

**ANÁLISE NUMÉRICA DE VIGAS MISTAS LEVANDO EM CONTA A
FLEXIBILIDADE E A DUCTILIDADE DOS CONECTORES DE
CISALHAMENTO, BEM COMO O ATRITO NA INTERFACE ENTRE
O AÇO E O CONCRETO**

Miriale Carmo Silva

MIRIALE CARMO SILVA

**ANÁLISE NUMÉRICA DE VIGAS MISTAS LEVANDO EM CONTA A
FLEXIBILIDADE E A DUCTILIDADE DOS CONECTORES DE
CISALHAMENTO, BEM COMO O ATRITO NA INTERFACE ENTRE
O AÇO E O CONCRETO**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

Área de concentração: Sistemas mistos aço e concreto.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Gilson Queiroz

Belo Horizonte
(2009)

S586a	<p>Silva, Miriale Carmo. Análise numérica de vigas mistas levando em conta a flexibilidade e a ductilidade dos conectores de cisalhamento, bem como o atrito na interface entre o aço e o concreto [manuscrito] / Miriale Carmo Silva. – 2009. xvi, 103 f., enc.: il.</p> <p>Orientador: Gilson Queiroz.</p> <p>Dissertação (mestrado) Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.</p> <p>Bibliografia: p. 97-103.</p> <p>1. Engenharia de estruturas - Teses. 2. Construção mista - Teses. 3. Cisalhamento - Teses. 4. Aço - Teses. 5. Concreto - Teses. I. Queiroz, Gilson. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. III. Título.</p> <p style="text-align: right;">CDU: 624(043)</p>
-------	--

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

**"ANÁLISE NUMÉRICA DE VIGAS MISTAS LEVANDO EM CONTA A
FLEXIBILIDADE E A DUCTILIDADE DOS CONECTORES DE
CISALHAMENTO BEM COMO O ATRITO NA INTERFACE ENTRE
O AÇO E O CONCRETO"**

Miriale Carmo Silva

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas".

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Gilson Queiroz
DEES-UFMG - (Orientador)

Prof. Dr. Francisco Carlos Rodrigues
DEES - UFMG

Prof. Dr. Gustavo de Souza Veríssimo
UFV

Belo Horizonte, 31 de agosto de 2009

*Dedico esse trabalho ao meu
filho Eolhiz Mesquita*

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus.

Ao professor Dr. Gilson Queiroz, por aceitar o meu pedido de orientação. Pelos ensinamentos, sabedoria e dedicação durante todo esse tempo que trabalhamos juntos.

A meus pais, Helena e José Carlos, pela educação e amor, pelo incentivo aos estudos desde a minha meninice. Incentivo esse, que sem o qual, não teria chegado até aqui.

Aos meus filhos Eolhiz, Davi e Noemi, pelo amor incondicional.

Ao meu amigo Júnior, pelo exemplo de garra, de determinação e de coragem. Pelo incentivo, apoio e inúmeros conselhos que nunca faltaram, sempre no momento certo.

À minha amiga Tânia pelo incentivo, carinho e amizade. Às nossas inúmeras manhãs de sábado estudando elasticidade e elementos finitos; aos momentos de alegrias, de trocas de conhecimentos e de experiências.

Aos meus irmãos, Janaina (in memoriam), Priscila, Karíope, Heleninha, Miriã Hester, Estêvão e Lubliana, pela alegria, amor e carinho.

Aos professores e funcionários do Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia da UFMG que contribuíram de alguma forma para que esse trabalho tornasse realidade.

Aos amigos e familiares que me deram força e sempre com uma palavra amiga de incentivo e de coragem nos momentos difíceis.

À USIMINAS pela concessão da bolsa de estudos.

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	iv
SUMÁRIO	v
LISTA DE FIGURAS	viii
LISTA DE TABELAS	xi
LISTA DE SÍMBOLOS.....	xii
LISTA DE SIGLAS	xiv
RESUMO.....	xv
ABSTRACT.....	xvi
1 Introdução	1
1.1 Considerações iniciais.....	1
1.2 Objetivo.....	4
1.3 Justificativa.....	4
1.4 Metodologia	5
2 Revisão bibliográfica	7
2.1 Considerações iniciais.....	7
2.2 Estudos de caráter experimental.....	10
2.3 Estudos de caráter numérico	11
2.4 Breve histórico no Brasil	20
2.5 Pesquisa sobre sistemas mistos no Departamento de Engenharia de Estruturas da EEUFMG	24
3 Fundamentos teóricos.....	31
3.1 Vigas mistas	31
3.2 Conectores de cisalhamento	35
3.3 Força longitudinal de cisalhamento	38
3.4 Influência do atrito na interface entre aço e concreto.....	40
3.4.1. Considerações iniciais.....	40
3.4.2. Procedimento analítico segundo QUEIROZ et al (2009c)	41
3.4.2.1. Definição do sistema.....	41
3.4.2.2. Equações básicas.....	43

3.4.2.2.1.	Comportamento dos conectores.....	43
3.4.2.2.2.	Carregamento e esforços solicitantes da viga mista	44
3.4.2.2.3.	Equações de equilíbrio do elemento dx	44
3.4.2.2.4.	Equações de compatibilidade de deslocamentos	45
3.4.2.3.	Relação entre os esforços na interface	46
3.4.2.4.	Obtenção das equações diferenciais que regem o problema.....	46
3.4.2.5.	Casos particulares	48
3.4.2.5.1.	$\beta = 0$ e q_L e q_P constantes.....	48
4	Modelagem numérica	49
4.1	Elementos finitos utilizados.....	49
4.2	Definição da malha de elementos finitos.....	52
4.2.1.	Características do modelo proposto	52
4.2.2.	Discretização.....	53
4.2.3.	Condições de contorno.....	55
4.2.4.	Resposta do modelo	55
4.3	Modelo final e parametrização	58
4.3.1.	Considerações iniciais.....	58
4.3.2.	Aspectos da análise no Estado Limite de Serviço	61
4.3.3.	Aspectos da análise no Estado Limite Último	63
4.3.4.	Considerações iniciais.....	63
4.3.5.	Relações constitutivas.....	64
4.4	Modelagem baseada em ensaios	66
4.4.1.	Considerações iniciais.....	66
4.4.2.	Propriedades geométricas dos conectores.....	67
4.4.3.	Carregamento e carga última nos conectores	67
4.4.4.	Relações constitutivas.....	68
5	Resultados.....	70
5.1	Análise no Estado Limite de Serviço.....	70
5.2	Análise no Estado Limite Último.....	71

6	Comparação de resultados do modelo de elementos finitos com resultados os analíticos e experimentais	88
6.1	Comparação com resultados analíticos.....	88
6.2	Comparação com resultados experimentais.....	90
7	Conclusões e sugestões para trabalhos futuros	94
7.1	Conclusões	94
7.2	Sugestões para trabalhos futuros	96
8	Referências bibliográficas	97

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1.1 – Tipos básicos de sistemas mistos: (a) lajes mistas, (b) vigas mistas e (c) pilares mistos.....	2
FIGURA 2.1 – Distribuição do módulo de cisalhamento ao longo do comprimento de viga. (JASIM 1999).	8
FIGURA 2.2 – Elemento infinitesimal de viga. Adaptado de JASIM (1999).....	9
FIGURA 2.3 – Elemento finito proposto por ARIZUMI e HAMADA (1980).....	11
FIGURA 2.4 – EF proposto por AL-AMERY e ROBERTS (1990).	12
FIGURA 2.5 – EF utilizado por PORCO, SPADEA e ZINNO (1994).....	13
FIGURA 2.6 – Elemento finito utilizado por OVEN et al (1997).....	13
FIGURA 2.7 – Elemento proposto por SALARI et al (1998).	14
FIGURA 2.8 – Elemento proposto por GATTESCO (1999)	15
FIGURA 2.9 – Relação tensão de cisalhamento-escorregamento. GATTESCO (1999)	15
FIGURA 2.10 – EF proposto por FAELLA, MARTINELLI e NIGRO (2003).....	16
FIGURA 2.11 – Modelo em elementos finitos proposto por HIRST e YEO (1979).	17
FIGURA 2.12 – Modelo desenvolvido por RAZAQPUR e NOFAL (1989).	17
FIGURA 2.13 – Modelagem proposta por SEBASTIAN e McCONNEL (2000).	18
FIGURA 2.14 – Elemento utilizado por BASKAR, SHANMUGAM e THEVENDRAM (2002).....	18
FIGURA 2.15 – Modelo utilizado por LIANG (2004).....	19
FIGURA 2.16 – Modelo utilizado por BUJNAK e BOUCHAIR (2005).....	19
FIGURA 2.17 – Modelo utilizado por QUEIROZ, VELLASCO e NETHERCOT (2005): (a) Modelo 2D e (b) Modelo 3D.	20
FIGURA 2.18 – Modelo numérico tridimensional com conectores de cisalhamento. KIRCHHOF (2004).	23
FIGURA 2.19 – Elementos finitos utilizado por KOTINDA (2006): (a) laje de concreto, (b) perfil de aço, (c) conectores de cisalhamento e (d) par de contato.	23
FIGURA 2.20 – Carga-deslizamento, modelo “push test” M12-3. (BREMER, 2007)..	27
FIGURA 2.21 – Momento x flecha, modelo VM12-1. (BREMER, 2007).	28
FIGURA 2.22 – Deformações na seção transversal, modelo VM12-1. (BREMER, 2007).	28

FIGURA 2.23 – Variação do momento de inércia efetivo da seção mista do modelo 04B (COSTA 2009).....	29
FIGURA 3.1 – Tipos usuais de vigas mistas.....	32
FIGURA 3.2 – Distribuição de deformações para interações nula, parcial e total. (Adaptada de QUEIROZ et al, 2001).	33
FIGURA 3.3 – Deformação transversal de vigas mistas.....	34
FIGURA 3.4 – Deformada de uma viga mista com interação parcial.....	35
FIGURA 3.5 – Conector tipo pino com cabeça. (OLIVEIRA, 2007).	36
FIGURA 3.6 – Conector em perfil U.	36
FIGURA 3.7 – Conector tubular com rosca interna. (BREMER, 2007).	37
FIGURA 3.8 – Curva carga-deslizamento para um conector stud de 19 mm. (JOHNSON, 2004).....	38
FIGURA 3.9 – Relação $F_h - \delta$	41
FIGURA 3.10 – Viga mista (QUEIROZ et al, 2009).....	42
FIGURA 3.11 – Esforços no elemento dx	43
FIGURA 3.12 – Componentes do escorregamento.	43
FIGURA 4.1 – Geometria do elemento <i>Shell 181</i> . (ANSYS).	50
FIGURA 4.2 – Geometria dos elementos <i>Link 8 e Link 10</i> . (ANSYS).	50
FIGURA 4.3 – Geometria do elemento <i>Combin 39</i> . (Adaptada do ANSYS).	51
FIGURA 4.4 – Geometria do elemento <i>Contact 12</i> . (Adaptada do ANSYS).	51
FIGURA 4.5 – Modelo 1 – Dimensões em cm, carregamentos e restrições nodais.....	52
FIGURA 4.6 – Rigidez k' dos conectores de cisalhamento.	53
FIGURA 4.7 – Discretização dos elementos.....	54
FIGURA 4.8 – Detalhe da discretização na interface entre aço e concreto.....	54
FIGURA 4.9 – Restrições nodais.	55
FIGURA 4.10 – Numeração dos elementos de mola e contato.	56
FIGURA. 4.11 – Relação $F_h - \delta$ do elemento de contato 181, com escorregamento efetivo.	57
FIGURA 4.12 – Relação $F_h - \delta$ do elemento de contato 182, sem escorregamento efetivo.	57
FIGURA 4.13 - Viga mista simplesmente apoiada.	58
FIGURA 4.14 - Seção transversal da viga mista.....	58

FIGURA 4.15 – Distribuição dos conectores de cisalhamento.	59
FIGURA 4.16 – Relação carga-deslizamento dos conectores de cisalhamento.	62
FIGURA 4.17 – Relação tensão x deformação do aço.	64
FIGURA 4.18 – Relação tensão x deformação do concreto.	65
FIGURA 4.19 – Rigidez e resistência dos conectores de cisalhamento.	65
FIGURA 4.20 – Aplicação de carga no protótipo. (Adaptada de BREMER, 2007).	66
FIGURA 4.21 – Seção transversal VM12. (BREMER 2007)	67
FIGURA 4.22 – Diagrama tensão-deformação do aço – VM12.	68
FIGURA 4.23 – Diagrama tensão-deformação do concreto – VM12.	69
FIGURA 4.24 – Relação carga-deslizamento dos conectores M12.	69
FIGURA 5.1 – Caso 01 – (a) Carga x flecha no meio do vão, (b) Tensões últimas na laje de concreto e (c) Tensões últimas no perfil de aço.	73
FIGURA 5.2 – Caso 02 – (a) Carga x flecha no meio do vão, (b) Tensões últimas na laje de concreto e (c) Tensões últimas no perfil de aço.	75
FIGURA 5.3 – Caso 03 – (a) Carga x flecha no meio do vão, (b) Tensões últimas na laje de concreto e (c) Tensões últimas no perfil de aço.	77
FIGURA 5.4 – Caso 04 – (a) Carga x flecha no meio do vão, (b) Tensões últimas na laje de concreto e (c) Tensões últimas no perfil de aço.	79
FIGURA 5.5 – Caso 05 – (a) Carga x flecha no meio do vão, (b) Tensões últimas na laje de concreto e (c) Tensões últimas no perfil de aço.	81
FIGURA 5.6 – Caso 06 – (a) Carga x flecha no meio do vão, (b) Tensões últimas na laje de concreto e (c) Tensões últimas no perfil de aço.	83
FIGURA 5.7 – Caso 07 – (a) Carga x flecha no meio do vão, (b) Tensões últimas na laje de concreto e (c) Tensões últimas no perfil de aço.	85
FIGURA 5.8 – Caso 08 – (a) Carga x flecha no meio do vão, (b) Tensões últimas na laje de concreto e (c) Tensões últimas no perfil de aço.	87
FIGURA 6.1 – Gráfico carga x flecha no meio do vão – Comparação dos resultados. .	90
FIGURA 6.2 – Deformação na seção transversal média.	92
FIGURA 6.3 – Deformação na seção transversal média – Todos os casos.	93
FIGURA 6.4 – Deformação na seção transversal média – Comparação com resultados experimentais – Todos os casos de atrito.	93

LISTA DE TABELAS

TABELA 3.1 – Grau de conexão e grau de interação segundo EN 1994-1-1 (2004). ...	34
TABELA 4.1 - Propriedades dos materiais.	52
TABELA 4.2 – Resultados nos elementos de contato (atrito).....	56
TABELA 4.3 – Resultados nos elementos de mola (conector).	56
TABELA 4.4 – Escorregamento efetivo dos elementos de contato.	56
TABELA 4.5 – Resumo dos casos.	60
TABELA 4.6 – Dados da interação completa	61
TABELA 4.7 – Dados da interação parcial	61
TABELA 4.8 – Rigidez dos conectores de cisalhamento.....	62
TABELA 4.9 – Propriedades dos materiais.....	62
TABELA 4.10 – Dados da interação completa	63
TABELA 4.11 – Dados da interação parcial	63
TABELA 4.12 – Propriedades geométrica do perfil caixa.....	67
TABELA 4.13 – Propriedades dos materiais (BREMER 2007)	68
TABELA 5.1 – Flecha no meio do vão (cm).....	70
TABELA 5.2 – Força na interface aço e concreto.....	71
TABELA 5.3 – Carga última (kN/cm)	71
TABELA 6.1 – Resultados analítico e numérico - Comparação	89

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Romanas Minúsculas

a_L – distância do topo do perfil até o centro de gravidade da laje
 a_P – distância do topo do perfil até o centro de gravidade do perfil
 b – largura da seção no nível onde se calcula τ .
 b_{ef} – largura efetiva da laje de concreto
 b_f – largura da mesa do perfil
 d – altura do perfil
 e – espaçamento longitudinal entre os conectores de cisalhamento
 f_{ck} – resistência característica à compressão do concreto
 f_y – tensão de escoamento do aço
 h – altura da alma do perfil
 h_f – altura da forma de aço
 h_l – altura da laje de concreto
 k – rigidez por unidade de comprimento da viga para a ligação entre a laje e o perfil
 k' – rigidez de um conector
 n – número de conectores na mesma seção
 q – carga na viga mista
 q_i – carga distribuída na interface entre a laje e o perfil
 q_L – carga distribuída externa na laje
 q_P – carga distribuída externa no perfil
 s – escorregamento efetivo entre a laje e o perfil
 s_1 – escorregamento associado à rotação φ
 s_2 – escorregamento devido ao efeito da força normal N
 t_c – espessura da laje de concreto.
 t_f – espessura da mesa do perfil
 t_w – espessura da alma do perfil
 v – deslocamento vertical - flecha
 x_0 – abscissa onde o escorregamento é nulo
 y – distância do centro do elemento de área dA até o eixo neutro

Letras Romanas Maiúsculas

A – área da seção transversal
 A_L – área da seção transversal da laje de concreto
 A_P – área da seção transversal do perfil de aço
 E – módulo de elasticidade
 E_a – módulo de elasticidade do aço
 E_c – módulo de elasticidade do concreto
 F_h – força longitudinal de cisalhamento
 F_x – carga horizontal no conector
 I – momento de inércia
 I_a – momento de inércia do perfil de aço
 I_c – momento de inércia da laje de concreto
 I_{ef} – momento de inércia efetiva
 I_{tr} – momento de inércia da seção homogeneizada

K – rigidez da conexão
 K_s – rigidez de contato
 L – comprimento do vão da viga
 M – momento fletor
 M_L – momento fletor na laje
 M_P – momento fletor no perfil
 M_{pl} – momento de plastificação
 N – força normal
 P_v – carga vertical
 Q – força horizontal no conector (2.1)
 Q – momento estático Eq. (3.4)
 Q_{Rd} – resistência de cálculo dos conectores de cisalhamento
 Q_{tr} – momento estático transformado da seção da laje
 Q_u – carga última obtida no ensaio “push test”
 V – força cortante

Letras Gregas Minúsculas

α – parâmetros obtidos no ensaio “push test”
 β – parâmetros obtidos no ensaio “push test”
 δ – deslocamento relativo, sem escorregamento
 γ_{a1} – coeficiente de ponderação da resistência do aço – escoamento, flambagem e instabilidade
 γ_{a2} – coeficiente de ponderação da resistência do aço – ruptura
 γ_c – coeficiente de ponderação da resistência do concreto
 η – grau de interação
 φ – rotação
 μ – coeficiente de atrito na interface
 ν – coeficiente de Poisson
 σ – tensão normal
 τ – tensão de cisalhamento

Letras Gregas Maiúsculas

Σ – somatório

LISTA DE SIGLAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas
AISC – American Institute of Steel Construction
ASCE – American Society of Civil Engineers
ASTM – American Society for Testing and Materials
AASHO (AASHTO) – American Association of State Highway Officials
DEES – Departamento de Engenharia de Estruturas
EF – Elemento finito – Elementos Finitos
EEUFMG – Escola de Engenharia da UFMG
ELS – Estado Limite de Serviço
ELU – Estado Limite Último
EN – European Standard
LAEES – Laboratório de Análise Experimental de Estruturas
MEF – Método dos Elementos Finitos
NBR – Norma Brasileira
PFF – Perfis formados a frio
UFMG – Universidade Federal de Minas Gerais
USIMINAS – Usinas Siderúrgicas de Minas Gerais

RESUMO

SILVA, M.C. (2009). *Análise numérica de vigas mistas de aço e concreto levando em conta a flexibilidade e a ductilidade dos conectores de cisalhamento, bem como o atrito na interface entre o aço e o concreto*. 103 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

A proposta desse trabalho é analisar numericamente vigas mistas de aço e concreto simplesmente apoiadas levando em conta a influência do atrito na interface entre o aço e o concreto e a flexibilidade e a ductilidade dos conectores de cisalhamento. Um modelo de elementos finitos é desenvolvido por meio do programa ANSYS utilizando elementos finitos predefinidos, disponíveis na biblioteca interna do programa. O modelo é apropriado para qualquer tipo de carregamento levando em conta o comportamento elástico ou inelástico da laje de concreto, do perfil de aço e dos conectores de cisalhamento. Assim, é possível obter respostas de vigas mistas no estado limite de serviço e no estado limite último. A validação do modelo é alcançada por meio de soluções de equações diferenciais que governam o problema, para casos particulares de cargas uniformemente distribuídas aplicadas na laje de concreto e no perfil de aço, com a laje, o perfil e os conectores no regime elástico. As respostas obtidas por meio do modelo numérico são comparadas com resultados baseados nas normas, com os principais parâmetros variando dentro de valores práticos. Comparações dos resultados do modelo com resultados de ensaios experimentais também são apresentadas. As análises permitem afirmar que a maneira de considerar a interação entre a laje e o perfil nas fórmulas usuais pode levar a resultados irrealistas de deslocamentos.

Palavras chave: *vigas mistas, conectores de cisalhamento, atrito na interface*

ABSTRACT

SILVA, M.C. (2009). *Numerical analysis of composite beams taking into account the flexibility and ductility of shear connectors and the influence of the friction at the slab/steel profile interface*. 103 p. Thesis (Master in Structural Engineering) – Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

The purpose of this study is to analyze numerically simply supported steel-concrete composite beams, taking into account the influence of the friction at the slab/steel profile interface and the flexibility and ductility of shear connectors. A finite element model is developed using ANSYS software, with predefined elements of the program. The model is appropriate for any type of loading applied to the slab or the steel profile and allows for elastic and inelastic behavior of the slab, the steel profile and the connectors. Thus, it is possible to get responses related to serviceability and ultimate limit states of the composite beams. The model validation is achieved through the solution of the differential equations governing the problem, for the particular case of uniformly distributed loads applied to the slab and the steel profile, with slab, profile and connectors in the elastic range. The responses obtained from the numerical model are compared with results based on standards, the main parameters varying within practical ranges. Comparisons of the model responses with results of a test are also presented. It is concluded that the lack of consideration of shear connector flexibility in usual standard formulations can lead to unrealistic results for the composite beam displacement.

Keys words: *composite beams, shear connectors, interface friction*

1

INTRODUÇÃO

1.1 Considerações iniciais

Os sistemas mistos de aço e concreto são estruturas formadas pela associação de perfis de aço e concreto de forma que os materiais trabalhem em conjunto para resistir aos esforços solicitantes. Nesses sistemas estruturais a resistência do concreto é integrada à resistência do perfil de aço por meio de conectores de cisalhamento e da aderência natural/atrito entre esses materiais. Levando em conta a alta resistência à tração do aço e a alta capacidade de compressão do concreto, os sistemas mistos têm adquirido popularidade nos projetos estruturais.

Os tipos de sistemas mistos básicos são: lajes mistas, vigas mistas, pilares mistos e ligações mistas. (FIGURA 1.1)

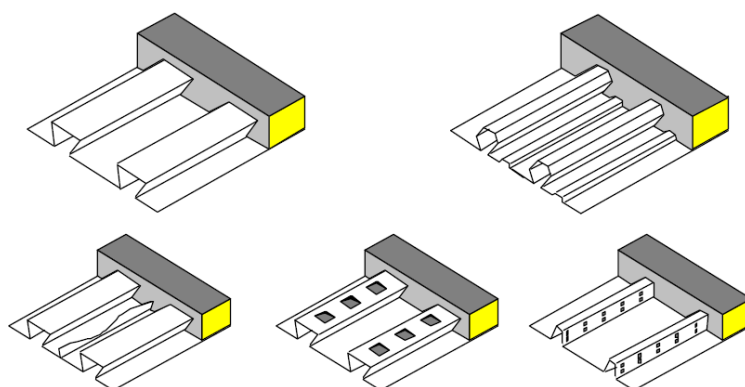


FIGURA 1.1 (a) – Exemplos de lajes mistas

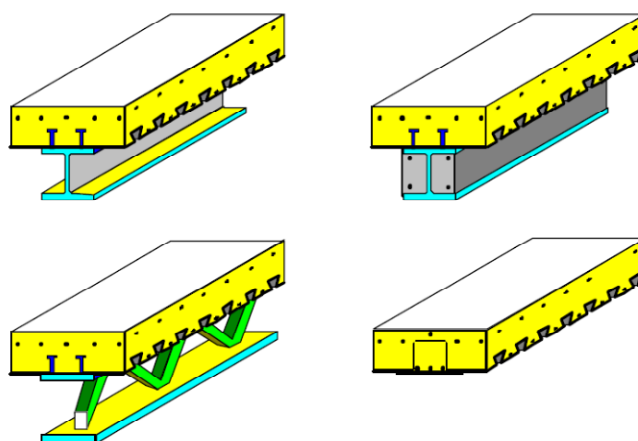


FIGURA 1.1 (b) – Exemplos de vigas mistas

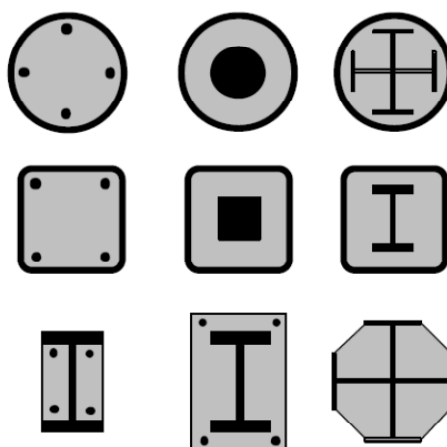


FIGURA 1.1 (c) – Exemplos de pilares mistos

FIGURA 1.1 – Tipos básicos de sistemas mistos: (a) lajes mistas, (b) vigas mistas e (c) pilares mistos

As lajes mistas são lajes de concreto armado com fôrma de aço incorporada. Nesses sistemas, a fôrma de aço substitui a armação de tração nas lajes.

As vigas mistas são compostas por perfis de aço e laje de concreto, interligados na maioria das vezes por meio de conectores de cisalhamento. Nesse caso como o concreto e o aço trabalham em conjunto para resistirem aos esforços solicitantes, pode-se reduzir o perfil de aço para construções escoradas.

Os pilares mistos são constituídos a partir de um perfil de aço, podendo ser do tipo I total ou parcialmente envolvido pelo concreto, ou do tipo tubo ou caixa, preenchido pelo concreto. Os pilares mistos começaram a ser utilizados a partir da necessidade de proteger o perfil de aço dos meios corrosivos ou contra o fogo.

As ligações mistas incorporam a participação da laje de concreto na transmissão dos esforços solicitantes de uma viga mista para outra viga mista ou de uma viga mista para um pilar.

Duas características importantes das vigas mistas são a possibilidade de se considerar interação completa ou parcial nas ligações entre os materiais aço e concreto e a possibilidade de se usar construção escorada ou não escorada durante a fase de construção. Na seção 3.1 são descritos os tipos de interação de uma viga mista.

As vantagens dos sistemas mistos com relação às estruturas de aço são:

- proteção parcial ou total contra incêndio e contra corrosão dos perfis de aço;
- economia de material, devido ao baixo custo do concreto;
- restrição da flambagem local e lateral com torção dos perfis de aço esbeltos.

As vantagens dos sistemas mistos com relação às estruturas de concreto armado são:

- redução do peso próprio da estrutura devido à redução do consumo do concreto nos elementos estruturais (vigas e pilares);
- eliminação de fôrmas, uma vez que em lajes mistas as fôrmas de aço incorporadas cumprem essa tarefa;
- não necessidade de utilização de escoramento quando as vigas e as fôrmas de aço resistirem às cargas de construção, reduzindo o tempo de construção
- nas lajes mistas, facilidade de adaptação para colocação de tubulações elétricas, hidráulicas, de comunicação e de ar condicionado

A NBR 8800:1986 foi a primeira norma brasileira a tratar de sistemas mistos, abordando as vigas mistas, sem, no entanto, fazer referência a pilares mistos, lajes mistas e ligações mistas viga/pilar. Posteriormente, a NBR 14323:1999 incluiu o dimensionamento dos pilares mistos e das lajes mistas com fôrma de aço incorporada e, recentemente, a NBR 8800:2008 considera de forma abrangente as lajes mistas, as vigas mistas, os pilares mistos e as ligações mistas viga/pilar.

1.2 Objetivo

O objetivo deste trabalho é desenvolver e analisar parametricamente um modelo de elementos finitos que possa fornecer informações sobre o comportamento de vigas mistas de aço e concreto, com conectores flexíveis, considerando a influência do atrito na interface dos dois materiais.

1.3 Justificativa

Muitos estudos são realizados em sistemas mistos por meio de ensaios e de análises numéricas e/ou teóricas. Analisando a bibliografia pesquisada, observa-se que os estudos a respeito das ligações na interface entre o aço e o concreto tem tratamento especial, devido ao comportamento dos conectores. No entanto, nos estudos das vigas

mistas em geral, o atrito não é levado em conta, concentrando-se os estudos da interligação aço e concreto apenas nos conectores.

Além da complexidade dos conectores de cisalhamento e conseqüentemente das ligações em si, o atrito passa a ser importante quando os conectores são muito flexíveis ou quando o grau de interação é muito baixo, havendo risco de ruptura de conectores devido ao grande escorregamento entre a laje de concreto e o perfil de aço.

Dessa forma, o presente trabalho se justifica por abordar aspectos sobre o comportamento das ligações entre a laje de concreto e a viga de aço, como grau de interação, ductilidade e flexibilidade dos conectores, escorregamento relativo entre a laje de concreto e a viga de aço e, principalmente, atrito na interface entre o aço e o concreto.

1.4 Metodologia

Para alcançar o objetivo deste trabalho, foi feita uma pesquisa bibliográfica sobre o comportamento da interligação entre aço e concreto das vigas mistas, levando em conta a presença dos conectores de cisalhamento e do atrito na interface. Elabora-se um modelo numérico do tipo “push test” que simule satisfatoriamente o comportamento real da ligação do aço e do concreto na interface dos elementos, comparando os resultados desse modelo com previsões teóricas e experimentais.

A modelagem é realizada por meio do programa ANSYS, versão 11.0, disponível no Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerias (DEES-EEUFMG).

A seguir modela-se uma viga simplesmente apoiada com dimensões geométricas e condições de contorno parametrizadas. Posteriormente, comparam-se os resultados obtidos por meio do modelo numérico parametrizado com resultados experimentais e teóricos.

O modelo numérico proposto é elaborado através de elementos finitos predefinidos, disponibilizados na biblioteca interna do programa ANSYS, os quais são apresentados no capítulo 4. A escolha dos elementos foi feita levando em conta aspectos como número de graus de liberdade, características não lineares e, principalmente, representatividade perante o comportamento real a ser simulado.

2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Considerações iniciais

Segundo MALITE (1990) os sistemas mistos tiveram seu início em 1914 na Inglaterra, quando a empresa Redpath Brow and Company iniciou uma série de ensaios a respeito de sistemas de pisos. Desde então, muitos estudos a respeito dos sistemas mistos foram realizados. Na década de 30 várias pontes utilizando os sistemas mistos foram construídas. Em 1944, a norma AASHO (American Association of State Highway Officials) hoje denominada AASHTO, introduziu o conceito de estruturas com sistemas mistos.

De acordo com VIEST (1960), as primeiras vigas mistas estudadas eram constituídas por um perfil de aço embutido no concreto, onde a interação se dava pela força de adesão natural entre os materiais aço e concreto, não existindo ainda a ligação entre esses materiais; a partir de 1940, os perfis embutidos no concreto foram substituídos por lajes apoiadas sobre a mesa do perfil, levando em conta a presença dos conectores

mecânicos que fazem a ligação entre o aço e o concreto. Em 1933 teve início o estudo dos conectores de cisalhamento de seção cilíndrica e forma espiral e em 1954, na Universidade de Illinois e na Universidade Lehigh, os conectores do tipo pino com cabeça começaram a ser estudados.

JASIM (1999) aplicou uma teoria de interação parcial linear para determinar deslocamentos no meio do vão de vigas mistas simplesmente apoiadas. Foram desenvolvidas equações diferenciais que governam o comportamento de vigas mistas, quando a distribuição de conectores ao longo do comprimento da viga é triangular. A solução exata é encontrada e os resultados dos deslocamentos em vigas mistas com interação parcial são definidos em função dos deslocamentos correspondentes em vigas mistas com interação total equivalente. Um quadro para determinar o deslocamento no meio do vão de vigas mistas foi construído e pode ser usado independentemente do tipo de carregamento, da geometria e das propriedades dos materiais. Essas diversas variáveis, que influenciam nos deslocamentos, foram agrupadas em dois fatores adimensionais. A teoria é baseada assumindo-se que o concreto e o aço são materiais elásticos e cada material tem o mesmo módulo de elasticidade na tração e na compressão; a conexão entre a laje de concreto e o perfil de aço é contínua ao longo do comprimento da viga; o deslocamento permitido pelos conectores de cisalhamentos é diretamente proporcional ao carregamento transmitido; os deslocamentos da laje e do perfil são iguais em todos os pontos ao longo da viga; os conectores de cisalhamento têm densidades variando linearmente ao longo da região entre a seção de momento nulo e a seção de momento máximo, conforme FIGURA 2.1.

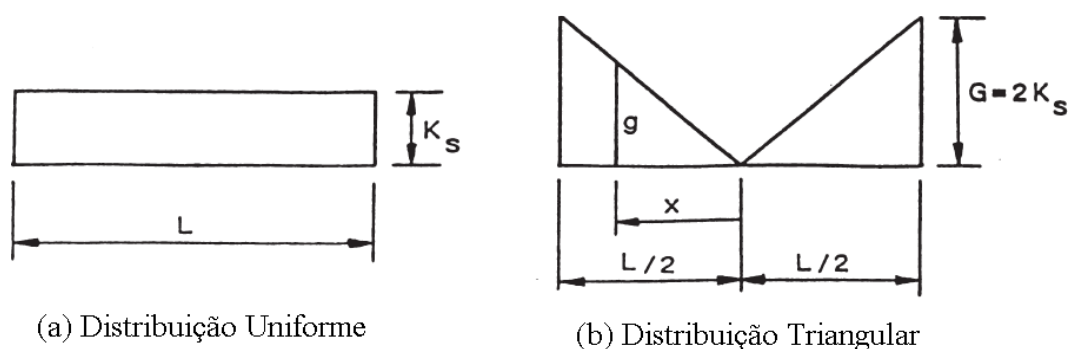


FIGURA 2.1 – Distribuição do fluxo de cisalhamento ao longo do comprimento de viga. (JASIM 1999).

O elemento de viga de comprimento dx utilizado por JASIM (1999) é mostrado na FIGURA 2.2, bem como o equilíbrio de forças nesse elemento.

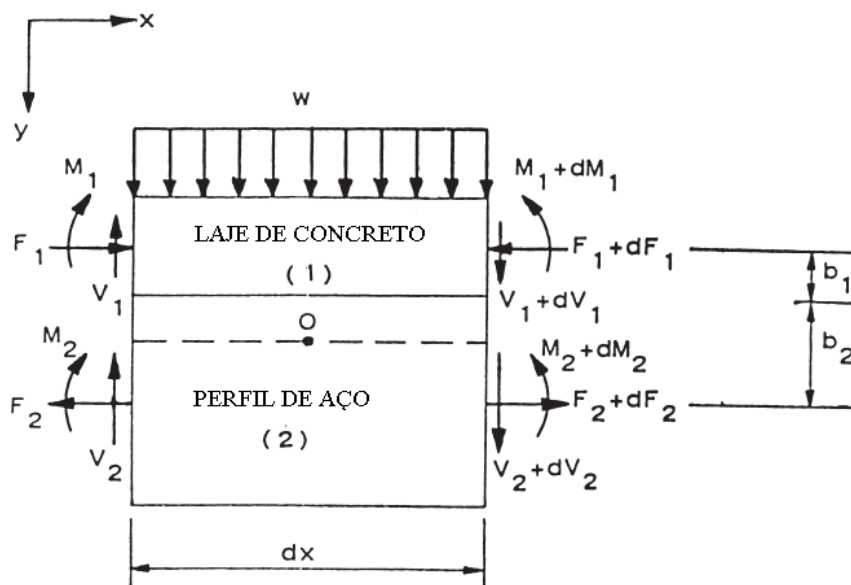


FIGURA 2.2 – Elemento infinitesimal de viga. Adaptado de JASIM (1999).

NIE e CAI (2003) estudaram o efeito do escorregamento nas deformações de vigas mistas de aço e concreto. A rigidez equivalente de vigas mistas considerando três diferentes tipos de carregamento foi primeiramente deduzida com base em equações de equilíbrio e compatibilidade de curvaturas e, então, a fórmula geral que leva em conta o efeito do escorregamento foi desenvolvida. Os resultados foram comparados com respostas de ensaios, tanto para vigas mistas simplesmente apoiadas como para vigas mistas contínuas.

Para vigas típicas, usadas na prática, o efeito do escorregamento em vigas mistas com interação parcial teve uma significativa contribuição na deformação. Mesmo para vigas mistas com interação total, o efeito do escorregamento pode resultar numa redução da rigidez de 17% para vãos curtos.

2.2 Estudos de caráter experimental

Com relação a trabalhos de caráter experimental, CHAPMAN e BALAKRISHNAN (1964) descreveram o comportamento de dezessete vigas mistas, considerando a variação do número de conectores ao longo do vão. A partir das análises dessas vigas mistas, os autores concluíram que, para o cálculo do momento fletor resistente, a utilização do diagrama retangular de tensões normais na seção transversal mostra-se adequada. Outra conclusão é que foi pequena a influência do escorregamento relativo na interface entre o aço e o concreto durante a fase elástica. Os autores também concluíram que os conectores devem estar ancorados na região comprimida da laje de concreto. Por fim, afirmaram que é possível considerar a capacidade última dos conectores de cisalhamento e que a distribuição uniforme dos conectores é satisfatória mesmo no caso de carga uniformemente distribuída.

SLUTTER e DRISCOLL (1965) desenvolveram um critério para determinar o número mínimo de conectores necessários para realizar a ligação entre o aço e o concreto em vigas mistas e verificaram a resistência última à flexão em vigas mistas com base em resultados de ensaios. Dentre as conclusões obtidas nessa referência, destacam-se: quando for satisfeito o equilíbrio entre as resistências últimas dos conectores de cisalhamento e os esforços cortantes nos estados limites últimos, o momento resistente último teórico pode ser alcançado; outra conclusão dos autores diz respeito à distribuição dos esforços entre os conectores de cisalhamento. Como a força longitudinal é redistribuída entre os conectores de cisalhamento, não é necessário espaçar os conectores de acordo com o diagrama de esforço cortante.

DAVIES (1969) realizou ensaios em sete vigas mistas simplesmente apoiadas e analisou o efeito da variação do espaçamento entre conectores de cisalhamento e da taxa de armadura transversal na laje de concreto. O autor concluiu que o espaçamento entre os conectores praticamente não influencia o comportamento da viga mista. No entanto, a taxa de armadura transversal influenciou a resposta das vigas mistas em estados limites últimos.

2.3 Estudos de caráter numérico

Já com relação a estudos de caráter numérico sobre vigas mistas, ARIZUMI e HAMADA (1980) descreveram a formulação de um elemento finito (EF) para simular o comportamento de vigas mistas (FIGURA 2.3).

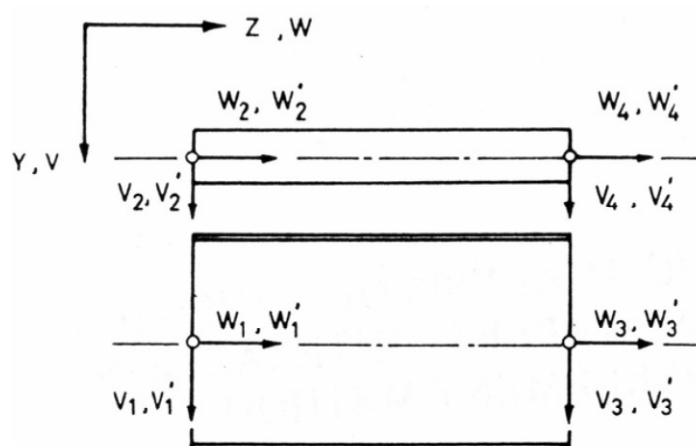


FIGURA 2.3 – Elemento finito proposto por ARIZUMI e HAMADA (1980).

O elemento finito proposto é composto por dois elementos de viga que representam o perfil de aço e a laje de concreto e, para representar os conectores de cisalhamento, os autores utilizaram um meio contínuo descrito pela relação carga-deslizamento obtida por meio de ensaio do tipo “push test”.

Levando em conta a influência do escorregamento entre a laje de concreto e o perfil de aço, AL-ALMERY e ROBERTS (1990) desenvolveram uma formulação para análise de vigas mistas com base no elemento mostrado na FIGURA 2.4. Um meio contínuo foi utilizado para representar a conexão entre a laje e o perfil, com espessura desprezível e rigidez ao cisalhamento definida de acordo com a equação Eq. (2.1) proposta por OLLGAARD, SLUTTER e FISHER (1971).

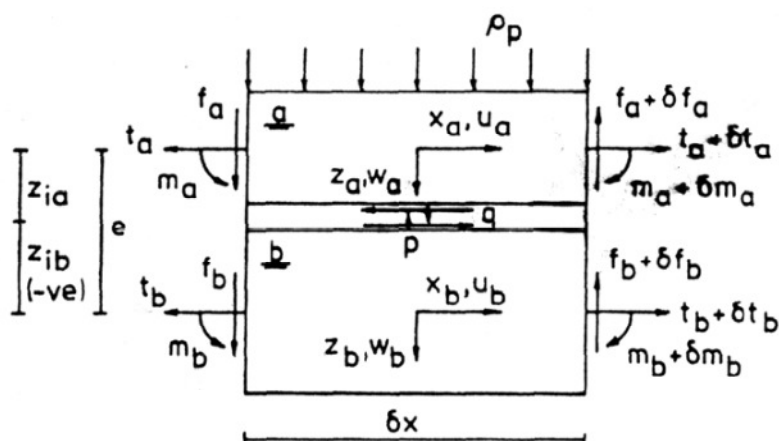


FIGURA 2.4 – EF proposto por AL-AMERY e ROBERTS (1990).

$$Q = Q_u (1 - e^{-\beta s})^\alpha \quad (2.1)$$

Onde:

- Q é a força horizontal no conector
- Q_u é a carga última obtida no ensaio “push test”
- s é o escorregamento entre a laje e o perfil
- β e α são parâmetros obtidos no ensaio “push test”

PORCO, SPADEA e ZINNO (1994) apresentaram um estudo paramétrico a partir de um modelo de elementos finitos para prever as tensões e deformações nas seções transversais das vigas mistas, levando em conta a fissuração do concreto e o escorregamento relativo na interface da laje e do perfil. O elemento finito utilizado pelos autores está mostrado na FIGURA 2.5.

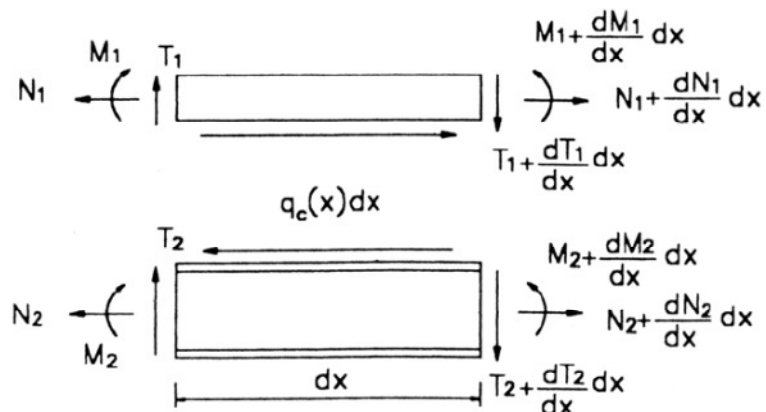


FIGURA 2.5 – EF utilizado por PORCO, SPADEA e ZINNO (1994).

OVEN et al (1997) descreveram uma formulação a partir de um modelo de elementos finitos (FIGURA 2.6), para análise de vigas mistas com conectores flexíveis. O efeito do escorregamento entre o perfil de aço e a laje de concreto e a característica de não linearidade da relação carga-deslizamento dos conectores de cisalhamento foram levados em conta. O modelo foi usado para obter o comportamento carga-flecha de vigas mistas e a distribuição de escorregamento ao longo do comprimento de viga. Os resultados foram validados por meio de comparação com resultados de ensaios de vigas mistas simplesmente apoiadas e vigas contínuas.

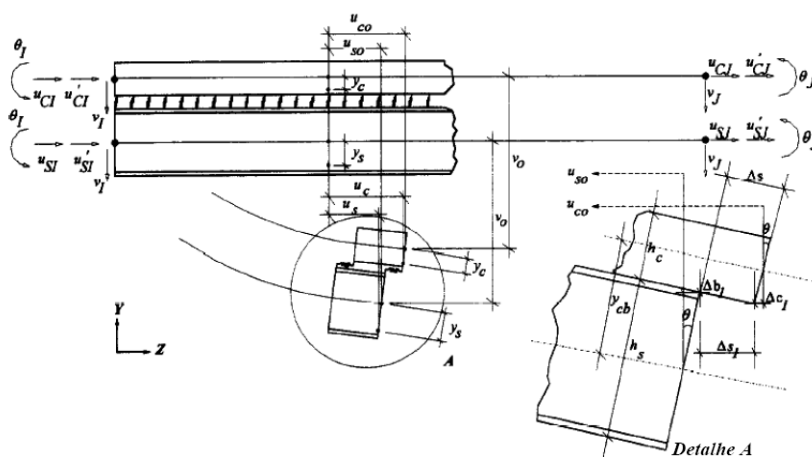


FIGURA 2.6 – Elemento finito utilizado por OVEN et al (1997).

SALARI et al (1998) propuseram um elemento de viga cuja formulação é descrita com base no método das forças e comparou esse modelo com outro modelo desenvolvido

com base no método dos deslocamentos. Esses modelos são formados a partir de dois elementos de viga conectados por meio de uma interface deformável. Ver FIGURA 2.7.

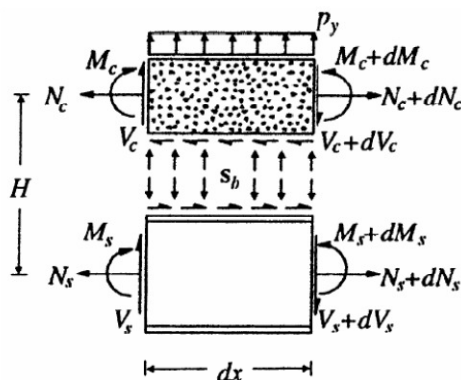


FIGURA 2.7 – Elemento proposto por SALARI et al (1998).

GATTESCO (1999) apresentou um procedimento numérico para análise de vigas mistas. O programa considera o comportamento não linear do concreto, do aço e dos conectores de cisalhamento. Em particular, podem ser usadas as mais refinadas relações constitutivas tensão-deformação disponíveis na literatura. Para os conectores de cisalhamento foi usada uma relação carga-deslizamento não linear empírica. Foram analisadas quatro vigas mistas carregadas até a carga última. Os resultados analíticos são comparados com resultados experimentais, com boa aproximação entre eles, e demonstram que o modelo numérico é uma ferramenta válida para estudos de vigas mistas com interação total ou parcial. O elemento misto proposto por GATTESCO (1999) representado na FIGURA 2.8 é composto por dois elementos de vigas (um representando a laje de concreto e outro o perfil de aço), unidos em suas bordas por elementos de mola horizontais para representar os conectores de cisalhamento. O comportamento dessas molas é descrito por meio da relação carga-deslizamento estabelecida na Eq. (2.1).

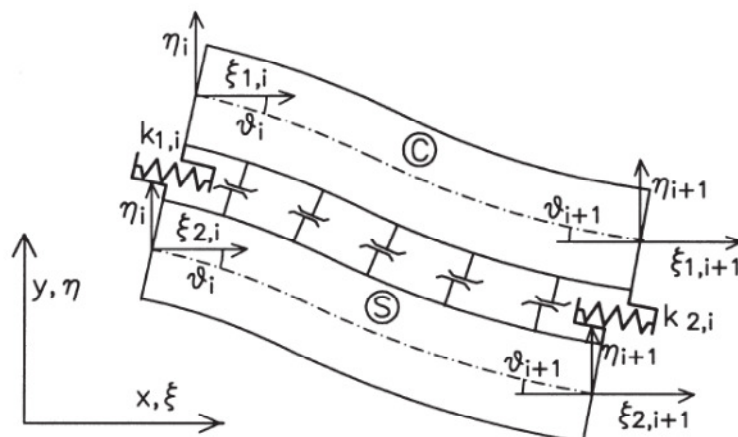


FIGURA 2.8 – Elemento proposto por GATTESCO (1999)

Por meio de elementos adicionais localizados entre nós intermediários do elemento principal e da relação de tensão de cisalhamento e do escorregamento mostrada na FIGURA 2.9, o atrito existente na interface aço e concreto foi considerado. Os coeficientes da curva mostrada na FIGURA 2.9 são obtidos experimentalmente.

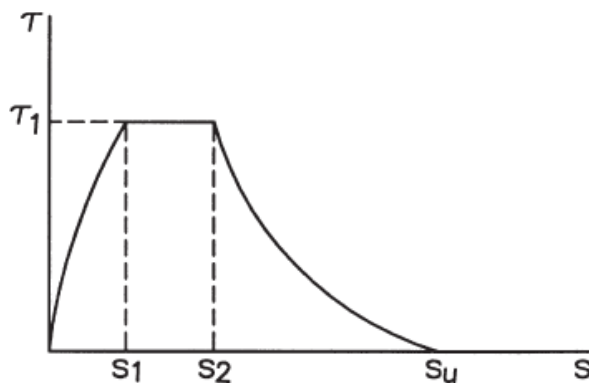


FIGURA 2.9 – Relação tensão de cisalhamento-escorregamento. GATTESCO (1999)

FAELLA, MARTINELLI e NIGRO (2003) apresentaram um procedimento com base no método dos elementos finitos para análise de vigas mistas, levando em conta uma redução da rigidez dos conectores na região do concreto fissurado. O elemento finito proposto pelos autores está mostrado na FIGURA 2.10.

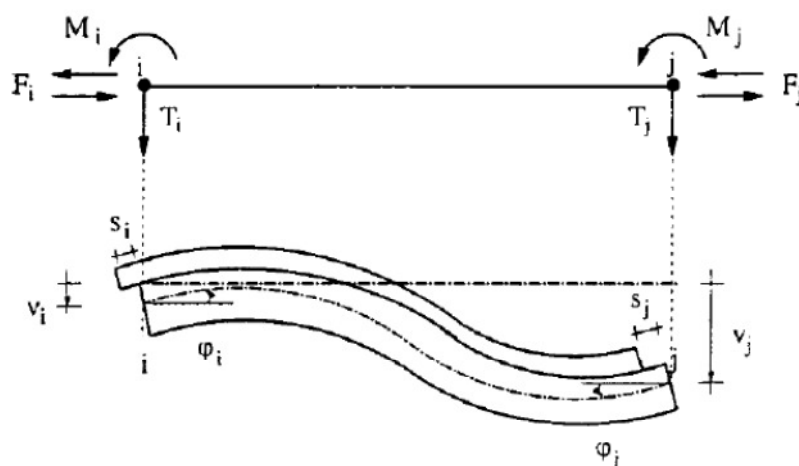


FIGURA 2.10 – EF proposto por FAELLA, MARTINELLI e NIGRO (2003).

A relação carga-deslizamento utilizada para representar a ação dos conectores de cisalhamento no modelo proposto por FAELLA, MARTINELLI e NIGRO (2003) é obtida por meio da Eq. (2.1).

É possível identificar que todos os trabalhos com base em análise numérica foram desenvolvidos por meio de elementos finitos especiais propostos por cada autor. No entanto é possível analisar vigas mistas numericamente a partir de programas computacionais que possuem elementos finitos pré-estabelecidos disponibilizados nas bibliotecas dos programas.

Nos parágrafos seguintes, comentam-se modelos desenvolvidos a partir de elementos pré-definidos em programas computacionais.

HIRST e YEO (1979) utilizaram elementos planos bidimensionais para representação da laje de concreto e do perfil de aço. Esses elementos foram conectados por meio de elementos quadrilaterais com rigidez e resistência compatíveis com o comportamento dos conectores de cisalhamento. O modelo proposto mostrado na FIGURA 2.11, foi desenvolvido por meio de um programa disponibilizado na Universidade de Adelaide.

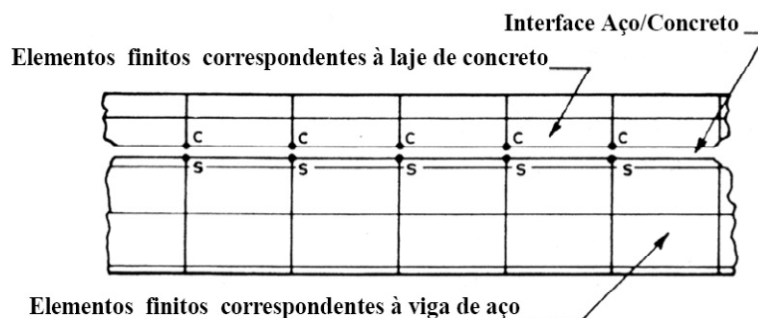


FIGURA 2.11 – Modelo em elementos finitos proposto por HIRST e YEO (1979).

RAZAQPUR e NOFAL (1989) apresentaram uma análise de viga mista utilizando o programa NONCLAS. Para representar os conectores, utilizou-se um elemento especial disponibilizado na biblioteca interna do programa NONCLAS, que não possui rigidez a flexão e a torção. A rigidez axial é obtida com base em um elemento de viga, e a rigidez ao cisalhamento é definida pela Eq. (2.1), obtida por meio da relação carga-deslizamento. A FIGURA 2.12 mostra um dos modelos desenvolvidos por RAZAQPUR e NOFAL (1989).

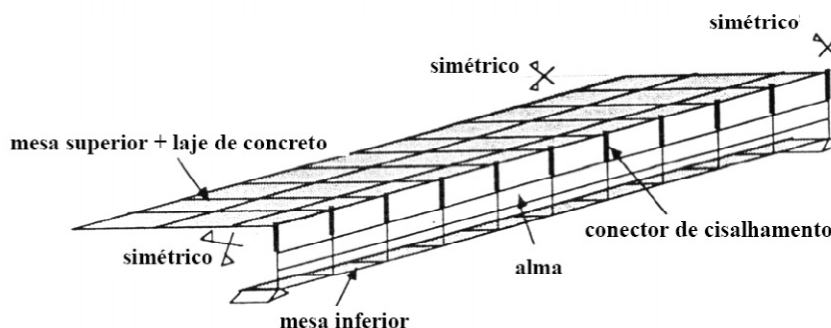


FIGURA 2.12 – Modelo desenvolvido por RAZAQPUR e NOFAL (1989).

SEBASTIAN e McCONNEL (2000) analisaram vigas mistas por meio de um programa baseado no método dos elementos finitos. Para representar os conectores de cisalhamento, desenvolveu-se um elemento especial envolvendo molas axiais e rotacionais. Levou-se em conta que as molas rotacionais eram rígidas a fim de compatibilizar as rotações e a separação vertical entre a laje e o perfil. As molas axiais com orientação transversal tinham rigidez nula, a rigidez das molas com orientação longitudinal foi definida por meio da Eq. (2.1). A modelagem proposta por SEBASTIAN e McCONNEL (2000) está representada na FIGURA 2.13.

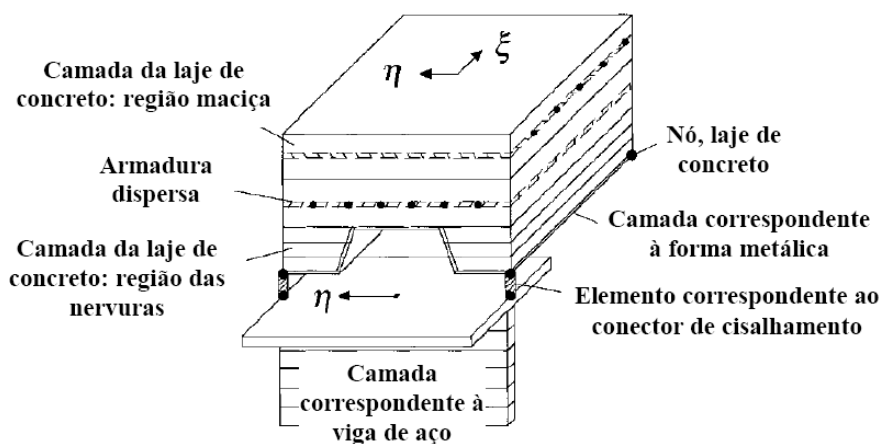


FIGURA 2.13 – Modelagem proposta por SEBASTIAN e McCONNEL (2000).

BASKAR, SHANMUGAM e THEVENDRAM (2002) apresentaram um modelo tridimensional com base no método dos elementos finitos, utilizando o programa ABAQUS. Os autores analisaram vigas mistas submetidas a momentos fletores negativos e força cortante. Para representar os conectores de cisalhamento utilizou-se um elemento de viga, com seção circular, com área modificada de modo a representar a rigidez dos conectores e a aderência do concreto. O elemento utilizado está ilustrado na FIGURA 2.14.

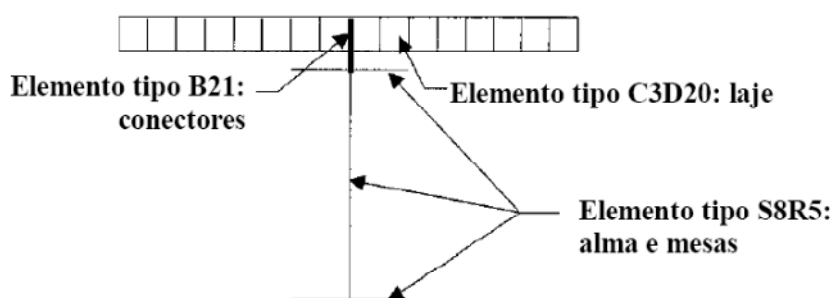


FIGURA 2.14 – Elemento utilizado por BASKAR, SHANMUGAM e THEVENDRAM (2002).

LIANG et al (2004) utilizaram elementos disponibilizados na biblioteca do programa ABAQUS para analisar a resistência última de vigas mistas. O modelo tridimensional utilizado (FIGURA 2.15) mostra a viga mista modelada por LIANG et al (2004). A laje e o perfil foram modelados com elementos de casca e os conectores de cisalhamento

foram modelados por meio de elementos de vigas com área modificada de forma a representar a rigidez e a resistência dos conectores em vigas mistas contínuas.

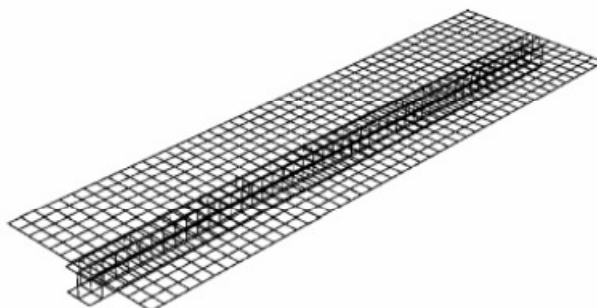


FIGURA 2.15 – Modelo utilizado por LIANG (2004).

BUJNAK e BOUCHAIR (2005) utilizaram o programa CASTEM 2000 para análise de vigas mistas sob ação de momentos fletores positivo e negativo. Os conectores de cisalhamento foram modelados com elementos de vigas, com propriedades dos materiais modificadas de forma a se levar em conta a ação do confinamento exercido pelo concreto. Para modelar a laje de concreto usaram-se elementos de casca em camadas e, para representar o perfil de aço, utilizaram-se elementos simples de casca. Ver FIGURA 2.16.

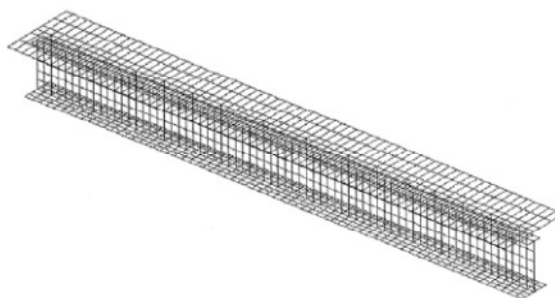


FIGURA 2.16 – Modelo utilizado por BUJNAK e BOUCHAIR (2005).

QUEIROZ, VELLASCO e NETHERCOT (2005) apresentaram dois modelos numéricos para análise de vigas mistas desenvolvidos no programa ANSYS. A FIGURA 2.17 (a) mostra o modelo bidimensional, onde se usaram elementos planos para representar a laje e o perfil; já a FIGURA 2.17 (b) ilustra o modelo tridimensional, onde se utilizaram elementos planos para discretizar a laje de concreto e o perfil de aço. Em ambos os modelos, os conectores de cisalhamento foram representados por

elementos de mola, com a relação carga-deslizamento obtida por meio de ensaio “push test”.

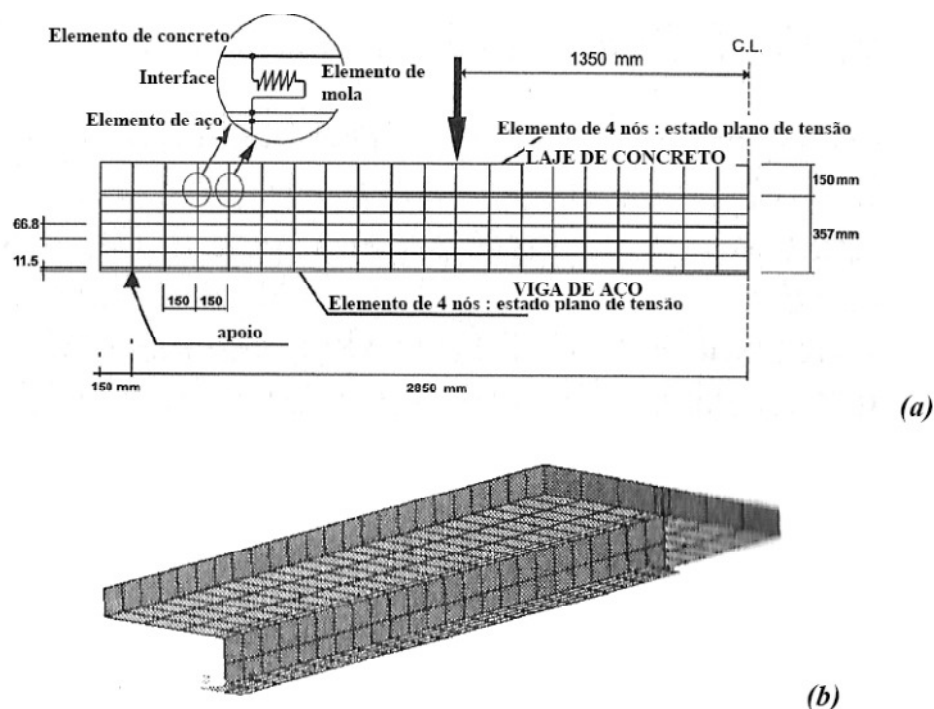


FIGURA 2.17 – Modelo utilizado por QUEIROZ, VELLASCO e NETHERCOT (2005): (a) Modelo 2D e (b) Modelo 3D.

QUEIROZ, QUEIROZ e NETHERCOT (2009) apresentaram um modelo bidimensional em dois artigos integrados, desenvolvidos também com elementos do programa ANSYS. Esse modelo foi validado por comparação com resultados experimentais de vigas simplesmente apoiadas, contínuas e semicontínuas.

2.4 Breve histórico no Brasil

Segundo MALITE (1993), os sistemas mistos eram utilizados preferencialmente em pontes nas décadas de 50 e 60. A partir de 1980, a sua utilização passou a ser também em edifícios industriais, comerciais, etc.

É mencionado em KOTINDA (2006) que o primeiro trabalho encontrado no Brasil é de MAINES (1989), no qual foi apresentada uma análise numérica não linear de vigas mistas com interação parcial, com base no método dos elementos finitos.

Na seqüência, MALITE (1990) estudou o cálculo de vigas mistas de aço e concreto. Em 1993 o mesmo autor analisou o comportamento estrutural de vigas mistas constituídas por perfis formados a frio.

MERGULHÃO (1994) descreveu uma série de ensaios analisando o comportamento de vigas mistas formadas por perfis de aço preenchidos com concreto.

MACHADO (1998) apresentou um estudo experimental do comportamento de vigas mistas constituídas por perfis de aço preenchidos por concreto na região entre as mesas, com ênfase nos problemas de avaliação de resistência e estimativa de deflexão.

ALVA (2000) apresentou uma abordagem abrangente das estruturas mistas aço-concreto, com ênfase em edifícios, e dos principais elementos que compõem o sistema: as vigas mistas, simplesmente apoiadas e contínuas, as lajes mistas e os pilares mistos. São abordados os aspectos construtivos, o comportamento estrutural e os procedimentos para dimensionamento recomendados pelas principais normas aplicáveis, enfatizando a norma norte-americana do AISC (1994) e a Euronorma EN 1994-1-1. O projeto em situação de incêndio também foi analisado, considerando o comportamento e o dimensionamento de elementos mistos frente à ação do fogo. No final, foram desenvolvidos exemplos de dimensionamento, onde se procurou comparar e discutir os resultados obtidos pelas principais normas.

VIEIRA (2001) deu continuidade ao trabalho de MACHADO (1998) fazendo mais dois ensaios com o mesmo tipo de vigas mistas.

CEOTTO SOBRINHO (2002) descreveu uma formulação analítica para o estudo dos deslocamentos de curta e de longa duração de vigas mistas de aço e concreto simplesmente apoiadas, com interação parcial. O autor obteve a expressão geral para o

cálculo das deflexões centrais de longa duração em vigas mistas apresentando qualquer grau de interação. Foi levada em conta a distribuição uniforme dos conectores e carregamento uniformemente distribuído. Segundo o autor, a precisão dos resultados numéricos obtidos com essa expressão é confirmada mediante comparação com resultados fornecidos pelo algoritmo proposto por TARANTINO & DEZI (1992), que utiliza o processo numérico passo a passo discretizado no tempo. CEOTTO SOBRINHO afirma que a expressão por ele desenvolvida é uma boa ferramenta para o projeto de vigas mistas com conectores de cisalhamento flexíveis.

TRISTÃO (2002) apresentou uma visão geral do comportamento das vigas mistas e estudou o comportamento estrutural dos conectores de cisalhamento. O autor fez uma simulação numérica dos conectores tipo pino com cabeça e dos conectores em perfil U formado a frio. Os estudos foram realizados por meio de modelagem dos ensaios experimentais tipo “push test” em elementos finitos, no programa ANSYS. Os resultados obtidos são comparados com valores experimentais. Os modelos numéricos propostos incluíram as seguintes variáveis: número de conectores, quantidade de armadura no concreto, diâmetro do conector tipo pino com cabeça, resistência do concreto, espessura e posição de soldagem do conector tipo U. A variação desses parâmetros objetivou a determinação da resistência última dos conectores e a relação carga-deslizamento dos mesmos, bem como a avaliação da concentração de tensões e deformações nos modelos.

DAVID (2003) apresentou um estudo experimental a fim de avaliar o comportamento estrutural de vigas mistas formadas por lajes treliçadas e perfis formados a frio.

FIGUEIREDO (2004) apresentou uma adaptação de um método de cálculo de ligações mistas, com vistas à realidade brasileira em termos de perfis e de detalhes de ligação.

KIRCHHOF (2004) propôs um modelo numérico em elementos finitos a fim de simular o comportamento estrutural de vigas mistas. A autora relatou dificuldades referentes à consideração da interação parcial, em consequência do alto grau de refinamento na

discretização dos conectores. O modelo em elementos finitos do programa ANSYS está mostrado na FIGURA 2.18.

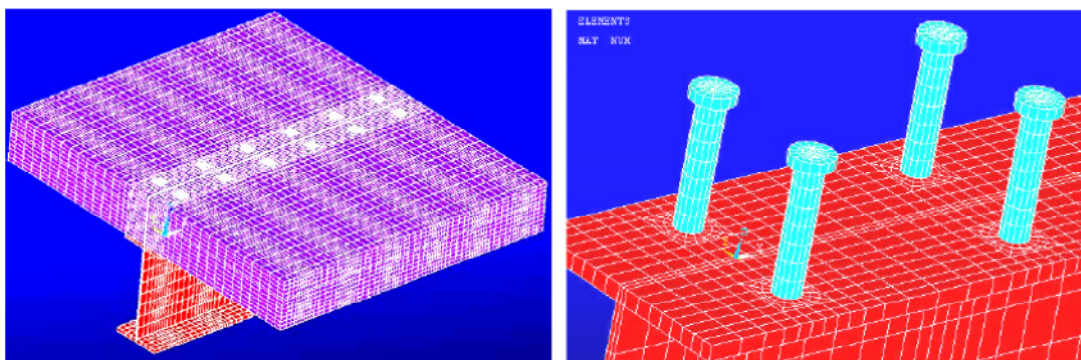


FIGURA 2.18 – Modelo numérico tridimensional com conectores de cisalhamento. KIRCHHOF (2004).

KOTINDA (2006) apresentou modelos numéricos tridimensionais de vigas mistas com vistas a simular o comportamento estrutural, principalmente no referente à interface entre viga de aço e laje de concreto. Os modelos (ver FIGURA 2.19) são constituídos por vigas mistas simplesmente apoiadas com laje de faces planas e conectores de cisalhamento do tipo pino com cabeça. As simulações foram realizadas por meio do programa ANSYS e os resultados foram comparados com valores experimentais.

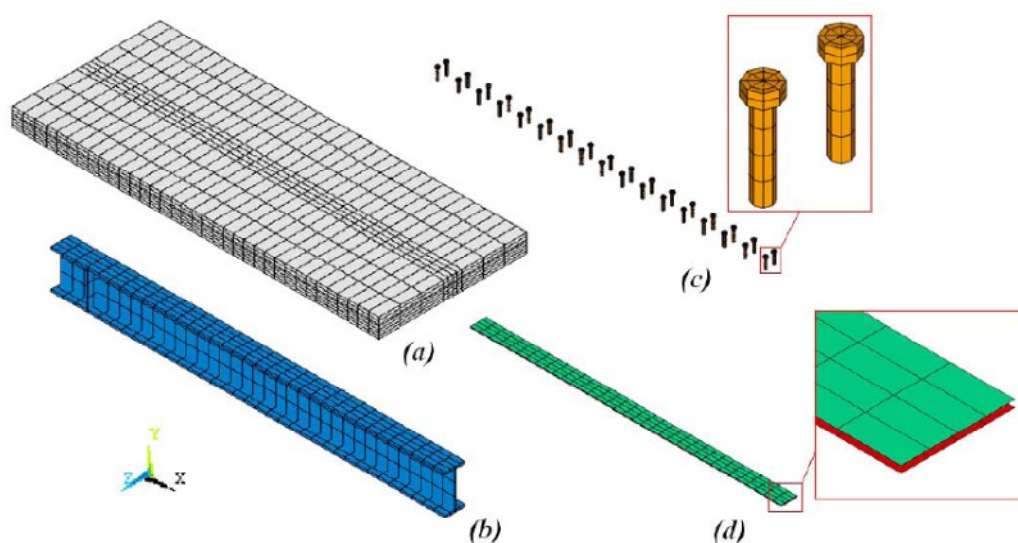


FIGURA 2.19 – Modelo de elementos finitos utilizado por KOTINDA (2006): (a) laje de concreto, (b) perfil de aço, (c) conectores de cisalhamento e (d) par de contato.

2.5 Pesquisa sobre sistemas mistos no Departamento de Engenharia de Estruturas da EEUFMG

Na EEUFMG, os estudos de vigas mistas de aço e concreto iniciaram com VERÍSSIMO (1996), que analisou o comportamento de vigas mistas formadas por perfis I com aberturas nas almas, por meio de um procedimento de cálculo.

CORRADI (1997) analisou, pelo método dos elementos finitos, sistemas de pisos mistos em aço e concreto para a determinação de deslocamento.

RIBEIRO (1997) analisou não linearmente sistemas mistos pelo método dos elementos finitos, visando obter a largura efetiva da laje incorporada ao perfil de aço e carregamentos de vigas no estado limite último.

MELO (1999) iniciou os estudos em lajes mistas, analisando o comportamento e a resistência de lajes mistas aplicadas a edifícios utilizando-se o “steel deck” MF-75, com altura de 75 mm, com diferentes combinações de altura total da laje, vãos de cisalhamento e espessuras da fôrma de aço.

SILVA (1999) analisou sistema de laje mista com forma de aço incorporada aplicado a estruturas prediais em concreto armado.

ALVES (2000) estudou ligações mistas viga-viga e viga-pilar com resistência parcial.

CAMPOS (2001) estudou o efeito da continuidade no comportamento e na resistência de lajes mistas com forma de aço incorporada.

CHAVES (2001) analisou teórico-experimentalmente as regiões de introdução de cargas de pilares mistos.

OLIVEIRA (2001) apresentou resultados de uma pesquisa teórico-experimental sobre o comportamento e a resistência de vigas mistas de aço e concreto formadas por perfis formados a frio e lajes pré-fabricadas.

GOMES (2001) estudou sistemas de lajes mistas com fôrma de aço incorporada empregando concreto estrutural leve.

SOUZA NETO (2001) analisou o comportamento e a resistência de um sistema de laje mista com ancoragem de extremidade com consideração sobre a forma de aço isolada e levando em conta o atrito nos apoios.

QUEIROZ (2003) analisou pilares mistos através de modelos pelo método dos elementos finitos.

BAIÃO FILHO (2003) estudou e comparou respostas estruturais antes da cura do concreto de fôrmas metálicas incorporadas às lajes.

NÓBREGA (2003) analisou o comportamento de pilares mistos de aço e concreto em situação de incêndio.

PIRES (2003) automatizou o cálculo de vigas mistas semicontínuas incluindo ligações mistas.

COSTA (2005) estudou numericamente o comportamento de pilares mistos preenchidos com concreto refratário de alto desempenho à temperatura ambiente e em situação de incêndio utilizando o programa THERSYS.

MATA (2005) analisou teórica e experimentalmente sistemas deslocáveis com ligações mistas de aço e concreto.

MANTOVANI (2006) estudou teórica e experimentalmente o comportamento de pilares mistos, com ênfase na zona de introdução de cargas.

VERÍSSIMO (2007) desenvolveu um conector de cisalhamento em chapa dentada para estruturas mistas de aço e concreto e estudou seu comportamento.

OLIVEIRA (2007) analisou o comportamento desses conectores de cisalhamento em chapa dentada para sistemas de pisos mistos com pré-laje de concreto.

BRENDOLAN (2007) fez uma análise do comportamento e da resistência de um sistema de lajes com fôrma de aço incorporada.

RODRIGUES (2007) estudou o comportamento e a resistência de uma viga mista de aço e concreto em perfil formado a frio, em temperatura elevada, de uma edificação de baixo custo.

QUIÑÓNEZ (2007) estudou experimentalmente o comportamento de ligações mistas viga-pilar em perfis formados a frio com conectores de parafuso e rebite com rosca interna.

BREMER (2007) estudou vigas mistas em perfis formados a frio (PFF) com lajes mistas e lajes sobre painéis de concreto celular. O autor realizou ensaios “push test” com conectores de cisalhamento do tipo M12 e M14, constituídos de parafusos e rebites com rosca interna. Os ensaios de vigas mistas com PFF e lajes mistas foram separados em dois grupos; VM12 para os conectores do tipo M12 e VM14 para os conectores do tipo M14. No total foram realizados quatro ensaios de vigas mistas com PFF e lajes mistas, dois modelos com conectores do tipo M12 e dois modelos com conectores M14. As fôrmas de aço dos modelos de vigas mistas (vigas mistas com rebite e parafuso sextavado trabalhando como conector de cisalhamento) foram exemplares do “deck 60” desenvolvido pela USIMINAS em convênio com a UFMG. Dos quatro ensaios “push test” realizados para cada tipo de conector, BREMER obteve a relação carga-deslizamento dos conectores de cisalhamento, bem como a carga última atingida por esses conectores. A FIGURA 2.20 mostra a curva carga-deslizamento, obtida através do ensaio “push test” para o modelo M12-3.

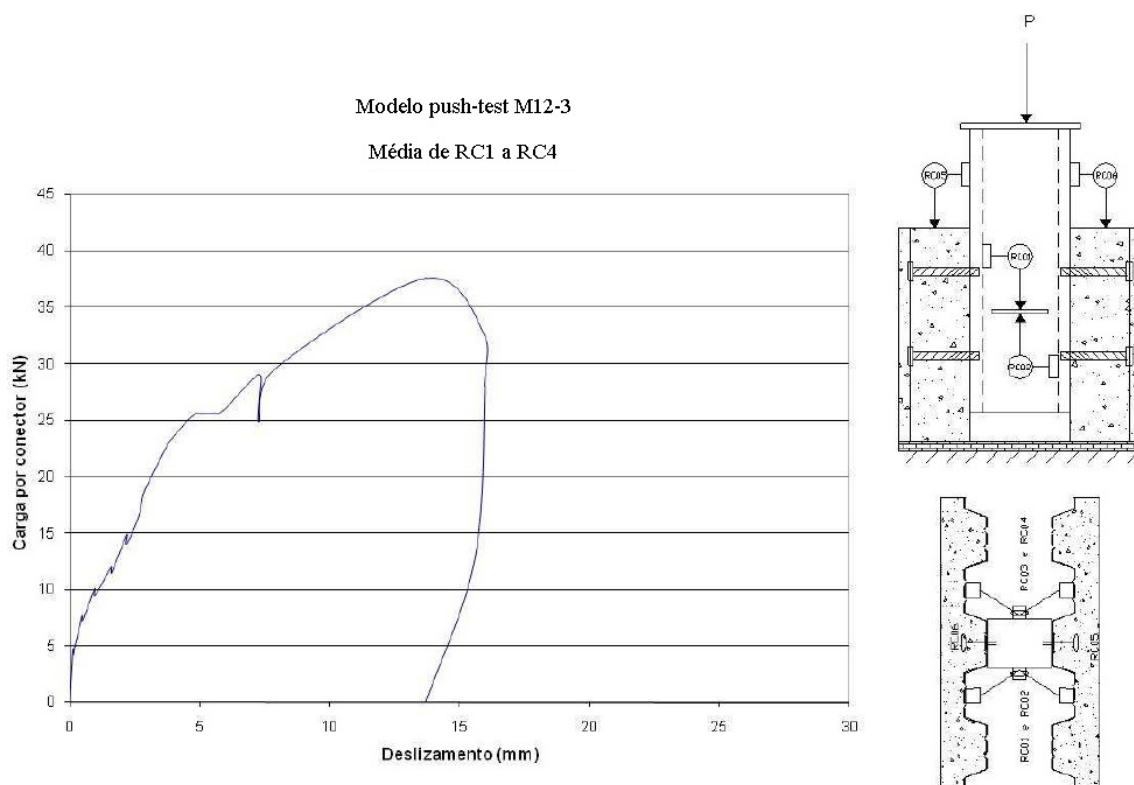


FIGURA 2.20 – Carga-deslizamento, modelo “push test” M12-3. (BREMER, 2007).

BREMER (2007) obteve as curvas momento-flecha no meio do vão para as vigas mistas com PFF e lajes mistas. A curva momento-flecha para o modelo M12-1 está mostrada na FIGURA 2.21. As deformações na seção transversal do perfil de aço e da laje de concreto no meio do vão da viga também foram obtidas por meio desses ensaios; para o modelo M12-1 a FIGURA 2.22 mostra essas deformações. Notar que a ligação entre os pontos de medição não pode ser como na FIGURA 2.22, devido ao escorregamento entre o perfil e a laje.

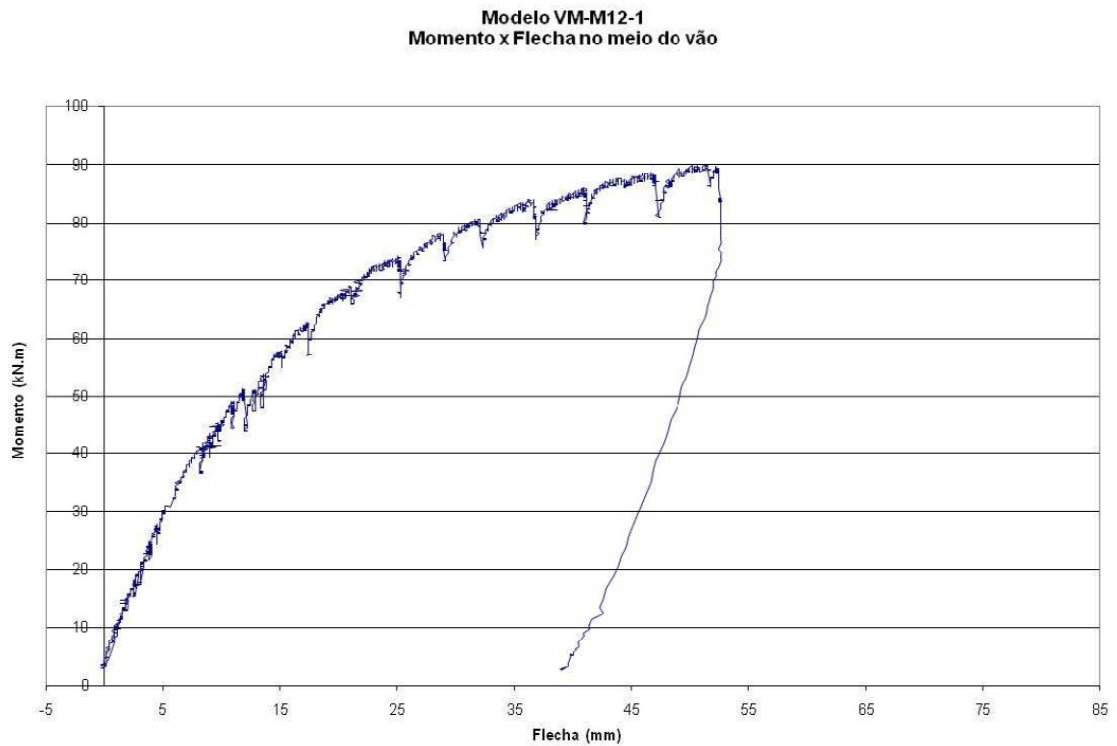


FIGURA 2.21 – Momento x flecha, modelo VM12-1. (BREMER, 2007).

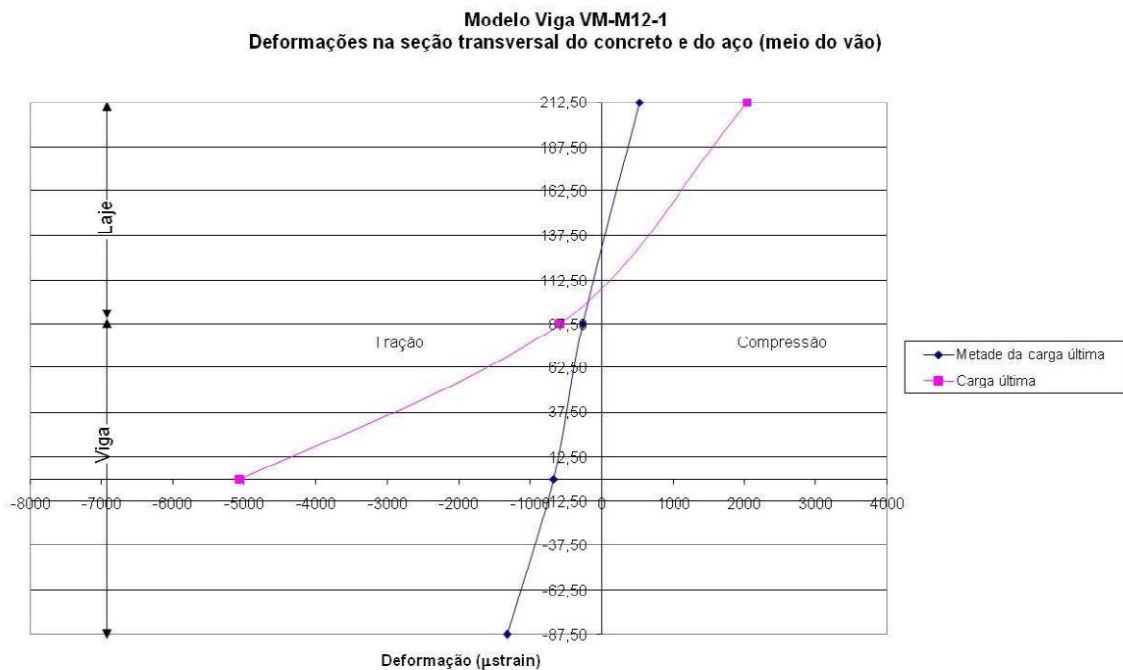


FIGURA 2.22 – Deformações na seção transversal, modelo VM12-1. (BREMER, 2007).

COSTA (2009) avaliou o comportamento e a resistência das lajes mistas de aço e concreto, considerando uma análise rigorosa para a determinação do momento de

inércia efetivo da seção mista e a influência do atrito da região dos apoios. Segundo o autor, as normas técnicas, em geral, recomendam que o momento de inércia efetivo da seção mista seja dado pela média dos momentos de inércia das seções não fissuradas e fissuradas; entretanto, ensaios mostraram que esse procedimento não representou adequadamente o comportamento das lajes mistas, levando a estimativas não conservadoras das flechas, principalmente quando submetidas a carregamentos mais elevados.

Assim, COSTA apresentou três propostas para a determinação do momento de inércia efetivo em lajes mistas. O autor compara os resultados das formulações propostas por ele com as seguintes formulações: TENHOVUORI (1996), ANSI/ASCE 3-91 (1992), EN 1994-1-1 (2004) e SOUZA NETO (2001); o mesmo afirma que as evidências experimentais mostram que a contribuição da rigidez da seção fissurada no cálculo do momento de inércia efetivo ainda é superestimada em todas as formulações apresentadas, com exceção da proposta por SOUZA NETO (2001). O gráfico da FIGURA 2.23 mostra a comparação dos resultados realizada por COSTA (2009).

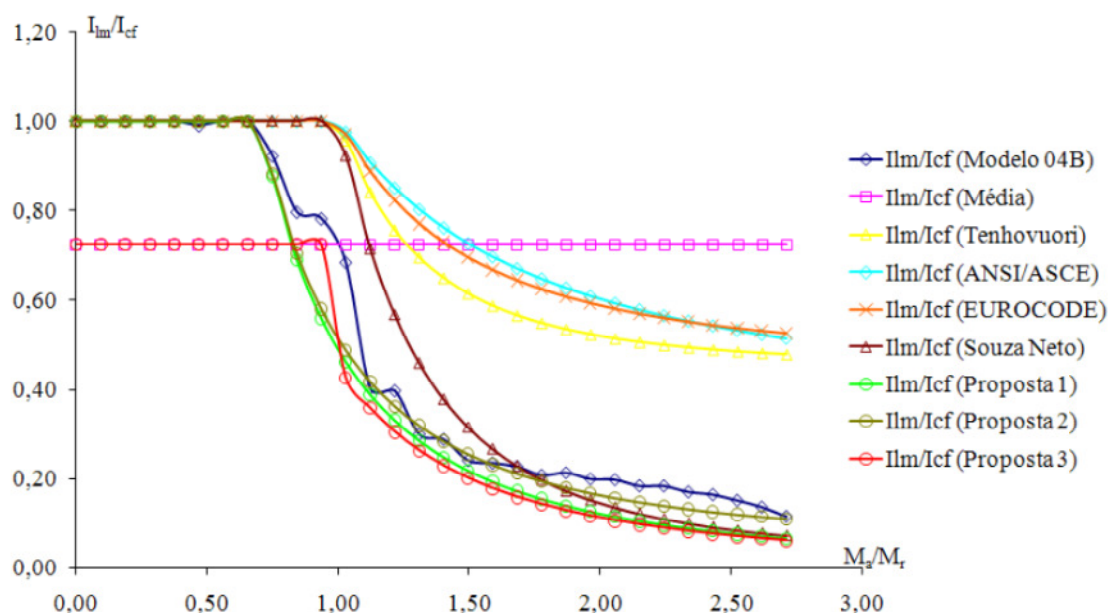


FIGURA 2.23 – Variação do momento de inércia efetivo da seção mista do modelo 04B (COSTA 2009).

COSTA (2009) também avaliou a influência do atrito da região dos apoios na resistência ao cisalhamento longitudinal através do método da interação parcial, utilizando-se o coeficiente de atrito recomendado pelo EN 1994-1-1 (2004). Segundo o autor, a influência do atrito na resistência ao cisalhamento longitudinal é relevante, principalmente, em lajes mistas com pequenos vãos de cisalhamento. Segundo COSTA (2009) estudos já realizados, conforme VELJKOVIC' (1993), TENHOVUORI (1996), MELO (1999) E SOUZA NETO (2001), entre outros, mostraram que em modelos com vãos de cisalhamento curtos a influência do atrito nos apoios é relevante no cálculo da resistência ao cisalhamento longitudinal. Desse modo, COSTA (2009) afirma que a metodologia utilizada pelo EN 1994-1-1(2004) leva a resultados conservadores no cálculo da resistência ao cisalhamento longitudinal quando não se leva em conta o efeito do atrito nos apoios.

3

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

3.1 Vigas mistas

As vigas mistas de aço e concreto são estruturas formadas por vigas de aço unidas mecanicamente à laje de concreto por meio de conectores de cisalhamento. A ação conjunta desses elementos torna a seção transversal da viga mais resistente a momentos fletores, permitindo assim o uso de seções de aço reduzidas e, conseqüentemente, possível economia no custo da obra. Permite também projetos arquitetônicos mais arrojados, com grandes vãos e melhor aproveitamento dos ambientes a serem projetados.

A FIGURA 3.1 mostra alguns exemplos de vigas mistas.

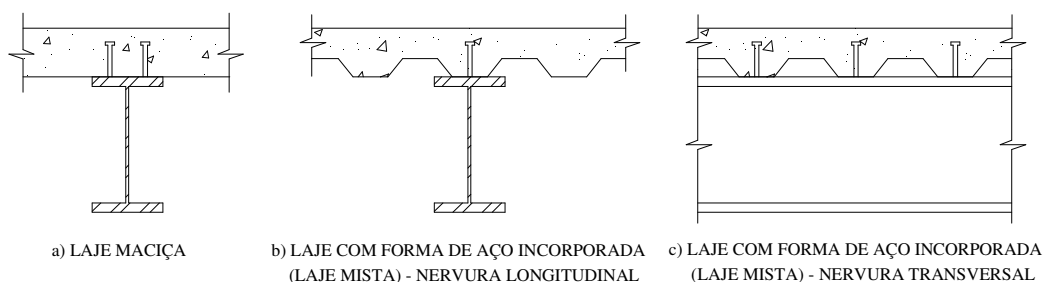


FIGURA 3.1 – Tipos usuais de vigas mistas.

Para que o sistema misto funcione é preciso que se desenvolva a ação mista. A ação mista se desenvolve quando os dois elementos estruturais são interconectados de maneira a se deformarem basicamente como um único elemento.

Quando não houver qualquer ligação ou atrito entre a laje e o perfil, a interação é nula e, neste caso, a ação mista não se desenvolve. Os dois elementos se deformam independentemente e a resistência a momento fletor da seção é dada pela soma das resistências individuais de cada um dos elementos.

Havendo ligação ou atrito entre a laje e o perfil, obtêm-se as vigas mistas, que podem apresentar interação completa ou parcial. Para análise de vigas mistas, segundo a NBR 8800:2008 a interação é completa quando $\sum Q_{Rd}$ é superior ao menor dos dois valores: $(Af_y)/\gamma_{a1}$ ou $0,85f_{ck}bt_c/\gamma_c$. $\sum Q_{Rd}$ é o somatório das resistências de cálculo individuais dos conectores de cisalhamento situados entre a seção de momento positivo máximo e a seção adjacente de momento nulo. $(Af_y)/\gamma_{a1}$ é a força de tração resistente de cálculo do perfil de aço e $0,85f_{ck}bt_c/\gamma_{a2}$ é a força de compressão resistente de cálculo da laje.

Na interação parcial, o grau de interação da viga mista é dado por $\eta_i = \sum Q_{Rd}/F_{hRd}$, onde F_{hRd} é o menor valor entre $(Af_y)/\gamma_{a1}$ e $0,85f_{ck}bt_c/\gamma_c$. Observa-se que, na NBR 8800:2008, o grau de interação de uma viga mista leva em conta apenas a resistência dos conectores de cisalhamento, não levando em conta a rigidez dos mesmos.

A FIGURA 3.2 mostra a distribuição de deformações na seção transversal para cada um dos tipos de interação.

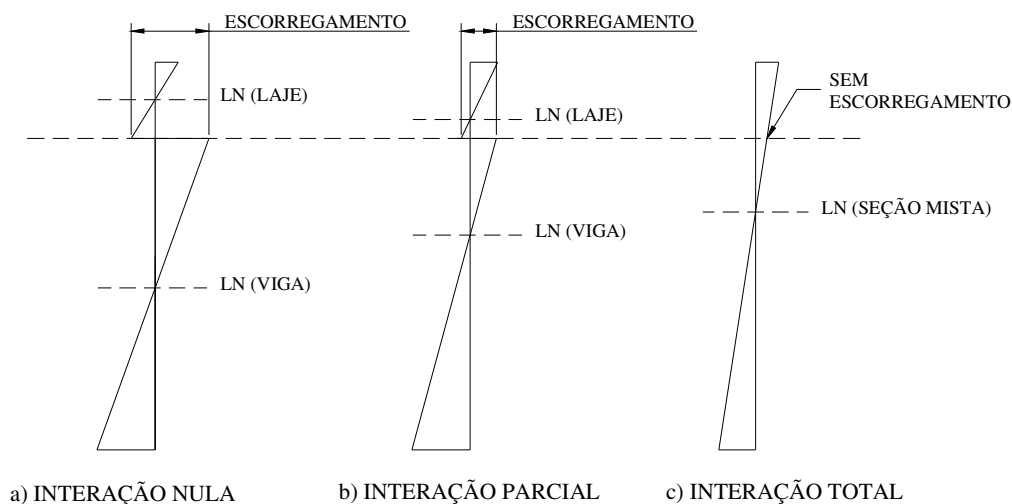


FIGURA 3.2 – Distribuição de deformações para interações nula, parcial e total. (Adaptada de QUEIROZ et al, 2001).

Segundo a EN 1994-1-1 (2004), existe uma diferença entre grau de conexão e grau de interação. Na conexão completa, similar à interação completa da NBR 8800: 2008 pode existir um escorregamento na interface entre aço e concreto. Na conexão completa pode haver escorregamento considerável na interface se os conectores forem muito flexíveis, mesmo em quantidade suficiente para desenvolver a resistência necessária. A situação com ausência de escorregamento é denominada interação total.

Se a interação é completa ou parcial, depende da rigidez de cada conector e do número de conectores na interface dos elementos aço e concreto. Em geral, na interação completa, os conectores são rígidos, e na interação parcial, eles podem ser semi-rígidos ou flexíveis.

A TABELA 3.1 mostra a relação entre o grau de conexão e o grau de interação em um sistema misto, conforme a EN 1994-1-1 (2004) (K = rigidez da conexão).

TABELA 3.1 – Grau de conexão e grau de interação segundo a EN 1994-1-1 (2004).

INTERAÇÃO CONEXÃO	TOTAL	PARCIAL
COMPLETA	$K \rightarrow \infty$ $\Sigma Q_{Rd} \geq F_{hRd}$	K reduzido $\Sigma Q_{Rd} \geq F_{hRd}$
PARCIAL	$K \rightarrow \infty$ $\Sigma Q_{Rd} < F_{hRd}$	K reduzido $\Sigma Q_{Rd} < F_{hRd}$

Segundo KOTINDA (2006) a diferença entre conexão e interação é que enquanto a primeira se baseia na resistência da conexão ao cisalhamento, a segunda se refere ao escorregamento relativo entre os elementos que compõe o sistema misto.

A FIGURA 3.3 mostra o diagrama de deformação de vigas mistas nos casos de conexão total, parcial e sem nenhuma conexão. No presente trabalho, considerou-se conexão referindo-se ao escorregamento e interação com base na resistência, conforme a NBR 8800:2008.

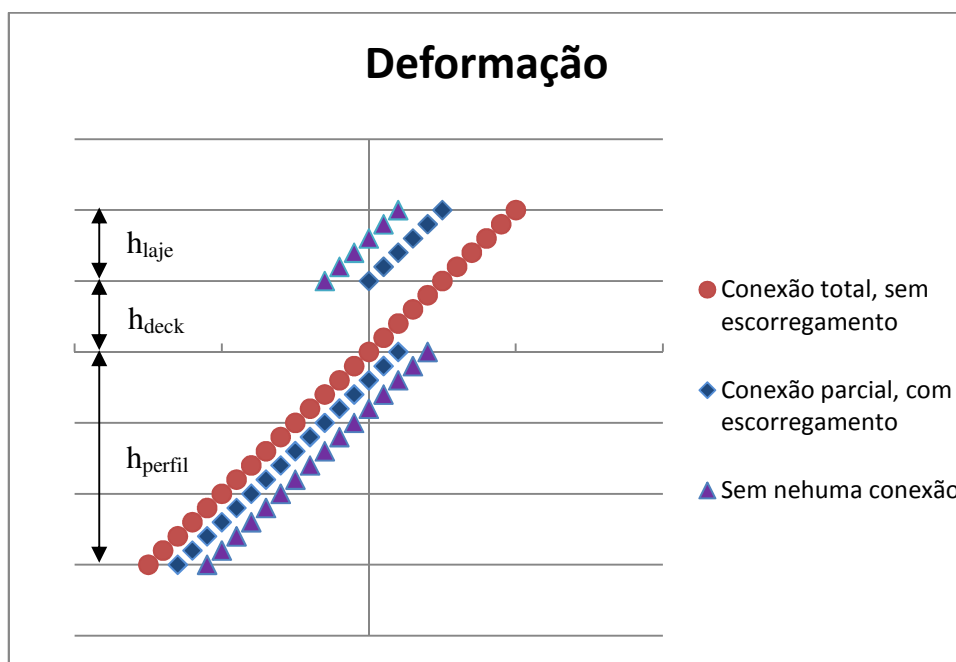


FIGURA 3.3 – Deformação transversal de vigas mistas.

Segundo a NBR 8800:2008, o cálculo da flecha é feito com base no momento de inércia efetivo. O momento de inércia efetivo, dado por $I_{ef} = I_a + \sqrt{\eta}(I_{tr} - I_a)$, leva em conta o

grau de interação η entre a laje e o perfil, com base apenas em resistência, sem levar em conta a rigidez.

3.2 Conectores de cisalhamento

Como mencionado anteriormente, os conectores de cisalhamento realizam a ligação entre a laje de concreto e o perfil de aço. A principal função dos conectores é impedir o escorregamento relativo entre os elementos estruturais, laje de concreto e perfil de aço, e, adicionalmente, impedir a separação vertical desses elementos. A FIGURA 3.4 mostra uma viga deformada na presença desses conectores.

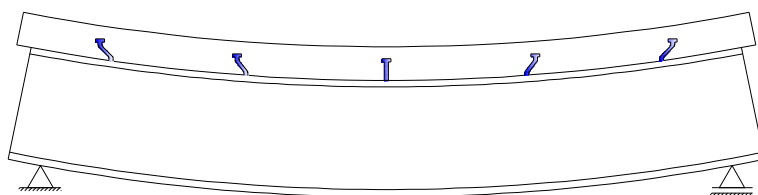


FIGURA 3.4 – Deformada de uma viga mista com interação parcial.

O conector tipo pino com cabeça (FIGURA 3.5) é um dos mais utilizados atualmente. Consiste de um pino projetado de forma que possa ser soldado por arco elétrico sem utilização de eletrodo e, após a soldagem, funcionar como conector de cisalhamento, tendo uma cabeça para proporcionar resistência à separação entre a laje e o perfil. Os conectores tipo pino com cabeça são muito utilizados em vigas mistas formadas pelo perfil e por lajes mistas com fôrma de aço incorporada, mas também podem ser utilizados em vigas mistas com laje maciça de concreto.

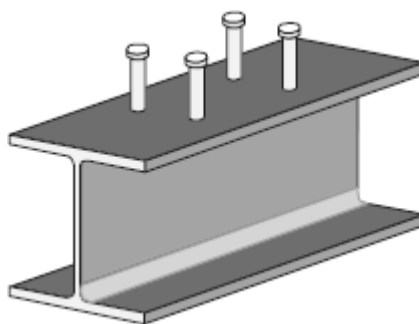


FIGURA 3.5 – Conector tipo pino com cabeça. (OLIVEIRA, 2007).

Outro conector ainda muito utilizado no Brasil, porém em desuso nos países desenvolvidos, é o conector em perfil U (FIGURA 3.6). Os perfis U são soldados na viga de aço e após a cura do concreto funcionam como conectores de cisalhamento. São utilizados em seções mistas com laje maciça.

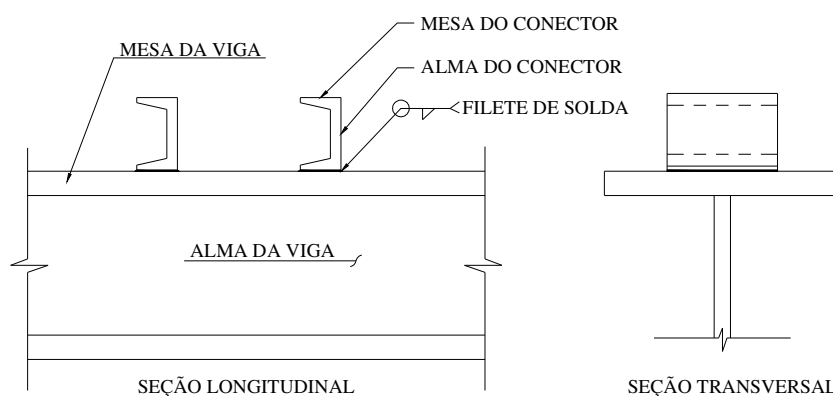


FIGURA 3.6 – Conector em perfil U.

Diversas pesquisas utilizando conectores do tipo parafuso e rebite com rosca interna (FIGURA 3.7) vêm sendo feitas no Laboratório de Análise Experimental de Estruturas (LAEES) da EEUFMG. Como o processo de montagem não necessita de aquecimento (solda), esse tipo de conector é ideal em sistemas mistos constituídos por perfis formados a frio.

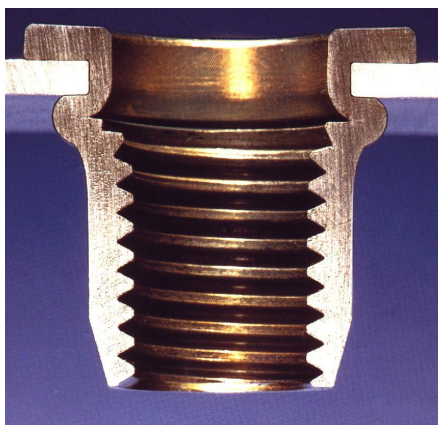


FIGURA 3.7 – Rebite com rosca interna. (BREMER, 2007).

Os conectores de cisalhamento podem ser classificados como rígidos ou flexíveis. O conceito de rigidez é associado à relação entre carga horizontal F_x no conector e escorregamento relativo s , na fase inicial da solicitação (serviço). A Eq. (3.1) define a rigidez k' de um conector de cisalhamento. A rigidez de um conector é geralmente obtida através de ensaios experimentais denominados “push test”.

$$k' = \frac{F_x}{s} \quad (3.1)$$

A rigidez por unidade de comprimento de viga, k , é dada pela Eq. (3.2)

$$k = \frac{nk'}{e} \quad (3.2)$$

Onde:

- F_x é a carga horizontal no conector
- k' é a rigidez de um conector
- s é o escorregamento relativo entre a laje e o perfil na seção onde se encontra o conector de cisalhamento
- n é o número de conectores na mesma seção
- e é o espaçamento longitudinal entre os conectores

Outro critério de classificação importante dos conectores de cisalhamento é relativo à sua ductilidade. “Conectores dúcteis são aqueles com capacidade de deformação suficiente para justificar a suposição do comportamento plástico ideal da ligação ao cisalhamento longitudinal do elemento misto considerado” (QUEIROZ et al, 2001, p.60).

Para classificar quanto à ductilidade, é necessário obter a relação entre a força de cisalhamento e o escorregamento relativo entre os elementos, até à falha completa dos conectores.

A ductilidade é adequada se o conector consegue reter sua capacidade até um escorregamento pré-estabelecido (p. ex., 5 mm ou 6 mm). A FIGURA 3.8 mostra a curva carga-deslizamento de um conector de cisalhamento dúctil.

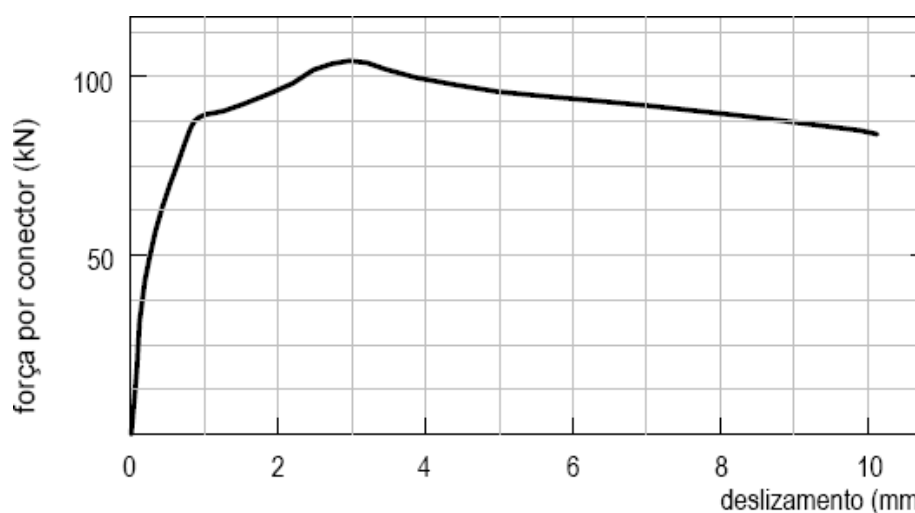


FIGURA 3.8 – Curva carga-deslizamento para um conector stud de 19 mm. (JOHNSON, 2004).

3.3 Força longitudinal de cisalhamento

A força longitudinal de cisalhamento F_h resulta da distribuição de tensões de cisalhamento que atuam na seção transversal de uma viga. Na ausência de conectores,

atrito ou aderência entre as superfícies de dois materiais quaisquer (superfície lisa), quando se aplica uma carga horizontal P , haverá escorregamento de uma superfície em relação à outra. Por outro lado, se essas superfícies estiverem acopladas, as tensões de cisalhamento longitudinal entre elas impedirão total ou parcialmente o deslocamento relativo.

Quando uma viga é construída de um mesmo material, com comportamento linear-elástico, é possível definir a tensão de cisalhamento τ , a partir da fórmula clássica da flexão $\sigma = My/I$. Aplicando a equação de equilíbrio de forças horizontais obtêm a Eq. (3.3)

$$\tau = \frac{1}{Ib} \left(\frac{dM}{dx} \right) \int_A y dA \quad (3.3)$$

Com o momento estático dado pela equação Eq. (3.4) e $V = dM/dx$, a tensão de cisalhamento fica definida pela Eq. (3.5)

$$Q = \int_A y dA \quad (3.4)$$

$$\tau = \frac{VQ}{Ib} \quad (3.5)$$

onde b é largura da seção no nível onde se calcula τ , A é a área da seção acima ou abaixo desse nível, e y é a distância do centro do elemento de área dA até o eixo neutro.

Assim, antes do escorregamento, na fase de serviço de uma viga mista, a expressão da força longitudinal de cisalhamento na interface da laje e do perfil é dada pela Eq. (3.6) da Resistência dos Materiais.

$$dF_h = \frac{VQ}{Ib} b dx = \frac{VQ}{I} dx \quad (3.6)$$

3.4 Influência do atrito na interface entre aço e concreto

3.4.1. Considerações iniciais

Em uma viga mista com baixo nível de interação ou com os conectores muito flexíveis, os conectores de cisalhamento resistem somente a uma parte da carga horizontal desenvolvida na interface dos elementos, a outra parte sendo resistida por atrito. É importante que os conectores sejam dúcteis porque ocorrerão grandes escorregamentos.

As forças de cisalhamento devidas ao atrito que aparecem na interface da laje e da viga, em uma região sujeita a uma carga vertical P_v , são expressas pelas Eqs.(3.7) e (3.8). Ver também a FIGURA 3.9.

$$F_h = K_s \delta \quad \text{para } K_s \delta < \mu P_v \quad (3.7)$$

$$F_h = \mu P_v \quad \text{para } K_s \delta \geq \mu P_v \quad (3.8)$$

Onde:

- F_h é a força longitudinal de cisalhamento
- K_s é a rigidez de contato antes do escorregamento (unidade força/comprimento)
- δ deslocamento relativo na região de contato analisada
- P_v é a carga vertical na região de contato analisada
- μ é coeficiente de atrito (considerado constante com ou sem escorregamento)

A rigidez de contato K_s é definida pela relação entre a força longitudinal de cisalhamento F_h e o deslocamento relativo δ , sem escorregamento efetivo, conforme a Eq.(3.9):

$$K_s = \frac{F_h}{\delta} \quad (3.9)$$

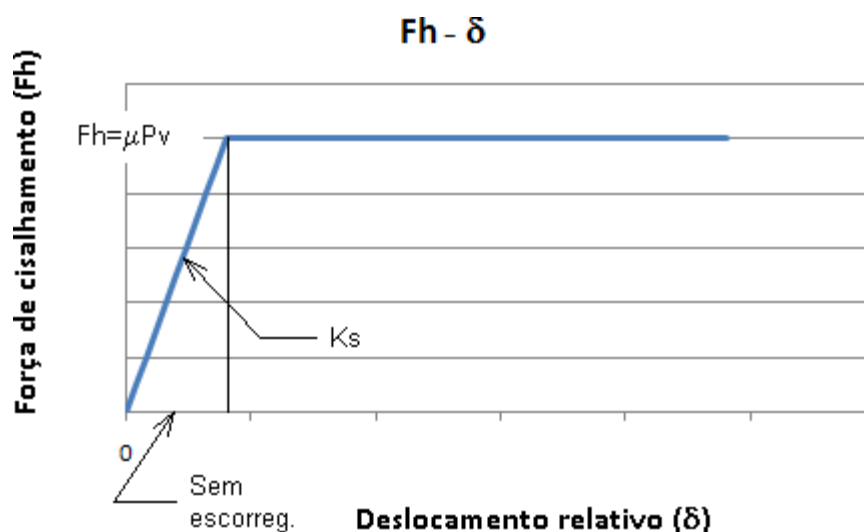


FIGURA 3.9 – Relação $F_h - \delta$.

O coeficiente de atrito μ varia de acordo com o tipo de contato a ser analisado. Os contatos podem ser aço/aço (ex.: perfil de aço em contato com fôrma de aço da laje mista com fôrma de aço incorporada) ou aço/concreto. De acordo com o AISC (1986) o coeficiente de atrito na interface entre o aço e o concreto varia entre 0,55 e 0,70, dependendo das propriedades de cada material.

3.4.2. Procedimento analítico segundo QUEIROZ et al (2009c)

3.4.2.1. Definição do sistema

QUEIROZ et al (2009c) propôs um método analítico para determinar a força de cisalhamento na interface entre aço e concreto de uma viga mista, levando em conta a influência do atrito e dos conectores de cisalhamento. Os resultados obtidos por meio desse método serão utilizados para comparação com os resultados obtidos por meio do modelo numérico. Um resumo desse procedimento é mostrado a seguir.

Na FIGURA 3.10 apresentam-se a viga mista e os carregamentos considerados. As cargas concentradas, exceto as reações de apoio, devem ser distribuídas conforme seu comprimento de atuação e distância de seu ponto de aplicação até a interface da laje e do perfil de aço. Considera-se que ocorra deslocamento relativo, ou seja, sem escorregamento efetivo entre a laje e o perfil de aço. Nas notações, os índices L , P , c , a

referem-se à laje (considerada não fissurada), ao perfil, ao concreto e ao aço, respectivamente.

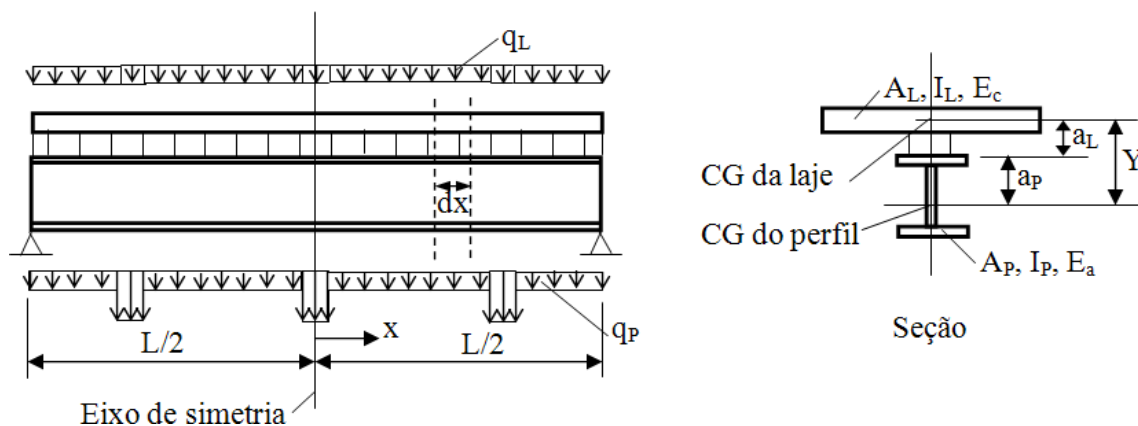


FIGURA 3.10 – Viga mista (QUEIROZ et al, 2009c)

Na FIGURA 3.11 apresentam-se os diagramas de corpo livre de elementos infinitesimais da laje e do perfil, destacando-se as cargas externas q_L e q_P , os esforços q_i e dN na interface (topo do perfil, coincidente com a base da laje, apesar da distância mostrada na FIGURA 3.11) e os esforços solicitantes nos elementos. O deslocamento relativo s entre os elementos ocorre na seção de abscissa x . Nas FIGURA 3.12 (a) e (b) na FIGURA 3.12 (b) mostram-se as componentes s_1 e s_2 de s , associadas à rotação φ da seção (mantidos os comprimentos dos eixos neutros da laje e do perfil) e às variações de comprimento dos eixos neutros devidas ao efeito da força normal N , respectivamente.

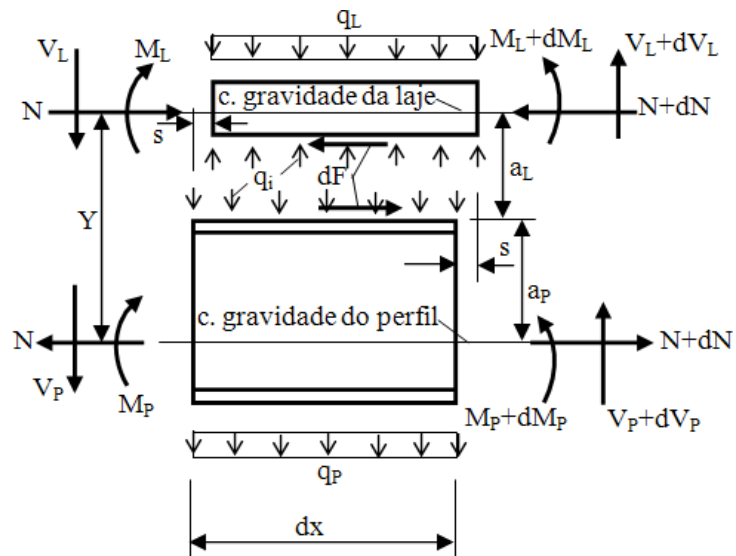
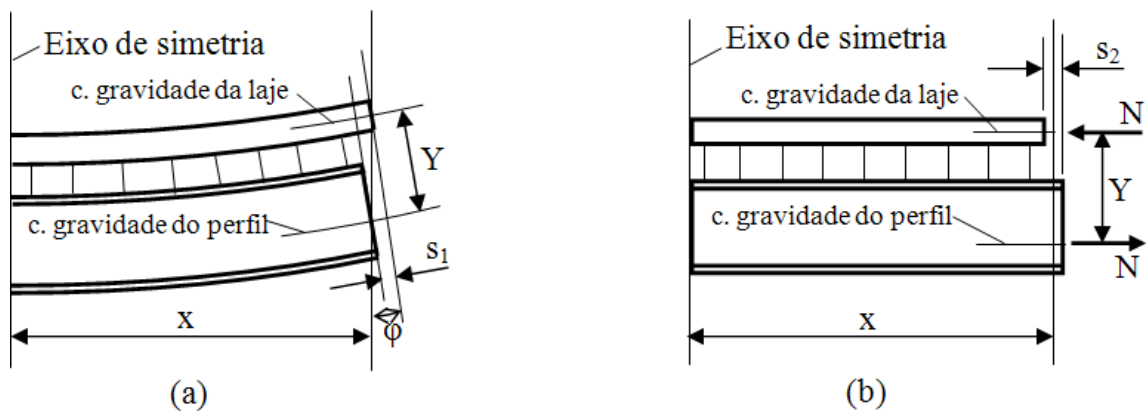
FIGURA 3.11 – Esforços no elemento dx .

FIGURA 3.12 – Componentes do escorregamento.

3.4.2.2. Equações básicas

3.4.2.2.1. Comportamento dos conectores

Considera-se que em qualquer conector a carga horizontal F_x seja proporcional ao deslocamento relativo na seção onde ele se encontra e define-se uma rigidez k (por unidade de comprimento da viga) para a ligação perfil-laje:

$$k' = \frac{F_x}{s} \quad (3.10)$$

$$k = \frac{nk'}{e} \quad (3.11)$$

onde:

- F_x é a carga horizontal no conector
- k' é a rigidez de um conector
- s é o deslocamento relativo entre a laje e o perfil na seção onde se encontra o conector de cisalhamento

3.4.2.2.2. Carregamento e esforços solicitantes da viga mista

A carga q na viga mista, em função de x , é dada pela Eq. (3.12); o momento M (Eq. 3.13) e a força cortante V (Eq. 3.14) na seção de abscissa x são funções de q . (FIGURA 3.11).

$$q = q_L + q_P \quad (3.12)$$

$$M = M_L + M_P + NY \quad (3.13)$$

$$V = V_L + V_P \quad (3.14)$$

3.4.2.2.3. Equações de equilíbrio do elemento dx

As equações de equilíbrio do elemento dx são expressas pelas Eq. (3.15) a Eq. (3.18). (FIGURA 3.11)

$$dV_L = (q_L + q_i)dx \quad (3.15)$$

$$dV_P = (q_i + q_p)dx \quad (3.16)$$

$$dM_L = a_L dF - V_L dx \quad (3.17)$$

$$dM_P = a_P dF - V_P dx \quad (3.18)$$

Na fase de serviço, a força de cisalhamento na interface entre aço e concreto após o escorregamento efetivo, a qual leva em conta a parcela do atrito, é dada pela Eq. (3.19). Antes do escorregamento efetivo, a força de cisalhamento é expressa pela Eq. (3.20)

$$dF = k(dx)s + q_i(dx)\mu \quad \text{para } q_i\mu \leq \frac{VQ_{tr}}{I_{tr}} \quad (3.19)$$

$$dF = \frac{VQ_{tr}}{I_{tr}} dx \quad \text{para } q_i\mu \geq \frac{VQ_{tr}}{I_{tr}} \quad (3.20)$$

$$dN = -dF \quad (3.21)$$

Nas Eqs. (3.12) a (3.21)

- μ é coeficiente de atrito na interface (pressupõe que q_i seja positivo)
- Q_{tr} é o momento estático da seção da laje em relação à linha neutra, na seção homogeneizada
- I_{tr} é o momento de inércia da seção homogeneizada

3.4.2.2.4. Equações de compatibilidade de deslocamentos

As equações de compatibilidade de deslocamentos são expressas pelas Eqs. (3.22) a (3.26). Ver FIGURA 3.12.

$$s_1 = \varphi Y = \varphi(a_L + a_p) \quad (3.22)$$

$$d_{s_2} = Ndx \left[\frac{1}{(E_a A_p)} + \frac{1}{(E_c A_L)} \right] \quad (3.23)$$

$$s = s_1 - s_2 \quad (3.24)$$

$$\varphi = \frac{dv}{dx} \quad (3.25)$$

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{d^2v}{dx^2} = \frac{M_L}{(E_c I_L)} = \frac{M_P}{(E_a I_P)} \quad (3.26)$$

onde v é o deslocamento vertical da viga, positivo para cima.

3.4.2.3. Relação entre os esforços na interface

Da Eq. (3.26):

$$\frac{d^2 M_L}{dx^2} = \alpha \frac{d^2 M_P}{dx^2} \quad (3.27)$$

onde $\alpha = (E_a I_P)/(E_c I_L)$.

Usando as Eqs. (3.17), (3.18), (3.15), (3.16) e (3.27):

$$q_i = \left[\frac{1}{(1+\alpha)} \right] \left(q_L - \alpha q_P - \frac{\beta d^2 F}{dx} \right) \quad (3.28)$$

onde $\beta = a_L - \alpha a_P$.

3.4.2.4. Obtenção das equações diferenciais que regem o problema

- a) Para as seções em que há escorregamento efetivo, onde $x \geq x_0$, sendo x_0 a abscissa da seção onde $q_i \mu = V Q_{tr} / I_{tr}$.

Da Eq. (3.19):

$$\frac{d^2 F}{dx^2} = k \frac{ds}{dx} + \mu \frac{dq_i}{dx} \quad (3.29)$$

Das Eqs. (3.24), (3.22) e (3.23):

$$\frac{ds}{dx} = Y \frac{d\phi}{dx} - N \left[\frac{1}{(E_a A_p)} + \frac{1}{(E_c A_L)} \right] \quad (3.30)$$

Das Eqs. (3.26) e (3.13):

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{(M_L + M_P)}{(E_c I_L + E_a I_P)} = \frac{(M - NY)}{(E_c I_L + E_a I_P)} \quad (3.31)$$

Substituindo a Eq. (3.31) na Eq. (3.30), obtem-se:

$$\frac{ds}{dx} = Y \frac{(M - NY)}{(E_c I_L + E_a I_P)} - N \left[\frac{1}{(E_a A_p)} + \frac{1}{(E_c A_L)} \right] \quad (3.32)$$

Substituindo as Eqs. (3.32), (3.28) e (3.21), na Eq. (3.29), obtem-se a equação diferencial:

$$\left[\frac{\beta\mu}{(1+\alpha)} \right] \frac{d^3 N}{dx^3} + \frac{d^2 N}{dx^2} - k k_2 N = \left[\frac{\mu}{(1+\alpha)} \right] \left(\frac{\alpha dq_p}{dx} - \frac{dq_L}{dx} \right) - k k_1 M \quad (3.33)$$

onde:

- $k_1 = \frac{Y}{(E_c I_L + E_a I_P)}$
- $k_2 = \left[\frac{1}{(E_a A_p)} + \frac{1}{(E_c A_L)} \right] + Y k_1$

b) Para as seções onde não há escorregamento efetivo, onde $x \leq x_0$, sendo x_0 a abscissa da seção onde $q_i \mu = V Q_{tr} / I_{tr}$

Das Eqs. (3.20) e (3.21)

$$\frac{dN}{dx} = -\left(\frac{VQ_{tr}}{I_{tr}}\right) \quad (3.34)$$

3.4.2.5. Casos particulares

3.4.2.5.1. $\beta = 0$ e q_L e q_P constantes

Para $\beta = 0$ e q_L e q_P constantes, a Eq. (3.33) reduz-se a:

$$\frac{d^2N}{dx^2} - kk_2N = -kk_1M \quad (3.35)$$

A solução da equação diferencial Eq. (3.35) é dada pela Eq. (3.36).

$$N = C_1e^{\lambda x} + C_2e^{-\lambda x} + \left(\frac{a\lambda^2 + 2b}{\lambda^4}\right) + \frac{b}{\lambda^2}x^2 \quad (3.36)$$

onde $\lambda = \sqrt{kk_2}$, $a = \frac{kk_1qL^2}{8}$, $b = -\frac{kk_1}{2}$, $q = q_L + q_P$.

C_1 e C_2 são constantes de integração obtidas com as seguintes condições de contorno:

1ª) $dN/dx = -q_i\mu$ para $x = x_0$

2ª) $N = V_L\mu$ para $x = L/2$.

A solução da Eq. (3.34) é dada pela Eq. (3.37).

$$N = \left(\frac{-qx^2}{2}\right)\frac{VQ_{tr}}{I_{tr}} + D \quad (3.37)$$

onde D é a constante de integração, obtida com a condição de igualdade entre os valores de N , para $x = x_0$ dados pelas Eq. (3.36) e (3.37).

4

MODELAGEM NUMÉRICA

4.1 Elementos finitos utilizados

Para a modelagem numérica do modelo de viga mista proposto nesse trabalho, foram utilizados elementos disponíveis na biblioteca interna do programa ANSYS.

A laje de concreto e a viga de aço foram modeladas utilizando-se o elemento *Shell 181*. Esse elemento possui quatro nós com seis graus de liberdade em cada nó; translação nas direções x , y e z e rotação em torno dos eixos x , y e z . O elemento *Shell 181* está representado na FIGURA 4.1.

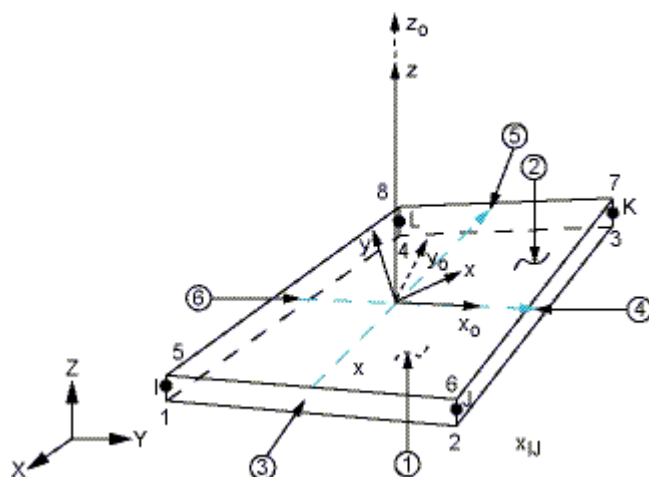


FIGURA 4.1 – Geometria do elemento *Shell 181*. (ANSYS).

Os conectores de cisalhamento foram modelados com elementos *Link 8*, *Link 10* e *Combin 39*. As características básicas de cada elemento estão descritas a seguir.

Os elementos *Link 8* e *Link 10* utilizados para representar os conectores de cisalhamento são elementos tridimensionais (FIGURA 4.2) com três graus de liberdade em cada nó: translação nas direções x , y , e z . O elemento *Link 8* (treliça) possui características lineares com tensões uniaxiais. O elemento *Link 10* (cabo) possui características não lineares com capacidade de resistir apenas a esforços de tração e foi usado para evitar a separação entre a laje e o perfil.

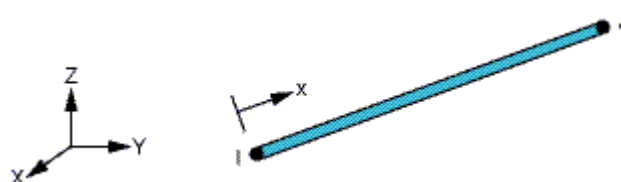


FIGURA 4.2 – Geometria dos elementos *Link 8* e *Link 10*. (ANSYS).

A relação carga-deslizamento dos conectores de cisalhamento foi representada utilizando o elemento unidimensional de mola *Combin 39*, com característica não linear descrito por uma curva carga-deslizamento mostrada na FIGURA 4.3.

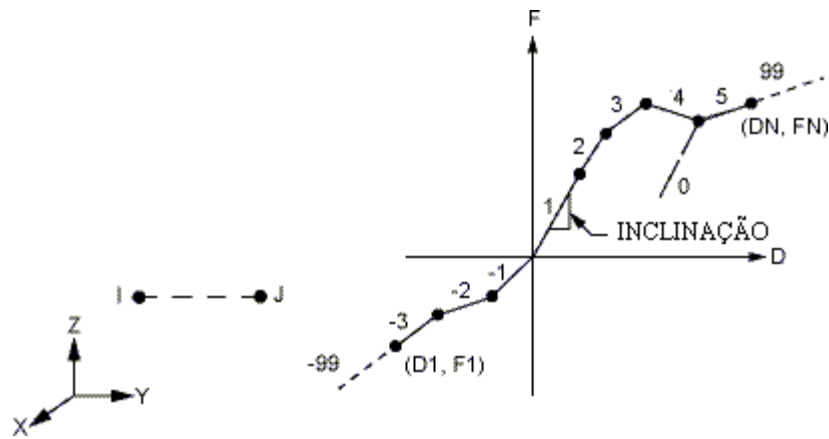


FIGURA 4.3 – Geometria do elemento *Combin 39*. (Adaptada do ANSYS).

O atrito na interface do aço e do concreto é representado pelo *Contact 12*. Esse elemento possui dois graus de liberdade em cada nó; translação nas direções x e y (FIGURA 4.4). O elemento é capaz de suportar compressão na direção normal ao plano de cisalhamento e representa duas superfícies que podem sofrer deslocamento relativo.

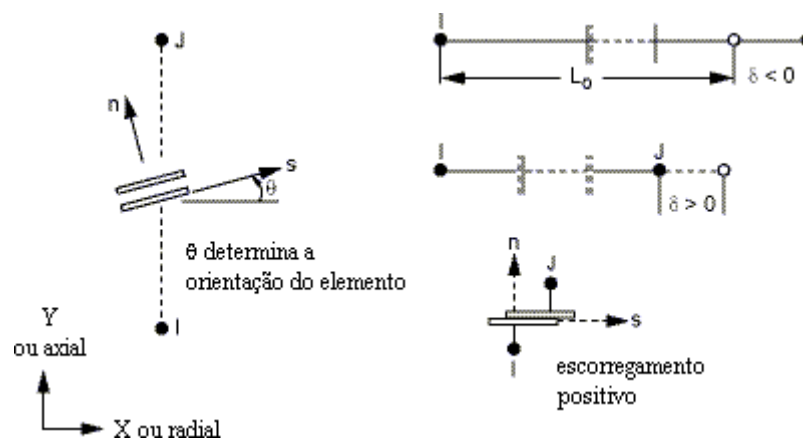


FIGURA 4.4 – Geometria do elemento *Contact 12*. (Adaptada do ANSYS).

4.2 Definição da malha de elementos finitos

4.2.1. Características do modelo proposto

Para testar o modelo final proposto na metodologia desse trabalho, realiza-se um modelo inicial simplificado, para o qual os resultados são facilmente obtidos por meio de equações de equilíbrio e de compatibilidade de deformações.

Modela-se um pequeno elemento de viga simplesmente apoiada com carregamento concentrado conforme mostra a FIGURA 4.5.

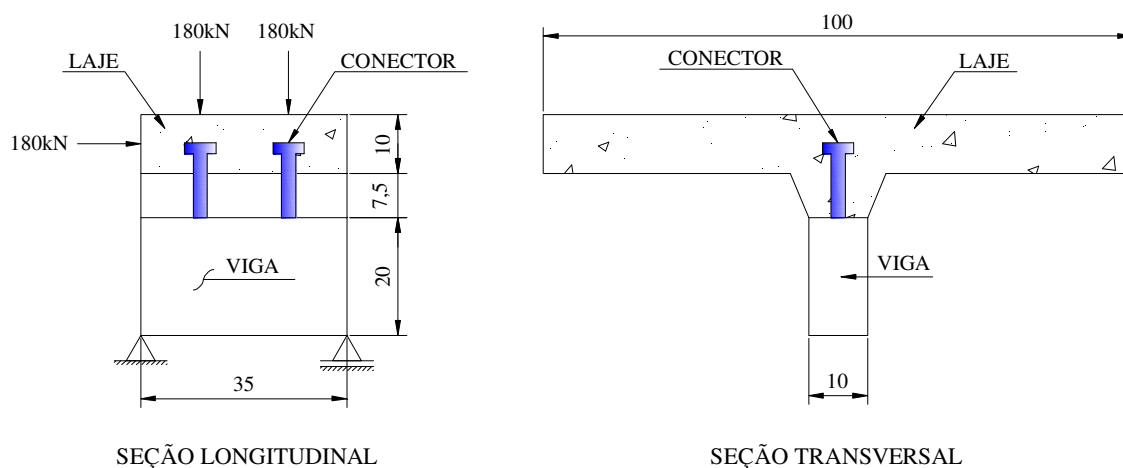


FIGURA 4.5 – Modelo 1 – Dimensões em cm, carregamentos e restrições nodais.

A seção é composta por uma viga de aço e uma laje de concreto com dimensões de acordo com a FIGURA 4.5. Os elementos laje e viga têm comportamento elástico linear. Dois conectores de aço são usados para interligar a laje e a viga. Os conectores de cisalhamento têm comportamento não linear. As propriedades de cada material estão descritas na TABELA 4.1.

TABELA 4.1 - Propriedades dos materiais.

CONCRETO	AÇO
$E_x = 2000 \text{ kN/cm}^2$	$E_x = 20000 \text{ kN/cm}^2$
$\nu = 0,2$	$\nu = 0,3$

Os conectores de cisalhamento possuem uma rigidez $k' = 30$ kN/cm. Esse parâmetro é descrito através de uma curva carga-deslizamento, mostrada na FIGURA 4.6.

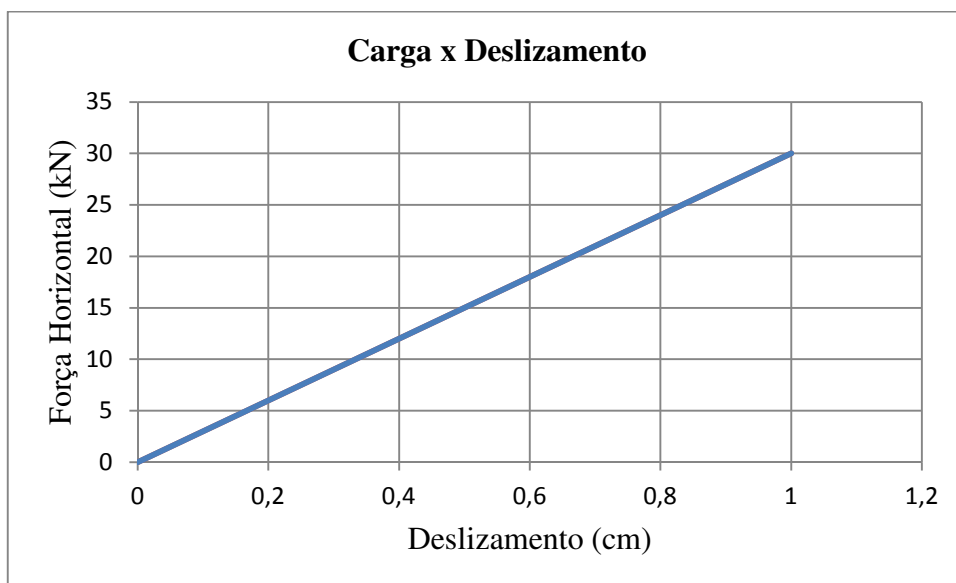


FIGURA 4.6 – Rigidez k' dos conectores de cisalhamento.

Os valores adotados para o coeficiente de atrito μ e para a rigidez de contato K_s na interface aço e concreto são 0,5 (adimensional) e 1000 kN/cm respectivamente. A área da seção transversal utilizada para os elementos de treliça e de cabo são 20 cm² e 2,5 cm² respectivamente.

4.2.2. Discretização

A FIGURA 4.7 mostra a discretização utilizada. Os tipos de elementos são:

- Elemento tipo 1 – *Shell 181*
- Elemento tipo 2 – *Shell 181*
- Elemento tipo 3 – *Link 8*
- Elemento tipo 4 – *Link 10*
- Elemento tipo 5 – *Contac 12*
- Elemento tipo 6 – *Combin 39*

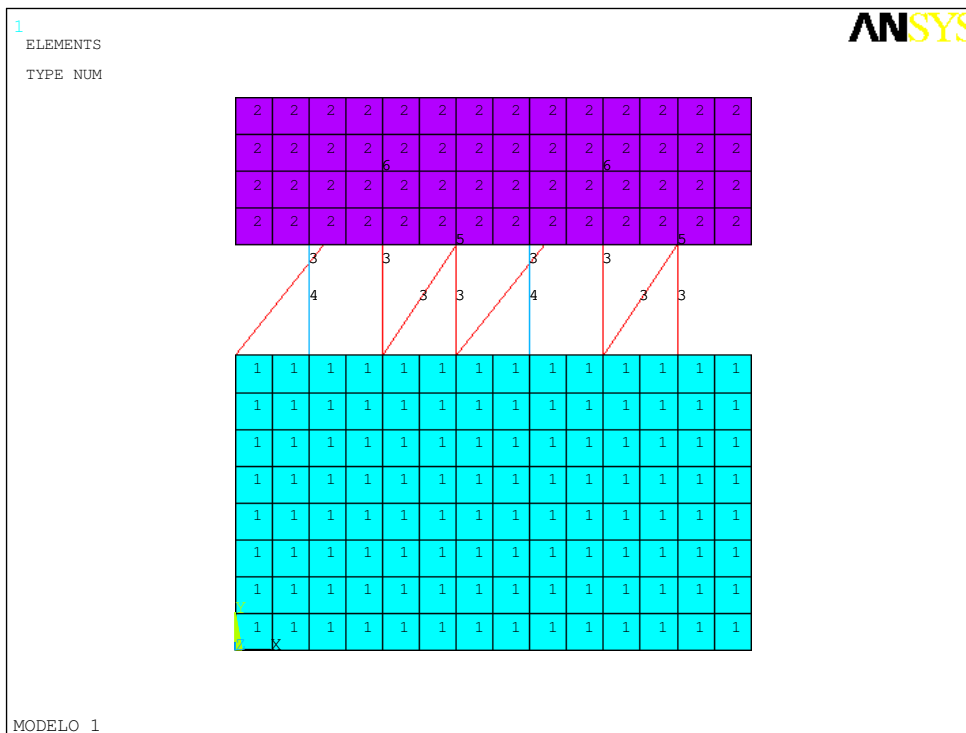


FIGURA 4.7 – Discretização dos elementos.

A FIGURA 4.8 mostra um detalhe da discretização dos conectores de cisalhamento e do atrito.

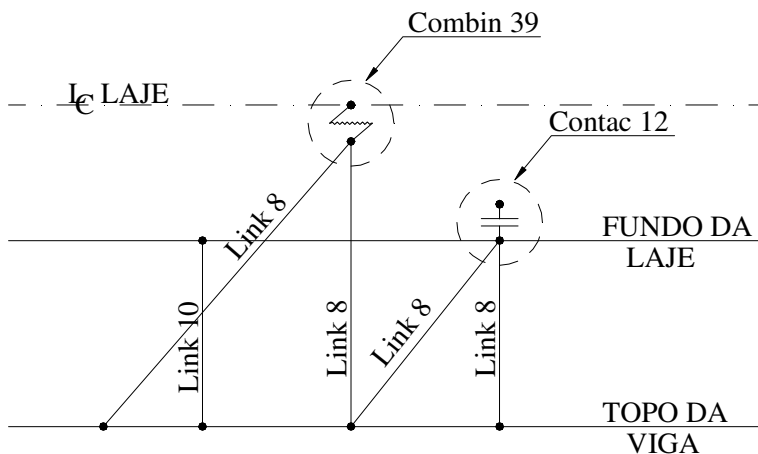


FIGURA 4.8 – Detalhe da discretização na interface entre aço e concreto.

4.2.3. Condições de contorno

A FIGURA 4.9 mostra as restrições nodais do modelo. Observa-se que para todos os nós, o deslocamento no sentido perpendicular ao plano da figura foi restringido.

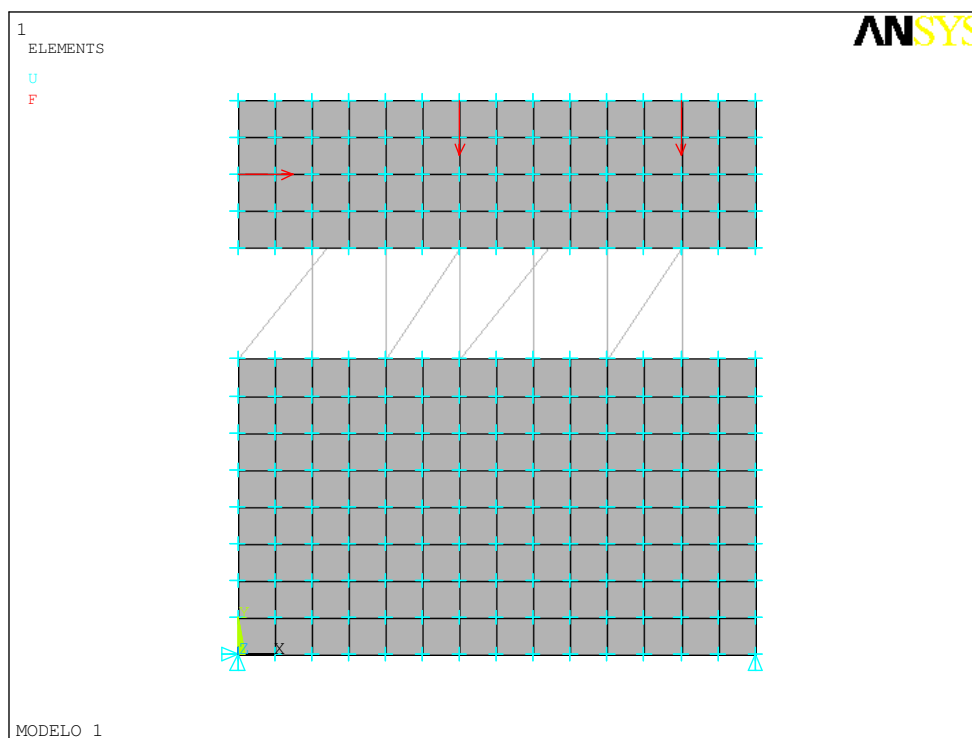


FIGURA 4.9 – Restrições nodais.

4.2.4. Resposta do modelo

Após análise da estrutura no software ANSYS obtiveram-se os seguintes resultados: (Ver FIGURA 4.10).

TABELA 4.2 – Resultados nos elementos de contato (atrito).

Elemento	P_v (kN)	μP_v ($\mu=0,5$)	δ (cm)	F_h (kN)
181	123,57	61,79	0,12097	$61,79 = \mu P_v$
182	236,43	118,22	0,10812	$108,12 = K_s \cdot \delta$

TABELA 4.3 – Resultados nos elementos de mola (conector).

Elemento	F_x (kN)	s (cm)
179	5,25	0,17512
180	5,46	0,18209

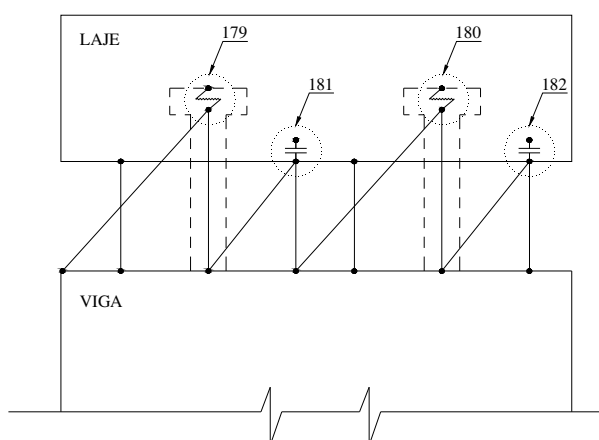


FIGURA 4.10 – Numeração dos elementos de mola e contato.

Observa-se, de acordo com a o gráfico da FIGURA 3.9, que a força horizontal F_h devida ao atrito nunca ultrapassa o valor de μP_v . Enquanto F_h não atingir o valor de μP_v , o valor de δ obtido na TABELA 4.2 é apenas um deslocamento relativo entre os materiais, sem escorregamento efetivo e F_h é obtido por meio da equação $F_h = K_s \cdot \delta$. Os gráficos da FIGURA 4.11 e da FIGURA 4.12 e a TABELA 4.4 exemplificam a diferença entre escorregamento efetivo e deslocamento relativo.

TABELA 4.4 – Escorregamento efetivo dos elementos de contato.

Elemento	δ (cm) Valores obtidos da TABELA 4.2	Deslocamento Relativo $\delta' = \frac{F_h}{K_s}$	Escorregamento Efetivo $\delta_e = \delta - \delta'$
181	0,12097	0,06179	0,05918
182	0,10812	0,10812	0

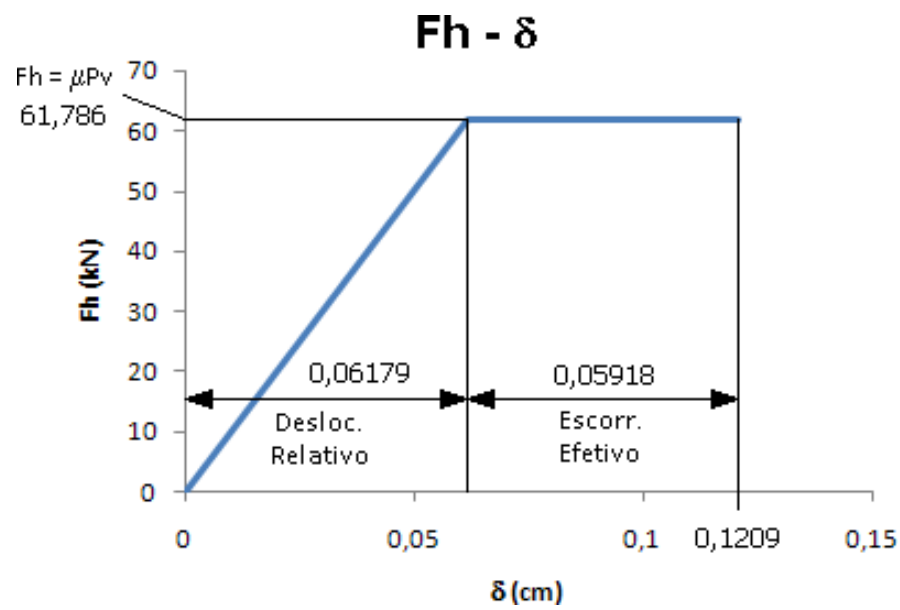


FIGURA. 4.11 – Relação $F_h - \delta$ do elemento de contato 181, com escorregamento efetivo.

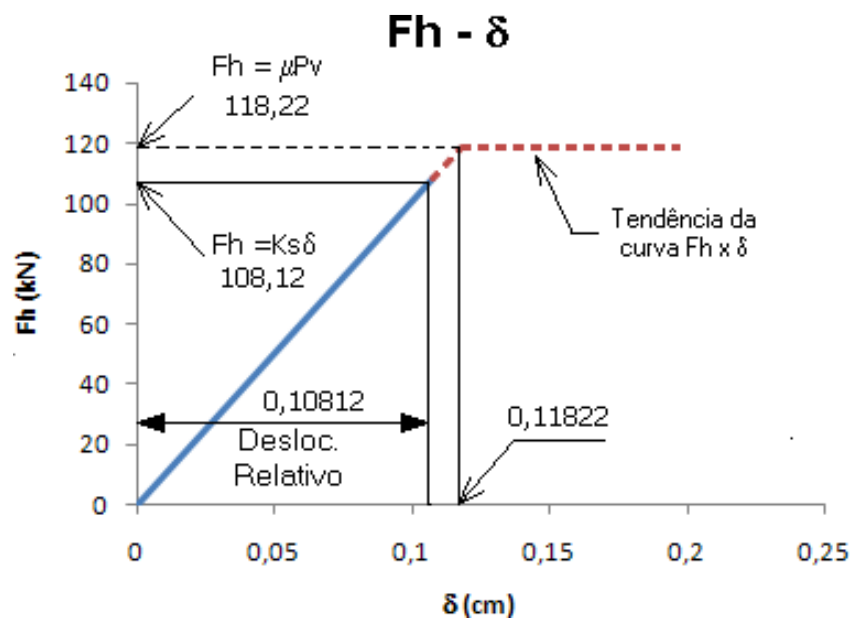


FIGURA 4.12 – Relação $F_h - \delta$ do elemento de contato 182, sem escorregamento efetivo.

4.3 Modelo final e parametrização

4.3.1. Considerações iniciais

A proposta desse trabalho foi modelar uma série de vigas mistas simplesmente apoiadas, com diferentes vãos, carregamentos, graus de interação e coeficientes de atrito entre a laje e o perfil.

Modelou-se uma viga mista simplesmente apoiada de comprimento L com carregamento uniformemente distribuído na laje q_L , conforme a FIGURA 4.13. A seção transversal da viga mista está representada na FIGURA 4.14.

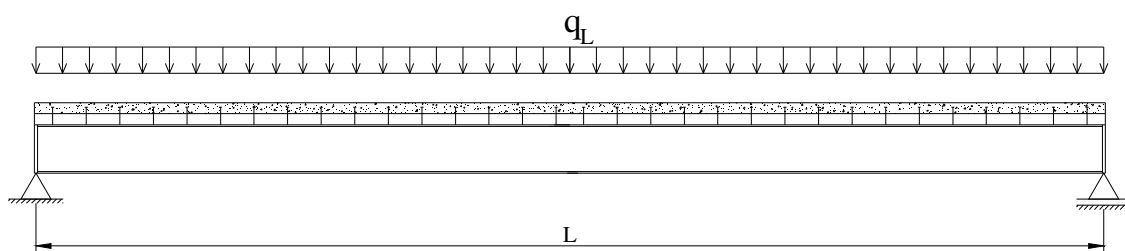


FIGURA 4.13 - Viga mista simplesmente apoiada.

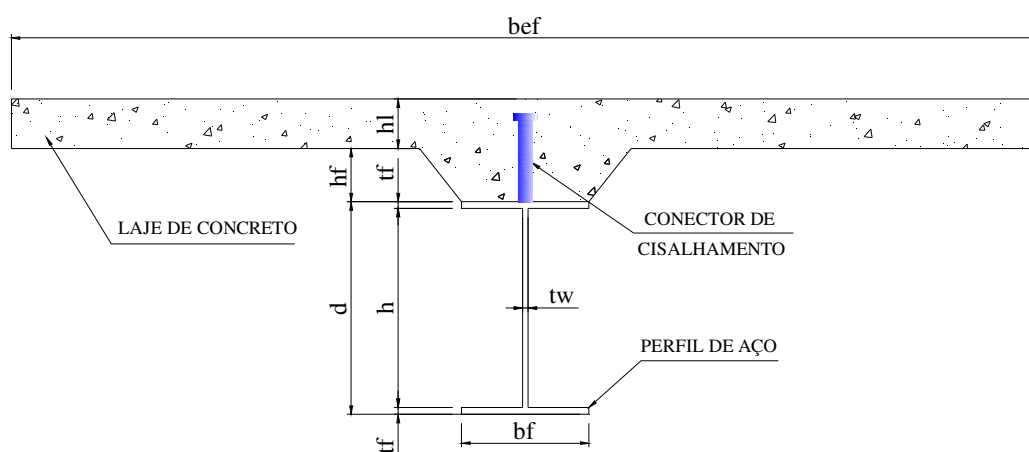


FIGURA 4.14 - Seção transversal da viga mista.

Na FIGURA 4.14:

- d é altura do perfil
- h é a altura da alma do perfil
- b_f é a largura da mesa do perfil
- t_f é a espessura da mesa do perfil
- t_w é a espessura da alma do perfil
- h_f é a altura da forma de aço
- h_l é a altura da laje de concreto

A viga mista (FIGURA 4.15) possui 17 conectores de cisalhamento em cada meio vão de viga mista. Esses conectores são distribuídos ao longo do eixo longitudinal. Por se tratar de um modelo parametrizado, o número de conectores é fixo, independentemente do comprimento do vão da viga. O espaçamento e e as distâncias d_e e d_i variam de acordo com o vão da viga mista. A rigidez e a resistência de cada conector são definidas de forma a obter os valores desejados por unidade de comprimento.

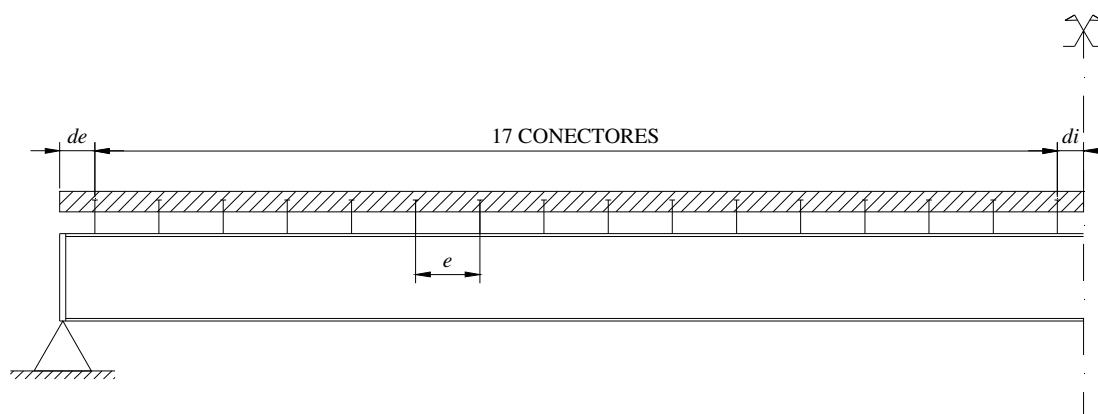


FIGURA 4.15 – Distribuição dos conectores de cisalhamento.

Para as análises, dividiram-se os modelos em dois grupos: um grupo denominado interação completa (casos 01 a 04) e outro grupo denominado interação parcial (casos 05 a 08). Dois tipos de análises foram processados: análise no estado limite de serviço (ELS) e análise no estado limite último (ELU).

A seção transversal do perfil é a mesma para os oito casos analisados, dados a seguir:

- $d = 300$ mm
- $b_f = 180$ mm
- $t_f = 9,5$ mm
- $t_w = 8$ mm
- $h_f = 75$ mm
- $h_l = 70$ mm

Para as análises em ELS e ELU, os valores adotados para o coeficiente de atrito μ são: $\mu=0,01$, que representa os casos onde não se considera o atrito na interface dos elementos aço e concreto, e $\mu=0,7$ para os casos onde se considera a influência do atrito na interface. Foram modeladas vigas mistas com vãos L de 7 metros e 3,5 metros. A rigidez de contato K_s considerada na interface aço e concreto é igual a 10.000 kN/cm.

A rigidez k' dos conectores de cisalhamento indica se a interação é completa ou parcial. Um conector tipo pino com cabeça de 19 mm tem rigidez de aproximadamente 100 kN/mm. Com base nessa informação, definiram-se valores de k' para cada grupo e caso de análise. A TABELA 4.5 mostra o resumo dos casos analisados.

TABELA 4.5 – Resumo dos casos.

Tipo de Interação	Vão (m)	Caso	Atrito
Interação Completa	7	CASO 01	com atrito
		CASO 02	sem atrito
	3,5	CASO 03	com atrito
		CASO 04	sem atrito
Interação Parcial	7	CASO 05	com atrito
		CASO 06	sem atrito
	3,5	CASO 07	com atrito
		CASO 08	sem atrito

4.3.2. Aspectos da análise no Estado Limite de Serviço

Os carregamentos distribuídos nas lajes de concreto de 0,25 kN/cm e 2,0 kN/cm, para vãos de 7 metros e vãos de 3,5 metros, respectivamente, foram escolhidos de forma que a relação flecha-vão fosse a mesma para os dois casos.

A largura efetiva da laje de concreto foi considerada igual a 175 cm. A TABELA 4.6 e a TABELA 4.7 mostram o resumo dos dados de entrada para interação completa e interação parcial.

TABELA 4.6 – Dados da interação completa

CASOS	01	02	03	04
Vão L (cm)	700	700	350	350
Carga distribuída na laje q_L (kN/cm)	0,25	0,25	2,0	2,0
Atrito na interface μ	0,7	0,01	0,7	0,01
Rigidez de um conector k' (kN/cm)	1142	1142	1142	1142
Largura efetiva da laje b_{ef} (cm)	175	175	175	175

TABELA 4.7 – Dados da interação parcial

CASOS	05	06	07	08
Vão L (cm)	700	700	350	350
Carga distribuída na laje q_L (kN/cm)	0,25	0,25	2,0	2,0
Atrito na interface μ	0,7	0,01	0,7	0,01
Rigidez de um conector k' (kN/cm)	114,2	114,2	114,2	114,2
Largura efetiva da laje b_{ef} (cm)	175	175	175	175

Para esses modelos foram considerados dois tipos de conectores de cisalhamento: um normal e outro extremamente flexível, para interação completa e interação parcial, respectivamente.

Para os casos de 01 a 04, a rigidez k' dos conectores de cisalhamento foi igual a 1142 kN/cm, ou seja, vigas mistas com interação completa. Já para os casos 05 a 08, o valor de k' foi igual a 114,2 kN/cm, ou seja, interação parcial; isso quer dizer que a rigidez da ligação entre o aço e concreto é igual a um décimo da rigidez utilizada na interação completa. A rigidez k por unidade de comprimento de viga, na interface da laje e do perfil de aço, e a rigidez k' de cada conector estão mostradas na TABELA 4.8.

TABELA 4.8 – Rigidez dos conectores de cisalhamento

CASOS		Normal (Interação Completa)		Muito flexível (Interação Parcial)	
Vão (m)	Espaçamento entre conectores (cm)	k (kN/cm/cm)	k' (kN/cm)	k (kN/cm/cm)	k' (kN/cm)
7	20	57,1	1142	5,71	114,2
3,5	10	114,2	1142	11,42	114,2

As propriedades dos materiais aço e concreto das vigas mistas modeladas estão descritas na TABELA 4.9. As relações constitutivas dos materiais (relação tensão-deformação) obedecem à lei de Hooke.

TABELA 4.9 – Propriedades dos materiais

CONCRETO	AÇO
$E_x = 2100 \text{ kN/cm}^2$	$E_x = 20500 \text{ kN/cm}^2$
$\nu = 0,2$	$\nu = 0,3$
$f_{ck} = 20 \text{ MPa}$	$f_y = 300 \text{ MPa}$

A rigidez k' dos conectores de cisalhamento, expressa pela relação carga-deslizamento, está mostrada na

FIGURA 4.16.

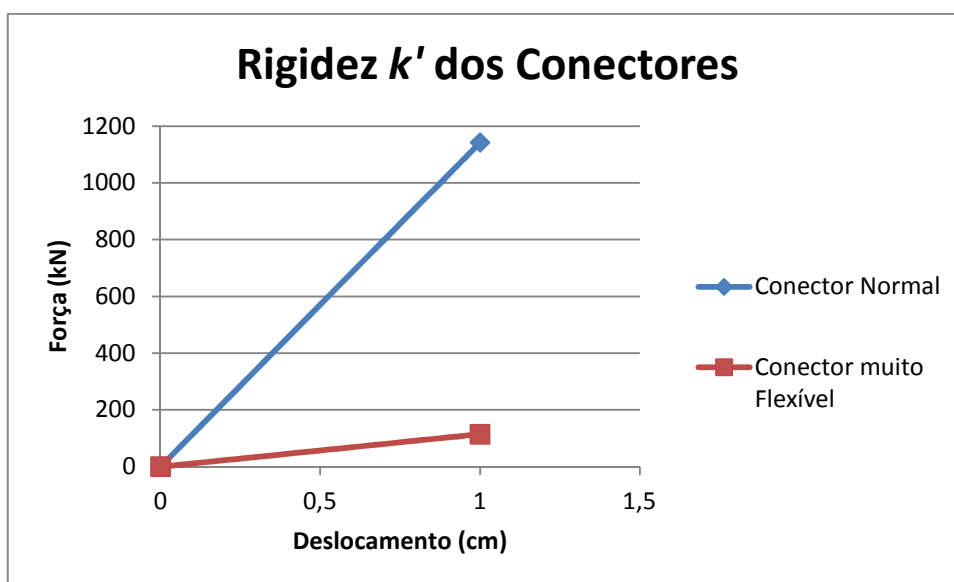


FIGURA 4.16 – Relação carga-deslizamento dos conectores de cisalhamento.

4.3.3. Aspectos da análise no Estado Limite Último

4.3.4. Considerações iniciais

Os carregamentos distribuídos nas lajes de concreto utilizados nos casos 01 a 08 foram escolhidos com base na carga última necessária para a plastificação da seção. O momento de plastificação calculado para a interação completa e parcial foi de $M_{pl} = 38427$ kN.cm e $M_{pl} = 21551$ kN.cm, respectivamente.

Como o material concreto não resiste à tração foi necessário reduzir a largura efetiva da laje de concreto para evitar tensão de tração no concreto. Esse artifício é compatível com o procedimento padrão que reduz a espessura da laje de concreto pela mesma razão.

Para cada caso, os dados de entrada para a análise no ELU estão mostrados na TABELA 4.10 e na TABELA 4.11.

TABELA 4.10 – Dados da interação completa

CASOS	01	02	03	04
Vão L (cm)	700	700	350	350
Carga distribuída na laje q_L (kN/cm)	1,0	1,0	3,0	3,0
Atrito na interface μ	0,7	0,01	0,7	0,01
Carga última no conector (kN)	115	115	115	115
Largura efetiva da laje b_{ef} (cm)	130	130	130	130

TABELA 4.11 – Dados da interação parcial

CASOS	05	06	07	08
Vão L (cm)	700	700	350	350
Carga distribuída na laje q_L (kN/cm)	0,5	0,5	2,0	2,0
Atrito na interface μ	0,7	0,01	0,7	0,01
Carga última no conector (kN)	11,5	11,5	11,5	11,5
Largura efetiva da laje b_{ef} (cm)	35	25	35	25

4.3.5. Relações constitutivas

Utiliza-se para o perfil de aço um modelo constitutivo elasto-plástico multilinear com encruamento isotrópico e critério de escoamento de von Mises. A relação entre tensão e deformação está ilustrada na FIGURA 4.17.

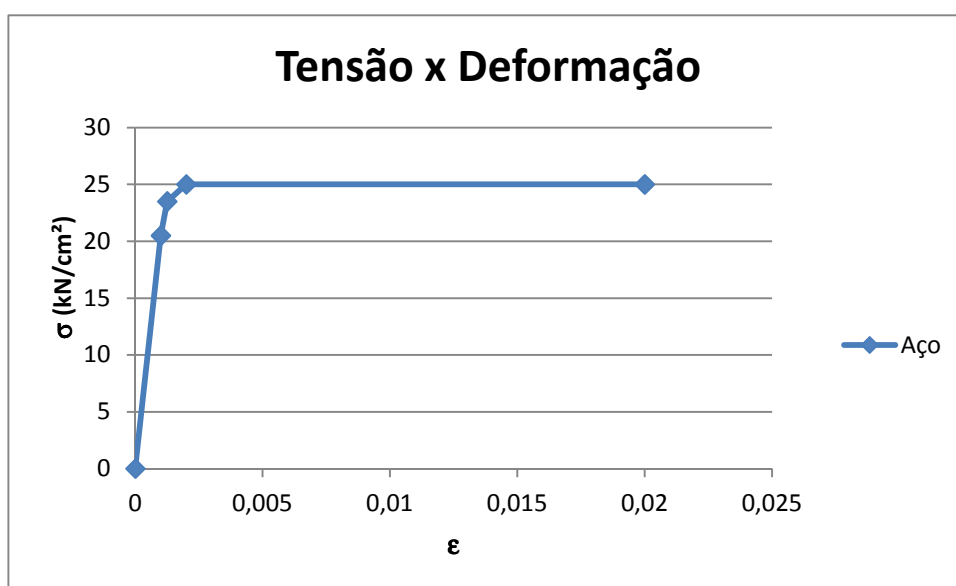


FIGURA 4.17 – Relação tensão x deformação do aço.

O diagrama tensão-deformação dos elementos de concreto é mostrado na FIGURA 4.18. Segundo a NBR 6118, pode-se utilizar para análises no estado limite último o diagrama tensão-deformação idealizado onde a tensão última é igual a $0,85f_{ck}$. No presente estudo o valor de f_{ck} é de 20 MPa. Foi utilizado também para o concreto o critério de escoamento de von Mises, com encruamento isotrópico.

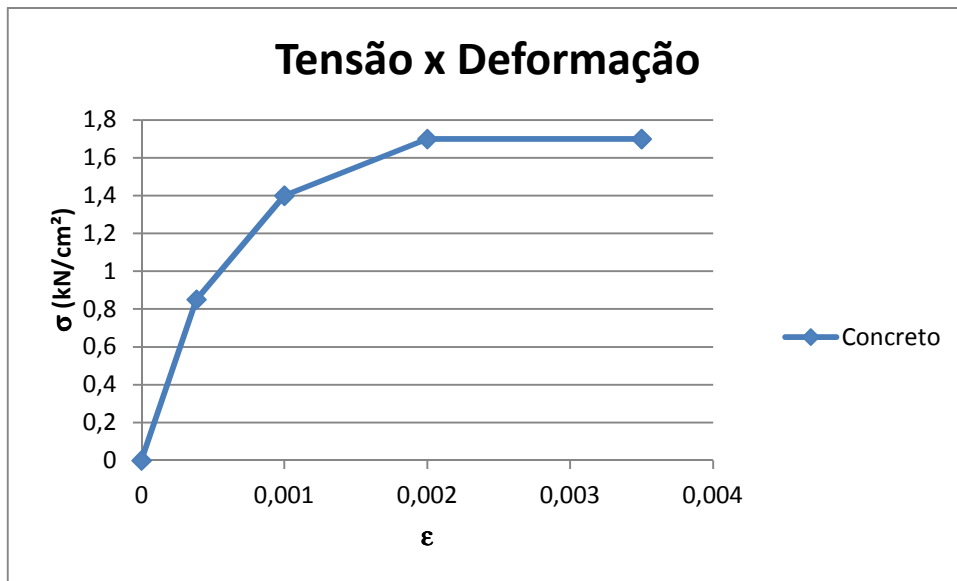


FIGURA 4.18 – Relação tensão x deformação do concreto.

A rigidez dos conectores de cisalhamento, expressa pela relação carga-deslizamento, está mostrada na FIGURA 4.19. Os conectores muito flexíveis possuem um décimo da resistência dos conectores normais.

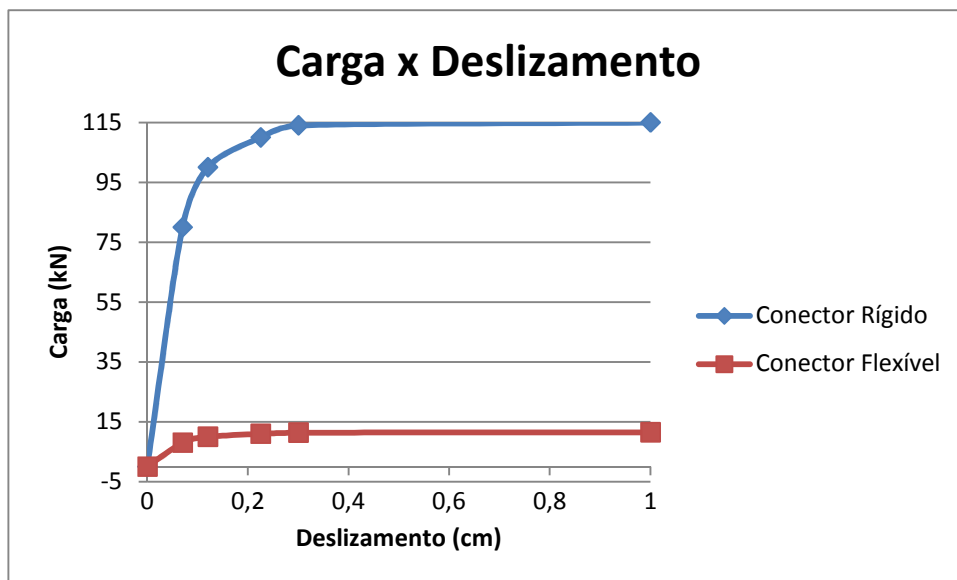


FIGURA 4.19 – Rigidez e resistência dos conectores de cisalhamento

4.4 Modelagem baseada em ensaios

4.4.1. Considerações iniciais

Foram processados modelos com base em dados experimentais, utilizando-se ensaios realizados por BREMER (2007). No capítulo dois, foram mencionados os modelos ensaiados. Nesse trabalho analisaram-se os modelos de viga mista com PFF e lajes mistas e conectores de cisalhamento do tipo M12 (VM12).

A viga mista possuía vão de 3,5 metros e a carga máxima aplicada no cilindro hidráulico foi de 160 kN. A carga foi aplicada em quatro pontos ao longo da viga conforme a FIGURA 4.20. Foram analisados quatro modelos onde o parâmetro variável foi o atrito. Os valores de μ foram: $\mu=0$, $\mu=0,5$, $\mu=0,7$ e $\mu=1$. A FIGURA 4.21 mostra a seção transversal da viga mista ensaiada por BREMER (2007).

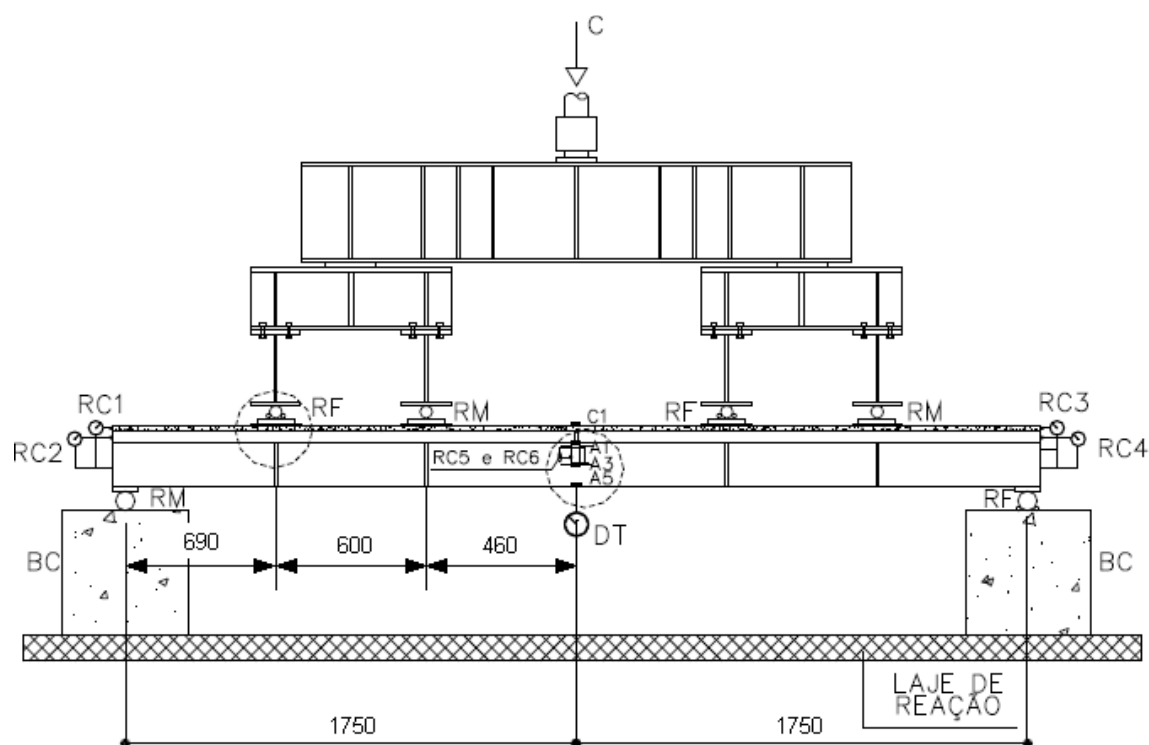


FIGURA 4.20 – Aplicação de carga no protótipo. (Adaptada de BREMER, 2007).

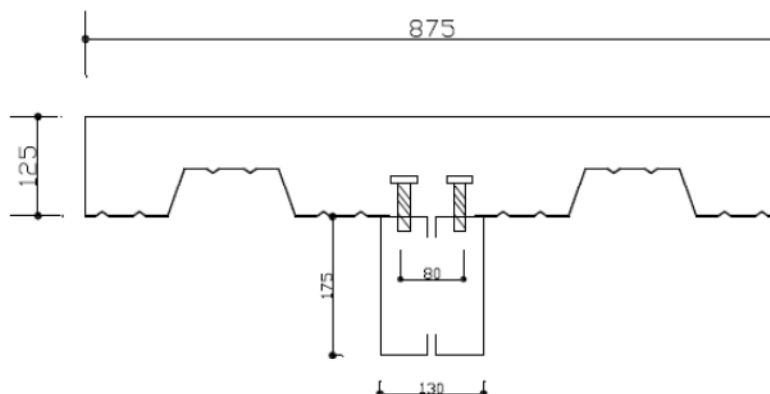


FIGURA 4.21 – Seção transversal VM12. (BREMER 2007)

4.4.2. Propriedades geométricas dos conectores

Como o modelo numérico proposto nesse trabalho considerou somente seções transversais de vigas mistas constituídas por perfis I, foi necessário transformar a seção caixa 175x130x25x2 (mm) em seção I equivalente. A TABELA 4.12 mostra as dimensões dos perfis caixa e I equivalente.

TABELA 4.12 – Propriedades geométrica do perfil caixa.

Tipo do Perfil (dimensões em mm)	d (mm)	b_f (mm)	t (mm)	t_f (mm)	t_w (mm)	Área (cm ²)	I_x (cm ⁴)
Perfil Caixa 175x130x25x2	175	130	2	-	-	13,67	641,70
Perfil I equivalente	175	152,8	-	2	4,42	13,67	641,70

4.4.3. Carregamento e carga última nos conectores

A carga total no modelo numérico foi de 200 kN, sendo 50 kN em cada ponto de aplicação de carga conforme FIGURA 4.20.

A carga última dos conectores de cisalhamento foi de 39 kN. No protótipo de viga mista ensaiado por BREMER (2007), usaram-se duas filas de conectores de cisalhamento (2x11 @ 150 mm). Para o modelo numérico considerou-se apenas uma fila de

conectores (1x17 @ 100 mm); portanto, a carga última desses conectores utilizada foi de 50,5 kN = 39 x 22/17.

4.4.4. Relações constitutivas

Para os modelos processados no ANSYS, usaram-se as propriedades dos materiais extraídos de BREMER (2007) (ver TABELA 4.13, FIGURA 4.22, FIGURA 4.23 e FIGURA 4.24).

TABELA 4.13 – Propriedades dos materiais (BREMER 2007)

CONCRETO	AÇO
$E_x = 2100 \text{ kN/cm}^2$	$E_x = 20500 \text{ kN/cm}^2$
$\nu = 0,2$	$\nu = 0,3$
$f_{ck} = 20 \text{ MPa}$	$f_y = 373 \text{ MPa}$



FIGURA 4.22 – Diagrama tensão-deformação do aço – VM12.

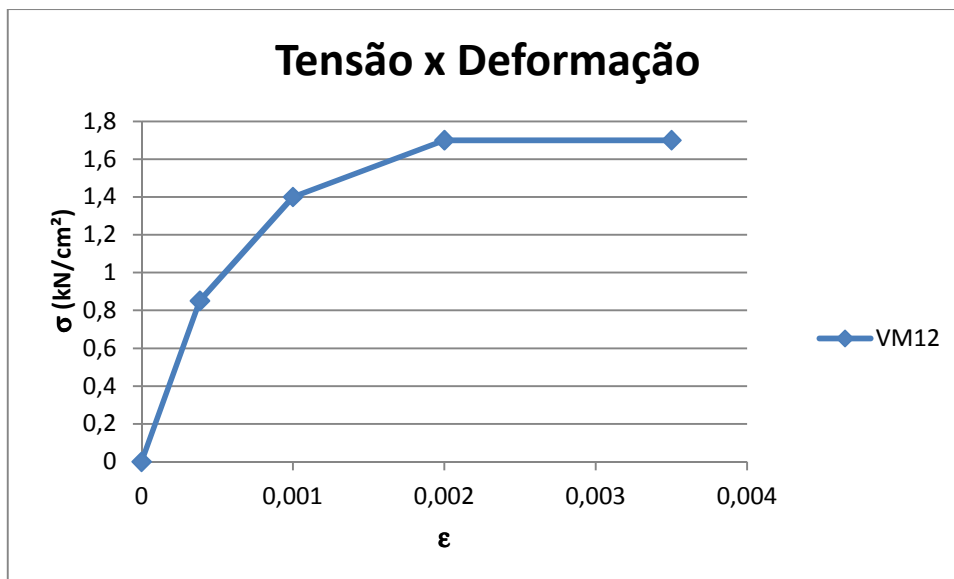


FIGURA 4.23 – Diagrama tensão-deformação do concreto – VM12.

Para obter a relação carga-deslizamento dos conectores de cisalhamento M12 ensaiados por BREMER (2007) por meio dos ensaios “push test”, fez-se uma média dos quatro ensaios realizados. A relação carga-deslizamento dos conectores M12 está descrita na FIGURA 4.24.

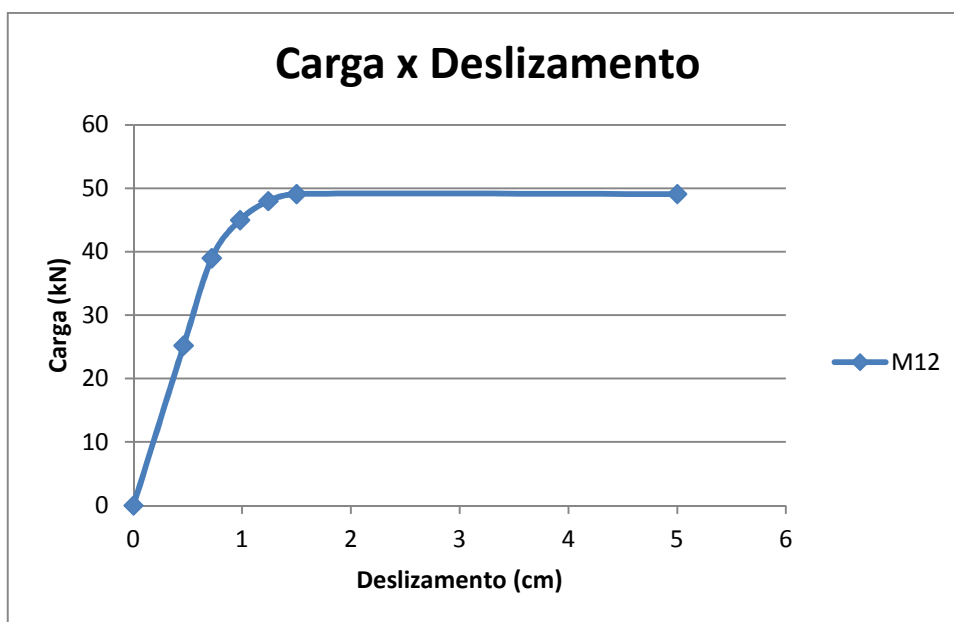


FIGURA 4.24 – Relação carga-deslizamento dos conectores M12.

5

RESULTADOS

5.1 Análise no Estado Limite de Serviço

A TABELA 5.1 mostra o deslocamento vertical no meio do vão das vigas mistas modeladas. Os resultados numéricos são comparados com os valores obtidos pelo método da I_{ef} dada na NBR 8800: 2008. Observa-se que de acordo com a referida norma, o atrito não influencia no resultado da flecha. Além disso, a NBR 8800:2008 parece fornecer resultados contra a segurança para as análises no ELS.

TABELA 5.1 – Flecha no meio do vão (cm)

Interação Completa			Interação Parcial		
Casos	NBR 8800	Numérico	Casos	NBR 8800	Numérico
CASO 01	1,06	1,29	CASO 05	2,2	2,16
CASO 02		1,33	CASO 06		2,31
CASO 03	0,53	0,83	CASO 07	1,1	1,31
CASO 04		0,93	CASO 08		1,54

A TABELA 5.2 mostra as forças desenvolvidas na interface dos materiais aço e concreto. Observa-se que, na ausência de atrito, a força horizontal é resistida apenas pelos conectores de cisalhamento. Já levando em conta a influência do atrito, para vigas mistas de vãos curtos com interação parcial ou com conectores muito flexíveis (p. ex. caso 07) a parcela da força resistida pelo atrito é de quase 50%.

TABELA 5.2 – Força na interface aço e concreto

CASOS	Força horizontal na interface	Força horizontal nos conectores		Força horizontal devida ao atrito	
	Fh+Fx (kN)	ΣF_x (kN)	%	ΣF_h (kN)	%
CASO 01	409,0	347,6	85%	61,4	15%
CASO 02	396,8	395,9	100%	0,9	0%
CASO 03	786,3	546,3	69%	240,0	31%
CASO 04	704,4	700,9	100%	3,5	0%
CASO 05	279,5	218,1	78%	61,4	22%
CASO 06	248,4	247,5	100%	0,9	0%
CASO 07	516,1	270,4	52%	245,7	48%
CASO 08	350,7	347,2	99%	3,5	1%

5.2 Análise no Estado Limite Último

A TABELA 5.3 apresenta a carga última das vigas mistas modeladas. Os resultados numéricos são comparados com os valores obtidos por meio da NBR 8800: 2008. Observa-se que o atrito tem influencia em vigas mistas com vãos curtos e interação parcial (p. ex. casos 07 e 08).

TABELA 5.3 – Carga última (kN/cm)

Interação Completa			Interação Parcial		
Casos	NBR 8800	Numérico	Casos	NBR 8800	Numérico
CASO 01	0,627	0,650	CASO 05	0,352	0,372
CASO 02		0,650	CASO 06		0,345
CASO 03	2,510	2,460	CASO 07	1,407	1,568
CASO 04		2,490	CASO 08		1,370

Nas FIGURA 5.1 a FIGURA 5.8 apresentam-se os resultados das análises dos casos 01 a 08, respectivamente, sendo mostrado para cada caso: (a) Diagrama carga-flecha no meio do vão, (b) Tensões finais na laje e (c) Tensões finais no perfil.

Caso 01



FIGURA 5.1 – (a) Carga x flecha no meio do vão.

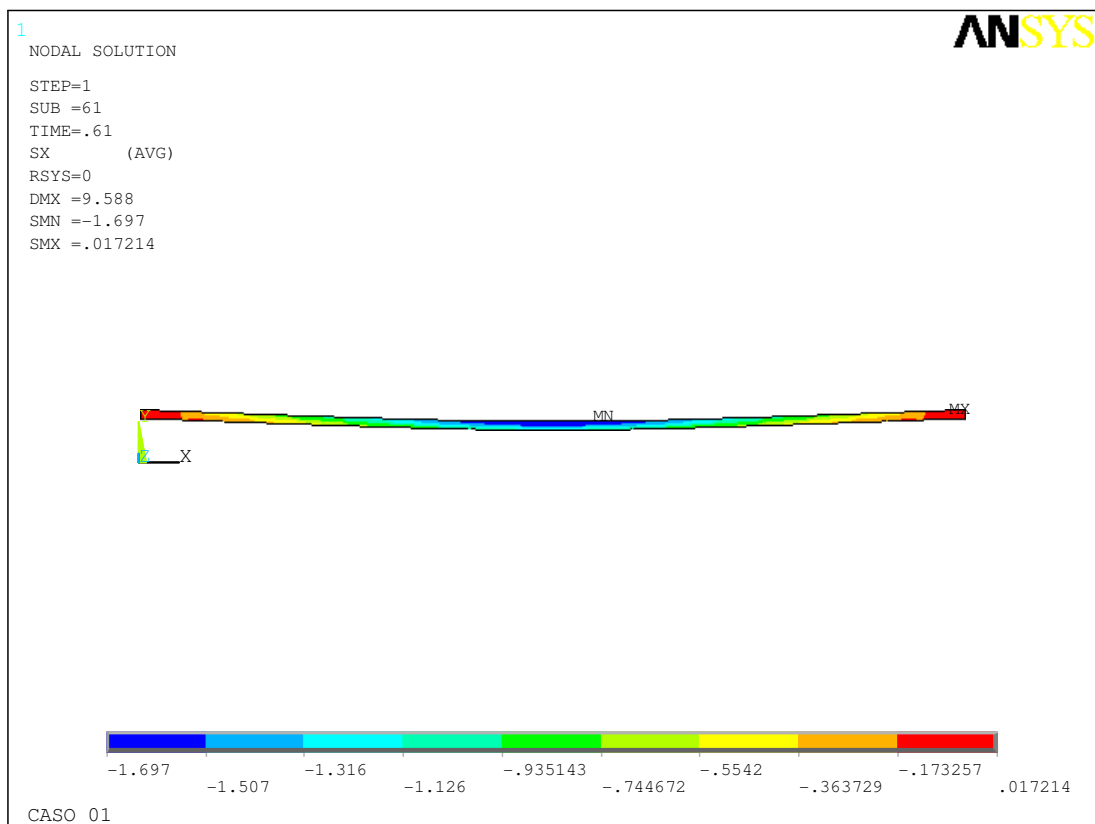


FIGURA 5.1 – (b) Tensões últimas na laje de concreto.

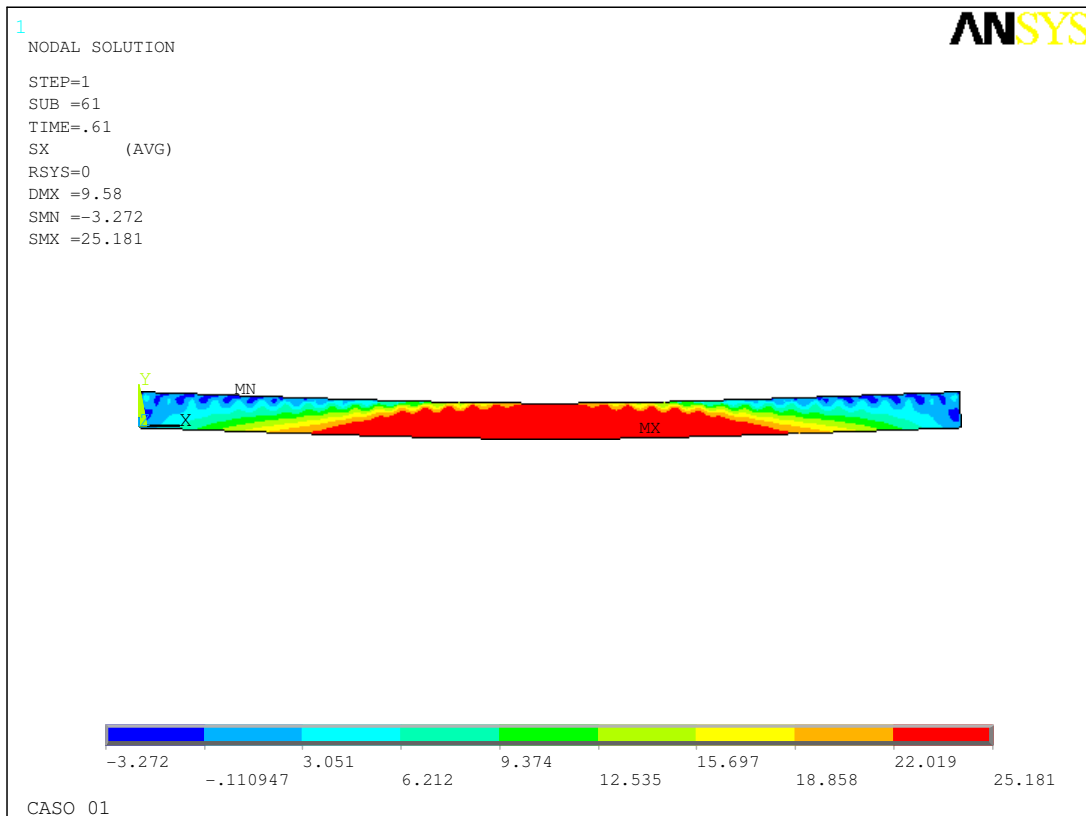


FIGURA 5.1 – (c) Tensões últimas no perfil de aço.

FIGURA 5.1 – Caso 01 – (a) Carga x flecha no meio do vão, (b) Tensões últimas na laje de concreto e (c) Tensões últimas no perfil de aço.

Caso 02

FIGURA 5.2 – (a) Carga x flecha no meio do vão.

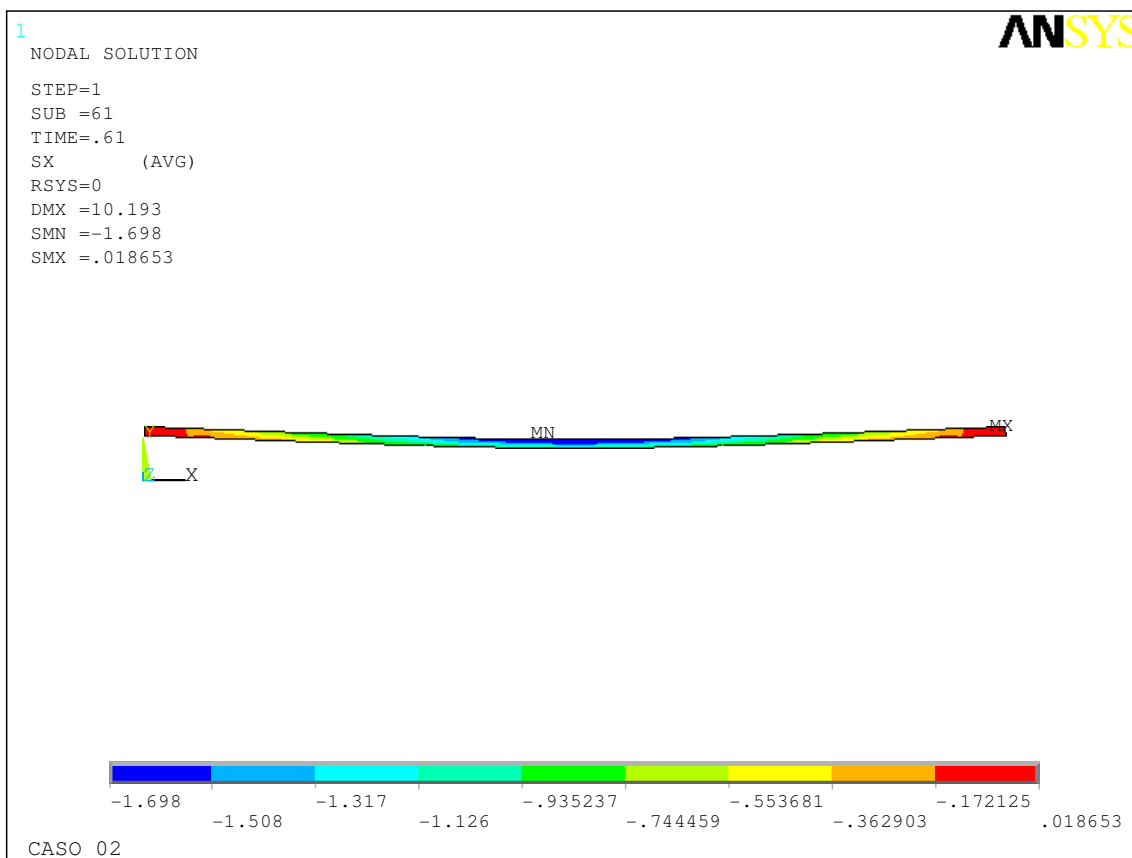


FIGURA 5.2 – (b) Tensões últimas na laje de concreto.

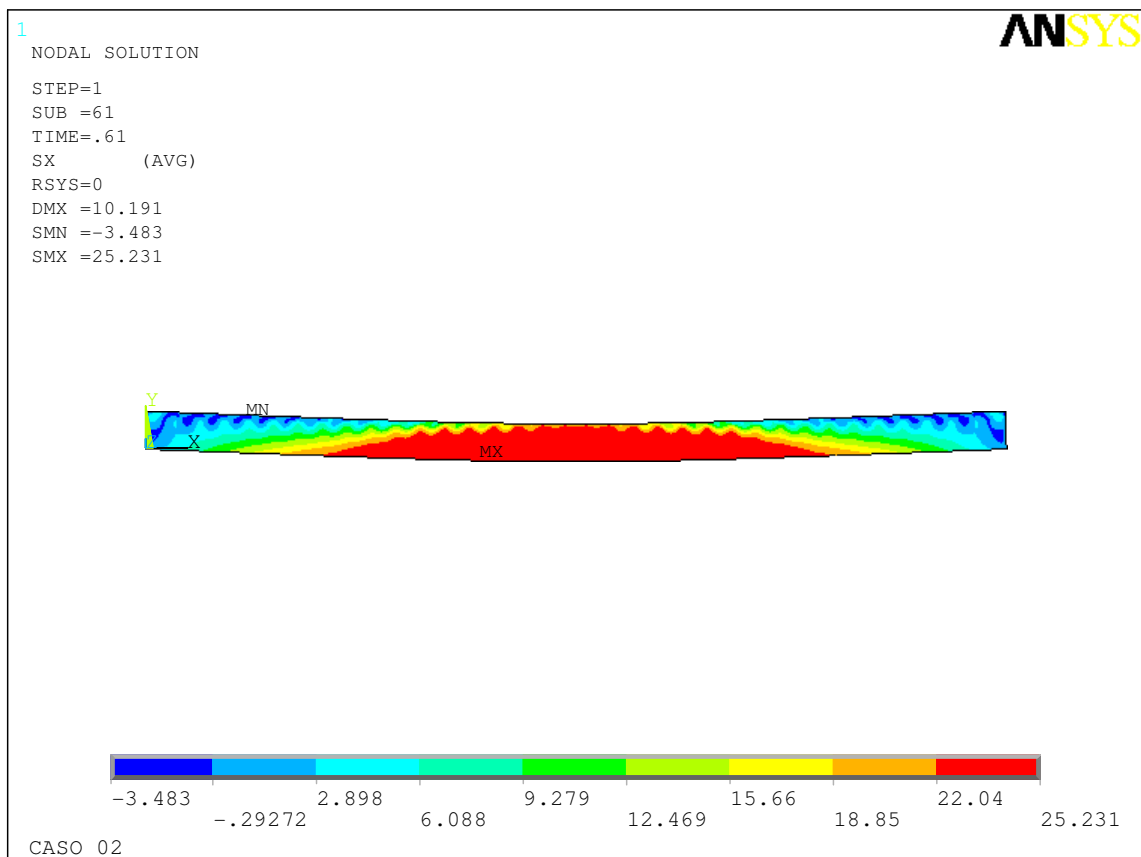


FIGURA 5.2 – (c) Tensões últimas no perfil de aço.

FIGURA 5.2 – Caso 02 – (a) Carga x flecha no meio do vão, (b) Tensões últimas na laje de concreto e (c) Tensões últimas no perfil de aço.

Caso 03



FIGURA 5.3 – (a) Carga x flecha no meio do vão.

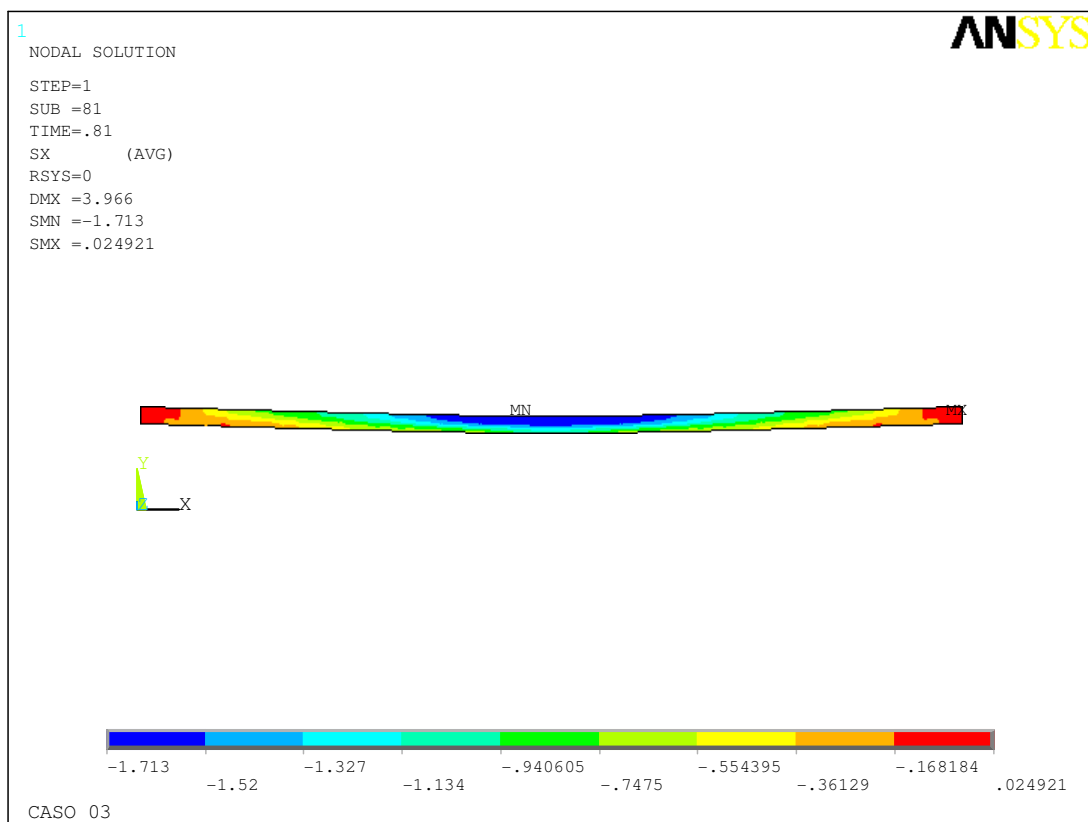


FIGURA 5.3 – (b) Tensões últimas na laje de concreto.

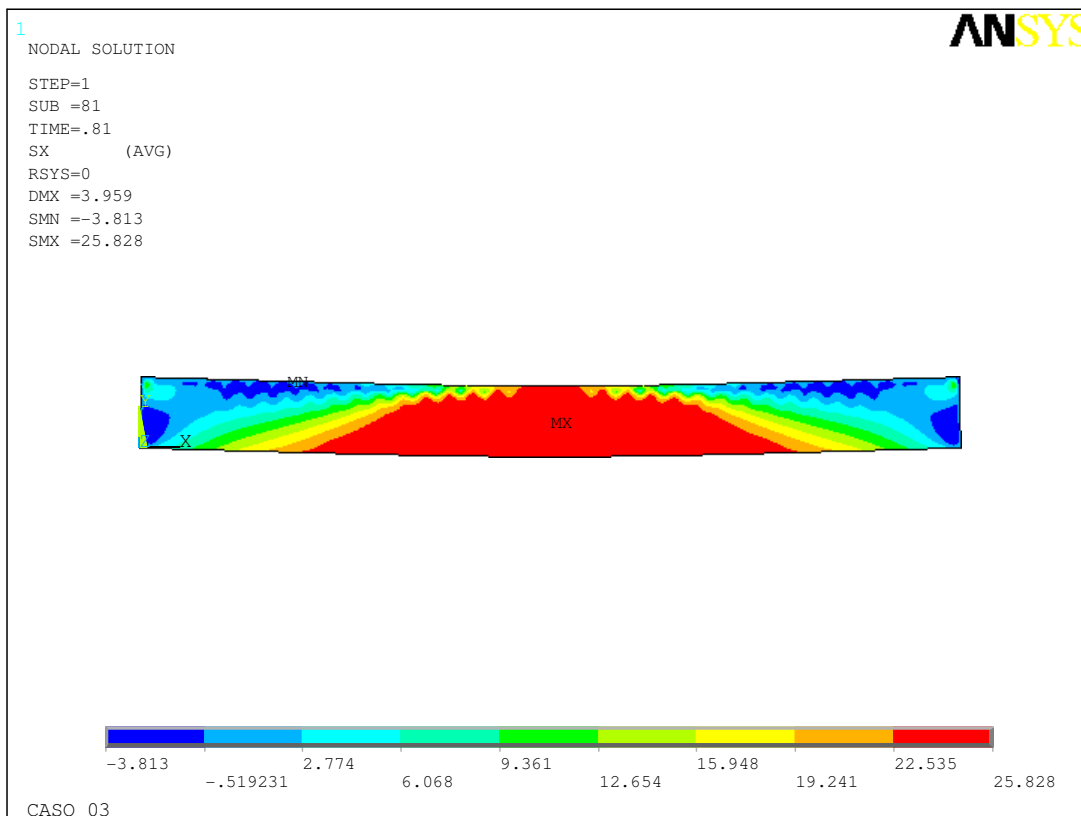


FIGURA 5.3 – (c) Tensões últimas no perfil de aço.

FIGURA 5.3 – Caso 03 – (a) Carga x flecha no meio do vão, (b) Tensões últimas na laje de concreto e (c) Tensões últimas no perfil de aço.

Caso 04



FIGURA 5.4 – (a) Carga x flecha no meio do vão.

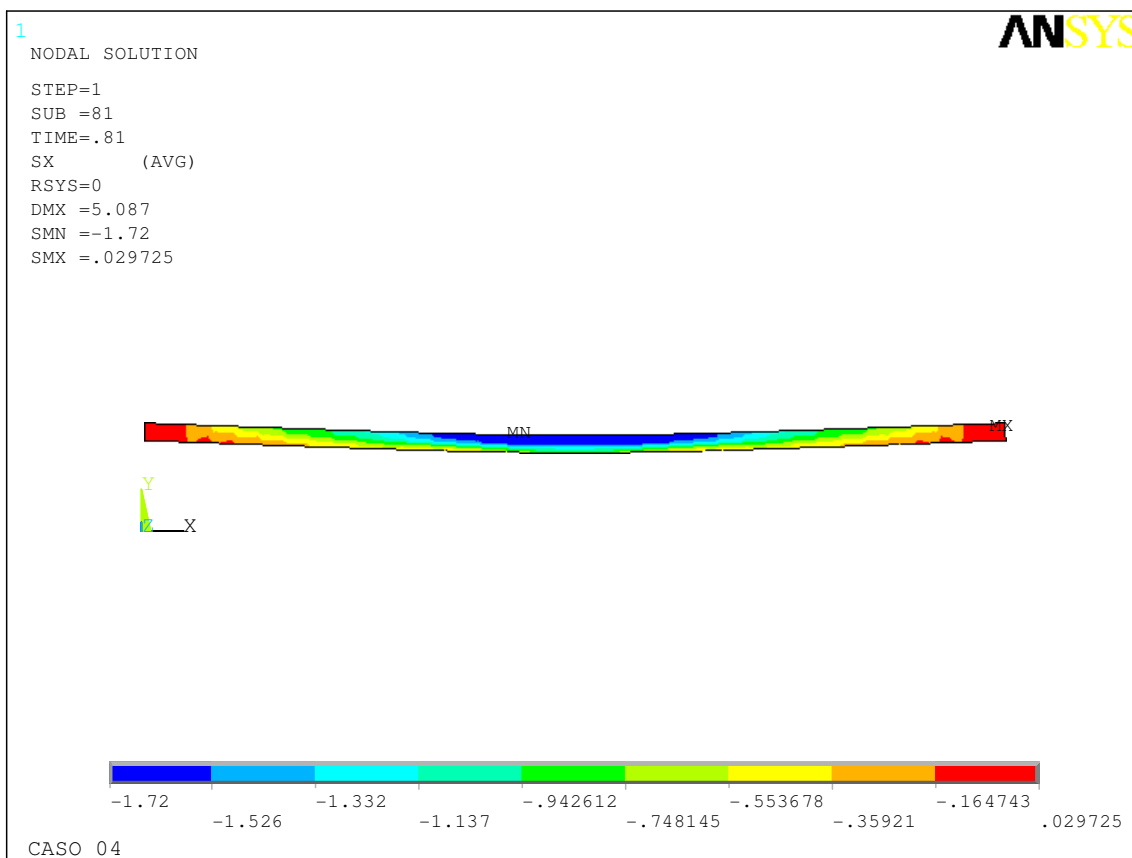


FIGURA 5.4 – (b) Tensões últimas na laje de concreto.

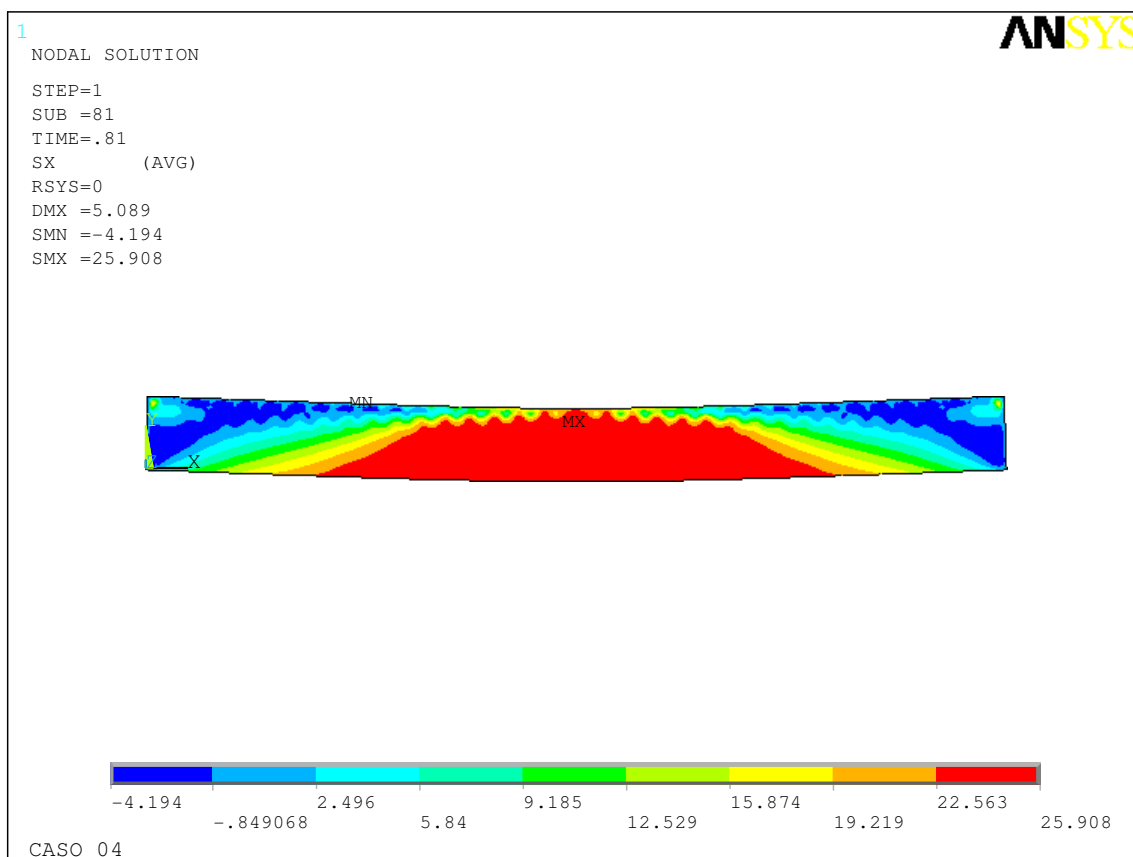


FIGURA 5.4 – (c) Tensões últimas no perfil de aço.

FIGURA 5.4 – Caso 04 – (a) Carga x flecha no meio do vão, (b) Tensões últimas na laje de concreto e (c) Tensões últimas no perfil de aço.

Caso 05

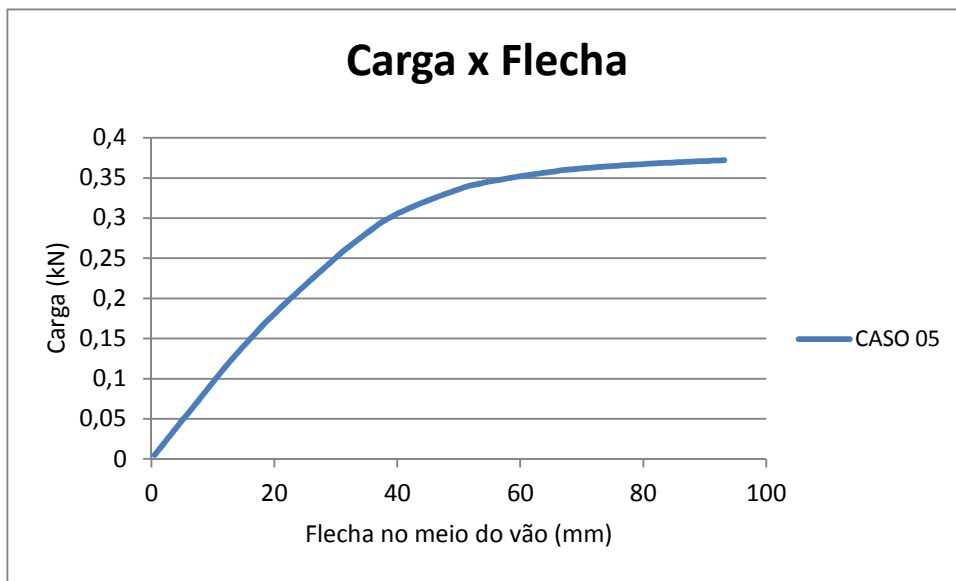


FIGURA 5.5 – (a) Carga x flecha no meio do vão.

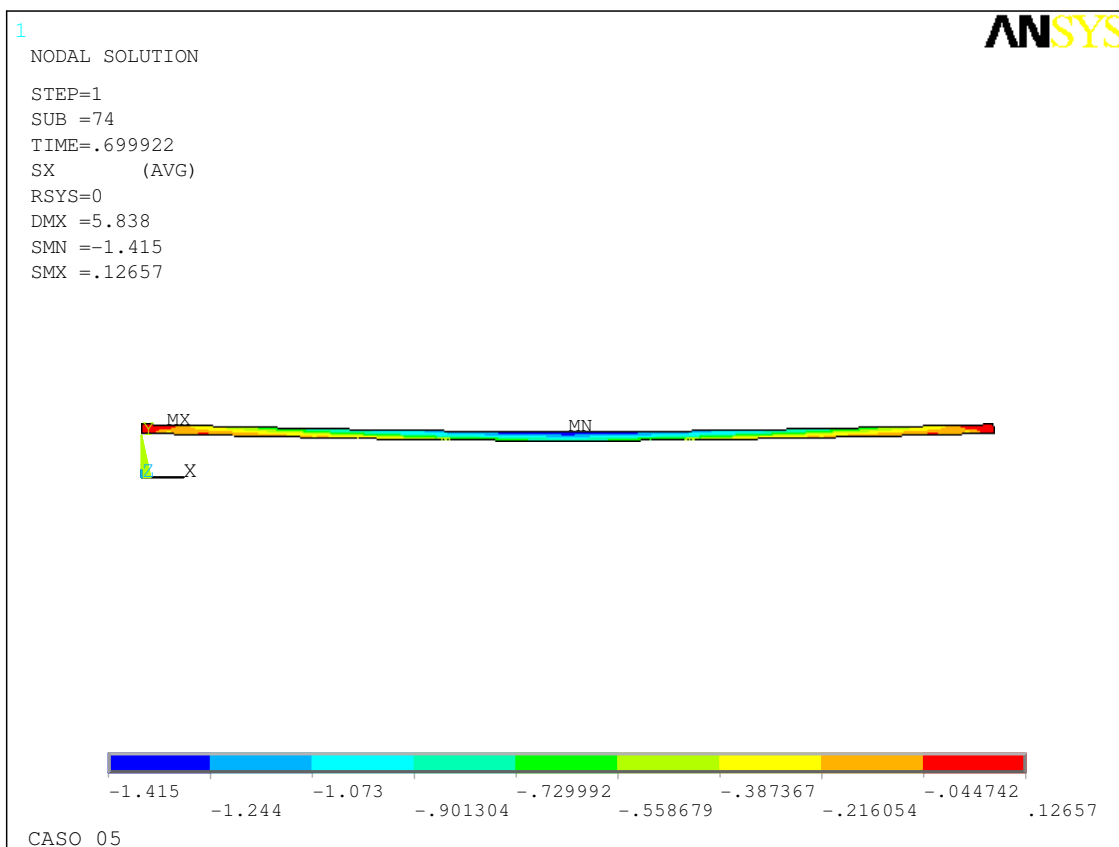


FIGURA 5.5 – (b) Tensões últimas na laje de concreto.

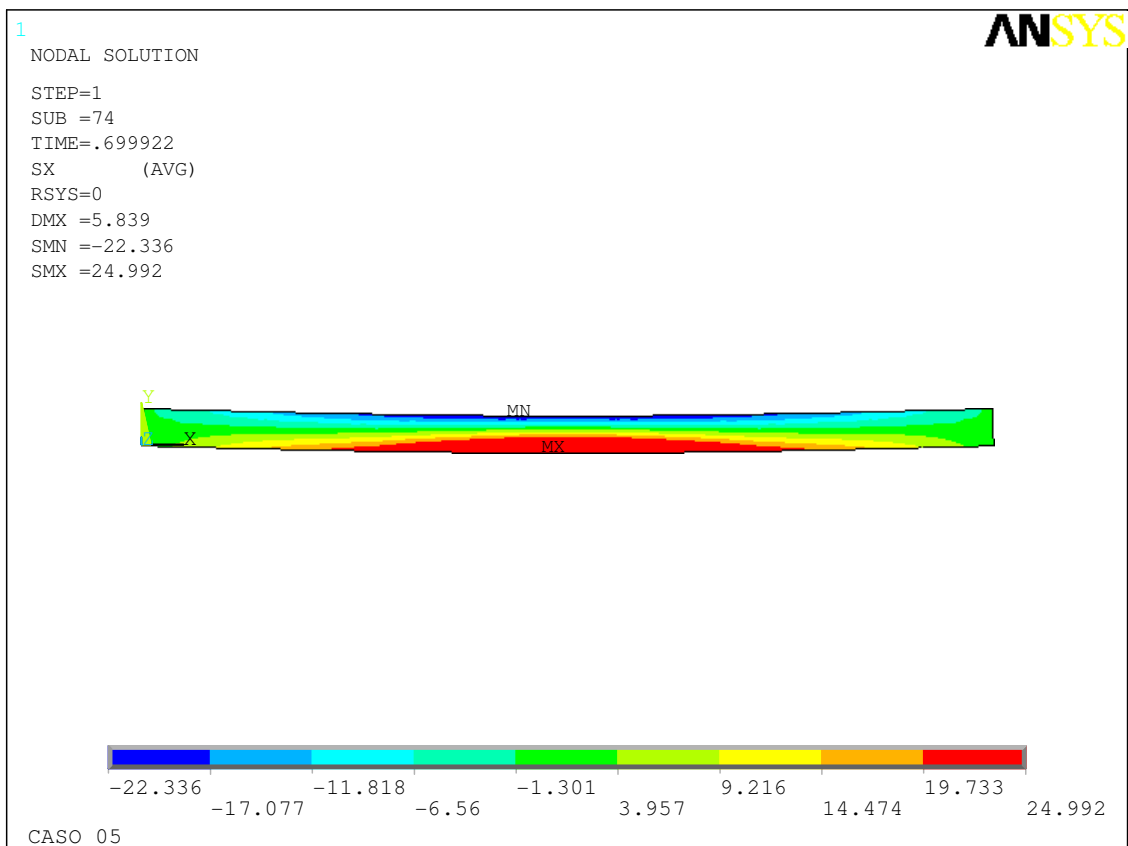


FIGURA 5.5 – (c) Tensões últimas no perfil de aço.

FIGURA 5.5 – Caso 05 – (a) Carga x flecha no meio do vão, (b) Tensões últimas na laje de concreto e (c) Tensões últimas no perfil de aço.

Caso 06



FIGURA 5.6 – (a) Carga x flecha no meio do vão.

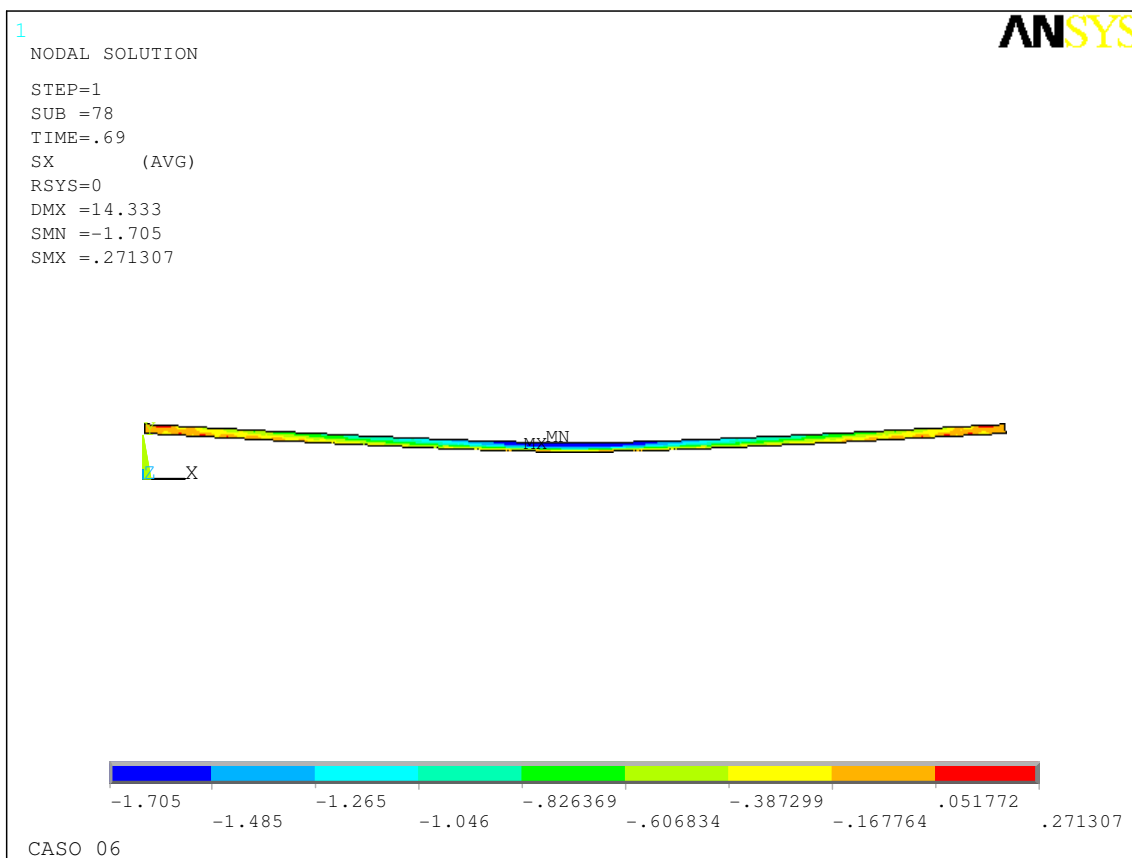


FIGURA 5.6 – (b) Tensões últimas na laje de concreto.

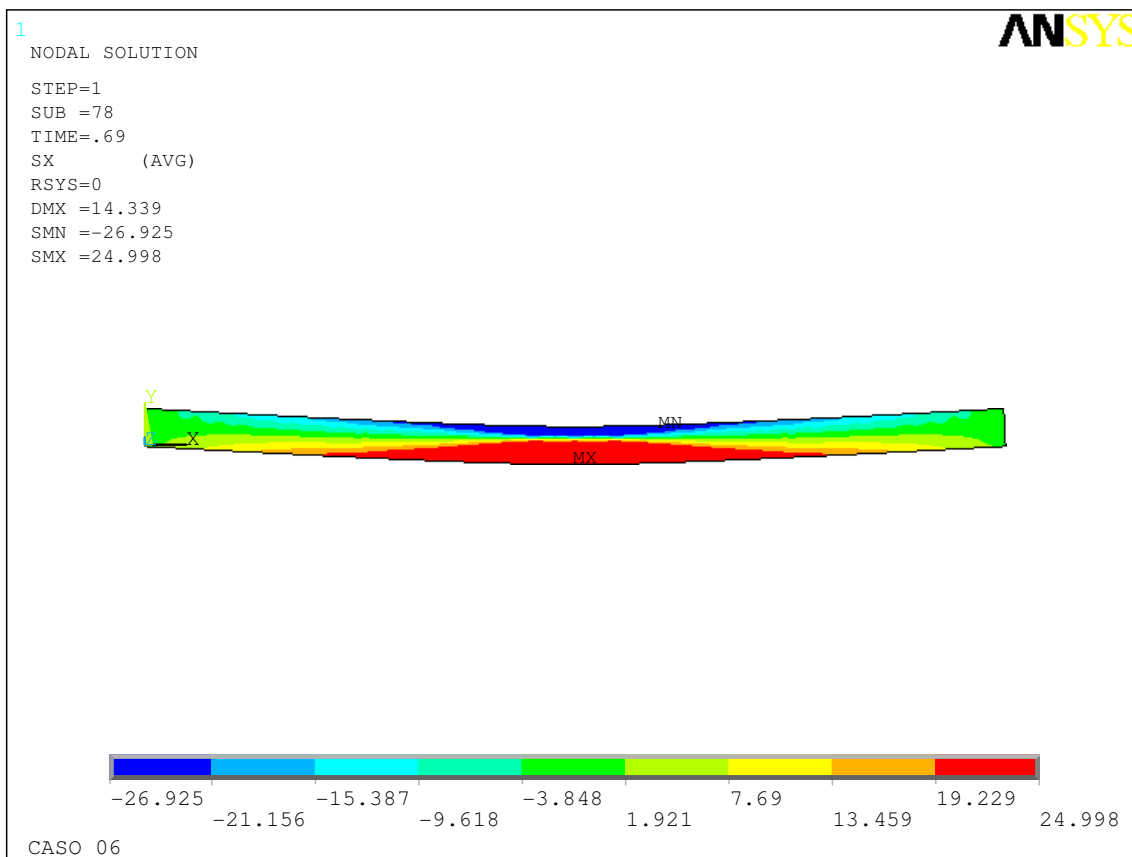


FIGURA 5.6 – (c) Tensões últimas no perfil de aço.

FIGURA 5.6 – Caso 06 – (a) Carga x flecha no meio do vão, (b) Tensões últimas na laje de concreto e (c) Tensões últimas no perfil de aço.

Caso 07



FIGURA 5.7 – (a) Carga x flecha no meio do vão.

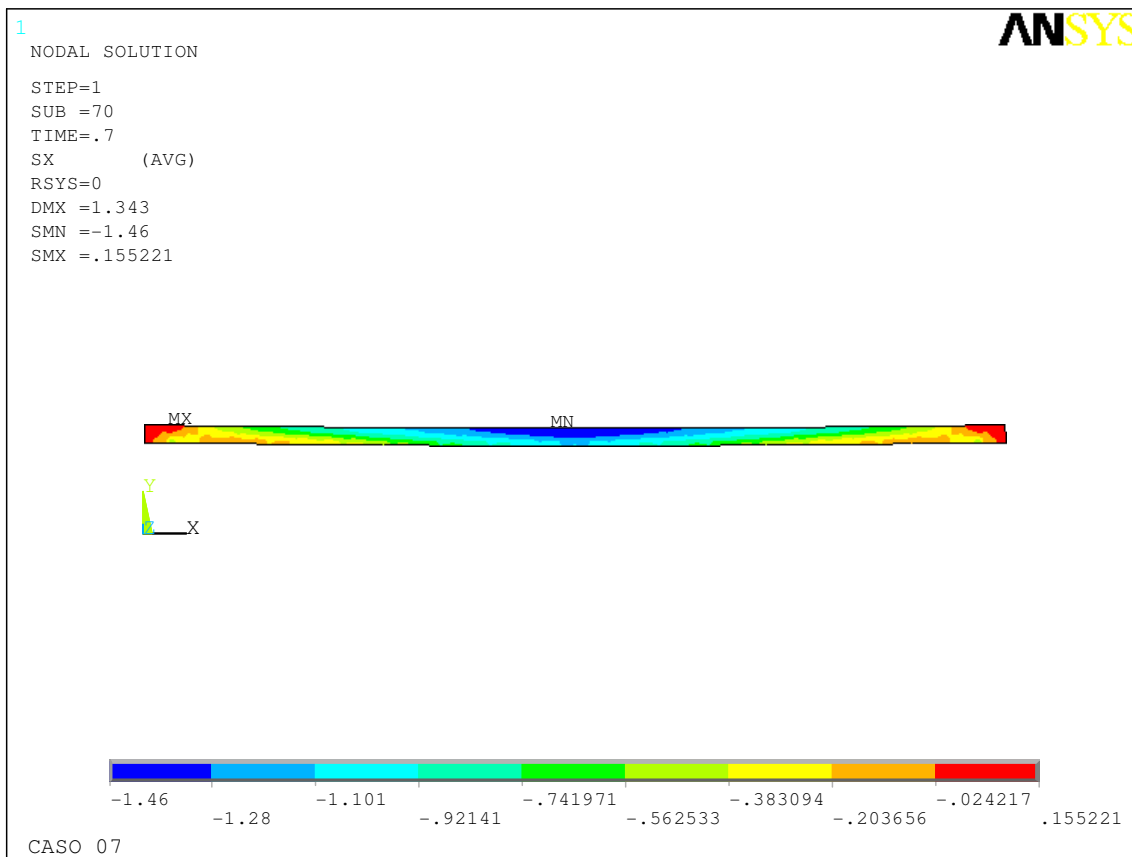


FIGURA 5.7 – (b) Tensões últimas na laje de concreto.

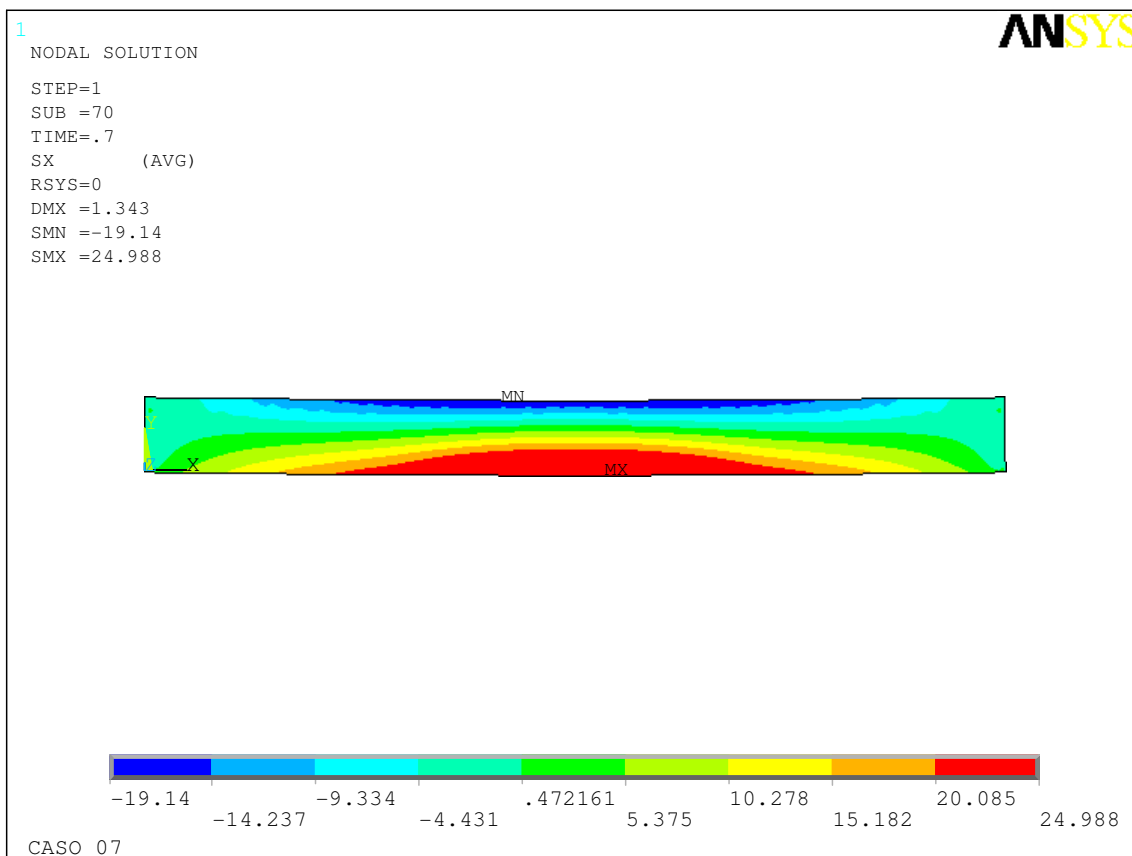


FIGURA 5.7 – (c) Tensões últimas no perfil de aço.

FIGURA 5.7 – Caso 07 – (a) Carga x flecha no meio do vão, (b) Tensões últimas na laje de concreto e (c) Tensões últimas no perfil de aço.

Caso 08



FIGURA 5.8 – (a) Carga x flecha no meio do vão.

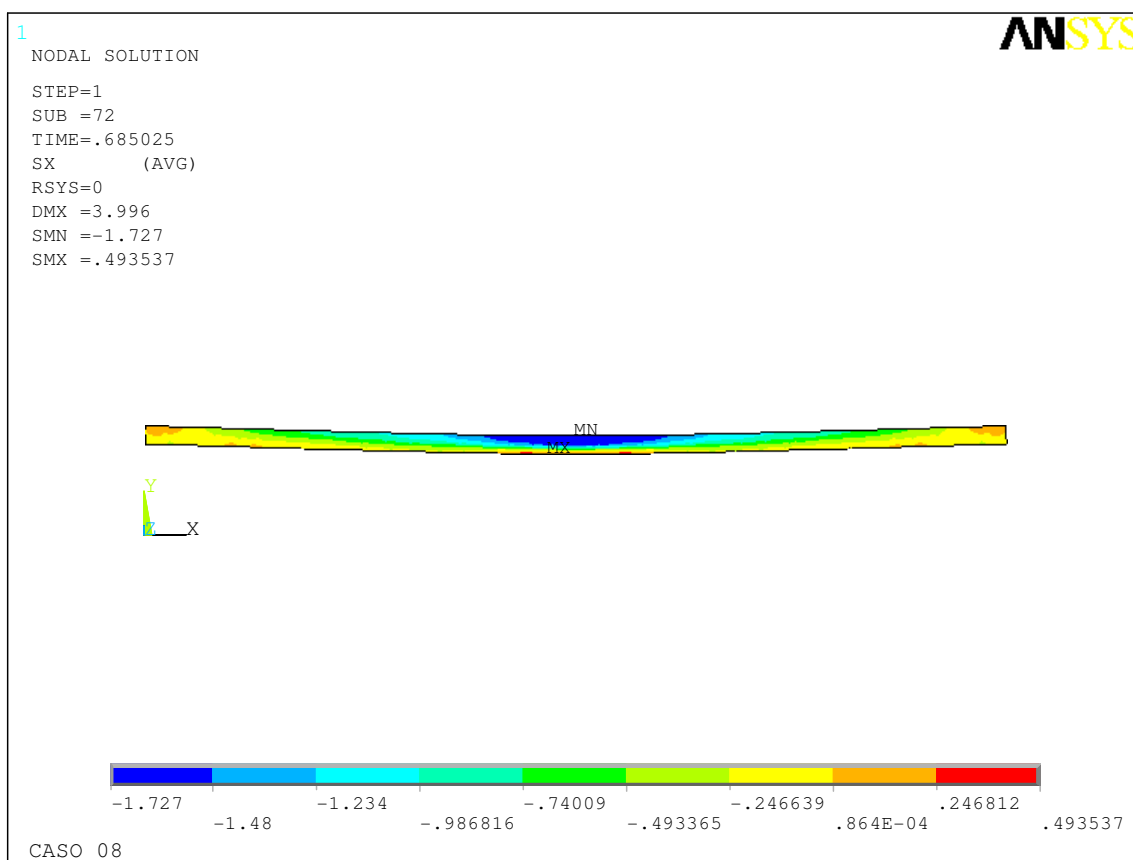


FIGURA 5.8 – (b) Tensões últimas na laje de concreto.

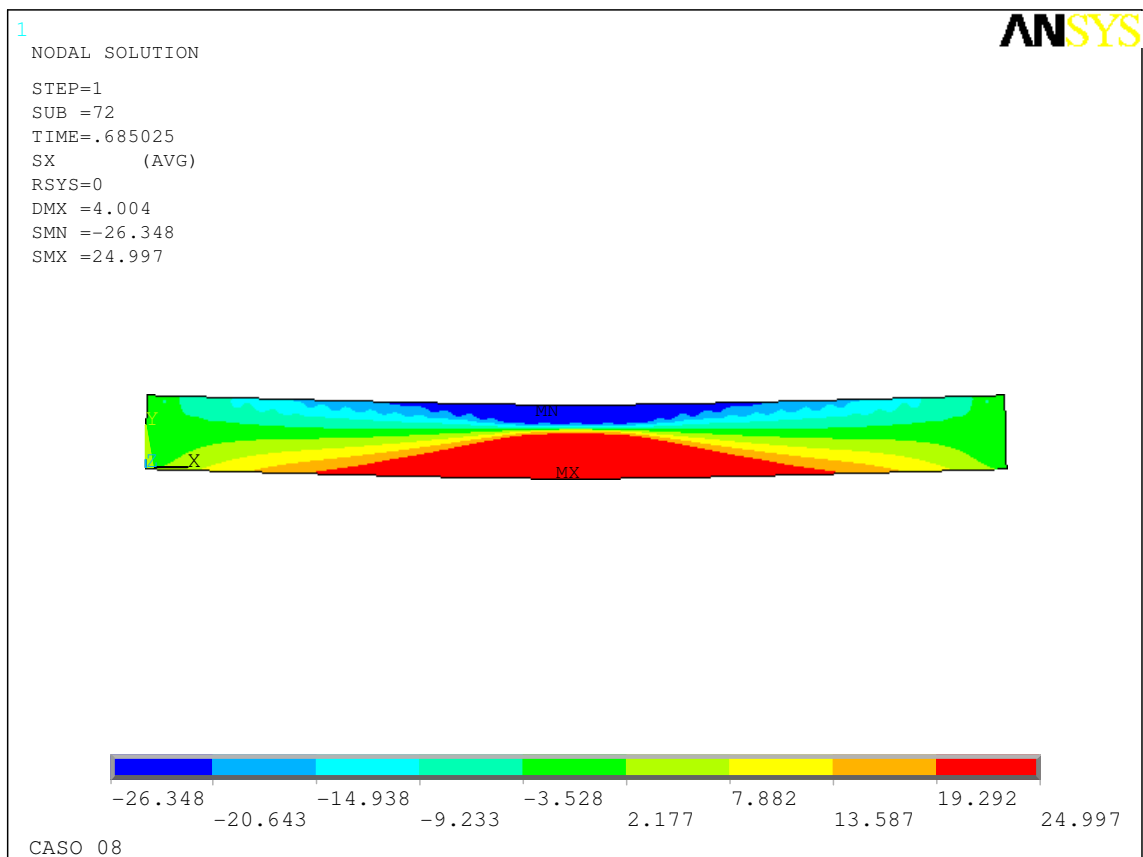


FIGURA 5.8 – (c) Tensões últimas no perfil de aço.

FIGURA 5.8 – Caso 08 – (a) Carga x flecha no meio do vão, (b) Tensões últimas na laje de concreto e (c) Tensões últimas no perfil de aço.

6

COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DO MODELO DE ELEMENTOS FINITOS COM RESULTADOS OS ANALÍTICOS E EXPERIMENTAIS

6.1 Comparação com resultados analíticos

Os resultados da aproximação analítica desenvolvida por QUEIROZ et al (2009c) para ELS são representados na TABELA 6.1. Observa-se que há uma boa conformidade entre os resultados analíticos e numéricos, exceto para algumas respostas. Essas diferenças são devidas às simplificações citadas em 3.4.2.5. e à simulação de continuidade da conexão de cisalhamento, ambas utilizadas no procedimento analítico.

TABELA 6.1 – Resultados analítico e numérico - Comparação

	$N(x)^*$						$s(x)^*$						$v(x)^*$					
	x=0		x=L/4		x=L/2		x=0		x=L/4		x=L/2		x=0		x=L/4		x=L/2	
	Anal.	Num.	Anal.	Num.	Anal.	Num.	Anal.	Num.	Anal.	Num.	Anal.	Num.	Anal.	Num.	Anal.	Num.	Anal.	Num.
CASO 01	412,2	409,0	304,1	295,4	3,6	45,7	0	0	0,019	0,019	0,032	0,031	1,26	1,29	0,90	0,92	0	0
CASO 02	412,1	396,8	303,9	292,6	0,1	39,0	0	0	0,021	0,022	0,036	0,034	1,26	1,33	0,91	0,95	0	0
CASO 03	778,4	786,3	568,7	544,9	14,3	93,6	0	0	0,029	0,030	0,052	0,049	0,72	0,83	0,51	0,61	0	0
CASO 04	775,2	704,4	566,4	516,3	0,2	69,6	0	0	0,041	0,039	0,066	0,061	0,72	0,93	0,52	0,66	0	0
CASO 05	269,6	279,5	190,9	194,3	3,6	33,3	0	0	0,016	0,122	0,182	0,176	2,29	2,16	1,64	1,55	0	0
CASO 06	258,7	248,4	185,7	180,0	0,1	22,9	0	0	0,140	0,138	0,211	0,199	2,35	2,31	1,68	1,66	0	0
CASO 07	453,8	516,1	306,9	338,3	14,3	68,6	0	0	0,123	0,151	0,206	0,223	1,31	1,31	0,94	0,94	0	0
CASO 08	365,1	350,7	261,0	253,6	0,2	32,7	0	0	0,198	0,195	0,293	0,281	1,44	1,54	1,03	1,09	0	0

Onde:

- N = força horizontal na interface (kN)
- s = escorregamento entre a laje e o perfil (cm)
- v = deslocamento vertical (cm)

6.2 Comparação com resultados experimentais

As vigas mistas do modelo numérico correspondem às vigas ensaiadas por BREMER (2007), ou seja, o vão da viga mista, a geometria da seção transversal, a rigidez e carga última nos conectores, são equivalentes às vigas utilizadas na análise experimental. Modelam-se então quatro vigas iguais com diferentes valores para o atrito na interface entre o aço e concreto ($\mu=0,01$; $\mu=0,5$; $\mu=0,7$ e $\mu=1$).

A FIGURA 6.1 mostra as curvas carga-flecha no meio do vão das vigas mistas modeladas. Observa-se que a análise onde se leva em conta o atrito de 100% ($\mu=1$) é a que mais se aproxima dos resultados experimentais. Isso mostra que, nesse caso, o atrito existente na interface aço e concreto da viga mista é grande.

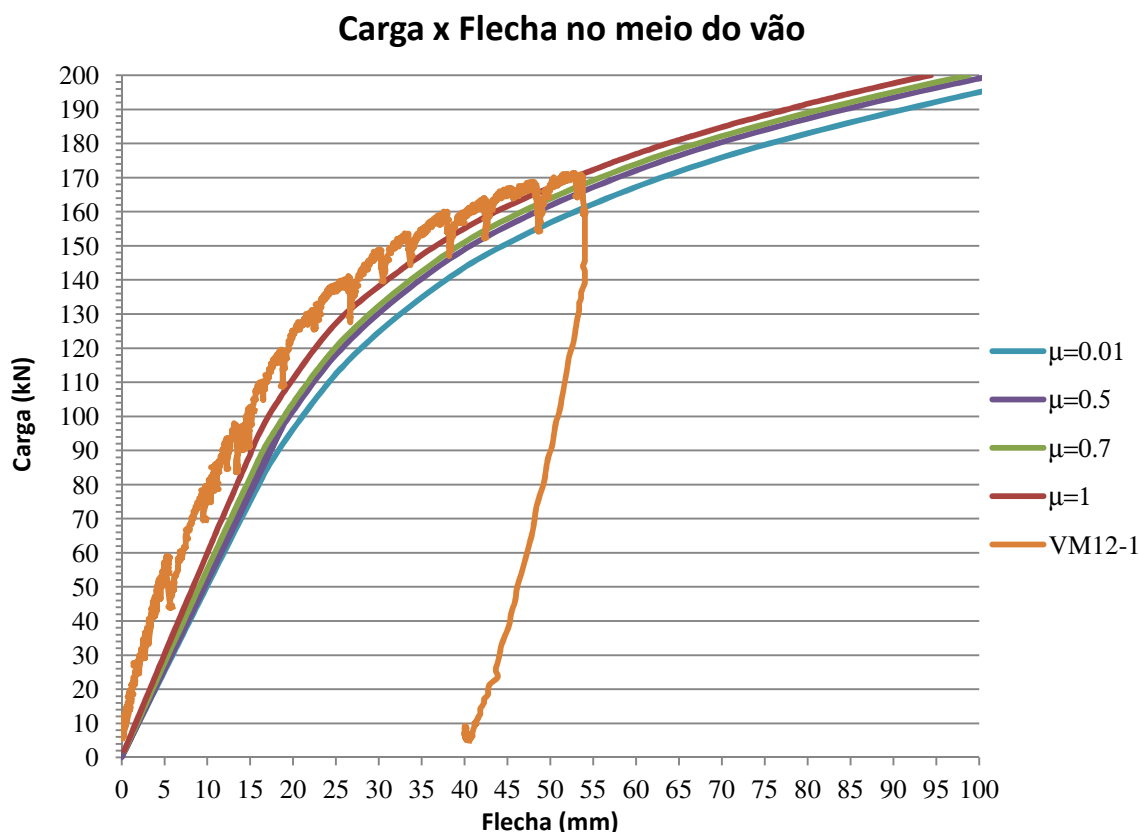


FIGURA 6.1 – Gráfico carga x flecha no meio do vão – Comparação dos resultados.

A FIGURA 6.2 mostra as deformações na seção transversal média nos modelos numéricos de vigas mistas, com e sem a presença do atrito.

Na FIGURA 6.3 têm-se as deformações para todos os modelos numéricos e na FIGURA 6.4 a comparação das vigas do modelo numérico com os valores medidos no ensaio da viga mista correspondente. As deformações correspondem à carga última.

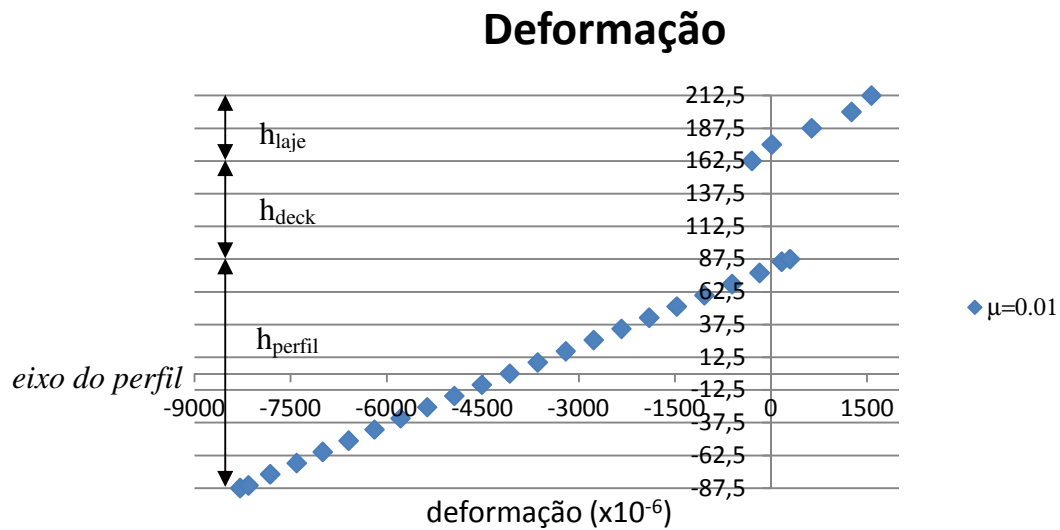


FIGURA 6.2 – (a) Deformação na seção transversal média – $\mu=0$.

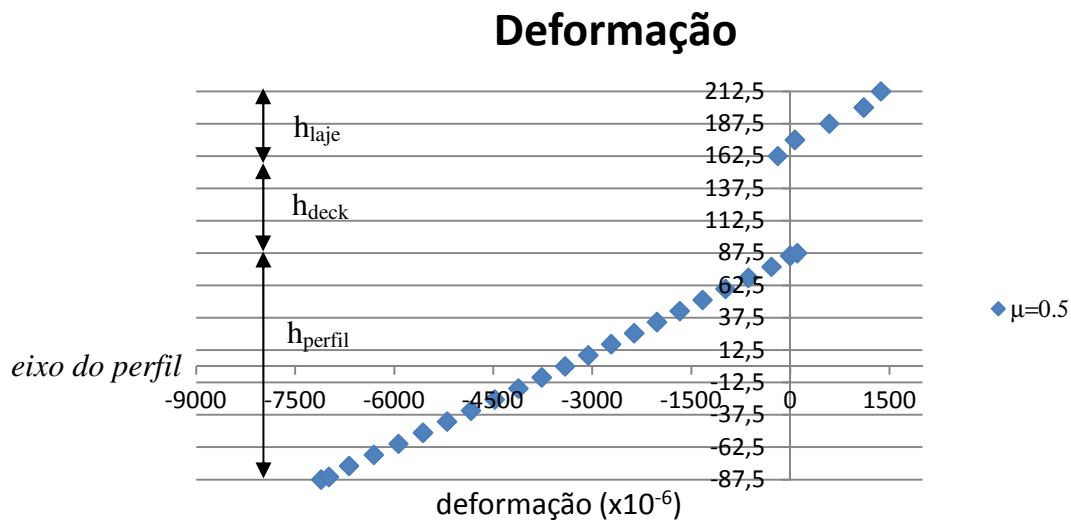


FIGURA 6.2 – (b) Deformação na seção transversal média – $\mu=0,5$.

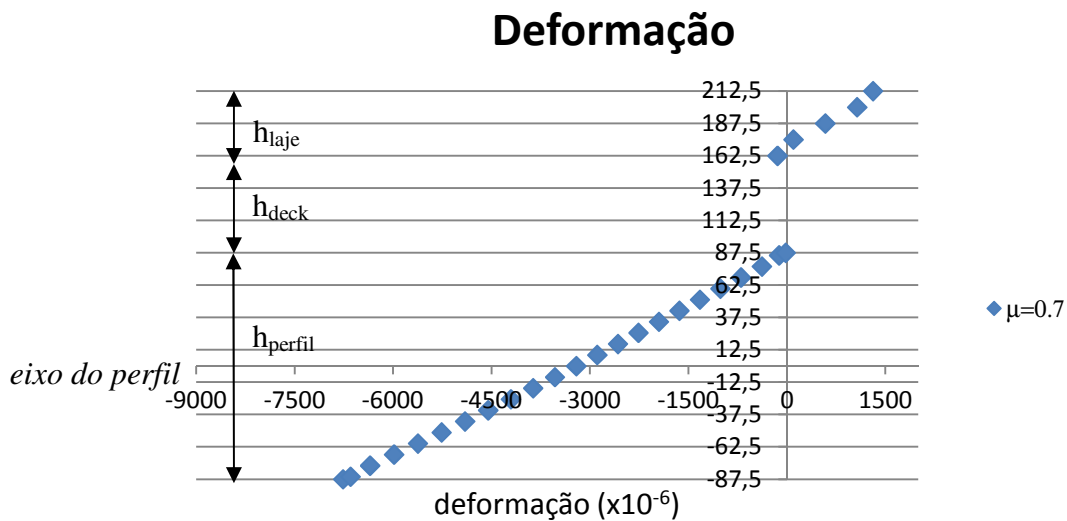


FIGURA 6.2 – (c) Deformação na seção transversal média – $\mu=0,7$.

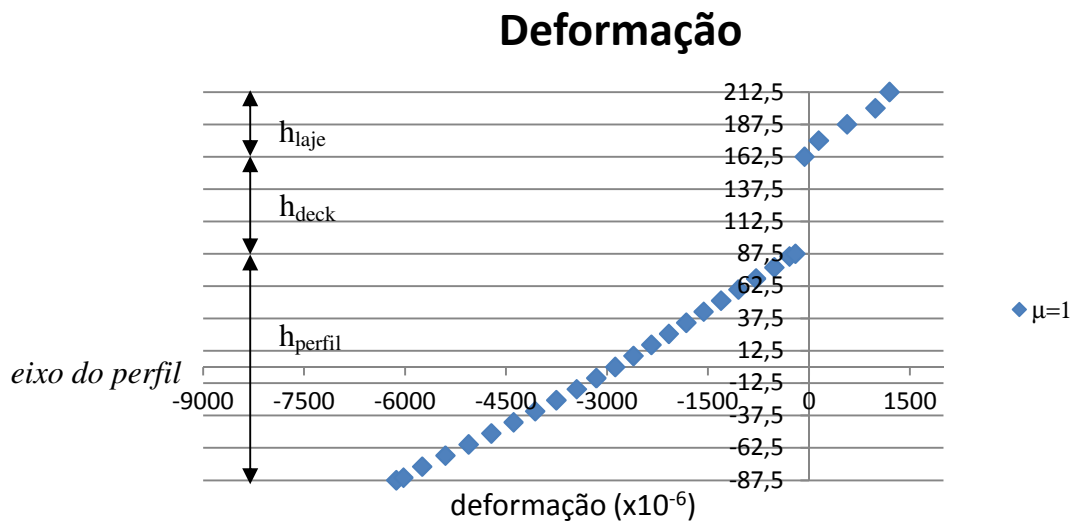


FIGURA 6.2 – (d) Deformação na seção transversal média – $\mu=1$.

FIGURA 6.2 – Deformação na seção transversal média.

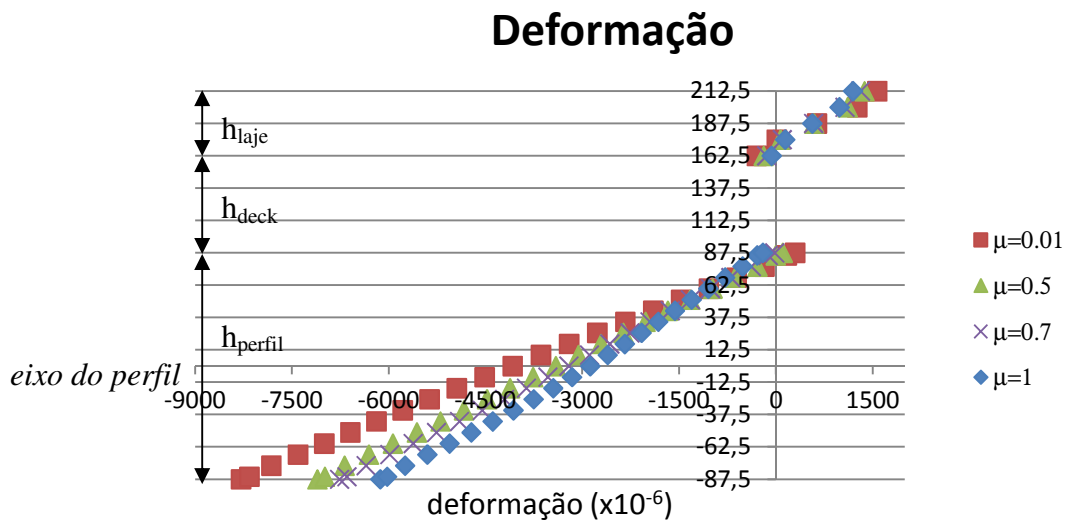


FIGURA 6.3 – Deformação na seção transversal média – Todos os casos.

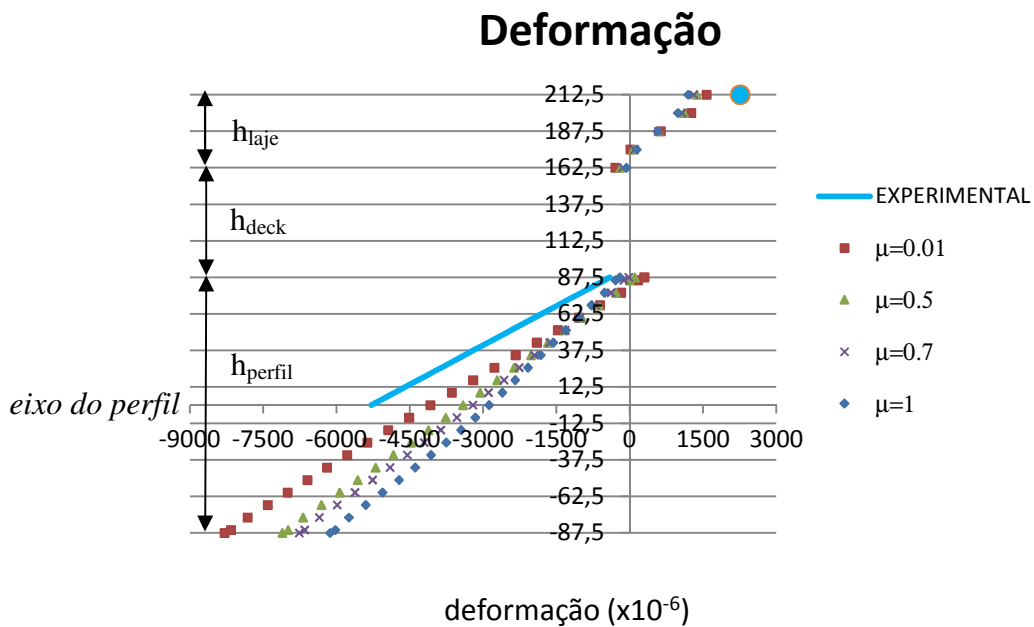


FIGURA 6.4 – Deformação na seção transversal média – Comparação com resultados experimentais – Todos os casos de atrito.

7

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

7.1 Conclusões

O presente trabalho analisou teórica e numericamente vigas mistas de aço e concreto simplesmente apoiadas, com ênfase na interface entre o aço e o concreto. Os resultados numéricos obtidos, comparados com resultados teóricos e experimentais, demonstram que os elementos finitos escolhidos, bem como a geometria e as definições de processamentos, atenderam ao esperado.

A utilização de elementos bidimensionais, com espessura perpendicular ao plano do modelo, apresentou-se satisfatória. É interessante a utilização desse tipo de artifício, uma vez que nas análises em duas dimensões o processamento é mais rápido, e a interpretação dos resultados é mais simples.

Mostra-se que o atrito passa a ser importante quando o vão é curto e os conectores são muito flexíveis ou o grau de interação é muito baixo. Observa-se que para o caso 03

(vão de 3,5 m com interação completa), a carga resistida pelo atrito corresponde a 31% da carga horizontal total desenvolvida na interface, e para o caso 01 (vão de 7 m), a carga resistida pelo atrito foi de 15% da carga total. Nas análises com interação parcial, nos casos 07 e 05, a carga resistida pelo atrito foi de 48% e 22% da carga total respectivamente.

A ductilidade e a flexibilidade dos conectores de cisalhamento também foram levadas em conta nas análises de vigas mistas. Concluiu-se que vigas mistas com conectores flexíveis podem atingir interação completa se os conectores tiverem ductilidade suficiente para atingir a resistência necessária para suportar os esforços horizontais na interface entre a laje e o perfil, mesmo com grandes deslizamentos. Os conectores de cisalhamento formados por parafuso sextavado instalado em rebite com rosca interna são exemplos de conectores dúcteis e flexíveis, pois não apresentam redução de resistência para valores elevados de escorregamento relativo entre a laje e o perfil.

Por meio das comparações dos resultados numéricos com os resultados experimentais concluiu-se que o atrito existente na interface entre o aço e o concreto em vigas mistas é grande, podendo ser levado em conta no cálculo da resistência última da viga e principalmente nas análises de estado limite de serviço. Entretanto, devida atenção deve ser dada ao fato de que o comportamento de uma viga mista em um piso completo é diferente do obtido em ensaio, porque parte da carga aplicada na laje é transferida para as vigas transversais à viga analisada. Se essa transferência for relevante, a influência do atrito é inferior à que ocorre na ausência de vigas transversais.

Salienta-se que a expressão do momento de inércia efetivo dada pela NBR 8800: 2008 para interação parcial só leva em conta a resistência dos conectores e não sua flexibilidade. Dessa forma, em geral, o cálculo de flechas de vigas mistas baseado na expressão da norma fica subestimado.

É sabido que os conectores instalados em uma viga mista apresentam comportamento diferente do obtido em ensaios do tipo “push test”. Parte da diferença de comportamento deve-se ao atrito na interface entre a laje e o perfil, presente na viga e ausente no

“push test”. Os ensaios “push test” são interessantes para se conhecer a resistência ao cisalhamento dos conectores, mas são insuficientes, quando o objetivo é conhecer a resistência da viga mista.

O uso de conectores muito flexíveis ou de grau muito baixo de interação pode conduzir a colapso dos conectores, caso eles não tenham ductilidade suficiente, ou a deformações inaceitáveis das vigas mistas. Por isso é importante que os conectores sejam dúcteis, pois ocorrem grandes deslizamentos quando se usa esse tipo de conector.

Observam-se diferenças importantes nas respostas dos conectores junto aos apoios, nas formulações discretas (MEF) e contínuas (equação diferencial). Isso acontece porque a maior parte da carga horizontal desenvolvida na interface é resistida na região dos apoios. Nas formulações contínuas, a carga horizontal é distribuída na interface e nos modelos discretos, devido ao espaçamento entre os conectores e os elementos que representam o atrito, a concentração da força horizontal nos elementos junto ao apoio é mais pronunciada.

7.2 Sugestões para trabalhos futuros

Para trabalhos futuros sugere-se:

- estudo de ajuste na expressão de I_{ef} dada na NBR 8800:2008;
- estudos de vigas mistas contínuas e semicontínuas, considerando a flexibilidade dos conectores de cisalhamento e o atrito na interface laje-perfil;
- realização de ensaios experimentais de vigas mistas idênticas, porém, com e sem atrito na interface (já em andamento no DEES da EEUFMG);
- determinação de solução analítica ou numérica da equação diferencial de 3ª ordem que rege o problema de flexibilidade dos conectores e atrito na interface entre o aço e o concreto. Consideração de outros casos de carregamento, além da carga uniformemente distribuída.

8

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANSI/ASCE 3-91 (1992). *Standard for the Structural Design American Society of Civil Engineers*. New York, December.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). NBR 8800: 2008. *Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios*. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). NBR 8800: 1986. *Projeto e execução de estruturas de aço de edifícios*. Rio de Janeiro.

ANSYS Versão 11.0. Documentation. ANSYS, Inc.

AL-ALMERY, R. I. M.; ROBERTS, T. M. (1990). Nonlinear finite difference analysis of composite beams with partial interaction. *Computers & Structures*. V.35, N.1, P.81-87.

ALVA, G. M. S. (2000). *Sobre o projeto de edifícios em estrutura mista aço-concreto*. 277p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

ALVES, V. C. G. (2000). *Ligações mistas aço-concreto, viga-pilar e viga-viga, com resistência parcial*. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

ARIZUMI, Y.; RAMADA S. (1980). Elastic-plastic analysis of composite beams with incomplete interaction by finite element method. *Computers & Structures*. V.14, N.56, P.453-462.

BAIÃO FILHO, O. T. (2003). *Estudo comparativo de respostas estruturais antes da cura do concreto de fôrmas metálicas incorporadas às lajes*. 150p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

BASKAR, K.; SHANMUGAM, F.; THEVENDRAN, V. (2002). Finite element analysis of steelconcrete composite plate girder. *Journal of Structural Engineering – ASCE*. V.128, N.9, P. 1158-1168.

BREMER, C. F. (2007). *Vigas Mistas em Perfis Formados a Frio Com Lajes Mistas e Lajes Moldadas Sobre Painéis de Concreto Celular*. 283p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

BRENDOLAN, G. (2007). *Análise do comportamento e da resistência de um sistema de lajes com fôrma de aço incorporada*. 149p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

BUJNAK, J.; BOUCHAIR, A. (2005). Numerical model for steel concrete composite beam with partial shear connection. *Proceedings of Eurosteel*. V.B, S.4.3, P.19-25.

CAMPOS, P. C. (2001). *Efeito da continuidade no comportamento e na resistência de lajes mistas com fôrma de aço incorporada*. 143p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

CEOTTO SOBRINHO, B. (2002). *Deflexões de vigas mistas biapoiadas em condições de serviço: Análises de curta e longa duração*. 91p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Espírito Santo.

CHAPMAN, J.C.; BALAKRISHNAN, S. (1964). Experiments on composite beams. *The Structural Engineer*. V.42, N.11, P.369-383.

CHAVES, L. B. (2001). *Análise teórico-experimental das regiões de introdução de cargas em pilares mistos*. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

CORADI, P. E. L. (1997). *Análise pelo método dos elementos finitos de pisos mistos em aço e concreto para determinação de deslocamentos*. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

COSTA, R. E. N. (2005). *Comportamento de pilares mistos preenchidos com concreto refratário de alto desempenho à temperatura ambiente e em situação de incêndio*. 158p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

COSTA, R. S. (2009). *Análise de um sistema de lajes mistas considerando a influência do atrito dos apoios e a avaliação do momento de inércia efetivo*. 179p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

DAVID, D. L. (2003). *Vigas mistas com laje treliçada e perfis formados a frio: análise do comportamento estrutural*. 218p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Goiás. Goiânia.

DAVIES, C. (1969). Tests on half-scale steel-concrete composite beams with welded stud connectors. *The Structural Engineer*. V.47, N.1, P.29-40.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (2004). EN 1994-1-1: Eurocode 4 – *Design of composite steel and concrete structures*. Part 1-1: General rules and rules for buildings. Brussels.

FAELLA C., MARTINELLI E, NIGRO E. (2003). Shear connection nonlinearity and deflections of steel-concrete composite beams: a simplified method. *Journal of Structural Engineering* – ASCE. P.12-20, January.

FAELLA C., MARTINELLI E, NIGRO E. (2008) Analysis of steel–concrete composite PR-frames in partial shear interaction: A numerical model and some applications. *Engineering Structures*. V.30, P. 1178-1186.

FIGUEIREDO, L. M. B. (2004) *Ligações mistas viga-pilar: análise teórica e experimental*. 253p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

GATTESCO, N. (1999) Analytical modeling of nonlinear behavior of composite beams with deformable connection. *Journal of Constructional Steel Research*. V.52, P.195-218.

GOMES, L. C. (2001). *Estudo do sistema de lajes mistas com fôrma de aço incorporada empregando concreto estrutural leve*. 165p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

HIRST, M. J. S.; YEO, M. F. (1979). The analysis of composite beams using standard finite element programs. *Computers & Structures*. V.11, N.3, P.233-237.

JASIM, N. A. (1999). Deflections of partially composite beams with linear connector density. *Journal of Constructional Steel Research*. V.49, P.241-254.

JOHNSON, R. P. (2004). Composite structures of steel and concrete. *Blackwell Scientific Publications*. V.1, 2.ed. Oxford.

KIRCHHOF, L. D. (2004). *Uma contribuição ao estudo de vigas mistas aço-concreto simplesmente apoiadas em temperatura ambiente e em situação de incêndio*. 143p.

Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

KOTINDA, T. I. (2006). *Modelagem numérica de vigas mistas aço-concreto simplesmente apoiadas: ênfase ao estudo da interface laje-viga*. 116p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

LIANG, Q. Q.; UY, B.; BRADFORD, M. A.; RONAGH, H. R. (2004). Ultimate strength of continuous composite beams in combined bending and shear. *Journal of Constructional Steel Research*. V.60, P.1109-1128.

MACHADO, R. M. (1998). *Estudo teórico experimental de elementos estruturais de perfis de aço e mistos*. 134p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto.

MAINES, A. (1989) *Análise não linear de vigas mistas*. 139p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

MALITE, M. (1990) *Sobre o cálculo de vigas mistas aço-concreto: ênfase em edifícios*. 144p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

MALITE, M. (1993) *Análise do comportamento estrutural de vigas mistas aço-concreto constituídas por perfis de chapa dobrada*. 253p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

MANTOVANI, E. C. (2006). *Comportamento de pilares mistos, com ênfase na zona de introdução de cargas*. 225p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

MATA, L. A. C. (2005). *Método de análise de sistemas deslocáveis com ligações mistas de aço e concreto, fundamentado teórica e experimentalmente*. 277p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

MELO, C. B. F. (1999). *Análise do comportamento e da resistência do sistema de lajes mistas*. 141 p. Dissertação (Mestrado) – Escola Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

MERGULHÃO, A. J. R. (1994). *Comportamento de vigas mistas constituídas por perfis de aço preenchidas com concreto armado*. 96p. Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

NIE, J.; CAI, C. S. (2003). Steel-composite beams considering shear slip effects. *Journal of Structural Engineering* – ASCE. V.129, N.4, P.495-506, April.

NÓBREGA, A. P. M. (2003). *Análise do Comportamento de pilares mistos aço-concreto em situação de incêndio*. 234 p. Dissertação (Mestrado) – Escola Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

OLLGAARD, J. G.; SLUTTER, R. G.; FISHER, J. W. (1971). Shear strength of stud connectors in lightweight and normal weight concrete. *Engineering Journal – AISC*. P.55-64, April.

OLIVEIRA, A. F. N. (2007) *Análise do comportamento de um conector de cisalhamento em chapa dentada para sistemas de pisos mistos com pré-laje de concreto*. 116p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

OLIVEIRA, L. A. F. (2001). *Estudo do comportamento e da resistência das vigas mistas aço-concreto constituídas por perfis formados a frio e lajes pré-fabricadas*. 108p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

OVEN, V. A.; BURGESS, I. W.; PLANK, R. J.; ABUD WALI, A. A. (1997). An analytical model for the analysis of composite beams with partial interaction. *Computers & Structures*. V.62, N.3, P.493-504.

PIRES, V. H. S. (2003). *Automação do cálculo de vigas mistas semicontínuas incluindo ligações mistas*. 198p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

PORCO, G.; SPADEA, G.; ZINNO, R. (1994). Finite element analysis and parametric study of steel-concrete composite beams. *Cement & Concrete Composites*. V.16, N.4, P.261-272.

QUEIROZ, F. D.; (2003). *Modelo para análise de pilares mistos pelo método dos elementos finitos*. 189p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

QUEIROZ, F. D.; QUEIROZ, G.; NETHERCOT, D. A. (2009a). Two-dimensional FE model for evaluation of composite beam, I: Formulation and validation. *Journal of Constructional Steel Research*. V.65, P.1055-1062.

QUEIROZ, F. D.; QUEIROZ, G.; NETHERCOT, D. A. (2009b). Two-dimensional FE model for evaluation of composite beam, II: Parametric study. *Journal of Constructional Steel Research*. V.65, P.1063-1074.

QUEIROZ, F. D.; VELLASCO, P. C. G. S.; NETHERCOT, D. A. (2005). Structural assessment of composite beams using the finite element method. *Proceedings of Eurosteel*. V.B, S.4.3, P.49-59.

QUEIROZ, G.; PEREIRA, S. S. R., MATA, L. A. C., SILVA, M. C. (2009c). Influence of friction at the slab/steel-profile interface and of the flexibility of shear connectors in

steel-concrete composite beams. In: 7th *Euromech Solid Mechanics Conference*. September. Lisboa.

QUEIROZ, G.; PIMENTA, R. J.; MATA, L. A. C. (2001). *Elementos das estruturas mistas aço-concreto*. 1^a Edição, Belo Horizonte: Editora: O Lutador, 366p.

QUINÓNEZ, V. F. A. (2007). *Comportamento de ligação mista viga – pilar em perfis formados a frio com conectores de parafuso e rebite com rosca interna*. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

RAZAQPUR, A. G.; NOFAL, M. (1989). Analytical modeling of nonlinear behavior of composite bridges. *Journal of Structural Engineering – ASCE*. V.116, N.6, P.1715-1733.

RIBEIRO, S. E. C. (1997). *Análise não linear de sistemas mistos pelo método dos elementos finitos, visando a obtenção de larguras efetivas e carregamentos de vigas no estado limite último*. 220p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

RODRIGUES, M. W. (2007). *Comportamento e resistência de uma viga de aço e concreto em perfil formado a frio em temperatura elevada de uma edificação de baixo custo*. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

SALARI, M. R.; SCAPONE, E.; SHING, P. B.; FRANGOPOL, D. M. (1998). Nonlinear analysis of composite beams with deformable shear connectors. *Journal of Structural Engineering – ASCE*. V.124, N.10, P.1148-1158.

SEBASTIAN, W. M.; MCCONNELL, R. E. (2000). Nonlinear FE analysis of steel-concrete composite structures. *Journal of Structural Engineering – ASCE*. V.126, N.6, P.662-674.

SILVA, H. J. F. (1999). *Análise do sistema de laje mista com forma incorporada aplicado a estruturas prediais em concreto armado*. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

SOUZA NETO, A. S. (2001). *Análise do comportamento e da resistência de um sistema de Lajes Mistas com ancoragem de extremidade com considerações sobre a fôrma de aço isolada e o atrito nos apoios*. 211p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

SLUTTER, R. G.; DRISCOLL, G. C. (1965). Flexural strength of steel-concrete composite beams. *Journal of the Structural Division – ASCE*. V.91, N.ST2, P.71-99.

TARANTINO, A. M.; DEZI, L. (1992). Creep effects in composite beams with flexible shear connectors. *Journal of Structural Engineering – ASCE*. V.118, N.08, P.2063-2081, August.

TENHOVUORI, A. (1996). Proceedings of an engineering foundation conference. Composite construction in steel and concrete III. Parameters and definitions for classifying the behavior of composite slabs. *American Society of Civil Engineers – ASCE*. New York.

TRISTÃO, G. A. (2002). *Comportamento de conectores de cisalhamento em vigas mistas aço-concreto com análise da resposta numérica*. 125p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

VELJKOVIC', M. (1993). Development of a new sheeting profile for composite floor. Experimental study and interpretation. *Research Report, Division of Steel Structures – Luleå University of Technology, Tuleå*. Swedish.

VERÍSSIMO, G. S. (1996). *Análise e comportamento de vigas de aço e vigas mistas com aberturas na alma*. 265p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

VERÍSSIMO, G. S. (2007). *Desenvolvimento de um conector de cisalhamento em chapa dentada para estruturas mistas aço e concreto e estudo do seu comportamento*. 316p Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

VIEIRA, F. J. R. (2001). *Estudo teórico-experimental de vigas mistas constituídas por perfis de aço preenchidos com concreto armado*. 170p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto.

VIEST, I. (1960). Review of research on composite steel-concrete beams. *Journal of the Structural Division – ASCE*. V.86, ST.6. P.1-21.