2,47	12,20	56,69	18,54	--	--	10,10
20	Rejeito do 1º estágio de concentração magnética (WDRE)	14,04	50,91	24,66	1,00	0,030	0,044	1,08	99,66	--	--	--	--	--	--	--	--	--
21	Rejeito do 2º estágio de concentração magnética (1ª Jones)	0,33	7,61	86,48	1,21	0,018	0,021	1,16	99,80	--	--	--	--	--	--	--	--	--
22	Méio do 2º estágio de concentração magnética (1ª Jones)	2,38	18,84	72,19	1,80	0,028	0,053	-0,09	100,98	--	--	--	--	--	--	--	--	--
23	Concentrado do 2º estágio de concentração magnética (1ª Jones)	14,70	58,70	13,08	0,90	0,032	0,046	1,40	99,43	--	--	--	--	--	--	--	--	--
24	Rejeito do 3º estágio de concentração magnética (2ª Jones)	2,01	26,23	56,69	1,78	0,032	0,052	1,43	97,54	--	--	--	--	--	--	--	--	--
25	Méio do 3º estágio de concentração magnética (2ª Jones)	3,37	57,95	13,84	1,15	0,037	0,054	1,63	99,63	--	--	--	--	--	--	--	--	--
26	Concentrado do 3º estágio de concentração magnética (2ª Jones)	9,32	65,97	3,40	0,62	0,031	0,041	1,30	99,77	0,00	0,00	1,64	8,10	49,34	26,00	--	--	14,92
<b>ETAPA 8: FLOTAÇÃO</b>																		
31	Alimentação nova total da flotação (finos naturais e finos moídos)	65,36	59,48	13,15	0,63	0,027	0,030	0,96	99,88	0,00	0,00	0,00	0,00	0,45	3,20	23,24	33,41	39,69
32	Rejeito do banco rougher	12,92	22,07	66,13	1,19	0,024	0,022	1,05	100,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,73	9,18	39,72	15,83	34,54
33	Rejeito do banco cleaner	2,21	52,73	20,65	1,80	0,050	0,063	1,39	99,42	0,00	0,00	0,00	0,00	0,53	2,67	11,76	8,56	76,48
34	Concentrado do banco cleaner	54,59	68,21	0,65	0,53	0,028	0,033	0,94	99,75	0,00	0,00	0,00	0,00	0,40	1,86	19,25	56,83	41,67
35	Rejeito do banco scavenger	10,77	15,21	76,52	1,15	0,022	0,017	1,06	100,55	0,00	0,00	0,00	0,00	0,72	10,01	43,50	16,08	29,68
36	Concentrado do banco scavenger	2,15	56,45	14,01	1,38	0,036	0,050	1,05	97,30	0,00	0,00	0,00	0,00	0,77	5,02	20,73	14,55	58,92
	Sinter Feed Total	28,52	66,23	2,53	1,05	0,029	0,034	0,96	99,33	5,05	6,10	37,07	5,41	23,30	11,10	--	--	11,98
	Pellet Feed Total	54,59	68,21	0,65	0,53	0,028	0,033	0,94	99,75	0,00	0,00	0,00	0,00	0,40	1,86	19,25	56,83	41,67

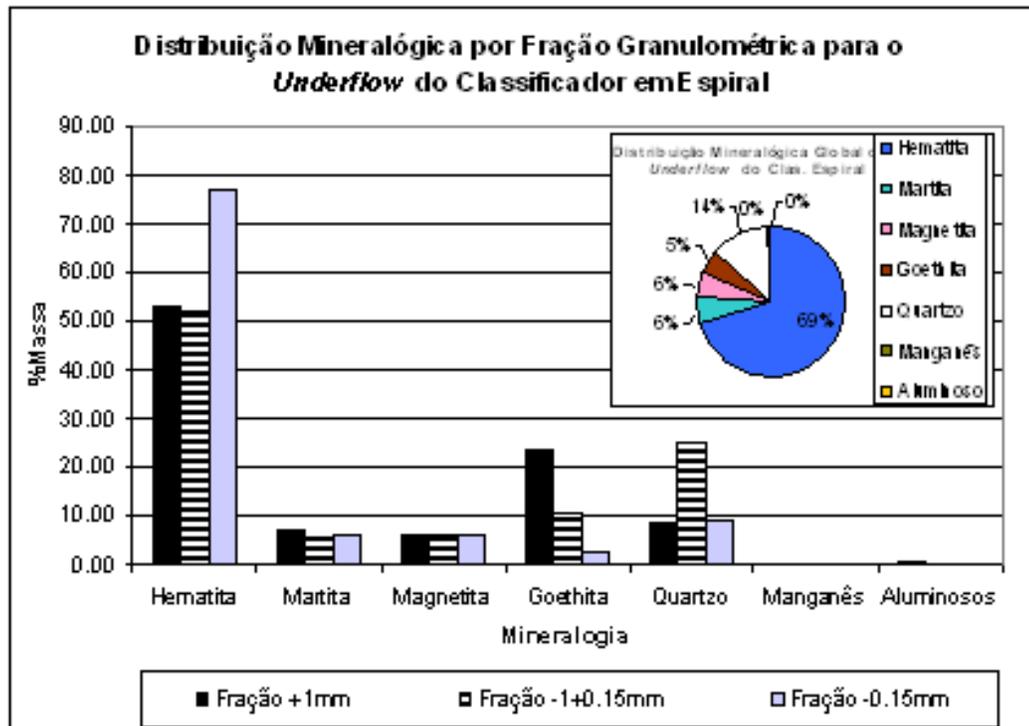
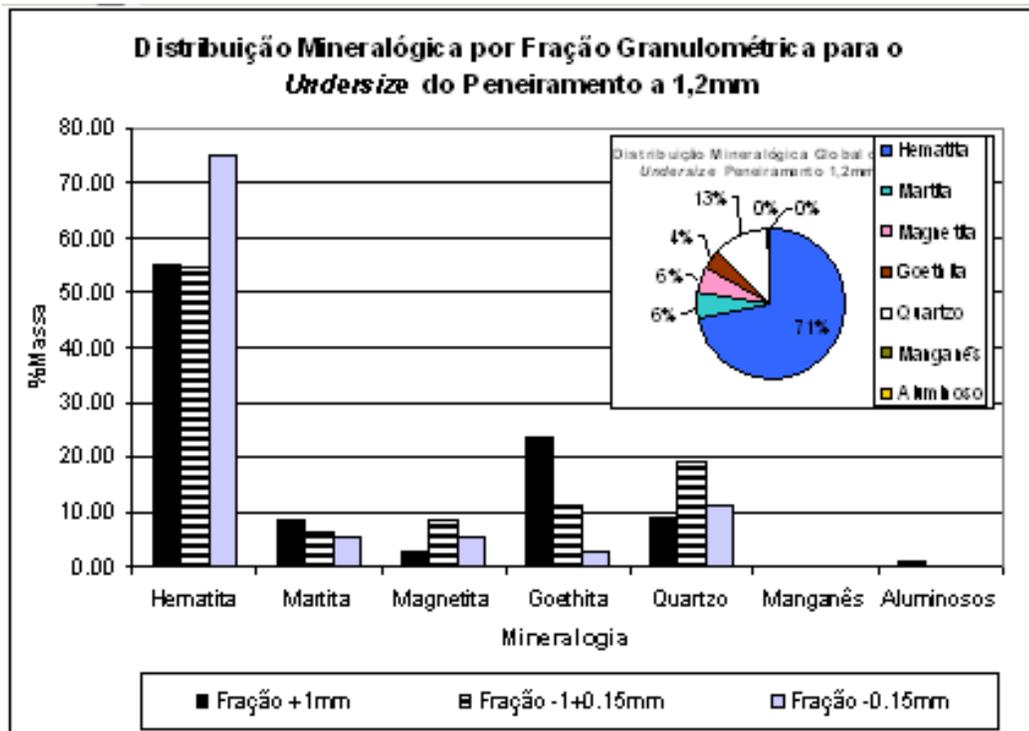
**ANEXO 6.2:****PARTIÇÃO (DISTRIBUIÇÃO) DOS MINERAIS NOS DIVERSOS FLUXOS DE  
PROCESSAMENTO EM PLANTA PILOTO**

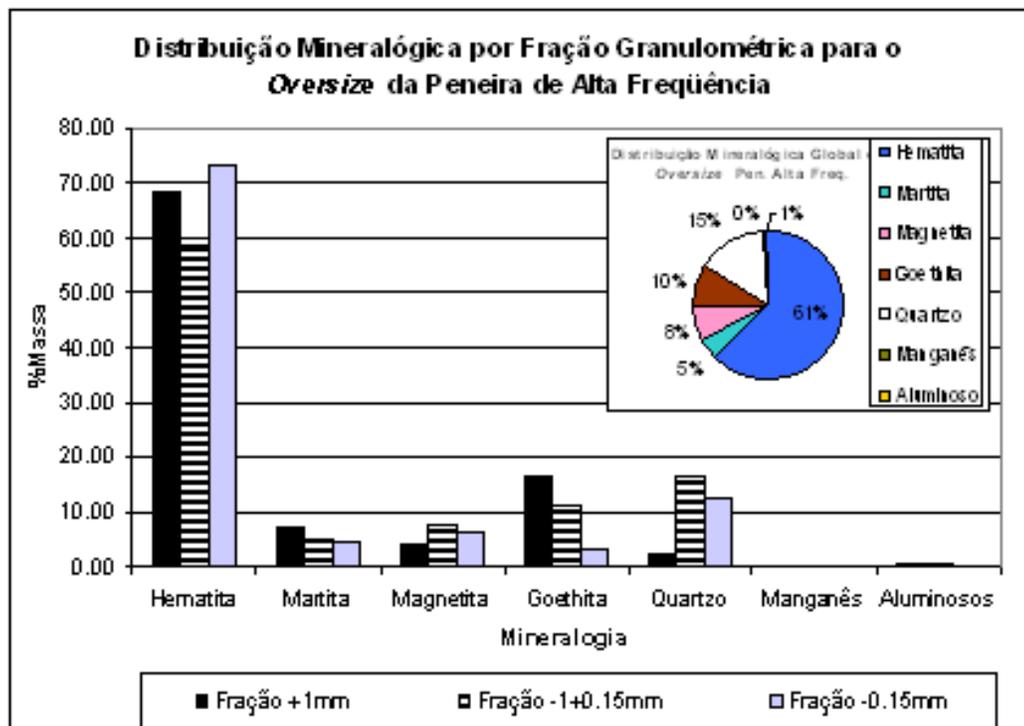
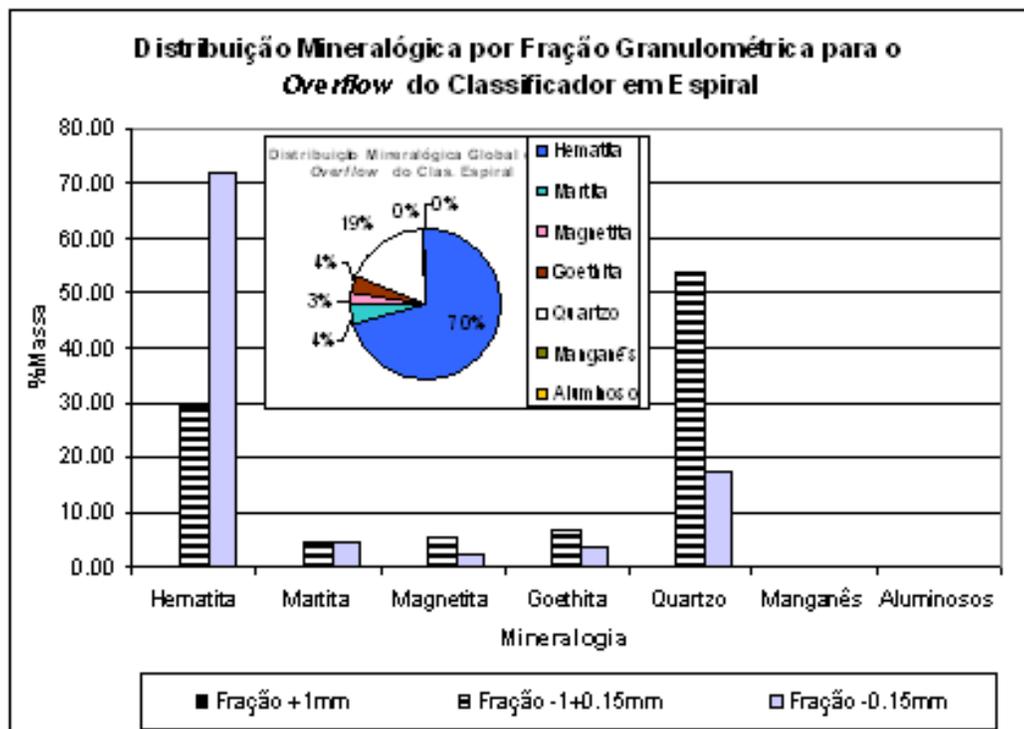


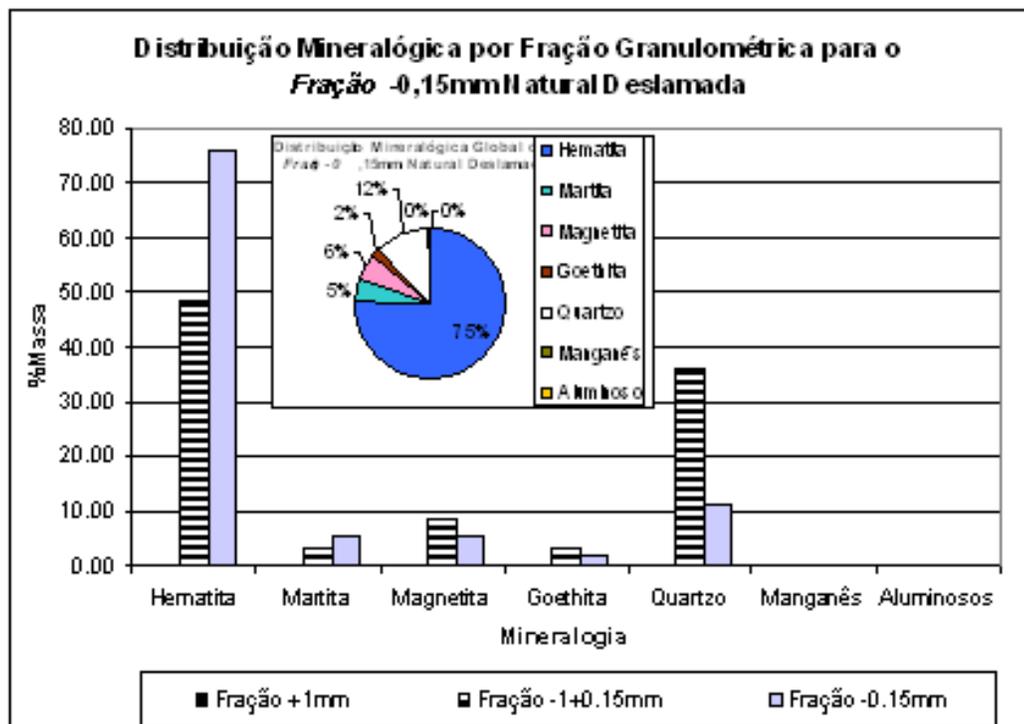
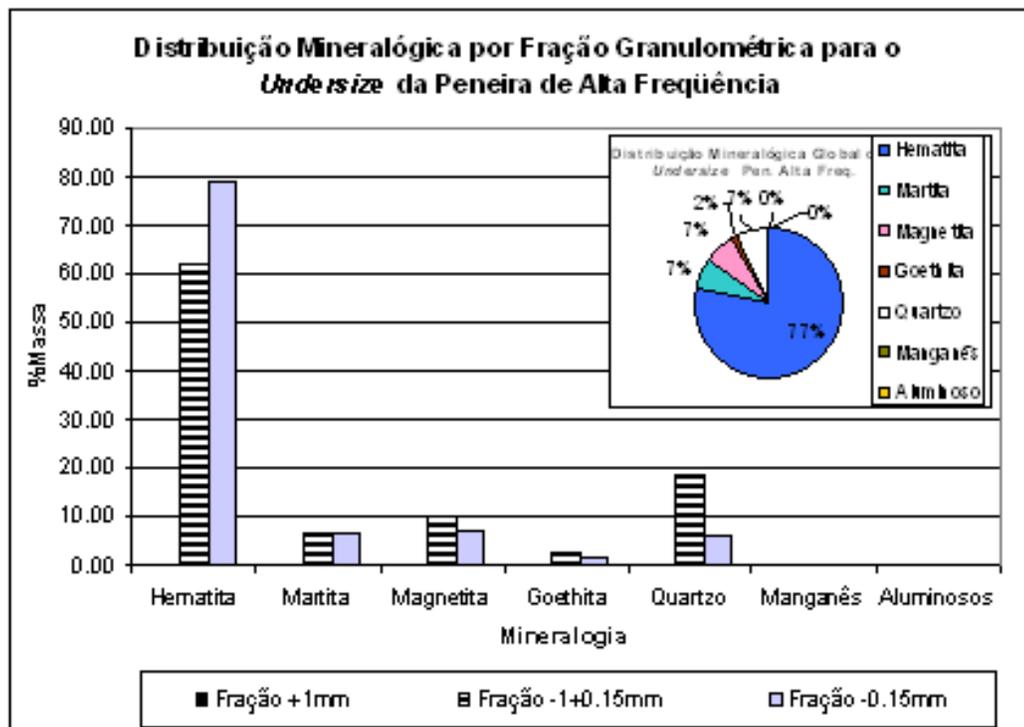






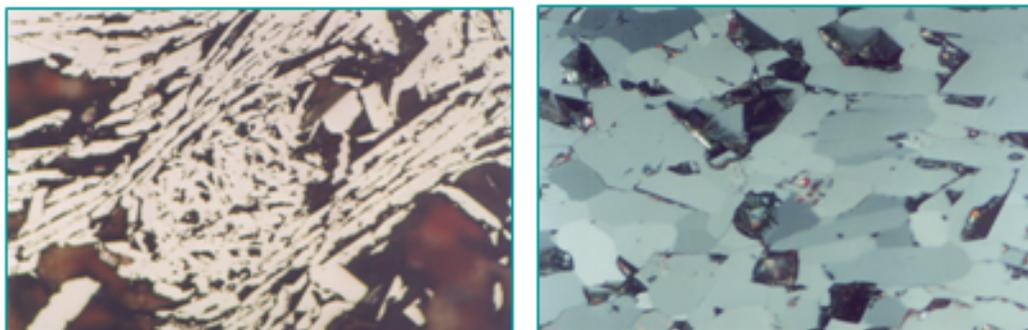




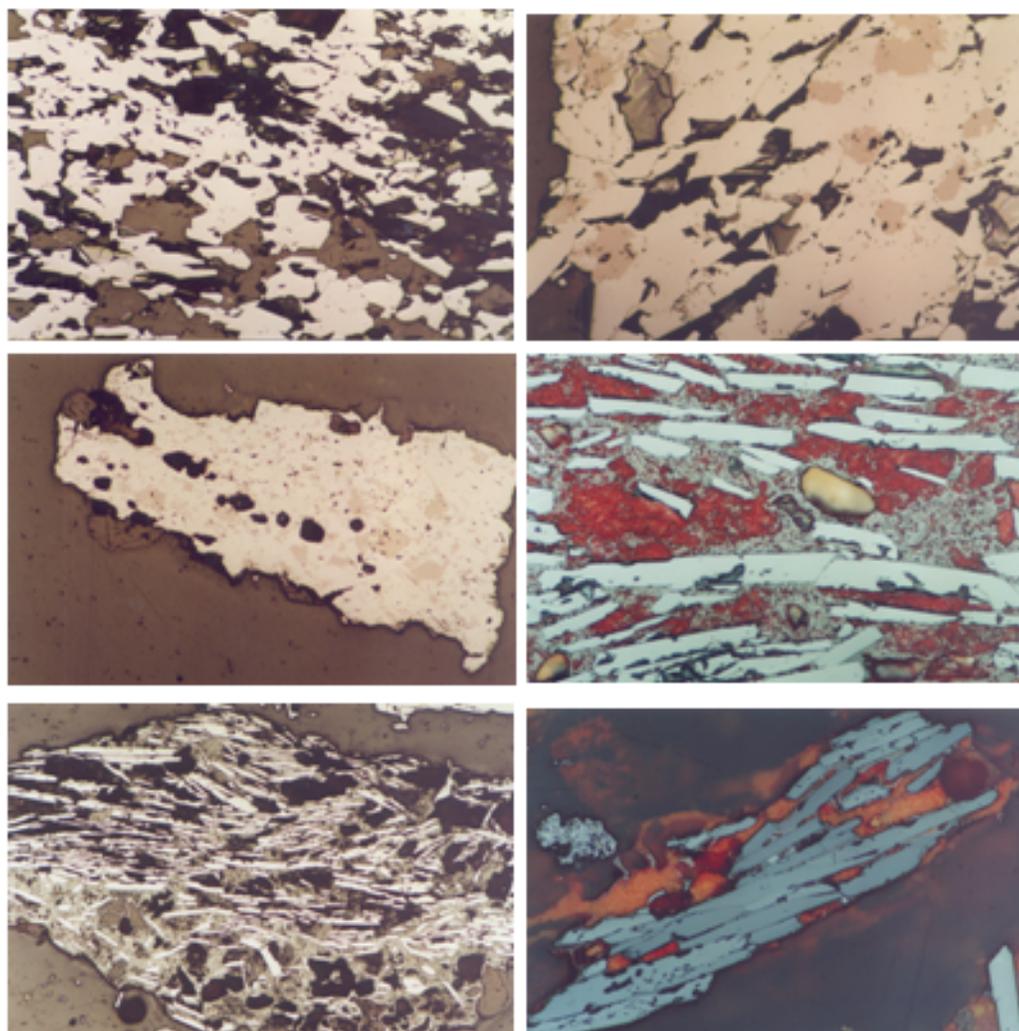


ANEXO 6.3:

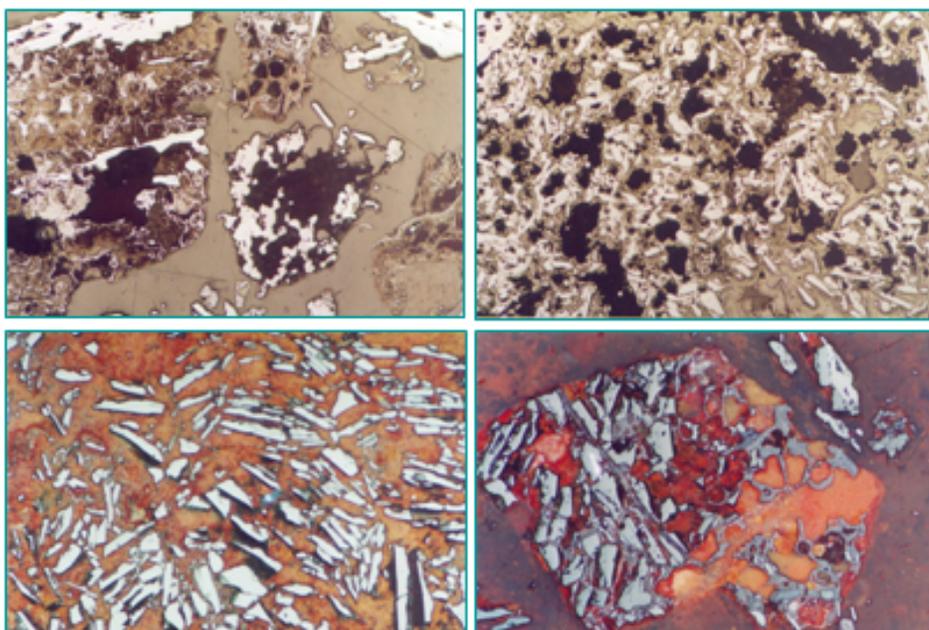
FOTOMICROGRAFIAS DE CLASSES DE MINERAIS NA FRAÇÃO  
GRANULOMÉTRICA DE ALIMENTAÇÃO DA JIGAGEM



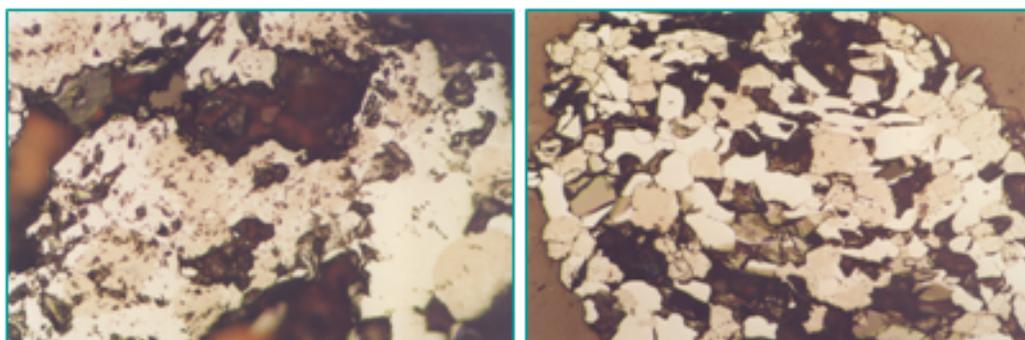
**Classe 1: Partículas com participação de hematita maior que 70 %**



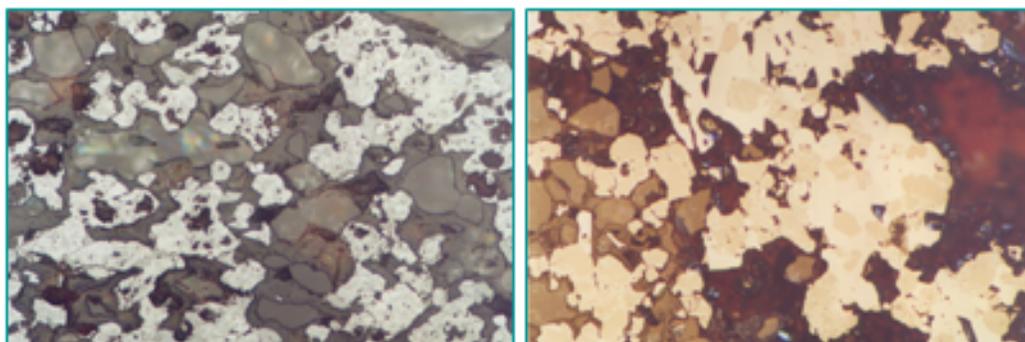
**Classes 2 a 5: Partículas com participação de hematita entre 30 % e 70 %**



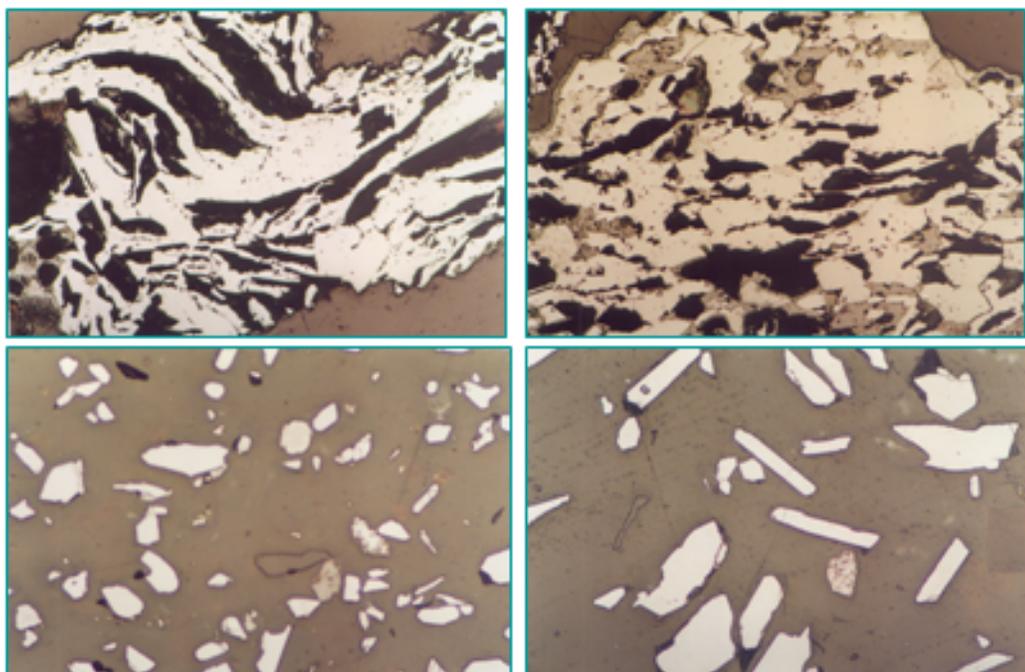
**Classe 6: Partículas com participação de hematita menor que 30 % e goethita maior que 50 %**



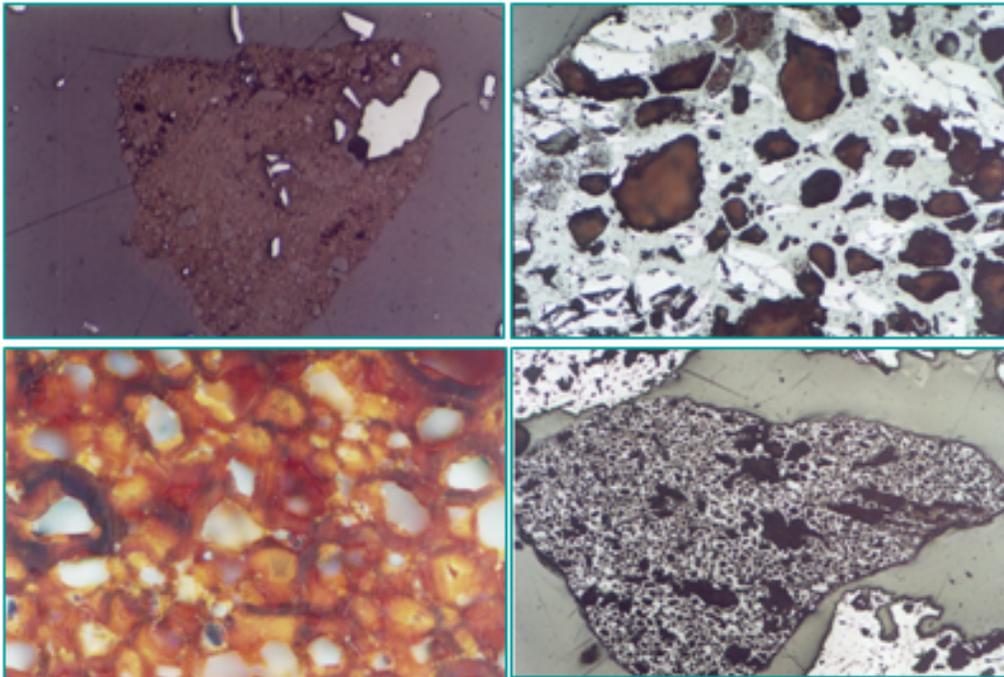
**Classe 7: Partículas com hematita menor que 30 % e magnetita maior que 50 %**



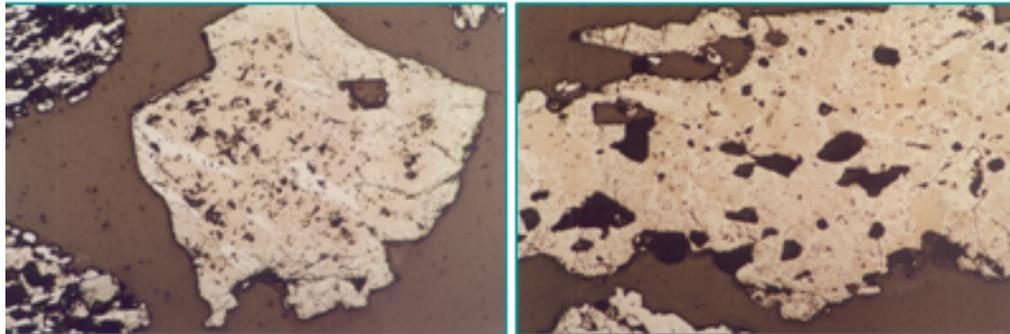
**Classe 9: Partículas com quartzo misto maior que 5 %**



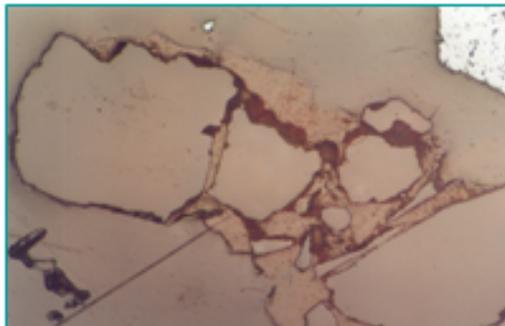
**Classe 10: Partículas com hematitas essencialmente livres**



**Classe 11: Partículas com goethita essencialmente livre**



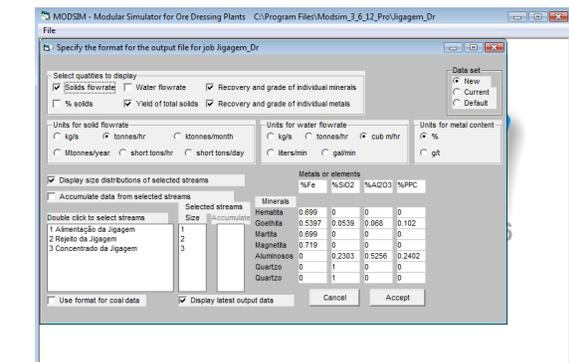
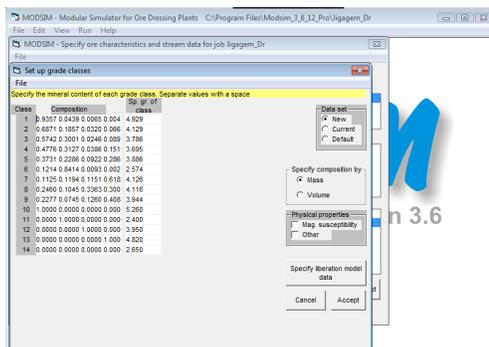
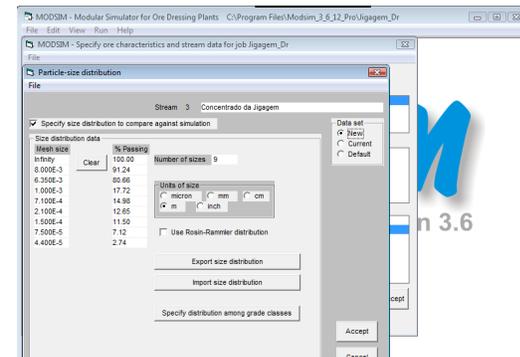
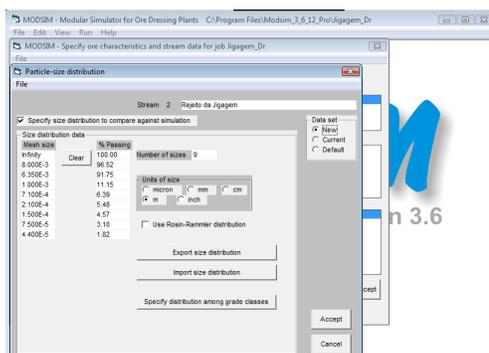
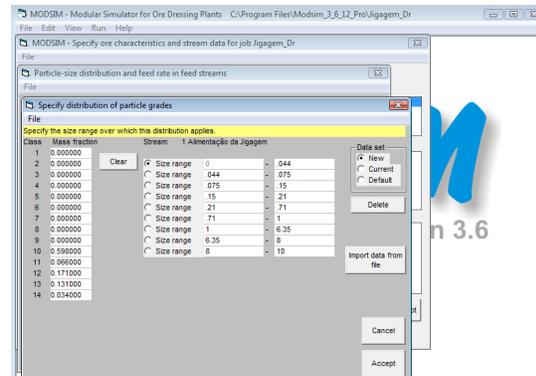
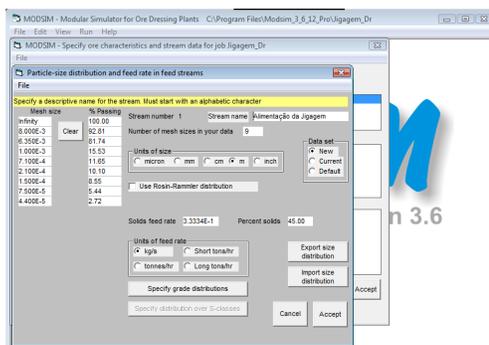
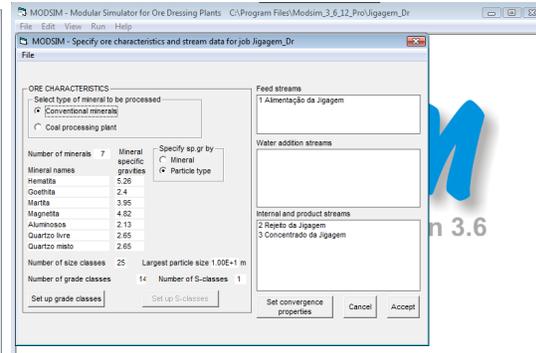
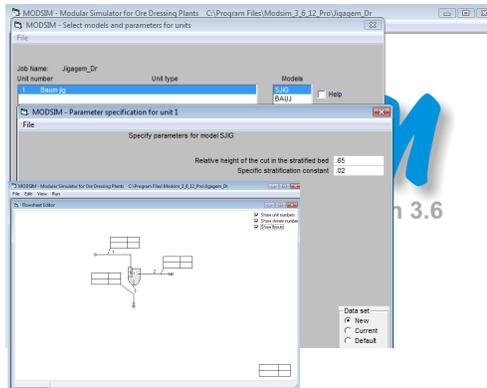
**Classe 13: Partículas com magnetita essencialmente livre**



**Classe 14: Partículas com quartzo essencialmente livre**

ANEXO 6.4:

TELAS DO PROGRAMA MODSIM RETRATANDO OS PARÂMETROS  
ADOTADOS PARA A SIMULAÇÃO DA OPERAÇÃO DE JIGAGEM



ANEXO 6.5:

TELAS DO PROGRAMA MODSIM RETRATANDO OS PARÂMETROS  
ADOTADOS PARA A SIMULAÇÃO DA OPERAÇÃO DE CONCENTRAÇÃO  
MAGNÉTICA DE INTENSIDADE MÉDIA DE CAMPO MAGNÉTICO

