

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE
ESTRUTURAS

Dâmia Carina Dias do Carmo

ANÁLISE DA RESPOSTA DINÂMICA DE VIGAS MISTAS
BIAPOIADAS COM PERFIL TUBULAR RETANGULAR DE
AÇO PARA DIFERENTES CONFIGURAÇÕES

Belo Horizonte

2017

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS
**“ANÁLISE DA RESPOSTA DINÂMICA DE VIGAS MISTAS BIAPOIADAS COM
PERFIL TUBULAR RETANGULAR DE AÇO PARA DIFERENTES
CONFIGURAÇÕES”**

Dâmia Carina Dias do Carmo

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Max de Castro Magalhães
DEES – UFMG – (Orientador)

Prof. Dr. Rodrigo Barreto Caldas
DEES – UFMG – (Coorientador)

Prof. Dr. Fernando Amorim de Paula
DEES – UFMG

Prof. Dr. Ricardo Hallal Fakury
DEES – UFMG

Belo Horizonte, 22 de maio de 2017

C287a

Carmo, Dâmia Carina Dias do.

Análise da resposta dinâmica de vigas mistas biapoiadas com perfil tubular retangular de aço para diferentes configurações [manuscrito] / Dâmia Carina Dias do Carmo. – 2017.

xiii, 103 f., enc.: il.

Orientador: Max de Castro Magalhães.

Coorientador: Rodrigo Barreto Caldas.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Apêndices: f. 95-103.

Inclui bibliografia.

1. Engenharia de estruturas - Teses. 2. Construção mista - Teses.
3. Resposta em frequência (Dinâmica) - Teses. 4. Vigas - Teses.
I. Magalhães, Max de Castro. II. Caldas, Rodrigo Barreto. III. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. IV. Título.

CDU: 624(043)

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais Clayde e Roosevelt e ao meu irmão Lisandro por serem minha referência pessoal e profissional e sempre o meu mais fiel amparo.

Ao meu orientador, Professor Max de Castro Magalhães, por compartilhar e empenhar sua experiência e conhecimento em meu trabalho. Muito obrigada pelas horas irrestritas dedicadas.

Ao meu coorientador, Professor Rodrigo Barretos Caldas, pelas contribuições tanto naquilo que compôs a essência do trabalho, quanto no aperfeiçoamento do mesmo.

Aos integrantes da banca examinadora, Professor Ricardo Hallal Fakury e Professor Fernando Amorim de Paula, pelas sugestões valiosas para a melhoria do meu trabalho.

À Professora Jacqueline Maria Flor pelo amplo apoio e carinho dedicados a mim e ao meu trabalho.

Ainda à Professora Jacqueline Maria Flor e ao Professor Ricardo Hallal Fakury pelas vigas mistas cedidas à minha pesquisa.

A toda minha família, tios e primos tão queridos, pelo incentivo, interesse e torcida pelo meu sucesso.

A todos os meus amigos por tornarem essa caminhada mais leve, em especial, ao Felipe Abasse pela contribuição no desenvolvimento dos desenhos em AutoCAD.

Aos amigos do Departamento de Engenharia de Estruturas da UFMG, em especial ao Hugo Sampaio e Daniel Peixoto, grandes companheiros e facilitadores dessa jornada.

RESUMO

Este trabalho apresenta e compara resultados experimentais e analíticos acerca da resposta dinâmica de vigas tubulares retangulares mistas com diferentes configurações. Seis diferentes configurações de vigas mistas foram estudadas: viga tubular de aço sem preenchimento de concreto, viga tubular de aço preenchida com concreto com e sem preparação de superfície interna (desmoldante); viga tubular de aço preenchida com concreto, sem preparação de superfície interna e armadura de aço tracionada em uma e duas camadas; viga tubular de aço preenchida com concreto, sem preparação de superfície interna, com armadura de aço tracionada em duas camadas e com laje colaborante sobreposta. O ensaio experimental utilizado foi “teste de impacto”, os dados foram processados em Matlab e apresentados em curvas de Função de Resposta em Frequência (FRF). O método de Função Indicadora de Modos (FIM) também foi utilizado para reunir valores de FRF obtidos em medições distintas para determinação das frequências naturais. A partir das curvas FRFs foi possível obter o fator de amortecimento da primeira frequência natural de cada viga, pelo método da “Largura de Banda de Meia Potência”. Os resultados mostraram uma boa correlação entre as frequências fundamentais obtidas por meio dos procedimentos experimental e analítico. Foi demonstrado também que há uma diferença mais significativa na resposta dinâmica da viga sem preenchimento de concreto em comparação às outras. As variações de configuração das demais vigas gera pouca influência sobre a resposta dinâmica das mesmas.

Palavras Chave: Viga Mista, Perfil Tubular de Aço Preenchido com Concreto, Resposta Dinâmica, Frequência Natural, Amortecimento.

ABSTRACT

Experimental and analytical results about dynamics response of beams with different configurations and rectangular sections are presented and compared in this study. Six different configurations of composite beams were studied: steel tubular beam without concrete; concrete-filled steel tubular beam with and without internal surface preparation; concrete-filled steel tubular beam, without internal surface preparation and steel reinforcement in one and two layers; concrete-filled steel tubular beam, without internal surface preparation, with steel reinforcement drawn in two layers and with collaborating slab superimposed. The experimental test used was "impact test", the data were processed in Matlab and shown using Frequency Response Function (FRF) curves. The Mode Indicator Function (MIF) method was also used in order to bring together FRF values obtained in different measurements for determination of natural frequencies. From the FRFs curves it was possible to obtain the damping factor of the first natural frequency of each beam, by the method of "half-power bandwidth". The results showed a good correlation between the fundamental frequencies obtained through the experimental and analytical procedures. It has also been demonstrated that there is a more significant difference in the steel tubular beam without concrete dynamic response compared with the others. The variations in the other beams configuration do not generate a significant influence on their dynamic response.

Key Words: Composite Beam, Concrete-Filled Steel Tubular Beam, Dynamic Response, Natural Frequency, Damping.

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	ii
ABSTRACT	iii
LISTA DE FIGURAS	vi
LISTA DE TABELAS	ix
LISTA DE SÍMBOLOS	xi
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	xiii
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Introdução	1
1.2 Objetivos do Estudo	3
1.3 Justificativa do Estudo	3
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	4
2.1 Vigas Mistas.....	4
2.1.1 Definição de Vigas Mistas	4
2.1.2 Breve Histórico de Vigas Mistas.....	6
2.1.3 Breve Histórico da Norma Brasileira para Estruturas em Aço.....	7
2.1.4 Vigas Mistas Formadas por um Perfil de Aço Preenchido com Concreto	8
2.1.5 Modelagem Numérica Usando Método dos Elementos Finitos para Vigas Mistas	10
2.1 Vibrações Mecânicas.....	11
2.2.1 Conceitos Básicos de Vibração – Sistema Massa-Mola.....	11
2.2.2 Propagação de Ondas em Vigas	14
2.2.3 Vibração em vigas mistas.....	19
2.2.4 Ondas de flexão em vigas tubulares de parede fina e sem preenchimento.....	20
2.2.5 Fenômeno da Ressonância	22
2.2.6 Medição de Vibrações	23
2.2 Vibração de Piso e o Conforto Humano.....	25
2.3 Fator de Amortecimento.....	26
3 MATERIAIS E MÉTODOS	29
3.1 Introdução	29
3.2 Materiais.....	29
3.3 Metodologia de Ensaio.....	34
3.3.1 Valores Reais.....	37

3.4	FIM (Funções Indicadoras de Modos)	37
3.5	Definição dos Modos de Vibração	39
3.6	Modelo Analítico.....	41
3.7	Determinação experimental do fator de amortecimento modal	45
4	DISCUSSÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS	47
4.1	Introdução	47
4.2	Resultados Experimentais	48
4.2.1	Definição dos modos de vibração a partir da parte imaginária das FRFs	48
4.2.2	Curvas Comparativas de V1 e V2	49
4.2.3	Estudo Comparativo Entre Vigas com Diferentes Configurações	68
4.3	Resultados Analíticos.....	73
4.4	Comparando os Resultados Experimentais e Analíticos	75
4.5	Resultados dos cálculos do Fator de Amortecimento Modal	79
5	CONCLUSÃO	86
6	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	89
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	90
	Apêndice A: Cálculo dos Valores Reais	95
	Apêndice B: Curvas Real e Imaginária.....	97

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Seções transversais de vigas mistas	5
Figura 2.2 -Modelo massa-mola em posição vertical.....	11
Figura 2.3 - Sistema massa-mola amortecido.....	13
Figura 2.4 - Deformação padrão de diferentes tipos de onda.....	15
Figura 2.5 – Tensões em uma placa defletida transversalmente e tensão tangencial em uma casa cilíndrica circular.....	21
Figura 2.6 – Seção transversal de modelos de modo de deformação radial de uma casca cilíndrica circular.....	22
Figura 2.7 - Pico de aceleração recomendado para o conforto humano para vibrações devido a atividades humanas.	26
Figura 2.8 – Exemplo de uma curva de função de resposta de frequência para obtenção de meia potência.....	28
Figura 3.1 - Dimensões nominais dos perfis tubulares retangulares	32
Figura 3.2 - Configuração dos aparatos usados para teste dinâmico em viga mista: martelo excita a viga em P3 e a aceleração é medida por acelerômetro em P6.	36
Figura 3.3 - Fotografia da configuração usada no LAEES para teste dinâmico; a) momento em que a viga mista é excitada pelo martelo instrumentado; b) placa de aquisição NI9233 e computador executando software Matlab.	37
Figura 3.4 – Primeiro modo de vibração de uma chapa.	39
Figura 3.5 – Segundo modo de vibração de uma chapa.	40
Figura 3.6 – Exemplo da relação das frequências ressonantes observadas em FRF com seu respectivo modo de vibração (1º, 2º, 3º e 4º modos, respectivamente).....	40
Figura 3.7 – Seção transversal da viga S5	42
Figura 3.8 – Seção transversal equivalente da viga S5.....	43
Figura 3.9 – Exemplo de um zoom no pico de uma frequência natural para a determinação do fator de amortecimento por meio do método da largura de banda de meia potência.....	45
Figura 4.1 – Curvas comparativas das vigas idênticas P250 S0V1Y22 e P250 S0V2Y22 (a) de coerência; (b) de fase.....	51
Figura 4.2 – Curvas FRF expressas em mobilidade da viga P250 S0V1 tendo acelerômetro e excitação no ponto 4 (preto) e no ponto 2 (vermelho).	52
Figura 4.3 – Curvas FRF expressas em mobilidade da viga S0V2, utilizando FIM para acelerômetro no ponto 7 (preto) e no ponto 6 (vermelho) da viga.....	52

Figura 4.4 – Curvas comparativas das vigas idênticas P250 S1V1Y45 e P250 S1V2Y45 (a) de coerência; (b) de fase.....	54
Figura 4.5 - Curvas FRF expressas em mobilidade da viga S1V1, utilizando FIM para acelerômetro no ponto 6 (preto) , no ponto 5 (vermelho) e no ponto 4 (azul) da viga.	55
Figura 4.6 - Curva FRF expressa em mobilidade da viga S1V2, utilizando FIM para acelerômetro no ponto 6 (preto) da viga.	55
Figura 4.7 – Curvas comparativas das vigas similares P250 S2V1 e P250 S2V2 (a) de coerência (b) de fase.....	57
Figura 4.8 - Curva FRF expressa em mobilidade da viga S2V1, utilizando FIM para acelerômetro no ponto 6 (preto), no ponto 5 (vermelho) e no ponto 4 (azul) da viga.	58
Figura 4.9 - Curva FRF expressa em mobilidade da viga S2V2, utilizando FIM para acelerômetro no ponto 6 (preto), no ponto 5 (vermelho) e no ponto 3 (azul) da viga.	58
Figura 4.10 – Curvas comparativas das vigas similares P250 S3V1Y12 e P250 S3V2Y12 (a) de coerência (b) de fase.....	60
Figura 4.11 - Curva FRF expressa em mobilidade da viga S3V1, utilizando FIM para acelerômetro no ponto 4 (preto), no ponto 1 (vermelho) e no ponto 2 (azul) da viga.	61
Figura 4.12 - Curva FRF expressa em mobilidade da viga S3V2, utilizando FIM para acelerômetro no ponto 1 (azul) da viga.....	61
Figura 4.13 – Curvas comparativas das vigas similares P250 S4V1Y43 e P250 S4V2Y43 (a) de coerência; (b) de fase.....	63
Figura 4.14 - Curva FRF expressa em mobilidade da viga S4V1, utilizando FIM para acelerômetro no ponto 7 (preto), no ponto 6 (vermelho) e no ponto 5 (azul) da viga.	64
Figura 4.15 - Curva FRF expressa em mobilidade da viga S4V2, utilizando FIM para acelerômetro no ponto 7 (preto), no ponto 5 (vermelho) e no ponto 4 (azul) da viga.	64
Figura 4.16 – Curvas da viga P250 S5Y75 (a) de coerência; (b) de fase.....	66
Figura 4.17 - Curva FRF expressa em mobilidade da viga S5, utilizando FIM para acelerômetro no ponto 7 da viga.	67
Figura 4.18 – Curvas FRF até 700 Hz das vigas S0, S1, S2, S3, S4 e S5 obtidas de experimentos, cujos acelerômetros foram alocados no ponto 4 (meio) da viga.	72
Figura 4.19 – Curvas FRF até 250 Hz das vigas S0, S1, S2, S3, S4 e S5 obtidas de experimentos, cujos acelerômetros foram alocados no ponto 4 (meio) da viga.	73
Figura 4.20 - Zoom na primeira frequência natural, obtida a partir de FIMs do ponto 4 da viga S0 (sem preenchimento de concreto) e suas respectivas frequências inferior e superior, localizadas abaixo aproximadamente 3dB do pico ressonante.	80
Figura 4.21 - Zoom na primeira frequência natural, obtida a partir de FIMs do ponto 4 da viga S1 (com preparo de superfície interna) e suas respectivas frequências inferior e superior.	81

Figura 4.22 - Zoom na primeira frequência natural, obtida a partir de FIMs do ponto 4 da viga S2 (sem preparo de superfície interna) e suas respectivas frequências inferior e superior.	82
Figura 4.23 - Zoom na primeira frequência natural, obtida a partir de FIMs do ponto 4 da viga S3 (com armadura tracionada em uma camada) e suas respectivas frequências inferior e superior.	83
Figura 4.24 - Zoom na primeira frequência natural, obtida a partir de FIMs do ponto 5 da viga S4 (com armadura tracionada em duas camadas) e suas respectivas frequências inferior e superior.	83
Figura 4.25 - Zoom na primeira frequência natural, obtida a partir de FIMs, da viga S5 (com laje colaborante) e suas respectivas frequências inferior e superior.	84
Figura A.1 - Regressão polinomial de 3a ordem dos valores individuais de f_c	95
Figura A.2: Regressão linear dos valores individuais de e e com os valores individuais de raiz quadrada de f_c	96
Figura B.1 – Parte real (a) e parte imaginária (b) da FRF obtida do experimento Y75 da viga S0V2.	98
Figura B.2 – Parte real (a) e parte imaginária (b) da FRF obtida do experimento Y63 da viga S1V1.	99
Figura B.3 – Parte real (a) e parte imaginária (b) da FRF obtida do experimento Y42 da viga S2V1.	100
Figura B.4 – Parte real (a) e parte imaginária (b) da FRF obtida do experimento Y13 da viga S3V1.	101
Figura B.5 – Parte real (a) e parte imaginária (b) da FRF obtida do experimento Y67 da viga S4V1.	102
Figura B.6 – Parte real (a) e parte imaginária (b) da FRF obtida do experimento Y75 da viga S5V1.	103

LISTA DE TABELAS

Tabela 3. 1 - Especificação das diferentes vigas mistas	30
Tabela 3. 2 - Dimensões nominais dos perfis tubulares retangulares.....	32
Tabela 3. 3 - Valores nominais das propriedades mecânicas do aço estrutural.....	32
Tabela 3. 4 - Valores nominais das propriedades mecânicas do concreto estrutural	33
Tabela 4. 1 – Comparação em porcentagem das diferenças de frequências naturais para as vigas S0V1 e S0V2	53
Tabela 4. 2 – Comparação em porcentagem das diferenças de frequências naturais para as vigas S1V1 e S1V2	56
Tabela 4. 3 – Comparação em porcentagem das diferenças de frequências naturais para as vigas S2V1Y46 e S2V2Y46.....	59
Tabela 4. 4 – Comparação em porcentagem das diferenças de frequências naturais para as vigas S3V1 e S2V2	62
Tabela 4. 5 – Comparação em porcentagem das diferenças de frequências naturais para as vigas S4V1Y42 e S4V2Y42.....	65
Tabela 4. 6 – Tabela comparativa entre as quatro primeiras frequências naturais das vigas S0 e S2.....	68
Tabela 4. 7 – Tabela comparativa entre as quatro primeiras frequências naturais das vigas S1 e S2.....	69
Tabela 4. 8 – Tabela comparativa entre as quatro primeiras frequências naturais das vigas S2 e S3.....	70
Tabela 4. 9 – Tabela comparativa entre as quatro primeiras frequências naturais das vigas S3 e S4.....	70
Tabela 4. 10 – Tabela comparativa entre as quatro primeiras frequências naturais das vigas S4 e S5.....	71
Tabela 4. 11 - Tabela comparativa entre as quatro primeiras frequências naturais das vigas S0, S1, S2, S3, S4 e S5.....	71
Tabela 4. 12 – Parâmetros para cálculo das quatro primeiras frequências naturais das vigas S0, S1, S2, S3, S4 e S5.....	73
Tabela 4. 13 – Resultados analíticos obtidos para as quatro primeiras frequências naturais das vigas S0, S1, S2, S3, S4 e S5.	75
Tabela 4. 14 – Comparação dos resultados experimental e analítico da viga S0 (sem preenchimento de concreto)	76

Tabela 4. 15 – Comparação dos resultados experimental, numérico e analítico da viga S1 (com preenchimento de concreto e com preparo de superfície interna)	76
Tabela 4. 16 – Comparação dos resultados experimental, numérico e analítico da viga S2 (com preenchimento de concreto e sem preparo de superfície interna).....	77
Tabela 4. 17 – Comparação dos resultados experimental, numérico e analítico da viga S3 (com preenchimento de concreto, sem preparo da superfície interna e com armadura passiva tracionada em uma camada)	77
Tabela 4. 18– Comparação dos resultados experimental, numérico e analítico da viga S4 (com preenchimento de concreto, sem preparo da superfície interna, com armadura passiva tracionada em duas camadas).....	78
Tabela 4. 19 – Comparação dos resultados experimental, numérico e analítico da viga S5 (com preenchimento de concreto, sem preparo da superfície interna, com armadura passiva tracionada em duas camadas e laje maciça de concreto colaborante)	79
Tabela 4. 20 – Valores calculados para o fator de amortecimento das vigas S0, S1, S2, S3, S4 e S5, a partir do método da largura de banda de meia potência.	85
Tabela A. 1 - Coeficientes da equação de terceiro grau da função de resistência à compressão	95
Tabela A. 2 - Coeficientes da equação linear da função de módulo de elasticidade.....	96
Tabela A. 3 - Módulo de elasticidade do concreto – Dados reais.	97

LISTA DE SÍMBOLOS

- A – Área de um componente da viga mista
 A' - Área equivalente
 b - base
 c – Coeficiente de amortecimento
 c_b – Velocidade de propagação da onda
 c_c – Constante de amortecimento crítico
 Δf – Largura de banda
 e - Espessura do perfil metálico
 E - Constante elástica
 E_a – Módulo de elasticidade do aço estrutural
 E_{ci} – Módulo de elasticidade inicial do concreto estrutural
 E_{cs} – Módulo de elasticidade secante do concreto estrutural
 $F(\omega)$ – Espectro de entrada (excitação do sistema)
 f_{ck} - Resistência característica à compressão do concreto estrutural
 f_{ctm} – Resistência à tração média do concreto estrutural
 f_n – Frequência natural (Hz)
 f_u – Resistência à ruptura
 f_y – Resistência ao escoamento
 G - Módulo de Cisalhamento
 $H(\omega)$ – Sistema descritor
 h – Altura
 H_1 - Função de resposta em frequência
 η – Deslocamento transversal
 $\eta_i^+(x, t)$ – Deslocamento da onda incidente
 I – Momento de inércia
 J - Constante de torção
 k - Rigidez ou constante elástica da mola
 k_b – Número de onda de flexão
 L – Comprimento da viga
 m – Massa de um corpo em vibração
 m_e – Massa efetiva
 n – Ordem de modo circunferencial
 n_c – Fator de transformação do concreto em aço
 n_s – Fator de transformação do aço CA 50 em aço VMB 300
 ν_a – Coeficiente de Poisson do aço estrutural
 ν_c – Coeficiente de Poisson do concreto estrutural
 \emptyset – Diâmetro
 Q_x - Somatório das distâncias do centroide de cada parte composta até a linha neutra, multiplicado por suas respectivas áreas

r_e – Raio externo do perfil metálico

r_i – Raio interno do perfil metálico

$S(x)$ - Força de cisalhamento elástico vertical atuando na seção transversal

S_{xx} – Função autoespectral

S_{xy} – Função de densidade espectral cruzada

t - Tempo de oscilação

θ - Deslocamento torcional

u – Deslocamento axial

v – Deslocamento tangencial

w – Deslocamento radial

ω_n - Frequência natural (rad/s)

x - Função que descreve o deslocamento do corpo em vibração

\dot{x} - Função que descreve a aceleração do corpo em vibração

x_0 - Deslocamento inicial da oscilação

\dot{x}_0 - Velocidade inicial da oscilação

$X(\omega)$ – Espectro de saída (resposta à excitação)

\bar{y} - Localização ou coordenada y do centroide ou linha neutra da viga

\bar{y}_i - Distância algébrica ou coordenada x do centroide de cada parte composta até a linha neutra da viga

ζ – Razão de amortecimento

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas

DIN - Deutsches Institut für Normung (Instituto Alemão para Normatização)

EUROCODE - Comitê Europeu de Normatização

FEM - Fábrica de Estruturas Metálicas da Companhia Siderúrgica Nacional

FIM – Função Indicadora de Modos

FRF – Função de Resposta em Frequência

ISO - International Standards Organization (Organização Nacional para Padronização)

LAEES - Laboratório de Análise Experimental de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais

NBR - Norma Brasileira

TAPC - Tubo de Aço Preenchido com Concreto

UFMG - Universidade Federal de Minas Gerais

1

INTRODUÇÃO

1.1 Introdução

É comum notar em algumas edificações a ocorrência de ruídos indesejáveis gerados na estrutura, os quais podem ser motivados por diversos fatores, algumas vezes até mesmo o caminhar de um indivíduo.

A massa, a rigidez e o amortecimento são parâmetros fundamentais no projeto de um determinado pavimento sujeito a cargas dinâmicas. Por volta da década de 70, começaram a surgir problemas com vibrações induzidas por caminhadas em pavimentos suportados por vigas de aço, os quais satisfaziam os critérios de rigidez tradicionais. Esses problemas motivaram estudos, desde então, acerca do tipo de carregamento (estático, dinâmico ou ambos) que um sistema estrutural pudesse estar sujeito, assim como do potencial para ocorrência do fenômeno da ressonância do seu movimento vibratório.

Entre outros problemas de vibração devido a diversos tipos de excitação, estudos analíticos têm sido estimulados para solucionar problemas de ressonância ligados a atividades ritmadas, como danças aeróbicas. Esses procedimentos permitem uma análise e um projeto que leve em conta o conforto dos indivíduos ocupantes de um ambiente destinado a atividades específicas. O cálculo das primeiras frequências naturais e a amplitude máxima de aceleração, velocidade ou deslocamento para uma excitação de referência são necessários para aplicação dos procedimentos analíticos. As frequências naturais de pavimentos estruturados com vigas de aço sobrepostas por laje de concreto podem estar próximas ou podem coincidir com as frequências de atividades humanas, o que justifica a ressonância estar associada com a maioria dos problemas que ocorrem em construções que usam estruturas de aço (MURRAY; ALLEN; UNGAR, 2003).

Rao (2009) define ressonância como um fenômeno que ocorre sempre que uma das frequências naturais de vibração de uma estrutura coincidir com a frequência de excitação externa, gerando deflexões excessivas.

Os problemas provocados pela vibração em estruturas podem ser enquadrados em dois tipos principais: aqueles que afetam a integridade da estrutura em questão e os que estão relacionados com o conforto do usuário.

No primeiro caso, o cerne da questão é o limite de resistência e sua relação com a estabilidade estrutural, submetida a ações externas, que podem culminar em danos estruturais e até no colapso da estrutura.

O segundo tipo de problema está relacionado com o limite de resposta da estrutura às vibrações e suas consequências para as recomendações de uso. Contrastando com a primeira situação, a questão aqui é o funcionamento em serviço e não a integridade estrutural. Os problemas considerados estão relacionados principalmente com o fenômeno da ressonância por efeito de cargas móveis (ZÚÑIGA, 2011).

A ideia de se obter componentes estruturais mistos surgiu do intuito de aproveitar as propriedades de cada elemento, resultando num componente otimizado para a função a que se destina. Esses componentes mistos são caracterizados pela associação de dois ou mais materiais de diferentes características, as quais se completam (MACHADO, 2012).

Denomina-se sistema misto aço-concreto aquele que contém um perfil de aço laminado, formado a frio ou soldado, trabalhando junto com o concreto (geralmente armado) para formar um pilar misto, uma viga mista, uma laje mista ou uma ligação mista.

Vigas mistas são normalmente formadas por um perfil de aço, o qual suporta uma laje de concreto apoiada na mesa superior, sendo os dois componentes ligados por conectores de cisalhamento (QUEIROZ *et al.* 2001).

Vigas de aço de perfil retangular têm sido empregadas na construção civil principalmente por motivos estéticos. O preenchimento dessas vigas com concreto, tornando-as vigas mistas e colocando sobre as mesmas uma laje de concreto ligada por conectores, confere a esse sistema uma série de vantagens estruturais e construtivas (FLOR *et al.* 2015). A viga mista aço-concreto nos moldes descritos será objeto de estudo deste trabalho, bem como seu comportamento dinâmico quando submetida a uma excitação.

1.2 Objetivos do Estudo

O objetivo principal desta pesquisa é analisar a resposta dinâmica de vigas mistas para diferentes configurações de fabricação (com e sem desmoldante, com e sem armadura inferior e superior, com e sem laje colaborante). Esta investigação será baseada em ensaios experimentais utilizando testes dinâmicos de impacto.

Os objetivos específicos são:

- realização de testes experimentais (teste de impacto) para obtenção das funções de resposta em frequência (FRFs) (mobilidade) das diferentes vigas mistas;
- extração do amortecimento e frequência natural obtidos das FRFs de cada viga;
- elaboração de um modelo analítico para obtenção das frequências naturais das vigas mistas estudadas;
- comparação dos resultados obtidos (analítico e experimental) em termos das frequências naturais.

1.3 Justificativa do Estudo

Este estudo possibilita o conhecimento do comportamento dinâmico das vigas mistas com diferentes configurações, podendo proporcionar ao engenheiro projetista a ampliação das soluções alternativas para o projeto e dimensionamento das mesmas sob ação de carga dinâmica.

2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Vigas Mistas

2.1.1 Definição de Vigas Mistas

A norma brasileira ABNT NBR 8800:2008 denomina de vigas mistas, aquelas formadas pela associação de componentes de aço e de concreto, armado ou não, trabalhando em conjunto, cujo componente de aço pode ter um perfil I, perfil caixão, perfil tubular retangular ou treliça. Os perfis de aço devem ser laminados ou soldados, ou de sessão tubular com ou sem costura, cujos perfis podem ter forma circular ou retangular (CHAVES, 2009).

A norma europeia define vigas mistas como um sistema, submetido principalmente à flexão, composto de concreto e de aço estrutural ou formado a frio, interligados por conexão de cisalhamento de modo a limitar o deslizamento longitudinal entre concreto e aço, bem como a separação de um componente do outro. A Fig. (2.1) apresenta algumas das seções transversais mais usuais de vigas mistas (EUROCODE 4, 2004).

Apesar de existirem diversas possibilidades de configuração de vigas mistas, o modelo mais comum é aquele formado por um perfil metálico apoiando uma laje de concreto na mesa superior, sendo esses dois componentes ligados por conectores mecânicos. A laje de concreto pode ser utilizada com duas funções: laje estrutural e parte do vigamento. Em estruturas como edifícios e pontes, a laje pode desempenhar suas duas funções eficientemente, o que pode significar um bom ganho econômico (PFEIL e PFEIL, 2000; QUEIROZ *et al.*, 2001).

A principal vantagem da utilização de estruturas mistas se apresenta na otimização da resistência a tensões de cada componente. Enquanto o componente de concreto resiste bem às tensões de compressão, o componente de aço atua nas tensões de tração, ou seja, o sistema atinge máxima eficiência, se a linha neutra estiver localizada de forma que apenas o concreto

resista às tensões de compressão na flexão e o aço resista às tensões de tração (CHAVES, 2009; PFEIL e PFEIL, 2000; QUEIROZ *et al.*, 2001).

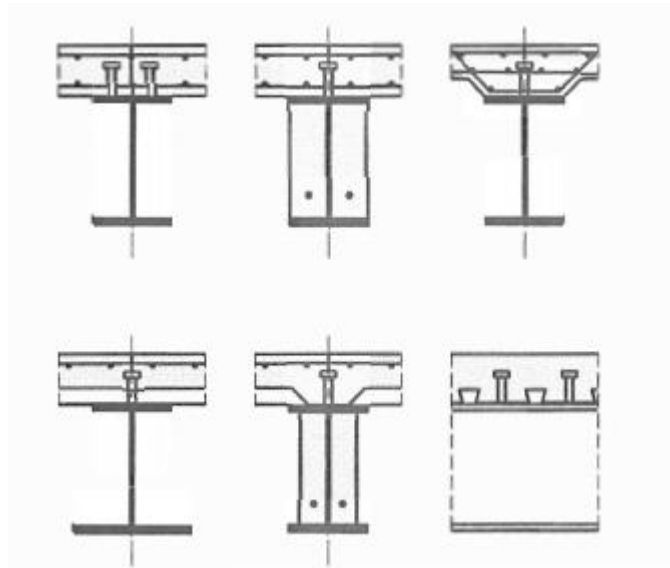


Figura 2.1 - Seções transversais de vigas mistas,
Fonte: EUROCODE 4: 2004

A princípio, as vigas mistas eram constituídas por um perfil de aço envolvido pelo concreto e os dois materiais interagiam segundo a força natural de adesão que se criaria dessa formação. Gradativamente, a laje colaborante sobreposta ao perfil de aço foi substituindo essa concepção primária de viga mista e a presença de uma conexão mecânica entre os dois componentes foi se tornando necessária. Por volta de 1940, todos os estudos relacionados a vigas mistas, contemplavam a presença de conectores mecânicos, ou conectores de cisalhamento (VIEST, 1960).

Para que a ação conjunta do perfil de aço e do concreto armado seja desempenhada com sucesso em uma viga mista, é necessário o uso de conectores de cisalhamento, conforme disposto na norma NBR 8800, para que forças longitudinais de cisalhamento sejam desenvolvidas na interface aço-concreto. Os tipos mais usuais de conectores previstos na norma mencionada são os pinos com cabeça e os perfis U laminados ou deformados a frio (Fig. 2.2) (QUEIROZ *et al.*, 2012).

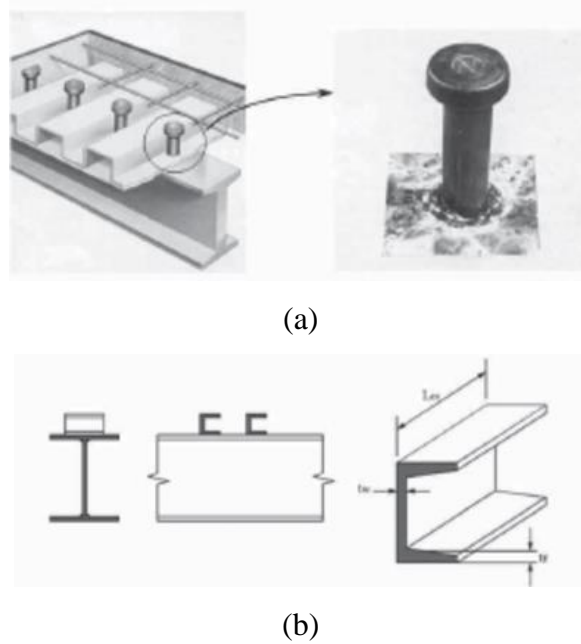


Figura 2. 2: (a) Conector tipo pino com cabeça; (b) Conector tipo U
 Fonte: QUEIROZ *et al*, 2012, p. 15

2.1.2 Breve Histórico de Vigas Mistas

Por volta de 1914, a empresa Redpath Brow and Company, na Inglaterra, realizou ensaios acerca de sistemas compostos para pisos, o que foi o primeiro estudo registrado de vigas mistas. Em 1922, no Canadá, novos ensaios foram realizados pela Dominion Bridge Company (MALITE, 1993).

O que se entende por um sistema misto aço-concreto e métodos de dimensionamento já estavam definidos em 1930, mas construções de edifícios e pontes em que foram utilizadas vigas compostas datam de 1922 (MALITE, 1993).

Os engenheiros Paulo Fragoso e José de Moura Villas Boas foram os responsáveis pelos primeiros projetos utilizando sistemas mistos em edifícios no Brasil, nas décadas de 50 e 60, e as estruturas foram, em sua maioria, fabricadas pela FEM (Fábrica de Estruturas Metálicas da Companhia Siderúrgica Nacional) (MALITE, 1993).

Durante a década de 70 e início da década de 80, a utilização de sistemas mistos não progrediu muito no Brasil; os projetos utilizavam apenas normas estrangeiras, já que não havia norma brasileira atualizada para esse tipo de sistema. Estruturas de pontes e edifícios ficaram restritas ao concreto armado e protendido, ainda que não fosse a melhor opção econômica (MALITE, 1993).

A segunda Guerra Mundial foi um marco no estudo e no mercado de vigas mistas. Anteriormente, vigas metálicas com lajes de concreto eram utilizadas sem considerar no cálculo a participação da laje no trabalho da viga. Após a Segunda Guerra, a falta de aço obrigou os engenheiros europeus a utilizar laje de concreto como componente do vigamento, o que incentivou pesquisas acerca do comportamento de vigas mistas para esforços estáticos e repetidos (PFEIL e PFEIL, 2000).

Atualmente, vigas mistas aço-concreto constituem o sistema mais utilizado e mais eficiente para suportar cargas em pisos de edifícios, o que se deve muito à facilidade da construção e à expressiva diminuição de peso dos perfis de aço. Pode-se atingir reduções de peso de 20 a 40% em sistemas bem dimensionados (QUEIROZ, *et al.*, 2001).

O sistema com fôrma de aço incorporada ou laje mista ganhou popularidade a partir dos anos 60 na América do Norte e dos anos 70 na Europa. Anteriormente, as vigas mistas eram produzidas com lajes planas moldadas “in loco” utilizando formas removíveis (QUEIROZ, *et al.*, 2001).

2.1.3 Breve Histórico da Norma Brasileira para Estruturas em Aço

A NB-14 de 1958, revisada em 1968 e baseada na norma alemã DIN 4114 (1952), foi a primeira norma brasileira a tratar do projeto e execução de estruturas de aço formadas por perfis laminados e soldados à temperatura ambiente. A norma utilizava o método de cálculo das tensões admissíveis e, sem novas revisões, foi ficando ultrapassada, o que, a partir da década de 70, obrigou que se utilizassem normas estrangeiras.

Finalmente, em 1986 foi editada a norma ABNT NBR 8800 – “Projeto e execução de estruturas de aço de edifícios”, a qual substituiu o método das tensões admissíveis de base determinística e em desuso em vários países, pelo método dos estados-limites, moderno e de base probabilística. É nessa norma também que aparece pela primeira vez em uma edição brasileira, prescrições para projetos de vigas mistas aço-concreto.

A necessidade de se ter uma norma brasileira para projetos de estruturas de aço em situação de incêndio levou à criação da norma ABNT NBR 14323:1999 – “Dimensionamento de estruturas de aço de edifícios em situação de incêndio – Procedimento”, a qual incluía ainda elementos estruturais mistos aço-concreto, tais como vigas mistas, pilares mistos e lajes mistas. Para

pilares e lajes mistas, a norma prescrevia ainda instruções para o projeto à temperatura ambiente (FAKURY, 2007; ABNT, 1999).

A norma ABNT NBR 14323:1999 foi cancelada e substituída pela ABNT NBR 14323:2013 – “Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios em situação de incêndio”, que foi baseada no método dos estados-limites (ABNT, 2013).

A história das estruturas mistas aço-concreto no Brasil foi marcada de forma bastante importante pela norma ABNT NBR 8800:2008 – “Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios”. Essa norma abrange elementos estruturais com perfis abertos e tubulares e os procedimentos apresentados, além de serem compatíveis com outras normas brasileiras, se assemelham aos de normas internacionais de referência.

A norma ABNT NBR 8800:2008 possui um amplo alcance de aplicações, entretanto sua característica genérica limita sua precisão quando se trata de aspectos específicos dos elementos estruturais tubulares. Podem ser citados os casos das vigas mistas, dos pilares mistos e das bases de pilares, em que devem ser tratados com devida atenção os efeitos causados pela interação aço-concreto. Em virtude desses fatores limitadores, foi elaborada uma norma específica para auxílio a projetos de estruturas de aço e estruturas mistas de aço-concreto com perfis tubulares, tendo a norma NBR 8800:2008 como referência. A nova norma, denominada ABNT NBR 14323:2013, foi aprovada e publicada em 2013 (FAKURY, 2012).

2.1.4 Vigas Mistas Formadas por um Perfil de Aço Preenchido com Concreto

Os perfis de aço utilizados em estruturas podem corresponder a três tipos: perfis laminados ou extrudados, perfis soldados, perfis formados a frio ou perfis leves (MALITE, 1993)

Segundo Flor et al. (2015), vigas com perfis retangulares de aço têm sido bastante empregadas na construção civil, principalmente, por motivos estéticos se comparadas àquelas de perfil de seção aberta. Quando esse perfil metálico é preenchido com concreto, tornando-se uma viga mista, somam-se aos benefícios estéticos, vantagens estruturais e construtivas.

A obtenção de uma viga mista por meio do preenchimento do perfil tubular de aço com concreto pode conferir ao sistema uma série de vantagens tais como adiamento da falha do perfil de aço por flambagem local em seções esbeltas e aumento da resistência, rigidez e ductilidade da viga mista devido ao confinamento do núcleo de concreto pelo tubo de aço. Com um núcleo de concreto devidamente armado, a viga terá vantagem ainda na capacidade resistente em situação

de incêndio. As vantagens construtivas do sistema misto destacam-se pelo fato de dispensar o emprego de formas para modelagem do concreto, já que o próprio perfil de aço desempenha esse papel, o que significa ganho de custo de material, mão-de-obra e tempo (FLOR *et al.*, 2015).

As vigas mistas de perfil retangular aço concreto podem receber ainda uma laje de concreto para cobertura ou piso ligada à viga por conectores de cisalhamento, o que conferirá ao sistema ainda mais capacidade resistente (FLOR *et al.*, 2015).

Flor *et al.* (2015) destaca que as pesquisas realizadas sobre vigas mistas de aço preenchidas com concreto e perfil tubular são escassas e limitadas. Diferentemente do trabalho da autora e deste presente, os trabalhos já realizados não contemplam modelos de vigas com tamanho superior a 2 metros, não continham armadura no interior do núcleo de concreto nem laje sobreposta e o preenchimento dos tubos com concreto foi feito na posição vertical.

Lu e Kennedy (1994) estudaram séries de quatro testes de flexão em perfis de aço estrutural vazio retangular e quadrado formados a frio e doze em perfis preenchidos com concreto para avaliar o comportamento dessas seções compostas. As amostras de teste foram utilizadas para avaliar os efeitos das diferentes proporções de profundidade e largura, ou seja, das proporções de aço e concreto em compressão e de diferentes valores de extensão de cisalhamento em relação à profundidade. Os testes mostraram que a resistência à flexão dos perfis com concreto é aumentada de 10-30% em relação aos perfis de aço sem preenchimento de concreto.

Zhan *et. al* (2016) investiga a resposta da resistência à flexão de tubos de aço preenchidos com concreto (TAPC) protendido. Quando um membro TAPC é submetido a um carregamento axial, o concreto de preenchimento confinado fica exposto a um estado tri-axial de compressão, o que melhora sua resistência, rigidez e ductilidade. Um bom desempenho não é igualmente obtido quando se trata de flexão, especialmente quando é utilizado um membro TAPC com seção de grandes dimensões como em pontes. O experimento foi feito com oito vigas TAPC de concreto protendido com seção 300 x 450 mm sob flexão. Foram consideradas ainda duas diferentes resistências de concreto (C50 e C60) e dois graus de protensão (0,26 e 0,40). Os resultados experimentais e analíticos demonstraram que o concreto protendido pode melhorar significativamente o desempenho da viga TAPC sob flexão em termos de resistência, rigidez e ductilidade.

Wang *et al.* (2016) estudaram o comportamento de pilares de perfil de aço preenchidos com concreto submetidos a compressão excêntrica. A ação combinada de compressão excêntrica e torção será produzida nos pilares de pontes de vigas curvadas e no arco principal de uma “ponte em arco”, quando submetidos à gravidade e à carga horizontal de um terremoto. Oito amostras de colunas de tubos de aço preenchidos com concreto foram ensaiadas, submetidas à torção estática pura, torção cíclica pura e carga cíclica de compressão-torção excêntrica. Entre as conclusões dos autores, destaca-se que a degradação da rigidez de amostras com seção quadrada sujeita a carga cíclica de compressão-torção excêntrica foi mais evidente. A compressão excêntrica resultou na diminuição da capacidade de dissipação de energia do pilar de tubo de aço de seção quadrada preenchido com concreto.

2.1.5 Modelagem Numérica Usando Método dos Elementos Finitos para Vigas Mistas

Não há na literatura muitos trabalhos acerca de modelagem numérica de vigas mistas para análise dinâmica. Ali Ahmed (2014) faz uma modelagem usando Elementos Finitos no software Abaqus Explicit (2004) de vigas de aço reforçadas com concreto submetidas à vibração por impacto, cujos resultados foram comparados com os resultados experimentais de Kish (2004).

Ali Ahmed destaca a importância de se fazer um estudo investigativo relacionado ao impacto de carga, já que esse não foi um tema recorrente em estudos anteriores os quais trataram de diversas causas de falhas em estruturas.

No trabalho de Ali Ahmed (2014) trinta análises são executadas para diferentes parâmetros, tais como, amortecimento, recuperação da rigidez em compressão e tensão, relações de dano de parâmetros deformação/deslocamento e coeficiente de fricção para escolher o modelo de elementos finitos mais real. A comparação desses modelos com os resultados experimentais de Kishi (2004) revelou que o modelo mais próximo da realidade é aquele que leva em consideração todos os parâmetros mencionados. O autor destaca ainda que este modelo de análise com Elementos Finitos poderia ser usado para realizar a análise dinâmica de não apenas elementos individuais, mas também de estruturas mais complexas de armaduras reforçadas com concreto (pontes longas, edifícios de um ou muitos andares e outros) usando Abaqus.

Kirchhof *et.al.* (2005) comparou a análise numérica com resultados experimentais de vigas mistas de aço-concreto em temperatura ambiente e em situação de incêndio. Utilizou-se para modelagem numérica, o programa ABAQUS versão 6.3-1. Neste trabalho, ficou demonstrado que os modelos de elementos finitos do tipo casca se aproximam mais dos resultados

experimentais do que modelos elaborados com elementos finitos do tipo sólido. Essa superioridade se deve principalmente ao fato de o modelo de casca apresentar formulações de funções aproximadoras polinomiais de graus maiores do que o elemento sólido. O desempenho mais eficiente do primeiro fica mais evidente em situações em que predominam esforços de flexão.

Wang *et al.* (2014) apresenta uma modelagem de elementos finitos para analisar o desempenho sob flexão de tubos de aço preenchidos com concreto (TAPC) retangulares com seções compactas e não compactas. Foram utilizados resultados de setenta testes experimentais da literatura para verificar o modelo de Elementos Finitos. Resultados satisfatórios sobre a capacidade de flexão foram obtidos quando comparados os resultados experimentais e de Elementos Finitos. O modelo de Elementos Finitos pode ser utilizado então para analisar padrões de falha residual do núcleo de concreto, a deformação residual típica para o tubo de aço e a distribuição de tensões de deformações ao longo da seção composta em todo o processo de carregamento. A investigação revelou ainda que o aço e o concreto da viga composta interagem de forma a redistribuir a tensão em ambos, o que resulta numa melhor ductilidade e capacidade de flexão da viga TAPC retangular.

2.1 Vibrações Mecânicas

2.2.1 Conceitos Básicos de Vibração – Sistema Massa-Mola

A Fig. (2.3) exemplifica um sistema oscilatório simples tipo massa-mola sujeito ao movimento de translação sem amortecimento. A figura representa também um sistema de um grau de liberdade, já que é necessária apenas uma coordenada (x) para definir, em qualquer instante do tempo, a posição da massa “ m ” (Rao, 2009).

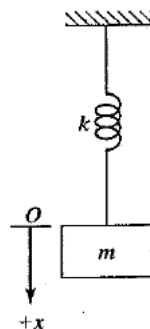


Figura 2. 3 -Modelo massa-mola em posição vertical
Fonte: Rao, 2009, p.53.

A Eq.(2.1) de um movimento oscilatório livre (ou seja, sem atuação de força externa) não-amortecido pode ser escrita como (Rao, 2009):

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad (2.1)$$

em que “ m ” é a massa do corpo em vibração (kg), “ k ” é a rigidez ou constante elástica da mola (N/m), “ x ” e “ \ddot{x} ” são funções que descrevem o deslocamento (m) e a aceleração do movimento (m/s^2), respectivamente.

Alternativamente, a Eq. (2.1) pode ser reescrita:

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \quad (2.2)$$

ou:

$$\ddot{x} + \omega_n^2 x = 0 \quad (2.3)$$

Onde “ ω_n ” é a frequência natural do sistema (rad/s):

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.4)$$

A solução da equação diferencial ordinária de segundo grau (Eq. (2.5)) é dada por Rao (2009):

$$x(t) = x_0 \cos \omega_n t + \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \sin \omega_n t \quad (2.5)$$

em que “ t ” é o tempo de oscilação, “ x_0 ” é o deslocamento inicial e “ \dot{x}_0 ” é a velocidade inicial da oscilação (m/s).

Já a Fig. (2.4) abaixo, exemplifica um sistema livre, amortecido, cuja equação de movimento é dada por Rao (2009) na Eq.(2.6).

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (2.6)$$

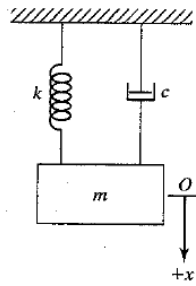


Figura 2. 4 - Sistema massa-mola amortecido

Fonte: Rao, 2009, p. 66.

onde “ c ” é o coeficiente de amortecimento (N.s/m).

A Eq. (2.6) pode ser resolvida considerando-se três casos possíveis: sistema subamortecido, criticamente amortecido e superamortecido. Alternativamente, o amortecimento de um sistema pode ser expresso em função da razão de amortecimento “ ζ ” como:

$$\zeta = \frac{c}{c_c} \quad (2.7)$$

$$C_c = 2\sqrt{mk} \quad (2.8)$$

onde “ c_c ” é a constante de amortecimento crítico, que é o valor do amortecimento a partir do qual o movimento deixa de ser oscilatório.

Em geral, o movimento oscilatório de um sistema discreto massa-mola pode se comportar de três formas distintas (RAO, 2009):

- Caso 1. Sistema subamortecido ($\zeta < 1$ ou $c < C_c$ ou $c/2m < \sqrt{k/m}$). A resposta dinâmica é igual a:

$$x(t) = e^{-\zeta\omega_n t} \left\{ x_0 \cos\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n t + \frac{\dot{x}_0 + \zeta\omega_n x_0}{\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n} \text{sen}\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n t \right\} \quad (2.9)$$

Para o estudo de vibrações mecânicas, o caso subamortecido é de grande importância, porque é o único que resulta em um movimento oscilatório.

- Caso 2. Sistema criticamente amortecido ($\zeta = 1$ ou $c = c_c$ ou $c/2m = \sqrt{k/m}$). A resposta dinâmica é igual a:

$$x(t) = [x_0 + (\dot{x}_0 + \omega_n x_0)t]e^{-\omega_n t} \quad (2.10)$$

O movimento representado pela Eq. (2.10) é “aperiódico”, uma vez que “ $e^{-\omega_n t}$ ” tende a zero, quando “ t ” tende a infinito. Sendo assim, o sistema criticamente amortecido gera um movimento que irá diminuir até ser nulo.

- Caso 3. Sistema superamortecido ($\zeta > 1$ ou $c > c_c$ ou $c/2m > \sqrt{k/m}$). A resposta dinâmica é igual a:

$$x(t) = \left(\frac{x_0 \omega_n (\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}) + \dot{x}_0}{2\omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}} \right) e^{(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n t} + \left(\frac{-x_0 \omega_n (\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}) - \dot{x}_0}{2\omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}} \right) e^{(-\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n t} \quad (2.11)$$

A Eq. (2.11) evidencia que o movimento de um sistema superamortecido é aperiódico e diminui exponencialmente com o tempo independentemente das condições iniciais impostas ao sistema.

2.2.2 Propagação de Ondas em Vigas

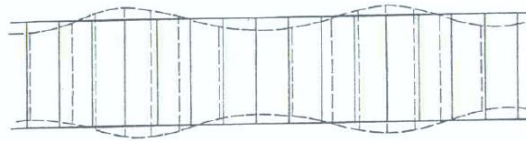
A Fig. (2.5) representa as formas cinemáticas de propagação de ondas (semi-longitudinais, transversais e de flexão) em vigas (FAHY, 1998).

Uma onda longitudinal pura pode existir somente em um volume sólido que se estenda em todas as direções por distâncias que sejam longas se comparadas com um comprimento de onda longitudinal. Formas alternativas de onda longitudinal são aquelas em que as ondas podem se propagar ao longo de uma barra sólida ou no plano de uma superfície plana (placa). Essas estruturas, contudo, possuem uma ou mais extremidades livres, o que favorece a presença de tensão longitudinal, que por sua vez, provocará deformações laterais associadas através do fenômeno de contração de Poisson. Portanto, movimento de onda longitudinal puro não pode ocorrer e então o termo semilongitudinal é usado (FAHY, 1998).

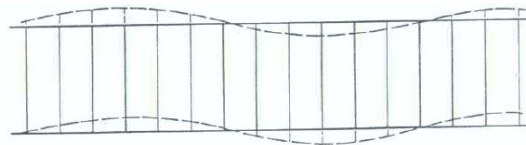
Ondas transversais, também conhecidas como ondas cisalhantes, possuem velocidade de propagação inferior às ondas semi-longitudinais. A razão velocidade da onda transversal/velocidade da onda semi-longitudinal é igual a 0,6 para a maioria dos materiais estruturais (FAHY, 1998).

As ondas transversais podem propagar em grandes volumes de sólidos e no plano de placas planas estendidas e diferentemente das ondas semilongitudinais, as superfícies livres têm pouca influência, uma vez que as tensões diretas no plano são negligenciáveis. Em uma placa plana ou em um sólido de grande volume, portanto, as ondas transversais terão velocidades muito semelhantes (FAHY, 1998).

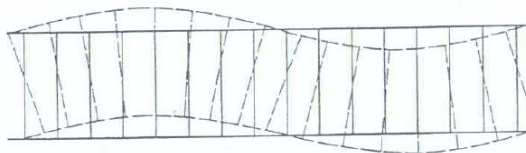
Ondas de flexão são caracterizadas por distorções consideráveis na direção transversal à sua direção de propagação. Caso exista um fluido adjacente, essas ondas podem perturbá-lo efetivamente. Portanto, dos vários tipos de onda que podem se propagar em barras, vigas e placas, as ondas de flexão são as de maior significância no processo de interação fluido-estrutura em frequências audíveis. Isto ocorre porque a impedância transversal de estruturas que transportam ondas de flexão pode ter magnitude semelhante à de ondas sonoras no fluido adjacente, o que propicia a troca de energia entre os dois meios (FAHY, 1998).



(a) Onda Semi-longitudinal



(b) Onda Transversal



(c) Onda de Flexão

Figura 2. 5 - Deformação padrão de diferentes tipos de onda

Fonte: Fahy, 1998, p. 11.

A equação de movimento transversal de um elemento de barra pode ser derivada e está representada a seguir (FAHY, 1998):

$$\frac{\partial S(x)}{\partial x} = \frac{-m\partial^2\eta}{\partial t^2} \quad (2.12)$$

onde

$$S(x) = EI \frac{\partial^3\eta}{\partial x^3} \quad (2.13)$$

em que “ $S(x)$ ” é a força de cisalhamento elástico vertical atuando na seção transversal, “ η ” é o deslocamento transversal, “ m ” é a massa por unidade de comprimento da barra (kg/m), “ E ” é a constante elástica do material e “ I ” é o segundo momento de área da seção transversal da viga em torno do eixo transversal ao eixo neutro.

Onda de torção em uma barra sólida é um tipo de onda transversal. A equação de movimento de uma onda de torção é dada por:

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} = \left(\frac{I_p}{GJ}\right) \frac{\partial^2\theta}{\partial t^2} \quad (2.14)$$

em que θ é o deslocamento de torção e I_p é o momento polar de inércia.

A Eq. (2.15) abaixo representa a propagação de ondas de flexão em barras:

$$EI \frac{\partial^4\eta}{\partial x^4} = \frac{-m\partial^2\eta}{\partial t^2} \quad (2.15)$$

A Eq. (2.15) é a equação de onda de flexão na barra, a qual é válida quando provado que a influencia do cisalhamento no deslocamento transversal é negligenciável.

A onda de flexão é um híbrido entre ondas longitudinais e transversais. Isso explica o fato de a equação de onda na barra ser de quarta ordem e não de segunda ordem. A velocidade da fase de ondas livres de flexão não pode então ser deduzida por verificação. Substituindo a expressão exponencial complexa por uma onda progressiva harmônica simples (Eq. (2.16)) e

$$\eta(x, y) = \tilde{\eta} \exp[j(\omega t - kx)] \quad (2.16)$$

que fornece

$$EI k^4 = \omega^2 m \quad (2.17)$$

então $k = \pm j \sqrt[4]{\frac{\omega^2 m}{EI}}$ e $\pm \sqrt[4]{\frac{\omega^2 m}{EI}}$. A solução completa é portanto

$$\eta(x, t) = [\tilde{A} \exp(-jk_b x) + \tilde{B} \exp(jk_b x) + \tilde{C} \exp(-k_b x) + \tilde{D} \exp(k_b x)] \exp(j\omega t) \quad (2.18)$$

em que $k_b = \sqrt[4]{\frac{\omega^2 m}{EI}}$, é o número de onda de flexão. Os primeiros dois termos da Eq. (2.18) representam a onda propagando no sentido positivo e negativo da direção “ x ” com velocidade de propagação igual a $c_b = \frac{\omega}{k_b} = \omega^{\frac{1}{2}} (EI/m)^{\frac{1}{4}}$. Os dois segundos termos não podem, rigorosamente, ser chamados de “onda”, uma vez que representam os campos de não propagação, as amplitudes decrescem exponencialmente com a distância, suas velocidades de fase são imaginárias e não transportam energia.

Embora os fenômenos de onda conhecidos como refração, difração, reflexão e dispersão, possam ocorrer em estruturas sólidas, a que tem maior importância prática é a reflexão. Essa importância se deve à sua grande influência sobre um sistema finito. Uma viga infinita pode vibrar livremente em qualquer frequência; uma viga finita pode vibrar livremente somente em sua frequência natural ou frequência característica. Os fenômenos de propagação de onda e reflexão são fundamentais para “distinguir” o limite de uma viga, já que os elementos de viga que não estão nos limites (bordas) satisfazem a mesma equação de movimento em ambos os casos.

Reflexão de onda nas extremidades implica em um fenômeno primordial no estudo de vibrações que é a ressonância. Enquanto as frequências naturais são um fenômeno relacionado à vibração livre, a ressonância é um fenômeno associado dependente da vibração forçada, gerada por alguma excitação. O entendimento da ressonância é de fundamental importância não só teórica, mas também prática, uma vez que se caracteriza por ser uma resposta de grande amplitude à excitação e pode conduzir à falha da estrutura, mau funcionamento do sistema e outras consequências indesejáveis.

Fahy (1998) afirma que uma onda refletida deve ser gerada, em combinação com a onda incidente, de forma a ser compatível e estar em equilíbrio com a onda transmitida para além da interface e explica: uma onda propagando livremente em um sistema com dois meios de propagação de propriedades dinâmicas distintas, encontra uma interface entre os dois meios. Essa interface assumiria a forma de uma fronteira. As relações entre forças e deslocamentos na segunda região são diferentes daquelas em regiões uniformes, e, portanto, a onda não poderia progredir inalterada. Compatibilidade de deslocamentos e equilíbrio de forças devem ser satisfeitos na interface. Deve-se levar em consideração ainda que se a onda for inteiramente transmitida pela interface, as forças associadas com os deslocamentos seriam diferentes em cada lado da mesma.

Quanto a amplitude e a fase de uma onda refletida relativa àquela de uma onda incidente, elas dependem apenas das propriedades dinâmicas das regiões anterior e posterior à interface. Para simplificar, Fahy (1998) considera o caso de uma onda de flexão em uma viga estendida infinitamente, que é simplesmente apoiada em um ponto. O deslocamento da onda incidente é

$$\eta_i^+(x, t) = \tilde{A} \exp[j(\omega t - k_b x)] \quad (2.19)$$

Da Eq. (2.18), a forma geral para os componentes do campo de propagação e de não propagação de ondas de flexão refletidas e curso negativo é

$$\eta_r^-(x, t) = [\tilde{B}_1 \exp(jk_b x) + \tilde{B}_2 \exp(k_b x)] \exp(j\omega t) \quad (2.20)$$

e para ondas de flexão transmitidas de curso positivo (a forma geral) é

$$\eta_r^+(x, t) = [\tilde{C}_1 \exp(-jk_b x) + \tilde{C}_2 \exp(-k_b x)] \exp(j\omega t) \quad (2.21)$$

Aplicando-se as condições de compatibilidade e equilíbrio para $x=0$, encontra-se quatro incógnitas complexas (B_1, B_2, C_1 e C_2) relacionadas a \tilde{A} .

$$\begin{aligned} B_1 &= -(\tilde{A}/2)(1 + j); \\ B_2 &= -(\tilde{A}/2)(1 - j); \\ C_1 &= -(\tilde{A}/2)(1 + j); \\ C_2 &= -(\tilde{A}/2)(1 + j). \end{aligned} \quad (2.22)$$

O campo de deslocamento no lado incidente do suporte é

$$\eta_r(x, t) = \tilde{A} \left[\exp(-jk_b x) - \frac{1}{2}(1 + j) \exp(jk_b x) - \frac{1}{2}(1 - j) \exp(-k_b x) \right] \exp(j\omega t) \quad (2.23)$$

O primeiro e segundo termos da Eq. (2.23) juntos representam um campo de interferência. O termo entre colchetes representa o componente de não propagação do campo refletido, que diminui com a distância desde o suporte. A fase desse termo é independente da distância e, com uma distância não dimensional “ $k_b x$ ” suficientemente grande desde o suporte, tem uma contribuição negligenciável para o deslocamento vibracional, por isso ele é nominado “componente de campo vizinho”. Para ser rigoroso, não se pode nomeá-lo de um componente de onda, porque não possui uma velocidade de fase real ou um número de onda real. O segundo termo sim representa uma onda refletida, e sua influência estende até $x = -\infty$.

Se a viga considerada for apoiada em um suporte simples, os coeficientes seguintes teriam sido determinados:

$$\begin{aligned} \tilde{B}_1 &= -\tilde{A} \\ \tilde{B}_2 &= 0 \end{aligned} \quad (2.24)$$

Neste caso, o deslocamento da viga é

$$\begin{aligned} \eta_r(x, t) &= \tilde{A} [\exp(-jk_b x) - \exp(jk_b x)] \exp(j\omega t) \\ &= 2j\tilde{A} \operatorname{sen} k_b x \exp(j\omega t) \end{aligned} \quad (2.25)$$

e toda energia de onda incidente é refletida (FAHY, 1998).

2.2.3 Vibração em vigas mistas

A literatura apresenta estudos acerca da vibração de vigas mistas aço-concreto com perfil “I” e alguns serão apresentados adiante. A análise dinâmica de vigas tubulares mistas aço-concreto, acredita-se ser uma novidade.

Biscotin *et al.* (1999) expõem uma investigação analítica e experimental sobre o comportamento de vigas mistas aço-concreto (perfil metálico “I”) sob pequenas vibrações. Os elementos que ligam a viga de aço e a laje de concreto armado são descritos por uma função de densidade de energia de deformação definida ao longo do eixo da viga. Um modelo analítico é

empregado para interpretar os testes dinâmicos realizados, no qual é feita uma ligação entre movimentos longitudinais e transversais, devido à conexão. Os resultados experimentais e analíticos apresentam boa coerência.

Para descrever o comportamento dinâmico de vigas mistas, há três modelos formulados, sendo dois baseados na teoria de viga de Euler e um, na teoria de viga de Timoshenko. Berczynski e Wróblewski (2005) apresentam uma comparação entre resultados experimentais e resultados obtidos por meio dos três modelos. Segundo os autores, o modelo de Timoshenko descreve melhor o comportamento dinâmico dessas vigas, além de apresentar a melhor conformidade com os resultados experimentais, tanto para modos mais baixos, quanto para modos mais altos de vibração da viga. Como frequências de modos mais altos de vibrações de flexão são muito sensíveis a danos, esse modelo se revela ainda bastante eficiente para detectar danos nessas vigas.

Dilena e Morassi (2009) apresentam um estudo acerca da utilização de vibração como ferramenta de diagnóstico para detectar danos em vigas mistas aço-concreto com perfil metálico “T”. Os autores destacam a dificuldade do método, uma vez que os parâmetros dinâmicos apresentam sensibilidade aos danos. Tal característica se apresenta como uma importante fonte de indeterminação. Em vigas compostas aço-concreto, a aplicação de técnicas dinâmicas ganha um fator de complicação, que não há um domínio sobre o comportamento mecânico da conexão. O trabalho em questão usa um modelo de Euler-Bernoulli de viga composta para descrever com precisão a resposta dinâmica de vigas compostas com danos severos e intermediários.

2.2.4 Ondas de flexão em vigas tubulares de parede fina e sem preenchimento

Fahy (2007) destaca o comportamento singular de ondas de flexão em vigas cilíndricas com perfil de pequena espessura e circular.

Em diversas aplicações práticas de cilindros compridos com perfil de grande espessura, ou seja, quando a relação diâmetro do cilindro/espessura da casca é pequena, a distorção da seção transversal é insignificante e pode ser desconsiderada, sendo relevante somente ondas de flexão, como em tubos de instalações industriais para vibrações de baixa frequência (Fahy, 2007).

Contudo, a propagação de onda que causa distorção da seção transversal é significativa e tem importância prática se a razão entre o diâmetro do cilindro e a espessura da casca é grande,

como por exemplo, em fuselagens de avião. A distorção causada será periódica ao longo do perímetro da circunferência se a espessura do perfil for uniforme (Fahy, 2007).

A Eq. (2.26) representa os deslocamentos axial (u), tangencial (v) e radial (w) da parede variando com a posição z e o ângulo azimutal (θ).

$$u, v, w = [U(z), V(z), W(z)] \cos(n\theta + \phi) \quad 0 \leq n \leq \infty \quad (2.26)$$

O inteiro “ n ” é conhecido como ordem de modo circunferencial. Dado um “ n ”, três formas de ondas, com características diferentes de relação entre “ U ”, “ V ” e “ W ” dependendo da frequência, podem propagar ao longo do vácuo de uma casca cilíndrica (Fahy, 2007).

Um deslocamento radial positivo ou negativo da parede de um cilindro gera tensões de tração ou compressão nas membranas tangencial e axial, uma vez que o perímetro será proporcional ao raio da circunferência. Este comportamento não é o mesmo, por exemplo, em placas planas, em que suas membranas sempre sofrerão tensão de tração como resultado das deflexões de flexão (Fig. 2.6). Diferentemente de placas planas, em corpos cilíndricos é, portanto, necessário considerar os três deslocamentos do perfil cilíndrico: radial, axial e tangencial (Fahy, 2007).

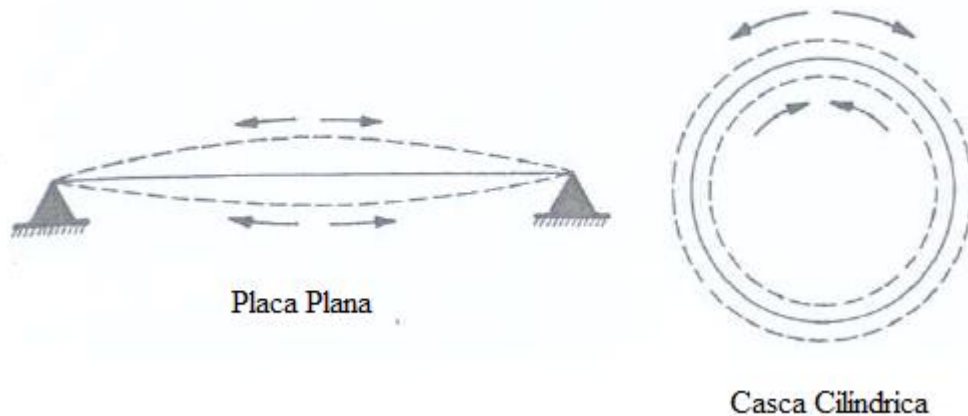


Figura 2. 6 – Tensões em uma placa defletida transversalmente e tensão tangencial em uma casa cilíndrica circular.

Fonte: Fahy, 2007, p. 31.

Para perfis cilíndricos, os quais não contêm ou não estão imersos em fluidos densos como água ou sódio líquido, é somente necessário considerar as ondas de vibração em que o deslocamento radial é predominante, ou seja, ondas de flexão. Perfis cilíndricos apresentam um comportamento em que um modo de propagação tendo uma dada ordem de modo circunferencial “ n ” não pode propagar livremente antes da sua “frequência de corte”.

Frequência de corte (“cut-off”) é a frequência natural na qual o padrão modal é um conjunto de linhas nodais “ $2n$ ”, posicionadas ao longo de geradores igualmente espaçados, de uma casca uniforme e comprimento infinito. A Fig. (2.7) ilustra a frequência de corte (Fahy, 2007).

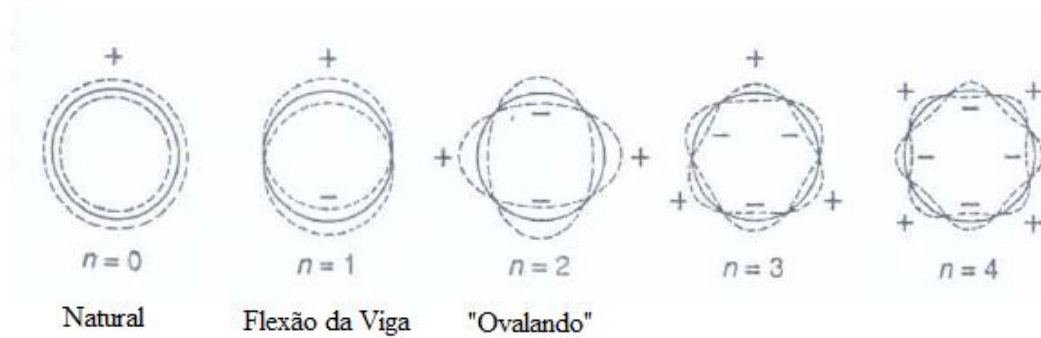


Figura 2. 7 – Seção transversal de modelos de modo de deformação radial de uma casca cilíndrica circular.

Fonte: Fahy, 2007, p. 31.

2.2.5 Fenômeno da Ressonância

Segundo Fahy (1998), ressonância é a coincidência de frequência de excitação e frequência natural, levando à intensificação da resposta.

Em um sistema linear elástico que é sujeito a uma perturbação instável, contínua no tempo, a vibração consequente será constituída de todas e somente aquelas frequências presentes na perturbação, o que não necessariamente, inclui as frequências naturais. Entretanto, as frequências naturais são definidas como propriedade do sistema e isso se deve à sua relação com a ressonância (FAHY, 1998).

O fenômeno de ressonância é usualmente associado com a excitação em uma ou mais frequências singulares. Isso porque a frequência natural ocorre sempre que uma “entrada” (excitação) contínua possui um componente de frequência que corresponda a uma frequência natural do sistema. A resposta de um sistema excitado à ressonância será ilimitada, se uma parte da energia das ondas continuamente geradas e refletidas múltiplas vezes não for dissipada. A resposta ressonante deve ser, então, controlada por amortecimento. O amortecimento pode ter a forma de material amortecedor, interface amortecedora, ou radiação de energia dentro das estruturas ou fluidos associados (FAHY, 1998).

Um sistema ressonante tem uma largura de banda associada que é a medida da distância entre frequências anterior e posterior ao pico de frequência natural, dentro da qual a excitação produzirá uma resposta significativa (FAHY, 1998).

Em termos da onda estacionária complementar, ou modal, da perspectiva de vibração ressonante, a largura de banda do modo é comumente definida como “largura de banda de meia potência”. Uma vez que a separação da frequência entre as frequências de ressonância adjacentes é significativamente maior que uma largura de banda é possível aplicar a técnica de “largura de banda de meia potência” para a estimativa da largura de banda modal. A “largura de banda de meia potência” consiste na medida da forma de uma curva resposta de frequência modal em torno da frequência de ressonância, em cujos limites a resposta modal (RMS) é $1/\sqrt{2}$ vezes o pico da resposta ressonante (FAHY, 1998).

Outros detalhes acerca da “largura de banda de meia potência” serão apresentados na seção 2.4 (fator de amortecimento).

2.2.6 Medição de Vibrações

O uso de computadores é muito comum na análise de problemas relacionados à vibração. Quando uma determinada força é aplicada em uma estrutura, os sinais correspondentes à excitação e à resposta são amostrados em intervalos regulares utilizando um conversor analógico-digital e esses sinais são então representados em um computador por meio de vetores de valores discretos. Esses valores podem ser processados de forma a produzir funções de resposta em frequência, frequências de ressonância, fatores de amortecimento, modos de vibração e até mesmo, predição de vida útil de uma estrutura. A função de transferência entre a força aplicada em um ponto da estrutura e a resposta (deslocamento, velocidade ou aceleração) em outro ponto é um parâmetro comum a ser medido.

Transdutores são usados para transformar uma determinada quantidade de vibração (aceleração, força, deformação) em um sinal elétrico. Os principais transdutores disponíveis são os acelerômetros e os transdutores de força (atuadores e martelos instrumentados).

Os acelerômetros são transdutores sísmicos, ou seja, podem ser modelados como sistemas discretos tipo massa-mola-amortecedor.

Os transdutores de força mais comuns são os atuadores e martelos instrumentados. O fator de sensibilidade de um transdutor de força é dado em mV/lbf.

Os martelos instrumentados são utilizados normalmente para aplicar uma força impulsiva como fonte de excitação numa estrutura em um curto intervalo de tempo. Para esse tipo de teste experimental, a resposta do sistema é medida quando o mesmo é excitado pelo impacto do

martelo. O resultado obtido deve ser um único pulso, no domínio do tempo, sem picos adicionais e o valor máximo deve ser capturado pelo sistema de aquisição. A utilização do martelo para aplicação de força impulsiva na estrutura tem como vantagem a simplicidade e conseqüentemente, a rapidez dos testes, já que não há necessidade de montagem de equipamentos de excitação junto à estrutura.

Para análise de vibração de estruturas, são mais comuns os ensaios relacionados à medição da força aplicada e resposta da estrutura (ex: testes para medição da função de resposta em frequência, frequências de ressonância, amortecimento, características modais). É necessário conhecer as características dos transdutores, como faixa útil de frequência e faixa dinâmica, e também conhecer o ambiente onde serão utilizados, uma vez que são sensíveis a efeitos de umidade, temperatura, vibrações transversais, ruído, substâncias corrosivas, etc.

Para se medir a força e a resposta de um sistema vibratório, pode-se utilizar atuadores ou um martelo instrumentado para aplicar forças controladas, transdutores para medir as respostas e um computador com software de análise. A rigidez da cabeça do martelo instrumentado tem o efeito de limitar a faixa de frequência do impulso aplicado. Um amplificador de carga, integrado a um circuito analógico, amplifica o sinal do acelerômetro de forma a produzir um sinal elétrico proporcional à velocidade no ponto de medição (MAGALHÃES, 2013).

A medição de uma série de Funções Resposta de Frequência (FRF) é base de uma classe específica de análises experimentais modais.

A FRF descreve as propriedades dinâmicas de um sistema independente do tipo de sinal usado para a medição e pode ser igualmente aplicada para excitação harmônica, transiente e aleatória.

É considerado como um modelo muito eficiente de sistema linear aquele no domínio da frequência, onde o espectro da saída $X(\omega)$ (resposta do sistema à determinada excitação) pode ser expresso como o espectro da entrada $F(\omega)$ (excitação do sistema) ponderado por um sistema descritor $H(\omega)$.

Logo, a excitação e resposta do sistema podem ser correlacionados através da equação:

$$X(\omega) = H(\omega) \cdot F(\omega) \quad (2.27)$$

onde $F(\omega)$ é a amplitude complexa do espectro.

A FRF é o sistema descritor $[H(\omega)]$ e pode ser definido como (HE, J. e FU, Z. F., 2001 e NEWLAND, 1993):

$$H(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)} \quad (2.28)$$

2.2 Vibração de Piso e o Conforto Humano

Murray *et al.* (2003) escreve um guia de construção de pisos considerando a vibração e o conforto humano. A Fig. (2.8) exhibe faixas de vibração que são toleradas pelo ser humano, tendo a aceleração da gravidade como referência. Segundo Murray *et al.* (2003), a sensação de vibração e a reação do indivíduo que é submetido a ela dependem de onde esse indivíduo está e o que ele está fazendo. A duração da vibração e o afastamento da fonte também determinam a sensibilidade em cada local. Indivíduos em uma residência ou escritório se incomodam com vibrações minimamente perceptíveis (aceleração de pico de 0,5% da aceleração da gravidade, “g”), enquanto que pessoas durante a prática de uma atividade física aceitarão vibrações aproximadamente 10 vezes maiores (5% de “g” ou mais). Indivíduos jantando ao lado de uma pista de dança, levantando peso ao lado de uma academia aeróbica, ou passeando em um shopping, irão suportar um valor intermediário de vibração (cerca de 1,5% de g). Os limites informados são para frequências entre 4 e 8Hz, fora dessa faixa, as pessoas aceitam acelerações mais elevadas, como pode ser visto na Fig. (2.8).

Allen e Murray (1993) propuseram um critério para excitação de caminhada, métodos para estimar as propriedades de pisos requeridas e procedimentos de projeto. Segundo Murray *et al.* (2003), o critério proposto em 1993, embora mais complexo do que outros propostos anteriormente, tem ampla aplicabilidade e resulta em um sistema de piso mais econômico. O critério se baseia na resposta dinâmica da viga de aço ou sistemas de piso suportados por viga (joist) para forças causadas por caminhada e pode ser usado para avaliar sistemas de suporte de escritórios, shoppings, passarelas e similares (ALLEN e MURRAY, 1993).

Para a construção do critério, foram usados os limites recomendados pela “International Standarts Organization” na ISO 2631-2, 1989 e ajustados para projeto. A Fig. (2.8) também foi baseada nesses limites: a “ISO Standart” sugere limites em termos de aceleração rms como um múltiplo da curva da linha de base mostrada na Fig. (2.8). Em termos de pico de aceleração, os

múltiplos para o critério proposto são 10 para escritórios, 30 para shoppings e passarelas fechadas, e 100 para passarelas abertas (MURRAY *et al.*, 2003).

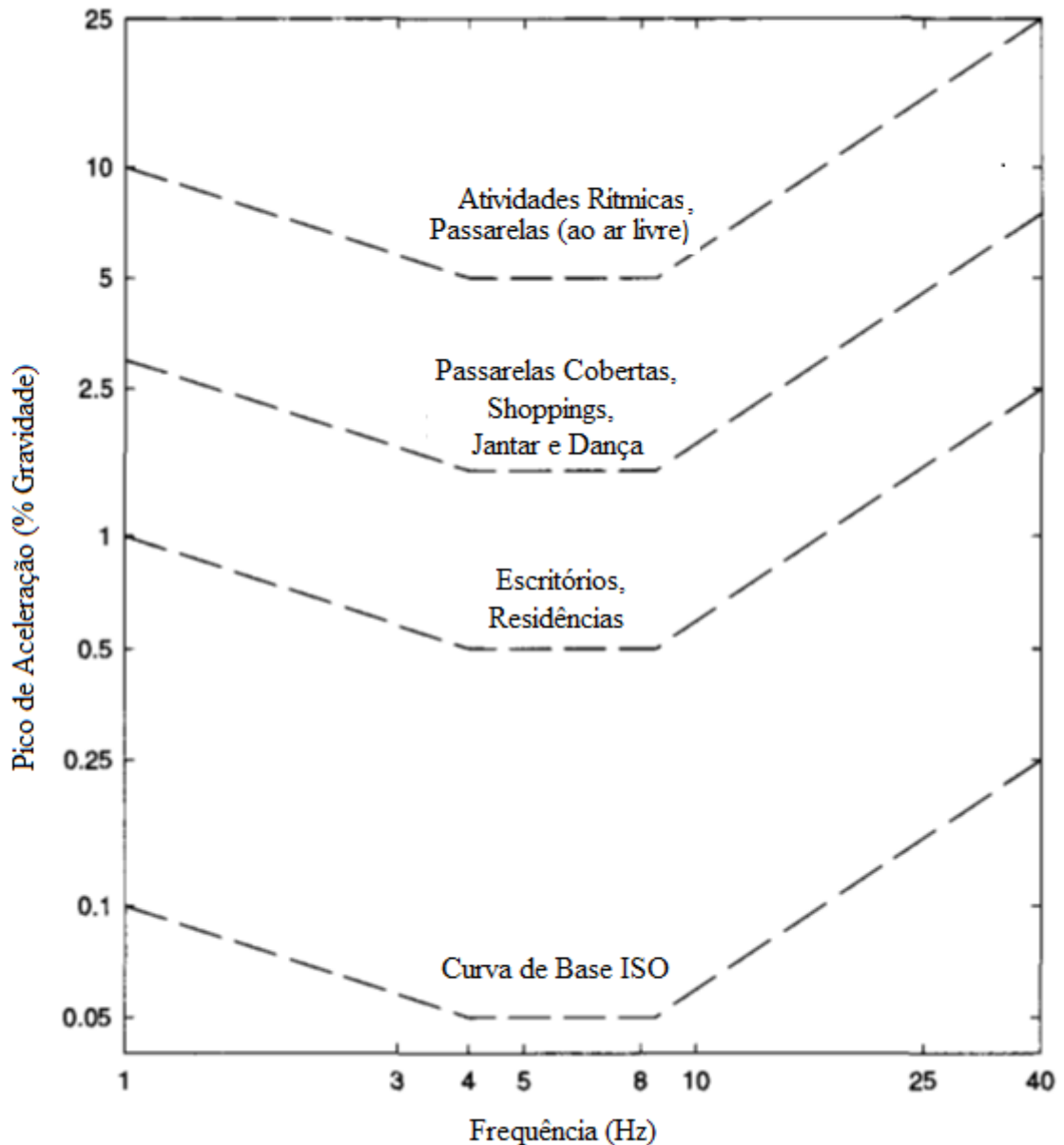


Figura 2. 8 - Pico de Aceleração recomendado para o conforto humano para vibrações devido a atividades humanas.

Fonte: Murray *et al.*, 2003.

2.3 Fator de Amortecimento

Rao (2009, p. 17-18) define a vibração como “o mecanismo pelo qual a energia de vibração é gradativamente convertida em som ou calor”, o que conseqüentemente, implica na diminuição progressiva da amplitude de vibração do sistema. Essa dissipação de energia pode ser causada por um ou pela associação de mais de um tipo de amortecimento: amortecimento viscoso,

amortecimento de Coulomb ou por atrito seco, amortecimento material ou sólido ou por histerese.

Amortecimento viscoso está associado à vibração que acontece em um meio fluido (gás, ar, água, óleo), e a dissipação de energia se dá pelo o atrito do sistema em movimento com esse fluido. Fatores como o tamanho e o formato do sistema em vibração, a velocidade e frequência de vibração e a viscosidade do fluido determinarão a quantidade de energia dissipada.

O amortecimento de Coulomb ou por atrito seco caracteriza-se pela perda de energia quando há atrito entre superfícies secas em contato.

Finalmente, o amortecimento material ou sólido por histerese está ligado à deformação do material, a qual ocorre por absorção e dissipação de energia. O amortecimento aqui ocorre graças ao atrito de planos microestruturais do material, que deslizam quando este material é deformado (WALSHAW, 1984; RAO, 2009).

Para analisar o amortecimento de vibrações, vários métodos são propostos, dentre eles Decremento Logarítmico (“Random Decrement”) e Largura de Banda (ou largura de banda de meia potência) (FRANCESCHINI e GOMES, 2010)

Neste trabalho, o método utilizado foi “Largura de Banda de Meia Potência”, portanto, adiante serão apresentados os detalhes desse método.

No método da largura de banda, a resposta de frequência que determinará a medida do amortecimento, portanto uma medição precisa da amplitude “ $|H(i\omega_j)|$ ” da vibração na região de frequências ressonantes é necessária. A largura de banda “ $\Delta\omega$ ” (diferença entre frequência superior “ ω_j^2 ” e inferior “ ω_j^1 ”) de uma determinada frequência ressonante é definida onde a amplitude é $1/\sqrt{2}$ vezes o valor do pico, ou seja, onde a amplitude do pico diminui aproximadamente 3dB. A Fig (2.9) é um gráfico típico da Função Resposta em Frequência, o qual é necessário para obter o fator de amortecimento a partir do método de largura de banda de meia potência.

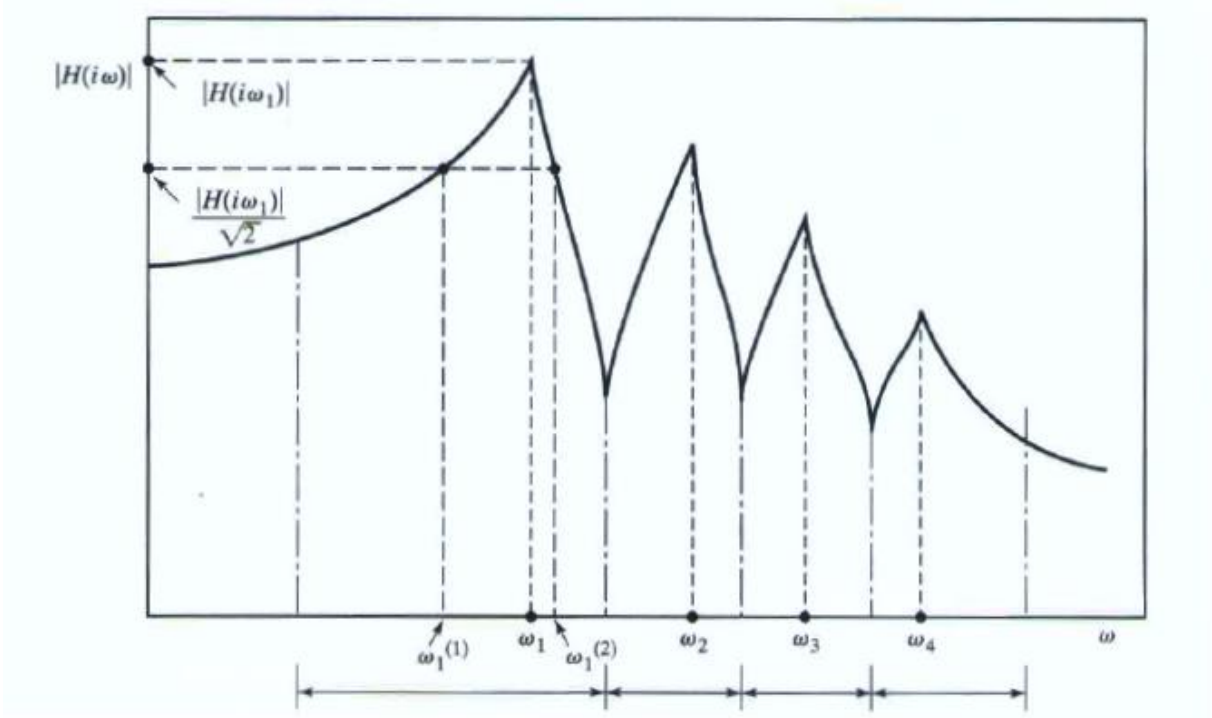


Figura 2. 9 – Exemplo de uma curva de função resposta em frequência para obtenção de meia potência.

Fonte: Rao, 2009, p.361

O fator de amortecimento “ ζ_j ” é dado conforme a Eq. (2.29) (Rao, 2009).

$$\zeta_j = \frac{\omega_j^{(2)} - \omega_j^{(1)}}{2\omega_j} \quad (2.29)$$

3

MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 Introdução

Neste capítulo será exposto todo o processo de pesquisa, desde o ensaio até os métodos analíticos adotados. Assim sendo, o tópico 3.2 apresentará todos os materiais utilizados, detalhando propriedades e medidas quando pertinente.

O tópico 3.3 trata da metodologia do ensaio experimental. São esclarecidos, portanto, os detalhes para a realização dos testes de impacto, a configuração adotada, bem como a referência utilizada para identificar os pontos onde foi alocado o acelerômetro e onde foi aplicado o impacto com martelo instrumentado.




Na seção 3.4 é descrita a Função Indicadora de Modos (FIM) e como ela foi aplicada para reunir os resultados obtidos nos testes de impacto realizados e finalmente para plotar curvas de Função de Resposta em Frequência.


O tópico 3.5 é dedicado a exposição do modelo analítico utilizado e o tópico 3.6 aborda o método utilizado para determinar o fator de amortecimento de cada viga.

3.2 Materiais

Foram usadas para teste as vigas mistas com as características apresentadas na Tab. (3.1).

Tabela 3. 1 - Especificação das diferentes vigas mistas

Designação	Descrição	Protótipos
<p>P250 S0</p> 	<p>Protótipo P250, série 0: tubo de aço vazio.</p>	<p>2 (V1 e V2)</p>
<p>P250 S1</p> 	<p>Protótipo P250, série 1: tubo de aço preenchido com concreto, com preparo da superfície interna</p>	<p>2 (V1 e V2)</p>
<p>P250 S2</p>	<p>Protótipo P250, série 2: tubo de aço preenchido com concreto, sem preparo da superfície interna.</p>	<p>2 (V1 e V2)</p>
<p>P250 S3</p> 	<p>Protótipo P250, série 3: tubo de aço preenchido com concreto, sem preparo da superfície interna e com armadura passiva tracionada em uma camada (2 tarugos = $2\varnothing 16$ mm / área de armadura $A_{s1} = 2\left(\frac{16}{2}\right)^2\pi$ mm²).</p>	<p>2 (V1 e V2)</p>
<p>P250 S4</p>	<p>Protótipo P250, série 4: tubo de aço preenchido com concreto, sem preparo da superfície interna, com armadura passiva tracionada em duas camadas (2 tarugos = $2\varnothing 16$ mm / área de armadura $A_{s1} = 2\left(\frac{16}{2}\right)^2\pi$ mm² na 1ª camada e 2</p>	<p>2 (V1 e V2)</p>

	tarugos = $2\varnothing 16$ mm / área de armadura $As_2 = 2\left(\frac{16}{2}\right)^2\pi$ mm ² na 2ª camada)	
P250S5 	Protótipo P250, série 5: tubo de aço preenchido com concreto, sem preparo da superfície interna, com armadura passiva tracionada em duas camadas (2 tarugos = $2\varnothing 16$ mm / área de armadura $As_1 = 2\left(\frac{16}{2}\right)^2\pi$ mm ² na 1ª camada e 2 tarugos = $2\varnothing 16$ mm / área de armadura $As_2 = 2\left(\frac{16}{2}\right)^2\pi$ mm ² na 2ª camada) e laje maciça de concreto colaborante com espessura de 100 mm e largura de 800 mm.	2 (V1 e V2)

Na Fig. (3.1) e na Tab. (3.2) são representadas as dimensões nominais dos perfis de aço utilizados. Os perfis tubulares que compõem as vigas mistas foram fabricados com aço VMB300 pela empresa Vallourec. O aço utilizado possui Módulo de Elasticidade nominal de 200.000 MPa tal como mostrado na Tab. (3.3) de propriedades mecânicas nominais do aço.

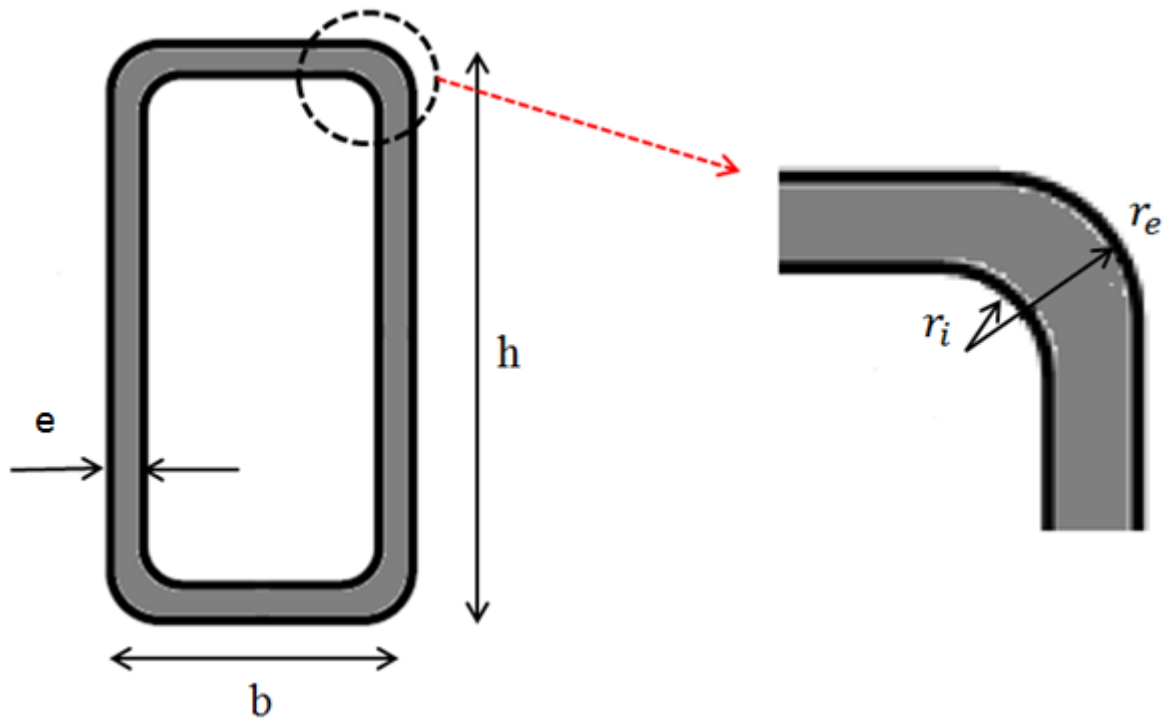


Figura 3. 1 - Dimensões nominais dos perfis tubulares retangulares

Tabela 3. 2 - Dimensões nominais dos perfis tubulares retangulares

Perfil (Designação)	Aço (Designação)	Altura (h) (mm)	Base (b) (mm)	Espessura (e) (mm)	Raio interno (r_i) (mm)	Raio externo (r_e) (mm)
VMB 250X150X6,4	VMB 300	250	150	6,4	9,6	16

Tabela 3. 3 - Valores nominais das propriedades mecânicas do aço estrutural

Aço (Designação)	Resistência ao Escoamento (f_y) (MPa)	Resistência à Ruptura (f_u) (MPa)	Módulo de Elasticidade (E_a) (MPa)	Coefficiente de Poisson (ν_a)
VMB 300	≥ 300	≥ 415	200.000	0,3

No preenchimento dos perfis tubulares foi utilizado concreto autodensável, dosado em central, de densidade normal, classe de resistência C30. Os valores nominais das propriedades mecânicas do concreto estrutural estão apresentados na Tab. (3.4).

Tabela 3. 4 - Valores nominais das propriedades mecânicas do concreto estrutural

Resistência Característica à Compressão (f_{ck}) (MPa)	Resistência à Compressão Média (f_{cm}) (MPa)	Resistência à Tração Média (f_{ctm}) (MPa)	Módulo de Elasticidade Inicial (E_{ci}) (MPa)	Módulo de Elasticidade Secante (E_{cs}) (MPa)	Coefficiente de Poisson (ν_c)
30	38	3,8	34.521	30.896	0,2

A ligação mecânica entre o perfil de aço tubular retangular e a laje de concreto maciça colaborante foi obtida utilizando conectores de cisalhamento em perfil U 76,2 x 6,10, laminado. As dimensões nominais do conector tipo U são representadas na Fig. (3.2) e apresentadas na Tab. (3.5). A Tab. (3.6) apresenta as propriedades nominais do aço do conector perfil U laminado.

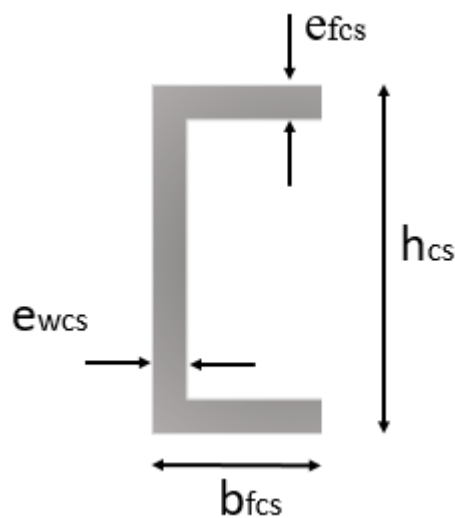


Figura 3. 2: Dimensões nominais do conector em perfil U laminado

Tabela 3. 5: Dimensões nominais do conector em perfil U laminado

Designação	Peso Nominal (kg/m)	Alma		Mesa	
		Altura	Espessura	Largura	Espessura
		(h_{cs}) (mm)	(e_{wcs}) (mm)	(b_{fcs}) (mm)	(e_{fcs}) (mm)
U 76,2×6,10	6,10	76,20	4,32	35,81	6,93

Tabela 3. 6: Dimensões nominais do conector em perfil U laminado

Especificação	Resistência ao Escoamento (f_{ycs}) (MPa)	Resistência à Ruptura (f_{ucs}) (MPa)
ASTM A36	≥ 250	400-550

Todos os protótipos usados para o ensaio de teste de impacto receberam, na superfície externa, pintura com tinta anticorrosiva à base de resina epóxi modificada (REVRAN DST PLUS 727, fabricada pela Renner Herrmann do Brasil), na cor vermelho óxido.

Os protótipos S1V1 e S1V2 receberam, além da pintura na superfície externa, um preparo da superfície interna, na interface tubo de aço e núcleo de concreto com o objetivo de minimizar o atrito. No preparo, a superfície interna do tubo de aço recebeu uma pintura e posteriormente foi lubrificada. A pintura foi feita com tinta anticorrosiva na etapa de fabricação. Para a lubrificação, utilizou-se cera desmoldante para fôrmas metálicas (Cera Desmoldante Otto, fabricada pela Otto Baumgart S.A), que foi aplicada previamente à etapa de concretagem.

3.3 Metodologia de Ensaio

Os testes dinâmicos aconteceram no Laboratório de Análise Experimental de Estruturas (LAEES) da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais.

O nível médio de vibração da viga estrutural foi medido quando a viga foi excitada por uma força impulsiva. A fonte de vibração foi um martelo instrumentado de cabeça de plástico (IEPE – 5803A da classe de 5000 LbF, 1mV/LbF, com cabeça de 12 Lb). Ele foi usado para excitar a viga em locais diferentes durante um período de medição de 5 segundos. A função “ H_1 ” (Acelerância) foi obtida medindo-se a força de impacto e a aceleração, por meio de um acelerômetro (IEPE – 1X – 3056B1 da classe de 500 g, 10mV/g) em pontos pré-determinados das vigas. A função de resposta em frequência “ H_1 ” é dada por:

$$H_1 = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} [m \cdot s^{-2} N^{-1}] \quad (3.1)$$

onde “ S_{xy} ” e “ S_{xx} ” representam as funções de densidade Espectral Cruzada e autospectral respectivamente (Newland, 1993). Essas funções foram obtidas através de transformadas de Fourier das grandezas medidas (aceleração e força). Já a função 'Mobilidade', foi obtida utilizando-se a mesma Eq. (3.1), mas considerando a variável velocidade, obtida pela integração da função aceleração, obtida experimentalmente.

As funções de coerência, fase e amplitude da mobilidade foram obtidas e são aqui apresentadas. Em geral, as frequências de ressonância são sensíveis às condições de contorno, propriedades elásticas do apoio da viga, tipo de articulação e contato entre o aço e o concreto. Os valores de mobilidade foram medidos para as cinco configurações diferentes (com e sem desmoldante, com e sem armadura e viga de aço isolada sem concreto). Os resultados são apresentados para uma banda de frequência entre 0 e 700Hz.

A Fig. (3.3) ilustra e exemplifica o método experimental utilizado e é possível visualizar a configuração esquemática dos aparatos utilizados para teste. Adiante será usada a nomenclatura “Yab” para indicar o ponto onde foi colocado o acelerômetro e o ponto de excitação. O primeiro subscrito (a) indica o ponto do acelerômetro e o segundo (b) indica o ponto de excitação. No exemplo ilustrado, a excitação foi gerada no ponto 3 (P3), localizado a um terço do apoio A da viga, pelo martelo instrumentado e a aceleração foi medida no ponto 6 (P6) pelo acelerômetro, portanto será representado por Y63. Os dados são captados pela placa de aquisição NI9233 e processados com o auxílio do software Matlab para geração das curvas de Coerência e Função de Resposta em Frequência (expressa em mobilidade e acelerância).

A Fig.(3.4) apresenta imagens obtidas no LAEES e ilustra os procedimentos adotados no ensaio dinâmico das vigas mistas. A Fig. (3.4) (a) exhibe o instante em que a excitação é causada pelo martelo instrumentado e na Fig. (3.4) (b) estão expostos a placa de aquisição NI9233 e o Laptop com o software Matlab, onde foram processados os dados obtidos.

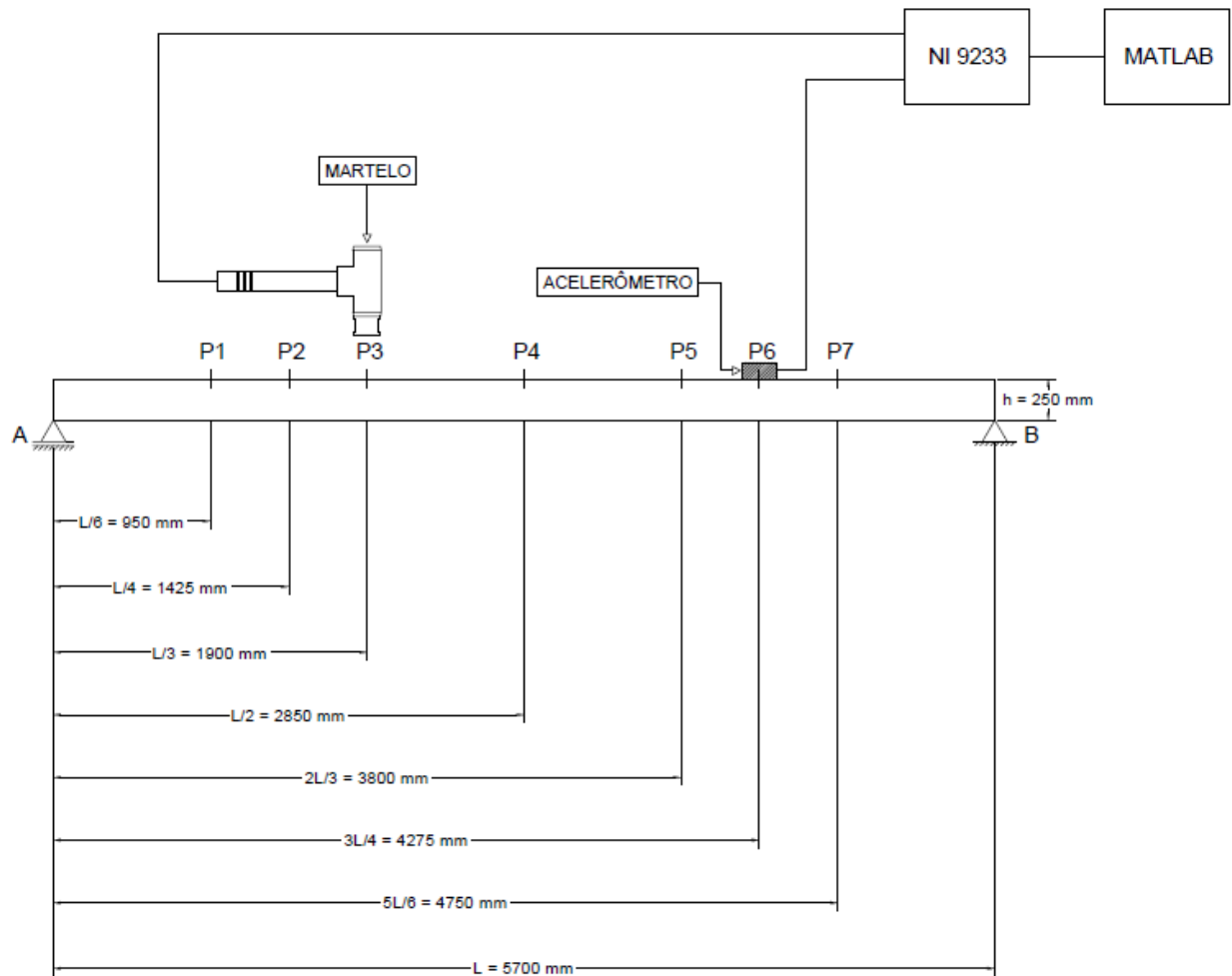


Figura 3. 3 - Configuração dos aparatos usados para teste dinâmico em viga mista: Martelo excita a viga em P3 e a aceleração é medida por acelerômetro em P6.



(a)



(b)

Figura 3. 4 - Fotografia da configuração usada no LAEES para teste dinâmico; a) Momento em que a viga mista é excitada pelo martelo instrumentado; b) Placa de aquisição NI9233 e computador executando software Matlab.

3.3.1 Valores Reais

Os valores informados nas tabelas da seção 3.2 são valores nominais, ou seja, valores fornecidos pelo fabricante de cada material utilizado. Objetivando obter resultados analíticos o mais verossímeis possível, foram feitas medições em laboratório dos valores reais do Módulo de Elasticidade (E) do concreto e aço utilizados. Os detalhes dessas medições são apresentados no Apêndice A ao final do trabalho.

3.4 FIM (Funções Indicadoras de Modos)

Pavic e Reynolds (2003) usaram Funções Indicadoras de Modos (FIM) para reunir valores de FRF obtidos em medições distintas, mas que tenham conservado o acelerômetro no mesmo ponto.

O ensaio experimental apresentado neste trabalho (teste de impacto) foi executado diversas vezes em uma mesma viga (para todas as vigas), sendo que em cada teste pontos distintos da viga foram escolhidos para posicionar os transdutores (martelo e acelerômetro). Esse procedimento foi adotado para garantir que todas as frequências naturais na faixa escolhida (0-700Hz) fossem reveladas, já que o acelerômetro pode não captar uma frequência ressonante, caso esteja localizado em algum nó daquele do respectivo modo de vibração. Dessa forma, para uma mesma viga, diversas curvas FRF foram obtidas (uma para cada teste de impacto) e para reunir os dados gerados em diferentes testes de impacto, foi adotado o método de “Funções Indicadoras de Modo”. Neste método os valores de FRF obtidos em testes de impacto que tiveram o acelerômetro alocado em um mesmo ponto são adicionados. O FIM é então definido como o somatório do módulo de todas as FRFs selecionadas, tal como na Eq. (3.2).

$$|H_{j\text{sum}}(\omega)| = \sum_k |H_{jk}(\omega)| \quad (3.2)$$

sendo que “j” representa a posição do acelerômetro mantida constante e “k”, a posição variante do martelo instrumentado.

3.5 Definição dos Modos de Vibração

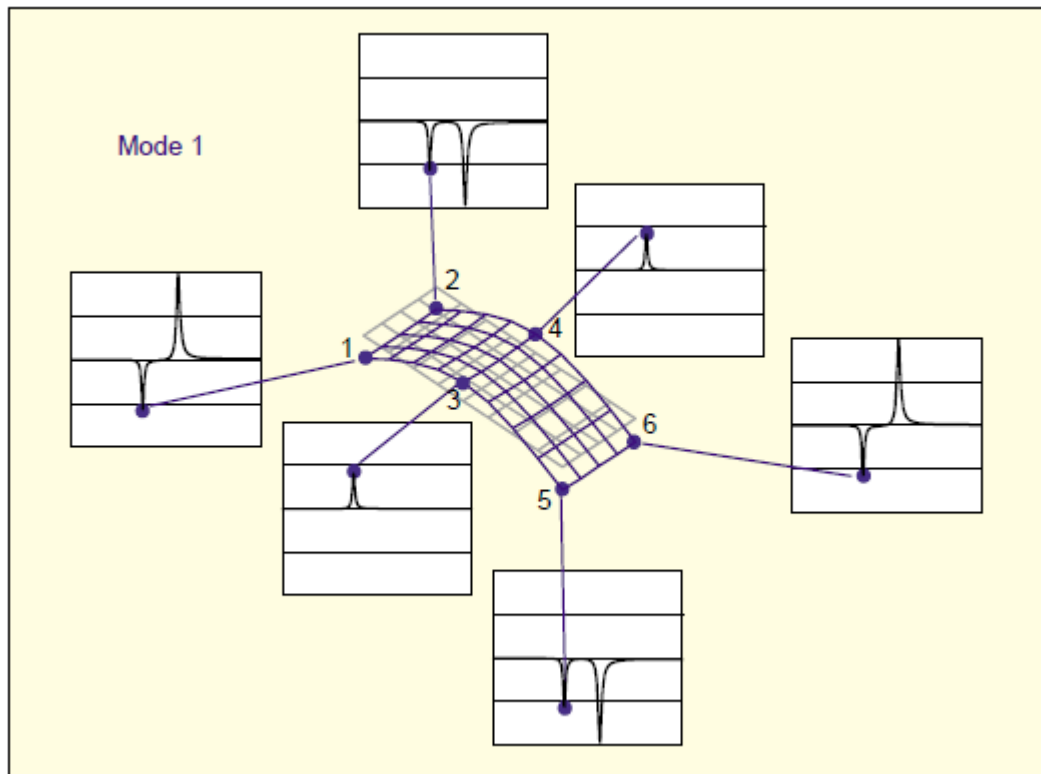


Figura 3. 5 – Primeiro modo de vibração de uma chapa.
Fonte: Avitabile, 2001, p.8.

Os modos de vibração para cada frequência ressonante das vigas simplesmente apoiadas foram determinados tal como ilustrados nas Figs. (3.5), (3.6) e (3.7) apresentadas por AVITABILE, (2001). A diferença é que no trabalho citado, o autor usou uma placa para demonstrar o método e neste trabalho, ele foi aplicado em vigas.

A metodologia consiste em observar o comportamento da curva da parte imaginária nos valores de frequência onde há uma frequência ressonante (conhecida por meio das curvas FRFs). Isso é possível, pois várias medições, posicionando o acelerômetro em diferentes lugares da viga, foram executadas. Desta forma pode-se estimar como a viga se comportou (curvou-se para baixo ou para cima, ou não se curvou) em cada posição testada. Quando o pico da parte imaginária for negativo, representa posição negativa também para a deformação da viga, ou seja, abaixo da posição não deformada. Quando o pico não aparecer, representa que nesta posição não houve deformação. E quando for positivo, representa que ficou acima da posição não deformada (AVITABILE, 2001; EWINS, 2000).

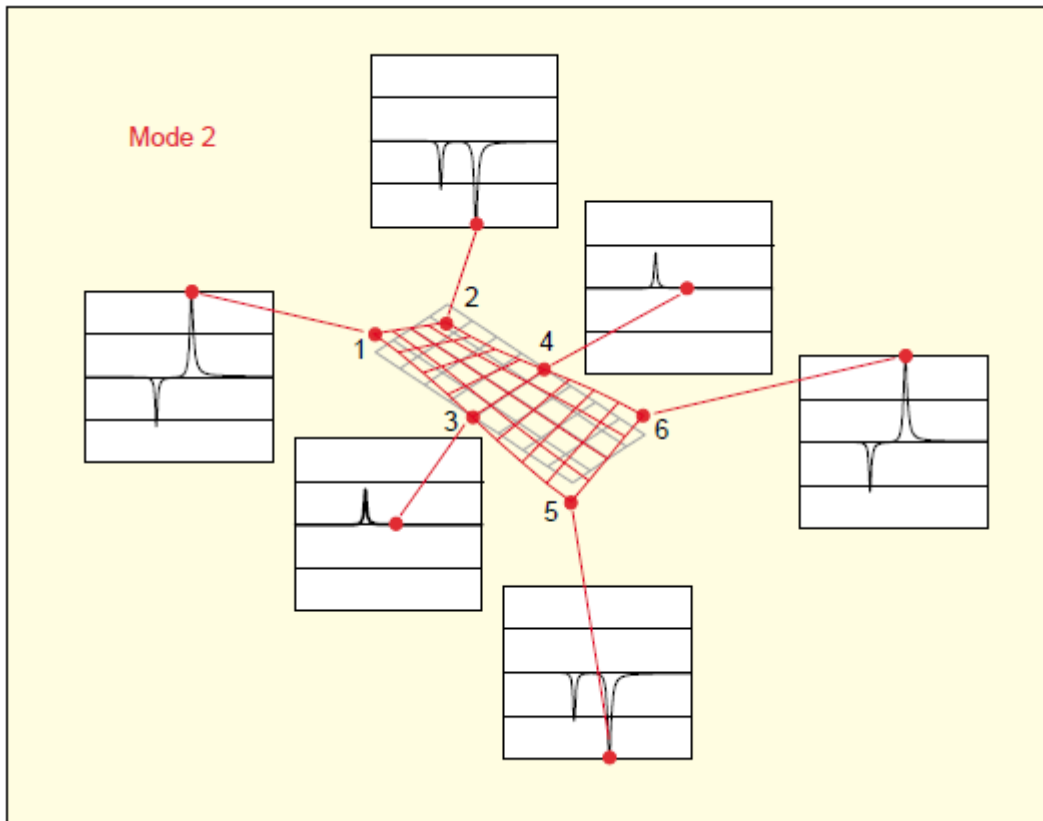


Figura 3. 6 – Segundo modo de vibração de uma chapa.
 Fonte: Avitabile, 2001, p.8.

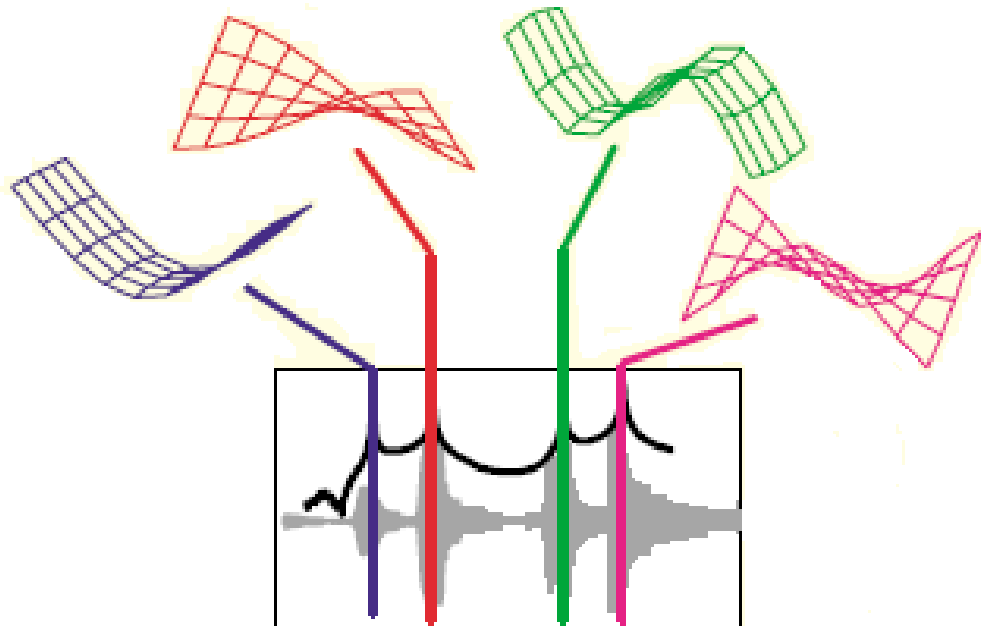


Figura 3. 7 – Exemplo da relação das frequências ressonantes observadas em FRF com seu respectivo modo de vibração (1º, 2º, 3º e 4º modos, respectivamente).
 Fonte: Avitabile, 2001, p.8.

3.6 Modelo Analítico

Os cálculos das frequências naturais de cada viga foram feitos utilizando a equação sugerida por Smith, Hicks e Devine (2009).

$$f_n = \frac{k_n}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{mL^4}} \quad (3.3)$$

EI = Rigidez: flexão da viga (Nm^2)

m_e = Massa efetiva (kg/m)

L = Comprimento da viga (m)

k_n = Constante que representa as condições de apoio da viga para o n ésimo modo de vibração.

Os momentos de inércia “ I ” da seção das vigas tubulares preenchidas com concreto e com armaduras internas foram calculados considerando uma viga composta. A seção foi homogeneizada, ou seja, partindo de uma razão modular ou fator de transformação, toda a seção foi “transformada” no aço que compõe a moldura da viga.

Hibbeler (2013) explica como aplicar o “método da seção transformada” para que a fórmula de flexão possa ser aplicada a um material não homogêneo, ou seja, usando um fator de transformação “ n_* ” é possível “transformar” hipoteticamente um material composto em um material homogêneo. O fator de transformação “ n_* ” é dado pela Eq. (3.4).

$$n_* = \frac{E_2}{E_1} \quad (3.4)$$

“ E_1 ” é a constante elástica do material original e “ E_2 ” é a constante elástica do material no qual ele irá se “transformar”.

O objetivo deste trabalho é encontrar um valor de momento de inércia para cada uma das vigas mistas utilizadas. A viga S5 será usada como modelo, já que é a viga mais complexa em termos de forma e materiais de construção.

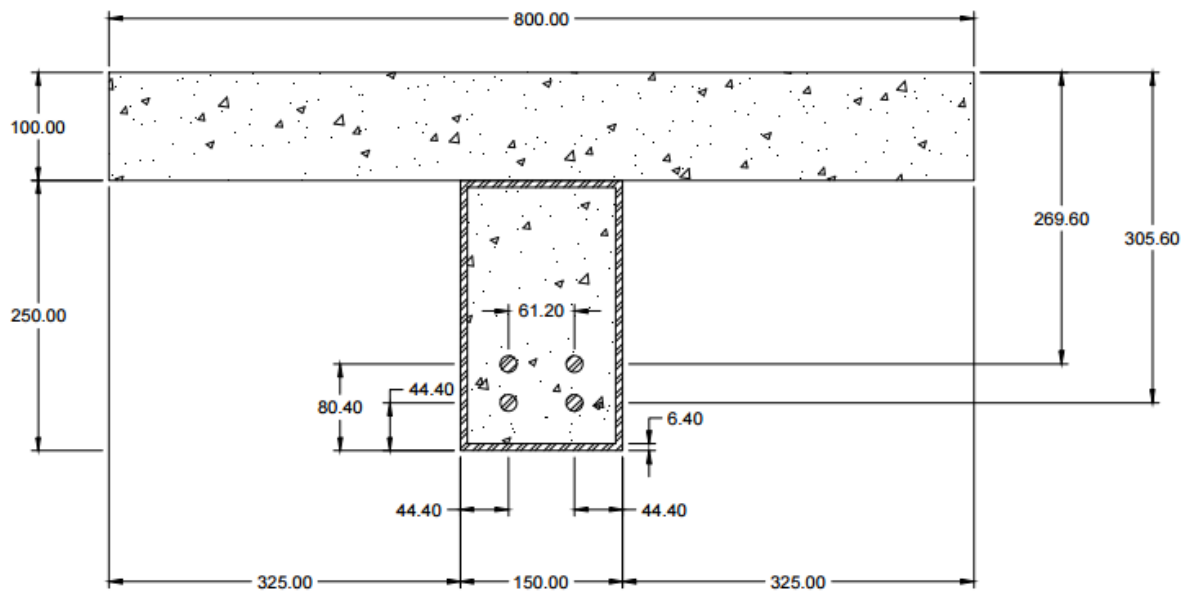


Figura 3. 8 – Seção transversal da viga S5

Considerando a seção transversal da viga S5 demonstrada na Fig. (3.8), para obter uma seção homogênea, usa-se o fator de transformação “ n_* ”. Há três diferentes materiais na seção da viga S5: Perfil tubular de aço VMB 300, aço da armadura CA 50 e concreto, cujas constantes elásticas nominais são respectivamente, $E_A = 200.000 \text{ MPa}$, $E_C = 210.000 \text{ MPa}$, $E_S = 30.896 \text{ MPa}$.

Haverá um fator de transformação “ n_c ” do concreto em aço VMB 300 e um “ n_s ” do aço CA 50 em aço VMB 300, tal como mostram as Eqs. (3.5) e (3.6), respectivamente.

$$n_c = \frac{E_c}{E_A} = \frac{30.896}{200.000} < 1 \quad (3.5)$$

$$n_s = \frac{E_s}{E_A} = \frac{210.000}{200.000} > 1 \quad (3.6)$$

Os valores reais de constante elástica de cada material, que foram usados nos cálculos dos resultados apresentados neste trabalho, bem como a metodologia para determinação dos mesmos, podem ser encontrados no apêndice A.

A seção transversal da viga S5 será toda “transformada” em aço VMB 300. Sendo assim as regiões de concreto e aço CA 50 terão uma área equivalente. Como o concreto possui uma

constante elástica menor que a constante elástica do aço, ou seja, o concreto é menos rígido que o aço ($n_c < 1$), essa área equivalente será menor que a área de concreto real. Da mesma forma, como o aço da armadura é mais rígido que o aço VMB 300 ($n_s > 1$), espera-se que a área equivalente apresentada seja maior que a real. Em outras palavras, é necessário menos do material mais rígido, para suportar um mesmo momento.

A área equivalente “A’” é obtida multiplicando-se a área original do componente da viga “A” pelo fator de transformação “n” conforme Eq. (3.7).

$$A' = An_* \quad (3.7)$$

A parte de concreto transformada em aço é toda retangular, portanto a área é o produto da base pela altura. A altura da seção é mantida constante de forma a preservar a distribuição linear das deformações normais ao longo da mesma e então, só a base foi multiplicada por “n”.

Para armaduras de aço CA 50, de seção redonda ($\varnothing = 16$ mm), calculou-se a área original, multiplicou-se por dois (já que são dois tarugos em cada camada) e essa área foi multiplicada pelo fator de transformação, obtendo-se uma área equivalente retangular de altura igual a 16 mm.

A seção transversal equivalente está demonstrada na Fig. (3.9).

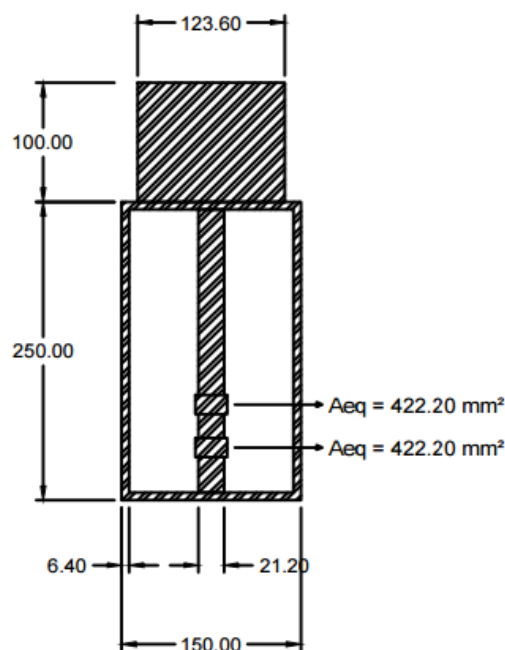


Figura 3. 9 – Seção transversal transformada da viga S5

A linha neutra da viga é a “linha” que separa a região tracionada da região comprimida da viga quando essa está em flexão. Na Eq. (3.8), “ \bar{y} ” define a localização ou coordenada y do centroide ou linha neutra da viga, “ \bar{y}_i ” representa a distância algébrica ou coordenada x do centroide de cada parte composta até a linha neutra da viga e “ $\sum_{i=1}^n A_i$ ” representa a soma das áreas compostas ou a área total da viga (A).

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{y}_i A_i}{\sum_{i=1}^n A_i} = \frac{Q_x}{A} \quad (3.8)$$

“ Q_x ” representará então, o somatório das distâncias do centroide de cada parte composta até a linha neutra, multiplicado por suas respectivas áreas. Se a linha neutra for tomada como eixo de referência, “ \bar{y} ” será igual a zero, logo “ Q_x ” também será zero.

Para localizar a linha neutra, o somatório representado por “ Q_x ” foi igualado a zero e a distância da linha neutra (coordena y = 0) até o limite superior da viga será a incógnita da equação de segundo grau. A função “solver” do programa “Excel” foi a ferramenta usada para resolver a equação.

Uma vez homogeneizada a seção e localizada a linha neutra, o momento de inércia “ I_x ” poderá ser encontrado por meio do “Teorema dos Eixos Paralelos”, representado pela Eq. (3.9). “ $\bar{I}_{x'}$ ” é o momento de inércia em relação ao eixo X que passa pelo centroide de um componente e a equação que o define para um elemento retangular está expressa na Eq. (3.10). “ d_y ” é a distância do centroide do componente até a “Linha Neutra”.

$$I_x = \bar{I}_{x'} + A d_y^2 \quad (3.9)$$

$$\bar{I}_{x'} = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad (3.10)$$

Para o cálculo do momento de inércia “ I ” total da viga, os momentos de inércia “ I_x ” de todos os elementos da viga “transformada” devem ser somados, conforme Eq. (3.11) [HIBBELER, 2013].

$$I = \sum_i^n I_{x_i} \quad (3.11)$$

Os valores encontrados foram comparados com os resultados experimentais obtidos pelo teste de impacto.

3.7 Determinação experimental do fator de amortecimento modal

O fator de amortecimento modal foi determinado para a primeira frequência natural das seis vigas estudadas pelo método da largura de banda de meia potência.

Para aplicação do método, foi usada a curva FRF de cada viga, conforme está exemplificado na Fig. (3.10). Nela devem ser encontrados o valor de frequência natural “ f_n ” e os pontos de frequência inferior e superior, correspondentes à largura de banda “ Δf ”, para então se obter o fator de amortecimento “ ζ_n ”, como exposto na Eq. (3.12).

Os pontos correspondentes à largura de banda (frequência inferior e superior), estão localizados aproximadamente 3dB abaixo da amplitude do pico da frequência ressonante, correspondente a um fator de redução igual a $\sqrt{2}$ (RAO, 2009).

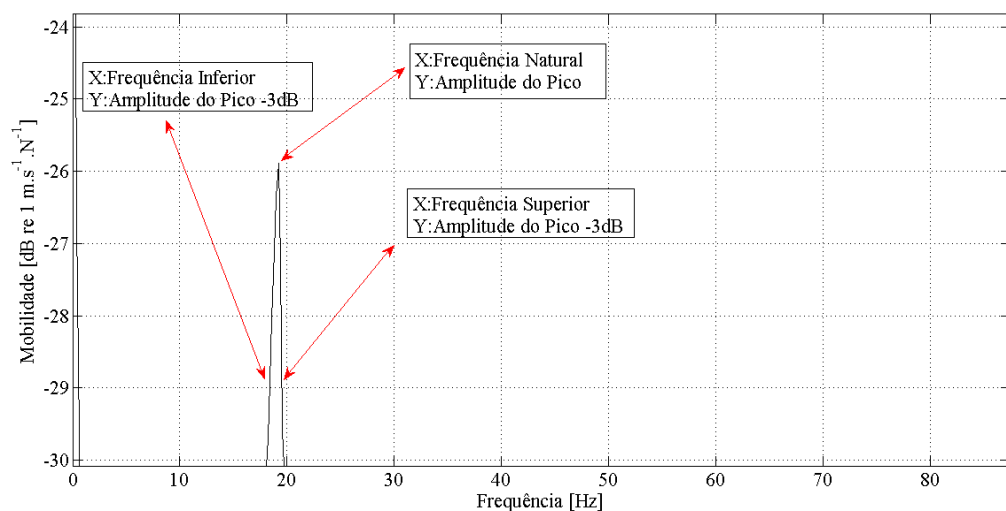


Figura 3. 10 – Exemplo de um zoom no pico de uma frequência natural para a determinação do fator de amortecimento por meio do método da largura de banda de meia potência.

$$\zeta_n = \frac{\Delta f}{2f_n} \quad (3.12)$$

Em que Δf = Frequência superior – frequência inferior.

4

DISCUSSÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

4.1 Introdução

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos através de ensaios experimentais para medição de funções de resposta em frequência (FRFs) de vigas mistas e através de modelos analíticos.

As curvas FRF apresentadas foram obtidas a partir de ‘Funções Indicadoras de Modos’ (FIMs), com exceção do protótipo V1 da viga S0, o qual não teve número suficiente de experimentos para se aplicar o método FIM.

A seção 4.2 é dedicada aos resultados experimentais. No tópico 4.2.1 serão comparados entre si, os resultados obtidos experimentalmente de V1 e V2 das vigas S0, S1, S2, S3 e S4. A viga S5 teve apenas um protótipo ensaiado.

No tópico 4.2.2 são comparados os valores de frequências naturais obtidos a partir de curvas FRF das vigas mistas com diferentes configurações de fabricação. São comparadas as vigas S0 (sem preenchimento de concreto) e S2 (preenchida com concreto e sem preparo de superfície interna); S1 (preenchida com concreto e com preparo de superfície interna) e S2; S2 e S3 (preenchida com concreto, sem preparo de superfície interna e armadura tracionada em uma camada); S3 e S4 (preenchida com concreto, sem preparo de superfície interna, com armadura interna tracionada em duas camadas); S4 e S5 (preenchida com concreto, sem preparo de superfície interna, com armadura interna tracionada em duas camadas e com laje colaborante).

A seção 4.3 apresenta os resultados analíticos obtidos a partir da Eq. (3.3). Os resultados para as vigas S0, S1, S2, S3, S4 e S5 são expostos em uma tabela.

Na seção 4.4, são apresentadas tabelas comparativas para os resultados experimental e analítico das vigas S0, S1, S2, S3, S4 e S5.

Finalmente, a seção 4.5 expõe os resultados dos cálculos do Fator de Amortecimento Modal, a partir do método da largura de banda de meia potência.

4.2 Resultados Experimentais

4.2.1 Definição dos modos de vibração a partir da parte imaginária das FRFs

Tal como descrito na sessão 3.5 deste trabalho, a associação de um valor de frequência natural com seu respectivo modo de vibração foi estabelecida a partir da observação da parte imaginária das FRFs. Como exemplo, serão apresentadas nas Figs. (4.1) e (4.2), a parte imaginária das FRFs da viga S3V1 para as frequências correspondentes ao primeiro e segundo modo de vibração, respectivamente. As curvas FRFs foram escolhidas de acordo com o ponto em que foi fixado o acelerômetro no teste de impacto que a gerou. Foram escolhidos pontos nas extremidades do vão livre e no meio da viga.

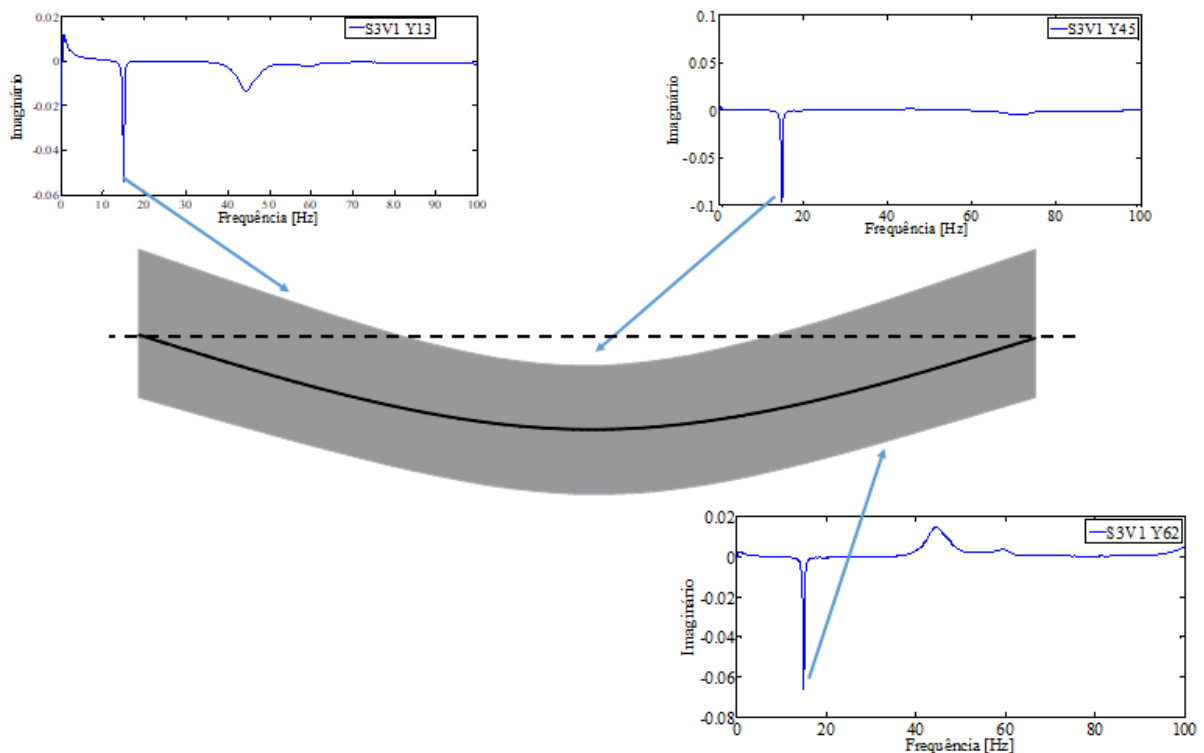


Figura 4. 1: Primeiro modo de vibração da viga S3

A linha pontilhada representa um eixo de referência, ou seja, aquele onde não há deformação. Nos pontos em que a parte imaginária acusou um pico negativo, a viga se deforma abaixo da

“linha de referência”. Os picos positivos acusam uma deformação positiva e onde não há pico, não há deformação.

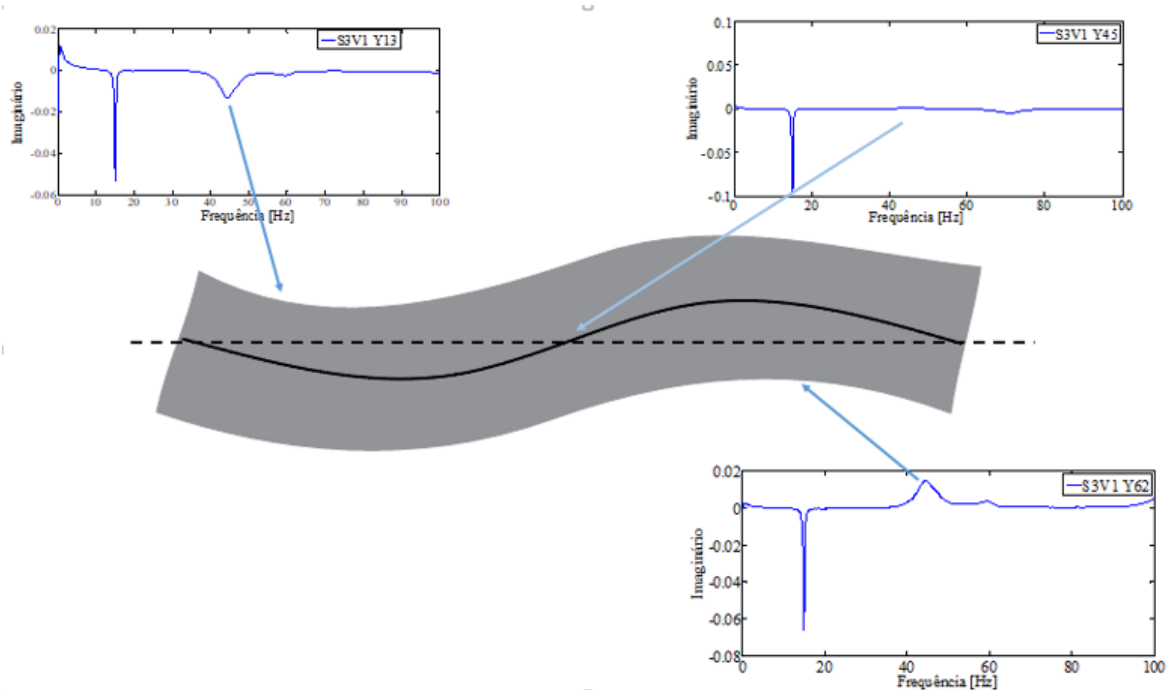


Figura 4. 2: Segundo modo de vibração da viga S3

4.2.2 Curvas Comparativas de V1 e V2

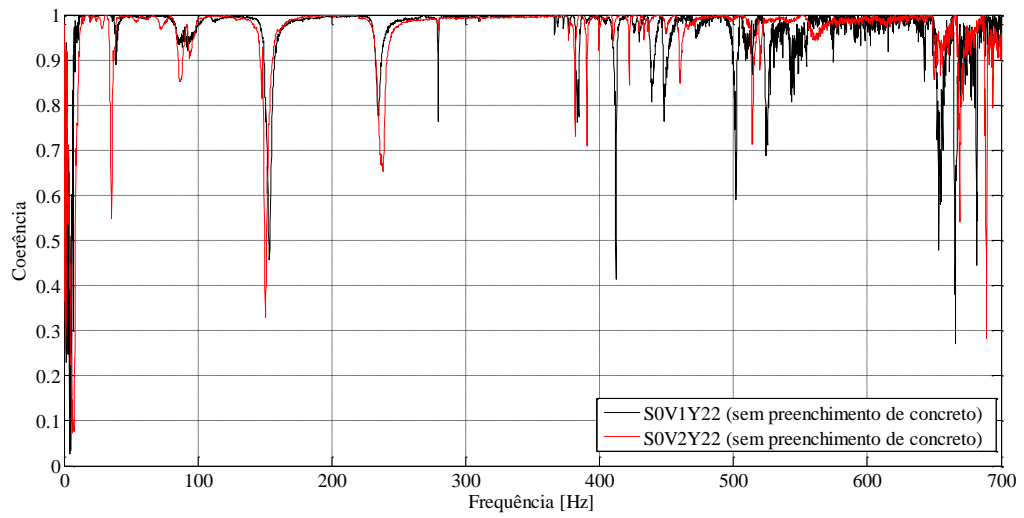
Serão apresentadas primeiramente, as curvas comparativas de protótipos similares (V1 e V2) das vigas S0, S1, S2, S3 e S4. Na apresentação das curvas de Coerência e Fase os protótipos V1 e V2 são mostrados na mesma figura. Além disso, serão apresentadas curvas de coerência e fase de apenas um ensaio de cada viga. As Funções de Resposta em Frequência foram obtidas na faixa 0- 700Hz e expressas pela razão entre velocidade e força (Mobilidade). Utilizou-se medições que tiveram em comum a mesma posição dos acelerômetros. Todos os dados foram obtidos do teste de impacto e processados em Matlab. Na sequência de cada figura, uma tabela explicitará os valores das frequências naturais de cada protótipo e a diferença em porcentagem entre as medições dos mesmos. As Figs (4.3), (4.6), (4.9), (4.12) e (4.15) apresentam respectivamente as curvas comparativas de coerência e fase dos protótipos V1 e V2 das vigas S0, S1, S2, S3 e S4. Para sua montagem, foi utilizado apenas um ensaio de cada viga, ou seja, as curvas foram plotadas a partir do resultado de um teste de ensaio em dois pontos determinados da viga, sendo um para o acelerômetro e outro para a excitação com martelo instrumentado. Em pares de protótipos V1 e V2, as Figs. (4.4) e (4.5); (4.7) e (4.8); (4.10) e

(4.11); (4.13) e (4.14); (4.16) e (4.17) são curvas de FRF das vigas S0, S1, S2, S3 e S4, respectivamente, expressas em mobilidade e plotadas a partir de FIMs, com exceção das curvas da Fig. (4.4), as quais foram plotadas a partir do ensaio de apenas um ponto da viga cada uma, não necessitando, portanto de FIMs.

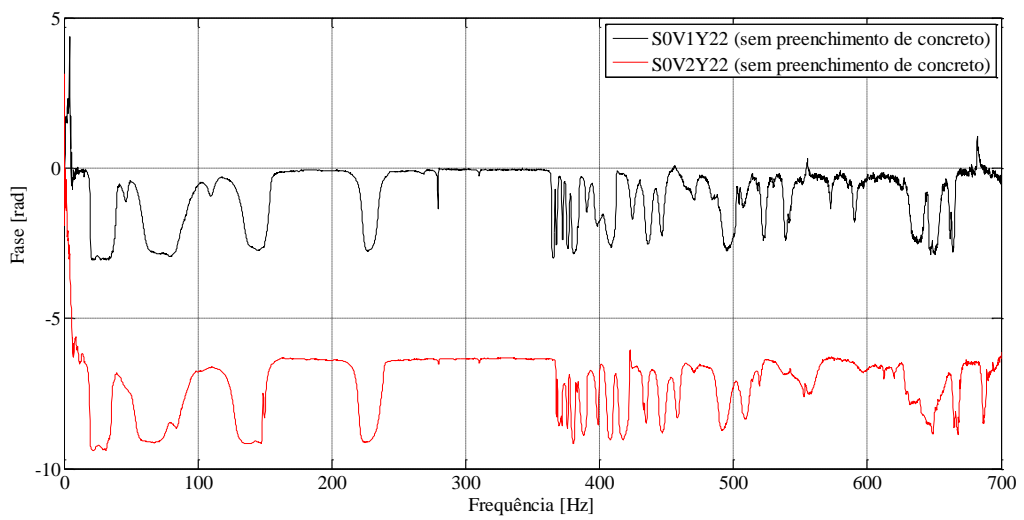
A Fig. (4.18) apresenta as curvas de coerência e fase de apenas um protótipo da viga S5, já que não foram realizados ensaios em um segundo protótipo e pelo mesmo motivo, as curvas FRFs com FIM da viga S5 serão exibidas na Fig (4.19) para apenas um protótipo.

As Tabs. (4.1), (4.2), (4.3), (4.4) e (4.5) realçam os valores das primeiras frequências naturais de 0 a 700Hz (obtidos no teste de impacto) e as diferenças em porcentagem entre os protótipos.

Para auxiliar na determinação de um pico correspondente a uma frequência natural, foram utilizadas também as curvas de coerência e fase. Mínimos na curva de coerência (ou seja, picos mais próximos de zero), podem corresponder a uma ressonância. Além disso, numa frequência onde há defasagem na curva de fase também corresponde a uma frequência ressonante na curva de mobilidade (Rao, 2009).



(a)



(b)

Figura 4.3 – Curvas comparativas das vigas idênticas P250 S0V1Y22 e P250 S0V2Y22 (a) de Coerência; (b) de Fase.

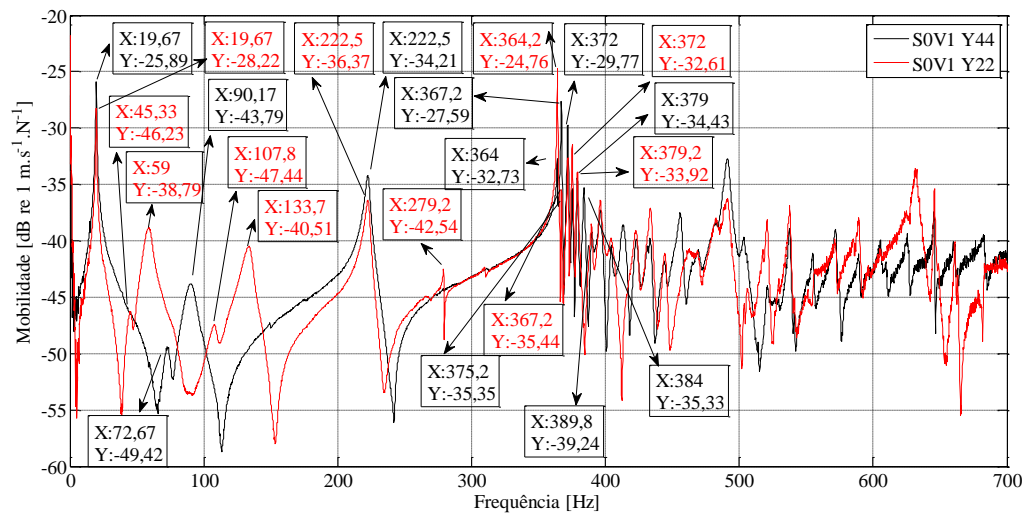


Figura 4.4 – Curvas FRF expressas em mobilidade da viga P250 S0V1 tendo acelerômetro e excitação no ponto 4 (preto) e no ponto 2 (vermelho).

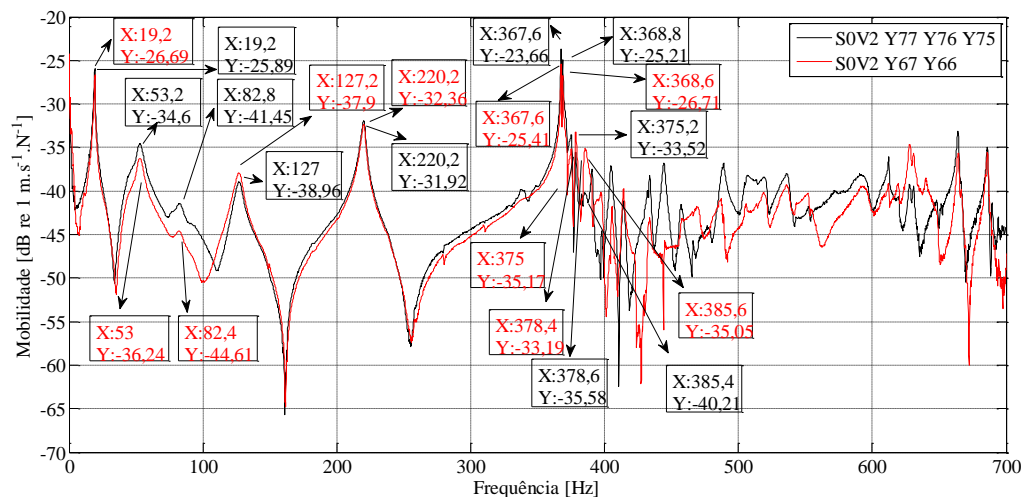


Figura 4.5 – Curvas FRF expressas em mobilidade da viga S0V2, utilizando FIM para acelerômetro no ponto 7 (preto) e no ponto 6 (vermelho) da viga.

Tal como já exposto, a curva mostrada na Fig. (4.4) não foi plotada por meio da função indicadora de modos, já que não houve coincidência de testes de impacto para a viga S0V1 com acelerômetro localizado no mesmo ponto da viga.

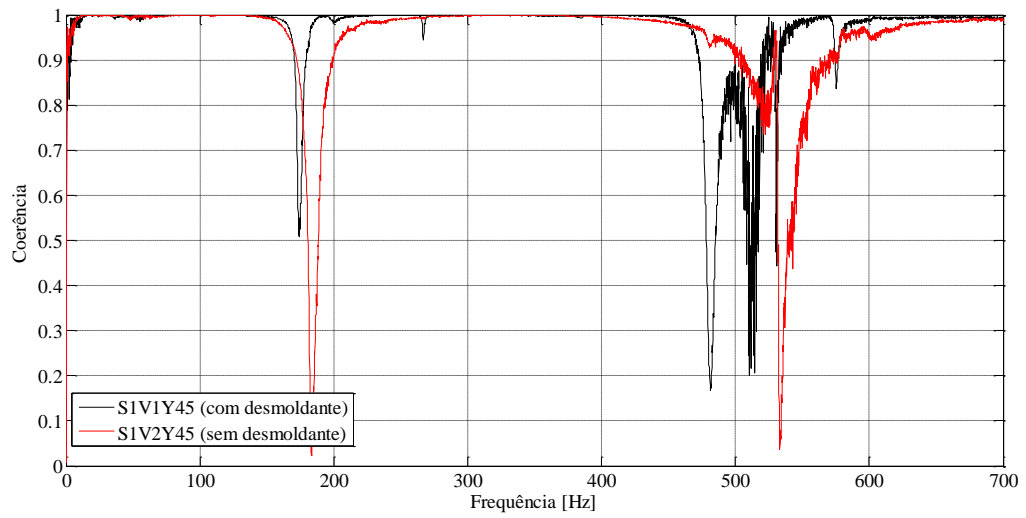
Tanto a Fig. (4.4), quanto a Fig. (4.5) evidenciam uma densidade modal elevada entre, aproximadamente, 360Hz e 500 Hz, mas que se estende até pelo menos 700Hz (limite das medições). Acredita-se que tal comportamento pode ser justificado pelo aparecimento de ondas transversais ressonantes a partir das frequências mencionadas, ou seja, a partir de

aproximadamente 364Hz, os modos transversais de vibração das seções transversais podem ter sido ativados e passam a fazer parte do espectro da FRF. Fahy (2007) descreve esse comportamento, como pode ser visto na seção 2.2.4 do capítulo de revisão bibliográfica.

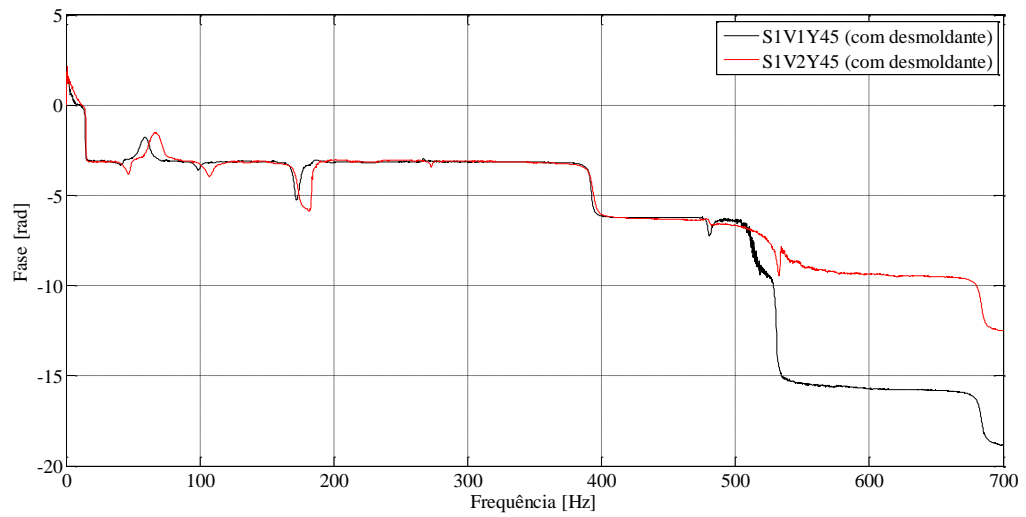
Tabela 4. 1 – Comparação em porcentagem das diferenças de frequências naturais para as vigas S0V1 e S0V2

Frequência Natural	S1V1	S1V2	Diferença (%)
fn1	19,67	19,2	2,45
fn2	45,33	53,2	17,36
fn3	59	82,8	40,34
fn4	72,67	127,2	75,04
fn5	90,17	220,2	144,21
fn6	107,8	367,6	241,00
fn7	133,7	368,8	175,84
fn8	225,5	375,2	66,39
fn9	279,2	378,6	35,60

A comparação entre os protótipos V1 e V2 da viga S0 é questionável, uma vez que o protótipo V2 teve os dados apresentados a partir de FIMs, o que não foi possível para o protótipo V1.



(a)



(b)

Figura 4.6 – Curvas comparativas das vigas idênticas P250 S1V1Y45 e P250 S1V2Y45 (a) de Coerência; (b) de Fase.

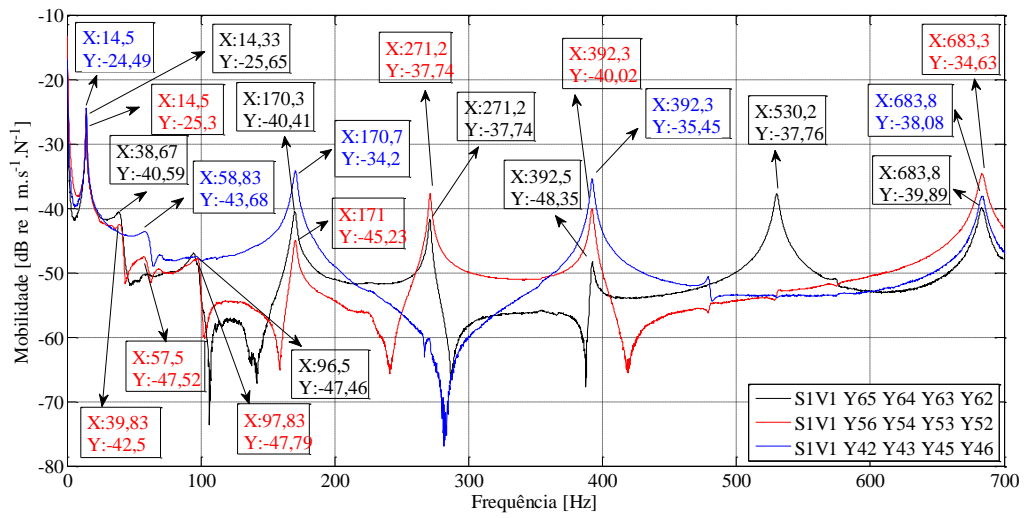


Figura 4.7 - Curvas FRF expressas em mobilidade da viga S1V1, utilizando FIM para acelerômetro no ponto 6 (preto) , no ponto 5 (vermelho) e no ponto 4 (azul) da viga.

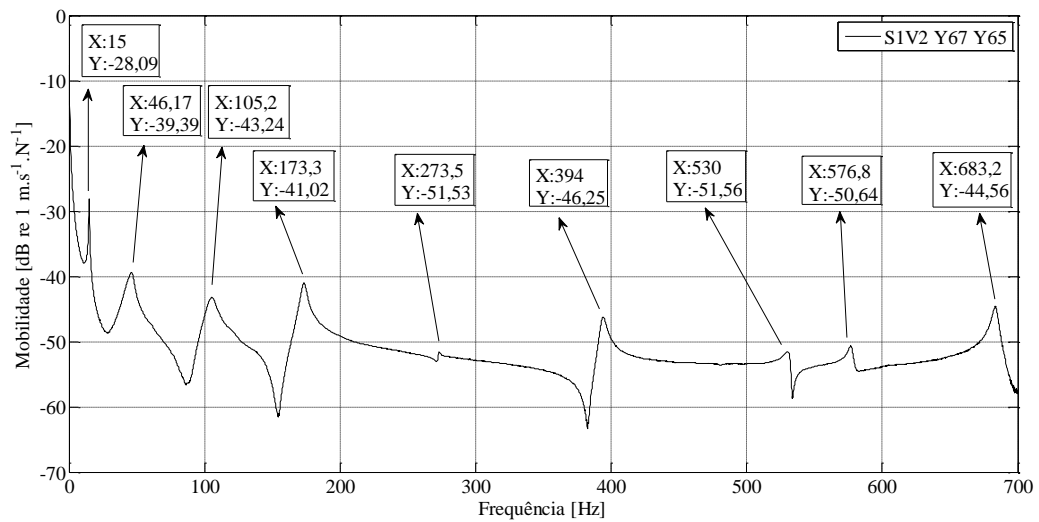


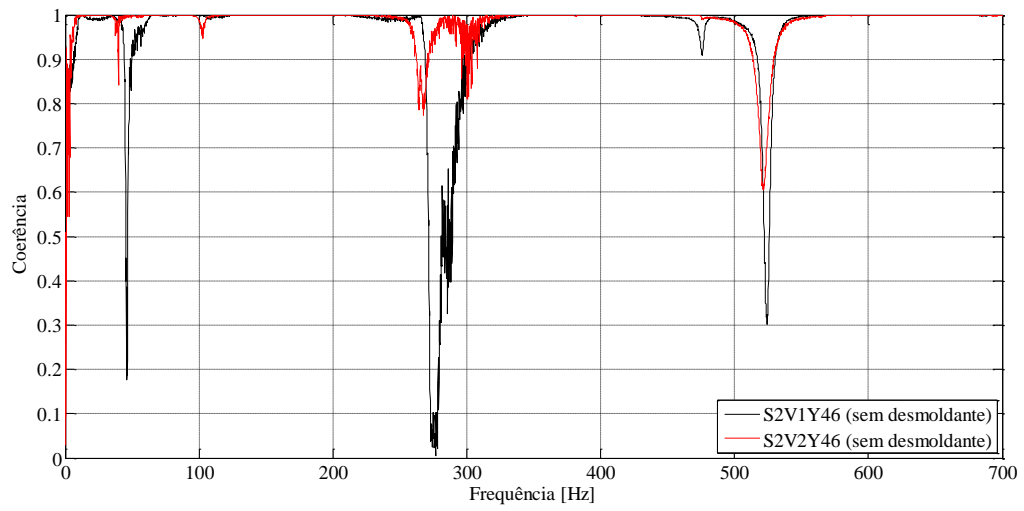
Figura 4.8 - Curva FRF expressa em mobilidade da viga S1V2, utilizando FIM para acelerômetro no ponto 6 (preto) da viga.

Tabela 4.2 – Comparação em porcentagem das diferenças de frequências naturais para as vigas S1V1 e S1V2

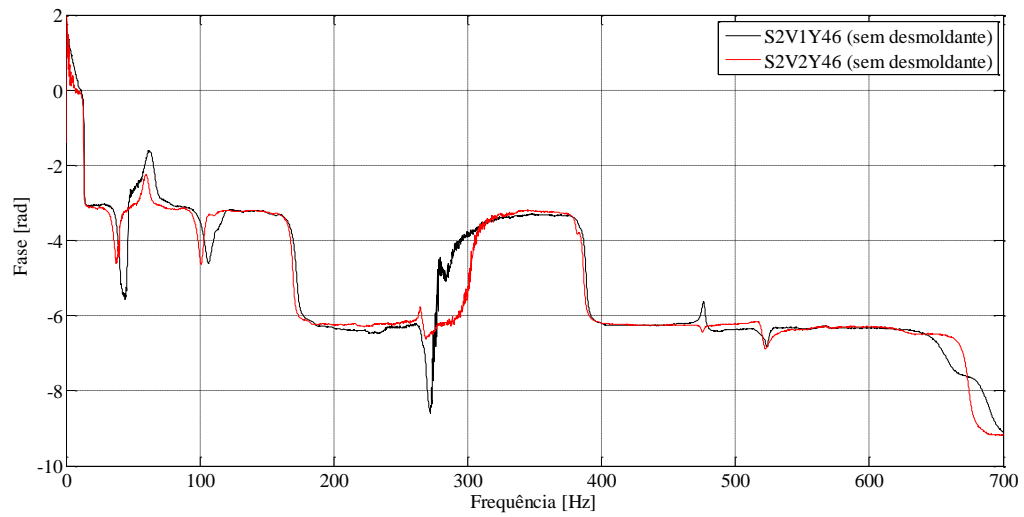
Frequência Natural	S1V1	S1V2	Diferença (%)
fn1	14,5	15	3,45
fn2	38,67	46,17	19,39
fn3	58,83	105,2	78,82
fn4	97,83	173,3	77,14
fn5	170,7	273,5	60,22
fn6	271,2	394	45,28
fn7	392,3	530	35,10
fn8	530,2	576,8	8,79
fn9	683,3	683,2	0,01

A comparação entre os protótipos V1 e V2 da viga S1 revela proximidade entre os valores da primeira frequência natural, mas ainda assim, existe uma diferença esperada, já que os protótipos são semelhantes, mas não idealmente idênticos, o que seria impossível.

A partir da segunda frequência natural, o protótipo V1 apresenta algumas frequências intermediárias se comparado ao V2, o que é esperado, uma vez que apresenta os resultados de três diferentes “testes de impacto”, com acelerômetro posicionado em três diferentes posições também. Esta condição, permite minimizar as chances de alguma frequência natural não ser identificada, devido ao posicionamento do acelerômetro ou força de excitação em um nó de algum modo de vibração.



(a)



(b)

Figura 4. 9 – Curvas comparativas das vigas similares P250 S2V1 e P250 S2V2 (a) de Coerência (b) de Fase.

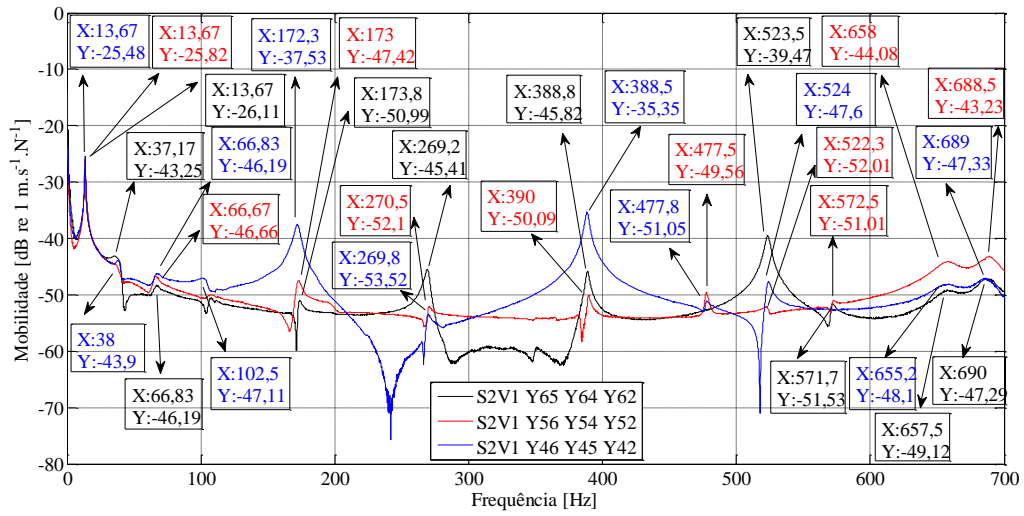


Figura 4. 10 - Curva FRF expressa em mobilidade da viga S2V1, utilizando FIM para acelerômetro no ponto 6 (preto), no ponto 5 (vermelho) e no ponto 4 (azul) da viga.

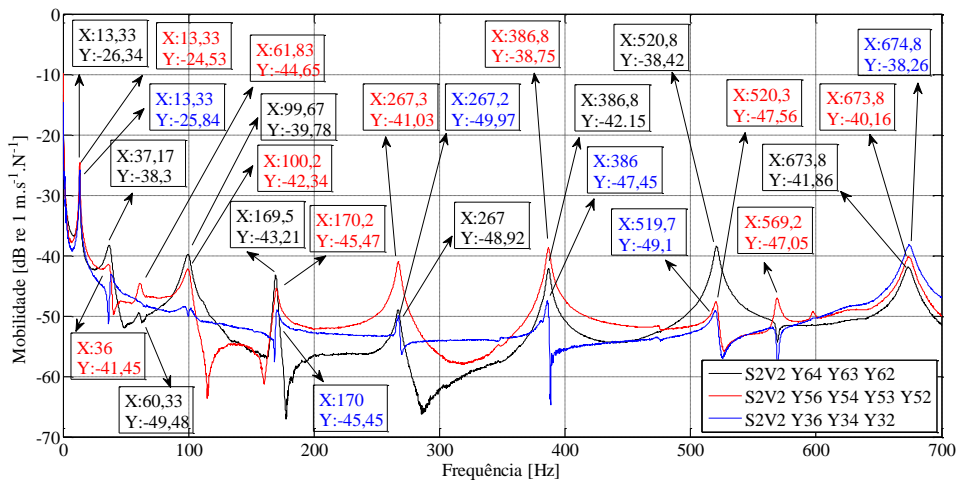


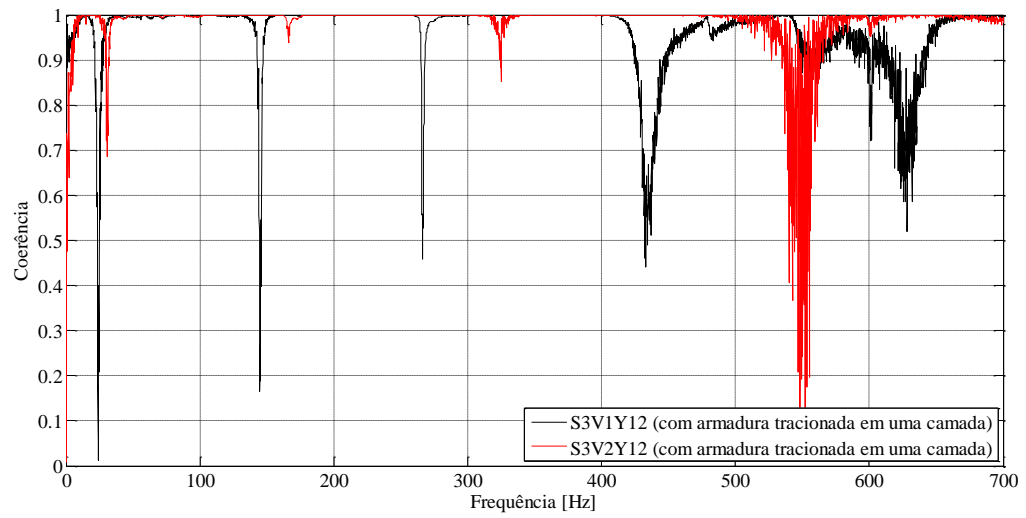
Figura 4. 11 - Curva FRF expressa em mobilidade da viga S2V2, utilizando FIM para acelerômetro no ponto 6 (preto), no ponto 5 (vermelho) e no ponto 3 (azul) da viga.

Tabela 4. 3 – Comparação em porcentagem das diferenças de frequências naturais para as vigas S2V1 e S2V2.

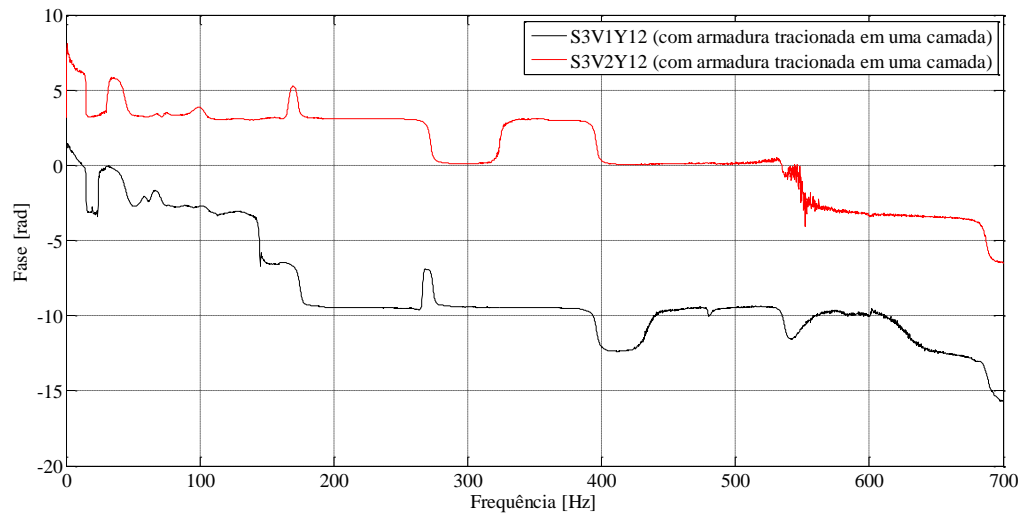
Frequência Natural	S2V1	S2V2	Diferença (%)
fn1	13,67	13,33	2,55
fn2	37,17	37,17	0,00
fn3	66,83	61,83	8,09
fn4	102,5	99,67	2,84
fn5	173,3	169,5	2,24
fn6	269,2	267,3	0,71
fn7	388,5	386,8	0,44
fn8	477,5	520,8	9,07
fn9	523,5	569,2	8,73
fn10	571,7	673,8	17,86

Nota-se grande proximidade entre as frequências naturais apresentadas para os dois protótipos de viga preenchida com concreto e sem desmoldante até a sétima frequência natural. No protótipo V1, aparece uma frequência ressonante “intermediária” e igual a 477,5Hz entre o que seriam, em correspondência do protótipo V2, as sétima e oitava frequências naturais. A oitava frequência natural do protótipo V2 tem valor próximo à nona frequência natural do protótipo V1 e na sequencia então, o protótipo V2 apresentará valor de frequência natural próximo ao valor do modo seguinte do protótipo V1.

Considerando que há alterações também nas curvas de fase e coerência do protótipo V1 em 477 Hz, é possível que a não evidência dessa frequência natural no protótipo V2 seja causada pela posição do acelerômetro próximo a um nó deste modo de vibração.



(a)



(b)

Figura 4. 12 – Curvas comparativas das vigas similares P250 S3V1Y12 e P250 S3V2Y12 (a) de Coerência (b) de Fase.

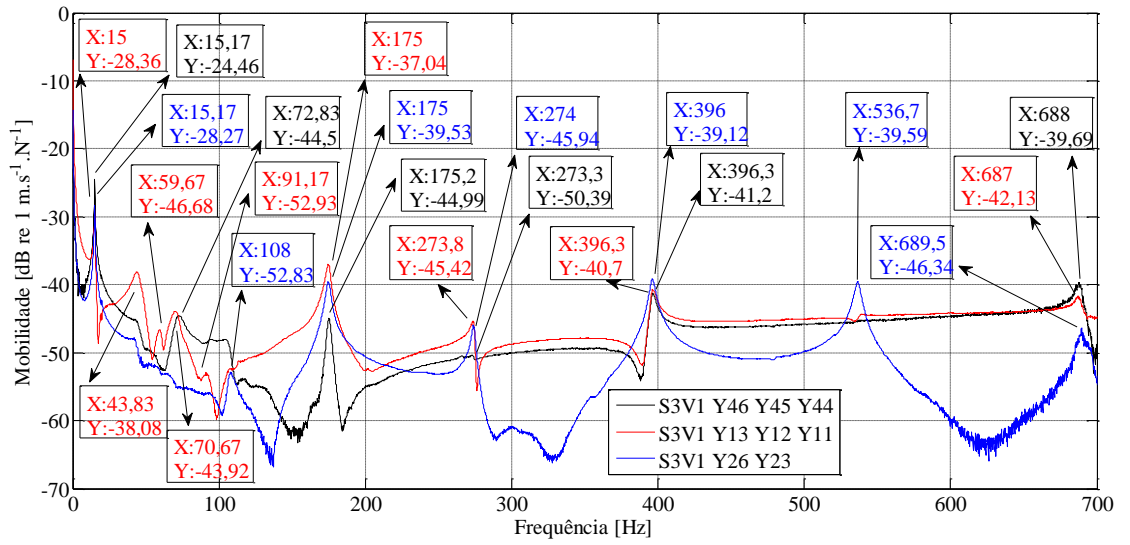


Figura 4. 13 - Curva FRF expressa em mobilidade da viga S3V1, utilizando FIM para acelerômetro no ponto 4 (preto), no ponto 1 (vermelho) e no ponto 2 (azul) da viga.

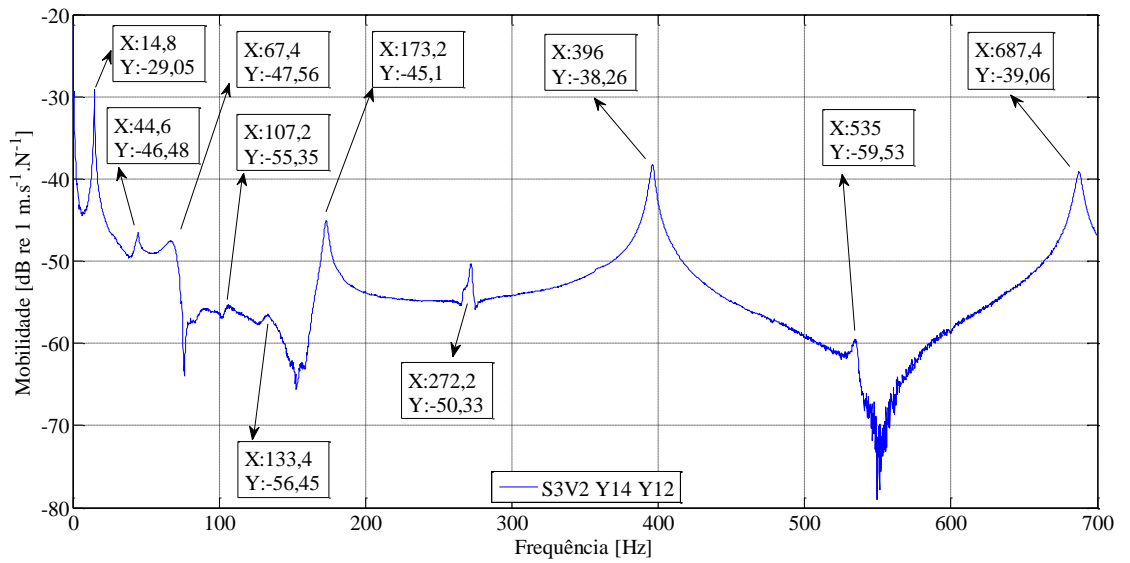


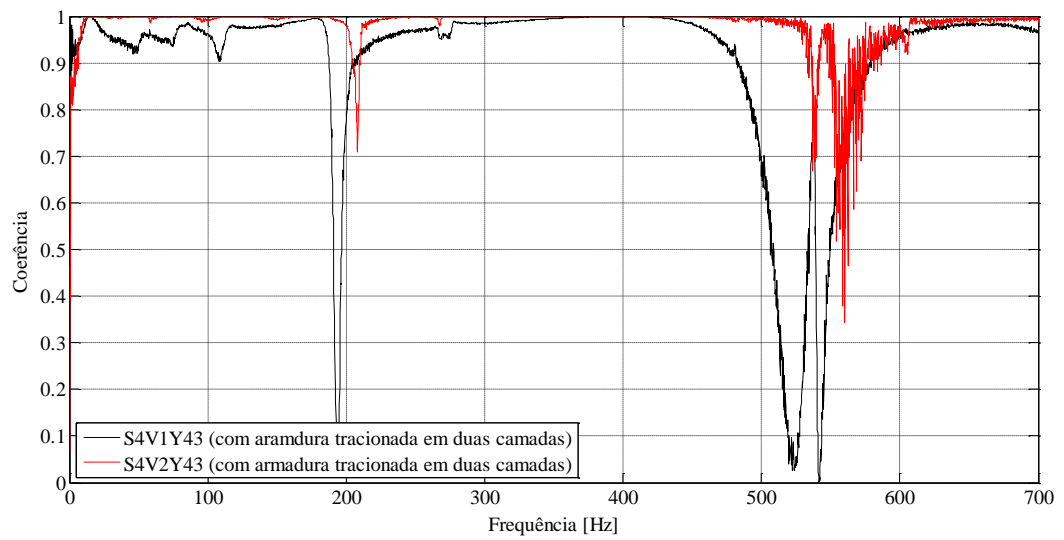
Figura 4. 14 - Curva FRF expressa em mobilidade da viga S3V2, utilizando FIM para acelerômetro no ponto 1 (azul) da viga.

Tabela 4. 4 – Comparação em porcentagem das diferenças de frequências naturais para as vigas S3V1 e S2V2

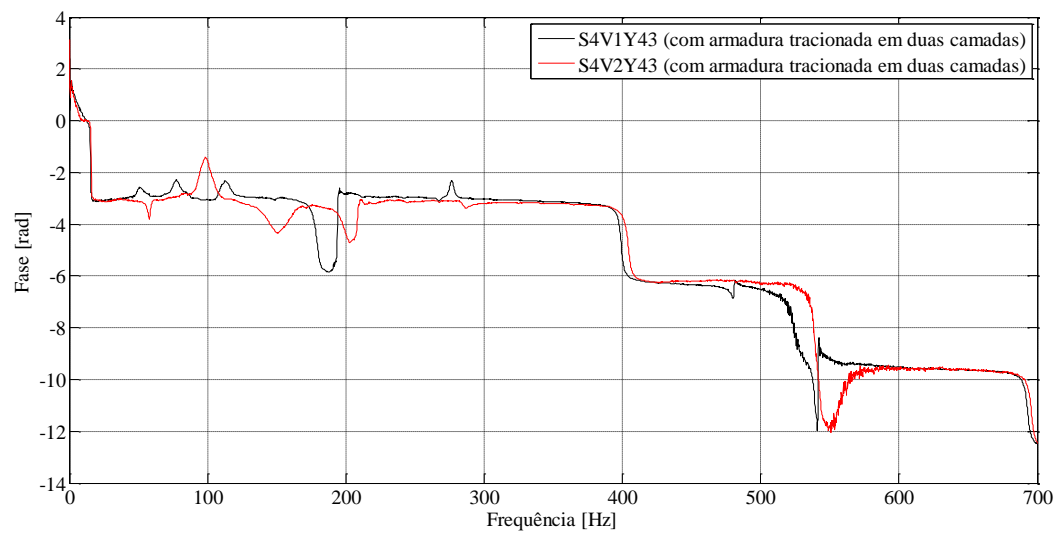
Frequência Natural	S3V1	S3V2	Diferença (%)
fn1	15,17	14,8	2,5
fn2	43,83	44,6	1,76
fn3	59,67	67,4	12,95
fn4	70,67	107,2	51,69
fn5	91,17	133,4	46,32
fn6	108	173,2	60,37
fn7	175	272,2	55,54
fn8	274	396	44,53
fn9	396,3	535	35,00
fn10	536,7	687,4	28,08

Tal como mencionado para a viga S1, o protótipo V1 da viga S3 apresenta algumas frequências intermediárias se comparado ao protótipo V2, o que é justificado pelo fato de o protótipo V1 apresentar curvas oriundas de mais de um “teste de impacto”, com posições diferentes para o acelerômetro.

Mesmo as frequências de valores próximos (a primeira frequência natural, por exemplo), possuem pequenas diferenças, pois, também como já mencionado, é impossível obter modelos idênticos, ainda que haja um esforço para que sejam o mais semelhante possível.



(a)



(b)

Figura 4. 15 – Curvas comparativas das vigas similares P250 S4V1Y43 e P250 S4V2Y43 (a) de coerência; (b) de fase.

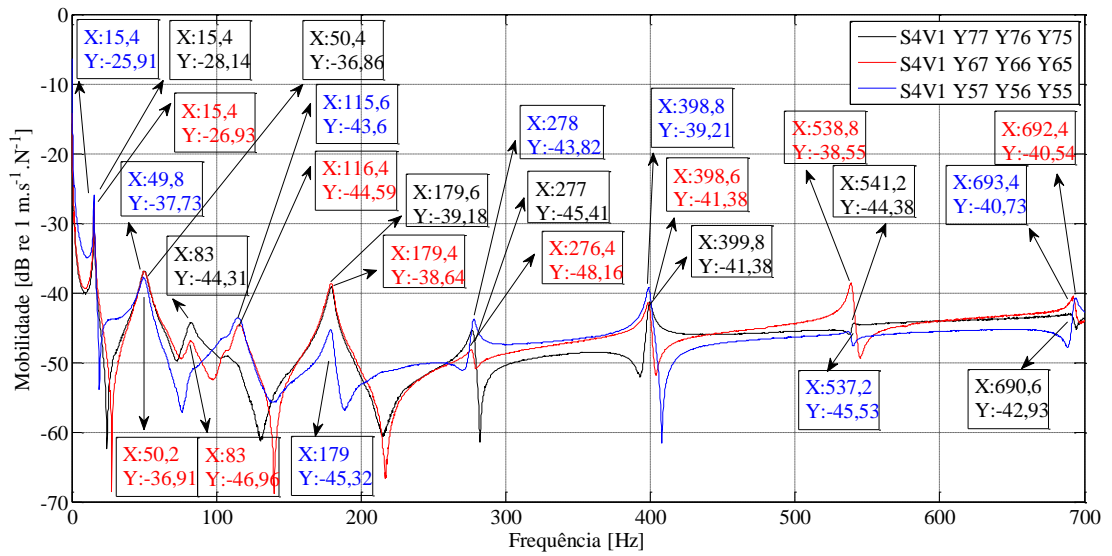


Figura 4.16 - Curva FRF expressa em mobilidade da viga S4V1, utilizando FIM para acelerômetro no ponto 7 (preto), no ponto 6 (vermelho) e no ponto 5 (azul) da viga.

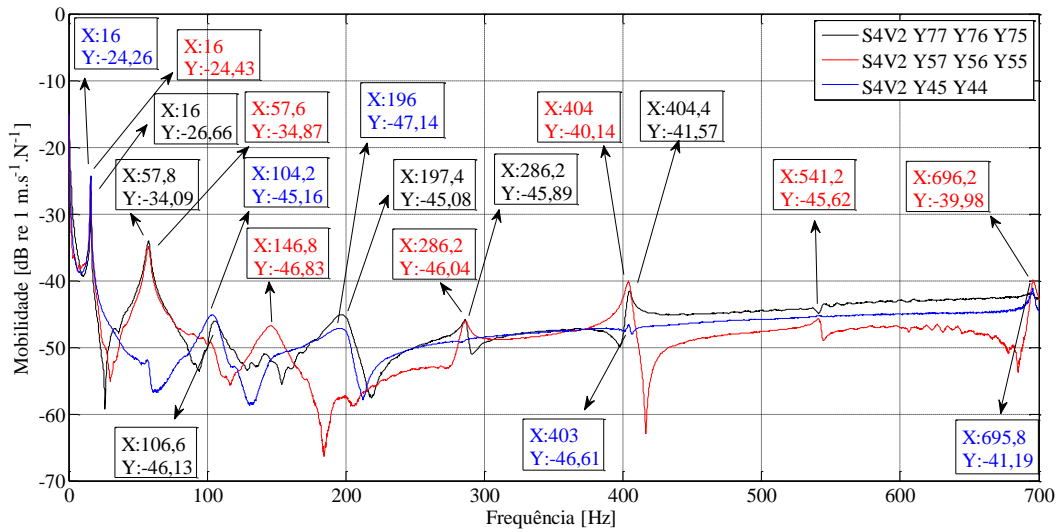
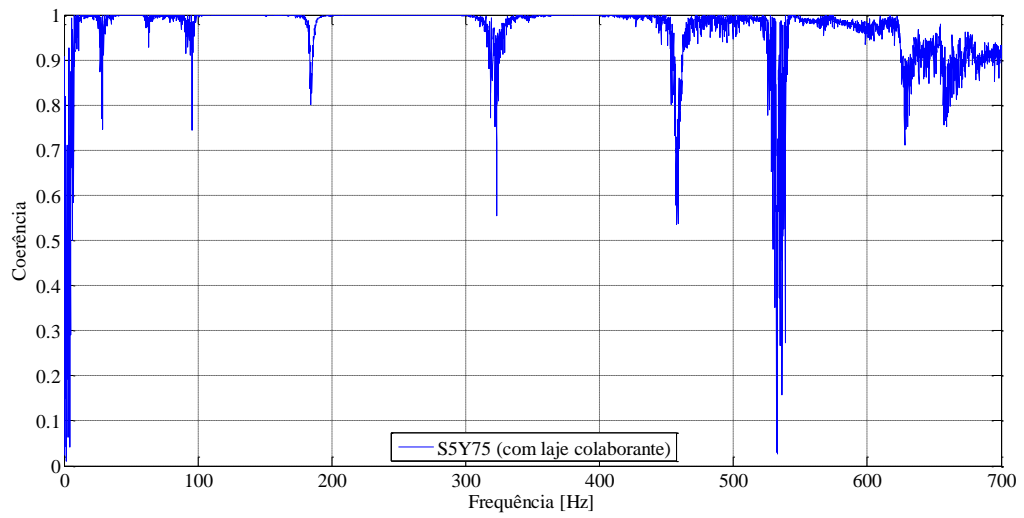


Figura 4.17 - Curva FRF expressa em mobilidade da viga S4V2, utilizando FIM para acelerômetro no ponto 7 (preto), no ponto 5 (vermelho) e no ponto 4 (azul) da viga.

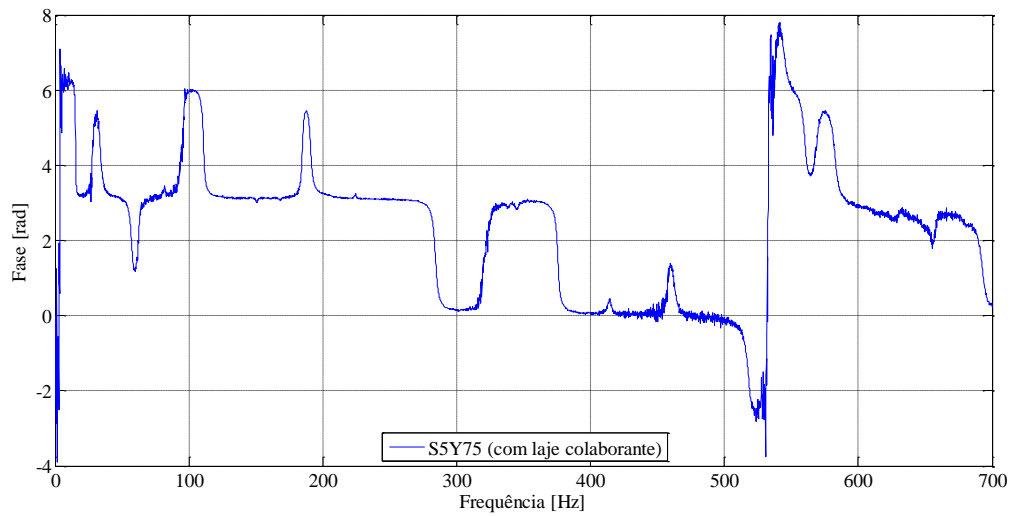
Tabela 4.5 – Comparação em porcentagem das diferenças de frequências naturais para as vigas S4V1 e S4V2.

Frequência Natural	S4V1	S4V2	Diferença (%)
fn1	15,4	16	3,90
fn2	50,2	57,8	15,14
fn3	83	104,2	25,54
fn4	115,6	146,8	26,99
fn5	179,4	197,4	10,03
fn6	278	286,2	2,95
fn7	398,8	404	1,30
fn8	538,8	541,2	0,45
fn9	693,4	696,2	0,40

Para a viga S4, foi possível aplicar FIM para ambos os protótipos. As frequências naturais dos dois protótipos foram próximas, apresentando diferenças mais significativas apenas entre a terceira e a quinta frequência natural.



(a)



(b)

Figura 4.18 – Curvas da viga P250 S5Y75 (a) de coerência; (b) de fase.

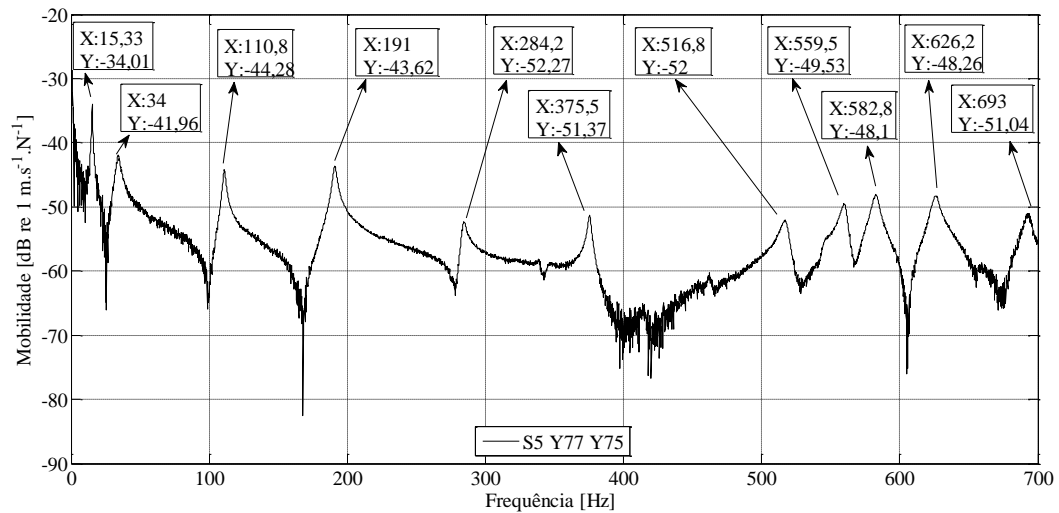


Figura 4.19 - Curva FRF expressa em mobilidade da viga S5, utilizando FIM para acelerômetro no ponto 7 da viga.

Tabela 4.6: Frequências naturais da viga S5.

Frequência Natural	S5V1
fn1	15,33
fn2	34
fn3	110,8
fn4	191
fn5	284,2
fn6	375,5
fn7	516,8
fn8	559,5
fn9	582,8
fn10	626,2

A Fig. (4.19) ilustra a FRF da viga S5 resultante da FIM de testes de impacto com o acelerômetro posicionado no ponto 7 da viga. Na Tab. (4.6) estão elencadas as primeiras frequências naturais da viga S5, obtidas da curva FRF.

Nota-se que, apesar de existirem diferenças entre os protótipos com a mesma concepção, essas diferenças são mínimas, o que permite ao estudo considerar para outras comparações apenas

um protótipo de cada tipo de viga. Deste ponto em diante, este trabalho se restringirá a análise apenas de um dos protótipos de cada modelo de viga.

No apêndice B, ao fim deste trabalho, são apresentadas as curvas real e imaginária de FRFs obtidas de alguns experimentos aplicados nas vigas estudadas. As curvas real e imaginária podem também revelar as frequências naturais da viga: a curva da parte real cruza o eixo das frequências onde há uma ressonância, ou seja, onde há uma frequência natural. Nesse mesmo ponto, a parte imaginária apresenta um mínimo.

4.2.3 Estudo Comparativo Entre Vigas com Diferentes Configurações

A comparação se dará, nesta seção, entre protótipos diferentes. Apenas um protótipo (V1 ou V2) será usado. Entretanto, em alguns casos em que alguma frequência aparece apenas no protótipo não escolhido e, aparentemente, é característica do modelo em questão, ela será inserida entre as frequências aqui demonstradas.

A Tab. (4.7) apresenta as quatro primeiras frequências naturais das vigas S0 (sem preenchimento de concreto) e S2 (com preenchimento de concreto), a razão e a diferença em porcentagem entre as duas vigas. Para montagem da tabela, foram usados os valores de frequências naturais do protótipo V2 da viga S0, já que só para esse protótipo foi usada a FIM. Para a viga S2, foram escolhidos os valores das frequências naturais do protótipo V1.

Tabela 4. 7 – Tabela comparativa entre as quatro primeiras frequências naturais das vigas S0 e S2

Frequência Natural	S0	S2	Diferença (%) (ref. menor)	Razão (menor/maior)
fn1	19,2	13,67	40,45	0,71
fn2	53,2	37,17	43,13	0,70
fn3	82,8	66,83	23,90	0,81
fn4	127,2	102,5	24,10	0,81

Para representar as quatro primeiras frequências naturais da viga S1 (com preenchimento de concreto e com desmoldante), foi escolhido o protótipo V1, já que para este protótipo foi possível plotar curvas utilizando FIM de pontos diferentes do acelerômetro na viga. Pelo mesmo motivo, o protótipo V1 foi escolhido para representar as frequências naturais da viga S3 (com

preenchimento de concreto, sem desmoldante e com armadura tracionada em uma camada) na Tab. (4.9).

A comparação entre a viga S0 (sem preenchimento de concreto) e S2 (com preenchimento de concreto) revela diferenças consideráveis entre elas, demonstrando que a presença ou não do concreto interfere consideravelmente na dinâmica da viga.

A viga S0 (sem preenchimento de concreto) apresenta valores superiores aos valores de frequência da viga S2 (preenchida com concreto). Como exemplo, a primeira frequência natural da viga S0 é 40,45% maior que a primeira frequência natural da viga S2, comportamento esperado, considerando que a viga S2 possui massa muito superior à massa da viga S0 e que a frequência natural é inversamente proporcional à raiz quadrada da massa do sistema (vide Eq. 3.3).

Tabela 4. 8 – Tabela comparativa entre as quatro primeiras frequências naturais das vigas S1 e S2

Frequência Natural	S1	S2	Diferença (%) (ref. menor)	Razão (menor/maior)
fn1	14,5	13,67	6,07	0,94
fn2	38,67	37,17	4,04	0,96
fn3	58,83	66,83	13,60	0,88
fn4	97,83	102,5	4,77	0,95

O paralelo entre as vigas S1 (preenchida com concreto e com desmoldante) e S2 (preenchida com concreto e sem desmoldante) apresenta diferenças sutis entre os valores de suas frequências naturais, considerando que diferenças de aproximadamente 3%, por exemplo, para a primeira frequência natural, foi demonstrada pelas curvas FRF dos protótipos semelhantes V1 e V2 de ambos os modelos. Aparentemente, portanto, a presença do desmoldante causa pouca influência sobre a dinâmica da viga.

Tabela 4. 9 – Tabela comparativa entre as quatro primeiras frequências naturais das vigas S2 e S3

Frequência Natural	S2	S3	Diferença (%) (ref. menor)	Razão (menor/maior)
fn1	13,67	15,17	10,97	0,90
fn2	37,17	43,83	17,92	0,85
fn3	66,83	59,67	12,00	0,89
fn4	102,5	70,67	45,04	0,69

As vigas S2 e S3 apresentam diferenças consideráveis entre seus valores de frequências ressonantes, o que, segundo os resultados experimentais, demonstra que a presença da armadura de aço tracionada em uma camada pode gerar efeitos sobre as propriedades dinâmicas da viga.

Os cálculos analíticos (detalhados na seção 4.3) sugerem que o Momento de Inércia “ I ” é o elemento que define o maior valor da frequência natural da viga S3.

Tabela 4. 10 – Tabela comparativa entre as quatro primeiras frequências naturais das vigas S3 e S4

Frequência Natural	S4	S3	Diferença (%) (ref. menor)	Razão (menor/maior)
fn1	15,4	15,17	1,52	0,99
fn2	50,2	43,83	14,53	0,87
fn3	83	59,67	39,10	0,72
fn4	115,6	70,67	63,58	0,61

A Tab (4.10) representa as primeiras frequências naturais das vigas S3 (com armadura tracionada em uma camada) e S4 (com armadura tracionada em duas camadas).

As duas vigas apresentam algumas diferenças mais significativas entre suas frequências naturais nos modos mais altos de vibração (3° e 4°). Entretanto, para a frequência fundamental, não se observa diferença relevante.

Ao que revela os valores de frequência fundamental das duas vigas, tração em uma ou duas camadas da armadura interna, interfere pouco na dinâmica da viga e a diferença existente

(frequência de S4 maior) pode ser relacionada ao valor do Momento de Inércia “ I ”, conforme será demonstrado na seção de resultados analíticos.

A Tab. (4.11) relaciona os valores das primeiras frequências naturais das vigas S4 (sem laje colaborante) e S5 (com laje colaborante). As diferenças são mais significativas a partir da segunda frequência natural. A frequência fundamental das duas vigas é bastante próxima, sendo possível dizer que, segundo os resultados experimentais, para a frequência fundamental, a presença de laje colaborante não interfere na dinâmica da viga. Os cálculos analíticos não confirmam tal conclusão, como será observado nas seções seguintes.

A Tab. (4.12) reúne os resultados das quatro primeiras frequências naturais de todas as vigas estudadas.

Tabela 4. 11 – Tabela comparativa entre as quatro primeiras frequências naturais das vigas S4 e S5

Frequência Natural	S4	S5	Diferença (%) (ref. menor)	Razão (menor/maior)
fn1	15,4	15,33	0,46	1
fn2	50,2	34	47,65	0,68
fn3	83	110,8	33,49	0,75
fn4	115,6	191	65,23	0,61

Tabela 4. 12 - Tabela comparativa entre as quatro primeiras frequências naturais das vigas S0, S1, S2, S3, S4 e S5.

Frequência Natural	S0	S1	S2	S3	S4	S5
fn1	19,2	14,5	13,67	15,17	15,4	15,33
fn2	53,2	38,67	37,17	43,83	50,2	34
fn3	82,8	58,83	66,83	59,67	83	110,8
fn4	127,2	97,83	102,5	70,67	115,6	191

As Figs. (4.20) e (4.21) apresentam curvas FRF (mobilidade) de todas as vigas estudadas, ou seja, S0, S1, S2, S3, S4 e S5 para serem comparadas. A Fig. (4.20) abrange a resposta em

frequências de 0 a 700Hz e a Fig. (4.21) concentra-se nas primeiras frequências naturais que aparecem entre 0 e 250Hz.

Na Fig. (4.20) pode-se notar uma semelhança maior entre o comportamento das curvas das vigas S1, S2, S3 e S4, sobretudo nas frequências acima de 100 Hz. As curvas FRF das vigas S0 e S5 são as que mais se afastam do comportamento das demais, diferença que também se acentua nas frequências mais altas. Esse comportamento está dentro do que poderia se esperar, já que as vigas S0 e S5 são as vigas que apresentam, também, as diferenças mais significativas em sua configuração.

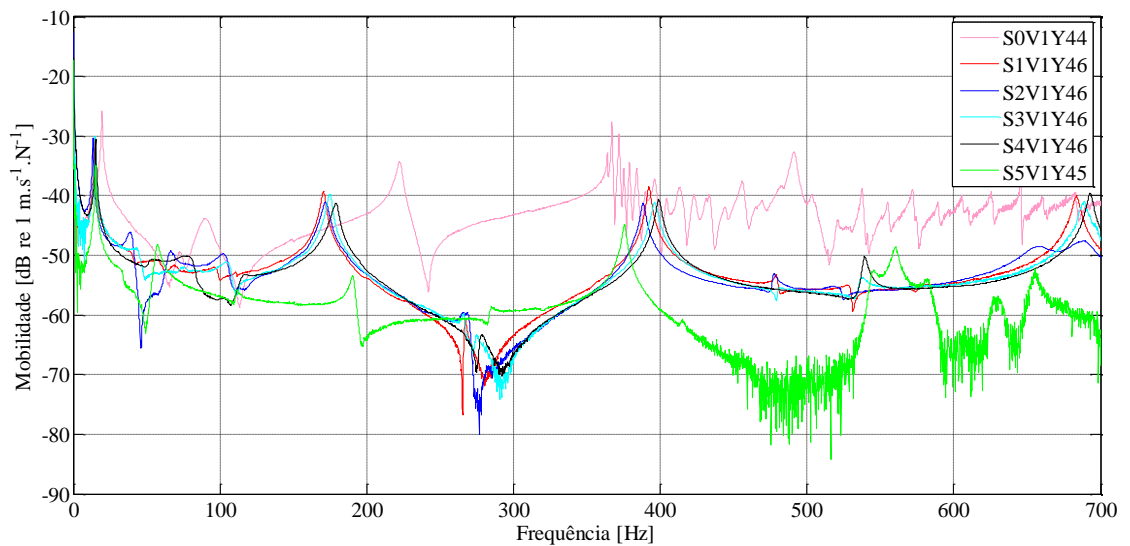


Figura 4. 20 – Curvas FRF até 700Hz das vigas S0, S1, S2, S3, S4 e S5 obtidas de experimentos, cujos acelerômetros foram alocados no ponto 4 (meio) da viga.

O recorte das frequências abaixo de 250 Hz apresentado na Fig. (4.21) evidencia uma diferença mais proeminente da frequência fundamental da viga S0 em relação as outras, como foi demonstrado pelos resultados experimentais já exibidos e como poderá ser confirmado pelos resultados analíticos na sequência.

Depois da primeira frequência natural, as curvas das seis vigas estudadas apresentam configuração e picos ressonantes bastante diferentes até aproximadamente 150 Hz, onde as curvas das vigas S1, S2, S3 e S5 parecem convergir, apresentando então, uma configuração razoavelmente coincidente.

A Tab. (4.13) apresenta os resultados obtidos para os parâmetros de cálculo das quatro primeiras frequências naturais das vigas S0, S1, S2, S3 S4 e S5, a partir da Eq. (3.3).

Tal como exposto na seção (3.5.1), os parâmetros expostos na tabela e definidos a seguir, são necessários para os cálculos das frequências naturais.

I = Momento de Inércia da seção de cada viga (m^4)

E = Módulo de elasticidade do aço do perfil (VMB 300) (MPa)

EI = Rigidez: flexão da viga (Nm^2)

P = Peso da viga (N)

g = Aceleração da gravidade (m/s^2)

m = Massa da viga (Kg)

m_e = Massa efetiva (kg/m)

L = Comprimento da viga (m)

k_n = Constante que representa as condições de apoio da viga para o n ésimo modo de vibração.

Também conforme explicações da seção 3.6, para os cálculos, a seção foi homogeneizada. Partindo de um fator de transformação, que considera a constante elástica de cada elemento da viga, foi possível transformar a área de concreto e do aço da armadura em uma área equivalente de aço do perfil. Sendo assim, valor do módulo de elasticidade de todas as vigas passou a ser idêntico e igual ao do aço que compõe o perfil da viga.

A Tab.(4.13) realça ainda, que a massa “ m ” e o momento de inércia “ I ” são os parâmetros que alteram, sendo que a massa é diferente apenas para S0 e S5 e o momento de inércia é único para cada viga. Sendo assim, massa e momento de inércia são os parâmetros definidores das diferenças entre as frequências naturais calculadas para as seis vigas.

Partindo-se da Eq.(3.3) para cálculo das “ n ” Frequências Naturais de uma viga simplesmente apoiada, resultados analíticos foram obtidos e apresentados na Tab. (4.14).

A Tab. (4.14) evidencia uma diferença mais significativa dos valores de frequência natural obtidos para a viga S0, apresentando valores maiores, o que é coerente com a Eq. (3.3) utilizada, já que a raiz quadrada da massa é inversamente proporcional à frequência natural (S0 possui menor massa que as demais vigas) e a raiz do momento de inércia é diretamente proporcional

ao valor de frequência natural calculado. Ainda que “I” da S0 seja menor que as demais, suas frequências naturais são significativamente superiores.

Tabela 4. 14 – Resultados analíticos obtidos para as quatro primeiras frequências naturais das vigas S0, S1, S2, S3, S4 e S5.

	S0	S1	S2	S3	S4	S5
	Frequência Natural Calculada	Frequência Natural Calculada	Frequência Natural Calculada	Frequência Natural Calculada	Frequência Natural Calculada	Frequência Natural Calculada
fn1	22,01	13,83	13,74	13,89	14,66	16,93
fn2	88,05	55,33	54,97	55,58	58,65	67,72
fn3	198,11	124,49	123,68	125,05	131,97	152,37
fn4	352,19	221,32	219,87	222,32	234,61	270,88

A viga S5 apresenta diferença significativa dos valores de massa e momento de inércia “I”, quando comparada às demais. Entretanto, apesar de notável a diferença de seus resultados para frequências naturais, foi mais sutil que a apresentada pela viga S0. Como momento de inércia é diretamente proporcional à massa, inversamente proporcional à frequência natural, a razão das duas proporcionou um resultado de frequência natural mais próximo das demais do que aqueles apresentados pela viga S0.

A partir da viga S1, os valores das frequências naturais vão aumentando gradativamente até a viga S5, à medida que um componente é acrescentado e aumenta também o valor de momento de inércia. A viga S2, quando comparada à viga S1, foge a essa “regra”, uma vez que a presença ou não de desmoldante não foi considerada nos cálculos. O que torna o valor de “I” da viga S2 diferente do valor de “I” da viga S1 (e conseqüentemente as frequências naturais também serão diferentes) é a diferença do módulo de elasticidade real do concreto calculada (Apêndice A).

4.4 Comparando os Resultados Experimentais e Analíticos

Nas Tabs. (4.15) a (4.20), serão apresentados e comparados os resultados experimental, analítico e numérico das vigas S0, S1, S2, S3, S4 e S5, respectivamente. As diferenças em porcentagem foram calculadas sempre tendo o menor valor como referência.

A Tab. (4.15) demonstra uma boa proximidade entre os valores da primeira frequência natural experimental e calculada, mas essa coincidência não é reproduzida nos modos de vibração seguintes. Em modos diferentes, alguns valores de frequência são relativamente próximos, como, por exemplo, a segunda frequência natural calculada e a terceira experimental.

Tabela 4. 15 – Comparação dos resultados experimental e analítico da viga S0 (sem preenchimento de concreto)

S0				
	Calculado [Hz]	Experimental [Hz]	Razão (menor/maior)	Diferença (ref. Menor) [%]
fn ₁	22,01	19,2	0,87	14,64
fn ₂	88,05	53,2	0,60	65,51
fn ₃	198,11	82,8	0,42	139,26
fn ₄	352,19	127,2	0,36	176,88

A análise comparativa leva a crer que a Eq. (3.3) é adequada para calcular a primeira frequência natural de uma viga semelhante à S0.

Tabela 4. 16 – Comparação dos resultados experimental, numérico e analítico da viga S1 (com preenchimento de concreto e com preparo de superfície interna)

S1				
	Calculado [Hz]	Experimental [Hz]	Razão (menor/maior)	Diferença (ref. Menor) [%]
fn ₁	13,83	14,5	0,95	4,84
fn ₂	55,33	38,67	0,70	43,08
fn ₃	124,49	58,83	0,47	111,61
fn ₄	221,32	97,83	0,44	126,23

A partir da análise da Tab (4.16) nota-se que, assim como foi observado para os resultados analíticos e experimentais atribuídos à viga S0, as primeiras frequências fundamentais da viga S1, resultantes dos dois métodos também se apresentam bastante próximas, o que não se repete

para as demais frequências. Tal como também observado para a viga S0, algumas frequências naturais reveladas em modos diferentes, são semelhantes.

Mais uma vez, pode-se dizer que para identificar a primeira frequência natural, a Eq. (3.3) se mostra eficiente.

Tabela 4. 17 – Comparação dos resultados experimental, numérico e analítico da viga S2 (com preenchimento de concreto e sem preparo de superfície interna).

S2				
	Calculado [Hz]	Experimental [Hz]	Razão (menor/maior)	Diferença (ref. Menor) [%]
fn ₁	13,74	13,67	0,99	4,35
fn ₂	54,97	37,17	0,68	40,92
fn ₃	123,68	66,83	0,54	76,36
fn ₄	219,87	102,5	0,47	104,41

A Tab.(4.17) corrobora com o que foi demonstrado até agora e revela uma coincidência entre os valores de frequência fundamental calculada e experimental também da viga S2.

É interessante observar que as frequências calculadas apresentam intervalos grandes entre um modo e outro e as frequências experimentais parecem apresentar valores que são intermediários.

Tabela 4. 18 – Comparação dos resultados experimental, numérico e analítico da viga S3 (com preenchimento de concreto, sem preparo da superfície interna e com armadura passiva tracionada em uma camada)

S3				
	Calculado [Hz]	Experimental [Hz]	Razão (menor/maior)	Diferença (ref. Menor) [%]
fn ₁	13,89	15,17	0,92	9,22
fn ₂	55,58	43,83	0,79	26,81
fn ₃	125,05	59,67	0,48	109,57
fn ₄	222,32	70,67	0,32	214,59

Com uma diferença um pouco maior que aquelas apresentadas para as vigas S1 e S2, a

Tab.(4.18) demonstra proximidade entre os valores calculado e experimental da primeira frequência natural da viga S3.

Mantendo ainda semelhança com as vigas analisadas anteriormente, há semelhança entre valores de frequências naturais de modos diferentes, como, por exemplo, a segunda frequência natural calculada e a terceira experimental.

Tabela 4. 19– Comparação dos resultados experimental, numérico e analítico da viga S4 (com preenchimento de concreto, sem preparo da superfície interna, com armadura passiva tracionada em duas camadas)

S4				
	Calculado [Hz]	Experimental [Hz]	Razão (Calc/Exp)	Diferença (ref. Menor) [%]
fn ₁	14,66	15,4	0,95	5,05
fn ₂	58,65	50,2	0,86	16,83
fn ₃	131,97	83	0,63	59,00
fn ₄	234,61	115,6	0,49	102,95

A Tab.(4.19) apresenta os resultados calculados e experimentais da viga S4, que tem os valores de frequência fundamental resultante dos dois métodos muito semelhantes.

A segunda frequência natural ainda conserva alguma proximidade entre os valores calculado e experimental, mas para a terceira e quarta frequências naturais, a diferença se apresenta mais significativa.

A análise da Tab.(4.20), na qual estão expostos os resultados analíticos e experimentais de frequências ressonantes da viga S5, corrobora com o que foi exposto para as demais vigas e demonstra que a Eq.(3.3) é satisfatória para calcular a primeira frequência natural da viga em questão, já que apresenta semelhança entre os valores calculado e experimental.

A partir da segunda frequência natural, a diferença entre os valores calculado e experimental são bastante significativas, o que leva a concluir que a Eq.(3.3) não é adequada para se obter os valores de frequência para esses modos de vibração.

Tabela 4. 20 – Comparação dos resultados experimental, numérico e analítico da viga S5 (com preenchimento de concreto, sem preparo da superfície interna, com armadura passiva tracionada em duas camadas e laje maciça de concreto colaborante)

S5				
	Calculado [Hz]	Experimental [Hz]	Razão (Calc/Exp)	Diferença Calc. e Exp. [%]
fn ₁	16,93	15,33	0,91	10,44
fn ₂	67,72	34	0,50	99,18
fn ₃	152,37	110,8	0,73	37,52
fn ₄	270,88	191	0,71	41,82

4.5 Resultados dos cálculos do Fator de Amortecimento Modal

Nesta seção, serão apresentados os valores para cada fator de amortecimento modal correspondentes às primeiras frequências naturais das vigas S0, S1, S2, S3, S4 e S5.

Para o cálculo desse fator de amortecimento, foi utilizado o método de largura de banda de meia potência, conforme exposto na seção 3.5 do capítulo 3.

A Fig. (4.22) apresenta um zoom nos picos da primeira frequência natural da viga S0 para o cálculo de seus fatores de amortecimento.

Na Fig. (4.22), as frequências 18, 4 Hz e 19, 5 Hz, representam as frequências inferior e superior, respectivamente, que correspondem à largura de banda “ $\Delta\omega$ ” na direção em que a amplitude do pico diminui aproximadamente 3dB.

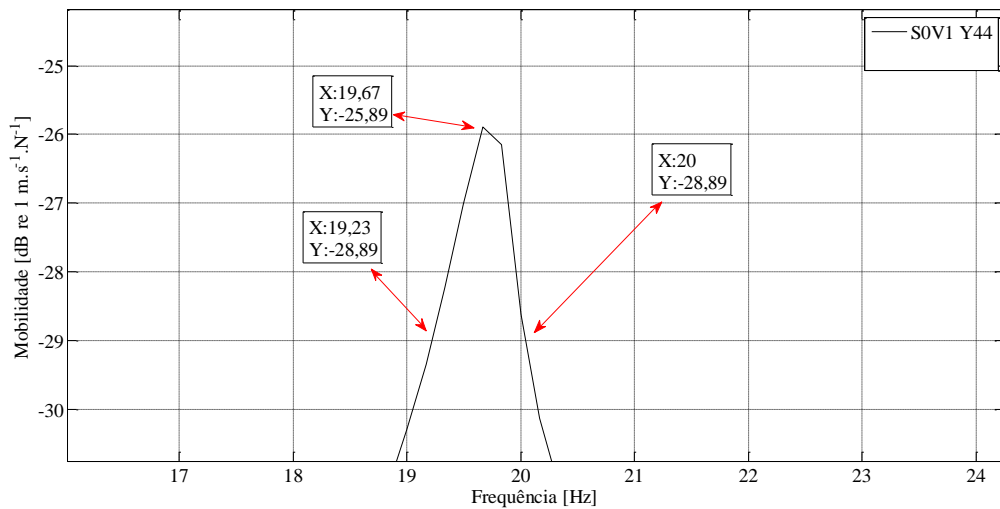


Figura 4. 22 - Zoom na primeira frequência natural, obtida a partir de FIMs do ponto 4 da viga S0 (sem preenchimento de concreto) e suas respectivas frequências inferior e superior, localizadas abaixo aproximadamente 3dB do pico ressonante.

- Cálculo do Fator de Amortecimento Modal “ ζ_1 ” da viga S0.

$$\zeta_n = \frac{\Delta\omega}{2\omega_n}$$

$$\zeta_1 = \frac{(20 - 19,23)}{2(19,67)} = 0,0196$$

0,0196 é então o fator de amortecimento modal da frequência fundamental da viga S0.

A Fig. (4.23) apresenta um zoom no pico da primeira frequência natural da viga S1 para o cálculo de seu fator de amortecimento. Foi adotado o mesmo método da largura de banda de meia potência, tal como foi demonstrado para a viga S0.

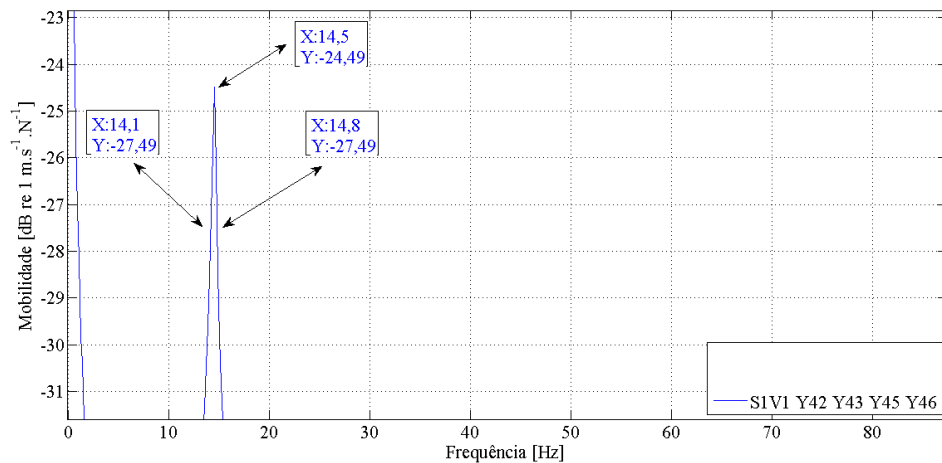


Figura 4. 23 - Zoom na primeira frequência natural, obtida a partir de FIMs do ponto 4 da viga S1 (com preparo de superfície interna) e suas respectivas frequências inferior e superior.

- Cálculo do Fator de Amortecimento Modal “ ζ_1 ” da viga S1

$$\zeta_n = \frac{\Delta\omega}{2\omega_n}$$

$$\zeta_1 = \frac{(14,8 - 14,1)}{2(14,5)} = 0,0241$$

0,0241 é então o fator de amortecimento modal da frequência fundamental da viga S1.

Para o cálculo do fator de amortecimento modal da primeira frequência natural da viga S2, foram utilizados os pontos marcados na Fig. (4.24).

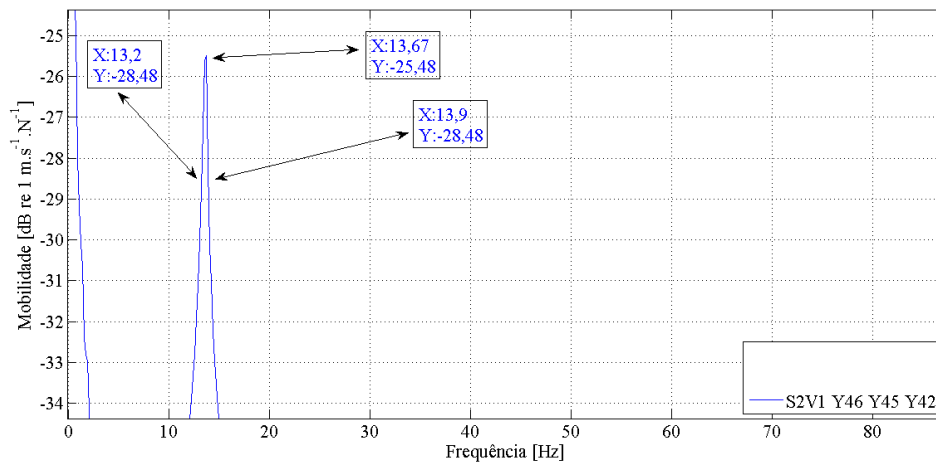


Figura 4. 24 - Zoom na primeira frequência natural, obtida a partir de FIMs do ponto 4 da viga S2 (sem preparo de superfície interna) e suas respectivas frequências inferior e superior.

- Cálculo do Fator de Amortecimento Modal “ ζ_1 ” da viga S2

$$\zeta_n = \frac{\Delta\omega}{2\omega_n}$$

$$\zeta_1 = \frac{(13,9 - 13,2)}{2(13,67)} = 0,0256$$

0,0241 é então o fator de amortecimento modal da frequência fundamental da viga S2.

O zoom nos picos das frequências fundamentais, bem como os pontos utilizados para os cálculos estão expostos adiante nas Figs. (4.25), (4.26) e (4.27) representando, respectivamente, as vigas S3, S4 e S5

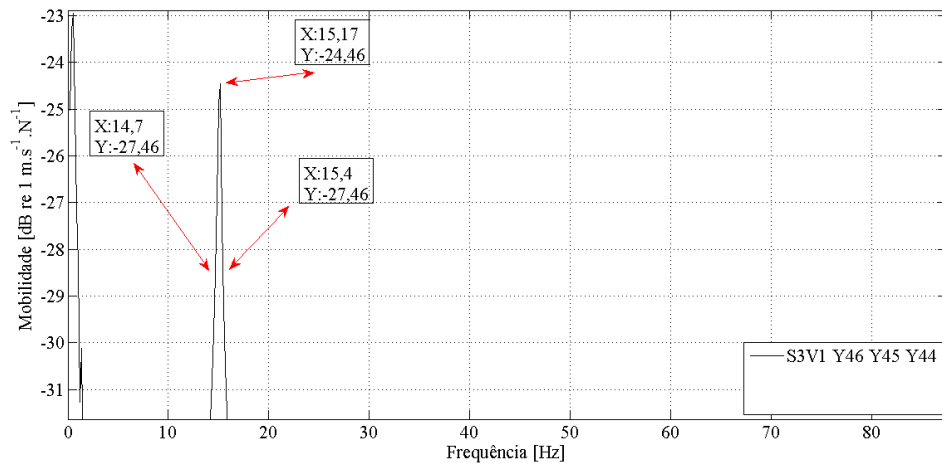


Figura 4. 25 - Zoom na primeira frequência natural, obtida a partir de FIMs do ponto 4 da viga S3 (com armadura tracionada em uma camada) e suas respectivas frequências inferior e superior.

- Cálculo do Fator de Amortecimento Modal “ ζ_1 ” da viga S3

$$\zeta_n = \frac{\Delta\omega}{2\omega_n}$$

$$\zeta_1 = \frac{(15,4 - 14,7)}{2(15,17)} = 0,0231$$

0,0231 é então o fator de amortecimento modal da frequência fundamental da viga S3.

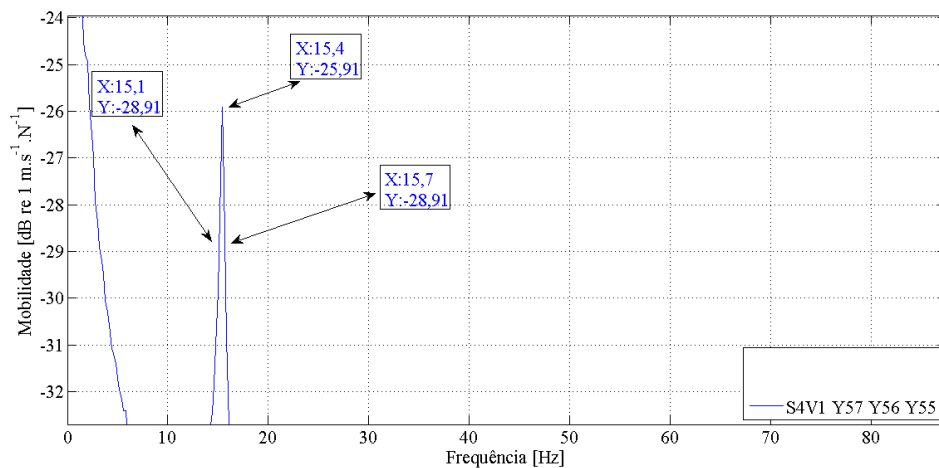


Figura 4. 26 - Zoom na primeira frequência natural, obtida a partir de FIMs do ponto 5 da viga S4 (com armadura tracionada em duas camadas) e suas respectivas frequências inferior e superior.

- Cálculo do Fator de Amortecimento Modal “ ζ_1 ” da viga S4

$$\zeta_n = \frac{\Delta\omega}{2\omega_n}$$

$$\zeta_1 = \frac{(15,7 - 15,1)}{2(15,4)} = 0,0194$$

0,0194 é então o fator de amortecimento modal da primeira frequência natural da viga S4.

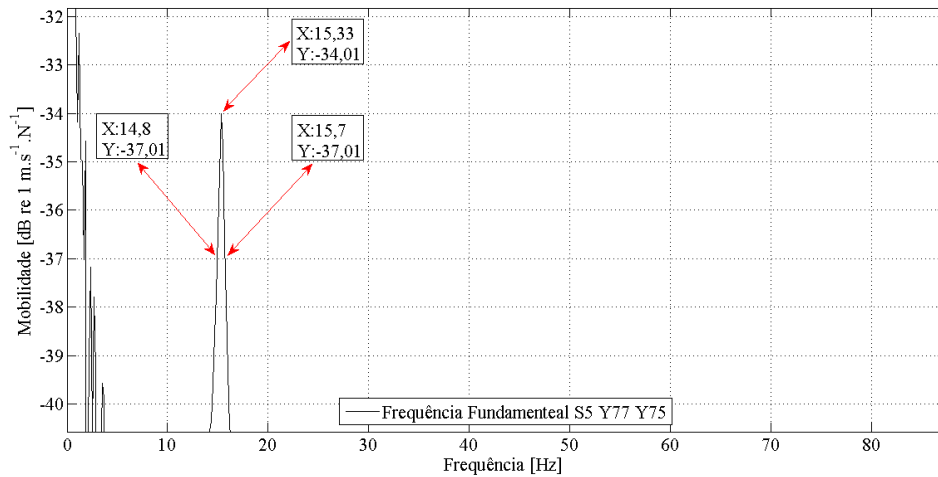


Figura 4. 27 - Zoom na primeira frequência natural, obtida a partir de FIMs, da viga S5 (com laje colaborante) e suas respectivas frequências inferior e superior.

- Cálculo do Fator de Amortecimento Modal “ ζ_1 ” da viga S5

$$\zeta_n = \frac{\Delta\omega}{2\omega_n}$$

$$\zeta_1 = \frac{(15,7 - 14,8)}{2(15,33)} = 0,0294$$

0,0294 é então o fator de amortecimento modal da frequência fundamental da viga S5.

O fator de amortecimento da primeira frequência foi apresentado para todas as vigas na Tab. (4.21). Os resultados obtidos não revelam grandes discrepâncias entre uma viga e outra, sendo que a viga S5 apresenta o fator de amortecimento maior e a viga S4 apresenta o menor valor.

Tabela 4. 21 – Valores calculados para o fator de amortecimento das vigas S0, S1, S2, S3, S4 e S5, a partir do método da largura de banda de meia potência.

	S0	S1	S2	S3	S4	S5
Fator de amortecimento modal da 1ª fn	0,0196	0,0241	0,0256	0,0231	0,0194	0,0294

A literatura apresenta trabalhos, onde foi encontrado para o aço um fator de amortecimento em torno de 2% e para o concreto, em torno de 5%. Para uma estrutura mista aço-concreto, a literatura apresenta um fator de amortecimento equivalente de aproximadamente 3% e 3,5% (PAPAGEORGIU e GANTES, 2008; FARGHALY, 2013). O valor de amortecimento depende, no entanto, além do material, da amplitude de vibração, do modo e do período fundamental (DI SARNO e ELNASHAI, 2008). Nesse sentido, o valor encontrado para a viga S0 está coerente com a literatura (em porcentagem, o fator de amortecimento seria 1,96%), já que é composta apenas por aço. Também é razoável pensar que na medida em que se preencha a viga com concreto, seu valor de fator de amortecimento aumentasse e que as vigas com preenchimento de concreto e armadura de aço (S3 e S4), tivessem um valor intermediário entre a viga sem preenchimento de concreto (S0) e as vigas com preenchimento de concreto e sem armadura (S1 e S2). As vigas S1 e S2 (ambas com preenchimento de concreto e sem armadura) apresentaram valor de fator de amortecimento superior ao da viga S0, conforme esperado. Ainda como previsto, a viga S3 (com preenchimento de concreto e com armadura de aço) apresentou valor intermediário entre as vigas com e sem preenchimento de concreto. No entanto, a viga S4 apresentou valor inferior a todas as outras vigas, inclusive em comparação à viga sem preenchimento de concreto (S0). É possível que esse valor para fator de amortecimento da viga S4 esteja ligado a uma singularidade da forma de construção da mesma e não apenas a uma característica dos materiais.

O valor de fator de amortecimento da viga S5 (com laje colaborante de concreto), superior aos demais, é coerente com o esperado (dado o que foi demonstrado pela literatura), já que possui o maior volume de concreto entre as seis vigas estudadas, o que lhe confere maior capacidade de amortecimento.

5

CONCLUSÃO

Ensaaios experimentais de “teste de impacto” foram realizados para diferentes vigas mistas tubulares de aço, a partir dos dados gerados nos ensaios, funções de resposta em frequência foram obtidas, permitindo a análise e comparação das respostas dinâmicas dessas vigas.

Modos transversais de vibração são ativados na viga S0 (sem preenchimento de concreto) a partir de aproximadamente 364 Hz, e somados aos modos de ondas de flexão, provocam uma densidade modal elevada entre 360 Hz e 500 Hz, mas que se estende até pelo menos 700Hz.

A comparação entre dois protótipos com a mesma configuração demonstrou que apesar de constituídos com os mesmos materiais, formas e medidas, pequenas diferenças entre os valores de frequências naturais devem ser consideradas, já que seria impossível obter modelos idealmente idênticos.

O método de “função indicadora de modos” (FIM) utilizado pode reduzir as chances de não se identificar alguma frequência natural da viga ensaiada, quanto maior for o número de ensaios considerados com o acelerômetro posicionado em pontos diferentes da viga. Os resultados demonstrados pelos protótipos V1 e V2 das vigas S1 e S3 exemplificam essa constatação.

Para a viga S4, foi possível aplicar o FIM, utilizando resultados de ensaios em três pontos distintos da viga para os dois protótipos. Nesse caso, as diferenças apresentadas entre as frequências naturais apresentadas por V1 e V2 foi significativamente menor do que aquelas demonstradas pelas demais vigas.

A comparação entre as vigas S0 (sem preenchimento de concreto) e S2 (com preenchimento de concreto) demonstrou que a presença do concreto interfere significativamente na resposta dinâmica da viga, diminuindo o valor das frequências modais.

A análise das vigas S1 (com desmoldante) e S2 (sem desmoldante) demonstrou que a presença do desmoldante não interfere significativamente na resposta dinâmica da viga, uma vez que os resultados obtidos para as frequências naturais das duas vigas foram bastante próximos.

A presença de armadura de aço tracionada em uma camada, tal como se constitui a viga S3, gera efeitos na resposta dinâmica da viga, ainda que não muito proeminentes, como ficou demonstrado pela comparação da mesma com a viga S2 (sem armadura).

Os resultados da viga S4 (armadura tracionada em duas camadas) quando comparados aos resultados da viga S3, mostram que a dinâmica da viga não é sensível à diferença da armadura tracionada em uma ou duas camadas, ou seja, há pouca diferença na resposta dinâmica das duas vigas.

A primeira frequência natural da viga S5 (com laje colaborante) em comparação com a viga S4 (sem laje colaborante) apresentou um resultado muito próximo, o que não está de acordo com o que demonstrou os resultados analíticos. A partir da segunda frequência natural experimental das duas vigas, diferenças significativas puderam ser observadas.

O procedimento de cálculos analíticos demonstrou que o que define as diferenças encontradas nas frequências naturais das vigas de configurações diferentes são sua massa e seu momento de inércia.

A comparação entre os resultados analíticos destaca a viga S0, a qual apresenta os maiores valores para as frequências modulares.

Apesar de maior massa, a viga S5 teve os maiores valores para frequência natural comparado com os valores das vigas S1, S2, S3 e S4, o que é justificado pelo seu valor de momento de inércia, e conseqüentemente, da rigidez à flexão bastante superior.

O paralelo entre os resultados analíticos e experimentais demonstrou que a Eq. (3.3) utilizada para os cálculos analíticos é bastante eficiente para se estimar o valor da frequência corresponde ao primeiro modo de vibração das vigas, mas não é uma boa alternativa para se obter os demais valores de frequências modulares.

Os resultados do fator de amortecimento das diferentes vigas mistas S0, S1, S2, S3 e S5 demonstraram coerência com a literatura, quando comparados entre si. Isto é, o aço possui menor fator de amortecimento que o concreto, levando a crer que quanto maior a razão

aço/concreto na viga, menor seria seu fator de amortecimento, o que foi constatado. A viga S4 não apresentou resultados dentro do esperado, já que teve o fator de amortecimento menor até mesmo que o da viga S0. Um estudo que busque uma explicação para esse ocorrido é sugestão para trabalhos futuros.

6

SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

- Baseado em trabalhos apresentados na sessão 2.1.5 da revisão bibliográfica, sugere-se para trabalhos futuros, o desenvolvimento de modelos, utilizando Elementos Finitos, para comparação com os resultados experimentais.
- Sugere-se também, um estudo que investigue um maior número de protótipos, aumentando assim, a confiabilidade dos resultados obtidos.

7

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ABNT NBR 14323:1999. *ABNT Catálogo*. Disponível em: <www.abntcatalogo.com.br/norma.aspx?ID=5135>. Acesso em 21 out. 2016
2. ABNT NBR 8800:2008. Ações e segurança nas estruturas. Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, Brasil.
3. ABNT NBR 14323:2013. *ABNT Catálogo*. Disponível em: <www.abntcatalogo.com.br/norma.aspx?ID=5135>. Acesso em 21 out. 2016
4. AHMED, A. Modeling of a reinforced concrete beam subjected to impact vibration using ABAQUS. *International Journal of Civil and Structural Engineering*. vol 4, p. 227-236, 2014.
5. ALLEN, D.E.; Murray, T. M. (1993). Design Criterion for Vibrations Due to Walking, *Engineering Journal - American Institute of Steel Construction*. vol. 30, p. 117-129, 1993.
6. AVITABILE, P. Experimental Modal Analysis: A Simple Non-Mathematical Presentation. *Sound And Vibration*, jan. 2001.
7. BERCZYNSKI, S.; WRÓBLEWSKI, T. Vibration of Steel-Concrete Composite Beams Using the Timoshenko Beam Model. *Journal Of Vibration And Control*, v. 11, n. 6, p.829-848, 1 jun. 2005. SAGE Publications.
8. BISCONTIN, G.; MORASSI, A.; WENDEL, P. Vibrations of Steel-Concrete Composite Beams. *Journal Of Vibration And Control*, p.691-714, jan. 2000.
9. CHAVES, I. A., *Viga Mista de Aço e Concreto Constituída por Perfil Formado a Frio Preenchido*. 2009. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de

Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 2009.

10. Di Sarno, L. e Elnashai, A.S. (2008), *Fundamentals of Earthquake Engineering* © 2008 John Wiley & Sons, Ltd. Available Online:

http://media.wiley.com/product_data/excerpt/36/04700248/0470024836.pdf

11. DILENA, M.; MORASSI, A. Vibrations of steel–concrete composite beams with partially degraded connection and applications to damage detection. *Journal Of Sound And Vibration*, v. 320, n. 1-2, p.101-124, fev. 2009. Elsevier BV.

<http://dx.doi.org/10.1016/j.jsv.2008.07.022>.

12. EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (2004). Eurocode 4 – Design of Composite steel and concrete structures - Part 1.1: General rules and rules for buildings. Bruxelas.

13. EWINS, D. J. *Modal Testing: Theory, Practice and Application*. 2. Ed. Baldock: Research Studies Press, 2000.

14. FAHY, F. *Sound and Structural Vibration: Radiation, transmission and response*. San Diego: Academic Press Limited, 1998.

15. FAHY, F. *Sound and Structural Vibration: Radiation, transmission and response*. 2. Ed. San Diego: Academic Press Limited, 2007.

16. FAKURY, R. H., Sobre a revisão da norma brasileira de projeto de estruturas de aço e estruturas mistas de aço e concreto, a NBR 8800. *Revista da Escola de Minas*, Ouro Preto, p.233-239, jun. 2007.

17. FAKURY, R. H. *et al.*, Sobre a Recente Norma Brasileira de Projeto de Estruturas de Aço e Estruturas Mistas de Aço e Concreto com Perfis Tubulares. *Congresso Latino-Americano de Construção Metálica*, 2012.

18. FARGHALY, A. A., Parametric study on equivalent damping ratio of different composite structural building systems. *Steel and Composite Structures*. Sohag. Vol 14, No 4, 349-365, 2013.

19. FLOR, J. M, et al. Modelagem numérica de vigas mistas tubulares de aço preenchidas com concreto. *XXXVI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in*

Engineering. Rio de Janeiro, 2015.

20. FLOR, J. M., et al. Experimental study on the flexural behavior of large-scale rectangular concrete-filled steel tubular beams. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais* 2017.
(Aceito para publicação)
21. FRANCESCHINI, J.; GOMES, H. M. Avaliação de Amortecimento Estrutural Usando-se o Método do “Random Decrement”. *Engenharia Estudo e Pesquisa*, Santa Maria, v. 10, n. 1, p.39-48, jun. 2010.
22. HE, J.; FU, Z. F. *Modal Analysis*. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2001.
23. HIBBELER, R C. *Resistência dos Materiais*. 7. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.
24. KIRCHHOF, L. D. et al., Análise numérica de vigas mistas aço-concreto em temperatura ambiente e em situação de incêndio. *Semina: Ciências Exatas e Tecnológicas*. Londrina, vol. 26, p. 69-82, 2005.
25. KISHI, N., Practical Methods for Impact Test and Analysis, Structural Engineering Series, JSCE, impact problems, No.15 (in Japanese).
26. LU, Y. Q.; KENNEDY, D J. L. The flexural behaviour of concrete-filled hollow structural sections. *Canadian Journal Of Civil Engineering*, v. 21, p.111-130, 1994.
27. MACHADO, W. G. Análise Dinâmica de Vigas Mistas com Interação Parcial. 2012. 78 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Departamento de Engenharia Civil da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.
28. MAGALHÃES, M. C., *Fundamentos de Acústica Estrutural*. São Paulo: All Print Editora, 2013. 270 p.
29. MALITE, M., *Análise do Comportamento Estrutural de Vigas Mistas Aço-Concreto Constituídas por Perfis de Chapas Dobradas*. 1993. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 1993.
30. MURRAY, T. M.; ALLEN, D. E.; UNGAR, E.E. Floor Vibrations Due to Human

Activity. Chicago: American Institute Of Steel Construction, 2003. 11 v. (Steel Design Series).

31. NEWLAND, D. E., *An Introduction to Random Vibrations and Spectral Analysis*. 2. ed. Longman Scientific & Technical, 1993.
32. PAPAGEOGIOU, A V; GANTES, C J. Equivalent Uniform Damping Ratios for Irregular in Height Concrete/ Steel Structural Systems. *Eurosteel*. Graz, p. 1485-1490. 3 set. 2008.
33. PAVIC, A.; REYNOLDS, P. Modal testing and dynamic FE model correlation and updating of a prototype high-strength concrete floor. *Cement And Concrete Composites*, Sheffield, vol. 25, n. 7, p.787-799, out. 2003. Elsevier BV.
[http://dx.doi.org/10.1016/s0958-9465\(02\)00100-2](http://dx.doi.org/10.1016/s0958-9465(02)00100-2).
34. PFEIL, W.; PFEIL, M. *Estruturas de Aço: dimensionamento prático*. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2000.
35. QUEIROZ, G.; PIMENTA, R. J.; MARTINS, A. G. *Estruturas mistas*. 2. ed. Rio de Janeiro: Instituto Aço Brasil / Centro Brasileiro da Construção em Aço, 2012. Disponível em: <www.cbca-acobrasil.org.br>. Acesso em: 22 jul. 2017.
36. QUEIROZ, G.; PIMENTA, R.J; DA MATA, L. A. C. *Elementos das Estruturas Mistas Aço-Concreto*. Belo Horizonte. Editora O Lutador, 2001.
37. RAO, S. *Vibrações Mecânicas*.4. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009.
38. SMITH, A. L.; HICKS, S. J.; DEVINE, P. J. *Design of Floor for Vibration: A New Approach*. Ascot: The Steel Construction Institute, 2009.
39. VIIEST, I. M. Review of Research on Composite Steel-Concrete Beams. *ASCE*. Vol. 86, n.6, p. 1-21.
40. WALSHAW A. C. *Mechanical vibrations with applications*. England: Ellis Horwood, 1984.
41. WANG, R. et al. Flexural performance of rectangular CFST members. *Thin-Walled Structures*, 12 mar, 2014. Vol 79, p. 154-165.

42. WANG, Y. H. et al. Experimental Study on Torsion Behavior of Concrete Filled Steel Tube Columns subjected to Eccentric Compression. *Journal of Constructional Steel Research*, 5 nov, 2016. vol. 129, p. 119-128.
43. ZHAN, Y. et al. Behavior of prestressed concrete-filled steel tube (CFST) beam. *Engineering Structures*, 26 maio, 2016. vol. 122, p. 144-155.
44. ZÚÑIGA, J. E. V. Análise da resposta dinâmica experimental de uma passarela tubular mista, aço-concreto, submetida ao caminhar humano. 2011. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil da Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

Apêndice A: Cálculo dos Valores Reais

Para o cálculo da Rigidez de Flexibilidade (EI) do concreto de preenchimento das vigas estudadas foram utilizados dados reais obtidos de amostras experimentais. Os procedimentos de ensaio e os resultados são apresentados por Flor *et al.* (2017).

A partir de amostras testadas em diferentes idades (de 7 a 245 dias), foi determinada uma função polinomial de terceiro grau de Resistência à compressão (f_c) em função da idade como está ilustrado na Fig. (A.1) e expresso na Tab. (A.1).

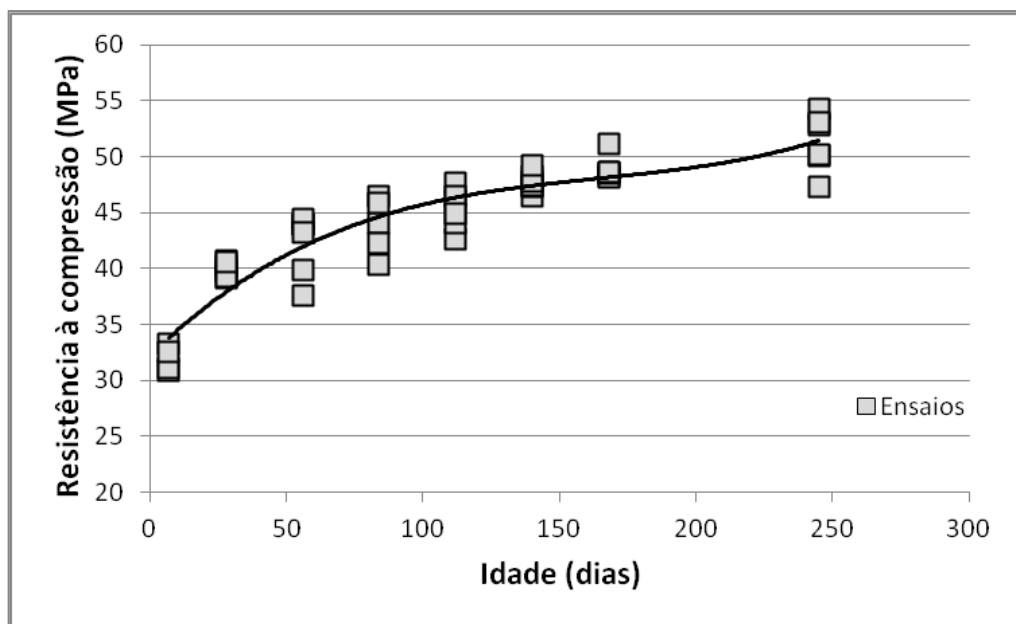


Figura A. 1 - Regressão polinomial de 3a ordem dos valores individuais de f_c .
Fonte: Flor *et al.*, 2017, p. 20.

Tabela A. 1 - Coeficientes da equação de terceiro grau da Função de Resistência à Compressão

Equação $y = a(x^3) + b(x^2) + c(x^1) + d$				
a	b	c	d	R ²
2,62E-06	-0,0013	0,2385	32,2022	0,8667

A equação de Função de Resistência à Compressão (f_c) será então:

$$f_c = (2,62 \times 10^{-6} x^3) + (-0,0013 x^2) + (0,2385 x) + 32,2022$$

Em que x é a idade em dias.

É possível obter então, uma função do primeiro grau de Módulo de Elasticidade (E) em função da raiz de Resistência à Compressão (f_c). A Fig. (A.2) ilustra a regressão linear usada e a Tab. (A.2) apresenta os valores dos coeficientes.

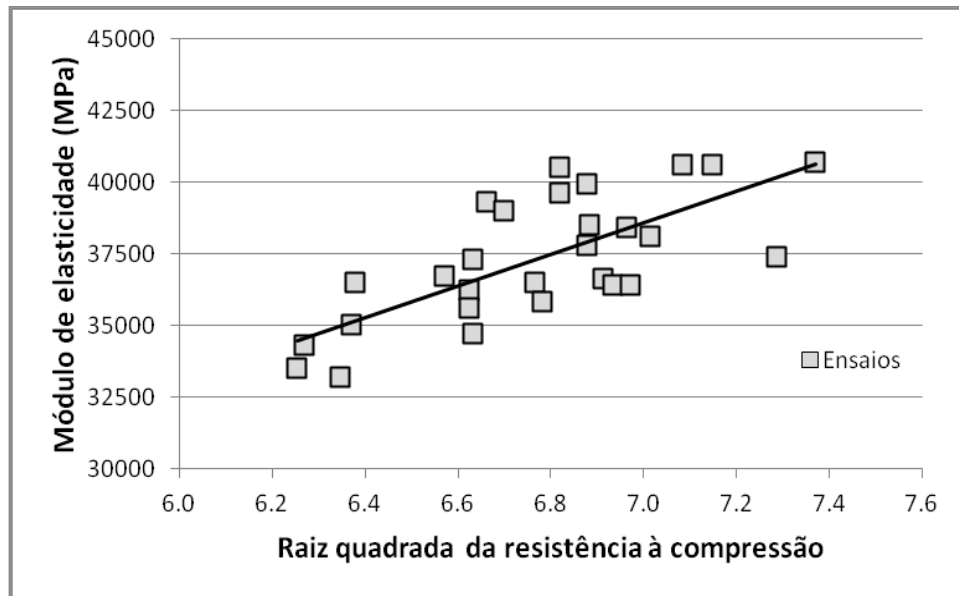


Figura A. 2: Regressão linear dos valores individuais de E com os valores individuais de raiz quadrada de f_c .

Fonte: Flor *et al*, 2017, p. 22.

Tabela A. 2 - Coeficientes da equação linear da Função de Módulo de Elasticidade

y = a(x)		
a	b	R ²
5512,13	0,0000	0,9984

A equação linear para obter o módulo de elasticidade será então:

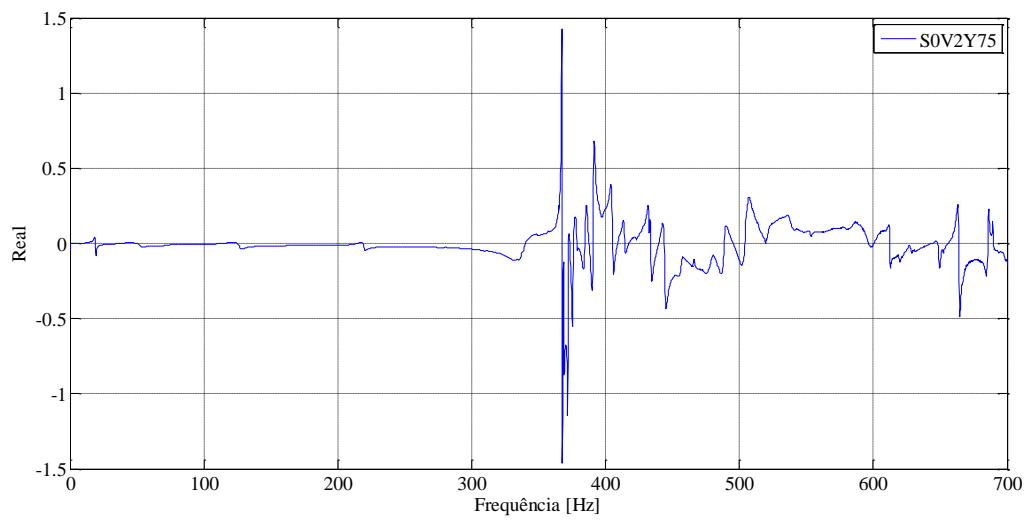
$$E = 5512,13 * \sqrt{f_c}$$

Tabela A. 3 - Modulo de Elasticidade do Concreto – Dados Reais.

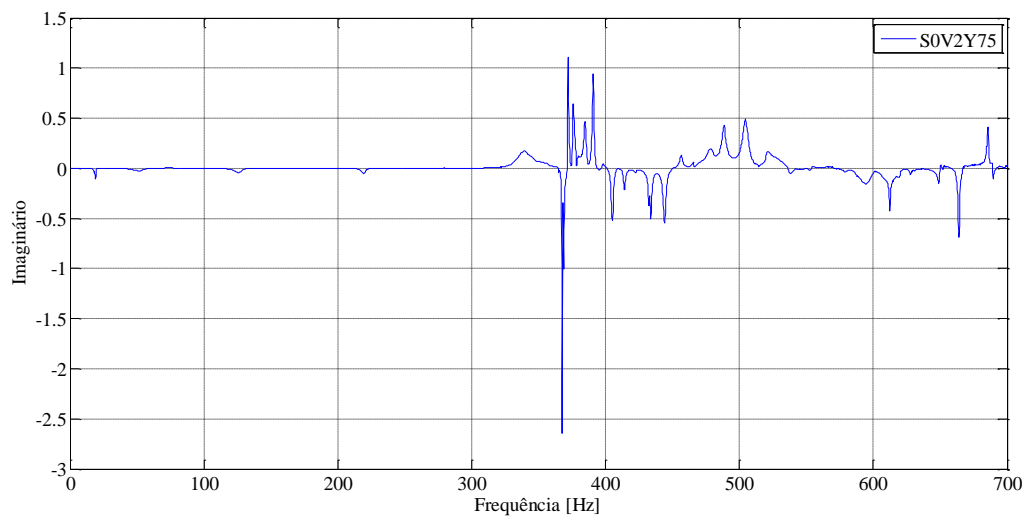
Modulo de Elasticidade do Concreto (Ec) Dados Reais	
Designação	Ec (MPa)
FLX P250 S2 V1	33.376
FLX P250 S1 V1	36.703
FLX P250 S3 V1	37.877
FLX P250 S4 V1	38.200
FLX P250 S5 V1	44.725

Apêndice B: Curvas Real e Imaginária

A seguir, serão exibidas as curvas Real e Imaginária para vigas com diferentes seções, obtidas e processadas pelo software Matlab. As Figs. B.1 a B.6 apresentam, respectivamente, as partes real e imaginária de FRFs obtidas dos experimentos com as vigas S0, S1, S2, S3 S4 e S5. Como já foi mencionado no capítulo de resultados, as partes real e imaginária de uma FRF também podem revelar as frequências ressonantes: a curva da parte real cruza o eixo das frequências onde há uma ressonância, ou seja, onde há uma frequência natural. Neste mesmo ponto, a parte imaginária apresenta um mínimo.

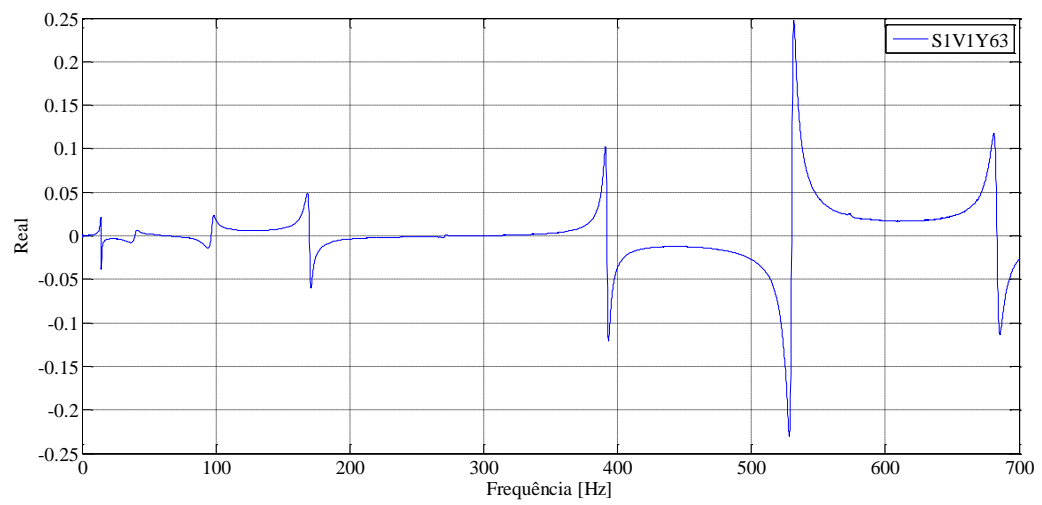


(a)

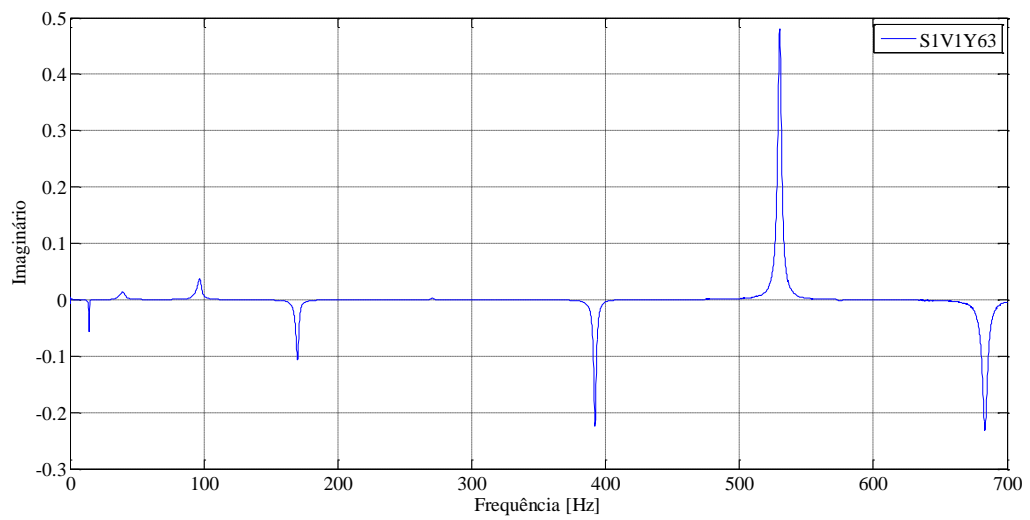


(b)

Figura B. 1 – Parte real (a) e parte imaginária (b) da FRF obtida do experimento Y75 da viga S0V2.

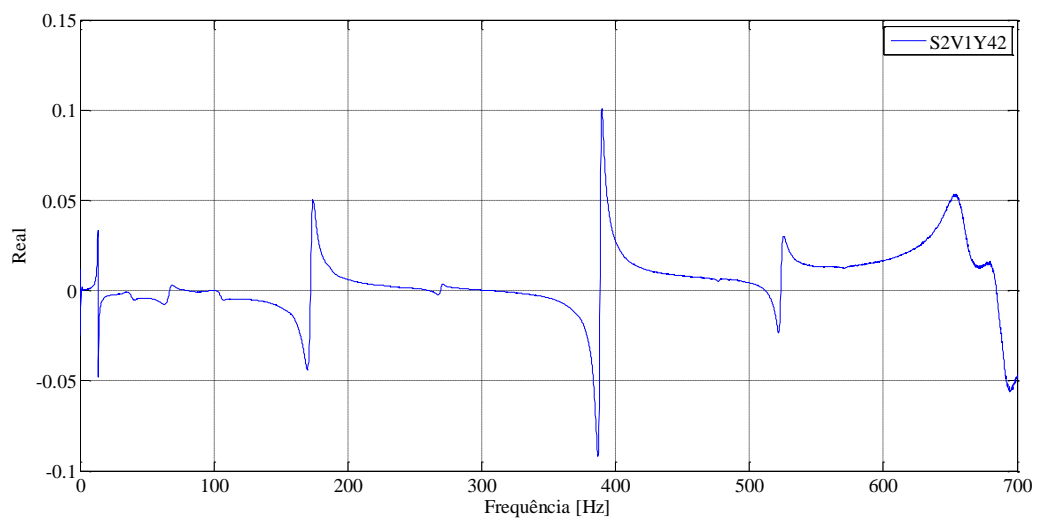


(a)

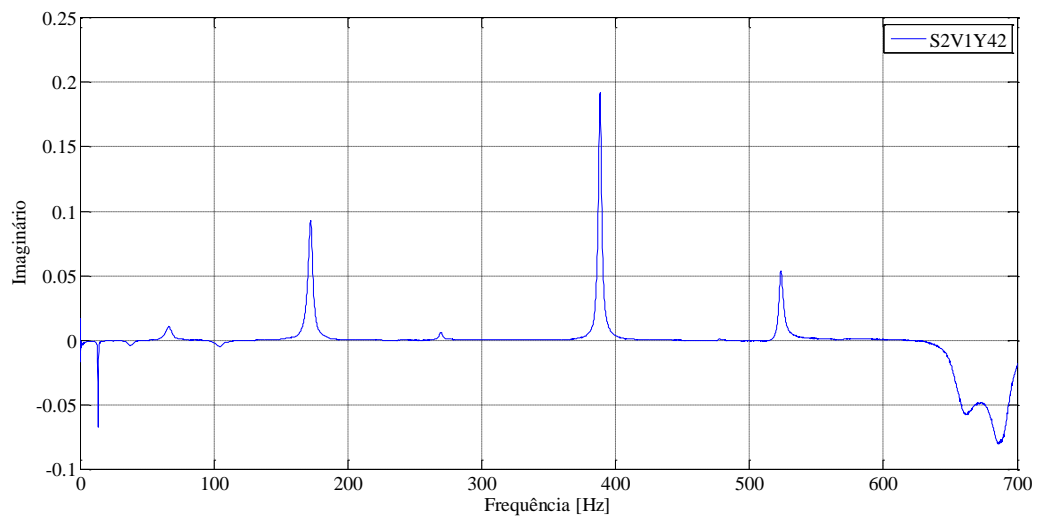


(b)

Figura B. 2 – Parte real (a) e parte imaginária (b) da FRF obtida do experimento Y63 da viga S1V1.

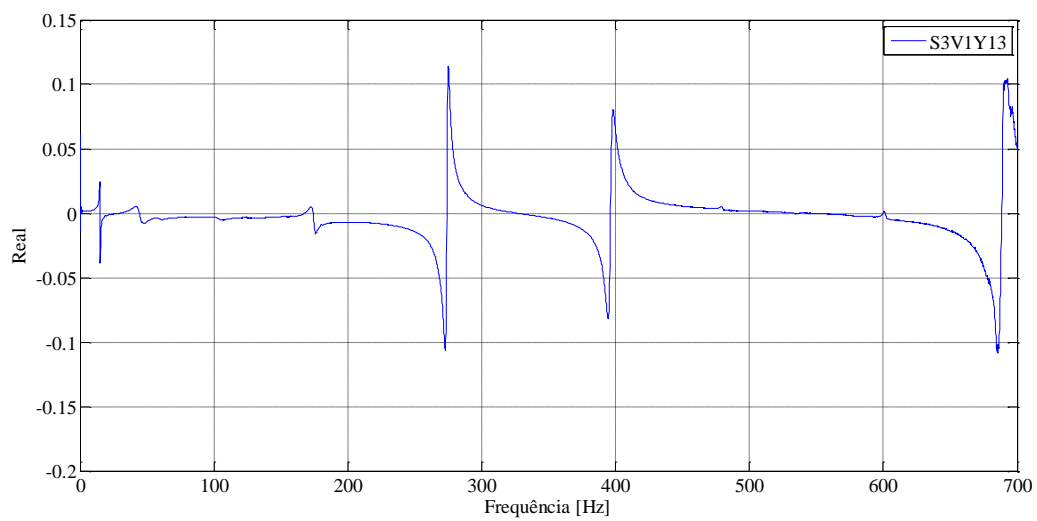


(a)

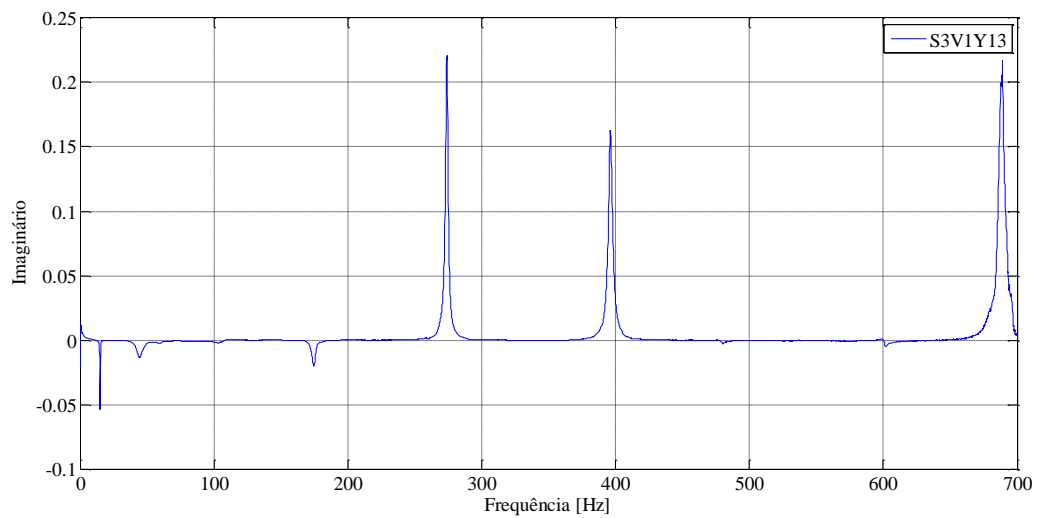


(b)

Figura B. 3 – Parte real (a) e parte imaginária (b) da FRF obtida do experimento Y42 da viga S2V1.

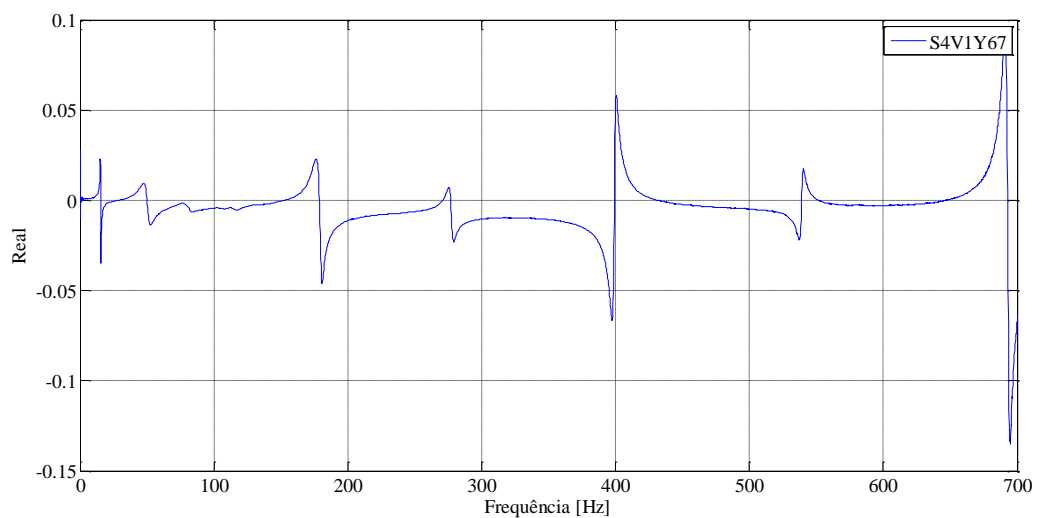


(a)

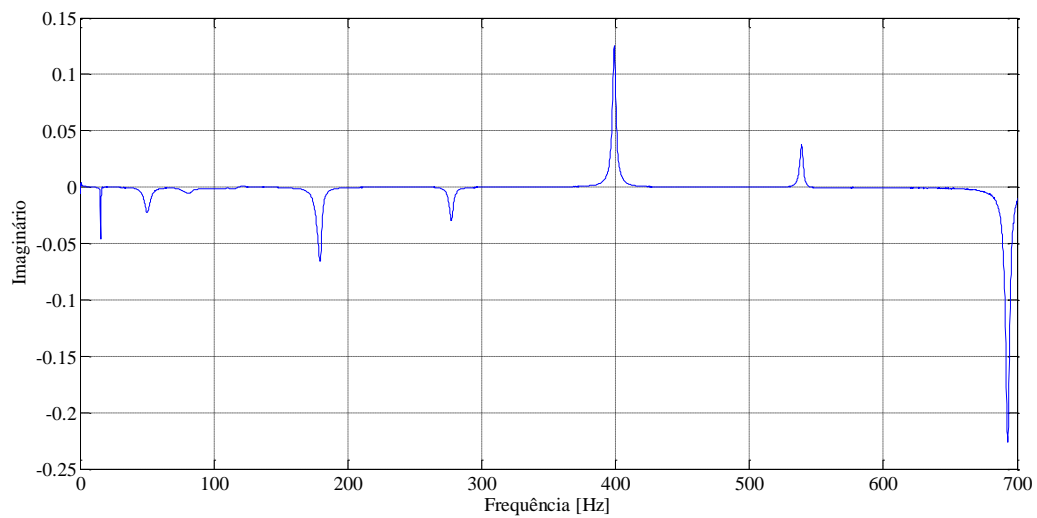


(b)

Figura B. 4 – Parte real (a) e parte imaginária (b) da FRF obtida do experimento Y13 da viga S3V1.

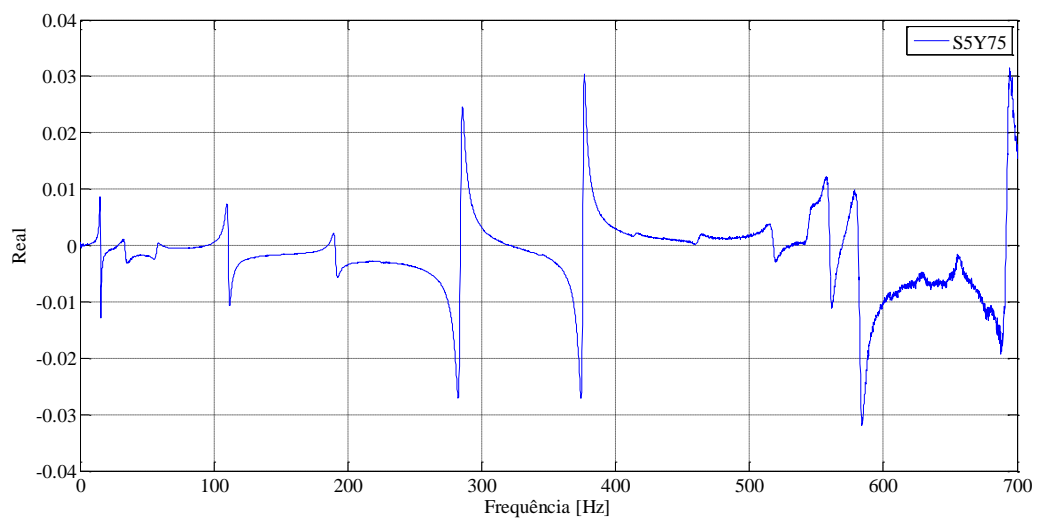


(a)

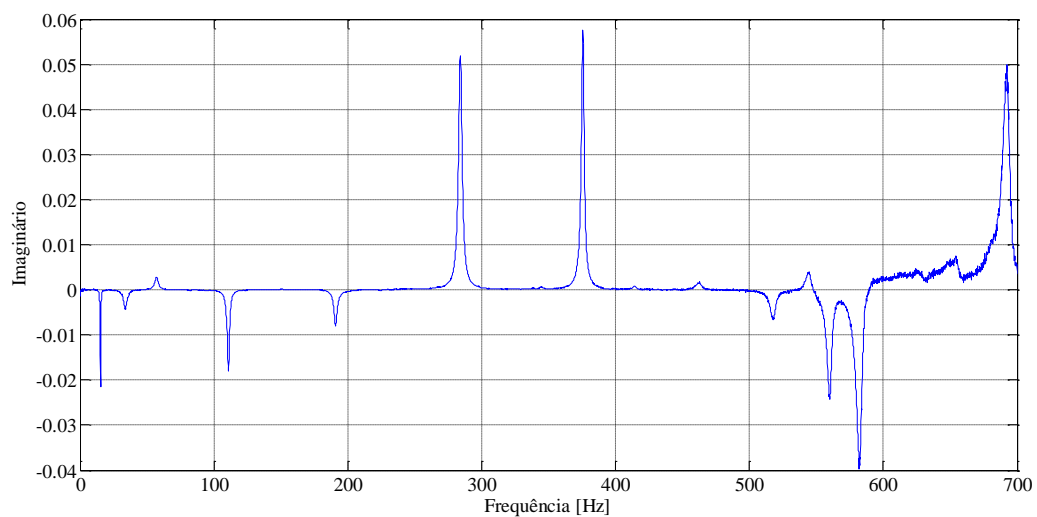


(b)

Figura B. 5 – Parte real (a) e parte imaginária (b) da FRF obtida do experimento Y67 da viga S4V1.



(a)



(b)

Figura B. 6 – Parte real (a) e parte imaginária (b) da FRF obtida do experimento Y75 da viga S5V1.