UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

INSTITUTO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM NEUROCIÊNCIAS

MARIUCHE RODRIGUES DE ALMEIDA GOMIDES

APRENDIZAGEM DOS FATOS ARITMÉTICOS: IMPLICAÇÕES TEÓRICAS E PRÁTICAS

BELO HORIZONTE - MG

2016

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

INSTITUTO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM NEUROCIÊNCIAS

MARIUCHE RODRIGUES DE ALMEIDA GOMIDES

APRENDIZAGEM DOS FATOS ARITMÉTICOS: IMPLICAÇÕES TEÓRICAS E PRÁTICAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Neurociências como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Neurociências. Área de concentração: Neurociências Clínicas.

Orientador: Prof. Dr. Antônio Jaeger
Co-orientador: Prof. Dr. Vitor Geraldi Haase

BELO HORIZONTE - MG

2016

043 Gomides, Mariuche Rodrigues de Almeida.
Aprendizagem dos fatos aritméticos: implicações teóricas e práticas [manuscrito] / Mariuche Rodrigues de Almeida Gomides. – 2016.

66 f. : il. ; 29,5 cm.

Orientador: Prof. Dr. Antônio Jaeger. Co-orientador: Prof. Dr. Vitor Geraldi Haase.
Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Minas Gerais, Instituto de Ciências Biológicas.

1. Neurociências - Teses. 2. Memória - Teses. 3. Dificuldade de aprendizagem. 4. Matemática - Problemas, exercícios - Teses. I. Jaeger, Antônio. II. Haase, Vitor Geraldi. III. Universidade Federal de Minas Gerais. Instituto de Ciências Biológicas. IV. Título.

CDU: 612.8

Agradecimentos

Em primeiro lugar, agradeço a Deus por me guiar até aqui.

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela bolsa de estudos durante o mestrado.

Em especial, agradeço:

Aos meus orientadores Prof. Dr. Antônio Jaeger e Prof. Dr. Vitor Geraldi Haase pelo apoio, confiança e pela paciência em todo o processo da minha formação.

Aos professores doutores Marcela Mansur, Luciano Buratto e Renato Bortoloti por aceitarem fazer parte da banca examinadora.

Aos queridos colegas do LND pela amizade e suporte ao longo desses anos. Agradeço em especial aos meus colegas veteranos, Annelise, Júlia, Lívia e Ricardo pela ajuda em todos os momentos que precisei e por serem fonte de inspiração constante. À Giulia, Belinha, Thalita e Andressa pela amizade.

Aos meus familiares pelo apoio incondicional. Ao Fred pelo companheirismo, compreensão e carinho.

Resumo

Fatos aritméticos correspondem a cálculos simples que são extensivamente resolvidos e armazenados na memória de longo prazo e são a base para a aprendizagem de habilidades matemáticas mais complexas. As crianças com dificuldade de aprendizagem de matemática apresentam problemas com a consolidação dos fatos aritméticos na memória. O processo de aquisição dos fatos aritméticos resulta em uma rede de memória densamente interconectada, na qual, problemas e respostas se tornam associados. Entretanto, como as combinações ocorrem somente com dígitos de 0 e 9, é uma aprendizagem propensa a falsas associações decorrentes da interferência. As crianças com dificuldade de aprendizagem de matemática apresentam dificuldades para criar associações confiáveis na memória entre os problemas e suas respectivas respostas. Para investigar o processo de aprendizagem dos fatos aritméticos, dois estudos foram desenvolvidos. O primeiro estudo investigou os efeitos da manipulação da interferência na aprendizagem de novos fatos da multiplicação. Os participantes treinaram multiplicações complexas de maneira extensiva através da repetição, com a finalidade de memorizar uma nova tabuada. A interferência foi manipulada através da inserção itens repetidos em diferentes combinações. A interferência afetou negativamente a memorização dos estímulos que compartilham elementos, corroborando a suposição de que a interferência é uma consequência inevitável da organização dos fatos na memória. O segundo estudo investigou a eficácia de um programa de intervenção focado na automatização dos fatos aritméticos em duas crianças com dificuldades de aprendizagem na matemática, mas perfis cognitivos diferentes. A intervenção utilizou a prática repetida e a instrução do conhecimento conceitual para melhorar a capacidade de fluência da multiplicação. Os pacientes participaram de sessões individuais. Um delineamento de pré e pós-teste foi utilizado para avaliar a eficácia da intervenção. Os pacientes apresentaram uma diferença na responsividade ao tratamento em decorrência de seu perfil neuropsicológico específico. Os resultados estão de acordo com os achados a respeito da heterogeneidade das dificuldades de aprendizagem da matemática e reforçam a necessidade de que este aspecto seja levado em conta nos programas de intervenção. Ambos os estudos apresentam implicações teóricas e práticas para a compreensão da aprendizagem dos fatos aritméticos e de possíveis intervenções.

Palavras-chave: fatos aritméticos; interferência; memória; intervenção; dificuldades de aprendizagem da matemática.

Abstract

Arithmetic facts correspond to simple and overpracticed calculations stored in long-term memory. They are a complex and multidetermined domain considered the basis of more complex mathematical abilities. Children with math learning difficulties (MLD) show impairments in the consolidation of arithmetic facts in memory. The acquisition process leads to an interconnected memory network in which problems and responses are associated. However, as these combinations result from associations between digits 0 to 9, arithmetic facts learning is prone to false associations due to interference. Children with MLD present impairments in this process, showing difficulties to create reliable associations between problems and answers. In order to investigate the arithmetic facts learning process, two studies were proposed. The first study investigated the effects of interference manipulation during the learning of a new times table. Participants practiced complex multiplications extensively by repetition in order to store new arithmetic facts. The interference was manipulated through the items repetition in differents combinations. The interference negatively affected the storage of items that share similar features. This study gives support to the proposal that interference is an inevitable consequence of the arithmetic facts organization in memory. The second study investigated the efficiency of an arithmetic facts intervention program in two children with mathematical difficulties, but different cognitive profile. The program used practice and conceptual knowledge instructions to improve fluency multiplication capacity. Participants took part in individual sessions. A pre and posttest design was adopted to evaluate the intervention efficiency. Patients showed different patterns of improvement according to their particular neuropsychological profile. The results are in line with MLD heterogeneity, and highlight the importance of this aspect in the elaboration of intervention programs. Both studies presented theoretical and practical implication to the arithmetic facts learning and intervention comprehension.

Keyword: arithmetic facts; interference; memory; intervention; math learning difficulties.

Lista de Figuras

Estudo I

Estudo II

Lista de Tabelas

Estudo I

Estudo II

Lista de Abreviaturas e Siglas

MLD – math learning disabilities

DD – Discalculia do Desenvolvimento/ Developmental Dyscalculia

Bloco BI – bloco com baixa interferência

Bloco AI – bloco com alta interferência

ANS – Aproximate number system

Sumário

1. Introdução Geral

A capacidade de realizar cálculos simples é necessária em nosso cotidiano e constitui um pré-requisito para a aprendizagem de habilidades matemáticas mais complexas (Kaufmann, Handl & Thoeny, 2003). Os fatos aritméticos são reconhecidos como os cálculos nos quais a resposta é resgatada automaticamente da memória de longo prazo sem o uso de estratégias procedimentais (De Visscher, Berens, Keidel, Noël & Bird, 2015). O resgate é considerado como a estratégia de resolução mais madura porque é mais rápido e demanda menos recursos do que estratégias procedimentais, como por exemplo a contagem nos dedos (Wylie, Jordan & Mulhern, 2012).

Durante o processo de aprendizagem, as crianças devem ser capazes de criar associações confiáveis na memória entre os problemas e suas respectivas respostas. Como resultado, as crianças passam a usar cada vez menos estratégias procedurais baseadas na contagem em prol do resgate (De Visscher & Noël, 2014a). Entretanto, como todos os problemas são constituídos a partir dos mesmos itens, dígitos de 0 a 9, esse processo resulta em associações entre outros problemas e respostas, no qual, o desfecho é uma rede de memória densamente interconectada (Dohmas & Delazer, 2005; Campbell & Graham, 1985; Verguts & Fias, 2005). Portanto, a aprendizagem dos fatos aritméticos pode ser especialmente propensa a interferência.

O processo de aprendizagem de fatos aritméticos conduz a mudanças no padrão de ativação neural, que envolve a ativação de uma extensa rede fronto-parietal (Zamarian, Ischebeck & Delazer, 2009; Arsiladou & Taylor, 2011). O início da aprendizagem exige o acesso a representações numéricas de magnitudes localizadas no sulco intraparietal esquerdo e de processos controlados, atenção e memória de trabalho, levando a ativação do córtex dorsolateral esquerdo (De Smedt, 2015; Menon, 2015). Essas regiões são atividades nesse período porque as estratégias procedimentais ainda são predominantes. Posteriormente, o processo de automatização leva a ativação de regiões corticais posteriores a esquerda, principalmente o giro angular (De Smedt, 2015; Menon, 2015).

Recentemente, estudos revelaram que o hipocampo esquerdo desempenha um papel importante na consolidação das associações entre problemas e respostas (Rivera, Reiss, Eckert, & Menon, 2005; Cho, Ryali, Geary, & Menon, 2011; Cho et al., 2012; Qin et al., 2014; Menon, 2015). Entretanto, o hipocampo não é significativamente ativado em fases posteriores da aprendizagem, como por exemplo, durante o resgate dos fatos aritméticos em adultos (ver Menon, 2015). Essas evidências sugerem que conforme a automatização torna-se mais especializada, o giro angular passa a ser responsável pelo resgate dos fatos já consolidados (De Smedt, 2015).

As principais contribuições científicas acerca dos fatos aritméticos envolvem estudos das operações de multiplicação e, em menor grau, de adição simples. De acordo com o modelo do Código Triplo (Dehaene & Cohen, 1997), os fatos são resgatados através de uma rota de memória verbal, na qual, os problemas são armazenados sem o acesso as representações de magnitudes dos números, ou seja, seu significado quantitativo (Dehaene, Piazza, Pinel & Cohen, 2003). Desse modo, essa rota só é possível para os cálculos de adição simples e multiplicação devido ao princípio de comutatividade, como a ordem dos fatores não altera o resultado não é necessário um julgamento de qual dos operandos é maior para executar os cálculos, como acontece nas operações de subtração e divisão.

Como já mencionado anteriormente, a estrutura mental da multiplicação resulta em uma rede de memória densamente interconectada. Essa estrutura apresenta uma série de efeitos reportados em diversos estudos prévios. O efeito mais importante é o efeito do tamanho do problema, no qual, os problemas com operandos menores (por exemplo, 2 x 3) são resolvidos mais rapidamente e acuradamente do que os problemas com operandos maiores (por exemplo, 7 × 8; Campbell & Graham, 1985). Entretanto, os problemas com um operando cinco e com dois operandos idênticos (por exemplo, 9 x 9) apresentam um tempo de reação e taxas de erros menores do que seria esperado com base no seu tamanho, sendo portanto, uma exceção ao efeito do tamanho do problema (Siegler, 1988; Campbell & Graham, 1985).

Os tipos de erros não são aleatórios, mas altamente sistemáticos. Campbell e Graham (1985) constataram que a grande maioria dos erros em adultos (79%) são erros de operandos, no qual a resposta é um múltiplo de um dos operandos (por exemplo, 5 x 6 = 35). Butterworth, Marchesini e Girelli (2003) observaram que a proporção desse tipo de erro aumenta com a idade e escolarização. Os erros também podem ser classificados em outras três categorias. Nos erros por aproximação, a resposta incorreta é igual a dez por cento a mais ou a menos do resultado correto (por exemplo, 4 x 7 = 29). Já nos erros de tabuada, os erros consistem em respostas que pertencem a uma tabuada diferente a de ambos os operandos (por exemplo, 3 x 6 = 20). Por fim, respostas que não estão presentes em nenhuma tabuada são classificadas como erros fora da tabuada (por exemplo, 5 x 6 = 59; Butterworth, Marchesini & Girelli, 2003). Esse padrão de tipos de erros reflete a organização mental da multiplicação e sugere que os erros frequentemente são resultantes de associações entre operandos e respostas que seriam corretos em outro contexto. Em outras palavras, os erros mais comuns são provavelmente decorrentes de falsas associações ocasionadas pela interferência.

Um grande número de modelos teóricos foi elaborado com o objetivo de compreender como os fatos estão organizados na memória (Ashcraft & Battaglia 1978; Campbell & Graham, 1985; Campbell, 1995; Siegler, 1988; Verguts & Fias, 2005). É um consenso dentre estes modelos que os fatos aritméticos constituem um domínio especializado da memória semântica resultante da associação entre problemas e respostas (Domahs & Delazer, 2005). Como resultado, a apresentação de um problema leva a ativação de outros problemas e repostas (Ashcraft, 1987). O nível de ativação é determinado pela intensidade dessa associação entre problemas e repostas (Siegler, 1988). Logo, falsas associações podem ser fortemente reforçadas na memória ocasionando erros no resgate. Desse modo, a suposição de que os problemas podem interferir uns nos outros é uma premissa básica da grande maioria dos modelos teóricos (Ashcraft & Battaglia 1978; Campbell & Graham, 1985; Campbell, 1995; Siegler, 1988; Verguts & Fias, 2005).

A dificuldade na aprendizagem e no resgate dos fatos aritméticos é a característica mais recorrente nos transtornos de aprendizagem da matemática ou Discalculia do Desenvolimento (DD) (Butterworth, Varma & Laurillard, 2011). A DD caracteriza-se por dificuldades específicas e persistentes na aprendizagem da matemática que não são melhor explicadas por comprometimentos sensoriais, déficits cognitivos mais gerais ou métodos educacionais inadequados (Butterworth, 2005). Especificamente quanto à aprendizagem dos fatos, as crianças com DD enfrentam dificuldades para criar associações confiáveis na memória entre os problemas e suas respectivas respostas e, consequentemente, falham no processo de transição de estratégias procedimentais para uma resolução baseada no resgate (De Visscher & Noël, 2014a).

As bases cognitivas da aritmética são altamente complexas e, portanto, multideterminadas por diferentes domínios cognitivos (Rubinsten & Henik, 2009). A memória de trabalho e funções executivas (Raghubar, Barnes & Hecht, 2010), o processamento simbólico de magnitudes (Vanbinst, Ghesquière, & De Smedt, 2014; Vanbinst, Ghesquière, & De Smedt, 2015; Vanbinst, Ceulemans, Ghesquière, & De Smedt, 2015) e a consciência fonêmica (De Smedt & Boets 2010, De Smedt, Taylor, Archibald & Ansari, 2010) são bem estabelecidos na literatura como domínios cognitivos que influenciam as diferenças individuais na aprendizagem dos fatos aritméticos. Recentemente, De Visscher & Noël (2013) propuseram que uma alta sensibilidade à interferência proativa na memória pode comprometer o armazenamento dos fatos aritméticos. As autoras encontraram uma associação entre a alta sensibilidade a interferência em tarefas de memória associativa e a capacidade de fluência aritmética.

Os achados discutidos acima sugerem que a aprendizagem da multiplicação é modulada pela interferência. Além disso, a interferência pode estar envolvida no desenvolvimento típico e atípico das habilidades de cálculos simples. Estudos experimentais que propõem uma medida direta do fenômeno e que envolvam uma manipulação da interferência ainda são escassos (De Visscher e Noel, 2014b; Campbell, 1987). O primeiro estudo investigou os efeitos da manipulação da interferência na aprendizagem de novos fatos da multiplicação. Ainda, assumindo a hipótese de que a interferência é uma consequência inevitável da organização dos fatos na memória, medidas educacionais que minimizem os efeitos da interferência na memória durante a aprendizagem necessitam ser pensadas. Desse modo, o segundo estudo investigou a eficácia de um programa de intervenção focado na automatização dos fatos aritméticos em duas crianças com dificuldades de aprendizagem na matemática, mas perfis cognitivos diferentes. Foi realizada uma análise qualitativa dos erros com o objetivo de investigar se um dos efeitos da intervenção seria uma reorganização da rede de fatos aritméticos na memória em ambos os casos. Portanto, hipotetiza-se que o aumento dos erros sistemáticos seja um importante parâmetro de melhora.

1.2 Referências

Arsalidou, M., & Taylor, M.J. (2011). Is 2 + 2 = 4? Meta-analyses of brain areas needed for numbers and calculations. *Neuroimage*, *54*, 2382-2393. doi:10.1016/j.neuroimage.2010.10.009

Ashcraft, M. H., & Battaglia, J. (1978). Cognitive arithmetic: Evidence for retrieval and decision processes in mental addition. *Journal of Experimental Psychology: Human Learning & Memory, 4,* 527-538.

Ashcraft, M. H. (1987). Children’s knowledge of simple arithmetic: A developmental model and simulation. In C. J. Brainerd, R. Kail, & J. Bisanz (Eds.), *Formal methods in developmental research* (pp. 302- 338). New York: Springer-Verlag.

Butterworth, B., Marchesi, N., & Girelli, L. (2003). Basic multiplication combinations: Passive storage or dynamic reorganization?. The Development of Arithmetic Concepts and Skills: Constructive Adaptive Expertise, 187-201.

Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry and Allied Disciplines, 46*(1), 3-18. doi: 10.1111/j.1469-7610.2005.00374.x

Butterworth B, Varma S & Laurillard D. (2011). Dyscalculia: from brain to education. *Science 332*, 1049-1053. doi: 10.1126/science.1201536

Dehaene, S., & Cohen, L. (1997). Cerebral pathways for calculation: Double dissociation between rote verbal and quantitative knowledge of arithmetic. *Cortex, 33*(2), 219-250.

Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P., & Cohen, L. (2003). Three parietal circuits for number processing. *Cognitive neuropsychology*, *20*(3-6), 487-506. doi: 10.1080/02643290244000239.

De Smedt, B., Taylor, J., Archibald, L., & Ansari, D. (2010). How is phonological processing related to individual differences in children's arithmetic skills. *Developmental Science*, *13*, 508-520. doi: 10.1111/j.1467-7687.2009.00897.x

De Smedt, B., & Boets, B. (2010). Phonological processing and fact retrieval: Evidence from developmental dyslexia. *Neuropsychologia, 48,* 3973-3981. doi: 10.1016/j.neuropsychologia.2010.10.018.

De Smedt, B. (2015). Individual differences in arithmetic fact retrieval. *Development of Mathematical Cognition: Neural Substrates and Genetic Influences*, *2*, 219-259.

De Visscher, A., & Noël, M. P. (2013). A case study of arithmetic facts dyscalculia caused by a hypersensitivity-to-interference in memory. *Cortex*, *49*(1), 50-70. doi: 10.1016/j.cortex.2012.01.003.

De Visscher, A., & Noël, M. P. (2014a). Arithmetic facts storage deficit: The hypersensitivity-to-interference in memory hypothesis. *Developmental science*, *17*(3), 434-442. doi: 10.1111/desc.12135.

De Visscher, A., & Noël, M. P. (2014b). The detrimental effect of interference in multiplication facts storing: Typical development and individual differences. *Journal of Experimental Psychology: General*, *143*(6), 2380-2401. dx.doi.org/10.1037/xge0000029

De Visscher, A., Szmalec, A., Van Der Linden, L., & Noël, M. P. (2015). Serial-order learning impairment and hypersensitivity-to-interference in dyscalculia. *Cognition*, *144*, 38-48. doi: 10.1016/j.cognition.2015.07.007.

Campbell, J. I. D., & Graham, D. J. (1985). Mental multiplication skill: Structure, process, and acquisition. *Canadian Journal of Psychology*, *39*, 338-366. dx.doi.org/10.1037/h0080065.

Campbell, Jamie I. D. (1987) The role of associative interference in learning and retrieving arithmetic facts. In Sloboda, John A. and Rogers, Don (Ed). *Cognitive processes in mathematics. Keele cognition seminars*, Vol. 1. (pp. 107-122). New York.

Campbell, J. I. D. (1995). Mechanisms of simple addition and multiplication: A modified network interference theory and simulation. *Mathematical Cognition*, *1*, 121-164.

Cho, S., Ryali, S., Geary, D.C., & Menon, V. (2011). How does a child solve 7+8? Decoding brain activity patterns associated with counting and retrieval strategies. *Developmental Science*, *14*, 989-1001. doi: 10.1111/j.1467-7687.2011.01055.x.

Cho, S., Metcalfe, A.W.S., Young, C.B., Ryali, S., Geary, D.C., & Menon, V. (2012). Hippocampal-prefrontal engagement and dynamic causal interactions in the maturation of children's fact retrieval. *Journal of Cognitive Neuroscience*, *24*, 1849-1866. doi:10.1162/jocn_a_00246.

Domahs, F. & Delazer, M. (2005). Some assumptions and facts about arithmetic facts. *Psychology Science*, *47*(1), 96-111.

Kaufmann, L, Handl, P, Thoeny, B. (2003). Evaluation of a numeracy intervention program focusing on basic numerical knowledge and conceptual knowledge: a pilot study. *Journal of Learning Disabilities*, *36*, 564–573. doi: 10.1177/00222194030360060701.

Menon, V. (2015). A Neurodevelopmental Perspective on the Role of Memory Systems in Children's Math Learning. *Development of Mathematical Cognition: Neural Substrates and Genetic Influences*, *2*, 79.

Raghubar, K. P., Barnes, M. A., & Hecht S. (2010). Working memory and mathematics: a review of developmental, individual difference, and cognitive approaches. *Learning and individual differences*, *20*, 110-122. doi: 10.1016/j.lindif.2009.10.005.

Rivera, S.M., Reiss, A.L., Eckert, M.A., & Menon, V. (2005). Developmental changes in mental arithmetic: Evidence for increased functional specialization in the left inferior parietal cortex. *Cerebral Cortex*, *15*, 1779-1790. doi: 10.1093/cercor/bhi055

Rubinsten, O., & Henik, A. (2009). Developmental dyscalculia: heterogeneity might not mean different mechanisms. *Trends Cognition Science*. *13*, 92–99. doi:10.1016/j.tics.2008.11.002

Siegler, R. (1988). Strategy choice procedures and the development of multiplication skill. *Journal of Experimental Psychology: General*, *117*, 258-275.

Vanbinst, K., Ghesquière, P., & De Smedt, B. (2014). Arithmetic strategy development and its domain-specific and domain-general cognitive correlates: A longitudinal study in children with persistent mathematical learning difficulties. *Research in Developmental Disabilities*, *35*, 3001-3013. doi: 10.1016/j.ridd.2014.06.023

Vanbinst, K., Ceulemans, E., Ghesquière, P., & De Smedt, B. (2015). Profiles of children's arithmetic fact development: A model-based clustering approach. *Journal of Experimental Child Psychology*, *133*, 29-46. doi: 10.1016/j.jecp.2015.01.003.

Vanbinst, K., Ghesquière, P., & De Smedt, B. (2015). Does numerical processing uniquely predict first graders' future development of single-digit arithmetic? *Learning and individual differences*, *37*, 153-160. doi: 10.1016/j.lindif.2014.12.004.

Verguts, T., & Fias, W. (2005). Interacting neighbors: A connectionist model of retrieval in single-digit multiplication. *Memory & cognition*, *33*(1), 1-16. doi: 10.3758/BF03195293.

Wylie, J., Jordan, J. A., & Mulhern, G. (2012). Strategic development in exact calculation: Group and individual differences in four achievement subtypes. *Journal of experimental child psychology*, *113*(1), 112-130. doi: 10.1016/j.jecp.2012.05.0

Zamarian, L., Ischebeck, A., & Delazer, M. (2009). Neuroscience of learning arithmetic—evidence from brain imaging studies. *Neuroscience & Biobehavioral Reviews*, *33*(6), 909-925. doi: 0.1016/j.neubiorev.2009.03.005

1.3 Estrutura da dissertação

Seguindo as recomendações do Programa de Pós-graduação em Neurociências da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), esta dissertação será apresentada em formato de artigo científico:

Estudo I: "Aprendizagem de fatos aritméticos e interferência: um estudo experimental". Este trabalho consiste em um estudo experimental que buscou investigar se a similaridade entre os itens afeta a aprendizagem de novos fatos aritméticos através da manipulação da interferência.

Estudo II: "Heterogeneity of math difficulties and its implications for intervention of multiplication skills" é um estudo de intervenção que investigou a eficácia de um programa de intervenção focado na automatização dos fatos aritméticos em duas crianças com dificuldades de aprendizagem na matemática, mas perfis cognitivos diferentes.

2. Objetivos

2.1 Objetivo Geral

Investigar a associação entre a interferência e a aprendizagem de fatos aritméticos.

2.2 Objetivos Específicos

a) Investigar se a similaridade entre os itens a serem memorizados afeta a aprendizagem de fatos aritméticos

b) Investigar os efeitos na habilidade de multiplicação de uma intervenção focada na automatização de fatos aritméticos

3. Estudo I

Aprendizagem de fatos aritméticos e interferência: um estudo experimental

Interference during the learning of arithmetic facts: an experimental study

Mariuche Rodrigues de Almeida Gomides[1 3]

Ricardo José de Moura[1 2 3]

Vitor Geraldi Haase[1 2 3]

Antônio Jaeger[1 2]

[1]Programa de Pós-graduação em Neurociências, Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil.
[2]Departamento de Psicologia, FAFICH – Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil.
[3]Laboratório de Neuropsicologia do Desenvolvimento, Departamento de Psicologia, Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais, Brasil.

Resumo: A aprendizagem dos fatos aritméticos resulta em uma rede de memória na qual problemas e respostas se tornam associados. Entretanto, como as combinações ocorrem de forma recorrente entre os dígitos de 0 a 9, a aprendizagem dos fatos é propensa a falsas associações decorrentes da interferência pela repetição de itens. O presente estudo tem por objetivo investigar os efeitos da manipulação da interferência durante o aprendizado de novos fatos da multiplicação. Os participantes treinaram multiplicações complexas de maneira extensiva através da repetição, com a finalidade de memorizar uma nova tabuada. A interferência foi manipulada através da repetição de itens em diferentes combinações. A interferência afetou negativamente a memorização dos estímulos que compartilham elementos similares. O presente trabalho corrobora a suposição de que a interferência é uma consequência inevitável da organização dos fatos na memória.

Palavras-chave: fatos aritméticos; multiplicação; aprendizagem; interferência; memória

Abstract: The acquisition of arithmetic facts leads to a memory network in which problems and responses are associated. However, as these combinations occurs between the digits 0 to 9, the arithmetic facts learning is prone to false associations due to interference. The present study aims to investigate the effects of interference manipulation during the learning of a new times table. Participants trained complex multiplications extensively by repetition in order to store new arithmetic facts. The interference was manipulated through the items repetition in differents combinations. The interference negatively affected the storage of itens that share similar features. This study gives support to the assumption that interference is an inevitable consequence of arithmetic facts organization in memory.

Keywords: arithmetic facts; muliplication; learning; interference; memory

3.1 Introdução

Os cálculos simples nos quais a resposta é resgatada automaticamente da memória são denominados fatos aritméticos (De Visscher & Noël, 2016). Os fatos aritméticos podem ser resgatados através de uma rota de memória verbal na qual os problemas são armazenados sem o acesso ao significado quantitativo dos números (Dehaene & Cohen, 1997; Dehaene, Piazza, Pinel & Cohen, 2003). Isso só é possível para os cálculos comutativos, adição e multiplicação, pois a ordem dos operandos não altera os resultados. Já os cálculos não comutativos, subtração e divisão, necessitam do acesso às representações internas de magnitudes, pois é necessário julgar qual dos operandos é o maior para executar a operação. Consequentemente, as principais contribuições científicas sobre fatos aritméticos focam-se no estudo da multiplicação e, em menor grau, na adição.

Uma das características mais robustas dos fatos aritméticos da multiplicação é o efeito do tamanho do problema, no qual os problemas menores (por exemplo, 2 x 3) são resolvidos mais rapidamente e acuradamente do que os problemas maiores (por exemplo, 7 × 8; Campbell & Graham, 1985). O efeito do tamanho do problema é modulado por outros dois efeitos. Os problemas com um operando cinco e com dois operandos idênticos (por exemplo, 9 x 9) apresentam um tempo de reação e taxas de erros menores do que seria esperado com base no seu tamanho (Siegler, 1988; Campbell & Graham, 1985).

Além disso, os tipos de erros não são aleatórios, mas altamente sistemáticos. Os erros podem ser classificados em quatro categorias. Em uma destas categorias, denominada erros de operando, o erro consiste em uma resposta que é um múltiplo de um dos operandos (por exemplo, 5 x 6 = 35). Na categoria denominada erros por aproximação, a resposta incorreta é igual a dez por cento a mais ou menos do resultado correto (por exemplo, 4 x 7 = 29). Na categoria erros de tabuada, os erros consistem em respostas que pertencem a uma tabuada diferente a de ambos os operandos (por exemplo, 3 x 6 = 20). Finalmente, respostas que não estão presentes em nenhuma tabuada são classificadas como erros fora da tabuada (por exemplo, 5 x 6 = 59) (Butterworth, Marchesini & Girelli, 2003). Esse padrão de tipos de erros sugere que os erros frequentemente são resultantes de associações entre operandos e respostas que seriam corretos em outro contexto.

É um consenso entre os modelos teóricos sobre a estrutura mental da multiplicação que os fatos aritméticos constituem um domínio especializado de memória semântica resultante da associação entre problemas e respostas em uma rede de memória densamente interconectada (Domahs & Delazer, 2005). Entretanto, essas associações se dão entre itens combinados de maneira recorrente, dígitos de 0 a 9, e sem qualquer significado associativo decorrente dessas associações. Na verdade, o significado não é inerente às combinações dos números, mas derivado do seu significado conceitual e processual (Dehaene, 2011; pp. 112-113). Portanto, a aprendizagem dos fatos aritméticos pode ser especialmente propensa a interferência.

Durante a aprendizagem dos fatos, as associações entre problemas e respostas são processadas na memória de trabalho verbal, enquanto associações incorretas devem ser inibidas (Willingham, 2009). Diversas evidências sugerem que as crianças com dificuldades na automatização dos fatos apresentam prejuízos para inibir informações irrelevantes que foram anteriormente relevantes (Geary 1993, Geary & Hoard 2005; Raghubar, Barnes & Hecht, 2010; Barrouillet, Fayol & Lathulière, 1997). Mais recentemente, De Visscher & Noël (2013, 2014a) propuseram que a alta susceptibilidade a interferência proativa na memória pode comprometer o armazenamento dos fatos aritméticos. As autoras encontraram uma associação entre a sensibilidade a interferência em tarefas de memória associativa e a capacidade de fluência aritmética (ver também em, De Visscher, Szmalec, Van Der Linden, & Noël, 2015)

A similaridade entre os fatos foi abordada por modelos conexionistas que destacaram a interferência decorrente da associação entre problemas armazenados proximamente. O Modelo de Interferência de Rede (*Network Interference Model*) (Campbell & Graham, 1985) foi o primeiro a incluir explicitamente o papel da interferência na aprendizagem dos fatos. Em uma primeira versão (Campbell & Graham, 1985), o modelo pressupõe que os fatos estão armazenados em uma rede associativa propensa a interferência, sendo as diferenças observadas no resgate decorrentes da frequência e ordem de aprendizagem. Ou seja, os fatos aprendidos primeiramente dificultam o armazenamento de novas associações. Dessa forma, associações que são corretas no contexto de um problema (por exemplo, 4 x 6 = 24 e 3 x 8 = 24) ocasionam falsas associações entre outros problemas e, consequentemente, erros (4 x 8 = 24) (Campbell, 1987). Posteriormente, em uma versão revisada do modelo (Campbell, 1995), o efeito do tamanho do problema passou a ser explicado por diferenças na ativação interna de magnitudes. As representações de quantidade dos números maiores são mais similares do que dos problemas menores e, portanto, mais difíceis de serem discriminadas. Isso acontece porque as magnitudes dos números são representadas de acordo com uma escala logariticamente comprimida (Dehaene, 1992).

No *Interacting Neighbors Model* (Verguts & Fias, 2005), a similaridade entre os produtos armazenados proximamente (vizinhos) é responsável por modular dois princípios básicos: cooperação e competição. Os vizinhos com dezenas ou unidades iguais ao problema, consistentes, irão cooperar facilitando o resgate. Por outro lado, os vizinhos com dezenas ou unidades diferentes, inconsistentes ao problema, irão competir dificultando o resgate. Por exemplo, o problema 5 x 2 irá facilitar (princípio cooperação) o resgate do problema 6 x 3 porque ambos possuem dezenas consistentes (**1**0 e **1**8). Por outro lado, o problema 7 x 8 irá dificultar (princípio competição) o resgate do problema 6 x 8 devido a inconsistência de suas dezenas (**5**6 e **4**8). Portanto, o efeito do tamanho seria decorrente do fato de que os problemas maiores possuem mais vizinhos inconsistentes do que os problemas menores.

Recentemente, De Visscher e Noël (2014b) demonstraram o papel da interferência na aprendizagem dos fatos ao criarem um parâmetro quantitativo para inferir o nível de interferência de cada problema presente na tabuada. As autoras calcularam o nível de sobreposição dos problemas com base na ordem de aprendizagem baseando-se em modelos de esquecimentos através da interferência (Nairne, 1990; Oberauer & Lange, 2008). O grau total de interferência proativa foi contabilizado cada vez que uma combinação de dois dígitos em um determinado problema foi encontrada em um problema aprendido anteriormente. Por exemplo, o problema 5 x 5 = 25 recebe interferência de outros três problemas aprendidos previamente (**2** × **5** = 10, 3 × **5** = 1**5** e 4 × **5** = **2**0) e, portanto, possui um nível de interferência igual a três (De Visscher, Berens, Keidel, Noël & Bird, 2015). Estas autoras demonstraram através de análises de regressão que o parâmetro de interferência foi um preditor do desempenho na tabuada, mais especificamente do tempo de reação, mesmo levando em consideração o tamanho do problema. Os sujeitos precisaram de mais tempo para resolver os problemas com um nível de interferência maior, sugerindo que a interferência afeta o armazenamento e resgate dos fatos (De Visscher & Noël, 2014b).

Em suma, as evidências discutidas acima sugerem que a aprendizagem da multiplicação é modulada pela interferência. Entretanto, a grande maioria dos estudos apresentam apenas associações indiretas com base em dados correlacionais. Pressuposições sobre causa e efeito necessitam de uma medida direta do fenômeno. O presente estudo buscou investigar os efeitos da manipulação da interferência na aprendizagem de novos fatos da multiplicação (De Visscher & Noël, 2014b). Para tanto, os participantes foram submetidos a um treino com o objetivo de memorizar uma nova tabuada. A interferência foi manipulada de modo a criar duas situações experimentais diferentes. Na condição com alta interferência, os estímulos criados compartilhavam números em comum. Já na condição com baixa interferência, os estímulos foram escolhidos aleatoriamente evitando o compartilhamento de dígitos. Além do treino, os participantes realizaram uma tarefa de reconhecimento do tipo escolha forçada para verificar o aprendizado das multiplicações. De acordo com os achados de De Visscher e Noël (2014b), espera-se que as multiplicações que compartilham mais dígitos sejam mais sensíveis a interferência e, consequentemente, menos facilmente resgatadas quando comparadas a multiplicações com associações que compartilham uma menor quantidade de dígitos. Desse modo, hipotetiza-se que a interferência afete negativamente a memorização dos estímulos que compartilham elementos em comum, sendo o desempenho no bloco com alta interferência significativamente pior.

3.2 Métodos

3.2.1 Participantes

A amostra inicial foi composta por 63 estudantes universitários que participaram voluntariamente da pesquisa. Cinco sujeitos desistiram de completar a tarefa antes de sua finalização e um sujeito foi excluído devido a problemas técnicos na programação da tarefa experimental. A amostra final foi de 57 sujeitos (39 mulheres; média de idade: 21,94 anos (*DP* = 3,13). O estudo foi aprovado pelo comitê de ética da Universidade Federal de Minas Gerais.

3.2.2 Materiais

Tarefa de Treino:

A tarefa de treino foi programada no software Presentation. Os estímulos consistiam em multiplicações nas quais um dos operandos era composto de dois dígitos e o outro de um dígito, e todas as respostas corretas possuíam três dígitos (por exemplo, 53 x 7 = 371). As multiplicações foram apresentadas horizontalmente em fonte Arial, tamanho 60, de cor branca sobre um fundo preto. Houve uma variação na cor da fonte do *feedback*. A cor verde foi usada para informar o *feedback* correto e vermelho para incorreto. Foram criadas 12 multiplicações diferentes (ver em Apêndice, Tabela 1.1), as quais foram divididas em dois blocos: alta interferência e baixa interferência. No bloco com alta interferência, houve uma maior coocorrência entre os dígitos semelhantes, incluindo operandos e respostas (por exemplo, 85 x 4 = **3**4**0** e 45 x 8 = **3**6**0**). Por outro lado, no bloco com baixa interferência os estímulos foram combinados aleatoriamente evitando-se a combinação de dígitos similares. Ressalta-se que por se tratar de combinações com um número restrito de estímulos, dígitos de 0 a 9, as multiplicações do bloco com baixa interferência também compartilham elementos em comum, sendo também propensas a certo nível de interferência.

Para controlar o possível cansaço dos participantes, e a habituação dos mesmos a tarefa, a ordem de apresentação dos blocos foi contrabalanceada de modo que a metade dos participantes iniciou o treinamento pelo bloco sem interferência e a outra metade pelo bloco com interferência.

Tarefa de Reconhecimento

A tarefa de reconhecimento também foi desenvolvida no software Presentation, e teve como objetivo verificar o aprendizado das multiplicações. Os estímulos utilizados foram as multiplicações treinadas na primeira parte do experimento (ver em Apêndice, Tabela 1.2). Dois tipos diferentes de distratores foram criados. O primeiro tipo de distrator, com baixa interferência, compartilhava pelo menos dois dígitos com a resposta correta. Além disso, a última casa decimal era sempre igual ao da reposta correta, pois, verificou-se em um estudo piloto que os participantes eram capazes de optar pela reposta correta apenas computando o cálculo entre o multiplicador e o primeiro multiplicando no tempo estabelecido de cada ensaio, ao invés de comparar as repostas como um todo. Já o segundo tipo de distrator, com alta interferência, eram respostas para outros cálculos de multiplicação presentes no bloco de treinamento.

3.2.3 Procedimentos

A sessão de treino foi realizada individualmente e com duração aproximada de 50 minutos. Nesta sessão, os participantes foram solicitados a memorizar uma nova tabuada contendo 12 multiplicações. Estas 12 multiplicações foram divididas em dois blocos com 6 multiplicações cada, sendo que um dos blocos consistia no bloco com alta interferência e o outro no bloco com baixa interferência. Como pode ser visto na figura 1, cada tentativa era iniciada com a apresentação de um ponto de fixação por 1000 milissegundos (ms), após o qual cada multiplicação era apresentada até que o participante emitisse uma resposta. Para emitir as respostas, os participantes primeiramente pressionavam a barra de espaço no momento preciso em que julgassem ter resolvido mentalmente cada operação. Após pressionar a barra de espaço, os participantes digitavam cada resposta utilizando as teclas numéricas à direita do teclado do computador. Após cada resposta ser confirmada (com a tecla ENTER), um *feedback* positivo ou negativo (incluindo sempre a solução correta) era fornecido. O tempo de reação era registrado no momento em que os participantes pressionavam a barra de espaço para sinalizar que tinham resolvido a multiplicação. Respostas com um tempo de reação maior do que 5 segundos geravam uma mensagem recomendando que os participantes respondessem mais rapidamente nos ensaios seguintes. A tela com esta mensagem permanecia disponível até o participante pressionar a barra de espaço para que a próxima tentativa fosse iniciada. Os participantes treinaram um bloco de cada vez, e para finalizar cada bloco, eles deveriam necessariamente acertar todas as seis multiplicações em um tempo total de 45 segundos. Cada bloco era repetido até que o participante atingisse esse critério.

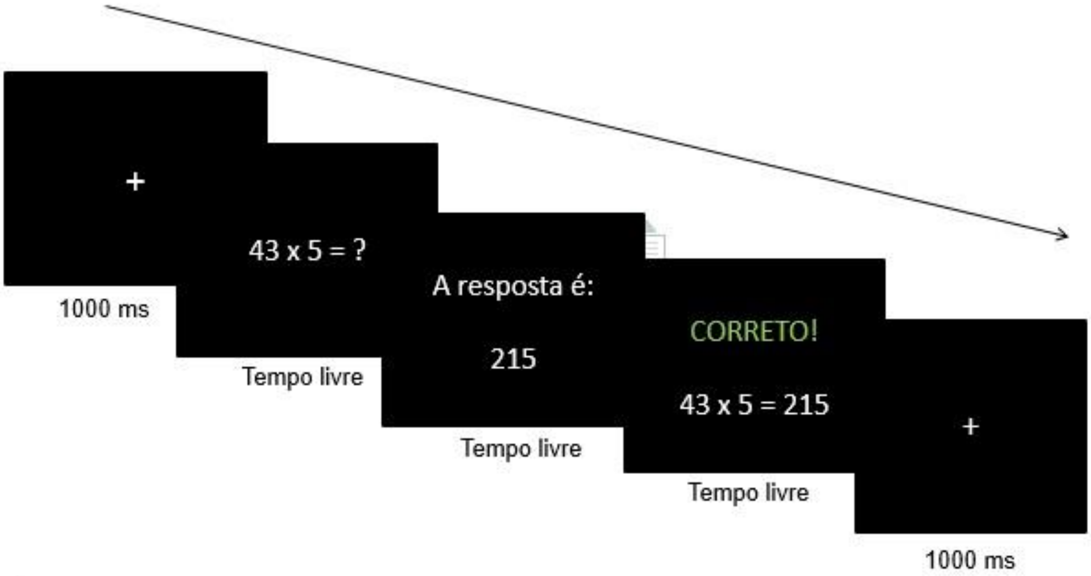

Figura 1 - Ilustração esquemática da tarefa de treinamento

Após um intervalo de 10 minutos, os participantes realizaram uma tarefa de reconhecimento do tipo escolha forçada para que o aprendizado das multiplicações fosse verificado. Como pode ser visto na figura 2, após a apresentação de um ponto de fixação por 500 ms, as multiplicações previamente treinadas foram apresentadas uma de cada vez no centro da tela do computador, de forma aleatória. Duas opções de resposta, sendo uma delas um distrator e a outra a resposta correta, apareciam logo abaixo da operação, apresentadas de maneira alternada nos lados esquerdo e direito da tela. O lado em que a respostas apareciam foi contrabalanceado. Os estímulos permaneciam por 4000 ms na tela. Os participantes foram instruídos a indicar o lado da reposta correta através de teclas localizadas na parte inferior do teclado (ctrl= respostas a esquerda; seta para a direita = respostas a direita). Os participantes foram instruídos a responder o mais rápido e acuradamente possível. Para a análise dos dados, o tipo de resposta e o tempo de reação foram registrados.

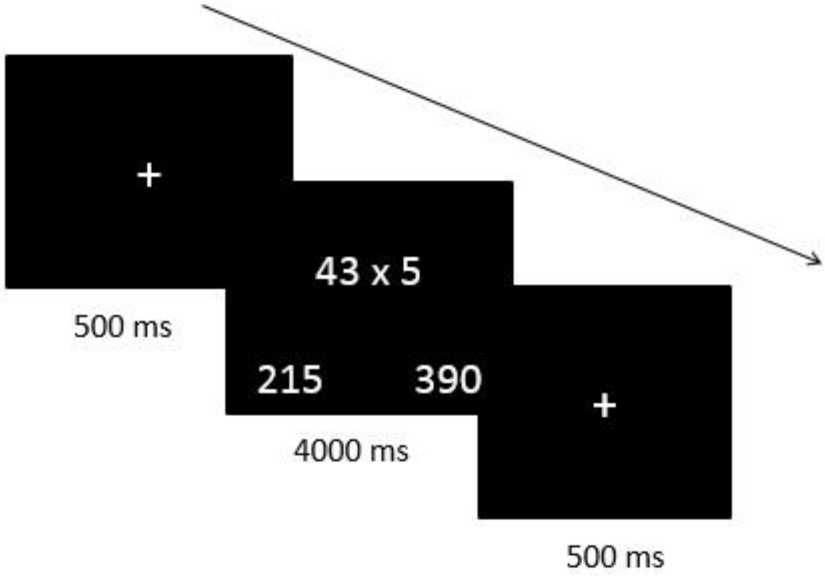

Figura 2 - Ilustração esquemática da tarefa de reconhecimento

3.3 Resultados

Para a avaliação do aprendizado durante cada bloco da fase de treino, o total de repetições de cada bloco, a acurácia, o tempo de reação e a quantidade de erros de interferência (falsas associações) foram as medidas escolhidas. O total de repetições diz respeito a quantidade de ensaios necessários para se atingir os critérios de interrupção em cada bloco. A acurácia foi analisada em termos de proporção de respostas corretas em cada bloco. Quanto ao tempo de reação (TR), todas as análises reportadas foram feitas a partir das medianas do TRs, e apenas as respostas corretas foram levadas em consideração. Os dados de TR foram submetidos a um procedimento de *trimming* no qual excluiu-se as respostas inferiores a 200 ms e respostas maiores ou menores a três desvios padrão da média do tempo de reação. Por fim, falsas associações decorrentes de interferência foram classificadas como respostas incorretas, mas que são corretas para outra multiplicação do mesmo bloco de treinamento.

As variáveis acima citadas foram comparadas entre as condições alta e baixa interferência através de testes-t para amostras pareadas. A comparação da média de repetições das condições alta e baixa interferência demonstrou que a quantidade de repetições necessária para os participantes completarem o bloco com alta interferência foi significativamente maior do que a quantidade de repetições necessária para os participantes completarem o bloco com baixa interferência, $t(56) = 4,33$; $p < 0,001$; $d =$

0,69. No que se refere a análise da acurácia, a proporção de acertos foi significativamente maior no bloco com baixa interferência do que no bloco com alta interferência, $t(56) = 2,44$; $p < 0,02$; $d = 0,30$. Da mesma forma, a análise da mediana dos TRs indica que os participantes precisaram de menos tempo para concluir o bloco com baixa interferência quando comparado ao bloco com alta interferência, $t(56) = 2,87$; $p < 0,006$; $d = 0,45$. Observou-se também que os participantes cometeram mais erros relacionados a falsas associações no bloco com alta interferência do que no bloco sem interferência, $t(56) = 5,55$; $p < 0,001$; $d = 0,95$. Em conjunto, estes resultados sugerem que o aprendizado da multiplicação se torna mais difícil quando os itens a serem memorizados compartilham dígitos entre si. As médias e desvios padrão destas variáveis encontram-se na Tabela 1.

Tabela 1. Média e desvio padrão do total de tentativas necessárias para completar a tarefa, proporção de acertos, tempo de reação e proporção de erros de interferência.

	Total de tentativas	Proporção de acertos	Tempo de reação (ms)	Prop. erros de interferência
Bloco BI	8,81 (3,66)	0,86 (0,13)	4207 (235)	0,05 (0,12)
Bloco AI	11,72 (4,80)	0,83 (0,14)	4970 (283)	0,23 (0,34)

Nota: Bloco BI (bloco com baixa interferência); Bloco AI (bloco com alta interferência); Prop. erros de interferência (proporção de erros de interferência).

Para a tarefa de reconhecimento, os índices de proporção de acertos e tempo de reação foram analisados através de ANOVAs de medidas repetidas 2 x 2 para os fatores bloco (alta interferência e baixa interferência) e tipo de distrator (alta interferência e baixa interferência). Através destas análises foram encontrados efeitos principais para os fatores bloco, $F(1,55) = 34,18$, $p < 0,001$, $\eta^2 = 0,383$, e tipo de distrator, $F(1,55) = 11,83$, $p < 0,001$, $\eta^2 = 0,117$, assim como uma interação significativa entre estes fatores, $F(1,55) = 24,68$, $p < 0,001$, $\eta^2 = 0,310$. No que se refere ao tempo de reação, os resultados foram semelhantes aos resultados de proporção de acertos. Encontrou-se um efeito principal para bloco, $F(1,55) = 20,20$, $p < 0,000$, $\eta^2 = 0,269$, para tipo de distrator, $F(1,55) = 4,70$ $p = 0,034$, $\eta^2 = 0,079$, assim como um efeito de interação entre bloco e tipo de distrator, $F(1,55) = 4,18$, $p = 0,046$, $\eta^2 = 0,071$. As médias e desvios padrão destas variáveis encontram-se na Tabela 2.

Tabela 2. Média e desvio padrão da proporção de acertos e tempo de reação

	Proporção de acertos		Tempo de reação (ms)	
	Distrator sem interferência	Distrator com interferência	Distrator sem interferência	Distrator com interferência
Bloco BI	0,86(0,13)	0,88(0,17)	2197,16(556,32)	2159,87(405,64)
Bloco AI	0,83(0,16)	0,67(0,18)	2301,25(431,90)	2490,42(643,17)

Nota: Bloco BI (bloco com baixa interferência); Bloco AI (bloco com alta interferência);

Testes *t* pareados demonstraram que dentro do bloco com alta interferência, itens pareados com distratores com alta interferência apresentaram desempenho significativamente pior do que itens com distratores com baixa interferência, $t(55) = 5,64$; $p < 0,001$. Por outro lado, dentro do bloco com baixa interferência, itens pareados a distratores com alta interferência apresentaram desempenho equivalente a itens com distratores com baixa interferência ($t < 1$; ver Tabela 2). Padrões equivalentes foram encontrados para tempo de reação, isto é, no bloco com alta interferência, os participantes foram mais lentos para responder quando os itens foram acompanhados de distratores com alta interferência do que quando foram acompanhados de distratores com baixa interferência, $t(55) = 3,55$; $p < 0,001$. De modo similar aos resultados de acurácia, no bloco com baixa interferência a diferença quanto a interferência dos distratores não foi significativa ($t < 1$; ver Tabela 2).

Uma possível limitação do presente desenho experimental consiste em possíveis efeito de ordem. Isto é, para alguns participantes o bloco com alta interferência foi treinado antes do que o bloco com baixa interferência, enquanto para outros a ordem foi inversa. Ainda que o número de participantes para cada condição seja equivalente, foi realizada uma ANOVA de medidas repetidas 2 x 2 para os fatores bloco (alta interferência e baixa interferência) e ordem de apresentação destes blocos (primeiro bloco e segundo bloco). De acordo com as predições do estudo, foi encontrado efeito principal para bloco tanto na acurácia ($F(1,26) = 7,463$, $p = 0,011$, $\eta^2 = 0,223$) quanto no tempo de reação ($F(1,26) = 6,701$, $p = 0,016$, $\eta^2 = 0,205$). Não foi encontrado efeito principal para ordem (*Acurácia:* $F(1,26) = 0,045$, $p = 0,834$, $\eta^2 = 0,002$; *Tempo de reação:* $F(1,26) = 0,561$, p

= 0,461, η^2 = 0,021), nem efeito de interação entre bloco e ordem (*Acurácia: F* (1,26) = 0,274, *p* = 0,605, η^2 = 0,010; *Tempo de reação: F* (1,26) = 0,606, *p* = 0,443, η^2 = 0,023). A Tabela 3 apresenta as médias e desvios padrão das variáveis em questão. Ou seja, os efeitos encontrados para o bloco foram independentes da ordem em que o treinamento aconteceu.

Tabela 3. Média e desvio padrão da proporção de acertos e tempo de reação

	Proporção de acertos		Tempo de reação (ms)	
	1º bloco	2º bloco	1º bloco	2º bloco
Bloco BI	0,88(0,09)	0,86(0,09)	4550,11(1935,69)	4047,38(1537,41)
Bloco AI	0,83(0,09)	0,84(0,11)	5025,74(2147,46)	5144,31(2085,30)

Nota: Bloco BI (bloco sem interferência); Bloco AI (bloco com interferência);

3.4 Discussão

O presente estudo investigou os efeitos da manipulação da interferência durante o aprendizado de novos fatos da multiplicação. Os participantes treinaram multiplicações complexas de maneira extensiva através da repetição com a finalidade de memorizar uma nova tabuada. As multiplicações foram divididas em dois blocos de acordo com a similaridade dos itens: alta interferência e baixa interferência. Posteriormente, o aprendizado foi verificado através de uma tarefa de reconhecimento do tipo escolha forçada. O presente estudo demonstrou que a interferência prejudicou a memorização dos estímulos que compartilham elementos similares, sendo que o desempenho no bloco com alta interferência foi significativamente prejudicado.

Em acordo com as predições do estudo, os resultados da fase de treinamento sugerem que o aprendizado da multiplicação se torna mais difícil quando os itens a serem memorizados compartilham dígitos entre si (alta interferência). Observou-se que no bloco com alta interferência, os participantes apresentaram um desempenho significativamente pior. O bloco com alta interferência necessitou de uma quantidade maior de repetições para ser concluído. Além disso, os participantes foram mais lentos e menos acurados quando comparados ao bloco com baixa interferência. Ademais, os erros relacionados a falsas associações foram mais frequentes no bloco com alta interferência. Já na tarefa de reconhecimento constatou-se que os participantes foram mais lentos e menos acurados para responderem as multiplicações do bloco com alta interferência quando estas foram pareadas a distratores com alta interferência. Por outro lado, os itens do bloco com baixa interferência quando pareados a distratores com alta interferência apresentaram desempenho equivalente a distratores com baixa interferência. Portanto, o bloco com alta interferência é mais sensível a falsas associações.

Os resultados descritos acima são convergentes com diversos estudos com listas de palavras e fonemas que sugerem que a interferência ocasionada pela semelhança entre os estímulos deteriora a capacidade de armazenamento e recuperação dessas informações (Wickelgren, 1965; Hall, 1971). Ademais, os modelos de esquecimento através da interferência reforçam essa constatação ao destacar que a qualidade da memória é prejudicada pela sobreposição de características similares entre os estímulos a serem memorizados, tornando-se menos acurada a medida em que os estímulos compartilham itens entre si ((De Visscher & Noël, 2016).

De acordo com essa perspectiva, De Visscher e Noël (2014b) criaram um parâmetro para medir o nível de interferência de cada problema da tabuada baseando-se em modelos de esquecimento através da interferência (Oberauer & Lange, 2008; Nairne, 1990). Como resultado as autoras encontraram que quando um problema é altamente similar aos aprendidos anteriormente, seu armazenamento e, posteriormente, seu resgate é prejudicado. Além disso, análises de regressão sugerem que o parâmetro de interferência determina substancialmente o desempenho dos problemas de multiplicação. Os problemas com um nível de interferência maior necessitam de mais tempo para serem resolvidos (De Visscher & Noël, 2014b). Portanto, os resultados do presente estudos são consistentes com os achados destas autoras.

Os resultados encontrados também corroboram as pressuposições dos modelos conexionistas de que a similaridade entre as associações de dígitos gera interferência (Verguts & Fias, 2005; Campbell & Graham, 1985). De acordo com Campbell e Graham (1985) o resgate dos fatos é uma situação susceptível a interferência, na qual, associações previamente aprendidas dificultam o armazenamento de novas associações. Apesar do presente estudo não fazer pressuposições quanto a ordem de aprendizagem (por exemplo, a aprendizagem de 85 x 4 = **340** pode comprometer a aprendizagem de 45 x 8 = **3**6**0**), nossos resultados reforçam a hipótese de que a memorização de estímulos com características em comum pode prejudicar o resgate dos fatos. Por outro lado, os nossos achados, assim como os resultados encontrados por De Visscher e Noël (2014b), contradizem o modelo proposto por Verguts e Fias (2005). De acordo com estes autores, os problemas vizinhos com dezenas ou unidades semelhantes, consistentes, irão cooperar facilitando o resgate. Por outro lado, os vizinhos com dezenas ou unidades diferentes, inconsistentes ao problema irão competir dificultando o resgate. Portanto, a interferência nesse modelo favoreceria o resgate, fato que não foi confirmado por este estudo.

Os resultados da tarefa de reconhecimento são congruentes com o desempenho nesse tipo de tarefa nos cálculos de multiplicação simples. Os erros relacionados a falsas associações são comumente encontrados em tarefas de reconhecimento do tipo de escolha forçada nos cálculos de multiplicação simples (Stazyk, Ashcraft, & Hamann, 1982; Campbell, 1987a). As taxas de erros e o tempo de reação são positivamente correlacionadas sugerindo que falsas associações impactam no resgate da reposta correta (Campbell & Graham, 1985). De particular interesse, os erros relacionados a tabuada (erros de operando e erros de tabuada) são mais lentamente resgatados do que os erros não relacionados a tabuada, indicando que os efeitos encontrados em tarefas de reconhecimento do tipo de escolha forçada são decorrentes da intensidade da associação entre falsas repostas na memória, em outras palavras, da interferência (Stazyk et al., 1982; Campbell, 1987a).

O presente estudo consiste em uma contribuição importante para a melhor compreensão do transtorno de aprendizagem específico da matemática, a Discallculia do Desenvolvimento, pois o mesmo confirma a hipótese de que a aprendizagem dos fatos aritméticos é propensa a interferência. De Visscher & Noël (2013, 2014a) propuseram recentemente que a interferência afeta não somente o desenvolvimento típico dos fatos, mas também o desenvolvimento atípico. Segundo as autoras, a susceptibilidade a interferência na memória leva a um comprometimento na aprendizagem dos fatos aritméticos. Essa hipótese foi confirmada através da associação entre a sensibilidade a interferência e a capacidade de fluência aritmética em tarefas de memória associativa (De Visscher & Noël, 2013; De Visscher & Noël, 2014a, De Visscher, Szmalec, Van Der Linden & Noël, 2015). Como a heterogeneidade na Discalculia é amplamente reconhecida (Rubinsten & Henik, 2009; Wilson & Dehaene, 2007), as autoras argumentam que a hipersensibilidade à interferência na memória constitui um subtipo de Discalculia.

Evidentemente, os resultados do estudo também levam a implicações educacionais. As habilidades matemáticas constituem um domínio complexo e hierarquicamente organizado, no qual, os fatos aritméticos são um pré-requisito importante para o desenvolvimento posterior de competências matemáticas mais complexas (Kaufmann, Handl & Thoeny, 2003). Desse modo, a automatização dos fatos requer certo grau de esforço e prática repetida. A interferência é um fator complicador desse processo, uma vez que demonstra ser uma consequência inevitável da organização dos fatos na memória (Campbell, 1987b). Portanto, evidencia-se a necessidade do desenvolvimento de estratégias que tornem o aprendizado dos fatos aritméticos mais fácil e eficiente, minimizando os efeitos da interferência através do fortalecimento das associações entre problemas e respostas corretas na memória (Campbell, 1987b).

3.5 Referências

Barrouillet, P., Fayol, M., & Lathulière, E. (1997). Selecting between competitors in multiplication tasks: An explanation of the errors produced by adolescents with learning difficulties. *International Journal of Behavioral Development*, *21*(2), 253-275. doi: 10.1080/016502597384857.

Butterworth, B., Marchesi, N., & Girelli, L. (2003). Basic multiplication combinations: Passive storage or dynamic reorganization?. The Development of Arithmetic Concepts and Skills: Constructive Adaptive Expertise, 187-201.

Campbell, J. I. D., & Graham, D. J. (1985). Mental multiplication skill: Structure, process, and acquisition. *Canadian Journal of Psychology*, *39*, 338-366. dx.doi.org/10.1037/h0080065.

Campbell, J. I. (1987a). Production, verification, and priming of multiplication facts. *Memory & Cognition*, *15*(4), 349-364. doi: 10.3758/BF03197037.

Campbell, Jamie I. D. (1987b) The role of associative interference in learning and retrieving arithmetic facts. In Sloboda, John A. and Rogers, Don (Ed). *Cognitive processes in mathematics. Keele cognition seminars*, Vol. 1. (pp. 107-122). New York.

Campbell, J. I. D. (1995). Mechanisms of simple addition and multiplication: A modified network interference theory and simulation. *Mathematical Cognition, 1,* 121-164

Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, *44*, 1-42. doi:10.1016/0010-0277(92)90049-N.

Dehaene, S., & Cohen, L. (1997). Cerebral pathways for calculation: Double dissociation between rote verbal and quantitative knowledge of arithmetic. *Cortex*, *33*(2), 21.

Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P., & Cohen, L. (2003). Three parietal circuits for number processing. *Cognitive neuropsychology*, 20(3-6), 487-506. . doi: 10.1080/02643290244000239.

Dehaene S. (2011). The number sense. How the mind creates mathematics (Revised and updated edition). Oxford: Oxford University Press, 288 p.

Domahs F. & Delazer M. (2005): Some assumptions and facts about arithmetic facts. *Psychology Science*, *47*(1), 96-111.

De Visscher, A., & Noël, M. P. (2013). A case study of arithmetic facts dyscalculia caused by a hypersensitivity-to-interference in memory. *Cortex, 49*(1), 50-70. doi: 10.1016/j.cortex.2012.01.003.

De Visscher, A., & Noël, M. P. (2014a). Arithmetic facts storage deficit: The hypersensitivity-to-interference in memory hypothesis. *Developmental science, 17*(3), 434-442. doi: 10.1111/desc.12135.

De Visscher, A., & Noël, M. P. (2014b). The detrimental effect of interference in multiplication facts storing: Typical development and individual differences. *Journal of Experimental Psychology: General, 143*(6), 2380. dx.doi.org/10.1037/xge0000029.

De Visscher, A., Szmalec, A., Van Der Linden, L., & Noël, M. P. (2015). Serial-order learning impairment and hypersensitivity-to-interference in dyscalculia. *Cognition*, *144*, 38-48. doi: 10.1016/j.cognition.2015.07.007.

De Visscher, A., & Noël, M. P. (2016). Similarity interference in learning and retrieving arithmetic facts. *Progress in Brain Research*

Geary, D. C. (1993). Mathematical disabilities: cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Psychological bulletin*, *114*(2), 345. dx.doi.org/10.1037/0033-2909.114.2.345.

Geary, D. C., & Hoard, M. K. (2005). Learning disabilities in arithmetic and mathematics: Theoretical and empirical perspectives. In J. I. D. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition* (pp. 253-267). New York: Psychology Press.

Hall, J. F. (1971). Formal intralist response similarity: its role in paired-associate learning. *The American Journal of Psychology,* 521-528. dx.doi.org/10.2307/1421169.

Kaufmann, L, Handl, P, Thoeny, B. (2003). Evaluation of a numeracy intervention program focusing on basic numerical knowledge and conceptual knowledge: a pilot study. *Journal of Learning Disabilities, 36*, 564–573. doi: 10.1177/00222194030360060701.

Nairne, J. S. (1990). A feature model of immediate memory. *Memory & Cognition, 18*, 251–269. http://dx.doi.org/10.3758/BF03213879

Oberauer, K., & Lange, E. B. (2008). Interference in verbal working memory: Distinguishing similarity-based confusion, feature overwriting, and feature migration.

Journal of Memory and Language, 58, 730–745. http://dx.doi.org/10.1016/j.jml.2007.09.006.

Raghubar, K. P., Barnes, M. A., & Hecht, S. A. (2010). Working memory and mathematics: A review of developmental, individual difference, and cognitive approaches. *Learning and individual differences*, 20(2), 110-122. doi: 10.1016/j.lindif.2009.10.005.

Rubinsten, O., & Henik, A. (2009). Developmental dyscalculia: heterogeneity might not mean different mechanisms. *Trends in cognitive sciences, 13*(2), 92-99. doi: 10.1016/j.tics.2008.11.002

Siegler, R. (1988). Strategy choice procedures and the development of multiplication skill. *Journal of Experimental Psychology: General, 117*, 258-275. dx.doi.org/10.1037/0096-3445.117.3.258.

Stazyk. E. H., Ashcraft, M. H. & Hamann, M. S. (1982). A network approach to simple multiplication. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition 8*, 320-35. doi: 10.1037/0278-7393.8.4.320.

Verguts, T., & Fias, W. (2005). Interacting neighbors: A connectionist model of retrieval in single-digit multiplication. *Memory & cognition*, *33*(1), 1-16. doi:10.3758/BF03195293.

Wickelgren, W. A. (1965). Acoustic similarity and retroactive interference in short-term memory. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior, 4*(1), 53-61.

Willingham, D. T. (2009). Why don't students like school: A cognitive scientist answers questions about how the mind works and what it means for the classroom. San Francisco: Jossey-Bass, 240 p.

Wilson, A.J., & Dehaene, S. (2007). Number sense and developmental dyscalculia. In D. Coch, K. Fischer & G. Dawson (Eds.), *Human behavior and the developing brain* (pp. 212–237). New York: Guilford Press.

3.6 Apêndice

Tabela 1.1. Estímulos utilizados na fase de treinamento

Bloco baixa Interferência	Bloco alta Interferência
83 x 2 = 166	85 x 4 = 340
79 x 4 = 316	45 x 8 = 360
65 x 6 = 390	62 x 8 = 496
53 x 7 = 371	82 x 6 = 492
47 x 9 = 423	84 x 3 = 252
43 x 5 = 215	34 x 8 = 272

Tabela 1.2. Estímulos utilizados na tarefa de reconhecimento

Multiplicando	Multiplicador	Resposta correta	Distrator baixa interferência	Distrator alta interferência
83	2	166	116	316
79	4	316	386	166
65	6	390	330	371
53	7	371	351	390
47	9	423	463	215
43	5	215	205	423
85	4	340	320	360
62	8	496	486	492
84	3	252	242	272
45	8	360	390	340
82	6	492	482	496
34	8	272	262	252

4. Estudo II

Heterogeneity of math difficulties and its implications for intervention of multiplication skills

Heterogeneidade das dificuldades de matemática e suas implicações para a intervenção das habilidades de multiplicação

Mariuche Rodrigues de Almeida Gomides[1 3]

Gizele Alves Martins[1 3]

Isabela Starling Alves[1 3]

Annelise Júlio-Costa[1 2 3]

Vitor Geraldi Haase[1 2 3]

Antônio Jaeger[1 2]

[1]Programa de Pós-graduação em Neurociências, Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil.
[2]Departamento de Psicologia, FAFICH – Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil.
[3]Laboratório de Neuropsicologia do Desenvolvimento, Departamento de Psicologia, Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais, Brasil.

Abstract: Arithmetic facts are a complex and multidetermined domain related to the learning of complex math abilities. Difficulties in acquiring arithmetic facts are a recurrent deficit in children with math learning disability. In this paper, the effects of an intervention to improve arithmetic facts in two children with distinct patterns of mathematical difficulties are compared. The intervention was administered individually and consisted of repeated practice and conceptual knowledge instructions. A pre and posttest design was adopted to evaluate the intervention efficiency. Patients showed different patterns of improvement accordingly to the neuropsychological profile of each one. The results are in line with MLD heterogeneity findings, and highlighted the importance of this aspect in the elaboration of intervention programs.

Keywords: arithmetic facts; multiplication; intervention; heterogeneity; learning disabilities; mathematical abilities

Resumo: Os fatos aritméticos são um complexo e multideterminado domínio relacionado a aprendizagem de habilidades matemáticas mais complexas. As dificuldades na aquisição dos fatos aritméticos são recorrentes nas crianças com dificuldades de aprendizagem da matemática. Em decorrência disso, programas de intervenção das habilidades matemáticas são necessários. No presente trabalho, os efeitos de uma intervenção focada nos fatos aritméticos em duas crianças com um padrão diferente de dificuldades foram contrastados. A intervenção foi individual e baseou-se na prática repetida e na instrução do conhecimento conceitual. Um delineamento de pre e pós-teste foi utilizado para avaliar a eficácia da intervenção. Os pacientes apresentaram um padrão de melhora diferente em acordo com o perfil neuropsicológico de cada um. Os resultados estão de acordo com os achados acerca da heterogeneidade das dificuldades de aprendizagem da matemática e destacam a importância desse aspecto na elaboração de programas de intervenção.

Palavras-chave: fatos aritméticos; multiplicação; intervenção; heterogeneidade; transtornos de aprendizagem; habilidades matemáticas.

4.1 Introduction

Simple arithmetic calculations are required in daily-life and constitutes a prerequisite for learning more complex mathematical abilities (Kaufmann, Handl & Thoeny, 2003). The arithmetics facts are commonly known as the calculations for which the answer is automatically retrieved from long-term memory without the use of procedural strategies (De Visscher, Berens, Keidel, Noël & Bird, 2015). The direct retrieval is considered the most mature solving strategy because it is faster and demands fewer resources than procedural strategies such as finger counting (Wylie, Jordan & Mulhern, 2012).

Difficulties with arithmetic facts automatization are the most important behavioral correlate of math learning disability (MLD), also known as Developmental Dyscalculia (DD) (Butterworth et al. 2011). This disorder consists in a specific and persistent deficit in math learning, and has a prevalence between 1% to 6% among the school-age population (Butterworth, 2005). Children with MLD face difficulties to create reliable associations between problems and their solutions in memory, failing in the transition from a procedural counting strategy to a memory-based retrieval resolution (De Visscher & Noël, 2014).

Despite this general hallmark, MLD is known for its heterogeneity, and includes deficits in cognitive mechanisms that underlie typical arithmetic processing (Geary, 1993; Wilson & Dehaene, 2007). More specific factors, as numerical magnitude processing (Nosworthy, Bugden, Archibald, Evans & Ansari, 2013; Vanbinst, Ceulemans, Ghesquière & De Smedt, 2015) as well as non-specific factors, such as working memory and executive functions (Raghubar, Barnes, & Hecht, 2010) and phonemic awareness (De Smedt & Boets 2010, De Smedt, Taylor, Archibald & Ansari, 2010), have been identified as important associates of arithmetic facts learning.

Numerical magnitude processing is thought to be a specific domain involved in mathematical learning abilities. Dehaene (1992) proposed that the numbers are represented in three different ways: one nonsymbolic representation and two different symbolic representations (verbal and arabic). The most basic form of numerical representation is nonsymbolic, analogic and approximate (e.g., "▪ ▪ ▪ ▪ ▪"), and corresponds to the number sense or the ability to discriminate numerosities (Dehaene, 1992). Otherwise, the symbolic representations are precise, and might be more related to verbal coded numerals (i.g. “five”), or related to visually based numerals (e.g., “5”) (Dehaene & Cohen, 1997).

The role of nonsymbolic and symbolic numerical processing representations in arithmetic facts acquisition is controversial (De Smedt, 2015). Several behavioral studies suggest an association between nonsymbolic processing magnitudes and performance in mathematical achievement tests (Halberda, Mazzocco & Feigenson, 2008; Piazza et al., 2010). This proposal was confirmed by recent neuroimaging studies that showed intraparietal sulcus activations, a region associated with magnitude processing during the performance of tasks involving calculations (Dehaene, Piazza, Pinel, & Cohen, 2003). The nonsymbolic magnitude processing may play a role in the facts acquisition stage, since the manipulation of quantities is important for calculations procedures. However, once the arithmetic facts are stored in long-term memory, a verbal route takes place and the nonsymbolic representations are less activated (Dehaene & Cohen, 1997). As arithmetic facts are stored through a phonological code in verbal memory, deficits in symbolic numerical representation can hamper retrieval processes (De Smedt et al, 2010). In line with this supposition, some studies suggest that the symbolic representations play an important role in acquisition (Vanbinst, Ghesquière, & De Smedt, 2014; Vanbinst, Ghesquière, & De Smedt, 2015), as well in the later stages of learning (Vanbinst, Ghesquière & De Smedt, 2012; Vanbinst et al, 2015).

The involvement of language skills in arithmetic facts has been highlighted by studies based on behavioral measures that revealed an association between performance on multiplication and phonological awareness in typical populations (De Smedt et al, 2009; De Smedt & Boets, 2010). In addition, individuals with deficits in phonological processing, as in the case of Development Dyslexia, may more often present difficulties in arithmetic facts retrieval (Simmons & Singleton, 2008; De Smedt & Boets, 2010). These findings suggested that inaccurate phonological numbers representation leads to problems in the retrieval of verbal information, such as arithmetic facts (Simmons & Singleton, 2008).

Executive functions are important during the initial stage of abilities acquisition in which controlled processes such as attention and working memory are needed (Willingham, 2009). During this stage, associations between problems and answers are processed in verbal working memory and incorrect associations should be inhibited

(Willingham, 2009). Evidence suggests that children with facts automatization difficulties have problems to inhibit irrelevant information that were previously relevant (Geary 1993; Geary & Hoard, 2005; Raghubar et al., 2010; Barrouillet, Fayol & Lathulière, 1997).

Due to the heterogeneity inherent to MLD, case studies may be a useful approach to characterize the cognitive deficits underlying developmental disorders. Recently, our research group published a double dissociation study in which the differences in the cognitive profile of two patients were approached (Haase et al., 2014). One of the patients, G.A., a 11-year-old boy, showed less pronounced, but persistent math learning difficulties associated with more severe deficits in phonological processing. The other patient, H.V., a 9-year-old girl, showed severe and persistent difficulties that were restricted to an inaccurate number sense, which did not show any improvement through intervention (Júlio-Costa et al., 2015). Both participants' profiles did not fit the typical endophenotypes described in past case studies of verbal numerical representations and non-symbolic deficits (Wilson & Dehaene, 2007; Noël & Rousselle, 2011). Instead, their deficits pattern can be described more accurately by domain-specificity processing. G.A. showed difficulties in controlled processing, whereas H.V. presented difficulties in automatic processing. This double dissociation corroborates the assumption that there might be different subtypes of dyscalculia (Rubinsten & Henik, 2009).

Children with MLD have a persistent condition that impacts academic achievement and social adaptation (Auerbach, Gross-Tsur, Manor, & Shalev, 2008; Bynner & Parsons, 2006). As a result, they often need math intervention programs. The intervention studies with acalculic and discalculic patients commonly used repeated exposure through practice to achieve automatization (Zaunmüller et al, 2009; Girelli, Delazer, Semenza & Denes, 1996; Domahs, Lochy, Eibl & Delazer, 2004). Usually, mnemonic strategies were used as a compensatory method (Wood, Frank, & Wacker, 1998; Domahs et al, 2004). Also, the integration of procedural ("knowing how to") and conceptual ("knowing why") knowledge favors generalization and transfer of learning, since numerical and arithmetical skills become meaningful (Baroody, 2003). The association between practice and instruction of both conceptual and procedural knowledge seems to lead to more effective outcomes (Lochy, Domahs & Delazer, 2005). Although different studies investigate the effects of cognitive and neuropsychological interventions to dyscalculia, only a few consider its heterogeneity.

The aim of this study is to contrast the effects of an intervention program focused on the multiplication facts in two children with distinct patterns of mathematical abilities, H.V. and G.A. We expected an improvement in both children results. However, due to his phonological and controlled processing deficits, we expected that G.A. would exhibit less success than H.V. in the intervention program.

4.2 Methods

Two children were selected from a sample of patients from a specialized clinic in mathematics learning disabilities at the Universidade Federal de Minas Gerais. The service consisted of three steps: 1) Brief assessment: school achievement and intelligence tests were applied, as well as an initial interview with parents aiming to identify possible cases of learning disabilities. 2) Neuropsychological assessment: children selected in the first phase were submitted to a full assessment of cognitive and numerical skills to confirm or refute the diagnosis. 3) Intervention: After confirming the diagnosis, children were invited to participate in an intervention project focused on improving math skills. In the presented study, we describe the results of the intervention (3rd phase), which was focused on multiplication facts learning. Both selected participants, however, underwent all the steps described above (Haase et al., 2014; Júlio-Costa et al., 2015). This study was approved by the local research ethics committee, and research procedures followed the Helsinki convention.

4.2.1 Participants

Two children diagnosed with mathematical learning disabilities (MLD) were recruited for the current study. One of these children was G.A., an 11-years-old boy, who presents comorbid MLD and dyslexia, with deficits in math verbal components. G.A. was enrolled in the 5th grade of a public school. He was from a supportive middle-class family. G.A. was diagnosed with serous otitis media when he was 2 years old, exhibiting temporary hearing loss and delay in language acquisition. Because of this condition, he was submitted to several ear canal draining procedures until he was 7 years old. Hearing is currently normal, and no behavioral problems have been reported by his parents. His parents report, however, that he presents attentional difficulties.

According to a neuropsychological assessment, G.A.'s intelligence was in the mean range (percentile in Raven's Coloured Progressive Matrices = 75). G.A.'s deficits were more prominent in phonological processing tasks (digit span, pseudoword repetition, and reading). In parallel, he presented difficulties in verbal math aspects, such as number transcoding and word arithmetic problems. He also had problems in reading/spelling, and overall in verbal aspects of school performance. Furthermore, G.A. had other general difficulties in motor dexterity and executive functions. His performance in the nonsymbolic magnitude comparison task and in arithmetic facts was average. Before this intervention, G.A. had participated in a two-years program of rehabilitation with the goal of improving his phonemic awareness, number transcoding abilities and mathematical problems solving skills (see Haase et al., 2014, for a complete description of this child profile).

The other child was H.V., a 9-years-old girl enrolled in the 3rd grade of a private school. H.V. was also from a supportive middle-class family, and since she started formal schooling, she has been showing math difficulties, and as suggested by later assessments, she shows an impairment in the approximate number system accuracy (ANS). She uses fingers as a support to perform even simple calculations. H.V. has no history of diseases or other learning disorders besides MLD. In the neuropsychological assessment, H.V. presented a high intelligence (percentile in Raven's Colored Progressive Matrices = 99), excellent performance in phonological processing, visuospatial, and executive functions tasks. Moreover, H.V. scored below the mean in the nonsymbolic magnitude comparison task and in arithmetic calculations, with substantial impairment in arithmetic facts retrieval. No sign of deficits was observed in simple or complex subtraction operations (see Haase et al., 2014, for a complete neuropsychological description). Before the intervention on multiplication, H.V. took part in an intervention to improve ANS accuracy using the Number Race ® game (Wilson, Revkin, Cohen, Cohen & Dehaene, 2006). However, she did not show any improvements through intervention (Júlio-Costa et al., 2015).

4.2.2 Intervention

The current intervention focused in the automatization of multiplication facts. Mathematical abilities are a hierarchically organized and complex domain, in which development of later competencies depend on the the mastery over some previous, more basic abilities (Kaufmann et al, 2003). Thus, more basic skills impaired in both participants were improved before multiplication training. The program was guided by some basic principles: (1) Explicit instruction intentionally connecting concepts and procedures through multiple representations; (2) opportunity for practice; (3) cumulative review; (4) ongoing progress monitoring (5) motivational aspects aimed at attention and behavior regulation (Fuchs et al., 2008). Also, the improvement program was designed such that the level of complexity increased during the intervention, from the most basic aspects to the most complex ones. The two methods administered to achieve more efficient multiplication retrieval were conceptual training and extensive practice.

The first component, conceptual training, contributes to the understanding of conceptual and procedural knowledge, promoting a better comprehension of arithmetic operations and principles, as well as, the execution of algorithms and strategies (Domahs & Delazer, 2005). Advantages of this method are a flexible knowledge, leading to the development of backup strategies and, consequently, favoring generalization (Lochy et al, 2005)

The practice was composed by the repetition of multiplication facts production with immediate feedback (Domahs et al, 2004). Repeated exposure is assumed to establish associations between problems and correct answers improving automaticity of retrieval (Stazyk, Ashcraft & Hamann, 1982; Campbell, 1987). Besides, the feedback avoids the strengthening of incorrect associations between problems and answers (Siegler, 1988).

The multiplication tables were trained in a modified instructional sequence, according to a hierarchy of difficulty. Usually children are taught multiplication from 2s through 9s in increasing magnitude orders, instead of learning easier facts first (such as the 1s, 2s, and 5s) and more difficult facts later (Greene, 1992). The number 1 times table was introduced first, followed by the facts involving numerals two, five, and nine. The remaining tables (4, 6, 7 and 8) were taught later in the sequence (Wood et al, 1998; Garnett, 1992).

4.2.3 Sessions

Conceptual knowledge was introduced in the first sessions to allow children to acquire a good understanding of principles and implementation of strategies and algorithms before the beginning of the repeated practice. In this stage, concrete materials were used to show children that multiplication is equivalent to a repeated addition (Golden Bead Material and Montessori blocks). Also, the commutative principle was explicitly taught. Children only advanced to the training stage after understanding these principles. In the training stage, sessions were dedicated to learning multiplication facts from 1 to 9. In order to motivate the participants and make the learning process easier, the multiplication facts were presented in increasing difficulty (1, 2, 5, 9, 3, 4, 6, 7, and 8). The practice was implemented through exercise sheets of increasing complexity. Different inputs were used in the exercises (auditory and visual). Each session started with a review of the last session, followed by a description of the times table with help of manipulatives. Finally, exercise sheets were completed and reviewed, such that the child was allowed to correct potential mistakes.

Recreational materials (e.g., multiplication flash cards: FatFun®) and a token system were used as a motivational tool. At the end of every session, the participants won play money bills that were exchanged for prizes (e.g. books and stickers). Both interventions obeyed those principles described above. However, intervention programs were customized and adapted to the profile, performance level, and main symptoms of each child.

G.A. participated in 17 sessions of one-and-a-half-hour each. He accomplished about 25 hours of intervention, distributed over 5 months. H.V. took part in one-hour weekly sessions, accomplishing 18 sessions over 5 months.

4.2.4 Instruments

A pre and posttest design was adopted. Both children completed a multiplication table from 1 to 9, and a simple calculation task, composed of addition, subtraction and multiplication (Haase et al., 2014).

Simple calculation task

The simple calculation paper and pencil task consisted of addition (27 items), subtraction (27 items), and multiplication (28 items) operations, which were printed on separate sheets of paper. Children were instructed to write the answer for the facts as fast and as accurately as they could. Arithmetic operations were structured with two levels of complexity and were presented to children in separated blocks. In the addition subtask, results were below 10 (i.e., 3+5) in the small addition block, whereas results were between 11 and 17 (i.e., 9+5) in the large addition block. For the subtraction subtask, problems in which the operands were below 10 (i.e., 9−6) were presented in the small subtraction block, and in the large subtraction block, the first operand of subtractions ranged from 11 to 17 (i.e., 16−9). In the multiplication subtask, results below 25 and those with number 5 as one of the operands (i.e., 2×7, 5×6) were included in the small multiplication block. In the large multiplication block, the products ranged from 24 to 72 (6×8). No tie problems or negative numbers were included in any operation. Children were initially presented with the addition subtask, followed by the subtraction and multiplication subtasks. Time limit was 60 s per blocks (120 s per subtask).

Multiplication table task

In order to evaluate the participants' multiplication ability, they were submitted to a multiplication production task. Although the same stimuli have been used, the two participants performed different versions of the task. While H.V. did a computerized version, G.A responded an oral version.

The computerized version was developed with the software Presentation®. The task included the two possible pairwise combinations of operands from 1 to 9 (81 problems). Ties (e.g., 3 × 3) were only presented once. Problems were presented following a pseudorandom order. The trials started with a fixation cross presented for 1 s on the computer screen. After fixation, the multiplication problem appeared. Presentation format was horizontal Arabic, and the font was Arial, size 60, colored in white upon a black background. Stimuli remained on the screen until the participant responded. Participants were instructed to give oral answers as fast and as possible without sacrificing accuracy. Both accuracy and reaction time (RT) were recorded. In order to record RT, trained examiners pressed the space bar as soon as the participant began to emit a vocal response. Participants were also instructed not to emit any kind of vocalization, such as "humm", before the answer to the problem. Responses were filled in by the experimenter on a form that appeared on the computer screen as soon as the RT was recorded.

In the oral version, the same stimuli were presented orally by the examiner, one at a time. The examiner was responsible for recording the reaction time and accuracy in a paper sheet. The examiner started recording the time immediately after the problem was read and ended as soon as the child responded. Problems were presented following a pseudorandom order prepared previously using Excel® commands. The participant had no time limit to answer. The participant was instructed to give oral answers as fast and as accurately as possible.

The analyses conducted with the reaction time were performed only in the correct answers. Responses ± 3 SD from the mean RT for each subject and responses lower than 200 ms were excluded.

4.3 Results

The potential improvements provided by the intervention were indexed by the Simple calculation task and the Multiplication table task. The simple calculation task has a limited time to be completed resulting in a calculation-fluency measure. Pre and posttest comparisons in the performance on the operations blocks (addition, subtraction and multiplication) were conducted with the McNemar test. A significance level of 0.05 was adopted. The time spent in this task was analyzed only qualitatively.

Accuracy, reaction time and error types in the Multiplication table task were analysed. Pre and posttest comparisons of accuracy were conducted with the McNemar test, while the statistical analyses performed on reaction times were conducted with Wilcoxon test for related samples. The reaction time analysis took into account the time to complete the whole task (total reaction times) and times tables separately.

Differences in patterns of errors between pre and posttest were examined through a qualitative analysis. Errors were classified into four categories: Operand errors, close-miss errors, table errors and non-table errors (Butterworth, Marchesini & Girelli, 2003). Operand errors occur when the response is a multiple for one of the operands (e.g. 5x6 = 35). In the close-miss errors, the response is within plus or minus ten percent of the correct result (e.g.4x7=29). Answers that belong to a different table from both operands (e.g. 3x6=20) are considered table errors. Finally, responses that are not present in any multiplication tables (e.g. 5x6= 59) are categorized as non-table errors. Errors were classified into only one of the above categories, even when they satisfied more than one category, following the procedures proposed by Butterworth et al. (2003).

In this section, G.A.'s results will be presented followed by H.V's results. The results will be summarized in the following order. First, the comparisons between the operations of simple calculation task will be reported. Secondly, the analyzes from the accuracy and reaction time of Multiplication table task will be presented. The qualitative analysis will be discussed later.

G.A.

G.A.'s pre and posttest analysis in the simple calculation task showed a significant performance decrease for the small addition set. This score difference is due to a lower fluency, since G.A. responded slower, and was then able to solve fewer additions in the posttest. He did not make any mistake, nonetheless. In contrast, there was no significant differences between pre and posttest for the large addition condition, neither for small nor large subtractions. He showed higher scores in both multiplication blocks in the posttest, in contrast to pre-test. However, a significant accuracy improvement was observed only in small multiplications problems. The lack of improvement for the large multiplication set suggested more persistent difficulties to retrieve the answers of problems with larger operands. G.A. was interrupted due to the stopping criterion (60 seconds) in all blocks and was not able to finish all calculations, except in the small addition condition in which he solved all calculations in 55 seconds. G.A.'s results are exhibited in Table 1.

Table 1 - G.A.'s accuracy in the pretest and posttest for the Simple calculation task

		Pretest	*Posttest*	*McNemar*	
		Raw Score	*Raw Score*	x^2	*p*
Addition	*1st Block*	*12*	*06*	*4.16*	*<.05*
	2nd Block	*08*	*09*	*<0.01*	*>.05*
Subtraction	*1st Block*	*07*	*06*	*<0.01*	*>.05*
	2nd Block	*02*	*03*	*<0.01*	*>.05*
Multiplication	*1st Block*	*00*	*11*	*9.09*	*<.01*
	2nd Block	*01*	*05*	*2.25*	*>.05*

G.A. scored equivalent percentage of correct answers in both assessments in the multiplication task (i.e., raw score in pre and posttest respectively, 68 and 69), showing no significant differences between pre and posttest ($x^2 < 0.01$). He also committed more errors in large multiplication problems, as in the Simple calculation task (see Figure 1). The reaction time analysis revealed that G.A. was significantly slower to solve the multiplications in the posttest than in the pretest (Z = -2.06; *p* = .039). A similar pattern of decreased fluency was also reported in small additions of the simple calculation task. No significant differences in reaction times were observed in multiplication tables separately (Figure 2).

Figure 1. G.A.'s accuracy in the Multiplication table taks

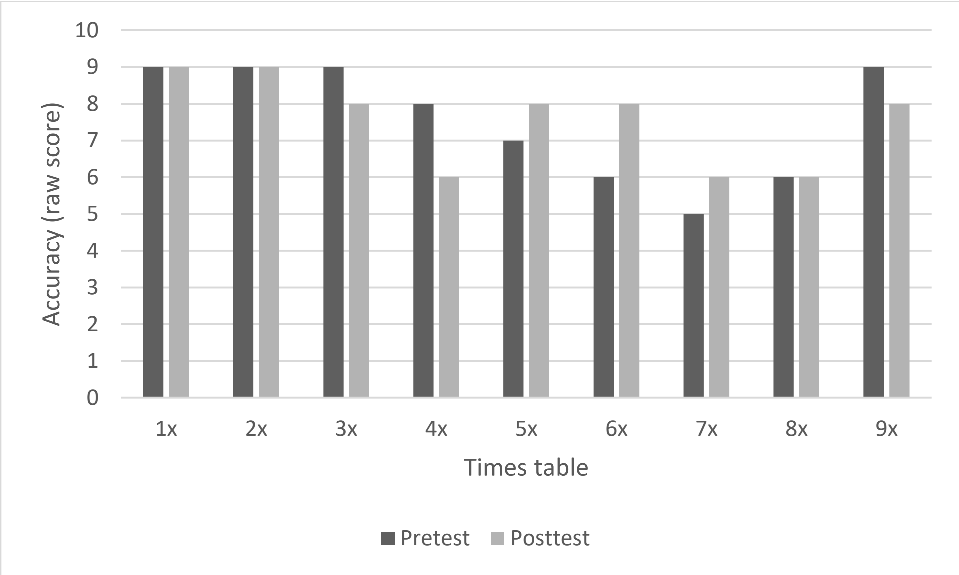

Figure 1 shows G.A.'s raw score related to accuracy in pre and posttest in the Multiplication table tasks through times table.

Figure 2. G.A.'s median reaction time (ms) in the Multiplication table taks

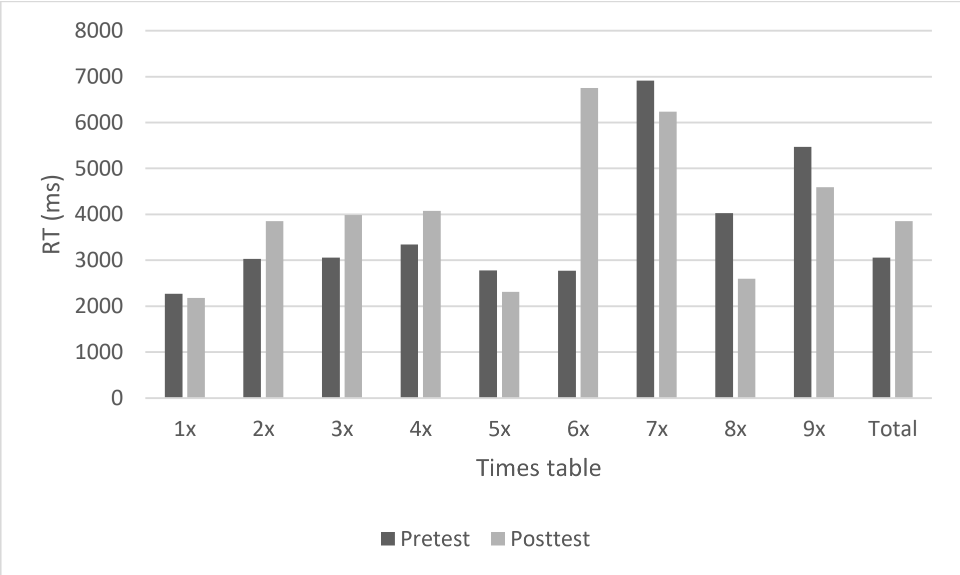

Figure 2 shows G.A.'s median reaction time (ms) in the Multiplication table taks through times table.

The qualitative error analysis revealed a change in the error pattern. The errors most frequently presented by G.A.'s in the pretest are from the omission category (12 errors). He was unable to answer through memory, and failed to employ procedural strategies. The remaining error was classified as operand error. In the posttest, a decrease in omission errors (6 errors) accompanied by an increase in systematic errors, as operand errors (5 errors), was observed. Also, one error was classified as non-table errors.

H.V.

Pre and posttest comparisons of H.V.'s performance in the Simple calculation task showed no significant differences between addition and subtraction blocks. Although she presented higher scores in both multiplication blocks in the posttest, no significant improvement was found. Like G.A., her performance suggested more persistent difficulties to retrieve the answers of problems with larger operands. H.V. was interrupted due to the stopping criterion (60 seconds) in all blocks, but she was able to finish all calculations in the small addition condition in the pretest, and in the small multiplication set in the posttest.

Table 2 – H.V.'s accuracy in the pre and posttest in the simple calculation task

		Pretest	*Posttest*	*McNemar*	
		Raw Score	*Raw Score*	x^2	*p*
Addition	*1st Block*	*12*	*11*	*0*	*>.05*
	2nd Block	*11*	*08*	*1.33*	*>.05*
Subtraction	*1st Block*	*11*	*09*	*0.5*	*>.05*
	2nd Block	*07*	*04*	*1.33*	*>.05*
Multiplication	*1st Block*	*10*	*15*	*3.2*	*>.05*
	2nd Block	*02*	*06*	*2.25*	*>.05*

H.V.'s performance (accuracy and RT) improved in the multiplication task. H.V.'s raw scores in the multiplication table task increased from 58 to 73, showing significant differences between pre and posttest (x^2 = 13,06; $p < 0.001$). The reaction times analysis showed that H.V.'s responses to multiplications were significantly faster in the posttest (Z = -3.61; $p < .001$). Also, she was faster to solve only small number times tables, as the 2 (Z = -2.10; p = .021), 4 (Z = -1.99; $p = .046$) and 5 (Z = -2.42; $p = .015$), but not for large numbers times tables, confirming her persistent difficulty to retrieve responses to large multiplication problems (Figure 4).

Figure 3. H.V.'s accuracy in the Multiplication table taks

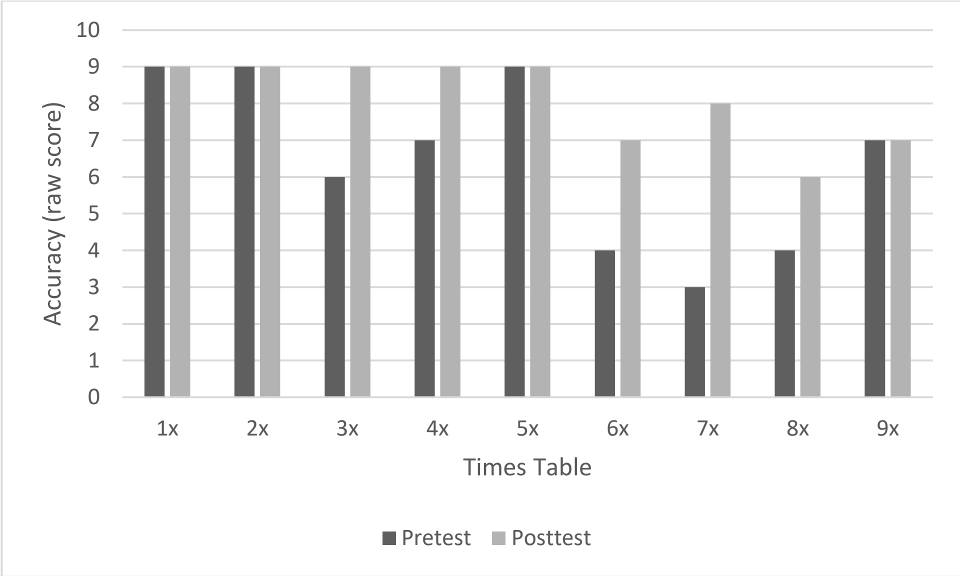

Figure 3 shows H.V.'s raw score related to accuracy in pre and posttest in the Multiplication table taks through times table.

Figure 4. H.V.'s median reaction time (ms) in Multiplication table taks

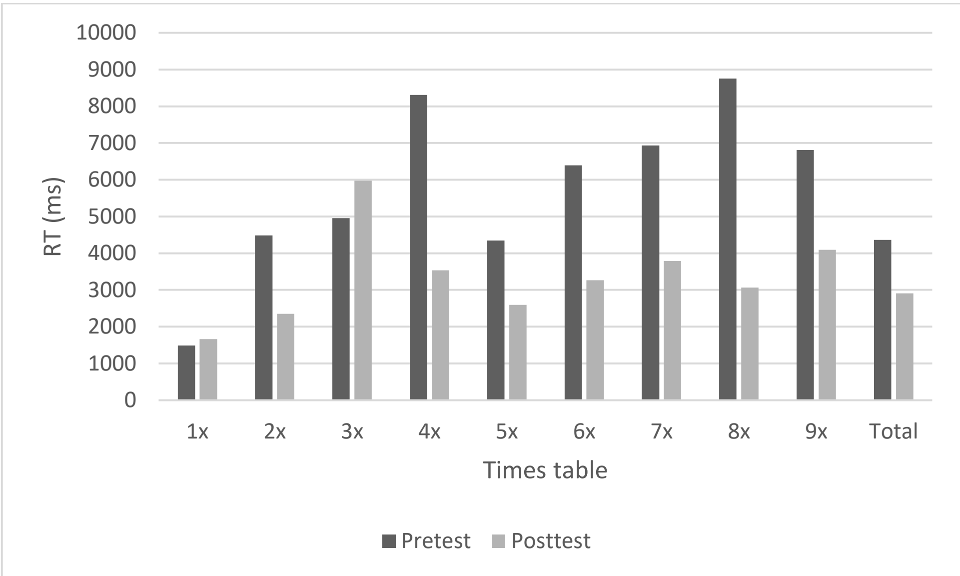

Figure 4 shows H.V.'s median reaction time (ms) in pre and posttest in the Multiplication table taks through times table.

H.V.'s qualitative error analysis also showed a change in the error pattern after intervention. Most errors committed by H.V. in the pretest were categorized as close miss errors (10 errors), followed by operand errors (7 errors), non-table (4 errors) and table errors (2 errors). In the posttest a decrease of close miss errors (2 errors) with an increase in favor of operand errors (6 errors) was observed.

4.4 Discussion

In the present study, we discussed the math skills' improvement effects of a multiplication facts automatization program in two cases with distinct and relatively specific impairment pattern in mathematical abilities. G.A. showed less pronounced, but persistent, math learning difficulties, associated with more severe deficits in phonological processing (Haase et al., 2014). Difficulties in H.V. are specific, severe and persistent and were restricted to an inaccurate number sense (Haase et al., 2014). The intervention program consisted of individual sessions in which practice and conceptual training were associated to improve retrieval fluency. In addition, we also stimulated the motivation to learn math applying token economy in the intervention program. A pre and posttest design was adopted to evaluate the intervention efficiency.

At the end of the intervention, it was observed an improvement in H.V. multiplication performance, both for accuracy and reaction time. This improvement, however, was not found for G.A.. Indeed, a worse reaction time performance was exhibited by this child. Importantly, G.A.'s results in the multiplication blocks of the Simple calculation task were inconsistent with the results found in the Multiplication table task. G.A. showed an accuracy improvement in the small multiplication block of the Simple calculation task, whereas a worse reaction time performance was observed in the Multiplication table task. On the other hand, the qualitative error analysis suggested a change in the error pattern from non-systematic errors to systematic errors in both patients after the end of the intervention.

The results will be discussed in the following sequence. First, it will be discussed the inconsistency between G.A.'s results. Next, will be discussed the change in the error pattern from non-systematic to systematic errors. Then, differences in responsiveness will be debated. Lastly, theoretical and methodological implication will be reviewed.

As mentioned before, G.A. presented inconsistent outcomes regarding multiplication. Two main hypotheses could explain G.A.'s results. First, the results can be explained due to the form that the stimuli were presented in each task. In contrast to H.V., G.A. responded to an oral version of the Multiplication table task, whereas in the

Simple calculation task the input were presented in an arabic-visual form to both patients. As he exhibited phonological processing deficits, stimulus presented verbally could be more difficult to him than an arabic-visual presentation. Hence, the multiplication table task may not be able to evaluate G.A.'s improvement in multiplication.

On the other hand, while in the Multiplication table task there was not a limitation in time, in the Simple calculation task there was an interruption criterion (60 s per block). As G.A. used immature strategies, such as finger counting, his performance in the pretest may have been impaired due to the constrained time to respond. At the end of the intervention, he was able to use more efficient strategies showing an improvement at posttest evaluation. It is important to point out, however, that these hypotheses are not excludent.

The change in the error pattern from non-systematic to systematic errors, reflects a reorganization of the arithmetic facts network in both cases (Girelli et al, 1996). The mental structure of multiplication consists of associations between problems and their respective answers, but also by false associations due to interference (Campbell & Graham, 1985). In favor of this assumption, the proportion of errors related to false associations increases with education (Butterworth et al, 2003), becoming the most common type of error in adults (Campbell & Graham, 1985). Also, the shift from non-systematic to systematic errors has been considered as a positive effect of multiplication facts interventions in patients with acalculia due to an aphasic condition (Zaunmuller et al., 2009; Girelli et al, 1996). However, these effects in children with Developmental Dyscalculia have not been investigated so far.

Type of error is an important clue for which strategy has been used by patients. Close-miss was the most common error committed by H.V. in the pretest. She used finger counting as a compensatory method for her automatization difficulties. As fingers counting are an error-prone strategy, H.V. may have committed mistakes during counting procedures. Also, failures in backup-strategies implementation may lead to false associations in memory (Siegler, 1988). In contrast, the amount of omissions errors observed in G.A.'s pretest was associated to his difficulties to employ procedural strategies in order to compensate retrieval problems. His previous cognitive assessment revealed deficits in controlled process, which explain his difficulties with tasks that demand this kind of process. Overall, while H.V. was able to engage resources from executive functions to compensate her deficits in number processing, the same could not be observed in the case of G.A.

As predicted, children with distinct cognitive profiles related to math disabilities can respond differently to similar intervention programs. G.A. presented a math difficulty pattern related to verbal deficits. The multiplication can be considered as a verbal domain competence since it is assumed to rely on verbal codes (Dehaene, 1992). Several studies have reviewed the association between multiplication and verbal skills (see Simmons & Singleton, 2008 for a review). For example, Hecht et al. (2001) in a longitudinal study showed that phonemic processing skills assessed at 2nd grade were predictive of school performance in mathematics until the 5th grade. Particularly, the phonological awareness was an independent predictor of arithmetic ability, beyond other phonological skills.

By contrast, De Smedt et al. (2010) showed an association between phonological awareness and small operations, but not large operations. As small operations are known to be solved by retrieval, it is plausible to assume that this association gives support to the proposal that extensively practiced problems may be verbally represented in long-term memory. In addition, neuroimage studies suggest a neural overlap between phonological processing and arithmetic achievement, showing a convergent validation of this association. Neuroimage data demonstrates consistent activation of the left temporo-parietal cortex, particularly the left angular gyrus (Grabner et al., 2007)

H.V. difficulties, on the other hand, seem to be restricted to an inaccurate approximate number system (ANS). The ANS is the most basic form of magnitude representation, which occurs in an analogic and approximate fashion (Dehaene, 1992). Many studies showed that the number sense accuracy is related to math achievement (Halberda et al, 2008; Landerl & Kölle, 2009; Costa et al., 2011, Piazza et al, 2010; Pinheiro-Chagas et al., 2014), being characterized as a start-up tool for formal arithmetics (Piazza, 2010). McCrink and Spelke (2010) investigated the relationship between the number sense and the intuitive process of multiplication. They showed that 5 to 7 years old children, who were not formally introduced to multiplication, can understand nonsymbolic multiplicative patterns, and that this ability relies on the number sense. However, studies with adults suggest that multiplication depends on symbolic-knowledge (Lee, 2000; Lemer, Dehaene, Spelke, 2003; & Cohen Park & Brannon, 2013). One possibility is that the number sense is important to an initial understanding of the multiplicative property, and that a verbal memory route becomes the main path to resolve multiplication facts through development.

The present study has important theoretical, methodological and clinical implications. As MLD constitutes a heterogeneous group from the neurocognitive point of view (Wilson & Dehaene, 2007; Rubistein & Henik, 2009), case studies may be a useful approach to characterize the cognitive deficits underlying developmental disorders. We observed that individuals with distinct MLD profiles respond differently to specific interventions. So, it is possible to infer that different cognitive mechanisms are implied in their math difficulties. In this sense, the existence of different subtypes of dyscalculia is supported.

In addition, the intervention program proposed by this study showed promising results. However, it was observed that individuals with verbal deficits presented a less substantial improvement after an intervention on multiplication focused on concepts and procedures exposition and automatization by verbal strategies. We argue that children with verbal difficulties may benefit more from interventions based on compensatory methods, such as mnemonics and somatosensory strategies (Wood et al, 1998). In contrast, this program can benefit children with number sense deficits associated to multiplication retrieval difficulties. Further studies should investigate the program applicability to large samples, as well as to others cognitive profiles.

4.5 References

Auerbach, J. G., Gross-Tsur, V., Manor, O., & Shalev, R. S. (2008). Emotional and behavioral characteristics over a six-year period in youths with persistent and nonpersistent dyscalculia. *Journal of Learning Disabilities, 41*(3), 263-273.

Baroody, A. J. (2003). The development of adaptive expertise and flexibility: The integration of conceptual and procedural knowledge. *The development of arithmetic concepts and skills: Constructing adaptive expertise*, 1-33

Barrouillet, P., Fayol, M., & Lathulière, E. (1997). Selecting between competitors in multiplication tasks: An explanation of the errors produced by adolescents with learning difficulties. *International Journal of Behavioral Development, 21*(2), 253-275. doi: 10.1080/016502597384857.

Butterworth, B., Marchesi, N., & Girelli, L. (2003). Basic multiplication combinations: Passive storage or dynamic reorganization?. *The Development of Arithmetic Concepts and Skills: Constructive Adaptive Expertise*, 187-201.

Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry and Allied Disciplines*, *46*(1), 3-18 doi: 10.1111/j.1469-7610.2005.00374.x.

Butterworth, B., Varma, S., & Laurillard, D. (2011). Dyscalculia: from brain to education. *Science*, *332*(6033), 1049-1053. doi: 10.1126/science.1201536.

Bynner J & Parsons S. (2006). Does Numeracy Matter More? London: National Research and Development Centre for Adult Literacy and Numeracy. Disponível em: http://eprints.ioe.ac.uk/4758/1/parsons2006does.pdf

Campbell, J. I. D., & Graham, D. J. (1985). Mental multiplication skill: Structure, process, and acquisition. *Canadian Journal of Psychology*, *39*, 338-366. dx.doi.org/10.1037/h0080065.

Campbell, J. I. (1987). Network interference and mental multiplication. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, *13*(1), 109. dx.doi.org/10.1037/0278-7393.13.1.109.

Costa, A. J., Silva, J. B. L., Chagas, P. P., Krinzinger, H., Lonneman, J., Willmes, K., et al. (2011). A hand full of numbers: a role for offloading in arithmetics learning? *Frontiers of Psychology, 2,* 368 doi:10.3389/fpsyg.2011.00368

Fuchs, L. S., Fuchs, D., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Cirino, P. T., & Fletcher, J. M. (2008). Intensive inter-vention for students with mathematics disabilities: Seven principles of effective practice. *Learning Disability Quarterly, 31*(2), 79-92.

Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, *44*, 1-42. doi:10.1016/0010-0277(92)90049-N.

Dehaene, S., & Cohen, L. (1997). Cerebral pathways for calculation: double dissociation between rote verbal and quantitative knowledge of arithmetic. *Cortex*, *33*, 219-250.

Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P., & Cohen, L.(2003). Three parietal circuits for number processing. *Cognitive Neuropsychology, 20*,487-506. doi: 10.1080/02643290244000239.

De Smedt, B., Taylor, J., Archibald, L., & Ansari, D. (2010). How is phonological processing related to individual differences in children's arithmetic skills. Developmental *Science, 13,* 508-520. doi: 10.1111/j.1467-7687.2009.00897.x

De Smedt, B., & Boets, B. (2010). Phonological processing and fact retrieval: Evidence from developmental dyslexia. *Neuropsychologia, 48*, 3973-3981. doi: 10.1016/j.neuropsychologia.2010.10.018.

De Smedt, B. (2015). Individual differences in arithmetic fact retrieval. Development of Mathematical Cognition: *Neural Substrates and Genetic Influences, 2,* 219.

De Visscher, A., & Noël, M. P. (2014). Arithmetic facts storage deficit: The hypersensitivity-to-interference in memory hypothesis. *Developmental scienc*e, *17*(3), 434-442. doi: 10.1111/desc.12135.

De Visscher, A., Szmalec, A., Van Der Linden, L., & Noël, M. P. (2015). Serial-order learning impairment and hypersensitivity-to-interference in dyscalculia. *Cognition*, *144*, 38-48. doi: 10.1016/j.cognition.2015.07.007.

Domahs, F., Lochy, A., Eibl, G., & Delazer, M. (2004). Adding colour to multiplication: Rehabilitation of arithmetic fact retrieval in a case of traumatic brain injury. *Neuropsychological rehabilitation*, *14*(3), 303-328. doi:10.1080/09602010343000246

Garnett, K. (1992). Developing fluency with basic number facts: Intervention for students with learning disabilities. *Learning Disabilities Research & Practice*, *7*(4).

Geary, D. C. (1993). Mathematical disabilities: cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Psychological bulletin*, *114*(2), 345. dx.doi.org/10.1037/0033-2909.114.2.345.

Geary, D. C., & Hoard, M. K. (2005). Learning disabilities in arithmetic and mathematics: Theoretical and empirical perspectives. In J. I. D. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition* (pp. 253-267). New York: Psychology Press.

Girelli, L., Delazer, M., Semenza, C., & Denes, G. (1996). The representation of arithmetical facts: Evidence from two rehabilitation studies. *Cortex*, *32*(1), 49-66.

Grabner, R.H., Ansari, D., Reishofer, G., Stern, E., Ebner, F., & Neuper, C. (2007). Individual differences in mathematical competence predict parietal brain activation during mental calculation. *NeuroImage, 38*, 346–356. doi: 10.1016/j.neuroimage.2007.07.041

Greene, G. (1992). Multiplication Facts: Memorization Made Easy. *Intervention in School and Clinic, 27(*3), 150-54.

Haase, V. G., Júlio-Costa, A., Lopes-Silva, J. B., Starling-Alves, I., Antunes, A. M., Pinheiro-Chagas, P., & Wood, G. (2014). Contributions from specific and general factors to unique deficits: two cases of mathematics learning difficulties. *Frontiers in Psychology, 5*, 102. doi: 10.3389/fpsyg.2014.00102.

Halberda, J., Mazzocco, M. M., & Feigenson, L. (2008). Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement. *Nature, 455*, 665-668. doi: 10.1038/nature07246.

Hecht, S.A., Torgesen, J.K., Wagner, R.K., & Rashotte, C.A. (2001). The relations between phonological processing abilities and emerging individual differences in mathematical computation skills: a longitudinal study from second to fifth grades. *Journal of Experimental Child Psychology, 79,* 192–227. doi: 10.1006/jecp.2000.2586.

Júlio-Costa, A., Starling-Alves, I., Lopes-Silva, J. B., Wood, G., & Haase, V. G. (2015). Stable measures of number sense accuracy in math learning disability: Is it time to proceed from basic science to clinical application?. *PsyCh journal*, *4*(4), 218-225. doi: 10.1002/pchj.114.

Kaufmann, L, Handl, P, Thoeny, B. (2003). Evaluation of a numeracy intervention program focusing on basic numerical knowledge and conceptual knowledge: a pilot study. *Journal of Learning Disabilities*, *36*, 564–573. doi: 10.1177/00222194030360060701.

Landerl, K.,& Kölle,C.(2009).Typical and atypical development of basic numerical skills in elementary school. *Journal of Experimental Child Psychology*, *103*, 546–565.doi:10.1016/j.jecp.2008.12.006

Lee, K. (2000). Cortical areas differentially involved in multiplication and subtraction: A functional magnetic resonance imaging study and correlation with a case of selective acalculia. *Annals of Neurology*, *48*(4), 657–661. doi: 10.1002/1531-8249(200010)48:4<657::AID-ANA13>3.0.CO;2-K

Lemer, C., Dehaene, S., Spelke, E., & Cohen, L. (2003). Approximate quantities and exact number words: Dissociable systems. *Neuropsychologia, 41*(14), 1942-1958. doi: 10.1016/S0028-3932(03)00123-4.

Lochy, A., Domahs, F., & Delazer, M. (2005). Rehabilitation of acquired calculation and number processing disorders. In J. I. D. Campbell (Ed.), *Handbook of Mathematical Cognition* (pp. 469–485). New York: Psychology Press.

McCrink, K., & Spelke, E. S. (2010). Core multiplication in childhood. *Cognition*, *116*(2), 204-216. doi: 10.1016/j.cognition.2010.05.003.

Noël, M. P. & Rousselle, L. (2011). Developmental changes in the profiles of dyscalculia: an explanation based on a double exact-and-approximate number representation model. *Frontiers in Human Neuroscience*. *5*, 165.doi:10.3389/fnhum.2011.00165

Nosworthy, N., Bugden, S., Archibald, L., Evans, B., & Ansari, D. (2013). A two-minute paper-and-pencil test of symbolic and nonsymbolic numerical magnitude processing explains variability in primary school children's arithmetic competence. *PloS one*, *8*(7), e67918. doi: 10.1371/journal.pone.0067918.

Park, J., & Brannon, E. M. (2013). Training the approximate number system improves math proficiency. *Psychological science*, 0956797613482944. doi: 10.1177/0956797613482944.

Piazza, M. (2010). Neurocognitive start-up tools for symbolic number representations. *Trends in Cognitive Sciences*, *14*(12), 542-551. doi:10.1016/j.tics.2010.09.008

Piazza, M., Facoetti, A., Trussardi, A. N., Berteletti, I., Conte, S., Lucangeli, D., & Zorzi, M. (2010). Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmental dyscalculia. *Cognition, 116*(1), 33-41. doi: 10.1016/j.cognition.2010.03.012.

Pinheiro-Chagas, P., Wood, G., Knops, A., Krinzinger, H., Lonnemann, J., Starling-Alves, I., & Haase, V. G. (2014). In how many ways is the approximate number system associated with exact calculation?. *PloS one, 9*(11), e111155. doi: 10.1371/journal.pone.0111155.

Raghubar, K. P., Barnes, M. A., & Hecht, S. A. (2010). Working memory and mathematics: A review of developmental, individual difference, and cognitive approaches. *Learning and individual differences, 20*(2), 110-122. doi: 10.1016/j.lindif.2009.10.005

Rubinsten, O., & Henik, A. (2009). Developmental dyscalculia: heterogeneity might not mean different mechanisms. *Trends in cognitive sciences*, *13*(2), 92-99. doi: 10.1016/j.tics.2008.11.002

Siegler, R. (1988). Strategy choice procedures and the development of multiplication skill. *Journal of Experimental Psychology: General, 117,* 258-275. dx.doi.org/10.1037/0096-3445.117.3.258

Simmons, F. R., & Singleton, C. (2008). Do weak phonological representations impact on arithmetic development? a review of research into arithmetic and dyslexia. *Dyslexia 14*, 77–94. doi: 10.1002/dys.341

Stazyk. E. H., Ashcraft, M. H. & Hamann, M. S. (1982). A network approach to simple multiplication. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition 8*, 320-35. doi: 10.1037/0278-7393.8.4.320.

Vanbinst, K., Ceulemans, E., Ghesquière, P., & De Smedt, B. (2015). Profiles of children's arithmetic fact development: A model-based clustering approach. *Journal of experimental child psychology*, *133*, 29-46. doi: 10.1016/j.jecp.2015.01.003.

Vanbinst, K., Ghesquière, P., & De Smedt, B. (2014). Arithmetic strategy development and its domain-specific and domain-general cognitive correlates: A longitudinal study in children with persistent mathematical learning difficulties. *Research in Developmental Disabilities, 35*, 3001-3013. doi: 10.1016/j.ridd.2014.06.023.

Vanbinst, K., Ghesquière, P., & De Smedt, B. (2015). Does numerical processing uniquely predict first graders' future development of single-digit arithmetic? *Learning and individual differences*, *37*, 153-160. doi: 10.1016/j.lindif.2014.12.004.

Vanbinst, K., Ghesquière, P., & De Smedt, B. (2012). Numerical magnitude representations and arithmetic strategy use. *Mind, Brain and Education, 6*, 129-136. doi: 10.1111/j.1751-228X.2012.01148.x.

Willingham, D. T. (2009). Why don't students like school: A cognitive scientist answers questions about how the mind works and what it means for the classroom. San Francisco: Jossey-Bass, 240 p.

Wilson, A. J., Revkin, S. K., Cohen, D., Cohen, L., & Dehaene, S. (2006). An open trial assessment of" The Number Race", an adaptive computer game for remediation of dyscalculia. *Behavioral and brain functions*, *2*(1), 1. doi: 10.1186/1744-9081-2-20.

Wilson, A.J., & Dehaene, S. (2007). Number sense and developmental dyscalculia. In D. Coch, K. Fischer & G. Dawson (Eds.), *Human behavior and the developing brain* (pp. 212–237). New York: Guilford Press.

Wood, D. K., Frank, A. R., & Wacker, D. P. (1998). Teaching multiplication facts to students with learning disabilities. *Journal of Applied Behavior Analysis, 31*(3), 323-338.

Wylie, J., Jordan, J. A., & Mulhern, G. (2012). Strategic development in exact calculation: Group and individual differences in four achievement subtypes. *Journal of experimental child psychology*, *113*(1), 112-130. doi: 10.1901/jaba.1998.31-323.

Zaunmüller, L., Domahs, F., Dressel, K., Lonnemann, J., Klein, E., Ischebeck, A., & Willmes, K. (2009). Rehabilitation of arithmetic fact retrieval via extensive practice: a combined fMRI and behavioural case-study. *Neuropsychological rehabilitation*, *19*(3), 422-443. doi:10.1080/09602010802296378.

5. Conclusão

A presente dissertação buscou investigar a associação entre a interferência e a aprendizagem dos fatos aritméticos. O primeiro estudo descrito investigou os efeitos da manipulação da interferência, gerada a partir de itens similares, na aprendizagem de novos fatos da multiplicação. Os resultados da fase de treinamento sugerem que o aprendizado da multiplicação se torna mais difícil quando os itens a serem memorizados compartilham dígitos entre si.

Observou-se que no bloco com alta interferência, os participantes apresentaram um desempenho significativamente pior. O bloco com alta interferência necessitou de uma quantidade maior de repetições para ser concluído. Além disso, os participantes foram mais lentos e menos acurados quando comparados ao bloco com baixa interferência. Ademais, os erros relacionados a falsas associações foram mais frequentes no bloco com alta interferência. Ressalta-se que os resultados encontrados foram independentes da ordem em que os blocos foram treinados. Esses achados fornecem uma evidência adicional a diversos estudos que sugerem que a aprendizagem dos fatos aritméticos é propensa a interferência (Ashcraft, 1987; Siegler, 1988; Campbell & Graham, 1985; Verguts & Fias, 2005; De Visscher e Noël, 2014a).

O aprendizado da fase de treino foi posteriormente verificado através de uma tarefa de reconhecimento do tipo escolha forçada. Constatou-se que os participantes foram mais lentos e menos acurados para responder as multiplicações do bloco com alta interferência quando estas foram pareadas a distratores com interferência. Por outro lado, os itens do bloco com baixa interferência quando pareados a distratores com interferência apresentaram desempenho equivalente a distratores sem interferência. Portanto, o bloco com alta interferência é mais sensível a falsas associações. Corroborando estudos prévios (Stazyk, Ashcraft & Hamann, 1982; Campbell, 1987a), estes resultados sugerem que os erros relacionados a falsas associações são decorrentes da intensidade da associação entre falsas respostas na memória, em outras palavras, da interferência.

O segundo estudo investigou os efeitos de uma intervenção focada na automatização dos fatos aritméticos em dois pacientes com dificuldades de aprendizagem na matemática, mas perfis cognitivos diferentes. G.A. apresentou dificuldades na matemática menos acentuadas, mas persistentes, associadas a déficits mais graves no processamento fonológico. Por outro lado, as dificuldades de H.V. eram decorrentes de um comprometimento no senso numérico (Haase et al., 2014).

Após o final da intervenção constatou-se uma melhora no desempenho da multiplicação, acurácia e tempo de reação, para H.V., mas não para G.A., sendo inclusive, observada uma piora significativa em algumas habilidades testadas em G.A.. Por outro lado, a análise qualitativa dos erros sugere uma mudança no padrão de erros. Observou-se uma mudança de erros não-sistemáticos para erros sistemáticos nos dois casos após o final da intervenção.

A estrutura mental dos fatos aritméticos é constituída por associações entre problemas e suas respectivas respostas, mas também por falsas associações provavelmente decorrentes da interferência. Em favor dessa suposição, a proporção de erros relacionados a falsas associações aumenta com a escolarização (Butterworth, Marchesini & Girelli, 2003), tornando-se o tipo de erro mais comum em adultos (Campbell & Graham, 1985). Desse modo, as mudanças nos tipos de erros refletem uma reorganização da rede de fatos aritméticos na memória em ambos os casos.

Evidências na literatura sugerem que a interferência é uma consequência inevitável da organização dos fatos na memória (Campbell, 1987b), suposição corroborada pelo primeiro estudo. Além disso, a interferência também pode estar associada ao desenvolvimento atípico das habilidades matemáticas (De Visscher & Noël, 2013; De Visscher & Noël, 2014b, De Visscher, Szmalec, Van Der Linden & Noël, 2015). Portanto, medidas educacionais que minimizem os efeitos da interferência na memória necessitam ser pensadas.

O uso da prática repetida através de exercícios está associado ao estabelecimento de “fortes” associações entre problemas e respostas na memória diminuindo o tempo de reação e melhorando a automatização (Stazyk et al. 1982). Além disso, o uso do feedback imediato evita o fortalecimento entre associações incorretas (Siegler, 1988). Campbell (1987b) enfatizou que o estabelecimento de fortes associações entre os problemas encontrados primeiro na sequência de aprendizagem diminuem os efeitos da interferência proativa nos problemas aprendidos posteriormente.

Estudos com pacientes com comprometimentos no resgate da tabuada demonstraram a eficácia das técnicas descritas acima (Girelli, Delazer, Semenza &

Denes, 1996; Domahs, Lochy, Eibl & Delazer, 2004; Zaunmüller et al, 2009), e os resultados do segundo estudo confirmam a eficácia destas técnicas. Entretanto, ressalta-se que intervenções baseadas na prática repetida de rotinas verbais, como no caso da multiplicação, podem não ser benéficas para todos os pacientes, especialmente para os pacientes com dificuldades fonológicas. Destaca-se que intervenções que foquem na instrução do conhecimento conceitual e procedural da aritmética e utilizem métodos compensatórios como estratégias mnemônicas e somatossensoriais utilizando-se os dedos, podem ser mais eficazes nesses casos (Wood, Frank, & Wacker, 1998).

Em suma, conclui-se que a presente dissertação fornece evidências sugerindo um papel importante para a interferência na aprendizagem dos fatos aritméticos. Além disso, apresenta contribuições práticas para o ensino e intervenção dos fatos aritméticos.

5.1 Referências

Ashcraft, M. H. (1987). Children’s knowledge of simple arithmetic: A developmental model and simulation. In C. J. Brainerd, R. Kail, & J. Bisanz (Eds.), *Formal methods in developmental research* (pp. 302- 338). New York: Springer-Verlag.

Butterworth, B., Marchesi, N., & Girelli, L. (2003). Basic multiplication combinations: Passive storage or dynamic reorganization?. *The Development of Arithmetic Concepts and Skills: Constructive Adaptive Expertise*, 187-201.

Campbell, J. I. D., & Graham, D. J. (1985). Mental multiplication skill: Structure, process, and acquisition. *Canadian Journal of Psychology*, *39*, 338-366. dx.doi.org/10.1037/h0080065.

Campbell, J. I. (1987a). Production, verification, and priming of multiplication facts. *Memory & Cognition*, *15*(4), 349-364. doi: 10.3758/BF03197037.

Campbell, J. I. D. (1987b) The role of associative interference in learning and retrieving arithmetic facts. In Sloboda, John A. and Rogers, Don (Ed). *Cognitive processes in mathematics. Keele cognition seminars*, Vol. 1. (pp. 107-122). New York.

De Visscher, A., & Noël, M. P. (2013). A case study of arithmetic facts dyscalculia caused by a hypersensitivity-to-interference in memory. *Cortex*, *49*(1), 50-70. dx.doi.org/10.1037/h0080065.

De Visscher, A., & Noël, M. P. (2014a). The detrimental effect of interference in multiplication facts storing: Typical development and individual differences. *Journal of Experimental Psychology: General*, *143*(6), 2380.

De Visscher, A., & Noël, M. P. (2014b). Arithmetic facts storage deficit: The hypersensitivity-to-interference in memory hypothesis. *Developmental science*, *17*(3), 434-442. doi: 10.1111/desc.12135. dx.doi.org/10.1037/xge0000029.

De Visscher, A., Szmalec, A., Van Der Linden, L., & Noël, M. P. (2015). Serial-order learning impairment and hypersensitivity-to-interference in dyscalculia. *Cognition, 144*, 38-48. doi: 10.1016/j.cognition.2015.07.007.

Girelli, L., Delazer, M., Semenza, C., & Denes, G. (1996). The representation of arithmetical facts: Evidence from two rehabilitation studies. *Cortex, 32*(1), 49-66.

Haase, V. G., Júlio-Costa, A., Lopes-Silva, J. B., Starling-Alves, I., Antunes, A. M., Pinheiro-Chagas, P., & Wood, G. (2014). Contributions from specific and general factors to unique deficits: two cases of mathematics learning difficulties. *Frontiers in Psychology, 5*, 102. doi: 10.3389/fpsyg.2014.00102.

Siegler, R. (1988). Strategy choice procedures and the development of multiplication skill. *Journal of Experimental Psychology: General, 117*, 258-275. dx.doi.org/10.1037/0096-3445.117.3.258

Stazyk. E. H., Ashcraft, M. H. & Hamann, M. S. (1982). A network approach to simple multiplication. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition 8*, 320-35. doi: 10.1037/0278-7393.8.4.320.

Verguts, T., & Fias, W. (2005). Interacting neighbors: A connectionist model of retrieval in single-digit multiplication. *Memory & cognition*, *33*(1), 1-16. . doi:10.3758/BF03195293.

Wood, D. K., Frank, A. R., & Wacker, D. P. (1998). Teaching multiplication facts to students with learning disabilities. *Journal of Applied Behavior Analysis, 31*(3), 323-338.

Zaunmüller, L., Domahs, F., Dressel, K., Lonnemann, J., Klein, E., Ischebeck, A., & Willmes, K. (2009). Rehabilitation of arithmetic fact retrieval via extensive practice: a combined fMRI and behavioural case-study. *Neuropsychological rehabilitation, 19*(3), 422-443. doi:10.1080/09602010802296378.