

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO Nº 949

**MODELAGEM CAIXA PRETA EM AMPLO ESPECTRO DE FREQUÊNCIAS DE  
TRANSFORMADOR DE DISTRIBUIÇÃO MONOFÁSICO**

**PHELIPPE REZENDE RODRIGUES**

DATA DA DEFESA: 24/11/2016

**Universidade Federal de Minas Gerais**

**Escola de Engenharia**

**Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica**

**MODELAGEM CAIXA PRETA EM AMPLO ESPECTRO DE  
FREQUÊNCIAS DE TRANSFORMADOR DE DISTRIBUIÇÃO  
MONOFÁSICO**

**PHELIPPE REZENDE RODRIGUES**

Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Alberto Resende De Conti

Belo Horizonte - MG

Novembro de 2016

R696m

Rodrigues, Phelippe Rezende.  
Modelagem caixa preta em amplo espectro de frequências de transformador de distribuição monofásico [manuscrito] / Phelippe Rezende Rodrigues. – 2016.  
ix, 124 f., enc.: il.

Orientador: Alberto Resende de Conti.

Dissertação (mestrado) Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Anexos: f. 89-124.

Bibliografia: f. 84-88.

1. Engenharia elétrica - Teses. 2. Energia elétrica - Distribuição - Teses. 3. Modelos e construção de modelos - Teses. 4. Transformadores elétricos - Teses. 5. Transitórios (Eletricidade) - Teses. I. Conti, Alberto Resende de. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. III. Título.

CDU: 621.3(043)

**“Modelagem Caixa Preta em Amplo Espectro de Frequências  
de Transformador de Distribuição Monofásico”**

**PHELIPPE REZENDE RODRIGUES**

Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

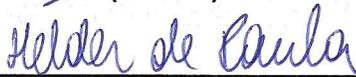
Aprovada em 24 de novembro de 2016.

Por:



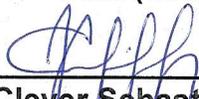
---

**Prof. Dr. Alberto Resende De Conti  
DEE (UFMG) - Orientador**



---

**Prof. Dr. Helder de Paula  
DEE (UFMG)**



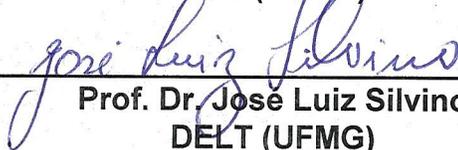
---

**Prof. Dr. Clever Sebastião Pereira Filho  
DEE (UFMG)**



---

**Prof. Dr. Fernando Henrique Silveira  
DEE (UFMG)**



---

**Prof. Dr. José Luiz Silvano  
DELT (UFMG)**

*“Os homens que tentam fazer algo e falham são infinitamente melhores do que aqueles que tentam fazer nada e conseguem”*

Lloyd Jones

# Agradecimentos

A Deus, por ter me guiado nesta importante etapa da minha vida e por tudo que Ele tem me proporcionado.

Aos meus pais William e Edila, pelo apoio e por terem acreditado que eu pudesse aqui chegar.

À minha esposa Renata, pelo seu amor, incentivo e ajuda, o que tornou possível a conclusão deste trabalho.

Ao meu filho Pedro Henrique, por ser uma eterna fonte de inspiração.

À minha irmã, à minha afilhada e demais familiares, por me apoiarem e entenderem minhas ausências constantes nesses últimos tempos.

Ao professor e orientador Alberto Resende De Conti, pelo exemplo de seriedade diante do processo de transferência de conhecimento e pela enorme contribuição na minha formação.

Ao aluno de iniciação científica Vinícius Caseiro de Oliveira, por sua dedicação e contribuição na parte experimental deste trabalho.

A todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação.

---

## Resumo

Esta dissertação destina-se à elaboração de modelos caixa preta, em amplo espectro de frequências, de um transformador monofásico de 10 kVA, 7,967 kV/240-120 V, com secundário em derivação central, normalmente aplicado em redes rurais de distribuição de energia elétrica.

O comportamento terminal deste transformador é caracterizado por meio de três abordagens: modelos de ordem reduzida, modelo completo baseado em matriz de admitâncias e modelo híbrido. Nos modelos de ordem reduzida, considera-se em um dos casos que um dos terminais de baixa tensão do transformador esteja permanentemente em curto-circuito, enquanto no outro caso esse mesmo terminal é mantido permanentemente aberto. No modelo completo baseado em matriz de admitâncias, as admitâncias mútuas são corrigidas pela relação de transformação medida a fim de se representar de maneira mais adequada o comportamento do transformador em condições de circuito aberto. Por fim, o modelo híbrido considera simultaneamente as características a vazio e de curto-circuito do transformador. Em todos os casos, a representação matemática do comportamento do transformador é realizada aplicando-se a técnica conhecida como *Vector Fitting*, na qual cada elemento da matriz de admitâncias é aproximado por uma soma de frações parciais. Os modelos resultantes são representados como um circuito RLCG equivalente e por equações de estados.

A validação dos modelos é realizada através de estudos comparativos entre dados experimentais e resultados de simulações no domínio do tempo. Estas análises são realizadas para condições transitórias e também em regime permanente. Na análise transitória são avaliadas as tensões transferidas entre enrolamentos considerando a conexão de diferentes cargas resistivas aos terminais de baixa tensão e a aplicação de diferentes formas de onda impulsivas de tensão no terminal de alta tensão do transformador. Já os estudos em regime permanente consistem em avaliar a relação de transformação do transformador para diferentes condições operativas supondo sua operação na frequência de 60 Hz. Os resultados obtidos indicam que os modelos banda-larga propostos reproduzem adequadamente o comportamento do transformador testado em diversas condições de aplicação.

---

## Abstract

This dissertation is focused on proposing wideband black-box models for a 10 kVA, 7.967 kV/240-120 V single-phase distribution transformer with center-tapped secondary that is usually applied in rural distribution networks.

The behavior of this transformer is characterized by three approaches: reduced-order models, full-order admittance-based model, and hybrid model. In the reduced order models it is assumed in one case that one of the low-voltage terminals of the transformer is permanently short-circuited, while in the other case it is assumed that the same terminal is permanently left open. In the full-order admittance-based model the mutual admittances are corrected by measured voltage ratios in order to better represent the transformer behavior in open-circuit conditions. Finally, the hybrid model takes into account both the open and short-circuit characteristics of the transformer. In all cases the mathematical representation of the transformer behavior is carried out using the Vector Fitting technique, in which each element of the admittance matrix is approximated by a sum of partial fractions. The resulting models are represented as RLCG equivalent circuits and also as state-space equations.

The validation of each model is performed in time domain by comparing simulation results with experimental data. These analyses are carried out for transient and steady-state conditions. In the transient analysis, transferred voltages are evaluated for different resistive loads connected to the low-voltage terminals, considering the application of different impulse voltages to the high-voltage terminal. The steady-state studies consist in investigating the transformer ratio for different operating conditions assuming transformer operation at 60 Hz frequency. The results show that the proposed wideband models correctly represent the behavior of the transformer in various operating conditions.

---

---

## Sumário

|       |  |    |
|-------|--|----|
| 1     | Introdução.....  | 1  |
| 1.1   | Relevância e Motivação.....  | 1  |
| 1.2   | Objetivo .....   | 4  |
| 1.3   | Metodologia .....  | 4  |
| 1.4   | Organização do texto .....   | 5  |
| 2     | Modelagem Caixa Preta de Transformadores de Potência.....  | 8  |
| 2.1   | Considerações Iniciais .....   | 8  |
| 2.2   | Representação Matricial de Transformadores .....   | 9  |
| 2.2.1 | Matriz de Impedâncias.....   | 9  |
| 2.2.2 | Matriz de Admitâncias.....   | 12 |
| 2.3   | Representação Matemática de Respostas em Frequência.....   | 17 |
| 2.3.1 | Método <i>Vector Fitting</i> .....   | 18 |
| 2.3.2 | Causalidade, Estabilidade e Passividade na Modelagem de Transformadores.....                       | 26 |
| 2.4   | Implementação no Domínio do Tempo da Resposta em Frequência Aproximada por Funções Racionais ..... | 33 |
| 2.4.1 | Circuito Equivalente .....   | 33 |
| 2.4.2 | Cálculo por Convoluções Recursivas.....  | 35 |
| 3     | Modelos de Ordem Reduzida de um Transformador de Distribuição Monofásico .....                     | 38 |
| 3.1   | Considerações Preliminares .....   | 38 |
| 3.2   | Metodologia Empregada na Medição da Resposta em Frequência .....                                   | 39 |
| 3.2.1 | Sistema de Medição.....  | 39 |
| 3.2.2 | Compensação dos Efeitos dos Cabos de Medição.....  | 39 |
| 3.2.3 | Calibração do Transdutor de Corrente em Baixas Frequências .....                                   | 43 |

---

---

|       |   |    |
|-------|---|----|
| 3.3   | Aproximação da Resposta em Frequência por Funções Racionais .....   | 45 |
| 3.3.1 | Transformador com o Terminal 3 em Curto-Circuito .....  | 46 |
| 3.3.2 | Transformador com o Terminal 3 Aberto.....  | 49 |
| 3.4   | Validação Experimental e Análises .....   | 51 |
| 4     | Modelo Completo de um Transformador de Distribuição Monofásico .....  | 57 |
| 4.1   | Considerações Preliminares .....  | 57 |
| 4.2   | Metodologia Empregada na Medição da Resposta em Frequência .....  | 57 |
| 4.3   | Aproximação da Resposta em Frequência por Funções Racionais .....   | 58 |
| 4.4   | Validação Experimental e Análises .....   | 61 |
| 4.4.1 | Análise em Regime Transitório.....  | 61 |
| 4.4.2 | Análise em Regime Permanente.....   | 66 |
| 5     | Elaboração do Modelo Completo de um Transformador de Distribuição Monofásico Utilizando Abordagem Híbrida ..... | 69 |
| 5.1   | Considerações Preliminares .....  | 69 |
| 5.2   | Metodologia Empregada na Medição da Resposta em Frequência .....  | 70 |
| 5.3   | Aproximação da Resposta em Frequência por Funções Racionais .....   | 70 |
| 5.4   | Validação Experimental e Análises .....   | 73 |
| 5.4.1 | Análise em Regime Transitório.....  | 73 |
| 5.4.2 | Análise em Regime Permanente.....   | 77 |
| 6     | Conclusões e Propostas de Continuidade.....   | 79 |
| 6.1   | Conclusões .....  | 79 |
| 6.2   | Propostas de Continuidade.....  | 83 |
|       | Referências Bibliográficas.....   | 84 |
|       | Apêndice A.....   | 89 |
| A.1   | Circuito RLCG Equivalente do Modelo do Transformador Considerando o Terminal 3 em Curto-circuito .....          | 89 |

---

---

|     |  |     |
|-----|--|-----|
| A.2 | Circuito RLCG Equivalente do Modelo do Transformador Considerando o Terminal 3 Aberto .....                              | 93  |
|     | Apêndice B .....   | 99  |
| B.1 | Circuito RLCG Equivalente do Modelo Completo do Transformador de Distribuição Monofásico.....                            | 99  |
|     | Apêndice C .....   | 114 |
| C.1 | Circuito RLCG Equivalente do Modelo Completo do Transformador de Distribuição Monofásico Obtido pelo Método Híbrido..... | 114 |

---

# 1 Introdução

## 1.1 Relevância e Motivação

Os transformadores de potência estão entre os principais equipamentos que compõem as redes de energia elétrica de distribuição, sendo os responsáveis por reduzir a um nível seguro a tensão entregue aos consumidores finais. Além das despesas oriundas dos elevados custos de manutenção e restabelecimento dos transformadores, falhas nesses equipamentos podem ocasionar interrupções no fornecimento de energia, gerando inúmeros transtornos e prejuízos.

Devido à importância dos transformadores, mostra-se imprescindível que estes equipamentos sejam projetados e construídos com certa robustez frente às diversas solicitações às quais podem ser submetidos, dentre elas sobretensões causadas por descargas atmosféricas e sobretensões de manobra. No entanto, as normas vigentes no Brasil exigem que os transformadores sejam projetados e fabricados com capacidade para suportar apenas as solicitações críticas caracterizadas por formas de ondas padronizadas que visam representar tais fenômenos (NBR 5356-3, 2007; SILVA, 2014). Desta forma, faz-se necessário que análises complementares sejam realizadas de modo a garantir o adequado funcionamento do equipamento em condições que possam ser mais severas que as impostas em testes de fábrica baseados em normas.

Nos estudos de transitórios eletromagnéticos, tais como surtos transferidos e sobretensões ressonantes, e de coordenação de isolamento, é indispensável a elaboração de modelos que representem fielmente os transformadores em análise. Além disso, é importante uma adequada modelagem para o diagnóstico do deslocamento de partes do transformador, o que pode ocorrer durante o seu transporte ou em razão de estresse eletromagnético (DE CONTI *et al.*, 2015; GUSTAVSEN e SEMLYEN, 1998; GUSTAVSEN, 2004a; GUSTAVSEN, 2004b).

Ferramentas de análise de transitórios eletromagnéticos, como o EMTP (*Electromagnetic Transients Program*), possuem em sua base de dados modelos de transformadores que não são capazes de representar adequadamente o comportamento desses equipamentos frente a transitórios contendo altas frequências, uma vez que eles não consideram a característica ressonante dos transformadores (JURISIC *et al.*, 2015), sendo normalmente válidos para estudos em baixas e médias frequências. Sabe-se que o uso de modelos convencionais de transformadores em conjunto com abordagens simplificadas, como, por exemplo, a adição de capacitâncias externamente, pode resultar em uma análise errônea em estudos de fenômenos rápidos e muito rápidos (MARCHESAN *et al.*, 2015).

A modelagem do comportamento transitório dos transformadores é muito complexa, já que não existe consenso relativo a um modelo que represente o transformador para todos os tipos de eventos. As tensões e correntes em seus terminais são dependentes da frequência e as relações entre ambas são caracterizadas por pontos de ressonância e antirressonância. Como esse fenômeno não pode ser deduzido a partir dos dados fornecidos pelos fabricantes, que são medidos na frequência industrial, uma possível maneira de se obter a resposta em frequência de transformadores consiste na realização de cálculos detalhados baseados na geometria do equipamento, técnica que se convencionou denominar modelagem caixa branca. No entanto, na prática, somente os fabricantes possuem informações suficientes para a formulação de modelos desse tipo, o que pode ser contornado buscando-se a determinação da resposta em frequência do transformador através de medições terminais, constituindo-se com isso um modelo do tipo caixa preta (GUSTAVSEN e SEMLYEN, 1998; SILVA, 2014).

A elaboração de um modelo de transformador para o estudo de fenômenos transitórios parte do pressuposto de que este modelo deva ser aplicável em simulações no domínio do tempo. Para isso, a resposta em frequência calculada ou medida deve ser manipulada matematicamente de forma a permitir a constituição de um modelo baseado na técnica de convoluções numéricas. Entretanto, o resultado geralmente é computacionalmente ineficiente. No intuito de se obter uma implementação mais eficiente, verificou-se a necessidade de se aproximar as respostas em frequência

medidas por funções racionais, pois desta forma seria possível utilizar convoluções recursivas (GUSTAVSEN e SEMLYEN, 1999).

Ao longo dos anos, diversas técnicas para aproximar respostas em frequência por funções racionais têm sido desenvolvidas e o método *Vector Fitting* tem se mostrado uma poderosa ferramenta para a modelagem de transformadores com diferentes potências, número de terminais e tipos de conexões dos enrolamentos (DE CONTI *et al.*, 2015; DESCHRIJVER *et al.*, 2008; GUSTAVSEN e SEMLYEN, 1998; GUSTAVSEN e SEMLYEN, 1999; GUSTAVSEN e HEITZ, 2008).

Nessa perspectiva, impõe-se definir uma metodologia de medição das grandezas associadas ao modelo caixa preta a ser proposto para um determinado transformador, de forma a se obter uma resposta em frequência com satisfatória exatidão. Além disso, verifica-se a necessidade de se determinar um modelo que represente adequadamente o comportamento transitório do transformador diante de diversas condições de carga, com a finalidade de se conferir generalidade ao modelo.

Por fim, vale ressaltar que muitos trabalhos têm sido realizados com este intuito, inclusive pelo centro de pesquisa LRC (*Lightning Research Center*) pertencente à Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG. Em 2014, Silva apresentou em sua dissertação de mestrado uma modelagem em amplo espectro de frequências para transformadores monofásicos e trifásicos, a qual constatou que, apesar de os modelos propostos terem sido satisfatórios, seria necessário investigar procedimentos que permitissem a elaboração de modelos de transformadores que fossem capazes de caracterizar adequadamente os seus comportamentos em condições terminais arbitrárias. Neste contexto, o presente estudo visa dar continuidade ao trabalho de Silva (2014) e aprimorar os desenvolvimentos existentes, especialmente no que tange à elaboração de modelos que sejam efetivamente válidos em diversas condições terminais. O foco é direcionado para transformadores monofásicos de distribuição por ser evidente a carência de modelos em altas frequências que sejam capazes de representar o comportamento destes equipamentos amplamente utilizados em redes monofásicas rurais no Brasil.

## 1.2 Objetivo

O presente trabalho objetiva identificar e avaliar as técnicas e metodologias disponíveis para a elaboração de modelos caixa preta de transformadores de potência que possam reproduzir efetivamente o comportamento desses equipamentos em um amplo espectro de frequências para condições terminais arbitrárias, dando continuidade e aprimorando os desenvolvimentos que vêm sendo realizados no centro de pesquisa LRC da Universidade Federal de Minas Gerais. Além disso, busca-se empregar essas ferramentas na modelagem de um transformador monofásico real normalmente aplicado em redes rurais e avaliar o seu desempenho por meio de ensaios em laboratório e de simulações computacionais, utilizando plataformas de análise de transitórios eletromagnéticos atualmente disponíveis no mercado.

## 1.3 Metodologia

No intuito de alcançar os objetivos propostos para este trabalho, inicialmente é realizada uma revisão bibliográfica referente às técnicas e ferramentas que vêm sendo aplicadas na elaboração de modelos em amplo espectro de frequências para transformadores de potência. Nessa etapa, o foco é direcionado às metodologias aplicadas para a obtenção da resposta em frequência de transformadores utilizando-se os conceitos de modelo caixa preta, bem como às diversas abordagens da técnica *Vector Fitting*, empregada na aproximação de respostas em frequência por funções racionais.

Em uma segunda etapa, são realizadas em laboratório medições da resposta em frequência de um transformador monofásico de 10 kVA, 7,967 kV/240-120 V, com secundário em derivação central, normalmente aplicado em redes de distribuição de energia elétrica. A matriz de admitâncias do transformador é determinada na faixa de 10 Hz a 10 MHz a partir de ensaios com os seus terminais em curto-circuito. Em seguida, os elementos desta matriz são modificados no intuito de incluir as relações de transformação, também medidas.

Vale ressaltar que a escolha por este espectro de frequências objetiva garantir o correto funcionamento do modelo para todas as condições a que possa ser exposto. As baixas frequências estão associadas à operação do modelo nos instantes pré-transitório e também pós-transitório. Já as altas frequências visam contemplar os impulsos de tensão

---

típicos a que o equipamento pode ser submetido, que são normalmente caracterizados por formas de onda com frequência inferior a 10 MHz (sobretensões de origem atmosférica, chaveamentos, fenômenos ressonantes etc.). Além disso, busca-se elaborar um modelo que permita calcular toda a energia envolvida no processo de transferência de tensão quando o equipamento é submetido a sobretensões causadas, por exemplo, por descargas atmosféricas ou manobras.

Em uma terceira etapa, são elaborados dois modelos de ordem reduzida utilizando a técnica *Vector Fitting*. Em um desses modelos, considera-se que um dos terminais de baixa tensão esteja permanentemente em curto-circuito, enquanto no outro modelo esse mesmo terminal é mantido aberto. Na sequência, é elaborado um modelo completo também utilizando o método *Vector Fitting*. Todos os modelos propostos são validados no domínio do tempo para diversas condições terminais através de medições realizadas em laboratório e simulações por meio de ferramentas de análise de transitórios eletromagnéticos.

Por fim, a matriz de admitâncias é mais uma vez determinada, porém utilizando um método híbrido que permite a consideração simultânea das características a vazio e de curto-circuito do transformador. Essa nova abordagem visa suprir as limitações encontradas no modelo determinado anteriormente, uma vez que a modelagem elaborada a partir da matriz de admitâncias medida diretamente através de ensaios de curto-circuito tende a ser menos precisa para aplicações nas quais os terminais do transformador estejam a vazio ou conectados a uma impedância de alto valor ôhmico (GUSTAVSEN, 2010). A representação matemática da resposta em frequência é, novamente, realizada através da técnica *Vector Fitting*. Finalmente, o modelo proposto é validado no domínio do tempo para diversas condições terminais.

## **1.4 Organização do texto**

O desenvolvimento desta dissertação pautou-se na elaboração de um texto objetivo que apresentasse em sequência lógica o estudo realizado.

Nesta perspectiva, o trabalho foi distribuído em 6 capítulos, sendo que o *Capítulo 1* consiste na presente *Introdução*.

No **Capítulo 2** realiza-se uma revisão da literatura que aborda os modelos do tipo caixa preta utilizados na representação de transformadores de potência em amplo espectro de frequências. Neste capítulo são discutidos os procedimentos utilizados para a elaboração de matrizes de impedâncias e de admitâncias de transformadores em uma ampla faixa de frequências, além das diferentes abordagens da técnica *Vector Fitting* utilizadas na aproximação de respostas em frequência por funções racionais. São apresentadas também as propriedades fundamentais da causalidade, estabilidade e passividade que todo modelo deve satisfazer para ser fisicamente consistente. Por fim, são avaliados procedimentos para a inclusão dos modelos resultantes em programas de cálculo de transitórios eletromagnéticos.

No **Capítulo 3** propõe-se a representação de um transformador de distribuição monofásico de 10 kVA, 7,967 kV/240-120 V, com secundário em derivação central, em um amplo espectro de frequências por meio de dois modelos caixa preta de ordem reduzida distintos: em um deles um dos terminais de baixa tensão é considerado permanentemente em curto-circuito; no outro, o referido terminal é mantido aberto. A validação destes modelos é feita comparando-se resultados de simulações computacionais no domínio do tempo com medições realizadas em laboratório no próprio transformador.

O **Capítulo 4** apresenta a elaboração de um modelo completo em ampla faixa de frequências para o transformador avaliado no capítulo anterior. O procedimento adotado consiste em aproximar a resposta em frequência de uma matriz de admitâncias convencional, obtida diretamente por ensaios de curto-circuito no transformador, através da técnica *Vector Fitting*. O modelo elaborado também é validado comparando-se os resultados de simulações com medições realizadas em laboratório.

O **Capítulo 5** propõe a elaboração de um modelo completo em amplo espectro de frequências para o mesmo transformador a partir de uma segunda abordagem. Nesta ocasião, o modelo é obtido por meio de uma matriz de admitâncias híbrida e a aproximação da resposta em frequência é realizada pelo método *Vector Fitting*. O novo modelo proposto também é validado através de simulações e medições.

As conclusões finais, assim como as possíveis propostas de continuidade, são apresentadas no *Capítulo 6*.

Ao final da dissertação são apresentadas as *Referências Bibliográficas* citadas ao longo do texto e nos *Apêndices* são exibidos os modelos matemáticos propostos para representar o transformador avaliado neste trabalho.

# 2 Modelagem Caixa Preta de Transformadores de Potência

## 2.1 Considerações Iniciais

Modelos caixa preta de transformadores de potência são elaborados quando a estrutura interna do equipamento é inacessível ou desconhecida. A elaboração desses modelos em amplo espectro de frequências é baseada apenas em medições terminais de respostas em frequência, que correspondem à resposta em regime permanente quando uma excitação senoidal de frequência  $\omega$  é aplicada a um sistema (AGUIRRE, 2007).

A construção de modelos caixa preta é normalmente realizada através da caracterização do comportamento terminal do transformador por meio da medição da sua matriz de impedâncias ou admitâncias ao longo de uma determinada faixa de frequências, seguida da implementação de uma representação matemática adequada ao seu comportamento entrada/saída (SILVA, 2014). Ao final, os modelos elaborados são incluídos no domínio do tempo para que possam ser validados, como por exemplo, através da análise da tensão transferida.

Inicialmente, são discutidos neste capítulo procedimentos para a medição da matriz de impedâncias e admitâncias de transformadores em ampla faixa de frequências. Em seguida, são apresentadas metodologias para aproximar a resposta em frequência medida por funções racionais. Também são apresentadas as propriedades fundamentais que todo modelo deve satisfazer para ser considerado fisicamente consistente. Por fim, são discutidos procedimentos que permitem a inclusão no domínio do tempo do modelo elaborado e, conseqüentemente, possibilitam a validação do modelo para diversas condições operativas às quais o equipamento em análise pode ser submetido.

## 2.2 Representação Matricial de Transformadores

O comportamento terminal de transformadores de potência pode ser representado por meio da sua matriz de impedâncias ou admitâncias. No entanto, a fidelidade do modelo depende de qual representação é utilizada. Sabe-se que um modelo obtido a partir da matriz de admitâncias tende a ser mais exato quando impedâncias de baixo valor ôhmico estão conectadas aos terminais do equipamento. Situação oposta é verificada para modelos obtidos a partir da matriz de impedâncias (GUSTAVSEN e DE SILVA, 2013).

### 2.2.1 Matriz de Impedâncias

As correntes e tensões nos terminais de um transformador possuem uma relação direta expressa pela Lei de Ohm

$$V = Z \cdot I \quad (2.1)$$

onde  $V$  é um vetor coluna contendo as tensões nos terminais do transformador,  $Z$  é uma matriz quadrada de impedâncias e  $I$  é um vetor coluna das correntes que circulam em cada um dos terminais.

Adotando-se a hipótese de que um transformador possua  $n$  bobinas ou terminais acessíveis, o seu comportamento terminal pode ser representado matricialmente como

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \cdots & Z_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_n \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Na equação (2.2), o vetor coluna  $V$  representa a tensão entre cada um dos terminais do transformador e o referencial de terra. O vetor coluna  $I$  indica as correntes entrando em cada um dos terminais e a matriz  $Z$  de impedâncias é simétrica e possui ordem  $n \times n$ . No caso de transformadores de distribuição monofásicos com secundário em derivação central e com o terminal de neutro conectado ao seu tanque, há apenas três terminais acessíveis não conectados à terra e, conseqüentemente, a matriz  $Z$  possui ordem  $3 \times 3$ .

Os elementos da matriz  $Z$  podem ser medidos diretamente através de testes de circuito aberto, nos quais sinais puramente senoidais, cuja frequência é variada ao longo de uma determinada faixa, são aplicados a um dos terminais enquanto os demais terminais são mantidos abertos. A essa varredura de frequência dá-se o nome de **FRA** (*Frequency Response Analysis*). Desta forma, se o terminal  $j$  é energizado e os demais terminais são mantidos abertos, a relação entre  $v_1 \dots v_n$  e a corrente  $i_j$  resulta na  $j$ -ésima coluna de  $Z$  (SILVA, 2014).

A Figura 2.1 ilustra os tipos de conexões usados nos ensaios de circuito aberto em amplo espectro de frequências em transformadores de distribuição monofásicos com secundário em derivação central e com o terminal de neutro conectado ao seu tanque.

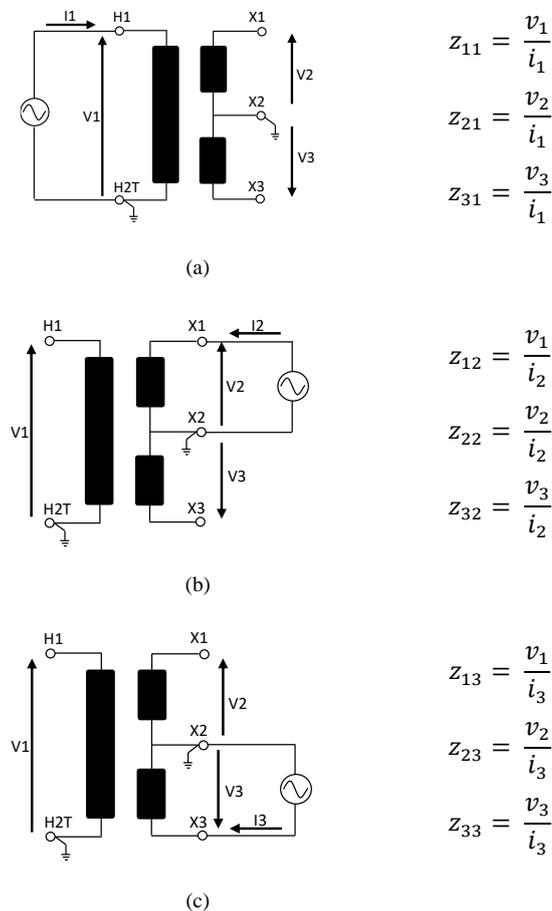


Figura 2.1 – Medição direta de (a)  $z_{11}$ ,  $z_{21}$  e  $z_{31}$  e de (b)  $z_{12}$ ,  $z_{22}$  e  $z_{32}$  e de (c)  $z_{13}$ ,  $z_{23}$  e  $z_{33}$  em ensaio de circuito aberto.

Nos ensaios ilustrados na Figura 2.1 são medidas diretamente as impedâncias próprias  $z_{11}$ ,  $z_{22}$  e  $z_{33}$  e as impedâncias mútuas  $z_{12}$ ,  $z_{13}$ ,  $z_{21}$ ,  $z_{23}$ ,  $z_{31}$  e  $z_{32}$  a partir da energização dos terminais de alta e baixa tensão (AT e BT). As impedâncias mútuas também podem ser obtidas indiretamente multiplicando-se a relação de tensão medida

entre dois terminais, aferida através do ensaio de tensão transferida ( $v_2/v_1$ ,  $v_3/v_1$  e  $v_3/v_2$ ), pela impedância própria, que é medida diretamente pelo ensaio de circuito aberto. A Figura 2.2 apresenta o método utilizado para realizar a medição da relação de tensão e a formulação necessária para determinar indiretamente os elementos mútuos da matriz de impedância.

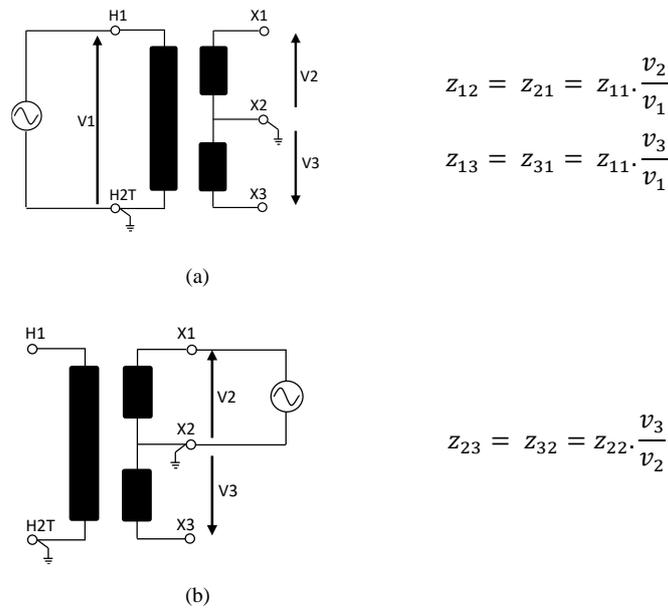


Figura 2.2 – Medição indireta de (a)  $z_{12}$ ,  $z_{21}$ ,  $z_{13}$  e  $z_{31}$  e de (b)  $z_{23}$ ,  $z_{32}$  em ensaio de tensão transferida.

A matriz de impedâncias resultante das medições descritas na Figura 2.1 e na Figura 2.2 é uma matriz simétrica e tridimensional de ordem  $n \times n \times k$ , em que  $n$  é o número de terminais não aterrados do transformador e  $k$  é o número de frequências amostradas na faixa de interesse.

O principal inconveniente da representação do comportamento terminal do transformador por uma matriz de impedâncias está na ordem de grandeza das correntes medidas nos ensaios de circuito aberto em baixas frequências, em geral inferiores a 1 kHz. Por exemplo, na frequência industrial, essas correntes representam um percentual entre 0,2 e 2% da corrente nominal do transformador (SILVA, 2014). Além disso, é muito difícil identificar as impedâncias de dispersão em baixas frequências a partir dessas medições, uma vez que essas são muito menores que a impedância do ramo de magnetização do transformador.

Segundo (BRANDWAJN *et al.*, 1982), para uma impedância de curto-circuito típica de 10% e uma corrente de excitação de 0,4%, os valores de  $z_{ii}$ ,  $z_{ij}$  e  $z_{jj}$  precisariam

ser medidos com uma exatidão de 0,001% para que a impedância de curto-circuito calculada apresentasse um erro de  $\pm 10\%$ . Na prática, quanto menor a corrente de excitação, mais os valores de  $z_{ii}$ ,  $z_{ij}$  e  $z_{jj}$  se aproximam uns dos outros, resultando em uma matriz  $Z$  mal condicionada e propensa a problemas de estabilidade numérica durante simulações de fenômenos transitórios no domínio do tempo (SILVA, 2014). Por tal razão, esta técnica não é normalmente utilizada na determinação das características terminais de transformadores.

### 2.2.2 Matriz de Admitâncias

Conforme mencionado na seção anterior, os elementos da matriz  $Z$  devem ser medidos com elevada precisão, especialmente se a corrente de excitação for muito baixa. À medida que a corrente de excitação se aproxima de zero, os elementos  $z_{ii}$ ,  $z_{jj}$  e  $z_{ij}$  da equação (2.2) tendem a infinito na região de baixas frequências. Para contornar este problema, o transformador pode ser representado, para uma determinada frequência de interesse, na forma

$$I = Y.V \quad (2.3)$$

Na equação (2.3), para um transformador com  $n$  terminais,  $I$  é um vetor de ordem  $n \times 1$  que indica as correntes entrando em cada um dos terminais,  $Y$  é uma matriz de admitâncias simétrica que possui ordem  $n \times n$  e, por fim,  $V$  é um vetor de ordem  $n \times 1$  contendo a tensão entre cada um dos terminais do transformador e o referencial de terra. Essa equação é a relação inversa da equação (2.1). Mesmo que a matriz  $Z$  se torne infinita para uma corrente de excitação nula, a matriz  $Y$  continuará a existir (BRANDWAJN *et al.*, 1982).

A matriz de admitâncias correspondente à equação (2.3) pode ser elaborada de duas maneiras distintas: através da inversão da matriz de impedâncias ou medindo-se diretamente cada elemento da matriz  $Y$ .

No primeiro caso, a matriz de admitâncias é obtida invertendo-se a matriz  $Z$ , tal como indicado na equação (2.4) para o transformador em foco neste trabalho. No entanto, conforme apresentado em (GUSTAVSEN e DE SILVA, 2013), modelos baseados na obtenção da matriz  $Y$  a partir da inversão da matriz  $Z$  estão propícios a uma

menor exatidão, uma vez que os erros oriundos da medição dos elementos da matriz  $Z$  são amplificados durante a inversão da matriz.

$$Y = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} \\ z_{31} & z_{32} & z_{33} \end{bmatrix}^{-1} \quad (2.4)$$

No segundo caso, os elementos da matriz  $Y$  são medidos diretamente em testes de curto-circuito, em que sinais puramente senoidais, com frequências variando dentro de uma determinada faixa, são aplicados em um dos terminais enquanto os demais são mantidos em curto-circuito. A Figura 2.3 ilustra os tipos de conexões usados na realização desses ensaios no transformador estudado nesta dissertação.

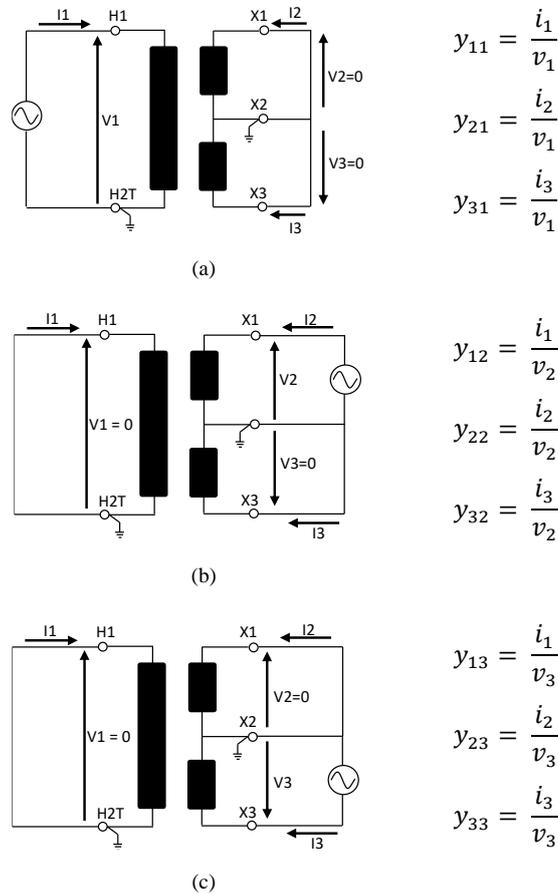


Figura 2.3 – Medição direta de (a)  $y_{11}$ ,  $y_{21}$  e  $y_{31}$  e de (b)  $y_{12}$ ,  $y_{22}$  e  $y_{32}$  e de (c)  $y_{13}$ ,  $y_{23}$  e  $y_{33}$  em ensaio de curto-circuito.

A partir da Figura 2.3 é possível verificar que, se o terminal  $j$  é energizado e todos os demais terminais são mantidos em curto-circuito, a relação entre as correntes  $i_1 \dots i_n$  e a tensão  $v_j$  produz a  $j$ -ésima coluna da matriz  $Y$ .

Assim como apresentada para as matrizes de impedâncias, a matriz de admitâncias obtida tanto pela inversão da matriz  $Z$  quanto pela medição direta é tridimensional de ordem  $n \times n \times k$ , em que  $n$  é o número de terminais do transformador e  $k$  é o número de frequências amostradas na faixa de interesse.

Em ensaios de curto-circuito, as elevadas correntes de curto-circuito se sobressaem em relação às pequenas correntes de magnetização/excitação (circuito aberto), resultando em um modelo pobre em informações relativas aos efeitos do núcleo magnético do transformador. Por isso, modelos elaborados a partir da matriz de admitâncias tendem a ser menos exatos em aplicações nas quais os terminais do transformador se encontram abertos ou conectados a uma impedância de valor ôhmico elevado, tal como na avaliação de tensões transferidas.

No intuito de recuperar as informações do núcleo magnético do transformador e de melhorar a respostas desses modelos em aplicações de circuito aberto, os elementos mútuos  $y_{ij}$  da matriz de admitâncias devem ser corrigidos pela relação de tensão do transformador (GUSTAVSEN, 2004a; SILVA, 2014). A relação de tensão  $v_i/v_j$  medida na faixa de frequências de interesse pode ser obtida manipulando-se a equação (2.3), sendo inserida no modelo como mostrado a seguir:

$$y_{ij} = y_{ji} = -y_{ii} \times \frac{v_i}{v_j} \quad (2.5)$$

onde os índices  $i$  e  $j$  se referem a dois terminais quaisquer do transformador.

Uma segunda abordagem foi apresentada por Gustavsen no intuito de resolver as limitações encontradas nos modelos elaborados a partir de uma matriz de admitâncias determinada através de ensaios de curto-circuito. Nesta ocasião, foi proposta a elaboração de uma matriz  $Y$  utilizando-se um método híbrido, no qual as medições em curto-circuito e circuito aberto são combinadas de modo a preservar as informações do núcleo magnético do transformador. O método híbrido consiste basicamente em medir um conjunto de vetores de tensão e de correntes associados aos ensaios de curto-circuito e circuito aberto. Após as medições, estes vetores são empilhados lado a lado em duas matrizes que são usadas para calcular a matriz de admitâncias (GUSTAVSEN, 2010).

Inicialmente, deve-se determinar a matriz de admitâncias através de ensaios de curto-circuito conforme apresentado na Figura 2.3, cujo resultado pode ser expresso pela equação (2.3), reescrita em (2.6).

$$I^{cc} = Y^{cc} \cdot V^{cc} \quad (2.6)$$

onde o sobrescrito *cc* se refere a curto-circuito.

No caso de transformadores de distribuição monofásicos com secundário em derivação central e com o terminal de neutro conectado ao seu tanque e considerando a matriz *V* igual a uma matriz identidade, tem-se

$$\begin{bmatrix} i_{11} & i_{12} & i_{13} \\ i_{21} & i_{22} & i_{23} \\ i_{31} & i_{32} & i_{33} \end{bmatrix}^{cc} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} \end{bmatrix}^{cc} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

A partir de (2.7) é possível observar que a matriz de correntes é igual à matriz de admitâncias medida nos ensaios de curto-circuito.

Em seguida, são determinados os elementos referentes aos ensaios de circuito aberto. Nesta etapa, aplicam-se as tensões representadas pelo vetor  $V_{AT}$  no terminal de alta tensão (AT) do transformador com os terminais de baixa tensão (BT) abertos e medem-se as correntes resultantes no terminal AT, representadas pelo vetor  $I_{AT}$ , e as respostas de tensão  $V_{BT}$  nos terminais BT. De posse destes dados, a matriz de admitâncias e a tensão transferida são calculadas conforme descrito a seguir (GUSTAVSEN, 2010)

$$\begin{aligned} I_{BT} &= 0 \\ I_{AT} &= Y_{BT\_abt} \cdot V_{AT} \\ V_{BT} &= H_{BT\_abt} \cdot V_{AT} \end{aligned} \quad (2.8)$$

onde  $Y_{BT\_abt}$  é a matriz de admitâncias para a condição dos terminais BT abertos e  $H_{BT\_abt}$  é a relação de tensão do terminal AT para os terminais BT. Considerando um vetor unitário para a tensão aplicada no terminal AT ( $V_{AT}$ ) e reescrevendo a equação (2.8) na forma matricial, tem-se

$$\begin{bmatrix} i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} [i_1] &= [y_{BT\_abt}] \\ [v_1] &= [1] \\ \begin{bmatrix} v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} h_{BT\_abt\_21} \\ h_{BT\_abt\_31} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

O mesmo procedimento deve ser repetido mantendo-se o terminal AT aberto e energizando-se alternadamente os terminais BT de modo que o terminal de baixa tensão não energizado seja mantido em curto-circuito, resultando nas expressões apresentadas na equação (2.10) (GUSTAVSEN, 2010).

$$\begin{aligned} [i_1] &= [0 \quad 0] \\ \begin{bmatrix} i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} y_{AT\_abt\_22} & y_{AT\_abt\_23} \\ y_{AT\_abt\_32} & y_{AT\_abt\_33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ [v_1] &= \begin{bmatrix} h_{AT\_abt\_12} & h_{AT\_abt\_13} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Nas equações acima,  $y_{AT\_abt\_ij}$  é o elemento  $i,j$  da matriz de admitâncias obtida para a condição do terminal AT aberto enquanto um dos terminais BT é energizado e o outro é mantido em curto-circuito, e  $h_{AT\_abt\_ij}$  é o elemento  $i,j$  do vetor de tensões transferidas dos terminais BT para o terminal AT.

As equações (2.9) e (2.10), ao serem combinadas, resultam na matriz de admitâncias referente aos ensaios de circuito aberto, que é expressa por

$$\begin{bmatrix} y_{BT\_abt} & 0 & 0 \\ 0 & y_{AT\_abt\_22} & y_{AT\_abt\_23} \\ 0 & y_{AT\_abt\_32} & y_{AT\_abt\_33} \end{bmatrix} = Y \cdot \begin{bmatrix} 1 & h_{AT\_abt\_12} & h_{AT\_abt\_13} \\ h_{BT\_abt\_21} & 1 & 0 \\ h_{BT\_abt\_31} & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

A equação (2.11) pode ser reescrita em sua forma reduzida como

$$I^{ab} = Y^{ab} \cdot V^{ab} \quad (2.12)$$

onde o sobrescrito  $ab$  se refere a aberto.

Ao combinar as equações (2.7) e (2.11) obtém-se a matriz híbrida, descrita por (GUSTAVSEN, 2010)

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} y_{11}^{cc} & y_{12}^{cc} & y_{13}^{cc} & y_{BT\_abt} & 0 & 0 \\ y_{21}^{cc} & y_{22}^{cc} & y_{23}^{cc} & 0 & y_{AT\_abt\_22} & y_{AT\_abt\_23} \\ y_{31}^{cc} & y_{32}^{cc} & y_{33}^{cc} & 0 & y_{AT\_abt\_32} & y_{AT\_abt\_33} \end{bmatrix} \\
 & = Y \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & h_{AT\_abt\_12} & h_{AT\_abt\_13} \\ 0 & 1 & 0 & h_{BT\_abt\_21} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h_{BT\_abt\_31} & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

Reescrevendo a equação (2.13) em sua forma reduzida, tem-se

$$\begin{aligned}
 [I^{cc} \quad I^{ab}] &= Y \cdot [V^{cc} \quad V^{ab}] \\
 I^h &= Y^h \cdot V^h
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

onde o sobrescrito  $h$  se refere a híbrido.

A partir da equação (2.14) é possível obter a matriz  $Y^h$  da seguinte forma (GUSTAVSEN, 2010)

$$Y^h = I^h V^h H (V^h V^h H)^{-1} \tag{2.15}$$

onde o sobrescrito  $H$  se refere à transposta conjugada.

A representação por meio da matriz de admitâncias é, sem dúvida, a mais difundida para a modelagem de transformadores (BRANDWAJN *et al.*, 1982). Desta forma, as abordagens tradicional e híbrida para a elaboração das matrizes de admitâncias servem como base para os estudos realizados no contexto deste trabalho.

### 2.3 Representação Matemática de Respostas em Frequência

As respostas em frequência dos transformadores devem ser formuladas de forma que o comportamento desses equipamentos possa ser analisado no domínio do tempo. Para tal, é necessário determinar funções no domínio da frequência que se ajustem às curvas de respostas em frequência medidas. A natureza não linear deste problema tem levado, entretanto, à elaboração de diferentes formulações e métodos.

Em 1993, Soysal e Semlyen propuseram uma formulação, a partir de uma função racional, na qual se obteve um sistema de equações lineares sobredeterminado. No entanto, o mau condicionamento do sistema formulado limitou este método a aproximações de baixa ordem, principalmente no caso de análises em uma ampla faixa

de frequências. Além disso, essa metodologia não garantia que todos os polos da função ajustada fossem estáveis (SOYSAL e SEMLYEN, 1993; GUSTAVSEN e SEMLYEN, 1998).

No mesmo ano, Morched *et al.* superaram esses problemas ao propor um método iterativo de aproximação da resposta em frequência por frações parciais. No entanto, a metodologia apresentada não pode ser considerada trivial por requerer que as respostas em frequência sejam analisadas antes de se decidir quantos e quais tipos de frações parciais serão utilizados (polos reais ou complexos conjugados). O sucesso desta técnica é dependente também dos polos de partida escolhidos (MORCHED *et al.*, 1993; GUSTAVSEN e SEMLYEN, 1998).

Em 1997, Gustavsen e Semlyen desenvolveram um método de ajuste denominado *Vector Fitting* (GUSTAVSEN e SEMLYEN, 1997), o qual é basicamente uma reformulação da iteração Sanathanan-Koerner, conforme indicado em (DESCHRIJVER *et al.*, 2007a). Essa técnica permite ajustar grandezas no domínio da frequência por meio de funções polinomiais racionais de ordem elevada, representadas através de frações parciais, e que cobrem um amplo espectro de frequências. Por se tratar de uma ferramenta robusta e eficiente tanto quando aplicada na síntese de funções com variações suaves quanto de funções com vários pontos de ressonância (GUSTAVSEN e SEMLYEN, 1999), optou-se neste trabalho pela aplicação desta metodologia na representação matemática das respostas em frequências associadas ao transformador analisado.

### **2.3.1 Método Vector Fitting**

O método *Vector Fitting* (VF) consiste no ajuste de grandezas no domínio da frequência por meio de funções racionais, tal como indicado na equação (2.16).

$$f(s) \approx \sum_{m=1}^N \frac{c_m}{s - a_m} + d + se \quad (2.16)$$

Nessa equação, os resíduos  $c_m$  e os polos  $a_m$  são grandezas reais ou pares complexos conjugados, enquanto  $d$  e  $e$  são reais (GUSTAVSEN e SEMLYEN, 1999).  $N$  é o número de polos.

O problema acima consiste em estimar os coeficientes da equação (2.16) de maneira que a função aproximada possa representar a função  $f(s)$  original com um erro máximo aceitável. No entanto, esta formulação representa um problema não linear, uma vez que contém incógnitas no denominador. A técnica *Vector Fitting* resolve a equação (2.16) sequencialmente como um problema linear de dois estágios, partindo da premissa de que os polos são conhecidos (GUSTAVSEN e SEMLYEN, 1999).

O primeiro estágio é responsável por ajustar os polos da equação (2.16). Neste estágio, deve-se, inicialmente, especificar um conjunto de polos de partida  $\bar{a}_n$  e multiplicar  $f(s)$  por uma função  $\sigma(s)$  desconhecida, definida como

$$\begin{bmatrix} g(s) = \sigma(s)f(s) \\ \sigma(s) \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} g_{fit}(s) = \sum_{m=1}^N \frac{c_m}{s - \bar{a}_m} + d + se \\ \sigma_{fit}(s) = \sum_{m=1}^N \frac{\tilde{c}_m}{s - \bar{a}_m} + 1 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

A partir da equação (2.17) é possível observar que a função ajustada  $\sigma_{fit}(s)$  possui o mesmo conjunto de polos que a função ajustada  $g_{fit}(s)$ . Multiplicando a segunda linha de (2.17) por  $f(s)$ , obtém-se:

$$\left( \sum_{m=1}^N \frac{c_m}{s - \bar{a}_m} + d + se \right) \approx \left( \sum_{m=1}^N \frac{\tilde{c}_m}{s - \bar{a}_m} + 1 \right) f(s) \quad (2.18)$$

ou

$$g_{fit}(s) \approx \sigma_{fit}(s)f(s) \quad (2.19)$$

A equação (2.18) é linear e, para a resolução deste problema, pode ser reescrita conforme apresentado na equação (2.20).

$$\left( \sum_{m=1}^N \frac{c_m}{s - \bar{a}_m} + d + se \right) - \left( \sum_{m=1}^N \frac{\tilde{c}_m}{s - \bar{a}_m} \right) f(s) \approx f(s) \quad (2.20)$$

Para um dado número de pontos de frequências amostradas  $k$ , o sistema linear representado em (2.20) torna-se:

$$Ax = b \quad (2.21)$$

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_k \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_k \end{bmatrix}$$

onde

$$A_i = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 & 1 & s_i & \frac{-f(s_i)}{s_i - a_1} & \dots & \frac{-f(s_i)}{s_i - a_N} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

$$x = [c_1 \quad \dots \quad c_N \quad d \quad e \quad \tilde{c}_1 \quad \dots \quad \tilde{c}_N]^T \quad (2.23)$$

$$b_i = f(s_i) \quad (2.24)$$

Das equações (2.22), (2.23) e (2.24), conclui-se que a ordem de cada um dos elementos de (2.21) é

$$\begin{aligned} A &\rightarrow k \times (2N + 2) \\ x &\rightarrow (2N + 2) \times 1 \\ b &\rightarrow k \times 1 \end{aligned}$$

O problema acima é, portanto, do tipo linear sobredeterminado, pois o número de frequências amostradas  $k$  é sempre maior que o número  $N$  de polos. A solução de (2.21) é encontrada pelo método dos mínimos quadrados, que pode ser formulado matricialmente como (AGUIRRE, 2007):

$$x = (A^T . A)^{-1} . A^T . b \quad (2.25)$$

Determinados todos os coeficientes do vetor  $x$ , uma aproximação para a função  $f(s)$  pode ser obtida a partir das expressões a seguir:

$$g_{fit}(s) \approx h \frac{\prod_{m=1}^{N+1} (s - z_m)}{\prod_{m=1}^N (s - \bar{a}_m)} \quad (2.26)$$

$$\sigma_{fit}(s) \approx \frac{\prod_{m=1}^N (s - \tilde{z}_m)}{\prod_{m=1}^N (s - \bar{a}_m)} \quad (2.27)$$

Dividindo a equação (2.26) pela (2.27), obtém-se

$$f(s) \approx \frac{g_{fit}(s)}{\sigma_{fit}(s)} \approx h \frac{\prod_{m=1}^{N+1} (s - z_m)}{\prod_{m=1}^N (s - \tilde{z}_m)} \quad (2.28)$$

A equação (2.28) mostra que os polos de  $f(s)$  são iguais aos zeros de  $\sigma_{fit}(s)$ . É possível observar que os polos de partida se cancelam no processo de divisão, já que foram escolhidos os mesmos polos para  $g_{fit}(s)$  e  $\sigma_{fit}(s)$ . Assim, calculando-se os zeros de  $\sigma_{fit}(s)$  obtém-se um novo conjunto de polos para melhor aproximar  $f(s)$  (GUSTAVSEN e SEMLYEN, 1999).

Os zeros de  $\sigma_{fit}(s)$  são obtidos a partir do cálculo dos autovalores da matriz  $H$ , definida na equação (2.29).

$$H = A - b\tilde{c}^T \quad (2.29)$$

onde  $A$  é uma matriz diagonal contendo os polos de partida  $\bar{a}_m$  e  $b$  é um vetor coluna com todos os elementos iguais a um. O vetor linha  $\tilde{c}^T$  contém os resíduos  $\tilde{c}_m$  de  $\sigma_{fit}(s)$ , calculados através de (2.25) (GUSTAVSEN e SEMLYEN, 1999).

A partir da equação (2.27), é possível observar que o numerador e o denominador da função  $\sigma_{fit}(s)$  possuem a mesma ordem. Assim, se os polos de partida forem estimados corretamente, a função  $\sigma_{fit}(s)$  torna-se igual a um, pois os novos polos ou zeros da função  $\sigma_{fit}(s)$  serão iguais aos polos de partida. Na prática, a convergência da aproximação de  $f(s)$  ocorrerá caso os novos polos estimados sejam utilizados como polos de partida, em um processo iterativo (GUSTAVSEN e SEMLYEN, 1999).

Uma vez determinados os polos de  $f(s)$ , a rotina *Vector Fitting* passa a executar o segundo estágio, responsável por determinar os resíduos da equação (2.16). Nesta etapa, resolve-se o problema originalmente exposto em (2.16) utilizando os zeros de  $\sigma_{fit}(s)$  como um novo conjunto de polos para  $f(s)$ , o que resulta novamente em um problema linear sobredeterminado, conforme indicado na equação (2.21). A solução deste problema é dada por (2.25), onde a matriz  $A$  é agora definida por (2.30) e o vetor  $x$  por (2.31).

$$A_i = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 & 1 & s_i \\ [s_i - a_1 & \cdots & s_i - a_N & 1 & s_i \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

$$x = [c_1 \quad \cdots \quad c_N \quad d \quad e]^T \quad (2.31)$$

A aplicação bem-sucedida da técnica *Vector Fitting* pode ser facilitada pela escolha adequada dos polos de partida. Nos casos em que a resposta em frequência

---

analisada apresenta variações suaves, polos de partida reais são suficientemente adequados. Em situações em que a resposta em frequência analisada apresenta inúmeros picos de ressonância e anti-ressonância, é conveniente que os polos de partida sejam complexos conjugados. Uma possível regra para especificar esses polos é dada a seguir

$$a_m = -\alpha + j\beta, \quad a_{m+1} = -\alpha - j\beta \quad (2.32)$$

$$\alpha = \frac{\beta}{100}$$

onde  $a_m$  e  $a_{m+1}$  representam um par de polos complexos conjugados,  $\beta$  é um vetor de  $N/2$  pontos distribuídos linear ou logaritmicamente ao longo da faixa de frequências de interesse e  $\alpha$  é um vetor proporcional a  $\beta$  (GUSTAVSEN e SEMLYEN, 1999).

O método *Vector Fitting* foi implementado no MATLAB por seus autores. A rotina desenvolvida retorna para os usuários uma função  $F(s)$  aproximada que é representada na forma de espaço de estados ou na forma de polos e resíduos, conforme apresentado nas equações (2.33) e (2.34), respectivamente. Além disso, essa rotina retorna um arquivo contendo um circuito equivalente que pode ser importado por programas de análise de transitórios eletromagnéticos, como por exemplo, o ATP (*Alternative Transients Program*) (GUSTAVSEN, 2002a).

$$F(s) = C(sI - A)^{-1}B + D + sE \quad (2.33)$$

$$F(s) = \sum_{m=1}^N \frac{R_m}{s - a_m} + D + sE \quad (2.34)$$

Na equação (2.33),  $A$  é uma matriz diagonal, de ordem  $N \times N$ , cujos elementos são os polos de  $F(s)$ ,  $B$  é uma matriz de ordem  $N \times n$  com elementos iguais a um e  $C$  é uma matriz de ordem  $n \times N$ , cujos elementos são os resíduos de  $F(s)$ . Em muitas situações, os termos  $D$  e  $E$  podem ser especificados como nulos. Já na equação (2.34),  $R_m$  é uma matriz que contém os resíduos de  $F(s)$ . Ao fatorar cada termo do somatório da equação (2.34) é possível converter o modelo de polos e resíduos em um modelo de espaço de estados através das expressões a seguir (GUSTAVSEN e DE SILVA, 2013):

$$C_m = R_m, \quad A_m = \frac{1}{a_m}I, \quad B_m = I \quad (2.35)$$

O código fonte implementado para o método *Vector Fitting* é de domínio público e está disponível em (GUSTAVSEN, 2002b).

Apesar de a técnica *Vector Fitting* ser precisa e robusta, ela segue em contínuo aprimoramento desde que foi criada. Em 2005, Deschrijver e Dhaene observaram que, alterando a função base do método VF, seria possível melhorar substancialmente o condicionamento do problema, especialmente se os polos estimados fossem reais ou se a magnitude da parte real de polos complexos não fosse desprezível. Nesta ocasião, foi proposta uma nova abordagem que utiliza, ao invés de frações parciais, funções racionais ortonormais, como se segue:

$$f_p(s) = k_p \sqrt{2\text{Re}(a_p)} \left( \prod_{m=1}^{p-1} \frac{s - a_m^*}{s + a_m} \right) \frac{1}{s + a_p} \quad (2.36)$$

onde  $k_p$  é um número complexo arbitrário e  $a_m$  são os polos da função. Esta função racional ortonormal é obtida diretamente através da aplicação do procedimento Gram-Schmidt às frações parciais.

Esta modificação, que ficou conhecida como *Orthonormal Vector Fitting* (OVF), ou *Vector Fitting* Ortonormal, reduz a importância de uma boa escolha dos polos de partida, aumentando assim a estabilidade numérica e a velocidade de convergência da rotina (DESCHRIJVER e DHAENE, 2005; DESCHRIJVER *et al.*, 2007a).

Em 2006, Gustavsen propôs outra modificação na metodologia empregada na técnica *Vector Fitting*, melhorando a sua habilidade em realocar os polos. A motivação para a implementação dessa melhoria surgiu da dificuldade encontrada pela versão clássica do método VF em realocar os polos quando se tentava aproximar funções  $f(s)$  que continham contribuições não-rationais (ruídos). Para corrigir esse problema, a condição assintótica de altas frequências da função de escalonamento  $\sigma_{fit}(s)$ , equação (2.17), foi substituída por uma condição mais relaxada, como apresentado a seguir:

$$\sigma_{fit}(s) = \sum_{m=1}^N \frac{\tilde{c}_m}{s - a_m} + \tilde{d} \quad (2.37)$$

onde  $\tilde{d}$  é real.

Com esta alteração, no intuito de evitar uma solução trivial (nula), foi acrescentada uma equação ao problema de mínimos quadrados resultante:

$$Re \left\{ \sum_{k=1}^{N_s} \left( \sum_{m=1}^N \frac{\tilde{c}_m}{s_k - a_m} + \tilde{d} \right) \right\} = N_s \quad (2.38)$$

A equação (2.38) impõe que a soma da parte real de  $\sigma_{fit}(s)$ , para uma dada frequência, seja um valor não nulo, sem que seja fixada qualquer uma das variáveis livres.

A partir desta modificação, houve uma melhora na convergência do processo de aproximação e a redução da importância da estimativa dos polos de partida. A esta nova metodologia deu-se o nome de *Relaxed Vector Fitting* (RVF) ou *Vector Fitting Relaxado* (GUSTAVSEN, 2006).

Em 2007, Deschrijver *et al.* verificaram que era possível aproveitar, de forma combinada, os benefícios das técnicas OVF e RVF. A partir desta análise foi proposto o método *Relaxed Orthonormal Vector Fitting* (ROVF) ou *Vector Fitting Ortonomal Relaxado* (DESCHRIJVER *et al.*, 2007b).

Em 2008, Gustavsen e Heitz observaram que a técnica *Vector Fitting* não representava adequadamente os pequenos autovalores de uma matriz de admitâncias  $Y$  quando havia grande variação entre os autovalores. Como consequência, os modelos implementados produziam resultados satisfatórios no domínio do tempo apenas para determinadas condições, que normalmente eram aquelas utilizadas para medir os elementos de  $Y$ . No intuito de permitir que condições arbitrárias fossem simuladas de forma aceitável, foi proposta uma nova abordagem, denominada *Modal Vector Fitting* (MVF) ou *Vector Fitting Modal*, que consiste em focar na aproximação dos autovalores ao invés da aproximação dos elementos da matriz  $Y$  (GUSTAVSEN e HEITZ, 2008).

A rotina MVF propõe que a matriz de admitâncias  $Y$  seja inicialmente diagonalizada através de uma matriz  $T$  de transformação (dependente da frequência) e aproximada por um modelo racional, conforme apresentado na equação (2.39). Em seguida, deve-se pós-multiplicar a função  $Y_{racional}$  pelo autovetor  $T$  de forma a obter cada par de autovalores  $(\lambda_i, t_i)$ , como mostra a equação (2.40). Por fim, deve-se dividir a expressão (2.40) pela magnitude do autovalor correspondente, resultando em um problema de mínimos quadrados, equação (2.41), no qual cada contribuição modal tende a ser ajustada com um erro que é proporcional à magnitude do autovalor.

$$Y = T\Lambda T^{-1} \cong Y_{racional} \quad (2.39)$$

$$Y_{racional}t_i \cong \lambda_i t_i, i = 1, \dots, n. \quad (2.40)$$

$$\frac{1}{|\lambda_i|} (Y_{racional}t_i - \lambda_i t_i) \cong 0, i = 1, \dots, n. \quad (2.41)$$

Ao associar as equações (2.17) e (2.41), obtém-se a expressão (2.42), que sintetiza o método *Vector Fitting* Modal (GUSTAVSEN e HEITZ, 2008).

$$\frac{\lambda_i}{|\lambda_i|} \sigma(s)t_i \cong \frac{1}{|\lambda_i|} \left( \left( \sum_{m=1}^N \frac{R_m}{s - a_m} + D + sE \right) t_i \right), i = 1, \dots, n. \quad (2.42)$$

onde  $n$  é a ordem da matriz  $Y_{racional}$  e  $\sigma(s)$  é igual à equação (2.37).

A aproximação pela técnica MVF é realizada com um custo computacional elevado quando comparada com a versão clássica do método VF, uma vez que a matriz do sistema é mais densa. Visando reduzir o tempo despendido para a aproximação pela rotina MVF, em 2009, Gustavsen e Heitz propuseram uma melhoria no desempenho deste método implementando três passos: 1) redução do número de iterações estimando os polos de partida através da aplicação da abordagem clássica do método VF com ponderação inversa à magnitude; 2) identificação dos polos solucionando apenas as incógnitas essenciais enquanto se explora a estrutura da matriz esparsa; 3) identificação dos resíduos por um procedimento que realiza os cálculos linha por linha e que se beneficia das vantagens oriundas da simetria do sistema (GUSTAVSEN e HEITZ, 2009).

A maior limitação da técnica MVF é a escolha de uma matriz de transformação  $T$  dependente da frequência, pois se sabe que matrizes de transformação constantes tendem a conduzir a bons resultados apenas na vizinhança da frequência na qual foram definidas, normalmente em baixas frequências. Em algumas situações, é possível preferir a utilização do MVF aproximando-se diretamente os elementos de  $Y$  pelo RVF, aumentando-se a ordem de aproximação até que os pequenos autovalores sejam representados adequadamente. No entanto, a duração da simulação no domínio do tempo e as violações de passividade aumentam significativamente com o aumento da ordem do problema (GUSTAVSEN e HEITZ, 2008).

Por fim, é importante indicar que a versão relaxada do método *Vector Fitting* (RVF) foi utilizada como base para os estudos realizados neste trabalho, uma vez que a sua rotina foi implementada no MATLAB por Gustavsen e disponibilizada em (GUSTAVSEN, 2002a). Apesar de a técnica MVF representar de maneira mais adequada os pequenos autovalores da matriz de admitâncias  $Y$ , tal método não foi aplicado em razão de sua implementação não ter sido disponibilizada por seus autores. Deste modo, a implementação e a aplicação do método MVF no ajuste da resposta em frequência do transformador em análise ficam sugeridas como trabalhos futuros.

### ***2.3.2 Causalidade, Estabilidade e Passividade na Modelagem de Transformadores***

A discussão apresentada na seção anterior sugere que o sucesso na modelagem de um transformador de potência é dependente do método de ajuste de funções racionais utilizado para representar numericamente os elementos da matriz de admitâncias utilizada para caracterizá-lo. Entretanto, também é fundamental assegurar que o modelo implementado preserve as características físicas do sistema a ser representado (TRIVERIO *et al.*, 2007). Caso o sistema linear invariante no tempo (LIT) representado pela matriz  $Y$  de admitâncias do transformador perca essas características durante o processo de medição ou de síntese do modelo equivalente, muito provavelmente uma série de inconsistências surgirão em simulações no domínio do tempo (SILVA, 2014). Neste contexto, são introduzidas as propriedades fundamentais de causalidade, estabilidade e passividade que os modelos devem atender de modo a garantir sua consistência física.

Antes de descrever os conceitos relativos a essas propriedades fundamentais, julga-se importante apresentar as definições de um sistema linear invariante no tempo, conforme mostrado a seguir.

Um sistema é dito linear se a resposta para uma combinação linear de duas entradas

$$x(t) = c_1x_1(t) + c_2x_2(t) \tag{2.43}$$

é igual a

$$w(t) = c_1 w_1(t) + c_2 w_2(t) \quad (2.44)$$

onde  $w_1(t)$  e  $w_2(t)$  são as saídas correspondentes a cada entrada  $x_1(t)$  e  $x_2(t)$ , respectivamente (TRIVERIO *et al.*, 2007). No entanto, para se obter um sistema LIT, deve-se associar a este conceito a invariância temporal, ou seja, admitir que a dinâmica entre as grandezas de entrada e saída desse sistema não varia ao longo do tempo (CHEN, 1999). Supondo essas características, é possível relacionar, no domínio do tempo, as variáveis de entrada e saída de um sistema LIT por meio da integral de convolução apresentada na equação (2.45).

$$w(t) = h(t) * x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t - \tau)x(\tau)d\tau \quad (2.45)$$

onde a matriz  $h(t)$  é a resposta ao impulso do sistema. Supondo uma representação matricial, cada elemento  $h_{ij}(t)$  representa a resposta no terminal  $i$  quando um impulso ideal (delta de Dirac) é aplicado na porta  $j$  supondo que os demais terminais não sejam excitados por fontes externas (TRIVERIO *et al.*, 2007).

Uma segunda forma de representar sistemas lineares invariantes no tempo é através da transformada de Laplace. Esta transformada é uma importante ferramenta para análise de sistemas LIT, uma vez que transforma equações diferenciais no domínio do tempo em equações algébricas no domínio  $s$ . No domínio de Laplace, a equação (2.45) é reescrita como

$$W(s) = H(s)X(s) \quad (2.46)$$

em que  $H(s)$  é a função de transferência do sistema. Em sistemas elétricos de múltiplas portas, como é o caso de transformadores, a equação (2.46) pode ser apresentada tal como em (2.3).

Outra definição importante a ser apresentada, ainda no domínio de Laplace, é relativa à região de convergência (ROC) no plano complexo ( $s=\sigma+j\omega$ ). A ROC é descrita por faixas paralelas ao eixo imaginário e representa os valores de  $s$  para os quais a transformada bilateral de Laplace, determinada pela equação (2.47), converge absolutamente. Além disso, ela desempenha um papel fundamental na caracterização da causalidade e estabilidade do modelo (TRIVERIO *et al.*, 2007; SILVA, 2014).

$$F(s) = \mathcal{L}_b\{f(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (2.47)$$

De posse dos conceitos de sistemas lineares invariantes no tempo e da região de convergência, pode-se apresentar as definições das propriedades físicas que regem os modelos de transformadores. Um sistema é dito causal ou não antecipatório se sua saída atual depende apenas das entradas passadas ou atuais, mas não das entradas futuras (CHEN, 1999). Em outras palavras, é possível dizer que nenhum efeito pode preceder a sua causa (TRIVERIO *et al.*, 2007).

No domínio do tempo, um sistema LIT é causal se, e somente se, todos os elementos  $h_{ij}(t)$  da matriz de resposta ao impulso  $h(t)$ , apresentada em (2.45), não existem para  $t < 0$ , ou seja,

$$h(t) = 0, t < 0 \quad (2.48)$$

No domínio de Laplace, um sistema LIT é causal se a ROC de cada elemento da matriz de transferência  $H(s)$  for definida como um semiplano aberto à direita, ou seja, um semiplano à direita do polo mais à direita (TRIVERIO *et al.*, 2007). A Figura 2.4 ilustra este conceito.

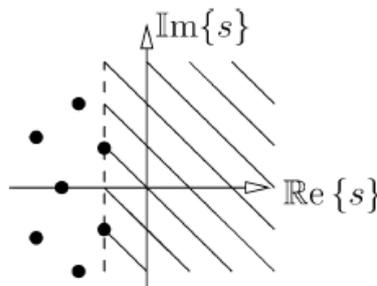


Figura 2.4 – Reprodução da Figura 6 de (TRIVERIO *et al.*, 2007).

Prosseguindo com a análise das propriedades físicas dos modelos, um sistema LIT é dito estável se a saída  $w(t)$  é limitada para toda entrada  $x(t)$  limitada. A esta definição de estabilidade dá-se o nome de BIBO (*Bounded-Input Bounded-Output*). No domínio do tempo, a estabilidade BIBO é garantida se, e somente se, todos os elementos da resposta ao impulso  $h(t)$  forem tais como indicados na equação (2.49) (TRIVERIO *et al.*, 2007; CHEN, 1999).

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |h_{ij}(t)| dt < +\infty \quad (2.49)$$

No domínio de Laplace, um sistema é estável se a ROC associada à sua matriz de transferência  $H(s)$  incluir o eixo imaginário, além de  $H(\infty)$  ser limitado (TRIVERIO *et al.*, 2007).

O conceito apresentado anteriormente difere um pouco daquele empregado na rotina *Vector Fitting*, na qual se monitora a estabilidade verificando se todos os polos do sistema possuem parte real negativa, ou seja, se todos os polos estão alocados no semiplano esquerdo. Entretanto, para sistemas causais, tanto a definição formal quanto a metodologia empregada pelo *Vector Fitting* são equivalentes. De fato, considerando que a ROC de um sistema causal é um semiplano aberto à direita e é limitada à esquerda pelos polos do sistema, quando todos os polos estiverem confinados no semiplano esquerdo, a ROC necessariamente incluirá o eixo imaginário, como ilustrado na Figura 2.4 (TRIVERIO *et al.*, 2007).

Por fim, um sistema linear invariante no tempo é dito passivo quando ele não é capaz de produzir energia, ou seja, um sistema multiporta LIT é passivo no domínio do tempo se

$$\int_{-\infty}^t v^T(\tau) i(\tau) d\tau \geq 0 \quad (2.50)$$

para todo  $t$  e todas tensões  $v(t)$  e correntes  $i(t)$  terminais admissíveis (TRIVERIO *et al.*, 2007).

A integral da equação (2.50) representa a energia consumida pelo sistema LIT até o instante  $t$ . Em um sistema passivo, esta energia deve ser positiva para todo  $t$  e esta condição só é possível se os seguintes requisitos forem atendidos:

- o sistema absorve mais energia do que gera;
- uma possível geração de energia ocorre após a absorção de energia.

Um sistema não causal que primeiro gera energia para em seguida absorvê-la, mesmo que a absorção seja em maior quantidade, é considerado não passivo, uma vez que o segundo requisito não é atendido. A partir dessas considerações, é possível afirmar que todo sistema passivo é também causal. Adicionalmente, pode-se dizer que

qualquer rotina que force a passividade de um sistema também garantirá a sua causalidade (TRIVERIO *et al.*, 2007).

No domínio de Laplace, um sistema LIT representado pela matriz de admitâncias  $Y(s)$  é passivo se, e somente se:

- cada elemento de  $Y(s)$  é definido em  $Re\{s\} > 0$ ;
- $Y^H(s) + Y(s)$  é uma matriz definida positiva para todo  $s$ , tal que  $Re\{s\} > 0$ ;
- $Y(s^*) = Y^*(s)$ .

Os sobrescritos  $H$  e  $*$  designam a transposta conjugada e o complexo conjugado, respectivamente. A primeira condição está relacionada com a causalidade e estabilidade do sistema, uma vez que este requisito exige que sua ROC seja aberta à direita e que toque o eixo imaginário. Além disso, esta condição resulta em estabilidade BIBO, já que o sistema não possui polos no eixo imaginário, ou seja, polos puramente imaginários. A segunda condição requer que a matriz de admitâncias possua parte real positiva e a terceira assegura que a resposta impulsiva associada seja real. Desta forma, é possível observar que as três condições para a passividade implicam a necessidade de o sistema ser também causal. Diante do exposto acima, parece evidente que o critério de passividade é o requisito mais importante para garantir a consistência física de um dado modelo, uma vez que passividade implica causalidade e estabilidade (TRIVERIO *et al.*, 2007).

Na prática, a violação da passividade pode resultar em simulações instáveis no domínio do tempo, mesmo que a aproximação realizada pelo método *Vector Fitting* possua somente polos estáveis. Para estes casos, recomenda-se que a passividade seja forçada.

Em 1998, o critério de passividade era garantido pelo método *Vector Fitting* através da análise dos autovalores da matriz de admitâncias  $Y$ . Nesta abordagem, para cada valor de frequência,  $Y$  era diagonalizada nos seus autovalores  $\Lambda$ . Além disso, todos os autovalores que possuíam parte real negativa tinham sua parte real substituída por zero, ou seja, era assegurado durante o processo de aproximação que todos os

autovalores de  $Y$  possuísem parte real positiva. A correção era realizada de modo constante ao longo de toda faixa de frequências (GUSTAVSEN e SEMLYEN, 1998).

Em 2001, este método foi aprimorado. Ao invés de forçar a passividade durante o processo de ajuste realizado pela técnica VF, passou-se a executar esta tarefa posteriormente através de uma rotina específica baseada na análise dos autovalores da matriz de condutâncias  $G_{aproximada} = Re\{Y_{aproximada}\}$  (GUSTAVSEN e SEMLYEN, 2001).

Uma melhor compreensão sobre a relação entre o critério de passividade e os autovalores de  $G$  é verificada ao se redefinir a equação (2.50) em termos da potência ativa absorvida pelo transformador, como mostrado a seguir:

$$P = Re\{v^*i\} = Re\{v^*Yv\} = Re\{v^*(G + jB)v\} = Re\{v^*Gv\} \geq 0 \quad (2.51)$$

onde \* designa a transposta conjugada. A partir de (2.51) é possível observar que  $P$  será sempre positiva apenas se todos os autovalores de  $G$  forem positivos. Logo, o critério de passividade exige que  $G$  seja uma matriz definida positiva.

A metodologia proposta por Gustavsen e Semlyen é a de inicialmente forçar as matrizes  $D$  e  $E$ , que são compostas respectivamente pelos termos  $d$  e  $e$  da aproximação racional designada pela equação (2.16), a serem definidas positivas. Em seguida, deve-se forçar a matriz de condutâncias aproximada  $G_{aproximada}$  a ser também definida positiva, calculando-se a correção dos resíduos da aproximação racional. A correção é baseada na linearização, resultando em um problema de mínimos quadrados linear e restrito que é resolvido como um problema quadrático (GUSTAVSEN e SEMLYEN, 2001). A síntese desta técnica é apresentada nas equações a seguir:

$$\Delta Y_{aproximada} = \sum_{m=1}^N \frac{\Delta R_m}{s - a_m} + \Delta D + s\Delta E \cong 0 \quad (2.52)$$

$$autovalor \left( Re \left\{ Y_{aproximada} + \sum_{m=1}^N \frac{\Delta R_m}{s - a_m} + \Delta D + s\Delta E \right\} \right) > 0 \quad (2.53)$$

$$autovalor(D + \Delta D) > 0 \quad (2.54)$$

$$autovalor(E + \Delta E) > 0 \quad (2.55)$$

Diante do exposto acima, pode-se observar que a grande vantagem dessa nova abordagem é que a correção passou a ser mínima em termos de erros na aproximação (GUSTAVSEN e SEMLYEN, 2001).

Em 2008, uma nova técnica para forçar a passividade foi apresentada por Gustavsen. Nesta ocasião, buscava-se uma metodologia que forçasse a passividade de maneira que alterações nos modelos fossem pequenas para condições terminais arbitrárias. Desta forma, foi proposto que a alteração relativa nos autovalores da matriz  $Y$  fosse minimizada através de uma ponderação igual ao inverso da magnitude do autovalor (GUSTAVSEN, 2008a), conforme apresentado na equação (2.56).

$$\left( \sum_{m=1}^N \frac{\Delta R_m}{s - a_m} + \Delta D + s\Delta E \right) \frac{t_i(s)}{|\lambda_i(s)|} \cong 0, i = 1 \dots n \quad (2.56)$$

Através da equação (2.56) é possível observar que este método apresenta as seguintes vantagens:

- os autovalores de pequeno valor (correspondentes às informações de medições com terminais em aberto) não são corrompidos, uma vez que a estes autovalores é dado o mesmo peso em problemas de mínimos quadrados como aquele dado para os autovalores de maior magnitude (correspondentes às informações de medições em condições de curto-circuito);
- redução da probabilidade de novas violações de passividade na vizinhança da região em que se está forçando a passividade, já que a perturbação dos autovalores é pequena onde a magnitude dos autovalores é pequena.

Uma rotina para forçar a passividade, denominada *RPdriver.m*, foi elaborada por Gustavsen. Esta rotina é baseada na perturbação dos autovalores da matriz de resíduos e utiliza o modelo aproximado pela técnica *Vector Fitting* como parâmetro de entrada para forçar a passividade do sistema. Para garantir um modelo passivo, enquanto as mudanças no comportamento do modelo são minimizadas, são implementadas modificações nos autovalores das matrizes  $R_m$ ,  $D$  e  $E$ , que são compostas respectivamente pelos termos  $r_m$ ,  $d$  e  $e$  da aproximação racional designada pela equação (2.16) (GUSTAVSEN e SEMLYEN, 2001; GUSTAVSEN, 2008b; GUSTAVSEN,

2009). A rotina *RPdriver.m* é de domínio público e está disponível em (GUSTAVSEN, 2002b).

Em resumo, pode-se verificar, na prática, que alguns requisitos são necessários para elaborar um modelo de transformador que seja estável durante simulações transitórias. A estabilidade é assegurada com a imposição de que qualquer polo instável calculado seja forçado a permanecer no semiplano esquerdo. Já a passividade é garantida obrigando-se que todos os autovalores da parte real da matriz de admitâncias aproximada permaneçam no semiplano direito. A rotina *Vector Fitting* preenche o primeiro requisito. No entanto, o segundo só pode ser avaliado depois que o processo de ajuste for executado. A rotina *RPdriver.m* é responsável por realizar esta última tarefa.

O problema de passividade é muito relevante no caso de transformadores, já que suas perdas internas são muito pequenas. Em tese, um sistema real e passivo, cuja resposta em frequência seja medida em laboratório com grande exatidão e precisão, com relação sinal-ruído adequada, não necessitaria que sua passividade fosse forçada ao ser aproximado pela técnica *Vector Fitting* (SILVA, 2014). No entanto, mesmo elaborando-se um modelo a partir de medições com essas características, é possível obter simulações instáveis (GUSTAVSEN e SEMLYEN, 1998).

## **2.4 Implementação no Domínio do Tempo da Resposta em**

### **Frequência Aproximada por Funções Racionais**

A aplicação e a validação dos modelos obtidos através da técnica *Vector Fitting* dependem da sua inclusão em programas de cálculo de transitórios eletromagnéticos do tipo ATP/EMTP ou em simuladores como o MATLAB. Desta forma, são apresentados a seguir dois procedimentos distintos normalmente aplicados. Na primeira abordagem, o modelo do transformador é convertido em um circuito elétrico equivalente. Na segunda, o modelo é manipulado de forma a permitir o cálculo por convoluções recursivas.

#### **2.4.1 Circuito Equivalente**

Uma das maneiras de representar o modelo de um transformador é através de um circuito equivalente cuja matriz de admitâncias nodal corresponda à matriz de admitâncias do transformador ao longo de uma determinada faixa de frequências. Deste

modo, o circuito equivalente elaborado deve reproduzir corretamente a resposta transitória dos terminais do transformador. A Figura 2.5 apresenta um diagrama unifilar de um modelo  $\pi$ -equivalente com múltiplos terminais, em que cada ramo é calculado através das equações (2.57) e (2.58) (MORCHED *et al.*, 1993).

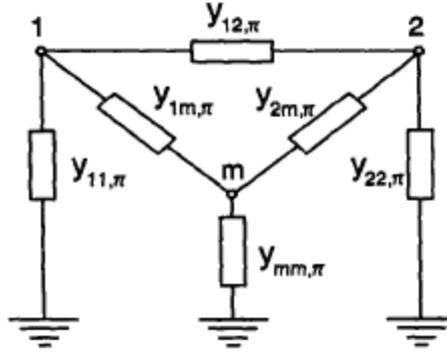


Figura 2.5 – Reprodução da Figura 1 de (MORCHED *et al.*, 1993).

$$y_{ii,\pi} = \sum_{j=1}^m Y_{ij} \quad (2.57)$$

$$y_{ij,\pi} = -Y_{ij} \quad (2.58)$$

Durante o processo de modelagem, cada ramo do modelo  $\pi$ -equivalente (ou elemento da matriz  $Y$ ) é aproximado pelo método *Vector Fitting* por funções racionais, como apresentado em (2.16). Quando todos os elementos de  $Y$  são aproximados por um mesmo conjunto de polos, cada ramo pode ser representado por um circuito elétrico tal como mostra a Figura 2.6, no qual

$$\begin{aligned} C_0 &= e \\ R_0 &= 1/d \end{aligned} \quad (2.59)$$

Cada polo real resulta em um ramo  $RL$  em que

$$\begin{aligned} R_1 &= -a/c \\ L_1 &= 1/c \end{aligned} \quad (2.60)$$

enquanto cada par de polos complexos conjugados resulta em um ramo RLC de forma que

$$\begin{aligned} L &= 1/(2c') \\ R &= (-2a' + 2(c'a' + c''a''))L \\ 1/C &= (a'^2 + a''^2 + 2(c'a' + c''a''))R \\ G &= -2(c'a' + c''a'')CL \end{aligned} \quad (2.61)$$

Na Equação (2.61) os termos com aspas simples representam a parte real e os termos com aspas duplas representam a parte imaginária de seus respectivos números complexos.

Do equacionamento anterior, percebe-se que o modelo gerado pelo método *Vector Fitting* pode resultar em um circuito elétrico com parâmetros  $R$ ,  $L$  e  $C$  negativos, uma vez que os resíduos podem possuir parte real negativa. Entretanto, se os critérios de estabilidade e passividade são obedecidos, a possibilidade de simulações no domínio do tempo com resultados instáveis é eliminada (OLIVEIRA, 2011).

Uma rotina denominada *netgen.m* foi elaborada por Gustavsen para converter os polos e resíduos utilizados na aproximação de  $Y$  em elementos do circuito equivalente da Figura 2.6. O circuito obtido é gravado em um arquivo texto compatível com programas de análise de transitórios do tipo ATP/EMTP (GUSTAVSEN, 2002a). Vale notar que essa rotina é aplicável somente quando todos os elementos da matriz  $Y$  forem aproximados por um conjunto único de polos. Para os casos em que é necessário utilizar conjuntos distintos de polos, é recomendável utilizar o cálculo por convoluções recursivas, conforme se discute na próxima seção (SILVA, 2014).

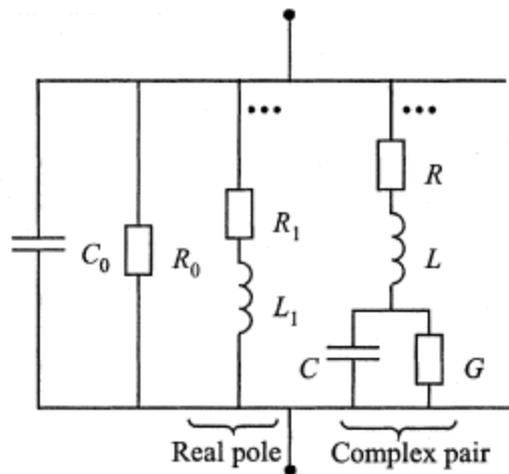


Figura 2.6 – Reprodução da Figura 9 de (GUSTAVSEN, 2002a).

### 2.4.2 Cálculo por Convoluções Recursivas

No domínio do tempo, a equação matricial (2.33) pode ser representada na forma de equações de estado como se segue:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du + E\dot{u} \end{aligned} \quad (2.62)$$

em que a saída  $y$  é determinada a partir de convoluções discretas entre a entrada  $u$  e a resposta impulsiva do sistema, considerando-se um passo de integração fixo  $\Delta t$ . Para a condição em que o termo  $E$  é nulo (função própria), a equação (2.62) pode ser reescrita em sua forma discreta, conforme apresentado a seguir (GUSTAVSEN e DE SILVA, 2013):

$$\begin{aligned} x_k &= \alpha x_{k-1} + Bu_{k-1} \\ y_k &= \tilde{C}x_k + Gu_k \end{aligned} \quad (2.63)$$

onde

$$\alpha = \left( I - A \frac{\Delta t}{2} \right)^{-1} \left( I + A \frac{\Delta t}{2} \right) \quad (2.64)$$

$$\tilde{C} = C(\alpha\lambda + \mu) \quad (2.65)$$

$$\lambda = \mu = \left( I - A \frac{\Delta t}{2} \right)^{-1} \frac{\Delta t}{2} \quad (2.66)$$

$$G = (D + C\lambda B) \quad (2.67)$$

Na condição de o termo  $E$  ser diferente de zero (função imprópria), as matrizes  $\tilde{C}$ ,  $\alpha$ ,  $B$  e  $G$ , descritas nas equações (2.64) a (2.67), devem ser modificadas como se segue (GUSTAVSEN e DE SILVA, 2013):

$$\alpha \rightarrow \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

$$\tilde{C} \rightarrow [\tilde{C} \quad I] \quad (2.69)$$

$$B \rightarrow \begin{bmatrix} B \\ 4E \\ -\frac{\Delta t}{2} \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

$$G \rightarrow G + \frac{2E}{\Delta t} \quad (2.71)$$

Em se tratando de matrizes de admitâncias, a entrada  $u$  e a saída  $y$  são representadas pela tensão  $v$  e pela corrente  $i$ , respectivamente. Ou seja, a partir da equação (2.63), pode-se obter a fórmula recursiva descrita a seguir:

$$\begin{aligned}x_k &= \alpha x_{k-1} + B v_{k-1} \\ i_k &= \tilde{C} x_k + G v_k\end{aligned}\tag{2.72}$$

onde  $\tilde{C} x_k = -i_{his,k}$ .

Na equação (2.72),  $i_k$  é um vetor coluna contendo as  $n$  fontes de correntes independentes conectadas entre cada nó e a referência de terra,  $i_{his,k}$  também é um vetor coluna contendo as  $n$  fontes de correntes históricas conhecidas,  $G$  é a matriz de condutâncias do modelo acrescida das contribuições externas e, por fim,  $v_k$  é um vetor coluna contendo as  $n$  tensões nodais.

O emprego da técnica de convoluções recursivas permite que o modelo obtido para o transformador seja validado e/ou analisado no domínio do tempo através de programas computacionais como o MATLAB e o ATP.

# 3 Modelos de Ordem Reduzida de um Transformador de Distribuição Monofásico

## 3.1 Considerações Preliminares

Neste capítulo, propõe-se uma primeira abordagem para a representação em amplo espectro de frequências do transformador de distribuição monofásico de 10 kVA, 7,967 kV/240-120 V, com secundário em derivação central, ilustrado na Figura 3.1. Essa abordagem consiste em representá-lo por meio de dois modelos caixa preta de ordem reduzida distintos. Em um desses modelos, considera-se que um dos terminais de baixa tensão esteja permanentemente em curto-circuito, enquanto no outro modelo esse mesmo terminal é mantido aberto.

O desempenho dos modelos implementados é avaliado comparando-se resultados de simulações computacionais no domínio do tempo com medições realizadas em laboratório no próprio transformador.



Figura 3.1 – Transformador de distribuição monofásico com secundário em derivação central.

## 3.2 Metodologia Empregada na Medição da Resposta em Frequência

### 3.2.1 Sistema de Medição

Os elementos da matriz de admitâncias foram medidos por meio de um sistema automatizado de varredura de frequências composto por um gerador de sinais Agilent 33220A e um osciloscópio Agilent 54622A, ambos controlados por um computador (SILVEIRA, 2013). Esse sistema gerencia a aplicação de sinais de tensão puramente senoidais de frequências conhecidas em um dos terminais do transformador e a medição do sinal resultante no terminal de interesse. A relação entre os sinais aplicados e medidos constitui uma função de transferência no domínio da frequência, que representa a admitância do transformador. No presente trabalho, foi considerada a aplicação de sinais de tensão senoidais com amplitude de 10 V em uma faixa de frequências de 10 Hz a 10 MHz, considerando 40 pontos por décadas.

As medições de tensão foram executadas com o emprego de um cabo coaxial modelo RG58U com aproximadamente 1,2 m. Esse cabo foi conectado diretamente entre o osciloscópio e os terminais do transformador. Por sua vez, as medições de corrente foram realizadas com o emprego de um transdutor de corrente modelo Pearson 2100, cuja resolução é de 1 V/A (PEARSON, 1999), conectado ao osciloscópio por meio de um cabo coaxial com as mesmas características e comprimento que o cabo utilizado na medição das tensões. A opção por realizar as medições por meio de transdutores de corrente (TC) ao invés de resistores *shunt* se deve à dificuldade de se determinar um valor ótimo de resistência que possa ser utilizado de forma consistente sem que se comprometam as grandezas medidas. No entanto, o TC utilizado possui uma faixa de passagem entre 125 Hz e 20 MHz (PEARSON, 1999), o que resulta em uma forte atenuação do sinal medido para baixas frequências. Para contornar essa limitação é necessário utilizar o fator de correção a ser descrito na seção 3.2.3.

### 3.2.2 Compensação dos Efeitos dos Cabos de Medição

Os elementos da matriz  $Y$  medidos por meio do ensaio de curto-circuito incluem as admitâncias do circuito de medição, tais como as capacitâncias dos cabos coaxiais

---

utilizados. Em altas frequências, este efeito pode ser bem acentuado, pois as admitâncias próprias do circuito de medição passam a ter valores mais significativos se comparadas à admitância do transformador (OLIVEIRA, 2011). Dessa forma, o efeito capacitivo dos cabos coaxiais deve ser removido, o que pode ser feito corrigindo-se os elementos da diagonal principal da matriz  $Y$  através da seguinte expressão

$$Y' = Y_{med} - Y_C \quad (3.1)$$

onde  $Y'$  é a admitância corrigida,  $Y_{med}$  é a admitância medida e  $Y_C$  é a admitância do cabo coaxial (GUSTAVSEN, 2004a).

No caso de transformadores de distribuição monofásicos com secundário em derivação central e com o terminal de neutro conectado ao seu tanque, a matriz de admitâncias corrigida pode ser representada como

$$Y' = \begin{bmatrix} y_{11} - Y_C & y_{12} & y_{13} \\ y_{21} & y_{22} - Y_C & y_{23} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} - Y_C \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

A relação de transformação é outra grandeza que necessita ser corrigida devido ao efeito capacitivo dos cabos coaxiais. No caso do transformador em análise, a medição da relação de transformação do terminal 1 da alta tensão para o terminal 2 da baixa tensão é realizada aplicando-se no terminal AT uma tensão senoidal e mantendo-se os terminais BT abertos. Partindo da equação (2.3), é possível escrever esta relação de transformação matematicamente como

$$t_{210} = \frac{v_2}{v_1} = - \frac{y_{21} - y_{23}y_{33}^{-1}y_{31}}{y_{22} - y_{23}y_{33}^{-1}y_{32}} \quad (3.3)$$

onde  $t_{210}$  é a relação de transformação do terminal 1 para o terminal 2.

Sabendo-se que a inserção dos cabos coaxiais nos terminais 1 e 2 para a medição da relação de transformação adiciona nas admitâncias próprias  $y_{11}$  e  $y_{22}$  a admitância  $Y_C$  do cabo, tem-se que a relação de transformação medida é dada por

$$t'_{210} = - \frac{y_{21} - y_{23}y_{33}^{-1}y_{31}}{(y_{22} + Y_C) - y_{23}y_{33}^{-1}y_{32}} \quad (3.4)$$

onde  $t'_{210}$  é a relação de transformação medida entre os terminais 1 e 2.

A partir de (3.3) e (3.4) é possível observar que a presença do cabo coaxial influencia na determinação da relação de transformação. Portanto, surge a necessidade de inserir um fator de correção nas medições de relação de transformação como apresentado a seguir

$$k = \frac{t_{21o}}{t'_{21o}} = 1 + \frac{Y_C}{y_{22} - y_{23}y_{33}^{-1}y_{32}} \quad (3.5)$$

onde  $k$  é o fator de correção que elimina a influência da admitância capacitiva dos cabos coaxiais nas relações de transformação medidas.

Analisando a equação (3.5) é possível observar que a relação de transformação de interesse equivale à própria relação de transformação  $t'_{21o}$  medida, adicionada de um fator  $\frac{Y_C}{y_{22} - y_{23}y_{33}^{-1}y_{32}} t'_{21o}$ , responsável por compensar a modificação da relação de transformação provocada pela admitância do cabo coaxial (OLIVEIRA, 2016a; OLIVEIRA, 2016b). Vale ressaltar que o mesmo procedimento utilizado para determinar a relação de transformação entre os terminais 1 e 2 pode ser adotado para a relação de transformação entre os terminais 1 e 3 ( $t_{31o}$ ).

Uma segunda maneira de se obter a relação de transformação consiste em manter um dos terminais do transformador em curto-circuito. Deste modo, a relação de transformação  $t_{21s}$  é a relação estabelecida entre os terminais 1 e 2 quando o terminal 3 é mantido em curto-circuito. Nesta configuração, a medição é realizada mantendo-se o terminal 2 aberto e o terminal 3 em curto-circuito e aplicando-se no terminal 1 uma tensão senoidal. Esta grandeza também pode ser obtida através de operações algébricas a partir da equação (2.3), resultando em

$$t_{21s} = \frac{v_2}{v_1} = -\frac{y_{21}}{y_{22}} \quad (3.6)$$

Uma vez que a inserção dos cabos coaxiais nos terminais 1 e 2 para a medição da relação de transformação adiciona nas admitâncias próprias  $y_{11}$  e  $y_{22}$  a admitância  $Y_C$  do cabo, tem-se que a relação de transformação medida é dada por

$$t'_{21s} = \frac{v_2}{v_1} = -\frac{y_{21}}{y_{22} + Y_C} \quad (3.7)$$

onde  $t'_{21s}$  é a relação de transformação medida entre os terminais 1 e 2.

---

A partir de (3.6) e (3.7) é possível definir um fator de correção  $k$  para a relação de transformação  $t_{21s}$ , como indicado a seguir

$$k = \frac{t_{21s}}{t'_{21s}} = 1 + \frac{Y_C}{y_{22}} \quad (3.8)$$

Analisando a equação (3.8) é possível observar que a relação de transformação de interesse equivale à própria relação de transformação  $t'_{21s}$  medida, adicionada de um fator  $\frac{Y_C}{y_{22}} t'_{21s}$  responsável por compensar os efeitos provocados pela admitância do cabo coaxial (OLIVEIRA, 2016a; OLIVEIRA, 2016b). O mesmo procedimento exposto para definir o fator de correção de  $t_{21s}$  pode ser adotado para as demais possibilidades de medição de relações de transformações com um dos terminais do transformador em curto-circuito ( $t_{31s}$ ,  $t_{23s}$  e  $t_{32s}$ ).

Por fim, de posse das equações (3.2), (3.5) e (3.8), verifica-se a necessidade de se determinar as admitâncias dos cabos coaxiais, que podem ser expressas da seguinte forma

$$Y_C = G + j\omega C \quad (3.9)$$

onde  $G$  e  $C$  são a condutância e a capacitância dos cabos coaxiais.

A condutância do cabo é definida por

$$G = \frac{2\pi\omega\varepsilon_0\varepsilon_i}{\ln\left(\frac{r_0}{r_i}\right)} \quad (3.10)$$

e a capacitância por

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}{\ln\left(\frac{r_0}{r_i}\right)} \quad (3.11)$$

Nas equações (3.10) e (3.11),  $\omega$  é a frequência angular,  $\varepsilon_0$  é a permissividade elétrica do vácuo,  $\varepsilon_i$  é a parte imaginária da permissividade relativa do dielétrico,  $\varepsilon_r$  é a parte real da permissividade relativa do dielétrico,  $r_0$  é o raio interno da blindagem e  $r_i$  é o raio do condutor (JENSIGN, 2014).

Sabe-se que  $\varepsilon_r \gg \varepsilon_i$  ( $\varepsilon_r \approx 2,3$  e  $\varepsilon_i \approx 0,0005$ ), logo é possível considerar que o principal componente da admitância do cabo é a capacitância. Sendo assim, é conveniente aproximar  $Y_C$  como

$$Y_C \approx j\omega C \quad (3.12)$$

No presente trabalho, o cabo coaxial utilizado durante as medições possui uma capacitância  $C=120$  pF (OLIVEIRA, 2016b).

### ***3.2.3 Calibração do Transdutor de Corrente em Baixas Frequências***

A bobina de Pearson 2100 possui uma forte atenuação do sinal de corrente quando medições são realizadas em frequências inferiores à sua banda de passagem nominal, que está compreendida entre 125 Hz e 20 MHz (PEARSON, 1999). No entanto, como o objetivo do presente trabalho é elaborar um modelo que seja válido na faixa de frequências de 10 Hz a 10 MHz, verifica-se a necessidade de se estabelecer fatores de calibração que permitam utilizar o TC em uma faixa de frequências inferior à estipulada pelo fabricante.

No intuito de confirmar o comportamento inadequado do TC em baixas frequências, realizaram-se medições das respostas em frequências de resistores de diferentes valores ôhmicos. Em todos os casos foram constatadas, para frequências inferiores a 10 kHz, variações em relação ao comportamento esperado, tanto com relação ao módulo quanto ao ângulo de fase.

Além disso, observou-se um comportamento não linear do TC. Notou-se que, quanto maior o valor de resistência considerado, maior o desvio de magnitude e de fase verificado nas formas de onda. A partir desta análise, optou-se por determinar os fatores de calibração através da correção das curvas de resistores para a faixa de frequências de 10 Hz a 10 kHz (OLIVEIRA, 2016a; OLIVEIRA, 2016c).

A seleção dos resistores deve ser realizada considerando-se as impedâncias dos enrolamentos do transformador de potência em análise. Desta forma, as impedâncias mínima e máxima de cada enrolamento e entre enrolamentos são determinadas na faixa de frequências de interesse e o resistor é escolhido dentro destes valores limítrofes. A

Tabela 3.1 apresenta os valores mínimo e máximo das impedâncias e os valores dos resistores utilizados para a correção de cada elemento da matriz de admitâncias.

Tabela 3.1 – Impedância mínima e máxima de cada enrolamento e entre enrolamentos do transformador na faixa de frequências de 10 Hz a 10 kHz e resistores utilizados na determinação dos fatores de correção do TC.

| ELEMENTO DE Y | $Z_{min}$ ( $\Omega$ ) | $Z_{max}$ ( $\Omega$ ) | R ( $\Omega$ ) |
|---------------|------------------------|------------------------|----------------|
| $y_{11}$      | 199,55                 | 1843,10*               | 1780           |
| $y_{12}$      | 5,89                   | 441,34                 | 327,40         |
| $y_{13}$      | 5,72                   | 472,01                 | 327,40         |
| $y_{21}$      | 6,24                   | 445,01                 | 327,40         |
| $y_{22}$      | 0,05                   | 0,79                   | 0,79           |
| $y_{23}$      | 0,08                   | 0,86                   | 0,79           |
| $y_{31}$      | 6,21                   | 480,72                 | 327,40         |
| $y_{32}$      | 0,09                   | 0,85                   | 0,79           |
| $y_{33}$      | 0,05                   | 0,80                   | 0,79           |

\* A estimativa de  $Z_{max}$  para o elemento  $y_{11}$  foi realizada até a frequência de 1 kHz por ter sido observado um ponto de ressonância em 10 kHz.

A partir da Tabela 3.1, é possível observar que não se pode utilizar um único valor de resistência para a calibração do TC, uma vez que as faixas de impedância não são coincidentes para todos os elementos. Sabendo do comportamento não linear do transdutor, buscou-se realizar a calibração através de valores médios entre as impedâncias máxima e mínima dos enrolamentos do transformador em análise.

Uma vez determinados os resistores de referência, normaliza-se a magnitude e o ângulo de fase das respostas em frequência medidas para estes componentes através de uma operação fasorial com os valores limítrofes, já que nesta frequência há uma grande concordância entre os módulos e os ângulos de fase teóricos e medidos (OLIVEIRA, 2016c). Assim, obtém-se:

$$|Z|_{norm} = \frac{|Z|}{\lim_{f \rightarrow 10 \text{ kHz}} (|Z|)} \quad (3.13)$$

$$\arg\{Z\}_{norm} = \arg\{Z\} - \lim_{f \rightarrow 10 \text{ kHz}} (\arg\{Z\}) \quad (3.14)$$

Em seguida, são determinados os coeficientes dos polinômios que melhor se ajustam às curvas das respostas em frequência normalizadas. No presente trabalho, para

todos os resistores utilizados, os ajustes foram feitos com polinômios de nove elementos, ou seja, polinômios de oitavo grau.

De posse dos coeficientes dos polinômios é possível determinar os fatores de correção através da solução desses polinômios para valores de frequências compreendidos entre 10 Hz e 10 kHz, da seguinte forma,

$$FatorCorY = \begin{cases} \sum_{i=1}^9 ParametrosCorY(i,1) \times (\log_{10} f)^{9-i}, & \text{se } f < 10\text{kHz} \\ 0, & \text{se } f > 10\text{kHz} \end{cases} \quad (3.15)$$

$$FatorCorF = \begin{cases} \sum_{i=1}^9 ParametrosCorF(i,1) \times (\log_{10} f)^{9-i}, & \text{se } f < 10\text{kHz} \\ 0, & \text{se } f > 10\text{kHz} \end{cases} \quad (3.16)$$

onde *FatorCorY* se refere ao fator de correção do módulo da impedância e *FatorCorF* se refere ao ângulo de fase (OLIVEIRA, 2016c).

Por fim, a correção da resposta em frequência das admitâncias terminais do transformador é realizada conforme as seguintes relações

$$Y_{corrigido} = Y_{medido} \times 10^{FatorCorY} \quad (3.17)$$

$$F_{corrigida} = F_{medida} + FatorCorF \quad (3.18)$$

O emprego de um expoente na base 10 em (3.17) se deve à maneira como é traçado o ajuste polinomial para a resposta em frequências da magnitude. O ajuste é realizado com frequência e módulo em escala logarítmica, na base 10. Da forma como se definem os polinômios apresentados em (3.15) e (3.16) e como se estabelecem as relações (3.17) e (3.18), é possível verificar que as respostas em frequência das admitâncias são ajustadas, de fato, apenas para frequências inferiores a 10 kHz (OLIVEIRA, 2016c).

### 3.3 Aproximação da Resposta em Frequência por Funções

#### Racionais

Um modelo completo (três portas) em amplo espectro de frequências para o transformador em análise pode ser descrito pela equação (2.3), reescrita em (3.19).

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

onde o subscrito 1 se refere ao terminal de alta tensão e os subscritos 2 e 3 correspondem aos dois terminais não aterrados disponíveis no enrolamento de baixa tensão.

Considerando a simetria da matriz  $Y$ , sua determinação requer, pelo menos, seis medições para cada frequência de interesse. No entanto, a medição de todos os nove elementos é normalmente necessária, tanto para fins de verificação de consistência quanto para se estimar curvas médias caso sejam observadas eventuais diferenças nos elementos fora da diagonal principal devido a dificuldades nas medições. Isto resulta em um processo de medição e estimação de parâmetros lento e também em um modelo que fica mais propenso a inconsistências que possam levar a violações de passividade (DE CONTI *et al.*, 2015). Sabendo-se que o comportamento dos terminais 2 e 3 é, essencialmente, o mesmo em termos de tensões e correntes, é realizada no presente capítulo uma tentativa de elaborar modelos simplificados nos quais um dos terminais de baixa tensão é descartado. Vale ressaltar que as simplificações propostas mantêm a maior parte das características necessárias para o estudo das tensões transferidas dos terminais AT para os terminais BT. As duas hipóteses consideradas são descritas nas próximas seções.

### 3.3.1 Transformador com o Terminal 3 em Curto-Circuito

Uma das formas de se obter um modelo de ordem reduzida (duas portas) a partir do modelo completo apresentado na equação (3.19) consiste em supor que o terminal 3 encontra-se permanentemente em curto-circuito. Nesta condição, a tensão do terminal 3 é igual a zero ( $v_3 = 0$ ) e, conseqüentemente, a expressão (3.19) pode ser simplificada para

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & -y_{22}t_{21s} \\ -y_{22}t_{21s} & y_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

onde  $t_{21s}$  é a relação das tensões medidas nos terminais 2 e 1 para a aplicação de uma tensão senoidal no terminal 1, supondo que o terminal 2 esteja aberto e o terminal 3

esteja em curto-circuito em cada uma das frequências de interesse (DE CONTI *et al.*, 2015). Esta grandeza é expressa pela equação (3.6).

Para aproximar a matriz de admitâncias apresentada em (3.20) utilizou-se a versão *Relaxed Vector Fitting* (RVF) do programa computacional de aproximação vetorial disponível em (GUSTAVSEN, 2002b) e discutida na seção 2.3.1. O ajuste das curvas foi realizado com 50 polos complexos conjugados, cujos valores iniciais foram distribuídos logaritmicamente ao longo do espectro de frequências. No intuito de diminuir o erro da aproximação, cada elemento de  $Y(s)$  foi ponderado pelo inverso do seu valor absoluto na solução do problema de mínimos quadrados ponderados presente no RVF. A Figura 3.2 ilustra o módulo e o ângulo de fase dos elementos  $y_{11}$ ,  $y_{21}$  e  $y_{22}$ . O elemento  $y_{21}$  foi definido pelo negativo do produto dos valores medidos de  $y_{22}$  e  $t_{21s}$ , conforme apresentado em (3.20). É importante ressaltar que as correções propostas nas seções 3.2.2 e 3.2.3 foram realizadas nos elementos  $y_{11}$ ,  $y_{22}$  e  $t_{21s}$ . Ao analisar a Figura 3.2, observa-se uma excelente concordância entre o modelo ajustado e os elementos da matriz  $Y$  medidos.

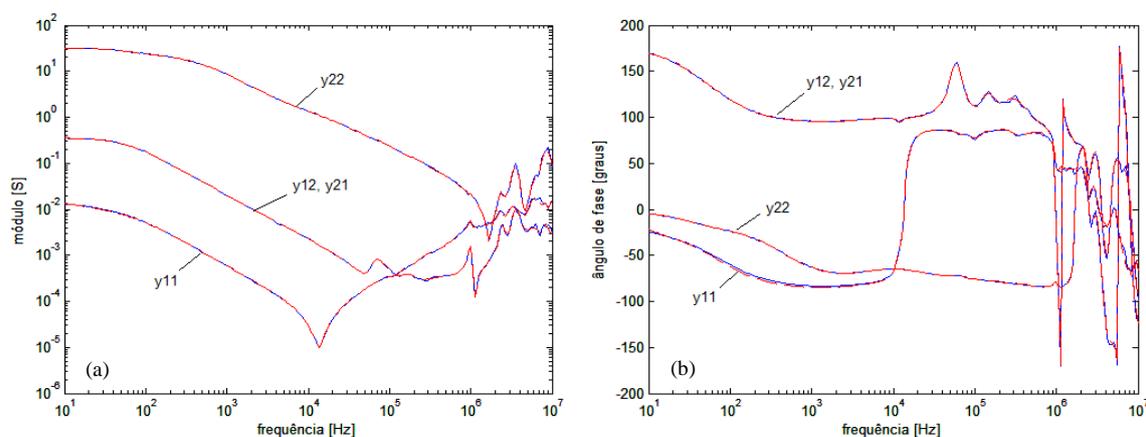


Figura 3.2 – (a) Módulo e (b) ângulo de fase das medições (linha sólida azul) e aproximação (linha tracejada vermelha) dos termos da matriz  $Y$  obtidos através de (3.20).

A passividade do modelo elaborado foi verificada analisando-se os autovalores da matriz de condutâncias  $G_{aproximada} = Re\{Y_{aproximada}\}$ , conforme discutido na seção 2.3.2. e apresentado na Figura 3.3. Apesar de se observar que não houve violação de passividade significativa em nenhuma faixa de frequências, optou-se, com o intuito de garantir-se uma melhor estabilidade numérica durante as simulações no domínio do tempo, pela utilização da rotina *RPdriver.m*, disponível em (GUSTAVSEN, 2002b), para forçar a passividade do modelo. É possível verificar na Figura 3.4 que, ao utilizar-

se este método, introduz-se em altas frequências um pequeno erro de aproximação à matriz  $Y_{aproximada}(s)$ , mas a consistência do modelo não é afetada.

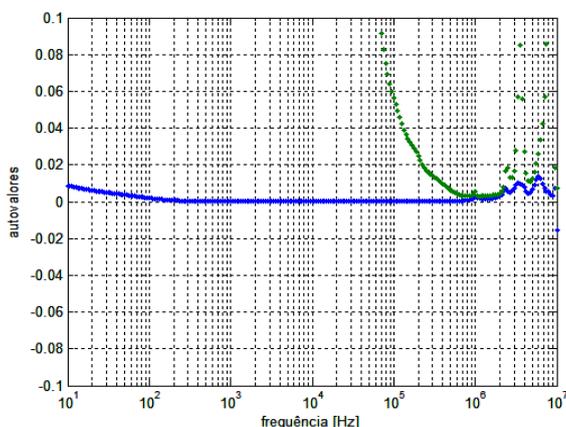


Figura 3.3 – Autovalores de  $G_{aproximada} = Re\{Y_{aproximada}\}$ .

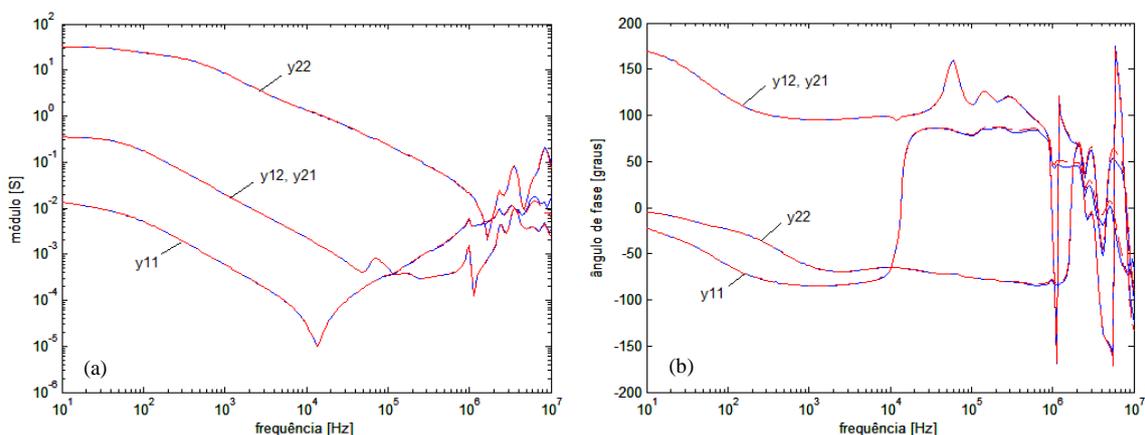


Figura 3.4 – (a) Módulo e (b) ângulo de fase de  $Y_{aproximada}$  (linha sólida azul) e  $Y_{aproximada}$  após forçar a passividade (linha tracejada vermelha).

Utilizando-se a rotina *netgen.m* descrita na seção 2.4.1, um circuito RLCG equivalente foi gerado a partir da matriz de admitâncias  $Y_{aproximada}(s)$ . O circuito equivalente obtido foi então gravado em um arquivo texto compatível com programas de análise de transitórios do tipo ATP/EMTP, apresentado no Apêndice A.1. O modelo resultante possui apenas dois nós, com ramos RLCG entre esses nós e entre esses nós e o referencial de terra.

As mesmas considerações podem ser realizadas quando o terminal 2 se encontra permanentemente em curto-circuito, visto que a derivação central no secundário do transformador garante uma simetria entre os terminais de baixa tensão. Apesar de não apresentados, foram obtidos resultados similares para esta condição.

### 3.3.2 Transformador com o Terminal 3 Aberto

A segunda possibilidade de se obter um modelo simplificado de duas portas é considerar que o terminal 3 esteja permanentemente aberto. Nesta condição, a corrente do terminal 3 é igual a zero ( $i_3 = 0$ ) e, dessa forma, a expressão (3.19) pode ser representada como

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} - y_{13}y_{33}^{-1}y_{31} & y_{12} - y_{13}y_{33}^{-1}y_{32} \\ y_{21} - y_{23}y_{33}^{-1}y_{31} & y_{22} - y_{23}y_{33}^{-1}y_{32} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Supondo  $y_{22} = y_{33}$  e utilizando o fato de a matriz  $Y$  ser simétrica, tem-se

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} - y_{31}^2y_{22}^{-1} & y_{21} - y_{31}y_{22}^{-1}y_{32} \\ y_{21} - y_{31}y_{22}^{-1}y_{32} & y_{22} - y_{32}^2y_{22}^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Considerando que  $y_{31} = -y_{21}$  e que

$$y_{32} = y_{23} = -y_{22}t_{23s} \quad (3.23)$$

onde  $t_{23s}$  é a relação das tensões medidas nos terminais 2 e 3 para a aplicação de uma tensão senoidal no terminal 3, supondo que o terminal 1 esteja em curto-circuito, a equação (3.22) pode ser reescrita como

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} - y_{21}^2y_{22}^{-1} & y_{21}(1 - t_{23s}) \\ y_{21}(1 - t_{23s}) & y_{22}(1 - t_{23s}^2) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Por fim, supondo que

$$y_{21} = -y_{22}(1 + t_{23s})t_{21o} \quad (3.25)$$

onde  $t_{21o}$  é a relação das tensões medidas nos terminais 2 e 1 para a aplicação de uma tensão senoidal no terminal 1, considerando que o terminal 3 esteja aberto, o modelo de duas portas do transformador pode ser definido pela equação (3.26), conforme apresentado em (DE CONTI et al., 2015).

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} - y_{22}t_{21o}^2(1 + t_{23s})^2 & -y_{22}t_{21o}(1 - t_{23s}^2) \\ -y_{22}t_{21o}(1 - t_{23s}^2) & y_{22}(1 - t_{23s}^2) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

A aproximação dos elementos da matriz de admitâncias pelo método *Vector Fitting* foi realizada com 80 pares de polos complexos conjugados. Da mesma forma como apresentado na seção anterior, buscou-se reduzir o erro de aproximação ao

ponderar cada elemento de  $Y(s)$  pelo inverso do seu valor absoluto na solução do problema de mínimos quadrados resultante. A Figura 3.5 ilustra o módulo e o ângulo de fase dos elementos  $y'_{11}$ ,  $y'_{21}$  e  $y'_{22}$ , que resultam da manipulação de  $y_{11}$ ,  $y_{22}$  e das relações de transformações medidas, conforme apresentado em (3.26). Mais uma vez, foram realizadas as correções propostas nas seções 3.2.2 e 3.2.3. Na Figura 3.5 também são apresentadas as aproximações obtidas pelo método *Vector Fitting*.

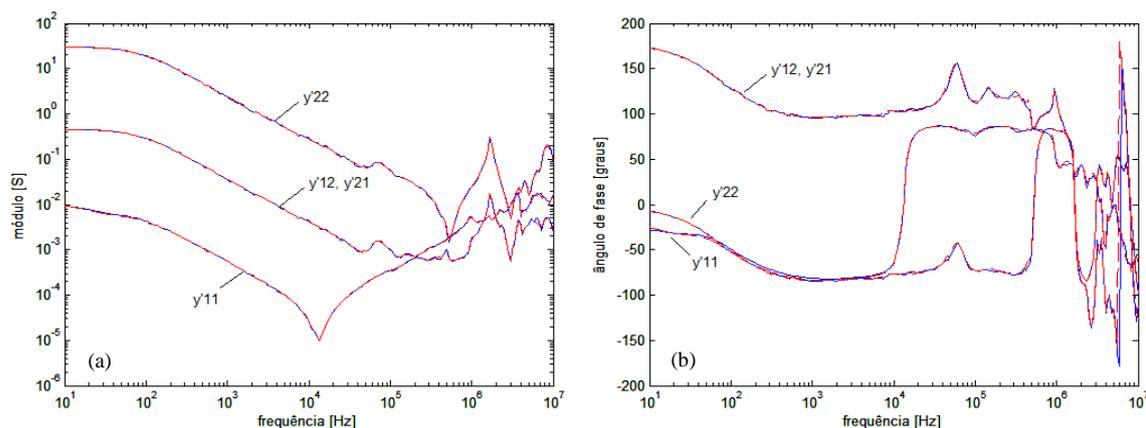


Figura 3.5 – (a) Módulo e (b) ângulo de fase das medições (linha sólida azul) e aproximação (linha tracejada vermelha) dos termos da matriz  $Y$  obtidos através de (3.26).

Ao avaliar a Figura 3.5, verifica-se uma excelente concordância entre o modelo ajustado e os elementos da matriz  $Y$  medidos. Contudo, ao se analisar os autovalores associados foi identificada uma pequena violação de passividade na faixa de frequências entre 20 e 150 Hz, conforme pode ser observado na Figura 3.6. O comportamento não passivo do modelo, nesta faixa de frequências, está provavelmente relacionado à presença de eventuais inconsistências nas medições realizadas (SILVA, 2014), ou a desvios introduzidos com o emprego dos fatores de correção propostos.

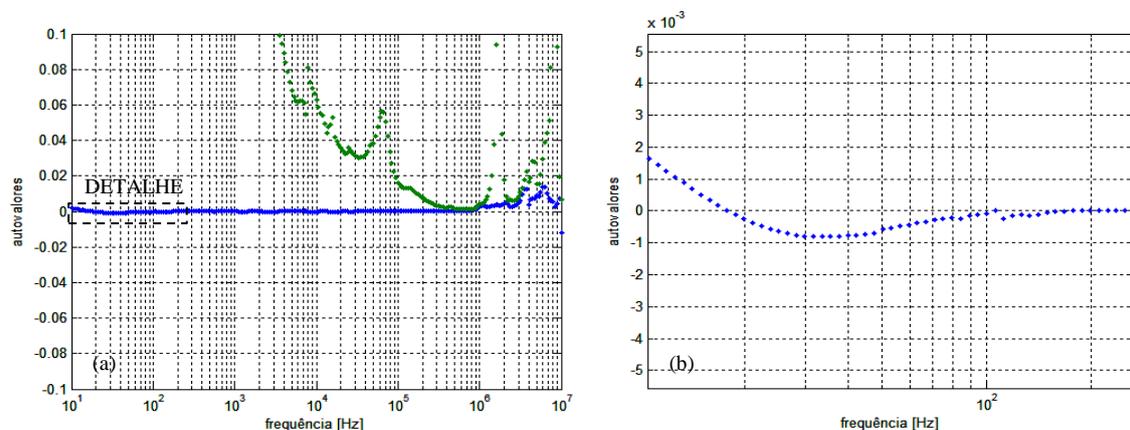


Figura 3.6 – (a) Autovalores de  $G_{aproximada}$  em toda a faixa de frequências de interesse e (b) detalhe ampliado dos autovalores.

A fim de contornar esse problema, a rotina *RPdriver.m* foi utilizada, garantindo uma maior estabilidade numérica em simulações no domínio do tempo ao forçar que todos os autovalores possuam parte real positiva. Apesar de esse método introduzir um pequeno erro de aproximação à matriz  $Y_{aproximada}(s)$ , a consistência do modelo não foi afetada. Por fim, a rotina *netgen.m* foi executada para gerar um circuito RLCG equivalente, apresentado no Apêndice A.2.

As mesmas considerações acima são válidas para a análise da situação em que o terminal 2 se encontra permanentemente aberto. Apesar de não apresentados, foram obtidos resultados similares para a referida condição.

### 3.4 Validação Experimental e Análises

Os modelos de ordem reduzida foram validados no domínio do tempo por meio da aplicação de duas formas de ondas distintas no enrolamento de alta tensão do transformador: um degrau de tensão com tempo de subida de aproximadamente  $0,4 \mu\text{s}$  e um impulso de tensão com tempos de frente e meia onda de  $1,2/50 \mu\text{s}$ , que é normalmente denominado “impulso atmosférico”. Em ambos os casos, foram consideradas formas de onda com 10 V de amplitude. A escolha dessas formas de onda está associada às suas características e ao seu grau de importância. O impulso atmosférico de  $1,2/50 \mu\text{s}$  é uma solicitação à qual o transformador é comumente avaliado em testes laboratoriais visando reproduzir os efeitos de descargas atmosféricas e o degrau de tensão excita o transformador em uma faixa de frequências superior à imposta pelo impulso atmosférico, permitindo, desta forma, uma análise mais completa do modelo (RODRIGUES *et al.*, 2016).

Visando estender as análises a diversas condições operativas, ambos os modelos propostos foram validados para diversas cargas resistivas conectadas ao terminal 2 de baixa tensão. Foram consideradas cargas de 47, 470 e 4700  $\Omega$ , que representam um percentual da potência nominal do transformador inferior a 3%. Além disso, foram avaliados os comportamentos dos modelos para a condição de operação a vazio.

A utilização de cargas resistivas dessa ordem de magnitude busca identificar as tensões transferidas nas condições mais críticas do ponto de vista das sobretensões resultantes no secundário do transformador, que são aquelas que se aproximam da

operação a vazio. Além disso, o uso de resistores, ao invés de cargas mais complexas, visa permitir um maior controle com relação aos experimentos realizados e facilitar comparações entre resultados medidos e simulados. Vale notar que em uma análise em altas frequências, como a apresentada nesta seção, a representação rigorosa das cargas consumidoras requereria a consideração de efeitos muito distintos daqueles normalmente associados à sua operação em regime permanente senoidal na frequência industrial, o que está fora do escopo desta dissertação (RODRIGUES *et al.*, 2016).

A Figura 3.7 apresenta a tensão transferida para o terminal 2 para diversas condições de cargas conectadas a este terminal, supondo a aplicação de um degrau de tensão no terminal 1 para o terminal 3 em curto-circuito. Observa-se em todos os casos uma ótima concordância entre os resultados de simulação e os dados experimentais. A escala percentual utilizada para representar o valor da tensão transferida tem como referência de 100% a amplitude da tensão aplicada no terminal de alta tensão.

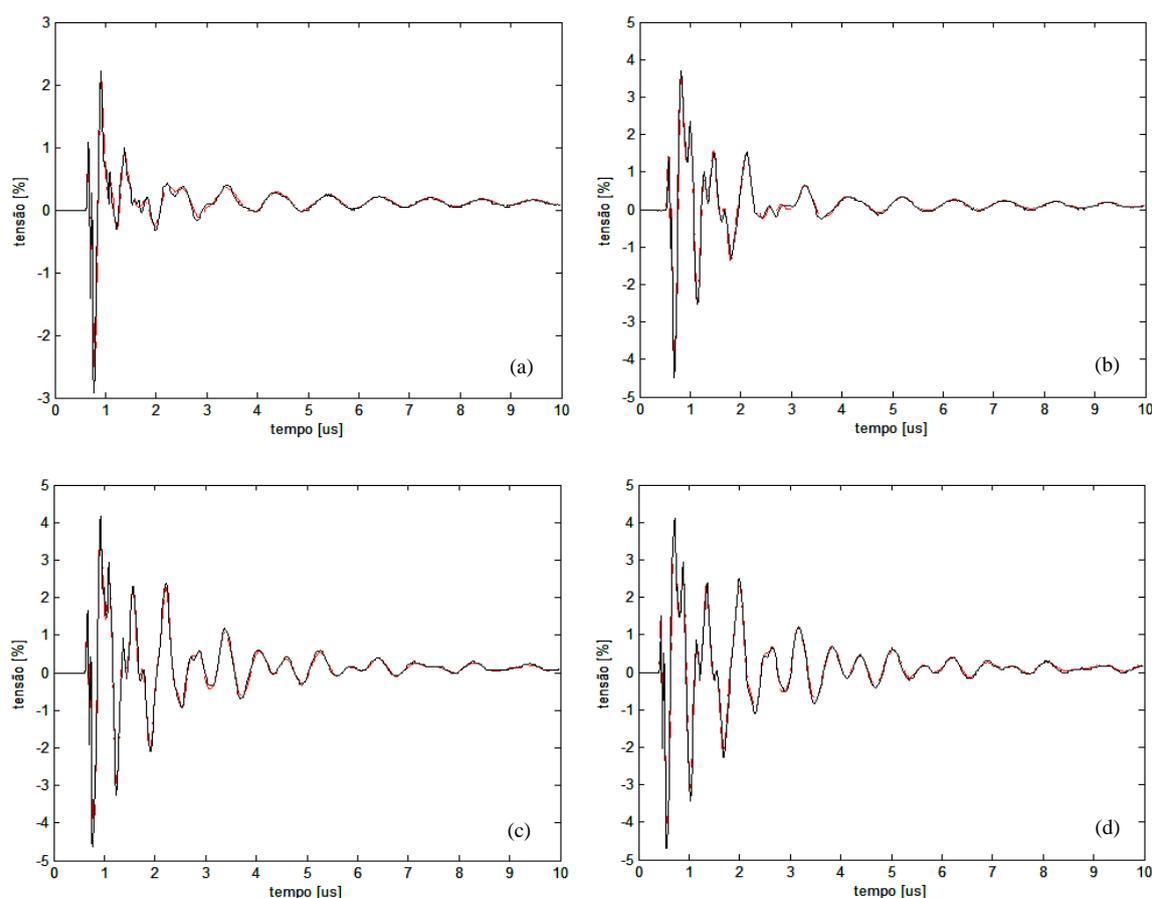


Figura 3.7 – Tensão transferida para o terminal 2 diante da aplicação de um degrau de tensão no terminal 1 para a condição do terminal 3 em curto-circuito e considerando o terminal 2 com uma carga de (a) 47  $\Omega$ , (b) 470  $\Omega$ , (c) 4700  $\Omega$  ou (d) a vazio. Dados experimentais: linha sólida preta. Modelo: linha tracejada vermelha.

A Figura 3.8 ilustra a tensão transferida para o terminal 2 para as mesmas condições apresentadas na Figura 3.7 considerando, no entanto, a aplicação de um impulso atmosférico de 1,2/50  $\mu\text{s}$  no terminal de alta tensão. Mais uma vez é possível observar que as simulações apresentaram excelente concordância com os dados experimentais.

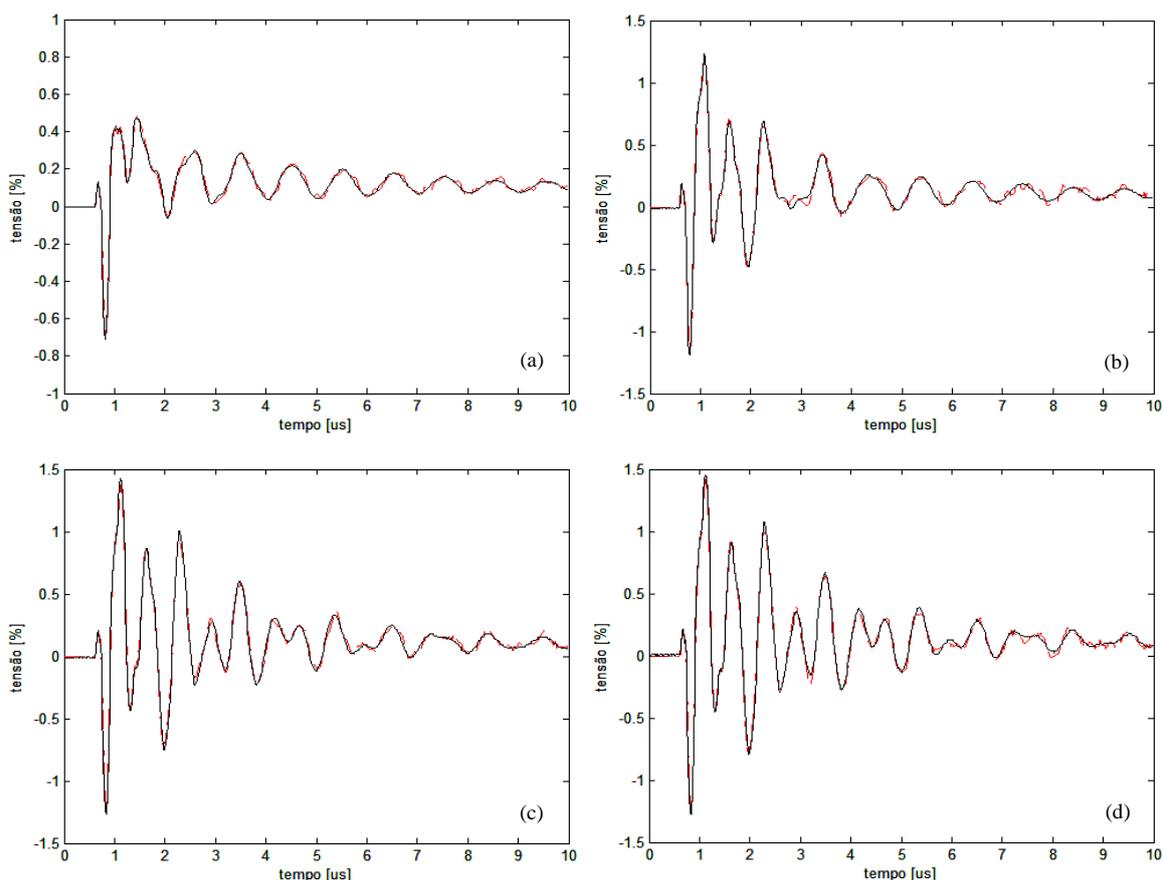


Figura 3.8 – Tensão transferida para o terminal 2 diante da aplicação de um impulso de tensão 1,2/50  $\mu\text{s}$  no terminal 1 para a condição do terminal 3 em curto-circuito e considerando o terminal 2 com uma carga de (a) 47  $\Omega$ , (b) 470  $\Omega$ , (c) 4700  $\Omega$  ou (d) a vazio. Dados experimentais: linha sólida preta. Modelo: linha tracejada vermelha.

Ao analisar as Figuras 3.7 e 3.8 é possível observar tensões transferidas para o terminal 2 com característica fortemente oscilatória, com amplitude inferior a 5% da tensão aplicada para um degrau de tensão e inferior a 1,5% para um impulso de 1,2/50  $\mu\text{s}$ . Além disso, é possível verificar que as condições mais críticas ocorrem para o transformador a vazio ou com baixo carregamento. Assumindo linearidade, pode-se dizer que quando uma onda de tensão de 100 kV, semelhante à considerada durante os ensaios, é imposta ao terminal 1, são obtidas sobretensões oscilatórias na faixa de 1,5 a 4,0 kV no terminal 2, desde que o terminal 3 esteja em curto-circuito. No entanto, na prática, uma descarga atmosférica no lado AT do transformador seria limitada à faixa de

30 a 50 kV devido à presença de para-raios, resultando em tensões transferidas normalmente inferiores a 2,5 kV para tais condições (DE CONTI *et al.*, 2015).

As Figuras 3.9 e 3.10 apresentam a tensão transferida para o terminal 2 para diversas condições de cargas conectadas a este terminal e diferentes formas de ondas aplicadas ao terminal 1, supondo-se o terminal 3 aberto. Para estas condições também é observada em todos os casos uma concordância satisfatória entre os dados experimentais e os resultados de simulações.

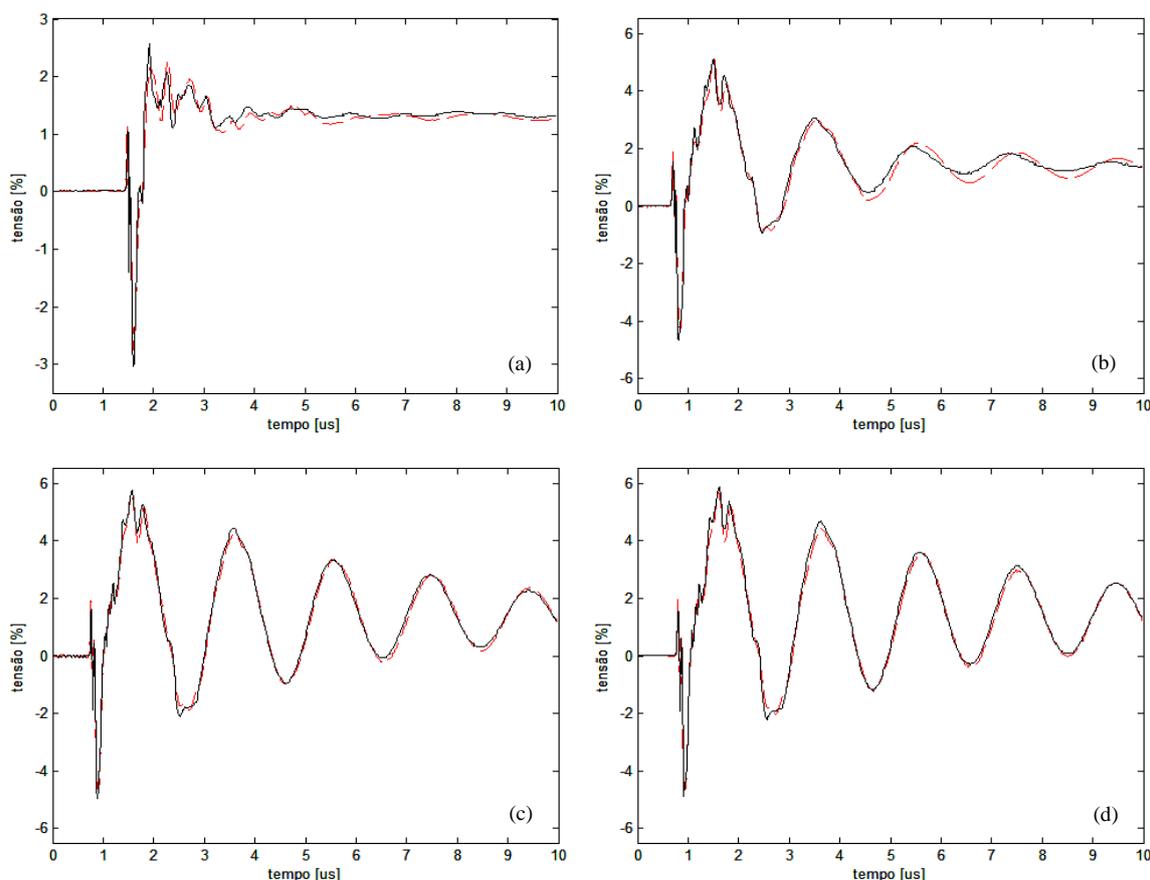


Figura 3.9 – Tensão transferida para o terminal 2 diante da aplicação de um degrau de tensão no terminal 1 para a condição do terminal 3 aberto e considerando o terminal 2 com uma carga de (a) 47  $\Omega$ , (b) 470  $\Omega$ , (c) 4700  $\Omega$  ou (d) a vazio. Dados experimentais: linha sólida preta. Modelo: linha tracejada vermelha.

Analisando as Figuras 3.9 e 3.10 verifica-se, pelo período de oscilação observado, que a tensão transferida para o terminal 2 apresenta uma frequência de ressonância de aproximadamente 520 kHz quando este terminal se encontra a vazio ou com cargas de 470  $\Omega$  e 4700  $\Omega$ . Para a condição de uma carga de 47  $\Omega$  conectada ao terminal 2, constata-se um comportamento pouco oscilatório. É possível observar também que a tensão transferida possui valores de pico inferiores a 6% da tensão

aplicada para um degrau de tensão e inferior a 5% para um impulso de  $1,2/50 \mu\text{s}$ . Além disso, mais uma vez se verifica que as condições mais críticas ocorrem para o transformador a vazio ou com baixo carregamento. Supondo linearidade, pode-se dizer que, aplicando-se no terminal 1 uma onda de tensão de 100 kV, semelhante à considerada durante os ensaios, obtém-se sobretensões oscilatórias na faixa de 5 a 6 kV no terminal 2 e que, na prática, a tensão transferida atingiria valores menores devido às limitações impostas pelos para-raios instalados no lado de alta tensão do transformador (DE CONTI *et al.*, 2015).

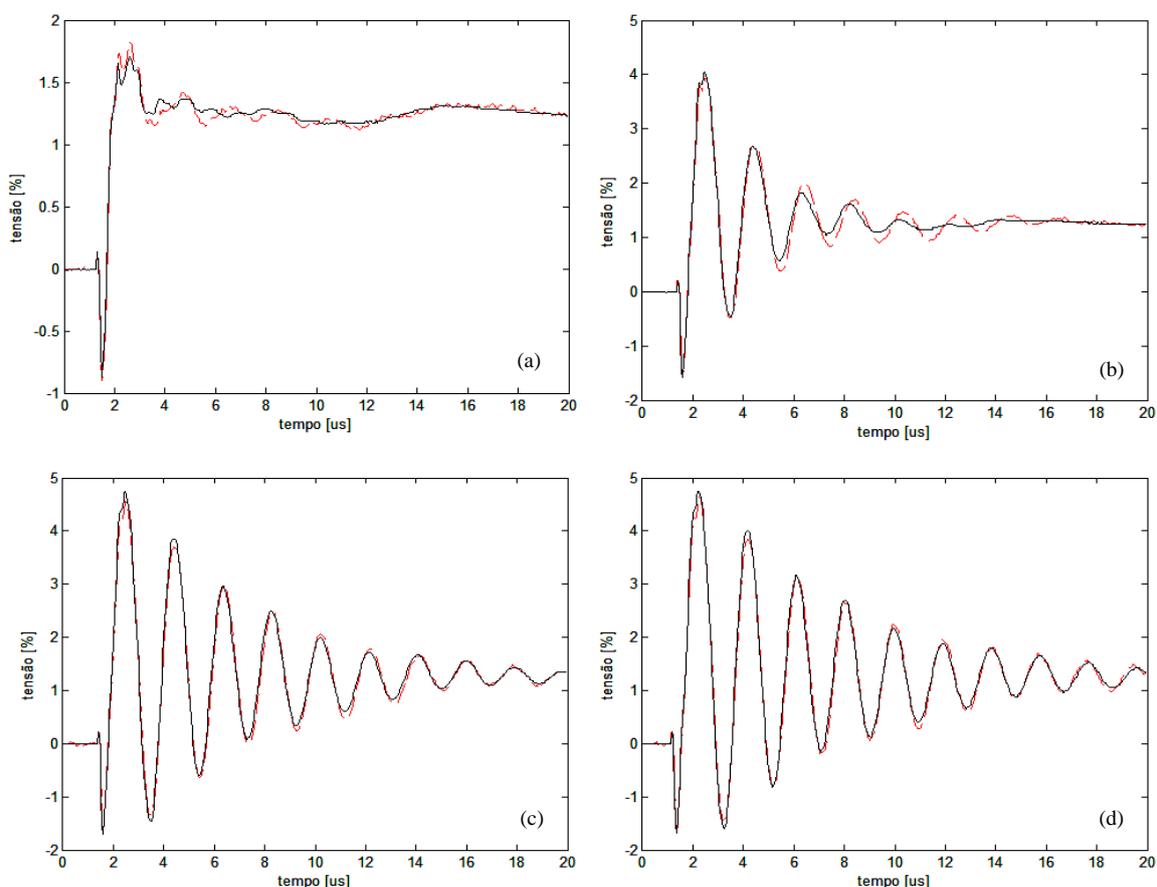


Figura 3.10 – Tensão transferida para o terminal 2 diante da aplicação de um impulso de tensão  $1,2/50 \mu\text{s}$  no terminal 1 para a condição do terminal 3 aberto e considerando o terminal 2 com uma carga de (a)  $47 \Omega$ , (b)  $470 \Omega$ , (c)  $4700 \Omega$  ou (d) a vazio. Dados experimentais: linha sólida preta. Modelo: linha tracejada vermelha.

Em uma análise mais geral, ou seja, avaliando os resultados obtidos para ambos os modelos, conclui-se que o modelo que considera o terminal 3 sempre aberto resulta em sobretensões transferidas com amplitudes maiores, com menores frequências de ressonância em algumas condições e com menor amortecimento quando comparado com o modelo que considera o terminal 3 permanentemente em curto-circuito.

Os modelos de duas portas obtidos supondo o terminal 2 ora em curto-circuito, ora aberto, foram igualmente avaliados através de simulações no domínio do tempo para as mesmas condições apresentadas nesta seção. Apesar de não serem ilustrados os resultados das simulações para esses modelos, mais uma vez foi observada uma excelente concordância entre as simulações e os dados experimentais.

Por fim, é possível concluir que os modelos de duas portas elaborados para o transformador de distribuição monofásico de 10 kVA, 7,967 kV/240-120 V, com secundário em derivação central, apresentaram excelentes resultados quando avaliados no domínio do tempo através da análise da tensão transferida do terminal AT para os terminais BT, ou seja, as simplificações propostas conservaram a maior parte das características necessárias para este tipo de estudo. No entanto, esses modelos são válidos apenas para determinadas condições operativas. Dessa forma, faz-se necessário desenvolver um modelo mais genérico (modelo completo de três portas), que contemple todas as condições de operação normalmente aplicadas em transformadores de potência com estas características.

# 4 Modelo Completo de um Transformador de Distribuição Monofásico

## 4.1 Considerações Preliminares

Neste capítulo, propõe-se a elaboração de um modelo completo de três portas para o transformador ilustrado na Figura 3.1 que seja válido na faixa de frequências de 10 Hz a 10 MHz. Mais uma vez, o procedimento adotado consiste em aproximar, através da técnica *Vector Fitting*, a resposta em frequência de uma matriz de admitâncias determinada por meio de ensaios de curto-circuito e corrigida utilizando-se a relação de transformação. O modelo elaborado é validado comparando-se os resultados de simulações no domínio do tempo com medições realizadas em laboratório. No entanto, além da análise transitória por meio da tensão transferida, também é avaliado o seu comportamento em regime permanente na frequência industrial.

## 4.2 Metodologia Empregada na Medição da Resposta em Frequência

A metodologia utilizada para determinar a resposta em frequência é igual à apresentada no capítulo anterior, em que um sistema de medição automatizado é empregado no registro do comportamento terminal do transformador avaliado em uma ampla faixa de frequências. Vale ressaltar que todas as correções realizadas nos modelos de ordem reduzida também foram aplicadas nesta nova abordagem.

### 4.3 Aproximação da Resposta em Frequência por Funções

#### Racionais

Um modelo completo em amplo espectro de frequências para o transformador em análise pode ser descrito pela equação (3.19). Ao representar este modelo como um quadripolo de duas portas, em que o lado AT é separado do lado BT, tem-se

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$\begin{bmatrix} i_A \\ i_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{AA} & Y_{AB} \\ Y_{BA} & Y_{BB} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

onde o subscrito  $A$  se refere ao terminal AT e o subscrito  $B$  é relativo aos elementos do lado BT.

Conforme mencionado na seção 2.2.2, as informações do núcleo do transformador são recuperadas ao se fazer a correção dos elementos mútuos  $Y_{ij}$  da matriz de admitâncias considerando a relação de tensão do transformador, logo

$$\begin{bmatrix} i_A \\ i_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{AA} & -Y_{BB}T_o \\ -Y_{BB}T_o & Y_{BB} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

onde  $T_o$  é a matriz de relação de transformação representada pela equação (4.4), em que se supõe a existência de simetria entre os enrolamentos BT devido à derivação central.

$$T_o = \begin{bmatrix} t_{21o} \\ -t_{21o} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Com o mesmo intuito, a matriz  $Y_{BB}$  deve ser corrigida pela relação de transformação  $t_{23s}$ . Considerando também  $y_{22} = y_{33}$  devido à simetria associada à presença da derivação central do secundário do transformador, tem-se

$$Y_{BB} = \begin{bmatrix} y_{22} & -y_{22}t_{23s} \\ -y_{22}t_{23s} & y_{22} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Ao associar as equações (4.2), (4.3) e (4.5) obtém-se a expressão do modelo completo, considerando as informações do núcleo do transformador, como se segue

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y'_{11} & y'_{12} & y'_{13} \\ y'_{21} & y'_{22} & y'_{23} \\ y'_{31} & y'_{32} & y'_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{22}t_{210} + y_{22}t_{23s}t_{210} & -y_{22}t_{23s}t_{210} - y_{22}t_{210} \\ y_{22}t_{210} + y_{22}t_{23s}t_{210} & y_{22} & -y_{22}t_{23s} \\ -y_{22}t_{23s}t_{210} - y_{22}t_{210} & -y_{22}t_{23s} & y_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

A aproximação dos elementos da matriz de admitâncias pelo método *Vector Fitting* foi realizada com 110 pares de polos complexos conjugados, cujos valores iniciais foram distribuídos logaritmicamente ao longo do espectro de frequências. No intuito de diminuir o erro da aproximação, cada elemento de  $Y(s)$  foi ponderado pelo inverso do seu valor absoluto na solução do problema de mínimos quadrados ponderados resultante. A Figura 4.1 ilustra o módulo e o ângulo de fase dos elementos  $y'_{11}$ ,  $y'_{21}$ ,  $y'_{22}$ ,  $y'_{31}$ ,  $y'_{32}$  e  $y'_{33}$ , que resultam da manipulação de  $y_{11}$ ,  $y_{22}$ ,  $t_{23s}$  e  $t_{210}$  medidos, conforme apresentado em (4.7). Nesta figura também são apresentadas as aproximações obtidas pelo método *Vector Fitting*. É possível observar uma excelente concordância entre o modelo ajustado e os elementos da matriz  $Y$  medidos.

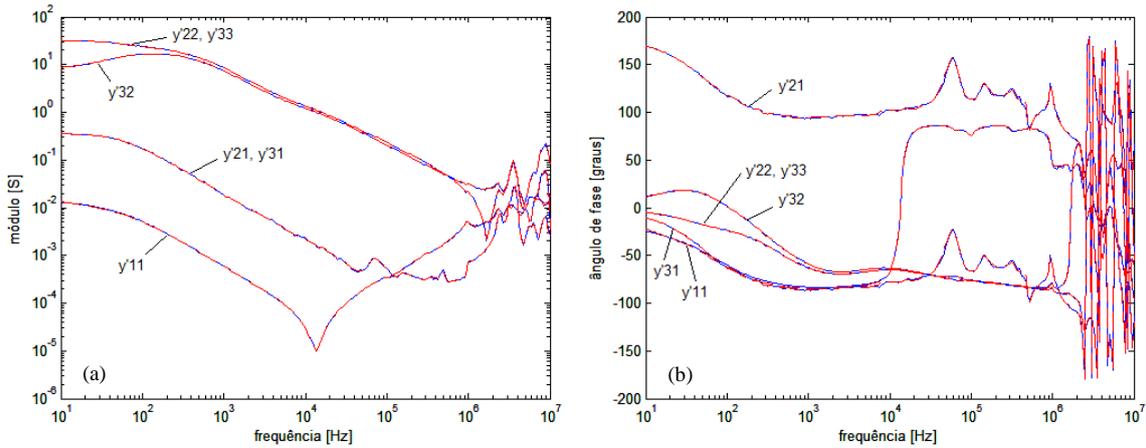


Figura 4.1 – (a) Módulo e (b) ângulo de fase das medições (linha sólida azul) e aproximação (linha tracejada vermelha) dos termos da matriz  $Y$  obtidos através de (4.7).

A passividade do modelo elaborado foi verificada analisando-se os autovalores da matriz de condutâncias  $G_{aproximada}$ . Durante esta análise, foram identificadas pequenas violações de passividade em baixas e altas frequências, conforme pode ser observado na Figura 4.2. O comportamento não passivo do modelo está provavelmente relacionado a eventuais incertezas nas medições realizadas ou a desvios introduzidos pelo emprego dos fatores de correção propostos.

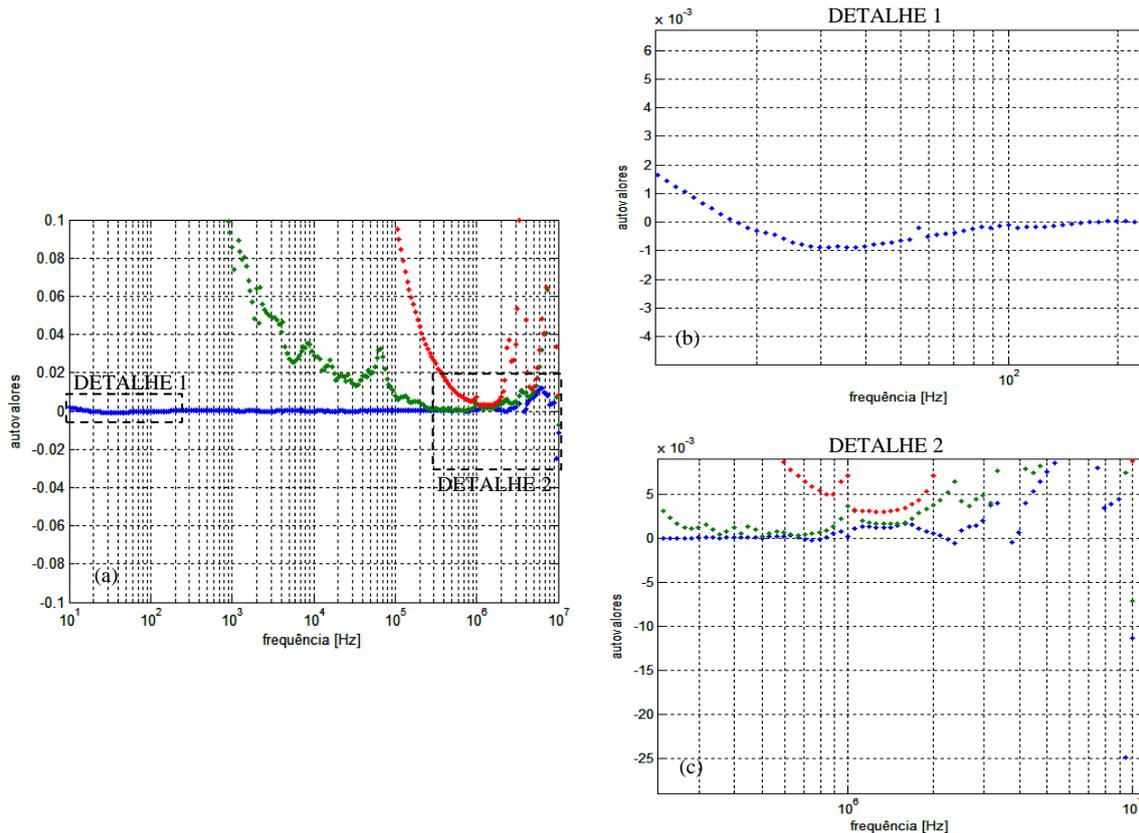


Figura 4.2 – (a) Autovalores de  $G_{aproximada}$  em toda a faixa de frequências de interesse; (b) e (c) detalhes ampliados dos autovalores.

No intuito de solucionar esse problema, a rotina *RPdriver.m* foi novamente utilizada. Isso garante que nenhum autovalor possua parte real negativa e, conseqüentemente, que as simulações no domínio do tempo apresentem comportamento estável. É possível verificar na Figura 4.3 que, ao utilizar-se este método, introduz-se em altas frequências um pequeno erro de aproximação à matriz  $Y_{aproximada}(s)$ . Ainda assim, a consistência do modelo não é afetada.

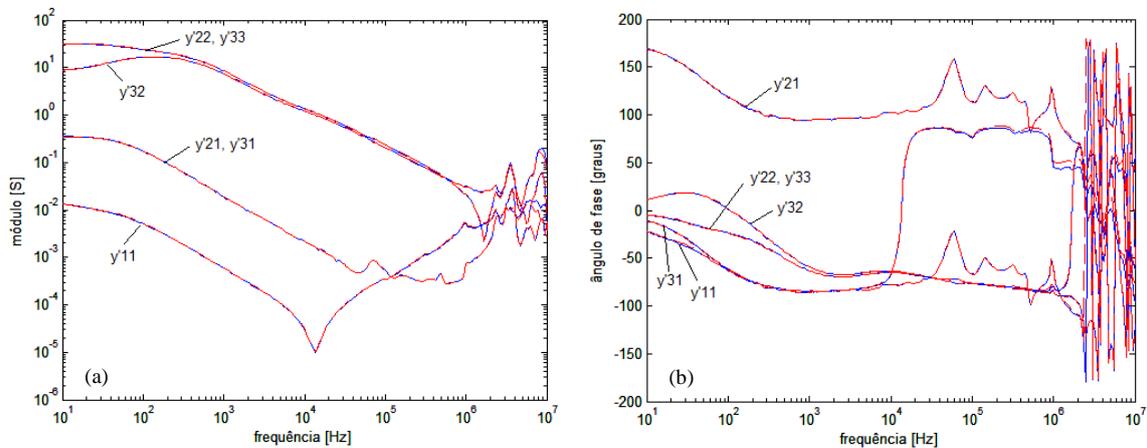


Figura 4.3 – (a) Módulo e (b) ângulo de fase de  $Y_{aproximada}$  (linha sólida azul) e  $Y_{aproximada}$  após forçar a passividade (linha tracejada vermelha).

Por fim, a rotina *netgen.m* foi executada para gerar um circuito RLCG equivalente, apresentado no Apêndice B.1.

## 4.4 Validação Experimental e Análises

O modelo completo foi validado no domínio do tempo através de simulações em regime transitório e em regime permanente na frequência industrial. O objetivo de se realizar essas duas análises foi avaliar o comportamento do modelo para aplicações em baixas e altas frequências. Vale ressaltar que os resultados das simulações foram comparados com medições realizadas em laboratório no próprio transformador.

### 4.4.1 Análise em Regime Transitório

Nesta seção, o modelo completo é validado em regime transitório através da análise das tensões transferidas para o terminal de baixa tensão supondo-se a aplicação de duas formas de onda distintas no terminal de alta tensão: um degrau de tensão com tempo de subida de aproximadamente  $0,4 \mu\text{s}$  e um impulso atmosférico padronizado de  $1,2/50 \mu\text{s}$ , ambos com  $10 \text{ V}$  de amplitude.

Da mesma forma como realizado no capítulo anterior, visando estender as análises a diversas condições operativas, esses modelos foram validados para diferentes cargas conectadas ao terminal de baixa tensão (terminal 2). Foram consideradas cargas de  $47$ ,  $470$  e  $4700 \Omega$ . Além disso, foi avaliado o comportamento do modelo para a condição de operação a vazio.

As Figuras 4.4 e 4.5 apresentam a tensão transferida para o terminal 2 para diversas condições de cargas conectadas a este terminal, considerando a aplicação de um degrau e um impulso de tensão no terminal 1, supondo-se o terminal 3 em curto-circuito. Em termos gerais, observa-se uma semelhança entre as formas de onda medidas e calculadas. Contudo, percebe-se que há desvios entre as amplitudes das tensões calculadas e medidas. Na condição de carga de  $470 \Omega$  conectada ao terminal 2 e considerando a aplicação de um impulso de tensão  $1,2/50 \mu\text{s}$  no terminal 1 (item “b” da Figura 4.5), que pode ser tido como o caso que apresenta maiores diferenças entre as amplitudes calculadas e medidas, a diferença observada nos valores de pico atinge aproximadamente 70%. Em alguns casos, observa-se um desvio mais perceptível nas frequências de oscilação associadas às tensões calculadas e medidas, como, por

exemplo, no item “a” das Figuras 4.4 e 4.5. Nas demais condições, observa-se uma boa concordância entre as frequências dos resultados da simulação e os dados experimentais. Considera-se como causa dos desvios observados a dificuldade de se garantir modelos completos que apresentem comportamento adequado para condições de cargas arbitrárias. A presença de eventuais incertezas nas medições também contribui para esses erros.

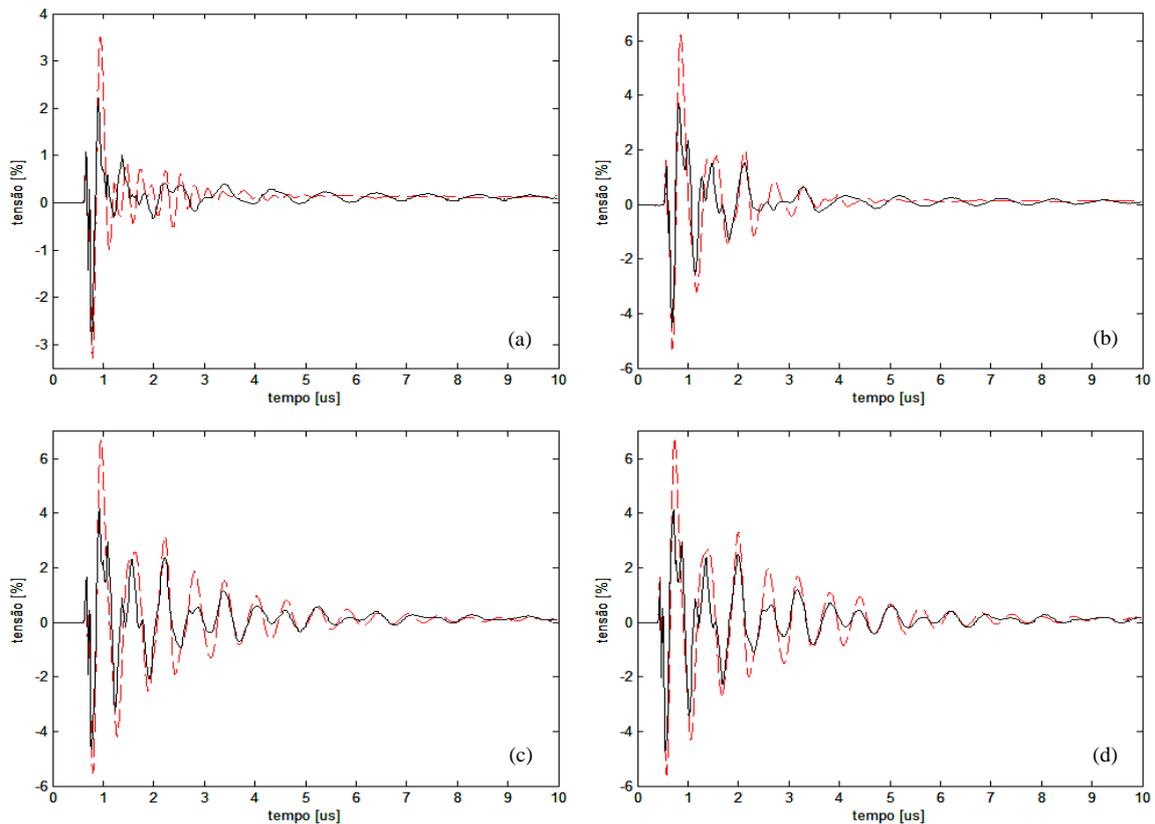


Figura 4.4 – Tensão transferida para o terminal 2 diante da aplicação de um degrau de tensão no terminal 1 para a condição do terminal 3 em curto-circuito e considerando o terminal 2 com uma carga de (a) 47 Ω, (b) 470 Ω, (c) 4700 Ω ou (d) a vazio. Dados experimentais: linha sólida preta. Modelo: linha tracejada vermelha.

As Figuras 4.6 e 4.7 apresentam a tensão transferida para o terminal 2 para diversas condições de cargas conectadas a este terminal, considerando a aplicação de um degrau e um impulso de tensão no terminal 1, supondo-se o terminal 3 aberto. Uma vez mais, verifica-se uma concordância razoável entre as formas de onda calculadas e medidas, mas com desvios tanto no módulo quanto na frequência. Novamente, consideram-se como causas desses desvios a dificuldade de se garantir modelos completos que apresentem comportamento adequado para condições de cargas arbitrárias e a presença de eventuais incertezas nas medições.

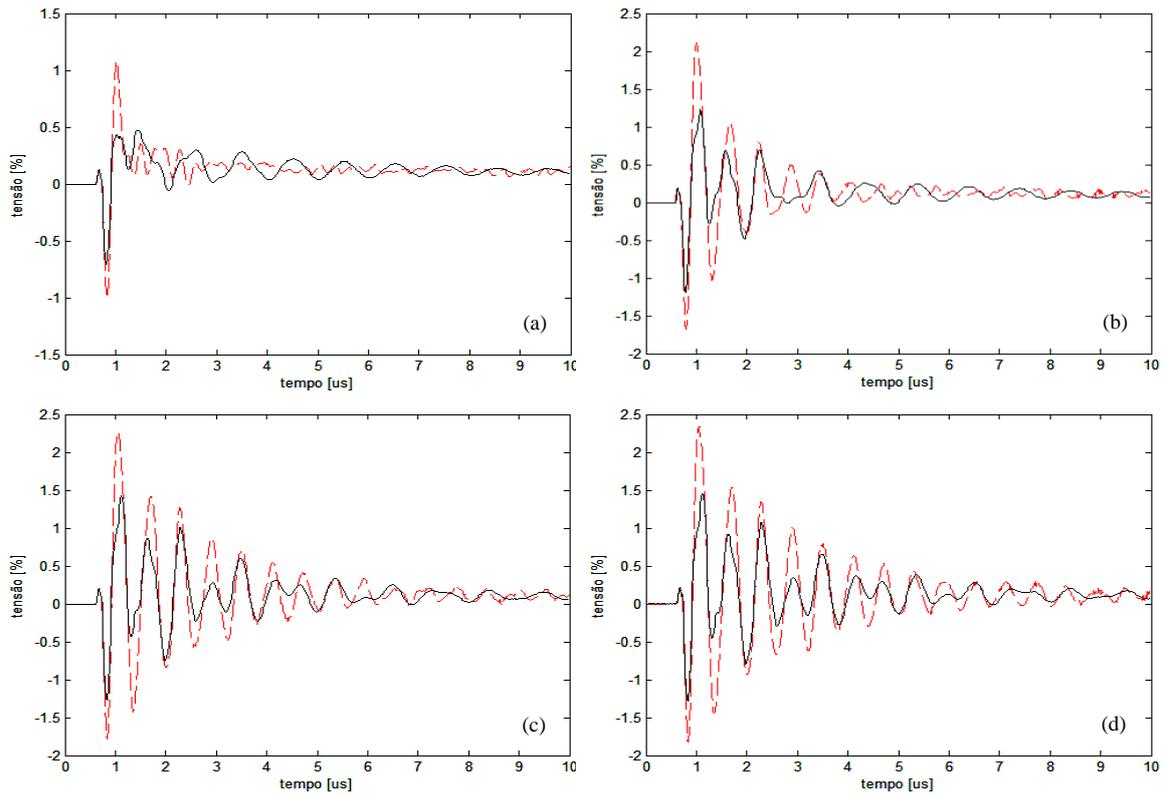


Figura 4.5 – Tensão transferida para o terminal 2 diante da aplicação de um impulso de tensão 1,2/50  $\mu$ s no terminal 1 para a condição do terminal 3 em curto-circuito e considerando o terminal 2 com uma carga de (a) 47  $\Omega$ , (b) 470  $\Omega$ , (c) 4700  $\Omega$  ou (d) a vazio. Dados experimentais: linha sólida preta. Modelo: linha tracejada vermelha.

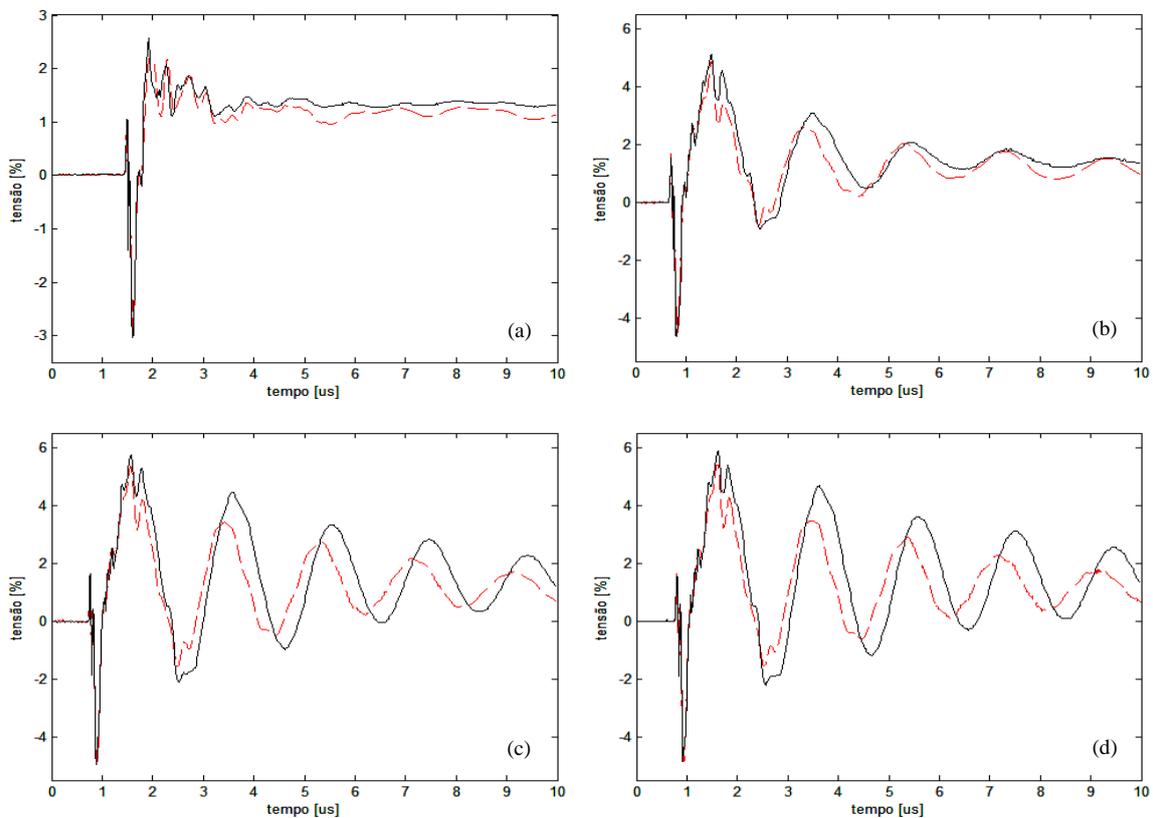


Figura 4.6 – Tensão transferida para o terminal 2 diante da aplicação de um degrau de tensão no terminal 1 para a condição do terminal 3 aberto e considerando o terminal 2 com uma carga de (a) 47  $\Omega$ , (b) 470  $\Omega$ , (c) 4700  $\Omega$  ou (d) a vazio. Dados experimentais: linha sólida preta. Modelo: linha tracejada vermelha.

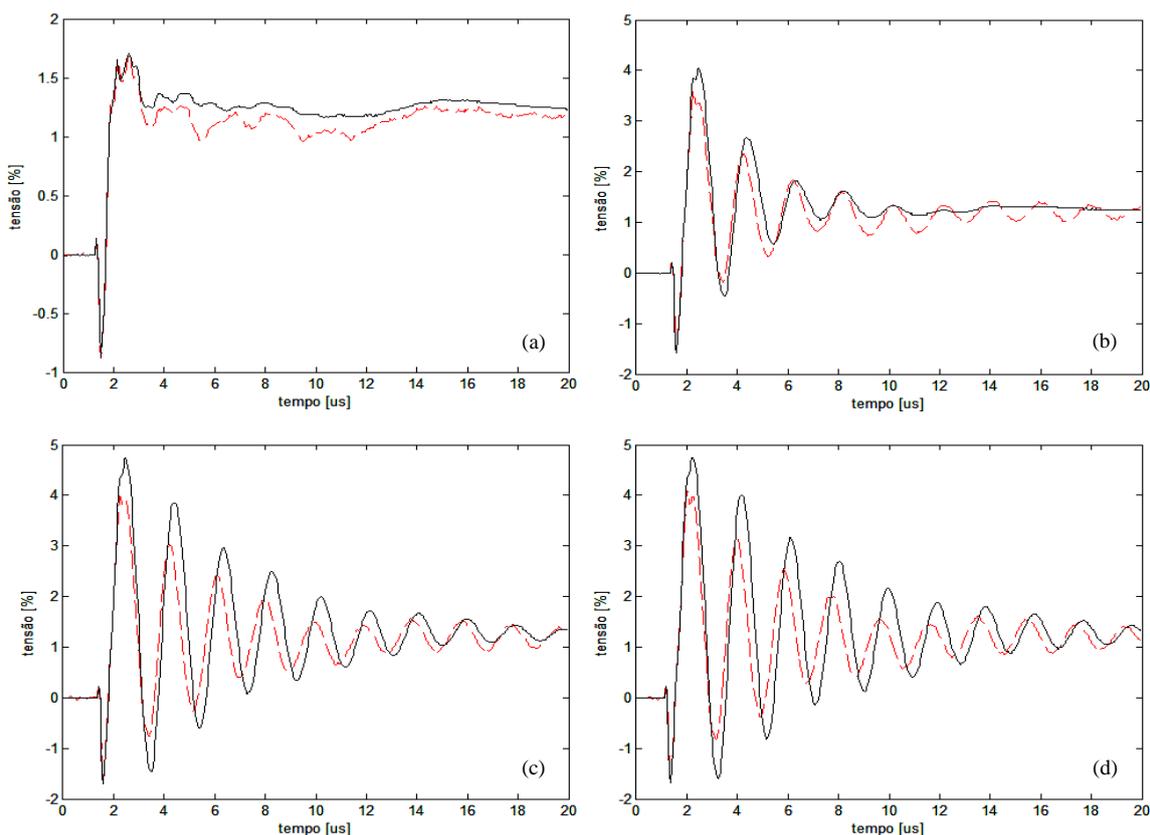


Figura 4.7 – Tensão transferida para o terminal 2 diante da aplicação de um impulso de tensão  $1,2/50 \mu\text{s}$  no terminal 1 para a condição do terminal 3 aberto e considerando o terminal 2 com uma carga de (a)  $47 \Omega$ , (b)  $470 \Omega$ , (c)  $4700 \Omega$  ou (d) a vazio. Dados experimentais: linha sólida preta. Modelo: linha tracejada vermelha.

A tensão transferida para o terminal 3 também foi avaliada assumindo o terminal 2 ora em curto-circuito, ora aberto. Apesar de não serem ilustrados os resultados das simulações para essas condições, os resultados obtidos foram similares aos apresentados nas Figuras 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7, conforme esperado.

Ao analisar o comportamento das tensões transferidas medidas, verifica-se que elas são idênticas às apresentadas no Capítulo 3. Desta forma, todas as análises concebidas anteriormente, no que diz respeito ao aspecto prático das sobretensões transferidas, são válidas para as investigações realizadas na presente seção.

Um ponto importante a ser observado é que, apesar de não serem apresentados os resultados de simulações das tensões transferidas para o terminal 2 considerando carga resistiva no terminal 3, sabe-se que o modelo também se comporta adequadamente para esta condição, uma vez que os casos extremos, que seriam as condições em curto-circuito e a vazio, foram verificados. Qualquer análise adicional em que se considera uma carga resistiva no terminal 3 resulta em um comportamento intermediário aos casos apresentados nas Figuras 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7.

A análise em regime transitório pode ainda ser utilizada para avaliar a influência dos cabos de medição no modelo elaborado.

Conforme apresentado na Seção 3.2.2, os elementos da matriz  $Y$  medidos por meio do ensaio de curto-circuito e as relações de transformação medidas incluem as admitâncias do circuito de medição, tais como as capacitâncias dos cabos coaxiais utilizados. Visando remover o efeito capacitivo dos cabos, os elementos da diagonal principal da matriz  $Y$  e as relações de transformação são corrigidos durante o processo de elaboração do modelo completo. Posteriormente, durante as análises no domínio do tempo, a impedância capacitiva dos cabos coaxiais é novamente inserida ao circuito em análise para que se obtenha uma tensão transferida simulada compatível com a medida em laboratório. Vale ressaltar que o efeito dos cabos de medição também está incluído na tensão transferida medida. Ao deixar de incluir novamente a impedância capacitiva durante as simulações no domínio do tempo, observa-se que o efeito capacitivo dos cabos de medição não influencia significativamente nos resultados, conforme pode ser verificado nas Figuras 4.8 e 4.9.

Em resumo, pode-se considerar que a capacitância dos cabos de medição é inferior à capacitância dos terminais do transformador em análise a ponto de não influenciar significativamente no modelo.

As Figuras 4.8 e 4.9 apresentam as tensões transferidas apenas para o caso do terminal 2 a vazio. No entanto, a mesma análise é válida para as demais condições.

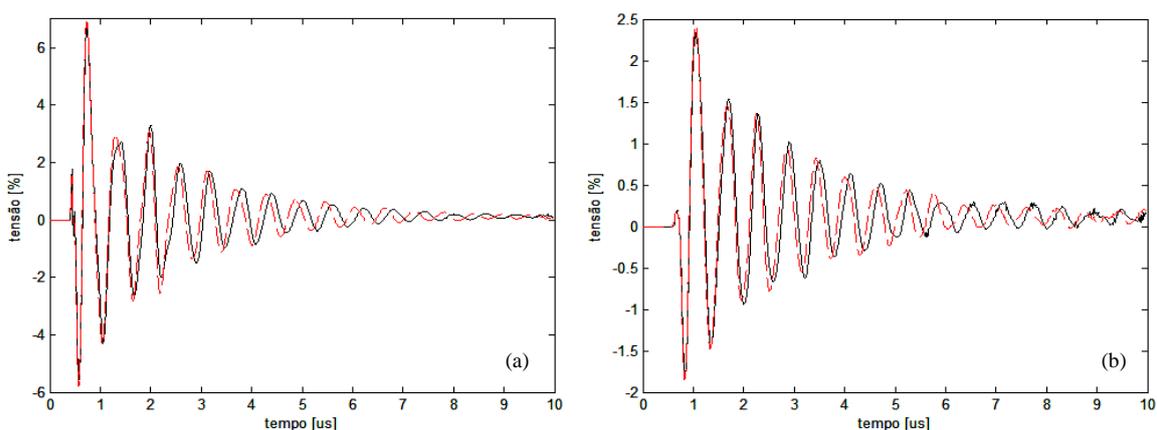


Figura 4.8 – Tensão transferida para o terminal 2 diante da aplicação (a) de um degrau de tensão e (b) de um impulso de tensão 1,2/50  $\mu\text{s}$  no terminal 1 para a condição do terminal 3 em curto-circuito e considerando o terminal 2 a vazio. Simulação com capacitor: linha sólida preta. Simulação sem capacitor: linha tracejada vermelha.

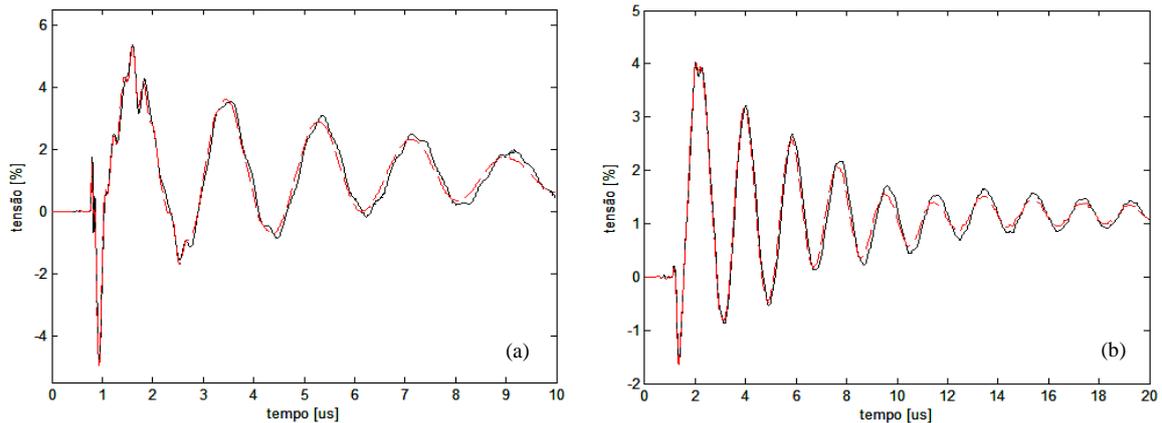


Figura 4.9 – Tensão transferida para o terminal 2 diante da aplicação (a) de um degrau de tensão e (b) de um impulso de tensão 1,2/50  $\mu\text{s}$  no terminal 1 para a condição do terminal 3 aberto e considerando o terminal 2 a vazio. Simulação com capacitor: linha sólida preta. Simulação sem capacitor: linha tracejada vermelha.

Ao comparar os resultados obtidos por meio dos modelos de ordem reduzida com os obtidos com o modelo completo, é possível inferir que os modelos de duas portas apresentam resultados mais próximos dos dados experimentais, uma vez que há dificuldades de se elaborar modelos completos que garantam um comportamento adequado para condições de cargas arbitrárias. No entanto, sabendo que os modelos simplificados são válidos apenas em determinadas condições, o modelo de três portas passa a atender um número maior de casos. Sendo assim, em aplicações onde os modelos de ordem reduzida se ajustam perfeitamente, sua utilização passa a ser preferencial. Nos demais casos, deve-se optar pelo modelo completo.

Por fim, é possível concluir que o modelo de três portas elaborado para o transformador de distribuição em análise apresentou resultados satisfatórios quando avaliado no domínio do tempo através da análise da tensão transferida do terminal AT para os terminais BT. No entanto, é visível a necessidade de reduzir os desvios encontrados entre os resultados das simulações e os dados experimentais. Desta forma, faz-se necessário aprimorar o sistema de medição e a metodologia empregada na determinação da matriz de admitâncias  $Y$ .

#### 4.4.2 Análise em Regime Permanente

Nesta seção apresenta-se a validação do modelo completo em regime permanente através da análise da relação de transformação para diferentes condições de carga. O circuito equivalente obtido a partir da rotina *netgen.m*, apresentado no Apêndice B.1, foi implementado no ATPDraw através da ferramenta *library*, como ilustra a Figura 4.10. Nesta ocasião, foi aplicada a tensão nominal no enrolamento AT e

medida a tensão nos terminais BT. A relação entre a tensão aplicada no lado AT e a tensão medida no lado BT é a relação de transformação do modelo. A análise foi realizada para as seguintes condições:

- um dos terminais de baixa tensão sempre aberto;
- um dos terminais de baixa tensão permanentemente em curto-circuito;
- ambos os terminais de baixa tensão com cargas conectadas.

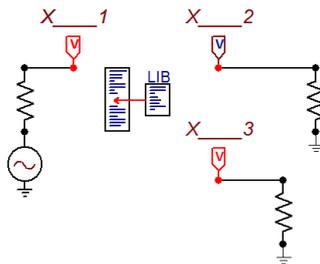


Figura 4.10 – Circuito de teste para avaliação da resposta do modelo em regime permanente.

A Tabela 4.1 apresenta os resultados da relação de transformação entre os terminais 1 e 2 obtidos durante as simulações. É possível observar uma boa concordância entre os valores medidos e simulados para as condições do terminal 3 aberto e com carga conectada. No entanto, para a condição do terminal 3 permanentemente em curto-circuito, verificou-se um significativo desvio entre os valores medidos e simulados. Além disso, observa-se que a condição operativa não influencia o comportamento do modelo, ou seja, a relação de tensão permanece inalterada para as diferentes cargas conectadas ao enrolamento 2. Apesar de não terem sido apresentados, os resultados da relação de transformação entre os terminais 1 e 3 foram similares aos indicados nesta tabela.

Um resultado interessante observado na Tabela 4.1 consiste no fato de a relação de transformação apresentar um aumento significativo para a condição de um dos terminais BT em curto-circuito. Isso pode ser justificado para o transformador em análise através da seguinte equação

$$V_2 = j\omega L_{21} I_1 K \quad (4.8)$$

onde todas as grandezas são expressas em *pu*. Nesta expressão,  $V_2$  é a tensão no terminal 2,  $\omega$  é a frequência angular,  $L_{21}$  é a indutância mútua entre os terminais 1 e 2,  $I_1$  é a corrente do terminal 1 e  $K$  é uma constante que possui valor unitário para a condição

do terminal 3 aberto e é igual a  $\left(1 - \frac{L_{23}}{L_{33}}\right)$  para a condição do terminal 3 em curto-circuito. Sabendo que a relação de transformação é a relação entre a tensão aplicada no lado AT ( $V_1$ ) e a tensão medida no lado BT ( $V_2$ ) e que as indutâncias  $L_{23}$  e  $L_{33}$  são sempre positivas, tem-se que, para a condição de um dos terminais BT em curto-circuito, a tensão  $V_2$  é menor e, conseqüentemente, a relação de transformação é maior do que nos demais casos. Vale ressaltar que, por simplicidade, durante esta análise foram desprezadas as resistências de cada terminal.

Tabela 4.1 – Relação de tensão teórica/medida e simulada do modelo completo do transformador de distribuição monofásico de 10 kVA, 7,967 kV/240-120 V, com secundário em derivação central.

| CARGA CONECTADA |                | RELAÇÃO DE TENSÃO |          | DESVIO (%) |       |
|-----------------|----------------|-------------------|----------|------------|-------|
| TERMINAL 2      | TERMINAL 3     | MEDIDA            | SIMULADA |            |       |
| VAZIO           | ABERTO         | 66,395            | 69,279   | 4,34       |       |
| 47 Ω            |                |                   | 69,327   | 4,41       |       |
| 470 Ω           |                |                   | 69,285   | 4,35       |       |
| 4700 Ω          |                |                   | 69,279   | 4,34       |       |
| 47 Ω            | 470 Ω          |                   | 69,327   | 4,41       |       |
| 4700 Ω          | 47 Ω           |                   | 69,291   | 4,36       |       |
| VAZIO           | CURTO-CIRCUITO |                   | 102,200  | 112,982    | 10,55 |
| 47 Ω            |                |                   |          | 113,067    | 10,63 |
| 470 Ω           |                | 112,990           |          | 10,56      |       |
| 4700 Ω          |                | 112,984           |          | 10,55      |       |

Por fim, diante dos resultados apresentados na Tabela 4.1, conclui-se que o modelo elaborado não conservou as características do transformador para todas as condições operativas em regime permanente. Verifica-se, portanto, a necessidade de se aprimorar o sistema de medição e também a metodologia empregada na determinação da matriz de admitâncias  $Y$ .

# **5 Elaboração do Modelo Completo de um Transformador de Distribuição Monofásico Utilizando Abordagem Híbrida**

## **5.1 Considerações Preliminares**

Neste capítulo, propõe-se a elaboração de um modelo completo em amplo espectro de frequências para o transformador em análise, considerando a determinação da matriz de admitâncias por meio de um método híbrido que permite a consideração simultânea das características a vazio e de curto-circuito do transformador, conforme apresentado nas equações (2.13), (2.14) e (2.15). O procedimento adotado consiste em aproximar, através da técnica *Vector Fitting*, a resposta em frequência da matriz de admitâncias híbrida.

Da mesma forma como apresentado nos capítulos anteriores, o modelo elaborado é validado comparando-se os resultados de simulações no domínio do tempo com medições realizadas em laboratório. São avaliadas as respostas transitórias do

modelo por meio da tensão transferida e também é analisado o seu comportamento em regime permanente na frequência industrial.

## 5.2 Metodologia Empregada na Medição da Resposta em

### Frequência

A metodologia utilizada para determinar a resposta em frequência é a mesma apresentada no Capítulo 3, em que um sistema de medição automatizado é empregado no registro do comportamento terminal do transformador avaliado em um amplo espectro de frequências.

Nesta nova abordagem não foram realizadas as compensações dos efeitos dos cabos de medição por terem sido observados perda de estabilidade e/ou significativo desvio na frequência durante as simulações. No entanto, conforme observado no capítulo anterior, a capacitância dos cabos de medição é muito menor que a capacitância para a terra dos terminais do transformador em análise. Deste modo, pode-se considerar que a sua influência nos resultados, de forma geral, não é muito significativa. Por sua vez, as correções nas admitâncias medidas devido à limitação na faixa de passagem do TC em baixas frequências foram realizadas, com exceção do elemento  $y_{BT\_abt}$ , uma vez que este teve que ser medido através de um resistor *shunt* de 47,37  $\Omega$ . A necessidade de se utilizar um resistor *shunt* nesta medição se deu em razão da presença de uma corrente cuja amplitude não foi suficiente para sensibilizar a bobina de Pearson 2100.

## 5.3 Aproximação da Resposta em Frequência por Funções

### Racionais

Um modelo híbrido em amplo espectro de frequências para o transformador em análise pode ser descrito pela equação (2.13), reescrita em (5.1).

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} y_{11}^{cc} & y_{12}^{cc} & y_{13}^{cc} & y_{BT\_abt} & 0 & 0 \\ y_{21}^{cc} & y_{22}^{cc} & y_{23}^{cc} & 0 & y_{AT\_abt\_22} & y_{AT\_abt\_23} \\ y_{31}^{cc} & y_{32}^{cc} & y_{33}^{cc} & 0 & y_{AT\_abt\_32} & y_{AT\_abt\_33} \end{bmatrix} \\
 & = Y^h \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & h_{AT\_abt\_12} & h_{AT\_abt\_13} \\ 0 & 1 & 0 & h_{BT\_abt\_21} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h_{BT\_abt\_31} & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

onde  $y_{ij}^{cc}$  é o elemento  $i,j$  da matriz de admitâncias obtida pelo ensaio de curto-circuito,  $y_{BT\_abt}$  é a admitância relativa ao terminal AT para a condição dos terminais BT abertos,  $h_{BT\_abt\_ij}$  é o elemento  $i,j$  do vetor de relação de tensão do terminal AT para os terminais BT,  $y_{AT\_abt\_ij}$  é o elemento  $i,j$  da matriz de admitâncias obtida para a condição do terminal AT aberto enquanto um dos terminais BT é energizado e o outro é mantido em curto-circuito, e  $h_{AT\_abt\_ij}$  é o elemento  $i,j$  do vetor de tensões transferidas dos terminais BT para o terminal AT.

Manipulando-se a equação (5.1) conforme indicado em (2.15), obtém-se a matriz  $Y^h$ , que possui ordem  $3 \times 3$ . Dessa forma, o modelo híbrido pode ser representado em uma forma simplificada como

$$\begin{bmatrix} i_1^h \\ i_2^h \\ i_3^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11}^h & y_{12}^h & y_{13}^h \\ y_{21}^h & y_{22}^h & y_{23}^h \\ y_{31}^h & y_{32}^h & y_{33}^h \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1^h \\ v_2^h \\ v_3^h \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

onde o sobrescrito  $h$  se refere a híbrido.

A aproximação dos elementos da matriz de admitâncias híbrida pelo método *Vector Fitting* foi realizada com 80 pares de polos complexos conjugados, cujos valores iniciais foram distribuídos logaritmicamente ao longo do espectro de frequências. Visando diminuir o erro da aproximação, cada elemento de  $Y^h(s)$  foi ponderado pelo inverso do seu valor absoluto na solução do problema de mínimos quadrados ponderados empregado no método de *Vector Fitting*. A Figura 5.1 ilustra o módulo e o ângulo de fase dos elementos  $y_{11}^h, y_{21}^h, y_{22}^h, y_{31}^h, y_{32}^h$  e  $y_{33}^h$ . Nesta figura também são apresentadas as aproximações obtidas pelo método *Vector Fitting*. É possível observar uma excelente concordância entre o modelo ajustado e os elementos da matriz  $Y^h$  calculados.

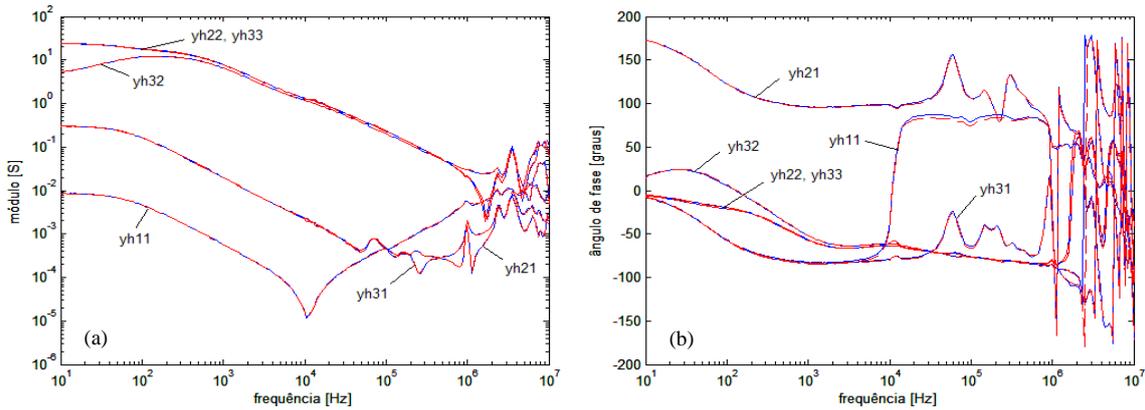


Figura 5.1 – (a) Módulo e (b) ângulo de fase das medições (linha sólida azul) e aproximação (linha tracejada vermelha) dos termos da matriz  $Y^h$ .

A passividade do modelo elaborado foi analisada avaliando-se os autovalores da matriz de condutâncias  $G_{aproximada}^h$ . Conforme observado na Figura 5.2, foram identificadas violações de passividade em baixas e altas frequências. Para corrigir esse problema, a rotina *RPdriver.m* foi mais uma vez utilizada. É possível observar na Figura 5.3 que, ao se utilizar este método, são introduzidos pequenos erros de aproximação em altas frequências. Mesmo assim, a consistência do modelo não é afetada.

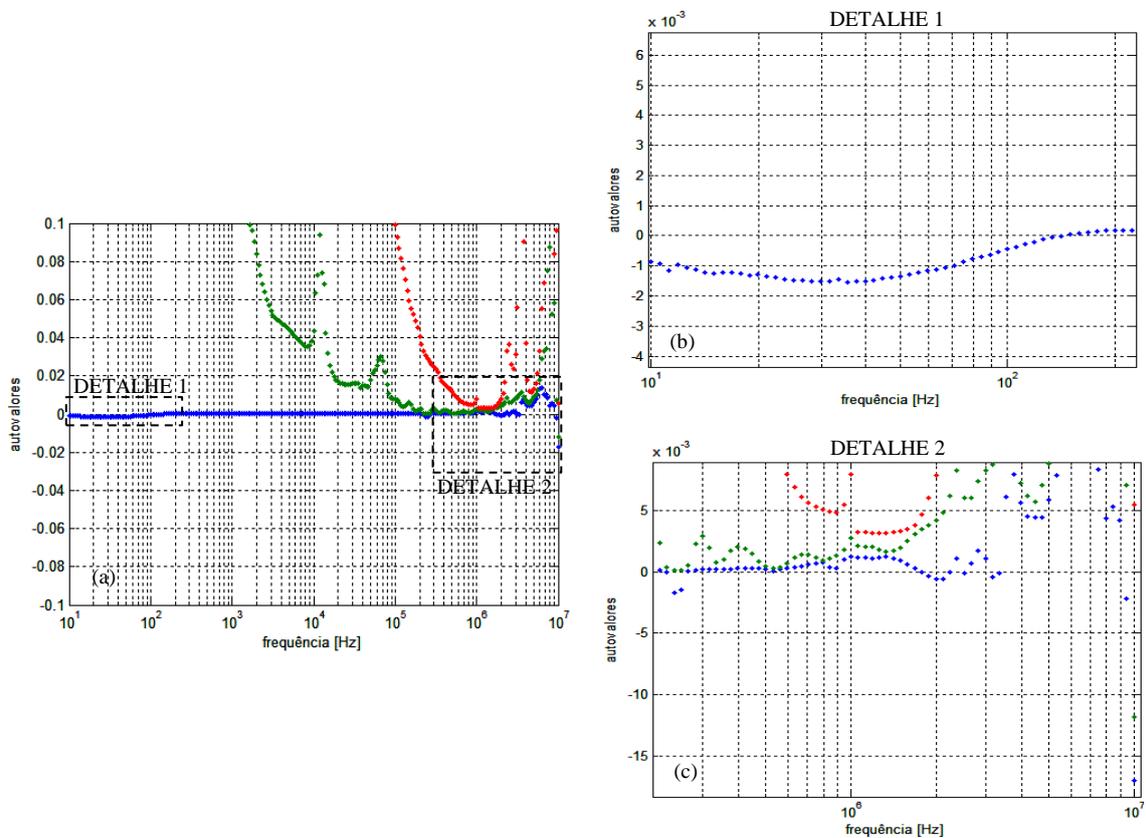


Figura 5.2 – (a) Autovalores de  $G_{aproximada}^h$  em toda a faixa de frequências de interesse. (b) e (c) detalhes ampliados dos autovalores.

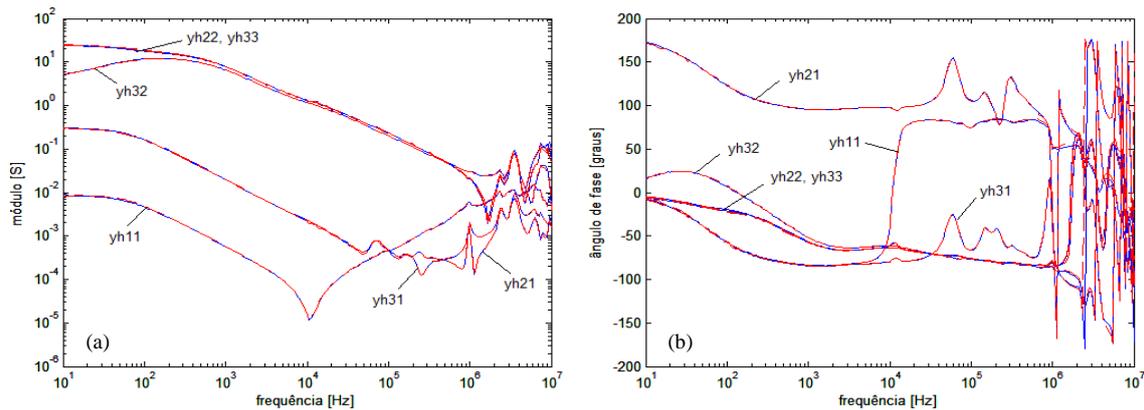


Figura 5.3 – (a) Módulo e (b) ângulo de fase de  $Y_{aproximada}^h$  antes (linha sólida azul) e após forçar a passividade (linha tracejada vermelha).

Por fim, a rotina *netgen.m* foi executada para gerar um circuito RLCG equivalente, apresentado no Apêndice C.1.

## 5.4 Validação Experimental e Análises

O modelo elaborado foi validado no domínio do tempo através de simulações em regime transitório e em regime permanente na frequência industrial. Objetiva-se com estas análises avaliar o comportamento do modelo em aplicações de baixas e altas frequências. É importante ressaltar que os resultados das simulações foram comparados com os dados experimentais medidos em laboratório no próprio transformador.

### 5.4.1 Análise em Regime Transitório

Nesta seção, o modelo híbrido é validado em regime transitório através da análise das tensões transferidas para o terminal de baixa tensão supondo-se a aplicação no terminal de alta tensão de um degrau de tensão com tempo de subida de aproximadamente  $0,4 \mu\text{s}$  e um impulso atmosférico padronizado de  $1,2/50 \mu\text{s}$ , ambos com  $10 \text{ V}$  de amplitude.

Da mesma forma como realizado nos capítulos anteriores, objetivando-se estender as análises a diversas condições operativas, esses modelos foram confirmados para diferentes cargas conectadas ao terminal 2. Consideraram-se cargas de  $47$ ,  $470$  e  $4700 \Omega$ . O comportamento do modelo também foi avaliado para o caso de operação a vazio.

As Figuras 5.4 e 5.5 apresentam a tensão transferida para o terminal 2 para diversas condições de cargas conectadas a este terminal, considerando a aplicação de um degrau e um impulso de tensão no terminal 1 e supondo-se o terminal 3 em curto-circuito. Observa-se em todos os casos uma excelente concordância entre os resultados de simulação e os dados experimentais.

As Figuras 5.6 e 5.7 apresentam a tensão transferida para o terminal 2 para diversas condições de cargas conectadas a este terminal, considerando a aplicação de um degrau e um impulso de tensão no terminal 1 e supondo-se o terminal 3 aberto. É possível observar que há desvios nas amplitudes das tensões medidas e calculadas, mas também que há uma melhor concordância na frequência de oscilação dessas formas de onda do que a observada para o modelo completo proposto no capítulo anterior. Na condição de uma carga de  $47 \Omega$  conectada ao terminal 2 e considerando a aplicação de um degrau de tensão no terminal 1 (item “a” da Figura 5.6), que pode ser tido como o caso que apresenta maior desvio entre as amplitudes das tensões medidas e calculadas, o desvio percentual entre os valores de pico de tensão é de aproximadamente 24%. Considera-se como causa desses desvios a dificuldade de se garantir modelos completos que apresentem comportamento adequado para condições de cargas arbitrárias. Além disso, os desvios no módulo podem estar associados às características do método *Vector Fitting Relaxado* (RVF), que foi utilizado no presente estudo. Sabe-se que não é garantida a adequada representação dos pequenos autovalores da matriz  $Y$  nesta versão do método *Vector Fitting*. Uma possível solução para esta restrição seria a aplicação do método *Vector Fitting Modal* (MVF), conforme sugerido por Gustavsen e Heitz (2008).

A tensão transferida para o terminal 3 também foi analisada considerando o terminal 2 ora em curto-circuito, ora aberto. Apesar de não serem ilustrados os resultados das simulações para essas condições, eles foram similares aos apresentados nesta seção, conforme esperado.

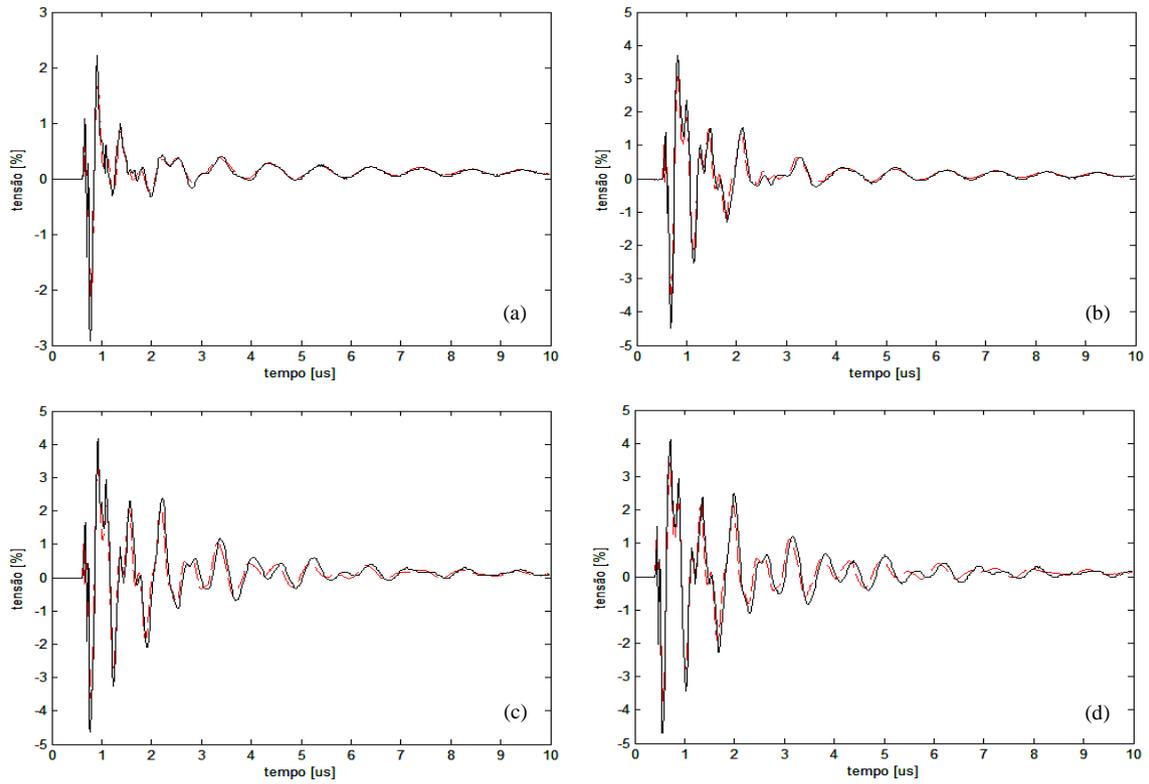


Figura 5.4 – Tensão transferida para o terminal 2 diante da aplicação de um degrau de tensão no terminal 1 para a condição do terminal 3 em curto-circuito e considerando o terminal 2 com uma carga de (a) 47 Ω, (b) 470 Ω, (c) 4700 Ω ou (d) a vazio. Dados experimentais: linha sólida preta. Modelo: linha tracejada vermelha.

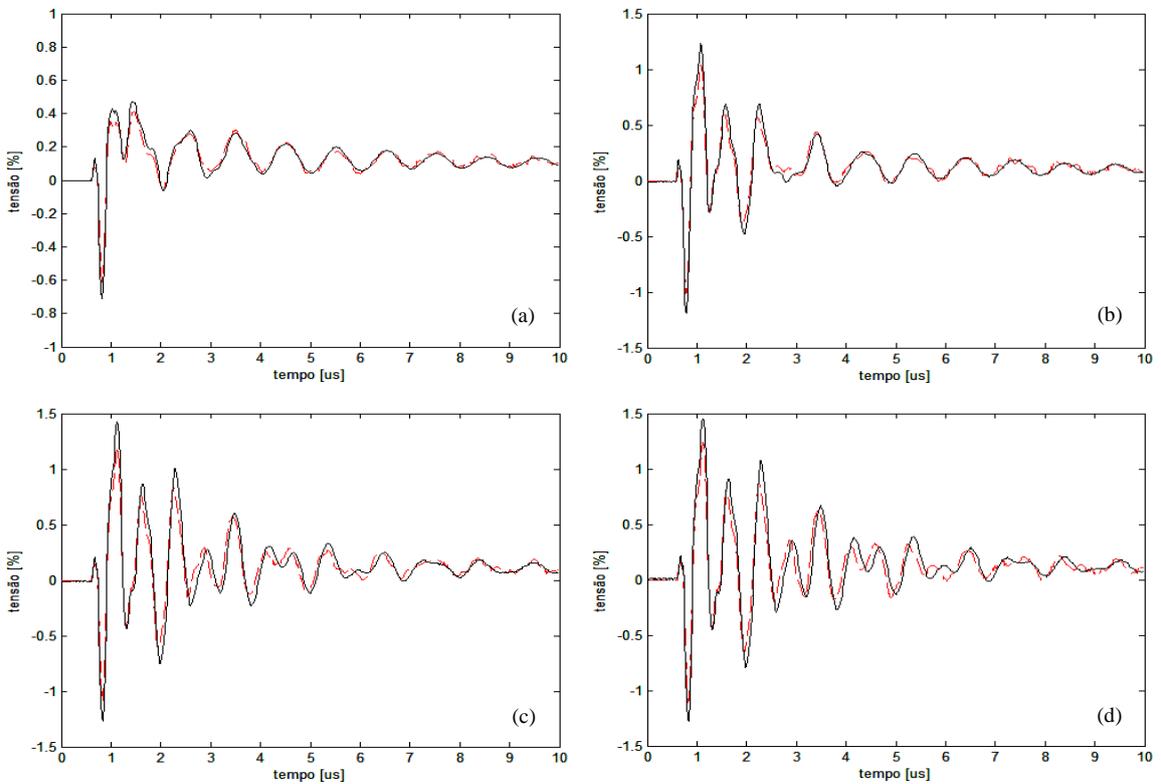


Figura 5.5 – Tensão transferida para o terminal 2 diante da aplicação de um impulso de tensão 1,2/50 μs no terminal 1 para a condição do terminal 3 em curto-circuito e considerando o terminal 2 com uma carga de (a) 47 Ω, (b) 470 Ω, (c) 4700 Ω ou (d) a vazio. Dados experimentais: linha sólida preta. Modelo: linha tracejada vermelha.

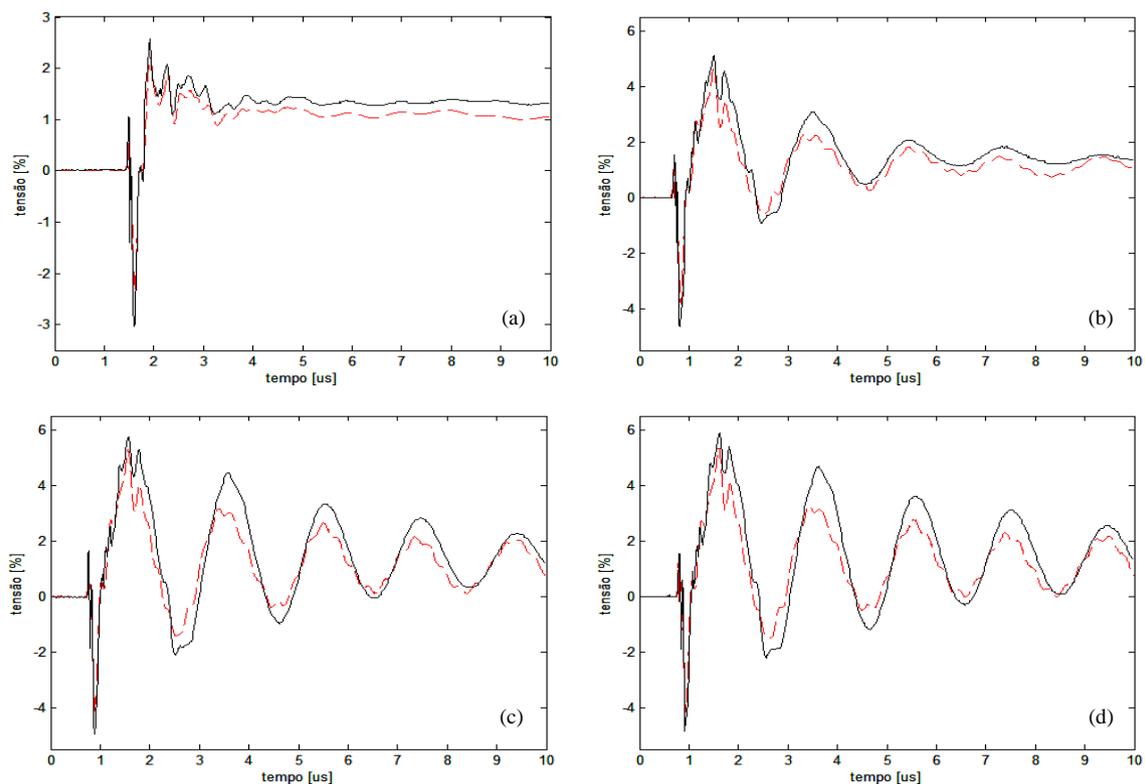


Figura 5.6 – Tensão transferida para o terminal 2 diante da aplicação de um degrau de tensão no terminal 1 para a condição do terminal 3 aberto e considerando o terminal 2 com uma carga de (a)  $47 \Omega$ , (b)  $470 \Omega$ , (c)  $4700 \Omega$  ou (d) a vazio. Dados experimentais: linha sólida preta. Modelo: linha tracejada vermelha.

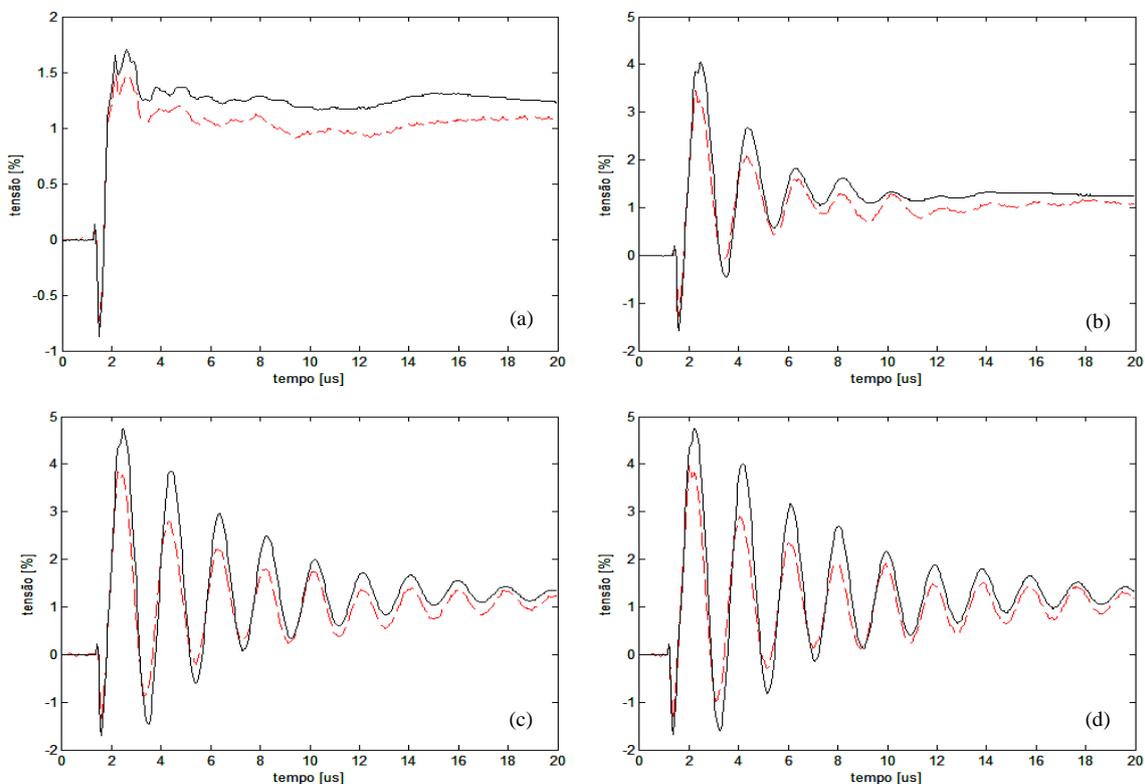


Figura 5.7 – Tensão transferida para o terminal 2 diante da aplicação de um impulso de tensão  $1,2/50 \mu s$  no terminal 1 para a condição do terminal 3 aberto e considerando o terminal 2 com uma carga de (a)  $47 \Omega$ , (b)  $470 \Omega$ , (c)  $4700 \Omega$  ou (d) a vazio. Dados experimentais: linha sólida preta. Modelo: linha tracejada vermelha.

Analisando-se o comportamento das tensões transferidas medidas, verifica-se que elas são idênticas às apresentadas no Capítulo 3. Desta forma, todas as análises apresentadas anteriormente no que diz respeito ao aspecto prático das sobretensões transferidas também são válidas para as investigações realizadas na presente seção.

Impõe-se destacar que, embora não tenham sido ilustrados os resultados de simulações das tensões transferidas para o terminal 2 considerando cargas resistivas no terminal 3, pode-se afirmar que o modelo responde adequadamente em tais condições, tendo em vista que os casos extremos (condições em curto-circuito e a vazio) foram verificados. Toda hipótese diversa dos casos extremos em que haja uma carga no terminal 3 culminará em um comportamento intermediário aos casos apresentados nas Figuras 5.4, 5.5, 5.6 e 5.7.

Ao comparar os resultados obtidos no Capítulo 4 com os obtidos através do modelo híbrido, é possível deduzir que este modelo apresenta resultados mais próximos dos dados experimentais, uma vez que são preservadas as características a vazio e de curto-circuito do transformador. Portanto, embora para algumas condições ainda tenham sido observados desvios no módulo da tensão transferida, o trabalho despendido para realizar as sete medições adicionais exigidas pelo método híbrido justifica-se pelos melhores resultados.

Por fim, é possível concluir que o modelo híbrido elaborado para o transformador de distribuição em análise apresentou resultados satisfatórios quando avaliados no domínio do tempo através da análise da tensão transferida do terminal AT para os terminais BT.

#### ***5.4.2 Análise em Regime Permanente***

Nesta seção apresenta-se a validação do modelo híbrido em regime permanente através da análise da relação de transformação para diferentes condições de carga. Todas as considerações e procedimentos adotados na seção 4.4.2 também foram aplicados na presente análise.

A Tabela 5.1 apresenta os resultados da relação de transformação entre os terminais 1 e 2 obtidos durante as simulações. É possível observar boa concordância

entre os valores medidos e simulados para todas as condições avaliadas, com desvios entre as relações de tensão medidas e simuladas sempre menores que 5%. Além disso, constata-se novamente que a condição operativa não influencia no comportamento do modelo, ou seja, a relação de tensão permanece inalterada para as diferentes cargas conectadas ao enrolamento 2.

Tabela 5.1 – Relação de tensão teórica/medida e simulada do modelo híbrido do transformador de distribuição monofásico de 10 kVA, 7,967 kV/240-120 V, com secundário em derivação central.

| CARGA CONECTADA |                | RELAÇÃO DE TENSÃO |          | DESVIO (%) |      |
|-----------------|----------------|-------------------|----------|------------|------|
| TERMINAL 2      | TERMINAL 3     | MEDIDA            | SIMULADA |            |      |
| VAZIO           | ABERTO         | 66,395            | 64,366   | 3,15       |      |
| 47 Ω            |                |                   | 64,423   | 3,06       |      |
| 470 Ω           |                |                   | 64,371   | 3,14       |      |
| 4700 Ω          |                |                   | 64,366   | 3,15       |      |
| 47 Ω            |                |                   | 470 Ω    | 64,428     | 3,05 |
| 4700 Ω          |                |                   | 47 Ω     | 64,381     | 3,12 |
| VAZIO           | CURTO-CIRCUITO | 102,200           | 97,283   | 5,05       |      |
| 47 Ω            |                |                   | 97,378   | 4,95       |      |
| 470 Ω           |                |                   | 97,292   | 5,04       |      |
| 4700 Ω          |                |                   | 97,284   | 5,05       |      |

Ao comparar os resultados obtidos com o modelo completo com os alcançados com o modelo híbrido é possível observar que o modelo híbrido apresentou resultados mais consistentes com os dados experimentais. Para a condição de um dos terminais BT aberto ou de ambos os terminais BT com carga, tanto o modelo completo quanto o modelo híbrido apresentaram resultados satisfatórios. No entanto, para a condição de um dos terminais BT em curto-circuito, verificou-se um erro de aproximadamente 10% para o modelo completo e de 5% para o modelo híbrido. Dessa forma, pode-se dizer, em termos gerais, que o modelo híbrido se mostrou mais exato.

Apesar de não terem sido apresentados, os resultados da relação de transformação entre os terminais 1 e 3 foram similares aos indicados na tabela acima.

Por fim, diante dos resultados apresentados na Tabela 5.1, conclui-se que o modelo elaborado conservou as características do transformador para todas as condições operativas em regime permanente.

# 6 Conclusões e Propostas de Continuidade

## 6.1 Conclusões

Este trabalho propôs modelos caixa preta em amplo espectro de frequências para um transformador de distribuição monofásico de 10 kVA, 7,967 kV/240-120 V, com secundário em derivação central. O foco foi direcionado para este tipo de transformador por ser evidente a carência de modelos em altas frequências que sejam capazes de representar o comportamento destes equipamentos normalmente utilizados em redes monofásicas rurais no Brasil.

Inicialmente, na revisão bibliográfica, foram feitas a identificação e a avaliação das técnicas disponíveis para a elaboração de modelos caixa preta de transformadores de potência que pudessem reproduzir efetivamente o comportamento destes equipamentos em uma ampla faixa de frequências para condições terminais arbitrárias. Nesta ocasião, foram discutidos procedimentos para a medição da matriz de impedâncias e admitâncias em amplo espectro de frequências e também foi apresentada a técnica *Vector Fitting* utilizada para aproximar a resposta em frequência medida por funções racionais. Além disso, foram discutidas metodologias que permitem a inclusão do modelo elaborado em estudos no domínio do tempo.

Em seguida, no Capítulo 3, elaborou-se, para o transformador em análise, dois modelos caixa preta de ordem reduzida distintos. Em um destes modelos, considerou-se que um dos terminais de baixa tensão estivesse permanentemente em curto-circuito, enquanto no outro modelo este mesmo terminal foi mantido aberto. O procedimento adotado consistiu em aproximar, através da técnica *Vector Fitting*, a resposta em frequência de uma matriz de admitâncias determinada por ensaios de curto-circuito e simplificada a partir de condições pré-estabelecidas. Correções nos elementos da matriz de admitâncias foram realizadas de forma a compensar os efeitos dos cabos de medição

e corrigir o erro introduzido pelo transdutor de corrente em medições em baixas frequências, uma vez que este dispositivo apresenta uma forte atenuação do sinal de corrente quando medições são realizadas em frequências inferiores à sua banda de passagem.

Os modelos propostos foram avaliados no domínio do tempo através da análise da tensão transferida. Para tal, foram aplicados no terminal AT um degrau de tensão com tempo de subida de  $0,4 \mu\text{s}$  e um impulso atmosférico padronizado de  $1,2/50 \mu\text{s}$ , ambos com  $10 \text{ V}$  de amplitude. Nos terminais BT foram conectadas cargas de diferentes valores ôhmicos de forma a validar o modelo para condições terminais arbitrárias. Em todas as condições analisadas foi observada uma excelente concordância entre os dados experimentais medidos em laboratório e os resultados das simulações.

Em uma análise de ordem prática, para o modelo que considera um dos terminais BT permanentemente em curto-circuito, observaram-se tensões transferidas oscilatórias, com amplitude inferior a 5% da tensão aplicada para um degrau de tensão e inferior a 1,5% para um impulso de  $1,2/50 \mu\text{s}$ . Além disso, foi possível verificar que as condições mais críticas ocorrem para o transformador a vazio ou com baixo carregamento. Já para o modelo que considera um dos terminais BT sempre aberto, foi observado que a tensão transferida possui, em geral, uma frequência de ressonância inferior à encontrada no outro modelo e valores de pico inferiores a 6% da tensão aplicada para um degrau de tensão e inferiores a 5% para um impulso de  $1,2/50 \mu\text{s}$ , ou seja, para esta condição constataram-se tensões transferidas com amplitudes maiores. Mais uma vez, apurou-se que as condições mais críticas ocorrem para o transformador a vazio ou com baixo carregamento. Vale ressaltar que, em condições reais, a tensão transferida para o circuito secundário do transformador atingiria valores menores devido às limitações impostas pelos para-raios usualmente instalados no lado de alta tensão do transformador.

Diante do exposto, pode-se inferir que os modelos de ordem reduzida propostos apresentaram excelentes resultados quando avaliados no domínio do tempo através da análise da tensão transferida do terminal AT para os terminais BT, ou seja, as simplificações propostas conservaram a maior parte das características necessárias para este tipo de estudo. No entanto, esses modelos são válidos apenas para determinadas condições operativas. Deste modo, fez-se necessário desenvolver um modelo mais

---

genérico que contemplasse todas as condições de operação normalmente aplicadas em transformadores de potência com as características descritas neste estudo.

Visando suprir as limitações apresentadas nos modelos de ordem reduzida, no Capítulo 4 foi elaborado um modelo completo válido para condições terminais arbitrárias. Mais uma vez o procedimento adotado consistiu em aproximar, através da técnica *Vector Fitting*, a resposta em frequência de uma matriz de admitâncias determinada por ensaios de curto-circuito e corrigida utilizando-se a relação de transformação. Todas as correções realizadas nos modelos de ordem reduzida também foram aplicadas nesta nova abordagem.

A validação deste novo modelo também foi realizada comparando-se os resultados de simulações no domínio do tempo com medições realizadas em laboratório. Além da análise transitória por meio da tensão transferida, foi avaliado o seu comportamento em regime permanente na frequência industrial. Na análise da tensão transferida, constatou-se, em termos gerais, conformidade entre as formas de ondas medidas e calculadas, com desvios em módulo, frequência ou ângulo de fase dependendo das condições terminais consideradas. Considerou-se como causa dos desvios a dificuldade de se garantir modelos completos que apresentem comportamento adequado para condições de cargas arbitrárias e também a presença de eventuais incertezas nas medições.

Ao comparar os resultados obtidos por meio dos modelos de ordem reduzida com os obtidos através do modelo completo, foi possível inferir que os modelos simplificados reproduziram de forma mais adequada os dados experimentais. Todavia, esses modelos são válidos apenas em determinadas condições, enquanto o modelo completo permite, naturalmente, a consideração de um número maior de situações.

Durante os estudos em regime permanente, concluiu-se que o modelo completo não conservou as características do transformador para todas as condições operativas, uma vez que foram verificados desvios de aproximadamente 10% entre os valores medidos e simulados para a condição de um dos terminais de baixa tensão em curto-circuito.

Buscando elaborar um modelo ainda mais robusto, no Capítulo 5 foi utilizada uma abordagem que tem por base a montagem de uma matriz de admitâncias híbrida

---

que permite a consideração simultânea das características a vazio e de curto-circuito do transformador. O procedimento adotado consistiu em aproximar, através da técnica *Vector Fitting*, a resposta em frequência da matriz de admitâncias híbrida. Correções nos elementos da matriz de admitâncias foram realizadas apenas para compensar o erro introduzido pelo transdutor de corrente em medições em baixas frequências. A compensação dos efeitos dos cabos de medição não foi realizada por ter sido observada perda de estabilidade e/ou significativo desvio na frequência durante as simulações. Entretanto, foi observado ao longo deste estudo que a capacitância dos cabos de medição é muito menor que a capacitância para a terra dos terminais do transformador em análise. Dessa forma, pode-se considerar que a sua influência nos resultados, de forma geral, não é significativa.

Este modelo também foi validado no domínio do tempo através de simulações em regime transitório e regime permanente na frequência industrial. Durante a avaliação em regime transitório, observou-se uma excelente concordância entre os resultados de simulações e medições para todos os casos que consideram um dos terminais BT em curto-circuito. No entanto, para as demais condições, verificou-se conformidade entre as formas de ondas apesar de notar-se um desvio máximo entre os valores de pico medidos e calculados de aproximadamente 24%, sendo que em vários casos estes desvios foram inferiores a 8%. Mais uma vez constatou-se que a causa destes desvios está vinculada à dificuldade de se garantir modelos completos que apresentem comportamento adequado para condições de cargas arbitrárias.

Ao comparar os resultados obtidos com o modelo completo tradicional com aqueles obtidos através do modelo híbrido, constatou-se que este último reproduziu de forma mais adequada os dados experimentais, uma vez que foram preservadas as características a vazio e de curto-circuito do transformador. Desta forma, verificou-se que o trabalho despendido para realizar as sete medições adicionais exigidas pelo método híbrido foi justificado pelos melhores resultados.

Nas análises em regime permanente, observou-se uma boa concordância entre os valores medidos e simulados para todos os casos, ou seja, o modelo híbrido conservou as características do transformador para todas as condições operativas. Ao comparar os resultados obtidos com o emprego do modelo híbrido com aqueles provenientes do modelo completo, verificou-se que houve uma redução nos desvios entre os valores

---

medidos e simulados de 10% para 5% para a condição de um dos terminais BT em curto-circuito, que pode ser considerado o pior caso de desempenho do modelo.

Por fim, pode-se concluir que existem diferentes metodologias para elaborar modelos caixa preta em amplo espectro de frequências para transformadores. Sabendo que alguns métodos demandam uma quantidade maior de medições e também um maior custo computacional, a escolha da técnica a ser utilizada depende da aplicação à qual o modelo se destina. Para casos específicos, os modelos de ordem reduzida são ótimas opções. Para os demais casos, em que se deseja uma análise mais genérica, devem ser elaborados modelos completos, preferencialmente do tipo híbrido, ou seja, que contenham simultaneamente resultados de medições realizadas em condições de curto-circuito e circuito aberto.

## 6.2 Propostas de Continuidade

A partir dos desenvolvimentos apresentados nesta dissertação, propõe-se como um dos possíveis estudos subsequentes a melhoria do circuito de medição. A determinação dos elementos da matriz de admitâncias por meio de transdutores de corrente especificados para uma banda de passagem entre 10 Hz e 10 MHz evitaria a necessidade de se realizar a correção dos elementos da matriz de admitâncias devido ao erro introduzido pela bobina de Pearson 2100 em medições em baixas frequências.

No que concerne ao modelo híbrido, recomenda-se a aproximação da resposta em frequência da matriz de admitâncias utilizando a versão modal do método *Vector Fitting*, ao invés da versão relaxada que foi aplicada no presente estudo. Sugere-se também o uso da versão modal da rotina para forçar a passividade. Espera-se que, com esta abordagem, seja garantida a reprodução mais adequada dos pequenos autovalores da matriz  $Y$  e, conseqüentemente, que se melhore a exatidão do modelo.

Por fim, visando consolidar os procedimentos apresentados ao longo desta dissertação, recomenda-se que sejam elaborados modelos caixa preta em amplo espectro de frequências em outros transformadores de distribuição monofásicos que possuam características similares ao analisado no presente estudo, porém, com potências diferentes, de forma a caracterizar o comportamento típico deste tipo de equipamento em estudos que envolvam um amplo espectro de frequências.

# Referências Bibliográficas

AGUIRRE, L. A., “**Introdução à identificação de sistemas: técnicas lineares e não lineares aplicadas a sistemas reais**”, 3. ed rev. e ampl. Belo Horizonte: 2007.

BRANDWAJN, V.; DOMMEL, H. W.; DOMMEL, I. I., “**Matrix representation of three-phase N-winding transformers for steady-state and transients studies**”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, v. PAS-101, n. 6, p.1369-1378, June 1982.

CHEN, C. T., “**Linear system theory and design**”, Oxford University Press, New York, 1999, 334 p.

DE CONTI, A.; OLIVEIRA, V. C.; LOPES, R. T. S.; BROCHADO, R. O.; SILVINO, J. L., “**Two-port wideband models of a single-phase distribution transformer with center-tapped secondary**”, International Symposium on Lightning Protection – XIII SIPDA, Balneário Camboriú, Brazil, 2015.

DESCHRIJVER, D.; DHAENE, T., “**Rational modeling of spectral data using orthonormal vector fitting**”, Signal Propagation on Interconnects, 2005. Proceedings. 9th IEEE Workshop on, 10-13 May 2005, p.111-114, 2005.

DESCHRIJVER, D.; HAEGEMAN, B.; DHAENE, T., “**Orthonormal Vector Fitting: A robust macromodeling tool for rational approximation of frequency domain responses**”, Advanced Packaging, IEEE Transactions on, v. 30, n. 2, p. 216-225, May 2007a.

DESCHRIJVER, D.; GUSTAVSEN, B.; DHAENE, T., “**Advancements in iterative methods for rational approximation in the frequency domain**”, Power Delivery, IEEE Transactions on, v. 22, n. 3, p. 1633-1642, July 2007b.

DESCHRIJVER, D.; MROZOWSKI, M.; DHAENE, T.; DE ZUTTER, D., “**Macromodeling of multiport systems using a fast implementation of the vector fitting method**”, IEEE Microwave and Wireless Components Letters, v. 18, n. 6, p. 383-385, June 2008.

GUSTAVSEN, B.; SEMLYEN, A., “**Simulation of transmission line transients using vector fitting and modal decomposition**”, Paper PE-347-PWRD-0-01-1997, presented at the 1997 IEEE/PES, Winter Meeting, New York.

GUSTAVSEN, B.; SEMLYEN, A., “**Application of vector fitting to state equation representation of transformers for simulation of eletromagnétic transients**”, Power Delivery, IEEE Transactions on, v. 13, n. 3, p. 834-842, July 1998.

GUSTAVSEN, B.; SEMLYEN, A., “**Rational approximation of frequency domain responses by vector fitting**”, Power Delivery, IEEE Transactions on, v. 14, n. 3, p. 1052-1061, July 1999.

GUSTAVSEN, B.; SEMLYEN, A., “**Enforcing passivity for admittance matrices approximated by rational functions**”, IEEE Transactions on Power Delivery, v. 16, n. 1, p. 97-104, February 2001.

GUSTAVSEN, B., “**Computer code for rational approximation of frequency dependent admittance matrices**”, IEEE Transactions on Power Delivery, v. 17, n. 4, p. 1093-1098, October 2002a.

GUSTAVSEN, B., “**SINTEF Energy Research – The Vector Fitting Web Site**”, Disponível em: <[www.sintef.no/Projectweb/VECTFIT/](http://www.sintef.no/Projectweb/VECTFIT/)>, 2002b.

GUSTAVSEN, B., “**Wide band modeling of power transformers**”, IEEE Transactions on Power Delivery, v. 19, n.1, p. 414-422, January 2004a.

GUSTAVSEN, B., “**Frequency-dependent modeling of power transformers with ungrounded windings**”, IEEE Transactions on Power Delivery, v. 19, n. 3, p. 1328-1334, July 2004b.

GUSTAVSEN, B., “**Improving the pole relocating properties of vector fitting**”, IEEE Transactions on Power Delivery, v. 21, n. 3, p. 1587-1592, July 2006.

GUSTAVSEN, B., “**Passivity enforcement of rational models via modal pertubation**”, IEEE Transactions on Power Delivery, v. 23, n. 2, p. 768-775, April 2008a.

GUSTAVSEN, B., **“Fast passivity enforcement for pole-residue models by perturbation of residue matrix eigenvalues”**, IEEE Transactions on Power Delivery, v. 23, n. 4, p. 2278-2285, October 2008b.

GUSTAVSEN, B.; HEITZ, C., **“Modal vector fitting: a tool for generating rational models of high accuracy with arbitrary terminal conditions”**, IEEE Transactions on Advanced Packaging, v. 31, n. 4, p. 664-672, November 2008.

GUSTAVSEN, B.; HEITZ, C., **“Fast realization of the modal vector fitting method for rational modeling with accurate representation of small eigenvalues”**, IEEE Transactions on Power Delivery, v. 24, n. 3, p. 1396-1405, July 2009.

GUSTAVSEN, B., **“User’s guide and reference matrix fitting toolbox for rational modeling from Y-parameters and S-parameters data”**, August 2009.

GUSTAVSEN, B., **“A hybrid measurement approach for wideband characterization and modeling of power transformers”**, IEEE Transactions on Power Delivery, v. 25, n. 3, p. 1932-1939, July 2010.

GUSTAVSEN, B.; DE SILVA, H. M. J., **“Inclusion of rational models in an electromagnetic transients program: Y-parameters, S-parameters, transfer functions”**, IEEE Transactions on Power Delivery, v. 28, n. 2, p. 1164-1174, April 2013.

JENSIGN, **“Coaxial cable characteristic impedance vs frequency”**, Java Science Consulting. Disponível em: <[www.jensign.com/RG58U/](http://www.jensign.com/RG58U/)>, April 2014.

JURISIC, B.; UGLEŠIC, I.; XEMARD, A.; PALADIAN, F.; GUUINIC, P., **“Difficulties in high frequency transformer modelling”**, International Conference on Power Systems Transients – IPST2015, Cavtat, Croatia, 2015.

MARCHESAN, G.; MORAIS, A. P.; MARIOTTO, L.; CAMARGO, M. C.; MARCHESAN, A. C., **“High-frequency transformer modeling for transients overvoltage studies”**, International Conference on Power Systems Transients – IPST2015, Cavtat, Croatia, 2015.

MORCHED, A.; MARTÍ, L.; OTTEVANGERS, J., “**A high frequency transformer model for the EMTP**”, IEEE Transactions on Power Delivery, v. 8, n. 3, p. 1615-1626, July 1993.

NBR 5356-3, “**Transformadores de potência parte 3: níveis de isolamento, ensaios dielétricos e espaçamentos externos em ar**”, ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2007.

OLIVEIRA, L. A. F., “**Estudo de modelos de transformadores para altas frequências**”, Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE), UFMG – Universidade Federal de Minas Gerais, 2011.

OLIVEIRA, V. C., “**Modelagem de transformadores de potência em altas frequências**”, Relatório Técnico-Científico, Pró-Reitoria de Pesquisas, UFMG – Belo Horizonte, 2016a.

OLIVEIRA, V. C., “**Efeito dos cabos de medição na determinação de tensões transferidas em um transformador**”, Relatório interno do projeto de iniciação científica “Modelagem de transformadores de potência em altas frequências”, UFMG – Belo Horizonte, 2016b.

OLIVEIRA, V. C., “**Calibração do transdutor de corrente em baixas frequências**”, Relatório interno do projeto de iniciação científica “Modelagem de transformadores de potência em altas frequências”, UFMG – Belo Horizonte, 2016c.

PEARSON, E., “**SPX\_990506 - Folha de dados do monitor de corrente modelo 2100**”, 1999.

SILVA, J. C. S., “**Modelagem caixa preta de transformadores de potência em amplo espectro de frequências**”, Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE), UFMG – Universidade Federal de Minas Gerais, 2014.

SILVEIRA, D. G., “**Modelagem de transformadores de potência em altas frequências**”, Relatório Técnico-Científico, Pró-Reitoria de Pesquisas, UFMG – Belo Horizonte, 2013.

SOYSAL, A. O.; SEMLYEN, A., **“Practical transfer function estimation and its application to wide frequency range representation of transformers”**, IEEE Transactions on Power Delivery, v. 8, n. 3, July 1993.

RODRIGUES, P. R.; DE CONTI, A.; OLIVEIRA, V. C., **“Validação de modelos banda larga de transformador de distribuição monofásico com secundário em tape central”**, Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos – VI SBSE, Natal, Brasil, 2016.

TRIVERIO, P.; TALOCIA, S. G.; NAKHLA, M. S.; CANAVERO, F. G., ACHAR, R., **“Stability, causality, and passivity in electrical interconnect models”**, IEEE Transactions on Advanced Packaging, v. 30, n. 4, p. 795-808, November 2007.

# Apêndice A

## A.1 Circuito RLCG Equivalente do Modelo do Transformador

### Considerando o Terminal 3 em Curto-circuito

```
$VINTAGE,1
C <BUS1><BUS2><BUS3><BUS4>< OHM << milliH <> microF >
C
$VINTAGE,1
C <BUS1><BUS2><BUS3><BUS4>< OHM << milliH <> microF >
C
C (1,1)
X___1 -9.87444516e+002
X___1 3.00000000e-010
X___1 -2.93402680e+001-2.31451163e+003
X___1 2.97933053e+001 3.16703374e+002
X___1 -2.36612815e+000-9.60705393e+000
X___1 -5.34319375e+002-1.99427830e+002
X___1 -1.75662241e+003-8.51697541e+001
X___1 6.87460946e+003 4.65306506e+001
X___1 -4.67997375e+002-1.31799749e-001
X___1 1.48540042e+003 1.45984572e-001
X___1X 9__1 -1.17896251e+001 9.02583112e+001
X 9__1 2.07614487e+001
X 9__1 8.07873031e+001
X___1X B__1 -4.87713965e+003-5.02069739e+003
X B__1 6.83695107e+003
X B__1 -2.12953231e-001
X___1X D__1 -7.13640858e+003-1.66016963e+004
X D__1 1.98308944e+004
X D__1 -1.32830861e-001
X___1X F__1 -9.79334718e+000-4.11766902e+001
X F__1 -8.53074433e+000
X F__1 -1.06817482e+002
X___1X11__1 4.85586389e+003-3.53717417e+003
X11__1 -8.58755764e+003
X11__1 -5.78361690e-002
X___1X13__1 2.77451098e+006 4.07700155e+005
X13__1 -3.15727011e+006
X13__1 4.71070401e-005
X___1X15__1 2.56815683e+004 1.72787992e+004
X15__1 -3.26203562e+005
X15__1 2.27729076e-003
X___1X17__1 2.08430716e+006-6.37507266e+004
X17__1 -2.16084091e+006
X17__1 -1.39576404e-005
X___1X19__1 -2.72730919e+003-4.77921859e+001
X19__1 -2.59948336e+003
X19__1 -1.73071549e-002
X___1X1B__1 2.89142812e+003 4.47553718e+002
X1B__1 3.84437963e+005
X1B__1 3.91659485e-004
X___1X1D__1 -1.93506547e+003-1.22512515e+001
X1D__1 -2.94441809e+007
X1D__1 -4.75310929e-004
X___1X1F__1 -1.32739451e+004 1.95867754e+001
X1F__1 2.40177440e+004
X1F__1 3.96791290e-005
X___1X21__1 3.29010336e+003 1.95770871e+001
```

APÊNDICE A

|            |                  |                  |
|------------|------------------|------------------|
| X21__1     | 5.84282400e+004  |                  |
| X21__1     |                  | 2.86997493e-005  |
| X__1X23__1 | -1.60668204e+002 | -9.50068873e-002 |
| X23__1     | -5.22164746e+002 |                  |
| X23__1     |                  | -4.75647182e-004 |
| X__1X25__1 | 7.59119283e+002  | 5.96856180e-001  |
| X25__1     | -2.83240958e+004 |                  |
| X25__1     |                  | 4.18098939e-005  |
| X__1X27__1 | 3.81457450e+002  | 8.95669939e-002  |
| X27__1     | -8.09231703e+003 |                  |
| X27__1     |                  | 4.59291616e-005  |
| X__1X29__1 | -4.75625940e+002 | 2.52723474e-002  |
| X29__1     | 1.02375788e+003  |                  |
| X29__1     |                  | 4.35609078e-005  |
| X__1X2B__1 | -1.46544966e+001 | 2.66366753e-002  |
| X2B__1     | 1.47945602e+003  |                  |
| X2B__1     |                  | 6.33451501e-005  |
| X__1X2D__1 | 1.18188174e+002  | 8.02439521e-003  |
| X2D__1     | 2.08935591e+004  |                  |
| X2D__1     |                  | 8.79247587e-005  |
| X__1X2F__1 | -4.34703872e+003 | 4.62370483e-002  |
| X2F__1     | 5.61400300e+003  |                  |
| X2F__1     |                  | 1.74604239e-006  |
| X__1X31__1 | -4.52965081e+003 | 5.58959377e-002  |
| X31__1     | 6.68143651e+003  |                  |
| X31__1     |                  | 1.56470001e-006  |
| C (1,2)    |                  |                  |
| X__1X__2   | 9.18296116e+002  |                  |
| X__1X__2   |                  | -1.00000000e-010 |
| X__1X__2   | 2.87242498e+001  | 2.26591694e+003  |
| X__1X__2   | -4.59505378e+001 | -4.88455048e+002 |
| X__1X__2   | 2.54186205e+000  | 1.03205762e+001  |
| X__1X__2   | 5.27137264e+002  | 1.96747200e+002  |
| X__1X__2   | 1.74208073e+003  | 8.44647013e+001  |
| X__1X__2   | -7.91993347e+003 | -5.36059044e+001 |
| X__1X__2   | -2.10600560e+004 | -5.93103775e+000 |
| X__1X__2   | 6.79632051e+002  | 6.67939720e-002  |
| X__1X_9_12 | 2.68651131e+002  | -2.86952544e+002 |
| X_9_12X__2 | -2.80782603e+002 |                  |
| X_9_12X__2 |                  | -2.54062458e+000 |
| X__1X_B_12 | 3.74490161e+003  | 4.63610230e+003  |
| X_B_12X__2 | -6.12059098e+003 |                  |
| X_B_12X__2 |                  | 3.12276824e-001  |
| X__1X_D_12 | 7.36199711e+003  | 1.65369845e+004  |
| X_D_12X__2 | -1.95163931e+004 |                  |
| X_D_12X__2 |                  | 1.29734698e-001  |
| X__1X_F_12 | 9.68623191e+000  | 3.79519255e+001  |
| X_F_12X__2 | 7.47468691e+000  |                  |
| X_F_12X__2 |                  | 1.23871661e+002  |
| X__1X11_12 | -4.27710159e+003 | 3.39707585e+003  |
| X11_12X__2 | 8.07560347e+003  |                  |
| X11_12X__2 |                  | 6.51856121e-002  |
| X__1X13_12 | -2.92603884e+007 | -1.25765405e+006 |
| X13_12X__2 | 2.96028063e+007  |                  |
| X13_12X__2 |                  | -1.45705284e-006 |
| X__1X15_12 | -2.71521803e+004 | -1.67922664e+004 |
| X15_12X__2 | 2.93375787e+005  |                  |
| X15_12X__2 |                  | -2.30811508e-003 |
| X__1X17_12 | -2.35223431e+006 | 6.65450006e+004  |
| X17_12X__2 | 2.42620316e+006  |                  |
| X17_12X__2 |                  | 1.15099426e-005  |
| X__1X19_12 | 2.70839556e+003  | 4.79418266e+001  |
| X19_12X__2 | 2.50087170e+003  |                  |
| X19_12X__2 |                  | 1.75377746e-002  |
| X__1X1B_12 | -2.98201673e+003 | -4.53439512e+002 |
| X1B_12X__2 | -3.96412240e+005 |                  |
| X1B_12X__2 |                  | -3.86576128e-004 |

APÈNDICE A

|             |                  |                  |                  |
|-------------|------------------|------------------|------------------|
| X___1X1D_12 | 1.98797601e+003  | 1.20887344e+001  |                  |
| X1D_12X___2 | -3.24927409e+005 |                  |                  |
| X1D_12X___2 |                  |                  | 4.78722249e-004  |
| X___1X1F_12 | 1.86766861e+004  | -2.84946593e+001 |                  |
| X1F_12X___2 | -3.46453337e+004 |                  |                  |
| X1F_12X___2 |                  |                  | -2.81034303e-005 |
| X___1X21_12 | -1.10383364e+004 | -1.33418672e+001 |                  |
| X21_12X___2 | 4.09564590e+005  |                  |                  |
| X21_12X___2 |                  |                  | -3.87929354e-005 |
| X___1X23_12 | 3.23765177e+003  | -9.21655527e-001 |                  |
| X23_12X___2 | -6.12713198e+003 |                  |                  |
| X23_12X___2 |                  |                  | -1.76818195e-005 |
| X___1X25_12 | 2.65288321e+003  | -1.32775048e+000 |                  |
| X25_12X___2 | -2.40017749e+004 |                  |                  |
| X25_12X___2 |                  |                  | -1.71776084e-005 |
| X___1X27_12 | -1.66879509e+003 | -2.00893352e-001 |                  |
| X27_12X___2 | 8.57430568e+003  |                  |                  |
| X27_12X___2 |                  |                  | -1.73076410e-005 |
| X___1X29_12 | 4.84128279e+002  | -3.23337526e-002 |                  |
| X29_12X___2 | -1.33065096e+003 |                  |                  |
| X29_12X___2 |                  |                  | -4.04550728e-005 |
| X___1X2B_12 | 1.44707723e+002  | 3.29048705e-002  |                  |
| X2B_12X___2 | 3.22934760e+003  |                  |                  |
| X2B_12X___2 |                  |                  | 5.41120367e-005  |
| X___1X2D_12 | 3.06398397e+002  | 1.63596079e-002  |                  |
| X2D_12X___2 | -7.05362427e+003 |                  |                  |
| X2D_12X___2 |                  |                  | 4.10217127e-005  |
| X___1X2F_12 | 1.86012344e+003  | -2.75976489e-002 |                  |
| X2F_12X___2 | -2.88326348e+003 |                  |                  |
| X2F_12X___2 |                  |                  | -4.59972447e-006 |
| X___1X31_12 | -5.54720593e+002 | -4.11882552e-002 |                  |
| X31_12X___2 | -1.31563624e+005 |                  |                  |
| X31_12X___2 |                  |                  | -6.62119016e-006 |
| C (2,2)     |                  |                  |                  |
| X___2       | 6.81696681e+001  |                  |                  |
| X___2       |                  |                  | 3.00000000e-010  |
| X___2       | 1.71702771e-001  | 1.35448000e+001  |                  |
| X___2       | -2.26160332e-001 | -2.40408843e+000 |                  |
| X___2       | 3.64136145e-002  | 1.47848103e-001  |                  |
| X___2       | 5.40857572e-002  | 2.01868128e-002  |                  |
| X___2       | 2.66548874e+000  | 1.29236095e-001  |                  |
| X___2       | 2.49829963e+000  | 1.69096889e-002  |                  |
| X___2       | 2.10374270e+001  | 5.92466487e-003  |                  |
| X___2       | -2.78601100e+001 | -2.73808071e-003 |                  |
| X___2X 9__2 | -5.64089629e-002 | -2.71271641e-001 |                  |
| X 9__2      | -5.98940287e-003 |                  |                  |
| X 9__2      |                  |                  | -6.48026158e+005 |
| X___2X B__2 | 2.41478025e+001  | -1.94050836e+001 |                  |
| X B__2      | -2.75504602e+001 |                  |                  |
| X B__2      |                  |                  | -2.37394335e+001 |
| X___2X D__2 | 1.23239581e+003  | -8.17069918e+002 |                  |
| X D__2      | -1.38457727e+003 |                  |                  |
| X D__2      |                  |                  | -4.63408484e-001 |
| X___2X F__2 | 5.42682069e-002  | 6.17362144e-001  |                  |
| X F__2      | 1.87441433e-001  |                  |                  |
| X F__2      |                  |                  | 4.27707263e+003  |
| X___2X11__2 | -1.34758593e+001 | 1.00332002e+001  |                  |
| X11__2      | 2.42191955e+001  |                  |                  |
| X11__2      |                  |                  | 2.08141946e+001  |
| X___2X13__2 | 7.72084237e+002  | -3.00547128e+002 |                  |
| X13__2      | -1.48782640e+003 |                  |                  |
| X13__2      |                  |                  | -2.53573946e-001 |
| X___2X15__2 | -2.55887361e+002 | -7.16314776e+001 |                  |
| X15__2      | 7.44536565e+002  |                  |                  |
| X15__2      |                  |                  | -3.91337740e-001 |
| X___2X17__2 | -1.99448385e+002 | 3.87909899e+001  |                  |
| X17__2      | 4.75015322e+002  |                  |                  |

APÊNDICE A

|             |                  |                  |                  |
|-------------|------------------|------------------|------------------|
| X17__2      |                  |                  | 3.75712429e-001  |
| X__2X19__2  | 4.08680932e+000  | 7.61452948e-002  |                  |
| X19__2      | 3.27566700e+000  |                  |                  |
| X19__2      |                  |                  | 1.19147498e+001  |
| X__2X1B__2  | 4.46288881e+001  | 5.20972975e+000  |                  |
| X1B__2      | 6.55752455e+003  |                  |                  |
| X1B__2      |                  |                  | 3.36225096e-002  |
| X__2X1D__2  | 1.85037866e+001  | 3.03589413e-001  |                  |
| X1D__2      | 5.18617972e+002  |                  |                  |
| X1D__2      |                  |                  | 1.98640718e-002  |
| X__2X1F__2  | -2.38824822e+003 | 1.36555759e+000  |                  |
| X1F__2      | 2.75889954e+003  |                  |                  |
| X1F__2      |                  |                  | 1.70930303e-004  |
| X__2X21__2  | -9.25272604e+003 | -1.04832044e+000 |                  |
| X21__2      | 9.49719604e+003  |                  |                  |
| X21__2      |                  |                  | -1.30608317e-005 |
| X__2X23__2  | 3.47564723e+002  | 4.18247158e-002  |                  |
| X23__2      | -8.14401251e+002 |                  |                  |
| X23__2      |                  |                  | 4.73616141e-004  |
| X__2X25__2  | -9.59885546e+002 | 5.95215902e-001  |                  |
| X25__2      | 1.23381549e+004  |                  |                  |
| X25__2      |                  |                  | 3.97281786e-005  |
| X__2X27__2  | 2.73650013e+002  | 3.97831012e-002  |                  |
| X27__2      | -2.00898373e+003 |                  |                  |
| X27__2      |                  |                  | 9.37377579e-005  |
| X__2X29__2  | 2.85218332e+001  | 3.08382468e-003  |                  |
| X29__2      | -2.94198016e+002 |                  |                  |
| X29__2      |                  |                  | 6.02112793e-004  |
| X__2X2B__2  | -1.66234636e+002 | -6.11904968e-003 |                  |
| X2B__2      | 3.76871529e+002  |                  |                  |
| X2B__2      |                  |                  | -1.55658842e-004 |
| X__2X2D__2  | 2.25403679e+002  | -7.18020221e-003 |                  |
| X2D__2      | -4.44718747e+002 |                  |                  |
| X2D__2      |                  |                  | -4.81859151e-005 |
| X__2X2F__2  | 5.06092119e-001  | 5.63303432e-004  |                  |
| X2F__2      | 2.21209041e+002  |                  |                  |
| X2F__2      |                  |                  | 6.36507053e-004  |
| X__2X31__2  | -8.31900919e+000 | -1.56193582e-003 |                  |
| X31__2      | -6.10800348e+002 |                  |                  |
| X31__2      |                  |                  | -1.76235780e-004 |
| \$VINTAGE,0 |                  |                  |                  |

## A.2 Circuito RLCG Equivalente do Modelo do Transformador

### Considerando o Terminal 3 Aberto

```

$VINTAGE,1
C <BUS1><BUS2><BUS3><BUS4><  OHM      ><  milliH  ><  microF  >
C
$VINTAGE,1
C <BUS1><BUS2><BUS3><BUS4><  OHM      ><  milliH  ><  microF  >
C
C (1,1)
X___1          -6.17252353e+002
X___1          3.00000000e-010
X___1          5.87123861e+000 4.18893992e+002
X___1          -4.54971154e+000 -5.50149361e+001
X___1          -3.47528407e+000 -7.27996397e+000
X___1          -8.12195175e+002 -1.06568511e+001
X___1          4.30384384e+004 2.67568408e+002
X___1          -4.55287776e+002 -1.49504223e-001
X___1X 7__1    -1.19298340e+001 -3.58521828e+001
X 7__1         3.50371894e+002
X 7__1         -7.15125009e+002
X___1X 9__1    -3.35699651e+003 -4.09129104e+003
X 9__1         3.81774228e+003
X 9__1         -3.35038591e-001
X___1X B__1    1.27455768e+005 3.99870981e+004
X B__1         -1.30815777e+005
X B__1         2.41499037e-003
X___1X D__1    -1.62576323e+001 -3.94735844e+001
X D__1         -5.44084484e+001
X D__1         -8.09228792e+001
X___1X F__1    -3.14975284e+003 5.33031211e+003
X F__1         7.39664627e+003
X F__1         2.27782509e-001
X___1X11__1    -4.02284468e+003 -2.07205059e+003
X11__1         4.94788533e+003
X11__1         -1.13599733e-001
X___1X13__1    3.23653230e+003 -2.94774654e+003
X13__1         -8.91624938e+003
X13__1         -9.30057549e-002
X___1X15__1    2.49478514e+002 1.21356000e+003
X15__1         -1.24318080e+005
X15__1         2.42315193e-001
X___1X17__1    6.67380803e+001 -9.95047186e+001
X17__1         -2.76499345e+002
X17__1         -1.01911116e+000
X___1X19__1    -1.77991074e+003 1.54371746e+003
X19__1         9.51743692e+003
X19__1         6.55611709e-002
X___1X1B__1    -6.16058604e+005 -2.74881221e+004
X1B__1         6.30661003e+005
X1B__1         -7.08486905e-005
X___1X1D__1    -2.74575812e+009 -1.46953738e+006
X1D__1         2.74577983e+009
X1D__1         -1.94959620e-010
X___1X1F__1    -3.82987075e+005 1.16277181e+004
X1F__1         3.94985256e+005
X1F__1         7.47357046e-005
X___1X21__1    -8.42939511e+004 -5.95685285e+003
X21__1         1.54117093e+005
X21__1         -4.93369503e-004
X___1X23__1    -1.39871307e+004 -2.81267380e+003
X23__1         1.18694084e+005
X23__1         -1.71783214e-003

```

APÊNDICE A

|             |                  |                  |                  |
|-------------|------------------|------------------|------------------|
| X___1X25__1 | 5.05866359e+003  | 1.35596743e+002  |                  |
| X25__1      | -1.66137911e+004 |                  |                  |
| X25__1      |                  |                  | 4.21481629e-003  |
| X___1X27__1 | -3.26017913e+005 | -4.51398199e+003 |                  |
| X27__1      | 4.73599897e+005  |                  |                  |
| X27__1      |                  |                  | -2.98286503e-005 |
| X___1X29__1 | -7.52931667e+011 | 1.16376691e+007  |                  |
| X29__1      | 7.52932557e+011  |                  |                  |
| X29__1      |                  |                  | 2.05234879e-014  |
| X___1X2B__1 | 8.07849720e+004  | 1.60483568e+003  |                  |
| X2B__1      | -3.20288207e+005 |                  |                  |
| X2B__1      |                  |                  | 7.07266250e-005  |
| X___1X2D__1 | 1.79960730e+006  | -1.35872693e+004 |                  |
| X2D__1      | -2.77740835e+006 |                  |                  |
| X2D__1      |                  |                  | -2.63715093e-006 |
| X___1X2F__1 | -5.92068407e+006 | -5.55229275e+003 |                  |
| X2F__1      | 6.04176624e+006  |                  |                  |
| X2F__1      |                  |                  | -1.57416828e-007 |
| X___1X31__1 | 1.57819511e+005  | -9.77028253e+002 |                  |
| X31__1      | -6.43631180e+005 |                  |                  |
| X31__1      |                  |                  | -8.98180151e-006 |
| X___1X33__1 | -5.25802571e+002 | -4.48354124e+000 |                  |
| X33__1      | -9.70040116e+003 |                  |                  |
| X33__1      |                  |                  | -1.30288824e-003 |
| X___1X35__1 | -1.04783560e+004 | -9.46905335e+000 |                  |
| X35__1      | 2.05547184e+004  |                  |                  |
| X35__1      |                  |                  | -6.77070258e-005 |
| X___1X37__1 | 3.93003295e+002  | 8.38482166e-001  |                  |
| X37__1      | 6.73815654e+002  |                  |                  |
| X37__1      |                  |                  | 9.45778325e-004  |
| X___1X39__1 | -6.32497549e+005 | -5.83752590e+001 |                  |
| X39__1      | 6.70126473e+005  |                  |                  |
| X39__1      |                  |                  | -1.42302139e-007 |
| X___1X3B__1 | 1.70830284e+005  | 3.75014089e+001  |                  |
| X3B__1      | -2.60590527e+005 |                  |                  |
| X3B__1      |                  |                  | 9.57929429e-007  |
| X___1X3D__1 | 1.19266834e+005  | 2.92451897e+000  |                  |
| X3D__1      | -1.22028397e+005 |                  |                  |
| X3D__1      |                  |                  | 2.06564005e-007  |
| X___1X3F__1 | -6.18521690e+001 | 5.24894873e-002  |                  |
| X3F__1      | 2.87746996e+003  |                  |                  |
| X3F__1      |                  |                  | 1.62987933e-004  |
| X___1X41__1 | -1.15924479e+004 | 3.92723690e-001  |                  |
| X41__1      | 1.45174002e+004  |                  |                  |
| X41__1      |                  |                  | 2.18882829e-006  |
| X___1X43__1 | -2.48239234e+006 | -5.90070089e+000 |                  |
| X43__1      | 2.48865226e+006  |                  |                  |
| X43__1      |                  |                  | -9.57098237e-010 |
| X___1X45__1 | -4.28754548e+003 | 6.13556524e-002  |                  |
| X45__1      | 4.76719721e+003  |                  |                  |
| X45__1      |                  |                  | 2.90303961e-006  |
| X___1X47__1 | -5.23396073e+002 | -4.95733981e-002 |                  |
| X47__1      | 6.19278791e+003  |                  |                  |
| X47__1      |                  |                  | -2.17667869e-005 |
| X___1X49__1 | 3.92376452e+001  | 4.71648325e-003  |                  |
| X49__1      | 1.00324096e+003  |                  |                  |
| X49__1      |                  |                  | 2.58082655e-004  |
| X___1X4B__1 | 6.72853796e+002  | 1.37204910e-002  |                  |
| X4B__1      | -1.27910742e+003 |                  |                  |
| X4B__1      |                  |                  | 2.21406666e-005  |
| X___1X4D__1 | -1.91878591e+002 | 3.05899464e-002  |                  |
| X4D__1      | 5.88712951e+003  |                  |                  |
| X4D__1      |                  |                  | 1.18905942e-005  |
| X___1X4F__1 | -8.88268812e+003 | -7.02592194e-002 |                  |
| X4F__1      | 1.12733823e+004  |                  |                  |
| X4F__1      |                  |                  | -8.29331067e-007 |

C (1,2)

APÈNDICE A

|            |                  |                  |
|------------|------------------|------------------|
| X__1X__2   | 5.14369616e+002  |                  |
| X__1X__2   |                  | -1.00000000e-010 |
| X__1X__2   | -5.85475990e+000 | -4.17718290e+002 |
| X__1X__2   | 4.34267613e+000  | 5.25114720e+001  |
| X__1X__2   | 3.43701250e+000  | 7.19979335e+000  |
| X__1X__2   | 8.03543394e+002  | 1.05433306e+001  |
| X__1X__2   | -2.63532129e+005 | -1.63836967e+003 |
| X__1X__2   | -2.46170541e+003 | -8.08357643e-001 |
| X__1X_7_12 | 1.18683100e+001  | 3.53833616e+001  |
| X_7_12X__2 | -2.11996103e+002 |                  |
| X_7_12X__2 |                  | 7.08146213e+002  |
| X__1X_9_12 | 3.34923585e+003  | 4.04308794e+003  |
| X_9_12X__2 | -3.80001938e+003 |                  |
| X_9_12X__2 |                  | 3.33249494e-001  |
| X__1X_B_12 | -1.42209030e+005 | -4.18280896e+004 |
| X_B_12X__2 | 1.45502700e+005  |                  |
| X_B_12X__2 |                  | -2.03467915e-003 |
| X__1X_D_12 | 1.59683975e+001  | 3.87139648e+001  |
| X_D_12X__2 | 5.35245025e+001  |                  |
| X_D_12X__2 |                  | 8.24808963e+001  |
| X__1X_F_12 | 3.09750053e+003  | -5.24710982e+003 |
| X_F_12X__2 | -7.28225101e+003 |                  |
| X_F_12X__2 |                  | -2.31590249e-001 |
| X__1X11_12 | 3.98382928e+003  | 2.04329348e+003  |
| X11_12X__2 | -4.89183144e+003 |                  |
| X11_12X__2 |                  | 1.14372370e-001  |
| X__1X13_12 | -3.22438768e+003 | 2.91291568e+003  |
| X13_12X__2 | 8.79559933e+003  |                  |
| X13_12X__2 |                  | 9.35861910e-002  |
| X__1X15_12 | -2.75735386e+002 | -1.21966830e+003 |
| X15_12X__2 | 7.73659906e+004  |                  |
| X15_12X__2 |                  | -2.40725427e-001 |
| X__1X17_12 | -6.15628096e+001 | 9.73925210e+001  |
| X17_12X__2 | 2.69128668e+002  |                  |
| X17_12X__2 |                  | 1.05853299e+000  |
| X__1X19_12 | 1.75003395e+003  | -1.52372337e+003 |
| X19_12X__2 | -9.40874503e+003 |                  |
| X19_12X__2 |                  | -6.65043803e-002 |
| X__1X1B_12 | 6.06985498e+005  | 2.70853667e+004  |
| X1B_12X__2 | -6.21375050e+005 |                  |
| X1B_12X__2 |                  | 7.19129992e-005  |
| X__1X1D_12 | 2.11256169e+008  | 4.04652021e+005  |
| X1D_12X__2 | -2.11277572e+008 |                  |
| X1D_12X__2 |                  | 9.07294630e-009  |
| X__1X1F_12 | 3.79663276e+005  | -1.14666842e+004 |
| X1F_12X__2 | -3.91435280e+005 |                  |
| X1F_12X__2 |                  | -7.50309931e-005 |
| X__1X21_12 | 8.15087743e+004  | 5.81668601e+003  |
| X21_12X__2 | -1.50411055e+005 |                  |
| X21_12X__2 |                  | 5.10879897e-004  |
| X__1X23_12 | 1.37663449e+004  | 2.76893762e+003  |
| X23_12X__2 | -1.16870120e+005 |                  |
| X23_12X__2 |                  | 1.74506476e-003  |
| X__1X25_12 | -5.05497890e+003 | -1.34690188e+002 |
| X25_12X__2 | 1.63557990e+004  |                  |
| X25_12X__2 |                  | -4.21525787e-003 |
| X__1X27_12 | 3.21509629e+005  | 4.45609999e+003  |
| X27_12X__2 | -4.67350759e+005 |                  |
| X27_12X__2 |                  | 3.02589476e-005  |
| X__1X29_12 | 5.66642335e+007  | -9.48047817e+004 |
| X29_12X__2 | -5.74292523e+007 |                  |
| X29_12X__2 |                  | -2.84025732e-008 |
| X__1X2B_12 | -8.30563315e+004 | -1.60623909e+003 |
| X2B_12X__2 | 3.15553049e+005  |                  |
| X2B_12X__2 |                  | -6.96269426e-005 |
| X__1X2D_12 | -1.69235730e+006 | 1.31115936e+004  |
| X2D_12X__2 | 2.65984066e+006  |                  |

APÊNDICE A

|            |                  |                  |                  |
|------------|------------------|------------------|------------------|
| X2D_12X__2 |                  |                  | 2.82350659e-006  |
| X__1X2F_12 | 4.64965023e+006  | 4.91023342e+003  |                  |
| X2F_12X__2 | -4.77045070e+006 |                  |                  |
| X2F_12X__2 |                  |                  | 2.24912876e-007  |
| X__1X31_12 | -1.63662814e+005 | 1.01139747e+003  |                  |
| X31_12X__2 | 6.65727105e+005  |                  |                  |
| X31_12X__2 |                  |                  | 8.66923830e-006  |
| X__1X33_12 | 5.38904616e+002  | 4.52165545e+000  |                  |
| X33_12X__2 | 1.00292199e+004  |                  |                  |
| X33_12X__2 |                  |                  | 1.29132895e-003  |
| X__1X35_12 | 1.58146582e+004  | 1.26092070e+001  |                  |
| X35_12X__2 | -2.69456968e+004 |                  |                  |
| X35_12X__2 |                  |                  | 4.28456314e-005  |
| X__1X37_12 | -3.31477221e+004 | -1.21737051e+001 |                  |
| X37_12X__2 | 6.86279794e+004  |                  |                  |
| X37_12X__2 |                  |                  | -2.12714127e-005 |
| X__1X39_12 | -1.36956161e+004 | -2.02391714e+001 |                  |
| X39_12X__2 | 4.30556577e+005  |                  |                  |
| X39_12X__2 |                  |                  | -7.07690697e-006 |
| X__1X3B_12 | -1.78935305e+005 | -1.48903225e+001 |                  |
| X3B_12X__2 | 1.91385542e+005  |                  |                  |
| X3B_12X__2 |                  |                  | -4.55638140e-007 |
| X__1X3D_12 | 4.50531386e+003  | 1.24399755e+000  |                  |
| X3D_12X__2 | -2.30571964e+004 |                  |                  |
| X3D_12X__2 |                  |                  | 1.72654147e-005  |
| X__1X3F_12 | 6.69082476e+001  | -5.71837431e-002 |                  |
| X3F_12X__2 | -3.14634253e+003 |                  |                  |
| X3F_12X__2 |                  |                  | -1.49643288e-004 |
| X__1X41_12 | 1.20782881e+004  | 4.93526316e-001  |                  |
| X41_12X__2 | -1.72145549e+004 |                  |                  |
| X41_12X__2 |                  |                  | 2.57935021e-006  |
| X__1X43_12 | 2.94329638e+004  | 2.64351804e+000  |                  |
| X43_12X__2 | -1.44020919e+005 |                  |                  |
| X43_12X__2 |                  |                  | 6.75751665e-007  |
| X__1X45_12 | 6.42776401e+007  | 1.59922250e+001  |                  |
| X45_12X__2 | -6.42798890e+007 |                  |                  |
| X45_12X__2 |                  |                  | 3.87285125e-012  |
| X__1X47_12 | -5.42100671e+003 | 4.12580515e-001  |                  |
| X47_12X__2 | 2.69238477e+004  |                  |                  |
| X47_12X__2 |                  |                  | 2.28161705e-006  |
| X__1X49_12 | 1.31788532e+002  | -1.86194107e-002 |                  |
| X49_12X__2 | -9.57077394e+002 |                  |                  |
| X49_12X__2 |                  |                  | -5.42510579e-005 |
| X__1X4B_12 | -6.56973070e+002 | 2.64130928e-002  |                  |
| X4B_12X__2 | 1.72452381e+003  |                  |                  |
| X4B_12X__2 |                  |                  | 1.50214926e-005  |
| X__1X4D_12 | 2.43378603e+002  | -1.95740269e-002 |                  |
| X4D_12X__2 | -2.78954535e+003 |                  |                  |
| X4D_12X__2 |                  |                  | -1.75325965e-005 |
| X__1X4F_12 | -1.00281327e+007 | 3.87582530e+000  |                  |
| X4F_12X__2 | 1.00335438e+007  |                  |                  |
| X4F_12X__2 |                  |                  | 3.82326328e-011  |
| C (2,2)    |                  |                  |                  |
| X__2       | 1.02491466e+002  |                  |                  |
| X__2       |                  |                  | 3.00000000e-010  |
| X__2       | -8.00293354e-002 | -5.70983570e+000 |                  |
| X__2       | 6.02315406e-002  | 7.28317461e-001  |                  |
| X__2       | 5.27612917e-002  | 1.10523426e-001  |                  |
| X__2       | 1.20795247e+001  | 1.58496012e-001  |                  |
| X__2       | -3.76787558e+003 | -2.34247456e+001 |                  |
| X__2       | 3.34689334e+002  | 1.09902948e-001  |                  |
| X__2X 7__2 | 2.01663706e-001  | 5.23821857e-001  |                  |
| X 7__2     | -5.52662463e-001 |                  |                  |
| X 7__2     |                  |                  | 3.21813674e+004  |
| X__2X 9__2 | 3.77002869e+001  | 6.22053133e+001  |                  |
| X 9__2     | -4.73536783e+001 |                  |                  |
| X 9__2     |                  |                  | 3.72219546e+001  |

APÈNDICE A

|            |                  |                  |                  |
|------------|------------------|------------------|------------------|
| X__2X B__2 | -2.38274614e+003 | -6.43971233e+002 |                  |
| X B__2     | 2.42931508e+003  |                  |                  |
| X B__2     |                  |                  | -1.11918265e-001 |
| X__2X D__2 | 2.53891587e-001  | 6.10880092e-001  |                  |
| X D__2     | 8.58097650e-001  |                  |                  |
| X D__2     |                  |                  | 5.21724372e+003  |
| X__2X F__2 | 5.22312593e+001  | -8.53330177e+001 |                  |
| X F__2     | -1.17877911e+002 |                  |                  |
| X F__2     |                  |                  | -1.38006501e+001 |
| X__2X11__2 | 5.32687204e+001  | 2.99401706e+001  |                  |
| X11__2     | -6.79769565e+001 |                  |                  |
| X11__2     |                  |                  | 9.09873638e+000  |
| X__2X13__2 | -5.30820255e+001 | 4.51143100e+001  |                  |
| X13__2     | 1.34686354e+002  |                  |                  |
| X13__2     |                  |                  | 5.78003866e+000  |
| X__2X15__2 | -4.14458359e+000 | -1.84616227e+001 |                  |
| X15__2     | 1.20633274e+003  |                  |                  |
| X15__2     |                  |                  | -1.59055894e+001 |
| X__2X17__2 | -4.12496992e+000 | 1.63025107e+000  |                  |
| X17__2     | 6.38000181e+000  |                  |                  |
| X17__2     |                  |                  | 2.89808714e+001  |
| X__2X19__2 | 8.17845801e+000  | -1.95181361e+001 |                  |
| X19__2     | -1.88672699e+002 |                  |                  |
| X19__2     |                  |                  | -6.10166468e+000 |
| X__2X1B__2 | 8.75493353e+003  | 4.02481364e+002  |                  |
| X1B__2     | -8.97523285e+003 |                  |                  |
| X1B__2     |                  |                  | 5.12944416e-003  |
| X__2X1D__2 | 1.25134018e+007  | -1.24434895e+004 |                  |
| X1D__2     | -1.25137431e+007 |                  |                  |
| X1D__2     |                  |                  | -7.94344036e-008 |
| X__2X1F__2 | 5.15541858e+003  | -1.78777218e+002 |                  |
| X1F__2     | -5.36529495e+003 |                  |                  |
| X1F__2     |                  |                  | -6.25959004e-003 |
| X__2X21__2 | 1.98151983e+003  | 1.12516661e+002  |                  |
| X21__2     | -3.02566824e+003 |                  |                  |
| X21__2     |                  |                  | 1.98959502e-002  |
| X__2X23__2 | 2.10680286e+002  | 4.22740960e+001  |                  |
| X23__2     | -1.78096018e+003 |                  |                  |
| X23__2     |                  |                  | 1.14235786e-001  |
| X__2X25__2 | -7.19500487e+001 | -2.06864577e+000 |                  |
| X25__2     | 2.86105088e+002  |                  |                  |
| X25__2     |                  |                  | -2.97329841e-001 |
| X__2X27__2 | 4.72354863e+003  | 6.60901567e+001  |                  |
| X27__2     | -6.90755140e+003 |                  |                  |
| X27__2     |                  |                  | 2.06711175e-003  |
| X__2X29__2 | 6.43088698e+005  | -1.58856963e+003 |                  |
| X29__2     | -6.61791382e+005 |                  |                  |
| X29__2     |                  |                  | -3.59604881e-006 |
| X__2X2B__2 | -1.25264023e+003 | -2.42470329e+001 |                  |
| X2B__2     | 4.76592856e+003  |                  |                  |
| X2B__2     |                  |                  | -4.61477715e-003 |
| X__2X2D__2 | -2.37455550e+004 | 1.92197765e+002  |                  |
| X2D__2     | 3.85415443e+004  |                  |                  |
| X2D__2     |                  |                  | 2.03293254e-004  |
| X__2X2F__2 | 8.57053940e+004  | 8.10608769e+001  |                  |
| X2F__2     | -8.74884892e+004 |                  |                  |
| X2F__2     |                  |                  | 1.09652758e-005  |
| X__2X31__2 | -3.15754197e+003 | 1.27666524e+001  |                  |
| X31__2     | 7.40089291e+003  |                  |                  |
| X31__2     |                  |                  | 5.22140650e-004  |
| X__2X33__2 | 3.89543361e+000  | 1.15686939e-001  |                  |
| X33__2     | 1.24404652e+002  |                  |                  |
| X33__2     |                  |                  | 4.93980247e-002  |
| X__2X35__2 | 7.28293939e+002  | 8.25882378e-001  |                  |
| X35__2     | -2.00715782e+003 |                  |                  |
| X35__2     |                  |                  | 1.00895699e-003  |
| X__2X37__2 | -3.33378424e+001 | 1.55263628e-001  |                  |

APÊNDICE A

|              |                  |                  |                  |
|--------------|------------------|------------------|------------------|
| X37__2       | 1.70948870e+002  |                  |                  |
| X37__2       |                  |                  | 2.59687375e-003  |
| X__2X39__2   | 5.01471558e+006  | 8.16551260e+001  |                  |
| X39__2       | -5.02375451e+006 |                  |                  |
| X39__2       |                  |                  | 3.25971939e-009  |
| X__2X3B__2   | -5.83128267e+004 | -2.01435452e+001 |                  |
| X3B__2       | 1.40658111e+005  |                  |                  |
| X3B__2       |                  |                  | -3.03105452e-006 |
| X__2X3D__2   | 6.06356497e+003  | -9.37188212e-001 |                  |
| X3D__2       | -1.06955232e+004 |                  |                  |
| X3D__2       |                  |                  | -1.23353319e-005 |
| X__2X3F__2   | 1.06033493e+000  | 3.13979895e-003  |                  |
| X3F__2       | 5.81783004e+002  |                  |                  |
| X3F__2       |                  |                  | 2.78967653e-003  |
| X__2X41__2   | 1.67916462e+003  | -2.39766110e-001 |                  |
| X41__2       | -7.95441162e+003 |                  |                  |
| X41__2       |                  |                  | -1.40379542e-005 |
| X__2X43__2   | -3.20970007e+004 | 1.33939510e+000  |                  |
| X43__2       | 5.61297749e+004  |                  |                  |
| X43__2       |                  |                  | 7.17724731e-007  |
| X__2X45__2   | -4.95537115e+002 | 3.25345397e-002  |                  |
| X45__2       | 1.53923772e+003  |                  |                  |
| X45__2       |                  |                  | 3.68952296e-005  |
| X__2X47__2   | -2.77853088e+002 | 1.75797957e-002  |                  |
| X47__2       | 1.06514071e+003  |                  |                  |
| X47__2       |                  |                  | 4.95570406e-005  |
| X__2X49__2   | 3.73472883e+001  | 3.93117162e-003  |                  |
| X49__2       | 1.21429914e+003  |                  |                  |
| X49__2       |                  |                  | 3.07149060e-004  |
| X__2X4B__2   | 2.34203011e+002  | 3.46322758e-003  |                  |
| X4B__2       | -3.34459354e+002 |                  |                  |
| X4B__2       |                  |                  | 5.54754070e-005  |
| X__2X4D__2   | 1.43109120e+001  | 6.68724720e-004  |                  |
| X4D__2       | -1.47165070e+002 |                  |                  |
| X4D__2       |                  |                  | 5.07570104e-004  |
| X__2X4F__2   | -3.03843521e+001 | -1.02288258e-003 |                  |
| X4F__2       | 3.94062796e+002  |                  |                  |
| X4F__2       |                  |                  | -2.47906438e-004 |
| \$VINTAGE, 0 |                  |                  |                  |

# Apêndice B

## B.1 Circuito RLCG Equivalente do Modelo Completo do

### Transformador de Distribuição Monofásico

```
$VINTAGE,1
C <BUS1><BUS2><BUS3><BUS4>< OHM >< milliH >< microF >
C
$VINTAGE,1
C <BUS1><BUS2><BUS3><BUS4>< OHM >< milliH >< microF >
C
C (1,1)
X___1 1.60297200e+003
X___1 4.00000000e-010
X___1 1.06930042e+004 5.76056897e+005
X___1 1.02676436e+002 1.12466700e+003
X___1 1.68288505e+002 5.38940392e+002
X___1 5.32429112e+003 1.97847162e+003
X___1 -3.41642723e+004 -3.36625217e+003
X___1 4.14033597e+004 7.81532034e+002
X___1 -7.64580391e+004 -4.83576856e+002
X___1 -1.10695543e+003 -4.76909557e-002
X___1X 9__1 -1.67851975e+005 5.36353971e+005
X 9__1 1.99305984e+005
X 9__1 1.48878673e-002
X___1X B__1 -2.43275274e+004 -7.83224784e+005
X B__1 2.54150227e+006
X B__1 -2.50910322e-002
X___1X D__1 8.19480163e+002 2.04039071e+003
X D__1 -2.34891631e+003
X D__1 6.27840811e+000
X___1X F__1 1.52087993e+007 1.08640989e+007
X F__1 -1.61775728e+007
X F__1 4.42548361e-005
X___1X11__1 5.48736532e+004 -3.35588357e+005
X11__1 -5.39826601e+005
X11__1 -9.55447214e-003
X___1X13__1 -4.00291211e+005 -8.68582415e+004
X13__1 4.07823412e+005
X13__1 -5.57562452e-004
X___1X15__1 1.64342858e+005 2.67208393e+005
X15__1 -3.58962102e+005
X15__1 4.83494286e-003
X___1X17__1 -2.20951001e+004 4.06677701e+004
X17__1 5.45676819e+004
X17__1 2.60715041e-002
X___1X19__1 1.75659289e+003 7.21313116e+003
X19__1 1.91954098e+004
X19__1 1.82022113e-001
X___1X1B__1 -6.53146819e+005 -2.19118763e+005
X1B__1 8.57737276e+005
X1B__1 -4.38296707e-004
X___1X1D__1 -1.55432528e+009 -2.05388042e+007
X1D__1 1.55502663e+009
X1D__1 -8.51052124e-009
X___1X1F__1 1.03497956e+006 -6.54457335e+005
X1F__1 -2.57583357e+006
X1F__1 -2.38008097e-004
X___1X21__1 -1.89182224e+009 -5.71822665e+006
```

APÊNDICE B

|            |                  |                  |                  |
|------------|------------------|------------------|------------------|
| X21__1     | 1.89189791e+009  |                  |                  |
| X21__1     |                  |                  | -1.60066157e-009 |
| X__1X23__1 | -1.10342520e+005 | -9.88580882e+004 |                  |
| X23__1     | 1.97028293e+006  |                  |                  |
| X23__1     |                  |                  | -9.44440654e-004 |
| X__1X25__1 | -3.53092407e+007 | -1.88919418e+006 |                  |
| X25__1     | 3.66574605e+007  |                  |                  |
| X25__1     |                  |                  | -1.47565818e-006 |
| X__1X27__1 | -3.44991685e+007 | -2.20411183e+006 |                  |
| X27__1     | 3.77526631e+007  |                  |                  |
| X27__1     |                  |                  | -1.71722619e-006 |
| X__1X29__1 | 6.04545950e+005  | 3.30101915e+005  |                  |
| X29__1     | -9.46185995e+006 |                  |                  |
| X29__1     |                  |                  | 6.23907921e-005  |
| X__1X2B__1 | 1.75767445e+006  | 2.82866410e+005  |                  |
| X2B__1     | -5.96666881e+006 |                  |                  |
| X2B__1     |                  |                  | 3.06720991e-005  |
| X__1X2D__1 | 1.52715876e+006  | 3.45142942e+005  |                  |
| X2D__1     | -1.35300672e+007 |                  |                  |
| X2D__1     |                  |                  | 1.76188615e-005  |
| X__1X2F__1 | 4.39134618e+005  | 1.15295950e+005  |                  |
| X2F__1     | -6.06422564e+006 |                  |                  |
| X2F__1     |                  |                  | 4.36286620e-005  |
| X__1X31__1 | -1.38232100e+008 | -3.93337793e+005 |                  |
| X31__1     | 1.38953326e+008  |                  |                  |
| X31__1     |                  |                  | -2.13731866e-008 |
| X__1X33__1 | 1.35116446e+009  | 8.11413024e+006  |                  |
| X33__1     | -1.38501235e+009 |                  |                  |
| X33__1     |                  |                  | 4.33671643e-009  |
| X__1X35__1 | 2.53957845e+009  | 5.45013160e+006  |                  |
| X35__1     | -2.56847268e+009 |                  |                  |
| X35__1     |                  |                  | 8.40014319e-010  |
| X__1X37__1 | 3.77146442e+006  | -7.25489547e+004 |                  |
| X37__1     | -7.17776048e+006 |                  |                  |
| X37__1     |                  |                  | -2.02184636e-006 |
| X__1X39__1 | -1.18762143e+006 | 4.82232681e+004  |                  |
| X39__1     | 9.35717304e+006  |                  |                  |
| X39__1     |                  |                  | 2.95643967e-006  |
| X__1X3B__1 | 5.05166226e+005  | 2.18609626e+005  |                  |
| X3B__1     | -1.83970653e+009 |                  |                  |
| X3B__1     |                  |                  | 4.83503971e-007  |
| X__1X3D__1 | -7.03869675e+007 | 3.51715040e+005  |                  |
| X3D__1     | 9.21124483e+007  |                  |                  |
| X3D__1     |                  |                  | 4.85796908e-008  |
| X__1X3F__1 | 6.28912975e+006  | 1.07505129e+005  |                  |
| X3F__1     | -5.62477603e+007 |                  |                  |
| X3F__1     |                  |                  | 3.17535937e-007  |
| X__1X41__1 | 1.48777030e+007  | 1.37989149e+004  |                  |
| X41__1     | -1.57940204e+007 |                  |                  |
| X41__1     |                  |                  | 6.35978262e-008  |
| X__1X43__1 | 2.93866072e+007  | -7.80197152e+004 |                  |
| X43__1     | -4.52525768e+007 |                  |                  |
| X43__1     |                  |                  | -5.48016354e-008 |
| X__1X45__1 | 8.32778120e+004  | 2.27257481e+002  |                  |
| X45__1     | -2.80461824e+005 |                  |                  |
| X45__1     |                  |                  | 1.79223703e-005  |
| X__1X47__1 | 2.78860150e+004  | 9.85935288e+001  |                  |
| X47__1     | -3.09108347e+005 |                  |                  |
| X47__1     |                  |                  | 2.51475803e-005  |
| X__1X49__1 | 7.80431760e+005  | -2.22644100e+003 |                  |
| X49__1     | -4.77577383e+006 |                  |                  |
| X49__1     |                  |                  | -5.66555651e-007 |
| X__1X4B__1 | -3.17492251e+004 | 9.06970978e+001  |                  |
| X4B__1     | 1.23453615e+005  |                  |                  |
| X4B__1     |                  |                  | 1.12073353e-005  |
| X__1X4D__1 | 5.48823088e+004  | -2.73350777e+001 |                  |
| X4D__1     | -6.39934720e+004 |                  |                  |

APÊNDICE B

|            |                  |                  |                   |
|------------|------------------|------------------|-------------------|
| X4D__1     |                  |                  | -5.278111111e-006 |
| X__1X4F__1 | -2.99815273e+004 | 2.56464315e+001  |                   |
| X4F__1     | 1.07473301e+005  |                  |                   |
| X4F__1     |                  |                  | 6.37758634e-006   |
| X__1X51__1 | 4.02582810e+002  | -1.05447228e+000 |                   |
| X51__1     | -2.60607403e+003 |                  |                   |
| X51__1     |                  |                  | -1.35251457e-004  |
| X__1X53__1 | -6.65159017e+005 | -1.14252873e+002 |                   |
| X53__1     | 8.08738440e+005  |                  |                   |
| X53__1     |                  |                  | -2.17548275e-007  |
| X__1X55__1 | -5.50624436e+004 | -1.75084753e+001 |                   |
| X55__1     | 1.18190319e+005  |                  |                   |
| X55__1     |                  |                  | -3.06634253e-006  |
| X__1X57__1 | 2.53333447e+003  | 1.08909959e+000  |                   |
| X57__1     | -2.56208368e+004 |                  |                   |
| X57__1     |                  |                  | 2.17316687e-005   |
| X__1X59__1 | 6.81811170e+004  | 1.25535447e+000  |                   |
| X59__1     | -6.91941940e+004 |                  |                   |
| X59__1     |                  |                  | 2.82071497e-007   |
| X__1X5B__1 | 6.90380102e+003  | 8.01602572e-001  |                   |
| X5B__1     | -2.14825151e+004 |                  |                   |
| X5B__1     |                  |                  | 7.03969609e-006   |
| X__1X5D__1 | 1.19741343e+002  | 1.16587366e-001  |                   |
| X5D__1     | 4.53810160e+004  |                  |                   |
| X5D__1     |                  |                  | 3.65673371e-005   |
| X__1X5F__1 | -3.15563116e+003 | 1.24502950e-001  |                   |
| X5F__1     | 5.07639976e+003  |                  |                   |
| X5F__1     |                  |                  | 7.28652016e-006   |
| X__1X61__1 | -1.16722121e+003 | 5.38490742e-002  |                   |
| X61__1     | 2.30413784e+003  |                  |                   |
| X61__1     |                  |                  | 1.80820027e-005   |
| X__1X63__1 | 7.63053157e+002  | 3.81951879e-002  |                   |
| X63__1     | -2.03557028e+003 |                  |                   |
| X63__1     |                  |                  | 2.87456254e-005   |
| X__1X65__1 | -1.97735508e+002 | 1.86004803e-002  |                   |
| X65__1     | 1.58136269e+003  |                  |                   |
| X65__1     |                  |                  | 3.87873305e-005   |
| X__1X67__1 | -5.16519365e+001 | 2.19388561e-002  |                   |
| X67__1     | 5.20077077e+003  |                  |                   |
| X67__1     |                  |                  | 2.81539807e-005   |
| X__1X69__1 | -5.15673822e+003 | 4.64951840e-002  |                   |
| X69__1     | 6.17939933e+003  |                  |                   |
| X69__1     |                  |                  | 1.37494684e-006   |
| X__1X6B__1 | -3.45797093e+002 | 3.32701652e-002  |                   |
| X6B__1     | 7.52994713e+003  |                  |                   |
| X6B__1     |                  |                  | 8.65939826e-006   |
| X__1X6D__1 | 3.06550243e+003  | 2.66516178e-002  |                   |
| X6D__1     | -4.39674721e+003 |                  |                   |
| X6D__1     |                  |                  | 2.60486886e-006   |
| C (1,2)    |                  |                  |                   |
| X__1X__2   | 2.17644379e+003  |                  |                   |
| X__1X__2   |                  |                  | -1.00000000e-010  |
| X__1X__2   | 1.08260320e+001  | 5.83223415e+002  |                   |
| X__1X__2   | -1.45210213e+001 | -1.59056100e+002 |                   |
| X__1X__2   | 2.62519841e+000  | 8.40714259e+000  |                   |
| X__1X__2   | -2.92016804e+002 | -1.08511527e+002 |                   |
| X__1X__2   | 1.26266833e+003  | 1.24412426e+002  |                   |
| X__1X__2   | -1.93872533e+004 | -3.65954832e+002 |                   |
| X__1X__2   | 3.20125562e+003  | 2.02470943e+001  |                   |
| X__1X__2   | 1.45888824e+003  | 6.28532754e-002  |                   |
| X__1X_9_12 | -1.36701067e+003 | -8.09859210e+003 |                   |
| X_9_12X__2 | 2.47290741e+003  |                  |                   |
| X_9_12X__2 |                  |                  | -2.79399433e+000  |
| X__1X_B_12 | 3.50141362e+003  | -2.35774731e+004 |                   |
| X_B_12X__2 | -1.07520103e+004 |                  |                   |
| X_B_12X__2 |                  |                  | -5.67503969e-001  |
| X__1X_D_12 | 1.62920256e+001  | 5.14787521e+002  |                   |

APÊNDICE B

|            |                  |                  |
|------------|------------------|------------------|
| X D_12X__2 | 7.02991730e+001  |                  |
| X D_12X__2 |                  | 4.70754628e+001  |
| X__1X F_12 | 5.90662693e+006  | -2.90103592e+006 |
| X F_12X__2 | -6.08382206e+006 |                  |
| X F_12X__2 |                  | -8.06060677e-005 |
| X__1X11_12 | 2.23303129e+003  | -1.43485022e+004 |
| X11_12X__2 | -2.38469985e+004 |                  |
| X11_12X__2 |                  | -2.25456342e-001 |
| X__1X13_12 | -3.78894896e+004 | 5.38953936e+003  |
| X13_12X__2 | 3.81733473e+004  |                  |
| X13_12X__2 |                  | 3.61779214e-003  |
| X__1X15_12 | 1.09049102e+004  | 1.09344731e+004  |
| X15_12X__2 | -1.56926166e+004 |                  |
| X15_12X__2 |                  | 6.64872766e-002  |
| X__1X17_12 | -1.47465699e+002 | 9.76905301e+002  |
| X17_12X__2 | 1.91302572e+003  |                  |
| X17_12X__2 |                  | 1.68323341e+000  |
| X__1X19_12 | 7.47164856e+001  | 2.39820457e+002  |
| X19_12X__2 | 8.39079319e+002  |                  |
| X19_12X__2 |                  | 5.46235277e+000  |
| X__1X1B_12 | -1.98903293e+003 | 1.12448691e+003  |
| X1B_12X__2 | 3.32551792e+003  |                  |
| X1B_12X__2 |                  | 1.43902082e-001  |
| X__1X1D_12 | 5.88233824e+004  | -5.37314744e+004 |
| X1D_12X__2 | -1.73422157e+005 |                  |
| X1D_12X__2 |                  | -4.76624172e-003 |
| X__1X1F_12 | -1.08950416e+006 | 7.64836049e+004  |
| X1F_12X__2 | 1.11005198e+006  |                  |
| X1F_12X__2 |                  | 6.30207221e-005  |
| X__1X21_12 | 1.08925228e+003  | 6.01003599e+002  |
| X21_12X__2 | -3.29398852e+003 |                  |
| X21_12X__2 |                  | 2.54851191e-001  |
| X__1X23_12 | 4.67759194e+006  | -8.69043227e+004 |
| X23_12X__2 | -4.69374293e+006 |                  |
| X23_12X__2 |                  | -3.91610872e-006 |
| X__1X25_12 | -2.12853713e+004 | 6.23317729e+003  |
| X25_12X__2 | 4.40105555e+004  |                  |
| X25_12X__2 |                  | 6.27921202e-003  |
| X__1X27_12 | -1.52180933e+004 | -8.83795311e+003 |
| X27_12X__2 | 1.49846600e+005  |                  |
| X27_12X__2 |                  | -4.46474929e-003 |
| X__1X29_12 | 1.54467302e+005  | 1.35309769e+004  |
| X29_12X__2 | -2.08997720e+005 |                  |
| X29_12X__2 |                  | 4.24239536e-004  |
| X__1X2B_12 | -4.15530799e+003 | 8.31935283e+003  |
| X2B_12X__2 | 5.45675693e+005  |                  |
| X2B_12X__2 |                  | 1.46713178e-003  |
| X__1X2D_12 | 3.15612451e+005  | 1.66396808e+004  |
| X2D_12X__2 | -4.45163092e+005 |                  |
| X2D_12X__2 |                  | 1.19885242e-004  |
| X__1X2F_12 | 1.42960348e+004  | 3.40608692e+003  |
| X2F_12X__2 | -1.64986455e+005 |                  |
| X2F_12X__2 |                  | 1.45416394e-003  |
| X__1X31_12 | -3.64622682e+004 | 8.03944144e+002  |
| X31_12X__2 | 4.47247787e+004  |                  |
| X31_12X__2 |                  | 3.72194681e-004  |
| X__1X33_12 | 2.05765522e+007  | 1.57785364e+005  |
| X33_12X__2 | -2.14170551e+007 |                  |
| X33_12X__2 |                  | 3.58127501e-007  |
| X__1X35_12 | -1.79937093e+004 | 7.15521112e+003  |
| X35_12X__2 | 3.53904466e+006  |                  |
| X35_12X__2 |                  | 5.65875999e-005  |
| X__1X37_12 | 5.01571993e+003  | 4.49161807e+002  |
| X37_12X__2 | 2.47490804e+005  |                  |
| X37_12X__2 |                  | 7.02096158e-004  |
| X__1X39_12 | -1.85331502e+005 | -2.94378816e+003 |
| X39_12X__2 | 5.35813413e+005  |                  |

APÊNDICE B

|           |                  |                  |                  |
|-----------|------------------|------------------|------------------|
| X39_12X_2 |                  |                  | -3.62842017e-005 |
| X_1X3B_12 | 2.65508754e+005  | 5.51670940e+003  |                  |
| X3B_12X_2 | -1.37707275e+006 |                  |                  |
| X3B_12X_2 |                  |                  | 1.54698490e-005  |
| X_1X3D_12 | -4.02807946e+005 | -1.65589681e+003 |                  |
| X3D_12X_2 | 5.06751659e+005  |                  |                  |
| X3D_12X_2 |                  |                  | -8.97355221e-006 |
| X_1X3F_12 | 1.37851453e+005  | 2.43010319e+003  |                  |
| X3F_12X_2 | -1.30409858e+006 |                  |                  |
| X3F_12X_2 |                  |                  | 1.41439993e-005  |
| X_1X41_12 | 1.92700831e+007  | 5.07438017e+003  |                  |
| X41_12X_2 | -1.93603861e+007 |                  |                  |
| X41_12X_2 |                  |                  | 1.39039719e-008  |
| X_1X43_12 | 8.29640594e+004  | 1.62911357e+003  |                  |
| X43_12X_2 | -5.57093932e+006 |                  |                  |
| X43_12X_2 |                  |                  | 7.37406448e-006  |
| X_1X45_12 | 1.77725032e+003  | 1.08071853e+001  |                  |
| X45_12X_2 | 6.09428992e+005  |                  |                  |
| X45_12X_2 |                  |                  | 5.37610525e-004  |
| X_1X47_12 | -4.65689777e+007 | 1.33516497e+004  |                  |
| X47_12X_2 | 4.79141579e+007  |                  |                  |
| X47_12X_2 |                  |                  | 5.73043047e-009  |
| X_1X49_12 | -3.47970830e+007 | -9.50318938e+003 |                  |
| X49_12X_2 | 3.65273711e+007  |                  |                  |
| X49_12X_2 |                  |                  | -7.51578176e-009 |
| X_1X4B_12 | 1.84729973e+005  | 5.38266567e+001  |                  |
| X4B_12X_2 | -1.97588001e+005 |                  |                  |
| X4B_12X_2 |                  |                  | 1.65434400e-006  |
| X_1X4D_12 | -3.10202467e+007 | 6.21373297e+002  |                  |
| X4D_12X_2 | 3.10322995e+007  |                  |                  |
| X4D_12X_2 |                  |                  | 6.33405703e-010  |
| X_1X4F_12 | -4.92545890e+004 | 7.05633132e+001  |                  |
| X4F_12X_2 | 3.64114702e+005  |                  |                  |
| X4F_12X_2 |                  |                  | 2.77989726e-006  |
| X_1X51_12 | 1.41213273e+004  | 1.13147060e+001  |                  |
| X51_12X_2 | 4.14430723e+004  |                  |                  |
| X51_12X_2 |                  |                  | 1.99872918e-005  |
| X_1X53_12 | 1.56448396e+007  | -1.24061770e+003 |                  |
| X53_12X_2 | -1.63399244e+007 |                  |                  |
| X53_12X_2 |                  |                  | -4.80052165e-009 |
| X_1X55_12 | -1.89019676e+005 | -2.88430174e+001 |                  |
| X55_12X_2 | 2.35544194e+005  |                  |                  |
| X55_12X_2 |                  |                  | -6.88332880e-007 |
| X_1X57_12 | 7.00283127e+003  | 5.93534517e+000  |                  |
| X57_12X_2 | -3.54770023e+005 |                  |                  |
| X57_12X_2 |                  |                  | 4.33783209e-006  |
| X_1X59_12 | 3.50574609e+003  | 2.12057757e+000  |                  |
| X59_12X_2 | 5.80881576e+004  |                  |                  |
| X59_12X_2 |                  |                  | 1.20934082e-005  |
| X_1X5B_12 | -5.24328959e+004 | -4.91294713e+000 |                  |
| X5B_12X_2 | 1.20561238e+005  |                  |                  |
| X5B_12X_2 |                  |                  | -9.56438281e-007 |
| X_1X5D_12 | -6.75130553e+002 | -1.02402289e-001 |                  |
| X5D_12X_2 | 5.52736277e+003  |                  |                  |
| X5D_12X_2 |                  |                  | -3.64514124e-005 |
| X_1X5F_12 | 1.16039035e+003  | -6.32747494e-002 |                  |
| X5F_12X_2 | -2.47808163e+003 |                  |                  |
| X5F_12X_2 |                  |                  | -2.01487549e-005 |
| X_1X61_12 | 1.27561958e+002  | -1.61944772e-002 |                  |
| X61_12X_2 | -9.31895666e+002 |                  |                  |
| X61_12X_2 |                  |                  | -1.05173579e-004 |
| X_1X63_12 | -9.07798633e+001 | 1.31033780e-002  |                  |
| X63_12X_2 | 8.50859423e+002  |                  |                  |
| X63_12X_2 |                  |                  | 1.19734926e-004  |
| X_1X65_12 | 1.34671562e+003  | 9.19310968e-002  |                  |
| X65_12X_2 | -1.37670159e+004 |                  |                  |
| X65_12X_2 |                  |                  | 8.09200783e-006  |

APÊNDICE B

|            |                  |                  |                  |
|------------|------------------|------------------|------------------|
| X__1X67_12 | -3.30137365e+003 | 8.69419487e-002  |                  |
| X67_12X__2 | 6.58451907e+003  |                  |                  |
| X67_12X__2 |                  |                  | 3.57787591e-006  |
| X__1X69_12 | -1.35038778e+003 | -2.96534168e-002 |                  |
| X69_12X__2 | 3.33141111e+003  |                  |                  |
| X69_12X__2 |                  |                  | -7.74631257e-006 |
| X__1X6B_12 | 1.86491783e+002  | 3.78095984e-002  |                  |
| X6B_12X__2 | 1.21681520e+007  |                  |                  |
| X6B_12X__2 |                  |                  | 7.98663425e-006  |
| X__1X6D_12 | 1.83729735e+003  | 1.54238446e-002  |                  |
| X6D_12X__2 | -2.57316765e+003 |                  |                  |
| X6D_12X__2 |                  |                  | 4.25131782e-006  |
| C (1,3)    |                  |                  |                  |
| X__1X__3   | -2.17644379e+003 |                  |                  |
| X__1X__3   |                  |                  | -1.00000000e-010 |
| X__1X__3   | -1.08260320e+001 | -5.83223415e+002 |                  |
| X__1X__3   | 1.45210213e+001  | 1.59056100e+002  |                  |
| X__1X__3   | -2.62519841e+000 | -8.40714259e+000 |                  |
| X__1X__3   | 2.92016804e+002  | 1.08511527e+002  |                  |
| X__1X__3   | -1.26266833e+003 | -1.24412426e+002 |                  |
| X__1X__3   | 1.93872533e+004  | 3.65954832e+002  |                  |
| X__1X__3   | -3.20125562e+003 | -2.02470943e+001 |                  |
| X__1X__3   | -1.45888824e+003 | -6.28532754e-002 |                  |
| X__1X_9_13 | 1.36701067e+003  | 8.09859210e+003  |                  |
| X_9_13X__3 | -2.47290741e+003 |                  |                  |
| X_9_13X__3 |                  |                  | 2.79399433e+000  |
| X__1X_B_13 | -3.50141362e+003 | 2.35774731e+004  |                  |
| X_B_13X__3 | 1.07520103e+004  |                  |                  |
| X_B_13X__3 |                  |                  | 5.67503969e-001  |
| X__1X_D_13 | -1.62920256e+001 | -5.14787521e+002 |                  |
| X_D_13X__3 | -7.02991730e+001 |                  |                  |
| X_D_13X__3 |                  |                  | -4.70754628e+001 |
| X__1X_F_13 | -5.90662693e+006 | 2.90103592e+006  |                  |
| X_F_13X__3 | 6.08382206e+006  |                  |                  |
| X_F_13X__3 |                  |                  | 8.06060677e-005  |
| X__1X11_13 | -2.23303129e+003 | 1.43485022e+004  |                  |
| X11_13X__3 | 2.38469985e+004  |                  |                  |
| X11_13X__3 |                  |                  | 2.25456342e-001  |
| X__1X13_13 | 3.78894896e+004  | -5.38953936e+003 |                  |
| X13_13X__3 | -3.81733473e+004 |                  |                  |
| X13_13X__3 |                  |                  | -3.61779214e-003 |
| X__1X15_13 | -1.09049102e+004 | -1.09344731e+004 |                  |
| X15_13X__3 | 1.56926166e+004  |                  |                  |
| X15_13X__3 |                  |                  | -6.64872766e-002 |
| X__1X17_13 | 1.47465699e+002  | -9.76905301e+002 |                  |
| X17_13X__3 | -1.91302572e+003 |                  |                  |
| X17_13X__3 |                  |                  | -1.68323341e+000 |
| X__1X19_13 | -7.47164856e+001 | -2.39820457e+002 |                  |
| X19_13X__3 | -8.39079319e+002 |                  |                  |
| X19_13X__3 |                  |                  | -5.46235277e+000 |
| X__1X1B_13 | 1.98903293e+003  | -1.12448691e+003 |                  |
| X1B_13X__3 | -3.32551792e+003 |                  |                  |
| X1B_13X__3 |                  |                  | -1.43902082e-001 |
| X__1X1D_13 | -5.88233824e+004 | 5.37314744e+004  |                  |
| X1D_13X__3 | 1.73422157e+005  |                  |                  |
| X1D_13X__3 |                  |                  | 4.76624172e-003  |
| X__1X1F_13 | 1.08950416e+006  | -7.64836049e+004 |                  |
| X1F_13X__3 | -1.11005198e+006 |                  |                  |
| X1F_13X__3 |                  |                  | -6.30207221e-005 |
| X__1X21_13 | -1.08925228e+003 | -6.01003599e+002 |                  |
| X21_13X__3 | 3.29398852e+003  |                  |                  |
| X21_13X__3 |                  |                  | -2.54851191e-001 |
| X__1X23_13 | -4.67759194e+006 | 8.69043227e+004  |                  |
| X23_13X__3 | 4.69374293e+006  |                  |                  |
| X23_13X__3 |                  |                  | 3.91610872e-006  |
| X__1X25_13 | 2.12853713e+004  | -6.23317729e+003 |                  |
| X25_13X__3 | -4.40105555e+004 |                  |                  |

APÊNDICE B

|            |                                  |                  |
|------------|----------------------------------|------------------|
| X25_13X_3  |                                  | -6.27921202e-003 |
| X__1X27_13 | 1.52180933e+004 8.83795311e+003  |                  |
| X27_13X_3  | -1.49846600e+005                 |                  |
| X27_13X_3  |                                  | 4.46474929e-003  |
| X__1X29_13 | -1.54467302e+005-1.35309769e+004 |                  |
| X29_13X_3  | 2.08997720e+005                  |                  |
| X29_13X_3  |                                  | -4.24239536e-004 |
| X__1X2B_13 | 4.15530799e+003-8.31935283e+003  |                  |
| X2B_13X_3  | -5.45675693e+005                 |                  |
| X2B_13X_3  |                                  | -1.46713178e-003 |
| X__1X2D_13 | -3.15612451e+005-1.66396808e+004 |                  |
| X2D_13X_3  | 4.45163092e+005                  |                  |
| X2D_13X_3  |                                  | -1.19885242e-004 |
| X__1X2F_13 | -1.42960348e+004-3.40608692e+003 |                  |
| X2F_13X_3  | 1.64986455e+005                  |                  |
| X2F_13X_3  |                                  | -1.45416394e-003 |
| X__1X31_13 | 3.64622682e+004-8.03944144e+002  |                  |
| X31_13X_3  | -4.47247787e+004                 |                  |
| X31_13X_3  |                                  | -3.72194681e-004 |
| X__1X33_13 | -2.05765522e+007-1.57785364e+005 |                  |
| X33_13X_3  | 2.14170551e+007                  |                  |
| X33_13X_3  |                                  | -3.58127501e-007 |
| X__1X35_13 | 1.79937093e+004-7.15521112e+003  |                  |
| X35_13X_3  | -3.53904466e+006                 |                  |
| X35_13X_3  |                                  | -5.65875999e-005 |
| X__1X37_13 | -5.01571993e+003-4.49161807e+002 |                  |
| X37_13X_3  | -2.47490804e+005                 |                  |
| X37_13X_3  |                                  | -7.02096158e-004 |
| X__1X39_13 | 1.85331502e+005 2.94378816e+003  |                  |
| X39_13X_3  | -5.35813413e+005                 |                  |
| X39_13X_3  |                                  | 3.62842017e-005  |
| X__1X3B_13 | -2.65508754e+005-5.51670940e+003 |                  |
| X3B_13X_3  | 1.37707275e+006                  |                  |
| X3B_13X_3  |                                  | -1.54698490e-005 |
| X__1X3D_13 | 4.02807946e+005 1.65589681e+003  |                  |
| X3D_13X_3  | -5.06751659e+005                 |                  |
| X3D_13X_3  |                                  | 8.97355221e-006  |
| X__1X3F_13 | -1.37851453e+005-2.43010319e+003 |                  |
| X3F_13X_3  | 1.30409858e+006                  |                  |
| X3F_13X_3  |                                  | -1.41439993e-005 |
| X__1X41_13 | -1.92700831e+007-5.07438017e+003 |                  |
| X41_13X_3  | 1.93603861e+007                  |                  |
| X41_13X_3  |                                  | -1.39039719e-008 |
| X__1X43_13 | -8.29640594e+004-1.62911357e+003 |                  |
| X43_13X_3  | 5.57093932e+006                  |                  |
| X43_13X_3  |                                  | -7.37406448e-006 |
| X__1X45_13 | -1.77725032e+003-1.08071853e+001 |                  |
| X45_13X_3  | -6.09428992e+005                 |                  |
| X45_13X_3  |                                  | -5.37610525e-004 |
| X__1X47_13 | 4.65689777e+007-1.33516497e+004  |                  |
| X47_13X_3  | -4.79141579e+007                 |                  |
| X47_13X_3  |                                  | -5.73043047e-009 |
| X__1X49_13 | 3.47970830e+007 9.50318938e+003  |                  |
| X49_13X_3  | -3.65273711e+007                 |                  |
| X49_13X_3  |                                  | 7.51578176e-009  |
| X__1X4B_13 | -1.84729973e+005-5.38266567e+001 |                  |
| X4B_13X_3  | 1.97588001e+005                  |                  |
| X4B_13X_3  |                                  | -1.65434400e-006 |
| X__1X4D_13 | 3.10202467e+007-6.21373297e+002  |                  |
| X4D_13X_3  | -3.10322995e+007                 |                  |
| X4D_13X_3  |                                  | -6.33405703e-010 |
| X__1X4F_13 | 4.92545890e+004-7.05633132e+001  |                  |
| X4F_13X_3  | -3.64114702e+005                 |                  |
| X4F_13X_3  |                                  | -2.77989726e-006 |
| X__1X51_13 | -1.41213273e+004-1.13147060e+001 |                  |
| X51_13X_3  | -4.14430723e+004                 |                  |
| X51_13X_3  |                                  | -1.99872918e-005 |

APÊNDICE B

|            |                  |                  |                  |
|------------|------------------|------------------|------------------|
| X__1X53_13 | -1.56448396e+007 | 1.24061770e+003  |                  |
| X53_13X__3 | 1.63399244e+007  |                  |                  |
| X53_13X__3 |                  |                  | 4.80052165e-009  |
| X__1X55_13 | 1.89019676e+005  | 2.88430174e+001  |                  |
| X55_13X__3 | -2.35544194e+005 |                  |                  |
| X55_13X__3 |                  |                  | 6.88332880e-007  |
| X__1X57_13 | -7.00283127e+003 | -5.93534517e+000 |                  |
| X57_13X__3 | 3.54770023e+005  |                  |                  |
| X57_13X__3 |                  |                  | -4.33783209e-006 |
| X__1X59_13 | -3.50574609e+003 | -2.12057757e+000 |                  |
| X59_13X__3 | -5.80881576e+004 |                  |                  |
| X59_13X__3 |                  |                  | -1.20934082e-005 |
| X__1X5B_13 | 5.24328959e+004  | 4.91294713e+000  |                  |
| X5B_13X__3 | -1.20561238e+005 |                  |                  |
| X5B_13X__3 |                  |                  | 9.56438281e-007  |
| X__1X5D_13 | 6.75130553e+002  | 1.02402289e-001  |                  |
| X5D_13X__3 | -5.52736277e+003 |                  |                  |
| X5D_13X__3 |                  |                  | 3.64514124e-005  |
| X__1X5F_13 | -1.16039035e+003 | 6.32747494e-002  |                  |
| X5F_13X__3 | 2.47808163e+003  |                  |                  |
| X5F_13X__3 |                  |                  | 2.01487549e-005  |
| X__1X61_13 | -1.27561958e+002 | 1.61944772e-002  |                  |
| X61_13X__3 | 9.31895666e+002  |                  |                  |
| X61_13X__3 |                  |                  | 1.05173579e-004  |
| X__1X63_13 | 9.07798633e+001  | -1.31033780e-002 |                  |
| X63_13X__3 | -8.50859423e+002 |                  |                  |
| X63_13X__3 |                  |                  | -1.19734926e-004 |
| X__1X65_13 | -1.34671562e+003 | -9.19310968e-002 |                  |
| X65_13X__3 | 1.37670159e+004  |                  |                  |
| X65_13X__3 |                  |                  | -8.09200783e-006 |
| X__1X67_13 | 3.30137365e+003  | -8.69419487e-002 |                  |
| X67_13X__3 | -6.58451907e+003 |                  |                  |
| X67_13X__3 |                  |                  | -3.57787591e-006 |
| X__1X69_13 | 1.35038778e+003  | 2.96534168e-002  |                  |
| X69_13X__3 | -3.33141111e+003 |                  |                  |
| X69_13X__3 |                  |                  | 7.74631257e-006  |
| X__1X6B_13 | -1.86491783e+002 | -3.78095984e-002 |                  |
| X6B_13X__3 | -1.21681520e+007 |                  |                  |
| X6B_13X__3 |                  |                  | -7.98663425e-006 |
| X__1X6D_13 | -1.83729735e+003 | -1.54238446e-002 |                  |
| X6D_13X__3 | 2.57316765e+003  |                  |                  |
| X6D_13X__3 |                  |                  | -4.25131782e-006 |
| C (2,2)    |                  |                  |                  |
| X__2       | -2.18119103e+003 |                  |                  |
| X__2       |                  |                  | 4.00000000e-010  |
| X__2       | 1.36172894e-001  | 7.33594912e+000  |                  |
| X__2       | -1.65214709e-001 | -1.80968037e+000 |                  |
| X__2       | 2.85702601e-001  | 9.14956560e-001  |                  |
| X__2       | 2.67479554e-002  | 9.93936462e-003  |                  |
| X__2       | 3.99515363e+001  | 3.93647916e+000  |                  |
| X__2       | 1.07344821e+000  | 2.02624660e-002  |                  |
| X__2       | 1.46130477e+000  | 9.24236579e-003  |                  |
| X__2       | 9.43320479e+001  | 4.06410719e-003  |                  |
| X__2X_9_2  | 2.15253529e+001  | -1.14755750e+002 |                  |
| X_9_2      | -3.22418015e+001 |                  |                  |
| X_9_2      |                  |                  | -1.46549876e+002 |
| X__2X_B_2  | 4.68283004e+002  | -1.73857420e+003 |                  |
| X_B_2      | -7.76020920e+002 |                  |                  |
| X_B_2      |                  |                  | -4.52581120e+000 |
| X__2X_D_2  | -9.04131690e+003 | 4.25315406e+002  |                  |
| X_D_2      | 9.04231811e+003  |                  |                  |
| X_D_2      |                  |                  | 5.12191952e-003  |
| X__2X_F_2  | -1.25830935e+003 | 5.97624137e+003  |                  |
| X_F_2      | 4.74163204e+003  |                  |                  |
| X_F_2      |                  |                  | 9.86923067e-001  |
| X__2X11_2  | 5.50201648e+000  | -1.06104055e+002 |                  |
| X11_2      | -3.67054483e+002 |                  |                  |

APÊNDICE B

|            |                  |                  |                  |
|------------|------------------|------------------|------------------|
| X11__2     |                  |                  | -3.31342447e+001 |
| X__2X13__2 | -2.27880137e+000 | 6.10958235e+000  |                  |
| X13__2     | 6.27019341e+000  |                  |                  |
| X13__2     |                  |                  | 2.73203795e+002  |
| X__2X15__2 | -3.35973918e+001 | 3.57745805e+002  |                  |
| X15__2     | 1.16437461e+003  |                  |                  |
| X15__2     |                  |                  | 6.46865567e+000  |
| X__2X17__2 | -9.54167148e-001 | 1.37385500e+001  |                  |
| X17__2     | 3.46185861e+001  |                  |                  |
| X17__2     |                  |                  | 1.26111889e+002  |
| X__2X19__2 | 3.19566185e+000  | 3.65612743e+000  |                  |
| X19__2     | -1.20231015e+001 |                  |                  |
| X19__2     |                  |                  | 2.41555399e+002  |
| X__2X1B__2 | 6.49286356e+004  | 6.74326793e+002  |                  |
| X1B__2     | -6.49460873e+004 |                  |                  |
| X1B__2     |                  |                  | 1.60446621e-004  |
| X__2X1D__2 | -5.24809950e+003 | -1.25682803e+003 |                  |
| X1D__2     | 6.04674504e+003  |                  |                  |
| X1D__2     |                  |                  | -4.07273345e-002 |
| X__2X1F__2 | 1.91296899e+002  | -6.01581851e+001 |                  |
| X1F__2     | -2.62831496e+002 |                  |                  |
| X1F__2     |                  |                  | -1.17807620e+000 |
| X__2X21__2 | -3.87503983e+000 | -2.75401601e+000 |                  |
| X21__2     | 1.91887787e+001  |                  |                  |
| X21__2     |                  |                  | -6.63126866e+001 |
| X__2X23__2 | 2.37376587e+001  | -1.61536842e+001 |                  |
| X23__2     | -1.03476491e+002 |                  |                  |
| X23__2     |                  |                  | -4.71816404e+000 |
| X__2X25__2 | -5.41253264e+001 | -5.03484062e+001 |                  |
| X25__2     | 8.16484952e+002  |                  |                  |
| X25__2     |                  |                  | -1.40569157e+000 |
| X__2X27__2 | -2.92125499e+002 | -6.32187368e+001 |                  |
| X27__2     | 6.19737205e+002  |                  |                  |
| X27__2     |                  |                  | -3.67252417e-001 |
| X__2X29__2 | -1.41703856e+003 | -7.36439789e+001 |                  |
| X29__2     | 1.59225016e+003  |                  |                  |
| X29__2     |                  |                  | -3.28743606e-002 |
| X__2X2B__2 | -1.16027991e+003 | 4.45614903e+001  |                  |
| X2B__2     | 1.29553434e+003  |                  |                  |
| X2B__2     |                  |                  | 2.88151795e-002  |
| X__2X2D__2 | -6.09009259e+003 | -2.05154452e+002 |                  |
| X2D__2     | 7.10616076e+003  |                  |                  |
| X2D__2     |                  |                  | -4.77746124e-003 |
| X__2X2F__2 | -2.68802885e+002 | -3.29691774e+001 |                  |
| X2F__2     | 1.01715053e+003  |                  |                  |
| X2F__2     |                  |                  | -1.21015723e-001 |
| X__2X31__2 | -4.37819476e+000 | -1.19412644e+000 |                  |
| X31__2     | -6.23257863e+001 |                  |                  |
| X31__2     |                  |                  | -1.45166328e+000 |
| X__2X33__2 | 2.60431780e+002  | -1.05703659e+002 |                  |
| X33__2     | -2.96861656e+004 |                  |                  |
| X33__2     |                  |                  | -1.35023109e-002 |
| X__2X35__2 | -2.45280847e+003 | 5.76811241e+001  |                  |
| X35__2     | 5.60231653e+003  |                  |                  |
| X35__2     |                  |                  | 3.96642116e-003  |
| X__2X37__2 | 2.65482479e+002  | 7.16613517e+000  |                  |
| X37__2     | -1.41751195e+003 |                  |                  |
| X37__2     |                  |                  | 3.50540131e-002  |
| X__2X39__2 | -1.73464819e+002 | 3.38409802e+000  |                  |
| X39__2     | 5.03570936e+002  |                  |                  |
| X39__2     |                  |                  | 3.16316671e-002  |
| X__2X3B__2 | -2.49095398e+003 | -2.38094157e+001 |                  |
| X3B__2     | 4.66814753e+003  |                  |                  |
| X3B__2     |                  |                  | -2.07105830e-003 |
| X__2X3D__2 | -4.31383036e+003 | -1.48590685e+001 |                  |
| X3D__2     | 5.08214445e+003  |                  |                  |
| X3D__2     |                  |                  | -7.37046393e-004 |

APÊNDICE B

|             |                  |                  |                  |
|-------------|------------------|------------------|------------------|
| X___2X3F__2 | -2.97362240e+001 | -2.32355477e+001 |                  |
| X3F__2      | -4.90650994e+005 |                  |                  |
| X3F__2      |                  |                  | -1.65420826e-003 |
| X___2X41__2 | 5.50177934e+003  | 5.65637306e+000  |                  |
| X41__2      | -5.92191777e+003 |                  |                  |
| X41__2      |                  |                  | 1.89725610e-004  |
| X___2X43__2 | 1.79157678e+002  | -9.13556406e+000 |                  |
| X43__2      | -1.63961806e+004 |                  |                  |
| X43__2      |                  |                  | -1.32028486e-003 |
| X___2X45__2 | 2.54088991e+001  | 4.35006391e-001  |                  |
| X45__2      | 6.62902181e+002  |                  |                  |
| X45__2      |                  |                  | 1.38278725e-002  |
| X___2X47__2 | -1.12684093e+008 | -4.31077235e+002 |                  |
| X47__2      | 1.12684698e+008  |                  |                  |
| X47__2      |                  |                  | -3.39690800e-011 |
| X___2X49__2 | -6.09719756e+004 | 5.64347625e+001  |                  |
| X49__2      | 9.50148676e+004  |                  |                  |
| X49__2      |                  |                  | 9.57264001e-006  |
| X___2X4B__2 | -3.30110223e+002 | -3.20430712e-001 |                  |
| X4B__2      | 6.86253644e+002  |                  |                  |
| X4B__2      |                  |                  | -2.21623377e-003 |
| X___2X4D__2 | 5.09240861e+000  | 3.32339801e-002  |                  |
| X4D__2      | 3.59205503e+001  |                  |                  |
| X4D__2      |                  |                  | 3.48142029e-002  |
| X___2X4F__2 | -2.35054373e+003 | -2.05349322e+000 |                  |
| X4F__2      | 1.29415168e+004  |                  |                  |
| X4F__2      |                  |                  | -9.04035924e-005 |
| X___2X51__2 | 2.37637672e-001  | 3.44100341e-002  |                  |
| X51__2      | 8.30830150e+001  |                  |                  |
| X51__2      |                  |                  | 4.91595453e-003  |
| X___2X53__2 | 1.30104327e+006  | -8.67960868e+001 |                  |
| X53__2      | -1.34202484e+006 |                  |                  |
| X53__2      |                  |                  | -4.92568367e-008 |
| X___2X55__2 | 8.59480463e+004  | 6.28634514e+000  |                  |
| X55__2      | -9.06551704e+004 |                  |                  |
| X55__2      |                  |                  | 8.30222651e-007  |
| X___2X57__2 | 3.49555008e+002  | 3.62611224e-001  |                  |
| X57__2      | -3.21645660e+004 |                  |                  |
| X57__2      |                  |                  | 7.16457057e-005  |
| X___2X59__2 | -6.51333529e+003 | -3.22581369e-001 |                  |
| X59__2      | 7.29266374e+003  |                  |                  |
| X59__2      |                  |                  | -8.01212673e-006 |
| X___2X5B__2 | -3.10749661e+003 | 3.36195913e-001  |                  |
| X5B__2      | 6.70353430e+003  |                  |                  |
| X5B__2      |                  |                  | 1.32680436e-005  |
| X___2X5D__2 | 6.96511558e+002  | 9.76974486e-002  |                  |
| X5D__2      | -4.87434025e+003 |                  |                  |
| X5D__2      |                  |                  | 3.73037061e-005  |
| X___2X5F__2 | -1.74573968e+003 | 6.17620985e-002  |                  |
| X5F__2      | 2.60569996e+003  |                  |                  |
| X5F__2      |                  |                  | 1.28118701e-005  |
| X___2X61__2 | -3.89797109e+001 | 9.87169747e-003  |                  |
| X61__2      | 8.36227989e+002  |                  |                  |
| X61__2      |                  |                  | 1.90581904e-004  |
| X___2X63__2 | 3.19245785e+002  | -1.54879527e-002 |                  |
| X63__2      | -6.94494005e+002 |                  |                  |
| X63__2      |                  |                  | -6.12715697e-005 |
| X___2X65__2 | -1.13134320e+004 | 1.07730669e-001  |                  |
| X65__2      | 1.24937794e+004  |                  |                  |
| X65__2      |                  |                  | 7.23107921e-007  |
| X___2X67__2 | 1.10217764e+002  | 3.96368651e-002  |                  |
| X67__2      | 3.73842136e+004  |                  |                  |
| X67__2      |                  |                  | 1.57858441e-005  |
| X___2X69__2 | -1.09750063e+001 | 7.34422862e-004  |                  |
| X69__2      | 9.84597314e+001  |                  |                  |
| X69__2      |                  |                  | 4.67343058e-004  |
| X___2X6B__2 | 1.68572329e+001  | 1.99493711e-003  |                  |

APÊNDICE B

|            |                  |                  |
|------------|------------------|------------------|
| X6B__2     | -1.90048044e+003 |                  |
| X6B__2     |                  | 1.50023960e-004  |
| X__2X6D__2 | 2.00955764e+003  | 4.80081658e-003  |
| X6D__2     | -2.06312369e+003 |                  |
| X6D__2     |                  | 1.24003017e-006  |
| C (2,3)    |                  |                  |
| X__2X__3   | 8.52348763e+002  |                  |
| X__2X__3   |                  | -1.00000000e-010 |
| X__2X__3   | -1.75960538e+001 | -9.47940166e+002 |
| X__2X__3   | 4.70571324e+000  | 5.15440600e+001  |
| X__2X__3   | 9.04813838e-002  | 2.89764725e-001  |
| X__2X__3   | -5.30130495e-002 | -1.96993011e-002 |
| X__2X__3   | 1.77456569e+001  | 1.74850368e+000  |
| X__2X__3   | -1.92453034e+000 | -3.63275378e-002 |
| X__2X__3   | -3.51692373e+000 | -2.22436115e-002 |
| X__2X__3   | -8.71293385e+001 | -3.75379290e-003 |
| X__2X 9 23 | 1.00316265e+003  | -2.41757854e+003 |
| X 9 23X__3 | -1.11200032e+003 |                  |
| X 9 23X__3 |                  | -2.04843432e+000 |
| X__2X B 23 | 1.72864909e+002  | -1.66120808e+003 |
| X B 23X__3 | -8.73829869e+002 |                  |
| X B 23X__3 |                  | -9.58136698e+000 |
| X__2X D 23 | 2.42418943e+000  | 7.96048408e+000  |
| X D 23X__3 | 1.13885216e+001  |                  |
| X D 23X__3 |                  | 2.99758269e+003  |
| X__2X F 23 | 4.70802492e+002  | -1.04725680e+004 |
| X F 23X__3 | -2.75913012e+004 |                  |
| X F 23X__3 |                  | -7.53560058e-001 |
| X__2X11 23 | 9.02812412e+000  | 3.38170384e+002  |
| X11 23X__3 | 2.58010683e+004  |                  |
| X11 23X__3 |                  | 1.05580722e+001  |
| X__2X13 23 | -2.23427468e+000 | -1.34409662e+001 |
| X13 23X__3 | -1.12851191e+002 |                  |
| X13 23X__3 |                  | -1.98947573e+002 |
| X__2X15 23 | 2.31344333e+003  | 8.55410008e+002  |
| X15 23X__3 | -2.44811308e+003 |                  |
| X15 23X__3 |                  | 1.53238715e-001  |
| X__2X17 23 | -1.05186596e+002 | 1.85310144e+002  |
| X17 23X__3 | 2.48206082e+002  |                  |
| X17 23X__3 |                  | 5.54011439e+000  |
| X__2X19 23 | -4.34362111e+002 | 5.69434481e+001  |
| X19 23X__3 | 4.40165168e+002  |                  |
| X19 23X__3 |                  | 2.78494866e-001  |
| X__2X1B 23 | -9.60232127e+001 | 2.73967621e+001  |
| X1B 23X__3 | 1.13808822e+002  |                  |
| X1B 23X__3 |                  | 2.29673177e+000  |
| X__2X1D 23 | 2.95082531e+004  | 3.68464467e+003  |
| X1D 23X__3 | -3.07127417e+004 |                  |
| X1D 23X__3 |                  | 4.12494256e-003  |
| X__2X1F 23 | -4.44964096e+002 | 1.15800266e+002  |
| X1F 23X__3 | 5.59221121e+002  |                  |
| X1F 23X__3 |                  | 4.59429804e-001  |
| X__2X21 23 | 5.80926845e+000  | 4.02877410e+000  |
| X21 23X__3 | -2.72589281e+001 |                  |
| X21 23X__3 |                  | 4.46959214e+001  |
| X__2X23 23 | -4.31790259e+001 | 3.34914740e+001  |
| X23 23X__3 | 2.24452737e+002  |                  |
| X23 23X__3 |                  | 2.38502043e+000  |
| X__2X25 23 | -3.11692220e+001 | 6.03273789e+001  |
| X25 23X__3 | 1.13595833e+003  |                  |
| X25 23X__3 |                  | 1.22198702e+000  |
| X__2X27 23 | 1.26457199e+003  | 2.59378025e+002  |
| X27 23X__3 | -2.53511448e+003 |                  |
| X27 23X__3 |                  | 8.48627445e-002  |
| X__2X29 23 | 2.09233033e+003  | 1.14846968e+002  |
| X29 23X__3 | -2.38103537e+003 |                  |
| X29 23X__3 |                  | 2.32280098e-002  |

APÊNDICE B

|             |                                  |                  |
|-------------|----------------------------------|------------------|
| X___2X2B_23 | 3.65200076e+003-1.11036223e+002  |                  |
| X2B_23X___3 | -3.92037007e+003                 |                  |
| X2B_23X___3 |                                  | -7.58262484e-003 |
| X___2X2D_23 | 5.68745659e+003 2.16790077e+002  |                  |
| X2D_23X___3 | -6.90361860e+003                 |                  |
| X2D_23X___3 |                                  | 5.57013269e-003  |
| X___2X2F_23 | 2.68402914e+002 4.00149537e+001  |                  |
| X2F_23X___3 | -1.37327983e+003                 |                  |
| X2F_23X___3 |                                  | 1.09034587e-001  |
| X___2X31_23 | 1.23572671e+000 1.77644735e+000  |                  |
| X31_23X___3 | 7.69746806e+001                  |                  |
| X31_23X___3 |                                  | 9.26395697e-001  |
| X___2X33_23 | 7.31508948e+002 2.07443945e+002  |                  |
| X33_23X___3 | -4.19502080e+004                 |                  |
| X33_23X___3 |                                  | 6.81999925e-003  |
| X___2X35_23 | 2.86276632e+003-9.37646124e+001  |                  |
| X35_23X___3 | -9.84245315e+003                 |                  |
| X35_23X___3 |                                  | -3.07787571e-003 |
| X___2X37_23 | -2.86669320e+004-6.57727876e+001 |                  |
| X37_23X___3 | 2.91748843e+004                  |                  |
| X37_23X___3 |                                  | -8.18188668e-005 |
| X___2X39_23 | 1.00402150e+002-4.99925006e+000  |                  |
| X39_23X___3 | -1.06910368e+003                 |                  |
| X39_23X___3 |                                  | -2.95962986e-002 |
| X___2X3B_23 | 4.16305604e+003 4.11734246e+001  |                  |
| X3B_23X___3 | -8.06032156e+003                 |                  |
| X3B_23X___3 |                                  | 1.24159294e-003  |
| X___2X3D_23 | 2.12364718e+002-7.70899461e+000  |                  |
| X3D_23X___3 | -2.30317245e+003                 |                  |
| X3D_23X___3 |                                  | -8.53069695e-003 |
| X___2X3F_23 | 2.00311646e+003 3.06068721e+001  |                  |
| X3F_23X___3 | -1.46566400e+004                 |                  |
| X3F_23X___3 |                                  | 1.08411383e-003  |
| X___2X41_23 | -4.35093664e+006-4.36037001e+002 |                  |
| X41_23X___3 | 4.35384964e+006                  |                  |
| X41_23X___3 |                                  | -2.32101665e-008 |
| X___2X43_23 | 1.02878805e+003 1.46419080e+001  |                  |
| X43_23X___3 | -2.85167262e+004                 |                  |
| X43_23X___3 |                                  | 8.02822248e-004  |
| X___2X45_23 | 1.02369766e+002 5.51394313e-001  |                  |
| X45_23X___3 | -5.34553035e+003                 |                  |
| X45_23X___3 |                                  | 1.03051844e-002  |
| X___2X47_23 | 1.71739528e+004 7.08500654e+000  |                  |
| X47_23X___3 | -1.83193302e+004                 |                  |
| X47_23X___3 |                                  | 2.40494024e-005  |
| X___2X49_23 | 4.80353666e+005 1.71324813e+002  |                  |
| X49_23X___3 | -5.21157184e+005                 |                  |
| X49_23X___3 |                                  | 6.89052263e-007  |
| X___2X4B_23 | 1.65807423e+001 2.30316378e-001  |                  |
| X4B_23X___3 | 5.43133899e+002                  |                  |
| X4B_23X___3 |                                  | 6.12271967e-003  |
| X___2X4D_23 | 2.52358090e+001-6.37874274e-002  |                  |
| X4D_23X___3 | -7.19148863e+001                 |                  |
| X4D_23X___3 |                                  | -1.03116715e-002 |
| X___2X4F_23 | -3.76329037e+003 3.00867100e+000 |                  |
| X4F_23X___3 | 1.23715800e+004                  |                  |
| X4F_23X___3 |                                  | 5.24620530e-005  |
| X___2X51_23 | 1.33086799e+002-9.42119864e-002  |                  |
| X51_23X___3 | -2.77489645e+002                 |                  |
| X51_23X___3 |                                  | -9.31698413e-004 |
| X___2X53_23 | -2.42806683e+004-1.28860736e+001 |                  |
| X53_23X___3 | 7.69897780e+004                  |                  |
| X53_23X___3 |                                  | -7.43824814e-006 |
| X___2X55_23 | -6.57374600e+003-2.41418180e+000 |                  |
| X55_23X___3 | 1.68495273e+004                  |                  |
| X55_23X___3 |                                  | -2.53914140e-005 |
| X___2X57_23 | -1.66637915e+003-5.88697133e-001 |                  |

APÊNDICE B

|            |                  |                  |
|------------|------------------|------------------|
| X57_23X__3 | 1.14090787e+004  |                  |
| X57_23X__3 |                  | -3.80990230e-005 |
| X__2X59_23 | 2.78145766e+003  | 2.20816690e-001  |
| X59_23X__3 | -3.74055957e+003 |                  |
| X59_23X__3 |                  | 2.80833579e-005  |
| X__2X5B_23 | 2.72706981e+003  | -3.12295879e-001 |
| X5B_23X__3 | -6.22644553e+003 |                  |
| X5B_23X__3 |                  | -1.49645289e-005 |
| X__2X5D_23 | 8.59819579e+001  | 4.27132542e-002  |
| X5D_23X__3 | -2.62901335e+004 |                  |
| X5D_23X__3 |                  | 9.92236198e-005  |
| X__2X5F_23 | 8.80437246e+003  | -2.09888232e-001 |
| X5F_23X__3 | -1.08104760e+004 |                  |
| X5F_23X__3 |                  | -2.11982992e-006 |
| X__2X61_23 | -3.04214626e+001 | 5.78656134e-003  |
| X61_23X__3 | 4.17104895e+002  |                  |
| X61_23X__3 |                  | 3.16150830e-004  |
| X__2X63_23 | -3.65230287e+001 | 1.92699983e-002  |
| X63_23X__3 | 2.33041577e+003  |                  |
| X63_23X__3 |                  | 8.97141406e-005  |
| X__2X65_23 | 1.27799587e+005  | -5.31516751e-001 |
| X65_23X__3 | -1.30418679e+005 |                  |
| X65_23X__3 |                  | -3.11544757e-008 |
| X__2X67_23 | 1.61980300e+002  | 1.83842072e-002  |
| X67_23X__3 | -6.95875528e+003 |                  |
| X67_23X__3 |                  | 3.31447699e-005  |
| X__2X69_23 | 3.61745995e+002  | -3.66904436e-003 |
| X69_23X__3 | -4.51877263e+002 |                  |
| X69_23X__3 |                  | -2.09995713e-005 |
| X__2X6B_23 | -2.85783613e+002 | -3.72385821e-003 |
| X6B_23X__3 | 4.57535605e+002  |                  |
| X6B_23X__3 |                  | -3.04398812e-005 |
| X__2X6D_23 | -3.86801264e+002 | 3.10557235e-003  |
| X6D_23X__3 | 4.75757804e+002  |                  |
| X6D_23X__3 |                  | 1.38049022e-005  |
| C (3,3)    |                  |                  |
| X__3       | 2.17171717e+003  |                  |
| X__3       |                  | 4.00000000e-010  |
| X__3       | 1.32831314e-001  | 7.15593048e+000  |
| X__3       | -1.61538853e-001 | -1.76941685e+000 |
| X__3       | 2.34632161e-001  | 7.51404553e-001  |
| X__3       | 2.67528564e-002  | 9.94118579e-003  |
| X__3       | 3.75738225e+001  | 3.70219979e+000  |
| X__3       | 1.07356710e+000  | 2.02647100e-002  |
| X__3       | 1.45997187e+000  | 9.23393560e-003  |
| X__3       | 8.35299203e+001  | 3.59871918e-003  |
| X__3X 9__3 | 1.98361716e+001  | -1.11593234e+002 |
| X 9__3     | -3.07644156e+001 |                  |
| X 9__3     |                  | -1.61061663e+002 |
| X__3X B__3 | 3.84566264e+002  | -1.51512696e+003 |
| X B__3     | -6.68225423e+002 |                  |
| X B__3     |                  | -5.55913056e+000 |
| X__3X D__3 | -1.28199568e+003 | 1.60351636e+002  |
| X D__3     | 1.28297426e+003  |                  |
| X D__3     |                  | 9.35844373e-002  |
| X__3X F__3 | -1.21819425e+003 | 6.00096579e+003  |
| X F__3     | 4.84407284e+003  |                  |
| X F__3     |                  | 1.00144479e+000  |
| X__3X11__3 | 5.57996238e+000  | -1.04557692e+002 |
| X11__3     | -3.55428103e+002 |                  |
| X11__3     |                  | -3.36000620e+001 |
| X__3X13__3 | -2.36544306e+000 | 6.09576204e+000  |
| X13__3     | 6.24765758e+000  |                  |
| X13__3     |                  | 2.67293936e+002  |
| X__3X15__3 | -9.03119673e+000 | 3.35774569e+002  |
| X15__3     | 2.15214427e+003  |                  |
| X15__3     |                  | 7.06691983e+000  |

APÊNDICE B

|             |                  |                  |                  |
|-------------|------------------|------------------|------------------|
| X___3X17__3 | -9.57857474e-001 | 1.33627016e+001  |                  |
| X17__3      | 3.33856569e+001  |                  |                  |
| X17__3      |                  |                  | 1.29508542e+002  |
| X___3X19__3 | 3.04205678e+000  | 3.54794856e+000  |                  |
| X19__3      | -1.20434059e+001 |                  |                  |
| X19__3      |                  |                  | 2.53396607e+002  |
| X___3X1B__3 | 1.31271921e+004  | 3.06602739e+002  |                  |
| X1B__3      | -1.31451117e+004 |                  |                  |
| X1B__3      |                  |                  | 1.79021976e-003  |
| X___3X1D__3 | -4.73075116e+003 | -1.20065902e+003 |                  |
| X1D__3      | 5.54068567e+003  |                  |                  |
| X1D__3      |                  |                  | -4.71841495e-002 |
| X___3X1F__3 | 1.90547862e+002  | -6.02529690e+001 |                  |
| X1F__3      | -2.62584028e+002 |                  |                  |
| X1F__3      |                  |                  | -1.18558641e+000 |
| X___3X21__3 | -3.90046120e+000 | -2.77948926e+000 |                  |
| X21__3      | 1.94299304e+001  |                  |                  |
| X21__3      |                  |                  | -6.58035839e+001 |
| X___3X23__3 | 2.40430098e+001  | -1.61476812e+001 |                  |
| X23__3      | -1.03002185e+002 |                  |                  |
| X23__3      |                  |                  | -4.69529026e+000 |
| X___3X25__3 | -5.87869489e+001 | -5.11751393e+001 |                  |
| X25__3      | 7.73213006e+002  |                  |                  |
| X25__3      |                  |                  | -1.36855787e+000 |
| X___3X27__3 | -2.85456797e+002 | -6.23270736e+001 |                  |
| X27__3      | 6.11481772e+002  |                  |                  |
| X27__3      |                  |                  | -3.75706972e-001 |
| X___3X29__3 | -1.43904547e+003 | -7.44544334e+001 |                  |
| X29__3      | 1.61539029e+003  |                  |                  |
| X29__3      |                  |                  | -3.22580193e-002 |
| X___3X2B__3 | -1.13604763e+003 | 4.40891749e+001  |                  |
| X2B__3      | 1.27123453e+003  |                  |                  |
| X2B__3      |                  |                  | 2.96657562e-002  |
| X___3X2D__3 | -6.30105761e+003 | -2.10341140e+002 |                  |
| X2D__3      | 7.33331786e+003  |                  |                  |
| X2D__3      |                  |                  | -4.58727490e-003 |
| X___3X2F__3 | -2.76734920e+002 | -3.36200267e+001 |                  |
| X2F__3      | 1.03258991e+003  |                  |                  |
| X2F__3      |                  |                  | -1.18071287e-001 |
| X___3X31__3 | -4.56617123e+000 | -1.19768436e+000 |                  |
| X31__3      | -6.32324992e+001 |                  |                  |
| X31__3      |                  |                  | -1.45000890e+000 |
| X___3X33__3 | 2.79649899e+002  | -1.05845475e+002 |                  |
| X33__3      | -2.77798383e+004 |                  |                  |
| X33__3      |                  |                  | -1.34666194e-002 |
| X___3X35__3 | -2.37785359e+003 | 5.67658973e+001  |                  |
| X35__3      | 5.52173738e+003  |                  |                  |
| X35__3      |                  |                  | 4.08188430e-003  |
| X___3X37__3 | 2.51715685e+002  | 6.94454229e+000  |                  |
| X37__3      | -1.41435394e+003 |                  |                  |
| X37__3      |                  |                  | 3.65871648e-002  |
| X___3X39__3 | -1.74757318e+002 | 3.39189648e+000  |                  |
| X39__3      | 5.04242774e+002  |                  |                  |
| X39__3      |                  |                  | 3.14576355e-002  |
| X___3X3B__3 | -2.52445567e+003 | -2.40167220e+001 |                  |
| X3B__3      | 4.71021160e+003  |                  |                  |
| X3B__3      |                  |                  | -2.04284828e-003 |
| X___3X3D__3 | -4.22566466e+003 | -1.45970966e+001 |                  |
| X3D__3      | 4.98278603e+003  |                  |                  |
| X3D__3      |                  |                  | -7.54086902e-004 |
| X___3X3F__3 | -4.70896111e+000 | -2.36885460e+001 |                  |
| X3F__3      | -2.66456785e+005 |                  |                  |
| X3F__3      |                  |                  | -1.62250502e-003 |
| X___3X41__3 | 5.52500482e+003  | 5.64379088e+000  |                  |
| X41__3      | -5.94126987e+003 |                  |                  |
| X41__3      |                  |                  | 1.87781896e-004  |
| X___3X43__3 | 1.88581797e+002  | -9.23918503e+000 |                  |

APÊNDICE B

|             |                  |                  |                  |
|-------------|------------------|------------------|------------------|
| X43__3      | -1.63103249e+004 |                  |                  |
| X43__3      |                  |                  | -1.30463881e-003 |
| X__3X45__3  | 2.66965405e+001  | 4.02596123e-001  |                  |
| X45__3      | 6.60067738e+002  |                  |                  |
| X45__3      |                  |                  | 1.49714993e-002  |
| X__3X47__3  | -1.28889258e+008 | -4.60834656e+002 |                  |
| X47__3      | 1.28889863e+008  |                  |                  |
| X47__3      |                  |                  | -2.77555055e-011 |
| X__3X49__3  | -6.49601771e+004 | 5.71130956e+001  |                  |
| X49__3      | 9.77142176e+004  |                  |                  |
| X49__3      |                  |                  | 8.84942333e-006  |
| X__3X4B__3  | -3.24702988e+002 | -3.24291737e-001 |                  |
| X4B__3      | 7.01732437e+002  |                  |                  |
| X4B__3      |                  |                  | -2.26713446e-003 |
| X__3X4D__3  | 4.91388326e+000  | 3.32304254e-002  |                  |
| X4D__3      | 3.58218466e+001  |                  |                  |
| X4D__3      |                  |                  | 3.46778626e-002  |
| X__3X4F__3  | -2.74410401e+003 | -2.18039865e+000 |                  |
| X4F__3      | 1.26674897e+004  |                  |                  |
| X4F__3      |                  |                  | -8.15007651e-005 |
| X__3X51__3  | 4.92833880e-001  | 3.42020053e-002  |                  |
| X51__3      | 8.25786818e+001  |                  |                  |
| X51__3      |                  |                  | 4.96118205e-003  |
| X__3X53__3  | 1.11910603e+006  | -7.61419953e+001 |                  |
| X53__3      | -1.15576486e+006 |                  |                  |
| X53__3      |                  |                  | -5.83207982e-008 |
| X__3X55__3  | 2.13666143e+005  | 1.11440392e+001  |                  |
| X55__3      | -2.19567385e+005 |                  |                  |
| X55__3      |                  |                  | 2.42416787e-007  |
| X__3X57__3  | 3.19089022e+002  | 3.23129034e-001  |                  |
| X57__3      | -2.72133330e+004 |                  |                  |
| X57__3      |                  |                  | 8.03301630e-005  |
| X__3X59__3  | -1.31198263e+004 | -4.63638293e-001 |                  |
| X59__3      | 1.38799203e+004  |                  |                  |
| X59__3      |                  |                  | -2.85662856e-006 |
| X__3X5B__3  | -4.83022156e+003 | 3.89503880e-001  |                  |
| X5B__3      | 8.08288655e+003  |                  |                  |
| X5B__3      |                  |                  | 8.59092612e-006  |
| X__3X5D__3  | -6.45747360e+002 | -1.07583199e-001 |                  |
| X5D__3      | 6.43202621e+003  |                  |                  |
| X5D__3      |                  |                  | -3.55555593e-005 |
| X__3X5F__3  | 5.13318066e+002  | -6.48633548e-002 |                  |
| X5F__3      | -3.33052267e+003 |                  |                  |
| X5F__3      |                  |                  | -3.12670688e-005 |
| X__3X61__3  | 1.16230895e+003  | -4.50466846e-002 |                  |
| X61__3      | -1.97385516e+003 |                  |                  |
| X61__3      |                  |                  | -1.80110798e-005 |
| X__3X63__3  | 3.52571163e+001  | 1.13551091e-002  |                  |
| X63__3      | -2.97978525e+004 |                  |                  |
| X63__3      |                  |                  | 1.54488943e-004  |
| X__3X65__3  | -6.81064115e+002 | 3.22187453e-002  |                  |
| X65__3      | 2.13840452e+003  |                  |                  |
| X65__3      |                  |                  | 1.74417064e-005  |
| X__3X67__3  | -3.45318018e+002 | 2.07327390e-002  |                  |
| X67__3      | 1.91803441e+003  |                  |                  |
| X67__3      |                  |                  | 2.46732253e-005  |
| X__3X69__3  | -1.39825701e+001 | 7.72697487e-004  |                  |
| X69__3      | 9.43674782e+001  |                  |                  |
| X69__3      |                  |                  | 4.25844526e-004  |
| X__3X6B__3  | 1.46422692e+001  | 1.80451489e-003  |                  |
| X6B__3      | -1.89884882e+003 |                  |                  |
| X6B__3      |                  |                  | 1.66049225e-004  |
| X__3X6D__3  | 8.98575808e+002  | 2.95886654e-003  |                  |
| X6D__3      | -9.45334471e+002 |                  |                  |
| X6D__3      |                  |                  | 3.83295946e-006  |
| \$VINTAGE,0 |                  |                  |                  |

# Apêndice C

## C.1 Circuito RLCG Equivalente do Modelo Completo do

### Transformador de Distribuição Monofásico Obtido pelo

#### Método Híbrido

```
$VINTAGE,1
C <BUS1><BUS2><BUS3><BUS4>< OHM >< milliH >< microF >
C
$VINTAGE,1
C <BUS1><BUS2><BUS3><BUS4>< OHM >< milliH >< microF >
C
C (1,1)
X__1 1.58865516e+002
X__1 4.00000000e-010
X__1 2.04043130e+002 3.09108812e+003
X__1 -9.59019978e+001 -6.33846722e+002
X__1 7.78874143e+001 2.10435102e+002
X__1 -5.27394700e+003 -1.46193335e+003
X__1 -1.03567113e+004 -1.34030736e+002
X__1 1.01580718e+004 4.50265645e+001
X__1 7.14735995e+002 1.99576203e-001
X__1 -1.13568195e+002 -1.09388516e-002
X__1X 9__1 1.51803814e+003 -4.13198837e+005
X 9__1 -4.41424515e+005
X 9__1 -4.73895154e-001
X__1X B__1 1.68676271e+002 1.92131267e+004
X B__1 1.64212760e+004
X B__1 5.77328186e+000
X__1X D__1 5.12641016e+003 1.44363122e+005
X D__1 -7.10754478e+004
X D__1 4.25902298e-001
X__1X F__1 1.87824854e+003 2.89768320e+004
X F__1 -2.41652464e+004
X F__1 7.06009395e-001
X__1X11__1 -1.62686252e+004 -3.95759520e+004
X11__1 3.86840701e+004
X11__1 -6.96170875e-002
X__1X13__1 1.91060459e+005 3.13323016e+004
X13__1 -1.93726494e+005
X13__1 9.08818945e-004
X__1X15__1 -1.05385245e+004 -1.34068458e+004
X15__1 2.11555325e+004
X15__1 -7.22275393e-002
X__1X17__1 1.47394542e+003 -3.44357250e+003
X17__1 -6.10701514e+003
X17__1 -1.79537024e-001
X__1X19__1 4.11410794e+004 -4.44122340e+004
X19__1 -1.79856795e+005
X19__1 -5.49613016e-003
X__1X1B__1 1.80965390e+006 1.25354561e+005
X1B__1 -1.88865663e+006
X1B__1 3.69375641e-005
X__1X1D__1 1.75178872e+005 -1.41791683e+004
X1D__1 -1.87548471e+005
X1D__1 -3.58578076e-004
X__1X1F__1 3.03706553e+004 6.52950560e+003
```

APÊNDICE C

|            |                  |                  |                  |
|------------|------------------|------------------|------------------|
| X1F__1     | -9.82950391e+004 |                  |                  |
| X1F__1     |                  |                  | 3.39512989e-003  |
| X__1X21__1 | 2.11102593e+006  | -1.05546758e+005 |                  |
| X21__1     | -2.70259606e+006 |                  |                  |
| X21__1     |                  |                  | -1.77170056e-005 |
| X__1X23__1 | -1.18511966e+004 | 1.54685074e+003  |                  |
| X23__1     | 4.10374180e+004  |                  |                  |
| X23__1     |                  |                  | 9.57414537e-004  |
| X__1X25__1 | 3.82600789e+006  | -1.77156386e+004 |                  |
| X25__1     | -4.18585916e+006 |                  |                  |
| X25__1     |                  |                  | -1.10064251e-006 |
| X__1X27__1 | 4.73472462e+003  | 2.61914327e+002  |                  |
| X27__1     | -4.33915820e+005 |                  |                  |
| X27__1     |                  |                  | 6.60742242e-004  |
| X__1X29__1 | -4.49855304e+003 | 1.75593848e+003  |                  |
| X29__1     | 3.03325060e+006  |                  |                  |
| X29__1     |                  |                  | 8.49506411e-005  |
| X__1X2B__1 | -4.47367842e+004 | 1.10402153e+004  |                  |
| X2B__1     | 4.75513750e+007  |                  |                  |
| X2B__1     |                  |                  | 1.54917591e-006  |
| X__1X2D__1 | 1.10402571e+005  | -1.22164864e+004 |                  |
| X2D__1     | -1.65195242e+007 |                  |                  |
| X2D__1     |                  |                  | -8.48747121e-007 |
| X__1X2F__1 | -1.52409129e+007 | 1.56473640e+003  |                  |
| X2F__1     | 1.52692849e+007  |                  |                  |
| X2F__1     |                  |                  | 6.61331253e-009  |
| X__1X31__1 | 5.58169956e+003  | 1.25081188e+001  |                  |
| X31__1     | -5.31454676e+004 |                  |                  |
| X31__1     |                  |                  | 2.05522456e-004  |
| X__1X33__1 | -1.87208001e+003 | -7.36974270e+000 |                  |
| X33__1     | -4.93658808e+003 |                  |                  |
| X33__1     |                  |                  | -3.33409830e-004 |
| X__1X35__1 | 8.44239425e+004  | 9.73635131e+001  |                  |
| X35__1     | -2.64452169e+005 |                  |                  |
| X35__1     |                  |                  | 7.25772482e-006  |
| X__1X37__1 | -3.40307785e+002 | 6.90053567e+000  |                  |
| X37__1     | 2.77759503e+004  |                  |                  |
| X37__1     |                  |                  | 6.86776476e-005  |
| X__1X39__1 | 4.13860869e+004  | 2.39413415e+001  |                  |
| X39__1     | -1.24368747e+005 |                  |                  |
| X39__1     |                  |                  | 6.66341146e-006  |
| X__1X3B__1 | -7.50160257e+005 | 1.96703708e+001  |                  |
| X3B__1     | 7.56432437e+005  |                  |                  |
| X3B__1     |                  |                  | 3.26758350e-008  |
| X__1X3D__1 | -1.81985099e+002 | 4.80720167e-001  |                  |
| X3D__1     | 2.33085068e+004  |                  |                  |
| X3D__1     |                  |                  | 5.28736561e-005  |
| X__1X3F__1 | 2.08913009e+003  | 4.07515290e-001  |                  |
| X3F__1     | -7.78861313e+003 |                  |                  |
| X3F__1     |                  |                  | 4.10355913e-005  |
| X__1X41__1 | -8.77749904e+002 | 1.44052422e-001  |                  |
| X41__1     | 5.17534372e+003  |                  |                  |
| X41__1     |                  |                  | 2.48076062e-005  |
| X__1X43__1 | 2.89137381e+005  | 9.84570168e-001  |                  |
| X43__1     | -2.90138583e+005 |                  |                  |
| X43__1     |                  |                  | 1.19563673e-008  |
| X__1X45__1 | -9.24911003e+001 | 5.15678823e-002  |                  |
| X45__1     | 5.16116523e+003  |                  |                  |
| X45__1     |                  |                  | 3.85551942e-005  |
| X__1X47__1 | -8.58090657e+000 | -2.93371462e-002 |                  |
| X47__1     | -1.94308909e+003 |                  |                  |
| X47__1     |                  |                  | -4.07410271e-005 |
| X__1X49__1 | -9.42742903e+003 | 7.77561748e-002  |                  |
| X49__1     | 1.04091431e+004  |                  |                  |
| X49__1     |                  |                  | 7.56521987e-007  |
| X__1X4B__1 | -1.06179506e+003 | 3.25273955e-002  |                  |
| X4B__1     | 2.92563970e+003  |                  |                  |

APÊNDICE C

|             |                  |                  |                  |
|-------------|------------------|------------------|------------------|
| X4B__1      |                  |                  | 8.72911079e-006  |
| X__1X4D__1  | -4.07944168e+005 | 5.41208012e-001  |                  |
| X4D__1      | 4.10078330e+005  |                  |                  |
| X4D__1      |                  |                  | 3.20931654e-009  |
| X__1X4F__1  | -1.27860123e+004 | 1.17634150e-001  |                  |
| X4F__1      | 1.65035893e+004  |                  |                  |
| X4F__1      |                  |                  | 5.33028070e-007  |
| C (1,2)     |                  |                  |                  |
| X__1X__2    | 9.50626256e+002  |                  |                  |
| X__1X__2    |                  |                  | -1.00000000e-010 |
| X__1X__2    | -7.59976521e+001 | -1.15130286e+003 |                  |
| X__1X__2    | -8.37464435e+001 | -5.53506808e+002 |                  |
| X__1X__2    | 3.18206205e+000  | 8.59724974e+000  |                  |
| X__1X__2    | 3.75253486e+002  | 1.04019928e+002  |                  |
| X__1X__2    | 2.15796021e+003  | 2.79271080e+001  |                  |
| X__1X__2    | -4.64071710e+003 | -2.05703949e+001 |                  |
| X__1X__2    | 2.96815945e+003  | 8.28801122e-001  |                  |
| X__1X__2    | -1.47491433e+003 | -1.42063267e-001 |                  |
| X__1X__9_12 | -3.37637410e+004 | 1.72093342e+005  |                  |
| X__9_12X__2 | 3.82028689e+004  |                  |                  |
| X__9_12X__2 |                  |                  | 1.32670715e-001  |
| X__1X__B_12 | -1.38836117e+004 | -3.22934739e+004 |                  |
| X__B_12X__2 | 1.45999544e+004  |                  |                  |
| X__B_12X__2 |                  |                  | -1.66815788e-001 |
| X__1X__D_12 | -5.89294685e+004 | -2.25296333e+005 |                  |
| X__D_12X__2 | 7.20523346e+004  |                  |                  |
| X__D_12X__2 |                  |                  | -5.35678121e-002 |
| X__1X__F_12 | -5.73797895e+002 | -1.47929024e+004 |                  |
| X__F_12X__2 | 2.10409181e+004  |                  |                  |
| X__F_12X__2 |                  |                  | -1.45861173e+000 |
| X__1X11_12  | 9.88328339e+003  | 1.23093594e+004  |                  |
| X11_12X__2  | -1.32755437e+004 |                  |                  |
| X11_12X__2  |                  |                  | 9.87036987e-002  |
| X__1X13_12  | 3.22264601e+002  | 5.52790504e+002  |                  |
| X13_12X__2  | -1.94228403e+003 |                  |                  |
| X13_12X__2  |                  |                  | 3.12204890e+000  |
| X__1X15_12  | -1.06028189e+003 | -3.31744300e+003 |                  |
| X15_12X__2  | 1.02056136e+004  |                  |                  |
| X15_12X__2  |                  |                  | -5.21204460e-001 |
| X__1X17_12  | -2.41777468e+003 | 3.59103712e+003  |                  |
| X17_12X__2  | 6.22537155e+003  |                  |                  |
| X17_12X__2  |                  |                  | 1.38799916e-001  |
| X__1X19_12  | -4.07747051e+006 | -2.15213036e+005 |                  |
| X19_12X__2  | 4.11352377e+006  |                  |                  |
| X19_12X__2  |                  |                  | -1.28891056e-005 |
| X__1X1B_12  | -2.03184227e+005 | -4.27308953e+004 |                  |
| X1B_12X__2  | 2.86147079e+005  |                  |                  |
| X1B_12X__2  |                  |                  | -7.51054868e-004 |
| X__1X1D_12  | -1.06082470e+004 | -1.49211231e+003 |                  |
| X1D_12X__2  | 1.48210505e+004  |                  |                  |
| X1D_12X__2  |                  |                  | -1.46853088e-002 |
| X__1X1F_12  | -4.66032900e+004 | -3.91296252e+003 |                  |
| X1F_12X__2  | 5.84970844e+004  |                  |                  |
| X1F_12X__2  |                  |                  | -1.66695203e-003 |
| X__1X21_12  | 3.44942542e+004  | -1.11483234e+004 |                  |
| X21_12X__2  | -3.62542291e+005 |                  |                  |
| X21_12X__2  |                  |                  | -6.93392800e-004 |
| X__1X23_12  | 6.03639375e+003  | 4.21165814e+002  |                  |
| X23_12X__2  | 5.24563904e+004  |                  |                  |
| X23_12X__2  |                  |                  | 5.51316970e-003  |
| X__1X25_12  | -5.15113780e+006 | 2.78604359e+004  |                  |
| X25_12X__2  | 5.81162220e+006  |                  |                  |
| X25_12X__2  |                  |                  | 9.25213469e-007  |
| X__1X27_12  | -1.43839516e+004 | -5.76754014e+002 |                  |
| X27_12X__2  | 3.32872692e+005  |                  |                  |
| X27_12X__2  |                  |                  | -2.90256209e-004 |
| X__1X29_12  | 1.69321366e+004  | -2.59070111e+003 |                  |

APÊNDICE C

|            |                  |                  |
|------------|------------------|------------------|
| X29_12X__2 | -2.22478098e+006 |                  |
| X29_12X__2 |                  | -5.72249328e-005 |
| X__1X2B_12 | -2.17879128e+005 | -5.87204262e+003 |
| X2B_12X__2 | 1.26538602e+007  |                  |
| X2B_12X__2 |                  | -2.86519961e-006 |
| X__1X2D_12 | 9.71142587e+006  | -6.03267197e+003 |
| X2D_12X__2 | -1.00570573e+007 |                  |
| X2D_12X__2 |                  | -5.94660961e-008 |
| X__1X2F_12 | 1.37070584e+003  | 1.12426265e+001  |
| X2F_12X__2 | 4.81890755e+004  |                  |
| X2F_12X__2 |                  | 5.09449825e-004  |
| X__1X31_12 | 2.86896833e+004  | -6.59554069e+001 |
| X31_12X__2 | -5.77672907e+004 |                  |
| X31_12X__2 |                  | -2.19213615e-005 |
| X__1X33_12 | -9.13378024e+003 | -8.58224639e+000 |
| X33_12X__2 | 3.29025546e+004  |                  |
| X33_12X__2 |                  | -1.49958692e-004 |
| X__1X35_12 | 5.45618521e+002  | 2.17469787e+001  |
| X35_12X__2 | 6.47222598e+004  |                  |
| X35_12X__2 |                  | 4.81338008e-005  |
| X__1X37_12 | 1.25604481e+003  | -1.35886893e+001 |
| X37_12X__2 | -5.11769624e+004 |                  |
| X37_12X__2 |                  | -3.44415345e-005 |
| X__1X39_12 | 2.41893568e+004  | 3.47654202e+001  |
| X39_12X__2 | -8.60701637e+005 |                  |
| X39_12X__2 |                  | 6.68407368e-006  |
| X__1X3B_12 | -5.54396504e+004 | 1.84940115e+001  |
| X3B_12X__2 | 1.00294308e+005  |                  |
| X3B_12X__2 |                  | 1.87452410e-006  |
| X__1X3D_12 | 1.59850173e+003  | -1.35771010e+000 |
| X3D_12X__2 | -3.45132227e+004 |                  |
| X3D_12X__2 |                  | -1.79942368e-005 |
| X__1X3F_12 | 3.07517873e+003  | 2.34407881e+000  |
| X3F_12X__2 | 1.46494020e+005  |                  |
| X3F_12X__2 |                  | 9.95358046e-006  |
| X__1X41_12 | -2.56096081e+003 | -2.25004068e-001 |
| X41_12X__2 | 7.95876474e+003  |                  |
| X41_12X__2 |                  | -1.29718024e-005 |
| X__1X43_12 | 1.87869284e+006  | 3.96919538e+000  |
| X43_12X__2 | -1.88117943e+006 |                  |
| X43_12X__2 |                  | 1.13605943e-009  |
| X__1X45_12 | 1.45298717e+003  | -5.04868007e-002 |
| X45_12X__2 | -2.23202449e+003 |                  |
| X45_12X__2 |                  | -1.39957780e-005 |
| X__1X47_12 | -3.48202587e+003 | -1.00401139e-001 |
| X47_12X__2 | 7.36006671e+003  |                  |
| X47_12X__2 |                  | -6.24493835e-006 |
| X__1X49_12 | -4.46704437e+004 | 2.55156126e-001  |
| X49_12X__2 | 4.69329159e+004  |                  |
| X49_12X__2 |                  | 1.17838213e-007  |
| X__1X4B_12 | -5.15433894e+003 | -7.07837310e-002 |
| X4B_12X__2 | 7.54964839e+003  |                  |
| X4B_12X__2 |                  | -1.99770740e-006 |
| X__1X4D_12 | 9.52477212e+004  | -7.51928020e-001 |
| X4D_12X__2 | -1.12220357e+005 |                  |
| X4D_12X__2 |                  | -6.71301562e-008 |
| X__1X4F_12 | 3.40154319e+005  | -1.13864308e+000 |
| X4F_12X__2 | -3.53622593e+005 |                  |
| X4F_12X__2 |                  | -9.31078405e-009 |
| C (1,3)    |                  |                  |
| X__1X__3   | 1.10274015e+004  |                  |
| X__1X__3   |                  | -1.00000000e-010 |
| X__1X__3   | 1.00491247e+002  | 1.52236099e+003  |
| X__1X__3   | 5.63305108e+001  | 3.72306213e+002  |
| X__1X__3   | -3.17636599e+000 | -8.58186022e+000 |
| X__1X__3   | -3.94041858e+002 | -1.09228047e+002 |
| X__1X__3   | -2.89829755e+003 | -3.75081377e+001 |

APÊNDICE C

|            |                  |                  |                  |
|------------|------------------|------------------|------------------|
| X__1X__3   | 1.95590495e+004  | 8.66972416e+001  |                  |
| X__1X__3   | 4.26368529e+003  | 1.19055166e+000  |                  |
| X__1X__3   | -1.34762992e+003 | -1.29803275e-001 |                  |
| X__1X_9_13 | 1.23722501e+005  | -3.30015204e+005 |                  |
| X_9_13X__3 | -1.28189355e+005 |                  |                  |
| X_9_13X__3 |                  |                  | -2.07469081e-002 |
| X__1X_B_13 | 1.01887612e+005  | -8.82835745e+004 |                  |
| X_B_13X__3 | -1.02572853e+005 |                  |                  |
| X_B_13X__3 |                  |                  | -8.30832240e-003 |
| X__1X_D_13 | 2.31038064e+005  | -5.16149031e+005 |                  |
| X_D_13X__3 | -2.48343949e+005 |                  |                  |
| X_D_13X__3 |                  |                  | -8.94628015e-003 |
| X__1X_F_13 | 5.08461095e+002  | 3.05994134e+004  |                  |
| X_F_13X__3 | -1.33005714e+005 |                  |                  |
| X_F_13X__3 |                  |                  | 7.22145175e-001  |
| X__1X11_13 | -2.52531449e+004 | -2.19728400e+004 |                  |
| X11_13X__3 | 2.94181135e+004  |                  |                  |
| X11_13X__3 |                  |                  | -3.06367527e-002 |
| X__1X13_13 | -2.61690323e+002 | -5.05083365e+002 |                  |
| X13_13X__3 | 2.70159352e+003  |                  |                  |
| X13_13X__3 |                  |                  | -3.69983465e+000 |
| X__1X15_13 | 7.16011042e+002  | 2.64646079e+003  |                  |
| X15_13X__3 | -1.05873262e+004 |                  |                  |
| X15_13X__3 |                  |                  | 6.79789592e-001  |
| X__1X17_13 | 4.50216168e+003  | -9.73827496e+003 |                  |
| X17_13X__3 | -1.71295599e+004 |                  |                  |
| X17_13X__3 |                  |                  | -6.16891880e-002 |
| X__1X19_13 | 1.06209809e+005  | 3.86623373e+004  |                  |
| X19_13X__3 | -1.52102666e+005 |                  |                  |
| X19_13X__3 |                  |                  | 2.46990909e-003  |
| X__1X1B_13 | -4.46450509e+004 | 5.80582071e+004  |                  |
| X1B_13X__3 | 6.46908476e+005  |                  |                  |
| X1B_13X__3 |                  |                  | 1.77500397e-003  |
| X__1X1D_13 | 6.21120975e+003  | 1.22260255e+003  |                  |
| X1D_13X__3 | -1.23936618e+004 |                  |                  |
| X1D_13X__3 |                  |                  | 3.14534434e-002  |
| X__1X1F_13 | 1.96579208e+005  | 9.08259243e+003  |                  |
| X1F_13X__3 | -2.10743101e+005 |                  |                  |
| X1F_13X__3 |                  |                  | 2.37389785e-004  |
| X__1X21_13 | -4.71182850e+004 | 9.99062797e+003  |                  |
| X21_13X__3 | 2.55945295e+005  |                  |                  |
| X21_13X__3 |                  |                  | 6.97680929e-004  |
| X__1X23_13 | -3.35599510e+003 | -3.39588813e+002 |                  |
| X23_13X__3 | -1.72666244e+004 |                  |                  |
| X23_13X__3 |                  |                  | -7.32375140e-003 |
| X__1X25_13 | -1.45706660e+007 | 5.13810492e+004  |                  |
| X25_13X__3 | 1.53664599e+007  |                  |                  |
| X25_13X__3 |                  |                  | 2.28606443e-007  |
| X__1X27_13 | -6.24921337e+003 | -4.87175154e+002 |                  |
| X27_13X__3 | -1.57395012e+006 |                  |                  |
| X27_13X__3 |                  |                  | -3.60572007e-004 |
| X__1X29_13 | -3.77850439e+004 | -5.51915873e+003 |                  |
| X29_13X__3 | 6.72190875e+006  |                  |                  |
| X29_13X__3 |                  |                  | -2.69153177e-005 |
| X__1X2B_13 | 4.00684741e+005  | 6.31125737e+003  |                  |
| X2B_13X__3 | -7.23224593e+006 |                  |                  |
| X2B_13X__3 |                  |                  | 2.56222903e-006  |
| X__1X2D_13 | -1.19869038e+006 | 1.85596775e+003  |                  |
| X2D_13X__3 | 1.44977094e+006  |                  |                  |
| X2D_13X__3 |                  |                  | 9.74047420e-007  |
| X__1X2F_13 | -7.35697297e+002 | -1.20929622e+001 |                  |
| X2F_13X__3 | -2.05910291e+004 |                  |                  |
| X2F_13X__3 |                  |                  | -4.76981861e-004 |
| X__1X31_13 | -6.73893208e+004 | -7.98934617e+001 |                  |
| X31_13X__3 | 1.24293134e+005  |                  |                  |
| X31_13X__3 |                  |                  | -1.64597886e-005 |
| X__1X33_13 | 1.36682979e+004  | 1.31505436e+001  |                  |

|             |                                  |                  |
|-------------|----------------------------------|------------------|
| X33_13X___3 | -5.51887984e+004                 |                  |
| X33_13X___3 |                                  | 1.01920932e-004  |
| X___1X35_13 | -4.12165832e+003-1.83965310e+001 |                  |
| X35_13X___3 | -1.41102745e+005                 |                  |
| X35_13X___3 |                                  | -5.80726261e-005 |
| X___1X37_13 | 1.44247921e+003-1.15529145e+001  |                  |
| X37_13X___3 | -4.15899837e+004                 |                  |
| X37_13X___3 |                                  | -4.00894642e-005 |
| X___1X39_13 | -2.93440052e+004-4.26736273e+001 |                  |
| X39_13X___3 | 1.10665155e+006                  |                  |
| X39_13X___3 |                                  | -5.45429051e-006 |
| X___1X3B_13 | 5.30791609e+004 1.00615930e+001  |                  |
| X3B_13X___3 | -9.70182350e+004                 |                  |
| X3B_13X___3 |                                  | 3.48916638e-006  |
| X___1X3D_13 | 1.67058754e+003-1.39653390e+000  |                  |
| X3D_13X___3 | -3.51339923e+004                 |                  |
| X3D_13X___3 |                                  | -1.74713699e-005 |
| X___1X3F_13 | -6.56139879e+003-2.45144055e+000 |                  |
| X3F_13X___3 | 1.64583475e+005                  |                  |
| X3F_13X___3 |                                  | -8.95033810e-006 |
| X___1X41_13 | 1.76511160e+003 1.78517220e-001  |                  |
| X41_13X___3 | -6.82884775e+003                 |                  |
| X41_13X___3 |                                  | 1.78756886e-005  |
| X___1X43_13 | -5.17068789e+003-2.79351914e-001 |                  |
| X43_13X___3 | 1.14178115e+004                  |                  |
| X43_13X___3 |                                  | -6.68151647e-006 |
| X___1X45_13 | -5.13661777e+003 9.64697007e-002 |                  |
| X45_13X___3 | 5.98033742e+003                  |                  |
| X45_13X___3 |                                  | 2.96071858e-006  |
| X___1X47_13 | 7.59301506e+003 1.24937775e-001  |                  |
| X47_13X___3 | -9.78722199e+003                 |                  |
| X47_13X___3 |                                  | 2.13530807e-006  |
| X___1X49_13 | 2.03991349e+004-1.63587782e-001  |                  |
| X49_13X___3 | -2.24098158e+004                 |                  |
| X49_13X___3 |                                  | -3.42090037e-007 |
| X___1X4B_13 | -4.17867284e+003-8.66327146e-002 |                  |
| X4B_13X___3 | 8.83777507e+003                  |                  |
| X4B_13X___3 |                                  | -2.71211312e-006 |
| X___1X4D_13 | -3.62748510e+004 3.65599663e-001 |                  |
| X4D_13X___3 | 4.66787487e+004                  |                  |
| X4D_13X___3 |                                  | 2.03463897e-007  |
| X___1X4F_13 | 4.31680000e+003 9.17738107e-002  |                  |
| X4F_13X___3 | -1.21567376e+004                 |                  |
| X4F_13X___3 |                                  | 1.95604451e-006  |
| C (2,2)     |                                  |                  |
| X___2       | -1.32865491e+003                 |                  |
| X___2       |                                  | 4.00000000e-010  |
| X___2       | 4.35957798e-001 6.60440745e+000  |                  |
| X___2       | -2.77531623e-001-1.83429453e+000 |                  |
| X___2       | 4.24978905e-001 1.14820193e+000  |                  |
| X___2       | 3.66898079e-002 1.01703816e-002  |                  |
| X___2       | 8.23080492e-001 1.06518451e-002  |                  |
| X___2       | 3.27802734e+000 1.45301502e-002  |                  |
| X___2       | -5.80150471e+001-1.61995799e-002 |                  |
| X___2       | 5.62981801e+001 5.42262236e-003  |                  |
| X___2X 9__2 | 3.29090879e+002 1.12711124e+004  |                  |
| X 9__2      | -2.37110426e+003                 |                  |
| X 9__2      |                                  | 1.50133844e+001  |
| X___2X B__2 | 2.20676774e+001 3.34215489e+002  |                  |
| X B__2      | -8.72481066e+001                 |                  |
| X B__2      |                                  | 2.45424098e+002  |
| X___2X D__2 | 2.88440776e+002 1.60019393e+003  |                  |
| X D__2      | -4.24277644e+002                 |                  |
| X D__2      |                                  | 1.32578251e+001  |
| X___2X F__2 | 1.24908236e+001 5.04568592e+002  |                  |
| X F__2      | -1.23872603e+003                 |                  |
| X F__2      |                                  | 4.35190437e+001  |

APÊNDICE C

|             |                  |                  |                  |
|-------------|------------------|------------------|------------------|
| X___2X11__2 | -1.64133035e+001 | 9.03041741e+001  |                  |
| X11__2      | 1.02154597e+002  |                  |                  |
| X11__2      |                  |                  | 4.41932876e+001  |
| X___2X13__2 | 5.27714768e-001  | 3.03408219e+000  |                  |
| X13__2      | 5.47846093e+000  |                  |                  |
| X13__2      |                  |                  | 7.47661320e+002  |
| X___2X15__2 | -9.65470383e+000 | -2.30250588e+001 |                  |
| X15__2      | 5.11315617e+001  |                  |                  |
| X15__2      |                  |                  | -6.79778297e+001 |
| X___2X17__2 | -2.52810600e+000 | 5.83156525e+000  |                  |
| X17__2      | 1.03270706e+001  |                  |                  |
| X17__2      |                  |                  | 1.05535380e+002  |
| X___2X19__2 | -1.97994250e+003 | -2.59454006e+002 |                  |
| X19__2      | 2.08858194e+003  |                  |                  |
| X19__2      |                  |                  | -6.34507026e-002 |
| X___2X1B__2 | 1.00570397e+002  | 6.71967225e+001  |                  |
| X1B__2      | -5.35814708e+002 |                  |                  |
| X1B__2      |                  |                  | 1.33810343e+000  |
| X___2X1D__2 | -3.13837832e-001 | -5.65884712e-001 |                  |
| X1D__2      | -3.43052852e+000 |                  |                  |
| X1D__2      |                  |                  | -1.48689986e+002 |
| X___2X1F__2 | -5.52791101e+000 | -4.38603019e+000 |                  |
| X1F__2      | -3.41065240e+002 |                  |                  |
| X1F__2      |                  |                  | -7.43281776e+000 |
| X___2X21__2 | -6.01420347e+002 | 5.82479050e+001  |                  |
| X21__2      | 1.20969796e+003  |                  |                  |
| X21__2      |                  |                  | 7.37487554e-002  |
| X___2X23__2 | -1.29231427e+003 | 1.07835428e+001  |                  |
| X23__2      | 1.32994064e+003  |                  |                  |
| X23__2      |                  |                  | 5.46322613e-003  |
| X___2X25__2 | 3.87957399e+004  | 1.87102052e+002  |                  |
| X25__2      | -4.27951022e+004 |                  |                  |
| X25__2      |                  |                  | 1.13287709e-004  |
| X___2X27__2 | 3.28080426e+000  | 4.13500430e-001  |                  |
| X27__2      | 3.51821973e+002  |                  |                  |
| X27__2      |                  |                  | 4.27082103e-001  |
| X___2X29__2 | 9.87362160e+004  | 1.34697828e+002  |                  |
| X29__2      | -9.99684873e+004 |                  |                  |
| X29__2      |                  |                  | 1.36710894e-005  |
| X___2X2B__2 | -1.91996927e+003 | 1.89391321e+001  |                  |
| X2B__2      | 1.18957603e+004  |                  |                  |
| X2B__2      |                  |                  | 7.58022554e-004  |
| X___2X2D__2 | -5.33277771e+004 | -1.89894887e+001 |                  |
| X2D__2      | 5.39902633e+004  |                  |                  |
| X2D__2      |                  |                  | -6.74504735e-006 |
| X___2X2F__2 | -2.15747639e+002 | 5.32153067e-001  |                  |
| X2F__2      | 3.83953198e+002  |                  |                  |
| X2F__2      |                  |                  | 4.58473143e-003  |
| X___2X31__2 | -2.52899614e+003 | 7.05664340e-001  |                  |
| X31__2      | 2.59137267e+003  |                  |                  |
| X31__2      |                  |                  | 9.79793175e-005  |
| X___2X33__2 | 1.55338216e+001  | 1.88006854e-002  |                  |
| X33__2      | 2.82969732e+002  |                  |                  |
| X33__2      |                  |                  | 9.99611612e-002  |
| X___2X35__2 | 1.31147102e+002  | -2.99120551e-001 |                  |
| X35__2      | -4.98459952e+002 |                  |                  |
| X35__2      |                  |                  | -2.55718920e-003 |
| X___2X37__2 | 8.50603861e+001  | -4.35991894e-001 |                  |
| X37__2      | -1.44134210e+003 |                  |                  |
| X37__2      |                  |                  | -1.03551508e-003 |
| X___2X39__2 | -1.76973213e+002 | 4.00516272e-001  |                  |
| X39__2      | 1.91498052e+003  |                  |                  |
| X39__2      |                  |                  | 5.41796372e-004  |
| X___2X3B__2 | -1.80078409e+003 | 2.22243698e-001  |                  |
| X3B__2      | 2.07582749e+003  |                  |                  |
| X3B__2      |                  |                  | 4.62137719e-005  |
| X___2X3D__2 | -2.49320249e+002 | 3.94949857e-001  |                  |

APÊNDICE C

|            |                  |                  |
|------------|------------------|------------------|
| X3D__2     | 1.47375036e+004  |                  |
| X3D__2     |                  | 6.37652205e-005  |
| X__2X3F__2 | -2.45823772e+003 | -2.60712661e-001 |
| X3F__2     | 3.99346553e+003  |                  |
| X3F__2     |                  | -3.36969069e-005 |
| X__2X41__2 | 8.22995762e+002  | 1.60858478e-001  |
| X41__2     | -1.17503992e+004 |                  |
| X41__2     |                  | 2.48793859e-005  |
| X__2X43__2 | 4.89061552e+002  | 3.21056779e-002  |
| X43__2     | -1.44633195e+003 |                  |
| X43__2     |                  | 7.03257333e-005  |
| X__2X45__2 | 1.59084127e+002  | 1.93012500e-002  |
| X45__2     | -2.06191759e+003 |                  |
| X45__2     |                  | 9.67964935e-005  |
| X__2X47__2 | 1.03613780e+003  | -2.32064603e-002 |
| X47__2     | -1.37486641e+003 |                  |
| X47__2     |                  | -1.26333532e-005 |
| X__2X49__2 | 6.22083998e+003  | 4.90886940e-002  |
| X49__2     | -6.87138159e+003 |                  |
| X49__2     |                  | 1.20291783e-006  |
| X__2X4B__2 | -6.68068884e+000 | 8.86628819e-004  |
| X4B__2     | 1.48283512e+002  |                  |
| X4B__2     |                  | 4.80029173e-004  |
| X__2X4D__2 | 2.04042774e+002  | 3.30761057e-003  |
| X4D__2     | -3.82234167e+002 |                  |
| X4D__2     |                  | 4.70391130e-005  |
| X__2X4F__2 | -1.78124276e+002 | -9.41492404e-003 |
| X4F__2     | 2.60522068e+003  |                  |
| X4F__2     |                  | -2.75440389e-005 |
| C (2,3)    |                  |                  |
| X__2X__3   | 3.05256881e+002  |                  |
| X__2X__3   |                  | -1.00000000e-010 |
| X__2X__3   | -7.51824452e-001 | -1.13895314e+001 |
| X__2X__3   | 3.05935614e-001  | 2.02202551e+000  |
| X__2X__3   | 1.54790744e-001  | 4.18211419e-001  |
| X__2X__3   | -7.70082285e-002 | -2.13466114e-002 |
| X__2X__3   | -1.67953441e+000 | -2.17355902e-002 |
| X__2X__3   | -5.95128739e+000 | -2.63796152e-002 |
| X__2X__3   | 2.35633337e+001  | 6.57960522e-003  |
| X__2X__3   | -3.43968363e+001 | -3.31309206e-003 |
| X__2X_9_23 | -3.47121015e+002 | -5.10577877e+003 |
| X_9_23X__3 | 7.35657766e+002  |                  |
| X_9_23X__3 |                  | -2.03250554e+001 |
| X__2X_B_23 | -1.01515082e+002 | -8.05638911e+002 |
| X_B_23X__3 | 1.70298085e+002  |                  |
| X_B_23X__3 |                  | -5.50444458e+001 |
| X__2X_D_23 | 2.76832909e+002  | -7.08184632e+003 |
| X_D_23X__3 | -2.84798358e+003 |                  |
| X_D_23X__3 |                  | -8.44735879e+000 |
| X__2X_F_23 | 1.52091749e+000  | 8.23829666e+002  |
| X_F_23X__3 | 8.51821737e+003  |                  |
| X_F_23X__3 |                  | 2.69302973e+001  |
| X__2X11_23 | 2.41848103e+001  | -2.36539089e+002 |
| X11_23X__3 | -3.74531757e+002 |                  |
| X11_23X__3 |                  | -1.88035041e+001 |
| X__2X13_23 | -1.27141765e+001 | -1.00599502e+001 |
| X13_23X__3 | 1.84626041e+001  |                  |
| X13_23X__3 |                  | -6.40402576e+001 |
| X__2X15_23 | 3.86608012e+002  | 2.03021750e+002  |
| X15_23X__3 | -4.45964231e+002 |                  |
| X15_23X__3 |                  | 1.26495443e+000  |
| X__2X17_23 | 8.25571573e+000  | -2.53519388e+001 |
| X17_23X__3 | -4.66780321e+001 |                  |
| X17_23X__3 |                  | -2.64595981e+001 |
| X__2X19_23 | 1.52324848e+005  | 3.46841069e+003  |
| X19_23X__3 | -1.52574867e+005 |                  |
| X19_23X__3 |                  | 1.49527412e-004  |

APÊNDICE C

---

|             |                                  |                  |
|-------------|----------------------------------|------------------|
| X___2X1B_23 | 2.51301142e+001-1.85082430e+002  |                  |
| X1B_23X___3 | -7.05976374e+003                 |                  |
| X1B_23X___3 |                                  | -5.95943963e-001 |
| X___2X1D_23 | -1.64970181e+001 2.85808828e+000 |                  |
| X1D_23X___3 | 2.09708606e+001                  |                  |
| X1D_23X___3 |                                  | 5.75414998e+000  |
| X___2X1F_23 | -4.97917555e+001 9.38540243e+000 |                  |
| X1F_23X___3 | 9.18255215e+001                  |                  |
| X1F_23X___3 |                                  | 1.56467659e+000  |
| X___2X21_23 | 1.03279568e+003-1.03087473e+002  |                  |
| X21_23X___3 | -2.13959821e+003                 |                  |
| X21_23X___3 |                                  | -4.28688805e-002 |
| X___2X23_23 | 5.17519840e+002-7.57825843e+000  |                  |
| X23_23X___3 | -5.59797822e+002                 |                  |
| X23_23X___3 |                                  | -2.07522032e-002 |
| X___2X25_23 | -3.63635395e+004 3.47236274e+002 |                  |
| X25_23X___3 | 5.08324354e+004                  |                  |
| X25_23X___3 |                                  | 1.85923399e-004  |
| X___2X27_23 | -1.25892783e+002-7.63889706e+000 |                  |
| X27_23X___3 | 2.32137089e+004                  |                  |
| X27_23X___3 |                                  | -2.27805336e-002 |
| X___2X29_23 | 1.25353010e+004 9.43794017e+001  |                  |
| X29_23X___3 | -1.73396370e+004                 |                  |
| X29_23X___3 |                                  | 4.38567744e-004  |
| X___2X2B_23 | 1.69436146e+003-1.91368640e+001  |                  |
| X2B_23X___3 | -1.30938033e+004                 |                  |
| X2B_23X___3 |                                  | -7.78814568e-004 |
| X___2X2D_23 | 7.46007601e+004-2.29341950e+001  |                  |
| X2D_23X___3 | -7.52635100e+004                 |                  |
| X2D_23X___3 |                                  | -4.00791522e-006 |
| X___2X2F_23 | 5.90101410e+002 7.41825325e-001  |                  |
| X2F_23X___3 | -8.00592701e+002                 |                  |
| X2F_23X___3 |                                  | 1.97382781e-003  |
| X___2X31_23 | 3.56148943e+003-8.40356036e-001  |                  |
| X31_23X___3 | -3.62519067e+003                 |                  |
| X31_23X___3 |                                  | -6.00613298e-005 |
| X___2X33_23 | -2.00258845e+001-2.14499931e-002 |                  |
| X33_23X___3 | 1.87208814e+002                  |                  |
| X33_23X___3 |                                  | -7.41709659e-002 |
| X___2X35_23 | -8.83084542e+001 2.88529121e-001 |                  |
| X35_23X___3 | 5.14535312e+002                  |                  |
| X35_23X___3 |                                  | 2.98015765e-003  |
| X___2X37_23 | -6.05796687e+003-1.71795432e+000 |                  |
| X37_23X___3 | 7.23142059e+003                  |                  |
| X37_23X___3 |                                  | -4.53192525e-005 |
| X___2X39_23 | -4.99477381e+002-4.19320825e-001 |                  |
| X39_23X___3 | 3.12023084e+003                  |                  |
| X39_23X___3 |                                  | -4.78918961e-004 |
| X___2X3B_23 | 1.09264934e+003-1.61994878e-001  |                  |
| X3B_23X___3 | -1.32315465e+003                 |                  |
| X3B_23X___3 |                                  | -8.33604260e-005 |
| X___2X3D_23 | -4.15288534e+003-1.44778046e+000 |                  |
| X3D_23X___3 | 2.73568171e+004                  |                  |
| X3D_23X___3 |                                  | -1.50082177e-005 |
| X___2X3F_23 | 2.60248827e+003 2.38098199e-001  |                  |
| X3F_23X___3 | -3.76888987e+003                 |                  |
| X3F_23X___3 |                                  | 2.97035133e-005  |
| X___2X41_23 | 3.95521079e+002 5.27307806e-002  |                  |
| X41_23X___3 | -2.50625136e+003                 |                  |
| X41_23X___3 |                                  | 6.87326629e-005  |
| X___2X43_23 | -2.45132138e+003-5.60528125e-002 |                  |
| X43_23X___3 | 2.87998684e+003                  |                  |
| X43_23X___3 |                                  | -9.05857823e-006 |
| X___2X45_23 | -6.86937624e-001 3.69681934e-003 |                  |
| X45_23X___3 | 5.34990858e+002                  |                  |
| X45_23X___3 |                                  | 5.46926991e-004  |
| X___2X47_23 | -4.53993121e+002-2.35179570e-002 |                  |

APÊNDICE C

|            |                  |                  |
|------------|------------------|------------------|
| X47_23X__3 | 3.55195058e+003  |                  |
| X47_23X__3 |                  | -4.41311363e-005 |
| X__2X49_23 | 8.20244744e+001  | 1.12743734e-002  |
| X49_23X__3 | -1.18922545e+004 |                  |
| X49_23X__3 |                  | 5.49399386e-005  |
| X__2X4B_23 | 4.42367440e+001  | -2.50435531e-003 |
| X4B_23X__3 | -2.76643488e+002 |                  |
| X4B_23X__3 |                  | -1.49507423e-004 |
| X__2X4D_23 | -1.91183893e+003 | 9.48361395e-003  |
| X4D_23X__3 | 2.04867280e+003  |                  |
| X4D_23X__3 |                  | 2.35051728e-006  |
| X__2X4F_23 | 2.72072642e+003  | 2.07311449e-002  |
| X4F_23X__3 | -3.31061917e+003 |                  |
| X4F_23X__3 |                  | 2.39244784e-006  |
| C (3,3)    |                  |                  |
| X__3       | 3.58944724e+003  |                  |
| X__3       |                  | 4.00000000e-010  |
| X__3       | 3.31844924e-001  | 5.02718176e+000  |
| X__3       | -2.93538620e-001 | -1.94008984e+000 |
| X__3       | 3.20578345e-001  | 8.66133989e-001  |
| X__3       | 3.70673224e-002  | 1.02750283e-002  |
| X__3       | 7.85979171e-001  | 1.01717006e-002  |
| X__3       | 3.76548708e+000  | 1.66908593e-002  |
| X__3       | -6.67959896e+001 | -1.86514882e-002 |
| X__3       | 5.64311959e+001  | 5.43543440e-003  |
| X__3X_9__3 | 4.50146258e+002  | 3.79498749e+003  |
| X_9__3     | -6.14507682e+002 |                  |
| X_9__3     |                  | 1.38484026e+001  |
| X__3X_B__3 | 4.38131478e+001  | 2.65829075e+002  |
| X_B__3     | -6.04544562e+001 |                  |
| X_B__3     |                  | 1.13694444e+002  |
| X__3X_D__3 | 1.53190008e+002  | 1.42730162e+003  |
| X_D__3     | -3.58617812e+002 |                  |
| X_D__3     |                  | 2.65943267e+001  |
| X__3X_F__3 | 5.46019900e+001  | 9.02412466e+002  |
| X_F__3     | -8.03795182e+002 |                  |
| X_F__3     |                  | 2.29110175e+001  |
| X__3X11__3 | -1.82788485e+002 | 2.72696221e+002  |
| X11__3     | 2.63559859e+002  |                  |
| X11__3     |                  | 5.34356503e+000  |
| X__3X13__3 | 3.50784324e-001  | 5.23243422e+000  |
| X13__3     | 6.85315719e+000  |                  |
| X13__3     |                  | 4.15688967e+002  |
| X__3X15__3 | -5.01427539e+000 | -3.10273172e+001 |
| X15__3     | 5.41057969e+002  |                  |
| X15__3     |                  | -6.16117324e+001 |
| X__3X17__3 | -3.09554187e+001 | 1.59205537e+001  |
| X17__3     | 3.90002492e+001  |                  |
| X17__3     |                  | 1.05588049e+001  |
| X__3X19__3 | -8.04181389e+002 | -2.21424692e+002 |
| X19__3     | 1.00144891e+003  |                  |
| X19__3     |                  | -2.81553900e-001 |
| X__3X1B__3 | 9.70354378e-002  | 4.60751282e+001  |
| X1B__3     | 4.17057478e+003  |                  |
| X1B__3     |                  | 2.40249700e+000  |
| X__3X1D__3 | 6.66222978e-001  | -7.69526690e-001 |
| X1D__3     | -3.61886305e+000 |                  |
| X1D__3     |                  | -8.17348097e+001 |
| X__3X1F__3 | 1.88290915e+000  | -6.89722663e+000 |
| X1F__3     | -1.13406996e+002 |                  |
| X1F__3     |                  | -4.57400798e+000 |
| X__3X21__3 | -2.89278711e+002 | 5.46318980e+001  |
| X21__3     | 1.32424120e+003  |                  |
| X21__3     |                  | 1.22214108e-001  |
| X__3X23__3 | -9.87023139e+003 | 2.39493474e+001  |
| X23__3     | 9.89698335e+003  |                  |
| X23__3     |                  | 2.35022627e-004  |

APÊNDICE C

|             |                  |                  |                  |
|-------------|------------------|------------------|------------------|
| X___3X25__3 | 8.44441771e+004  | 2.67798408e+002  |                  |
| X25__3      | -8.82015220e+004 |                  |                  |
| X25__3      |                  |                  | 3.60795959e-005  |
| X___3X27__3 | 1.47699579e+002  | 2.70298497e+000  |                  |
| X27__3      | -5.33395773e+002 |                  |                  |
| X27__3      |                  |                  | 4.68067387e-002  |
| X___3X29__3 | -1.11501632e+003 | -2.10441426e+001 |                  |
| X29__3      | 3.84153370e+003  |                  |                  |
| X29__3      |                  |                  | -5.03840315e-003 |
| X___3X2B__3 | -1.70991415e+003 | 1.18936253e+001  |                  |
| X2B__3      | 6.24215908e+003  |                  |                  |
| X2B__3      |                  |                  | 1.04508436e-003  |
| X___3X2D__3 | -1.52181059e+004 | -9.45274625e+000 |                  |
| X2D__3      | 1.58032386e+004  |                  |                  |
| X2D__3      |                  |                  | -4.08871744e-005 |
| X___3X2F__3 | -2.75235622e+007 | 1.58719210e+002  |                  |
| X2F__3      | 2.75237264e+007  |                  |                  |
| X2F__3      |                  |                  | 2.09319870e-010  |
| X___3X31__3 | -2.10216607e+005 | 6.15396318e+000  |                  |
| X31__3      | 2.10278682e+005  |                  |                  |
| X31__3      |                  |                  | 1.37786420e-007  |
| X___3X33__3 | 1.20218296e+001  | 1.73960321e-002  |                  |
| X33__3      | 4.52409167e+001  |                  |                  |
| X33__3      |                  |                  | 1.29624182e-001  |
| X___3X35__3 | 2.64366969e+002  | -4.06524589e-001 |                  |
| X35__3      | -6.57421670e+002 |                  |                  |
| X35__3      |                  |                  | -1.52660058e-003 |
| X___3X37__3 | 9.60998986e+002  | -1.39884683e+000 |                  |
| X37__3      | -3.47028042e+003 |                  |                  |
| X37__3      |                  |                  | -2.48008547e-004 |
| X___3X39__3 | -4.60544204e+001 | 3.25985186e-001  |                  |
| X39__3      | 2.10173774e+003  |                  |                  |
| X39__3      |                  |                  | 7.17379307e-004  |
| X___3X3B__3 | -1.78332976e+003 | 2.22560941e-001  |                  |
| X3B__3      | 2.06116389e+003  |                  |                  |
| X3B__3      |                  |                  | 4.69477745e-005  |
| X___3X3D__3 | -2.76268947e+002 | 4.03443414e-001  |                  |
| X3D__3      | 1.43674852e+004  |                  |                  |
| X3D__3      |                  |                  | 6.22760285e-005  |
| X___3X3F__3 | -3.60202957e+003 | -3.38509949e-001 |                  |
| X3F__3      | 5.31587079e+003  |                  |                  |
| X3F__3      |                  |                  | -2.17647659e-005 |
| X___3X41__3 | -5.97728445e+007 | 2.34155641e+001  |                  |
| X41__3      | 5.97749746e+007  |                  |                  |
| X41__3      |                  |                  | 6.54927031e-012  |
| X___3X43__3 | 5.15252357e+002  | 2.82362217e-002  |                  |
| X43__3      | -1.15955816e+003 |                  |                  |
| X43__3      |                  |                  | 6.71308873e-005  |
| X___3X45__3 | 4.83545149e+003  | -6.62818176e-002 |                  |
| X45__3      | -5.26519663e+003 |                  |                  |
| X45__3      |                  |                  | -2.49297288e-006 |
| X___3X47__3 | 6.28016949e+003  | -5.36990699e-002 |                  |
| X47__3      | -6.62762763e+003 |                  |                  |
| X47__3      |                  |                  | -1.16175295e-006 |
| X___3X49__3 | 1.85709731e+003  | 6.89548558e-002  |                  |
| X49__3      | -7.07507664e+003 |                  |                  |
| X49__3      |                  |                  | 6.67102815e-006  |
| X___3X4B__3 | 1.64194397e+001  | 1.26688594e-003  |                  |
| X4B__3      | -4.57356515e+002 |                  |                  |
| X4B__3      |                  |                  | 3.39167835e-004  |
| X___3X4D__3 | 1.02702168e+003  | -9.34536612e-003 |                  |
| X4D__3      | -1.26848037e+003 |                  |                  |
| X4D__3      |                  |                  | -6.79796696e-006 |
| X___3X4F__3 | -1.27662655e+002 | 2.35519472e-003  |                  |
| X4F__3      | 2.70614021e+002  |                  |                  |
| X4F__3      |                  |                  | 6.24328457e-005  |

\$VINTAGE,0