

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS - UFMG
ESPECIALIZAÇÃO PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA**

JOÃO LUIZ RIBAS PEREIRA

ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS:

**Comparando Álgebra com enfoque na equação do segundo grau em três
livros de matemática do 9º ano do ensino fundamental II**

BELO HORIZONTE

2017

João Luiz Ribas Pereira

ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS:

Comparando Álgebra com enfoque na equação do segundo grau em três livros de matemática do 9º ano do ensino fundamental II

Monografia apresentada à Universidade Federal de Minas Gerais, ao curso de Especialização para Professores de Matemática, como requisito para obtenção de título de Pós-Graduação em Matemática.

Prof. Orientador: Paulo Antônio Machado

Belo Horizonte

2017

João Luiz Ribas Pereira

ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS:

Comparando Álgebra com enfoque na equação do segundo grau em três livros de matemática do 9º ano do ensino fundamental II

Monografia apresentada à Universidade Federal de Minas Gerais, ao curso de Especialização para Professores de Matemática, como requisito para obtenção de título de Pós-Graduação em Matemática.

Área de concentração: Matemática

Professor Paulo Antônio Machado (Orientador)

Professor – UFMG (Banca Examinadora)

Professor – UFMG (Banca Examinadora)

Belo Horizonte, 29 de agosto de 2017.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por me apontar mais um caminho em direção ao meu desenvolvimento, acadêmico, humano e espiritual.

Agradeço aos meus professores e professoras que contribuíram de forma atenuante para que eu pudesse vencer mais um obstáculo e melhorar meu aprendizado.

Agradeço ainda, a todos que contribuíram de alguma forma para que eu chegasse até aqui.

RESUMO

Este estudo abordou a Álgebra, com enfoque nas equações do segundo grau. Para tal buscou-se como objetivo geral comparar esse conteúdo em três livros didáticos de Matemática para o 9º ano do ensino fundamental II de escola pública. Dessa maneira foi utilizada a metodologia da pesquisa bibliográfica em que se fez, conforme citado, uma comparação entre três livros de Matemática do 9º ano. As investigações revelaram que os livros são selecionados pelos professores das escolas e depois o MEC os envia para cada instituição escolar. A pesquisa revelou que o conteúdo de Álgebra/Equação do 2º grau é o mesmo nos três exemplares analisados, seguem a metodologia orientada nos PCNs de elaborar questões voltadas para a realidade dos educandos, tendo um ou outro mais aprofundamento. Outra questão que demonstrou bastante evidente foi que o livro didático é mais um instrumento de ensino-aprendizagem, mas há a necessidade de se formar melhor os professores de Matemática. O trabalho demonstrou a importância da pesquisa nas universidades, despertando no professor o interesse pelo próprio objeto de trabalho.

Palavras-chave: Álgebra. Equação do 2º Grau. Livros Didáticos. Matemática.

ABSTRACT

This study addressed Algebra, focusing on the equations of the second degree. For this purpose, the general objective was to compare this content in three textbooks of Mathematics for the 9th year of elementary school II of public school. In this way, a methodology of bibliographical research was used, in which a comparison was made between three Mathematics books of the 9th grade. The investigations revealed that the books are selected by the teachers of the schools and then the MEC sends them to each school institution. The research revealed that the content of Algebra / Equation of the second degree is the same in the three copies analyzed, follow the methodology oriented in the PCNs to elaborate questions geared to the reality of the students, having one or another more deepening. Another issue that has proved quite evident was that the textbook is more a teaching-learning instrument, but there is a need to better train mathematics teachers. The work demonstrated the importance of research in universities, arousing in the teacher the interest in the work object itself.

Keywords: Algebra. Equation of the 2nd Degree. Didatic books. Mathematics.

LISTA DE SIGLAS

MEC – Ministério da Educação

OCDE - Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico

PCN – Parâmetro Curricular Nacional

PNLD - Plano Nacional do Livro Didático

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	9
1.1 Objetivo Geral.....	10
1.2 Objetivos Específicos.....	10
1.3 Metodologia.....	10
2 REFERENCIAL TEÓRICO.....	12
3 OS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA PARA O 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL II.....	16
3.1 Analisando o Livro “Matemática e Realidade”.....	16
3.2 Analisando o Livro “Vontade de Saber”.....	18
3.3 Analisando o Livro “Praticando Matemática 9.....	19
4 COMPARANDO OS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA PARA O 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL II.....	21
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	31
REFERÊNCIAS.....	32

1 INTRODUÇÃO

Esta pesquisa vem atender as exigências da Universidade Federal de Minas Gerais, no curso de Especialização em Matemática, bem como analisar se os livros de matemática do 9º ano do Ensino Fundamental estão contribuindo para que, alunos e professores tenham maior desenvoltura e possibilidades para a aprendizagem da Álgebra, nesse estudo com enfoque nas equações do segundo grau.

Nesse caso é importante ressaltar que a equação do 2º grau é uma ramificação da Álgebra, vez que trabalha com letras como variáveis, nesse caso a incógnita tem o expoente 2, podendo também ser de expoentes 3, 4, ou outros.

O trabalho se torna ainda mais necessário e significativo porque são muitas as pesquisas que indicam a defasagem dos alunos em Matemática, como por exemplo, a revista Educação do editorial Globo:

A Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) divulgou nesta quarta-feira (13) um ranking mundial de qualidade de educação. Entre os 76 países avaliados, o Brasil ocupa a 60ª posição. Em primeiro lugar está Cingapura, seguido de Hon Kong e Coreia do Sul. Na última posição está Gana.

Enquanto o topo da lista ficou com os países asiáticos, as últimas 15 posições ficaram com os países sul-americanos Argentina em 62º, Colômbia, em 67º, e Peru com 71º lugar.

O ranking foi definido a partir de resultados de testes de matemática e ciências aplicados nestes países. Além dos resultados do Programa Internacional de Avaliação de Alunos (Pisa), foram analisados o TIMSS, dos Estados Unidos, e o TERCE, aplicado em países da América Latina. (GLOBO, 2015, p. 1).

É importante enfatizar que as pesquisas vinculadas a Educação e a Matemática ainda não tem grande representatividade, embora nos últimos tempos vem ganhando território. Nesse sentido, Kilpatrick (1996), afirma que professores e estudantes precisam ter consciência dos conhecimentos a serem transmitidos em sala de aula, por isso faz-se necessário o desenvolvimento de pesquisas que vinculem dialeticamente o aprendizado da teoria e a prática.

Concordando com Kilpatrick (1886) Lorenzato e Fiorentini (2001, p.2), afirmam que a educação em Matemática tem a priore, dois objetivos principais, um que corresponde a natureza pragmática: “[...] a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem da matemática” o outro, de natureza científica, “que visa desenvolver

a Educação Matemática enquanto campo de investigação e produção de conhecimentos”.

Dessa forma, é fundamental que os profissionais da Matemática se tornem investigadores do próprio processo de ensino, revelando metodologias existentes e até criando novos métodos para transmitir os conhecimentos necessários aos educandos.

Portanto desenvolver esta pesquisa sobre os livros didáticos de Matemática pode contribuir para minha prática enquanto professor de Matemática do Ensino Fundamental II para melhor auxiliar os educandos para resolver problemas algébricos envolvendo equações do 2º grau no 9º ano.

1.1 Objetivo Geral

Analisar e comparar os conteúdos e atividades de Álgebra, com enfoque nas equações do 2º grau, constantes em três livros de Matemática do 9º ano do ensino fundamental.

1.2 Objetivos Específicos

- Pesquisar e fichar os referenciais teóricos e legais que abordam o ensino da Álgebra, com enfoque nas equações do 2º grau.
- Estudar e analisar três livros de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental: “Vontade de saber matemática”; “Praticando matemática” e “Matemática e realidade”.
- Comparar os conteúdos de Álgebra / Equação do 2º grau constantes nos três livros pesquisados.

1.3 Metodologia

Para este estudo foi utilizada a metodologia da pesquisa bibliográfica, em que se comparou três livros de matemática do 9º ano do Ensino Fundamental, com enfoque nos conteúdos de Álgebra / Equação do 2º grau.

Na pesquisa bibliográfica, embasou-se primeiramente em estudos teóricos e na legislação sobre o tema. Em segundo momento utilizou-se os três livros de Matemática para análise e comparação entre os conteúdos de Álgebra / Equações do 2º grau que são abordados nesses livros.

As investigações desenvolvidas durante o 1º e o 2º semestre de 2017 constaram de levantamento bibliográfico, fichamento, análise de livros didáticos e produção do texto final.

A pesquisa bibliográfica acerca de estudos sobre a Álgebra / Equações do 2º grau se tornou relevante porque, conforme Beuren (2003), esse tipo de estudo explica um problema a partir de referências teóricas publicadas em documentos. Dessa forma esta pesquisa tem como base a pesquisa qualitativa, porque, segundo Turato (2005), esse tipo de pesquisa deve trabalhar com valores, crenças, representações, hábitos, atitudes e opiniões, sendo necessários para a busca de entendimento do contexto onde algum fenômeno ocorre.

Este trabalho é ainda exploratório porque, conforme Gil (1989) tem como objetivo proporcionar maior intimidade com um problema, para tal envolve levantamento bibliográfico, dados de pesquisas comparativas entre os três livros citados anteriormente.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Como base inicial desta pesquisa foram utilizados os estudos de Lins (1997, p.137) para explicar o que é a álgebra, para ele, a “álgebra consiste em um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade e desigualdade”. Logo, entende-se a Álgebra, nesse estudo a equação do 2º grau, como parte da Matemática que trabalha a generalização e abstração, representando quantidades através de símbolos.

A partir deste conceito inicial utilizar-se-á de outros estudos como Kilpatrick (1995, p.13), que afirma que a educação em Matemática parte atualmente de três linhas: “contrastes entre professor principiante e professor experiente; tentativas de melhorar a eficiência do professor e também descrições de como o professor constroem significado e percebe sua vida profissional”.

Então se pode perceber em Kilpatrick (1995), que o novo papel do professor de Matemática deve perpassar pela busca de novas alternativas para transmissão dos conhecimentos de maneira a levar os educandos a aplicá-los nas várias situações de seu dia a dia.

Nesse mesmo sentido, Parra (1996, p. 16) afirma: que é “preciso decidir a respeito dos conteúdos e também sobre a metodologia mais conveniente, para suprir em compensação muitos temas costumeiros que tem continuado a fazer parte dos programas, mas que hoje são inúteis”

Nos estudos de House (1995, p.1) ele descreve uma resposta de um aluno do 8º ano do ensino fundamental acerca das dificuldades em compreender a Álgebra, segundo ele: “é muito difícil e, apesar de muito instrutiva, noventa por cento das vezes é muito frustrante. Significa horas de aulas que nem chegamos perto de entender” (HOUSE, 1995, p.1).

Com efeito, para complementar as orientações metodológicas para melhorar os estudos e aprendizagens em Matemática, D’Ambrósio (1999, P. 97) acredita que

[...] um dos maiores erros que se pratica em educação, em particular na Educação Matemática, é desvincular a Matemática das outras atividades humanas. Particularmente, a civilização ocidental tem como espinha dorsal a Matemática. Mas não só na civilização ocidental. Em todas as civilizações há alguma forma de matemática. As ideias matemáticas comparecem em toda a evolução da humanidade, definindo estratégias de ação para lidar

com o ambiente, criando e desenhando instrumentos para esse fim, e buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para a própria existência. (D'MBRÓSIO, 199, p.97).

Para esse autor, buscar na sociedade em que vivem os alunos também é uma das possíveis formas para facilitar as aprendizagens em matemática, pois a Matemática existe em todas as civilizações.

Retomando aos estudos mais específicos dessa pesquisa em Matemática, com ênfase em Álgebra, os documentos oficiais do Brasil como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), também são importantes referenciais teóricos para esta pesquisa. Segundo esse documento, nos anos finais do ensino fundamental, através do desenvolvimento de atividades que exijam do aluno a exploração de situações-problema, o levará a reconhecer

[...] diferentes funções da Álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representará problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreenderá a "sintaxe" (regras para resolução) de uma equação. (BRASIL, 1997, p. 50-51).

Com efeito, Fiorentini et al (1993) consideram três tipos de concepções sobre a educação algébrica, que predomina ao longo dos tempos, no que tange ao ensino da Matemática, a saber: concepção linguístico-pragmática, fundamentalista estrutural, fundamentalista-analógica.

Para Ponte (2005, p.10) “[...] as dificuldades dos alunos na transição da Aritmética para Álgebra têm sido discutidas por numerosos autores”. Entre as dificuldades destacam-se: o aluno não consegue dar sentido a uma expressão algébrica, a letra não é percebida como representando um número, não se consegue pensar uma variável com o significado de um número qualquer, passar informação da linguagem natural para a algébrica. “Na Aritmética e na Álgebra, dos símbolos $+$ e $=$; Não distinguir adição aritmética ($3+5$) da adição algébrica” ($x+3$).

Concordando com a afirmação acima, Vitti (1999 p.19) afirma que, o fracasso do ensino de Matemática e as dificuldades que “os alunos apresentam em relação a essa disciplina não é um fato novo, pois vários educadores já enumeraram elementos que contribuem para que o ensino da matemática seja assinalado mais por fracassos do que por sucessos”.

Dessa maneira, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCNs) reafirmam que é importante a estimulação dos alunos para que esses busquem

explicações e as finalidades para as coisas, nesse caso, em relação às questões relativas à Matemática, como se pode resolver problemas do cotidiano ligados à investigação científica. “Desse modo, o aluno pode identificar os conhecimentos matemáticos como meios que o auxiliam a compreender e atuar no mundo” (BRASIL, 1997, p.62-63).

Com efeito, os PCNs dizem que para o professor desempenhar melhor sua função deve ser

[...] mediador entre o conhecimento matemático e o aluno ele precisa ter um sólido conhecimento dos conceitos e procedimentos dessa área e uma concepção de matemática como ciência que não trata de verdades infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos. (BRASIL, 1997, p.36).

As pesquisas realizadas pelo MEC e descritas nos PCNs demonstram que não há uma única maneira para se transmitir os conhecimentos matemáticos. É consensual a afirmativa de que não há apenas um caminho modelo para o ensino de qualquer disciplina, em especial a Matemática. Por isso, conhecer várias metodologias de trabalho em sala de aula é essencial para que, o professor construa a sua prática. “Dentre elas, destaca-se a história da matemática, as tecnologias da comunicação e os jogos como recursos que podem fornecer os contextos dos problemas, como também os instrumentos para construção das estratégias de resolução” (BRASIL, 1997, p.42).

Nesse pensamento mais holístico, Silva (2006) compreende os PCNs de Matemática, do ponto de vista da álgebra e a considera nesse documento como aritmética generalizada, dando ênfase à linguagem simbólica das letras, mas deixa espaço para que professores e pesquisadores possam discutir o papel da álgebra na aprendizagem da Matemática.

Outros autores que compuseram este estudo foram Coxford (1995) e Lins Gimenez (1997) que também abordam a questão da álgebra e a aritmética como sendo desenvolvidas simultaneamente.

Lins e Gimenes (1997, p.17), ressaltam que:

Do mesmo modo [...] que a escola proíbe os métodos de rua [...] a rua proíbe os métodos da escola [...] é preciso que a educação Matemática reconheça que ambas as posições estão corretas e o que isso quer dizer é que nossos alunos vivendo em dois mundos distintos, cada um com sua organização e seus modos legítimos de produzir significado.

Nesse caso, Lins e Gimenes (1997) indicam que a escola precisa encontrar metodologias que transformem o conhecimento adquirido na rua em conhecimento científico, possibilitando aos alunos a sistematizarem esses em novos conhecimentos, re-significando-os e construindo uma nova “aritmética”, que tem suas origens na produção de um sentido numérico. Para tal é necessário que o professor escolha bem suas metodologias.

Ancorando essa necessidade metodológica, Luna (2000, p.10) considera que “a metodologia é um instrumento poderoso, justamente porque representa e apresenta os paradigmas de pesquisa vigentes e aceitos pelos diferentes grupos de pesquisadores, em um dado período de tempo”. Os autores ressaltam ainda que as metodologias podem mudar de acordo com o tempo e o contexto, necessitando muita pesquisa e atenção por parte de professores para as possíveis mudanças metodológicas.

Retomando a Lins e Gimenez (1997), eles afirmam que, na educação algébrica é necessário considerar que para o aluno desenvolver o aspecto técnico a partir de suas experiências fora da escola, ele deve conhecer a lógica implícita às operações.

Dessa forma, os autores percebem que os principais objetivos da educação aritmética e algébrica atualmente deve ser o de encontrar equilíbrio em três frentes:

- i) o desenvolvimento da capacidade de por em jogo nossas habilidades de resolver problemas e de interagir e explorar situações,
- ii) o desenvolvimento de diferentes modos de produzir significados [...]
- iii) o aprimoramento de habilidades técnicas [...] (LINS E GIMENEZ, 1997, p.165).

3 OS LIVROS DIDÁTICOS PARA O 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL II

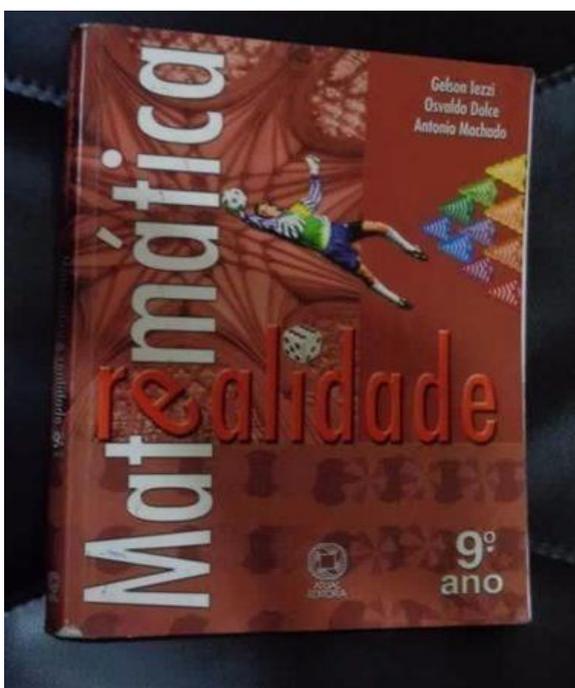
Neste capítulo foram estudados três livros didáticos de Matemática disponibilizados pelo Ministério da Educação (MEC), através do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) e destinados ao 9º ano do Ensino Fundamental II.

O PNLD é um programa do governo federal brasileiro, que tem por objetivo oferecer a alunos e professores de escolas públicas dos ensinos fundamental e médio, de forma universal e gratuita, livros didáticos e dicionários de língua portuguesa de qualidade para apoio ao processo ensino.

Com efeito, é importante ressaltar que além de serem gratuitos, os livros são escolhidos pelos professores de cada escola. Após as escolhas a relação de títulos é enviada para o MEC, que faz a encomenda dos materiais nas respectivas editoras que por sua vez enviam para cada escola.

Para melhor sistematização desta pesquisa analisou-se os seguintes livros didáticos para o 9º ano do Ensino Fundamental II: “Vontade de Saber Matemática¹”; “Praticando Matemática²” e “Matemática e Realidade³”.

3.1 Analisando o Livro “Matemática e Realidade”



O livro “Matemática e Realidade” de Lezzi, Dolce e Machado (2009), foi dividido em 8 unidades. Cada unidade trata de um tema distinto.

Na unidade 1 o assunto é Radicais, onde ele relembra potências, raízes, relação entre potência e raiz e operações com radicais: adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação.

¹ PATARCO, Patricia Moreno; SOUZA, Joamir. **Vontade de saber matemática**. 9º ano do ensino fundamental II. São Paulo: FTD, 2014.

² ADRINI, Álvaro; VASCONCELOS, Maria José. **Praticando matemática 9**. São Paulo: Editora do Brasil, 2015.

³ IEZZI, Gelson; DOLCE, Oswaldo. **Matemática e realidade 9**. São Paulo: Atual, 2009.

Na unidade 2 é abordado o tema cálculo algébrico, onde os autores escrevem sobre produtos notáveis e fatoração, na unidade 3 o assunto relatado é sobre equações do segundo grau. Na unidade 4 o tema tratado é sobre geometria, onde explicam: Teorema de Tales, semelhança de Triângulos, casos de semelhança, relação métrica no triângulo retângulo, razões trigonométricas no triângulo retângulo.

Na unidade 5 os temas são Estatística e Probabilidade. Na unidade 6 explicam sobre Polígonos e circunferência. Na unidade 7 descrevem sobre funções: Tabelas, fórmulas e gráficos e na unidade 8, os autores o chamaram de complemento, onde tratam sobre: relações métricas em um triângulo qualquer, relações métricas na circunferências, e outros produtos notáveis.

Como visto apenas na Unidade 3 desse livro, páginas 60 a 92, sendo que logo no início dessa unidade é ensinada a Fórmula de Bhaskara. A metodologia utilizada no nesse livro didático se inicia com um referencial teórico e alguns exemplos, depois bateria de atividades, conforme fotografia a seguir:

A fórmula de Bhaskara

Ainda não respondemos ao problema proposto no início deste capítulo: a largura da faixa, em metros, é raiz da equação $2x^2 + 23x - 39 = 0$.
Vamos partir da equação $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$ax^2 + bx = -c$$

Multiplicamos os dois membros por $4a$:

$$4a^2x^2 + 4abx = -4ac$$

Completamos o quadrado do 1º membro:

$$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = -4ac + b^2$$

$$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$$

Caso $b^2 - 4ac$ seja negativo, a equação não tem solução real. Caso $b^2 - 4ac$ não seja negativo, podemos extrair sua raiz quadrada. Assim:

$$2ax + b = \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$2ax = -b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$$

Daí resulta a fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

conhecida como *fórmula de Bhaskara*.

Na *fórmula de Bhaskara*, o número $b^2 - 4ac$ é muito importante e, por isso, tem um nome próprio: é chamado *discriminante* da equação e é simbolizado pela letra grega Δ .
Portanto:

$$b^2 - 4ac = \Delta \text{ (\Delta lê-se "delta")}$$

A fórmula também pode ser escrita assim:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Agora vamos calcular a largura da faixa.
Em $2x^2 + 23x - 39 = 0$, temos $a = 2$, $b = 23$ e $c = -39$. Então:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 23^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-39) = 529 + 312 = 841$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-23 \pm \sqrt{841}}{2 \cdot 2} = \frac{-23 \pm 29}{4}$$

1ª raiz: $x_1 = \frac{-23 + 29}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

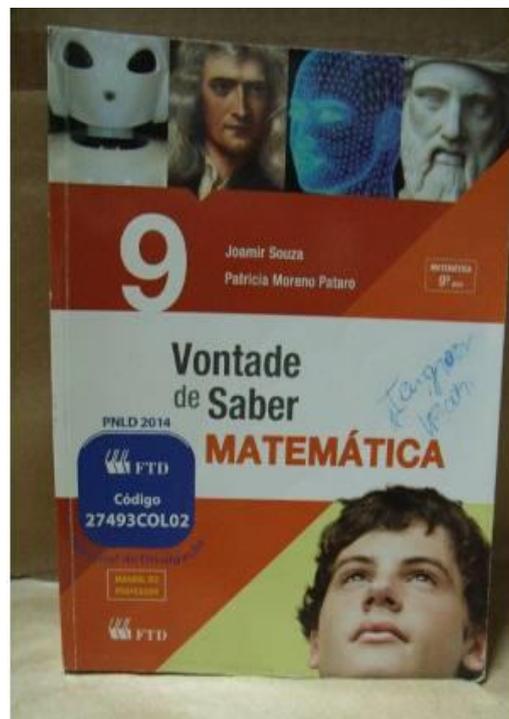
2ª raiz: $x_2 = \frac{-23 - 29}{4} = \frac{-52}{4} = -13$

As equações do 2º grau constantes na Unidade 3 são variadas e abordam temas da geometria como cálculo de área, raiz quadrada, problemas, entre outros.

3.2 Analisando o Livro “Vontade de Saber”

Nesse livro “Vontade de Saber” Souza e Pataro (2012) dividiu o volume 9 em 10 capítulos que vão apresentar os principais assuntos relacionados ao aprendizado da matemática no 9º ano.

O conteúdo tratado no primeiro capítulo são raízes: radiciação, potências, propriedades dos radicais, simplificação de radicais. Já no segundo capítulo o assunto abordado são as equações do segundo grau e sistemas de equações: equações do 2º grau com uma incógnita, resolução de equações do 2º grau, estudando as raízes



de equações do 2º grau e sistemas de duas equações com duas incógnitas, este capítulo é desenvolvido das páginas 26 até a 53.

Observa-se nesse livro que assim como no livro “Matemática e realidade” também se estuda a Fórmula resolutiva, também conhecida como Fórmula de Bháscara. Nesse sentido os dois livros são praticamente iguais, com questões bastante parecidas e utilizando-se da mesma didática de conteúdo e bateria de atividades, inclusive o número de páginas destinado a esse conteúdo é praticamente o mesmo, sendo o primeiro livro com 31 páginas e o segundo com 27 destinados aos conteúdos de Equação do 2º grau.

Com efeito, é necessário ressaltar que as incógnitas, isto é ao trocar números por letras se tem a representação algébrica, motivo que leva a equação do 2º grau ser uma operação algébrica.

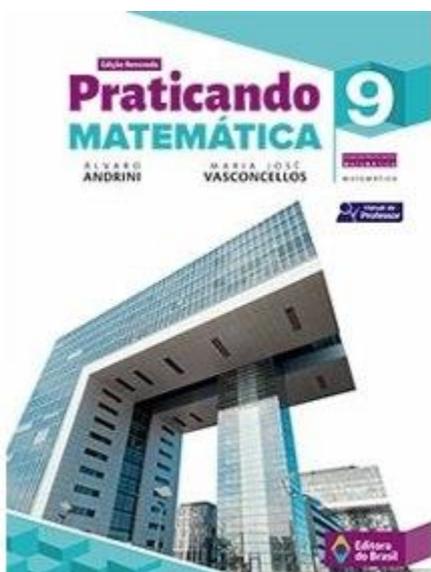
A diante com a análise do terceiro capítulo percebe-se o tema matemática financeira: porcentagem, acréscimo, desconto e juros. No quarto capítulo o tema é simetria, que eles subdividiram em: simetria de rotação e simetria de translação.

O quinto capítulo o assunto abordado são funções, onde eles dão uma noção do que é função, explicam sobre representação gráfica, função afim e quadrática. No sexto capítulo, aborda-se a semelhança: segmentos proporcionais, Teorema de Tales e semelhança de figuras.

No conteúdo do sétimo capítulo eles abordam sobre relações no triângulo retângulo Já no oitavo capítulo eles abordam Tratamento da informação, que nada mais é que estatística e probabilidade onde serão explicados os conteúdos: variáveis estatísticas, distribuição de frequências, intervalos de classes e média aritmética, mediana e moda.

Na abordagem do nono capítulo eles explicam sobre círculo e circunferência: circunferência, ângulo na circunferência, comprimento da circunferência e área do círculo. E finalizando o livro, no capítulo 10 o tema é medidas de volume, onde explicam sobre: volume, volume do paralelepípedo retângulo, volume do cilindro e unidade de capacidade.

3.3 Matemática “Praticando Matemática 9”



No livro “Praticando Matemática 9”, Silveira e Marques (2013) o subdividiu em 12 capítulos, que estão dispostos assim: Capítulo 1, potenciação e radicais; capítulo 2, equações do 2º grau; capítulo 3, funções e inequações do 1º grau; capítulo 4, funções quadráticas; capítulo 5, estatística; capítulo 6, segmentos proporcionais e semelhança; capítulo 7, relações métricas em um triângulo retângulo e razões trigonométricas,

capítulo 8, relações em um triângulo qualquer; capítulo 9, circunferência, arco e relações métricas; capítulo 10, polígonos regulares; capítulo 11, área de figuras planas e por fim capítulo 12, matemática comercial e financeira.

Como visto no livro “Vontade de saber matemática”, esse terceiro livro também destina o capítulo 2 para trabalhar o conteúdo algébrico de Equação do 2º grau. Para tal foram utilizadas as páginas 41 a 72, também aproximadamente o

mesmo número de páginas dos outros dois livros, sendo que as atividades são bem parecidas.

4 COMPARANDO OS LIVROS DIDÁTICOS

Neste capítulo foi realizada uma comparação entre os três livros estudados anteriormente, e para melhor compreensão recortamos os conteúdos referentes a Álgebra com enfoque nas equações do 2º grau.

O livro Matemática e Realidade dos autores Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Antônio Machado, da editora Atual, 6ª edição, do ano de 2009, São Paulo, faz uma abordagem da matéria simples direta e prática, buscando através de coisas do dia a dia para explicar a matéria, o que é importante, pois os alunos gostam que mostrem na prática onde pode se aplicar tal conteúdo.

Após isto os autores explicam o que é equação do 2º grau colocando sua fórmula genérica sem se preocupar em mostrar aos seus alunos de onde ela se originou.

Mostram também que se pode resolvê-la sem precisar usar fórmula. No caso, quando a equação estiver completa, basta substituir o número que eu quero na incógnita, e caso a sentença seja verdadeira, o número é a raiz da equação. Após esta explicação, eles colocam exercícios de fixação.

Após este início o livro mostra também que pode encontrar as raízes através de produtos notáveis, matéria vista no ano anterior (8º ano), dando importância o que se viu no ano anterior.

Mostra que se $c = 0$ e a e b forem diferentes de zero, basta colocar fator comum em evidência e resolver como se fazia no 8º ano. Mostra também que quando $b = 0$ e os coeficientes a e c não forem, basta isolar a letra e resolvê-la sem precisar usar a fórmula, o que ajuda o aluno a pensar que nem sempre é necessário usá-la.

Após estas primeiras explicações sobre equação do segundo grau, o livro “Matemática e Realidade” mostra uma segunda forma de encontrar as raízes da equação, através de soma e produto, onde a soma das raízes da equação se dá pela fórmula $S = -b/a$ e o produto $P = c/a$. Primeiro os autores colocam a fórmula pronta e depois explicam de onde elas originaram.

Em seguida eles explicam complementando quadrados, que também é uma outra forma de encontrarem as raízes da equação.

Logo após, eles explicam de onde surgiu a fórmula de Báskara, mostrando o passo a passo. E assim colocam uma sequencia de exercícios para o aluno poder resolver e compreender melhor a matéria.

Os autores também explicam a importância do discriminante (Delta). Falam que se ele for maior que zero a equação terá duas raízes reais distintas, se ele for igual à zero a equação terá duas raízes reais iguais e caso ele seja menor que zero a equação não possuirá raízes reais. Logo após a explicação, exercícios para a fixação.

Novamente os autores explicam sobre soma e produto das raízes, só que desta vez mais completo. Mostram de onde se originaram as fórmulas, mas explicam que se for difícil encontrar as raízes através deste método eles relembram que é melhor usar a fórmula de Báskara.

Depois disto, eles explicam a forma fatorada da equação do segundo grau, e que através delas o aluno conseguirá achar as raízes mais facilmente. O livro também aborda equação biquadrada, explicando o que é e como resolvê-la.

No livro “Matemática e Realidade” é explicado também sobre: sistemas de equações do segundo grau, equações fracionárias e equações irracionais.

No tópico sobre sistema de equações do segundo grau ele mostra que para resolvê-lo basta fazer como os alunos faziam para resolver sistema de equação do primeiro grau. O método aplicado é o da substituição, em que consiste em escolher uma das equações e isolar completamente uma incógnita, depois substituir na outra equação o valor isolado na primeira, e resolver. Achado os valores, volta na primeira equação e acha os dois outros resultados. Após a explicação vem à sequência de exercícios.

Após esta explicação vem à explicação sobre equações fracionárias. Através de exemplo ele explica o que é equação fracionária, e relembra sobre frações algébricas, visto no ano anterior.

Depois ele explica como resolver as equações irracionais, dando o passo a passo. Às vezes as equações irracionais podem cair em equação do 1º grau ou do 2º grau.

Ainda sobre o livro “Matemática e Realidade”, observa-se que depois é retomada explicação de equação do 2º grau apenas no capítulo 25, onde os autores abordam função do segundo grau através de gráficos.

Como metodologia este livro sempre coloca um problema para poder explicar como fazer o gráfico de uma equação do segundo grau. Logo após uma breve explicação através de exemplos, coloca exercícios de fixação, em que o aluno é capaz de resolver.

Nas páginas seguintes eles explicam o que é função quadrática, fala que seu gráfico é uma parábola e que se $a > 0$ sua concavidade é voltada para cima, e se $a < 0$ sua concavidade é para baixo. Novamente colocam exercícios para os alunos fixarem a matéria.

Após os exercícios os autores explicam as interseções que a parábola faz com os eixos coordenados, explicando que os pontos em que a parábola toca o eixo x são justamente as raízes da equação. Mostra também a importância do discriminante (delta), na construção da parábola, bem como na quantidade zeros que ela possuirá.

Depois explica sobre o que é o vértice da parábola, bem como o valor máximo e mínimo, e coloca a fórmula do X_v e Y_v . Logo a seguir ensina através de cinco passos como construir a parábola. Após esta explicação coloca uma sequência de exercícios para o aluno resolver e ver se assimilou a matéria.

Os autores demonstram que se pode encontrar os pontos que a parábola corta o gráfico sem precisar construí-la.

O livro Matemática “Compreensão e prática” faz uma simples denominação sobre o que é a equação do segundo grau e logo após já coloca a fórmula genérica, sem explicar de onde ela veio. Explica o que representa cada letra a , b e c . Faz rapidamente uma explicação sobre o que é equação completa e incompleta do segundo grau e depois já coloca exercícios de fixação para que o aluno possa memorizar o que foi ensinado.

Na página 54, por exemplo, explica como se faz para saber se um número é raiz ou não de uma equação do segundo grau, através da substituição deste pelo x , e logo após coloca exercícios de fixação.

Na página seguinte explica a forma de resolução de equação do segundo grau incompleta. Relembra a matéria produto notável mostrando a eficácia desta para a resolução mais rápida da equação quando ela está incompleta.

Mostra que se $c = 0$ e a e b forem diferentes de zero, basta colocar fator comum em evidência e resolver como se fazia no 8º ano. Mostra também que quando $b=0$ e os coeficientes a e c não forem, basta isolar a letra e resolve-la sem

precisar usar a fórmula, o que ajuda o aluno a pensar que nem sempre é necessário usá-la.

Só depois que o aluno já fez exercícios de fixação sobre fórmula de Báskara e que eles explicam de onde surgiu, mostrando o passo a passo de onde ela originou. Logo após eles colocam exercícios de fixação.

Na página 61 e 62 vem uma breve história sobre as referências à resolução de problemas envolvendo equações do segundo grau, e os matemáticos que se destacaram, chegando ao Hindu Bhaskara Akaria. Tudo isto para mostrar que não foi apenas um homem que é responsável pela fórmula, mas sim, um longo estudo de vários homens e povos antigos.

Nas páginas 62 e 63 eles explicam o que acontece com as raízes da equação do segundo grau quando o discriminante, delta, é maior que zero igual a zero e menor que zero.

Mostra que quando o delta for maior que zero, a equação do segundo grau terá duas raízes reais distintas. Quando o delta for igual à zero, a equação terá duas raízes reais iguais e por fim, quando o delta for menor que zero, onde a equação não admitirá raízes reais.

Logo após esta explicação ele coloca exercícios para que o aluno resolva e tenha autonomia para fazê-lo.

Nas páginas 65 e 66 eles explicam sobre o que são equações literais. Falam que as letras que aparecem na equação literal, excluindo a incógnita, são denominadas parâmetros, e mostra através de exemplos.

Logo após fala sobre as equações literais incompletas, e depois as completas, sempre explicando através de exemplos. Logo após estas explicações colocam exercícios de fixação para o aluno.

Nas páginas 67 à 69 os autores explicam uma outra forma de se resolver as equações do segundo grau, através das raízes, pelo método de soma e produto. Explicam que a soma das raízes se dá por $S = -b/a$ e que o produto das raízes se dá por: c/a . Só que em cada caso eles resolvem genericamente para mostrar aos alunos de onde originaram as fórmulas, e diz quem as criou. Dão exemplos para que os alunos possam aprender como usá-las e logo após colocam exercícios para que os alunos possam resolver.

Na página 71, os autores mostram a forma de como pode-se chegar a equação do segundo grau quando se tem as duas raízes, ou apenas uma, através do método soma e produto. Logo após, coloca uma lista de exercício para resolver. A partir da página 74 os autores começam a explicar equações biquadradas, explicando o passo a passo de como resolvê-la. Mostra também a sua composição, e de uma fórmula genérica, na qual ela pode ser composta. Após isto coloca exercícios para a prática do aluno.

Depois disto os autores explicam as propriedades das raízes da equação biquadrada.

A partir da página 81 eles explicam sistemas de equações do segundo grau. Explica através de exemplo prático como resolvê-los, e logo após, exercícios de fixação.

Na página 83 eles já começam a explicar problemas que envolvem equações do segundo grau, dão passo a passo para a possível resolução do problema e colocam exemplos para mostrar aos alunos como fazem. Logo após os exemplos colocam exercícios para que os alunos possam fazer e assim criar autonomia.

Nas páginas 87 a 93 colocam vários exercícios para que o aluno possa resolver, todos referentes à matéria, e assim poder melhorar seu aprendizado no ensino da equação do segundo grau.

Já no capítulo 4, a partir da página 120, eles começam a explicar o que é função quadrática, através de exemplo, e assim, colocam a denominação do que é função quadrática. Logo após a denominação, colocam exercícios de fixação.

Na página 121, eles explicam como construir o gráfico da equação do segundo grau. Explicam 4 passos para que o aluno consiga montar a parábola, porém, não explicam que o aluno precisa achar o X_v e o Y_v , o que consiste num erro, pois como ele vai saber a curva que a parábola irá fazer, se não conhecermos estes dois pontos?

Na página 123, explica em relação a concavidade da parábola, quando ela é para cima ou para baixo, mostrando que quem influencia nisto é o coeficiente **a**. Se este for positivo, a concavidade será para cima, caso seja negativo, a concavidade será para baixo.

Explica sobre os zeros da função, e para que serve, e como achá-los. Depois fazem um breve resumo sobre o delta e o coeficiente **a** na interceptação da parábola em relação em relação ao eixo x. Logo após fazem exercícios de fixação.

Na página 126, explica sobre as coordenadas do vértice, mostrando como se pode achá-los sem precisar de aplicar a fórmula, e logo depois, colocam a fórmula para que o aluno possa optar em qual seguir. Depois da explicação vem com exemplos para que o aluno possa entender melhor como fazer, e logo após, exercícios de fixação.

Após a explicação desta explicação eles re ensinam a construção da parábola usando agora o X_v e o Y_v .

Na página 132 explica sobre o valor mínimo e máximo da parábola. Fala que se $a > 0$ tem um ponto mínimo, e se $a < 0$ tem o ponto máximo. Logo após a explicação colocam exemplos e depois exercícios de fixação.

Na página 134 eles ensinam como estudar o sinal de uma função quadrática através de exemplos. Quando a função toca dois pontos, um ponto, e nenhum ponto no eixo x, com a concavidade voltada para cima. E quando a função toca dois, um ou nenhum ponto quando a concavidade da parábola é voltada para baixo.

Depois da explicação, vem uma lista de exercícios para a fixação do conteúdo dado. Depois explica sobre inequação do segundo grau, e sua parábola, e exercícios de fixação.

Das páginas 139 à 141 colocam vários exercícios para que o aluno possa assim, perceber se aprendeu ou não o conteúdo ministrado.

Já o livro “Vontade de Saber” inicia-se explicando equação do segundo grau no capítulo 2, lembrando o que foi estudado nos anos anteriores em relação à equação. Através de exemplo de área, ele começa a explicar a matéria. Mostra que uma área nunca pode ter valor negativo, logo só o resultado positivo é o que interessa.

Com uma pequena explicação e direta, os autores colocam a equação literal do segundo grau, e explicam o que cada coeficiente representa na equação do segundo grau. Explicam também que esta equação, pode ser completa, quando tem $ax^2 + bx + c = 0$, e que também pode ser incompleta, quando b, ou c, ou os dois são iguais à zero. Após esta explicação eles colocam uma sequência de exercícios para que os alunos possam resolvê-los para ver o que entenderam até então sobre a matéria.

Nas páginas seguintes mostram a resolução da equação do segundo grau, explicando historicamente quem começou a resolvê-la. Depois desta explicação eles ensinam a resolução de equações incompletas do segundo grau, mostrando aos

alunos sem fórmula, como resolvê-las. Após esta explicação, colocam exercícios de fixação para os alunos.

Após isto eles já introduzem a equação do segundo grau completa, e as formas usadas para a resolução delas foram: fatoração, completando quadrados e por fim, a fórmula resolvida. Depois colocaram uma bateria de exercícios para o aluno resolver.

Os autores, ainda no capítulo 2 fazem um estudo sobre as raízes da equação do segundo grau. Através da fórmula de Báskara eles mostram a importância que o delta tem na quantidade de raízes da equação. Explicam que: Se $\Delta > 0$, a equação do 2º grau possuirá duas raízes reais distintas; Se $\Delta = 0$, a equação do 2º grau possuirá duas raízes reais e iguais; Se $\Delta < 0$, a equação do 2º grau não possuirá raízes reais.

Após esta explicação eles fazem uma relação entre raízes e os coeficientes de uma equação, deduzindo as fórmulas de soma e produto das raízes.

Após estas duas explicações, eles colocam exercícios de fixação. Depois é realizada breve explicação sobre sistema de duas equações com duas incógnitas, em que se pode aparecer equações do segundo grau, explicando a matéria através de exemplos. Logo depois da explicação uma lista de exercícios é feita para que o aluno possa resolvê-lo e ver o que apreendeu sobre a matéria.

Acabando estas explicações, os autores só voltam a mencionar equação do segundo grau no capítulo 5 onde eles tratam as funções. Primeiramente eles explicam o que é função, e depois historicamente de onde este conceito que é explicado hoje em dia surgiu.

Quando os autores começam realmente a explicar para os alunos o que é uma função, eles o fazem, através de exemplos da vida real tais como, quantidade de vendas de televisores, e o tempo gasto para se vender uma, duas, três, televisores, entre outros.

Explicam que é a relação de duas grandezas, formam uma função, e que uma está diretamente ligada a outra. Depois das explicações vem, os exercícios de fixação.

Após estes exercícios os autores mostram a representação gráfica da função no plano cartesiano. Mostram através de exemplos, como pode se montar um gráfico, tanto do primeiro, quanto do segundo grau. Acabando as explicações vem uma sequencia de exercícios para a fixação da matéria.

Depois destes exercícios eles explicam o que é uma função afim, através de um exemplo, e logo após, colocam a explicação do que é uma função afim. Após a explicação, voltam a colocar exercícios de fixação.

E assim desta forma, explicação exercícios, eles explicam, gráfico de uma função afim, função linear, função linear e proporcionalidade, os zeros de uma função afim e interseção com o eixo y .

Ao chegar na função quadrática eles usam do mesmo artifício, exemplo para começar a explicar a matéria, depois um resumo do que é uma função quadrática. Explicam que é uma função escrita na forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, em que: a é o coeficiente real de x^2 , com $a \neq 0$; b é o coeficiente real de x e c é um coeficiente real, também chamado de termo independente.

Colocam alguns exemplos de função quadrática, e depois colocam atividades para os alunos. Na página seguinte eles explicam o gráfico de uma função quadrática. Através de um exemplo, eles começam a construir o gráfico, explicando como fazê-lo.

Logo depois os autores falam que o gráfico da função quadrática se chama parábola, que esta possui um eixo de simetria, que os pontos de encontro do eixo de simetria e a parábola se chamam vértice, e que possuem uma coordenada indicada por $V (X_v, Y_v)$.

Explicam também que a parábola pode estar com sua concavidade voltada, tanto para cima quanto para baixo, e que isto depende do valor do coeficiente a . Após esta explicação, alguns exercícios são colocados para que os alunos resolvam para ver se apreenderam o conteúdo.

Logo em seguida dos exercícios o livro aborda os zeros da função quadrática, fazendo uma lembrança do que é zeros da função em relação à função afim. Explicam, através de exemplos e gráficos. Após isto, explicam a interseção que a parábola faz em relação ao eixos x e y , e, logo depois, exercícios.

Explicam posteriormente o que são as coordenadas do vértice, e como podemos encontrá-las, precedendo depois uma lista de exercícios.

Após as coordenadas do vértice, os autores explicam o ponto de máximo e de mínimo da função quadrática. Através de um exemplo, explicam como fazer para achar o (X_v, Y_v) . Explicam que se este vértice corresponde ao ponto máximo, a parábola está com sua concavidade voltada para baixo, e que se este vértice

corresponde ao ponto mínimo, a parábola está com sua concavidade voltada para cima. Após esta explicação, uma sequência de exercícios é feita.

Todos os três livros explicaram praticamente da mesma forma o que é equação do segundo grau. O livro Matemática e Realidade pegou de uma coisa prática do dia a dia para poder introduzir o conteúdo assim como o livro Vontade de Saber Matemática. Já o livro Matemática Compreensão e Prática, explicou resumidamente sem aliar a prática do dia a dia do aluno.

Nos três livros, os autores também lembraram a matéria vista no 8º ano, produtos notáveis, mostrando a sua importância para encontrar as raízes da equação. Também ensinaram outras formas de resolução da equação através de soma e produto.

Nos três livros também se explica a importância do discriminante, em relação à quantidade de raízes que a equação terá.

Explicam que quando o discriminante for maior que zero a equação possuirá duas raízes reais distintas, quando o discriminante for igual a zero as raízes serão iguais, e quando o discriminante for menor que zero não existirá raízes reais.

Os livros Matemática e Realidade e Matemática Compreensão e prática, fizeram menção sobre a equação biquadrada. Os que mencionaram começaram colocando a fórmula da equação biquadrada e logo abaixo deram uma definição do que era usando a fórmula genérica: $ax^4 + bx^2 + c = 0$, em que a, b e c são números reais, em que o coeficiente a $\neq 0$.

Todos os dois livros mostram como resolver a equação biquadrada, porém o livro “Praticando Matemática” os autores explicam melhor, pois se estabeleceu um passo a passo para que o aluno pudesse compreender como resolver tal equação. Além disto, ele explicou a composição da equação biquadrada bem como suas propriedades. Já no livro “Matemática e Realidade” a questão ficou muito sintetizada, e o aluno pode não compreender direito a explicação.

Já o livro “Vontade de saber Matemática” não aborda completamente alguns assuntos relacionados e equação do 2º grau como: equações biquadradas, sistema de equações do 2º grau e equações irracionais, coisa que os outros dois livros fizeram.

Tendo em vista a análise pode-se afirmar que os três livros apresentam conteúdo sobre gráficos das funções do 2º grau. Todos dão uma noção do que é uma função, começando pela função afim, $y = ax + b$. Mostram gráficos do primeiro

grau, bem como fazê-los. Explicam o passo a passo para a construção do gráfico. Todos os três ensinam o que é função crescente e decrescente da função afim.

Os Livros Vontade de Saber Matemática e Matemática Compreensão e prática explicam sobre os zeros da função afim, coisa que o Matemática e Realidade não explica.

Portanto conclui-se que os três livros explicam sobre a função quadrática da mesma forma, pegando exemplos para poder assim, começar a explicar conteúdo, e somente após a explicação do conteúdo é que eles definem o que é uma função quadrática. Dão exercícios e após estes exercícios, eles explicam como construir o gráfico da função quadrática. Dos três os que melhor explicam são: Matemática e Realidade e Matemática Compreensão e prática, pois explicam passo a passo como construir a parábola.

Os três mencionam as coordenadas do vértice, só que o “Matemática e realidade” não menciona os pontos de máximo e mínimo de uma função quadrática, coisa que os outros dois mencionam. Todos os três falam sobre os estudos dos sinais da função quadrática.

5 CONSIDRAÇÕES FINAIS

Este trabalho foi fundamental para mim, que enquanto professor de Matemática pude compreender melhor sobre os livros didáticos que são disponibilizados pelo Governo Federal, através do PNLD.

Em relação ao enfoque desta pesquisa, que foi desenvolvida em cima do conteúdo algébrico com enfoque nas equações do segundo grau se pode identificar que os três livros analisados acabam por trabalhar de forma bem próxima os conteúdos e atividades destinados a Equação do 2º grau.

Foi revelado que o livro “Praticando Matemática” aborda de maneira mais sucinta os conteúdos, sendo que suas explicações não são detalhadas, ficando a cargo do professor aprofundar com os alunos em sala de aula e outras pesquisas.

Nesse sentido este estudo demonstrou ainda a importância do professor pesquisador da sua própria prática de sala de aula e que o livro didático é mais um recurso a ser utilizado, mas que depende da performance do professor de Matemática buscando outros meios e metodologias para levar o educando ao aprendizado das equações do 2º grau e outros conteúdos da Matemática.

O estudo mostrou ainda que os PCNs de Matemática orientam para uma metodologia que envolva atividades do dia a dia dos alunos, partindo de situações problemas. Nesse sentido todos os três livros trabalham com atividades e situações problemas do cotidiano da sociedade em geral.

Também é importante ressaltar ainda que o que ficou bem elucidado foi que muitas das vezes o aluno tem dificuldades de aprender porque os livros não são auto-suficientes para o aprendizado, necessitando da intermediação do professor, por isso se percebe que será necessário uma melhor formação acadêmica do profissional da Matemática, que se busque diversas metodologias e estudos sistematizados para melhorar a aprendizagem de alunos e professor.

Portanto ao professor de Matemática cabe reinventar sua prática, por isso deve ser pesquisador do seu próprio dia a dia, modificando metodologias ao mesmo tempo em que se modifica.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRINI, Álvaro; VASCONCELLOS, Maria José. **Praticando matemática 9**. 4.ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2015.

BEUREN, Ilse Maria. **Como elaborar trabalhos monográficos em contabilidade teoria e prática**. São Paulo: Atlas, 2003.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CAMPOS, Tânia M. M. e NUNES, Terezinha. **Tendências atuais do ensino e aprendizagem da matemática**. Em Aberto, Brasília, ano 14, n. 62, abr./jun. 1994.

DANYLUK, Ocsana S. **Alfabetização Matemática: o cotidiano da vida escolar**. Caxias do Sul: EDUCS, 1993.

DAL-FARRA, Rossano André; LOPES, Paulo Tadeu Campos. Métodos mistos de pesquisa em educação: pressupostos teóricos. Presidente Prudente-SP: **Nuances: estudos sobre educação**, v. 24, n. 3, p. 67-80, set/dez. 2013. Disponível em: revista.fct.unesp.br/index.php/Nuances/article/download/2698/2362. Acesso em 15 mai. 2017.

D'AMBROSIO, Ubiratam. **Etnomatemática: A história da matemática**. Disponível em: <http://web.archive.org/web/20081204141208/http://vello.sites.uol.com.br/unesp.htm>. Acesso em: 23 out. 2016.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Matemática e Educação Matemática: O problema da convergência**. Palestras proferidas em 1998. Disponível em: <http://vello.sites.uol.com.br/palestras.htm>. Acesso em 13 mar. 2017.

DIENES, Zoltan Paul. **Exploração do espaço e prática da medição**. São Paulo: Editora pedagógica e Universitária, 1974.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela; MIGUEL, Antônio. **Contribuição para um Repensar a Educação Algébrica Elementar**. Pro-Posições, v. 4, n. 1(10), p.78-91, mar. 1993. Disponível em: http://www.proposicoes.fe.unicamp.br/proposicoes/textos/10-artigos-fiorentinid_et al.pdf. Acesso em: 15 set. 2016.

FIORENTINI, Dario. **Rumos da pesquisa brasileira em educação matemática: o caso da produção científica em cursos de Pós-Graduação**. 1994. Tese (Doutorado em Educação: Metodologia de Ensino) – FE, Unicamp, Campinas (SP), 1994.

GIL, Kátia Henn. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de Álgebra**. 1989. Disponível em: <http://repositorio.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/2962/1/000401324-Texto%2BCompleto-0.pdf>. Acesso em: 15 set. 2016.

GLOBO. Educação. Brasil ocupa 60ª posição em ranking de educação em lista com 76 países. São Paulo: **Globo**, 2015. Disponível em: <http://g1.globo.com/educacao/noticia/2015/05/brasil-ocupa-60-posicao-em-ranking-de-educacao-em-lista-com-76-paises.html>. Acesso em: 21 set. 2016.

HOUSE, Peggy A. Álgebra: Idéias e questões. In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. **As idéias da Álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antônio. **Matemática e realidade**. 6 ed. São Paulo: Atual, 2009.

KILPATRICK, Jeremy; GÓMEZ, Pedro; RICO, Luis. **Educación matemática**. México: Grupo Editorial Iberoamérica, 1995. Disponível em: <http://funes.uniandes.edu.co/679/1/KilpatrickEducacion.pdf>. Acesso em 21 set. 2016.

KILPATRICK, Jeremy. **Fincando estacas**: uma tentativa de demarcar a Educação Matemática como campo profissional e científico. Zetetiké, Campinas (SP), Cempem/FE/Unicamp, v.4, n.5, p. 99-120, jan/jun-1996. Disponível em: https://disciplinas.stoa.usp.br/pluginfile.php/235539/mod_resource/content/1/TEXT0%20B-Kilpatrick,%20J.pdf. Acesso em: 21 set. 2016.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. **Fundamentos de metodologia científica**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2005.

LINS, Rômulo Campos e GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética a álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

LORENZATO, S.; FIORENTINI, D. **O profissional em Educação Matemática**, 2001. Disponível em: http://www.unisanta.br/teiadossaber/apostila/matematica/O_profissional_em_Educacao_Matematica-Erica2108.pdf. Acessado em: 15/03/2017.

LUNA, Sérgio Vasconcelos de. **Planejamento de pesquisa**. Uma introdução. São Paulo: Educ, 2000).

ONUCHIC, I.; ALLEVATO, N. S. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (orgs.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004.

PARRA, C. SAIZ, I. **Didática da Matemática**: Reflexões Psicopedagógica. Porto Alegre: Artmed, 1996.

PONTE, João Pedro da. **Números e álgebra no currículo escolar**. Lisboa: Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 2005. Disponível em: <http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4525/1/06-Ponte%28Caminha%29.pdf>. Acesso em: 10 mai. 2017.

ROSA, Maria Virgínia de Figueiredo Pereira do Couto; ARNOLDI, Marlene Aparecida Gonzalez Colombo. **A entrevista na pesquisa qualitativa: mecanismos para a validação dos resultados**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

SANTOS Josiel Almeida; FRANÇA Kleber Vieira; Lúcia S. B. dos SANTOS. Dificuldades na aprendizagem de Matemática. São Paulo, 207. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Monografia_Santos.pdf. Acesso em: 15 set. 2016.

SILVA, Maria Helena da. **Estudos das visões sobre álgebra presentes nos parâmetros curriculares nacionais de matemática do ensino fundamental em relação a números e operações**. São Paulo, 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - PUC, 2006. Disponível em: <https://sapientia.pucsp.br/bitstream/handle/11090/1/EDM%20-%20Maria%20helenada%20silva.pdf>. Acesso em: 23 out. 2016.

SOUZA, Joamir; PATARO, Patrícia Moreno. **Vontade de saber matemática**. 2. ed. São Paulo: FTD, 2012.

SOUZA, Adilson Sebastião de. **Metacognição e o ensino da álgebra**: Análise do que pensam e dizem professores de Matemática da educação básica. Disponível em: <file:///C:/Users/Adelio/Downloads/DissertacaoAdilsonSebastiao.pdf>. Acesso em: 15 set. 2016.

THIOLLENT, Michel. **Metodologia da pesquisa-ação**. 9.ed. São Paulo: Cortez: Autores Associados, 2000.

VITTI, C. M. **Matemática com prazer, a partir da história e da geometria**. 2. ed. Piracicaba - São Paulo. Unimep, 1999.