

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
MECÂNICA**

**MODELO MATEMÁTICO PREDITIVO PARA
CARACTERIZAÇÃO DA RESPOSTA TÉRMICA TEMPORAL DE
TUBOS TEMPERADOS POR IMERSÃO EM UM TANQUE DE
ÁGUA**

PEDRO HENRIQUE VASCONCELLOS APIPE

BELO HORIZONTE, 02 DE JUNHO DE 2017

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
MECÂNICA**

**MODELO MATEMÁTICO PREDITIVO PARA
CARACTERIZAÇÃO DA RESPOSTA TÉRMICA TEMPORAL DE
TUBOS TEMPERADOS POR IMERSÃO EM UM TANQUE DE
ÁGUA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de concentração: Calor e Fluidos.

Orientador: Prof. Dr. Luiz Machado.

Co-orientador: Prof. Dr. Matheus Pereira Porto

Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG.

PEDRO HENRIQUE VASCONCELLOS APIPE

BELO HORIZONTE, 02 DE JUNHO DE 2017

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Dissertação intitulada “MODELO MATEMÁTICO PREDITIVO PARA CARACTERIZAÇÃO DA RESPOSTA TÉRMICA TEMPORAL DE TUBOS TEMPERADOS POR IMERSÃO EM UM TANQUE DE ÁGUA”, de autoria do Mestrando em Engenharia Mecânica Pedro Henrique Vasconcellos Apipe, aprovado pela banca examinadora constituída pelos seguintes professores:

Prof. Dr. Luiz Machado - Orientador

Prof. Dr. Matheus Pereira Porto

Prof. Dr. Rudolf Huebner

Prof. Dr. Roberto Parreiras Tavares

Dr. Ricardo Junqueira Silva

BELO HORIZONTE, 02 DE JUNHO DE 2017

DEDICATÓRIA

Dedico esse trabalho aos meus familiares, colegas e amigos, sobretudo aos meus pais, Mônica e Maurício, a Thaline e a minha irmã Marcela, que tanto me apoiaram ao longo dessa trajetória.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus pela vitória.

Aos meus pais, Mônica e Maurício, por me mostrarem a importância do estudo, dedicação, honestidade e empenho na busca pelos objetivos.

A minha irmã Marcela pelo apoio e referência na busca pelos sonhos.

A Thaline pela compreensão, carinho, dedicação e paciência.

As minhas tias Renata, Adriana e vó Tereza pelo ensinamento de sempre aceitar o conselho dos outros, mas nunca desistir da minha própria opinião.

À empresa Vallourec Soluções Tubulares do Brasil, sobretudo ao gerente da laminação, Sr. Diogo Passagli, ao gerente da linha de tratamento térmico, Sr. Felipe Leal, e ao superintendente, Sr. Fabrício Vieira, pela liberdade nos dias de aula.

Ao professor Luiz Machado pelos sábios conselhos, orientação, apoio e tempo dedicado no acompanhamento da elaboração do presente trabalho.

RESUMO

O conhecimento da curva de resfriamento durante o processo de têmpera em aço é essencial para se definir as propriedades mecânicas e a qualidade final do material. Como essas propriedades variam sensivelmente em função da taxa de resfriamento, é fundamental monitorar e controlar a resposta térmica durante esse tratamento. Este trabalho apresenta o desenvolvimento de um modelo matemático preditivo unidimensional para a caracterização da resposta térmica temporal na parede de tubos temperados por imersão em um tanque de água. Neste modelo, a parede do tubo foi dividida em vários volumes de controle. A equação da condução do calor foi aplicada para cada volume durante um dado passo de tempo e a taxa de transferência de calor por condução na superfície interna e externa do tubo foi considerada igual à taxa de transferência de calor por convecção entre o tubo e a água. As equações do modelo foram resolvidas pelo método de volumes finitos, utilizando um esquema totalmente implícito. Em paralelo, uma solução analítica simplificada foi desenvolvida para realizar a validação numérica do modelo. Testes de malha revelaram que malhas com passos de tempo igual a 0,2s e número de volumes de controle iguais a 100 apresentaram um excelente compromisso entre o esforço computacional e os resultados obtidos. Erros relativos médios inferiores a 8%, entre a solução numérica e a solução analítica simplificada, comprovaram a validação numérica do modelo. Para validação física do modelo, testes em uma linha de tratamento térmico com tubos temperados por imersão em um tanque de água foram realizados. O tubo foi instrumentado com termopares do tipo K, que foram dispostos ao longo do seu comprimento e próximos das suas superfícies interna e externa. Por meio do emprego de coeficientes de transferência de calor médios compreendidos entre 1.000 (W/m².K) e 25.000 (W/m².K), soluções numéricas foram geradas e comparadas aos resultados obtidos experimentalmente. Os erros relativos médios para o todo o processo de resfriamento foram inferiores a 14,5% e próximos a 7% para o resfriamento até 62% do tempo total. A principal conclusão deste trabalho foi que o modelo, utilizando uma combinação de coeficientes de transferência de calor médio constantes, apresentou boa precisão na previsão da curva de resfriamento, notadamente até o segundo terço do processo.

Palavras chaves: Modelo matemático, estudo experimental, processo de têmpera, volumes finitos.

ABSTRACT

The knowledge of the cooling curve during the quenching process in steel is essential to define the mechanical properties and the final quality of the material. As these properties vary considerably as a function of the cooling rate, it is fundamental to monitor and control the thermal response during this treatment. This work presents the development of a one-dimensional predictive mathematical model for the characterization of the temporal thermal response in the wall of quenched pipes by immersion in a water tank. In this model, the pipe wall was divided into several control volumes. The heat conduction equation was applied for each volume during a given time step and the rate of heat transfer by conduction on the inner and outer surface of the pipe was considered equal to the convective heat transfer rate between the pipe and water. The equations of the model were solved by the finite volume method through totally implicit scheme. In parallel, a simplified analytical solution was developed to perform the numerical validation of the model. Mesh tests revealed that meshes with time steps equal to 0.2s and number of control volumes equal to 100 presented an excellent compromise between the computational efforts and the obtained results. Mean relative errors less than 8% between the numerical solution and the simplified analytical solution proved the numerical validation of the model. For the physical validation of the model, tests on a heat treatment line with a pipe that had been immersed in a water tank were performed. The specimen (pipe) was instrumented with type K thermocouples, which were arranged along its length and close to its internal and external surface. Using average heat transfer coefficients between 1000 (W/m².K) and 25000 (W/m².K), numerical solutions were generated and compared to the results obtained experimentally. The average relative errors for the entire cooling process were less than 14.5% and close to 7% for cooling until 62% of the total time. The main conclusion of this work was that the model, fed through the combination of constant average heat transfer coefficients, presented a good precision in the forecast of the cooling curve, especially until the second third of the process.

Keyword: Mathematical model, experimental study, quenching process, finite volume.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Diagrama de equilíbrio metaestável Fe-C simplificado para o aço .	5
Figura 2 - Diagrama CCT (SAE 1040).	7
Figura 3 - Relação propriedades mecânicas x microestrutura.	9
Figura 4 - Faixas de temperatura para recozimento e normalização.	10
Figura 5 - Taxas de resfriamento e microestrutura formada (SAE 1080).	11
Figura 6 - Mecanismos de transferência de calor.	16
Figura 7 - Camada limite hidrodinâmica e camada limite térmica.	18
Figura 8 - Sistema unidimensional (1D) discretizado - (Método dos volumes finitos).	29
Figura 9 - Sistema bidimensional (2D) discretizado - (Método dos volumes finitos).	29
Figura 10 - Sistema tridimensional (3D) discretizado - (Método dos volumes finitos)	29
Figura 11 - Relação de acoplamento (Esquemas explícitos e implícitos).	33
Figura 12 - Métodos de resfriamento em têmpera.	35
Figura 13 - Curva de Nukiyama.	36
Figura 14 - Transferência de calor, perfil de temperatura e diagrama de velocidade.	37
Figura 15 - Têmpera por imersão, montagem experimental e fluxo de calor	39
Figura 16 - Distribuição de temperatura radial e circunferencial em um tubo temperado pelo método de resfriamento em spray para diferentes ω .	40
Figura 17 - Fluxograma para determinação do coeficiente de transferência de calor	41
Figura 18 - Têmpera por imersão resultados simulados e experimentais.	42
Figura 19 - Análise de sensibilidade (Propriedades termofísicas).	44
Figura 20 - Análise de sensibilidade (Comprimento do elemento e passo de tempo).	44
Figura 21 - Experimentos e resultados (Resfriamento por jato em chapa plana).	45
Figura 22 - Métodos de resfriamento (Têmpera em tubo).	46

Figura 23 - Visão geral do teste experimental.	50
Figura 24 - Processo de imersão do tubo no tanque.	51
Figura 25 - Sistema de resfriamento auxiliares (Jato interno e jatos laterais).	51
Figura 26 - Módulos do sistema de medição.	52
Figura 27 - Transdutor (Termopar do tipo K).....	54
Figura 28 - Unidade de tratamento de sinal (Tpaq21).	56
Figura 29 - Dispositivo mostrador (Notebook).....	57
Figura 30 - Montagem experimental (Corpo de prova).	58
Figura 31 - Fotos corpo de prova (Montagem e instrumentação).....	59
Figura 32 - Isolamento térmico (Manta de fibra cerâmica biosolúvel).....	61
Figura 33 - Discretização do domínio (Nós centrais)	65
Figura 34 - Discretização do domínio (Nó 1)	66
Figura 35 - Discretização do domínio (Nó n)	67
Figura 36 - Solução analítica simplificada (Domínio de análise).....	70
Figura 37 - Fluxograma da solução numérica (Implementação computacional).....	75
Figura 38 - Fluxograma da solução analítica (Implementação computacional)	76
Figura 39 - Certificado de calibração termopar tipo k (15.000mm e 10.000mm)	109
Figura 40 - Certificado de qualidade termopar tipo k (15.000 mm)	110
Figura 41 - Certificado de qualidade termopar tipo k (10.000 mm)	110
Figura 42 - Certificado de calibração da unidade de tratamento de sinal	111
Gráfico 1 - Curva de resfriamento e heterogeneidade adimensionais ($L1 = 0,041L_{Total}$)	78
Gráfico 2 - Curva de resfriamento e heterogeneidade adimensionais ($L2 = 0,392L_{Total}$)	79
Gráfico 3 - Curva de resfriamento e heterogeneidade adimensionais ($L3 = 0,743L_{Total}$)	79
Gráfico 4 - Curva de resfriamento e heterogeneidade adimensionais ($R=0,75e$).....	81

Gráfico 5 - Curva de resfriamento e heterogeneidade adimensionais ($R=0,25e$)	81
Gráfico 6 - Curva de heterogeneidade longitudinal adimensionalizada ($R=0,25e$ x $R=0,75e$)	83
Gráfico 7 - Refinamento de malha temporal (Passo de tempo)	83
Gráfico 8 - Refinamento de malha espacial (Número de volumes de controle)	85
Gráfico 9 - Validação numérica (Solução numérica x solução analítica), $h=10.000$ ($W/m^2.K$).....	86
Gráfico 10 - Validação numérica (Solução numérica x solução analítica), $h=4.000$ ($W/m^2.K$).....	87
Gráfico 11 - Erro relativo absoluto, $x=0$	87
Gráfico 12 - Erro relativo absoluto, $x=0,25e$	88
Gráfico 13 - Erro relativo absoluto, $x=0,50e$	88
Gráfico 14 - Coeficiente de transferência de calor interno (h_{int}) e externo (h_{ext}) ($L1=0,041L_{Total}$)	90
Gráfico 15 - Coeficiente de transferência de calor interno (h_{int}) e externo (h_{ext}) ($L2=0,392L_{Total}$)	90
Gráfico 16 - Coeficiente de transferência de calor interno (h_{int}) e externo (h_{ext}) ($L3=0,743L_{Total}$)	90
Gráfico 17 - Solução numérica x resultado experimental ($L1=0,041L_{Total}$).....	91
Gráfico 18 - Solução numérica x resultado experimental ($L2=0,392L_{Total}$).....	91
Gráfico 19 - Solução numérica x resultado experimental ($L3=0,743L_{Total}$).....	92

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Fator de severidade (H) em função do meio e da circulação (sem, suave e moderada) ...	12
Tabela 2 - Fator de severidade (H) em função do meio e da circulação (boa, forte e violenta).	13
Tabela 3 - Condições de contorno.....	20
Tabela 4 - Comprimento característico L_c (Geometrias planas e cilíndricas).....	22
Tabela 5 - Descrição técnica (Módulo 1: Transdutor)	53
Tabela 6 - Descrição técnica (Módulo 2: Unidade de tratamento de sinal).....	55
Tabela 7 - Descrição técnica (Módulo 3: Dispositivo mostrador).....	56
Tabela 8 - Posicionamento dos termopares (Direção radial)	59
Tabela 9 - Posicionamento dos termopares (Direção axial)	60
Tabela 10 - Descrição técnica (Isolamento térmico)	60
Tabela 11 - Condições operacionais durante a realização do experimento	61
Tabela 12 - Propriedades termofísicas médias do aço carbono	73
Tabela 13- Temperatura adimensional (T^*) em função de L_{Total} para $t^*=t1^*$	80
Tabela 14 - Refinamento de malha temporal ($t=1s$, $t=0,2s$ e $t=0,02s$).....	84
Tabela 15 - Refinamento de malha espacial ($N=10$, $N=100$ e $N=1000$)	85
Tabela 16 - Erro relativo médio (%) solução numérica x teste experimental ($0 \leq t^* \leq 1$)	92
Tabela 17 - Erro relativo médio (%) solução numérica x teste experimental ($0,0 \leq t^* \leq 0,62$).....	93
Tabela 18 - Condições de contorno e solução da equação de Sturm-Liouville ($0 < x < L$)	102
Tabela 19 - Norma e equação transcendental da equação de Sturm-Liouville ($0 < x < L$)	103
Tabela 20 - Condições de contorno e solução da equação de Sturm-Liouville ($0 \leq r < b$)	104
Tabela 21 - Condições de contorno e solução da equação de Sturm-Liouville ($a \leq r < b$)	104
Tabela 22 - Norma e equação transcendental da equação de Sturm-Liouville ($a \leq r < b$)	105

Tabela 23 - Parâmetros da equação discretizada no método totalmente implícito para sistemas bidimensionais (2D) e tridimensionais (3D).....	107
Tabela 24 - Coeficientes da equação discretizada no método totalmente implícito para sistemas bidimensionais (2D) e tridimensionais (3D).....	108

LISTA DE NOTAÇÕES

Letras Latinas

A	Área de troca de calor	$[m^2]$
	Matriz de coeficiente	[adimensional]
A_s	Área superficial do sólido	$[m^2]$
A_b	Área localizada na face inferior do volume de Controle	$[m^2]$
A_e	Área localizada na face leste do volume de Controle	$[m^2]$
A_n	Área localizada na face norte do volume de Controle	$[m^2]$
A_s	Área localizada na face sul do volume de Controle	$[m^2]$
A_t	Área localizada na face superior do volume de Controle	$[m^2]$
A_w	Área localizada na face oeste do volume de Controle	$[m^2]$

a_E	Coeficiente da equação discretizada no método de volumes finitos (nó leste)	$[W/m^2K]$
a_p	Coeficiente da equação discretizada no método de volumes finitos (nó central)	$[W/m^2K]$
a_p^0	Coeficiente da equação discretizada no método de volumes finitos	$[W/m^2K]$
a_{p1}	Coeficiente da equação discretizada no método de volumes finitos (nó 1)	$[W/m^2K]$
a_{pn}	Coeficiente da equação discretizada no método de volumes finitos (nó n)	$[W/m^2K]$
a_W	Coeficiente da equação discretizada no método de volumes finitos (nó oeste)	$[W/m^2K]$
B	Vetor do termo fonte	$[^\circ C]$
Bi	Número de Biot	[adimensional]
b	Termo fonte linearizado	$[W/m^2]$
C_n	Constante de Fourier	[adimensional]
c_p	Calor específico	$[J/kgK]$

D	Diâmetro do cilindro	[m]
e	Espessura da parede do tubo	[m]
$F_{i \rightarrow j}$	Fator de forma	[adimensional]
Fo	Número de Fourier	[adimensional]
H	Fator de severidade de têmpera	[m ⁻¹]
h	Coefficiente de transferência de calor	[W/m ² K]
h_{ext}	Coefficiente de transferência de calor na superfície externa do tubo	[W/m ² K]
h_{int}	Coefficiente de transferência de calor na superfície interna do tubo	[W/m ² K]
I_T	Integral de temperatura	[�C s]
J_ν	Fun�o de Bessel de 1� tipo e ordem ν Não modificada	[adimensional]
J_ν'	Derivada primeira da fun�o de Bessel de 1� tipo e ordem ν não modificada	[adimensional]
k	Condutividade térmica	[W/mK]

k_b	Condutividade térmica na face inferior do volume de controle	$[W/mK]$
k_e	Condutividade térmica na face leste do volume de controle	$[W/mK]$
k_n	Condutividade térmica na face norte do volume de controle	$[W/mK]$
k_s	Condutividade térmica na face sul do volume de controle	$[W/mK]$
k_t	Condutividade térmica na face superior do volume de controle	$[W/mK]$
k_w	Condutividade térmica na face oeste do volume de controle	$[W/mK]$
L_c	Comprimento característico	$[m]$
N	Número de volumes de controle	[adimensional]
$N(\lambda_n)$	Norma da solução analítica	[adimensional]
p	Coefficiente da equação de Sturm-Liouville	[adimensional]
q	Coefficiente da equação de Sturm-Liouville	[adimensional]

q''	Fluxo de calor	$[W/m^2]$
$R_{t,cond}$	Resistência térmica a condução	$[K/W]$
$R_{t,conv}$	Resistência térmica a convecção	$[K/W]$
r	Raio do cilindro	$[m]$
S_{Pn}	Coeficiente do termo fonte linearizado (Nó n)	$[W/m^2K]$
S_{P1}	Coeficiente do termo fonte linearizado (Nó 1)	$[W/m^2K]$
S_u	Termo independente do termo fonte linearizado (nó 1 e nó n)	$[W/mK]$
S_ϕ	Termo fonte	$[W/m^5]$
$T(x,t)$	Temperatura	$[^\circ C]$
T_E	Temperatura no nó a leste do volume de controle no instante de tempo atual	$[^\circ C]$
T_E^0	Temperatura no nó a leste do volume de controle no instante de tempo anterior	$[^\circ C]$
T_i	Temperatura inicial	$[^\circ C]$

T_p	Temperatura no nó central do volume de controle no instante de tempo atual	[°C]
T_p^0	Temperatura no nó central do volume de controle no instante de tempo anterior	[°C]
T_{p1}	Temperatura no nó 1 do volume de controle no instante de tempo atual	[°C]
T_{p1}^0	Temperatura no nó 1 do volume de controle no instante de tempo anterior	[°C]
T_{pn}	Temperatura no nó n do volume de controle no instante de tempo atual	[°C]
T_{pn}^0	Temperatura no nó n do volume de controle no instante de tempo anterior	[°C]
T_{sup}	Temperatura da superfície	[°C]
T_W	Temperatura no nó a oeste do volume de controle no instante de tempo atual	[°C]
T_W^0	Temperatura no nó a oeste do volume de controle no instante de tempo anterior	[°C]

T_{∞}	Temperatura do fluído	[°C]
\dot{T}	Taxa de resfriamento	[°C/s]
T^*	Temperatura adimensional	[adimensional]
t	Tempo de resfriamento	[s]
U	Vetor velocidade	[m/s]
U_{M1}	Incerteza expandida do módulo 1	[°C]
U_{M2}	Incerteza expandida do módulo 2	[°C]
U_{M3}	Incerteza expandida do módulo 3	[°C]
U_{SM}	Incerteza expandida do sistema de medição	[°C]
V	Volume do sólido	[m ³]
W	Coeficiente da equação de Sturm-Liouville	[adimensional]
X	Vetor temperatura no final do passo de tempo	[°C]
X^0	Vetor temperatura no início do passo de tempo	[°C]
x^*	Coordenada adimensional	[adimensional]

Y_v	Função de Bessel de 2º tipo e ordem v não modificada	[adimensional]
Y_v'	Derivada primeira da função de Bessel de 2º tipo e ordem v não modificada	[adimensional]
y_1	Limite inferior de integração na determinação da constante de Fourier	[adimensional]
y_2	Limite superior de integração na determinação da constante de Fourier	[adimensional]

Letras Gregas

α	Difusividade térmica	[m^2/s]
β_n	Raízes da equação transcendental	[adimensional]
β_1	Primeira raiz da equação transcendental	[adimensional]
β_2	Segunda raiz da equação transcendental	[adimensional]
β_3	Terceira raiz da equação transcendental	[adimensional]
Γ	Coeficiente difusivo	[W/mK]
$\Gamma(t)$	Função temporal	[adimensional]

Δt	Passo de tempo	[s]
Δx	Comprimento do volume de controle na direção x	[m]
Δy	Comprimento do volume de controle na direção y	[m]
Δz	Comprimento do volume de controle na direção z	[m]
ϵ	Emissividade do corpo	[adimensional]
θ	Esquema de análise (método explícito ou implícito)	[adimensional]
θ_i	Diferença de temperatura inicial	[°C]
$\theta(t)$	Diferença de temperatura temporal	[°C]
λ	Constante de separação	[adimensional]
ρ	Massa específica	[kg/m ³]
σ	Constante de Stefan-Boltzman	[W/m ² K ⁴]
ϕ	Função incógnita	[°C]
ϕ_n	Produto da função espacial com a função temporal	[adimensional]

$\psi(\hat{r})$ Função espacial [adimensional]

ω Velocidade angular do tubo [*rad/s*]

Símbolos Matemáticos

∇ Operador gradiente

∂ Diferencial parcial

∇^2 Laplaciano

\hat{r} Coordenadas espaciais gerais

div Divergente

grad Gradiente

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	3
2.1. Tratamento Térmico dos Aços	3
2.1.1. Visão Geral	3
2.1.2. Conceitos Básicos (Diagrama Fe-C e Microestrutura)	4
2.1.3. Diagramas TTT (Tempo - Temperatura - Transformação)	6
2.1.4. Tipos de Tratamento Térmico	8
2.1.5. Conclusão	14
2.2 Métodos Analíticos e Numéricos na Condução de Calor	15
2.2.1. Visão Geral	15
2.2.2. Mecanismos de Transferência de Calor	16
2.2.3. Soluções Analíticas	21
2.2.4. Soluções Numéricas.....	27
2.2.5. Conclusão	34
2.3. Têmpera e o Estado da Arte	34
2.3.1. Visão Geral	34
2.3.2. Fenômenos Térmicos no Processo de Ebulição	35
2.3.3. Parâmetros de Influência na Curva de Ebulição	37
2.3.4. Formulação Matemática e Experimentos.....	38
2.3.5. Tecnologia no Processo de Têmpera para Tubos	46
2.3.6. Conclusão	48
3. DISPOSITIVO EXPERIMENTAL	49
3.1. Visão Geral	49
3.2. Visão Geral do Experimento	49
3.3. Sistema de Medição.....	52
3.4. Incerteza do Sistema de Medição	57
3.5. Montagem Experimental.....	58
3.6. Condições Operacionais Durante a Realização do Experimento	61
3.7. Conclusão	62
4. MODELO MATEMÁTICO	63
4.1. Visão Geral	63
4.2. Considerações Gerais do Modelo.....	63

4.3. Modelo Numérico	64
4.4. Modelo Analítico Simplificado	69
4.5. Propriedades Termofísicas	73
4.6. Implementação Computacional	74
4.7. Conclusão	76
5. RESULTADOS E DISCUSSÕES	77
5.1. Visão Geral	77
5.2. Resultados Experimentais	78
5.3. Ajuste de Malha (Espaço e Tempo)	83
5.4. Validação Numérica (Solução Numérica x Solução Analítica)	86
5.5. Validação Física (Solução Numérica x Resultados Experimentais)	89
5.6. Conclusão	94
6. CONCLUSÕES	95
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	97
APÊNDICES	102
Apêndice A - Soluções Analíticas da Condução do Calor	102
Apêndice B - Esquemas de Discretização (Volumes Finitos)	106
Apêndice C - Esquemas Totalmente Implícitos (Sistemas 2D e 3D)	107
ANEXOS	109
Anexo A - Certificado de Calibração (Transdutor: Termopar Tipo K)	109
Anexo B - Certificado de Calibração (Unidade de Tratamento de Sinal)	111

1. INTRODUÇÃO

O controle das propriedades mecânicas dos aços, tais como dureza, limites de escoamento e de resistência à tração e a tenacidade do material, encontram-se dentro dos maiores objetivos almejados por indústrias e engenheiros do ramo siderúrgico no processo de tratamento térmico. O emprego de peças, que exigem alta confiabilidade, seja na indústria mecânica, aeronáutica ou no seguimento petrolífero, associado a mercados cada vez mais competitivos, são fatores que fomentam e intensificam as necessidades de um maior controle desse processo.

Do ponto de vista metalúrgico, a obtenção das propriedades mecânicas durante o tratamento térmico é uma consequência direta das transformações, que ocorrem até a obtenção da microestrutura final do aço, seja essa perlita, bainita ou martensita. O processo de têmpera, que dentre os processos de tratamento térmico encontra-se entre os mais difundidos e empregados no setor industrial, tem por finalidade elevar a dureza do material, sob consequência da redução do seu limite de escoamento e tenacidade. Para isso, o emprego de taxas de resfriamento bem definidas, que têm por objetivo produzir uma microestrutura martensítica, se faz necessário. No entanto, a obtenção dessa microestrutura é acompanhada por grandes transformações, tanto de natureza estrutural, como de natureza térmica que, se não bem controladas, acarretam o surgimento de elevadas tensões, podendo comprometer as propriedades mecânicas desejadas. Com o objetivo de garantir tanto o controle das propriedades mecânicas, quanto o controle dimensional de peças temperadas, é essencial que se tenha o conhecimento físico dos fenômenos de transferência de calor envolvidos no processo, sobretudo porque os resultados das transformações metalúrgicas são consequência direta desses fenômenos. Em particular, da resposta térmica temporal da peça tratada.

Neste contexto, o presente trabalho tem como objetivo a elaboração e a validação de um modelo matemático para caracterização dos mecanismos de transferência de calor no processo de têmpera em água para tubos de aço. O modelo será aplicado para predição de curvas de resfriamento (resposta térmica temporal unidimensional) na parede do tubo.

Em termos da estruturação, o presente trabalho é dividido em seis capítulos. O capítulo 1 é a presente introdução. No capítulo 2 é apresentada a revisão bibliográfica, que é descrita pelo tratamento térmico dos aços, os métodos analíticos e numéricos na condução de calor e o atual estado da arte no processo de têmpera. O capítulo 3 apresenta o dispositivo experimental adotado, através de um detalhamento dos materiais e métodos utilizados, bem como da sua

instrumentação. O capítulo 4, cujo tema é o objeto principal do presente trabalho, descreve o modelo matemático desenvolvido para caracterização da resposta térmica temporal de tubos temperados em água. O capítulo 5 apresenta os resultados obtidos, de acordo com a formulação proposta para o experimento e o modelo matemático elaborado, enquanto que o capítulo 6 apresenta a conclusão do estudo produzido ao longo dessa pesquisa.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. Tratamento Térmico dos Aços

2.1.1. Visão Geral

O tratamento térmico é um importante processo metalúrgico cujo objetivo final é melhorar as propriedades mecânicas dos aços por meio da alteração de sua microestrutura. Em linhas gerais, ele consiste, em um primeiro momento, no aquecimento do material a ser tratado a fim de se obter uma microestrutura austenítica seguido de um resfriamento, ou até mesmo um novo aquecimento de acordo com as propriedades finais desejadas, tais como a dureza, o limite de resistência a tração, o limite de resistência ao escoamento entre outras.

A escolha do tratamento térmico a ser empregado está diretamente ligada à aplicação do material ou componente mecânico, de acordo com as condições às quais ele será submetido. Para isso, uma definição clara dos esforços mecânicos, condições operacionais e ambientais nas quais o material será utilizado deve ser previamente realizada. Definidas as condições de aplicação do material e as propriedades finais almejadas, é de responsabilidade do engenheiro a seleção do aço e a escolha do melhor tratamento térmico a ser adotado (recozimento, normalização, têmpera, revenimento entre outros).

A presente seção descreve uma revisão geral dos tratamentos térmicos dos aços mais adotados do ponto de vista industrial (Recozimento, Normalização, Têmpera e Revenimento), com um foco maior no processo de têmpera, que é objeto de estudo do presente trabalho. Para isso, em primeiro momento, é apresentada uma revisão dos conceitos existentes no diagrama ferro-carbono (Fe-C) e a possível microestrutura formada dos aços em condições de quase equilíbrio (baixa taxa de resfriamento).

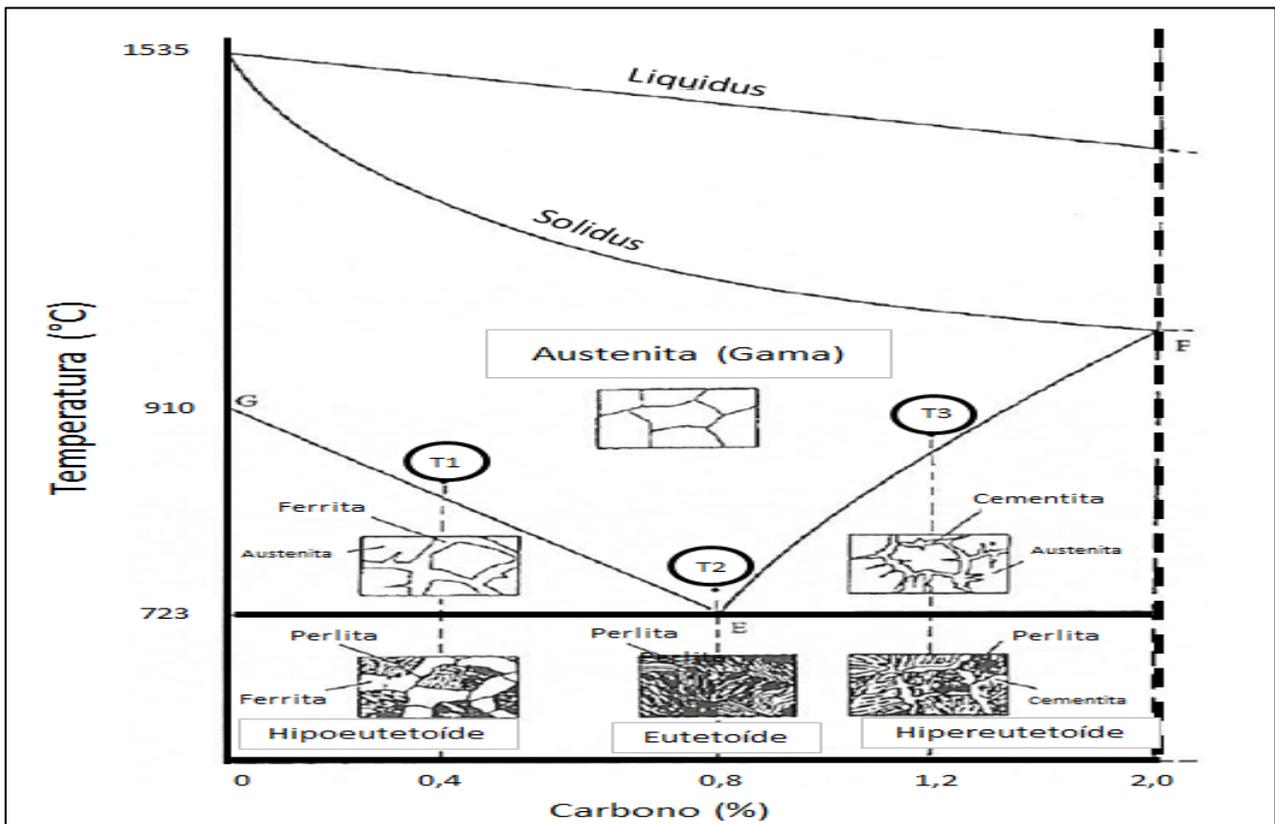
Em seguida, são descritos os conceitos existentes para processos de transformação que ocorrem a taxas de resfriamento mais elevadas (processo de não equilíbrio), no qual são empregados os diagramas TTT (Tempo-Temperatura-Transformação). Sedimentados estes conceitos, descrições dos objetivos gerais dos tratamentos térmicos de recozimento, normalização, têmpera e revenimento são apresentados, bem como a relação existente entre a microestrutura final formada e as propriedades mecânicas obtidas.

2.1.2. Conceitos Básicos (Diagrama Fe-C e Microestrutura)

As ligas ferro-carbono, conforme descreve Chiaverini (2003), são classificadas em função do teor de carbono presente em sua composição química e podem ser descritas como aços ou ferro fundido. No caso dos aços, a concentração de carbono presente em sua composição química varia de 0,008% até 2,11%, enquanto que, no caso do ferro fundido, essa faixa é alterada para valores compreendidos entre 2,11% e 6,67%.

No que diz respeito à alotropia do ferro, Chiaverini (2003) cita a existência de três formas, as quais ocorrem em função da temperatura para uma faixa de valores existentes desde o início da sua solidificação até a temperatura ambiente. As formas alotrópicos são: forma delta (δ), forma gama (γ) ou Austenita e forma alfa (α) ou Ferrita. A forma delta (δ), que apresenta uma estrutura cúbica de corpo centrado (CCC), encontra-se presente na faixa de temperatura compreendida entre a temperatura de solidificação e 1394°C. A forma gama (γ), representada por uma estrutura cúbica de face centrada (CFC), está presente em uma faixa de temperatura contida entre 1394°C e 912°C, enquanto que a forma alfa (α), composta também por uma estrutura (CCC), está presente em uma faixa de temperatura compreendida de 912°C até a temperatura ambiente. Segundo Chiaverini (2003), a base para a compreensão do tratamento térmico das ligas metálicas consiste no entendimento dos conceitos presentes no diagrama ferro carbono (Fe-C), o qual revela a microestrutura presente como função do teor de carbono percentual e da temperatura de análise, como mostrado na (FIGURA 1).

Figura 1 - Diagrama de equilíbrio metaestável Fe-C simplificado para o aço



Fonte: Quenching Theory and Technology, 2010, p. 5. (Houve alterações devido à tradução).

De acordo com Lišćić *et al.* (2010), uma classificação mais detalhada para os aços (hipoeutetoides, eutetoides e hipereutetoides) pode ser realizada, tanto em função do teor de carbono presente na sua composição química, como da microestrutura final resultante da sua transformação para um processo a baixas taxas de resfriamento. Segundo Lišćić *et al.* (2010), os aços hipoeutetoides são aços com teor de carbono compreendido entre 0,0% e 0,8%. No que se refere à microestrutura final dos aços formados nessa faixa de teor de carbono, a transformação da austenita resulta em uma microestrutura composta de perlita (ferrita + cementita) e ferrita. Já os aços eutetoides, que possuem teor de carbono de 0,8%, apresentam uma microestrutura final perlítica, enquanto que os aços hipereutetoides, com teor de carbono compreendido na faixa de 0,8% a 2,0% apresentam uma microestrutura final composta por perlita e cementita. Lišćić *et al.* (2010) ressaltam também que, no que se refere à formação da microestrutura final obtida no processo de resfriamento a partir da austenita, ocorre a formação de ferrita proeutetoide no caso de aços hipoeutetoides, enquanto que, no caso de aços hipereutetoides ocorre a formação de cementita proeutetoide. A definição de proeutetoide apresentada por Lišćić *et al.* (2010), consiste no fato da microestrutura iniciar a sua transformação antes da transformação da austenita diretamente em perlita. Como consequência

desse processo, na temperatura ambiente, microestruturas finais compostas por perlita e ou ferrita ou cementita podem estar presentes de acordo com o teor de carbono existente no aço.

Com base no comportamento mecânico do aço resultante da microestrutura formada, Chiaverini (2003) descreve que microestruturas ferríticas apresentam um comportamento dúctil. Já no caso da cementita o comportamento apresentado se torna o oposto, uma vez que tal microestrutura apresenta comportamento duro e frágil.

Outra observação importante no estudo do diagrama Fe-C é a relação coexistente entre o teor de carbono presente no aço e as propriedades mecânicas resultantes. Em linhas gerais, Chiaverini (2003) propõe que o aumento do teor de carbono implica no aumento da resistência mecânica (limite de resistência a tração e limite de escoamento), bem como da dureza para valores de teor de carbono presentes no aço, próximos ao da transformação eutetoide (0,8 %). Já para valores de teor de carbono superiores a esse, o comportamento é inverso, uma vez que ocorre redução das propriedades mecânicas.

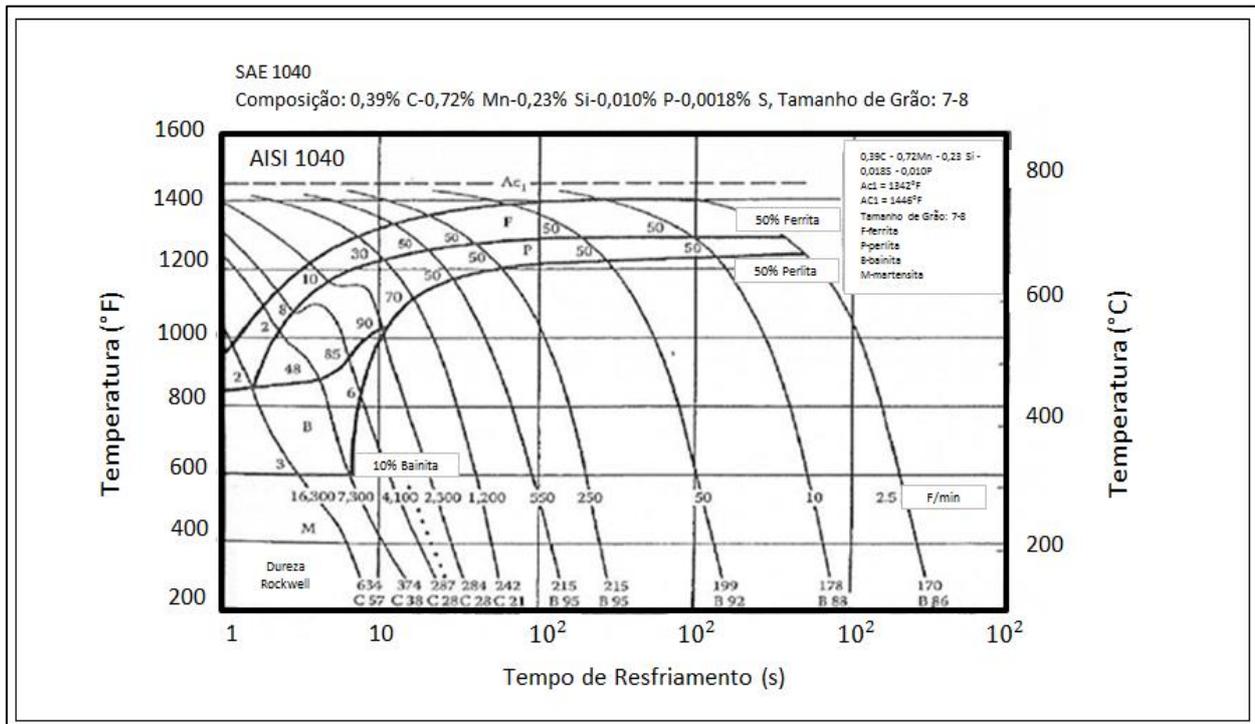
2.1.3. Diagramas TTT (Tempo - Temperatura - Transformação)

A respeito das microestruturas resultantes de um processo de transformação a partir da austenita, Liščić *et al.* (2010), descrevem que microestruturas como ferrita, perlita grossa e cementita, as quais apresentam formação associada a baixas taxas de resfriamento (situação que simula condição de equilíbrio), são possíveis de serem previstas por meio de um diagrama Fe-C. No entanto, microestruturas, formadas em processo de não equilíbrio, como perlita fina, bainita e martensita, precisam ser avaliadas por meio de diagramas que correlacionem as variáveis tempo, temperatura e transformação. Diagramas que satisfazem essas condições são conhecidos como TTT e podem ser divididas em dois grupos: Diagramas IT (Transformação isotérmica) e CCT (Transformação em resfriamento contínuo).

Segundo Liščić *et al.* (2010), do ponto de vista da utilização de diagramas TTT para avaliação de processos de tratamento térmico, como no caso de normalização, recozimento, têmpera direta e formação de microestrutura final mista, o emprego de diagramas CCT se torna mais apropriado do que diagramas IT. A justificativa para isso é baseada no fato de que tais processos são executados

em situações que envolvem resfriamento contínuo, ao invés de processos de transformação isotérmica. A Figura 2 apresenta um diagrama CCT para um aço carbono.

Figura 2 - Diagrama CCT (SAE 1040)



Fonte: Quenching Theory and Technology, 2010, p. 17. (Houve alterações devido à tradução).

Liščić *et al.* (2010), ressaltam que, ao se utilizar os diagramas CCT para análise da microestrutura final formada, as seguintes observações devem ser adotadas:

- a) O diagrama CCT é único para análise e avaliação da microestrutura final de um dado aço (composição química existente) para uma faixa de taxas de resfriamentos adotadas. Em hipótese alguma, um diagrama CCT para um dado aço pode ser usado para outro aço;
- b) A área de interseção entre a curva de resfriamento e o produto de transformação não é equivalente à quantidade de produto formado.

Dentre os fatores que afetam o posicionamento das curvas de transformação presentes nos diagramas TTT, Chiaverini (2003) cita que o teor de carbono, o tamanho do grão da austenita e sua homogeneidade são os fatores de maior impacto nesse posicionamento. No tocante ao teor de carbono, é apresentado que o seu aumento tende a deslocar as curvas de transformação para a direita, assim como rebaixar as linhas de início e fim de transformação da martensita. No caso do tamanho de grão de austenita, sabe-se que grãos maiores tendem a deslocar as curvas de

resfriamento para a direita, pois, quanto maior for o tamanho do grão, mais lentamente é a sua transformação. A respeito da homogeneidade da austenita, é proposto que quanto maior for sua homogeneidade, mais deslocada para a direita estarão as curvas de transformação. A explicação desse fato consiste em que a redução da presença de carbono residual tende a reduzir a velocidade de transformação da austenita.

Segundo Chiaverini (2003), a compreensão dos diagramas de transformação do aço, sobretudo das curvas CCT, são ferramentas indispensáveis na definição do tratamento térmico, pois o conhecimento dessas curvas pode resultar no emprego de taxas de resfriamento não excessivas para processo que objetivam como microestrutura final a martensita. Como consequência, a redução de quantidade excessiva de tensões internas que resultam na ocorrência do empeno de peças tratadas pode ser minimizada. Outra observação mencionada é o controle e adequação da quantidade de martensita formada, assim como da escolha mais adequada do aço para o tratamento em questão.

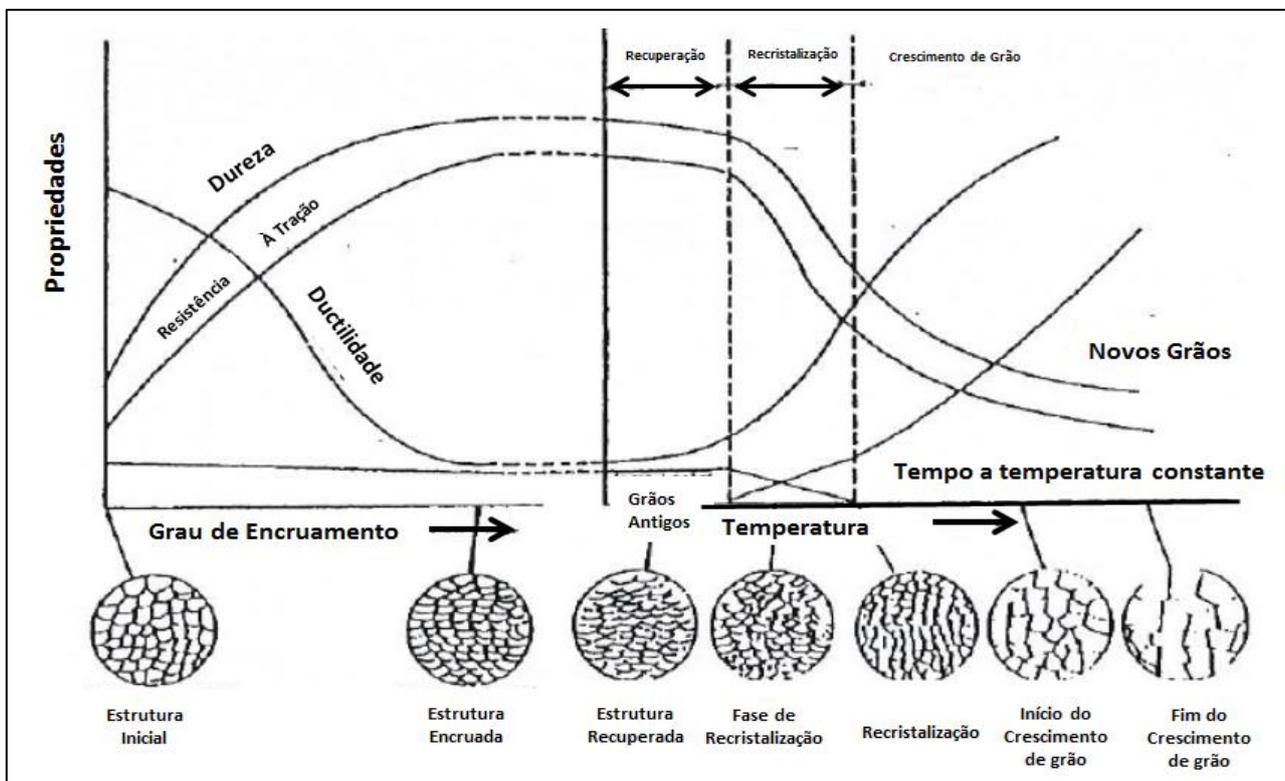
2.1.4. Tipos de Tratamento Térmico

Dentre os tratamentos térmicos existentes, os processos de recozimento, normalização, têmpera e revenimento são os mais empregados em escala industrial. Isso se deve à grande faixa de microestruturas finais obtidas nesses processos, resultando, conseqüentemente, em propriedades mecânicas diferenciadas.

Chiaverini (2003) descreve que o tratamento térmico de recozimento tem por objetivo eliminar os efeitos provenientes de qualquer outro tratamento térmico ou mecânico no qual o aço tenha sido submetido, melhora a sua usinabilidade bem como a sua ductilidade. Para isso, três etapas que ocorrem nesse processo, descritas como recuperação, recristalização e crescimento de grão, são necessárias. Em linhas gerais, a fase de recuperação, a qual ocorre a temperaturas mais baixas dentre todas as etapas do tratamento de recozimento, tem por objetivo reduzir as macro e micro tensões introduzidas durante a fase de encruamento. Sequencialmente se dá o processo de recristalização, que ocorre a temperaturas superiores às existentes na recuperação, cujo objetivo consiste em formar novos cristais de estruturas idênticas aos grãos originais não deformados. Por fim, temos o processo de crescimento de grão, o qual ocorre a uma temperatura mais elevada e resulta no crescimento de grão.

Segundo Chiaverini (2003), grãos finos presentes em uma dada microestrutura, como ocorre inicialmente em aços submetidos ao tratamento térmico de recozimento, apresentam baixa ductilidade, porém elevada dureza e resistência a tração respectivamente. Enquanto a temperatura no tratamento é aumentada, como citado anteriormente através das três etapas (recuperação, recristalização e crescimento de grão), ocorre uma inversão no processo devido ao surgimento de uma granulação mais grosseira, que é caracterizada por um aumento da ductilidade, seguido da redução do limite de resistência a tração e da dureza respectivamente. A Figura.3 apresenta esse fato.

Figura.3 - Relação propriedades mecânicas x microestrutura



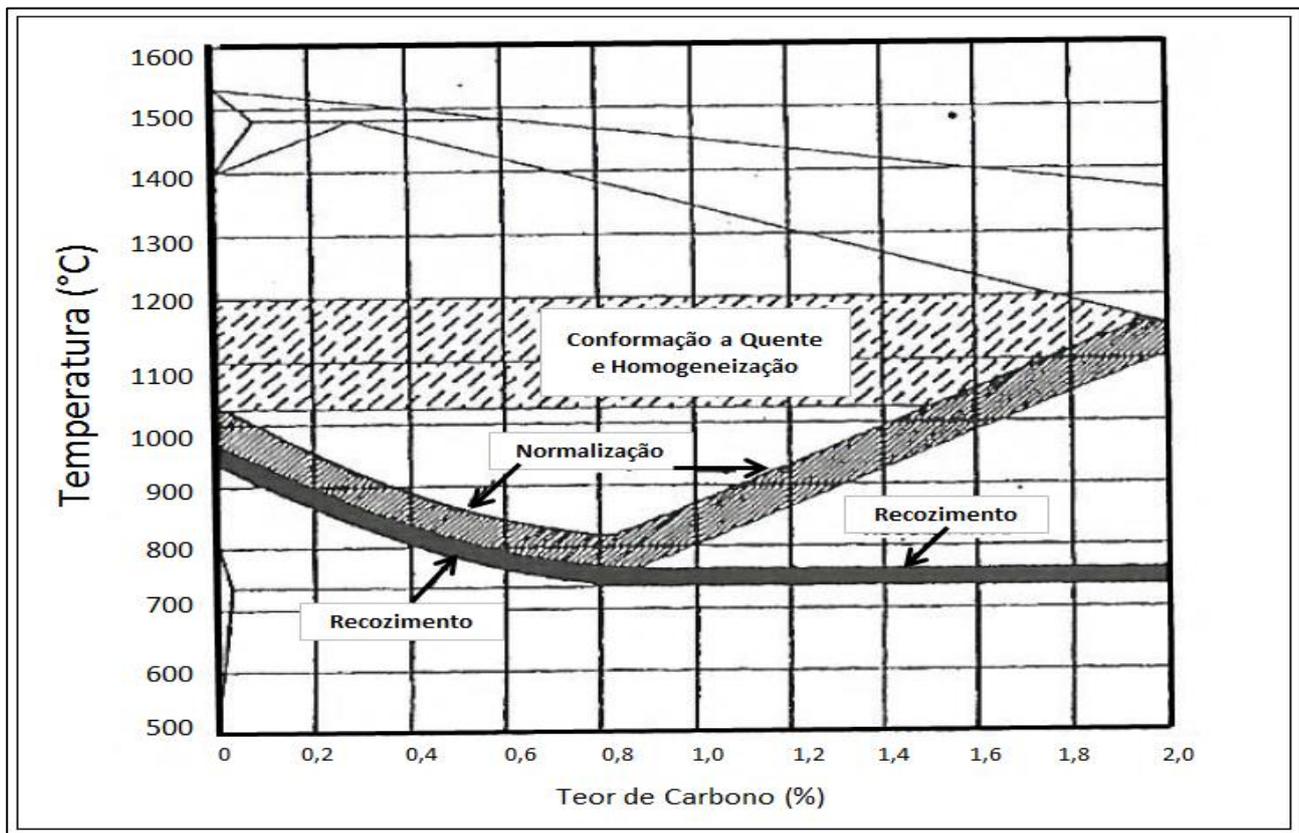
Fonte: Tratamento Térmico das Ligas Metálicas, 2003, p. 54.

Vale ressaltar que o tratamento térmico de recozimento pode ser subdividido, como propõe Chiaverini (2003), em dois casos, nos quais a microestrutura final é a perlita. Porém, eles são diferenciados pelo tempo de execução do processo. No primeiro caso, temos um processo descrito como recozimento pleno, que ocorre por meio do emprego de taxas de resfriamento mais lentas e resulta, dentre os dois casos, no processo de maior tempo de execução. Já no segundo caso, temos um processo descrito como recozimento cíclico, em que as taxas de resfriamento existentes são

mais elevadas; posteriormente ocorre um processo de transformação isotérmica e, por fim, um novo resfriamento até a temperatura ambiente.

No que diz respeito ao processo de normalização, Chiaverini (2003) cita que o processo tem por finalidade refinar e homogeneizar a estrutura do aço, o que confere ao material propriedades mecânicas superiores às obtidas no recozimento. Do ponto de vista da faixa de temperatura, é observado que o processo de normalização ocorre a temperaturas mais elevadas, quando comparado ao processo de recozimento. A Figura 4 apresenta a faixa de temperatura adotada para os tratamentos de recozimento e normalização.

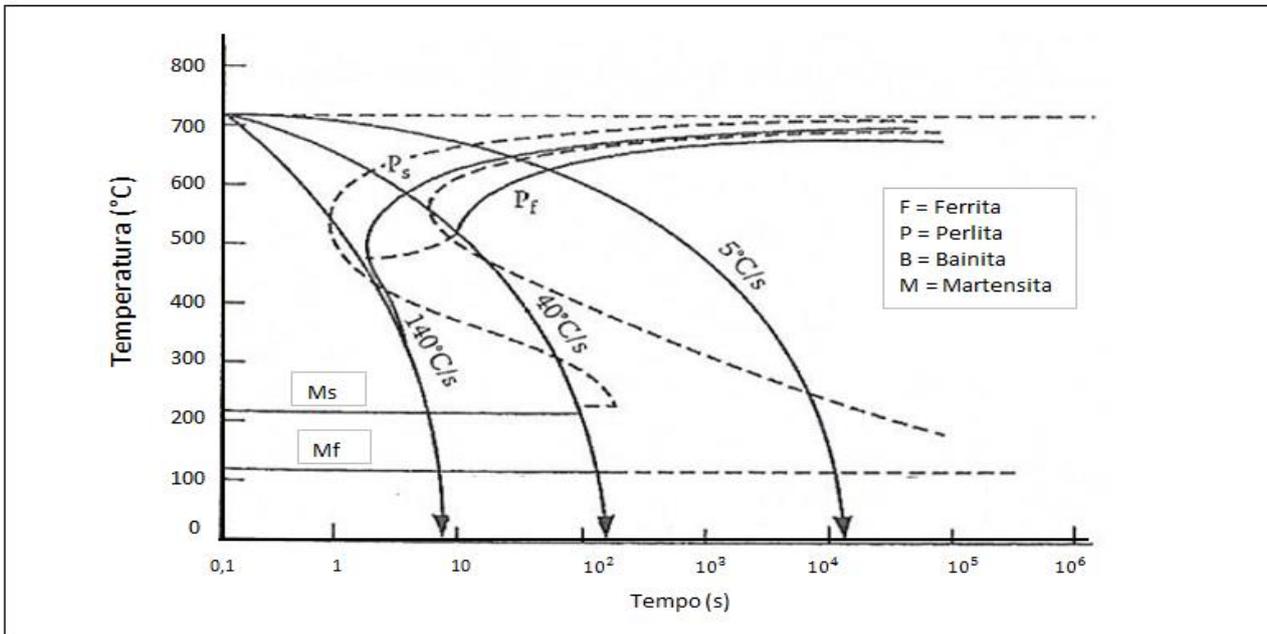
Figura 4 - Faixas de temperatura para recozimento e normalização



Fonte: Tratamento Térmico das Ligas Metálicas, 2003, p. 56.

O processo de têmpera cuja finalidade consiste em obter uma microestrutura martensítica, como propõem Liščić *et al.* (2010), apresenta, como resultado final, o aumento da dureza dos aços que são submetidos a esse tratamento. Como garantia da execução e formação de uma microestrutura completamente martensítica, é necessário que taxas de resfriamento superiores às existentes nos tratamentos de recozimento e normalização sejam adotadas, a fim de se evitar a formação de microestruturas perlíticas e bainíticas. A Figura 5 ilustra esse fato para um aço carbono.

Figura 5 - Taxas de resfriamento e microestrutura formada (SAE 1080)



Fonte: Quenching Theory and Technology, 2010, p. 19. (Houve alterações devido à tradução).

Como parâmetro de referência na definição da taxa de resfriamento necessária para se obter uma estrutura martensítica, Chiaverini (2003) apresenta o conceito de velocidade de resfriamento crítica. Esse conceito é descrito como a menor velocidade de resfriamento possível para um dado aço capaz de produzir uma microestrutura final completamente martensítica. Na prática, de acordo com Liščić *et al.* (2010), tal velocidade, por sua vez, se relaciona com a escolha do meio de resfriamento a ser adotado, já que o meio é responsável pela taxa de resfriamento do material a ser tratado e possui sua escolha baseada no fator de severidade (H).

O fator de severidade (H) é um parâmetro qualitativo largamente empregado e sua definição é baseada no número de Biot. De um modo geral, quanto maior for o seu valor maior será a taxa de resfriamento. As equações 1 e 2 apresentam a definição do fator de severidade, bem como o equacionamento adotado para a sua determinação no caso de peças circulares. Os parâmetros h , k , r e D representam o coeficiente de transferência de calor, a condutividade térmica do material, o raio e o diâmetro do objeto tratado no processo, respectivamente.

$$Bi = \frac{h \cdot r}{k} = H \cdot D \quad (1)$$

$$H = \frac{h}{2k} \quad (2)$$

Conforme descrito anteriormente, a intensidade da taxa de resfriamento existente no processo de têmpera está relacionada ao meio utilizado. No entanto, como propõem Liščić *et al.* (2010), outros fatores podem influenciar a intensidade desse parâmetro, sobretudo em casos que envolvem a existência de sistemas capazes de promover a agitação do meio. Chiaverini (2003) cita que tais sistemas são, geralmente, descritos como propulsores mecânicos, bombas de recirculação ou outros dispositivos capazes de promover a agitação do meio. As Tabelas 1 e 2 apresentam o fator de severidade de têmpera para o óleo, água e salmoura, assim como o efeito da agitação do meio na intensificação do valor desse parâmetro.

Tabela 1 - Fator de severidade (H) em função do meio e da circulação (sem, suave e moderada)

Agitação do Meio ou da Peça	Óleo		Água		Salmoura	
	In ⁻¹	mm ⁻¹	In ⁻¹	mm ⁻¹	In ⁻¹	mm ⁻¹
Sem circulação	0,25	0,01	0,9	0,035	-	-
	0,30	0,012	1,0	0,039	2,0	0,079
Circulação suave	0,30	0,012	1,0	0,039	-	-
	0,35	0,014	1,1	0,043	2,2	0,086
Circulação moderada	0,35	0,014	1,2	0,047	-	-
	0,40	0,016	1,3	0,051	-	-
	0,40	0,016	1,4	0,055	-	-

Fonte: Quenching Theory and Technology, 2010, p. 363.

Tabela 2 - Fator de severidade (H) em função do meio e da circulação (boa, forte e violenta)

Agitação do Meio ou da Peça	Óleo		Água		Salmoura	
	In ⁻¹	mm ⁻¹	In ⁻¹	mm ⁻¹	In ⁻¹	mm ⁻¹
Circulação boa	0,50	0,020	1,5	0,059	-	-
	0,40	0,020	1,6	0,063	-	-
Circulação forte	0,80	0,030	2,0	0,079	-	-
	0,80	0,030	-	-	-	-
Circulação violenta	1,10	0,043	4,0	0,15	5,0	0,20

Fonte: Quenching Theory and Technology, 2010, p. 363.

A seleção e o emprego de um meio de resfriamento para um dado material em processo de têmpera, resulta na formação de certa quantidade de martensita e, portanto, na dureza resultante do material, que, geralmente, não é uniforme na seção transversal da peça. Liščić *et al.* (2010) explicam que variações dessa dureza ocorrem porque a superfície e o núcleo da peça tratada são submetidos a taxas de resfriamento distintas. Desse modo, o conhecimento e a capacidade de prever a variação da dureza ao longo da seção da peça, são instrumentos de análise fundamental na definição e escolha do aço a ser tratado. Para isso é definido o conceito de temperabilidade, o qual resulta na capacidade de endurecimento do aço ou na sua profundidade de endurecimento, como propõe Chiaverini (2003). Esse parâmetro pode ser determinado por ensaios como do tipo Grossman e do tipo Jominy.

O processo de revenimento, conforme descrevem Liščić *et al.* (2010), tem por finalidade, como objetivos principais, reduzir as tensões residuais causadas durante o tratamento de têmpera, promover o ajuste da dureza do aço e alterar as tensões limite de escoamento e limite de resistência a tração respectivamente.

Ponto de atenção descrito por Liščić *et al.* (2010), no tratamento de revenimento, consiste nas faixas de temperatura capazes de promover a fragilização do aço. Essas faixas são descritas por meio de situações conhecidas como fragilização da martensita revenida e fragilização do revenido. No primeiro caso, a fragilização ocorre para uma faixa de temperatura compreendida entre 250°C e 370°C, cujo mecanismo principal é baseado na decomposição da austenita retida em cementita nos contornos de grãos da austenita.

No caso da fragilização do revenido, esse processo ocorre para uma faixa de temperatura compreendida entre 450°C e 600°C, cujo mecanismo de fragilização é baseado na segregação de impurezas presentes no aço para os contornos de grão.

2.1.5. Conclusão

Conforme apresentado nessa seção, o tratamento térmico dos aços está baseado na definição das propriedades mecânicas desejadas (dureza, limite de resistência à tração, limite de resistência ao escoamento, entre outras), que estão estritamente ligadas à microestrutura final formada durante o processo. Por sua vez, essa microestrutura está relacionada à definição de faixas de temperatura e do tempo de execução, no caso de processo de transformação isotérmica; ou de taxas de resfriamento empregadas no caso de processos que ocorrem em condições de resfriamento contínuo, como apresentado pelo diagrama CCT.

Como aprofundamento no estudo do processo de têmpera, se faz necessária a compreensão dos fenômenos de transferência de calor existentes, uma vez que tais fenômenos governam a física desse processo (curva e taxas de resfriamento). A seção seguinte é dedicada, então, ao estudo da transferência de calor envolvendo os fenômenos de condução, convecção e radiação, bem como as condições de contorno, e algumas ferramentas e técnicas matemáticas disponíveis para prever a resposta térmica de um corpo em regime transiente.

2.2 Métodos Analíticos e Numéricos na Condução de Calor

2.2.1. Visão Geral

O conhecimento dos fenômenos de transferência de calor desempenha um papel importante na solução de inúmeros problemas de engenharia. A análise de problemas envolvendo a geração e conversão de energia térmica em energia mecânica (como no caso de motores a combustão interna), o projeto de equipamentos térmicos (como bombas de calor, evaporadores e condensadores), a conversão de energia solar em energia elétrica e o próprio tratamento térmico dos aços são apenas alguns exemplos da gama de aplicações nas quais tais fenômenos físicos estão presentes.

O modelamento matemático do processo de têmpera, objeto de estudo do presente trabalho, apresenta sua formulação matemática alicerçada no estudo de problemas de condução de calor em regime transiente. Estudo esse focado principalmente na capacidade do meio em remover calor da peça sob condições de tratamento, por meio do mecanismo de convecção térmica. A análise da resposta térmica (curva e taxas de resfriamento) permite prever as possíveis tensões térmicas que são geradas nesse processo e, conseqüentemente, refletem na avaliação das propriedades mecânicas, assim como no controle dimensional de peças tratadas.

A presente seção é dedicada à revisão bibliográfica dos fenômenos térmicos e das ferramentas e técnicas utilizadas na determinação da resposta térmica para avaliação de problemas de condução de calor em regime transiente. Em termos estruturais, esta seção é inicialmente dedicada à descrição dos modos de transferência de calor (condução, convecção e radiação), assim como das condições de contorno existentes na análise desses fenômenos. Sequencialmente, é apresentada a formulação matemática da equação do calor para sistemas de coordenadas cartesianas e cilíndricas, bem como o método de separação de variáveis na determinação da solução analítica para problemas transientes sem geração de energia. Após descrição da solução analítica e do método de separação de variáveis, os métodos numéricos de elementos finitos e diferenças finitas são apresentados por meio de uma visão geral do seu campo de aplicação. Em seguida é detalhado o método de volumes finitos, através das equações governantes, certas considerações e algumas aplicações. Por fim, a importância da convergência e estabilidade, requisitos imprescindíveis em uma análise numérica, são descritos.

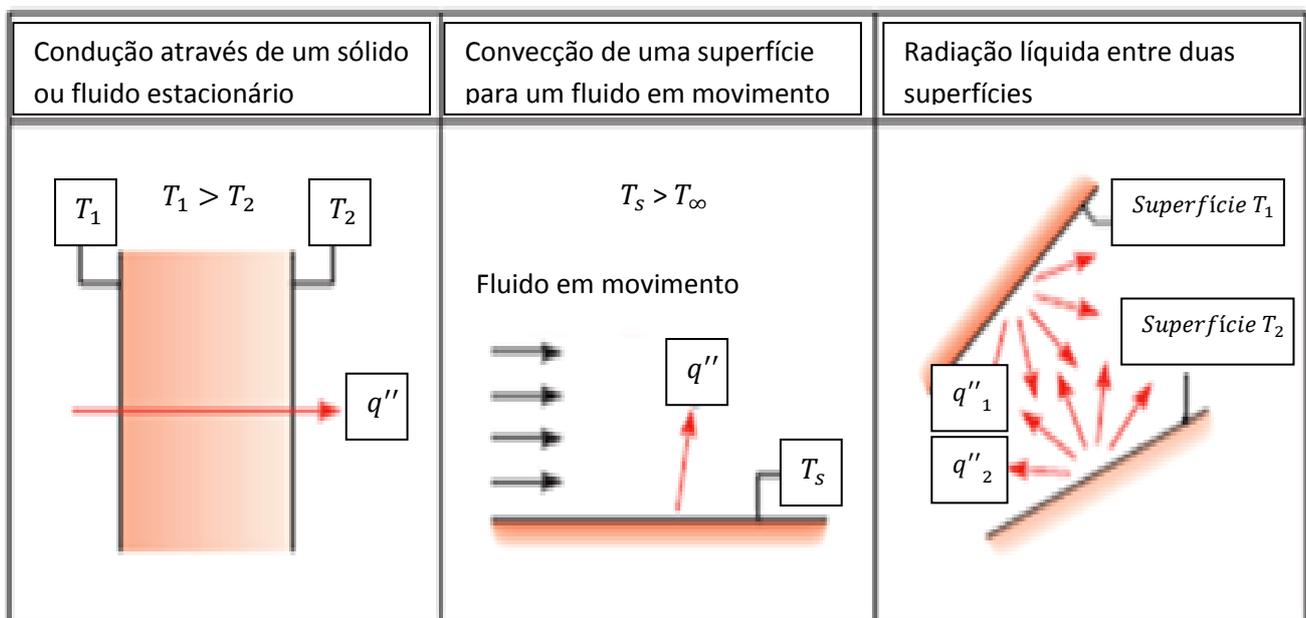
2.2.2. Mecanismos de Transferência de Calor

Segundo Incropera *et al.* (2011), o processo de transferência de calor é descrito como energia térmica em trânsito devido a uma diferença de temperatura espacial. Sempre que uma diferença de temperatura em um meio ou entre meios existir, obrigatoriamente a transferência de calor irá ocorrer.

No que diz respeito aos modos de transferência de calor os mesmos são classificados em três casos: condução, convecção e radiação térmica.

De acordo com Incropera *et al.* (2011), o fenômeno de condução, que necessita de um meio para se manifestar, ocorre sempre que existe um gradiente de temperatura em um sólido ou fluido estacionário. Já a convecção ocorre quando existe o escoamento de um fluido, que pode ser induzido ou não sobre uma superfície. Por sua vez, a radiação térmica que não necessita de um meio físico para se manifestar, ocorre sempre que um corpo encontra-se a uma temperatura não nula. A Figura 6 apresenta uma descrição dos três fenômenos.

Figura 6 - Mecanismos de transferência de calor



Fonte: Fundamentals of Heat and Mass Transfer, 2011, p. 2. (Houve alterações devido à tradução).

Precisamente falando, a transferência de calor por condução pode ser descrita por meio de conceitos atômicos, como um fenômeno no qual partículas mais energéticas transferem calor para partículas

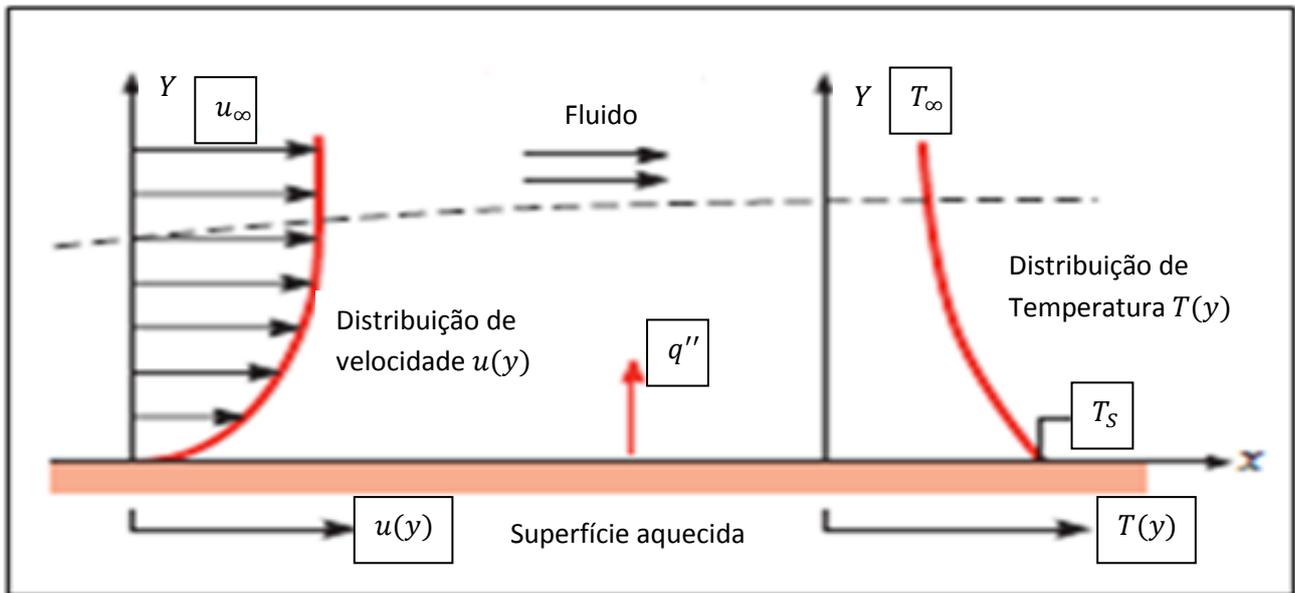
menos energéticas. Essa transferência de energia, por sua vez, ocorre devido à colisão entre essas partículas, haja vista que as mesmas possuem movimentos de translação, rotação e vibração, aleatórios no caso de fluidos estacionários. No caso de sólidos não condutores, a transferência de calor é caracterizada, exclusivamente, pela propagação de ondas na estrutura do retículo. Enquanto que em sólidos condutores, tanto a propagação de ondas nos retículos, como o movimento de translação dos elétrons livres contribuem para existência desse fenômeno.

Como forma de descrever matematicamente a condução, Hahn e Özisik (2012), propõem que a quantificação desse fenômeno pode ser realizada por meio de taxas. Quantificação essa que pode ser representada para sistemas de coordenadas cartesianas, cilíndricas e esféricas, por meio da correta seleção do operador gradiente (∇), em função do sistema de coordenadas em análise. A relação apresentada por Hahn e Özisik (2012), equação 3, representa a célebre equação proposta por Fourier, conforme descreve Narasimhan (1999). Nessa equação, q'' representa o fluxo térmico, K a condutividade térmica e T a temperatura, cuja representação no sistema internacional de medidas é dado por: (W/m²), (W/mK), (°C ou K), respectivamente.

$$q'' = -K\nabla T \quad (3)$$

A transferência de calor por convecção, conforme descrevem Incropera *et al.* (2011), é consequência da existência de dois mecanismos simultâneos (difusão e advecção) e representa um processo cumulativo de transporte de energia. A difusão ocorre na interface fluido-superfície, e é responsável pelo transporte de energia entre a superfície e a camada do fluido, uma vez que, de acordo com as condições de não deslizamento, a velocidade do mesmo na interface é nula. Por sua vez, a advecção representa o transporte global de energia devido ao escoamento do fluido sobre a superfície. Tal processo cumulativo, uma vez que envolve o escoamento do fluido sobre a superfície, origina o desenvolvimento de duas camadas limites: uma hidrodinâmica, associada à velocidade do escoamento, e outra térmica, associada à transferência de calor, conforme apresenta a (FIGURA 7).

Figura 7 - Camada limite hidrodinâmica e camada limite térmica



Fonte: Fundamentals of Heat and Mass Transfer, 2011, p. 6. (Houve alterações devido à tradução).

De acordo com as condições nas quais o escoamento é originado, a convecção pode ser classificada como natural, forçada e mista, como propõem Incropera *et al.* (2011). A convecção natural se origina devido as forças de empuxo produzidas pela diferença de massa específica entre as camadas do fluido. No caso da convecção forçada, essa ocorre quando existem dispositivos responsáveis pela indução do seu escoamento. Por sua vez, a convecção mista ocorre em situações onde tanto a convecção natural quanto a convecção forçada estão presentes.

Para a classificação supracitada anteriormente, Incropera *et al.* (2011) ressaltam que o calor transferido nesse processo é exclusivamente o calor sensível, uma vez que o fluido não sofre mudança de fase. No entanto, existem processos em que há mudança de fase do fluido e, conseqüentemente, o calor latente representa quase que a totalidade da energia envolvida no processo, o que, assim, implica em um novo tipo de classificação da convecção: ebulição e condensação.

Matematicamente, o fluxo térmico no processo de convecção é representado pela equação 4 na qual o termo “h” representa o coeficiente de transferência de calor por convecção dado em (W/m².K), T_{sup} , a temperatura da superfície em (°C) e T_{∞} a temperatura do fluido em (°C).

$$q'' = h (T_{sup} - T_{\infty}) \quad (4)$$

Conforme descrevem Incropera *et al.* (2011), a radiação térmica é um mecanismo de transferência de calor que pode ocorrer na ausência de um meio material, cujo transporte de energia é realizado por ondas eletromagnéticas. Na análise desse fenômeno, o corpo negro é uma referência, uma vez que o mesmo apresenta características particulares. Essas características permitem compreender as propriedades radiantes de um corpo qualquer, como medidas da eficiência do seu comportamento em relação ao do corpo negro.

De acordo com Incropera *et al.* (2011), um corpo negro apresenta três características básicas. A primeira delas é que toda a radiação que incide em um corpo negro será absorvida por ele, independente da direção e do comprimento de onda. A segunda característica é que nenhum outro corpo é capaz de emitir mais energia que um corpo negro sob condições de mesma temperatura. A terceira característica do corpo negro é que ele é um emissor difuso.

Uma vez que na prática da engenharia os corpos utilizados não se comportam como corpos negros, é necessário que as propriedades dos corpos sejam descritas pelas seguintes propriedades radiantes: absorvidade, refletividade e transmissividade. Tais definições são usadas no cálculo da transferência de calor líquida entre dois corpos.

De acordo com Incropera *et al.* (2011), o cálculo da transferência de calor líquido entre dois corpos opacos (transmissividade zero), que apresentam emissividade (ϵ) igual a sua absorvidade, é dado por meio da equação 5. Nessa equação, a constante σ representa a constante de Stefan Boltzmann ($5,67051 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$), A a área de troca de calor em (m^2), T_i e T_j as temperaturas dos corpos trocando calor em (Kelvin) e F_{i-j} o fator de forma representativo da geometria em questão, cujo cálculo é realizado através da equação 6.

$$q_{i \rightarrow j} = \epsilon \sigma A F_{i-j} (T_i^4 - T_j^4) \quad (5)$$

$$F_{i-j} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi R^2} dA_i dA_j \quad (6)$$

Para a solução da equação do calor, equação fundamental na análise do fenômeno da condução térmica seja para problemas em condições de regime permanente ou transiente, o emprego de condições de contorno e ou iniciais se faz necessário. No caso das condições de contorno, Hahn e Özisik (2012), apresentam os casos descritos na (TABELA 3).

Tabela 3 - Condições de Contorno

Condições	Formulação Matemática
1ºTipo (Temperatura prescrita na superfície)	$T _{sup} = T_o \quad \text{ou} \quad T _{sup} = T(\mathbb{r}, t)$
2ºTipo (Fluxo térmico prescrita na superfície)	$-k \frac{\partial T}{\partial n} _{sup} = q'' \quad \text{ou} \quad -k \frac{\partial T}{\partial n} _{sup} = q''(\mathbb{r}, t)$
3º Tipo (Convecção da superfície)	$-k \frac{\partial T}{\partial n} _{supe} = h[T _{sup} - T_{\infty}] \quad \text{ou}$ $-k \frac{\partial T}{\partial n} _{sup} = h[T _{sup} - T_{\infty}(\mathbb{r}, t)]$
Interface	$q_i'' = -k_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} _{x=i} = h_c(T_1 - T_2)_i = -k_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} _{x=i}$
Simetria	$-k \frac{\partial T}{\partial n} _{contorno} = 0$

Fonte: Heat Conduction, 2012.

Nota: Dados compilados pelo próprio autor.

Nessa tabela, T representa a temperatura, o índice “sup” descreve uma avaliação na superfície, \mathbb{r} representa as coordenadas espaciais gerais, $\frac{\partial}{\partial n}$ representa a derivada parcial normal, a superfície, k_1 e k_2 a condutividade térmica na interface do sólido 1 e do sólido 2, h o coeficiente de transferência de calor por convecção, e h_c a condutância de contato.

Referente às condições de contorno presentes na Tabela 3, Hahn e Özisik (2012) destacam ainda que três outras situações podem ocorrer, sendo elas casos particulares das condições de 1º, 2º e 3º tipo. A primeira delas é condição de superfície adiabática ou isolada, dada pela equação 7 (caso particular da condição de 2º tipo). Outra condição é a temperatura do fluido igual a zero dada pela

equação 8 (caso particular da condição de 3º tipo). Por fim, temos a condição em que a temperatura da superfície tende a temperatura do fluido, equação 9 (caso particular da condição de 1º tipo).

$$-k \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{sup} = 0 \quad (7)$$

$$-k \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{supe} = hT|_{sup} \quad (8)$$

$$T|_{sup} = T_{\infty} \quad (9)$$

No que diz respeito às condições iniciais, Hahn e Özisik (2012) salientam que o emprego de uma formulação matemática diversificada, como é o caso das condições de contorno, não se faz necessário. Tal situação é explicada pelo fato de que na prática a condição inicial do problema é descrita como a temperatura em que o corpo ou a superfície se encontra no instante de tempo igual a zero.

2.2.3. Soluções Analíticas

Dentre as soluções analíticas existentes para avaliação de problemas de aquecimento e resfriamento em regime transiente sem geração de energia interna, Incropera *et al.* (2011) propõem que, inicialmente, a solução gerada pelo método da capacitância global deve ter sua aplicação avaliada. A justificativa para tal avaliação, por sua vez, consiste no fato de que tal método resulta em um equacionamento matemático de fácil aplicação e conveniência, permitindo determinar, de modo direto, a temperatura no sólido em um dado instante de tempo ou, de modo alternativo, o tempo necessário para que uma determinada temperatura ocorra.

No que se refere ao método da capacitância térmica, Incropera *et al.* (2011) salientam que a consideração geral adotada na sua formulação consiste no fato de que a temperatura do sólido é espacialmente uniforme em cada instante de tempo avaliado, ou seja, gradientes de temperatura são desprezíveis. Como consequência desse fato, em associação com o emprego da equação de Fourier, o resultado da consideração geral adotada implica na existência de uma condutividade térmica infinita. No entanto, na prática tal resultado é impossível e a pergunta a ser realizada é a seguinte: Em qual situação o método da capacitância térmica pode ser utilizado?

De acordo com Incropera *et al.* (2011), a condição de aplicação do método é válida para situações em que a razão entre a resistência térmica à condução e a resistência térmica à convecção, cuja descrição representa o número adimensional conhecido como número de Biot (Bi), resulta em baixos valores ($Bi < 0,1$). A equação 10 representa a definição do número de Biot, em que o parâmetro h representa o coeficiente de transferência de calor por convecção, k a condutividade térmica do sólido e L_c o comprimento característico.

$$Bi = \frac{h L_c}{k} = \frac{R_{t,cond}}{R_{t,conv}} \quad (10)$$

Segundo Incropera *et al.* (2011), a definição do comprimento característico (L_c), presente na equação 10, pode ser classificada de dois modos: razão entre o volume do sólido (V) e sua área superficial (A_s) caracterizando o primeiro modo ou a escala espacial associada à máxima diferença de temperatura, caracterizando o segundo. A Tabela 4 apresenta os valores de L_c para as duas situações supracitadas anteriormente no caso de geometrias planas, cilíndricas e esféricas.

Tabela 4 - Comprimento característico L_c (Geometria planas e cilíndricas)

Geometria	L_c (V/A_s)	L_c (Escala espacial de temperatura)
Plana (Parede Plana de Espessura $2L$)	L	L
Cilíndrica (Cilindro de raio r)	$r/2$	r
Esférica (Esfera de raio r)	$r/3$	r

Fonte: Fundamentals of Heat and Mass Transfer, 2011.

Nota: Dados compilados pelo próprio autor.

Em termos do modelamento matemático referente ao método da capacitância global, segundo Incropera *et al.* (2011), a equação 11 apresenta a formulação matemática para o cálculo do tempo (t), necessário para que o sólido possa atingir uma dada temperatura (T) qualquer. Já a equação 12, de modo inverso, apresenta a temperatura (T) que o sólido atingirá, dado um intervalo de tempo (t) qualquer. Para ambas as equações, os termos ρ e c_p referem-se a massa específica e ao calor específico do sólido, $\theta(t)$ representa a diferença de temperatura entre o corpo ($T(t)$) e o fluido (T_∞), em um dado instante de tempo (t), e θ_i representa a diferença de temperatura entre o corpo, na temperatura inicial (T_i), e o fluido (T_∞). A formulação matemática para $\theta(t)$ e θ_i é descrita através das equações 13 e 14.

$$t = \left(\frac{\rho L_c c_p}{h} \right) \ln \left(\frac{\theta_i}{\theta(t)} \right) \quad (11)$$

$$\frac{\theta(t)}{\theta_i} = e^{\left(\frac{-ht}{\rho L_c c_p} \right)} \quad (12)$$

$$\theta_i = T_i - T_\infty \quad (13)$$

$$\theta(t) = T(t) - T_\infty \quad (14)$$

Incropera *et al.* (2011) também salientam que, para situações nas quais o coeficiente de transferência de calor varia com a diferença de temperatura entre a superfície do sólido e o fluido, a solução a ser adotada pelo método da capacitância global deve ser descrita por meio da equação 15. Para tal equacionamento, vale ressaltar que o termo C e o coeficiente n, presentes na equação 15, estão relacionados ao coeficiente de transferência de calor que pode, geralmente, ser descrito através da equação 16.

$$\frac{\theta(t)}{\theta_i} = \left[\left(\frac{n C A_s \theta_i^n}{\rho V c_p} t \right) + 1 \right]^{-\frac{1}{n}} \quad (15)$$

$$h = C(T - T_{\infty})^n \quad (16)$$

Conforme descrito anteriormente, o método da capacitância global é restrito para situações em que o número de Biot apresenta baixos valores ($Bi < 0,1$). Desse modo, segundo Hahn e Özisik (2012), é necessário saber qual ferramenta ou técnicas estão disponíveis para elaboração de uma solução analítica, no caso de problemas de condução transientes sem geração de energia interna, que não podem ser tratados por meio desse método.

Para isso Hahn e Özisik (2012), mostram que o emprego da técnica de separação de variáveis é uma ferramenta de grande utilidade. No entanto, para que tal técnica possa ser adotada é necessário que, basicamente, três requisitos sejam satisfeitos. Primeiramente é necessário que a formulação matemática do problema seja composta por uma equação diferencial parcial (PDE) homogênea. Segundo, problemas em regime transiente, obrigatoriamente, devem ter a condição inicial como condição não homogênea e, por fim, tanto a formulação matemática como as condições de contorno devem ser lineares.

Como resultado dessas condições, a formulação matemática do problema deverá ser descrita pela equação 17, cujo Laplaciano em coordenadas cartesianas é determinado através da equação 18 e em coordenadas cilíndricas por meio da equação 19. Já a condição inicial deverá ser determinada pela equação 20, enquanto que a formulação geral das condições de contorno, presentes no problema, descritas pela equação 21, precisará ser ajustada, caso não homogeneidades estejam presentes.

$$\nabla^2 T(\hat{r}, t) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(\hat{r}, t)}{\partial t} \quad (17)$$

$$\nabla^2 \Phi_{cartesianas} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \quad (18)$$

$$\nabla^2 \Phi_{cilindricas} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \quad (19)$$

$$T(\hat{r}, t = 0) = F(\hat{r}) \quad (20)$$

$$k_i \frac{\partial T}{\partial n} + h_i T = 0 \quad (21)$$

Com base na técnica de separação de variáveis Hahn e Özisik (2012), salientam que em linhas gerais o método consiste na transformação de um problema que envolve equações diferenciais parciais para um problema composto por equações diferenciais ordinárias. Para isso, a função temperatura, que é a incógnita do problema, deve ser separada em um produto composto por uma função espacial ($\psi(\hat{r})$) que engloba as coordenadas gerais e uma função temporal ($\Gamma(t)$) como apresenta a equação 22. Em associação as essas funções, depois de aplicada a separação de variáveis, equações de Sturm-Liouville, cuja formulação geral em coordenadas cartesianas é dada pela equação 23, e em coordenadas cilíndricas pela equação 24, devem ser geradas.

$$T(\hat{r}, t) = \psi(\hat{r})\Gamma(t) \quad (22)$$

$$\frac{d}{dx} \left(p(x) \frac{dX(x)}{dx} \right) + [q(x) + \lambda W(x)]X(x) = 0 \quad (23)$$

$$\frac{d}{dr} \left(p(r) \frac{dR(r)}{dr} \right) + [q(r) + \lambda W(r)]R(r) = 0 \quad (24)$$

No que diz respeito às equações de Sturm-Liouville, reduzidas à forma representada pelas equações 25 e 26, Hahn e Özisik (2012), apresentam um conjunto de soluções tanto no sistema de coordenadas cartesianas, como no de coordenadas cilíndricas, ambos em função de várias condições de contorno adotadas, as quais são apresentadas no (Apêndice A). Tal representação também leva em conta as respectivas equações transcendentais que são geradas, que permitem determinar a constante de separação utilizada, bem como a norma da função, cuja utilização está relacionada à constante a ser determinada na série de Fourier (solução geral do problema) referente à condição não homogênea.

$$\frac{d^2X(x)}{dx^2} + \lambda^2X(x) = 0 \quad (25)$$

$$\frac{d^2R(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR(r)}{dr} + \left(\lambda^2 - \frac{v^2}{r^2} \right) R(r) = 0 \quad (26)$$

Para o caso da função temporal adotada no método de separação de variáveis, Hahn e Özisik (2012), apresentam a sua solução por meio de uma função, cuja forma geral é descrita através de um decaimento exponencial, como representado pela equação 27. Já o conjunto de soluções unidimensionais de um problema de condução de calor transiente sem geração de energia interna, descrito pela série de Fourier, é dado pela equação 28. Essa série é composta por um produto formado entre a função ortogonal espacial gerada através da solução da equação de Sturm-Liouville na dimensão de análise, com a solução temporal, cuja representação é dada pelo termo Φ_n .

$$\Gamma(t) = e^{-\alpha\lambda^2t} \quad (27)$$

$$T(\hat{r}, t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \Phi_n \quad (28)$$

No que diz respeito à constante de Fourier (C_n), representada para o caso de um problema unidimensional, a sua formulação matemática é baseada na norma determinada de acordo com as condições de contorno existentes. Assim, na análise de problemas no sistema cartesiano, a representação da constante de Fourier é dada pela equação 29, enquanto que, no caso de um sistema de coordenadas cilíndricas, a sua forma é descrita através da equação 30. Para ambas as equações os parâmetros y_1 e y_2 representam os limites do domínio e $F(\hat{r})$ a condição inicial do problema.

$$C_n = \frac{\int_{y_1}^{y_2} F(\hat{r}) \Phi_n(x) dx}{\int_{y_1}^{y_2} [\Phi_n(x)]^2 dx} \quad (29)$$

$$C_n = \frac{\int_{y_1}^{y_2} r F(\hat{r}) \phi_n(r) dr}{\int_{y_1}^{y_2} r [\phi_n(r)]^2 dr} \quad (30)$$

No caso de problemas bidimensionais e tridimensionais, adaptações da série de Fourier, assim como da norma e ou produto das normas se faz necessário, como propõem Hahn e Özisik (2012), sobretudo devido ao fato da existência de mais de uma função ortogonal espacial gerada nessas classes de problema.

Hahn e Özisik (2012), também, salientam que, para a solução das equações transcendentais cujo objetivo é determinar as constantes de separação existentes no problema, soluções numéricas devem ser adotadas. Para isso, o emprego de métodos como o da bisseção, Newton-Raphson e o método da secante são descritos como ferramentas de grande valia na determinação do conjunto de valores que satisfazem essa constante.

2.2.4. Soluções Numéricas

De acordo com Maliska (1995), na análise e solução de problemas no campo da transferência de calor e da mecânica dos fluidos, as ferramentas disponíveis ao engenheiro para avaliação de problemas envolvendo essas disciplinas são classificados em três grandes grupos: métodos experimentais ou validação experimental, métodos analíticos e métodos numéricos.

Segundo Maliska (1995), a validação experimental, dentre os métodos propostos, é a que permite a análise e a avaliação da relação de influência de um dado grupo de parâmetros na solução de um dado problema de modo mais confiável. No entanto, como na prática a validação experimental está relacionada a uma grande quantidade de testes, os custos envolvidos para a sua execução, seja em uma escala laboratorial e ou industrial são elevados. Conseqüentemente, em muitas situações, o emprego desse método pode se tornar restrito e ou até proibitivo. Já os métodos analíticos são geralmente empregados como critério de avaliação dos métodos numéricos utilizados. Sobretudo para condições na qual geometrias complexas e complicadas condições de contorno estão envolvidas no problema em análise.

No que diz respeito aos métodos numéricos, conforme propõe Maliska (1995), esses, por sua vez, não apresentam restrições relacionadas ao emprego de geometrias complexas e complicadas condições de contorno. Como consequência, o seu uso é largamente difundido e empregado em problemas envolvendo as dificuldades supracitadas. Todavia, tal método apresenta níveis de erros

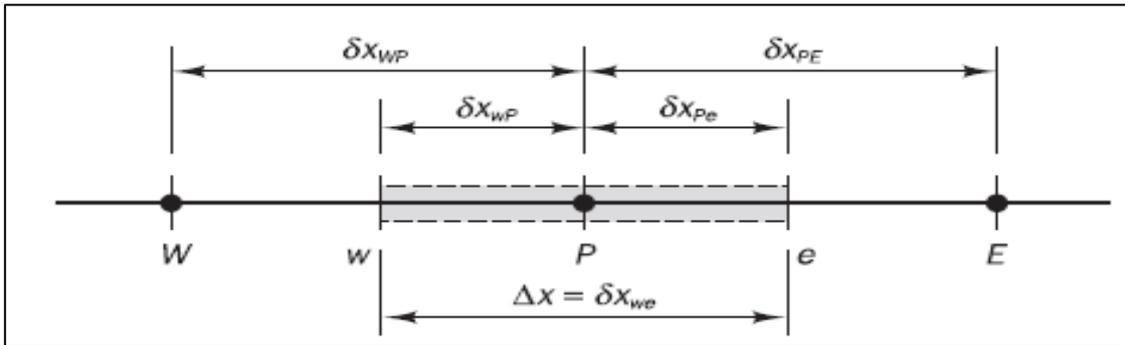
que devem ser analisados para garantia e confiabilidade da sua utilização na análise e solução de problemas. Tais níveis de erro são descritos por Maliska (1995), como níveis de erro numérico e níveis de erro físico. Para o primeiro caso, o erro associado é devido à inadequação da técnica numérica na solução das equações diferenciais, enquanto que, no caso dos erros físicos, a sua classificação é baseada na inadequação do emprego das equações diferenciais na modelagem do problema. Desse modo, faz-se necessário, sempre que a técnica numérica seja empregada, que níveis de validação para tais erros sejam realizados.

Para os erros numéricos, os níveis de validação necessários são descritos por meio da comparação dos resultados obtidos numericamente com os resultados analíticos existentes ou com outros resultados numéricos, caso existam. Já para os erros físicos, o nível de validação é baseado na comparação dos resultados numéricos obtidos com os resultados experimentais realizados. Vale ressaltar que, segundo Maliska (1995), para efeito de comparação entre o resultado numérico e o analítico, em muitos dos casos faz-se necessário que simplificações da solução numérica sejam adotadas devido as considerações e limitações impostas na solução analítica.

Os métodos numéricos existentes descritos como “método dos elementos finitos”, “método de diferenças finitas” e “método de volumes finitos”, conforme apresenta Maliska (1995), são classificados como as técnicas numéricas existentes na solução de equações diferenciais, que são baseadas na substituição das derivadas existentes no problema por expressões algébricas que envolvem uma função incógnita. Do ponto de vista do método de elementos finitos, essa técnica se aplica, geralmente, na solução de problemas de elasticidade, enquanto os métodos de diferenças finitas e volumes finitos são mais empregados na solução de problemas de mecânica dos fluidos e transferência de calor.

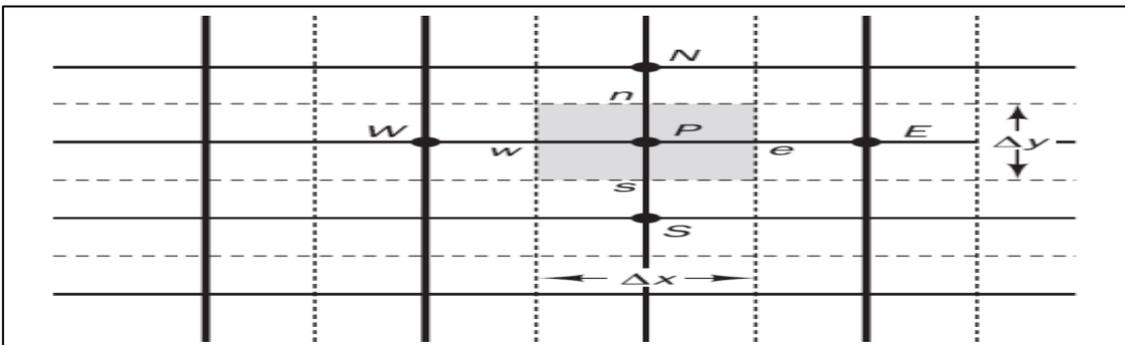
O método dos volumes finitos, assim como o método das diferenças finitas é baseado na discretização do domínio por meio do emprego de pontos nodais, como representam as Figuras 8, 9 e 10, seguido da subsequente geração da malha nodal. De acordo com Vestee e Malalasekera (2007), a discretização adotada no método de volumes finitos consiste em subdividir o domínio de análise em volumes de controle, cujos limites são representados por letras minúsculas (1D: w,e ; 2D: w,e,n,s ; 3D: w,e,n,s,b,t) e os pontos nodais por letras maiúsculas (1D: W,E ; 2D: W,E,N,S ; 3D: W,E,N,S,B,T).

Figura 8 - Sistema unidimensional (1D) discretizado - (Método dos volumes finitos)



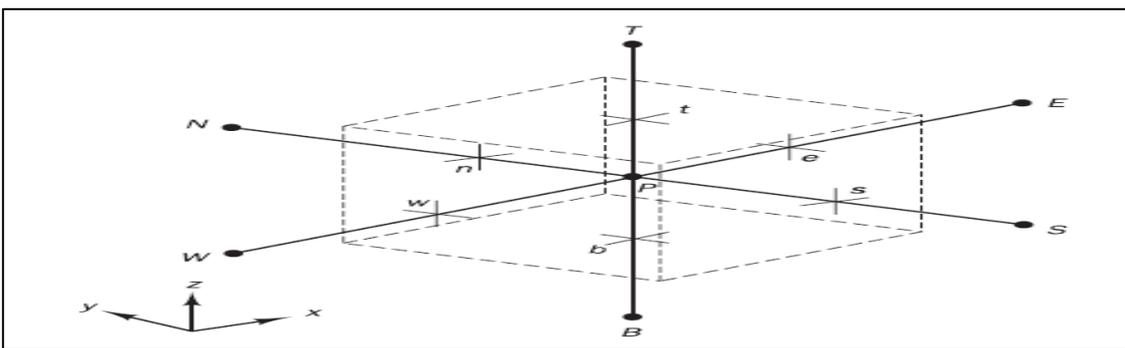
Fonte: An Introduction to Computational Fluid Dynamics (The Finite Volume Method) 2007, p. 116.

Figura 9 - Sistema bidimensional (2D) discretizado - (Método dos volumes finitos)



Fonte: An Introduction to Computational Fluid Dynamics (The Finite Volume Method) 2007, p. 129.

Figura 10 - Sistema tridimensional (3D) discretizado - (Método dos volumes finitos)



Fonte: An Introduction to Computational Fluid Dynamics (The Finite Volume Method) 2007, p. 131.

Do ponto de vista matemático, o equacionamento do método dos volumes finitos segundo Vestee e Malalasekera (2007), é baseado na equação do transporte, equação 31, cujos termos ρ , ϕ , \mathbf{U} , Γ e S_ϕ representam a massa específica, a função incógnita, o vetor velocidade, o coeficiente difusivo e o termo fonte, respectivamente. A aplicabilidade dessa equação e a justificativa da sua utilização

como caso geral do método dos volumes finitos descrita por tais autores consiste no fato de que, por meio da correta seleção da função incógnita e do termo fonte, é possível determinar as equações governantes nos processos de transferência de calor e mecânica dos fluidos. Como consequência, as equações da continuidade, quantidade de movimento nas direções x-y-z e energia são facilmente empregadas.

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\phi\mathbf{U}) = \text{div}(\Gamma \text{grad}(\phi)) + S_\phi \quad (31)$$

Em linhas gerais, o método de volumes finitos, conforme propõem Vesteeg e Malalasekera (2007), consiste, basicamente, em quatro etapas. Primeiramente, faz-se necessária a correta seleção da equação do transporte em função do problema em análise (regime permanente ou transiente, problema somente difusivo ou problema convectivo e difusivo), seguido da sua integração (espaço ou espaço e tempo). Sequencialmente, o tipo de malha a ser adotada (unidimensional, bidimensional ou tridimensional) deverá ser definido e, por fim, como última etapa a discretização da equação do transporte executada. Situado nesse contexto, segundo Vesteeg e Malalasekera (2007), a forma geral da equação do transporte para problemas de condução de calor (problema puramente difusivo) em regime transiente sem geração de energia interna, é determinada pela equação 32.

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{CV} \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dv dt = \int_t^{t+\Delta t} \int_{CV} \text{div}(k \text{grad}(T)) dv dt \quad (32)$$

Utilizando expansão em série de Taylor para os termos difusivos (diferença central) em associação com a equação 33, responsável pela integral de temperatura no tempo, Vesteeg e Malalasekera (2007), apresentam a forma discretizada da equação do transporte para os nós centrais, equação 34. Tal equação é válida para a classe de problemas citada anteriormente em uma análise unidimensional, cujos coeficientes a_p , a_W , a_E e a_p^0 são representados através das equações 35, 36, 37 e 38. Já o parâmetro θ representa o esquema de análise adotado (método explícito ou implícito), b o termo independente, que também depende do método adotado, T_p a temperatura no instante de tempo atual e T_p^0 a temperatura no instante de tempo anterior.

$$I_T = \int_t^{t+\Delta t} T_p dt = [\theta T_p + (1 - \theta)T_p^0]\Delta t \quad (33)$$

$$a_p T_p = a_W[\theta T_W + (1 - \theta)T_W^0] + a_E[\theta T_E + (1 - \theta)T_E^0] \\ + [a_p^0 - (1 - \theta)a_E - (1 - \theta)a_W]T_p^0 + b \quad (34)$$

$$a_p = a_p^0 + \theta(a_E + a_W) \quad (35)$$

$$a_E = \frac{k_e A_e}{\Delta x} \quad (36)$$

$$a_W = \frac{k_w A_w}{\Delta x} \quad (37)$$

$$a_p^0 = \frac{\rho c_p \Delta x}{\Delta t} \quad (38)$$

Referente aos coeficientes a_W , a_E e a_p^0 , vale ressaltar que o termo Δx representa o comprimento do volume de controle, k_e e k_w assim como A_e e A_w a condutividade térmica e as áreas de transferência nos limites do domínio respectivamente, ρ é a massa específica, c_p o calor específico e Δt o passo de tempo.

Assim como no método de diferenças finitas, o método de volumes finitos apresenta tanto esquemas explícitos como implícitos, cujo critério de estabilidade é aplicável quando esquemas explícitos ou com características explícitas (esquema de Cranck Nicholson) estão presentes. Esquemas com características puramente explícitas ($\theta = 0$), para uma análise de condução de calor transiente, unidimensional e sem geração de energia interna, conforme propõem Vestee e Malalasekera

(2007), apresentam o critério de estabilidade descrito pela equação 39, enquanto o equacionamento para a determinação da equação discretizada encontra-se no Apêndice B do presente documento.

$$\Delta t \leq \frac{\rho c_p \Delta x^2}{2k} \quad (39)$$

Para casos que envolvem esquemas com características tanto explícitas quanto implícitas como é o caso do esquema Cranck Nicholson ($\theta = 1/2$), Vestee e Malalasekera (2007), apresentam o critério de estabilidade através da equação 40. De modo análogo ao método implícito, a equação discretizada para esse esquema encontra-se também presente no (Apêndice B).

$$\Delta t \leq \frac{\rho c_p \Delta x^2}{k} \quad (40)$$

No caso da utilização do esquema totalmente implícito ($\theta = 1$) cujo parâmetro b , presente na equação 34, é determinado por meio da equação 41, a equação discretizada para os nós centrais desse esquema é determinada pela equação 42, cujo coeficiente central é dado pela equação 43.

$$b = S_u + S_p T_p \quad (41)$$

$$a_p T_p = a_W T_W + a_E T_E + a_p^0 T_p^0 + S_u \quad (42)$$

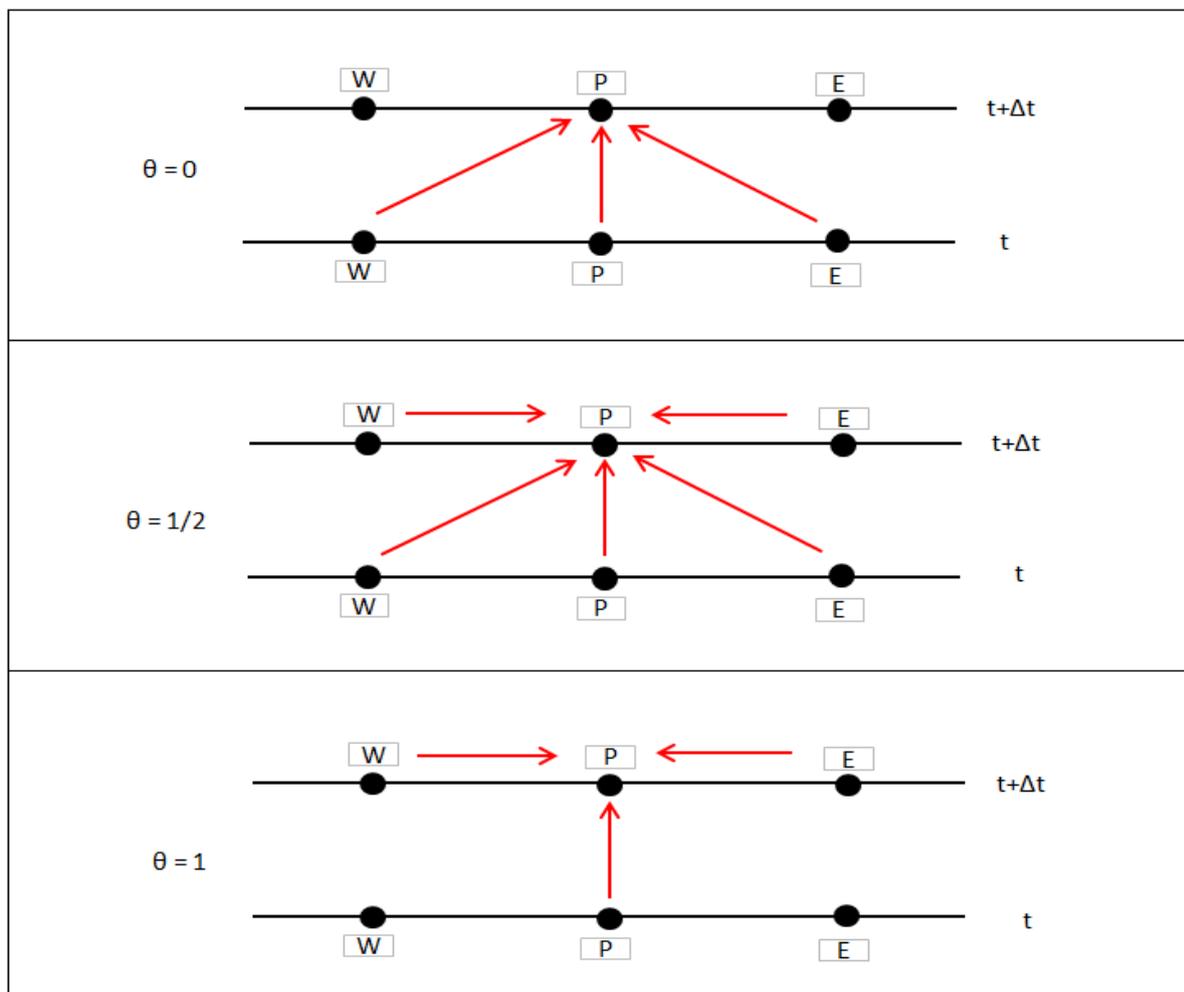
$$a_p = a_p^0 + a_E + a_W - S_p \quad (43)$$

Vestee e Malalasekera (2007) descrevem, também, que a formulação adotada no esquema totalmente implícito unidimensional pode ser estendida para sistemas bidimensionais (2D) e tridimensionais (3D), que são apresentados no (Apêndice C).

Em termos do acoplamento das equações em problemas de condução de calor para sistemas que envolvam vários volumes de controle, Maliska (1995) salienta que a própria definição do esquema adotado (implícito ou explícito) resulta ou não no seu acoplamento. Para esquemas explícitos

($\theta = 0$), uma vez que a temperatura nos nós vizinhos é avaliada no início do passo de tempo e a temperatura no nó de análise é avaliada no final do passo de tempo, o acoplamento das equações é descaracterizado. Como consequência, as equações podem ser resolvidas de modo individual para obtenção da temperatura no nó de análise. Já para sistemas que possuem esquema do tipo Crank Nicholson ou implícito, a presença de acoplamento entre as equações é observada, haja vista que, para ambos os esquemas a temperatura de análise no nó de interesse depende das temperatura dos nós vizinhos no mesmo instante de tempo. A Figura 11 apresenta uma visualização da dependência da solução no nó de interesse (nó p) com os nós vizinhos, ao longo do passo de tempo para sistemas unidimensionais em função do esquema analisado.

Figura 11 - Relação de acoplamento (Esquemas explícitos e implícitos)



Fonte: Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional, 1995, p. 32.

Maliska (1995) ressalta também a importância de que, para que haja confiabilidade no método numérico utilizado, é necessário que o mesmo seja convergente e estável. Para isso, define o termo

convergência por meio da garantia de que, com o refinamento da malha no espaço e ou tempo, a equação algébrica resulte na representação da equação diferencial do problema. Já o critério de estabilidade é definido como a garantia de que o resultado da solução numérica, resulte na solução exata da equação diferencial responsável pela formulação matemática e física do problema em análise.

2.2.5. Conclusão

Nesta seção, os mecanismos de transferência de calor foram descritos. Soluções analíticas e numéricas foram apresentadas com o objetivo de detalhar as ferramentas e técnicas disponíveis, que podem ser utilizadas na determinação da resposta térmica de problemas de condução de calor transiente.

Como o objetivo do presente estudo consiste em desenvolver um modelo matemático para prever a curva de resfriamento em tubos de aço temperados, um detalhamento maior do processo de têmpera faz-se necessário, sobretudo no que diz respeito às ferramentas e técnicas matemáticas adotadas nesse estudo, assim como do fenômeno de ebulição, que governa a troca de calor na interface da peça tratada e do fluido de resfriamento. Situado nesse contexto, a seção a seguir é apresentada como revisão bibliográfica final, cujo objetivo consiste em cobrir os pontos supracitados por meio de um apanhado geral do estado da arte no processo de têmpera.

2.3. Têmpera e o Estado da Arte

2.3.1. Visão Geral

O conhecimento dos fenômenos térmicos existentes no processo de têmpera é a base fundamental para elaboração de qualquer modelo matemático para previsão da resposta térmica dos aços que são submetidos a esse tratamento. As técnicas e ferramentas matemáticas existentes só podem representar a realidade física caso as mesmas sejam adotadas de forma consistente, ou seja, as suas extensões e limitações sejam claramente conhecidas dentro desse processo.

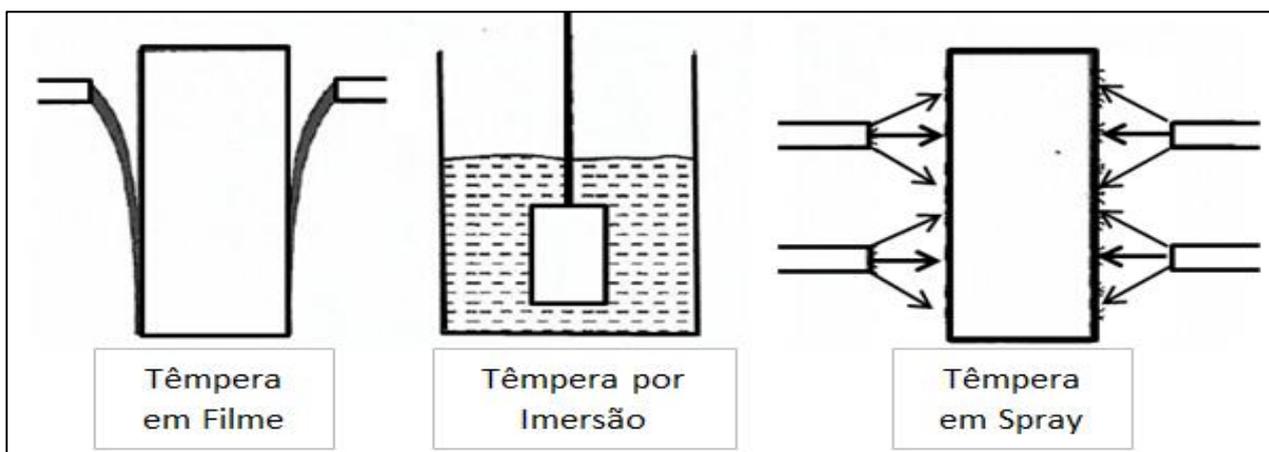
A presente seção, cujo conteúdo é apresentado como revisão bibliográfica final, tem como objetivo consolidar as informações descritas na seção 2.1 (Tratamento Térmico dos Aços) e na seção 2.2

(Métodos Analíticos e Numéricos na Condução de Calor). Para isso, os fenômenos térmicos que ocorrem no processo de têmpera são inicialmente descritos, sobretudo a curva de ebulição levantada por Nukiyama, que é uma referência no estudo de ebulição em piscina. Posteriormente, os parâmetros de influência que atuam diretamente na determinação dessa curva são descritos. Por fim é apresentado um compêndio de trabalhos teóricos e experimentais com foco na determinação da resposta térmica de corpos, com diferentes geometrias, submetidos ao tratamento de têmpera, seguido da atual tecnologia adotada nesse processo para tubos de aço.

2.3.2. Fenômenos Térmicos no Processo de Ebulição

De acordo com Liščić *et al.* (2010), os mecanismos de transferência de calor presentes no resfriamento de corpos, seja pelo método de resfriamento em filme, imersão ou spray, Figura 12, que ocorrem comumente no processo de têmpera, estão diretamente conectados ao fenômeno de ebulição. Segundo Liščić *et al.* (2010), o fenômeno de ebulição se faz frequentemente presente, pois a temperatura do material a ser resfriado é maior do que a temperatura de ebulição do líquido utilizado como fluido de resfriamento.

Figura 12 - Métodos de resfriamento em têmpera



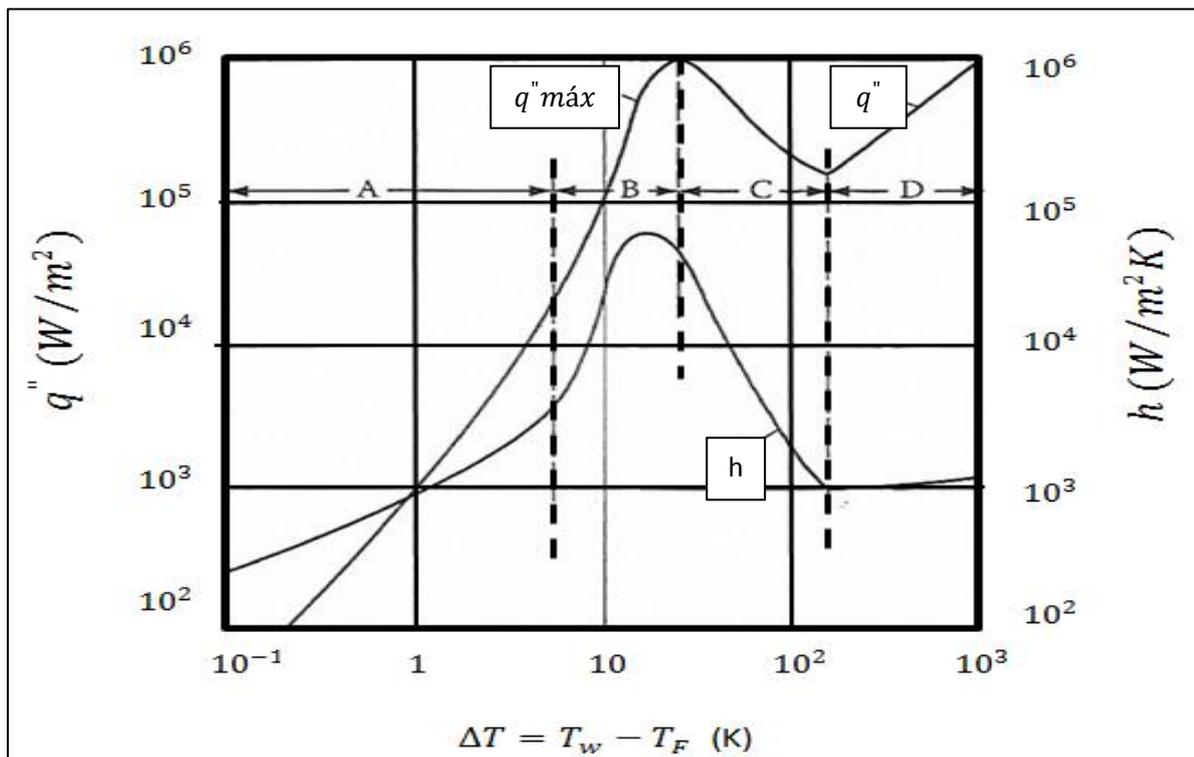
Fonte: Quenching Theory and Technology, 2010, p. 160. (Houve alterações devido à tradução).

Como referência na avaliação do fenômeno de ebulição, vários estudos experimentais foram conduzidos. Dentre eles o elaborado por Nukiyama (1984), cujo procedimento consistiu em aquecer um fio horizontal de níquel-cromo em água saturada, representa a montagem clássica do fenômeno de ebulição em piscina. Segundo Nukiyama (1984), o processo de ebulição em piscina é dividido

em quatro regimes, descritos como convecção natural, ebulição nucleada, ebulição em transição e ebulição em filme. A Figura 13 mostra a curva de Nukiyama (1984), assim como a divisão da ebulição nos vários regimes citados.

De acordo com Nukiyama (1984), no processo de ebulição em piscina, inicialmente é verificado o regime de convecção natural, que é caracterizado por baixos fluxos térmicos. Sequencialmente, com o aumento da temperatura da superfície do fio, é identificado o regime de ebulição nucleada, no qual bolhas de vapor começam a se desprender da superfície em certas regiões, o que resulta no aumento do coeficiente de transferência de calor e do fluxo térmico. Tal regime, por sua vez, ocorre até um ponto limite no qual o fluxo térmico se torna máximo (fluxo crítico). Ao se prosseguir com o aumento da temperatura, ocorre um regime instável (região de transição), composto ora pelo contato do líquido com a superfície, outrora por uma camada de vapor. Como consequência, há uma redução significativa no coeficiente de transferência de calor. Posteriormente, ao se aumentar ainda mais a temperatura da superfície, é iniciado o quarto e último regime de ebulição, conhecido como ebulição em filme (ou pelicular). Nesse regime, toda a superfície do fio encontra-se coberta por uma camada de vapor, a partir de uma temperatura conhecida como temperatura de Leidenfrost.

Figura13 - Curva de Nukiyama

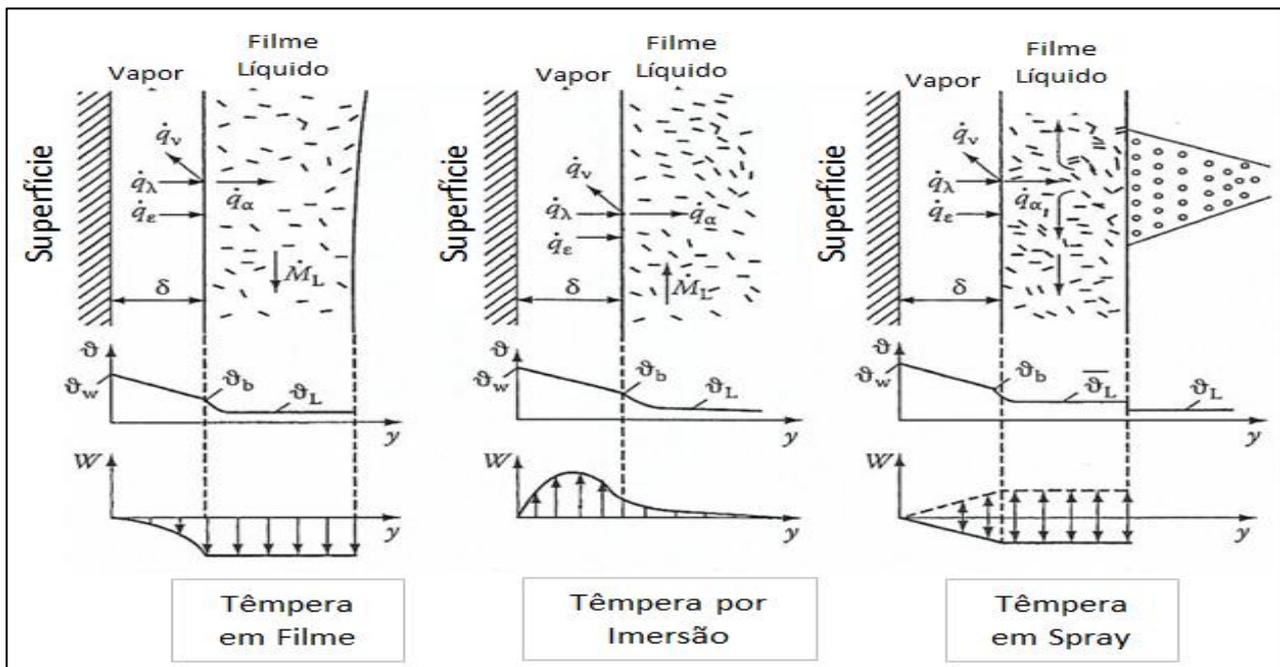


Legenda: A) Convecção livre; B) Ebulição nucleada; C) Ebulição em transição e D) Ebulição em filme
 Fonte: Quenching Theory and Technology, 2010, p. 131. (Houve alterações devido à tradução).

Segundo Liščić *et al.* (2010), no início do processo de têmpera, a troca de calor entre o corpo e o líquido de resfriamento ocorre segundo o regime de ebulição em filme. Na região localizada entre a superfície aquecida e o fluido (camada de vapor), a troca de calor é governada pelos fenômenos de condução e de radiação. Já na região existente na interface entre o vapor e o líquido, os mecanismos de transferência de calor que ocorrem são a convecção e a vaporização. Liščić *et al.* (2010) ressaltam que, embora os mecanismos existentes de transferência de calor sejam os mesmos para os métodos de resfriamento em filme, imersão e spray, a movimentação do vapor e do fluido ocorre de modos distintos para os três métodos. Devido a esse fato, diferentes taxas de resfriamento estarão presentes ao se comparar tais métodos.

A Figura 14 apresenta os mecanismos de transferência de calor citados anteriormente, assim como o diagrama de velocidades do vapor e do fluido em função da distância da superfície, para os métodos de resfriamento em têmpera.

Figura 14 - Transferência de calor, perfil de temperatura e diagrama de velocidade



Fonte: Quenching Theory and Technology, 2010, p. 160. (Houve alterações devido à tradução).

2.3.3. Parâmetros de Influência na Curva de Ebulição

Estudos conduzidos por Hein (1980, *apud* Liščić *et al.*, 2010) revelam que o início do regime de ebulição em filme (temperatura de Leidenfrost) depende de fatores como pressão e temperatura de

sub-resfriamento do líquido. De acordo com Hein (1980, *apud* Liščić *et al.*, 2010), a temperatura de Leidenfrost para a água em uma faixa de pressões compreendidas de 1 bar até 40bar, é definida como a temperatura de saturação do líquido acrescidas de 100K. Já para valores superiores a 40bar, este acréscimo é reduzido a 20K. No que diz respeito à temperatura de sub-resfriamento do líquido, Hein (1980, *apud* Liščić *et al.*, 2010), observaram que uma relação diretamente proporcional é comprovada entre essa temperatura e a temperatura de Leidenfrost.

Com o objetivo de identificar outras possíveis correlações existentes entre a temperatura de Leidenfrost e outras variáveis que podem ocorrer no processo de têmpera em água, Jeschar e Maaß (1989, *apud* Liščić *et al.*, 2010) realizaram experimentos em esferas e cilindros de níquel com variações de parâmetros como: diâmetro da amostra, temperatura da água e velocidade da água. Para o caso da esfera, foi verificado que o aumento da velocidade da água, redução de sua temperatura e redução do seu diâmetro implicam no aumento da temperatura de Leidenfrost. Para testes conduzidos no cilindro, que foi imerso e mantido em posição vertical na água, foi observado que o aumento da velocidade de escoamento e redução da temperatura da água resulta no aumento da temperatura de Leidenfrost. Porém, alterações no diâmetro da amostra não apresentaram alterações significativas nessa temperatura.

Jeschar e Maaß (1989, *apud* Liščić *et al.*, 2010) enfatizam em seus estudos que a temperatura de término do regime de ebulição nucleada, assim como o fluxo crítico, estão relacionados com a temperatura de Leidenfrost. Testes experimentais, tanto em esferas, como cilindros de níquel, revelaram uma relação diretamente proporcional entre a temperatura de término do regime de ebulição nucleada e o fluxo crítico com a temperatura de Leidenfrost.

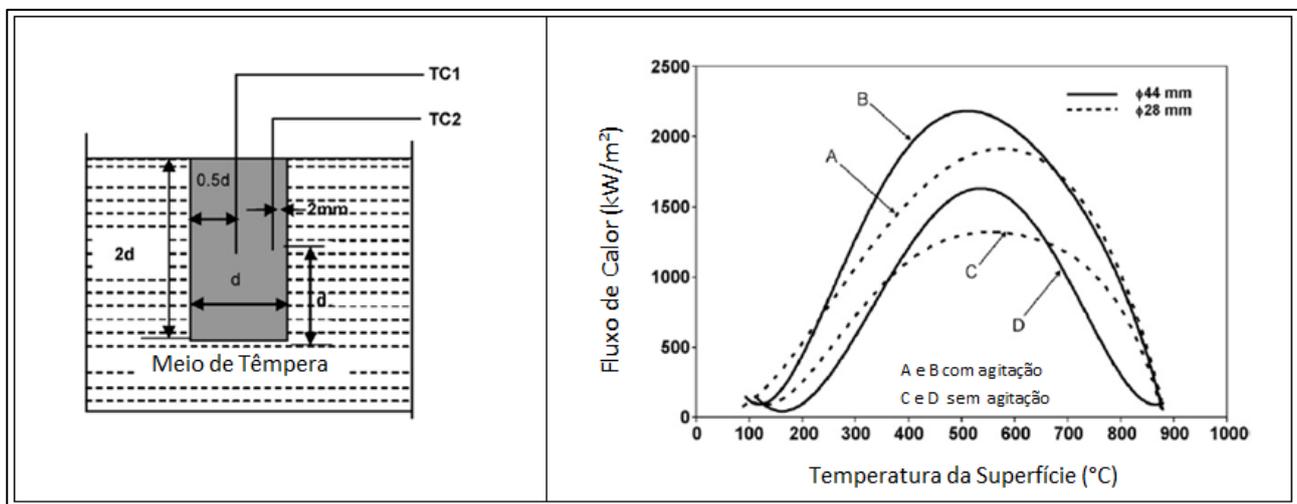
2.3.4. Formulação Matemática e Experimentos

Com o objetivo de avaliar as características do processo de transferência de calor, bem como a variação do ponto de recontato da água com a superfície de um bloco cilíndrico no processo de têmpera por resfriamento em spray, Hammad; Mitsutake; Monde (2004) adotam um modelo analítico bidimensional para solução do problema inverso de condução de calor. Para isso, a elaboração de um experimento com distribuição de termopares próxima a superfície do bloco foi empregado. De posse dessas medidas, Hammad; Mitsutake; Monde (2004), adotam uma função de aproximação para obtenção da distribuição de temperatura no plano, que é comparada à solução analítica determinada por meio da utilização de uma série temporal polinomial.

Fernandes e Prabhu (2007), com base na técnica de solução de problema de condução de calor inverso, determinam o fluxo de calor em amostras cilíndricas resfriadas por imersão em meios como água, óleo, salmoura e óleo mineral. Através da solução analítica da equação do calor unidimensional em coordenadas cilíndricas, sem geração de energia com propriedades constantes, equação 44, a resposta térmica da amostra cilíndrica foi determinada. Termopares do tipo K foram distribuídos no interior do sólido, em pontos localizados no núcleo da amostra e próximos a sua superfície, de acordo com a Figura 15, a fim de que a resposta térmica do meio fosse avaliada. Sob condições de alteração da seção transversal da amostra e a agitação do meio de resfriamento os testes experimentais foram conduzidos. Os resultados observados, para os testes em que a água foi adotada como meio de resfriamento, sugerem que tanto o aumento da seção transversal da peça quanto a agitação do meio aumentam o fluxo de calor.

$$p c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (44)$$

Figura 15 - Têmpera por imersão, montagem experimental e fluxo de calor



Fonte: Fernandes e Prabhu, 2007. (Houve alterações devido à tradução).

O emprego de modelos matemáticos no processo de têmpera em spray para condições de tubos em rotação, como o desenvolvido por Volle *et al.* (2008) e descrito por meio da equação 45, surge como referência na análise da determinação temporal da resposta térmica do meio. Tal estudo, cujo fundamento consistiu no emprego de um modelo bidimensional para um sistema de coordenadas cilíndricas na direção radial e circunferencial, teve como objetivo a elaboração de um modelo

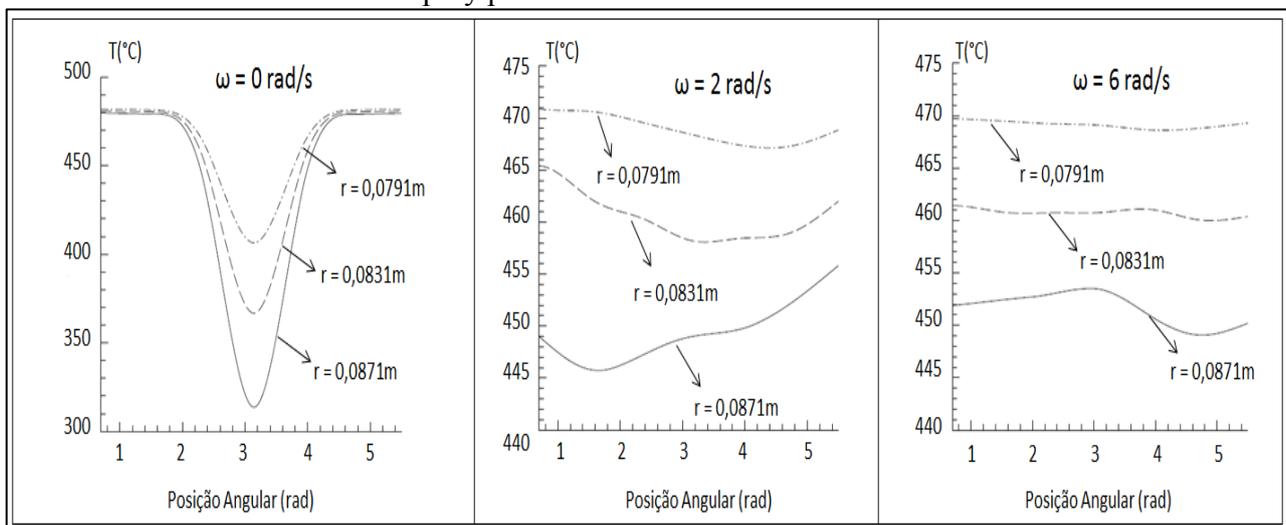
matemático capaz de prever a distribuição de temperatura e os fluxos de calor na superfície da geometria em questão.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \gamma^2} - \frac{\omega}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial \gamma} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (45)$$

Por meio do emprego de um método semi-analítico, utilizando transformada de Fourier e de Laplace, o problema de condução de calor inverso foi solucionado. Testes foram realizados sob condições de fluxo de calor na superfície, representadas por meio de um decaimento exponencial, com formato triangular, assim como decaimentos com formato gaussiano. Como resultado, Volle *et al.* (2008), apresentaram um modelo matemático, capaz de representar a resposta térmica do tubo para condições em que o fluxo de calor, por meio da solução do problema de condução de calor inverso, fosse determinado.

Em extensão ao modelo bidimensional elaborado anteriormente, Volle *et al.* (2009) verificaram que, para condições do aumento da velocidade angular do tubo (ω), a representação e análise do problema sob uma ótica unidimensional na direção radial pode ser adotada, como mostrado na (FIGURA 16). Nessa figura, nota-se que a distribuição de temperatura obtida a partir de uma análise bidimensional, são aproximadamente constantes na direção circunferencial para diferentes raios.

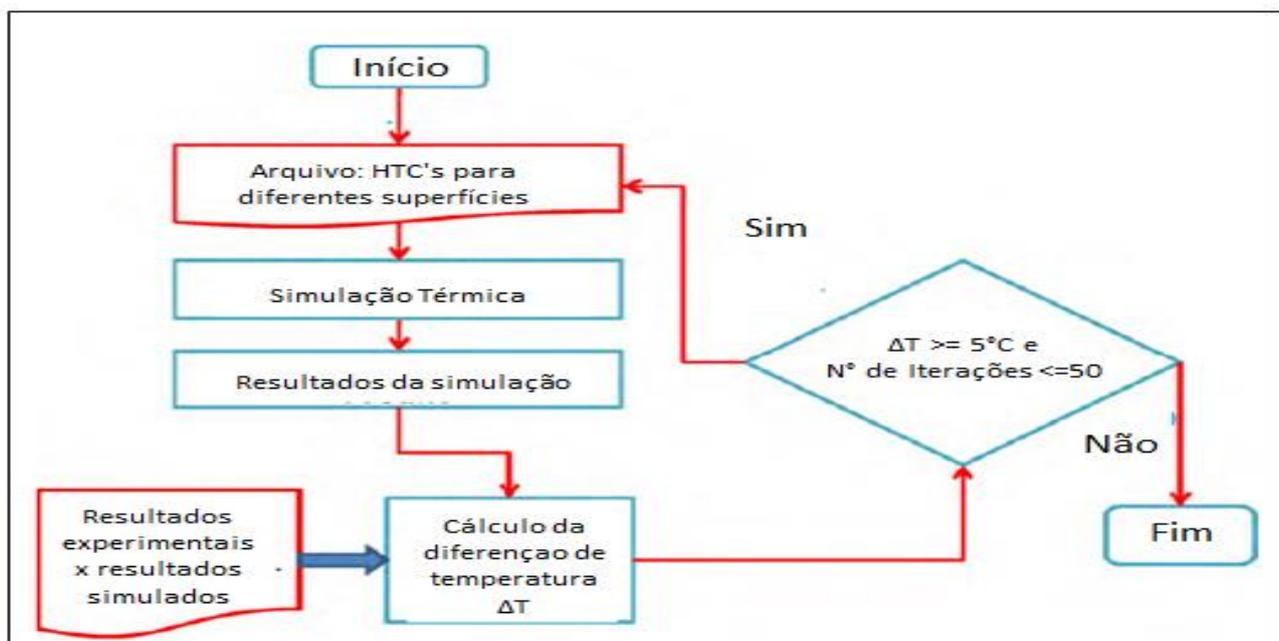
Figura 16 - Distribuição de temperatura radial e circunferencial em um tubo temperado pelo método de resfriamento em spray para diferentes ω



Fonte: Volle *et al.*, 2009. (Houve alterações devido à tradução).

Xiao *et al.* (2010), avaliam a influência do coeficiente de transferência de calor no processo de têmpera por imersão em água, através de uma análise experimental para diferentes orientações de imersão do corpo e agitação do meio. Para determinar o coeficiente de transferência de calor, uma análise inversa do problema de condução foi realizada. Para isso, foi usado um programa capaz de prever a curva de resfriamento através da técnica de elementos finitos. Posteriormente, os resultados obtidos foram comparados com os resultados experimentais. Os coeficientes de transferência de calor (HTC) obtidos, para uma dada região e um dado intervalo de tempo, foram considerados satisfatórios quando a diferença de temperatura entre os resultados simulados e os resultados experimentais apresentaram diferenças inferiores a 5 (°C). A Figura 17 apresenta o fluxograma adotado para validação do coeficiente de transferência de calor.

Figura 17 - Fluxograma para determinação do coeficiente de transferência de calor



Fonte: Xiao *et al.*, 2010. (Houve alterações devido à tradução).

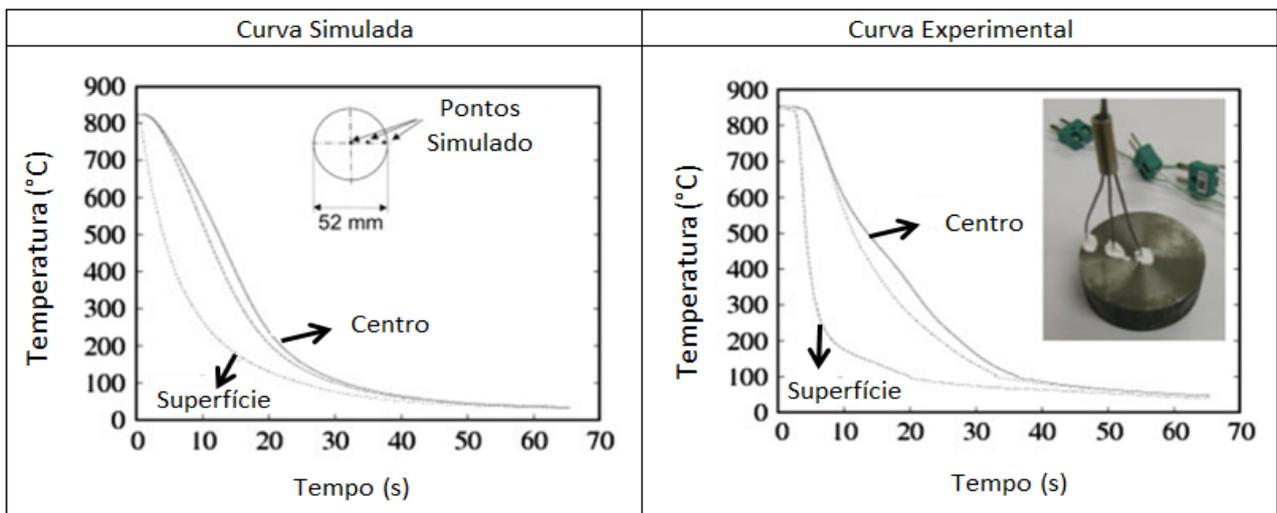
Hasan *et al.* (2011), salientam que, por meio da combinação de curvas de resfriamento e diagramas TTT, é possível prever a variação da dureza de aços temperados, em função da distância com base na análise do fator de severidade da têmpera. Para isso, um modelo matemático com base na técnica de volumes finitos em uma análise unidimensional (direção radial), foi elaborado com o objetivo de se determinar a curva de resfriamento do corpo. Como variável de entrada do modelo, foi utilizado um coeficiente de transferência de calor variável no tempo dado pela equação 46. Nessa expressão a massa específica do aço (ρ) foi mantida constante e igual a 7858 (Kg/m³), c_p representa o calor

específico do aço, V e A são o volume e área superficial da amostra, T_s a temperatura superficial da amostra, T_∞ a temperatura do fluido e \dot{T} é a taxa de resfriamento.

$$h = \frac{\rho V c_p \dot{T}}{A(T_s - T_\infty)} \quad (46)$$

Hasan *et al.* (2011) enfatizam que a consistência apresentada pelo modelo numérico foi satisfatória, haja vista que a resposta térmica do meio simulada (curva de resfriamento) apresentou boa proximidade com os resultados determinados experimentalmente, como mostra a (FIGURA 18). No que tange ao experimento para determinação da resposta térmica, Hasan *et al.* (2011) adotaram uma amostra cilíndrica, em que termopares foram dispostos no centro, na metade do raio e próximo à superfície do corpo respectivamente.

Figura 18 - Têmpera por imersão resultados simulados e experimentais



Fonte: Hasan *et al.*, 2011. (Houve alterações devido à tradução).

Ramesh e Prabhu (2012), por meio de simulações numéricas, avaliaram a influência do diâmetro do corpo de prova, bem como a do coeficiente de transferência de calor na curva de resfriamento de uma amostra cilíndrica de aço inoxidável. Para isso, uma sequência de testes numéricos, com coeficientes de transferência de calor compreendido em uma faixa de 100 (W/m²K) até 10.000 (W/m²K), assim como variações do diâmetro de 6,35 (mm) até 127 (mm) foram conduzidos.

Através do emprego de uma simulação numérica cujo processo consistiu na elaboração de uma geometria tridimensional, definição das propriedades termofísicas e posterior refinamento da malha, a resposta térmica da amostra cilíndrica de aço inoxidável foi avaliada. Resultados apresentados sugerem que, para um dado diâmetro, quanto maior for o coeficiente de transferência de calor, maiores serão as taxas de resfriamento às quais o corpo será submetido. Já para um dado coeficiente de transferência de calor, quanto menor o diâmetro maiores serão as taxas de resfriamento.

Singer (2014) realizou uma análise de sensibilidade para estudar a influência do coeficiente de transferência de calor no processo de têmpera. Para isso, ele adota o método de volumes finitos (esquema implícito), sob uma ótica unidimensional em coordenadas cilíndricas para solução da equação 47. Testes experimentais para determinação do coeficiente de transferência de calor no processo através de uma análise inversa do problema de condução de calor foram realizados. Condições de contorno, como as representadas pelas equações 48 e 49 (condição de simetria no núcleo e condição de convecção na superfície da peça), foram adotadas nesta análise.

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r k \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (47)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad (48)$$

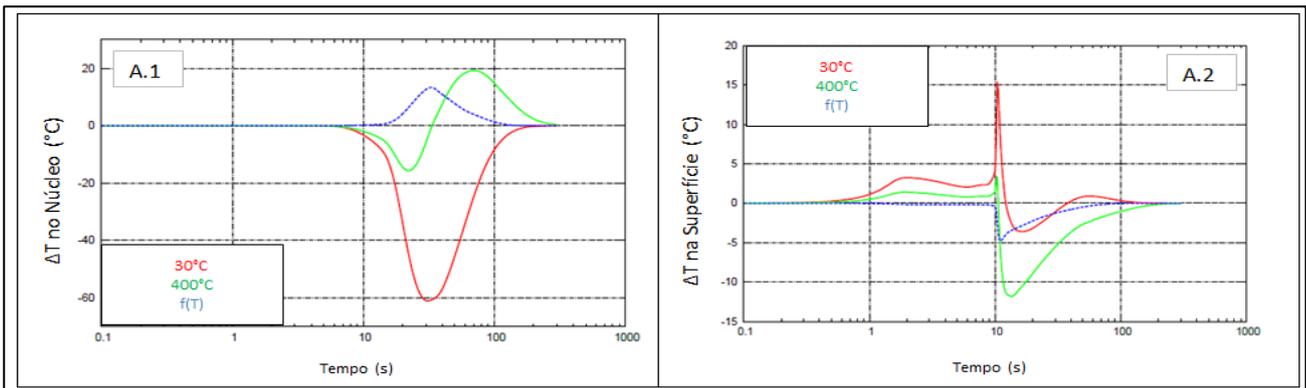
$$-k \frac{\partial T}{\partial r} = h(T_s - T_\infty) \quad (49)$$

Com base nos resultados experimentais e após a correta determinação do coeficiente de transferência de calor, Singer (2014), realizou um análise de sensibilidade numérica para verificar a influência das propriedades termofísicas e refino de malha no espaço e tempo sobre a resposta do modelo. Segundo Singer (2014), o emprego de propriedades termofísicas, em função da temperatura, reduz o erro da simulação numérica em relação aos dados experimentais, quando comparado a situações em que as propriedades são admitidas constantes durante o processo. Referente às malhas no espaço e no tempo, os resultados apresentados confirmam que o refinamento dessas, melhoram a predição dos cálculos. Não obstante, o autor ressalta que, de acordo com o estudo realizado e para as condições de teste, malhas com comprimento de 1,0 (mm) e passo

de tempo de 0,1 (s) já são suficientes para avaliação do problema com elevado grau de confiabilidade.

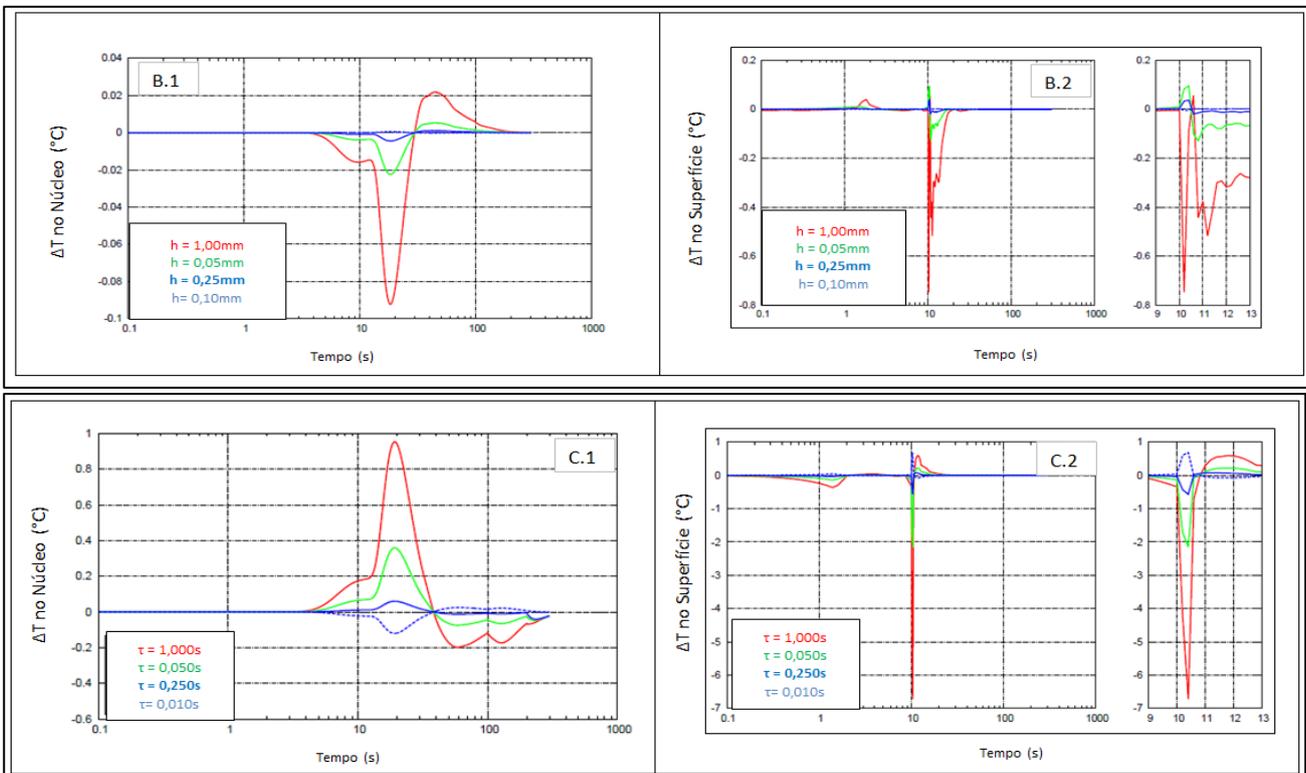
As Figuras 19 e 20 apresentam os resultados obtidos por Singer (2014) para avaliação da diferença de temperatura obtida entre os resultados experimentais e os calculados pelo modelo no núcleo da peça e na sua superfície, como função da análise de sensibilidade realizada.

Figura 19 - Análise de sensibilidade (Propriedades termofísicas)



Fonte: Singer, 2014. (Houve alterações devido à tradução).

Figura 20 - Análise de sensibilidade (Comprimento do elemento e passo de tempo)

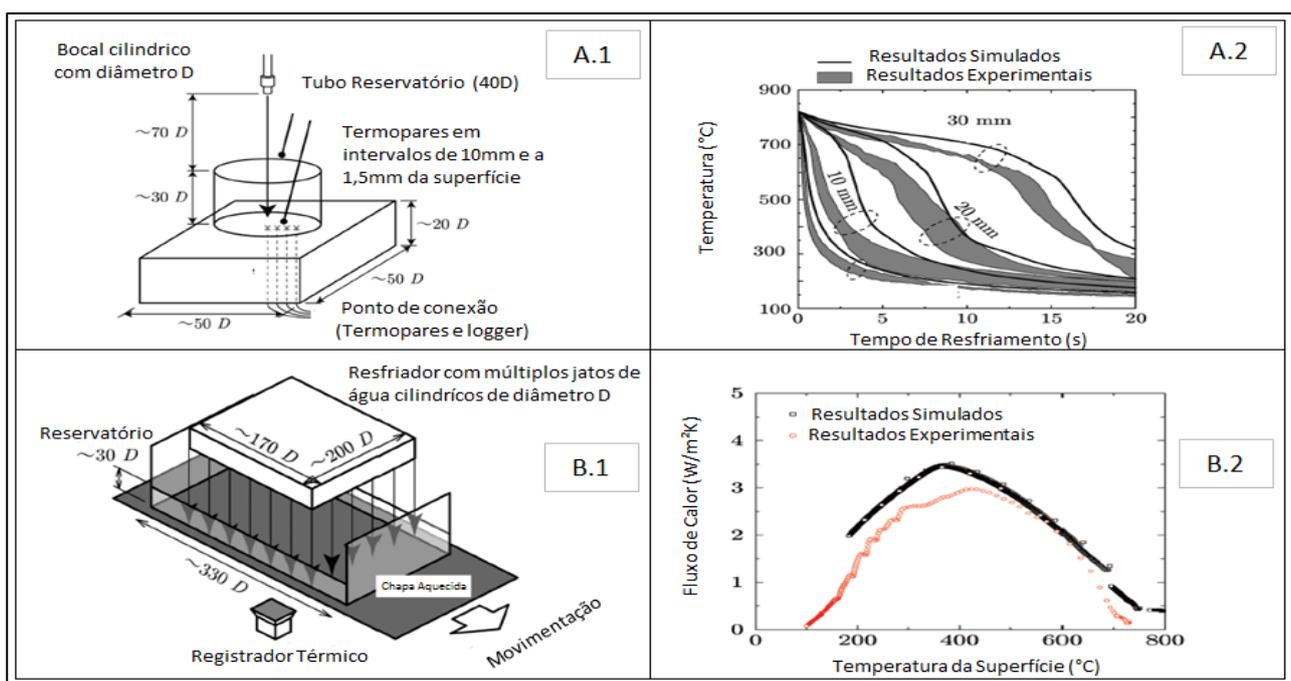


Legenda: B) Comprimento do elemento; C) Passo de tempo
 Fonte: Singer, 2014. (Houve alterações devido à tradução).

Apipe *et al.* (2016) desenvolveram um modelo matemático unidimensional na direção radial (estudo discretizado), por meio do método de volumes finitos (esquema totalmente implícito) com objetivo de prever a curva de resfriamento para têmpera de tubos por imersão em água. Em paralelo, testes experimentais por meio da disposição de termopares (tipo k) em diferentes seções do tubo foram conduzidos, a fim de se verificar a aproximação entre o modelo matemático e a resposta real do sistema. Os resultados da curva de resfriamento simulada, por meio do uso de coeficientes de transferência de calor constantes, quando comparada aos resultados reais provenientes do experimento apresentaram concordância física e numérica.

Kobayashi; Haraguchi; Nakamura (2016), com base no emprego da mecânica dos fluidos computacional, método de volumes finitos, avaliaram os efeitos da resposta térmica de chapas de aço resfriadas com jatos de água no processo de têmpera. Para isso, duas simulações e dois testes experimentais foram realizados. Em primeiro momento foi realizada uma avaliação numérica da curva de resfriamento em pontos distintos da superfície, sob incidência de um jato de água. Posteriormente, uma nova avaliação numérica foi conduzida, porém para uma situação em que, ao invés de um, múltiplos jatos de água foram utilizados. A Figura 21 apresenta os testes experimentais com seus respectivos resultados para as duas condições citadas anteriormente e revelam que o modelo adotado apresentou boa concordância com os experimentos conduzidos.

Figura 21 - Experimentos e resultados (Resfriamento por jato em chapa plana)



Legenda: A) Jato único: B) Múltiplo jatos

Fonte: Kobayashi; Haraguchi; Nakamura, 2016. (Houve alterações devido à tradução).

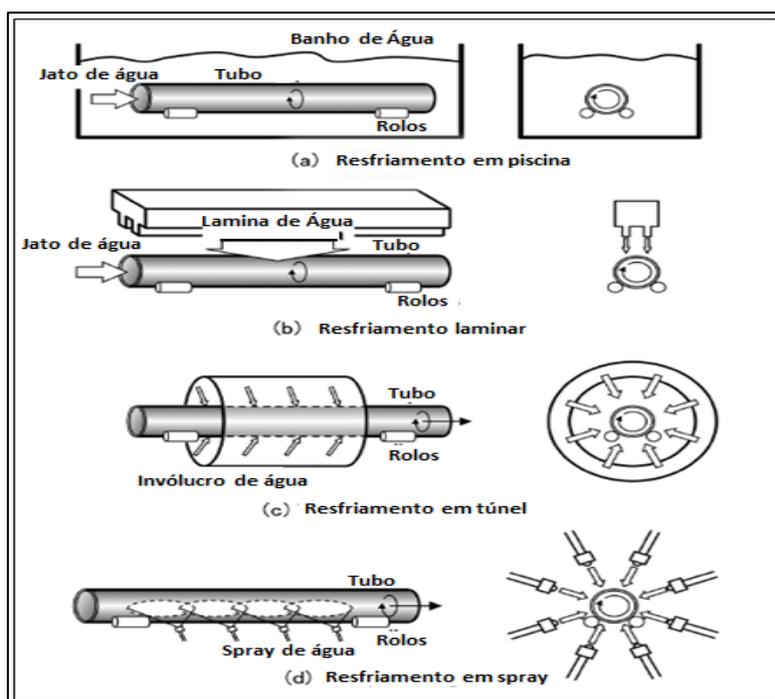
Kobayashi; Haraguchi; Nakamura (2016) ressaltam que, para solução das equações de conservação da massa, momento e energia presentes no problema, foi adotado o método SIMPLE, para situações que envolvem o acoplamento da pressão, enquanto que para o modelamento da turbulência foi adotado o método k- ϵ . No caso dos termos advectivos, um esquema de terceira ordem “upwind” foi usado em associação com o esquema TVD, a fim de se evitar instabilidades numéricas.

2.3.5. Tecnologia no Processo de Têmpera para Tubos

O processo produtivo no tratamento térmico de têmpera, sobretudo na produção de tubos de aço sem costura, conforme propõem Sakamoto *et al.* (2016), teve seu desenvolvimento tecnológico nas últimas décadas focado na solução de problemas comumente encontrados como: assimetria da superfície, excentricidade e trincas de têmpera. Esses problemas, em resumo, estão relacionados à existência de taxas de resfriamento distintas ao longo do comprimento do tubo. Como consequência, ocorrem variações das propriedades mecânicas na direção axial.

Segundo Sakamoto *et al.* (2016), as técnicas de resfriamento mais adotadas no processo de têmpera para tubos de aço sem costura são: resfriamento em piscina ou tanque, resfriamento laminar, resfriamento em túnel e resfriamento em spray. A Figura 22 mostra, esquematicamente, esses processos.

Figura 22 - Métodos de resfriamento (Têmpera em tubo)



Fonte: Sakamoto *et al.*, 2016. (Houve alterações devido à tradução).

Referente ao tratamento térmico em tanque (Resfriamento em piscina), Masanao (2012) descreve que a função do jato interno de água no processo de tratamento convencional consiste em remover a camada de vapor que é formada na superfície interna do tubo. O objetivo dessa remoção é minimizar a diferença de temperatura entre a superfície interna e a externa. Já a rotação tem por finalidade garantir um coeficiente de transferência de calor uniforme ao longo da direção circunferencial. Com o objetivo de otimizar e reduzir ainda mais a diferença de temperatura entre as superfícies internas e externas, Masanao (2012) propõe que o controle do tempo de inicialização e permanência do jato interno de água deve ser definido, assim como a sua vazão, a fim de que toda a sua superfície interna seja resfriada a uma taxa, o mais uniforme possível, na direção axial.

No caso do resfriamento laminar, Michiharu (1995) descreve que o problema, comumente encontrado nesse processo, está relacionado ao empeno a frio, devido a dificuldades de se garantir um resfriamento uniforme em tubos de grande comprimento. A limitação desse processo decorre da complexidade da união de módulos de resfriamento responsáveis pela lâmina de água, que devem produzir um coeficiente de transferência de calor uniforme na interface peça fluido de resfriamento, sobretudo no ponto de conexão desses módulos. Diante desse cenário, Michiharu (1995) propõe, que o projeto de módulos e de suas conexões seja avaliado, assim como o número e o distanciamento das suas filas em relação ao tubo, para que, assim, seja obtida uma taxa de resfriamento, o mais uniforme possível, ao longo da direção axial. Do ponto de vista do jato interno, a sua finalidade consiste em garantir que taxas de resfriamento na superfície interna sejam equivalentes às da superfície externa. Já a rotação do tubo tem como propósito garantir um coeficiente de transferência de calor uniforme na direção circunferencial.

O resfriamento em túnel pode apresentar taxas de resfriamento equivalentes e ou até superiores as encontradas no resfriamento em piscina, conforme descrevem Sakamoto *et al.* (2016). Dentre as limitações do processo, Masanao (2012) enfatiza a existência de taxas de resfriamento distintas ao longo do comprimento do tubo devido a ocorrência de um resfriamento localizado na superfície interna, em função do contato do jato de água com essa região. Com o objetivo de se reduzir esse efeito e promover a uniformidade das propriedades mecânicas ao longo da direção axial, Masanao (2012) sugere que o número de bicos por passo, o número de passos, os limites de vazão mássica e o ângulo de inclinação dos bicos são parâmetros que devem ser levados em conta no projeto de equipamentos para resfriamento em túnel.

Por fim, o resfriamento em spray, na comparação aos processos de tratamento térmico de tubos de aço, apresenta, em geral, as mesmas limitações e dificuldades referentes à garantia da uniformidade das propriedades mecânicas. No entanto, segundo Sakamoto *et al.* (2016), a vantagem desse

processo quando comparado aos demais, consiste na existência de um maior controle das taxas de resfriamento por meio da escolha do bocal do spray.

2.3.6. Conclusão

Nesta seção foram apresentados os mecanismos de transferência de calor e os parâmetros de influência que afetam o processo de ebulição, cujo fenômeno encontra-se presente no processo de têmpera. Também foram apresentadas as formulações matemáticas empregadas na análise desse processo: modelos analíticos, numéricos e em CFD. Em paralelo, foi discorrido sobre os experimentos adotados para prever o comportamento de amostras durante o tratamento térmico de têmpera, assim como para validar modelos matemáticos elaborados. Um apanhado geral foi apresentado, visando mostrar o cenário do estado da arte no tocante às modelagens e testes experimentais no processo de têmpera. O capítulo a seguir é dedicado à descrição do dispositivo experimental utilizado no presente trabalho.

3. DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

3.1. Visão Geral

O presente capítulo tem como objetivo apresentar um detalhamento dos materiais e métodos utilizados no procedimento experimental realizado. Esse procedimento ocorreu na linha de tratamento térmico da Vallourec Soluções Tubulares do Brasil, localizada no município de Jeceaba, Minas Gerais.

Do ponto de vista experimental, o ensaio realizado consistiu em se determinar a resposta térmica de um tubo tratado termicamente por imersão em um tanque de água. Essa resposta foi adotada como base para comparação com os resultados obtidos através do modelo matemático, que foi elaborado e será apresentado no capítulo 4 do presente trabalho. Para isso, a instrumentação de um tubo por meio de termopares, ao longo do seu comprimento, se fez necessário.

Situado nesse contexto, é, inicialmente, realizada uma visão geral do experimento, por meio de uma descrição do processo de tratamento térmico de têmpera. Contextualizado o cenário no qual o experimento ocorreu, o sistema de medição empregado é descrito. Sequencialmente a metodologia adotada para avaliação da incerteza de medição é apresentada. Por fim, detalhados os materiais e a metodologia para avaliação da incerteza, a montagem experimental, bem como as condições operacionais e de processo no qual o experimento ocorreu é exibida.

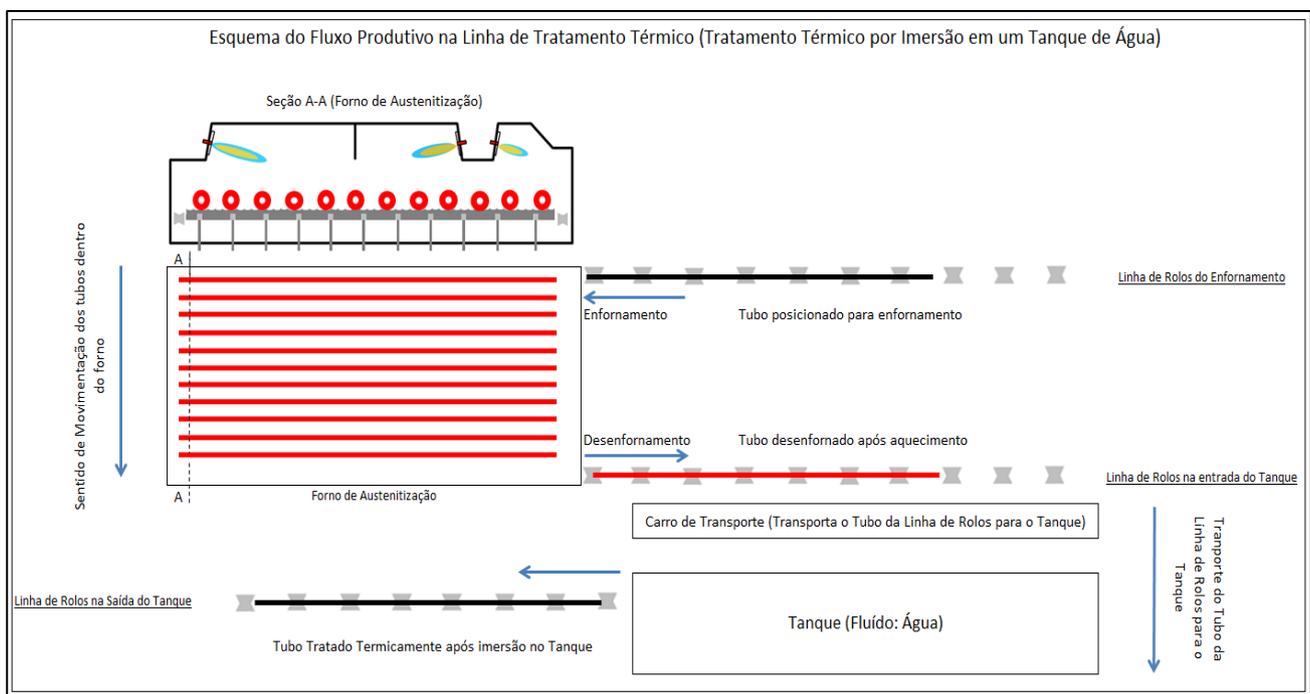
3.2. Visão Geral do Experimento

Com o objetivo de facilitar a compreensão do ambiente no qual foi realizado o experimento para avaliação da resposta térmica de tubos temperados por imersão em um tanque de água, uma breve descrição do processo será realizada. Descrição essa idêntica à que o corpo de prova (tubo de aço carbono) foi submetido durante a realização do experimento.

Inicialmente tubos de aço sem costura são enformados e aquecidos em um forno de austenitização, cuja finalidade consiste em se garantir que uma microestrutura austenítica completamente homogênea esteja presente no seu desenformamento. Para isso, em função do diâmetro do tubo, espessura da parede, comprimento, ritmo de produção da linha e propriedades mecânicas objetivadas, o ajuste de temperaturas do forno, assim como o tempo de residência do material, é configurado.

Concluído o aquecimento do tubo por meio de um sistema de transporte composto por uma linha de rolos, inicia-se a translação do material da porta de desenformamento até a entrada do tanque. Ao ser posicionado na entrada do tanque, um novo sistema, descrito como “Carro de Transporte”, por meio de uma sequência de elevação e de translação, posiciona o tubo no centro do tanque sobre um dispositivo conhecido como “K-set”. A partir desse momento, inicia-se a preparação do processo de imersão e, conseqüentemente, o tratamento térmico de têmpera. A Figura 23 apresenta um esquema simplificado do processo de aquecimento e movimentação do tubo entre o forno de austenitização e o tanque de água.

Figura 23 - Visão geral do teste experimental

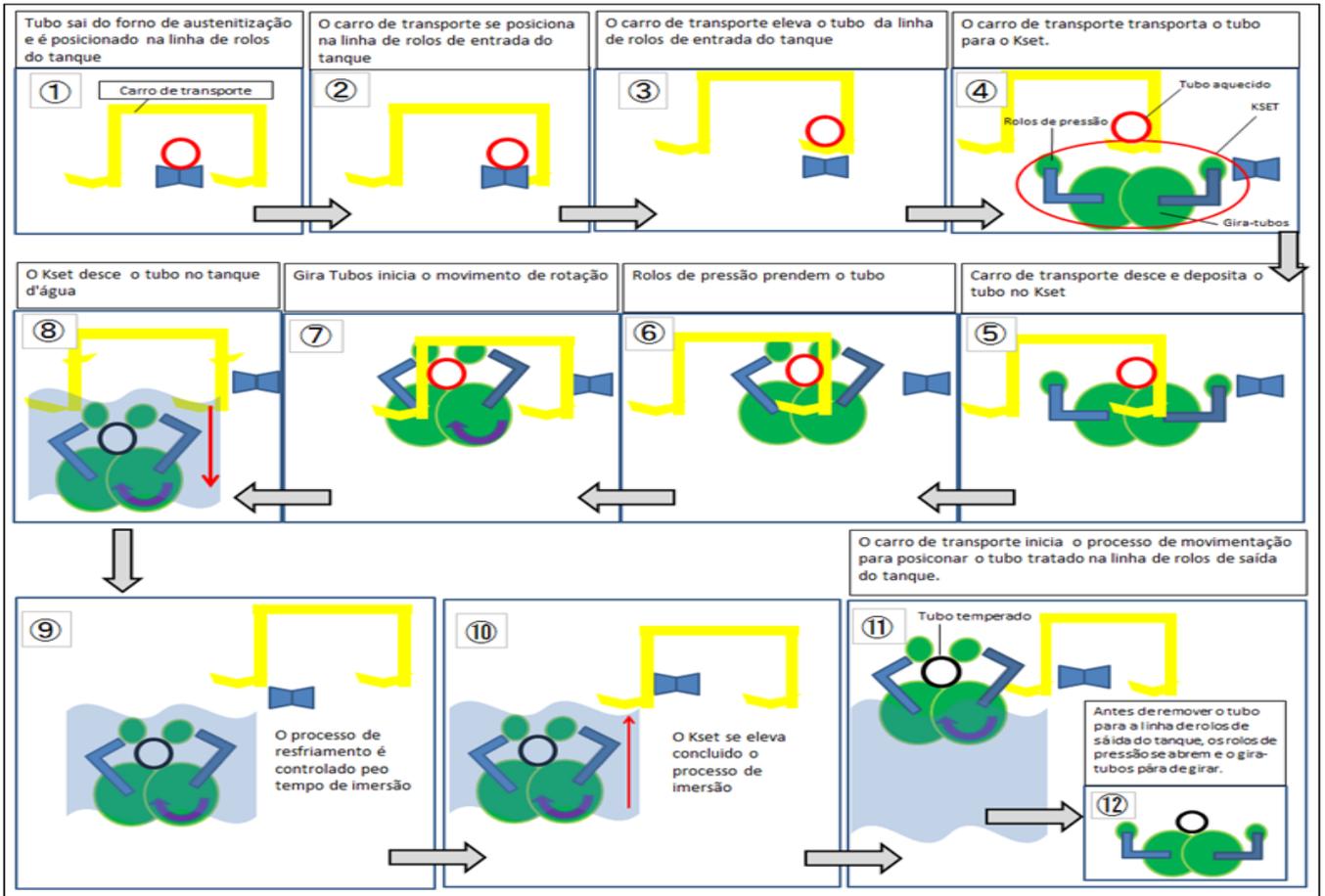


Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Uma vez posicionado sobre o “K-set”, um dispositivo conhecido como “Rolos de Pressão”, cujo propósito consiste em garantir que a movimentação do tubo ocorra somente na direção circunferencial, restringe a movimentação do tubo nas demais direções. Restrita a movimentação, outro dispositivo conhecido como “Gira Tubos” inicia o movimento de rotação do tubo. Concluída a sequência anteriormente descrita, inicia-se por fim o processo propriamente dito de imersão. Do ponto de vista operacional, as variáveis de processo são descritas de acordo com a rotação do dispositivo “Gira Tubos”, vazão dos sistemas de resfriamento secundários (jato interno e jatos laterais), temperatura da água do tanque, assim como o tempo de imersão. O tempo de imersão se encontra também relacionado ao tempo total no qual o tubo permanece em rotação. A Figura 24 apresenta um detalhamento do transporte do tubo da linha de rolos de desenformamento até o

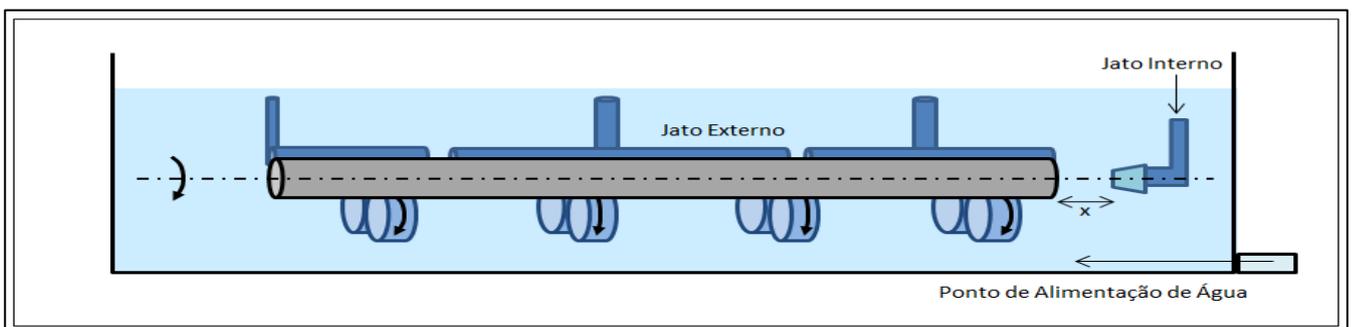
tanque, seguido do processo de imersão. Já a Figura 25 detalha o processo de resfriamento durante a imersão propriamente dita, o qual também engloba a presença de dois outros sistemas. Um deles composto por um jato de água direcionado para a superfície interna do tubo, e outro composto por múltiplos jatos laterais direcionados à superfície externa.

Figura 24 - Processo de imersão do tubo no tanque



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Figura 25 - Sistemas de resfriamento auxiliares (Jato interno e jatos laterais)



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

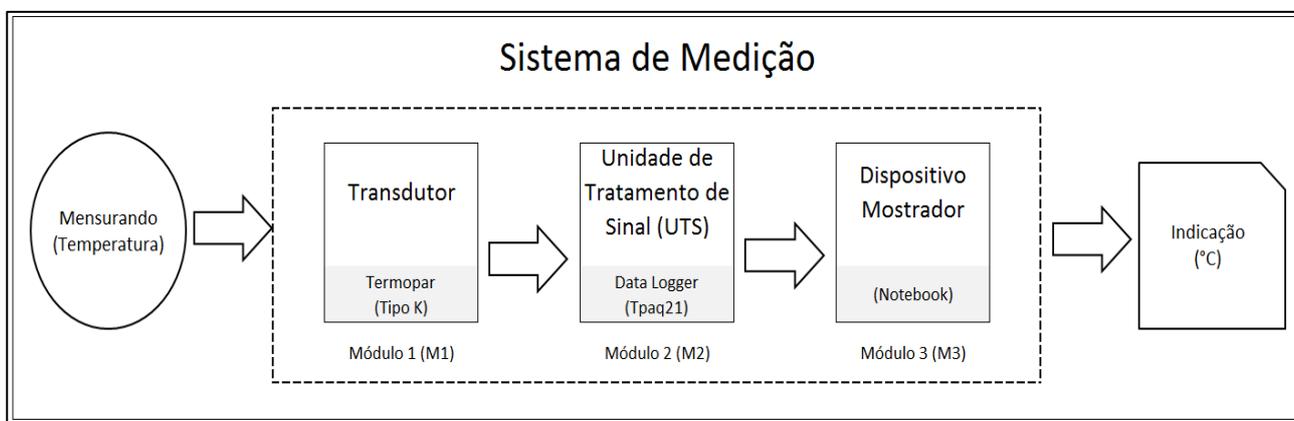
3.3. Sistema de Medição

Para avaliação da resposta térmica do tubo durante o experimento realizado, um método de medição direta, conforme definição apresentada por Albertazzi e de Sousa (2013), foi empregado. O sistema de medição composto por três módulos descritos como: Transdutor, unidade de tratamento de sinal e dispositivo mostrador foi adotado. Os módulos, assim descritos, foram representados pelos seguintes equipamentos:

- a) módulo 1 (M1) : Transdutor (termopar convencional do tipo K);
- b) módulo 2 (M2) : Unidade de tratamento de sinal (data logger Tpaq21);
- c) módulo 3 (M3) : Dispositivo mostrador (notebook).

A Figura 26 apresenta uma visão geral do sistema de medição composto pelos módulos anteriormente descritos, assim como do mensurando (temperatura) e da resposta final (indicação) informada pelo sistema de medição.

Figura 26 - Módulos do sistema de medição



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Para seleção do transdutor (termopar), as normas NBR 12771, 13770 e 14097 foram utilizadas como referência na especificação técnica desse elemento de medição. Os fatores de seleção adotados como requisitos mínimos foram a faixa de medição e o tempo de resposta desse instrumento. Tais fatores foram definidos em função das condições do processo de tratamento térmico, no qual foi realizado o experimento. Para isso foi necessário adotar um módulo de medição de temperatura capaz de operar em uma faixa de medição compreendida entre 25(°C) e 1000 (°C) e que possuísse tempo de resposta inferior a 1,0(s). Como resultado dessa definição, termopares do

tipo k com isolamento mineral, junta quente isolada e diâmetro de 1,5 (mm) foram empregados. Demais características dos termopares foram definidas em função do comprimento do tubo utilizado no experimento, bem como da compatibilidade com a unidade de tratamento de sinal selecionada.

Para garantir o fornecimento e a confiabilidade do módulo de medição de temperatura, foi solicitado, junto ao fornecedor, um certificado de calibração presente no Anexo A, emitido por um laboratório integrante da rede brasileira de calibração (RBC), conforme propõem Albertazzi e de Sousa (2013). A Tabela 5 apresenta a descrição técnica do termopar adotado, enquanto a Figura 27 apresenta uma visão geral desse elemento.

Tabela 5 - Descrição técnica (Módulo 1: Transdutor)

Informações	Descrição
Fabricante	Consistec
Sensor	Tipo K
Diâmetro	1,5mm
Comprimento	10.000mm e 15.000mm
Isolação	Mineral
Junta de Medição	Isolada
Material de Proteção	Nicrobel
Tipo de Conexão	Compensado (Macho/Fêmea)
Conector	Comprimento de 80mm, plug macho miniatura tipo K largura 8mm, selado com borracha TCAD não corrosiva

Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Figura 27 - Módulos do sistema de medição



Fonte: Vallourec Soluções Tubulares do Brasil S.A., 2017.

No que diz respeito à seleção da unidade de tratamento de sinal (UTS), a mesma foi baseada em fatores referentes à taxa de amostragem, capacidade de armazenamento de dados, número de canais, compatibilidade com o transdutor e temperatura máxima de operação. Esse último fator se deve, sobretudo, à capacidade do equipamento em resistir a altas temperaturas, características do experimento.

Os requisitos mínimos adotados na especificação técnica da UTS, com base nos fatores descritos anteriormente, consistiram na necessidade de se ter taxas de amostragens inferiores a 1 segundo, capacidade de armazenamento mínima de 15.000 dados, número mínimo de 9 canais e temperatura máxima de operação superior a 75 (°C). Como consequência, foi selecionado o módulo de aquisição de dados do tipo Tpaq21.

A confiabilidade do módulo de tratamento de sinal foi garantida durante os testes monitorando-se suas condições de calibração, definidas segundo normas do laboratório metrológico da Vallourec Soluções Tubulares do Brasil. A Tabela 6 exhibe as informações técnicas da unidade de tratamento de sinal utilizada. Já a Figura 28 retrata uma visão geral desse equipamento, enquanto o Anexo B apresenta o certificado de calibração fornecido pelo laboratório metrológico da Vallourec Soluções Tubulares do Brasil SA.

Tabela 6 - Descrição técnica (Módulo 2: Unidade de tratamento de sinal)

Informações	Descrição
Fabricante	DATAPAQ
Modelo	TP2116
Comprimento	200mm
Largura	98mm
Altura	20mm
Temperatura Máxima de Operação	110°C
Pressão Máxima de Operação	50bar
Capacidade de Armazenamento de Dados	130.000
Número de Canais	10
Resolução	0,1 °C
Incerteza Expandida	± 0,3°C
Tipo de bateria	VHT de Lítio
Vida útil da Bateria	250 horas
Intervalo mínimo de Amostragem	0,3s (N de canais =10) 0,2s (N° máximo de canais = 9) 0,1s (N° máximo de canais = 3)

Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Figura 28 - Unidade de tratamento de sinal (Tpaq21)



Fonte: Vallourec Soluções Tubulares do Brasil S.A., 2017.

Como dispositivo mostrador foi adotado um notebook, cuja seleção foi baseada na sua compatibilidade com o software da UTS para exportação dos dados medidos. A descrição técnica do dispositivo mostrador é apresentada na Tabela 7, enquanto a Figura 29 exibe uma visão geral desse equipamento.

Tabela 7 - Descrição técnica (Módulo 3: Dispositivo mostrador)

Parâmetro	Descrição
Fabricante	DELL
Modelo	INSPIRON
Tela	14 polegadas
Processador	Intel Core™ i5 CPU:2,6GHz
Memória Instalada (RAM)	4,0 GB
Tipo de Sistema	Windows 7 (Sistema operacional de 32 bits)

Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Figura 29 - Dispositivo mostrador (Notebook)



Fonte: Vallourec Soluções Tubulares do Brasil S.A., 2017.

3.4. Incerteza do Sistema de Medição

Como consideração inicial na metodologia adotada para determinação da incerteza do sistema de medição, foi adotado que o módulo 3, representado pelo notebook, teve a sua incerteza expandida desprezada na análise ($U_{M3} = 0$). Tal consideração consistiu na hipótese de que a sua incerteza padrão, por ser bem inferior à dos demais módulos (U_{M1} e U_{M2}) não influênciam na incerteza expandida do sistema de medição (U_{SM}). Outra consideração importante foi a de que o número de graus de liberdade para cada incerteza expandida presente nos módulos 1 e 2 são iguais entre si. Esses dois módulos são, nessa ordem, o transdutor (Termopar do tipo K) e a unidade de tratamento de sinal (Tpaq21).

Segundo as considerações apresentadas anteriormente, o cálculo da incerteza expandida do sistema de medição (U_{SM}) foi determinado pela equação 50. Essa equação, apresentada por Albertazzi e de Sousa (2013), é válida para situações em que o grau de liberdade de todos os módulos presentes no sistema de medição seja igual.

$$U_{SM}^2 = U_{M1}^2 + U_{M2}^2 \quad (50)$$

No que diz respeito à incerteza expandida presente no módulo 1 (U_{M1}), essa foi adotada de acordo com as informações presentes no certificado de calibração, com ressalva para o fato de que, como ela é determinada em função da temperatura, para efeito de cálculo, sua magnitude foi definida como o valor máximo presente naquele certificado. Valor esse correspondente à faixa de calibração verificada.

Outra consideração adotada para a determinação da incerteza do sistema de medição (U_{SM}) consistiu na admissão de que a incerteza expandida calculada foi válida para toda a faixa de medição realizada durante o experimento. Tal consideração foi embasada no fato de que a incerteza do módulo 2 (U_{M2}), segundo o manual do fabricante, é válida para toda a faixa de medição na qual esse equipamento foi projetado. Por sua vez, como a faixa de medição do experimento se encontra inserida dentro da faixa de medição do equipamento, julgou-se plausível o emprego de tal consideração.

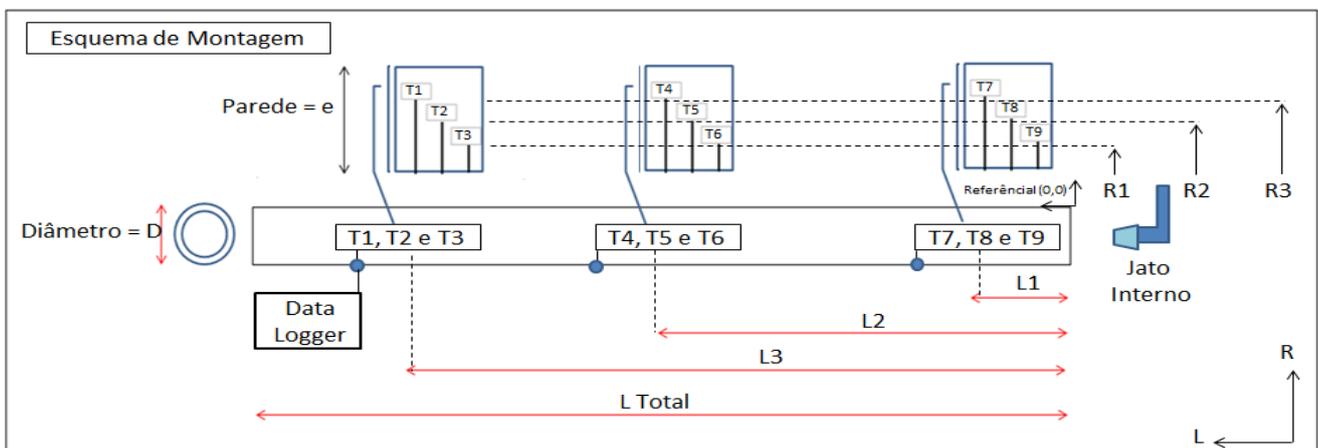
3.5. Montagem Experimental

Para realização do experimento foi utilizado um tubo de comprimento total (L), diâmetro externo (D) e espessura de parede (e). Com o objetivo de se garantir que medições de temperatura fossem realizadas tanto na direção radial (R1 até R3), quanto na direção axial (L1 até L3), os termopares do tipo K foram inseridos em determinadas regiões do tubo.

Durante a preparação (Instrumentação) do corpo de prova, uma distribuição de 9 termopares (T1 até T9) foi usada. Tal distribuição teve como objetivo a utilização do máximo do comprimento útil do corpo de prova, de acordo com o número de canais existentes na unidade de tratamento de sinal (UTS).

Em paralelo, foi necessário que os termopares fossem conectados a UTS (Tpaq21), a fim de que a coleta de dados pudesse ser realizada e armazenada durante o tempo de execução do experimento. Para isso, a montagem esquemática com a representação da disposição dos termopares em relação ao jato interno de água presente na Figura 30 foi adotada.

Figura 30 - Montagem experimental (Corpo de prova)



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Já a Figura 31 apresenta uma visão geral do corpo de prova durante a sua instrumentação, no qual é detalhado uma das janelas utilizadas no corpo do tubo para a distribuição dos termopares ao longo da sua parede, bem como o material empregado na vedação do furo (pasta de prata) para inserção do termopar, afim de garantir que os mesmos não entrassem em contato direto com a água do tanque. Nessa figura é apresentado também o sistema utilizado na extremidade do tubo, composto por um cone direcionador, com o objetivo de evitar a recirculação de água na superfície interna do tubo durante o experimento, uma vez que uma das suas extremidades foi fechada para armazenamento da UTS.

Figura 31 - Fotos corpo de prova (Montagem e instrumentação)



Fonte: Vallourec Soluções Tubulares do Brasil S.A., 2017.

No que diz respeito ao detalhamento da distribuição dos termopares, tanto no sentido radial como no sentido axial, a Tabela 8 e a Tabela 9 apresentam os detalhes da distribuição em função da espessura da parede do tubo (e) e do seu comprimento total (L Total).

Tabela 8 - Posicionamento dos termopares (Direção radial)

Posicionamento (R)	L1	L2	L3
$R1 = 0,25 e$	T9	T6	T3
$R2 = 0,50 e$	T8	T5	T2
$R3 = 0,75 e$	T7	T4	T1

Fonte: Elaborado pelo autor, 2017

Tabela 9 - Posicionamento dos termopares (Direção axial)

Posicionamento (L)	Termopares
L1 = 0,041 L Total	T7, T8 e T9
L2 = 0,392 L Total	T4, T5 e T6
L3 = 0,743 L Total	T1, T2 e T3

Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Devido à condição de alta temperatura na qual a UTS foi submetida, uma barreira térmica de água, com comprimento (w), diâmetro (d) e volume de água (v) foi utilizada. Tal finalidade consistiu no fato de se garantir a vida útil desse componente durante o período de residência do mesmo no forno. Em paralelo, um sistema de isolamento adicional, composto por uma fibra cerâmica biosolúvel, foi empregado como revestimento térmico da barreira. A Tabela 10 e a Figura 32 apresentam a descrição técnica do isolamento térmico adotado e uma visão geral desse material respectivamente.

Tabela 10 - Descrição técnica (Isolamento térmico)

Parâmetro	Descrição
Fabricante	IBAR
Modelo	Fibra Cerâmica Biosolúvel Supermag 1200
Espessura	50,8 mm
Densidade	128 kg/m ³
Limite Contínuo de Uso	1100°C (Temperatura de Fusão = 1270°C)
Contuidade Térmica	< 0,30 W/m.K para T=982°C
	< 0,25 W/m.K para T=815°C
	< 0,15 W/m.K para T=538°C
	< 0,10 W/m.K para T=260°C

Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Figura 32 - Isolamento térmico (Manta de fibra cerâmica biosolúvel)



Fonte: Vallourec Soluções Tubulares do Brasil S.A., 2017.

3.6. Condições Operacionais Durante a Realização do Experimento

Referente às condições operacionais do forno, assim como dos parâmetros de processo da linha na qual o experimento foi realizado, a Tabela 11 exibe um resumo geral das configurações adotadas para o forno e os parâmetros de processo do tanque.

Tabela 11 - Condições operacionais durante a realização do experimento

Parâmetros	Valores
Tempo de Forno	20 - 50 minutos
Temperatura do Forno	T (°C)
Tempo de Imersão	t_1 (s)
Tempo de Elevação	t_2 (s)
Tempo Total de Processo	t (s)
Rotação do Gira Tubos	N (rpm)
Vazão do Jato Lateral e Jato Interno	100% VFE (m ³ /h)
Temperatura da Água	25°C

Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Em particular, o tempo de imersão (t_1) é definido como o tempo de transporte e permanência do tubo imerso no fundo do tanque. Já o tempo de elevação do tubo (t_2) representa o tempo transcorrido do início de sua elevação do fundo do tanque, até o seu completo retorno à superfície fora do contato com a água. O tempo total de processo (t), engloba a soma tanto do tempo de imersão (t_1), como a do tempo de elevação (t_2).

Outro ponto que merece atenção, também apresentado na Tabela 11, diz respeito às grandezas vazão do jato lateral e vazão do jato interno. Esses valores, descritos como 100% VFE, referem-se ao fato de que o sistema de resfriamento auxiliar foi configurado para que ambas as vazões representassem 100% do valor final de escala desse sistema. Como consequência, o experimento foi realizado na condição operacional máxima do sistema de resfriamento auxiliar.

3.7. Conclusão

Ao longo do capítulo 3 foi apresentada a metodologia empregada no experimento realizado nessa pesquisa, cuja abordagem iniciou desde a definição dos materiais utilizados na realização do experimento até detalhamentos sobre as condições operacionais e de processo da têmpera. O detalhamento do processo no qual o experimento foi realizado não serviu apenas de base para definição dos materiais e métodos adotados, mas foi o alicerce inicial que permitiu a elaboração do modelo matemático que será apresentado no capítulo 4.

4. MODELO MATEMÁTICO

4.1. Visão Geral

O presente capítulo tem como objetivo apresentar o detalhamento do modelo matemático desenvolvido, para caracterização da resposta térmica temporal na parede de tubos, durante o tratamento térmico de têmpera por imersão em um tanque de água. O modelo computacional foi desenvolvido usando-se o método de volumes finitos. Em paralelo, foi também desenvolvido um modelo analítico simplificado para efeito de validação do modelo em volumes finitos.

Inicialmente, considerações gerais adotadas para a criação do modelo são apresentadas, desde a definição do domínio de análise até as referências adotadas para a quantificação do coeficiente de transferência de calor. A seguir, é exibido o equacionamento adotado para os nós presentes no domínio, incluindo os nós existentes nos seus limites. Sequencialmente, o modelo analítico desenvolvido é descrito. Por fim, o equacionamento utilizado para a determinação das propriedades termofísicas, as quais foram determinadas em função da temperatura no caso do modelo numérico e constantes no caso da solução analítica é descrito, bem como o fluxograma do modelo numérico e do modelo analítico utilizado na elaboração dos códigos computacionais desenvolvidos.

4.2. Considerações Gerais do Modelo

Como consideração inicial adotada para elaboração do modelo numérico, foi admitido que uma análise da distribuição de temperatura bidimensional na parede do tubo, nas coordenadas (r, θ) , pode ser reduzida a uma análise unidimensional na coordenada (r) . A justificativa para o emprego dessa consideração foi baseada no estudo de Volle *et al.* (2009). Tal estudo, demonstrou que, para tubos sob condições de velocidades angulares, superiores a 6 rad/s , a distribuição de temperatura na parede do tubo não varia com a posição angular, mas somente na direção radial. Na prática, como o modelo será usado para simular situações envolvendo altas rotações do tubo (velocidades angulares superiores a 6 rad/s), a referida consideração é perfeitamente justificável.

Também foi admitido que a parede do tubo comporta-se como uma parede plana por meio da avaliação da razão entre o diâmetro externo (D) e a espessura da parede do tubo (e) . Tal premissa foi baseada no fato de que, para as dimensões do corpo de prova utilizado no experimento essa razão foi igual a 20, resultando assim em valores de uma ordem de grandeza na comparação entre esses parâmetros.

Como consequência o raio de curvatura da parede do tubo foi desprezado e um sistema cartesiano, definido apenas por um eixo x perpendicular a essa parede foi usado para modelá-la.

No que diz respeito ao coeficiente de transferência de calor, não obstante que uma variação temporal desse parâmetro durante o tratamento térmico de tempera se faça presente, um valor constante representando uma média no tempo durante esse tratamento foi adotado. Esse coeficiente foi utilizado tanto para validação da solução numérica com a solução analítica, quanto para a comparação com os resultados obtidos do teste experimental. Para isso, foi adotada como referência, faixa de valores do coeficiente de transferência de calor obtidas experimentalmente por Totten (2007), Hasan *et al.* (2011) e Singer (2014) durante experimentos realizados com amostras cilíndricas temperadas por imersão em água.

4.3. Modelo Numérico

Para elaboração do modelo numérico, foi utilizado o método de volumes finitos, sistema unidimensional, esquema totalmente implícito ($\theta = 1$), conforme apresentado por Vesteeeg e Malalasekera (2007). Como condição inicial, foi admitido que todos os volumes de controle, presentes no domínio, estão a uma mesma temperatura inicial T_i . A equação governante do método, equação 51, descrita como a equação do transporte, integrada no tempo e no espaço, foi empregada. Em paralelo, para avaliação da integral dos pontos nodais no passo de tempo (Δt), fez-se uso da equação 52.

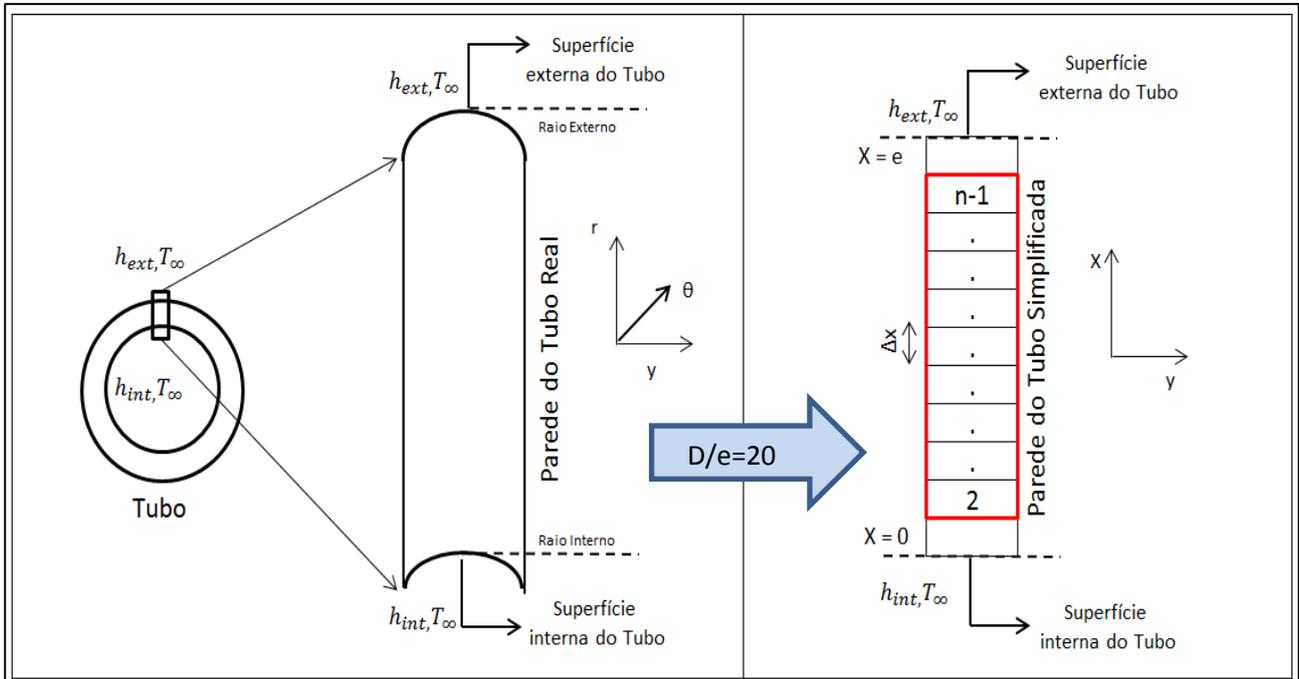
$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{CV} \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dv dt = \int_t^{t+\Delta t} \int_{CV} div(k grad(T)) dv dt \quad (51)$$

$$I_T = \int_t^{t+\Delta t} T_p dt = [\theta T_p + (1 - \theta) T_p^0] \Delta t \quad (52)$$

A equação discretizada para os volumes de controle centrais do domínio (ponto nodal $N = 2$ até ponto nodal $N = n-1$), foi representada por meio das equações 53 e 54. A Figura 33 apresenta a região descrita como região dos volumes de controle central com a representação da parede do tubo como uma parede plana devido a elevada razão (D/e) descrita anteriormente, em que Δx representa o

comprimento de cada volume de controle, que foi considerado o mesmo para todos os volumes presentes no domínio.

Figura 33 - Discretização do domínio (Nós centrais)



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

$$a_p T_p = a_E T_E + a_W T_W + a_p^0 T_p^0 \quad (53)$$

$$a_p = a_E + a_W + a_p^0 \quad (54)$$

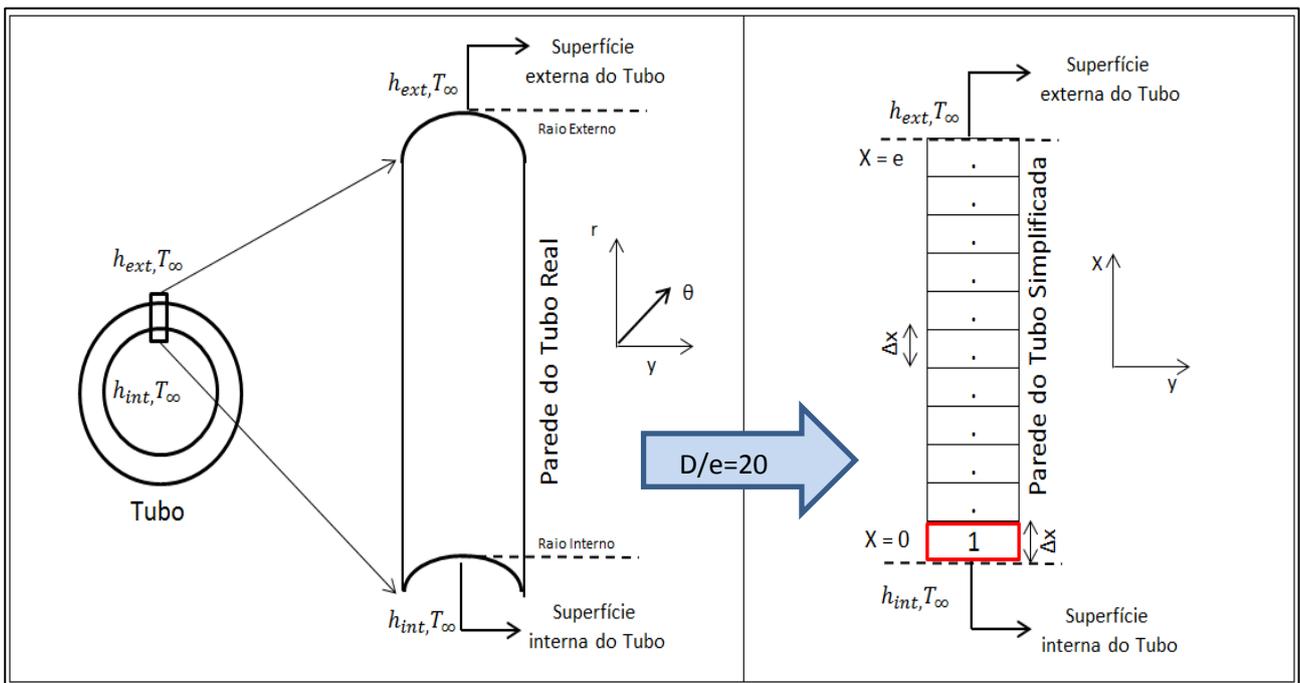
Como condições de contorno adotadas para determinação da equação discretizada para os nós no limite do domínio, ou seja, na superfície interna do tubo ($x = 0$) que resulta no ponto nodal ($N = 1$), e na superfície externa do tubo ($x = e$) que resulta no ponto nodal ($N = n$), foram utilizadas as equações 55 e 56. Nessas equações, k representa a condutividade térmica do tubo de aço e h_{int} e h_{ext} , o coeficiente de transferência de calor na superfície interna e externa do tubo, respectivamente.

$$-k \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = -k \left(\frac{T_p - T_W}{\Delta x} \right) = -h_{int} (T_p - T_{\infty}) \quad (55)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=e} = -k \left(\frac{T_E - T_P}{\Delta x} \right) = h_{ext}(T_P - T_\infty) \quad (56)$$

A equação discretizada para o nó ($N = 1$), representado pela Figura 34, localizado na superfície interna do tubo ($x = 0$), cuja representação destaca a simplificação da parede do tubo como uma parede plana por meio da descaracterização do raio de curvatura desse volume de controle no raio interno do tubo, foi descrita pela equação 57, cujos coeficientes a_{p1} , S_u e S_{p1} foram determinados pelas equações 58 e 59.

Figura 34 - Discretização do domínio (Nó 1)



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

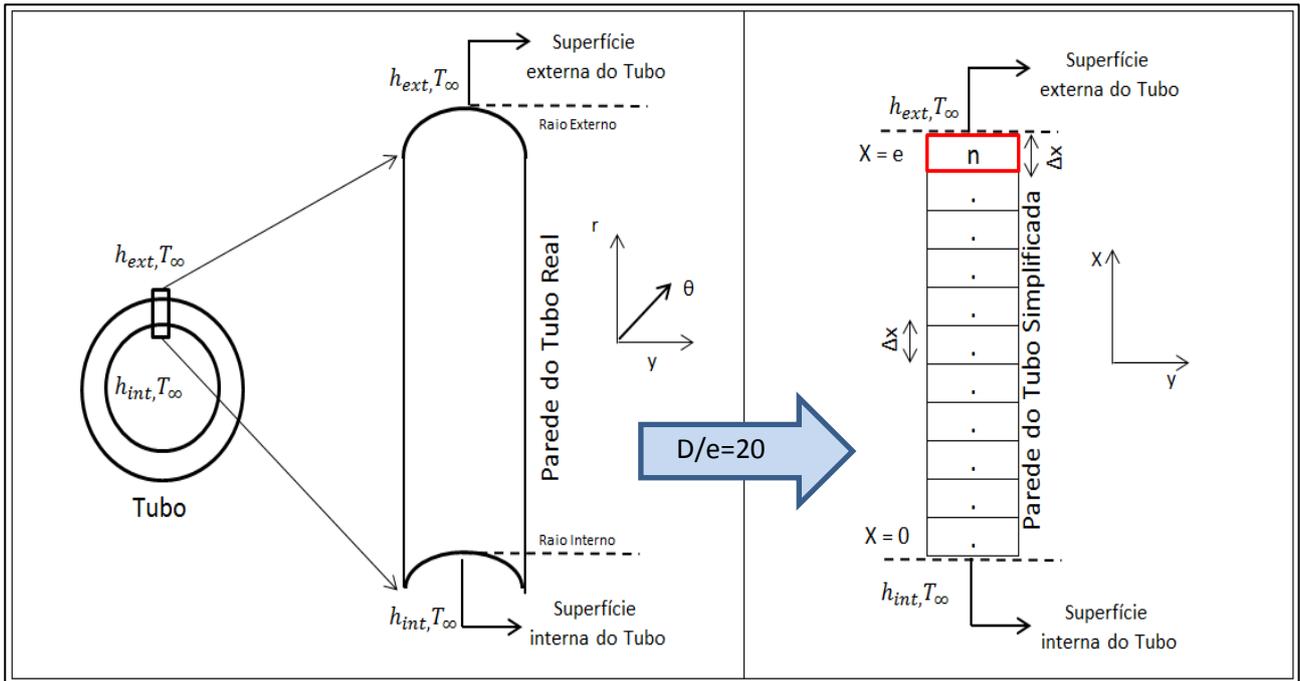
$$a_{p1}T_{p1} = a_E T_E + a_p^0 T_{p1}^0 + S_u \quad (57)$$

$$a_{p1} = a_E + a_p^0 - S_{p1} \quad (58)$$

$$S_u = h_{int}T_\infty \text{ e } S_{p1} = -h_{int} \quad (59)$$

No caso do ponto nodal ($N = n$), representado pela Figura 35, localizado na superfície externa do tubo ($x = e$), cuja representação destaca a simplificação da parede do tubo como uma parede plana por meio da descaracterização do raio de curvatura desse volume de controle no raio externo do tubo, a equação discretizada para esse nó foi descrita pela equação 60, cujos coeficientes a_{Pn} , S_u e S_{Pn} foram determinados pelas equações 61 e 62.

Figura 35 - Discretização do domínio (Nó n)



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

$$a_{Pn}T_{Pn} = a_W T_W + a_P^0 T_{Pn}^0 + S_u \quad (60)$$

$$a_{Pn} = a_W + a_P^0 - S_{Pn} \quad (61)$$

$$S_u = h_{ext}T_{\infty} \text{ e } S_{Pn} = -h_{ext} \quad (62)$$

Com respeito aos coeficientes a_E , a_W e a_p^0 e ao termo Δx , presentes nas equações discretizadas para os nós centrais ($N = 2$ até $N = n-1$) e para os nós nos limites do domínio ($N = 1$ e $N = n$), o equacionamento empregado para cálculo desses coeficientes foi representado pelas equações 63, 64 e 65.

$$a_E = a_W = \frac{k}{\Delta x} \quad (63)$$

$$a_p^0 = \frac{\rho c_p \Delta x}{\Delta t} \quad (64)$$

$$\Delta x = \frac{e}{N} \quad (65)$$

No que diz respeito à equação 64, os termos ρ e c_p representam a massa específica do aço e o seu calor específico, enquanto que o termo Δt representa o passo de tempo adotado na análise. O termo N , presente na equação 65, representa o número de volumes finitos adotados, enquanto o termo e representa a espessura da parede do tubo.

Para solução do sistema de equações para todos os nós do domínio, representado pela equação 66, onde $a_{p2} = a_{p3} = a_{pn-1}$, a equação matricial descrita pela equação 67 foi empregada. Os termos X , X^0 e B foram descritos por meio das equações 68, 69 e 70, enquanto o termo A representa uma matriz quadrada de orden $n \times n$, tri-diagonal, que engloba os coeficientes a_E , a_W e a_{p1} até a_{pn} .

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{p1}T_{p1} = a_E T_2 + a_p^0 T_{p1}^0 + h_{int} T_\infty \\ a_{p2}T_{p2} = a_E T_3 + a_W T_1 + a_p^0 T_{p2}^0 \\ a_{p3}T_{p3} = a_E T_4 + a_W T_2 + a_p^0 T_{p3}^0 \\ a_{p4}T_{p4} = a_E T_5 + a_W T_3 + a_p^0 T_{p4}^0 \\ a_{p5}T_{p5} = a_E T_6 + a_W T_4 + a_p^0 T_{p5}^0 \\ \vdots \\ a_{pn-1}T_{pn-1} = a_E T_n + a_W T_{n-2} + a_p^0 T_{pn-1}^0 \\ a_{pn}T_{pn} = a_W T_{n-1} + a_p^0 T_{pn}^0 + h_{ext} T_\infty \end{array} \right. \quad (66)$$

$$AX = B + X^0 \quad (67)$$

$$X = \begin{bmatrix} T_{P1} \\ T_{P2} \\ T_{P3} \\ T_{P4} \\ T_{P5} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ T_{Pn-1} \\ T_{Pn} \end{bmatrix} \quad (68)$$

$$X^0 = \begin{bmatrix} T_{P1}^0 \\ T_{P2}^0 \\ T_{P3}^0 \\ T_{P4}^0 \\ T_{P5}^0 \\ \vdots \\ \vdots \\ T_{Pn-1}^0 \\ T_{Pn}^0 \end{bmatrix} \quad (69)$$

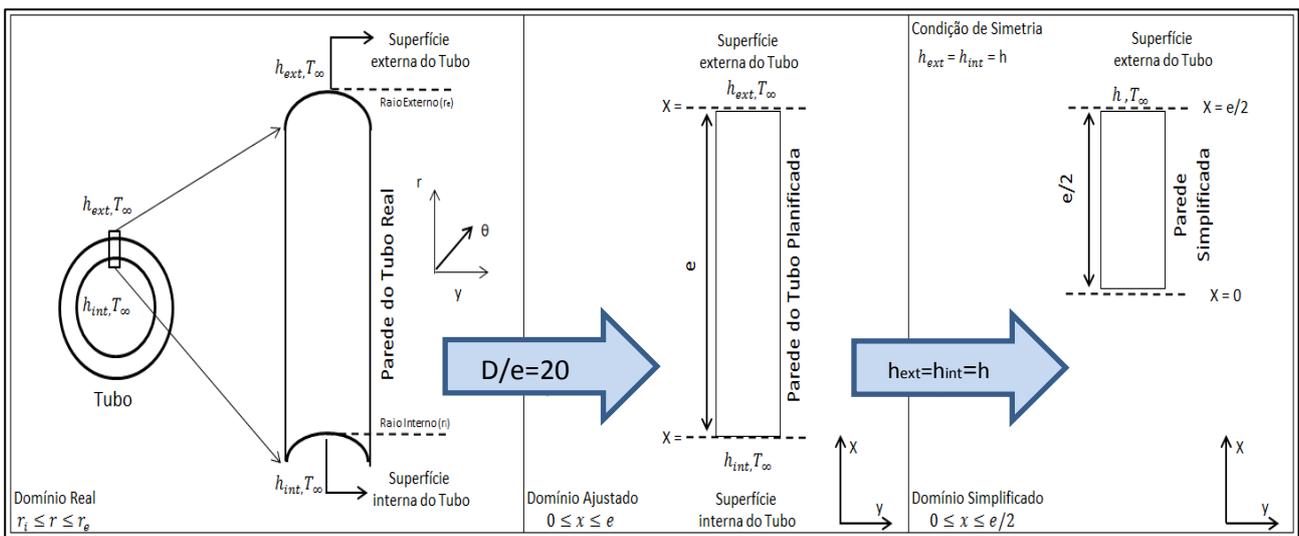
$$B = \begin{bmatrix} \frac{h_{int} T_{\infty}}{a_P^0} \\ a_P^0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ \frac{h_{ext} T_{\infty}}{a_P^0} \\ a_P^0 \end{bmatrix} \quad (70)$$

4.4. Modelo Analítico Simplificado

Com o objetivo de promover uma validação numérica para a solução descrita pelo método de volumes finitos, conforme propõe Maliska (1995), foi realizada a elaboração de uma solução analítica simplificada (propriedades termofísicas e coeficientes de transferência de calor constantes), para avaliação da distribuição de temperatura na parede do tubo de espessura (e). Nessa

simplificação é destacada inicialmente a planificação da parede do tubo devido à elevada razão entre o diâmetro do tubo (D) e a espessura de sua parede (e). Em sequência é apresentado o domínio simplificado adotado para a parede do tubo planificada pela consideração de simetria baseada em coeficientes de transferência de calor iguais na superfície interna e externa do tubo, conforme propõe Masanao (2012). A Figura 36 representa as considerações descritas anteriormente para elaboração do modelo analítico com um foco na simplificação do domínio (parede do tubo simplificada) para determinação da solução.

Figura 36 - Solução analítica simplificada (Domínio de análise)



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Como formulação matemática do problema, com base na simplificação da parede do tubo descrita anteriormente a equação do calor em coordenadas cartesianas, sistema unidimensional, sem geração de energia, representada pela equação 71, segundo Hahn e Özisik (2012) foi adotada. Condições de contorno descritas pelas equações 72 e 73, que descrevem uma condição de simetria em $x=0$, e condição de Cauchy em $x=e/2$, foram utilizadas. Para condição inicial, adotou-se a equação 74, na qual o termo T_i representa a temperatura inicial da parede do tubo.

$$\frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} \quad (71)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \quad (72)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=e/2} = h(T_s|_{x=e/2} - T_\infty) \quad (73)$$

$$T(x, 0) = T_i \quad (74)$$

A solução analítica do problema, para as condições de contorno e iniciais adotadas, é representada pela equação 75 conforme propõem Hahn e Özisik (2012).

$$T^* = \left[\sum_{n=1}^{\infty} \left(\cos(\beta_n x^*) e^{-Fo\beta_n^2} \frac{4\text{sen}(\beta_n)}{2\beta_n + \text{sen}(2\beta_n)} \right) \right] \quad (75)$$

No que diz respeito aos termos presentes na equação 75, T^* representa a temperatura adimensional, x^* é a coordenada adimensional, β_n são as raízes da equação transcendental do problema, e Fo um número adimensional conhecido como número de Fourier. Matematicamente, a representação desses termos foi descrita por meio das equações 76, 77, 78 e 79.

$$T^* = \frac{T(x, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} \quad (76)$$

$$x^* = \frac{x}{(e/2)} \quad (77)$$

$$\beta_n \tan(\beta_n) = Bi \quad (78)$$

$$Fo = \frac{\alpha t}{(e/2)^2} \quad (79)$$

Em termos das raízes da equação 78, os valores das suas três primeiras raízes foram determinados em função do número de Biot, para uma faixa compreendida entre 0 e 10, por meio das expressões descritas pelas equações 80, 81, 82, 83 e 84. Essas expressões foram elaboradas com base em regressões polinomiais, cujos coeficientes de determinação (R^2) ficaram compreendidos entre 0,992 e 1,000 segundo soluções tabeladas por Incropera *et al.* (2011) .

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta_1 = -0,4095Bi^4 + 1,8716Bi^3 - 3,01Bi^2 + 2,3116Bi + 0,0691 \quad 0 \leq Bi < 2 \quad (80) \\ \beta_1 = -0,0217Bi^2 + 0,2243Bi + 0,7152 \quad 2 \leq Bi < 4 \quad (81) \\ \beta_1 = -5x10^{-5}Bi^4 + 1,8x10^{-3}Bi^3 - 0,0265Bi^2 + 0,1946Bi + 0,8062 \quad 4 \leq Bi < 10 \quad (82) \end{array} \right.$$

$$\beta_2 = 1x10^{-6}Bi^5 - 8x10^{-5}Bi^4 + 0,0025Bi^3 - 0,0376Bi^2 + 0,3149Bi + 3,1428 \quad (83)$$

$$\beta_3 = -1x10^{-10}Bi^6 + 4x10^{-8}Bi^5 - 4x10^{-6}Bi^4 + 0,0003Bi^3 - 0,0091Bi^2 + 0,1631Bi + 6,2835 \quad (84)$$

O termo α presente nas equações 71 e 79 é o coeficiente de difusividade térmica, calculado com base na equação 85.

$$\alpha = \frac{k}{\rho C_p} \quad (85)$$

Em ressalva à equação 78, equação transcendental que permite determinar as raízes β_n , o termo Bi representa o número adimensional, conhecido como número de Biot, cuja expressão é determinada de acordo como a equação 86.

$$Bi = \frac{h(e/2)}{k} \quad (86)$$

Os termos presentes no equacionamento descrito acima, como $T(x, t)$, T_∞ , h e t referem-se, nessa ordem, à temperatura na parede do tubo em uma posição x e tempo t , a temperatura da água, ao coeficiente de transferência de calor e ao tempo de análise. Já os termos k , ρ e C_p , os quais representam as propriedades termofísicas do aço, são descritos, como a condutividade térmica, a massa específica e o calor específico desse metal respectivamente.

4.5. Propriedades Termofísicas

As propriedades termofísicas existentes no modelo numérico, descritas como massa específica (ρ), calor específico (c_p) e condutividade térmica (k) para realização da validação numérica (comparação da solução numérica com a solução analítica) foram admitidas constantes. Os valores utilizados, presentes na Tabela 12, foram definidos como os valores médios dessas propriedades em uma faixa de temperatura compreendida entre 25(°C) e 900(°C), de acordo com a biblioteca de propriedades termofísicas do programa EES para um aço carbono.

Tabela 12 - Propriedades termofísica médias do aço carbono

Propriedades	Valores
Massa específica (ρ)	7710 (kg/m ³)
Calor específico (c_p)	733,2 (J/kg.K)
Condutividade térmica (k)	28,5 (W/m.K)

Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

No caso da validação física (comparação da solução numérica com o experimento), as propriedades termofísicas existentes no modelo numérico foram determinadas em função da temperatura por meio do emprego de uma regressão polinomial. Como banco de dados para elaboração das regressões, a biblioteca de propriedades termofísicas para um aço carbono do programa EES foi novamente utilizada. O coeficiente de determinação (R^2) para a massa específica e o calor específico resultaram em $R^2=1$ para ambas as propriedades. Já para a condutividade térmica, o coeficiente de determinação apresentado resultou em $R^2=0,9993$.

No que diz respeito à faixa de temperatura adotada para determinação da regressão, essa esteve compreendida entre $25(^{\circ}\text{C})$ e $900(^{\circ}\text{C})$. Os resultados das regressões em função da temperatura, obtidos para a massa específica do aço (ρ), calor específico (c_p) e a condutividade térmica (k) são representados por meio das equações 87, 88 e 89, cujas unidades são (kg/m^3), (J/kg.K) e (W/m.K).

$$\begin{cases} \rho(T) = 1 \times 10^{-7} T^3 - 0,0002 T^2 - 0,2514 T + 7855, & 25^{\circ}\text{C} \leq T \leq 725^{\circ}\text{C} \\ \rho(T) = 7610. & 725^{\circ}\text{C} < T \leq 900^{\circ}\text{C} \end{cases} \quad (87)$$

$$\begin{cases} c_p(T) = 2 \times 10^{-6} T^3 - 0,0015 T^2 + 0,8634 T + 440, & 25^{\circ}\text{C} \leq T \leq 725^{\circ}\text{C} \\ c_p(T) = 975 & 725^{\circ}\text{C} < T \leq 900^{\circ}\text{C} \end{cases} \quad (88)$$

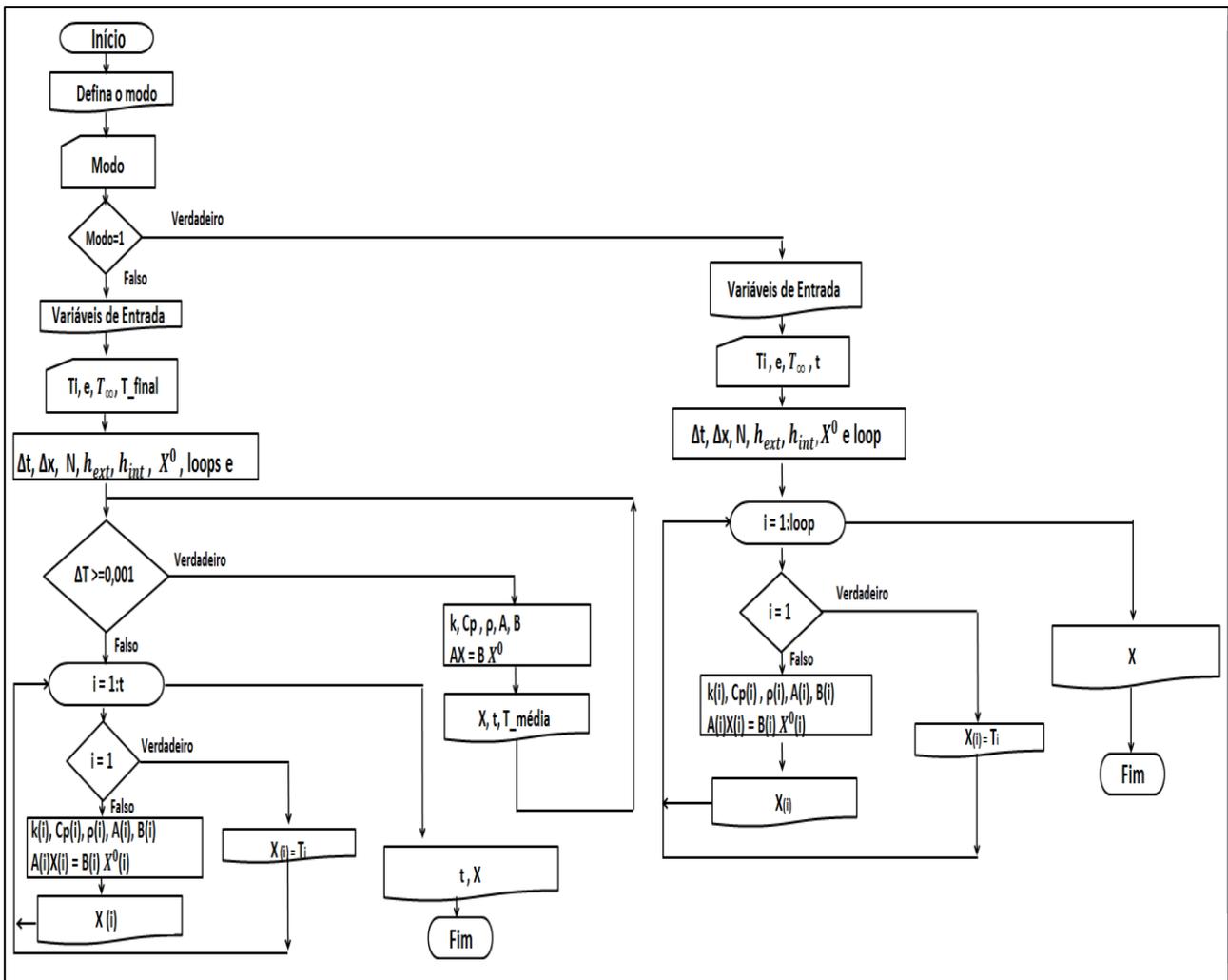
$$\begin{cases} k(T) = -9 \times 10^{-7} T^3 + 0,0008 T^2 - 0,2858 T + 73,082, & 25^{\circ}\text{C} \leq T \leq 450^{\circ}\text{C} \\ k(T) = 18 & 450^{\circ}\text{C} < T \leq 900^{\circ}\text{C} \end{cases} \quad (89)$$

4.6. Implementação Computacional

A implementação computacional da solução numérica, descrita na seção 4.3, foi realizada no programa Matlab, cujo fluxograma, representado pela Figura 37, apresenta uma visão geral do código computacional desenvolvido. Nesse fluxograma, o código elaborado permite obter a solução da resposta térmica temporal de tubos tratados termicamente de dois modos. No primeiro modo, a

variável de saída é a resposta temporal da distribuição de temperatura na parede do tubo (X) para um conjunto de variáveis de entrada descrito como temperatura inicial do tubo (T_i), espessura da parede do tubo (e), temperatura da água (T_∞) e tempo de imersão (t). No segundo modo, as variáveis de saída são o tempo de imersão (t) e a distribuição de temperatura na parede do tubo (X), para um conjunto de variáveis de entrada descrito como temperatura inicial do tubo (T_i), espessura da parede do tubo (e), temperatura da água (T_∞) e temperatura final do tubo (T_{final}).

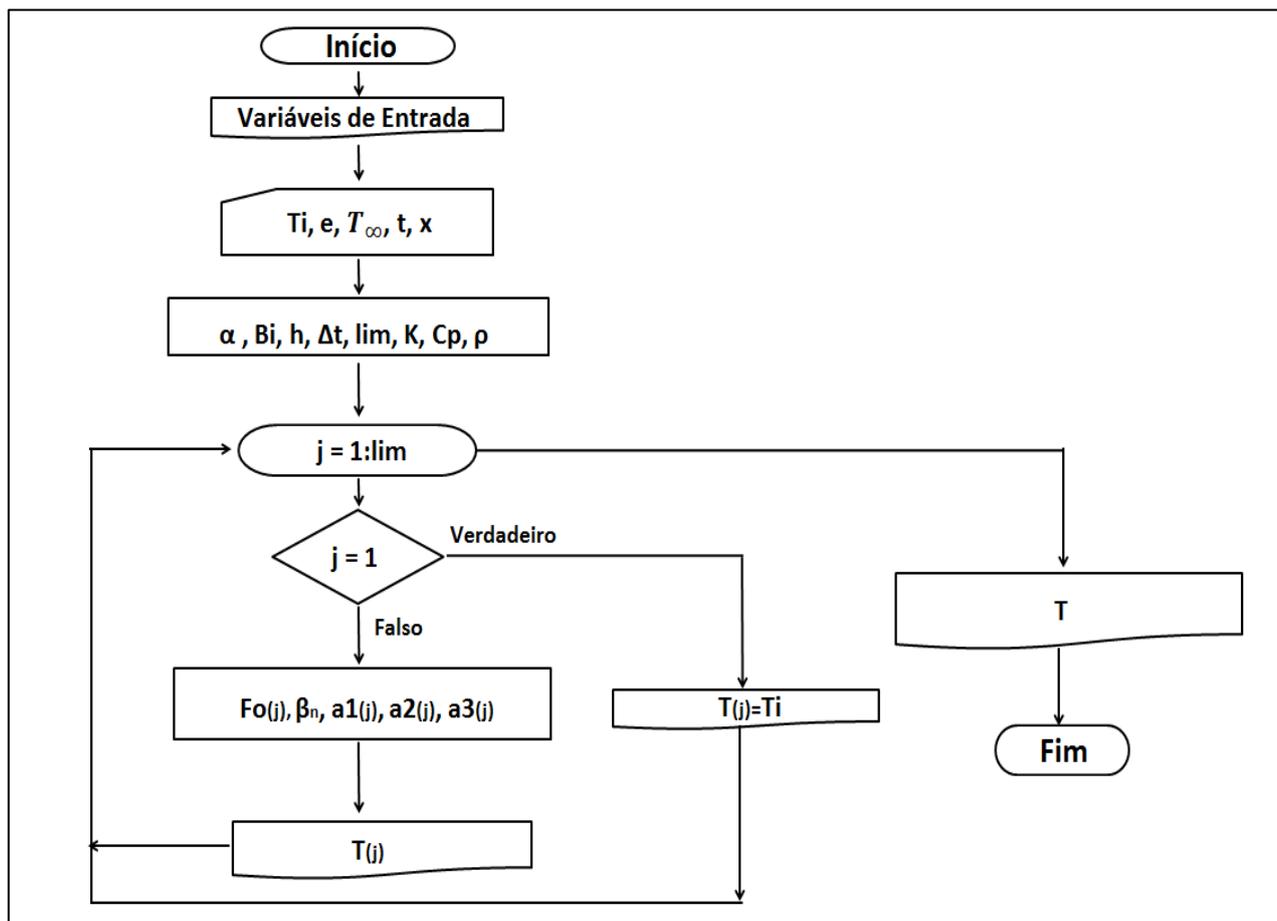
Figura 37 - Fluxograma da solução numérica (Implementação computacional)



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Com respeito à solução analítica, de modo análogo à solução numérica, se fez uso do programa Matlab para a sua implementação computacional. A Figura 38 apresenta o fluxograma adotado, cuja representação descreve uma visão geral do código computacional desenvolvido, em que os termos a_1 , a_2 e a_3 representam os três primeiros termos da série presente na equação 75.

Figura 38 - Fluxograma da solução analítica (Implementação computacional)



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

4.7. Conclusão

Ao longo deste capítulo, o modelo numérico foi descrito. A partir das considerações gerais adotadas para o seu desenvolvimento, o equacionamento utilizado para os pontos nodais existentes no domínio de análise foi retratado e a formulação matemática do modelo foi completamente apresentada. Em paralelo, uma solução analítica simplificada do problema em questão foi proposta, com o objetivo de realizar uma validação numérica do modelo. Embora uma validação numérica do presente modelo seja importante, a sua capacidade de prever a resposta temporal de tubos durante o tratamento de têmpera, só será garantida se, além da validação numérica, a validação física (comparação dos resultados simulados com os resultados experimentais) também for realizada. O capítulo a seguir é dedicado a apresentar os resultados obtidos durante a realização do experimento, descrito no capítulo 3, bem como evidenciar a validação numérica e a validação física do modelo matemático desenvolvido.

5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.1. Visão Geral

O presente capítulo tem como objetivo inicial apresentar os resultados do teste industrial realizado, de acordo com o dispositivo experimental e a metodologia descrita no capítulo 3, cujo propósito consistiu em determinar a curva de resfriamento de tubos temperados em água. Os resultados experimentais obtidos ao longo do comprimento de tubo (L1, L2 e L3) em diferentes posições longitudinais, assim como em diferentes localizações radiais na sua parede (R1, R2 e R3) revelaram que o método da capacitância global (gradientes térmicos desprezíveis) não pode ser adotado no processo de têmpera analisado.

Descritos os resultados experimentais, o capítulo é, então, dedicado à apresentação do teste de malha realizado no modelo numérico (solução numérica), para que a relação entre o número de volumes de controle na malha e o passo de tempo utilizado possa garantir a confiabilidade do modelo, em vista do menor esforço computacional possível.

Concluído o teste de malha e então definido o número de volumes de controle e o passo de tempo utilizado, os resultados obtidos pela solução numérica para diferentes condições de coeficientes de transferência de calor são comparados aos resultados obtidos pela solução analítica simplificada. O pequeno erro percentual, entre essas soluções, revelam que a validação numérica do modelo matemático é satisfatória.

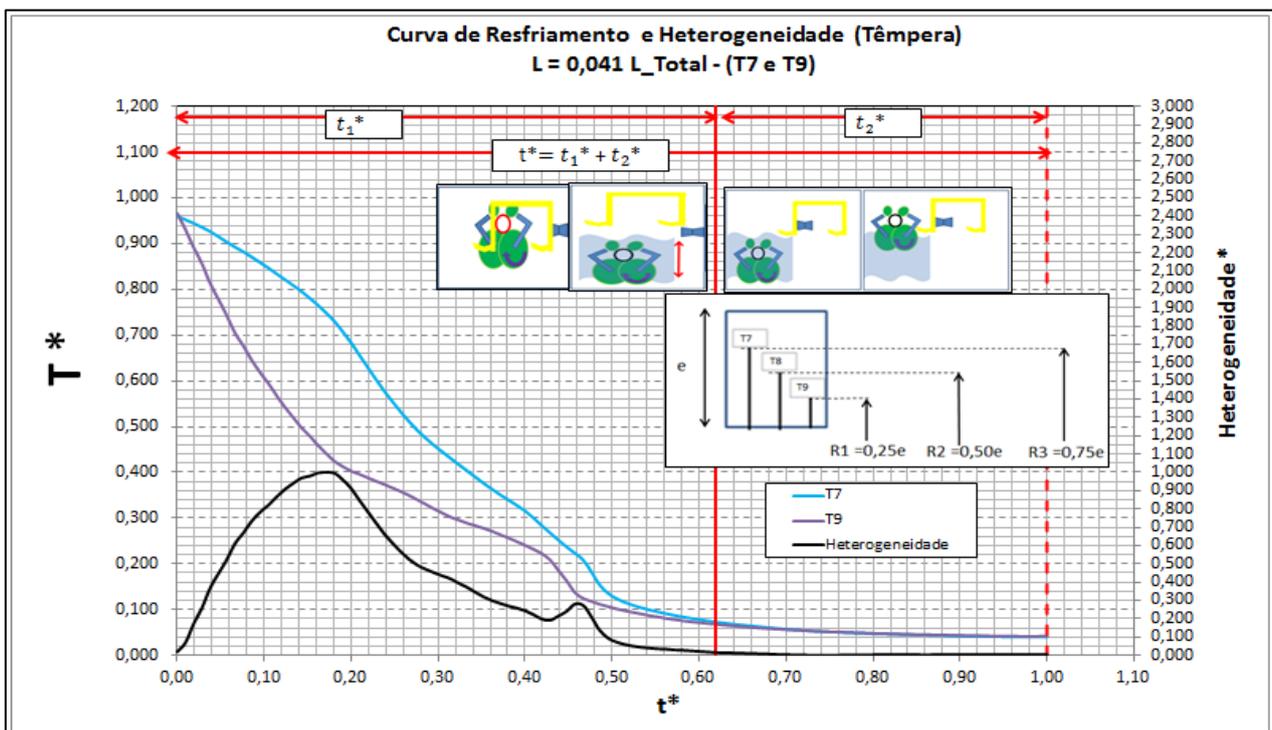
Uma vez realizado o teste de malha e garantida a validação numérica do modelo, a comparação entre os resultados obtidos pela solução numérica e os testes experimentais são apresentados, por meio da análise das curvas de resfriamento em posições próximas à parede interna (R1) e à parede externa (R2) do tubo. O emprego de faixas de coeficientes de transferência de calor médio durante o tempo de análise, através de diferentes combinações ao longo do comprimento do tubo, tanto na superfície interna como na superfície externa, são retratados. Por fim, uma avaliação do erro percentual entre os resultados experimentais e a solução numérica é descrita, a fim de se garantir que o modelo matemático proposto é capaz de caracterizar de modo satisfatório a resposta térmica temporal na parede de tubos, durante o tratamento de têmpera.

5.2. Resultados Experimentais

Com base na montagem experimental retratada no capítulo 3, assim como nas condições operacionais da linha de tratamento térmico no qual o experimento foi realizado, os resultados obtidos durante o teste executado são apresentados. Ressalva-se que, devido à elevada amplitude térmica, na qual o dispositivo experimental foi submetido, os termopares descritos como: T5 e T8, apresentados na seção 3.5 (Montagem Experimental), foram desconsiderados na análise. Suas leituras inconsistentes devem-se, provavelmente, ao seu rompimento durante a execução do teste.

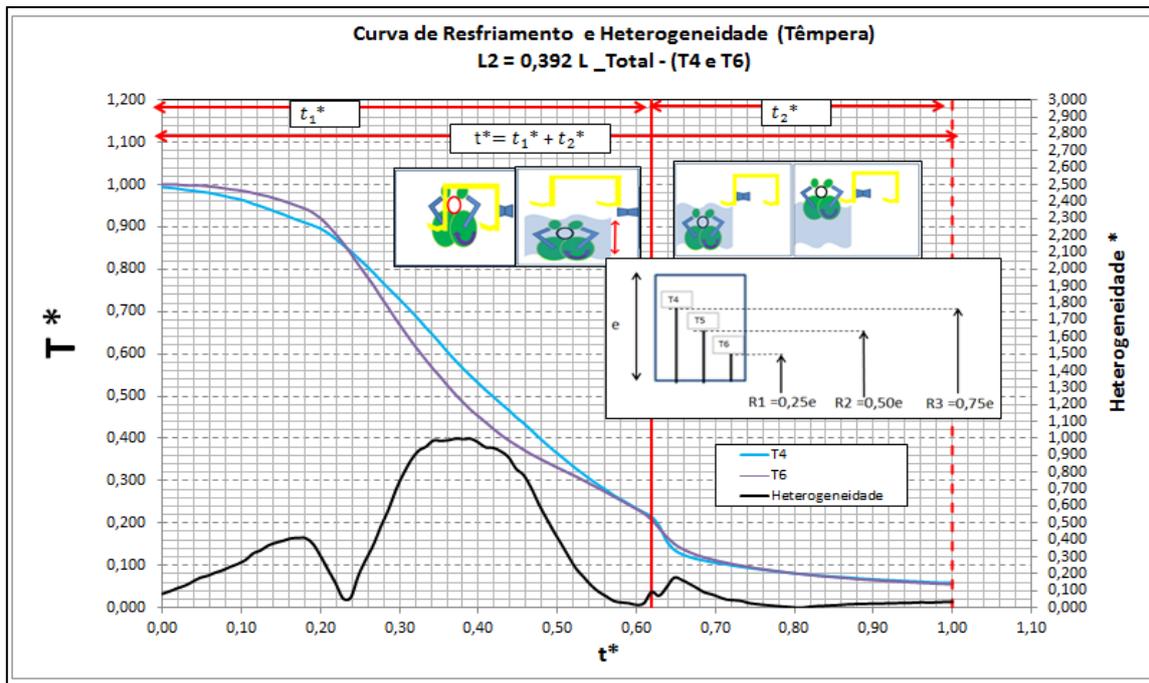
No que diz respeito ao experimento realizado, o intervalo de aquisição de dados para a medição de temperatura foi de 0,2(s), cuja incerteza, expandida para toda a faixa de temperatura medida, segundo a metodologia descrita na seção 3.4 (Incerteza do Sistema de Medição), resultou no valor de $\pm 1,04$ ($^{\circ}\text{C}$). Sob uma ótica de avaliação da resposta térmica temporal na parede do tubo, para seções transversais localizadas em $L1=0,041L_{\text{Total}}$, $L2=0,392L_{\text{Total}}$ e $L3=0,743L_{\text{Total}}$, os Gráficos 1, 2 e 3 apresentam os resultados obtidos. Nessas figuras, as grandezas descritas como T^* , t_1^* , t_2^* , t^* e heterogeneidade*, representam a temperatura, o tempo de imersão, o tempo de elevação do tubo, o tempo total de processo e o valor absoluto da diferença máxima de temperatura entre os termopares em análise para uma dada seção (todos em formato adimensional).

Gráfico 1 - Curva de resfriamento e heterogeneidade adimensionais, $L1 = 0,041 L_{\text{Total}}$



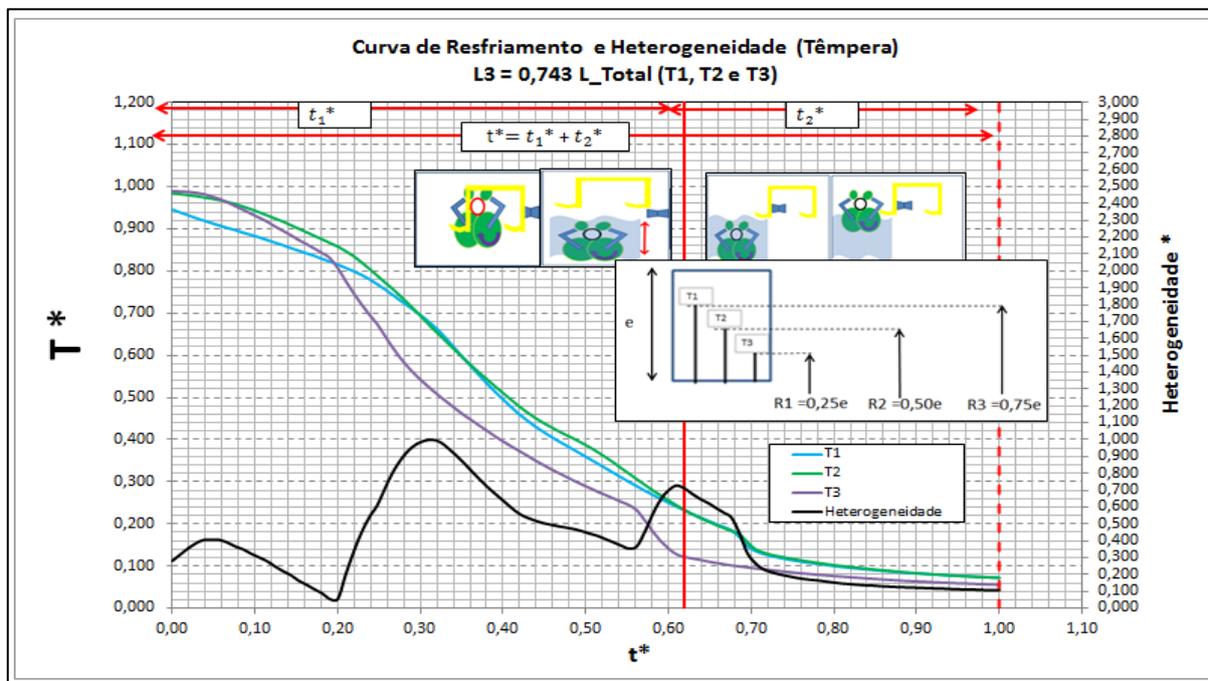
Fonte: Vallourec Soluções Tubulares do Brasil S.A., 2017.

Gráfico 2 - Curva de resfriamento e heterogeneidade adimensionais, $L2 = 0,392 L_{Total}$



Fonte: Vallourec Soluções Tubulares do Brasil S.A., 2017.

Gráfico 3 - Curva de resfriamento e heterogeneidade adimensionais, $L3 = 0,743 L_{Total}$



Fonte: Vallourec Soluções Tubulares do Brasil S.A., 2017.

De acordo com os resultados apresentados nos Gráficos 1, 2 e 3, foi observada a ocorrência de um resfriamento mais intensificado na seção $L1=0,041L_{Total}$, região de medição mais próxima do jato interno de água, conforme retratado no capítulo 3, quando comparado com as demais seções.

Valores de T^* inferiores a 0,1 foram obtidos nessa seção para $t^*=t_1^*$, enquanto que para as outras seções foram observados valores superiores a 0,1. A Tabela 13 apresenta os resultados de T^* obtidos para os termopares presentes, nas três seções do teste em $t^*=t_1^*$.

Tabela 13 - Temperatura adimensional (T^*) em função de L_{total} para $t^*=t_1^*$

Termopares	T^*
T1 ($L_3=0,743L_{Total}$)	0,233
T2 ($L_3=0,743L_{Total}$)	0,234
T3 ($L_3=0,743L_{Total}$)	0,122
T4 ($L_2=0,392L_{Total}$)	0,216
T6 ($L_2=0,392L_{Total}$)	0,208
T7 ($L_1=0,041L_{Total}$)	0,073
T9 ($L_1=0,041L_{Total}$)	0,068

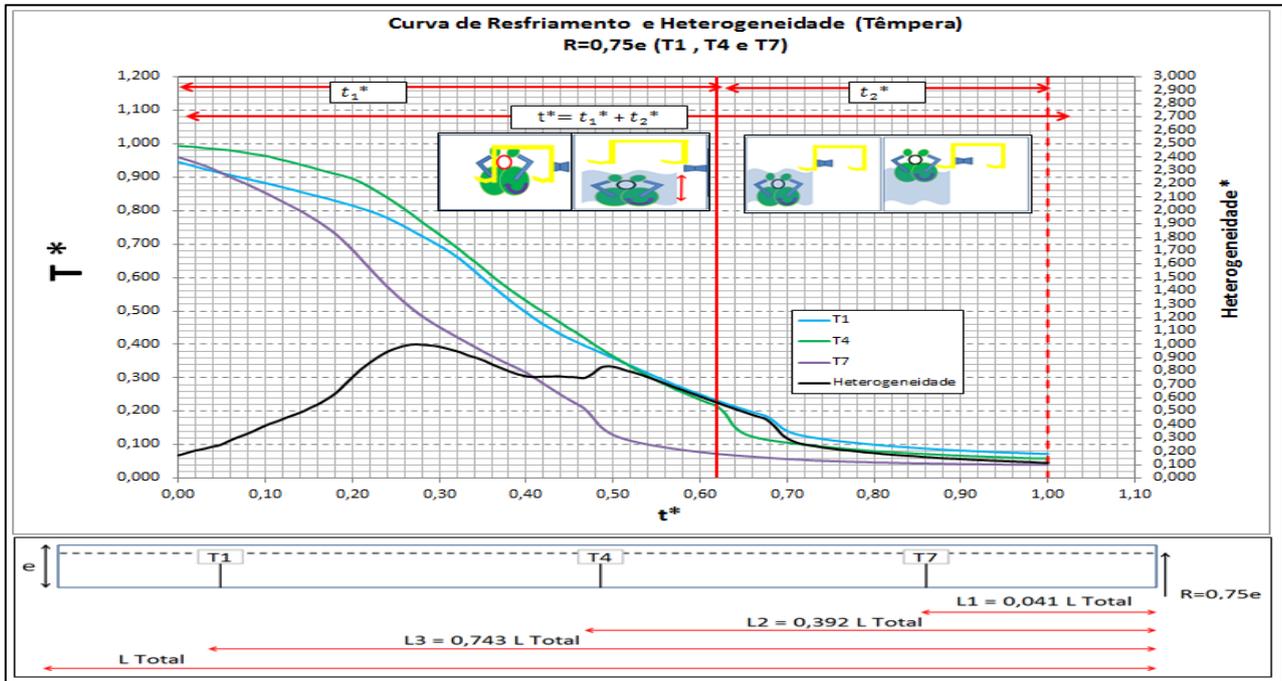
Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Referente à heterogeneidade*, foi verificado que ao longo das seções do tubo ocorre uma defasagem temporal entre o máximo valor obtido ($Heterogeneidade^*=1,0$). No caso de $L_1 = 0,041L_{Total}$, o pico máximo de heterogeneidade ocorre em $t^*=0,17$, enquanto que para $L_2 = 0,392L_{Total}$ e $L_3 = 0,743L_{Total}$ o pico máximo está compreendido entre $t^* = 0,30$ e $t^* = 0,36$. Isso revela que o pico máximo de heterogeneidade ocorreu para t^* compreendido na faixa de t_1^* , ou seja, durante o tempo de imersão.

No que tange às curvas de resfriamento adimensionais avaliadas, as leituras dos termopares T3, T6 e T9, que se encontram localizados próximos da região interna do tubo ($R=0,25e$), revelaram um resfriamento mais intensificado relativo às demais posições do tubo, o que indica que os coeficientes de transferência de calor entre a superfície interna do tubo e a água foram superiores quando comparados aos da superfície externa. Em termos da transição do regime transiente para o início do regime permanente ocorrido durante os testes, valores de tempo adimensional a partir de 0,9 foram verificados em $L_2=0,392L_{Total}$ e $L_3=0,743L_{Total}$. No caso da posição $L_1=0,041L_{Total}$, o tempo adimensional de 0,8 foi constatado como o início da transição, revelando que a resposta térmica temporal nessa região é iniciada antes das demais regiões do tubo. Como consequência desses resultados, foi também verificado que o regime permanente é iniciado para t^* , compreendido na faixa de t_2^* .

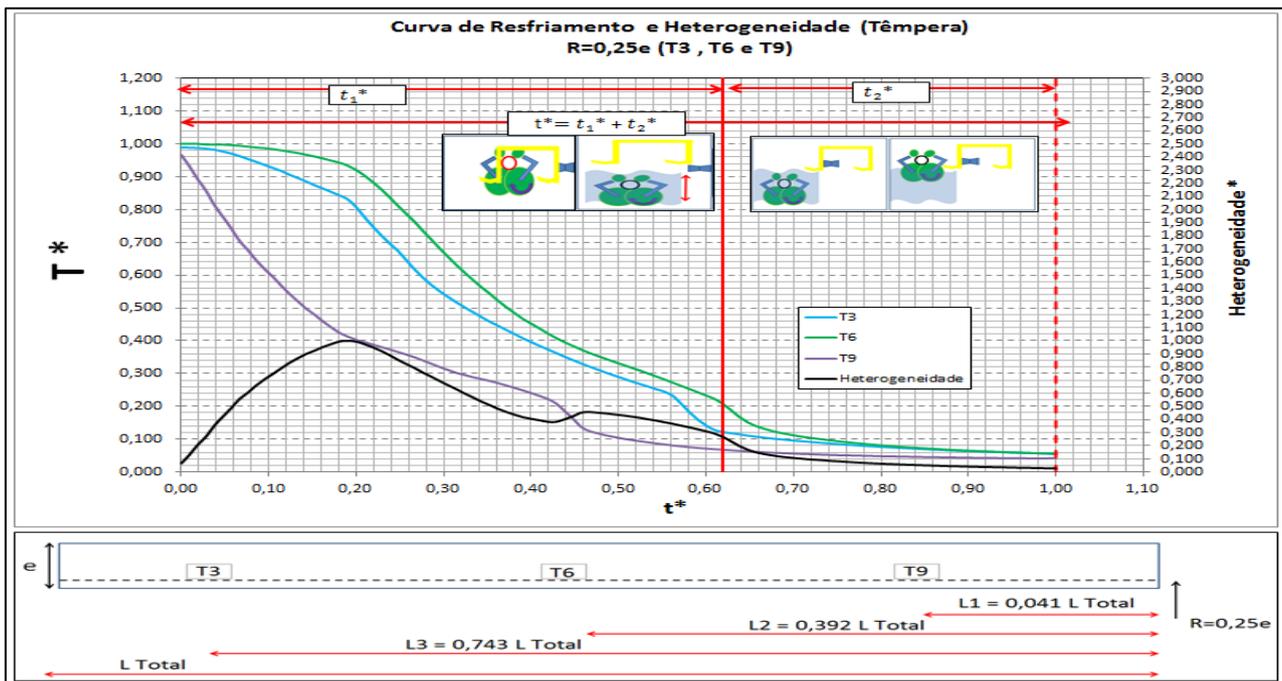
Sob uma ótica de avaliação da resposta térmica temporal na parede do tubo, para termopares inseridos na profundidade $R=0,75e$, e $R=0,25e$, os Gráficos 4 e 5 apresentam os resultados obtidos.

Gráfico 4 - Curva de resfriamento e heterogeneidade adimensionais, $R = 0,75e$



Fonte: Vallourec Soluções Tubulares do Brasil S.A., 2017.

Gráfico 5 - Curva de resfriamento e heterogeneidade adimensionais, $R = 0,25e$



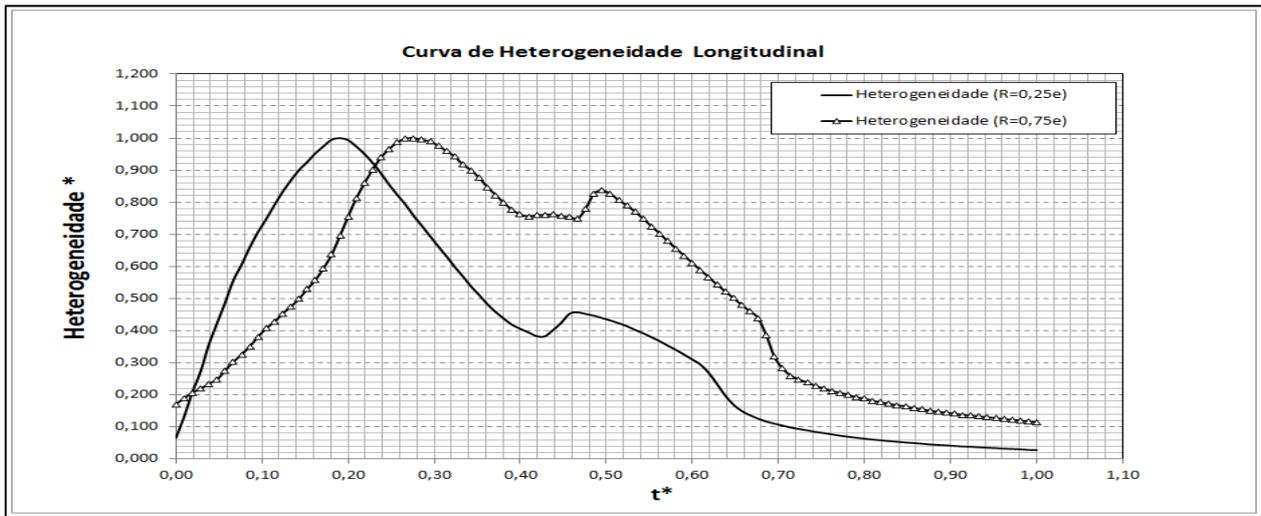
Fonte: Vallourec Soluções Tubulares do Brasil S.A., 2017.

O Gráfico 4 mostra que, nas posições dos termopares T1 e T4, o resfriamento próximo à superfície externa do tubo ($R=0,75e$) tanto para $L3=0,743L_{Total}$ e $L2=0,392L_{Total}$, ocorreu de forma mais similar devido à proximidade das suas curvas. No entanto, é evidenciado que a resposta temporal do termopar T7 localizado em $L1=0,041L_{Total}$ ocorreu de modo mais intensificado que na localidade dos termopares T1 e T4. Fato esse que se deve provavelmente a orientação do fluxo de água dos jatos laterais externos em relação à superfície externa do tubo, revelando que a configuração existente desses jatos no processo possui um direcionamento do fluxo de água, sobretudo nas regiões L2 e L3 com maior similaridade, porém com menor intensidade quando comparada a região L1.

Medições realizadas na superfície interna, conforme apresentado pelo Gráfico 5, destacam que os resultados obtidos para os termopares (T3, T6 e T9) localizados em $R = 0,25e$, revelam que as curvas de resfriamento para localizações em $L3=0,743L_{Total}$ e $L2=0,392L_{Total}$ apresentaram um comportamento similar (taxas de resfriamento mais próximas), diferindo novamente apenas do termopar (T9) localizado na região próxima à do jato interno de água ($L1=0,041L_{Total}$). Fato esse que pode ser justificado pelo provável aumento da temperatura da água ao longo do comprimento do tubo. Por estar mais próxima do jato de água interno a região descrita como L1 é submetida a um fluxo de água com uma temperatura equivalente a temperatura da água que sai do jato interno. No entanto, as regiões descritas como L2 e L3 por estarem mais afastadas sofrem a influência do aumento da temperatura da água, que ao escoar ao longo do comprimento do tubo é aquecida até um dado valor, provavelmente muito próximo para essas regiões. Como consequência a capacidade de remoção de calor, pela água é reduzida, por meio de taxas de resfriamento similares para essas regiões, justificando assim a proximidade dessas curvas.

Em termos da heterogeneidade longitudinal em $R=0,75e$, avaliada pela diferença de medição dos termopares (T1, T4 e T7) e heterogeneidade longitudinal em $R=0,25e$, avaliada pela diferença de medição dos termopares (T3, T6 e T9), constatou-se que a região próxima à superfície externa ($R=0,75e$) apresentou maiores variações entre as suas medições ao longo do comprimento do tubo. Como resultado, verificou-se a tendência de que a temperatura próxima à superfície interna do tubo começa a se homogeneizar efetivamente em tempos adimensionais mais curtos ($t^*=0,19$), do que o ocorrido para superfície externa ($t^*=0,50$). O que assim reforça a justificativa de que coeficientes de transferência de calor mais intensificados ocorreram na superfície interna do tubo, quando da comparação com a sua superfície externa. O Gráfico 6 revela os resultados da heterogeneidade ao longo do comprimento do tubo obtidos.

Gráfico 6 - Curva de heterogeneidade longitudinal adimensionalizada ($R=0,25e$ x $R=0,75e$)

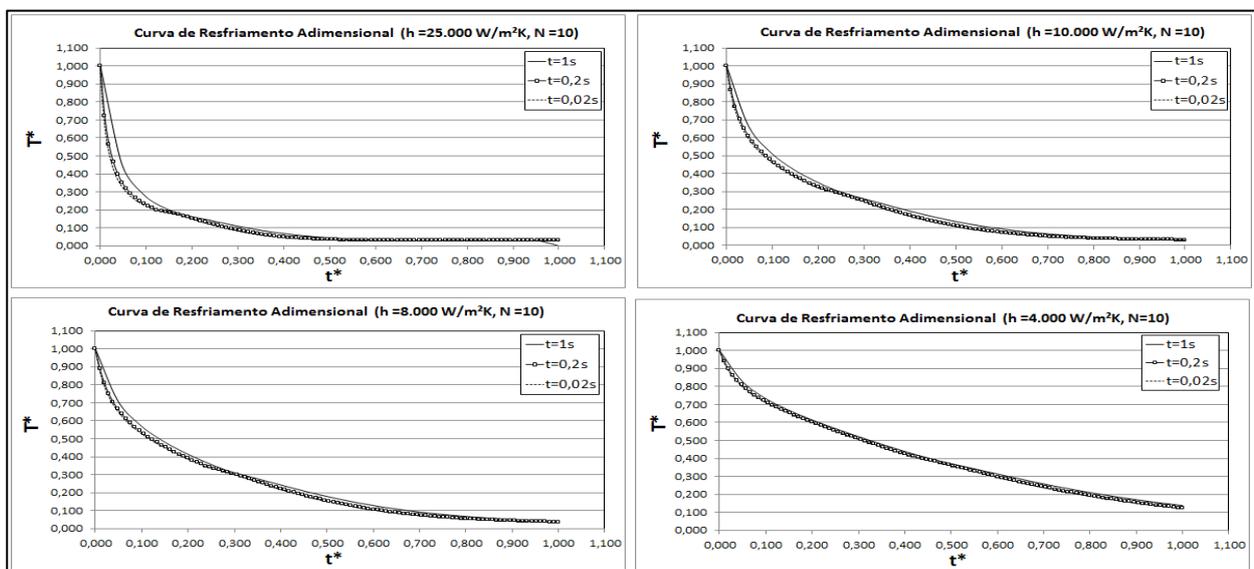


Fonte: Vallourec Soluções Tubulares do Brasil S.A., 2017.

5.3. Ajuste de Malha (Espaço e Tempo)

A fim de se garantir a convergência do modelo matemático, um teste de malha, tanto no espaço quanto no tempo, foi realizado. Para valores de coeficientes de transferência de calor descritos como 25.000 ($W/m^2.K$), 10.000 ($W/m^2.K$), 8.000 ($W/m^2.K$) e 4.000 ($W/m^2.K$), sob considerações de uma malha composta inicialmente por 10 elementos, um refinamento de malha no tempo foi realizado. O Gráfico 7 e a Tabela 14 apresentam os resultados obtidos durante o refinamento de malha no tempo, em que o termo “t” representa o passo de tempo utilizado.

Gráfico 7 - Refinamento de malha temporal (Passo de tempo)



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Tabela 14 - Refinamento de malha temporal (t=1s, t=0,2s e t=0,02)

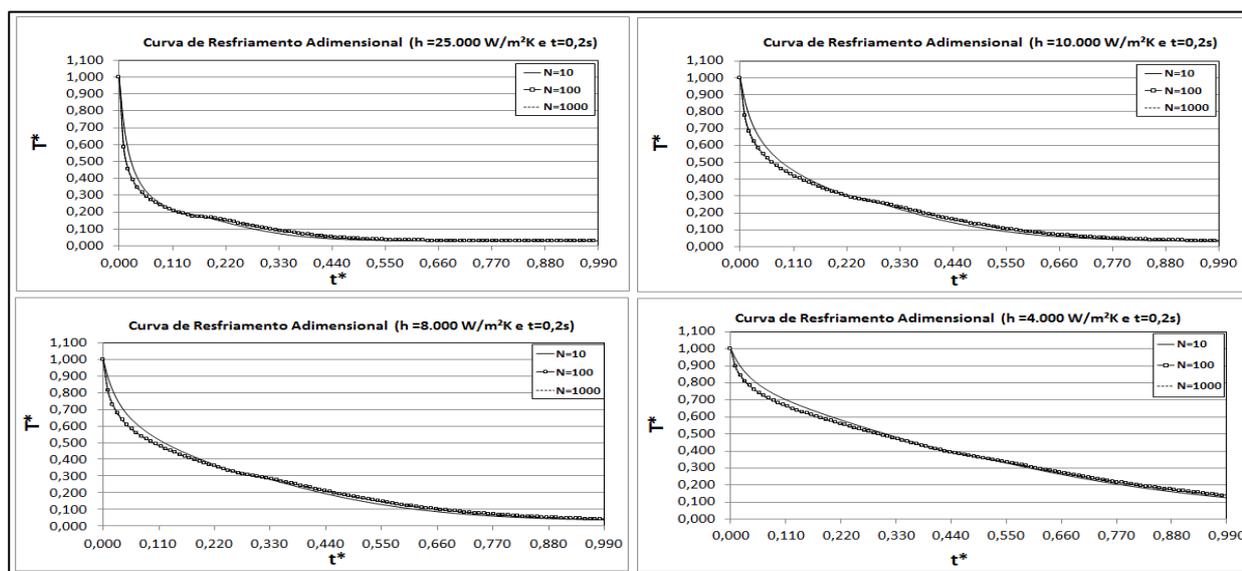
t*	T*											
	h= 25.000 (W/m ² .K)			h=10.000 (W/m ² .K)			h= 8.000 (W/m ² .K)			h= 4.000 (W/m ² .K)		
	t=1s	t=0,2s	t=0,02s	t=1s	t=0,2s	t=0,02s	t=1s	t=0,2s	t=0,02s	t=1s	t=0,2s	t=0,02s
0,00	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,05	0,452	0,353	0,328	0,688	0,612	0,597	0,715	0,668	0,656	0,833	0,809	0,802
0,14	0,208	0,190	0,192	0,429	0,398	0,392	0,492	0,465	0,459	0,676	0,662	0,658
0,33	0,093	0,072	0,065	0,238	0,219	0,213	0,289	0,277	0,273	0,493	0,480	0,477
0,62	0,034	0,030	0,030	0,086	0,068	0,064	0,121	0,100	0,095	0,303	0,287	0,282

Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

A Tabela 14 mostra que a média da diferença de temperatura adimensional entre passos de tempo, para uma redução do passo de 1(s) para 0,2(s) (redução de cinco vezes), para toda a faixa de tempo adimensional (0 até 1) e coeficientes de transferência de calor adotados, resultou em 0,027. Já uma redução do passo de tempo de 0,2(s) para 0,02(s) (redução de dez vezes), na mesma faixa de tempo adimensional avaliada, a diferença média de T* foi de apenas 0,008. Desse modo, de acordo com os resultados obtidos foi observado que, para a faixa de valores de coeficientes de transferência de calor utilizados, valores de passo de tempo equivalentes a 0,2(s) apresentaram um compromisso satisfatório entre o esforço computacional exigido e os resultados numéricos obtidos.

Uma vez escolhido o passo de tempo de 0,2(s), um teste de malha no espaço para os mesmos coeficientes de transferência de calor adotados durante o ajuste de malha no tempo foi realizado. Para isso, testes com malhas compostas por 10, 100 e 1000 elementos foram executados. Malhas com 100 elementos e passo de tempo de 0,2(s) apresentaram um compromisso satisfatório entre o esforço computacional exigido e os resultados numéricos avaliados. O Gráfico 8 e a Tabela 15 apresenta os resultados obtidos.

Gráfico 8 - Refinamento de malha espacial (Número de volumes de controle)



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Tabela 15 - Refinamento de malha espacial (N=10, N=100 e N=1000)

t*	T*											
	h= 25.000 (W/m².K)			h=10.000 (W/m².K)			h= 8.000 (W/m².K)			h= 4.000 (W/m².K)		
	N=10	N=100	N=1000	N=10	N=100	N=1000	N=10	N=100	N=1000	N=10	N=100	N=1000
0,00	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,05	0,353	0,315	0,312	0,612	0,549	0,544	0,688	0,607	0,601	0,809	0,761	0,756
0,14	0,190	0,183	0,182	0,398	0,380	0,378	0,465	0,441	0,439	0,662	0,630	0,627
0,33	0,072	0,090	0,091	0,219	0,232	0,233	0,277	0,282	0,282	0,480	0,469	0,468
0,62	0,030	0,032	0,033	0,068	0,082	0,083	0,100	0,116	0,118	0,287	0,296	0,297

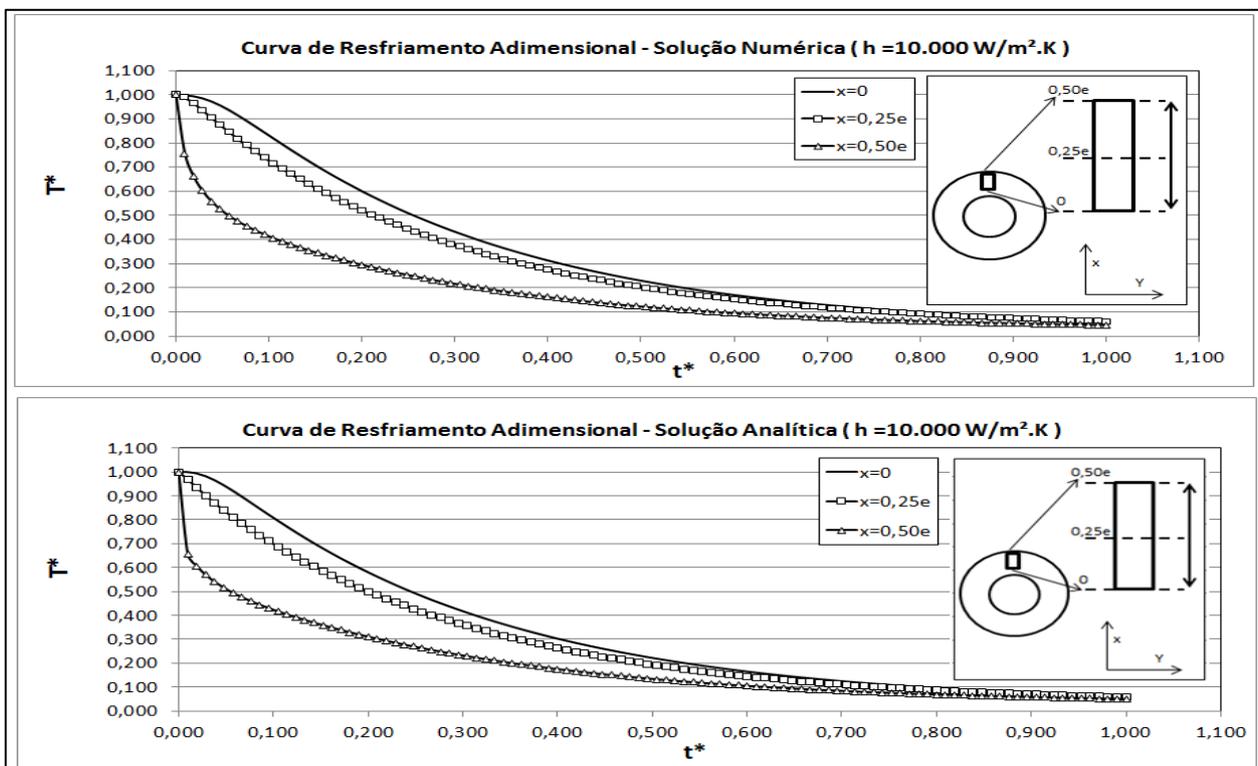
Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Conforme resultados apresentados no Gráfico 8 e Tabela 15, o refinamento de malha no espaço resultou no valor médio da diferença de temperatura adimensional para o aumento do número de elementos de N=10 para N =100, em toda a faixa de tempo adimensional (0 até 1) em 0,021. No caso do aumento do número de elementos de N=100 para N=1000, a diferença média observada foi de 0,005.

5.4. Validação Numérica (Solução Numérica x Solução Analítica)

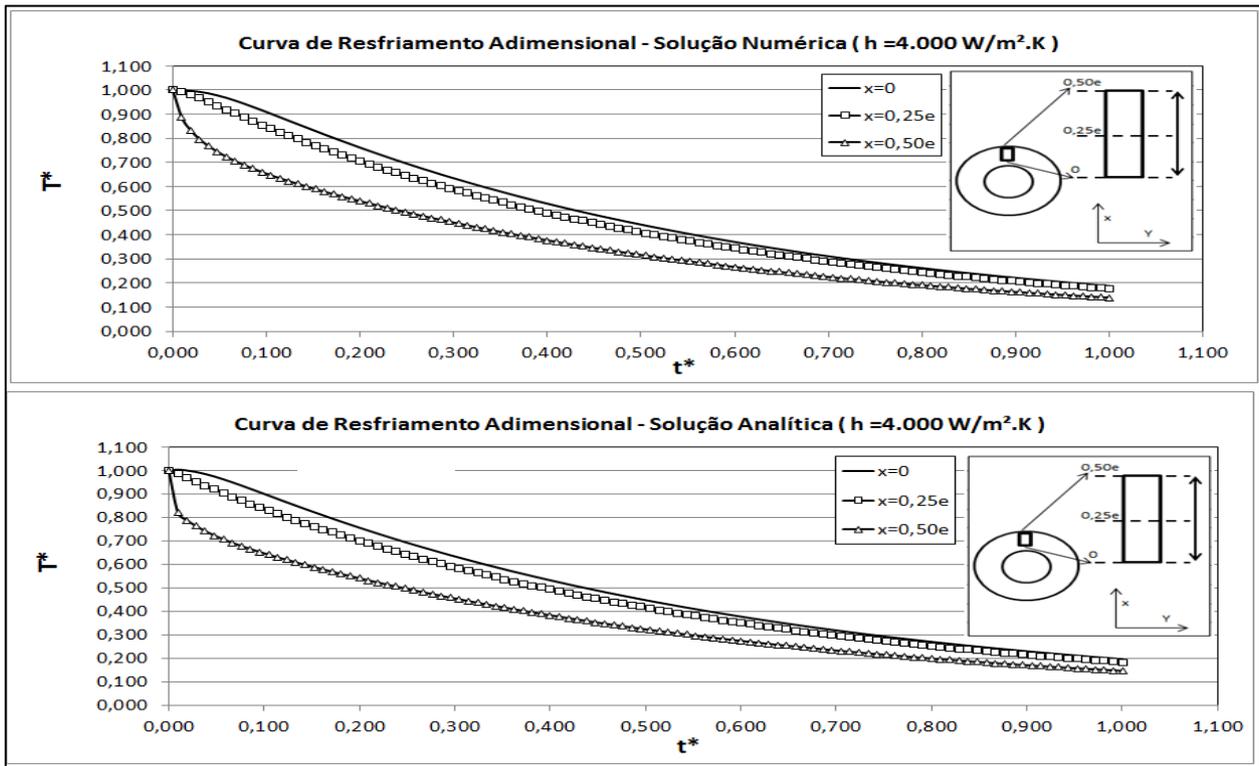
Definido o ajuste de malha no espaço e no tempo (malha de 100 elementos e passo de tempo de 0,2s), o emprego de uma validação numérica foi realizada. Para isso, a solução analítica simplificada apresentada na seção 4.4, aproximada aos três primeiros termos de sua série, foi utilizada. Com base em um tempo adimensional t^* , temperatura do fluido de resfriamento igual a 25(°C) e coeficientes de transferência de calor igual a 10.000 (W/m².K) e 4.000 (W/m².K), a resposta térmica temporal na parede do tubo foi determinada para $x=0$, $x=0,25e$ e $x=0,50e$. Os Gráficos 9 e 10 apresentam os resultados obtidos para as curvas de resfriamento adimensionais, determinadas tanto pela solução analítica, quanto pela solução numérica, em função da posição na parede do tubo para os coeficientes supracitados. Os Gráficos 11, 12 e 13, por sua vez apresentam o valor absoluto do erro relativo entre essas soluções em função da região de análise (posição na parede do tubo).

Gráfico 9 - Validação numérica (Solução numérica x solução analítica), $h=10.000$ (W/m².K)



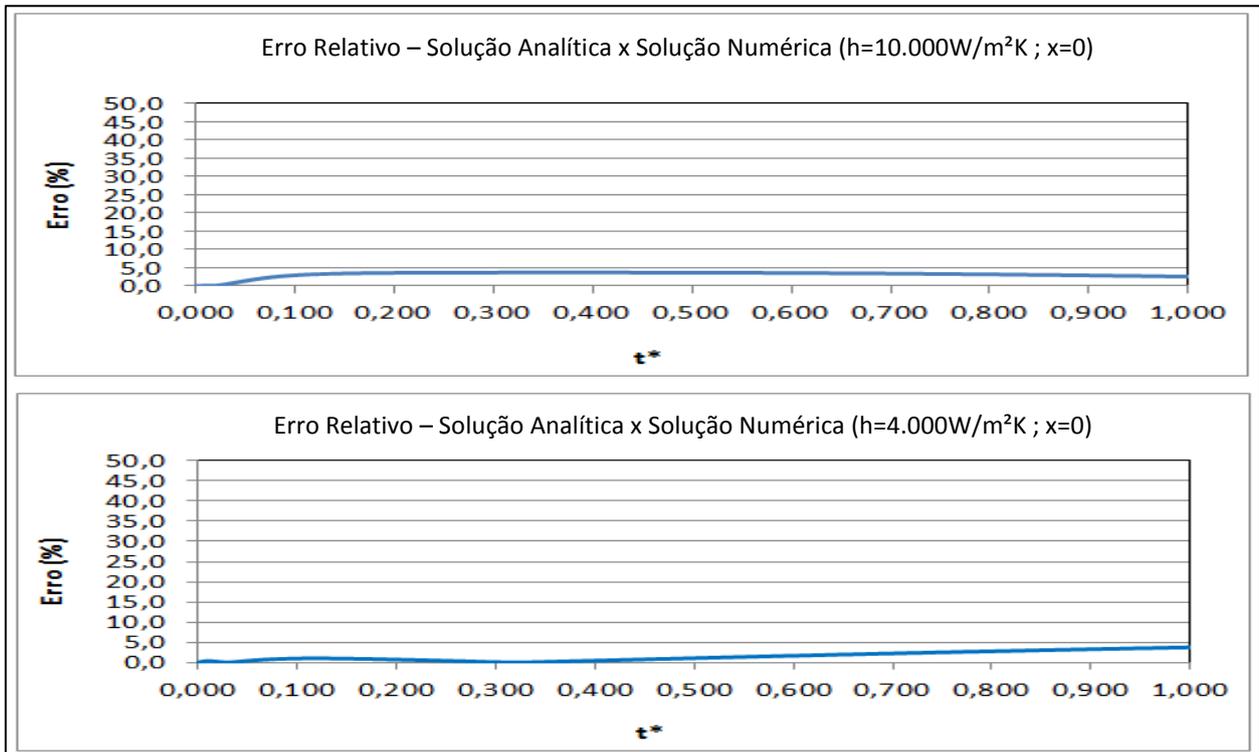
Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Gráfico 10 - Validação numérica (Solução numérica x solução analítica), $h = 4.000(\text{W}/\text{m}^2.\text{K})$



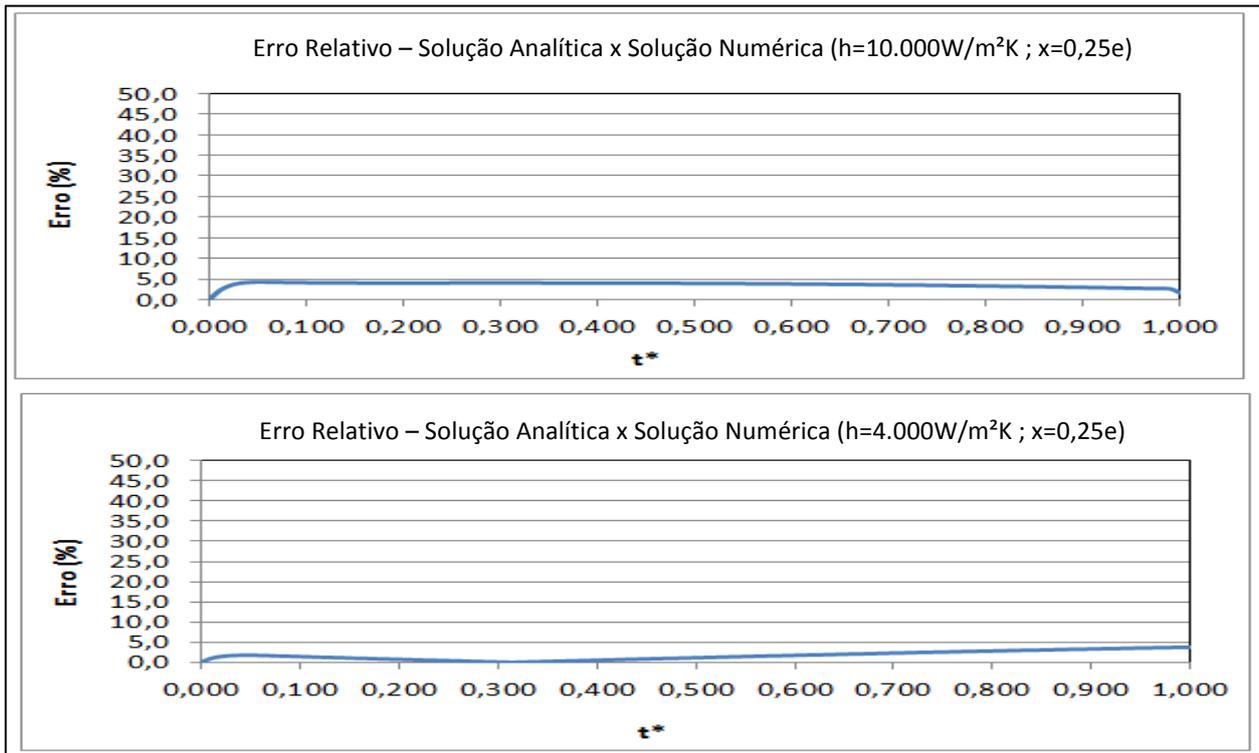
Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Gráfico 11 - Erro relativo absoluto (Solução analítica x solução numérica), $x=0$



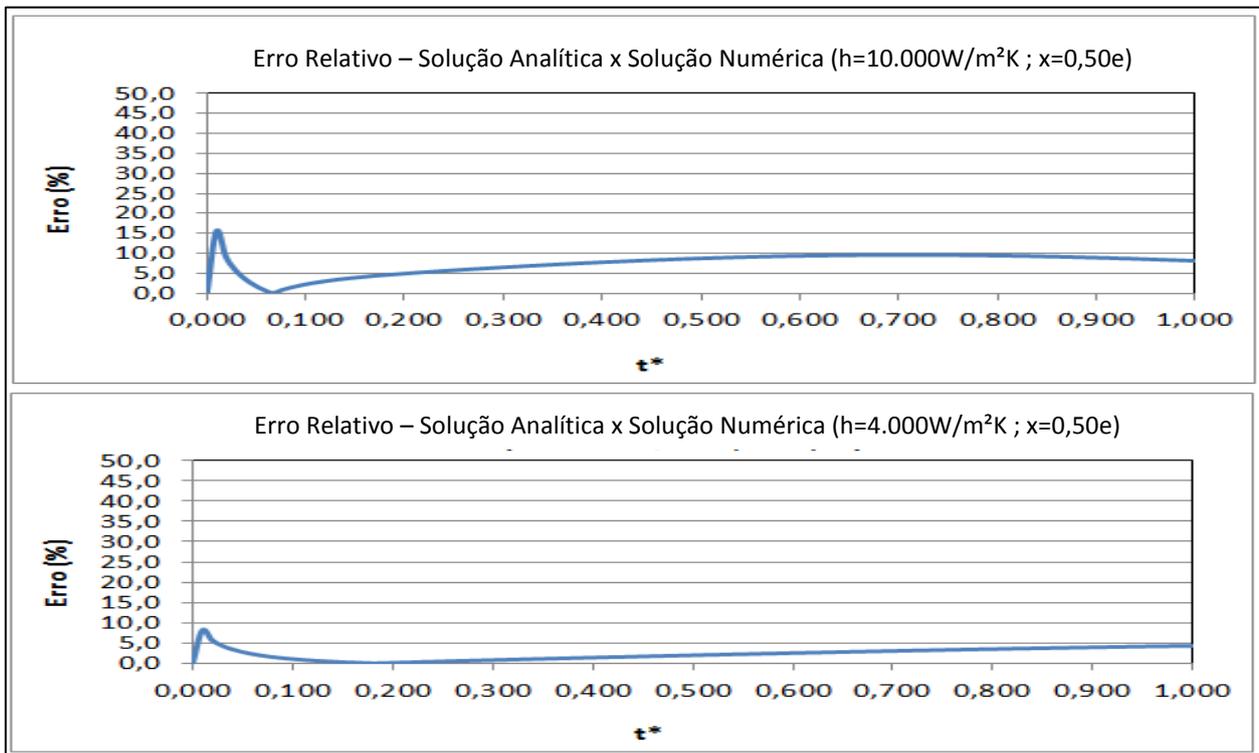
Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Gráfico 12 - Erro relativo absoluto (Solução analítica x solução numérica), $x=0,25e$



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Gráfico 13 - Erro relativo absoluto (Solução analítica x solução numérica), $x=0,50e$



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

De acordo com os resultados apresentados nos Gráficos 9 e 10, foi verificado que a resposta térmica temporal ao longo da parede do tubo, obtida, tanto por meio da solução analítica como por meio da solução numérica, foram equivalentes. Em termos quantitativos, essa equivalência pode ser descrita por erros relativos inferiores a 5%, como representado nos Gráficos 11 e 12, para curvas de resfriamento adimensionais localizadas em $x=0$ e $x=0,25e$ para $h=4.000$ (W/m².K) e $h=10.000$ (W/m².K). No caso das curvas de resfriamento determinadas em $x=0,50e$, os erros relativos obtidos foram inferiores a 8% para ambos os coeficientes de transferência de calor, conforme apresentado no Gráfico 13, com excessão do início da curva de resfriamento adimensional, onde foi percebido um erro de até 15%.

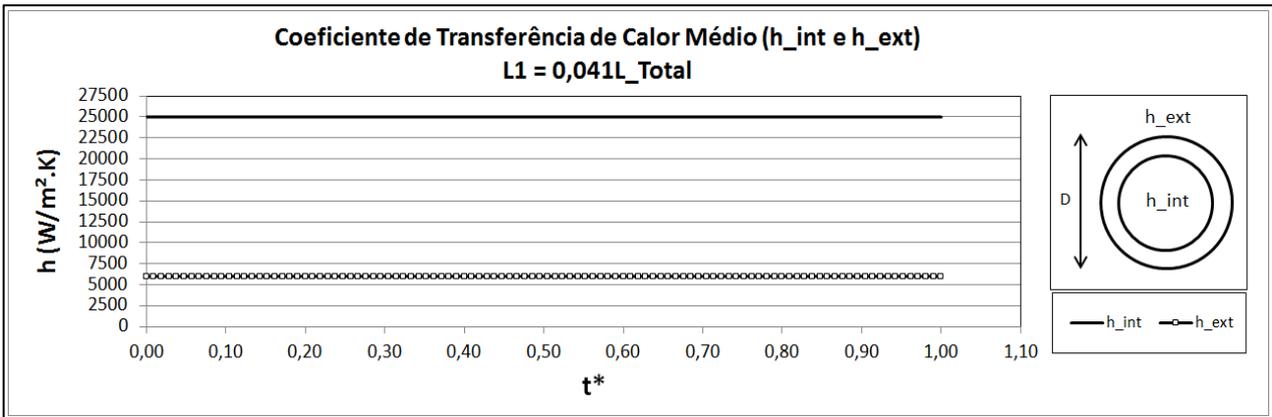
Referente ao erro relativo no início da curva de resfriamento entre a solução numérica e a solução analítica para $x=0,50e$, no qual foi constatado um erro máximo de 15% é inferido que a diferença apresentada esta relacionada à aproximação da solução analítica aos três primeiros termos da sua série. O provável aumento do número de termos na série da solução analítica resultará na redução do erro entre ambas as soluções.

Em termos de valores médios do erro relativo, obtidos entre a solução numérica e a solução analítica para valores de $h=10.000$ (W/m².K) ao longo de toda faixa de tempo adimensional t^* de análise, foram verificados valores de 3,2% para $x=0$, 3,6% para $x=0,25e$ e 7,4% para $x=0,50e$. No caso do coeficiente de transferência de calor $h=4.000$ W/m².K, valores médios de erro relativo iguais a 1,6% para $x=0$, 1,7% para $x=0,25e$ e 2,3% para $x=0,50e$ foram obtidos.

5.5. Validação Física (Solução Numérica x Resultados Experimentais)

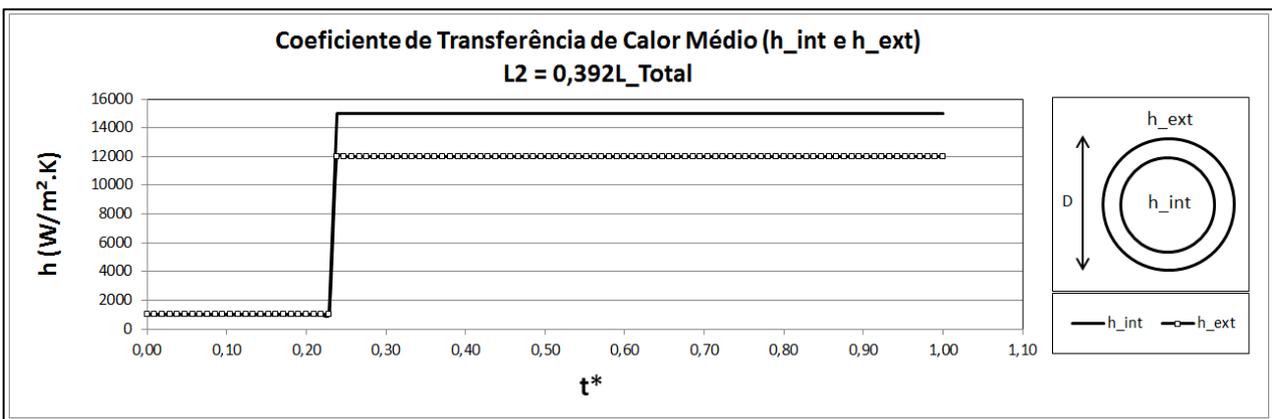
Por meio de emprego de propriedades termofísicas (ρ , c_p e k) variáveis em função da temperatura, conforme apresentado pelas equações 87, 88 e 89, descritas na seção 4.5, o modelo matemático foi empregado. Em paralelo, foram adotados coeficientes de transferência de calor médio, compreendidos em uma faixa variando de 1.000 (W/m².K) até 25.000 (W/m².K) para a validação física do modelo. Os Gráficos 14, 15 e 16 apresentam os coeficientes de transferência de calor adotados em função do tempo adimensional t^* para as posições L1, L2 e L3, onde foi realizada a comparação dos resultados experimentais com a solução numérica.

Gráfico 14 - Coeficiente de transferência de calor interno (h_{int}) e externo (h_{ext})
($L1 = 0,041L_{Total}$)



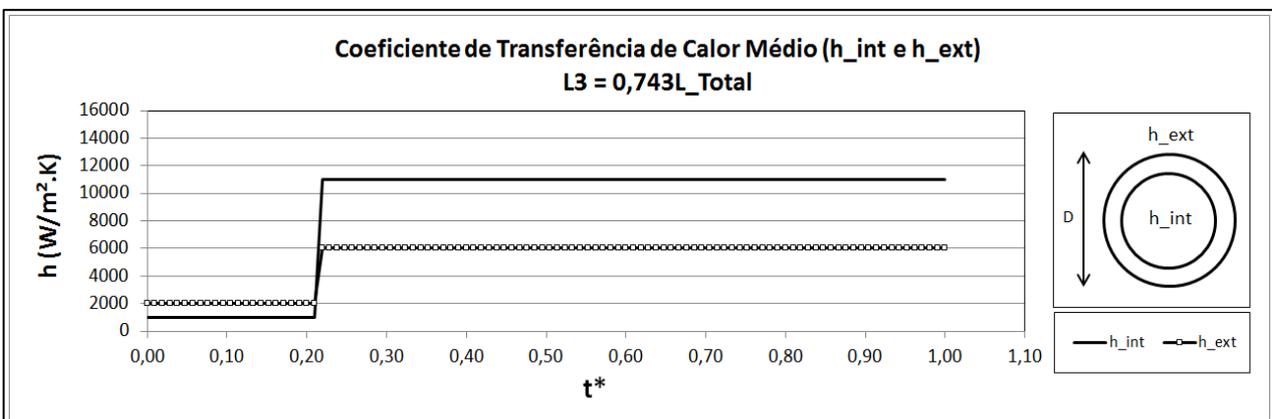
Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Gráfico 15 - Coeficiente de transferência de calor interno (h_{int}) e externo (h_{ext})
($L2 = 0,392L_{Total}$)



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

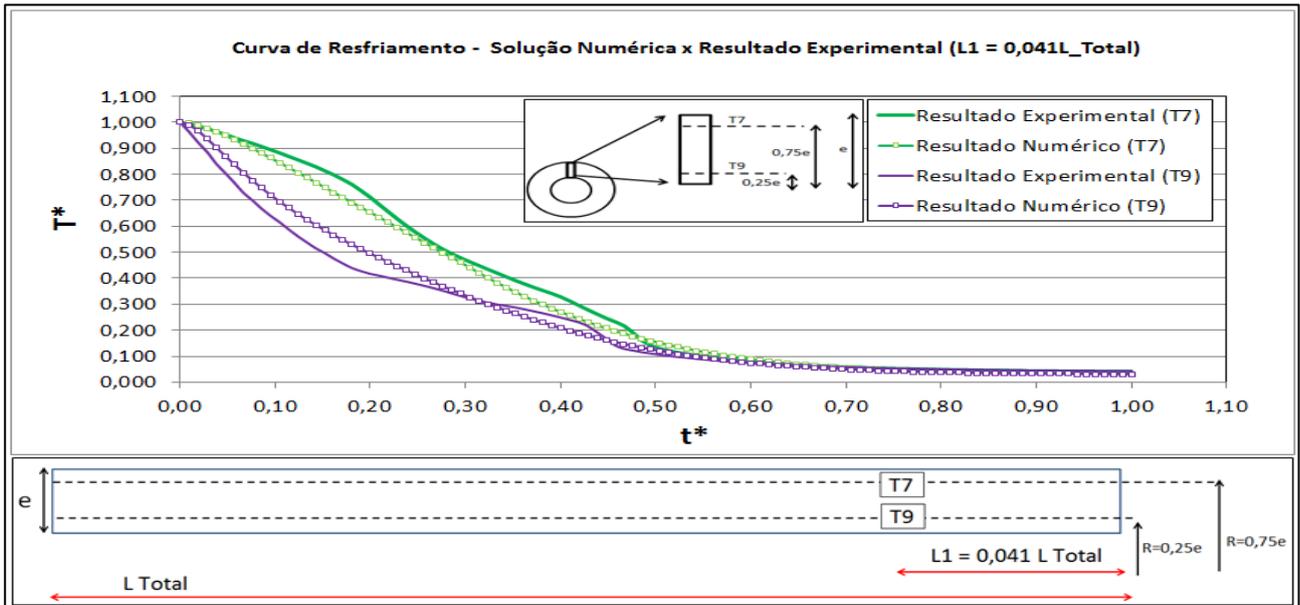
Gráfico 16 - Coeficiente de transferência de calor interno (h_{int}) e externo (h_{ext})
($L3 = 0,743L_{Total}$)



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

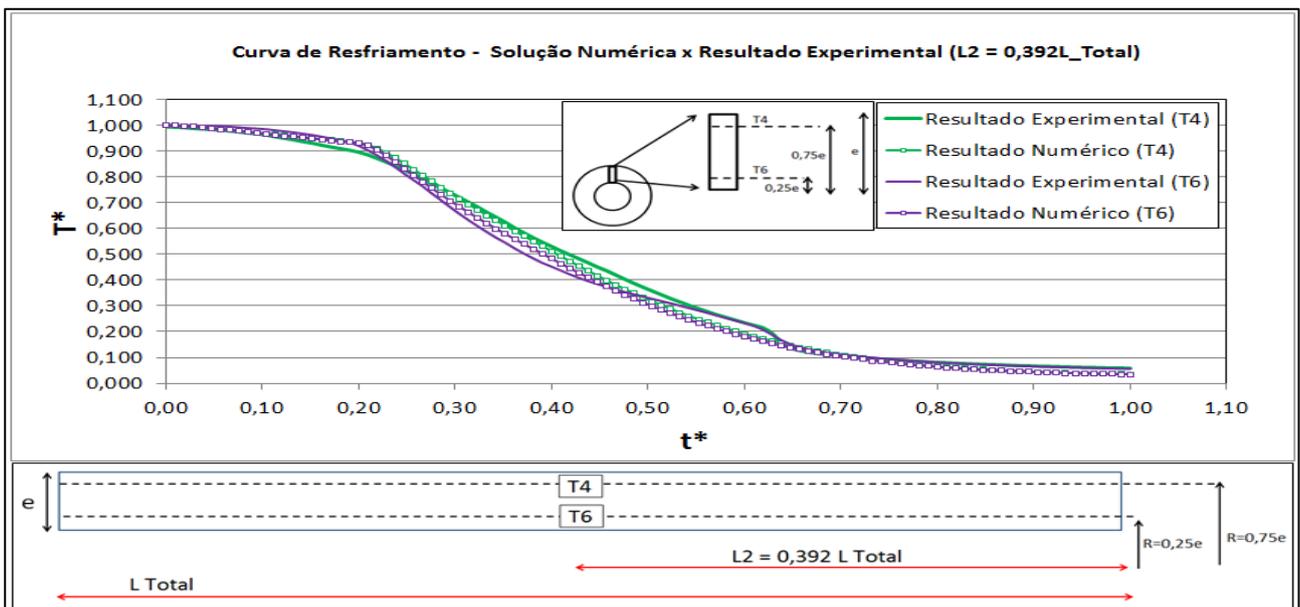
Os Gráficos 17, 18 e 19 apresentam a comparação dos resultados experimentais com os resultados numéricos, com base nos coeficientes de transferência de calor adotados em função da região de análise, para a distribuição dos termopares ao longo do comprimento do tubo, L1, L2 e L3, e do posicionamento na sua parede, $R=0,25e$ e $R=0,75e$, conforme descrito na seção 3.5.

Gráfico 17 - Solução numérica x resultado experimental ($L1 = 0,041L_{Total}$)



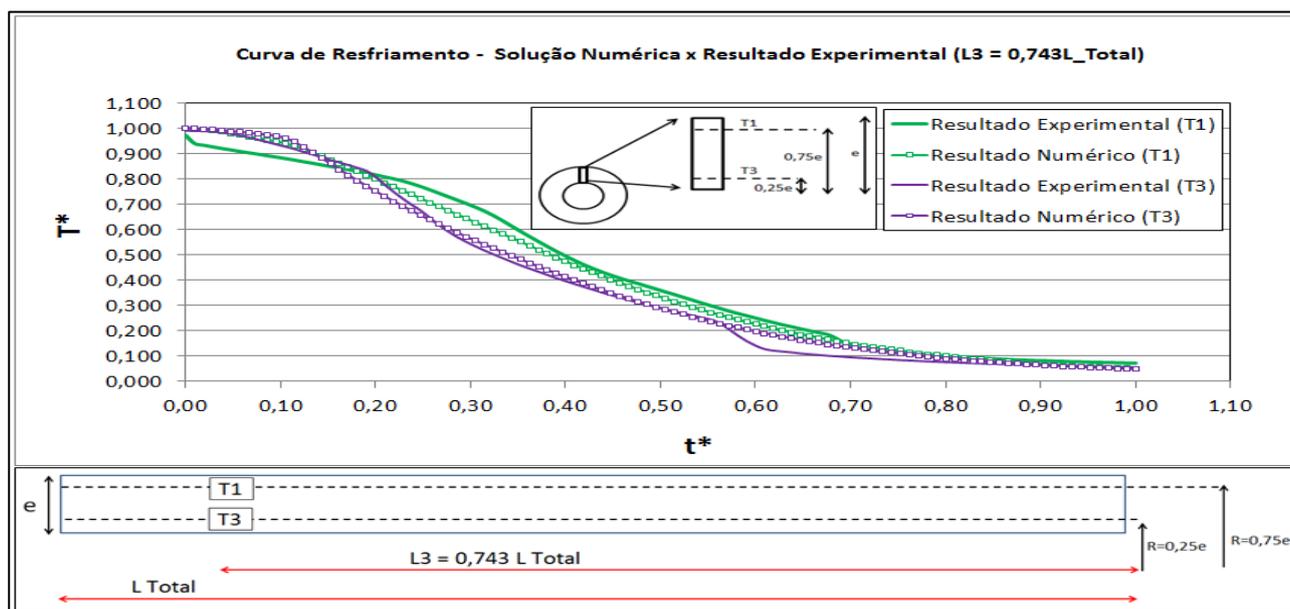
Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Gráfico 18 - Solução numérica x resultado experimental ($L2 = 0,392L_{Total}$)



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Gráfico 19 - Solução numérica x resultado experimental ($L3 = 0,743L_{Total}$)



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Com base na comparação dos resultados numéricos com os resultados experimentais apresentados nos Gráficos 17, 18 e 19, foi observado que para as três regiões de análise ao longo do comprimento do tubo, $L1$, $L2$ e $L3$, o modelo matemático elaborado foi capaz de caracterizar com boa aproximação a resposta térmica temporal na parede do tubo. A aproximação da curva de resfriamento simulada com a curva de resfriamento experimental revela que, embora um coeficiente de transferência de calor médio tenha sido adotado, o modelo numérico foi capaz de retratar com boa precisão os fenômenos físicos do processo, resultando em um erro absoluto médio em todo o tempo “ t^* ” para as três regiões de análise inferiores a 14,33%. A Tabela 16 apresenta os resultados obtidos.

Tabela 16 - Erro relativo médio (%) solução numérica x teste experimental ($0 \leq t^* \leq 1$)

Localização	Erro Médio (%)
T1 ($L3 = 0,743L_{Total}$)	9,19
T3 ($L3 = 0,743L_{Total}$)	10,55
T4 ($L2 = 0,392L_{Total}$)	11,34
T6 ($L2 = 0,392L_{Total}$)	12,11
T7 ($L1 = 0,041L_{Total}$)	11,29
T9 ($L1 = 0,041L_{Total}$)	14,33

Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Para tempos adimensionais t^* compreendidos entre 0 e 0,62, que representam o fim do tempo de imersão, o erro relativo médio foi reduzido a valores inferiores a 9,98%, conforme apresenta a Tabela 17.

Tabela 17 - Erro relativo médio (%) solução numérica x teste experimental ($0,0 \leq t^* \leq 0,62$)

Localização	Erro Médio (%)
T1 (L3 = 0,743L_Total)	8,79
T3 (L3 = 0,743L_Total)	9,98
T4 (L2 = 0,392L_Total)	5,36
T6 (L2 = 0,392L_Total)	5,80
T7 (L1 = 0,041L_Total)	7,25
T9 (L1 = 0,041L_Total)	5,13

Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

No que tange aos valores de coeficientes de transferência de calor médios utilizados, foi observado que, ao longo do comprimento do tubo, sobretudo na região interna, o valor de h_{int} tende a reduzir da região de maior proximidade do jato interno (L1 = 0,041L_Total), em que foi observado o valor máximo desse coeficiente igual à 25.000 (W/m².K), para regiões mais afastadas do mesmo (L3 = 0,743L_Total), em que foi observado o valor mínimo de 1.000 (W/m².K) e 11.000 (W/m².K). No caso do coeficiente de transferência de calor externo médio h_{ext} , as regiões localizadas em L1=0,041L_Total e L3=0,743L_Total apresentaram valores idênticos 6.000 (W/m².K) para t^* superiores a 0,2, porém inferiores à região localizada em L2 = 0.392L_Total no mesmo intervalo de tempo, cujo valor do coeficiente resultou em 12.000 (W/m².K).

No caso das alterações do coeficiente de transferência de calor tanto na superfície interna (h_{int}), quanto na superfície externa (h_{ext}), observados para as regiões L2 e L3 em tempos adimensionais (t^*) compreendidos entre 0,2 e 0,3, é inferido que essa alteração ocorreu devido a provável transição do fenômeno de ebulição em filme para o fenômeno de ebulição nucleada. A justificativa para essa provável ocorrência foi baseada no conceito de que durante o processo de ebulição em filme, o qual tende a ser o primeiro regime de ebulição no processo de têmpera, devido à elevada diferença de temperatura entre a superfície do tubo e a temperatura de saturação da água, se forma uma camada de vapor. A existência dessa camada de vapor por sua vez tende a isolar a superfície do tubo do contato com a água no início do processo, o que resulta em um baixo coeficiente de transferência de calor. Transcorrido tempos adimensionais (t^*) superiores a 0,2 uma súbita elevação no coeficiente

de transferência de calor se faz presente devido ao rompimento da camada de vapor, que no início do processo isolava a superfície, caracterizando a provável transição do regime de ebulição em filme para o regime de ebulição nucleada.

Referente ao comportamento dos coeficientes de transferência de calor para a região descrita como L1, foi constatado a não existência de alterações súbitas nesse parâmetro ao longo de todo o tempo adimensional (t^*) do processo de resfriamento tanto na superfície interna como na superfície externa do tubo. Como provável hipótese dessa situação é inferido que para essa região os dispositivos de resfriamento auxiliares do tanque (jato de água externo e jato de água interno) em associação a elevada rotação do tubo tendem a romper instantaneamente a camada de vapor que poderia vir a se formar nessa região durante o início do resfriamento. O resultado dessa ação por sua vez implica na provável ocorrência do regime de ebulição nucleada para essa região desde o início da têmpera. Fato esse baseado na ocorrência de coeficientes de transferência de calor mais elevados no início do processo de resfriamento, quando comparados às regiões descritas como L2 e L3.

5.6. Conclusão

Apresentados os resultados (curvas de resfriamento) obtidos de tubos tratados termicamente por imersão em água através do experimento realizado, o objetivo principal do presente capítulo foi descrever a capacidade do modelo numérico em caracterizar a curva de resfriamento de tubos temperados em água. A concordância da solução numérica com a solução analítica simplificada, bem como com os próprios resultados experimentais, revelaram que o modelo numérico, mesmo sob condições da utilização de coeficientes de transferência de calor médios constantes, foi capaz de retratar, de modo satisfatório, os fenômenos térmicos do processo de têmpera em tubos sob uma ótica unidimensional no raio.

6. CONCLUSÕES

Neste trabalho, um modelo numérico com base no método de volumes finitos foi desenvolvido para determinar a resposta térmica temporal (curva de resfriamento) na parede de tubos temperados em um tanque de água. Devido à elevada razão entre o diâmetro do tubo e a espessura da sua parede, que no presente trabalho resultou em valores iguais a 20, a parede do tubo foi tratada como uma parede plana, o que resultou na descaracterização do seu raio de curvatura. Com objetivo de se garantir a confiabilidade do modelo numérico, um refinamento de malha no espaço e no tempo foi realizado, a fim de que os resultados obtidos levassem em consideração a convergência do modelo e o esforço computacional despendido. Concluiu-se que malhas compostas por 100 volumes de controle e passo de tempo igual a 0,2(s) foram suficientes para que o modelo matemático convergisse, sob condições de baixo esforço computacional.

Uma solução analítica, considerando alguns pontos simplificadores, também foi obtida para o problema. Essa solução foi usada para validar o modelo numérico (validação numérica). Por meio da consideração de propriedades termofísicas constantes na solução numérica, os resultados numéricos foram comparados aos resultados analíticos. Erros relativos médios inferiores a 8% entre a solução numérica e a solução analítica, que foi aproximada aos três primeiros termos de sua série, revelaram a validação numérica do modelo. A comparação dos resultados numéricos com os resultados analíticos em diferentes posições na parede do tubo revelaram, também, que o erro entre ambas as soluções se reduz à medida que a avaliação da curva de resfriamento é realizada em pontos mais afastados da superfície do tubo.

No presente trabalho, também foram apresentados os testes experimentais realizados em uma linha de tratamento térmico para se obter a resposta real do processo de têmpera em tubos por imersão em água. Essa resposta, por sua vez, foi comparada à solução numérica que, através do emprego de coeficientes de transferência de calor compreendidos na faixa de 1.000 (W/m².K) até 25.000 (W/m².K), resultou em erros médios inferiores a 14,5% para todo o processo de resfriamento e próximos a 7% para o resfriamento até 62% do tempo total. Concluiu-se então que o modelo apresentou boa precisão na previsão da curva de resfriamento, mesmo sob considerações simplificadoras, que em função da elevada razão entre o diâmetro e a espessura da parede do tubo permitiram o modelamento dessa parede como uma parede plana.

No que diz respeito aos coeficientes de transferência de calor utilizados na comparação da solução numérica com os resultados experimentais ao longo do comprimento do tubo, os resultados obtidos revelam a intensificação do resfriamento na superfície interna do tubo, quando comparada à superfície externa, sobretudo na região descrita como $L1 = 0,041L_Total$. Nessa região, foi verificado um coeficiente médio na superfície interna de 25.000 (W/m².K), enquanto que em $L2=0,392L_Total$ e $L3 = 0,743L_Total$ foram verificados coeficientes máximos de 15.000 (W/m².K) e 11.000 (W/m².K) respectivamente. Como inferência desses resultados foi observado que a região próxima do jato de água interna foi submetida a curvas de resfriamentos e, conseqüentemente, a taxas de resfriamento mais intensificadas que as demais regiões do tubo.

Como sugestão de trabalhos futuros para melhoria da capacidade de caracterização da resposta térmica do modelo, é proposto o desenvolvimento de estudos, que possam determinar o coeficiente de transferência de calor tanto na superfície interna, como na superfície externa do tubo, em função de variáveis do processo (vazão de água, temperatura da água e do tubo e velocidade de rotação do tubo). O que, assim, permitirá reduzir os erros entre o modelo matemático e as condições reais de têmpera em tubos, resultando em uma previsão ainda mais precisa da curva de resfriamento no processo de têmpera.

Estudos complementares a fim de se verificar a elaboração de um modelo numérico em coordenadas cilíndricas são também propostos, com o objetivo de se determinar a razão crítica entre o diâmetro e a parede do tubo, que permitam identificar a condição limite na qual a hipótese simplificadora do tratamento da parede do tubo como uma parede plana é aplicável.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALBERTAZZI, Armando, G, Jr; de SOUZA, André, R. Fundamentos da METROLOGIA científica e industrial. Barueri, SP: Editora Manole, 2013, 408 p.

APIPE, Pedro Henrique Vasconcellos. *et al.* NUMERICAL MODELING OF HEAT TRANSFER OF STEEL TUBE DURING QUENCHING PROCESS. In: IBERIAN LATIN AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING, XXXVII, 2016, Brasília – DF. BOOK OF ABSTRACTS... Brasília – DF, 2016. p.231.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 13770: Termopar – Calibração por comparação com instrumento - padrão. Rio de Janeiro, 2013. 13 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 14097: Termopar isolamento mineral. Rio de Janeiro, 1998. 6 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 12771: Termopares - Tabelas de referência. Rio de Janeiro, 1999. 64 p.

CINELLI, G. AN EXTENSION OF THE FINITE HANKEL TRANSFORM AND APPLICATIONS. *International Journal Engineering Science*, [S.l.], v.3, p. 539-559, 1965.

CHAPMAN, STEPHEN, J. PROGRAMAÇÃO EM MATLAB PARA ENGENHEIROS. 2. ed. São Paulo : Cengage Learning, 2011, 410 p.

CHAPRA, STEVEN, C. MÉTODOS NUMÉRICOS APLICADOS COM MATLAB PARA ENGENHEIROS E CIENTISTAS. 3. ed. Porto Alegre: AMGH Editora, 2012, 655 p.

CHIAVERINI, Vicente. Tratamento Térmico das Ligas Metálicas. São Paulo: Associação Brasileira de Metalurgia e Materiais, 2003, 272 p.

EES. Versão 10.104. Belo Horizonte: UFMG, 2017.

FERNANDES, Peter; PRABHU, K, Narayan. Effect of section size and agitation on heat transfer during quenching of AISI 1040 steel. *Journal of Materials Processing Technology*,[S.l],v.183, p. 1-5, 2007.

FRANÇA, Júnia, Lessa; VASCONCELLOS, Ana, Cristina. Manual para normalização de publicações técnico-científicas. 9. ed. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2013, p.263.

HAHN, BRIAN; VALENTINE, DAN. *Essential MATLAB for Engineers and Scientist*. 4th ed. Burlington, MA: Academic Press, 2010. 383 p.

HAHN, David, W; ÖZISIK, M. Necati. *Heat Conduction*. 3rd ed. Hoboken, NJ: John Wiley and Sons, 2012, 718 p.

HAMMAD, Jaffar; MITSUTAKE Yuhichi; MONDE, Masanori. Movement of maximum heat flux and wetting front during quenching of hot cylindrical block. *International Journal of Thermal Science*. [S.l], v.43, p. 743-752, 2004.

HASAN, H, S. *et al.* Heat transfer coefficients during quenching of steel. *Heat Mass Transfer*, [S.l], v.47, p. 315-321, 2011.

HEIN, D. *Modellvorstellungen zum Wiederbenetzen durch Fluten*. 1980. (Tese de Doutorado) - Imst.f.Verfahrenstechn, Universitat Hannover, Hannover Germany *apud* LIŠČIĆ, BOŽIDAR. *et al.* *QUENCHING THEORY AND TECHNOLOGY*. 2nd ed. Boca Raton: Taylor and Francys Group, 2010, 709 p.

INCROPERA, FRANK. P. *et al.* *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. 7th ed. Hoboken, NJ: John Wiley and Sons, 2011, 1048 p.

JESCHER, R; MAAß, R. Einflußgrößen des Wärmeüberganges beim Abschrecken von Metallen in Wasser. Gaswärme Int. v.38. p.142-150, 1989 *apud* LIŠČIĆ, BOŽIDAR. *et al.* QUENCHING THEORY AND TECHNOLOGY. 2nd ed. Boca Raton: Taylor and Francis Group, 2010, 709 p.

KOBAYASHI, Kazuaki; HARAGUCHI, Yoichi, NAKAMURA, Osamu. Water Quenching CFD (Computational Fluid Dynamics) Simulation with Cylindrical Impinging Jets. Futtsu: Process Research Laboratories of NIPPON STEEL e SUMITOMO METAL, 2016. 6 p. Technical Report.

LIŠČIĆ, BOŽIDAR. *et al.* QUENCHING THEORY AND TECHNOLOGY. 2nd ed. Boca Raton: Taylor and Francis Group, 2010, 709 p.

MALISKA, CLOVIS, R. Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional: FUNDAMENTOS E COORDENADAS GENERALIZADAS. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos, 1995, 424 p.

MATLAB. Versão 7.12, 2011.

MAYINGER, F. Thermo- and Fluid-Dynamic Principles of Heat Transfer during Cooling. In: LIŠČIĆ, BOŽIDAR. *et al.* QUENCHING THEORY AND TECHNOLOGY. 2nd ed. Boca Raton: Taylor and Francis Group, 2010, cap. 5, p. 129-157.

NARASIMHAN, T. N. FOURIER'S HEAT CONDUCTION EQUATION: HISTORY, INFLUENCE, AND CONNECTIONS. Reviews of Geophysics, [S.l.], v.37, n.1, p.151-172, 1999.

NUKIYAMA, SHIRO. The maximum and minimum value of heat Q transmitted from metal to water boiling under atmospheric pressure. International Journal Heat Mass Transfer, [S.l.], v.27, n.7, p.959-970, 1984.

RAMESH, G; PRABHU, K, Narayan. Effect of Boundary Heat Transfer Coefficient and Probe Section Size on Cooling Curves During Quenching. Materials Performance and Characterization, [S.l.], v.1, p. 1-8, 2012.

SAKAMOTO, Akihiro. *et al.* Water Cooling Technologies for Steel Pipe Production Process. Futtsu: Process Research Laboratories of NIPPON STEEL e SUMITOMO METAL, 2016. 5 p. Technical Report.

SINGER, S. Sensitive of the Heat Transfer Coefficient Calculation. *Materials Performance and Characterization*, [S.l.], p.1-40, 2014.

SUMITOMO METAL. MICHIHARU, HANNOKI. METHOD FOR COOLING LONG SIZED STEEL TUBE AND QUENCHING APPARATUS THEREOF. JP,08-333636,A. June 6, 1995.

SUMITOMO METAL. MASANAO, SENOO. METHOD FOR QUENCHING STEEL PIPE.JP, 2012-172173, A. February 18, 2011.

SUMITOMO METAL. MASANAO, SENOO. METHOD FOR QUENCHING STEEL PIPE AND METHOD OF PRODUCING STEEL PIPE USING THE QUENCHING METHOD.JP, 2012-052197, A. September 2, 2010.

TOTTEN, George, E. Steel Heat Treatment Metallurgy and Technologies. Boca Raton: Taylor and Francis Group, 2007, 820 p.

VERSTEEG, H, K; MALALASEKERA, W. An Introduction to COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS: The Finite Volume Method. 2nd ed. Harlow: Pearson Education, 2007, 503 p.

VOLLE, F. *et al.* Practical application of inverse heat conduction for wall condition estimation on a rotating cylinder. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, [S.l.], v.52, p. 210-221, 2009.

VOLLE, FABIEN. *et al.* Semi-analytical inverse heat conduction on a rotating cylinder with Laplace and Fourier transforms. *Inverse Problems in Science and Engineering*, [S.l.], v.16, n.5, p.655-674, 2008.

XIAO, Bowang. *et al.* An experimental study of heat transfer in aluminum casting during water quenching. *Journal of Materials Processing Technology*,[S.l],v.210, p. 2023-2028, 2010.

APÊNDICES

Apêndice A - Soluções Analíticas da Condução do Calor

Para casos que envolvam equação de Sturm-Liouville em coordenadas cartesianas em um domínio ($0 < x < L$), as Tabelas 18 e 19 apresentam a solução, norma e equação transcendental para um conjunto de condições de contorno.

Tabela 18 - Condições de contorno e solução da equação de Sturm-Liouville ($0 < x < L$)

Caso (N°)	Condição de Contorno (x=0)	Condição de Contorno (x=L)	$X(\lambda_n, x)$
1	$-dX/dx + H_1X = 0$	$dX/dx + H_2X = 0$	$\lambda_n \cos(\lambda_n x) + H_1 \text{sen}(\lambda_n x)$
2	$-dX/dx + H_1X = 0$	$dX/dx = 0$	$\cos \lambda_n(L - x)$
3	$-dX/dx + H_1X = 0$	$X = 0$	$\text{sen} \lambda_n(L - x)$
4	$dX/dx = 0$	$dX/dx + H_2X = 0$	$\cos \lambda_n x$
5	$dX/dx = 0$	$dX/dx = 0$	$\cos \lambda_n x^*$
6	$dX/dx = 0$	$X = 0$	$\cos \lambda_n x$
7	$X = 0$	$dX/dx + H_2X = 0$	$\text{sen} \lambda_n x$
8	$X = 0$	$dX/dx = 0$	$\text{sen} \lambda_n x$
9	$X = 0$	$X = 0$	$\text{sen} \lambda_n x$

Fonte: Heat Conduction, 2012, p. 46.

Nota: (*) para esse caso particular $\lambda_0 = 0$ é um auto valor correspondendo a $X=1$. $H_1 = h_1/k$ e $H_2 = h_2/k$.

Tabela 19 - Norma e equação transcendental da equação de Sturm-Liouville ($0 < x < L$)

Caso (N°)	$1/N(\lambda_n)$	Equação Transcedental
1	$2 \left[(\lambda_n^2 + H_1^2) \left(L + \frac{H}{\lambda_n^2 + H_2^2} \right) + H_1 \right]^{-1}$	$\tan(\lambda_n L) = \frac{\lambda_n(H_1 + H_2)}{\lambda_n^2 - H_1 H_2}$
2	$2 \frac{\lambda_n^2 + H_1^2}{L(\lambda_n^2 + H_1^2) + H_1}$	$\lambda_n \tan(\lambda_n L) = H_1$
3	$2 \frac{\lambda_n^2 + H_1^2}{L(\lambda_n^2 + H_1^2) + H_1}$	$\lambda_n \cot(\lambda_n L) = -H_1$
4	$2 \frac{\lambda_n^2 + H_2^2}{L(\lambda_n^2 + H_2^2) + H_2}$	$\lambda_n \tan(\lambda_n L) = H_2$
5	$2/L$ para $\lambda_n \neq 0$; $1/L$ para $\lambda_0 = 0^*$	$\text{sen} \lambda_n L = 0^*$
6	$2/L$	$\cos \lambda_n L = 0$
7	$2 \frac{\lambda_n^2 + H_2^2}{L(\lambda_n^2 + H_2^2) + H_2}$	$\lambda_n \cot(\lambda_n L) = -H_2$
8	$2/L$	$\cos \lambda_n L = 0$
9	$2/L$	$\text{sen} \lambda_n L = 0$

Fonte: Heat Conduction, 2012, p. 46.

Nota: (*) para esse caso particular $\lambda_0 = 0$ é um auto valor correspondendo a $X=1$. $H_1 = h_1/k$ e $H_2 = h_2/k$.

Nos casos que envolvam equação de Sturm-Liouville em coordenadas cilíndricas para um domínio ($0 < r < b$), a Tabela 20 apresenta a solução, norma e equação transcendental para um conjunto de condições de contorno. Já para domínios do tipo ($a \leq r < b$), a solução, norma e equação transcendental são apresentadas por meio das Tabelas 21 e 22 nas quais os termos referentes a J_ν e Y_ν representam as funções de Bessel de 1° e 2° tipo de ordem ν não modificadas, enquanto J_ν' e Y_ν' representam suas respectivas derivadas cujas propriedades são descritas por meio das equações 90 e 91.

Tabela 20 - Condições de contorno e solução da equação de Sturm Liouville ($0 \leq r < b$)

Caso (N°)	Condição de Contorno (r=b)	$R(\lambda_n, r)$	$\frac{1}{N(\lambda_n)}$	Equação Transcendental
1	$dR/dr + HR = 0$	$J_\nu(\lambda_n r)$	$\frac{2}{J_\nu^2(\lambda_n b)} \cdot \frac{\lambda_n^2}{b^2(H^2 + \lambda_n^2) - \nu^2}$	$\left. \frac{dJ_\nu(\lambda_n r)}{dr} \right _{r=b} + HJ_\nu(\lambda_n b) = 0$
2	$dR/dr = 0$	$J_\nu(\lambda_n r)$	$\frac{2}{J_\nu^2(\lambda_n b)} \cdot \frac{\lambda_n^2}{b^2(\lambda_n^2 - \nu^2)}$	$\left. \frac{dJ_\nu(\lambda_n r)}{dr} \right _{r=b} = 0^*$
3	$R = 0$	$J_\nu(\lambda_n r)$	$\frac{2}{b^2 J_{\nu+1}^2(\lambda_n b)}$	$J_\nu(\lambda_n b) = 0$

Fonte: Heat Conduction, 2012, p. 53.

Nota: (*) para esse caso particular $\lambda_0 = 0$ é também um auto-valor $\nu=0$, logo $R_0 = 1$ e $1/N(\lambda_n) = 2/b^2$. $H = h/k$

Tabela 21 - Condições de contorno e solução da equação de Sturm Liouville ($a \leq r < b$)

Caso (N°)	Condição de Contorno (r=a)	Condição de Contorno (r=b)	$R(\lambda_n, r)$
1	$dR/dr = 0$	$dR/dr = 0$	
2	$dR/dr = 0$	$R = 0$	$R_\nu(\lambda_n r) = J_\nu(\lambda_n r)Y_\nu'(\lambda_n a) - J_\nu'(\lambda_n a)Y_\nu(\lambda_n r)$
3	$R = 0$	$dR/dr = 0$	
4	$R = 0$	$R = 0$	$R_\nu(\lambda_n r) = J_\nu(\lambda_n r)Y_\nu(\lambda_n a) - J_\nu(\lambda_n a)Y_\nu(\lambda_n r)$

Fonte: Heat Conduction, 2012, p. 54.

Tabela 22 - Norma e equação transcendental da equação de Sturm-Liouville ($a \leq r < b$)

Caso (N°)	$1/N(\lambda_n)$	Equação Transcendental
1	$\frac{\pi^2}{2} \frac{\lambda_n^2 J_v'^2(\lambda_n b)}{\left[1 - \left(\frac{v}{\lambda_n b}\right)^2\right] J_v'^2(\lambda_n a) - \left[1 - \left(\frac{v}{\lambda_n a}\right)^2\right] J_v'^2(\lambda_n b)}$	$J_v'(\lambda_n a) Y_v'(\lambda_n b) - J_v'(\lambda_n b) Y_v'(\lambda_n a) = 0^*$
2	$\frac{\pi^2}{2} \frac{\lambda_n^2 J_v^2(\lambda_n b)}{J_v'^2(\lambda_n a) - \left[1 - \left(\frac{v}{\lambda_n a}\right)^2\right] J_v^2(\lambda_n b)}$	$J_v(\lambda_n b) Y_v'(\lambda_n a) - J_v'(\lambda_n a) Y_v(\lambda_n b) = 0$
3	$\frac{\pi^2}{2} \frac{\lambda_n^2 J_v'^2(\lambda_n b)}{\left[1 - \left(\frac{v}{\lambda_n b}\right)^2\right] J_v^2(\lambda_n a) - J_v'^2(\lambda_n b)}$	$J_v'(\lambda_n b) Y_v(\lambda_n a) - J_v(\lambda_n a) Y_v'(\lambda_n b) = 0$
4	$\frac{\pi^2}{2} \frac{\lambda_n^2 J_v^2(\lambda_n b)}{J_v^2(\lambda_n a) - J_v^2(\lambda_n b)}$	$J_v(\lambda_n a) Y_v(\lambda_n b) - J_v(\lambda_n b) Y_v(\lambda_n a) = 0$

Fonte: Heat Conduction, 2012, p. 54.

Nota: (*) para esse caso particular $\lambda_0 = 0$ é também um auto-valor $v=0$, logo $R_0(\lambda_0, r) = 1$ e $1/N(\lambda_0) = 2/(a^2 - b^2)$

$$J_v'(\lambda_n r) = \frac{v}{r} J_v(\lambda_n r) - \lambda_n J_{v+1}(\lambda_n r) \quad (90)$$

$$Y_v'(\lambda_n r) = \frac{v}{r} Y_v(\lambda_n r) - \lambda_n Y_{v+1}(\lambda_n r) \quad (91)$$

Apêndice B - Esquemas de Discretização (Volumes Fínitos)

Esquemas com características puramente explícitas ($\theta = 0$), para uma análise de condução de calor transiente, unidimensional e sem geração de energia interna apresentam o termo independente através da equação 92, enquanto a discretização da equação do transporte é representada por meio da equação 93, cujo termo central é determinado conforme mostra a equação 94.

$$b = S_u + S_p T_p^0 \quad (92)$$

$$a_p T_p = a_W T_W^0 + a_E T_E^0 + [a_p^0 - (a_E + a_W - S_p)] T_p^0 + S_u \quad (93)$$

$$a_p = a_p^0 \quad e \quad a_p^0 = \frac{\rho c_p \Delta x}{\Delta t} \quad (94)$$

Para casos que envolvam esquemas com características tanto explícitas quanto implícitas como é o caso do esquema Cranck Nicholson ($\theta = 1/2$) o termo independente é descrito através da equação 95, enquanto a discretização da equação do transporte é representada por meio da equação 96, na qual o termo central é determinado conforme a equação 97.

$$b = S_u + \frac{S_p T_p^0}{2} + \frac{S_p T_P}{2} \quad (95)$$

$$a_p T_p = a_W \left(\frac{T_W + T_W^0}{2} \right) + a_E \left(\frac{T_E + T_E^0}{2} \right) + \left(a_p^0 - \frac{a_E}{2} - \frac{a_W}{2} \right) T_p^0 + S_u + \frac{S_p T_p^0}{2} \quad (96)$$

$$a_p = \frac{a_W + a_E}{2} + a_p^0 - \frac{S_p}{2} \quad e \quad a_p^0 = \frac{\rho c_p \Delta x}{\Delta t} \quad (97)$$

Apêndice C - Esquemas Totalmente Implícitos (Sistemas 2D e 3D)

Para análise de sistemas bidimensionais (2D) através do esquema totalmente implícito ($\theta = 1$), a inclusão na equação discretizada dos coeficientes (a_N e a_S) com suas respectivas temperaturas (T_N e T_S) se faz necessário. No caso de sistemas tridimensionais (3D), por sua vez, faz-se necessária a incorporação de mais dois coeficientes (a_B e a_T) e duas temperaturas (T_B e T_T) em relação ao sistema 2D. Desse modo, em associação com as equações 98, 99 e 100, a Tabela 23 e a Tabela 24, é possível estender a equação discretizada para os sistemas supracitados, cujo comprimento da malha em todas as direções é constante.

$$a_p^0 = \frac{\rho c_p \Delta V}{\Delta t} \quad (98)$$

$$a_p = a_p^0 + a_E + a_W + a_N + a_S - S_p \quad (99)$$

$$a_p = a_p^0 + a_E + a_W + a_N + a_S + a_B + a_T - S_p \quad (100)$$

Tabela 23 - Parâmetros da equação discretizada no método totalmente implícito para sistemas bidimensionais (2D) e tridimensionais (3D)

Parâmetros	Sistema Bidimensional (2D)	Sistema Tridimensional (3D)
ΔV	$\Delta x \Delta y$	$\Delta x \Delta y \Delta z$
$A_e = A_w$	Δy	$\Delta y \Delta z$
$A_n = A_s$	Δx	$\Delta x \Delta z$
$A_n = A_s$..	$\Delta x \Delta y$

Fonte: An Introduction to Computational Fluid Dynamics The Finite Volume Method, 2007, p. 256.

Nota: Dados compilados pelo próprio autor.

Tabela 24 - Coeficientes equação discretizada no método totalmente implícito para sistemas bidimensionais (2D) e tridimensionais (3D)

Sistema	a_E	a_W	a_N	a_S	a_B	a_T
2D	$\frac{k_e A_e}{\Delta x}$	$\frac{k_w A_w}{\Delta x}$	$\frac{k_n A_n}{\Delta y}$	$\frac{k_s A_s}{\Delta y}$
3D	$\frac{k_e A_e}{\Delta x}$	$\frac{k_w A_w}{\Delta x}$	$\frac{k_n A_n}{\Delta y}$	$\frac{k_s A_s}{\Delta y}$	$\frac{k_b A_b}{\Delta z}$	$\frac{k_t A_t}{\Delta z}$

Fonte: An Introduction to Computational Fluid Dynamics The Finite Volume Method, 2007, p. 256.

Nota: Dados compilados pelo próprio autor.

ANEXOS

Anexo A - Certificado de Calibração (Transdutor: Termopar Tipo K)

Figura 39 - Certificado de calibração termopar tipo k (15.000 mm e 10.000 mm)



CONSISTEC
Distribuidor e Sistemas de Automação Ltda.



Calibração
NBR ISO/IEC
17028
CAL 0128

LABORATÓRIO DE TERMOMETRIA DA CONSISTEC
Laboratório de Calibração Acreditado pela Cgcre/Inmetro sob o nº 128

CERTIFICADO DE CALIBRAÇÃO

Número do Certificado: CI-0783/11 Rev - 00

Nome do Solicitante: **CONSISTEC CONTROLES E SISTEMAS DE AUTOMAÇÃO LTDA**
 Tipo/ Modelo do Sensor: **Cabo Mineral Tipo "K" 1,5 mm, Nicrobel, NBR-12771**
 Número do CVR: **1069/11**
 Número da OSC: **1659/11**
 Identificação: **LOTE: 2111069001**

RESULTADO DA CALIBRAÇÃO

Temperatura VVC (°C)	Força Eletromotriz MLR (mV)	Temperatura Medida (°C)	Desvio (°C)	Incerteza de Medição (°C)	Padrão Utilizado	Profund. de Imersão (mm)
200,2	8,1276	199,7	-0,5	± 0,3	03.132-0	120
700,7	29,1942	701,6	0,9	± 1,0	03.080-0	300

NOTAS:
 - FEM = Força Eletromotriz
 - VVC = Valor Verdadeiro Convencional
 - MLR = Média das Leituras Realizadas
 - Os valores de temperatura apresentados estão em conformidade com a Escala Internacional de Temperatura de 1990 ITS-90.
 - A incerteza expandida relatada é baseada em uma incerteza padronizada combinada, multiplicada pelo fator de abrangência k=2, que para uma distribuição normal correspondente a uma probabilidade de abrangência de aproximadamente 95%.

PROCEDIMENTO/MÉTODO DE CALIBRAÇÃO
 A calibração foi feita por comparação contra sensor padrão de temperatura, em meio termostático homogêneo, segundo Instrução de Trabalho IIL 001 REV 11

CONDIÇÕES AMBIENTAIS:
 Temperatura: (23 ± 3) °C; Umidade Relativa : (50 ± 20) %

RASTREABILIDADE DOS INSTRUMENTOS UTILIZADOS

Identificação	Instrumento	Modelo	Certificado	Validade	Rastreabilidade
03.009-0	Multímetro Digital	HP 3457A	102886-101	janeiro / 12	IPT
03.124-0	Multímetro Digital	Agilent 34970A	101641-101	dezembro / 11	IPT
03.039-0	Termômetro Digital	1522	CL-0019/09	novembro / 11	INMETRO
03.132-0	Termômetro de Resistência	Probe 1/5 DIN-R	CL-0015/10	agosto / 11	INMETRO
03.080-0	Termopar padrão Tipo "S"	5630	Dimci-2497/10	janeiro/12	INMETRO

Data da Calibração: **13 DE JULHO DE 2011**

Data da Emissão: **13 DE JULHO DE 2011**

DIEGO MOLOGNONI
Gerente da Qualidade

Documento Eletrônico com Assinatura Digital Entido por AC CertSign SRF V3 ICP-Brasil

Este certificado atende aos requisitos de acreditação do INMETRO, o qual avalia a competência do laboratório e comprova sua rastreabilidade a padrões nacionais de medida. Os resultados declarados neste certificado, referem-se exclusivamente ao instrumento submetido à calibração, nas condições especificadas, não sendo extensivo a quaisquer lotes. Este certificado de calibração somente pode ser reproduzido em sua forma integral. Reproduções parciais dependem de autorização formal deste Laboratório.

(1/1)

Consistec Controles e Sistemas de Automação Ltda.
 Rua Jurupari, 434 - Jabaquara - 04348-070 - São Paulo - SP | 11 5031-6200 | 11 5031-6262
 CNPJ 392.117/0001-36 Inscrição Estadual 110.860.909.110 consistec@consistec.com.br www.consistec.com.br

Anexo B - Certificado de Calibração (Unidade de Tratamento de Sinal)

Figura 42 - Certificado de calibração da unidade de tratamento de sinal

GESTÃO METROLOGICA VSB RELATÓRIO DE CALIBRAÇÃO DO SOFTWARE CALI CALIBRAÇÃO CALI Nº: 24495									
EQUIPAMENTO: Datapaq					Nº EQUIPAMENTO: E107716				
STATUS DO EQUIPAMENTO: Equipamento Importante					Nº ANTIGO V&M: xxxxx				
CLASSE DO INSTRUMENTO: Instrumento					PERIODICIDADE: 12 meses				
MODELO: Tpeq21					Nº CERTIFICADO EXTERNO:				
FABRICANTE: Datapaq					LAB. RESPONSÁVEL CALIBRAÇÃO: Metrologia VSB				
Nº DE SÉRIE: 267701					RESOLUÇÃO : 0,1				
CAPACIDADE INICIAL: -150					LIMITE DE ERRO: 2				
CAPACIDADE FINAL: 1370					TEMPERATURA: Ambiente				
UNIDADE S.I.: °C					UMIDADE UR%: Ambiente				
PADRÕES UTILIZADOS: Gerador de Sinais Nº1535 ;									
PROCEDIMENTOS DE CALIBRAÇÃO									
OBSERVAÇÕES									
DADOS DA CALIBRAÇÃO									
Termopar	S/I	VI	CH1	CH2	CH3	CH4	CH5		
Tc:K	°C	420,00	419,90	420,00	419,90	420,00	420,10		
	°C	630,00	629,80	629,90	629,80	630,00	630,10		
	°C	840,00	839,80	839,80	839,80	840,00	840,10		
	°C	1050,00	1049,70	1049,80	1049,80	1050,00	1050,00		
	S/I	VI	CH6	CH7	CH8	CH9	CH10		
Tc:K	°C	420,00	420,10	420,10	420,00	419,90	419,90		
	°C	630,00	630,10	630,00	629,90	629,90	629,90		
	°C	840,00	840,00	840,00	839,90	839,90	839,90		
	°C	1050,00	1050,00	1050,00	1049,80	1049,80	1049,80		
APROVAÇÃO TÉCNICA									
RESULTADO:									
APROVAÇÃO DA CALIBRAÇÃO									
RESP. PELA CALIBRAÇÃO: Nathália Silva					DATA DA CALIBRAÇÃO: 30/10/2015			PROX. CALIBRAÇÃO 30/10/2016	
RESPONSÁVEL PELA APROVAÇÃO:								DATA DA APROVAÇÃO:	
RESPONSÁVEL PELA REVISÃO:								DATA DA REVISÃO:	
REALIZAÇÃO DA CALIBRAÇÃO									
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> <p style="text-align: center; margin: 0;">ATENDE ÀS CARACTERÍSTICAS METROLÓGICAS</p> <p style="text-align: center; margin: 0;">04 / 11 / 15</p> <p style="margin: 0;">ASS: </p> <p style="text-align: center; margin: 0;">Alexandre Martins Analista de Processo CREA-MG 0440000111055 VSB</p> </div>									

Fonte: Vallourec Soluções Tubulares do Brasil S.A., 2017.