

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS  
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

**CÁLCULO E DETALHAMENTO DE LAJES E VIGAS  
EM CONCRETO ARMADO DO ANDAR TIPO DE UM  
EDIFÍCIO RESIDENCIAL**

SHIRLEI COSTA DE OLIVEIRA

## ÍNDICE

<u>ITEM</u>	<u>DESCRIÇÃO</u>	<u>FOLHA</u>
1	INTRODUÇÃO	3
2	OBJETIVO	3
3	PROGRAMAS UTILIZADOS	3
4	DESENVOLVIMENTO	4
5	CONCLUSÃO	39
6	NORMAS / BIBLIOGRAFIA ADOTADAS	40
7	ANEXO	40

## **1. INTRODUÇÃO**

A UNIÃO DO CONCRETO COM O AÇO FORMA, ATRAVÉS DA ADERÊNCIA, UMA PEÇA EM CONCRETO ARMADO QUE RESISTE TANTO AOS ESFORÇOS DE COMPRESSÃO QUANTO DE TRAÇÃO.

APESAR DO PESO ESPECÍFICO ELEVADO EM RELAÇÃO AO AÇO, DA DIFICULDADE DE EXECUÇÃO DE REFORMAS E ADAPTAÇÕES, DA FACILIDADE EM CONDUZIR CALOR E DA NECESSIDADE DE FÔRMAS E ESCORAMENTOS (QUANDO NÃO PREMOLDADOS), O CONCRETO ARMADO APRESENTA VANTAGENS COMO: BOA RESISTÊNCIA À MAIORIA DAS SOLICITAÇÕES, BOA TRABALHABILIDADE, EXECUÇÃO DOMINADA NO PAÍS, ECONOMIA EM DIVERSAS SITUAÇÕES EM RELAÇÃO AO AÇO E DURABILIDADE, SE EXECUTADO DE ACORDO COM A NORMA.

AS ESTRUTURAS USUAIS DE CONCRETO ARMADO SÃO SISTEMAS COMPOSTOS POR ELEMENTOS ESTRUTURAIS COMO LAJES, VIGAS, PILARES E FUNDAÇÕES.

A DISCRETIZAÇÃO EM ELEMENTOS FACILITA O CÁLCULO PARA O DIMENSIONAMENTO. SE NÃO ADOTADA, REQUER A NECESSIDADE DE PROGRAMAS ESPECÍFICOS PARA TAL FIM. LOGO, UMA SIMPLES ESTRUTURA PODE SER ANALISADA CONSIDERANDO QUE A LAJE DE CONCRETO SUPORTA SEU PESO, OS REVESTIMENTOS E MAIS ALGUMA CARGA ACIDENTAL; AS VIGAS RECEBEM OS ESFORÇOS DA LAJE E OS TRANSMITEM, COM SEU PRÓPRIO PESO E ALVENARIA (SE HOVER), PARA OS PILARES; ESTES RECEBEM TODAS AS CARGAS E AS TRANSMITEM, TAMBÉM COM SEU PESO, PARA AS FUNDAÇÕES.

## **2. OBJETIVO**

O PRESENTE TRABALHO TEM COMO OBJETIVO APRESENTAR, COM BASE EM ESTUDOS QUE SIMPLIFICAM OS PROCESSOS FÍSICOS E MATEMÁTICOS DISPONÍVEIS, O CÁLCULO E DETALHAMENTO DAS LAJES E DAS VIGAS V1, V5 E V6 DA FÔRMA ABAIXO.

## **3. PROGRAMAS UTILIZADOS**

**FTOOL** - PARA A DETERMINAÇÃO DOS DIAGRAMAS DE ESFORÇO CORTANTE E MOMENTO FLETOR.

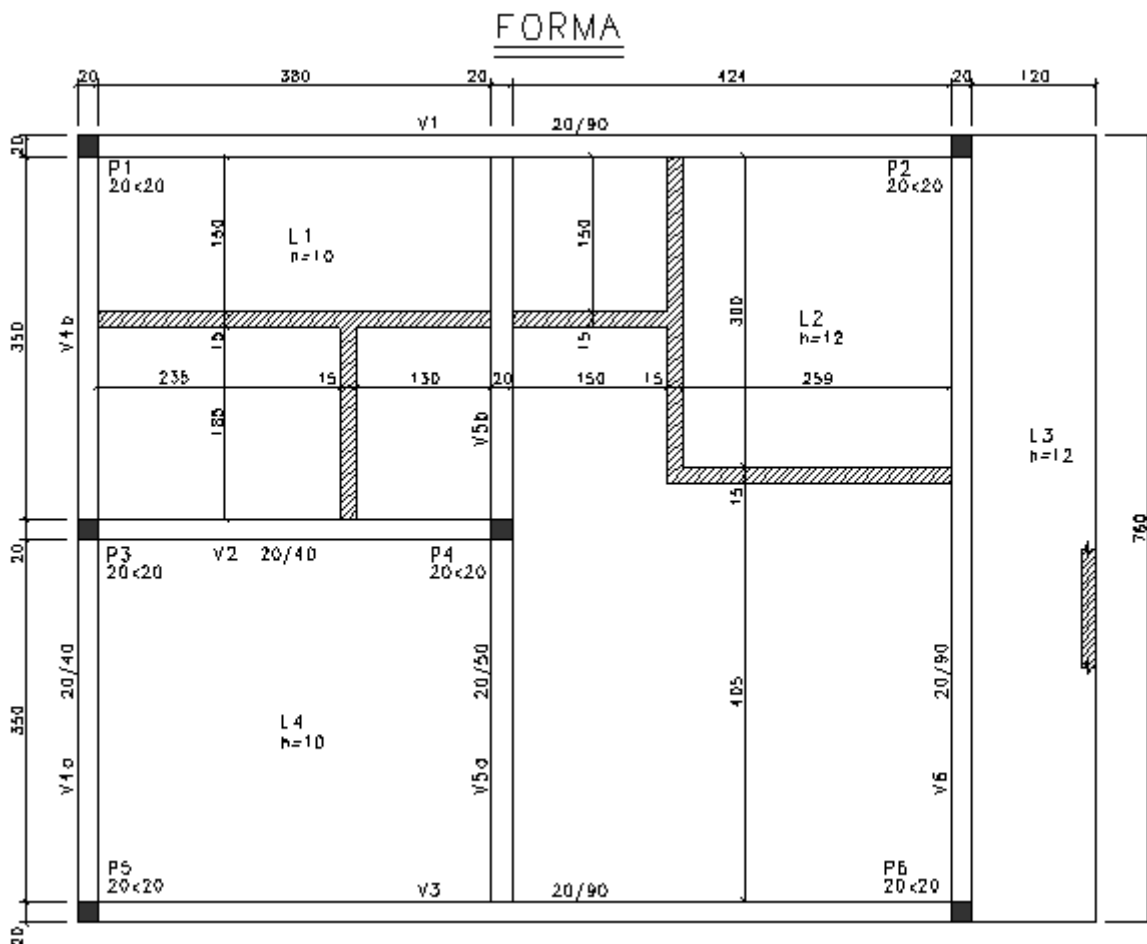
**CAD TQS** - PARA O DESENHO DE DETALHAMENTO DOS ELEMENTOS.

## 4. DESENVOLVIMENTO

A PLANTA DE FORMAS APRESENTA QUATRO LAJES (L1, L2, L3 E L4) QUE SERÃO APOIADAS NAS VIGAS V1 À V6.

### DIMENSÕES ESTIMADAS PARA LAJES E VIGAS

LAJES (cm)	VIGAS (cm)
L1=10	V1=20/90
L2=12	V2=20/40
L3=12	V3=20/90
L4=10	V4=20/40
	V5=20/50
	V6=20/90



**DADOS :**

- $f_{ck}=25$  MPa
- AÇO CA-50/60
- OBRA RESIDENCIAL
- SOBRECARGA =  $2\text{ kN/M}^2$
- REVESTIMENTO =  $1\text{ kN/M}^2$
- ALVENARIA  $0,15 \times 2,80$  TIJOLOS FURADOS SOBRE TODAS AS VIGAS
- LAJE EM BALANÇO: ALVENARIA  $0,15 \times 1,20$  TIJOLO FURADO
- REGIME ELÁSTICO
- $N = \text{DOIS ÚLTIMOS ALGARIMOS DA MATRÍCULA} = 44$
- $\gamma_{\text{CONC}} = 25$  kN/M<sup>3</sup>
- $\gamma_{\text{TIJOLO}} = 13$  kN/M<sup>3</sup>
- $E_s = 210000$  MPa =  $21000$  kN/cm<sup>2</sup>

**LAJES**

AS LAJES DEVEM SER CALCULADAS PARA SUPOORTAR TODO CARREGAMENTO ATUANTE SOBRE ELAS E RESISTIR AOS ESFORÇOS PROVOCADO POR ESSE CARREGAMENTO.

O CÁLCULO ENGLOBA O DIMENSIONAMENTO DA SUA ESPESSURA, A QUANTIDADE DE AÇO PARA AS ARMADURAS E A DIMENSÃO DE CADA BARRA. TODO PROCEDIMENTO DEVE LEVAR EM CONTA PARÂMETROS INICIAIS COMO: CARGAS, CONDIÇÕES DE APOIO, MATERIAIS UTILIZADOS, INTERAÇÃO ENTRE LAJES E CONDIÇÕES DE ESTABILIDADE.

*REAÇÕES E MOMENTOS DAS LAJES***PARA A LAJE L1**

- CARGAS:

$$PP = 1 \times 1 \times 0,10 \times 25 = 2,5 \text{ kN (CADA m}^2 \text{ DE LAJE PESA 2,5 kN)}$$

$$\text{REVESTIMENTO: } 1,0 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{CARGA ACIDENTAL (q)} = 2,0 \text{ kN/m}^2$$

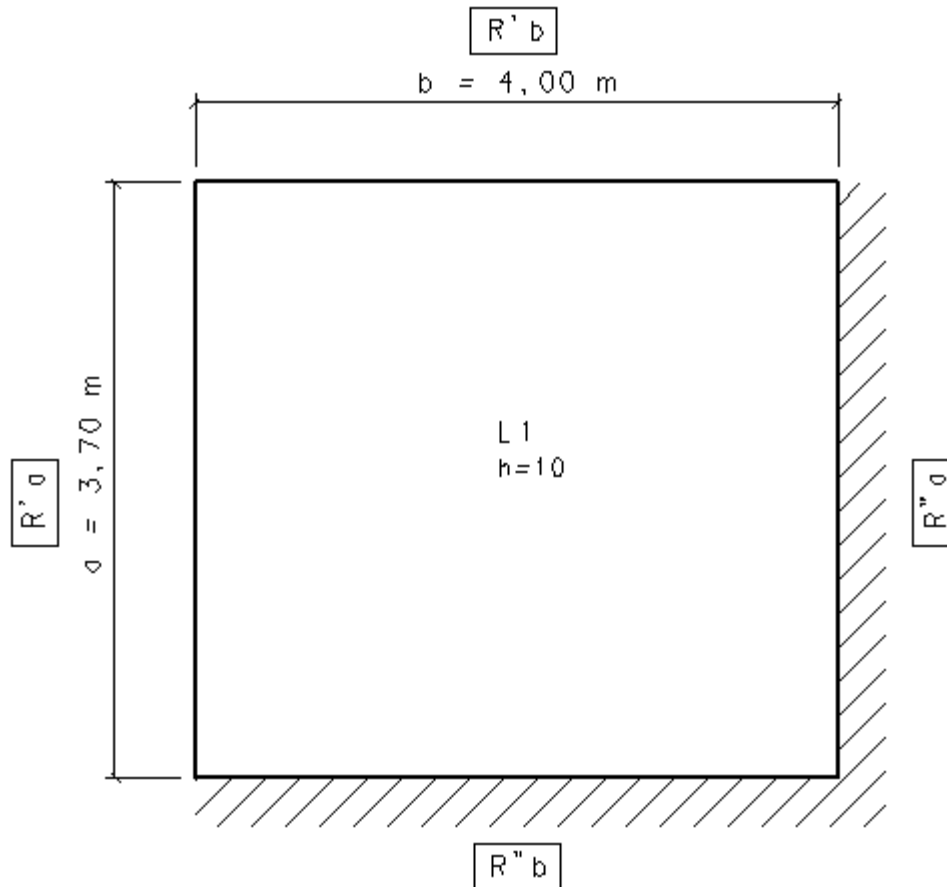
$$\text{ALVENARIA: } 0,15 \times 2,8 \times (3,8 + 1,85) \times 13 = 30,85 / (4 \times 3,7) = 2,08 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{CARGA PERMANENTE (g)} = 2,5 + 1 + 2,08 = 5,58 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{CARGA TOTAL (P)} = g + q = 5,58 + 2 = 7,58 \text{ kN/m}^2$$

• REAÇÕES E MOMENTOS:

$$\frac{b}{a} = \frac{4}{3,7} = 1,08 < 2 \therefore \text{laje armada em 2 direções}$$



$$p \cdot a = 7,58 \times 3,7 = 28,05 \text{ kN/m}$$

$$p \cdot a^2 = 7,58 \times 3,7^2 = 28,05 \text{ kN/m}$$

DE ACORDO COM A TABELA EM ANEXO:

$$R = r(p \cdot a)$$

$$r' a = 0,183$$

$$r'' a = 0,317$$

$$r' b = 0,1968 \text{ (VALOR INTERPOLADO)}$$

$$r'' b = 0,34 \text{ (VALOR INTERPOLADO)}$$

$$R' a = 0,183 \times 28,05 = 5,13 \text{ kN/m}$$

$$R'' a = 0,317 \times 28,05 = 8,89 \text{ kN/m}$$

$$R' b = 0,1968 \times 28,05 = 5,52 \text{ kN/m}$$

$$R'' b = 0,34 \times 28,05 = 9,54 \text{ kN/m}$$

DE ACORDO COM A TABELA EM ANEXO:

$$M = \frac{p \cdot a^2}{m} \text{ e } X = \frac{p \cdot a^2}{n}$$

$m_a = 32,48$  (VALOR INTERPOLADO)

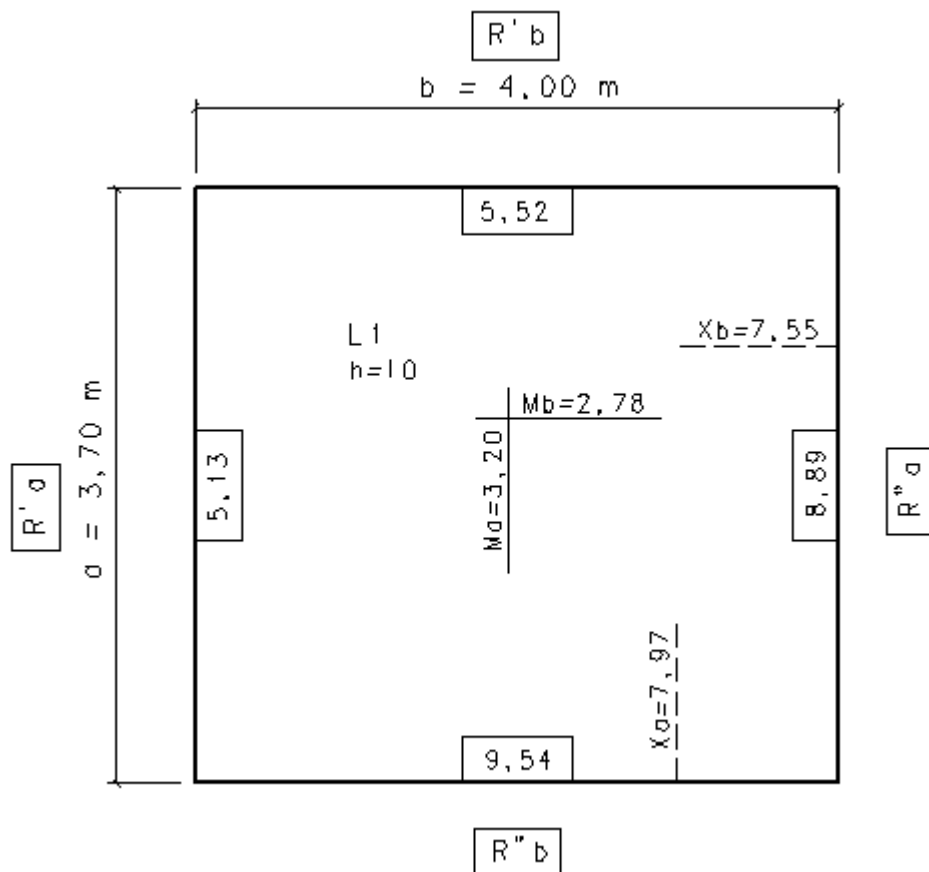
$m_b = 37,36$  (VALOR INTERPOLADO)

$n_a = 13,02$  (VALOR INTERPOLADO)

$n_b = 13,74$  (VALOR INTERPOLADO)

$$M_a = \frac{7,58 \times 3,7^2}{32,48} = 3,2 \text{ kN.m} \text{ e } M_b = \frac{7,58 \times 3,7^2}{37,36} = 2,78 \text{ kN.m}$$

$$X_a = \frac{7,58 \times 3,7^2}{13,02} = 7,97 \text{ kN.m} \text{ e } X_b = \frac{7,58 \times 3,7^2}{13,74} = 7,55 \text{ kN.m}$$



#### PARA A LAJE L2

- CARGAS:**

PP =  $1 \times 1 \times 0,12 \times 25 = 3,0 \text{ kN}$  (CADA  $\text{m}^2$  DE LAJE PESA  $3,0 \text{ kN}$ )

REVESTIMENTO:  $1,0 \text{ kN/m}^2$

CARGA ACIDENTAL ( $q$ ) =  $2,0 \text{ kN/m}^2$

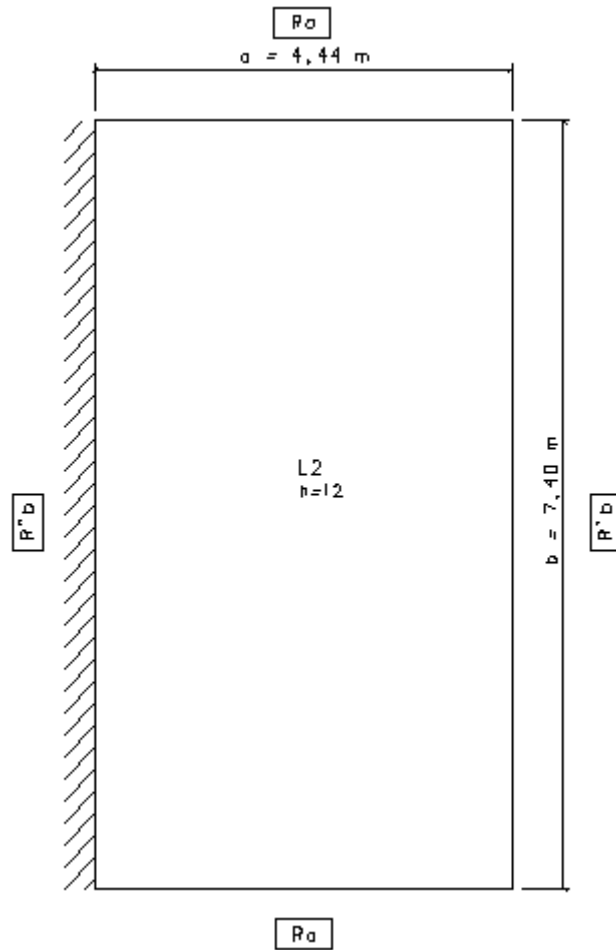
ALVENARIA:  $0,15 \times 2,8 \times (3 + 1,5 + 2,74) \times 13 = 39,53 / (4,44 \times 7,5) = 1,19 \text{ kN/m}^2$

CARGA PERMANENTE (g) = 3+1+1,19 = 5,19 kN/m<sup>2</sup>

CARGA TOTAL (P) = g + q = 5,19+2 = 7,19 kN/m<sup>2</sup>

- REAÇÕES E MOMENTOS:

$$\frac{b}{a} = \frac{7,40}{4,44} = 1,67 < 2 \therefore \text{laje armada em 2 direções}$$



$$p \cdot a = 7,19 \times 4,44 = 31,92 \text{ kN/m}$$

$$p \cdot a^2 = 7,19 \times 4,44^2 = 141,74 \text{ kN/m}$$

DE ACORDO COM A TABELA EM ANEXO:

$$R=r(p \cdot a)$$

$$r'a = 0,183$$

$$r'b = 0,287$$

$$r''b = 0,497$$

$$R'a = 0,183 \times 31,92 = 5,84 \text{ kN/m}$$

$$R'b = 0,287 \times 31,92 = 9,16 \text{ kN/m}$$

$$R''b = 0,497 \times 31,92 = 15,86 \text{ kN/m}$$



DE ACORDO COM A TABELA EM ANEXO:

$$M = \frac{p \cdot a^2}{m} \text{ e } X = \frac{p \cdot a^2}{n}$$

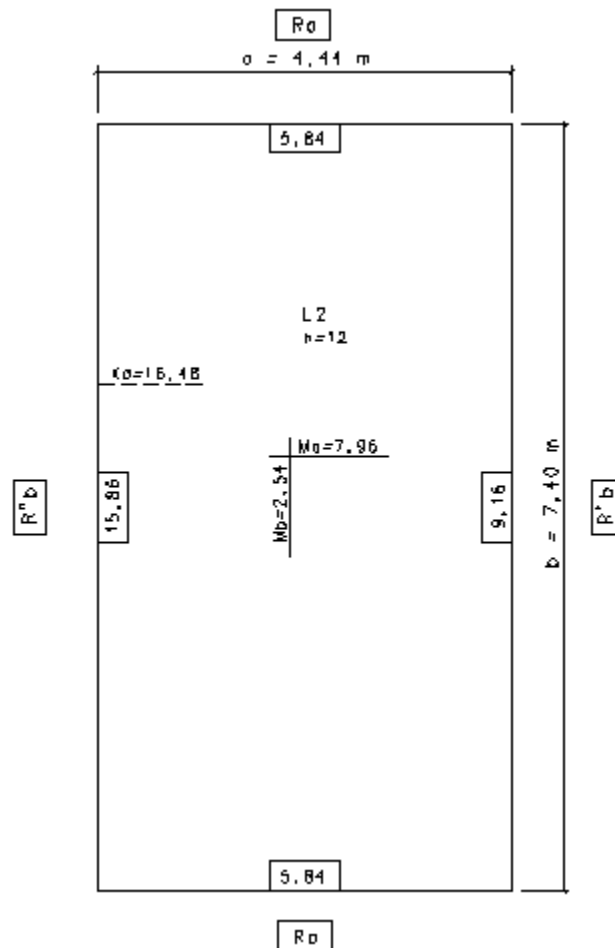
$$m_a = 17,8$$

$$m_b = 55,8$$

$$n_a = 8,6$$

$$M_a = \frac{7,19 \times 4,44^2}{17,8} = 7,96 \text{ kN.m} \text{ e } M_b = \frac{7,19 \times 4,44^2}{55,8} = 2,54 \text{ kN.m}$$

$$X_a = \frac{7,19 \times 4,44^2}{8,6} = 16,48 \text{ kN.m}$$



### PARA A LAJE L3

- CARGAS:

$$PP = 1 \times 1 \times 0,12 \times 25 = 3,0 \text{ kN} \text{ (CADA } m^2 \text{ DE LAJE PESA } 3,0 \text{ kN)}$$

$$\text{REVESTIMENTO: } 1,0 \text{ kN}/m^2$$

$$\text{CARGA ACIDENTAL (q)} = 2,0 \text{ kN}/m^2$$

$$\text{ALVENARIA}_{(7,40m)}: 0,15 \times 1,2 \times 13 = 2,34 \text{ kN}/m$$

ALVENARIA<sub>(1,30)</sub>:  $[2 \times (0,15 \times 1,3 + 1,2 \times 13)] / (7,4 \times 1,3) = 0,63 \text{ kN/m}^2$

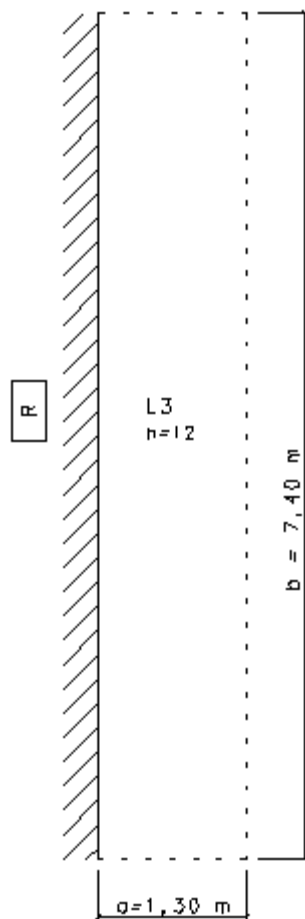
CARGA PERMANENTE (g) =  $3 + 1 + 0,63 = 4,63 \text{ kN/m}^2$

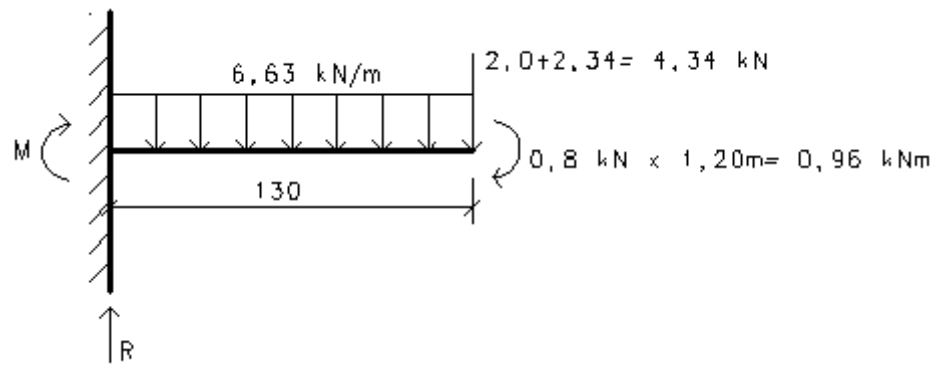
CARGA TOTAL (P) =  $g + q = 4,63 + 2 = 6,63 \text{ kN/m}^2$

- REAÇÕES E MOMENTOS:

$$\frac{b}{a} = \frac{7,40}{1,30} = 5,69 > 2 \therefore \text{laje armada em 1 direção}$$

OBS.: AO LONGO DOS PARAPEITOS E BALCÕES DEVEM SER CONSIDERADOS APLICADAS, UMA CARGA HORIZONTAL DE 0,8 kN/m NA ALTURA DO CORRIMÃO E UMA CARGA MÍNIMA DE 2 kN/m.



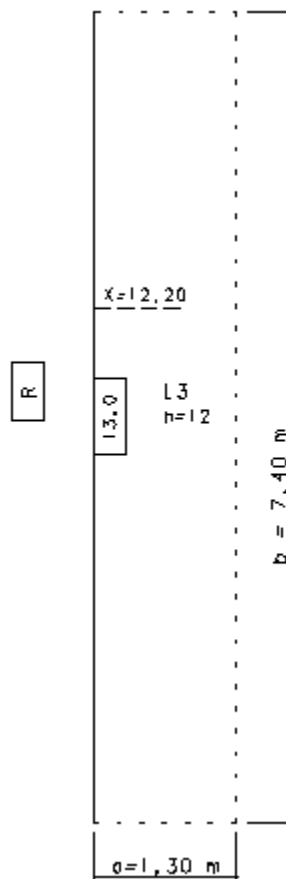


$$\sum V = 0$$

$$R_e - 6,63 \times 1,3 - 4,34 = 0 \rightarrow R \approx 13 \text{ kN}$$

$$\sum M = 0$$

$$M_e + [(6,63 \times 1,3) \times (1,3/2)] + (4,34 \times 1,3) + 0,96 = 0 \rightarrow M_e \approx -12,20 \text{ kN.m}$$



#### PARA A LAJE L4

- CARGAS:

PP =  $1 \times 1 \times 0,10 \times 25 = 2,5 \text{ kN}$  (CADA  $\text{m}^2$  DE LAJE PESA 2,5 kN)

REVESTIMENTO:  $1,0 \text{ kN/m}^2$

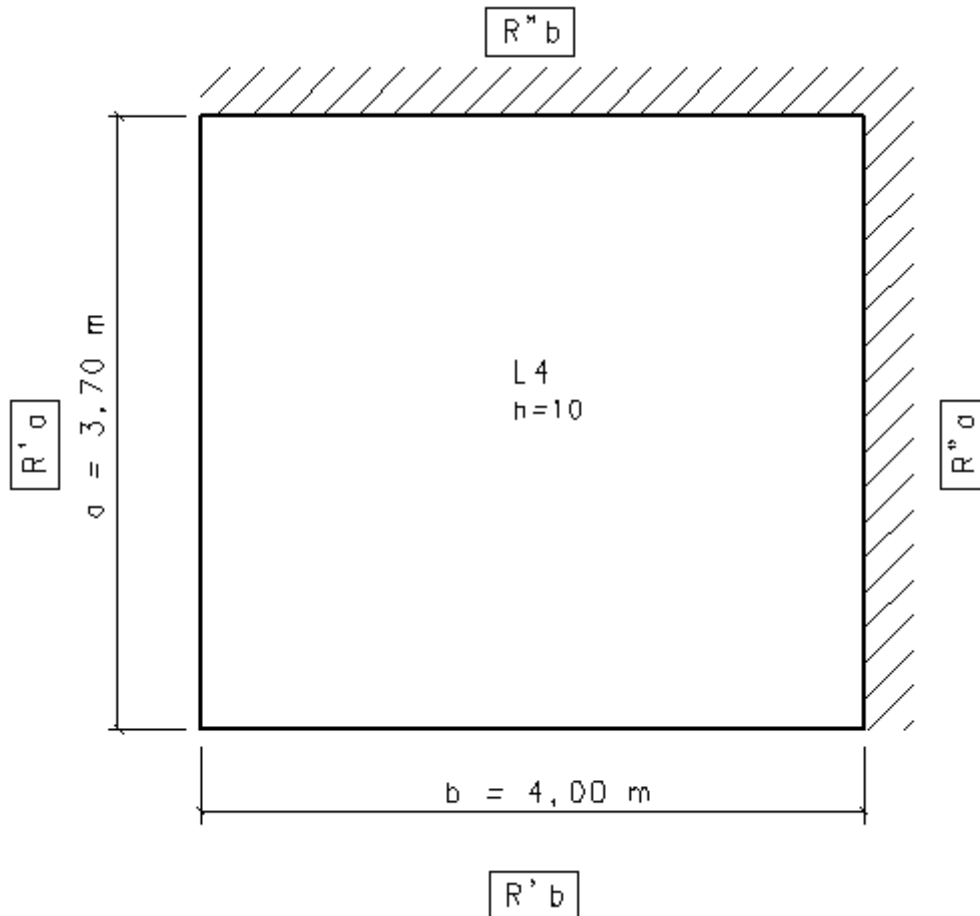
CARGA ACIDENTAL (q) =  $2,0 \text{ kN/m}^2$

CARGA PERMANENTE (g) = 2,5+1 = 3,5 kN/m<sup>2</sup>

CARGA TOTAL (P) = g + q = 3,5+2 = 5,5 kN/m<sup>2</sup>

- REAÇÕES E MOMENTOS:

$$\frac{b}{a} = \frac{4}{3,7} = 1,08 < 2 \therefore \text{laje armada em 2 direções}$$



$$p \cdot a = 5,5 \times 3,7 =$$

20,35 kN/m

$$p \cdot a^2 = 5,5 \times 3,7^2 = 75,29 \text{ kN/m}$$

DE ACORDO COM A TABELA EM ANEXO:

$$R=r(p \cdot a)$$

$$r'a = 0,183$$

$$r''a = 0,317$$

$$r'b = 0,1968 \text{ (VALOR INTERPOLADO)}$$

$$r''b = 0,34 \text{ (VALOR INTERPOLADO)}$$

$$R'a = 0,183 \times 20,35 = 3,72 \text{ kN/m}$$

$$R''a = 0,317 \times 20,35 = 6,45 \text{ kN/m}$$

$$R'b = 0,1968 \times 20,35 = 4 \text{ kN/m}$$

$$R''b = 0,34 \times 20,35 = 6,92 \text{ kN/m}$$

DE ACORDO COM A TABELA EM ANEXO:

$$M = \frac{p \cdot a^2}{m} \text{ e } X = \frac{p \cdot a^2}{n}$$

$$m_a = 32,48 \text{ (VALOR INTERPOLADO)}$$

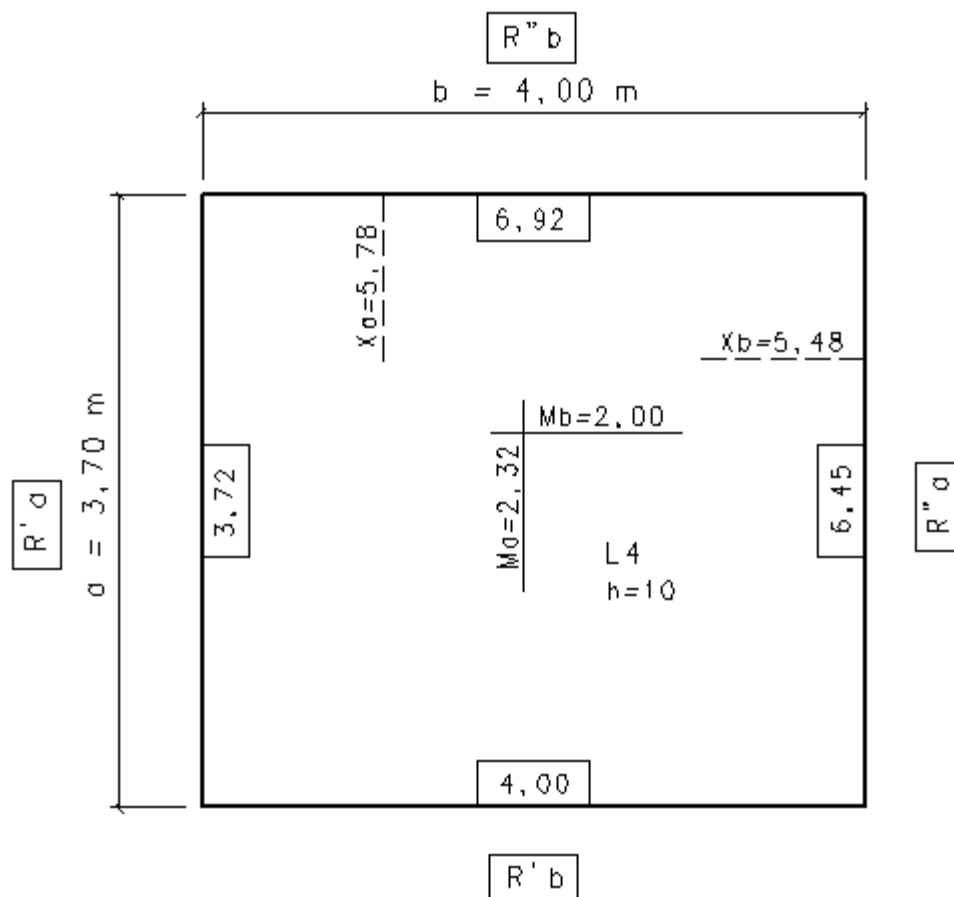
$$m_b = 37,36 \text{ (VALOR INTERPOLADO)}$$

$$n_a = 13,02 \text{ (VALOR INTERPOLADO)}$$

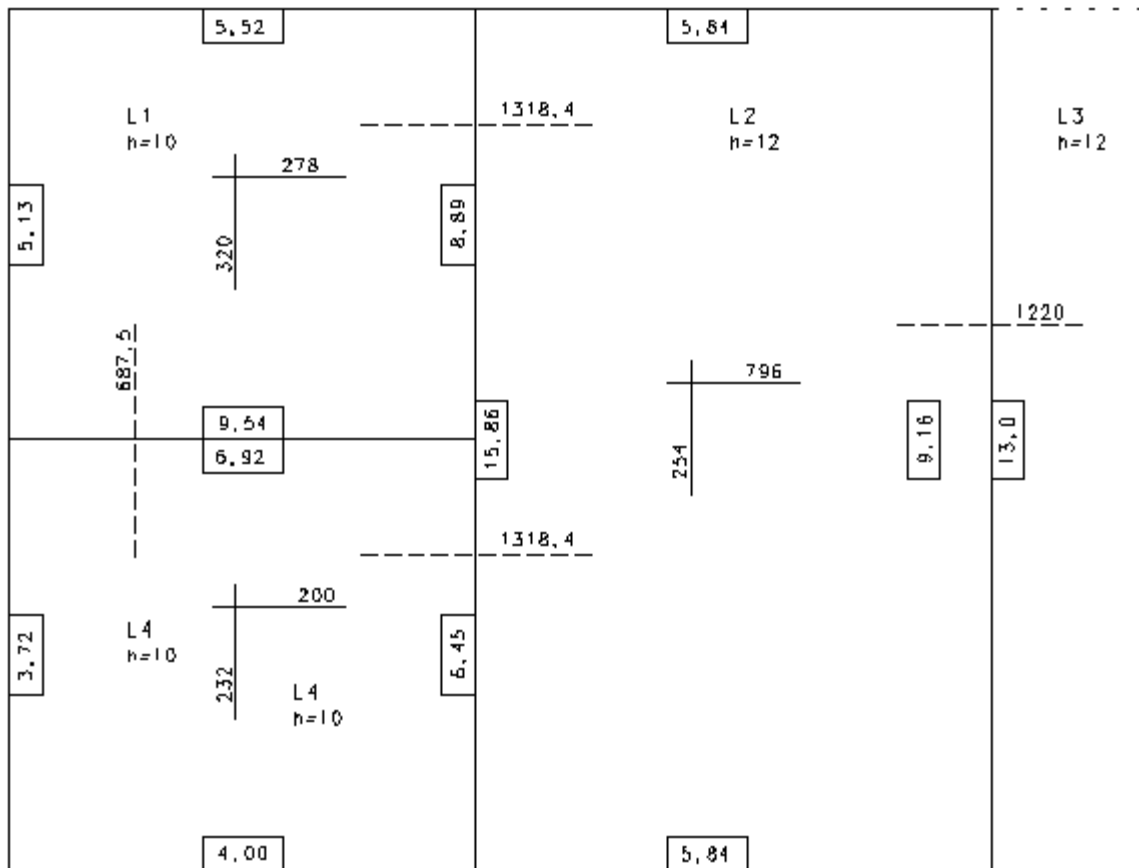
$$n_b = 13,74 \text{ (VALOR INTERPOLADO)}$$

$$M_a = \frac{5,5 \times 3,7^2}{32,48} = 2,32 \text{ kN.m} \text{ e } M_b = \frac{5,5 \times 3,7^2}{37,36} = 2,0 \text{ kN.m}$$

$$X_a = \frac{5,5 \times 3,7^2}{13,02} = 5,78 \text{ kN.m} \text{ e } X_b = \frac{5,5 \times 3,7^2}{13,74} = 5,48 \text{ kN.m}$$



DESENHO ESQUEMÁTICO DAS REAÇÕES NAS LAJES:



- COMPENSAÇÃO DOS NEGATIVOS:

$$X_{\text{final(L1,L2)}} \geq \begin{cases} 0,8 \times 1648 = 1318,4 \text{ kN.cm} \\ X_{\text{med}} = \frac{(755 + 1648)}{2} = 1201,5 \text{ kN.cm} \end{cases}$$

$$X_{\text{final(L1,L2)}} = 1318,4 \text{ kN.cm}$$

$$X_{\text{final(L1,L4)}} \geq \begin{cases} 0,8 \times 797 = 637,6 \text{ kN.cm} \\ X_{\text{med}} = \frac{(797 + 5 + 8)}{2} = 687,5 \text{ kN.cm} \end{cases}$$

$$X_{\text{final(L1,L4)}} = 687,5 \text{ kN.cm}$$

$$X_{\text{final(L4,L2)}} \geq \begin{cases} 0,8 \times 1648 = 1318,4 \text{ kN.cm} \\ X_{\text{med}} = \frac{(548 + 1648)}{2} = 1098 \text{ kN.cm} \end{cases}$$

$$X_{\text{final(L4,L2)}} = 1318,4 \text{ kN.cm}$$

- CÁLCULO DAS ARMADURAS E DETALHAMENTO:

AÇO CA-60

$$f_{yd} = \frac{60}{1,15} = 52,17 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_c = \sigma_{cd} = 0,85 \frac{f_{ck}}{1,4} = 0,85 \frac{2,5}{1,4} = 1,52 \text{ kN/cm}^2$$

**PARA A LAJE L1 E L4:**

$$d = h - 2,5 = 10 - 2,5 = 7,5 \text{ cm}$$

$$b_w \cdot h = 100 \times 10 \text{ cm}^2$$

**PARA A LAJE L2 E L3:**

$$d = h - 2,5 = 12 - 2,5 = 9,5 \text{ cm}$$

$$b_w \cdot h = 100 \times 12 \text{ cm}^2$$

\* **M= 320 kN.cm**

$$K = \frac{M_d}{f_c b d^2} = \frac{320 \times 1,4}{1,52 \times 100 \times 7,5^2} = 0,05 < K_L = 0,32 \therefore K' = K$$

$$A_s = A_{s1} = \frac{f_c b d}{f_{yd}} (1 - \sqrt{1 - 2K'}) = \frac{1,52 \times 100 \times 7,5}{52,17} (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,05})$$

$$A_s = 1,12 \text{ cm}^2$$

\* ARMADURA MÍNIMA PARA MOMENTO POSITIVO E LAJE ARMADA EM DUAS DIREÇÕES:

$$A_{s\text{MÍN}} = 0,10\% \times 100 \times 10 = 1 \text{ cm}^2/\text{m} \quad \text{OK!}$$

\* **X= 1318,4 kN.cm**

$$K = \frac{M_d}{f_c b d^2} = \frac{1318,4 \times 1,4}{1,52 \times 100 \times 7,5^2} = 0,22 < K_L = 0,32 \therefore K' = K$$

$$A_s = A_{s1} = \frac{f_c b d}{f_{yd}} (1 - \sqrt{1 - 2K'}) = \frac{1,52 \times 100 \times 7,5}{52,17} (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,22})$$

$$A_s = 5,50 \text{ cm}^2$$

\* ARMADURA MÍNIMA PARA MOMENTO NEGATIVO:

$$A_{s\text{MÍN}} = 0,15\% \times 100 \times 10 = 1,5 \text{ cm}^2/\text{m} \quad \text{OK!}$$

\* **X= 687,5 kN.cm**

$$K = \frac{M_d}{f_c b d^2} = \frac{687,5 \times 1,4}{1,52 \times 100 \times 7,5^2} = 0,11 < K_L = 0,32 \therefore K' = K$$

$$A_s = A_{s1} = \frac{f_c b d}{f_{yd}} (1 - \sqrt{1 - 2K'}) = \frac{1,52 \times 100 \times 7,5}{52,17} (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,11})$$

$$A_s = 2,55 \text{ cm}^2$$

\* ARMADURA MÍNIMA PARA MOMENTO NEGATIVO:

$$A_{s\text{MÍN}} = 0,15\% \times 100 \times 10 = 1,5 \text{ cm}^2/\text{m} \quad \text{OK!}$$

\* **M= 200 kN.cm**

$$K = \frac{M_d}{f_c b d^2} = \frac{200 \times 1,4}{1,52 \times 100 \times 7,5^2} = 0,033 < K_L = 0,32 \therefore K' = K$$

$$A_s = A_{s1} = \frac{f_c b d}{f_{yd}} (1 - \sqrt{1 - 2K'}) = \frac{1,52 \times 100 \times 7,5}{52,17} (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,033})$$

$$A_s = 0,73 \text{ cm}^2$$

\* ARMADURA MÍNIMA PARA MOMENTO POSITIVO E LAJE ARMADA EM DUAS DIREÇÕES:

$$A_{s\text{MÍN}} = 0,10\% \times 100 \times 10 = 1 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{ADOTAR } A_s = 1,0 \text{ cm}^2$$

\* **M= 232 kN.cm**

$$K = \frac{M_d}{f_c b d^2} = \frac{232 \times 1,4}{1,52 \times 100 \times 7,5^2} = 0,038 < K_L = 0,32 \therefore K' = K$$

$$A_s = A_{s1} = \frac{f_c b d}{f_{yd}} (1 - \sqrt{1 - 2K'}) = \frac{1,52 \times 100 \times 7,5}{52,17} (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,038})$$

$$A_s = 0,85 \text{ cm}^2$$

\* ARMADURA MÍNIMA PARA MOMENTO POSITIVO E LAJE ARMADA EM DUAS DIREÇÕES:

$$A_{s\text{MÍN}} = 0,10\% \times 100 \times 10 = 1 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{ADOTAR } A_s = 1,0 \text{ cm}^2$$

\* **M= 254 kN.cm**

$$K = \frac{M_d}{f_c b d^2} = \frac{254 \times 1,4}{1,52 \times 100 \times 9,5^2} = 0,026 < K_L = 0,32 \therefore K' = K$$

$$A_s = A_{s1} = \frac{f_c b d}{f_{yd}} (1 - \sqrt{1 - 2K'}) = \frac{1,52 \times 100 \times 9,5}{52,17} (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,026})$$

$$A_s = 0,73 \text{ cm}^2$$



\* ARMADURA MÍNIMA PARA MOMENTO POSITIVO E LAJE ARMADA EM DUAS DIREÇÕES:

$$A_{SMIN} = 0,10\% \times 100 \times 12 = 1,2 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{ADOTAR } A_s = 1,2 \text{ cm}^2$$

\* **M= 796 kN.cm**

$$K = \frac{M_d}{f_c b d^2} = \frac{796 \times 1,4}{1,52 \times 100 \times 9,5^2} = 0,081 < K_L = 0,32 \therefore K' = K$$

$$A_s = A_{s1} = \frac{f_c b d}{f_{yd}} (1 - \sqrt{1 - 2K'}) = \frac{1,52 \times 100 \times 9,5}{52,17} (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,081})$$

$$A_s = 2,34 \text{ cm}^2$$

\* ARMADURA MÍNIMA PARA MOMENTO POSITIVO E LAJE ARMADA EM DUAS DIREÇÕES:

$$A_{SMIN} = 0,10\% \times 100 \times 12 = 1,2 \text{ cm}^2/\text{m} \quad \text{OK!}$$

\* **X= 1220 kN.cm**

$$K = \frac{M_d}{f_c b d^2} = \frac{1220 \times 1,4}{1,52 \times 100 \times 9,5^2} = 0,124 < K_L = 0,32 \therefore K' = K$$

$$A_s = A_{s1} = \frac{f_c b d}{f_{yd}} (1 - \sqrt{1 - 2K'}) = \frac{1,52 \times 100 \times 9,5}{52,17} (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,124})$$

$$A_s = 3,68 \text{ cm}^2$$

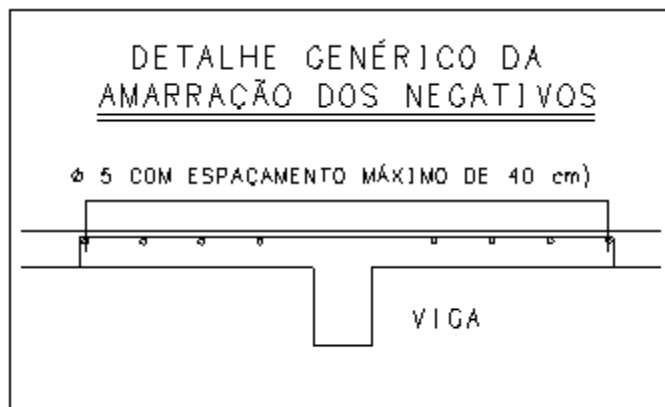
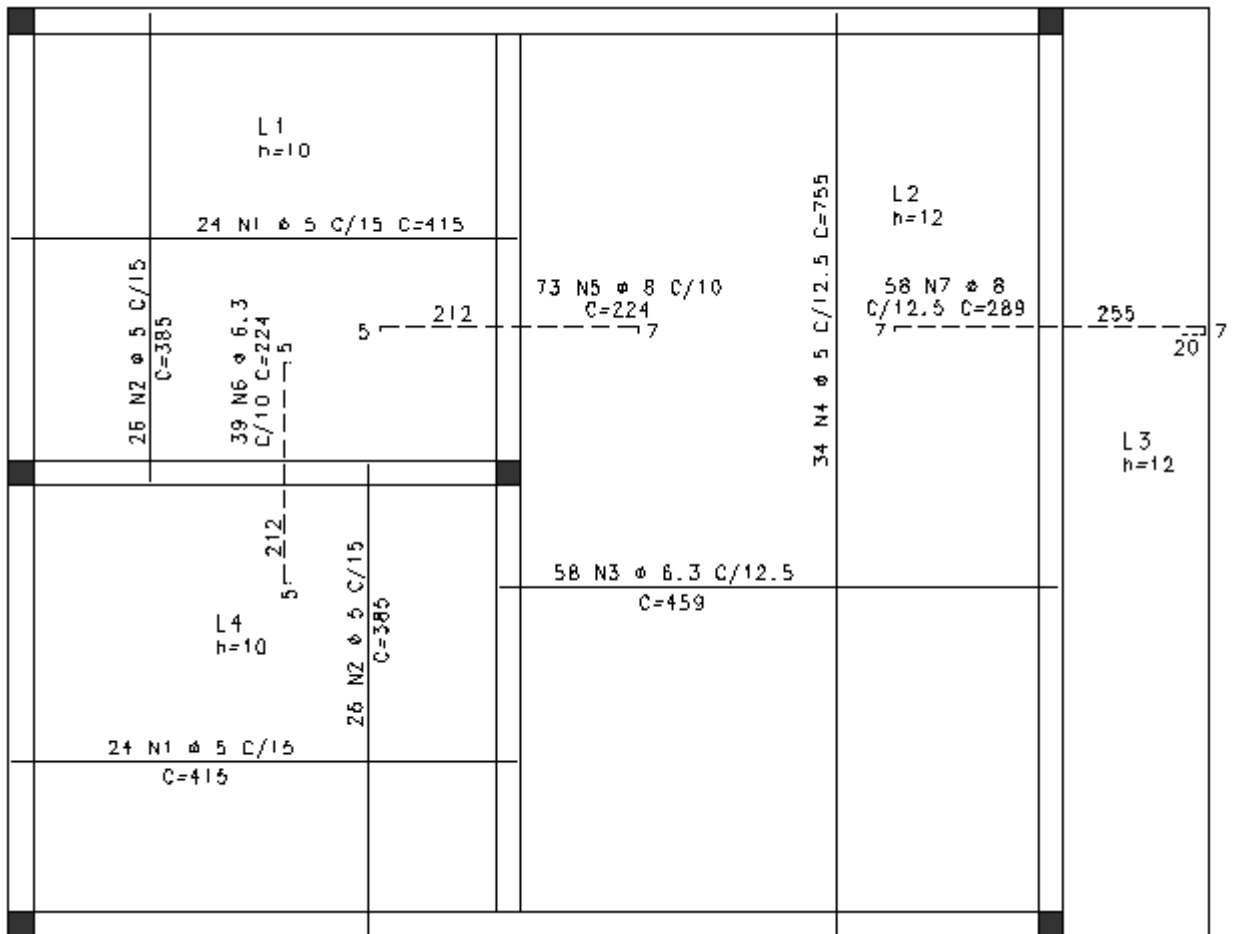
\* ARMADURA MÍNIMA PARA MOMENTO NEGATIVO:

$$A_{SMIN} = 0,15\% \times 100 \times 10 = 1,5 \text{ cm}^2/\text{m} \quad \text{OK!}$$

**RESUMO:**

M (KN.cm)	K	As (cm <sup>2</sup> )	Φ A C/
320,0	0,050	1,12	Φ5 C/15
278,0	0,046	1,03	Φ5 C/15
-1318,4	0,220	5,50	Φ8 C/10
-687,5	0,110	2,55	Φ6.3 C/10
200,0	0,033	1,00	Φ5 C/15
232,0	0,038	1,00	Φ5 C/15
254,0	0,026	1,20	Φ5 C/12.5
796,0	0,081	2,34	Φ6.3 C/12.5
-1220,0	0,124	3,68	Φ8 C/12.5

DETALHAMENTO DE TODAS AS LAJES:



VERIFICAÇÃO DA FLECHA MÁXIMA DAS LAJES

**PARA A LAJE L1:**

FLECHA MÁXIMA:

$$f_{\infty} = f_1 \frac{p_{\infty} a^4}{E_{cs} h^3}$$

$\psi_2 = 0,3$  (EDIFÍCIO RESIDENCIAL)

$$p_i = g + \psi_2 \cdot q = 5,58 + 0,3 \times 2 = 6,18 \text{ kN/m}^2$$

$$p_\infty = 2,46 \cdot p_i = 2,46 \times 6,18 = 15,2 \text{ kN/m}^2 = 15,2 \times 10^{-4} \text{ kN/cm}^2$$

$f_1 = 0,029$  (TABELA PARA  $b/a = 1,08$  - LAJE TIPO C)

DE ACORDO COM TABELA EM ANEXO:

$$M_{\text{serv}} = \frac{pa^2}{ma} = \frac{6,18 \times 3,7^2}{32,48} = 2,60 \text{ kN.m} = 260 \text{ kN.cm}$$

$$a = 3,70 \text{ m}$$

$$ma = 32,48$$

$$M_r = \frac{150 \cdot f_{\text{ctm}} \cdot h^2}{6} = \frac{150 \times 0,256 \times 10^2}{6} = 640 \text{ kN.cm}$$

$$f_{\text{ctm}} = 0,3(f_{\text{ck}})^{2/3} = 0,3 \times 25^{2/3} = 2,56 \text{ MPa} = 0,256 \text{ kN/cm}^2$$

$$M_r = 640 \text{ kN.cm} > M_{\text{serv}} = 260 \text{ kN.cm} \therefore \text{estádio I}$$

$$EI_{\text{eq}} = E_{\text{cs}} \cdot I_c \quad e \quad h = h_{\text{eq}}$$

$$E_{\text{cs}} = 0,85 \times 5600 \times \sqrt{f_{\text{ck}}} = 0,85 \times 5600 \times \sqrt{25} = 23800 \text{ MPa} = 2380 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_\infty = 0,029 \times \frac{15,2 \times 10^{-4} \times 370^4}{2380 \times 10^3} = 0,35 \text{ cm} < \frac{l}{250} = \frac{370}{250} = 1,48 \text{ cm} \therefore \text{OK!}$$

#### PARA A LAJE L2:

FLECHA MÁXIMA:

$$f_\infty = f_1 \frac{p_\infty a^4}{E_{\text{cs}} h^3}$$

$\psi_2 = 0,3$  (EDIFÍCIO RESIDENCIAL)

$$p_i = g + \psi_2 \cdot q = 5,19 + 0,3 \times 2 = 5,79 \text{ kN/m}^2$$

$$p_\infty = 2,46 \cdot p_i = 2,46 \times 5,79 = 14,24 \text{ kN/m}^2 = 14,24 \times 10^{-4} \text{ kN/cm}^2$$

$f_1 = 0,053$  (TABELA PARA  $b/a = 1,67 \approx 1,70$  - LAJE TIPO B)

DE ACORDO COM TABELA EM ANEXO:

$$M_{\text{serv}} = \frac{pa^2}{ma} = \frac{5,79 \times 4,44^2}{17,8} = 6,41 \text{ kN.m} = 641 \text{ kN.cm}$$

$$a = 4,44 \text{ m}$$

$$ma = 17,8$$

$$M_r = \frac{150 \cdot f_{\text{ctm}} \cdot h^2}{6} = \frac{150 \times 0,256 \times 12^2}{6} = 921,6 \text{ kN.cm}$$

$$f_{\text{ctm}} = 0,3(f_{\text{ck}})^{2/3} = 0,3 \times 25^{2/3} = 2,56 \text{ MPa} = 0,256 \text{ kN/cm}^2$$

$$M_r = 921,6 \text{ kN.cm} > M_{\text{serv}} = 641 \text{ kN.cm} \therefore \text{estádio I}$$

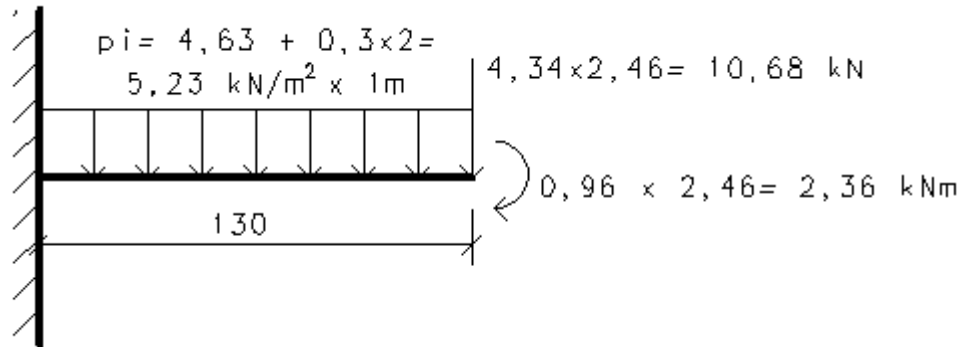
$$EI_{\text{eq}} = E_{\text{cs}} \cdot I_c \quad e \quad h = h_{\text{eq}}$$

$$E_{cs} = 0,85 \times 5600 \times \sqrt{f_{ck}} = 0,85 \times 5600 \times \sqrt{25} = 23800 \text{ MPa} = 2380 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{\infty} = 0,053 \frac{14,24 \times 10^{-4} \times 444^4}{2380 \times 12^3} = 0,71 \text{ cm} < \frac{l}{250} = \frac{444}{250} = 1,77 \text{ cm} \therefore \text{OK!}$$

**PARA A LAJE L3:**

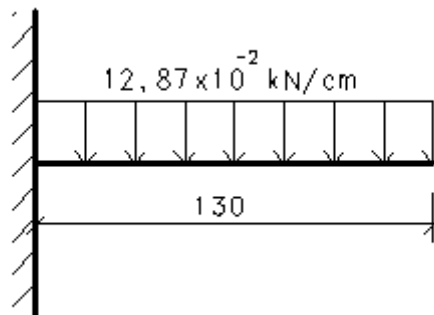
FLECHA MÁXIMA:



$$p_{\infty} = 2,46 \cdot p_i = 2,46 \times 5,23 = 12,87 \text{ kN/m} = 12,87 \times 10^{-2} \text{ kN/cm}$$

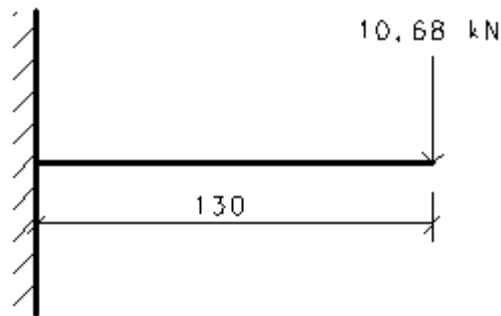
$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{100 \cdot 12^3}{12} = 14400 \text{ cm}^4$$

\* FLECHA DEVIDO À CARGA DISTRIBUÍDA



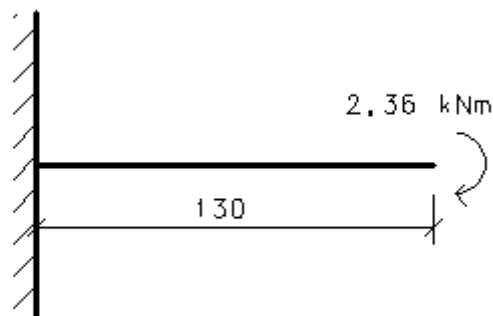
$$\delta = \frac{pl^4}{8EI} = \frac{12,87 \times 10^{-2} \times 130^4}{8 \times 2380 \times 14400} = 0,134 \text{ cm}$$

\* FLECHA DEVIDO À CARGA CONCENTRADA



$$\delta = \frac{pl^3}{3EI} = \frac{10,68 \times 130^3}{3 \times 2380 \times 14400} = 0,23 \text{ cm}$$

\* FLECHA DEVIDO AO MOMENTO



$$\delta = \frac{Ml^2}{2EI} = \frac{236 \times 130^2}{2 \times 2380 \times 14400} = 0,058 \text{ cm}$$

$$f_{\text{total}} = 0,134 + 0,23 + 0,058 = 0,42 \text{ cm}$$

$$f_{\text{lim}} = \frac{2,1}{250} = \frac{2 \times 130}{250} = 1,04 \text{ cm OK!}$$

**PARA A LAJE L4:**

FLECHA MÁXIMA:

$$f_{\infty} = f_1 \frac{p_{\infty} a^4}{E_{cs} h^3}$$

$\psi_2 = 0,3$  (EDIFÍCIO RESIDENCIAL)

$p_i = g + \psi_2 \cdot q = 3,5 + 0,3 \times 2 = 4,10 \text{ kN/m}^2$

$p_{\infty} = 2,46$ .  $p_i = 2,46 \times 4,10 = 10,09 \text{ kN/m}^2 = 10,09 \times 10^{-4} \text{ kN/cm}^2$

$f_1=0,029$  (TABELA PARA  $b/a=1,08\approx 1,10$  - LAJE TIPO C)

DE ACORDO COM TABELA EM ANEXO:

$$M_{serv} = \frac{pa^2}{ma} = \frac{4,10 \times 3,7^2}{32,48} = 1,73 \text{ kN.m} = 173 \text{ kN.cm}$$

$$a=3,70\text{m}$$

$$ma=32,48$$

$$M_r = \frac{150 \cdot f_{ctm} \cdot h^2}{6} = \frac{150 \times 0,256 \times 10^2}{6} = 640 \text{ kN.cm}$$

$$f_{ctm} = 0,3(f_{ck})^{2/3} = 0,3 \times 25^{2/3} = 2,56 \text{ MPa} = 0,256 \text{ kN/cm}^2$$

$$M_r = 640 \text{ kN.cm} > M_{serv} = 173 \text{ kN.cm} \therefore \textit{est\u00e1dio I}$$

$$EI_{eq} = E_{cs} \cdot I_c \quad e \quad h = h_{eq}$$

$$E_{cs} = 0,85 \times 5600 \times \sqrt{f_{ck}} = 0,85 \times 5600 \times \sqrt{25} = 23800 \text{ MPa} = 2380 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{\infty} = 0,029 \frac{10,09 \times 10^{-4} \times 370^4}{2380 \times 10^3} = 0,23 \text{ cm} < \frac{1}{250} = \frac{370}{250} = 1,48 \text{ cm} \therefore \text{OK!}$$

## VIGAS

O C\u00c1LCULO DE VIGAS ENGLOBA O DIMENSIONAMENTO DA SUA ALTURA E LARGURA DE SUA SE\u00c7\u00c3O RETA, A QUANTIDADE DE A\u00c7O PARA AS ARMADURAS E A DIMENS\u00c3O DE CADA BARRA. TODO PROCEDIMENTO DEVE LEVAR EM CONTA PAR\u00c2METROS INICIAIS COMO: CARGAS, CONDI\u00c7\u00d5ES DE APOIO, N\u00daMERO DE V\u00c3OS, MATERIAIS UTILIZADOS, INTERA\u00c7\u00c3O ENTRE V\u00c3OS E CONDI\u00c7\u00d5ES DE ESTABILIDADE.

*C\u00c1LCULO, DETALHAMENTO (FLEX\u00c3O E CISALHAMENTO) E VERIFICA\u00c7\u00c3O \u00c0 FISSURA\u00c7\u00c3O DAS VIGAS V1, V5 E V6.*

### **VIGA V5**

- CARGAS:

$$PP = 0,2 \times 0,5 \times 25 = 2,5 \text{ kN/m}$$

$$\text{ALVENARIA: } 0,15 \times 2,8 \times 13 = 5,46 \text{ kN/m}$$

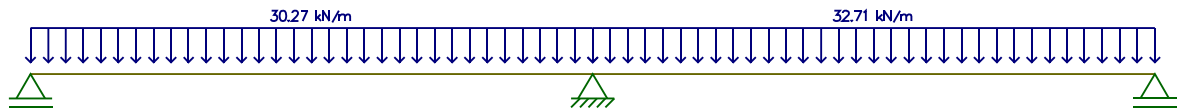
$$\text{REA\u00c7\u00d5ES TRAMO A} = 6,45 + 15,86 = 22,31 \text{ kN/m}$$

$$\text{REA\u00c7\u00d5ES TRAMO B} = 8,89 + 15,86 = 24,75 \text{ kN/m}$$

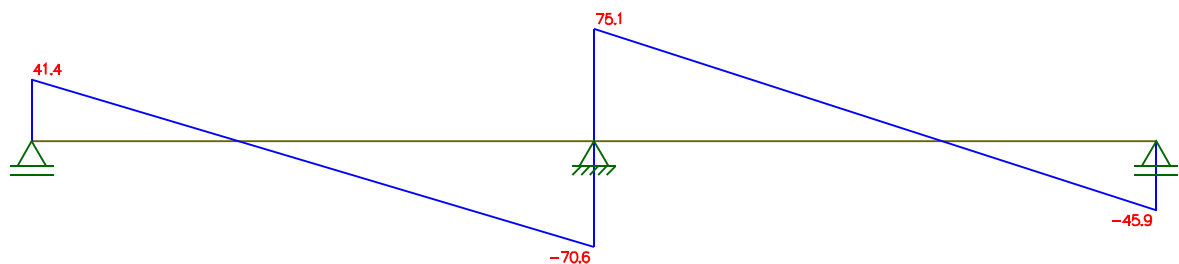
$$\text{CARGA TOTAL TRAMO A} = 5,46 + 2,5 + 22,31 = 30,27 \text{ kN/m}$$

$$\text{CARGA TOTAL TRAMO B} = 5,46 + 2,5 + 24,75 = 32,71 \text{ kN/m}$$

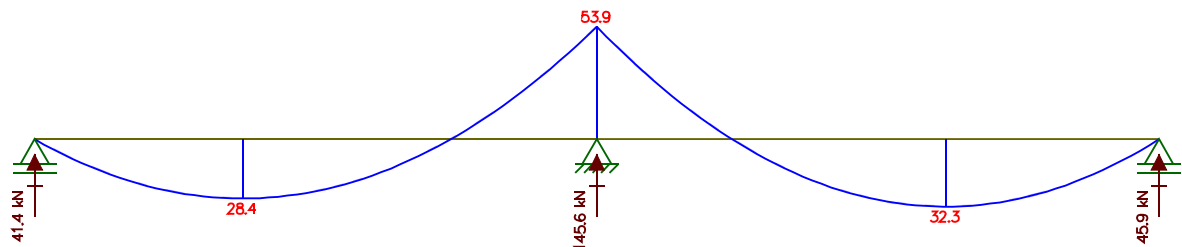
- CARREGAMENTO :



- DIAGRAMA DA FORÇA CORTANTE :



- DIAGRAMA DO MOMENTO FLETOR E REAÇÕES :



### CÁLCULO DA ARMADURA DE FLEXÃO

\*  $M = 28,4 \text{ kN.m}$

$$K = \frac{M_d}{f_c b d^2} = \frac{28,4 \times 100 \times 1,4}{1,52 \times 20 \times 45^2} = 0,0646 < K_L = 0,32 \therefore K' = K$$

$$A_s = A_{s1} = \frac{f_c b d}{f_{yd}} (1 - \sqrt{1 - 2K'}) = \frac{1,52 \times 20 \times 45}{43,5} (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,0646})$$

$$A_s = 2,10 \text{ cm}^2 \rightarrow 3 \Phi 10 = 2,36 \text{ cm}^2$$

\* ARMADURA MÍNIMA :

$$A_{s\text{mín}} = 0,15\% \times 20 \times 50 = 1,5 \text{ cm}^2 \text{ OK!}$$

\* **M= 32,3 kN.m**

$$K = \frac{M_d}{f_c b d^2} = \frac{32,3 \times 100 \times 1,4}{1,52 \times 20 \times 45^2} = 0,0735 < K_L = 0,32 \therefore K' = K$$

$$A_s = A_{s1} = \frac{f_c b d}{f_{yd}} (1 - \sqrt{1 - 2K'}) = \frac{1,52 \times 20 \times 45}{43,5} (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,0735})$$

$$A_s = 2,40 \text{ cm}^2 \rightarrow 2 \text{ } \Phi 12,5 = 2,45 \text{ cm}^2$$

\* ARMADURA MÍNIMA:

$$A_{s\text{MÍN}} = 0,15\% \times 20 \times 50 = 1,5 \text{ cm}^2 \text{ OK!}$$

\* **X= 53,9 kN.m**

$$K = \frac{M_d}{f_c b d^2} = \frac{53,9 \times 100 \times 1,4}{1,52 \times 20 \times 45^2} = 0,122 < K_L = 0,32 \therefore K' = K$$

$$A_s = A_{s1} = \frac{f_c b d}{f_{yd}} (1 - \sqrt{1 - 2K'}) = \frac{1,52 \times 20 \times 45}{43,5} (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,122})$$

$$A_s = 4,10 \text{ cm}^2 \rightarrow 4 \text{ } \Phi 12,5 = 4,91 \text{ cm}^2$$

\* ARMADURA MÍNIMA:

$$A_{s\text{MÍN}} = 0,15\% \times 20 \times 50 = 1,5 \text{ cm}^2 \text{ OK!}$$

### VERIFICAÇÃO DA FISSURAÇÃO

\* **PARA MOMENTO X= 53,9 kN.m**

1a. VERIFICAÇÃO: CONSIDERANDO CAA II  $\rightarrow w_k \leq 0,3 \text{ mm}$

$$w_1 = \frac{\sigma_s}{12,5 \cdot \eta_1} \cdot \frac{\sigma_{s1}}{E_{s1}} \cdot \left( \frac{4}{\rho_r} + 45 \right)$$

$$\sigma_s = \frac{f_{yd}}{\gamma_f} \cdot \frac{A_{scal}}{A_{sef}} = \frac{43,5}{1,4} \cdot \frac{4,10}{4,91} = 25,95 \text{ kN/cm}^2$$

$$A_{cr} = (5 + 7,5 \times 1,25) \times 20 = 287,5 \text{ cm}^2$$

$$\rho_r = \frac{A_e}{A_{cr}} = \frac{4,91}{287,5} = 0,0171$$

$$w_1 = \frac{12,5}{12,5 \times 2,25} \cdot \frac{25,95}{21000} \cdot \left( \frac{4}{0,0171} + 45 \right) = 0,153 \text{ mm} < w_k = 0,3 \text{ mm} \text{ OK!}$$

\* **PARA MOMENTO M= 32,3 kN.m**

1a. VERIFICAÇÃO: CONSIDERANDO CAA II  $\rightarrow w_k \leq 0,3 \text{ mm}$

$$w_1 = \frac{\sigma_s}{12,5 \cdot \eta_1} \cdot \frac{\sigma_{s1}}{E_{s1}} \cdot \left( \frac{4}{\rho_r} + 45 \right)$$

$$\sigma_s = \frac{f_{yd}}{\gamma_f} \cdot \frac{A_{scal}}{A_{sef}} = \frac{43,5}{1,4} \cdot \frac{2,4}{2,45} = 30,44 \text{ kN/cm}^2$$



$$A_{cr} = (5 + 7,5 \times 1,25) \times 20 = 287,5 \text{ cm}^2$$

$$\rho_r = \frac{A_e}{A_{cr}} = \frac{2,45}{287,5} = 0,009$$

$$w_1 = \frac{12,5}{12,5 \times 2,25} \cdot \frac{30,44}{21000} \cdot \left( \frac{4}{0,009} + 45 \right) = 0,315 \text{ mm} > w_k = 0,3 \text{ mm}$$

2a. VERIFICAÇÃO:

$$w_2 = \frac{\emptyset}{12,5 \cdot \eta_1} \cdot \frac{\sigma_{s2}}{E_{s2}} \cdot \frac{3\sigma_{s2}}{f_{ctm}} = \frac{12,5}{12,5 \times 2,25} \times \frac{3 \times 30,44^2}{21000 \times 0,256} = 0,230 < w_k = 0,3 \text{ mm OK!}$$

**\* PARA MOMENTO M= 28,4 kN.m**

1a. VERIFICAÇÃO: CONSIDERANDO CAA II  $\rightarrow w_k \leq 0,3 \text{ mm}$

$$w_1 = \frac{\emptyset}{12,5 \cdot \eta_1} \cdot \frac{\sigma_{s1}}{E_{s1}} \cdot \left( \frac{4}{\rho_r} + 45 \right)$$

$$\sigma_s = \frac{f_{yd}}{\gamma_f} \cdot \frac{A_{scal}}{A_{sef}} = \frac{43,5}{1,4} \cdot \frac{2,10}{2,36} = 27,65 \text{ kN/cm}^2$$

$$A_{cr} = (5 + 7,5 \times 1) \times 20 = 250 \text{ cm}^2$$

$$\rho_r = \frac{A_e}{A_{cr}} = \frac{2,36}{250} = 0,009$$

$$w_1 = \frac{10}{12,5 \times 2,25} \cdot \frac{27,65}{21000} \cdot \left( \frac{4}{0,009} + 45 \right) = 0,229 \text{ mm} < w_k = 0,3 \text{ mm OK!}$$

### CÁLCULO DA ARMADURA DE CISALHAMENTO

PARA  $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ :

$$\tau_{wd2} = 4,34 \text{ MPa} = 0,434 \text{ kN/cm}^2$$

$$V_{\text{máx}} = 75 \text{ kN}$$

- VERIFICAÇÃO DO CONCRETO:

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b_w \cdot d} = \frac{75 \times 1,4}{20 \times 50} = 0,105 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_{wd} < \tau_{wd2}$$

O CONCRETO ESTÁ VERIFICADO, OU SEJA, A BIELA COMPRIMIDA DE CONCRETO NÃO ROMPERÁ.

- ARMADURA:

$$\tau_{wd \text{ min}} = 0,117 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_{wd} < \tau_{wd \text{ min}} \therefore \rho_w = \rho_{w \text{ min}} = 0,103$$

$$A_{sw} = A_{sw \text{ min}} = \rho_{w \text{ min}} \cdot b_w = 0,103 \times 20 = 2,06 \text{ cm}^2/\text{m}$$

PARA O ESTRIBO SIMPLES:

$$\frac{A_{sw}}{2} = \frac{2,06}{2} = 1,03 \text{ cm}^2/\text{m}$$

ESPAÇAMENTO:

$$\frac{1,03}{0,2 \rightarrow \emptyset 5} = 5,15 \text{ estribos} \rightarrow \frac{100}{5,15} = \emptyset 5 \text{ c/ } 17,5$$

ESPAÇAMENTO MÁXIMO:

$$\tau_{wd} = 0,07 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} < 0,67 \cdot \tau_{wd2} = 0,67 \times 0,434 = 0,29 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \therefore s = 0,67d$$

$$s = 17,5 \text{ cm OK!} \leq \begin{cases} 0,6 \cdot d = 0,6 \times 50 = 30 \text{ cm} \\ 30 \text{ cm} \end{cases}$$

#### DETALHAMENTO:

\* MOMENTO POSITIVO

- VÃO 1

$$l_b = 37,67 \cdot \emptyset = 40 \text{ cm}$$

$$l_{b \text{ nec}} = \alpha_1 \cdot l_b \cdot \frac{A_{s \text{ cal}}}{A_{se}} = 1 \times 40 \times \frac{2,10}{2,36} = 36 \text{ cm}$$

$$l_{b \text{ min}} > \begin{cases} 0,3 \cdot l_b = 0,3 \times 40 = 12 \text{ cm OK!} \\ 10 \cdot \emptyset = 10 \times 1 = 10 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

- VÃO 2

$$l_b = 37,67 \cdot \emptyset = 50 \text{ cm}$$

$$l_{b \text{ nec}} = \alpha_1 \cdot l_b \cdot \frac{A_{s \text{ cal}}}{A_{se}} = 1 \times 50 \times \frac{2,40}{2,45} = 49 \text{ cm}$$

$$l_{b \text{ min}} > \begin{cases} 0,3 \cdot l_b = 0,3 \times 50 = 15 \text{ cm OK!} \\ 10 \cdot \emptyset = 10 \times 1,25 = 12,5 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

- APOIO INTERNO

$$V = 75 \text{ kN}$$

$$A_{s \text{ cal}} = 0,5 \cdot \frac{V_d}{f_{yd}} = 0,50 \times \frac{75 \times 1,4}{43,5} = 1,21 \text{ cm}^2$$

NÚMERO DE BARRAS:  $N_{b, \text{vão}}/4 \geq 2$  BARRAS  $\rightarrow$  NÚMERO DE BARRAS = 2

PARA BITOLA DE 12.5:

$$l_{b \emptyset 12,5} = 37,67 \cdot \emptyset = 50 \text{ cm}$$

$$l_{b \text{ nec}} = \alpha_1 \cdot l_b \cdot \frac{A_{s \text{ cal}}}{A_{se}} = 1 \times 50 \times \frac{1,21}{2,45} = 25 \text{ cm}$$

$$l_{b \text{ min}} > \begin{cases} 0,3 \cdot l_b = 0,3 \times 50 = 15 \text{ cm OK!} \\ 10 \cdot \emptyset = 10 \times 1,25 = 12,5 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

PARA BITOLA DE 10:

$$l_{b\ \phi 10} = 37,67 \cdot \phi = 40 \text{ cm}$$

ADOTAR 3  $\phi$  10:

$$l_{b\ nec} = \alpha_1 \cdot l_b \cdot \frac{A_{s\ cal}}{A_{se}} = 1 \times 40 \times \frac{1,21}{2,36} = 21 \text{ cm}$$

$$l_{b\ min} > \begin{cases} 0,3 \cdot l_b = 0,3 \times 40 = 12 \text{ cm OK!} \\ 10 \cdot \phi = 10 \times 1 = 10 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

- APOIO EXTERNO DIREITO

$$V = 46 \text{ kN}$$

$$A_{s\ cal} = 0,5 \cdot \frac{V_d}{f_{yd}} = 0,50 \times \frac{46 \times 1,4}{43,5} = 0,74 \text{ cm}^2$$

NÚMERO DE BARRAS:  $N_{b, \text{va0}}/4 \geq 2$  BARRAS  $\rightarrow$  NÚMERO DE BARRAS = 2

$$l_{b\ \phi 10} = 37,67 \cdot \phi = 50 \text{ cm}$$

$$l_{b\ nec} = \alpha_1 \cdot l_b \cdot \frac{A_{s\ cal}}{A_{se}} = 1 \times 50 \times \frac{0,74}{2,45} = 15 \text{ cm}$$

$$l_{b\ min} > \begin{cases} 0,3 \cdot l_b = 0,3 \times 50 = 15 \text{ cm OK!} \\ 10 \cdot \phi = 10 \times 1,25 = 12,5 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

- APOIO EXTERNO ESQUERDO

$$V = 41,4 \text{ kN}$$

$$A_{s\ cal} = 0,5 \cdot \frac{V_d}{f_{yd}} = 0,50 \times \frac{41,4 \times 1,4}{43,5} = 0,67 \text{ cm}^2$$

NÚMERO DE BARRAS:  $N_{b, \text{va0}}/4 \geq 2$  BARRAS  $\rightarrow$  NÚMERO DE BARRAS = 2

$$l_{b\ \phi 10} = 37,67 \cdot \phi = 40 \text{ cm}$$

$$l_{b\ nec} = \alpha_1 \cdot l_b \cdot \frac{A_{s\ cal}}{A_{se}} = 1 \times 40 \times \frac{0,67}{1,57} = 17 \text{ cm}$$

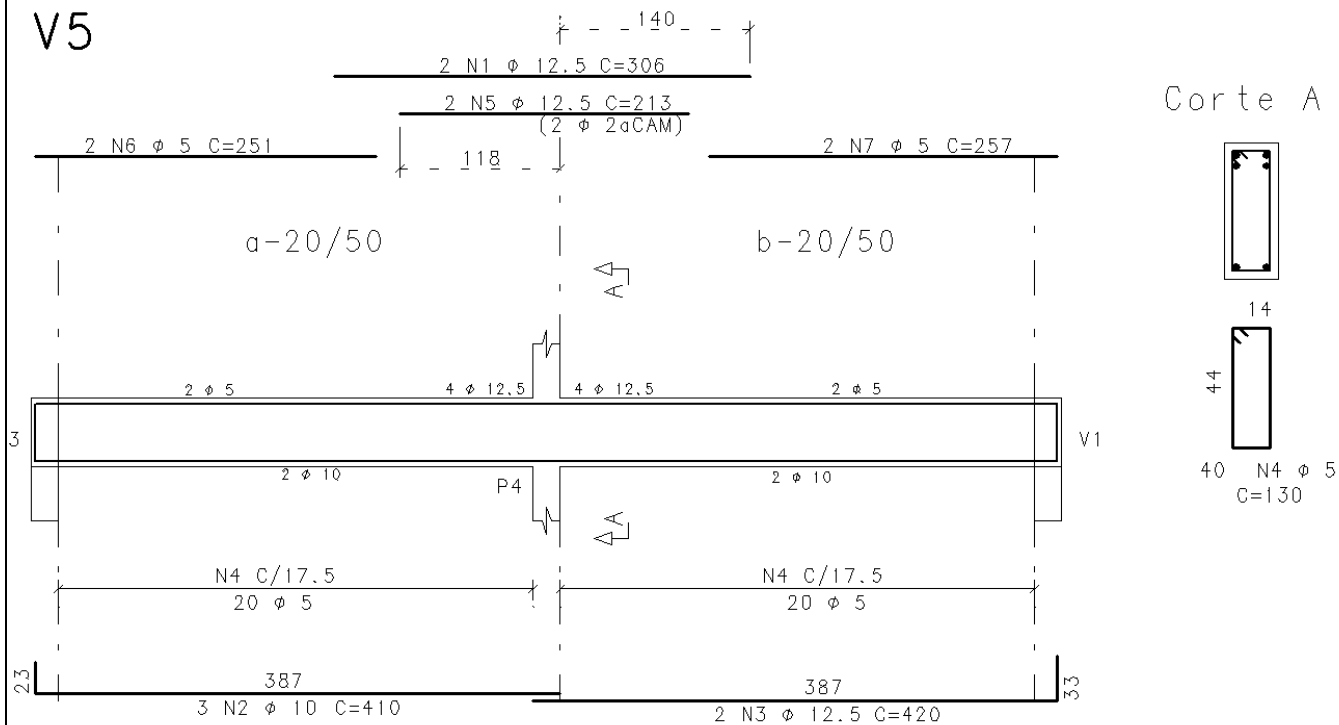
$$l_{b\ min} > \begin{cases} 0,3 \cdot l_b = 0,3 \times 40 = 12 \text{ cm OK!} \\ 10 \cdot \phi = 10 \times 1 = 10 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

\* MOMENTO NEGATIVO

$$l_b = 37,67 \cdot \phi = 50 \text{ cm}$$

$$l_{b \text{ nec}} = \frac{50}{0,7} \times \frac{4,10}{4,91} = 60 \text{ cm}$$

$$l_{b \text{ min}} > \begin{cases} 0,3 \cdot l_b = 0,3 \times 50 = 15 \text{ cm OK!} \\ 10 \cdot \phi = 10 \times 1,25 = 12,5 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$



### VIGA V1

- CARGAS:**

$$PP = 0,2 \times 0,9 \times 25 = 4,5 \text{ kN/m}$$

$$\text{ALVENARIA: } 0,15 \times 2,8 \times 13 = 5,46 \text{ kN/m}$$

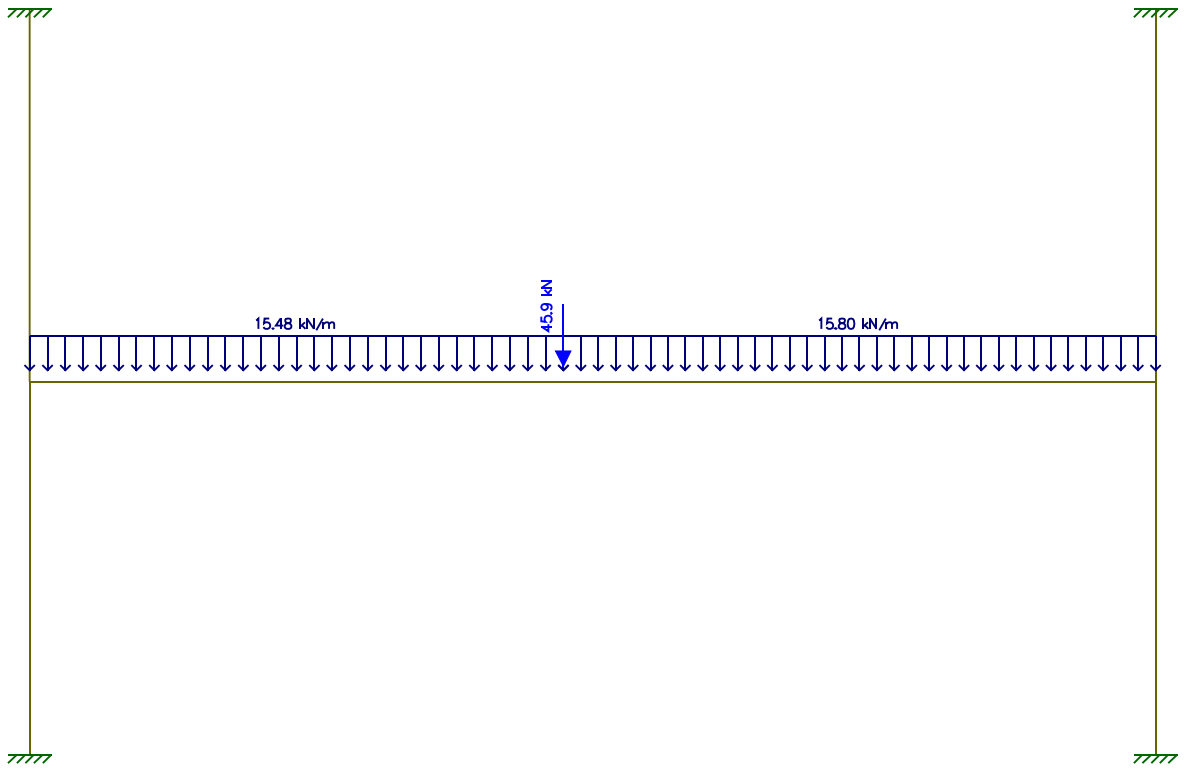
$$\text{REAÇÕES TRAMO ESQUERDO} = 5,52 \text{ kN/m}$$

$$\text{REAÇÕES TRAMO DIREITO} = 5,84 \text{ kN/m}$$

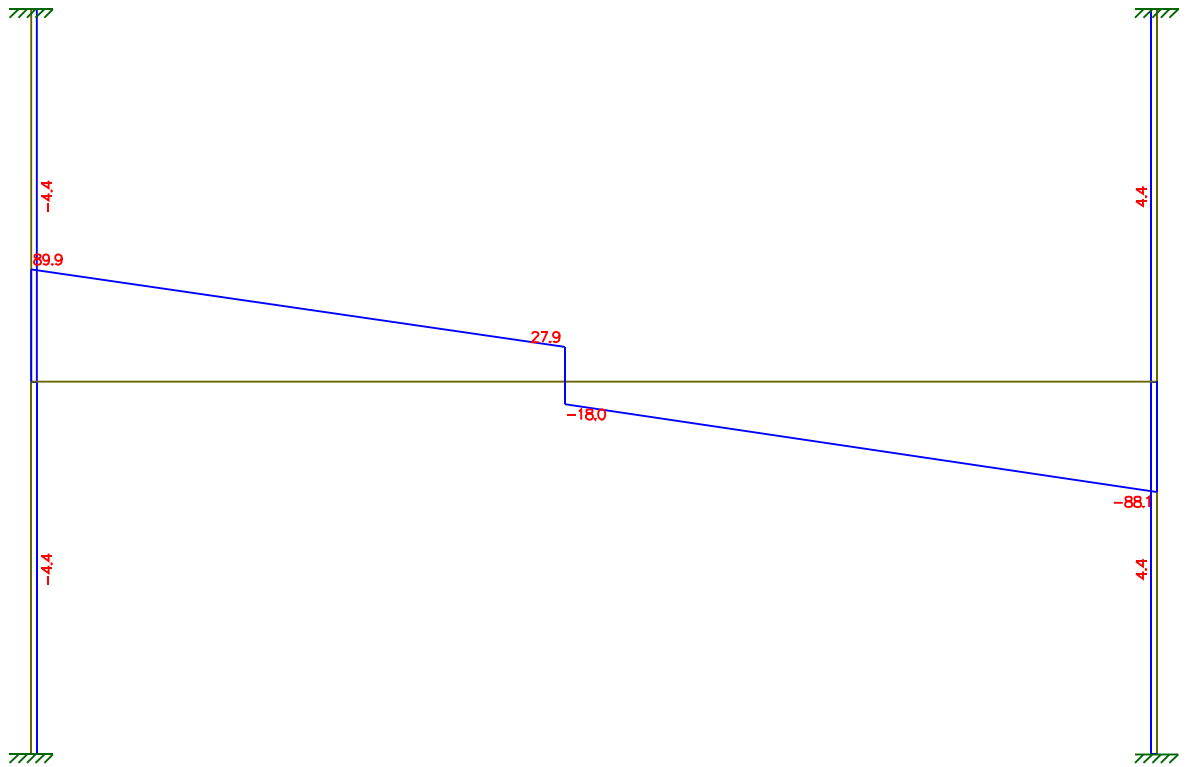
$$\text{CARGA TOTAL TRAMO ESQUERDO} = 5,46 + 4,5 + 5,52 = 15,48 \text{ kN/m}$$

$$\text{CARGA TOTAL TRAMO DIREITO} = 5,46 + 4,5 + 5,84 = 15,8 \text{ kN/m}$$

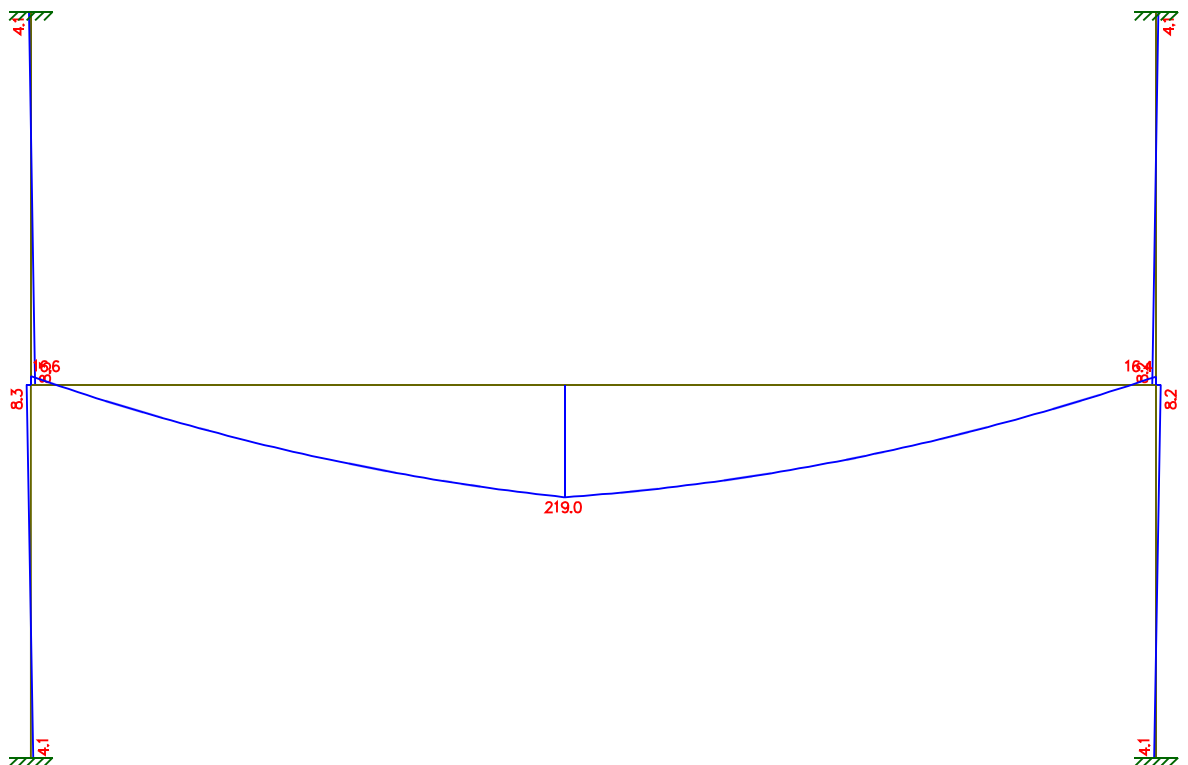
- CARREGAMENTO :



- DIAGRAMA DA FORÇA CORTANTE :



- DIAGRAMA DO MOMENTO FLETOR:



### CÁLCULO DA ARMADURA DE FLEXÃO

\*  $M = 219 \text{ kN.m}$

$$K = \frac{M_d}{f_c b d^2} = \frac{219 \times 100 \times 1,4}{1,52 \times 20 \times 85^2} = 0,14 < K_L = 0,32 \therefore K' = K$$

$$A_s = A_{s1} = \frac{f_c b d}{f_{yd}} (1 - \sqrt{1 - 2K'}) = \frac{1,52 \times 20 \times 85}{43,5} (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,14})$$

$$A_s = 9,0 \text{ cm}^2 \rightarrow 3 \Phi 20 = 9,42 \text{ cm}^2$$

\* ARMADURA MÍNIMA:

$$A_{s\text{MÍN}} = 0,15\% \times 20 \times 90 = 2,7 \text{ cm}^2 \text{ OK!}$$

\* **X= 16,6 kN.m (APOIO DIREITO E ESQUERDO)**

$$K = \frac{M_d}{f_c b d^2} = \frac{16,6 \times 100 \times 1,4}{1,52 \times 20 \times 85^2} = 0,01 < K_L = 0,32 \therefore K' = K$$

$$A_s = A_{s1} = \frac{f_c b d}{f_{yd}} (1 - \sqrt{1 - 2K'}) = \frac{1,52 \times 20 \times 85}{43,5} (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,01})$$

$$A_s = 0,60 \text{ cm}^2$$

\* ARMADURA MÍNIMA:

$$A_{s\text{MÍN}} = 0,15\% \times 20 \times 90 = 2,7 \text{ cm}^2 \rightarrow A_s = 2,7 \text{ cm}^2 \rightarrow 4 \Phi 10 = 3,14 \text{ cm}^2$$

#### VERIFICAÇÃO DA FISSURAÇÃO

\* **PARA MOMENTO X= 16,6 kN.m**

1a. VERIFICAÇÃO: CONSIDERANDO CAA II  $\rightarrow w_k \leq 0,3 \text{ mm}$

$$w_1 = \frac{\sigma}{12,5 \cdot \eta_1} \cdot \frac{\sigma_{s1}}{E_{s1}} \cdot \left( \frac{4}{\rho_r} + 45 \right)$$

$$\sigma_s = \frac{f_{yd}}{\gamma_f} \cdot \frac{A_{scal}}{A_{sef}} = \frac{43,5}{1,4} \cdot \frac{2,7}{3,14} = 26,72 \text{ kN/cm}^2$$

$$A_{cr} = (7,5 + 5) \times 20 = 250 \text{ cm}^2$$

$$\rho_r = \frac{A_e}{A_{cr}} = \frac{3,14}{250} = 0,0126$$

$$w_1 = \frac{10}{12,5 \times 2,25} \cdot \frac{26,72}{21000} \cdot \left( \frac{4}{0,0126} + 45 \right) = 0,164 \text{ mm} < w_k = 0,3 \text{ mm} \text{ OK!}$$

\* **PARA MOMENTO M= 219 kN.m**

1a. VERIFICAÇÃO: CONSIDERANDO CAA II  $\rightarrow w_k \leq 0,3 \text{ mm}$

$$w_1 = \frac{\sigma}{12,5 \cdot \eta_1} \cdot \frac{\sigma_{s1}}{E_{s1}} \cdot \left( \frac{4}{\rho_r} + 45 \right)$$

$$\sigma_s = \frac{f_{yd}}{\gamma_f} \cdot \frac{A_{scal}}{A_{sef}} = \frac{43,5}{1,4} \cdot \frac{9}{9,42} = 29,69 \text{ kN/cm}^2$$

$$A_{cr} = (5 + 7,5 \times 2) \times 20 = 400 \text{ cm}^2$$

$$\rho_r = \frac{A_e}{A_{cr}} = \frac{9,42}{400} = 0,0236$$

$$w_1 = \frac{20}{12,5 \times 2,25} \cdot \frac{26,69}{21000} \cdot \left( \frac{4}{0,0236} + 45 \right) = 0,216 \text{ mm} < w_k = 0,3 \text{ mm} \text{ OK!}$$

### CÁLCULO DA ARMADURA DE CISALHAMENTO

PARA  $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ :

$$\tau_{wd2} = 4,34 \text{ MPa} = 0,434 \text{ kN/cm}^2$$

$$V_{\text{máx}} = 89,87 \text{ kN}$$

- VERIFICAÇÃO DO CONCRETO:

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b_w \cdot d} = \frac{89,87 \times 1,4}{20 \times 85} = 0,07 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_{wd} < \tau_{wd2}$$

O CONCRETO ESTÁ VERIFICADO, OU SEJA, A BIELA COMPRIMIDA DE CONCRETO NÃO ROMPERÁ.

- ARMADURA:

$$\tau_{wd \text{ min}} = 0,117 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_{wd} < \tau_{wd \text{ min}} \therefore \rho_w = \rho_{w \text{ min}} = 0,103$$

$$A_{sw} = A_{sw \text{ min}} = \rho_{w \text{ min}} \cdot b_w = 0,103 \times 20 = 2,06 \text{ cm}^2/\text{m}$$

PARA O ESTRIBO SIMPLES:

$$\frac{A_{sw}}{2} = \frac{2,06}{2} = 1,03 \text{ cm}^2/\text{m}$$

ESPAÇAMENTO:

$$\frac{1,03}{0,2 \rightarrow \emptyset 5} = 5,15 \text{ estribos} \rightarrow \frac{100}{5,15} = \emptyset 5 \text{ c/ } 17,5$$

ESPAÇAMENTO MÁXIMO:

$$\tau_{wd} = 0,07 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} < 0,67 \cdot \tau_{wd2} = 0,67 \times 0,434 = 0,29 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \therefore s = 0,67d$$

$$s = 17,5 \text{ cm OK!} \leq \begin{cases} 0,6 \cdot d = 0,6 \times 85 = 51 \text{ cm} \\ 30 \text{ cm} \end{cases}$$

### DETALHAMENTO:

\* MOMENTO POSITIVO

$$l_b = 37,67 \cdot \emptyset = 80 \text{ cm}$$



$$l_{b\text{ nec}} = \alpha_1 \cdot l_b \cdot \frac{A_{s\text{ cal}}}{A_{se}} = 1 \times 80 \times \frac{9}{9,42} = 77 \text{ cm}$$

$$l_{b\text{ min}} > \begin{cases} 0,3 \cdot l_b = 0,3 \times 80 = 24 \text{ cm OK!} \\ 10 \cdot \emptyset = 10 \times 2 = 20 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

- APOIO EXTERNO DIREITO

$$V = 88,1 \text{ kN}$$

$$A_{s\text{ cal}} = 0,5 \cdot \frac{V_d}{f_{yd}} = 0,50 \times \frac{88,1 \times 1,4}{43,5} = 1,42 \text{ cm}^2$$

NÚMERO DE BARRAS:  $N_{b, \text{va0}}/4 \geq 2$  BARRAS  $\rightarrow$  NÚMERO DE BARRAS = 2

$$l_b = 37,67 \cdot \emptyset = 80 \text{ cm}$$

$$l_{b\text{ nec}} = \alpha_1 \cdot l_b \cdot \frac{A_{s\text{ cal}}}{A_{se}} = 1 \times 80 \times \frac{1,42}{6,28} = 18 \text{ cm}$$

$$l_{b\text{ min}} > \begin{cases} 0,3 \cdot l_b = 0,3 \times 80 = 24 \text{ cm} \quad \therefore l_{b\text{ nec}} = 24 \text{ cm} \\ 10 \cdot \emptyset = 10 \times 2 = 20 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

- APOIO EXTERNO ESQUERDO

$$V = 89,9 \text{ kN}$$

$$A_{s\text{ cal}} = 0,5 \cdot \frac{V_d}{f_{yd}} = 0,50 \times \frac{89,9 \times 1,4}{43,5} = 1,45 \text{ cm}^2$$

NÚMERO DE BARRAS:  $N_{b, \text{va0}}/4 \geq 2$  BARRAS  $\rightarrow$  NÚMERO DE BARRAS = 2

$$l_{b\emptyset 10} = 37,67 \cdot \emptyset = 80 \text{ cm}$$

$$l_{b\text{ nec}} = \alpha_1 \cdot l_b \cdot \frac{A_{s\text{ cal}}}{A_{se}} = 1 \times 80 \times \frac{1,45}{6,28} = 19 \text{ cm}$$

$$l_{b\text{ min}} > \begin{cases} 0,3 \cdot l_b = 0,3 \times 80 = 24 \text{ cm} \quad \therefore l_{b\text{ nec}} = 24 \text{ cm} \\ 10 \cdot \emptyset = 10 \times 2 = 20 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

\* MOMENTO NEGATIVO

$$l_b = 37,67 \cdot \emptyset = 40 \text{ cm}$$

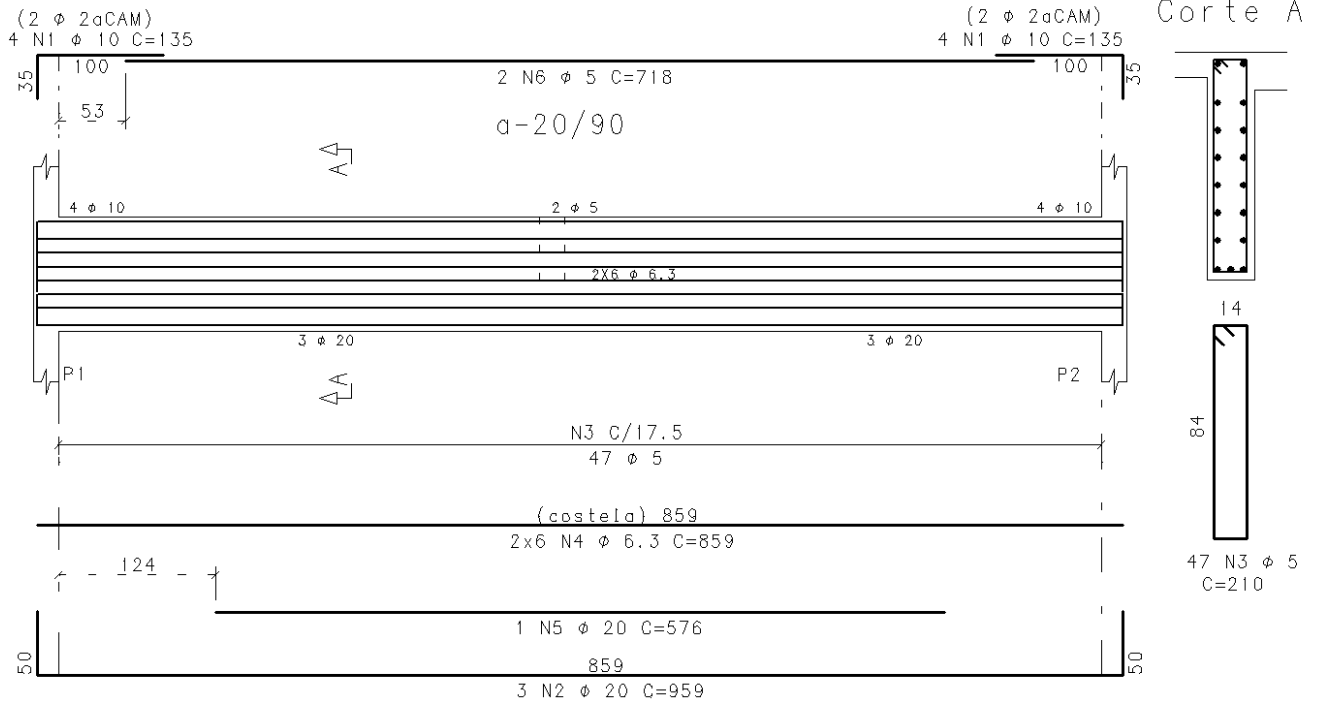
$$l_{b\text{ nec}} = \frac{40}{0,7} \times \frac{2,7}{3,14} = 50 \text{ cm}$$

$$l_{b\text{ min}} > \begin{cases} 0,3 \cdot l_b = 0,3 \times 40 = 12 \text{ cm OK!} \\ 10 \cdot \emptyset = 10 \times 1 = 10 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

\* COSTELA

$$A_{s, \text{costela}} = 0,10\% \times \frac{A_c}{\text{face}} = 0,10\% \times \frac{20 \times 90}{\text{face}} = 1,8 \text{ cm}^2 \rightarrow 6 \emptyset 6.3$$

# V1



## VIGA V6

- CARGAS:

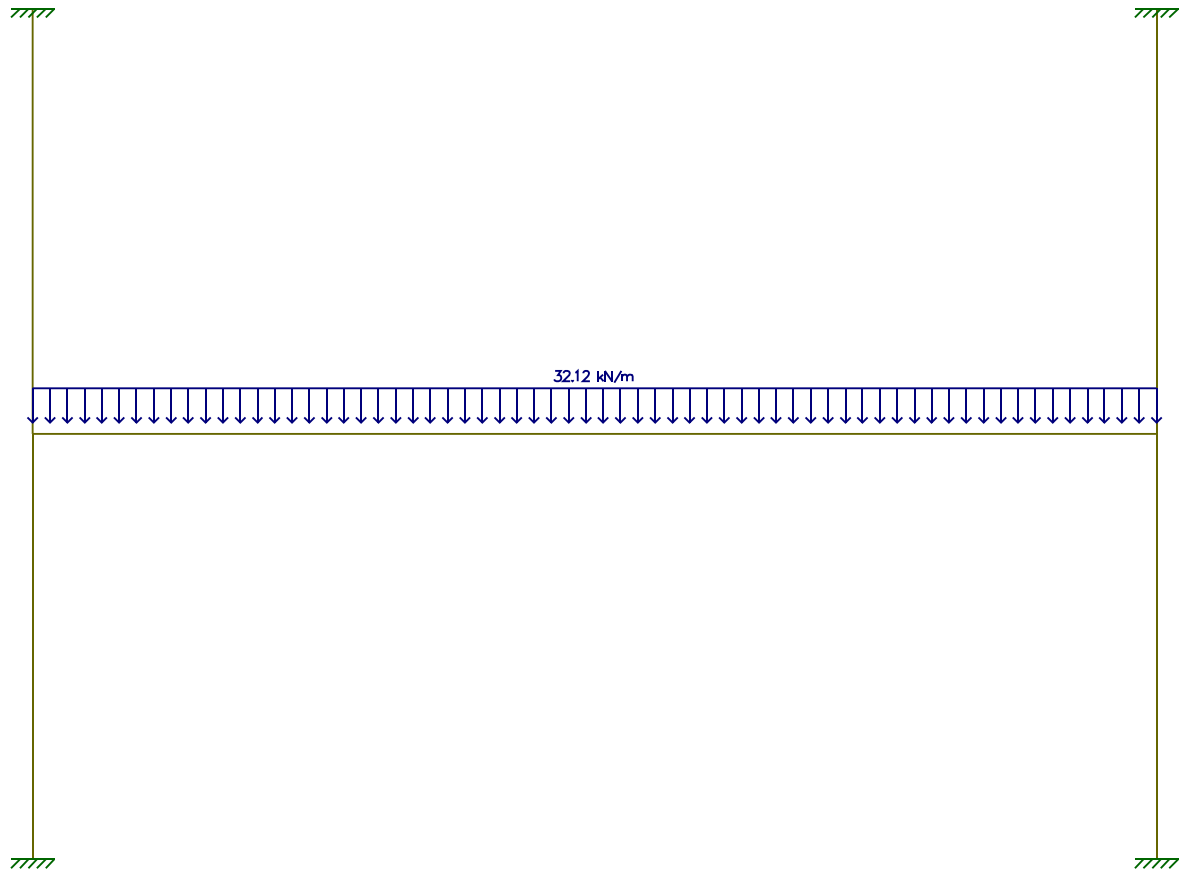
$$PP = 0,2 \times 0,9 \times 25 = 4,5 \text{ kN/m}$$

$$\text{ALVENARIA: } 0,15 \times 2,8 \times 13 = 5,46 \text{ kN/m}$$

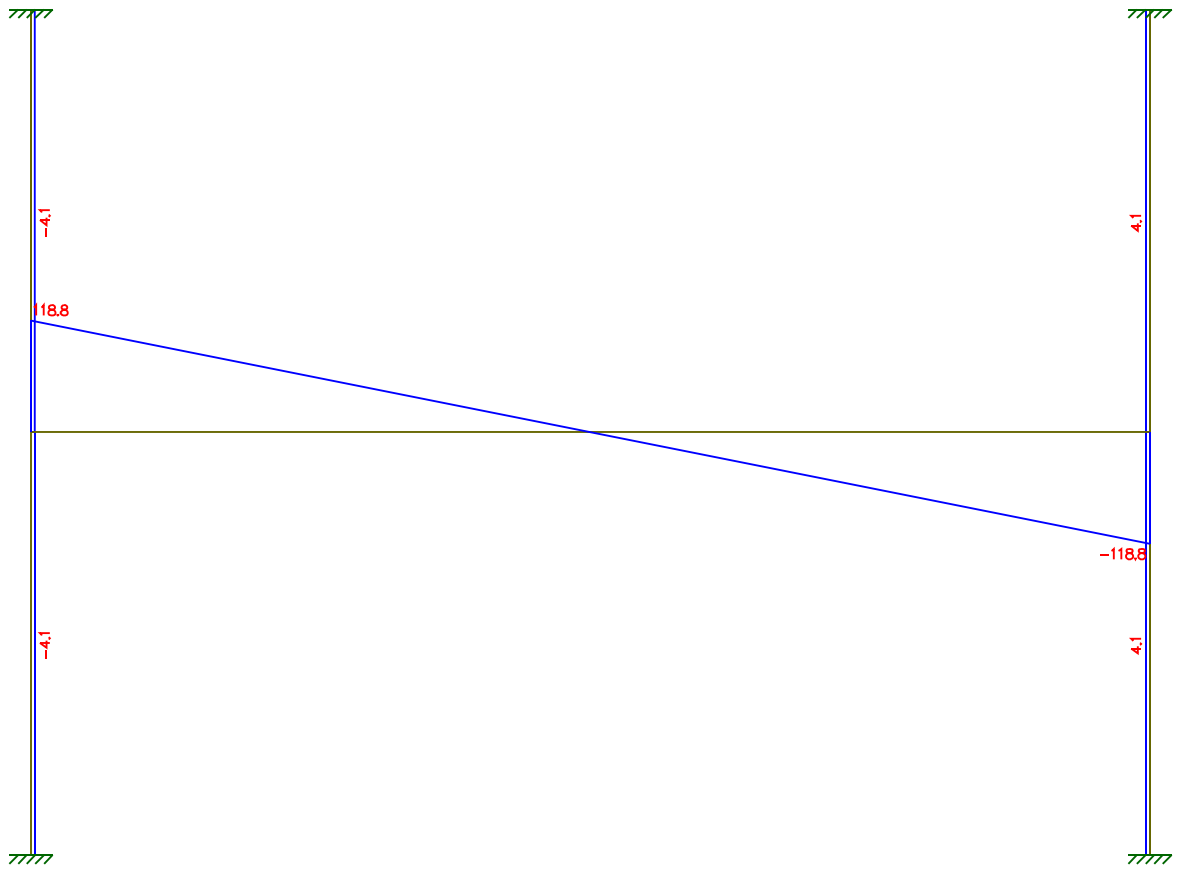
$$\text{REAÇÕES DA LAJE } L3 = 9,16 + 13 = 22,16$$

$$\text{CARGA TOTAL} = 5,46 + 4,5 + 22,16 = 32,12 \text{ kN/m}$$

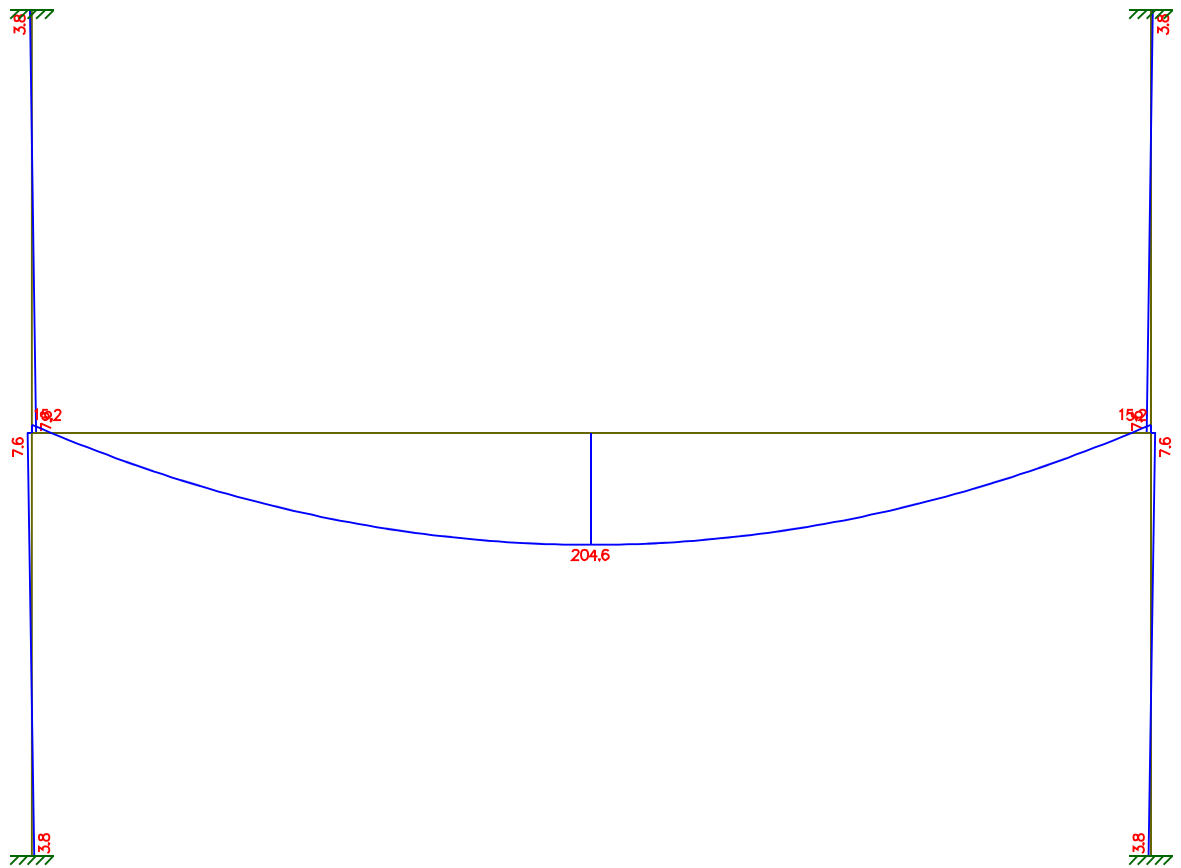
- CARREGAMENTO:



- DIAGRAMA DA FORÇA CORTANTE:



- DIAGRAMA DO MOMENTO FLETOR:



**CÁLCULO DA ARMADURA DE FLEXÃO**

\*  $M = 204,6 \text{ kN.m}$

$$K = \frac{M_d}{f_c b d^2} = \frac{204,6 \times 100 \times 1,4}{1,52 \times 20 \times 85^2} = 0,13 < K_L = 0,32 \therefore K' = K$$

$$A_s = A_{s1} = \frac{f_c b d}{f_{yd}} (1 - \sqrt{1 - 2K'}) = \frac{1,52 \times 20 \times 85}{43,5} (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,13})$$

$$A_s = 8,30 \text{ cm}^2 \rightarrow 3 \Phi 20 = 9,42 \text{ cm}^2$$

\* ARMADURA MÍNIMA:

$$A_{s\text{MÍN}} = 0,15\% \times 20 \times 90 = 2,7 \text{ cm}^2 \text{ OK!}$$

\* **X= 15,2 kN.m (APOIO DIREITO E ESQUERDO)**

$$K = \frac{M_d}{f_c b d^2} = \frac{15,2 \times 100 \times 1,4}{1,52 \times 20 \times 85^2} = 0,01 < K_L = 0,32 \therefore K' = K$$

$$A_s = A_{s1} = \frac{f_c b d}{f_{yd}} (1 - \sqrt{1 - 2K'}) = \frac{1,52 \times 20 \times 85}{43,5} (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,01})$$

$$A_s = 0,60 \text{ cm}^2$$

\* ARMADURA MÍNIMA:

$$A_{s\text{MÍN}} = 0,15\% \times 20 \times 90 = 2,7 \text{ cm}^2 \rightarrow A_s = 2,7 \text{ cm}^2 \rightarrow 4 \Phi 10 = 3,14 \text{ cm}^2$$

#### VERIFICAÇÃO DA FISSURAÇÃO

\* **PARA MOMENTO X= 15,2 kN.m**

1a. VERIFICAÇÃO: CONSIDERANDO CAA II  $\rightarrow w_k \leq 0,3 \text{ mm}$

$$w_1 = \frac{\sigma_s}{12,5 \cdot \eta_1} \cdot \frac{\sigma_{s1}}{E_{s1}} \cdot \left( \frac{4}{\rho_r} + 45 \right)$$

$$\sigma_s = \frac{f_{yd}}{\gamma_f} \cdot \frac{A_{scal}}{A_{sef}} = \frac{43,5}{1,4} \cdot \frac{0,60}{3,14} = 26,72 \text{ kN/cm}^2$$

$$A_{cr} = (7,5 + 5) \times 20 = 250 \text{ cm}^2$$

$$\rho_r = \frac{A_e}{A_{cr}} = \frac{3,14}{250} = 0,0126$$

$$w_1 = \frac{10}{12,5 \times 2,25} \cdot \frac{26,72}{21000} \cdot \left( \frac{4}{0,0126} + 45 \right) = 0,164 \text{ mm} < w_k = 0,3 \text{ mm} \text{ OK!}$$

\* **PARA MOMENTO M= 204,6 kN.m**

1a. VERIFICAÇÃO: CONSIDERANDO CAA II  $\rightarrow w_k \leq 0,3 \text{ mm}$

$$w_1 = \frac{\sigma_s}{12,5 \cdot \eta_1} \cdot \frac{\sigma_{s1}}{E_{s1}} \cdot \left( \frac{4}{\rho_r} + 45 \right)$$

$$\sigma_s = \frac{f_{yd}}{\gamma_f} \cdot \frac{A_{scal}}{A_{sef}} = \frac{43,5}{1,4} \cdot \frac{8,3}{9,42} = 27,4 \text{ kN/cm}^2$$

$$A_{cr} = (5 + 7,5 \times 2) \times 20 = 400 \text{ cm}^2$$

$$\rho_r = \frac{A_e}{A_{cr}} = \frac{9,42}{400} = 0,0236$$

$$w_1 = \frac{20}{12,5 \times 2,25} \cdot \frac{27,4}{21000} \cdot \left( \frac{4}{0,0236} + 45 \right) = 0,199 \text{ mm} < w_k = 0,3 \text{ mm OK!}$$

### CÁLCULO DA ARMADURA DE CISALHAMENTO

PARA  $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ :

$$\tau_{wd2} = 4,34 \text{ MPa} = 0,434 \text{ kN/cm}^2$$

$$V_{\text{máx}} = 118,9 \text{ kN}$$

- VERIFICAÇÃO DO CONCRETO:

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b_w \cdot d} = \frac{118,9 \times 1,4}{20 \times 85} = 0,098 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_{wd} < \tau_{wd2}$$

O CONCRETO ESTÁ VERIFICADO, OU SEJA, A BIELA COMPRIMIDA DE CONCRETO NÃO ROMPERÁ.

- ARMADURA:

$$\tau_{wd \text{ min}} = 0,117 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_{wd} < \tau_{wd \text{ min}} \therefore \rho_w = \rho_{w \text{ min}} = 0,103$$

$$A_{sw} = A_{sw \text{ min}} = \rho_{w \text{ min}} \cdot b_w = 0,103 \times 20 = 2,06 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

PARA O ESTRIBO SIMPLES:

$$\frac{A_{sw}}{2} = \frac{2,06}{2} = 1,03 \text{ cm}^2/\text{m}$$

ESPAÇAMENTO:

$$\frac{1,03}{0,2 \rightarrow \emptyset 5} = 5,15 \text{ estribos} \rightarrow \frac{100}{5,15} = \emptyset 5 \text{ c/ } 17,5$$

ESPAÇAMENTO MÁXIMO:

$$\tau_{wd} = 0,07 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} < 0,67 \cdot \tau_{wd2} = 0,67 \times 0,434 = 0,29 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \therefore s = 0,67d$$

$$s = 17,5 \text{ cm OK!} \leq \begin{cases} 0,6 \cdot d = 0,6 \times 85 = 51 \text{ cm} \\ 30 \text{ cm} \end{cases}$$

### DETALHAMENTO:

\* MOMENTO POSITIVO

$$l_b = 37,67 \cdot \phi = 80 \text{ cm}$$

$$l_{b \text{ nec}} = \alpha_1 \cdot l_b \cdot \frac{A_{s \text{ cal}}}{A_{se}} = 1 \times 80 \times \frac{8,30}{9,42} = 71 \text{ cm}$$

$$l_{b \text{ min}} > \begin{cases} 0,3 \cdot l_b = 0,3 \times 80 = 24 \text{ cm OK!} \\ 10 \cdot \phi = 10 \times 2 = 20 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

- APOIO EXTERNO DIREITO = ESQUERDO

$$V = 118,8 \text{ kN}$$

$$A_{s \text{ cal}} = 0,5 \cdot \frac{V_d}{f_{yd}} = 0,50 \times \frac{118,8 \times 1,4}{43,5} = 1,91 \text{ cm}^2$$

NÚMERO DE BARRAS:  $N_{b, \text{va0}}/4 \geq 2$  BARRAS  $\rightarrow$  NÚMERO DE BARRAS = 2

$$l_b = 37,67 \cdot \phi = 80 \text{ cm}$$

$$l_{b \text{ nec}} = \alpha_1 \cdot l_b \cdot \frac{A_{s \text{ cal}}}{A_{se}} = 1 \times 80 \times \frac{1,91}{6,28} = 25 \text{ cm}$$

$$l_{b \text{ min}} > \begin{cases} 0,3 \cdot l_b = 0,3 \times 80 = 24 \text{ cm OK!} \\ 10 \cdot \phi = 10 \times 2 = 20 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

\* MOMENTO NEGATIVO

$$l_b = 37,67 \cdot \phi = 40 \text{ cm}$$

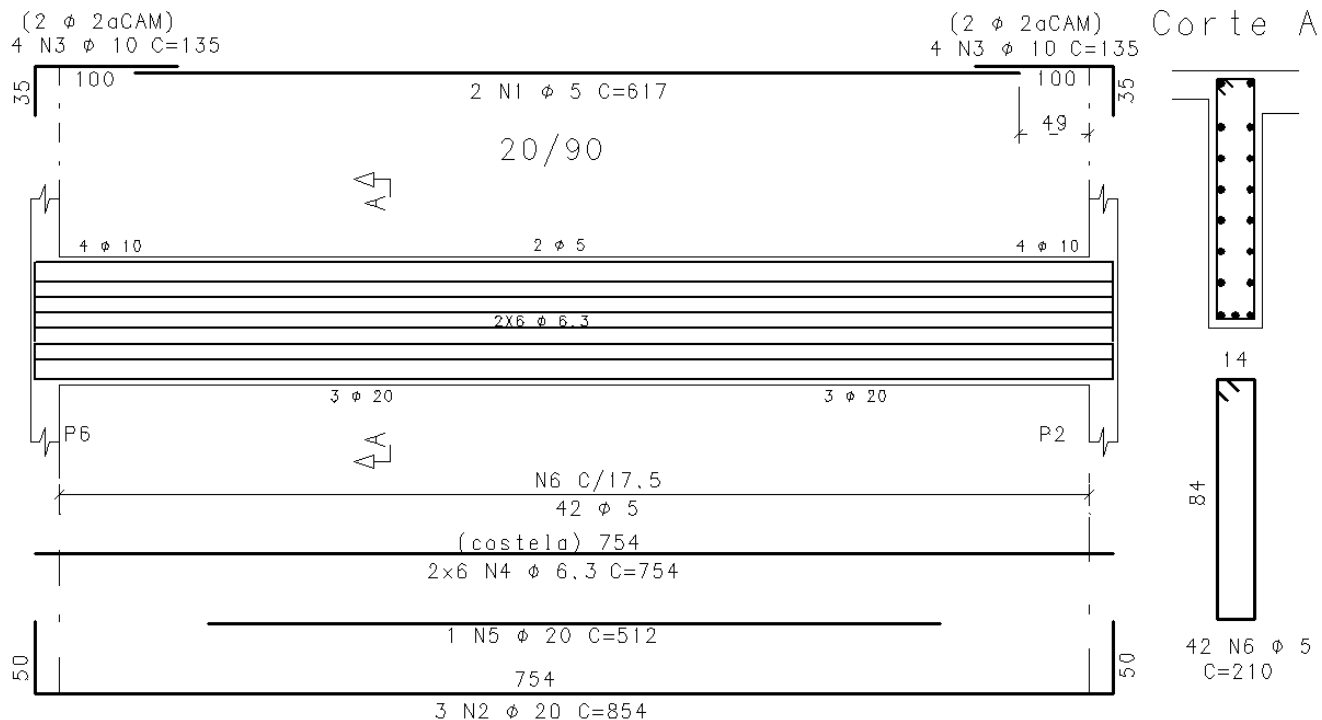
$$l_{b \text{ nec}} = \frac{40}{0,7} \times \frac{2,7}{3,14} = 50 \text{ cm}$$

$$l_{b \text{ min}} > \begin{cases} 0,3 \cdot l_b = 0,3 \times 40 = 12 \text{ cm OK!} \\ 10 \cdot \phi = 10 \times 1 = 10 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

\* COSTELA

$$A_{s, \text{costela}} = 0,10\% \times \frac{A_c}{f_{ace}} = 0,10\% \times \frac{20 \times 90}{f_{ace}} = 1,8 \text{ cm}^2 \rightarrow 6 \phi 6.3$$

# V6



## 5. CONCLUSÃO

DE ACORDO COM O DETALHAMENTO DAS LAJES E VIGAS PODE SER DEDUZIDO QUE A ÁREA DA SEÇÃO DE CONCRETO E ARMADURA UTILIZADAS ATENDEM AO CARREGAMENTO SOLICITANTE COM UM CONSUMO DE MATERIAIS CONSIDERADO MODERADO. ALÉM DISSO, É IMPORTANTE FRISAR, QUE O CÁLCULO FOI DESENVOLVIDO DE FORMA MANUAL E DE ACORDO COM A NORMA BRASILEIRA NBR 6118/2003.

ATUALMENTE, AS ESTRUTURAS PODEM SER PROJETADAS COM O AUXÍLIO DE SOFTWARES QUE OFERECEM ALTO GRAU DE COMPLEXIDADE E SOFISTIFICAÇÃO DAS ANÁLISES.

A UTILIZAÇÃO DE UMA FERRAMENTA COMPUTACIONAL, QUANDO FEITA DE MANEIRA RESPONSÁVEL E CRITERIOSA, TRAZ ENORMES VANTAGENS À ELABORAÇÃO DE UM PROJETO, TAIS COMO: PRODUTIVIDADE, QUALIDADE E SEGURANÇA.

PORTANTO, É IMPORTANTE RECONHECER O APERFEIÇOAMENTO DA ENGENHARIA DE ESTRUTURAS ATRAVÉS DA INFORMÁTICA, MAS COM A CIÊNCIA QUE O SOFTWARE JAMAIS SUBSTITUIRÁ O PAPEL DO ENGENHEIRO.



## **6. NORMAS/BIBLIOGRAFIA ADOTADAS:**

- INFORMÁTICA APLICADA EM ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO - ALIO KIMURA
- CÁLCULO E DETALHAMENTO DE ESTRUTURAS USUAIS DE CONCRETO ARMADO - 3a. EDIÇÃO - ROBERTO CHUST CARVALHO E JASSON RODRIGUES DE FIGUEIREDO FILHO
- APOSTILA DO CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS - PROJETO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO I DO PROFESSOR: NEY AMORIM SILVA
- NBR-6118/2003 - PROJETO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO - PROCEDIMENTO

## **7. ANEXO:**

# **ANEXO**

Tabela 3.8 – Reações de apoio em lajes retangulares (Tepedino)

Tipo de laje	A		B			C		D	E		
	$r_a=0,25$	$r_b$	$r_a$	$r'_b$	$r''_b$	$r'_a=0,183$	$r''_a=0,317$	$r_a=0,144$	$r'_a$	$r''_a$	$r_b$
0,50	-	0,165	0,125	0,217	-	-	0,217	0,125	0,217	0,158	
0,55	-	0,172	0,138	0,238	-	-	0,238	0,131	0,227	0,174	
0,60	-	0,177	0,150	0,260	-	-	0,259	0,136	0,236	0,190	
0,65	-	0,181	0,163	0,281	-	-	0,278	0,140	0,242	0,206	
0,70	-	0,183	0,175	0,302	-	-	0,294	0,143	0,247	0,222	
0,75	-	0,183	0,187	0,325	-	-	0,308	0,144	0,249	0,238	
0,80	-	0,183	0,199	0,344	-	-	0,320	0,144	0,250	0,254	
0,85	-	0,183	0,208	0,361	-	-	0,330	0,144	0,250	0,268	
0,90	-	0,183	0,217	0,376	-	-	0,340	0,144	0,250	0,281	
0,95	-	0,183	0,225	0,390	-	-	0,348	0,144	0,250	0,292	
1,00	0,250	0,183	0,232	0,402	0,183	0,317	0,356	0,144	0,250	0,303	
1,05	0,262	0,183	0,238	0,413	0,192	0,332	0,363	0,144	0,250	0,312	
1,10	0,273	0,183	0,244	0,423	0,200	0,346	0,369	0,144	0,250	0,321	
1,15	0,283	0,183	0,250	0,432	0,207	0,358	0,374	0,144	0,250	0,329	
1,20	0,292	0,183	0,254	0,441	0,214	0,370	0,380	0,144	0,250	0,336	
1,25	0,300	0,183	0,259	0,448	0,220	0,380	0,385	0,144	0,250	0,342	
1,30	0,308	0,183	0,263	0,455	0,225	0,390	0,389	0,144	0,250	0,348	
1,35	0,315	0,183	0,267	0,462	0,230	0,399	0,393	0,144	0,250	0,354	
1,40	0,321	0,183	0,270	0,468	0,235	0,408	0,397	0,144	0,250	0,359	
1,45	0,328	0,183	0,274	0,474	0,240	0,415	0,400	0,144	0,250	0,364	
1,50	0,333	0,183	0,277	0,479	0,244	0,423	0,404	0,144	0,250	0,369	
1,55	0,339	0,183	0,280	0,484	0,248	0,429	0,407	0,144	0,250	0,373	
1,60	0,344	0,183	0,282	0,489	0,252	0,436	0,410	0,144	0,250	0,377	
1,65	0,348	0,183	0,285	0,493	0,255	0,442	0,413	0,144	0,250	0,381	
1,70	0,353	0,183	0,287	0,497	0,258	0,448	0,415	0,144	0,250	0,384	
1,75	0,357	0,183	0,289	0,501	0,261	0,453	0,418	0,144	0,250	0,387	
1,80	0,361	0,183	0,292	0,505	0,264	0,458	0,420	0,144	0,250	0,390	
1,85	0,365	0,183	0,294	0,509	0,267	0,463	0,422	0,144	0,250	0,393	
1,90	0,368	0,183	0,296	0,512	0,270	0,467	0,424	0,144	0,250	0,396	
1,95	0,372	0,183	0,297	0,515	0,272	0,471	0,426	0,144	0,250	0,399	
2,00	0,375	0,183	0,299	0,518	0,275	0,475	0,428	0,144	0,250	0,401	

O valor da reação é dado por:  $R = r \cdot p \cdot a$

a é o vão com o maior número de engaste. Caso o número de engaste seja o mesmo nas duas direções, a é o menor vão.

Tabela 3.9 – Momentos fletores, regime rígido-plástico (Tepedino)

Tipo de laje	A		B		C		D		E		F	
	$m_a$	$m_b$	$m_a$	$m_b$	$m_a$	$m_b$	$m_a$	$m_b$	$m_a$	$m_b$	$m_a$	$m_b$
0,50	-	-	122,1	50,9	-	-	103,2	64,5	215,6	80,8	-	-
0,55	-	-	92,2	46,5	-	-	81,4	61,6	161,2	73,2	-	-
0,60	-	-	72,6	43,6	-	-	66,9	60,2	125,6	67,8	-	-
0,65	-	-	59,2	41,7	-	-	56,9	60,1	101,4	64,2	-	-
0,70	-	-	49,7	40,6	-	-	49,7	60,8	84,2	61,9	-	-
0,75	-	-	42,7	40,1	-	-	44,3	62,3	71,8	60,6	-	-
0,80	-	-	37,6	40,1	-	-	40,3	64,5	62,5	60,0	-	-
0,85	-	-	33,6	40,5	-	-	37,2	67,2	55,5	60,1	-	-
0,90	-	-	30,5	41,2	-	-	34,8	70,4	50,0	60,8	-	-
0,95	-	-	28,1	42,3	-	-	32,8	74,0	45,7	61,8	-	-
1,00	24,0	24,0	26,1	43,6	40,0	40,0	31,2	78,0	42,2	63,3	60,0	60,0
1,05	21,8	24,1	24,5	45,1	36,4	40,1	29,9	82,4	39,4	65,2	54,6	60,2
1,10	20,1	24,3	23,2	46,8	33,5	40,5	28,8	87,1	37,1	67,3	50,2	60,7
1,15	18,6	24,6	22,1	48,8	31,0	41,0	27,9	92,2	35,2	69,8	46,6	61,6
1,20	17,4	25,1	21,2	50,9	29,0	41,8	27,1	97,6	33,5	72,5	43,5	62,7
1,25	16,4	25,6	20,4	53,2	27,3	42,7	26,4	103,2	32,2	75,4	41,0	64,4
1,30	15,5	26,3	19,8	55,6	25,9	43,8	25,9	109,2	31,0	78,6	38,8	65,6
1,35	14,8	27,0	19,2	58,2	24,7	44,9	25,4	115,5	30,0	82,0	37,0	67,4
1,40	14,2	27,8	18,7	61,0	23,6	46,3	24,9	122,1	29,1	85,6	35,4	69,4
1,45	13,6	28,6	18,2	63,9	22,7	47,7	24,5	128,9	28,4	89,4	34,0	71,6
1,50	13,1	29,6	17,8	66,9	21,9	49,3	24,2	136,1	27,7	93,4	32,8	73,9
1,55	12,7	30,6	17,5	70,1	21,2	50,9	23,9	143,5	27,1	97,6	31,8	76,4
1,60	12,4	31,6	17,2	73,4	20,6	52,7	23,6	151,1	26,6	102,0	30,9	79,0
1,65	12,0	32,7	16,9	76,8	20,0	54,5	23,4	159,1	26,1	106,6	30,0	81,8
1,70	11,7	33,9	16,7	80,3	19,5	56,5	23,2	167,3	25,7	111,3	29,3	84,7
1,75	11,5	35,1	16,5	84,0	19,1	58,5	23,0	175,7	25,3	116,2	28,7	87,8
1,80	11,2	36,4	16,3	87,8	18,7	60,6	22,8	184,5	25,0	121,3	28,1	91,0
1,85	11,0	37,7	16,1	91,7	18,4	62,9	22,6	193,5	24,7	126,6	27,6	94,3
1,90	10,8	39,1	15,9	95,8	18,0	65,2	22,5	202,7	24,4	132,0	27,1	97,7
1,95	10,7	40,5	15,8	99,9	17,8	67,5	22,3	212,2	24,1	137,6	26,6	101,3
2,00	10,5	42,0	15,6	104,2	17,5	70,0	22,2	222,0	23,9	143,3	26,3	105,0

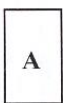


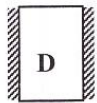


O valor do momento fletor positivo é dado por:  $M = (pa^2)/m$

O momento fletor negativo na direção **a** ou **b**, se tiver, será dado por:  $X_i = 1,5 \cdot M_i$

**a** é o vão com o maior número de engaste. Caso o número de engaste seja o mesmo nas duas direções, **a** é o menor vão.



Tabela 3.10 – Flecha elástica em lajes retangulares (Tepedino)

Tipo de laje						
b/a	$f_1$	$f_1$	$f_1$	$f_1$	$f_1$	$f_1$
0,50	-	0,0068	-	0,0062	0,0033	-
0,55	-	0,0090	-	0,0080	0,0045	-
0,60	-	0,011	-	0,0098	0,0058	-
0,65	-	0,014	-	0,012	0,0073	-
0,70	-	0,017	-	0,014	0,0090	-
0,75	-	0,020	-	0,015	0,011	-
0,80	-	0,022	-	0,017	0,012	-
0,85	-	0,025	-	0,019	0,014	-
0,90	-	0,028	-	0,020	0,015	-
0,95	-	0,030	-	0,021	0,017	-
1,00	0,048	0,033	0,025	0,023	0,018	0,015
1,05	0,053	0,035	0,027	0,024	0,020	0,016
1,10	0,057	0,037	0,029	0,024	0,021	0,018
1,15	0,062	0,039	0,032	0,025	0,022	0,019
1,20	0,066	0,041	0,034	0,026	0,023	0,020
1,25	0,071	0,043	0,036	0,027	0,024	0,021
1,30	0,075	0,044	0,038	0,027	0,025	0,022
1,35	0,079	0,046	0,040	0,028	0,026	0,023
1,40	0,083	0,047	0,041	0,028	0,026	0,024
1,45	0,087	0,049	0,043	0,029	0,027	0,025
1,50	0,090	0,050	0,045	0,029	0,027	0,026
1,55	0,094	0,051	0,046	0,029	0,028	0,027
1,60	0,097	0,052	0,047	0,029	0,028	0,027
1,65	0,100	0,053	0,048	0,030	0,028	0,027
1,70	0,103	0,053	0,049	0,030	0,028	0,028
1,75	0,106	0,054	0,050	0,030	0,028	0,028
1,80	0,109	0,055	0,050	0,030	0,028	0,028
1,85	0,112	0,056	0,051	0,030	0,029	0,029
1,90	0,114	0,056	0,052	0,030	0,029	0,029
1,95	0,116	0,057	0,054	0,030	0,029	0,029
2,00	0,119	0,058	0,055	0,030	0,029	0,029

O valor da flecha é dada por:  $f = f_1 \cdot (p \cdot a^4) / (E_{cs} \cdot h^3)$   
 $a$  é o vão com o maior número de engaste. Caso o número de engaste seja o mesmo nas duas direções,  $a$  é o menor vão.

Tabela 3.11 – Momentos fletores, regime elástico (Tepedino)

Tipo de laje	A		B		C		D		E		F									
	$m_a$	$m_b$	$m_a$	$m_b$	$n_a$	$m_b$	$n_a$	$m_b$	$n_a$	$m_b$	$n_a$	$n_b$								
0,50	-	-	119,0	44,1	32,8	-	-	-	-	113,6	47,9	33,7	222,2	72,7	49,3	35,2	-	-	-	
0,55	-	-	91,7	40,0	27,6	-	-	-	-	88,5	44,8	28,6	161,3	64,3	40,5	30,7	-	-	-	
0,60	-	-	74,1	37,2	23,8	-	-	-	-	73,0	42,9	25,0	123,5	58,4	34,4	27,2	-	-	-	
0,65	-	-	61,7	35,3	20,9	-	-	-	-	60,2	42,0	22,2	99,0	54,3	29,8	24,6	-	-	-	
0,70	-	-	52,1	34,1	18,6	-	-	-	-	53,5	41,7	20,1	82,0	51,3	26,2	22,5	-	-	-	
0,75	-	-	45,2	33,4	16,8	-	-	-	-	47,2	42,0	18,5	69,0	49,5	23,4	21,0	-	-	-	
0,80	-	-	40,2	33,1	15,4	-	-	-	-	42,9	43,0	17,3	59,2	48,4	21,2	19,7	-	-	-	
0,85	-	-	36,1	33,2	14,2	-	-	-	-	39,4	44,2	16,3	52,4	47,9	19,5	19,2	-	-	-	
0,90	-	-	32,9	33,5	13,3	-	-	-	-	36,5	45,7	15,5	47,4	48,0	18,1	18,7	-	-	-	
0,95	-	-	30,3	33,9	12,5	-	-	-	-	34,2	47,8	14,8	43,1	48,6	17,1	18,4	-	-	-	
1,00	23,6	23,6	28,2	34,4	11,9	37,2	37,2	14,3	14,3	32,4	49,8	14,3	39,7	49,5	16,2	18,3	49,5	49,5	19,4	19,4
1,10	20,0	23,6	25,1	36,2	10,9	31,3	37,4	12,7	13,6	29,9	54,7	13,5	34,8	52,3	14,8	17,7	41,3	50,4	17,1	18,4
1,20	17,4	23,7	22,8	38,6	10,2	27,4	38,2	11,5	13,1	28,0	61,5	13,0	31,6	56,5	13,9	17,4	34,8	53,0	15,6	17,9
1,30	15,5	24,2	21,2	41,4	9,7	24,6	40,0	10,7	12,8	26,7	67,2	12,6	29,4	61,6	13,2	17,4	32,7	56,4	14,5	17,6
1,40	14,1	25,0	20,0	44,4	9,3	22,6	41,8	10,1	12,6	25,8	75,0	12,3	27,9	68,0	12,8	17,4	30,1	60,7	13,7	17,5
1,50	13,0	25,7	19,1	47,3	9,0	21,1	44,4	9,6	12,4	25,3	83,9	12,3	26,7	74,1	12,5	17,5	28,3	67,3	13,2	17,5
1,60	12,1	26,8	18,4	51,4	8,8	20,0	48,2	9,2	12,3	24,8	93,0	12,1	25,9	81,4	12,3	17,7	27,1	73,7	12,8	17,5
1,70	11,4	27,9	17,8	55,8	8,6	19,2	52,4	9,0	12,3	24,4	101,8	12,0	25,3	88,7	12,1	17,9	26,1	82,4	12,5	17,5
1,80	10,9	28,8	17,4	59,4	8,4	18,5	56,1	8,7	12,2	24,2	110,2	12,0	24,9	99,6	12,0	18,0	25,5	88,2	12,3	17,5
1,90	10,5	30,4	17,1	63,0	8,3	18,0	60,2	8,6	12,2	24,0	120,4	12,0	24,5	106,5	12,0	18,0	25,1	98,9	12,1	17,5
2,00	10,1	31,6	16,8	67,6	8,2	17,5	62,5	8,4	12,2	24,0	131,6	12,0	24,3	113,6	12,0	18,0	24,7	104,2	12,0	17,5

O valor do momento **positivo** e dado por:  $M = pa^2/m$  e do **negativo** por  $X = pa^2/n$

$a$  é o vão com o maior número de engaste. Caso o número de engaste seja o mesmo nas duas direções,  $a$  é o menor vão