

**macro@ufmg**

Universidade Federal de Minas Gerais

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Grupo de pesquisa MACRO - Mecatrônica, Controle e Robótica

**MODELAGEM E CONTROLE DE CORPO  
COMPLETO USANDO ÁLGEBRA DE  
QUATÉRNIOS DUAIS APLICADOS A UM  
MANIPULADOR MÓVEL**

**Fredy Rolando Salazar Sangucho**

BELO HORIZONTE, BRASIL

2014

Fredy Rolando Salazar Sangucho

**MODELAGEM E CONTROLE DE CORPO  
COMPLETO USANDO ÁLGEBRA DE  
QUATÉRNIOS DUAIS APLICADOS A UM  
MANIPULADOR MÓVEL**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

**Orientador:** Prof. Dr. Bruno Vilhena Adorno

Belo Horizonte

Escola de Engenharia da UFMG

2014



*A mi familia, por el amor, el  
cariño, el apoyo y sobre todo la  
confianza que depositaron en mi.*

## Agradecimentos

Em primeiro lugar, agradeço a Deus por sua grande misericórdia e bondade que Ele tem por mim, porque Ele me dá uma nova vida a cada dia, permitindo-me curtir e aproveitar mais um dia de vida todas as manhãs e, graças a isso, consegui realizar este trabalho, já que sem Deus nada seria possível. Obrigado Deus pelas bênçãos de cada dia!

Agradeço aos meus queridos pais Ambrocio e Carlota e ao meu irmãozinho David que sempre estiveram quando precisei muito deles. Eles estiveram presentes não só nos momentos tristes mas também nos momentos felizes da minha vida e especialmente neste período de mestrado. Obrigado por seu amor, apoio e confiança incondicionais. Obrigado por suas palavras de incentivo, conforto, esperança e, sobretudo, por suas orações e bênçãos que me deram força para seguir adiante. Agradeço à toda minha família e aos meus amigos lá no Equador que sempre estavam em contato comigo.

De uma maneira muito especial agradeço ao meu orientador, o professor Bruno Vilhena Adorno, por sua excelente forma de me orientar, pois foi e é um pilar fundamental no meu aprendizado, no meu amadurecimento como pessoa e como profissional, já que o professor Bruno teve a gentileza de me guiar de uma forma muito bacana, sempre me incentivando e sobretudo acreditando em mim. Sem dúvida alguma, o professor Bruno se converteu no meu exemplo de dedicação e profissionalismo. Agradeço também aos professores André Paim Lemos, Danilo Barbosa Melges, Davies William, Douglas Macharet, Guilherme Pereira, Guilherme Raffo, Hani Camille, Leonardo Tôrres, Luciano Pimenta, Reinaldo Palhares, Rodney Saldanha e Walmir Caminhas, dentre os quais alguns foram membros da minha banca e outros foram professores nas aulas. Obrigado por me ensinar um pouco do seu conhecimento.

Agradeço também a meus amigos aqui no Brasil que se converteram em meus irmãos, compartilhando os mesmos sofrimentos nas aulas, nas disciplinas, nos testes, nos trabalhos difíceis e especialmente as muitas risadas no dia-a-dia. Curtimos muitos momentos nesta bela jornada chamada Mestrado. Agradeço a todos os meus amigos que, de uma maneira ou outra, me ajudaram com suas palavras de incentivo, de apoio. Agradeço aos meus amigos do Equador aqui no Brasil; obrigado Ernesto, Wendy e Fabricio por me ajudarem desde o momento em que cheguei a Belo Horizonte e à UFMG. Agradeço aos meus amigos brasileiros Alcy, Alexandre, Augusto, Carlos, Estevão, Douglas, Marco, Hayanna, Heitor, Pedro e aos meus amigos do CORO: Breno, Daniel, Érica, Gustavo, Jullierme, Kossar, Lucas, Natália, Reza, Rogério, entre outros. Agradeço aos meus amigos do grupo de

pesquisa MACRO: Ana, Bráulio, Frederico, Gilvâni, Laysa, Leandro, Mariana, Priscilla. Agradeço também aos meus amigos estrangeiros: Maria, Lianny, Diego e Wilmer que, como eu, tiveram a coragem de vir ao Brasil para estudar. Agradeço de uma forma especial à Valciene Soares por tudo: sua amizade, por sempre ter palavras de incentivo, de apoio e que sobretudo nunca deixou de me lembrar de que Deus existe e sempre está conosco dia a dia. Obrigado, Val! Obrigado a todos meus amigos pela sua amizade, que para mim é uma das coisas mais importantes na vida.

Por último, mas não menos importante (aliás, depois de Deus é a *persona* mais importante na minha vida, já que por esta *persona* foi que tudo isso começou, este sonho agora feito realidade), agradeço à Diana Albán, minha linda, bela e amada namorada; obrigado pela muita paciência, pela muita compreensão, pelo sacrifício que fez por mim, obrigado por tudo mesmo.

Agradeço pelo suporte financeiro deste trabalho à Secretaria Nacional de Educación Superior, Ciencia, Tecnología e Innovación (SENESCYT) do Equador e às agências brasileiras CAPES, CNPq e Fapemig.

Bençãos a todos!

## Resumo

Esta dissertação visa implementar uma técnica de modelagem e controle de corpo completo para um manipulador móvel composto por um robô manipulador de cinco graus de liberdade acoplado a um robô móvel não holonômico de tração diferencial de três graus de liberdade. A modelagem baseia-se na álgebra de quatérnios duais para encontrar os modelos cinemáticos direto e diferencial da cadeia cinemática heterogênea serialmente acoplada. Um controlador cinemático — no qual a referência é dada pelo quatérnio dual representando a pose do efetuador — produz o movimento do robô e utiliza o Jacobiano do corpo completo para gerar simultaneamente o sinal de controle de todos os graus de liberdade da cadeia cinemática redundante. Além disso, visando melhorar o desempenho do controlador e ampliar sua região de convergência, propõe-se uma estrutura de controle em cascata, na qual a malha mais interna leva em consideração as restrições de não holonomia da base móvel por meio de um controlador com linearização entrada-saída. Com o objetivo de se avaliar o desempenho dos algoritmos implementados, foram realizadas simulações computacionais e experimentos em um manipulador móvel real. Os resultados obtidos do ponto de vista experimental mostraram-se aceitáveis, demonstrando assim a validade da técnica de modelagem e controle de corpo completo baseada na álgebra de quatérnios duais.

## Abstract

The goal of this dissertation is to implement a technique of whole-body modeling and control for a mobile manipulator composed of a robotic manipulator with five degrees of freedom coupled to a non-holonomic mobile robot with differential traction and three degrees of freedom. The modeling is based on the dual quaternion algebra for finding the forward and differential kinematic models of the heterogeneous serial kinematic chain. A kinematic controller—in which the reference is given by the dual quaternion representing the end-effector pose—produces the robot movement and uses the whole-body Jacobian to generate, simultaneously, the control signal for all degrees of freedom of the redundant kinematic chain. Moreover, in order to improve the controller performance and extend its convergence region, we propose a cascade control in which the inner loop takes into consideration the non-holonomic constraints of the mobile robot by means of an input-output linearization controller. In order to evaluate the performance of the implemented algorithms, computer simulations and experiments on a real mobile manipulator were performed. The results obtained from the experimental point of view are shown to be acceptable, demonstrating the validity of the technique of whole-body modeling and control based on dual quaternion algebra.

# Sumário

<b>Agradecimentos</b>	<b>iv</b>
<b>Resumo</b>	<b>vi</b>
<b>Abstract</b>	<b>vii</b>
<b>Sumário</b>	<b>viii</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>x</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xii</b>
<b>Lista de Abreviaturas</b>	<b>xiii</b>
<b>Lista de Símbolos</b>	<b>xiv</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Contribuições . . . . .	4
1.2 Estrutura da dissertação . . . . .	4
<b>2 Estado da arte</b>	<b>6</b>
2.1 Robôs manipuladores móveis e humanoides . . . . .	6
2.2 Controle de corpo completo . . . . .	10
<b>3 Fundamentos Matemáticos</b>	<b>14</b>
3.1 Quatérnios . . . . .	14
3.2 Quatérnios Duais . . . . .	15
3.3 Representação de movimentos rígidos usando quatérnios duais . . . . .	17
3.4 Convenção de Denavit-Hartenberg . . . . .	20
<b>4 Modelagem e Controle de Corpo Completo</b>	<b>22</b>
4.1 Modelos cinemáticos direto e diferencial direto para o corpo completo . . .	22
4.2 Modelo cinemático do robô manipulador . . . . .	23

4.3	Modelo cinemático da base móvel não-holonômica . . . . .	25
4.4	Representação da cadeia cinemática heterogênea serialmente acoplada . . .	27
4.5	Controle cinemático de corpo completo . . . . .	29
4.6	Linearização entrada-saída . . . . .	31
4.6.1	Controle cinemático aplicando uma estrutura em cascata . . . . .	35
<b>5</b>	<b>Avaliação Experimental e Resultados</b>	<b>38</b>
5.1	Simulações e experimentos . . . . .	38
5.1.1	Caso 1 . . . . .	39
5.1.2	Caso 2 . . . . .	47
5.1.3	Caso 3 . . . . .	51
<b>6</b>	<b>Conclusão e Trabalhos Futuros</b>	<b>58</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>61</b>

# Lista de Figuras

1.1	Robôs: (a) manipulador móvel Kuka youBot, (b) humanoide QRIO e (c) humanoide HOAP-1. . . . .	3
1.2	Manipulador móvel utilizado neste trabalho. . . . .	4
2.1	Robôs humanoides que podem potencialmente trabalhar lado a lado com os humanos. . . . .	8
2.2	Manipuladores móveis: (a) Justin, (b) PR2, (c) Twendy-one, (d) EL-E, (e) Cody. . . . .	10
3.1	Rotação representada por um quatérnio: rotação de $\phi$ em torno de um eixo de rotação $n$ . . . . .	18
3.2	Transformação homogênea representada por quatérnios duais . . . . .	19
3.3	Sequência de movimentos rígidos representados por quatérnios duais. . . . .	20
3.4	Exemplo das transformações realizadas pelos parâmetros da convenção D-H. . . . .	21
4.1	Sistemas de referência atribuídos ao robô manipulador AX18, a fim de obter os parâmetros D-H. . . . .	25
4.2	Sistemas de referência atribuídos ao manipulador móvel. . . . .	27
4.3	Esquema do controle de corpo completo que não leva em consideração a não holonomia da base móvel. . . . .	31
4.4	Coordenadas generalizadas do robô móvel. . . . .	32
4.5	Bloco da linearização adicionado a fim de se obter uma estrutura em cascata. . . . .	36
4.6	Esquema de controle em cascata de corpo completo. . . . .	37
5.1	Ambiente da tarefa realizada pelo manipulador móvel para o caso 1. . . . .	39
5.2	Primitivas geométricas que definem a tarefa realizada pelo manipulador móvel. . . . .	40
5.3	Coefficientes do quatérnio dual para a subtarefa de pegar a garrafa no caso 1, usando o controlador cinemático que não leva em consideração as restrições de não holonomia da base móvel. . . . .	42



5.4	Coeficientes do quatérnio dual para a subtarefa de pegar a garrafa no caso 1, usando o controlador cinemático em cascata . . . . .	43
5.5	Atuação de todas as variáveis de controle do manipulador móvel quando usado o controle cinemático que não leva em consideração as restrições de não holonomia da base móvel. . . . .	44
5.6	Atuação de todas as variáveis de controle do manipulador móvel quando usado o controle cinemático em cascata. . . . .	44
5.7	Experimento de controle do corpo completo de um manipulador móvel usando o controlador cinemático que não leva em consideração a não holonomia da base móvel. . . . .	45
5.8	Experimento de controle do corpo completo de um manipulador móvel usando o controlador cinemático em cascata. . . . .	46
5.9	Convergência da norma do erro na subtarefa 1 ( <i>esquerda</i> ) e na subtarefa 2 ( <i>direita</i> ). . . . .	49
5.10	Coeficientes do quatérnio dual para a subtarefa 1 no caso 2. . . . .	49
5.11	Coeficientes do quatérnio dual para a subtarefa 2 no caso 2. . . . .	50
5.12	Execução do experimento 2, ( <i>a</i> ) Exemplo da trajetória realizada pela base móvel ao executar as duas subtarefas (vista de topo) e ( <i>b</i> ) Exemplo da trajetória realizada pelo efetuador junto com a trajetória realizada pela base móvel (vista tridimensional). . . . .	51
5.13	Ambiente da tarefa realizada pelo manipulador móvel e primitivas geométricas que definem esta tarefa. . . . .	53
5.14	Coeficientes do quatérnio dual para a subtarefa de pegar a garrafa no caso 3. . . . .	56
5.15	Atuação de todas as variáveis de controle do manipulador móvel quando usado o controle cinemático em cascata para o caso 3. . . . .	56
5.16	Experimento de controle do corpo completo de um manipulador móvel usando o controlador cinemático em cascata integrado ao sistema de visão computacional. . . . .	57

# Lista de Tabelas

4.1	Parâmetros D-H do manipulador robótico AX18 . . . . .	24
4.2	Matrizes $\mathbf{L}_1$ e $\mathbf{L}_2$ que compõem o Jacobiano completo do robô. . . . .	29

# Lista de Abreviaturas

ASIMO	Advanced Step in Innovative MObility.
D-H	Denavit-Hartenberg.
DRC	Darpa Robotic Challenge.
EDC	Espaço Dual de Cooperação.
HOAP-1	Humanoid for Open Architecture Platform 1.
HRP-4	Humanoid Robotics Project 4.
MACRO	Mecatrônica, Controle e Robótica.
PR2	Personal Robot 2.
QRIO	Quest for cuRIOsity.
ROS	Robot Operating System.
UFMG	Universidade Federal de Minas Gerais.

# Lista de Símbolos

## Capítulo 3

$b$	Distância entre as rodas da base móvel.
$d_{\mathcal{P}}$	Parte primária de um número dual.
$d_{\mathcal{D}}$	Parte dual de um número dual.
$\varepsilon$	Unidade dual.
$\mathbb{H}$	Conjunto dos quatérnios.
$\mathcal{H}$	Conjunto dos quatérnios duais.
$\overset{+}{\mathbf{H}}_4, \overset{-}{\mathbf{H}}_4$	Operadores de Hamilton.
$\overset{+}{\mathbf{H}}, \overset{-}{\mathbf{H}}$	Operadores de Hamilton estendidos para quatérnios duais.
$\mathbf{h}, \mathbf{p}, \mathbf{q}$	Quatérnios.
$\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$	Unidades imaginárias ou quaterniônicas.
$\mathbf{J}_{\underline{x}}$	Matriz Jacobiana correspondente à derivada do quatérnio dual $\underline{x}$ .
$\mathbf{J}^+$	Pseudo-inversa da matriz $\mathbf{J}$ .
$\mathbf{K}$	Matriz de ganho (matriz positiva definida).
$\mathbf{n}$	Quatérnio unitário que representa um eixo de rotação.
$\mathbf{p}$	Quatérnio puro que representa posição.
$\underline{\mathbf{p}}, \underline{\mathbf{q}}, \underline{\mathbf{x}}, \underline{\mathbf{y}}$	Quatérnios duais.
$\mathbf{q}^*$	Conjugado do quatérnio.
$\ \mathbf{q}\ $	Norma do quatérnio.
$\underline{\mathbf{q}}^*$	Conjugado do quatérnio dual.

$\ \underline{q}\ $	Norma do quatérnio dual.
$\mathbf{r}$	Quatérnio unitário que representa orientação.
$r$	Raio da roda da base móvel.
$\mathbb{R}$	Conjunto dos reais.
$\underline{x}_b^a$	Quatérnio dual que representa o movimento rígido do sistema de coordenadas $a$ ao sistema de coordenadas $b$ (quando o sobrescrito $a$ é omitido, o movimento refere-se ao sistema de coordenadas inercial).
$x, y, z$	Coordenadas cartesianas.
$\omega_r$	Velocidade angular da roda direita.
$\omega_l$	Velocidade angular da roda esquerda.
$\phi$	Ângulo da base móvel com respeito a um sistema de coordenadas inercial.
$\theta$	Vetor de posições angulares das juntas de um robô manipulador.
$\Theta$	Configuração do sistema completo (posição angular das juntas do manipulador e das rodas da base móvel).

# 1

## Introdução

No mundo inteiro, um grande sonho salientado pelos inúmeros filmes de Hollywood sobre ficção científica e o crescente interesse da pesquisa na área da robótica, que tem alcançado níveis elevados de desenvolvimento, popularizou a ideia de que algum dia robôs ajudariam não só na indústria, mas também nas tarefas cotidianas ou mesmo domésticas. Este sonho reflete-se no grande número de desenvolvimentos de plataformas robóticas como manipuladores móveis, humanoides, dentre outras, que são usadas para pesquisas sobre a relação homem-robô. Grande parte destas plataformas pretendem ajudar as pessoas de modo inteligente e com grande destreza motora, o que requer a superação de vários desafios. Um desses desafios é a resolução autônoma de tarefas, que normalmente seriam resolvidas apenas por seres dotados de inteligência. Embora a humanidade não tenha atingido este sonho em sua totalidade, ao longo das últimas quatro décadas os engenheiros, cientistas, psicólogos, matemáticos e outros pesquisadores vêm coletivamente trabalhando para construir robôs capazes de ajudar as pessoas em vários tipos de tarefas.

Existe uma ampla série de aplicações no uso doméstico (Graf et al., 2004; Forlizzi & Disalvo, 2006; Lohse et al., 2008; Rusu et al., 2008; Graf et al., 2009; Choi & Jung, 2011), em hospitais para ajuda médica (Wada et al., 2010; Shibata, 2012), aplicações em reabilitação e outros cuidados com a saúde (Chen et al., 2013), em trabalhos perigosos que envolvem o salvamento de pessoas em incêndios (Castano et al., 2000; Kamegawa et al., 2004; Moosavian et al., 2006; Doroodgar et al., 2010; Bernard et al., 2011), em terremotos (Castano et al., 2000; Kamegawa et al., 2004; Moosavian et al., 2006; Doroodgar et al., 2010), no fundo do mar (Ortiz et al., 2007; Lindemuth et al., 2011), ou em zonas de risco

como locais radioativos (Iborra et al., 2003; Capuska et al., 2005; Bakari et al., 2007).

Para atender às demandas destas aplicações complexas, os robôs têm se tornado cada vez mais proficientes em realizar tarefas não triviais, como correr, saltar, subir escadas e manipular objetos. Na maioria destes casos, cada uma destas tarefas é endereçada de forma individual, e isso impõe alguma limitação fundamental na utilização de robôs no mundo real. Enquanto os seres humanos podem, ocasionalmente, ser superados por robôs em uma única tarefa, a habilidade de adaptar e combinar comportamentos na execução de várias tarefas distintas é algo intrínseco aos humanos. Esta flexibilidade permite que os seres humanos generalizem o seu conhecimento e realizem com sucesso as tarefas que eles nunca tinham explicitamente feito antes. Dessa maneira, esta ideia pode ser aplicada à robótica, visando a execução simultânea de várias tarefas motoras, podendo ser tarefas comuns como carregar um objeto juntamente com uma pessoa, subir escadas levando algum objeto nas mãos, dentre outras.

Recentemente as pesquisas envolvendo robótica têm se concentrado em trabalhos que caracterizam a chamada robótica de assistência. De fato, percebe-se um aumento significativo no desenvolvimento de manipuladores móveis e humanoides capazes de interagir com humanos, de ajudar pessoas que possuem necessidades especiais ou falta de agilidade (Mast et al., 2012; Kemp et al., 2007). Alguns dos manipuladores móveis mais populares são o robô móvel Helper (Kosuge et al., 2000), o robô Twendy-one (Iwata & Sugano, 2009), o robô Kuka youBot (ver figura 1.1) (Bischoff et al., 2011), dentre outros.

A literatura apresenta projetos envolvendo robôs humanoides que são desenvolvidos para facilitar a vida das pessoas dependentes ou que necessitam de algum tipo de assistência, como por exemplo o robô ASIMO (*Advanced Step in Innovative MObility*) da Honda (Hirose et al., 2001), o QRIO (*Quest for cuRIOsity*) da Sony (ver figura 1.1) (Geppert, 2004), o HOAP-1 (*Humanoid for Open Architecture Platform 1*) da Fujitsu (ver figura 1.1). Nessa perspectiva, espera-se que em um futuro próximo robôs e humanos compartilhem espaços comuns e trabalhem de forma cooperativa.

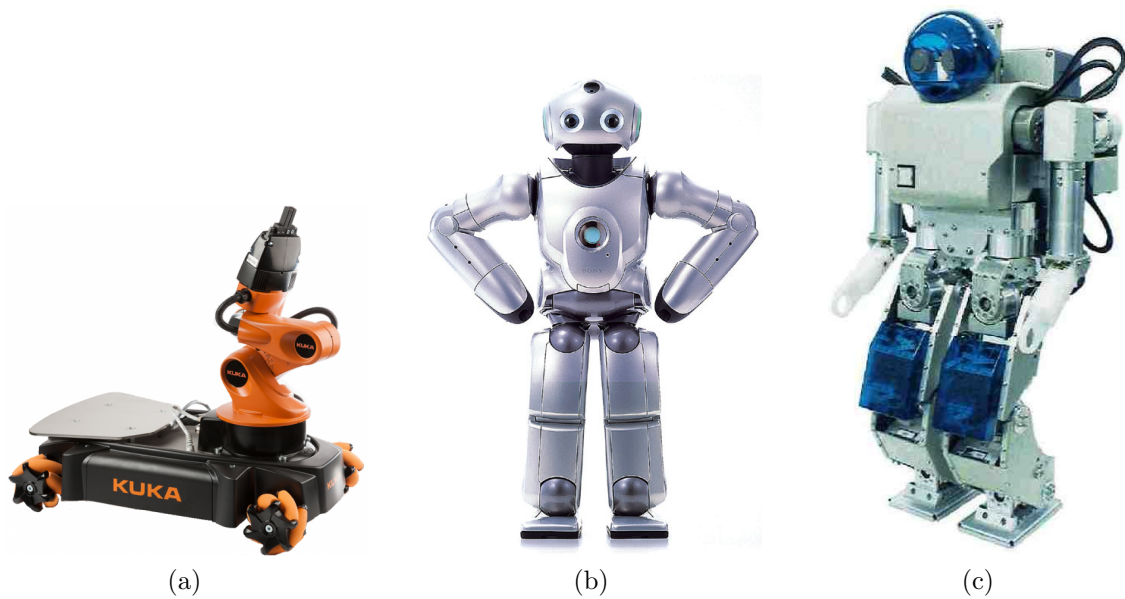


Figura 1.1: Robôs: (a) manipulador móvel Kuka youBot, (b) humanoide QRIO e (c) humanoide HOAP-1.

Com o objetivo de fazer com que os robôs interajam com os humanos de forma mais natural, é desejável que os movimentos dos robôs sejam fluidos e que envolvam a cadeia cinemática completa do robô. Além disso, com o aumento na complexidade das tarefas e o incremento dos graus de liberdade em robôs manipuladores móveis e humanoides, estes tornaram-se altamente redundantes, possibilitando a execução de tarefas secundárias sem que isto comprometa a execução da tarefa principal. Por exemplo, a tarefa principal pode ser pegar um objeto em uma mesa enquanto as tarefas secundárias podem ser desviar de obstáculos, evitar atingir o limite das juntas e minimizar a energia utilizada na tarefa de manipulação. Por tal motivo, fez-se necessário desenvolver técnicas e algoritmos de controle de corpo completo com a finalidade de se realizar a manipulação utilizando todos os graus de liberdade disponíveis para o robô.

Esta dissertação tem como objetivo desenvolver técnicas para controle de corpo completo e aplicá-las a um manipulador móvel. O robô utilizado neste trabalho consiste em uma base móvel não-holonômica de três graus de liberdade, com dois graus de liberdade para atuação, e um braço antropomórfico de cinco graus de liberdade conforme mostrado na figura 1.2. Porém, a metodologia utilizada é geral o suficiente para que possa ser aplicada a qualquer manipulador móvel.



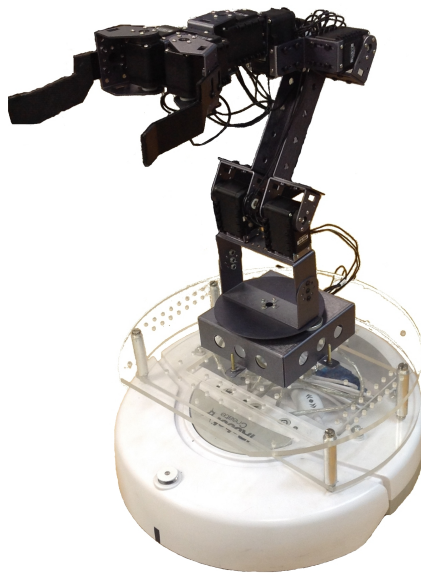


Figura 1.2: Manipulador móvel utilizado neste trabalho.

## 1.1 Contribuições

As contribuições desta dissertação são divididas em dois grupos principais:

1. Aplica-se a metodologia de modelagem cinemática de corpo completo do robô, unificada com o controle cinemático por meio de quatérnios duais, utilizando para tal fim a metodologia proposta por Adorno (2011).
2. Propõe-se uma estrutura de controle em cascata, na qual a malha mais interna leva em consideração as restrições de não holonomia da base móvel por meio de um controlador com realimentação entrada-saída.
3. Foi gerado um artigo intitulado “Modelagem e Controle de Corpo Completo Usando Quatérnios Duais para um Manipulador Móvel”, apresentado e publicado nos Anais do XX Congresso Brasileiro de Automática, 2014 (Salazar-Sangucho & Adorno, 2014).

É importante ressaltar que todas as técnicas utilizadas são avaliadas tanto em simulações quanto por meio de experimentos em um robô real.

## 1.2 Estrutura da dissertação

Este trabalho é organizado em seis capítulos da seguinte forma:

No capítulo 2 apresenta-se o estado da arte relacionado às técnicas tradicionais de controle de corpo completo, salientando as vantagens e desvantagens dos métodos já existentes, a fim de fornecer as bases nas quais esta dissertação é construída.

O capítulo 3 introduz a base matemática da representação dos movimentos rígidos, usando quatérnios duais. Necessária para compreender os conceitos desenvolvidos ao longo da dissertação.

No capítulo 4 apresenta-se a modelagem cinemática direta e diferencial e o controle de corpo completo do manipulador móvel usando quatérnios duais. Além disso, esse capítulo apresenta a estrutura de controle em cascata proposta neste trabalho, na qual a malha mais interna leva em consideração as restrições de não holonomia da base móvel por meio de um controlador com linearização entrada-saída.

No capítulo 5 é descrita a implementação de um sistema robótico para executar uma tarefa de manipulação realizada por um manipulador móvel e apresentam-se os experimentos realizados em um simulador e no robô real, bem como os resultados obtidos.

O capítulo 6 apresenta as considerações finais e perspectivas para trabalhos futuros.

# 2

## Estado da arte

Este capítulo apresenta inicialmente o estado da arte de robôs manipuladores móveis e robôs humanoides e em seguida apresenta as principais técnicas de controle de corpo completo. O objetivo é mostrar a capacidade que os robôs atuais têm de realizar tarefas complexas e que requerem o uso de vários graus de liberdade, justificando assim o uso de técnicas de controle de corpo completo.

### **2.1 Robôs manipuladores móveis e humanoides**

Atualmente, robôs são comumente adotados por muitas fábricas e indústrias que, de um modo geral, têm obtido êxito em questões levantadas acerca da redução de custos, do aumento de produtividade e os vários problemas trabalhistas com funcionários. Ressalta-se, além disso, que há alguns robôs que geram um impacto social particularmente bem positivo como, por exemplo, robôs que ajudam a preservar o ser humano. Exemplos desses tipos de robôs são os robôs-bombeiros, robôs-submarinos e robôs cirurgiões. Além disso, os chamados robôs assistentes podem auxiliar a reintegrar socialmente algum indivíduo que teve parte de suas capacidades motoras reduzidas devido a doença ou acidente (Chen et al., 2013).

Robôs assistentes têm ganhado bastante relevância nos cenários ou ambientes que envolvem o contato com humanos (Kemp et al., 2007) e, conseqüentemente, muitos trabalhos recentes visam melhorar esses tipos de robôs. Por exemplo, alguns trabalhos levam em consideração a implementação de uma aparência antropomórfica (Spexard et al.,

2007), enquanto outros se focam no controle simultâneo de vários graus de liberdade (Nishiwaki et al., 2005; Gienger et al., 2006; Sentis & Khatib, 2006; Nagasaka et al., 2010; Dietrich et al., 2011; Dalibard et al., 2013; Saab et al., 2013), manipulação cooperativa e interação humano-robô tanto no nível físico (Adorno et al., 2014) quanto no cognitivo (Breazeal, 2003).

Com o objetivo de que os robôs interajam perto dos seres humanos ou em ambientes humanos, estruturas antropomórficas sempre tiveram uma aceitação muito maior em comparação às estruturas não antropomórficas. Uma das razões é que ferramentas humanas geralmente precisam de destrezas humanas, o que significa que os seres humanos projetam e constroem ambientes ou ferramentas adequadas para os seres humanos. Assim, é de se esperar que quanto mais um robô é semelhante aos seres humanos, menos são as modificações necessárias no ambiente e/ou nas ferramentas a fim de se utilizar de forma eficaz o robô. Além disso, humanoides e estruturas antropomórficas podem facilitar a interação entre um indivíduo e o robô, porque as pessoas estão acostumadas a trabalhar com outras pessoas. Dessa maneira, pode-se realizar trabalhos cooperativos entre um humano e um robô humanoide (Yokoyama et al., 2003).

Muitos robôs humanoides já foram projetados e criados para serem usados na assistência e interação com humanos (figura 2.1). Um dos robôs mais famosos é o robô humanoide ASIMO projetado e desenvolvido pela HONDA (Hirose et al., 2001). O ASIMO, mostrado na figura 2.1a, possui 34 graus de liberdade e foi projetado para ser um assistente móvel multifuncional (Hirose et al., 2001) com várias habilidades como, por exemplo, reconhecer objetos em movimento, reconhecer gestos, seu ambiente de trabalho, sons e rostos, o que lhe permite interagir com os humanos. Além de andar em superfícies irregulares, virar-se, e na atualidade até correr, com movimentos mais fluidos.

Um outro exemplo é o robô autônomo programável NAO (Shamsuddin et al., 2011), desenvolvido pela *Aldebaran Robotics*, mostrado na figura 2.1b, uma das aplicações é a manipulação de objetos articulados (Burget et al., 2013). Várias versões foram lançadas ao longo destes seis últimos anos com 14, 21 e 25 graus de liberdade, bem como uma versão acadêmica foi desenvolvida para ser usado nas universidades e laboratórios para fins de pesquisa e educação. A maioria das versões do robô apresentam uma unidade de medida inercial com acelerômetro, giroscópio e quatro sensores ultra sônicos que fornecem estabilidade e posicionamento dentro do espaço.

O HRP-4 mostrado na figura 2.1c, desenvolvido em colaboração com o Instituto Nacional de Ciência Industrial Avançada e Tecnologia (AIST), é uma plataforma robótica de pesquisa e desenvolvimento de técnicas novas no âmbito da interação humano-robô e capaz de operar em vários ambientes. Ele possui um corpo leve e fino, o que facilita sua aceitabilidade por seres humanos, tem altura de 151 centímetros, possui massa de 39 kg, além de possuir 34 graus de liberdade (Kaneko et al., 2011). Alguns outros exemplos de robôs humanoides são: o robô HUBO (Park et al., 2007), o robô humanoide LOLA

(Lohmeier et al., 2009), o robô humanoide REEM-B (Tellez et al., 2008), dentre outros.

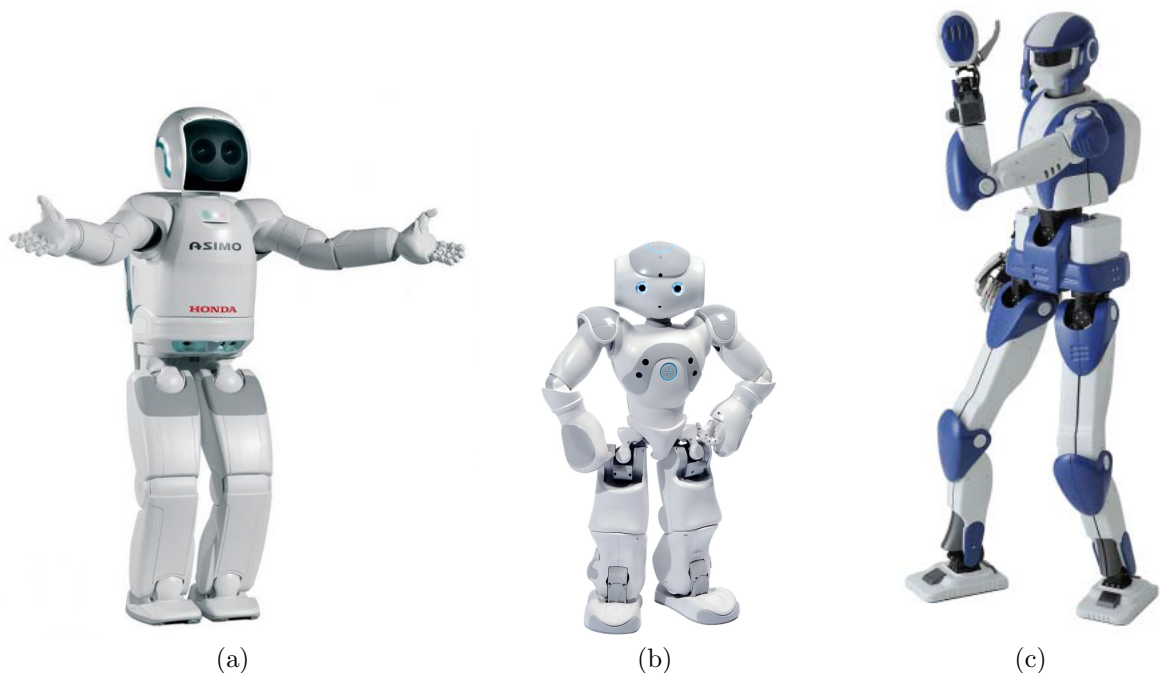


Figura 2.1: Robôs humanoides que podem potencialmente trabalhar lado a lado com os humanos: (a) ASIMO, (b) NAO, e (c) HRP-4.

Outros robôs, os chamados manipuladores móveis, foram projetados e desenvolvidos nestes últimos anos e são muito utilizados para trabalhar em ambientes humanos. Rollin' Justin é um robô manipulador móvel com dois braços autônomos, desenvolvido pelo Centro Aeroespacial Alemão (DLR), mostrado na figura 2.2a, e é utilizado como plataforma de pesquisa para a manipulação móvel em ambientes humanos. Este robô é capaz de, por exemplo, buscar e entregar objetos a partir de comandos de voz (Borst et al., 2009).

O robô PR2 (*Personal Robot 2*) da Willow Garage, mostrado na figura 2.2b, integra vários componentes de software como navegação, percepção do ambiente a seu redor, manipulação, planejamento de movimento, dentre outras, e utiliza o sistema operacional do robô ROS (*Robot Operating System*). O PR2 é capaz de servir bebidas (ou seja, localizar, buscar, e entregar) (Bohren et al., 2011), dentre outras tarefas.

O Twendy-one, mostrado na figura 2.2c, é um sofisticado robô humanoide simbiótico, ou seja, foi desenvolvido para viver junto com os humanos. Um recurso especial do Twendy-one é a função de combinação de destreza com a passividade e a saída de alta potência, equipado com um grande número de sensores de contato e realimentação de força que permitem detectar e reagir às colisões. Como resultado, este robô pode manipular um objeto com destreza, bem como segurar um ser humano nos braços. Algumas aplicações na área doméstica são: dar suporte para fazer café da manhã com utensílios de cozinha, carregar uma bandeja com café da manhã com as mãos, levantar uma bandeja colocando quatro dedos em cada alça na bandeja (Sugaiwa et al., 2010), buscar temperos de uma

geladeira abrindo e fechando suave e rapidamente sua porta.

Objetos dentro de ambientes humanos são normalmente encontrados em superfícies planas que são ortogonais à gravidade, como pisos, mesas e prateleiras. O EL-E, mostrado na figura 2.2d, é um robô de assistência que visa explicitamente recuperar objetos do cotidiano para pessoas com deficiências motoras. Ele utiliza uma configuração sensorial que permite autonomia e interação humano-robô em ambientes humanos internos e um sistema que o permite buscar objetos selecionados com um ponteiro laser (Nguyen et al., 2008).

Outro exemplo de manipulador móvel é robô Cody, mostrado na figura 2.2e, composto por uma base móvel omnidirecional (Segway RMP 50), um atuador linear vertical e braços com atuadores elásticos em série. Ele é capaz de abrir portas, gavetas e armários e sua interface por toque é direta e fácil de usar. Grande parte do código-fonte deste robô é aberto e tem interfaces com ROS (Jain & Kemp, 2009; Chen & Kemp, 2010; Jain & Kemp, 2010). Outros exemplos de manipuladores móveis são o robô Dynamaid (Stuckler & Behnke, 2009) e o robô Cosero (Schwarz et al., 2014).

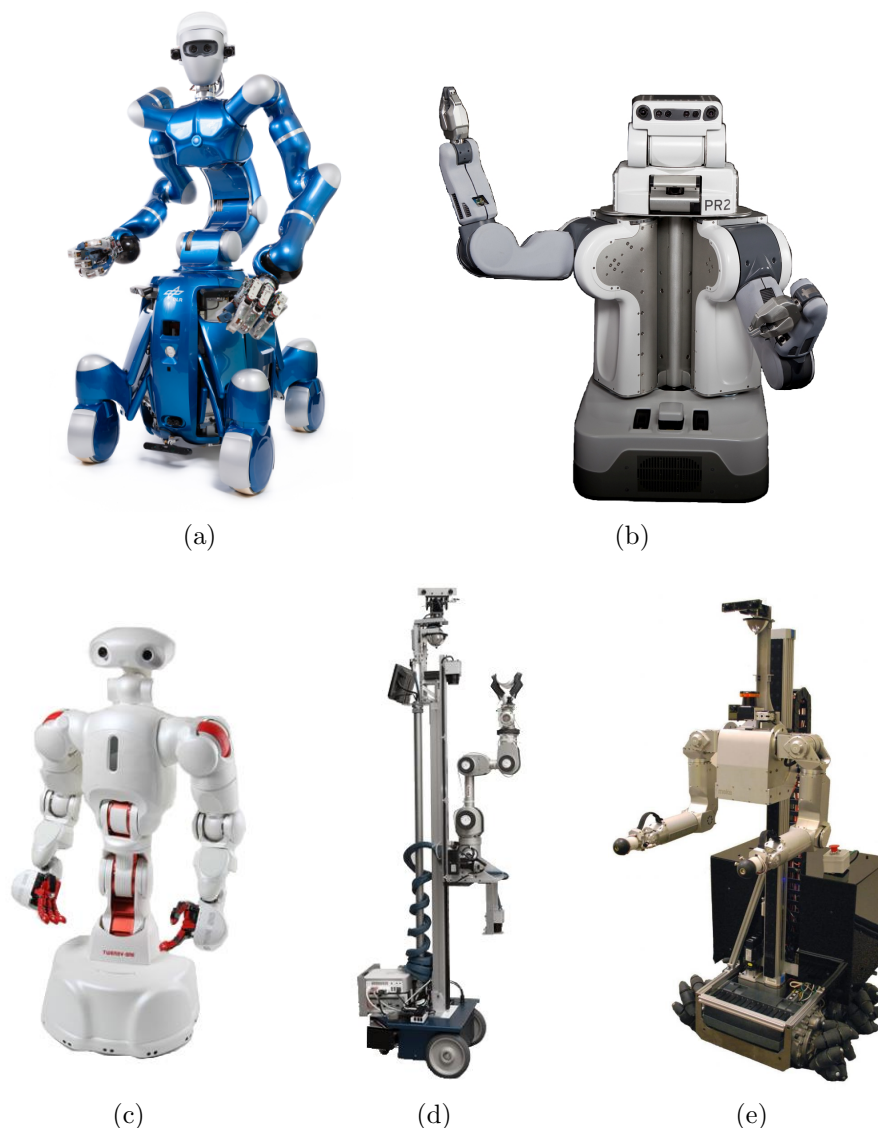


Figura 2.2: Manipuladores móveis: (a) Justin, (b) PR2, (c) Twendy-one, (d) EL-E, (e) Cody.

## 2.2 Controle de corpo completo

O controle de corpo completo faz com que estruturas robóticas e subsistemas heterogêneos ligados serialmente trabalhem de forma conjunta. Com o objetivo de fazer com que os robôs interajam com os humanos de forma mais natural, é desejável que os movimentos dos robôs sejam fluidos e que envolvam a estrutura completa do robô. Além disso, o controle de corpo completo possibilita fazer o controle de várias tarefas simultâneas.

Até há poucos anos, as limitações de *hardware* para o desenvolvimento de técnicas de controle de corpo completo era relegado a pesquisa quase puramente teórica. Recentemente, um número crescente de plataformas experimentais tornaram-se disponíveis, em particular humanoides e manipuladores móveis. Esta nova oportunidade propiciou a implantação, em robôs reais, dos resultados teóricos consolidados na área. Isto é apoiado por uma série

de novos projetos de pesquisa que abordam questões acerca deste tipo de controle como, por exemplo, o robô iCub (Metta et al., 2008). Além disso, existem competições como a *Darpa Robotic Challenge*<sup>1</sup> (DRC) que apresentam um desenvolvimento mais orientado para a aplicação desses métodos que envolvem o controle de corpo completo do robô. Para lidar com as restrições de movimentos combinados, alguns sistemas de controle têm sido propostos. Eles representam uma ampla gama de habilidades motoras complexas na forma de descritores de tarefas de baixa dimensão, que são projetados para os atuadores do robô, explorando assim as capacidades de mobilidade de todo o corpo (Burget et al., 2013).

Diferentes trabalhos nesta área foram desenvolvidos e aplicados a manipuladores móveis e a robôs humanoides. Nishiwaki et al. (2005) propuseram um método de controle de corpo completo para uma tarefa de manipulação de uma manivela realizando movimentos que mantêm a pose e o equilíbrio automaticamente. Uma vez que a posição desejada para a mão do robô é definida com respeito ao sistema de coordenadas absoluto, a configuração do tronco e a postura do robô são definidas de acordo com as posições dos pés e da mão. Em seguida, a cinemática inversa do braço é calculada usando-se, para tanto, a posição calculada para a mão e a configuração do tronco. Este método foi aplicado ao robô humanoide H7 das Indústrias Kawada, em parceria com a Universidade de Tóquio, para a realização de uma tarefa de manipulação de uma manivela usando, para tanto, controle de corpo completo. Uma desvantagem desse método, porém, é o uso de regras *ad-hoc* para a definição da tarefa de manipulação que leva em consideração o controle de corpo completo.

Sentis & Khatib (2006) apresentaram uma estrutura de controle de corpo completo que integra controle baseado no modelo dinâmico orientado à tarefa e controle de priorização. Essa estrutura de controle permite controlar várias primitivas de tarefas, respeitando tanto as restrições físicas do robô quanto aquelas relacionadas ao movimento. A priorização estabelece uma hierarquia entre os diferentes objetivos de controle, atribuindo maior prioridade às tarefas relacionadas às primitivas de restrições (e.g., contatos com o espaço de trabalho, limite das juntas, desvio de obstáculos e controle de equilíbrio), enquanto projeta-se as tarefas operacionais (e.g., controle do efetuador, controle dos pés) no espaço nulo das restrições e um controle da postura dentro da redundância residual. A abordagem de controle estende a formulação do espaço operacional de Khatib (1987) para permitir que o robô realize simultaneamente várias tarefas de baixo nível (controle de primitivas) como parte de um comportamento de corpo completo. Esta estrutura de controle foi aplicada ao robô humanoide ASIMO da Honda.

Gienger et al. (2006) apresentaram um algoritmo de movimento de corpo completo e mostraram alguns passos para a sua viabilidade em cenários complexos. Foi empregada a estrutura de Liegeois (1977), que resolve o problema da cinemática diferencial inversa redundante no nível da velocidade. Para fazer um controlador adequado para uma variedade de aplicações diferentes, foram propostos descritores de tarefas para as posições relativas

---

<sup>1</sup><http://www.theroboticschallenge.org>



do efetuador. As cinemáticas diferenciais inversas são estendidas, permitindo “intervalos de deslocamento” que são formulados no espaço da tarefa. O esquema de controle proposto garante que o movimento do efetuador fique dentro do intervalo especificado. No entanto, o movimento no interior do intervalo é determinado por critérios de otimização, que pode ser efetivamente utilizado para gerar um movimento mais flexível e robusto. Este algoritmo foi avaliado no robô humanoide ASIMO.

Nagasaka et al. (2010) propuseram uma estrutura de controle para um robô móvel com dois braços e duas rodas que pode coordenar todas as forças geradas por cada um dos graus de liberdade de atuação para atingir diversos objetivos de movimento, como, por exemplo, posição, velocidade, aceleração, força e impedância em qualquer parte do corpo. A estrutura de controle é composta por dois componentes: 1) dinâmica inversa generalizada (do inglês, *Generalized Inverse Dynamics*, GID), que determina as forças conjuntas satisfazendo múltiplos objetivos, considerando prioridades das tarefas e várias restrições; e 2) a unidade idealizada das juntas (do inglês, *Idealized Joint Unit*, IJU) que gera o torque preciso para as juntas mesmo com incertezas não modeladas, o que é feito por meio de um controlador local no nível das juntas. O GID é usado para abstrair o modelo de tal maneira que o robô móvel com dois braços e duas rodas é tratado como se fosse um único manipulador no qual as restrições não-holonômicas são levadas em consideração. Os resultados apresentados mostraram que a técnica proposta tem bom desempenho nos exemplos físicos de interação humano-robô e manipulação de objetos. Além disso, os objetivos de controle de movimento são atingidos por meio da coordenação do corpo completo, sendo que a passividade do sistema é mantida devido à redundância do mesmo e ao controle da impedância previamente atribuída.

Adorno (2011) apresentou um método de controle cinemático, que é uma extensão do Espaço Dual de Cooperação (EDC) proposto por Adorno et al. (2010), e que leva em consideração o movimento do corpo inteiro para a realização de manipulações bimanuais realizadas por um robô composto por uma base móvel não holonômica, um tronco com dois graus de liberdade e dois braços. A manipulação é descrita em termos de duas variáveis: a variável relativa, que representa a relação entre as poses dos dois efetuadores do robô, e a variável absoluta, que representa a pose do objeto que está sendo manipulado. A ideia de sistemas cinemáticos acoplados serialmente, os quais são representados por quatérnios duais, foi introduzida a fim de descrever as variáveis absolutas em termos de todos os graus de liberdade que estão presentes no sistema cinemático completo. Entretanto o método proposto por Adorno (2011) foi avaliado somente mediante simulação.

Park et al. (2013) propuseram um método de controle de equilíbrio de robôs humanóides baseado no EDC. O método fornece uma maneira eficiente para a estabilização do corpo completo por meio da modificação da posição horizontal da cintura gerada pelo movimento coordenado de ambas as pernas. Este método baseado no EDC prevê a possibilidade de gerar uma grande biblioteca de movimentos de corpo completo para robôs humanóides e

foi validado por meio de simulações, que incluem casos que mostraram um robô humanoide HOAP-2 andando em um terreno plano e subindo escadas.

Dietrich et al. (2011) apresentaram um controlador de corpo inteiro mediante leis de controle de impedância, permitindo ao robô realizar tarefas principais, enquanto ao mesmo tempo leva em consideração aspectos como limitações físicas e prevenção de auto-colisão e colisões com o ambiente. O controlador fornece uma resolução de redundância natural entre os braços, o tronco e a plataforma com rodas. Ao utilizar uma única matriz Jacobiana para todo o sistema, exceto para as mãos, um comportamento sincronizado foi alcançado. Este controlador foi avaliado no humanoide móvel Justin.

Dalibard et al. (2013) propuseram um planejador de movimento de corpo inteiro para robôs humanoides que calcula trajetórias de caminhada livre de colisão, com base em modelos exatos de ambos o robô e o meio ambiente. Este planejador é usado para resolver tarefas de manipulação que podem exigir a ação de caminhar. A primeira fase deste algoritmo usa um planejador de movimento com restrições com base em amostragem do espaço de configurações para calcular um movimento estaticamente equilibrado sem colisões para um robô. Este pode estar fixo (e.g., para tarefas de manipulação com desvio de obstáculos, mas na qual o robô não precisa de caminhar) ou móvel no chão, ou seja, onde o robô precisa de caminhar para executar a tarefa de manipulação. O método foi aplicado em um robô humanoide HRP-2.

Todos os trabalhos supracitados apresentam técnicas que permitem integrar movimentos simultâneos de subsistemas que compõem um corpo inteiro por meio do controle de todos os graus de liberdade disponíveis do robô. Essas técnicas são particularmente úteis para a geração de movimento de sistemas altamente redundantes, como humanoides e manipuladores móveis.

Esta dissertação apresenta a implementação da técnica de modelagem e controle de corpo completo proposta por Adorno (2011). Esta técnica baseia-se na álgebra de quatérnios duais para encontrar o modelo cinemático direto e o modelo cinemático diferencial da cadeia heterogênea serialmente acoplada, que neste trabalho é composta por um robô manipulador acoplado a um robô móvel não holonômico. Esta integração permite a descrição do manipulador móvel como uma entidade única, usando um único Jacobiano do sistema completo. Além disso, um controlador cinemático — no qual a referência é dada pelo quatérnio dual representando a pose do efetuador — produz o movimento do robô e utiliza o Jacobiano do corpo completo para gerar *simultaneamente* o sinal de controle de todos os graus de liberdade. Por último, uma estrutura de controle em cascata é proposta de maneira a considerar explicitamente as restrições de não holonomia da base móvel por meio de uma linearização entrada-saída, ampliando assim a região de convergência do controle do corpo completo.

# 3

## Fundamentos Matemáticos

Este capítulo apresenta os fundamentos matemáticos básicos para representar transformações entre sistemas de coordenadas e movimentos rígidos utilizando-se os quatérnios duais unitários, bem como a convenção de Denavit-Hartenberg, também reescrita por meio de quatérnios duais unitários, para a análise cinemática do robô.

### 3.1 Quatérnios

Os quatérnios foram introduzidos por Hamilton no século XIX, e podem ser considerados como uma extensão dos números complexos, onde as três componentes imaginárias  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$ ,  $\hat{k}$  (também chamadas unidades quaterniônicas) são usadas e possuem as seguintes propriedades (Kuipers, 2002):

$$\hat{i}^2 = \hat{j}^2 = \hat{k}^2 = \hat{i}\hat{j}\hat{k} = -1. \quad (3.1)$$

**Definição 3.1.** Seja  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ , um quatérnio  $\mathbf{h} \in \mathbb{H}$  é definido como um número hipercomplexo que inclui uma componente real e uma componente imaginária envolvendo as três unidades imaginárias ou seja,

$$\mathbf{h} = a + b\hat{i} + c\hat{j} + d\hat{k}. \quad (3.2)$$

**Definição 3.2.** Sejam  $\mathbf{p}$  e  $\mathbf{q} \in \mathbb{H}$ , a adição de quatérnios é definida por

$$\begin{aligned} \mathbf{p} + \mathbf{q} &= (p_1 + p_2\hat{i} + p_3\hat{j} + p_4\hat{k}) + (q_1 + q_2\hat{i} + q_3\hat{j} + q_4\hat{k}) \\ &= p_1 + q_1 + (p_2 + q_2)\hat{i} + (p_3 + q_3)\hat{j} + (p_4 + q_4)\hat{k}, \end{aligned} \quad (3.3)$$

e o resultado é um outro quatérnio.

**Definição 3.3.** Sejam  $\mathbf{p}$  e  $\mathbf{q} \in \mathbb{H}$ , a multiplicação de quatérnios, usando as propriedades apresentadas na equação (3.1), é definida como

$$\begin{aligned} \mathbf{p}\mathbf{q} &= (p_1 + p_2\hat{i} + p_3\hat{j} + p_4\hat{k})(q_1 + q_2\hat{i} + q_3\hat{j} + q_4\hat{k}) \\ &= (p_1q_1 - p_2q_2 - p_3q_3 - p_4q_4) + \\ &\quad (p_1q_2 + p_2q_1 + p_3q_4 - p_4q_3)\hat{i} + \\ &\quad (p_1q_3 - p_2q_4 + p_3q_1 + p_4q_2)\hat{j} + \\ &\quad (p_1q_4 + p_2q_3 - p_3q_2 + p_4q_1)\hat{k}. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Cabe ressaltar que a multiplicação entre dois quatérnios não é comutativa, ou seja,

$$\mathbf{p}\mathbf{q} \neq \mathbf{q}\mathbf{p}. \quad (3.5)$$

**Definição 3.4.** Seja  $\mathbf{q} \in \mathbb{H}$ , o conjugado do quatérnio é dado por

$$\mathbf{q}^* = q_1 - (q_2\hat{i} + q_3\hat{j} + q_4\hat{k}). \quad (3.6)$$

**Definição 3.5.** Seja  $\mathbf{q} \in \mathbb{H}$ , a norma do quatérnio é dada pela expressão

$$\|\mathbf{q}\| = \sqrt{\mathbf{q}^*\mathbf{q}} = \sqrt{\mathbf{q}\mathbf{q}^*}. \quad (3.7)$$

## 3.2 Quatérnios Duais

Os quatérnios duais fornecem uma forma conveniente para representações de sistemas robóticos. Entre as vantagens do uso dos quatérnios duais pode-se ressaltar a representação compacta e direta de movimentos rígidos e transformações homogêneas. Mais especificamente, eles descrevem simultaneamente posições e orientações usando apenas oito parâmetros e desempenham o mesmo papel das matrizes de transformação homogêneas, onde o movimento rígido completo é descrito por um único objeto matemático (Adorno, 2011).

**Definição 3.6.** Sejam  $d_{\mathcal{P}}$  e  $d_{\mathcal{D}}$  dois números pertencentes ao mesmo corpo, um número dual  $d$  é definido pela expressão (Selig, 2005)

$$d = d_{\mathcal{P}} + \varepsilon d_{\mathcal{D}}, \quad (3.8)$$

onde  $d_{\mathcal{P}}$  corresponde à parte primária e  $d_{\mathcal{D}}$  corresponde à parte dual, e  $\varepsilon$  é uma unidade dual de Clifford que obedece

$$\begin{aligned} \varepsilon &\neq 0 \\ \varepsilon^2 &= 0. \end{aligned} \quad (3.9)$$

**Definição 3.7.** Sejam  $\mathbf{q}_{\mathcal{P}}$  e  $\mathbf{q}_{\mathcal{D}} \in \mathbb{H}$ , um quatérnio dual  $\underline{\mathbf{q}} \in \mathcal{H}$  é definido por um número dual composto de quatérnios expressado por (Selig, 2005)

$$\underline{\mathbf{q}} = \mathbf{q}_{\mathcal{P}} + \varepsilon \mathbf{q}_{\mathcal{D}}. \quad (3.10)$$

**Definição 3.8.** Sejam  $\underline{\mathbf{p}}, \underline{\mathbf{q}} \in \mathcal{H}$ , a adição de quatérnios duais resulta em

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{p}} + \underline{\mathbf{q}} &= (\mathbf{p}_{\mathcal{P}} + \varepsilon \mathbf{p}_{\mathcal{D}}) + (\mathbf{q}_{\mathcal{P}} + \varepsilon \mathbf{q}_{\mathcal{D}}) \\ &= \mathbf{p}_{\mathcal{P}} + \mathbf{q}_{\mathcal{P}} + \varepsilon (\mathbf{p}_{\mathcal{D}} + \mathbf{q}_{\mathcal{D}}). \end{aligned} \quad (3.11)$$

**Definição 3.9.** Sejam  $\underline{\mathbf{p}}, \underline{\mathbf{q}} \in \mathcal{H}$ , a multiplicação de quatérnios duais, usando as propriedades da equação (3.9), resulta em

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{p}} \underline{\mathbf{q}} &= (\mathbf{p}_{\mathcal{P}} + \varepsilon \mathbf{p}_{\mathcal{D}}) (\mathbf{q}_{\mathcal{P}} + \varepsilon \mathbf{q}_{\mathcal{D}}) \\ &= \mathbf{p}_{\mathcal{P}} \mathbf{q}_{\mathcal{P}} + \varepsilon (\mathbf{p}_{\mathcal{P}} \mathbf{q}_{\mathcal{D}} + \mathbf{p}_{\mathcal{D}} \mathbf{q}_{\mathcal{P}}). \end{aligned} \quad (3.12)$$

Assim como no caso dos quatérnios, a multiplicação de quatérnios duais não é comutativa, ou seja,

$$\underline{\mathbf{p}} \underline{\mathbf{q}} \neq \underline{\mathbf{q}} \underline{\mathbf{p}}. \quad (3.13)$$

**Definição 3.10.** Sejam  $\underline{\mathbf{q}} \in \mathcal{H}$ , o conjugado do quatérnio dual  $\underline{\mathbf{q}}$  é dado pela expressão

$$\underline{\mathbf{q}}^* = \mathbf{q}_{\mathcal{P}}^* + \varepsilon \mathbf{q}_{\mathcal{D}}^*. \quad (3.14)$$

**Definição 3.11.** Sejam  $\mathbf{q}_{\mathcal{P}}$  e  $\mathbf{q}_{\mathcal{D}} \in \mathbb{H}$  e  $\underline{\mathbf{q}} \in \mathcal{H}$ , a norma do quatérnio dual é dada pela expressão

$$\|\underline{\mathbf{q}}\| = \sqrt{\underline{\mathbf{q}}^* \underline{\mathbf{q}}} = \sqrt{\underline{\mathbf{q}} \underline{\mathbf{q}}^*} \quad (3.15)$$

**Definição 3.12.** Seja o quatérnio dual  $\underline{\mathbf{q}} = q_1 + q_2\hat{i} + q_3\hat{j} + q_4\hat{k} + \varepsilon (q_5 + q_6\hat{i} + q_7\hat{j} + q_8\hat{k})$ , o operador  $\text{vec}$  realiza o mapeamento bijetor  $\text{vec} : \mathcal{H} \rightarrow \mathbb{R}^8$  dado por (Adorno, 2011)

$$\text{vec } \underline{\mathbf{q}} = [q_1, \dots, q_8]^T, \quad (3.16)$$

Outros dois operadores que podem ser definidos são os operadores de Hamilton, que são as matrizes  $\overset{+}{\mathbf{H}}_4(\cdot)$  e  $\bar{\mathbf{H}}_4(\cdot)$ .

Sendo,

$$\overset{+}{\mathbf{H}}_4(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} x_1 & -x_2 & -x_3 & -x_4 \\ x_2 & x_1 & -x_4 & x_3 \\ x_3 & x_4 & x_1 & -x_2 \\ x_4 & -x_3 & x_2 & x_1 \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{H}}_4(\mathbf{y}) = \begin{bmatrix} y_1 & -y_2 & -y_3 & -y_4 \\ y_2 & y_1 & y_4 & -y_3 \\ y_3 & -y_4 & y_1 & y_2 \\ y_4 & y_3 & -y_2 & y_1 \end{bmatrix}, \quad (3.17)$$

logo os operadores de Hamilton estendidos para quatérnios duais são

$$\overset{+}{\mathbf{H}}(\underline{\mathbf{x}}) = \begin{bmatrix} \overset{+}{\mathbf{H}}_4(\mathbf{x}_{\mathcal{P}}) & 0_4 \\ \overset{+}{\mathbf{H}}_4(\mathbf{x}_{\mathcal{D}}) & \overset{+}{\mathbf{H}}_4(\mathbf{x}_{\mathcal{P}}) \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{H}}(\underline{\mathbf{y}}) = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{H}}_4(\mathbf{y}_{\mathcal{P}}) & 0_4 \\ \bar{\mathbf{H}}_4(\mathbf{y}_{\mathcal{D}}) & \bar{\mathbf{H}}_4(\mathbf{y}_{\mathcal{P}}) \end{bmatrix}, \quad (3.18)$$

que satisfazem (Adorno, 2011):

$$\text{vec}(\underline{\mathbf{x}}\underline{\mathbf{y}}) = \overset{+}{\mathbf{H}}(\underline{\mathbf{x}}) \text{vec } \underline{\mathbf{y}} = \bar{\mathbf{H}}(\underline{\mathbf{y}}) \text{vec } \underline{\mathbf{x}}, \quad (3.19)$$

para  $\underline{\mathbf{x}}, \underline{\mathbf{y}} \in \mathcal{H}$ . Com estes operadores de Hamilton, o quatérnio dual é mapeado em uma forma matricial.

### 3.3 Representação de movimentos rígidos usando quatérnios duais

Um corpo rígido é totalmente descrito no espaço por sua posição e orientação (pose) com respeito a um sistema coordenadas de referência. Podemos considerar vários sistemas que podem ser descritos por movimentos rígidos como por exemplo, robôs manipuladores, bases móveis, robôs aéreos, etc.

**Definição 3.13.** Seja  $\phi$  o ângulo de rotação em torno de um eixo de rotação de norma unitária  $\mathbf{n} = n_x\hat{i} + n_y\hat{j} + n_z\hat{k}$ . A rotação  $\mathbf{r}$  é dada pelo quatérnio unitário

$$\mathbf{r} = \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\phi}{2}\right)\mathbf{n}. \quad (3.20)$$

A rotação descrita pela equação (3.20) é mostrada na figura 3.1.

Considere um quatérnio unitário  $\mathbf{r}_0^0 = 1$  que representa a orientação inicial de um sistema de coordenadas de referência  $\mathcal{F}_0$ . Depois de  $n$  rotações, a orientação final é dada por

$$\mathbf{r}_n^0 = \mathbf{r}_1^0 \dots \mathbf{r}_n^{n-1}. \quad (3.21)$$

Nesta notação o sobrescrito e subscrito representam os sistemas de coordenadas inicial e final, respectivamente.

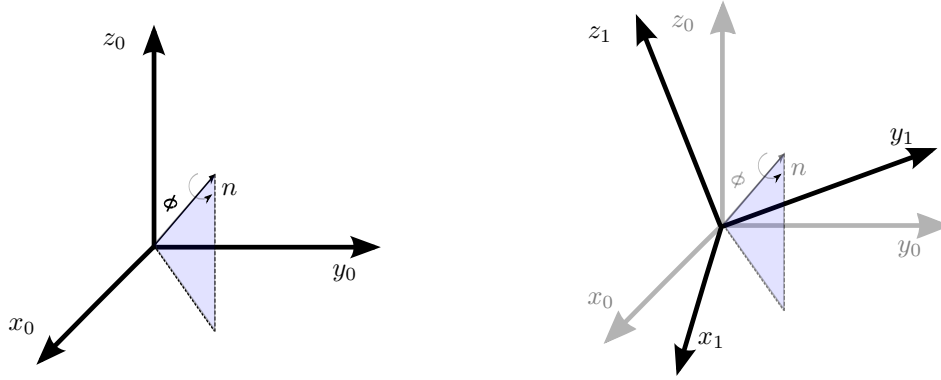


Figura 3.1: Rotação representada por um quatérnio: rotação de  $\phi$  em torno de um eixo de rotação  $n$ .

**Definição 3.14.** Sejam  $p_x, p_y$  e  $p_z \in \mathbb{R}$  as coordenadas de um ponto com respeito a um sistema de coordenadas de referência  $\mathcal{F}_0$ , a sua posição é definida pelo quatérnio puro, ou seja, quatérnios com a parte real igual a zero:

$$\mathbf{p} = p_x\hat{i} + p_y\hat{j} + p_z\hat{k}. \quad (3.22)$$

**Definição 3.15.** Sejam  $\mathbf{r}$  e  $\mathbf{p} \in \mathbb{H}$  e definidos pelas equações (3.20) e (3.22), respectivamente; a posição dual que determina um sistema de coordenadas  $\mathcal{F}_1$  com orientação  $\mathbf{r}$  e posição  $\mathbf{p}$ , com relação a um outro sistema de coordenadas de referência  $\mathcal{F}_0$ , é definido pelo quatérnio dual unitário (Kuipers, 2002; Selig, 2005; Adorno, 2011)

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_1^0 &= \mathbf{r}_1^0 + \frac{1}{2}\varepsilon\mathbf{p}_1^0\mathbf{r}_1^0 \\ &= \mathbf{x}_{\mathcal{P}} + \varepsilon\mathbf{x}_{\mathcal{D}}. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Assim,  $\underline{x}$  representa a pose de um corpo rígido no espaço dos quatérnios duais unitários.

A posição  $\mathbf{p}$  é extraída do quatérnio dual  $\underline{x}_1^0$  por meio da relação

$$\mathbf{p} = 2\underline{x}_D \mathbf{r}^*, \quad (3.24)$$

enquanto que a orientação pode ser obtida diretamente da parte primária do quatérnio dual, ou seja,

$$\mathbf{r} = \mathbf{x}_P. \quad (3.25)$$

Um exemplo de transformação homogênea de sistema de coordenadas por meio de um quatérnio dual é apresentado na figura 3.2.

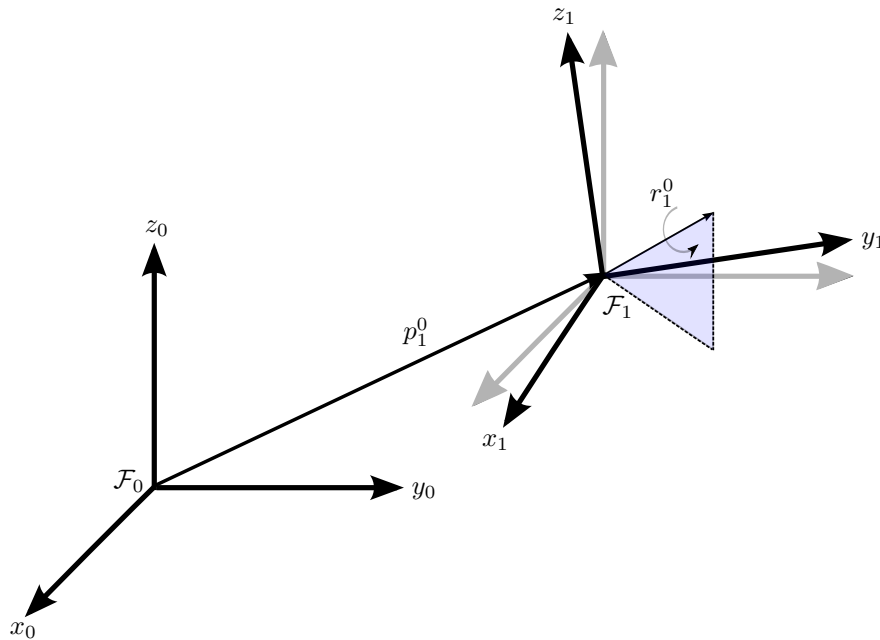


Figura 3.2: Transformação homogênea representada por quatérnios duais: primeiro uma translação  $p_1^0$  é executada, seguida de uma rotação  $r_1^0$ .

**Definição 3.16.** Sejam  $\underline{x}_1^0, \underline{x}_2^1, \dots, \underline{x}_n^{n-1} \in \mathcal{H}$  uma série de  $n$  transformações homogêneas intermediárias, o quatérnio dual resultante é o produto

$$\underline{x}_n^0 = \underline{x}_1^0 \underline{x}_2^1 \cdots \underline{x}_n^{n-1}. \quad (3.26)$$

Um exemplo da sequência de movimentos rígidos representados por quatérnios duais é mostrada na figura 3.3.



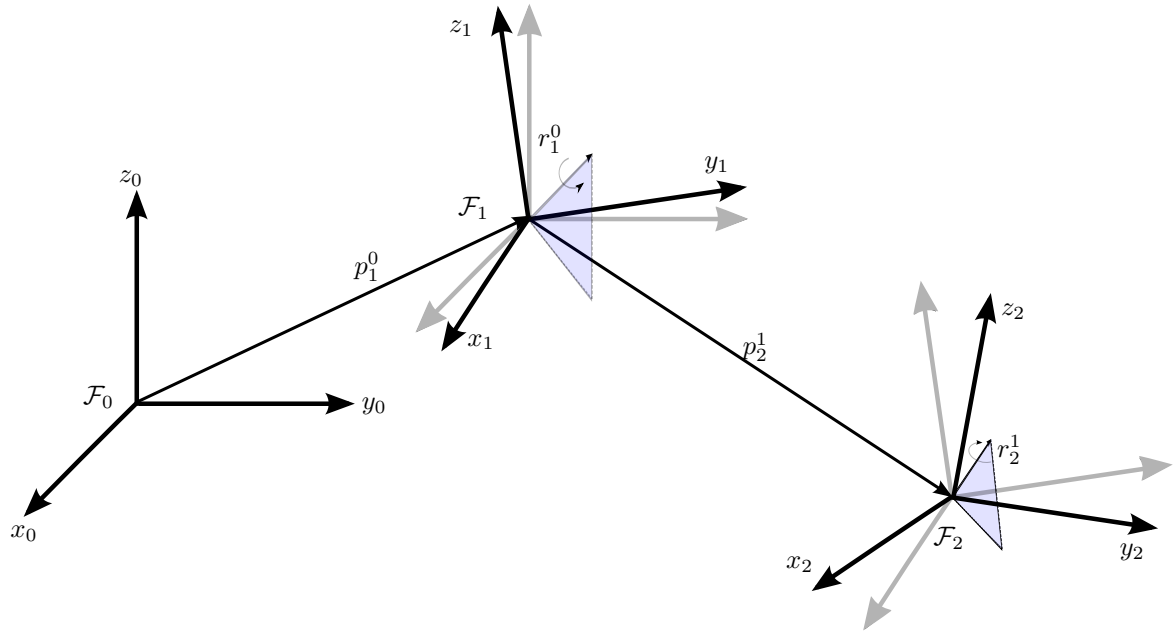


Figura 3.3: Sequência de movimentos rígidos representados por quatérnios duais.

**Definição 3.17.** Seja  $\underline{x}_1^0 \in \mathcal{H}$  o quatérnio dual que determina a transformação homogênea de um sistema de coordenadas  $\mathcal{F}_0$  para um outro sistema de coordenadas  $\mathcal{F}_1$ , o seu conjugado

$$\underline{x}_1^0 = \underline{x}_0^{1*}, \quad (3.27)$$

é a transformação inversa, ou seja, a transformação do sistema de coordenadas  $\mathcal{F}_1$  para o sistema de coordenadas  $\mathcal{F}_0$ . Assim, a multiplicação de um quatérnio unitário com seu conjugado fornece o elemento neutro de grupo, ou seja, corresponde a uma transformação nula:

$$\underline{x}_1^0 \underline{x}_1^{0*} = 1. \quad (3.28)$$

### 3.4 Convenção de Denavit-Hartenberg (D-H)

Os parâmetros de Denavit-Hartenberg (também chamados parâmetros D-H) são quatro parâmetros associados a uma convenção especial para fixar sistemas de referência aos elos de uma cadeia cinemática serial, tipicamente robôs manipuladores.

Dado um elo de um do robô serial, a convenção D-H descreve a pose do elo com respeito ao anterior na cadeia cinemática por meio de quatro parâmetros (Siciliano et al., 2009; Adorno, 2011).

$d$ : translação ao longo do eixo  $z$ ,

$\theta$ : rotação em torno do eixo  $z$ ,

$a$ : translação ao longo do eixo  $x$  e

$\alpha$ : rotação em torno do eixo  $x$ ,

que são apresentados na figura 3.4.

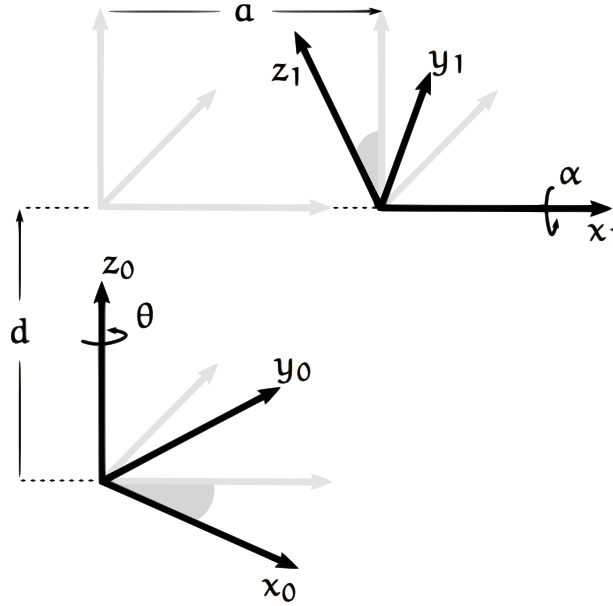


Figura 3.4: Exemplo de transformações realizadas pelos parâmetros D-H (Adorno, 2011). Uma primeira rotação  $\theta$  é realizada em torno do eixo  $z$ , seguido por uma translação  $d$  ao longo do eixo  $z$ ; em seguida, uma translação  $a$  é realizada ao longo do eixo  $x$ , seguida de uma rotação  $\alpha$  em torno do eixo  $x$ .

A representação da convenção D-H no espaço dos quatérnios duais é simples e consiste em multiplicar os quatro quatérnios duais correspondentes a cada transformação. Assim (Adorno, 2011),

$$\underline{x}_{DH} = \mathbf{r}_{z,\theta} \underline{\mathbf{p}}_{z,d} \underline{\mathbf{p}}_{x,a} \mathbf{r}_{x,\alpha}, \quad (3.29)$$

onde  $\mathbf{r}_{z,\theta}$  representa uma rotação pura em torno do eixo  $z$  (de forma análoga para  $\mathbf{r}_{x,\alpha}$ ) e  $\underline{\mathbf{p}}_{z,d}$  representa uma translação pura ao longo do eixo  $z$  (de forma análoga para  $\underline{\mathbf{p}}_{x,a}$ ). De forma mais específica,

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{p}}_{z,d} &= 1 + \varepsilon \left( \frac{d}{2} \right) \hat{k}, \\ \underline{\mathbf{p}}_{x,a} &= 1 + \varepsilon \left( \frac{a}{2} \right) \hat{i}, \\ \mathbf{r}_{z,\theta} &= \cos \left( \frac{\theta}{2} \right) + \sin \left( \frac{\theta}{2} \right) \hat{k}, \\ \mathbf{r}_{x,\alpha} &= \cos \left( \frac{\alpha}{2} \right) + \sin \left( \frac{\alpha}{2} \right) \hat{i}. \end{aligned} \quad (3.30)$$

# 4

## Modelagem e Controle de Corpo Completo

Neste capítulo descreve-se a modelagem cinemática de corpo completo, a descrição do modelo cinemático direto e diferencial para o corpo completo e as estratégias de controle cinemático para a execução de tarefas. Entende-se por corpo completo a estrutura completa do manipulador móvel, ou seja, o robô manipulador e a base móvel.

O controle de corpo completo permite que um robô manipulador móvel realize tarefas que requerem o posicionamento do seu efetuador em diferentes poses por meio do uso simultâneo de todos os graus de liberdade presentes nos diferentes componentes da cadeia cinemática (i.e., base móvel e manipulador). Uma das abordagens para o controle cinemático deste tipo de robôs, descrita por Adorno (2011), é a utilização da pseudo-inversa da matriz Jacobiana do corpo completo para obter o modelo cinemático diferencial inverso que fornece a velocidade das juntas a partir da especificação da pose do efetuador.

### 4.1 Modelos cinemáticos direto e diferencial direto para o corpo completo

A cinemática direta refere-se ao uso das equações cinemáticas de um robô para calcular a pose do efetuador, dados os valores especificados para os parâmetros das juntas.

Quando utilizado para representar o modelo cinemático direto de um robô manipulador, o quatérnio dual  $\underline{\mathbf{x}}_1$  é uma função da posição angular das juntas do robô, ou seja,

$$\underline{\mathbf{x}}_1 = \underline{\mathbf{f}}_1(\boldsymbol{\theta}_1), \quad (4.1)$$

onde  $\boldsymbol{\theta}_1$  é o vetor  $n$ -dimensional que representa as  $n$  juntas do robô e  $\underline{\mathbf{f}}_1$  é a função que faz o mapeamento entre o espaço toroidal das juntas e o quatérnio dual que representa a pose do efetuador do robô (Adorno, 2011).

De maneira geral, o modelo cinemático diferencial do robô manipulador é dado por

$$\text{vec } \dot{\underline{\mathbf{x}}}_1 = \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\theta}}_1, \quad (4.2)$$

onde  $\dot{\underline{\mathbf{x}}}_1$  é a primeira derivada do quatérnio dual que representa a pose do efetuador,  $\dot{\boldsymbol{\theta}}_1$  é o vetor velocidade das juntas e  $\mathbf{J}$  é a matriz Jacobiana analítica que pode ser encontrada algebricamente (Adorno, 2011).

Quando utilizado para representar o modelo cinemático direto de uma base móvel, o quatérnio dual  $\underline{\mathbf{x}}_2$  é uma função das coordenadas cartesianas  $(x, y)$  e do ângulo  $\phi$  da base móvel em relação a um sistema de coordenadas. Dessa forma (Adorno, 2011),

$$\underline{\mathbf{x}}_2 = \underline{\mathbf{f}}_2(x, y, \phi). \quad (4.3)$$

Os modelos cinemáticos diretos e diferenciais do robô manipulador e da base móvel são diferentes e cada um é descrito por funções do tipo

$$\underline{\mathbf{x}}_i = \underline{\mathbf{f}}_i(\boldsymbol{\theta}_i), \quad (4.4)$$

com  $i = \{1, 2\}$ , que correspondem ao manipulador e à base móvel, respectivamente.

Como estes sistemas são acoplados serialmente, alterações no estado de sistemas cinemáticos anteriores causam variações em todo o resto da cadeia cinemática. Consequentemente, a variação do último sistema na cadeia será uma função da variação de todos os sistemas anteriores.

## 4.2 Modelo cinemático do robô manipulador

Um robô manipulador pode ser representado, do ponto de vista mecânico, como uma cadeia cinemática de corpos rígidos (elos) conectados em série por meio de juntas rotativas ou juntas prismáticas. Uma extremidade da cadeia é fixada a uma base e o efetuador é montado na outra extremidade.

O movimento resultante da estrutura é obtido pela composição dos movimentos elementares de cada elo em relação ao anterior.

Para se obter o modelo cinemático do robô manipulador usa-se uma abordagem já bem estabelecida que consiste em usar os parâmetros de Denavit-Hartenberg (D-H). Os quatro parâmetros D-H são associados a uma convenção padrão que estabelece a relação entre dois elos sucessivos dentro de uma cadeia cinemática serial.

Utilizando-se a representação em quatérnios duais, aplica-se uma rotação  $\theta_i$  em torno do

eixo  $z$  (i.e.,  $\mathbf{r}_{\theta_i} = \cos(\theta_i/2) + \sin(\theta_i/2)\hat{k}$ ), seguida de uma translação  $d_i$  ao longo do eixo  $z$  (i.e.,  $\mathbf{p}_{d_i} = 1 + \varepsilon(d_i/2)\hat{k}$ ), de uma translação  $a_i$  ao longo do eixo  $x$  (i.e.,  $\mathbf{p}_{a_i} = 1 + \varepsilon(a_i/2)\hat{i}$ ) e, finalmente, de uma rotação  $\alpha_i$  em torno do eixo  $x$  (i.e.,  $\mathbf{r}_{\alpha_i} = \cos(\alpha_i/2) + \sin(\alpha_i/2)\hat{i}$ ). A transformação entre dois elos é dada por (Adorno, 2011)

$$\underline{\mathbf{x}}_{L_i} = \mathbf{r}_{\theta_i} \underline{\mathbf{p}}_{d_i} \underline{\mathbf{p}}_{a_i} \mathbf{r}_{\alpha_i}, \quad (4.5)$$

Dado um robô específico,  $\underline{\mathbf{x}}_{L_i}$  é função de  $\theta_i$  para uma junta rotativa e função de  $d_i$  para uma junta prismática, pois o restante dos parâmetros são constantes. O robô manipulador usado neste trabalho é o AX18 Smart Robot Arm (CrustCrawler Robotics, Arizona, USA) que tem cinco graus de liberdade e um efetuador final. Seus parâmetros D-H são apresentados na tabela 4.1 e a figura 4.1 mostra os sistemas de referência atribuídos ao robô manipulador AX18, a fim de se obter os seus parâmetros D-H.

A pose do efetuador é representada pelo quatérnio dual

$$\underline{\mathbf{x}}_{efetuador} = \mathbf{r}_{efetuador} + \frac{1}{2}\varepsilon \mathbf{p}_{efetuador} \mathbf{r}_{efetuador}, \quad (4.6)$$

onde  $\mathbf{p}_{efetuador} = -0.17\hat{j}$  e  $\mathbf{r}_{efetuador} = \cos(\pi/4) - \sin(\pi/4)\hat{k}$  (Lana et al., 2013).

Usando (4.5), (4.6) e os parâmetros D-H da tabela 4.1, o modelo cinemático direto é dado por

$$\underline{\mathbf{x}}_E = \underline{\mathbf{f}}(\boldsymbol{\theta}_{braço}) = \underline{\mathbf{x}}_{L_1} \underline{\mathbf{x}}_{L_2} \underline{\mathbf{x}}_{L_3} \underline{\mathbf{x}}_{V^*} \underline{\mathbf{x}}_{L_4} \underline{\mathbf{x}}_{L_5} \underline{\mathbf{x}}_{efetuador}, \quad (4.7)$$

onde  $\boldsymbol{\theta}_{braço}$  é o vetor contendo as variáveis das juntas do robô.

O modelo cinemático diferencial direto pode ser encontrado por meio da derivada de (4.7), ou seja,

$$\text{vec } \dot{\underline{\mathbf{x}}}_E = \mathbf{J}_{braço} \dot{\boldsymbol{\theta}}_{braço}, \quad (4.8)$$

onde a matriz Jacobiana  $\mathbf{J}_{braço} \in \mathbb{R}^{8 \times 5}$  é obtida algebricamente utilizando-se a metodologia proposta por Adorno (2011).

Tabela 4.1: Parâmetros D-H do manipulador robótico AX18 (Lana et al., 2013).

Elo	$d$ (m)	$\theta$ (rad)	$a$ (m)	$\alpha$ (rad)
$L_1$	0.167	0	0	$-\pi/2$
$L_2$	0	0	0.159	0
$L_3$	0	$-\pi/2$	0	$-\pi/2$
$V^*$	0.0815	0	0.02225	0
$L_4$	0.041	$-\pi/2$	0	$-\pi/2$
$L_5$	0	0	0	0

$V^*$  Elo virtual: Este não representa uma ligação física do robô

<sup>1</sup>Este elo virtual é um elo fixo cuja junta não se mexe e foi colocado no trabalho de Lana et al. (2013) simplesmente para simplificar a técnica de modelagem. É possível, porém, modelar este robô utilizando a convenção Denavit-Hartenberg padrão usando só os cinco elos ( $L_1$  a  $L_5$ ).

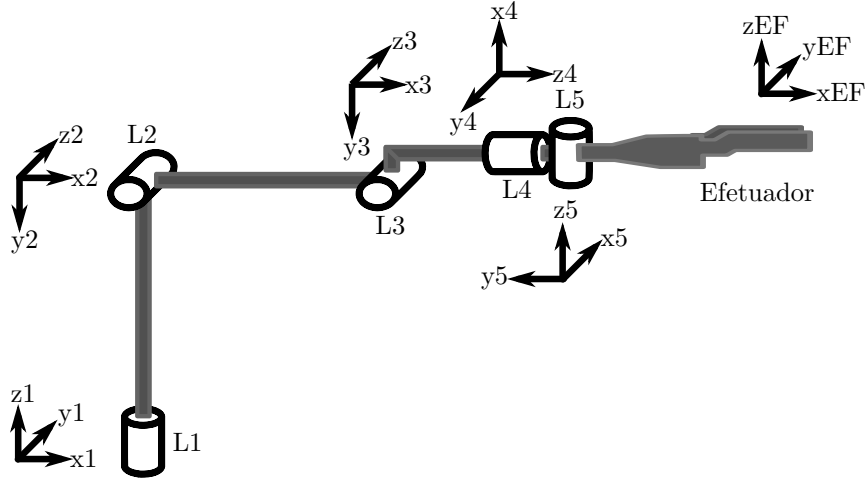


Figura 4.1: Sistemas de referência atribuídos ao robô manipulador AX18, a fim de obter os parâmetros D-H (Lana et al., 2013).

### 4.3 Modelo cinemático da base móvel não-holonômica

Neste trabalho, utiliza-se uma base móvel não-holonômica iRobot Create™ que tem três graus de liberdade com dois graus de atuação. Esta base móvel tem o modelo cinemático de um robô de tração diferencial, ou seja, possui duas rodas com acionamento independente acopladas a um eixo comum e uma roda livre. Sua parametrização é dada por

$$\boldsymbol{\theta}_{xy\phi} = [x, y, \phi]^T, \quad (4.9)$$

onde  $x, y$  são as coordenadas cartesianas e  $\phi$  é o ângulo da base com respeito a um sistema de coordenadas inercial.

Usando a representação em quatérnios duais proposta por Adorno (2011), a posição no plano é

$$\mathbf{p}_{base} = \hat{i}x + \hat{j}y,$$

e a orientação é

$$\mathbf{r}_{base} = \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) + \hat{k} \sin\left(\frac{\phi}{2}\right),$$

de forma que o quatérnio dual unitário resultante é dado por

$$\underline{\mathbf{x}}_{base} = \mathbf{r}_{base} + \varepsilon \frac{1}{2} \mathbf{p}_{base} \mathbf{r}_{base}. \quad (4.10)$$

Expandindo-se o modelo cinemático direto, dado por (4.10), obtém-se

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{x}}_{base} = & \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) + \hat{k} \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) + \\ & \varepsilon \frac{1}{2} \left[ \hat{i} \left( x \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) + y \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \right) + \hat{j} \left( -x \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) + y \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \right) \right]. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Para se obter o modelo cinemático diferencial da base móvel não-holonômica primeiro considera-se uma base móvel holonômica. A derivada no tempo de  $\underline{\mathbf{x}}_{base}$  fornece a relação entre a derivada do quatérnio dual e os parâmetros do robô móvel holonômico, isto é,

$$\text{vec } \dot{\underline{\mathbf{x}}}_{base} = \mathbf{J}_{hol} \dot{\boldsymbol{\theta}}_{xy\phi}, \quad (4.12)$$

onde

$$\mathbf{J}_{hol} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dot{j}_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{j}_{43} \\ 0 & 0 & 0 \\ \dot{j}_{61} & \dot{j}_{62} & \dot{j}_{63} \\ \dot{j}_{71} & \dot{j}_{72} & \dot{j}_{73} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.13)$$

com

$$\begin{aligned} \dot{j}_{13} = -\dot{j}_{62} = \dot{j}_{71} &= -\frac{1}{2} \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \\ \dot{j}_{43} = \dot{j}_{61} = \dot{j}_{72} &= \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \\ \dot{j}_{63} &= \frac{1}{4} \left[ -x \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) + y \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \right] \\ \dot{j}_{73} &= \frac{1}{4} \left[ -x \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) - y \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \right]. \end{aligned}$$

Em (4.12) nota-se que não são levadas em consideração as restrições holonômicas da base móvel. A relação a seguir deve ser usada para impor as restrições não-holonômicas (Adorno, 2011):

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_{xy\phi} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{r}{2} \cos \phi & \frac{r}{2} \cos \phi \\ \frac{r}{2} \sin \phi & \frac{r}{2} \sin \phi \\ \frac{r}{2b} & -\frac{r}{2b} \end{bmatrix}}_{\mathbf{J}_{rest}} \underbrace{\begin{bmatrix} \omega_r \\ \omega_l \end{bmatrix}}_{\dot{\boldsymbol{\theta}}_{rodas}}, \quad (4.14)$$

onde  $\omega_r$  e  $\omega_l$  são as velocidades angulares da roda direita e esquerda, respectivamente,  $r$  é o raio das rodas e  $b$  é a distância entre elas. Substituindo (4.14) em (4.12) obtém-se a equação da cinemática diferencial direta da base móvel não holonômica:

$$\text{vec } \dot{\underline{x}}_{base} = \mathbf{J}_{hol} \mathbf{J}_{rest} \dot{\boldsymbol{\theta}}_{rodas} \triangleq \mathbf{J}_{nhol} \dot{\boldsymbol{\theta}}_{rodas}.$$

## 4.4 Representação da cadeia cinemática heterogênea serialmente acoplada

Seja um robô manipulador serial fixado no topo de uma base móvel não-holonômica, como ilustrado na figura 4.2. A configuração do efetuador final em relação a um sistema global de referência será uma função tanto da posição das articulações do robô manipulador quanto da configuração da base móvel.

Frequentemente, as diferentes partes de um sistema robótico complexo são modelados separadamente. Por exemplo, na modelagem de um robô humanoide, pode-se dividi-lo em pernas, tronco, braços e cabeça, sendo cada parte considerada como um subsistema. Depois que cada subsistema é modelado separadamente, o objetivo é encontrar o modelo completo considerando-se a interação de todos os subsistemas individuais (Adorno, 2011). O mesmo princípio é aplicável ao caso de um manipulador móvel.

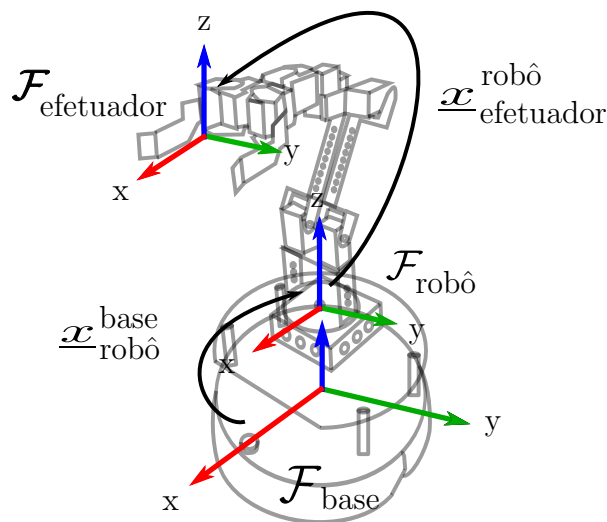


Figura 4.2: Sistemas de referência atribuídos ao manipulador móvel.

A seguir será apresentada uma metodologia sistemática e direta, proposta por Adorno (2011), a fim de se obter modelos cinemáticos da cadeia cinemática completa a partir de sistemas heterogêneos serialmente acoplados. No caso do robô manipulador fixado na parte superior de uma base móvel, esta integração irá permitir a descrição do manipulador móvel como uma entidade única. Além disso, mesmo que mais sistemas sejam adicionados em



série, estes poderão ser adicionados à descrição final de maneira bem direta utilizando-se a mesma metodologia.

Dado um sistema cinemático serial, composto por um conjunto de  $k$  subsistemas acoplados, cada um com seu modelo cinemático direto representado por um quatérnio dual, ou seja,  $\underline{\mathbf{x}}_1, \underline{\mathbf{x}}_2, \dots, \underline{\mathbf{x}}_k$ . O acoplamento serial destes subsistemas resultam em

$$\underline{\mathbf{x}}_k^0 = \underline{\mathbf{x}}_1^0 \underline{\mathbf{x}}_2^1 \cdots \underline{\mathbf{x}}_k^{k-1},$$

onde  $\underline{\mathbf{x}}_{i+1}^i$  representa a pose do  $(i+1)$ -ésimo subsistema com respeito ao  $i$ -ésimo subsistema.

Dessa maneira,  $\underline{\mathbf{x}}_k^0$  corresponde à transformação do último sistema  $\mathcal{F}_k$  com respeito ao sistema base  $\mathcal{F}_0$ , cuja derivada primeira é dada por (Adorno, 2011)

$$\text{vec } \dot{\underline{\mathbf{x}}}_k^0 = \sum_{i=0}^{k-1} \overset{+}{\mathbf{H}}(\underline{\mathbf{x}}_i^0) \bar{\mathbf{H}}(\underline{\mathbf{x}}_k^{i+1}) \text{vec } \dot{\underline{\mathbf{x}}}_{i+1}^i, \quad (4.15)$$

onde  $\overset{+}{\mathbf{H}}(\underline{\mathbf{x}}_i^0) = \bar{\mathbf{H}}(\underline{\mathbf{x}}_k^{i+1}) = \mathbf{I}_8$ .

Então (4.15) pode ser reescrita em função dos Jacobianos de cada subsistema da cadeia cinemática. Mais especificamente, considera-se o caso em que  $k$  subsistemas estão serialmente acoplados. Como cada subsistema intermediário tem um modelo cinemático diferencial dado por

$$\text{vec } \dot{\underline{\mathbf{x}}}_{i+1}^i = \mathbf{J}_{\underline{\mathbf{x}}_{i+1}^i} \dot{\boldsymbol{\theta}}_{i+1}$$

logo

$$\begin{aligned} \text{vec } \dot{\underline{\mathbf{x}}}_k^0 &= \sum_{i=0}^{k-1} \overset{+}{\mathbf{H}}(\underline{\mathbf{x}}_i^0) \bar{\mathbf{H}}(\underline{\mathbf{x}}_k^{i+1}) \text{vec } \dot{\underline{\mathbf{x}}}_{i+1}^i \\ &= \sum_{i=0}^{k-1} \mathbf{L}_{i+1} \dot{\boldsymbol{\theta}}_{i+1}, \end{aligned} \quad (4.16)$$

com  $\mathbf{L}_{i+1} = \overset{+}{\mathbf{H}}(\underline{\mathbf{x}}_i^0) \bar{\mathbf{H}}(\underline{\mathbf{x}}_k^{i+1}) \mathbf{J}_{\underline{\mathbf{x}}_{i+1}^i}$ .

Analisando-se (4.16), nota-se que as matrizes  $\mathbf{L}_{i+1}$  compõem o Jacobiano do sistema completo, ou seja,

$$\mathbf{J}_{\underline{\mathbf{x}}_k^0} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_1 & \cdots & \mathbf{L}_k \end{bmatrix},$$

e

$$\boldsymbol{\Theta} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}_1^T & \cdots & \boldsymbol{\theta}_k^T \end{bmatrix}^T.$$

Consequentemente,

$$\text{vec } \dot{\underline{\mathbf{x}}}_k^0 = \mathbf{J}_{\underline{\mathbf{x}}_k^0} \dot{\boldsymbol{\Theta}}.$$

Considerando o manipulador móvel ilustrado na figura 4.2 composto por dois subsistemas (i.e., robô manipulador e base móvel), logo  $k = 2$  e as matrizes  $\mathbf{L}_1$  e  $\mathbf{L}_2$  são dadas por

(4.16). Elas são mostradas na tabela 4.2, resultando no modelo unificado dado por

$$\text{vec } \dot{\mathbf{x}}_E^0 = \mathbf{J}_{\mathbf{x}_E^0} \dot{\Theta},$$

onde

$$\dot{\Theta}^T = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{rodas}^T & \dot{\theta}_{braço}^T \end{bmatrix}^T,$$

onde  $\dot{\theta}_{rodas}^T$  corresponde às velocidades das rodas da base móvel não holonômica e  $\dot{\theta}_{braço}^T$  refere-se às velocidades das juntas do robô manipulador.

Tabela 4.2: Matrizes  $\mathbf{L}_1$  e  $\mathbf{L}_2$  que compõem o Jacobiano completo do robô.

$i$	$\mathbf{L}_{i+1}$	$\overset{+}{\mathbf{H}}(\mathbf{x}_i^0)$	$\bar{\mathbf{H}}(\mathbf{x}_E^{i+1})$	$\mathbf{J}_{\mathbf{x}_{i+1}^i}$	$\dot{\theta}_{i+1}$
0	$\mathbf{L}_1$	$\mathbf{I}_8$	$\bar{\mathbf{H}}(\mathbf{x}_E^1)$	$\mathbf{J}_{nhol}$	$\dot{\theta}_{rodas}$
1	$\mathbf{L}_2$	$\overset{+}{\mathbf{H}}(\mathbf{x}_1^0)$	$\mathbf{I}_8$	$\mathbf{J}_{braço}$	$\dot{\theta}_{braço}$

## 4.5 Controle cinemático de corpo completo

O controle cinemático de manipuladores robóticos tem sido amplamente estudado na área da robótica, sendo abordado na maioria dos livros didáticos desta área (ver, por exemplo, Spong et al. (2006); Siciliano et al. (2009)). Controladores cinemáticos não levam em conta as forças que geram o movimento (i.e., o modelo dinâmico do robô) mas eles são conceitualmente simples e podem ser facilmente implementados em robôs atuados em posição ou velocidade.

Considere  $\mathbf{x}_d$  e  $\mathbf{x}_m$  os valores desejados e medidos para as variáveis no espaço de tarefa, respectivamente. Siciliano et al. (2009) mostrou que a seguinte lei de controle é assintoticamente estável, assumindo que não há singularidades de representação e que o sistema seja holonômico:

$$\dot{\theta} = \mathbf{J}_A^+ (\dot{\mathbf{x}}_d + \mathbf{K}e), \quad (4.17)$$

onde  $\mathbf{J}_A^+$  é a pseudo-inversa do Jacobiano analítico,  $\mathbf{K}$  é uma matriz positiva definida.

O erro  $e$  é definido por:

$$e = \mathbf{x}_d - \mathbf{x}_m. \quad (4.18)$$

A lei de controle anterior supõe a ausência de singularidades de representação, o qual pode ser um problema para a parte de orientação do efetuador. Porém, uma vez que o robô pode ser completamente modelado e representado por quatérnios duais, como mostrado na subsecção 4.4, a lei de controle (4.17) pode ser escrita como:

$$\dot{\theta} = \mathbf{J}^+ (\text{vec } \dot{\mathbf{x}}_d + \mathbf{K}e), \quad (4.19)$$

onde  $\mathbf{J}^+$  é a pseudo-inversa do Jacobiano analítico, que pode ser encontrado algebricamente (Adorno, 2011),  $\underline{\mathbf{x}}_d$  e  $\underline{\mathbf{x}}_m$  são as poses desejada e medida, respectivamente, e  $\mathbf{e} = \text{vec}(\underline{\mathbf{x}}_d - \underline{\mathbf{x}}_m)$ . Desta maneira, a mesma parametrização utilizada para modelar o robô é usada para controlá-lo, sem qualquer problema de singularidades de representação.

Para simplificar, a velocidade generalizada desejada  $\dot{\underline{\mathbf{x}}}_d$  da lei de controle (4.19) pode ser desconsiderada, de modo que o problema se reduz a um problema de regulação. Discretizando-se (4.19) obtém-se:

$$\frac{\boldsymbol{\theta}_k - \boldsymbol{\theta}_{k-1}}{T} = \mathbf{J}^+ \mathbf{K} \mathbf{e}, \quad (4.20)$$

onde  $T$  é o período de amostragem. Uma vez que o tempo de amostragem é constante, (4.20) se reduz a

$$\boldsymbol{\theta}_k = \boldsymbol{\theta}_{k-1} + \mathbf{J}^+ \mathbf{K} \mathbf{e}, \quad (4.21)$$

onde  $\mathbf{K} = T \mathbf{K}'$ , ou seja, o ganho da matriz pode ser ajustado para levar em conta o tempo de amostragem.

Esta mesma abordagem também é aplicada ao controle de corpo completo. A lei discreta de controle cinemático usada para controlar a cinemática e gerar o movimento do corpo completo do robô é dada por

$$\boldsymbol{\Theta} = \mathbf{J}_{\underline{\mathbf{x}}_k}^\dagger \mathbf{K} \text{vec}(\underline{\mathbf{x}}_d - \underline{\mathbf{x}}_m), \quad (4.22)$$

onde  $\boldsymbol{\Theta}$  é a configuração do sistema completo (posição angular das juntas do manipulador e das rodas da base móvel) no  $t$ -ésimo instante discreto de tempo,  $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{8 \times 8}$  é uma matriz positiva definida, e  $\underline{\mathbf{x}}_d$  e  $\underline{\mathbf{x}}_m$  são os valores desejado e medido da pose do efetuador, respectivamente.

A matriz

$$\mathbf{J}_{\underline{\mathbf{x}}_k}^\dagger \triangleq \mathbf{J}_{\underline{\mathbf{x}}_k}^T \left( \mathbf{J}_{\underline{\mathbf{x}}_k} \mathbf{J}_{\underline{\mathbf{x}}_k}^T + \lambda^2 \mathbf{I} \right)^{-1}$$

é a inversa amortecida da matriz Jacobiana  $\mathbf{J}_{\underline{\mathbf{x}}_k} \in \mathbb{R}^{8 \times 8}$  do sistema completo (Chiaverini, 1997) e  $\lambda$  é o fator de amortecimento. Basicamente o objetivo do controlador é fazer com que a pose atual  $\underline{\mathbf{x}}_m$  do efetuador convirja para a pose desejada  $\underline{\mathbf{x}}_d$ , ou seja

$$(\underline{\mathbf{x}}_d - \underline{\mathbf{x}}_m) \rightarrow 0$$

para  $t \rightarrow \infty$ .

Uma desvantagem deste controlador é o fato dele não levar em consideração a dinâmica do robô. Desta maneira, ele possui bom desempenho apenas para acelerações moderadas e uma rigidez estrutural adequada do robô. Na figura 4.3 observa-se o esquema de controle cinemático de corpo completo que não leva em consideração as restrições de não holonomia da base móvel.

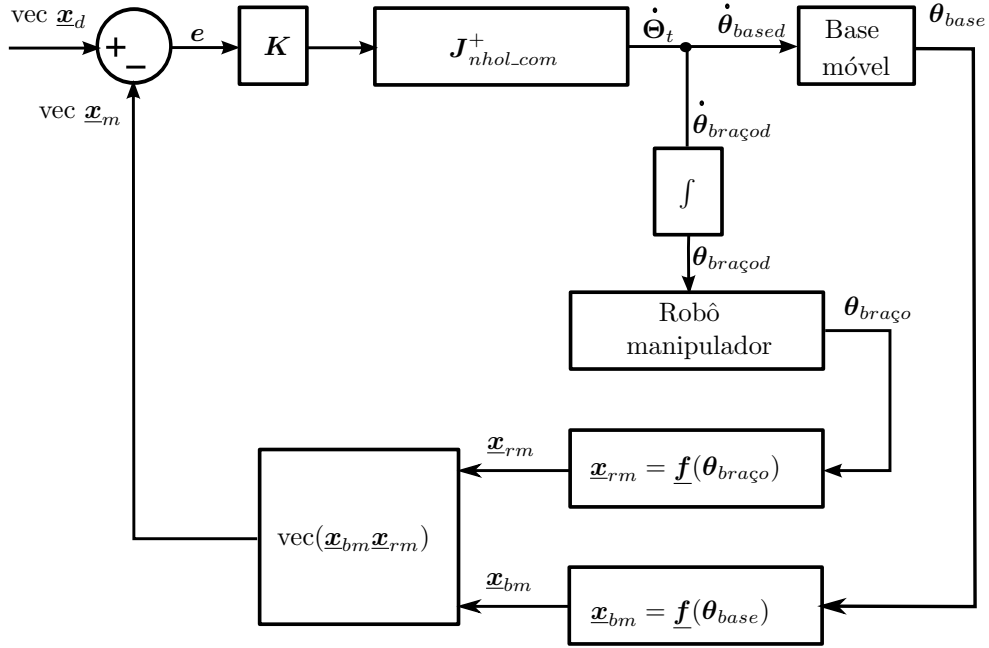


Figura 4.3: Esquema do controle de corpo completo que não leva em consideração a não holonomia da base móvel.

É importante notar que a lei de controle (4.22) só garante convergência global caso o robô seja holonômico e que a trajetória resultante não passe por pontos de singularidade. Como primeira tentativa de solucionar o problema da não holonomia da base móvel, o sistema é desacoplado propondo-se, desta maneira, uma estrutura em cascata e aplicando-se uma linearização entrada-saída no sistema da base móvel.

## 4.6 Linearização entrada-saída

Esta técnica de controle não-linear consiste em encontrar uma função que gera uma transformação linear entre as variáveis de entrada medidas e as variáveis de saída controladas (Siciliano et al., 2009). O resultado desta linearização é um desacoplamento do sistema.

O processo geral para a linearização entrada-saída consiste em construir uma transformação do vetor de estados original, tomando como novas coordenadas as funções do vetor de saída e suas sucessivas derivadas com respeito ao tempo.

As equações necessárias para este cálculo são obtidas a partir da matriz Jacobiana da base móvel. Considerando-se o robô diferencial mostrado na figura 4.4 (Aicardi et al., 1995), considera-se um ponto de referência  $\mathbf{P}_0$  no robô posicionado no plano cartesiano bidimensional  $XY$ , cujas coordenadas  $(x, y)$  fornecem a localização do robô móvel. Da mesma forma, observa-se que o ponto  $\mathbf{P}_0$  encontra-se localizado no ponto médio do segmento que representa o eixo das rodas de tração do robô, cujo tamanho é  $2l$ . Para determinar a orientação do robô estabelece-se um ângulo  $\phi$  entre o eixo  $X$  e a linha que atravessa perpendicularmente o eixo das rodas. Além disso, outras variáveis do robô móvel

são mostradas, como  $\omega_l$  e  $\omega_r$  que são as velocidades angulares das rodas esquerda e direita, respectivamente, e  $v$  que representa a velocidade linear e  $\omega$  que representa a velocidade angular.

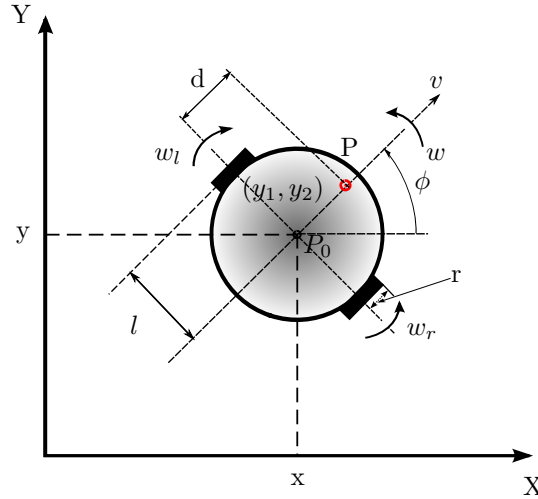


Figura 4.4: Coordenadas generalizadas do robô móvel.

As projeções da velocidade linear nos eixos  $X$  e  $Y$  são dadas por  $\dot{x}$  e  $\dot{y}$ , respectivamente. A velocidade angular  $w$  é igual à taxa de variação de  $\phi$  com respeito ao tempo, denotado por  $\dot{\phi}$ . A relação entre as velocidades e as derivadas das variáveis do espaço de configurações do robô é dada por

$$\begin{aligned}\dot{x} &= v \cos \phi, \\ \dot{y} &= v \sin \phi, \\ \dot{\phi} &= \omega.\end{aligned}\tag{4.23}$$

Para remover as singularidades que o sistema não-holonômico gera no ponto médio do robô móvel, escolhe-se um ponto guia  $\mathbf{P} = (y_1, y_2)$  localizado na parte frontal do robô móvel e que é definido por:

$$\begin{aligned}y_1 &= x + d \cos \phi, \\ y_2 &= y + d \sin \phi,\end{aligned}\tag{4.24}$$

com  $d > 0$ . As variáveis  $y_1$  quanto  $y_2$  representam as coordenadas cartesianas de um ponto  $\mathbf{P}$  localizado ao longo do eixo longitudinal do robô diferencial, a uma distância  $d$  do ponto médio do eixo transversal da base móvel (ver figura 4.4).

Derivando-se (4.24) no tempo obtém-se:

$$\begin{aligned}\dot{y}_1 &= \dot{x} - (d \sin \phi) \dot{\phi}, \\ \dot{y}_2 &= \dot{y} + (d \cos \phi) \dot{\phi}.\end{aligned}\tag{4.25}$$

Agrupando-se  $\dot{y}_1$  e  $\dot{y}_2$  em um vetor, obtém-se

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -d \sin \phi \\ 0 & 1 & d \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix}.$$

Uma vez que

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 \\ \sin \phi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}, \quad (4.26)$$

logo,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -d \sin \phi \\ 0 & 1 & d \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 \\ \sin \phi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \\ &= \underbrace{\begin{bmatrix} \cos \phi & -d \sin \phi \\ \sin \phi & d \cos \phi \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}(\phi)} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4.27)$$

A matriz  $\mathbf{T}(\phi)$  tem determinante igual a  $d$  e é, portanto, invertível, pois  $d > 0$ . Isolando-se as velocidades linear e angular, tem-se que

$$\begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \mathbf{T}^{-1}(\phi) \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\frac{\sin \phi}{d} & \frac{\cos \phi}{d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix}. \quad (4.29)$$

Fazendo-se  $u_1 = \dot{y}_1$  e  $u_2 = \dot{y}_2$ , tem-se que

$$\begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\frac{\sin \phi}{d} & \frac{\cos \phi}{d} \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}}. \quad (4.30)$$

Como  $\dot{\phi} = \omega$ , usa-se a equação 4.30 para realizar a seguinte transformação:

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= u_1 \\ \dot{y}_2 &= u_2 \\ \dot{\phi} &= \frac{u_2 \cos \phi - u_1 \sin \phi}{d}, \end{aligned} \quad (4.31)$$

Uma linearização por meio de realimentação foi, portanto, obtida. Neste ponto, um

controlador linear simples de forma

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{y}_{1d} \\ \dot{y}_{2d} \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}_d} + \underbrace{\begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}} \underbrace{\begin{bmatrix} y_{1d} - y_1 \\ y_{2d} - y_2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{e}}, \quad (4.32)$$

com  $k_1 > 0$  e  $k_2 > 0$ , garante a convergência exponencial para zero do erro de rastreamento do ponto  $\mathbf{P}$ , conforme a proposição 4.1.

**Proposição 4.1.** *Prova de estabilidade para o controlador com linearização entrada-saída.*

Considere

$$\mathbf{y}_d = \begin{bmatrix} y_{1d} \\ y_{2d} \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}.$$

Para verificar a estabilidade do sistema parte-se da definição do erro de rastreo da trajetória, dado por

$$\mathbf{e} = \mathbf{y}_d - \mathbf{y},$$

onde  $\mathbf{y}_d$  é o valor desejado e  $\mathbf{y}$  o medido. A derivada do erro é

$$\dot{\mathbf{e}} = \dot{\mathbf{y}}_d - \dot{\mathbf{y}}.$$

Como  $\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{u}$  (ver 4.30) e a lei de controle é dada por (4.32), portanto

$$\dot{\mathbf{e}} = \dot{\mathbf{y}}_d - \dot{\mathbf{y}}_d - \mathbf{K}\mathbf{e}.$$

Finalmente, tem-se que

$$\dot{\mathbf{e}} = -\mathbf{K}\mathbf{e},$$

o que garante erro nulo no rastreo da trajetória especificada para o ponto  $\mathbf{P}$ .

**Lema 4.1.** *Prova de estabilidade para o caso de regulação.*

Considerando-se  $\mathbf{e} = \mathbf{y}_d - \mathbf{y}$  e  $\mathbf{y}_d$  constante, logo  $\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{u}_s$ , onde  $\mathbf{u}_s = \mathbf{K}\mathbf{e}$ . Dessa maneira,

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}} &= -\dot{\mathbf{y}} \\ &= -\mathbf{K}\mathbf{e}, \end{aligned}$$

o que garante estabilidade assintótica para o ponto  $\mathbf{P}$ .

A partir de  $u_1$  e  $u_2$  dados pelo sistema de linearização entrada-saída, deseja-se passar ao robô as velocidades angulares das rodas, ou seja,  $\omega_r$  e  $\omega_l$ . Para tanto, deve-se encontrar a relação entre as velocidades linear e angular do robô móvel e as velocidades angulares das rodas. Partindo das equações

$$\begin{aligned} v &= \frac{r(\omega_r + \omega_l)}{2}, \\ \omega &= \frac{r(\omega_r - \omega_l)}{2l}, \end{aligned} \quad (4.33)$$

logo,

$$\omega_r + \omega_l = \frac{2v}{r}, \quad (4.34)$$

$$\omega_r - \omega_l = \frac{2l\omega}{r}. \quad (4.35)$$

Somando-se (4.34) e (4.35), obtém-se  $\omega_r$

$$\begin{aligned} 2\omega_r &= \frac{2v + 2l\omega}{r}, \\ \omega_r &= \frac{v + l\omega}{r}. \end{aligned} \quad (4.36)$$

Substituindo-se (4.36) em (4.34), obtém-se  $\omega_l$

$$\begin{aligned} \omega_l &= \frac{2v}{r} - \omega_r, \\ &= \frac{2v}{r} - \frac{v + l\omega}{r}, \\ &= \frac{v - l\omega}{r}. \end{aligned} \quad (4.37)$$

#### 4.6.1 Controle cinemático aplicando uma estrutura em cascata

Dado que a lei de controle expressa por expressa por (4.22) não garante a convergência global devido a não holonomia da base móvel, e visando aumentar a região de convergência do controlador, propõe-se uma estrutura em cascata. Na malha mais exterior desta estrutura tem-se o sistema de corpo completo que considera a base móvel como se fosse holonômica. A partir desta ideia, utiliza-se as referências geradas pelo sistema de corpo completo para a malha mais interna, e que leva em consideração a linearização entrada-saída dada por (4.32). Na figura 4.5 mostra-se o bloco da linearização entrada-saída que foi adicionado ao esquema do controle de corpo completo mostrado na figura 4.3 a fim de se obter uma estrutura em cascata.



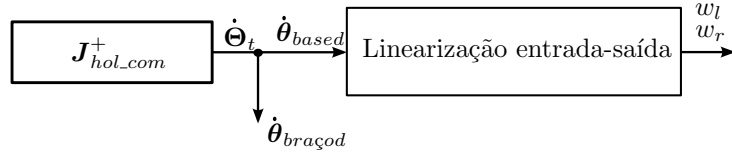


Figura 4.5: Bloco da linearização adicionado a fim de se obter uma estrutura em cascata.

Considerando-se a base móvel holonômica, a Jacobiana holonômica de corpo completo é dada por

$$\mathbf{J}_{hol\_com} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_1 & \mathbf{L}_2 \end{bmatrix},$$

onde

$$\mathbf{L}_1 = \mathbf{I}_8 \bar{\mathbf{H}}(\mathbf{x}_E^b) \mathbf{J}_{hol},$$

com  $\mathbf{J}_{hol}$  dada por (4.13), e

$$\mathbf{L}_2 = \bar{\mathbf{H}}^+(\mathbf{x}_b^0) \mathbf{I}_8 \mathbf{J}_{braço}.$$

Logo a nova lei de controle é dada por

$$\Theta = \mathbf{J}_{hol\_com}^\dagger \mathbf{K} \text{vec}(\mathbf{x}_d - \mathbf{x}_m), \quad (4.38)$$

onde  $\mathbf{J}_{hol\_com}^\dagger$  é a inversa amortecida da matriz Jacobiana holonômica de corpo completo  $\mathbf{J}_{hol\_com}$ .

A partir de (4.38), obtém-se

$$\dot{\Theta}^T = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{base}^T & \dot{\theta}_{braço}^T \end{bmatrix}^T,$$

onde  $\dot{\theta}_{base}^T$  são as referências entregues para a malha mais interna da base móvel dada pela lei de controle (4.32) e  $\dot{\theta}_{braço}^T$  são as referências entregues para o robô manipulador.

A figura 4.6 apresenta o esquema de controle de posição do efetuador do manipulador móvel proposto neste trabalho.

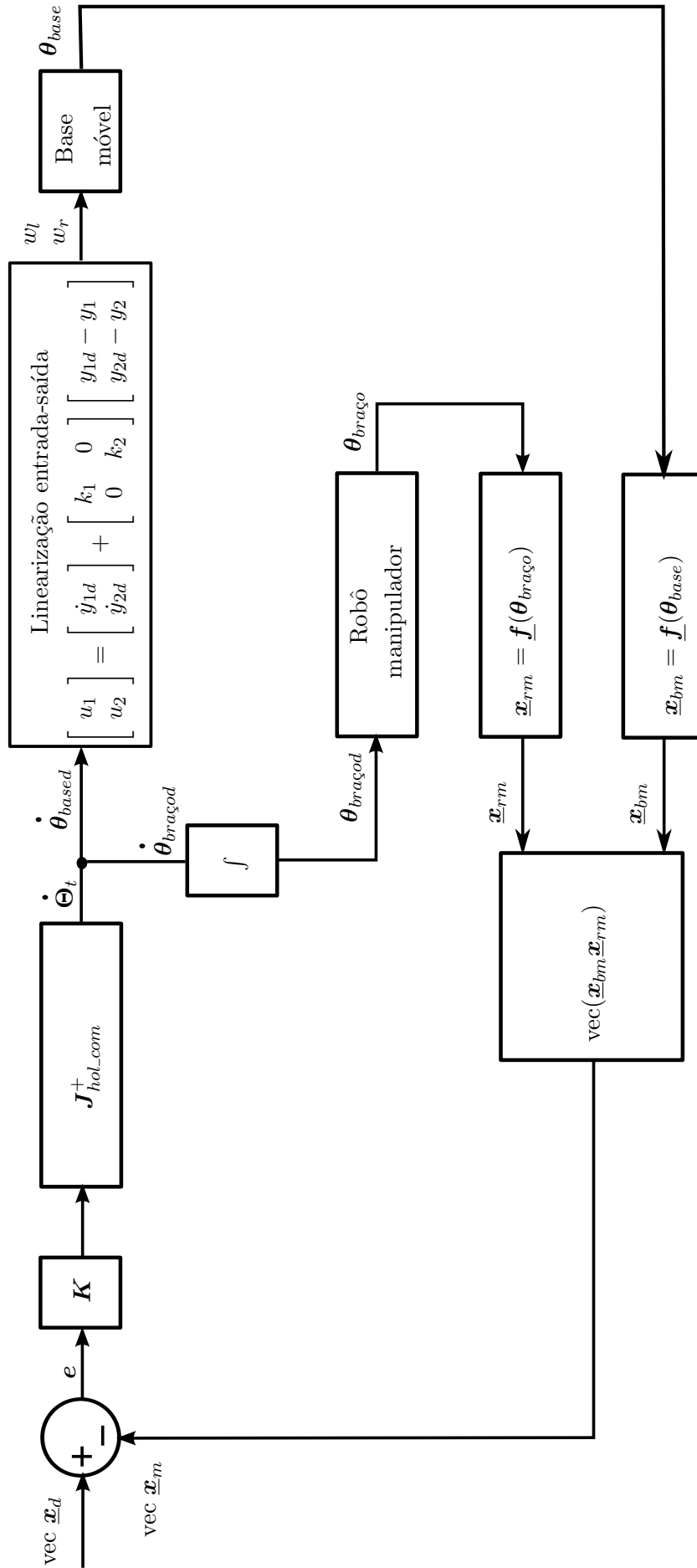


Figura 4.6: Esquema de controle em cascata de corpo completo.

# 5

## Avaliação Experimental e Resultados

No capítulo 4 foram apresentados os métodos para a obtenção do modelo cinemático de corpo completo e a concepção do controlador cinemático de corpo completo implementado neste trabalho.

Neste capítulo, são descritos os procedimentos realizados a fim de validar os métodos apresentados nos capítulos anteriores. Também são apresentados a plataforma experimental utilizada e os resultados das execuções dos algoritmos implementados.

### 5.1 Simulações e experimentos

A metodologia para a modelagem unificada e o controle de corpo completo foi validada mediante experimentos em um simulador na plataforma Matlab<sup>®</sup> e em um manipulador móvel real. A estrutura do manipulador móvel é mostrada na figura 1.2. O algoritmo utilizado foi implementado na plataforma Matlab<sup>®</sup> em conjunto com a biblioteca DQ\_robotics<sup>1</sup>, a biblioteca de interface com o robô manipulador AX18 desenvolvida por Lana et al. (2013) e a biblioteca de interface com o robô iRobot Create, disponibilizada pelo próprio fabricante.

Para consolidar a implementação da modelagem unificada e controle de corpo completo, em princípio foram feitos experimentos com o controlador cinemático assumindo-se a ausência de singularidades. Logo a seguir foram feitos experimentos com o controlador cinemático aplicando a linearização entrada-saída para a base móvel de modo a ampliar a

---

<sup>1</sup><http://dqrobotics.sourceforge.net/>

região de convergência do controlador de corpo completo. Basicamente foram realizados os seguintes casos:

### 5.1.1 Caso 1

Comparação entre o controlador cinemático, assumindo a ausência de singularidades, e o controlador obtido aplicando-se uma linearização entrada-saída na base móvel, usando um mesmo experimento no robô real. Esta tarefa é segmentada em duas subtarefas, que correspondem a cada uma das etapas da sua execução, e é descrita como segue: **1)** dada uma configuração inicial do manipulador móvel, o objetivo é pegar uma garrafa que está inicialmente fora do alcance do manipulador; **2)** em seguida carregá-la e colocá-la dentro de uma caixa. A configuração inicial do manipulador móvel, o ambiente onde foi realizada a tarefa e os elementos que o compõe são mostrados na figura 5.1. O ambiente no qual foi realizada a tarefa é composto por uma plataforma, onde encontra-se a garrafa em uma posição fixa, uma caixa na qual a garrafa deverá ser depositada e o manipulador móvel. É importante mencionar que foi usado só a odometria da base móvel para estimar a pose do robô.

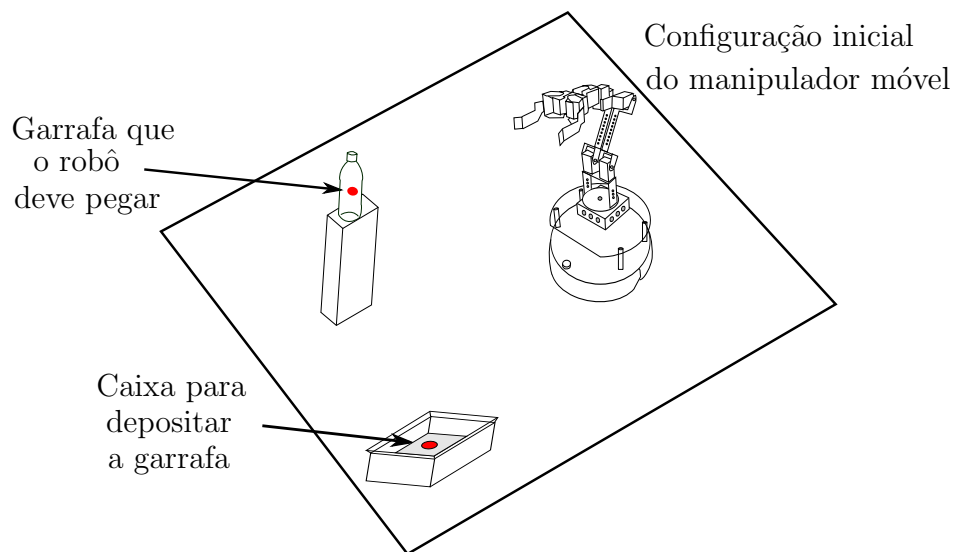


Figura 5.1: Ambiente da tarefa realizada pelo manipulador móvel para o caso 1.

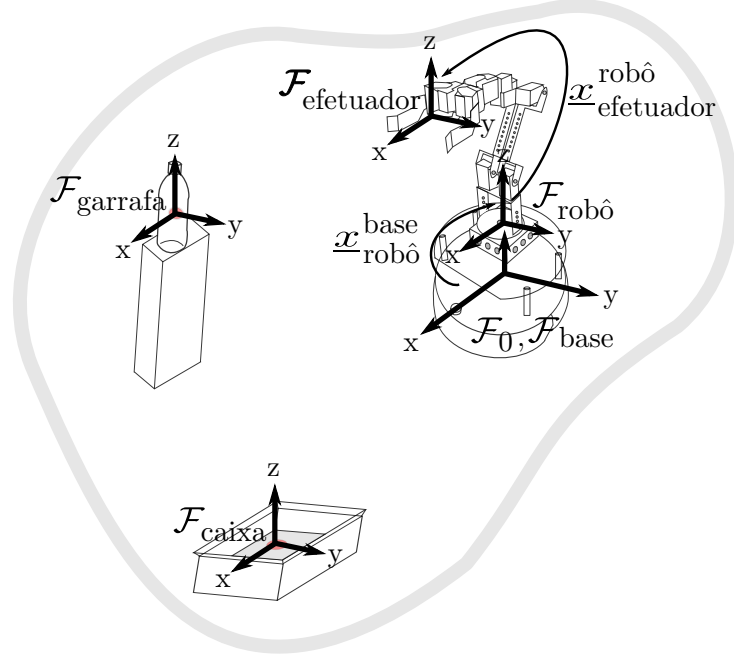


Figura 5.2: Primitivas geométricas que definem a tarefa realizada pelo manipulador móvel.

As primitivas geométricas que compõem a tarefa são apresentadas na figura 5.2. Assume-se que o sistema de coordenadas inercial global ( $\mathcal{F}_0$ ) encontra-se alinhado com o sistema de coordenadas da base móvel  $\mathcal{F}_{base}$  no instante  $t = 0$ . Tanto a pose da garrafa (pose desejada 1) quanto a da caixa na qual ela deve ser depositada (pose desejada 2) foram escolhidas arbitrariamente e são conhecidas a priori, sendo constantes ao longo de todo o experimento.

A configuração inicial do manipulador móvel foi escolhida empiricamente, visando diminuir a carga nas juntas do robô manipulador. A matriz de ganho do controlador cinemático foi escolhida de forma empírica como  $\mathbf{K} = 0,04\mathbf{I}_8$ , de maneira a gerar um comportamento suave, mas com tempo de resposta rápido o suficiente para a execução da tarefa.

### Definição da tarefa

A tarefa começa com o efetuador em uma pose inicial, igual a

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_{efetuador}^0 &= 0.0419\hat{i} + 0.4795\hat{k}, \\ \mathbf{r}_{efetuador}^0 &= \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)\mathbf{n}, \\ \mathbf{n} &= 0.0834\hat{i} + 0.0834\hat{j} - 0.09930\hat{k}. \end{aligned} \quad (5.1)$$

A transformação homogênea do sistema de coordenadas do efetuador em relação ao sistema de coordenadas de referência global  $\mathcal{F}_0$  é dada por

$$\underline{\mathbf{x}}_{efetuador}^0 = \underline{\mathbf{x}}_{base}^0 \underline{\mathbf{x}}_{braço}^{base} \underline{\mathbf{x}}_{efetuador}^{braço}, \quad (5.2)$$

onde  $\underline{\mathbf{x}}_{base}^0$  corresponde ao quatérnio dual da base móvel. Ele é dado por

$$\begin{aligned}\mathbf{r}_{base}^0 &= \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) + \hat{k} \sin\left(\frac{\phi}{2}\right), \\ \mathbf{p}_{base}^0 &= \hat{i}x + \hat{j}y, \\ \underline{\mathbf{x}}_{base}^0 &= \mathbf{r}_{base}^0 + \frac{1}{2}\varepsilon\mathbf{p}_{base}^0\mathbf{r}_{base}^0,\end{aligned}\tag{5.3}$$

que no instante  $t = 0$  é igual a 1. O quatérnio dual  $\underline{\mathbf{x}}_{braço}^{base}$  representa a translação do sistema de coordenadas da base do robô móvel para a base do robô manipulador. Basicamente, é uma translação no eixo  $z$  dada por

$$\begin{aligned}\mathbf{p}_{braço}^{base} &= 0.13\hat{k}, \\ \underline{\mathbf{x}}_{braço}^{base} &= 1 + \frac{1}{2}\varepsilon\mathbf{p}_{braço}^{base}.\end{aligned}\tag{5.4}$$

O quatérnio dual  $\underline{\mathbf{x}}_{efetuador}^{braço}$  é dado pela equação (4.7).

A garrafa encontra-se em uma pose fixa (desejada 1), dada por

$$\underline{\mathbf{x}}_{d_1}^0 = \mathbf{r}_{d_1}^0 + \frac{1}{2}\varepsilon\mathbf{p}_{d_1}^0\mathbf{r}_{d_1}^0,\tag{5.5}$$

definida pela posição e orientação

$$\begin{aligned}\mathbf{p}_{d_1}^0 &= 0.4\hat{i} - 0.2\hat{j} + 0.55\hat{k}, \\ \mathbf{r}_{d_1}^0 &= 1.\end{aligned}\tag{5.6}$$

A primeira subtarefa é definida por

$$\underline{\mathbf{x}}_{garrafa}^0 = \underline{\mathbf{x}}_{d_1}^0 \underline{\mathbf{x}}_{efetuador}^0.\tag{5.7}$$

A caixa também encontra-se em uma pose fixa (pose desejada 2), dada por

$$\underline{\mathbf{x}}_{d_2}^0 = \mathbf{r}_{d_2}^0 + \frac{1}{2}\varepsilon\mathbf{p}_{d_2}^0\mathbf{r}_{d_2}^0,\tag{5.8}$$

definida pela posição e orientação

$$\begin{aligned}\mathbf{p}_{d_2}^0 &= 0.55\hat{i} + 0.2\hat{j} + 0.1\hat{k}, \\ \mathbf{r}_{d_2}^0 &= 1.\end{aligned}\tag{5.9}$$

A segunda subtarefa é definida por

$$\underline{\mathbf{x}}_{caixa}^0 = \underline{\mathbf{x}}_{d_2}^0 \underline{\mathbf{x}}_0^{d_1} \underline{\mathbf{x}}_{garrafa}^0,\tag{5.10}$$

onde  $\underline{x}_0^{d1} = (\underline{x}_{d1}^0)^*$ .

### Resultados do experimento

Foram feitos dois experimentos nos quais as poses desejadas foram comparadas com as poses executadas pelo manipulador móvel. As figuras 5.3 e 5.4 mostram a convergência da pose do efetuador para a pose final desejada, para a sub tarefa de pegar a garrafa, com o controlador cinemático que não leva em consideração as restrições de não holonomia da base móvel e o controlador cinemático em cascata que leva em consideração as restrições de não holonomia, respectivamente. É importante ressaltar que, depois de se realizar uma média de 10 experimentos para cada caso, a convergência do manipulador móvel para a pose desejada com o primeiro controlador ocorre após aproximadamente 200 iterações, enquanto que com o segundo controlador esta convergência ocorre após 150 iterações, aproximadamente. Isso indica que o controlador em cascata, por utilizar a linearização entrada-saída, acaba gerando uma trajetória que converge mais rápido, resultando em um comportamento mais eficiente do ponto de vista de tempo de convergência.

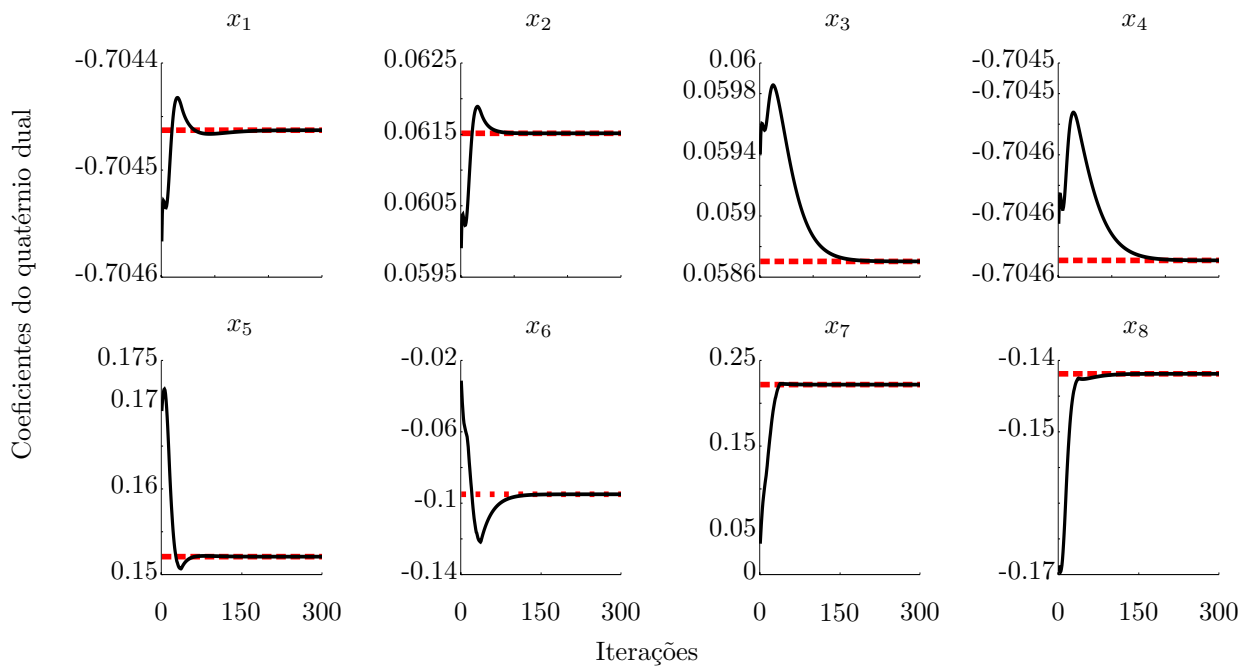


Figura 5.3: Coeficientes do quatérnio dual desejado (curva *tracejada*) e coeficientes do quatérnio dual medido (curva *sólida*) para a sub tarefa de pegar a garrafa, com o controlador cinemático que não leva em consideração as restrições de não holonomia da base móvel.

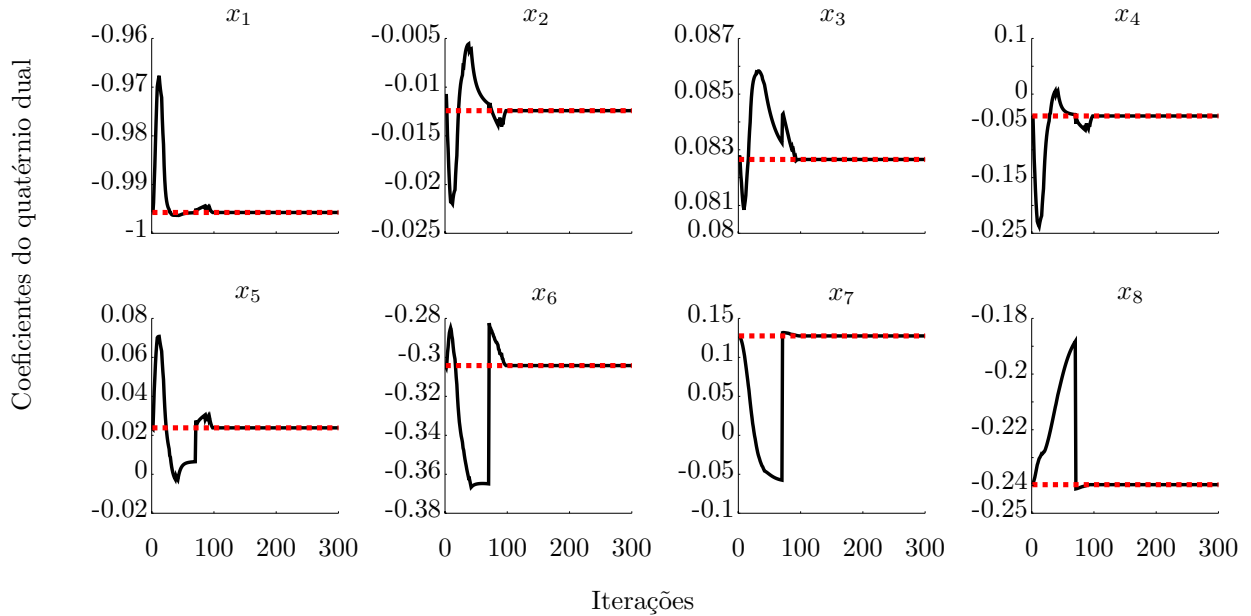


Figura 5.4: Coeficientes do quatérnio dual desejado (curva *tracejada*) e coeficientes do quatérnio dual medido (curva *sólida*) para a sub tarefa de pegar a garrafa, com o controlador cinemático em cascata.

É importante notar que o controlador usado para gerar as curvas da figura 5.3, dado por (4.22), tem bom desempenho apenas localmente devido às restrições não-holonômicas impostas pela base móvel. Com o uso de um controlador com linearização entrada-saída numa malha mais interna, dado por (4.32), consegue-se aumentar a região de convergência. Isto resulta em um melhor desempenho tanto localmente quanto para distâncias maiores até o alvo.

O controlador cinemático é responsável por gerar o sinal de controle para todos os graus de liberdade simultaneamente, como mostrado nas figuras 5.5 e 5.6, para o controlador cinemático que não leva em consideração a não holonomia da base móvel e o controlador cinemático em cascata, respectivamente.



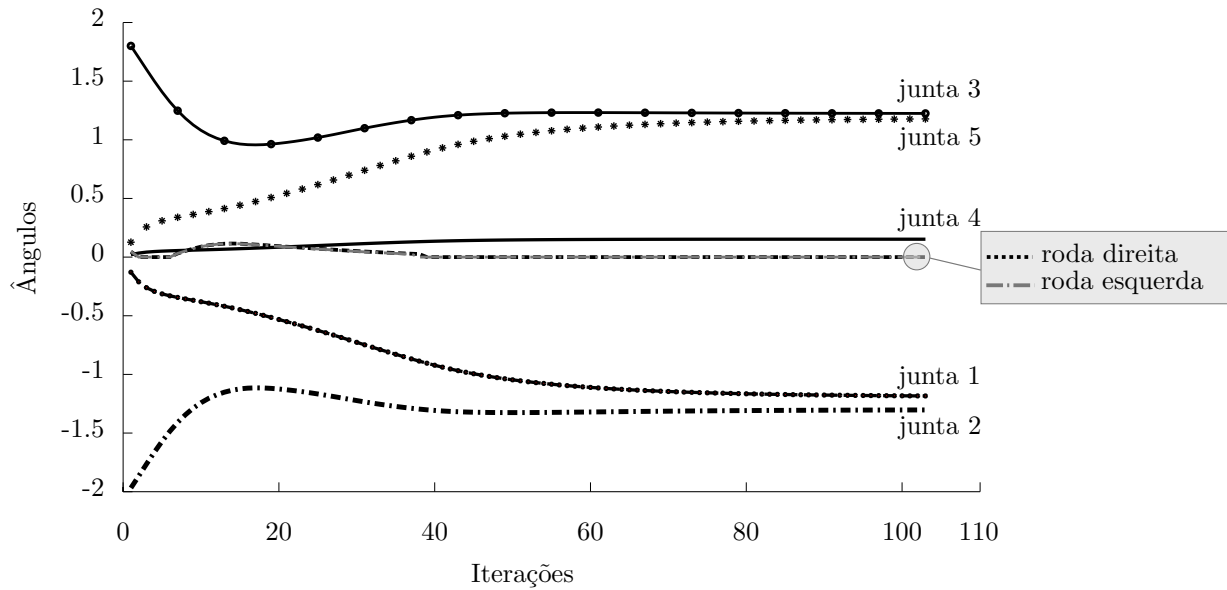


Figura 5.5: Atuação de todas as variáveis de controle do manipulador móvel quando usado o controle cinemático que não leva em consideração as restrições de não holonomia da base móvel.

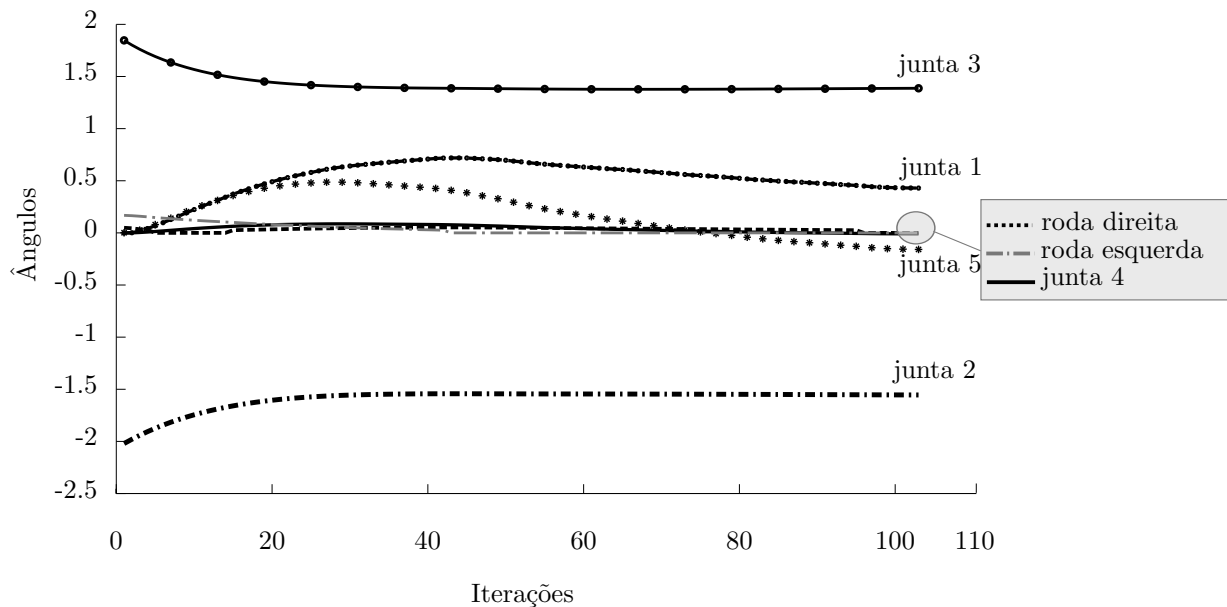


Figura 5.6: Atuação de todas as variáveis de controle do manipulador móvel quando usado o controle cinemático em cascata.

Comparando-se as figuras 5.5 e 5.6, nota-se que, qualitativamente, há uma diminuição do esforço de controle quando a estrutura em cascata é utilizada. Isso ocorre devido ao uso do controlador por linearização entrada-saída na malha mais interna, que leva em consideração as restrições de não holonomia da base móvel.

Um exemplo da sequência completa da manipulação para o controle de corpo completo, com o controlador cinemático que não leva em consideração a não holonomia da base móvel, encontra-se na figura 5.7, e com o controlador cinemático em cascata encontra-se na figura 5.8.

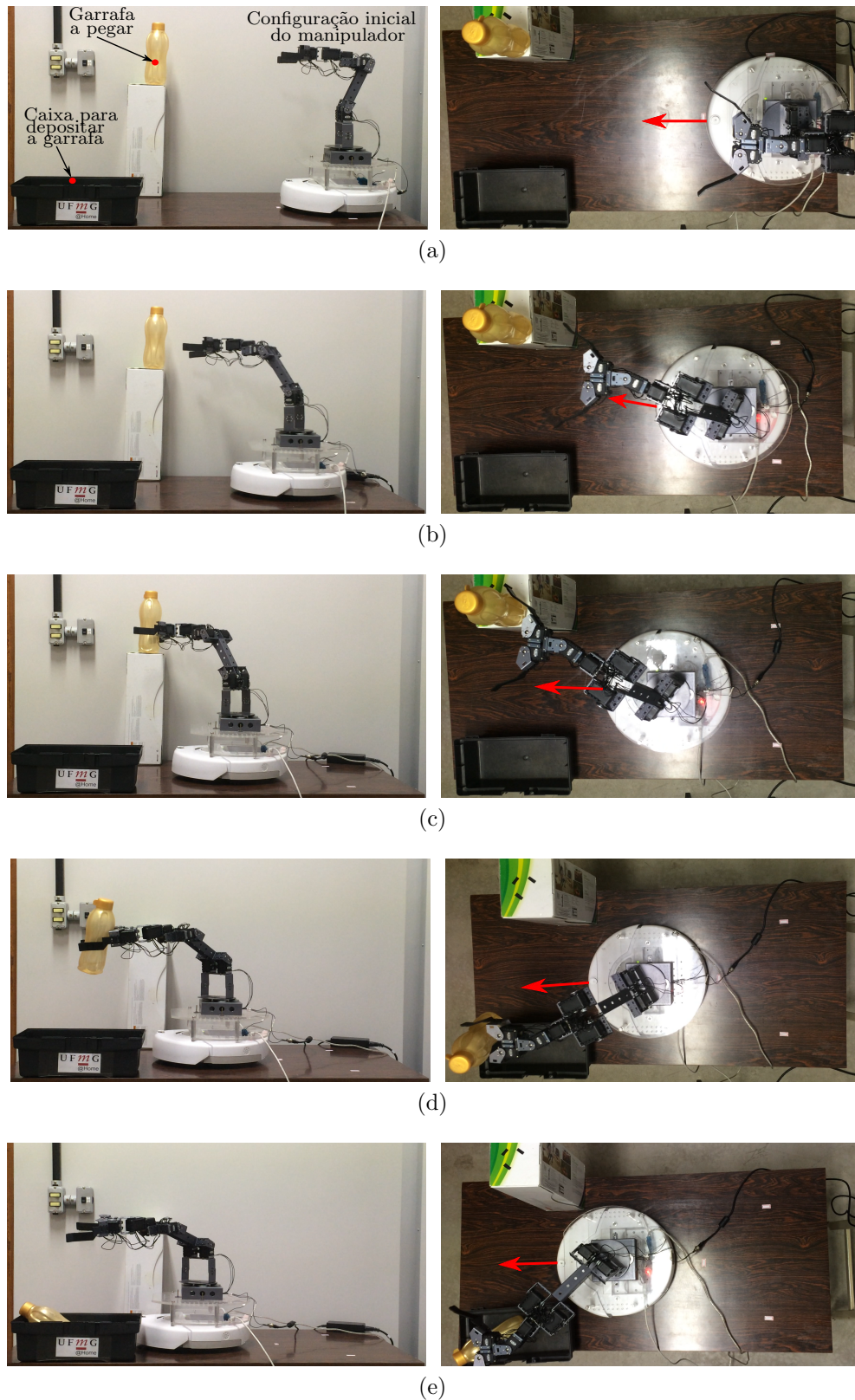


Figura 5.7: Experimento de controle do corpo completo de um manipulador móvel usando o controlador cinemático que não leva em consideração a não holonomia da base móvel. As imagens à *esquerda* mostram a visão lateral do experimento, enquanto as imagens à *direita* mostram a visão de topo: (a) configuração inicial do sistema, (b) o robô realiza um movimento de corpo completo para se aproximar da garrafa, (c) o robô pega a garrafa, (d) leva-a até a segunda pose desejada e (e) a solta dentro da caixa. As setas na visão de topo indicam a orientação da base móvel.

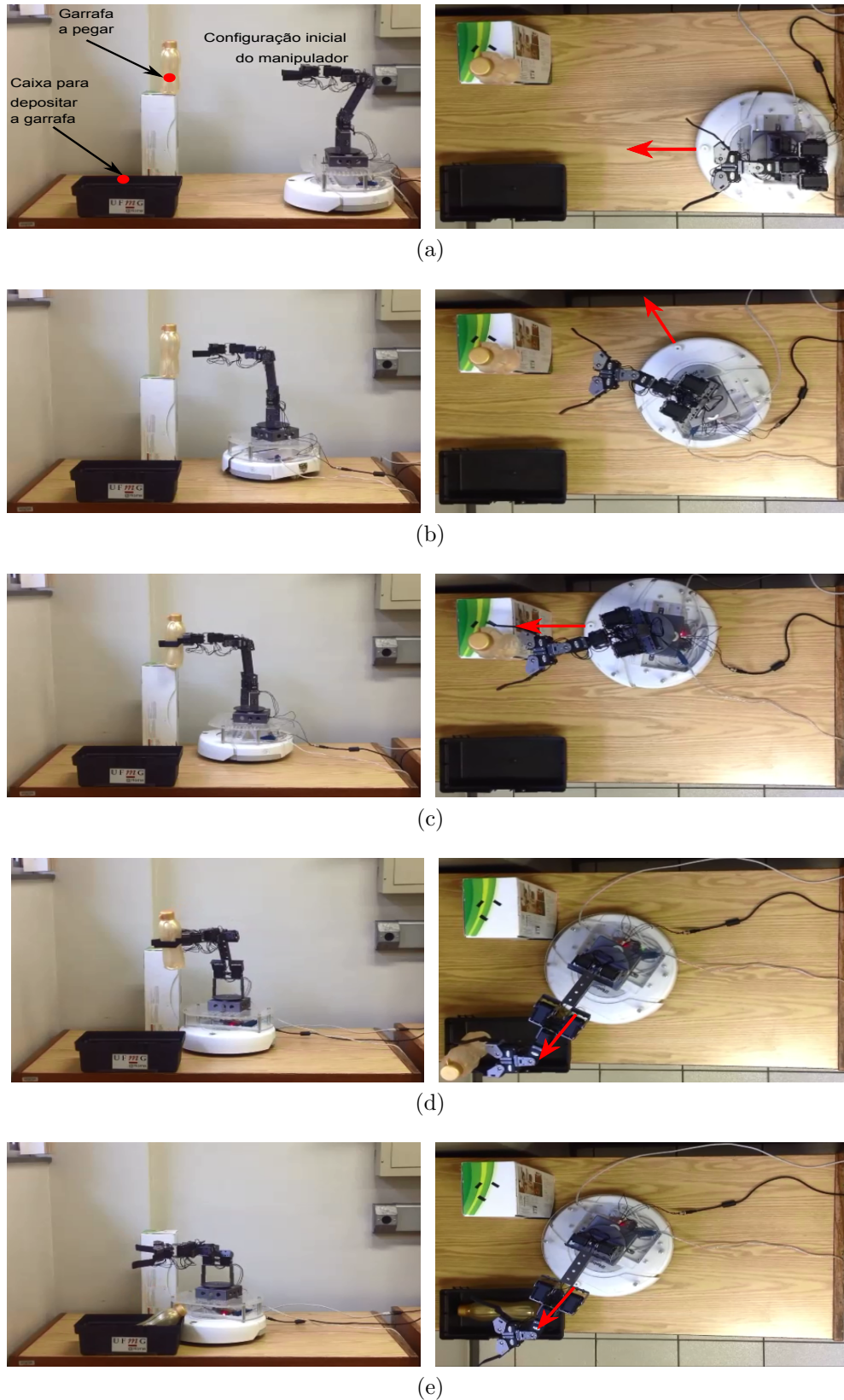


Figura 5.8: Experimento de controle do corpo completo de um manipulador móvel usando o controlador cinemático em cascata. As imagens à *esquerda* mostram a visão lateral do experimento, enquanto as imagens à *direita* mostram a visão de topo: (a) configuração inicial do sistema, (b) o robô realiza um movimento de corpo completo para se aproximar da garrafa, (c) o robô pega a garrafa, (d) leva-a até a segunda pose desejada e (e) a solta dentro da caixa. As setas na visão de topo indicam a orientação da base móvel.

### 5.1.2 Caso 2

Avaliação do controlador cinemático aplicando-se uma linearização entrada-saída para a base móvel na simulação, para casos considerados mais difíceis, ou seja, casos onde o controlador do caso 1 não consegue convergir, devido às restrições não-holonômicas do sistema, impostas pela base móvel. Alguns destes casos seriam, por exemplo: grandes distâncias associadas a grandes rotações.

Foi realizada uma simulação na plataforma Matlab<sup>®</sup>. A tarefa na simulação foi dividida em duas subtarefas, seguindo a mesma ideia do caso 1, mas com uma distância maior até a pose desejada. Ao invés de fazer com que a orientação da pose desejada 1 e da pose desejada 2 coincidam com a orientação do sistema de referencia  $\mathcal{F}_0$ , foi definida uma orientação final diferente da orientação do sistema inercial.

#### Definição da tarefa

O sistema de referência que representa o efetuador na simulação começa na mesma posição que o efetuador no caso 1, dada por (5.1). A transformação homogênea do sistema de coordenadas do efetuador em relação ao sistema de coordenadas de referência global  $\mathcal{F}_0$  é dada por (5.2).

A pose desejada 1 é dada por

$$\underline{\mathbf{x}}_{d_1}^0 = 1 + \frac{1}{2}\varepsilon (\hat{i} - 2\hat{j} + 0.4\hat{k}), \quad (5.11)$$

e a orientação final do sistema que representa efetuador é definida por

$$\mathbf{r}_z = \cos\left(\frac{-\pi}{4}\right) + \hat{k} \sin\left(\frac{-\pi}{4}\right). \quad (5.12)$$

Logo, a pose desejada 1 é definida como

$$\underline{\mathbf{x}}_{O_1}^0 = \underline{\mathbf{x}}_{d_1}^0 \underline{\mathbf{x}}_{efetuador}^0 \mathbf{r}_z, \quad (5.13)$$

Para a pose desejada 2, foi definida uma rotação de  $\frac{\pi}{2}$  no eixo  $z$ , seguida de uma rotação de  $\frac{\pi}{2}$  no eixo  $x$ , ou seja

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_z &= \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \hat{k} \sin\left(\frac{\pi}{4}\right), \\ \mathbf{r}_x &= \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \hat{i} \sin\left(\frac{\pi}{4}\right). \end{aligned} \quad (5.14)$$

Em seguida, a pose desejada 2 é definida como

$$\underline{\mathbf{x}}_{O_2}^0 = \underline{\mathbf{x}}_{d_2}^0 \underline{\mathbf{x}}_0^{d_1} \underline{\mathbf{x}}_{efetuador}^0 \mathbf{r}_z \mathbf{r}_x, \quad (5.15)$$

onde,  $\mathbf{x}_{d2}^0 = 1 + \frac{1}{2}\varepsilon (2\hat{i} + 2\hat{j} + 0.2\hat{k})$  e  $\mathbf{x}_0^{d1} = (\mathbf{x}_{d1}^0)^*$ .

Para este caso, foi realizada uma variação no ganho do controlador cinemático de  $\mathbf{K} = 0,5\mathbf{I}_8$ , o que foi escolhido empiricamente.

### Resultados da simulação

Foi feita uma simulação no Matlab<sup>®</sup> de uma tarefa similar ao caso 1, mas com distâncias maiores até as poses desejadas, tanto da subtarefa 1 quanto da subtarefa 2. Além disso, definiram-se orientações finais do efetuador diferentes daquelas do sistema de referência inicial para mostrar a ampliação da região de convergência do controlador.

Observa-se que a estrutura em cascata do controle de corpo completo faz com que o robô convirja para a pose desejada 1 e pose desejada 2, enquanto que isso não acontece para o controlador que não leva em consideração as restrições de não-holonomia da base móvel. Na figura 5.9 (*esquerda*) mostra-se que, para a subtarefa 1, ambos os controladores estabilizam. Porém, a norma do erro utilizando o controlador de corpo completo que não leva em consideração a não holonomia da base móvel (curva *tracejada*) não converge para zero, enquanto que o erro do controlador de corpo completo em uma estrutura em cascata (curva *sólida*) converge para zero. Para a subtarefa 2 (*direita*), apenas o erro do controlador de corpo completo em uma estrutura em cascata é mostrado, pois o outro controlador já não convergiu para a primeira subtarefa; novamente, o erro converge para zero. Na figura 5.10 mostra-se a convergência da pose do efetuador, com o controlador de corpo completo que não leva em consideração a não holonomia da base móvel (curva *sólida verde*) e com o controlador de corpo completo em uma estrutura em cascata (curva *sólida preta*) para a pose desejada 1 (curva *tracejada vermelha*). A figura 5.11 mostra a convergência da pose do efetuador para a pose desejada 2.



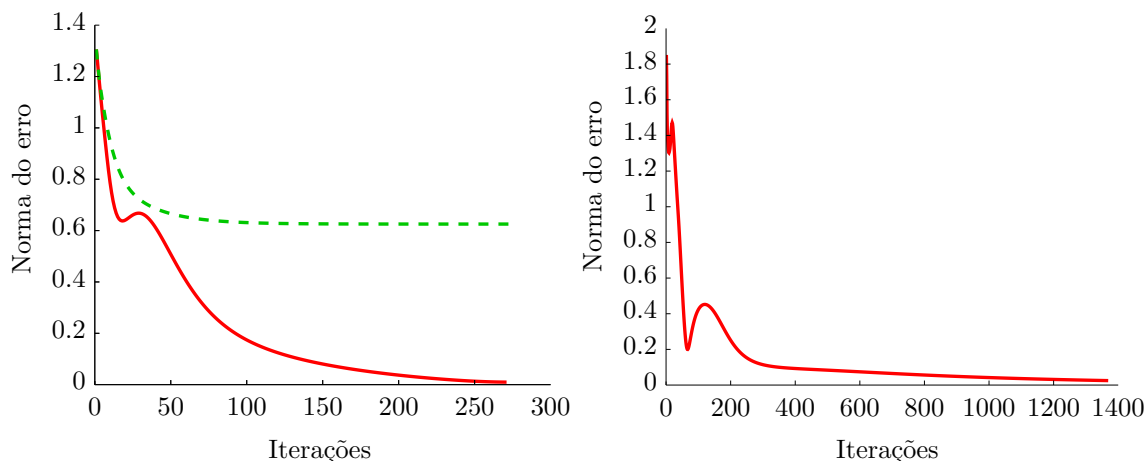


Figura 5.9: Norma do erro, na subtarefa 1 (*esquerda*), para o controlador de corpo completo que não leva em consideração a restrição de não holonomia da base móvel (curva *tracejada*) e para o controlador de corpo completo em uma estrutura em cascata (curva *sólida*). Observa-se que, para a subtarefa 1, a norma do erro do controlador em cascata converge para zero, enquanto que o controlador que não leva em consideração a restrição de não holonomia da base móvel estabiliza com um erro residual. Na figura à *direita*, apenas a norma do erro do controlador que utiliza o controle de corpo completo em uma estrutura em cascata é mostrado, pois o outro controlador não convergiu para a primeira subtarefa.

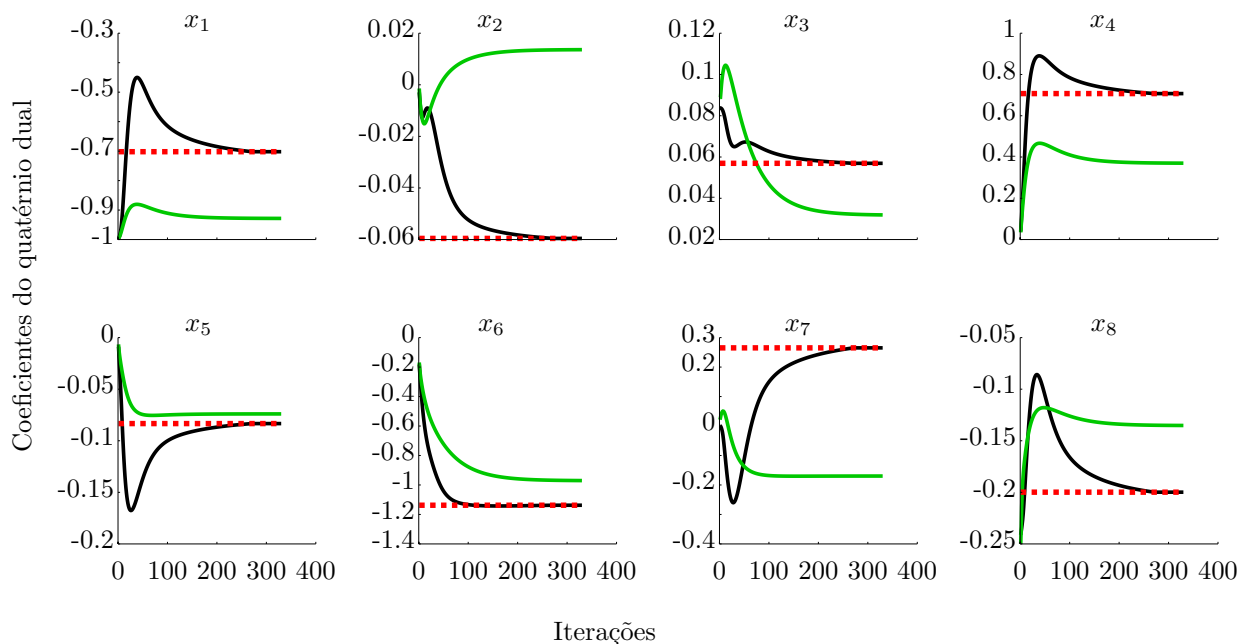


Figura 5.10: Coeficientes do quatérnio dual desejado (curva *tracejada vermelha*), coeficientes do quatérnio dual medido (curva *sólida verde*) utilizando o controlador de corpo completo que não leva em consideração a não holonomia da base móvel e, por último, coeficientes do quatérnio dual medido (curva *sólida preta*) utilizando o controlador de corpo completo em uma estrutura em cascata para a subtarefa 1 no caso 2. Observa-se que apenas o controlador em cascata converge para a pose desejada.

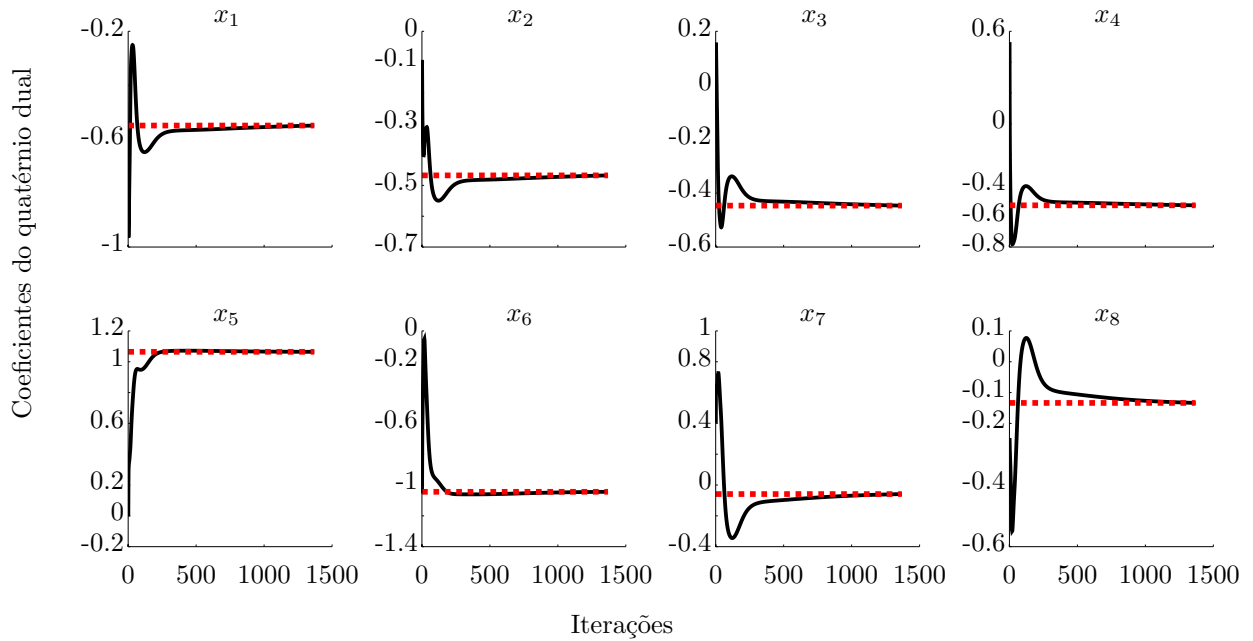


Figura 5.11: Coeficientes do quatérnio dual desejado (curva *tracejada*) e coeficientes do quatérnio dual medido (curva *sólida*) para a subtarefa 2, no caso 2, utilizando-se o controlador cinemático em cascata.

Como observado nas figuras 5.9 e 5.10, o controlador de corpo completo que não leva em consideração a não holonomia da base móvel não converge mas só estabiliza e o controlador de corpo completo em uma estrutura em cascata converge. Dessa forma, daqui em diante utiliza-se só o controlador em uma estrutura em cascata.

A figura 5.12 mostra um exemplo da trajetória realizada pela base móvel do manipulador móvel e um exemplo da trajetória realizada pelo efetuador juntamente com a trajetória realizada pela base móvel para a execução das duas subtarefas. Observa-se que na figura 5.12a existe uma zona de transição entre as duas subtarefas na qual a base móvel move-se para trás, automaticamente, devido ao comportamento do controlador.

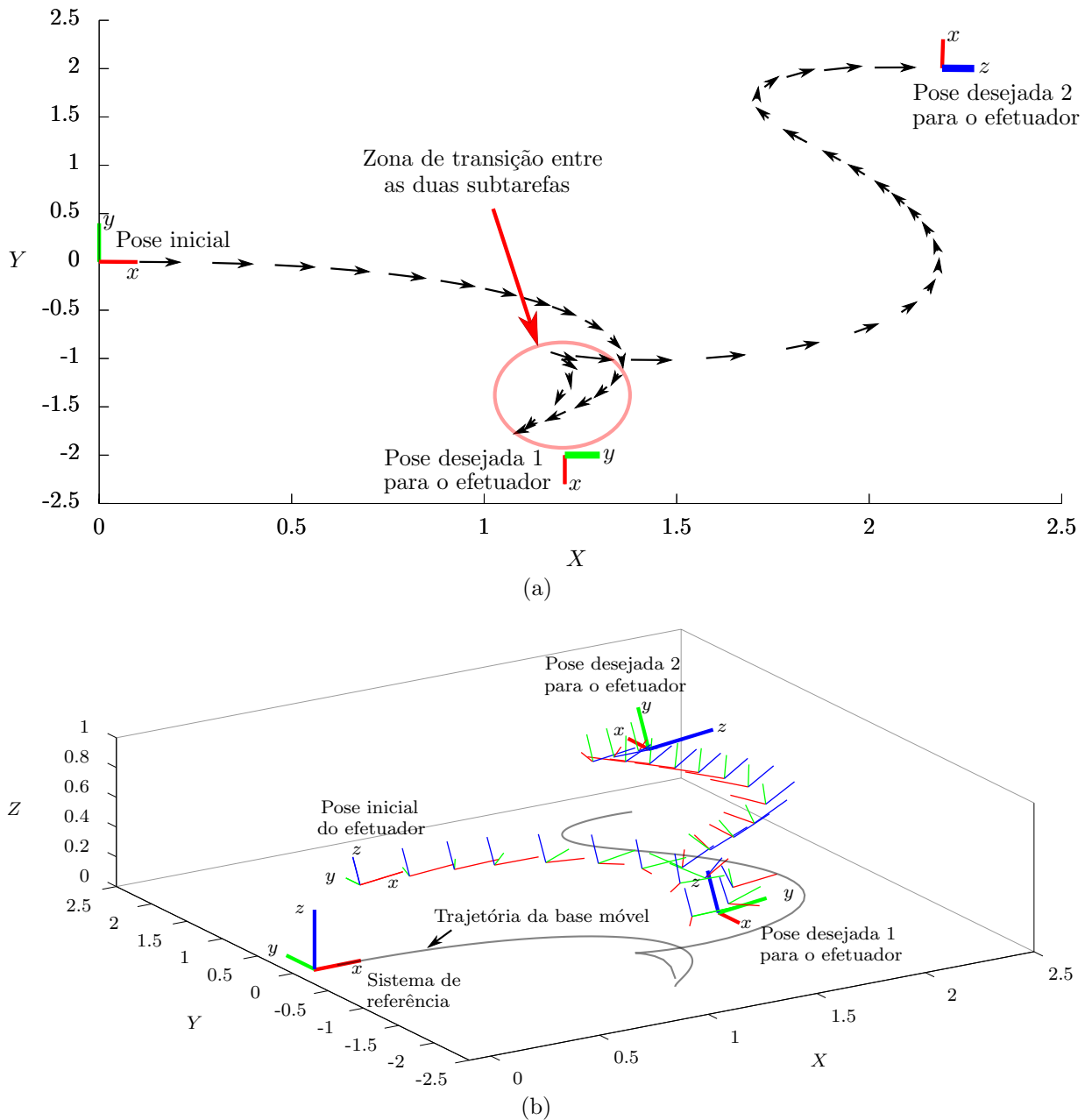


Figura 5.12: Execução do experimento 2, (a) Exemplo da trajetória realizada pela base móvel ao executar as duas subtarefas (vista de topo) e (b) Exemplo da trajetória realizada pelo efetuador junto com a trajetória realizada pela base móvel (vista tridimensional).

### 5.1.3 Caso 3

Integração do controle unificado, apresentado no caso 2, com um sistema de mais alto nível (como é um sistema de visão computacional, por exemplo). No caso, foram utilizadas câmeras de visão estéreo, que permitem estimar a pose desejada tanto da garrafa que o robô deve pegar quanto da caixa onde ela será depositada.

Para este experimento, foram utilizadas quatro câmeras de visão estéreo, as quais conseguem detectar marcadores fiduciais por meio da utilização da biblioteca “fiducial-



ros”<sup>2</sup>, desenvolvida pelo professor Guilherme Augusto Silva Pereira do Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais. Esta biblioteca fornece ao sistema de controle do robô a posição e orientação destes marcadores dentro do espaço de trabalho, definido pelas próprias câmeras. Da mesma maneira que no caso 1, utilizou-se apenas a odometria da base móvel para estimar a pose do robô.

A tarefa a ser realizada neste experimento foi segmentada em subtarefas, que correspondem a cada uma das etapas da execução.

### Subtarefa 1

O robô parte de uma posição inicial, alcança e segura a garrafa localizada na posição desejada 1, dada pelo marcador 0.

### Subtarefa 2

O robô leva a garrafa até uma caixa na qual ela deve ser depositada, localizada na posição desejada 2, dada pelo marcador 1.

As primitivas geométricas que compõem a tarefa são apresentadas na figura 5.13.

Todas as poses utilizadas para a realização da tarefa estão associadas ao sistema de coordenadas referencial inercial  $\mathcal{F}_0$  do espaço de trabalho das câmeras. O ambiente de realização da tarefa, bem como a divisão em subtarefas, permanecem os mesmos do no caso 1 e 2 descrito anteriormente. A pose da garrafa e da caixa na qual ela deve ser depositada foram mantidas em uma pose fixa para a realização da tarefa.

### Definição da tarefa

Para a realização desta etapa, a transformação homogênea do sistema de referência inercial  $\mathcal{F}_0$  em relação ao sistema de coordenadas do efetuador no ambiente da tarefa é dada por (5.2), em que o sistema de coordenadas inercial global  $\mathcal{F}_0$  encontra-se alinhado com o sistema de coordenadas da base móvel  $\mathcal{F}_{base}$  no instante  $t = 0$

$$\mathbf{x}_{base}^0 = 1.$$

A tarefa começa com o efetuador em uma posição e orientação iniciais, definidas por (5.1).

O marcador 0 encontra-se na pose

$$\mathbf{x}_{M_0}^0 = \mathbf{r}_{M_0}^0 + \frac{1}{2}\varepsilon\mathbf{p}_{M_0}^0\mathbf{r}_{M_0}^0, \quad (5.16)$$

definida pela posição e orientação

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_{M_0}^0 &= \text{Posição\_marcador\_0} \\ \mathbf{r}_{M_0}^0 &= 1, \end{aligned}$$

---

<sup>2</sup><http://coro.cpdee.ufmg.br/index.php/software/160-no-ros-para-ler-informacoes-de-fiducial-do-player-no-ros>

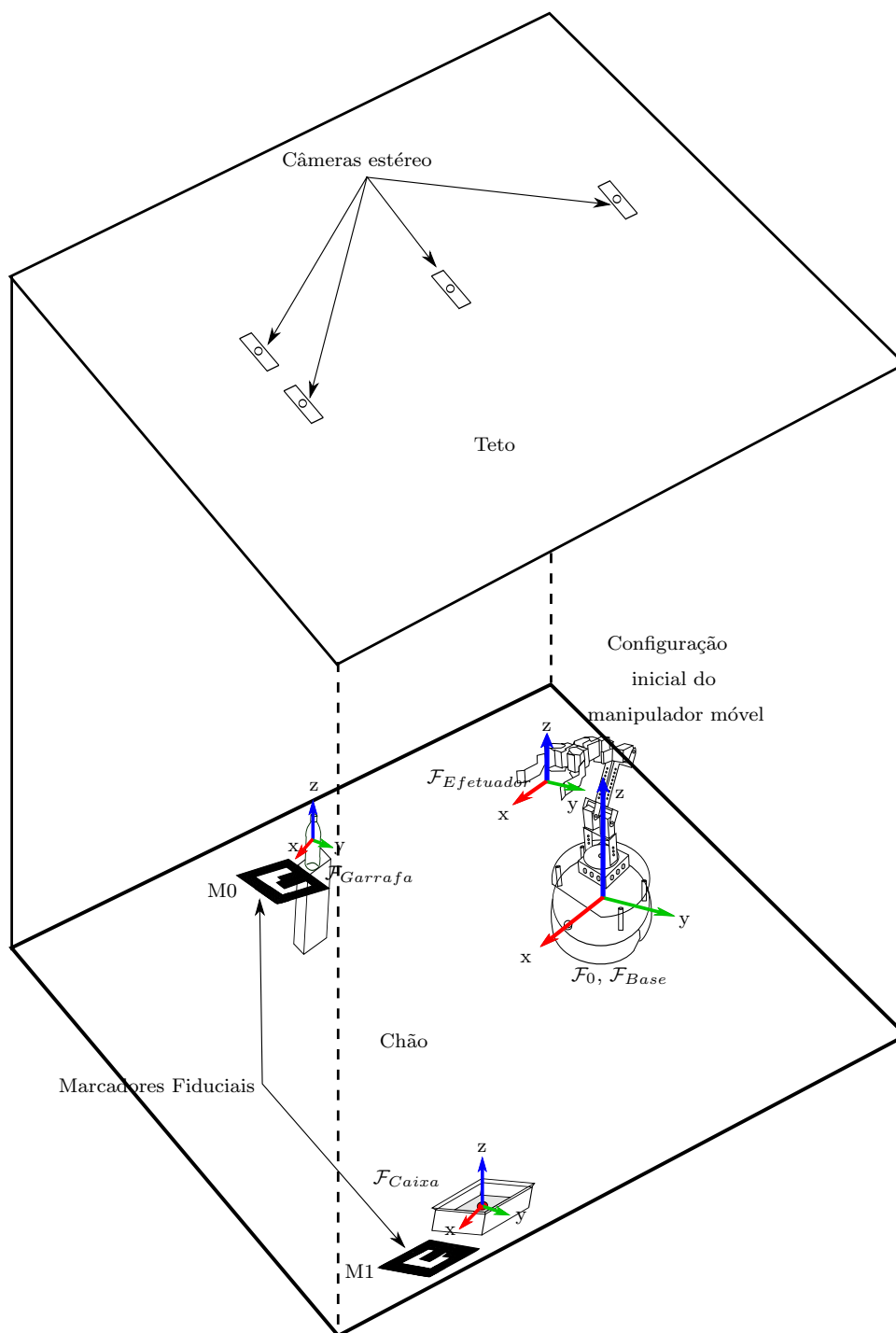


Figura 5.13: Ambiente da tarefa realizada pelo manipulador móvel e primitivas geométricas que definem esta tarefa.

onde, *Posição\_marcador\_0* são as coordenadas  $(x, y, z)$  do marcador 0 e é fornecido pela biblioteca “fiducialros”, sendo

$$(x, y, z) = (0.74, -0.43, 0.37).$$

Logo

$$\mathbf{p}_{M_0}^0 = 0.74\hat{i} - 0.43\hat{j} + 0.37\hat{k}. \quad (5.17)$$

A garrafa é definida pela pose desejada 1

$$\underline{\mathbf{x}}_{d_1}^0 = \underline{\mathbf{x}}_{M_0}^0 \underline{\mathbf{x}}_{garrafa}^{M_0}, \quad (5.18)$$

onde  $\underline{\mathbf{x}}_{garrafa}^{M_0}$  é um deslocamento até o centro de massa da garrafa, dado por

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_{garrafa}^{M_0} &= -0.1\hat{i} + 0.13\hat{k} \\ \underline{\mathbf{x}}_{garrafa}^{M_0} &= 1 + \frac{1}{2}\varepsilon\mathbf{p}_{garrafa}^{M_0}. \end{aligned} \quad (5.19)$$

A definição da primeira de subtarefa é dada por

$$\underline{\mathbf{x}}_{garrafa}^0 = \underline{\mathbf{x}}_{d_1}^0 \underline{\mathbf{x}}_{efetuador}^0. \quad (5.20)$$

O marcador 1 encontra-se na pose

$$\underline{\mathbf{x}}_{M_1}^0 = \mathbf{r}_{M_1}^0 + \frac{1}{2}\varepsilon\mathbf{p}_{M_1}^0 \mathbf{r}_{M_1}^0, \quad (5.21)$$

definida pela posição e orientação

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_{M_1}^0 &= \textit{Posição\_marcador\_1}, \\ \mathbf{r}_{M_1}^0 &= 1, \end{aligned}$$

onde *Posição\_marcador\_1* são as coordenadas  $(x, y, z)$  do marcador 1, também fornecidas pelo “fiducialros”, sendo

$$(x, y, z) = (0.9, -1, 0).$$

Logo

$$\mathbf{p}_{M_1}^0 = 0.9\hat{i} + \hat{j}. \quad (5.22)$$

A caixa na qual a garrafa deve ser depositada, pose desejada 2, é definida como

$$\underline{\mathbf{x}}_{d_2} = \underline{\mathbf{x}}_{M_1}^0 \underline{\mathbf{x}}_{caixa}^{M_1}, \quad (5.23)$$

onde  $\mathbf{x}_{caixa}^{M_1}$  é um deslocamento até a caixa, dado por

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_{caixa}^{M_1} &= -0.15\hat{i} + 0.15\hat{k} \\ \mathbf{x}_{caixa}^{M_1} &= 1 + \frac{1}{2}\varepsilon\mathbf{p}_{caixa}^{M_1}. \end{aligned} \quad (5.24)$$

A definição da segunda subtarefa é dada por

$$\mathbf{x}_{caixa}^{garrafa} = \mathbf{x}_{d_2}^0 \mathbf{x}_0^{d_1} \mathbf{x}_{efetuador}^{base}. \quad (5.25)$$

Para todos os casos, o critério de parada definido para a rotina de controle é: se a norma do erro  $\mathbf{e}$  for menor do que um limiar, considera-se que o robô atingiu a posição desejada. O erro  $\mathbf{e}$  é determinado por (4.18).

### Resultados do experimento

Foi feito um experimento similar ao caso 1, mas integrando o controle unificado do caso 2 com um sistema de mais alto nível (como é um sistema de visão computacional, por exemplo). No caso foram utilizadas câmeras de visão estéreo que permitem estimar a pose desejada, tanto da garrafa que o robô deve pegar, quanto da caixa onde ela será depositada. Na figura 5.14 observa-se a convergência da pose do efetuador para a pose final desejada para a subtarefa de pegar a garrafa.

Na figura 5.15, mostram-se todos os sinais de controle gerados simultaneamente pelo controlador para todos os graus de liberdade.

Um exemplo da sequência completa da manipulação para o controle de corpo completo, com o controlador cinemático em cascata integrado ao sistema de visão computacional, encontra-se na figura 5.16.

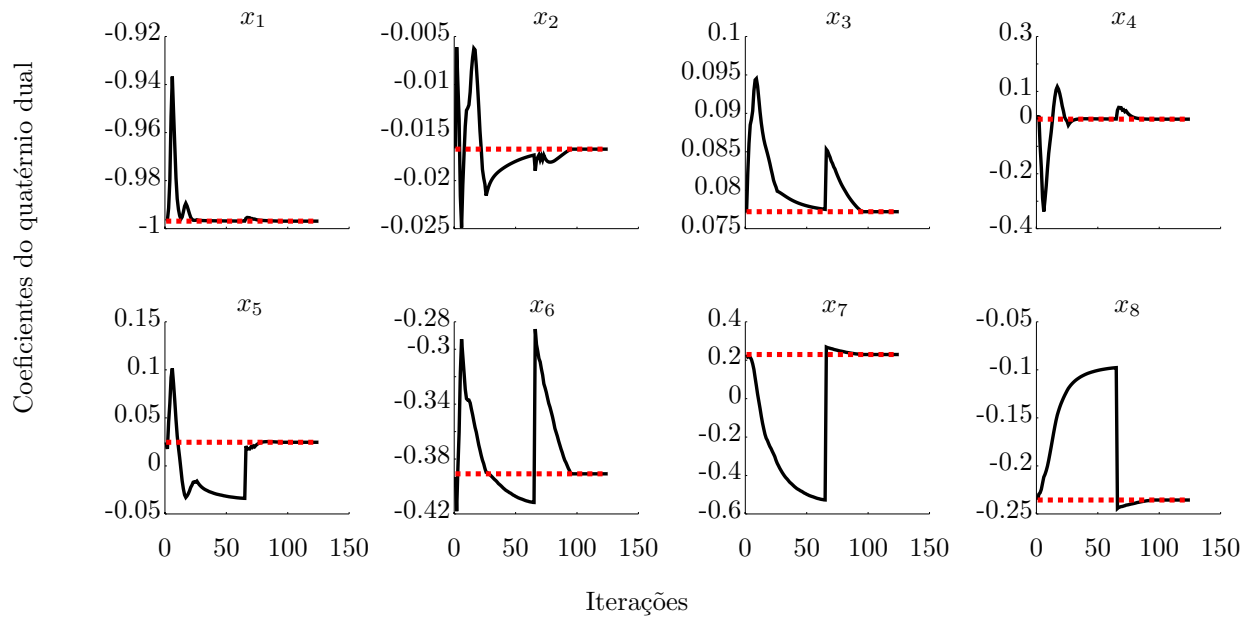


Figura 5.14: Coeficientes do quatérnio dual desejado (curva *tracejada*) e coeficientes do quatérnio dual medido (curva *sólida*) para a subtarefa de pegar a garrafa, com o controlador cinemático em cascata testado no caso 3.

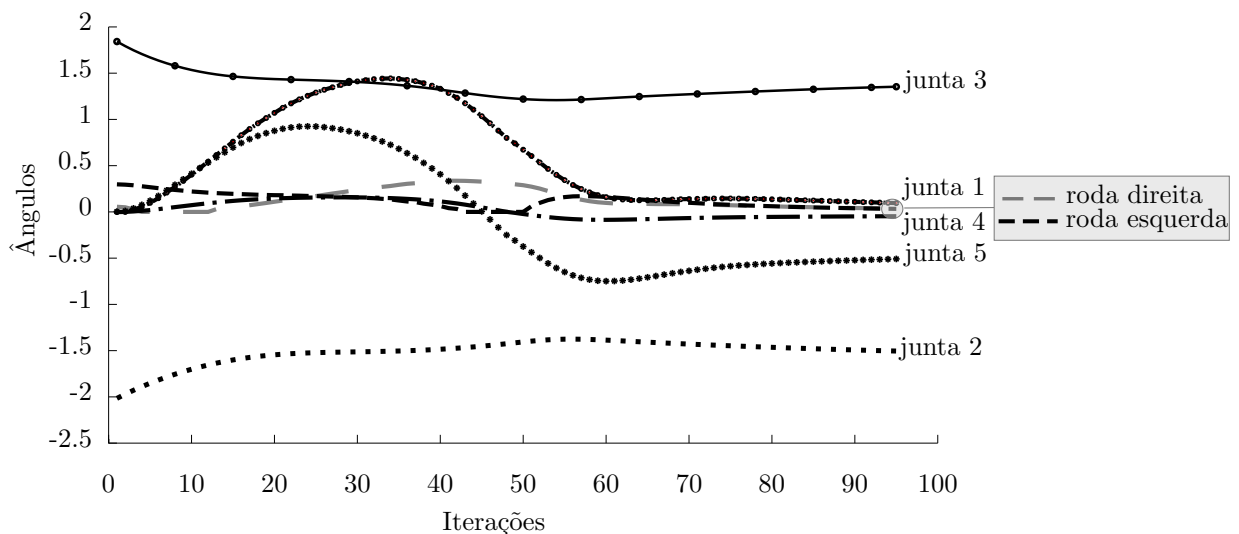


Figura 5.15: Atuação de todas as variáveis de controle do manipulador móvel quando usado o controle cinemático em cascata para o caso 3.

É importante ressaltar que para todos os casos a referência para o controlador é apenas a pose desejada do efetuador. O controlador cinemático é responsável por gerar o sinal de controle para todos os graus de liberdade simultaneamente, para os dois casos nos quais o experimento foi feito no robô real, como mostram as figuras 5.5, 5.6 e 5.15. Este comportamento é desejável por simplificar a definição da tarefa, pois o projetista não precisa definir trajetórias separadamente para o braço e para a base móvel.

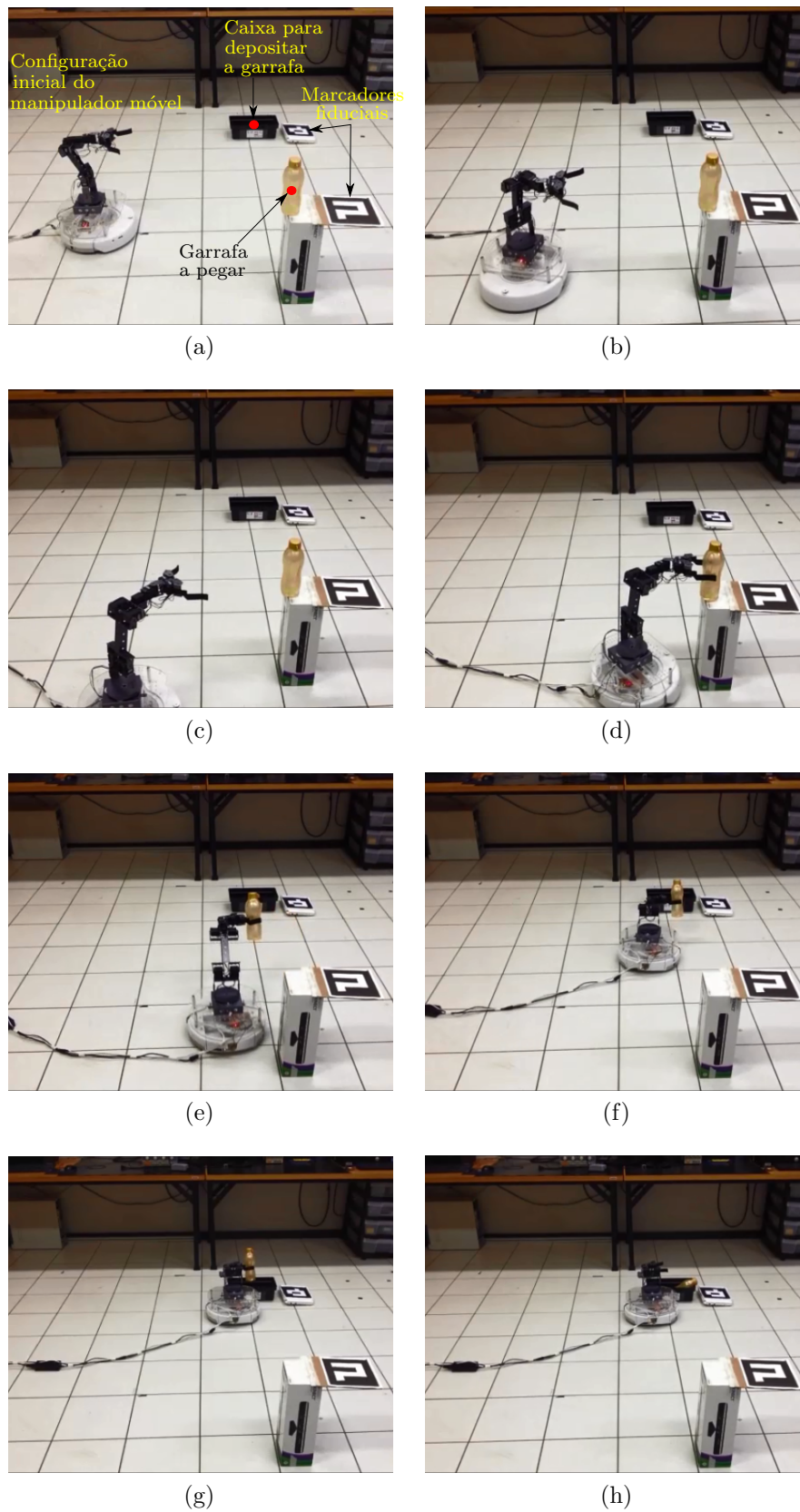


Figura 5.16: Sequência completa da manipulação para o controle de corpo completo com o controlador cinemático em cascata integrado ao sistema de visão computacional. (a) mostra a configuração inicial do sistema, (b) o robô começa a realização da sub tarefa 1, (c) o robô se aproxima da garrafa, (d) pega a garrafa na pose desejada 1, (e) o robô começa a realização da sub tarefa 2, (f) o robô leva a garrafa à pose desejada 2, (g) aproxima-se da pose desejada 2 e (h) solta a garrafa dentro da caixa.

# 6

## Conclusão e Trabalhos Futuros

Esta dissertação apresentou uma técnica de modelagem e controle de corpo completo para um manipulador móvel, composto por um robô manipulador de cinco graus de liberdade acoplado a um robô móvel não-holonômico de tração diferencial de três graus de liberdade e dois graus de atuação. Esta técnica de modelagem baseou-se na álgebra de quatérnios duais para encontrar os modelos cinemáticos direto e diferencial da cadeia heterogênea serialmente acoplada. Foi mostrado como o controlador cinemático implementado — no qual a referência é dada pelo quatérnio dual representando a pose do efetuador — produz o movimento do robô e utiliza o Jacobiano do corpo completo para gerar, simultaneamente, o sinal de controle de todos os graus de liberdade da cadeia cinemática redundante. Além disso, visando melhorar o desempenho do controlador e ampliar sua região de convergência, foi proposta uma estrutura de controle em cascata, na qual a malha mais interna leva em consideração as restrições de não holonomia da base móvel por meio de um controlador com linearização entrada-saída.

A noção de sistemas cinemáticos em série acoplados, representados por quatérnios duais, foi introduzida a fim de descrever a pose do efetuador em termos de todos os graus de liberdade presentes no sistema cinemático completo. Esta metodologia é suficiente para ser aplicada a qualquer manipulador móvel. Uma outra vantagem de se utilizar um algoritmo de controle de corpo completo é que o movimento do robô tende a ficar mais natural e fluido, pois toda a cadeia cinemática trabalha para a realização da tarefa. Além disso, como o sistema completo se torna altamente redundante, formalismos de controle hierárquico de tarefas podem explorar essa redundância para realizar tarefas secundárias

no espaço nulo da tarefa principal.

É importante ressaltar que a manipulação fina de objetos está fora do escopo deste trabalho, pois o efetuador do robô consiste apenas em uma pinça. Porém, este efetuador é suficiente para pegar uma garrafa comum.

Resultados tanto em simulação quanto usando o robô real mostraram o bom desempenho do controle cinemático de corpo completo para as condições analisadas. No entanto, como a base móvel tem restrições não-holonômicas, leis de controle que não levem em consideração explicitamente as restrições de não holonomia possuem uma convergência local. Consequentemente, o controlador não convergirá (porém estabilizará) sempre que a referência desejada estiver fora do espaço de trabalho do manipulador e, ao mesmo tempo, exija movimentos que violem as restrições não-holonômicas da base móvel. Porém, se as restrições não-holonômicas não forem violadas, o controlador vai convergir mesmo que a pose desejada esteja fora do espaço de trabalho do manipulador, pois um movimento de corpo completo será realizado. Desta maneira, focou-se no estudo e implementação de um controlador de corpo completo que tenha uma zona de convergência mais ampla, se possível global, para manipuladores móveis com restrições não-holonômicas. O controlador em cascata, proposto nesta dissertação, não tem estas dificuldades de convergência, já que leva em consideração as restrições de não holonomia da base móvel ao realizar uma linearização entrada-saída para a mesma. É importante ressaltar que, apesar de se provar formalmente que a estrutura de controle cinemático para um robô manipulador converge — desde que a referência esteja dentro do espaço de trabalho e não haja singularidades — e que o controlador com linearização entrada-saída garante erro nulo no rastreamento de uma trajetória para a base móvel não-holonômica com tração diferencial, não se provou formalmente a convergência global do sistema em cascata para controle de corpo completo. Isso deverá ser realizado em trabalhos futuros, que serão focados no projeto de controladores que resolvem o problema das restrições de não holonomia da base móvel utilizando apenas uma malha de controle e não uma estrutura em cascata. Isso facilitará na obtenção de provas de estabilidade. Porém, cabe lembrar que a estrutura de controle de corpo completo mostrada nesta dissertação garante a convergência global do sistema caso ele seja holonômico e não haja singularidades.

Os resultados obtidos mostraram-se aceitáveis no sentido de que foi possível realizar o controle de corpo completo com uma taxa de convergência razoável e para uma ampla região de convergência. Mostra-se, assim, a validade da técnica de modelagem e controle de corpo completo baseada na álgebra de quatérnios duais.

O sistema completo tornou-se redundante, o que permite explorar a execução de tarefas secundárias dentro da execução da tarefa principal. Trabalhos futuros terão foco na exploração da redundância do sistema completo para executar tarefas secundárias que sejam relevantes tanto do ponto de vista de navegação quanto de manipulação como, por exemplo, desvio local de obstáculos, evitar atingir o limite das juntas do



manipulador, minimizar energia, etc. Além disso, planeja-se estender o sistema para o caso de múltiplos manipuladores móveis que realizam manipulação cooperativa para, por exemplo, o transporte de cargas pesadas e/ou volumosas.

# Referências Bibliográficas

- Adorno, B. V. (2011). *Two-arm manipulation: from manipulators to enhanced human-robot collaboration [Contribution à la manipulation à deux bras : des manipulateurs à la collaboration homme-robot]*. PhD thesis.
- Adorno, B. V., Bó, A. P. L., & Fraisse, P. (2014). Kinematic modeling and control for human-robot cooperation considering different interaction roles. *Robotica*, (February), 1–18.
- Adorno, B. V., Fraisse, P., & Druon, S. (2010). Dual position control strategies using the cooperative dual task-space framework. In *2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems* (pp. 3955–3960). Taipei: IEEE.
- Aicardi, M., Casalino, G., Bicchi, A., & Balestrino, A. (1995). Closed loop steering of unicycle-like vehicles via Lyapunov techniques. *IEEE Robotics and Automation Magazine*, 2(1), 27–35.
- Bakari, M. J., Zied, K. M., & Seward, D. W. (2007). Development of a Multi-Arm Mobile Robot for Nuclear Decommissioning Tasks. *International Journal of Advanced Robotic Systems*.
- Bernard, M., Kondak, K., Maza, I., & Ollero, A. (2011). Autonomous transportation and deployment with aerial robots for search and rescue missions. *Journal of Field Robotics*, 28(6), 914–931.
- Bischoff, R., Huggenberger, U., & Prassler, E. (2011). KUKA youBot - A mobile manipulator for research and education. In *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*.
- Bohren, J., Rusu, R. B., Jones, E. G., Marder-Eppstein, E., Pantofaru, C., Wise, M., Mösenlechner, L., Meeussen, W., & Holzer, S. (2011). Towards autonomous robotic butlers: Lessons learned with the PR2. In *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation* (pp. 5568–5575).

- Borst, C., Wimbock, T., Schmidt, F., Fuchs, M., Brunner, B., Zacharias, F., Giordano, P. R., Konietzschke, R., Sepp, W., Fuchs, S., Rink, C., Albu-Schaffer, A., & Hirzinger, G. (2009). Rollin' Justin - Mobile platform with variable base. *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*, (pp. 1597–1598).
- Breazeal, C. (2003). Toward sociable robots. *Robotics and Autonomous Systems*, 42(3-4), 167–175.
- Burget, F., Hornung, A., & Bennewitz, M. (2013). Whole-body motion planning for manipulation of articulated objects. In *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation* (pp. 1656–1662).
- Capuska, S., Brecka, S., Kosnac, S., & Martinkovic, J. (2005). Manipulator robotics in use for decommissioning of A-1 nuclear power plant. In *2005 International Conference on Advanced Robotics, ICAR '05, Proceedings*, volume 2005 (pp. 123–128).
- Castano, A., Shen, W. M., & Will, P. (2000). CONRO: towards deployable robots with inter-robot metamorphic capabilities. *Autonomous Robots*, 8(3), 309–324.
- Chen, T. & Kemp, C. (2010). Lead me by the hand: Evaluation of a direct physical interface for nursing assistant robots. *Human-Robot Interaction (HRI), 2010 5th ACM/IEEE International Conference on*.
- Chen, T. L., Ciocarlie, M., Cousins, S., Grice, P., Hawkins, K., Hsiao, K., Kemp, C., King, C. H., Lazewatsky, D., Leeper, A. E., Nguyen, H., Paepcke, A., Pantofaru, C., Smart, W., & Takayama, L. (2013). Robots for humanity: Using assistive robotics to empower people with disabilities. *IEEE Robotics and Automation Magazine*, 20(1), 30–39.
- Chiaverini, S. (1997). Singularity-robust task-priority redundancy resolution for real-time kinematic control of robot manipulators. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 13(3).
- Choi, Y. H. & Jung, K. M. (2011). Windoro: The world's first commercialized window cleaning robot for domestic use. In *URAI 2011 - 2011 8th International Conference on Ubiquitous Robots and Ambient Intelligence* (pp. 131–136).
- Dalibard, S., El Khoury, A., Lamiroux, F., Nakhaei, A., Taix, M., & Laumond, J.-P. (2013). Dynamic walking and whole-body motion planning for humanoid robots: an integrated approach. *The International Journal of Robotics Research*, 32(9-10), 1089–1103.
- Dietrich, a., Wimbock, T., & Albu-Schaffer, A. (2011). Dynamic whole-body mobile manipulation with a torque controlled humanoid robot via impedance control laws. *2011 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, (pp. 3199–3206).

- Doroodgar, B., Ficocelli, M., Mobedi, B., & Nejat, G. (2010). The search for survivors: Cooperative human-robot interaction in search and rescue environments using semi-autonomous robots. In *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation* (pp. 2858–2863).
- Forlizzi, J. & Disalvo, C. (2006). Service Robots in the Domestic Environment: A Study of the Roomba Vacuum in the Home. In *Design*, volume 2006 (pp. 258–265): ACM Press.
- Geppert, L. (2004). Qrio, the robot that could. *IEEE Spectrum*, 41(5).
- Gienger, M., Janben, H., & Goerick, C. (2006). Exploiting Task Intervals for Whole Body Robot Control. *2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, (pp. 2484–2490).
- Graf, B., Hans, M., & Schraft, R. D. (2004). Care-O-bot II - Development of a Next Generation Robotic Home Assistant. *Autonomous Robots*, 16(2), 193–205.
- Graf, B., Reiser, U., Hagele, M., Mauz, K., & Klein, P. (2009). Robotic home assistant Care-O-bot 3 - product vision and innovation platform. In *Proceedings of IEEE Workshop on Advanced Robotics and its Social Impacts, ARSO* (pp. 139–144).
- Hirose, M., Haikawa, Y., Takenaka, T., & Hirai, K. (2001). Development of humanoid robot ASIMO. In *International Conference on Intelligent Robots and Systems - IROS*, volume 13 (pp. 1–6).
- Iborra, A., Pastor, J. A., Alvarez, B., Fernandez, C., & Fernandez Merono, J. M. (2003). Robots in Radioactive Environments. In *IEEE Robotics and Automation Magazine*, volume 10 (pp. 12–22).
- Iwata, H. & Sugano, S. (2009). Design of human symbiotic robot TWENDY-ONE. In *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation* (pp. 580–586).
- Jain, A. & Kemp, C. C. (2009). Pulling open novel doors and drawers with equilibrium point control. In *9th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots, HUMANOIDS09* (pp. 498–505).
- Jain, A. & Kemp, C. C. (2010). Pulling open doors and drawers: Coordinating an omnidirectional base and a compliant arm with equilibrium point control. In *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation* (pp. 1807–1814).
- Kamegawa, T., Yamasaki, T., Igarashi, H., & Matsuno, F. (2004). Development of the snake-like rescue robot. volume 5 (pp. 5081–5086).

- Kaneko, K., Kanehiro, F., Morisawa, M., Akachi, K., Miyamori, G., Hayashi, A., & Kanehira, N. (2011). Humanoid robot HRP-4 - Humanoid robotics platform with lightweight and slim body. In *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems* (pp. 4400–4407).
- Kemp, C., Edsinger, A., & Torres-Jara, E. (2007). Challenges for robot manipulation in human environments [Grand Challenges of Robotics]. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 14(1).
- Khatib, O. (1987). A unified approach for motion and force control of robot manipulators: The operational space formulation. *IEEE Journal on Robotics and Automation*, 3(1), 43–53.
- Kosuge, K., Sato, M., & Kazamura, N. (2000). Mobile robot helper. *Proceedings 2000 ICRA. Millennium Conference. IEEE International Conference on Robotics and Automation. Symposia Proceedings (Cat. No.00CH37065)*, 1.
- Kuipers, J. B. (2002). *Quaternions and rotation sequences: A primer with applications to orbits, aerospace and virtual reality*. Princeton University Press.
- Lana, E. P., Adorno, B. V., & Tierra-Criollo, C. J. (2013). Assistance Task Using a Manipulator Robot and User Kinematics Feedback. *Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI)*, (pp. 1–6).
- Liegeois, A. (1977). Automatic Supervisory Control of the Configuration and Behavior of Multibody Mechanisms. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 7(12), 868–871.
- Lindemuth, M., Murphy, R., Steimle, E., Armitage, W., Dreger, K., Elliot, T., Hall, M., Kalyadin, D., Kramer, J., Palankar, M., Pratt, K., & Griffin, C. (2011). Sea robot-assisted inspection. *IEEE Robotics and Automation Magazine*, 18(2), 96–107.
- Lohmeier, S., Buschmann, T., & Ulbrich, H. (2009). Humanoid robot LOLA. In *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation* (pp. 775–780).
- Lohse, M., Hanheide, M., Wrede, B., Walters, M. L., Koay, K. L., Syrdal, D. S., Green, A., Huttenrauch, H., Dautenhahn, K., Sagerer, G., & Severinson-Eklundh, K. (2008). Evaluating extrovert and introvert behaviour of a domestic robot -a video study. In *Proceedings of the 17th IEEE International Symposium on Robot and Human Interactive Communication, RO-MAN* (pp. 488–493).
- Mast, M., Burmester, M., Kruger, K., Fatikow, S., Arbeiter, G., Graf, B., Kronreif, G., Pigni, L., Facal, D., & Qiu, R. (2012). User-Centered Design of a Dynamic-Autonomy

- Remote Interaction Concept for Manipulation-Capable Robots to Assist Elderly People in the Home. *Journal of Human-Robot Interaction*, 1(1), 96–118.
- Metta, G., Sandini, G., Vernon, D., Natale, L., & Nori, F. (2008). The iCub humanoid robot : an open platform for research in embodied cognition. In *PerMIS '08 Proceedings of the 8th Workshop on Performance Metrics for Intelligent Systems* (pp. 50–56).
- Moosavian, S. A. A., Semsarilar, H., & Kalantari, A. (2006). Design and manufacturing of a mobile rescue robot. In *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems* (pp. 3982–3987).
- Nagasaka, K., Kawanami, Y., Shimizu, S., Kito, T., Tsuboi, T., Miyamoto, A., Fukushima, T., & Shimomura, H. (2010). Whole-body cooperative force control for a two-armed and two-wheeled mobile robot using Generalized Inverse Dynamics and Idealized Joint Units. *2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, (pp. 3377–3383).
- Nguyen, H., Anderson, C., Trevor, A., Jain, A., Xu, Z., & Kemp, C. C. (2008). El-e: An assistive robot that fetches objects from flat surfaces. *Robotics*, 172(2-3), 1303–10.
- Nishiwaki, K., Kagami, S., & Inoue, H. (2005). Object manipulation by hand using whole-body motion coordination. (July), 1778–1783.
- Ortiz, F., Pastor, J. A., Alvarez, B., Iborra, A., Ortega, N., Rodriguez, D., & Conesa, C. (2007). Robots for hull ship cleaning. In *IEEE International Symposium on Industrial Electronics* (pp. 2077–2082).
- Park, I.-W., Kim, J.-Y., Lee, J., & Oh, J.-H. (2007). Mechanical design of the humanoid robot platform, HUBO.
- Park, H. Andy Lee, C. S. G. (2013). Cooperative-Dual-Task-Space-based whole-body motion balancing for humanoid robots. *2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, (pp. 4797–4802).
- Rusu, R. B., Gerkey, B., & Beetz, M. (2008). Robots in the kitchen: Exploiting ubiquitous sensing and actuation. *Robotics and Autonomous Systems*, 56(10), 844–856.
- Saab, L., Ramos, O. E., Keith, F., Mansard, N., Soueres, P., & Fourquet, J.-Y. (2013). Dynamic Whole-Body Motion Generation Under Rigid Contacts and Other Unilateral Constraints. *IEEE Transactions on Robotics*, 29(2), 346–362.
- Salazar-Sangucho, F. & Adorno, B. V. (2014). Modelagem e Controle de Corpo Completo Usando Quatérnios Duais para um Manipulador Móvel. *XX Congresso Brasileiro de Automática 2014 (CBA)*, (pp. 1544–1551).

- Schwarz, D., Schwarz, M., Stuckler, J., & Behnke, S. (2014). Cosero , find my Keys ! Object Localization and Retrieval using Bluetooth Low Energy Tags. In *18th RoboCup International Symposium*, number July.
- Selig, J. M. (2005). *Geometric fundamentals of robotics*. Springer-Verlag Inc.
- Sentis, L. & Khatib, O. (2006). A whole-body control framework for humanoids operating in human environments. *2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006.*, (May), 2641–2648.
- Shamsuddin, S., Ismail, L. I., Yussof, H., Zahari, N. I., Bahari, S., Hashim, H., & Jaffar, A. (2011). Humanoid robot NAO: Review of control and motion exploration. In *Proceedings - 2011 IEEE International Conference on Control System, Computing and Engineering, ICCSCE 2011* (pp. 511–516).
- Shibata, T. (2012). Therapeutic seal robot as biofeedback medical device: Qualitative and quantitative evaluations of robot therapy in dementia care. In *Proceedings of the IEEE*, volume 100 (pp. 2527–2538).
- Siciliano, B., Sciavicco, L., Villani, L., & Oriolo, G. (2009). *Robotics: Modelling, Planning and Control*. Advanced Textbooks in Control and Signal Processing. Springer.
- Spexard, T., Hanheide, M., & Sagerer, G. (2007). Human-Oriented Interaction With an Anthropomorphic Robot. *IEEE Transactions on Robotics*, 23(5).
- Spong, M., Hutchinson, S., & Vidyasagar, M. (2006). *Robot modeling and control*.
- Stuckler, J. & Behnke, S. (2009). Integrating indoor mobility, object manipulation, and intuitive interaction for domestic service tasks. In *9th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots, HUMANOIDS09* (pp. 506–513).
- Sugaiwa, T., Fujii, G., Iwata, H., & Sugano, S. (2010). A methodology for setting grasping force for picking up an object with unknown weight, friction, and stiffness. In *2010 10th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots, Humanoids 2010* (pp. 288–293).
- Tellez, R., Ferro, F., Garcia, S., Gomez, E., Jorge, E., Mora, D., Pinyol, D., Oliver, J., Torres, O., Velazquez, J., & Faconti, D. (2008). Reem-B: An autonomous lightweight human-size humanoid robot. In *2008 8th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots, Humanoids 2008* (pp. 462–468).
- Wada, K., Ikeda, Y., Inoue, K., & Uehara, R. (2010). Development and preliminary evaluation of a caregiver’s manual for robot therapy using the therapeutic seal robot paro. In *Proceedings - IEEE International Workshop on Robot and Human Interactive Communication* (pp. 533–538).

Yokoyama, K., Handa, H., Isozumi, T., Fukase, Y., Kaneko, K., Kanehiro, F., Kawai, Y., Tomita, F., & Hirukawa, H. (2003). Cooperative works by a human and a humanoid robot. In *Robotics and Automation, 2003. Proceedings. ICRA '03. IEEE International Conference on*, volume 3 (pp. 2985–2991 vol.3).