

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM SANEAMENTO,**  
**MEIO AMBIENTE E RECURSOS HÍDRICOS**

**MODELOS REGIONAIS DE CURVAS DE  
PERMANÊNCIA DE VAZÕES PARA RIOS  
PERENES, INTERMITENTES E EFÊMEROS, E  
SEU EMPREGO NA CALIBRAÇÃO INDIRETA  
DE MODELOS DE SIMULAÇÃO HIDROLÓGICA**

**Veber Afonso Figueiredo Costa**

**Belo Horizonte**

**2011**

**MODELOS REGIONAIS DE CURVAS DE  
PERMANÊNCIA DE VAZÕES PARA RIOS PERENES,  
INTERMITENTES E EFÊMEROS, E SEU EMPREGO  
NA CALIBRAÇÃO INDIRETA DE MODELOS DE  
SIMULAÇÃO HIDROLÓGICA**

**Veber Afonso Figueiredo Costa**

**Veber Afonso Figueiredo Costa**

**MODELOS REGIONAIS DE CURVAS DE  
PERMANÊNCIA DE VAZÕES PARA RIOS PERENES,  
INTERMITENTES E EFÊMEROS, E SEU EMPREGO  
NA CALIBRAÇÃO INDIRETA DE MODELOS DE  
SIMULAÇÃO HIDROLÓGICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Saneamento, Meio Ambiente e Recursos Hídricos da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Saneamento, Meio Ambiente e Recursos Hídricos.

Área de concentração: Recursos Hídricos

Linha de pesquisa: Modelagem de Processos Hidrológicos

Orientador: Mauro da Cunha Naghettini

Co-orientador: Wilson dos Santos Fernandes

Belo Horizonte

Escola de Engenharia da UFMG

2011



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
Escola de Engenharia

Programa de Pós-Graduação em Saneamento, Meio Ambiente e Recursos Hídricos  
Avenida Antônio Carlos, 6627 - 4º andar - 31270-901 - Belo Horizonte - BRASIL  
Telefax: 55 (31) 3409-1882 - posgrad@desa.ufmg.br  
<http://www.smarh.eng.ufmg.br>

## FOLHA DE APROVAÇÃO

Modelos Regionais de Curvas de Permanência de Vazões para Rios Perenes,  
Intermitentes e Efêmeros, e seu Emprego na Calibração Indireta de  
Modelos de Simulação Hidrológica

**VEBER AFONSO FIGUEIREDO COSTA**

Dissertação defendida e aprovada pela banca examinadora constituída pelos Senhores:

Prof. MAURO DA CUNHA NAGHETTINI

  
Prof. WILSON DOS SANTOS FERNANDES  
Prof. LUIZ RAFAEL PALMIER  
Prof. DIRCEU SILVEIRA REIS JÚNIOR

Aprovada pelo Colegiado do PG SMARH

  
Prof. Mônica Maria Diniz Leão  
Coordenadora

Versão Final aprovada por

  
Prof. Mauro da Cunha Naghettini  
Orientador

Belo Horizonte, 11 de fevereiro de 2011.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço especialmente à Camila, meus pais, Antonio e Marília, e meus irmãos, Vinícius e Mariana, pelo apoio e compreensão durante a elaboração deste trabalho.

Ao meu tio e amigo José Geraldo, pelo incentivo.

Ao meu orientador, professor Mauro Naghettini, e meu co-orientador, professor Wilson Fernandes, pela transmissão de conhecimento que tornou este trabalho possível.

Aos amigos e funcionários do EHR.

À FAPEMIG, pela concessão da bolsa de estudos.

## RESUMO

Um dos principais desafios enfrentados pela Engenharia Hidrológica é a estimação de variáveis necessárias à adequada gestão dos recursos hídricos em bacias hidrográficas desprovidas de monitoramento fluviométrico. Com intuito de contornar esse problema, técnicas de transposição de informações, tais como as de regionalização hidrológica, têm sido amplamente empregadas.

Na presente dissertação apresenta-se uma metodologia para regionalização de curvas de permanência de rios perenes, intermitentes e efêmeros, e posterior utilização das mesmas como paradigma de calibração do modelo Rio Grande de transformação chuva-vazão. A metodologia preconiza o emprego da distribuição de probabilidades Burr XII estendida, uma vez que esta apresenta grande flexibilidade para ajuste de dados e representa de maneira acurada os extremos das curvas de permanência.

Critérios para avaliação de desempenho, confiabilidade e robustez dos modelos regionais de curva de permanência são apresentados, além de análises diversas relacionadas à calibração indireta do modelo Rio Grande em bacias hidrográficas não monitoradas nos estados de Minas Gerais e Ceará.

## **ABSTRACT**

One of the main challenges to hydrological engineers refers to the estimation of variables needed to water resources planning and management in ungauged river basins. In order to face this challenge, techniques for transposing information, such as the hydrologic regional analyses, have been widely employed.

In this Msc dissertation it is presented a method for regionalizing flow duration curves in perennial, intermittent and ephemeral rivers, followed by their use as a paradigm for calibrating the Rio Grande model for hydrological simulation. The method for regionalizing flow duration curves is based on the extended Burr XII probability distribution, since it shows great flexibility to fit data, with accurate reproduction of flow extremes.

Criteria for evaluating performance, reliability and robustness of the regional models for flow duration curves are showed, in addition to a number of analyses related to the indirect calibration of the Rio Grande hydrologic simulation model to ungauged river basins located in the Brazilian states of Minas Gerais and Ceará.

# SUMÁRIO

<b>LISTA DE FIGURAS .....</b>	<b>VIII</b>
<b>LISTA DE TABELAS.....</b>	<b>XIII</b>
<b>LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E SÍMBOLOS .....</b>	<b>XV</b>
<b>LISTA DE NOTAÇÕES .....</b>	<b>XVI</b>
<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
<b>2 OBJETIVOS .....</b>	<b>3</b>
2.1 OBJETIVO GERAL .....	3
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	3
<b>3 REVISÃO DE LITERATURA .....</b>	<b>4</b>
3.1 REGIONALIZAÇÃO HIDROLÓGICA .....	4
3.1.1 <i>Considerações gerais</i> .....	4
3.1.2 <i>Seleção e análise de dados</i> .....	5
3.1.3 <i>Regressão linear múltipla</i> .....	6
3.2 CURVAS DE PERMANÊNCIA .....	10
3.2.1 <i>Introdução</i> .....	10
3.2.2 <i>Histórico da utilização das curvas de permanência</i> .....	12
3.2.3 <i>Construção de curvas de permanência empíricas</i> .....	14
3.2.4 <i>Regionalização de curvas de permanência</i> .....	18
3.2.5 <i>A utilização do teorema da probabilidade total na modelagem de curvas de permanência de rios intermitentes e efêmeros</i> .....	30
3.3 A DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADES BURR XII.....	32
3.3.1 <i>Considerações gerais</i> .....	32
3.3.2 <i>A distribuição Burr XII estendida</i> .....	42
3.4 MODELOS CHUVA-VAZÃO.....	55
3.4.1 <i>Introdução</i> .....	55
3.4.2 <i>Calibração de parâmetros de modelos chuva-vazão a partir de curvas de permanência sintéticas</i> 58	
3.4.3 <i>O modelo Rio Grande</i> .....	60
<b>4 METODOLOGIA.....</b>	<b>70</b>
4.1 SELEÇÃO DE DADOS FLUVIOMÉTRICOS, PLUVIOMÉTRICOS E EVAPORIMÉTRICOS.....	71
4.1.1 <i>Dados fluviométricos</i> .....	72
4.1.2 <i>Dados pluviométricos e evaporimétricos</i> .....	73
4.1.3 <i>Estimação de parâmetros da distribuição Burr XII estendida</i> .....	74
4.2 DETERMINAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS FÍSICAS, CLIMÁTICAS, HIDROLÓGICAS, MORFOLÓGICAS E HIDROGEOLOGICAS DAS BACIAS .....	76
4.2.1 <i>Características físicas</i> .....	77
4.2.2 <i>Características climáticas</i> .....	78
4.2.3 <i>Características hidrológicas</i> .....	79
4.2.4 <i>Características morfológicas</i> .....	80
4.2.5 <i>Características hidrogeológicas</i> .....	82
4.3 ELABORAÇÃO E VALIDAÇÃO DO MODELO REGIONAL PARA CURVAS DE PERMANÊNCIA .....	82
4.3.1 <i>Construção dos modelos regionais</i> .....	82
4.3.2 <i>Análise de desempenho dos modelos regionais</i> .....	85
4.3.3 <i>Análise de desempenho em estações fluviométricas não utilizadas na construção dos modelos regionais</i> 88	
4.4 CALIBRAÇÃO DO MODELO RIO GRANDE A PARTIR DE CURVAS DE PERMANÊNCIA SINTÉTICAS .....	89
4.4.1 <i>Dados de entrada e saída do modelo Rio Grande</i> .....	90

4.4.2	<i>Avaliação da qualidade de calibração dos parâmetros do modelo Rio Grande a partir de curvas de permanência sintéticas.....</i>	94
<b>5</b>	<b>APLICAÇÃO DA METODOLOGIA ÀS BACIAS HIDROGRÁFICAS EM MINAS GERAIS .....</b>	<b>98</b>
5.1	CARACTERIZAÇÃO DAS BACIAS LOCALIZADAS NO ESTADO DE MINAS GERAIS .....	99
5.1.1	<i>Localização .....</i>	99
5.1.2	<i>Clima.....</i>	102
5.1.3	<i>Vegetação.....</i>	105
5.1.4	<i>Relevo.....</i>	105
5.1.5	<i>Hidrogeologia.....</i>	108
5.2	ESTAÇÕES FLUVIOMÉTRICAS UTILIZADAS NO ESTUDO.....	111
5.3	ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS DA DISTRIBUIÇÃO BURR XII ESTENDIDA.....	111
5.4	REGIONALIZAÇÃO DE CURVAS DE PERMANÊNCIA DE LONGO TERMO.....	115
5.4.1	<i>Características físicas, morfológicas, climáticas e hidrológicas das bacias selecionadas.....</i>	115
5.4.2	<i>Análise de regressão e construção do modelo regional de curvas de permanência.....</i>	115
5.4.3	<i>Análise de desempenho nas estações utilizadas na construção do modelo regional .....</i>	119
5.4.4	<i>Análise de desempenho das estações não utilizadas na construção do modelo regional .....</i>	129
5.5	CALIBRAÇÃO DO MODELO RIO GRANDE A PARTIR DE CURVAS DE PERMANÊNCIA SINTÉTICAS .....	137
5.5.1	<i>Dados de entrada.....</i>	137
5.5.2	<i>Resultados.....</i>	140
<b>6</b>	<b>APLICAÇÃO DA METODOLOGIA ÀS BACIAS HIDROGRÁFICAS DO CEARÁ.....</b>	<b>151</b>
6.1	CARACTERIZAÇÃO DAS BACIAS NO ESTADO DO CEARÁ .....	151
6.1.1	<i>Localização .....</i>	151
6.1.2	<i>Clima.....</i>	153
6.1.3	<i>Vegetação.....</i>	155
6.1.4	<i>Relevo.....</i>	155
6.1.5	<i>Hidrogeologia.....</i>	157
6.2	ESTAÇÕES FLUVIOMÉTRICAS UTILIZADAS NO ESTUDO.....	157
6.3	ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS DA DISTRIBUIÇÃO BURR XII ESTENDIDA.....	158
6.4	REGIONALIZAÇÃO DE CURVAS DE PERMANÊNCIA DE LONGO TERMO.....	160
6.4.1	<i>Características físicas, morfológicas, climáticas e hidrológicas das bacias selecionadas.....</i>	160
6.4.2	<i>Análise de regressão e construção do modelo regional de curvas de permanência.....</i>	161
6.4.3	<i>Análise de desempenho nas estações utilizadas na construção do modelo regional .....</i>	162
6.4.4	<i>Análise de desempenho das não estações não utilizadas na construção do modelo regional ..</i>	177
6.5	CALIBRAÇÃO DO MODELO RIO GRANDE A PARTIR DE CURVAS DE PERMANÊNCIA SINTÉTICAS .....	186
6.5.1	<i>Dados de entrada.....</i>	186
6.5.2	<i>Resultados.....</i>	187
<b>7</b>	<b>CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....</b>	<b>194</b>
<b>8</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>200</b>
	<b>APÊNDICE 1 – ANÁLISE DE REGRESSÃO DOS PARÂMETROS <math>\alpha</math> E <math>\beta</math> DA DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADES BURR XII ESTENDIDA NAS BACIAS DE MINAS GERAIS.....</b>	<b>207</b>
	<b>APÊNDICE 2 – MODELOS REGIONAIS “JACK-KNIFE” NAS BACIAS DE MINAS GERAIS.....</b>	<b>210</b>
	<b>APÊNDICE 3 – ANÁLISE DE DESEMPENHO DOS MODELOS REGIONAIS DE CURVAS DE PERMANÊNCIA DE LONGO TERMO NAS BACIAS DE MINAS GERAIS .....</b>	<b>212</b>
	<b>APÊNDICE 4 – RESULTADOS DA CALIBRAÇÃO DO MODELO RIO GRANDE A PARTIR DE CURVAS DE PERMANÊNCIA SINTÉTICAS NAS BACIAS DE MINAS GERAIS.....</b>	<b>221</b>
	<b>APÊNDICE 5 – ANÁLISE DE REGRESSÃO DOS PARÂMETROS DA DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADES BURR XII ESTENDIDA NAS BACIAS DO CEARÁ.....</b>	<b>268</b>
	<b>APÊNDICE 6 – MODELOS REGIONAIS “JACK-KNIFE” NAS BACIAS DO CEARÁ.....</b>	<b>271</b>
	<b>APÊNDICE 7 – ANÁLISE DE DESEMPENHO DOS MODELOS REGIONAIS DE CURVAS DE PERMANÊNCIA DE LONGO TERMO NAS BACIAS DO CEARÁ .....</b>	<b>273</b>

<b>APÊNDICE 8 – RESULTADOS DA CALIBRAÇÃO DO MODELO RIO GRANDE A PARTIR DE CURVAS DE PERMANÊNCIA SINTÉTICAS NAS BACIAS DO CEARÁ.....</b>	<b>285</b>
<b>ANEXO 1 – MÓDULO DE PROPAGAÇÃO EM CURSOS D'ÁGUA DO MODELO RIO GRANDE ...</b>	<b>306</b>
<b>ANEXO 2 – POLÍGONOS DE THIESSEN PARA AS BACIAS DE MINAS GERAIS .....</b>	<b>314</b>
<b>ANEXO 3 – POLÍGONOS DE THIESSEN PARA AS BACIAS DO CEARÁ .....</b>	<b>316</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 – Curva de permanência de vazões de um curso d’água perene .....	12
Figura 3.2 – Curva de permanência de vazões de um curso d’água intermitente ou efêmero .	12
Figura 3.3 – Funções densidade de probabilidade típicas da distribuição Burr XII. Fonte: Rodriguez (1977).....	34
Figura 3.4 – Diagrama $(\alpha_3^2, \delta)$ do sistema Pearson, com destaque à região ocupada pela distribuição Burr XII – Fonte: Hatke (1949).....	37
Figura 3.5 – Diagrama $(\sqrt{\beta_1}, \beta_2)$ para a distribuição Burr XII. Fonte: Rodriguez (1977).....	39
Figura 3.6 – Região ocupada pela distribuição Burr XII no diagrama $(\sqrt{\beta_1}, \beta_2)$ . Fonte: Rodriguez (1977).....	41
Figura 3.7 – Efeito da variação do parâmetro $\tau$ na curva de permanência .....	50
Figura 3.8 – Efeito da variação do parâmetro $\lambda$ na curva de permanência.....	50
Figura 3.9 – Efeito da variação do parâmetro $\alpha$ na curva de permanência.....	51
Figura 3.10 – Efeito da variação do parâmetro $\alpha$ na curva de permanência.....	52
Figura 3.11 – Efeito da variação do parâmetro $\alpha$ na curva de permanência.....	53
Figura 3.12 – Efeito da variação do parâmetro $\beta$ na curva de permanência.....	54
Figura 3.13 – Efeito da variação do parâmetro $\beta$ na curva de permanência.....	54
Figura 3.14 – Fluxograma do módulo de produção do modelo Rio Grande. Fonte: Pinheiro (2009) .....	65
Figura 4.1 – Fluxograma de calibração do modelo Rio Grande a partir de curvas de permanência sintéticas. Fonte: Pinheiro (2009) .....	92
Figura 5.1 – Localização das bacias dos rios Pará e Paraopeba em Minas Gerais. Fonte: Pinheiro (2009).....	99
Figura 5.2 – Perfil longitudinal do rio Pará. Fonte: Pinheiro (2009) .....	100
Figura 5.3 – Perfil longitudinal do rio Paraopeba. Fonte: Pinheiro (2009).....	101
Figura 5.4 – Tipologias climáticas encontradas nas bacias dos rios Pará e Paraopeba. Fonte: Pinheiro (2009).....	104
Figura 5.5 – Unidades geomorfológicas encontradas nas bacias dos rios Pará e Paraopeba. Fonte: Pinheiro (2009).....	107
Figura 5.6 – Sistemas aquíferos encontrados nas bacias dos rios Pará e Paraopeba. Fonte: Pinheiro (2009).....	110
Figura 5.7 – Comparação entre a FDC observada e a FDC sintética (MVS) na estação de Porto Pará (40450001).....	113
Figura 5.8 – Comparação entre a FDC observada e a FDC sintética (MML) na estação de Porto Pará (40450001).....	113

Figura 5.9 – Estimativas dos parâmetros obtidos com o uso dos modelos regionais completos (MRC) e modelos regionais “jack-knife” (MJK), em relação às estimativas obtidas pelo método dos momentos-L (MML) .....	120
Figura 5.10 – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação de Entre Rios de Minas (40680000).....	122
Figura 5.11 – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação de Jaguaruna (40300000) .....	122
Figura 5.12 – Erros relativos por duração dos modelos regionais “ <i>jack-knife</i> ” .....	123
Figura 5.13 – Erros relativos médios em relação à área de drenagem das 10 bacias utilizadas na construção dos modelos regionais .....	124
Figura 5.14 – Erro relativo médio das estações utilizadas na construção dos modelos regionais .....	126
Figura 5.15 – Desvio padrão dos erros relativos médios das estações utilizadas na construção dos modelos regionais .....	126
Figura 5.16 – Coeficiente de Nash-Sutcliffe das estações utilizadas na construção dos modelos regionais .....	127
Figura 5.17 – Erro relativo por duração para os modelos MML.....	127
Figura 5.18 – Erros relativos por duração dos modelos regionais completos .....	128
Figura 5.19 – Erro relativo médio em relação à área de drenagem das bacias hidrográficas dos modelos MML, modelos regionais completos e modelos regionais “ <i>jack-knife</i> ” .....	129
Figura 5.20 – Estimativas dos parâmetros obtidos por meio dos modelos regionais completos (MRC) em relação às estimativas obtidas pelo método dos momentos-L (MML) .....	130
Figura 5.21 – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Carmo da Mata (40180000) .....	132
Figura 5.22 – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Usina Camarão (40350000) .....	132
Figura 5.23 – Erro relativo por duração dos modelos MML para o conjunto de 16 estações	133
Figura 5.24 – Erros relativos por duração dos modelos regionais completos para o conjunto de 16 estações.....	134
Figura 5.25 – Erros relativos médios do conjunto de 16 estações.....	135
Figura 5.26 – Desvio padrão dos erros relativos do conjunto de 16 estações .....	135
Figura 5.27 – Coeficiente de Nash-Sutcliffe para o conjunto de 16 estações .....	136
Figura 5.28 – Erro relativo médio em relação à área de drenagem para o conjunto de 16 estações considerando os modelos MML e MRC .....	137
Figura 5.29 – Comparação entre FDC’s calibradas, sintéticas e observadas na estação de Alberto Flores (40740000) no período 01/10/1992 a 30/09/1998.....	141
Figura 5.30 – Comparação entre FDC’s calibradas, sintéticas e observadas na estação de Velho da Taipa (40330000) no período 01/10/1992 a 30/09/1998 .....	141

Figura 5.31 – Comparação entre AFDC’s calibradas, sintéticas e observadas na estação de São Brás do Suaçuí (40549998) no período 01/10/1992 a 30/09/1998.....	143
Figura 5.32 – Comparação entre AFDC’s calibradas, sintéticas e observadas na estação de Jaguaruna (40300001) no período 01/10/1992 a 30/09/1998.....	143
Figura 5.33 – Hidrogramas observados e calibrados com curvas de permanência de longo termo na estação de Ponte Nova do Paraopeba (40800001) .....	146
Figura 5.34 – Hidrogramas observados e calibrados com curvas de permanência anuais medianas na estação de Ponte Nova do Paraopeba (40800001).....	146
Figura 5.35 – Vazões calibradas a partir de curvas de permanência de longo termo <i>versus</i> vazões observadas na estação de Ponte Nova do Paraopeba (40800000-1).....	147
Figura 5.36 – Vazões calibradas a partir de curvas de permanência anuais medianas <i>versus</i> vazões observadas na estação de Ponte nova do Paraopeba (40800000-1).....	147
Figura 5.37 – Evolução temporal dos resíduos para calibração com curvas de permanência de longo termo na estação de Ponte nova do Paraopeba (40800000-1).....	148
Figura 5.38 – Evolução temporal dos resíduos para calibração com curvas de permanência anuais na estação de Ponte Nova do Paraopeba (40800000-1) .....	148
Figura 5.39 – Dispersão dos resíduos em relação à vazão média diária observada para calibração com curvas de permanência de longo termo na estação de Ponte Nova do Paraopeba (40800000-1).....	149
Figura 5.40 – Dispersão dos resíduos em relação à vazão média diária observada para calibração com curvas de permanência anuais medianas na estação de Ponte Nova do Paraopeba (40800000-1).....	150
Figura 6.1 – Bacias hidrográficas do estado do Ceará. Fonte: IPECE (2007) .....	154
Figura 6.2 – Tipos climáticos no estado do Ceará. Fonte: IPECE (2007).....	156
Figura 6.3 – Comparação entre a FDC observada e a FDC sintética (MVS) na estação Fazenda Boa Esperança (34750000) .....	159
Figura 6.4 – Comparação entre a FDC observada e a FDC sintética (MML) na estação Fazenda Boa Esperança (34750000) .....	159
Figura 6.5 – Estimativas dos parâmetros obtidos com o uso dos modelos regionais completos (MRC) e modelos regionais “jack-knife” (MJK), em relação às estimativas obtidas pelo método dos momentos-L (MML) .....	164
Figura 6.6 – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Sítio Lapinha (36210000) .....	166
Figura 6.7 – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Senador Pompeu (36470000) .....	166
Figura 6.8 – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Sítio Lapinha (36210000) - $\tau$ observado .....	167
Figura 6.9 – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Senador Pompeu (36470000) - $\tau$ observado .....	167

Figura 6.10 – Erros relativos para permanências não-nulas dos modelos regionais “ <i>jack-knife</i> ” .....	168
Figura 6.11 – Erros relativos para permanências não-nulas dos modelos regionais “ <i>jack-knife</i> ” para $\tau$ observado.....	169
Figura 6.12 – Erros relativos médios em relação à área de drenagem das 8 bacias utilizadas na construção dos modelos regionais .....	169
Figura 6.13 – Erros relativos de permanências não nulas dos modelos MML.....	173
Figura 6.14 – Erros relativos de permanências não nulas dos modelos regionais completos	173
Figura 6.15 – Erros relativos de permanências não nulas dos modelos regionais completos para o valor observado de $\tau$ .....	174
Figura 6.16 – Erros relativos médios por estação para os modelos MML, modelos regionais completos com $\tau$ observado, modelos regionais completos com $\tau$ estimado, modelos regionais “ <i>jack-knife</i> ” com $\tau$ observado e modelos regionais “ <i>jack-knife</i> ” com $\tau$ estimado.....	175
Figura 6.17 – Desvio padrão dos erros relativos médios por estação para os modelos MML, modelos regionais completos com $\tau$ observado, modelos regionais completos com $\tau$ estimado, modelos regionais “ <i>jack-knife</i> ” com $\tau$ observado e modelos regionais “ <i>jack-knife</i> ” com $\tau$ estimado.....	175
Figura 6.18 – Coeficiente de Nash-Sutcliffe por estação para os modelos MML, modelos regionais completos com $\tau$ observado, modelos regionais completos com $\tau$ estimado, modelos regionais “ <i>jack-knife</i> ” com $\tau$ observado e modelos regionais “ <i>jack-knife</i> ” com $\tau$ estimado	176
Figura 6.19 – Erro relativo médio em relação à área de drenagem das bacias hidrográficas dos modelos MML, modelos regionais completos com $\tau$ observado, modelos regionais completos com $\tau$ estimado, modelos regionais “ <i>jack-knife</i> ” com $\tau$ observado e modelos regionais “ <i>jack-knife</i> ” com $\tau$ estimado .....	177
Figura 6.20 – Estimativas dos parâmetros obtidos com o uso dos modelos regionais completos (MRC) em relação às estimativas obtidas pelo método dos momentos-L (MML) .....	178
Figura 6.21 – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Cariús (36130000) .....	180
Figura 6.22 – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Cariús (36130000) para $\tau$ observado.....	180
Figura 6.23 – Erro relativo para permanência não nula dos modelos MML para o conjunto de 11 estações.....	182
Figura 6.24 – Erros relativos de permanências não nulas dos modelos regionais completos para o conjunto de 11 bacias.....	182
Figura 6.25 – Erros relativos de permanências não nulas dos modelos regionais completos para o conjunto de 11 bacias para $\tau$ observado.....	183
Figura 6.26 – Erros relativos médios do conjunto de 11 estações.....	184
Figura 6.27 – Desvio padrão dos erros relativos do conjunto de 11 estações .....	184
Figura 6.28 – Coeficiente de Nash-Sutcliffe para o conjunto de 11 postos .....	185

Figura 6.29 – Erro relativo médio em relação à área de drenagem das bacias hidrográficas dos modelos MML, modelos regionais completos com $\tau$ observado e modelos regionais completos com $\tau$ estimado para o conjunto de 11 estações.....	185
Figura 6.30 – Comparação entre FDC's calibradas, sintéticas e observadas na estação de Fazenda Boa Esperança (34750000) no período 01/10/1981 a 30/09/1987.....	188
Figura 6.31 – Comparação entre FDC's calibradas, sintéticas e observadas na estação de Icó (36290000) no período 01/10/1981 a 30/09/1987.....	189
Figura 6.32 – Hidrogramas observados e calibrados com curvas de permanência de longo termo na estação de Fazenda Boa Esperança (34750000).....	191
Figura 6.33 – Vazões calibradas a partir de curvas de permanência de longo termo <i>versus</i> vazões observadas na estação de Fazenda Boa Esperança (34750000).....	192
Figura 6.34 – Evolução temporal dos resíduos de calibração na estação Fazenda Boa Esperança (34750000).....	192
Figura 6.35 – Dispersão dos resíduos em relação à vazão média diária observada na estação de Fazenda Boa Esperança (34750000).....	193

## LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Valores iniciais e limites de variação dos parâmetros do modelo Rio Grande nas bacias de Minas Gerais. Fonte: Pinheiro (2009).....	93
Tabela 4.2 – Valores iniciais e limites de variação dos parâmetros do modelo Rio Grande nas bacias do Ceará.....	94
Tabela 5.1 – Estações fluviométricas utilizadas no estudo .....	111
Tabela 5.2 – Parâmetros estimados pelo método de máxima verossimilhança e índices de avaliação do ajuste.....	114
Tabela 5.3 – Parâmetros estimados pelo método dos momentos-L e índices de avaliação do ajuste.....	114
Tabela 5.4 – Parâmetros estimados pelo método dos momentos-L para as curvas de permanência anuais medianas .....	115
Tabela 5.5 – Características físicas, morfológicas, climáticas e hidrológicas das bacias hidrográficas utilizadas.....	115
Tabela 5.6 – Matriz de correlação linear entre o parâmetro de escala $\lambda$ e as variáveis explicativas.....	116
Tabela 5.7 – Equações de regressão entre o parâmetro $\lambda$ e as variáveis independentes.....	117
Tabela 5.8 – Equações regionais para os 3 parâmetros da distribuição Burr XII estendida ..	118
Tabela 5.9 – Parâmetros da distribuição Burr XII estendida estimados pelo método dos momentos-L (MML) e com os modelos regionais completos (MRC) para as estações utilizadas na construção do modelo regional.....	118
Tabela 5.10 – Parâmetros da distribuição Burr XII estendida estimados pelos métodos dos momentos-L (MML) e com os modelos regionais “ <i>jack-knife</i> ” .....	119
Tabela 5.11 – Índices de desempenho dos modelos MJK.....	120
Tabela 5.12 – Índices de desempenho dos modelos das curvas de permanência obtidas por 3 métodos de estimação de parâmetros .....	124
Tabela 5.13 – Parâmetros da distribuição Burr XII estendida estimados pelo método dos momentos-L (MML) e com os modelos regionais completos (MRC) para as estações não utilizadas na construção do modelo regional.....	130
Tabela 5.14 – Índices de desempenho dos modelos de curva de permanência nas estações não utilizadas na construção do modelo regional.....	131
Tabela 5.15 – Postos pluviométricos e seu respectivo peso na espacialização da chuva em cada bacia utilizada na calibração do modelo Rio Grande. Fonte: Pinheiro (2009) .....	139
Tabela 5.16 – Índices de desempenho das curvas de permanência de longo termo calibradas em relação às FDC’s sintéticas e empíricas.....	140
Tabela 5.17 – Índices de desempenho das curvas de permanência anuais medianas calibradas em relação às AFDC’s sintéticas e empíricas.....	142
Tabela 5.18 – Índices de desempenho para avaliação dos hidrogramas obtidos a partir da calibração do modelo Rio Grande com curvas de permanência de longo termo .....	144

Tabela 5.19 – Índices de desempenho para avaliação dos hidrogramas obtidos a partir da calibração do modelo Rio Grande com curvas de permanência anuais medianas .....	144
Tabela 6.1 – Estações fluviométricas utilizadas no estudo .....	158
Tabela 6.2 – Parâmetros estimados pelo método de máxima verossimilhança e índices de avaliação do ajuste.....	160
Tabela 6.3 – Parâmetros estimados pelo método dos momentos-L e índices de avaliação do ajuste.....	160
Tabela 6.4 – Características físicas, morfológicas, climáticas e hidrológicas das bacias hidrográficas utilizadas.....	161
Tabela 6.5 – Equações regionais para os 4 parâmetros da distribuição Burr XII estendida ..	161
Tabela 6.6 – Parâmetros estimados pelo método dos momentos-L (MML) e com os modelos regionais completos (MRC) .....	162
Tabela 6.7 – Parâmetros da distribuição Burr XII estendida estimados pelos métodos dos momentos-L (MML) e com os modelos regionais “ <i>jack-knife</i> ” .....	163
Tabela 6.8 – Índices de desempenho dos modelos MJK.....	163
Tabela 6.9 – Índices de desempenho dos modelos MJK para o valor observado de $\tau$ .....	165
Tabela 6.10 – Índices de desempenho dos modelos de curva de permanência obtidos por 5 modelos de estimação de parâmetros .....	172
Tabela 6.11 – Parâmetros da distribuição Burr XII estendida estimados pelo método dos momentos-L (MML) e com os modelos regionais completos (MRC) para as estações não utilizadas na construção do modelo regional.....	177
Tabela 6.12 – Índices de desempenho dos modelos de curva de permanência nas estações não utilizadas na construção do modelo regional.....	179
Tabela 6.13 – Períodos de calibração do modelo Rio Grande nas estações cearenses.....	187
Tabela 6.14 – Índices de desempenho das curvas de permanência de longo termo calibradas em relação às FDC’s sintéticas e empíricas.....	188
Tabela 6.15 – Índices de desempenho para avaliação dos hidrogramas obtidos a partir da calibração do modelo Rio Grande com curvas de permanência de longo termo .....	189

## LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E SÍMBOLOS

AFDCs	Annual Flow-Duration Curves – Curvas de Permanência Anuais
ANA	Agência Nacional de Águas
CEMIG	Companhia Energética de Minas Gerais
CPRM	Companhia de Pesquisa de Recursos Minerais
DDS	Dynamically Dimensioned Search
DNAEE	Departamento Nacional de Águas e Energia Elétrica
EHR – EEUFMG	Departamento de Hidráulica e de Recursos Hídricos da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais
FAP	Função Acumulada de Probabilidade
FDC	Flow-Duration Curves - Curvas de Permanência de Longo Termo
FDP	Função Densidade de Probabilidade
FUNCEME	Fundação Cearense de Meteorologia e Recursos Hídricos
HEC	Hydrologic Engineering Center (U. S. Army Corps of Engineers)
HU	Hidrograma Unitário
IAHS	International Association of Hydrological Sciences
INMET	Instituto Nacional de Meteorologia
IPECE	Instituto de Pesquisa e Estratégia Econômica do Ceará
MVR	Multivariate Regression Analysis
PUB	Prediction in Ungauged Basins (Predição em Bacias sem Dados)

## LISTA DE NOTAÇÕES

B	Expoente da curva de distribuição em área da tensão capilar da água no solo
C	Coefficiente de evapotranspiração profunda
CI, CG	Coefficientes de recessão diários do escoamento sub-superficial e subterrâneo no solo, respectivamente
CID	Coefficiente de recessão do fluxo sub-superficial diário
CGD	Coefficiente de recessão do fluxo subterrâneo diário
CIN	Deflúvio total afluyente à rede de drenagem, em (mm/dia.km <sup>2</sup> )
D <sub>i</sub>	Duração ou Permanência da Curva de Permanência
E	Evapotranspiração (modelo Rio Grande)
EM	Evapotranspiração potencial (modelo Rio Grande)
ETP	Evapotranspiração
EX	Expoente da curva de distribuição espacial da curva de capacidade de água livre
ε <sub>i</sub>	Probabilidade de excedência da i-ésima vazão na curva de permanência
FRC	Área permeável geradora do escoamento
i	Indexador das vazões ordenadas, sendo o menor valor de i atribuído à maior vazão observada, e, o maior valor, à menor vazão
IMP	Fração da área impermeável da bacia
K	Coefficiente de tanque (ajuste da ETP potencial)

KSS, KG	Coefficientes do fluxo diário dos escoamentos sub-superficial e subterrâneo no solo, respectivamente
n	Número de bacias hidrográficas, ou número de permanências avaliadas, ou, ainda, número de observações disponíveis
P	Precipitação
$\bar{P}$	Precipitação média anual espacializada na bacia hidrográfica
Q	Vazão, em (m <sup>3</sup> /s)
QIC, QG	Afluxo do escoamento sub-superficial e subterrâneo, respectivamente
Q <sub>50%</sub> e Q <sub>95%</sub>	Vazões com 50% e 95% de permanência no tempo, respectivamente
Q <sub>Pi</sub> <sup>obs</sup>	Vazão observada correspondente à permanência i
Q <sub>Pi</sub> <sup>sim</sup>	Vazão simulada correspondente à permanência i
R	Escoamento
R	Coefficiente de armazenamento da bacia
RB	Escoamento proveniente das áreas impermeáveis
RS, RSS, RG	Escoamento superficial, sub-superficial e subterrâneo, respectivamente
SC	Água livre média espacial
SM	Capacidade média espacial de água livre ou gravitacional
T	Período de retorno em anos
TC	Tempo de concentração da sub-bacia

$WC_2, WC_1$	Conteúdo de umidade do solo ao início e ao final do intervalo de tempo
$WC$	Tensão capilar média espacial da água no solo
$WUC, WLC, WDC$	Quantidade de água armazenada nas camadas superior, inferior e profunda do solo, respectivamente
$WM$	Capacidade de tensão média espacial da água capilar no solo
$Y$	Variável dependente ou explicada
$X_1, X_2, \dots, X_p$	Variáveis explicativas ou independentes
$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$	Coeficientes da equação de regressão
$\beta_0$	Intercepto da equação de regressão

# 1 INTRODUÇÃO

A caracterização do regime hidrológico de uma bacia hidrográfica é relacionada ao conhecimento e quantificação de uma série de variáveis e funções hidrológicas, dentre as quais merecem destaque: (1) a vazão média de longo termo; (2) as vazões de cheia, com duração, frequência e volume associados; (3) as vazões de estiagem, com duração e frequência associadas; (4) a amplitude das vazões máximas e mínimas com relação à média de longo termo; (5) a permanência das vazões em relação ao tempo; e (6) as curvas de regularização.

Um dos grandes problemas enfrentados atualmente pela Engenharia de Recursos Hídricos é a inferência do comportamento hidrológico em bacias nas quais essas variáveis são pouco monitoradas ou não monitoradas. Esforços diversos têm sido feitos neste sentido, buscando-se a adequada gestão dos recursos hídricos nessas bacias.

Em geral, a estimação de variáveis e funções hidrológicas em bacias desprovidas de monitoramento é realizada por meio de regionalização. De maneira sucinta, o termo regionalização denota um conjunto de técnicas para transposição de informações de um local para outro com características semelhantes. As técnicas de regionalização podem ser aplicadas a variáveis como chuva e vazão, parâmetros de distribuições de probabilidade, indicadores hidrológicos em geral, parâmetros de modelo chuva-vazão e funções hidrológicas, como curvas de permanência de vazões.

Na presente dissertação, propõe-se uma metodologia para regionalização de curvas de permanência de cursos d'água perenes, intermitentes e efêmeros. As curvas de permanência sintetizam de maneira simples o comportamento hidrológico de uma dada bacia hidrográfica e são amplamente utilizadas em estudos de disponibilidade hídrica, aproveitamentos hidrelétricos, operação de reservatórios e qualidade das águas, dentre outros. Mais recentemente, as curvas de permanência têm sido empregadas também como paradigma de calibração indireta de modelos de transformação chuva-vazão (PINHEIRO, 2009). Neste contexto, a idéia principal é encontrar um conjunto de parâmetros que permitam sintetizar as vazões ordenadas, sem o compromisso de reproduzir sua estrutura serial (PINHEIRO, 2009). Essa estrutura é resgatada de maneira indireta, por meio da evolução cronológica das alturas de chuva e evaporação ao longo do período de simulação.

Utilizou-se aqui a distribuição de probabilidades Burr XII estendida na modelagem das curvas de permanência. Essa distribuição caracteriza-se por assumir uma grande variedade de valores de assimetria e curtose, o que lhe confere grande flexibilidade no ajuste de dados. Além disso, a referida distribuição acomoda, em uma mesma formulação matemática, os modelos de curvas de permanência para cursos d'água perenes, intermitentes e efêmeros. A distribuição Burr XII estendida foi utilizada com êxito na modelagem de curvas de permanência em bacias australianas (SHAO *et al.*, 2009). No entanto, não foi encontrado na literatura consultada nenhum trabalho de regionalização de parâmetros da mesma.

Além do estudo de regionalização, foi realizada uma série de análises relacionadas à utilização das curvas de permanência ajustadas pela referida distribuição como paradigma de calibração de um modelo chuva-vazão. O modelo selecionado para esse fim é o Rio Grande, que consiste em uma adaptação do modelo Xinanjiang (ZHAO *et al.*, 1980) realizada pelo Departamento de Hidráulica e de Recursos Hídricos da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais.

Foram selecionadas duas regiões para aplicação da metodologia. A primeira delas, em Minas Gerais, é caracterizada pela presença de cursos d'água perenes. A segunda, no Ceará, é caracterizada por rios intermitentes e efêmeros. Essa escolha foi condicionada à disponibilidade de dados fluviométricos e pluviométricos, além de um grande número de estudos de regionalização nas duas regiões.

A presente dissertação é organizada em 7 capítulos, além desta introdução. No capítulo 2 são listados os objetivos geral e específicos. No capítulo 3 é apresentada a revisão de literatura, que aborda tópicos pertinentes à regionalização hidrológica, construção e utilização de curvas de permanência, modelos chuva-vazão e características da distribuição de probabilidades Burr XII. No capítulo 4 é descrita em detalhes a metodologia proposta. Nos capítulos 5 e 6 são apresentadas aplicações da metodologia em Minas Gerais e no Ceará, respectivamente, além das discussões dos resultados. Por fim, no capítulo 7 são apresentadas as conclusões e recomendações para trabalhos futuros.

## **2 OBJETIVOS**

### **2.1 *Objetivo geral***

Desenvolver uma metodologia para regionalização de curvas de permanência de longo termo de cursos d'água perenes, intermitentes e efêmeros com emprego da distribuição de probabilidades Burr XII estendida.

### **2.2 *Objetivos específicos***

- Avaliar as principais características da distribuição de probabilidades Burr XII estendida e sua adequação para a modelagem de curvas de permanência, em especial na representação de seus extremos;
- Calibrar um modelo chuva-vazão utilizando as curvas sintéticas como paradigma;
- Realizar uma avaliação comparativa da qualidade das calibrações com curvas de longo termo e curvas anuais medianas nos cursos d'água perenes; e
- Aferir a capacidade do modelo Rio Grande para representar a condição de intermitência em cursos d'água.

## **3 REVISÃO DE LITERATURA**

### **3.1 Regionalização hidrológica**

#### **3.1.1 Considerações gerais**

O termo regionalização hidrológica tem sido utilizado para denominar a transferência de informações de um conjunto de bacias hidrográficas para uma bacia que apresente comportamento hidrológico semelhante (TUCCI, 1993). Neste contexto, pode-se entender a regionalização como um conjunto de procedimentos para compensar a caracterização temporal inexistente ou insuficiente de uma dada variável hidrológica através de uma caracterização espacial coerente da mesma (NAGHETTINI e PINTO, 2007).

O principal objetivo da análise regional é a obtenção de informações sobre o comportamento hidrológico em um local desprovido de monitoramento sistemático ou com pouca disponibilidade de dados. Para tanto, procura-se relacionar estatisticamente a variável hidrológica de interesse a características físicas, climáticas e morfológicas de bacias hidrográficas. Segundo Tucci (1993), podem ser regionalizados:

- Variáveis, tais como a vazão média de longo termo, a precipitação anual, as evaporações real e potencial, dentre outras;
- Indicadores, que expressam relações entre variáveis hidrológicas;
- Funções, tais como curvas de permanência e distribuições teóricas de probabilidades de vazões máximas e mínimas; e
- Parâmetros de modelos de transformação chuva-vazão.

De acordo com Tucci (2002), independentemente do tipo de dado hidrológico a ser regionalizado, é conveniente que a construção do modelo regional obedeça às seguintes etapas: (1) definição dos limites da área de estudo; (2) determinação das variáveis dependentes e possíveis variáveis explicativas; (3) seleção dos dados e cálculo de variáveis; e (4) definição das áreas com comportamento hidrológico semelhante e estimação das relações regionais.

### **3.1.2 Seleção e análise de dados**

Em estudos de regionalização hidrológica, são usualmente compilados dados referentes a características físicas, morfológicas e climáticas de bacias hidrográficas, utilizadas como variáveis explicativas dos modelos regionais, e também dados fluviométricos, pluviométricos e evaporimétricos, que podem se prestar a esse mesmo fim ou constituir o objeto de regionalização (PINHEIRO, 2009).

Na presente pesquisa, as vazões constituem a variável hidrológica a ser regionalizada. Dessa forma, é de suma importância que se assegure a representatividade e qualidade dos dados oriundos de estações fluviométricas com monitoramento sistemático (PINHEIRO, 2009).

Entende-se por representatividade a capacidade das estações monitoradas de caracterizar o comportamento das vazões na região em estudo. Para tanto, é importante que as séries de vazão utilizadas sejam longas o suficiente para contemplar ciclos hidrológicos úmidos e secos. Além disso, é importante que sejam utilizadas estações de bacias com áreas de drenagem variadas, de forma a caracterizar adequadamente a escala dos processos hidrológicos (PINHEIRO, 2009).

A qualidade dos dados pode ser aferida de maneira expedita, por meio da avaliação da quantidade de falhas nas séries de dados, ou de maneira detalhada, com base no exame da curva chave, avaliação de continuidade de volumes e vazão específica por área, verificação de tendências temporais e da homogeneidade e estacionariedade das séries de descargas (TUCCI, 1998).

As variáveis explicativas devem ser obtidas em mapas com escala adequada. É conveniente se evitar a utilização de métodos indiretos para estimação de variáveis explicativas em bacias desprovidas de monitoramento, de forma a não se introduzir outras fontes de incerteza na variável a ser regionalizada (PINHEIRO, 2009).

No caso de dados pluviométricos, é recomendado que se realize uma análise de consistência das alturas totais mensais dos postos utilizados no estudo de regionalização, bem como uma avaliação da cobertura geográfica dos mesmos (PINHEIRO, 2009). Pode-se utilizar postos não pertencentes à área de estudo para extrapolação de tendências eventualmente verificadas na mesma.

### 3.1.3 Regressão linear múltipla

#### 3.1.3.1 Introdução

A regressão linear múltipla é uma ferramenta de grande importância aos estudos de regionalização hidrológica. É a partir dela que as variáveis dependentes, como parâmetros de distribuições teóricas de probabilidades, quantis de curvas de permanência e de curvas de frequência de vazões máximas e mínimas, dentre outros, são relacionadas a características físicas, climáticas e morfológicas das bacias hidrográficas.

Admitindo-se que a variável dependente  $Y$  varie linearmente com um conjunto de variáveis independentes  $x_i$ , pode-se adotar um modelo geral com a seguinte forma:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k + e \quad (3.1)$$

na qual  $Y$  é a variável dependente,  $x_1, \dots, x_k$  são variáveis independentes,  $\beta_1, \dots, \beta_k$  correspondem aos coeficientes de regressão e  $e$  é o resíduo da regressão. Em notação matricial, tem-se:

$$[Y] = [X][\beta] + e \quad (3.2)$$

na qual:

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_i \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{i1} & x_{i2} & \cdots & x_{ik} \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}, \quad e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_k \end{bmatrix}$$

Os coeficientes  $\beta_i$  podem ser estimados pela minimização dos erros quadráticos  $\sum_{i=1}^n e_i^2$ , onde

$$e_i = Y_i - \hat{Y}_i = Y_i - \sum_{j=1}^P \hat{\beta}_j X_{i,j} \quad (3.3)$$

Em representação matricial, tem-se:

$$\sum e_i^2 = [e]^T [e] = \left( \begin{bmatrix} Y - X \hat{\beta} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Y - X \hat{\beta} \end{bmatrix} \right) \quad (3.4)$$

Diferenciando-se a equação 3.4 em relação a  $\hat{\beta}$  e igualando-se a derivada a zero, tem-se:

$$[X]^T [Y] = [X]^T \begin{bmatrix} X \hat{\beta} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

As soluções da equação 3.5 são obtidas pela multiplicação dos dois termos da equação por  $([X]^T [X])^{-1}$ . Assim, o vetor  $\begin{bmatrix} \hat{\beta} \end{bmatrix}$  pode ser estimado por:

$$\begin{bmatrix} \hat{\beta} \end{bmatrix} = ([X]^T [X])^{-1} [X]^T [Y] \quad (3.6)$$

O somatório total dos quadrados é expresso por:

$$\sum Y_i^2 = n \bar{Y}^2 + \sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2 + \sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 \quad (3.7)$$

Em notação matricial, tem-se:

$$[Y]^T [Y] = n \bar{Y}^2 + \left( \begin{bmatrix} \hat{\beta} \end{bmatrix}^T [X]^T [Y] - n \bar{Y}^2 \right) + \left( [Y]^T [Y] - \begin{bmatrix} \hat{\beta} \end{bmatrix}^T [X]^T [Y] \right) \quad (3.8)$$

Na equação 3.8, o termo  $\left( \begin{bmatrix} \hat{\beta} \end{bmatrix}^T [X]^T [Y] - n \bar{Y}^2 \right)$  representa a soma dos quadrados da regressão (*SQ Reg*),  $\left( [Y]^T [Y] - \begin{bmatrix} \hat{\beta} \end{bmatrix}^T [X]^T [Y] \right)$  denota a soma do quadrado dos resíduos (*SQ Res*), e  $[Y]^T [Y] - n \bar{Y}^2$  é a soma dos quadrados totais (*SQT*). O coeficiente de determinação múltipla é então dado por:

$$R^2 = \frac{SQReg}{SQT} = \frac{\left[ \hat{\beta} \right]^T [X]^T [Y] - n \bar{Y}^2}{[Y]^T [Y] - n \bar{Y}^2} \quad (3.9)$$

### 3.1.3.2 Transformações de um modelo de regressão múltipla

Em determinados casos, pode-se contornar a violação do princípio de homoscedasticidade por meio da transformação da variável dependente, das variáveis explicativas ou de ambas. As transformações mais utilizadas são a raiz quadrada, a logarítmica e a recíproca, conforme apresentado a seguir (NAGHETTINI e PINTO, 2007):

$$Y = \beta_0 + \beta_1 \sqrt{X_1} + \beta_2 \sqrt{X_2} + \dots + \varepsilon \quad (3.10)$$

$$Y = \beta_0 + \beta_1 \ln X_1 + \beta_2 \ln X_2 + \dots + \varepsilon \quad (3.11)$$

$$Y = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{X_1} + \beta_2 \frac{1}{X_2} + \dots + \varepsilon \quad (3.12)$$

A transformação de variáveis pode ser utilizada também para linearizar relações não lineares. Usualmente, esse tipo de transformação é obtido por anamorfose logarítmica. Os modelos mais comuns, multiplicativo e exponencial, são apresentados abaixo:

Modelo multiplicativo:

$$Y = \beta_0 X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2} \varepsilon \quad (3.13)$$

após a transformação, tem-se:

$$\ln Y = \ln \beta_0 + \beta_1 \ln X_1 + \beta_2 \ln X_2 + \ln \varepsilon \quad (3.14)$$

Modelo exponencial:

$$Y = \exp^{(\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2)} \varepsilon \quad (3.15)$$

após a transformação, tem-se:

$$\ln Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \ln \varepsilon \quad (3.16)$$

### 3.1.3.3 Considerações gerais sobre a regressão múltipla

Em situações onde as variáveis explicativas são fortemente correlacionadas, podem ocorrer problemas na regressão, uma vez que variáveis colineares não introduzem informações novas no modelo, dificultando a interpretação dos coeficientes de regressão obtidos. Para verificar a existência de colinearidade entre variáveis explicativas é conveniente que se construa uma matriz de correlação linear simples entre as mesmas. Recomenda-se eliminar uma, em cada conjunto de duas variáveis explicativas, quando o coeficiente de correlação for superior a 0,85 (NAGHETTINI e PINTO, 2007).

Outro aspecto importante na análise de regressão é que o número de observações deve ser, no mínimo, de 3 a 4 vezes maior que o número de coeficientes de regressão a serem estimados. Esse procedimento evita falsos ajustes causados por oscilações nas variáveis independentes, em especial para amostras pequenas (NAGHETTINI e PINTO, 2007).

A regressão múltipla pode ser realizada segundo vários métodos, merecendo destaque o método de todas as equações possíveis e o método da regressão passo a passo. A regressão passo a passo consiste na incorporação de uma variável por vez ao modelo, visando-se explicar uma parcela maior da variância. O processo tem início com a variável explicativa que possui maior coeficiente de correlação simples com a variável dependente. Em seguida, acrescenta-se uma variável ao modelo e avalia-se sua significância, bem como das variáveis explicativas, através do teste do F parcial. Caso a contribuição da variável não seja significativa, a mesma é retirada do modelo (NAGHETTINI e PINTO, 2007).

A avaliação de uma equação de regressão consiste nas seguintes considerações: (1) o erro padrão da estimativa deve ser inferior ao desvio padrão da variável independente, de forma a se garantir a qualidade do ajuste; (2) o coeficiente de determinação deve ser próximo de 1, de forma que uma parcela maior da variância seja explicada pelo modelo; (3) Os testes do F total e F parcial, e o teste *t* dos coeficientes de regressão devem ser empregados para avaliar a significância do modelo e de cada preditor utilizado; (4) os resíduos devem ser analisados com auxílio de gráficos, de forma a identificar deficiências na equação de regressão e avaliar

a hipótese de homoscedasticidade; e (5) os valores previstos devem ser comparados com os dados observados.

## **3.2 Curvas de permanência**

### **3.2.1 Introdução**

A curva de permanência (FDC – *flow duration curve*) de um curso d'água é definida como a relação entre a magnitude das vazões e o percentual do tempo em que essas foram iguais ou excedidas, ao longo de um dado período de observação (VOGEL e FENNESSEY, 1994). Alternativamente, pode-se entender a curva de permanência como o complemento da função acumulada de probabilidade das vazões (CASTELLARIN *et al.*, 2004a). Essa interpretação introduz uma abordagem estatística formal ao problema.

As curvas de permanência constituem representações gráficas simples do regime hidrológico de uma dada bacia, possuindo uma ampla variedade de utilizações na engenharia de recursos hídricos, dentre as quais podem ser citados estudos de disponibilidade hídrica para abastecimento e irrigação, análise de qualidade de águas, estudos para operação de reservatórios e análise de frequência de cheias e estiagens.

A forma e a declividade da curva de permanência expressam a variabilidade das vazões e são determinadas por características físicas, climáticas, morfológicas e de cobertura vegetal da bacia hidrográfica. De acordo com Searcy (1959), curvas com declividade acentuada indicam grande variabilidade das vazões, com predominância de escoamento superficial, enquanto curvas com declividades reduzidas indicam maior ocorrência de armazenamento de água em camadas sub-superficiais e profundas de solo, e, assim, maior regularização do regime de vazões. A área sob a curva de permanência, dividida pelo intervalo de tempo a que se refere, é igual à vazão média do rio no período de observação dos dados.

O intercepto da curva no eixo das permanências indica a natureza intermitente ou efêmera do curso d'água. O ponto em que a curva toca o referido eixo determina o percentual do tempo em que as vazões são não nulas no rio. Tal percentil é denominado “*cease-to-flow*” (CROKER *et al.*, 2003; SHAO *et al.*, 2009).

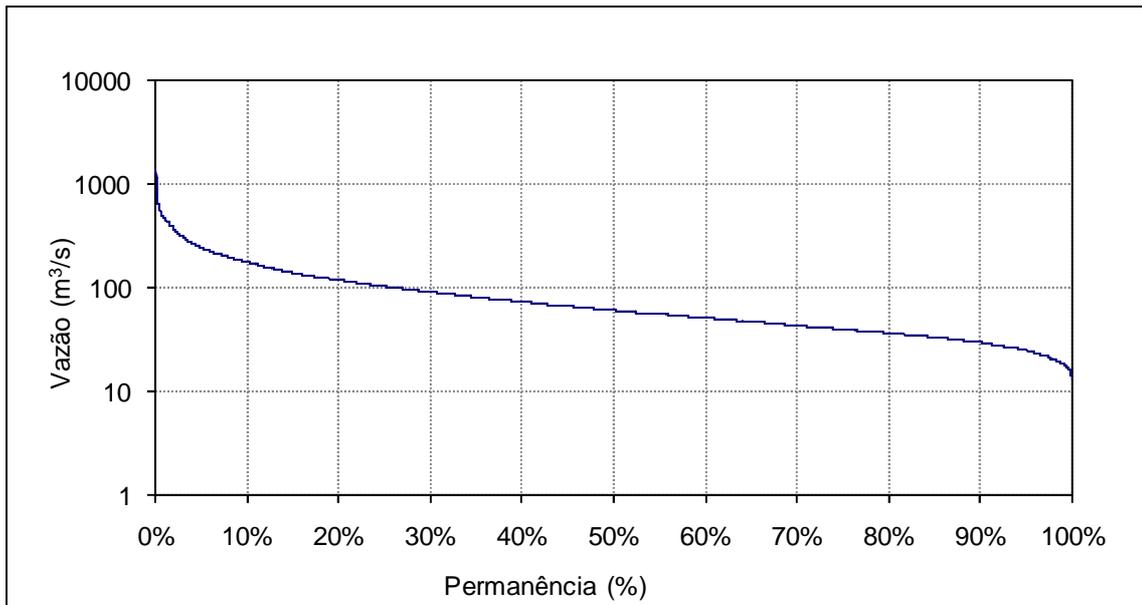
Discretizações temporais diversas estão associadas à construção de curvas de permanência. O intervalo mais usual é o diário, ainda que intervalos semanal e mensal sejam de utilização corrente.

A construção de curvas de permanência pode ser efetuada segundo duas abordagens distintas. A primeira abordagem consiste em utilizar todos os dados do período de observação. A curva gerada é denominada curva de permanência de longo termo (FDC). Essa abordagem é mais antiga e também mais difundida, ainda que a interpretação de uma curva assim construída seja restrita ao período de observação de dados utilizado para tal.

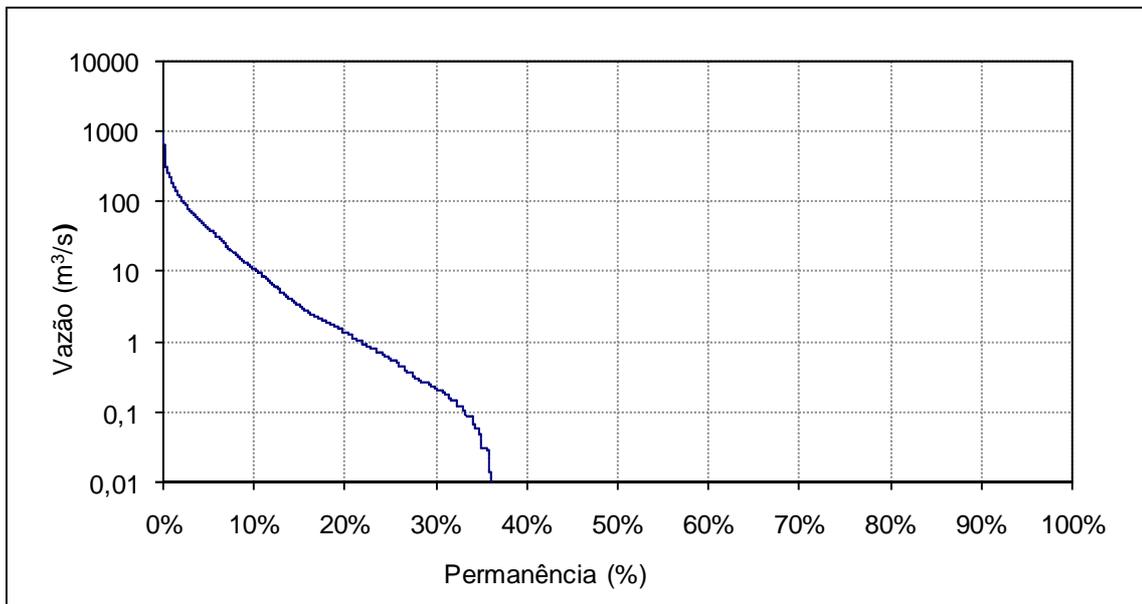
As curvas de longo termo são bastante sensíveis a períodos com estiagens severas e grandes cheias. Dessa forma, a utilização dessas curvas é indicada quando o período de observação dos dados é longo o suficiente para gerar uma distribuição limite para as vazões (VOGEL e FENNESSEY, 1994). Apesar dessa limitação, Hughes e Smakhtin (1996) mostraram que as mesmas podem ser utilizadas de maneira eficiente para preenchimento de falhas e extensão de séries diárias de vazões. Além disso, as FDC's podem ser utilizadas na geração de séries sintéticas de vazões em bacias desprovidas de monitoramento sistemático, por meio do emprego de um modelo regional (SMAKHTIN *et al.*, 1997 *apud* CASTELLARIN *et al.*, 2004).

A segunda abordagem foi introduzida nos trabalhos de LeBoutillier e Waylen (1993a) e Vogel e Fennessey (1994) e consiste em se construir curvas de permanência para cada ano civil ou hidrológico, gerando as chamadas curvas de permanência anuais (AFDC – *annual flow duration curve*). Essa abordagem permite que cada curva seja analisada como uma realização de uma variável aleatória, de maneira similar às análises de séries de máximos ou mínimos. Assim, é possível conferir às AFDC's um tratamento estatístico convencional: a variabilidade interanual e as incertezas relacionadas a quantis podem ser avaliadas, e períodos de retorno podem ser atribuídos às mesmas. Além disso, pode ser construída a AFDC mediana, que não é afetada por eventos hidrológicos extremos, e, assim, é capaz de representar o comportamento da bacia em um ano hidrológico típico.

As figuras 3.1 e 3.2 ilustram o aspecto geral de curvas de permanência de cursos d'água perenes e intermitentes/ efêmeros, respectivamente.



**Figura 3.1** – Curva de permanência de vazões de um curso d'água perene



**Figura 3.2** – Curva de permanência de vazões de um curso d'água intermitente ou efêmero

### 3.2.2 Histórico da utilização das curvas de permanência

O primeiro trabalho associado à construção de curvas de permanência de longo termo é atribuído a Clemens Hershel, por volta de 1880 (FOSTER, 1934 *apud* VOGEL e FENNESSEY, 1994). Vogel e Fennessey (1994) apresentaram uma vasta compilação de estudos relacionados à construção e utilização de curvas de permanência, realizados nas primeiras décadas do século XX em território americano. Dentre eles podem ser citados os trabalhos de Saville *et al.* (1933), relativos à construção de FDC's no estado da Carolina do Norte; Cross e Bernhagen (1949), na construção de FDC's em Ohio; e Mitchell (1957), que

apresentou procedimentos para estimação de curvas de permanência em locais monitorados, parcialmente monitorados e desprovidos de monitoramento em Illinois.

Em seu abrangente trabalho, Searcy (1959) apresentou diretrizes para a construção, interpretação e aplicação de FDC's na Engenharia de Recursos Hídricos. De acordo com o autor, as curvas de permanência poderiam ser utilizadas como ferramenta para análise do regime hidrológico de bacias hidrográficas e comparação do comportamento entre bacias distintas. Além disso, o autor já expunha de forma clara algumas das limitações das curvas de longo termo, especialmente quanto à sua interpretação probabilística, e indicava a possibilidade de construção de curvas anuais, atribuindo essa abordagem a Saville e Watson (1933) e Barrows (1943).

Segundo Vogel e Fennessey (1994), a maior parte dos trabalhos relacionados à construção, análise e interpretação de curvas de permanência foi publicada antes do advento dos computadores. Dos poucos trabalhos recentes nesse contexto, os autores recomendam os livros de Warnick (1984) e Gordon *et al.* (1992). Entretanto, a utilização da curva de permanência para outras análises hidrológicas continuou sendo objeto de pesquisas. Chow (1964, *apud* Vogel e Fennessey, 1994) sugeriu sua utilização em estudos para operação de usinas hidrelétricas, disponibilidade hídrica e irrigação. Mitchel (1957, *apud* Vogel e Fennessey, 1994) e Searcy (1959) empregaram a FDC em problemas relacionados ao gerenciamento da qualidade de águas e lançamento de efluentes. Strand e Pemberton (1982, *apud* Vogel e Fennessey, 1994) utilizaram as curvas de permanência de longo termo em estudos de sedimentação em rios e reservatórios.

Em complemento aos estudos citados, Vogel e Fennessey (1995) apresentaram uma compilação de utilizações das FDC's em Engenharia de Recursos Hídricos e Ciências Ambientais. Tais usos foram agrupados nas seguintes áreas: (1) delimitação e mapeamento de planícies de inundação; (2) estudos de sedimentação em rios, lagos e reservatórios; (3) estudos de viabilidade de projetos de geração de energia elétrica; (4) gerenciamento de qualidade das águas; (5) lançamento de efluentes; (6) avaliação do impacto de retiradas de água em cursos d'água; (7) análise de frequência de vazões máximas; (8) avaliação de prejuízos decorrentes de inundações; e (9) análise e seleção de alternativas ótimas a serem

empregadas em projetos de recursos hídricos. Os autores ponderam que para algumas das análises efetuadas, as curvas anuais são mais adequadas.

Outra vertente de estudos é a regionalização de curvas de permanência. Os primeiros trabalhos nesse sentido são atribuídos a Lane e Lei (1949, *apud* Smakhtin, 2001). No entanto, esse tipo de trabalho somente ganhou impulso a partir da década de 1970. Smakhtin (2001) destaca os trabalhos de Singh (1971) e Dingman (1978) nos Estados Unidos, Quimpo *et al.* (1983) nas Filipinas, Mimikou e Kaemaki (1985) na Grécia, e Wilcock e Hanna (1987) na Irlanda do Norte. Outros trabalhos de regionalização de FDC's que merecem destaque são: Fennessey e Vogel (1990), em Massachussetts, Estados Unidos; Claps e Fiorentino (1997), na Itália; Smakhtin (1997), na África do Sul; Yu e Yang (2000) em Taiwan; Croker *et al.* (2003) em Portugal; e Castellarin *et al.* (2007) na Itália. Alguns destes trabalhos serão tratados de maneira mais detalhada em itens posteriores.

### **3.2.3 Construção de curvas de permanência empíricas**

A construção de curvas de permanência empíricas, sejam elas anuais ou de longo termo, é realizada sem que uma distribuição de probabilidades teórica seja ajustada ao conjunto de dados. As curvas de permanência empíricas são ferramentas úteis para análises hidrológicas diversas.

Uma das primeiras compilações de procedimentos para a construção de curvas de permanência empíricas foi publicada por Searcy (1959). O autor propôs que a FDC fosse obtida com base no histograma de frequências acumuladas da amostra de vazões. Para tanto, os dados devem ser ordenados e divididos em 20 a 30 intervalos de classe, de acordo com recomendações encontradas no trabalho citado. O limite superior de cada um desses intervalos é relacionado à respectiva frequência acumulada e o conjunto de pontos obtidos é conectado por linhas retas, gerando assim a curva de permanência.

A metodologia de Searcy foi proposta antes do advento dos computadores e mostrava-se adequada devido à dificuldade no tratamento de um número expressivo de dados sem o auxílio dessa ferramenta. Entretanto, o avanço nas tecnologias de processamento de dados possibilitou o desenvolvimento de metodologias que utilizam todos os dados da amostra, gerando assim estimativas mais acuradas dos quantis.

Vogel e Fennessey (1994) apresentaram um conjunto de procedimentos não paramétricos para a construção de FDC's, baseados em funções que utilizam as chamadas estatísticas de ordem para estimação de quantis.

Denomina-se estatística de ordem  $X_{(i)}$  de uma amostra o elemento que ocupa a posição  $i$  no conjunto ordenado de dados, assumindo-se que esses são independentes e igualmente distribuídos. Assim, para uma amostra com  $n$  valores de vazão ordenados de forma decrescente, as estatísticas de ordem  $q_{(1)}$  e  $q_{(n)}$  correspondem, respectivamente, à maior e menor vazões observadas. Propriedades das estatísticas de ordem podem ser encontradas no trabalho de Balakrishnan e Rao (1998, *apud* Castellarin *et al.*, 2004a).

O primeiro estimador proposto por Vogel e Fennessey (1994) consiste na utilização de uma única estatística de ordem. Tal estimador é dado por:

$$Q_{p,1} = q_{(i)}, \text{ se } i = [(n+1)p] \tag{3.17}$$

$$Q_{p,1} = q_{(i+1)}, \text{ se } i < [(n+1)p]$$

sendo:

$n$  - número de observações;

$p$  - permanência;

$i$  - número de ordem da estatística.

O colchete na equação 3.17 tem por objetivo indicar que apenas a parte inteira do termo  $(n+1)p$  é utilizada na estimativa do quantil.

A função  $Q_{p,1}$  relaciona diretamente cada estatística de ordem a uma probabilidade de excedência, estimada pela posição de plotagem de Weibull. Esse é o procedimento mais comum para a construção de FDC's empíricas. Entretanto, devido à variabilidade entre as estatísticas de ordem,  $Q_{p,1}$  se mostra um estimador ineficiente, em especial para amostras pequenas e para valores de permanência próximos a 0 ou 1, mesmo quando o número de observações é elevado (VOGEL e FENNESSEY, 1994). A eficiência de um estimador é

avaliada por meio de sua variância, sendo mais eficiente o estimador de menor variância (NAGHETTINI e PINTO, 2007).

Uma forma de melhorar a eficiência em relação ao estimador  $Q_{p,1}$  é a utilização de uma função de quantis ponderada, derivada da combinação linear de duas ou mais estatísticas de ordem. Parzen (1979, *apud* Vogel e Fennessey, 1994) propôs o seguinte estimador:

$$Q_{p,2} = (1 - \theta)q_{(i)} + \theta q_{(i+1)} \quad (3.18)$$

$$i = [(n + 1)p] \quad (3.19)$$

$$\theta = (n + 1)p - i \quad (3.20)$$

A definição dos termos é idêntica à da equação 3.17. Também aqui, o colchete tem por objetivo indicar que apenas a parte inteira do termo  $(n + 1)p$  na definição de  $i$  é utilizada na estimativa do quantil.

Os estimadores  $Q_{p,1}$  e  $Q_{p,2}$  são indicados para a construção de curvas de permanência de longo termo, quando a quantidade de dados disponível é grande. Para curvas anuais, no entanto, a variância desses estimadores é elevada, reduzindo de forma significativa sua eficiência. Além disso, os valores de vazão são fortemente correlacionados e a hipótese de independência entre estatísticas de ordem pode não se verificar.

Harrell e Davis (1982, *apud* Vogel e Fennessey, 1994) propuseram um estimador empírico obtido pela combinação linear de todas as estatísticas de ordem, baseando-se nas seguintes propriedades das estatísticas de ordem: (1) a função acumulada de probabilidades  $F_Q[q_i]$  de cada estatística de ordem  $q_{(i)}$  segue a distribuição Beta, conforme demonstrado por Balakrishnan e Rao (1998, *apud* Castellarin *et al.*, 2004); e (2) se  $i = (n + 1)p$ , o valor esperado  $E[q_{(i)}]$  de cada uma estatísticas de ordem converge para  $F^{-1}(p)$  à medida que  $n \rightarrow \infty$ .

O valor esperado para uma estatística de ordem  $i$  é dado por:

$$E[q_{(i)}] = \frac{1}{B(i, n-i+1)} \int_0^1 F^{-1}(q) q^{i-1} (1-q)^{n-i} dq \quad (3.21)$$

na qual  $B(a, b)$  denota a função Beta.

O estimador de Harrell e Davis é dado por:

$$Q_{p,3} = \sum_{i=1}^n \lambda_i q_{(i)} \quad (3.22)$$

Na qual  $\lambda_i$  é um fator de ponderação.

Os mesmos autores recomendam que o fator de ponderação  $\lambda_i$  seja calculado por meio de integração numérica entre os intervalos  $(i-1)/n$  e  $i/n$ , se o tamanho da amostra for igual ou superior a 100. Neste caso,  $\lambda_i$  é dado por:

$$\lambda_i = \frac{1}{B[(n+1)p, (n+1)(1-p)]} \int_{(i-1)/n}^{i/n} q^{(n+1)p-1} (1-q)^{(n+1)(1-p)-1} dq \quad (3.23)$$

Se a amostra possuir menos de 100 elementos, os autores recomendam o cálculo exato da função Beta incompleta, de acordo com a equação abaixo:

$$\lambda_i = I_{i/n}[p(n+1), (1-p)(n+1)] - I_{(i-1)/n}[p(n+1), (1-p)(n+1)] \quad (3.24)$$

Na qual  $I_x(a, b)$  denota a função Beta incompleta.

O estimador  $Q_{p,3}$  apresenta variância significativamente menor que  $Q_{p,1}$  e  $Q_{p,2}$ . Além disso, a curva anual obtida com a utilização de  $Q_{p,3}$  é mais suave do que aquelas obtidas com os estimadores  $Q_{p,1}$  e  $Q_{p,2}$ , em especial na região de vazões mais altas (VOGEL e FENNESSEY, 1994).

Vogel e Fennessey (1994) destacam ainda que outra classe de estimadores L, denominados estimadores de quantis núcleo, ou quantis *kernel*, foi tratada por autores como Kaigh e Lachenbruch (1982), Adamowski (1985) e Guo (1991).

Sheater e Marron (1990, *apud* Vogel e Fennessey, 1994) demonstraram que, assintoticamente, os estimadores de quantis apresentados se equivalem. Os autores mostraram ainda que, mesmo para amostras pequenas, variando entre 50 e 100 elementos, o desempenho dos estimadores  $Q_{p,1}$  e  $Q_{p,2}$  não é significativamente inferior ao de estimadores mais complexos, como  $Q_{p,3}$  ou estimadores kernel. Dessa forma, o estimador  $Q_{p,1}$  será utilizado na construção de curvas de longo termo e anuais em etapas posteriores do presente estudo.

### **3.2.4 Regionalização de curvas de permanência**

A construção de um modelo regional de curvas de permanência, aplicável a cursos d'água perenes e intermitentes, constitui o principal objetivo do presente trabalho. Para tanto, foi compilada uma série de estudos nesse contexto. Algumas das metodologias desenvolvidas serão apresentadas oportunamente.

Yu *et al.* (2002) consideram dois grupos de métodos para regionalização de curvas de permanência. No primeiro grupo utiliza-se uma função matemática ou distribuição de probabilidades teórica para ajustar as FDC's. Na elaboração de modelos regionais, os coeficientes da função ou parâmetros da distribuição são relacionados a características físicas e climáticas das bacias por meio de regressão múltipla. Os autores citam como representativos dessa abordagem os estudos de Mimikou e Kaemaki (1985), Fennessey e Vogel (1990) e Leboutillier e Waylen (1993). Já o segundo grupo de métodos consiste na regionalização de quantis relacionados a permanências específicas, tais como  $Q_5$ ,  $Q_{50}$  ou  $Q_{95}$ . Neste caso, utilizam-se técnicas de regressão para estabelecer relações entre os quantis correspondentes a cada permanência considerada e características das bacias. Os autores citam como representativos desta abordagem os estudos de Singh (1971), Dingmam (1978), Heitz (1981) e Yu e Yang (1996).

Já Castellarin *et al.* (2004b) propõem a seguinte classificação para os métodos de regionalização de curvas de permanência: (1) métodos estocásticos, que tratam a FDC como o complemento da distribuição acumulada de probabilidades; e (2) métodos que não fazem

conexão entre a FDC e a teoria de probabilidade. Neste último conjunto de métodos, destacam-se a abordagem paramétrica, que utiliza funções analíticas para modelar as FDC's, e a abordagem gráfica, que utiliza dispositivos gráficos como FDC's empíricas normalizadas por um índice de vazão e aplicáveis a toda a área de estudo. A classificação proposta por Castellarin *et al.* (2004b) será empregada na presente dissertação, e uma breve compilação de estudos referentes a cada uma das abordagens será apresentada a seguir.

#### 3.2.4.1 Abordagem estatística para construção de modelos regionais de curvas de permanência

A abordagem estatística corresponde à construção de curvas de permanência com auxílio de distribuições teóricas de probabilidade. Neste caso, a FDC representa o complemento da função acumulada de probabilidades das vazões observadas e os quantis podem ser estimados diretamente a partir da função inversa da função acumulada de probabilidades (FAP).

A construção de modelos regionais a partir dessa abordagem obedece, de maneira geral, à seguinte sequência (Castellarin *et al.*, 2004): (1) seleção de uma distribuição de probabilidades adequada para ajuste dos dados de vazão de uma dada região; (2) estimação dos parâmetros da distribuição para todas as bacias monitoradas, utilizando o método dos momentos, o método de máxima verossimilhança ou o método dos momentos L, dentre outros; e (3) elaboração do modelo regional, utilizando a regressão múltipla como ferramenta para relacionar os parâmetros da distribuição a características geomorfológicas e climáticas das bacias.

Um dos primeiros trabalhos a utilizar a abordagem estatística foi apresentado por Beard (1943, *apud* Pinto, 2006). O autor sugeriu a utilização da distribuição log-normal de dois parâmetros para ajustar a FDC. De acordo com Pinto (2006), o emprego dessa distribuição apresenta alguns inconvenientes. O principal deles é que a distribuição não ajusta adequadamente o conjunto completo de dados.

Fennessey e Vogel (1990) utilizaram a distribuição log-normal de dois parâmetros para a construção de um modelo regional de FDC's em Massachusetts, Estados Unidos. Os autores demonstraram que essa distribuição é adequada para a representação do ramo inferior da FDC e a empregaram no intervalo  $0,50 \leq p \leq 0,99$ .

Para a citada distribuição, a probabilidade de excedência é dada por:

$$p = P(z > z_p) = 1 - (2\pi)^{-1/2} \int_0^{z_p} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx \quad (3.25)$$

sendo:

$$z_p = \frac{[\ln(q_p) - \mu]}{\sigma} \text{ e } x \text{ denota a variável normal padrão} \quad (3.26)$$

Na equação 3.26,  $q_p$  representa o quantil cuja probabilidade de excedência é igual a  $p$ . Os parâmetros  $\mu$  e  $\sigma$  foram estimados por minimização da soma do quadrado dos erros entre permanências observadas e simuladas, em escala logarítmica.

No modelo regional elaborado, a área de drenagem foi utilizada como variável explicativa do parâmetro  $\mu$  e o desnível máximo da bacia como variável explicativa do parâmetro  $\sigma$ . Os autores determinaram ainda intervalos de confiança aproximados para quantis de bacias não monitoradas, com base na estimativa da variância dos modelos de regressão dos parâmetros da distribuição.

LeBoutillier e Waylen (1993a) introduziram uma metodologia que relaciona a curva média anual à curva de longo termo por meio de propriedades das estatísticas de ordem: a média  $\mu_{(r)}$  de cada estatística de ordem  $X_{(r)}$  da curva anual é estimada com auxílio da função acumulada de probabilidades  $F_x$  ajustada à curva de longo termo. Gibbons (1985, *apud* LeBoutillier e Waylen, 1993a) mostrou que, para grandes amostras, a primeira e a segunda aproximações para o valor da média  $\mu_{(r)}$  da estatística de ordem  $r$  são dadas, respectivamente, por:

$$\mu_{(r)} = F_x^{-1}[h(r)] \quad (3.27)$$

e

$$\mu_{(r)} = F_x^{-1}[h(r)] - \left[ \frac{g(r)}{2!} \right] f_x' \{F_x^{-1}[h(r)]\} f_x \{F_x^{-1}[h(r)]\}^{-3} \quad (3.28)$$

sendo:

$$h(r) = 1 - \left[ \frac{r}{(n+1)} \right] \quad (3.29)$$

$$g(r) = \frac{r(n-r+1)}{(n+1)^2(n+2)} \quad (3.30)$$

Nas equações 3.27 e 3.28,  $F_x$  e  $F_x^{-1}$  representam a função acumulada de probabilidades ajustada ao conjunto de dados e sua inversa, enquanto  $f_x$  e  $f_x'$  denotam a função densidade de probabilidade e sua primeira derivada. Nas equações 3.29 e 3.30,  $n$  representa o número total de observações e  $r$  o número de ordem de cada observação.

Segundo os autores, a seleção de uma distribuição adequada para ajuste dos dados constitui a etapa mais crítica da metodologia. As distribuições teóricas candidatas ao ajuste devem ser capazes de reproduzir as principais características de séries diárias de vazão: forte assimetria positiva e presença de picos pronunciados. Foram consideradas as distribuições log-normal de 2 e 3 parâmetros, gama de 2 e 3 parâmetros, generalizada de valores extremos (GEV) e log-normal mista de 5 parâmetros, sendo esta última utilizada na construção da AFDC média em 4 bacias com regimes hidrológicos distintos na província de British Columbia, no Canadá.

A curva média obtida pela metodologia descrita foi comparada com a curva média empírica, e diferenças estatisticamente significativas não foram encontradas pelos autores. Entretanto, a variância dos quantis foi sistematicamente subestimada pelas equações de aproximação utilizadas. Os autores atribuíram essa subestimação ao fato de a metodologia não levar em consideração os efeitos de sazonalidade e de correlação entre os dados diários de vazão e propuseram uma correção empírica para a mesma.

A metodologia proposta pelos autores foi utilizada também em um trabalho de regionalização da AFDC média englobando toda a província de British Columbia. Nesse trabalho, LeBoutillier e Waylen (1993b) empregaram a análise de “clusters” para realizar o agrupamento de bacias com comportamento hidrológico semelhante e regionalizaram os parâmetros da distribuição log-normal mista para cada uma das regiões homogêneas.

O trabalho de Claps e Fiorentino (1997) introduziu um método para regionalização de curvas anuais adimensionalizadas com tempos de retorno quaisquer. Para tanto, os autores utilizaram a distribuição log-normal de 2 parâmetros, expressa de acordo com a equação 3.31, no ajuste das AFDC's de 14 bacias italianas.

$$\ln(q) = \alpha + z\beta \quad (3.31)$$

na qual:

$$q = \frac{Q}{E[Q]}; \quad (3.32)$$

$$\alpha = \hat{\mu} \ln(q); \text{ e} \quad (3.33)$$

$$\beta = -\hat{\sigma} \ln(q) \quad (3.34)$$

sendo:

$z$ - variável normal reduzida;

$E(Q)$ - valor esperado das vazões;

$\hat{\mu}$  - média amostral; e

$\hat{\sigma}$  - desvio padrão amostral.

Os autores verificaram que os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  eram normalmente distribuídos e afirmaram que esse fato é teoricamente justificável, uma vez que os mesmos foram estimados pela média e desvio padrão de uma variável normal transformada (PINTO, 2006). Dessa forma, a representação probabilística do método de Claps e Fiorentino (1997) é dada por:

$$\ln(q_p)_\phi = \alpha_\phi + z(p)\beta_\phi \quad (3.35)$$

na qual:

$\phi$  - probabilidade de não excedência de  $\ln(q_p)_\phi$ ;

Os parâmetros  $\alpha_\phi$  e  $\beta_\phi$  são dados por:

$$\alpha_\phi = \mu(\alpha) + u_\phi \sigma(\alpha) \quad (3.36)$$

$$\beta_\phi = \mu(\beta) + u_\phi \sigma(\beta) \quad (3.37)$$

Nas equações 3.36 e 3.37,  $u_\phi$  corresponde à variável normal reduzida.

A etapa seguinte da metodologia é relacionar os parâmetros  $\mu(\alpha)$ ,  $\sigma(\alpha)$ ,  $\mu(\beta)$ ,  $\sigma(\beta)$  às características físicas e climáticas das bacias monitoradas e estimar os valores dos parâmetros da distribuição log-normal, para uma dada probabilidade de não excedência, em áreas desprovidas de monitoramento. A etapa final consiste no desenvolvimento de um modelo regional para determinação da vazão média de longo termo e assim finalizar a estimação dos quantis da AFDC sintética.

A metodologia proposta por Claps e Fiorentino (1997) foi utilizada por Pinto (2006) na regionalização de AFDC's medianas na bacia do rio das Velhas, em Minas Gerais.

Singh *et al.* (2001) apresentaram um método para regionalização de curvas de permanência de vazões registradas em intervalos de 10 dias. O método é baseado na transferência espacial de informações dentro da região homogênea, procedimentos de normalização estatística e relações empíricas, sendo constituído pelas seguintes etapas: (1) definição de regiões homogêneas; (2) construção de FDC's empíricas de vazões de 10 dias, adimensionalizadas pela média de longo termo, e estimação de uma curva de longo termo representativa de cada região homogênea; (3) normalização dos quantis adimensionais por transformação logarítmica ou de potência, de forma que a distribuição normal seja adequada ao ajuste dos quantis da curva obtida; e (4) construção de um modelo de regressão não linear que relacione a vazão média às áreas de drenagem das bacias. O método foi aplicado em projetos de 1200 centrais hidrelétricas na Índia.

Crocker *et al.* (2003) apresentaram a fundamentação teórica para construção de FDC's em rios intermitentes e efêmeros, por meio da utilização do teorema da probabilidade total, que permite o tratamento em separado de vazões nulas e não nulas. Os autores construíram um

conjunto de curvas de permanência normalizadas pela vazão média de longo termo para os valores não nulos de vazão. Tais curvas foram agrupadas de acordo com o valor do quantil  $Q_{80}$  e esse quantil foi objeto de regionalização. Por fim, foi desenvolvido um modelo regional para estimação da probabilidade de ocorrência de vazões iguais a zero. O modelo proposto foi empregado na regionalização de FDC's em bacias portuguesas com rios perenes, intermitentes e efêmeros. A utilização do teorema da probabilidade total na construção de FDC's será tratada em detalhes, posteriormente.

Castellarin *et al.* (2004a) propuseram um método estocástico baseado na chamada cheia-índice (do inglês, *index flood*) para construção de curvas de permanência, capaz de modelar curvas de longo termo e anuais. Além disso, o método permite relacionar estatisticamente esses dois tipos de curva sem a necessidade de se fazer hipóteses quanto à sazonalidade e à correlação serial entre vazões diárias.

De acordo com os autores, a vazão de um curso d'água pode ser considerada como o produto de duas variáveis aleatórias: a cheia-índice, correspondente à vazão média anual, e a vazão diária adimensionalizada. Assim:

$$X = AF \times X' \quad (3.38)$$

na qual:

$X$  - vazão diária;

$AF$  - vazão média anual (cheia- índice ou *index flood*);

$X'$  - vazão diária adimensionalizada.

A cheia-índice descreve as características climáticas de longo termo da bacia, sendo controlada principalmente pela precipitação anual. Tal índice modela a alternância de anos úmidos e secos. A distribuição de probabilidade de  $X'$  descreve o comportamento hidrológico da bacia, sendo controlado por características como área de drenagem e permeabilidade da mesma (CASTELLARIN *et al.*, 2004a).

A modelagem da curvas de permanência é realizada com o ajuste de distribuições de probabilidades às variáveis  $AF$  e  $X'$ . Para a curva de longo termo, definida como o complemento da FAP, tem-se:

$$F_X(x) = \int_{\Omega_{X'}} \int_{af_1}^{x/z} f_{AF,X'}(v, z) dv dz \quad (3.39)$$

na qual  $f_{AF,X'}(v, z)$  representa a distribuição conjunta de  $AF$  e  $X'$ . Se tais variáveis forem consideradas independentes, a distribuição conjunta é igual ao produto das duas distribuições marginais. Assim, tem-se:

$$F_X(x) = \int_{\Omega_{X'}} f_{X'}(z) dz \int_{af_1}^{x/z} f_{AF}(v) dv = \int_{\Omega_{X'}} f_{X'}(z) F_{AF}(x/z) dz \quad (3.40)$$

na qual  $F_{AF}$  representa a função acumulada de probabilidade da variável  $AF$ .

Utilizando um procedimento similar ao de LeBoutillier e Waylen (1993), Castellarin *et al.* (2004a) utilizaram a FAP ajustada à curva de longo termo e propriedades das estatísticas de ordem para estimar cada quantil da curva anual média.

No referido trabalho, os autores testaram a metodologia em 3 bacias italianas, utilizando a distribuição log-logística para modelar a vazão média anual e a distribuição generalizada de Pareto para modelar as vazões diárias adimensionalizadas. Posteriormente, Castellarin *et al.* (2007) empregaram a metodologia descrita em um estudo de regionalização de curvas de permanência anuais e de longo termo em uma área composta por 18 bacias. No estudo, o diagrama de momentos L desenvolvido por Hoskings e Wallis (1997) foi utilizado na escolha das distribuições de probabilidade para as duas variáveis, sendo adotadas a distribuição log-logística para a cheia-índice e a distribuição Kapa para as vazões adimensionalizadas. O desempenho e a confiabilidade do modelo foram aferidos através de um procedimento de validação cruzada *jack knife*, que será tratado oportunamente. Pinheiro (2009) utilizou a metodologia de Castellarin *et al.* (2004a) para modelagem e regionalização de curvas de permanência de longo termo nas bacias dos rios Pará e Paraopeba, em Minas Gerais.

Krasovskaia *et al.* (2006) utilizaram a técnica de interpolação espacial conhecida como “*block kriging*” para mapear a vazão média de longo termo e o coeficiente de variação das vazões em todo o território da Costa Rica e desenvolveram um modelo regional de curvas de permanência a partir desses dois parâmetros.

Conforme demonstrado pelos autores, para dados normalizados, a distribuição log-normal é função apenas do coeficiente de variação, denotado por  $V$ , e os quantis são dados pela seguinte equação:

$$q_p = \exp\left(z_p \sqrt{2\pi \ln(V^2)} - \left[\ln(1 + V^2)\right]/2\right) \quad (3.41)$$

Para bacias não monitoradas, o valor do coeficiente de variação pode ser obtido a partir do mapa correspondente e os quantis adimensionalizados podem ser estimados com auxílio da equação 3.26. Tais quantis são então multiplicados pela vazão média de longo termo, também obtida de um mapa, construindo-se assim a FDC.

Mohamoud (2008) apresentou uma metodologia para regionalização de 15 quantis notáveis de curvas de permanência de longo termo e posterior construção da FDC completa a partir desses quantis. O autor aponta como diferencial de seu método a utilização de variáveis explicativas pouco exploradas em trabalhos de regionalização anteriores.

As variáveis explicativas propostas foram organizadas nos seguintes grupos: (1) descritores de uso do solo e tipo de cobertura vegetal; (2) descritores geomorfológicos, como área de drenagem, comprimento do curso d’água principal, e declividade equivalente da bacia; (3) descritores de características de solos, como composição granulométrica, profundidade total, profundidade das duas camadas superiores, condutividade hidráulica saturada e capacidade de armazenamento; (4) descritores geológicos, como litologia e índice de escoamento subterrâneo; (5) descritores climáticos, como chuvas médias mensal e anual, evapotranspiração potencial média mensal e anual; e (6) descritores hidrológicos, representados pelas vazões normalizadas correspondentes às permanências 0,1%, 0,5%, 1%, 5%, 10%, 20%, 30%, 40%, 50%, 60%, 70%, 80%, 90%, 95% e 99%.

Shao *et al.* (2009) empregaram a distribuição Burr XII, em sua versão estendida, na modelagem de curvas de permanência de rios perenes e intermitentes em bacias australianas.

Tal distribuição é uma generalização das distribuições generalizada de Pareto e log-logística, dentre outras, e apresenta grande flexibilidade no ajuste de dados, descrevendo de forma acurada até mesmo a região de vazões altas. Considerando-se a possibilidade de ocorrência de vazões nulas, pode-se representar a FDC por meio da seguinte relação:

$$Q_p = \lambda \left\{ 1 - (p/\tau) \right\}^\beta / \beta^\alpha, \text{ se } \beta \neq 0 \quad (3.42)$$

$$Q_p = \lambda \left[ -\log(p/\tau) \right]^\alpha, \text{ se } \beta = 0$$

na qual:

$Q_p$  - quantil associado à permanência  $p$ ;

$\lambda$  - parâmetro de escala da distribuição;

$\alpha$  e  $\beta$  - parâmetros de forma da distribuição; e

$\tau$  - percentual do tempo em que as vazões são não nulas.

A grande flexibilidade da distribuição Burr XII estendida permite que as FDC's sejam modeladas de maneira simples e acurada, evitando-se o uso de conjuntos de distribuições ou de integrações numéricas complexas para a representação adequada de todas as regiões das mesmas. Além disso, em função da qualidade de ajuste proporcionada pela distribuição, a mesma se apresenta como alternativa interessante para a estimação de AFDC's médias com base nas metodologias como a de LeBoutillier e Waylen (1993a). Outra vantagem é que os parâmetros de escala e forma da distribuição possuem relações claras com características físicas, climáticas e morfológicas de bacias hidrográficas, fato esse de grande importância para estudos de regionalização. Apesar disso, nenhum trabalho nesse contexto da distribuição foi encontrado na literatura.

As principais características e propriedades da distribuição de probabilidades Burr XII estendida serão apresentadas em detalhes no item 3.3.2.

#### 3.2.4.2 Abordagem paramétrica para construção de modelos regionais de curvas de permanência

A abordagem paramétrica está relacionada à construção de curvas de permanência com auxílio de funções matemáticas sem significado estatístico, tais como polinomiais e

exponenciais. Embora tais funções não constituam distribuições de probabilidades, os quantis podem ser facilmente estimados, uma vez que a permanência é a variável independente do modelo. São apresentados a seguir alguns estudos relacionados à abordagem paramétrica.

Quimpo *et al.* (1983) sugeriram a utilização desse tipo de abordagem para estimar curvas de permanência em bacias nas Filipinas. Os autores propuseram um modelo exponencial, dado pela equação:

$$Q_p = Q_A \exp^{-cp} \quad (3.43)$$

na qual  $Q_A$  e  $c$  são coeficientes de ajuste e  $p$  é a permanência.

No modelo regional, o valor de  $Q_A$  foi estimado utilizando-se a área de drenagem como variável explicativa. Para estimação do valor de  $c$ , os autores desenvolveram um mapa de contornos para todo o arquipélago das Filipinas.

Mimikou e Kaemaki (1985, *apud* Castellarin, 2004) sugeriram o ajuste de dados diários de vazão à equação polinomial de 3º grau apresentada abaixo:

$$Q_p = a - bp + cp^2 - dp^3 \quad (3.44)$$

na qual  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  são coeficientes de ajuste não negativos e  $p$  é a permanência. Os autores aplicaram a metodologia proposta na elaboração do modelo regional de curvas de permanência em bacias da região noroeste da Grécia, utilizando como variáveis explicativas a área de drenagem, precipitação média anual, declividade equivalente da bacia e comprimento do rio principal.

Tucci (1993) propôs o ajuste da FDC a partir de um modelo exponencial que expressa o quantil relacionado à permanência  $p$  como uma função das vazões  $Q_{50}$  e  $Q_{95}$ .

$$Q_p = \exp^{(pa+b)} \quad (3.45)$$

na qual:

$$a = \frac{-\ln(Q_{50}/Q_{95})}{0,45} \quad (3.46)$$

$$b = \ln(Q_{50}) - 0,5a \quad (3.47)$$

O modelo regional é construído a partir da regressão dos valores de  $Q_{50}$  e  $Q_{95}$  com características físicas e climáticas das bacias.

Franchini e Suppo (1996) sugeriram que o ajuste da porção da FDC correspondente às menores vazões ( $p \geq 0,30$ ) fosse realizado com a seguinte equação:

$$Q_p = c + a(1 - p)^b \quad (3.48)$$

na qual  $a$ ,  $b$  e  $c$  são parâmetros de ajuste não negativos. O parâmetro  $b$  é relacionado a características da bacia e controla a concavidade da FDC.

Os autores propuseram que os parâmetros da equação fossem estimados a partir da solução de um sistema composto por 3 permanências  $p_i$  e os 3 quantis  $Q(p_i)$  a elas associados. A elaboração do modelo regional consiste na aplicação de técnicas de regressão para relacionar cada um desses 3 quantis  $Q(p_i)$  a características da bacia e, a partir deles, estimar os parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  em locais desprovidos de monitoramento.

Yu *et al.* (2002) realizaram uma comparação de desempenho entre dois métodos paramétricos de regionalização de FDC's. O primeiro método utiliza uma equação de 3º grau, de modo similar ao método de Mimikou e Kaemaki (1985). O segundo emprega o método índice-área, no qual descargas compreendidas no intervalo  $i=10\%,20\%,\dots,90\%$  são relacionadas à área de drenagem por uma equação de regressão do tipo:

$$\log(Q_p) = F_p + G_p \log(A) \quad (3.49)$$

na qual  $Q_p$  corresponde à vazão com permanência  $p$ ,  $A$  é a área de drenagem e  $F_p$  e  $G_p$  são os coeficientes de regressão.

A confiabilidade dos dois procedimentos foi aferida a partir da construção de intervalos para quantis notáveis e do cálculo dos erros quadráticos e relativos fornecidos pelos modelos regionais. Os autores concluíram que ambos os procedimentos fornecem estimativas razoáveis das FDC's sintéticas, ressaltando que as incertezas do modelo polinomial são menores que as do modelo índice-área.

#### 3.2.4.3 Abordagem gráfica para construção de modelos regionais de curvas de permanência

Esta abordagem consiste basicamente de dois procedimentos: (1) obtenção das FDC's adimensionais, por meio da divisão dos quantis da curva empírica por um índice de vazão, como, por exemplo, a média de longo termo; e (2) dedução da FDC regional adimensional com base na ponderação das curvas normalizadas de todas as estações utilizadas no estudo. A metodologia foi empregada por Smakhtin *et al.* (1997) na construção do modelo regional de FDC's na região centro-oeste da África, admitindo que toda a área de estudo constitui uma única região homogênea. Castellarin *et al.* (2004), entretanto, sugerem a utilização desse método em regiões heterogêneas, desde que as bacias sejam analisadas em grupos com características hidrológicas e regime similares.

#### **3.2.5 A utilização do teorema da probabilidade total na modelagem de curvas de permanência de rios intermitentes e efêmeros**

A aplicação da abordagem estatística no desenvolvimento de modelos regionais de curva de permanência de cursos d'água intermitentes ou efêmeros constitui um desafio, uma vez que, em função da descontinuidade representada pelas vazões iguais a zero, não é possível empregar distribuições de probabilidade contínuas no ajuste dos dados (CROKER, 2003). Haan (1977) sugeriu o emprego do teorema da probabilidade total para contornar esse problema. Essa ferramenta estatística permite que as componentes nulas e não nulas de vazão sejam analisadas separadamente, tornando possível o ajuste de uma distribuição contínua ao conjunto de vazões maiores que zero.

O teorema da probabilidade total diz que a probabilidade de ocorrência de um evento  $A$ , pertencente a um espaço amostral  $S$  constituído pela união de eventos  $B_i$  mútua e coletivamente excludentes, é dada pela soma das probabilidades  $P(A \cap B_i)$  (NAGHETTINI E

PINTO, 2007). Utilizando-se a definição de probabilidade condicional,  $P(A \cap B_i) = P(A|B_i)P(B_i)$ , tem-se:

$$P(A) = \sum_{i=1}^k P(B_i)P(A|B_i) \quad (3.50)$$

na qual  $P(A)$  representa a probabilidade de ocorrência do evento A,  $P(B_i)$  é a probabilidade de ocorrência de cada evento  $B_i$  que constitui o espaço amostral, e  $P(A|B_i)$  é a probabilidade de ocorrência do evento A, dado que o evento  $B_i$  ocorreu.

Para um curso d'água intermitente ou efêmero, os eventos que compõem o espaço amostral são vazões nulas e vazões não nulas. Aplicando-se o teorema da probabilidade total nesse contexto, tem-se (JENNIGS e BENSON, 1969 *apud* CROKER *et al.*, 2003):

$$P(Q \geq q) = P(Q \geq q|Q = 0)P(Q = 0) + P(Q \geq q|Q \neq 0)P(Q \neq 0) \quad (3.51)$$

Entretanto, o termo  $P(Q \geq q|Q = 0)$  é igual a zero. Assim, a equação 3.51 fica:

$$P(Q \geq q) = P(Q \geq q|Q \neq 0)P(Q \neq 0) \quad (3.52)$$

Expressando a equação 3.52 em termos da função acumulada de probabilidades, tem-se:

$$1 - P_Q(q) = [1 - P_Q^*(q)]P(Q \neq 0) \quad (3.53)$$

na qual  $P_Q(q)$  representa a função acumulada de probabilidades de todas as vazões, ou seja,  $P(Q \leq q|Q \geq 0)$  e  $P_Q^*(q)$  representam a função acumulada de probabilidades das vazões não nulas  $P(Q \leq q|Q \neq 0)$ .

Uma vez que a permanência é definida como o complemento da função acumulada de probabilidades, tem-se:

$$p(i) = p^*(i)P(Q \neq 0) \quad (3.54)$$

na qual  $p(i)$  denota as permanências para o conjunto de todas as vazões e  $p^*(i)$  denota as permanências das vazões não nulas.

É intuitivo perceber que o termo  $P(Q \neq 0)$  atua como um fator de correção das permanências atribuídas aos valores não nulos de vazão, fazendo com que as mesmas fiquem compreendidas no intervalo de permanências  $(0, \tau)$ . O parâmetro  $\tau$  é denominado “*cease-to-flow*” e expressa a probabilidade de excedência a partir da qual a vazão no curso d’água é maior que zero. Em bacias monitoradas, o referido parâmetro pode ser estimado por meio do percentual do tempo em que as vazões são não-nulas no rio.

A etapa final do método consiste em se introduzir o parâmetro  $\tau$  na função de quantis da distribuição utilizada no ajuste da curva de permanência. Essa correção faz-se necessária uma vez que os parâmetros da distribuição foram estimados a partir apenas da amostra de vazões não nulas, o que torna os quantis modelados funções de  $p^*(i)$  ao invés de  $p(i)$ . A relação entre tais permanências foi estabelecida pela equação 3.54. Diante do exposto, têm-se:

$$p^*(i) = \frac{p(i)}{\tau} \quad (3.55)$$

e

$$Q_p = f\left(\frac{p(i)}{\tau}\right) \quad (3.56)$$

Os resultados obtidos nesta seção serão empregados posteriormente na construção de curvas de permanência de cursos d’água intermitentes, com o parâmetro  $\tau$  sendo objeto de regionalização.

### **3.3 A distribuição de probabilidades Burr XII**

#### **3.3.1 Considerações gerais**

Usualmente, a estimação de probabilidades teóricas é realizada a partir do ajuste dos dados de uma amostra a uma determinada função densidade  $f(x)$ , e posterior integração dessa função no intervalo de interesse. Esse procedimento muitas vezes é de difícil realização, uma vez que

grande parte das funções densidade utilizadas não permitem integração analítica. A estimação das probabilidades desejadas deve ser realizada por meio de integração numérica ou com auxílio de recursos como tabelas e gráficos.

Devido a esse inconveniente, Irving W. Burr (1942) sugeriu a utilização de funções acumuladas de probabilidade  $F(x)$  como alternativa à abordagem tradicional. Neste caso, as probabilidades teóricas podem ser estimadas diretamente, dispensando o processo de integração. A função densidade de probabilidades é obtida por diferenciação de  $F(x)$ .

O sistema proposto por Burr (1942) é similar ao sistema Pearson de distribuições e baseia-se na seguinte equação diferencial:

$$\frac{dF(x)}{dx} = F(x)[1 - F(x)]g(x) \quad (3.57)$$

A solução da equação 3.57 é dada por:

$$F(x) = \left[ e^{-\int_{-\infty}^x g(xz)dx} + 1 \right]^{-1} \quad (3.58)$$

na qual  $g(x)$  é uma função que faz com que  $F(x)$  varie entre 0 e 1, à medida que  $x$  varia entre  $-\infty$  e  $+\infty$ .

O autor propôs uma família de 12 funções  $F(x)$  que constituem formas particulares para a solução apresentada na equação 3.58, conferindo amplo destaque à função tipo XII, dada pela seguinte equação:

$$F(x) = 1 - (1 + x^c)^{-k}, \quad x \geq 0 \quad (3.59)$$

onde  $c, k \geq 1$  são os parâmetros de forma da distribuição.

A função densidade de probabilidade, obtida por diferenciação de 3.59, é dada por:

$$f(x) = kcxc^{-1}(1 - x^c)^{-(k+1)} \quad (3.60)$$

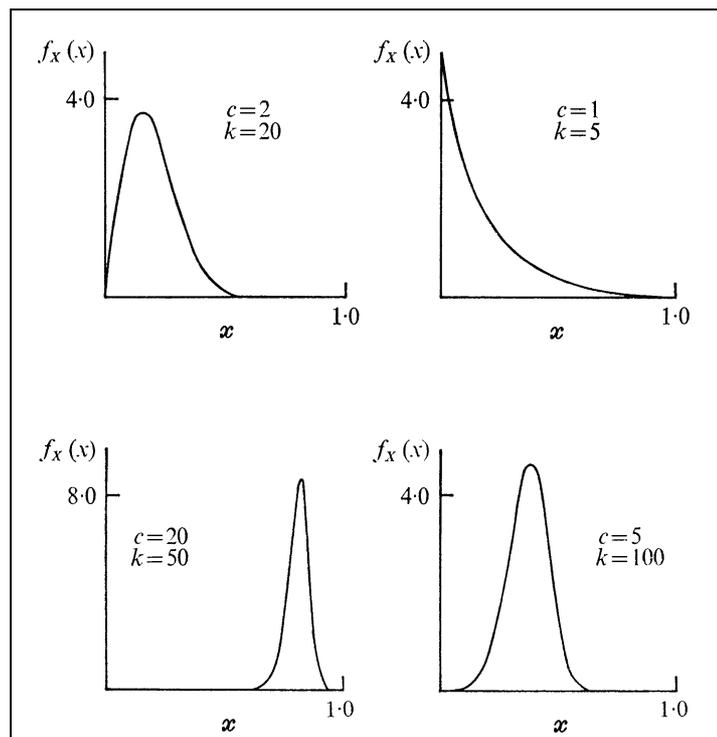
Essa função é unimodal em  $x = \left(\frac{c-1}{ck+1}\right)^{1/c}$ , se  $c > 1$ . Caso  $c = 1$ , a função apresenta forma de

L. Algumas formas típicas assumidas pela função densidade de probabilidades são apresentadas na figura 3.3.

É possível perceber que a distribuição Burr XII abrange uma ampla faixa de valores de assimetria e curtose. Além disso, os parâmetros de posição e escala podem ser introduzidos na equação 3.59, que assume então a seguinte forma:

$$F(x) = 1 - \left( 1 + \left( \frac{x-a}{b} \right)^c \right)^{-k} \quad (3.61)$$

na qual  $a$  é o parâmetro de posição e  $b$  o parâmetro de escala.



**Figura 3.3** – Funções densidade de probabilidade típicas da distribuição Burr XII. Fonte: Rodriguez (1977)

Burr (1942) recomendou que o ajuste de sua família de distribuições fosse realizado por meio de um método de momentos aplicado a funções acumuladas de probabilidade. De maneira

geral, o momento acumulado de ordem  $j$ , em relação à origem, é dado pela seguinte expressão:

$$M_j = \int_0^{\infty} x^j [1 - F(x)] dx - \int_{-\infty}^0 x^j F(x) dx \quad (3.62)$$

Para a função tipo XII, tem-se:

$$M_j = \frac{\Gamma\left(\frac{j+1}{c}\right)\Gamma\left(k - \frac{j+1}{c}\right)}{c\Gamma(k)} \quad (3.63)$$

para  $j < ck - 1$ , e  $c$  e  $k$  são números reais maiores que 1.

Os momentos acumulados centrais são dados por:

$$M_i(a) = \left[ \sum_{i=0}^j \binom{j}{i} (-a)^i M_{j-i} \right] + \frac{(-a)^{j+1}}{j+1} \quad (3.64)$$

para  $i=0, 1, \dots, j$ .

Os momentos convencionais centrais podem ser derivados dos momentos acumulados, por meio da expressão:

$$\mu_j = \left( j \sum_{i=0}^{j-1} \binom{j-1}{i} (-M_0)^i M_{j-1-i} \right) + (-M_0)^j, \quad j > 1 \quad (3.65)$$

para  $i=0, 1, \dots, j-1$ .

Por fim, os momentos centrais normalizados são dados por:

$$\alpha_j = \frac{j \left[ \sum_{i=0}^{j-1} \binom{j-1}{i} (-M_0(a))^i M_{j-1-i}(a) \right] + (-M_0(a))^j}{\left[ 2M_1(a) - M_0^2(a) \right]^{j/2}} \quad (3.66)$$

na qual  $a$  corresponde ao momento de primeira ordem em relação à origem.

A contribuição final do trabalho de Burr (1942) foi a construção de um conjunto de tabelas com valores de momentos populacionais centrais normalizados em função de valores inteiros dos parâmetros  $c$  e  $k$ , visando facilitar o ajuste de amostras.

Hatke (1949), empregando a metodologia proposta por Burr (1942), determinou os momentos populacionais centrais normalizados para um conjunto de valores não necessariamente inteiros de  $c$  e  $k$ . Além disso, a autora utilizou o diagrama de quociente de momentos originalmente desenvolvido por Craig (1936) para avaliar a flexibilidade da distribuição Burr XII. Tal diagrama representa a região que uma determinada distribuição de probabilidades ocupa em um sistema de coordenadas definido por um par de momentos centrais normalizados  $\alpha_i = \frac{\mu_i}{\sigma^{i/2}}$ , onde  $\mu_i$  é o momento central de ordem  $i$  e  $\sigma$  é o desvio padrão, em função da variação de valores dos parâmetros.

De maneira geral, quanto maior a região ocupada por uma distribuição de probabilidades em um diagrama desse tipo, maior a sua flexibilidade. Além disso, os diagramas de quociente de momentos são de grande utilidade na visualização de relações limites entre distribuições de probabilidade.

O estudo de Hatke (1949) mostrou que a função tipo XII cobre uma parte importante do diagrama, relacionando-se com as distribuições Pearson I, III, IV, VI e VII, bem como a distribuição normal. A figura 3.4 apresenta o diagrama desenvolvido pela autora para o sistema Pearson, em um sistema de coordenadas  $(\alpha_3^2, \delta)$ , no qual  $\delta = (2\alpha_4 - 3\alpha_3^2 - 6)/(\alpha_4 + 3)$ . A região hachurada no diagrama corresponde à distribuição Burr XII.

Segundo Rodriguez (1977), o diagrama  $(\alpha_3^2, \delta)$  não constitui a ferramenta mais adequada para exposição da região coberta pela distribuição Burr XII, uma vez que, neste sistema de coordenadas, os limites inferior e superior da mesma não ficam claramente delimitados. Para contornar esse problema, o autor sugeriu a utilização do sistema de coordenadas  $(\sqrt{\beta_1}, \beta_2)$ ,

sendo  $\beta_1 = \frac{\mu_3^2}{\mu_2^3}$  e  $\beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2}$ . Nesse sistema de coordenadas, os valores de  $\sqrt{\beta_1}$  e  $\beta_2$

tendem a limites finitos à medida que os parâmetros da distribuição tendem ao infinito, possibilitando a completa delimitação da região ocupada pela mesma.

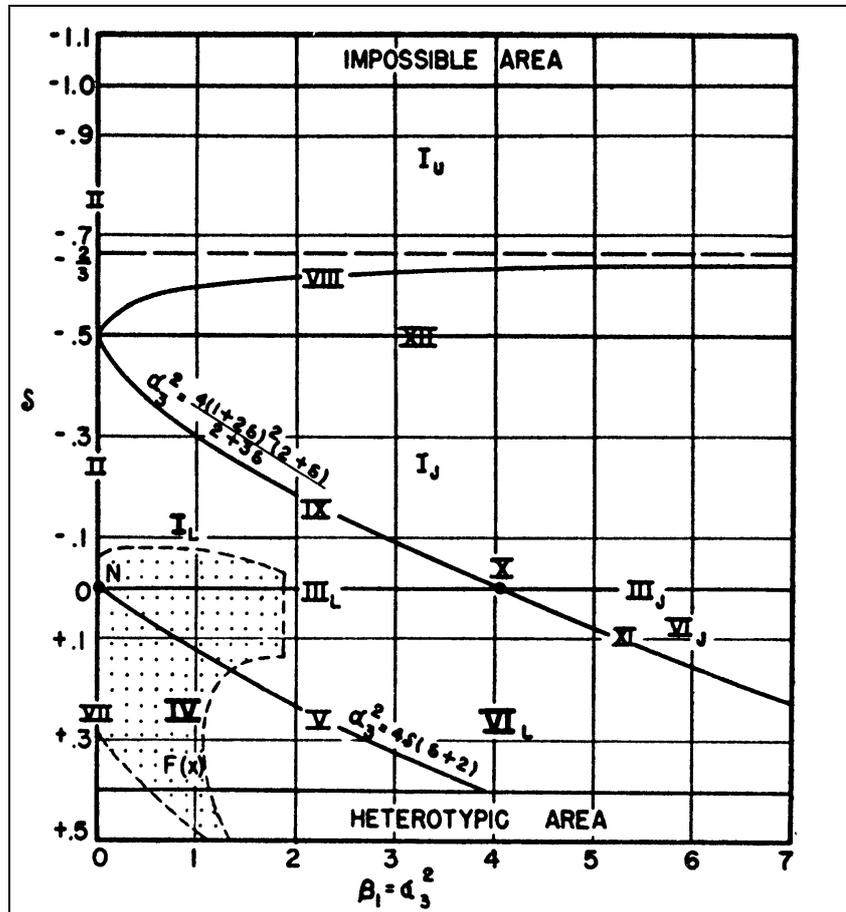


Figura 3.4 – Diagrama  $(\alpha_3^2, \delta)$  do sistema Pearson, com destaque à região ocupada pela distribuição Burr XII – Fonte: Hatke (1949)

Fazendo  $x = z^{1/c}$ , pode-se calcular o momento de ordem  $r$  em relação à origem por meio da equação:

$$E\left(Z^{r/c}\right) = kB\left(\frac{r}{c} + 1, k - \frac{r}{c}\right), \quad r < ck \quad (3.67)$$

A partir da equação 3.67, é possível deduzir as equações paramétricas para os momentos centrais normalizados  $\sqrt{\beta_1}$  e  $\beta_2$ . Tais equações são apresentadas a seguir (as demonstrações não serão apresentadas no presente trabalho):

$$\sqrt{\beta_1} = \frac{\Gamma^2(k)\lambda_3 - 3\Gamma(k)\lambda_2\lambda_1 + 2\lambda_1^3}{[\Gamma(k) - \lambda_1^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (3.68)$$

$$\beta_2 = \frac{\Gamma^3(k)\lambda_4 - 4\Gamma^2(k)\lambda_3\lambda_1 + 6\Gamma(k)\lambda_2\lambda_1^2 - 3\lambda_1^4}{[\Gamma(k)\lambda_2 - \lambda_1^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (3.69)$$

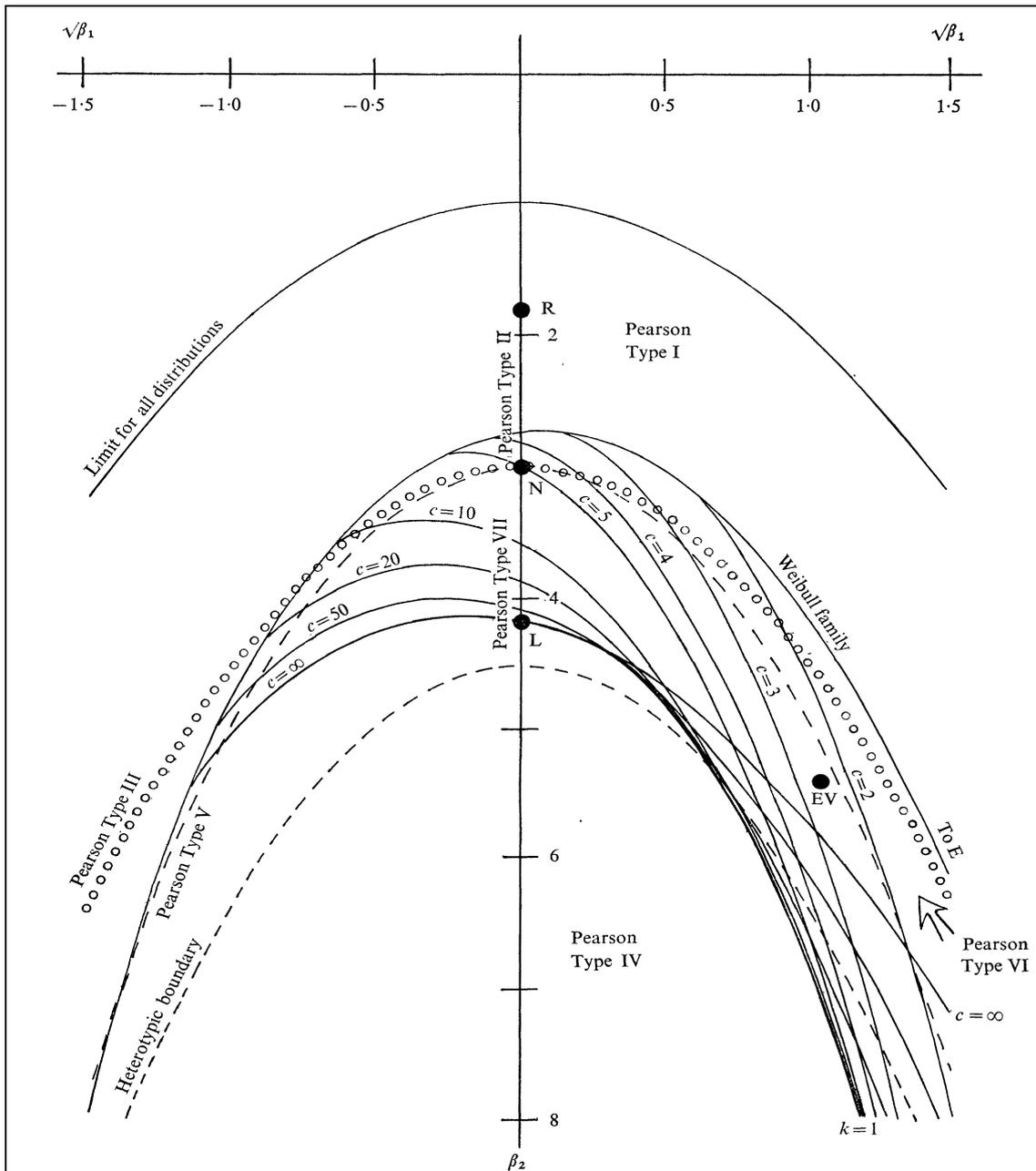
sendo:

$$\lambda_i = \Gamma(i/c + 1)\Gamma(k - i/c), \text{ para } i = 1, 2, 3, 4 \quad (3.70)$$

Com auxílio das equações 3.68 e 3.69, foi construído o diagrama  $(\sqrt{\beta_1}, \beta_2)$  apresentado na figura 3.5. Nesse diagrama, foram traçadas as curvas correspondentes a um dado valor constante de  $c$ , para valores variáveis de  $k$ . É possível observar que os pontos extremos destas curvas possuem abscissa  $\sqrt{\beta_1}$  positiva se  $c < 3,6$ , e abscissa  $\sqrt{\beta_1}$  negativa se  $c > 3,6$  (RODRIGUEZ, 1977). Esses pontos extremos definem o limite inferior da região ocupada pela distribuição Burr XII e seus valores são dados por:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt{\beta_1} = \frac{\Gamma(3/c + 1) - 3\Gamma(2/c + 1)\Gamma(1/c + 1) + 2\Gamma^3(1/c + 1)}{[\Gamma(2/c + 1) - \Gamma^2(1/c + 1)]^{\frac{3}{2}}} \quad (3.71)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \beta_2 = \frac{\Gamma(4/c + 1) - 4\Gamma(3/c + 1)\Gamma(1/c + 1) + 6\Gamma(2/c + 1)\Gamma^2(1/c + 1) - 3\Gamma^4(1/c + 1)}{[\Gamma(2/c + 1) - \Gamma^2(1/c + 1)]^2} \quad (3.72)$$



**Figura 3.5** – Diagrama  $(\sqrt{\beta_1}, \beta_2)$  para a distribuição Burr XII. Fonte: Rodriguez (1977)  
 Simbologia: N- distribuição normal; L- distribuição logística, EV- distribuição de valores extremos; E- distribuição exponencial.

A partir da análise do diagrama de quocientes de momentos, é possível perceber que a curva que define o limite inferior da distribuição Burr XII coincide com parte da curva da distribuição de Weibull. Além disso, esta última curva passa pelo ponto correspondente à distribuição exponencial  $(\sqrt{\beta_1} = 2, \beta_2 = 9)$ , ponto este que constitui o limite da distribuição Burr XII quando  $c = 1$ . A relação do limite inferior da distribuição Burr XII com a distribuição Weibull pode ser demonstrada da seguinte forma (RODRIGUEZ, 1977):

$$p(X \leq (1/k)^{1/c} y) = 1 - (1 + y^c/k)^{-k} = 1 - \exp[-k \log(1 + y^c/k)] \quad (3.73)$$

Expandindo o termo  $\log(1 + y^c/k)$  em série, tem-se:

$$p(X \leq (1/k)^{1/c} y) = 1 - \exp\left[-k\left(\frac{y^c}{k} - \frac{1}{2}\left(\frac{y^c}{k}\right)^2 + \dots\right)\right] \quad (3.74)$$

À medida que  $k \rightarrow \infty$ , tem-se:

$$p(X \leq (1/k)^{1/c} y) = 1 - \exp^{-y^c} \quad (3.75)$$

A equação 3.75 corresponde à FAP da distribuição de Weibull.

Os valores limite de  $\sqrt{\beta_1}$  e  $\beta_2$  no diagrama de quociente de momentos podem ser calculados fazendo-se  $c \rightarrow \infty$  (RODRIGUEZ, 1977). Assim:

$$\lim_{c \rightarrow \infty} \lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt{\beta_1} = \frac{\Gamma^{(3)}(1) + 3\gamma\Gamma''(1) - 2\gamma^3}{[\Gamma''(1) - \gamma^2]^{3/2}} \approx -1,14 \quad (3.76)$$

$$\lim_{c \rightarrow \infty} \lim_{k \rightarrow \infty} \beta_2 = \frac{\Gamma^{(4)}(1) - 4\gamma\Gamma^{(3)}(1) + 6\gamma^2\Gamma''(1) - 3\gamma^4}{[\Gamma''(1) - \gamma^2]^2} \approx 5,35 \quad (3.77)$$

nas quais:

$$\Gamma(1) = 1 \quad (3.78)$$

$$\Gamma'(1) = \psi(1) = -\gamma \quad (3.79)$$

$$\Gamma''(1) = \gamma^2 + \zeta(2) = \gamma^2 + \pi^2/6 \quad (3.80)$$

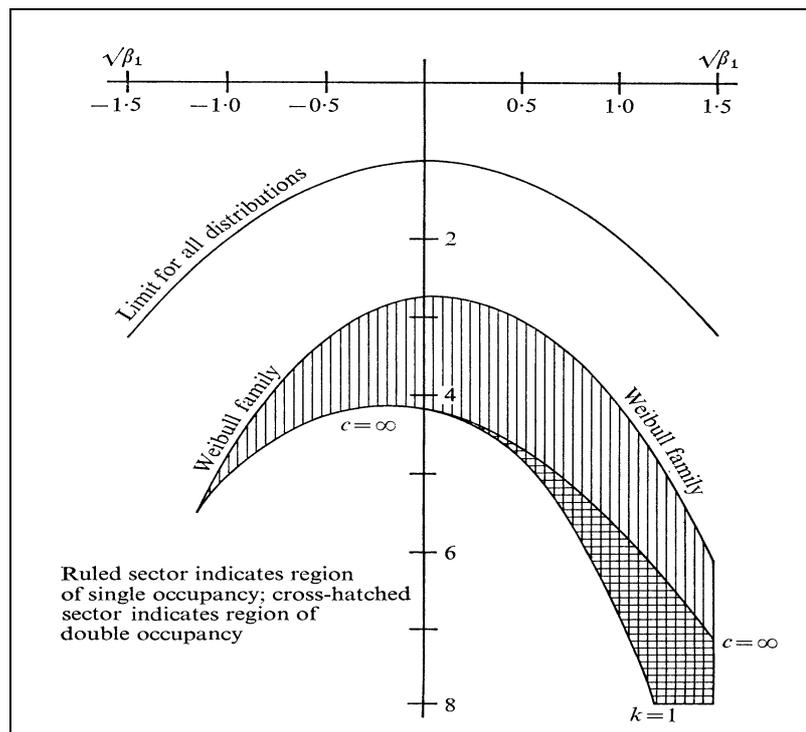
$$\Gamma^{(3)}(1) = -\gamma^3 - 3\gamma\zeta(2) - 2\zeta(3) \quad (3.81)$$

$$\Gamma^{(4)}(1) = \gamma^4 + 6\gamma^2\zeta(2) + 3\zeta^3(2) + 8\gamma\zeta(3) + 6\zeta(4) \quad (3.82)$$

Nas equações 3.77 a 3.82,  $\psi(z)$  representa a função di-gama,  $\gamma = 0,57722$  é a constante de Euler e  $\zeta(z)$  é a função zeta de Riemann (RODRIGUEZ, 1977).

A curva  $c \rightarrow \infty$  compõe parte do limite superior da distribuição Burr XII, além de passar pelo ponto correspondente à distribuição logística  $(\sqrt{\beta_1} = 0, \beta_2 = 4,2)$  e se aproximar assintoticamente da curva de Weibull à medida que  $k \rightarrow 0$ . Na região abaixo da curva  $c \rightarrow \infty$ , cada ponto  $(\sqrt{\beta_1}, \beta_2)$  corresponde a um único par de valores dos parâmetros  $(c, k)$  e assim a uma única distribuição. Acima da curva citada, há duas distribuições: uma para  $c > 3,6$  e outra para  $c < 3,6$  (RODRIGUEZ, 1977). O restante da curva limite superior da distribuição Burr XII é definido pelo conjunto de curvas com  $k = 1$  e  $c > 4$ . Os resultados apresentados neste parágrafo podem ser visualizados na figura 3.6.

Ainda segundo Rodriguez (1977), pode-se verificar no diagrama da figura 3.5 que a distribuição Burr XII cobre parte das áreas relativas às distribuições Pearson tipo I, II, III, IV e VI e o ponto correspondente à distribuição normal. O trabalho de Rodriguez (1977) é ainda hoje considerado uma referência na análise de flexibilidade da distribuição Burr XII, sendo citado por autores como Wang *et al.* (1995), Watkins (1999) e Shao *et al.* (2004, 2009).



**Figura 3.6** – Região ocupada pela distribuição Burr XII no diagrama  $(\sqrt{\beta_1}, \beta_2)$ . Fonte: Rodriguez (1977)

### 3.3.2 A distribuição Burr XII estendida

#### 3.3.2.1 Introdução

Em busca de maior flexibilidade e qualidade de ajuste em modelagens hidrológicas, Shao *et al.* (2004) sugeriram a seguinte reparametrização da função acumulada de probabilidades da distribuição Burr XII original:

$$\beta = -1/k \quad (3.83)$$

$$\lambda = -b/\beta^{1/c} \quad (3.84)$$

A função acumulada de probabilidades assim obtida foi denominada Burr XII estendida e é dada pelas equações:

$$F_{EBXII}(x, c, \beta, \lambda) = 1 - \left[ 1 - \beta \left( \frac{x}{\lambda} \right)^c \right]^{1/\beta}, \quad \beta \neq 0 \quad (3.85)$$

$$F_{EBXII}(x, c, \lambda) = 1 - \exp^{-(x/\lambda)^c}, \quad \beta = 0$$

A função densidade de probabilidade é dada por:

$$f_{EBXII}(x, c, \beta, \lambda) = c\lambda^{-1} \left( \frac{x}{\lambda} \right)^{c-1} \left[ 1 - \beta \left( \frac{x}{\lambda} \right)^c \right]^{\frac{1}{\beta}-1}, \quad \beta \neq 0 \quad (3.86)$$

$$f_{EBXII}(x, c, \lambda) = c\lambda^{-1} \left( \frac{x}{\lambda} \right)^{c-1} \exp^{-(x/\lambda)^c}, \quad \beta = 0$$

Assim como a distribuição Burr XII original, sua versão estendida possui algumas propriedades bastante úteis. Em primeiro lugar, a distribuição é capaz de gerar uma ampla gama de combinações de assimetria e curtose, o que lhe confere grande flexibilidade no ajuste de dados. Além disso, equações explícitas para momentos e quantis são facilmente obtidas. Entretanto, enquanto o parâmetro  $\beta$  é obrigatoriamente positivo na função original, na versão

estendida o mesmo pode assumir qualquer valor no intervalo  $(-\infty, +\infty)$ . Esse fato faz com que a cauda superior da distribuição tenha comportamentos distintos, em função do sinal de  $\beta$ . Se  $\beta < 0$ , a função densidade de probabilidade é definida no intervalo  $(0, +\infty)$ ; caso  $\beta > 0$ , a função é definida somente no intervalo  $(0, \lambda/\beta^{1/c})$ . Por fim, se  $\beta = 0$ , a função corresponde à distribuição de Weibull.

Shao *et al.* (2004) utilizaram a distribuição Burr XII estendida na modelagem de máximos anuais e séries de duração parcial em um conjunto de bacias chinesas. Os autores demonstraram que a referida distribuição forneceu ajustes melhores que distribuições de uso corrente, como log-Pearson III, para máximos anuais, e Pareto, para séries de duração parcial.

Nos itens seguintes são demonstradas as relações da distribuição Burr XII estendida com algumas distribuições de uso frequente e são apresentadas as equações para estimação de parâmetros pelo método dos momentos, máxima verossimilhança e momentos-L. Além disso, será apresentada uma análise dos efeitos de variações dos parâmetros da distribuição em curvas de permanência.

### 3.3.2.2 Relação com a distribuição generalizada de Pareto

A distribuição generalizada de Pareto (GPD) foi proposta por Pickands (1975, *apud* Shao, 2004) e tem sido amplamente utilizada na análise de frequência de séries de duração parcial, também conhecidas como séries de picos acima de um limiar (“*peaks over thresholds*”). A GPD constitui a distribuição limite à medida que o limiar considerado aumenta.

No caso especial em que  $c = 1$  e  $\alpha = \lambda$ , a função acumulada de probabilidades da distribuição Burr XII é dada por:

$$F(x, \beta, \lambda) = 1 - \left( 1 - \beta \left( \frac{x}{\alpha} \right) \right)^{1/\beta}, \quad \beta \neq 0 \tag{3.87}$$

$$F(x, \beta, \lambda) = 1 - \exp\left(-\frac{x}{\alpha}\right), \quad \beta = 0$$

A equação 3.87 corresponde à função acumulada de probabilidades da distribuição generalizada de Pareto (GPD). Pode-se visualizar a relação existente entre as distribuições com auxílio de uma transformação Box-Cox simplificada do tipo  $x \rightarrow x^{1/c}$ , por meio da qual a GPD se torna a distribuição Burr XII estendida, com  $\lambda = \alpha^{1/c}$  (SHAO *et al.*, 2004).

### 3.3.2.3 Relação com a distribuição log-logística

No caso especial em que  $\beta = -1$ , a função acumulada de probabilidades da distribuição Burr XII é dada por:

$$F_{EBXII}(x, c, \beta, \lambda) = 1 - \left[ 1 - \beta \left( \frac{x}{\lambda} \right)^c \right]^{-1} \quad (3.88)$$

A equação 3.88 corresponde a uma função acumulada de probabilidades da distribuição log-logística (LL). Pode-se visualizar a relação existente entre as distribuições por meio de uma transformação potência de Lehman  $F(x) \rightarrow 1 - [1 - F(x)]^k$ , com  $k = 1/\beta$ , por meio da qual a distribuição log-logística se torna a distribuição Burr XII estendida (SHAO *et al.*, 2004).

### 3.3.2.4 Relação com a distribuição generalizada de valores extremos

A distribuição generalizada de valores extremos (GEV) relaciona-se com a GPD por meio da seguinte relação (REISS e THOMAS, 2001 *apud* SHAO *et al.*, 2004):

$$F_{GP}(\cdot) = 1 + \log F_{GEV}(\cdot) \quad (3.89)$$

Da expressão acima, é possível perceber que as distribuições GPD e GEV possuem caudas superiores similares (SHAO *et al.*, 2004). Conforme mostrado anteriormente, a GPD constitui um caso limite da distribuição Burr XII estendida e, assim, esta última pode ser utilizada como uma opção mais flexível na aproximação da GEV (SHAO *et al.*, 2004).

### 3.3.2.5 Estimação de parâmetros

Dentre os diversos métodos de estimação de parâmetros, serão tratados na presente dissertação o método dos momentos, o método de máxima verossimilhança e o método dos momentos L.

### *Método dos momentos (MOM)*

O método dos momentos consiste em igualar os momentos populacionais aos momentos amostrais, de forma que a solução do sistema de equações gerado forneça os parâmetros da distribuição de probabilidades.

O momento de ordem  $r$ , em relação à origem, da distribuição Burr XII estendida é dado por:

$$\mu_r = E(X^r) = \frac{\lambda^r}{(-\beta)^{\frac{r}{c}}} \frac{\Gamma\left(-\frac{1}{\beta} - \frac{r}{c}\right) \Gamma\left(\frac{r}{c} + 1\right)}{\Gamma\left(-\frac{1}{\beta}\right)}, \beta < 0$$
$$\mu_r = E(X^r) = \lambda^r \Gamma\left(\frac{r}{c} + 1\right), \beta = 0 \tag{3.90}$$
$$\mu_r = E(X^r) = \frac{\lambda^r}{\beta^{\frac{r}{c}+1}} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{\beta}\right) \Gamma\left(\frac{r}{c} + 1\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\beta} + \frac{r}{c} + 1\right)}, \beta > 0$$

A condição  $\beta > -c/r$  é necessária para a existência do momento de ordem  $r$  se  $\beta < 0$ .

Esse método, apesar da simplicidade de aplicação, produz, de maneira geral, estimadores de qualidade inferior a outros métodos de estimação de parâmetros, em especial para distribuições de três ou mais parâmetros (NAGHETTINI e PINTO, 2007).

### *Método da máxima verossimilhança (MVS)*

O método de máxima verossimilhança consiste em maximizar uma função dos parâmetros  $\theta_j$  de uma distribuição, denominada função de verossimilhança. A solução do sistema gerado para a condição de máximo da citada função em relação a cada parâmetro da distribuição produz os estimadores de máxima verossimilhança.

De modo formal, para um conjunto de observações de uma amostra aleatória simples  $y_1, \dots, y_n$ , retirado de uma população que segue a densidade  $f_Y(y_i, \theta_1, \dots, \theta_k)$ , a função densidade conjunta, constituída por  $Y_1, \dots, Y_n$ , é dada por:

$$f_{Y_1, \dots, Y_n}(y_1, \dots, y_n) = f_Y(y_1)f_Y(y_2) \dots f_Y(y_n) \quad (3.91)$$

Essa densidade conjunta é proporcional à probabilidade de que a referida amostra tenha sido extraída da população definida por  $f_Y(y_i, \theta_1, \dots, \theta_k)$ . Essa probabilidade define a função de verossimilhança, dada pela expressão abaixo:

$$L(\theta_1, \dots, \theta_k) = \prod_{i=1}^n f_Y(y_i, \theta_1, \dots, \theta_k) \quad (3.92)$$

Os valores dos parâmetros que maximizam a função de verossimilhança são aqueles que maximizam a probabilidade de que especificamente a amostra  $Y_1, \dots, Y_n$  tenha sido sorteada da população. Para a condição de máximo tem-se:

$$\frac{\partial L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)}{\partial \theta_j} = 0; \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (3.93)$$

É usual o emprego da função logaritmo de verossimilhança  $\ln[L(\theta)]$ , de modo a facilitar a construção do sistema de equações dado pela equação 3.93. A função de verossimilhança da distribuição Burr XII estendida, em sua forma logarítmica, é dada por:

$$l(x, c, \beta, \lambda) = n \log(c/\lambda) + (c-1) \sum_{i=1}^n \log(x_i/\lambda) + (1-\beta) \sum_{i=1}^n \log[1 - \beta(x_i/\lambda)^c]^{1/\beta} \quad (3.94)$$

com um limite dado por:

$$l(x, c, 0, \lambda) = n \log(c/\lambda) + (c-1) \sum_{i=1}^n \log(x_i/\lambda) - \sum_{i=1}^n \log(x_i/\lambda)^c \quad (3.95)$$

A equação 3.95 corresponde à função de verossimilhança da distribuição de Weibull, em sua forma logarítmica.

O método de máxima verossimilhança produz estimadores de menor variância quando comparados ao método dos momentos, embora a solução do sistema de equações gerado geralmente necessite de maior esforço computacional (NAGHETTINI e PINTO, 2007).

### Método dos Momentos L (MML)

O método MML é baseado na utilização dos momentos ponderados por probabilidades introduzidos por Greenwood *et al.* (1979, *apud* Naghettini e Pinto, 2007) e dados pela seguinte expressão geral:

$$M_{p,r,s} = E[X^p [F_X(x)]^r [1 - F_X(x)]^s] = \int [x(F)^p] F^r (1 - F)^s dF \quad (3.96)$$

na qual  $x(F)$  denota a função de quantis, e  $p$ ,  $r$  e  $s$  representam números reais.

Quando  $r$  e  $s$  são nulos e  $p$  é um número não negativo, os MPP's  $M_{p,0,0}$  correspondem aos momentos convencionais  $\mu'_p$ , de ordem  $p$ , em relação à origem.

Os MPP's  $M_{1,0,s}$  e  $M_{1,r,0}$  apresentam grande utilidade na caracterização de distribuições de probabilidades (NAGHETTINI e PINTO, 2007). Tais MPP's são dados, respectivamente, por:

$$M_{1,0,s} = \alpha_s = \int_0^1 x(F)(1 - F)^s dF \quad (3.97)$$

$$M_{1,r,0} = \beta_r = \int_0^1 x(F)F^r dF \quad (3.98)$$

No caso da distribuição Burr XII estendida, o MPP populacional de ordem  $s$  é dado por:

$$M_{1,0,s} = \frac{\lambda}{(-\beta)^{\frac{1}{c}+1}} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{c}+1\right)\Gamma\left(-\frac{(s+1)}{\beta} - \frac{1}{c}\right)}{\Gamma\left(-\frac{(s+1)}{\beta} + 1\right)}, \beta < 0$$
$$M_{1,0,s} = \frac{\lambda}{(s+1)^{\frac{1}{c}+1}} \Gamma\left(\frac{1}{c}+1\right), \beta = 0 \quad (3.99)$$

$$M_{1,0,s} = \frac{\lambda}{\beta^{\frac{1}{c}+1}} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{c}+1\right)\Gamma\left(\frac{s+1}{\beta}\right)}{\Gamma\left(\frac{s+1}{\beta} + \frac{1}{c} + 1\right)}, \beta > 0$$

Hosking (1986, *apud* Naghettini e Pinto, 2007) mostrou que  $\alpha_s$  e  $\beta_r$  possuem generalidade suficiente para serem utilizados na estimação de parâmetros de distribuições, além de serem mais robustos que os momentos convencionais. Para uma amostra ordenada de maneira crescente, estimativas não enviesadas dos referidos MPP's podem ser calculadas pelas seguintes expressões:

$$a_s = \hat{\alpha}_s = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\binom{N-i}{s}}{\binom{N-1}{s}} x_i \quad (3.100)$$

$$b_r = \hat{\beta}_r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\binom{N-i}{r}}{\binom{N-1}{r}} x_i \quad (3.101)$$

Embora passíveis de utilização na estimação de parâmetros, os MPP's  $\alpha_s$  e  $\beta_r$  não são de fácil interpretação como descritores de forma de distribuições de probabilidade. Diante disso, Hosking (1990, *apud* Naghettini e Pinto, 2007) introduziu o conceito de momentos L, que constituem grandezas diretamente interpretáveis de posição, escala, assimetria e curtose das distribuições. Os momentos de ordem  $r$  são dados por:

$$\lambda_r = (-1)^{r-1} \sum_{k=0}^{r-1} p_{r-1,k} \alpha_k = \sum_{k=0}^{r-1} p_{r-1,k} \beta_k \quad (3.102)$$

na qual  $p_{r-1,k} = (-1)^{r-k-1} \binom{r-1}{k} \binom{r+k-1}{k}$ .

A aplicação da equação 3.102 para os momentos-L, de ordem inferior a 4, resulta em (NAGHETTINI e PINTO, 2007):

$$\lambda_1 = \alpha_0 = \beta_0 \quad (3.103)$$

$$\lambda_2 = \alpha_0 - 2\alpha_1 = 2\beta_1 - \beta_0 \quad (3.104)$$

$$\lambda_3 = \alpha_0 - 6\alpha_1 + 6\alpha_2 = 6\beta_2 - 6\beta_1 + \beta_0 \quad (3.105)$$

$$\lambda_4 = \alpha_0 - 12\alpha_1 + 30\alpha_2 - 20\alpha_4 = 20\beta_3 - 30\beta_2 + 12\beta_1 - \beta_0 \quad (3.106)$$

### 3.3.2.6 A utilização da distribuição Burr XII estendida na modelagem de curvas de permanência

Expressando a curva de permanência como a função acumulada de probabilidades da distribuição Burr XII estendida, tem-se:

$$\left(\frac{p}{\tau}\right) = 1 - \left\{ 1 - \left[ 1 - \beta(Q_p/\lambda)^c \right]^{1/\beta} \right\}, \beta \neq 0 \quad (3.107)$$

$$\left(\frac{p}{\tau}\right) = 1 - \left[ 1 - \exp^{-(Q_p/\lambda)^c} \right], \beta = 0$$

nas quais  $Q_p$  representa o quantil relacionado à permanência  $p$ .

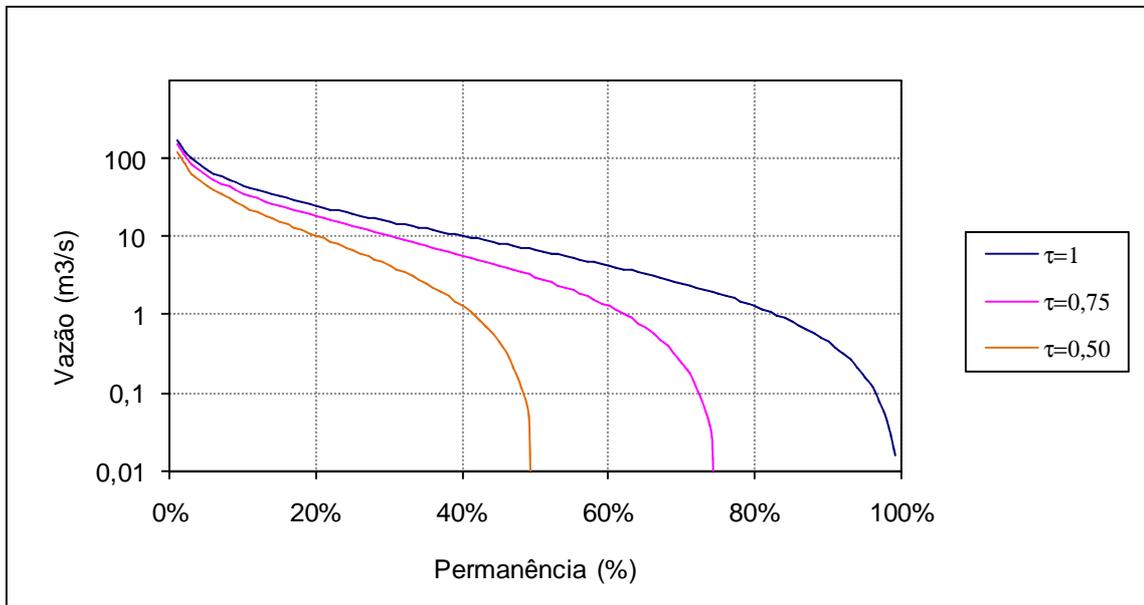
Fazendo  $\alpha = 1/c$  e rearranjando os termos da equação 3.107, tem-se:

$$Q_p = \lambda \left[ \frac{1 - (p/\tau)^\beta}{\beta} \right]^\alpha, \beta \neq 0 \quad (3.108)$$

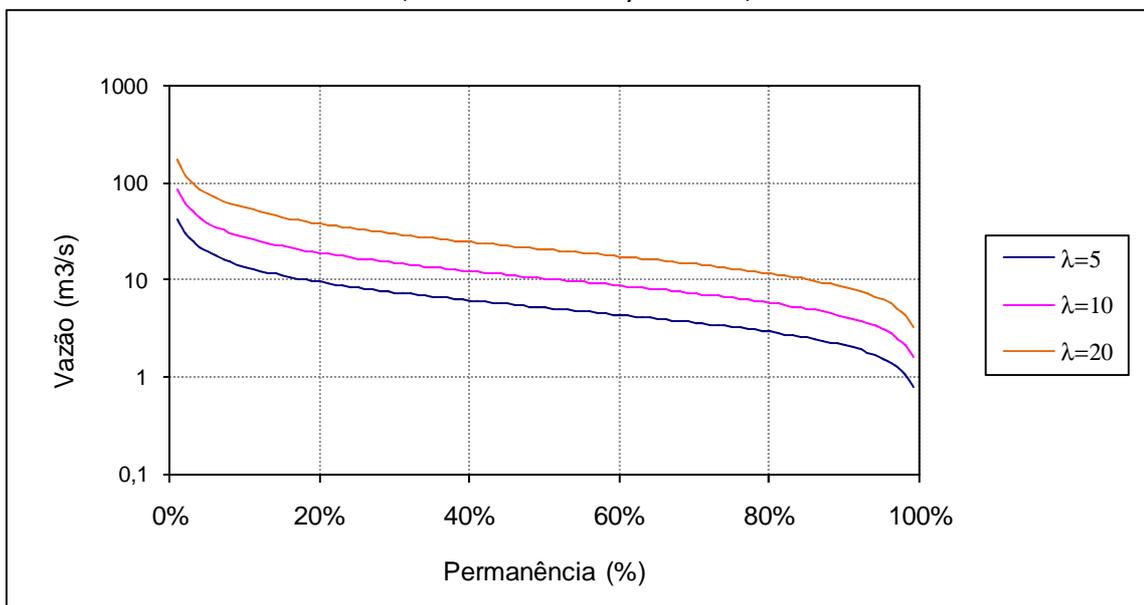
$$Q_p = \lambda \left[ -\ln\left(\frac{p}{\tau}\right) \right]^\alpha, \beta = 0$$

Para subsidiar a construção de modelos regionais de curvas de permanência é conveniente realizar uma análise das alterações observadas nas FDC's em função de variações nos valores dos parâmetros da distribuição Burr XII estendida e, dessa maneira, identificar as características da bacia que possuam maior relação física com os mesmos.

O parâmetro  $\tau$ , relacionado ao percentual do tempo em que as vazões são nulas no curso d'água, altera a posição do ponto extremo à direita da FDC. Já o parâmetro de escala  $\lambda$  faz com que os valores dos quantis  $Q_p$  se alterem proporcionalmente. Tais efeitos são ilustrados nas figuras 3.7 e 3.8, respectivamente.



**Figura 3.7** – Efeito da variação do parâmetro  $\tau$  na curva de permanência ( $\lambda = 10$ ;  $\alpha = 1,4$ ;  $\beta = -0,2$ )



**Figura 3.8** – Efeito da variação do parâmetro  $\lambda$  na curva de permanência ( $\alpha = 0,4$ ;  $\beta = -1,2$ )

Os efeitos de variações dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ , que determinam a forma da FDC, são mais complexos e serão tratados mais detalhadamente. Derivando-se a FDC em relação a  $\alpha$ , tem-se:

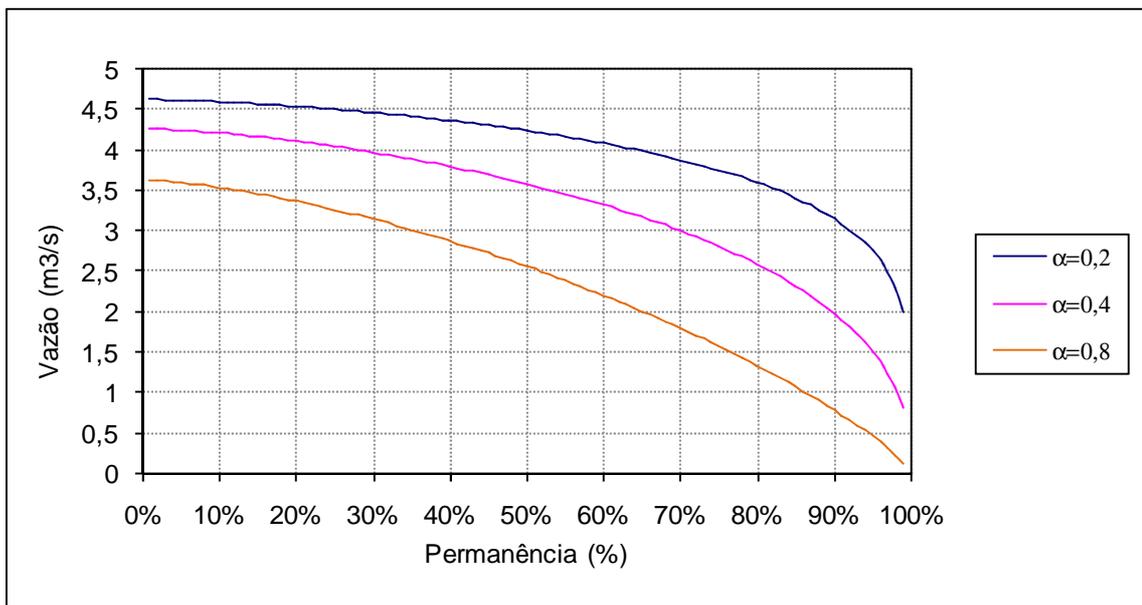
$$\frac{\partial Q_p}{\partial \alpha} = \lambda \left[ \frac{1 - (p/\tau)^\beta}{\beta} \right]^\alpha \ln \left[ \frac{1 - (p/\tau)^\beta}{\beta} \right] \quad (3.109)$$

O sinal da derivada depende exclusivamente do sinal do último termo da equação 3.109. Se

$\beta \geq 1$ ,  $\ln \left[ \frac{1 - (p/\tau)^\beta}{\beta} \right] \leq 0$  e assim a vazão para uma dada permanência é uma função

decrecente de  $\alpha$ . Além disso, o aumento do valor de  $\alpha$  faz com que o termo  $\left[ \frac{1 - (p/\tau)^\beta}{\beta} \right]^\alpha$

decreça mais rapidamente e assim a curva de permanência se torna mais íngreme, como mostra a figura 3.9.

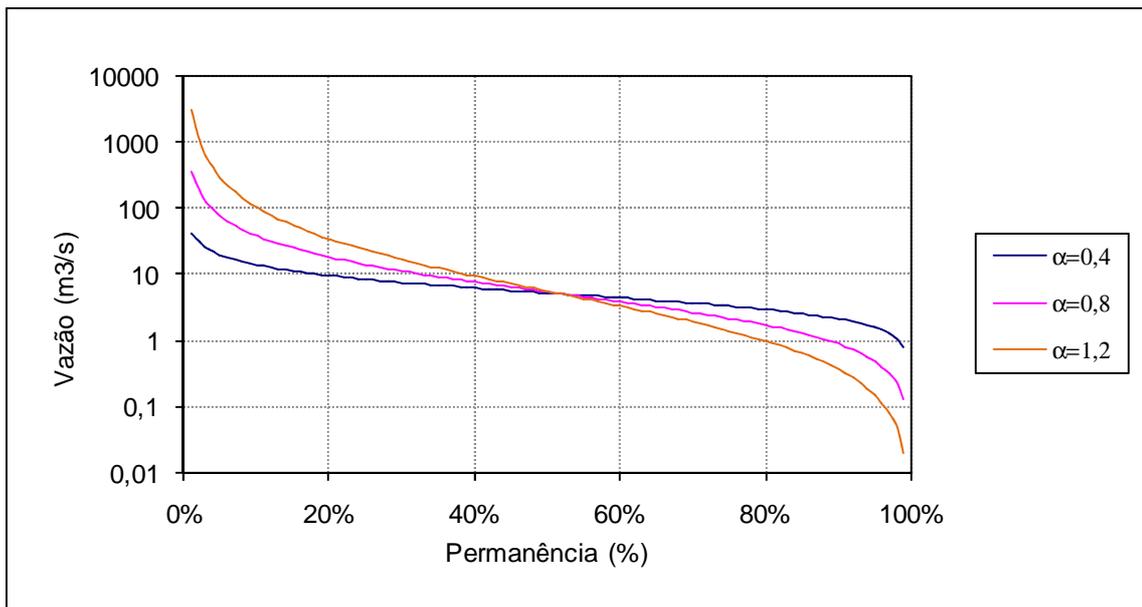


**Figura 3.9** – Efeito da variação do parâmetro  $\alpha$  na curva de permanência ( $\lambda = 5$ ;  $\beta = 1,5$ )

Se  $\beta < 1$ , a derivada se anula quando o termo  $\frac{1 - (p/\tau)^\beta}{\beta} = 1$ . Para valores de permanência

maiores que  $\tau(1 - \beta)^{\frac{1}{\beta}}$ , os valores possíveis para o termo  $\frac{1 - (p/\tau)^\beta}{\beta}$  se encontram no

intervalo  $(0,1)$  e, assim,  $\frac{\partial Q_p}{\partial \alpha} < 0$ . Por outro lado, para valores de permanência menores que  $\tau(1-\beta)^{\frac{1}{\beta}}$ , o termo  $\frac{1-(p/\tau)^\beta}{\beta}$  é sempre maior que 1 e, assim,  $\frac{\partial Q_p}{\partial \alpha} > 0$ . Portanto, para um dado valor de  $\beta$ , a variação de  $\alpha$  faz com que a curva de permanência “gire” em torno do ponto fixo correspondente a  $p = \tau(1-\beta)^{\frac{1}{\beta}}$  (SHAO *et al.*, 2009), conforme ilustra a figura 3.10.



**Figura 3.10** – Efeito da variação do parâmetro  $\alpha$  na curva de permanência ( $\lambda = 5$ ;  $\beta = -1,2$ )

Se  $\beta = 0$ , tem-se:

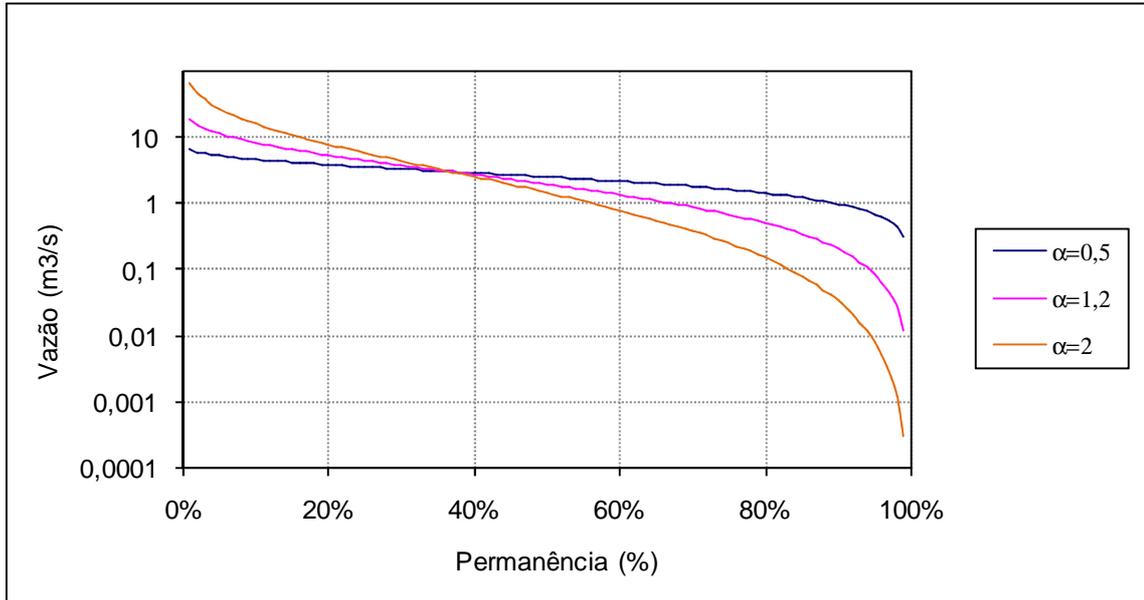
$$\frac{\partial Q_p}{\partial \alpha} = \lambda [-\ln(p/\tau)]^\alpha \ln[-\ln(p/\tau)] \quad (3.110)$$

O sinal da derivada depende assim do comportamento do termo  $-\ln(p/\tau)$ . Para valores de permanência maiores que  $\frac{\tau}{e}$ , onde  $e$  é a constante de Euler, os valores possíveis para o termo

$-\ln(p/\tau)$  se encontram sempre no intervalo  $(0,1)$  e, assim,  $\frac{\partial Q_p}{\partial \alpha} < 0$ . Para valores de

permanência menores que  $\frac{\tau}{e}$ , o termo  $-\ln(p/\tau)$  é sempre maior que 1 e, assim,  $\frac{\partial Q_p}{\partial \alpha} > 0$ .

Dessa forma, a variação de  $\alpha$  faz com que a curva de permanência “gire” em torno de um ponto fixo dado por  $p = \frac{\tau}{e}$  (SHAO *et al.*, 2009), conforme mostra a figura 3.11.



**Figura 3.11** – Efeito da variação do parâmetro  $\alpha$  na curva de permanência. ( $\lambda = 3$ )

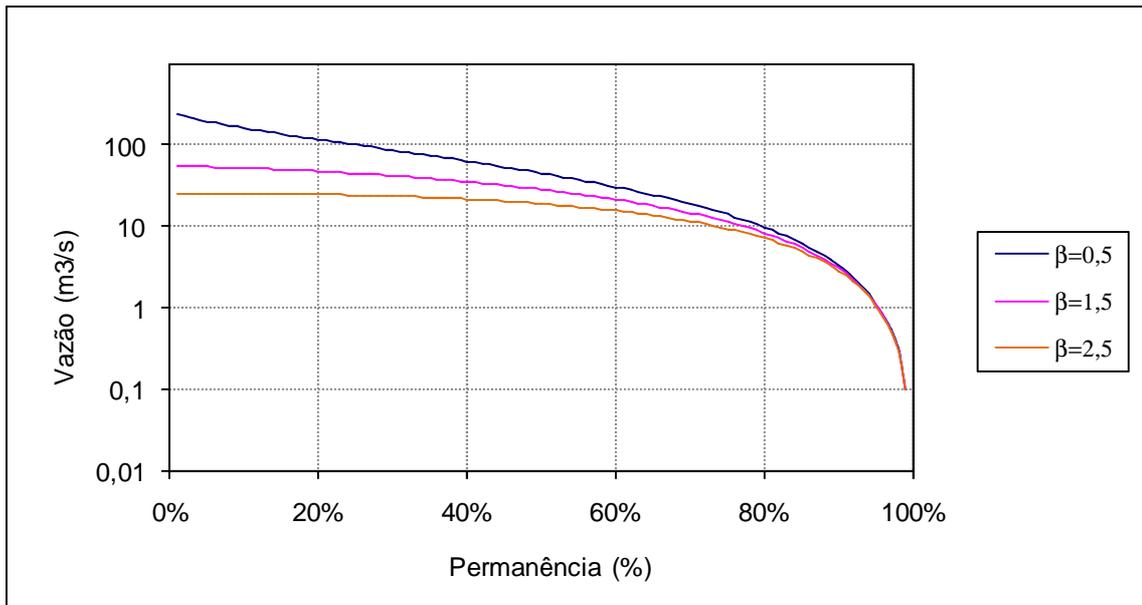
Derivando-se a FDC em relação a  $\beta$ , tem-se:

$$\frac{\partial Q_p}{\partial \beta} = -\lambda \alpha \beta^{-2} \left[ \frac{1 - (p/\tau)^\beta}{\beta} \right]^{\alpha-1} \left[ 1 + (p/\tau)^\beta \ln(p/\tau)^\beta - (p/\tau)^\beta \right], \beta \neq 0 \quad (3.111)$$

A influência do parâmetro  $\beta$  na FDC pode ser avaliada por meio do termo entre colchetes. Se  $\beta > 0$ , o referido termo cresce a partir de zero, quando  $\beta \rightarrow 0$ , e atinge um limite igual a 1

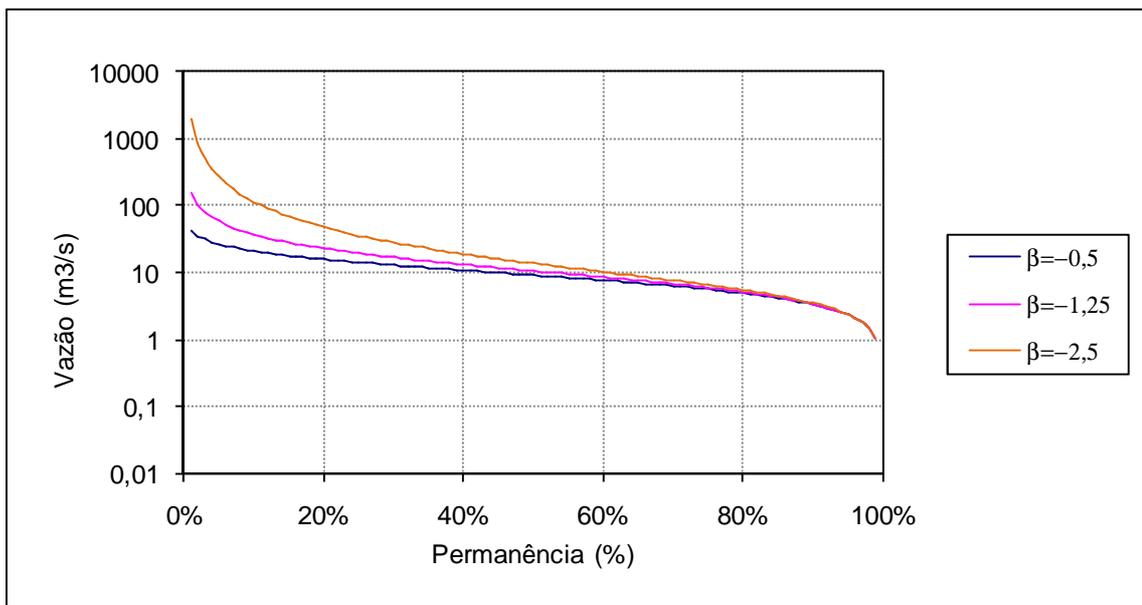
quando  $\beta \rightarrow +\infty$ . Assim,  $\frac{\partial Q_p}{\partial \beta} < 0$ , e a vazão é uma função decrescente de  $\beta$ . Tal situação é

ilustrada na figura 3.12.



**Figura 3.12** – Efeito da variação do parâmetro  $\beta$  na curva de permanência ( $\lambda = 100$ ;  $\alpha = 1,5$ )

Para  $\beta < 0$ , o termo entre colchetes assume somente valores positivos e cresce indefinidamente quando  $\beta \rightarrow -\infty$ . Assim, para  $\frac{\partial Q_p}{\partial \beta} < 0$  e também para  $\beta < 0$ , a redução de  $\beta$  torna a FDC mais íngreme. O parâmetro  $\beta$  influencia fortemente a região de vazões altas da FDC, conforme ilustra a figura 3.13.



**Figura 3.13** – Efeito da variação do parâmetro  $\beta$  na curva de permanência ( $\lambda = 10$ ;  $\alpha = 0,5$ )

### **3.4 Modelos chuva-vazão**

#### **3.4.1 Introdução**

Modelos chuva-vazão têm sido amplamente utilizados em análises hidrológicas, tais como procedimentos de regionalização, extensão de séries temporais de vazões, avaliação da resposta hidrológica de bacias a alterações climáticas e de uso do solo, determinação de cheias de projeto, avaliação de estratégias de gestão de recursos hídricos, dentre outros (WAGENER *et al.*, 2004). Para o completo entendimento de um modelo chuva-vazão, alguns aspectos da modelagem matemática em geral devem ser observados, principalmente aqueles relacionados à caracterização dos modelos. Em geral, os modelos são classificados de acordo com a escala temporal, escala espacial, natureza dos processos envolvidos e estrutura (PINHEIRO, 2009).

Com relação à escala temporal, os modelos podem ser contínuos ou de eventos isolados. No primeiro caso, utilizam-se séries contínuas de vazões, precipitações e/ou evapotranspiração, independentemente do intervalo de tempo adotado, para realizar as simulações desejadas. No segundo caso, os modelos simulam a resposta de uma bacia a um evento pré-determinado, tal como uma chuva de projeto

Com relação à escala espacial, os modelos podem ser concentrados ou distribuídos. No primeiro caso, a bacia hidrográfica é tratada como uma única unidade espacial, e as variações dos fenômenos modelados no espaço são desconsideradas nas análises. Já para um modelo distribuído, a bacia é dividida em várias unidades espaciais, e os fenômenos são modelados como funções do espaço e do tempo.

Quanto à natureza dos processos, pode-se classificar os modelos como estocásticos, determinísticos ou híbridos. Modelos estocásticos são aqueles em que a teoria de probabilidades é introduzida na formulação do problema. Modelos determinísticos são regidos por leis físicas específicas, que não envolvem a teoria de probabilidades. Modelos híbridos combinam processos estocásticos e determinísticos (PINHEIRO, 2009).

Finalmente, quanto à estrutura, os modelos podem ser empíricos, conceituais ou paramétricos, ou fisicamente fundamentados. Modelos empíricos são aqueles em que os valores simulados são relacionados às séries observadas por meio de funções que não possuem relação física com o fenômeno descrito (TUCCI, 1998). A estrutura do modelo e os valores dos parâmetros

são deduzidas das séries temporais disponíveis, não exigindo nenhum conhecimento *a priori* do comportamento da bacia e dos processos de formação do escoamento. Em geral, modelos empíricos são concentrados e não são adequados, ao menos em teoria, para procedimentos de transferência espacial de informações relacionadas às séries de vazões (WAGENER *et al.*, 2004).

Modelos conceituais são aqueles cuja estrutura é definida segundo um entendimento prévio de como o processo hidrológico ocorre. A representação dos processos é freqüentemente realizada com auxílio de reservatórios fictícios. Tais reservatórios são alimentados por processos como precipitação e infiltração, e exauridos por evapotranspiração e escoamentos superficial, sub-superficial e subterrâneo. Os parâmetros do modelo descrevem as propriedades de armazenamento dos reservatórios, e seus valores são obtidos por meio de calibração. A maioria dos modelos conceituais é do tipo concentrado, embora não seja incomum a utilização de modelos distribuídos, nos quais é realizada a discretização espacial da bacia (WAGENER *et al.*, 2004).

Um dos inconvenientes dos modelos conceituais é que, de modo geral, um grande número de processos físicos é agregado em um único parâmetro, fazendo com que o mesmo não possa ser obtido diretamente por meio de medições de campo e não possua significado físico claramente definido.

Para os modelos fisicamente fundamentados, assume-se que o grau de realismo físico dos processos a serem simulados é suficiente para relacionar os parâmetros do modelo a características físicas das bacias, eliminando-se a necessidade de calibração. Em geral, este tipo de modelo baseia-se em equações como a conservação de massa, energia e quantidade de movimento. Os principais inconvenientes dos modelos fisicamente fundamentados são a necessidade de grande quantidade de dados, problemas relacionados à diferença entre as escalas dos dados medidos, dos processos e dos parâmetros do modelo e, freqüentemente, super-parametrização (WAGENER *et al.*, 2004).

Na presente dissertação, será conferido destaque à utilização de modelos conceituais concentrados, uma vez que, de acordo com Wagener *et al.* (2004), tais modelos são suficientes para a estimação da síntese hidrológica de uma bacia.

A obtenção dos parâmetros de modelos chuva-vazão conceituais constitui uma etapa crítica da modelagem. O processo de seleção dos parâmetros é denominado calibração, a qual pode ser manual ou automática. No primeiro caso, é realizado um processo de tentativa e erro, de forma que, após cada ajuste dos parâmetros, os hidrogramas simulado e observado sejam comparados visualmente (PINHEIRO, 2009).

A calibração automática utiliza técnicas computacionais de otimização para obtenção dos parâmetros do modelo chuva-vazão. Para tanto, os algoritmos fazem uso das chamadas funções objetivo, que são equações que realizam o cálculo da diferença numérica entre os dados de saída do modelo e os dados oriundos do monitoramento da estação fluviométrica.

Uma das principais dificuldades encontradas na utilização de modelos chuva-vazão conceituais é a obtenção dos parâmetros em bacias desprovidas de monitoramento. Segundo Wagener *et al.* (2004), duas abordagens são frequentemente utilizadas para contornar esse problema. A primeira é fundamentada na relação física entre os parâmetros e características da bacia em estudo. Neste caso, a definição dos parâmetros pode ser realizada de forma direta ou por meio de equações empíricas. Nos estudos avaliados por Pinheiro (2009), os parâmetros do modelo chuva-vazão são relacionados especialmente a características dos solos da bacia.

A segunda abordagem corresponde à regionalização de parâmetros. Neste caso, os parâmetros do modelo são relacionados estatisticamente a características físicas das bacias hidrográficas em estudo. A estratégia principal dessa abordagem consiste em se calibrar um modelo com estrutura específica, denominada estrutura do modelo local, para quantas bacias hidrográficas for possível, e derivar as relações estatísticas entre os parâmetros locais e características das bacias, constituindo assim a estrutura do modelo regional. Tais relações podem então ser aplicadas a bacias sem monitoramento, desde que essas apresentem comportamento hidrológico semelhante ao das bacias utilizadas na construção do modelo regional. É conveniente que as características das bacias utilizadas no procedimento de regionalização sejam facilmente obtidas para as bacias não monitoradas. Dentre tais características são de uso corrente a área de drenagem, o comprimento do curso d'água principal, a declividade equivalente e o desnível total do talvegue, a densidade de drenagem, e os coeficientes de forma e compacidade da bacia.

Wagener *et al.* (2004) preconizam ainda a utilização de métodos alternativos de regionalização, desenvolvidos em trabalhos recentes com intuito de contornar as limitações apresentadas pelo método de regionalização convencional, tais como a existência de vários conjuntos de parâmetros que geram respostas hidrológicas semelhantes e a conseqüente dificuldade de se atribuir um significado físico aos mesmos. Será tratado aqui unicamente o método indireto proposto por Yu e Yang (2000), uma vez que o mesmo será utilizado na etapa de calibração de parâmetros do modelo chuva-vazão da presente dissertação. Nesse método, os parâmetros do modelo são calibrados a partir de uma função, tal como curvas de permanência sintéticas deduzidas para bacias sem monitoramento. Essa metodologia será apresentada de maneira mais detalhada no tópico seguinte.

### **3.4.2 Calibração de parâmetros de modelos chuva-vazão a partir de curvas de permanência sintéticas**

Em estudos de regionalização, os parâmetros de modelos chuva-vazão são relacionados a características físicas, climáticas, morfológicas e hidrológicas das bacias hidrográficas. Os inconvenientes apresentados por essa metodologia são o grande número de parâmetros a serem regionalizados, a correlação existente entre eles, a dificuldade de relacioná-los aos atributos da bacia e a existência de múltiplos conjuntos paramétricos que fornecem resultados satisfatórios (VOGEL, 2006).

Com intuito de contornar estas dificuldades, Yu e Yang (2000) propuseram uma metodologia para calibração de parâmetros de modelos chuva-vazão utilizando curvas de permanência em lugar dos tradicionais hidrogramas. Nesse caso, são regionalizados quantis ou parâmetros da distribuição de probabilidades utilizada para modelar as FDC's, o que gera um número menor de equações e evita alguns dos problemas citados no parágrafo anterior.

Os autores utilizaram em seu estudo uma versão simplificada do modelo chuva-vazão HBV, desenvolvido pelo Instituto Hidrológico e Meteorológico da Suécia. A estrutura do modelo simplificado consiste em rotinas para balanço de umidade no solo, escoamento superficial e propagação de vazões em canais, sendo suprimida a rotina de acumulação e derretimento de neve presente no modelo original (PINHEIRO, 2009). O modelo utiliza intervalos diários para dados pluviométricos e fluviométricos e intervalos mensais para os dados evaporimétricos.

A calibração automática dos parâmetros do modelo HBV foi realizada com auxílio do algoritmo SCE (*Shuffled Complex Evolution*), desenvolvido por Duan *et al.* (1992 apud YU e YANG, 2000). A função objetivo utilizada é dada por:

$$OBJ = \sum_{i=1}^n \frac{|Q_{p_i}^{sim} - Q_{p_i}^{obs}|}{Q_{p_i}^{obs}} \quad (3.112)$$

na qual:

$Q_{p_i}^{sim}$  - vazão simulada correspondente à permanência  $i$ ; e

$Q_{p_i}^{obj}$  - vazão observada ou sintética correspondente à permanência  $i$ .

A avaliação das FDC's como ferramentas de calibração foi realizada em uma única estação fluviométrica, na qual a série de vazões foi dividida em períodos de calibração e validação. Os parâmetros obtidos na etapa de calibração foram utilizados para simular as vazões da etapa de validação. De posse dos resultados obtidos na comparação entre os hidrogramas observados e simulados, os autores concluíram que a FDC é uma ferramenta adequada na calibração de modelos chuva-vazão.

Para a construção do modelo regional de curvas de permanência, os autores utilizaram 8 estações fluviométricas em uma região homogênea da bacia do rio Gao-Ping, localizada em Taiwan. Duas estações fluviométricas foram utilizadas para validação do modelo regional. Os dados climatológicos utilizados no modelo chuva-vazão foram obtidos de 9 estações pluviométricas e 4 estações evaporimétricas. As curvas de permanência empíricas foram construídas para cada uma das 8 estações. Em cada curva, foram selecionadas as vazões correspondentes a 10 permanências notáveis e tais quantis foram objeto de regionalização.

Os autores então utilizaram as curvas sintéticas obtidas para as duas estações não utilizadas na construção do modelo regional para calibrar os parâmetros do modelo HBV. Os resultados foram avaliados com base na comparação entre os hidrogramas observados e simulados, das curvas de permanência observadas e simuladas, da relação entre os volumes simulados e observados em cada ano hidrológico e do coeficiente de determinação entre as vazões diárias observadas e simuladas, também a cada ano hidrológico.

Yu e Yang (2000) verificaram que a metodologia proposta é capaz de reproduzir as tendências observadas nos hidrogramas, com exceção das vazões de cheias, que apresentaram erros significativos. Os autores atribuíram esse fato a incertezas associadas às medições de vazões e à função objetivo utilizada, que não confere ênfase às vazões mais altas.

Na presente dissertação, as curvas de permanência sintéticas serão por meio através da regionalização dos parâmetros da distribuição Burr XII estendida. Tais curvas serão utilizadas na calibração do modelo Rio Grande, de maneira similar à proposta por Yu e Yang (2000). Será realizada ainda uma avaliação comparativa dos hidrogramas obtidos a partir das calibrações do modelo chuva vazão com curvas de permanência de longo termo e curvas anuais medianas, com intuito de se verificar o efeito dos períodos anormalmente úmidos ou secos presentes na FDC no conjunto de parâmetros obtidos.

### **3.4.3 O modelo Rio Grande**

O modelo Rio Grande de transformação chuva-vazão pode ser classificado como conceitual, determinístico, contínuo e semi-distribuído. O modelo é composto pelos módulos de produção, concentração e propagação em cursos d'água. Esses módulos são descritos detalhadamente nos próximos itens. Todas as informações foram obtidas do relatório desenvolvido por Naghettini *et al.* (2006) para o sistema de previsão de vazões de curto prazo da Companhia Energética de Minas Gerais (CEMIG).

#### **3.4.3.1 Módulo de produção**

O módulo de produção do modelo Rio Grande realiza o balanço de umidade do solo ao longo do tempo. Esse módulo é inteiramente baseado na conceitualização do modelo Xinanjiang, originalmente descrito por Zhao *et al.* (1980 *apud* Naghettini *et al.*, 2006). De acordo com os autores, a estrutura conceitual adotada no modelo Xinanjiang é adequada a regiões úmidas e semi-úmidas, possuindo forte analogia física com características da bacia.

As principais fases do módulo de produção do modelo Rio Grande são tratadas em detalhes a seguir.

### *Formação do escoamento*

A formação de escoamento no modelo Rio Grande somente se dá nas situações em o volume máximo de armazenamento de água capilar é superado. Em outras palavras, não ocorre escoamento antes que a umidade do solo em sua zona aerada alcance a chamada capacidade de campo. A partir desse ponto, todo o volume precipitado, exceto a evapotranspiração, é convertido em escoamento.

A capacidade de campo pode ser definida como o conteúdo de umidade presente em uma amostra de solo depois de completada a drenagem do excesso de água gravitacional. Esse volume de água fica retido no solo pela ação de forças capilares. Na estrutura do modelo Xinanjiang, uma parcela da capacidade de campo pode ser eliminada por meio da ação da evapotranspiração. Essa parcela é denominada capacidade de tensão capilar da água do solo.

O balanço de umidade no solo pode ser descrito resumidamente da seguinte forma:

- Antes de atingir a capacidade de campo:

$$P - E = WC_2 - WC_1 \quad (3.113)$$

- Depois de atingir a capacidade de campo:

$$P - E - R = WM - WC_1 \quad (3.114)$$

sendo:

$P$  - precipitação;

$E$  - evapotranspiração;

$R$  - escoamento;

$WM$  - capacidade de campo; e

$WC_1, WC_2$  - conteúdo de umidade do solo no início e no fim do intervalo, respectivamente.

### *Volume de escoamento*

As equações 3.113 e 3.114 representam o balanço de umidade em um dado ponto da bacia. Ao se avaliar toda a área de drenagem, no entanto, é necessário levar em consideração que a distribuição da capacidade de retenção capilar não é uniforme, o que faz com que a produção de escoamento varie de maneira significativa nos diversos pontos da bacia. Tendo tal fato em vista, foi empregada no modelo Rio Grande uma curva paramétrica para distribuição espacial da capacidade de retenção capilar, que indica a fração da área da bacia que alcança a capacidade de campo em função de um evento chuvoso e contribui assim para a formação de escoamento.

Os parâmetros que controlam a curva de distribuição espacial da capacidade de tensão são:

*WM* - capacidade de retenção capilar média espacial. Esse parâmetro constitui uma medida da aridez da bacia e varia entre 80 mm, em áreas úmidas, e 180 mm, em áreas semi-úmidas (NAGHETTINI *et al.*, 2006);

*B* - expoente da curva de distribuição espacial de retenção capilar, que representa uma medida da não-uniformidade da bacia. Zhao (1984 *apud* Naghettini *et al.*, 2006) sugere que *B* seja avaliado como uma função do tamanho da bacia, adotando-se os valores  $B = 0,1$  para bacias com até  $10\text{km}^2$  de área de drenagem e  $B = 0,4$  para áreas de alguns milhares de  $\text{km}^2$ ; e

*IMP* - fração de área impermeável da bacia. Para bacias rurais, de maneira geral,  $IMP > 0,02$ .

### *Escoamentos superficial, sub-superficial e subterrâneo*

Nos pontos da bacia em que a capacidade de retenção capilar é atingida, a introdução de qualquer suprimento adicional de água, aqui denominada água “livre”, dá origem ao escoamento. O escoamento pode ser dividido em três tipos distintos: superficial, sub-superficial e subterrâneo. A ocorrência de escoamento superficial se dá quando a umidade do solo atinge o máximo armazenamento de água gravitacional ou livre.

Em áreas permeáveis, o cálculo do escoamento superficial é realizado com auxílio de uma curva paramétrica de distribuição espacial de água livre. Essa curva determina a fração da

área da bacia que atinge o máximo armazenamento de água livre em função de um evento chuvoso, gerando assim escoamento superficial. No restante da área, onde o máximo armazenamento não é atingido, o suprimento adicional de água livre é convertido em escoamento sub-superficial e subterrâneo, cujas contribuições são determinadas pelos coeficientes  $KSS$  e  $KG$ , respectivamente. Em áreas impermeáveis, todo o escoamento gerado é superficial.

Os parâmetros introduzidos nessa fase são:

- $SM$ : capacidade média espacial de água livre, que controla a magnitude do escoamento superficial. Seu valor depende da profundidade da camada superficial de maior condutividade hidráulica, podendo assumir valores entre 10 mm, para solos rasos, e 50 mm ou mais para solos espessos e porosos;
- $EX$ : expoente da curva de distribuição espacial de capacidade de água livre. De maneira geral, seu valor situa-se entre 0,5 e 2;
- $KSS$ : coeficiente do fluxo diário do escoamento sub-superficial; e
- $KG$ : coeficiente do fluxo diário do escoamento subterrâneo.

### *Afluxos à rede de drenagem*

Esta fase representa o movimento da água oriunda das colunas de solo em direção ao sistema de drenagem. O componente superficial do escoamento flui diretamente aos elementos do sistema de drenagem, de forma muito mais rápida que as componentes sub-superficial e subterrânea. Para levar esse fato em consideração, no modelo Rio Grande as parcelas sub-superficial e subterrânea do escoamento são submetidas à propagação através de reservatórios lineares. O deflúvio total  $CIN$  é dado pela soma dos componentes superficial, sub-superficial e subterrâneo no intervalo de tempo considerado.

Os parâmetros introduzidos nessa fase são:

- $CID$ : coeficiente de recessão do fluxo sub-superficial diário. Seu valor pode ser obtido por meio da análise de hidrogramas observados. O valor  $CI$ , correspondente ao intervalo de

tempo de cálculo, pode ser obtido por exponenciação do parâmetro *CID* à razão entre os intervalos sub-diário e diário (NAGHETTINI I *et al.*, 2006). Usualmente, o valor de *CID* situa-se entre 0,5 e 0,9; e

- *CGD*: coeficiente de recessão do fluxo subterrâneo diário, cujo valor pode igualmente ser obtido por meio da análise de hidrogramas observados. O valor *CG*, correspondente ao intervalo de tempo de cálculo, pode ser obtido por exponenciação do parâmetro *CGD* à razão entre os intervalos sub-diário e diário (NAGHETTINI *et al.*, 2006). Usualmente, o valor de *CGD* situa-se entre 0,96 e 0,998.

### *Evapotranspiração*

À medida que a coluna de solo é submetida à ação da evapotranspiração, inicia-se o processo de depleção da umidade armazenada sob forma de água capilar. A análise da evapotranspiração é realizada considerando-se a zona aerada do solo dividida em zona superior, inferior e profunda, com capacidades de retenção espaciais médias dadas, respectivamente, por *WUM*, *WLM* e *WDM*. Tanto o armazenamento quanto a depleção da umidade da região aerada do solo ocorrem inicialmente na zona superior, em seguida na zona inferior e finalmente na zona profunda (NAGHETTINI *et al.*, 2006).

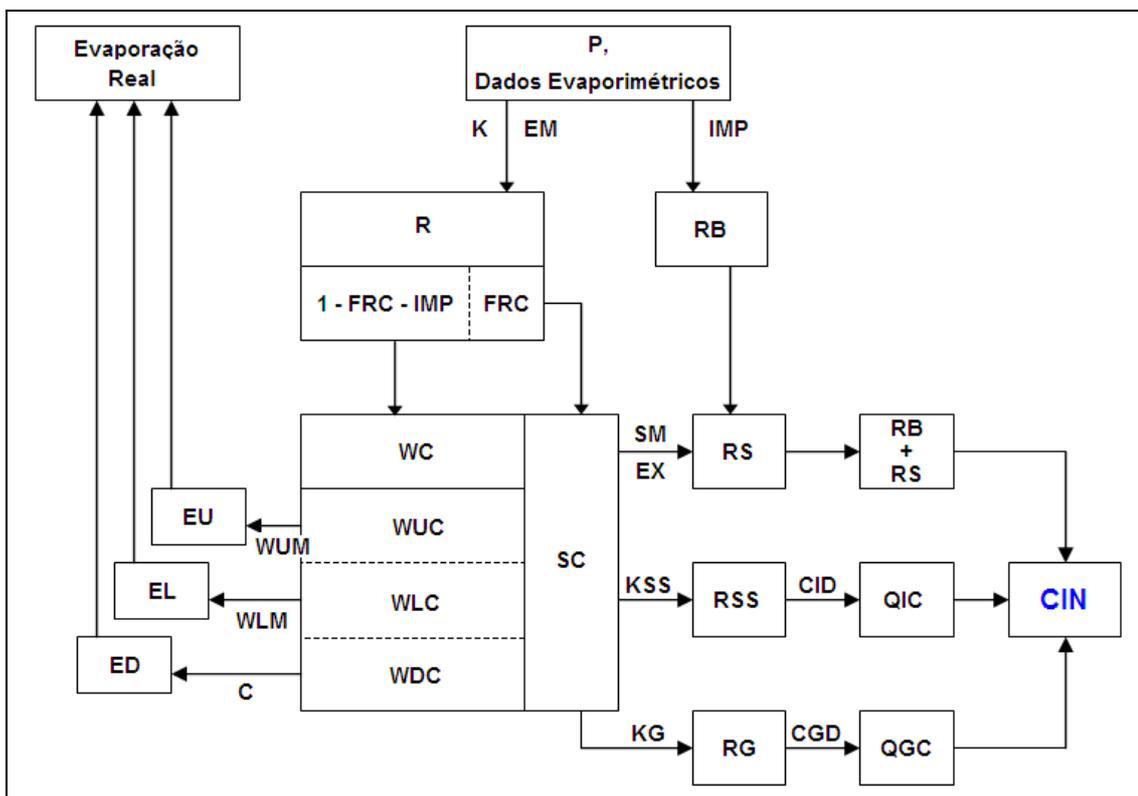
A evapotranspiração potencial (*EM*) pode ser estimada tanto de maneira direta, por meio de tanques evaporimétricos, quanto de maneira indireta, por meio de dados meteorológicos. Na zona superior, a evapotranspiração real é igual à potencial. Na zona inferior, a evapotranspiração real é igual ao produto da evapotranspiração potencial pela razão entre o conteúdo atual e a capacidade de água capilar. Por fim, na zona profunda, a evapotranspiração real corresponde a uma fração da evapotranspiração potencial proporcional à área da bacia com vegetação de raízes profundas. A evapotranspiração efetiva total, denotada por *E*, é dada pela soma dos termos correspondentes às zonas superior, inferior e profunda.

Os parâmetros introduzidos nessa fase são:

- *K*: coeficiente de ajuste da evapotranspiração potencial, estimada por tanques evaporimétricos ou a partir de dados meteorológicos;

- WUM: capacidade de retenção capilar espacial média na zona superior, compreendida entre 5 mm para áreas desnudas e 25 mm para bacias com cobertura vegetal densa;
- WLM: capacidade de retenção capilar espacial média na zona inferior, compreendida entre 60 mm e 90 mm;
- WDM: capacidade de tensão espacial média na zona profunda;
- C: coeficiente de evapotranspiração profunda, com valores entre 0,08 a 0,20 para regiões muito úmidas. Esse parâmetro permanece inativo durante os períodos de cheia, mas é de grande importância em períodos de seca.

A figura 3.14 ilustra de maneira esquemática o módulo de produção do modelo Rio Grande.



**Figura 3.14** – Fluxograma do módulo de produção do modelo Rio Grande. Fonte: Pinheiro (2009)

### 3.4.3.2 Módulo de concentração

O módulo de produção do modelo Rio Grande gera um conjunto de pulsos discretos de lâminas de escoamento total CIN sobre uma área unitária da sub-bacia, em  $N$  intervalos de tempo  $\Delta t$ . A unidade usual de CIN é  $mm/\Delta t \times km^2$ .

Ainda que se assuma que as lâminas de escoamento geradas pelo módulo de produção sejam uniformes na sub-bacia, deve-se levar em consideração que as contribuições de diferentes áreas se concentram na seção exutória em diferentes intervalos de tempo. A introdução dessa consideração na estrutura do modelo Rio Grande se dá pela utilização de uma função de transferência baseada no hidrograma unitário sintético de Clark, de acordo com a formulação original do *Hydrologic Engineering Center* HEC (1981, *apud* NAGHETTINI *et al.*, 2006).

A construção do hidrograma unitário sintético de Clark requer a determinação dos seguintes parâmetros (NAGHETTINI *et al.*, 2006):

$TC$  – tempo de concentração da bacia, expresso como um número inteiro de horas, e utilizado para computar os efeitos de translação; e

$R$  – coeficiente de armazenamento, expresso como um número não necessariamente inteiro de horas, e utilizado para computar os efeitos de armazenamento e translação;

Histograma tempo-área, que representa a distribuição temporal das áreas que contribuem para a formação das vazões na seção exutória.

O tempo de concentração da bacia pode ser determinado por análise de hidrogramas observados ou com base em fórmulas empíricas. Uma vez determinado o tempo de concentração, pode-se estimar o coeficiente de armazenamento por meio da formulação proposta por HEC (1981):

$$TC + R = 0,625\sqrt{A} \quad (3.115)$$

na qual:

$A$  - área, em  $km^2$ .

O histograma tempo – área pode ser construído a partir de mapas topográficos e curvas hipsométricas da bacia. A estimação direta do mesmo, no entanto, é trabalhosa e envolve muitas incertezas e simplificações. Para contornar esse inconveniente, o modelo Rio Grande utiliza o histograma sintético sugerido pelo HEC (1981, *apud* Naghettini *et al.*, 2006), que se descreve a seguir.

Seja  $T$  uma fração do tempo de concentração da bacia, conforme mostrado na equação que se segue:

$$T = \frac{t}{TC}, (0 \leq T \leq 1) \quad (3.116)$$

e  $AI$  a área acumulada

$$AI = \frac{A}{AT} \quad (3.117)$$

O histograma tempo – área sintético é dado por:

$$AI = aT^n, \text{ se } (0 \leq T \leq 0,5) \quad (3.118)$$

$$AI = 1 - a(1 - T)^n, \text{ se } (0,5 \leq T \leq 1)$$

Na equação 3.118, o expoente  $n$  é uma função da forma da bacia, podendo assumir os seguintes valores:

- $n = 1$ , para bacias de forma retangular;
- $n = 2$ , para bacias de forma losangular; e
- $n = 1,5$ , para bacias de forma elipsoidal.

O parâmetro  $a$ , por sua vez, pode ser estimado a partir do valor de  $n$ , assumindo os valores abaixo:

- $a = 1$ , para bacias de forma retangular;

- $a = 2$ , para bacias em forma de losângulo; e
- $a = 1,414$ , para bacias de forma elipsoidal.

Após a síntese do histograma tempo – área, é necessário determinar as ordenadas incrementais  $(AI_i - AI_{i-1})$ , para cada  $t_i$ , e convertê-las para a unidade  $\frac{m^3}{s \times mm \times km^2}$ , dando origem ao hidrograma unitário de translação, cujas ordenadas são denotadas por  $y_i$  (NAGHETTINI *et al.*, 2006).

Para se incorporar os efeitos de armazenamento, o hidrograma de translação obtido é propagado em um reservatório linear de constante  $R$  horas, de acordo com a equação a seguir:

$$Q_i = CA \times y_i + CB \times Q_{i-1} \quad (3.119)$$

na qual:

$$CA = \frac{\Delta t}{R + 0,5 \times \Delta t} \quad (3.120)$$

e

$$CB = 1 - CA \quad (3.121)$$

Na equação 3.120,  $\Delta t$  corresponde ao intervalo de tempo dos pulsos de chuva efetiva ou lâminas de escoamento total em  $mm/km^2$ .

Por fim, as ordenadas do hidrograma unitário de Clark, denotadas por  $x_i$ , são determinadas por meio da seguinte equação:

$$x_i = \frac{Q_{i-1} + Q_i}{2} \quad (3.122)$$

É importante observar que, na construção do hidrograma de Clark, são impostas as seguintes restrições pelo HEC (1981, *apud* NAGHETTINI *et al.*, 2006):

$$TC = 1,03\Delta t \quad (3.123)$$

$$R = 0,52\Delta t \quad (3.124)$$

#### 3.4.3.3 Módulo de propagação em cursos d'água

A propagação de uma onda de cheia por um trecho de rio é descrita pelos fenômenos de translação e armazenamento. O primeiro fenômeno é caracterizado pelo movimento de água paralelamente à superfície e resulta na concentração do escoamento em um ponto, como a seção exutória da bacia. Já o segundo fenômeno, caracteriza-se pelo movimento da água em direção perpendicular ao escoamento, resultando em um processo de armazenamento. A modelagem matemática do processo de propagação é realizada com auxílio de modelos de escoamento em canais, que descrevem o fenômeno da translação, modelos de reservatório, que descrevem o fenômeno da difusão, ou uma combinação de ambos. O módulo de propagação do modelo Rio Grande é descrito em detalhes no Anexo 1.

## 4 METODOLOGIA

A utilização da distribuição Burr XII estendida na modelagem de variáveis hidrológicas é recente. Apesar disso, o trabalho de Shao *et al.* (2009) mostrou que a mesma apresenta grande potencial de aplicação nesse contexto, uma vez que: (1) o modelo proposto possui generalidade para representar curvas de permanência de rios perenes, intermitentes ou efêmeros, por meio de uma única formulação matemática; (2) a flexibilidade da distribuição permite a modelagem dos extremos das curvas de forma mais acurada do que as distribuições de uso corrente, como log-normal e Pearson tipo III; e (3) os parâmetros da distribuição possuem relações com características físicas e climáticas da bacia hidrográfica em estudo.

Diante do exposto no parágrafo anterior, o foco principal da metodologia proposta é a construção de modelos regionais de curva de permanência utilizando a distribuição Burr XII estendida. Para tanto, foram selecionadas duas regiões de estudo: um conjunto de bacias hidrográficas com rios perenes, localizadas em Minas Gerais, e um conjunto de bacias com rios intermitentes e efêmeros, localizadas no Ceará. A construção dos modelos regionais foi subsidiada pelos trabalhos de Pinheiro (2009), do qual foram extraídos todos os dados relativos às bacias mineiras, e Alexandre (2005), do qual foram extraídos os dados das bacias cearenses. Os critérios para seleção de dados empregados por cada autor serão apresentados posteriormente.

Além da elaboração dos modelos regionais, as curvas de permanências modeladas com a distribuição Burr XII serão utilizadas como paradigma de calibração indireta do modelo Rio Grande de transformação chuva-vazão.

As calibrações possuem diferentes objetivos para as duas regiões de estudo. Para os rios perenes, as mesmas serão realizadas a partir de curvas de permanência de longo termo e de curvas anuais medianas. O objetivo principal é avaliar qual das duas abordagens fornece o hidrograma mais próximo ao observado, tendo-se em vista que as curvas de longo termo são sensíveis a extremos hidrológicos, enquanto as curvas anuais medianas não o são.

Na calibração do modelo para bacias com rios intermitentes e efêmeros, dois inconvenientes se apresentam. O primeiro deles é relacionado à estrutura do modelo, cuja concepção não teve foco em regiões semi-áridas. Para representar adequadamente vazões muito reduzidas, é

necessário lançar mão de artifícios estritamente matemáticos de forma a reduzir ou mesmo anular os escoamentos sub-superficial e subterrâneo, fazendo com que a modelagem perca realismo físico com o processo natural.

O segundo inconveniente é relacionado à construção de curvas anuais medianas para cursos d'água intermitentes ou efêmeros. Não foi encontrada na literatura consultada nenhuma metodologia para esse fim. Além disso, em função da grande variação inter-anual do parâmetro  $\tau$  para todas as estações, a simples comparação entre permanências não nulas não se mostrou adequada.

Diante das dificuldades expostas, optou-se por realizar a calibração somente com curvas de permanência de longo termo nas bacias cearenses, objetivando simplesmente aferir a capacidade do modelo Rio Grande em representar a condição de intermitência.

#### **4.1 Seleção de dados fluviométricos, pluviométricos e evaporimétricos**

Conforme exposto na seção anterior, os trabalhos de Alexandre (2005) e Pinheiro (2009) serviram como fontes de dados para a presente dissertação. Inicialmente, foi proposta a construção das curvas de permanência para as mesmas estações fluviométricas e períodos de observação de dados utilizados nos referidos trabalhos, permitindo assim uma comparação entre a metodologia proposta nesta pesquisa e aquelas empregadas nas duas regiões de estudo. Entretanto, uma análise mais rigorosa dos dados de bacias cearenses levou ao descarte de um grande número de postos. Alguns deles exibiam indícios de regularização de regime dentro do período de observação de dados, enquanto outros apresentaram inconsistências nos dados de vazão, curvas-chave ou falhas nas séries.

Dessa forma, no estado do Ceará foram selecionados 8 postos para construção e 2 postos para avaliação e validação do modelo regional. No estado de Minas Gerais, foram utilizados 10 postos para construção e 6 postos para avaliação e validação. Os códigos e localizações dos postos serão apresentados no capítulo 5.

As principais premissas e justificativas dos autores citados na escolha de estações fluviométricas, pluviométricas e evaporimétricas são apresentadas nos itens seguintes.

#### 4.1.1 Dados fluviométricos

Pinheiro (2009) utilizou as bacias dos rios Pará e Paraopeba em seu trabalho. A escolha dessas bacias foi justificada pela ampla rede de monitoramento fluviométrico e pluviométrico disponível, pela grande quantidade de estações com históricos relativamente longos de registros, em geral superiores a 20 anos, e pela disponibilidade de uma grande variedade de estudos de regionalização de vazões e precipitação na região. Os registros foram obtidos do banco de dados digital da ANA – Agência Nacional de Águas (<http://hidroweb.ana.gov.br/>), com preferência pela utilização de estações operadas pela CPRM – Companhia de Pesquisa de Recursos Minerais.

Inicialmente, foi selecionado um conjunto de estações que dispusessem de dados médios diários de cota e vazão, histórico de medição de descargas líquidas e levantamentos topobatimétricos das seções onde foram instaladas as réguas linimétricas, com objetivo de se avaliar a curva-chave. Postos com menos de cinco anos de dados, bem como postos que contivessem um número grande de falhas foram retirados da análise.

Em seguida, os postos pré-selecionados foram submetidos às seguintes avaliações: (1) exame de hidrogramas e curvas-chave, para análise de consistência dos dados; (2) análise de continuidade das vazões médias mensais; e (3) avaliação de tendências temporais e de homogeneidade das séries. Os postos que atenderam aos pressupostos de consistência e estacionariedade foram então utilizados para delimitação da região homogênea.

Por fim, foram selecionados 11 postos para construção dos modelos regionais. Os postos foram escolhidos por possuírem o maior período de observação em comum dentre aqueles inseridos na região homogênea delimitada na etapa anterior. O período de observação utilizado foi de outubro de 1977 e setembro de 2006.

Já Alexandre (2005) utilizou um conjunto de bacias distribuídas por todo o estado do Ceará. Os dados fluviométricos também foram extraídos do banco de dados digital da ANA, com informações complementares extraídas do Plano Estadual de Recursos hídricos (PERH, 1992), Plano de Gerenciamento das Águas da Bacia do Rio Jaguaribe (COGERH, 2000) e do Plano de Gerenciamento das águas das Bacias Metropolitanas (COGERH, 2000).

A premissa básica do autor na escolha dos postos foi a de que os mesmos possuíssem período de observação de dados superiores a 10 anos. Nas estações pré-selecionadas, foram descartados todos os anos que contivessem séries incompletas, e não foi realizado nenhum tipo de análise de consistência de dados ou preenchimento de falhas. O autor obteve um conjunto de 22 estações com essas características. Os períodos de observação variaram entre 13 e 62 anos, excluindo-se os dados observados após a implantação de reservatórios artificiais a montante dos postos pluviométricos utilizados.

#### **4.1.2 Dados pluviométricos e evaporimétricos**

Os dados pluviométricos e evaporimétricos levantados constituem dados de entrada para o modelo Rio Grande.

Com relação aos dados pluviométricos, Pinheiro (2009) realizou uma verificação preliminar, de forma que os mesmos pudessem ser utilizados como entrada do modelo chuva-vazão. Assim, foram selecionadas as estações que contivessem o maior período de dados disponível coincidente com o período selecionado para calibração do modelo. Segundo a autora, não foi necessário realizar uma verificação detalhada de dados, em função da grande disponibilidade de estudos de consistência e definição de isoietas de precipitação anual na região escolhida (CPRM, 1995a; 1995b; 1996). Os dados pluviométricos referentes ao período de calibração proposto foram disponibilizados diretamente pela autora. O leitor deve se reportar ao citado trabalho para identificação dos postos pluviométricos utilizados.

Para os dados evaporimétricos, em razão da existência de poucas estações de domínio público com disponibilidade de dados diários, foi realizado apenas o cálculo dos índices mensais médios nos postos selecionados, para comparação de seus valores e avaliação do comportamento regional e de possíveis discrepâncias (PINHEIRO, 2009). De maneira similar aos dados pluviométricos, os dados evaporimétricos foram disponibilizados pela autora.

Para as bacias do Ceará, foram utilizados os valores diários de precipitação disponibilizados no site da FUNCEME - Fundação Cearense de Meteorologia e Recursos Hídricos ([www.funceme.br](http://www.funceme.br)), na seção de Recursos hídricos, item Precipitação média. As alturas de precipitação já se encontram espacializadas nas sub-bacias de interesse por meio dos

polígonos de Thiessen e também neste caso foi realizada somente uma verificação preliminar desses dados para utilização na calibração do modelo Rio Grande.

Em razão da indisponibilidade de dados evaporimétricos diários, foi necessário recorrer a um procedimento alternativo para sua estimação. Propôs-se aqui a utilização das normais climatológicas de evaporação mensal total, disponibilizadas pelo Instituto Nacional de Meteorologia – INMET ([www.inmet.gov.br](http://www.inmet.gov.br)), e avaliadas no período compreendido entre 1961 e 1990. A altura de evaporação relativa a um dado mês foi discretizada uniformemente entre os dias do mesmo. Admitiu-se nesta dissertação que a utilização das normais climatológicas como estimativa da evapotranspiração potencial no modelo Rio Grande é compensada, ao menos em parte, pelo parâmetro K do módulo de produção, já que o mesmo é responsável pela correção da ETP potencial em função da verificação do balanço de umidade no solo.

#### **4.1.3 Estimação de parâmetros da distribuição Burr XII estendida**

Hao e Singh (2008) realizaram a estimação de parâmetros da distribuição Burr XII com o uso do método de máxima verossimilhança (MVS), do método dos momentos (MOM), do método dos momentos-L (MML) e pelo princípio da máxima entropia, e construíram as curvas de frequência correspondentes a cada um desses. Os autores verificaram que, para tempos de retorno reduzidos, as estimativas de vazões fornecidas pelos 4 métodos são similares. No entanto, para períodos de retorno maiores do que 10 anos, as estimativas de vazão começam a apresentar grande disparidade.

Diante do exposto, mostrou-se conveniente realizar a estimação dos parâmetros por mais de um método, com intuito de comparar os ajustes obtidos, em especial para as maiores vazões. Na presente dissertação foram empregados o método MVS e método MML para esse fim. O método MOM não foi empregado em razão do número de parâmetros da distribuição e do tamanho reduzido das amostras utilizadas no estudo.

No procedimento de estimação de parâmetros pelos dois métodos citados, foram utilizados algoritmos computacionais elaborados e disponibilizado pelo professor Quanxi Shao, do Departamento de Matemática e Ciências de Informação da CSIRO (“*Commonwealth Scientific and Research Organization*”), na Austrália. Os algoritmos foram devidamente

adaptados no Departamento de Engenharia Hidráulica e Recursos Hídricos da Escola de Engenharia de UFMG (EHR-UFMG). Os critérios para definição do melhor método de estimação de parâmetros foram a avaliação de índices de desempenho e a análise visual de gráficos confrontando a curva empírica com as curvas obtidas a partir dos parâmetros estimados pelos dois métodos.

O primeiro índice de desempenho proposto foi o coeficiente de Nash-Sutcliffe, dado pela expressão abaixo:

$$E = 1 - \frac{\sum_{j=1}^n (Q_{sim,j} - Q_{obs,j})^2}{\sum_{j=1}^n (Q_{obs,j} - \bar{Q}_{obs})^2} \quad (4.1)$$

na qual:

$j$  - indexador das permanências ou durações;

$Q_{sim,j}$  - vazão simulada para a duração  $j$ ;

$Q_{obs,j}$  - vazão observada para a duração  $j$ ; e

$\bar{Q}_{obs}$  - vazão média observada.

O coeficiente de Nash-Sutcliffe expressa o percentual da variância do processo avaliado em relação ao modelo que estima apenas a média dos valores observados. O referido coeficiente pode assumir valores no intervalo  $(-\infty, 1)$ , sendo que valores mais próximos da unidade indicam melhor qualidade de ajuste.

Outro índice de desempenho empregado é o coeficiente de correlação linear, o qual avalia a concordância entre os valores simulados e observados e é dado pela expressão a seguir:

$$r_s = \frac{\sum_{j=1}^{N_D} (Q_{obs,j} - \bar{Q}_{obs}) (Q_{sim,j} - \bar{Q}_{sim})}{\sqrt{\sum_{j=1}^{N_D} (Q_{obs,j} - \bar{Q}_{obs})^2 \sum_{j=1}^n (Q_{sim,j} - \bar{Q}_{sim})^2}} \quad (4.2)$$

Também serviram como critério para escolha do método de estimação de parâmetros a média dos valores absolutos dos erros (AAPE) e a raiz da média dos erros quadráticos (RMSE). Esses índices são dados, respectivamente, pelas seguintes equações:

$$AAPE = \frac{1}{N_D} \sum_{j=1}^{N_D} \left| \frac{Q_{sim,j} - Q_{obs,j}}{Q_{obs,j}} \right| \quad (4.3)$$

$$RMSE = \left[ \frac{1}{N_D} \sum_{j=1}^{N_D} (Q_{sim,j} - Q_{obs,j})^2 \right]^{1/2} \quad (4.4)$$

A notação nas equações 4.3 e 4.4 é semelhante à das equações anteriores. Menores valores nesses índices evidenciam melhor qualidade de ajuste e menores erros.

Cabe ressaltar que diferentes enfoques foram necessários no tratamento dos dados nas duas regiões de estudo. Para os rios perenes, em Minas Gerais, os índices de desempenho foram calculados para o conjunto de permanências no intervalo (1%,99%), variando de 1% em 1%. Nos rios intermitentes e/ou efêmeros no Ceará, tais índices foram calculados para o conjunto de permanências no intervalo (1%,  $\tau\%$ ), também variando de 1% em 1%.

#### **4.2 Determinação das características físicas, climáticas, hidrológicas, morfológicas e hidrogeológicas das bacias**

As características físicas, climáticas, hidrológicas, morfológicas e hidrogeológicas das bacias selecionadas, que correspondem às variáveis explicativas dos modelos regionais de curvas de permanência, também foram extraídas diretamente dos trabalhos de Pinheiro (2009) e Alexandre (2005).

Nas bacias hidrográficas de Minas Gerais foram levantadas as seguintes características físicas: área de drenagem, comprimento e declividade equivalente do curso d'água principal, cotas altimétricas mínimas e máximas das bacias e desnível total do talvegue. A chuva média anual foi utilizada como característica climática, enquanto o coeficiente de escoamento constituiu a característica hidrológica. As características morfológicas são obtidas de relações entre as características físicas. Todos os atributos foram obtidos no trabalho de Pinheiro (2009).

Nas bacias hidrográficas do Ceará foram levantadas as seguintes características físicas: área de drenagem, comprimento e declividade equivalente do curso d'água principal e comprimento total de drenagem da bacia. A chuva média anual foi utilizada como índice climático. O percentual da bacia localizado na região do cristalino foi utilizado como característica hidrogeológica e o coeficiente de escoamento foi utilizado como atributo hidrológico. Todos os índices foram obtidos no trabalho de Alexandre (2005).

Os parágrafos seguintes apresentam uma breve descrição dos atributos supracitados.

#### **4.2.1 Características físicas**

##### **4.2.1.1 Área de drenagem**

A área de drenagem de uma bacia hidrográfica é definida como a área da projeção vertical da linha de contorno dos divisores de água em um plano horizontal. Essa grandeza é usualmente obtida em mapas topográficos. Mais recentemente, imagens de satélites aliadas a ferramentas de geoprocessamento, como o *software* ArcGis, têm sido utilizadas na delimitação e cálculo da área de drenagem. É de grande importância que esse atributo seja medido em cartas geográficas com escala adequada.

##### **4.2.1.2 Perfil longitudinal do curso d'água**

Este atributo é obtido com auxílio de mapas topográficos, por meio da medição da distância entre curvas de nível. Em geral, o perfil longitudinal de um rio apresenta grande declividade nas proximidades da nascente, e essas vão diminuindo no sentido da foz. Do perfil longitudinal são obtidos o comprimento, desnível total e a declividade equivalente do curso d'água.

##### **4.2.1.3 Comprimento do curso d'água principal**

A rede de drenagem de uma bacia é constituída por um rio principal, usualmente o de maior comprimento, e seus afluentes. Estudiosos como Horton e Strahler propuseram metodologias para classificação de cursos d'água de uma bacia, nas quais os rios principais são aqueles de maior ordem. O comprimento do curso d'água pode ser obtido em mapas topográficos.

#### 4.2.1.4 Comprimento total de drenagem

O comprimento total de drenagem é a soma do comprimento de todos os cursos d'água de uma bacia hidrográfica, sendo um indicativo da capacidade de produção de escoamento superficial na mesma. A medida desse índice físico depende da escala do mapa utilizado.

#### 4.2.1.5 Declividade equivalente do curso d'água

A declividade equivalente de um curso d'água é atributo característico do relevo da bacia. Este índice físico representa uma declividade fictícia constante, para a qual o tempo de translação do escoamento é igual ao tempo de translação em condições naturais. A declividade equivalente é expressa pela seguinte equação:

$$S_E = \left[ \frac{L}{\sum \left( \frac{l_j}{s_j} \right)} \right]^2 \quad (4.5)$$

na qual:

$L$  - comprimento total do trecho de rio considerado;

$l_j$  - comprimento de cada sub-trecho; e

$s_j$  - declividade de cada sub-trecho.

#### 4.2.2 **Características climáticas**

Como índice representativo das características climáticas das bacias em estudo foi utilizada a precipitação média anual. A obtenção dessa característica está associada ao cálculo da chuva média na bacia, por meio do procedimento de espacialização das precipitações registradas em cada uma das estações da rede pluviométrica.

Diversos métodos se prestam a esse fim, podendo-se citar a média aritmética das precipitações, indicada para bacias nas quais as estações pluviométricas são uniformemente espaçadas, e o método dos polígonos de Thiessen, recomendado para bacias nas quais o espaçamento entre estações não é uniforme (NAGHETTINI, 1997). Os trabalhos de Alexandre (2005) e Pinheiro (2009) empregaram esta última técnica.

O método dos polígonos de Thiessen consiste em se atribuir uma área de influência a cada estação pluviométrica utilizada, de forma que a relação entre essa área de influência e a área total da bacia constitua um fator de ponderação. O procedimento obedece à seguinte sequência:

- Localização das estações pluviométricas em um mapa;
- Interligação das estações por segmentos de reta;
- Traçado das mediatrizes de cada um dos segmentos de reta, definindo-se polígonos em torno dos postos; e
- Cálculo das áreas dos polígonos.

A chuva média espacial  $\bar{P}$  é obtida por meio da média ponderada das precipitações em cada estação e é expressa pela seguinte equação:

$$\bar{P} = \frac{\sum P_i A_i}{A} \quad (4.6)$$

na qual:

$P_i$  - chuva em cada posto da rede pluviométrica;

$A_i$  - área de influência de cada posto da rede pluviométrica; e

$A$  - área total da bacia.

#### **4.2.3 Características hidrológicas**

O índice hidrológico característico utilizado foi o coeficiente de escoamento. Tal atributo é definido como a parcela da precipitação convertida em escoamento, sem distinção entre escoamento superficial, sub-superficial e subterrâneo (PINHEIRO, 2009). O coeficiente de escoamento sintetiza de forma simples o comportamento da bacia no que concerne à produção de vazões, e depende de características hidrogeológicas, de relevo, tipos de solo e cobertura vegetal. O referido atributo é expresso pela seguinte equação:

$$C_{esc} = \frac{Q_{med} \times \Delta t}{P \times A} \quad (4.7)$$

na qual:

$Q_{med}$  - vazão média de longo termo, em  $m^3 / s$  ;

$\Delta t$  - intervalo de tempo correspondente ao número de segundos em um ano;

$P$  - precipitação média, em m;

$A$  - área de drenagem, em  $m^2$  .

Segundo Pinheiro (2009), a vazão média de longo termo é um índice de obtenção relativamente simples, mesmo em bacias sem monitoramento fluviométrico sistemático. A autora realizou o mapeamento do coeficiente de escoamento em toda a área utilizada em seu estudo. Para tanto, foram utilizadas todas as estações fluviométricas com mais de cinco anos completos de dados, incluindo-se estações que não integraram a região homogênea, e os mesmos postos pluviométricos empregados na determinação da precipitação média anual nas bacias, cujos dados já haviam sido consistidos em trabalhos realizados anteriormente na região. Para aplicação da metodologia nas bacias cearenses, é necessário empregar um procedimento semelhante para obtenção do coeficiente de escoamento, uma vez que a determinação desse índice não consta do trabalho de Alexandre (2005).

#### **4.2.4 Características morfológicas**

##### **4.2.4.1 Coeficiente de forma**

A forma de uma bacia desempenha um papel de grande importância na concentração do escoamento até a seção exutória. Bacias arredondadas apresentam maior eficiência que bacias alongadas na concentração do escoamento na seção exutória, fato que pode ser verificado pela análise dos hidrogramas de bacias dos dois tipos.

Uma descrição quantitativa da forma de utilização corrente é o coeficiente de forma, dado pela seguinte expressão:

$$K_f = \frac{A}{L^2} \quad (4.8)$$

na qual:

$A$  - área da bacia, em  $km^2$ ; e

$L$  - comprimento do curso d'água principal, em  $km$ .

Um coeficiente de forma com valor próximo ou maior que 1 indica que a bacia é arredondada, enquanto um valor menor que 1 indica que a bacia é alongada.

#### 4.2.4.2 Coeficiente de compacidade

O coeficiente de compacidade também representa uma descrição quantitativa da forma da bacia, e é dado pela seguinte expressão:

$$K_c = \frac{0,282P}{\sqrt{A}} \quad (4.9)$$

na qual:

$A$  - área da bacia, em  $km^2$ ; e

$P$  - perímetro da bacia, em  $km$ .

Uma bacia perfeitamente circular apresenta o coeficiente de compacidade igual a 1. Valores superiores indicam que a bacia é alongada.

#### 4.2.4.3 Densidade de drenagem

A rede de drenagem de uma bacia é função das características de solo, relevo e vegetação da bacia. Tais características controlam a quantidade de precipitação convertida em escoamento superficial. De maneira geral, quanto mais complexa a rede de drenagem de uma bacia, maior a geração de escoamento superficial e maior a eficiência de sua concentração na seção exutória. Define-se a densidade de drenagem como o número de junções por quilômetro quadrado de bacia, sendo que uma junção é caracterizada pelo encontro de dois cursos d'água, constituindo um indicador da complexidade da rede drenagem da bacia. A densidade de drenagem depende da escala do mapa utilizado, devendo-se sempre utilizar mapas com a mesma escala em estudos regionais.

#### 4.2.5 Características hidrogeológicas

A característica hidrogeológica empregada é o percentual da bacia localizada no cristalino. Cristalino é uma formação geológica incapaz de armazenar ou transmitir água (COGERH, 2009a). Este índice é de grande importância para regionalização do parâmetro “*cease-to-flow*”, uma vez que o escoamento de base é bastante reduzido em bacias localizadas no cristalino.

### 4.3 *Elaboração e validação do modelo regional para curvas de permanência*

#### 4.3.1 Construção dos modelos regionais

A etapa seguinte da metodologia é a construção de modelos regionais de curva de permanência. Para tanto são desenvolvidas equações que relacionam estatisticamente os parâmetros da distribuição de probabilidades a características físicas, climáticas, hidrológicas e hidrogeológicas das bacias, por meio de regressão linear múltipla.

Nesta dissertação, foram utilizados os seguintes modelos de regressão múltipla para a regionalização dos parâmetros da distribuição Burr XII estendida:

$$\theta = \beta_1 X_1 + \dots + \beta_p X_p \quad (4.10)$$

$$\theta = \beta_0 X_1^{\beta_1} \times \dots \times X_p^{\beta_p} \quad (4.11)$$

$$\theta = \beta_0 + \beta_1 \ln X_1 + \dots + \beta_p \ln X_p \quad (4.12)$$

$$\theta = \beta_0 + \beta_1 \ln \sqrt{X_1} + \dots + \beta_p \ln \sqrt{X_p} \quad (4.13)$$

sendo:

$\theta$  - parâmetro da distribuição a ser explicado;

$X_i$  - variáveis explicativas do modelo de regressão; e

$\beta_i$  - coeficientes de regressão.

O modelo de regressão representado na equação 4.10 é do tipo multiplicativo, mas pode ser transformado em um modelo linear por meio de anamorfose logarítmica, conforme mostrado na seguinte equação:

$$\ln \theta = \ln \beta_0 + \beta_1 \ln X_1 + \dots + \beta_p \ln X_p \quad (4.14)$$

As análises de regressão múltipla foram realizadas com auxílio do software *Statistica*, na versão 6.1. Os dados de entrada do software são as observações das variáveis dependentes, ou seja, os parâmetros da distribuição Burr XII estendida, e as variáveis explicativas, no caso, as características físicas, climáticas e hidrogeológicas das bacias para cada uma das regiões de estudo.

A etapa inicial da regressão consiste na construção da matriz de correlação entre um dado parâmetro e as variáveis explicativas. Nesta matriz é avaliada a dependência linear entre um dado parâmetro e cada uma das possíveis variáveis explicativas, por meio do coeficiente de correlação linear, dado pela expressão a seguir:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1} \quad (4.15)$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}}}$$

sendo:

$x_i$  e  $y_i$  - observações simultâneas das variáveis X e Y, respectivamente;

$\bar{x}$  e  $\bar{y}$  - médias aritméticas das variáveis X e Y, respectivamente;

$n$  - número de observações simultâneas das variáveis X e Y.

A construção do modelo regional prossegue com a seleção, na matriz de correlação linear, da variável com maior correlação linear com o parâmetro a ser explicado. As demais variáveis são então introduzidas no modelo, uma por vez, obedecendo-se ao critério de maior dependência linear com relação ao parâmetro e evitando-se a utilização de uma entre duas

variáveis cujo coeficiente  $r$  seja maior que 0,85 (NAGHETTINI e PINTO, 2007). Várias combinações entre as variáveis explicativas podem ser empregadas na construção das equações de regressão.

Para cada equação de regressão obtida, é calculado o coeficiente de determinação  $R^2$ . Esse índice varia entre 0 e 1 e expressa o percentual da variância da variável dependente explicado pelo modelo de regressão. O coeficiente  $R^2$  é dado por:

$$R^2 = \frac{SQ\text{Re } g}{SQT} \quad (4.16)$$

na qual:

$SQ\text{Re } g$  – somatório dos quadrados derivados do modelo de regressão; e

$SQT$  – somatório dos quadrados totais.

Além do coeficiente de determinação, é necessário verificar a existência de uma relação estatisticamente significativa entre o modelo de regressão proposto e o parâmetro explicado. Esta relação é avaliada a partir do teste do F total, o qual consiste em um teste de hipóteses unilateral que confronta a estatística de teste  $F$ , dada pela relação entre a variância decorrente da regressão e a variância dos resíduos, com um valor crítico obtido por meio da distribuição F de Snedecor, considerando nível de significância  $\alpha$ , e  $P$  e  $n - P - 1$  graus de liberdade, sendo  $n$  o número de observações e  $P$  o número de variáveis independentes do modelo. Na presente dissertação, considerou-se  $\alpha = 0,05$ . O modelo é considerado estatisticamente significativo se  $F > F(\alpha, P, n - P - 1)$ .

A adição de novas variáveis sempre aumenta a parcela da variância explicada pelo modelo. Entretanto, deve-se avaliar se a contribuição da nova variável introduzida é estatisticamente significativa. Para isso, empregam-se o teste do F parcial e a avaliação do coeficiente de determinação ajustado.

O teste do F parcial consiste em um teste de hipóteses unilateral que confronta a estatística de teste  $F_p$ , dada pela relação entre a contribuição da soma dos quadrados de regressão devida à variável incluída e a variância dos resíduos do modelo considerando-se todas as variáveis, e

um valor crítico obtido por meio da distribuição F de Snedecor, considerando nível de significância 0,05, e 1 e  $n - P - 1$  graus de liberdade. A introdução da variável melhora o modelo de forma estatisticamente significativa se  $F_p > F(\alpha, 1, n - P - 1)$ .

O coeficiente de determinação ajustado  $R^2_{ajus}$  tem por objetivo evitar a utilização de uma quantidade desnecessária de variáveis explicativas no modelo de regressão, uma vez que valores significativamente diferentes de  $R^2$  e  $R^2_{ajus}$  indicam que o número de variáveis utilizadas no processo é excessivo (MONTGOMERY e PECK, 1992 *apud* PINHEIRO, 2009).

O coeficiente  $R^2_{ajus}$  é dado pela seguinte expressão:

$$R^2_{ajus} = 1 - \frac{n-1}{n-P} (1 - R^2) \quad (4.17)$$

sendo:

$n$  - número de observações;

$P$  - número de variáveis explicativas do modelo de regressão.

Por fim, foi avaliado o erro padrão de estimativa, dado pelo desvio padrão dos resíduos, de forma a se garantir que o mesmo não exceda o desvio padrão das variáveis explicadas.

Após a construção das equações regionais, foi realizada uma análise da sensibilidade dos parâmetros em relação às variáveis explicativas utilizadas em cada modelo. Para tanto, cada variável explicativa foi submetida a uma variação de  $\pm 10\%$ , mantendo-se fixos os demais atributos de uma dada equação de regressão.

### 4.3.2 Análise de desempenho dos modelos regionais

A análise de desempenho dos modelos regionais foi baseada na metodologia proposta por Castellarin *et al.* (2004b), que emprega um procedimento de validação cruzada denominado “*jack-knife*”. De maneira sucinta, esse procedimento é composto pelas seguintes etapas:

- 1- Um modelo regional é construído a partir do conjunto de  $N$  estações disponíveis na região em estudo;
- 2- Uma dada estação, denotada por  $s$ , é removida do conjunto;

- 3- Um novo modelo regional é elaborado para as  $N-1$  estações restantes, empregando-se as mesmas variáveis explicativas consideradas no modelo da etapa 1;
- 4- O modelo regional construído na etapa 3 é então utilizado para estimar a FDC sintética da estação fluviométrica  $s$ ;
- 5- As etapas 2 a 4 são repetidas  $N-1$  vezes, retirando-se uma estação remanescente a cada passo; e
- 6- Por fim, cada uma das  $N$  FDC's sintéticas obtidas por meio da validação cruzada é comparada com a curva empírica correspondente, por meio de um conjunto de índices de desempenho.

O primeiro índice de desempenho sugerido por Castellarin *et al.* (2004b) é o erro relativo  $\varepsilon_{s,j}$ , referente à estação  $s$  e à duração  $j$ , calculado por:

$$\varepsilon_{s,j} = \frac{q_{sim,j} - q_{obs,j}}{q_{obs,j}} \quad (4.18)$$

sendo que  $\hat{q}_{s,j}$  se refere a quantis da curva sintética e  $q_{s,j}$  denota os quantis da curva empírica.

O erro relativo médio  $\bar{\varepsilon}_s$  e o desvio padrão correspondente  $\sigma_{\varepsilon,s}$  são dados por:

$$\bar{\varepsilon}_s = \frac{1}{N_D^*} \sum_{j=1}^{N_D} w_j \varepsilon_{j,s} \quad (4.19)$$

$$\sigma_{\varepsilon,s} = \sqrt{\frac{1}{N_D^*} \sum_{j=1}^{N_D} w_j \left( \varepsilon_{j,s} - \bar{\varepsilon}_s \right)^2} \quad (4.20)$$

Nas equações acima,  $N_D$  representa o número de permanências consideradas para a comparação,  $N_D^* \leq N_D$  indica o número de durações que satisfaz a condição  $q_{s,j} \geq q_*$ ,  $q_*$  representa um valor mínimo de vazão abaixo do qual a utilização do recurso hídrico é inviável

ou os impactos são irrelevantes ao ambiente, e  $w_j$  é um coeficiente igual a 1, se  $q_{s,j} \geq q_*$ , e 0 para os demais casos (CASTELLARIN *et al.*, 2004b).

A média dos valores dos erros relativos médios por estação, representada por  $\bar{\varepsilon}$ , e o desvio-padrão dos erros relativos por estação, representada por  $\sigma_\varepsilon$ , para o conjunto de  $N$  estações podem ser utilizados para descrever a confiabilidade do modelo regional completo. Além disso, os autores sugerem o cálculo da média e da mediana dos  $N$  erros relativos  $\varepsilon_{i,j}$  para cada duração  $j$ .

O erro relativo médio, por duração, é calculado por:

$$\bar{\varepsilon}_j = \frac{1}{N^*} \sum_{i=1}^N w_i \varepsilon_{i,j} \quad (4.21)$$

na qual  $N^*$  indica o número de estações que satisfaz a condição  $q_{s,j} \geq q_*$ , e  $w_j$  é um coeficiente igual a 1, se  $q_{s,j} \geq q_*$ , e 0 para os demais casos (CASTELLARIN *et al.*, 2004b).

Por fim, os autores sugerem, para cada estação  $s=1,2,\dots,N$ , o coeficiente de Nash-Sutcliffe:

$$E_s = 1 - \frac{\sum_{j=1}^{N_D} (q_{sim,j} - q_{obs,j})^2}{\sum_{j=1}^{N_D} (q_{obs,j} - \bar{q}_{obs})^2} \quad (4.22)$$

Na equação 4.22, os termos  $q_{sim,j}$  e  $q_{obs,j}$  referem-se, respectivamente, às vazões simuladas e observadas para cada duração. O termo  $\bar{q}_{obs}$  representa a média das vazões observadas.

Os valores de  $E_s$ , calculados para cada estação  $s$ , foram utilizados para determinar os índices  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$ , que correspondem, respectivamente, ao percentual de casos, em  $M$  possibilidades, para os quais  $E_s > 0,75$  (ajuste bom a razoável),  $0,75 \geq E_s > 0,50$  (ajuste ruim a razoável) e  $E_s \leq 0,50$  (ajuste ruim).

O procedimento de validação cruzada permite avaliar se a perda de informação decorrente da retirada de uma estação fluviométrica compromete a capacidade do modelo regional de estimar os parâmetros da mesma, constituindo, assim, um indicador da robustez do referido modelo.

Após a determinação dos índices de desempenho  $\bar{\varepsilon}_s$ ,  $\sigma_{\varepsilon,s}$  e  $E_s$ , foram construídos gráficos de barra para avaliação de sua variabilidade nas duas regiões de estudo. Além disso, foram construídos gráficos que confrontam os índices de desempenho com as áreas de drenagem das bacias, com o objetivo de aferir se o desempenho do modelo piora à medida que as mesmas diminuem ou aumentam.

Foram construídos, também, gráficos para avaliar os erros relativos de cada estação, para um conjunto de durações previamente selecionado. Nas bacias com rios perenes, foram utilizadas durações no intervalo [1-99]%, variando de 1% em 1%. Nas bacias com rios intermitentes ou efêmeros, os gráficos foram construídas para o conjunto permanências não nulas compreendidas no intervalo [1- $\tau$ ]%, também variando de 1% em 1%.

Por fim, foram construídos gráficos relacionando as estimativas empíricas dos parâmetros com as estimativas obtidas com os modelos regionais completos e com os modelos “*jack-knife*”, de forma a se complementar a avaliação a dispersão dos mesmos em torno de uma reta de 45 graus, correspondente a um ajuste perfeito.

#### **4.3.3 Análise de desempenho em estações fluviométricas não utilizadas na construção dos modelos regionais**

As relações regionais desenvolvidas foram utilizadas para estimar os parâmetros da distribuição Burr XII estendida nas bacias pertencentes a cada uma das regiões homogêneas, mas não utilizadas na construção do modelo regional. Esse procedimento tem por objetivo a verificação e validação das relações regionais obtidas nas etapas anteriores.

A primeira avaliação realizada foi a determinação dos índices de desempenho  $\bar{\varepsilon}_s$ ,  $\sigma_{\varepsilon,s}$  e  $E_s$  para as estações de validação. A mesma avaliação gráfica realizada para as bacias utilizadas na construção do modelo regional foi efetuada para as estações de validação. Assim, foram

construídos gráficos de barra para avaliação da variabilidade dos índices de desempenho entre as bacias e também gráficos confrontando tais índices com as áreas de drenagem. Foram determinados ainda os valores dos índices  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$ .

Em seguida, foram construídos gráficos confrontando os valores dos parâmetros estimados por meio do método de momentos L e a partir do modelo regional completo, de forma a se verificar a dispersão dos valores em torno de uma reta com inclinação de 45 graus.

Por fim, foram construídos os gráficos de erro relativo por duração, de acordo com os critérios definidos na seção anterior.

#### **4.4 Calibração do modelo Rio Grande a partir de curvas de permanência sintéticas**

Na presente pesquisa, foi utilizada uma versão simplificada do modelo Rio Grande, na qual se excluiu o módulo de propagação em cursos d'água. Dessa forma, o citado modelo foi empregado de forma concentrada. Pinheiro (2009) argumenta que essa restrição é aceitável uma vez que a metodologia proposta é aplicada somente na escala das bacias hidrográficas. Além disso, o principal objetivo dessa etapa da metodologia é avaliar a adequação do uso das FDC's sintéticas como paradigma de calibração dos parâmetros do modelo chuva-vazão, e para esse fim fazem-se necessários somente os módulos de produção e concentração.

Para a execução dos módulos de produção e concentração do modelo Rio Grande, foi utilizado um programa em linguagem "Visual Basic", desenvolvido no Departamento de Engenharia Hidráulica e de Recursos Hídricos da Escola de Engenharia de Universidade Federal de Minas Gerais (EHR-UFMG), para o trabalho de Pinheiro (2009). O programa foi devidamente adaptado para a metodologia proposta na presente dissertação de mestrado. Os parâmetros passíveis de calibração compõem o módulo de produção, enquanto os parâmetros do módulo de concentração são controlados por características físicas da bacia.

Conforme discutido anteriormente, as calibrações apresentam objetivos distintos nas duas regiões de estudo. Nas bacias mineiras será realizada uma avaliação comparativa das calibrações realizadas com curvas de longo termo e curvas anuais medianas. Nas bacias cearenses, será aferida a capacidade do modelo Rio Grande em reproduzir as condições de intermitência, uma vez que sua estrutura não é adequada para regiões semi-áridas.

#### 4.4.1 Dados de entrada e saída do modelo Rio Grande

Os dados de entrada do modelo Rio Grande são: (1) valores dos parâmetros da distribuição Burr XII estendida; (2) características físicas e climáticas das bacias hidrográficas; (3) valores iniciais e limites de variação dos parâmetros do modelo Rio Grande; e (4) atributos característicos do processo de calibração automática.

Os parâmetros da distribuição Burr XII estendida, para cada bacia hidrográfica, podem ser obtidos diretamente das amostras por um dos métodos de estimação anteriormente descritos. A partir desses parâmetros, o programa constrói a FDC sintética para um conjunto de permanências previamente especificadas.

As características físicas das bacias utilizadas como dados de entrada para o módulo de concentração do modelo são sua área de drenagem e sua forma dominante. No programa utilizado, a forma dominante pode ser caracterizada como retangular, losangular ou elipsoidal. Segundo Pinheiro (2009), bacias losangulares representam áreas de drenagem com forma aproximadamente circular e bacias elipsoidais apresenta formato intermediário entre os tipos retangular e losangular. A forma dominante das bacias foi obtida por meio de mapas cartográficos e da análise dos coeficientes de forma e compacidade. As variáveis climáticas utilizadas como dados de entrada são as alturas de precipitação diárias espacializadas nas bacias e a evaporação diária, ambas em milímetros.

Para concluir a calibração automática, é necessário informar ao programa alguns atributos inerentes ao processo, tais como a função objetivo a ser utilizada, o critério de parada do algoritmo de otimização da função objetivo de calibração e as permanências a serem avaliadas. Na presente pesquisa, fez-se opção pela seguinte função objetivo:

$$F.O. = \sum_{j=1}^n \frac{(Q_{cal,j} - Q_{sim,j})^2}{Q_{sim,j}} \quad (4.23)$$

sendo:

$q_{cal,j}$  - vazão calibrada para a duração  $j$ ;

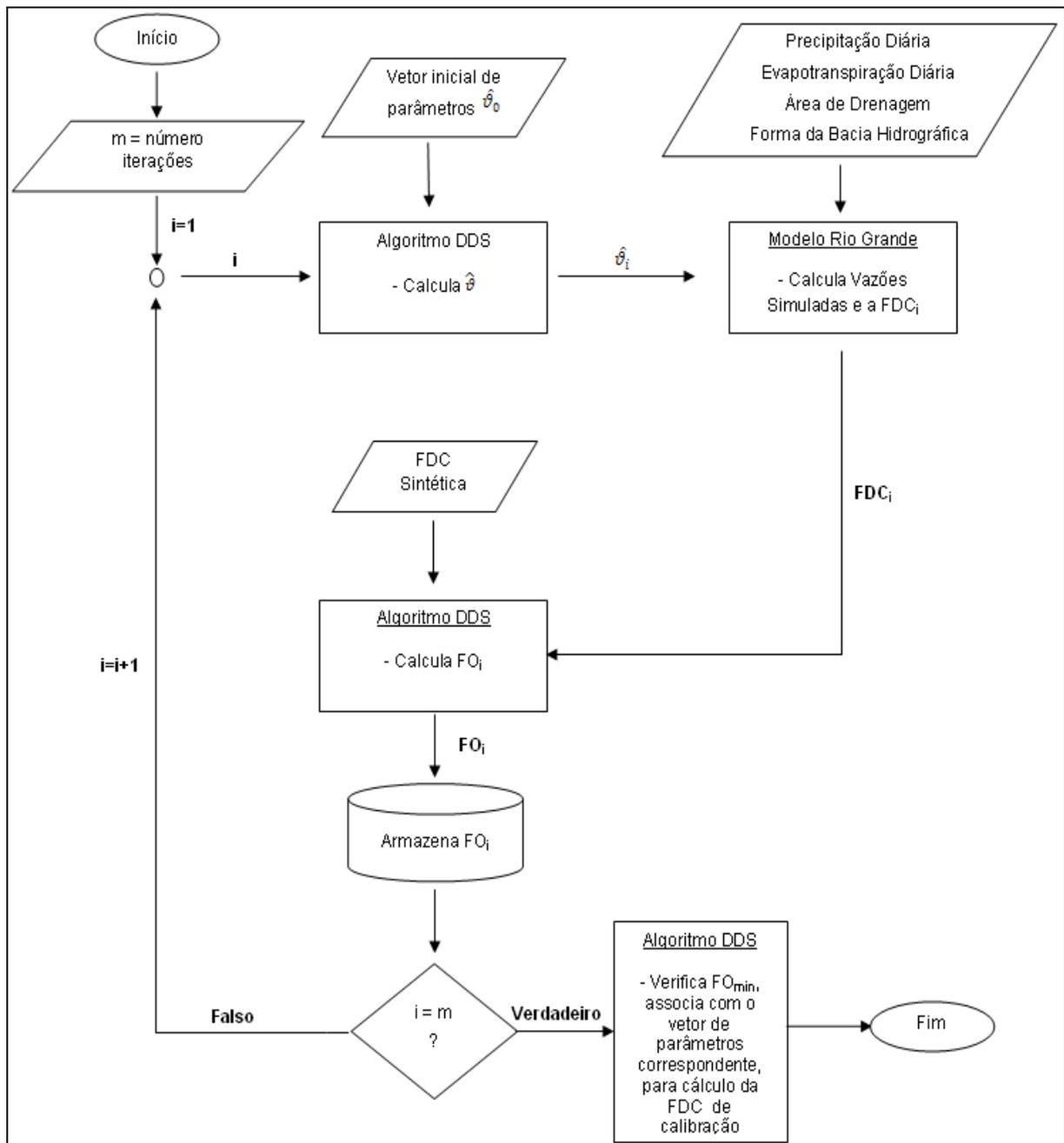
$q_{sim,j}$  - vazão simulada para a duração  $j$ ; e

$j$ - indexador das durações.

Baseado no trabalho de Pinheiro (2009), definiu-se que as permanências avaliadas nas bacias mineiras seriam aquelas contidas no intervalo (1%,99%), variando de 1% em 1% e o número de avaliações da função objetivo seria 6400, uma vez que, segundo a autora, para um número maior de interações não foram observadas melhoras significativas na calibração.

Já para as bacias cearenses, foram avaliadas as permanências contidas entre 1% e o número inteiro imediatamente inferior ao valor de  $\tau$ . No interior desse intervalo as permanências avaliadas variam de 1% em 1%. O número de avaliações da função objetivo também foi 6400 e o valor adotado para o coeficiente *exp* da função objetivo foi 2.

A figura 4.1 apresenta o fluxograma de calibração do modelo Rio Grande tendo como paradigma a curva de permanência.



**Figura 4.1** – Fluxograma de calibração do modelo Rio Grande a partir de curvas de permanência sintéticas. Fonte: Pinheiro (2009)

Os períodos de calibração foram definidos segundo critérios diferenciados em cada um dos trabalhos que subsidiaram esta dissertação. Pinheiro (2009) utilizou um período de 6 anos hidrológicos seguidos, entre outubro de 1992 a setembro de 1998, comum a todas as estações. A autora atribui a escolha desse período à menor quantidade de dados pluviométricos e evaporimétricos a serem preenchidos nas respectivas séries diárias. Nas bacias cearenses, os períodos de calibração são distintos para cada uma das estações utilizadas, de maneira a fazer com que o período escolhido para calibração esteja contido no período utilizado na construção

da curva de permanência. Esse procedimento foi utilizado para manter a coerência com o trabalho de Alexandre (2005) e possibilitar a comparação dos hidrogramas simulados nos dois trabalhos.

Os limites inferior e superior dos parâmetros do modelo Rio Grande para as bacias mineiras foram extraídos do trabalho de Pinheiro (2009), que, por sua vez, utilizou estudos desenvolvidos pelo EHR-UFMG para esse fim. Os valores iniciais dos parâmetros foram obtidos da versão educacional do modelo Rio Grande, também disponibilizada pelo EHR-UFMG. Os limites de variação e valores iniciais dos parâmetros do modelo Rio Grande são apresentados na tabela 4.1.

**Tabela 4.1** – Valores iniciais e limites de variação dos parâmetros do modelo Rio Grande nas bacias de Minas Gerais. Fonte: Pinheiro (2009).

Fase	Parâmetro	Descrição	Limite inferior	Valor inicial	Limite superior
Cálculo do escoamento	B	Expoente da curva de umidade	0,100	0,229	0,990
	IMP	Fração da área impermeável da bacia	0,000	0,024	0,100
Separação dos escoamentos	SM	Teor de umidade livre	5,000	40,619	90,000
	EX	Expoente da curva de umidade livre	0,100	1,744	2,000
	KSS	Coefficiente de escoamento sub-superficial	0,100	0,336	0,400
Afluxos à rede de drenagem	KG	Coefficiente de escoamento subterrâneo	0,300	0,358	0,800
	CI	Recessão do escoamento sub-superficial	0,500	0,576	0,900
Cálculo da evapotranspiração	CG	Recessão do escoamento subterrâneo	0,960	0,989	0,999
	K	Coefficiente de correção da evapotranspiração potencial	0,400	0,746	0,950
	WU	Retenção capilar na zona superior	3,000	10,277	35,000
	WL	Retenção capilar na zona inferior	50,000	75,093	110,000
	WD	Retenção capilar na zona profunda	15,000	39,339	70,000
	C	Coefficiente de evapotranspiração poe freatófitos	0,000	0,092	0,250

A determinação de valores iniciais e limites dos parâmetros para modelagem de rios intermitentes e/ou efêmeros é mais complexa em função da falta de realismo físico com o processo natural. Para simular de maneira mais adequada vazões muito reduzidas ou nulas, é necessário reduzir de maneira significativa os escoamentos sub-superficial e subterrâneo. Uma alternativa para se obter essa redução é aumentar a quantidade de água retida por capilaridade nas zonas superior, inferior e profunda do solo por meio do aumento dos reservatórios lineares relacionados a esse processo. Essa água ficaria disponível somente para evapotranspiração e não afetaria os demais componentes do sistema. Os demais parâmetros também tiveram limites e valores iniciais diferenciados, conforme ilustra a tabela 4.2.

**Tabela 4.2 – Valores iniciais e limites de variação dos parâmetros do modelo Rio Grande nas bacias do Ceará**

Fase	Parâmetro	Descrição	Limite inferior	Valor inicial	Limite superior
Cálculo do escoamento	B	Expoente da curva de umidade	0,100	0,229	0,400
	IMP	Fração da área impermeável da bacia	0,000	0,024	0,100
Separação dos escoamentos	SM	Teor de umidade livre	5,000	20,619	50,000
	EX	Expoente da curva de umidade livre	0,100	1,744	2,000
	KSS	Coefficiente de escoamento sub-superficial	0,300	0,336	0,050
Afluxos à rede de drenagem	KG	Coefficiente de escoamento subterrâneo	0,300	0,358	0,500
	CI	Recessão do escoamento sub-superficial	0,500	0,576	0,750
Cálculo da evapotranspiração	CG	Recessão do escoamento subterrâneo	0,800	0,900	0,990
	K	Coefficiente de correção da evapotranspiração potencial	0,400	0,746	2,500
	WU	Retenção capilar na zona superior	50,000	70,277	100,000
	WL	Retenção capilar na zona inferior	100,000	175,093	300,000
	WD	Retenção capilar na zona profunda	100,000	139,339	200,000
	C	Coefficiente de evapotranspiração poe freatófitos	0,000	0,092	0,250

Os dados de saída do modelo Rio Grande são: (1) série temporal de vazões calibradas; e (2) curva de permanência correspondente ao período de calibração, considerando-se as durações especificadas nos dados de entrada.

#### **4.4.2 Avaliação da qualidade de calibração dos parâmetros do modelo Rio Grande a partir de curvas de permanência sintéticas**

A avaliação da qualidade de calibração do modelo Rio Grande a partir de curvas de permanência sintéticas foi realizada com base na construção de gráficos e do cálculo de índices de desempenho para os hidrogramas gerados, de maneira similar à proposta por Pinheiro (2009). Para o cálculo desses índices, foi retirado o primeiro dos seis anos utilizados na calibração, que corresponde ao período de “aquecimento” do modelo Rio Grande determinado por Queiroga (2003, *apud* PINHEIRO, 2009).

O primeiro índice de desempenho utilizado é o critério de Nash-Sutcliffe, amplamente empregado como ferramenta de avaliação da qualidade de simulação de modelos chuva-vazão. Para coerência de notação, o indexador de vazões será denotado por  $i$ , uma vez que esse exprime aqui um dado dia da simulação e não mais as durações. O critério de Nash-Sutcliffe é dado por:

$$E = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N_{Dias}} (Q_{sim,i} - Q_{obs})^2}{\sum_{i=1}^{N_{Dias}} (Q_{obs,i} - \bar{Q}_{obs})^2} \quad (4.24)$$

na qual:

$i$  - indexador temporal, em dias;

$N_{Dias}$  - número de dias de calibração, excluindo-se o período de aquecimento;

$Q_{obs,i}$  - vazão observada no dia  $i$ ;

$\bar{Q}_{obs}$  - vazão média observada; e

$Q_{sim,i}$  - vazão simulada no dia  $i$ .

Outro índice sugerido é a raiz quadrada da média dos erros quadráticos (RMSE, na sigla em inglês), dada pela expressão abaixo:

$$RMSE = \left[ \frac{1}{N_{Dias}} \sum_{j=1}^{N_{Dias}} (Q_{sim,i} - Q_{obs,i})^2 \right]^{1/2} \quad (4.25)$$

A notação na equação 4.24 é semelhante à da equação anterior.

Outro índice utilizado é a média dos valores absolutos dos erros relativos (AAPE, na sigla em inglês), sugerido por Yu *et al.* (2002) e dado por:

$$AAPE = \frac{1}{N_{Dias}} \sum_{j=1}^{N_{Dias}} \left| \frac{Q_{sim,i} - Q_{obs,i}}{Q_{obs,i}} \right| \quad (4.26)$$

A notação na equação 4.25 é semelhante à das equações anteriores. O índice AAPE não confere peso distinto às vazões de cheia e estiagem e independe da magnitude das descargas de um curso d'água, o que permite a comparação do desempenho da calibração entre diferentes estações fluviométricas.

Foi avaliado também o indicador  $k$ , definido como a relação entre os volumes sob os hidrogramas calibrados e observados. Esse indicador foi utilizado por Yu e Yang (2000) em

seu estudo de calibração do modelo HBV a partir de curvas de permanência sintéticas. O indicador  $k$  é dado por:

$$k = \frac{\sum_{i=1}^{N_{Dias}} Q_{sim,i}}{\sum_{i=1}^{N_{Dias}} Q_{obs,i}} \quad (4.27)$$

A notação na equação 4.26 é semelhante à das equações anteriores. O indicador  $k$  é uma importante ferramenta para avaliação da capacidade do modelo chuva-vazão em reproduzir de maneira adequada os volumes de escoamento produzidos na bacia.

Outro índice avaliado foi o coeficiente de determinação  $R^2$  entre as vazões calibradas e observadas. Esse indicador expressa a concordância entre os valores de vazão simulados e observados e a coerência temporal entre os mesmos.

Por fim, foram calculados a média  $r$  e o desvio padrão  $\sigma_r$  dos erros, e também o resíduo médio relativo, dado pela seguinte equação:

$$r_{rel} = \frac{r}{Q_{obs}} \quad (4.28)$$

A análise gráfica foi fundamentada na construção de hidrogramas e na avaliação do comportamento dos resíduos de calibração. Foram elaborados os seguintes gráficos:

- Hidrogramas observados e calibrados, apresentados conjuntamente;
- Descargas observadas *versus* descargas calibradas, excluindo-se as vazões do ano de “aquecimento” do modelo. Esse gráfico permite avaliar a dispersão das descargas em torno de uma reta com inclinação de 45 graus, correspondente a um ajuste perfeito;
- Evolução temporal dos resíduos, incluindo-se o ano de “aquecimento”. Esse gráfico ilustra as variações dos erros ao longo de cheias e estiagens, bem como a presença ou ausência de viés na calibração (PINHEIRO, 2009); e

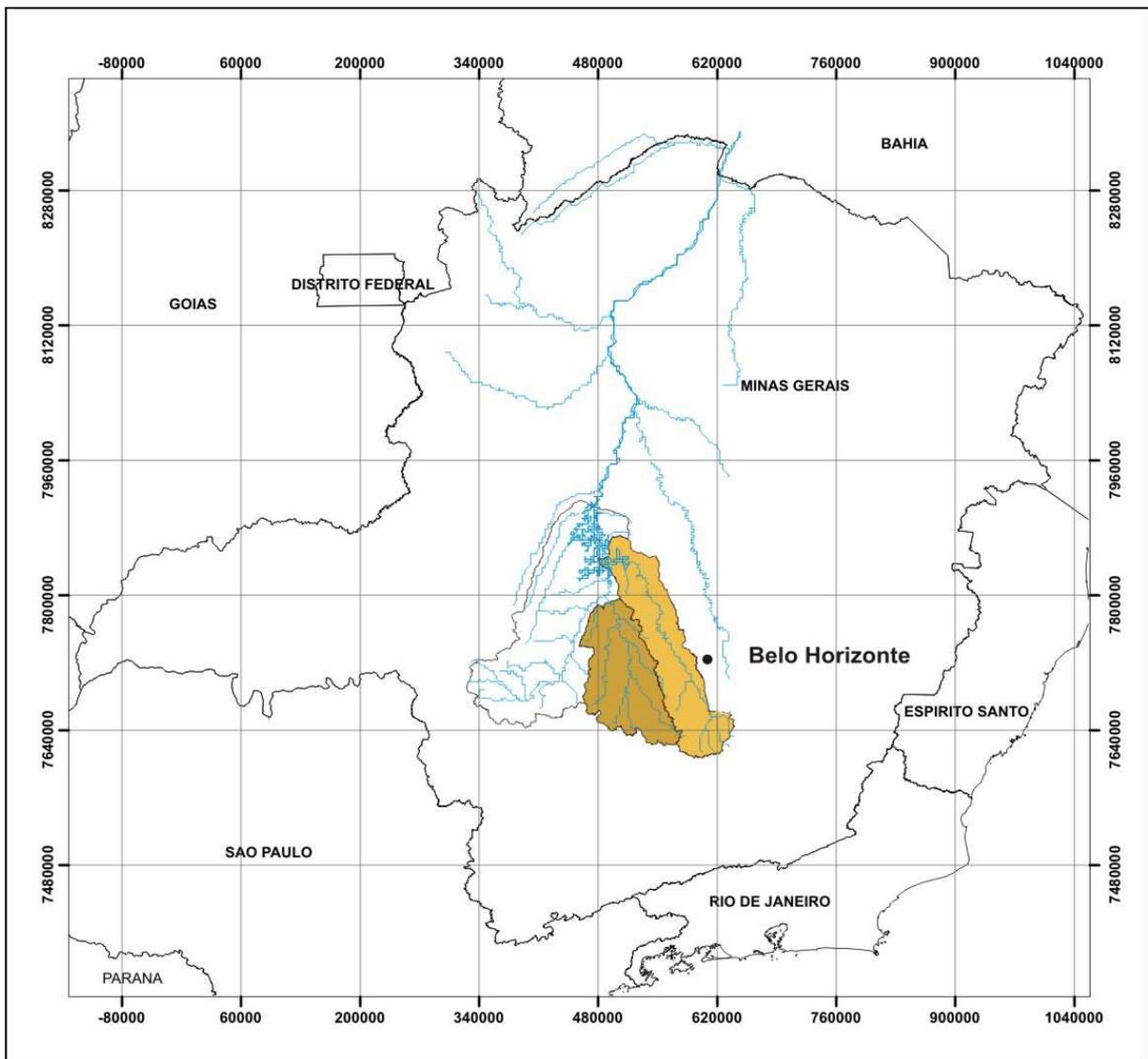
- Dispersão dos resíduos em relação às vazões observadas, excluindo-se o ano de “aquecimento”. Esse gráfico permite avaliar se os resíduos são homocedásticos. De acordo com Pinheiro (2009), o ideal é que os resíduos não aumentem com os valores de vazão. No entanto, esse comportamento é comumente observado em simulações com modelos chuva-vazão.

## **5 APLICAÇÃO DA METODOLOGIA ÀS BACIAS HIDROGRÁFICAS EM MINAS GERAIS**

Para a aplicação da metodologia descrita no capítulo 4, foram selecionadas duas regiões de estudo. A primeira região corresponde às bacias dos rios Pará e Paraopeba, localizadas no estado de Minas Gerais. Tais bacias são caracterizadas pelo regime perene dos cursos d'água. A segunda região corresponde a sub-bacias do Poti, Acarú, Alto Jaguaribe, Salgado e Banabuiú, localizadas no estado do Ceará. Essas sub-bacias são caracterizadas pelo regime intermitente dos cursos d'água.

Neste capítulo a metodologia é aplicada às bacias dos rios Pará e Paraopeba. Esses rios são afluentes do rio São Francisco pela margem direita e pertencem à sub-bacia de código 40 (DNAEE, 1996), que engloba também o alto curso do rio São Francisco, a montante da Usina Hidrelétrica de Três Marias, os rios Indaiá, Borrachudo, Samburá, Ajudas, Bambuí e os ribeirões Jorge Grande, dos Veados e da Marmelada, pela margem esquerda, e os rios São Miguel e Preto, e os ribeirões dos Patos e da Extrema Grande, pela margem direita (PINHEIRO, 2009).

As bacias dos rios Pará e Paraopeba foram escolhidas em função da disponibilidade de dados fluviométricos, pluviométricos e evaporimétricos em quantidade suficiente para aplicação e avaliação da metodologia proposta e também pela existência de uma grande quantidade de estudos de caracterização e regionalização de variáveis hidrológicas e climáticas. A figura 5.1 apresenta a localização das duas bacias no estado de Minas Gerais.



**Figura 5.1** – Localização das bacias dos rios Pará e Paraopeba em Minas Gerais. Fonte: Pinheiro (2009)

## **5.1 Caracterização das bacias localizadas no estado de Minas Gerais**

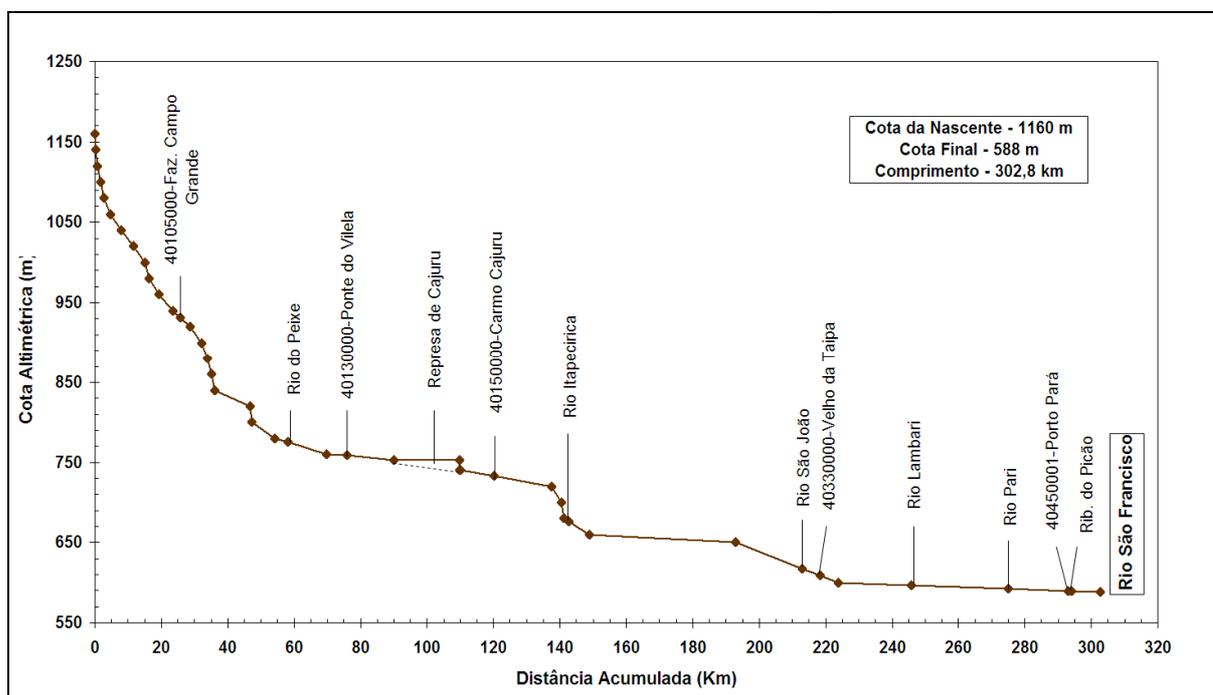
### **5.1.1 Localização**

A bacia do rio Pará encontra-se inserida no polígono composto pelas coordenadas geográficas aproximadas de 19°10' e 20°45' de latitude sul e 44°15' e 45°20' de longitude oeste, no estado de Minas Gerais, e possui uma área de drenagem de aproximadamente 12.225km<sup>2</sup>. Os principais afluentes do rio Pará são os rios São João e do Peixe, pela margem direita, e os rios Itapecerica, Lambari e do Picão, pela margem esquerda (LIMA, 2004 *apud* PINHEIRO, 2009).

As nascentes do rio Pará localizam-se no município de Rezende Costa, nas vertentes das serras da Galga e da Cebola, em uma altitude de 1.160m. O curso d'água apresenta um desenvolvimento longitudinal de 303km, no sentido predominante SE-NW, das nascentes até o desembocamento no rio São Francisco, em uma altitude de 590m. Sua foz localiza-se no limite entre os municípios de Pompeu, Abaeté e Martinho Campos (LIMA, 2004 *apud* PINHEIRO, 2009).

Os principais municípios banhados pelo rio Pará são: Passa Tempo, Carmópolis de Minas, Cláudio, Itaguara, Carmo do Cajuru, Itaúna, Itatiaiuçu, Carmo da Mata, Pará de Minas, Conceição do Pará, Pompéu, Pitangui, Bom Despacho, Martinho Campos, Araújos, Santo Antônio do Monte, Pedra do Indaiá, Camacho, São Gonçalo do Pará e Divinópolis (PINHEIRO, 2009).

O perfil longitudinal do rio Pará é apresentado na figura 5.2. Nessa figura constam também os principais tributários do curso d'água, as estações fluviométricas em operação e os reservatórios artificiais existentes.



**Figura 5.2** – Perfil longitudinal do rio Pará. Fonte: Pinheiro (2009)

A bacia do rio Paraopeba, por sua vez, localiza-se entre as coordenadas geográficas aproximadas de 20°51' e 18°35' de latitude Sul e de 45°11' e 43°38' de longitude oeste,

também em Minas Gerais, e possui uma área de drenagem de aproximadamente 13.640km<sup>2</sup>. Os principais afluentes do rio Paraopeba são os rios Maranhão e Betim e o ribeirão São João, pela margem direita, e os rios Camapuã, Manso e Pardo e os ribeirões Serra Azul e Florestal, pela margem esquerda.

As nascentes do rio Paraopeba localizam-se no município de Cristiano Ottoni, em uma altitude de 1.140m. O curso d'água apresenta um desenvolvimento longitudinal de 540km, no sentido SE-NW, das nascentes até a foz, no reservatório de Três Marias (CPRM, 2001 *apud* PINHEIRO, 2009).

Os principais municípios banhados pelo rio Paraopeba são: Lagoa Dourada, Congonhas, Belo Vale, Conselheiro Lafaiete, Jeceaba, Entre Rios de Minas, São Brás do Suaçui, Bonfim, Brumadinho, Mateus Leme, Betim, Esmeraldas, Cachoeira da Prata, Sete Lagoas, Papagaios, Paraopeba, Pompéu, Curvelo e Felixlândia (PINHEIRO, 2009).

O perfil longitudinal do rio Paraopeba é apresentado na figura 5.3. Nessa figura constam também os principais tributários do curso d'água e as estações fluviométricas em operação.

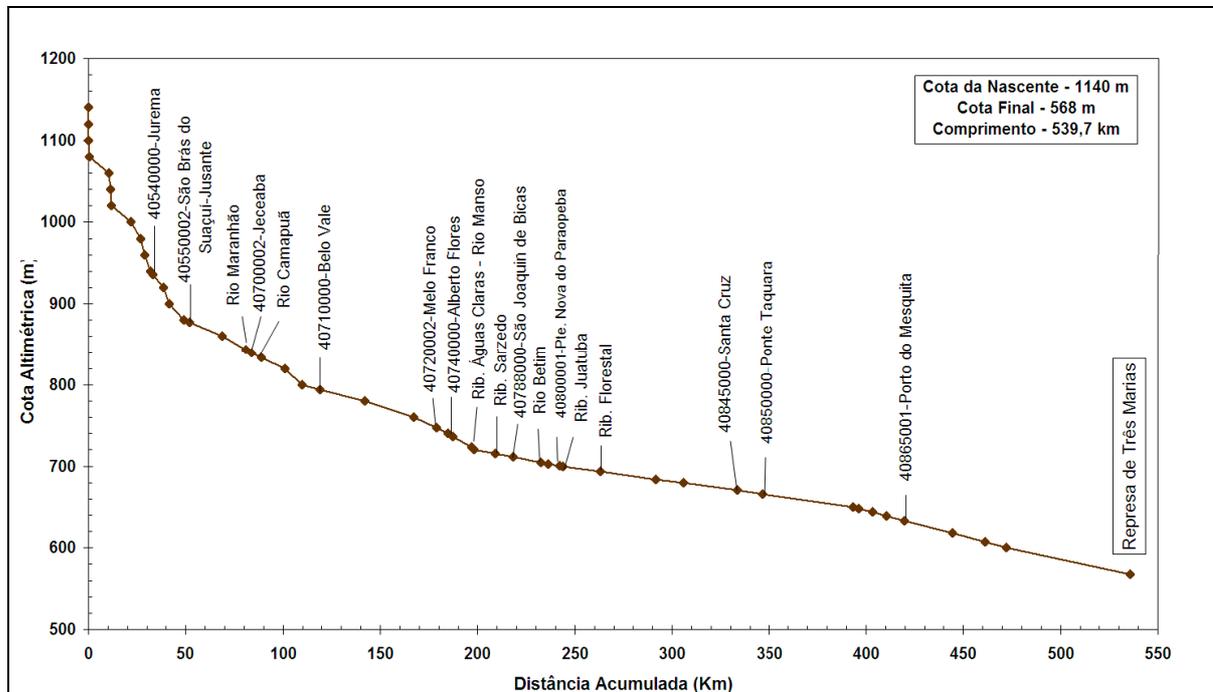


Figura 5.3 – Perfil longitudinal do rio Paraopeba. Fonte: Pinheiro (2009)

### 5.1.2 Clima

As informações apresentadas nesta seção foram extraídas do trabalho de Pinheiro (2009), que por sua vez utilizou o volume 01 do trabalho de CPRM (2001) como fonte de dados. A caracterização climática extraída dos trabalhos citados abrange toda a sub-bacia 40, da qual fazem parte as bacias dos rios Pará e Paraopeba. Dessa forma, admitiu-se na presente pesquisa que a referida caracterização é válida para as duas bacias.

A temperatura média da região em estudo varia entre 19°C e 23°C, sendo que as menores temperaturas são registradas na parte sul da sub-bacia, em função da ocorrência de efeitos orográficos. As temperaturas aumentam de maneira gradativa à medida que latitudes mais baixas são alcançadas.

As temperaturas mais altas são registradas no mês de janeiro, sendo que a média das temperaturas máximas varia entre 28°C e 30°C. No inverno, ocorre uma redução significativa das temperaturas, e a média das temperaturas mínimas varia entre 8°C e 10°C. A amplitude térmica anual é da ordem 12°C a 14°C.

No que concerne às precipitações, os totais anuais variam entre 1.700mm nas cabeceiras da bacia e 1.150mm nas proximidades do reservatório de Três Marias. O regime pluvial é característico de regiões com clima tropical, com ocorrência dos valores mensais máximos no período de verão e dos mínimos no inverno. O trimestre mais chuvoso, que corresponde aos meses de novembro, dezembro e janeiro para quase toda a bacia, contribui com aproximadamente 55% a 60% do total anual precipitado, enquanto o trimestre mais seco, que corresponde aos meses de junho, julho e agosto, contribui com menos de 5% da precipitação total.

São encontradas na sub-bacia 40 três tipologias climáticas, caracterizadas de acordo com a classificação proposta por Köppen (CPRM, 2001 *apud* PINHEIRO, 2009). São elas:

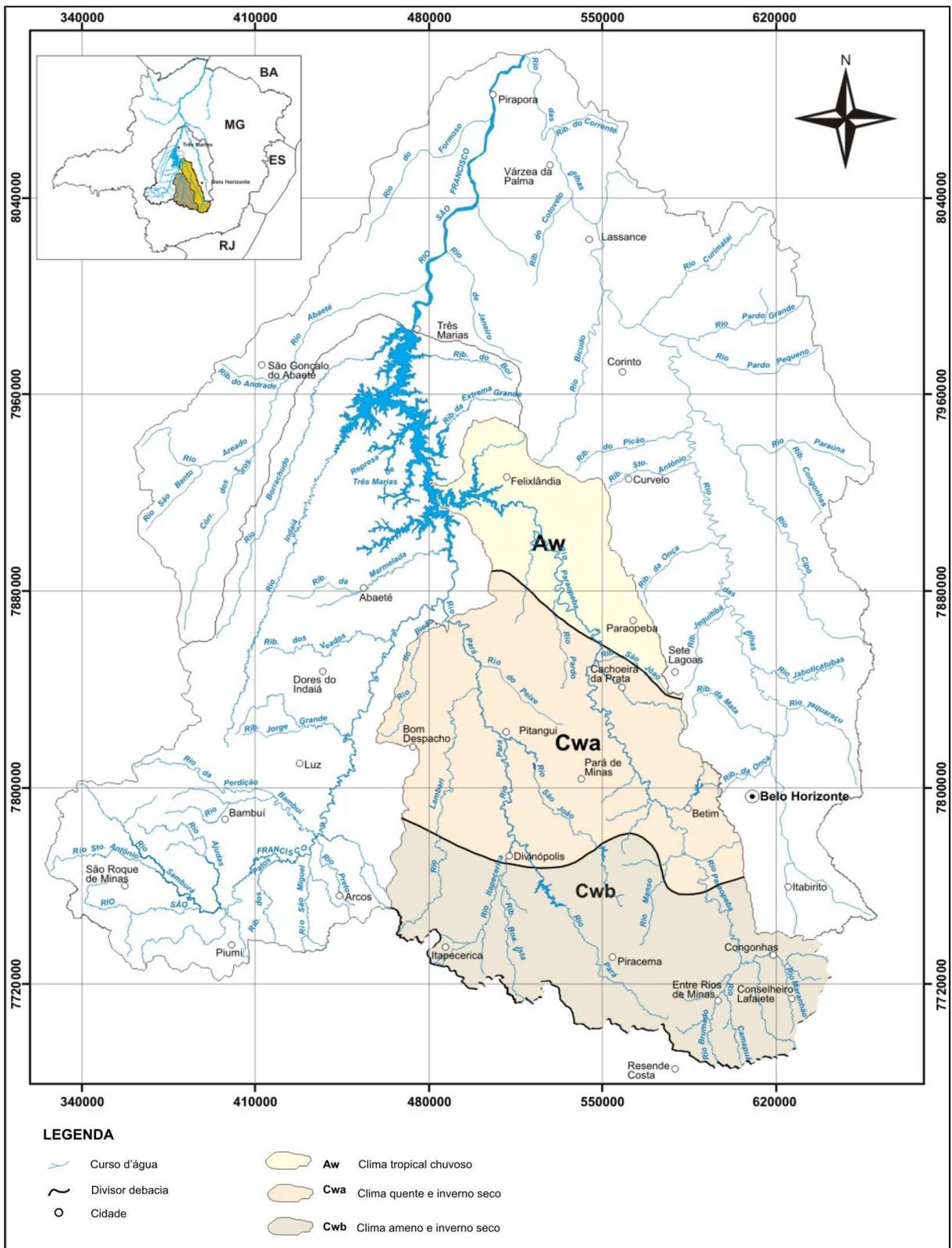
Cwb – “clima temperado brando com verão ameno (temperatura média do mês mais quente inferior a 22°C) e inverno brando (temperatura média do mês mais frio inferior a 18°C); a estação seca é coincidente com o inverno. Este tipo climático ocorre na faixa meridional

*da região em estudo (latitudes 20°15' a 21°), junto às cabeceiras da bacia, onde as altitudes são mais elevadas, da ordem de 1000m (CPRM, 2001 apud PINHEIRO, 2009).”*

*Cwa – “clima temperado brando com verão quente (temperatura média do mês mais quente superior a 22°C) e inverno brando (temperatura média do mês mais frio inferior a 18°C); a estação seca corresponde ao inverno. É o tipo climático característico da faixa central da região em estudo, correspondendo aproximadamente às latitudes entre 19 e 20° (CPRM, 2001 apud PINHEIRO, 2009).”*

*Aw – “clima tropical chuvoso, quente e úmido, com inverno seco e verão chuvoso. A temperatura média do mês mais frio é sempre superior a 18°C. Este tipo climático ocorre nas latitudes mais baixas da sub-bacia, entre 18° e 19°, nas proximidades da represa de Três Marias (CPRM, 2001 apud PINHEIRO, 2009).”*

A bacia do rio Paraopeba apresenta as três tipologias climáticas descritas, enquanto a bacia do rio Pará apresenta apenas as duas primeiras, conforme ilustrado na figura 5.4.



**Figura 5.4** – Tipologias climáticas encontradas nas bacias dos rios Pará e Paraopeba.  
 Fonte: Pinheiro (2009)

### **5.1.3 Vegetação**

De maneira similar à caracterização climática, as informações relativas à vegetação nas bacias dos rios Pará e Paraopeba foram extraídas do trabalho de Pinheiro (2009), que utilizou como fonte primária o trabalho de CPRM (2001).

A vegetação nativa na região do alto São Francisco é constituída predominantemente pelo cerrado. Esse tipo de vegetação é típico de regiões com clima semi-úmido, e é constituído essencialmente por gramíneas, arbustos e árvores de pequeno porte. Originalmente, o cerrado se estendia por quase toda a sub-bacia.

Nas áreas com solos mais ricos em água e sais minerais, o cerrado apresenta uma variação denominada cerradão, caracterizada pela presença de vegetação de maior porte. Esse tipo de vegetal é composto, de maneira geral, por três estratos: o superior, arbóreo, com árvores de altura média variando entre 8 e 12 metros; o intermediário, composto por espécimes similares aos do cerrado; e inferior, herbáceo, composto principalmente por gramíneas.

As florestas subcaducifólias, originalmente localizadas ao sul da bacia, foram totalmente substituídas por pastagens. Entretanto, manchas de matas e capoeiras ainda são encontradas na região, em especial nos municípios de Pará de Minas, Pitangui e Bom Despacho. Nas regiões compreendidas entre os municípios de Paraopeba/Curvelo e Bom Despacho/Martinho Campos foram implantadas florestas artificiais, em grande parte constituídas por eucaliptus.

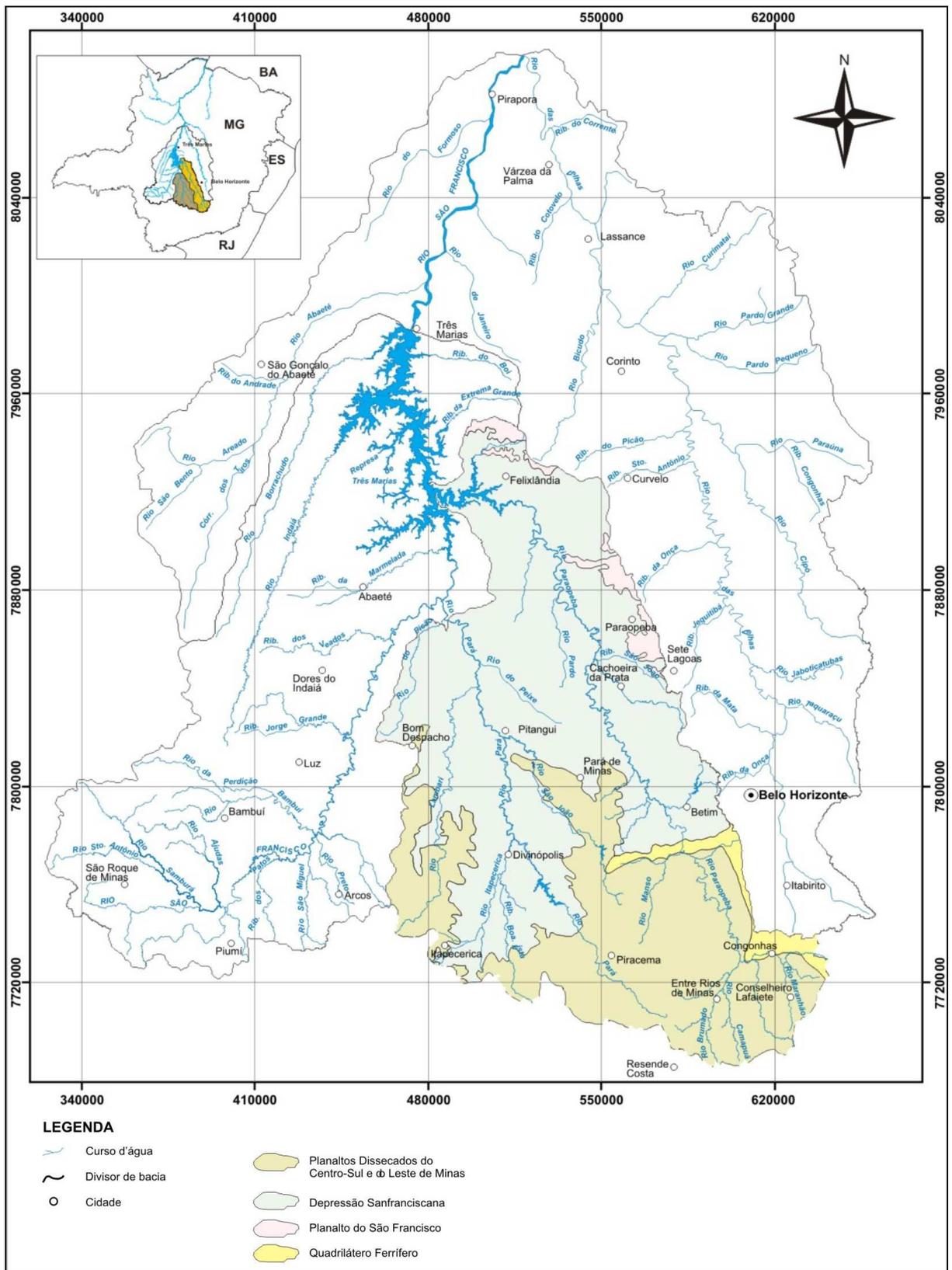
As áreas de altitudes mais elevadas, situadas acima de 900 – 1000m, apresentam vegetação do tipo campos de altitude, caracterizada por vegetação herbácea contínua com ocorrência de pequenos arbustos. Esse tipo de vegetação é encontrado nas serras da Canastra e da Moeda.

### **5.1.4 Relevo**

O relevo da sub-bacia 40 é caracterizado por planaltos, depressões e áreas dissecadas em função de alternância de atuação de processos morfoclimáticos associados ao condicionamento geológico. As unidades geomorfológicas existentes são (CPRM, 2001 *apud* PINHEIRO, 2009):

- Planalto Dissecado do Centro-Sul e Leste de Minas, correspondente à região das nascentes dos rios Pará, Paraopeba e Lambari. A região é delimitada a leste pela serra da Moeda e a oeste pela Depressão São Franciscana, apresentando uma descontinuidade na área compreendida entre os municípios de Divinópolis e Itaúna. As principais formas de relevo encontradas nessa região são colinas e cristas com vales encaixados e/ou com fundo chato, decorrentes de processos de dissecação fluvial em rochas granito-gnáissicas do embasamento Pré-Cambriano. As altitudes variam entre 1000m nas cristas e 700m nos vales (CPRM, 2001 *apud* PINHEIRO, 2009);
- Depressão São Franciscana, correspondente a aproximadamente 60% da região da sub-bacia, e que engloba toda a área do rio São Francisco e o médio curso dos rios Pará e Paraopeba. Nessa região, formas aplainadas e superfícies onduladas decorrentes de processos de erosão areolar se intercalam com formas típicas de processos de dissecação fluvial, tais como cristas e colinas com vales encaixados e/ou de fundo chato. As altitudes variam entre 600m e 800m ;
- Planalto do São Francisco, localizado na extremidade oeste da região em estudo. Essa região é formada por superfícies tabulares, com coberturas sedimentares predominantemente arenosas, cobertas por vegetação do tipo cerrado e entrecortadas por cabeceiras de drenagem pouco aprofundadas. As altitudes variam entre 600m e 1000m. Essa unidade geomorfológica não está presente na bacia do rio Pará, aparecendo em uma pequena área da bacia do rio Paraopeba, localizada nos municípios de Caetanópolis, Curvelo e Paraopeba (CPRM, 2001 *apud* PINHEIRO, 2009).

A figura 5.5 ilustra a extensão e a distribuição das unidades geomorfológicas que compõem as bacias hidrográficas dos rios Pará e Paraopeba.



**Figura 5.5** – Unidades geomorfológicas encontradas nas bacias dos rios Pará e Paraopeba. Fonte: Pinheiro (2009)

### 5.1.5 Hidrogeologia

A caracterização hidrogeológica da porção mineira da bacia hidrográfica do rio São Francisco foi realizada por Mourão *et al.* (2001 *apud* PINHEIRO, 2009). Os autores identificaram cinco sistemas aquíferos principais na região de estudo, diferenciados segundo características litológicas, de comportamento hidrodinâmico e de aspectos morfo-estruturais. Os principais sistemas aquíferos presentes nas bacias dos rios Pará e Paraopeba são tratados a seguir, com algum destaque sendo conferido aos sistemas que ocupam maior extensão nas bacias citadas.

- Aquíferos de rochas ígneas e metamórficas de alto grau, do Sistema Aquífero Fissurado, que ocupam grande extensão das bacias dos rios Pará e Paraopeba, nas regiões correspondentes aos cursos médio e alto dos rios. Nesse tipo de aquífero, a porosidade é relacionada à presença de falhas, fraturas, juntas, diáclases e outras discontinuidades resultantes de esforços tectônicos. É um meio altamente heterogêneo e anisotrópico, no qual a condutividade hidráulica é função de aspectos relacionados ao fraturamento. Esse sistema aquífero é associado a rochas metamórficas, rochas intrusivas e vulcânicas e aos complexos gnáissico-granitóides.
- Aquíferos de rochas metapelíticas e xistosas do Sistema Aquífero Fissurado, que ocupam a bacia do rio do Peixe, afluente do rio Pará pela margem direita no seu baixo curso, as bacias do rio Manso e do ribeirão Serra Azul, tributários do rio Paraopeba pela margem esquerda em seu médio curso, e áreas do baixo curso dos rios Pará e Paraopeba. Neste tipo de aquífero, a diferença no tamanho dos grãos e a distinção na densidade de feições estruturais conduzem a variações de comportamento hidrogeológico. A recarga é feita principalmente por meio do fluxo vertical descendente oriundo das unidades granulares superiores, e, de maneira menos significativa, através de fendas e fraturas. As nascentes difusas, de ocorrência generalizada na porção meridional da bacia, desempenham um papel de grande importância na manutenção do escoamento de base dos cursos d'água.
- Sistema Aquífero Fissurado-Cárstico, presente em áreas do baixo curso do rio Paraopeba, próximo ao reservatório de Três Marias. Esse tipo de sistema aquífero “agrega as unidades constituídas por intercalações de rochas pelíticas e carbonáticas representadas por margas, siltitos e ardósias com níveis de calcário ou dolomito”. Em função da constituição litológica e da diferenciação estrutural, esse tipo de sistema apresenta aspectos hidráulicos contrastantes e variáveis entre aquíferos fissurados, aquíferos cársticos ou aquíferos com

características intermediárias entre os dois sistemas citados. As fontes de recarga são relacionadas à infiltração direta de água de chuva em áreas de afloramento ou de água superficial através de drenagens estruturalmente controladas, além do aporte de água superficial nas planícies de inundação quando da ocorrência de cheias.

- Aquíferos aluviais, pertencentes ao Sistema Aquífero Granular, que ocupam áreas da bacia do rio Picão, último afluente importante do rio Pará pela margem esquerda.
- Aquíferos de rochas itabiríticas e aquíferos de rochas quartizíticas, do Sistema Aquífero Fissurado, que ocupam pequenas porções do alto curso do rio Paraopeba.

A figura 5.6 apresenta os sistemas aquíferos presentes nas bacias dos rios Pará e Paraopeba.

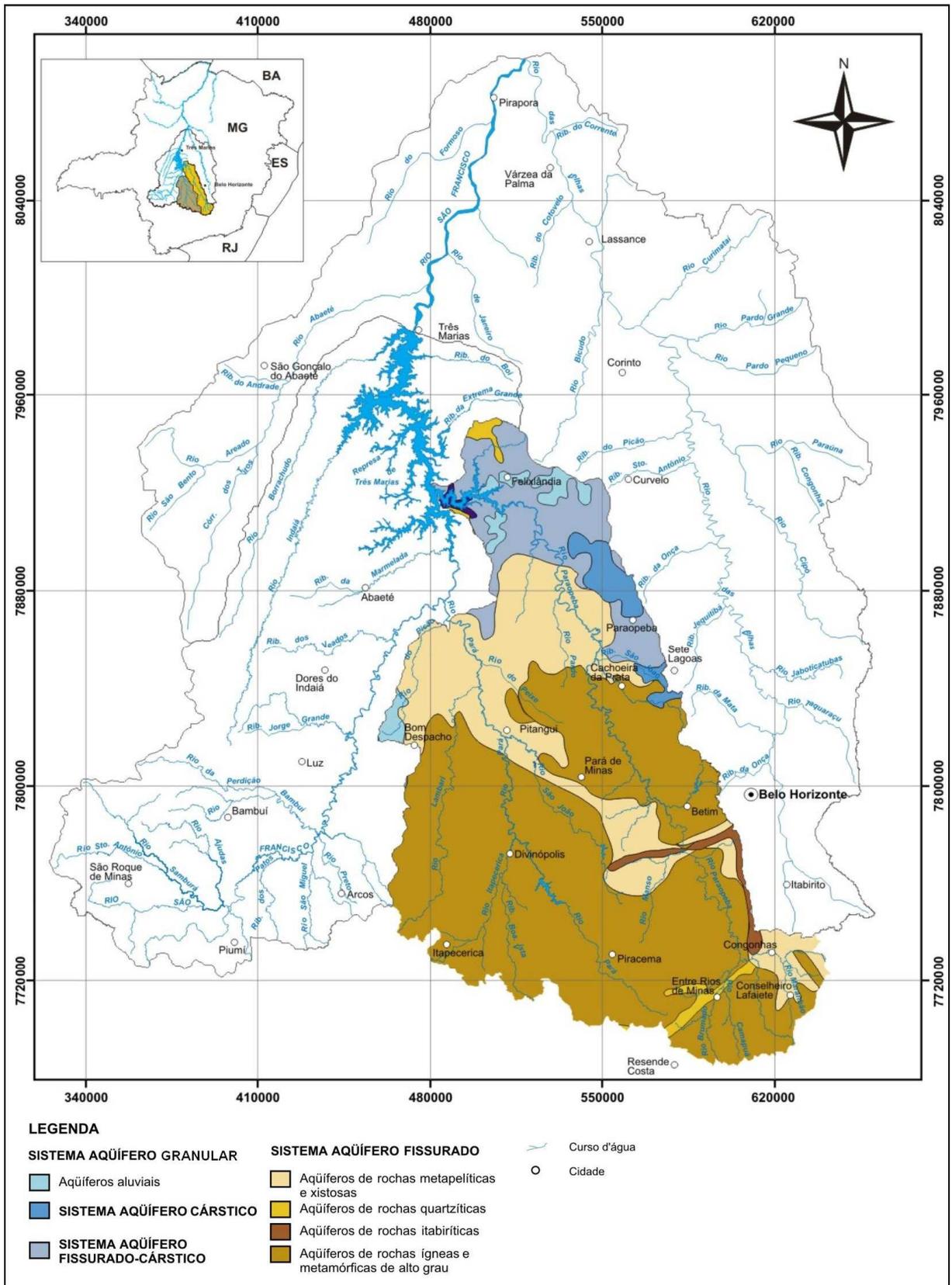


Figura 5.6 – Sistemas aquíferos encontrados nas bacias dos rios Pará e Paraopeba. Fonte: Pinheiro (2009)

## 5.2 Estações fluviométricas utilizadas no estudo

As estações fluviométricas utilizadas na presente dissertação são as mesmas empregadas no trabalho de Pinheiro (2009), com exceção da estação de Congonhas Linígrafo (40579995). Essa estação foi excluída em função da presença de um número grande de falhas no arquivo do banco de dados digital da ANA.

Dois grupos de estações foram considerados. O primeiro deles é composto por 10 postos e foi utilizado na elaboração dos modelos regionais de curva de permanência. O segundo grupo é composto por 6 postos e foi utilizado na validação dos referidos modelos.

As informações pertinentes às estações utilizadas neste estudo são apresentadas na tabela 5.1.

**Tabela 5.1 – Estações fluviométricas utilizadas no estudo**

Estação Fluviométrica	Código	Curso d'água	Área de drenagem (km <sup>2</sup> )	Período de dados
Ponte do Vilela e Ponte do Vilela Jusante	40130001 e 40130002	Rio Pará	1726	07/1938-01/2008
Jaguaruna e Jagurauna Jusante	40300000	Rio São João	1558	05/1938-12/1959 e 01/1976 a 12/2006
Velho da Taipa	40330000	Rio Pará	7378	07/1938-12/2006
Porto Pará	40450001	Rio Pará	11302	05/1939-01/2008
São Brás do Suaçui Montante	40549998	Rio Paraopeba	461	07/1956-12/2006
Entre Rios de Minas	40680000	Rio Brumado	486	09/1938-07/2006
Belo Vale	40710000	Rio Paraopeba	2760	08/1965-12/2006
Alberto Flores	40740000	Rio Paraopeba	3939	04-1967-12/2006
Ponte Nova do Paraopeba	40800000 e 40800001	Rio Paraopeba	5680	01/1938-12/2006
Porto do Mesquita	40865001	Rio Paraopeba	10192	08/1977-01/2008
Lamounier	40160000	Rio Itapecirica	159	06/1938-12/1947
Carmo da Mata	40180000	Ribeirão Boa	144	06/1938-12/1974
Usina Camarão	40350000	Rio Lambari	269	06/1938-12/1959 e 01/1976 a 12/1989
Usina João Ribeiro	40665000	Rio Camapuã	293	09/1938-12/1985
Jeceaba	40700002	Rio Paraopeba	2760	01/1943-12/1956
Fazenda escola Florestal	40830000	Ribeirão Florestal	84	01/1952-12/1965

## 5.3 Estimação de parâmetros da distribuição Burr XII estendida

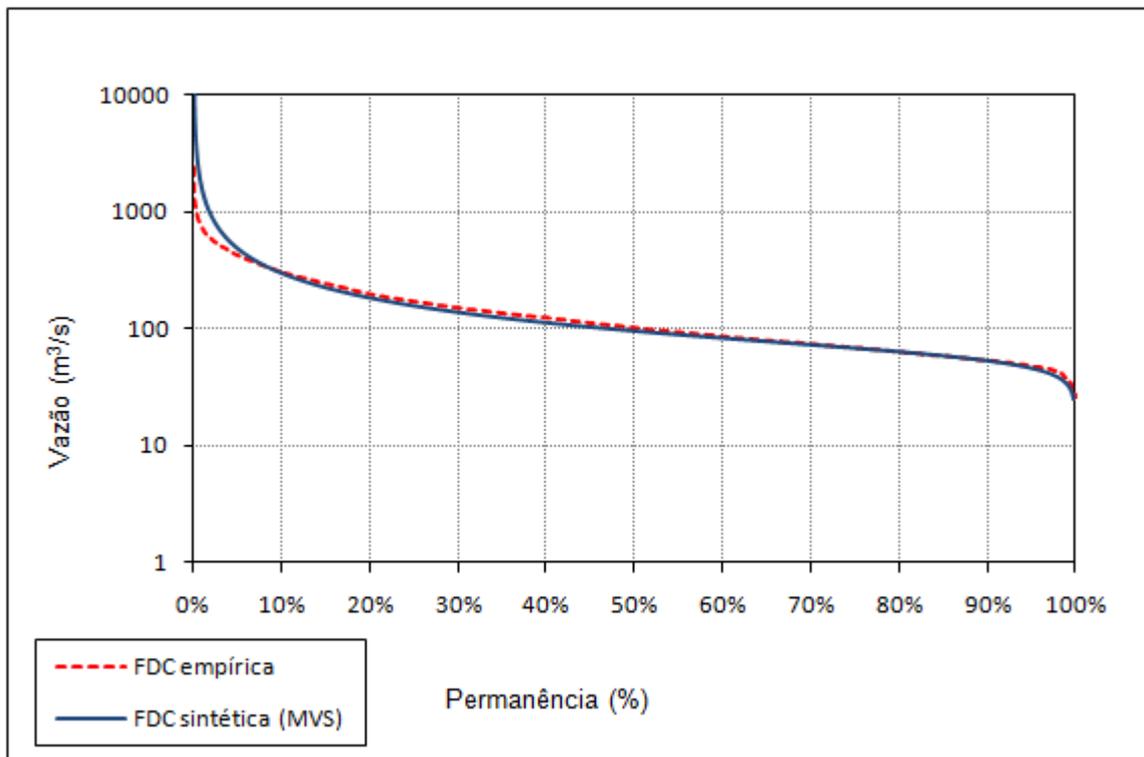
Conforme explicado no capítulo 4 – Metodologia, a estimação de parâmetros foi realizada pelo método de máxima verossimilhança (MVS) e pelo método dos momentos-L (MML), com intuito de se avaliar as principais propriedades e a qualidade de ajuste proporcionada por cada um deles. As estimativas dos parâmetros obtidas com os referidos métodos e os índices

de desempenho propostos para avaliação de ajuste são apresentados nas tabelas 5.2 e 5.3. Além das tabelas, são apresentados nas figuras 5.7 e 5.8 gráficos que mostram os ajustes correspondentes aos métodos MVS e MML na estação de Porto Pará (40450001). O comportamento observado nessa estação, para os dois métodos de estimação, é similar ao comportamento das outras 9 estações utilizadas neste estudo.

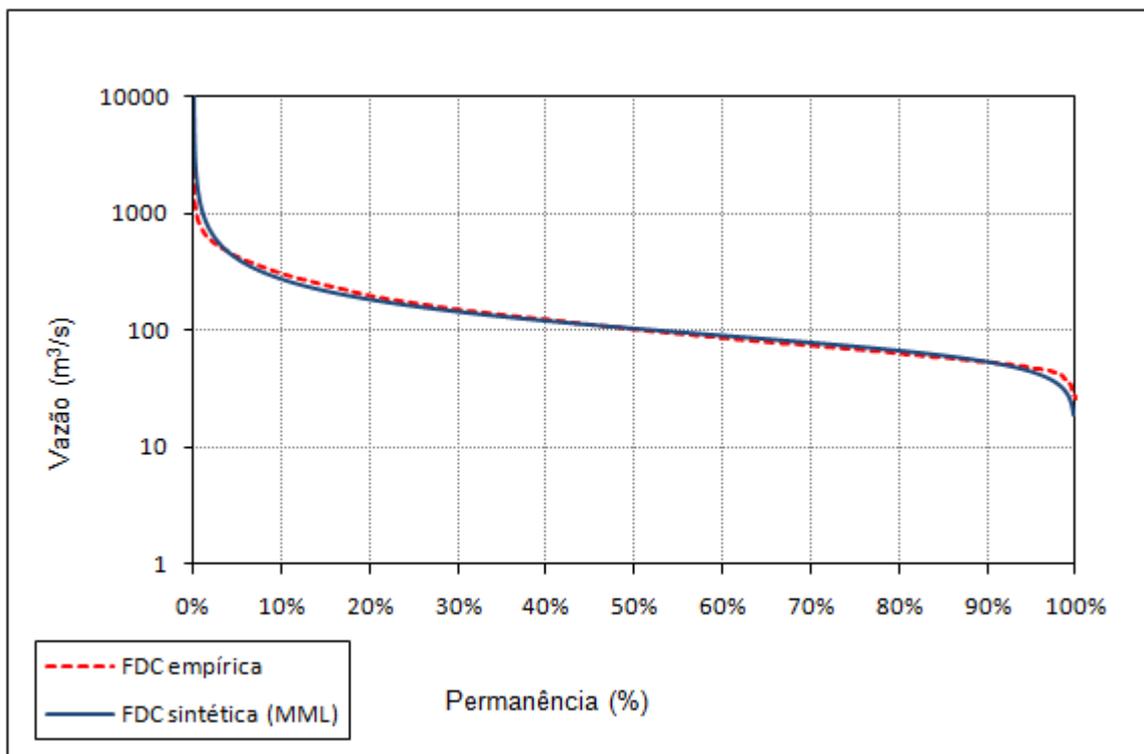
As figuras 5.7 e 5.8 mostram que o método MVS proporciona melhor ajuste do ramo inferior da FDC, em detrimento de seu ramo superior, enquanto o método MML apresenta comportamento oposto, promovendo melhor ajuste do ramo superior em detrimento do ramo inferior da FDC. A principal justificativa para esse fato é o valor do parâmetro  $\beta$ , que influencia fortemente a região de vazões altas. Quanto menor o valor desse parâmetro, maior a taxa de variação da distribuição no ramo superior da FDC e, por consequência, maiores são as diferenças entre as vazões simuladas e observadas nessa região. A principal hipótese para a observação de valores consideravelmente menores das estimativas MVS do parâmetro  $\beta$  é o peso do mesmo para a condição de máximo da função de verossimilhança.

A análise das tabelas 5.2 e 5.3 mostra também que o aumento dos valores de  $\beta$  na estimação pelo método MML produz um aumento nos valores correspondentes de  $\alpha$ , quando comparados às estimativas MVS. Esse fato se explica pela grande correlação apresentada pelos parâmetros de forma  $\alpha$  e  $\beta$  (no caso do método MML, o coeficiente de correlação linear entre os mesmos é igual a 0,95), o que faz com que qualquer variação em um desses parâmetros se reflita diretamente na estimativa do outro.

Conforme visto no item 3.3.2.6, para valores negativos de  $\beta$ ,  $\frac{\partial Q_p}{\partial \alpha} < 0$  na região de vazões baixas. Assim, o aumento dos valores de  $\alpha$  verificados nas estimativas MML explica a tendência de subestimação das vazões no ramo inferior da FDC para o referido método.



**Figura 5.7** – Comparação entre a FDC observada e a FDC sintética (MVS) na estação de Porto Pará (40450001)



**Figura 5.8** – Comparação entre a FDC observada e a FDC sintética (MML) na estação de Porto Pará (40450001)

**Tabela 5.2** – Parâmetros estimados pelo método de máxima verossimilhança e índices de avaliação do ajuste

Estação	Estimação de parâmetros pelo método de máxima verossimilhança (MVS)						
	$\lambda$	$\alpha$	$\beta(=k)$	Nash	$r$	AAPE	RMSE
40130001	16,6885	0,2574	-2,3781	0,853	0,977	0,045	8,856
40300000	12,3589	0,1607	-4,0159	0,970	0,989	0,028	4,386
40330000	54,6044	0,1299	-5,3517	0,871	0,944	0,049	27,903
40450001	76,9756	0,1739	-4,0140	0,851	0,941	0,062	41,445
40549998	4,9863	0,2946	-1,8484	0,923	0,983	0,036	1,649
40680000	5,5507	0,3130	-2,0545	0,897	0,983	0,036	2,934
40710000	27,3374	0,1505	-4,6407	0,621	0,962	0,056	28,380
40740000	36,9632	0,1598	-4,0763	0,797	0,974	0,045	25,509
40800001	50,5735	0,2576	-2,4174	0,824	0,972	0,045	30,028
40865001	74,5325	0,2610	-2,6184	0,625	0,947	0,055	73,528

**Tabela 5.3** – Parâmetros estimados pelo método dos momentos-L e índices de avaliação do ajuste

Percebe-se ainda a partir das tabelas 5.2 e 5.3 que o método MML é mais vantajoso que o método MVS com relação aos índices  $r$ , Nash e RMSE. O índice  $r$  mostra melhor concordância entre as vazões simuladas e observadas, enquanto os índices Nash e RMSE apontam o melhor ajuste do ramo superior da FDC. Já o índice AAPE é bastante próximo para os dois métodos, com pequena vantagem para o método MVS.

Tendo-se em vista o melhor ajuste visual e melhores valores dos índices de avaliação de desempenho, optou-se pelo método dos momentos-L para estimação dos parâmetros da distribuição Burr XII estendida.

Tal método foi empregado também para estimação dos parâmetros das curvas de permanência anuais medianas, a serem utilizadas na calibração indireta do modelo Rio Grande. As estimativas MML dos referidos parâmetros são apresentadas na tabela 5.4.

**Tabela 5.4** – Parâmetros estimados pelo método dos momentos-L para as curvas de permanência anuais medianas

Estação	Parâmetros Empíricos (MML)		
	$\lambda$	$\alpha$	$\beta$
40130001-2	17,05839	0,2175	-2,46244
40300001	11,31669	0,147087	-3,89019
40330000	54,68488	0,122079	-4,61034
40450001	115,1182	0,30958	-1,42453
40549998	4,93332	0,233088	-2,18506
40680000	6,06075	0,293524	-1,83438
40710000	30,38263	0,197414	-2,58726
40740000	38,94804	0,208457	-2,4464
40800001	52,65845	0,229969	-2,29647
40865001	78,78476	0,239231	-2,24448

## 5.4 Regionalização de curvas de permanência de longo termo

### 5.4.1 Características físicas, morfológicas, climáticas e hidrológicas das bacias selecionadas

As características físicas, morfológicas, climáticas e hidrológicas das 16 bacias hidrográficas, utilizadas como variáveis explicativas na construção das equações regionais dos parâmetros da distribuição Burr XII estendida, são apresentadas na tabela 5.5.

**Tabela 5.5** – Características físicas, morfológicas, climáticas e hidrológicas das bacias hidrográficas utilizadas

Código	$A_d$ (km <sup>2</sup> )	L (km)	$S_{eq}$ (m/km)	$DH_{tot}$ (m)	$H_{min}$ (m)	$H_{max}$ (m)	DD (junções/km <sup>2</sup> )	$K_f$	$K_c$	P (mm)	$C_{esc}$
40130001 e 40130002	1620	75,8	1,92	401	759	1160	0,114	0,30	1,47	1533	0,33
40300001	1558	119,1	1,82	444	656	1100	0,099	0,11	1,7	1432	0,31
40330000	7378	219,4	0,75	551	609	1160	0,036	0,15	1,66	1456	0,30
40450001	11302	293,1	0,46	571	589	1160	0,054	0,13	1,71	1431	0,29
40549998	461	52,0	2,69	263	877	1140	0,098	0,17	1,52	1400	0,38
40680000	486	47,3	1,25	237	863	1100	0,136	0,22	1,34	1369	0,44
40710000	2760	118,9	1,59	346	794	1140	0,137	0,20	1,28	1408	0,40
40740000	3939	187,4	1,21	404	736	1140	0,134	0,11	1,49	1422	0,35
40800001	5680	236,3	1,00	437	703	1140	0,141	0,10	1,64	1449	0,33
40865001	10192	419,8	0,60	507	633	1140	0,133	0,06	1,87	1414	0,33
40160000	159	21,7	4,30	227	733	1000	0,117	0,34	1,42	1503	0,40
40180000	144	23,6	5,93	292	778	1070	0,188	0,26	1,45	1433	0,44
40350000	269	40,6	3,16	244	816	1060	0,130	0,16	1,6	1502	0,35
40665000	293	45,7	2,44	215	865	1080	0,123	0,14	1,51	1373	0,34
40700002	2465	88,9	1,81	306	834	1140	0,121	0,31	1,37	1409	0,39
40830000	84	18,0	10,27	258	702	906	0,131	0,26	1,48	1436	0,35

### 5.4.2 Análise de regressão e construção do modelo regional de curvas de permanência

Os modelos regionais relacionam estatisticamente cada parâmetro da distribuição de probabilidades Burr XII estendida às características físicas, morfológicas, climáticas e

hidrológicas das 10 bacias hidrográficas selecionadas para essa finalidade. A análise de regressão foi realizada de duas maneiras distintas:

- Utilização das 10 estações fluviométricas para a obtenção das equações de regressão. Esses modelos têm por objetivo identificar as variáveis explicativas para os parâmetros da distribuição de probabilidades e foram denominados modelos regionais completos (MRC).
- Utilização de somente 9 das 10 estações fluviométricas na obtenção das equações de regressão. Tais modelos foram denominados modelos regionais “*jack-knife*” (MJK) e têm por objetivo avaliar o desempenho do método de regionalização. Cabe ressaltar que as mesmas variáveis explicativas utilizadas na determinação dos modelos regionais completos são empregadas para estimar os parâmetros dos modelos regionais “*jack-knife*”.

O procedimento utilizado para obtenção da equação de regressão do parâmetro de escala da distribuição de probabilidade,  $\lambda$ , é sucintamente descrito a seguir. As análises foram realizadas com auxílio do software *Statistica*, na versão 6.1.

A etapa inicial consiste na construção da matriz de correlação linear entre o parâmetro em questão e as variáveis explicativas. No caso do parâmetro  $\lambda$ , foi utilizado um modelo do tipo multiplicativo, aplicando-se a transformação logarítmica aos valores do mesmo e das variáveis explicativas. A matriz de correlação linear obtida é apresentada na tabela 5.6.

**Tabela 5.6** – Matriz de correlação linear entre o parâmetro de escala  $\lambda$  e as variáveis explicativas

Parâmetro	$\lambda$	A	L	Seq	$\Delta H$	Hmin	Hmax	DD	$k_f$	$k_c$	P	Cesc
$\lambda$	1,00											
A	0,99	1,00										
L	0,95	0,97	1,00									
Seq	-0,82	-0,84	-0,82	1,00								
$\Delta H$	0,88	0,91	0,87	-0,70	1,00							
Hmin	-0,81	-0,86	-0,85	0,77	-0,96	1,00						
Hmax	0,59	0,56	0,42	-0,34	0,52	-0,35	1,00					
DD	-0,31	-0,35	-0,25	0,41	-0,53	0,59	-0,45	1,00				
$k_f$	-0,56	-0,60	-0,78	0,53	-0,52	0,57	0,07	-0,05	1,00			
$k_c$	0,53	0,60	0,71	-0,56	0,74	-0,79	0,19	-0,37	-0,77	1,00		
P	0,28	0,28	0,15	0,04	0,49	-0,32	0,58	-0,22	0,25	0,20	1,00	
Cesc	-0,65	-0,71	-0,68	0,51	-0,92	0,90	-0,48	0,62	0,41	-0,80	-0,59	1,00

A variável explicativa com maior correlação linear com o parâmetro  $\lambda$  é a área de drenagem das bacias. Uma vez que as variáveis  $L$ ,  $\Delta H$  e  $H$  min possuem correlação superior a 0,85 com  $A$ , as mesmas não foram consideradas na análise de regressão. A tabela 5.7 apresenta as equações de regressão com a área de drenagem e as equações com duas variáveis explicativas.

A inclusão de uma variável somente se mostra significativa quando  $F_{parcial} > F(\alpha, 1, n - P - 1)$ . No presente caso, a estatística de teste  $F(0,05, 1, 7)$  vale 5,59.

A análise da tabela 5.7 mostra que a introdução das variáveis  $k_c$  ou  $C_{esc}$  ao modelo de regressão o melhoram de maneira significativa, sendo a regressão com  $k_c$  mais vantajosa com relação a todos os índices de avaliação. Desta foram, essa variável foi selecionada para composição da equação de regressão.

**Tabela 5.7** – Equações de regressão entre o parâmetro  $\lambda$  e as variáveis independentes

Equação	R <sup>2</sup>	R <sup>2</sup> <sub>ajustado</sub>	Erro Padrão	F <sub>total</sub>	F <sub>parcial</sub>
$\lambda=0,02086A^{0,90863}$	0,99492	0,98986	0,11326	781,07	-
$\lambda=4,16944 \times 10^{-8} A^{0,90863} H_{max}^{1,8851}$	0,99533	0,99068	0,11609	372,02	0,61433
$\lambda=0,02346A^{0,92261} DD^{0,09921}$	0,99574	0,98906	0,11090	407,98	1,34309
$\lambda=0,02107A^{0,93831} k_f^{0,12535}$	0,99587	0,99177	0,10912	421,55	1,61838
$\lambda=0,02003A^{0,97077} k_c^{-1,01951}$	0,99792	0,99733	0,05482	1680,68	27,14809
$\lambda=0,03188A^{0,90905} P^{-0,05878}$	0,98986	0,98967	0,12107	341,80	0,00136
$\lambda=0,03021A^{0,97784} C_{esc}^{0,86006}$	0,99562	0,99437	0,07960	795,52	9,20114

A introdução de uma terceira variável explicativa não causou a melhora significativa do modelo, conforme evidenciou o teste do  $F_{parcial}$ . Nesse caso, a estatística de teste valia 5,99, com 1 e 6 graus de liberdade e nível de significância igual a 0,05. Assim, a equação de regressão do parâmetro  $\lambda$  utiliza como variáveis explicativas a área de drenagem e o coeficiente de compacidade das bacias hidrográficas.

Procedimento semelhante foi empregado na obtenção das equações de regressão dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ , relacionando o primeiro diretamente às variáveis explicativas e o segundo aos logaritmos naturais das mesmas. A análise de regressão completa para esses dois parâmetros se encontra no Apêndice 1.

As equações regionais dos 3 parâmetros da distribuição Burr XII estendida são apresentadas na tabela 5.8. Já a tabela 5.9 apresenta a comparação entre os parâmetros estimados a partir do método dos momentos-L e aqueles estimados com os modelos regionais completos.

**Tabela 5.8** – Equações regionais para os 3 parâmetros da distribuição Burr XII estendida

Equação Regional	$R^2$	$R^2_{ajustado}$	Erro Padrão	$F_{total}$
$\lambda=0,02003A^{0,97077}k_c^{-1,01951}$	0,99792	0,99733	0,05482	1680,68
$\alpha=-3,23919+0,0008H_{max}+0,4406k_c+0,00075P+2,40647C_{esc}$	0,87538	0,77569	0,02363	8,78
$\beta=-78,2421+11,4094 \times \ln(H_{max})+0,4341 \times \ln(k_f)+5,5583 \times \ln(k_c)+5,3273 \times \ln(C_{esc})$	0,90697	0,83254	0,14135	12,19

**Tabela 5.9** – Parâmetros da distribuição Burr XII estendida estimados pelo método dos momentos-L (MML) e com os modelos regionais completos (MRC) para as estações utilizadas na construção do modelo regional

Estação	Parâmetros Empíricos (MML)			Parâmetros Estimados (MRC)		
	$\lambda$	$\alpha$	$\beta$	$\lambda$	$\alpha$	$\beta$
40130001-2	17,91328	0,288862	-1,92081	17,16682	0,280377	-2,022908
40300001	13,7674	0,202117	-2,66134	14,10357	0,209836	-2,589514
40330000	68,3199	0,232283	-2,13964	65,50074	0,234147	-2,155946
40450001	90,842	0,245719	-2,32506	95,936	0,213362	-2,233731
40549998	5,14126	0,306833	-1,69415	4,886236	0,306981	-1,530428
40680000	5,97016	0,345463	-1,66036	5,901839	0,316811	-1,74556
40710000	33,5942	0,236602	-2,2317	33,58524	0,255366	-2,141767
40740000	43,518	0,226373	-2,24666	40,07522	0,238069	-2,268301
40800001	54,732	0,293033	-1,90861	51,48991	0,276279	-2,090012
40865001	87,6068	0,339657	-1,56877	78,70417	0,351367	-1,582317

Após a elaboração dos modelos regionais completos, foi realizada uma breve análise da sensibilidade dos parâmetros com relação às variáveis explicativas utilizadas. Cada variável explicativa das equações de regressão foi submetida a uma variação de  $\pm 10\%$ , mantendo-se os demais atributos constantes. As maiores alterações foram observadas para perturbações nas variáveis  $C_{esc}$  e  $k_c$ .

Por fim, após a obtenção das variáveis explicativas para os 3 parâmetros da distribuição de probabilidade, foram construídos os modelos regionais “*jack-knife*”. Para tanto, foram retirados os dados e variáveis explicativas de uma estação por vez e calculados os coeficientes das equações de regressão a partir do conjunto de estações restantes. Foram elaboradas, assim, 33 equações de regressão para utilização na análise de desempenho da metodologia de regionalização de curvas de permanência. Tais equações e os índices  $R^2$ ,  $R^2_{ajustado}$ , erro padrão da estimativa, e  $F_{total}$  são apresentados no Apêndice 2.

### 5.4.3 Análise de desempenho nas estações utilizadas na construção do modelo regional

A análise de desempenho da metodologia de regionalização proposta foi realizada por meio do processo de validação cruzada recomendado por Castellarin *et al.* (2004b). Esse procedimento consiste em se comparar a curva de permanência sintética, obtida por meio dos modelos regionais “*jack-knife*”, com a curva de permanência empírica da estação retirada da análise quando da construção desses modelos. A avaliação consiste no cálculo dos índices de desempenho apresentados no capítulo 4 – Metodologia, e também na elaboração de gráficos. Os parâmetros estimados com o uso dos modelos regionais “*jack-knife*” (MJK) se encontram na tabela 5.10, em conjunto com os parâmetros obtidos com o uso do método dos momentos-L.

**Tabela 5.10** – Parâmetros da distribuição Burr XII estendida estimados pelos métodos dos momentos-L (MML) e com os modelos regionais “*jack-knife*”

Estação	Parâmetros Empíricos (MML)			Parâmetros Estimados (MJK)		
	$\lambda$	$\alpha$	$\beta$	$\lambda$	$\alpha$	$\beta$
40130001-2	17,91328	0,28886	-1,92081	17,60943	0,23966	-2,15960
40300001	13,76740	0,20212	-2,66134	15,08902	0,29892	-2,14070
40330000	68,31990	0,23228	-2,13964	67,85099	0,23960	-2,16163
40450001	90,84200	0,24572	-2,32506	103,05003	0,18820	-2,19257
40549998	5,14126	0,30683	-1,69415	4,94742	0,31144	-1,42682
40680000	5,97016	0,34546	-1,66036	6,06252	0,27843	-1,92142
40710000	33,59420	0,23660	-2,23170	34,95921	0,27723	-2,01301
40740000	43,51800	0,22637	-2,24666	40,80794	0,24503	-2,28441
40800000	54,73200	0,29303	-1,90861	53,13181	0,27755	-2,12924
40865001	87,60680	0,33966	-1,56877	79,33158	0,35645	-1,61565

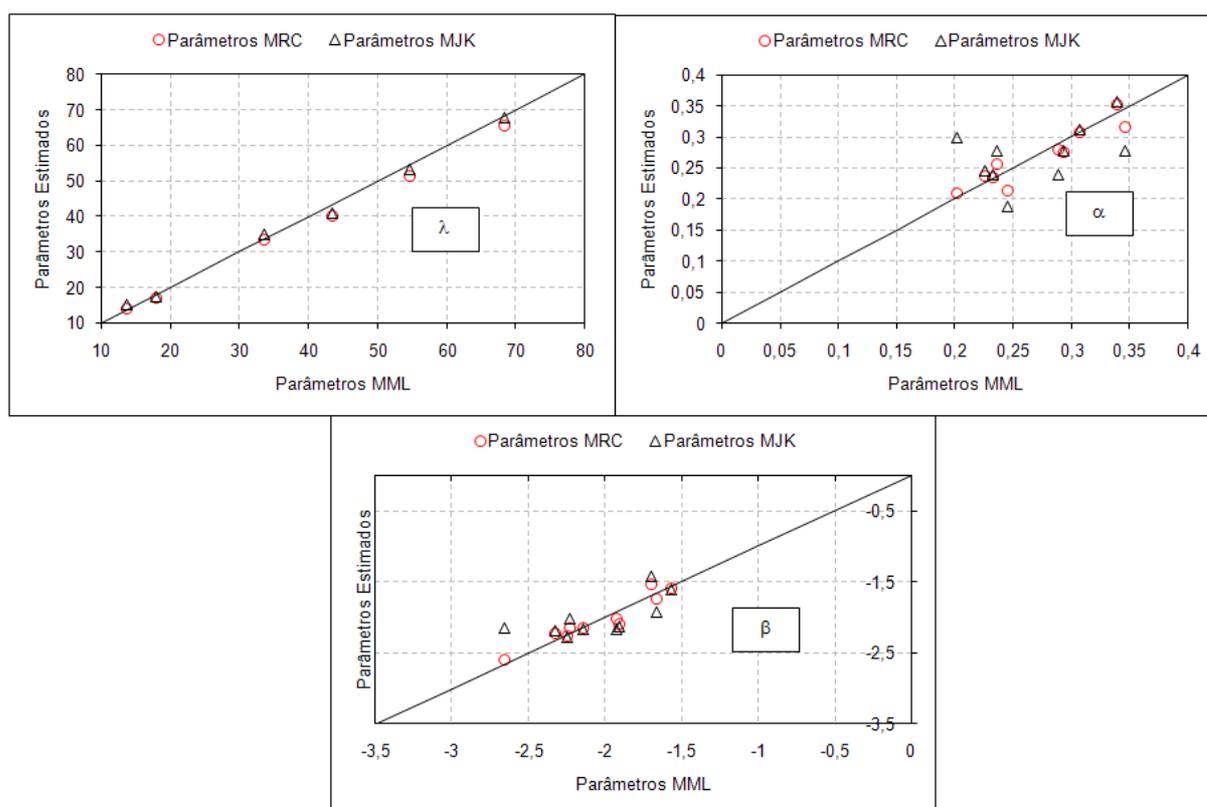
Na figura 5.9 são apresentados gráficos que mostram a dispersão das estimativas de parâmetros obtidas com os modelos MRC e MJK em relação às estimativas obtidas com o método dos momentos-L. É possível perceber pela figura que, de maneira geral, a diferença entre essas estimativas é pequena, ou seja, a utilização dos modelos MJK não acarreta perda significativa de informação em relação ao modelo MRC. Esse fato atesta a robustez da metodologia de regionalização proposta.

A partir dos parâmetros estimados pelos modelos MJK, foram construídas curvas de permanência sintéticas para cada estação fluviométrica em estudo, considerando-se as 99 durações notáveis selecionadas para as avaliações de desempenho. Foram então calculados os índices  $\bar{\varepsilon}_s$  (erro relativo médio por estação),  $\sigma_{\varepsilon,s}$  (desvio padrão dos erros relativos) e  $E_s$

(coeficiente de Nash-Sutcliffe por estação), além dos descritores P1, P2 e P3. Os resultados são apresentados na tabela 5.11.

**Tabela 5.11** – Índices de desempenho dos modelos MJK

Estação	Modelos "jack-knife" (MJK)		
	$e_s$	$s_{e,s}$	$E_s$
40130001-2	-0,0039	0,085	0,979
40300001	0,0822	0,129	0,823
40330000	-0,0228	0,083	0,963
40450001	0,0712	0,193	0,884
40549998	-0,0878	0,059	0,947
40680000	0,0390	0,108	0,981
40710000	0,0214	0,077	0,958
40740000	-0,0514	0,057	0,974
40800001	0,0053	0,069	0,891
40865001	-0,0870	0,081	0,931
Descritores P	P1		100,00
	P2		0,00
	P3		0,00



**Figura 5.9** – Estimativas dos parâmetros obtidos com o uso dos modelos regionais completos (MRC) e modelos regionais "jack-knife" (MJK), em relação às estimativas obtidas pelo método dos momentos-L (MML)

O índice  $\bar{\varepsilon}_s$  avalia a tendência dos modelos regionais “jack-knife” em superestimar ou subestimar as vazões em cada bacia hidrográfica. A análise da tabela 5.10 mostra que nas estações de Ponte do Vilela (40130001-2), Velho da Taipa (40330000), São Brás do Suaçui (40549998), Alberto Flores (40740000) e Porto do Mesquita (40865001), houve uma tendência de subestimação das vazões, enquanto nas demais estações verificou-se uma tendência de superestimação das mesmas.

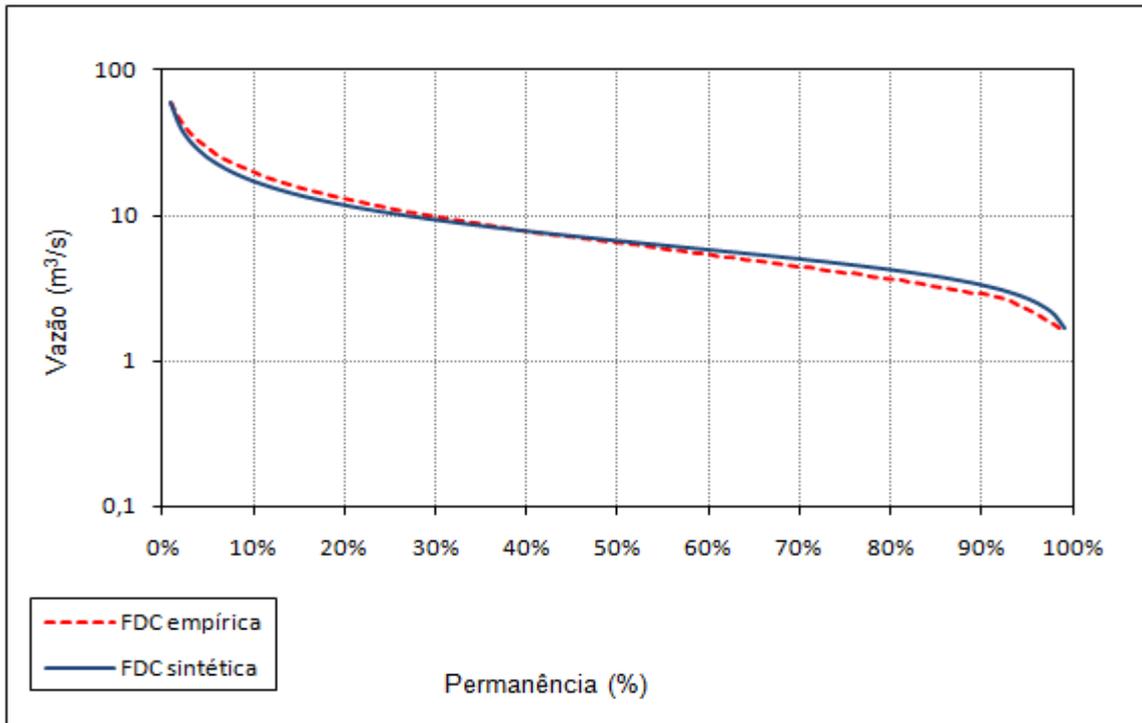
Os coeficientes de Nash-Sutcliffe são sempre superiores a 0,75 para os modelos MJK e em 7 das 10 estações esses valores são superiores a 0,90, o que demonstra o bom desempenho da metodologia de regionalização proposta. O melhor valor desse indicador, 0,981, foi observado na estação de Entre Rios de Minas (40680000). Já o pior valor, 0,823, foi observado na estação de Jaguaruna (40300001), na qual se verifica a maior diferença nas estimativas dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  pelos modelos MJK e MML. Essa diferença pode ser atribuída à presença simultânea de valores reduzidos dos atributos  $k_f$ ,  $H_{m\acute{a}x}$  e  $C_{esc}$  na referida estação, o que influenciou fortemente os coeficientes da equação de regressão do parâmetro  $\beta$  quando da retirada da mesma.

As figuras 5.10 e 5.11 mostram as FDC’s sintéticas obtidas com os modelos “*jack-knife*” nas estações de Entre Rios de Minas (40680000) e Jaguaruna (40300001), em comparação às FDC’s observadas. Para avaliação das demais bacias, o leitor deve se reportar ao Apêndice 3.

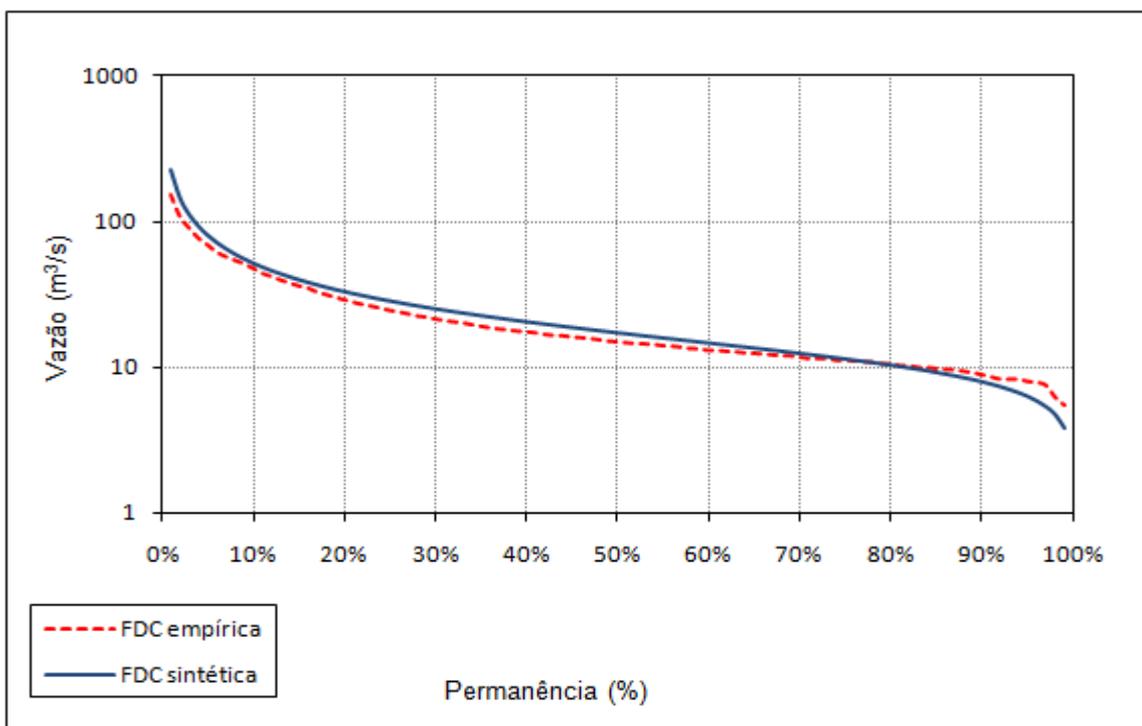
Após o cálculo dos índices de desempenho foram traçadas as curvas média, mediana, do 1º e do 3º quartis dos erros relativos por duração notável nas 10 estações utilizadas no estudo de regionalização. Tais curvas são apresentadas na figura 5.12 e constituem um instrumento de avaliação das incertezas associadas aos modelos regionais “*jack-knife*”.

A análise da figura 5.12 mostra que os modelos MJK, em média, superestimam em até 20% as vazões correspondentes a permanências inferiores a 5%. Para permanências entre 5% e 40%, as vazões são subestimadas em até 10%. Na região correspondente a permanências entre 40% e 95%, as vazões são superestimadas em até 5%. Por fim, para permanências superiores a 95%, as vazões são subestimadas em até 20%. Verifica-se ainda que as curvas do 1º e 3º quartis se distanciam de modo pronunciado da curva média para permanências superiores a

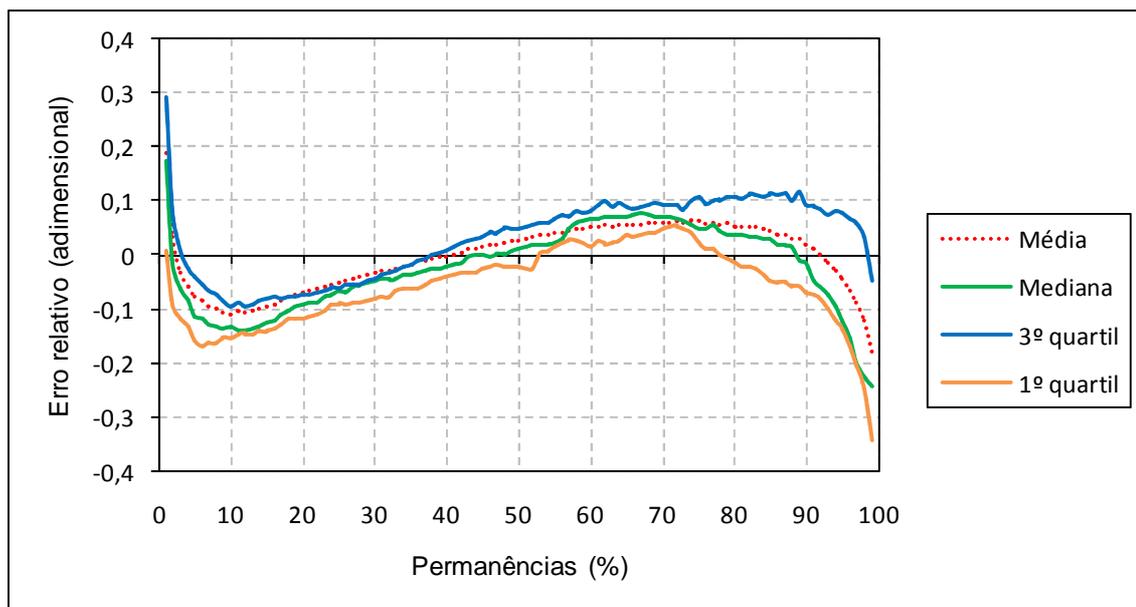
80% e também para permanências inferiores a 5%. Essas tendências também foram observadas em outros trabalhos de regionalização de curvas de permanência.



**Figura 5.10** – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação de Entre Rios de Minas (40680000)



**Figura 5.11** – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação de Jaguaruna (40300000)

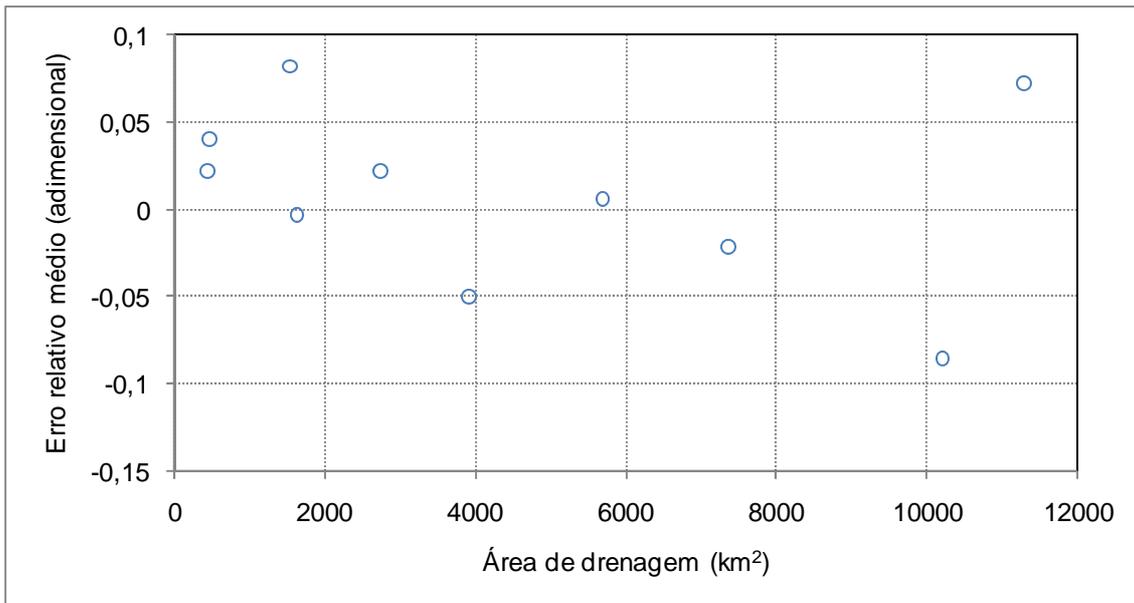


**Figura 5.12** – Erros relativos por duração dos modelos regionais “*jack-knife*”

A última etapa do processo de validação cruzada consistiu na elaboração de um gráfico que relaciona os erros relativos médios em cada estação com a área de drenagem correspondente, mostrado na figura 5.13. É possível observar que os erros não apresentam tendências de variação com as áreas de drenagem das bacias, o que evidencia a confiabilidade dos modelos regionais obtidos.

Os resultados alcançados no procedimento de validação cruzada mostram que a metodologia proposta é adequada para estimar curvas de permanência em locais desprovidos de monitoramento fluviométrico na região homogênea. A avaliação dos resíduos mostra que o desempenho da metodologia é comparável ao de outros estudos efetuados na região. Sugere-se a consulta ao trabalho de Pinheiro (2009), que utilizou as mesmas estações fluviométricas.

Após a validação cruzada foi realizada uma avaliação conjunta do desempenho dos métodos MML, MRC e MJK. A avaliação de desempenho para as estimativas MML tem por objetivo aferir a qualidade de ajuste proporcionada pela distribuição Burr XII estendida. Já a avaliação das estimativas MRC visa comparar o desempenho destes modelos em relação aos modelos MJK. Os índices correspondentes a cada um desses métodos são apresentados na tabela 5.12.



**Figura 5.13** – Erros relativos médios em relação à área de drenagem das 10 bacias utilizadas na construção dos modelos regionais

**Tabela 5.12** – Índices de desempenho dos modelos das curvas de permanência obtidas por 3 métodos de estimação de parâmetros

[The content of this table is obscured by a black redaction box.]

É possível observar que os modelos MML tendem, em geral, a subestimar as vazões. Constituem exceções a esse comportamento as estações de Ponte do Vilela (40130001-2), São Brás do Suaçui (40549998) e Ponte Nova do Paraopeba (40800001). Os erros relativos médios são de pequena magnitude, encontrando-se fora do intervalo  $\pm 1\%$  em apenas três estações: Jaguaruna (40300001), na qual  $\bar{\varepsilon}_s = -1,41\%$ ; Velho da Taipa (40330000), na qual  $\bar{\varepsilon}_s = -2,46\%$ ; e Alberto Flores (40740000), na qual  $\bar{\varepsilon}_s = -1,18\%$ . Esse fato, aliado aos

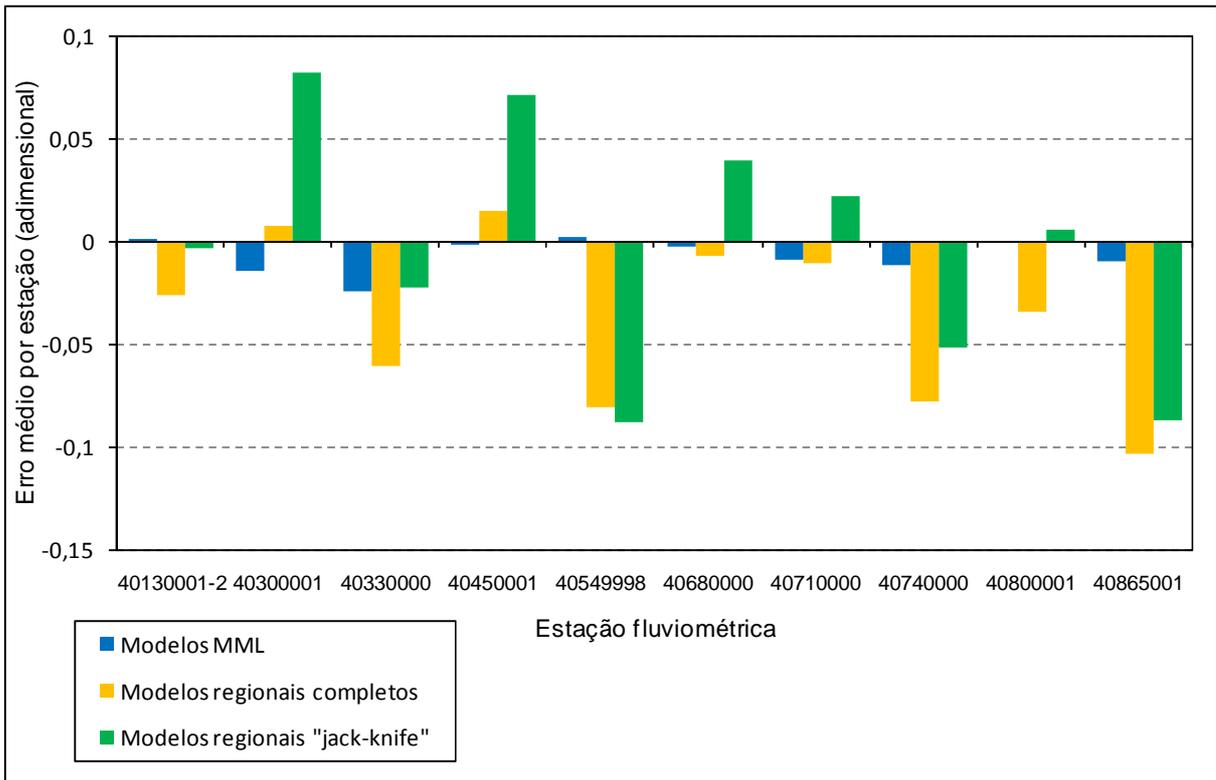
elevados valores do índice  $E_s$ , evidenciam a boa qualidade de ajuste proporcionada pela distribuição Burr XII estendida.

Os modelos MRC também apresentam a tendência de subestimar as vazões, com exceção da estação de Jaguaruna (40300001). Nas estações Jaguaruna (40300001), Porto Pará (40450001) e São Brás do Suaçui (40549998), observam-se erros menores que nos modelos MJK. Já nas estações Ponte do Vilela (40130001-2), Velho da Taipa (40330000), Alberto Flores (40740000) e Porto do Mesquita (40865001), observam-se erros maiores que nos modelos MJK. Nas estações Entre Rios de Minas (40680000), Belo Vale (40710000) e Ponte Nova do Paraopeba (40800001), os modelos MRC subestimam as vazões enquanto os modelos MJK as superestimam.

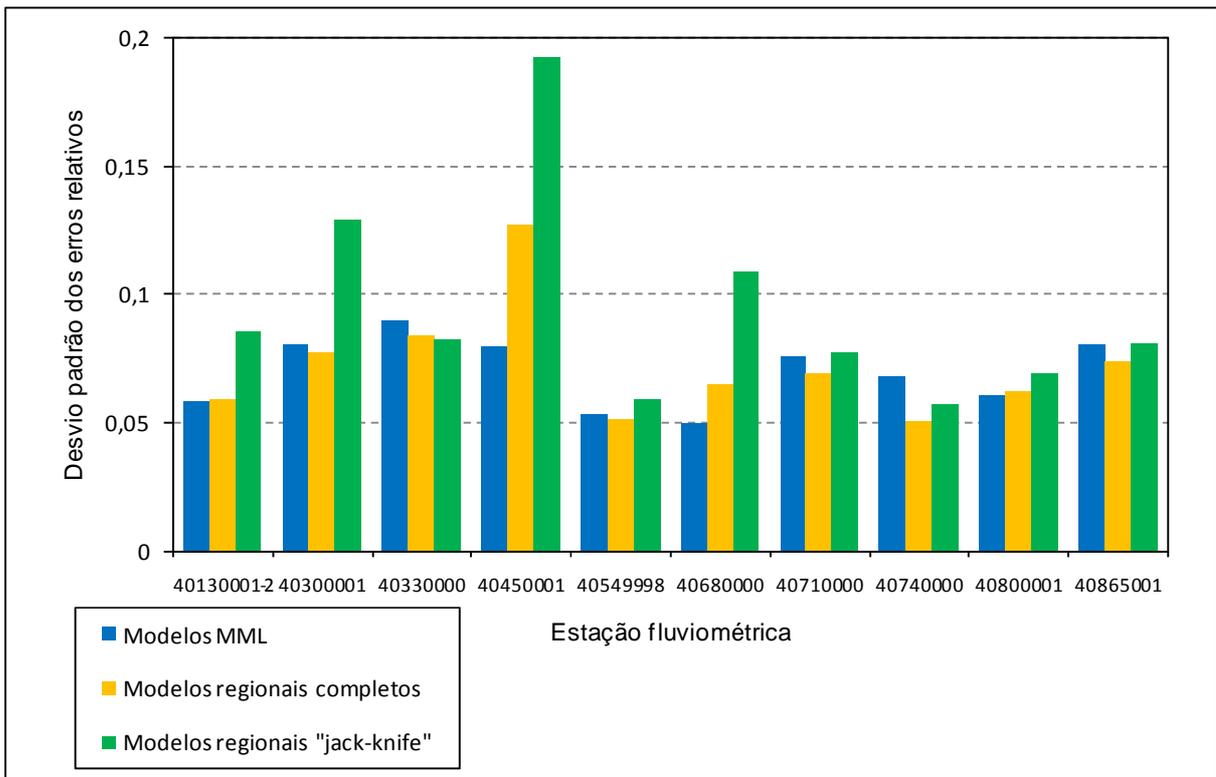
O desvio-padrão dos erros é relativamente próximo nos modelos MML e MRC, tendendo a aumentar nos modelos MJK.

Por fim, percebe-se uma tendência de redução dos coeficientes de Nash-Sutcliffe à medida que se avança dos modelos MML aos modelos MJK. Esse comportamento é esperado em função da retirada de informações na estimação de parâmetros destes últimos. Duas exceções foram verificadas: nas estações de Ponte do Vilela (40130001-2) e Velho da Taipa (40330000), o índice  $E_s$  foi maior para os modelos MJK.

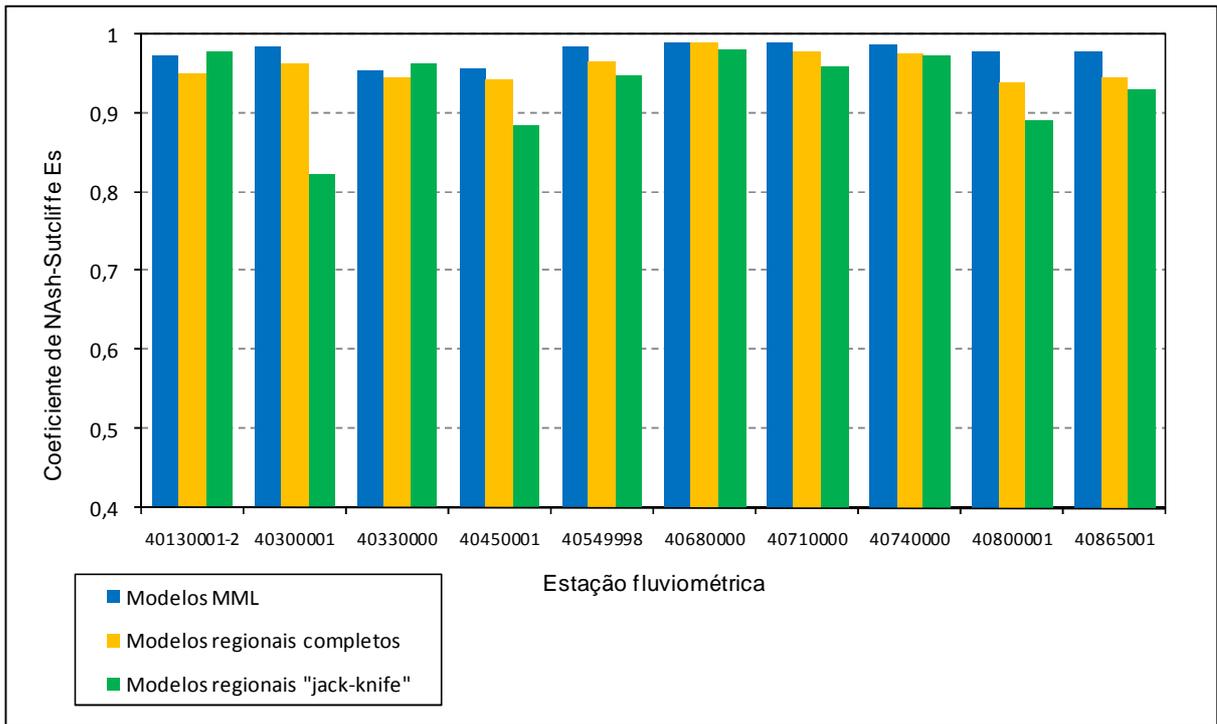
As figuras 5.14, 5.15 e 5.16 mostram, respectivamente, a comparação dos erros relativos médios  $\bar{\varepsilon}_s$ , desvio padrão dos erros  $\sigma_{\varepsilon_s}$  e coeficientes de Nash-Sutcliffe  $E_s$  para os 3 métodos de estimação de parâmetros.



**Figura 5.14** – Erro relativo médio das estações utilizadas na construção dos modelos regionais

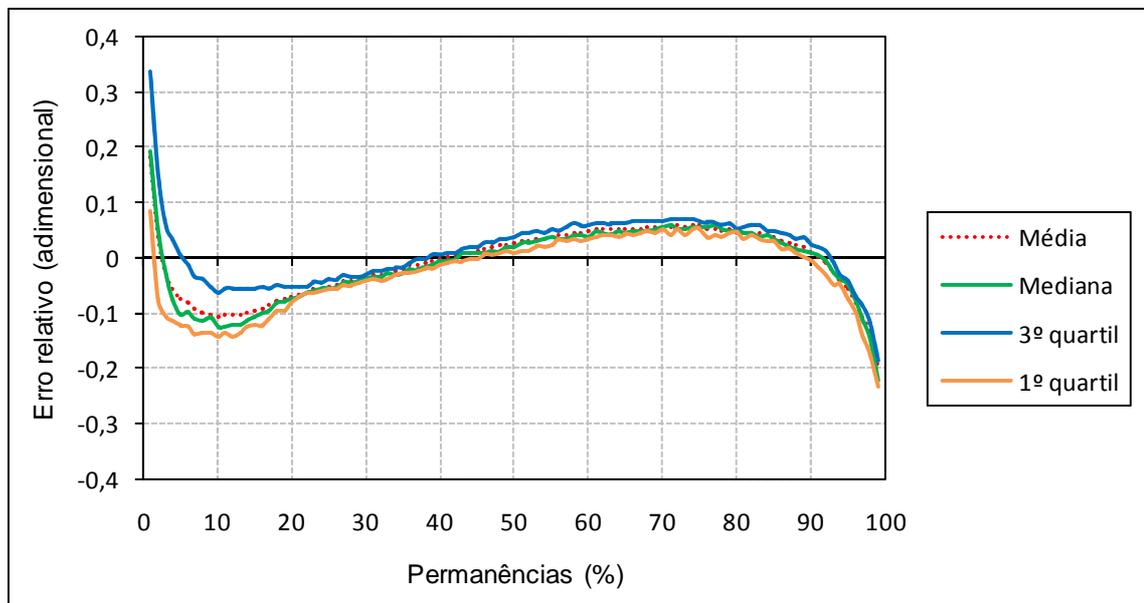


**Figura 5.15** – Desvio padrão dos erros relativos médios das estações utilizadas na construção dos modelos regionais

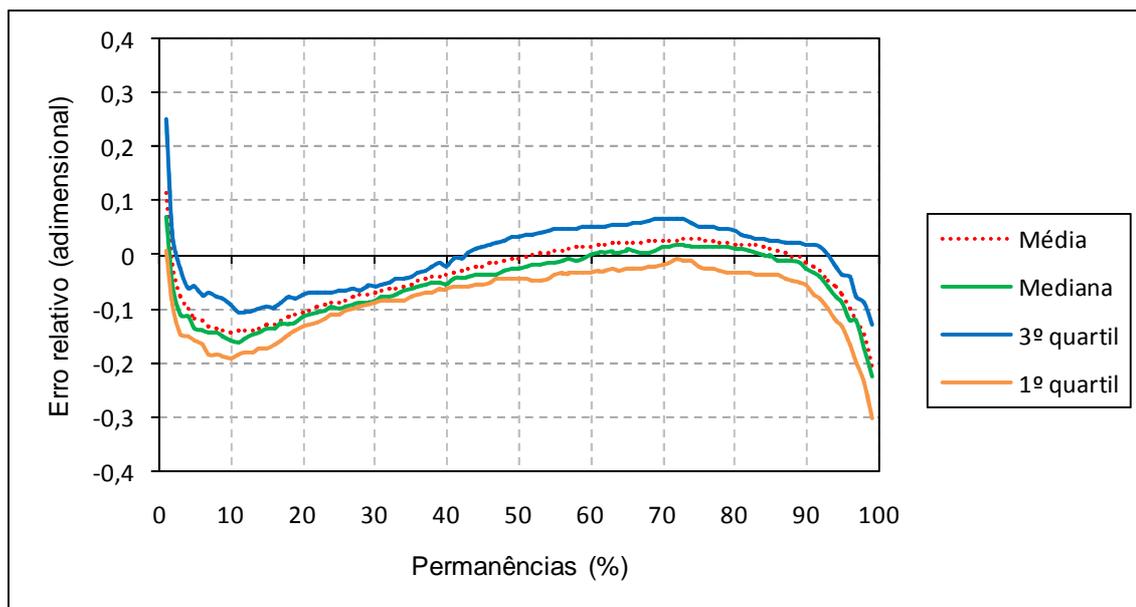


**Figura 5.16** – Coeficiente de Nash-Sutcliffe das estações utilizadas na construção dos modelos regionais

Foram traçadas também as curvas média, mediana, e do 1º e 3º quartis dos erros relativos por duração para os modelos MML e MRC. Os gráficos são apresentados nas figuras 5.17 e 5.18, respectivamente.



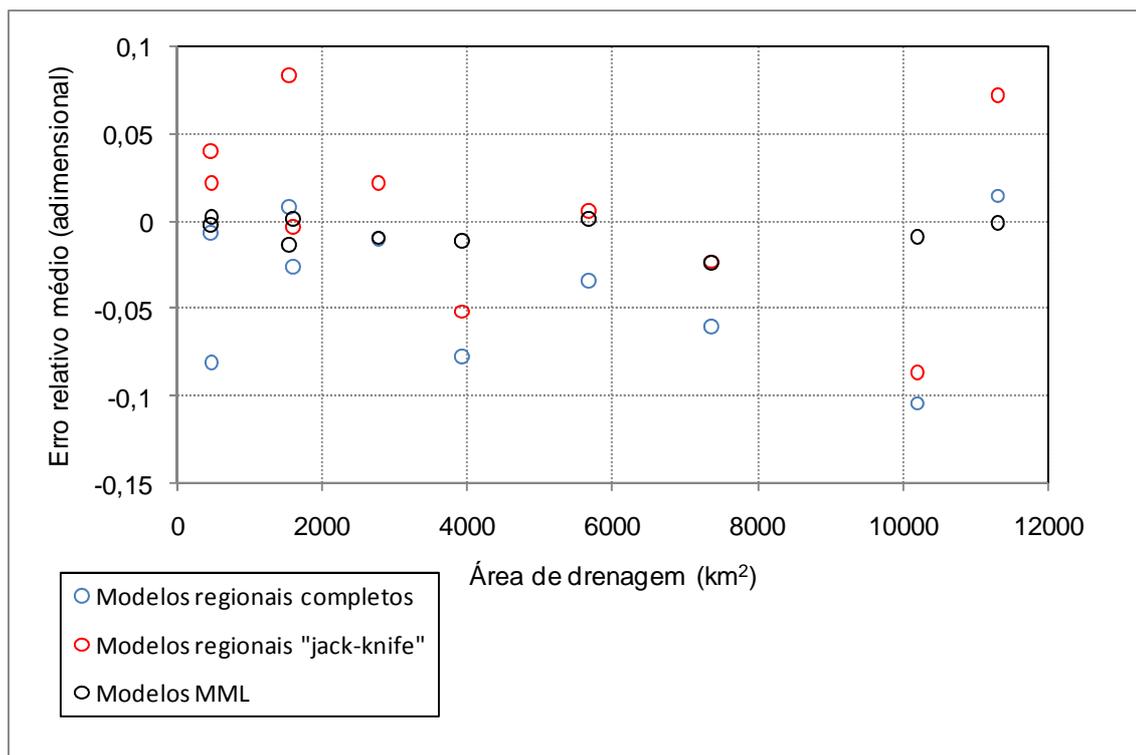
**Figura 5.17** – Erro relativo por duração para os modelos MML



**Figura 5.18** – Erros relativos por duração dos modelos regionais completos

É possível observar que os resíduos seguem tendência semelhante àquela observada nos modelos MJK, ainda que seus valores médios sejam menores nos modelos MML e MJK. Percebe-se também que as curvas do 1º e do 3º quartis são bastante próximas das curvas média e mediana nos modelos MML, atestando a pequena variabilidade dos resíduos desses modelos e a qualidade do ajuste obtido com a distribuição Burr XII estendida. Nos modelos MRC, as curvas do 1º e do 3º quartis encontram-se em uma situação intermediária em relação aos outros dois modelos, mostrando que as incertezas crescem da estimação direta de parâmetros em direção aos modelos MJK.

Finalmente, é mostrado na figura 5.19 o gráfico que relaciona os erros relativos médios com a área de drenagem correspondente aos três métodos de estimação de parâmetros. Também aqui é possível observar que os resíduos não apresentam tendências de variação com a área de drenagem das bacias, mostrando a confiabilidade dos métodos utilizados.



**Figura 5.19** – Erro relativo médio em relação à área de drenagem das bacias hidrográficas dos modelos MML, modelos regionais completos e modelos regionais “*jack-knife*”

#### 5.4.4 Análise de desempenho das estações não utilizadas na construção do modelo regional

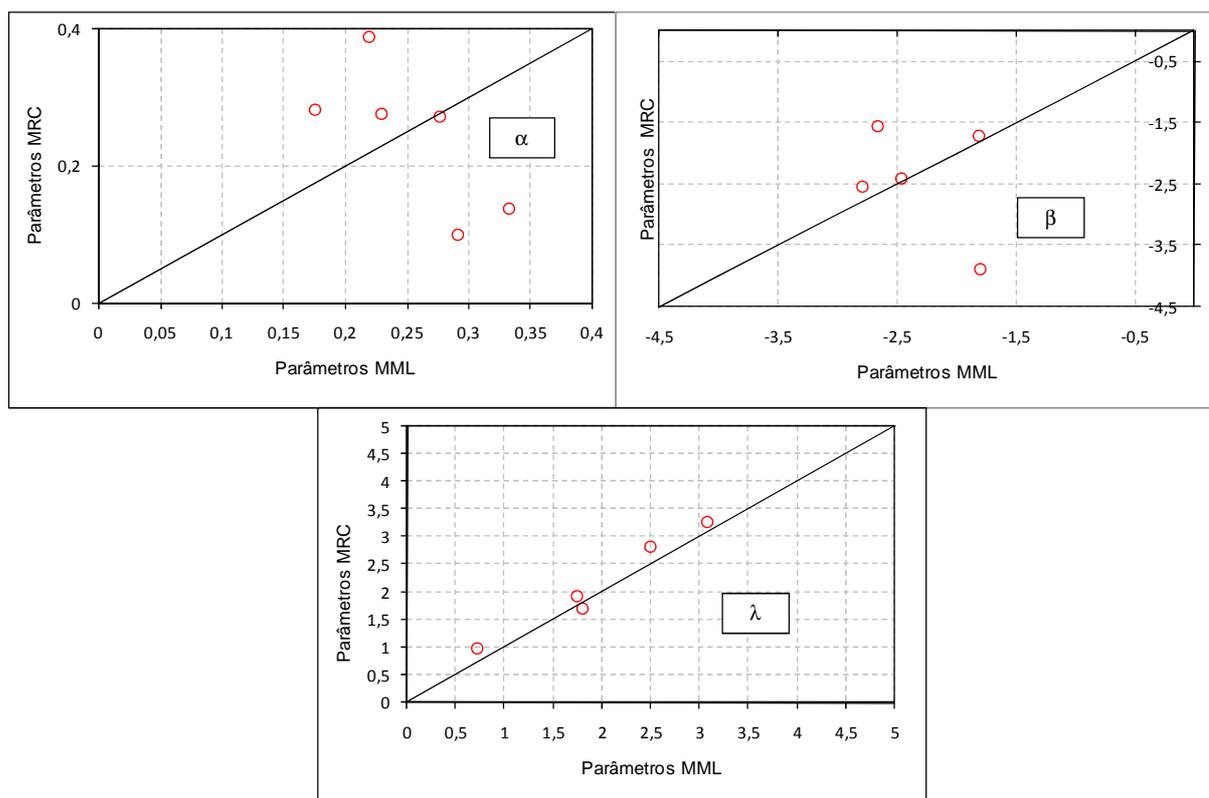
A análise de desempenho nas 6 estações não utilizadas na construção do modelo regional constitui uma ferramenta auxiliar para a validação da metodologia proposta. No entanto, duas ressalvas devem ser observadas: (1) os períodos de dados dessas 6 estações não coincidem com aquele adotado na construção dos modelos regionais, o que pode acarretar um comportamento diferente do que seria observado caso se utilizasse o período comum; e (2) alguns atributos das 6 estações se encontram fora dos limites estabelecidos na construção das relações regionais, o que torna necessária a extrapolação das mesmas. Esse procedimento não é recomendado e, em geral, não produz resultados satisfatórios.

Nesta etapa, de maneira distinta da anterior, os parâmetros da distribuição Burr XII estendida foram estimados somente pelo método dos momentos-L e com modelos regionais completos, não sendo efetuado o procedimento de validação cruzada. As estimativas dos referidos parâmetros se encontram na tabela 5.13.

**Tabela 5.13** – Parâmetros da distribuição Burr XII estendida estimados pelo método dos momentos-L (MML) e com os modelos regionais completos (MRC) para as estações não utilizadas na construção do modelo regional

Estação	Parâmetros Empíricos (MML)			Parâmetros Estimados (MRC)		
	$\lambda$	$\alpha$	$\beta$	$\lambda$	$\alpha$	$\beta$
40160000	1,73462	0,22949	-2,47142	1,92047	0,27630	-2,40799
40180000	1,79360	0,21888	-2,66879	1,70756	0,38928	-1,54994
40350000	2,48817	0,17528	-2,79419	2,83300	0,28253	-2,53990
40665000	3,07024	0,33302	-1,27115	3,26520	0,13807	-2,86080
40700002	28,28138	0,27673	-1,81221	28,50386	0,27171	-1,70873
40830000	0,72121	0,29086	-1,80206	0,99098	0,10016	-3,89302

A análise da tabela 5.13 mostra a ocorrência de grandes diferenças nas estimativas de parâmetros pelos 2 métodos. Atribuiu-se esse fato à extrapolação das relações regionais em grande parte das estações de validação. A dispersão das estimativas MRC com relação à reta de 45 graus pode ser visualizada na figura 5.20. No gráfico correspondente ao parâmetro  $\lambda$ , não são mostradas as estimativas da estação Ponte Nova do Paraopeba (40700002) para melhor visualização da dispersão do referido parâmetro.



**Figura 5.20** – Estimativas dos parâmetros obtidos por meio dos modelos regionais completos (MRC) em relação às estimativas obtidas pelo método dos momentos-L (MML)

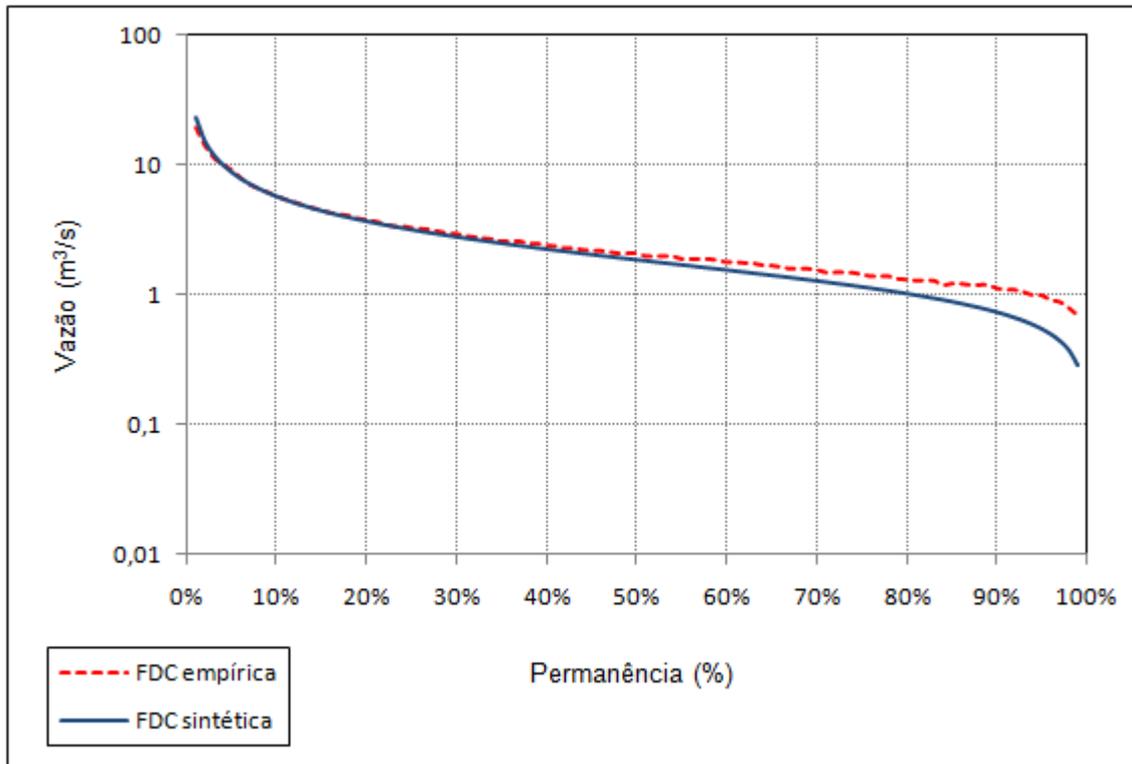
A tabela 5.14 sintetiza os índices de desempenho calculados nas 6 estações não utilizadas na construção dos modelos regionais. Pode-se perceber novamente a qualidade de ajuste proporcionada pela distribuição Burr XII estendida pela análise dos erros médios relativos e coeficientes de Nash-Sutcliffe. Além disso, a mesma tendência de subestimação de vazões apresentada pela distribuição de probabilidades é verificada nas estações de validação.

Já o desempenho dos modelos regionais não se mostra tão interessante quanto o observado nas estações utilizadas na construção dos mesmos. Ainda assim, em quatro dessas estações foram observados valores maiores que 0,85 para o índice  $E_s$ , o que pode ser visto como um indicativo de confiabilidade da metodologia. Além disso, os valores de  $E_s$  obtidos com os modelos regionais foram melhores que aqueles obtidos por Pinheiro (2009). Já os valores de  $\bar{\varepsilon}_s$  e  $\sigma_{\varepsilon,s}$  apresentam a mesma ordem de grandeza nos dois trabalhos, à exceção da estação de Fazenda Escola Florestal (40830000),

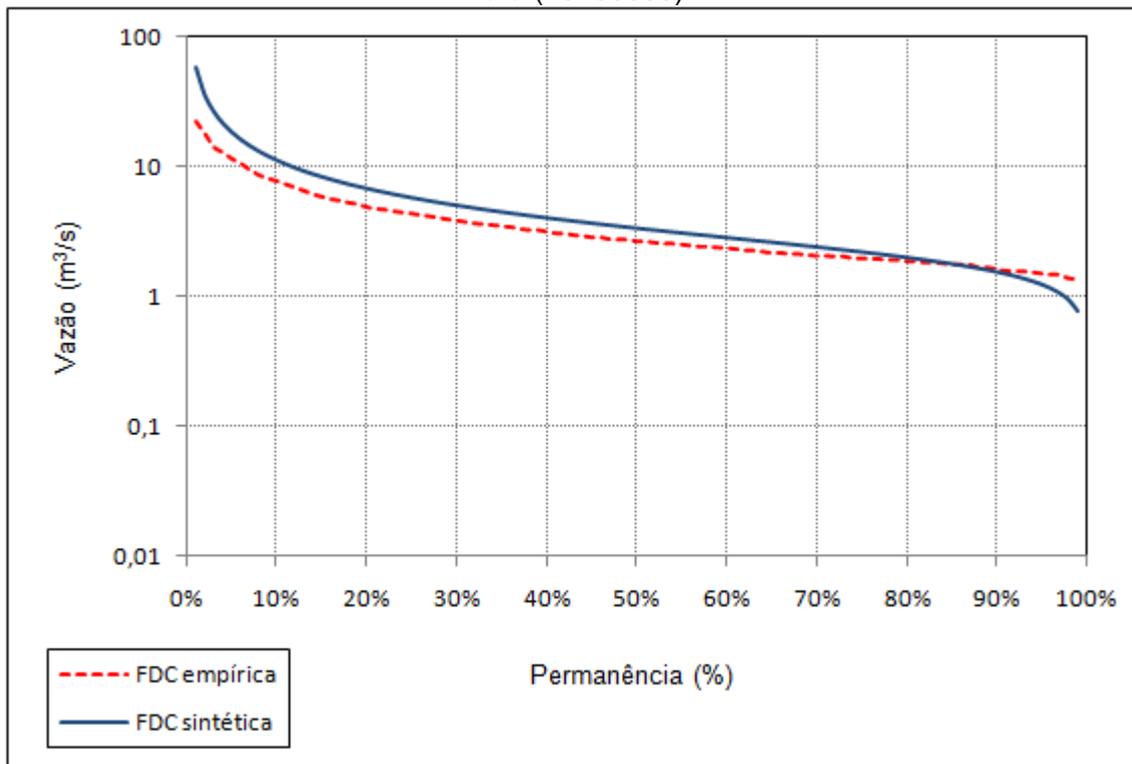
**Tabela 5.14** – Índices de desempenho dos modelos de curva de permanência nas estações não utilizadas na construção do modelo regional

Estação	Parâmetros Burr XII estendida			Modelos Regionais Completos		
	$\bar{\varepsilon}_s$	$\sigma_{\varepsilon,s}$	$E_s$	$\bar{\varepsilon}_s$	$\sigma_{\varepsilon,s}$	$E_s$
40160000	-0,00741	0,081	0,958	0,1400	0,130	0,517
40180000	-0,00257	0,031	0,993	-0,1400	0,139	0,970
40350000	-0,01170	0,078	0,965	0,2370	0,265	-0,857
40665000	-0,00922	0,085	0,981	0,2210	0,295	0,924
40700002	-0,00306	0,058	0,956	-0,0200	0,077	0,963
40830000	-0,00350	0,085	0,974	0,5050	0,430	0,861
Descritores P	P1		100,00	P1		66,66
	P2		0,00	P2		16,67
	P3		0,00	P3		16,67

Nas figuras 5.21 e 5.22 são apresentadas, respectivamente, as FDC's sintéticas das estações de Carmo da Mata (40180000) e Usina Camarão (40350000), em comparação às curvas observadas. Gráficos semelhantes para as demais estações são encontrados no Apêndice 3.



**Figura 5.21** – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Carmo da Mata (40180000)



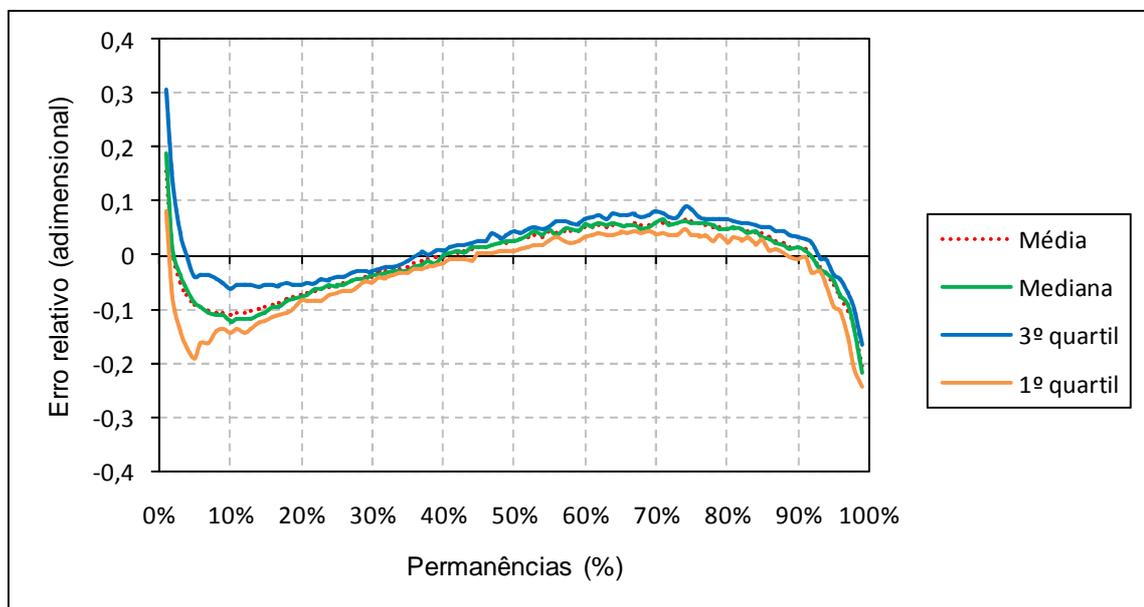
**Figura 5.22** – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Usina Camarão (40350000)

A análise das figuras 5.21 e 5.22 mostra que os modelos regionais não conseguem reproduzir adequadamente o ramo inferior das curvas de permanência. Esse comportamento pode ser

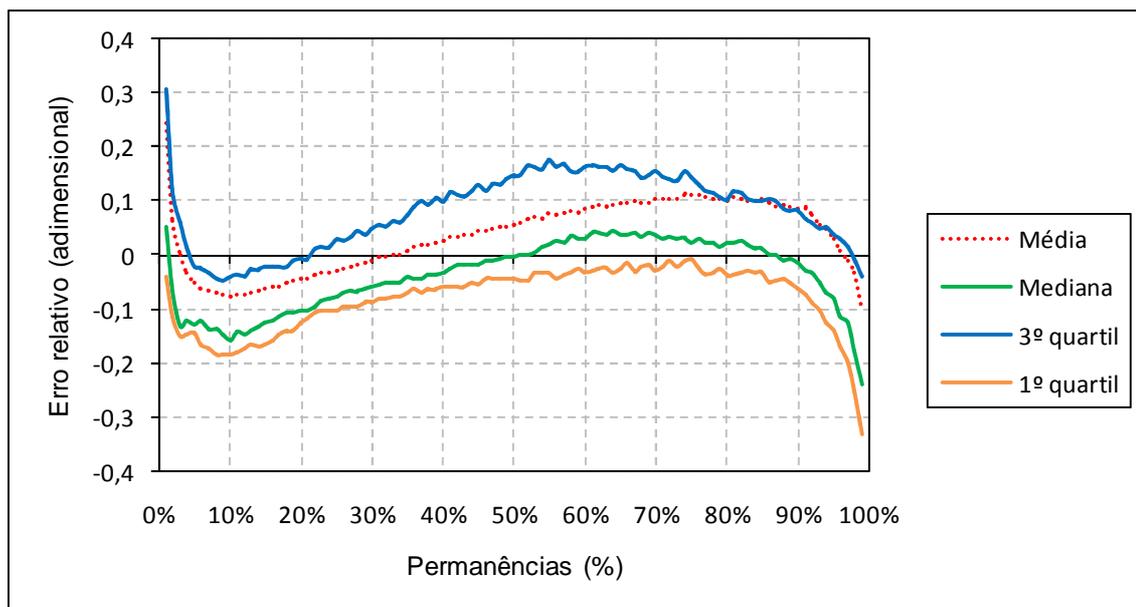
atribuído às estimativas do parâmetro  $\alpha$  obtidas com a equação regional. Tais estimativas são, de maneira geral, superiores às estimativas MML. A hipótese para explicar esse fato é a ocorrência de valores relativamente altos para a variável explicativa  $C_{esc}$ , em comparação aos valores desses atributos nas estações utilizadas para a construção do modelo regional.

Nas estações Usina João Ribeiro (40665000) e Fazenda Escola Florestal (40830000), as estimativas de  $\alpha$  obtidas com a equação regional são bastante inferiores àquelas obtidas pelo método dos momentos L. Isso também se verifica com as estimativas de  $\beta$ . A hipótese para explicar esse comportamento na estação 40665000 é a combinação de valores reduzidos para as variáveis  $P$  e  $H_{máx}$ , no caso de  $\alpha$ , e  $k_f$ , no caso de  $\beta$ . Para a estação 40830000, a variável  $H_{máx}$  parece explicar o comportamento dos dois parâmetros.

As curvas média, mediana, do 1º e do 3º quartis dos erros relativos foram traçadas para o conjunto de 16 estações, considerando-se os modelos MML e MRC. Tais curvas são mostradas na figura 5.23 e 5.24, respectivamente. Busca-se com esse procedimento avaliar a influência das estações de validação no comportamento dos resíduos para as duas situações consideradas.



**Figura 5.23** – Erro relativo por duração dos modelos MML para o conjunto de 16 estações

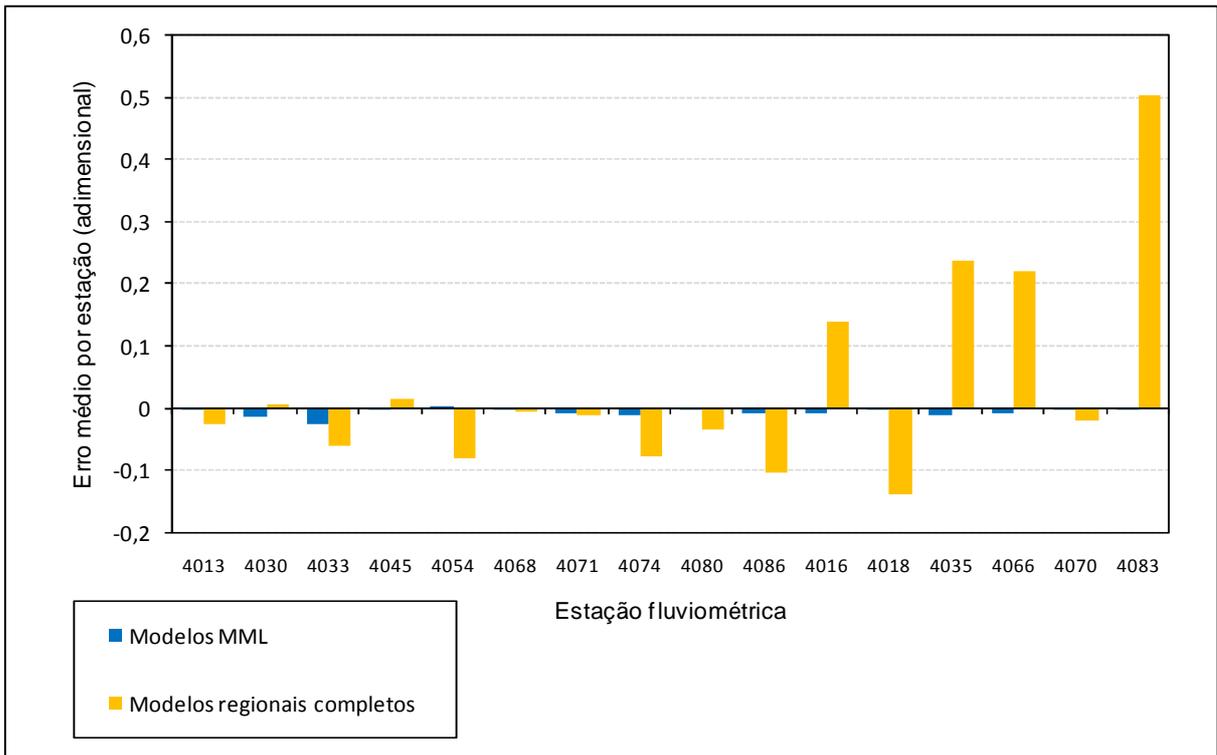


**Figura 5.24** – Erros relativos por duração dos modelos regionais completos para o conjunto de 16 estações

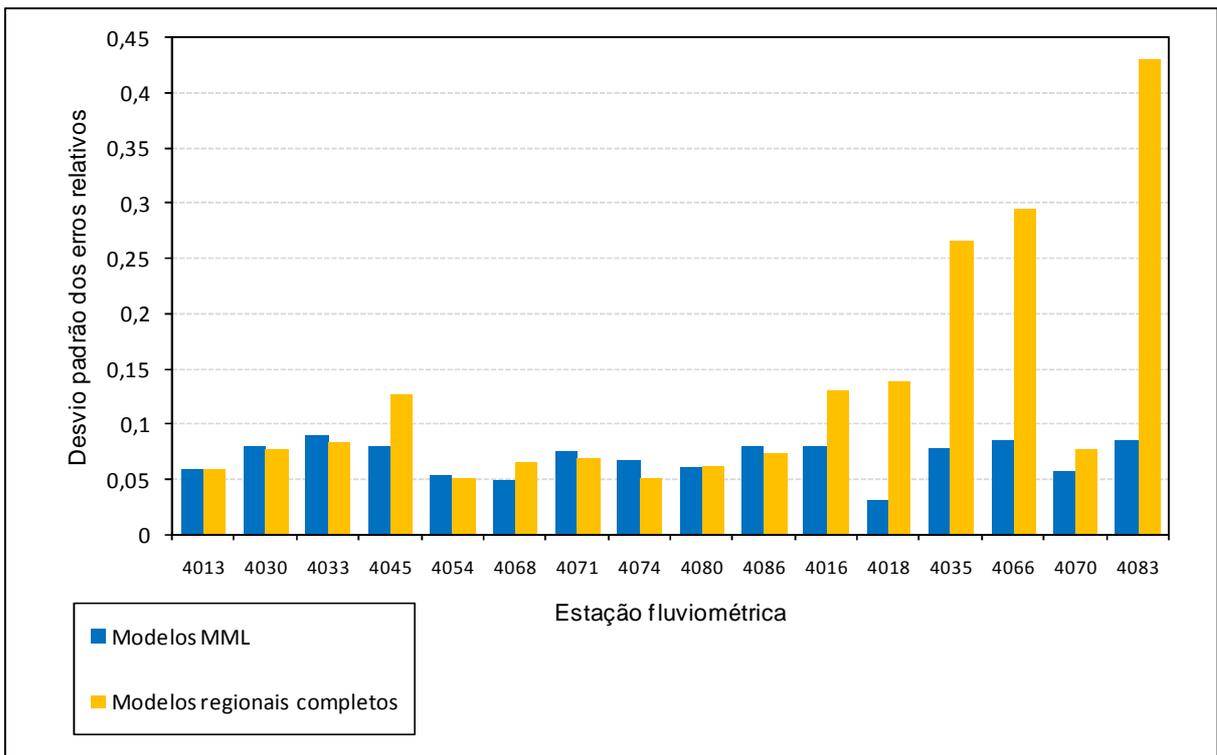
É possível perceber que a introdução das 6 estações de validação no cálculo do erro relativo causou um pequeno aumento na distância das curvas do 1º e do 3º quartis em relação às curvas média e mediana, em especial para as permanências entre 60% e 90%. Esse fato se explica pela pior qualidade de ajuste do ramo inferior das curvas de permanência em bacias com reduzida área de drenagem, situação esta verificada em praticamente todas as estações de validação.

No caso dos modelos regionais completos, a introdução das estações de validação provocou grandes alterações na curva média, que se distanciou consideravelmente da curva mediana. Os erros relativos aumentaram de maneira significativa para permanências inferiores a 5% e permanências entre 30% e 95%. No entanto, observou-se uma redução dos mesmos para permanências entre 5% e 30% e permanências superiores a 95%. A curva mediana e as curvas do 1º e 3º quartis não foram afetadas de maneira significativa, já que as mesmas se baseiam em estatísticas mais robustas que a média. Comportamento similar foi verificado no trabalho de Pinheiro (2009).

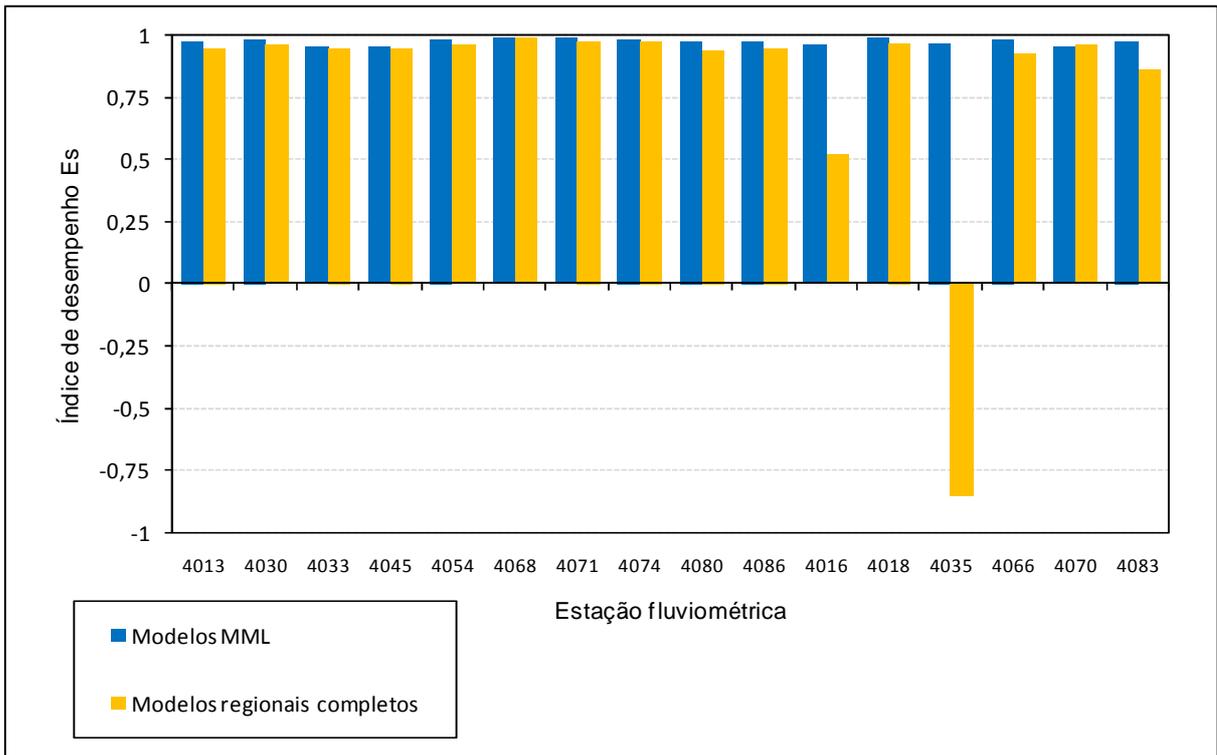
Nas figuras 5.25, 5.26 e 5.27 são apresentados os gráficos de barra dos índices de desempenho  $\bar{\varepsilon}_s$ ,  $\sigma_{\varepsilon,s}$  e  $E_s$  para o conjunto de 16 estações, considerando-se novamente os modelos MML e MRC. Esses gráficos permitem avaliar o desempenho das estações de validação com relação às estações utilizadas na construção dos modelos regionais.



**Figura 5.25** – Erros relativos médios do conjunto de 16 estações



**Figura 5.26** – Desvio padrão dos erros relativos do conjunto de 16 estações

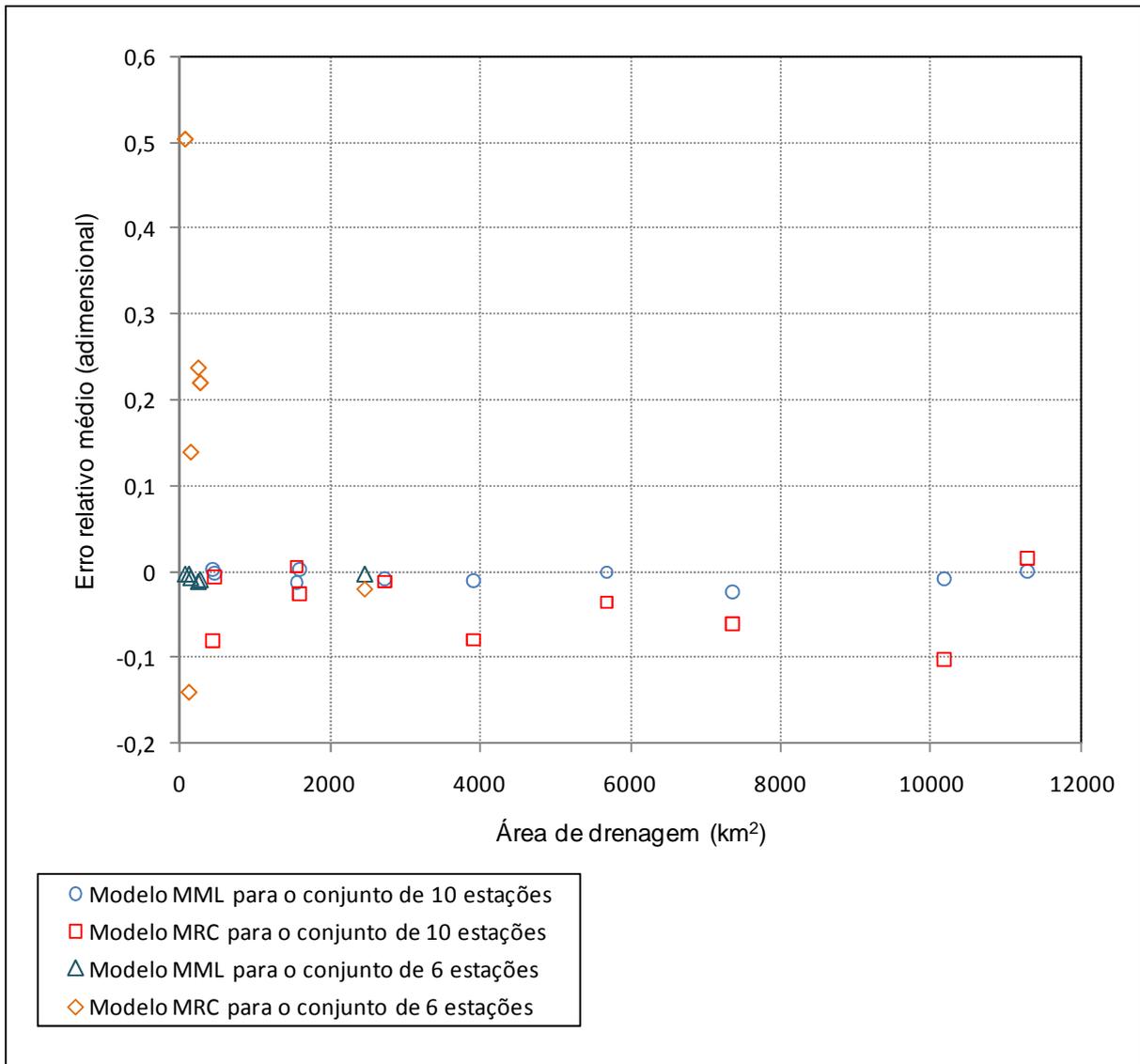


**Figura 5.27** – Coeficiente de Nash-Sutcliffe para o conjunto de 16 estações

Nota-se nesses gráficos que a estação de Ponte Nova do Paraopeba (4070002) apresenta desempenho semelhante ao das estações utilizadas na construção dos modelos regionais. Tal comportamento era esperado uma vez que essa foi a única estação de validação em que as relações regionais não foram extrapoladas.

Por fim, é apresentado na figura 5.28 um gráfico que mostra a variabilidade dos erros relativos em relação à área de drenagem correspondente para o conjunto de 16 estações, também considerando os modelos MML e MRC.

Após as análises de desempenho, foi possível concluir que a metodologia proposta é confiável para sintetizar as curvas de permanência também em estações não utilizadas na construção dos modelos regionais, ainda que os resultados obtidos nas estações em que houve extrapolação das relações regionais não sejam tão satisfatórios.



**Figura 5.28** – Erro relativo médio em relação à área de drenagem para o conjunto de 16 estações considerando os modelos MML e MRC

## 5.5 Calibração do modelo Rio Grande a partir de curvas de permanência sintéticas

A calibração do modelo Rio Grande nas bacias de Minas Gerais tem por objetivo realizar uma avaliação comparativa de desempenho entre calibrações com curvas de permanência de longo termo e com curvas anuais medianas.

### 5.5.1 Dados de entrada

Os dados de entrada necessários para a calibração indireta do modelo Rio Grande são os seguintes:

- Parâmetros da distribuição Burr XII estendida, estimados pelo método dos momentos-L, para curvas de permanência de longo termo e curvas anuais medianas;
- Áreas de drenagem das bacias;
- Forma dominante das bacias, a ser empregada no módulo de concentração do escoamento;
- Alturas diárias de precipitação (mm), espacializadas nas bacias de interesse;
- Alturas diárias de evaporação (mm);
- Limites inferiores e superiores e valores iniciais para os parâmetros do módulo de produção a serem calibrados;
- Expoente da função objetivo e número de avaliações da mesma; e
- Permanências a serem utilizadas na avaliação da função objetivo.

A forma dominante das bacias foi obtida no trabalho de Pinheiro (2009). Nas estações de Jaguaruna (40300001), São Brás do Suaçui (40549998), Alberto Flores (40740000), Ponte Nova do Paraopeba (40800001) e Porto do Mesquita (40865001), a forma predominante das bacias foi definida como retangular. Nas estações de Ponte do Vilela (40130001-2), Velho da Taipa (40330000), Porto Pará (40450001), Entre Rios de Minas (40680000) e Belo Vale (40710000), a forma predominante das bacias foi definida como elipsoidal.

As alturas diárias de precipitação também foram obtidas do referido trabalho. A tabela 5.15 apresenta os postos pluviométricos utilizados na obtenção da chuva média espacializada em cada bacia com o uso dos polígonos de Thiessen, e o peso de cada um deles, expresso por meio do percentual da área total das bacias. Os polígonos de Thiessen são apresentados no Anexo 2.

As alturas de evaporação diária foram obtidas no tanque evaporimétrico classe A localizado em Porto Pará. Eventuais falhas foram preenchidas com os valores observados em Três Marias (PINHEIRO, 2009).

**Tabela 5.15** – Postos pluviométricos e seu respectivo peso na espacialização da chuva em cada bacia utilizada na calibração do modelo Rio Grande. Fonte: Pinheiro (2009)

Posto Pluviométrico	Estações fluviométricas									
	40130001-2	40300000-1	40330000	40450001	40549998	40680000	40710000	40740000	40800000-1	40865001
1944004									0,742	2,604
1944007		15,543	3,296	2,149						7,400
1944011		36,742	10,344	7,756						1,021
1944021			3,759	8,173						
1944032			0,900	2,702						
1944032				5,444						
1944049										12,304
1944055									7,055	5,112
1944059										16,704
1945008				4,257						
1945039				4,255						
2043002								1,288	1,269	0,706
2043013					27,504		38,422	26,871	18,592	10,360
2043043							2,054	9,587	6,611	3,679
2044003	0,602	18,582	16,745	10,920						
2044006		2,616	14,370	10,185						
2044007	0,673		0,158	0,103	72,496	50,078	48,999	38,526	26,677	14,835
2044008								11,247	15,074	8,390
2044009	79,724		18,739	12,220				5,112	5,879	3,272
2044012									3,581	1,993
2044021	1,293	26,517	6,451	4,207					7,805	6,660
2044024									1,618	2,121
2044027	8,488		2,675	1,744						
2044038	1,294		0,300	0,198		49,922	10,525	7,369	5,099	2,838
2044042	7,926		10,980	7,161						
2045005			11,280	9,672						
2045010				0,387						
2045013				8,469						

Conforme explicado no capítulo 4 – Metodologia, os resultados obtidos nas calibrações do modelo Rio Grande a partir de curvas de permanência de longo termo realizadas por Pinheiro (2009) foram aproveitados na presente dissertação. Após inúmeras avaliações a autora definiu os seguintes critérios para a calibração automática do modelo Rio Grande:

- Número de avaliações da função objetivo igual a 6400;
- Expoente da função objetivo igual a 2;
- Permanências avaliadas no intervalo (1%,99%), espaçadas de 1% em 1%.

Por coerência, nas calibrações das curvas de permanência anuais medianas, foram adotados os mesmos critérios de calibração.

## 5.5.2 Resultados

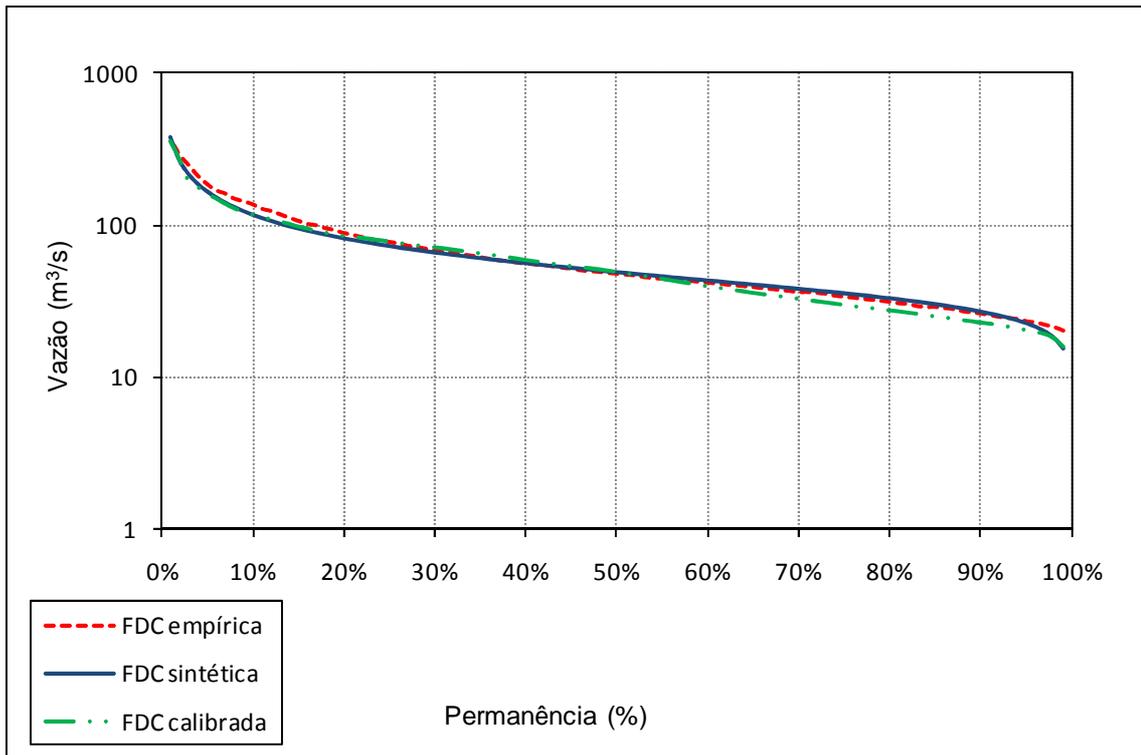
A tabela 5.16 apresenta os índices de desempenho das curvas de permanência de longo termo calibradas em relação às curvas sintéticas e também em relação às curvas empíricas, construídas no período de setembro de 1992 a outubro de 1998. As figuras 5.29 e 5.30 mostram o melhor e o pior ajuste entre curvas calibradas e sintéticas, observados, respectivamente, nas estações de Alberto Flores (40740000) e de Velho da Taipa (40330000). A curva de permanência empírica também é mostrada nas referidas figuras. Para os demais ajustes, o leitor deve consultar o apêndice 4.

**Tabela 5.16** – Índices de desempenho das curvas de permanência de longo termo calibradas em relação às FDC's sintéticas e empíricas

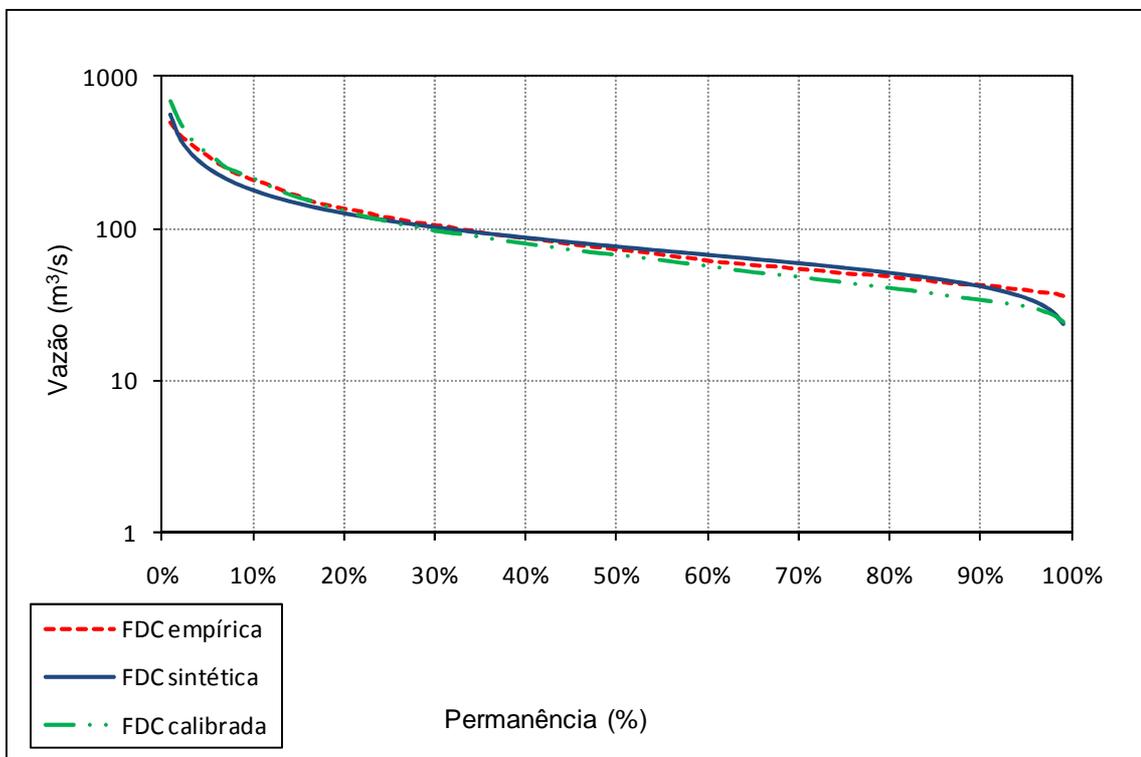
Posto Fluviométrico	Em relação à FDC sintética			Em relação à FDC empírica		
	RMSE	AAPE	Nash	RMSE	AAPE	Nash
40130001-2	4,363	0,0602	0,973	13,641	0,0703	0,449
40300001	4,524	0,0640	0,939	6,228	0,0390	0,878
40330000	23,837	0,1327	0,908	22,874	0,1039	0,924
40450001	23,871	0,0651	0,971	53,994	0,0582	0,754
40549998	1,482	0,0914	0,952	1,897	0,1013	0,908
40680000	1,830	0,0836	0,965	0,886	0,0940	0,993
40710000	6,875	0,0695	0,975	12,209	0,0821	0,899
40740000	5,190	0,0788	0,990	3,835	0,0529	0,993
40800001	12,313	0,0794	0,983	24,069	0,0534	0,872
40865001	23,200	0,0874	0,965	34,559	0,0483	0,906

Pode-se observar na tabela 5.16 que os coeficientes de Nash-Sutcliffe das curvas calibradas, em relação às curvas sintéticas, são superiores a 0,90, o que constitui um indicativo da boa qualidade de calibração. Esse indicador apresenta valores comparáveis aos obtidos por Pinheiro (2009). Já os indicadores RMSE e AAPE apresentam valores um pouco maiores que os observados no referido trabalho.

A avaliação dos coeficientes de Nash-Sutcliffe das curvas calibradas em relação às curvas empíricas não se mostra tão satisfatória, particularmente na estação de Ponte do Vilela (40130001-2), em que o índice apresentou valor bastante baixo. Percebe-se também que os indicadores RMSE e AAPE são, em geral, maiores que os observados em relação às curvas sintéticas.



**Figura 5.29** – Comparação entre FDC's calibradas, sintéticas e observadas na estação de Alberto Flores (40740000) no período 01/10/1992 a 30/09/1998



**Figura 5.30** – Comparação entre FDC's calibradas, sintéticas e observadas na estação de Velho da Taipa (40330000) no período 01/10/1992 a 30/09/1998

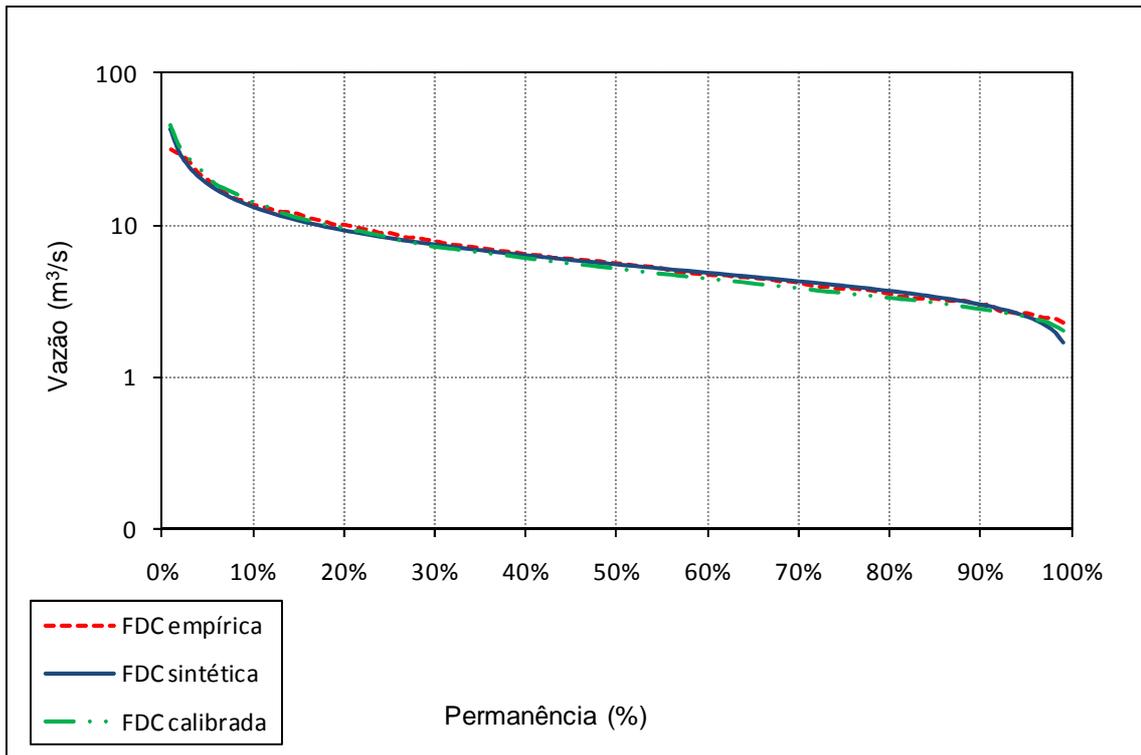
A tabela 5.17 apresenta os índices de desempenho das curvas de permanência anuais medianas calibradas em relação às curvas sintéticas e também em relação às curvas empíricas, construídas no período de setembro de 1992 a outubro de 1998. As figuras 5.31 e 5.32 mostram o melhor e o pior ajuste entre curvas calibradas e sintéticas, observados, respectivamente, nas estações de São Brás do Suaçui (40549998) e de Jaguaruna (40300001). Para os demais ajustes, o leitor deve consultar o apêndice 4.

**Tabela 5.17** – Índices de desempenho das curvas de permanência anuais medianas calibradas em relação às AFDC's sintéticas e empíricas

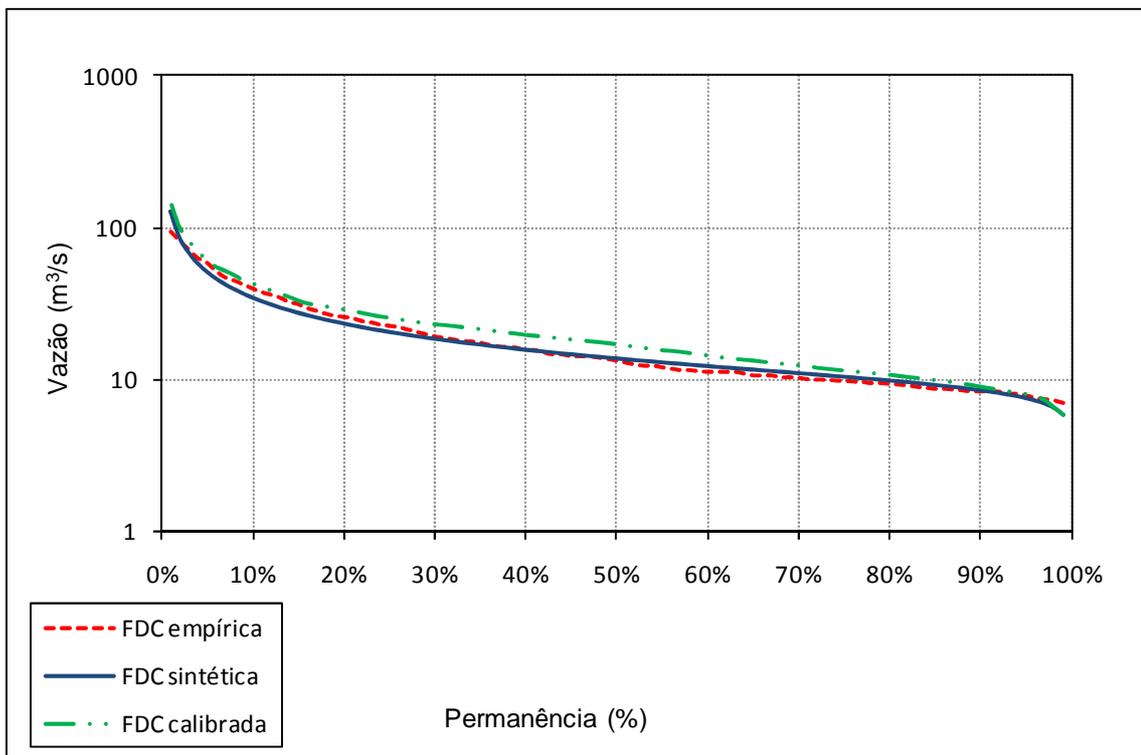
Posto Fluviométrico	Em relação à AFDC sintética			Em relação à AFDC empírica		
	RMSE	AAPE	Nash	RMSE	AAPE	Nash
40130001-2	4,368	0,052	0,963	1,807	0,031	0,992
40300001	4,973	0,176	0,916	6,402	0,171	0,846
40330000	20,569	0,120	0,934	26,795	0,088	0,870
40450001	25,011	0,094	0,953	44,119	0,064	0,845
40549998	0,719	0,072	0,986	1,453	0,071	0,933
40680000	1,580	0,064	0,965	2,377	0,049	0,921
40710000	7,897	0,119	0,953	7,024	0,097	0,986
40740000	7,332	0,051	0,975	12,397	0,024	0,921
40800001	11,641	0,063	0,971	19,442	0,032	0,909
40865001	23,871	0,065	0,971	54,113	0,182	0,805

Também para as curvas anuais medianas os coeficientes de Nash-Sutcliffe das curvas calibradas, em relação às curvas sintéticas, são superiores a 0,90, mostrando a boa qualidade de calibração. Os valores desse indicador em relação às curvas empíricas são mais próximos da unidade que aqueles observados para as curvas de longo termo.

Uma característica interessante observada tanto na calibração com curvas de longo termo quanto na calibração com curvas medianas é a dificuldade do modelo Rio Grande em representar o ramo inferior das curvas sintéticas, apresentando uma tendência de superestimar as vazões nessa região. Esse fato pode ser explicado pela elevada declividade da função Burr XII estendida observada nesse extremo da FDC, o que faz com que as vazões decresçam muito rapidamente. No entanto, essa característica de calibração se mostrou positiva, uma vez que, de maneira geral, as curvas sintéticas subestimaram as vazões do ramo inferior da FDC, e assim as vazões calibradas ficaram mais próximas das observadas nesta região.



**Figura 5.31** – Comparação entre AFDC's calibradas, sintéticas e observadas na estação de São Brás do Suaçui (40549998) no período 01/10/1992 a 30/09/1998



**Figura 5.32** – Comparação entre AFDC's calibradas, sintéticas e observadas na estação de Jaguaruna (40300001) no período 01/10/1992 a 30/09/1998

Os índices de desempenho utilizados para avaliação dos hidrogramas obtidos a partir da calibração com curvas de longo termo são apresentados na tabela 5.18. Já os índices relacionados à calibração com curvas anuais medianas são apresentados na tabela 5.19. Em ambos os casos, o ano hidrológico de 1992-1993, correspondente ao período de aquecimento do modelo Rio Grande estabelecido por Queiroga (2003), foi retirado da análise.

**Tabela 5.18** – Índices de desempenho para avaliação dos hidrogramas obtidos a partir da calibração do modelo Rio Grande com curvas de permanência de longo termo

CALIBRAÇÃO COM CURVAS DE PERMANÊNCIA DE LONGO TERMO								
Posto Fluiométrico	RMSE	AAPE	Nash	r	$\sigma_r$	$r_{rel}$	K	R <sup>2</sup>
40130001-2	23,896	0,326	0,441	5,72	24,336	0,223	1,222	0,877
40300001	14,258	0,181	0,650	0,86	14,481	0,038	1,061	0,766
40330000	52,319	0,179	0,787	1,63	53,182	0,016	1,016	0,878
40450001	78,951	0,160	0,701	11,78	78,066	0,082	1,082	0,881
40549998	6,920	0,349	0,337	0,89	6,874	0,119	1,119	0,717
40680000	11,811	0,356	0,753	-1,06	11,764	-0,089	0,911	0,765
40710000	45,627	0,330	0,304	9,18	44,694	0,185	1,186	0,736
40740000	49,596	0,306	0,424	6,84	49,122	0,112	1,075	0,812
40800001	67,859	0,211	0,422	5,05	67,671	0,059	1,059	0,785
40865001	82,750	0,236	0,708	18,39	80,811	0,138	1,103	0,880
Média	43,399	0,263	0,553	5,930	43,100	0,088	1,083	0,810

**Tabela 5.19** – Índices de desempenho para avaliação dos hidrogramas obtidos a partir da calibração do modelo Rio Grande com curvas de permanência anuais medianas

CALIBRAÇÃO COM CURVAS DE PERMANÊNCIA ANUAIS MEDIANAS								
Posto Fluiométrico	RMSE	AAPE	Nash	r	$\sigma_r$	$r_{rel}$	K	R <sup>2</sup>
40130001-2	14,324	0,314	0,799	2,39	14,123	0,093	1,093	0,805
40300001	13,646	0,191	0,679	0,77	13,624	0,034	1,034	0,759
40330000	50,271	0,171	0,803	1,04	50,260	0,010	1,089	0,890
40450001	66,028	0,201	0,791	22,58	62,051	0,157	1,157	0,897
40549998	6,384	0,293	0,436	0,34	6,375	0,046	1,046	0,694
40680000	11,628	0,331	0,761	-1,76	11,494	-0,148	0,852	0,775
40710000	41,155	0,324	0,434	5,79	40,746	0,117	1,117	0,727
40740000	46,826	0,225	0,642	4,68	46,591	0,077	1,076	0,803
40800001	61,514	0,221	0,525	4,55	61,346	0,053	1,053	0,781
40865001	79,406	0,259	0,741	10,93	78,650	0,082	1,082	0,852
Média	39,118	0,253	0,661	5,131	38,526	0,052	1,060	0,798

Os resultados apresentados na tabela 5.18 mostram que, em média, o modelo Rio Grande consegue explicar 55% da variância natural das vazões. Os valores obtidos para os índices de desempenho são comparáveis àqueles observados no trabalho de Pinheiro (2009), ainda que em seu trabalho a autora tenha utilizado os parâmetros estimados por modelos “*jack-knife*”.

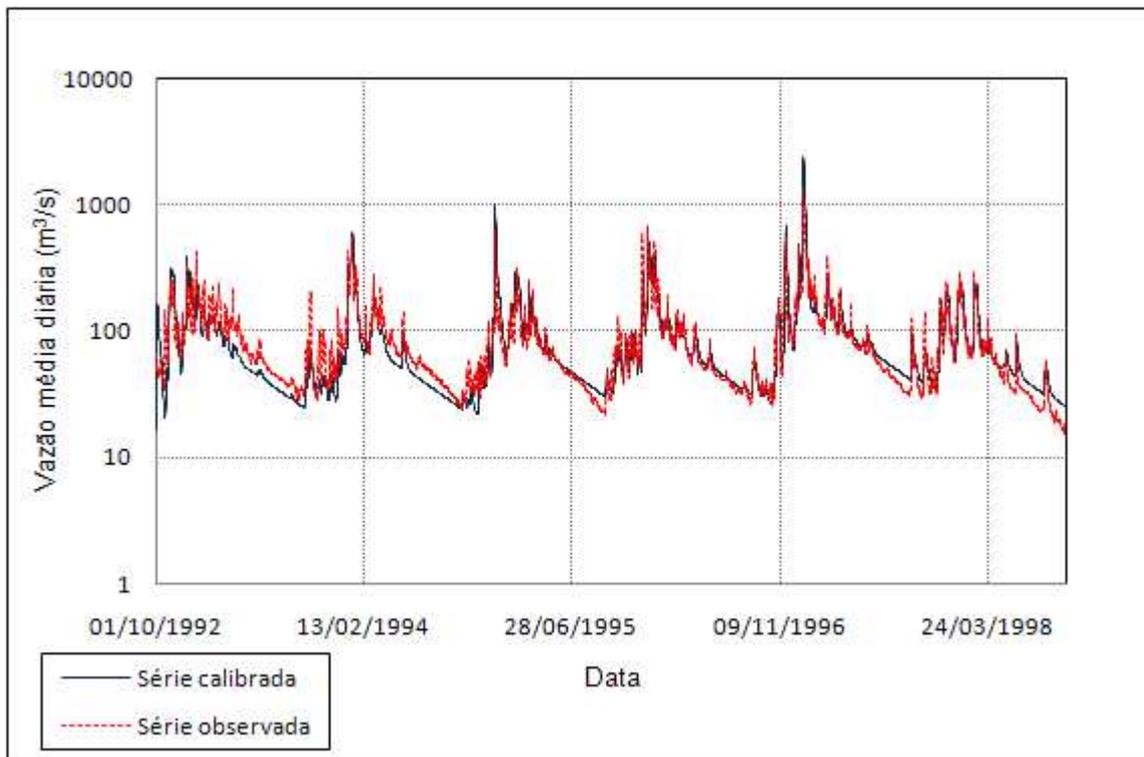
A comparação das calibrações com curvas de longo termo e com curvas anuais medianas mostra que o desempenho destas últimas é superior. Quando as curvas anuais são utilizadas, o modelo Rio Grande consegue explicar 66% da variância natural das vazões, constituindo uma melhora de aproximadamente 20% neste quesito.

O índice RMSE apresenta uma redução média de quase 11% na calibração com curvas anuais medianas, indicando melhor reprodução dos picos dos hidrogramas. Já o valor mais próximo da unidade apresentado pelo índice  $k$  para este tipo de calibração mostra melhor reprodução dos volumes. Essa melhora é mais acentuada nas estações de Ponte do Vilela (40130001-2) e de Belo Vale (40710000).

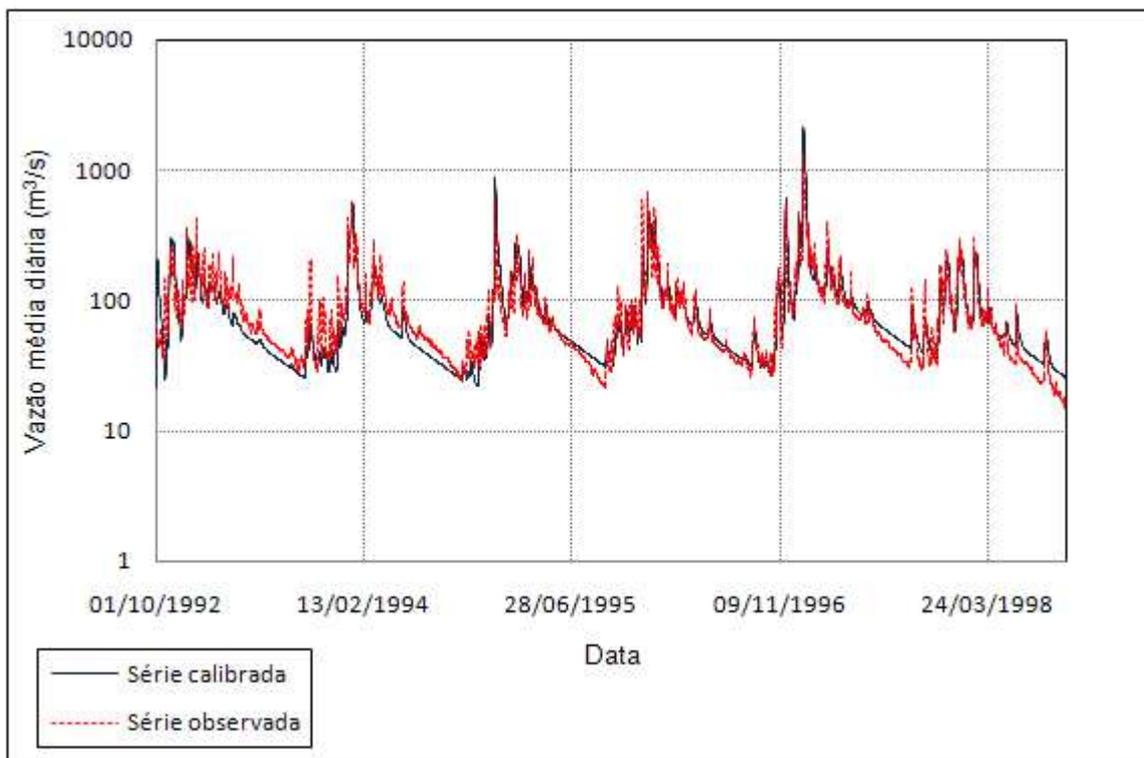
Os valores dos índices  $r$  e  $r_{rel}$  são consideravelmente menores na calibração com curvas anuais medianas. A exceção a esse comportamento ocorre na estação de Porto Pará (40450001), nas qual os referidos índices apresentaram valores quase 100% maiores. A justificativa para esse fato é que, nessa estação em particular, se verificou a pior representação das recessões nas calibrações com curvas medianas, o que gerou um grande aumento nos resíduos do hidrograma em comparação aos resíduos observados na calibração com curvas de longo termo. Em função disso, os valores médios dos indicadores  $r$  são próximos para os dois tipos de calibração.

Por fim, os indicadores AAPE e  $R^2$  são bastante próximos para os dois tipos de calibração. Esse comportamento é explicado por uma compensação, ao menos parcial, dos erros cometidos nessas duas situações: enquanto as calibrações com curvas de longo termo reproduzem melhor as recessões e apresentam maiores erros na reprodução dos picos, as calibrações com curvas anuais medianas reproduzem melhor os picos e apresentam maiores erros nas recessões.

As figuras 5.33 e 5.34 apresentam, respectivamente, os hidrogramas obtidos com as calibrações com curvas de longo termo e anuais medianas na estação de Ponte Nova do Paraopeba (40800001). É possível observar que, no primeiro caso, há uma melhor representação das recessões e maiores erros na reprodução dos picos. No segundo caso, se verifica a situação oposta. Esse comportamento foi observado em praticamente todas as estações utilizadas no estudo.

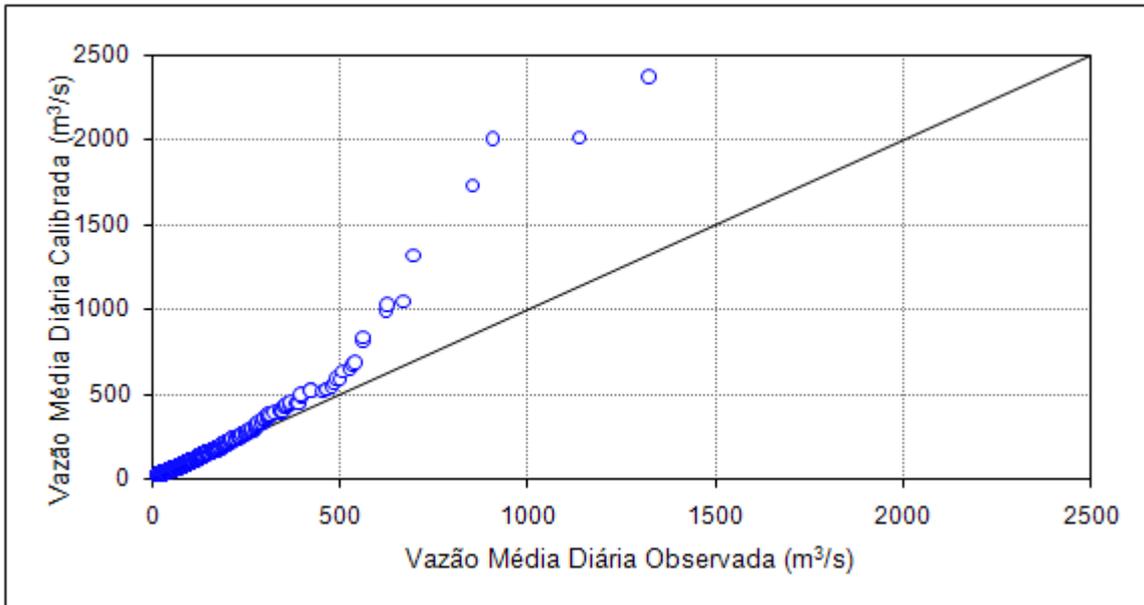


**Figura 5.33** – Hidrogramas observados e calibrados com curvas de permanência de longo termo na estação de Ponte Nova do Paraopeba (40800001)

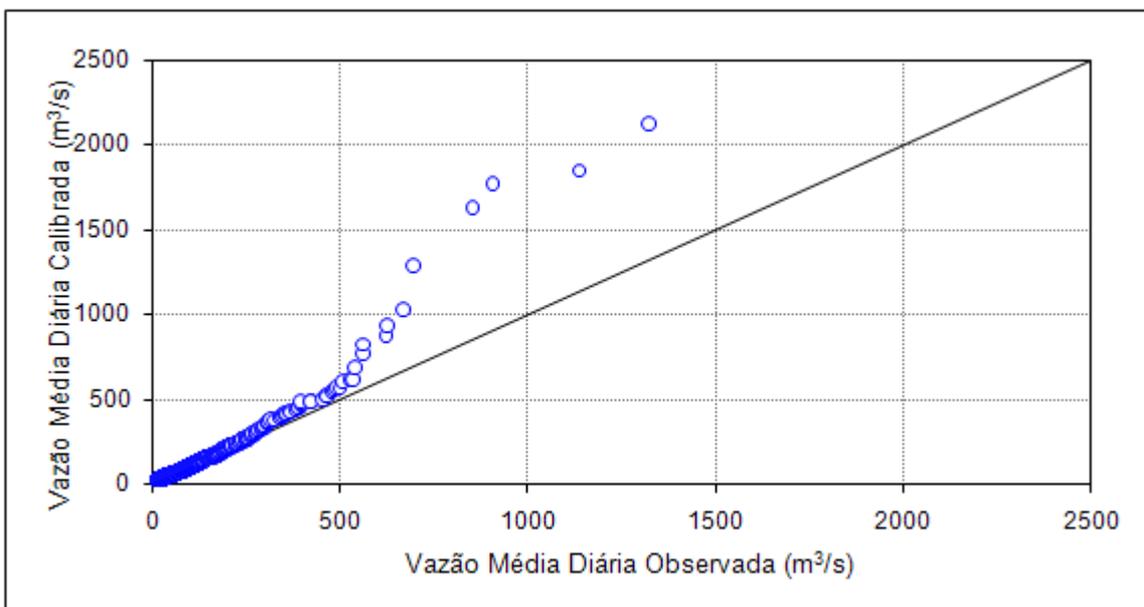


**Figura 5.34** – Hidrogramas observados e calibrados com curvas de permanência anuais medianas na estação de Ponte Nova do Paraopeba (40800001)

As figuras 5.35 e 5.36 apresentam gráficos de vazões calibradas *versus* vazões observadas, ordenadas de forma crescente, para os dois tipos de calibração. Essas figuras mostram um viés causado pelos parâmetros do modelo Rio Grande a partir de certo valor de descarga, quando as mesmas se distanciam da reta de 45 graus. É possível observar também que esse viés aparece para valores maiores de descarga para a calibração realizada com curvas anuais medianas. Além disso, a dispersão de vazões associada a esse tipo de calibração é menor.

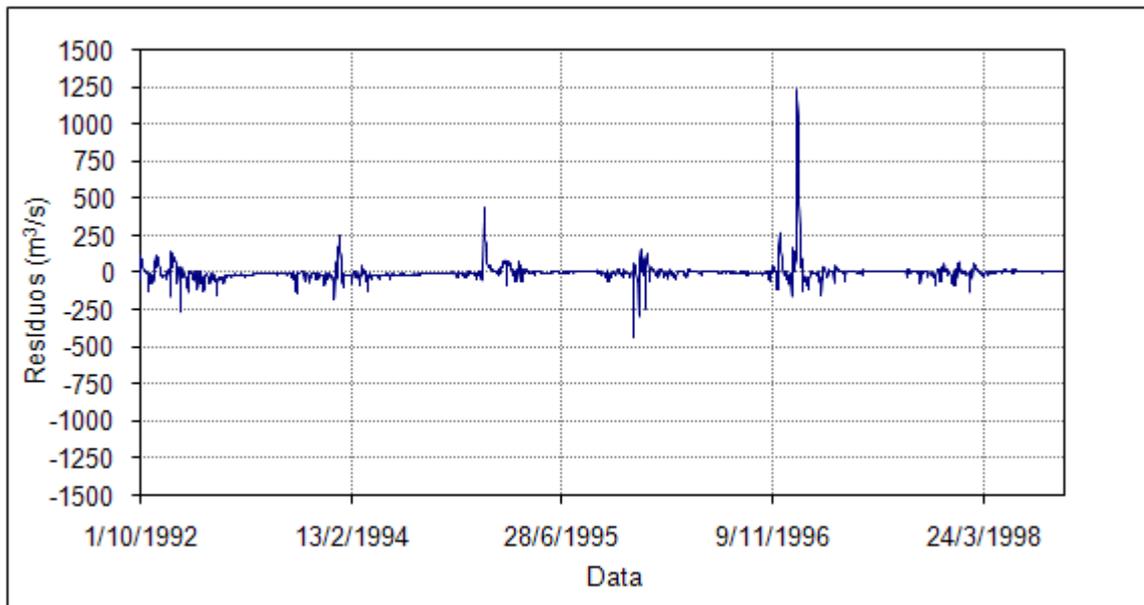


**Figura 5.35** – Vazões calibradas a partir de curvas de permanência de longo termo *versus* vazões observadas na estação de Ponte Nova do Paraopeba (40800000-1)

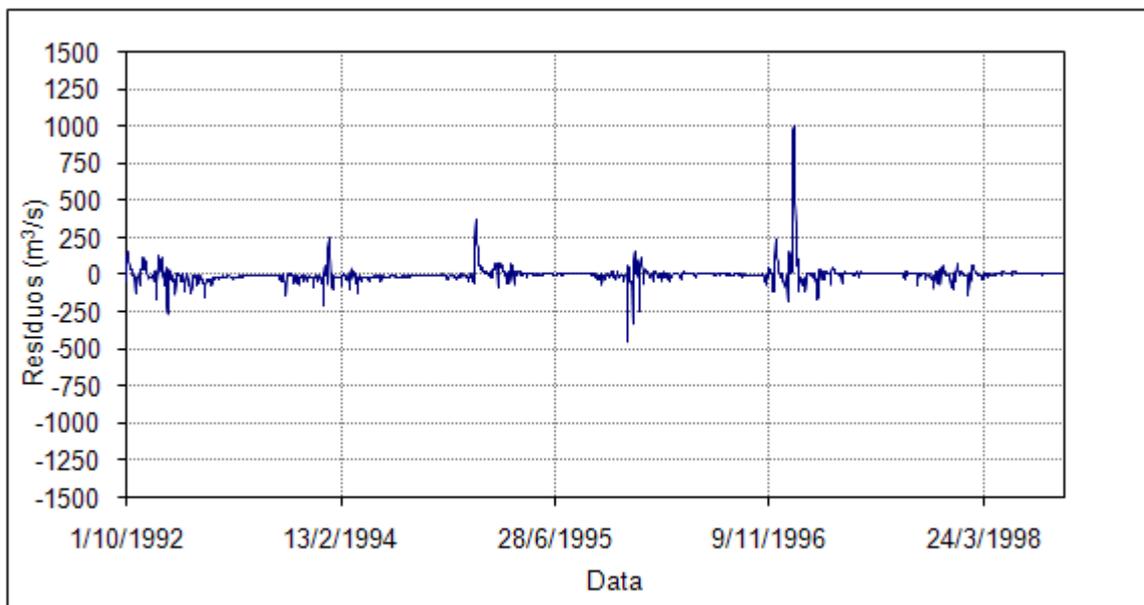


**Figura 5.36** – Vazões calibradas a partir de curvas de permanência anuais medianas *versus* vazões observadas na estação de Ponte nova do Paraopeba (40800000-1)

A evolução temporal dos resíduos associados aos dois tipos de calibração é apresentada nas figuras 5.37 e 5.38. É possível verificar as mesmas tendências de evolução, com flutuações dos resíduos em torno de zero, ainda que para a calibração com curvas medianas o valor dos erros seja menor. Observa-se também que, de maneira geral, os maiores erros se concentram nos períodos chuvosos.



**Figura 5.37** – Evolução temporal dos resíduos para calibração com curvas de permanência de longo termo na estação de Ponte nova do Paraopeba (40800000-1)

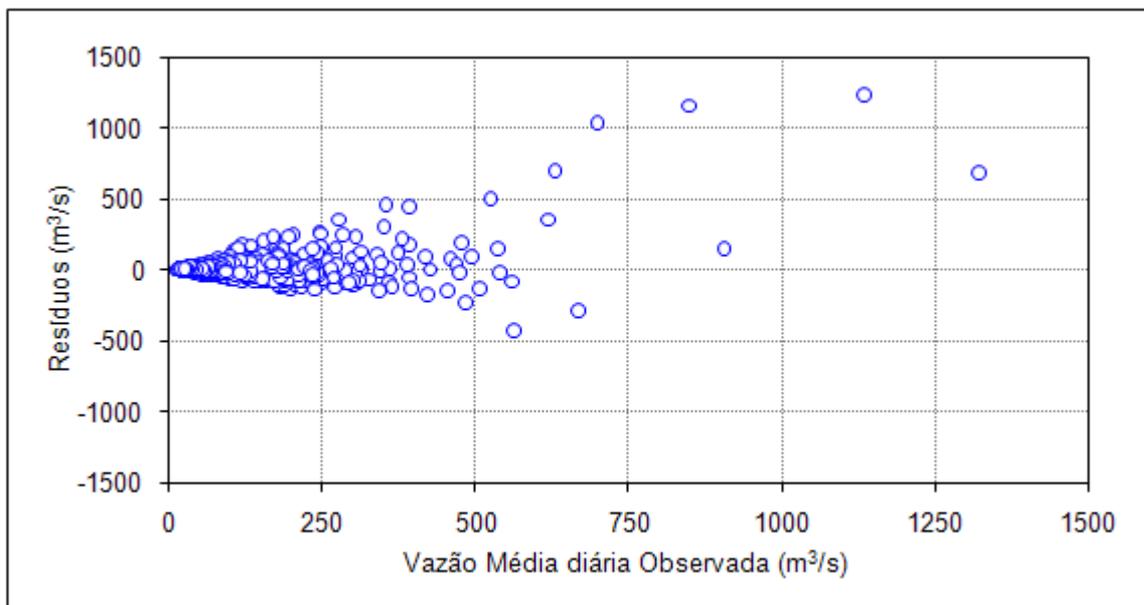


**Figura 5.38** – Evolução temporal dos resíduos para calibração com curvas de permanência anuais na estação de Ponte Nova do Paraopeba (40800000-1)

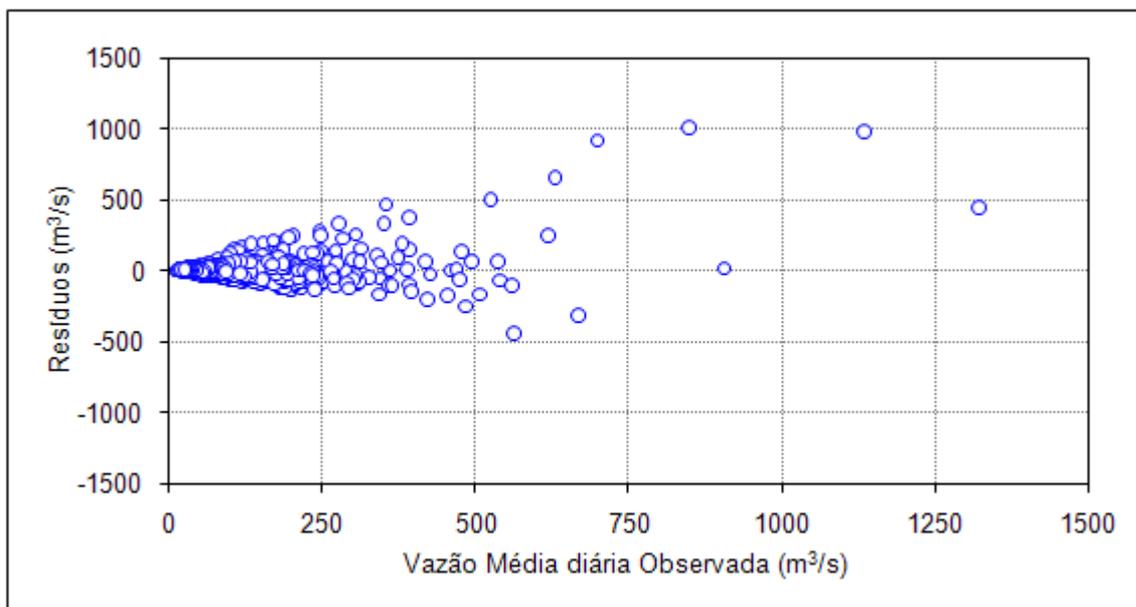
Por fim, são mostradas nas figuras 5.39 e 5.40 as dispersões dos resíduos com relação às vazões médias diárias observadas para os dois tipos de calibração. Esses gráficos mostram que os erros tendem a aumentar com os valores de descarga. Esse comportamento, ainda que indesejável, foi verificado em outros trabalhos de calibração com o modelo Rio Grande, como os de Queiroga (2003) e Pinheiro (2009).

Percebe-se ainda que a dispersão verificada para os resíduos da calibração com curvas anuais medianas é menor que a observada no caso de calibração com curvas de longo termo.

Os hidrogramas das demais estações utilizadas no presente estudo, bem como os diagramas empregados na avaliação de desempenho dos dois tipos de calibração nas mesmas, encontram-se no Apêndice 4.



**Figura 5.39** – Dispersão dos resíduos em relação à vazão média diária observada para calibração com curvas de permanência de longo termo na estação de Ponte Nova do Paraopeba (40800000-1)



**Figura 5.40** – Dispersão dos resíduos em relação à vazão média diária observada para calibração com curvas de permanência anuais medianas na estação de Ponte Nova do Paraopeba (40800000-1)

Os resultados obtidos na calibração do modelo Rio Grande a partir de curvas de permanência sintéticas, modeladas com a distribuição de probabilidades Burr XII estendida, foram bastante satisfatórios. O desempenho apresentado pelas calibrações com curvas de longo termo é comparável ao de outros estudos realizados na região, ao passo que o desempenho das calibrações com curvas medianas se mostrou superior ao das calibrações com curvas de longo termo com relação a quase todos os índices de avaliação propostos.

Sugere-se assim que em trabalhos posteriores de calibração indireta do modelo Rio Grande sejam utilizadas curvas de permanência anuais medianas, preferencialmente com estimativas de parâmetros obtidas de modelos regionais “*jack-knife*”, o que possibilitaria uma comparação mais direta com estudos como o de Pinheiro (2009).

## **6 APLICAÇÃO DA METODOLOGIA ÀS BACIAS HIDROGRÁFICAS DO CEARÁ**

Neste capítulo, a metodologia de regionalização de curvas de permanência de longo termo é aplicada a um conjunto de bacias hidrográficas caracterizadas pela presença de cursos d'água intermitentes e/ou efêmeros.

### **6.1 Caracterização das bacias no estado do Ceará**

#### **6.1.1 Localização**

As informações apresentadas nos parágrafos seguintes foram extraídas do site da COGERH - Companhia de Gestão dos Recursos Hídricos do estado do Ceará (<http://portal.cogerh.com.br>), na seção de “Comitês de Bacias” e dos “Cadernos Regionais de Sub-Bacias” do estado do Ceará, também elaborados pela COGERH (2009a, 2009b, 2009c, 2009d e 2009e).

A sub-bacia dos rios Poti-Longá localiza-se na porção noroeste do estado do Ceará e abrange parte dos estados do Piauí e Maranhão, integrando a sub-bacia de código 34 (DNAEE, 1966). O rio Poti nasce na serra da Joanhina, na porção sul da sub-bacia, e escoar em direção ao estado do Piauí. O curso d'água possui uma extensão de 192,5km e seu principal afluente é o rio Macambira. Já o rio Longá localiza-se na porção norte da sub-bacia e escoar em sentido leste-oeste. As duas sub-bacias ocupam uma área de drenagem de 16.762km<sup>2</sup> no estado do Ceará (COGERH, 2009a).

Os rios Poti e Longá banham os seguintes municípios: Ararendá, Carnaubal, Crateús, Croata, Guaraciba do Norte, Independência, Iparoranga, Novo Oriente, Poranga, Quiterianópolis, São Benedito, Granja, Ibiapina, Ipu, Ipueiras, Nova Russas, Tamboril, Tianguá, Ubajara e Viçosa do Ceará (COGERH, 2009a).

Já a sub-bacia do rio Acaraú encontra-se localizada na porção centro-setentrional do estado do Ceará e possui uma área de drenagem de 14.423km<sup>2</sup>. O rio Acaraú integra a sub-bacia de código 35 (DNAEE, 1996). Os principais afluentes do referido curso d'água são os rios Jaibaras e Groiaras e o riacho dos Macacos. As nascentes do rio Acaraú estão localizadas na

Serra das Matas, no município de Monsenhor Tabosa. O curso d'água possui um desenvolvimento longitudinal de 315km até sua foz (COGERH, 2009b).

Os principais municípios banhados pelo rio Acaraú são: Cariré, Catunda, Forquilha, Graça, Groaíras, Hidrolândia, Massapé, Pacujá, Pires Ferreira, Reriutaba, Vajota, dentre outros (COGERH, 2009b).

Por sua vez, a sub-bacia do Alto Jaguaribe localiza-se a montante do açude Orós, na porção sudoeste do estado do Ceará, e possui uma área de drenagem de 24.538km<sup>2</sup>. O rio Jaguaribe integra a sub-bacia de código 36 (DNAEE, 1966). As nascentes do curso d'água localizam-se na serra da Joanhina, município de Tauá. O perfil longitudinal do rio se desenvolve por 325km até sua foz. Os principais afluentes do rio Jaguaribe, em seu alto curso, são os rios Carrapateiras, Trici, Puiu, Conceição, Jucá e Condado. Outros importantes tributários que compõem o sistema, mas não são afluentes diretos do rio Jaguaribe, são o rio dos Bastiões e os riachos Combonheiro e Quincoê (COGERH, 2009c).

Os principais municípios banhados pelo rio Jaguaribe, na região do alto curso, são: Icó, Iguatu, Orós, Quixelô, Acopiara, Jucás, Cariús, Catarina, Arneiroz, Tauá, Parambú, Aiuaba, Saboeiro, Tarrafas, Campos Sales, Antonina do Norte, Salitre, Araripe, Potengi, Assaré, Santana do Cariri, Nova Olinda, Altaneira e Farias Brito (COGERH, 2009c).

A sub-bacia do rio Salgado localiza-se ao sul do estado do Ceará e possui uma área de drenagem de 12.624km<sup>2</sup>, também integrando a sub-bacia de código 36 (DNAEE, 1996). O rio Salgado nasce na serra do Araripe, no município de Crato e seu perfil longitudinal se desenvolve por 308km, até a foz no rio Jaguaribe, a jusante do açude de Orós. Os principais tributários do rio Salgado são: riacho Batateiras, rio Granjeiro, riacho Saco Lobo, riacho dos Macacos, riacho dos Carás, riacho dos Carneiros, rio Salamanca, riacho Missão Velha, riacho Seco e riacho dos Porcos. O rio Salgado encontra-se atualmente perenizado em toda a sua extensão (COGERH, 2009d).

Os principais municípios banhados pelo rio Salgado são: Icó, Cedro, Umari, Baixio, Ipaumirim, Várzea Alegre, Lavras da Mangabeira, Granjeiro, Aurora, Caririaçu, Barro, Juazeiro do Norte, Crato, Missão Velha, Barbalha, Jardim, Penaforte, Milagres, Abaiara, Mauriti, Brejo Santo, Porteiras e Jati (COGERH, 2009d).

Por fim, a bacia do rio Banabuiú encontra-se localizada na porção central do estado do Ceará e possui uma área de drenagem de 19.810km<sup>2</sup>. O rio integra a sub-bacia de código 36 (DANEE, 1996). O curso d'água nasce na serra das Guaribas, município de pedra Branca, e seu perfil longitudinal se desenvolve por uma extensão de 314km até a foz no rio Jaguaribe, no município de Limoeiro do Norte. Os principais tributários do rio Banabuiú são os rios Sitiá, Patu e Quixeramobim (COGERH, 2009e).

Os principais municípios banhados pelo rio são: Banabuiú, Boa Viagem, Ibicuitinga, Itatira, Madalena, Monsenhor Tabosa, Mombaça, Morada Nova, Pedra Branca, Piquet Carneiro, Quixadá, Quixeramobim, Senador Pompeu, Limoeiro do Norte e Milhã (COGERH, 2009e).

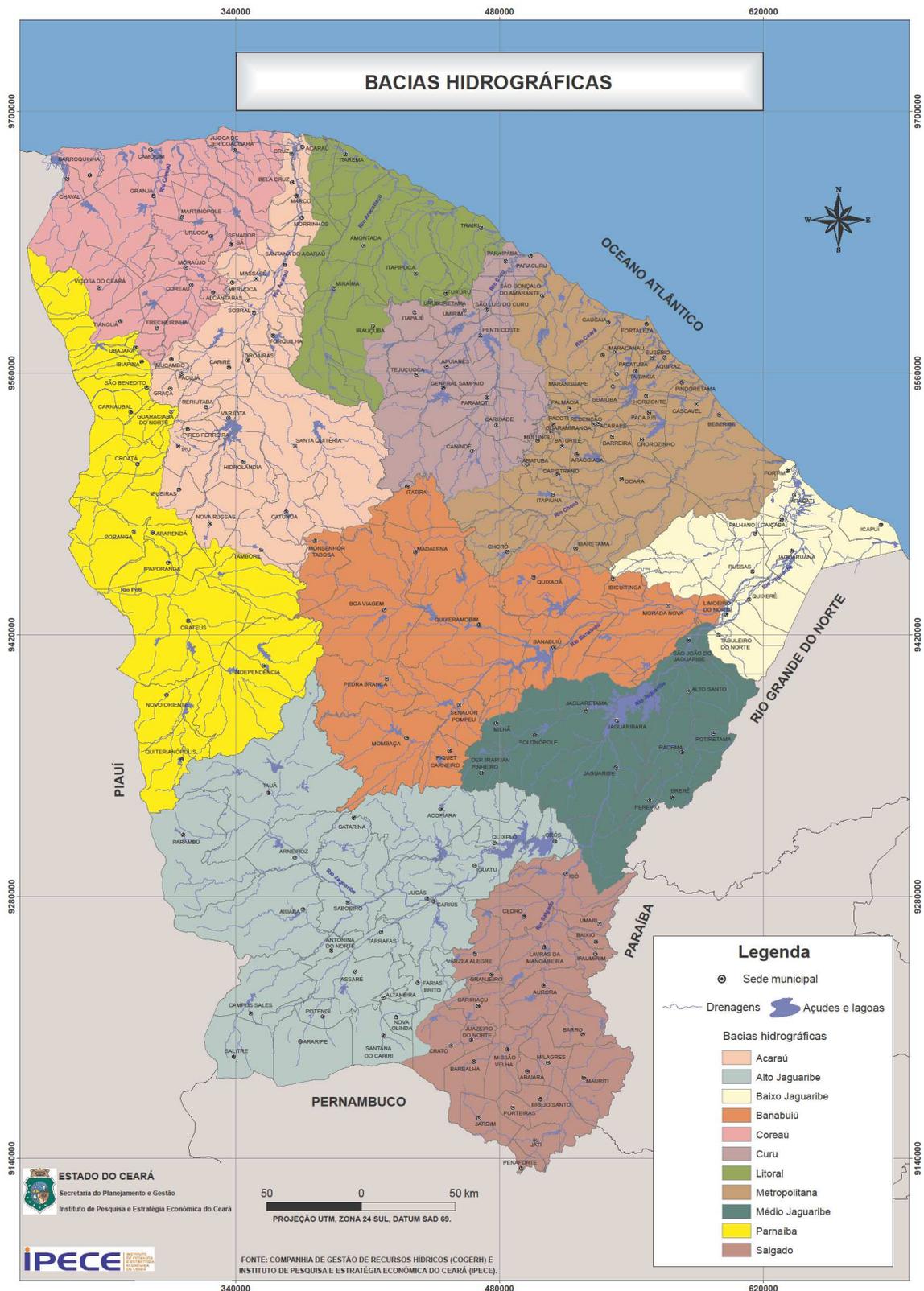
A figura 6.1 apresenta a localização das bacias hidrográficas selecionadas para o presente estudo no estado do Ceará.

### **6.1.2 Clima**

As informações apresentadas nesta seção foram extraídas do trabalho de Alexandre (2005), no qual foi realizada a caracterização climática para o estado do Ceará. Será assumido na presente pesquisa que essa caracterização é válida para todas as bacias utilizadas no estudo.

No estado do Ceará predomina o clima tropical semi-árido, caracterizado por elevadas temperaturas, baixo índice de nebulosidade, forte insolação, elevadas taxas de evaporação e distribuição irregular das chuvas (PERH, 1992 *apud* ALEXANDRE, 2005). A região litorânea é caracterizada pelo clima tropical chuvoso. As temperaturas médias anuais oscilam entre 26°C e 28°C, com médias mínimas de 22°C em regiões serranas e médias máximas de 33°C no sertão (ALEXANDRE, 2005).

A umidade relativa do ar na região litorânea varia entre 60% e 80% para períodos secos e chuvosos respectivamente. Em regiões áridas, esse índice situa-se em torno de 50% para o período seco (ALEXANDRE, 2005).



**Figura 6.1 – Bacias hidrográficas do estado do Ceará. Fonte: IPECE (2007)**

As precipitações distribuem-se de forma irregular no espaço e no tempo. Os totais precipitados variam entre 500mm, na região do sertão, e 1400mm, na região litorânea. A

precipitação anual concentra-se, de maneira geral, em um curto período do primeiro semestre do ano, sendo março o mês mais chuvoso (ALEXANDRE, 2005).

As taxas de evaporação médias variam entre 2000mm e 2500mm, chegando-se a valores em torno de 3000mm no sertão.

Os principais tipos climáticos encontrados no Ceará são mostrados na figura 6.2.

### **6.1.3 Vegetação**

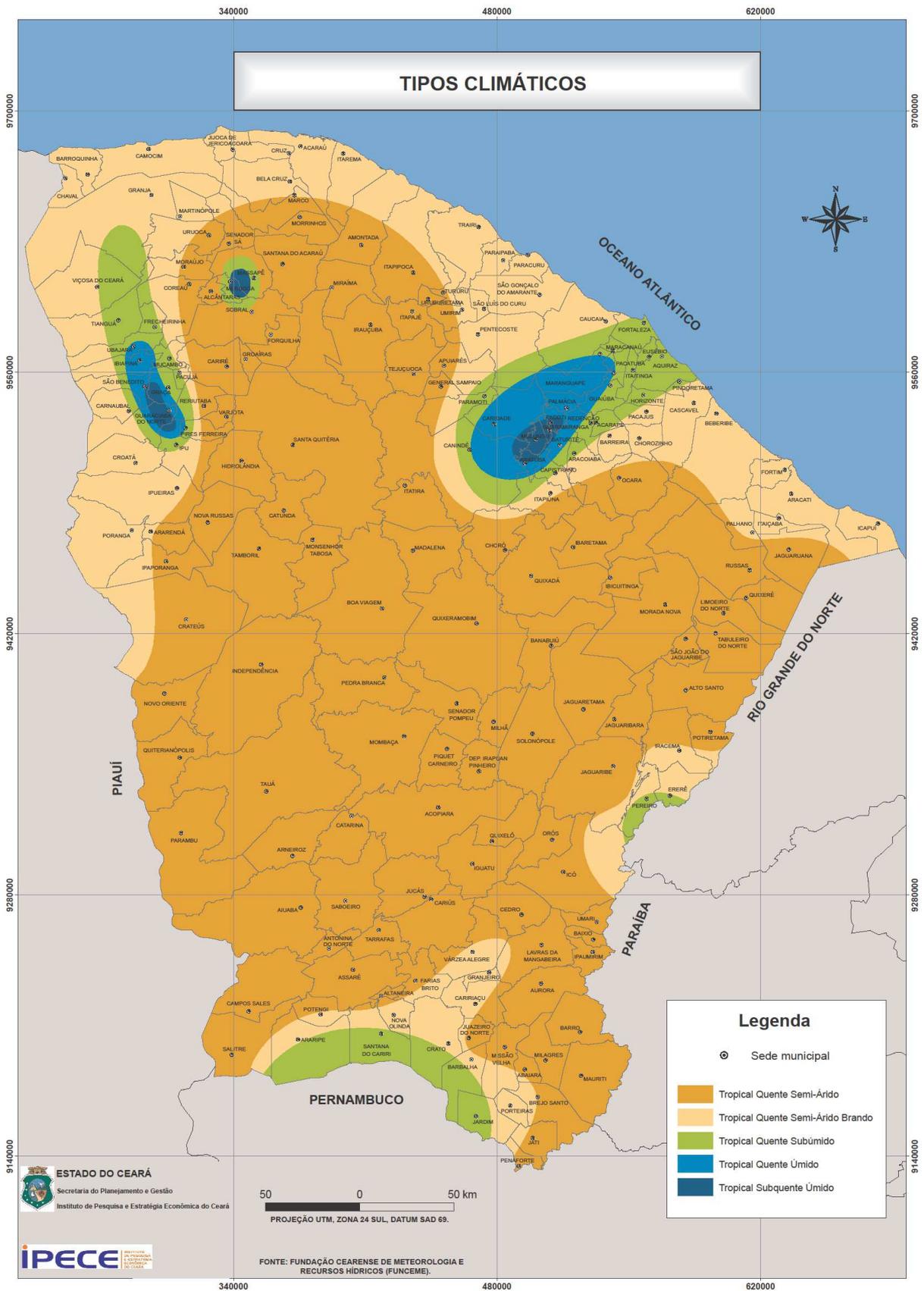
De acordo com Alexandre (2005), a vegetação de maior representatividade no estado do Ceará é a caatinga. Esse tipo de vegetação adapta-se bem a locais com baixos índices pluviométricos e é caracterizado pela presença de arbustos com galhos retorcidos e raízes profundas. Nos períodos de seca, é comum que os arbustos percam praticamente todas as folhas.

Nas áreas serranas e litorâneas, onde predomina o clima tropical semi-úmido, é comum a ocorrência de vegetação de cerrado e de floresta tropical.

### **6.1.4 Relevo**

As informações relativas ao relevo do estado do Ceará foram extraídas do trabalho de Alexandre (2005). O Ceará é limitado a leste pela chapada do Apodi, a oeste pela serra da Ibiapaba e ao sul pela chapada do Araripe. O relevo apresenta características predominantemente de planalto, com altitudes acima de 1000m em regiões serranas.

De acordo com Alexandre (2005), as formações geológicas são, na grande maioria, cristalinas. Esse tipo de formação ocupa aproximadamente 75% da área do estado do Ceará.



**Figura 6.2 – Tipos climáticos no estado do Ceará. Fonte: IPECE (2007)**

### **6.1.5 Hidrogeologia**

A caracterização hidrogeológica das bacias cearenses foi apresentada em detalhes nos Cadernos Regionais de Sub-Bacias desenvolvidos pela COGERH. Basicamente, o estado do Ceará apresenta somente dois tipos de aquíferos, descritos sucintamente a seguir:

- Aquíferos de rochas cristalinas ou cristalinos – este tipo de aquífero ocupa a maior parte de todas as bacias utilizadas no presente estudo, em especial as bacias do Banabuiú (97%), Acaraú (95%) e Alto Jaguaribe (81%). Nesse tipo de aquífero, a porosidade é relacionada à presença de fraturas ou outros tipos de descontinuidade, o que lhes confere baixo potencial de armazenamento e fornecimento de água. Esse sistema aquífero é composto principalmente por gnaisses e migmatitos diversos, além de quartizitos e metacalcários associados a rochas plutônicas e metaplutônicas de composição predominantemente graníticas (COGERH, 2009).
- Aquíferos de rochas sedimentares – este tipo de aquífero ocupa parcelas significativas das bacias do Salgado e do Parnaíba (41%). De acordo com os relatórios da COGERH (2009), os depósitos sedimentares são constituídos predominantemente por formações areníticas, o que confere a esse tipo de aquífero boas condições para armazenamento e fornecimento de água. Em função desse fato, os cursos d'água das duas bacias citadas apresentam vazão em um maior percentual do tempo.

### **6.2 Estações fluviométricas utilizadas no estudo**

As estações fluviométricas utilizadas na presente dissertação constam no trabalho de Alexandre (2005). O autor empregou um conjunto de 22 bacias hidrográficas. Entretanto, em função de inconsistências e falhas verificadas nos dados oriundos do banco de dados digital da ANA, somente 11 estações foram selecionadas.

As estações selecionadas foram divididas em 2 grupos. O primeiro deles é composto por 8 postos e foi utilizado na elaboração dos modelos regionais de curva de permanência. O segundo grupo é composto por 3 postos e foi utilizado na validação dos referidos modelos.

As informações pertinentes às estações utilizadas neste estudo são apresentadas na tabela 6.1.

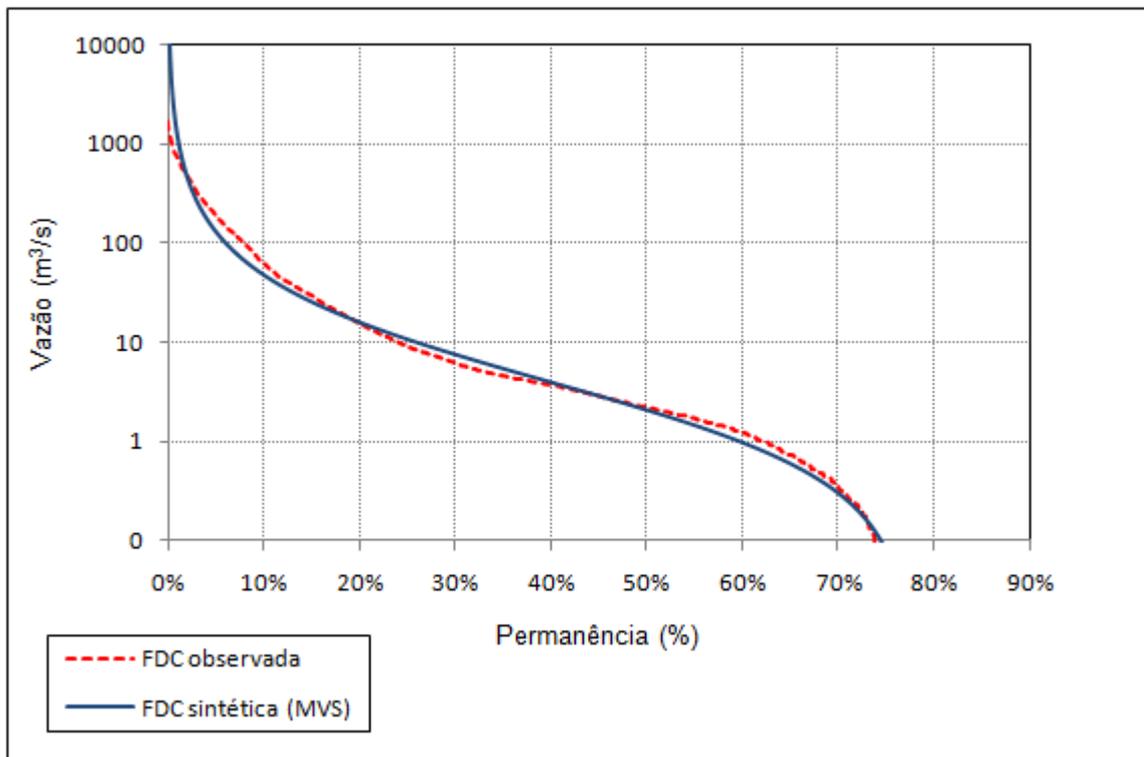
**Tabela 6.1 – Estações fluviométricas utilizadas no estudo**

Estação Fluviométrica	Código	Curso d'água	Área de drenagem (km <sup>2</sup> )	Período de dados
Fazenda Boa Esperança	34750000	Rio Poti	18339,5	01/10/1965-30/09/1996
Fazenda Cajazeiras	35210000	Rio Acaraú	1642,6	01/10/1963-30/09/2000
Groaíras	35260000	Rio Groaíras	2817,8	01/10/1969-30/09/1986
Sítio Conceição	36110000	Rio Cariús	2094,8	01/10/1968-30/09/1980
Sítio Poço Dantas	36125000	Rio dos Bastiões	3746,1	01/10/1968-30/09/1989
Sítio Lapinha	36210000	Rio Salgado	1755,9	01/10/1985-30/09/1996
Icó	36290000	Rio Salgado	12680,4	01/10/1964-30/09/1999
Senador Pompeu	36470000	Rio Banabuiú	4838,3	01/10/1973-30/09/1985
Granja	35170000	Rio Coreau	3589,2	01/10/1964-30/09/1994
Trapiá	35240000	Riacho dos Macacos	1537,9	01/10/1970-30/09/1995
Cariús	36270000	Rio Cariús	1708,4	01/10/1973-30/09/1989

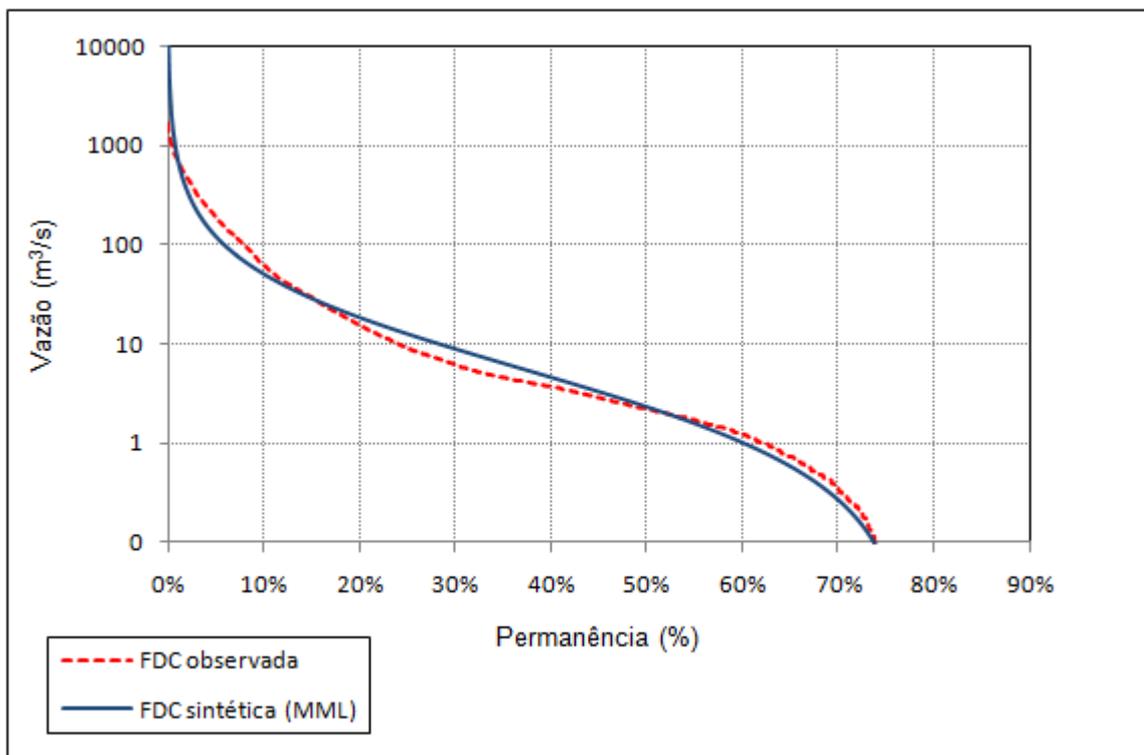
### **6.3 Estimação de parâmetros da distribuição Burr XII estendida**

Também nesta região de estudo a estimação dos parâmetros foi realizada pelo método de máxima verossimilhança (MVS) e pelo método dos momentos-L (MML), visando-se avaliar o que fornece melhor qualidade de ajuste. As estimativas dos parâmetros e os índices de avaliação de ajuste são apresentados nas tabelas 6.2 e 6.3. Além das tabelas, são apresentados nas figuras 6.3 e 6.4 gráficos que mostram os ajustes correspondentes aos métodos MVS e MML na estação de Fazenda Boa Esperança (34750000). O comportamento observado nessa estação, para os dois métodos de estimação, é similar ao comportamento das outras 7 estações utilizadas neste estudo.

As figuras 6.3 e 6.4 ilustram novamente o comportamento observado nas bacias mineiras: o método MVS ajusta melhor o ramo inferior da FDC, em detrimento do ramo superior, enquanto o método MML ajusta melhor o ramo superior da mesma em detrimento do ramo inferior.



**Figura 6.3** – Comparação entre a FDC observada e a FDC sintética (MVS) na estação Fazenda Boa Esperança (34750000)



**Figura 6.4** – Comparação entre a FDC observada e a FDC sintética (MML) na estação Fazenda Boa Esperança (34750000)

**Tabela 6.2** – Parâmetros estimados pelo método de máxima verossimilhança e índices de avaliação do ajuste

Estação	Estimação de parâmetros pelo método de máxima verossimilhança (MVS)						
	$\lambda$	$\alpha$	$\beta$	Nash	r	AAPE	RMSE
34750000	4,01564	1,16056	-1,17969	0,689	0,950	0,197	61,836
35210000	2,80127	1,73068	-0,58250	0,939	0,980	0,243	8,534
35260000	3,16037	1,57676	-0,67628	0,878	0,971	0,149	17,048
36110000	0,84140	1,28512	-1,12066	0,639	0,936	0,200	20,350
36125000	2,19296	1,84882	-0,24396	0,969	0,996	0,195	2,705
36210000	2,18465	1,44120	-0,27901	0,952	0,991	0,305	2,016
36290000	2,61319	1,32652	-2,02410	0,694	0,868	0,188	28,759
36470000	4,91522	1,99648	-0,33401	0,988	0,998	0,162	5,605

**Tabela 6.3** – Parâmetros estimados pelo método dos momentos-L e índices de avaliação do ajuste

Estação	Estimação de parâmetros pelo método dos momentos-L (MML)						
	$\lambda$	$\alpha$	$\beta$	Nash	r	AAPE	RMSE
34750000	5,77401	1,35890	-0,78762	0,955	0,979	0,234	23,513
35210000	4,05778	2,24235	-0,23384	0,980	0,993	0,225	4,827
35260000	3,48211	1,79898	-0,52494	0,938	0,983	0,142	12,252
36110000	1,45244	1,86216	-0,45019	0,912	0,984	0,201	5,163
36125000	1,74863	1,59253	-0,48737	0,990	0,994	0,295	1,644
36210000	1,73616	1,11396	-0,64736	0,986	0,994	0,530	1,097
36290000	4,83679	1,12071	-0,93693	0,882	0,949	0,307	23,176
36470000	4,38829	2,01552	-0,39209	0,981	0,995	0,157	7,219

A análise das tabelas 6.2 e 6.3 mostra que, de maneira similar às bacias mineiras, o método MML é mais vantajoso que o método MVS com relação aos índices  $r$ , Nash e RMSE. Dessa forma, foi feita a opção pelo método dos momentos-L para estimação dos parâmetros da distribuição Burr XII estendida também nas bacias cearenses.

## **6.4 Regionalização de curvas de permanência de longo termo**

### **6.4.1 Características físicas, morfológicas, climáticas e hidrológicas das bacias selecionadas**

As características físicas, morfológicas, climáticas e hidrológicas, que constituem as variáveis explicativas dos modelos regionais, são apresentadas na tabela 6.4.

**Tabela 6.4** – Características físicas, morfológicas, climáticas e hidrológicas das bacias hidrográficas utilizadas

Estação Fluviométrica	Código	Dec (m/km)	P (mm)	L (km)	A (km <sup>2</sup> )	CTD (km)	DD (junções/km <sup>2</sup> )	K <sub>c</sub>	Cris. (%)	k <sub>f</sub>	C <sub>esc</sub>
Fazenda Boa Esperança	34750000	2,40	945,4	255	18339,5	12525,5	0,715	1,60	85,1	0,28	0,07
Fazenda Cajazeiras	35210000	6,57	779,5	120	1642,6	1623,7	0,989	1,71	100,0	0,11	0,19
Groaíras	35260000	3,88	719,6	155	2817,8	2652,5	0,941	1,64	99,6	0,12	0,16
Sítio Conceição	36110000	5,68	923,6	106	2094,8	1250,6	0,597	1,68	64,0	0,19	0,09
Sítio Poço Dantas	36125000	3,15	738,4	139	3746,1	2353,2	0,628	1,49	67,2	0,19	0,04
Sítio Lapinha	36210000	4,52	1041,2	121	1755,9	1155,9	0,658	1,36	18,5	0,12	0,07
Icó	36290000	4,21	927,6	176	12680,4	11202,8	0,883	1,42	99,6	0,41	0,07
Sebador Pompeu	36470000	2,12	764,4	142	4838,3	4102,2	0,848	1,40	100,0	0,24	0,11
Podimirim	36250000	3,38	887,3	157	4372,0	3104,6	0,171	1,65	24,4	0,18	0,03
Lavras Mangabeira	36270000	5,09	938,4	126	8987,0	7806,5	0,869	1,29	44,2	0,57	0,07

#### 6.4.2 Análise de regressão e construção do modelo regional de curvas de permanência

Também nas bacias cearenses, a análise de regressão foi realizada com dois enfoques distintos: primeiramente, foram utilizadas as 8 estações para obtenção das equações de regressão, gerando os modelos regionais completos (MRC). Em seguida, foi retirada uma estação por vez, e os coeficientes das equações de regressão foram novamente calculados, gerando os modelos regionais “*jack-knife*” (MJK), a serem utilizados na avaliação de desempenho. O procedimento para obtenção das equações regionais foi descrito em detalhes no capítulo 5. A análise de regressão completa dos parâmetros se encontra no Apêndice 5.

As equações regionais dos 4 parâmetros da distribuição Burr XII estendida são apresentadas na tabela 6.5. Já a tabela 6.6 apresenta a comparação entre os parâmetros estimados a partir do método dos momentos-L e aqueles estimados com os modelos regionais completos.

**Tabela 6.5** – Equações regionais para os 4 parâmetros da distribuição Burr XII estendida

Equação Regional	R <sup>2</sup>	R <sup>2</sup> ajustado	Erro Padrão	F <sub>total</sub>
$\lambda=0,18167CTD^{0,54533}C_{esc}^{0,6463}$	0,93277	0,90588	0,57587	34,69
$\alpha=1,49157-0,00538CT+0,01298Cris$	0,91657	0,88319	0,2085	27,46
$\beta=-0,68494-0,000041CTD+0,004255Cris$	0,89178	0,8485	0,0956	20,6
$\tau=1,36013-0,01036P^{0,5}+0,00503CTD^{0,5}-0,08628Cris^{0,5}$	0,87323	0,77816	1,16302	9,18

**Tabela 6.6** – Parâmetros estimados pelo método dos momentos-L (MML) e com os modelos regionais completos (MRC)

Estação	Parâmetros Empíricos (MML)				Parâmetros Estimados (MRC)			
	$\lambda$	$\alpha$	$\beta$	$\tau_{obs.}$	$\lambda$	$\alpha$	$\beta$	$\tau_{est.}$
34750000	5,77401	1,35890	-0,78762	0,77540	5,38829	1,27463	-0,83447	0,80841
35210000	4,05778	2,24235	-0,23384	0,37080	3,48091	2,14404	-0,32574	0,41064
35260000	3,48211	1,79898	-0,52494	0,59540	4,01997	1,95062	-0,36946	0,48007
36110000	1,45244	1,86216	-0,45019	0,59470	1,83434	1,75211	-0,46369	0,53278
36125000	1,74863	1,59253	-0,48737	0,58110	1,68098	1,61590	-0,49520	0,61530
36210000	1,73616	1,11396	-0,64736	0,79490	1,53115	1,08134	-0,65330	0,82526
36290000	4,83679	1,12071	-0,93693	0,97190	5,31068	1,29076	-0,89150	0,91409
36470000	4,38829	2,01552	-0,39209	0,43530	4,03898	2,02572	-0,42698	0,53292

Após a construção dos modelos regionais, foi realizada a análise de sensibilidade dos parâmetros. As maiores alterações nas estimativas dos parâmetros foram observadas para variações de  $\pm 10\%$  nas variáveis CTD e Cris.

Por fim, foram elaborados os modelos regionais “*jack-knife*”. Para tanto, foram retirados os dados e variáveis explicativas de uma estação por vez e calculados os coeficientes das equações de regressão a partir do conjunto de estações restantes. Foram elaboradas, assim, 24 equações de regressão para utilização na análise de desempenho da metodologia de regionalização de curvas de permanência. Tais equações e os índices  $R^2$ ,  $R^2_{ajustado}$ , erro padrão da estimativa, e  $F_{total}$  são apresentados no Apêndice 6.

### 6.4.3 Análise de desempenho nas estações utilizadas na construção do modelo regional

A análise de desempenho dos modelos regionais das bacias cearenses também utilizou o procedimento de validação cruzada proposto por Castellarin *et al.* (2004b). Esse procedimento foi explicado em detalhes no capítulo 5. Os parâmetros estimados por meio dos modelos regionais “*jack-knife*” (MJK) se encontram na tabela 6.7, em conjunto com os parâmetros obtidos com o uso do método dos momentos-L.

Na figura 6.5 são apresentados gráficos que mostram a dispersão das estimativas de parâmetros estimados pelos modelos MRC e MJK em relação às estimativas obtidas com o método dos momentos-L. É possível perceber pela figura que a diferença entre as estimativas dos parâmetros  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\lambda$  é pequena. As diferenças verificadas para o parâmetro  $\tau$ , no entanto, são mais significativas.

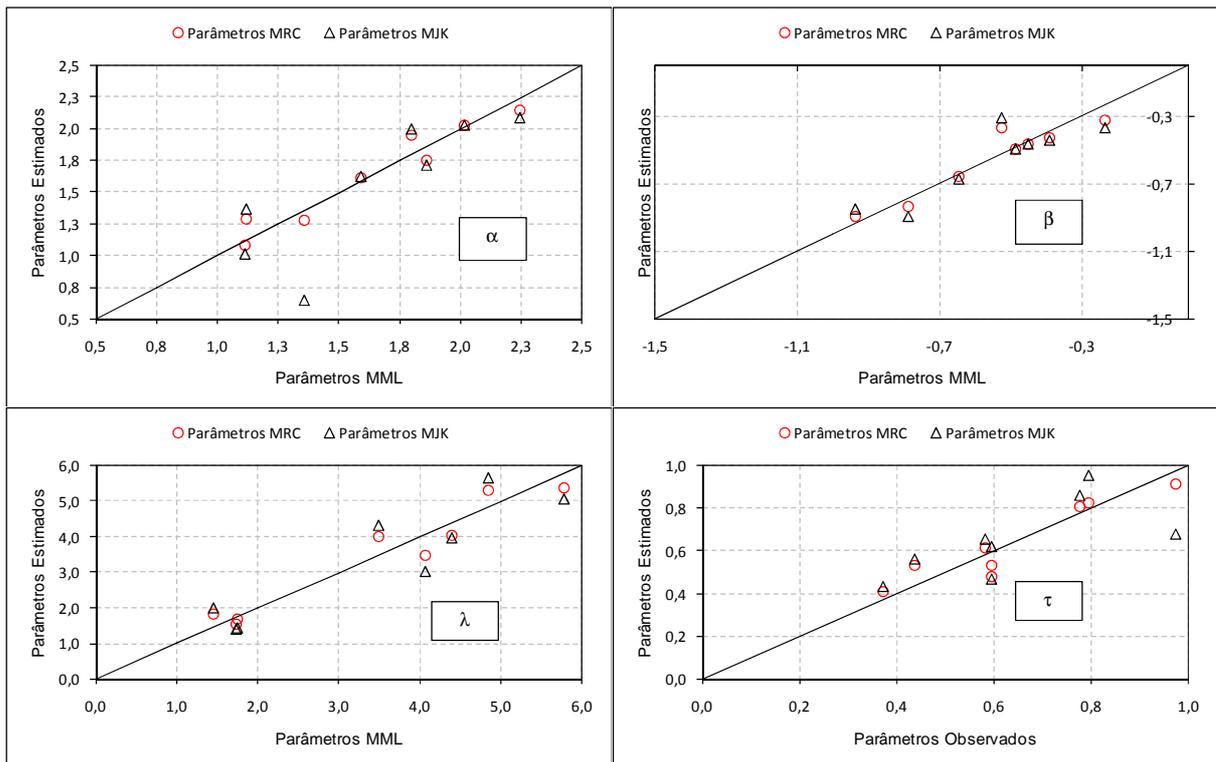
**Tabela 6.7** – Parâmetros da distribuição Burr XII estendida estimados pelos métodos dos momentos-L (MML) e com os modelos regionais “jack-knife”

Estação	Parâmetros Empíricos (MML)				Parâmetros Estimados (MJK)			
	$\lambda$	$\alpha$	$\beta$	$\tau_{obs.}$	$\lambda$	$\alpha$	$\beta$	$\tau_{est.}$
34750000	5,77401	1,35890	-0,78762	0,77540	5,07934	0,64760	-0,89341	0,86422
35210000	4,05778	2,24235	-0,23384	0,37080	3,00535	2,08899	-0,36970	0,43612
35260000	3,48211	1,79898	-0,52494	0,59540	2,00512	1,71288	-0,46732	0,46879
36110000	1,45244	1,86216	-0,45019	0,59470	1,42138	1,62000	-0,49255	0,65803
36125000	1,74863	1,59253	-0,48737	0,58110	1,41853	1,00918	-0,66920	0,95720
36210000	1,73616	1,11396	-0,64736	0,79490	4,31207	1,99938	-0,30935	0,62003
36290000	4,83679	1,12071	-0,93693	0,97190	5,65747	1,36631	-0,84848	0,68267
36470000	4,38829	2,01552	-0,39209	0,43530	3,96905	2,02948	-0,43866	0,56171

A partir dos parâmetros estimados pelos modelos MJK, foram construídas curvas de permanência sintéticas para cada estação fluviométrica em estudo, considerando-se as 99 durações notáveis selecionadas para as avaliações de desempenho. Foram então calculados os índices  $\bar{\varepsilon}_s$  (erro relativo médio por estação),  $\sigma_{\varepsilon,s}$  (desvio padrão dos erros relativos) e  $E_s$  (coeficiente de Nash-Sutcliffe por estação), além dos descritores P. Os resultados são apresentados na tabela 6.8.

**Tabela 6.8** – Índices de desempenho dos modelos MJK

Estação	Modelos "jack-knife"(MJK)		
	$\varepsilon_s$	$\sigma_{\varepsilon,s}$	$E_s$
34750000	3,9916	20,110	0,085
35210000	2,1533	8,274	0,877
35260000	0,1012	0,202	0,971
36110000	-0,4813	0,357	0,967
36125000	2,4140	6,770	0,893
36210000	4,2521	11,993	0,983
36290000	-0,5486	0,418	0,464
36470000	3,8420	6,548	0,452
Descritores P	P1		62,50
	P2		0,00
	P3		37,50



**Figura 6.5** – Estimativas dos parâmetros obtidos com o uso dos modelos regionais completos (MRC) e modelos regionais “jack-knife” (MJK), em relação às estimativas obtidas pelo método dos momentos-L (MML)

O índice  $\varepsilon_s$  mostra fortes tendências de superestimação de vazões nas estações Fazenda Boa Esperança (34750000), Fazenda Cajazeiras (35210000), Groaíras (35260000), Sítio Poço Dantas (36125000), Sítio Lapinha (36210000) e Senador Pompeu (36470000). Nessas estações, as estimativas MJK para o parâmetro  $\tau$  superaram os valores observados. Dessa forma, os erros relativos na região compreendida entre os valores observados e estimados do referido parâmetro são bastante elevados, o que evidencia a grande sensibilidade dos modelos com relação a  $\tau$ .

Nas estações Sítio Conceição (36110000) e Icó (36290000), observou-se a situação inversa: as estimativas MJK do parâmetro  $\tau$  são inferiores aos valores observados. Em função disso, prevaleceu a tendência de subestimação de vazões. Entretanto, também nessas estações ficou clara a sensibilidade do modelo regional em relação ao referido parâmetro.

Os descritores P mostram que os ajustes obtidos com os modelos MJK foram ruins em 3 estações (34750000, 36290000 e 36470000). Na estação Fazenda Boa Esperança (34750000), além do parâmetro  $\tau$ , foi verificada uma grande contribuição do parâmetro  $\alpha$  para a

qualidade ruim do ajuste. O pequeno valor estimado pelo modelo MJK, em relação ao modelo MML, se deve à variável explicativa  $L$ . De fato, o comprimento do talvegue é muito maior na estação em questão em comparação às demais, e esse fato se refletiu nos coeficientes da equação de regressão do modelo MJK.

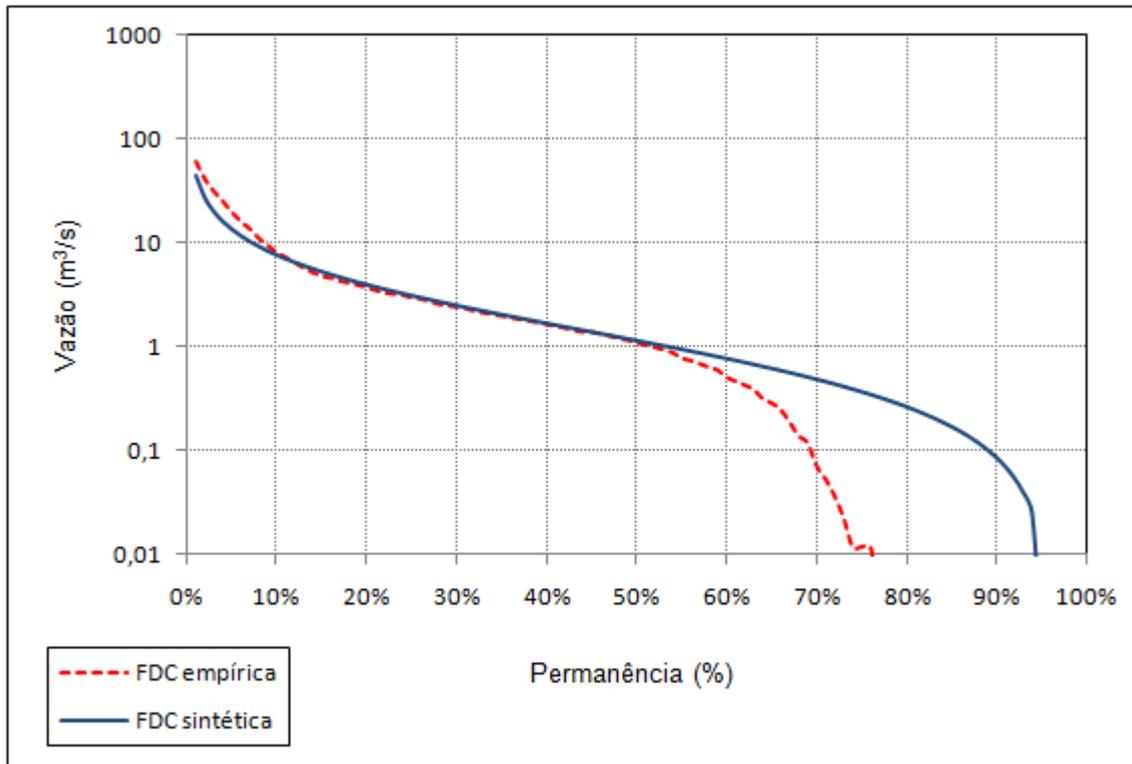
Em função da grande sensibilidade dos modelos regionais às variações do parâmetro  $\tau$ , os índices de desempenho foram calculados também para os valores observados do mesmo, mantendo-se as estimativas MJK dos demais parâmetros. Esse procedimento busca avaliar de maneira quantitativa a influência do parâmetro  $\tau$  nos índices de desempenho. Os índices calculados para essa nova situação são apresentados na tabela 6.9.

**Tabela 6.9** – Índices de desempenho dos modelos MJK para o valor observado de  $\tau$

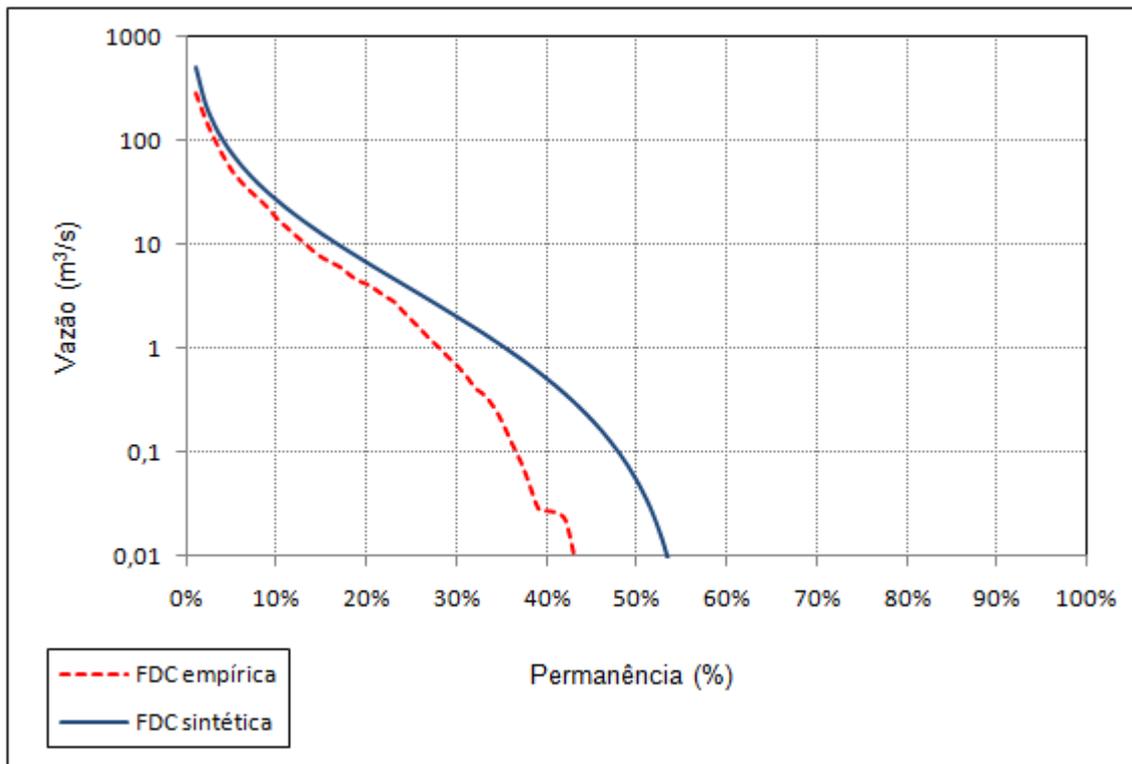
Estação	MJK - tobs		
	$\varepsilon_s$	$\sigma_{\varepsilon,s}$	$E_s$
34750000	1,4262	6,231	0,845
35210000	-0,1852	0,238	0,886
35260000	-0,1287	0,240	0,981
36110000	0,3034	0,387	0,939
36125000	0,0511	0,414	0,946
36210000	-0,1563	0,459	0,908
36290000	0,1936	0,528	0,866
36470000	-0,1382	0,244	0,684
Descritores P	P1		87,50
	P2		12,50
	P3		0,00

Percebeu-se que para o valor observado de  $\tau$ , os erros relativos médios são sensivelmente menores. Além disso, apenas uma estação apresentou  $E_s$  na faixa intermediária, indicando que a metodologia é robusta nessa situação. Ficou evidente, assim, que melhores estimativas para o parâmetro  $\tau$  são imprescindíveis para a aplicação da metodologia em bacias com cursos d'água intermitentes ou efêmeros.

As figuras 6.6 e 6.7 mostram as FDC's sintéticas obtidas com os modelos "jack-knife" nas estações de Sítio Lapinha (36210000) e Senador Pompeu (36470000), em comparação às FDC's observadas.

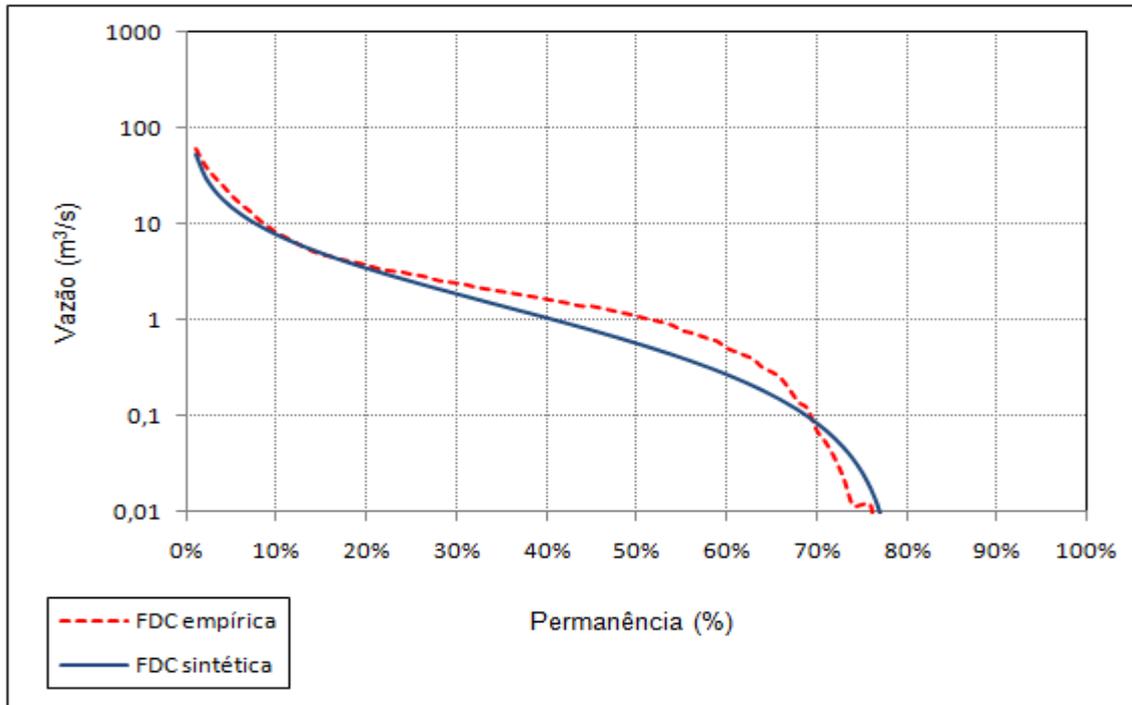


**Figura 6.6** – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Sítio Lapinha (36210000)

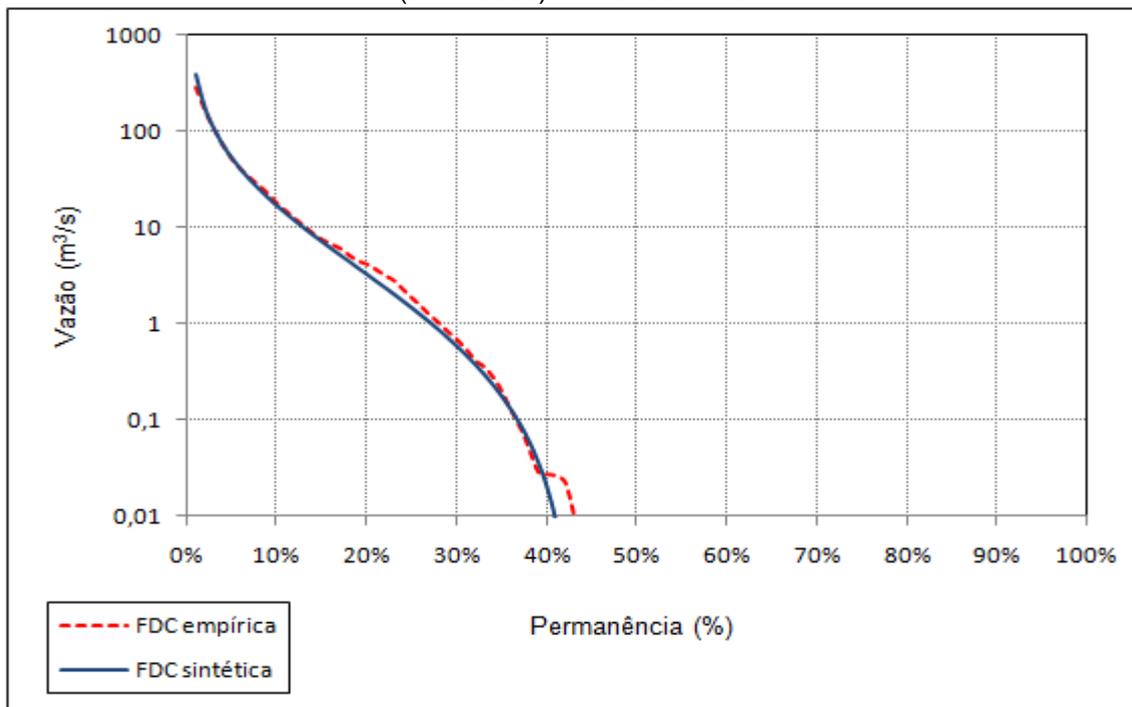


**Figura 6.7** – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Senador Pompeu (36470000)

A título de comparação, nas figuras 6.8 e 6.9 são apresentadas as FDC's sintéticas obtidas nas mesmas estações para o valor observado de  $\tau$ . Para avaliação das demais bacias, o leitor deve consultar o Apêndice 7.

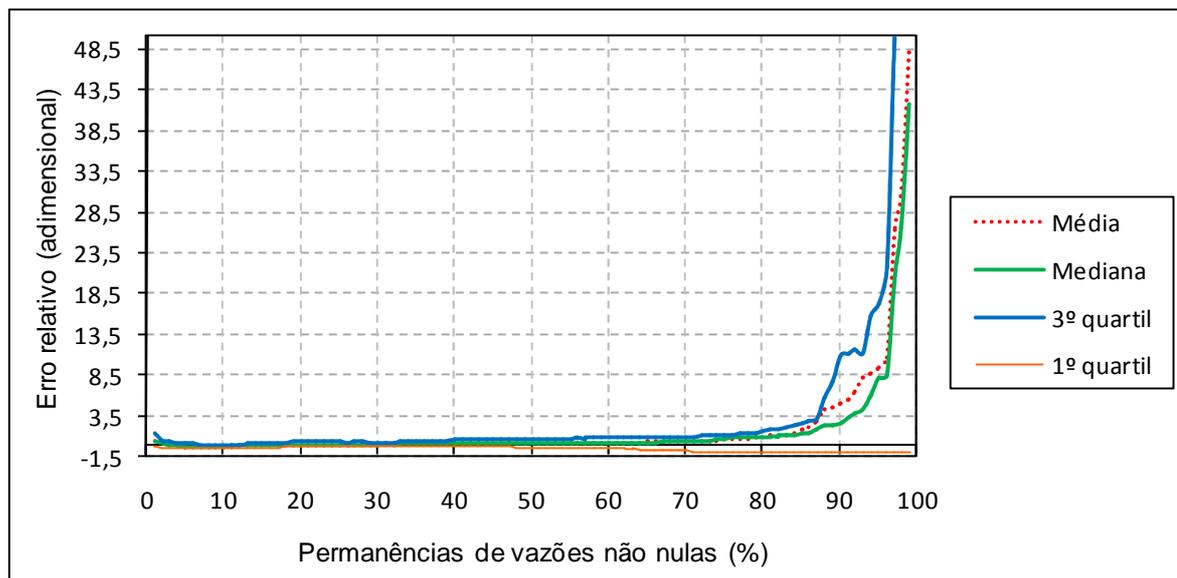


**Figura 6.8** – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Sítio Lapinha (36210000) -  $\tau$  observado



**Figura 6.9** – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Senador Pompeu (36470000) -  $\tau$  observado

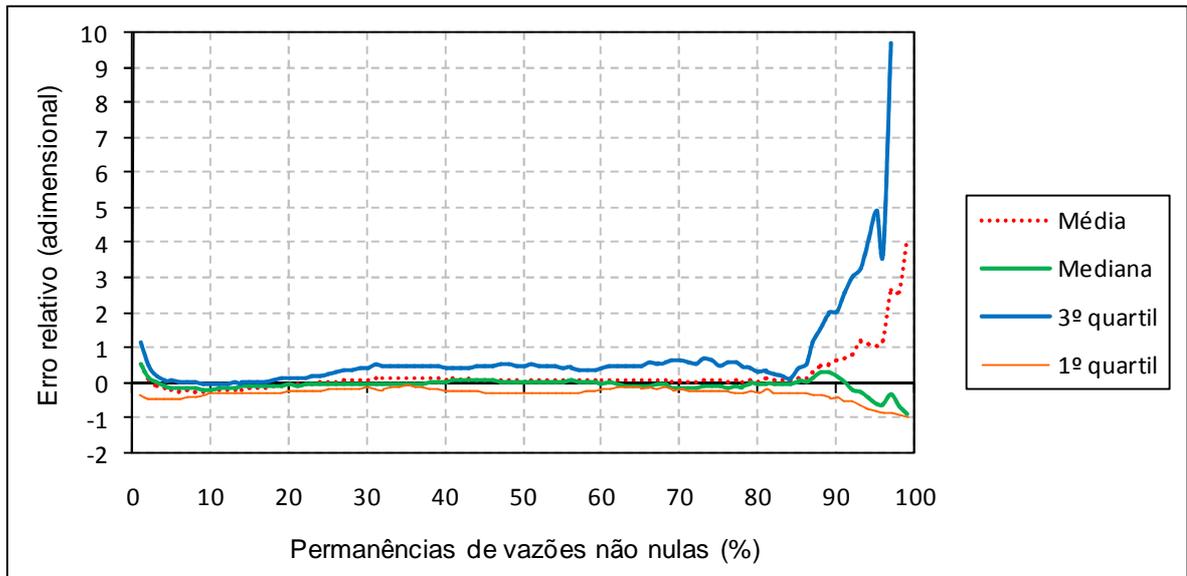
Após o cálculo dos índices de desempenho, foram traçadas as curvas média, mediana, do 1º e do 3º quartis dos erros relativos para permanências não-nulas nas 8 estações utilizadas no estudo de regionalização. Tais curvas são apresentadas na figura 6.10.



**Figura 6.10** – Erros relativos para permanências não-nulas dos modelos regionais “*jack-knife*”

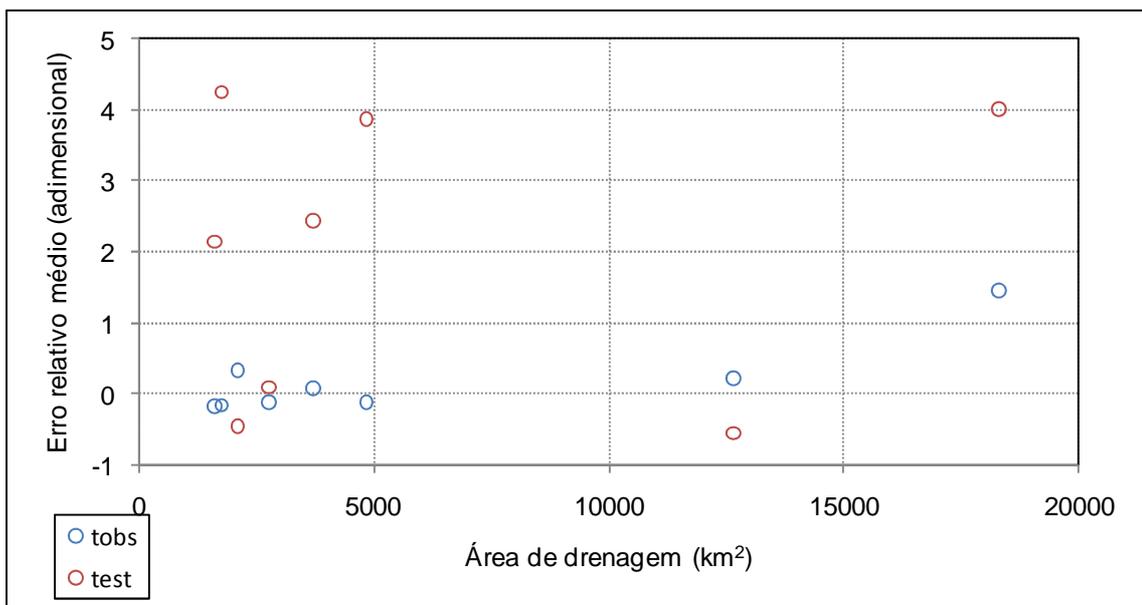
A figura 6.10 mostra as tendências de superestimação de vazões citadas anteriormente. É possível observar o grande crescimento dos erros relativos para permanências não-nulas superiores a 80%, já que essa região é a mais sensível ao parâmetro  $\tau$ . Para ilustrar a influência desse parâmetro na magnitude dos erros são apresentadas na figura 6.11 as curvas média, mediana, do 1º e do 3º quartis dos mesmos para os modelos “*jack-knife*” com o valor observado de  $\tau$ .

Observa-se na figura 6.11 uma redução drástica dos erros relativos para permanências não nulas superiores a 80%. Ainda assim, esses erros ainda continuam apresentando valores elevados. A principal justificativa para esse fato é o baixo valor da estimativa de  $\alpha$  na estação Fazenda Boa Esperança (34750000), que superestimou de maneira acentuada as vazões no ramo inferior da FDC (para a permanência não nula de 99%, o erro relativo supera 3500%). A influência dessa estação fica evidente ao se comparar as curvas média e mediana para permanências superiores a 90%: enquanto a curva média apresenta tendência de superestimação de vazões nessa região, a curva mediana, que se baseia em estatísticas mais robustas, apresenta tendência de subestimação das mesmas.



**Figura 6.11** – Erros relativos para permanências não-nulas dos modelos regionais “*jack-knife*” para  $\tau$  observado

A última etapa do processo de validação cruzada consistiu na elaboração de um gráfico que relaciona os erros relativos médios em cada estação com as áreas de drenagem correspondentes, mostrado na figura 6.12. Foram considerados nessa figura os modelos “*jack-knife*” com parâmetro  $\tau$  estimado e observado. É possível observar que os erros não apresentam tendências de variação com as áreas de drenagem das bacias, o que evidencia a confiabilidade dos modelos regionais obtidos.



**Figura 6.12** – Erros relativos médios em relação à área de drenagem das 8 bacias utilizadas na construção dos modelos regionais

Após a validação cruzada, foi realizada uma avaliação conjunta do desempenho dos métodos MML, MRC e MJK. Os índices correspondentes a cada um desses métodos são apresentados na tabela 6.10. Os modelos regionais completos e os modelos regionais “*jack-knife*” foram avaliados considerando-se valores estimados e observados de  $\tau$ .

A análise da tabela 6.10 mostra que os erros relativos médios correspondentes aos modelos MML são significativamente maiores do que os observados nas bacias mineiras. Esses erros se concentram principalmente no ramo inferior da FDC. Nas estações Fazenda Cajazeiras (35210000), Groaíras (35260000), Sítio Conceição (36110000) e Senador Pompeu (36470000), verifica-se uma tendência de subestimação de vazões. Nas demais estações, a tendência é de superestimação das mesmas. Os elevados valores de erros relativos médios nas estações de Sítio Poço Dantas (36125000) e Sítio Lapinha (36210000) são um indicativo da grande dificuldade de se modelar curvas de permanência de cursos d’água intermitentes ou efêmeros.

É possível observar também que os erros relativos médios, em geral, crescem da estimação MML em direção aos modelos “*jack-knife*”. Os maiores erros são verificados quando se utilizam as estimativas de  $\tau$ . Para os valores observados do mesmo, os erros são sensivelmente menores.

O desvio padrão dos erros apresenta valores próximos para os modelos MML e MRC, tendendo a aumentar nos modelos MJK. A utilização dos valores estimados de  $\tau$  provoca um grande crescimento nos valores desse índice.

O comportamento do índice  $E_s$  foi diferente daquele observado nas bacias mineiras, quando considerados os valores observados de  $\tau$ . Na maior parte das estações, o valor do referido índice foi maior para os modelos MJK. Constituíram exceções as estações Fazenda Cajazeiras (35210000), Sítio Lapinha (36210000) e Senador Pompeu (36470000). Para os valores estimados de  $\tau$ , o valor de  $E_s$  foi maior para os modelos MRC, com exceção das estações Fazenda Boa Esperança (34750000) e Groaíras (35260000).

A figura 6.13 mostra as curvas média, mediana, do 1º e do 3º quartis dos erros relativos de permanências não nulas dos modelos MML. Observa-se que essas curvas seguem tendência semelhante à apresentada pelos modelos “*jack-knife*” que utilizam o valor observado de  $\tau$ ,

ainda que nestes últimos sejam verificados maiores valores para os erros e maior distância entre as curvas mediana, do 1º e do 3º quartis.

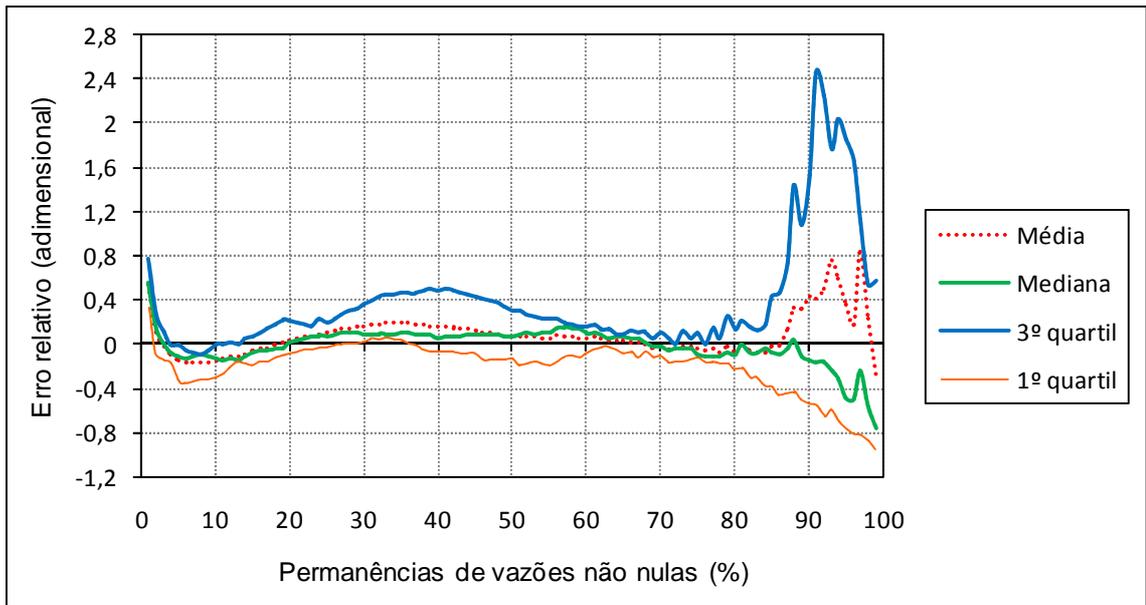
Percebe-se também que as curvas médias e mediana apresentam comportamentos distintos para permanências superiores a 85%. A curva média mostra a tendência de superestimação das vazões, enquanto a curva mediana mostra a tendência de subestimação das mesmas. Esse fato se explica pelo ajuste ruim do ramo inferior da curva de permanência na estação Sítio Lapinha (36210000), na qual foram verificados erros relativos superiores a 600%.

As curvas média, mediana, do 1º e do 3º quartis dos erros relativos de permanências não nulas dos modelos MRC podem ser visualizadas na figura 6.14. É possível observar que essas curvas seguem as mesmas tendências apresentadas pelos modelos “*jack-knife*”, apresentando erros bastante elevados para as permanências não nulas superiores a 80%. Esse fato se explica pela tendência dos modelos regionais de superestimar o valor de  $\tau$ .

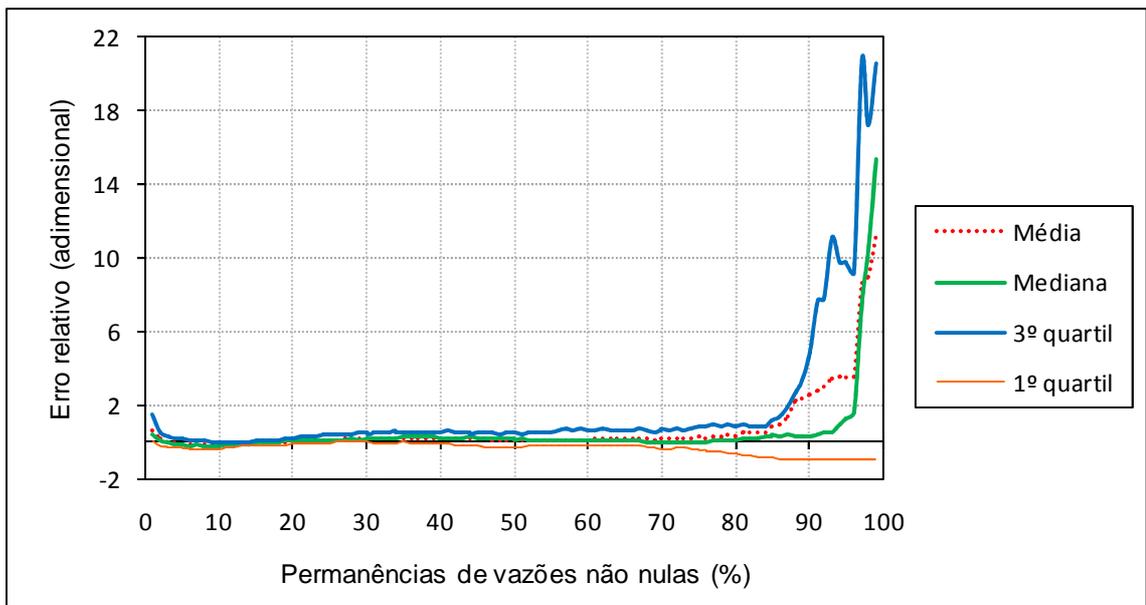
A título de comparação, foram traçadas as referidas curvas para os modelos MRC considerando-se o valor observado de  $\tau$ . Neste caso, o comportamento apresentado é semelhante aos modelos MML e também aos modelos MJK, segundo essa premissa. A grande redução dos erros verificada no ramo inferior da FDC mostra novamente a sensibilidade dos modelos regionais em relação a  $\tau$ .

**Tabela 6.10** – Índices de desempenho dos modelos de curva de permanência obtidos por 5 modelos de estimação de parâmetros

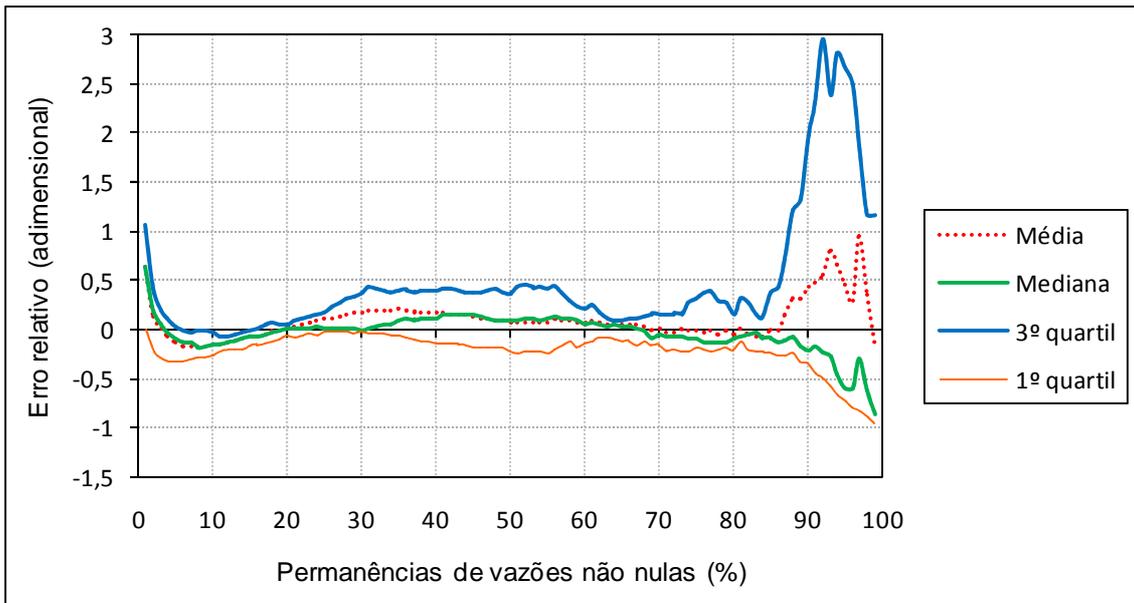
Estação	Parâmetros Burr XII estendida			MRC- $\tau_{obs}$			MRC- $\tau_{est}$			MJK - $\tau_{obs}$			MJK - $\tau_{est}$		
	$\epsilon_s$	$\sigma_{\epsilon,s}$	$E_s$	$\epsilon_s$	$\sigma_{\epsilon,s}$	$E_s$	$\epsilon_s$	$\sigma_{\epsilon,s}$	$E_s$	$\epsilon_s$	$\sigma_{\epsilon,s}$	$E_s$	$\epsilon_s$	$\sigma_{\epsilon,s}$	$E_s$
34750000	0,08111	0,266	0,955	0,0636	0,302	0,821	0,5136	1,880	0,070	1,4262	6,231	0,845	3,9916	20,110	0,085
35210000	-0,09165	0,297	0,980	-0,1127	0,270	0,949	1,0383	3,502	0,961	-0,1852	0,238	0,886	2,1533	8,274	0,877
35260000	-0,07534	0,224	0,953	-0,1258	0,229	0,947	-0,6122	0,288	0,888	-0,1287	0,240	0,981	0,1012	0,202	0,971
36110000	-0,08934	0,289	0,967	0,1777	0,350	0,917	-0,2483	0,378	0,987	0,3034	0,387	0,939	-0,4813	0,357	0,967
36125000	0,17937	0,512	0,984	0,1890	0,721	0,933	1,2992	3,544	0,953	0,0511	0,414	0,946	2,4140	6,770	0,893
36210000	0,38941	1,274	0,981	0,2566	1,277	0,986	1,0529	3,550	0,978	-0,1563	0,459	0,908	4,2521	11,993	0,983
36290000	0,04519	0,362	0,919	0,1494	0,487	0,820	0,5081	0,403	0,587	0,1936	0,528	0,866	-0,5486	0,418	0,464
36470000	-0,09428	0,249	0,991	-0,1345	0,241	0,941	2,6483	4,340	0,912	-0,1382	0,244	0,684	3,8420	6,548	0,452
Descritores P	P1		100,00	P1		100,00	P1		75,00	P1		87,50	P1		62,50
	P2		0,00	P2		0,00	P2		0,00	P2		12,50	P2		0,00
	P3		0,00	P3		0,00	P3		25,00	P3		0,00	P3		37,50



**Figura 6.13** – Erros relativos de permanências não nulas dos modelos MML

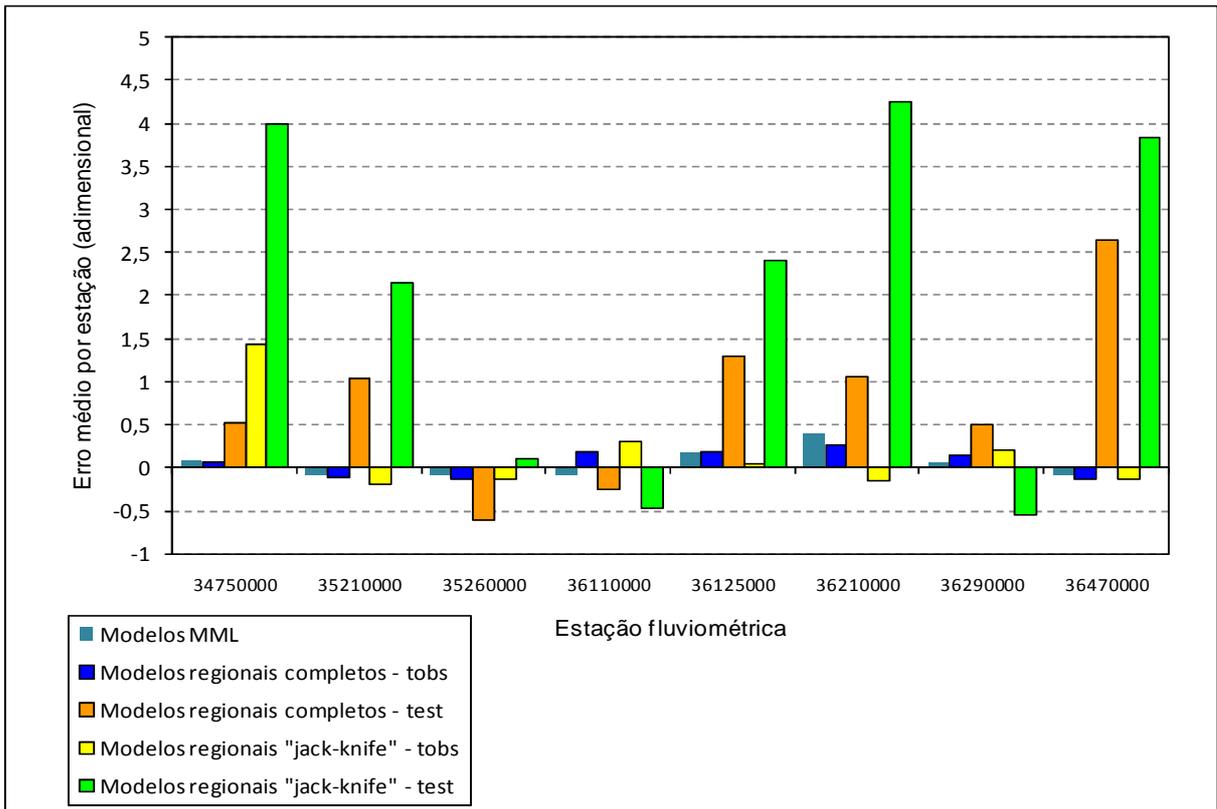


**Figura 6.14** – Erros relativos de permanências não nulas dos modelos regionais completos

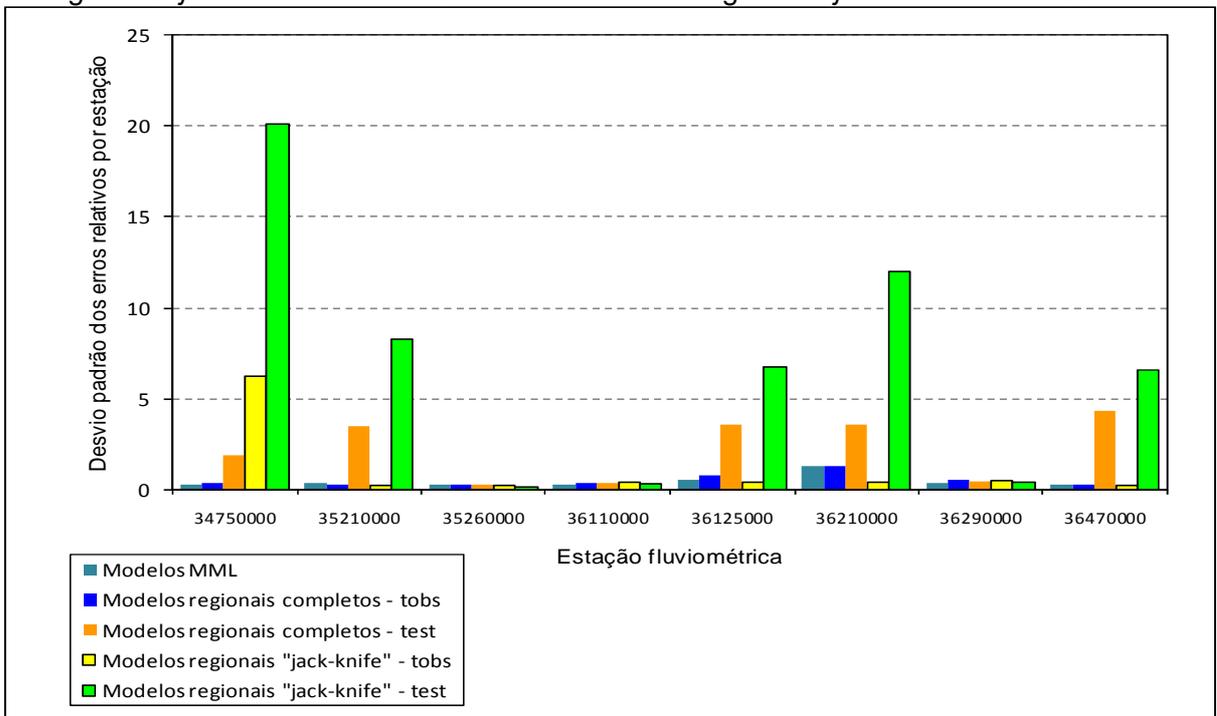


**Figura 6.15** – Erros relativos de permanências não nulas dos modelos regionais completos para o valor observado de  $\tau$

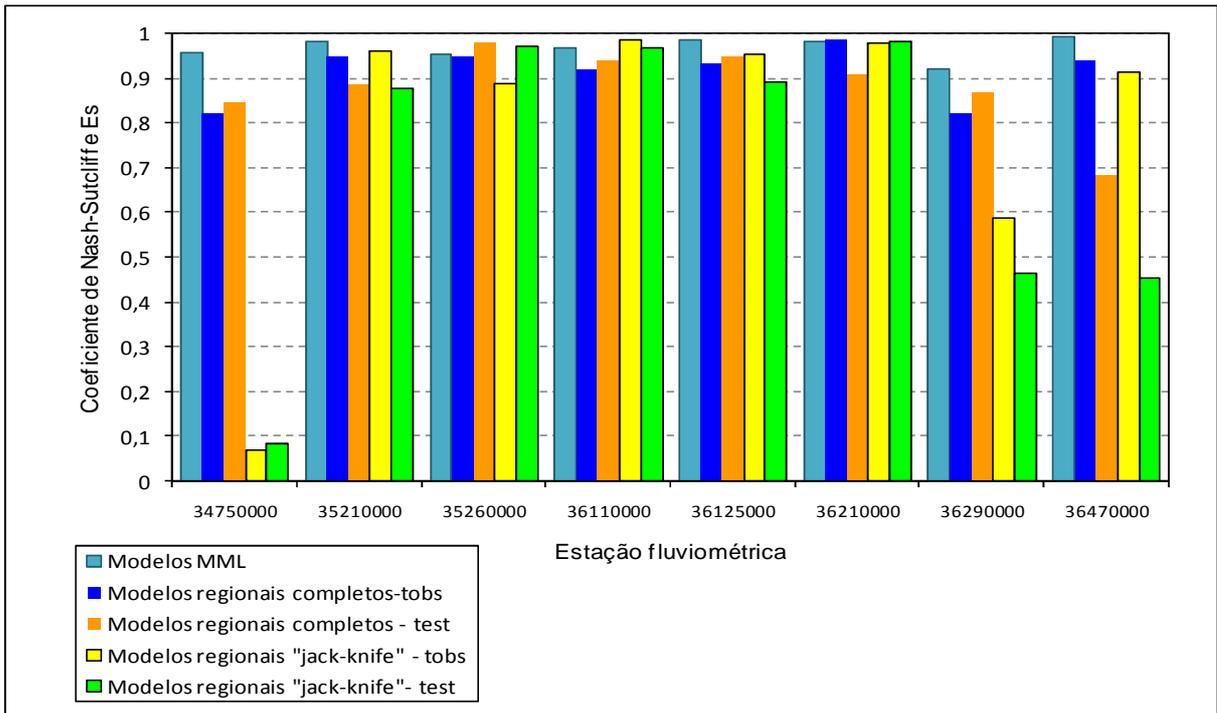
As figuras 6.16, 6.17 e 6.18 mostram, respectivamente, os gráficos de barra para os índices  $\bar{\varepsilon}_s$ ,  $\sigma_{\varepsilon_s}$  e  $E_s$ , considerando-se os valores estimados e observados de  $\tau$ . Esses gráficos permitem visualizar a variabilidade dos indicadores na região de estudo, bem como a influência das estimativas do parâmetro  $\tau$  em cada índice de desempenho.



**Figura 6.16** – Erros relativos médios por estação para os modelos MML, modelos regionais completos com  $\tau$  observado, modelos regionais completos com  $\tau$  estimado, modelos regionais “jack-knife” com  $\tau$  observado e modelos regionais “jack-knife” com  $\tau$  estimado

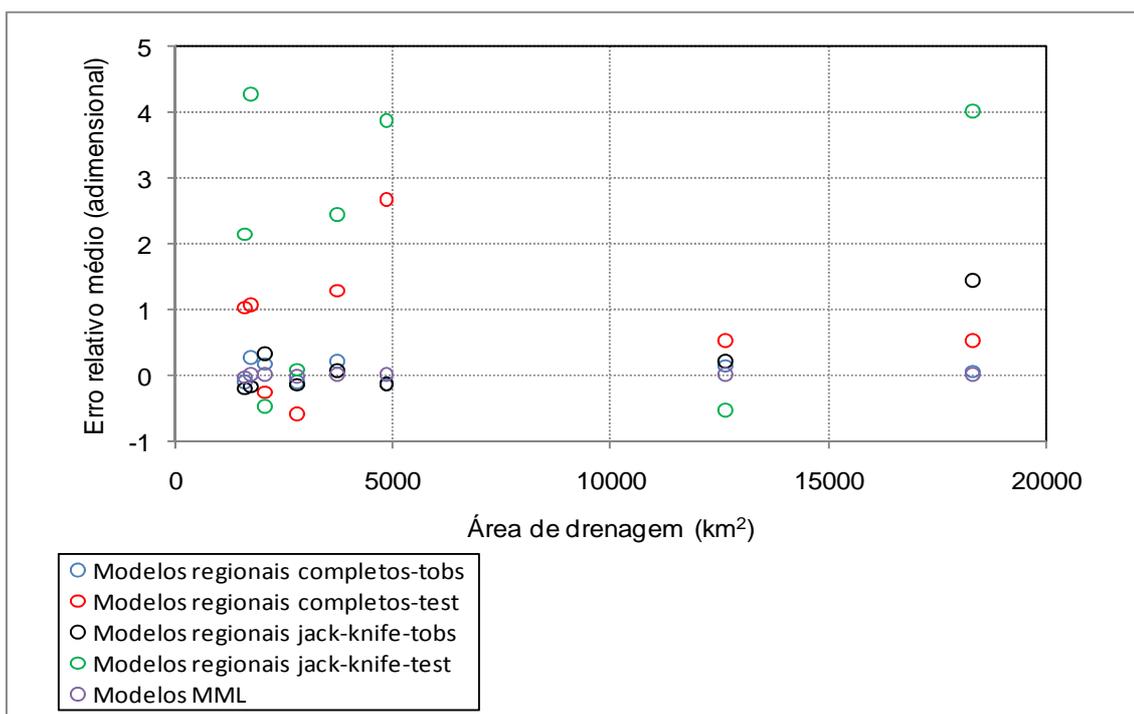


**Figura 6.17** – Desvio padrão dos erros relativos médios por estação para os modelos MML, modelos regionais completos com  $\tau$  observado, modelos regionais completos com  $\tau$  estimado, modelos regionais “jack-knife” com  $\tau$  observado e modelos regionais “jack-knife” com  $\tau$  estimado



**Figura 6.18** – Coeficiente de Nash-Sutcliffe por estação para os modelos MML, modelos regionais completos com  $\tau$  observado, modelos regionais completos com  $\tau$  estimado, modelos regionais “jack-knife” com  $\tau$  observado e modelos regionais “jack-knife” com  $\tau$  estimado

Por fim, é mostrado na figura 6.19 o gráfico que relaciona os erros relativos médios com a área de drenagem correspondente. Também aqui é possível observar que os resíduos não apresentam tendências de variação com a área de drenagem das bacias, mostrando a confiabilidade dos métodos utilizados.



**Figura 6.19** – Erro relativo médio em relação à área de drenagem das bacias hidrográficas dos modelos MML, modelos regionais completos com  $\tau$  observado, modelos regionais completos com  $\tau$  estimado, modelos regionais “*jack-knife*” com  $\tau$  observado e modelos regionais “*jack-knife*” com  $\tau$  estimado

#### 6.4.4 Análise de desempenho das não estações não utilizadas na construção do modelo regional

Nesta etapa os parâmetros distribuição Burr XII estendida foram estimados somente pelo método dos momentos-L e com modelos regionais completos, não sendo efetuado o procedimento de validação cruzada. As estimativas dos referidos parâmetros se encontram na tabela 6.11.

**Tabela 6.11** – Parâmetros da distribuição Burr XII estendida estimados pelo método dos momentos-L (MML) e com os modelos regionais completos (MRC) para as estações não utilizadas na construção do modelo regional

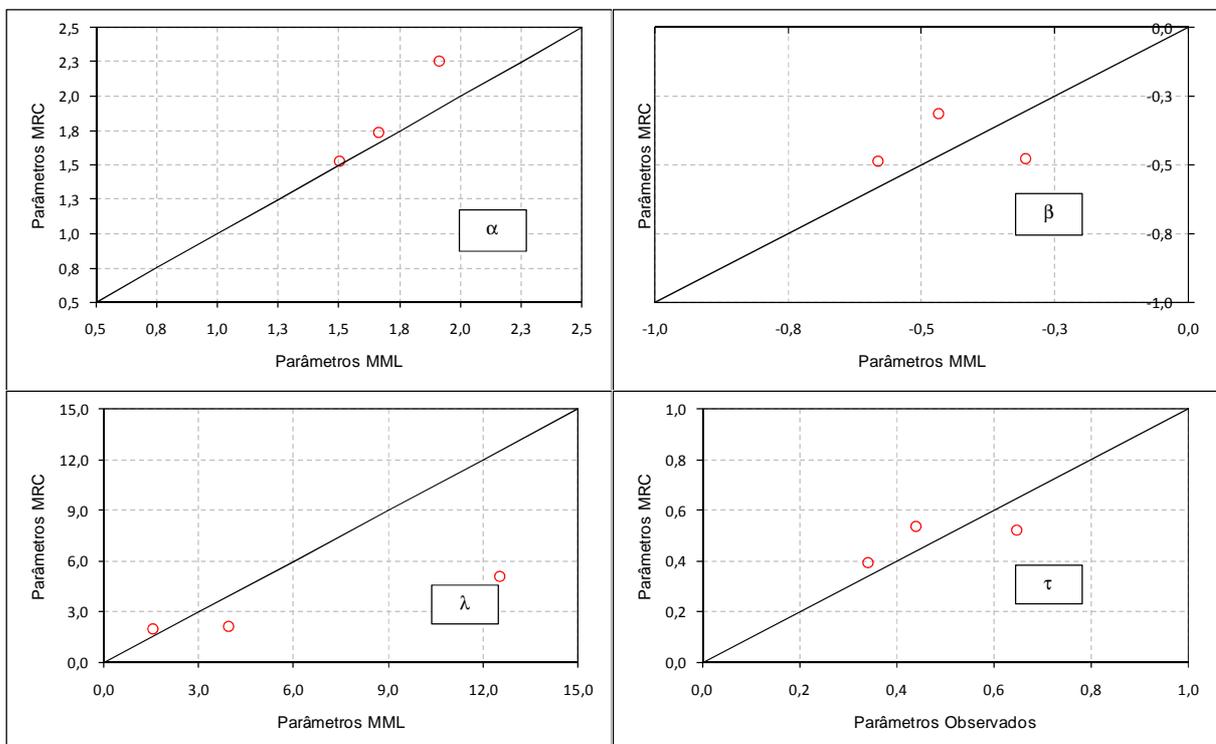
Estação	Parâmetros Empíricos (MML)				Parâmetros Estimados (MRC)			
	$\lambda$	$\alpha$	$\beta$	$\tau$	$\lambda$	$\alpha$	$\beta$	$\tau$
35170000	12,51813	1,665168	-0,30666	0,6459	5,13377	1,74211	-0,47524	0,52027
35240000	1,52947	1,91172	-0,46804	0,3392	1,95738	2,26047	-0,31501	0,3947
36130000	3,95366	1,50401	-0,58254	0,4396	2,15050	1,52383	-0,48672	0,5379

É possível observar na tabela 6.11 grandes diferenças entre as estimativas MML e MRC do parâmetro  $\lambda$ , em especial nas estações Granja (35170000) e Cariús (36130000). Nessas

estações, as estimativas MRC do referido parâmetro foram bastante inferiores àquelas obtidas com o método dos momentos-L.

Na estação Cariús (36130000), houve extrapolação da equação regional de  $\lambda$ , o que explica a diferença entre as estimativas. Para a estação Granja (35170000), no entanto, verificou-se uma estimativa MML muito superior àquelas utilizadas na construção do modelo regional. Esse fato pode justificar a dificuldade da equação de regressão em prever adequadamente o valor do parâmetro.

A dispersão das estimativas MRC com relação à reta de 45 graus pode ser visualizada na figura 6.20.



**Figura 6.20** – Estimativas dos parâmetros obtidos com o uso dos modelos regionais completos (MRC) em relação às estimativas obtidas pelo método dos momentos-L (MML)

A tabela 6.12 sintetiza os índices de desempenho calculados nas 3 estações de validação. Pode-se perceber novamente a qualidade de ajuste proporcionada pela distribuição Burr XII estendida por meio da análise dos erros médios relativos e coeficientes de Nash-Sutcliffe. Além disso, a mesma tendência de subestimação de vazões apresentada pela distribuição de probabilidades é verificada nas estações de validação.

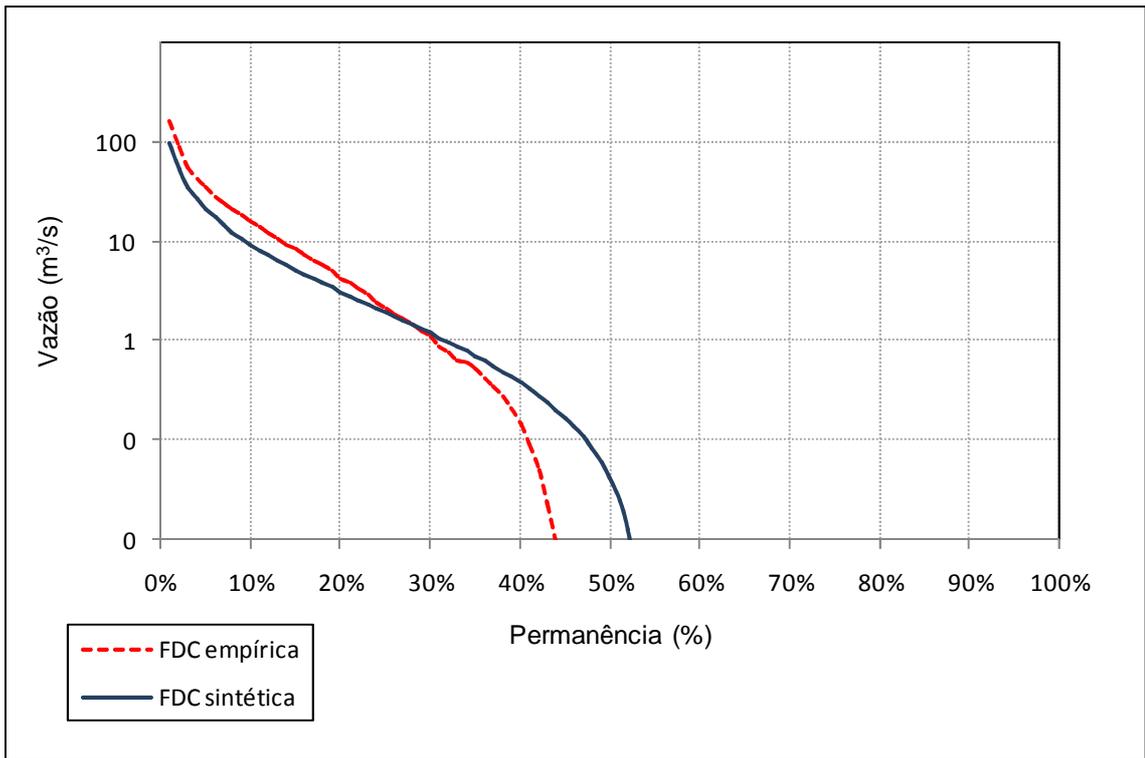
Já o desempenho dos modelos regionais não foi tão satisfatório, principalmente pela magnitude dos erros observados. Ainda assim, em duas dessas estações foram obtidos valores maiores que 0,75 para o índice  $E_s$ , o que constitui um indicativo da confiabilidade da metodologia. Deve-se ressaltar, no entanto, que o valor de  $E_s$  encontrado para a estação Cariús (36130000) é devido à correção introduzida pelo parâmetro  $\tau$ , que compensou, ao menos em parte, os valores reduzidos dos parâmetros  $\lambda$  e  $\beta$  em relação às estimativas MML.

A utilização do valor observado de  $\tau$  promoveu a redução dos erros relativos médios e dos desvios padrão dos mesmos. Além disso, é possível notar a concentração dos indicadores P na região intermediária de qualidade de ajuste, com significativo aumento do índice  $E_s$  na estação Trapiá (35240000).

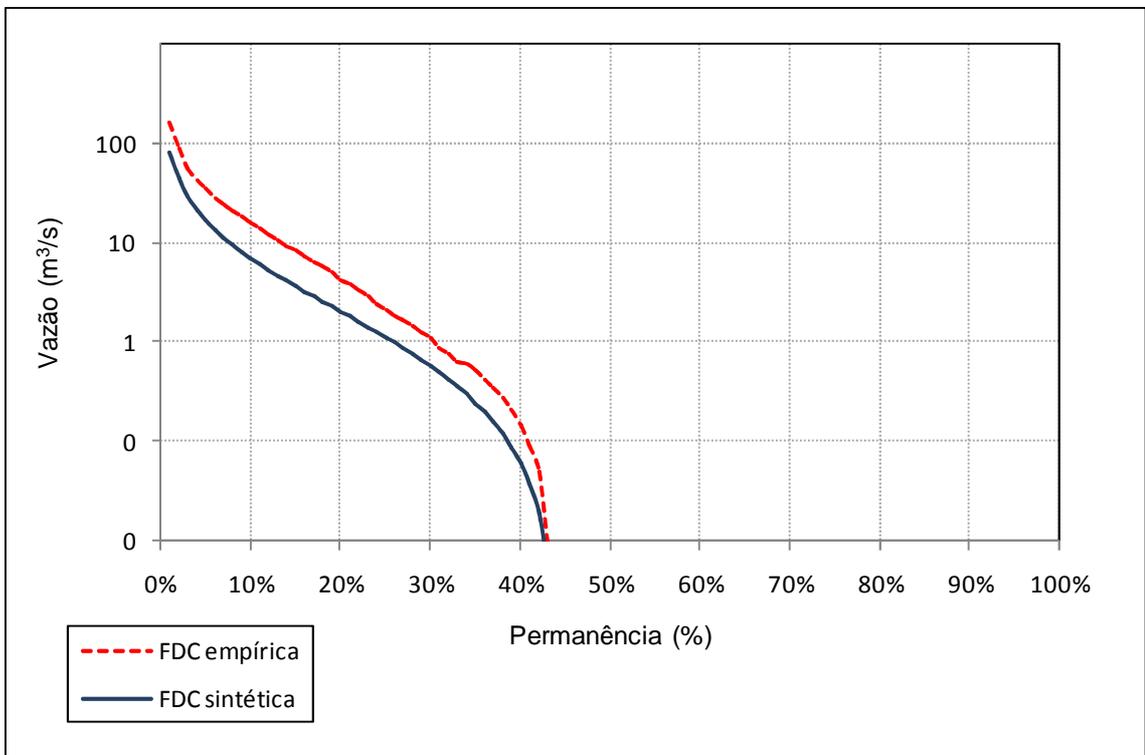
**Tabela 6.12** – Índices de desempenho dos modelos de curva de permanência nas estações não utilizadas na construção do modelo regional

Estação	Parâmetros Burr XII estendida			Modelos MRC - $\tau_{obs}$			Modelos MRC - $\tau_{est}$		
	$\epsilon_s$	$\sigma_{\epsilon,s}$	$E_s$	$\epsilon_s$	$\sigma_{\epsilon,s}$	$E_s$	$\epsilon_s$	$\sigma_{\epsilon,s}$	$E_s$
35170000	-0,03091	0,321	0,986	-0,5267	0,187	0,909	-0,7656	0,186	0,827
35240000	-0,09864	0,174	0,978	-0,0663	0,332	0,615	1,0966	1,083	0,153
36130000	-0,05173	0,122	0,971	-0,5298	0,053	0,709	0,3300	1,670	0,821
Descritores P	P1		100,00	P1		33,33	P1		66,67
	P2		0,00	P2		66,67	P2		0,00
	P3		0,00	P3		0,00	P3		33,33

Na figura 6.21 é apresentada a FDC sintética da estação de Cariús (36130000), juntamente com a curva observada. A título de comparação, é mostrada na figura 6.22 a FDC sintética para o valor de  $\tau$  observado. Gráficos semelhantes para as demais estações de validação são encontrados no Apêndice 7.



**Figura 6.21** – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Cariús (36130000)



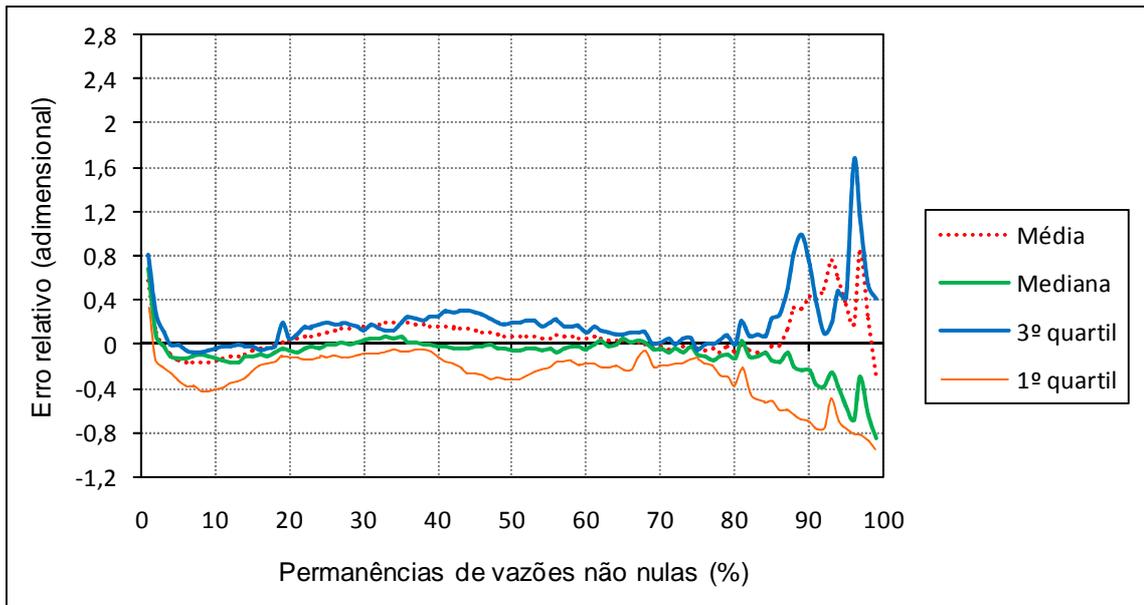
**Figura 6.22** – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Cariús (36130000) para  $\tau$  observado

A figura 6.23 mostra as curvas média, mediana, do 1º e do 3º quartis dos erros de permanências não nulas para os modelos MML, considerando o conjunto de 11 estações. Observa-se que a introdução das estações de validação provocou um ligeiro afastamento entre as curvas média e mediana para permanências entre 20% e 50%. Tal afastamento é devido ao aumento dos erros na curva média. Além disso, a curva do 3º quartil se aproximou da curva mediana, indicando uma redução na variabilidade dos erros.

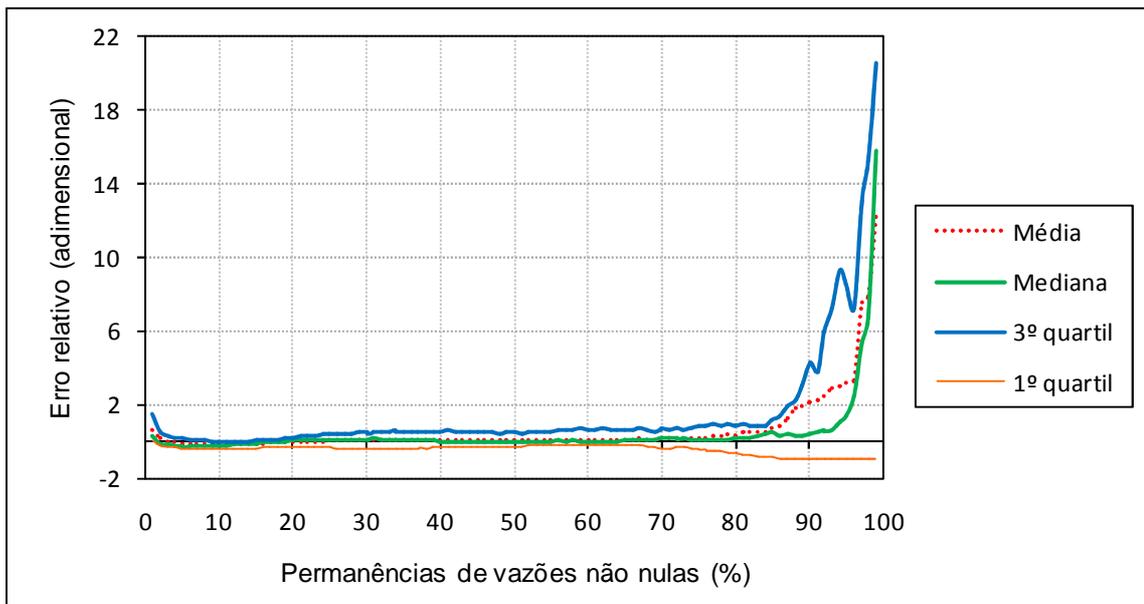
As curvas média, mediana, do 1º e do 3º quartis dos erros de permanências não nulas para os modelos MRC, considerando-se as 11 estações, podem ser visualizadas na figura 6.24. Percebe-se que não houve alterações significativas nas curvas, ainda que um pequeno aumento dos erros tenha sido verificado para permanências superiores a 95%. Esse comportamento era esperado uma vez que, também nas estações de validação, houve uma tendência dos modelos regionais de superestimar o valor de  $\tau$ .

Na figura 6.25 são mostradas as mesmas curvas para os modelos MRC com valor observado de  $\tau$ , considerando-se o conjunto de 11 estações. A introdução das estações de validação fez com que as curvas média e mediana se aproximassem, tornando-se praticamente coincidentes para valores de permanência inferiores a 85%. A partir desse valor, as curvas mostram o mesmo comportamento observado para o conjunto de 8 estações: a curva média tende a superestimar as vazões, enquanto a mediana tende a subestimá-las. Além disso, observou-se uma redução dos erros na curva média para as permanências superiores a 85%.

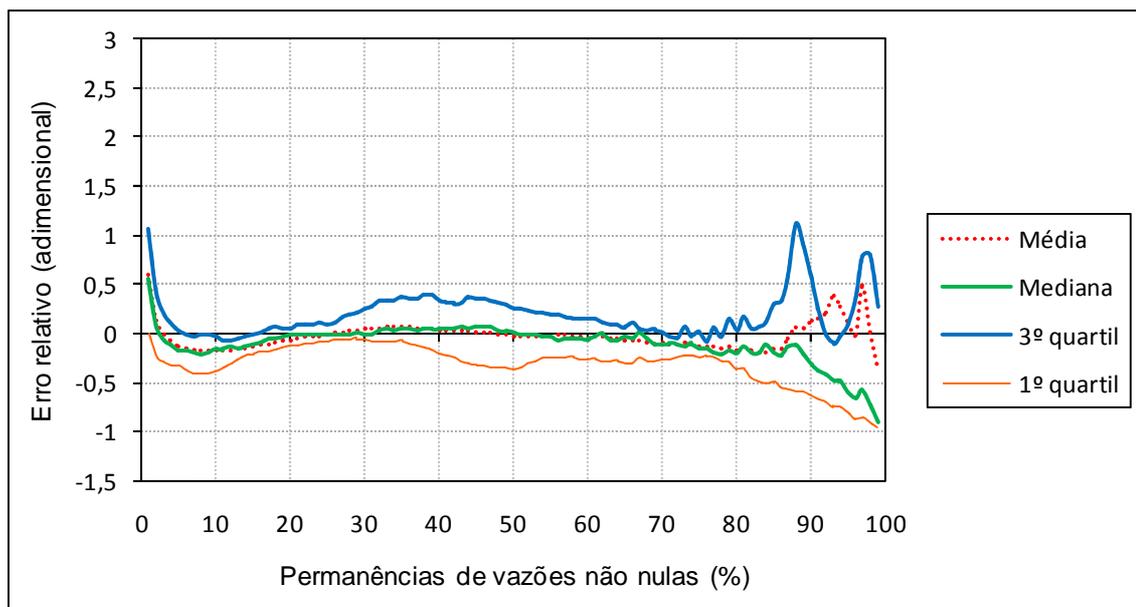
Verificou-se ainda que a curva do 3º quartil se aproximou da curva mediana, indicando uma redução da variabilidade dos erros.



**Figura 6.23** – Erro relativo para permanência não nula dos modelos MML para o conjunto de 11 estações



**Figura 6.24** – Erros relativos de permanências não nulas dos modelos regionais completos para o conjunto de 11 bacias

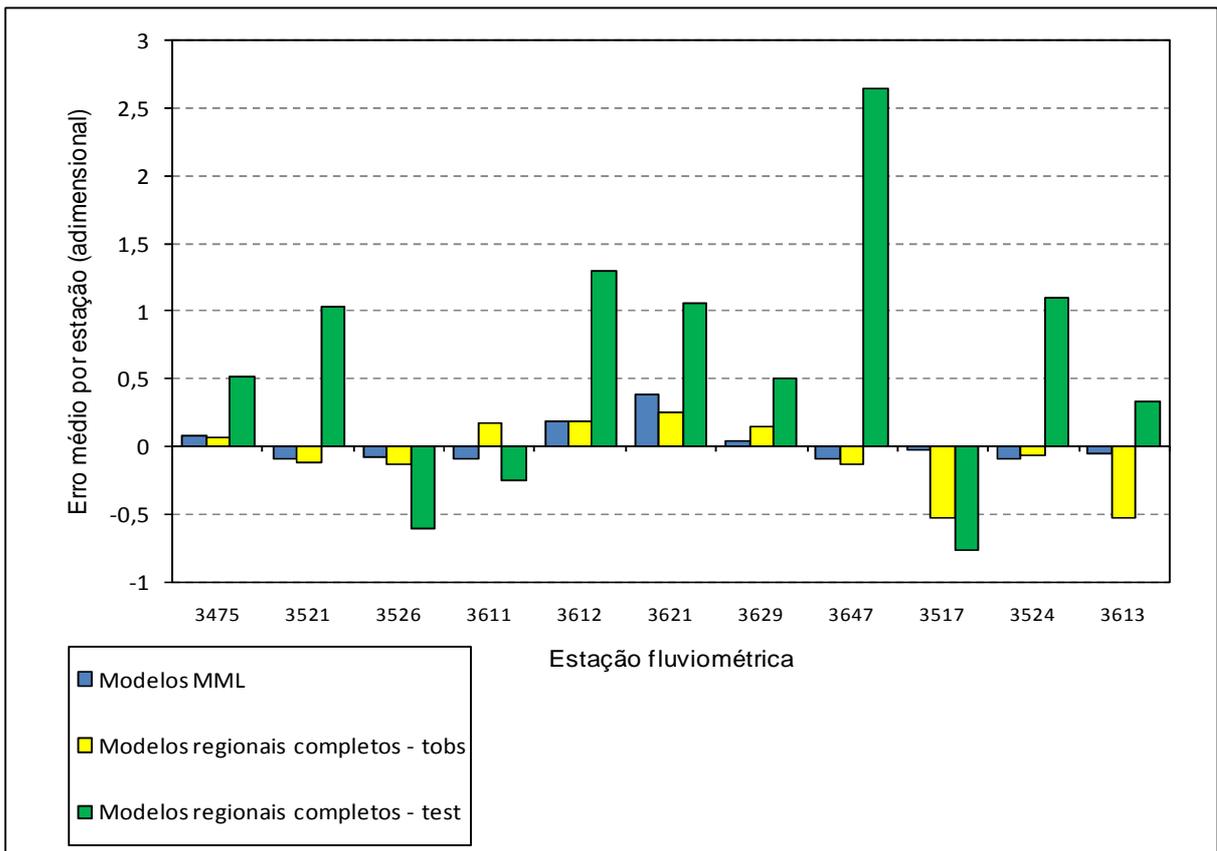


**Figura 6.25** – Erros relativos de permanências não nulas dos modelos regionais completos para o conjunto de 11 bacias para  $\tau$  observado

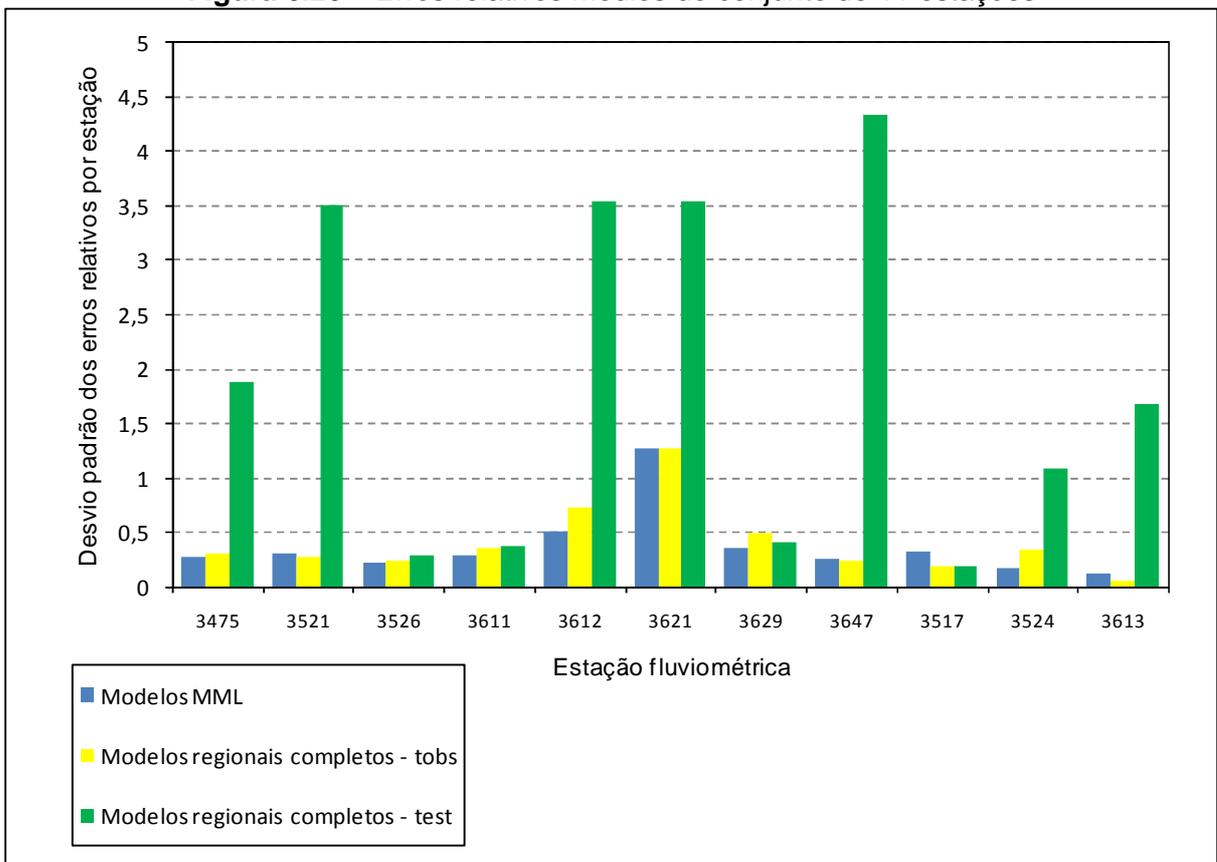
As figuras 6.26, 6.27 e 6.28 apresentam os gráficos de barra dos indicadores  $\bar{\varepsilon}_s$ ,  $\sigma_{\varepsilon,s}$  e  $E_s$  para o conjunto das 11 bacias utilizadas no presente estudo. Esses gráficos permitem avaliar o desempenho das estações de validação em comparação às estações utilizadas na construção dos modelos regionais.

Por fim, é mostrado na figura 6.29 o gráfico de variabilidade dos erros em relação à área de drenagem para o conjunto de 11 estações.

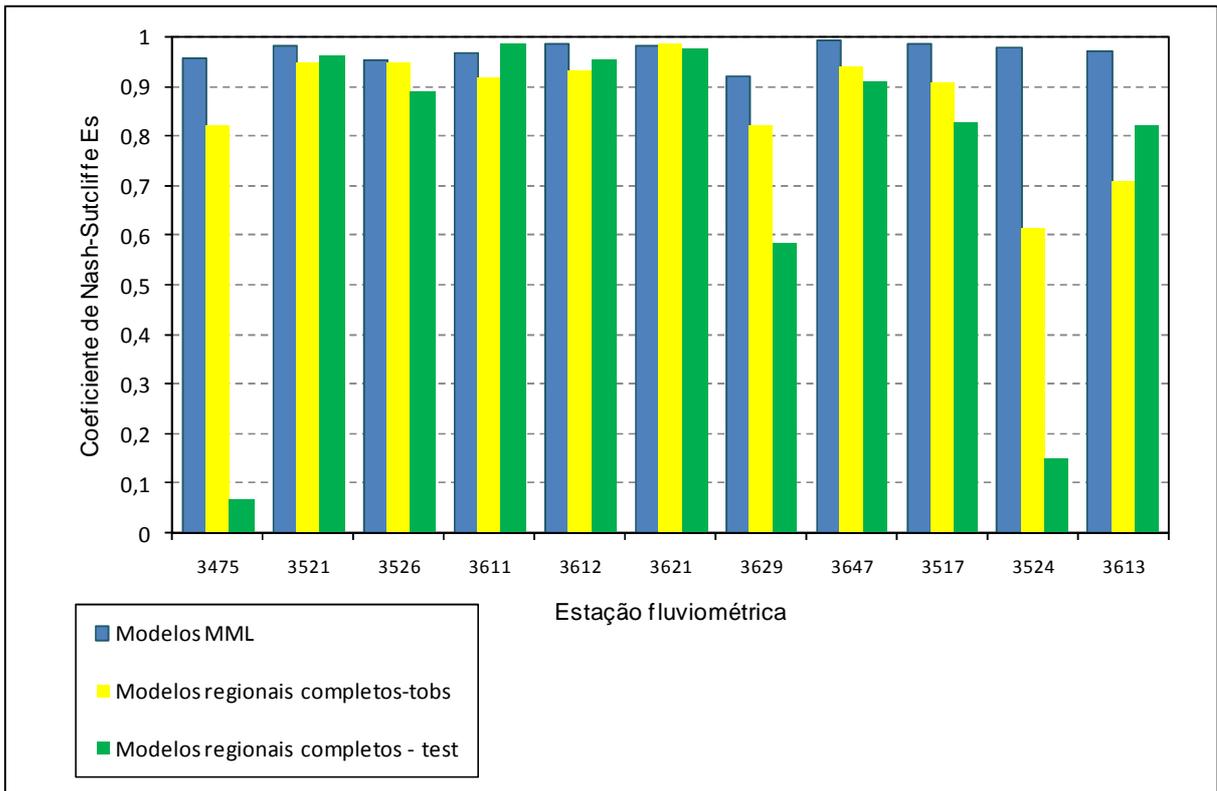
A análise de desempenho mostrou que a metodologia não foi tão confiável para sintetizar curvas de permanências em estações não utilizadas na construção dos modelos regionais. Verificou-se uma forte tendência de subestimação de vazões nas estações Granja (35170000), em função do valor de  $\tau$ , e Cariús (36130000), em função dos valores de  $\lambda$  e  $\beta$ . Na estação de Trapiá (35240000), observou-se a tendência de superestimação de vazões, devido ao valor de  $\tau$ . Apesar dessas tendências, os valores dos índices de desempenho não diferem muito daqueles observados no grupo de 8 estações.



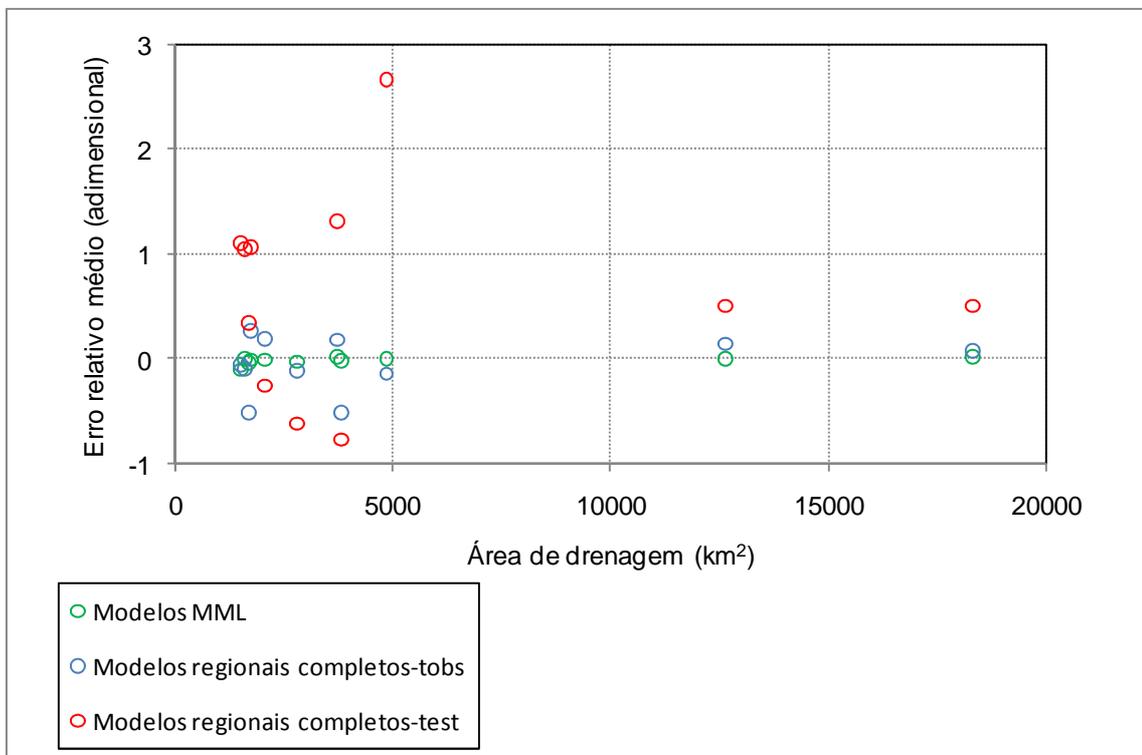
**Figura 6.26** – Erros relativos médios do conjunto de 11 estações



**Figura 6.27** – Desvio padrão dos erros relativos do conjunto de 11 estações



**Figura 6.28** – Coeficiente de Nash-Sutcliffe para o conjunto de 11 postos



**Figura 6.29** – Erro relativo médio em relação à área de drenagem das bacias hidrográficas dos modelos MML, modelos regionais completos com  $\tau$  observado e modelos regionais completos com  $\tau$  estimado para o conjunto de 11 estações

## **6.5 Calibração do modelo Rio Grande a partir de curvas de permanência sintéticas**

A calibração do modelo Rio Grande nas bacias do Ceará tem por objetivo verificar a capacidade do mesmo de reproduzir a condição de intermitência que caracteriza os cursos d'água desse estado.

### **6.5.1 Dados de entrada**

Conforme mencionado no capítulo 5, os dados de entrada são os parâmetros da distribuição Burr XII estendida, a área de drenagem e forma dominante das bacias hidrográficas, os limites e valores iniciais dos parâmetros do módulo de produção a serem calibrados e os critérios de avaliação da função objetivo.

A forma dominante das bacias foi definida com o uso de mapas e da análise dos coeficientes de forma e compacidade das bacias. Nas estações de Fazenda Cajazeiras (35210000), Groaíras (35260000) e Sítio Lapinha (36210000), definiu-se a forma retangular como predominante. Nas estações Fazenda Boa Esperança (34750000), Sítio Conceição (36110000), Sítio Poço Dantas (36125000), Icó (36290000) e Senador Pompeu (36470000), a forma predominante foi definida como elipsoidal.

As alturas diárias de precipitação também foram obtidas no site da FUNCEME. As alturas de precipitação fornecidas pelo citado órgão já se encontram espacializadas nas bacias. Os polígonos de Thiessen traçados para cada uma das bacias utilizadas neste estudo se encontram no Anexo 3. Entretanto, não foram disponibilizados os pesos relativos a cada posto pluviométrico utilizado na determinação da chuva média.

As alturas de evaporação diária foram obtidas das normais climatológicas disponibilizadas pelo INMET para o período 1961-1990. O referido órgão disponibiliza mapas com valores médios mensais de evaporação. Os dados diários foram obtidos a partir da discretização uniforme desses valores mensais.

Os critérios adotados para calibração automática do modelo Rio Grande foram:

- Número de avaliações da função objetivo igual a 6400;

- Expoente da função objetivo igual a 2; e
- Permanências avaliadas no intervalo  $(1\%, \tau\%)$ , espaçadas de 1% em 1%.

Em função dos diferentes períodos utilizados na construção das curvas de permanência, foram definidos períodos distintos também para as calibrações do modelo Rio Grande. Foram utilizados períodos de 6 anos para as calibrações, de maneira similar à realizada nas bacias mineiras. Os períodos de calibração de cada estação, definidos de maneira a contemplar parte daqueles utilizados por Alexandre (2005), são apresentados na tabela 6.13.

**Tabela 6.13** – Períodos de calibração do modelo Rio Grande nas estações cearenses

Estação	Período de calibração
34750000	01/10/1981-30/09/1987
35210000	01/10/1981-30/09/1987
35260000	01/10/1969-30/09/1975
36110000	01/10/1969-30/09/1975
36125000	01/10/1981-30/09/1987
36210000	01/10/1985-30/09/1991
36290000	01/10/1981-30/09/1987
36470000	01/10/1981-30/09/1987

### 6.5.2 Resultados

A tabela 6.14 apresenta os índices de desempenho das curvas de permanência de longo termo calibradas em relação às curvas sintéticas e também em relação às curvas empíricas, construídas nos períodos de calibração especificados na seção anterior. As figuras 6.30 e 6.31 mostram os ajustes entre curvas calibradas e sintéticas, observados nas estações de Fazenda Boa Esperança (34750000) e de Icó (36290000). A curva de permanência empírica também é mostrada nas referidas figuras. Para os demais ajustes, o leitor deve consultar o Apêndice 8.

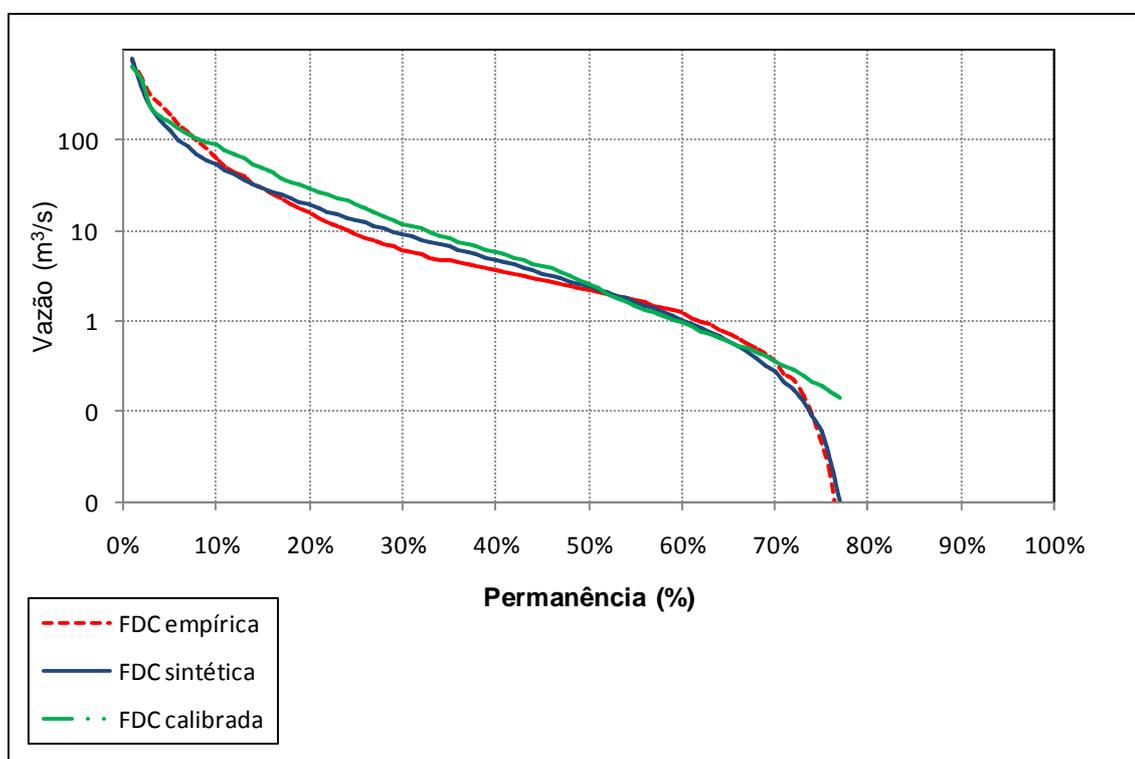
Pode-se observar na tabela 6.14 que os coeficientes de Nash-Sutcliffe das curvas calibradas, em relação às curvas sintéticas, são superiores a 0,90, o que constitui um indicativo da boa qualidade de calibração.

A avaliação dos coeficientes de Nash-Sutcliffe das curvas calibradas em relação às curvas empíricas não se mostra tão satisfatória, particularmente na estação de Groaíras (35260000), em que o referido índice apresentou valor bastante baixo. Percebe-se também que os

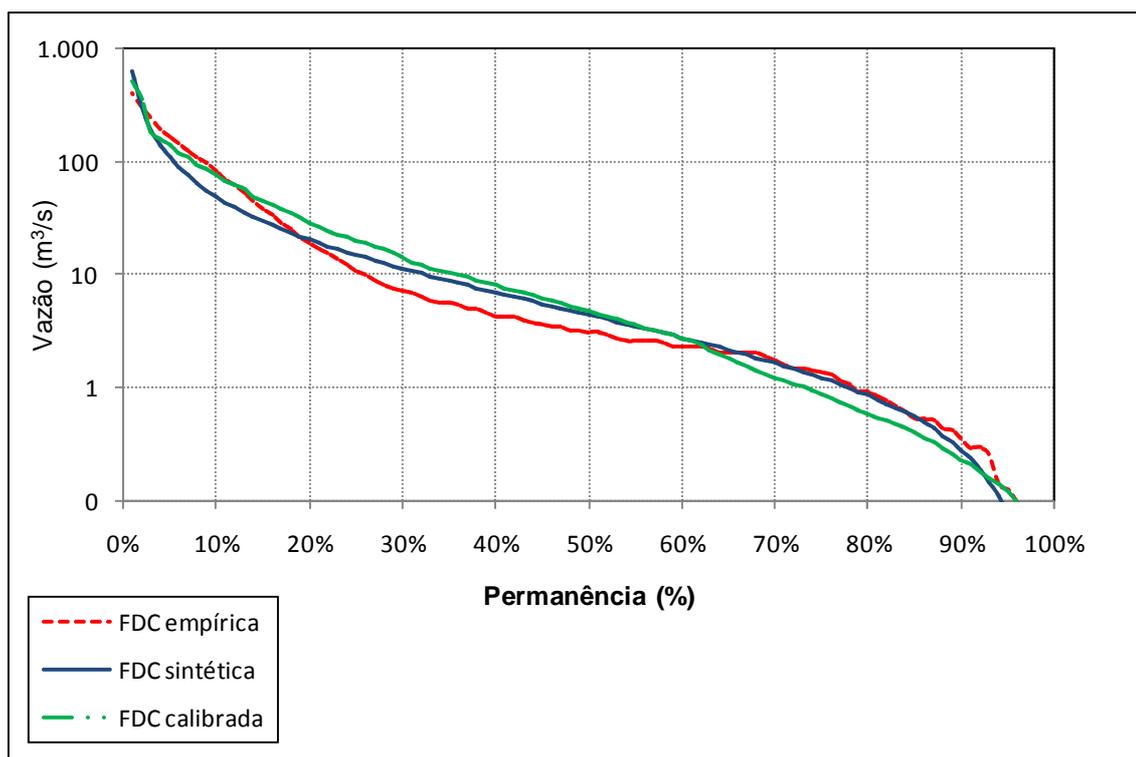
indicadores RMSE e AAPE são, em geral, maiores que os observados em relação às curvas sintéticas.

**Tabela 6.14** – Índices de desempenho das curvas de permanência de longo termo calibradas em relação às FDC's sintéticas e empíricas

Posto Fluviométrico	Em relação à FDC sintética			Em relação à FDC empírica		
	RMSE	AAPE	Nash	RMSE	AAPE	Nash
34750000	20,8450	0,5600	0,948	16,6120	1,0350	0,971
35210000	3,1449	1,4016	0,980	3,9709	0,7593	0,872
35260000	11,0616	0,1677	0,946	22,5521	0,1271	0,637
36110000	4,3905	0,5444	0,923	2,9857	0,3249	0,951
361250000	1,8518	0,2586	0,976	2,2131	0,4542	0,861
36210000	1,5752	0,3633	0,960	2,0639	1,5634	0,945
36290000	15,3635	0,2564	0,956	16,2685	0,4203	0,934
36470000	8,3525	0,7117	0,951	11,0000	0,8366	0,884



**Figura 6.30** – Comparação entre FDC's calibradas, sintéticas e observadas na estação de Fazenda Boa Esperança (34750000) no período 01/10/1981 a 30/09/1987



**Figura 6.31** – Comparação entre FDC's calibradas, sintéticas e observadas na estação de Icó (36290000) no período 01/10/1981 a 30/09/1987

Os índices de desempenho utilizados para avaliação dos hidrogramas obtidos a partir da calibração com curvas de longo termo são apresentados na tabela 6.15. Em todos os casos, o primeiro ano hidrológico, correspondente ao período de aquecimento do modelo Rio Grande estabelecido por Queiroga (2003), foi retirado da análise.

**Tabela 6.15** – Índices de desempenho para avaliação dos hidrogramas obtidos a partir da calibração do modelo Rio Grande com curvas de permanência de longo termo

CALIBRAÇÃO COM CURVAS DE PERMANÊNCIA DE LONGO TERMO								
Posto Fluiiométrico	RMSE	AAPE	Nash	r	$\sigma_r$	$r_{rel}$	K	$R^2$
34750000	113,093	5,861	0,717	-27,40	116,464	-0,410	0,590	0,756
35210000	33,863	13,322	0,603	-7,00	38,109	-0,528	0,556	0,611
35260000	31,672	4,495	0,633	0,90	33,488	0,081	0,938	0,602
36110000	14,975	6,902	0,566	-1,60	20,046	-0,276	0,750	0,612
36125000	8,880	4,325	0,825	-1,50	15,930	-0,259	0,783	0,651
36210000	5,649	1,444	0,516	-0,30	13,383	-0,083	0,891	0,583
36290000	131,1378	14,684	0,407	-18,20	133,289	-0,402	0,598	0,481
36470000	60,438	15,373	0,632	-9,30	63,346	-1,012	0,695	0,531
Média	49,963	8,301	0,612	-8,050	54,257	-0,361	0,725	0,603

É possível perceber pelo valor do coeficiente  $R^2$  que a concordância entre as vazões simuladas e observadas é menor que aquela observada nas bacias mineiras. No entanto, a análise visual de grande parte dos hidrogramas mostrou que a concordância temporal é

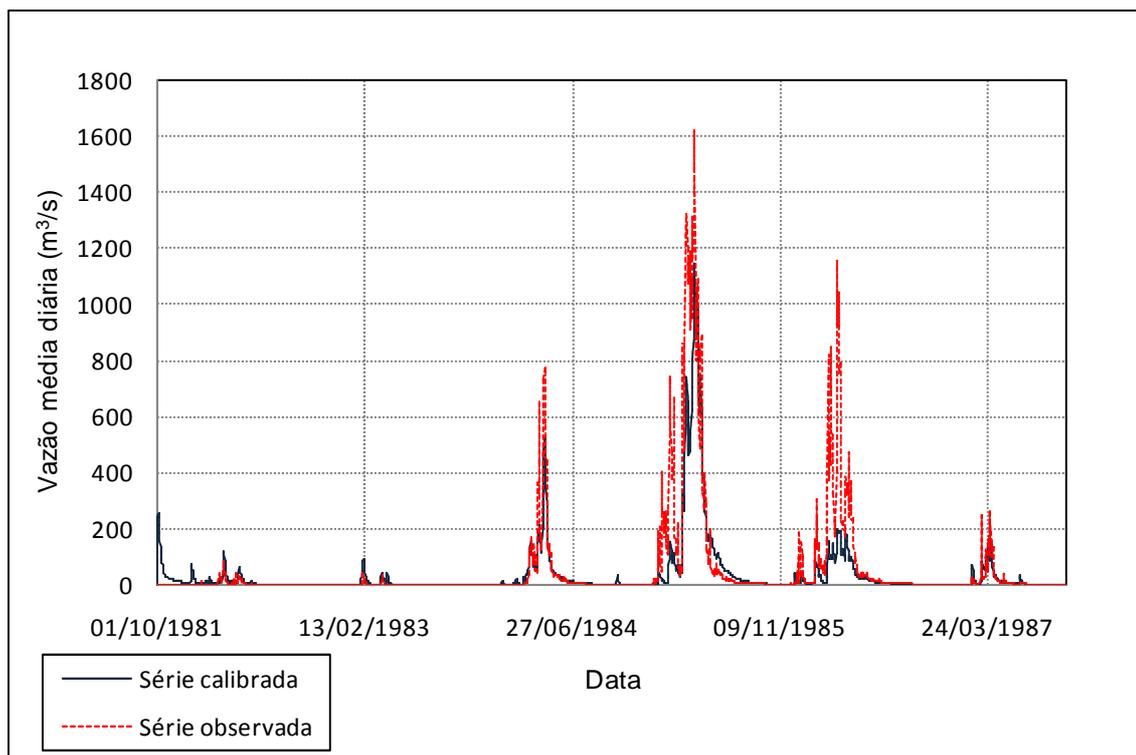
respeitada. O problema verificado foi a dificuldade encontrada pelo modelo Rio Grande em reproduzir de maneira adequada os picos de vazão. Essa característica foi verificada em todas as estações e explica os valores encontrados para o indicador  $k$ , sempre inferiores à unidade.

Atribui-se essa dificuldade de reprodução dos picos de vazão à estrutura do modelo Rio Grande. A necessidade de aumentar os reservatórios lineares dos parâmetros WU, WL e WD, de modo a adaptar o modelo a rios intermitentes e/ou efêmeros, pode ter causado uma perda considerável da água que comporia o escoamento superficial.

Observou-se também que as vazões médias simuladas e observadas nos períodos de calibração apresentam diferenças significativas. Os valores dos indicadores RMSE e AAPE, este último avaliado apenas para os valores não nulos de vazão, também foram bastante superiores aos observados nas bacias mineiras.

Finalmente, uma análise mais aprofundada a partir dos coeficientes Nash-Sucliffe observados é prejudicada pelas grandes diferenças entre as vazões de pico simuladas e observadas, tendo-se em vista que esse índice confere maior peso a essas vazões. Dessa forma, ainda que os valores do referido indicador apontem para uma boa qualidade da calibração, a análise visual mostra que os resultados não foram tão satisfatórios.

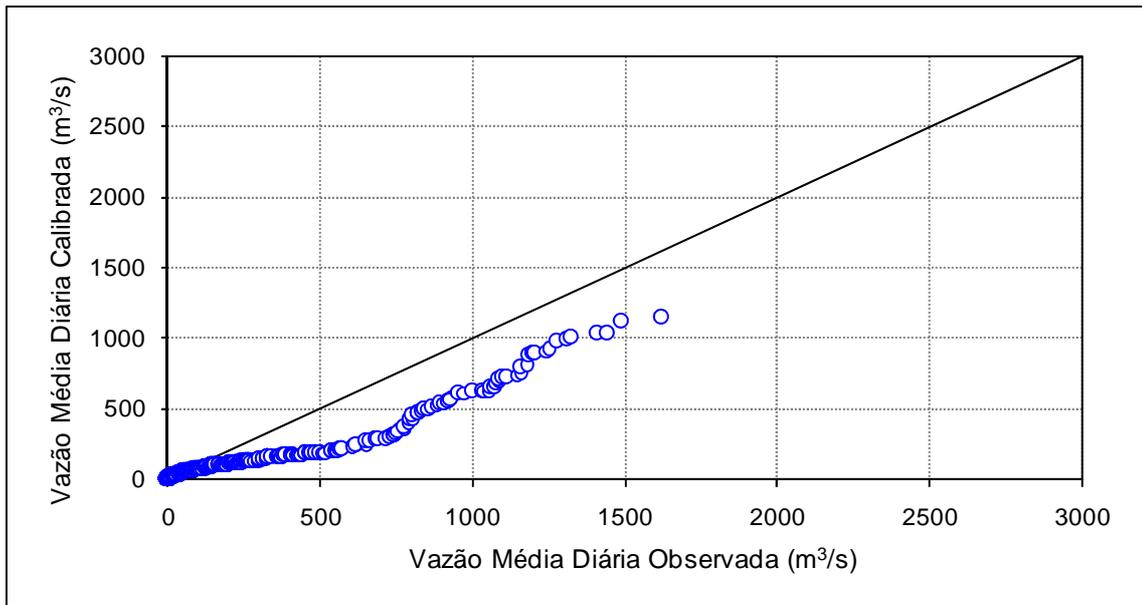
A figura 6.32 apresenta os hidrogramas simulado e observado na estação Fazenda Boa Esperança (34750000), no quais é possível verificar as tendências descritas nos parágrafos anteriores.



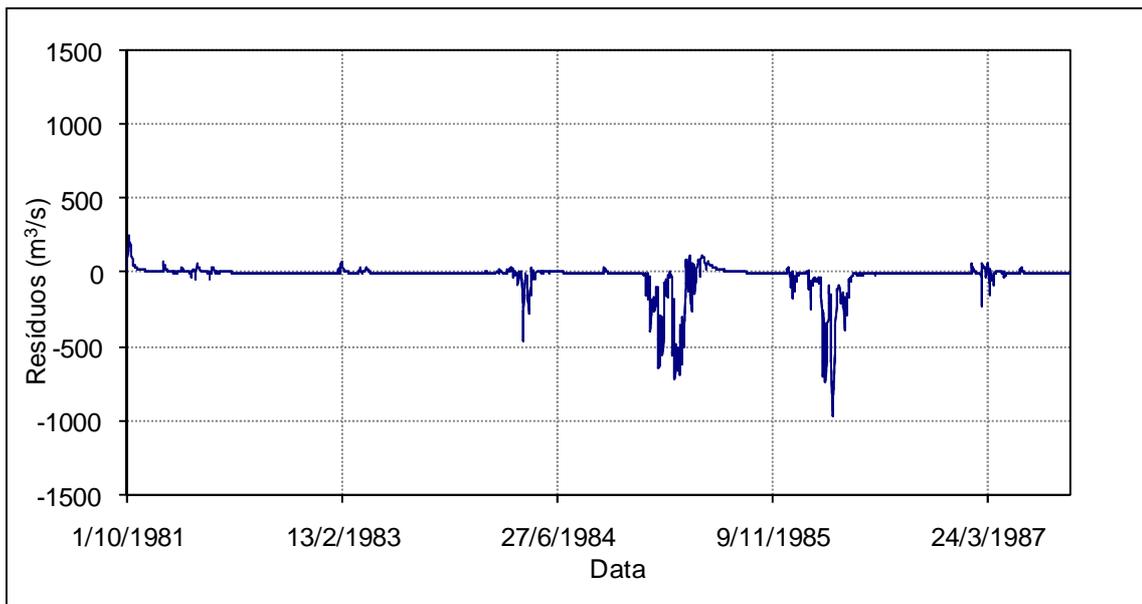
**Figura 6.32** – Hidrogramas observados e calibrados com curvas de permanência de longo termo na estação de Fazenda Boa Esperança (34750000)

A figura 6.33 mostra as vazões calibradas em relação às vazões observadas, ambas ordenadas de maneira crescente. É possível perceber a introdução de um viés causado pelos parâmetros do modelo Rio Grande para valores reduzidos de descarga, comprovando a tendência de subestimação de vazões.

Já a figura 6.34 mostra a evolução temporal dos resíduos de calibração. É possível perceber que os erros oscilam em torno de zero, tal qual foi observado nas bacias mineiras. Entretanto, nos períodos mais chuvosos observados nos anos de 1983, 1984 e 1985, os resíduos crescem de maneira acentuada e, também, mostram a tendência de subestimação de vazões relacionada à série calibrada.

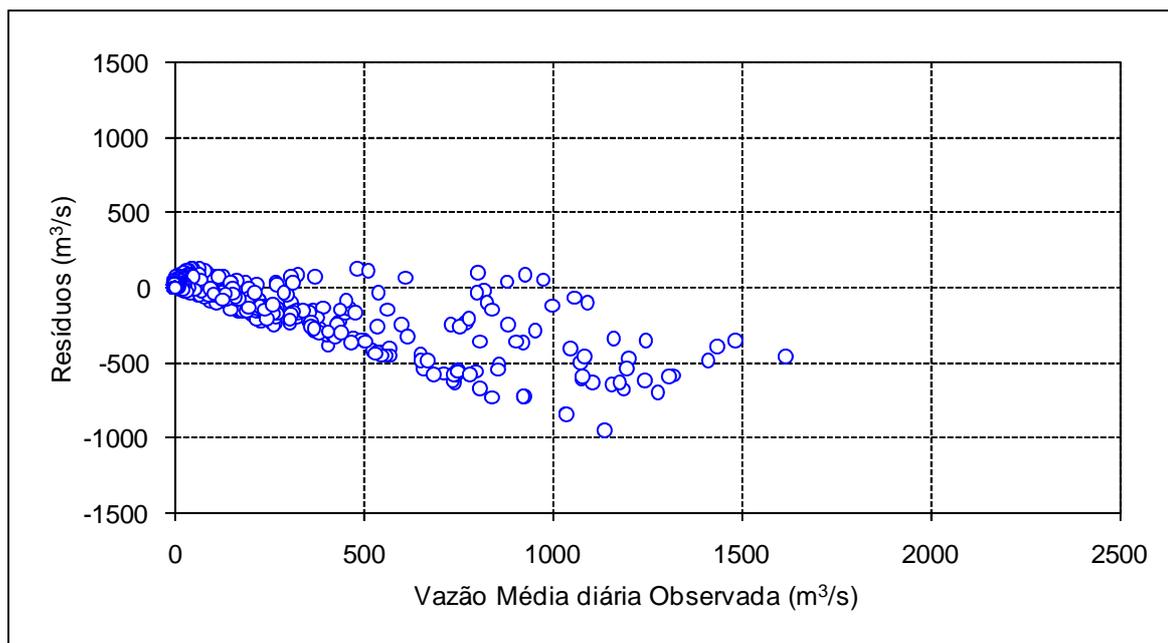


**Figura 6.33** – Vazões calibradas a partir de curvas de permanência de longo termo *versus* vazões observadas na estação de Fazenda Boa Esperança (34750000)



**Figura 6.34** – Evolução temporal dos resíduos de calibração na estação Fazenda Boa Esperança (34750000)

Por fim, na figura 6.35, mostra-se o gráfico de dispersão dos resíduos em relação às vazões observadas. Também neste caso percebe-se uma tendência de aumento dos erros com as descargas médias diárias.



**Figura 6.35** – Dispersão dos resíduos em relação à vazão média diária observada na estação de Fazenda Boa Esperança (34750000)

Os hidrogramas das demais estações utilizadas no presente estudo, bem como os diagramas empregados na avaliação de desempenho dos dois tipos de calibração nas mesmas, encontram-se no Apêndice 8.

Os resultados obtidos nas calibrações do modelo Rio Grande nas bacias cearenses não foram satisfatórios e evidenciaram a necessidade de utilização de um modelo de transformação chuva-vazão com estrutura mais adequada às regiões semi-áridas.

## 7 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

A presente dissertação teve como objetivo principal o desenvolvimento de uma metodologia de regionalização de curvas de permanência com o emprego da distribuição de probabilidades Burr XII estendida. O uso dessa distribuição foi promovido por três razões principais: (1) a grande flexibilidade demonstrada pela mesma permite boa qualidade de ajuste, inclusive dos extremos das curvas de permanência; (2) os modelos FDC de cursos d'água perenes, intermitentes e efêmeros são acomodados na mesma formulação matemática; e (3) não foi encontrado na literatura consultada nenhum trabalho de regionalização dos seus parâmetros.

A metodologia proposta foi aplicada a duas regiões de estudo. A primeira, em Minas Gerais, é caracterizada pela presença de cursos d'água perenes. Os dados utilizados nessa região foram obtidos no trabalho de Pinheiro (2009). A segunda região de estudo, no estado do Ceará, é caracterizada pela presença de cursos d'água intermitentes e/ou efêmeros. Os dados utilizados nessa região foram obtidos no trabalho de Alexandre (2005).

Uma vez que os dados fluviométricos foram utilizados em trabalhos anteriores, somente foram realizadas verificações expeditas dos mesmos. Nessas verificações, constatou-se a necessidade de exclusão de um grande número de postos utilizados no trabalho de Alexandre (2005), em função de falhas, inconsistências nas curvas-chave e indícios de regularização de regime, atribuídos à implantação de reservatórios artificiais a montante dos mesmos. Em Minas Gerais foi excluído somente um posto, com relação àqueles utilizados no trabalho de Pinheiro (2009).

A primeira etapa da metodologia foi a avaliação da qualidade de ajuste proporcionado por dois métodos de estimação de parâmetros: o método de máxima verossimilhança e o método dos momentos-L. Verificou-se que o primeiro método citado promove melhor ajuste do ramo inferior das curvas de permanência, em detrimento da região de vazões mais altas, na qual os erros observados são de grande magnitude. O segundo método promove melhor ajuste do ramo superior das curvas de permanência, em detrimento da região de vazões mais baixas. Essa diferença de comportamento foi creditada aos valores assumidos pelo parâmetro de forma  $\beta$  em cada um dos métodos e também à grande correlação do mesmo com o parâmetro  $\alpha$ .

A opção final pelo método de estimação de parâmetros foi baseada na análise dos índices de avaliação de ajuste, que mostraram a maior adequação do método dos momentos-L nas duas regiões de estudo. Esse método foi também empregado na estimação dos parâmetros das curvas anuais medianas utilizadas na calibração do modelo Rio Grande.

A etapa seguinte consistiu na construção das equações regionais para os parâmetros da distribuição Burr XII estendida em cada uma das regiões de estudo. As análises de regressão foram realizadas com auxílio do software *Statistica*. Nessa etapa foram identificadas as variáveis explicativas para cada parâmetro da distribuição e avaliados a significância estatística das equações de regressão, os erros padrão de estimativa e os coeficientes  $R^2$  e  $R^2_{ajustado}$ . Foi realizada também uma sucinta análise de sensibilidade dos parâmetros. Os modelos obtidos foram denominados modelos regionais completos.

Após a construção dos modelos regionais completos, foi realizada a avaliação de desempenho da metodologia por meio do procedimento de validação cruzada sugerido por Castellarin *et al.* (2004b). O referido procedimento consiste na retirada de uma estação fluviométrica da análise e posterior determinação dos coeficientes das equações de regressão para as estações restantes, utilizando-se as mesmas variáveis definidas para os modelos regionais completos. A curva de permanência assim construída é comparada à curva observada na estação retirada, por meio de análise visual e do cálculo de índices de desempenho. Os modelos obtidos nessa etapa foram denominados modelos regionais “*jack-knife*”.

A validação da metodologia foi complementada pela aplicação das equações regionais completas na construção de curvas de permanência do conjunto de estações não utilizadas na construção das mesmas.

As principais conclusões referentes à aplicação da metodologia nas bacias de Minas Gerais foram:

- A distribuição Burr XII estendida promove boa qualidade de ajuste, modelando de forma razoavelmente acurada os extremos das curvas de permanência;
- Os modelos regionais construídos são bastante robustos, o que ficou demonstrado no procedimento de validação cruzada. Nas 10 estações foram observados valores superiores

a 0,75 para o coeficiente de Nash-Sutcliffe, indicando que a perda de informação decorrente da retirada de uma estação da análise não afetou de maneira significativa o desempenho dos modelos regionais;

- Ainda no escopo da validação cruzada, foi observada uma tendência de subestimação das vazões modeladas pela referida distribuição para permanências entre 5% e 40% e também para permanências superiores a 90%, região em que foram observados erros superiores a 20%. Para as demais permanências, os modelos regionais “*jack-knife*” tendem a superestimar as vazões; e
- Os resultados obtidos nas estações de validação não foram tão satisfatórios, em função, principalmente, da extrapolação de relações regionais. No entanto, na estação de Ponte Nova do Paraopeba (40700002), onde os limites dessas relações foram respeitados, o desempenho foi comparável ao das estações utilizadas na construção dos modelos regionais.

Com relação à aplicação da metodologia às bacias do Ceará, as principais conclusões foram:

- A distribuição Burr XII estendida promove qualidade de ajuste satisfatória, ainda que, de maneira geral, não se consiga modelar adequadamente o ramo inferior das curvas de permanência. Em função dessa dificuldade, os erros relativos observados nessa região de estudo são bastante superiores aos das bacias mineiras;
- As estimativas de vazão dos modelos regionais são extremamente sensíveis ao parâmetro  $\tau$ . Essa característica prejudicou a avaliação de desempenho e a confiabilidade dos modelos regionais “*jack-knife*” aqui elaborados. Além disso, tais modelos não se mostraram tão robustos quanto aqueles das bacias mineiras. Os descritores P apontaram desempenho ruim em 3 estações: Fazenda Boa Esperança (34750000), Icó ( 36290000) e Senador Pompeu (36470000);
- A utilização do valor observado de  $\tau$  reduziu os erros observados nas estimativas de vazão dos modelos “*jack-knife*”, apontando um desempenho geral superior para essa situação. Esse fato tornou ainda mais evidente a necessidade de se melhorar as previsões do referido parâmetro obtidas com as equações de regressão; e

- Os modelos regionais propostos não foram capazes de reproduzir adequadamente as curvas de permanência nas estações de validação. Em duas estações verificou-se forte tendência de subestimação de vazões.

Após a avaliação de desempenho e validação da metodologia de regionalização, procedeu-se a uma série de análises relacionadas à calibração do modelo Rio Grande a partir de curvas de permanência.

Foi empregada nesta dissertação uma versão adaptada do programa computacional utilizado por Pinheiro (2009). Os principais dados de entrada do programa são: (1) estimativas dos parâmetros da distribuição Burr XII estendida; (2) área de drenagem e forma dominante das bacias; (3) alturas diárias de precipitação e evaporação; e (4) limites e valores iniciais dos parâmetros do módulo de produção. Os critérios de calibração, tais como expoente e número de avaliações da função objetivo, seguiram as recomendações encontradas no trabalho citado.

As calibrações tiveram objetivos distintos nas duas regiões de estudo. Nas bacias mineiras, avaliou-se o desempenho das calibrações realizadas a partir de curvas de permanência de longo termo e curvas anuais medianas. Já nas bacias cearenses, avaliou-se a capacidade do modelo Rio Grande de reproduzir a condição de intermitência, uma vez que sua estrutura não é adequada para tal.

O período de calibração nas bacias mineiras foi o mesmo adotado por Pinheiro (2009), de outubro de 1992 a setembro de 1998. Nas bacias cearenses, os períodos de calibração foram escolhidos de forma a contemplar parte dos períodos utilizados por Alexandre (2005). Por simplicidade, também nessa região de estudo adotou-se o período de 6 anos para calibração.

As calibrações do modelo Rio Grande nas bacias mineiras mostraram que:

- A calibração do modelo Rio Grande a partir de curvas de permanência sintéticas apresentou resultados comparáveis aos obtidos em outros estudos na região;
- O desempenho geral obtido nas calibrações com curvas medianas é superior ao desempenho das calibrações com curva de longo termo. Enquanto neste último caso o

modelo Rio Grande foi capaz de explicar cerca de 55% da variância natural das vazões, no primeiro caso este valor atingiu 66%;

- Verificou-se na estação de Ponte do Vilela (40130001-2) a maior diferença de desempenho entre as duas abordagens de calibração. O coeficiente de Nash-Sutcliffe subiu de 0,441 na calibração com curvas de longo termo, para 0,799, na calibração com curvas medianas;
- As duas abordagens apresentaram erros médios bastante próximos. Esse fato se explica pelo grande valor observado na estação Porto Pará (40450001), no caso de calibração com curvas medianas. Para as demais estações, no entanto, os erros médios foram menores para as calibrações a partir dessas curvas;
- Os volumes de escoamento são reproduzidos de forma satisfatória para as duas abordagens, com pequena vantagem para a calibração com curvas anuais medianas. O valor de índice K variou entre 0,911 e 1,222 para as calibrações com curvas de longo termo, e entre 0,852 e 1,157 para as calibrações com curvas medianas; e
- Os hidrogramas obtidos a partir da calibração com curvas de longo termo reproduziram melhor os períodos de recessão. Entretanto, os picos são representados mais adequadamente nos hidrogramas oriundos de calibrações com curvas anuais medianas. Este fato justificou os melhores valores dos indicadores RMSE e Nash observados para esta última situação.

Já as calibrações nas bacias do Ceará mostraram que:

- A calibração do modelo Rio Grande a partir de curvas de permanência não apresentou resultados tão bons quanto os observados nas bacias mineiras, ainda que a concordância temporal entre as séries de vazão calibradas e observadas tenha sido satisfatória;
- O modelo Rio Grande não é capaz de reproduzir adequadamente as vazões de pico observadas. Esse problema foi atribuído à estrutura do modelo, imprópria para simulações em regiões semi-áridas;

- Os volumes de escoamento apresentam uma forte tendência de subestimação, com valores variando entre 0,55 e 0,94. Esse fato é um reflexo direto da dificuldade do modelo Rio Grande em reproduzir as maiores vazões; e
- Os erros observados são superiores aos das bacias de Minas Gerais, embora o comportamento dos resíduos seja similar nas duas regiões de estudo.

A partir das conclusões apresentadas, as principais recomendações a serem feitas para estudos futuros são:

- Avaliar o impacto da utilização de estimadores mais complexos, tais com  $Q_{p,2}$  e  $Q_{p,3}$ , na construção das curvas de permanência anuais medianas, tendo-se em vista que as mesmas apresentaram melhor desempenho na calibração do modelo chuva-vazão;
- Melhorar as estimativas do parâmetro  $\tau$  por meio da utilização de variáveis hidrogeológicas mais coerentes com o processo físico de geração do escoamento em bacias com cursos d'água intermitentes e efêmeros. Essa melhora é intimamente relacionada à confiabilidade dos modelos regionais;
- Utilizar um modelo de transformação chuva-vazão com estrutura mais adequada à simulação hidrológica em regiões semi-áridas, de forma a se aferir se a calibração a partir de curvas de permanência gera melhores resultados; e
- Avaliar como os erros da metodologia afetam a tomada de decisões com relação aos diferentes tipos de problema da Engenharia Hidrológica;

## 8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ADAMOWSKI, K. Nonparametric kernel estimation of flood frequencies. *Water Resources Research.*, v. 21(11), p. 1585-1590. 1985
- ALEXANDRE, A.M.B. Regionalização de vazões máximas, médias e parâmetros de modelos hidrológicos no estado do Ceará. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2005.
- ARCHFIELD, S. A.; VOGEL, R. M. A decision-support system to assess surface water resources in Massachusetts. *Proceedings of the American Society of Civil Engineers World Water and Environmental Resources Congress*, Honolulu, Hawaii. 10 p. 2008.
- BALAKRISHNAN, N.; RAO, C. R. (Order statistics: An introduction, in *Order Statistics: Theory and Methods*, Handbk. Stat., vol. 16, p. 3 –24, Elsevier Sci., New York. 1998.
- BEARD, L. R. Statistical analysis in hydrology. *ASCE Trans*108, p. 1110-1160, 1943.
- BURR, I.W. Cumulative frequency functions. In: *Ann. Math. Statist.* 13, p. 215-232. 1942.
- CAMARGO, E. C. G. Geoestatística: Fundamentos e Aplicações. [199-]. 36 p. Disponível em <[http://www.dpi.inpe.br/gilberto/tutoriais/gis\\_ambiente/5geoest.pdf](http://www.dpi.inpe.br/gilberto/tutoriais/gis_ambiente/5geoest.pdf)>. Acesso em: 12 mar. 2009.
- CASTELLARIN, A.; CAMORANI, G.; BRATH, A. Predicting annual and long-term flow-duration curves in ungauged basins. *Advances in Water Resources*, v. 30, p. 937-953, 2007.
- CASTELLARIN, A.; VOGEL, R. M.; BRATH, A. A stochastic index flow model of flow duration curves. *Water Resources Research*, v. 40, 10p. 2004a.
- CASTELLARIN, A.; GALEATI, G.; BRANDIMARTE, L.; MONTANARI, A.; BRATH, A. Regional flow-duration curves: reliability for ungauged sites. *Advances in Water Resources*, v. 27, p. 953-965, 2004b.
- CHOW, V. T. (Ed.). *Handbook of Applied Hydrology*. New York: McGraw-Hill, 1964.
- CLAPS, P.; FIORENTINO, M. Probabilistic Flow Duration Curves for use in Environmental Planning and Management. In: HARMANCIOGLU *et al.* (Eds.). *Integrated Approach to Environmental Data Management Systems*. Kluwer, Dordrecht, The Netherlands, NATO-ASI, series 2 (31), p. 255-266, 1997.
- COGERH – COMPANHIA DE GESTÃO DOS RECURSOS HÍDRICOS DO CEARÁ – Caderno Regional das Bacias Poti-Longá, volume 1. Fortaleza, 2009a.
- COGERH – COMPANHIA DE GESTÃO DOS RECURSOS HÍDRICOS DO CEARÁ – Caderno Regional da Sub-bacia do Acaraú, volume 1. Fortaleza, 2009b.
- COGERH – COMPANHIA DE GESTÃO DOS RECURSOS HÍDRICOS DO CEARÁ – Caderno Regional da Sub- acia do Alto Jaguaribe, volume 1. Fortaleza, 2009c.
- COGERH – COMPANHIA DE GESTÃO DOS RECURSOS HÍDRICOS DO CEARÁ – Caderno Regional da Sub-bacia do Salgado, volume 1. Fortaleza, 2009d.
- COGERH – COMPANHIA DE GESTÃO DOS RECURSOS HÍDRICOS DO CEARÁ – Caderno Regional da Sub-bacia do Banabuiú, volume 1. Fortaleza, 2009e.

CPRM - COMPANHIA DE PESQUISA DE RECURSOS MINERAIS – Superintendência Regional de Belo Horizonte. Regionalização de vazões sub-bacias 40 e 41, Convênio 015/2000 ANEEL – 013/CPRM/2000, Relatório Final. Belo Horizonte, 5v, 2001.

CPRM - COMPANHIA DE PESQUISA DE RECURSOS MINERAIS. (Brasil) Programa de Avaliação de Recursos Hídricos. Caracterização Pluviométrica da Bacia do Alto São Francisco - Sub-Bacia 40 . Fase 1. Belo Horizonte, Dez., 1996.

CPRM - COMPANHIA DE PESQUISA DE RECURSOS MINERAIS. (Brasil) Projeto Análise de Consistência de Dados Pluviométricos – Bacia do Rio São Francisco. Sub-Bacias 40 a 44: Relatório Técnico Parcial. Sub-Bacia 40. Belo Horizonte, DNAEE/CPRM, 1995a, 3v.

CPRM - COMPANHIA DE PESQUISA DE RECURSOS MINERAIS. (Brasil) Projeto Análise de Consistência de Dados Pluviométricos – Bacia do Rio São Francisco. Sub-Bacias 40 a 44: Relatório Técnico Parcial. Sub-Bacia 41. Belo Horizonte, DNAEE/CPRM, 1995b, 3v.

CROCKER, K. M., YOUNG, A. R., ZAIMAN, M. D., REES, H. G. Flow duration curve estimation in ephemeral catchments in Portugal. *Journal des Sciences Hydrologiques* 48, p. 427-439, 2003.

CROSS, W. P.; BERNHAGEN, R. J. Flow duration. Ohio streamflow characteristics, Bull. 10, part 1, Ohio Dept. of Natural Resour. , Div. of Water . 1949.

DNAEE – Departamento Nacional de Recursos Hídricos. Inventário das Estações Fluviométricas. Brasília, 1996.

DINGMAN, S. L. Synthesis of flow-duration curves for unregulated streams in New Hampshire. *Water Resources Bull.*, v. 14, p. 1481-1502, 1978.

FENNESSEY, N.M., VOGEL, R.M. Regional flow-duration curves for ungauged sites in Massachusetts. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 116 (4), p. 530-549, 1990.

GORDON, N. D.; McMAHON, T. A.; FINLAYSON, B. L. Stream hydrology - an introduction for ecologists. John Wiley & Sons, New York, N.Y., 373-377, 1992.

GREENWOOD, J. A., LANDWEHR, J. M., MATALAS, N. C., e WALLIS, J. R. Probability weighted moments: definition and relation to parameters expressible in inverse form. *Water Resources Research*, v.15, n° 5, p.1049-1054, 1979.

GUO, S. L. Nonparametric variable kernel estimation with historical floods and paleoflood information. *Water Resour. Res.*, 27(1), p. 91-98, 1991.

HAAN, C. T. *Statistical Methods in Hidrology*. 2ª ed. Ames, Iowa: The Iowa State University, Press/Ames, 378 p, 1977.

HAO, Z.; SINGH, V. P. Entropy-based parameter estimation for extended Burr XII distribution. *Stoch Environ Res Risk Assess.* <DOI 10.1007/s00477-008-0286-7>.

HARRELL, F. E., DAVIS, D. E. A new distribution-free quantile estimator. *Biometrika*, v. 69(3), p. 635-640, 1982.

HATKE, M. A. a certain cumulative probability function. *Ann. Math. Statist.*, v. 20, p. 461-463, 1949.

HEC - HYDROLOGIC ENGINEERING CENTER. HEC-1 Flood Hydrograph Package - Reference Manual. U. S. Army Corps of Engineers, Davis, 1981.

- HEITZ, L. F. Hydrologic evaluation methods for hydropower studies. Tese de doutorado, Dept. of Civil Engineering, Univ. of Idaho, Moscow, Idaho, 1981.
- HOSKING, J. R. M., WALLIS, J. R. Regional Frequency Analysis: An Approach Based on L-moments. 1ª ed. New York: Cambridge University Press, 224 p, 1997.
- HOSKING, J, R. M. L-Moments: analysis and estimation of distributions using linear combinations of order statistics. I. Royal Statistical Soc., B, 52(2), p. 105-124, 1990.
- HUGHES, D. A., SMAKHTIN, V. Y. Daily flow data time series patching or extension: a spatial interpolation based on flow duration curves. Hydrological Sciences Journal, 41 (6), p. 851-871, 1996.
- JENNINGS, M. E., BENSON, M. A. Frequency Curves for Annual Flood Series with Some Zero Events or Incomplete Data, Water Resources Research, Vol. 5, No. 1,p. 276-280. 1969.
- KAIGH, W. D., LACHENBRUCH, P. A. A generalized quantile estimator. Communications in Statistics-Series A-Theory and Methods, v. 11(19), p.2217-2238, 1982.
- KRASOVSKAIA, I., GOTTSCHALK, L., LEBLOIS E., PACHECO A. Regionalization of flow duration curves. In: Climate Variability and Change – Hydrological Impacts. Proceeding of the Fifth FRIEND World Conference, Havana, Cuba. IAHS Publication, v. 308, p. 105-110, 2006.
- LeBOUTILLIER, D.W., WAYLEN, P.R. A stochastic model of flow duration curves. Water Resources Research, v. 29, nº 10, p. 3535-3541, 1993a.
- LeBOUTILLIER, D. W., WAYLEN, P. R. Regional variations in flow-duration curves for rivers in British Columbia, Canada. Phys Geogr., v. 14(4), p. 359–378, 1993b.
- LIMA, A. A. Metodologia Integrada para Determinação da Enchente de Projeto de Estruturas Hidráulicas por meio de Séries Sintéticas de Precipitação e Modelos Chuva-Vazão. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-graduação em Saneamento, Meio Ambiente e Recursos Hídricos da UFMG, Belo Horizonte, 2004.
- MIMIKOU, M., KAEMAKI, S. Regionalization of flow duration curves characteristics. Journal of Hydrology 82, p.77-91, 1985.
- MITCHELL, W. D. Flow duration curves of Illinois streams. Illinois Dept. of Public Works and Buildings, Division of Waterways, 1957.
- MOHAMOUD, Y. M. Prediction of daily flow duration curves and streamflow for ungauged catchments using regional flow duration curves. Journal des Sciences Hydrologiques, v. 54, p. 706-724, 2008.
- MONTGOMERY, D. C., PECK, E. A. Introduction to Linear Regression Analysis. 2ª ed. EUA: John Wiley & Sons, 527p, 1992.
- NAGHETTINI, M., NASCIMENTO, N. O., FERNANDES, W. S. Relatório Técnico 1: a estrutura funcional do Sistema Rio Grande – um sistema integrado para simulação hidrológica e previsão de vazões afluentes a reservatório de aproveitamentos hidrelétricos. Departamento de Engenharia Hidráulica e Recursos Hídricos da UFMG, Belo Horizonte, 2006, 73 p.
- NAGHETTINI, M., PINTO, E. J. A. Hidrologia Estatística. 1ª ed. Belo Horizonte: CPRM – Companhia de Pesquisa de Recursos Minerais – Superintendência Regional de Belo Horizonte, 552 p, 2007.

- PARRISH, R. S. Comparison of quantile estimators in normal sampling. *Biometrics*, v. 46, p. 247-257, 1990.
- PARZEN, L. Nonparametrical statistical data modeling. *J. Am. Statistical Assoc.*, v. 74(365), p. 105-122, 1979.
- PINHEIRO, V. B. Calibração de um modelo chuva-vazão em bacias sem monitoramento fluviométrico a partir de curvas de permanência sintéticas. Dissertação de mestrado, Programa de Pós-graduação em Saneamento, Meio Ambiente e Recursos Hídricos da UFMG, Belo Horizonte, 291 p, 2009.
- PINTO, J. A. O. Avaliação de métodos para a regionalização de curvas de permanência de vazões para a bacia do rio das Velhas. Dissertação de mestrado, Programa de Pós-graduação em Saneamento, Meio Ambiente e Recursos Hídricos da UFMG, Belo Horizonte, 112 p, 2006.
- QUEIROGA, Y. G. A. Estudo e Modelagem dos Erros de Simulação Hidrológica e sua Assimilação na Previsão de Vazões de Curto Prazo – O Caso da Bacia do Rio Grande na UHE Camargos. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós Graduação em Saneamento, Meio Ambiente e Recursos Hídricos - UFMG, Belo Horizonte, 2003.
- QUIMPO, R. G.; ALEJANDRINO, A. A.; McNALLY, T. A. Regionalized flow duration curves for Philippines. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 109 (4), p. 320-330, 1983.
- RAO, A. R.; HAMED, K. H. *Flood Frequency Analysis*. Boca Raton, Flórida: CRC Press, 350 p, 2000.
- RODRIGUEZ, R. N. A guide to the Burr type XII distributions. *Biaometrica*, v. 64(1), p. 129-134, 1977.
- SAVILLE, THORNDIKE, WATSON, J, D. An investigation of the flow-duration characteristics of North Carolina streams. *Trans. Am. Geophys. Union*, p. 406-525, 1933.
- SEARCY, J. K. Flow duration curves. In: *Manual of Hydrology*, part. 2. Low – flow techniques. USGS Supply Paper 1542A. Washington: US Government Printing Office, 33 p, 1959.
- SHAO, Q., ZHANG, L., CHEN, Y.D., SINGH, V.P. A new method for modelling flow duration curves and predicting streamflow regimes under altered land-use conditions. *Journal des Sciences Hydrologiques* 54, p. 606-622, 2009.
- SHAO, Q., WONG, H., XIA, J., WAI-CHEUNG., I. Models for extremes using the extended three-parameter Burr XII system with application to flood frequency analysis. *Hydrological Sciences Journal* 49, p. 685-700, 2004.
- SINGH, K. P. Model flow duration and streamflow variability. *Water Resources Research*, v. 7(4), p. 1031-1036, 1971.
- SINGH, V. P., WOOLHISER, D. A. Mathematical modeling of watershed hydrology. *Journal of Hydrologic Engineering*, v. 7, n° 4, p. 270-292, 2002.
- SMAKHTIN, V. U. Low flow hydrology: a review. *Journal of Hydrology*, v. 240, p. 147-186, 2001.

- SMAKHTIN, V. Y., HUGHES, D. A., CREUSE-NAUDIN, E. Regionalization of daily flow characteristics in part of the Eastern Cape, South Africa. *Hydrological Sciences Journal*, 42 (6), p. 919-936, 1997.
- STRAND, R. I.; PEMBERTON, E. L. Reservoir sedimentation. Tech. Guideline for Bureau of Reclamation, U.S. Bureau of Reclamation, Denver, Colorado, 1982.
- TUCCI, C. E. M. Modelos Hidrológicos. 1ª ed. Porto Alegre: Editora Universidade (UFRGS), Associação Brasileira de Recursos Hídricos, 669 p, 1998.
- TUCCI, C. E. M. Regionalização de vazões. 1ª ed. Porto Alegre: Editora da Universidade (UFRGS), 256 p, 2002.
- VOGEL, R. M. Regional calibration of watershed models. In: SINGH, V. P; FREVERT, D. K. (Coord.) *Watershed Models*. 1ª ed. Boca Raton: CRC Press, p. 47-74, 2006.
- VOGEL, R. M.; FENNESSEY, N. M. Flow-duration curves I: new interpretation and confidence intervals. *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 120 (4), p. 485-504, 1994.
- VOGEL, R. M.; FENNESSEY, N. M. Flow-duration curves II: applications in water resources planning. *Water Resources Bulletin of American Water Resources Association*, v. 31 (6), p. 1029-1039, 1995.
- WAGENER, T.; WHEATER, H.; GUPTA, H. V. *Rainfall-Runoff Modeling in Gauged and Ungauged Catchments*. Cingapore: Imperial College Press, 306 p, 2004.
- WANG, F. K.; KEATS, J. B.; ZIMMER, W. J. Maximum likelihood estimation of the Burr XII parameters with censored and uncensored data. *Microelectron. Reliab.*, v. 36(3), p. 359-362, 1995.
- WARNICK, C. C. *Hydropower engineering*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, p. 59- 73, 1984.
- WATKINS, A. J. An algorithm for maximum likelihood estimation in the three parameter Burr XII distribution. *Computational Statistics and Data Analysis*, v. 32, p. 19-27. 1999.
- YU, P. S.; YANG, T. C. Synthetic regional flow duration curve for southern Taiwan. *Hydrolog. Process.*, v. 10, p. 373-391, 1996.
- YU, P. S.; YANG, T. C.; WANG, Y. C. Uncertainty analysis of regional flow duration curves. *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 128 (6), p. 424-430, 2002.
- YU, P. -S.; YANG, T. -C. Using synthetic flow duration curves for rainfall-runoff model calibration at ungauged sites. *Hydrological Processes*, 14 (1), p. 117-133, 2000.
- ZHAO, R. J.; LIU, X. R. The Xinjiang model. In: SINGH, V. P. (Ed.) *Computer Models of Watershed Hydrology*. Highlands Ranch: WRP, p. 215-232, 1995.
- ZHAO, R. J.; ZHUANG, L. R.; FANG, X.; LIU, R.; ZHANG, Q. S. The Xinanjiang model. In: *Hydrological Forecasting. Proceedings from the Oxford Symposium*, IAHS Publication 129, p. 351-356, 1980.

# APÊNDICES

# APÊNDICE 1

## APÊNDICE 1 – ANÁLISE DE REGRESSÃO DOS PARÂMETROS $\alpha$ E $\beta$ DA DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADES BURR XII ESTENDIDA NAS BACIAS DE MINAS GERAIS

A variável de maior correlação linear com  $\alpha$  é  $C_{esc}$ . A estatística de teste do  $F_{total}$ , para nível de significância igual 0,05,  $P = 1$  e  $n - P - 1 = 8$  vale 238,8, mostrando que o modelo não é estatisticamente significativo. Foi então adicionada a variável  $k_c$ . A estatística de teste do  $F_{total}$ , para nível de significância igual 0,05,  $P = 2$  e  $n - P - 1 = 7$  vale 19,35, mostrando que o modelo também não é estatisticamente significativo. Adicionou-se a variável  $P$ . A estatística de teste do  $F_{total}$ , para nível de significância igual 0,05,  $P = 3$  e  $n - P - 1 = 6$  vale 8,94, mostrando que o modelo não é estatisticamente significativo. Por fim foi adicionada a variável  $H_{máx}$ . A estatística de teste do  $F_{total}$ , para nível de significância igual 0,05,  $P = 4$  e  $n - P - 1 = 5$  vale 6,26, mostrando que este modelo é estatisticamente significativo. Os resultados estão sintetizados na tabela P 1.1.

Tabela P 1.1 – Análise de regressão para o parâmetro  $\alpha$

Equação	$R^2$	$R^2_{ajustado}$	Erro Padrão	$F_{total}$	$F_{parcial}$
$\alpha = 0,09867 + 0,50074C_{esc}$	0,22596	0,12921	0,04655	2,34	-
$\alpha = -0,5555 + 0,25175k_c + 1,24985C_{esc}$	0,55369	0,42617	0,03779	4,34	5,14
$\alpha = -2,38996 + 0,41199k_c + 0,00088P + 2,20276C_{esc}$	0,80405	0,70061	0,02730	8,02	17,27
$\alpha = -3,23919 + 0,0008H_{máx} + 0,4406k_c + 0,00075P + 2,40647C_{esc}$	0,87538	0,77569	0,02363	8,78	26,07

No caso do parâmetro  $\beta$ , os valores do mesmo foram relacionados aos logaritmos naturais das variáveis explicativas. A variável de maior correlação linear com  $\beta$  é  $C_{esc}$ . A estatística de teste do  $F_{total}$ , para nível de significância igual 0,05,  $P = 1$  e  $n - P - 1 = 8$  vale 238,8, mostrando que o modelo não é estatisticamente significativo. Foi então adicionada a variável  $k_c$ . A estatística de teste do  $F_{total}$ , para nível de significância igual 0,05,  $P = 2$  e  $n - P - 1 = 7$  vale 19,35, mostrando que o modelo também não é estatisticamente significativo. Adicionou-se a variável  $H_{máx}$ . A estatística de teste do  $F_{total}$ , para nível de significância igual 0,05,  $P = 3$  e  $n - P - 1 = 6$  vale 8,94, mostrando que o modelo não é estatisticamente significativo. Por

fim foi adicionada a variável  $k_f$ . A estatística de teste do  $F_{total}$ , para nível de significância igual 0,05,  $P = 4$  e  $n - P - 1 = 5$  vale 6.26, mostrando que este modelo é estatisticamente significativo. Os resultados estão sintetizados na tabela P 1.2.

Tabela P 1.1 – análise de regressão para o parâmetro  $\alpha$

Equação	$R^2$	$R^2_{ajustado}$	Erro Padrão	$F_{total}$	$F_{parcial}$
$\beta = -0,72799 + 1,22289 \times \ln(C_{esc})$	0,21918	0,12158	0,32373	2,25	-
$\beta = 0,06081 + 2,5447 \times \ln(k_c) + 3,01632 \times \ln(C_{esc})$	0,49299	0,34813	0,27888	3,40	3,78
$\beta = -83,821 + 12,0969 \times \ln(H_{max}) + 3,5843 \times \ln(k_c) + 4,60922 \times \ln(C_{esc})$	0,80518	0,70778	0,18672	8,27	18,05
$\beta = -78,2421 + 11,4094 \times \ln(H_{max}) + 0,4341 \times \ln(k_f) + 5,5583 \times \ln(k_c) + 5,3273 \times \ln(C_{esc})$	0,90697	0,83254	0,14135	12,19	36,96

## APÊNDICE 2

## APÊNDICE 2 – MODELOS REGIONAIS “JACK-KNIFE” NAS BACIAS DE MINAS GERAIS

Tabela P 2.1 - Modelos regionais *jack-knife* elaborados para o conjunto de 10 estações e índices de avaliação da regressão

Estação	Parâmetro	Equação	R <sup>2</sup>	R <sup>2</sup> <sub>ajustado</sub>	Erro padrão	F <sub>total</sub>
40130001-2	α	$\beta_0 + \beta_1(H_{m\acute{a}x}) + \beta_2(k_c) + \beta_3(P) + \beta_4(C_{esc})$	0,8839	0,7678	0,0253	7,61
	β	$\beta_0 + \beta_1 \ln(H_{m\acute{a}x}) + \beta_2 \ln(k_c) + \beta_3 \ln(k_c) + \beta_4 \ln(C_{esc})$	0,9286	0,8573	0,1375	13,01
	λ	$\exp^{\beta_0} A^{\beta_1} k_c^{\beta_2}$	0,9979	0,9972	0,0589	1424,68
40300001	α	$\beta_0 + \beta_1(H_{m\acute{a}x}) + \beta_2(k_c) + \beta_3(P) + \beta_4(C_{esc})$	0,9000	0,8000	0,0206	9,00
	β	$\beta_0 + \beta_1 \ln(H_{m\acute{a}x}) + \beta_2 \ln(k_c) + \beta_3 \ln(k_c) + \beta_4 \ln(C_{esc})$	0,9025	0,8049	0,1248	9,25
	λ	$\exp^{\beta_0} A^{\beta_1} k_c^{\beta_2}$	0,9984	0,9979	0,0505	1865,79
40330000	α	$\beta_0 + \beta_1(H_{m\acute{a}x}) + \beta_2(k_c) + \beta_3(P) + \beta_4(C_{esc})$	0,8669	0,7338	0,0262	6,51
	β	$\beta_0 + \beta_1 \ln(H_{m\acute{a}x}) + \beta_2 \ln(k_c) + \beta_3 \ln(k_c) + \beta_4 \ln(C_{esc})$	0,9062	0,8125	0,1578	9,67
	λ	$\exp^{\beta_0} A^{\beta_1} k_c^{\beta_2}$	0,9977	0,9970	0,0592	1319,93
40450001	α	$\beta_0 + \beta_1(H_{m\acute{a}x}) + \beta_2(k_c) + \beta_3(P) + \beta_4(C_{esc})$	0,9481	0,8961	0,0168	18,26
	β	$\beta_0 + \beta_1 \ln(H_{m\acute{a}x}) + \beta_2 \ln(k_c) + \beta_3 \ln(k_c) + \beta_4 \ln(C_{esc})$	0,9105	0,8211	0,1481	10,18
	λ	$\exp^{\beta_0} A^{\beta_1} k_c^{\beta_2}$	0,9989	0,9986	0,0393	2778,43
40549998	α	$\beta_0 + \beta_1(H_{m\acute{a}x}) + \beta_2(k_c) + \beta_3(P) + \beta_4(C_{esc})$	0,8680	0,7360	0,0263	6,58
	β	$\beta_0 + \beta_1 \ln(H_{m\acute{a}x}) + \beta_2 \ln(k_c) + \beta_3 \ln(k_c) + \beta_4 \ln(C_{esc})$	0,9406	0,8813	0,1184	15,85
	λ	$\exp^{\beta_0} A^{\beta_1} k_c^{\beta_2}$	0,9971	0,9961	0,0581	1018,35
40680000	α	$\beta_0 + \beta_1(H_{m\acute{a}x}) + \beta_2(k_c) + \beta_3(P) + \beta_4(C_{esc})$	0,9334	0,8668	0,0165	14,02
	β	$\beta_0 + \beta_1 \ln(H_{m\acute{a}x}) + \beta_2 \ln(k_c) + \beta_3 \ln(k_c) + \beta_4 \ln(C_{esc})$	0,9152	0,8304	0,1394	10,80
	λ	$\exp^{\beta_0} A^{\beta_1} k_c^{\beta_2}$	0,9972	0,9963	0,0590	1064,35
40710000	α	$\beta_0 + \beta_1(H_{m\acute{a}x}) + \beta_2(k_c) + \beta_3(P) + \beta_4(C_{esc})$	0,9099	0,8199	0,0218	10,10
	β	$\beta_0 + \beta_1 \ln(H_{m\acute{a}x}) + \beta_2 \ln(k_c) + \beta_3 \ln(k_c) + \beta_4 \ln(C_{esc})$	0,9223	0,8445	0,1416	11,86
	λ	$\exp^{\beta_0} A^{\beta_1} k_c^{\beta_2}$	0,9980	0,9973	0,0582	1488,84
40740000	α	$\beta_0 + \beta_1(H_{m\acute{a}x}) + \beta_2(k_c) + \beta_3(P) + \beta_4(C_{esc})$	0,8752	0,7505	0,0251	7,01
	β	$\beta_0 + \beta_1 \ln(H_{m\acute{a}x}) + \beta_2 \ln(k_c) + \beta_3 \ln(k_c) + \beta_4 \ln(C_{esc})$	0,9033	0,8065	0,1574	9,34
	λ	$\exp^{\beta_0} A^{\beta_1} k_c^{\beta_2}$	0,9982	0,9976	0,0541	1689,07
40800001	α	$\beta_0 + \beta_1(H_{m\acute{a}x}) + \beta_2(k_c) + \beta_3(P) + \beta_4(C_{esc})$	0,8819	0,7637	0,0254	7,47
	β	$\beta_0 + \beta_1 \ln(H_{m\acute{a}x}) + \beta_2 \ln(k_c) + \beta_3 \ln(k_c) + \beta_4 \ln(C_{esc})$	0,9432	0,8864	0,1224	16,61
	λ	$\exp^{\beta_0} A^{\beta_1} k_c^{\beta_2}$	0,9979	0,9972	0,0581	1422,84
40865001	α	$\beta_0 + \beta_1(H_{m\acute{a}x}) + \beta_2(k_c) + \beta_3(P) + \beta_4(C_{esc})$	0,8976	0,7952	0,0210	8,77
	β	$\beta_0 + \beta_1 \ln(H_{m\acute{a}x}) + \beta_2 \ln(k_c) + \beta_3 \ln(k_c) + \beta_4 \ln(C_{esc})$	0,8806	0,7612	0,1575	7,38
	λ	$\exp^{\beta_0} A^{\beta_1} k_c^{\beta_2}$	0,9982	0,9977	0,0498	1752,56

## APÊNDICE 3

## APÊNDICE 3 – ANÁLISE DE DESEMPENHO DOS MODELOS REGIONAIS DE CURVAS DE PERMANÊNCIA DE LONGO TERMO NAS BACIAS DE MINAS GERAIS

### P 3.1 – Gráficos de comparação entre FDC's sintéticas e FDC's empíricas nas estações utilizadas na construção dos modelos regionais

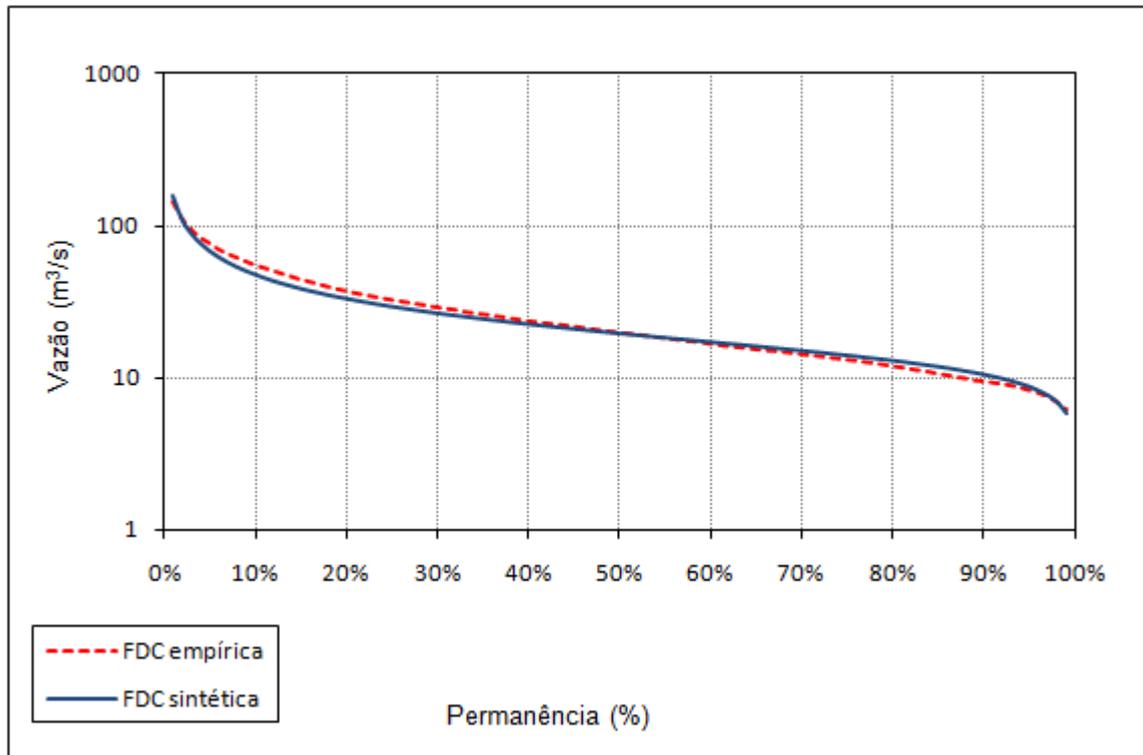


Figura P 3.1 – Comparação entre a FDC sintética (modelos regionais “*jack-knife*”) e a FDC empírica na estação de Ponte do Vilela (40130001-2)

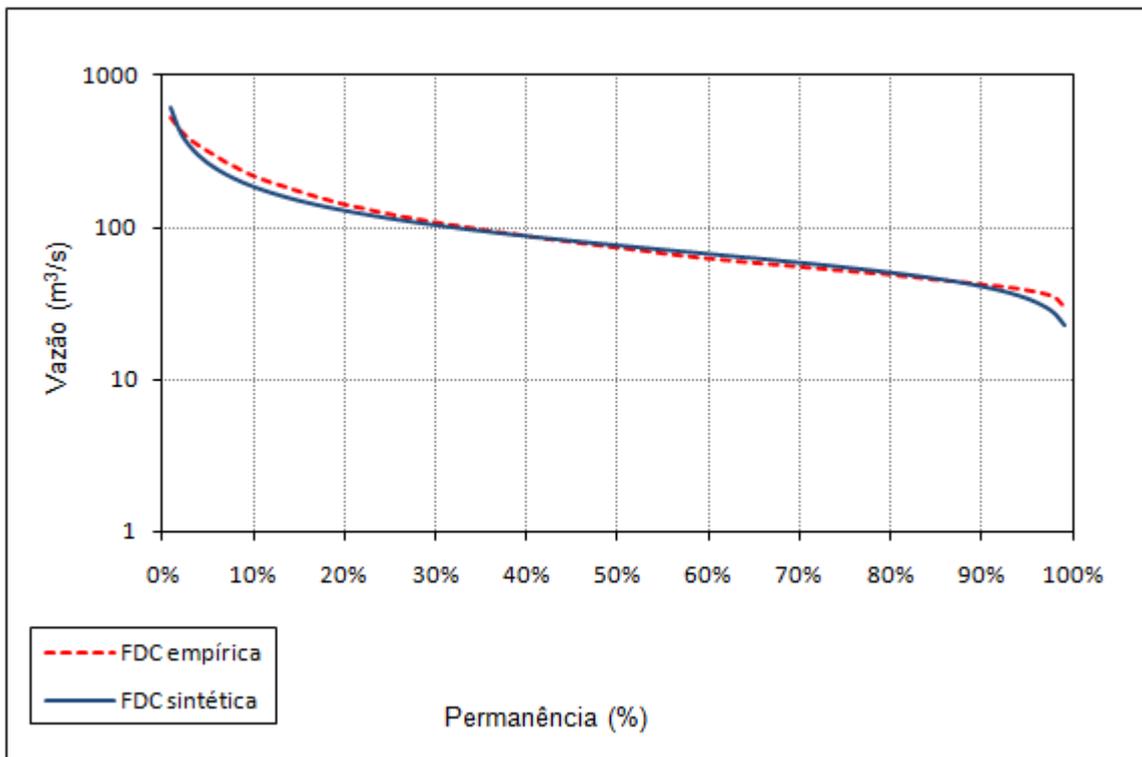


Figura P 3.2 – Comparação entre a FDC sintética (modelos regionais "jack-knife") e a FDC empírica na estação de Velho da Taipa (40330000)

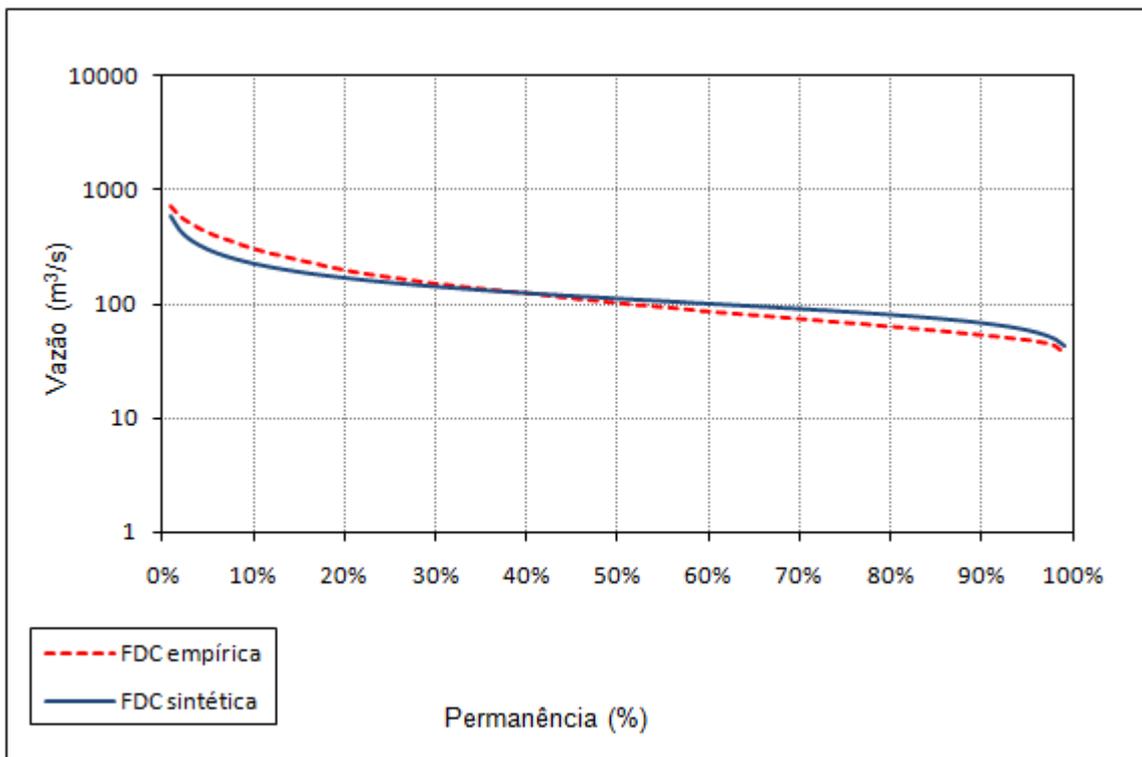


Figura P 3.3 – Comparação entre a FDC sintética (modelos regionais "jack-knife") e a FDC empírica na estação de Porto Pará (40450001)

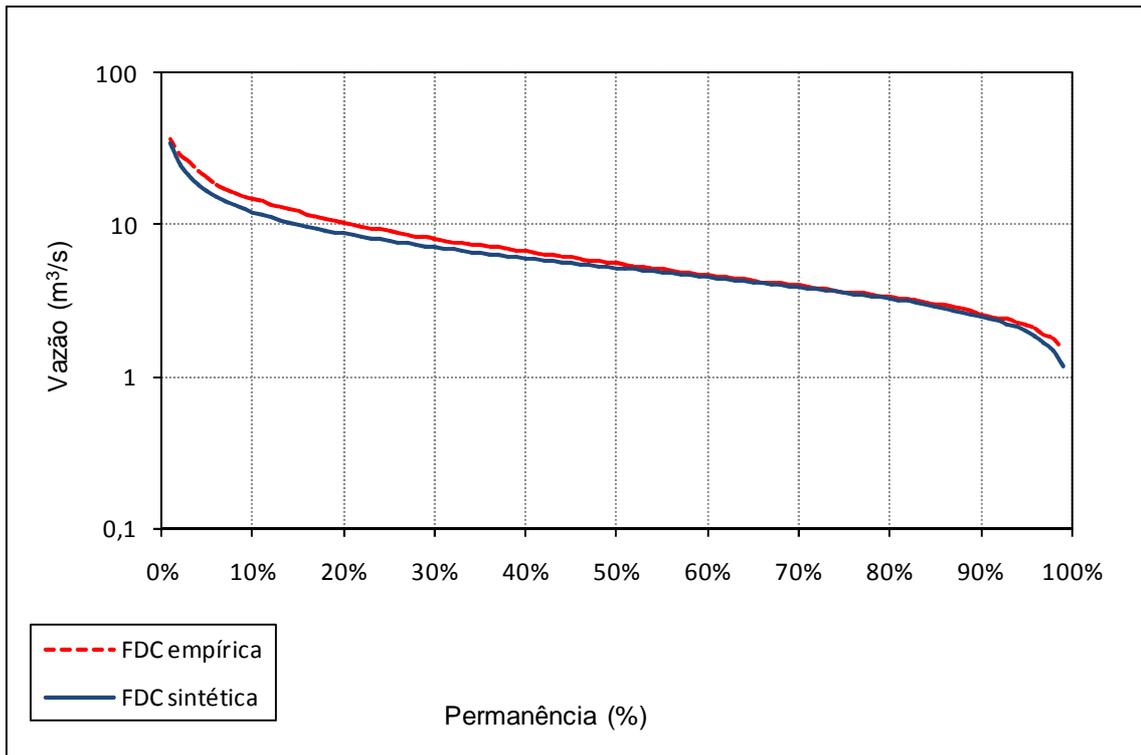


Figura P 3.4 – Comparação entre a FDC sintética (modelos regionais "jack-knife") e a FDC empírica na estação de São Brás do Suaçui (40549998)

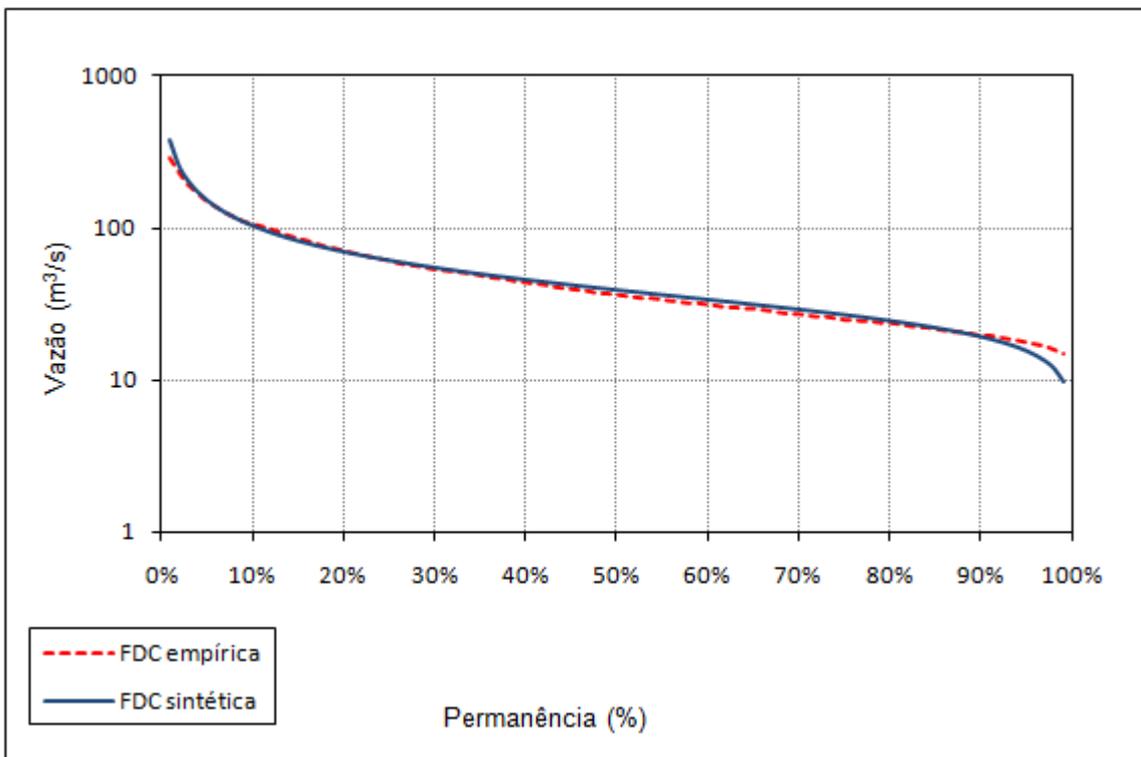


Figura P 3.5 – Comparação entre a FDC sintética (modelos regionais "jack-knife") e a FDC empírica na estação de Belo Vale (40710000)

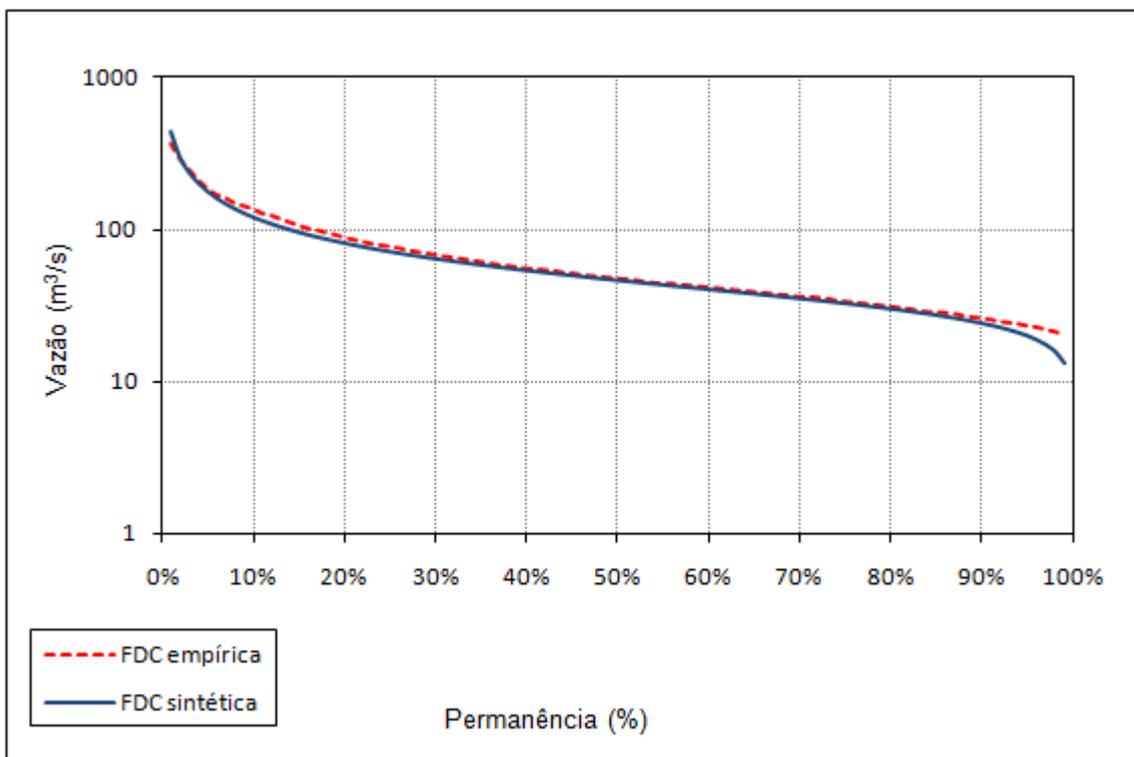


Figura P 3.6 – Comparação entre a FDC sintética (modelos regionais "jack-knife") e a FDC empírica na estação de Alberto Flores (40740000)

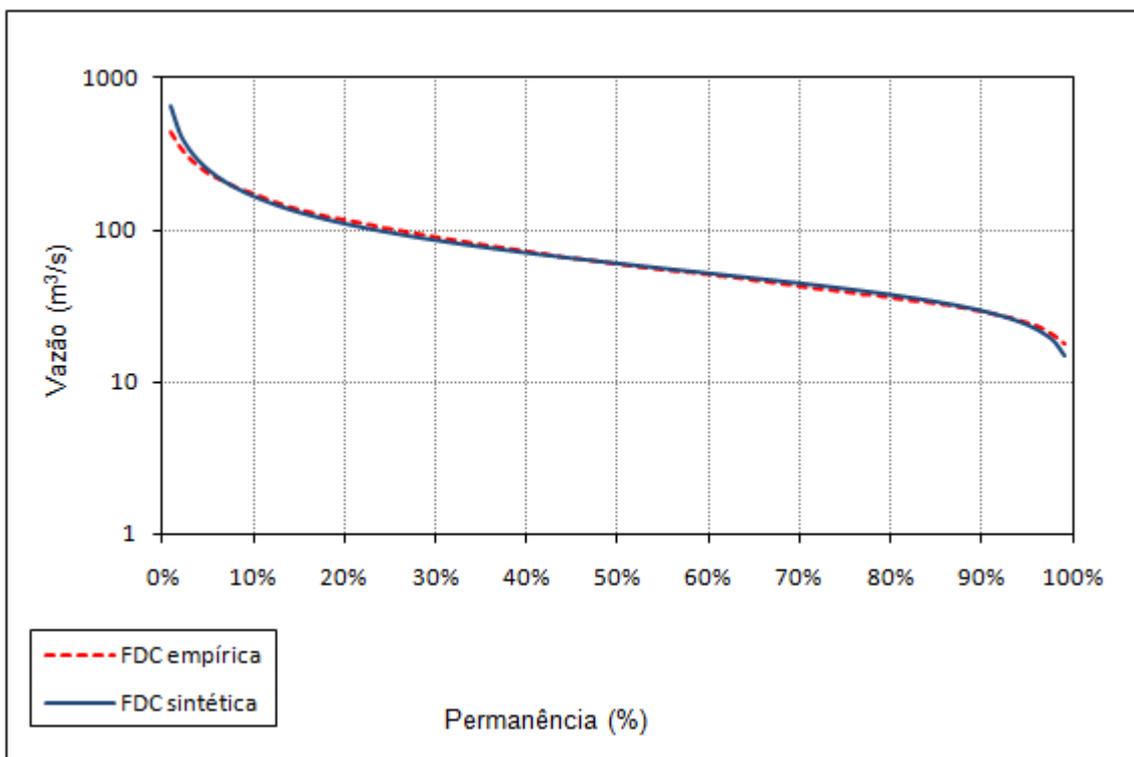


Figura P 3.7 – Comparação entre a FDC sintética (modelos regionais "jack-knife") e a FDC empírica na estação de Ponte Nova do Paraopeba (40800000-1)

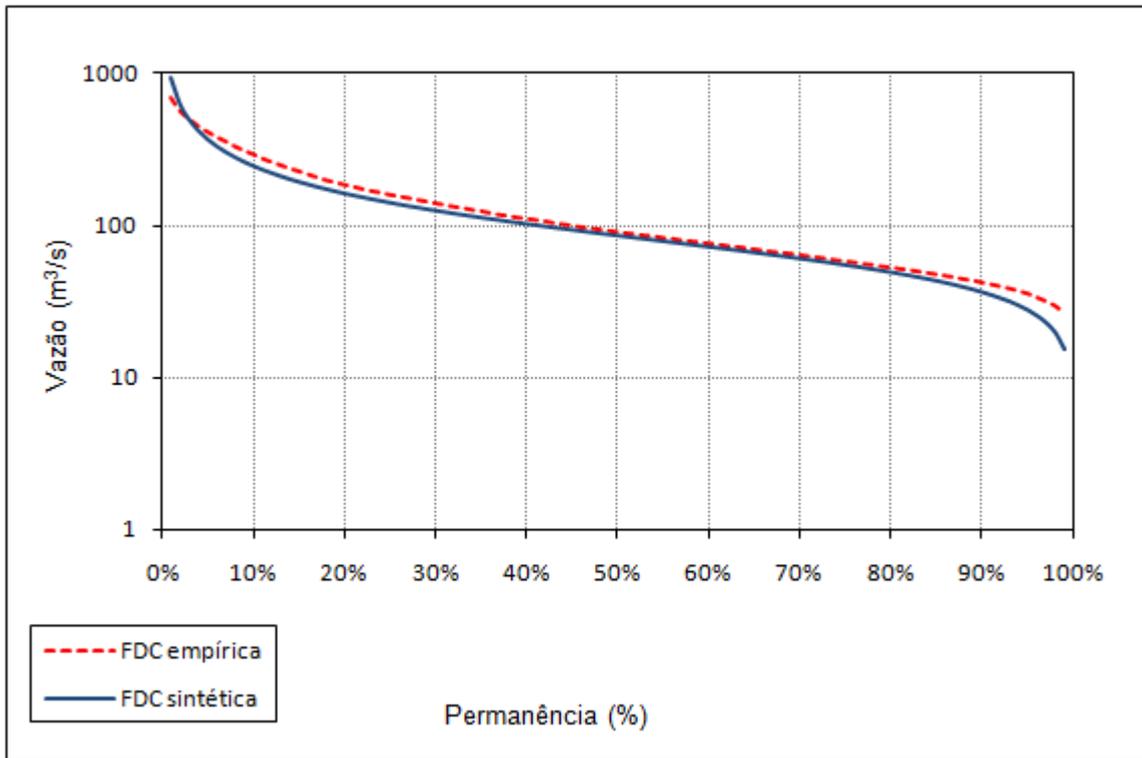


Figura P 3.8 – Comparação entre a FDC sintética (modelos regionais “*jack-knife*”) e a FDC empírica na estação de Porto do Mesquita (40865001)

**P 3.2 – Gráficos de comparação entre FDC's sintéticas e FDC's empíricas nas estações que não foram utilizadas na construção dos modelos regionais**

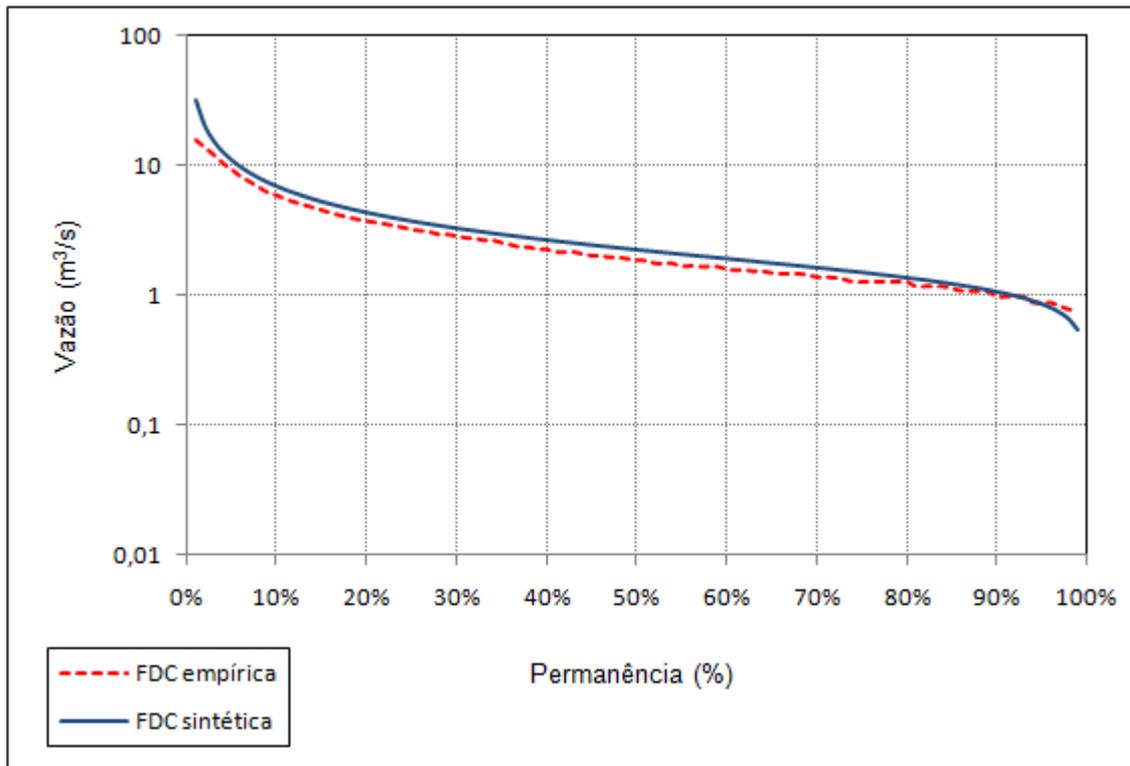


Figura P 3.9 – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Lamounier (40160000)

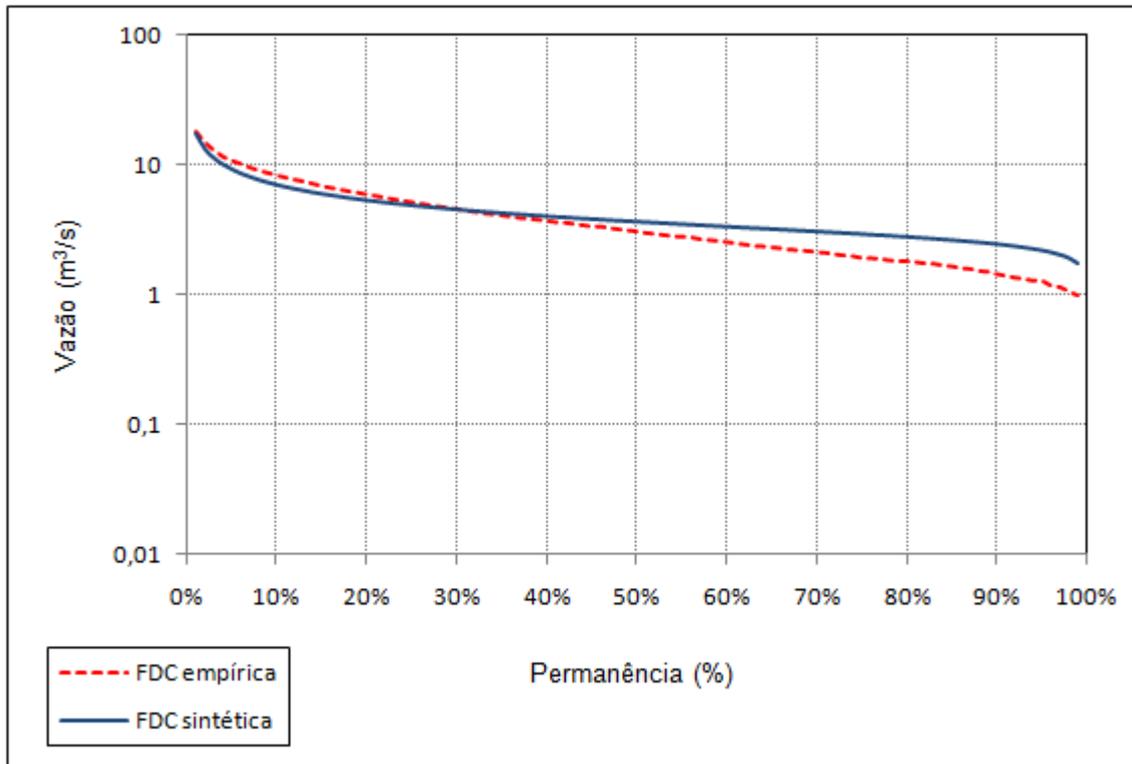


Figura P 3.10 – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Usina João Ribeiro (40665000)

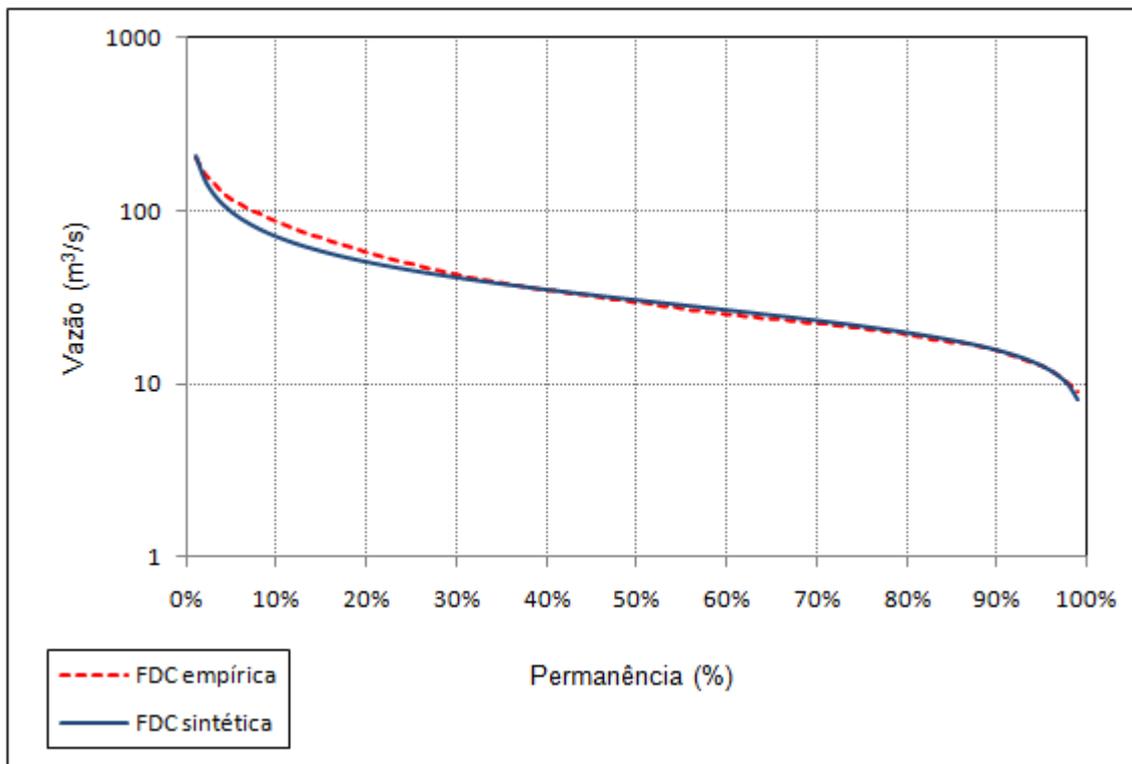


Figura P 3.11 – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Ponte Nova do Paraopeba (40700002)

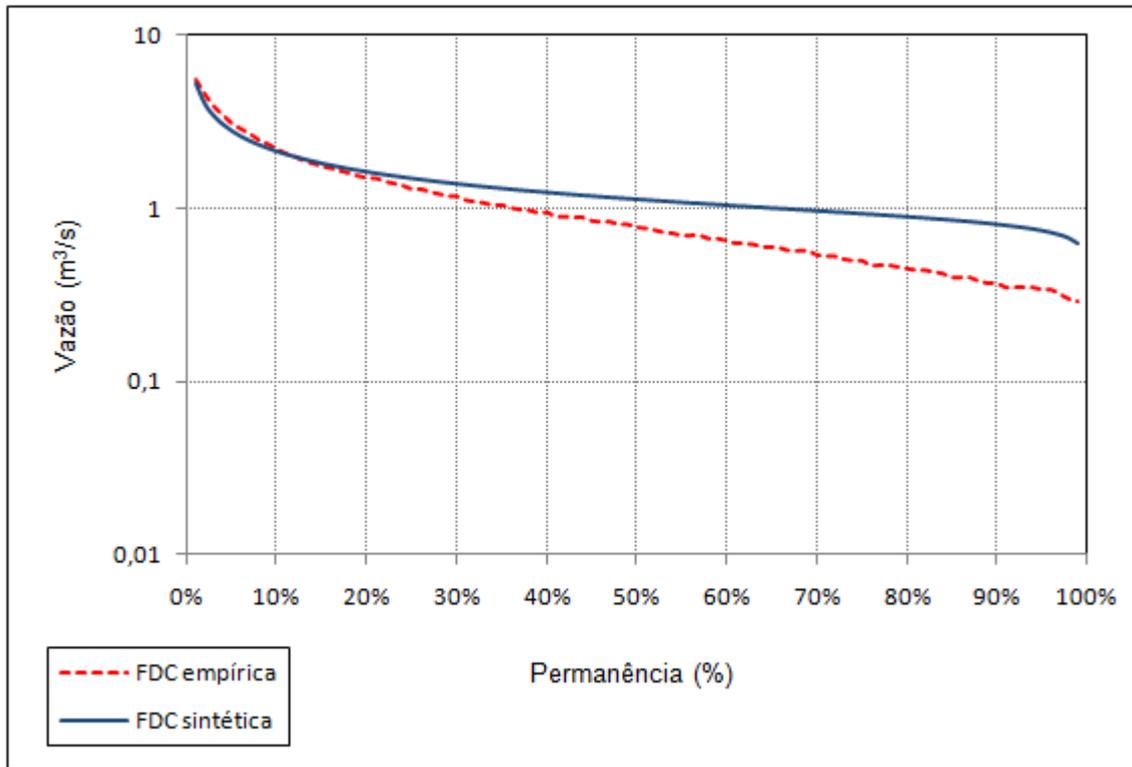


Figura P 3.12 – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Fazenda Escola Florestal (40830000)

## APÊNDICE 4

## APÊNDICE 4 – RESULTADOS DA CALIBRAÇÃO DO MODELO RIO GRANDE A PARTIR DE CURVAS DE PERMANÊNCIA SINTÉTICAS NAS BACIAS DE MINAS GERAIS

### *P 4.1 – Gráficos de comparação entre as FDC's calibradas, FDC's sintéticas e FDC's empíricas*

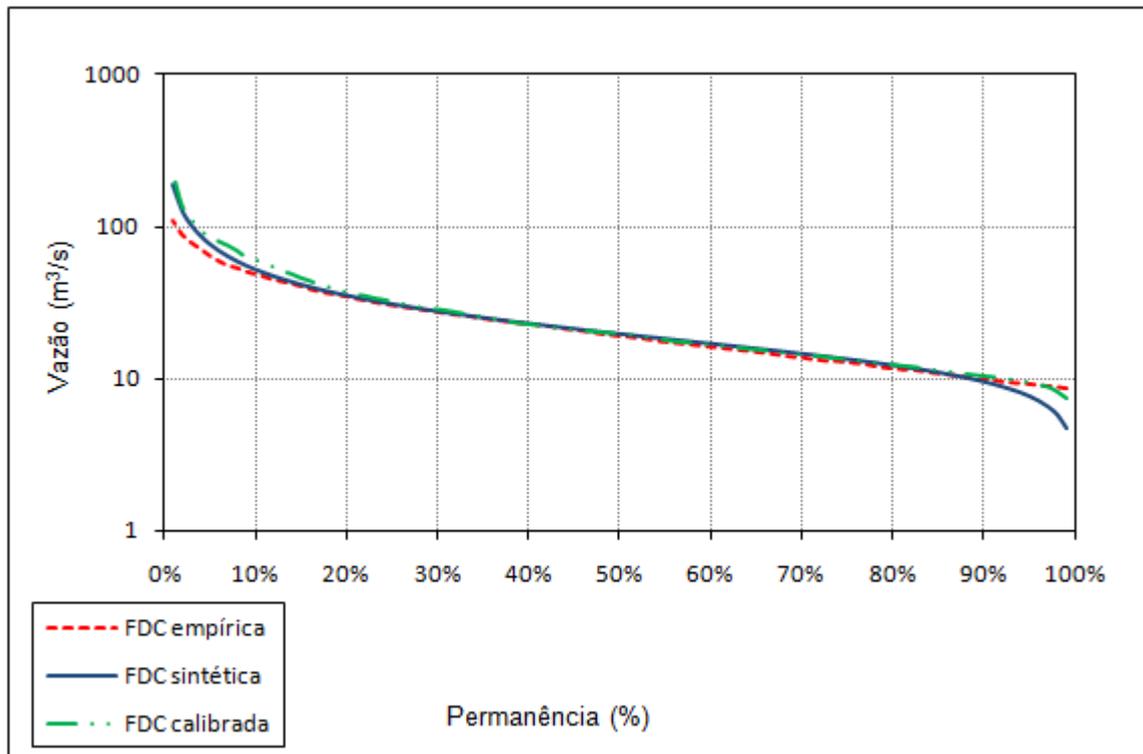


Figura P 4.1 – Comparação entre FDC's calibradas, sintéticas e observadas na estação de Ponte do Vilela (40130001-2) no período 01/10/1992 a 30/09/1998

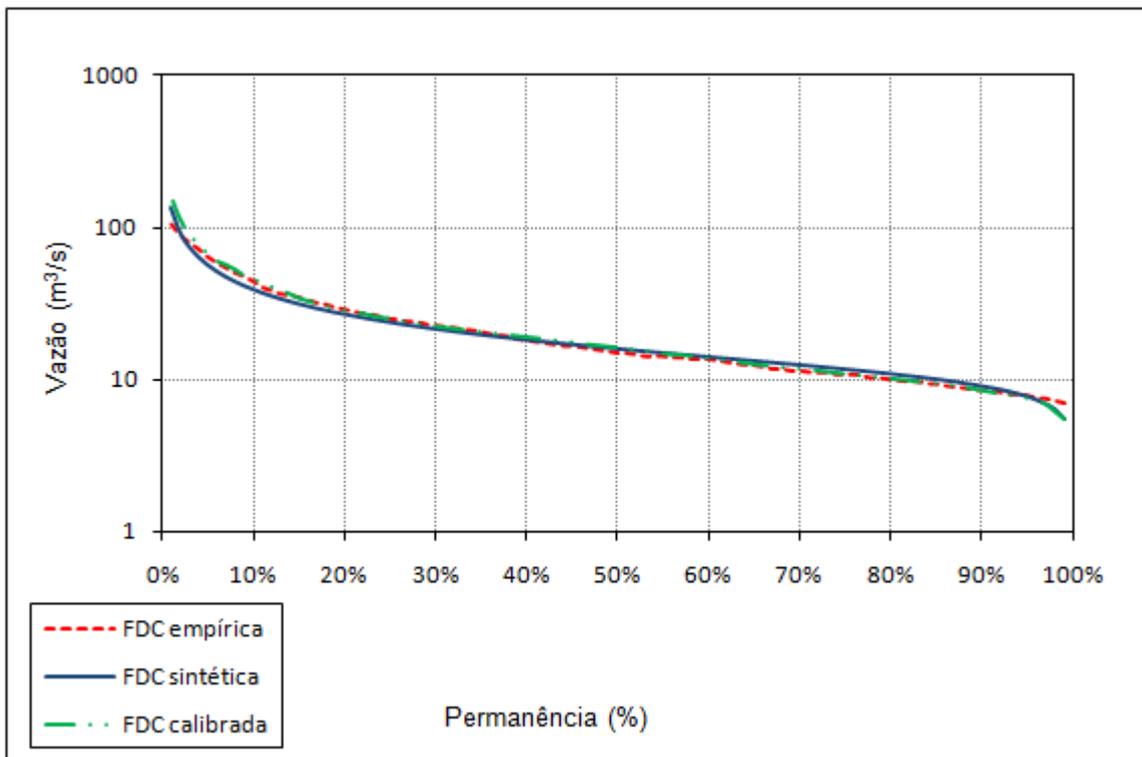


Figura P 4.2 – Comparação entre FDC's calibradas, sintéticas e observadas na estação de Jaguaruna (40300000) no período 01/10/1992 a 30/09/1998

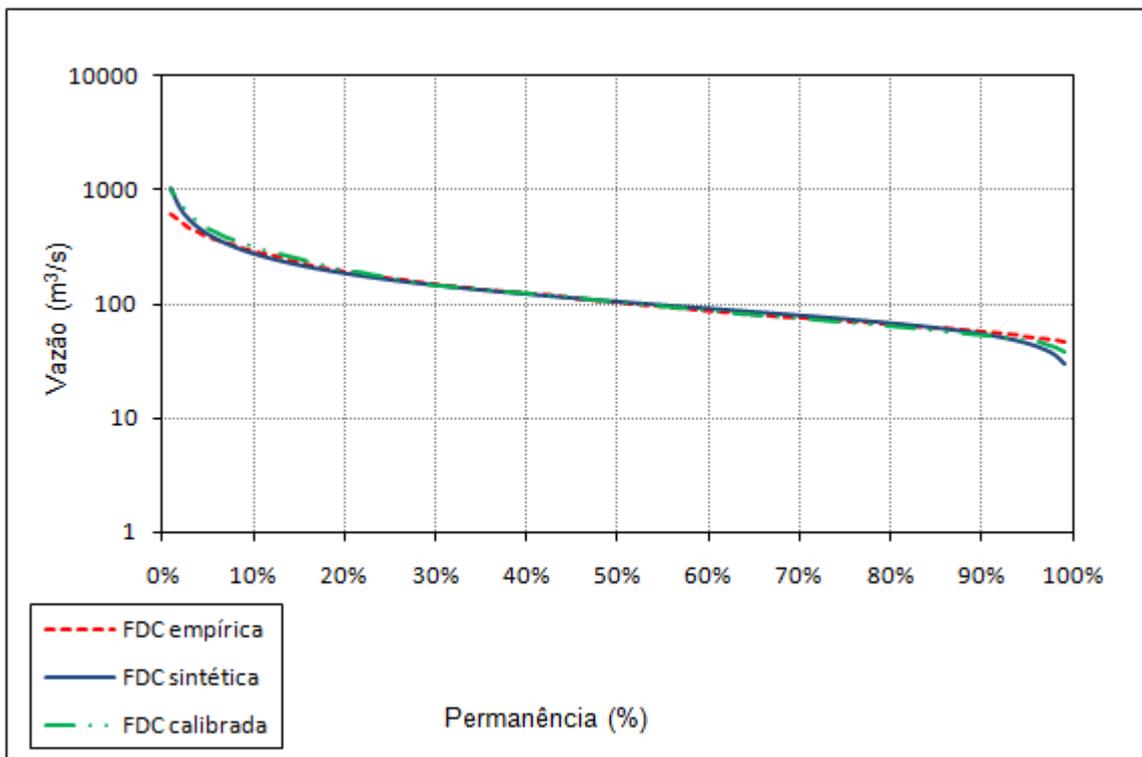


Figura P 4.3 – Comparação entre FDC's calibradas, sintéticas e observadas na estação de Porto Pará (40450001) no período 01/10/1992 a 30/09/1998

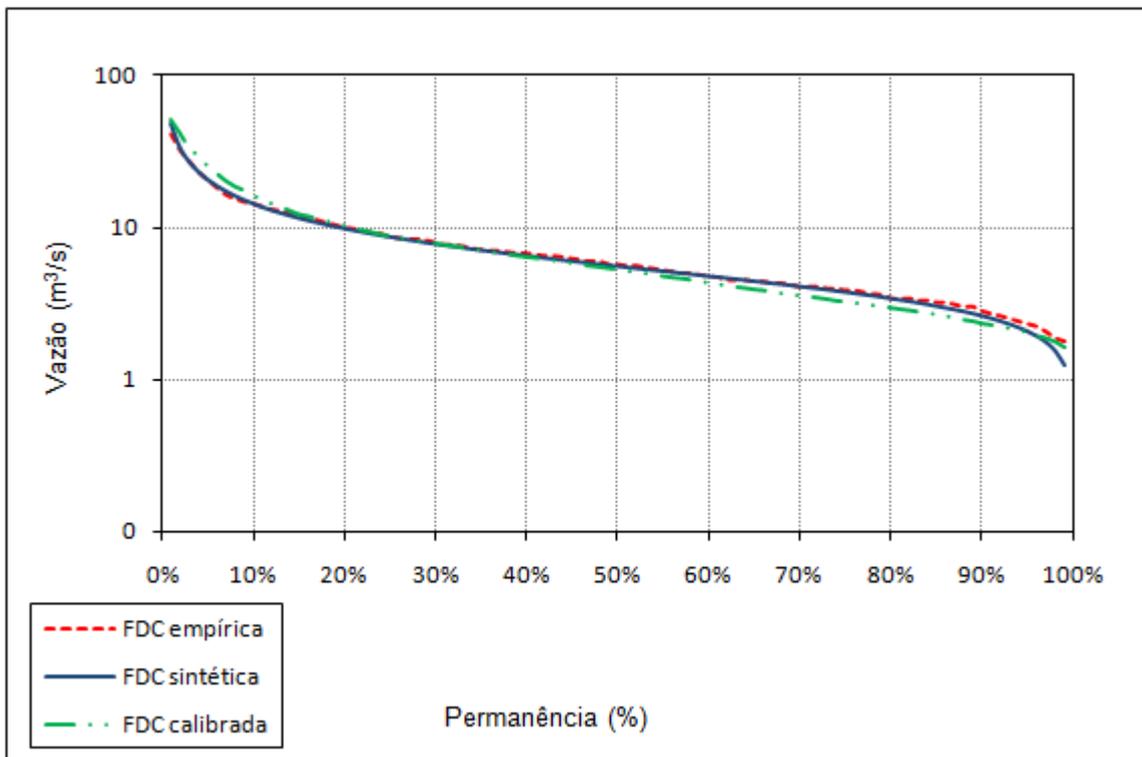


Figura P 4.4 – Comparação entre FDC's calibradas, sintéticas e observadas na estação de São Brás do Suaçui (40549998) no período 01/10/1992 a 30/09/1998

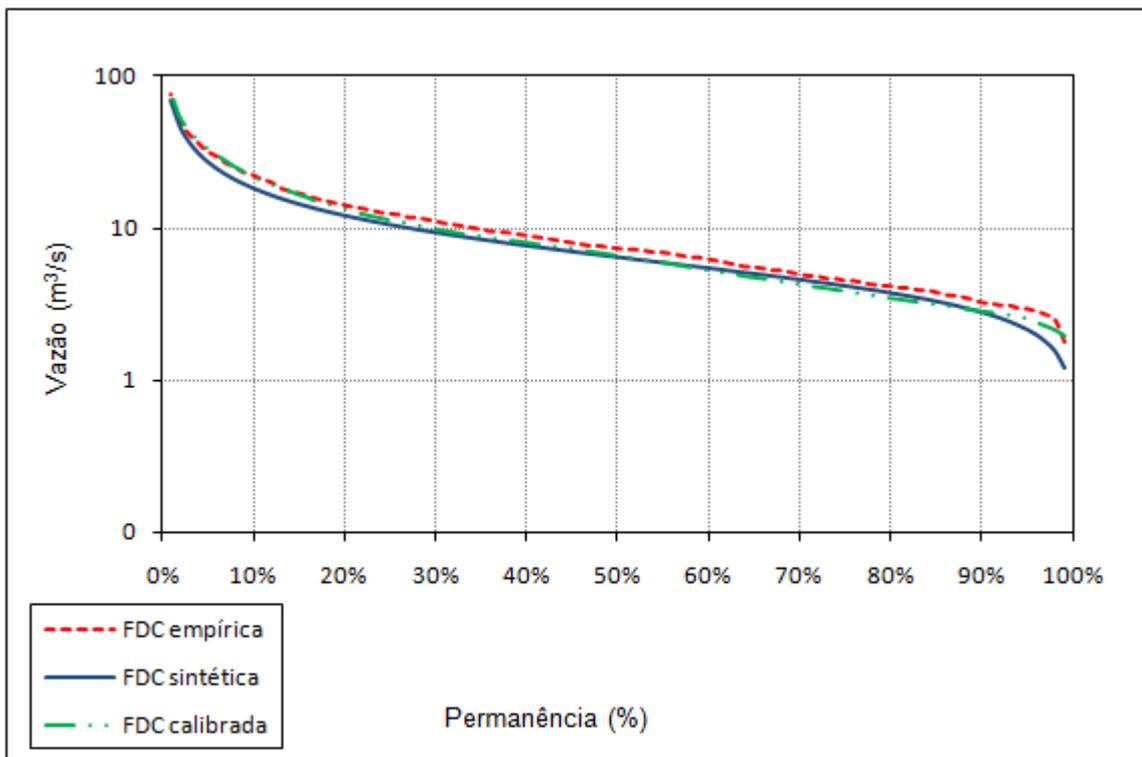


Figura P 4.5 – Comparação entre FDC's calibradas, sintéticas e observadas na estação de Entre Rios de Minas (40680000) no período 01/10/1992 a 30/09/1998

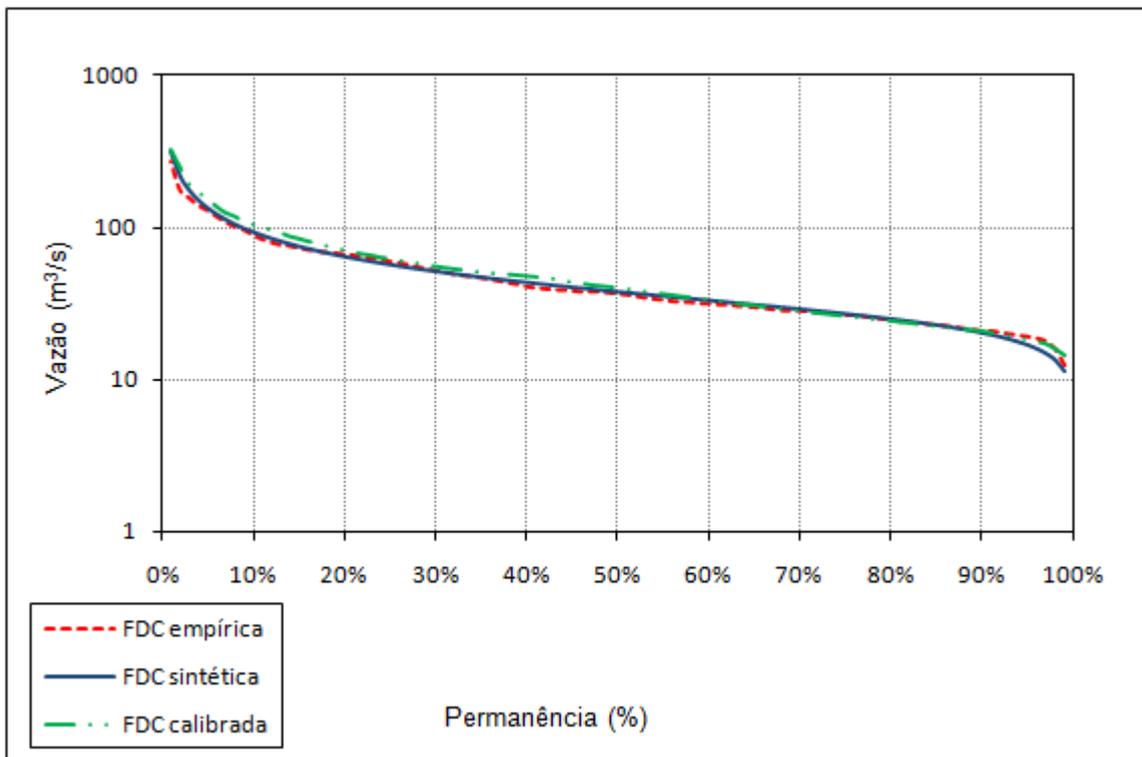


Figura P 4.6 – Comparação entre FDC's calibradas, sintéticas e observadas na estação de Belo Vale (40710000) no período 01/10/1992 a 30/09/1998

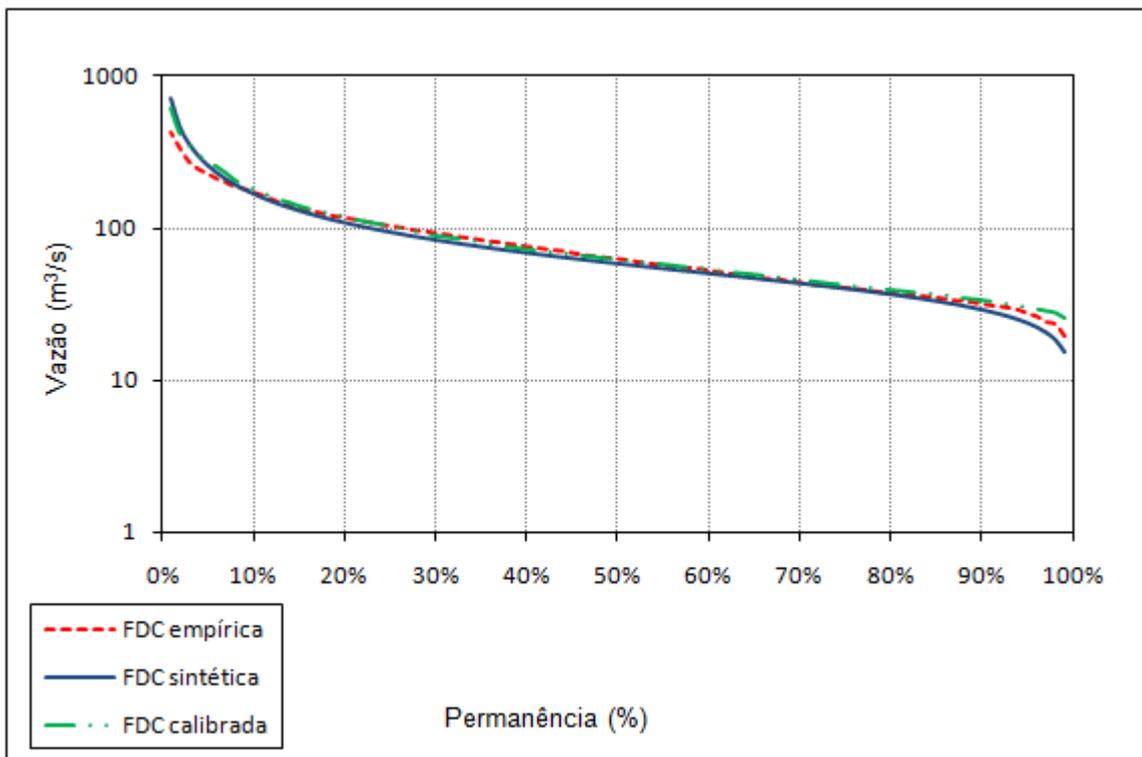


Figura P 4.7 – Comparação entre FDC's calibradas, sintéticas e observadas na estação de Ponte Nove do Paraopeba (40800000-1) no período 01/10/1992 a 30/09/1998

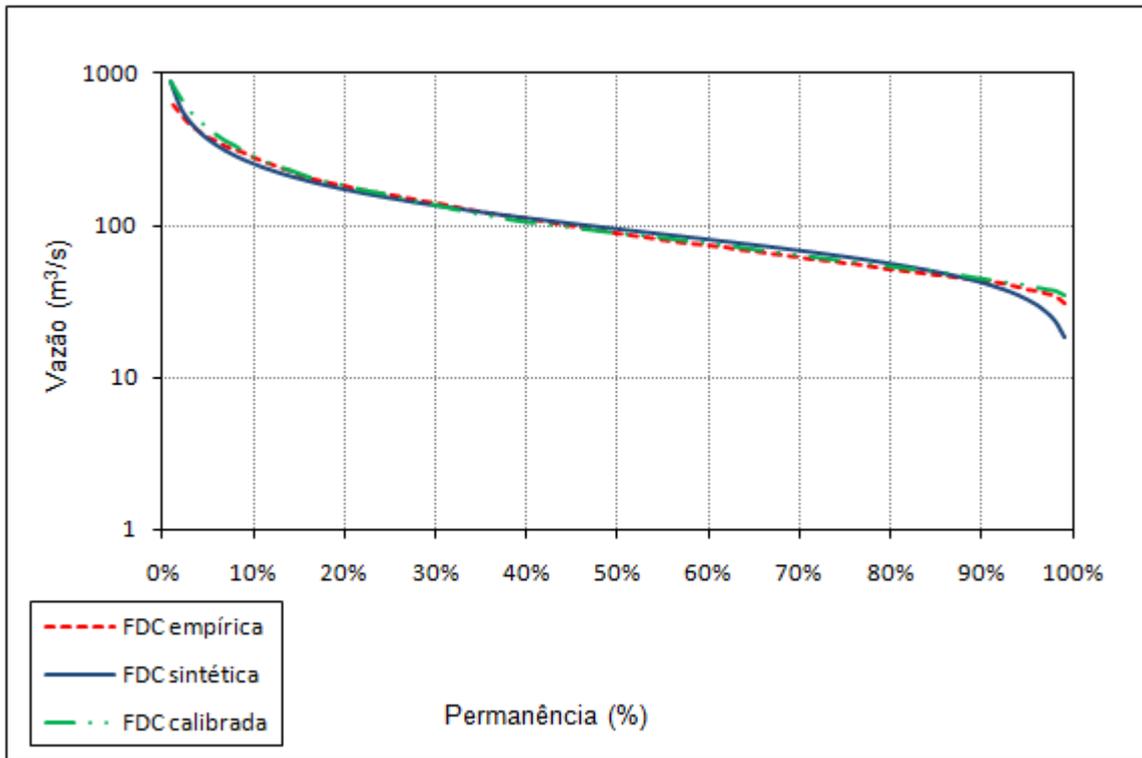


Figura P 4.8 – Comparação entre FDC's calibradas, sintéticas e observadas na estação de Porto do Mesquita (40865001) no período 01/10/1992 a 30/09/1998

**P 4.2 – Gráficos de comparação entre as AFDC's calibradas, AFDC's sintéticas e AFDC's empíricas**

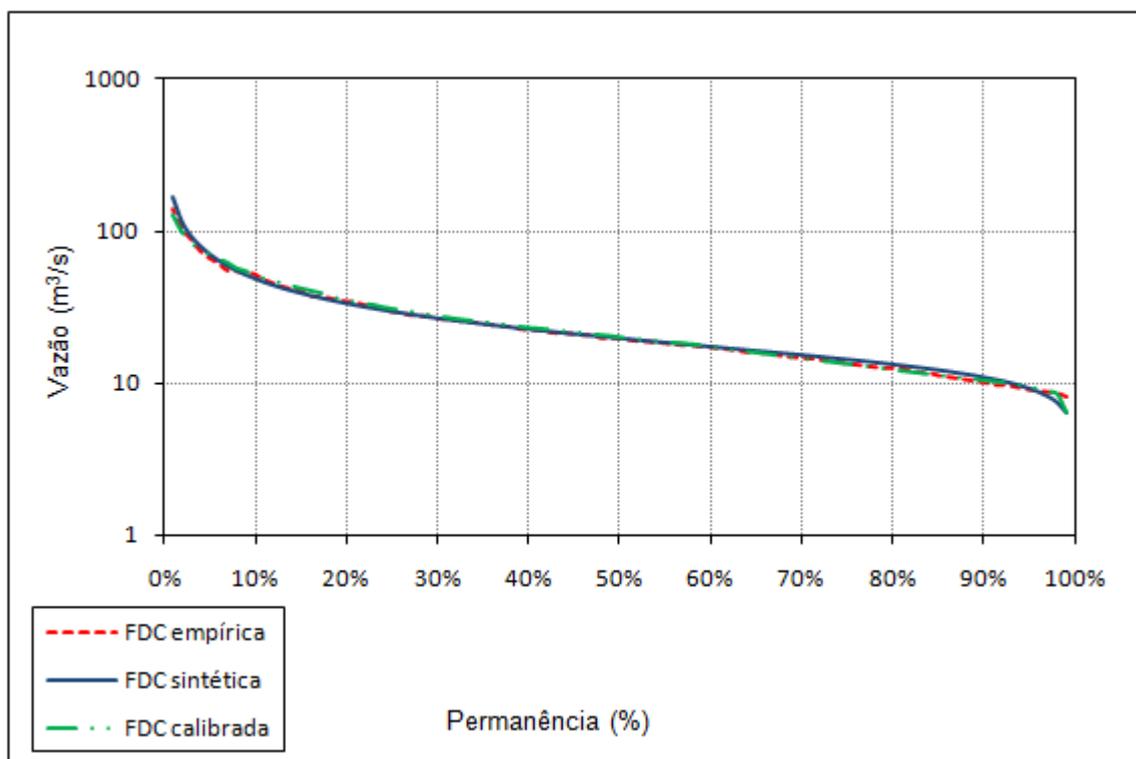


Figura P 4.9 – Comparação entre AFDC's calibradas, sintéticas e observadas na estação de Ponte do Vilela (40130001-2) no período 01/10/1992 a 30/09/1998

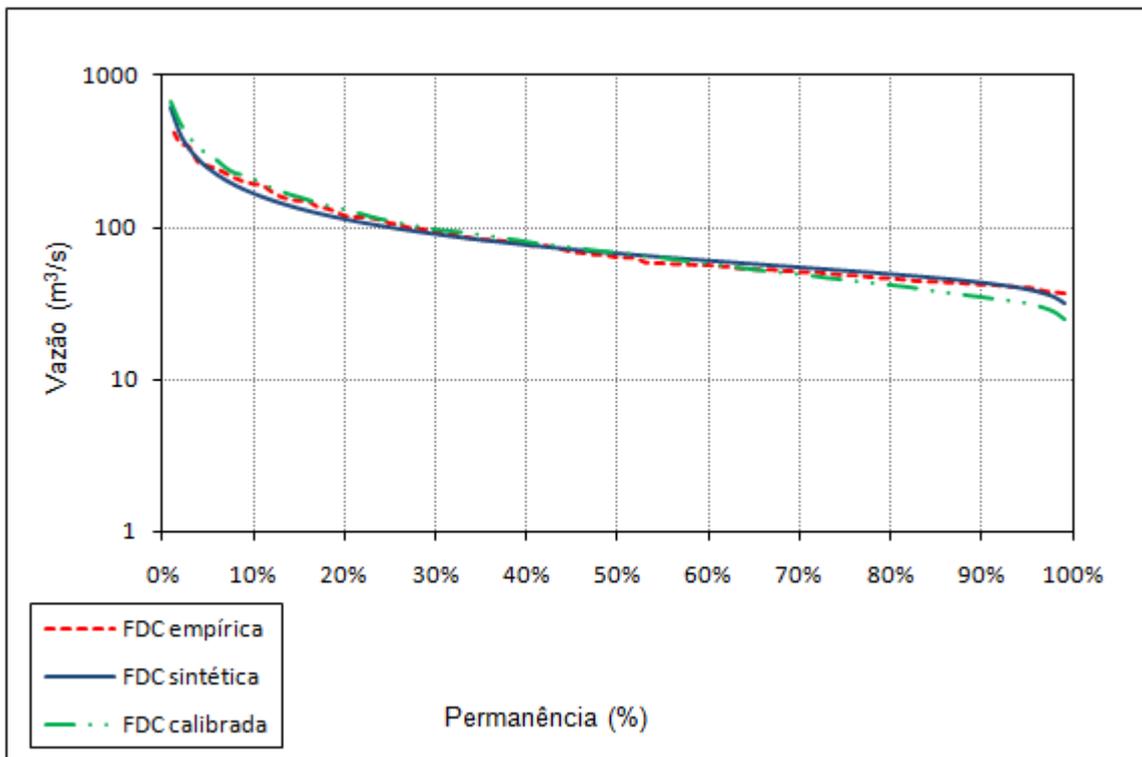


Figura P 4.10 – Comparação entre AFDC's calibradas, sintéticas e observadas na estação de Velho da Taipa (40330000) no período 01/10/1992 a 30/09/1998

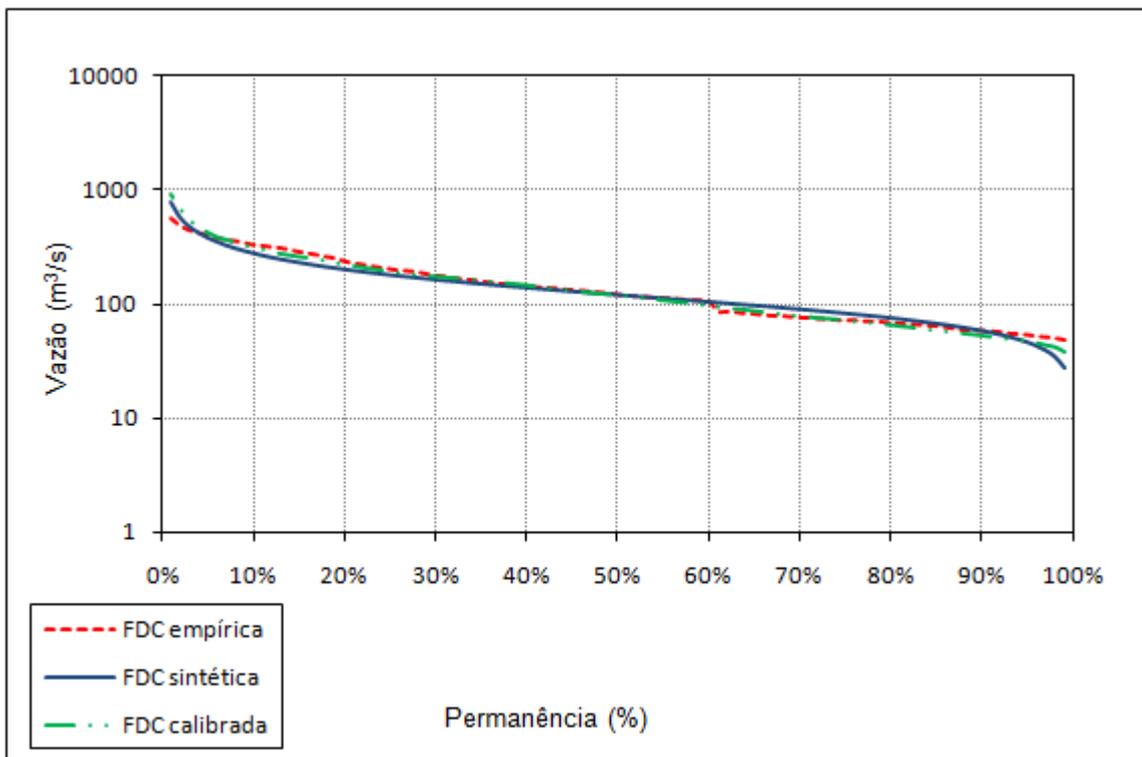


Figura P 4.11 – Comparação entre AFDC's calibradas, sintéticas e observadas na estação de Porto Pará (40450001) no período 01/10/1992 a 30/09/1998

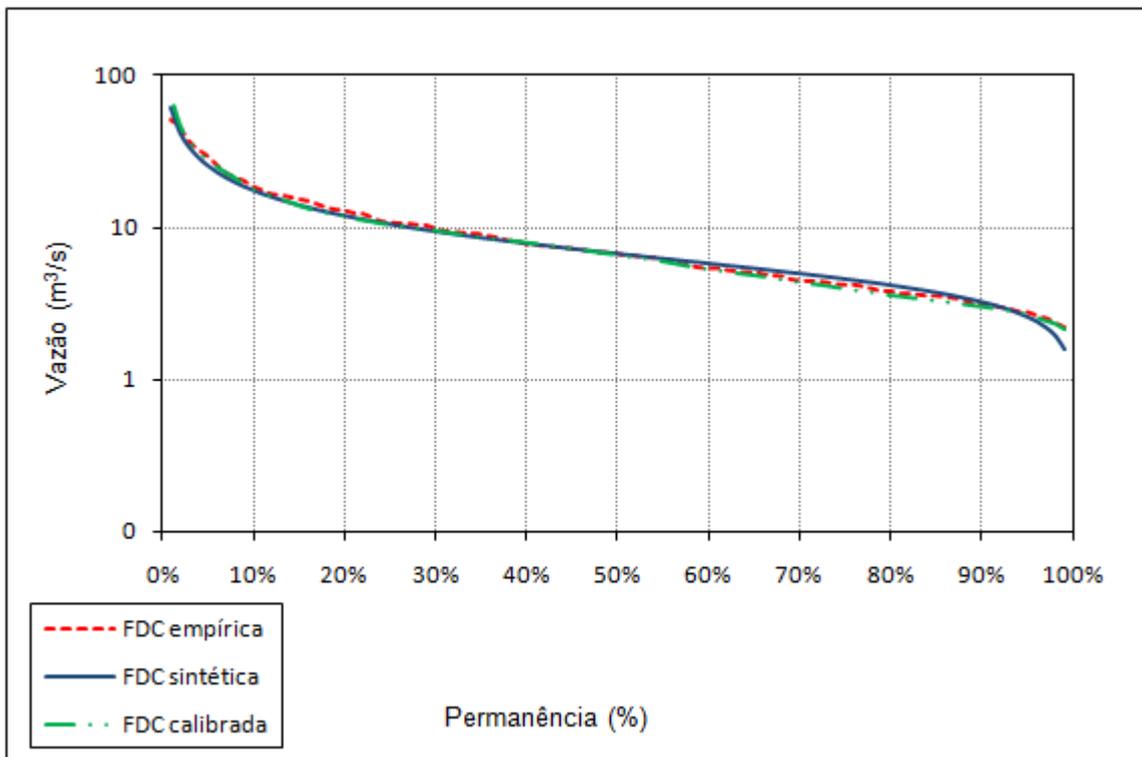


Figura P 4.12 – Comparação entre AFDC's calibradas, sintéticas e observadas na estação de Entre Rios de Minas (40680000) no período 01/10/1992 a 30/09/1998

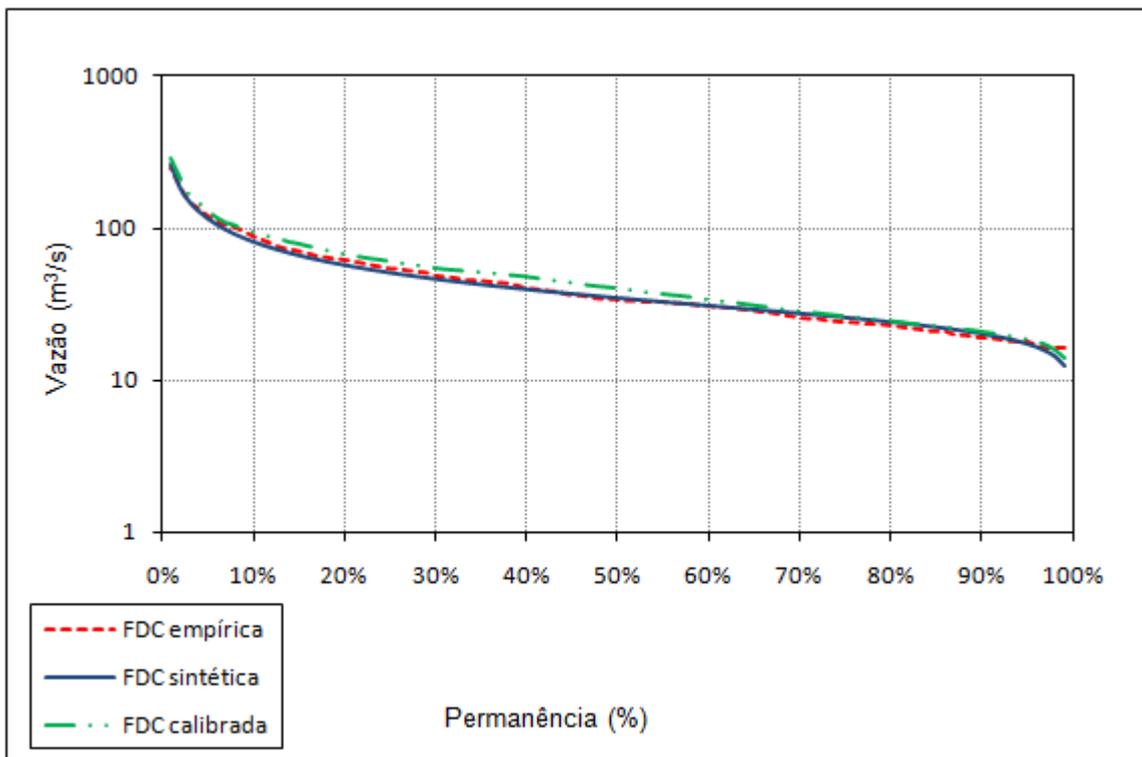


Figura P 4.13 – Comparação entre AFDC's calibradas, sintéticas e observadas na estação de Belo Vale (40710000) no período 01/10/1992 a 30/09/1998

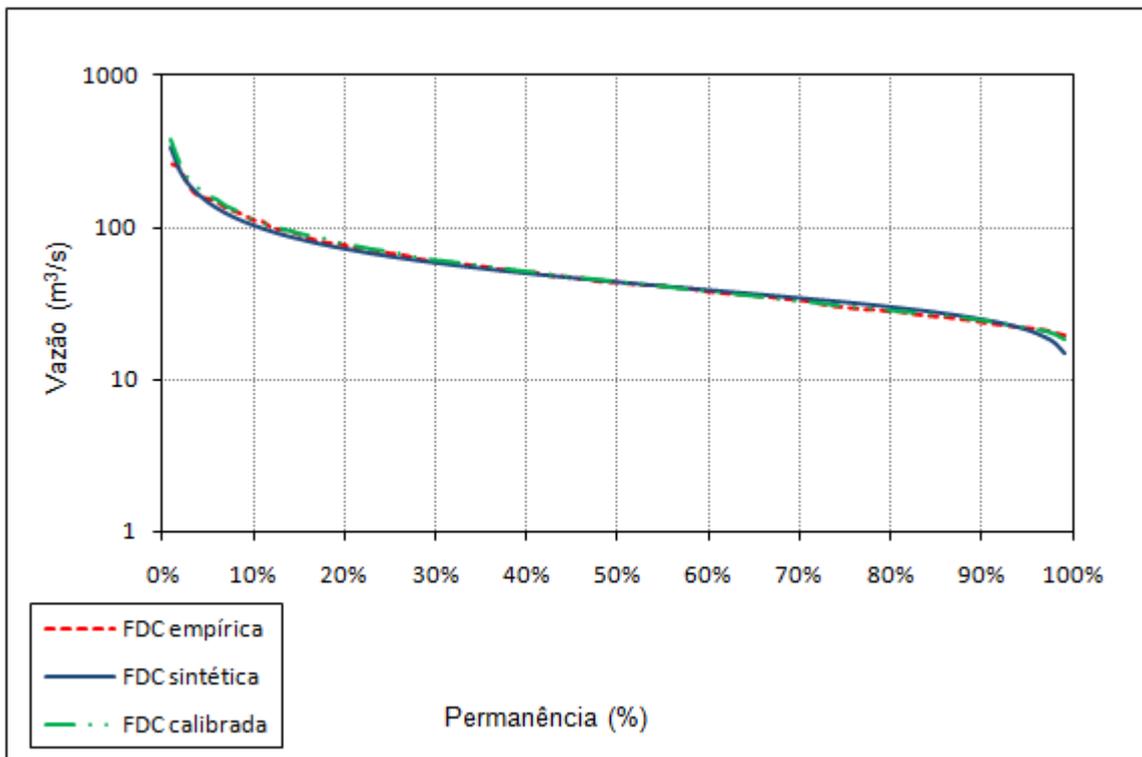


Figura P 4.14 – Comparação entre AFDC's calibradas, sintéticas e observadas na estação de Alberto Flores (40740000) no período 01/10/1992 a 30/09/1998

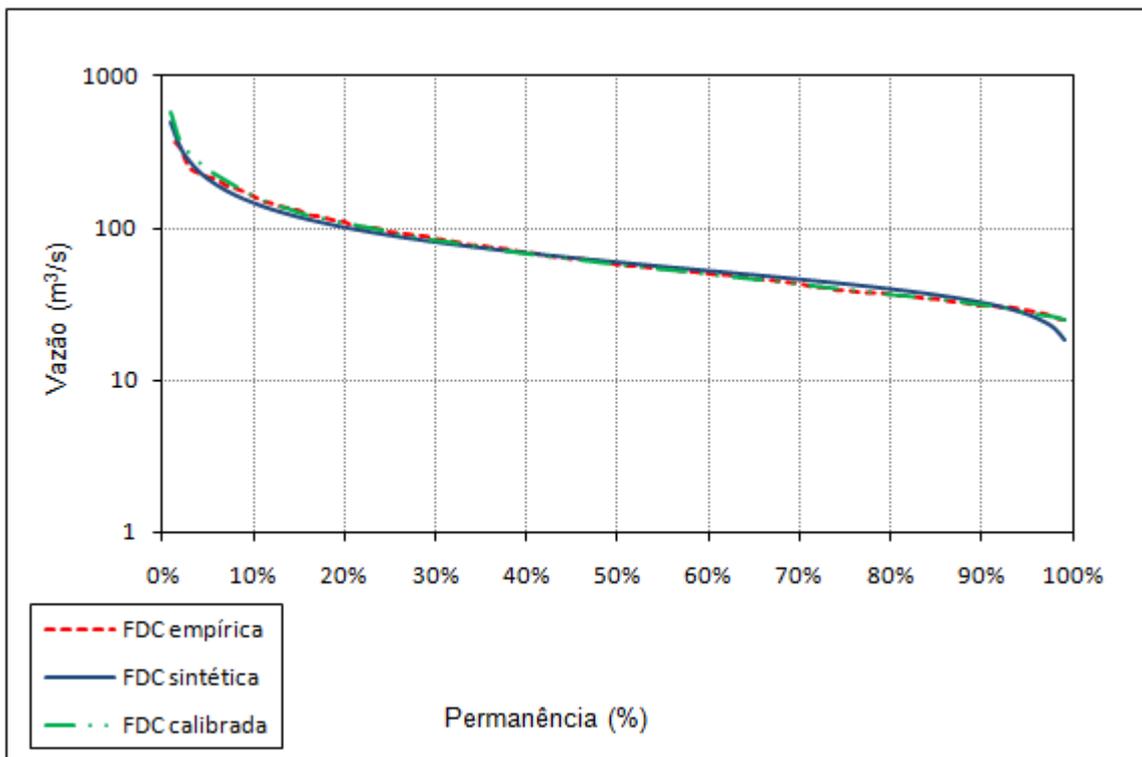


Figura P 4.15 – Comparação entre AFDC's calibradas, sintéticas e observadas na estação de Ponte Nove do Paraopeba (40800000-1) no período 01/10/1992 a 30/09/1998

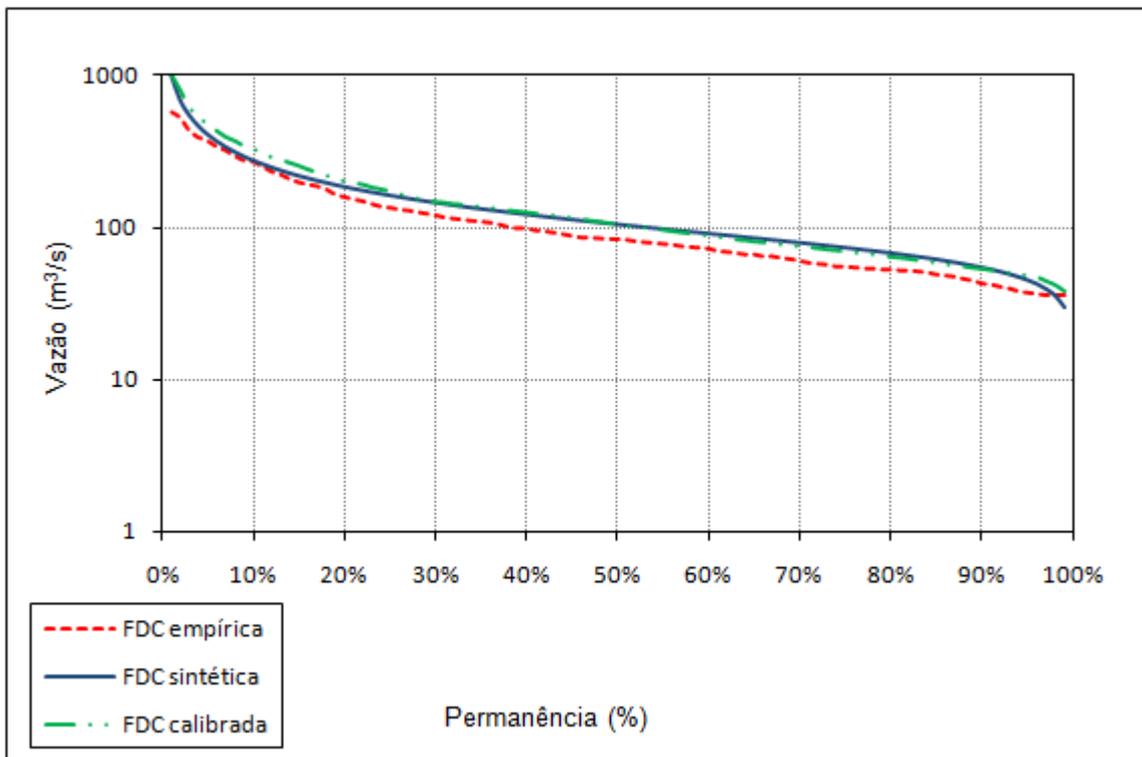


Figura P 4.16 – Comparação entre AFDC's calibradas, sintéticas e observadas na estação de Porto do Mesquita (40865001) no período 01/10/1992 a 30/09/1998

### P 4.3 – Hidrogramas calibrados versus hidrogramas observados

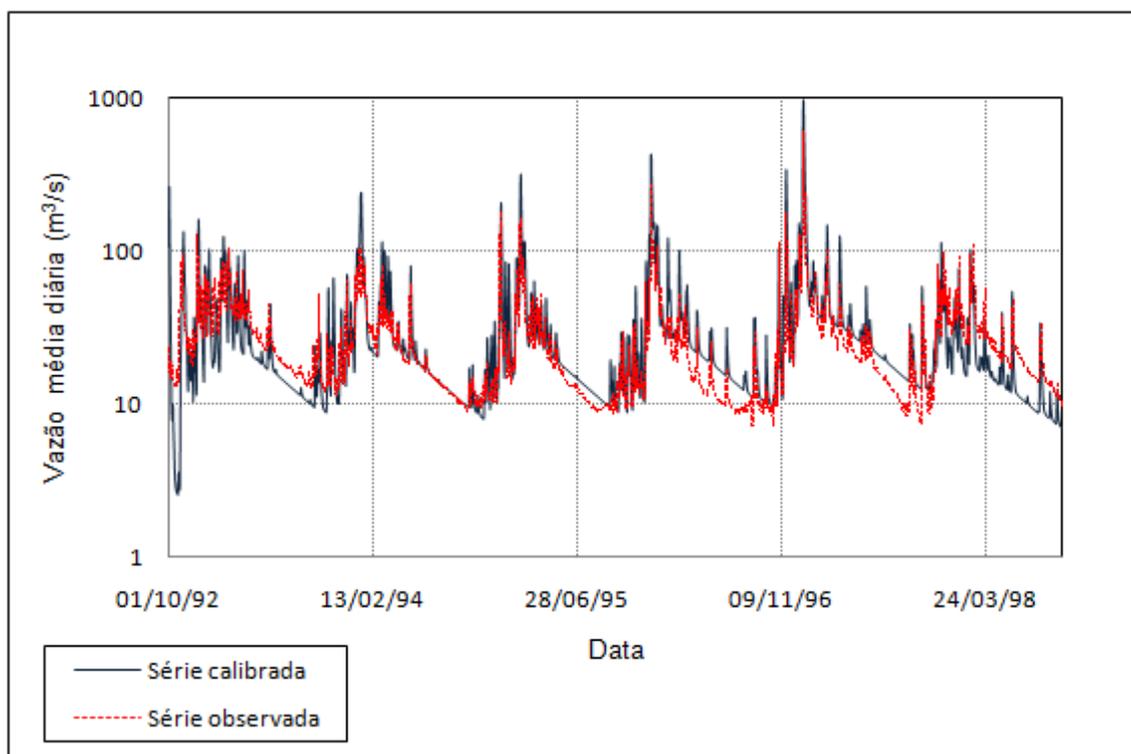


Figura P 4.17 – Hidrogramas observado e calibrado com curvas de permanência de longo termo na estação de Ponte do Vilela (40130001-2)

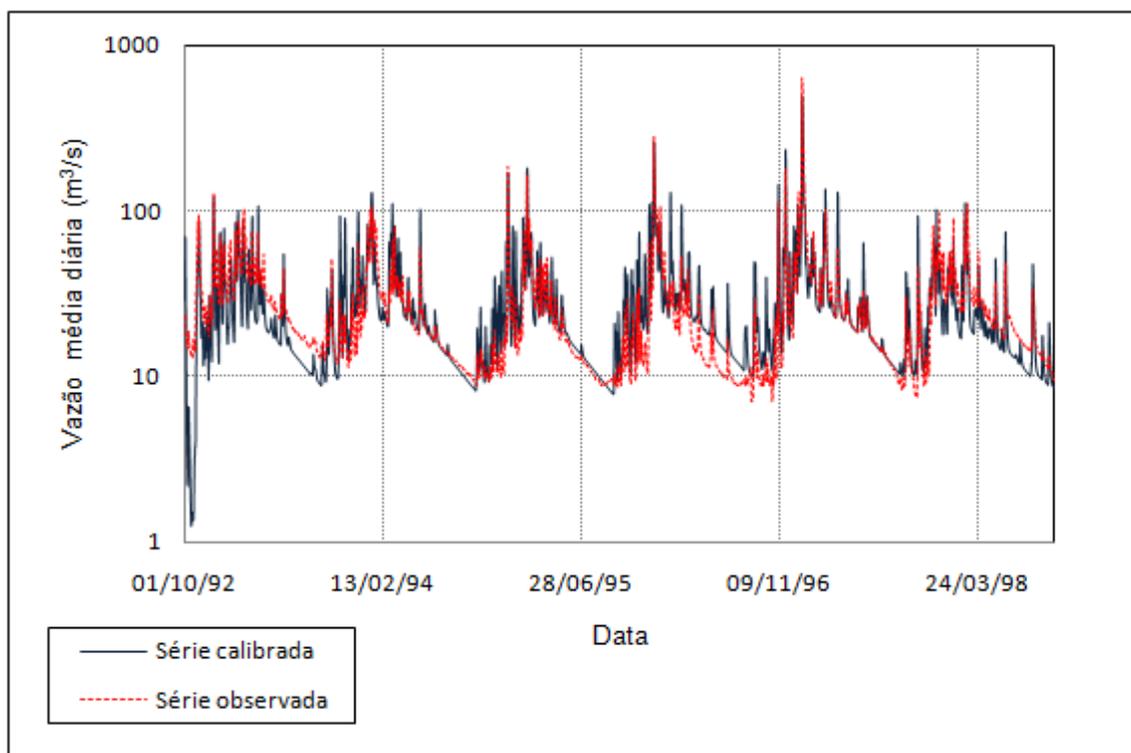


Figura P 4.17 – Hidrogramas observado e calibrado com curvas de permanência anuais medianas na estação de Ponte do Vilela (40130001-2)

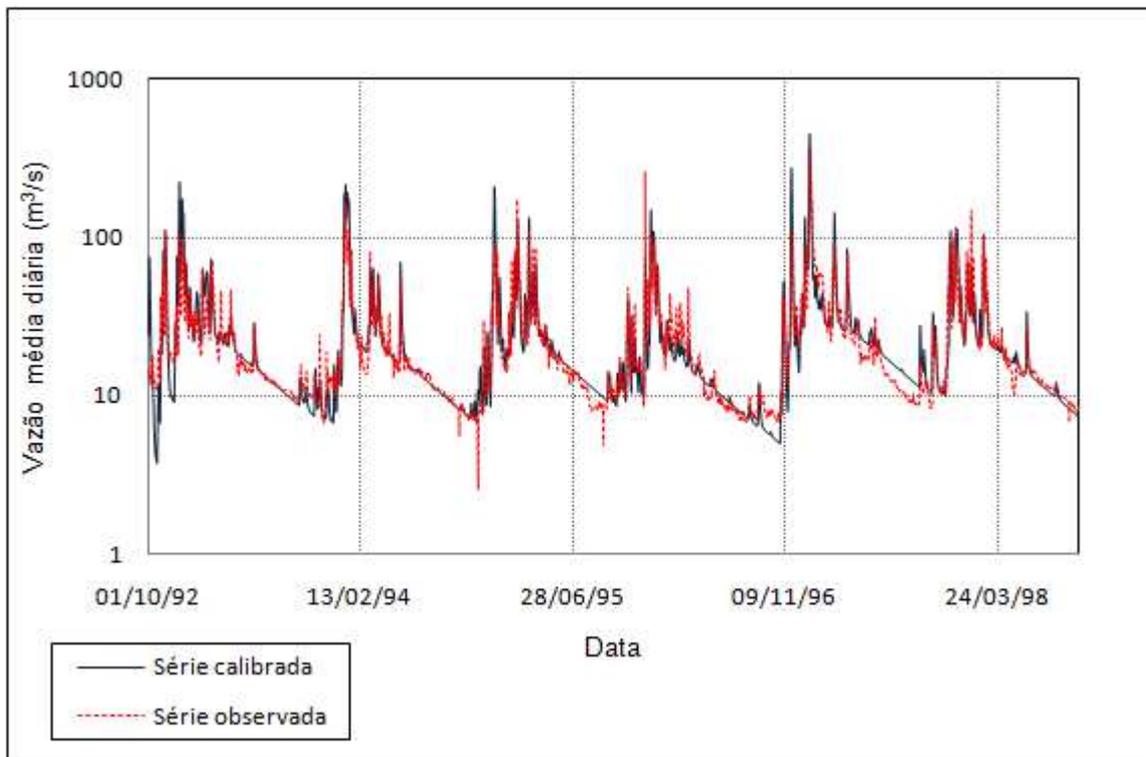


Figura P 4.19 – Hidrogramas observado e calibrado com curvas de permanência de longo termo na estação de Jaguaruna (40300001)

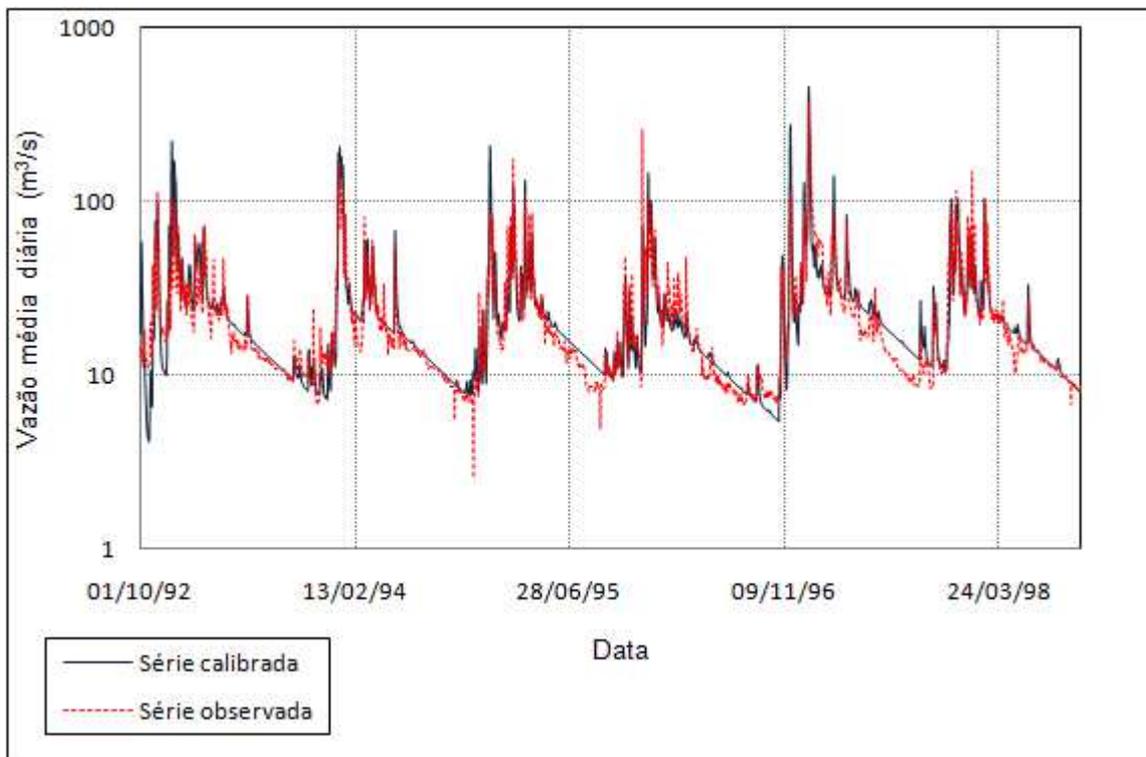


Figura P 4.20 – Hidrogramas observado e calibrado com curvas de permanência anuais medianas na estação de Jaguaruna (40300001)

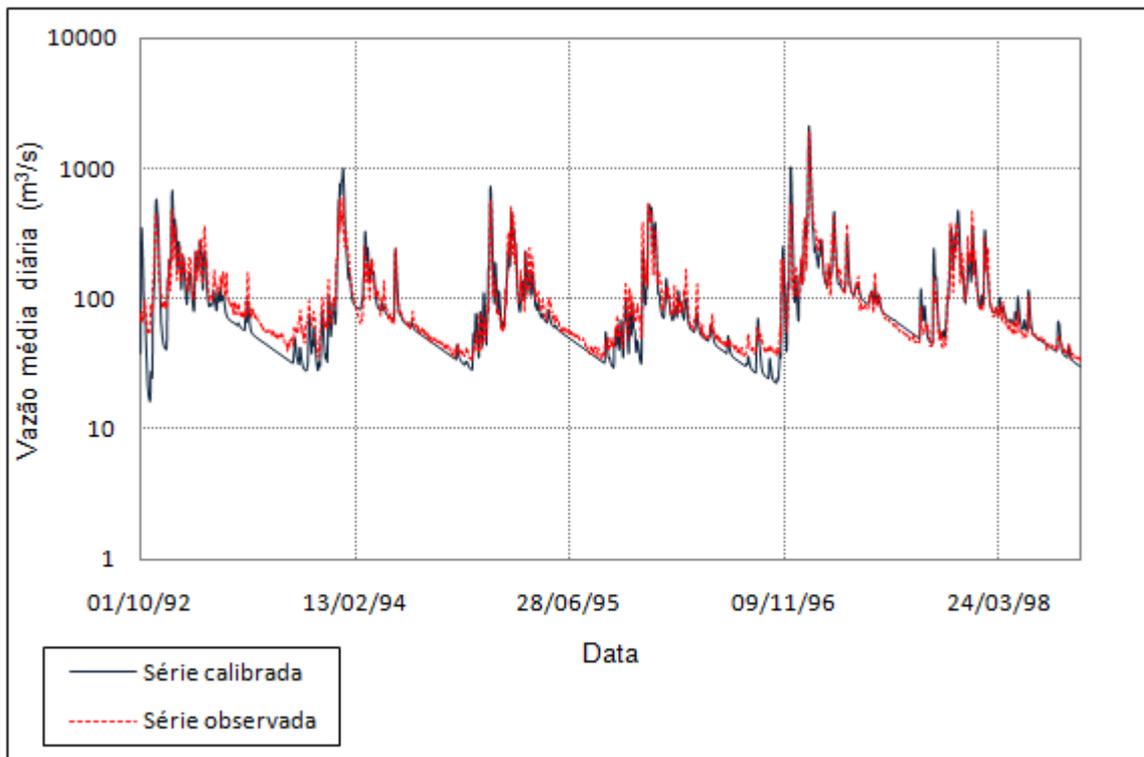


Figura P 4.21 – Hidrogramas observado e calibrado com curvas de permanência de longo termo na estação de Velho da Taipa (40330000)

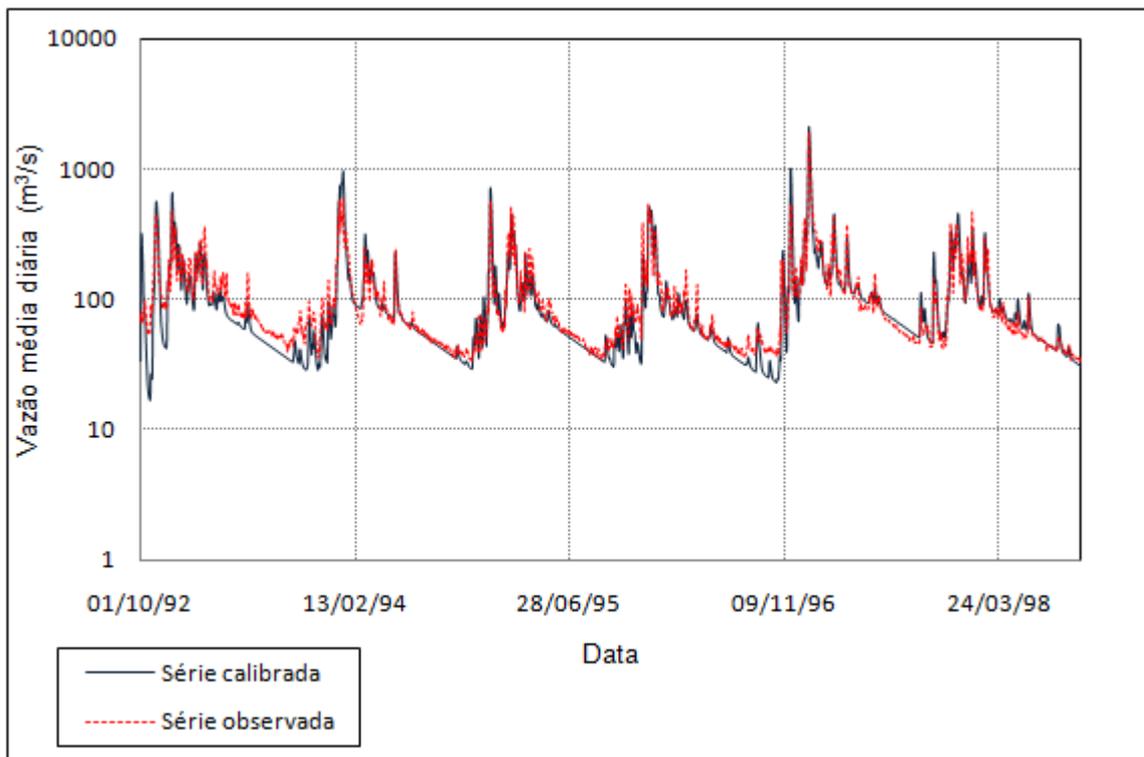


Figura P 4.22 – Hidrogramas observado e calibrado com curvas de permanência anuais medianas na estação de Velho da Taipa (40330000)

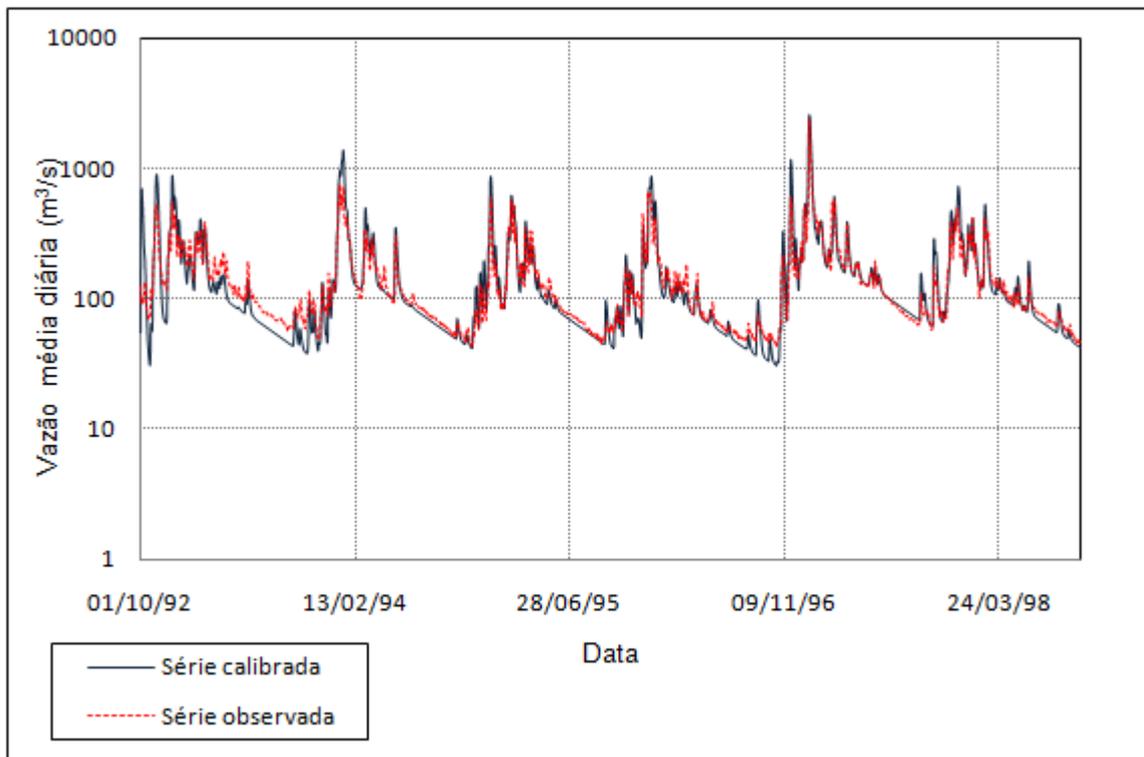


Figura P 4.23 – Hidrogramas observado e calibrado com curvas de permanência de longo termo na estação de Porto Pará (40450001)

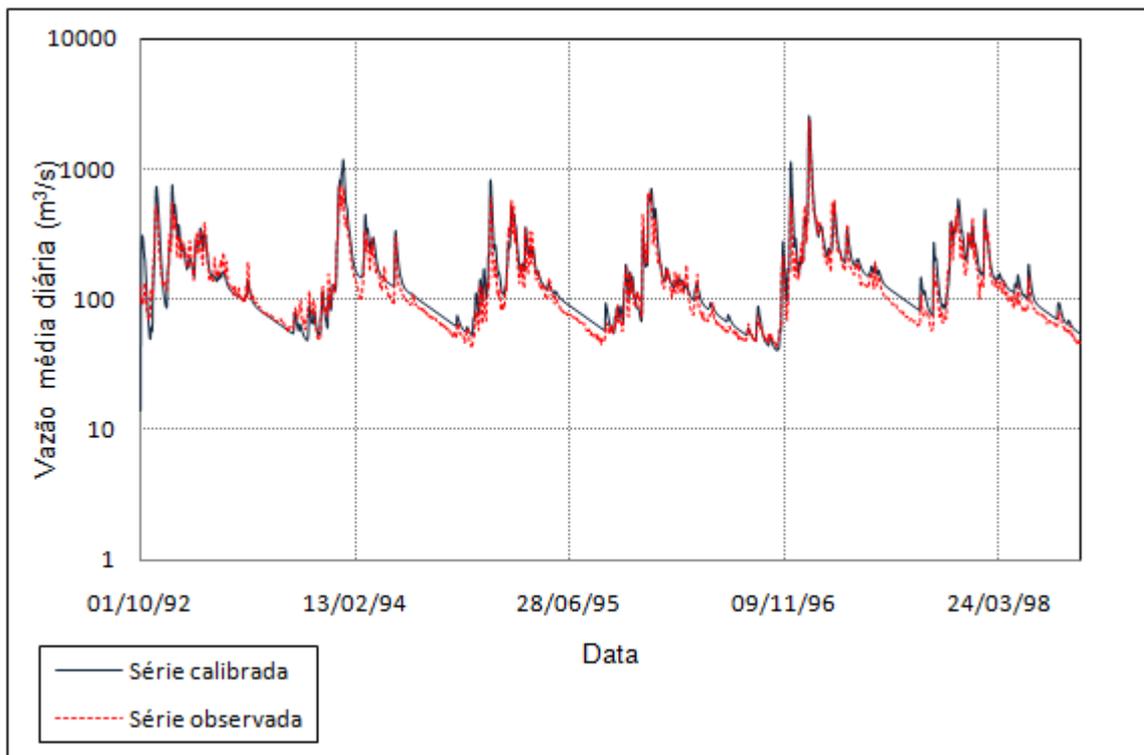


Figura P 4.24 – Hidrogramas observado e calibrado com curvas de permanência anuais medianas na estação de Porto Pará (40450001)

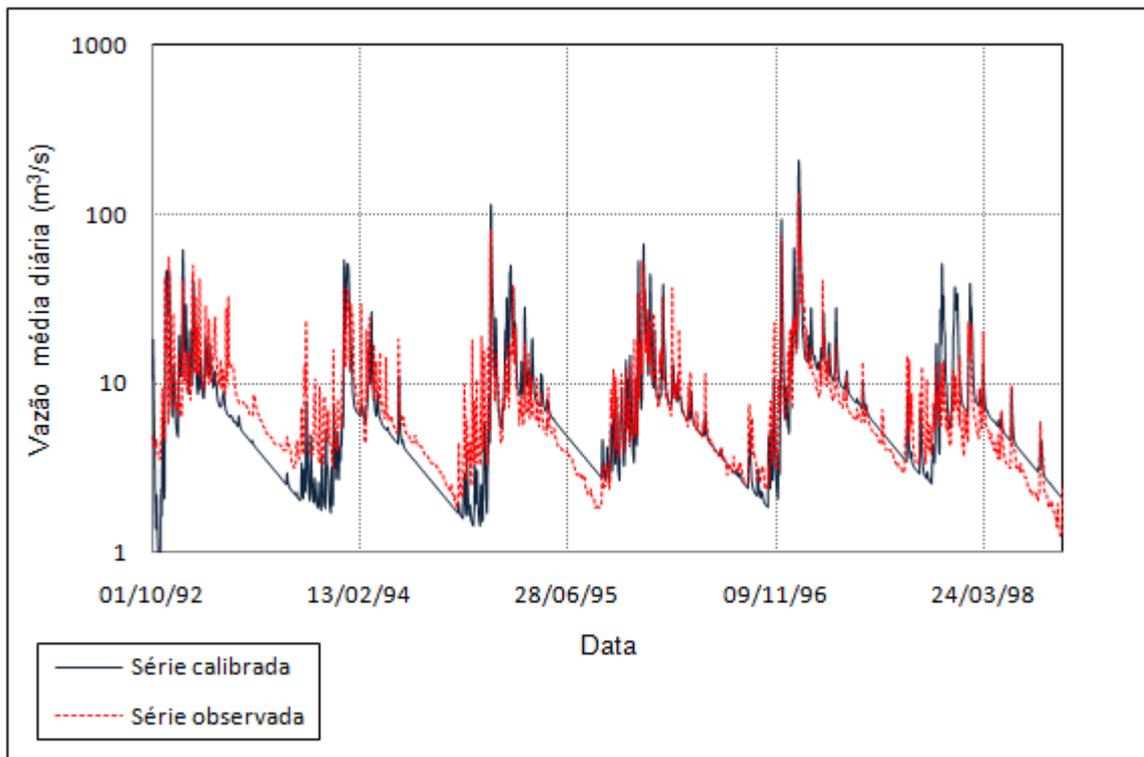


Figura P 4.25 – Hidrogramas observado e calibrado com curvas de permanência de longo termo na estação de São Brás do Suaçui Montante (40549998)

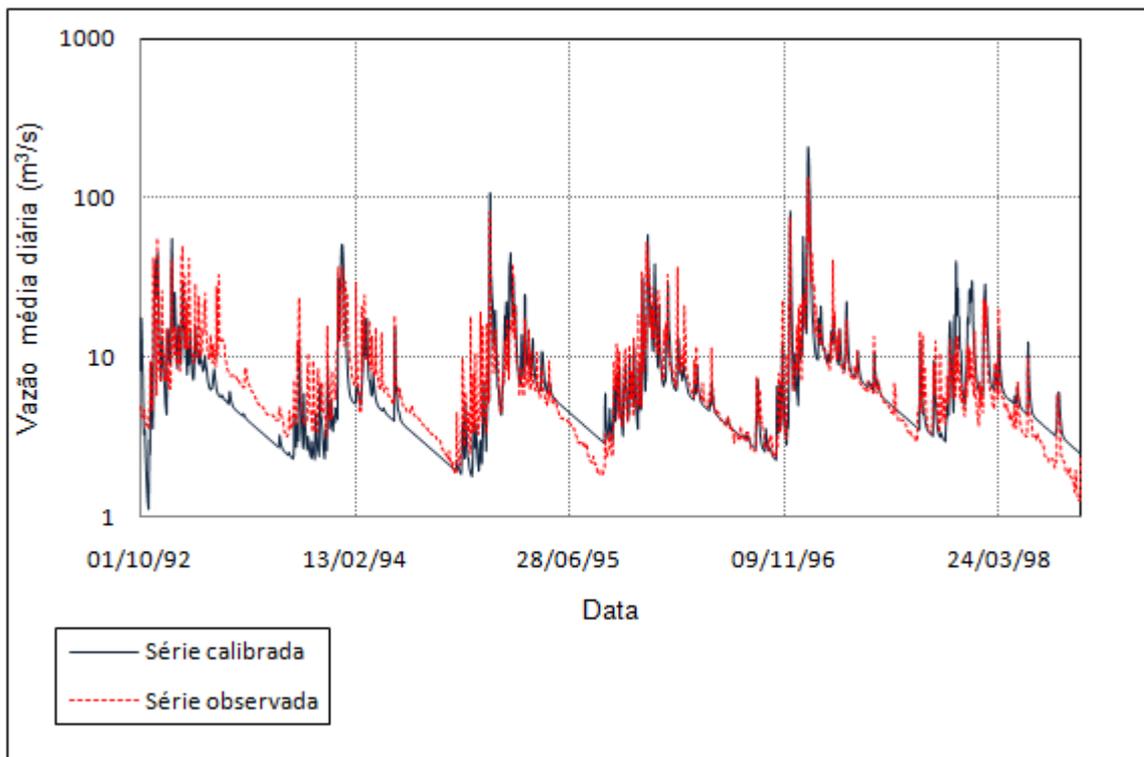


Figura P 4.26 – Hidrogramas observado e calibrado com curvas de permanência de anuais medianas na estação de São Brás do Suaçui Montante (40549998)

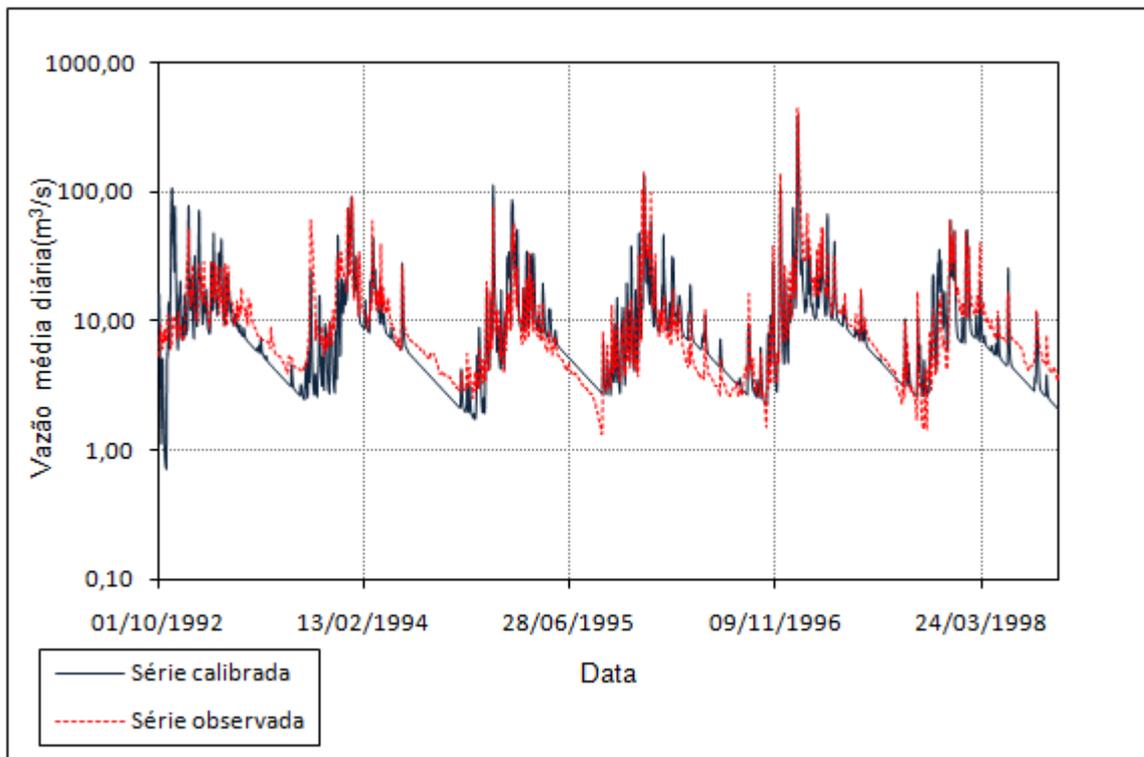


Figura P 4.27 – Hidrogramas observado e calibrado com curvas de permanência de longo termo na estação de Entre Rios de Minas (40680000)

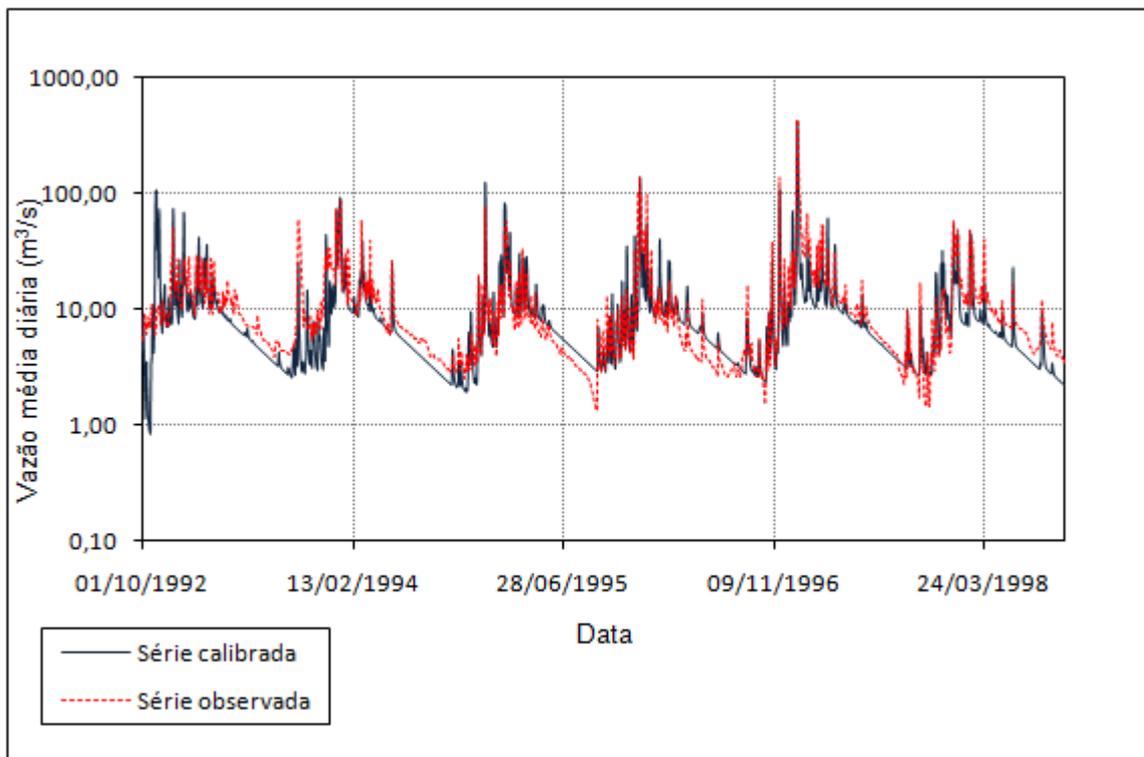


Figura P 4.28 – Hidrogramas observado e calibrado com curvas de permanência anuais medianas na estação de Entre Rios de Minas (40680000)

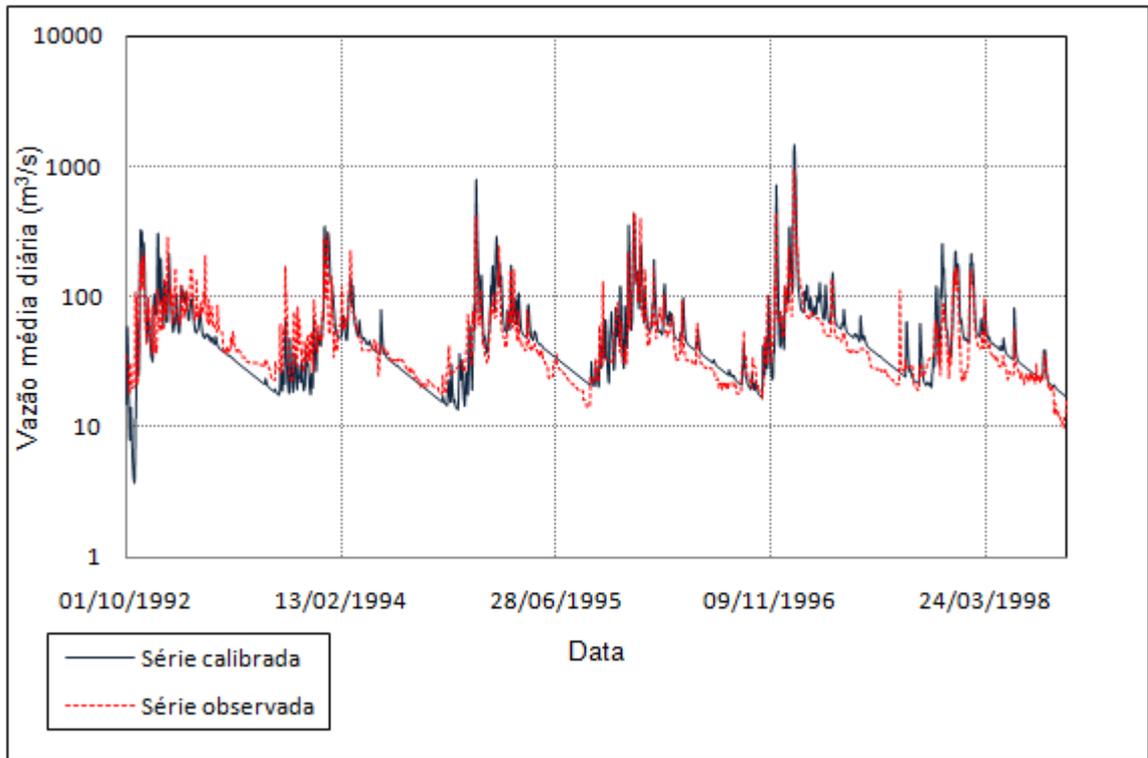


Figura P 4.29 – Hidrogramas observado e calibrado com curvas de permanência de longo termo na estação de Belo Vale (40710000)

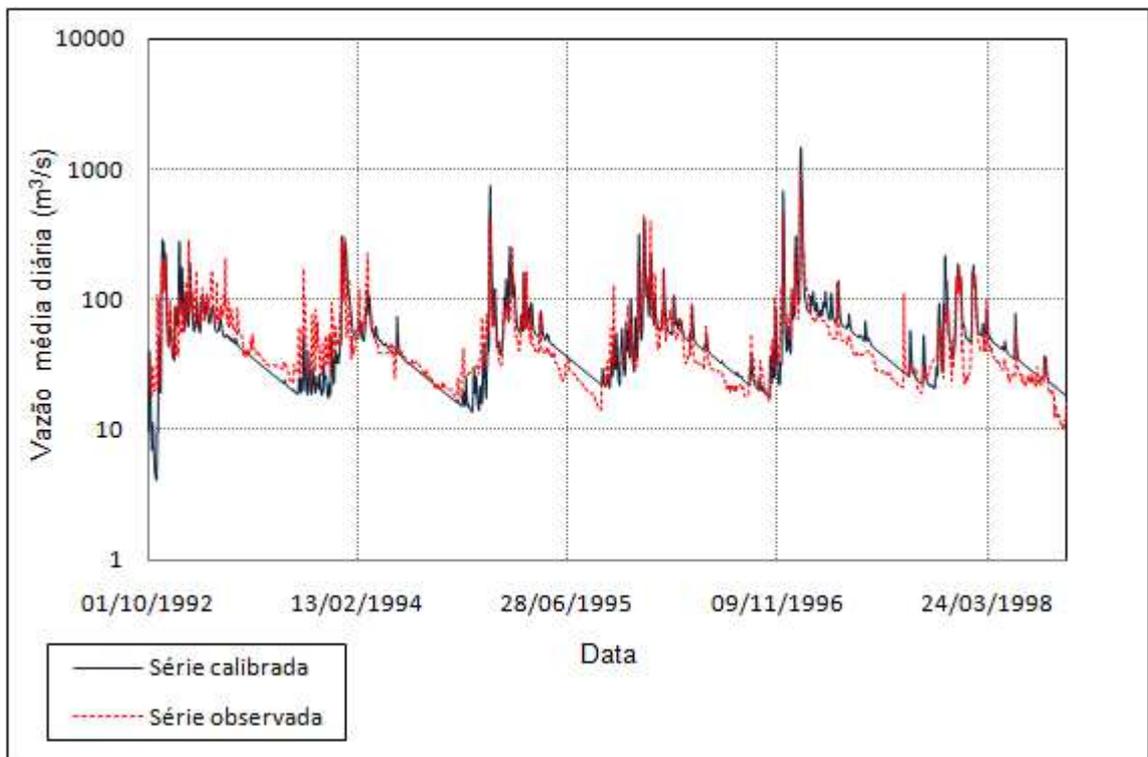


Figura P 4.30 – Hidrogramas observado e calibrado com curvas de permanência anuais medianas na estação de Belo Vale (40710000)

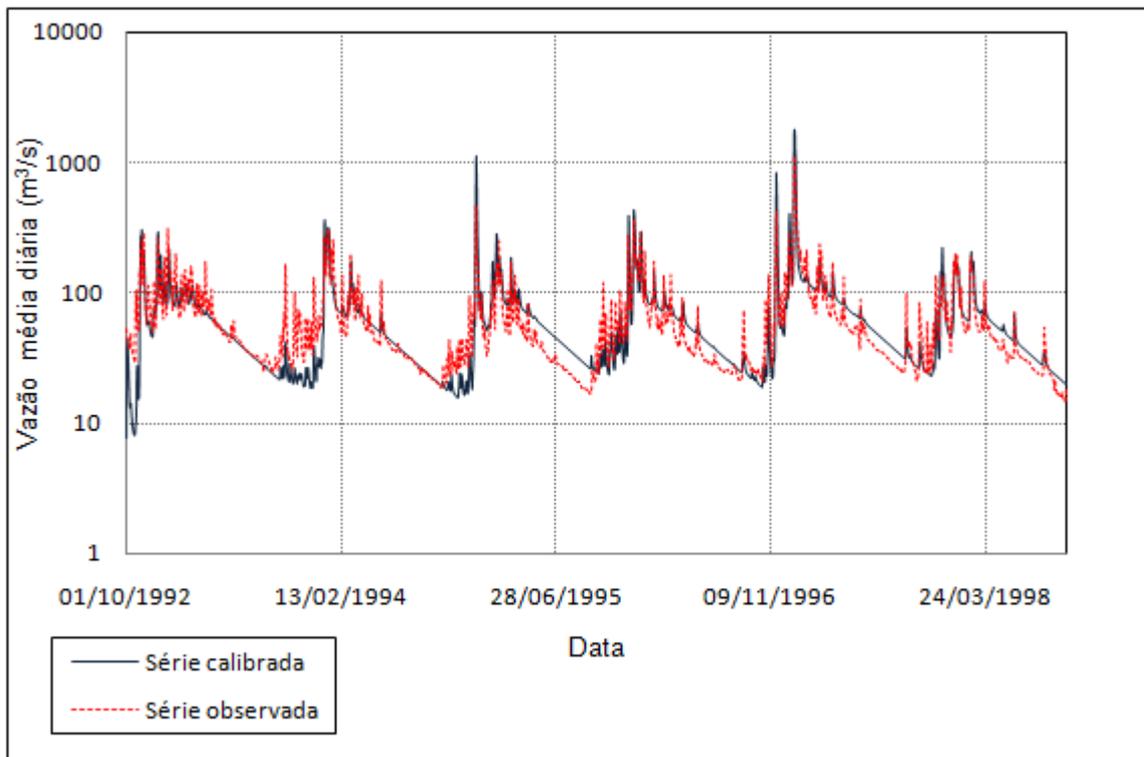


Figura P 4.31 – Hidrogramas observado e calibrado com curvas de permanência de longo termo na estação de Alberto Flores (40740000)

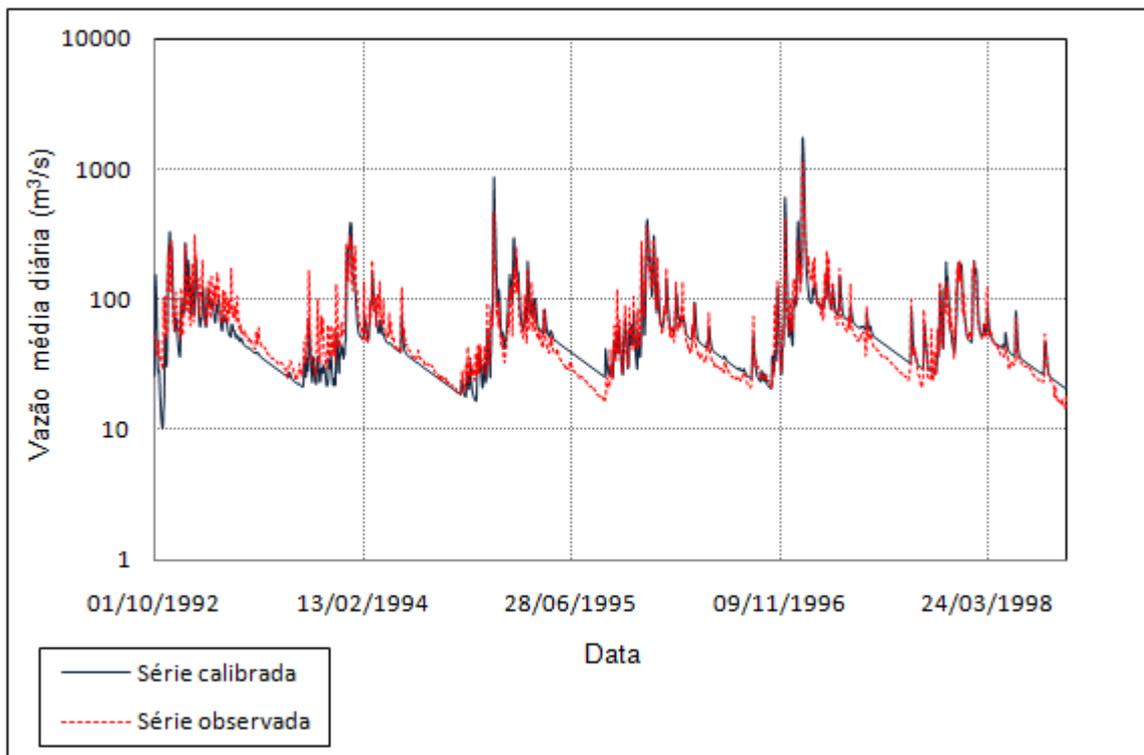


Figura P 4.32 – Hidrogramas observado e calibrado com curvas de permanência anuais medianas na estação de Alberto Flores (40740000)

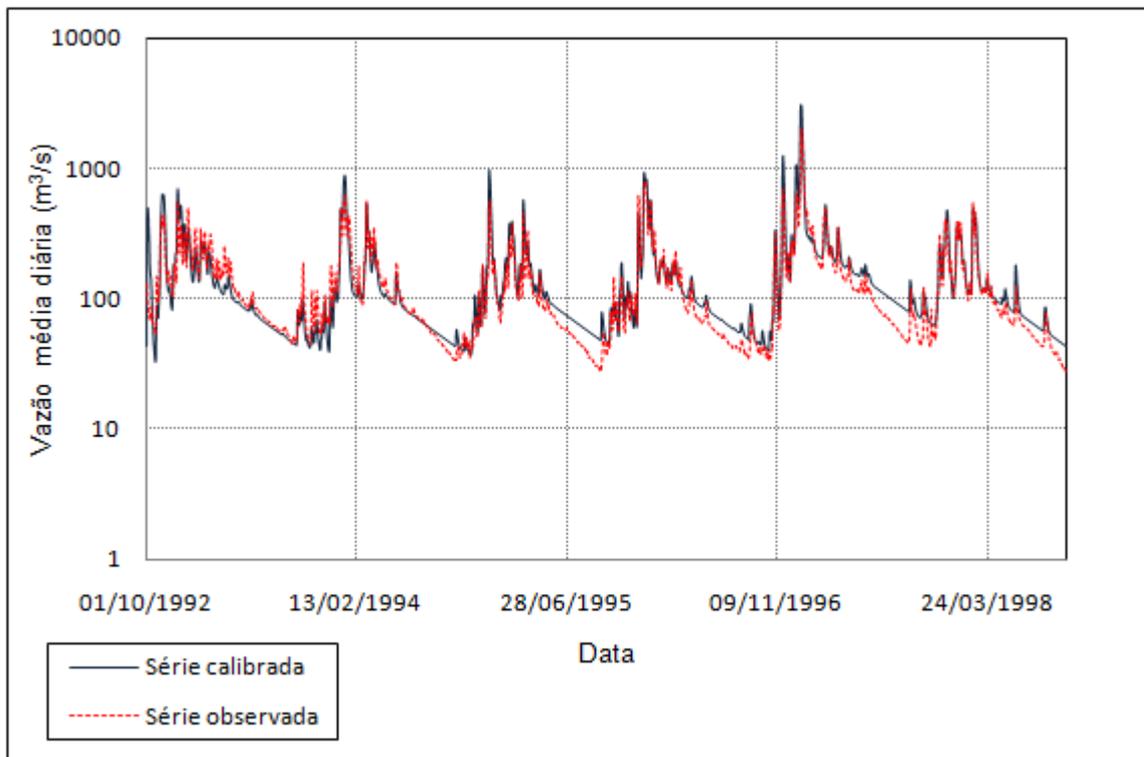


Figura P 4.33 – Hidrogramas observado e calibrado com curvas de permanência de longo termo na estação de Porto do Mesquita (40865001)

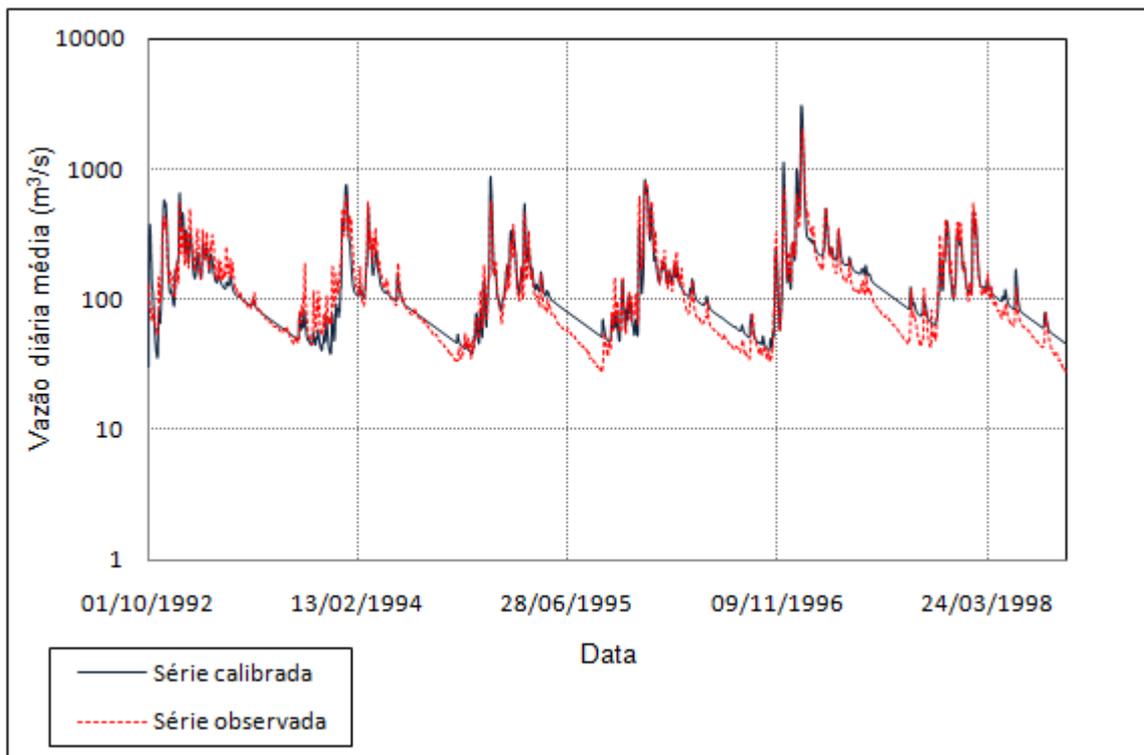


Figura P 4.34 – Hidrogramas observado e calibrado com curvas de permanência anuais medianas na estação de Porto do Mesquita (40865001)

**P 4.4 – Vazões calibradas versus vazões observadas**

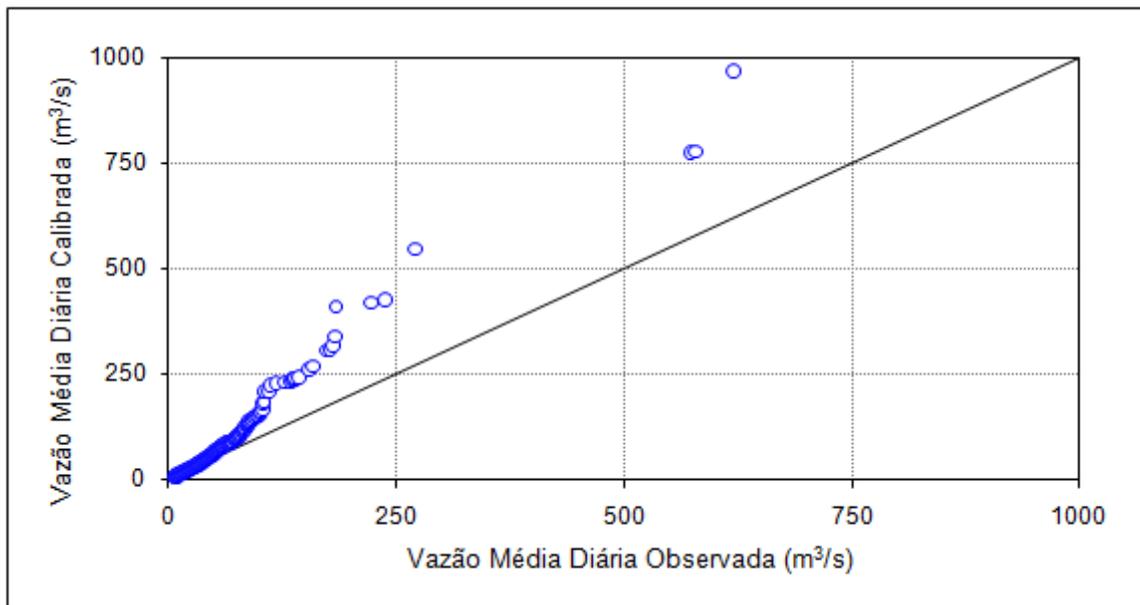


Figura P 4.35 – Vazões calibradas a partir de curvas de permanência de longo termo versus vazões observadas na estação de Ponte do Vilela (40130001-2)

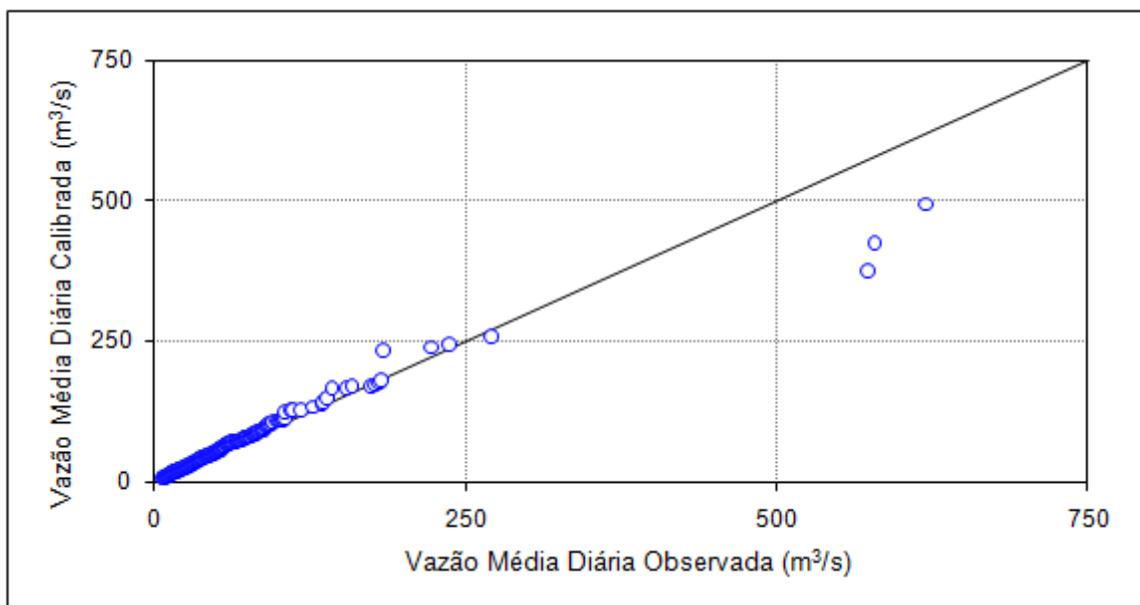


Figura P 4.36 – Vazões calibradas a partir de curvas de permanência anuais medianas versus vazões observadas na estação de Ponte do Vilela (40130001-2)

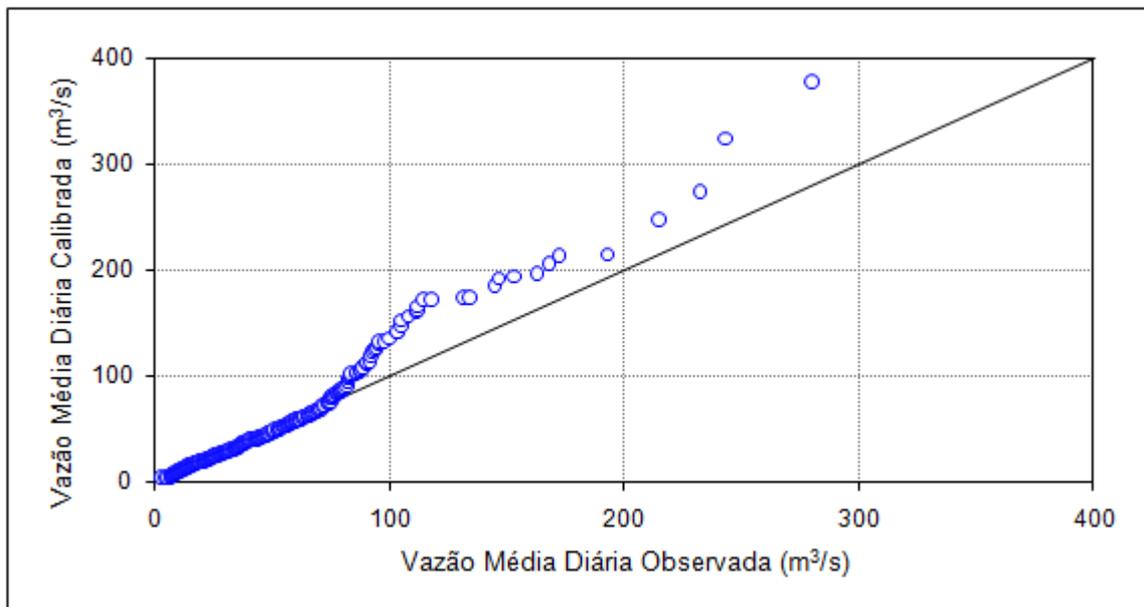


Figura P 4.37 – Vazões calibradas a partir de curvas de permanência de longo termo *versus* vazões observadas na estação de Jaguaruna (40300001)

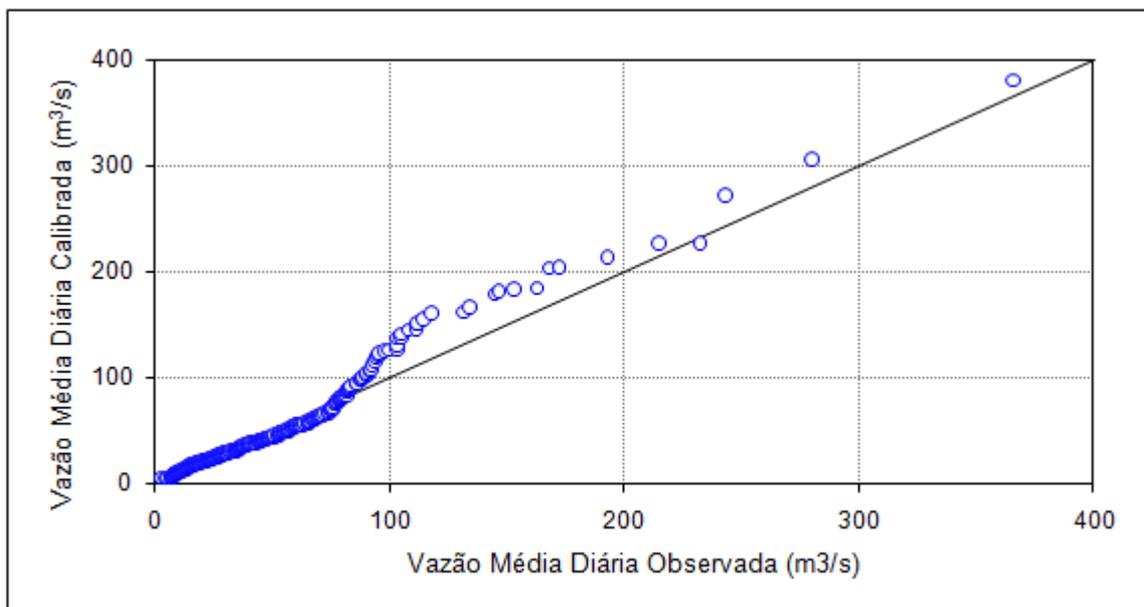


Figura P 4.38 – Vazões calibradas a partir de curvas de permanência anuais medianas *versus* vazões observadas na estação de Jaguaruna (40300001)

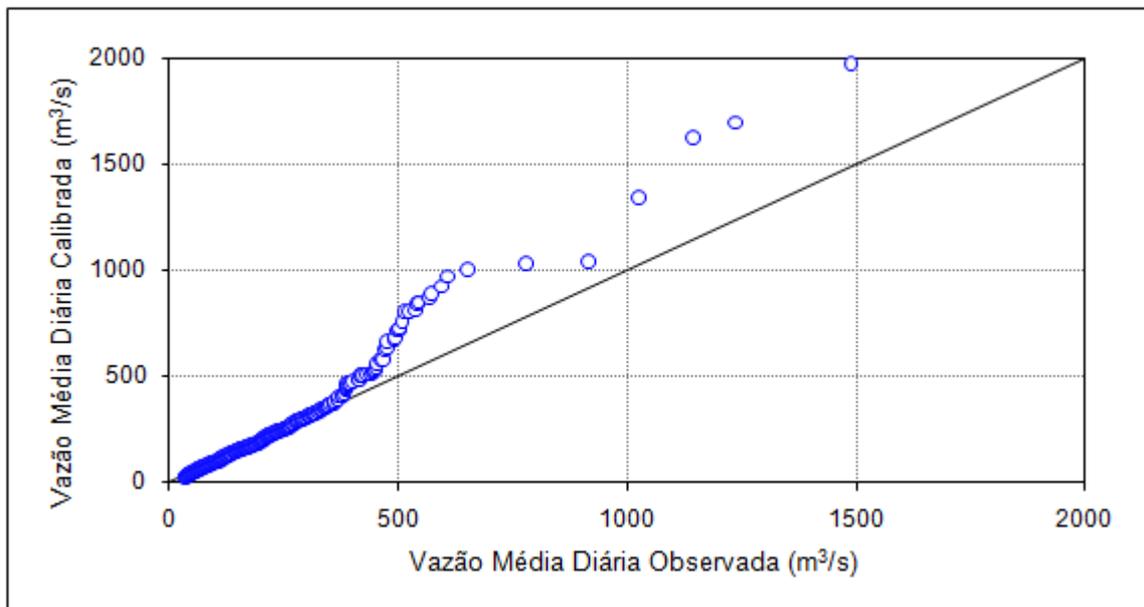


Figura P 4.39 – Vazões calibradas a partir de curvas de permanência de longo termo *versus* vazões observadas na estação de Velho da Taipa (40330000)

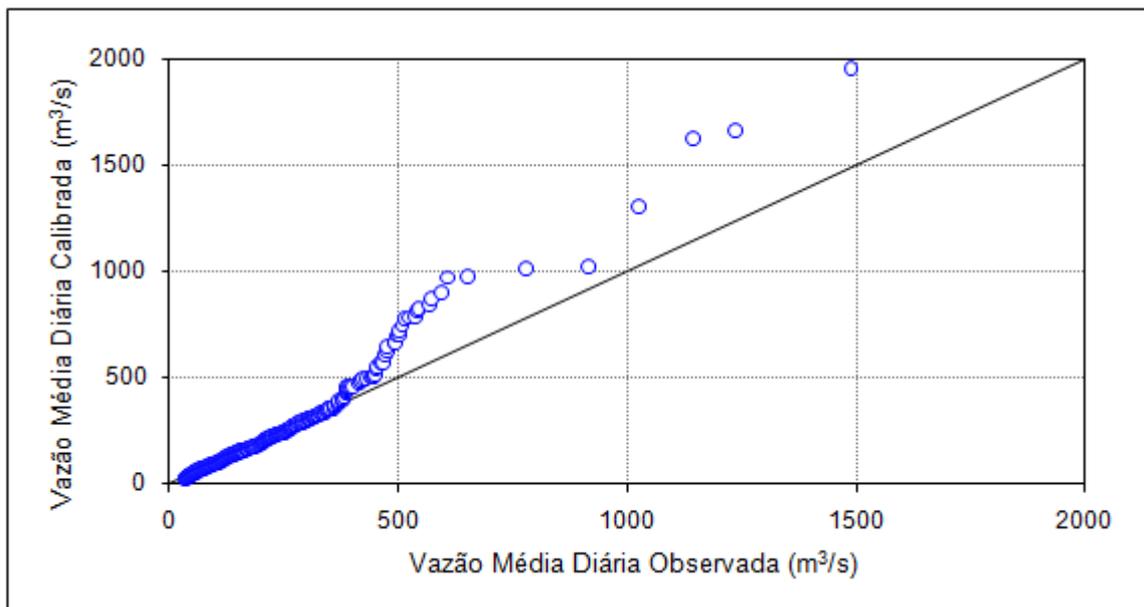


Figura P 4.40 – Vazões calibradas a partir de curvas de permanência anuais medianas *versus* vazões observadas na estação de Velho da Taipa (40330000)

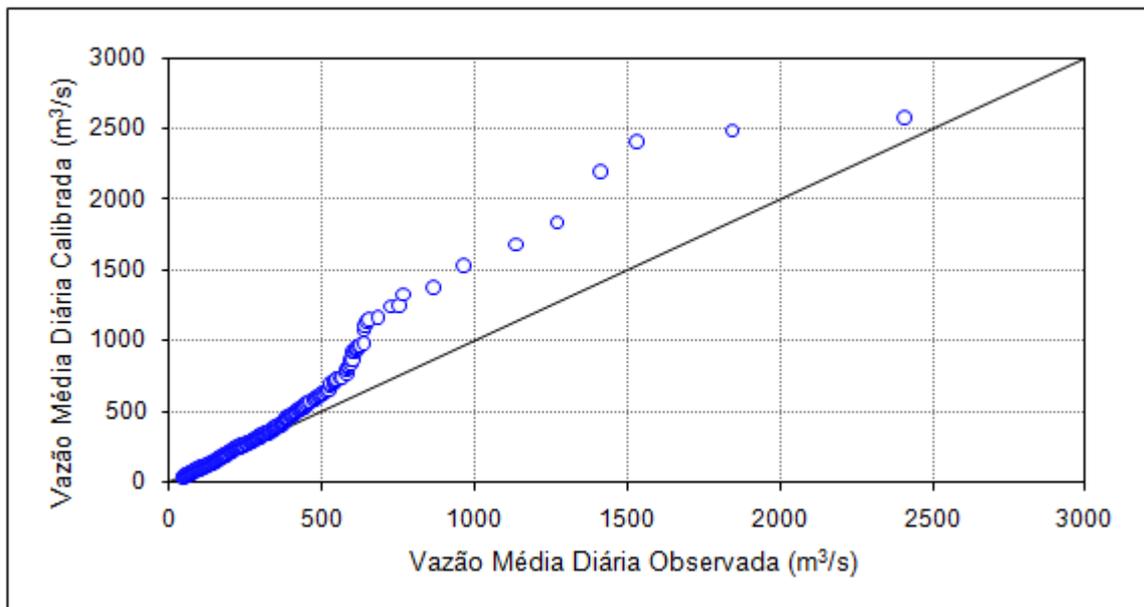


Figura P 4.41 – Vazões calibradas a partir de curvas de permanência de longo termo *versus* vazões observadas na estação de Porto Pará (40450001)

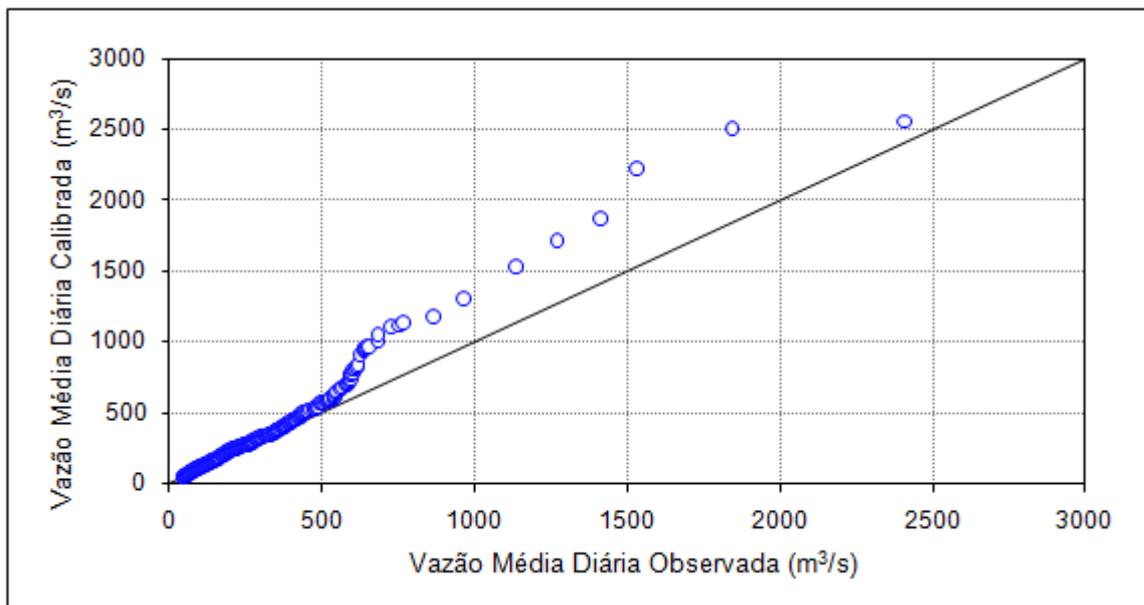


Figura P 4.42 – Vazões calibradas a partir de curvas de permanência anuais medianas *versus* vazões observadas na estação de Porto Pará (40450001)

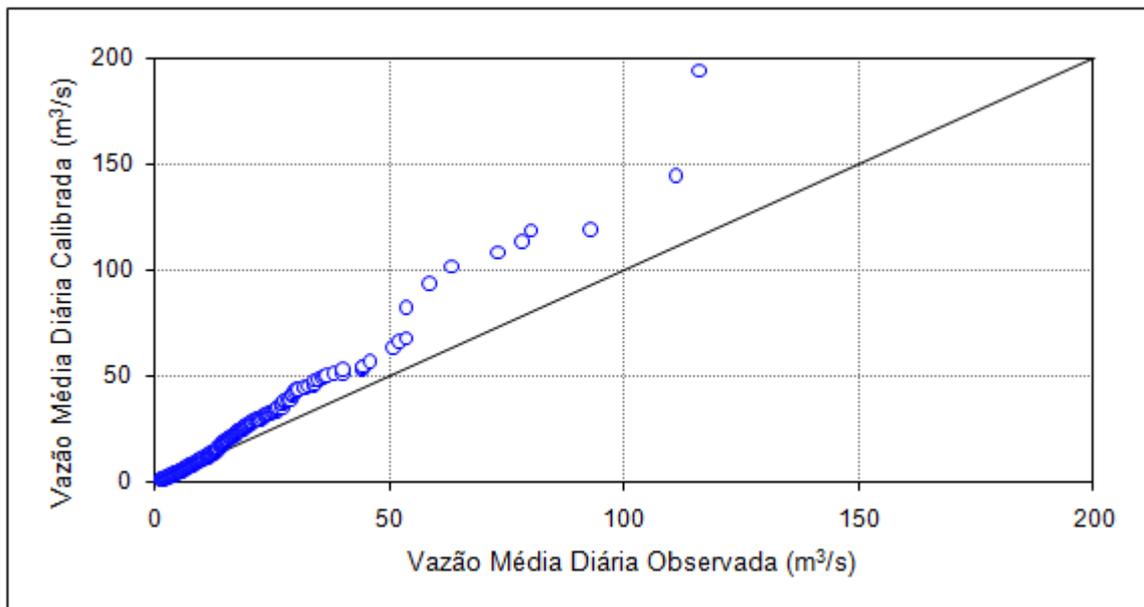


Figura P 4.43 – Vazões calibradas a partir de curvas de permanência de longo termo *versus* vazões observadas na estação de São Brás do Suaçui Montante (40549998)

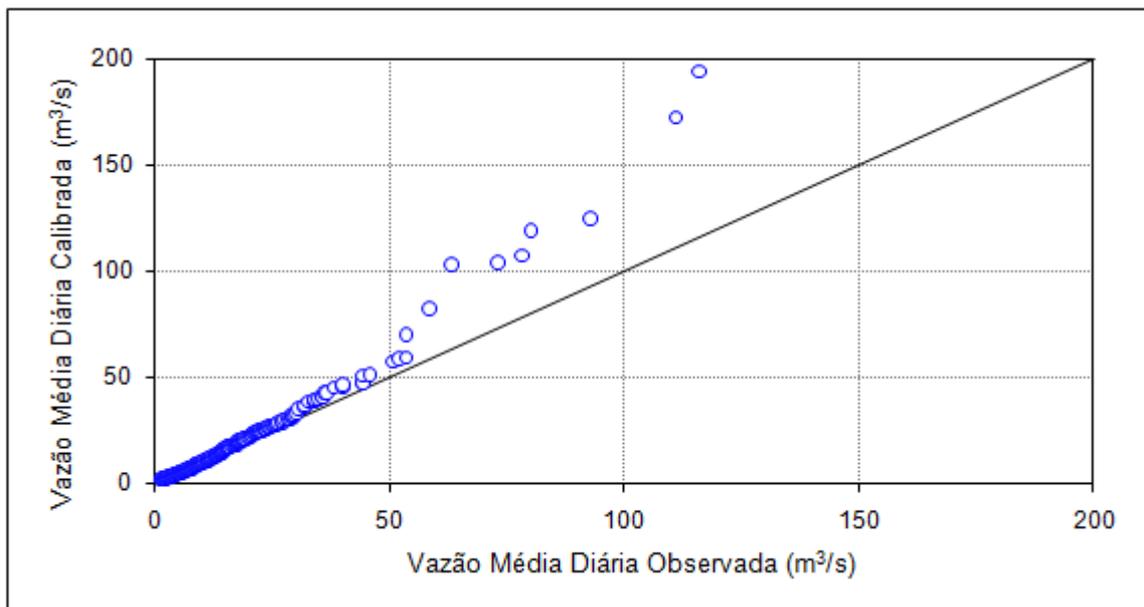


Figura P 4.44 – Vazões calibradas a partir de curvas de permanência anuais medianas *versus* vazões observadas na estação de São Brás do Suaçui Montante (40549998)

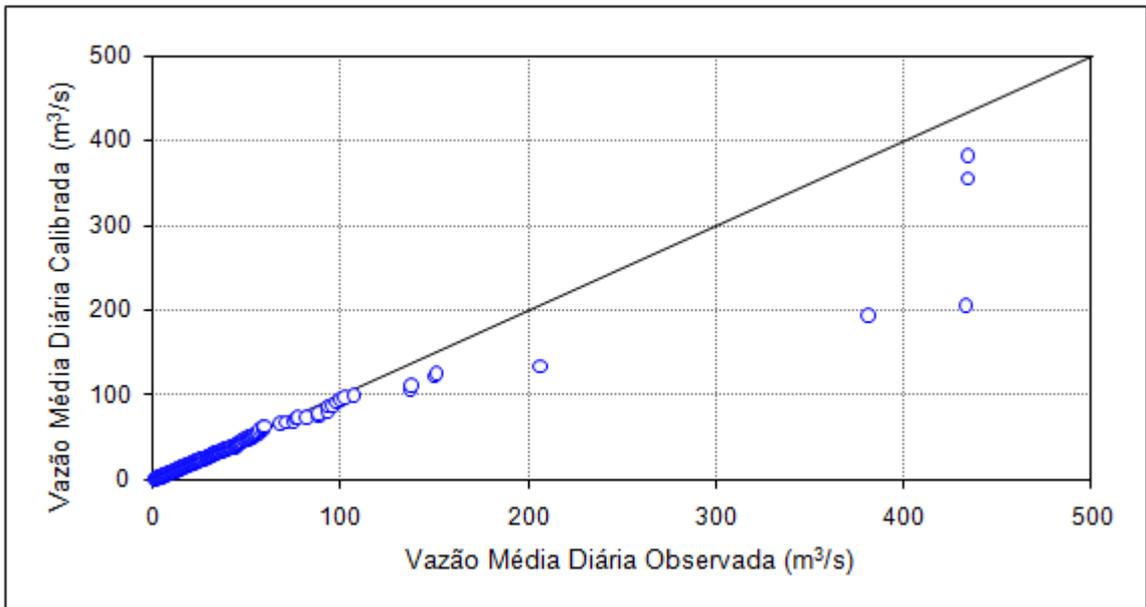


Figura P 4.45 – Vazões calibradas a partir de curvas de permanência de longo termo *versus* vazões observadas na estação de Entre Rios de Minas (40680000)

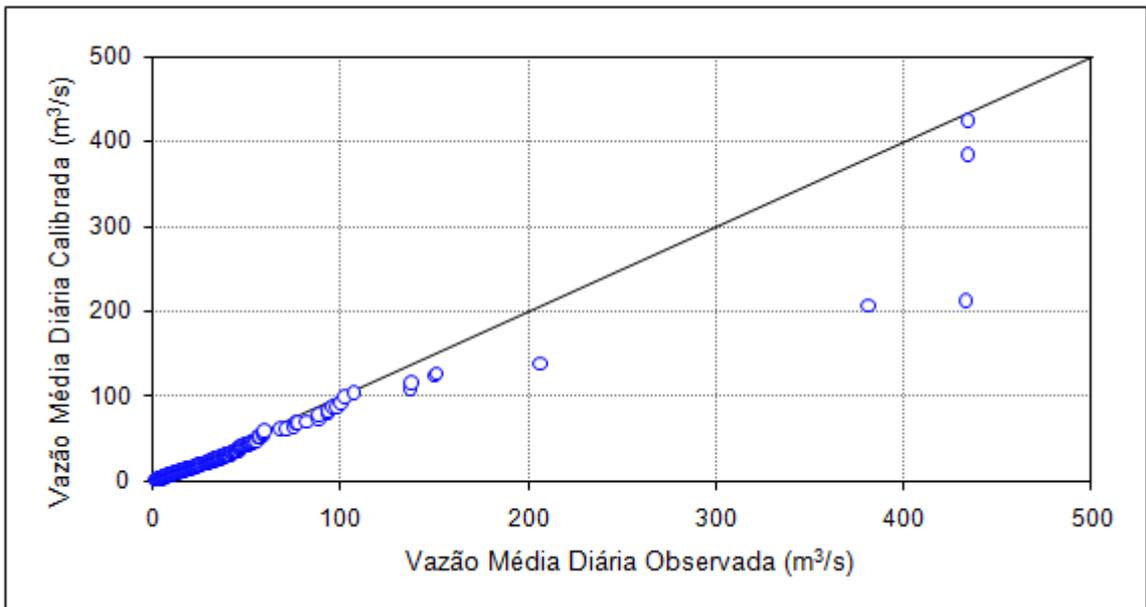


Figura P 4.46 – Vazões calibradas a partir de curvas de permanência anuais *versus* vazões observadas na estação de Entre Rios de Minas (40680000)

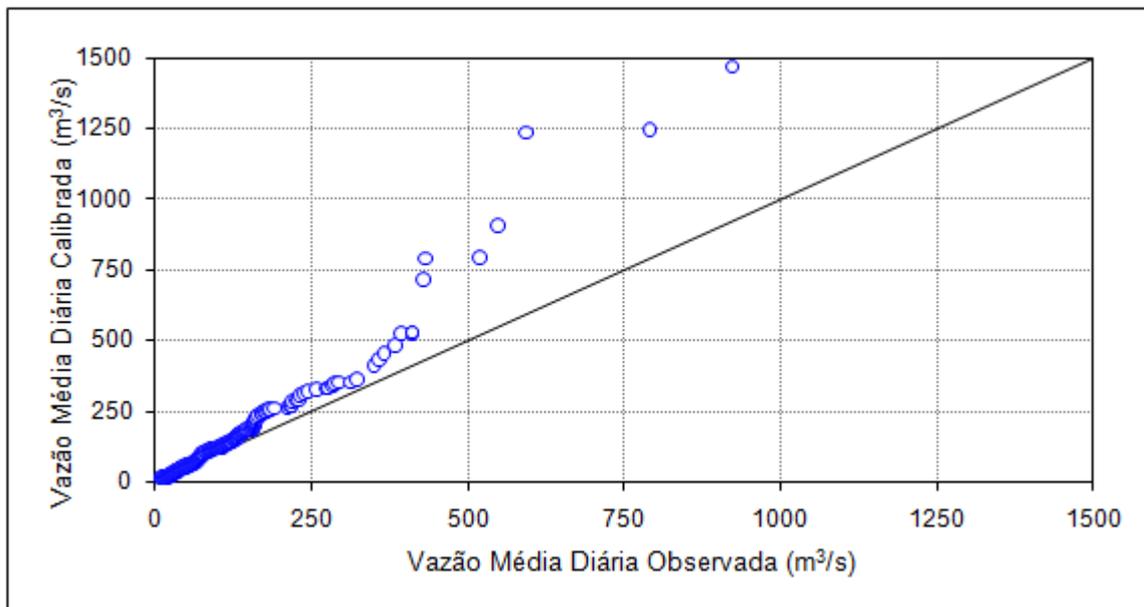


Figura P 4.47 – Vazões calibradas a partir de curvas de permanência de longo termo *versus* vazões observadas na estação de Belo Vale (40710000)

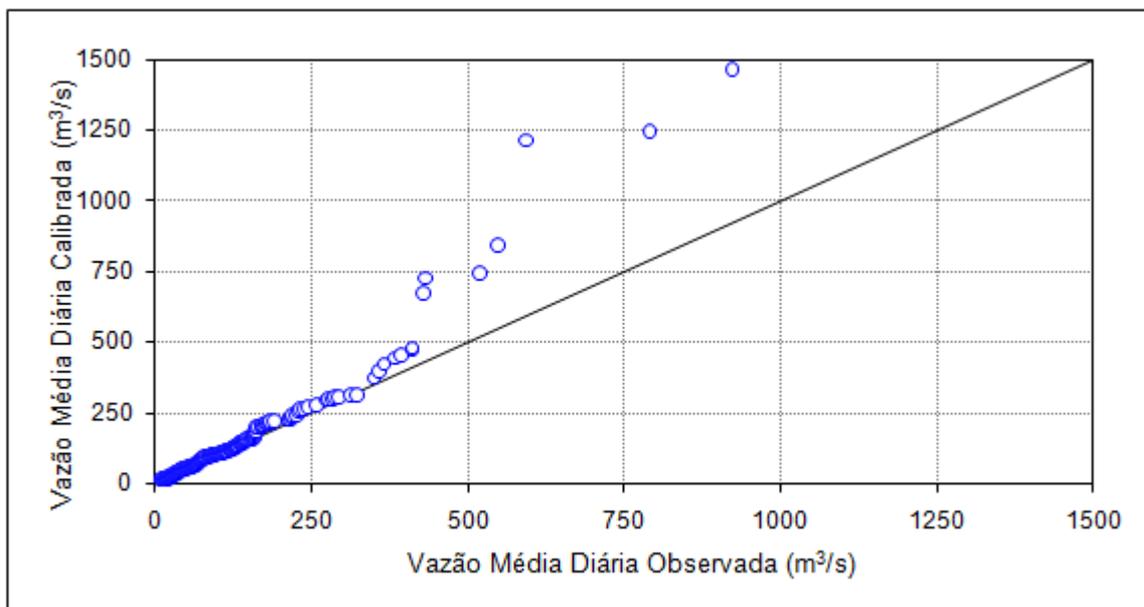


Figura P 4.48 – Vazões calibradas a partir de curvas de permanência anuais medianas *versus* vazões observadas na estação de Belo Vale (40710000)

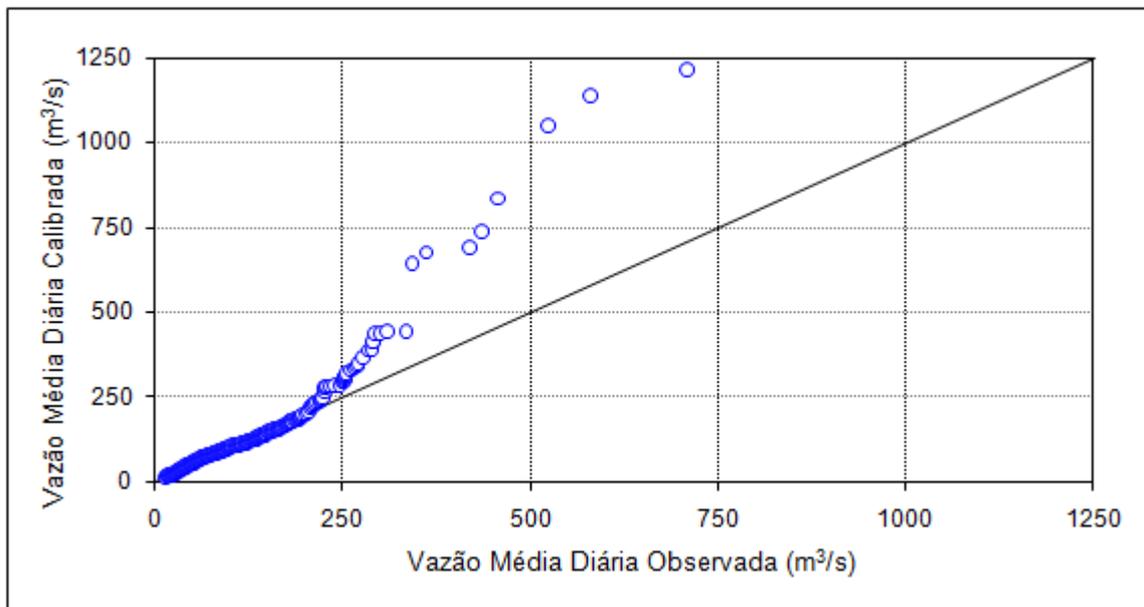


Figura P 4.49 – Vazões calibradas a partir de curvas de permanência de longo termo *versus* vazões observadas na estação de Alberto flores (40740000)

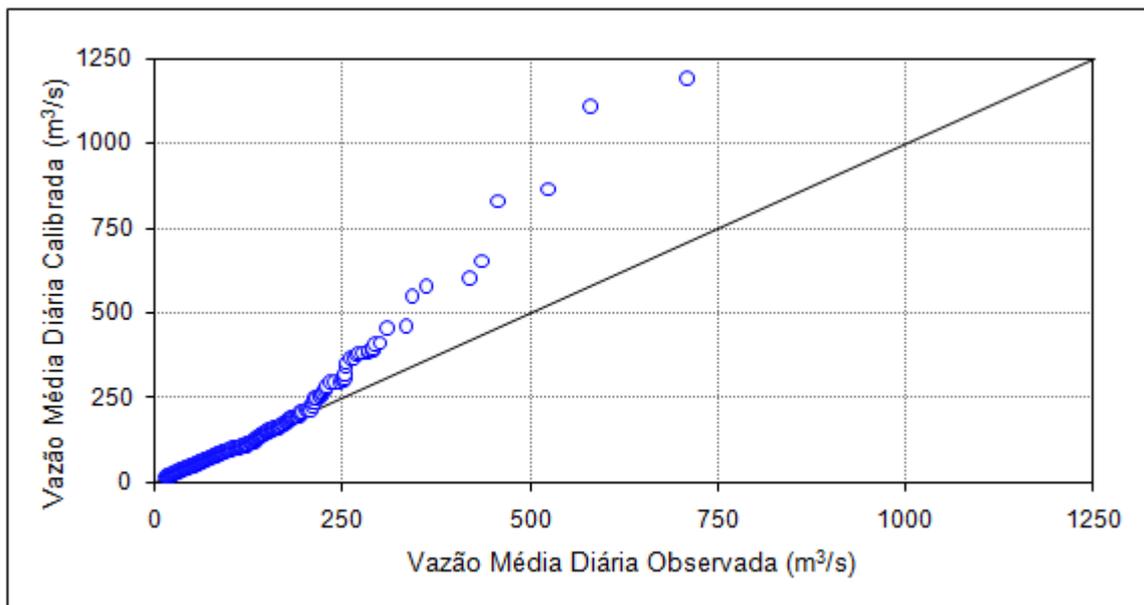


Figura P 4.50 – Vazões calibradas a partir de curvas de permanência anuais medianas *versus* vazões observadas na estação de Alberto flores (40740000)

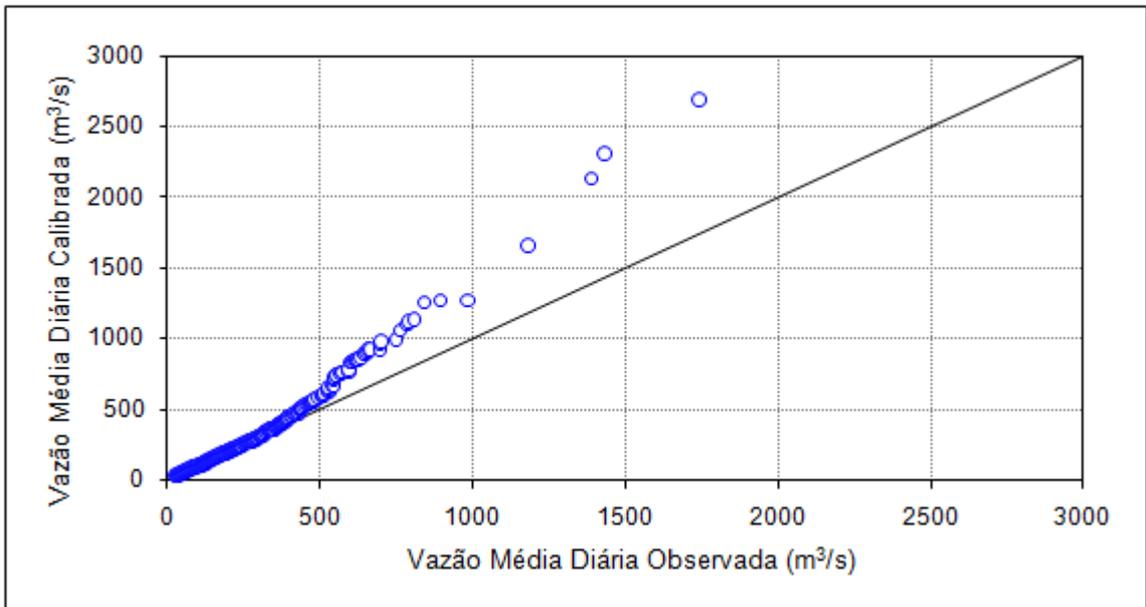


Figura P 4.51 – Vazões calibradas a partir de curvas de permanência de longo termo *versus* vazões observadas na estação de Porto do Mesquita (40865001)

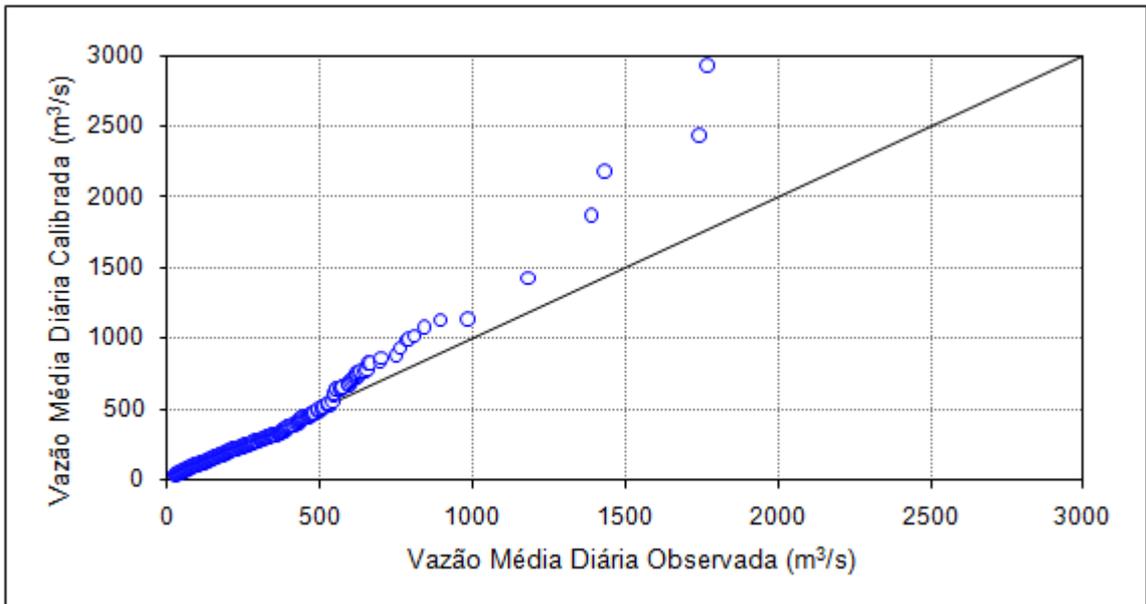


Figura P 4.52 – Vazões calibradas a partir de curvas de permanência anuais medianas *versus* vazões observadas na estação de Porto do Mesquita (40865001)

### P 4.5 – Evolução temporal dos resíduos de calibração

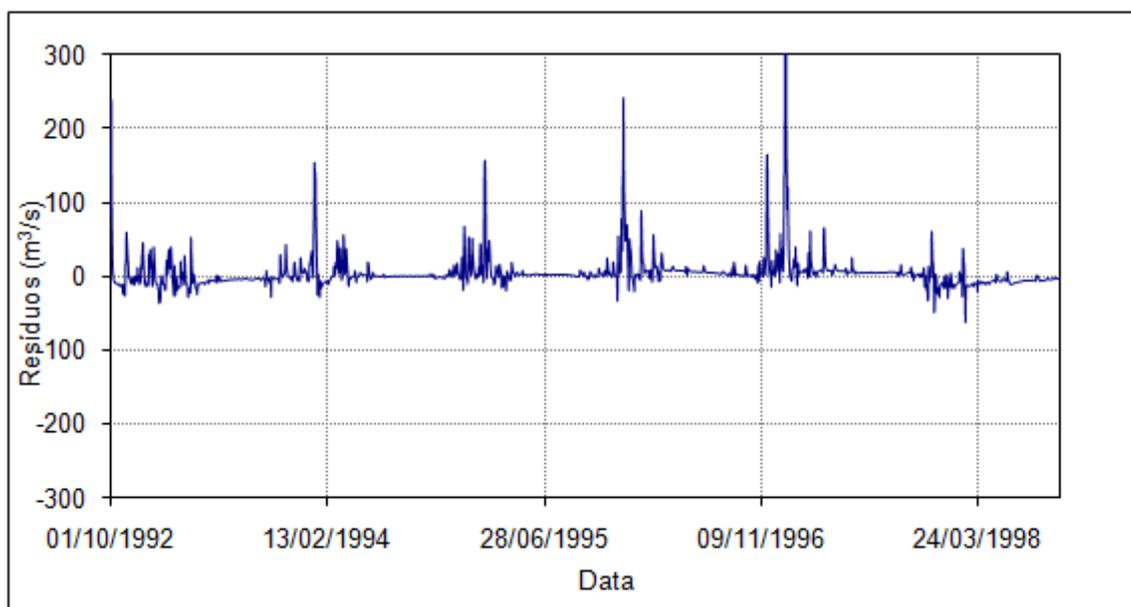


Figura P 4.53 – Evolução temporal dos resíduos para calibração com curvas de permanência de longo termo na estação de Ponte do Vilela (40130001-2)

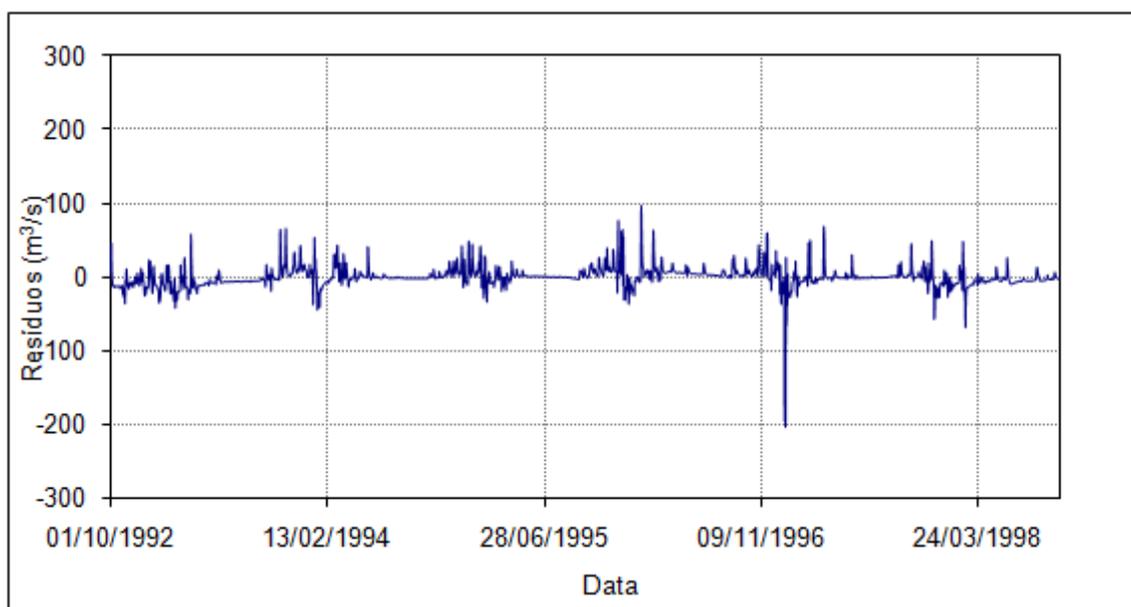


Figura P 4.54 – Evolução temporal dos resíduos para calibração com curvas de permanência anuais medianas na estação de Ponte do Vilela (40130001-2)

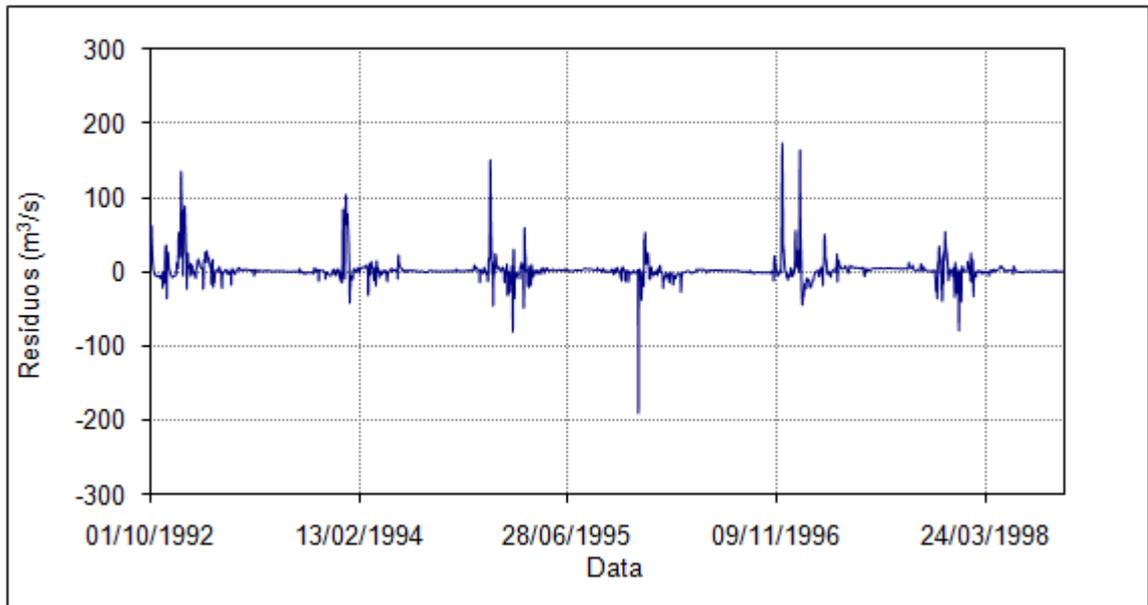


Figura P 4.55 – Evolução temporal dos resíduos para calibração com curvas de permanência de longo termo na estação de Jaguaruna (40300001)

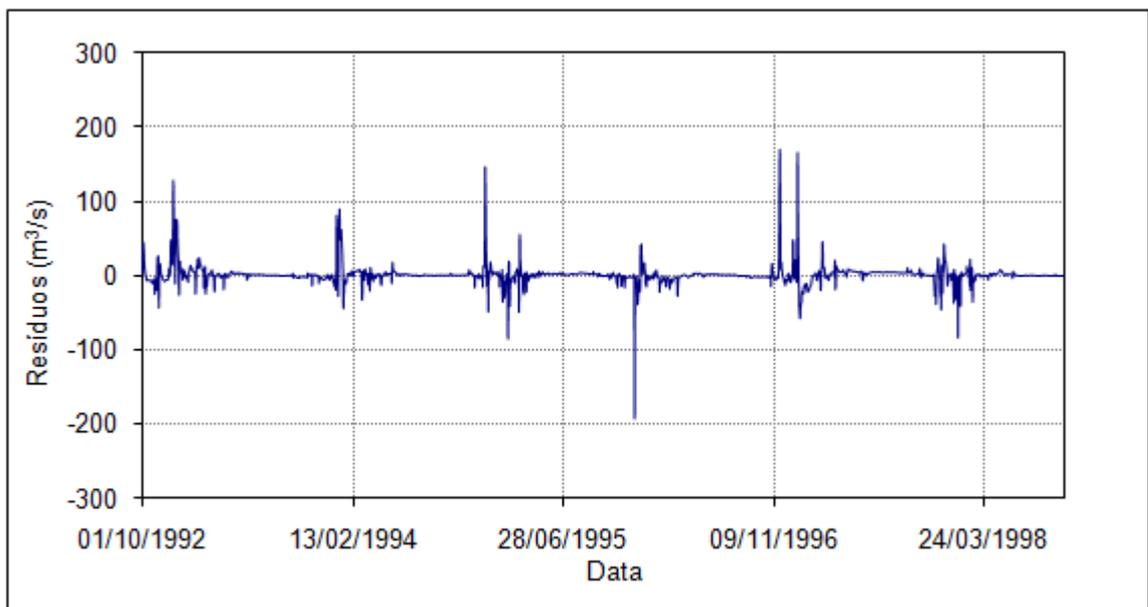


Figura P 4.56 – Evolução temporal dos resíduos para calibração com curvas de permanência anuais medianas na estação de Jaguaruna (40300001)

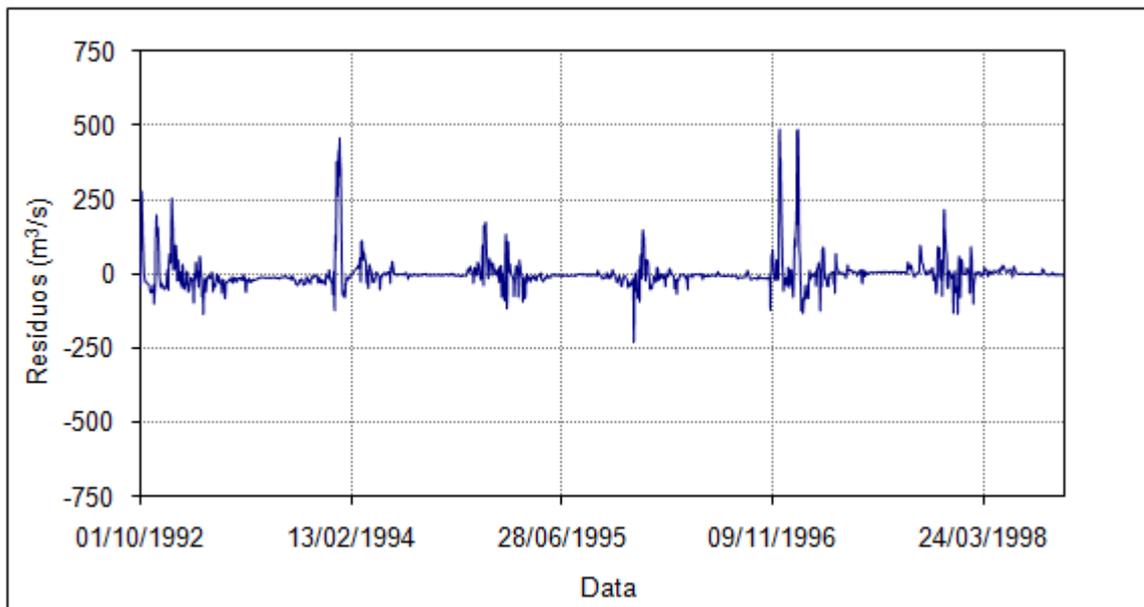


Figura P 4.57 – Evolução temporal dos resíduos para calibração com curvas de permanência de longo termo na estação de Velho da Taipa (40330000)

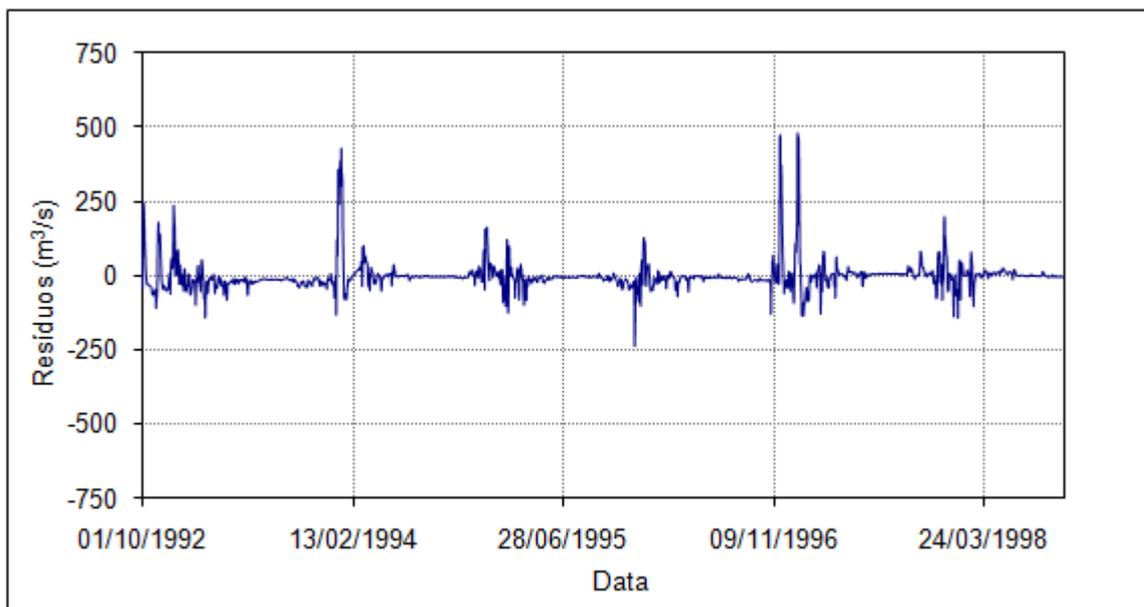


Figura P 4.58 – Evolução temporal dos resíduos para calibração com curvas de permanência anuais medianas na estação de Velho da Taipa (40330000)

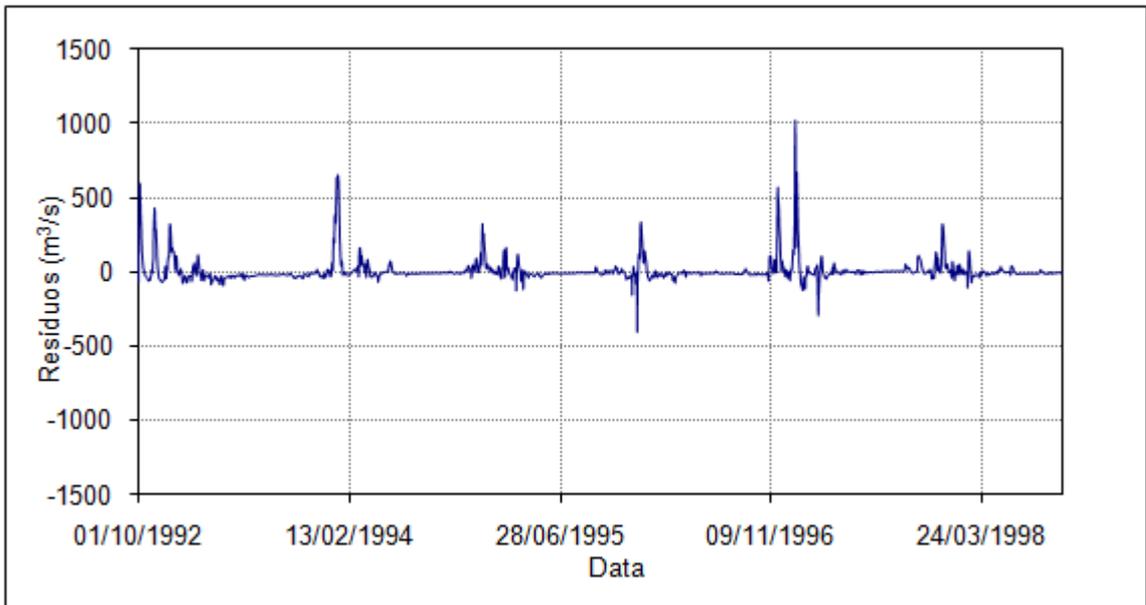


Figura P 4.59 – Evolução temporal dos resíduos para calibração com curvas de permanência de longo termo na estação de Porto Pará (40450001)

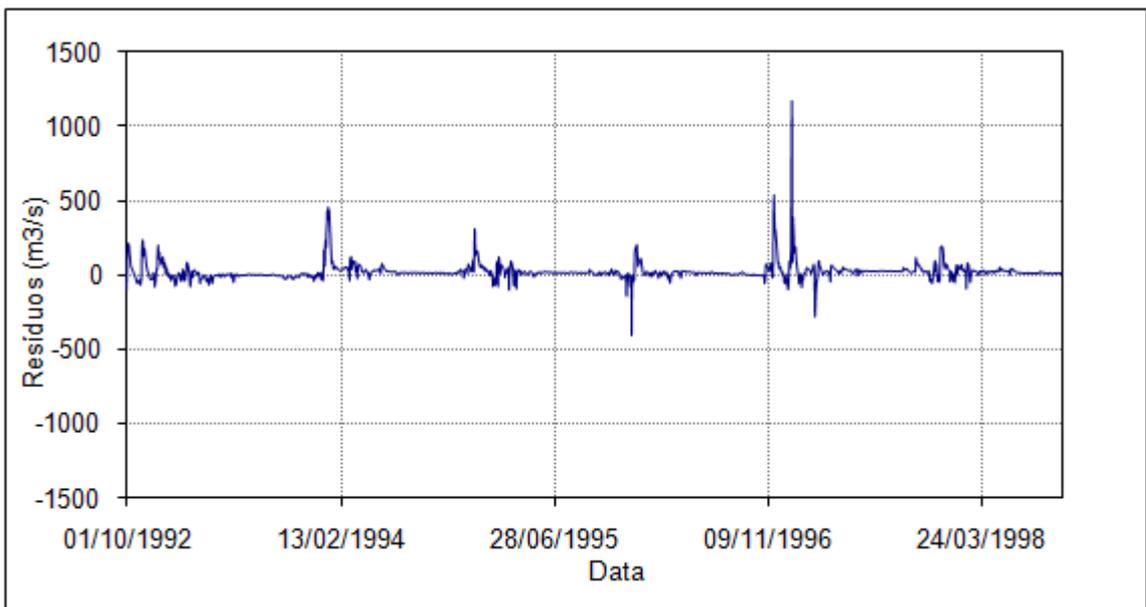


Figura P 4.60 – Evolução temporal dos resíduos para calibração com curvas de permanência anuais medianas na estação de Porto Pará (40450001)

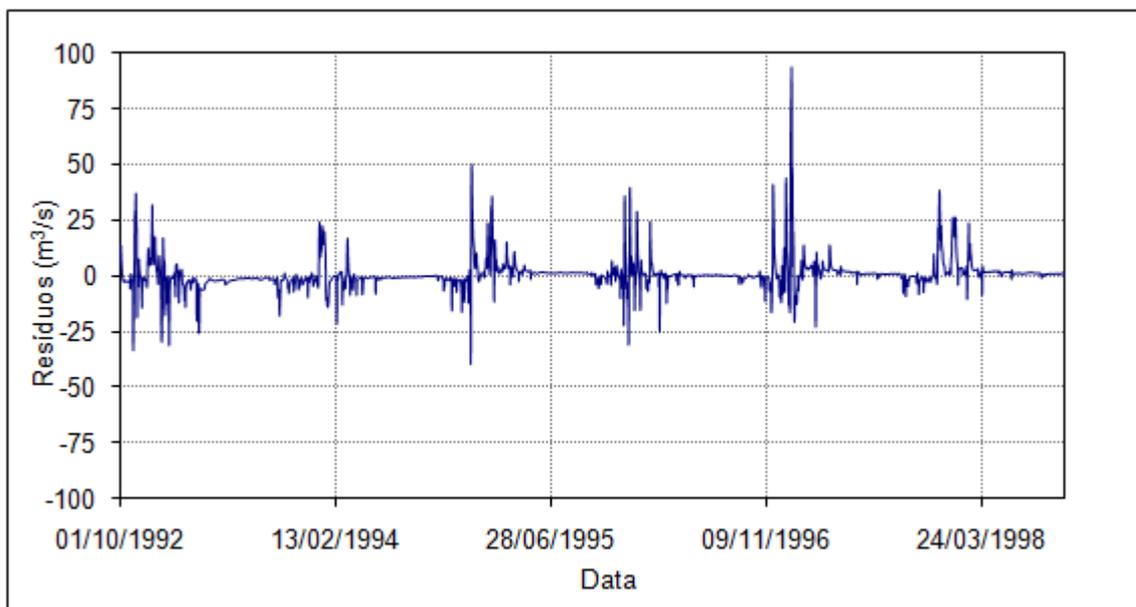


Figura P 4.61 – Evolução temporal dos resíduos para calibração com curvas de permanência de longo termo na estação de São Brás do Suaçui Montante (40549998)

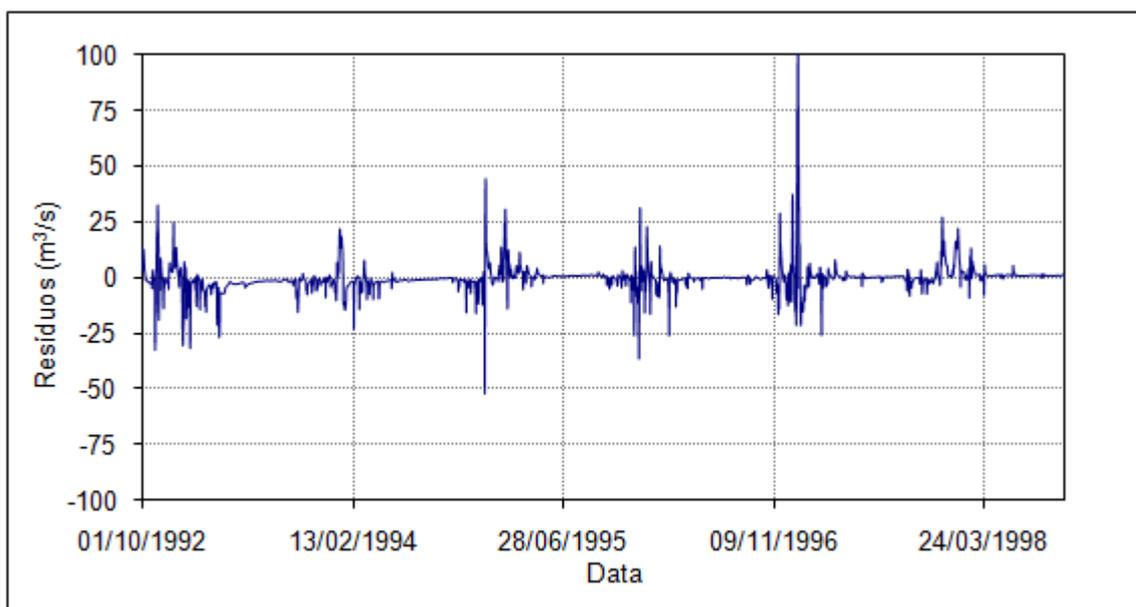


Figura P 4.62 – Evolução temporal dos resíduos para calibração com curvas de permanência anuais medianas na estação de São Brás do Suaçui Montante (40549998)

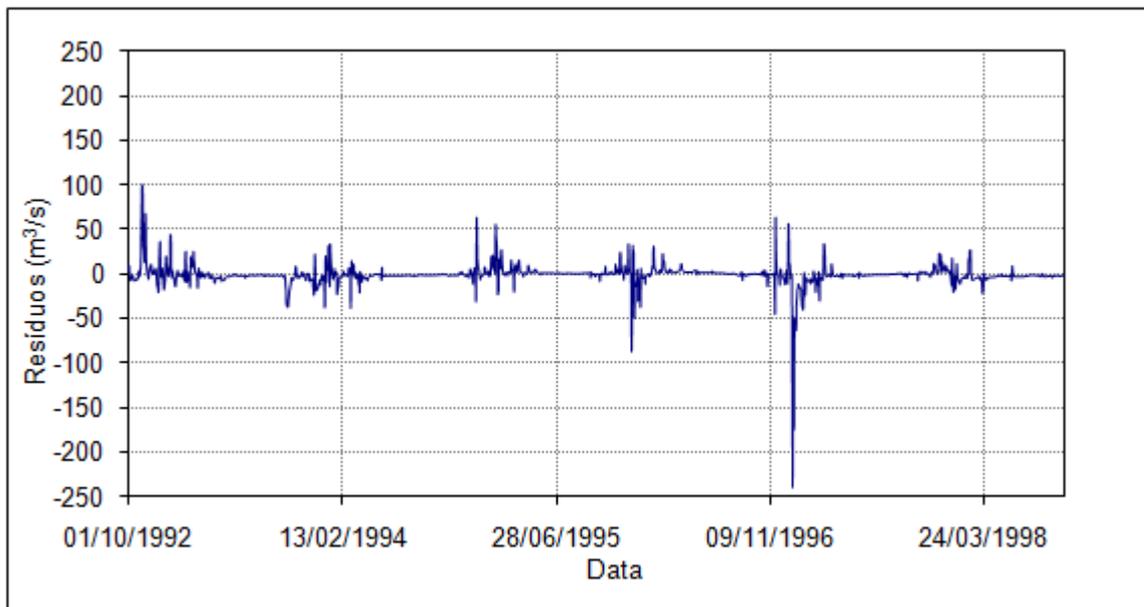


Figura P 4.63 – Evolução temporal dos resíduos para calibração com curvas de permanência de longo termo na estação de Entre Rios de Minas (40680000)

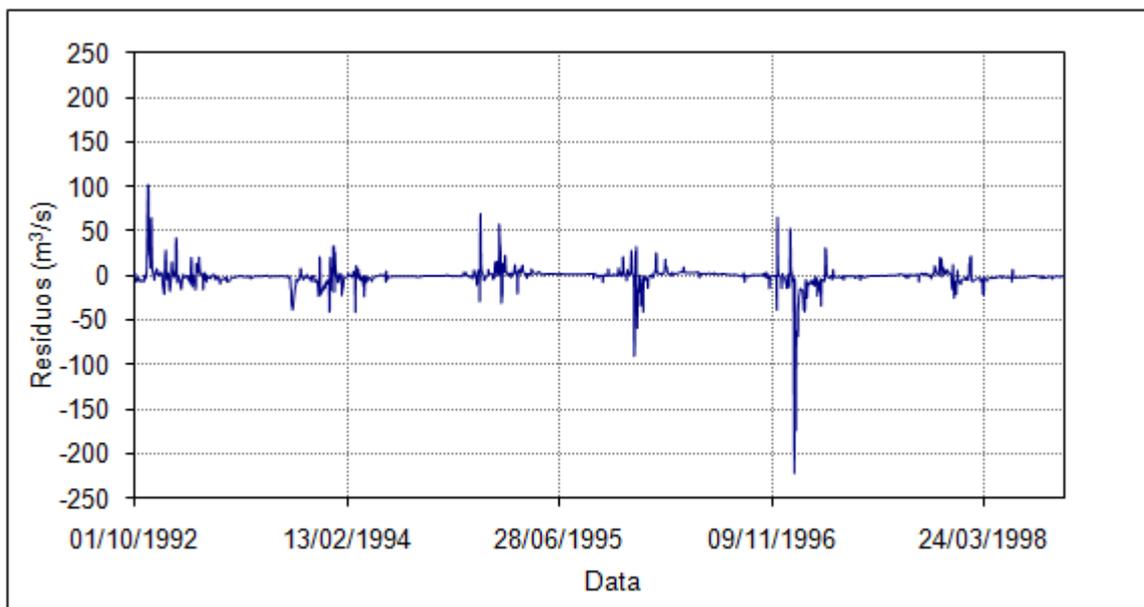


Figura P 4.64 – Evolução temporal dos resíduos para calibração com curvas de permanência anuais medianas na estação de Entre Rios de Minas (40680000)

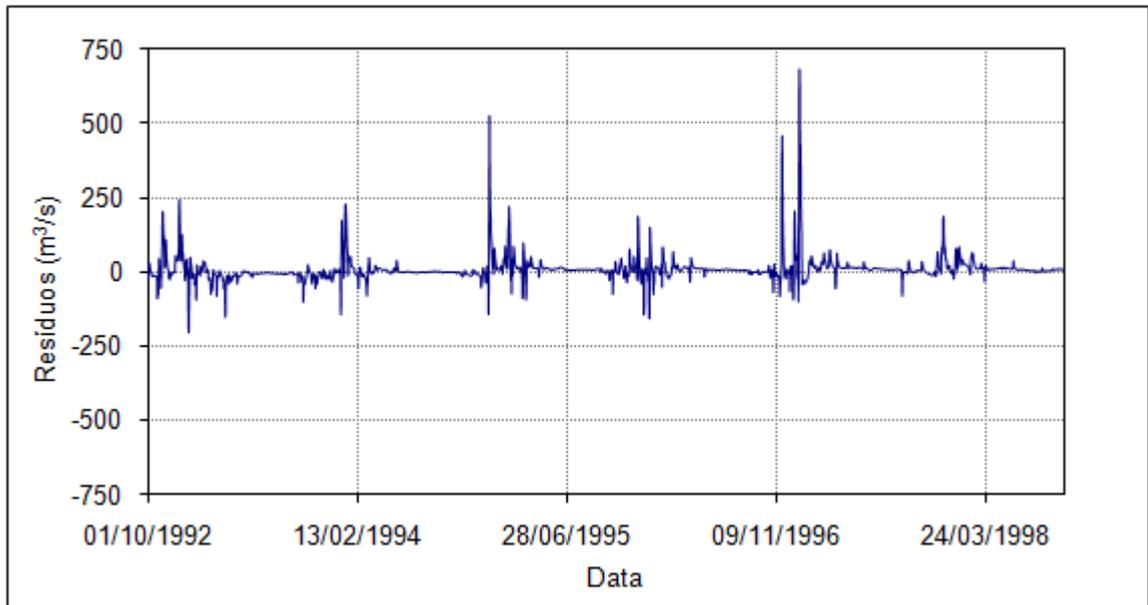


Figura P 4.65 – Evolução temporal dos resíduos para calibração com curvas de permanência de longo termo na estação de Belo Vale (40710000)

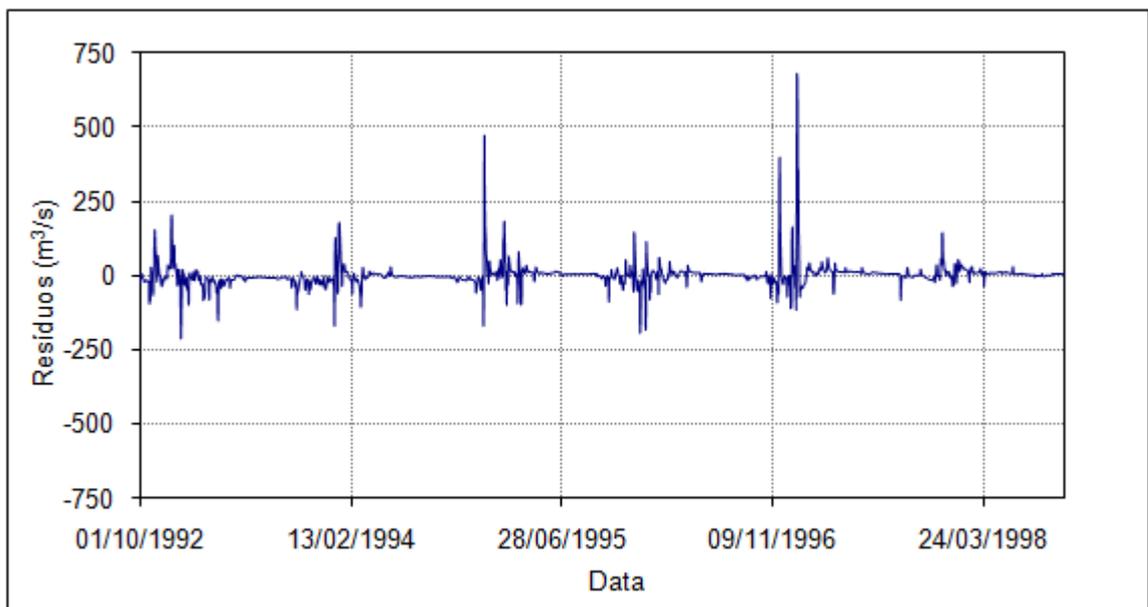


Figura P 4.66 – Evolução temporal dos resíduos para calibração com curvas de permanência anuais medianas na estação de Belo Vale (40710000)

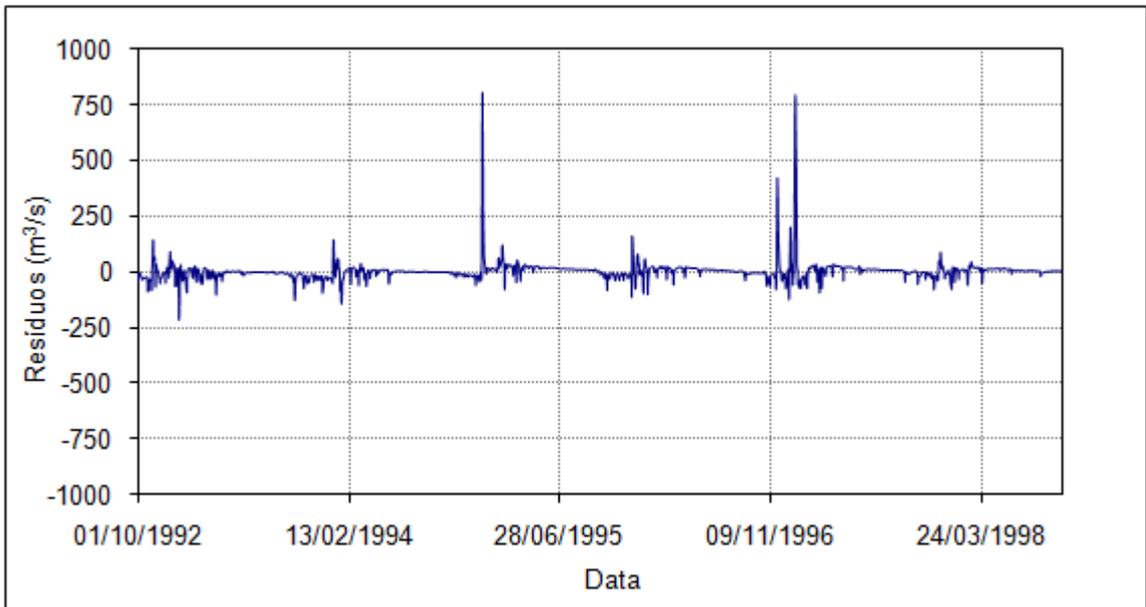


Figura P 4.67 – Evolução temporal dos resíduos para calibração com curvas de permanência de longo termo na estação de Alberto Flores (40740000)

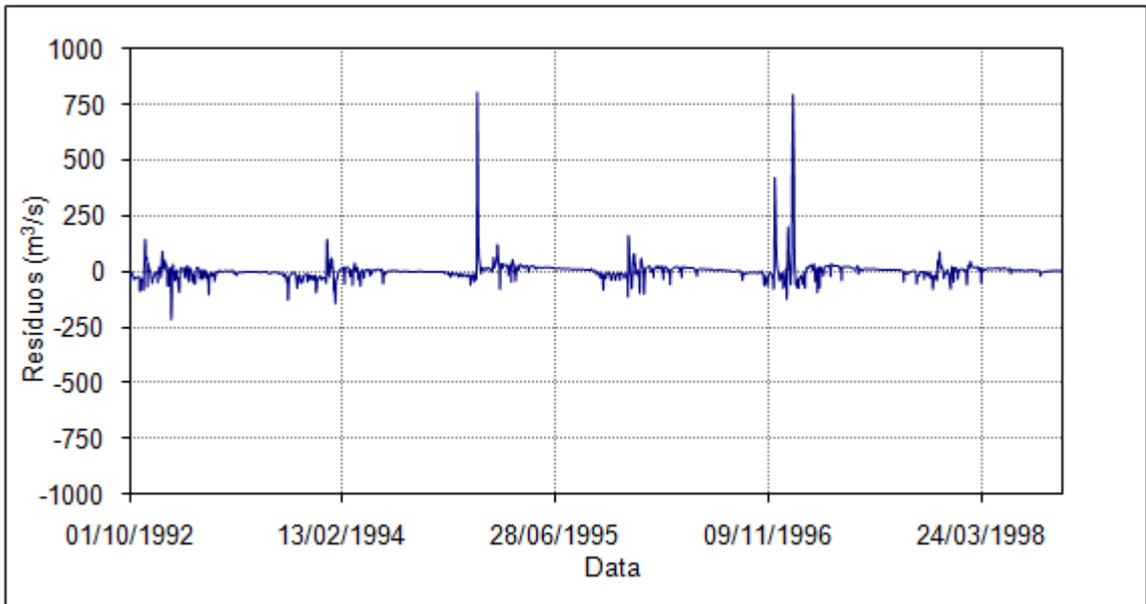


Figura P 4.68 – Evolução temporal dos resíduos para calibração com curvas de permanência anuais medianas na estação de Alberto Flores (40740000)

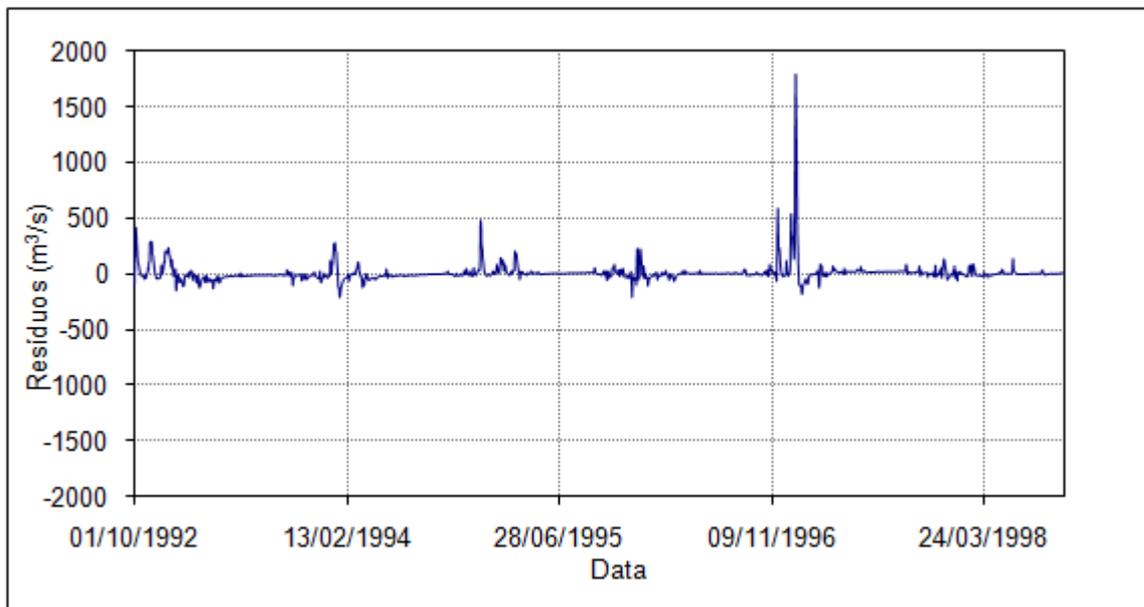


Figura P 4.69 – Evolução temporal dos resíduos para calibração com curvas de permanência de longo termo na estação de Porto do Mesquita (40865001)

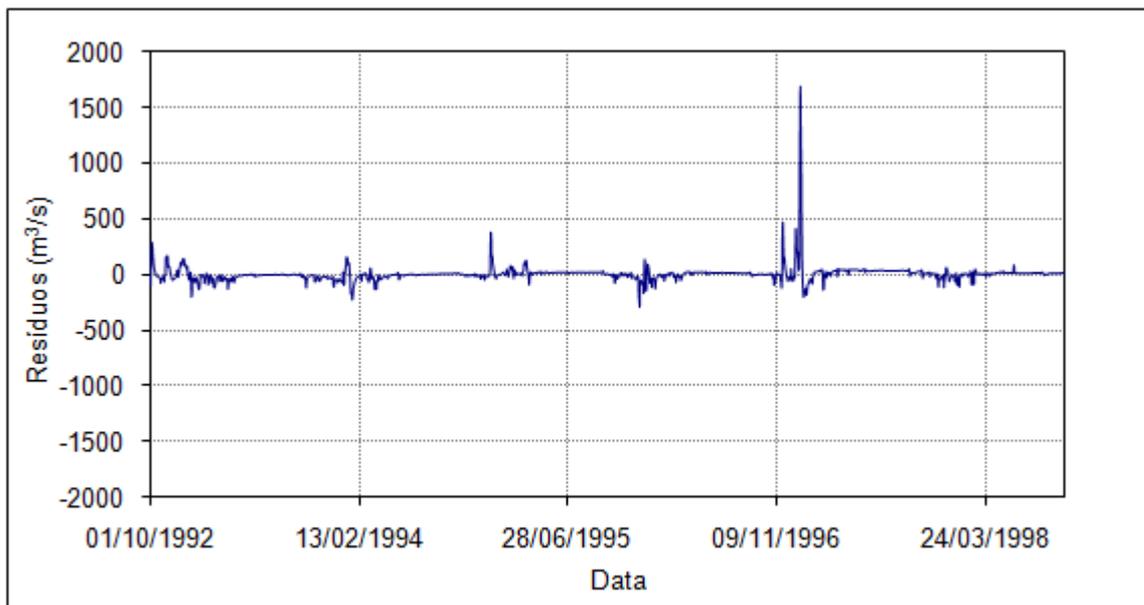


Figura P 4.70 – Evolução temporal dos resíduos para calibração com curvas de permanência anuais medianas na estação de Porto do Mesquita (40865001)

**P 4.6 – Dispersão dos resíduos de calibração em relação às vazões médias observadas**

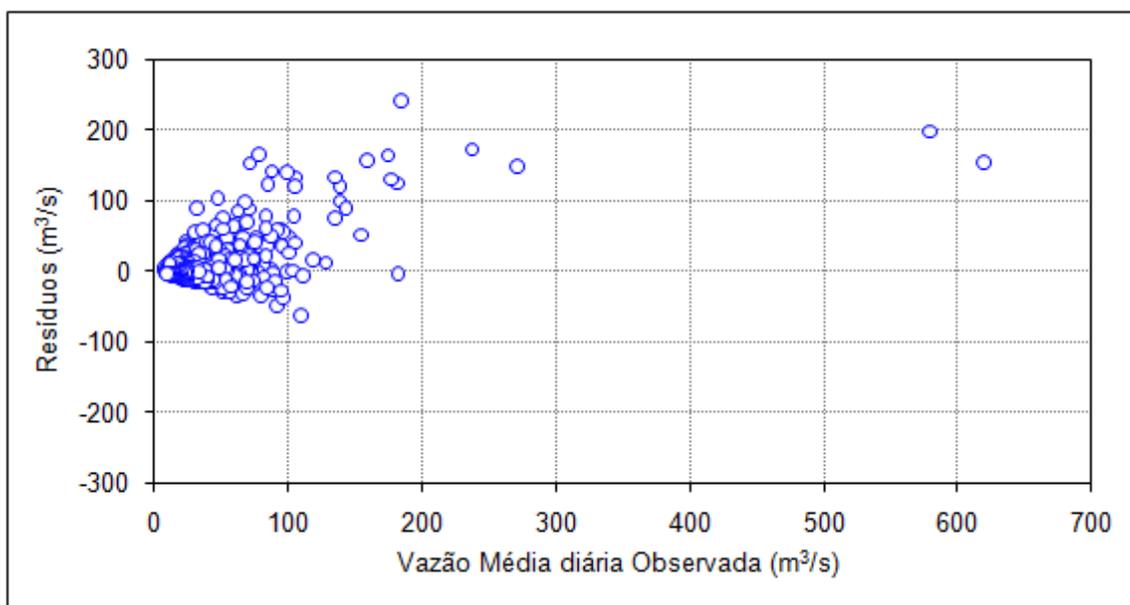


Figura P 4.71 – Dispersão dos resíduos em relação à vazão média observada para calibração com curva de permanência de longo termo na estação de Ponte do Vilela (40130001-2)

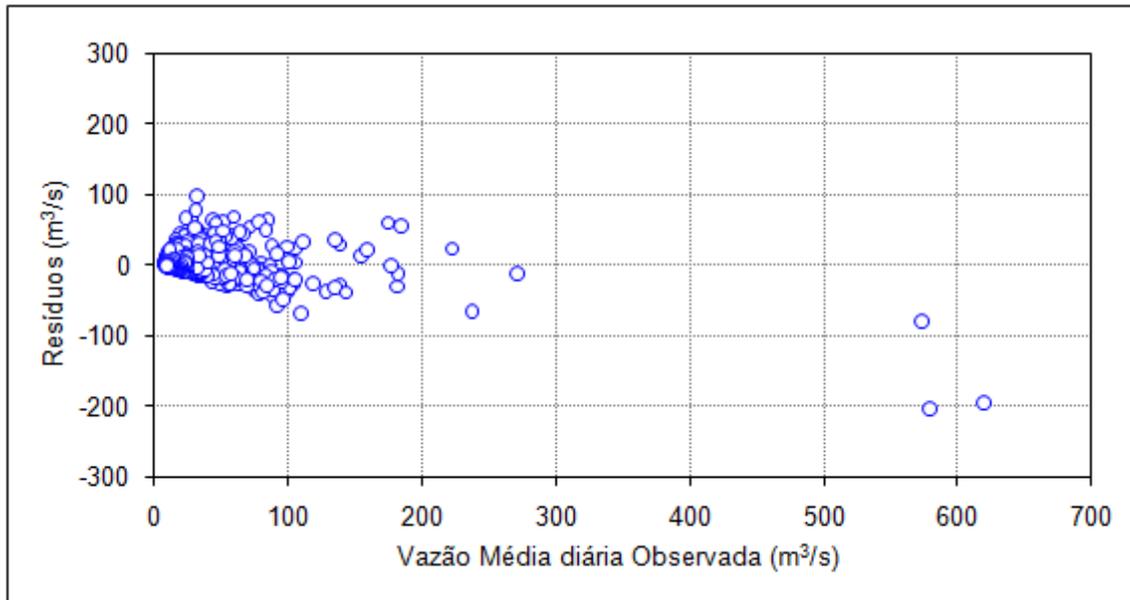


Figura P 4.72 – Dispersão dos resíduos em relação à vazão média observada para calibração com curva anuais medianas na estação de Ponte do Vilela (40130001-2)

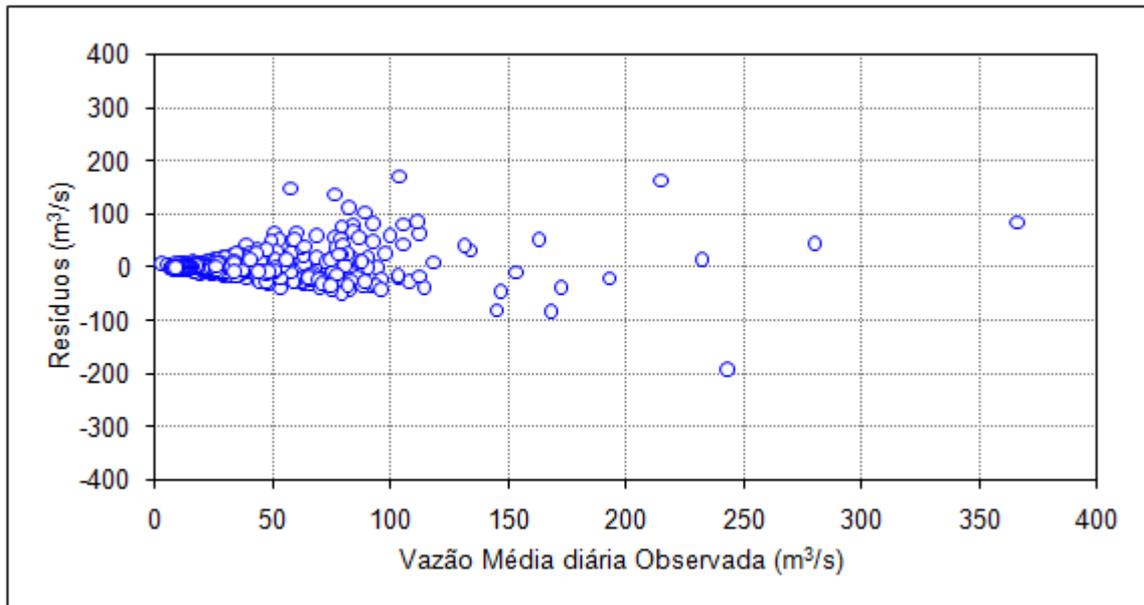


Figura P 4.73 – Dispersão dos resíduos em relação à vazão média observada para calibração com curva de permanência de longo termo na estação de Jaguaruna (40300001)

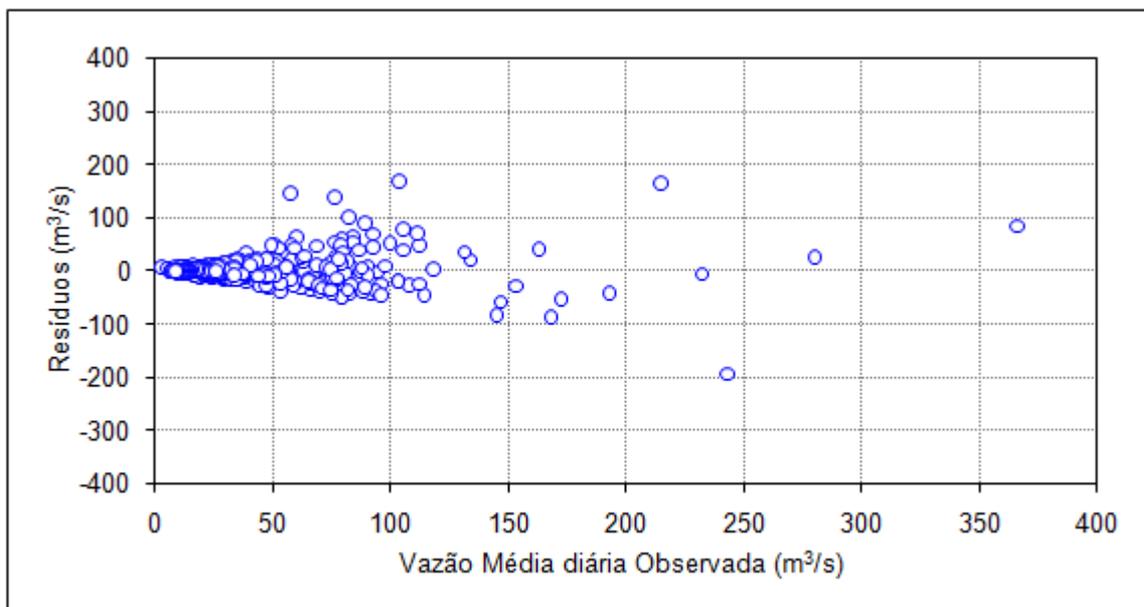


Figura P 4.74 - Dispersão dos resíduos em relação à vazão média observada para calibração com curva de permanência anuais medianas na estação de Jaguaruna (40300001)

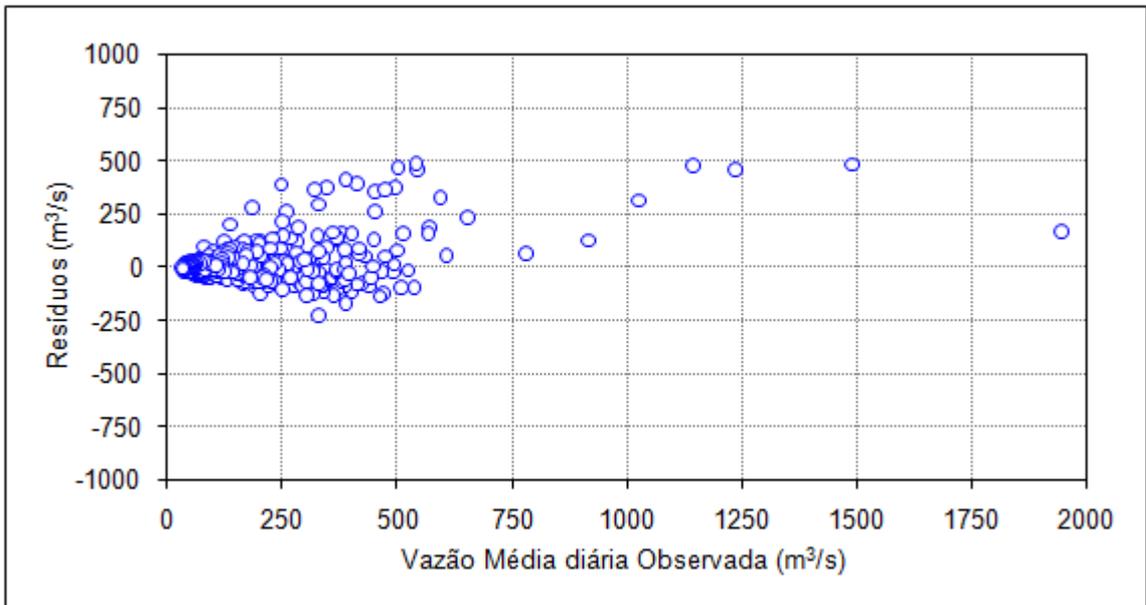


Figura P 4.75 – Dispersão dos resíduos em relação à vazão média observada para calibração com curva de permanência de longo termo na estação de Velho da Taipa (40330000)

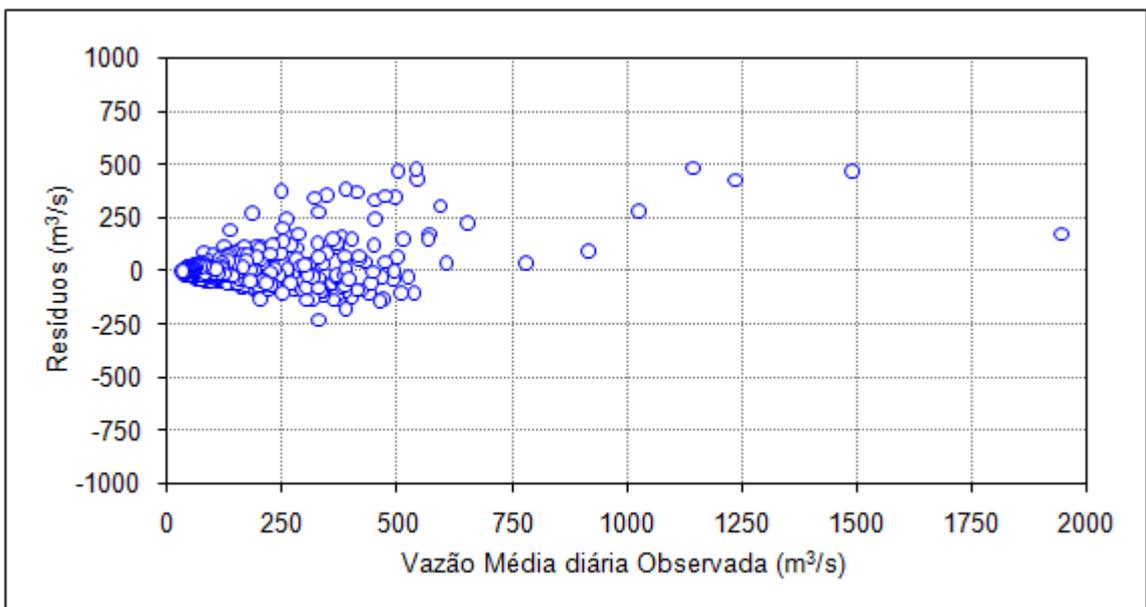


Figura P 4.76 – Dispersão dos resíduos em relação à vazão média observada para calibração com curva de permanência anuais medianas na estação de Velho da Taipa (40330000)

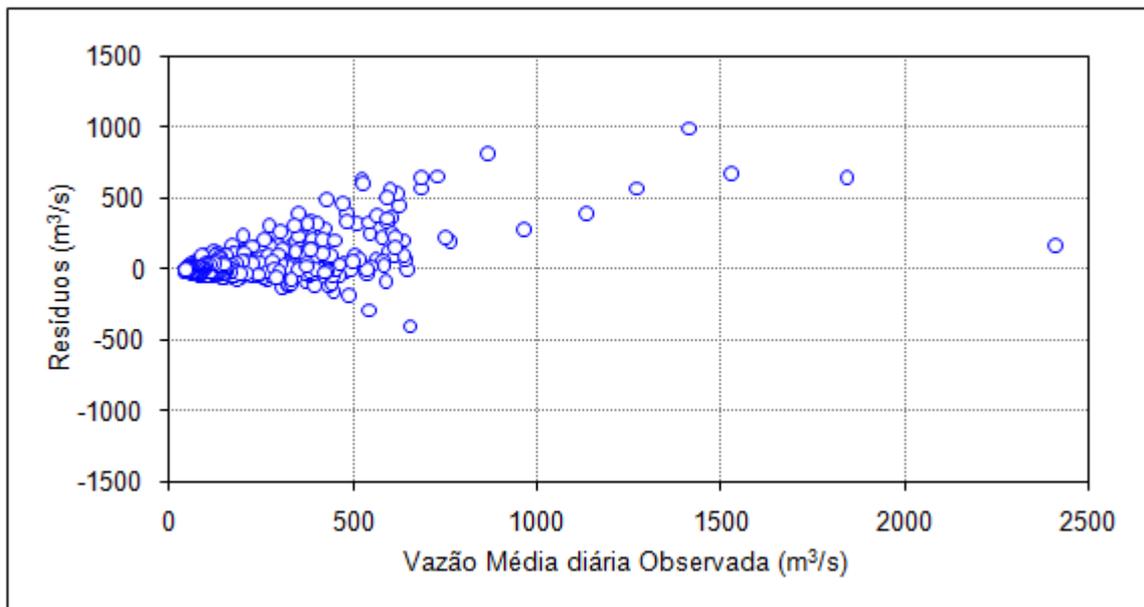


Figura P 4.77 – Dispersão dos resíduos em relação à vazão média observada para calibração com curva de permanência de longo termo na estação de Porto Pará (40450001)

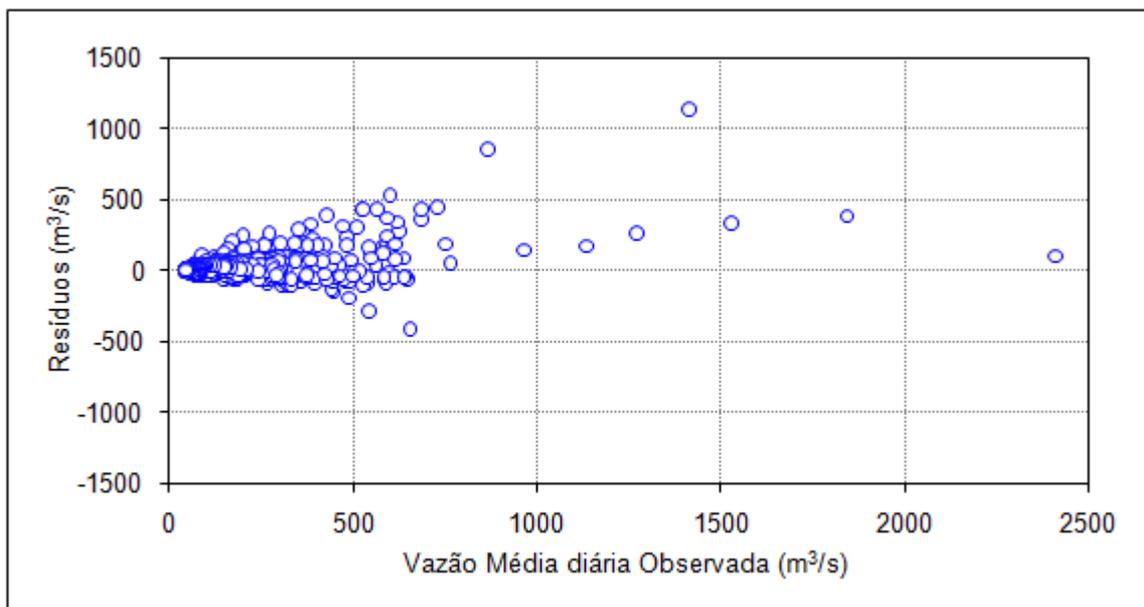


Figura P 4.78 – Dispersão dos resíduos em relação à vazão média observada para calibração com curva de permanência anuais medianas na estação de Porto Pará (40450001)

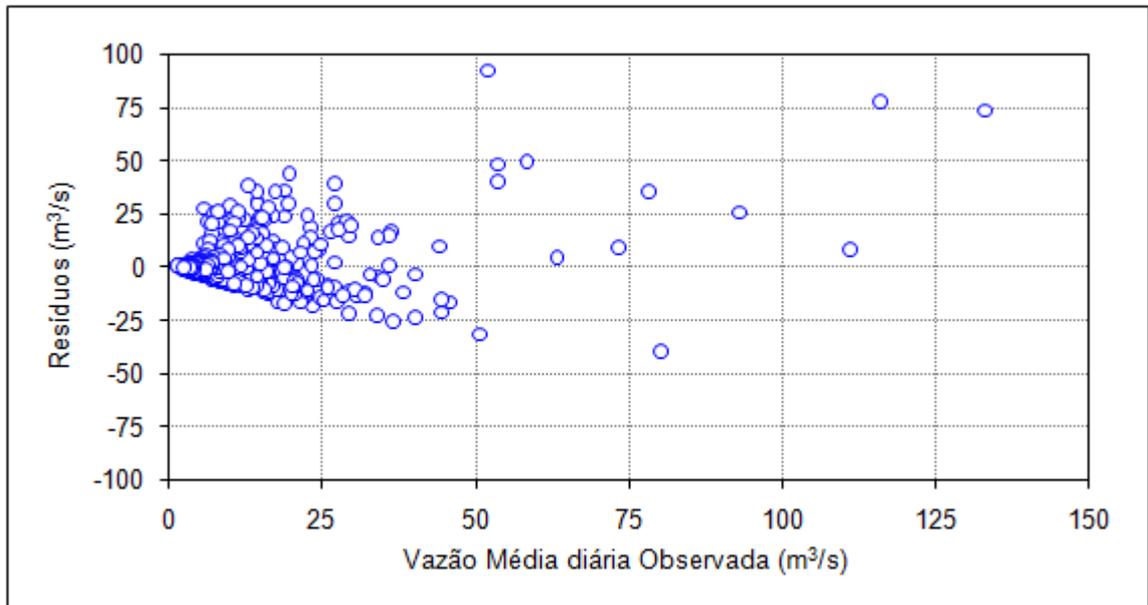


Figura P 4.79 – Dispersão dos resíduos em relação à vazão média observada para calibração com curva de permanência de longo termo na estação de São Brás do Suaçui Montante (40549998)

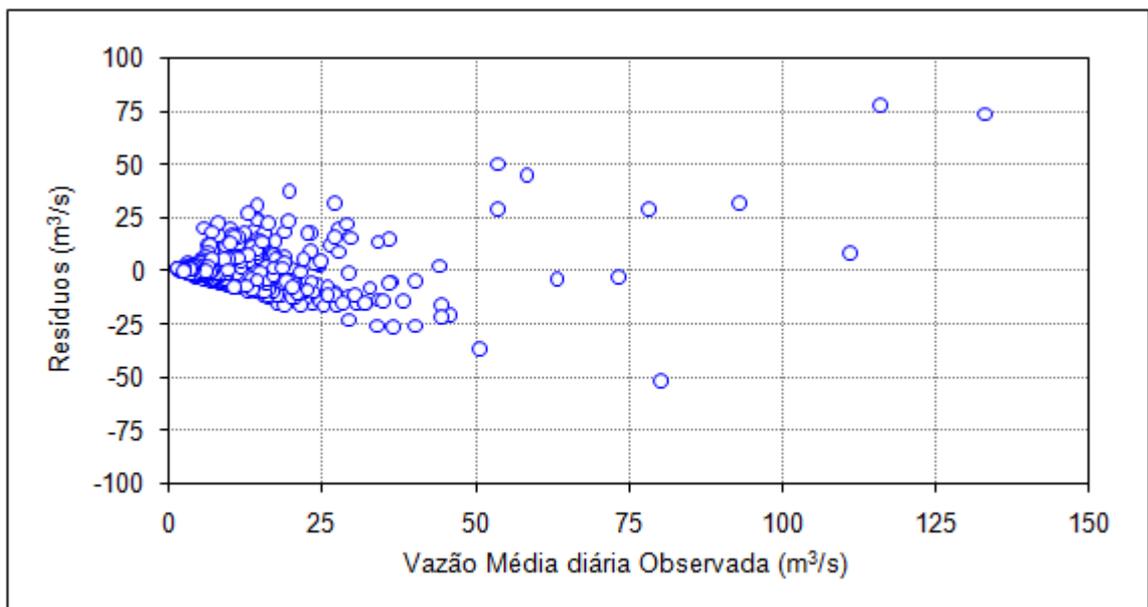


Figura P 4.80 – Dispersão dos resíduos em relação à vazão média observada para calibração com curva de permanência anuais medianas na estação de São Brás do Suaçui Montante (40549998)

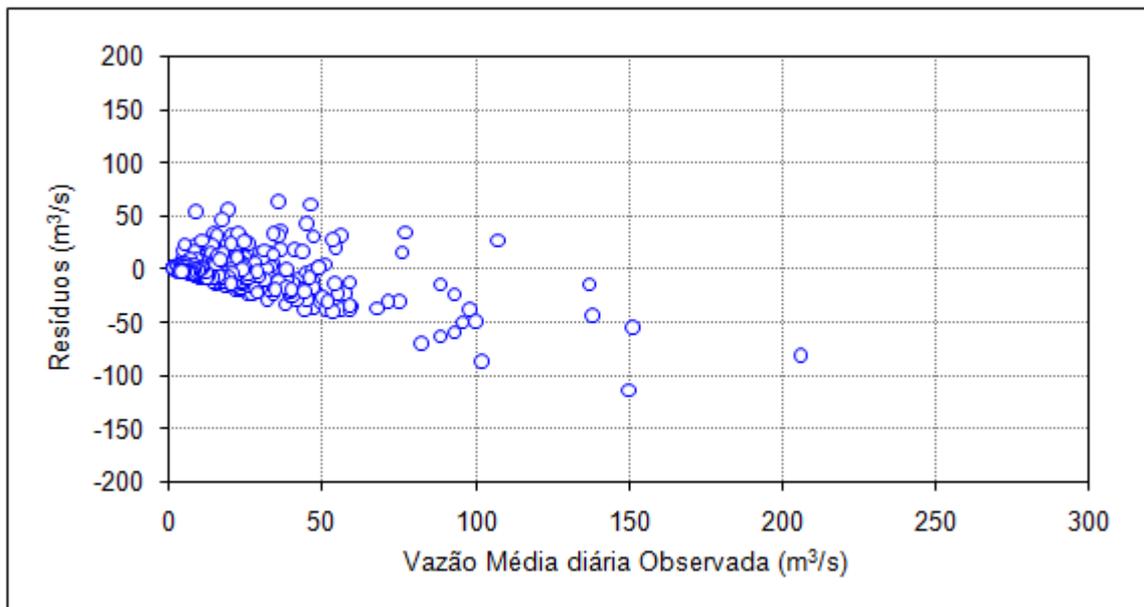


Figura P 4.81 – Dispersão dos resíduos em relação à vazão média observada para calibração com curva de permanência de longo termo na estação de Entre Rios de Minas (40680000)

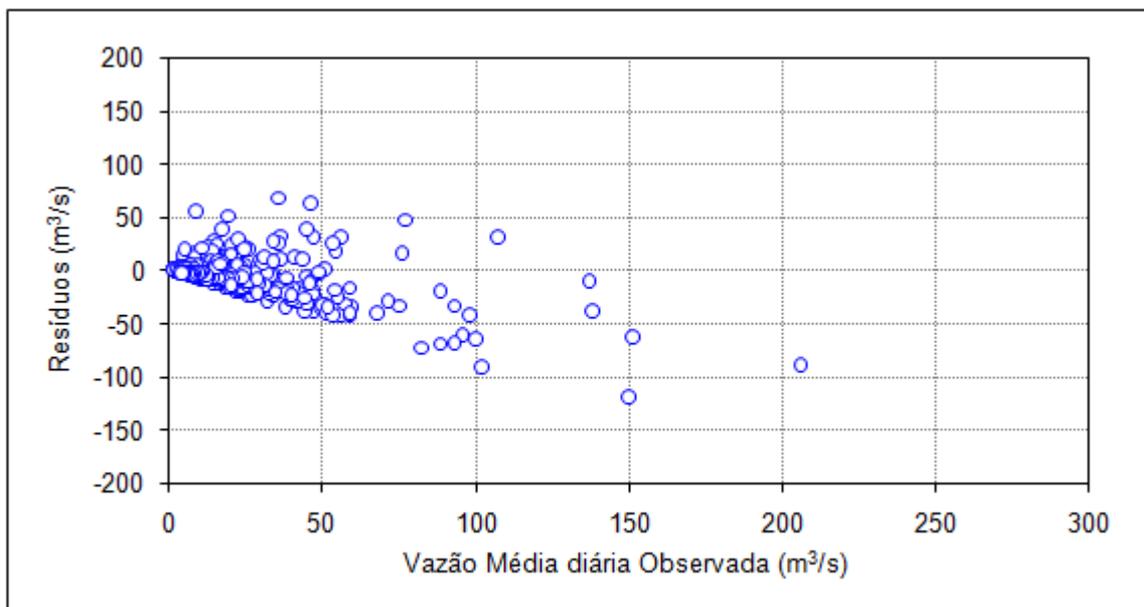


Figura P 4.82– Dispersão dos resíduos em relação à vazão média observada para calibração com curva de permanência anuais medianas na estação de Entre Rios de Minas (40680000)

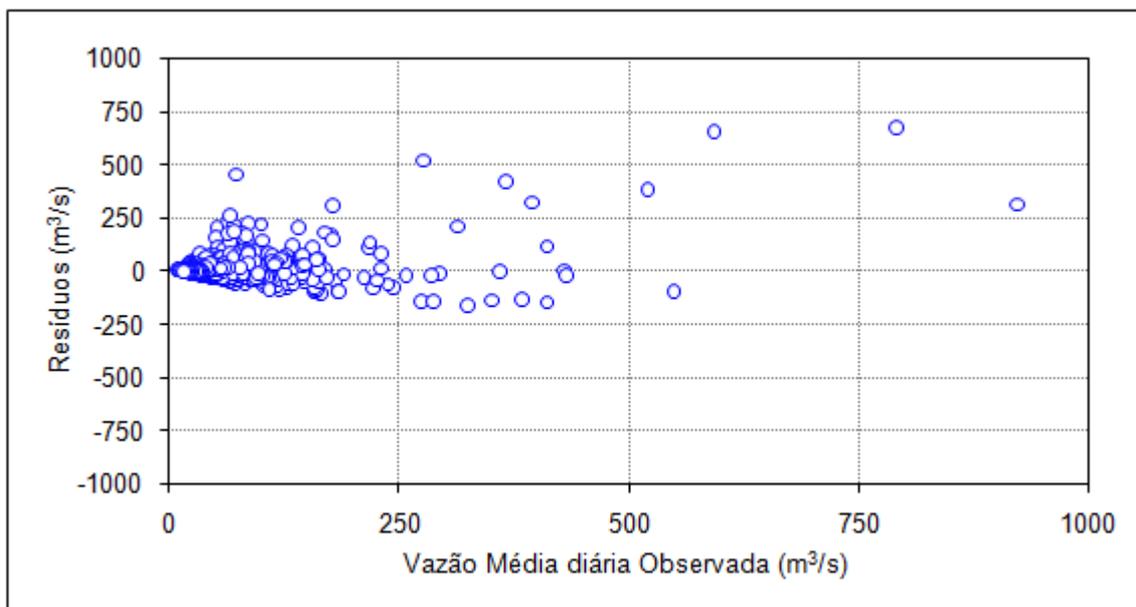


Figura P 4.83 – Dispersão dos resíduos em relação à vazão média observada para calibração com curva de permanência de longo termo na estação de Belo Vale (40710000)

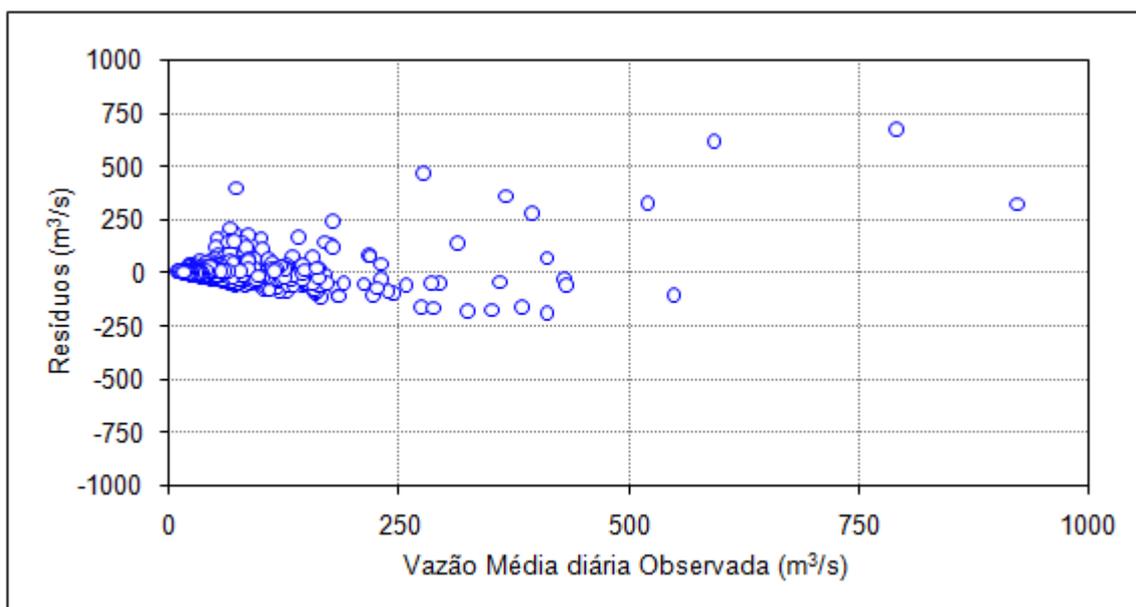


Figura P 4.84 – Dispersão dos resíduos em relação à vazão média observada para calibração com curva de permanência anuais medianas na estação de Belo Vale (40710000)

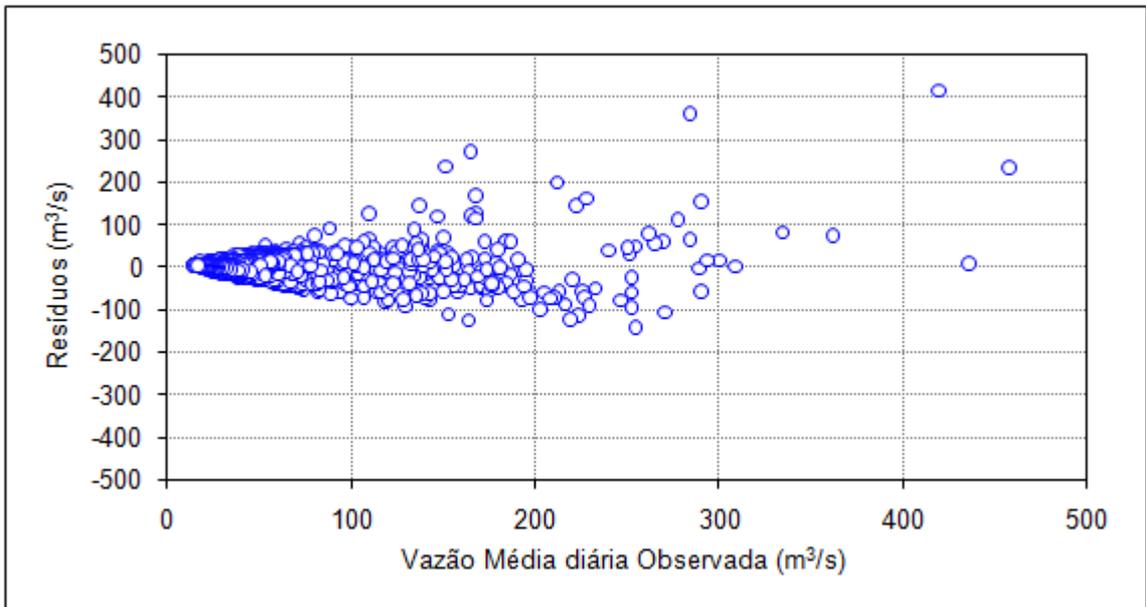


Figura P 4.85 – Dispersão dos resíduos em relação à vazão média observada para calibração com curva de permanência de longo termo na estação de Alberto Flores (40740000)

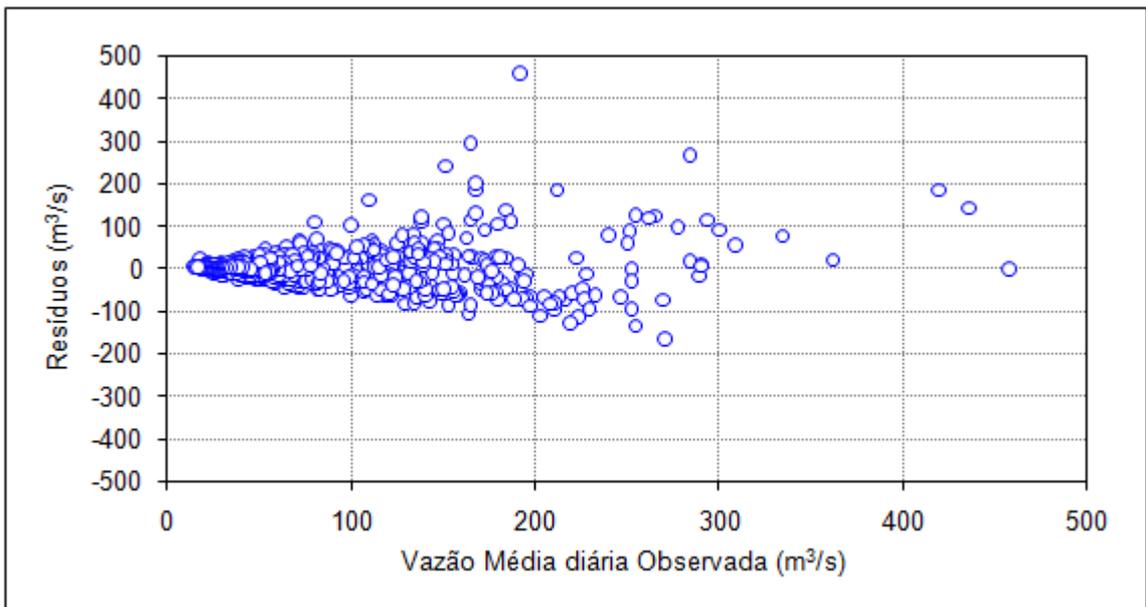


Figura P 4.86 – Dispersão dos resíduos em relação à vazão média observada para calibração com curva de permanência anuais medianas na estação de Alberto Flores (40740000)

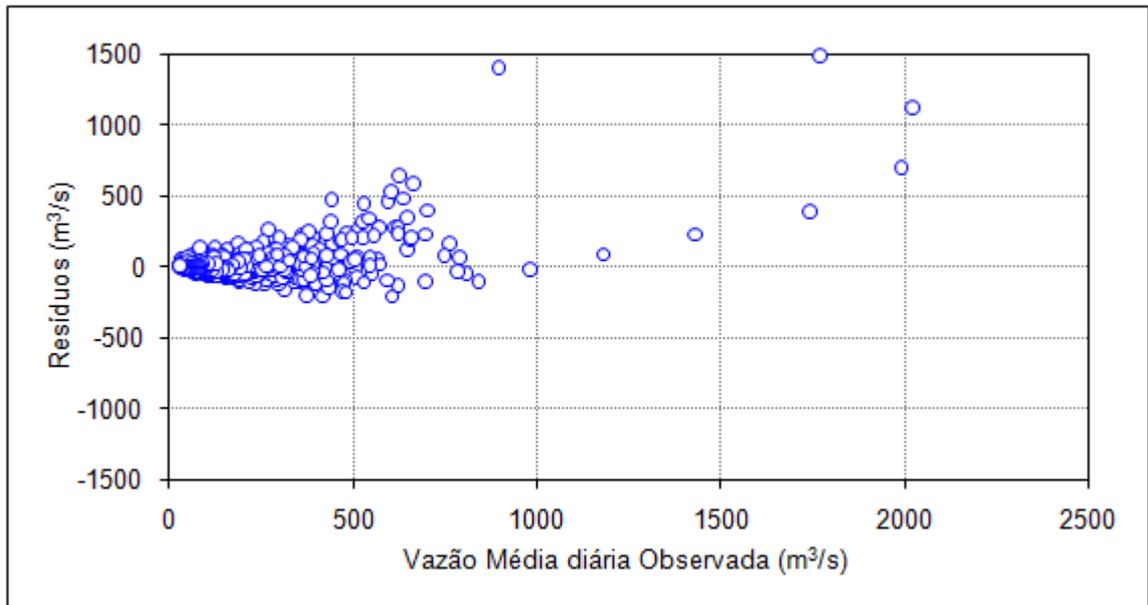


Figura P 4.87 – Dispersão dos resíduos em relação à vazão média observada para calibração com curva de permanência de longo termo na estação de Porto do Mesquita (40865001)

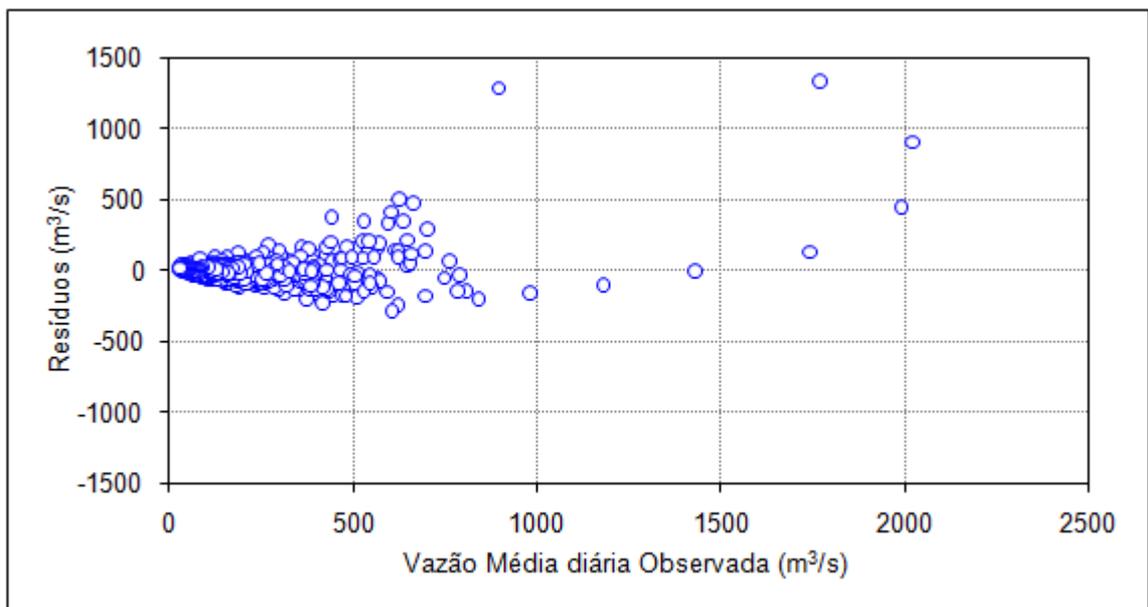


Figura P 4.88 – Dispersão dos resíduos em relação à vazão média observada para calibração com curva de permanência anuais medianas na estação de Porto do Mesquita (40865001)

## APÊNDICE 5

## APÊNDICE 5 – ANÁLISE DE REGRESSÃO DOS PARÂMETROS DA DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADES BURR XII ESTENDIDA NAS BACIAS DO CEARÁ

A variável de maior correlação linear com  $\alpha$  é *Cris*. A estatística de teste do  $F_{total}$ , para nível de significância igual 0,05,  $P = 1$  e  $n - P - 1 = 6$  vale 233,99, mostrando que o modelo não é estatisticamente significativo. Foi então adicionada a variável *L*. A estatística de teste do  $F_{total}$ , para nível de significância igual 0,05,  $P = 2$  e  $n - P - 1 = 5$  vale 19,30, mostrando, mostrando que este modelo é estatisticamente significativo. Os resultados estão sintetizados na tabela P 5.1.

Tabela 5.1 - Análise de regressão para o parâmetro  $\alpha$

Equação	$R^2$	$R^2_{ajustado}$	Erro Padrão	$F_{total}$	$F_{parcial}$
$\alpha=0,8211+0,01101Cris$	0,56117	0,48803	0,29700	7,67	-
$\alpha=1,49157-0,005378L+0,01298Cris$	0,91657	0,88319	0,14186	27,46	21,30

A variável de maior correlação linear com  $\beta$  é *CTD*. A estatística de teste do  $F_{total}$ , para nível de significância igual 0,05,  $P = 1$  e  $n - P - 1 = 6$  vale 233,99, mostrando que o modelo não é estatisticamente significativo. Foi então adicionada a variável *Cris*. A estatística de teste do  $F_{total}$ , para nível de significância igual 0,05,  $P = 2$  e  $n - P - 1 = 5$  vale 19,30, mostrando, mostrando que este modelo é estatisticamente significativo. Os resultados estão sintetizados na tabela P 5.2.

Tabela 5.2 - Análise de regressão para o parâmetro  $\beta$

Equação	$R^2$	$R^2_{ajustado}$	Erro Padrão	$F_{total}$	$F_{parcial}$
$\beta=-0,38108-0,000038CTD$	0,60965	0,54459	0,15189	9,37	-
$\alpha=1,49157-0,005378L+0,01298Cris$	0,89179	0,84850	0,08760	20,60	13,20

A variável de maior correlação linear com  $\lambda$  é *CTD*. A estatística de teste do  $F_{total}$ , para nível de significância igual 0,05,  $P = 1$  e  $n - P - 1 = 6$  vale 233,99, mostrando que o modelo não é estatisticamente significativo. Foi então adicionada a variável  $C_{esc}$ . A estatística de teste do  $F_{total}$ , para nível de significância igual 0,05,  $P = 2$  e  $n - P - 1 = 5$  vale 19,30, mostrando, mostrando que este modelo é estatisticamente significativo. Os resultados estão sintetizados na tabela P 5.3.

Tabela 5.3 - Análise de regressão para o parâmetro  $\lambda$ 

Equação	R <sup>2</sup>	R <sup>2</sup> <sub>ajustado</sub>	Erro Padrão	F <sub>total</sub>	F <sub>parcial</sub>
$\lambda = \exp^{-2,58706} \text{CTD}^{0,4609}$	0,62771	0,56567	0,35479	10,12	-
$\lambda = \exp^{-1,70559} \text{CTD}^{0,54533} \text{C}_{\text{esc}}^{0,6463}$	0,93277	0,90588	0,16516	34,69	22,32

Por fim, a variável de maior correlação linear com  $\tau$  é  $P$ . A estatística de teste do  $F_{\text{total}}$ , para nível de significância igual 0,05,  $P = 1$  e  $n - P - 1 = 6$  vale 233,99, mostrando que o modelo não é estatisticamente significativo. Foi então adicionada a variável  $CTD$ . A estatística de teste do  $F_{\text{total}}$ , para nível de significância igual 0,05,  $P = 2$  e  $n - P - 1 = 5$  vale 19,30, mostrando, mostrando que este modelo também não é estatisticamente significativo. Foi então adicionada a variável  $Cris$ . A estatística de teste do  $F_{\text{total}}$ , para nível de significância igual 0,05,  $P = 3$  e  $n - P - 1 = 4$  vale 9,12, mostrando que este modelo é estatisticamente significativo. Os resultados estão sintetizados na tabela P 5.4.

Tabela 5.4 - Análise de regressão para o parâmetro  $\tau$ 

Equação	R <sup>2</sup>	R <sup>2</sup> <sub>ajustado</sub>	Erro Padrão	F <sub>total</sub>	F <sub>parcial</sub>
$\tau = -1,33487 + 0,06768P^{0,5}$	0,47742	0,39032	0,15458	5,48	-
$\tau = -1,24157 + 0,05832P^{0,5} + 0,00293CTD^{0,5}$	0,67667	0,54732	0,13320	5,32	3,08
$\tau = 1,36013 - 0,010365P^{0,5} + 0,00503CTD^{0,5} - 0,086277Cris^{0,5}$	0,87323	0,77816	0,09324	9,18	6,20

# APÊNDICE 6

## APÊNDICE 6 – MODELOS REGIONAIS “JACK-KNIFE” NAS BACIAS DO CEARÁ

Tabela P 6.1 - Modelos regionais *jack-knife* elaborados para o conjunto de 8 estações e índices de avaliação da regressão

Estação	Parâmetro	Equação	R <sup>2</sup>	R <sup>2</sup> <sub>ajustado</sub>	Erro padrão	F <sub>total</sub>
34750000	α	$\beta_0 + \beta_1(CT) + \beta_2(Cris)$	0,9954	0,9931	0,0358	433,89
	β	$\beta_0 + \beta_1(CTD) + \beta_2(Cris)$	0,8778	0,8289	0,0931	17,95
	λ	$\exp^{\beta_0} CTD^{\beta_1} C_{esc}^{\beta_2}$	0,9186	0,8779	0,1786	22,57
	τ	$\beta_0 + \beta_1(P)^{0,5} + \beta_2(CTD)^{0,5} + \beta_3(Cris)^{0,5}$	0,8743	0,7486	0,1030	6,96
35210000	α	$\beta_0 + \beta_1(CT) + \beta_2(Cris)$	0,8916	0,8373	0,1462	16,44
	β	$\beta_0 + \beta_1(CTD) + \beta_2(Cris)$	0,8898	0,8347	0,0804	16,15
	λ	$\exp^{\beta_0} CTD^{\beta_1} C_{esc}^{\beta_2}$	0,9534	0,9300	0,1503	40,88
	τ	$\beta_0 + \beta_1(P)^{0,5} + \beta_2(CTD)^{0,5} + \beta_3(Cris)^{0,5}$	0,8320	0,6641	0,1036	4,95
35260000	α	$\beta_0 + \beta_1(CT) + \beta_2(Cris)$	0,9403	0,9104	0,1325	31,50
	β	$\beta_0 + \beta_1(CTD) + \beta_2(Cris)$	0,9862	0,9794	0,0349	143,45
	λ	$\exp^{\beta_0} CTD^{\beta_1} C_{esc}^{\beta_2}$	0,9473	0,9209	0,1628	35,92
	τ	$\beta_0 + \beta_1(P)^{0,5} + \beta_2(CTD)^{0,5} + \beta_3(Cris)^{0,5}$	0,9441	0,8882	0,0712	16,89
36110000	α	$\beta_0 + \beta_1(CT) + \beta_2(Cris)$	0,9267	0,8901	0,1451	25,29
	β	$\beta_0 + \beta_1(CTD) + \beta_2(Cris)$	0,8883	0,8324	0,0976	15,90
	λ	$\exp^{\beta_0} CTD^{\beta_1} C_{esc}^{\beta_2}$	0,9562	0,9343	0,1236	43,67
	τ	$\beta_0 + \beta_1(P)^{0,5} + \beta_2(CTD)^{0,5} + \beta_3(Cris)^{0,5}$	0,9008	0,8016	0,0948	9,08
36125000	α	$\beta_0 + \beta_1(CT) + \beta_2(Cris)$	0,9169	0,8764	0,1581	22,08
	β	$\beta_0 + \beta_1(CTD) + \beta_2(Cris)$	0,8902	0,8354	0,0979	16,22
	λ	$\exp^{\beta_0} CTD^{\beta_1} C_{esc}^{\beta_2}$	0,9203	0,8804	0,1825	23,09
	τ	$\beta_0 + \beta_1(P)^{0,5} + \beta_2(CTD)^{0,5} + \beta_3(Cris)^{0,5}$	0,8818	0,7637	0,1032	7,46
36210000	α	$\beta_0 + \beta_1(CT) + \beta_2(Cris)$	0,8910	0,8365	0,1559	16,35
	β	$\beta_0 + \beta_1(CTD) + \beta_2(Cris)$	0,8892	0,8339	0,0978	16,06
	λ	$\exp^{\beta_0} CTD^{\beta_1} C_{esc}^{\beta_2}$	0,9332	0,8999	0,1666	28,00
	τ	$\beta_0 + \beta_1(P)^{0,5} + \beta_2(CTD)^{0,5} + \beta_3(Cris)^{0,5}$	0,8790	0,4581	0,0998	7,27
36290000	α	$\beta_0 + \beta_1(CT) + \beta_2(Cris)$	0,9401	0,9101	0,1161	31,37
	β	$\beta_0 + \beta_1(CTD) + \beta_2(Cris)$	0,8193	0,7290	0,0927	9,07
	λ	$\exp^{\beta_0} CTD^{\beta_1} C_{esc}^{\beta_2}$	0,9319	0,8979	0,1745	27,38
	τ	$\beta_0 + \beta_1(P)^{0,5} + \beta_2(CTD)^{0,5} + \beta_3(Cris)^{0,5}$	0,8132	0,6165	0,0961	4,35
36470000	α	$\beta_0 + \beta_1(CT) + \beta_2(Cris)$	0,9036	0,8556	0,1585	18,77
	β	$\beta_0 + \beta_1(CTD) + \beta_2(Cris)$	0,8863	0,8295	0,0958	15,60
	λ	$\exp^{\beta_0} CTD^{\beta_1} C_{esc}^{\beta_2}$	0,9319	0,8978	0,1789	27,35
	τ	$\beta_0 + \beta_1(P)^{0,5} + \beta_2(CTD)^{0,5} + \beta_3(Cris)^{0,5}$	0,9009	0,8019	0,0865	9,09

## APÊNDICE 7

## APÊNDICE 7 – ANÁLISE DE DESEMPENHO DOS MODELOS REGIONAIS DE CURVAS DE PERMANÊNCIA DE LONGO TERMO NAS BACIAS DO CEARÁ

***P 7.1 – Gráficos de comparação entre FDC's sintéticas e FDC's empíricas nas estações utilizadas na construção dos modelos regionais***

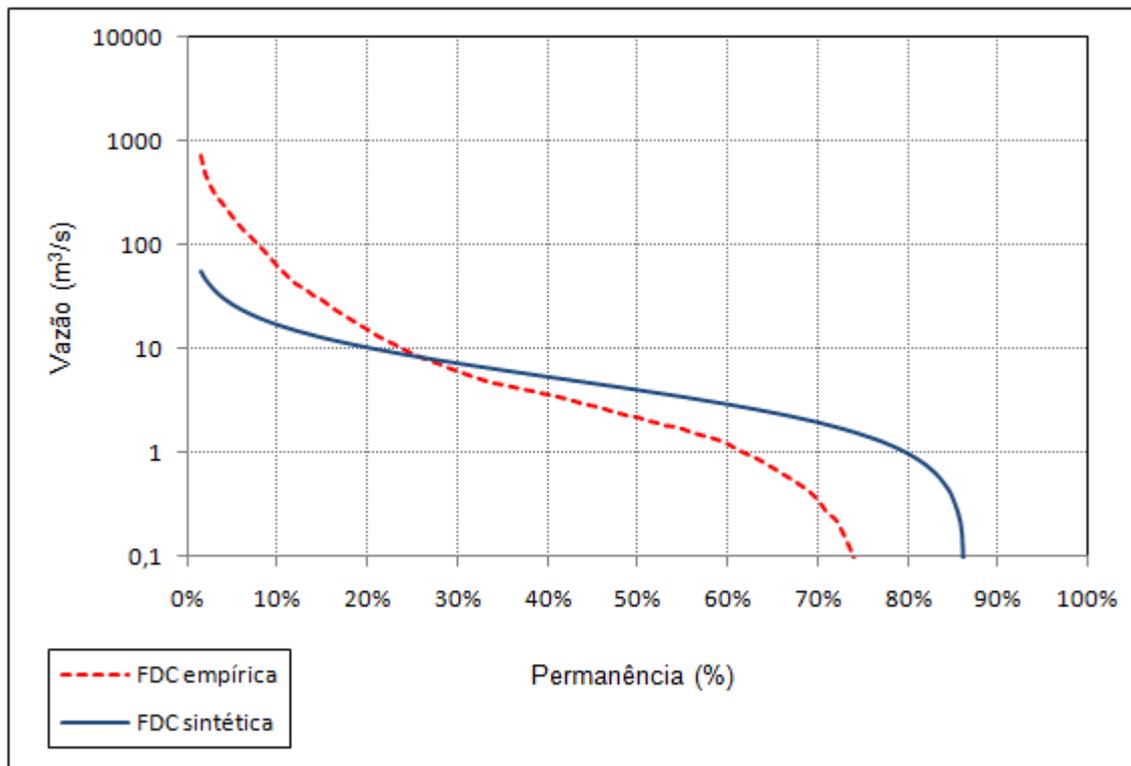


Figura P 7.1 – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Fazenda Boa Esperança (34750000) –  $\tau$  modelado

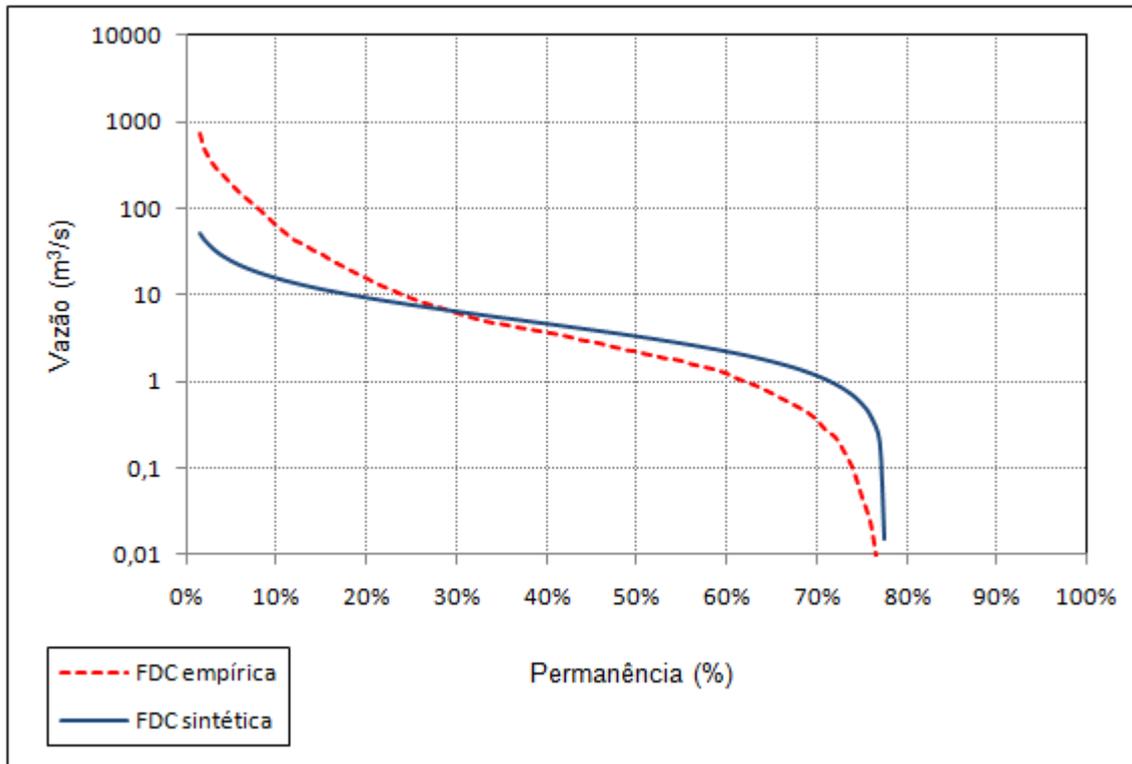


Figura P 7.2 – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Fazenda Boa Esperança (34750000) –  $\tau$  observado

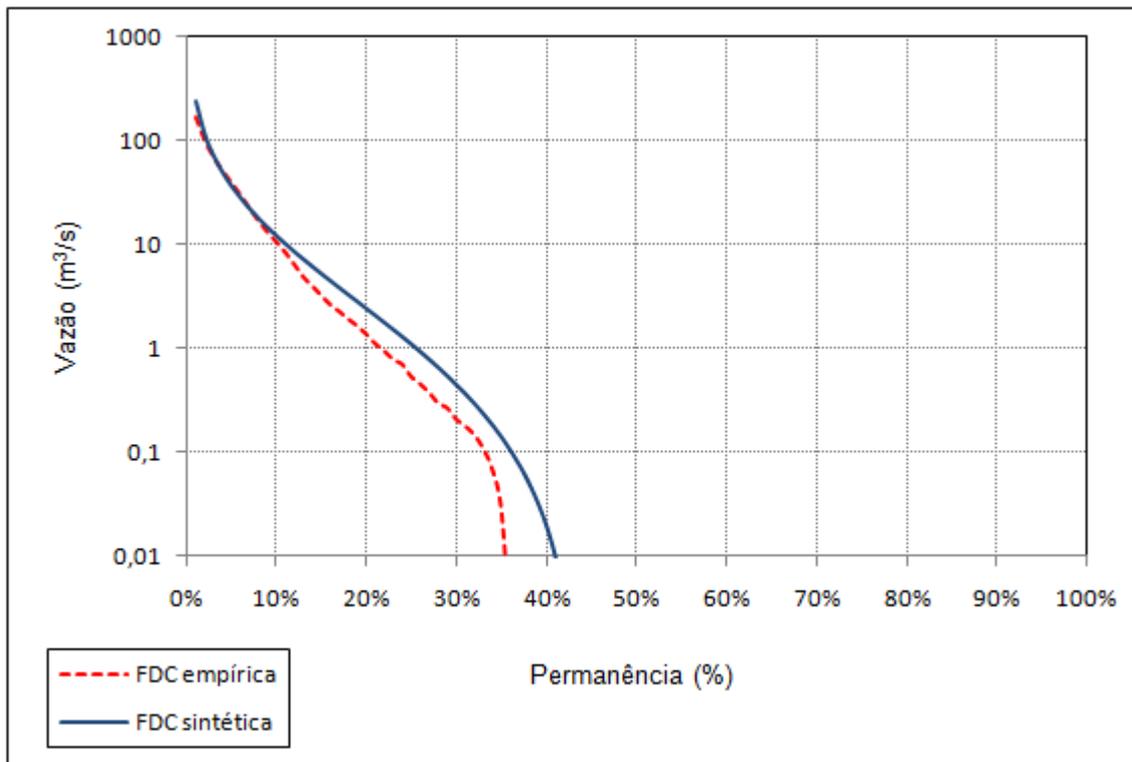


Figura P 7.3 – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Fazenda Cajazeiras (35210000) –  $\tau$  modelado

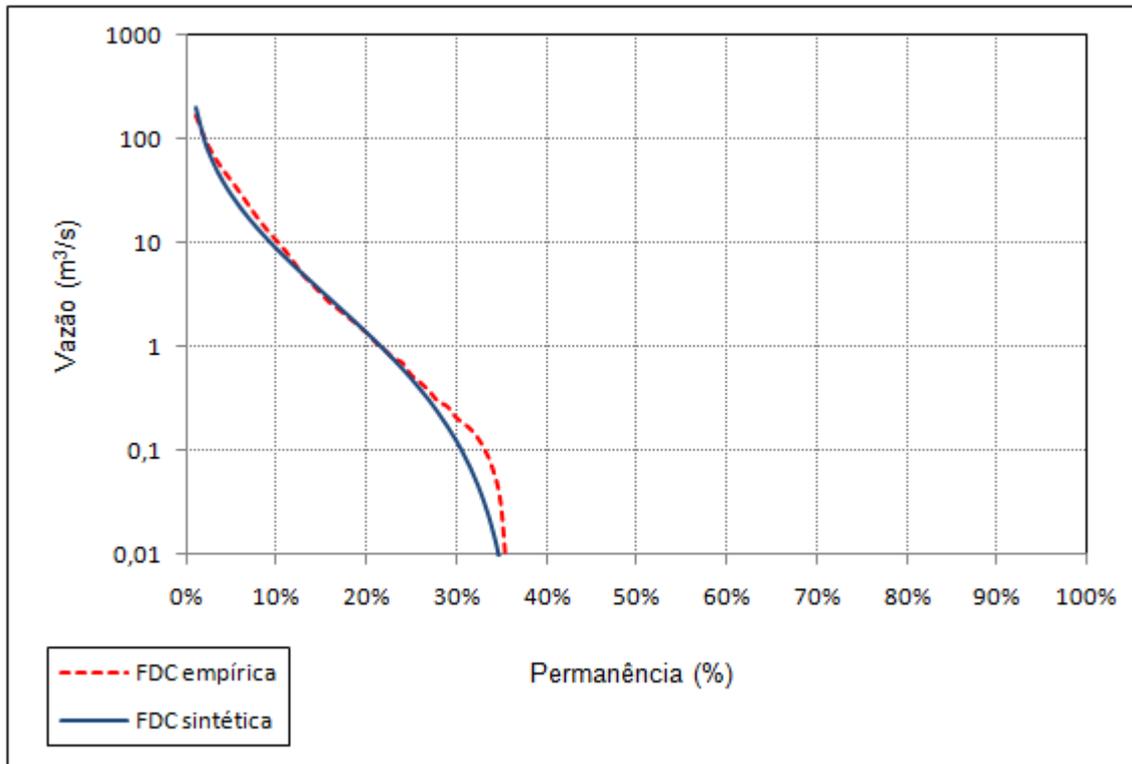


Figura P 7.4 – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Fazenda Cajazeiras (35210000) –  $\tau$  observado

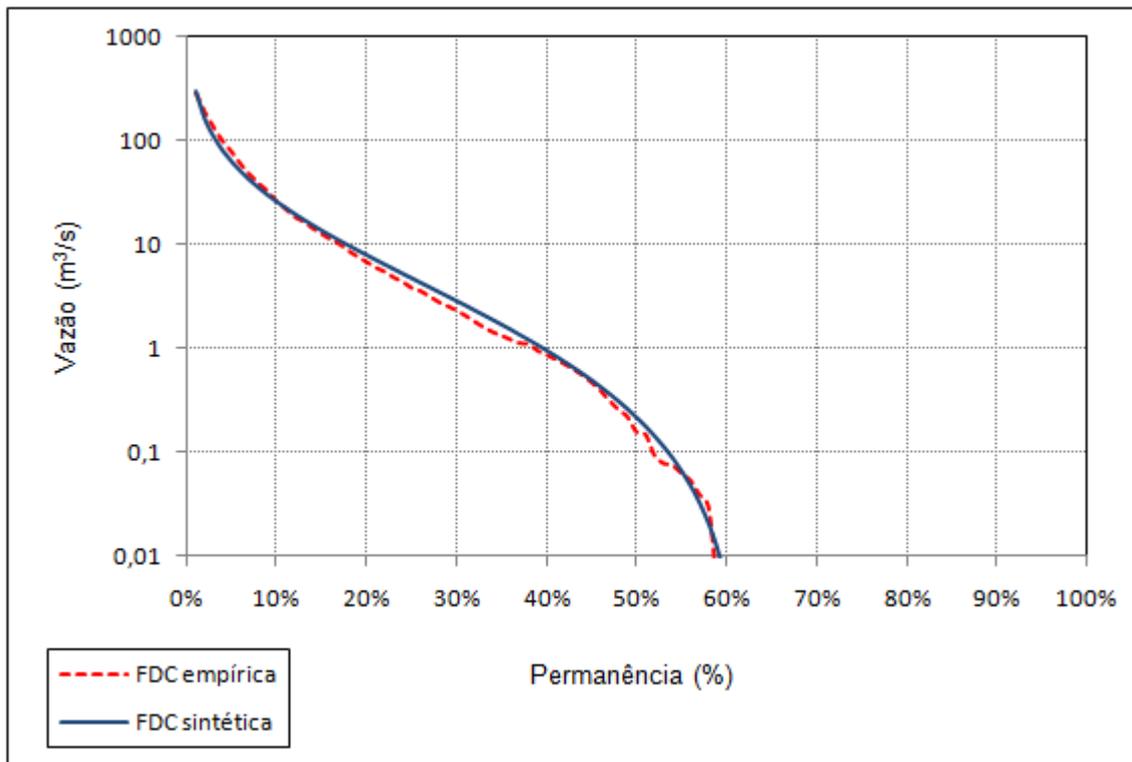


Figura P 7.5 – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Groaíras (35260000) –  $\tau$  modelado

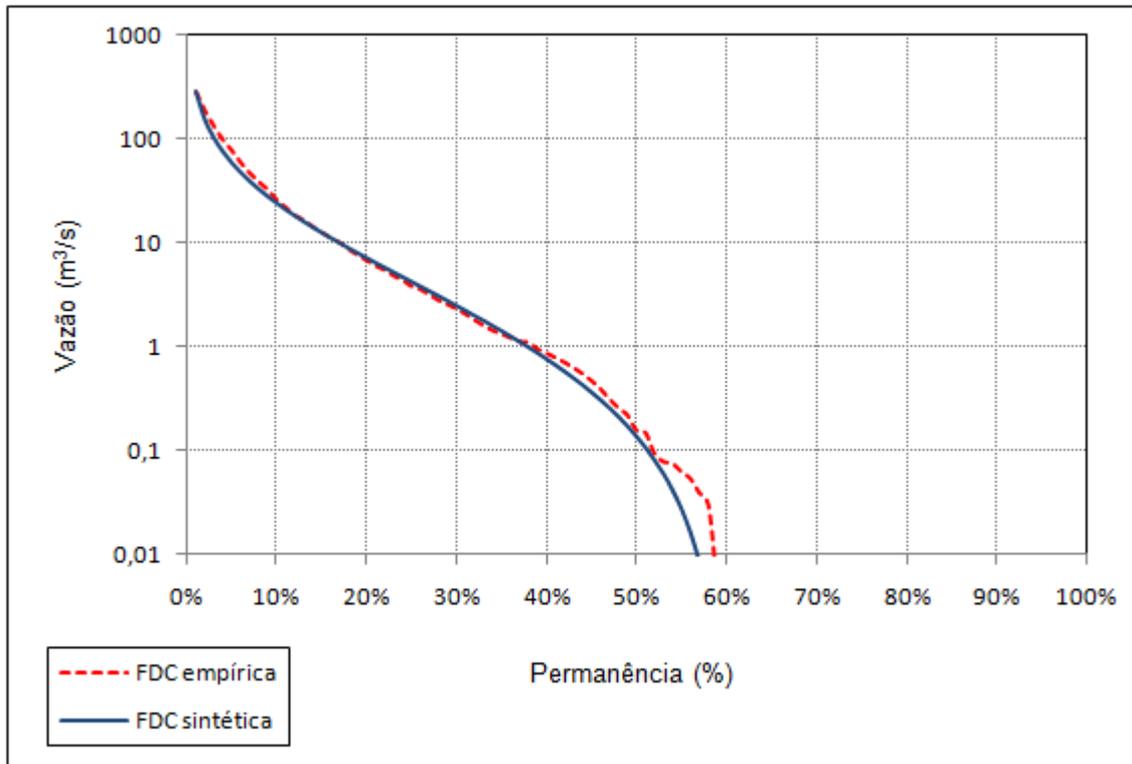


Figura P 7.6 – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Groaíras (35260000) –  $\tau$  observado

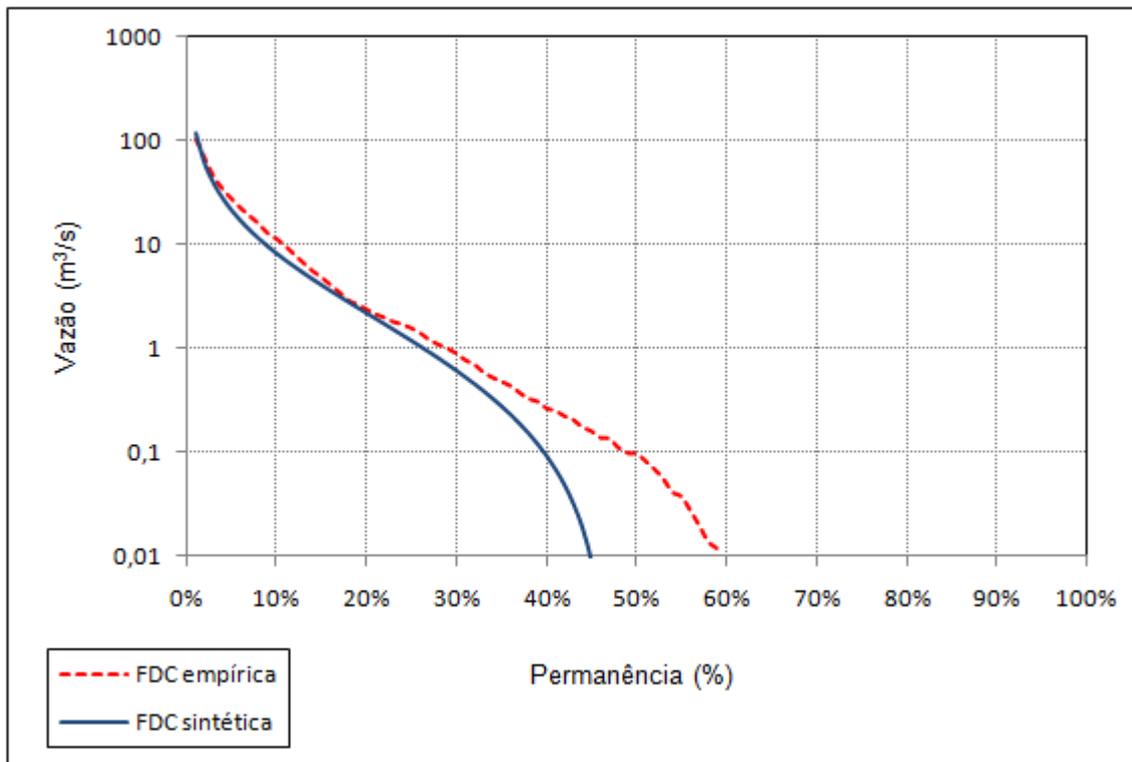


Figura P 7.7 – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Sítio Conceição (36110000) –  $\tau$  modelado

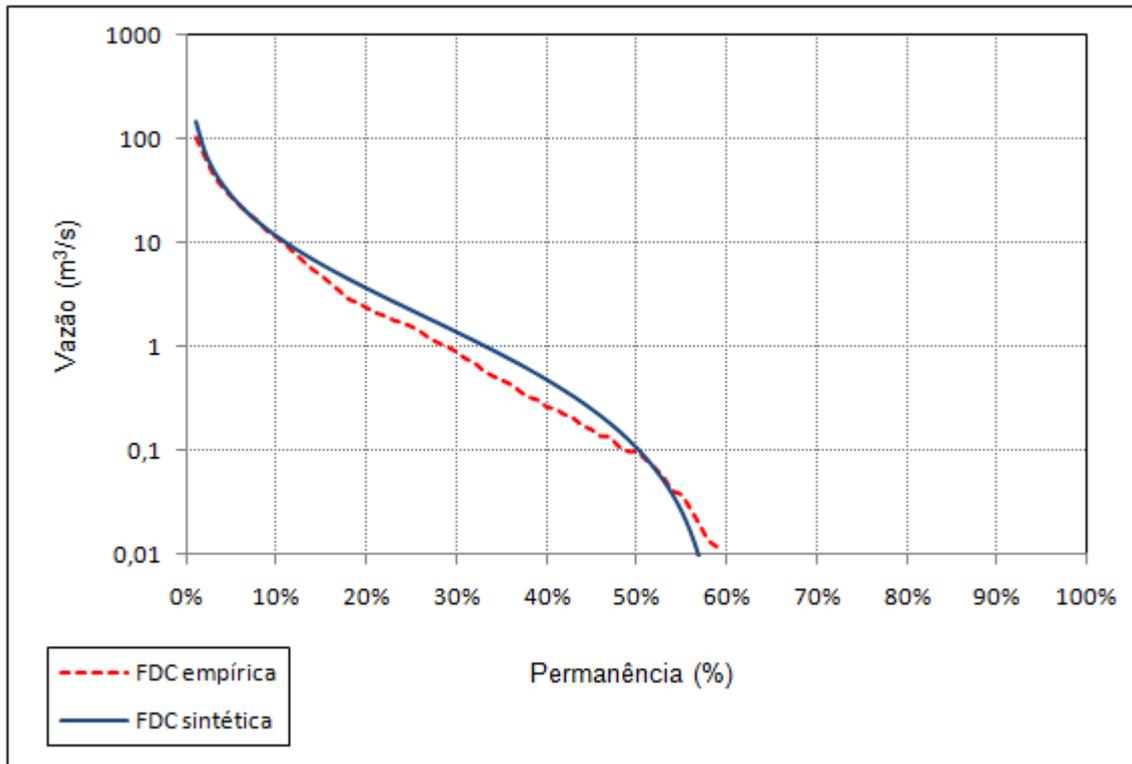


Figura P 7.8 – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Sítio Conceição (36110000) –  $\tau$  observado

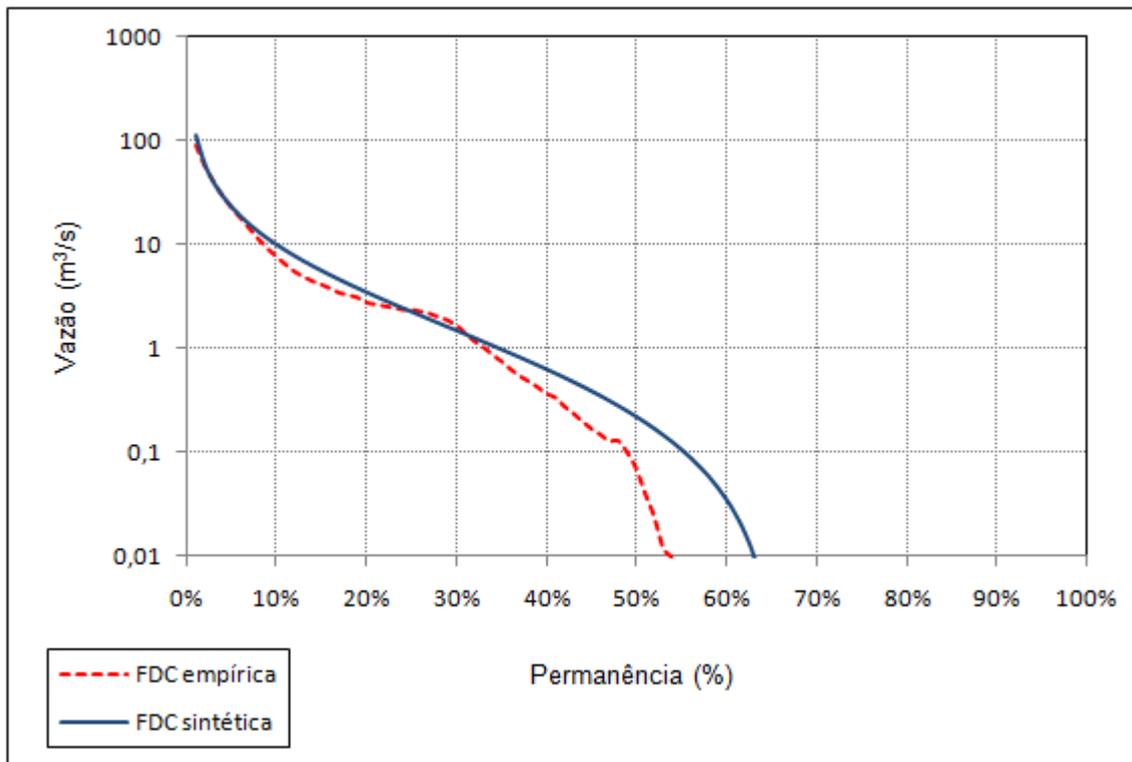


Figura P 7.9 – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Sítio Poço Dantas (36125000) –  $\tau$  modelado

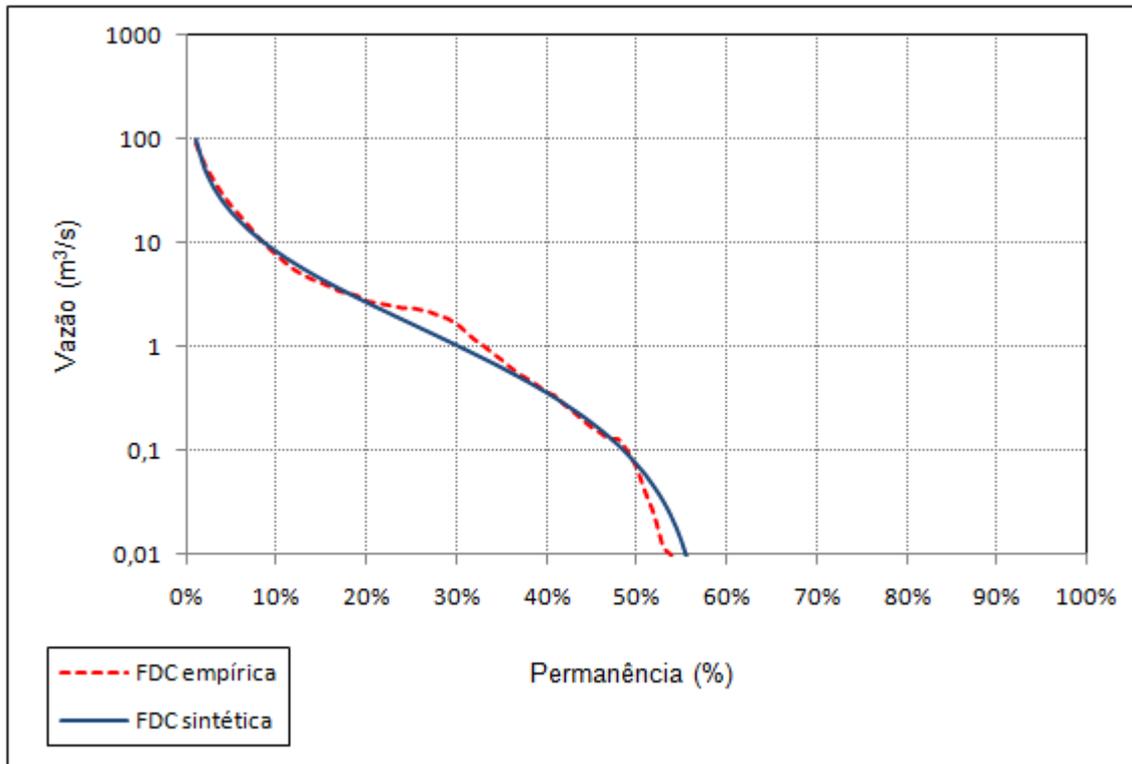


Figura P 7.10 – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Sítio Poço Dantas (36125000) –  $\tau$  observado

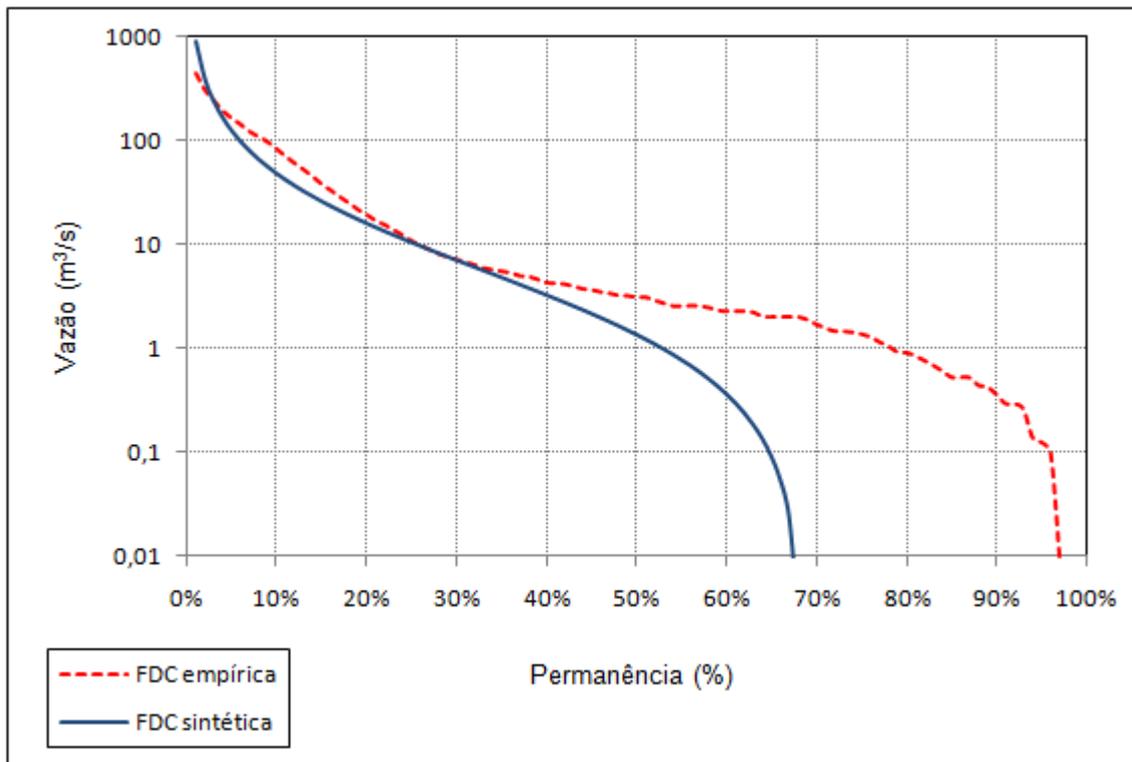


Figura P 7.11 – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Icó (36290000) –  $\tau$  modelado

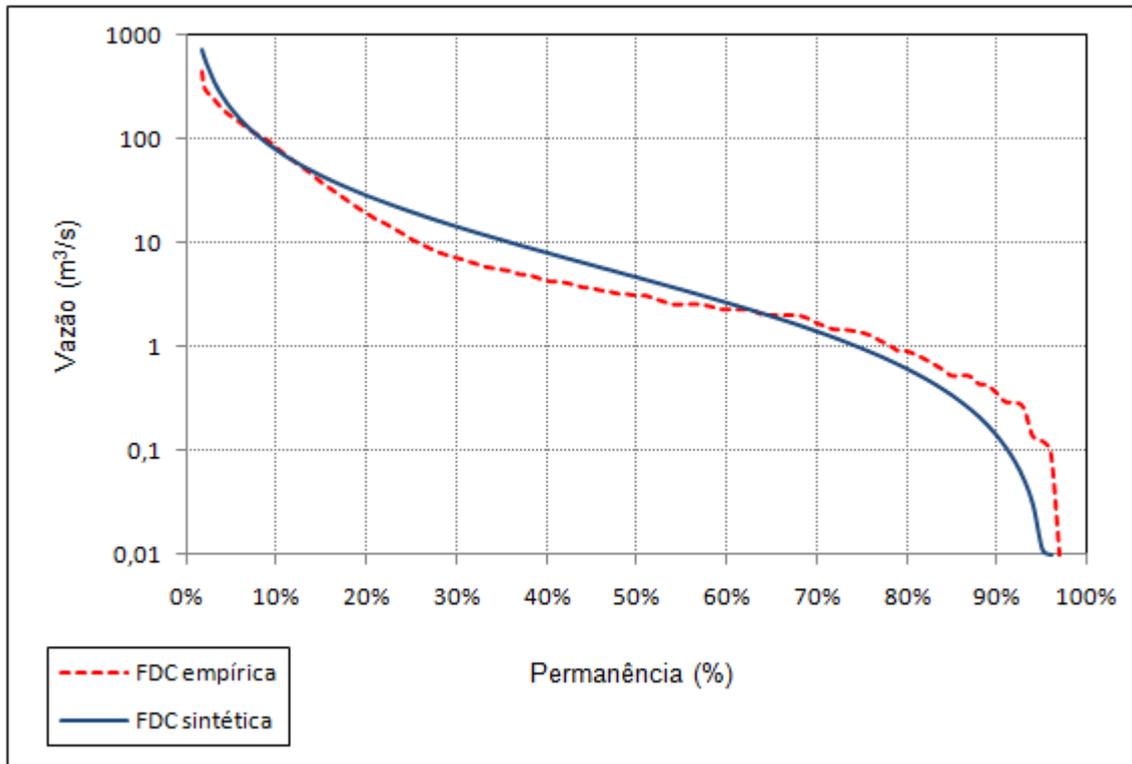


Figura P 7.12 – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Icó (36290000) –  $\tau$  observado

**P 7.2 – Gráficos de comparação entre FDC's sintéticas e FDC's empíricas nas estações que não foram utilizadas na construção dos modelos regionais**

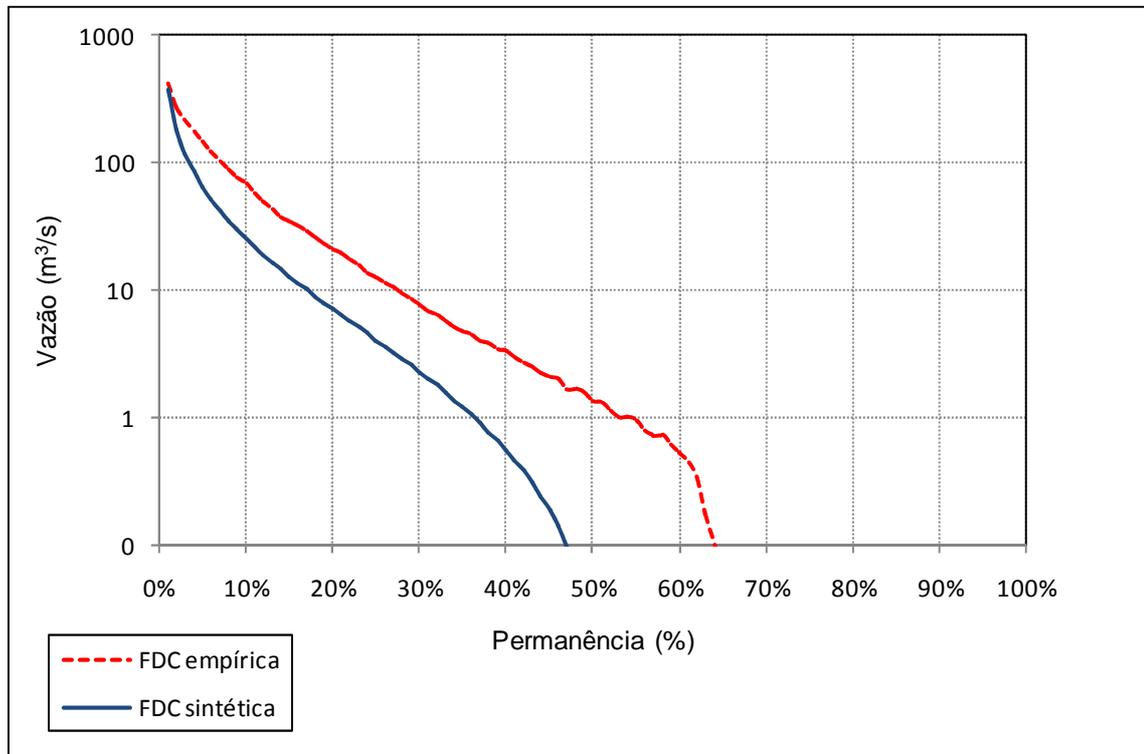


Figura P 7.13 – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Granja (35170000) –  $\tau$  modelado

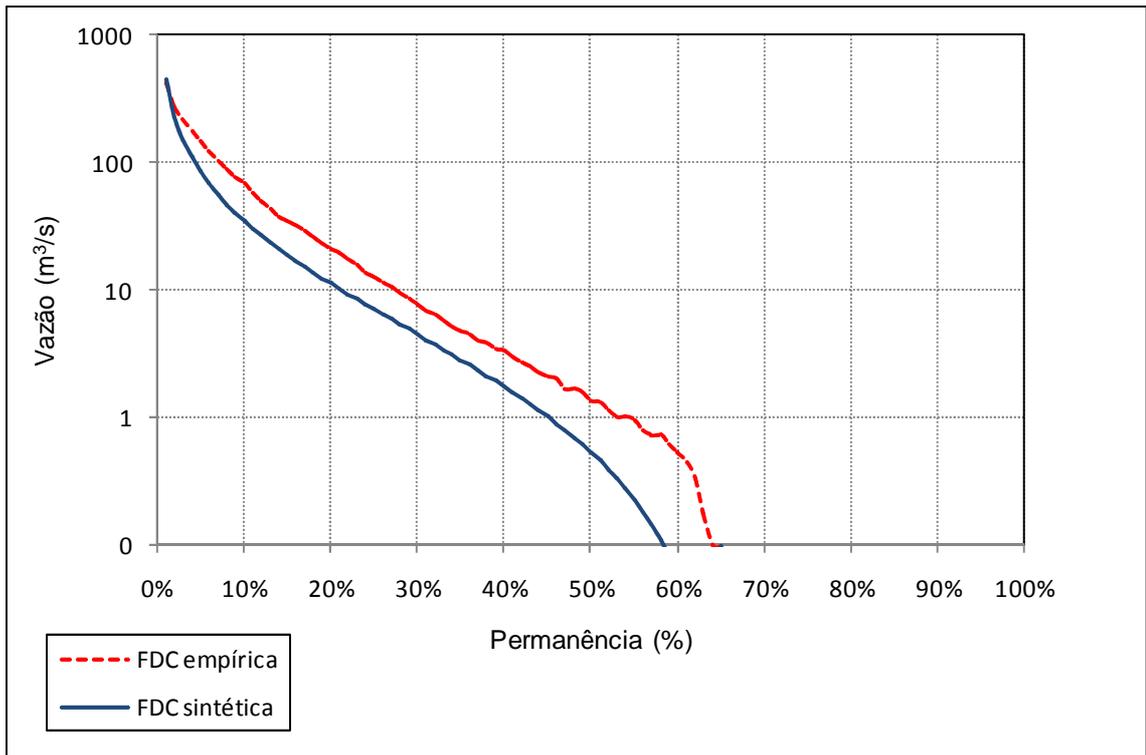


Figura P 7.14 – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Granja (35170000) –  $\tau$  observado

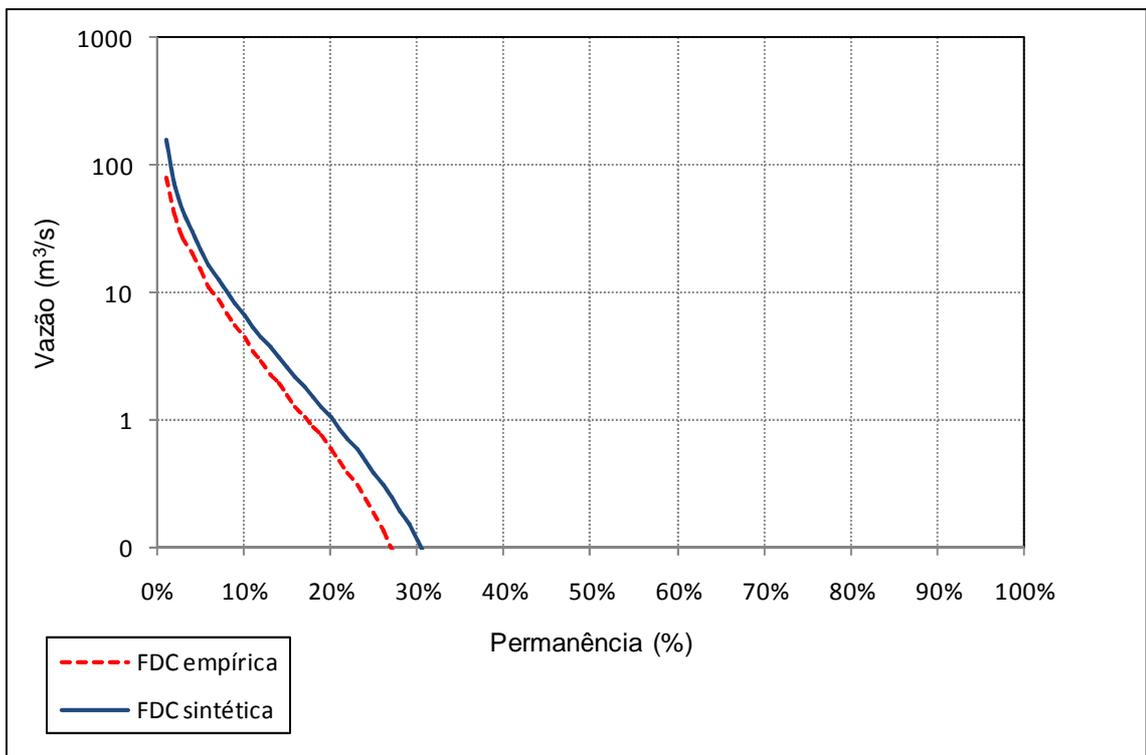


Figura P 7.15 – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Trapiá (35240000) –  $\tau$  modelado

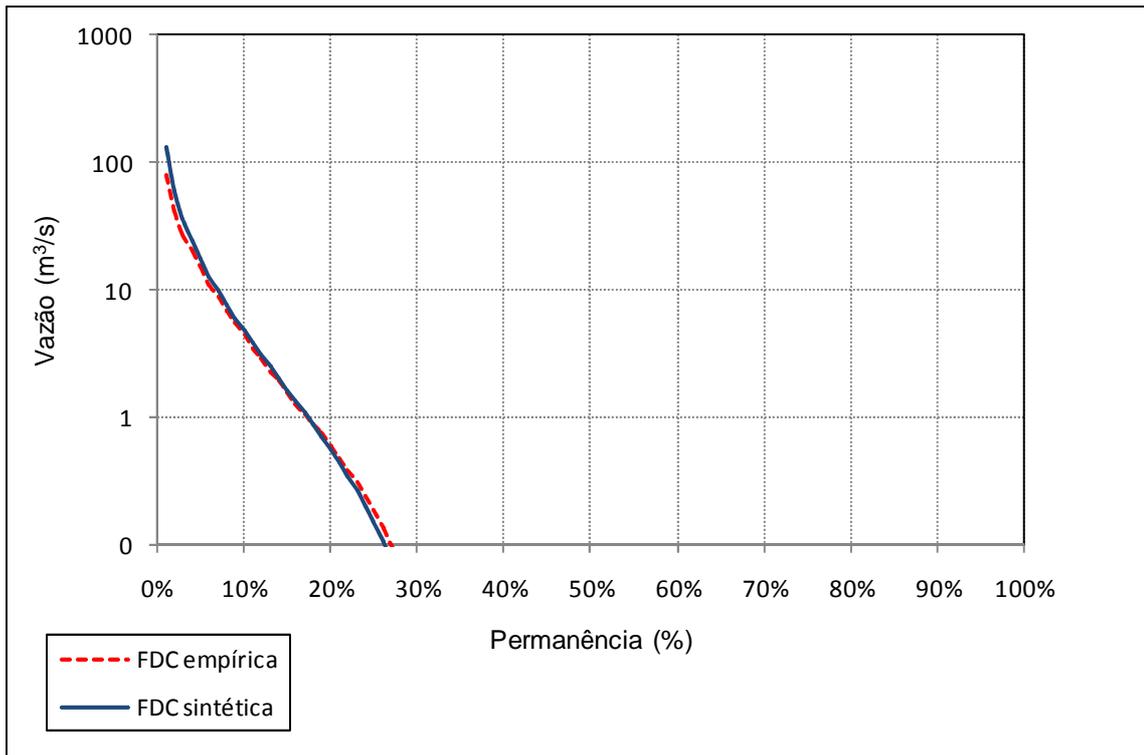


Figura P 7.16 – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Trapiá (35240000) –  $\tau$  observado

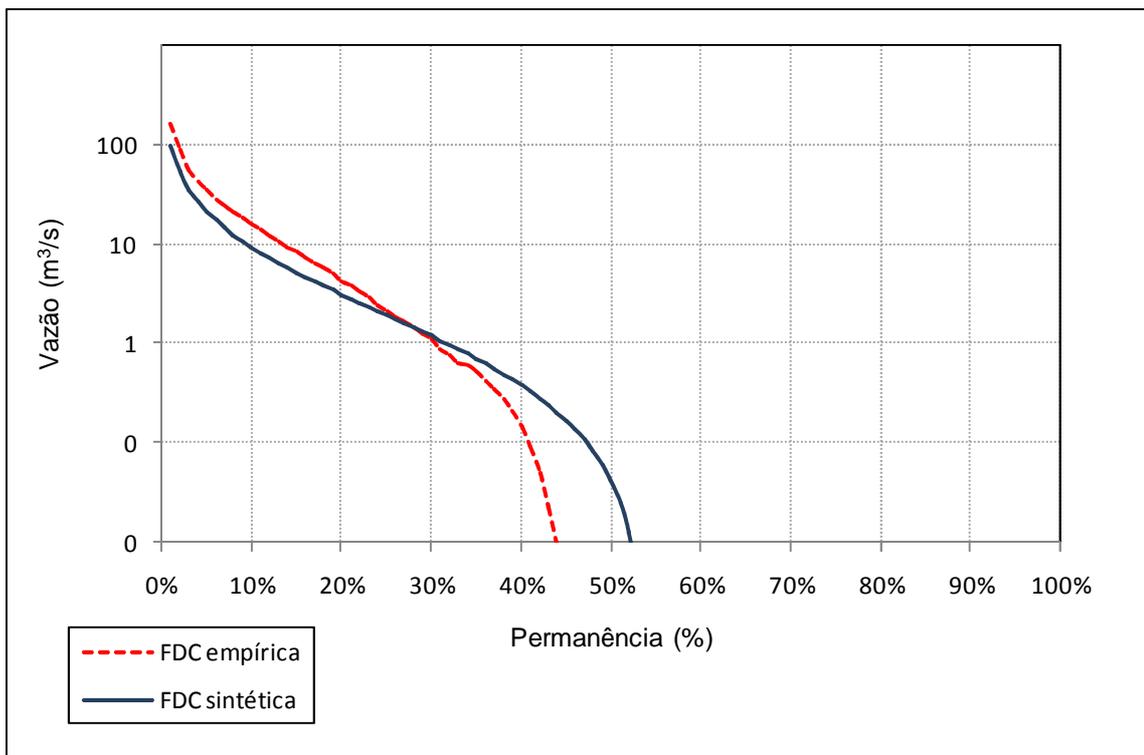


Figura P 7.17 – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Cariús (36130000) –  $\tau$  modelado

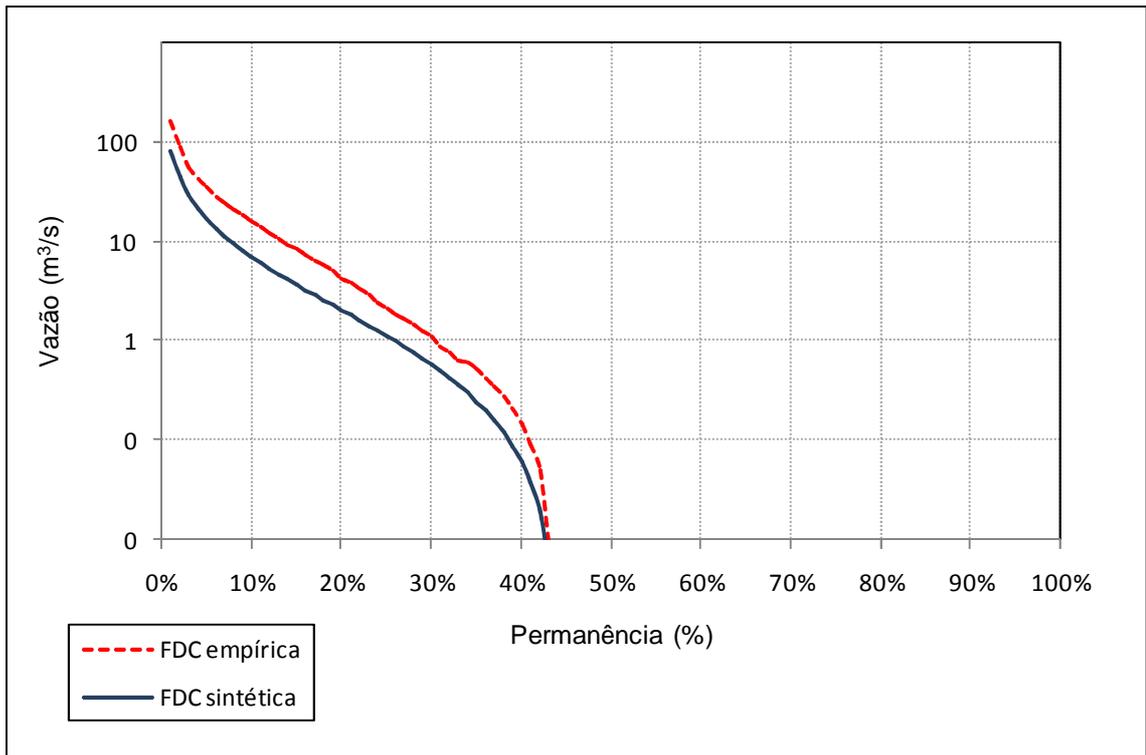


Figura P 7.18 – Comparação entre a FDC sintética e a FDC empírica na estação Cariús (36130000) –  $\tau$  observado

# APÊNDICE 8

## APÊNDICE 8 – RESULTADOS DA CALIBRAÇÃO DO MODELO RIO GRANDE A PARTIR DE CURVAS DE PERMANÊNCIA SINTÉTICAS NAS BACIAS DO CEARÁ

*P 8.1 – Gráficos de comparação entre as FDC's calibradas, FDC's sintéticas e FDC's empíricas*

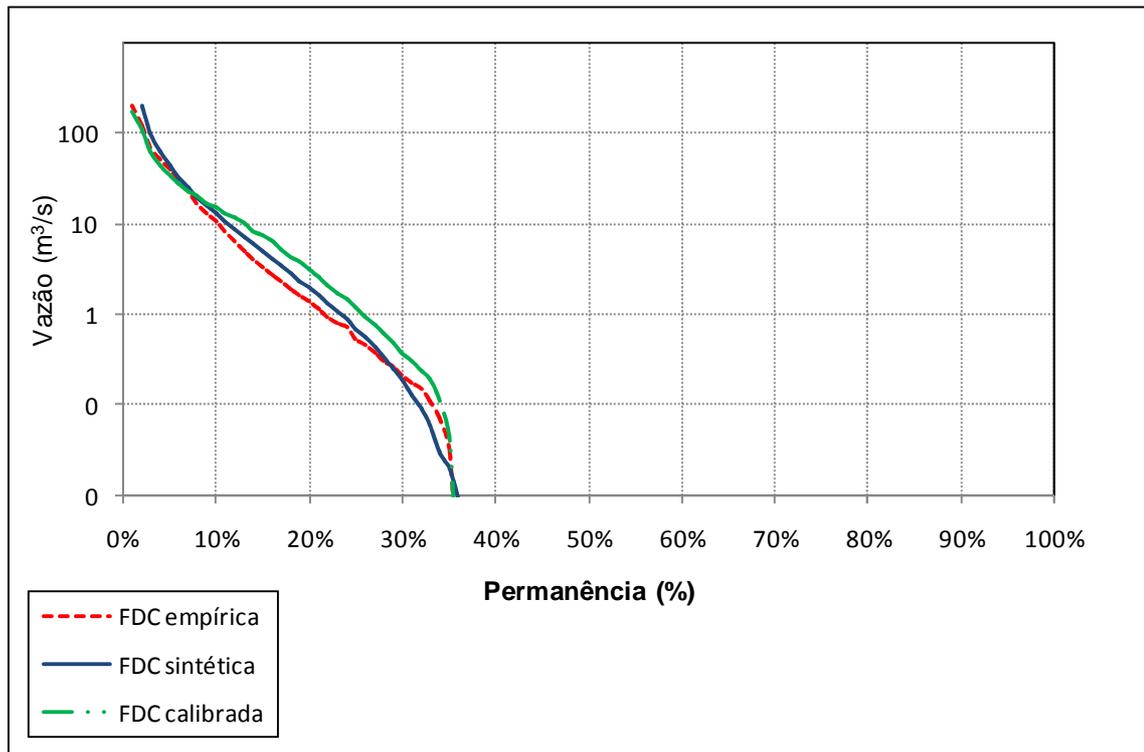


Figura P 8.1 – Comparação entre FDC's calibradas, sintéticas e observadas na estação de Fazenda Cajazeiras (35210000) no período 01/10/1981 a 30/09/1987

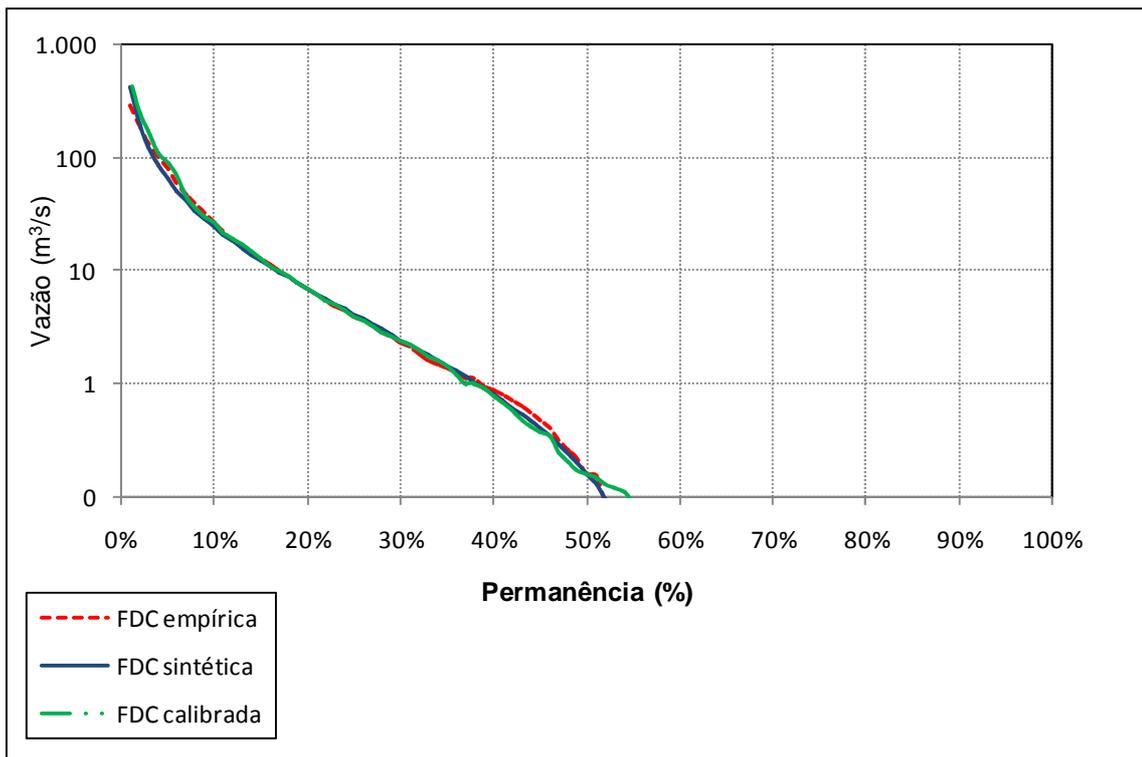


Figura P 8.2 – Comparação entre FDC's calibradas, sintéticas e observadas na estação de Groaíras (35260000) no período 01/10/1969 a 30/09/1975

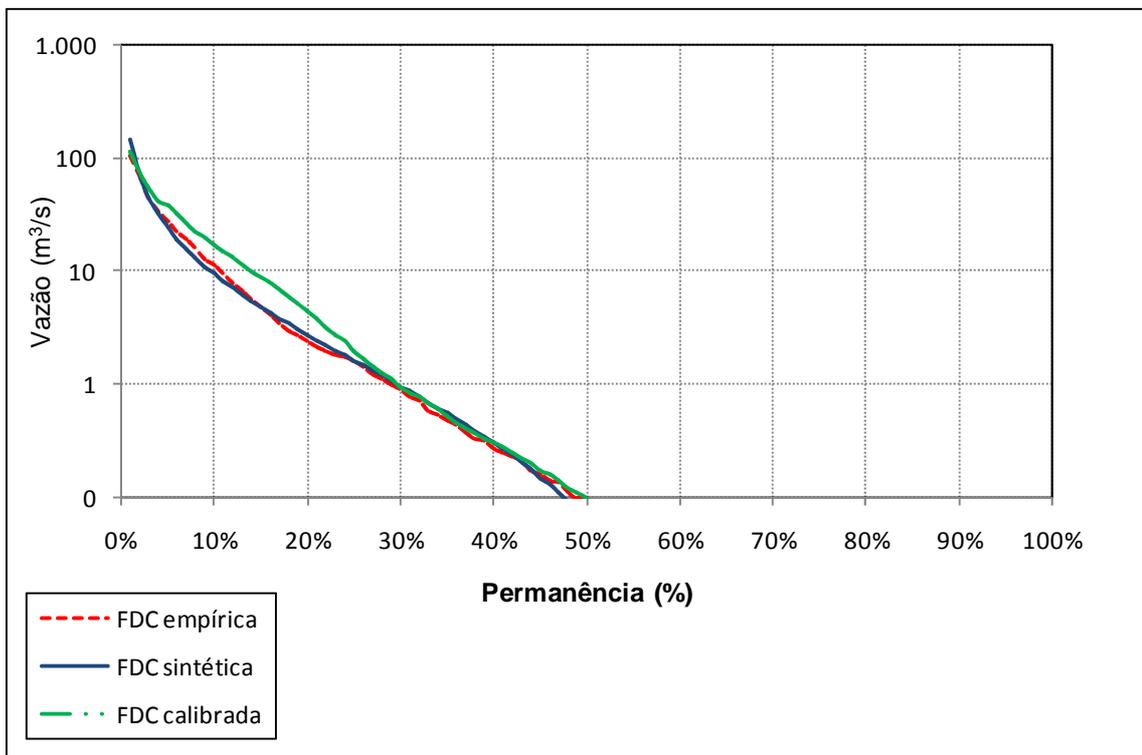


Figura P 8.3 – Comparação entre FDC's calibradas, sintéticas e observadas na estação de Sítio Conceição (36110000) no período 01/10/1969 a 30/09/1975

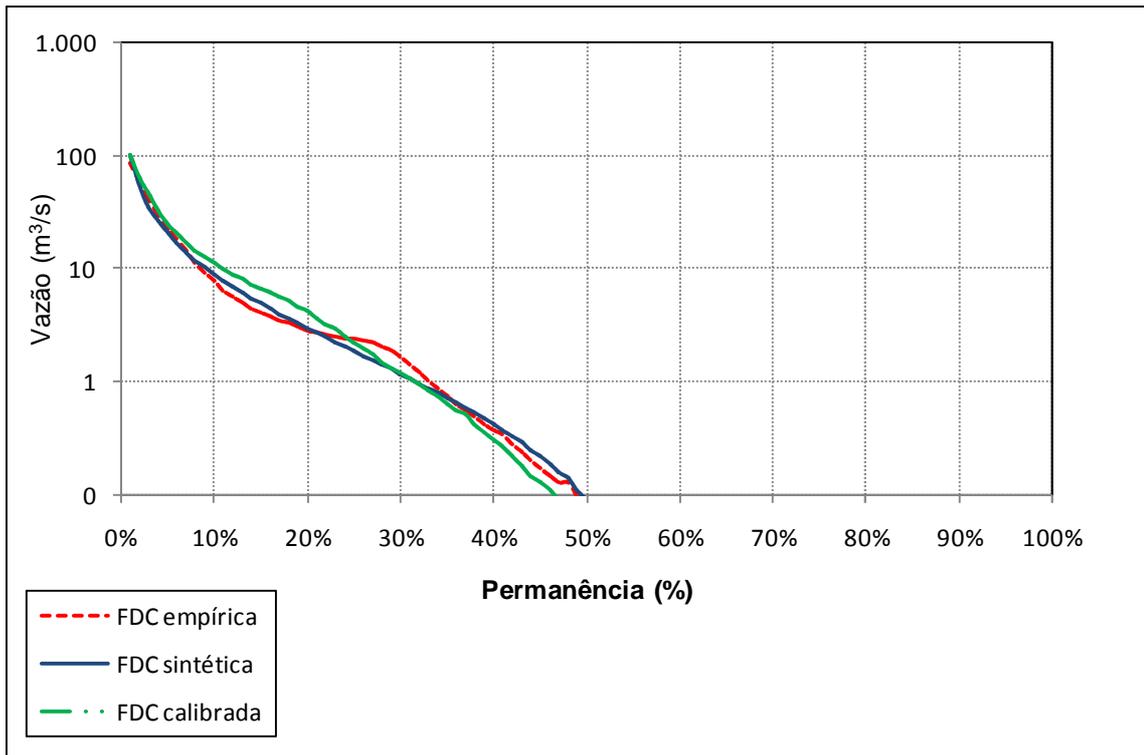


Figura P 8.4 – Comparação entre FDC's calibradas, sintéticas e observadas na estação de Sítio Poço Dantas (36125000) no período 01/10/1981 a 30/09/1987

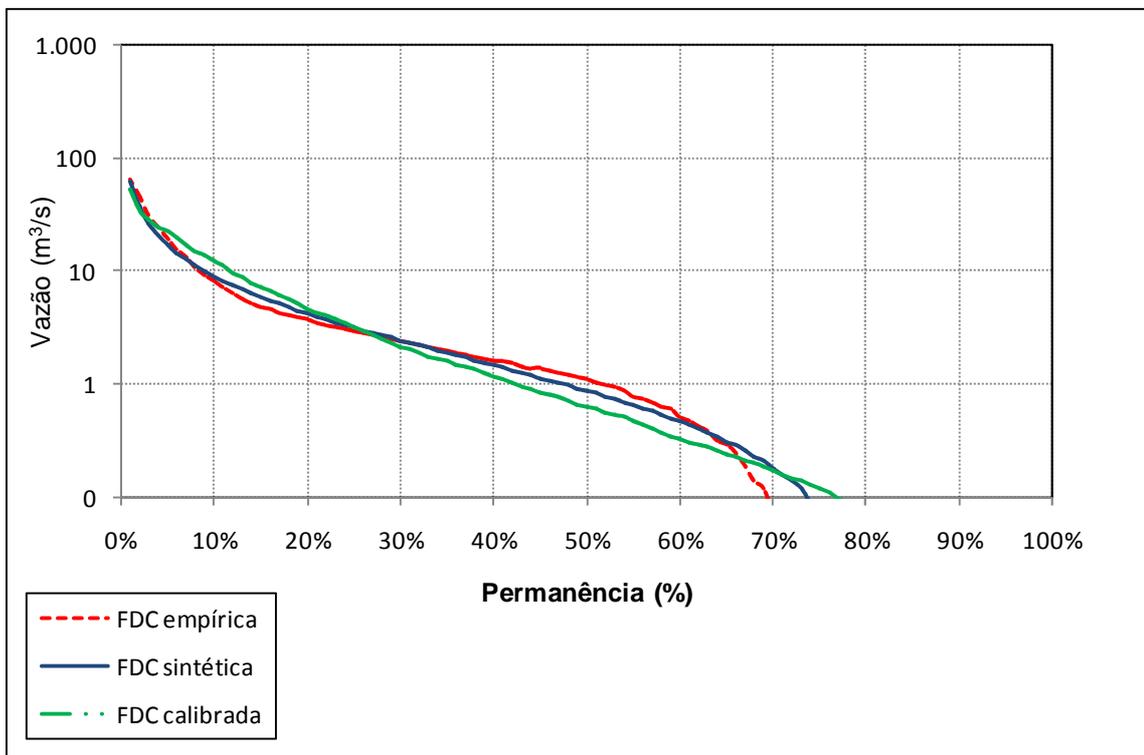


Figura P 8.5 – Comparação entre FDC's calibradas, sintéticas e observadas na estação de Sítio Lapinha (36210000) no período 01/10/1985 a 30/09/1991

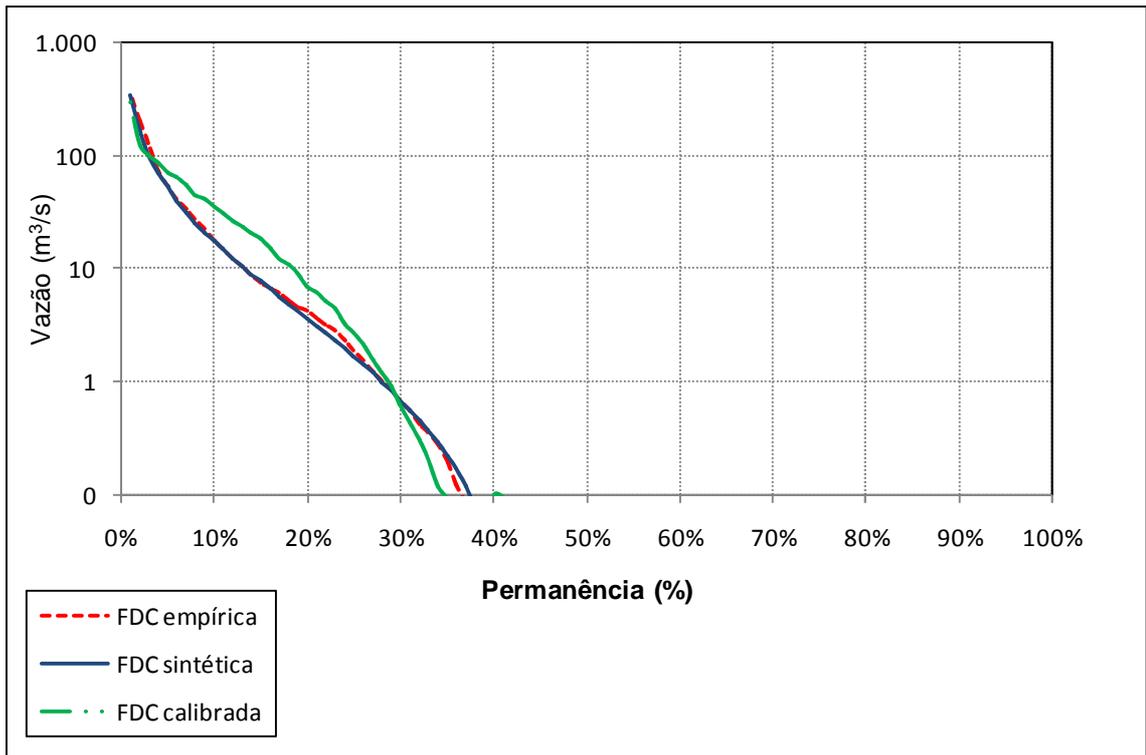


Figura P 8.7 – Comparação entre FDC's calibradas, sintéticas e observadas na estação de Senador Pompeu (36470000) no período 01/10/1981 a 30/09/1987

## P 8.2 – Hidrogramas calibrados versus hidrogramas observados

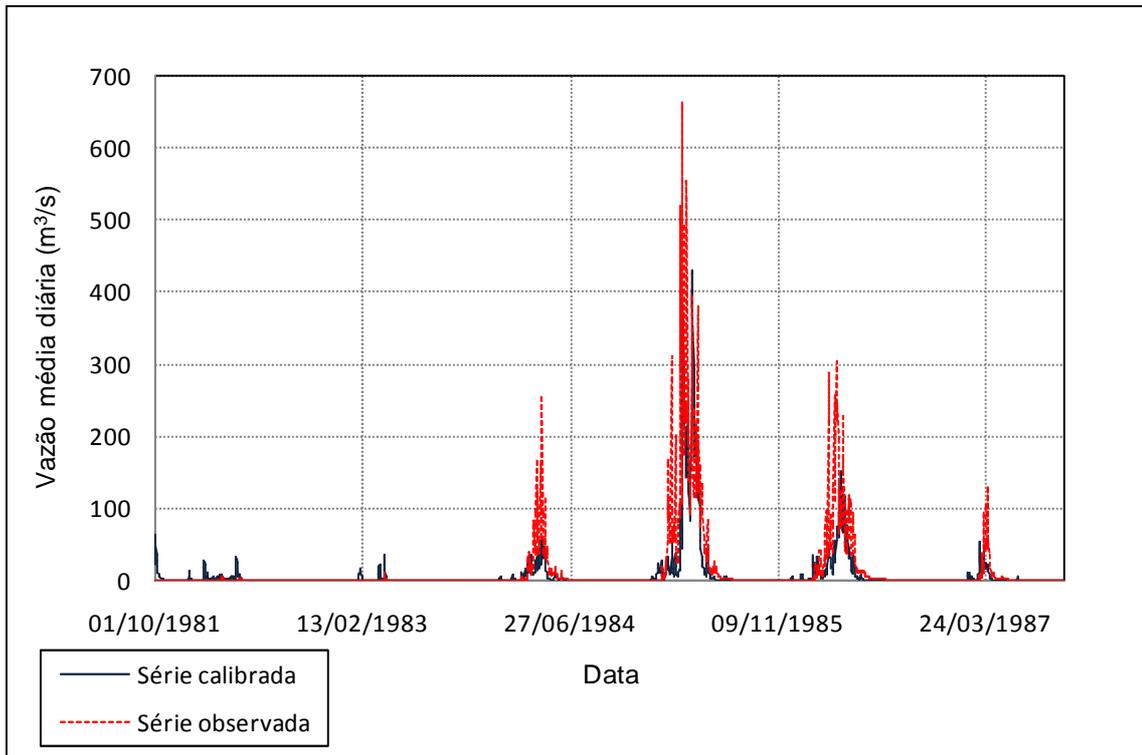


Figura P 8.8 – Hidrogramas observado e calibrado com curvas de permanência de longo termo na estação de Fazenda Cajazeiras (35210000)

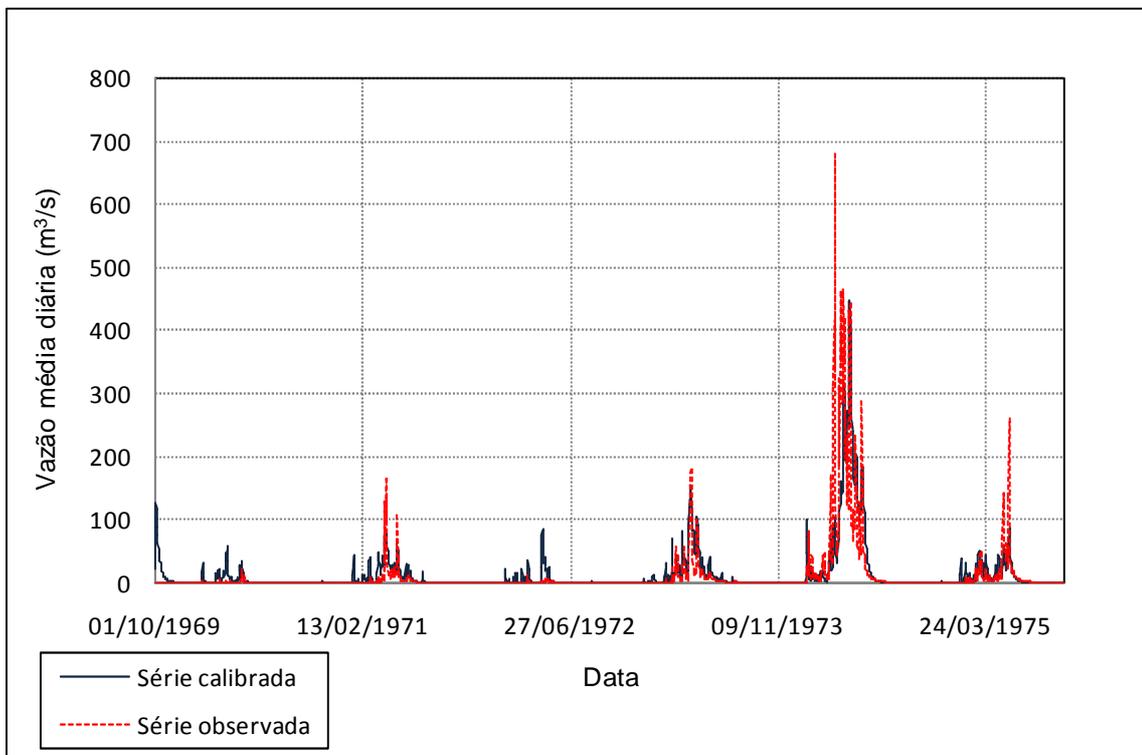


Figura P 8.9 – Hidrogramas observado e calibrado com curvas de permanência de longo termo na estação de Groaíras (35260000)

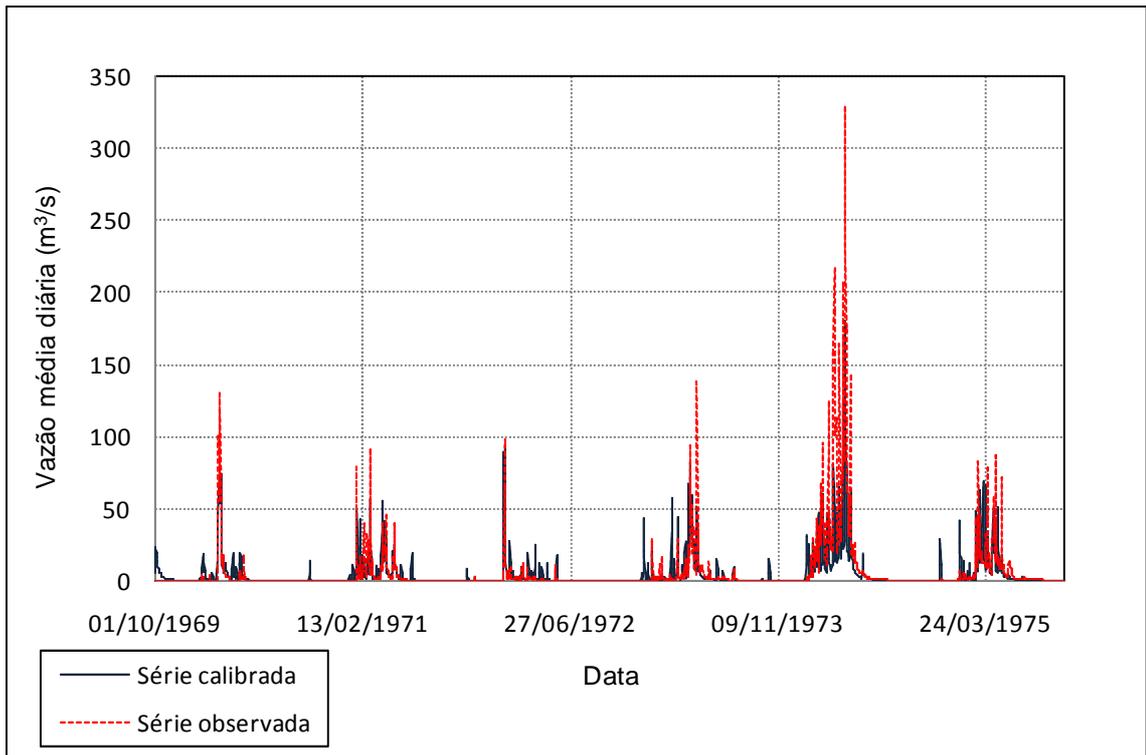


Figura P 8.10 – Hidrogramas observado e calibrado com curvas de permanência de longo termo na estação de Sítio Conceição (36110000)

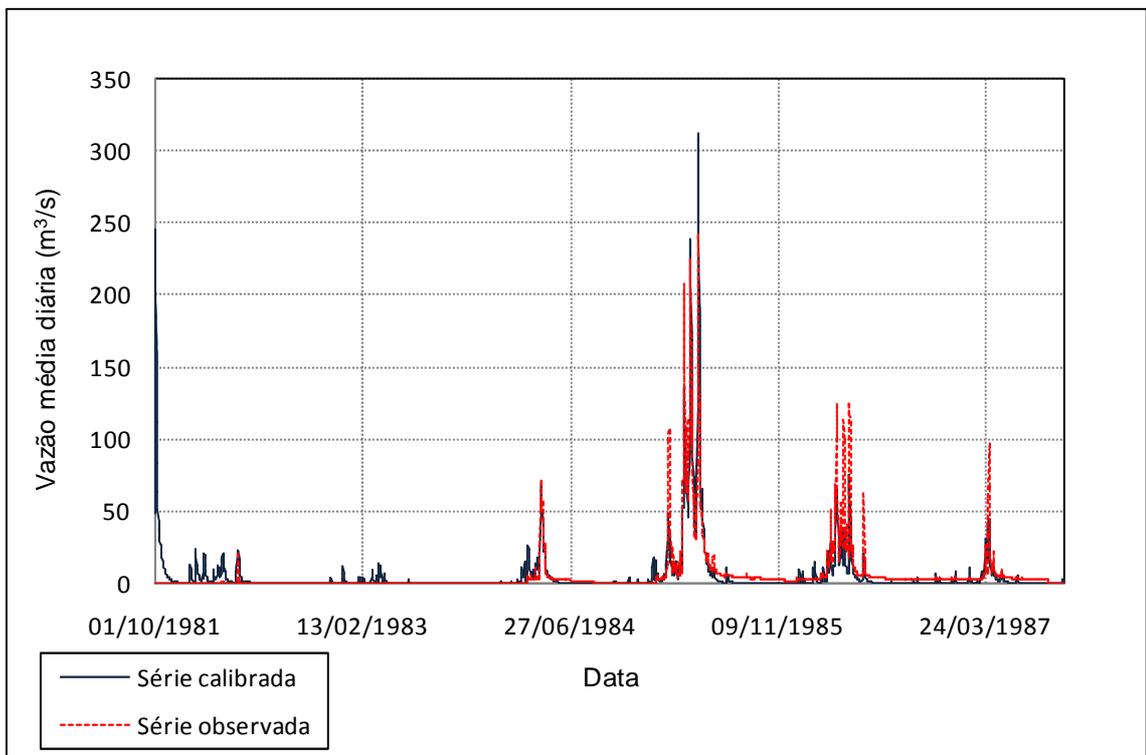


Figura P 8.11 – Hidrogramas observado e calibrado com curvas de permanência de longo termo na estação de Sítio Poço Dantas (36125000)

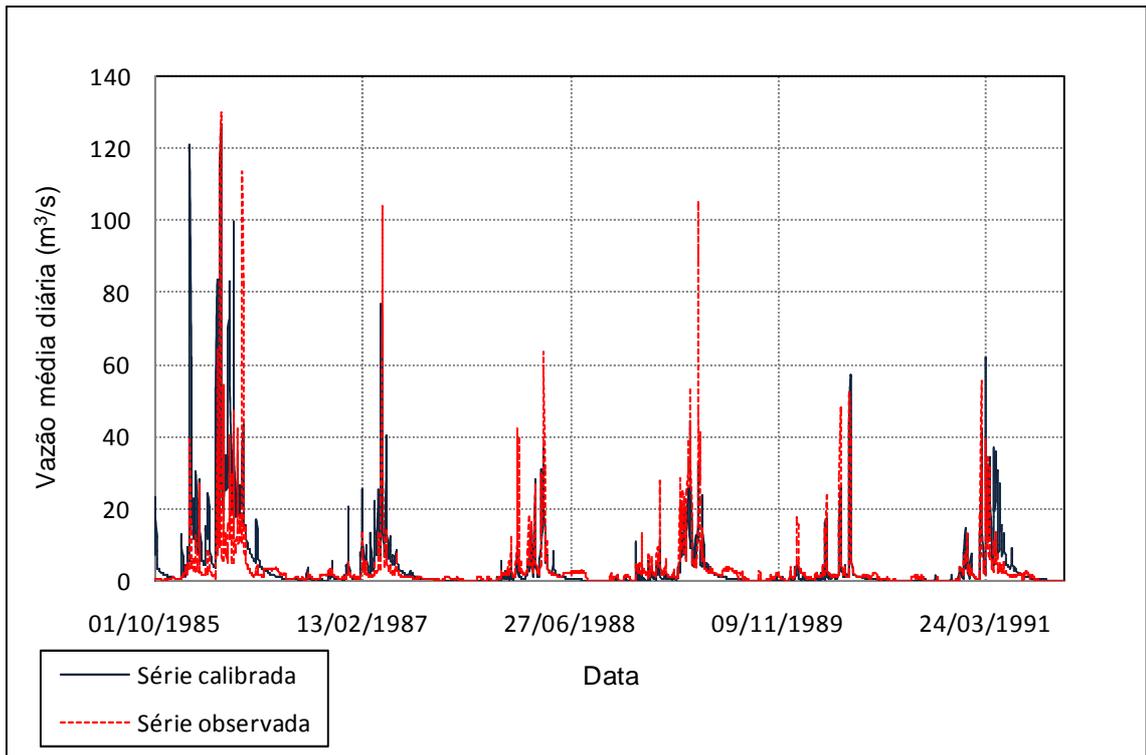


Figura P 8.12 – Hidrogramas observado e calibrado com curvas de permanência de longo termo na estação de Sítio Lapinha (36210000)

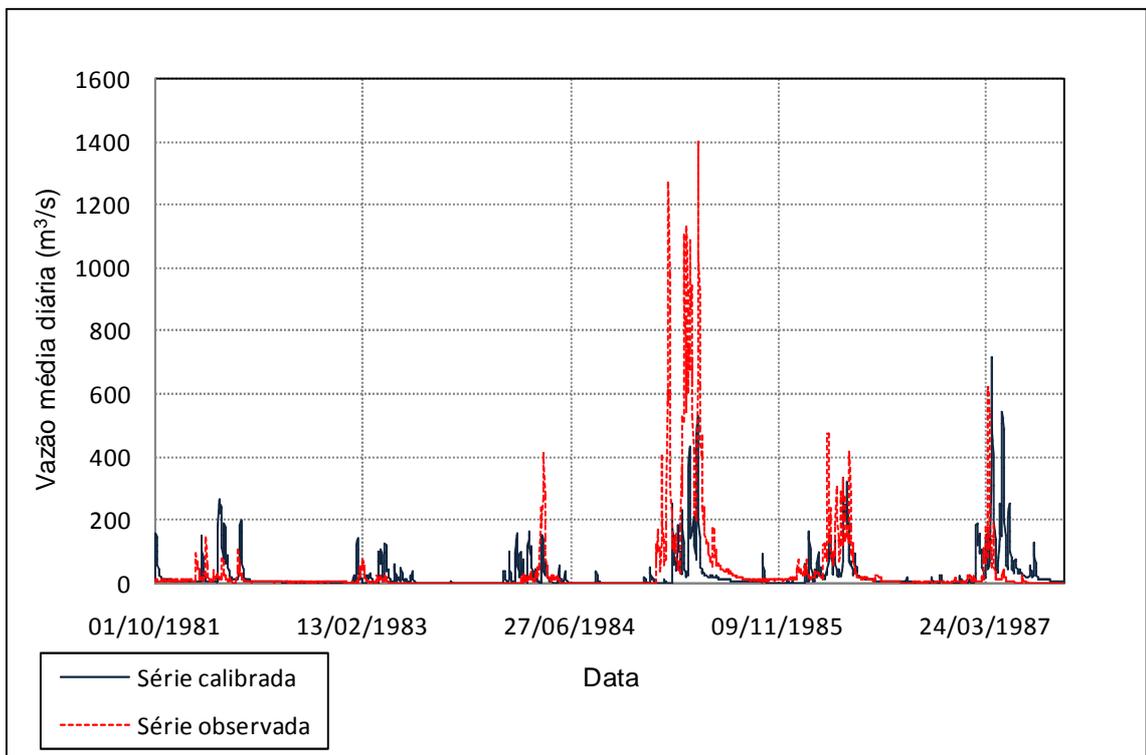


Figura P 8.13 – Hidrogramas observado e calibrado com curvas de permanência de longo termo na estação de Icó (36290000)

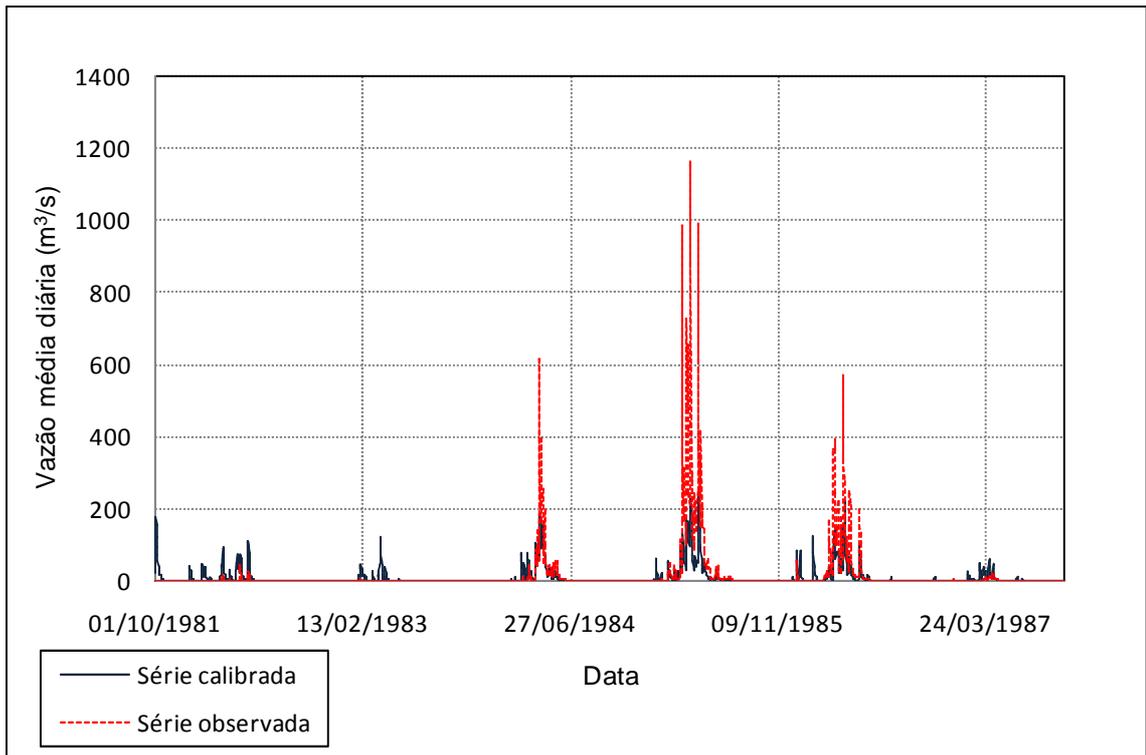


Figura P 8.14 – Hidrogramas observado e calibrado com curvas de permanência de longo termo na estação de Senador Pompeu (36470000)

**P 8.3 – Vazões calibradas versus vazões observadas**

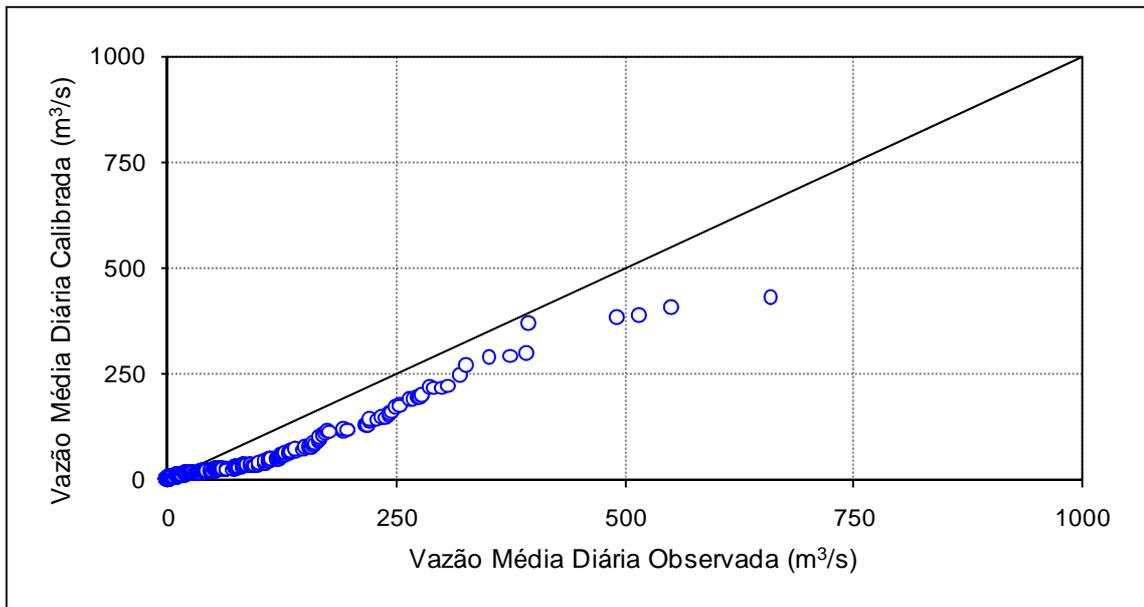


Figura P 8.15 – Vazões calibradas a partir de curvas de permanência de longo termo *versus* vazões observadas na estação de Fazenda Cajazeiras (35260000)

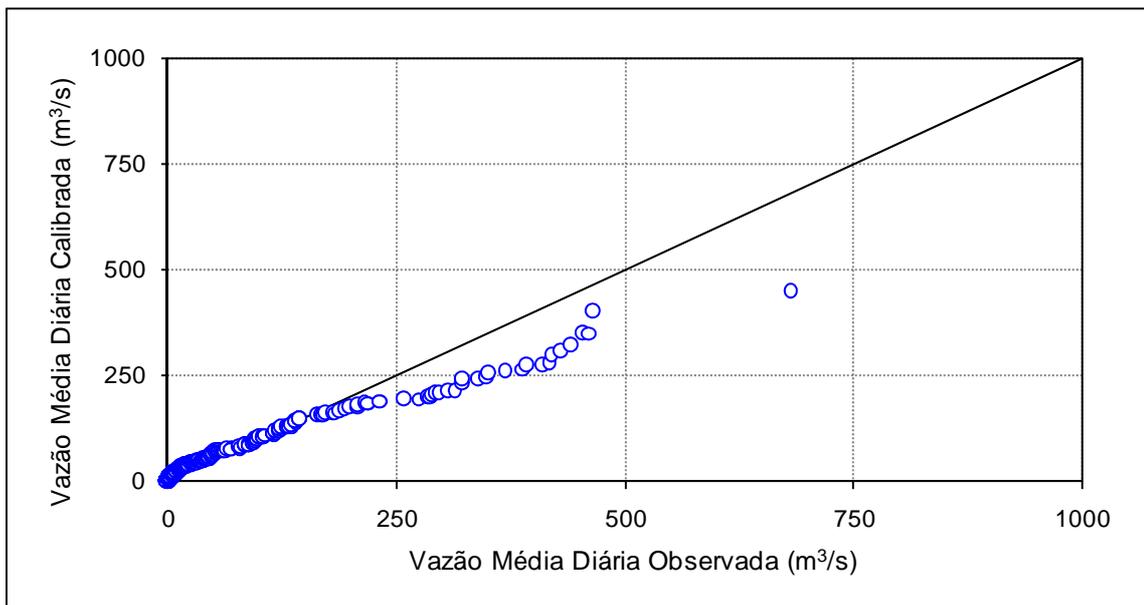


Figura P 8.16 – Vazões calibradas a partir de curvas de permanência de longo termo *versus* vazões observadas na estação de Groaíras (35260000)

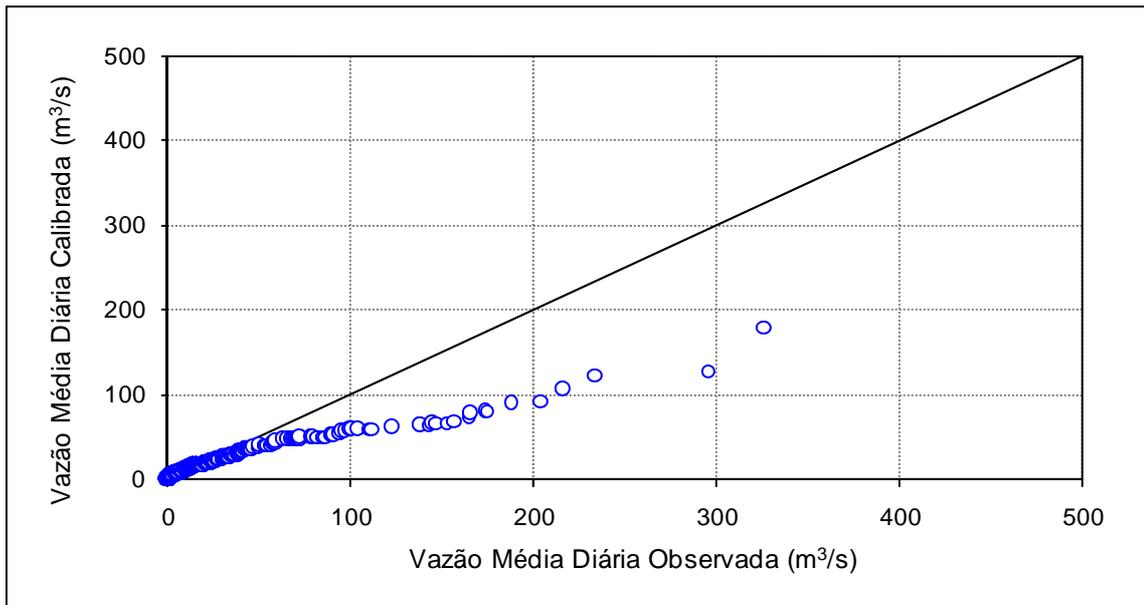


Figura P 8.17– Vazões calibradas a partir de curvas de permanência de longo termo *versus* vazões observadas na estação de Sítio Conceição (36110000)

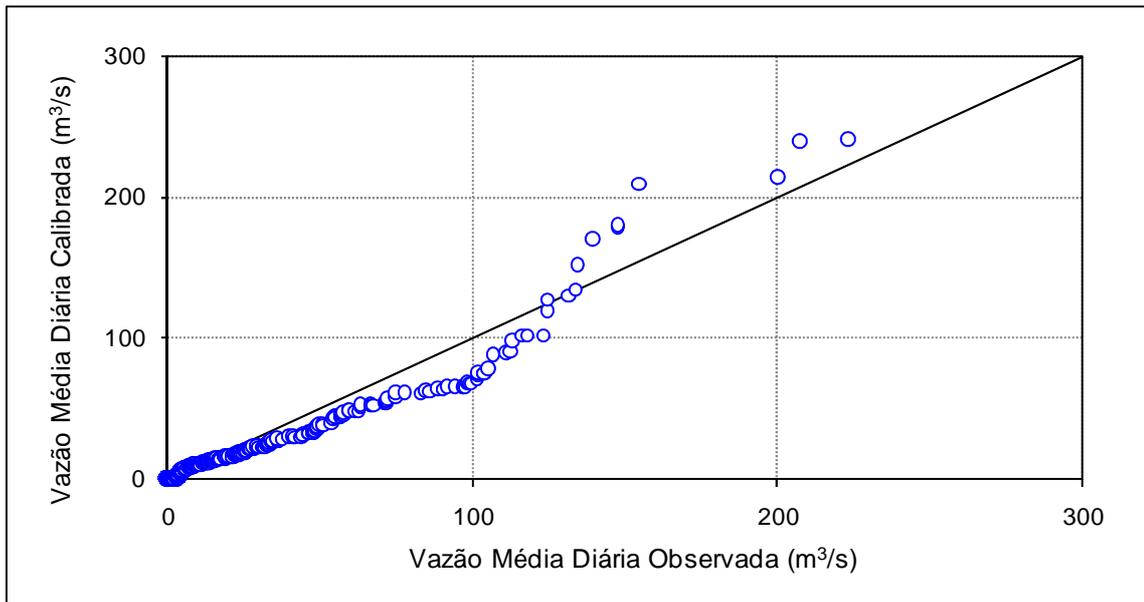


Figura P 8.18 – Vazões calibradas a partir de curvas de permanência de longo termo *versus* vazões observadas na estação de Sítio Poço Dantas (36125000)

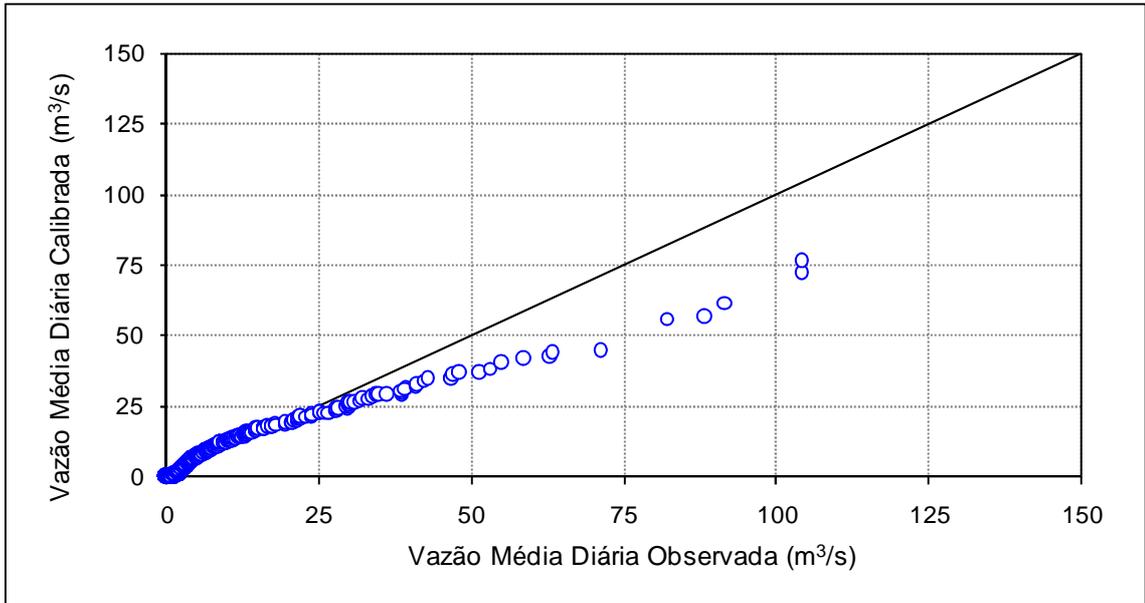


Figura P 8.19 – Vazões calibradas a partir de curvas de permanência de longo termo *versus* vazões observadas na estação de Sítio Lapinha (36210000)

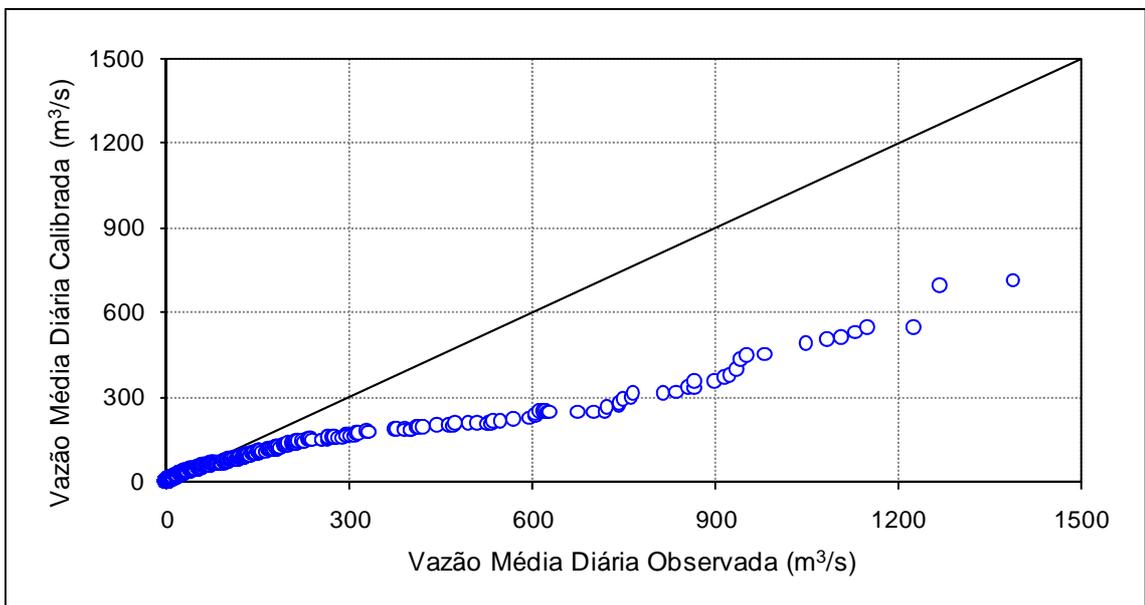


Figura P 8.20 – Vazões calibradas a partir de curvas de permanência de longo termo *versus* vazões observadas na estação de Icó (36290000)

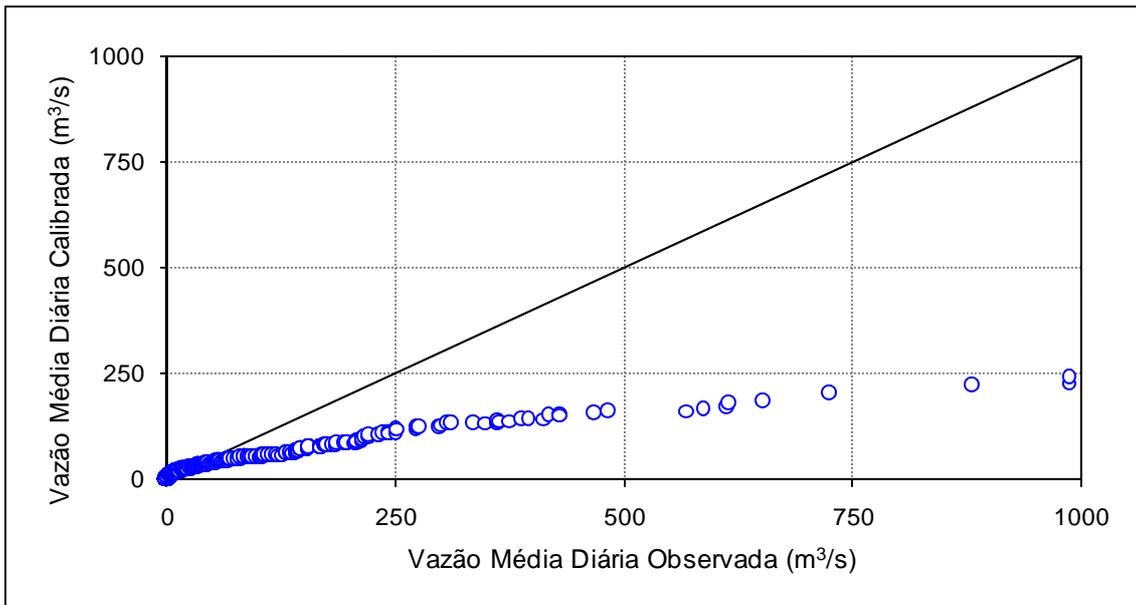


Figura P 8.21 – Vazões calibradas a partir de curvas de permanência de longo termo *versus* vazões observadas na estação de Senador Pompeu (36470000)

### P 8.4 – Evolução temporal dos resíduos de calibração

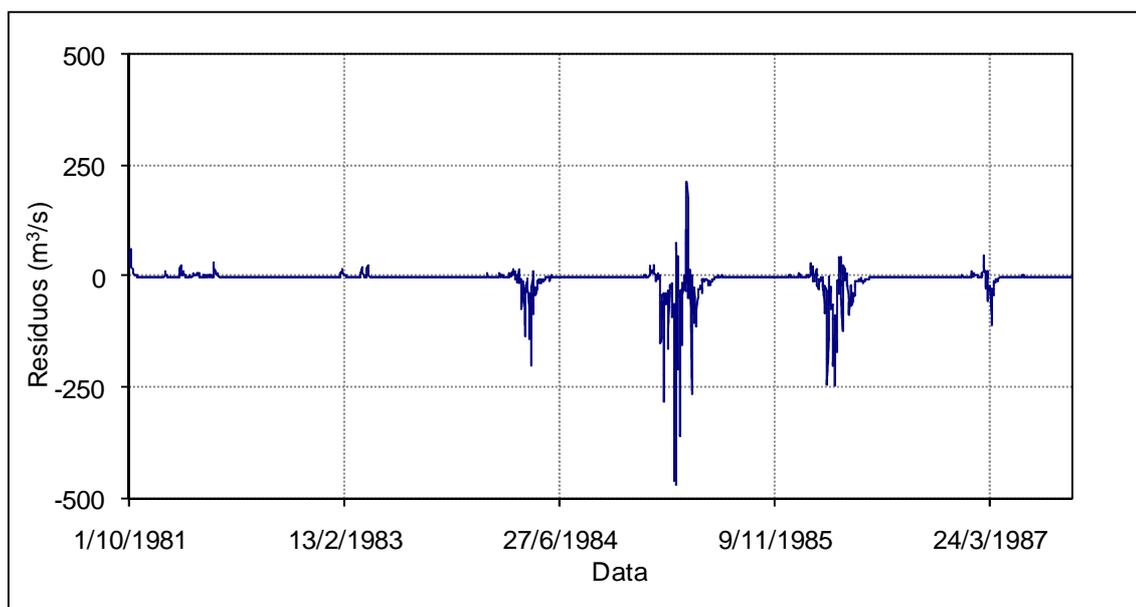


Figura P 8.22 – Evolução temporal dos resíduos para calibração com curvas de permanência de longo termo na estação de Fazenda Cajazeiras (35260000)

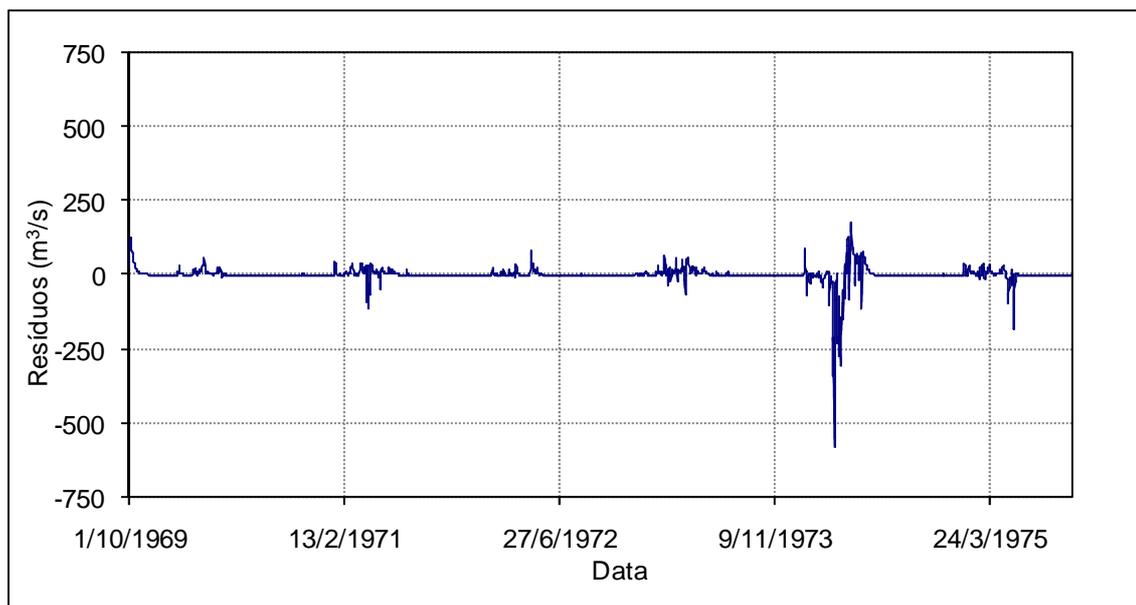


Figura P 8.23 – Evolução temporal dos resíduos para calibração com curvas de permanência de longo termo na estação de Groaíras (35260000)

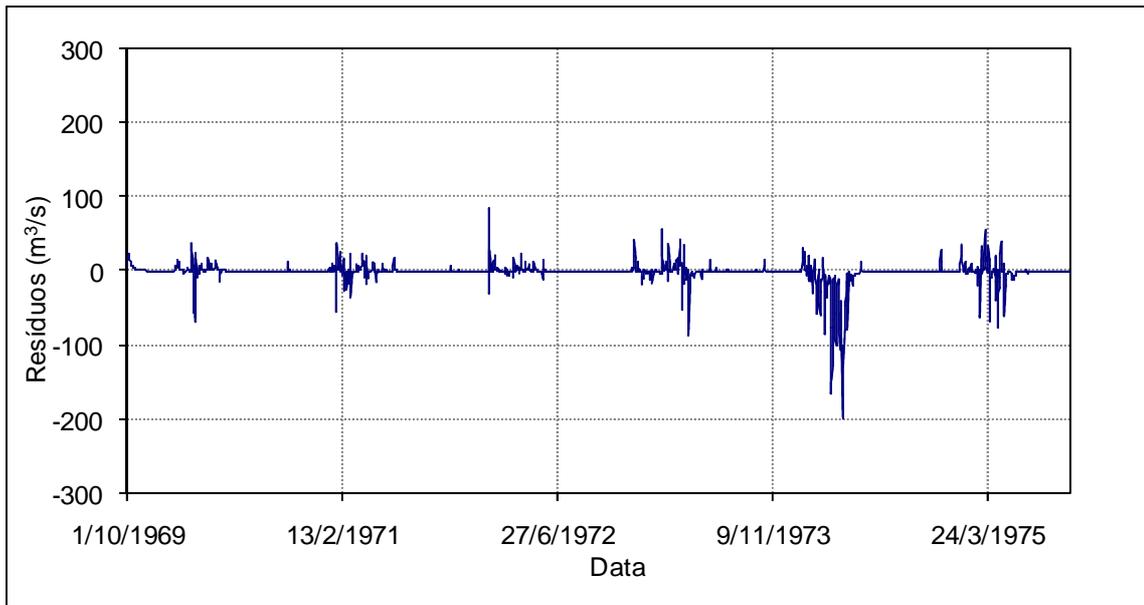


Figura P 8.24 – Evolução temporal dos resíduos para calibração com curvas de permanência de longo termo na estação de Sítio Conceição (36110000)

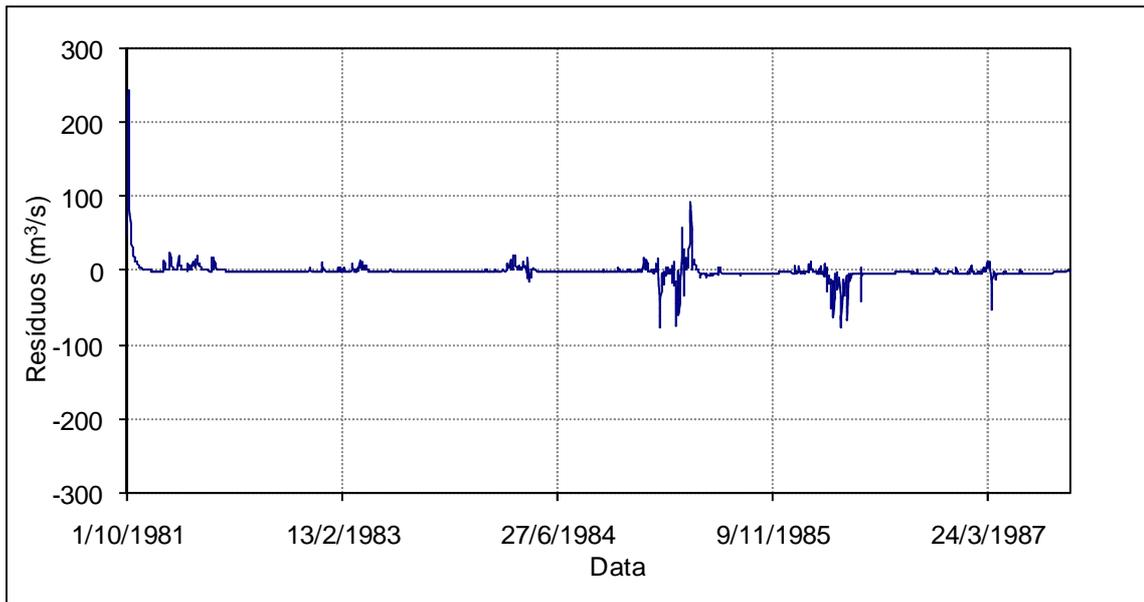


Figura P 8.25 – Evolução temporal dos resíduos para calibração com curvas de permanência de longo termo na estação de Sítio Poço Dantas (36125000)

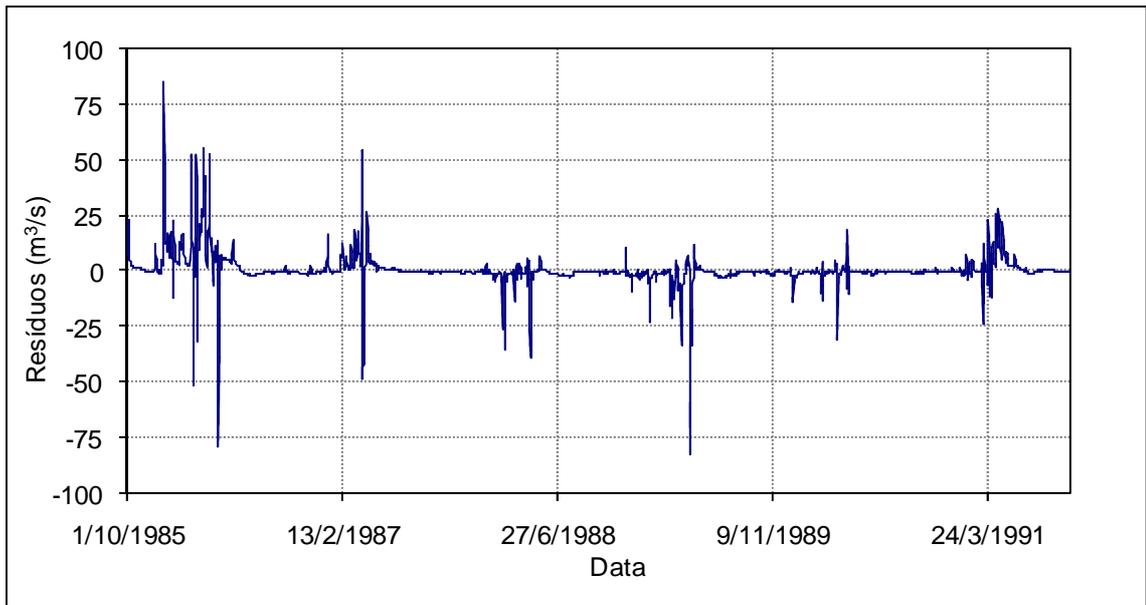


Figura P 8.26 – Evolução temporal dos resíduos para calibração com curvas de permanência de longo termo na estação de Sítio Lapinha (36210000)

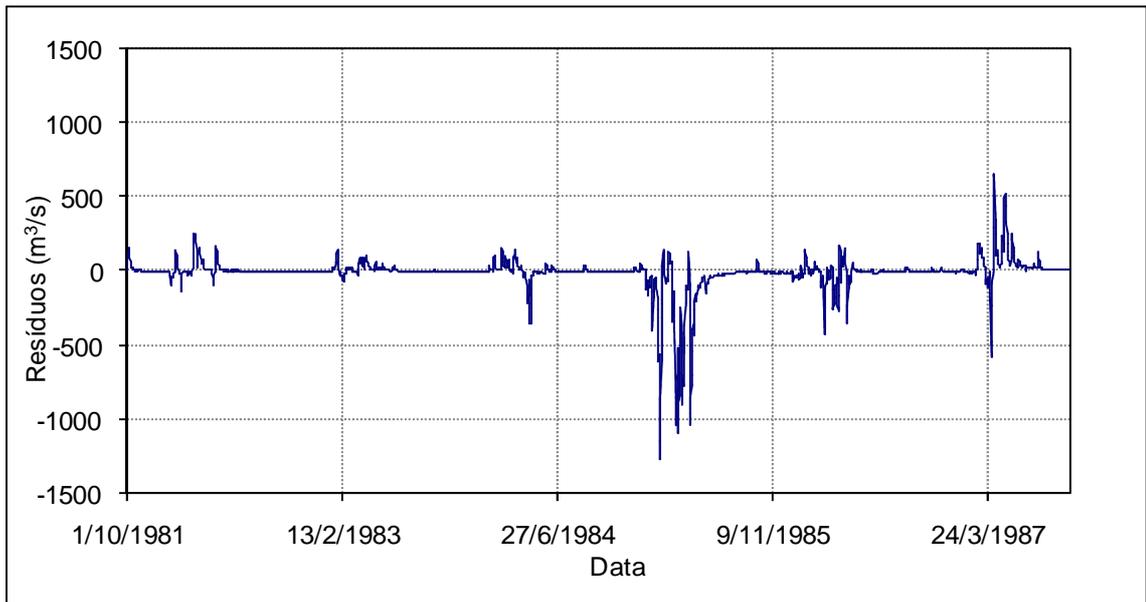


Figura P 8.27 – Evolução temporal dos resíduos para calibração com curvas de permanência de longo termo na estação de Icó (36290000)

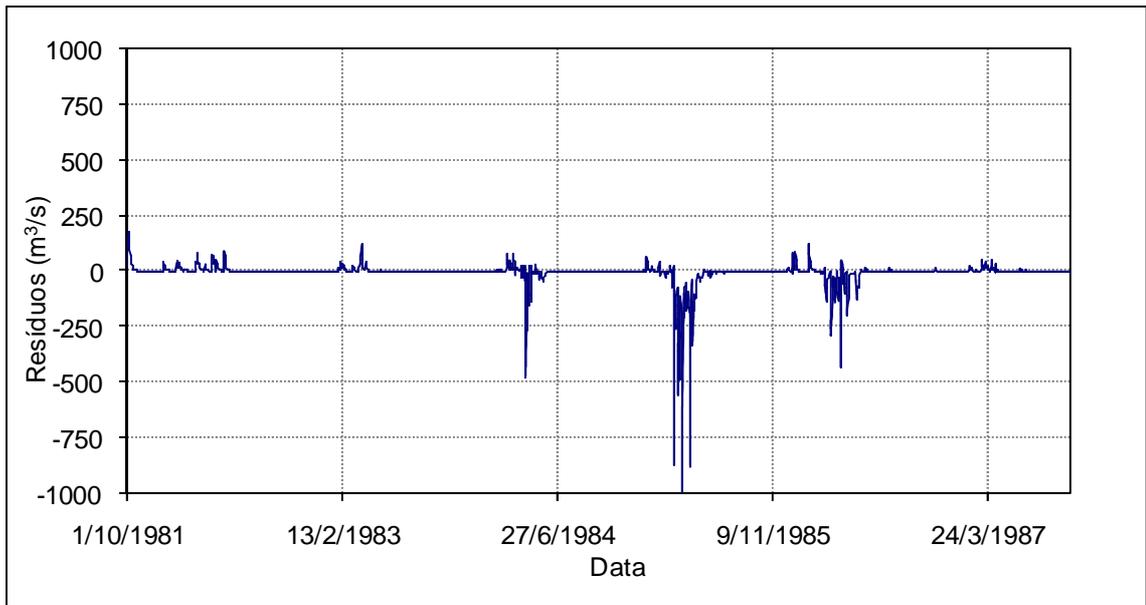


Figura P 8.28 – Evolução temporal dos resíduos para calibração com curvas de permanência de longo termo na estação de Senador Pompeu (36470000)

**P 8.5 - Dispersão dos resíduos de calibração em relação às vazões médias observadas**

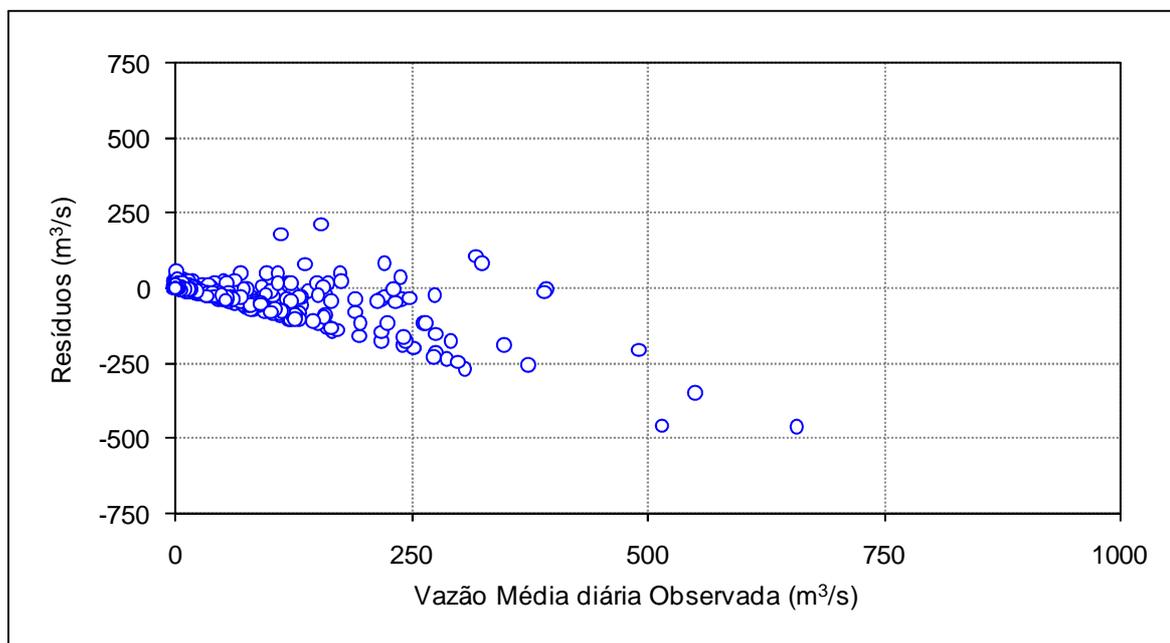


Figura P 8.29 – Dispersão dos resíduos em relação à vazão média observada para calibração com curva de permanência de longo termo na estação de Fazenda Cajazeiras (35210000)

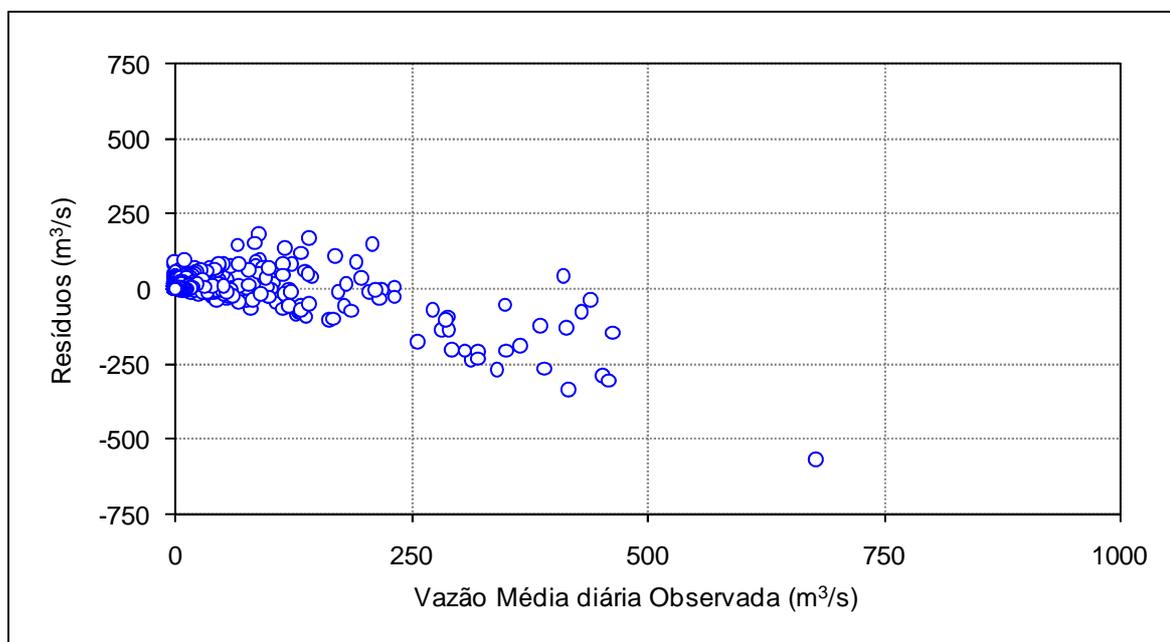


Figura P 8.30 – Dispersão dos resíduos em relação à vazão média observada para calibração com curva de permanência de longo termo na estação de Groaíras (35260000)

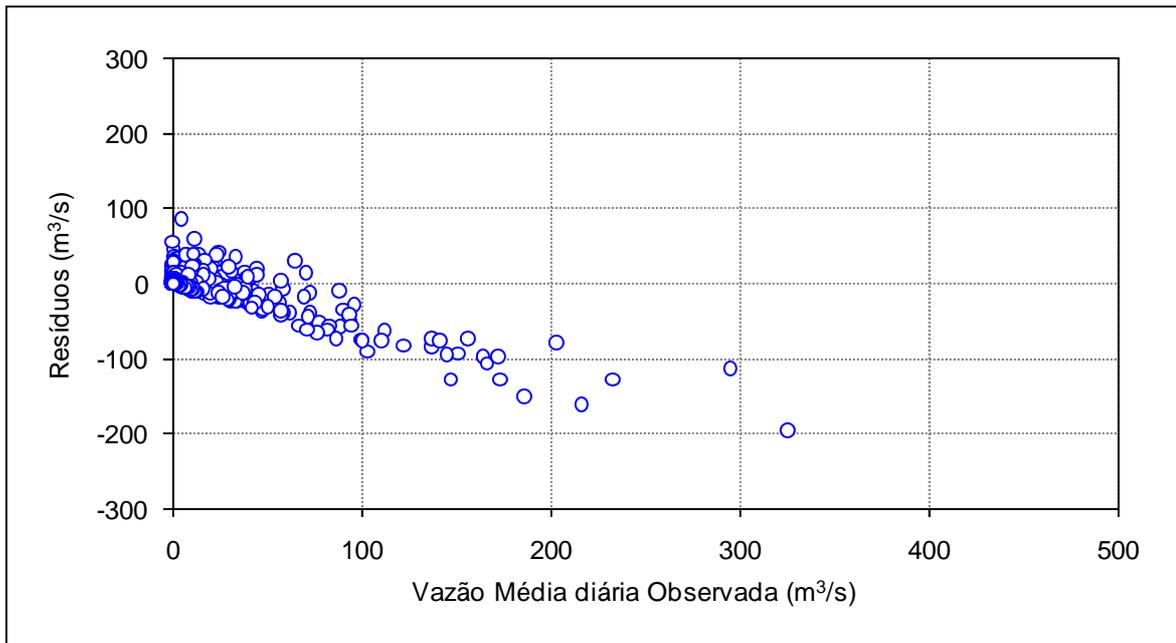


Figura P 8.31 – Dispersão dos resíduos em relação à vazão média observada para calibração com curva de permanência de longo termo na estação de Sítio Conceição (36110000)

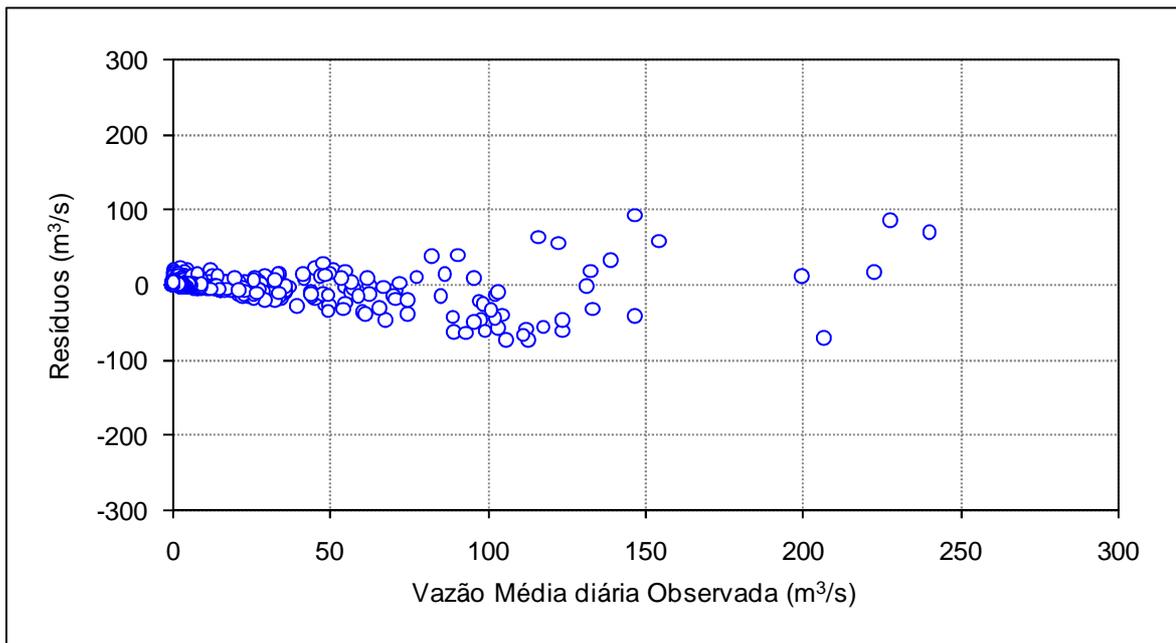


Figura P 8.32 – Dispersão dos resíduos em relação à vazão média observada para calibração com curva de permanência de longo termo na estação de Sítio Poço Dantas (36125000)

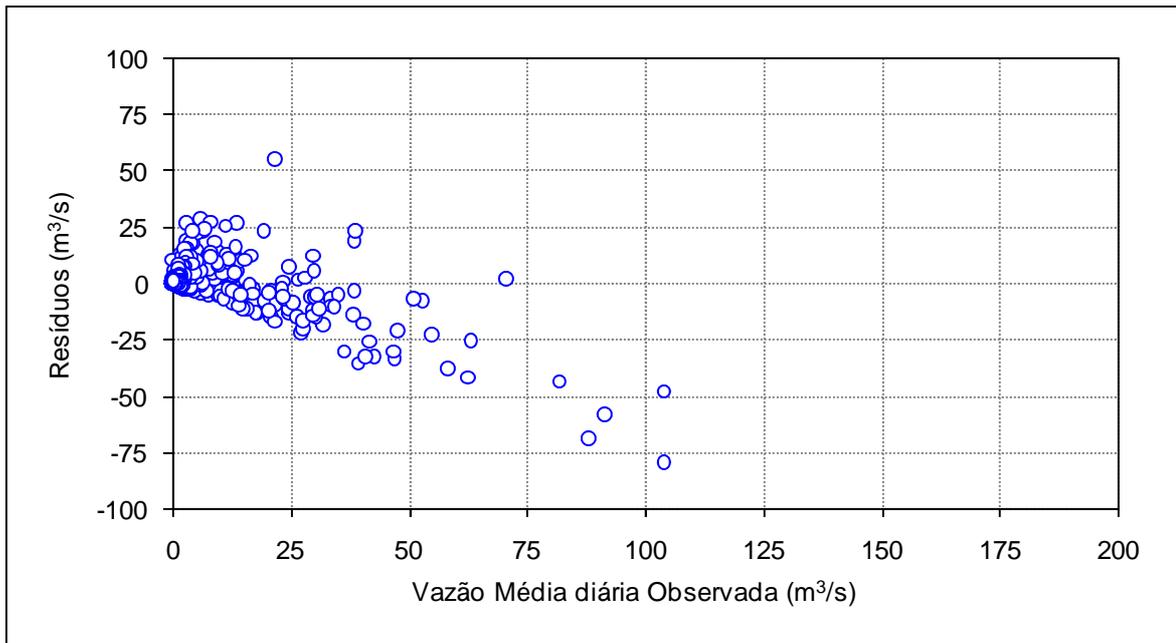


Figura P 8.33 – Dispersão dos resíduos em relação à vazão média observada para calibração com curva de permanência de longo termo na estação de Sítio Lapinha (36210000)

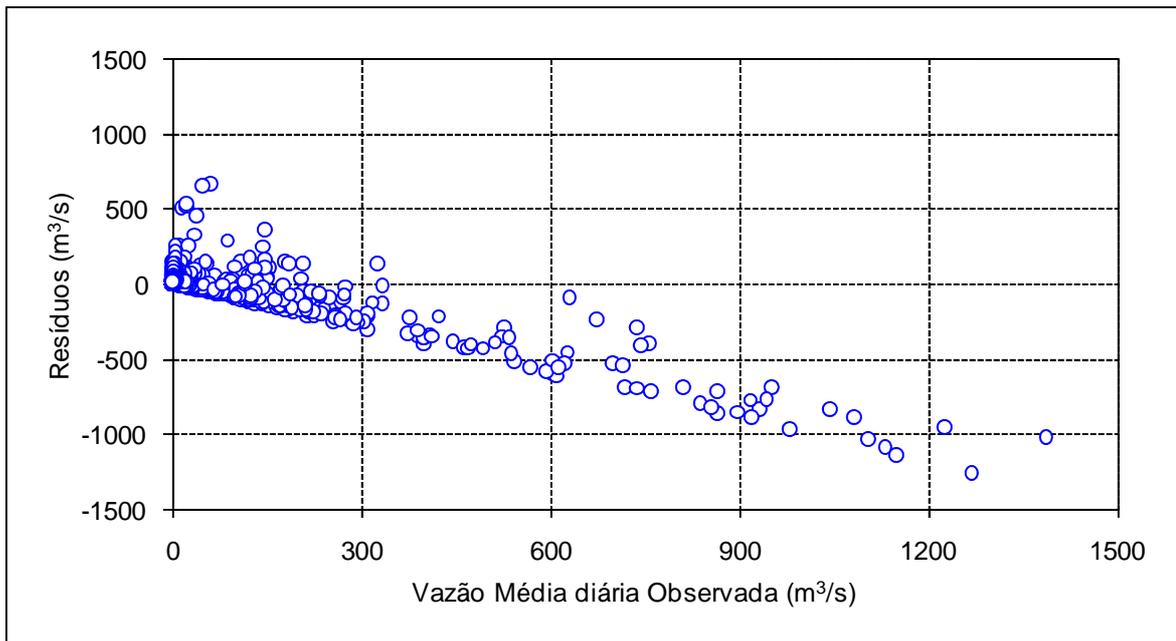


Figura P 8.34 – Dispersão dos resíduos em relação à vazão média observada para calibração com curva de permanência de longo termo na estação de Icó (36290000)

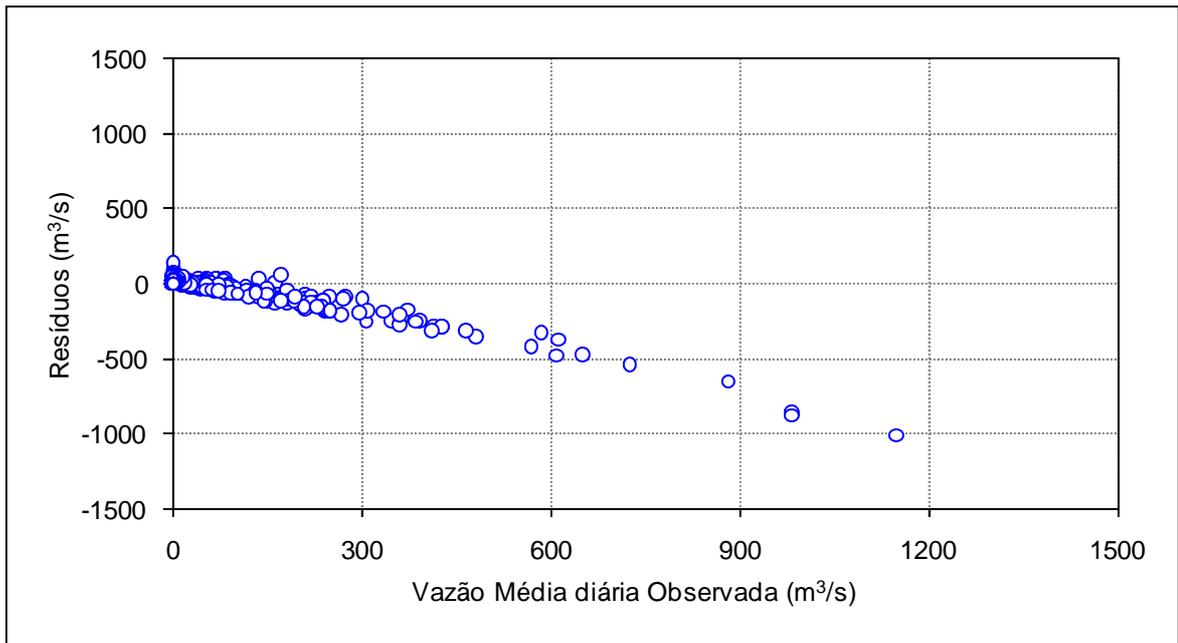


Figura P 8.33 – Dispersão dos resíduos em relação à vazão média observada para calibração com curva de permanência de longo termo na estação de Senador Pompeu (36470000)

# ANEXO 1

## ANEXO 1 – MÓDULO DE PROPAGAÇÃO EM CURSOS D'ÁGUA DO MODELO RIO GRANDE

Os problemas de propagação de ondas são geralmente tratados com auxílio das chamadas equações de Saint Venant. Tais equações são baseadas nos princípios conservativos da mecânica clássica, usualmente a conservação de massa e a conservação de quantidade de movimento, e baseiam-se nas seguintes hipóteses (NAGHETTINI *et al.*, 2006):

- O escoamento é unidimensional. A velocidade  $u$  e a profundidade  $y$  variam apenas na direção do mesmo;
- As variações de  $u$  e  $y$  são graduais, de maneira que a distribuição de pressões pode ser considerada hidrostática;
- O leito do canal é fixo e sua declividade pequena;
- Os coeficientes de rugosidade utilizados nas equações de escoamento uniforme turbulento, tais como o coeficiente de Manning, são aplicáveis ao escoamento não permanente;
- O fluido é incompressível e possui densidade constante.

Aplicando-se o princípio de conservação de massa a um volume de controle, tem-se:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + B \frac{\partial y}{\partial t} = q \quad (\text{A1.1})$$

na qual:

$Q$  - vazão;

$y$  - profundidade do escoamento;

$B$  - largura da superfície livre;

$T$  - tempo;

$q$  - contribuição lateral ao longo do comprimento do volume de controle.

Aplicando-se o princípio de conservação de quantidade de movimento ao citado volume de controle, tem-se:

$$S_f = S_0 - \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{u}{g} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} \quad (\text{A1.2})$$

na qual:

$S_f$  - gradiente da linha de energia;

$S_0 = -\frac{\partial z}{\partial x}$  - declividade do leito do rio;

$\frac{\partial y}{\partial x}$  - gradiente de pressão;

$\frac{u}{g} \frac{\partial u}{\partial x}$  - aceleração convectiva, representa a variação de velocidade no espaço; e

$\frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t}$  - aceleração local, representa a variação de velocidade no tempo.

Em função de características peculiares do escoamento ou do meio de propagação, é possível introduzir simplificações nas equações de Saint Venant sem maiores prejuízos aos resultados da simulação. Três soluções simplificadas merecem destaque:

- (1) Quando o efeito de armazenamento é desprezível, como em canais de declividade elevada, é possível considerar que a declividade da linha de energia é igual à declividade do fundo do canal. Nesse caso, somente o efeito da translação é considerado. Esse modelo é denominado modelo de onda cinemática.
- (2) Quando o efeito de translação é desprezível, os modelos de propagação simulam o comportamento de reservatórios lineares ou não lineares. Nesse caso, o sistema de equações combina a equação da continuidade com a equação que rege o controle hidráulico na saída do reservatório.
- (3) Quando os efeitos de translação e armazenamento são importantes, pode-se considerar uma versão simplificada da equação A1.2, que incorpora apenas os termos relativos à declividade do canal e ao gradiente de pressão, sem grandes prejuízos na descrição da propagação da onda. Esse modelo é denominado modelo de onda difusiva, que é utilizado no módulo de propagação do modelo Rio Grande.

Diante do exposto, é possível perceber que o modelo de onda difusiva é baseado na solução do sistema composto pela equação da conservação da massa em regime transitório e pela equação de conservação de quantidade de movimento em regime permanente variado. Neste caso, a declividade da linha de energia pode ser estimada com base na equação de Manning, dada abaixo:

$$Q = \frac{1}{n} AR_h^{2/3} S_f^{1/2} \quad (\text{A1.3})$$

Substituindo a equação A1.2 simplificada (onda difusiva) em A1.3, tem-se:

$$Q = \frac{1}{n} AR_h^{2/3} \left( S_0 - \frac{\partial y}{\partial x} \right)^{1/2} = K \left( S_0 - \frac{\partial y}{\partial x} \right)^{1/2} \quad (\text{A1.4})$$

Após manipulações algébricas da equação A1.4, tem-se:

$$\frac{Q^2}{K^2} = S_0 - \frac{\partial y}{\partial x} \quad (\text{A1.5})$$

Derivando-se a equação A1.1 em relação a x, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial Q}{\partial x} + B \frac{\partial y}{\partial t} = 0 \right) \Rightarrow \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} = -\frac{1}{B} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \quad (\text{A1.6})$$

Derivando-se a equação A1.5 em relação a t, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{Q^2}{K^2} = S_0 - \frac{\partial y}{\partial x} \right) \Rightarrow \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} = \frac{2Q}{K^2} \frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{2Q^2}{K^3} \frac{\partial K}{\partial t} \quad (\text{A1.7})$$

Igualando-se as equações A1.6 e A1.7, tem-se:

$$\frac{1}{B} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} - \frac{2Q}{K^2} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{2Q^2}{K^3} \frac{\partial K}{\partial t} = 0 \quad (\text{A1.8})$$

Pela regra da cadeia de derivação e lembrando que o parâmetro  $K$  varia com a área molhada, tem-se:

$$\frac{\partial K}{\partial t} = \frac{\partial K}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial t} \quad (\text{A1.9})$$

Pela equação da continuidade, tem-se:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = -\frac{\partial Q}{\partial x} \quad (\text{A1.10})$$

$$\frac{\partial K}{\partial t} = \frac{dK}{dA} \Big|_{x=x_0} \left( -\frac{\partial Q}{\partial x} \right) \quad (\text{A1.11})$$

Admitindo-se a condição de escoamento uniforme, na qual  $K = Q/\sqrt{S_0}$ , tem-se:

$$\frac{\partial K}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{S_0}} \frac{dQ}{dA} \left( -\frac{\partial Q}{\partial x} \right) \quad (\text{A1.12})$$

Substituindo A1.12 em A1.8, tem-se:

$$\frac{1}{B} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} - \frac{2K\sqrt{S_0}}{K^2} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{2(K\sqrt{S_0})^2}{K^3} \frac{1}{\sqrt{S_0}} \frac{dQ}{dA} \left( -\frac{\partial Q}{\partial x} \right) = 0 \quad (\text{A1.13})$$

Manipulando a equação A1.13, obtém-se:

$$\frac{1}{B} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} - \frac{2\sqrt{S_0}}{K} \left( \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{dQ}{dA} \frac{\partial Q}{\partial x} \right) = 0 \quad (\text{A1.14})$$

Por fim, fazendo  $K = Q/\sqrt{S_0}$  na equação A1.14, tem-se:

$$\frac{Q}{2BS_0} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} - \left( \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{dQ}{dA} \frac{\partial Q}{\partial x} \right) = 0 \quad (\text{A1.15})$$

A equação A1.15 é uma equação diferencial parcial parabólica de segunda ordem, e descreve matematicamente a propagação de uma onda difusiva. Tal equação pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \left[ \frac{dQ}{dA} \right] \frac{\partial Q}{\partial x} = \left[ \frac{Q}{2BS_0} \right] \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \quad (\text{A1.16})$$

Na equação A1.16, o termo  $\frac{\partial Q}{\partial t} + \left[ \frac{dQ}{dA} \right] \frac{\partial Q}{\partial x}$  corresponde à equação da onda cinemática e

$\left[ \frac{dQ}{dA} \right]$  é a celeridade da onda. O termo  $\left[ \frac{Q}{2BS_0} \right] \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}$  é responsável pela incorporação do

efeito de difusão na propagação da onda, sendo  $\left[ \frac{Q}{2BS_0} \right]$  a difusividade hidráulica. Fazendo

$C = \frac{dQ}{dA} = \frac{1}{B} \frac{dQ}{dy}$  e  $D = \frac{Q}{2BS_0}$ , pode-se reescrever a equação A1.16 como:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + C \frac{\partial Q}{\partial x} = D \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \quad (\text{A1.17})$$

Uma vez que os parâmetros  $C$  e  $D$  são funções da vazão  $Q$ , os mesmos variam no tempo, ao longo da propagação da onda. No entanto, dadas as dificuldades de cálculo para tal situação, alguns modelos apresentam soluções da equação A1.17 a partir de valores constantes para  $C$  e  $D$ , de forma que o modelo de onda difusiva seja reduzido a uma função com solução analítica linear. Essa solução resulta em um hidrograma unitário instantâneo, a partir do qual pode-se gerar o hidrograma unitário discreto e realizar a propagação da onda por meio de convolução.

Esse tipo de abordagem é empregado no módulo de propagação em cursos d'água do modelo Rio Grande, que utiliza uma versão linear do modelo de onda difusiva de Muskingum-Cunge, cuja solução numérica é dada por:

$$Q_t = C_0 I_{t-1} + C_1 I_t + C_2 O_{t-1} \quad (\text{A1.18})$$

Na equação A1.18,  $C_0$ ,  $C_1$  e  $C_2$  são funções do coeficiente de armazenamento  $k$  e do fator de ponderação  $x$ ,  $I$  denota as ordenadas do hidrograma de entrada e  $O$  denota as ordenadas do hidrograma de saída. Os valores de  $C_0$ ,  $C_1$  e  $C_2$  são dados por:

$$C_0 = \frac{\frac{\Delta t}{k} - 2x}{\frac{\Delta t}{k} + 2(1-x)} \quad (\text{A1.19})$$

$$C_1 = \frac{\frac{\Delta t}{k} + 2x}{\frac{\Delta t}{k} + 2(1-x)} \quad (\text{A1.20})$$

$$C_2 = \frac{2(1-x) + \frac{\Delta t}{k}}{\frac{\Delta t}{k} + 2(1-x)} \quad (\text{A1.21})$$

Os parâmetros  $k$  e  $x$  são obtidos a partir da celeridade ( $C$ ) e da difusividade ( $D$ ) da onda difusa.

$$k = \frac{\Delta x}{C} \quad (\text{A1.22})$$

$$x = \frac{1}{2} - \frac{D}{C\Delta x} \quad (\text{A1.23})$$

na qual:

$$C = \frac{dQ}{dA} = \frac{1}{B} \frac{dQ}{dy} \quad (\text{A1.24})$$

$$D = \frac{Q}{2BS_0} \quad (\text{A1.25})$$

O parâmetro  $x$ , entretanto, é mais comumente formulado como:

$$x = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{Q}{BS_0 C \Delta x} \right) \quad (\text{A1.26})$$

O parâmetro  $C$  pode ser estimado por meio de uma curva cota descarga, observada ou modelada. O parâmetro  $D$ , por sua vez, é facilmente obtido, uma vez conhecidas a declividade do trecho, a geometria da seção transversal, e a largura da superfície livre  $B$  para uma dada vazão de referência  $Q_0$ . Em geral, os parâmetros  $C$  e  $D$  são estimados para condições de calha cheia, sob a hipótese de escoamento uniforme, ainda que ponderações entre vazões características de cheia e recessão sejam adotadas em processos de simulação (NAGHETTINI *et al.*, 2006).

A escolha adequada dos valores de  $\Delta x$  e  $\Delta t$  é de suma importância para a estabilidade numérica do método e a consistência física da solução. As recomendações sugeridas pelo HEC (2000, *apud* Naghettini *et al.*, 2006) para propagação de ondas de cheia em cursos d'água com o uso do método de Muskingum-Cunge são:

- $\Delta t$  deve ser tomado como o menor dos seguintes valores: (1) tempo de percurso no trecho; (2)  $\frac{t_s}{20}$ , sendo  $t_s$  o tempo de subida do hidrograma de entrada; e (3) intervalo especificado pelo usuário.
- $\Delta x = C\Delta t$ , calculado após a determinação de  $\Delta t$ . Para a estabilidade numérica do método é necessário que  $\Delta x < \frac{1}{2} \left( C\Delta t + \frac{Q_0}{BS_0C} \right)$ .

A vazão de referência  $Q_0$  é dada por:

$$Q_0 = Q_B + \frac{1}{2}(Q_p - Q_B) \quad (\text{A1.27})$$

na qual:

$Q_p$  - vazão de pico do hidrograma de entrada; e

$Q_B$  - vazão de base.

## ANEXO 2



## ANEXO 3

## ANEXO 3 – POLÍGONOS DE THIESSEN PARA AS BACIAS DO CEARÁ

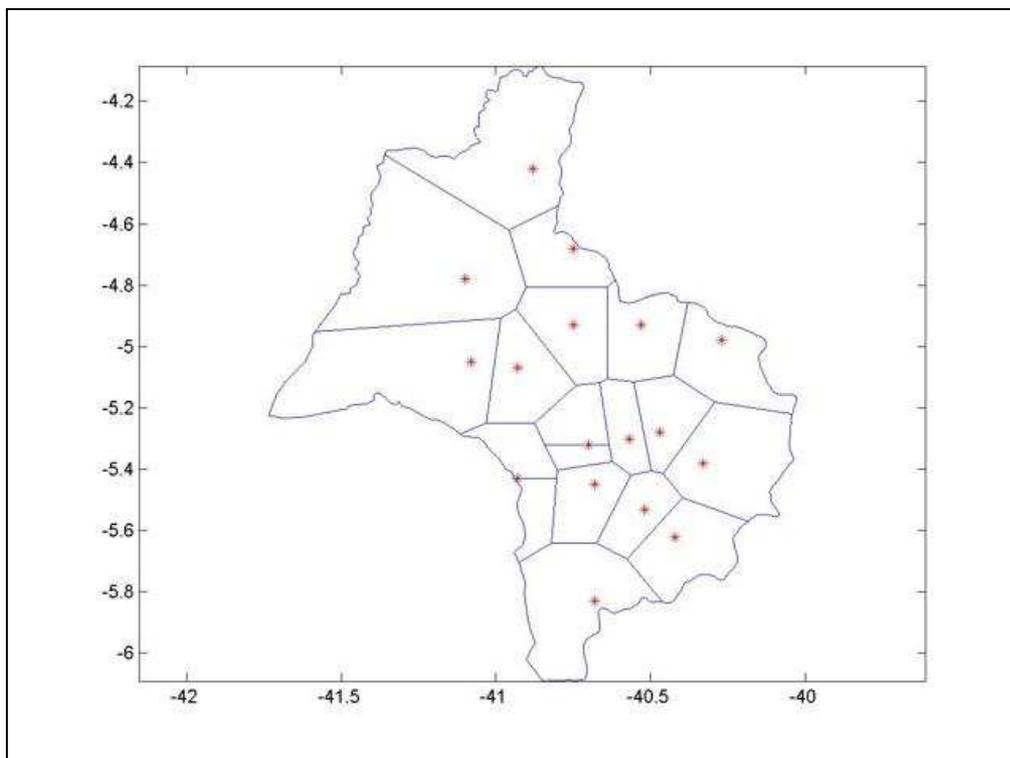


Figura A 3.1 – Polígonos de Thiessen utilizados na determinação da chuva média na estação Fazenda Boa Esperança (34750000). Fonte: FUNCEME ([www.funceme.br](http://www.funceme.br))

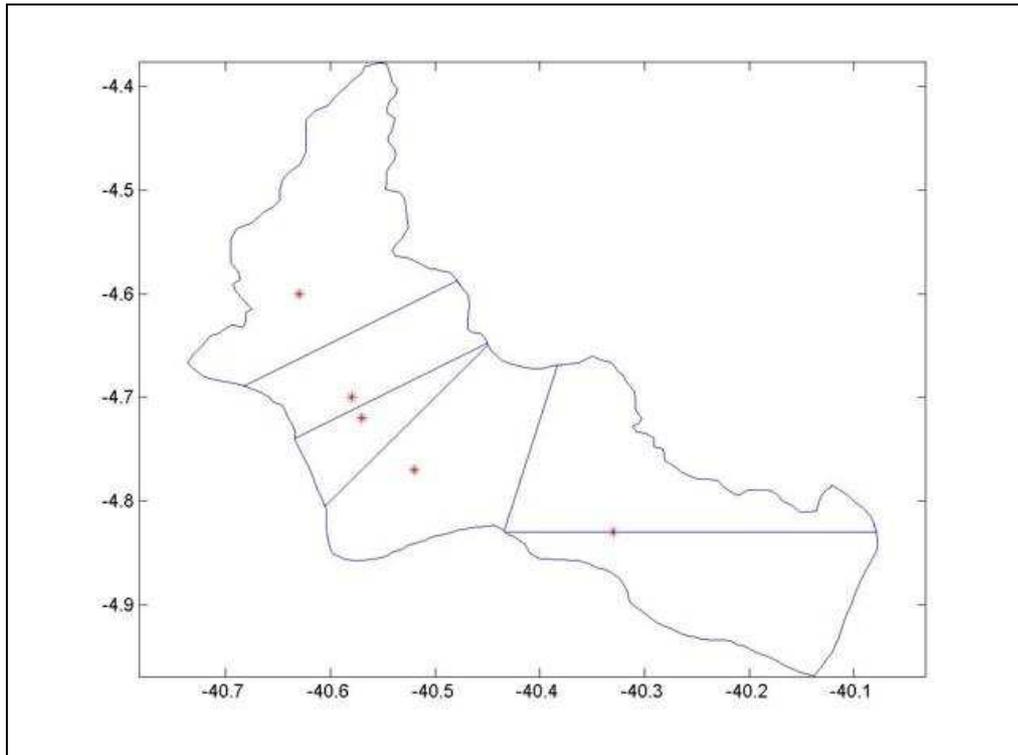


Figura A 3.2 – Polígonos de Thiessen utilizados na determinação da chuva média na estação Fazenda Cajazeiras (35210000) Fonte: FUNCEME ([www.funceme.br](http://www.funceme.br))

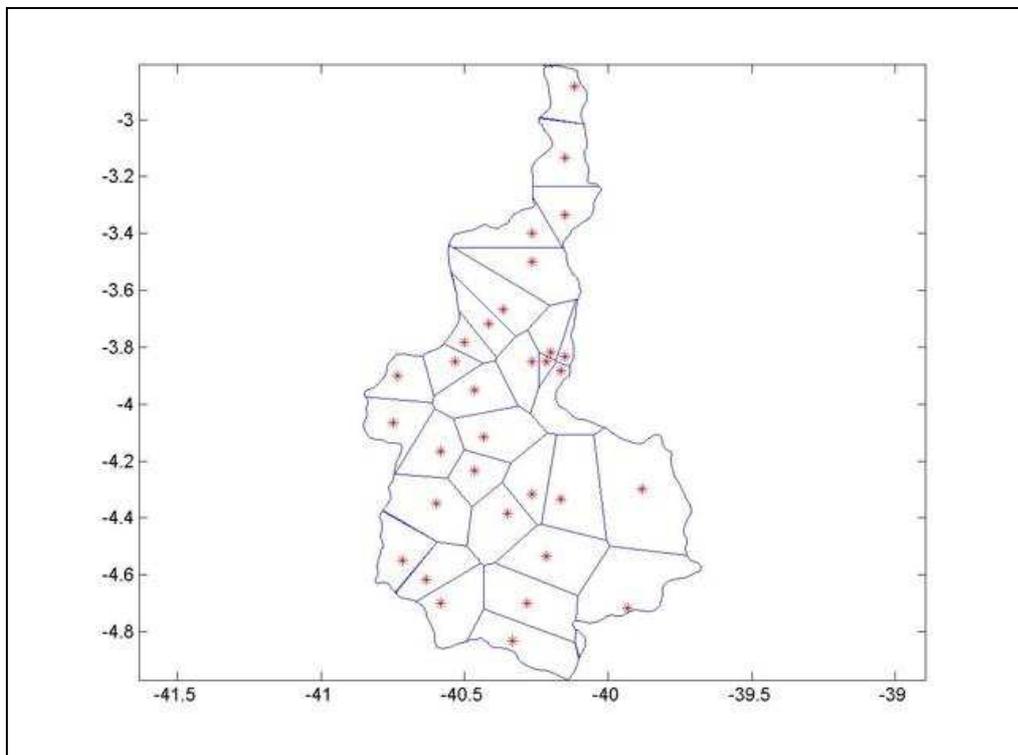


Figura A 3.3 – Polígonos de Thiessen utilizados na determinação da chuva média na estação Groaíras (35260000). Fonte: FUNCEME ([www.funceme.br](http://www.funceme.br))

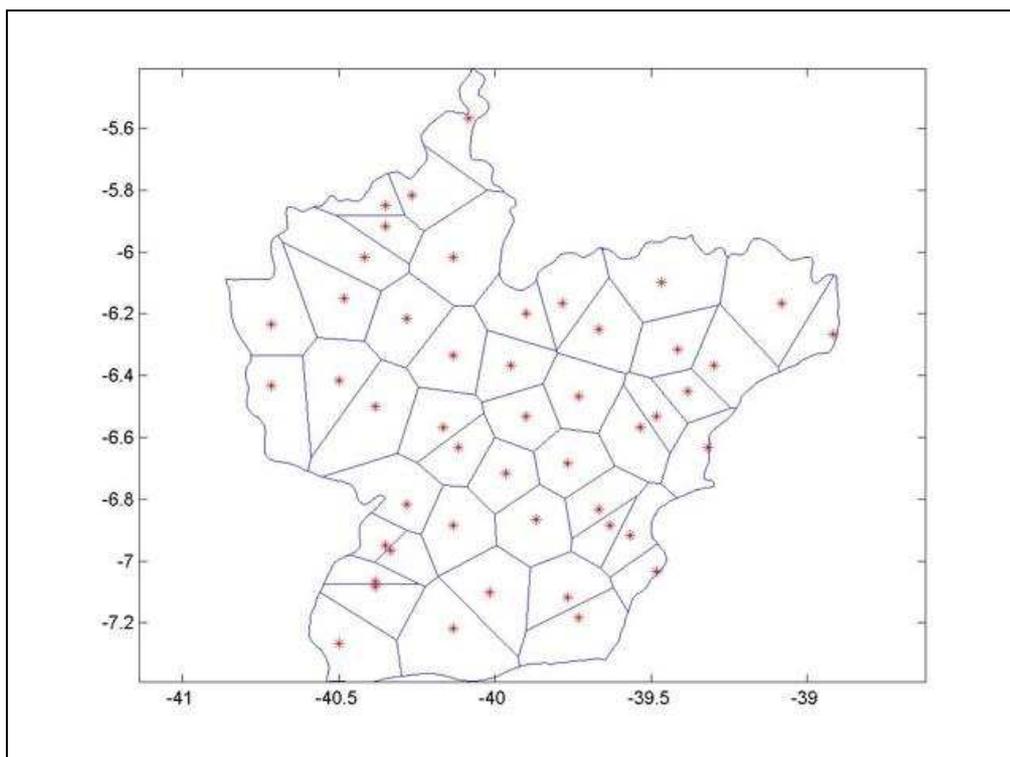


Figura A 3.4 – Polígonos de Thiessen utilizados na determinação da chuva média na estação Sítio Conceição (36125000). Fonte: FUNCEME ([www.funceme.br](http://www.funceme.br))

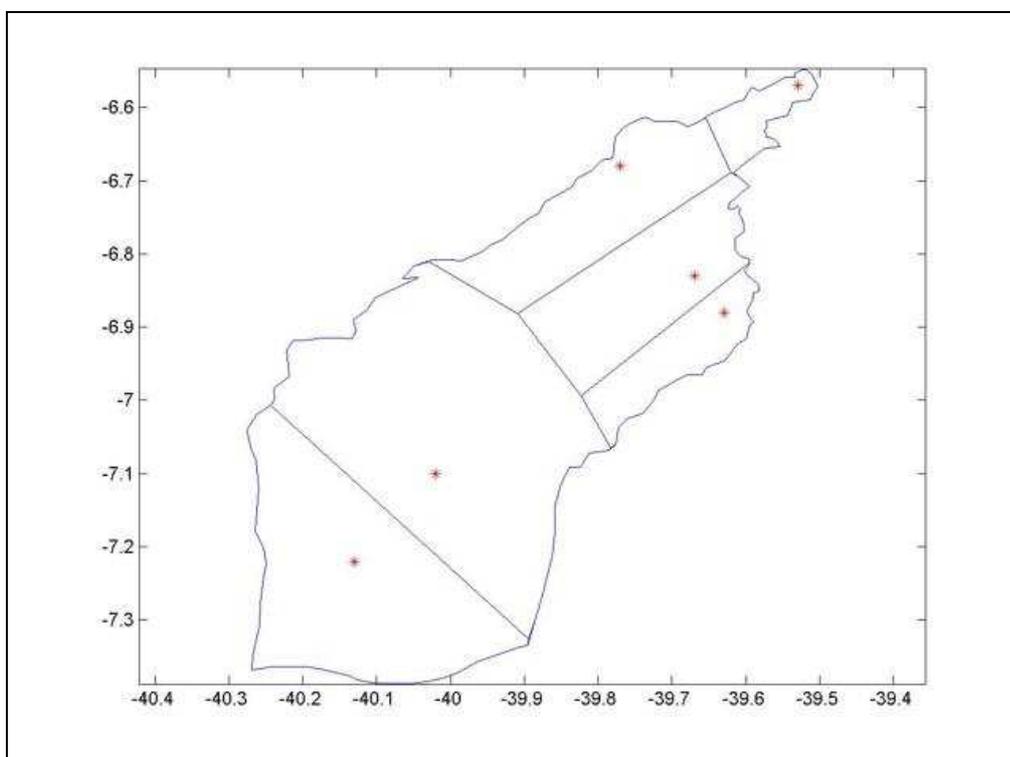


Figura A 3.5 – Polígonos de Thiessen utilizados na determinação da chuva média na estação Sítio Poço Dantas (361250000). Fonte: FUNCEME ([www.funceme.br](http://www.funceme.br))

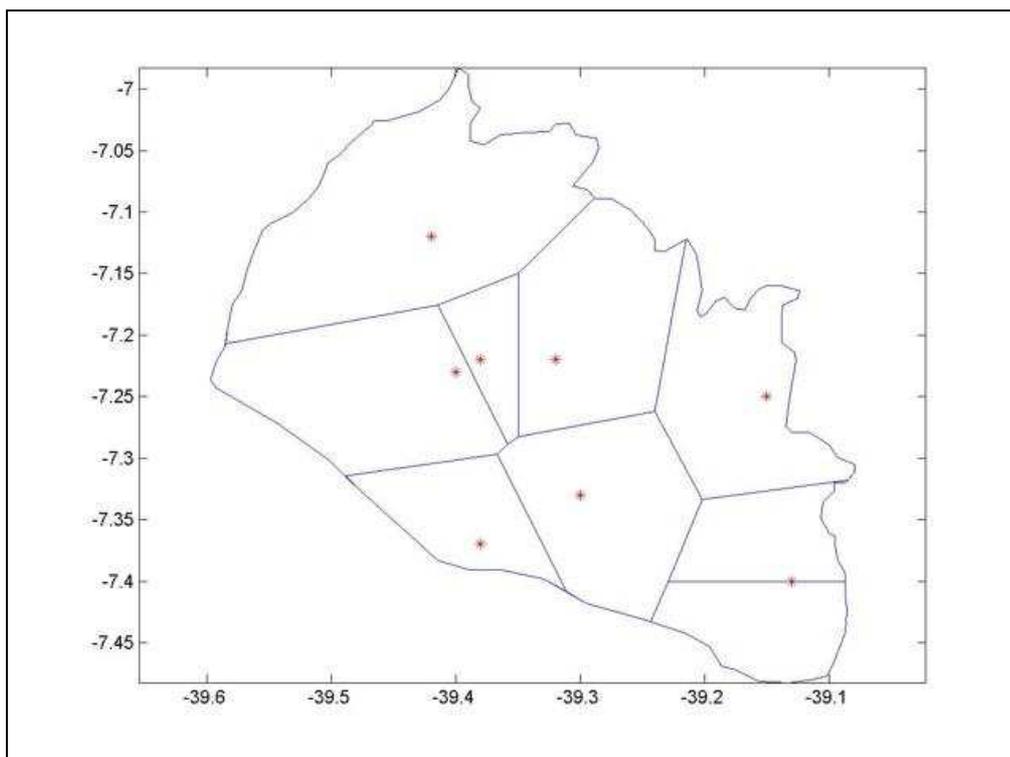


Figura A 3.6 – Polígonos de Thiessen utilizados na determinação da chuva média na estação Sítio Lapinha (362100000). Fonte: FUNCEME ([www.funceme.br](http://www.funceme.br))

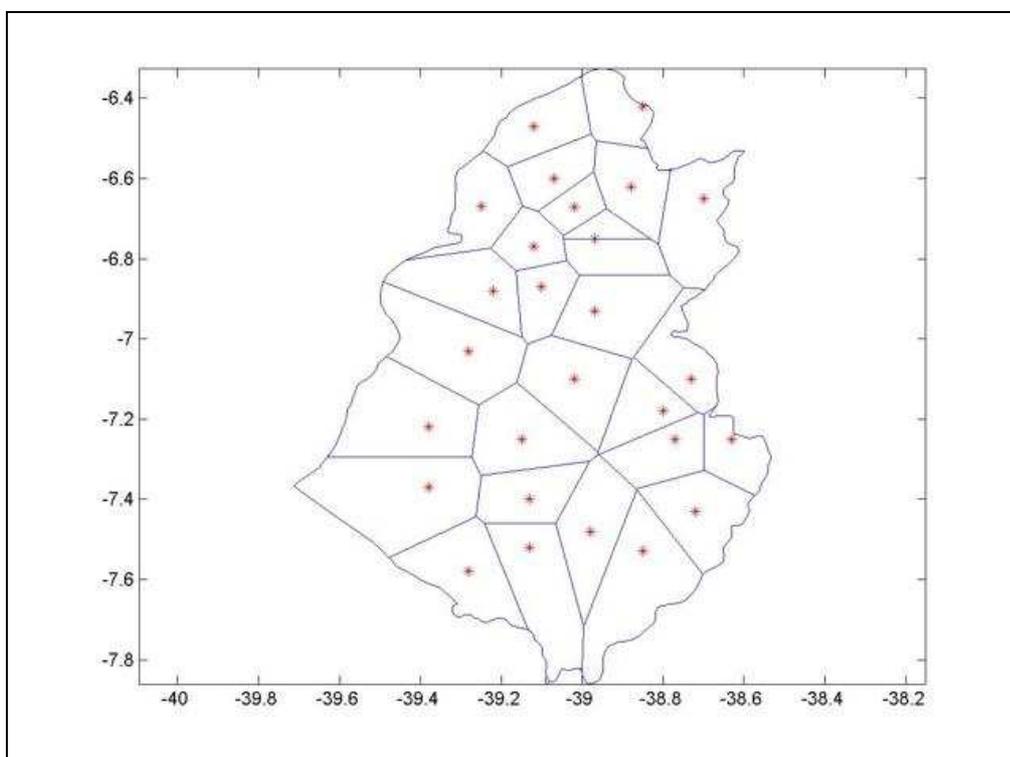


Figura A 3.7 – Polígonos de Thiessen utilizados na determinação da chuva média na estação Icó (362900000). Fonte: FUNCEME ([www.funceme.br](http://www.funceme.br))

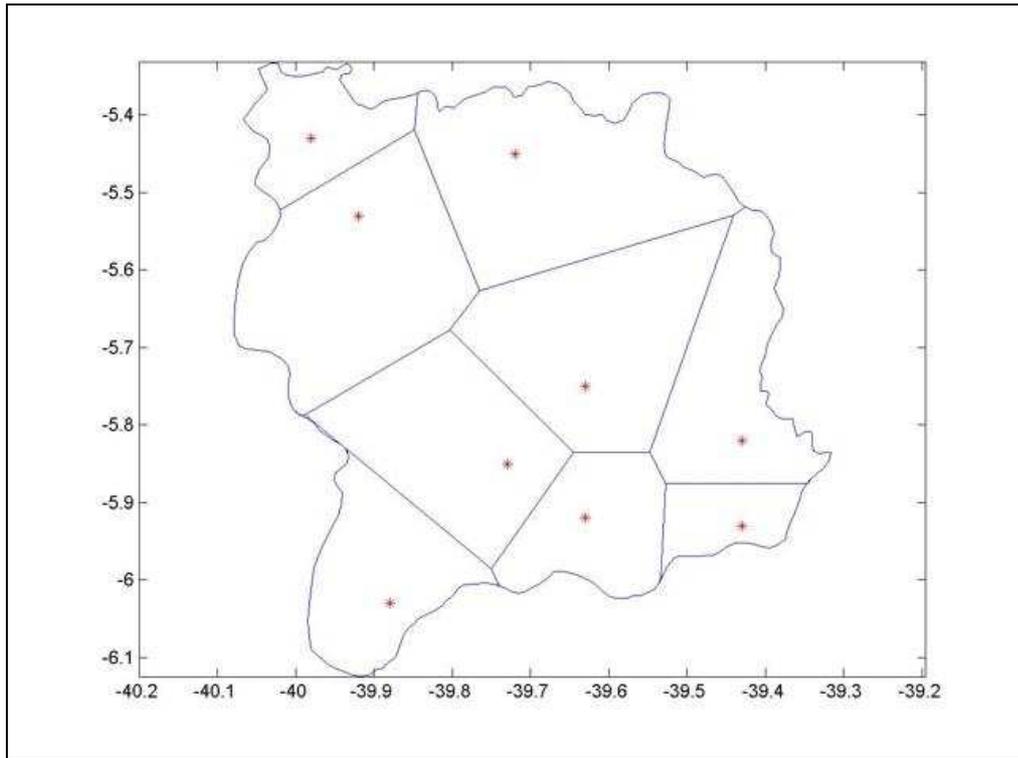


Figura A 3.8– Polígonos de Thiessen utilizados na determinação da chuva média na estação Senador Pompeu (364700000). Fonte: FUNCEME ([www.funceme.br](http://www.funceme.br))