



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

**SACHA MAXIMILIANO YUNO DE POMPEIN PESSOA**

**Modelagem Matemática do escoamento de Polpa  
não-Newtoniana Bifásica em Tubulações de Longa  
Distância**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**Volume Único**

**Belo Horizonte**

**2017**

**SACHA MAXIMILIANO YUNO DE POMPEIN PESSOA**

**Modelagem Matemática do Escoamento de Polpa  
não-Newtoniana Bifásica em Tubulações de Longa  
Distância**

Dissertação de Mestrado apresentado ao  
Programa de Pós-Graduação do Departa-  
mento de Engenharia Química da Escola  
de Engenharia da Universidade Federal de  
Minas Gerais

Orientadora: Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Maria das Mercês  
Reis de Castro

Volume Único

Belo Horizonte  
2017

*Dedico esse trabalho ao meu pai, que, mesmo sem entender uma palavra do que se tratava, foi o maior incentivador para fosse desenvolvido e finalizado. Por muito pouco não conseguiu o ver completamente finalizado, mas, seja lá onde estiver, saiba: Eu finalizei.*

*Sei que sabe, mas, de qualquer forma, rerorço: Meu eterno amor, admiração e profunda gratidão.*

## **Agradecimentos**

Aos meus Pais, pela oportunidade de Estar, ao Universo, pela oportunidade de Ser, a minha Esposa Liese, pela oportunidade de Viver, e aos meus Amigos (que sabem quem são), pela oportunidade de Conviver, e aos meus orientadores, por Acreditar.

*A grande vitória não se dá ao dominar, mas  
sim a dominar-se.*

## Resumo

O dimensionamento de sistemas de transporte de fluidos, principalmente de sistemas multiparticulados não-newtonianos e de mais de uma fase, são de conhecimento pouco difundido, mesmo para empresas especializadas como de mineração ou de alimentos.

A proposta desta dissertação é elaborar um simulador geral para fluido bifásico (sólido-líquido), newtonianos ou não, capaz de calcular sistemas hidráulicos (com foco em minerodutos) dentro de uma margem de erro aceitável. Como prioridade de resultados desses cálculos estão: perda de carga, deposição de sólidos, e velocidades de transição entre regimes homogêneo-heterogêneo e laminar-turbulento. Também são avaliados os comportamentos reológico e hidráulico do escoamento bifásico.

Para os cálculos, foram usados modelos da literatura para slug flow, e, em alguns deles, feitas modificações, ajustes e complementações com o objetivo de aprimorar a precisão e exatidão dos modelamentos existentes.

De forma a validar este estudo, foi realizada comparação estocástica dos resultados simulados com dados experimentais e medições de campo, em quantidade razoáveis para validação confiável.

Os resultados obtidos se mostraram coerentes e promissores para a adoção do modelo como metodologia de predição e dimensionamento de minerodutos

**Palavras chave:** Mineroduto, Fluidos Não-newtoniano, Particulados, Hidráulica, Simulador, Escoamento Multifásico

## Abstract

The design of fluid transport systems, especially of non-Newtonian multiparticulate systems and of more than one phase, are not a widespread knowledge, even for specialized companies such as mining or food industries.

The purpose of this dissertation is to elaborate a general simulator for biphasic fluid (solid-liquid), Newtonian or not, capable of calculating hydraulic systems (focusing on pipelines) within an acceptable margin of error. The priority results of these calculations are: expected pressure loss, solids deposition, and homogeneous-heterogeneous and laminar-turbulent transition velocities. Evaluations of rheological and hydraulic behavior of the flow are also expected.

For the calculations, models found in the literature were used, and in some of them, modifications, adjustments and complements were made in order to improve the precision and accuracy of existing models.

In order to validate this study, was performed a statistical comparison of the simulated results with experimental data and pipeline field measurements, in a reasonable quantities for reliable validation.

The modeling has presented coherent and promising results to be used as methodology for prediction and dimensioning of pipelines

**Keywords:** Pipeline, Non-Newtonian Fluids, Particulates, Hydraulics, Simulator, Multiphase Flow

## Lista de ilustrações

Figura 1 – Exemplos de Minerodutos construídos de 1957 a 1999 (ABULNAGA, 2002) . . . . .	23
Figura 2 – Cisalhamento de líquido entre placas paralelas (HOLLAND, 1995) .	27
Figura 3 – Perfil de velocidade entre placas - placa superior em movimento (HOLLAND, 1995) . . . . .	29
Figura 4 – Perfil de velocidade entre placas - Escoamento por diferença de pressão (HOLLAND, 1995) . . . . .	30
Figura 5 – Escoamento em dutos por diferença de pressão (WASP et al., 1977)	30
Figura 6 – Perfil de velocidade de um escoamento laminar (HOLLAND, 1995) .	32
Figura 7 – Exemplo de visualização dos tipos de escoamento . . . . .	34
Figura 8 – Camada limite do escoamento sobre uma placa fixa (ABULNAGA, 2002) . . . . .	37
Figura 9 – Relação entre velocidade Adimensional e Parâmetro de Elevação Adimensional com resultados experimentais (WASP et al., 1977) . .	37
Figura 10 – Dados experimentais para coeficientes de arraste de esferas em função do número de Reynolds (TURTON; LEVENSPIEL, 1986) . .	41
Figura 11 – Representação gráfica da equação de Thomas (ABULNAGA, 2002)	43
Figura 12 – Influência do Fator de Formato no coeficiente de arraste (ABULNAGA, 2002) . . . . .	44
Figura 13 – Área projetada de partículas naturalmente formadas (WASP et al., 1977) . . . . .	45
Figura 14 – Volume de partículas naturalmente formadas (WASP et al., 1977) .	46
Figura 15 – Tensão de cisalhamento pela taxa de cisalhamento para fluidos não-newtonianos independentes do tempo (ABULNAGA, 2002) . . . . .	50
Figura 16 – Viscosidade aparente pela taxa de cisalhamento para fluidos não-newtonianos independentes do tempo (ABULNAGA, 2002) . . . . .	51
Figura 17 – Distribuição de partículas e concentração de sólidos em um tubo para diferentes regimes de fluxo de polpas (HU, 2006) . . . . .	52
Figura 18 – Diagrama de regime de escoamento bifásico de polpa em função de $U$ e $d_p$ (HU, 2006) . . . . .	53
Figura 19 – Perda de carga X velocidade para polpas homogêneas (WASP et al., 1977) . . . . .	54
Figura 20 – Efeito da tensão de escoamento e coeficiente de rigidez no perfil de velocidade para vazão constante (PEKER; HELVACI, 2008) . . . . .	59
Figura 21 – Fator de atrito versus número de Reynolds utilizando viscosidade efetiva para fluidos do tipo Bingham (WASP et al., 1977) . . . . .	60

Figura 22 – Fator de atrito versus número de Reynolds modificado para fluidos do tipo Bingham (ABULNAGA, 2002) . . . . .	61
Figura 23 – Fator de atrito versus numero de Reynolds modificado para fluidos do tipo Power Law (DODGE; METZNER, 1959) . . . . .	62
Figura 24 – Efeito do índice n no perfil de velocidade para vazão constante (PEKER; HELVACI, 2008) . . . . .	64
Figura 25 – Efeito do índice n, K e $\tau_0$ no perfil de velocidade para vazão constante (PEKER; HELVACI, 2008) . . . . .	67
Figura 26 – Fator de atrito versus numero de Reynolds de Chilton-Stainsby para fluidos do tipo Bingham (n=1) (CHILTON; STAINSBY, 1998) . . . . .	68
Figura 27 – Fator de atrito versus numero de Reynolds de Chilton-Stainsby para fluidos do tipo Power Law (CHILTON; STAINSBY, 1998) . . . . .	69
Figura 28 – Variação do número de Reynolds de transição com número de Hedstrom para plásticos de Bingham para escoamento em tubos (WASP et al., 1977) . . . . .	71
Figura 29 – Comparação de dados reais de Reynolds de transição com a equação de Ryan e Johnson (1959) (WASP et al., 1977) . . . . .	72
Figura 30 – Resultado gráfico e de testes efetuados para fluidos do tipo Heschel-Bulkley com n=1 para escoamento laminar e turbulento (MALIN, 1998)	76
Figura 31 – Diagrama esquemático de gradiente de pressão em função da velocidade, com indicações de regimes de fluxo (HU, 2006) . . . . .	78
Figura 32 – Efeito do angulo de inclinação do tubo no parâmetro de velocidade de deposição (WILSON; TSE, 1984) . . . . .	84
Figura 33 – Exemplo de efeito de tamanho de partícula no $C/C_A$ (WASP et al., 1977) . . . . .	86
Figura 34 – Relação da concentração máxima de deposição por gravidade com concentração determinada pelo modelamento de Karabelas, na elevação relativa de $y'/D=0,1$ (KAUSHAL; TOMITA, 2002) . . . . .	88
Figura 35 – Representação simplificada do algoritmo de cálculo do Modelo de Wasp . . . . .	90
Figura 36 – (a) Seção transversal para o modelo. (b) Concentração em função da elevação (GILLIES et al., 1991). . . . .	91
Figura 37 – Distribuição granulométrica definindo $C_f$ , $d_{50}$ e $d_{12}$ (GILLIES et al., 1991) . . . . .	95
Figura 38 – Representação simplificada do algoritmo de cálculo do Modelo de Duas Camadas . . . . .	96
Figura 39 – Perfil, locação das PMSs, dados de campo para pressão e simulação do mineroduto . . . . .	109

Figura 40 – Desenho esquemático de funcionamento de uma bomba tipo di- afragma de pistão, com indicativo do cilindro para cálculo da va- zão (WEIR MINERALS, 2017) . . . . .	111
Figura 41 – Granulometria passante acumulada média das análises recebidas .	112
Figura 42 – Gráfico bloxplot da porcentagem de partículas retidas de cada diâ- metro - Maiores que 0,025mm . . . . .	112
Figura 43 – Gráfico bloxplot da porcentagem de partículas retidas de cada diâ- metro - menores ou iguais a 0,025mm . . . . .	113
Figura 44 – Visual dos sólidos secos de minério de ferro da polpa do sistema . .	114
Figura 45 – Aspecto visual da polpa transportada no mineroduto na sua concen- tração de operação . . . . .	116
Figura 46 – Exemplo de reologia da polpa fornecida e a regressão linear efetuada	117
Figura 47 – Concentração volumétrica de sólidos X coeficiente de rigidez e mo- delagem reológica . . . . .	118
Figura 48 – Concentração volumétrica de sólidos X tensão de escoamento e modelo reológico . . . . .	119
Figura 49 – Resumo gráfico de todos os dados de operação recebidos e indicação dos pontos utilizados no simulador . . . . .	121
Figura 50 – Sólidos suspensos ( $C/C_A$ ) para a operação mais crítica do mineroduto	122
Figura 51 – Ponto de operação do mineroduto indicado na “curva J” . . . . .	123
Figura 52 – Perfil de concentração volumétrica na secção do tubo . . . . .	123
Figura 53 – Estimativa de elevação de deposição na tubulação . . . . .	124
Figura 54 – Teste de transição para equações de Durand e Condolios (1952) e Swamee e Aggarwal (2011) para todos os pontos de operação utili- zados . . . . .	125
Figura 55 – Teste de transição para teste proposto por Chilton e Stainsby (1998) (n=1) para todos os pontos de operação utilizados . . . . .	125
Figura 56 – Velocidade crítica para múltiplos diâmetros de partícula e indicação de velocidade de operação do mineroduto . . . . .	126
Figura 57 – Amostra de materiais depositados no mineroduto . . . . .	127
Figura 58 – Modelagem de fluidos tipo Bingham para múltiplos Hedstrom con- forme equações de Hedstrom (1952) e Darby et al. (1992), consi- derando transição laminar-turbulento conforme Churchill (1977) e Reynolds crítico por Durand e Condolios (1952) . . . . .	128
Figura 59 – Modelagem de fluidos tipo Heschel-Bulkley (n=1,0) para múltiplos Hedstrom conforme equações de Torrance (1963) e Malin (1998), con- siderando transição laminar-turbulento conforme Churchill (1977) .	129

Figura 60 – Modelagem de fluidos tipo Heschel-Bulkley ( $n=1,0$ ) para múltiplos Hedstrom conforme equações de Chilton e Stainsby (1998) e Dodge e Metzner (1959), considerando transição laminar-turbulento conforme Chilton e Stainsby (1998) . . . . .	130
Figura 61 – Modelagem de fluidos tipo Bingham com pontos de operação do mineroduto para comparativo, utilizando as mesmas equações da Figura 58 . . . . .	131
Figura 62 – Modelagem de fluidos tipo Heschel-Bulkley ( $n=1,0$ ) com pontos de operação do mineroduto para comparativo, utilizando as mesmas equações da Figura 59 . . . . .	131
Figura 63 – Modelagem de fluidos tipo Heschel-Bulkley ( $n=1,0$ ) com pontos de operação do mineroduto para comparativo, utilizando as mesmas equações da Figura 60 . . . . .	132
Figura 64 – Comparativo de modelagem de curva J conforme simulador Wasp/Karabelas com pontos de operação do mineroduto homogêneo . . . . .	133
Figura 65 – Dispersão de erro simulado/medido para resultados indicados na Figura 61 (simulador de fluidos homogêneos não-newtonianos tipo Bingham) . . . . .	134
Figura 66 – Dispersão de erro simulado/medido para resultados indicados na Figura 62 (simulador de fluidos homogêneos não-newtonianos tipo Heschel-Bulkley $n=1$ ) . . . . .	134
Figura 67 – Dispersão de erro simulado/medido para resultados indicados na Figura 63 (simulador de fluidos homogêneos não-newtonianos tipo Heschel-Bulkley $n=1$ ) . . . . .	135
Figura 68 – Dispersão de erro simulado/medido para resultados indicados na Figura 64 (simulador de fluidos heterogêneos não-newtonianos) . . . . .	135
Figura 69 – Histograma da dispersão de erro simulado/medido para a Figura 65 (simulador de fluidos homogêneos não-newtonianos tipo Bingham) . . . . .	136
Figura 70 – Histograma da dispersão de erro simulado/medido para a Figura 66 (simulador de fluidos homogêneos não-newtonianos tipo Heschel-Bulkley $n=1$ ) . . . . .	136
Figura 71 – Histograma da dispersão de erro simulado/medido para a Figura 67 (simulador de fluidos homogêneos não-newtonianos tipo Heschel-Bulkley $n=1$ ) . . . . .	137
Figura 72 – Histograma da dispersão de erro simulado/medido para a Figura 68 (simulador de fluidos Heterogêneos não-newtonianos) . . . . .	137
Figura 73 – Gráfico de Probabilidade Normal referente a Figura 65 (simulador de fluidos homogêneos não-newtonianos tipo Bingham) . . . . .	138

Figura 74 – Gráfico de Probabilidade Normal referente a Figura 66 (simulador de fluidos homogêneos não-newtonianos tipo Herschel-Bulkley $n=1$ ) . .	139
Figura 75 – Gráfico de Probabilidade Normal referente a Figura 67 (simulador de fluidos homogêneos não-newtonianos tipo Herschel-Bulkley $n=1$ ) . .	139
Figura 76 – Gráfico de Probabilidade Normal referente a Figura 68 (simulador de fluidos Heterogêneos não-newtonianos) . . . . .	140

## Lista de tabelas

Tabela 1 – Tipos Principais de fluidos não-newtonianos (PEKER; HELVACI, 2008)	49
Tabela 2 – Modelos de velocidade de deposição e suas aplicações (TURIAN et al., 1987)	81
Tabela 3 – Erros relativos aos modelos de determinação de velocidade de deposição (PINTO, 2012)(TURIAN et al., 1987)	82
Tabela 4 – Valores das constantes para equação de Oroskar e Turian (TURIAN et al., 1987)	82
Tabela 5 – Dados principais do mineroduto simulado	109
Tabela 6 – Distribuição granulométrica média por passante acumulado, por massa retida e avaliação da variação	114
Tabela 7 – Confiabilidade e desvio do erro das modelagens de escoamento turbulento propostas para o simulador	141
Tabela 8 – Resultados de cálculo para fatores de atrito de modelagens homogêneas, perdas de carga para modelagens heterogêneas e dados medidos do mineroduto	152
Tabela 9 – Resultado de histograma e curva normal para erro simulação/Medido	157
Tabela 10 – Fatores de atrito para múltiplos Hedstrom para fluidos Bingham - Chilton/Dodge	160
Tabela 11 – Fatores de atrito para múltiplos Hedstrom para fluidos Bingham - Malin/Torrance	163
Tabela 12 – Fatores de atrito para múltiplos Hedstrom para fluidos Bingham - Hedstrom/Darby	165
Tabela 13 – Perda de carga para concentrações máximas e mínimas de sólidos - Wasp/Tomita	168
Tabela 14 – Velocidade crítica (deposição) para múltiplos diâmetros de partículas	169
Tabela 15 – Reynolds de transição para equações de Swamee e Durand	170
Tabela 16 – Amostras de granulometria por peneiramento passante acumulado - Mesh (Tyler)	172
Tabela 17 – Alguns dos testes reológicos utilizados para definição de tipo de fluido (Bingham)	173
Tabela 18 – Valores de constantes reológicas disponibilizados e valores calculados conforme modelos propostos	176

## Lista de símbolos

$A_1$	Área da secção transversal do fluxo da camada superior
$A_2$	Área da secção transversal do fluxo da camada inferior
$A_c$	Área do segmento circular
$A$	Área total da secção do tubo
$A_s$	Área externa do sólido
$\beta$	Difusividade adimensional da partícula
$\beta_\theta$	Ângulo da circunferencia da secção do tubo de definição das camadas
$B$	Variável genérica
$C/C_A$	Razão de concentrações volumétricas suspenso/total
$C_D$	Coeficiente de arraste
$C_v$	Concentração volumétrica de sólidos
$C_w$	Concentração em massa de sólidos
$d_{12}$	Diâmetro da partícula de interface
$d_{50}^*$	Mediana de distribuição de partículas grossas (+74 $\mu$ m)
$d_{50}$	Mediana da distribuição granulométrica
$d_{75}$	Terceiro quartil da distribuição granulométrica
$\Delta_D$	Parâmetro de correção de velocidade de deposição para tubulação inclinada
$\Delta P_i$	Perda de carga relativa à partícula $i$
$\Delta P_{leito}$	Perda de carga do leito depositado
$\Delta P$	Perda de carga na tubulação
$\Delta P_w$	Perda de carga relativa a água
$\delta$	Espessura da camada limite
$D_H$	Diâmetro hidráulico

$d_j$	Diâmetro da partícula j
$d_p$	Diâmetro da partícula
$d_r$	Diâmetro de referência usado na equação de Rossin-Rammler
$d$	Diâmetro da partícula
$D$	Diâmetro interno da tubulação
$d_{st}$	Diâmetro de Sauter
$E(K_j)$	Parâmetro de correlação ao longo da área do tubo
$\epsilon$	Rugosidade da tubulação
$\eta_b$	Coefficiente de rigidez para fluidos tipo Bingham
$\eta$	Coefficiente de rigidez
$\eta_s$	Coefficiente de atrito entre partículas e o tubo
$f_{12}$	Fator de atrito na interface das camadas superior e inferior
$f_1$	Fator de atrito na camada superior
$f_2$	Fator de atrito na camada inferior
$F_2$	Forças de empuxo e de atrito entre partículas
$F_c$	Força de cisalhamento
$F_e$	Força de empuxo
$F_f$	Vazão volumétrica de sólidos finos ( $-74\mu\text{m}$ ) totais
$F_i$	Forças Inerciais
$f_l$	Fator de atrito laminar
$F_l$	Força da resistência do líquido ao deslocamento do sólido
$F_L$	Constante de Durand para deposição
$f_{ms}$	Fator de atrito na fase em suspensão
$f$	Fator de Atrito de Fanning
$F_s$	Força peso da esfera
$f_t$	Fator de atrito turbulento

$f_T$	Fator de atrito na transição
$F_v$	Forças Viscosas
$\gamma$	Deformação
$\gamma_t$	Taxa de deformação ou taxa de cisalhamento
$g$	Aceleração da Gravidade
$G$	Módulo de cisalhamento
$He_b$	Número de Hedstrom para fluidos do tipo Bingham
$He_h$	Número de Hedstrom para fluidos do tipo Herschel-Bulkley
$He$	Número de Hedstrom
$h_f$	Perda de Carga
$h$	Espessura do sólido
$K_h$	Coeficiente de fluidos do tipo Herschel-Bulkley
$K_j$	Parâmetro de velocidade terminal com difusividade para partícula "j";
$K_p$	Coeficiente de fluidos do tipo Power Law
$k$	Quantidade total de dados amostrais
$L$	Comprimento da tubulação
$m_p$	Massa da polpa formada
$m_p$	Massa da polpa formada
$m_s$	Massa dos sólidos secos
$\mu_a$	Viscosidade aparente
$\mu_e$	Viscosidade efetiva
$\mu_k$	Média dos dados amostrais
$\mu$	Viscosidade dinâmica do fluido
$N_0$	Curva normal
$N_D$	Constante de Durand

$N_r$	Frequência de rotação da bomba
$n$	Fator de potência ou índice de escoamento
$N$	Expoente de Rosin-Rammler
$\nu$	Viscosidade cinemática do fluido
$O(K_j^6)$	Função erro
$\Phi_1$	Fração volumétrica de sólidos grossos na camada superior
$\Phi_2$	Fração volumétrica de sólidos finos na camada inferior
$\Phi_c$	Fração volumétrica total de grossos (+74 $\mu$ m) não suspensos
$\Phi_f$	Fração volumétrica de sólidos finos (-74 $\mu$ m)
$\Phi_j$	Fração volumétrica relativa da partícula j
$\Phi_{j(y)}$	Fração volumétrica da partícula j na elevação y
$\Phi_{lim}$	Fração volumétrica de sólidos grossos na camada inferior
$\Phi_{max}$	Concentração volumétrica de sólidos máxima por deposição por gravidade
$\Phi_r$	Fração volumétrica total de partículas grossas (+74 $\mu$ m)
$\Phi_t$	Fração volumétrica de sólidos total
$\Phi_{v0,1}$	Concentração volumétrica de sólidos na elevação relativa de 0,1 da base do tubo
$\Phi_{vli}$	Fração de sólidos no leito relativa à partícula i
$\Phi_v$	Fração volumétrica de sólidos
$\Phi_{ws}$	Concentração de sólidos em peso da fase em suspensão
$\Phi_{(y)}$	Fração volumétrica na elevação y
$Pl$	Número de Plasticidade
$\psi$	Fator de correção de não-linearidade para fluidos do tipo Herschel-Bulkley
$\Psi$	Esfericidade da partícula
$P$	Pressão

$P_s$	Distribuição granulométrica acumulada passante
$Q_v$	Vazão volumétrica do escoamento
$Re_b$	Número de Reynolds para fluidos do tipo Bingham
$Re_B$	Número de Reynolds para fluidos do tipo Bingham calculado com viscosidade efetiva
$Re_{bT}$	Número de Reynolds de transição para fluidos do tipo Bingham
$Re_{CS}$	Número de Reynolds de Chilton e Stainsby para fluidos do tipo Heschel-Bulkley
$Re_h$	Número de Reynolds para fluidos do tipo Herschel-Bulkley
$Re_{ms}$	Número de Reynolds na fase em suspensão
$Re_{NT}$	Número de Reynolds de transição para fluidos newtonianos
$Re'_h$	Número de Reynolds para fluidos do tipo Herschel-Bulkley modificado
$Re'_{hT}$	Número de Reynolds modificado para fluidos do tipo Herschel-Bulkley na transição
$Re_p$	Número de Reynolds da partícula
$Re_P$	Número de Reynolds para fluidos do tipo Power Law
$Re_{PT}$	Número de Reynolds de transição para fluidos do tipo Power Law
$Re$	Número de Reynolds
$\rho_1$	Densidade da polpa na camada superior
$\rho_2$	Densidade da polpa na camada inferior
$\rho_f$	Densidade da polpa relativa a sólidos finos
$\rho_l$	Densidade do líquido
$\rho$	Densidade do fluido/polpa
$\rho_s$	Densidade do sólido
$r_p$	Plug Radius ou "Raio de Entupimento";
$r$	Raio interno relativo da tubulação

$R$	Raio interno total da tubulação
$S_{12}$	Comprimento da interface entre a camada superior e inferior
$S_1$	Perímetro molhado do escoamento da camada superior
$S_2$	Perímetro molhado do escoamento da camada inferior
$\sigma^*$	Índice de comportamento de escoamento modificado para fluidos tipo Power Law
$\sigma$	Desvio padrão
$s$	Distância da deformação
$S$	Razão entre densidade do sólido e do líquido
$\tau_0$	Tensão de escoamento
$\tau_{12}$	Tensão de cisalhamento entre as camadas inferior e superior
$\tau_1$	Tensão de cisalhamento relativa a camada superior
$\tau_2$	Tensão de cisalhamento relativa a camada inferior
$\tau$	Tensão de cisalhamento
$\tau_w$	Tensão de cisalhamento na parede
$\tau_{wT}$	Tensão de cisalhamento na parede na transição
$t$	Tempo
$U_0$	Velocidade terminal da partícula para baixas concentrações
$U_1$	Velocidade do escoamento da camada superior
$U_2$	Velocidade do escoamento da camada inferior
$u_b$	Velocidade média do escoamento para regime turbulento
$u_c$	Velocidade no centro do tubo
$U_c$	Velocidade crítica de deposição
$U_{c\theta}$	Velocidade crítica de deposição inclinada
$u_\infty$	Velocidade de deposição da partícula da mediana
$u$	Velocidade horizontal do escoamento na elevação $r$

$U^*$	Velocidade de cisalhamento
$U^+$	Velocidade Adimensional
$U$	Velocidade média do escoamento
$U_{tc}$	Velocidade terminal corrigida da partícula
$U_{tj0}$	Velocidade terminal da partícula j
$U_t$	Velocidade terminal da partícula
$U_T$	Velocidade de transição laminar-turbulento
$\varepsilon_l$	Difusividade do líquido
$\varepsilon_s$	Difusividade da Partícula
$\kappa$	Constante de Von Kármán
$V_c$	Volume da cavidade do pistão
$v_j$	fração volumétrica relativa da partícula j
$v$	Fração volumétrica relativa
$V_v$	Volume analítico da vidraria utilizada
$x$	Amostra de dado real
$X$	Relação entre Tensão de escoamento e cisalhamento na parede
$X_T$	Relação entre Tensão de escoamento e cisalhamento na parede na transição
$y'$	Elevação da secção transversal da tubulação a partir do fundo do tubo
$y^*$	Elevação da secção transversal reduzida da tubulação a partir do centro do tubo
$y^+$	Parâmetro de Elevação Adimensional
$y$	Elevação da secção transversal da tubulação a partir do centro do tubo
$\zeta$	Difusividade turbulenta adimensional da partícula
$z$	Elevação
$Z$	Parâmetro de correção da velocidade terminal

## Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b> . . . . .	<b>22</b>
<b>2</b>	<b>Objetivo</b> . . . . .	<b>25</b>
<b>3</b>	<b>Fundamentos de Escoamento em Tubulações</b> . . . . .	<b>26</b>
<b>3.1</b>	<b>Tensão e Deformação</b> . . . . .	<b>26</b>
<b>3.2</b>	<b>Escoamento de Fluidos Newtonianos</b> . . . . .	<b>28</b>
3.2.1	Perda de Carga em Tubulações . . . . .	30
3.2.2	Fator de Atrito para Escoamento Laminar . . . . .	32
3.2.3	Fator de Atrito para Escoamento Transitório e Turbulento . . . . .	33
<b>3.3</b>	<b>Velocidade de Cisalhamento e Camada Limite</b> . . . . .	<b>35</b>
<b>4</b>	<b>Fundamentos de Suspensão de Sólidos em Líquidos</b> . . . . .	<b>39</b>
<b>4.1</b>	<b>Densidade e Concentração de sólidos</b> . . . . .	<b>39</b>
<b>4.2</b>	<b>Coeficiente de Arraste e Velocidade Terminal</b> . . . . .	<b>39</b>
<b>4.3</b>	<b>Correções para Velocidade Terminal</b> . . . . .	<b>42</b>
<b>4.4</b>	<b>Viscosidade em Polpas</b> . . . . .	<b>47</b>
<b>5</b>	<b>Escoamento de Polpas Não-Newtonianas</b> . . . . .	<b>49</b>
<b>5.1</b>	<b>Suspensões Homogêneas</b> . . . . .	<b>53</b>
5.1.1	Regime Laminar . . . . .	55
5.1.1.1	Modelo para Bingham . . . . .	56
5.1.1.2	Modelo para <i>Power Law</i> . . . . .	61
5.1.1.3	Modelo para Herschel-Bulkley ou Modelo Generalizado . . . . .	64
5.1.2	Transição entre Regime Laminar e Turbulento . . . . .	69
5.1.2.1	Transição para Bingham . . . . .	69
5.1.2.2	Transição para Power Law . . . . .	72
5.1.2.3	Transição para Herschel-Bulkley . . . . .	73
5.1.3	Modelagem Turbulenta . . . . .	73
5.1.3.1	Modelo para Bingham . . . . .	73
5.1.3.2	Modelo para Power Law . . . . .	74
5.1.3.3	Modelo para Herschel-Bulkley ou Modelo Generalizado . . . . .	75
<b>5.2</b>	<b>Suspensões Heterogêneas</b> . . . . .	<b>77</b>
5.2.1	Velocidade Crítica ou Velocidade de Deposição . . . . .	80
5.2.2	Modelagem Turbulenta . . . . .	84
5.2.2.1	Modelo de Wasp . . . . .	85
5.2.2.2	Modelo de Duas Camadas . . . . .	90
5.2.3	Distribuição vertical de concentração . . . . .	97

<b>6</b>	<b>Metodologia</b> . . . . .	<b>101</b>
<b>6.1</b>	<b>Módulo Heterogêneo Wasp/Karabelas</b> . . . . .	<b>102</b>
<b>6.2</b>	<b>Módulo Heterogêneo Duas Camadas</b> . . . . .	<b>104</b>
<b>6.3</b>	<b>Módulo <i>Quasi-Homogêneo</i></b> . . . . .	<b>104</b>
6.3.1	Módulo <i>Quasi-Homogêneo</i> - Bingham . . . . .	104
6.3.2	Módulo <i>Quasi-Homogêneo</i> - <i>Power Law</i> . . . . .	105
6.3.3	Módulo <i>Quasi-Homogêneo</i> - Herschel-Bulkley . . . . .	105
6.3.4	Módulo de Velocidade de Deposição . . . . .	106
<b>7</b>	<b>Validação dos Simuladores</b> . . . . .	<b>108</b>
<b>7.1</b>	<b>Dados do Mineroduto</b> . . . . .	<b>108</b>
7.1.1	Distribuição Granulométrica . . . . .	111
7.1.2	Reologia da Polpa . . . . .	115
<b>7.2</b>	<b>Análise Estatística</b> . . . . .	<b>119</b>
<b>8</b>	<b>Resultados da Simulação</b> . . . . .	<b>121</b>
<b>8.1</b>	<b>Definição do Sistema</b> . . . . .	<b>122</b>
<b>8.2</b>	<b>Definição do Regime</b> . . . . .	<b>124</b>
<b>8.3</b>	<b>Velocidade Crítica</b> . . . . .	<b>126</b>
<b>8.4</b>	<b>Simulação da Perda de Carga</b> . . . . .	<b>127</b>
<b>8.5</b>	<b>Validação Estocástica do Simulador</b> . . . . .	<b>133</b>
<b>9</b>	<b>Discussão dos Resultados</b> . . . . .	<b>138</b>
<b>9.1</b>	<b>Precisão e Exatidão dos Modelos</b> . . . . .	<b>138</b>
<b>9.2</b>	<b>Avaliação dos Resultados de Simulação</b> . . . . .	<b>141</b>
<b>9.3</b>	<b>Limitação de Avaliação do Simulador</b> . . . . .	<b>142</b>
<b>10</b>	<b>Conclusões e Sugestões</b> . . . . .	<b>144</b>
	<b>Referências</b> . . . . .	<b>146</b>
	<b>APÊNDICES</b>	<b>151</b>
	<b>ANEXOS</b>	<b>171</b>

## 1 Introdução

O transporte de líquidos a grandes distâncias é estudado e usado pela sociedade há milênios, devido à sua importância em cidades, agricultura, agropecuária, saneamento, indústrias, entre tantos outros usos. Não se sabe ao certo a data do primeiro sistema desse tipo, entretanto, um dos mais eficientes sistemas de transporte da idade antiga são os aquedutos Romanos. Algumas dessas construções são datadas de antes de Cristo, como o Aqueduto *Acqua Alsietina* (TAYLOR, 1997), e outras, como o *Acque Virgo*, que alimenta a *Fontana di Trevi* em Roma há mais de dois milênios.

Apesar de relatos arqueológicos recentes sobre a existência de tubulações de água pressurizada com mais de 5000 anos de idade (NIAKAN, 2014), tem-se que as primeiras construções de dutos de longa distância ocorreram no início do século XIX, sendo principalmente usadas para transporte de óleo e água. Nessa mesma época, também existiam tubulações curtas para transporte de polpas com minerais, entretanto, não se considerava ainda a possibilidade desse transporte por grandes distâncias (WASP et al., 1977).

O primeiro caso registrado de um grande projeto de engenharia envolvendo transporte de sólidos por líquidos foi a dragagem do Canal de Suez (Egito) nos anos de 1860. A partir dos anos de 1900 iniciaram-se estudos do escoamento de polpa mineral, principalmente na Europa e nos Estados Unidos, que consideravam múltiplos diâmetros de tubulação e diferentes tipos de minerais para transporte, como calcário e carvão principalmente (ABULNAGA, 2002).

Em 1957, iniciava-se a operação do primeiro mineroduto de polpa mineral: o Consolidation, em Ohio, EUA. Esse duto possuía 108 milhas de uma tubulação de aço com 10 polegadas de diâmetro, tendo a capacidade nominal de transporte de 1,3 milhões de toneladas de carvão por ano (base seca). O primeiro mineroduto de concentrado de minério de ferro de que se tem registro foi o *Savage River*, na Tasmânia, Austrália. Esse projeto tinha um comprimento de 53 milhas e um diâmetro de aproximadamente 9 polegadas, com capacidade de transporte 2,25 milhões de toneladas de minério por ano (base seca) (ABULNAGA, 2002; WASP et al., 1977)

A partir do sucesso desses projetos, muitos outros minerodutos começaram a ser desenvolvidos para os mais diversos minerais e em várias partes do mundo, conforme indicado na Figura 1.

Figura 1 – Exemplos de Minerodutos construídos de 1957 a 1999 (ABULNAGA, 2002)

Minério	Local e/ou nome do mineroduto	Diâmetro da tubulação, Polegadas	Comprimento tubulação		Sólidos transportados, Milhões de toneladas curtas/ano	Data de Início de operação
			Milha	km		
Carvão	Consolidation, EUA	10	108	175	1.3	1957
	Black Mesa	18	273	440	4.8	1970
	ETSI	38	1036	1675	25	1979
	ALTON	24	180	112	10	1981
	Belonovo–Novosibirsk, Sibéria, Rússia		158	256	3.4	1985
Concentrado de minério de ferro	Savage River	9	53	86	2.25	1967
	Waipipi (Iron Sands)	8,12	6	9.7	1.0	1971
	Pena, Colorado	8	28	45	1.8	1974
	Las Truchas, México	10	16	27	1.5	1976
	Sierra Grande, Argentina	8	20	32	2.1	1976
	Samarco, Brasil	20	244	395	12	1977
	Chongin, Coreia do Norte	?	61	98	4.5	1975
	New Zealand Sands, NZ	12	5	8		
	Jian Shan, China	10	62	100		
La Parla–Hercules, México	8/14	52/182	85/295	4.5	1982	
Minério de cobre	Los Bronces	24	35	56		
Concentrado de Minério de cobre	Bougainville, PNG	6	20	32	1.0	1972
	West Irian, Indonésia	4	69	111	0.3	1972
	Pinto Valley	4	11	17	0.4	1974
	OK Tedi, Papua Nova Guiné	6	96	155		1987
	Escondida, Chile (Gravidade)	9	102	165	?	1994
	Collahuasi, Chile	7	125	203	1.0	1999
	Freeport, Indonésia	5	71	115		
	Batu Hijau, Indonésia	6	11	18		1999
Alumbrera, Indonésia	6	194	314	0.8	1998	
Rejeito de minério de cobre	Bougainville, Papua NG	34	31	50		
	Southern Peru Copper (Gravidade)			150		1972
Calcário	Rugby	10	57	92	1.7	1964
	Calaveras	7	17	27	1.5	1971
	Michigan Limestone Tailings	20	1.2	2		
Concentrado de minério de fosfato	Chevron, Vernal, Wyoming	10	94	152	1.3–2.5	1986
	Simplot	8	89	145		
	Wenglu	8	28	45		
Dragagem	Dallas White Rock Lake, EUA	24	33	21	11,000 gpm	1998

A partir da década de 70, os avanços nessa área se intensificaram, e hoje, devido ao desenvolvimento tecnológico e necessidades de produção cada vez maiores, é possível transportar materiais com altas concentrações (acima de 70% em peso de sólidos para minério de ferro), além do transporte de materiais antes desconsiderados (como caulim, bauxita, rejeitos, entre outros) (WASP et al., 1977; ABULNAGA, 2002).

Inúmeros resultados e soluções de problemas foram alcançados nessa área, e muitas dessas informações são fragmentadas e conflitantes, portanto surgiu uma necessidade natural na indústria de um estudo que contemple o fundamental dessas produções para um uso prático.

Sendo assim, esse trabalho tem o objetivo de simular o sistema de transporte de escoamentos de polpas bifásicas principalmente em dutos de longa distância, considerando possíveis necessidades da indústria, com base em uma revisão abrangente da literatura.

## 2 Objetivo

Este trabalho tem como foco a modelagem matemática e simulação exclusivamente estática de dutos de longa distância para polpas minerais, avaliando parâmetros como: velocidade de deposição de sólidos, comportamento reológico, fator de atrito, regime de escoamento, perda de carga, dentre outros. Para essa análise, diversos modelos presentes na literatura foram avaliados e comparados com dados experimentais e de medição de campo.

### 3 Fundamentos de Escoamento em Tubulações

Na natureza nada se cria, nada se perde, tudo se transforma.  
ANTOINE LAVOISIER

A mecânica dos fluidos moderna é baseada no conceito do volume de controle. A quantidade de movimento e a energia precisam ser conservadas quando uma partícula entra e sai deste volume (ABULNAGA, 2002).

Apesar de tanto a massa quanto a energia serem, de modo geral, conservadas, aspectos envolvendo a força e atrito fazem com que energia seja dissipada dentro do volume de controle, transferindo energia para a energia interna do mesmo. Esse fenômeno é normalmente conhecido como um fator de perdas intrínseco ao escoamento.

A equação 3.1 em sequência é conhecida como a equação de Bernoulli, considerando a perda de carga identificada pelo termo  $h_f$ .

$$\left(z_2 g + \frac{P_2}{\rho} + \frac{u_2^2}{2}\right) = \left(z_1 g + \frac{P_1}{\rho} + \frac{u_1^2}{2}\right) + h_f \quad (3.1)$$

Sendo:

$z_1$  = Elevação inicial (L)

$z_2$  = Elevação final (L)

$g$  = Aceleração da Gravidade ( $LT^{-2}$ )

$u_1$  = Velocidade do escoamento inicial ( $LT^{-1}$ )

$u_2$  = Velocidade do escoamento final ( $LT^{-1}$ )

$P_1$  = Pressão inicial ( $ML^{-1}T^{-2}$ )

$P_2$  = Pressão final ( $ML^{-1}T^{-2}$ )

$\rho$  = Densidade do fluido ( $ML^{-3}$ )

$h_f$  = Perda de carga (L)

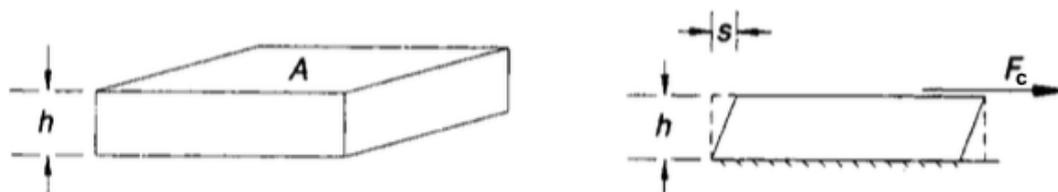
Essa modelagem proposta por Bernoulli descreve o comportamento do fluido com base na conservação de massa e energia (potencial e cinética), entretanto não é capaz de avaliar nem prever aspectos relativos à perda de carga, regime de escoamento ou qualquer trabalho realizado no volume de controle.

#### 3.1 Tensão e Deformação

Para modelar o escoamento considera-se que existem dois tipos de forças presentes: forças de campo, como a da gravidade, e de superfície/contato que surgem

como o movimento relativo do fluido em relação ao seu entorno (HOLLAND, 1995). Dentre as forças de superfície que atuam no volume de controle, a tensão de cisalhamento, definida através da força de cisalhamento, deve ser destacada. Sua representação física é mostrada na Figura 2:

**Figura 2 – Cisalhamento de líquido entre placas paralelas (HOLLAND, 1995)**



$$\tau = \frac{F_c}{A} \quad (3.2)$$

Sendo:

$\tau$  = Tensão de cisalhamento ( $ML^{-1}T^{-2}$ )

$F_c$  = Força de cisalhamento ( $MLT^{-2}$ )

$A$  = Área da atuação da força cisalhante ( $L^2$ )

A Figura 2 indica um sólido compreendido entre duas placas horizontais, sendo a placa inferior fixa e a superior em movimento devido a uma força  $F$  aplicada. O material compreendido entre as placas é deformado horizontalmente até que as forças de resistência internas entrem em equilíbrio com a força aplicada, ou seja, ocorra uma força de resistência de modulo igual e de direção contrária à resultante na placa (HOLLAND, 1995).

A deformação horizontal é proporcional a distância entre as placas, conforme Equação 3.3 em sequência:

$$\gamma = \frac{s}{h} \quad (3.3)$$

Sendo:

$\gamma$  = Deformação ( $LL^{-1}$ )

$s$  = Distância de deslocamento (L)

$h$  = Espessura do sólido (L)

Foi determinado experimentalmente que a maioria dos sólidos exibem uma simples relação de proporcionalidade entre a tensão de cisalhamento e a deformação (HOL-

LAND, 1995), demonstrado pela Equação 3.4:

$$\tau = G\gamma \quad (3.4)$$

Sendo:

$G$  = Módulo de cisalhamento ( $ML^{-1}T^{-2}$ )

A relação de proporcionalidade é transformada em uma igualdade a partir da adição de uma constante, o módulo de cisalhamento. Essa constante é específica de cada material, sendo maior para materiais mais rígidos (metais em geral) e menor para sólidos maleáveis (borracha e alguns polímeros) (PERRY; GREEN, 2008).

### 3.2 Escoamento de Fluidos Newtonianos

Líquidos e gases, mesmo sem ter uma forma definida, se deformam indefinidamente na presença de uma força cisalhante constante, entretanto o equacionamento e as considerações para líquidos não podem ser feitas da mesma forma explicitada anteriormente. Para fluidos, a tensão de cisalhamento independe da magnitude da deformação, mas sim da *taxa de deformação*, de acordo com as Equações 3.5 e 3.6 (HOLLAND, 1995):

$$\tau = \mu \frac{d\gamma}{dt} = \mu \gamma_t \quad (3.5)$$

$$\gamma_t = \frac{d\gamma}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{dx}{dy} \right) = \frac{du}{dy} \quad (3.6)$$

Sendo:

$\gamma_t$  = Taxa de deformação ou taxa de cisalhamento ( $T^{-1}$ )

$t$  = Tempo (T)

$\mu$  = Viscosidade Dinâmica do fluido ( $ML^{-1}T^{-1}$ )

$x$  = Eixo horizontal do escoamento (L)

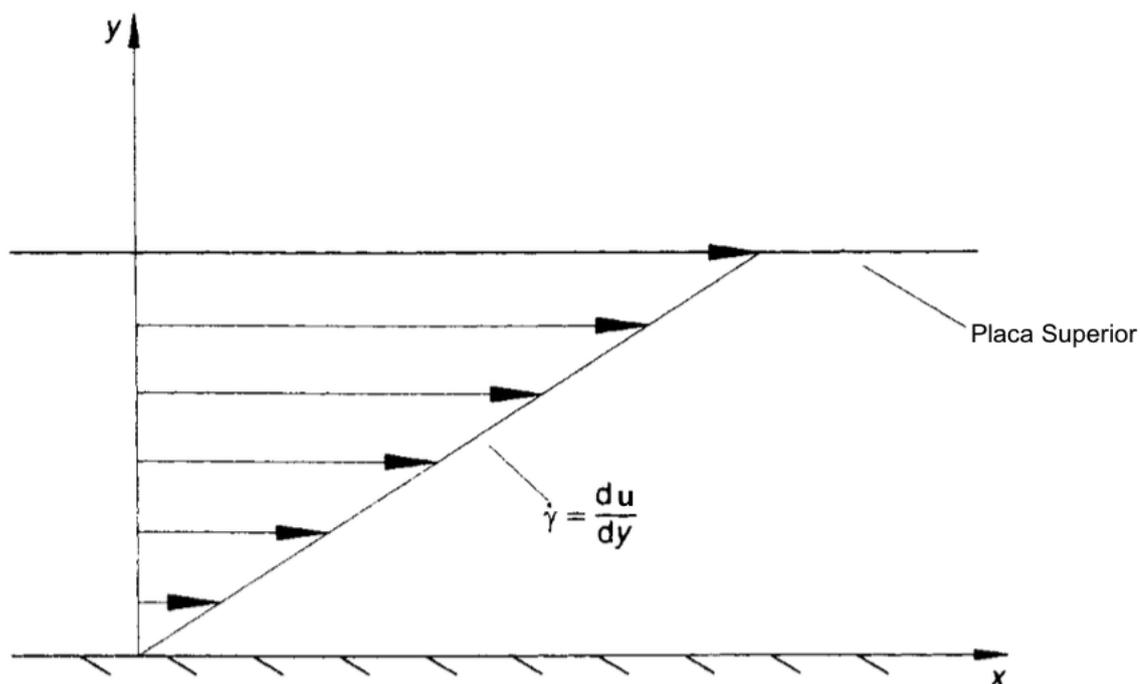
$y$  = Eixo vertical do escoamento (L)

$u$  = Velocidade horizontal do escoamento ( $LT^{-1}$ )

A equação 3.5 define o fluido denominado Newtoniano, que tem como propriedade intrínseca a relação de proporcionalidade pela constante  $\mu$ , conhecida como o coeficiente de viscosidade dinâmica, ou simplesmente viscosidade do fluido (HOLLAND, 1995).

Em um escoamento em regime permanente, o somatório das forças vetoriais atuantes no fluido devem ser zero, portando, para um volume de controle entre placas descrito anteriormente, a magnitude do  $\tau$  deve ser igual para todos os valores de  $y$ , formando um perfil de velocidade linear, demonstrado pela Figura 3 (HOLLAND, op. cit.).

Figura 3 – Perfil de velocidade entre placas - placa superior em movimento (HOLLAND, 1995)



Já em tubulações em que força motriz do escoamento é uma diferença de pressão imposta, o perfil de velocidade em regime permanente tende para um perfil curvo, e portanto  $\tau$  varia ao longo do eixo vertical  $y$ . Essa modificação é causada pelo efeito de bordas, visto que toda a superfície de contato com o fluido se encontra estática em relação ao seu movimento. As Figuras 4 e 5 indicam esse fenômeno (HOLLAND, op. cit.).

Figura 4 – Perfil de velocidade entre placas - Escoamento por diferença de pressão (HOLLAND, 1995)

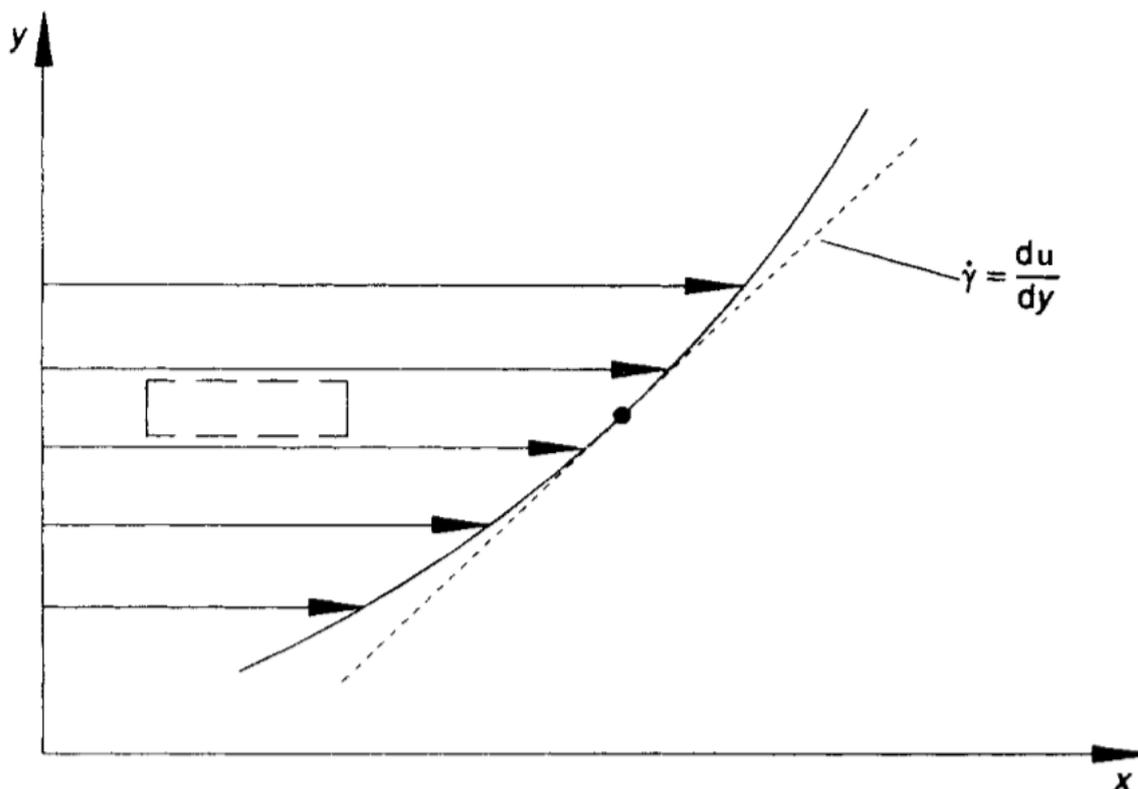
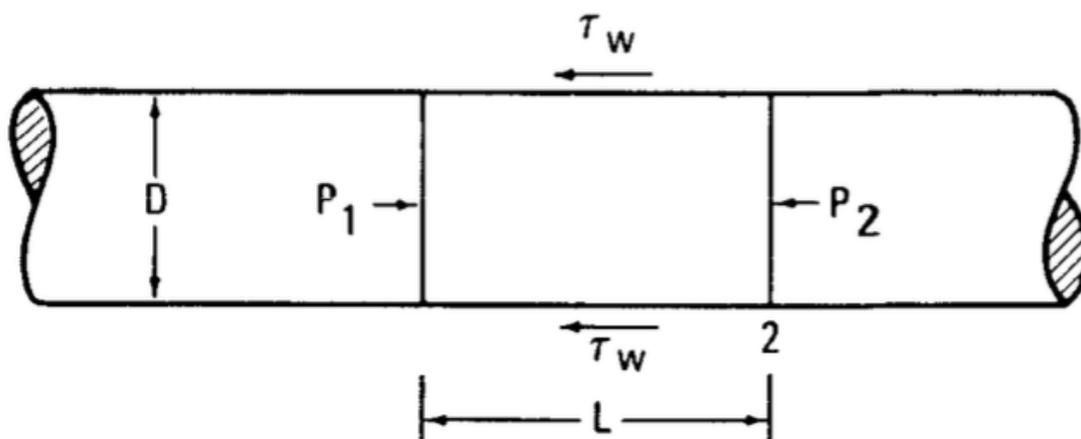


Figura 5 – Escoamento em dutos por diferença de pressão (WASP et al., 1977)



### 3.2.1 Perda de Carga em Tubulações

A perda de carga é definida como a queda de pressão do sistema (volume de controle) causada pela fricção do escoamento nas paredes e pelas resistências viscosas internas do fluido. Esse fenômeno está intimamente ligado com a tensão de

cisalhamento desenvolvida durante o transporte. As Equações 3.7 e 3.8 mostram essas relações (WASP et al., 1977).

$$\Delta P = 4 \frac{\tau_w L}{D} = 4 \frac{L}{D} \left( \frac{\tau_w}{2\rho U^2} \right) 2\rho U^2 = 8f \frac{L\rho U^2}{D} \quad (3.7)$$

$$f = 2 \frac{\tau_w}{\rho U^2} \quad (3.8)$$

Sendo:

$\tau_w$  = Tensão de Cisalhamento na parede ( $ML^{-1}T^{-2}$ )

L = Comprimento da tubulação (L)

D = Diâmetro interno da tubulação (L)

$\Delta P$  = Perda de carga ( $ML^{-1}T^{-2}$ )

$\rho$  = Densidade do fluido ( $ML^{-3}$ )

U = Velocidade média do escoamento ( $LT^{-1}$ )

f = Fator de Atrito (Fanning) (-)

Conforme indicado na equação 3.7, a perda de carga é função do comprimento da tubulação, velocidade, densidade do fluido, inverso do diâmetro da tubulação, e do fator de atrito (Equação 3.8). Esse último viabiliza a determinação e predição de perda de cargas em escoamentos viscosos, entretanto sua determinação não é trivial visto que este é também função de outras propriedades do fluido e da geometria (WASP et al., op. cit.).

Hager (em 1839) e Poiseville (em 1840) demonstraram que, sob certas condições, o atrito é uma função linear da velocidade do escoamento. Em 1858, Darcy demonstrou que sob outras condições o atrito é, de fato, proporcional ao quadrado da velocidade média do escoamento. Em 1883, Reynolds havia demonstrado que tanto Poiseville e Darcy estavam corretos, visto que a mecânica de escoamentos de cada trabalho eram fundamentalmente diferentes, sendo uma para velocidades muito baixas (Poiseville), e outro para altas velocidades (Darcy).

Através de análise adimensional, Reynolds demonstrou que, sob certas condições fixas, a transição a partir de um fluxo laminar de Poiseville a um fluxo turbulento de Darcy foi baseada na razão entre as forças de inércia e as forças viscosas. Em sua homenagem, tal relação é agora chamada de número de Reynolds (ABULNAGA, 2002):

$$Re = \frac{F_i}{F_v} = \frac{\rho U D}{\mu} \quad (3.9)$$

Sendo:

$\mu$  = Viscosidade Dinâmica do fluido ( $ML^{-1}T^{-1}$ )

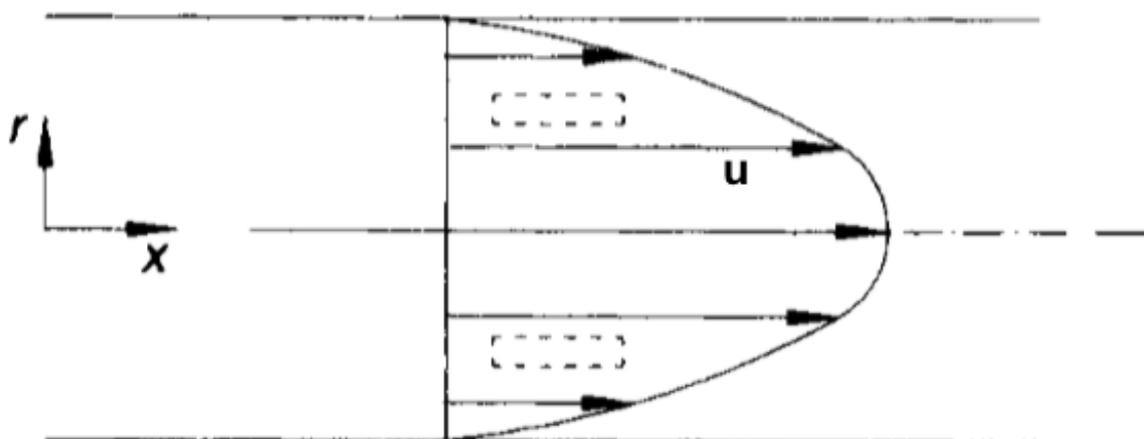
$F_i$  e  $F_v$  = Forças Inerciais e Forças Viscosas, respectivamente ( $MLT^{-2}$ ).

Para escoamentos laminares a relação da perda de carga é inversamente proporcional a velocidade, e para fluxo turbulento a relação passa a ser diretamente proporcional ao quadrado da velocidade (WASP et al., 1977, passim).

### 3.2.2 Fator de Atrito para Escoamento Laminar

Conforme descrito por Hagen-Poiseuille, o escoamento laminar tem uma perda de carga diretamente proporcional à velocidade média do escoamento. No escoamento permanente laminar as forças viscosas são dominantes, e o fluxo se dá em camadas com velocidades definidas, conforme indicado na Figura 6 (HOLLAND, 1995, passim).

Figura 6 – Perfil de velocidade de um escoamento laminar (HOLLAND, 1995)



No escoamento laminar, as imperfeições e rugosidades da superfície do escoamento não são significativas, visto que os efeitos viscosos amortecem as instabilidades provocadas pelas imperfeições e rugosidade, de forma que no escoamento laminar esses efeitos se compensam. Em função disso, o fator de atrito para tubos lisos e tubos rugosos em escoamento laminar tem diferença negligenciável (WASP et al., 1977; HOLLAND, 1995).

A equação que melhor representa o escoamento laminar para fluidos newtonianos é a de Hagen-Poiseuille, indicada em sequência (ABULNAGA, 2002):

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{32\mu U}{D^2} \quad (3.10)$$

Aplicando a Equação 3.7 na Equação 3.10 temos que:

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{32\mu U}{D^2} = 4 \frac{\tau_w}{D} \quad (3.11)$$

$$\mu = \frac{\tau_w D}{8U} \quad (3.12)$$

$$\tau_w = \frac{\mu 8U}{D} \quad (3.13)$$

Substituindo a equação 3.13 na equação 3.8 temos:

$$f = \frac{\mu 8U}{D} \cdot \frac{\rho U^2}{2} = \frac{16\mu}{\rho U D} = \frac{16}{Re} \quad (3.14)$$

Para escoamentos exclusivamente laminares, o perfil de velocidade pode ser descrito pela equação (PEKER; HELVACI, 2008):

$$u = \left( \frac{\tau_w}{\mu R} \right) \frac{R^2}{2} - r^2 = \left( \frac{f \rho U^2}{2\mu R} \right) \frac{R^2}{2} - r^2 \quad (3.15)$$

Sendo:

$u$  = Velocidade horizontal na posição “ $r$ ” ( $ML^{-2}$ )

$R$  = Raio interno total da tubulação (L)

$r$  = Raio interno relativo da tubulação (L)

### 3.2.3 Fator de Atrito para Escoamento Transitório e Turbulento

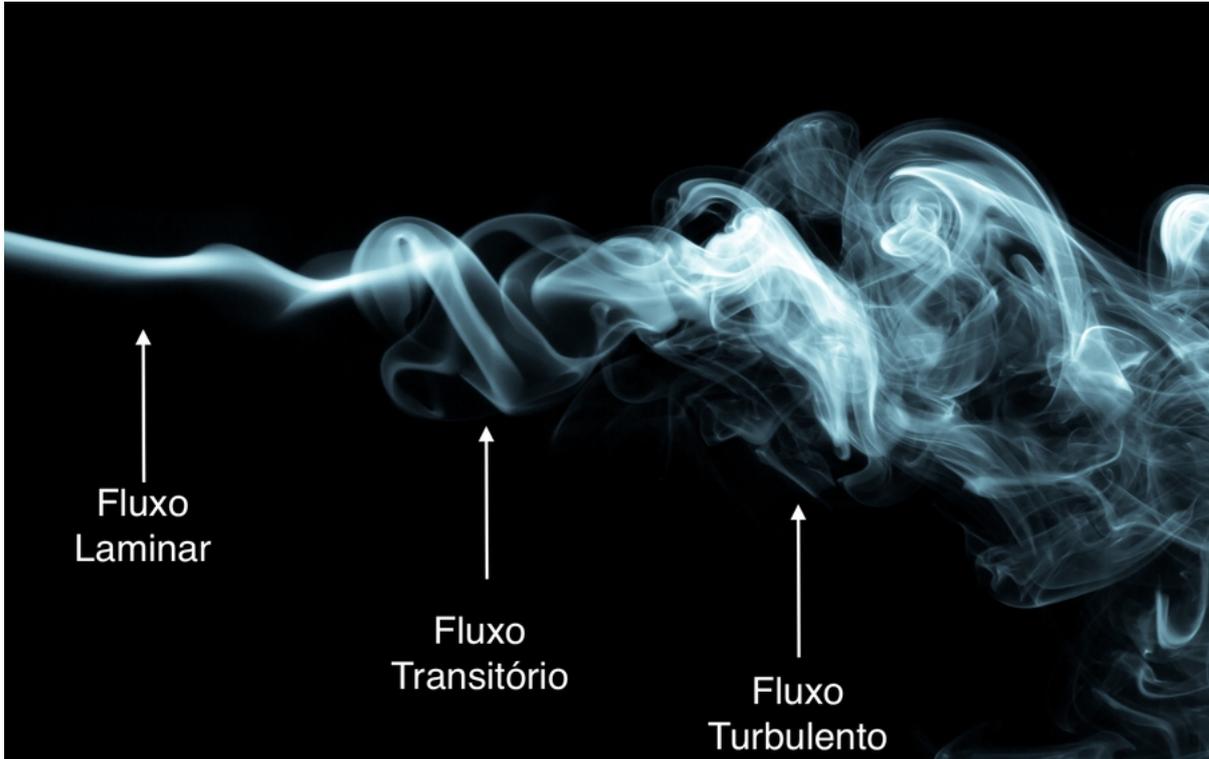
No escoamento turbulento, as forças viscosas são muito inferiores às forças de inércia, portanto o escoamento é dominado por movimentos não coordenados de múltiplas correntes em todas as direções. Essa turbulência causa um atrito significativo e faz com que seja diretamente proporcional ao quadrado da velocidade média (ABULNAGA, 2002).

Diferentemente do escoamento laminar, as rugosidades e imperfeições da tubulação influenciam na perda de carga do fluido, já que os múltiplos fluxos eventualmente passam pelas paredes em velocidades significativas, e perdem energia nessas irregularidades

Existe muita discordância sobre quando começa o escoamento turbulento e quando termina o laminar, principalmente por uma questão de definição clara de como cada um deles começa a se manifestar ou deixa de fazê-lo. Visto isso, deve ser considerada uma região transitória, onde não se manifesta nem o regime laminar nem

o turbulento, e essa região fica compreendida, seja qualquer rugosidade, aproximadamente entre  $2000 < Re < 4000$ , como é possível perceber no diagrama de Moody (1944). As três regiões dos regimes de escoamento (laminar, transitório e turbulento) são indicados na figura 7.

**Figura 7 – Exemplo de visualização dos tipos de escoamento**



As principais equações para cálculo do fator de atrito turbulento são empíricas, e a sua determinação é normalmente a partir de equacionamentos implícitos, como a equação de Coolebrook (1939) apud Wasp et al. (1977):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -4,0 \log \left( \frac{1,256}{Re\sqrt{f}} + \frac{\varepsilon}{3,7D} \right) \quad (3.16)$$

Outras equações foram também desenvolvidas, retirando a relação implícita do fator de atrito, como as equações de Swamee-Jain e Halland (HOLLAND, 1995):

$$f = \frac{0,0625}{\left( \log \left( \frac{5,74}{Re^{0,9}} + \frac{\varepsilon}{3,7D} \right) \right)^2} \quad (3.17)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -3,6 \log \left( \frac{6,9}{Re} + \left( \frac{\varepsilon}{3,7D} \right)^{1,11} \right) \quad (3.18)$$

Para escoamento na região transitória, Wasp et al. (1977) recomendam utilizar a equação de Nukuradse:

$$f = 0,0008 + \frac{0,0553}{Re^{0,237}} \quad (3.19)$$

Churchill (1977) apud Abulnaga (2002) também propôs uma equação completa para fluidos newtonianos, visto que considera escoamento laminar e turbulento, além de poder ser usada para tubos lisos e rugosos.

$$f = 2 \left[ \left( \frac{8}{Re} \right)^{12} + (A + B)^{-1,5} \right]^{1/12} \quad (3.20)$$

$$A = \left[ -2,457 \ln \left[ \left( \frac{7}{Re} \right)^{0,9} + 0,27\epsilon/D \right] \right]^{16}$$

$$B = \left( \frac{37530}{Re} \right)^{16}$$

Sendo:

Re = Número de Reynolds (-)

D = Diâmetro interno da tubulação (L)

$\epsilon$  = Rugosidade da tubulação (L)

### 3.3 Velocidade de Cisalhamento e Camada Limite

A velocidade de cisalhamento (ou *Shear Velocity* em inglês) é um parâmetro proposto por Prandtl que pode se usado para a teoria e análise de escoamentos turbulentos em tubos (WASP et al., 1977). Apesar de considerado como uma velocidade, esse conceito não possui uma representação física direta.

$$U^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = U \sqrt{\frac{f}{2}} \quad (3.21)$$

A partir dessa nova análise, Prandtl também propôs o *Parâmetro de Elevação Adimensional e Velocidade Adimensional* (ABULNAGA, 2002; PEKER; HELVACI, 2008).

$$y^+ = \frac{U^* y}{\nu} \quad (3.22)$$

$$U^+ = \frac{u}{U^*} \quad (3.23)$$

Sendo:

$U^+$  = Velocidade Adimensional (-)

$y^+$  = Elevação Adimensional (-)

$U^*$  = Velocidade de Cisalhamento ( $LT^{-2}$ )

$\nu$  = Viscosidade cinemática do fluido ( $L^2T^{-1}$ )

A partir desse equacionamento e da definição desses novas medidas, foram definidas as seguintes equações para determinação da distribuição de velocidade em tubos para escoamento laminar, transitório (também conhecida como camada de amortecimento) e turbulento, respectivamente (PEKER; HELVACI, 2008):

$$U^+ = \begin{cases} y^+ & \text{se } y^+ \text{ menor que } 5,0 \text{ (subcamada viscosa)} \\ 5,0 \ln(y^+) - 3,05 & \text{se } y^+ \text{ entre } 5,0 \text{ e } 30 \text{ (camada de amortecimento)} \\ 2,5 \ln(y^+) + 5,5 & \text{se } y^+ \text{ maior que } 30 \text{ (camada limite turbulenta)} \end{cases} \quad (3.24)$$

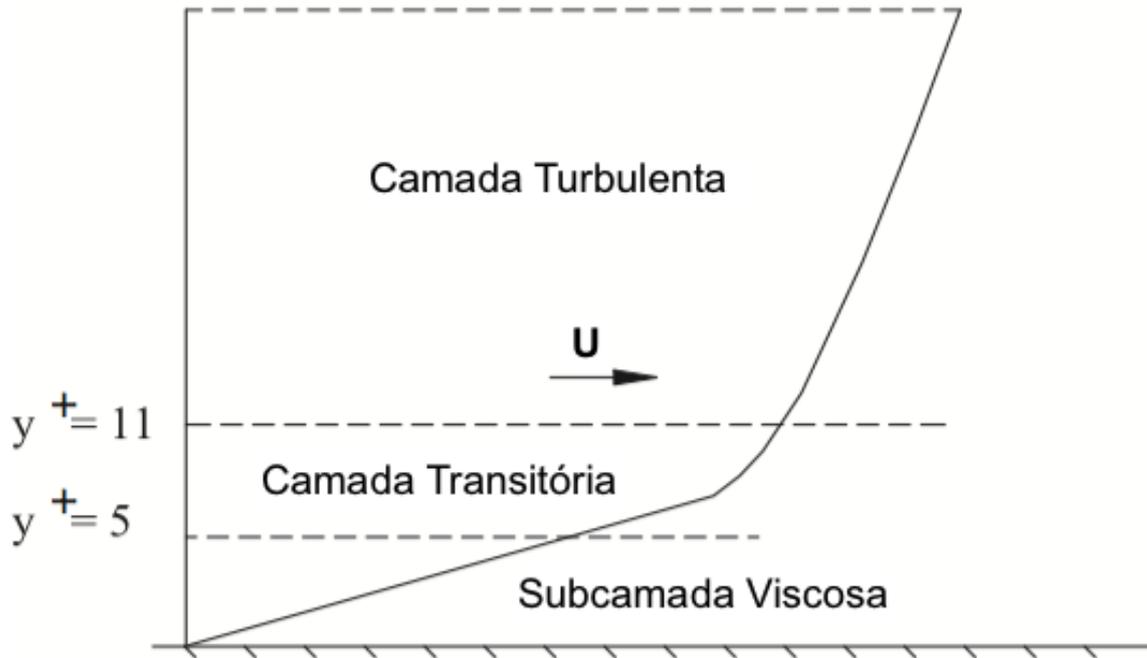
Para escoamentos turbulentos observou-se que, independente da velocidade ou do número de Reynolds, existem sempre efeitos de borda que reduzem a velocidade do escoamento próximos à parede, já que nessa região as forças viscosas, juntamente com a tensão de cisalhamento e rugosidade, conseguem manter a coesão das partículas a ponto de, em alguns casos, o escoamento ser laminar. Fora dessa região, o fluido se comporta como se não sofresse qualquer atrito relativo a bordas ou paredes (ABULNAGA, 2002).

Essa camada é conhecida como *Camada Limite*, e sua espessura com escoamento laminar pode ser determinada pela equação em sequência:

$$\delta = \frac{\mu}{\rho U} \sqrt{\frac{f}{2}} \quad (3.25)$$

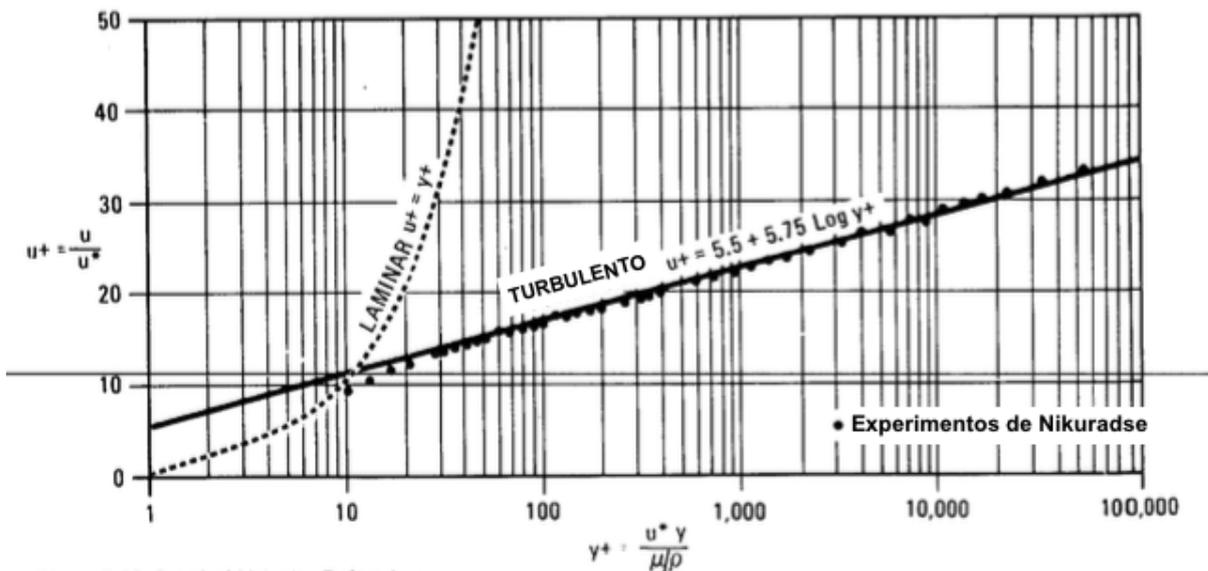
Prandtl observou que essa camada é subdividida em subcamadas, sendo uma inicial laminar (próxima à parede), uma camada intermediária e uma turbulenta. A determinação de onde são subdivididas é determinada a partir da Elevação Adimensional  $y^+$ . Avaliou-se, que para  $y^+ < 5,0$ , a camada é laminar, para  $5,0 < y^+ < 30,0$ , a camada é intermediária, e para  $30,0 < y^+ < 50,0$ , a camada é turbulenta. Para valores acima de  $y^+ > 50$ , considera-se que a camada limite não mais existe, e que o escoamento é totalmente turbulento (ABULNAGA, 2002).

Figura 8 – Camada limite do escoamento sobre uma placa fixa (ABULNAGA, 2002)



Como é possível notar, existem divergências de alguns autores quanto aos valores de  $y^+$  relativos ao início e fim da camada limite e da camada intermediária, entretanto, mesmo com essas diferenças, o resultado calculado por qualquer uma das suposições é bem coerente com o observado experimentalmente (ver Figura 9)<sup>1</sup>.

Figura 9 – Relação entre velocidade Adimensional e Parâmetro de Elevação Adimensional com resultados experimentais (WASP et al., 1977)



<sup>1</sup> A equação indicada na figura 9 é numericamente equivalente a equação 3.24.

Para escoamentos exclusivamente turbulentos, Kármán (1948) define o perfil de velocidade pela equação:

$$u = \frac{U^*}{\kappa} \ln \frac{r}{R} \quad (3.26)$$

Sendo:

$\kappa$  = Constante de Von Kármán (-)

A constante de Von Kármán é dada, conforme interpretação de dados empíricos, pelo valor numérico de  $\kappa = 0,4$  (WASP et al., 1977).

## 4 Fundamentos de Suspensão de Sólidos em Líquidos

O escoamento de líquidos puros ao longo de tubulações possui relações normalmente triviais, uma vez que estas se baseiam normalmente em escoamento newtoniano. A adição de sólidos (escoamento de polpa) modifica essa condição básica para escoamentos não-newtonianos, ou seja, escoamentos pouco intuitivos (WASP et al., 1977).

Para compreender esse tipo de escoamento é necessário entender como se comportam as partículas quando transportadas, e quais efeitos elas causam no processo de carregamento por um líquido<sup>1</sup>.

### 4.1 Densidade e Concentração de sólidos

As principais características de um escoamento com mistura de sólidos e líquidos são a densidade e a concentração relativa de sólidos, pois muitas das correlações envolvem diretamente essa característica básica. Esses atributos podem ser obtidos a partir das equações em sequência (WASP et al., 1977):

$$\rho = \frac{100}{\frac{C_w}{\rho_s} + \frac{100-C_w}{\rho_l}} \quad (4.1)$$

$$C_v = \frac{\rho C_w}{\rho_s} \quad (4.2)$$

Outra importante propriedade é a fração volumétrica de sólidos, definida por:

$$\Phi_v = \frac{C_v}{100} \quad (4.3)$$

Sendo:

$\Phi_v$  = Fração volumétrica de sólidos (-)

$C_v$  = Concentração volumétrica de sólidos (-)

$C_w$  = Concentração em massa de sólidos (-)

### 4.2 Coeficiente de Arraste e Velocidade Terminal

O princípio de Arquimedes afirma que a força de empuxo desenvolvido por um objeto estático num fluido é igual ao peso do líquido de volume equivalente ocu-

<sup>1</sup> Apartir deste capítulo será utilizada a palavra *fluido* exclusivamente para líquidos, visto que muitas das suposições e relações que serão mostradas não podem ser consideradas para gases.

pado pelo objeto. Quando a densidade do objeto é menor do que a densidade do líquido, o objeto flutua, e na situação inversa, ele afunda.

Para uma esfera imersa num fluido, a força de flutuação é calculada a partir do peso do líquido que a partícula desloca (ABULNAGA, 2002):

$$F_e = \left(\frac{\pi}{6}\right) d_p^3 \rho_l g \quad (4.4)$$

Caso a força de empuxo seja maior que o peso a esfera flutua, caso contrário a esfera afunda. Sendo assim, para os casos em que o empuxo é menor que o peso da esfera, ocorre uma força resultante para baixo, que puxa a partícula com uma certa aceleração.

É de senso comum que, independente da partícula ou da força aplicada, sempre se há velocidade terminal de descida, já que as forças de resistência do líquido eventualmente se igualam ao peso do corpo imerso.

Para o cálculo dessa velocidade é necessário conceituar o Coeficiente de Arraste, que representa um coeficiente no qual se avalia o equilíbrio de forças (ABULNAGA, op. cit.):

$$F_s = F_l + F_e = F_e + \frac{A_s C_D \rho_l U_t^2}{2} \quad (4.5)$$

Portanto o coeficiente pode ser definido, para esferas, como (ABULNAGA, op. cit.):

$$C_D = \frac{4(\rho_s - \rho_l) g d_p}{3 \rho_l U_t^2} \quad (4.6)$$

Turton e Levenspiel (1986) desenvolveram uma equação empírica para determinação do coeficiente de arraste, válida para esferas de todos os diâmetros, indicada na Equação 4.7:

$$C_D = \frac{24}{Re_p} (1 + 0,173 Re_p^{0,657}) \frac{0,413}{1 + 1,163 \times 10^4 Re_p^{-1,09}} \quad (4.7)$$

Para essa relação é usado o número de Reynolds da partícula, definido pela Equação 4.8 (WASP et al., 1977, passim):

$$Re_p = \frac{d_p \rho_s U_t}{\mu} \quad (4.8)$$

Sendo:

$F_s$  = Força peso da esfera ( $MLT^{-2}$ ).

$F_l$  = Força da resistência do líquido ao deslocamento do sólido ( $MLT^{-2}$ ).

$F_e$  = Força de Empuxo ( $MLT^{-2}$ ).

$A_s$  = Área externa do sólido ( $L^2$ )

$U_t$  = Velocidade terminal da partícula ( $LT^{-1}$ )

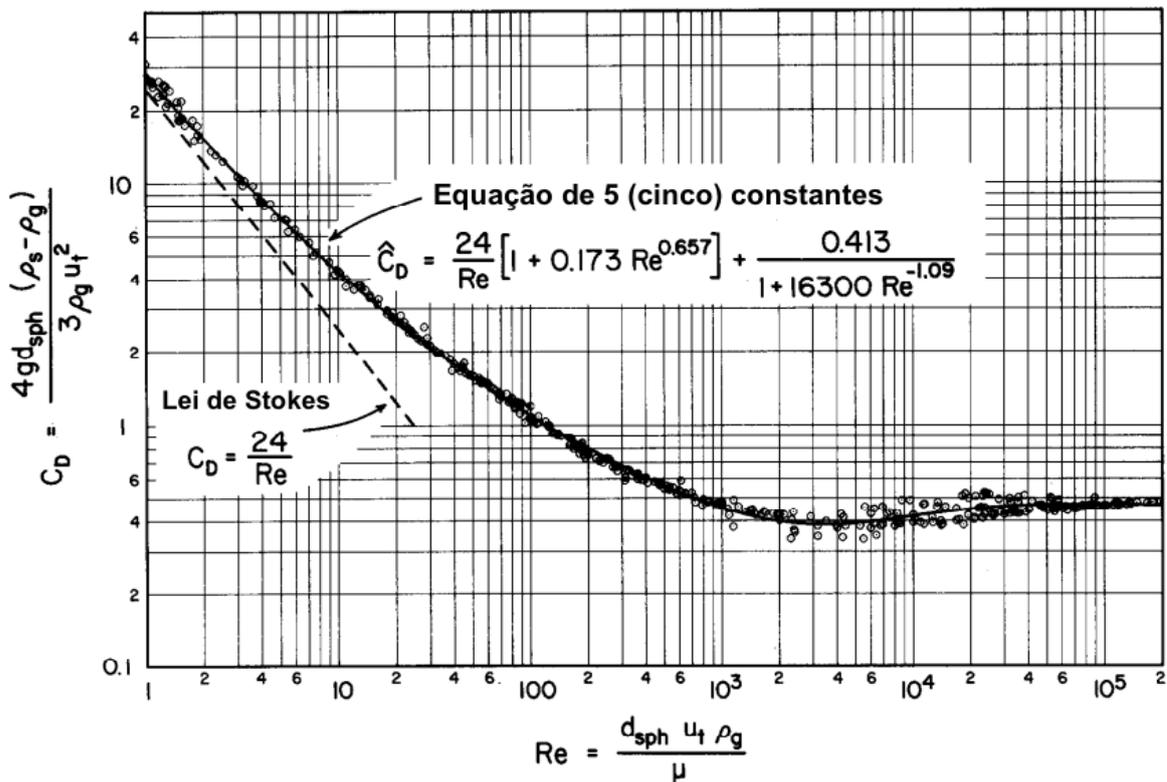
$C_D$  = Coeficiente de arraste (-)

$d_p$  = Diâmetro da partícula (L)

$Re_p$  = Número de Reynolds da partícula (-)

Na Figura 10, é possível confirmar a relação indicada com seus resultados experimentais, indicando uma boa aproximação.

**Figura 10 – Dados experimentais para coeficientes de arraste de esferas em função do número de Reynolds (TURTON; LEVENSPIEL, 1986)**



Para essa equação de cinco constantes é preciso uma resolução matemática não trivial e implícita. Devido a esse complicador, outras equações explícitas foram determinadas para facilitar cálculos, muito embora tenham limitado intervalo de aplicação:

A equação de Stokes, limitada em  $Re_p < 0,1$  e partículas com  $d_p < 0,2mm$  (WASP et al., 1977).

$$U_t = \frac{(\rho_s - \rho_l)gd_p^2}{18\rho_l\mu} \tag{4.9}$$

A equação de Grovier e Azizi (1972) apud Abulnaga (2002), limitada em  $1 < Re_p < 1000$ .

$$U_t = 0,2 \left( \frac{(\rho_s - \rho_l)g}{\rho_l} \right)^{0,72} \frac{d_p^{1,18}}{(\mu/\rho_s)^{0,45}} \quad (4.10)$$

A equação de Herbrich (1991) apud Abulnaga (2002), (conhecida com *Newton's Law*), limitada em  $Re_p > 800$ .

$$U_t = 5,45 \sqrt{d_p \left( \frac{\rho_s}{(\rho_l - 1)} \right)} \quad (4.11)$$

Sendo:

$g$  = Aceleração da gravidade ( $LT^{-2}$ )

O resultado da equação 4.11 pode ser avaliado diretamente pelo gráfico do coeficiente de arraste, visto que para o  $Re_p > 800$  o  $C_D \sim 0,4$  (ver Figura 10).

### 4.3 Correções para Velocidade Terminal

Outras considerações importantes foram feitas para correção da velocidade terminal em função do formato da tubulação. A presença de um recipiente de paredes cilíndricas tende a intensificar a interação entre as partículas. Brown et al. (1950) recomendam multiplicar a velocidade terminal por um fator de correção da parede  $F_w$ , indicada na Equação 4.12 (ABULNAGA, 2002).

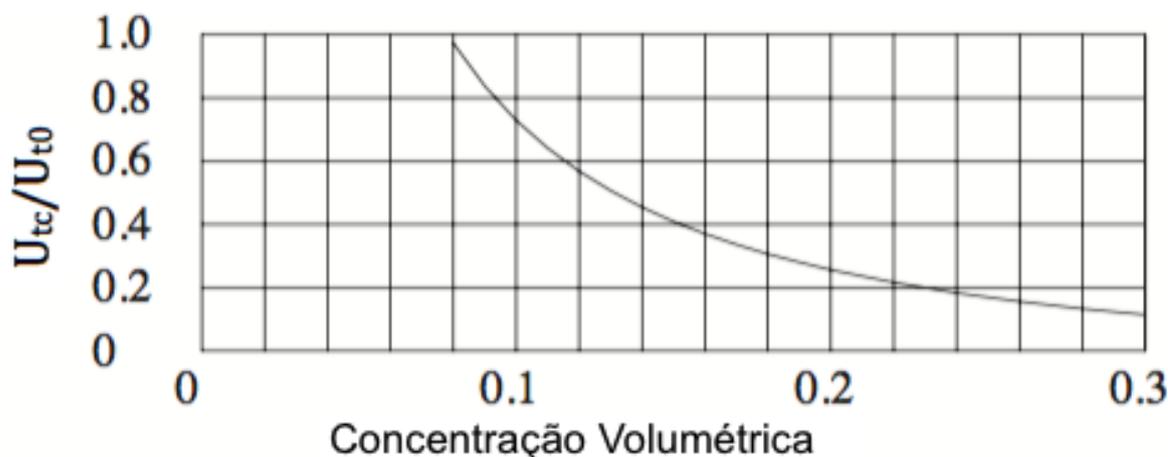
$$F_w = \begin{cases} 1 - (d_p/D)^{9/4} & \text{Para fluxo Laminar} \\ 1 - (d_p/D)^{1,5} & \text{Para fluxo Turbulento} \end{cases} \quad (4.12)$$

Outra relação importante para corrigir a velocidade terminal foi proposta por Thomas (1963) apud Abulnaga (2002). Ele propôs uma equação empírica em função da concentração da polpa, porque foi observado que a concentração volumétrica de sólidos na polpa afeta diretamente a velocidade de sedimentação. Sua proposta é indicada pela equação 4.13.

$$2,303 \log(U_{tc}/U_{t0}) = -5,9\Phi_v \quad (4.13)$$

A equação de Thomas está limitada para  $U_{tc}/U_{t0}$  entre 0,08 e 1,0, e tem representação gráfica indicada na Figura 11.

Figura 11 – Representação gráfica da equação de Thomas (ABULNAGA, 2002)



Sendo:

$\Phi_v$  = Concentração Volumétrica de sólidos (-)

$U_{tc}$  = Velocidade terminal corrigida da partícula ( $LT^{-1}$ )

$U_0$  = Velocidade terminal da partícula para baixas concentrações ( $LT^{-1}$ )

Outras possíveis correções para a velocidade terminal são relativas ao formato da partícula, com seu fator definido por Albertson (1953) apud Wasp et al. (1977), indicada pela equação 4.14.

$$\Psi = \frac{c}{\sqrt{ab}} \quad (4.14)$$

Sendo:

a = O mais longo de três eixos mutuamente perpendiculares (L)

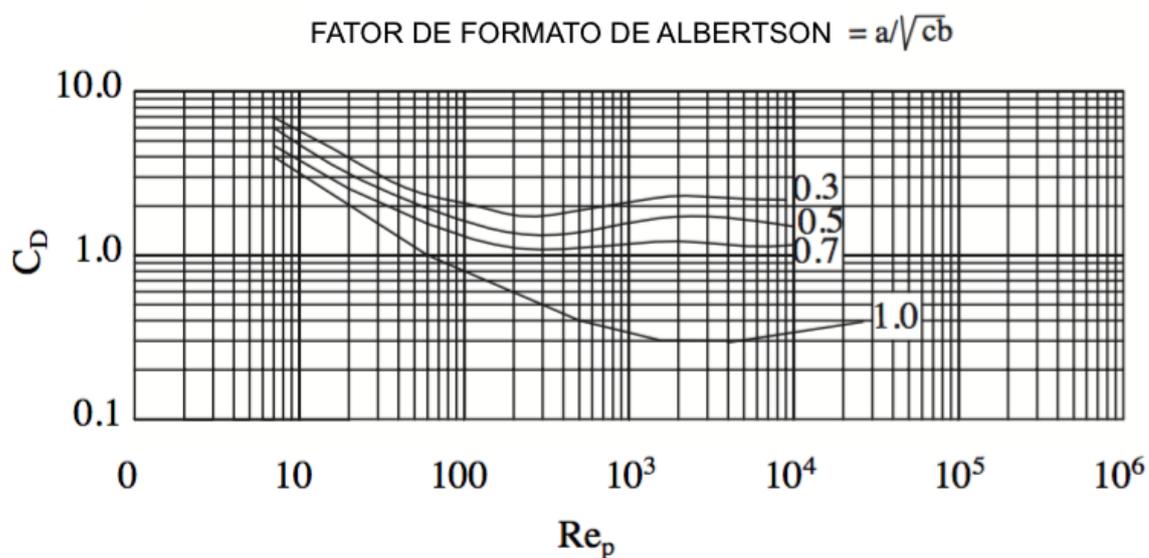
b = O terceiro eixo (L)

c = O mais curto dos três eixos mutuamente perpendiculares (L)

$\Psi$  = Fator de forma (-)

Com base nesse fator, foram determinados os valores dos novos coeficientes de arraste, considerando que, para o cálculo de  $Re_p$ , o valor do  $d_p$  da partícula é usado como o diâmetro de uma esfera com o mesmo volume da partícula em consideração. Na Figura 12 são indicados valores para o coeficiente de arraste modificados com variações do fator de formato.

Figura 12 – Influência do Fator de Formato no coeficiente de arraste (ABULNAGA, 2002)



A influência do formato é significativa no coeficiente de arraste, entretanto, como demonstrado nas Figuras 13 e 14, o formato dos elementos naturalmente formados tendem para uma esfera, principalmente considerando a influência do escoamento e a tendência natural de cisalhamento das partículas entre si.

Figura 13 – Área projetada de partículas naturalmente formadas (WASP et al., 1977)

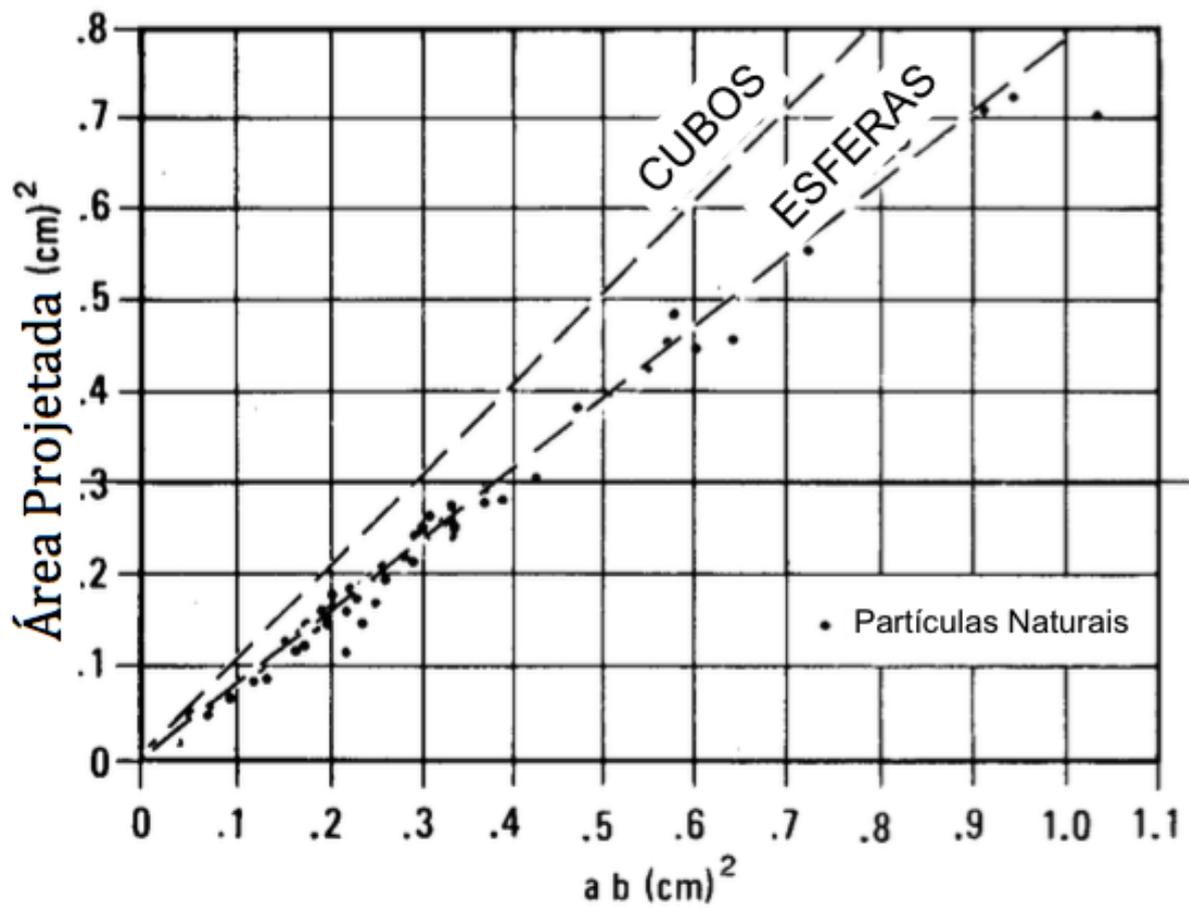
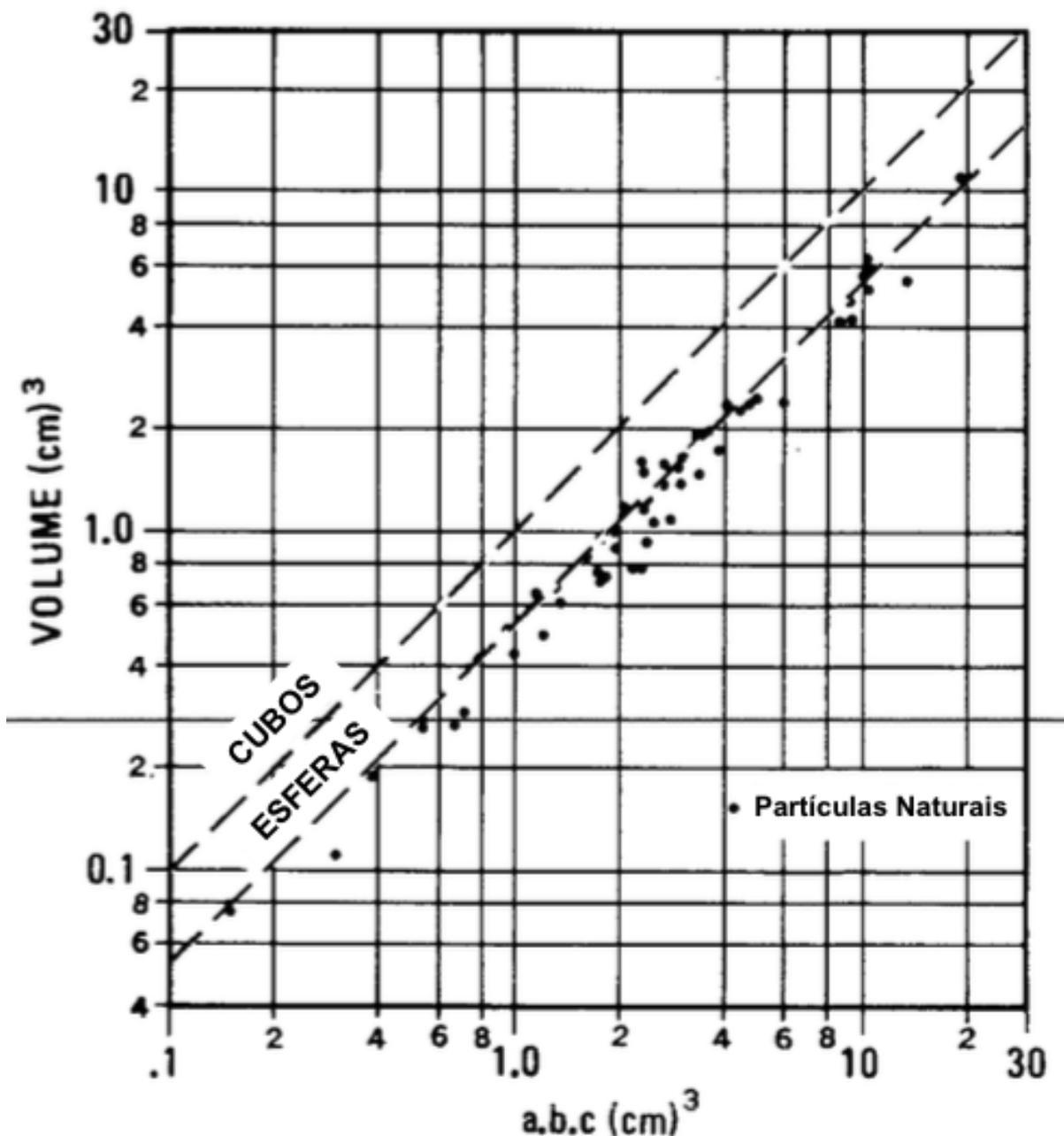


Figura 14 – Volume de partículas naturalmente formadas (WASP et al., 1977)



Apesar de haver erros intrínsecos em considerar o formato desses elementos como regular, observa-se que as partículas demonstram uma tendência a se cisalharem em formatos próximos a de uma esferas (conforme demonstrado pelas Figuras 13 e 14). Devido a esse fenômeno, efeitos de formato tendem a serem negligenciáveis no cálculo geral de minerodutos, e normalmente não são considerados nos cálculos de minerodutos.

#### 4.4 Viscosidade em Polpas

Algumas equações consideram, para fins de simplificação, a determinação da viscosidade efetiva de uma polpa a partir da concentração de sólidos. Essa possibilidade, apesar de útil como um referencial de “viscosidade mínima”, não é precisa e tem muitas limitações, pois inclui somente partículas de tamanho uniformes e esféricas, o que é incomum em sistemas reais (WASP et al., 1977).

A definição de viscosidade efetiva é similar a de viscosidade newtoniana, pois considera que a polpa em questão se comporta como *quasi-newtoniana* na faixa de viscosidade medida (WASP et al., 1977).

$$\mu_e = \frac{d\gamma_t}{d\tau} \rightarrow \tau \approx \mu_e \gamma_t \quad (4.15)$$

Outra forma de definição para viscosidade efetiva para escoamento em dutos é (WASP et al., 1977):

$$\mu_e = \frac{\tau_w}{8 \frac{U}{D}} \quad (4.16)$$

Como forma de estimar a viscosidade efetiva, Einstein (1905) apud Wasp et al. (1977) concluiu que poderia ser determinada pela equação:

$$\frac{\mu_e}{\mu_l} = 1 + 2,5\Phi_v \quad (4.17)$$

Essa relação de Einstein tem boa aproximação em sistemas em que a interação de partículas é mínima, ou seja, sistemas extremamente diluídos ( $\Phi_v < 0,01$ ) (WASP et al., op. cit.).

Thomas (1965), entretanto, sugeriu uma equação mais abrangente, em que poderiam ser consideradas todas as faixas de concentrações. O resultado tem boa aproximação para diversos tipos de polpas testadas.

$$\frac{\mu_e}{\mu_l} = 1 + 2,5\Phi_v + 10,05\Phi_v^2 + 0,00273e^{16,6\Phi_v} \quad (4.18)$$

Sendo:

$\Phi_v$  = Fração volumétrica de sólidos (-)

$\mu_e$  = Viscosidade efetiva da polpa ( $ML^{-1}T^{-1}$ )

$\mu_l$  = Viscosidade do fluido de suspensão ( $ML^{-1}T^{-1}$ )

Muitos modelos têm sido propostos para representar a função viscosidade em suspensões não-newtonianas. A equação do modelo que melhor representa uma

determinada polpa depende não apenas da natureza do comportamento da mesma, mas também da qualidade e da gama de dados de viscosidade disponíveis. Assim, uma equação relativamente simples pode ser suficiente para representar dados de viscosidade ao longo de apenas uma gama limitada da taxa de cisalhamento. No entanto, se uma vasta gama de taxa de cisalhamento é coberta, uma equação complexa pode ser necessária para representar toda a gama de dados (HU, 2006).

Apesar de um processo simples e satisfatório para predição de viscosidade e de eventual perda de carga em escoamentos, essa suposição de escoamento *quasi-newtoniano* considera partículas uniformemente esféricas. Esse tipo de sistema é relativamente incomum, mas é de importância pois os resultados calculado indicarem um valor mínimo de “viscosidade” para diversas suspensões (WASP et al., 1977).

Essa suposição, de um modo geral, deve ser empregada somente como análise qualitativa, visto que, como alertado por Wasp et al. (1977), normalmente não tem uma representação real da viscosidade aparente da suspensão.

## 5 Escoamento de Polpas Não-Newtonianas

Diferentemente dos fluidos uniformes, as polpas minerais tendem a se comportar de maneira anômala, principalmente com o aumento da concentração de sólidos. Essas polpas não podem mais ser considerados fluidos newtonianos, porque a representação de “viscosidade constante” não mais reflete satisfatoriamente o seu comportamento no escoamento.

Existem modelagens matemáticas para os diversos tipos de escoamentos não-newtonianos formados por esse tipo de sistema bifásico. Os modelos mais comuns e de melhor representatividade são os indicados na Tabela 1:

**Tabela 1 – Tipos Principais de fluidos não-newtonianos (PEKER; HELVACI, 2008)**

Modelos	Equações	Aplicação Geral
<u>Newtoniano</u>	$\tau = \mu\dot{\gamma}_t$	Todos os fluidos de moléculas simples.
<u>Power Law</u> (Pseudoplástico ou Dilatante)	$\tau = K_p\dot{\gamma}_t^n$	Suspensões coloidais tais como argila, leite, gelatina, sangue, amido, soluções de polímeros.
<u>Plástico de Bingham</u>	$\tau = \tau_o + \eta_b\dot{\gamma}_t$	Pasta de dente, tintas, polpas minerais.
<u>Herschel-Bulkley</u> (Pseudoplástico ou Dilatante com tensão de escoamento)	$\tau = \tau_o + K_h\dot{\gamma}_t^n$	Dispersões sintéticas argila, suspensões de lodo, fluidos de perfuração, metais semi-sólidos, plásticos propelentes, massas, rejeitos minerais, polpas de caulim.

O fluido não-newtoniano definido como Bingham, representa aqueles que possuem a característica de tensão de cisalhamento linear com a taxa de deformação somente após uma tensão mínima aplicada ( $\tau_o$ ), já os denominados *Power Law* são para os que apresentam tendência a maior (dilatante) ou menor (pseudoplástico) “viscosidade” ao se aumentar o cisalhamento. Já os do tipo Herschel-Bulkley são uma combinação das duas propriedades, ou seja, polpas com características de tensão mínima para escoamento e com variação na resistência ao escoamento com o aumento da tensão

Os modelos citados são apenas correlações que representam o efeito das forças de superfície, combinadas com a concentração da polpa. Um ou mais desses modelos pode descrever o fluido, dependendo apenas da qualidade de ajuste aos

dados experimentais, isto é, o coeficiente de regressão aplicado (PEKER; HELVACI, 2008).

Wasp et al. (1977) indica que a definição do que constitui uma “viscosidade” adequada, mesmo em termos analíticos, é uma questão sobre a qual não existe um consenso geral. Uma série de definições de viscosidade tem sido empregadas a fim de definir uma correlação para escoamento em dutos, e uma delas é a “viscosidade aparente”:

$$\mu_a = \frac{\tau_w}{\gamma_t} \quad (5.1)$$

É importante ressaltar que a viscosidade aparente ( $\mu_a$ ) e a viscosidade efetiva ( $\mu_e$ ) não são equivalentes, uma vez que possuem definições intrinsecamente diferentes entre si. Tais características, em circunstâncias específicas, podem ter valores numéricos coincidentes (WASP et al., 1977). Nas Figuras 15 e 16 estão indicados, graficamente, as relações de tensão de cisalhamento e viscosidade aparente para os principais equacionamentos de fluidos não-newtonianos independentes do tempo.

**Figura 15 – Tensão de cisalhamento pela taxa de cisalhamento para fluidos não-newtonianos independentes do tempo (ABULNAGA, 2002)**

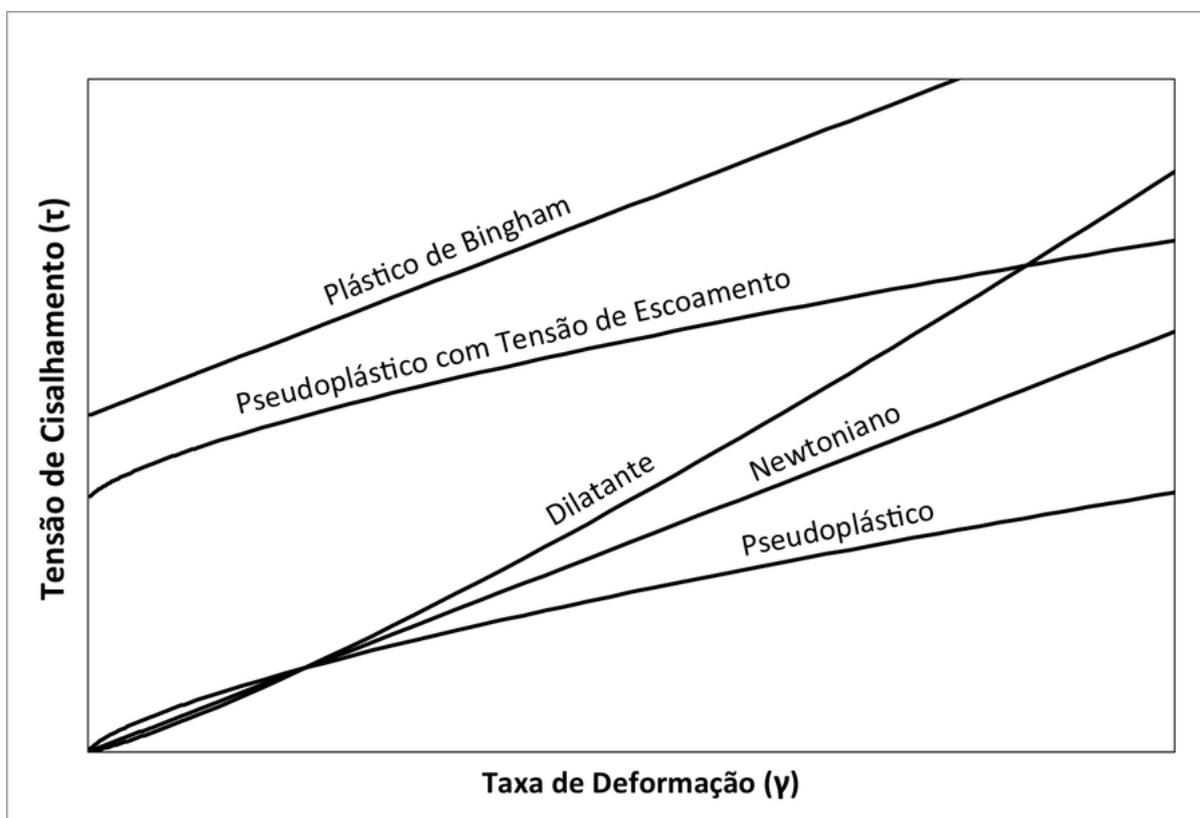
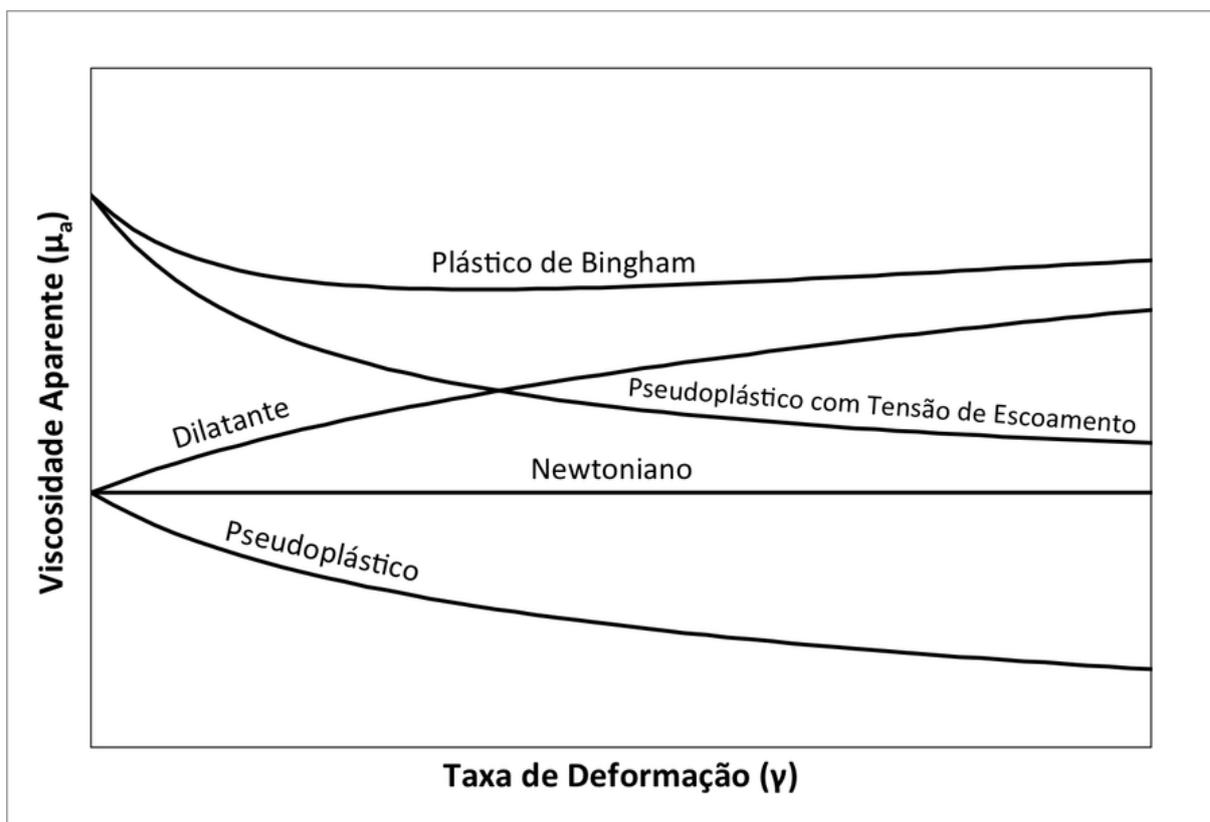


Figura 16 – Viscosidade aparente pela taxa de cisalhamento para fluidos não-newtonianos independentes do tempo (ABULNAGA, 2002)



Além da definição do tipo de fluido não-newtoniano a ser empregado, outras observações importantes relativas ao escoamento são a sua caracterização quando a sua homogeneidade (ou seja, se é heterogêneo ou *quasi-homogêneo*), e também quanto a seu regime de escoamento (fluxo laminar ou turbulento). Também é importante classificar o tipo de escoamento heterogêneo, avaliando se a fase sólida está em movimento ou estacionária.

De forma geral, pode-se definir e classificar os possíveis casos de escoamento bifásico como:

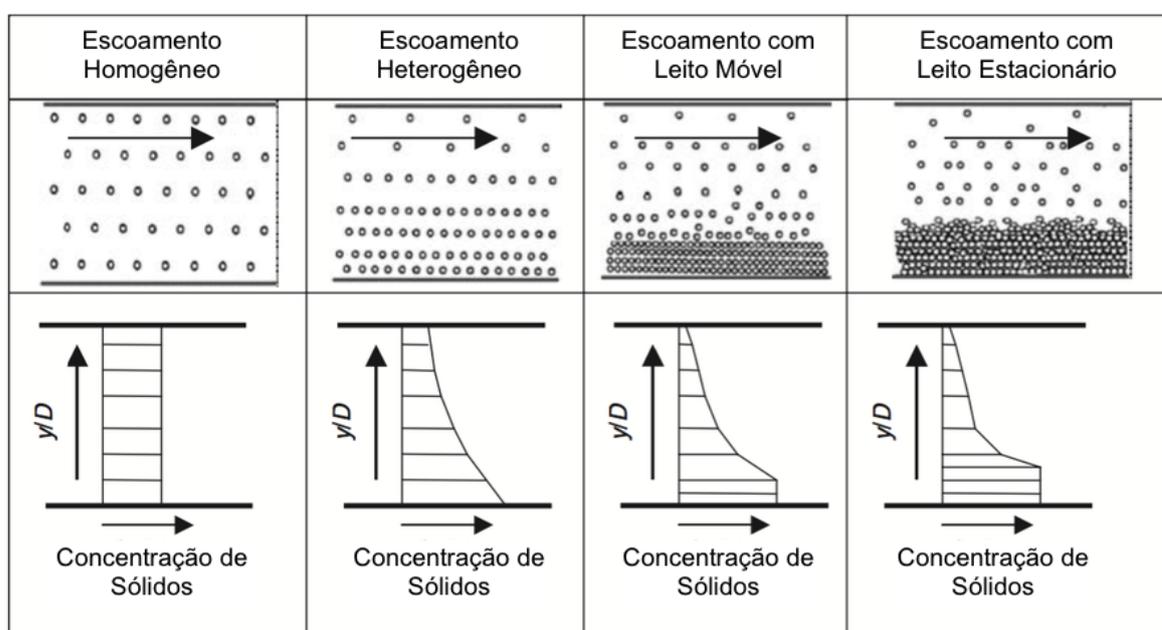
- **Escoamento homogêneo (ou rigorosamente *quasi-homogêneo*):** Escoamento onde as partículas sólidas (não dissolvidas) estão homogeneamente distribuídas, em suspensão praticamente perfeita. A polpa tem visual “liso”, e não existe distinção de fases clara.
- **Escoamento heterogêneo:** Escoamento com tendência de concentração de sólidos na parte inferior, em que se observar distinção de fases, entretanto sem separação entre sólido e líquido.
- **Escoamento com leito móvel:** Escoamento onde há separação de fases, e que o depositado (leito) apresenta concentração de sólidos superior ao suspenso.

Nesse caso, o leito ainda se movimenta no sentido do escoamento, entretanto com velocidade reduzida.

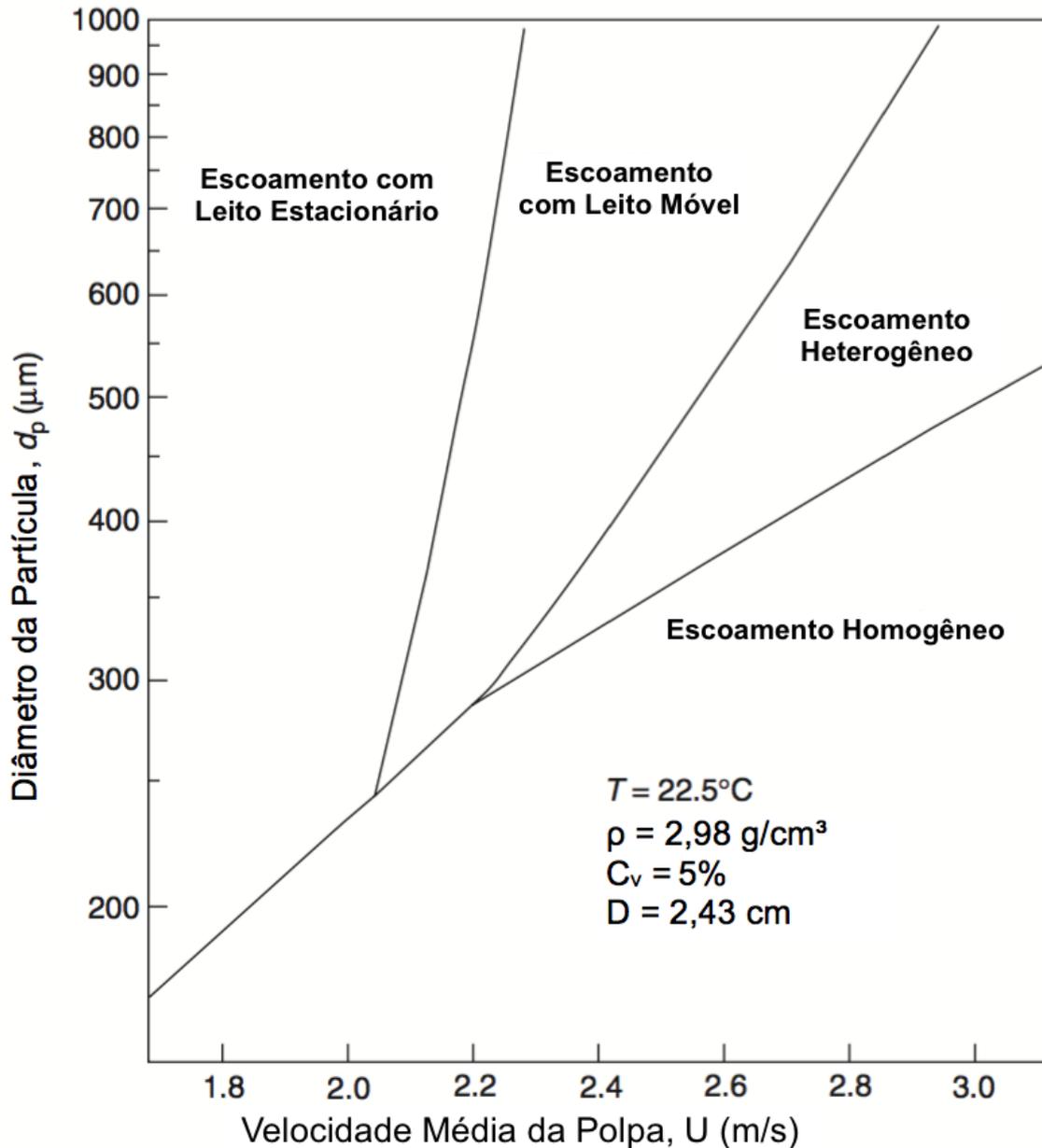
- **Escoamento com leito estacionário:** Escoamento com separação de fases, entretanto o leito depositado não mais escoar no sentido do fluxo, provocando um efeito de redução de secção de escoamento (entupimento parcial a total).

A Figura 17 indica visualmente esses principais tipos de escoamento bifásicos supracitados.

**Figura 17 – Distribuição de partículas e concentração de sólidos em um tubo para diferentes regimes de fluxo de polpas (HU, 2006)**



É importante considerar que, para um mesmo sistema, dependendo das condições de operação ou suas características reológicas (tais como tipo de fluido não-newtoniano, distribuição granulométrica, concentração de sólidos, velocidade do escoamento, entre outras características), pode-se variar a condição do escoamento para um dos tipos citados na Figura 17. Na Figura 18 é mostrado, semi-quantitativamente, para um caso específico de um sistema conhecido. Nessa figura se mostra os tipos de escoamento em função da variação de tamanho de partícula e velocidade de escoamento.

Figura 18 – Diagrama de regime de escoamento bifásico de polpa em função de  $U$  e  $d_p$  (HU, 2006)

Todas essas características, como identificá-las, e as devidas relações usadas para classificar o tipo de escoamento mais adequado para cada caso serão discutidas nos itens subsequentes.

### 5.1 Suspensões Homogêneas

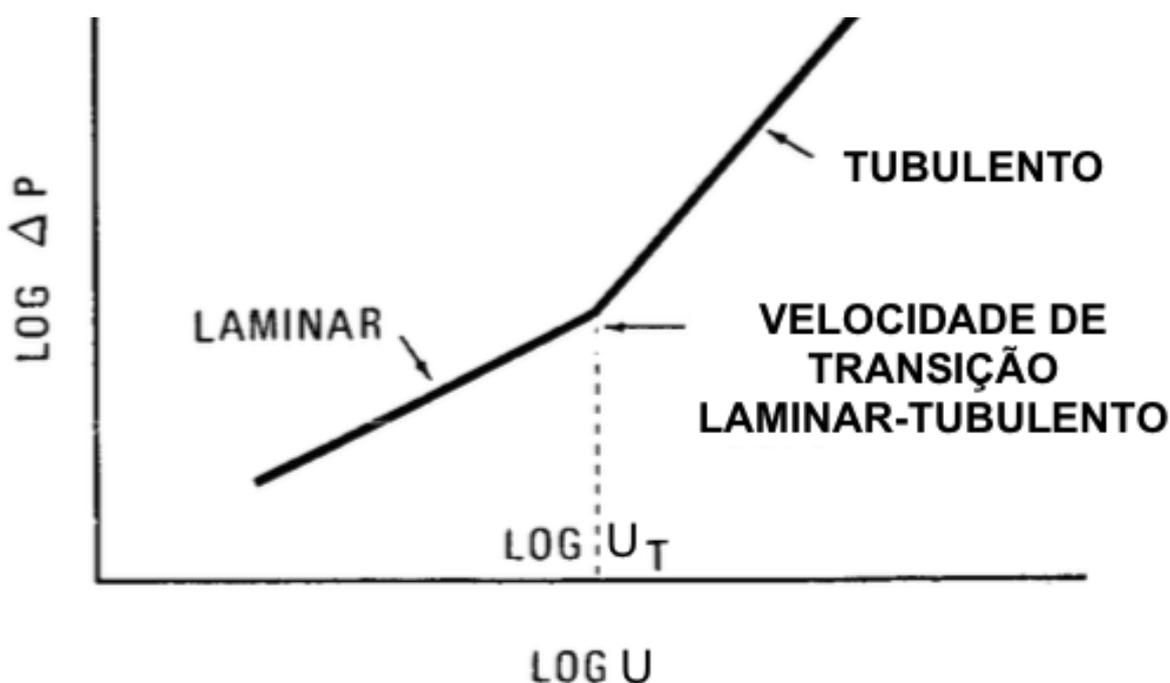
O fluxo de polpa homogênea é caracterizado por uma distribuição uniforme de partículas sólidas através do líquido de transporte através da seção transversal do duto. Normalmente esse tipo de polpa apresenta alta concentração de partículas sólidas finas ( $<40 \mu\text{m}$ ) de baixa densidade e exibe um comportamento viscoso. Um exemplo de

escoamento homogêneo se dá com a polpa de minério após moagem e espessamento, em que as partículas são muito finas e a concentração de sólidos é elevada (>40% em peso). Embora nenhuma polpa seja completamente homogênea, pois consiste de fases distintas, existem situações em que a suspensão pode ser descrita de forma satisfatória por modelos monofásicos (HU, 2006).

Um sistema definido como homogêneo (ou rigorosamente *quasi-homogêneo*) tem como premissa que não haverá formação de uma segunda fase mais concentrada ao longo escoamento. É notório que misturas sólido-líquido se decantam naturalmente com o tempo, entretanto, em sistemas dinâmicos, essa decantação pode não ocorrer, e, a definição de fluxo homogêneo pode ser utilizada.

O escoamento homogêneo deve ser ainda classificado e modelado de duas maneiras distintas: escoamento laminar ou escoamento turbulento. A Figura 19 indica o comportamento qualitativo de perda de carga para polpas homogêneas em escoamento laminar e turbulento.

Figura 19 – Perda de carga X velocidade para polpas homogêneas (WASP et al., 1977)



Para as definições dos modelos, será utilizado o número adimensional de Hedstrom, definido como o produto do número de Reynolds pelo número de plasticidade. Esse último é definido como a relação entre a propriedade de tensão interna do fluido e a tensão de cisalhamento predominante no interior da tubulação, indicada na Equação 5.2 (WASP et al., 1977):

$$He = Re \times Pl = \frac{DU\rho}{\eta} \times \frac{\tau_0/\eta}{V/D} = \frac{D^2\rho\tau_0}{\eta^2} \quad (5.2)$$

Sendo:

He = Número de Hedstrom (-)

Re = Número de Reynolds (-)

PI = Número de Plasticidade (-)

$\eta$  = Coeficiente de Rigidez ( $ML^{-1}T^{-1}$ )

Uma das suas principais avaliações qualitativas é a de que, quanto maior o número de Hedstrom, mais distante do comportamento de fluido e mais próximo ao comportamento de sólidos. Devido a essa propriedade, esse número é capaz de definir características implícitas da polpa, a fim de classifica-la na relação de propriedades sólido/líquido.

### 5.1.1 Regime Laminar

Conforme já definido anteriormente, o escoamento laminar se dá quando as forças viscosas são mais proeminentes que as de inércia, gerando assim um escoamento com um perfil de velocidade dado em camadas sobrepostas que não se misturam.

Assim sendo, a vazão volumétrica passando por uma tubulação de raio R, e com um perfil de velocidade  $u(r)$  é dada por (WASP et al., 1977):

$$Q = \int_0^R 2\pi u(r) dr \quad (5.3)$$

Integrando por partes temos:

$$Q = \pi \left[ r^2 u(r) - \int_0^{\tau_w} r^2 \frac{du(r)}{dr} dr \right]_0^R$$

Como o primeiro termo da equação é zero, tanto para  $r=0$  quanto para  $r=R$  (visto que a velocidade em  $r=R$  é zero), temos que esse termo desaparece. Fazendo uma substituição de variáveis (WASP et al., 1977):

$$\gamma_t \equiv \frac{-du}{dr} = f(\tau) \quad (5.4)$$

e adicionando o termo  $\tau_w$  de tensão de cisalhamento em  $r=R$ :

$$\tau_w \equiv \tau \frac{R}{r} \quad (5.5)$$

∴

$$\frac{Q}{\pi R^3} = \frac{1}{\tau_w^3} \int_0^{\tau_w} \tau^2 f(\tau) d\tau \quad (5.6)$$

Aplicando essa equação para fluidos newtonianos, temos que:

$$\frac{-du}{dr} = f(\tau) = \frac{\tau}{\mu} \quad (5.7)$$

∴

$$\frac{Q}{\pi R^3} = \frac{2V}{D} = \frac{1}{\tau_w^3} \int_0^{\tau_w} \frac{\tau^3}{\mu} d\tau = \frac{\tau_w}{4\mu}$$

$$\mu = \frac{\tau_w}{(8V/D)}$$

Aplicando essa correlação de viscosidade newtoniana à equação de definição do fator de atrito (equação 3.8), chegamos ao fator de atrito para o escoamento laminar:

$$f = \frac{16}{Re} \quad (5.8)$$

Aplicando o mesmo procedimento para os fluidos não-newtonianos, temos as modelagens descritas nos subitens em sequência.

#### 5.1.1.1 Modelo para Bingham

O conceito reológico para polpas do tipo Bingham é aplicado para casos onde se observa que, quando aplicada uma certa força (ou diferença de pressão) para se iniciar o escoamento, o composto resiste, somente se deformando (como um sólido). Somente após uma certa tensão aplicada ( $>\tau_0$ ) a resistência cede e o escoamento se inicia (como um líquido).

Um dos modelos aplicados para casos como esse é o proposto por Hedstrom (1952) *apud* Abulnaga (2002), sendo uma proposta de modificação da equação de Buckingham (1921), nome pelo qual a Equação 5.9 ficou mais conhecida:

$$f = \frac{16}{Re_b} \left[ 1 + \frac{He_b}{6Re_b} - \frac{He_b^4}{3f^3 Re_b^7} \right] \quad (5.9)$$

Sendo:

$$Re_b = \frac{DU\rho}{\eta_b} \quad (5.10)$$

$$He_b = \frac{D^2 \tau_0 \rho}{\eta_b^2} \quad (5.11)$$

$Re_b$  = Número de Reynolds para fluidos tipo Bingham (-)

$He_b$  = Número de Hedstrom para fluidos tipo Bingham (-)

$\eta_b$  = Coeficiente de Rigidez para fluidos do tipo Bingham ( $ML^{-1}T^{-1}$ )

Outra importante relação para os fluidos não-newtonianos é a viscosidade efetiva, visto que, por definição, é possível determinar o fator de atrito laminar pelo número de Reynolds, em função da viscosidade efetiva ( $\mu_e$ ) (WASP et al., 1977), pelas equações 5.12 e 5.13 em sequência.

$$\tau_w = \frac{\frac{8U\eta}{D}}{\left[1 - \frac{4}{3}\frac{\tau_0}{\tau_w} + \frac{1}{3}\left(\frac{\tau_0}{\tau_w}\right)^4\right]} \approx \eta\left(\frac{8U}{D}\right) + \frac{4}{3}\tau_0 \quad (5.12)$$

$$\mu_e \equiv \frac{\tau_w}{8U/D} = \eta\left[1 + \frac{\tau_0 D}{6\eta U}\right] \quad (5.13)$$

$$Re_B = \frac{DU\rho}{\mu_e} \quad (5.14)$$

$$f = \frac{16}{Re_B} \quad (5.15)$$

Sendo:

$Re_B$  = Número de Reynolds para fluidos tipo Bingham calculado com Viscosidade efetiva (-)

$\mu_e$  = Viscosidade efetiva ( $ML^{-1}T^{-1}$ )

$\tau_w$  = Tensão de cisalhamento na parede ( $ML^{-1}T^{-2}$ )

Aínda para escoamento laminar, o perfil de velocidades pode, segundo Peker e Helvacı (2008), ser dado pelas equações:

$$u = \begin{cases} \frac{1}{\eta_b} \left[ R \left( \frac{\tau_w}{2} - \tau_0 \right) - r \left( \frac{\tau_w r}{2R} - \tau_0 \right) \right] & \text{Para } r_p \leq r \leq R \\ \frac{R}{\eta_b} \left[ \frac{\tau_0^2}{2\tau_w} + \frac{\tau_w}{2} - \tau_0 \right] & \text{Para } r \leq r_p \end{cases} \quad (5.16)$$

Sendo  $r_p$  definido como o “raio de entupimento” ou *plug radius*, que define a raio, dentro do tubo, na qual a tensão de cisalhamento no escoamento é menor que a tensão de escoamento (PEKER; HELVACI, op. cit.).

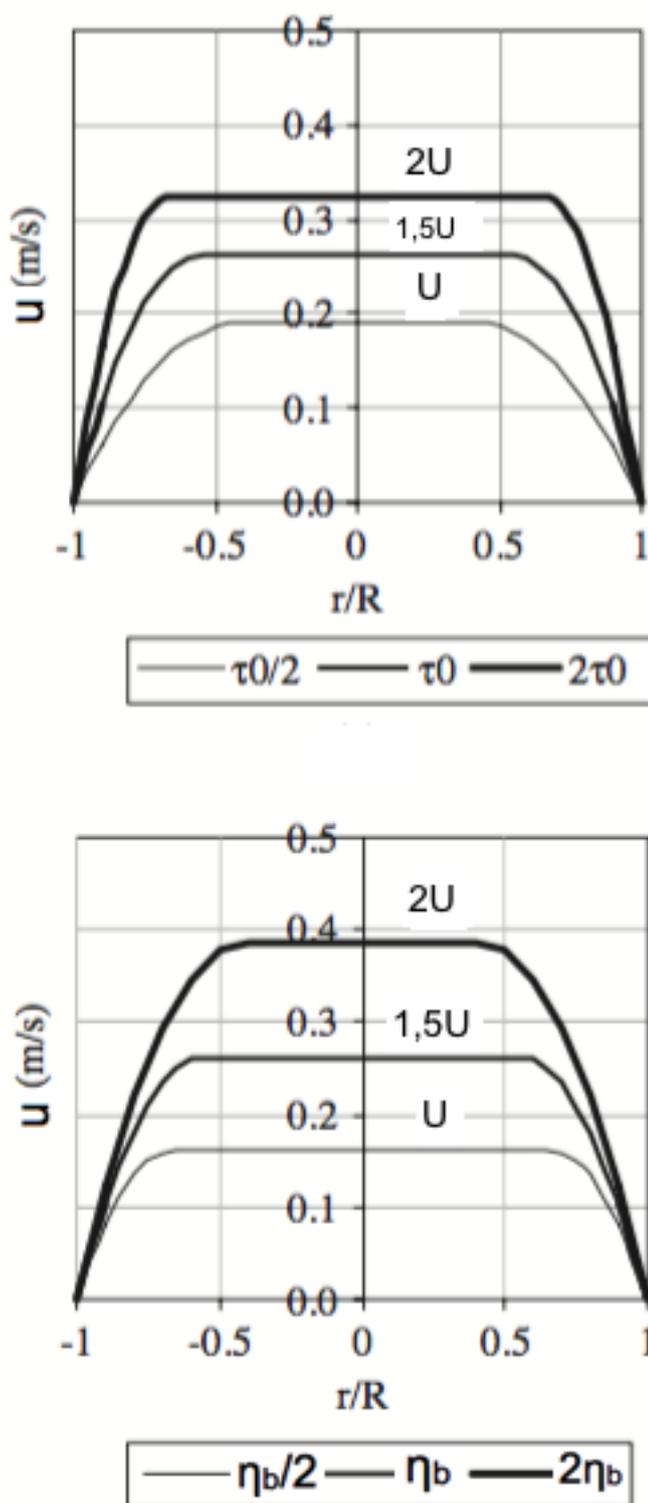
$$r_p = \frac{R\tau_0}{\tau_w} = \frac{2He_b R}{f Re_b^2} \quad (5.17)$$

Sendo:

$r_p = \text{Plug radius}$  ou “raio de entupimento” (L)

Os resultados das equações 5.16 são indicados graficamente na Figura 20 indica.

Figura 20 – Efeito da tensão de escoamento e coeficiente de rigidez no perfil de velocidade para vazão constante (PEKER; HELVACI, 2008)



Os resultados da equação 5.9 são mostrados nas Figuras 20 e 21 mostram, utilizando as definições de Reynolds com viscosidade efetiva (Figura 20) e coeficiente

de rigidez (Figura 21). Ambas são numericamente equivalentes.

Figura 21 – Fator de atrito versus número de Reynolds utilizando viscosidade efetiva para fluidos do tipo Bingham (WASP et al., 1977)

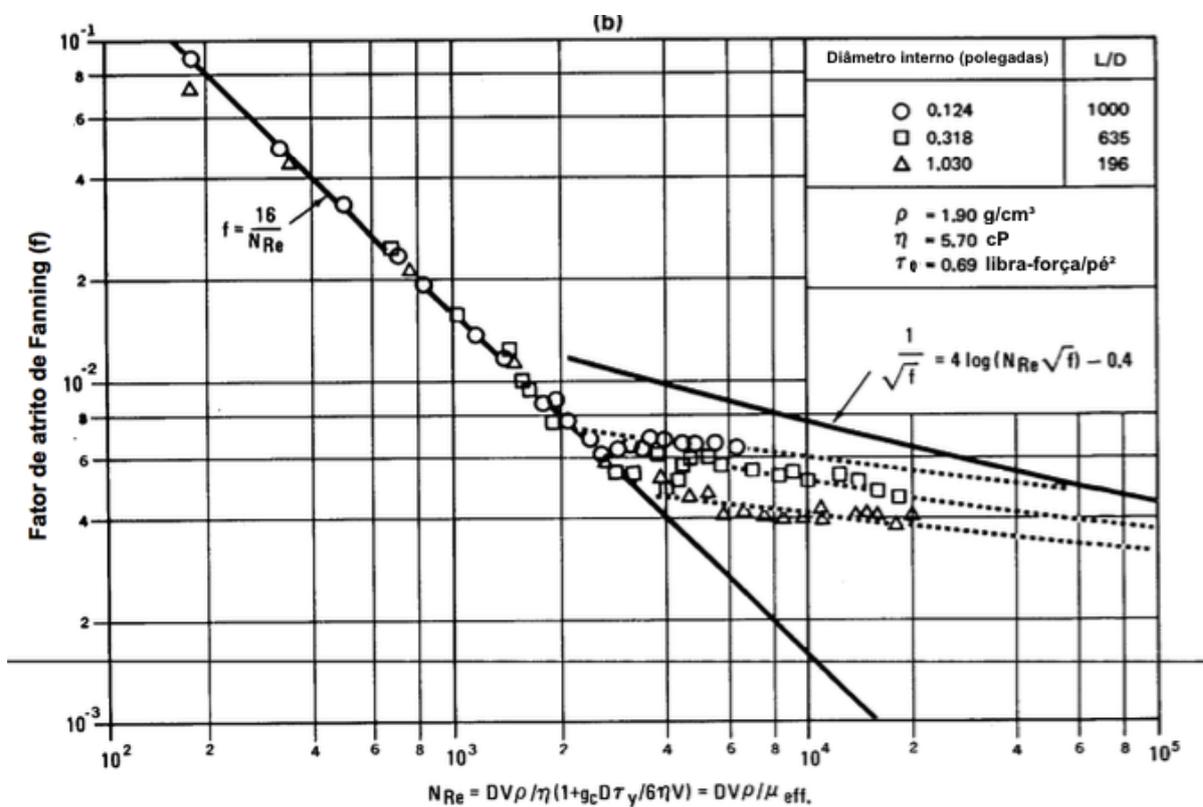
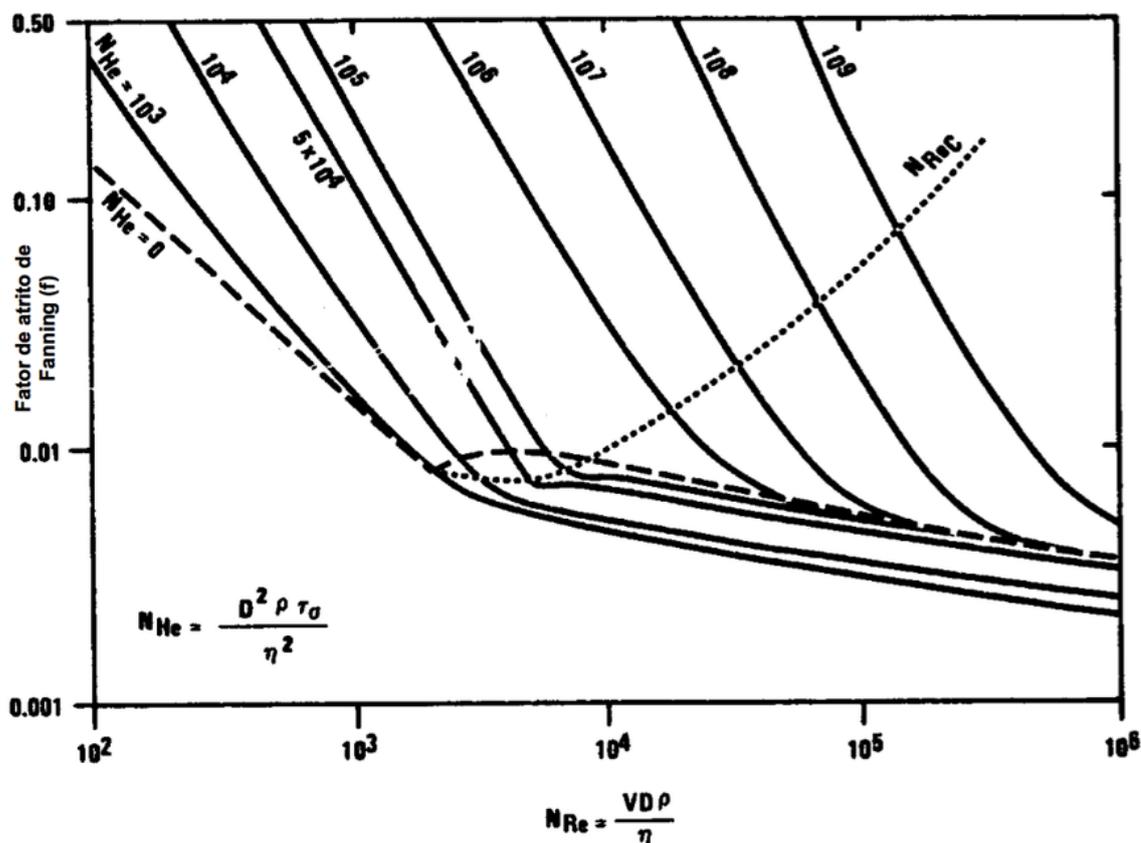


Figura 22 – Fator de atrito versus número de Reynolds modificado para fluidos do tipo Bingham (ABULNAGA, 2002)



5.1.1.2 Modelo para *Power Law*

A modelagem reológica do tipo *Power Law* é a utilizada para fluidos que apresentam característica de aumento ou diminuição de tensão de cisalhamento com a variação da taxa de deformação, seguindo uma função de potência. Devido a esse fator de potência no escoamento (*Power*, em inglês), foi dada essa nomenclatura genérica para fluidos do tipo Dilatantes (fator de potência  $n > 1$ ) e pseudoplásticos (fator de potência  $n < 1$ ). Importante ressaltar que com o índice de escoamento igual a unidade ( $n = 1$ ), o comportamento reológico é idêntica ao de um fluido newtoniano.

Heywood (1991) *apud* Hu (2006) demonstra a equação utilizando um número de Reynolds modificado, específico para esse tipo de fluido. Na sequência, as Equações de 5.18 a 5.21 indicam os equacionamentos para utilização em escoamento laminar de fluidos do tipo *Power Law*, e os resultados numéricos são mostrados na Figura 23:

$$f = \frac{16}{Re_P} \tag{5.18}$$

$$Re_P = \frac{DU\rho}{K_p} \left(\frac{4n}{3n+1}\right)^n \left(\frac{D}{8U}\right)^{n-1} \quad (5.19)$$

∴

$$\mu_e \equiv \frac{\tau_w}{8U/D} = K_p \left(\frac{4n}{3n+1}\right)^n \left(\frac{8U}{D}\right)^{n-1} \quad (5.20)$$

$$\tau_w = K_p \left(\frac{4n}{3n+1}\right)^n \left(\frac{8U}{D}\right)^n \quad (5.21)$$

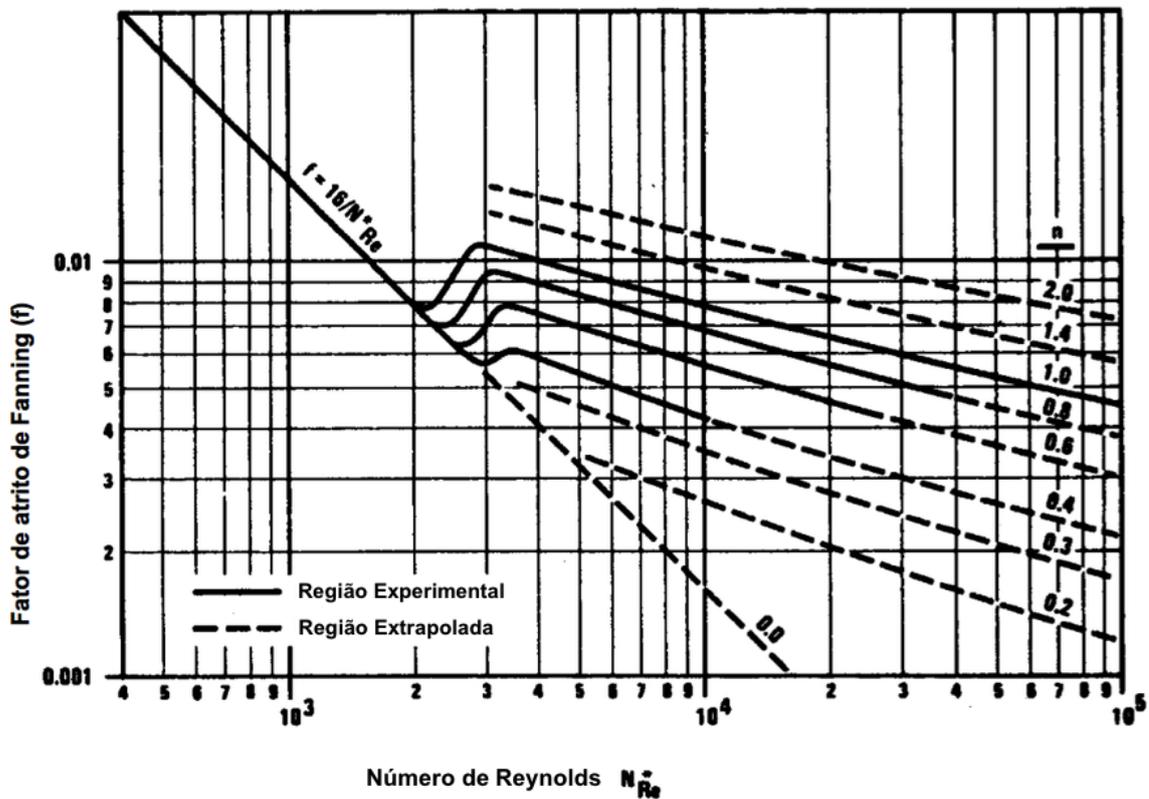
Sendo:

$Re_P$  = Número de Reynolds para fluidos do tipo Power Law (-)

$K_p$  = Coeficiente de fluidos do tipo Power Law ( $MT^{n-2}L^{-1}$ )

$n$  = Fator de potência ou índice de escoamento (-)

Figura 23 – Fator de atrito versus numero de Reynolds modificado para fluidos do tipo Power Law (DODGE; METZNER, 1959)



Metzner e Reed (1955) *apud* Abulnaga (2002), utilizando as relações de Rabinowitsch–Mooney, propuseram uma equação para cálculo de escoamento laminar. Em sequência são apresentadas as equações que definem sua relação:

$$\tau_w = \frac{8U}{D} \left( \frac{1 + 3\sigma^*}{4\sigma^*} \right) \quad (5.22)$$

$$\sigma^* = \frac{d[\ln(\frac{D\Delta P}{4L})]}{d[\ln(\frac{8U}{D})]} \quad (5.23)$$

como:

$$\tau_w = \frac{f\rho U^2}{2}$$

∴

$$f = \frac{16}{DU\rho} \left( \frac{1 + 3\sigma^*}{4\sigma^*} \right) \quad (5.24)$$

Utilizando as relações Rabinowitsch–Mooney, é possível resolver a equação de Metzner e Reed (1955) iterativamente:

$$Re_{MR} = \frac{D^{\sigma^*} U^{2-\sigma^*} \rho}{\gamma} \quad (5.25)$$

$$\gamma = K_p \left( \frac{1 + 3n}{4n} \right)^n 8^{(\sigma^*-1)} \quad (5.26)$$

$$f = \frac{16}{Re_{MR}} \quad (5.27)$$

Para o perfil de velocidade do escoamento laminar em fluidos tipo *Power Law*, Peker e Helvacı (2008) indicam a equação:

$$u = R \left( \frac{\tau_w}{K_p R} \right)^{1/n} \left( \frac{n}{n+1} \right) R^{(n+1)/n} - r^{(n+1)/n} \quad (5.28)$$

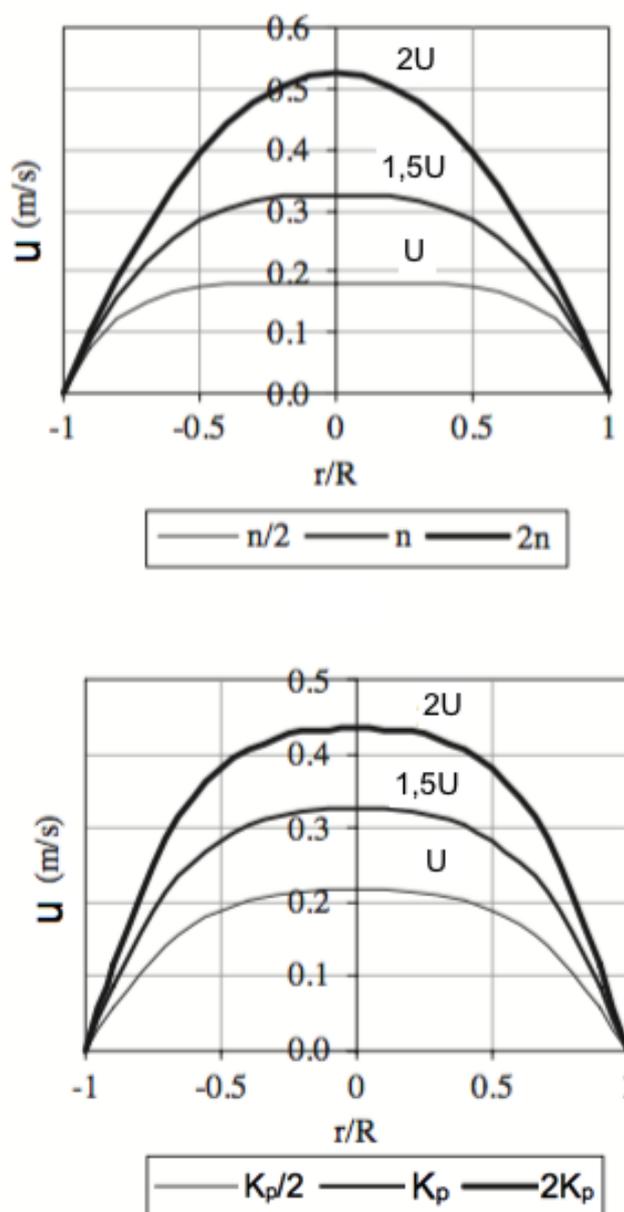
Sendo:

$\sigma^*$  = Índice de comportamento de escoamento modificado para fluidos tipo Power Law (-)

$Re_{MR}$  = Número de Reynolds, considerando modificações de Metzner e Reed para Power Law(-)

Os resultados numéricos da equação 5.28 são mostrados na Figura 24 em sequência:

Figura 24 – Efeito do índice  $n$  no perfil de velocidade para vazão constante (PEKER; HELVACI, 2008)



### 5.1.1.3 Modelo para Herschel-Bulkley ou Modelo Generalizado

Essa modelagem também é conhecida como modelo de relações generalizadas. O motivo disso se dá pelo fato de essas equações também serem válidas para os modelos discutidos anteriormente, sendo necessária apenas a substituição dos valores inexistentes nos demais modelos para zero ou um ( $\tau_0 = 0$  para Power Law e  $n = 1$  para Bingham).

Hanks (1978) *apud* Malin (1998)<sup>1</sup> indica a relação pelas equações abaixo:

$$\psi = (1 + 3n)^n \left(1 - \frac{\tau_0}{\tau_w}\right)^{n-1} \left[ \frac{(1 - \tau_0/\tau_w)^2}{(1 + 3n)} + \frac{2(1 - \tau_0/\tau_w)(\tau_0/\tau_w)}{(1 + 2n)} + \frac{(\tau_0/\tau_w)^2}{(1 + n)} \right]^n \quad (5.29)$$

onde:

$$Re_h = \frac{He_h}{2} \left(\frac{n}{3n + 1}\right)^n \left(\frac{\psi}{\tau_0/\tau_w}\right)^{(2-n)/n} \quad (5.30)$$

$$Re_h = \frac{DU\rho}{K_h} \left(\frac{4n}{3n + 1}\right)^n \left(\frac{D}{8U}\right)^{n-1} \quad (5.31)$$

$$He_h = \left(\frac{\tau_0}{\rho}\right) \left(\frac{Re_h}{U}\right)^2 = \frac{\rho D^2 \tau_0^{(2-n)/n}}{K_h^{2/n}} \quad (5.32)$$

$$f = \frac{16}{\psi Re_h} \quad (5.33)$$

$Re_h$  = Número de Reynolds para fluidos do tipo Herschel-Bulkley (-)

$He_h$  = Número de Hedstrom para fluidos do tipo Herschel-Bulkley (-)

$\psi$  = Fator de correção de não linearidade para fluidos tipo Herschel-Bulkley (-)

$K_h$  = Coeficiente de fluidos do tipo Herschel-Bulkley ( $MT^{n-2}L^{-1}$ )

Heywood (1991) *apud* Abulnaga (2002) correlaciona sua equação a partir da equação de Buckingham (1921), fazendo equacionamento implícito do fator de atrito. A relação é dada pela equação 5.33:

$$f = \frac{16}{Re_h} \left(1 + \frac{2He_b}{f Re_h^2}\right) \left[1 - \frac{2He_b}{(2n + 1)f Re_h^2} \left[1 + \frac{4nHe_b}{(n + 1)f Re_h^2} \left[1 + \frac{2nHe_b}{(2n + 1)f Re_h^2}\right]\right]\right] \quad (5.34)$$

Chilton e Stainsby (1998) indica uma relação empírica, propondo uma outra definição do número de Reynolds:

$$f = \frac{16}{Re_{CS}} \quad (5.35)$$

<sup>1</sup> A equação proposta por Malin (1998) está modificada nesse trabalho devido aos resultados apresentados pela original não condizerem com os gráficos e resultados apresentados no próprio trabalho de Malin (1998). Uma de suas equações (5.30) foi multiplicada por um escalar para ajuste, para que todos os resultados gráficos se tornem coerentes. Será discutido e demonstrado a necessidade desse ajuste nos resultados desse trabalho, especificamente no item 8.4.

$$Re_{CS} = \frac{\rho U D}{\mu_w \left(\frac{3n+1}{4n}\right)^n \left(\frac{1}{1-X}\right) \left(\frac{1}{1-aX-bX^2-cX^3}\right)^n} \quad (5.36)$$

$$\mu_w = \tau_w^n \left(\frac{K_h}{1-X}\right)^{1/n} \quad (5.37)$$

Sendo:

$$a = \frac{1}{2n+1} \quad (5.38)$$

$$b = \frac{2n}{(n+1)(2n+1)} \quad (5.39)$$

$$c = \frac{2n^2}{(n+1)(2n+1)} \quad (5.40)$$

$$X = \frac{\tau_0}{\tau_w} = \frac{2\tau_0}{f\rho U^2} \quad (5.41)$$

$Re_{CS}$  = Número de Reynolds de Chilton e Stainsby para fluidos do tipo Herschel-Bulkley (-)

$K_h$  = Coeficiente de fluidos do tipo Herschel-Bulkley ( $ML^{n-2}L^{-1}$ )

$X$  = Relação entre Tensão de escoamento e de cisalhamento na parede (-)

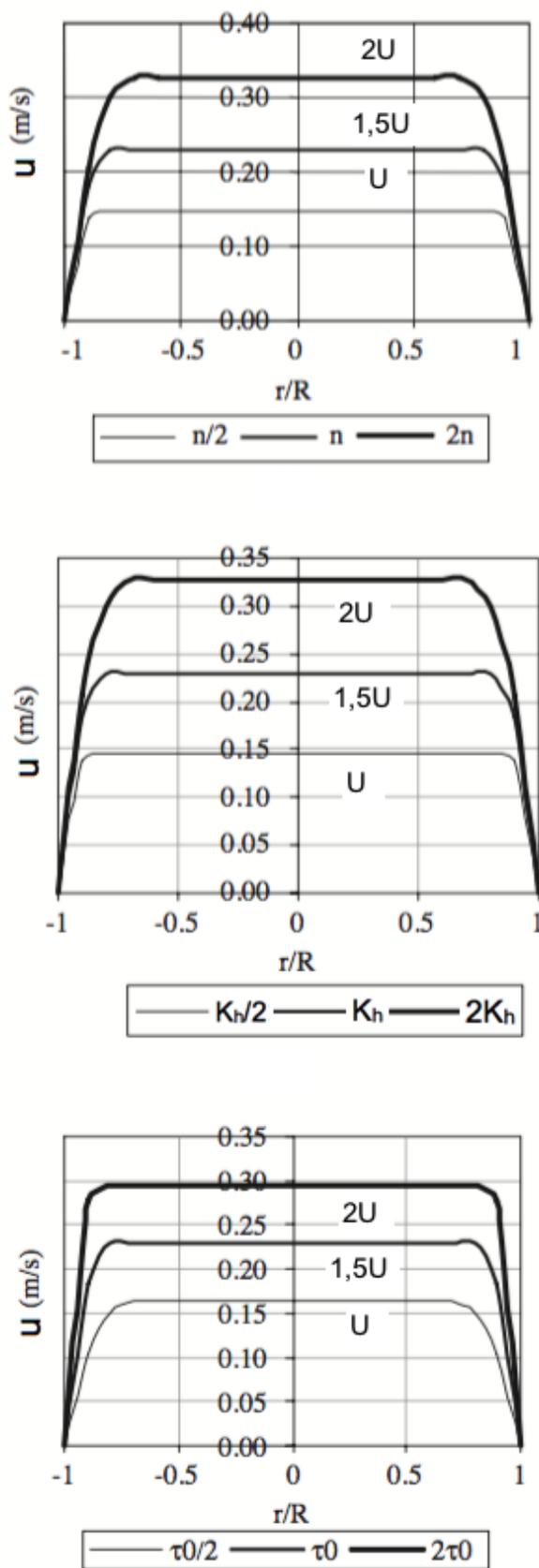
$\mu_w$  = Viscosidade na parede da tubulação ( $ML^{-1}T^{-1}$ )

O perfil de velocidades pode, segundo Peker e Helvacı (2008), ser dado pelas equações em sequência ( $r_p$  definido na equação 5.17):

$$u = \begin{cases} \left(\frac{1}{K_h}\right)^{1/n} \frac{Rn}{\tau_w(n+1)} \left[ \left(\tau_w - \tau_0\right)^{(n+1)/n} - \left(\frac{\tau_w r}{R} - \tau_0\right)^{(1+n)/n} \right] & \text{Para } r_p < r \leq R \\ \left(\frac{1}{K_h}\right)^{1/n} \frac{Rn}{\tau_w(n+1)} \left(\tau_w - \tau_0\right)^{(n+1)/n} & \text{Para } r \leq r_p \end{cases} \quad (5.42)$$

A Figura 25 indica os resultados calculados das equações 5.41.

Figura 25 – Efeito do índice  $n$ ,  $K$  e  $\tau_0$  no perfil de velocidade para vazão constante (PEKER; HELVACI, 2008)



Os resultados das equações 5.35 a 5.37 são apresentados nas Figuras 26 e 27 para, respectivamente, fluidos tipo Bingham e Power law.

Figura 26 – Fator de atrito versus numero de Reynolds de Chilton-Stainsby para fluidos do tipo Bingham (n=1) (CHILTON; STAINSBY, 1998)

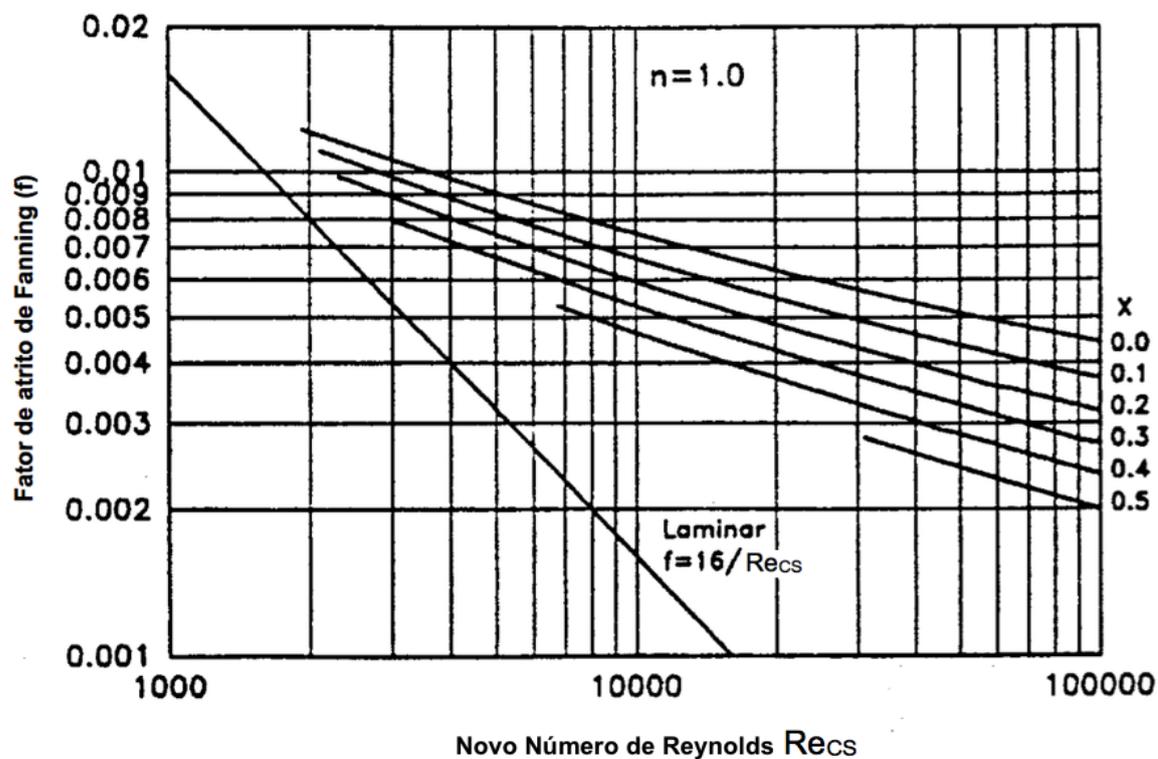
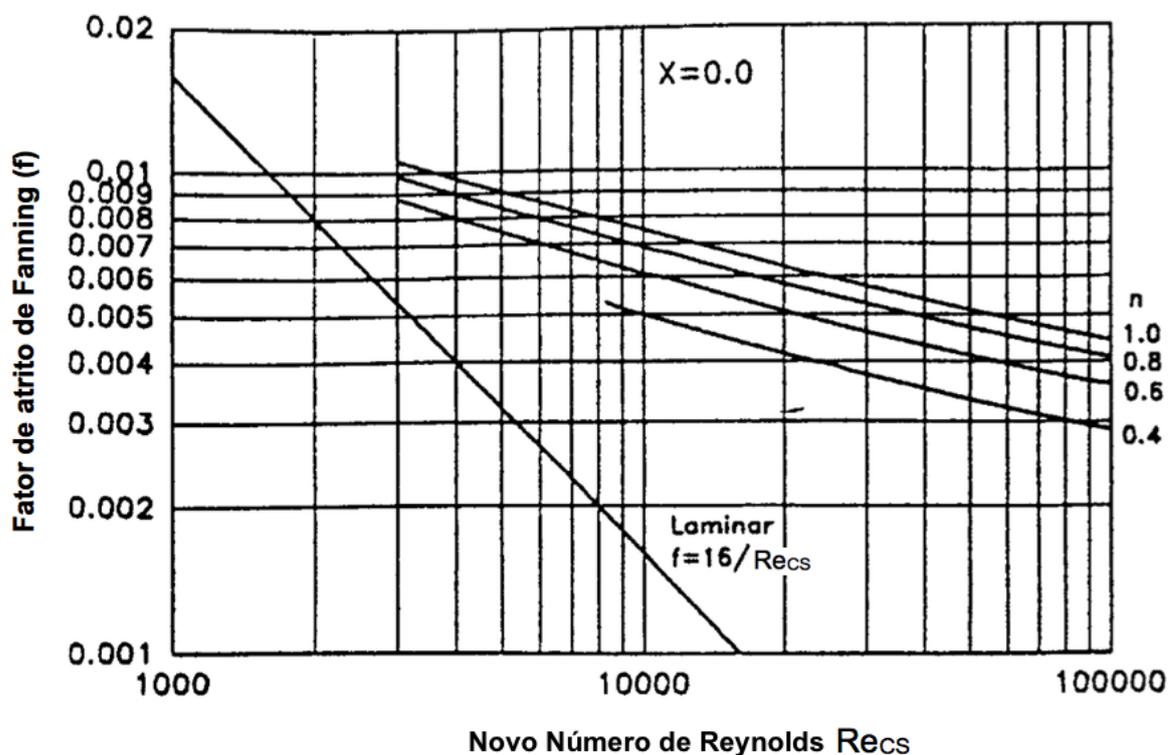


Figura 27 – Fator de atrito versus numero de Reynolds de Chilton-Stainsby para fluidos do tipo Power Law (CHILTON; STAINSBY, 1998)



### 5.1.2 Transição entre Regime Laminar e Turbulento

A determinação do momento em que ocorre a transição entre o regime laminar e o turbulento é um dos principais desafios de modelagem e dimensionamento de escoamentos em geral. Essa informação é fundamental na escolha de qual modelagem a ser usada, porque os resultados de fator de atrito laminares e turbulentos para um mesmo escoamento sob as mesmas condições são, na maioria das vezes, discrepantes entre si.

A transição entre esses regimes não ocorre em um ponto, mas uma faixa entre  $2100 < Re < 4000$  para os fluidos newtonianos (MOODY, 1944). Para os não-newtonianos, a transição não necessariamente coincide com esses valores de Reynolds, pois são fluidos com propriedades distintas e, inclusive, com definições de número de Reynolds diferentes.

Para cada tipo de fluido serão avaliados quais as modelagens passíveis de ser utilizadas para a determinação dessa transição.

#### 5.1.2.1 Transição para Bingham

Para os fluidos com comportamento do tipo Bingham, a análise mais simples para determinação dessa velocidade de transição pode ser definida a partir da definição

de tensão de cisalhamento na parede. Considerando que o termo  $\tau_0 D / 6\eta U \gg 1$  (WASP et al., 1977), a viscosidade efetiva pode ser aproximada para a equação 5.43:

$$\mu_e = \eta \left[ 1 + \frac{\tau_0 D}{6\eta U} \right] \approx \frac{D\tau_0}{6U} \quad (5.43)$$

Na velocidade de transição a equação muda para a relação abaixo (WASP et al., 1977):

$$\begin{aligned} \mu_e &\approx \frac{D\tau_0}{6U_T} \\ Re_{bT} &= \frac{DU_T\rho}{\mu_e} \approx \frac{6U_T^2\rho}{\tau_0} \\ &\vdots \\ U_T &= \sqrt{\frac{Re_{bT}\tau_0}{6\rho}} \end{aligned} \quad (5.44)$$

Wasp et al. (1977) indica que o valor de velocidade de transição calculado pela equação 5.44 deve ser usado somente como uma estimativa qualitativa, uma vez que não considera o coeficiente de rigidez ou viscosidade efetiva do escoamento.

Para valores quantitativos do Reynolds de transição, é recomendada a relação empírica de Durand e Condolios (1952):

$$Re_{bT} = \frac{Re_{TN}}{2} \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{2He_b}{3Re_{TN}}} \right] \quad (5.45)$$

Outra relação importante é a proposta por Hanks e Pratt (1967) apud Malin (1997):

$$Re_{bT} = \frac{He_{bT}}{X_T} \left( 1 - \frac{4}{3}X_T + \frac{1}{3}X_T^4 \right) \quad (5.46)$$

$$He_{bT} = 16800 \frac{X_T}{(1 - X_T)^3} \quad (5.47)$$

onde:

$$X_t = \frac{\tau_0}{\tau_{wT}} = \frac{2\tau_0}{f_T\rho U_T^2} \quad (5.48)$$

- $\tau_{wT}$  = Tensão de cisalhamento na parede na transição laminar/turbulento ( $ML^{-1}T^{-2}$ )
- $f_T$  = Fator de atrito de Fanning na transição (-)
- $U_T$  = Velocidade de transição laminar/turbulento ( $LT^{-1}$ )
- $Re_{bT}$  = Número de Reynolds de transição para fluidos tipo Bingham (-)
- $Re_{TN}$  = Número de Reynolds de transição para fluidos newtonianos (-)
- $X_T$  = Relação entre Tensão de escoamento e de cisalhamento na parede na transição (-)

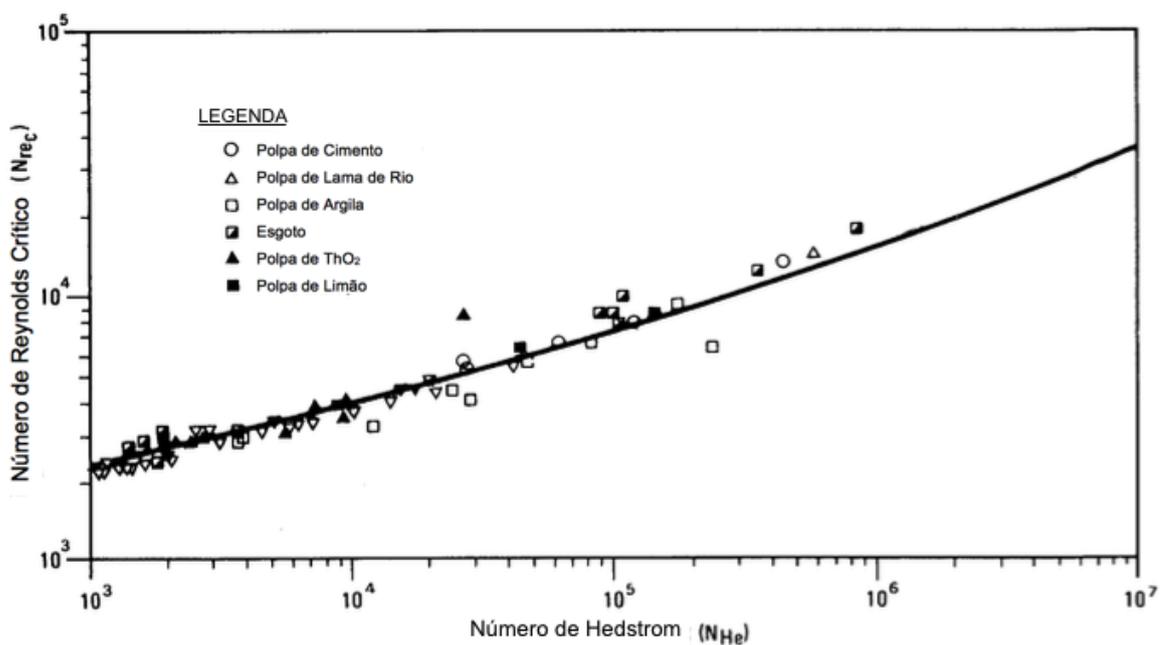
Swamee e Aggarwal (2011) propuseram uma relação explícita a partir de algebrismos das duas equação anteriores de Hanks e Pratt (1967), indicada na equação em sequência:

$$Re_{bT} = \begin{cases} 2100(1 + \frac{He_b}{3600})^{0,35} & \text{Para } He_b < 10^8 \\ 161He_b^{0,334} & \text{Para } 10^8 \leq He_b \leq 10^{12} \end{cases} \quad (5.49)$$

O Reynolds de transição indicado na equação 5.47 é um valor adotado de mudança entre o regime laminar e turbulento para fluido newtoniano, normalmente entre 2100 e 4000.

A comparação entre dados experimentais de transição de vários fluidos não-newtonianos do tipo Bingham e a equação 5.45 é apresentada na Figura 28.

**Figura 28 – Variação do número de Reynolds de transição com número de Hedstrom para plásticos de Bingham para escoamento em tubos (WASP et al., 1977)**



## 5.1.2.2 Transição para Power Law

Para os fluidos do tipo *power law*, as relações dependem fortemente do índice de comportamento  $n$  do modelo, entretanto a transição se dá muito próxima para uma longa gama de índices. Dodge e Metzner (1959) indicam que essa transição se dá entre:

$$2000 \leq Re_{PT} \leq 4000 \text{ para } 0,2 \leq n \leq 2,0$$

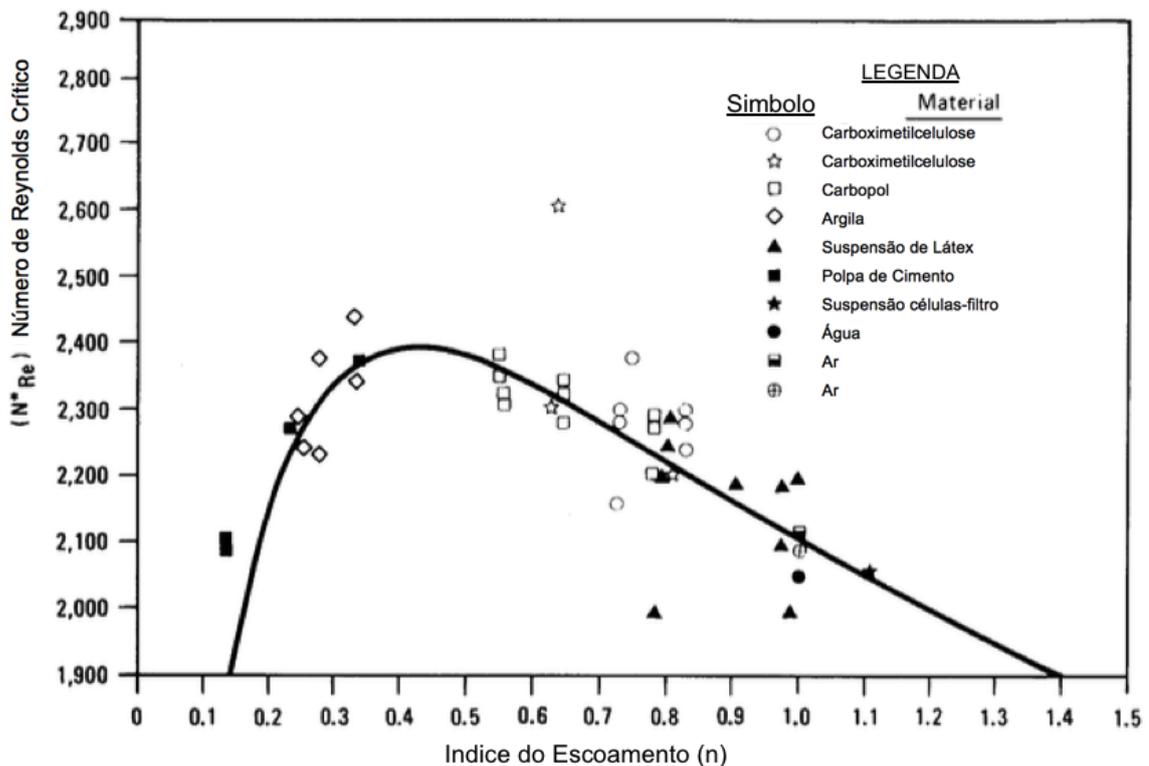
Ryan e Johnson (1959 apud ABULNAGA, 2002) propuseram uma relação empírica de forma a determinar, para cada fator de potência  $n$ , a devida velocidade de transição:

$$Re_{PT} = \frac{6464n(n+2)^{\frac{(n+2)}{(n+1)}}}{(1+3n)^2} \quad (5.50)$$

$Re_{PT}$  = Número de Reynolds de transição para fluidos tipo Power Law (-)

A Figura 29 indica a curva gerada pela equação 5.50, assim como resultados experimentais de transição de vários fluidos não-newtonianos do tipo *Power Law*.

**Figura 29 – Comparação de dados reais de Reynolds de transição com a equação de Ryan e Johnson (1959) (WASP et al., 1977)**



### 5.1.2.3 Transição para Herschel-Bulkley

Os fluidos do tipo Herschel-Bulkley, apesar de amplamente estudados, não possuem uma equação definitiva para sua transição laminar-turbulento, contudo Chilton e Stainsby (1998) indicam que, para um número de Reynolds modificado  $Re'_{hT}$ , tem-se que a transição ocorre na faixa indicada:

$$2500 \leq Re'_{hT} \leq 5000$$

Sendo:

$Re'_{hT}$  = Número de Reynolds modificado de transição para fluidos tipo Herschel-Bulkley (-)

Esse número de Reynolds modificado é definido na equação 5.62.

### 5.1.3 Modelagem Turbulenta

O escoamento turbulento se dá quando as forças viscosas do fluido são superpostas pelas forças inerciais, desfazendo completamente o perfil laminar de escoamento, transformando-o em múltiplos fluxos em todas as direções e sentidos. Devido a essa característica de escoamento, as velocidades de linhas de fluxo não fazem mais sentido, portanto a velocidade de escoamento a ser considerada deve ser a média.

Outra característica importante é a de que nesses escoamentos a perda de carga, para uma mesma vazão, é maior do que em escoamentos laminares, e que a rugosidade e imperfeições das paredes da tubulação influenciam também na perda de energia do sistema.

Devido ao seu comportamento caótico e de difícil mensuração, as relações para regimes turbulentos se dão quase que exclusivamente por empirismo.

Nos itens subsequentes são explicitadas diversas modelagens turbulentas, para cada tipo de fluido estudado.

#### 5.1.3.1 Modelo para Bingham

Malin (1997) propõe a equação denominada Karman-Nikuradse, como uma boa aproximação dos valores de perda de carga para fluidos tipo Bingham. A equação em sequência indica a relação proposta:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 4,0 \log(Re_b \sqrt{f}) - 0,4 \quad (5.51)$$

Outra relação foi desenvolvida por Hanks e Adadia (1971) *apud* Abulnaga (2002), posteriormente modificada por Darby et al. (1992), resultando na equação abaixo:

$$f = 10^A Re_b^{-0,193} \quad (5.52)$$

$$A = -1,47(1 + 0,146e^{-2,9 \times 10^{-5} He_b}) \quad (5.53)$$

Complementando a equação acima, para estimar uma curva completa se utiliza a relação de Churchill (1977), modificada por Darby et al. (1992) *apud* Abulnaga (2002), na qual se faz uma transição suave entre o fator de atrito laminar para o turbulento. A relação é indicada na equação 5.54 e 5.55:

$$f = (f_l^m + f_t^m)^{\frac{1}{m}} \quad (5.54)$$

$$m = 1,7 + \frac{40.000}{Re_b} \quad (5.55)$$

Sendo:

$f_l$  = Fator de Atrito laminar (Fanning) (-)

$f_t$  = Fator de Atrito turbulento (Fanning) (-)

Para o escoamento turbulento, o perfil de velocidades, segundo Malin (1997), pode ser dado pelas equações:

$$\frac{u}{u_b} = \begin{cases} 1 + \frac{\sqrt{(1-\frac{r_p}{R})^{\frac{f}{2}}}}{\kappa} \left[ 2\left(1 - \frac{r_p}{R}\right) - 0,5\left(1 - \frac{r_p}{R}\right)^2 + \ln \left[ \frac{\left(1 - \frac{r}{R}\right)}{\left(1 - \frac{r_p}{R}\right)} \right] \right] & \text{Para } r_p < r < R \\ 1 + \frac{\sqrt{(1-\frac{r_p}{R})^{\frac{f}{2}}}}{\kappa} \left[ 2\left(1 - \frac{r_p}{R}\right) - 0,5\left(1 - \frac{r_p}{R}\right)^2 \right] & \text{Para } r \leq r_p \end{cases} \quad (5.56)$$

### 5.1.3.2 Modelo para Power Law

Dodge e Metzner (1959) *apud* Peker e Helvacı (2008), indica a equação semi-empírica:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{4}{\sigma^{*0,75}} \log(Re_P f^{(1-(\sigma^*/2))}) - \frac{0,4}{\sigma^{*1,2}} \quad (5.57)$$

Malin (1998) indica que a relação pode ser também expressa da forma abaixo:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{4}{n^{0,75}} \log(Re_P f^{(1-(n/2))}) - \frac{0,4}{n^{1,2}} \quad (5.58)$$

Irvine (1988) *apud* Abulnaga (2002), indica uma equação explícita para esse tipo de fluido, indicada em sequência:

$$f = \frac{\frac{2}{8^{(n-1)}} \left( \frac{8n^n}{7^{7n}(1+3n)^n} \right)^{1/(3n+1)}}{Re_P^{1/(3n+1)}} \quad (5.59)$$

Essas equações, apesar de fornecerem boas aproximações para fatores de atrito, não consideram a rugosidade da tubulação em seus cálculos, e podem apresentar, devido a isso, erros significativos para casos reais. Assim sendo, Govier e Aziz (1972) *apud* Abulnaga (2002) sugerem um fator de correção pela seguinte metodologia:

- Calcular o coeficiente de atrito para a suspensão em um tubo liso usando um dos métodos descritos;
- Usando o diagrama de Moody determinar a relação entre o coeficiente de atrito para tubo rugoso e tubo liso no valor do número de Reynolds.
- Corrigir o fator de atrito calculado com a relação entre rugoso/liso determinada.

### 5.1.3.3 Modelo para Herschel-Bulkley ou Modelo Generalizado

O modelo mais indicado para tubos lisos e rugosos é o de Torrance (1963) *apud* Hu (2006), Abulnaga (2002), para escoamentos totalmente turbulentos:

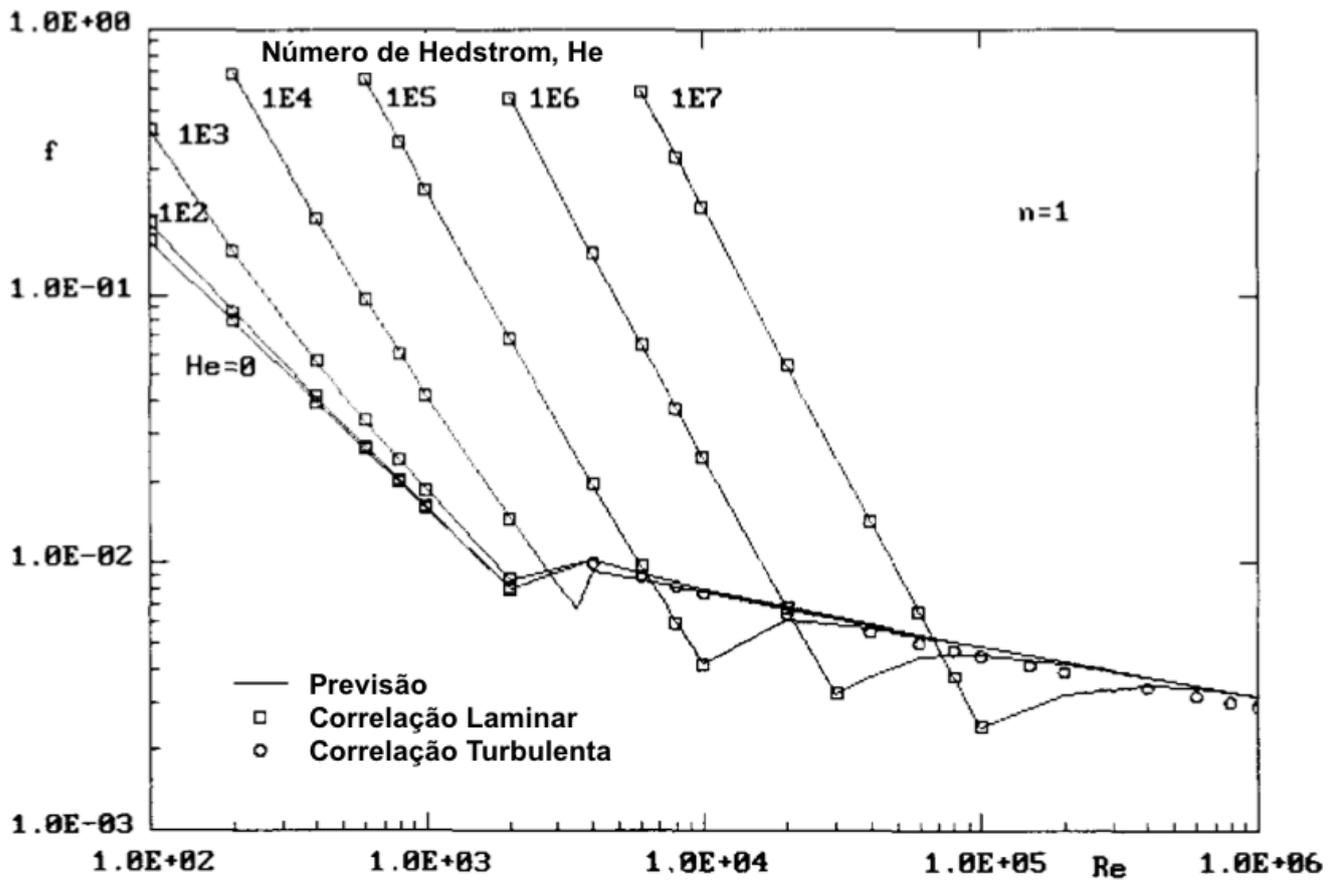
$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1,767 \log\left(\frac{Re_h}{\epsilon}\right) + 6 - \frac{2,65}{n} \quad (5.60)$$

Dodge e Metzner (1959) *apud* Malin (1998) também propuseram uma equação para tubos lisos:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{4,0}{n^{0,75}} \log\left(Re_h f^{\frac{2-n}{n}}\right) - \frac{0,4}{n^{1,2}} \quad (5.61)$$

A equação 5.61 tem seus resultados numéricos apresentados na Figura 30.

Figura 30 – Resultado gráfico e de testes efetuados para fluidos do tipo Heschel-Bulkley com  $n=1$  para escoamento laminar e turbulento (MALIN, 1998)



Chilton e Stainsby (1998) também propuseram uma nova modificação para número de Reynolds, que pode ser utilizada na modelagem do escoamento turbulento para uso idêntico ao newtoniano, ou seja, usando qualquer relação válida para esse tipo fluido.

$$Re'_h = \frac{Re_{CS}}{n^2(1-X)^4} \quad (5.62)$$

Esse método, apesar de apresentar bons resultados no trabalho de Chilton e Stainsby (1998), não indica cálculo proposto para o  $\tau_w$  para o regime turbulento, sendo um procedimento inviável para simulações.

Para o escoamento turbulento, o perfil de velocidades, segundo Malin (1998), pode ser dado pelas equações:

$$u = \begin{cases} u_c & \text{Para } 0 \leq r \leq r_p \\ u_c \left[ 1 - \left( \frac{r-r_p}{R-r_p} \right)^{(1+n)/n} \right] & \text{Para } R \geq r > r_p \end{cases} \quad (5.63)$$

Sendo:

$$u_c = \left( \frac{2\tau_w}{K_h R} \right)^{1/n} \left( \frac{n}{n+1} \right) (R - r_p)^{(n+1)/n} \quad (5.64)$$

$$U = \left( \frac{2n(R - r_p)^2}{R^2(1 + 3n)} - \frac{2nr_p(R - r_p)}{R^2(1 + 2n)} \right) \quad (5.65)$$

$\epsilon$  = Rugosidade da tubulação (L)

$u_c$  = Velocidade de escoamento no centro do tubo ( $LT^{-1}$ )

## 5.2 Suspensões Heterogêneas

Devido à tendência de sedimentação de partículas, vários regimes de escoamento ou padrões podem ser encontrados em um escoamento de polpa em tubo horizontal. Como ilustrado na Figura 17, polpas em suspensões heterogêneas podem ser classificadas nos seguintes regimes de fluxo (HU, 2006):

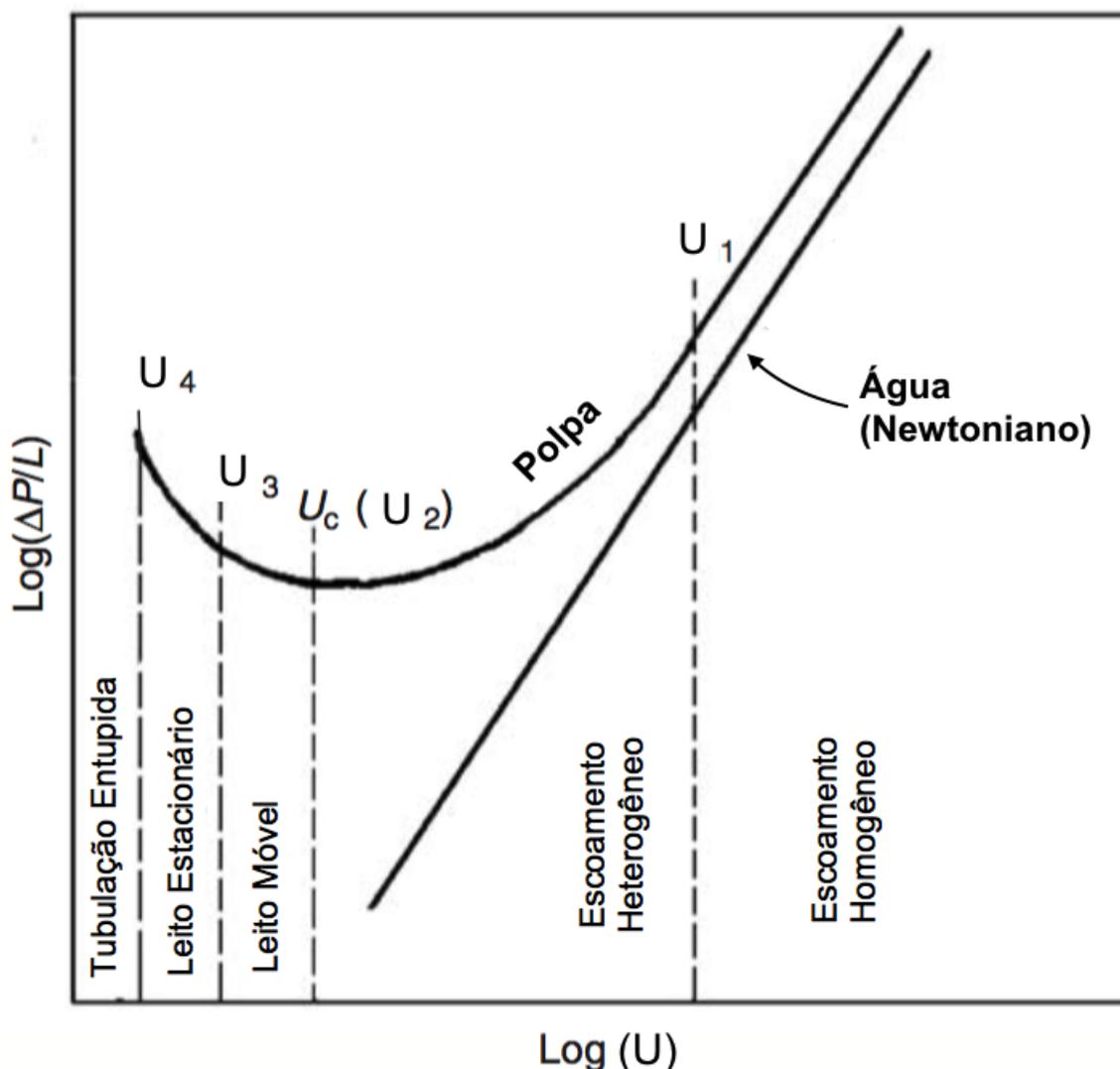
- 1) **Escoamento heterogêneo** - em polpas que escoam em alta velocidade, a maior parte dos sólidos se encontram totalmente suspensos pelo líquido de transporte devido a turbulência elevada;
- 2) **Escoamento com leito móvel** - em velocidades menores, a turbulência do fluido não é suficiente para vencer a gravidade, conseqüentemente as partículas se acumulam no fundo do tubo, formando um leito móvel de partículas empacotadas que se movem no sentido de escoamento;
- 3) **Escoamento com leito estacionário** - quando a velocidade da mistura é demasiadamente baixa para mover todas as partículas em solução, elas formam um leito estacionário de deposição, na parte inferior do tubo.

A Figura 31 indica qualitativamente a perda de carga de escoamento de polpas bifásicas, assim como as tendências de crescimento e redução da perda em função da velocidade do escoamento. O gráfico também indica onde normalmente ocorre cada tipo de escoamento da polpa.

Os regimes de escoamento afetam a dependência da perda de carga com a velocidade de escoamento. Esses regimes também influenciam a erosão do tubo e outras características de desempenho. Um diagrama de dependência do gradiente de pressão em função da velocidade da polpa para vários regimes de escoamento é mostrado na Figura 31. A linha reta nessa figura representa o comportamento de um líquido puro de transporte, tal como água, num dado diâmetro de tubulação. O

gradiente de pressão para polpas é sempre maior do que a do fluido de transporte para uma mesma velocidade, e a diferença aumenta com o grau de heterogeneidade. À medida que a velocidade diminui, a perda de carga da polpa diminui até atingir um valor mínimo e, em seguida, aumenta com a diminuição da velocidade (HU, 2006).

Figura 31 – Diagrama esquemático de gradiente de pressão em função da velocidade, com indicações de regimes de fluxo (HU, 2006)



Esse gráfico exemplificado pela Figura 31 (também conhecido como “curva J”, devido ao seu formato) pode fornecer muitas informações importantes sobre o sistema em que se opera/modela, e sua avaliação pode ser feita conforme as seguintes orientações de avaliação (todas semi-quantitativas):

- **Velocidades superiores a  $U_1$**  - O ponto  $U_1$  é definido como o momento onde a variação do logaritmo da perda de carga em relação ao logaritmo da velocidade média se torna constante. Para velocidades maiores que  $U_1$  não há taxa

de crescimento na curva. A representação física desse fenômeno se dá ao fato de o depositado ter pouca ou nenhuma influencia sobre a perda de carga no escoamento, ou seja, o escoamento pode ser considerado homogêneo e sem depositado.

$$\frac{\Delta \log\left(\frac{\Delta P}{L}\right)}{\Delta \log(U)} = \text{constante}$$

- **Velocidades entre  $U_1$  e  $U_c$  (ou  $U_2$ )** - Essa região de escoamento apresenta uma variação na relação  $\Delta \log(\Delta P/L)$  e  $\Delta \log(U)$  crescente com o aumento da velocidade de escoamento. É natural considerar que, quanto menor a velocidade, menor a perda de carga (conforme observado na curva relativa a água), entretanto, para o caso de escoamentos bifásicos com sólidos, essa consideração pode não ser verdadeira devido a forte influência da concentração do leito na perda de carga. Quanto menor a velocidade, maior a tendência de concentração do leito e, conseqüentemente, maior a perda de carga relativa ao depositado, ocasionando num comportamento “curvo”. Para essa região, considera-se que o escoamento é heterogêneo.

$$\frac{\Delta \log\left(\frac{\Delta P}{L}\right)}{\Delta \log(U)} > 0$$

- **Velocidade  $U_c$  (ou  $U_2$ )** - Esse ponto é conhecido como velocidade crítica ou de deposição, definido como a relação da derivada do logaritmo da perda de carga e a derivada do logaritmo da velocidade média igual a zero. Esse é o ponto onde qualitativamente se inicia a deposição de sólidos na base da tubulação, formando uma camada de depositado que é “arrastada” na direção do escoamento. A partir desse ponto há a inversão no comportamento da perda de carga, ou seja, quanto menor a velocidade no escoamento, maior a perda de carga, devido, justamente, ao depositado. Mais detalhes sobre o ponto crítico serão discutidos no Item 5.2.1.

$$\frac{\Delta \log\left(\frac{\Delta P}{L}\right)}{\Delta \log(U)} = 0$$

- **Velocidade menor que  $U_c$  (ou  $U_2$ )** - Para velocidades menores que a crítica, a avaliação é qualitativa, e não existe uma maneira precisa de determinar as velocidades  $U_3$  e  $U_4$ . No entanto essa região não é de interesse operacional e portanto não é fundamental conhecer detalhes desse comportamento. Nessa faixa da curva considera-se o escoamento com leito depositado, e forte tendência a entupimento.

$$\frac{\Delta \log\left(\frac{\Delta P}{L}\right)}{\Delta \log(U)} < 0$$

### 5.2.1 Velocidade Crítica ou Velocidade de Deposição

O ponto de mínimo indicado na figura anterior ( $U_c$ ) é conhecido como velocidade crítica, ou a velocidade mínima para a não formação de um leito de material. Essa velocidade também é conhecida como velocidade de deposição, pois nela começa a ser observado acúmulo de sólidos no fundo, sendo que esses não são mais emulsionados pela turbulência do escoamento.

Para operar dutos com tendência a um escoamento heterogêneo, é fundamental manter a operação acima de  $U_c$ , visto que leitos móveis ou estacionários apresentam alta perda de carga relativa e baixa vazão de sólidos, o que é pouco interessante do ponto de vista comercial e eficiência energética. Na modelagem de transportes heterogêneos, somente se considera o regime turbulento, pois a turbulência é fundamental para manter a suspensão de sólidos e viabilizar técnica e economicamente a operação.

Gillies e Shook (1991) indica que, como a operação estável de minerodutos é muito difícil para escoamentos abaixo da velocidade crítica, a velocidade  $U_c$  é o limite inferior normal para viabilizar projetos de dutos com fluxo heterogêneo. Em função disso, a determinação desses pontos críticos é fundamental para o conhecimento do problema, e dimensionamento da tubulação.

De acordo com Wasp et al. (1977) o ponto mínimo do diagrama de perda de carga pela velocidade normalmente não indica precisamente o ponto crítico, ou seja, a deposição de sólidos pode ocorrer antes ou depois dessa velocidade. Não é possível achar uma correlação entre esses parâmetros que determine essa velocidade crítica com precisão.

Turian et al. (1987) fizeram um estudo abrangente, contemplando muitas relações empíricas desenvolvidas ao longo dos anos por diversos pesquisadores, como Oroskar e Turian (1980), Gillies e Shook (1991), Thomas (1979) entre muitos outros. Nesse estudo comparativo foram mostrados os principais, com os erros, limitações, e suposições de cada modelo, sendo que os detalhes de cada caso serão tratados e indicados nessa sessão. alguns dos modelos indicados nessa publicação de TURIAN et al., op. cit. são mostrados na Tabela 2.

Tabela 2 – Modelos de velocidade de deposição e suas aplicações (TURIAN et al., 1987)

Modelo	Equação
Durand e Condolios	$\frac{U_c}{\sqrt{2gD(S-1)}} = F_L \quad (5.66)$
D. G. Thomas	$\frac{U_c}{\sqrt{2gD(S-1)}} = 1,3762(S-1)^{0,1878} C_D^{-0,4082} \left[ \frac{D\rho_l\sqrt{gD(S-1)}}{\mu_l} \right]^{-0,1837} \left( \frac{d}{D} \right)^{-0,4082} \quad (5.67)$
K. C. Wilson	$\frac{U_c}{\sqrt{2gD(S-1)}} = 2,0 + 0,3 \log\left(\frac{d}{DC_D}\right) \quad (5.68)$
Wasp et al.	$\frac{U_c}{\sqrt{2gD(S-1)}} = 3,399\Phi^{0,2156} \left(\frac{d}{D}\right)^{1/6} \quad (5.69)$
Schiller e Herbich	$\frac{U_c}{\sqrt{2gD(S-1)}} = 1,3\Phi^{0,125} [1 - e^{-0,9d_{50}}] \quad (5.70)$
Oroskar e Turian	$\frac{U_c}{\sqrt{2gD(S-1)}} = \chi_1 \Phi^{\chi_2} (1 - \Phi)^{\chi_3} \left[ \frac{D\rho_l\sqrt{gD(S-1)}}{\mu_l} \right]^{\chi_4} \left(\frac{d}{D}\right)^{\chi_5} \quad (5.71)$
Gillies e Shook	$\frac{U_c}{\sqrt{2gD((\rho_s - \rho_f)/\rho_f)}} = e^{0,51 - 0,0073C_D - 12,5 \left[ \frac{(\mu_l/\rho_l)^{2/3}}{g^{1/3}d_{50}} - 0,14 \right]^2} \quad (5.72)$
T. C. S. Pinto	$\frac{U_c}{(S-1)^{1/2}} = 0,124 \left( \frac{d_{st}\rho_l\sqrt{gD}}{\mu_l} \right)^{0,37} \left( \frac{d_{st}\Psi}{D} \right)^{-0,007} e^{3,10C_v} \quad (5.73)$

A Tabela 3 mostra o erro absoluto e RMS dos modelos apresentados na Tabela 2 (TURIAN et al., 1987)(PINTO, 2012).

**Tabela 3 – Erros relativos aos modelos de determinação de velocidade de deposição (PINTO, 2012)(TURIAN et al., 1987)**

Modelo	Erro Abs.	Erro RMS
Durand e Condolios	36,5%	0,41
D. G. Thomas	29,9%	0,50
K. C. Wilson	49,5%	0,62
Wasp et al.	26,6%	0,38
Schiller e Herbich	-	-
Oroskar e Turian	Ver Tabela 4	Ver Tabela 4
Gillies e Shook	Max 25%	-
T. C. S. Pinto	10%	-

Turian et al. (1987) indicam, a partir de centenas de testes aplicados, que o modelo que melhor se aplica é o de Oroskar e Turian (1980), considerando as constantes indicadas na Tabela 4.

**Tabela 4 – Valores das constantes para equação de Oroskar e Turian (TURIAN et al., 1987)**

Caso	$\chi_1$	$\chi_2$	$\chi_3$	$\chi_4$	$\chi_5$	Varição Absoluta	Varição Quadrática
1	1,7951	0,1087	0,2501	0,00179	0,06623	20,5%	0,34
2	108471	0,1126	0,03421	-0,03093	0	21,5%	0,34
3	1,8176	0,1086	0,2525	0	0,6486	20,6%	0,34
4	1,3213	0,1182	0,3293	0	0	21,0%	0,36
5	1,1228	0,07367	0	0	0	21,3%	0,36

Uma modelagem a ser considerada é a de Pinto (2012), por ser a única que considera o diâmetro da partícula como parte de uma composição de partículas (diâmetro de Sauter, Equação 5.74). Sendo assim, essa modelagem incorpora a interação entre sólidos de diferentes diâmetros e formatos, que pode melhor representar sistemas multiparticulados. Apesar de o erro apresentado em seu trabalho ser baixo, a quantidade de testes efetuados e a variedade de materiais não foi ampla, portanto o desvio pode

não ser representativo.

$$d_{st} = \frac{1}{\sum_i^j \frac{\Phi_{vi}}{d_i}} \quad (5.74)$$

Outro dado importante é relativo ao modelo de Gillies e Shook (1991), que utiliza uma densidade hipotética relativa aos particulados menores que 74 $\mu\text{m}$ , conforme indicado abaixo:

$$\rho_f = \left[ \frac{\rho_s \Phi_f + (1 - \Phi_t) \rho_l}{1 - \Phi_t + \Phi_f} \right] \quad (5.75)$$

Sendo:

$\rho_f$  = Densidade da polpa somente com partículas menores que 74 $\mu\text{m}$  ( $\text{ML}^{-3}$ );

$\Phi_f$  = Concentração em volume de sólidos menores que 74 $\mu\text{m}$  (-);

$\Phi_t$  = Concentração em volume total de sólidos (-);

$\Phi_{vi}$  = Concentração em volume relativo ao diâmetro de partícula “i” (-);

$d_{st}$  = Diâmetro de Sauter (L);

$d_i$  = Diâmetro de partícula “i” (L);

$F_L$  = Constante de Durand para deposição (0,7 a 1,4) (-);

$S = \rho_s / \rho_l$  = Razão das densidades entre o sólido e líquido (-);

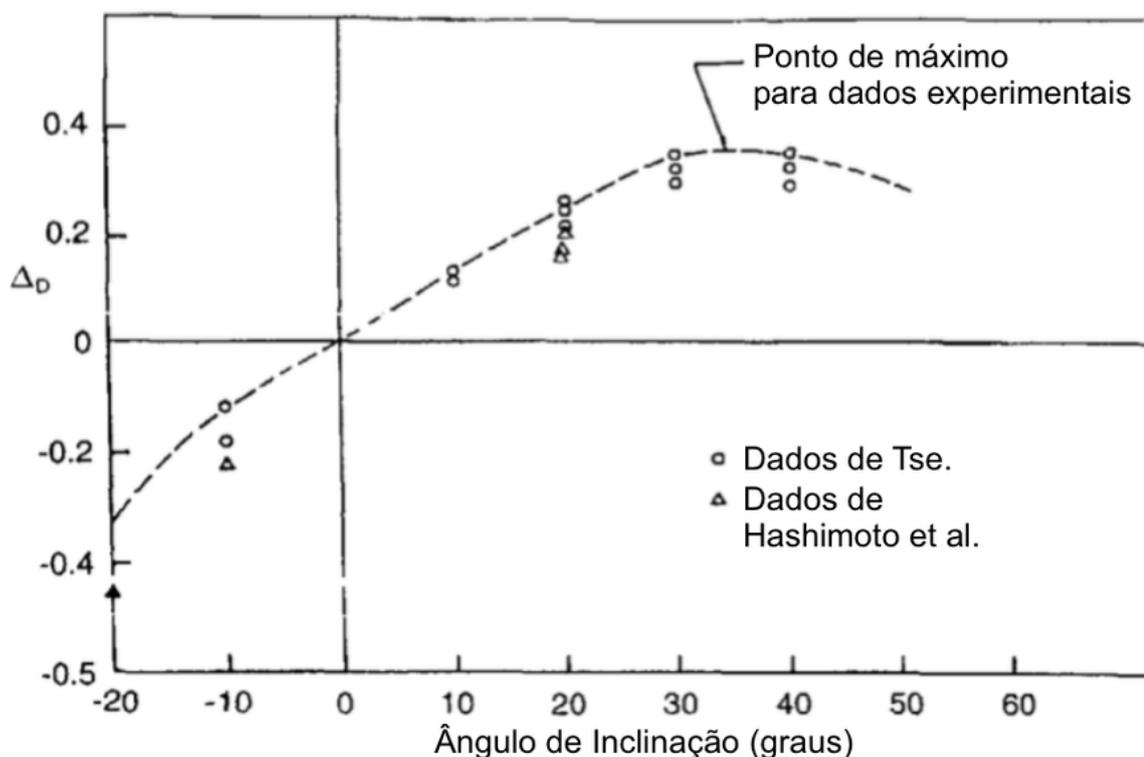
$U_c$  = Velocidade crítica ou de deposição ( $\text{LT}^{-1}$ );

Para escoamentos inclinados, Wilson e Tse (1984) *apud* Matousec (1997) indicam que a velocidade aumenta em fluxos ascendentes, e diminui em fluxos descendentes, com um valor máximo próximo aos 35° (ver Figura 32). Foi proposto um fator de correção de forma a alterar a velocidade de deposição em função da inclinação, no entanto esse parâmetro foi baseado na modelagem de velocidade de deposição de Durand e Condolios (1952). É possível que essa correção não seja adequada para análises quantitativas em outros modelos de cálculo de velocidade de deposição.

A equação proposta é a que se segue:

$$U_{c\theta} = U_c + \Delta_D \sqrt{2gD(S - 1)} \quad (5.76)$$

**Figura 32 – Efeito do ângulo de inclinação do tubo no parâmetro de velocidade de deposição (WILSON; TSE, 1984)**



Sendo:

$U_{cJ}$  = Velocidade de deposição inclinada ( $LT^{-1}$ )

$\Delta_D$  = Parâmetro de correção de velocidade de deposição para tubulação inclinada (-)

### 5.2.2 Modelagem Turbulenta

A modelagem de perda de carga em sistemas heterogêneos considera algumas premissas:

- 1) **Escoamentos exclusivamente turbulentos** - devido a necessidade de turbulência para manter as partículas em suspensão, não são viáveis técnica e economicamente sistemas dessa natureza em regimes transitórios ou laminares;
- 2) **Exclusivamente fluxos heterogêneos** - modelos desses sistemas não consideram leitos móveis ou estacionários, já que tais sistemas não são desejáveis para transporte. Existem modelagens para sistemas com altas concentrações e leitos móveis (como o indicado por Gillies e Shook (2000)), mas são de pouco interesse comercial e não serão abordados neste trabalho.

Existem alguns modelos desenvolvidos para o cálculo e modelagem desses tipos de sistema, porém dois deles são os mais usados: o desenvolvido por Wasp et al. (1977), conhecido como *Modelo de Wasp*, e o desenvolvido por Gillies et al. (1991), conhecido como *Modelo de Duas Camadas*. Ambos são bem aceitos e apresentam bons resultados, no entanto partem de premissas bem diferentes e têm aplicações mais ou menos vantajosas, dependendo do sistema.

#### 5.2.2.1 Modelo de Wasp

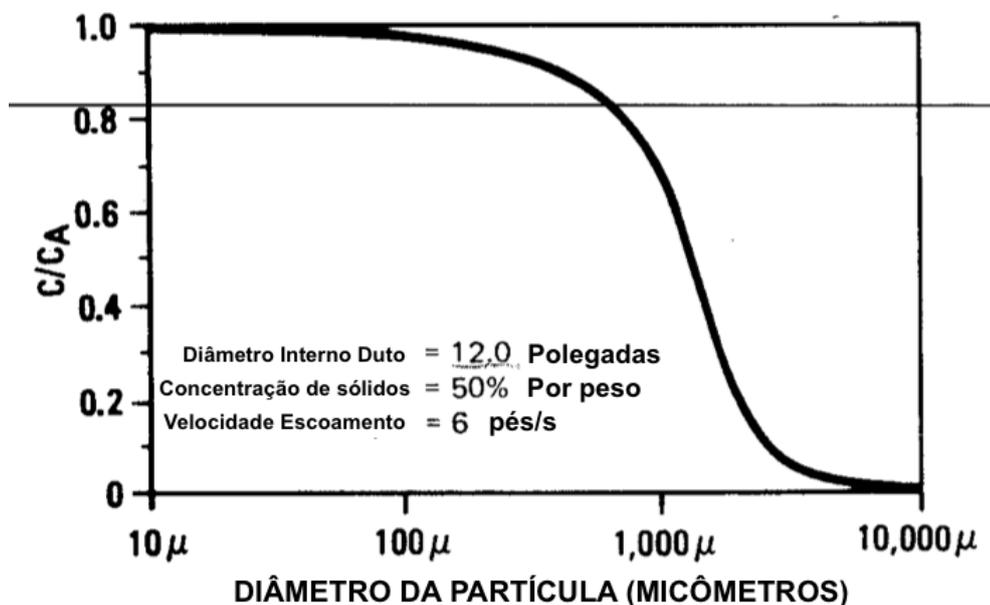
Os sólidos das polpas podem se comportar de diversas maneiras em um escoamento: podem estar emulsionados no líquido transportador em uma fase, comportando-se praticamente como homogêneo; decantados no fundo da tubulação em uma fase mais concentrada em um escoamento totalmente heterogêneo; ou sob as duas situações, simultaneamente, em que ocorrem uma fase superior (menos concentrada) e uma segunda fase inferior (mais concentrada).

Esse modelo tem como premissa a de que o sistema é formado por duas fases distintas: Uma superior (suspensos) menos concentrada e com mais finos, e uma inferior (leito) mais concentrada e com mais partículas grossas. O método considera as fases separadamente, avaliando as perdas nos suspensos e no leito, dando como o resultado final a soma total de todas as perdas (suspensos + leito).

Wasp et al. (1977) propuseram uma metodologia a partir de informações de simples obtenção da polpa, além de indicar parâmetros práticos para caracterização de sistemas. A equação proposta consegue avaliar se um escoamento tem tendência a ser heterogêneo ou homogêneo, correlacionando as concentrações da fase superior ( $C$ ) com a total ( $C_A$ ).

Os resultados da principal consideração do Modelo de Wasp (Equação 5.77), que determina, para cada diâmetro de partícula, a concentração relativa na fase suspensa, são indicados na Figura 33.

$$\log\left(\frac{C}{C_A}\right) = -\left(\frac{1.8U_t}{\beta\kappa U^*}\right) \quad (5.77)$$

Figura 33 – Exemplo de efeito de tamanho de partícula no  $C/C_A$  (WASP et al., 1977)

Sendo:

$C/C_A$  = Razão de concentração volumétrica da fase suspensa (-)

$\beta$  = Difusividade Adimensional da partícula (-)

Valores  $C/C_A \approx 1,0$  indicam uma polpa com escoamento homogêneo, ou seja, com menor a tendência de formação de um escoamento heterogêneo. Wasp et al. (1977) indica que para valores de  $C/C_A > 0,8$ , o fluxo pode ser considerado homogêneo para todos fins práticos, e também recomenda a utilização de  $\beta = 1,0$ . Kármán (1948) indica, para escoamentos totalmente turbulentos, que sua constante seja  $\kappa = 0,4$ .

Kaushal et al. (2002), diferentemente do indicado no Modelo de Wasp, indica que a difusividade adimensional da partícula  $\beta$  tem relação direta com a concentração de sólidos na polpa, e portanto deve ser calculada para cada caso (Equação 5.78).

$$\beta = \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_l} = 1,0 + 0,12504e^{4,22054\Phi_v/\Phi_{max}} \quad (5.78)$$

Sendo:

$\varepsilon_s$  = Difusividade da partícula ( $L^2T^{-1}$ )

$\varepsilon_l$  = Difusividade do líquido ( $L^2T^{-1}$ )

$\Phi_{max}$  = Concentração volumétrica de sólidos máxima por deposição por gravidade (-)

A deposição volumétrica máxima por gravidade é indicada por Gillies et al. (1991) como sendo de 0,75 para distribuições granulométricas amplas e 0,60 para distribuições curtas. Para determinar o tipo de distribuição, deve-se utilizar o expoente  $N$  de Rosin e Rammler (1933), indicado nas relações em sequência:

$$P_s = 1 - e^{(-d/d_r)^N} \quad (5.79)$$

$$\log \left[ \ln \left( \frac{1}{1 - P_s} \right) \right] = N [\log(d) - \log(d_r)] \quad (5.80)$$

Sendo:

$d_r$  = Diâmetro de referência (L)

$N$  = Expoente de Rosin-Rammler (-)

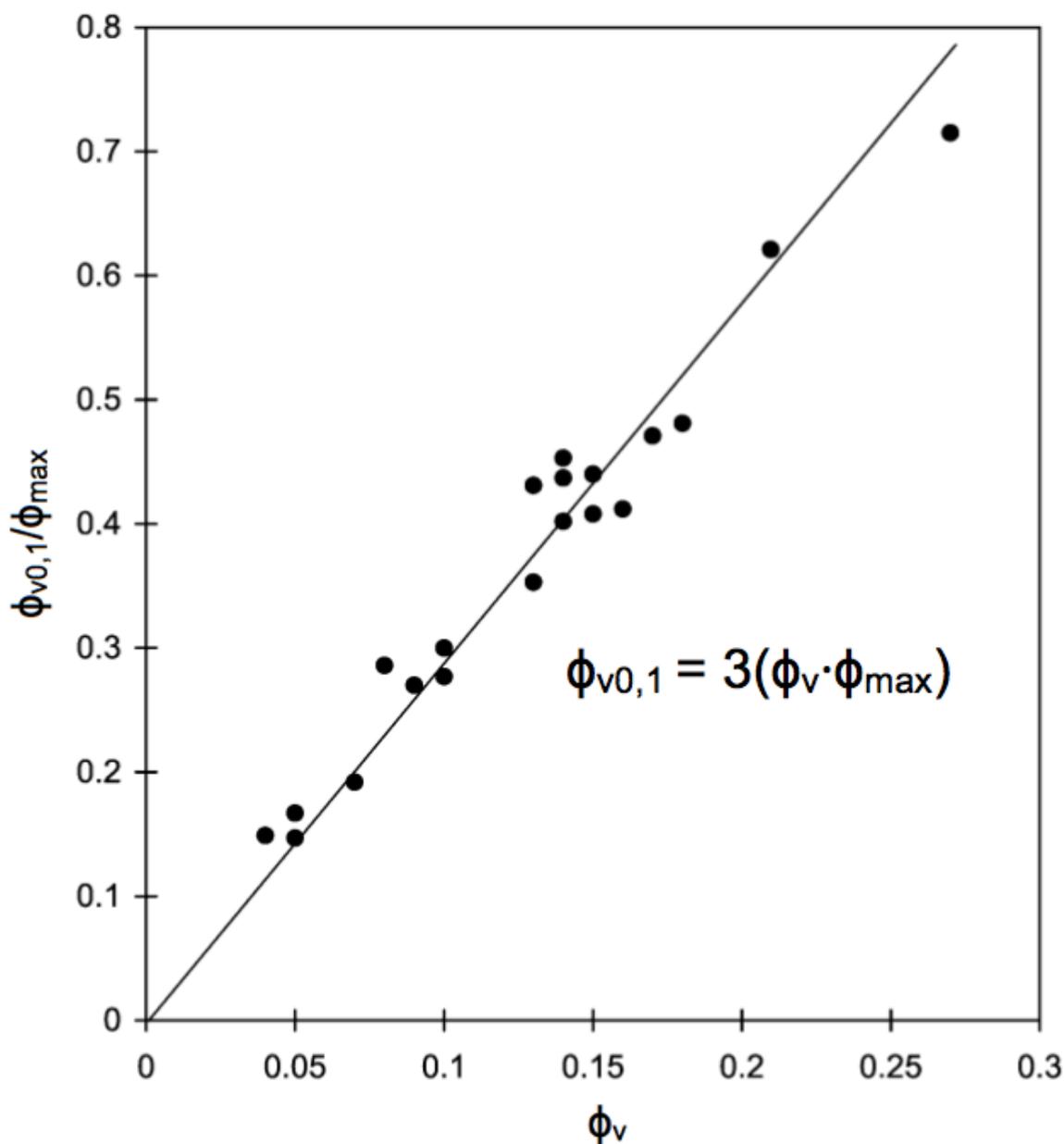
$P_s$  = Distribuição granulométrica acumulada passante (-)

Gillies et al. (1991) indica que, para  $N > 2,0$  a distribuição pode ser considerada curta, e para demais valores, ampla.

Kaushal e Tomita (2002) também consideram um sistema para cálculo da concentração volumétrica máxima por gravidade ( $\Phi_{max}$ ), utilizando a modelagem de distribuição vertical de concentração proposto por Karabelas (1977) com modificações. Para determinação desse valor, utiliza-se a concentração determinada nesse modelo para elevação relativa da tubulação de  $y'/D = 0,1$ .

A Figura 34 compara os resultados teóricos e experimentais da consideração proposta por Kaushal e Tomita (2002) são comparados na Figura 34. Em sequência é apresentada a equação determinada em seu estudo.

Figura 34 – Relação da concentração máxima de deposição por gravidade com concentração determinada pelo modelamento de Karabelas, na elevação relativa de  $y'/D=0,1$  (KAUSHAL; TOMITA, 2002)



$$\Phi_{max} = \frac{\Phi_{v0,1}}{3\Phi_v} \tag{5.81}$$

Sendo:

$\Phi_{v0,1}$  = Concentração volumétrica na elevação  $y'/D= 0,1$  (-)

$y'$  = Elevação da seção transversal da tubulação a partir do fundo do tubo (L)

Para a perda de carga geral, considera-se o fator de atrito utilizando equações para fluidos newtonianos, determinado pela equação de Coolebrook (1939) ou similar, a

partir da densidade da polpa. Entretanto Kaushal e Tomita (2002) propõem a utilização da equação de Wood (1966) modificada, de forma a considerar a concentração de sólidos na fase em suspensão no cálculo.

$$f_{ms} = \left( 0,026(\epsilon/D)^{0,225} + 0,133(\epsilon/D) + 22(\epsilon/D)^{0,44} Re_{ms}^{-1,62}(\epsilon/D)^{0,134} \right) (1 - 33\Phi_{ws}) \quad (5.82)$$

Sendo:

$Re_{ms}$  = Número de Reynolds da fase em suspensão (-)

$f_{ms}$  = Fator de atrito da fase em suspensão (-)

$\Phi_{ws}$  = Concentração de sólidos em peso da fase em suspensão (-)

É adicionado ao cálculo de perdas na fase em suspensão um valor relativo ao arraste e de atrito das partículas depositadas, presentes na fase mais concentrada (leito) do tubo. As concentrações volumétricas relativas ao leito são calculadas a partir da relação  $C/C_A$ , considerando que a fração de sólidos que não foi suspensa necessariamente se encontra no leito concentrado (WASP et al., 1977; KAUSHAL et al., 2002; KAUSHAL; TOMITA, 2002):

$$\Delta P_i = N_D \Delta P_w \Phi_{vli} \left[ \frac{gD(S-1)}{U^2 C_D^{0,5}} \right]^{1,5} \quad (5.83)$$

$$\Delta P_{leito} = \sum_{i=1}^n \Delta P_i \quad (5.84)$$

Sendo:

$\Delta P_i$  = Perda de carga relativa à partícula de diâmetro  $d_i$  ( $ML^{-1}T^{-1}$ )

$\Delta P_{leito}$  = Soma das perdas de cada diâmetro de partícula do leito ( $ML^{-1}T^{-1}$ )

$N_D$  = Constante de Durand (-)

$\Delta P_w$  = Perda de carga relativa à água para mesmas condições ( $ML^{-1}T^{-1}$ )

$\Phi_{vli}$  = Fração de sólidos no leito relativa à partícula de diâmetro  $d_i$  (-)

Wasp et al. (1977) recomendam a utilização do valor de 82 para a constante de Durand, no entanto é comumente usado valores numéricos superiores como fator de segurança em dimensionamentos.

Portanto é desenvolvido um cálculo iterativo para todos os diâmetros de partícula da polpa, até que o erro de concentração nas duas fases seja aceitável. O resultado final é a soma da perda de carga da fase superior (suspensão) com a fase

inferior (leito). A Figura 35 mostra as principais etapas do método proposto para o Modelo de Wasp.

Figura 35 – Representação simplificada do algoritmo de cálculo do Modelo de Wasp



#### 5.2.2.2 Modelo de Duas Camadas

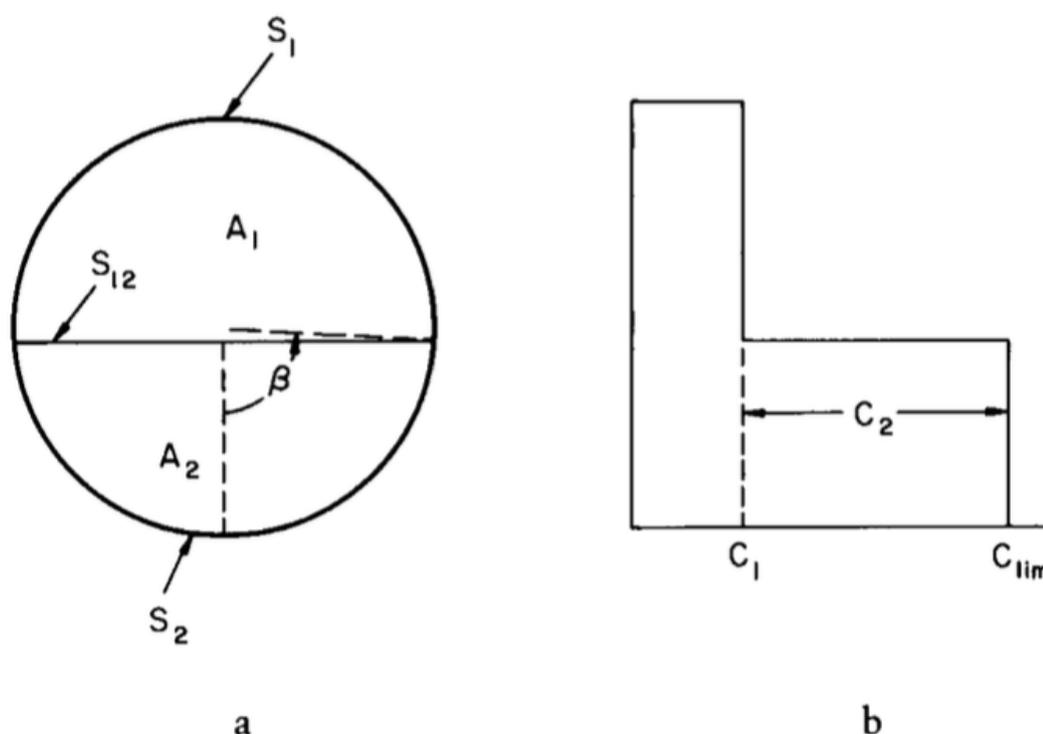
Gillies et al. (1991) desenvolveram um modelo de duas camadas para os fluxos de polpa heterogênea que pode ser resumido como:

- Considera-se que o fluxo de polpa das misturas heterogêneas consiste em duas camadas, cada uma com sua própria velocidade e concentração volumétrica, mas presume-se que não haja deslizamento entre as fases.
- Os sólidos na camada superior são totalmente suspensos, com concentração volumétrica  $\Phi_{v1}$  e movem-se a uma velocidade  $U_1$ .
- Os sólidos mais grosseiros na camada inferior são considerados como compactados, no entanto, devido à forma irregular das partículas, existe uma certa fração de vazio entre as partículas.

Resumidamente, o sistema consiste em duas camadas, escoando paralelamente e independentemente, em que a superior é menos concentrada e a inferior é compacta e mais concentrada. Essas camadas interagem entre si exclusivamente através da sua interface, onde ocorrem perdas por atrito, mas não são considerados fenômenos de transferência de massa, de energia ou deslamentos (ABULNAGA, 2002).

Na Figura 36 são indicadas as principais considerações do modelo de forma gráfica.

Figura 36 – (a) Seção transversal para o modelo. (b) Concentração em função da elevação (GILLIES et al., 1991).



Inicialmente o modelo considera um balanço de massa, com base na polpa e nos sólidos, conforme equações que se seguem (GILLIES et al., 1991):

$$AU = A_1U_1 + A_2U_2 \quad (5.85)$$

$$\Phi_v AU = \Phi_1 A_1 U_1 + \Phi_{lim} A_2 U_2 + F_f \quad (5.86)$$

São definidas também duas variáveis: Carga de Contato do fluxo ( $\Phi_c$ ) e concentração de partículas  $+74\mu\text{m}$  ( $\Phi_r$ ), indicadas nas equações subsequentes (GILLIES et

al., 1991).

$$\Phi_t = \Phi_r + \Phi_f \quad (5.87)$$

$$\Phi_r = \Phi_1 + \Phi_c \quad (5.88)$$

$$\Phi_{lim} = \Phi_1 + \Phi_2 \quad (5.89)$$

$$\Phi_c = \frac{\Phi_2 A_2}{A} \quad (5.90)$$

$$F_f = \frac{\Phi_f(1 - \Phi_1)A_1U_1 + (1 - \Phi_{lim})A_2U_2}{(1 - \Phi_r)} \quad (5.91)$$

Sendo:

$\Phi_t$  = Fração volumétrica total de cálculo (-)

$\Phi_r$  = Fração volumétrica total de partículas grossas (+74 $\mu$ m) (-)

$\Phi_c$  = Fração volumétrica de grossos (+74 $\mu$ m) não suspensos (-)

$\Phi_f$  = Fração volumétrica total de partículas finas -74 $\mu$ m (-)

$\Phi_1$  = Fração volumétrica de partículas grossas +74 $\mu$ m camada superior (-)

$\Phi_2 = \Phi_{lim} - \Phi_1$  (-)

$\Phi_{lim}$  = Conc. volumétrica partículas na camada inferior (-)

$A_1$  = Área da secção transversal referente ao fluxo camada superior (L<sup>2</sup>)

$A_2$  = Área da secção transversal referente ao fluxo camada inferior (L<sup>2</sup>)

$A$  = Área total da secção transversal do tubo (L<sup>2</sup>)

$U_2$  = Velocidade do escoamento da camada inferior (LT<sup>-1</sup>)

$U_1$  = Velocidade do escoamento da camada superior (LT<sup>-1</sup>)

$F_f$  = Vazão volumétrica de sólidos finos (-74 $\mu$ m) totais (L<sup>3</sup>T<sup>-1</sup>)

As perdas de carga são definidas a partir do balanço de forças para cada uma das camadas e para a interseção, sendo que o fator  $F_2$  representa as forças de empuxo da polpa de finos nas partículas depositadas da camada inferior, juntamente com as for-

ças de atrito entre as partículas e a parede, conforme equações em sequencia (GILLIES et al., 1991):

$$i = \frac{\tau_1 S_1 + \tau_{12} S_{12}}{A_1 \rho_1 g} \quad (5.92)$$

$$i = \frac{-\tau_{12} S_{12} + \tau_2 S_2 + F_2}{A_2 \rho_1 g} \quad (5.93)$$

$$F_2 = \eta_s \Phi_2 \frac{(\rho_s - \rho_f)(1 - C_{lim})(\text{sen}(\beta_\theta) - \beta \cos(\beta_\theta))}{2(1 - \Phi_2)} \quad (5.94)$$

Sendo:

$S_1$  = Perímetro molhado do escoamento da camada superior (L)

$S_2$  = Perímetro molhado do escoamento da camada inferior (L)

$S_{12}$  = Comprimento da interface superior e inferior (L)

$\beta_\theta$  = Ângulo definindo as camadas (rad)

$\eta_s$  = Coeficiente de atrito entre partícula e o tubo (-)

$F_2$  = Forças de empuxo e de atrito entre partículas (MLT<sup>-2</sup>)

A angulação  $\beta_j$  pode ser definida pelas relações geométricas:

$$A_2 = \frac{D^2[2\beta_\theta - \text{sen}(2\beta_\theta)]}{8} \quad (5.95)$$

$$A_1 = \frac{D^2[2\pi - 2\beta_\theta - \text{sen}(2\pi - 2\beta_\theta)]}{8} \quad (5.96)$$

$$S_2 = D\beta_\theta \quad (5.97)$$

$$S_1 = D(\pi - \beta_\theta) \quad (5.98)$$

$$S_{12} = \frac{D\sqrt{2 - \cos(2\beta_\theta)}}{2} \quad (5.99)$$

As tensões de cisalhamento para os cálculos das perdas na fase superior e inferior são definidas conforme equações em seqüência (GILLIES et al., 1991):

$$\tau_1 = 0,5f_1 U_1^2 \rho_1 \quad (5.100)$$

$$\tau_2 = 0,5f_2U_2^2\rho_2 \quad (5.101)$$

$$\tau_{12} = 0,5f_{12}(U_1 - U_2)^2\rho_1 \quad (5.102)$$

Visto que as áreas de escoamento não são circulares para cada fase, deve ser utilizada a definição de diâmetro hidráulico nos cálculos de número de Reynolds para cada segmento circular de escoamento:

$$D_H = \frac{4A}{S} \quad (5.103)$$

As densidades são calculadas de forma diferente, já que consideram sempre que os finos (-74 $\mu$ m) estão presentes e homogeneamente distribuídos entre as duas fases. Abaixo as relações de densidade (GILLIES et al., 1991):

$$\rho_f = \frac{\rho_l(1 - \Phi_t) + \rho_s\Phi_f}{1 - \Phi_t + \Phi_f} \quad (5.104)$$

$$\rho_1 = \rho_f(1 - \Phi_1) + \rho_s\Phi_1 \quad (5.105)$$

$$\rho_2 = \frac{\rho_f(1 - \Phi_{lim}) + \rho_s\Phi_f}{1 - \Phi_{lim} + \Phi_1} \quad (5.106)$$

Para determinação dos fatores de atrito  $f_1$  e  $f_2$  utilizar a equação de Churchill ou similar para cálculo newtoniano, já para o fator  $f_{12}$ , deve ser utilizada a relação que considera o diâmetro de interface ( $d_{12}$ ), o diâmetro mínimo que se manteve depositado na camada inferior, ou o diâmetro máximo que se manteve suspenso. Em sequência as relações de atrito entre as fases. (GILLIES et al., 1991).

$$f_{12} = \frac{1 + 2Y}{[4\log(D/d_{12}) + 3,36]^2} \quad (5.107)$$

$$Y = \begin{cases} 5 + 1,86\log(d_{12}/D) & \text{Para } (d_{12}/D) > 0,002 \\ 0 & \text{Para } (d_{12}/D) < 0,002 \end{cases} \quad (5.108)$$

Sendo :

$d_{12}$  = Diâmetro de partícula da interface (L)

A relação empírica que correlaciona a Carga de Contato no Fluxo ( $C_c$ ) com a Média de Concentração *in situ* ( $C_r$ ) é a equação fundamental para a resolução do

modelo, indicando qual a fração de sólidos grossos (+74 $\mu\text{m}$ ) que não é suspensa pelo fluido. (GILLIES et al., 1991):

$$\frac{C_c}{C_r} = e^{-0,0184U/u_\infty} \quad (5.109)$$

$$u_\infty = \left[ \frac{4gd_{50}^*(\rho_s - \rho_f)}{3C_D\rho_f} \right]^{0,5} \quad (5.110)$$

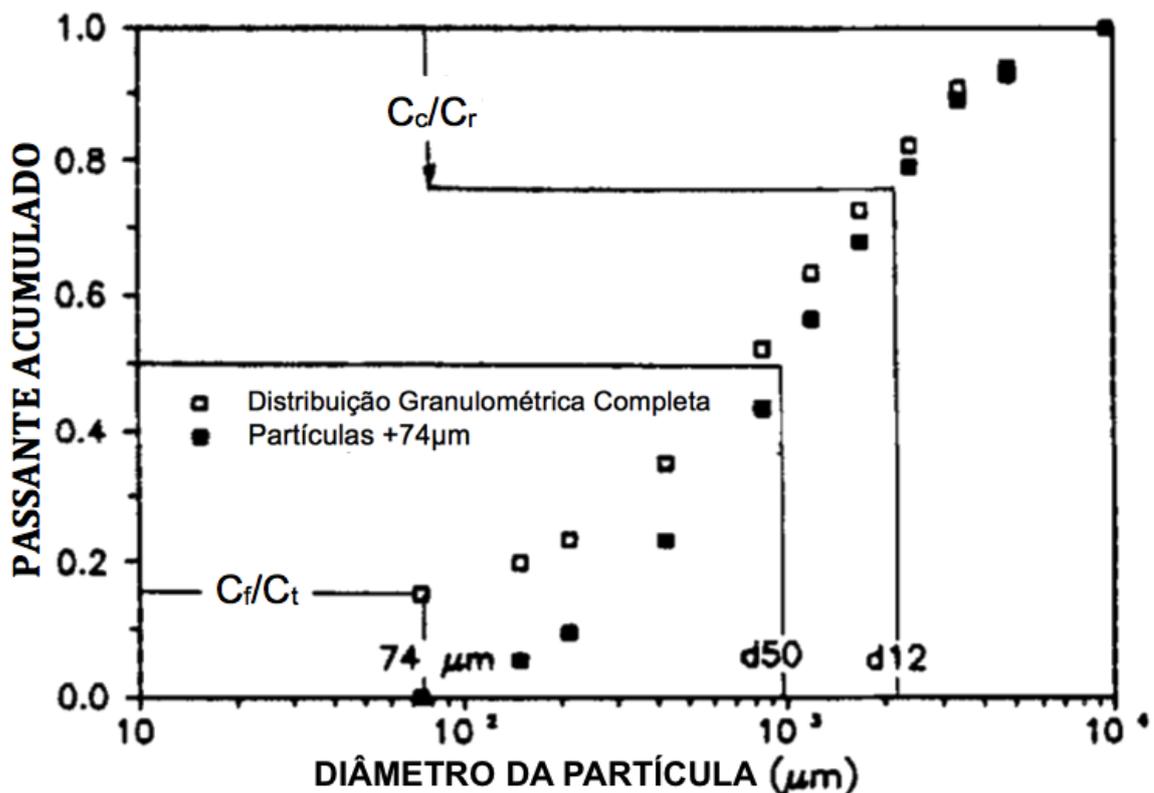
Sendo:

$u_\infty$  = Velocidade de deposição da partícula  $d_{50}$  ( $\text{LT}^{-1}$ )

$d_{50}^*$  = Mediana de partículas grossas (+74 $\mu\text{m}$ ) (L)

Os resultados das equações a partir das distribuições granulométricas, assim como também define a forma de determinar  $d_{12}$ , está explicitado na Figura 37:

Figura 37 – Distribuição granulométrica definindo  $C_f$ ,  $d_{50}$  e  $d_{12}$  (GILLIES et al., 1991)



A concentração limite deve ser calculada conforme a equação seguinte, sendo que a concentração máxima ( $\Phi_{max}$ ) é definida como 0,60 para um índice de Rosin-Rammler  $N > 2,0$  e 0,75 para demais valores (GILLIES et al., 1991).

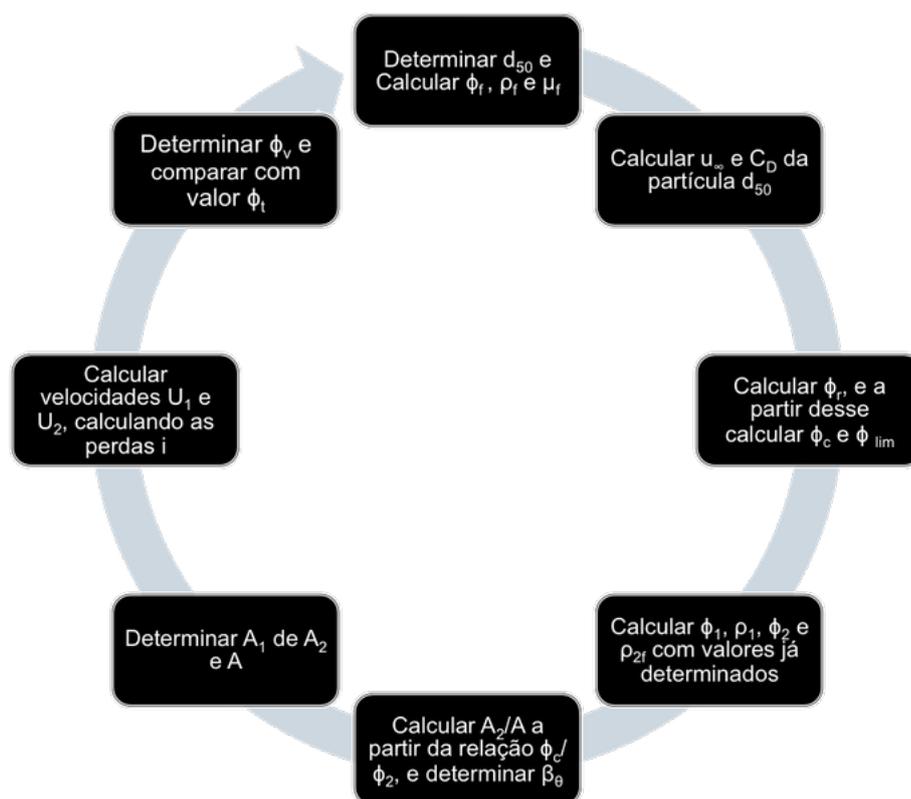
$$\frac{\Phi_{max} - \Phi_{lim}}{\Phi_{max} - \Phi_r} = 0,074(U/u_\infty)^{0,44}(1 - \Phi_r)^{0,189} \quad (5.111)$$

Sendo:

$\Phi_{max}$  = concentração máxima por deposição (-)

O processo iterativo para o cálculo para esse modelo implica em aplicar as equações e igualar o valor de  $\Phi_v$  com  $\Phi_t$ , conforme indicativo na Figura 38:

Figura 38 – Representação simplificada do algoritmo de cálculo do Modelo de Duas Camadas



- 1) Calcular  $\Phi_f$  e  $d_{50}$  a partir da distribuição granulométrica (eq. 5.87);
- 2) Calcular  $\rho_f$  e  $\mu_f$  (este último podendo ser por dados de laboratório) (eq. 5.104);
- 3) Calcular  $u_{\infty}$  utilizando  $d_{50}$ ,  $\rho_f$ ,  $\rho_s$ ,  $\mu_f$  e  $C_D$  (eq.5.110);
- 4) A partir de  $\Phi_r$ ,  $U$ ,  $\Phi_{max}$  e  $u_{\infty}$ , calcular  $\Phi_{lim}$ ,  $\Phi_c/\Phi_r$ .  $\Phi_c$  obtido a partir de  $\Phi_r$  (eq. 5.111 e 5.109).
- 5) Calcular  $\Phi_1$  e  $\Phi_2$  (eq. 5.89 a 5.90);
- 6) Calcular  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_{12}$ ,  $\beta_j$ , (eq. 5.95 a 5.99) e a partir desses resolver iterativamente as equações de perda de carga e balanço de vazão, e definir os valores de  $U_1$  e  $U_2$  (eq. 5.92 a 5.94 e eq. 5.85 e 5.86);
- 7) Avaliar o valor de  $\Phi_v$  com o valor de  $\Phi_t$  (eq. 5.87), e calcular iterativamente o valor de  $\beta_j$  até convergência.

O processo interativo baseia-se em determinar quais as áreas dos fluxos superior e inferior que viabilizam o balanço de massa, e, a partir desse balanço, avaliar o balanço de energia sob o qual esse arranjo é submetido.

### 5.2.3 Distribuição vertical de concentração

A determinação da concentração na seção vertical de um escoamento é importante para conhecer o sistema e sua operação. Com esses dados é possível determinar e/ou confirmar se um sistema opera de forma homogênea ou não, e se for heterogênea, se esse promove uma operação com elevada abrasão, perda de carga, além de possibilitar diversas avaliações para tomadas de decisão.

Alguns modelos foram propostos para o cálculo dessa concentração a partir de dados comumente conhecidos, principalmente propostos por Kaushal e Tomita (2013), Karabelas (1977), Gillies e Shook (1994), porém esses modelos possuem requisições de dados adicionais de laboratório, ou têm limitada aplicação (baixas concentrações).

Entretanto, Kaushal et al. (2002) apresentaram modificações no modelo de Karabelas (1977), abrangendo uma faixa maior de concentração (até 30% em volume, o que é adequado para operações comerciais) e com boa aproximação sem a necessidade de informações reológicas adicionais (normalmente propostas em outros modelamentos).

O modelo de Karabelas (1977) parte do princípio da difusividade turbulenta das partículas e do líquido em tubos, assim como do equilíbrio das velocidades terminais das partículas. Com base nesses princípios e aliados a conservação de quantidade de movimento, energia e massa, foi possível propor um modelo para avaliar a concentração vertical com o equilíbrio de todas essas propriedades.

A equação 5.112 indica que o escoamento de sólidos em função da gravidade deve ser o mesmo do escoamento em função da turbulência difusiva, sendo essa a principal consideração do modelo de KARABELAS, op. cit..

$$\varepsilon \frac{dC}{dy} + U_t C = 0 \quad (5.112)$$

Em suas considerações principais, a difusividade do líquido ( $\varepsilon_l$ ) e a difusividade adimensional ( $\beta$ ) são constantes para toda a seção transversal do tubo, e se relacionam com a difusividade do sólido particulado (KARABELAS, 1977):

$$\varepsilon_s = \zeta R U^* \quad (5.113)$$

Sendo:

$\varepsilon_s$  = Difusividade da partícula ( $L^2T^{-1}$ )

$\zeta$  = Difusividade turbulenta adimensional da partícula (-)

R = Raio do tubo (L)

O valor considerado para o  $\zeta$  é de 0,25 para toda extensão do tubo. Com isso foi determinada uma variável que relaciona a velocidade terminal da partícula com sua difusividade, para cada tamanho de sólido, e, a partir dela, foi efetuada sua manifestação ao longo de toda a área do duto. As relações que equacionam essa premissa são as em sequência (KARABELAS, op. cit.):

$$K_j \equiv \frac{U_{tj0}}{\zeta U^*} \quad (5.114)$$

$$E(K_j) = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi e^{-K_j \cos(\theta)} \text{sen}^2(\theta) d\theta \quad (5.115)$$

ou

$$E(K_j) = 1 + \frac{K_j^2}{8} \left( 1 + \frac{K_j^2}{24} \right) + O(K_j^6) \quad (5.116)$$

Sendo:

$K_j$  = parâmetro de velocidade terminal com difusividade da partícula "j" (-)

$U_{tj0}$  = Velocidade terminal da partícula "j" ( $LT^{-2}$ )

$O(K_j^6)$  = Função erro (-)

$E(K_j)$  = Parâmetro para correlacionar ao longo da área do tubo (-)

Utilizando as equações, relaciona-se, para cada elevação no tubo, a concentração volumétrica de cada diâmetro de partícula em função da sua elevação. (KARABELAS, op. cit.):

$$\Phi_j(y^*) = \frac{\frac{v_j}{E(K_j)} e^{-K_j y^*}}{1 + \sum_{i=1}^n \frac{v_i}{E(K_i)} e^{-K_i y^*}} \quad (5.117)$$

$$v_j = \frac{\Phi_j}{1 - \Phi_t} \quad (5.118)$$

$$y^* = \frac{y}{R} \quad (5.119)$$

Sendo:

$\Phi_j(y^*)$  = Fração volumétrica da partícula “j” na elevação “y” (-)

y = elevação a partir do centro do tubo (L)

$y^*$  = Elevação reduzida do centro do tubo ( $-1 < y^* < +1$ ) (-)

$v_j$  = Fração volumétrica relativa da partícula “j” (-)

Outra possível relação é para distribuições com diâmetros de partículas uniformes ou praticamente uniformes, em que a equação pode ser simplificada para (KARABELAS, 1977):

$$\Phi(y^*) = \frac{1}{1 + \frac{v}{E(K)} e^{-Ky^*}} \quad (5.120)$$

$$v = \frac{\Phi_t}{1 - \Phi_t} \quad (5.121)$$

Sendo:

$\Phi_t$  = Fração volumétrica total (-)

$\Phi(y)$  = Fração volumétrica na elevação “y” (-)

No entanto, as considerações do modelo de Karabelas (1977) são limitadas a concentrações volumétricas abaixo de 15%, pois, acima disso, os erros começam a ser muito maiores do que aceitáveis, conforme demonstrado no trabalho de Kaushal et al. (2002). Esses estudos comparam resultados com concentrações variadas utilizando o modelo de Karabelas.

Visto essa limitação, Kaushal et al. (2002) propõe uma modificação no modelo de Karabelas de forma a possibilitar uma estimativa da concentração vertical de concentrações normalmente utilizadas em minerodutos comerciais (até 30% em volume). Para isso são modificados dois aspectos: corrigir a velocidade de deposição em função da concentração e do número de Reynolds da partícula, e considerar a difusividade do líquido e a difusividade adimensional como função da elevação na tubulação e da concentração. Em sequência as equações de modificação do modelo:

$$U_{tj} = U_{tj0}(1 - \Phi_v)^Z \quad (5.122)$$

$$Z = \begin{cases} 4,65 + 19,5 \frac{d_j}{D} & \text{Para } 0,002 < Re_p \leq 0,2 \\ \left(4,35 + 17,5 \frac{d_j}{D}\right) Re_p^{-0,03} & \text{Para } 0,2 < Re_p \leq 1,0 \\ \left(4,45 + 18 \frac{d_j}{D}\right) Re_p^{-0,1} & \text{Para } 1,0 < Re_p \end{cases} \quad (5.123)$$

$$\varepsilon_l = \begin{cases} 0,369U^*\frac{y'}{R}\left(1 - \frac{y'}{R}\right) & \text{Para } 0 \leq y'/D \leq 0,337 \\ 0,0775RU^* & \text{Para } 0,337 \leq y'/D \leq 0,663 \\ 0,369U^*\left(\frac{y'}{R} - 1\right)\left(2 - \frac{y'}{R}\right) & \text{Para } 0,663 \leq y'/D \leq 1,0 \end{cases} \quad (5.124)$$

$$\beta = \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_l} = 1,0 + 0,12504e^{4,22054\Phi_v/\Phi_{max}}$$

Sendo:

$\varepsilon_l$  = Difusividade da líquido ( $L^2T^{-1}$ )

$U_{tj}$  = velocidade terminal corrigida da partícula "j" ( $LT^{-1}$ )

$U_{tj0}$  = velocidade terminal da partícula "j" ( $LT^{-1}$ )

$d_j$  = Diâmetro da partícula "j" (L)

$y'$  = Coordenada de Elevação a partir da base do tubo (L)

$Z$  = Parâmetro de correção da velocidade terminal (-)

## 6 Metodologia

O processo a ser adotado neste trabalho consiste na elaboração de um simulador completo, contemplando fluidos bifásicos (exclusivamente sólido-líquido) de qualquer tipo de escoamento não-newtoniano listado nesse trabalho, sob condição de sistema isotérmico. Os modelos deverão ser capazes de calcular escoamentos do tipo laminar e turbulento, seja para sistemas *quasi-homogêneos* ou totalmente heterogêneos.

Também é parte das atribuições desse simulador determinar: velocidades de transição laminar-turbulento do sistema; velocidades de deposição de sólidos; perfil de concentração na elevação da tubulação; camada de depositado e de fluido em suspensão; distribuição granulométrica ao longo da elevação do tubo; perda de carga; e indicar parâmetros de controle de interesse, como difusividade adimensional e fator de atrito.

O simulador contém um total de 4 (quatro) módulos:

- **Módulo Heterogêneo Wasp/Karabelas** - modelo de escoamento heterogêneo baseado nos estudos de Wasp et al. (1977), contemplando os melhoramentos e modificações propostos por Kaushal e Tomita (2002). Esse será complementado pelo modelo de distribuição vertical de concentração de Karabelas (1977), considerando os melhoramentos propostos por Kaushal et al. (2002);
- **Módulo Heterogêneo Duas Camadas** - Modelo de sistema de escoamento heterogêneo, mas utilizando as equações propostas por Gillies et al. (1991) de escoamento em duas camadas;
- **Módulo Quasi-Homogêneo** - Modelagem de escoamentos *quasi-homogêneos*, em que serão utilizadas as equações propostas por Malin (1998), Chilton e Stainsby (1998), Torrance (1963) para fluidos do tipo Herschel-Bulkley; Heywood (1991) e Malin (1998) relativos a fluidos do tipo Power law; e equação de Hedstrom (1952) e Hanks e Dadia (1971) para fluidos tipo Bingham. Também, nesse simulador, serão indicadas as velocidades de transição homogêneo-heterogêneo para os fluidos Herschel-Bulkley (CHILTON; STAINSBY, 1998), Power law (RYAN; JOHNSON, 1959) e Bingham (DURAND; CONDOLIOS, 1952)(SWAMEE; AGGARWAL, 2011);
- **Módulo de Velocidade de Deposição** - Modelo exclusivo para as velocidades de deposição, considerando as equações de Pinto (2012) e diversas equações propostas no estudo de Turian et al. (1987).

Todo os modelos do simulador (com exceção do modelo de velocidade de deposição) deverão ser capazes de calcular, ponto a ponto, de uma tubulação extensa e de elevação variada, tendo somente, como a resolução de calculo, o comprimento mínimo estipulado para o modelo. De forma a deixar mais claro o entendimento desse conceito de cálculo, considere o exemplo em sequência:

“Deve ser simulada uma tubulação de 10,0km com elevações variando de 0 a 300m. Verificou-se ser um valor razoável de resolução o de 10m de tubulação. Sendo assim, o simulador efetuará seus cálculos para os 10m primeiros metros de tubulação, utilizando os dados de entrada fornecidos. Como resultado, terá uma saída de pressão, sendo a pressão inicial menos a perda de carga, e essa pressão de saída será a pressão de entrada dos próximos 10m a serem calculados, fazendo as devidas ponderações para a elevação do próximo trecho. Esse processo seguirá em cadeia de cálculos até finalizar o comprimento total.”

Importante considerar que quanto maior a resolução de cálculo, menor o erro e maior a necessidade computacional necessária. De modo geral os simuladores requisitam, como entrada de dados, as seguintes variáveis:

- Distribuição granulométrica;
- Concentração de sólidos;
- Vazão de operação;
- Diâmetro interno da tubulação e rugosidade;
- Dados reológicos (Viscosidade Efetiva, coeficiente de rigidez, tensão de cisalhamento, coeficiente de potência de *power law*, etc);
- Densidade dos sólidos;
- Viscosidade e densidade do fluido transportador;

Os subitens em sequência irão identificar detalhadamente a modelagem de cada um desses simuladores.

### **6.1 Módulo Heterogêneo Wasp/Karabelas**

Esse módulo deverá ser capaz de calcular, para sistemas heterogêneos sólido-líquido, a perda de carga, quantidade de sólidos depositados, distribuição granulométrica nas elevações da tubulação, elevação do depositado e velocidade de deposição (curva J).

Outras informações relevantes que devem ser fornecidas são: difusividade adimensional, perda de carga relativa ao depositado e ao veículo,  $d_{50}$  e  $d_{75}$ .

A linha de cálculo utilizada para o determinação dos dados de saída segue conforme abaixo:

- 1) Utilizando a modelagem da granulometria conforme Rosin e Rammler (1933) (Eq.5.79 e 5.80), os  $d_{75}$  e  $d_{50}$  da distribuição propostas são determinados;
- 2) A velocidade terminal é calculada, para cada partícula, a partir das equações de coeficiente de arraste proposto por Turton e Levenspiel (1986) e Reynolds de partícula (Eq. 4.7 e 4.8), via processo iterativo;
- 3) As velocidade terminais são corrigidas com os fatores de parede para fluxo laminar e turbulento (Eq. 4.12) indicada por Brown et al. (1950), e conforme concentração (Eq. 4.13) segundo Thomas (1963);
- 4) Cálculo da perda de carga conforme equação modificada (Eq. 5.82) de Wood (1966 apud KAUSHAL; TOMITA, 2002);
- 5) Cálculo de Difusividade Adimensional  $\beta$  conforme Kaushal e Tomita (2002) (eq. 5.78);
- 6) Cálculo das concentrações ao longo da elevação da tubulação conforme Karabelas (1977) modificado por Kaushal e Tomita (2002), indicado nas Equações 5.113 a 5.124;
- 7) Determinação do  $C/C_A$  para cada partícula (Eq. 5.77);
- 8) Cálculo dos Coeficientes de arraste de cada partícula (Eq. 4.6)
- 9) Cálculo das perdas de carga do depositado e veículo (Eq. 5.83, 5.84 e 3.7)
- 10) Seguir interativamente até erro aceitável.

Com esses dados, é possível calcular a curva J (perda de carga para várias velocidades), porcentagens de sólidos no veículo e leito ( $C/C_A$  de cada partícula), e perfil de concentração e distribuição granulométrica (modelagem de Karabelas) em qualquer elevação.

Para a determinação da elevação do depositado, utiliza-se da quantidade de sólidos depositados em função da área transversal do tubo. Com o perfil de concentração determinado, calcula-se até qual elevação se tem a quantidade de sólido definida como depositada, usando como referência a área transversal da tubulação.

A equação 6.1 indica a como calcular essa elevação de deposição.

$$\left(1 - \frac{C}{C_A}\right) = \frac{\sum_0^{y'} \Phi_v(y') \frac{A_c(y')}{A}}{\Phi_v} \quad (6.1)$$

$A_c$  = Área do segmento circular ( $L^2$ )

Importante reforçar que essa avaliação é qualitativa.

## 6.2 Módulo Heterogêneo Duas Camadas

Considera-se calcular para sistemas heterogêneos sólido-líquido, a perda de carga, concentrações do veículo e do depositado, velocidade do escoamento do veículo e do depositado, elevação do depositado no tubo.

As saídas também são similares ao modelo de Karabelas/Wasp.

- 1) Utilizar a modelagem da granulometria conforme Rosin e Rammler (1933) (Eq.5.79 e 5.80), determinando os  $d_{75}$  e  $d_{50}$  da distribuição proposta, assim como os  $d_{50}$  e  $d_{75}$  para partículas com  $+74\mu\text{m}$ ;
- 2) Seguir procedimento de cálculo exatamente como descrito no item 5.2.2.2, utilizando as Eq. 5.85 a Eq. 5.111;

## 6.3 Módulo Quasi-Homogêneo

O módulo *Quasi-Homogêneo*, diferente dos demais módulos de processo de transporte descritos, possui uma quantidade maior de variáveis a serem consideradas, visto que o escoamento pode ser laminar ou turbulento (o que em escoamentos heterogêneos sempre é turbulento), além de considerar 3 (três) simulações distintas, para cada tipo de fluido não newtoniano.

Assim sendo, esse deverá receber entradas diferentes para cada modelo que for requisitado, entretanto os dados de saída são os mesmos: Perda de carga, velocidade de transição Laminar/Turbulento.

### 6.3.1 Módulo *Quasi-Homogêneo* - Bingham

Para os fluidos do tipo Bingham, considerar o processo de simulação abaixo:

- 1) Calcular número de Hedstrom do escoamento (Eq. 5.10);

- 2) Calcular a velocidade de transição Laminar/Turbulento conforme Durand e Condolios (1952) e Swamee e Aggarwal (2011) (Eq. 5.45 e Eq. 5.49);
- 3) Calcular o fator de atrito conforme modelo utilizado, ou seja, laminar (HEDSTROM, 1952), turbulento (HANKS; DADIA, 1971) e transição (CHURCHILL, 1977) (Eq. 5.52, Eq. 5.53, Eq. 5.54, Eq. 5.55 e Eq. 5.9), definido pela velocidade de transição calculada;
- 4) Correção de fator de atrito conforme indicado por Govier e Aziz (1972 apud ABULNAGA, 2002) indicado no item 5.1.3.2;
- 5) Considerar fator de atrito de transição conforme Churchill (1977);
- 6) Calcular perda de carga (Eq. 3.7);

Para calculo utilizando outras equações propostas para bingham turbulento/laminar, considerar a mesma metodologia indicada nesse item.

### 6.3.2 Módulo *Quasi-Homogêneo - Power Law*

Para os dados de saída, considerar a sequência de cálculo abaixo:

- 1) Calcular a velocidade de transição Laminar/Turbulento conforme Ryan e Johnson (1959) (Eq. 5.50);
- 2) Calcular o fator de atrito conforme modelo utilizado, ou seja, laminar (HEYWOOD, 1991), turbulento (MALIN, 1998; IRVINE, 1988) (Eq. 5.18, Eq. 5.19, Eq. 5.58, Eq. 5.59), definido pela velocidade de transição;
- 3) Correção de fator de atrito conforme indicado por Govier e Aziz (1972 apud ABULNAGA, 2002) indicado no item 5.1.3.2.
- 4) Considerar fator de atrito de transição conforme Churchill (1977);
- 5) Calcular perda de carga (Eq. 3.7);

Para calculo utilizando outras equações propostas para *Power Law* turbulento/laminar, considerar a mesma metodologia indicada nesse item.

### 6.3.3 Módulo *Quasi-Homogêneo - Herschel-Bulkley*

Para os fluidos do tipo Herschel-Bulkley, considerar o processo de simulação abaixo:

- 1) Calcular número de Hedstrom do escoamento (Eq. 5.32);
- 2) Calcular o número de Reynolds do escoamento (Eq. 5.31);
- 3) Determinar por cálculo iterativo o fator  $\psi$  proposto por Malin (1998) e pelo sistema de Chilton e Stainsby (1998) para escoamento laminar (Eq. 5.29, Eq. 5.30, Eq. 5.36, Eq. 5.37);
- 4) Determinar por cálculo iterativo o fator de atrito para escoamento turbulento conforme Dodge e Metzner (1959) e Torrance (1963) apud Hu (2006) (Eq. 5.60 e Eq. 5.61)
- 5) Calcular fator de atrito e perda de carga (Eq. 5.33, Eq. 5.35 e Eq. 3.7);
- 6) Calcular Reynolds modificado para verificar transição laminar-turbulento (Eq.5.62);
- 7) Correção de fator de atrito conforme indicado por Govier e Aziz (1972 apud ABULNAGA, 2002) indicado no item 5.1.3.2.
- 8) Considerar fator de atrito de transição conforme Churchill (1977);

Para calculo utilizando outras equações propostas para *Herschel-Bulkley* turbulento/laminar, considerar a mesma metodologia indicada nesse item.

#### 6.3.4 Módulo de Velocidade de Deposição

O simulador de velocidade de deposição é diferente dos demais, uma vez que considera multiplas equações de deposição a fim de serem usadas como método qualitativo/comparativo para escoamentos heterogêneos turbulentos. Sua principal função é fornecer uma faixa de velocidade de escoamento em que provavelmente iniciará a deposição de sólidos, sendo um critério de avaliação a mais para o sistema.

Conforme estudo de Turian et al. (1987), são utilizadas as equações que fornecem os melhores resultados, listadas abaixo:

Oroskar e Turian (1980)

$$\frac{U_c}{\sqrt{2gD(S-1)}} = \chi_1 \Phi_v^{x_2} (1 - \Phi_v)^{x_3} \left[ \frac{D\rho_l \sqrt{gD(S-1)}}{\mu_l} \right]^{x_4} \left( \frac{d}{D} \right)^{x_5} \quad (6.2)$$

Gillies e Shook (1991)

$$\frac{U_c}{\sqrt{2gD((\rho_s - \rho_f)/\rho_f)}} = e^{0,51 - 0,0073C_D - 12,5 \left[ \frac{(\mu_l/\rho_l)^{2/3}}{g^{1/3}d_{50}} - 0,14 \right]^2} \quad (6.3)$$

Pinto (2012)

$$\frac{U_c}{(S-1)^{1/2}} = 0,124 \left( \frac{d_{st} \rho \sqrt{gD}}{\mu_l} \right)^{0,37} \left( \frac{d_{st} \Psi}{D} \right)^{-0,007} e^{3,10\Phi_v} \quad (6.4)$$

## 7 Validação dos Simuladores

A validação dos simuladores foi realizada através do comparativo com dados reais de operação de um mineroduto, e, a partir desse comparativo foi analisada, estatisticamente, a qualidade de simulação.

A seguir, serão mostrados os dados recebidos e as metodologias de validação adotadas para o estudo.

### 7.1 Dados do Mineroduto

Foram recebidos dados físicos, de instrumentação e de laboratório de 1 (um) mineroduto de minério de ferro, referentes ao período de 02/04/2015 a 04/11/2015, amostrados de 2 (duas) em 2 (duas) horas, totalizando 2603 amostras de operação.

Para cada um desses pontos, foram fornecidos:

- 1) Vazão de escoamento (instrumentos);
- 2) Concentração de sólidos do escoamento (laboratório);
- 3) Pressão de operação em 6 (seis) locações distintas ao longo do mineroduto (instrumentos).

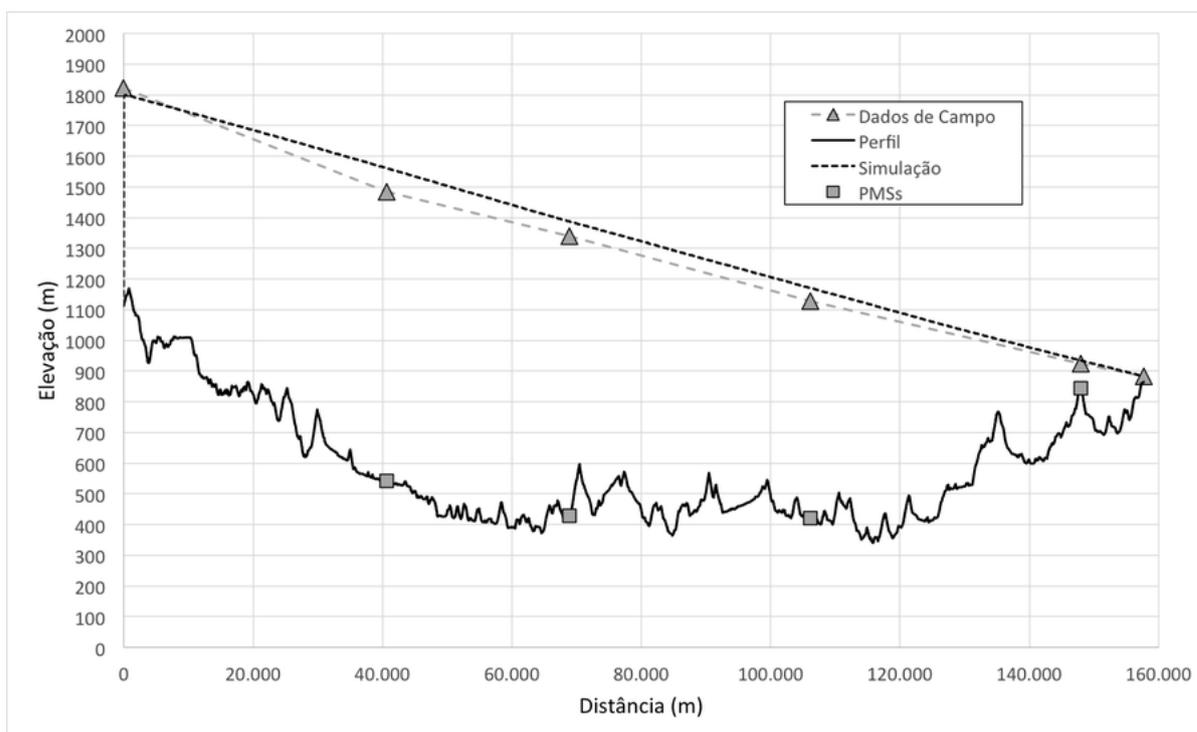
Ainda foram fornecidos, indiretamente<sup>1</sup> relacionados com os pontos de amostragem de escoamento, os seguintes dados:

- 1) Densidade de sólidos de minério de ferro (laboratório);
- 2) Distribuição granulométrica (laboratório);
- 3) Dados reológicos da polpa (laboratório).

Como forma de complementação geral aos dados do escoamento, foi fornecido também o perfil completo do mineroduto, com um total de 1323 pontos de elevação, comprimento, diâmetro e espessura da tubulação. Na Figura 39, está a representação gráfica dos dados fornecidos do mineroduto, para um ponto operacional, assim como a simulação calculada para esse caso. Importante notar que tanto os dados de pressão de campo quanto a simulação estão indicadas, no gráfico, em metros de polpa.

<sup>1</sup> O sentido de indiretamente nessa frase indica que não foram fornecidos dados que relacionam, diretamente, uma condição de operação (vazão, pressão, concentração de sólidos, etc) com sua respectiva reologia e distribuição granulométrica. Os dados fornecidos foram amostragens sem referência direta, mas que são representativos da operação normal no mineroduto.

Figura 39 – Perfil, locação das PMSs, dados de campo para pressão e simulação do mineroduto



As PMSs (*Pressure Mesuring Stations*, ou Estações de medição de pressão) são estações onde estão instalados transmissores de pressão, juntamente com pressostatos com selo diafragma. Esse equipamento é um pressostato comum, cujo diafragma tem função de separar fisicamente o fluido hidráulico da polpa.

A Tabela 5 mostra as principais características, tanto construtivas quanto operacionais, do mineroduto, conforme dados fornecidos.

Tabela 5 – Dados principais do mineroduto simulado

Comprimento total	157,67 km
Diâmetro interno médio da tubulação	20,66 polegadas
Diâmetro interno máximo da tubulação	21,12 polegadas
Diâmetro interno mínimo da tubulação	20,19 polegadas
Elevação total de transporte (Elevação final menos inicial)	-249,1m
Densidade média dos sólidos	4,9g/cm <sup>3</sup>
Densidade média da água	1,0g/cm <sup>3</sup>
Faixa de velocidade do escoamento	1,65m/s a 2,1m/s
Faixa da concentração volumétrica de sólidos	26,0% a 34%

Para determinação da densidade dos sólidos em laboratório utilizou-se o seguinte procedimento:

- 1) Uma amostra de minério é colocada na estufa até secagem total por 12h;
- 2) O sólido seco é pesado e colocado em um recipiente de volume analítico (balão volumétrico) conhecido;
- 3) O recipiente é completado com água e pesado novamente;

A partir desses valores é possível determinar densidade dos sólidos pela equação:

$$\rho_s = \frac{m_s \rho_l}{m_p - m_s + \rho_l V_v} \quad (7.1)$$

Sendo:

$m_s$  = massa dos sólidos secos (M)

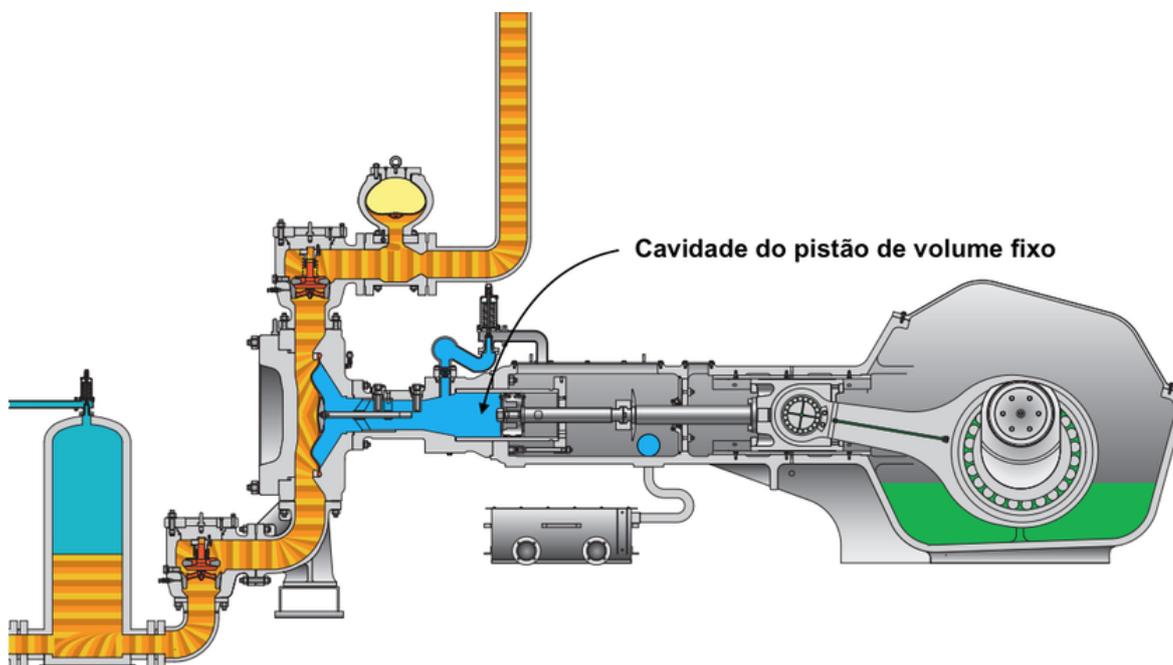
$m_p$  = massa da polpa formada (M)

$V_v$  = Volume analítico da vidraria utilizada (L<sup>3</sup>)

Para a medição da vazão de escoamento no mineroduto, não foram utilizados instrumentos de medição típicos, como medidores ultrassônicos, eletromagnéticos ou por diferença de pressão, mas sim um sistema mais preciso cuja medição se dá em função do sistema de bombeamento utilizado no mineroduto.

As bombas utilizadas nesse sistema são do tipo diafragma de pistão, ou seja, a cada rotação da bomba indica um ciclo de movimentação do pistão dentro do cilindro, “empurrando” esse volume de polpa para o sistema (mineroduto). Sabendo a frequência de rotação da bomba e o volume da cavidade do pistão é possível saber a vazão imediata no mineroduto, considerando que a polpa é incompressível. A Figura 40 mostra um desenho esquemático desse tipo de bomba para melhor entendimento desse método de cálculo de vazão.

Figura 40 – Desenho esquemático de funcionamento de uma bomba tipo diafragma de pistão, com indicativo do cilindro para cálculo da vazão (WEIR MINERALS, 2017)



Portanto, o cálculo de vazão segue a seguinte equação:

$$Q_v = N_r V_c \quad (7.2)$$

Sendo:

$Q_v$  = Vazão volumétrica de escoamento ( $L^3T^{-1}$ )

$N_r$  = frequência de rotação da bomba ( $T^{-1}$ )

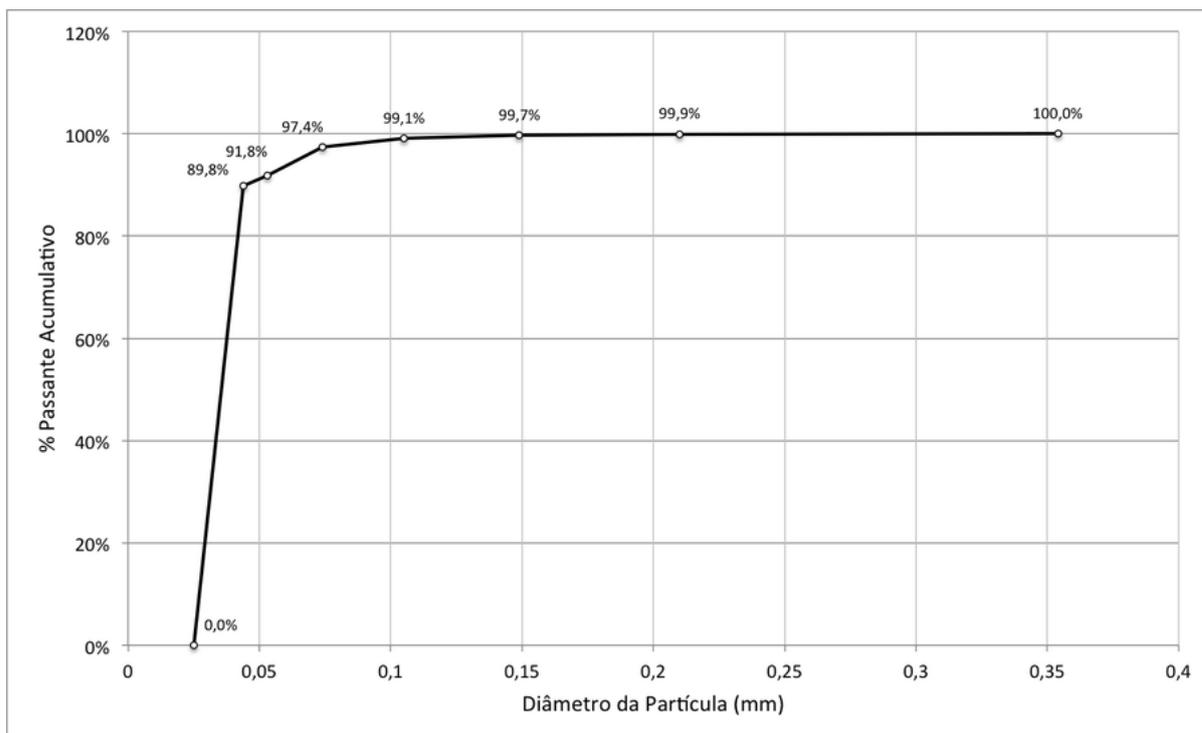
$V_c$  = Volume da cavidade do pistão ( $L^3$ )

### 7.1.1 Distribuição Granulométrica

Foram fornecidas um total de 31 análises de granulometria distintas, efetuadas em 2015. Nas Figuras 41, 42 e 43 e na Tabela 6, são mostradas a granulometria média das amostras e a variação encontrada. Na Figura 44, é mostrada uma foto de amostra dos sólidos da polpa, evidenciando sua característica de pó fino.

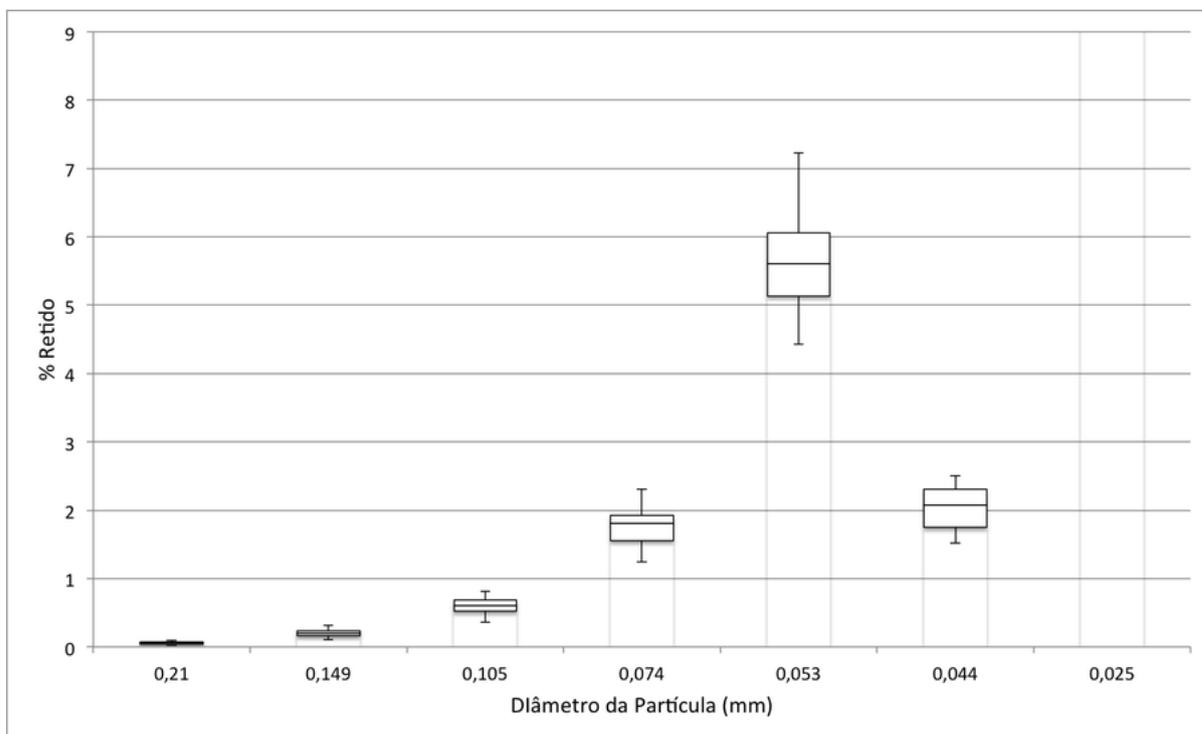
As análises de granulometria foram realizadas por ensaio de peneiramento, contendo peneiras de 42#, 65#, 100#, 150#, 200#, 270# e 325# (Mesh Tyler).

**Figura 41 – Granulometria passante acumulada média das análises recebidas<sup>a</sup>**



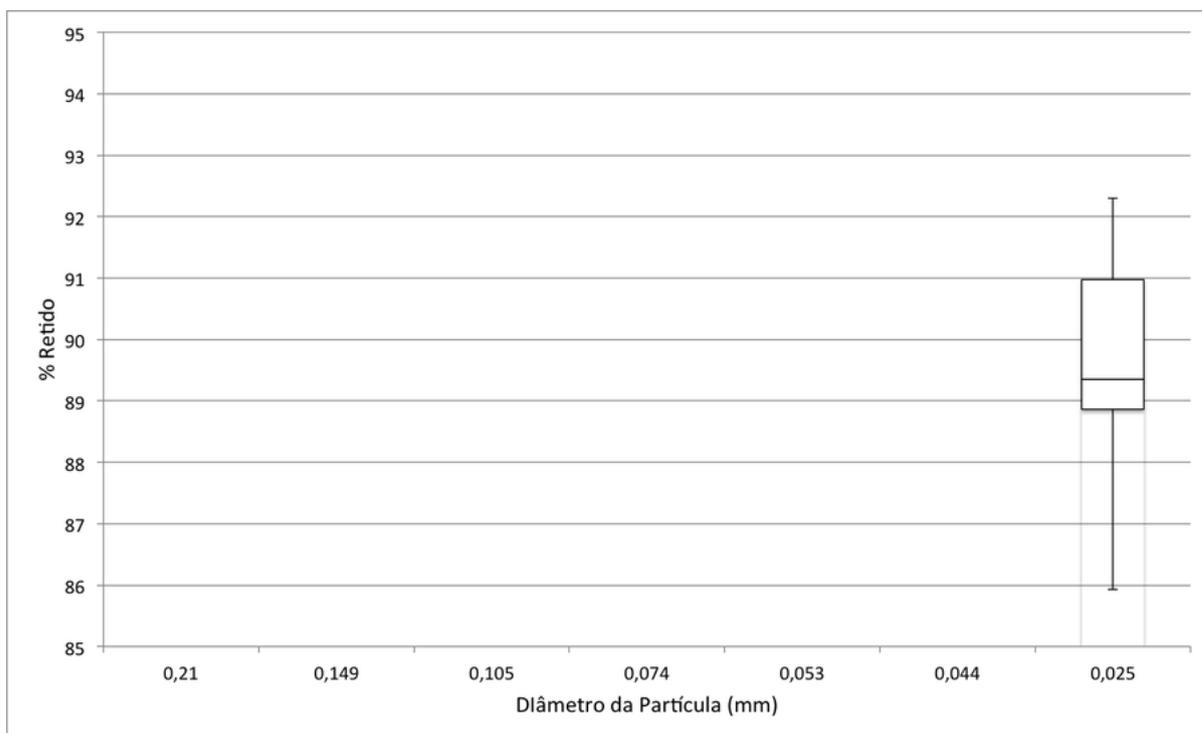
<sup>a</sup> Dados desse gráfico na Tabela 1B, nos Anexos.

**Figura 42 – Gráfico bloxplot da porcentagem de partículas retidas de cada diâmetro - Maiores que 0,025mm<sup>a</sup>**



<sup>a</sup> Algumas das amostras utilizadas para elaboração desse gráfico na Tabela 16, nos Anexos.

**Figura 43 – Gráfico bloxplot da porcentagem de partículas retidas de cada diâmetro - menores ou iguais a 0,025mm<sup>a</sup>**



<sup>a</sup> Algumas das amostras utilizadas para elaboração desse gráfico na Tabela 16, nos Anexos.

Figura 44 – Visual dos sólidos secos de minério de ferro da polpa do sistema



Tabela 6 – Distribuição granulométrica média por passante acumulado, por massa retida e avaliação da variação

Diâmetro da partícula ( $\mu\text{m}$ )	Passante Acumulado médio	Retidas	Desvio Padrão do Retido	Desvio Padrão / Retido
350	100%	0%	0%	0%
210	99,9%	0,06%	0,02%	32%
149	99,7%	0,2%	0,06%	28%
105	99,4%	0,6%	0,14%	23%
74	97,3%	1,8%	0,33%	18%
53	91,8%	5,6%	0,71%	12%
44	89,8%	2,0%	0,31%	15%
25	0%	89,8%	1,5%	1,5%

Como é possível observar, as partículas grossas ( $+74\mu\text{m}$ ) possuem dispersão

pouco significativa, mantendo-se baixa e constante em todas as análises, somente as partículas finas ( $-74\mu\text{m}$ ) possuem alguma variação, entretanto ainda pouco significativa.

Conforme discutido previamente, a variação das partículas tem forte influência no regime de escoamento (heterogêneo ou homogêneo) e na perda de carga, entretanto, de acordo com as análises fornecidas, a variação na composição dessas partículas na polpa é irrelevante. Portanto a consideração da granulometria média para todas as simulações é razoável, e que variações na granulometria que, por ventura, se manifestem no sistema, podem ser absorvidas no erro esperado.

### 7.1.2 Reologia da Polpa

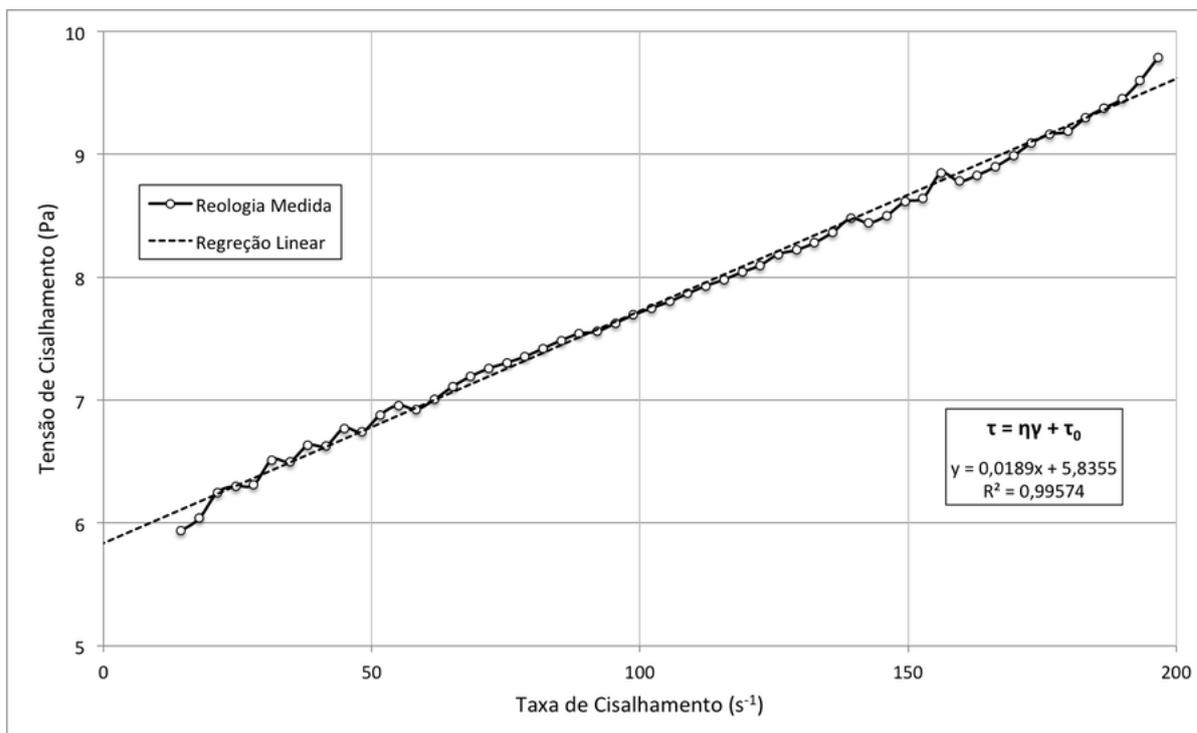
Foram analisadas um total de 31 análises reológicas, efetuadas no período de 26/09/15 a 04/11/15, em que foram indicados os coeficientes de rigidez ( $\eta_b$ ) e tensão de escoamento ( $\tau_0$ ) para polpas com múltiplas concentrações volumétricas ( $\Phi_v$ ).

Os testes efetuados para a obtenção da tensão de escoamento e coeficiente de rigidez foram feitos por um reômetro do tipo cilindro concêntrico de modelo *R/S Plus* da *Brookfield*.

O aspecto visual da polpa analisada é mostrado na Figura 45, e a Figura 46 é um exemplo de uma dessas análises fornecidas, com sua devida representação gráfica.

**Figura 45 – Aspecto visual da polpa transportada no mineroduto na sua concentração de operação**



Figura 46 – Exemplo de reologia da polpa fornecida e a regressão linear efetuada<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Algumas das amostras de reologia fornecidas estão indicadas na Tabela 17, nos Anexos.

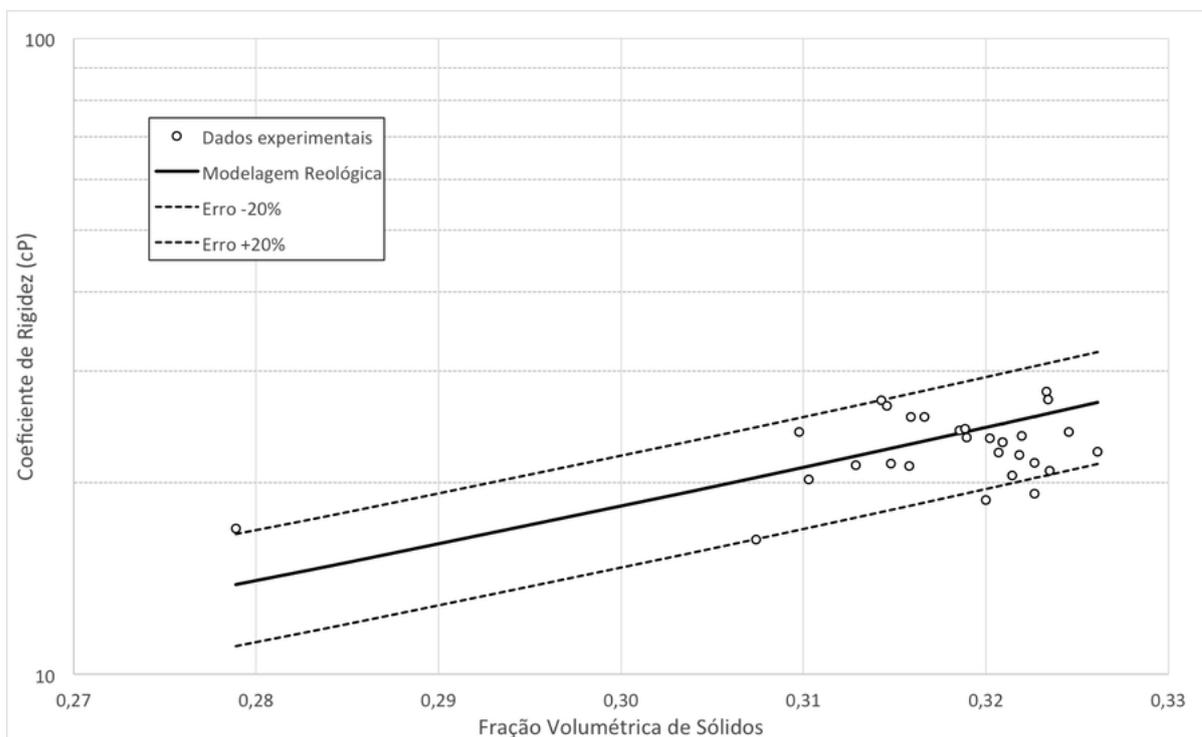
Todas as análises reológicas fornecidas, apesar de numericamente distintas, apresentaram comportamento reológico semelhantes ao da Figura 46, típico de fluidos do tipo Bingham. Portanto, para essa simulação de mineroduto, foi utilizado, como premissa de cálculo, que a polpa se trata de um escoamento não-newtoniano de fluido do tipo Bingham.

Como previamente indicado, não foram fornecidos valores de  $\tau_0$  e  $\eta_b$  para cada ponto operacional, portanto é dada a necessidade de equacionar uma relação entre a concentração volumétrica da polpa e as características reológicas principais de fluidos tipo Bingham (tensão de escoamento e coeficiente de rigidez).

Cada uma dessas amostras reológicas fornecidas foi associada à concentração de sólidos da amostra testada, gerando relações entre essa variável com o coeficiente de rigidez e a tensão de escoamento. Essa relação viabiliza, para cada ponto de operação, valores reológicos de entrada para o simulador em função exclusivamente da concentração de sólidos. Essa premissa já é utilizada na indústria, e é conhecida e esperada uma relação direta entre esses parâmetros.

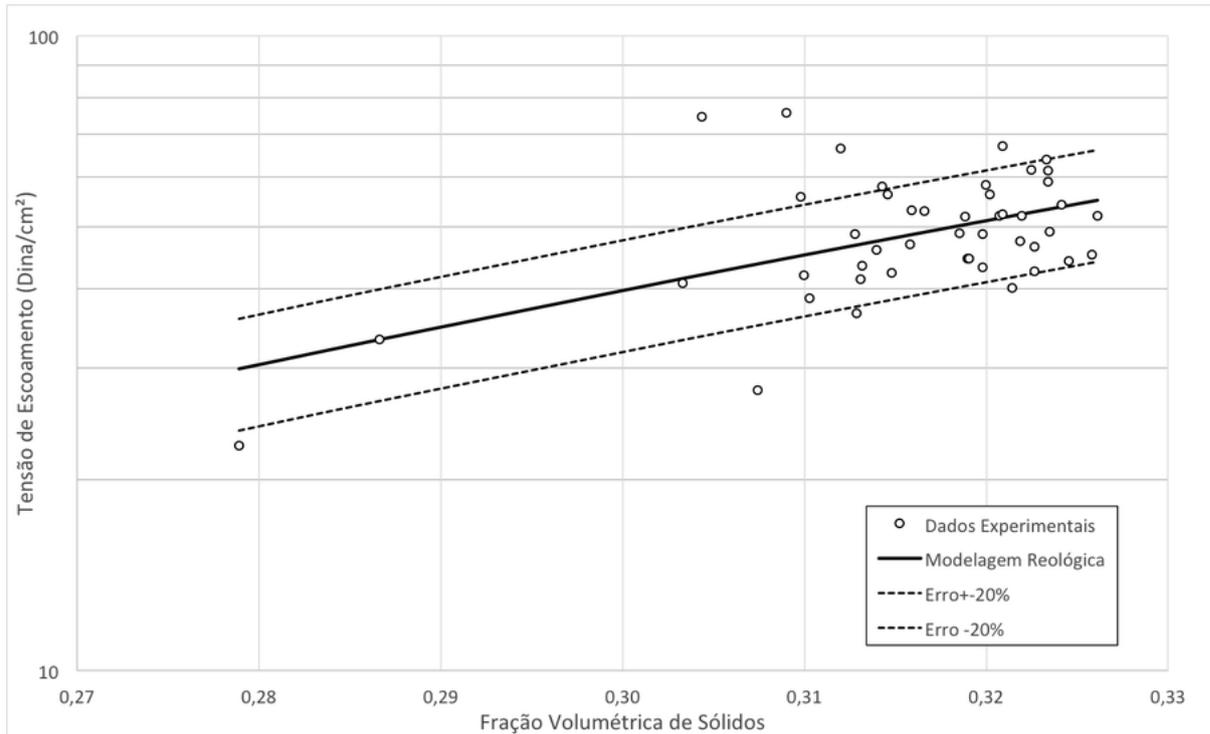
Dados reológicos medidos para o coeficiente de rigidez e o resultado gráfico do modelo empírico adotado para a polpa são comparados na Figura 47.

**Figura 47 – Concentração volumétrica de sólidos X coeficiente de rigidez e modelagem reológica<sup>a</sup>**



<sup>a</sup> Dados das amostras indicadas no gráfico estão na Tabela 18, nos Anexos.

Dados reológicos medidos para tensão de escoamento e o resultado gráfico do modelamento empírico adotado para a polpa são comparados na Figura 48.

**Figura 48 – Concentração volumétrica de sólidos X tensão de escoamento e modelo reológico<sup>a</sup>**

<sup>a</sup> Dados das amostras indicadas no gráfico estão na Tabela 18, nos Anexos.

As relações empíricas utilizadas nas Figuras 47 e 48 são, respectivamente, as Equações 7.3 e 7.4, das quais serão fornecidos os valores de coeficiente de rigidez e tensão de escoamento para os simuladores a partir da concentração volumétrica de sólidos. É importante frisar que essas equações são exclusivas para a polpa desse mineroduto e não são válidas para outros sistemas.

$$\eta = 10^{2,95 \frac{\phi_v}{1-\phi_v}} \quad (7.3)$$

$$\tau_0 = 4438 \phi_v^{3,92} \quad (7.4)$$

## 7.2 Análise Estatística

A análise estatística para validação do simulador é realizada pela avaliação do erro de simulação. O conceito de erro é definido pela equação:

$$Erro = \frac{B_{Medido}}{B_{Simulado}} - 1 \quad (7.5)$$

A partir dos erros calculados, é montado um histograma para avaliação do comportamento, calculando seu desvio padrão e verificando a normalidade da amostragem. A verificação de confiabilidade se dá também por densidade de probabilidade

da curva normal (caso o comportamento gaussiano seja verificado) ou por quantidade de amostras coletadas (caso a hipótese normal seja descartada), ambas dentro do do intervalo erro estipulado.

As equações em sequência mostram a equação referente ao comportamento gaussiano.

$$\sigma = \frac{\sqrt{\sum x_i^2 - \frac{1}{k}(\sum x_i)^2}}{k - 1} \quad (7.6)$$

$$N_0 = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu_k)^2}{2\sigma^2}} \quad (7.7)$$

Sendo:

B = Variável genérica

$N_0$  = Curva normal (-)

$x_i$  = Amostra com dado real (-)

$\sigma$  = Desvio padrão (-)

k = Quantidade total de dados amostrais (-)

$\mu_k$  = Média dos dados amostrais (-)

Inicialmente se propõe um limite de  $\pm 15\%$  de erro, para mais ou para menos, tendo em vista as incertezas tanto da reologia (indicadas no item anterior) quanto das condições de operação de um mineroduto de +150km. Mesmo com essas incertezas, é importante uma precisão com confiabilidade mínima de 95% dentro nessa faixa.

## 8 Resultados da Simulação

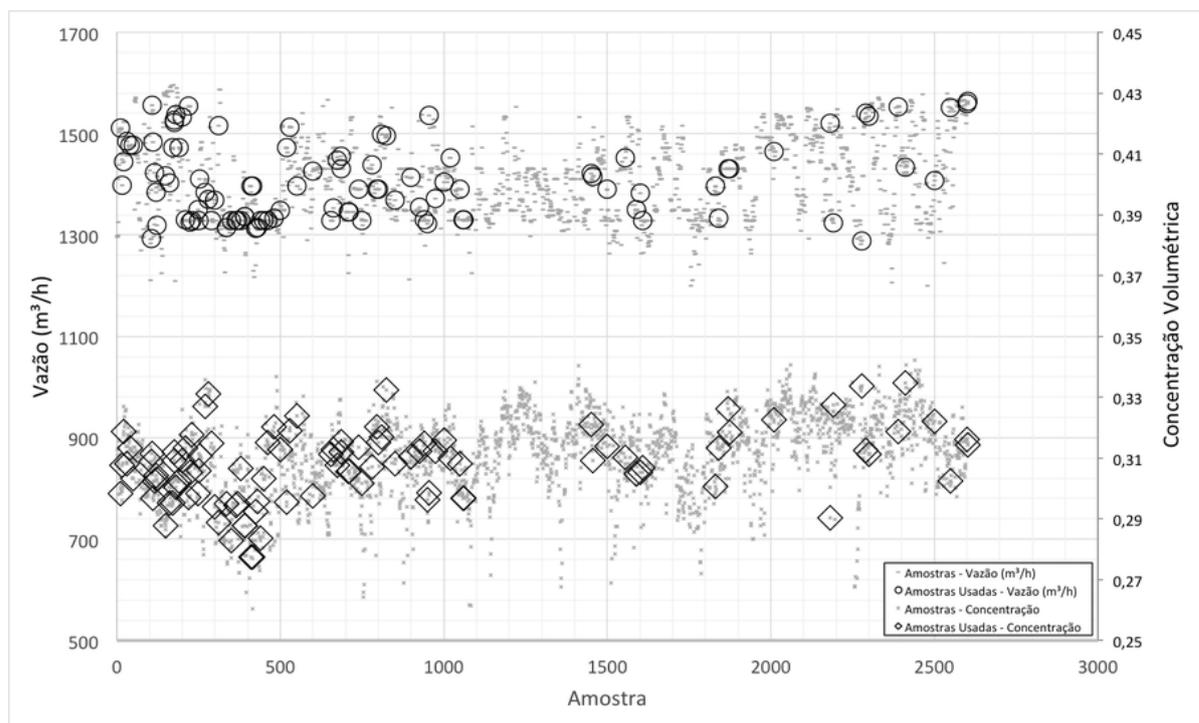
Definidas as premissas, dados de entrada e modelos físicos e matemáticos a serem utilizados, é possível iniciar as simulações do mineroduto e, posteriormente, efetuar a validação. A sequência do processo de simulação segue os seguintes passos:

- 1) Definição do sistema - Heterogêneo ou Homogêneo / Laminar ou Turbulento;
- 2) Calculo de perda de carga - Modelos matemáticos adequados para o sistema e regime;
- 3) Validação do sistema - Método estocástico.

Para as simulações e testes a serem aplicados, foram usados 100 dos 2603 pontos de operação disponibilizados e fornecidos, selecionados manualmente, visto que foi necessário avaliar se possuíam todos os valores de entrada necessários (pressão dos pressostatos, concentração volumétrica, vazão, etc). Também foram descartados pontos de operação em que se verificou um comportamento transiente (*start-up*, *shut-down*, entre outros), visto que o simulador proposto é exclusivamente para regimes permanentes.

A Figura 49 indica todos os pontos de operação disponibilizados, e, desses, foram marcados os 100 utilizados como base comparativa do simulador.

**Figura 49 – Resumo gráfico de todos os dados de operação recebidos e indicação dos pontos utilizados no simulador**

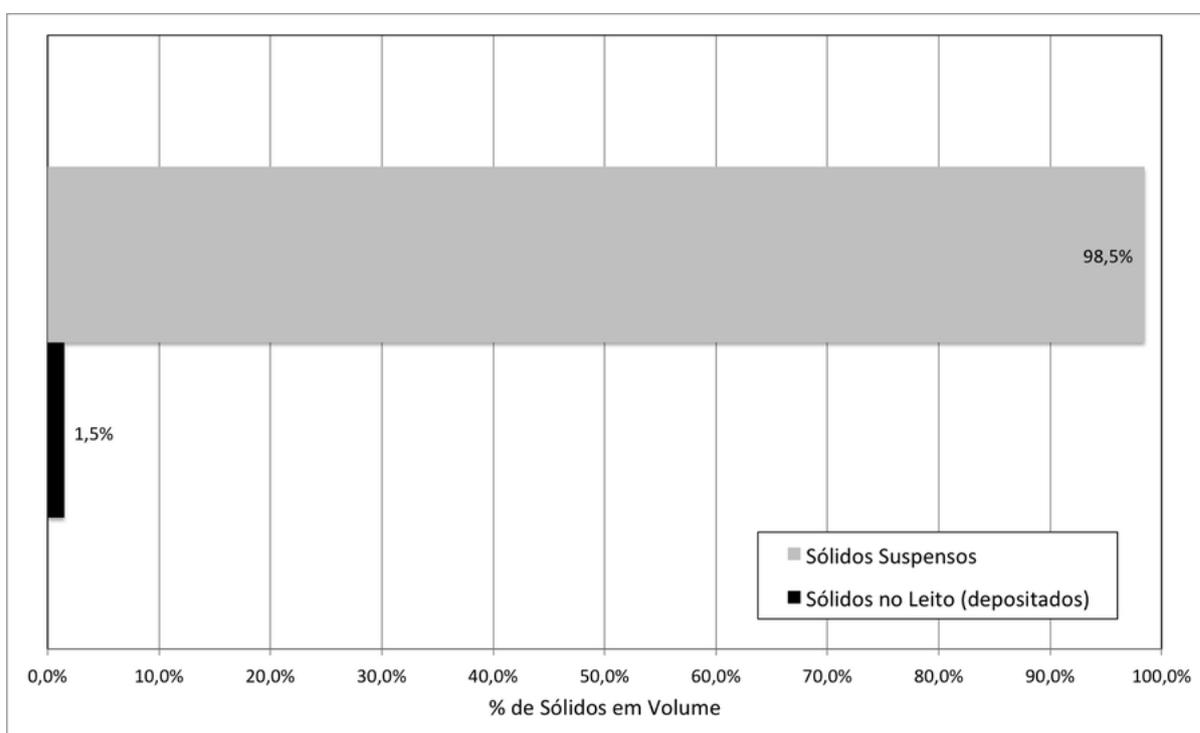


Os itens em sequência apresentam os resultados de cada um desses passos, indicando detalhadamente os processos adotados.

## 8.1 Definição do Sistema

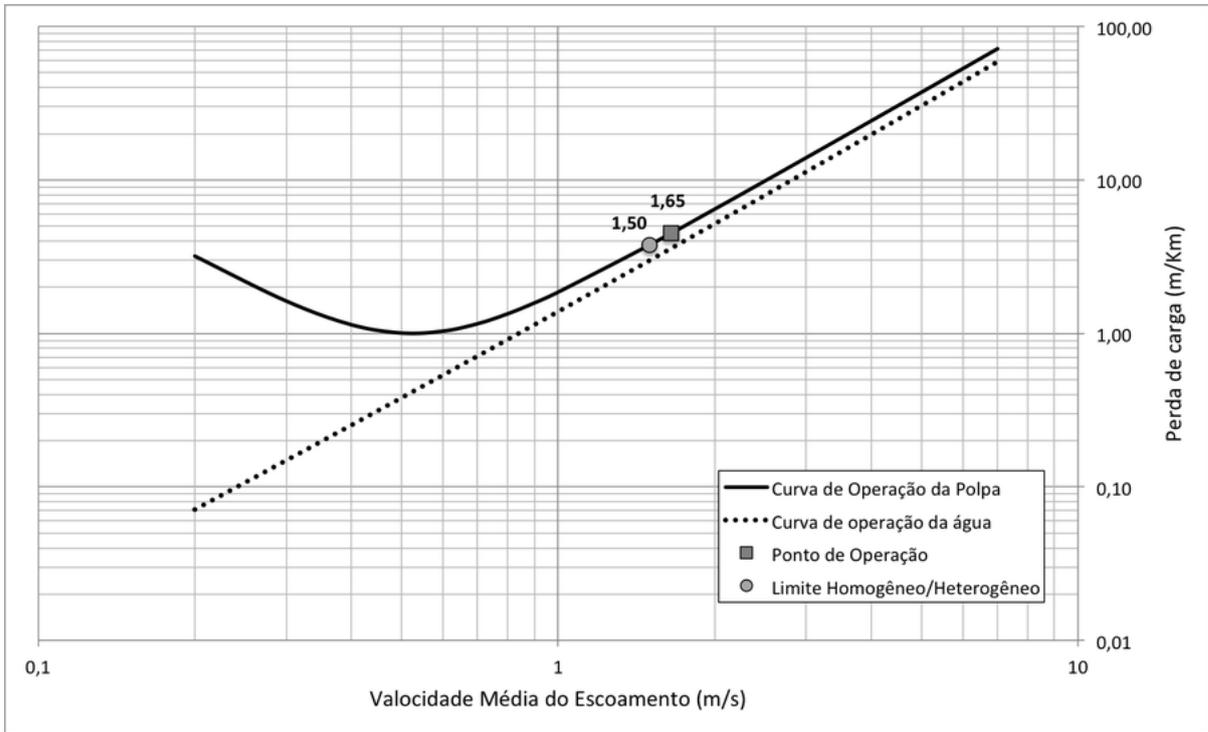
Conforme indicado por Wasp et al. (1977), para valores de  $C/C_A > 0,8$ , pode-se considerar o sistema como homogêneo. Sendo assim, a Figura 50 indica o resultado de  $C/C_A = 0,985$  para o caso mais crítico (menor velocidade e menor concentração) do mineroduto.

Figura 50 – Sólidos suspensos ( $C/C_A$ ) para a operação mais crítica do mineroduto



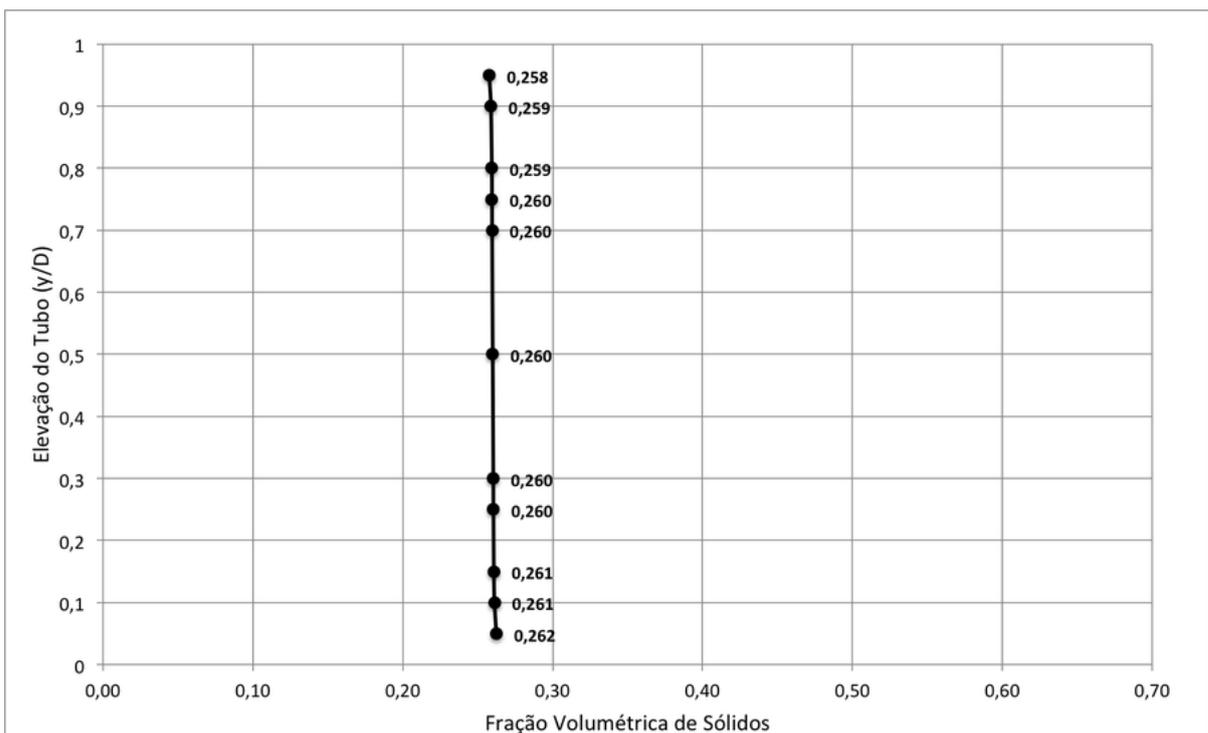
Wasp et al. (1977) e Hu (2006) indicam que a operação na “curva J”, na qual  $\Delta \log(\Delta P/L)/\Delta \log(U) = constante$ , implica em operação típica para escoamento homogêneo. Portanto, para a operação de menor concentração volumétrica e menor velocidade, temos que o sistema opera nessa região (ver Figura 51).

Figura 51 – Ponto de operação do mineroduto indicado na “curva J”



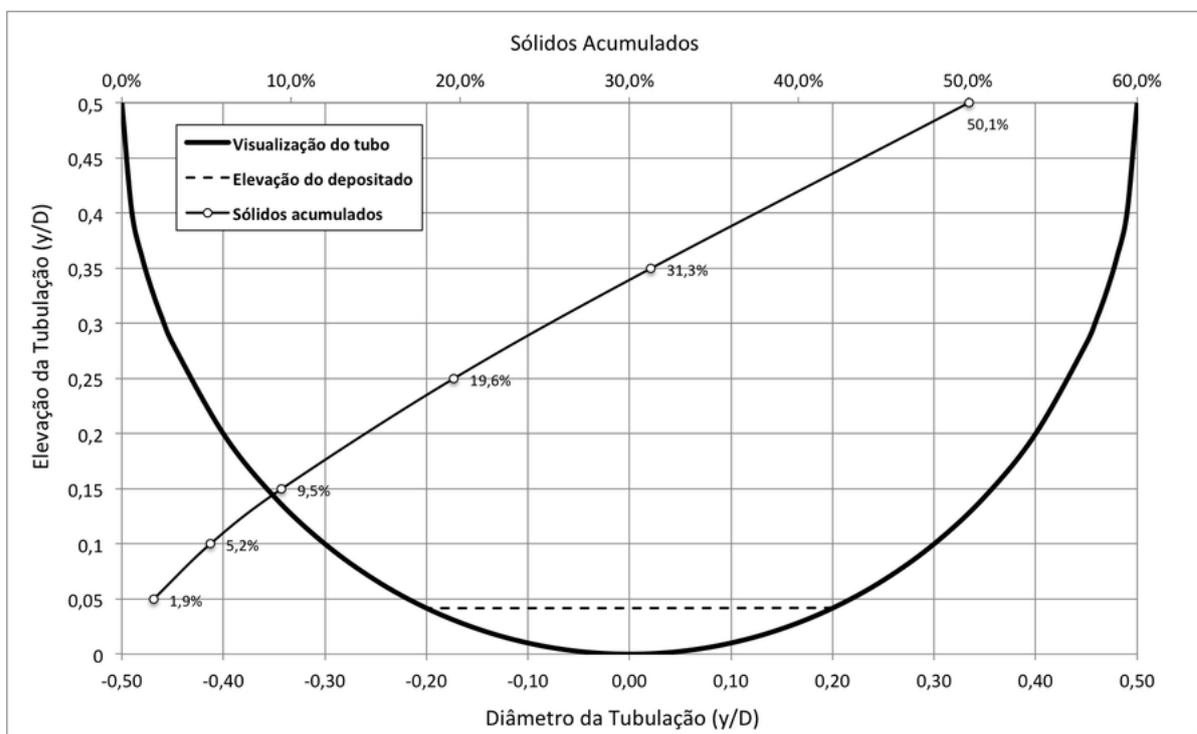
De forma a confirmar os resultados simulados nas figuras anteriores, a Figura 52 mostra o perfil de concentração, calculado conforme Karabelas (1977) e Kaushal e Tomita (2002).

Figura 52 – Perfil de concentração volumétrica na secção do tubo



Conforme o perfil de concentração na secção do tubo (Figura 52), a quantidade de sólidos acumulados pela elevação (Eq. 6.1) é mostrada na Figura 53. Associados à quantidade dos sólidos do leito (depositados) indicados na Figura 50, é possível estimar a elevação de depositados na tubulação.

**Figura 53 – Estimativa de elevação de deposição na tubulação**



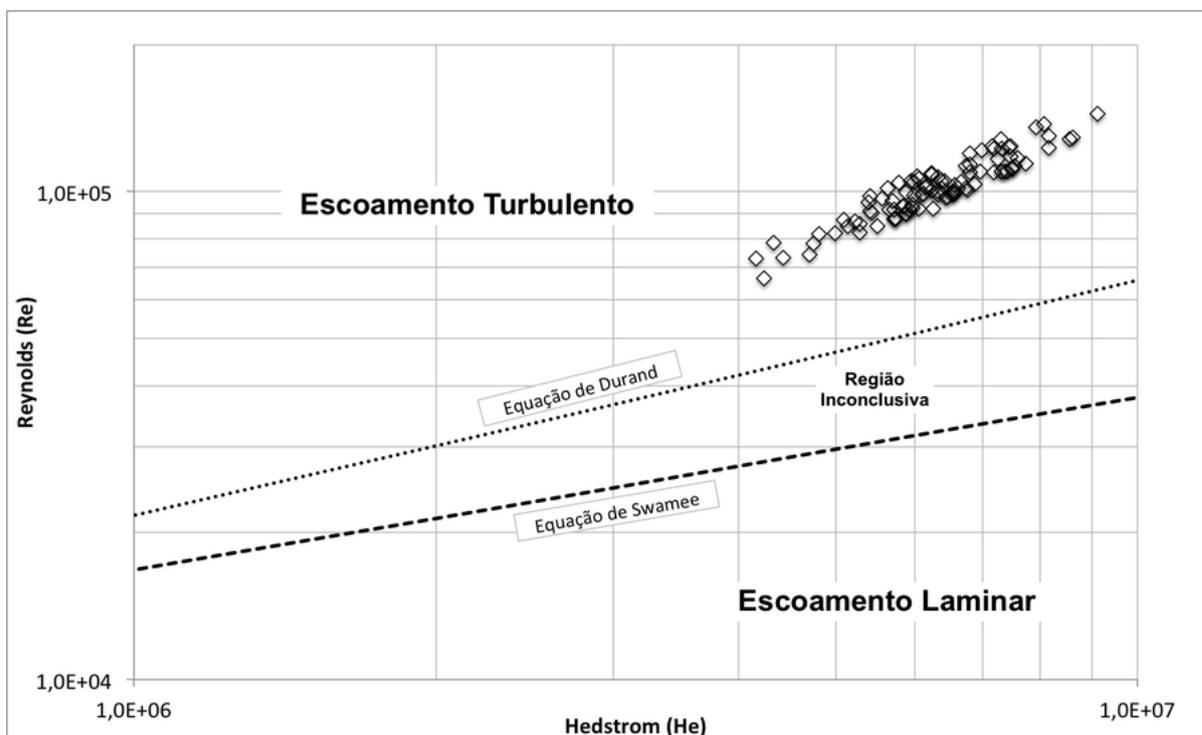
Como se pode observar nas figuras anteriores, o perfil de concentração é praticamente homogêneo (Figura 52), associada com uma baixa deposição de sólidos (Figuras 50 e 53) para essas condições operacionais, além dos testes propostos por Wasp et al. (1977) e Hu (2006) indicarem escoamento homogêneo.

Com base nessas avaliações, o sistema pode ser definido como homogêneo para todos os fins.

## 8.2 Definição do Regime

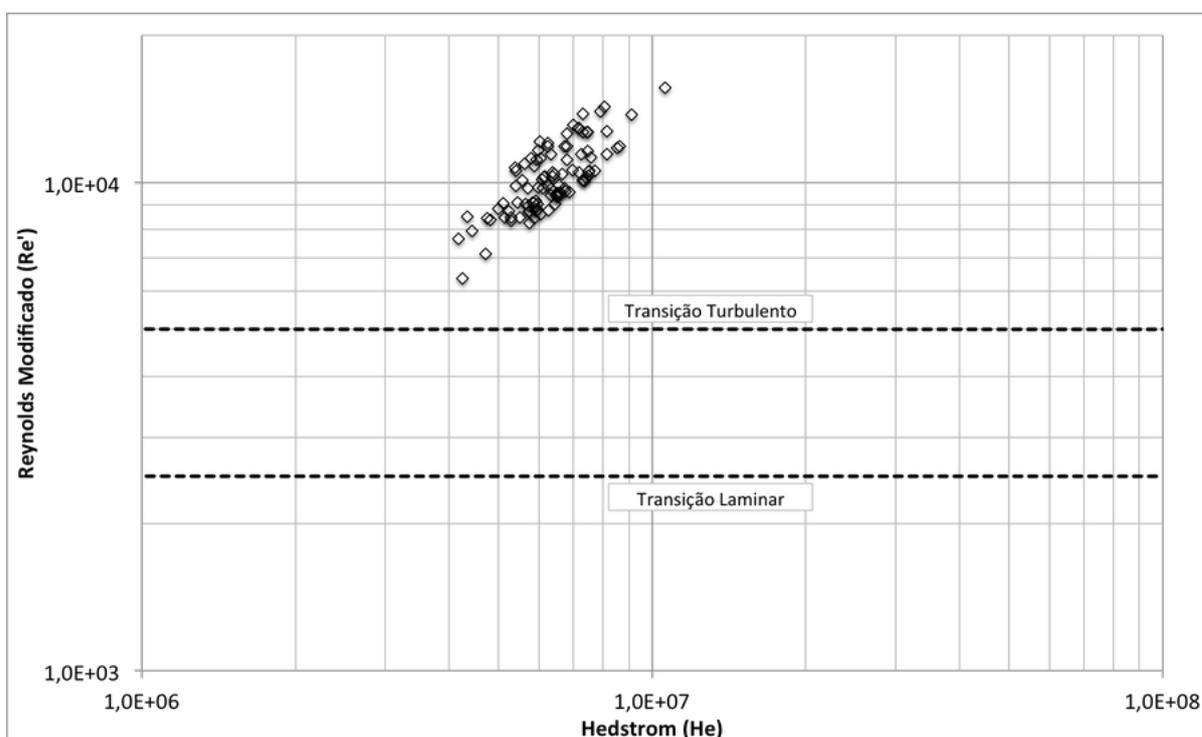
Como previamente definido, trata-se de um sistema homogêneo não-newtoniano do tipo Bingham. Com base nisso, foram aplicadas as avaliações de transição propostas por Durand e Condolios (1952), Swamee e Aggarwal (2011) e Chilton e Stainsby (1998) (esse último com  $n=1$ , visto que é transição proposta para fluidos do tipo Heschel-Bulkley). Resultados desses testes de regime se encontram nas Figuras 54 e 55.

**Figura 54 – Teste de transição para equações de Durand e Condolios (1952) e Swamee e Aggarwal (2011) para todos os pontos de operação utilizados<sup>a</sup>**



<sup>a</sup> Dados das amostras e curvas indicadas no gráfico estão na Tabela 8 e 15, nos Apêndices.

**Figura 55 – Teste de transição para teste proposto por Chilton e Stainsby (1998) (n=1) para todos os pontos de operação utilizados<sup>a</sup>**



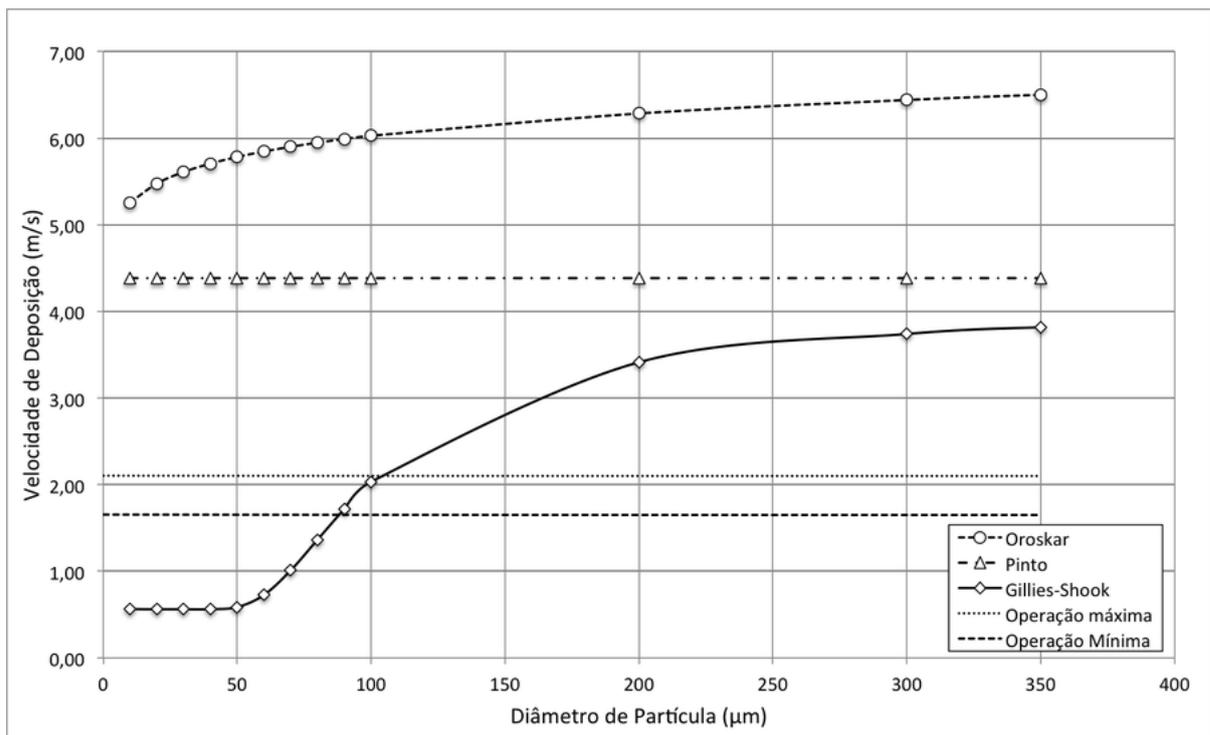
<sup>a</sup> Dados das amostras indicadas no gráfico estão na Tabela 8, nos Apêndices.

Conforme indicado nas Figuras 54 e 55, todos os pontos de operação se encontram na região turbulenta, portanto é possível definir que o escoamento opera em regime turbulento.

### 8.3 Velocidade Crítica

A determinação da velocidade crítica é uma ferramenta para avaliação das partículas que tendem a se depositar no sistema. Para essa determinação serão utilizados os modelos de Oroskar e Turian (1980), Gillies e Shook (1991) e Pinto (2012), considerando o efeito de inclinação proposto por Wilson e Tse (1984) cuja inclinação máxima do mineroduto deve ser de 8,9° ou 15%. Os resultados são apresentados na Figura 56 indica, para concentração de sólidos de 26% em volume (caso mais crítico).

**Figura 56 – Velocidade crítica para múltiplos diâmetros de partícula e indicação de velocidade de operação do mineroduto<sup>a</sup>**



<sup>a</sup> Valores do gráfico estão indicados na Tabela 14, nos Apêndices.

Os diâmetros das partículas depositadas na tubulação são mostrados na Figura 57.

**Figura 57 – Amostra de materiais depositados no mineroduto**

Conforme resultados da Figura 57, é indicado que, para a velocidade mínima de operação (1,65m/s) partículas maiores que  $90\mu\text{m}$  tendem a se depositarem, e que, na velocidade máxima (2,1m/s), somente partículas superiores a  $100\mu\text{m}$  tendem a depositar (interseção da linha de operação mínima e máxima com equação de Gillies e Shook (1991)). De acordo com a Figura 57, apesar de não indicar comparativo de comprimento, é possível confirmar qualitativamente a coerência dos resultados de diâmetro de deposição.

É esperada completa suspensão de sólidos para valores de velocidade de escoamento superiores a 4,38m/s (resultado da equação de Pinto (2012)), e que somente para valores superiores a 6,5m/s (resultado para  $350\mu\text{m}$  da equação de Oroskar e Turian (1980)) não é mais esperada deposição de qualquer diâmetro de partícula menor que  $350\mu\text{m}$ .

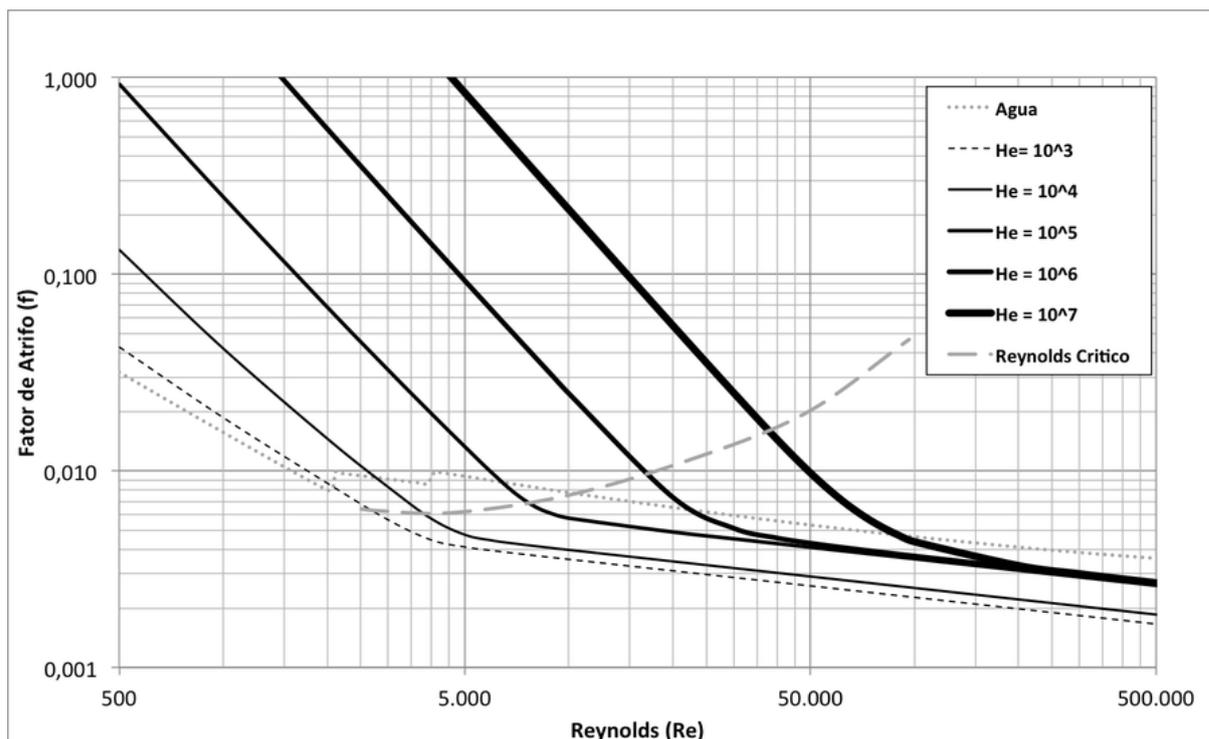
#### 8.4 Simulação da Perda de Carga

Para o mineroduto em questão, como indicado pelos itens 6.4.3, 7.1 e 7.2, a melhor representação do sistema nas condições de operação como indicado na Tabela 5 é:

- Sistema Homogêneo;
- Regime Turbulento;
- Reologia Não-newtoniano do tipo Bingham (ou Heschel-Bulkley com  $n=1$ ).

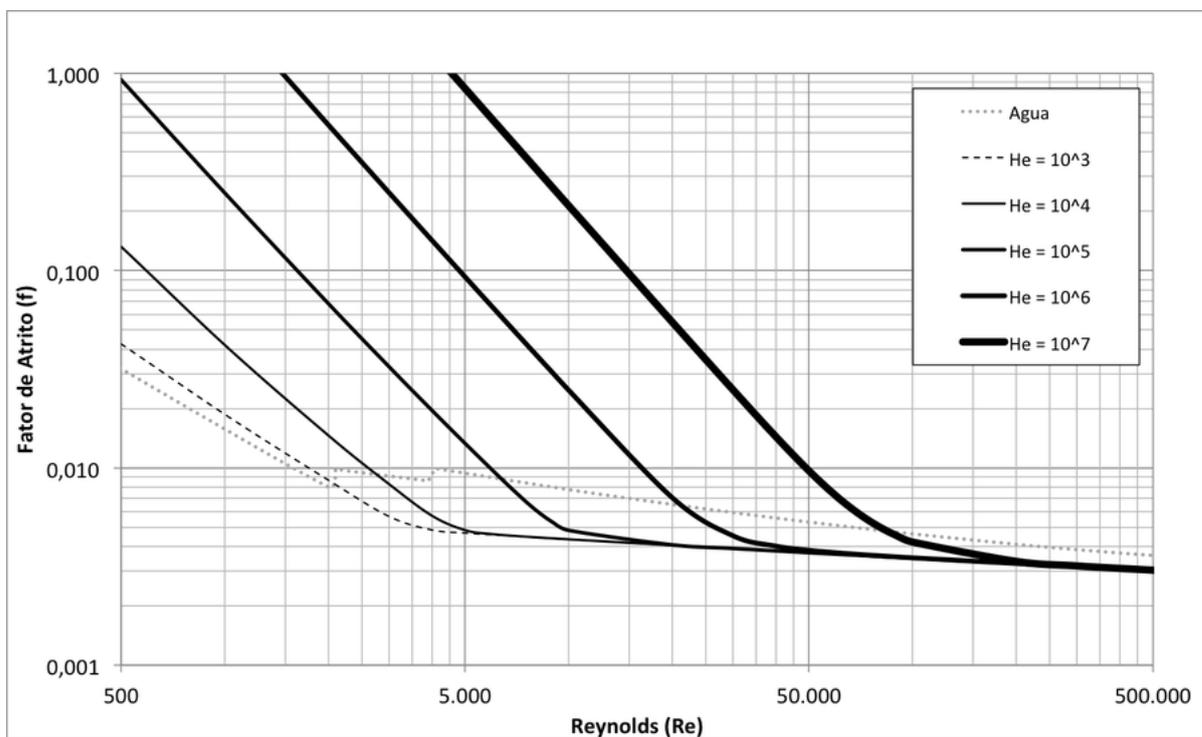
Sendo assim, foram aplicados os modelos cabíveis para sistemas desse tipo, ou seja, conforme detalhado nos itens 6.3.1 e 6.3.3, para regime turbulento. Os resultados de aplicação dos modelos para faixa de Re entre 500 e 500.000 são apresentados nas Figuras 58, 59 e 60.

**Figura 58 – Modelagem de fluidos tipo Bingham para múltiplos Hedstrom conforme equações de Hedstrom (1952) e Darby et al. (1992), considerando transição laminar-turbulento conforme Churchill (1977) e Reynolds crítico por Durand e Condolios (1952)<sup>a</sup>**



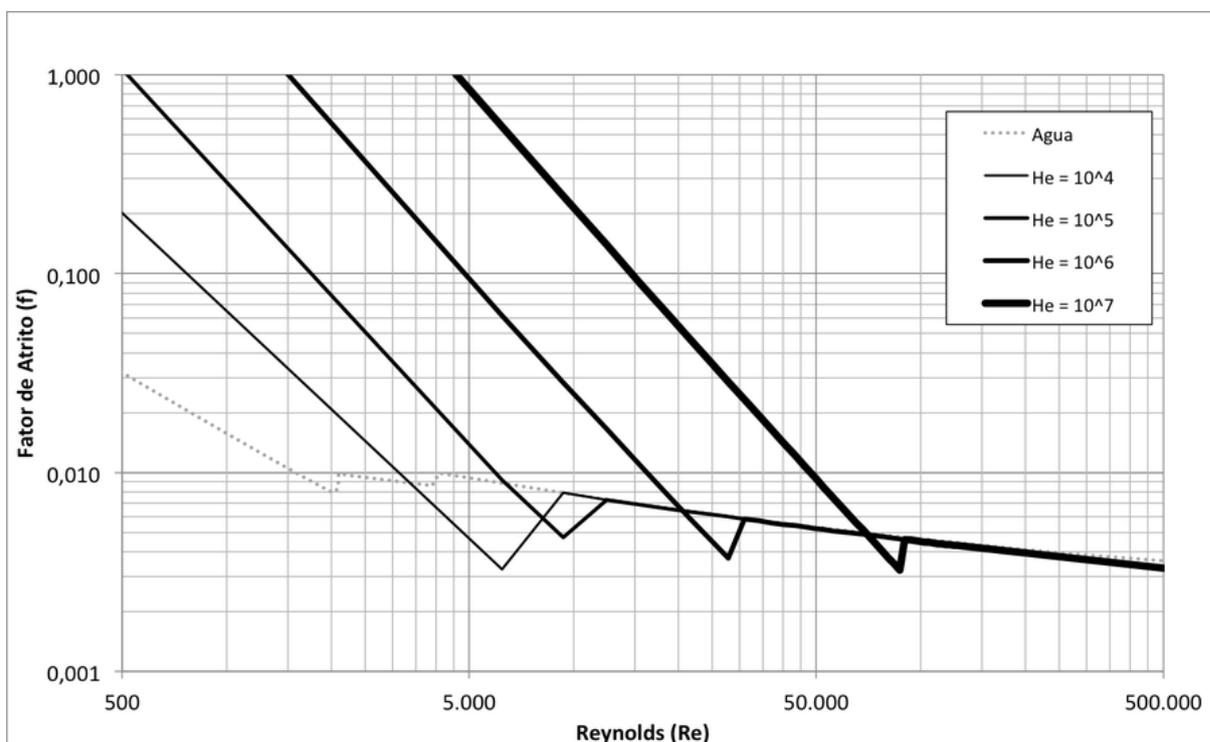
<sup>a</sup> Valores calculados para a construção das curvas do gráfico na Tabela 12, nos Apêndices.

**Figura 59 – Modelagem de fluidos tipo Heschel-Bulkley ( $n=1,0$ ) para múltiplos Hedstrom conforme equações de Torrance (1963) e Malin (1998), considerando transição laminar-turbulento conforme Churchill (1977)<sup>a</sup>**



<sup>a</sup> Valores calculados para a construção das curvas do gráfico na Tabela 11, nos Apêndices.

**Figura 60 – Modelagem de fluidos tipo Heschel-Bulkley ( $n=1,0$ ) para múltiplos Hedstrom conforme equações de Chilton e Stainsby (1998) e Dodge e Metzner (1959), considerando transição laminar-turbulento conforme Chilton e Stainsby (1998)<sup>a</sup>**



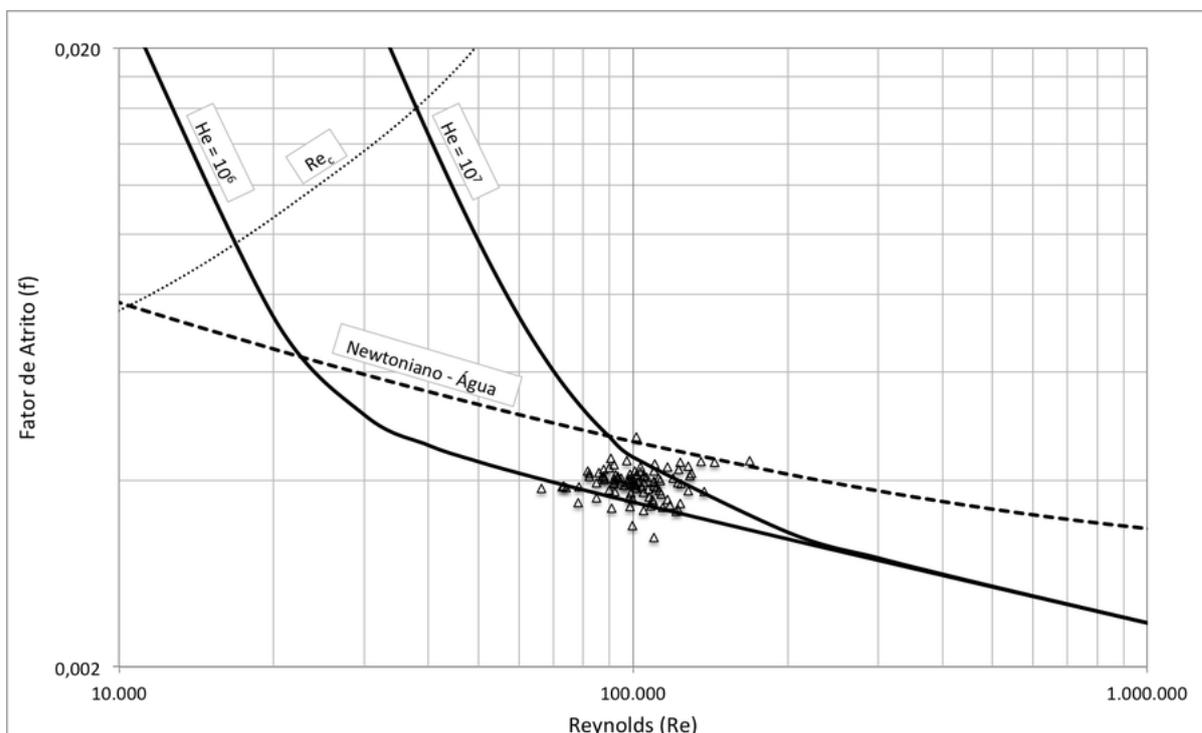
<sup>a</sup> Valores calculados para a construção das curvas do gráfico na Tabela 10, nos Apêndices.

É importante notar que nas Figuras 58, 59 e 60 são encontrados resultados muito semelhantes entre si, assim como resultados numéricos muito próximos aos indicados na Figura 22 (referência para simulação de fluidos do tipo Bingham).

Outra observação importante referente a Figura 58, foi utilizada a equação de Malin (1998) com seu escalar corrigido, visto que, em sua publicação, é indicada a equação 5.30 multiplicada por 4. Os resultados com a equação corrigida (conforme notada nesse trabalho) são coerentes tanto com a Figura 22, quanto com os resultados apresentados por Malin (1998) (Figura 30).

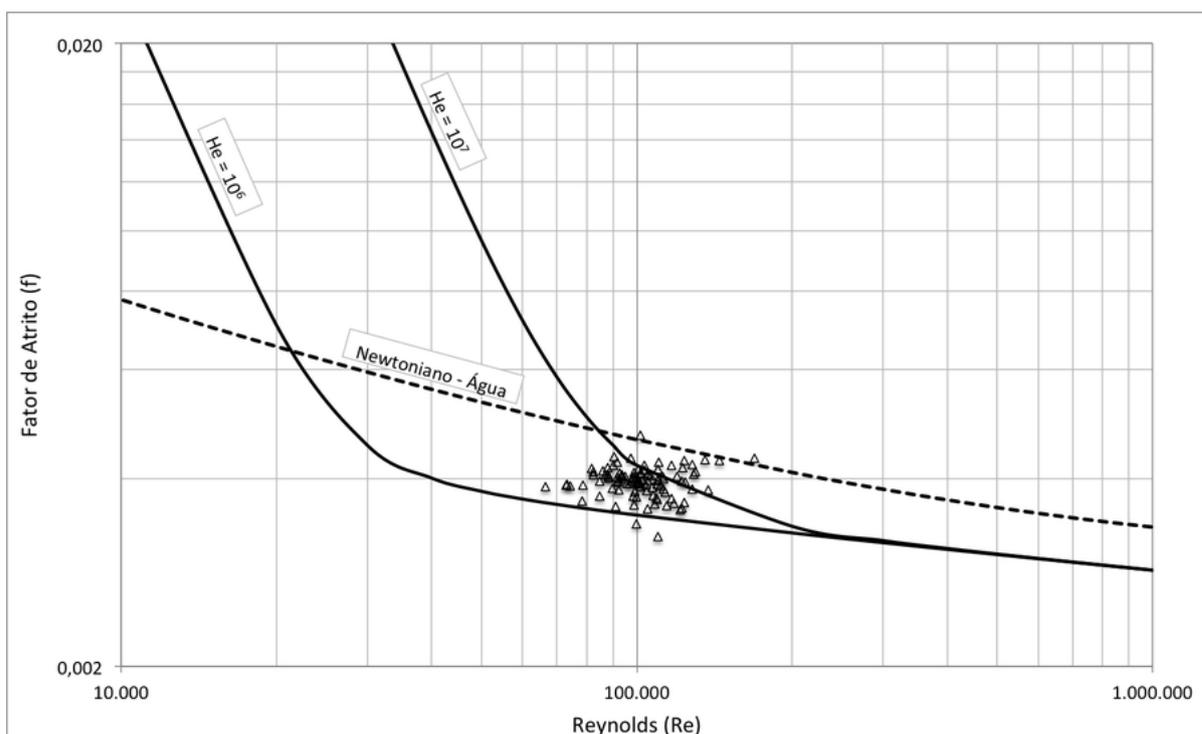
Os pontos de operação do mineroduto são apresentados nas Figuras 61, 62 e 63, incluídos nos gráficos referentes às, respectivamente, Figuras 58, 59 e 60, para a devida avaliação dos modelos. Nessas figuras, estão indicadas somente as curvas de Hedstrom referentes a valores absolutos de  $10^6$  e  $10^7$ , já que todos os pontos de operação calculados estão dentro dessa faixa.

**Figura 61 – Modelagem de fluidos tipo Bingham com pontos de operação do mineroduto para comparativo, utilizando as mesmas equações da Figura 58<sup>a</sup>**



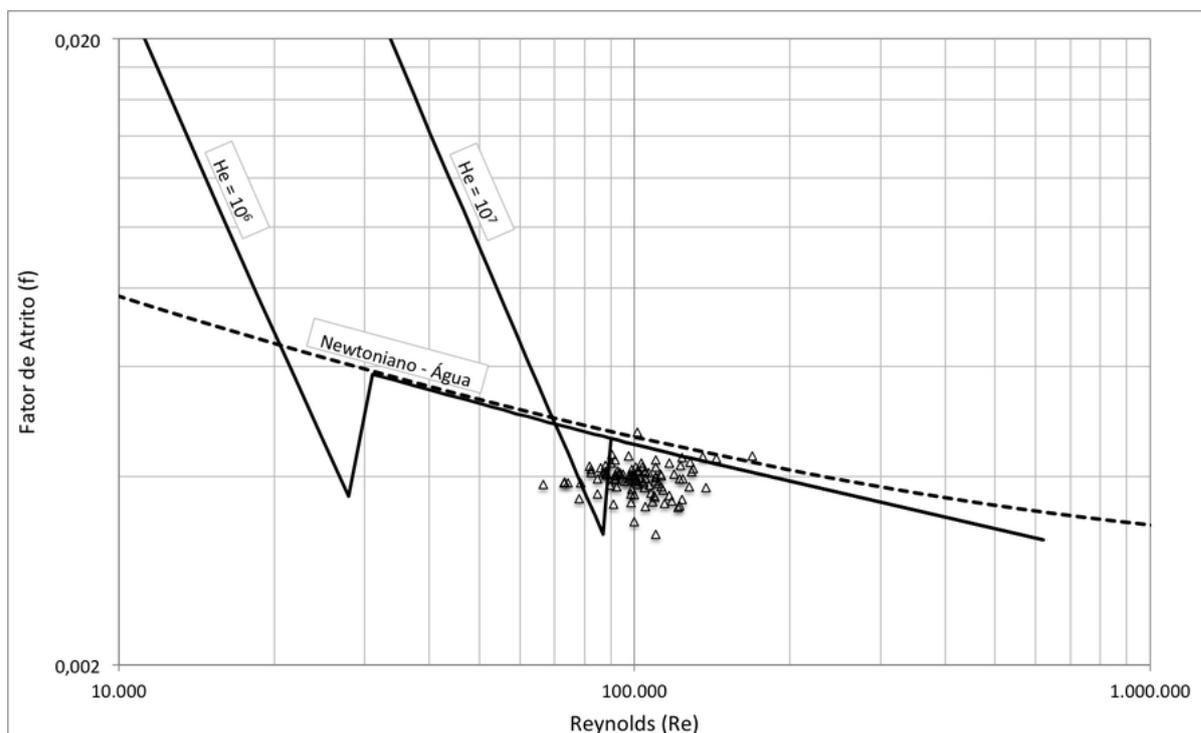
<sup>a</sup> Valores experimentais e calculados indicados no gráfico estão indicados na Tabela 8, nos Apêndices.

**Figura 62 – Modelagem de fluidos tipo Heschel-Bulkley (n=1,0) com pontos de operação do mineroduto para comparativo, utilizando as mesmas equações da Figura 59<sup>a</sup>**



<sup>a</sup> Valores experimentais e calculados indicados no gráfico estão indicados na Tabela 8, nos Apêndices.

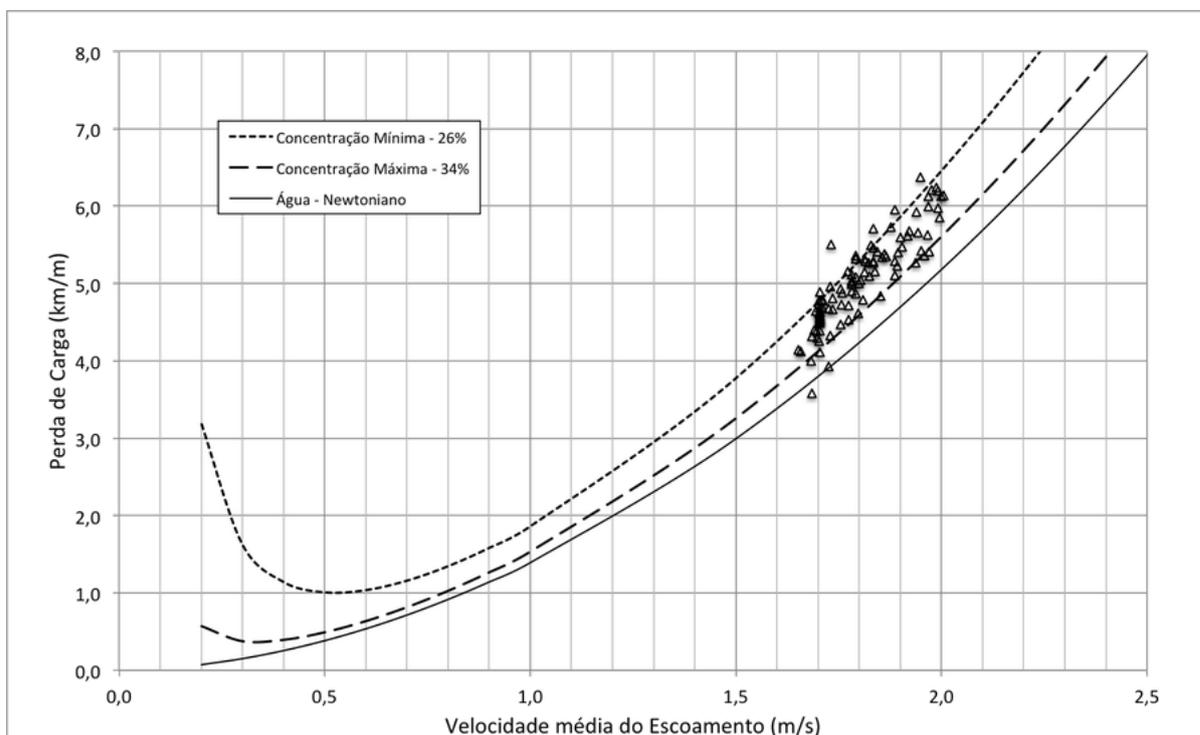
Figura 63 – Modelagem de fluidos tipo Heschel-Bulkley ( $n=1,0$ ) com pontos de operação do mineroduto para comparativo, utilizando as mesmas equações da Figura 60<sup>a</sup>



<sup>a</sup> Valores experimentais e calculados indicados no gráfico estão indicados na Tabela 8, nos Apêndices.

Apesar de não propriamente adequado para calcular escoamentos homogêneos, foi efetuada também a simulação utilizando o modelo de Wasp (adequado para sistemas heterogêneos), os resultados para esse modelo são apresentados na Figura 64 (conforme metodologia indicada no item 6.1), indicando as “curvas J” para concentrações volumétricas de 34% e 26% e os mesmo pontos de operação indicados na Figura 49.

**Figura 64 – Comparativo de modelagem de curva J conforme simulador Wasp/Karabelas com pontos de operação do mineroduto homogêneo<sup>a</sup>**



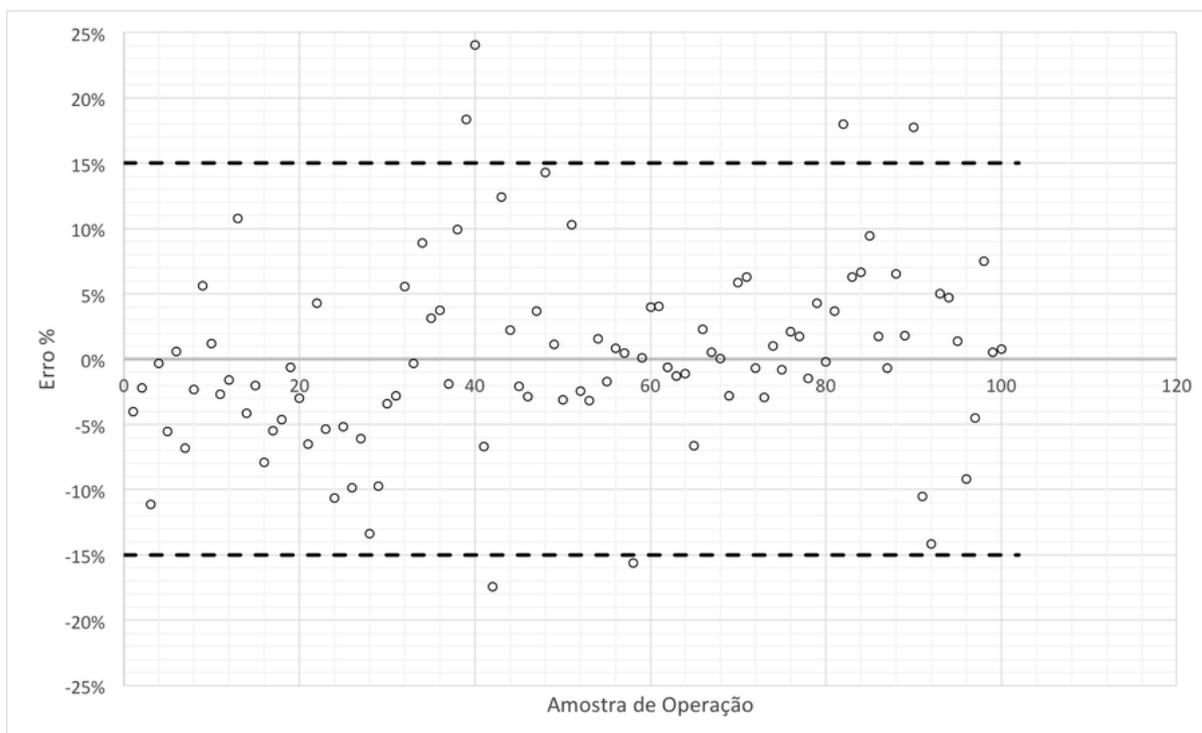
<sup>a</sup> Valores experimentais e calculados indicados no gráfico estão indicados na Tabela 8 e 13, nos Apêndices.

## 8.5 Validação Estocástica do Simulador

Para a validação do simulador, foi efetuada a análise de erro para o fator de atrito ou perda de carga, conforme indicado no item 7.2. Também foi avaliado o comportamento do erro, avaliando seu comportamento Gaussiano e formalizando o intervalo de confiança do simulador, dentro do erro tolerável de 15%.

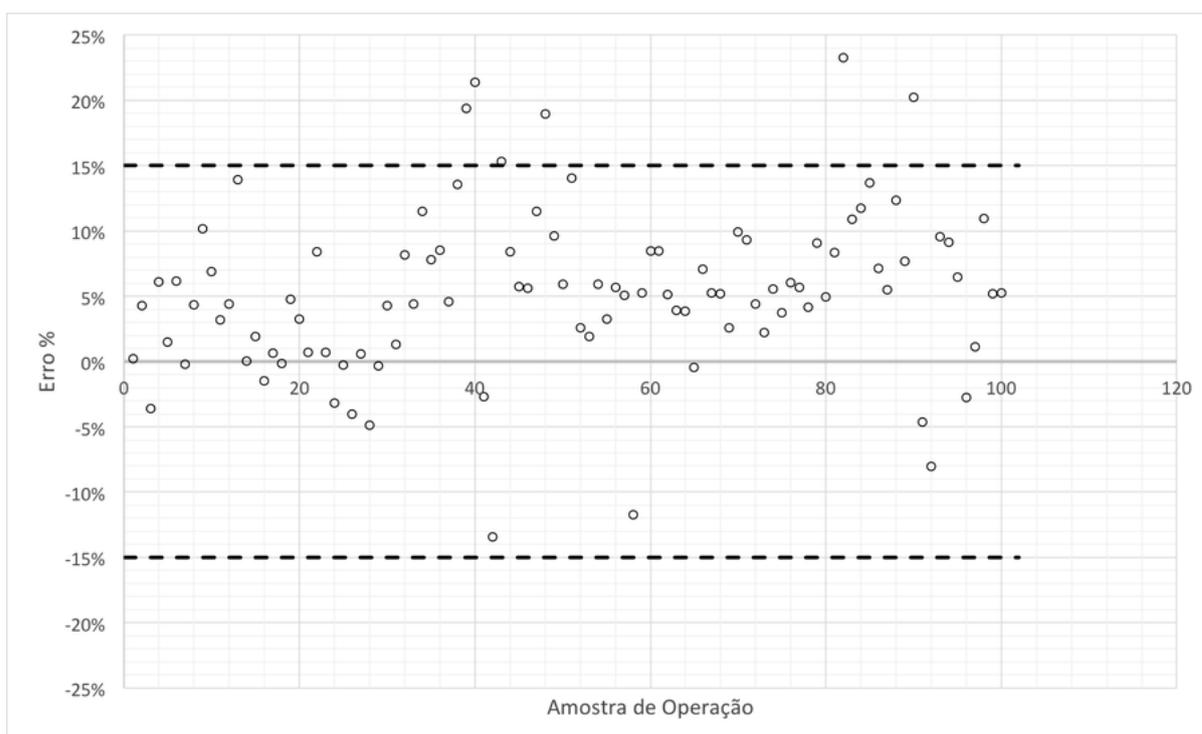
As dispersões de erro comparativas de erro são apresentadas nas Figuras 65 a 72.

**Figura 65 – Dispersão de erro simulado/medido para resultados indicados na Figura 61 (simulador de fluidos homogêneos não-newtonianos tipo Bingham)<sup>a</sup>**



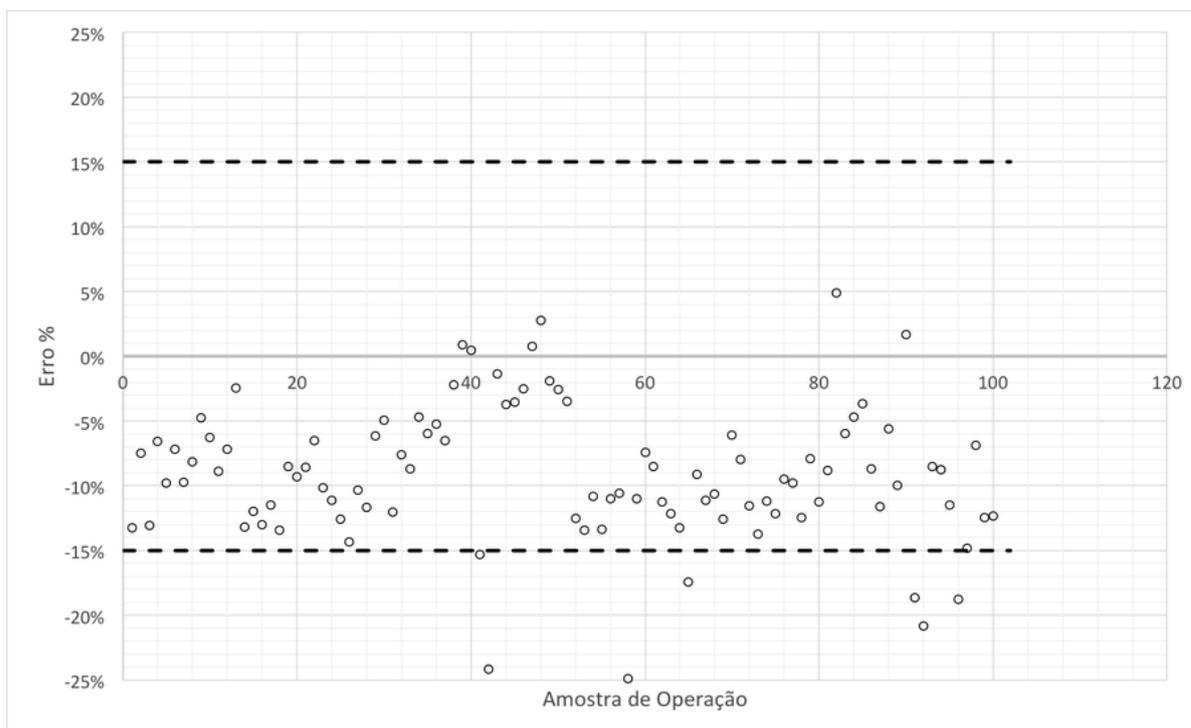
<sup>a</sup> Valores do gráfico estão indicados na Tabela 9, nos Apêndices.

**Figura 66 – Dispersão de erro simulado/medido para resultados indicados na Figura 62 (simulador de fluidos homogêneos não-newtonianos tipo Heschel-Bulkley  $n=1$ )<sup>a</sup>**



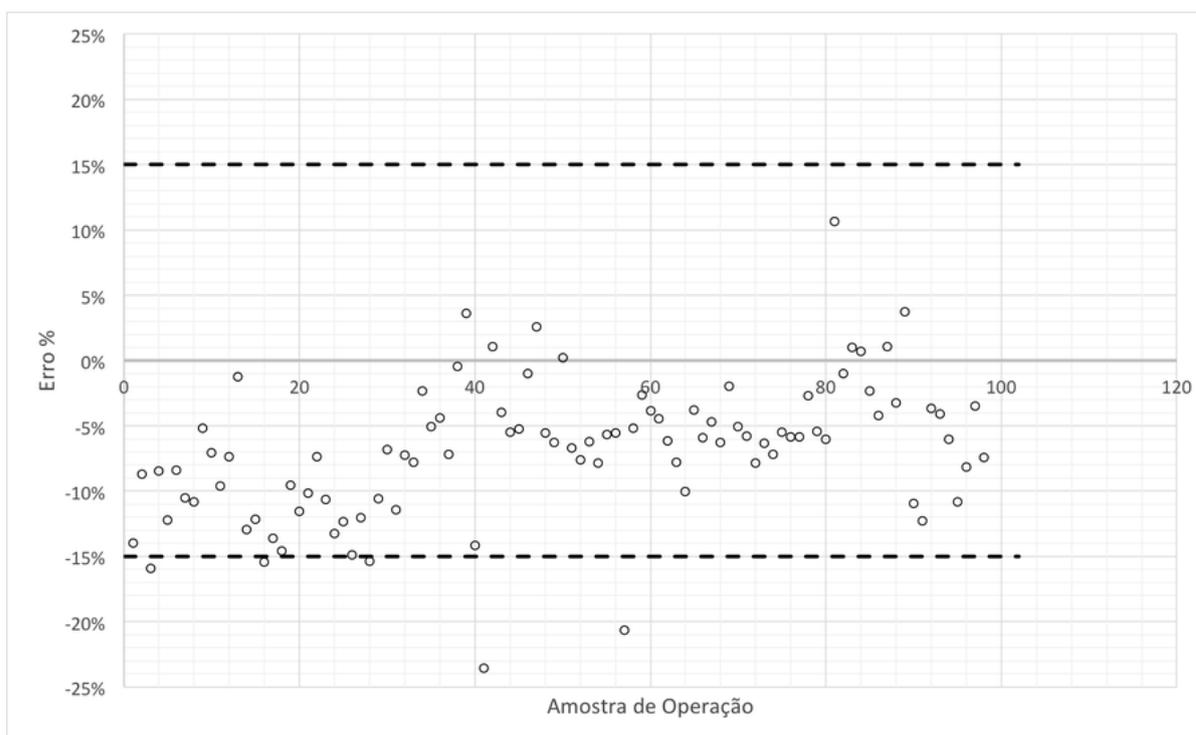
<sup>a</sup> Valores do gráfico estão indicados na Tabela 9, nos Apêndices.

**Figura 67 – Dispersão de erro simulado/medido para resultados indicados na Figura 63 (simulador de fluidos homogêneos não-newtonianos tipo Heschel-Bulkley  $n=1$ )<sup>a</sup>**



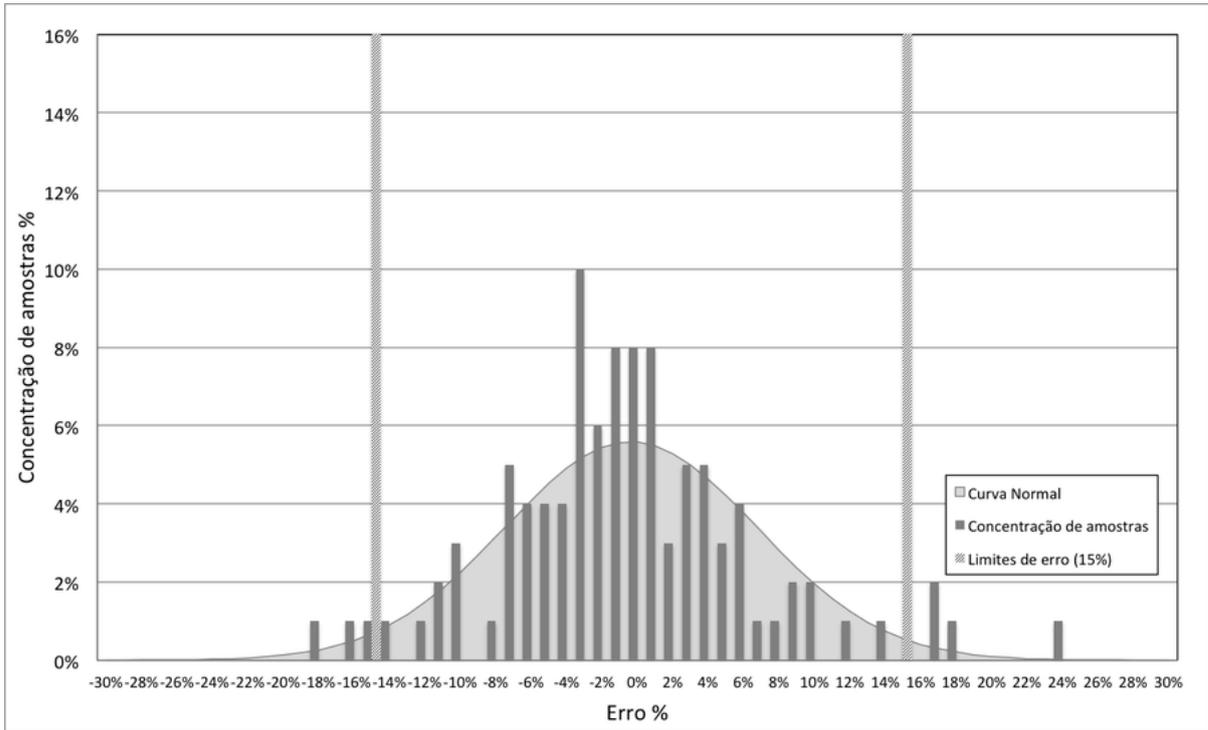
<sup>a</sup> Valores do gráfico estão indicados na Tabela 9, nos Apêndices.

**Figura 68 – Dispersão de erro simulado/medido para resultados indicados na Figura 64 (simulador de fluidos heterogêneos não-newtonianos)<sup>a</sup>**



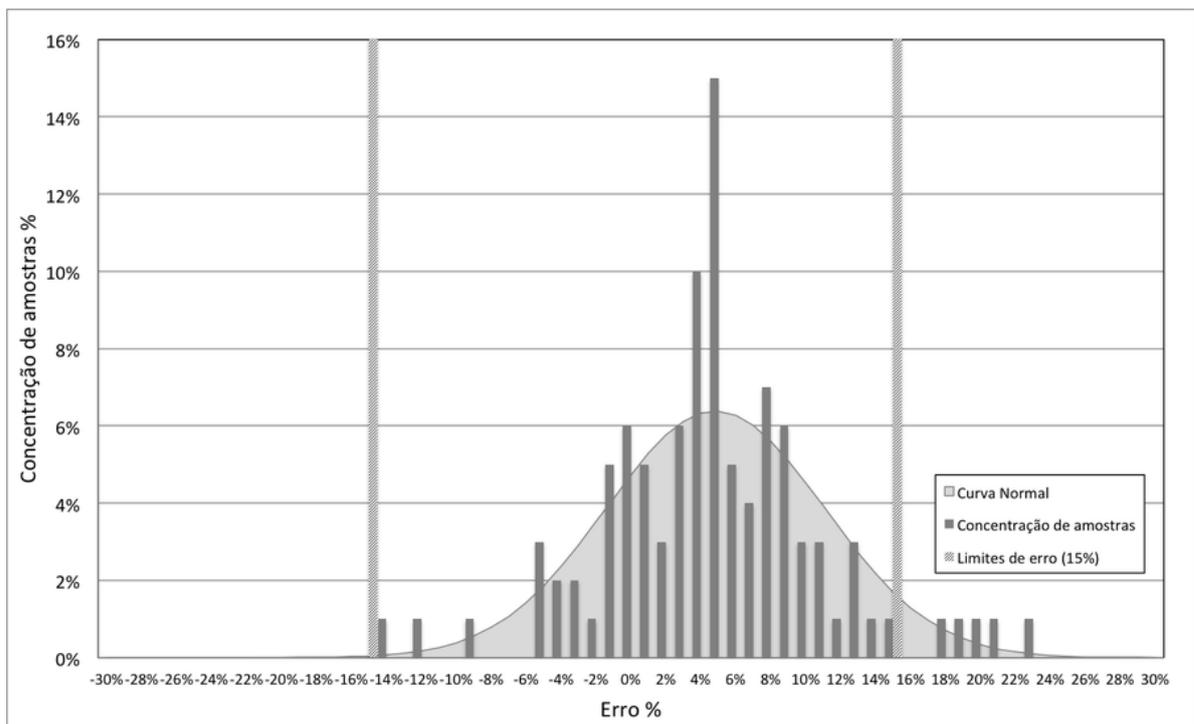
<sup>a</sup> Valores do gráfico estão indicados na Tabela 9, nos Apêndices.

**Figura 69 – Histograma da dispersão de erro simulado/medido para a Figura 65 (simulador de fluidos homogêneos não-newtonianos tipo Bingham)<sup>a</sup>**



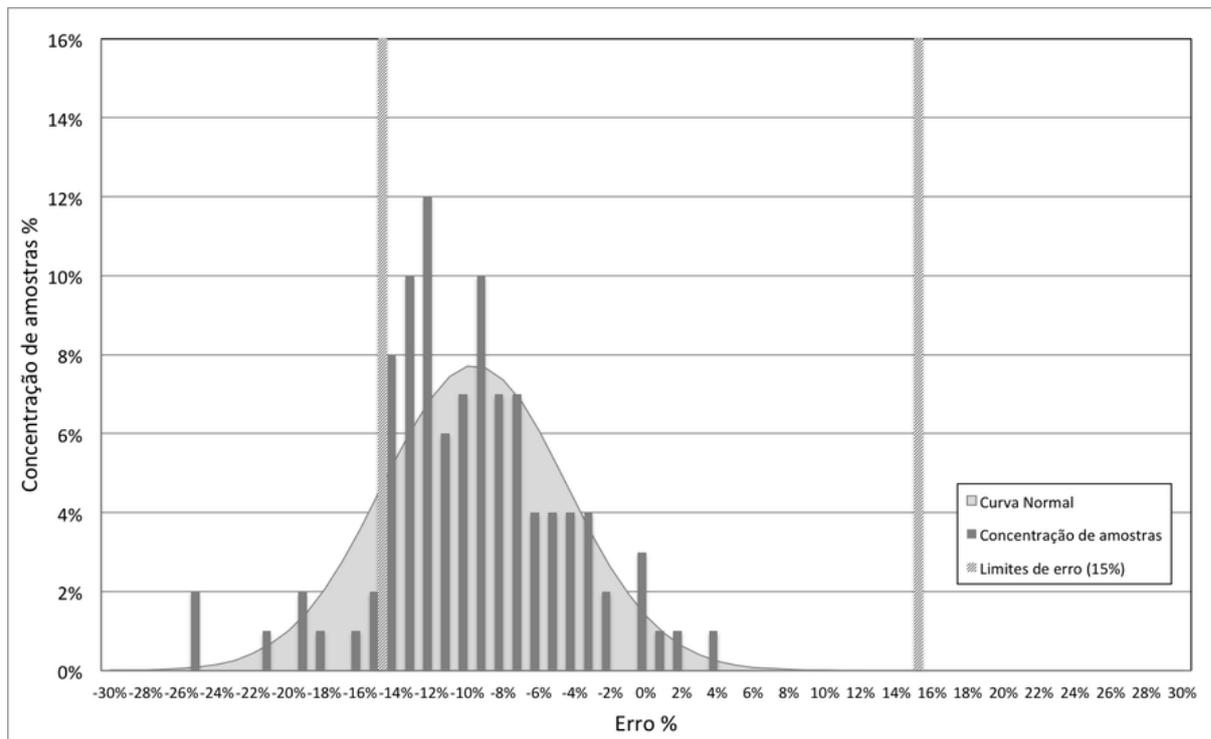
<sup>a</sup> Valores do gráfico estão indicados na Tabela 9, nos Apêndices.

**Figura 70 – Histograma da dispersão de erro simulado/medido para a Figura 66 (simulador de fluidos homogêneos não-newtonianos tipo Herschel-Bulkley n=1)<sup>a</sup>**



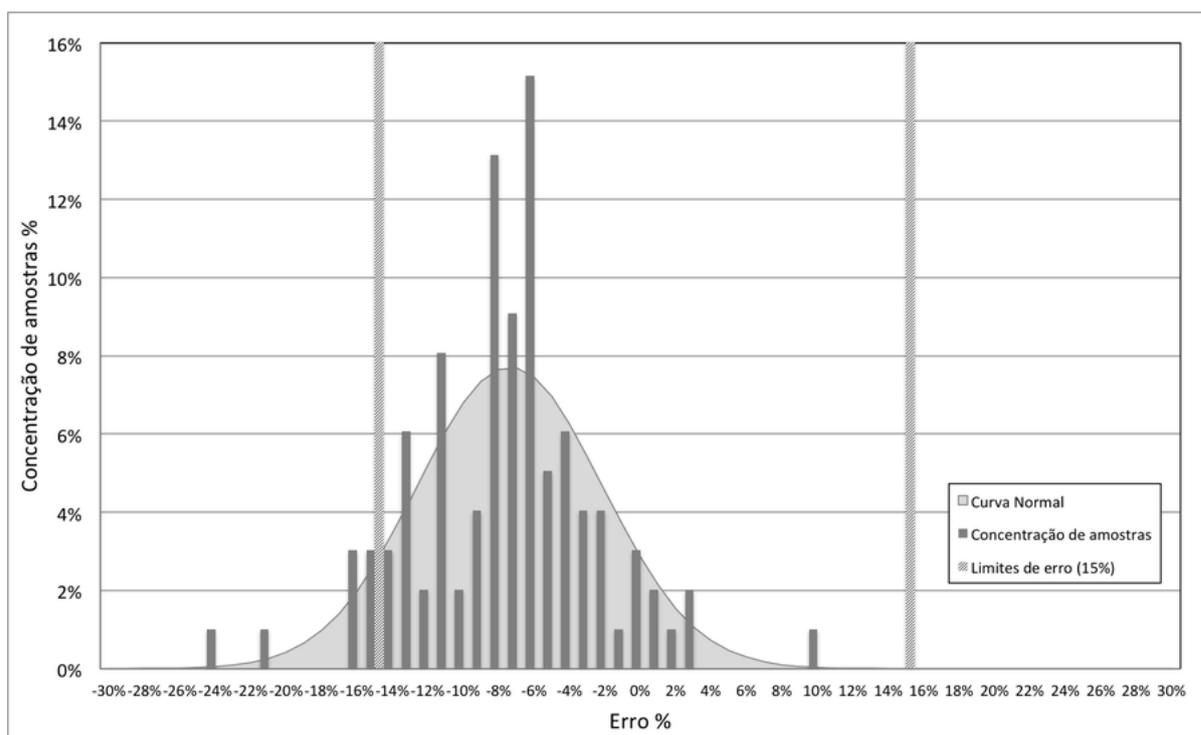
<sup>a</sup> Valores do gráfico estão indicados na Tabela 9, nos Apêndices.

**Figura 71 – Histograma da dispersão de erro simulado/medido para a Figura 67 (simulador de fluidos homogêneos não-newtonianos tipo Herschel-Bulkley  $n=1$ )<sup>a</sup>**



<sup>a</sup> Valores do gráfico estão indicados na Tabela 9, nos Apêndices.

**Figura 72 – Histograma da dispersão de erro simulado/medido para a Figura 68 (simulador de fluidos Heterogêneos não-newtonianos)<sup>a</sup>**



<sup>a</sup> Valores do gráfico estão indicados na Tabela 9, nos Apêndices.

## 9 Discussão dos Resultados

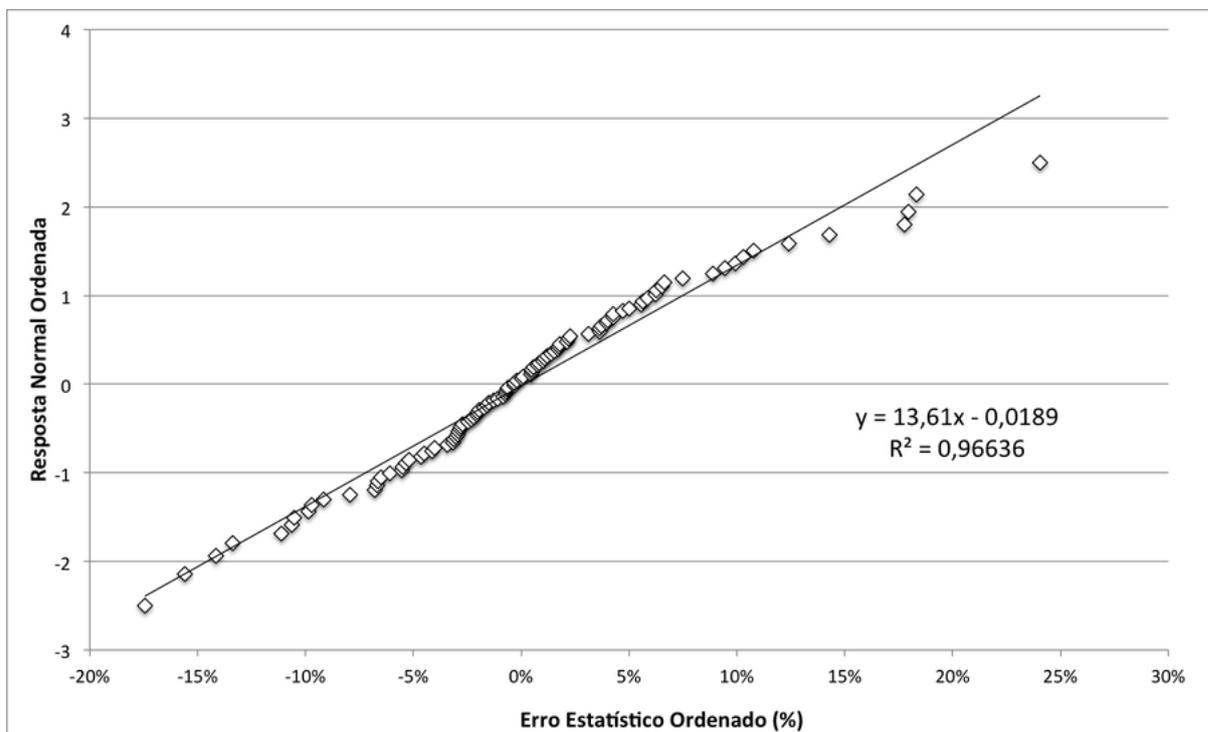
No capítulo 7, foram utilizados os recursos matemáticos e modelagens, discutidas extensivamente nesse trabalho, para tornar possível avaliar e simular um minero-duto. Nesse capítulo, são discutidos os resultados apresentados no capítulo anterior, em que se avalia tais modelagens propostas e sua confiabilidade de simulação.

### 9.1 Precisão e Exatidão dos Modelos

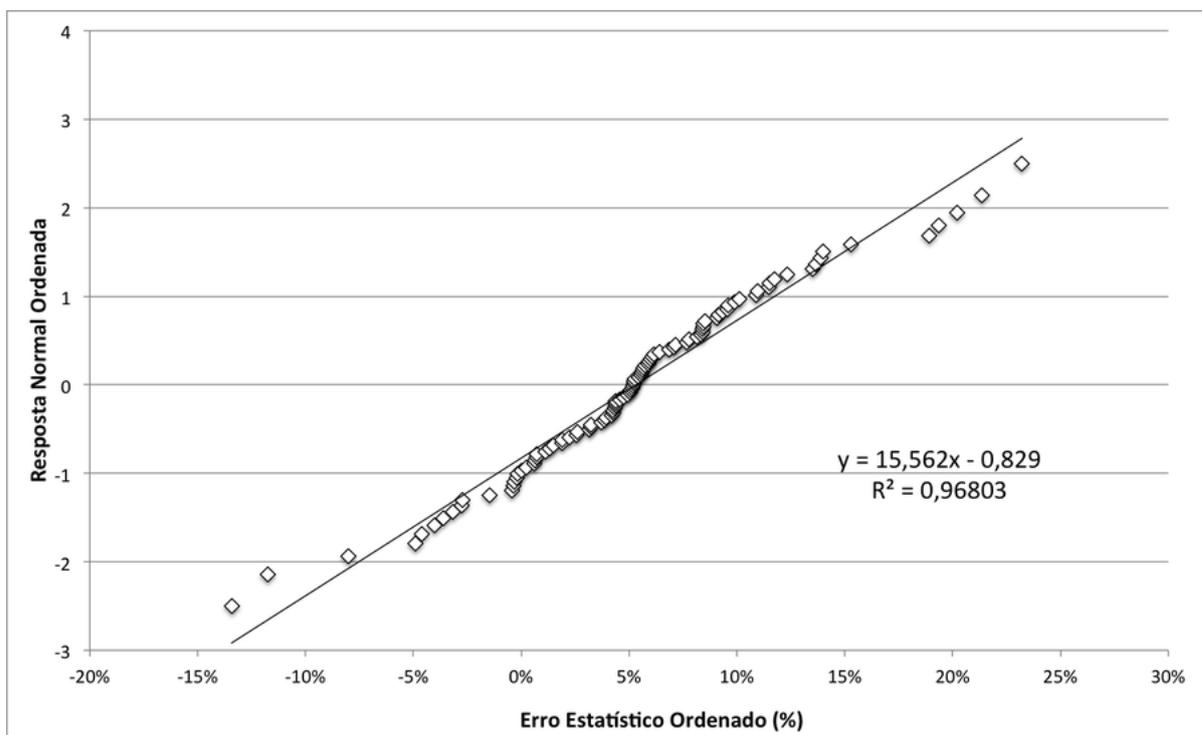
Nas Figuras 69 a 72, são mostrados histogramas de concentração probabilística dos erros, e não foi possível, por análise visual dessas figuras, confirmar que apresentam uma distribuição Normal. Sendo assim foi feita uma análise através do Gráfico de Probabilidade Normal, que avalia a proximidade dos dados da dispersão com o esperado para uma distribuição gaussiana.

Os gráficos que indicam esses testes para as dispersões de erro dos modelos testados estão nas Figuras 73 a 76.

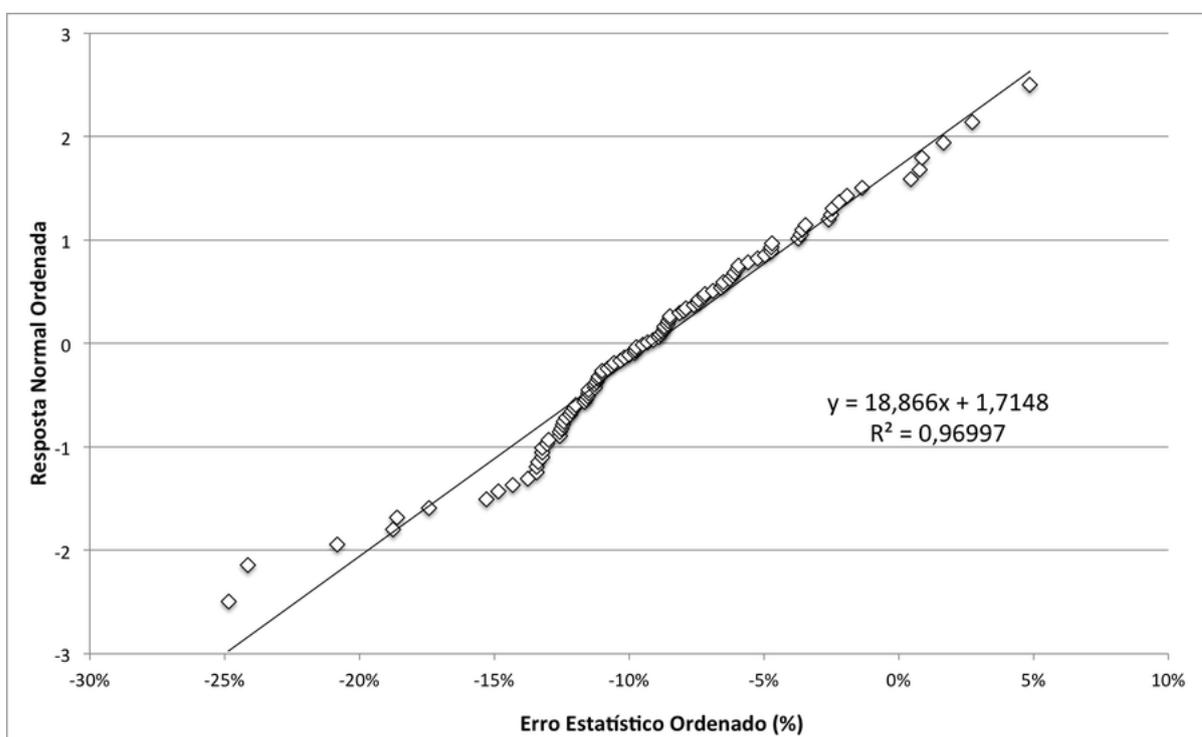
**Figura 73 – Gráfico de Probabilidade Normal referente a Figura 65 (simulador de fluidos homogêneos não-newtonianos tipo Bingham)**



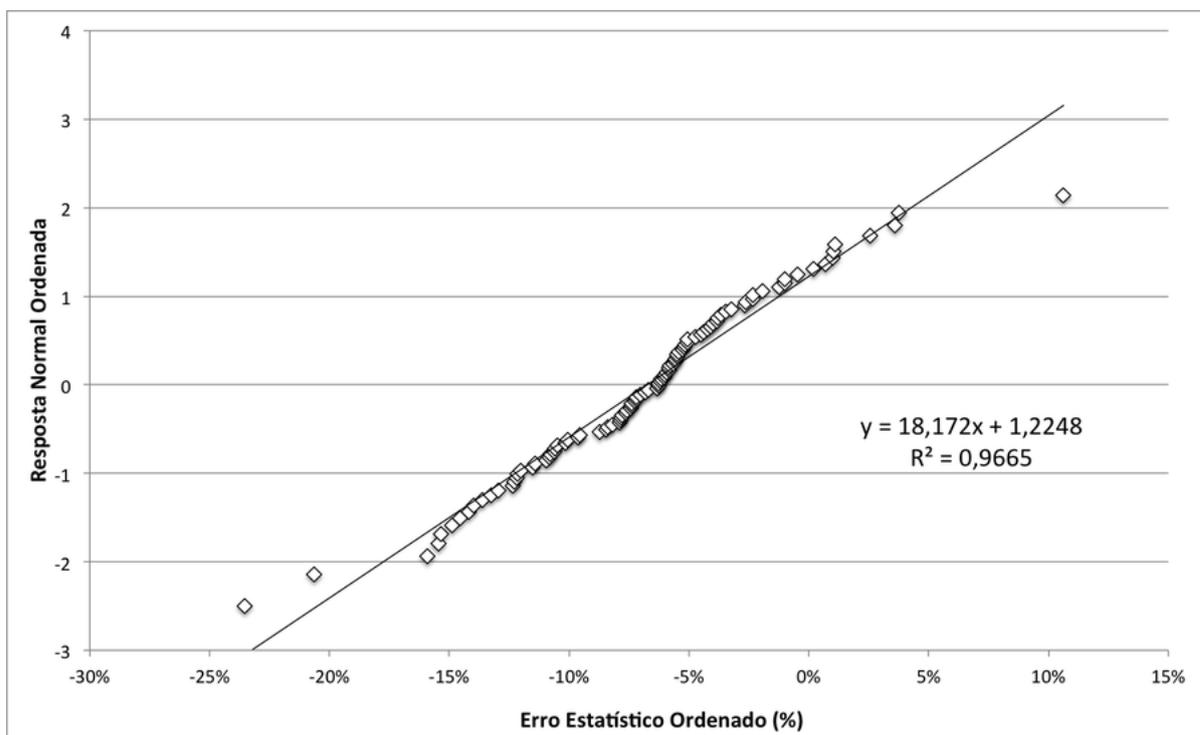
**Figura 74 – Gráfico de Probabilidade Normal referente a Figura 66 (simulador de fluidos homogêneos não-newtonianos tipo Herschel-Bulkley n=1)**



**Figura 75 – Gráfico de Probabilidade Normal referente a Figura 67 (simulador de fluidos homogêneos não-newtonianos tipo Herschel-Bulkley n=1)**



**Figura 76 – Gráfico de Probabilidade Normal referente a Figura 68 (simulador de fluidos Heterogêneos não-newtonianos)**



Com base nos resultados das Figuras 73 a 76, é verificado que o comportamento do erro tem boa aproximação ao gaussiano (todas as curvas com  $R^2 > 0,96$ ), entretanto observa-se dispersões e anomalias que podem indicar distribuição uniforme multimodal (Figuras 73, 74 e 76) e unimodal inclinada para a direita (Figura 75).

Apesar dessas possibilidades de divergência da normalidade, será considerado, devido aos bons ajustes de reta observado nas Figuras 73 a 76, que as dispersões apresentam uma distribuição Normal.

Na Tabela 7, está indicada a avaliação de dispersão e confiabilidade de todos esses modelos.

**Tabela 7 – Confiabilidade e desvio do erro das modelagens de escoamento turbulento propostas para o simulador**

<b>Modelo Simulado</b>	<b>Confiabilidade dentro do erro tolerável (15%)<sup>a</sup></b>	<b>Média do erro</b>	<b>Desvio Padrão do erro</b>
Bingham - Darby et al. (1992)	97%	0%	7%
Heschel-Bulkley - Torrance (1963)	96%	5%	6%
Heschel-Bulkley - Dodge e Metzner (1959)	87%	-9%	5%
Heterogêneo - Kaushal e Tomita (2002)	95%	-7%	5%

<sup>a</sup> Resultado por integração da curva gaussiana dentro do limite de erro tolerável.

Tais resultados mostram uma precisão dentro do esperado (superior a 95%) para a maioria dos casos, com um caso especial de elevada precisão e exatidão (modelo de Darby et al. (1992)).

## 9.2 Avaliação dos Resultados de Simulação

É possível inferir pelos resultados da Tabela 7, que modelos específicos para o tipo de escoamento (no caso, o modelo para Bingham proposto por Darby et al. (1992)) possuem melhor representatividade de simulação que modelos de cálculo genéricos (como os modelos para Heschel-Bulkley). Esse resultado era esperado, visto que modelos muito abrangentes tendem a perder precisão e exatidão devidas, justamente, à sua capacidade de utilização para larga gama reológica. Apesar disso, o modelo de Torrance (1963) apresentou boa precisão e um desvio padrão menor que o modelo específico, mesmo sendo uma equação com aplicabilidade abrangente.

O modelo proposto por Dodge e Metzner (1959), apesar de apresentar boa precisão e exatidão, apresentou um comportamento no histograma inclinado para a direita, mostrando uma distribuição mais desequilibrada quando comparado aos demais modelos estudados. O resultado de 87% referente ao a área da curva normal dentro do limite de erro gera um contraste quando comparada ao resultado de contagem de amostras dentro do limite, onde é observado 93% dentro do erro esperado. Essa avaliação indica que o modelo tem elevado potencial apresentar boa precisão e exatidão, entretanto o resultado ainda é inconclusivo quanto a sua eficácia em relação as outras equações.

Outra análise importante é referente aos resultados do modelo de Kaushal e Tomita (2002), que, apesar de uma aplicabilidade mais focada em escoamento do

tipo heterogêneo, apresentou resultados precisos e coerentes com os experimentos respectivos, mesmo para um regime homogêneo.

Com base nesses resultados, é possível inferir também que os testes propostos para definição do sistema (heterogêneo/homogêneo) e do regime (turbulento/laminar) foram adequados para a faixa de trabalho, já que indicaram modelagens para simulação que tiveram resultados de elevada representatividade.

Importante considerar que os resultados da modelagem de reologia para coeficiente de rigidez e de tensão de cisalhamento utilizados (Eq. 6.7 e 6.8) possuem erros intrínsecos, com variações, em alguns casos, maiores que 20%. Como também indicado, as amostragens são feitas a cada 2h, podendo, nesse período de tempo, ocorrer variações reológicas não consideradas nas simulações.

Outro fator importante é o comprimento do mineroduto, superior a 150km, possibilitando que tanto a reologia quanto a granulometria variem significativamente no escoamento, tendo em vista as intensas tensões de cisalhamento. Tais variações operacionais não são viáveis de se medir, devido as magnitudes de distância e impossibilidade de se colher amostras (tubo normalmente enterrado e inacessível). Mesmo com tais incertezas intrínsecas de medição, os resultados alcançados tiveram, com 95% de assertividade, dentro da faixa de erro tolerado de 15%, sendo esse um resultado favorável para outras possíveis variâncias que podem ocorrer durante a operação e o escoamento.

### 9.3 Limitação de Avaliação do Simulador

Todos os modelos foram avaliados com elevada confiabilidade estatística, em uma faixa limitada de operação (número de Reynolds entre  $6 \times 10^4$  a  $2 \times 10^5$  e número de Hedstrom entre  $10^6$  e  $10^7$ ). São necessários, entretanto, mais testes desses modelos, principalmente ampliando as faixas de Reynolds e Hedstrom, para certificar sua precisão e representatividade ao longo de toda a curva proposta.

Outra limitação decorre do fato de que não foi possível testar a modelagem heterogênea de maneira quantitativa, assim como o regime laminar para escoamento homogêneo, visto que os dados disponíveis do mineroduto não operam em regiões que propiciam essas condições. Para validação estatística desses modelos, são necessários dados de sistemas heterogêneos e homogêneos laminares.

Modelos para escoamentos não-newtonianos de fluidos do tipo *Power law* e Heschel-Bulkley, com valores de  $n$  diferentes da unidade também não puderam ser validados, uma vez que não há dados de operação disponíveis com essas características reológicas.

Também é importante ressaltar que o modelo heterogêneo de duas camadas

proposto por Gillies et al. (1991) foi testado com os dados operacionais disponibilizados. No entanto o modelo não converge para sistemas homogêneos, visto que é uma requisição de cálculo do modelo que haja uma segunda camada (despositado). Para validação desse modelo, é necessário o comparativo com um sistema totalmente heterogêneo, preferencialmente com partículas grossas ( $+74\mu\text{m}$ ) em maior volume.

## 10 Conclusões e Sugestões

A partir dos resultados apresentados nos capítulos 8 e 9, é possível concluir que:

- 1) Os modelos para cálculos de perda de carga para fluidos do tipo Bingham homogêneos, utilizados na simulação, possuem resultados precisos e representativos dentro da faixa de erro estipulada e podem ser usados, com segurança, para simulação desses escoamentos na faixa testada de Reynolds e Hedstrom.
- 2) Os erros intrínsecos do sistema (reologia e granulometria principalmente) foram observados tendo em vista os resultados com desvio padrão significativo. No entanto a simulação apresenta bons resultados quantitativos mesmo com tais incertezas, inclusive com validade para tomada de decisões.
- 3) Os modelos testados também apresentaram precisão e representatividade suficientes para inferir que podem apresentar resultados adequados em outras faixas de Hedstrom e Reynolds ainda não validadas. Portanto são candidatos com elevado potencial para simulação com outras polpas.
- 4) Os testes de regime (laminar/turbulento) e de sistema (homogêneo/heterogêneo) mostraram precisão na definição, indicando modelos para simulação com bons resultados. O que reforça a conclusão de que sejam bons candidatos a serem testados em outras polpas e sistemas.
- 5) Os modelos para velocidade crítica, apesar de não validados quantitativamente, apresentaram resultados, mostrando boa aproximação com o depositado real coletado.
- 6) O modelo de Wasp modificado, mesmo sendo uma modelagem mais adequada para escoamento heterogêneo, apresentou boa precisão e representatividade em um sistema homogêneo, sendo também uma boa ferramenta simulação nesse tipo de sistema.
- 7) A modelagem reológica da polpa, apesar de apresentar erros, mostrou-se um sistema simples e preciso para utilização em simuladores. Sendo assim, não é necessário efetuar medições reológicas específicas da polpa para cada simulação, bastando somente ter uma base de dados reológicos para sua modelagem.
- 8) O modelo de duas camadas não é utilizável para sistemas homogêneos, pois não ocorre convergência para esses casos. Esse modelo é menos robusto que o proposto por Wasp.

Sugestões para trabalhos futuros:

- 1) Estudos com as modelagens homogêneas para ampliar as faixas de Hedstrom e Reynolds, inclusive com outras polpas minerais e/ou orgânicas.
- 2) Estudos com as modelagens heterogêneas para validação dos seus resultados.
- 3) Testes com fluidos tipo *Power-law* e Heschel-Bulkley para  $n \neq 1$ .
- 4) Estudos de sistemas de bombeamento mais adequados ou mais eficientes para polpas não-Newtonianas bifásicas.
- 5) Modelagem transiente para polpa não-newtoniana.
- 6) Modelagem para simulação de fluidos Tixotrópicos e Reupéticos.

## Referências

- ABULNAGA, B. *Slurry Systems Handbook*. 1. ed. New York, USA: McGraw-Hill International Book Company, 2002. ISBN 0-07-137508-2. Citado 27 vezes nas páginas 7, 8, 22, 23, 26, 31, 32, 33, 35, 36, 37, 40, 42, 43, 44, 50, 51, 56, 61, 63, 65, 72, 74, 75, 91, 105 e 106.
- BROWN, G. G. et al. *Unit Operations*. 1. ed. [S.l.]: CBS Publisher & Distributors, 1950. Citado 2 vezes nas páginas 42 e 103.
- BUCKINGHAM, E. On plastic flow through capillary tubes. *ASTM Proceedings*, v. 21, p. 1139 – 1153, 1921. Disponível em: <[https://www.astm.org/DIGITAL\\_LIBRARY/STP/MMR/PAGES/PRO1921-21.htm](https://www.astm.org/DIGITAL_LIBRARY/STP/MMR/PAGES/PRO1921-21.htm)>. Citado 2 vezes nas páginas 56 e 65.
- CHILTON, R. A.; STAINSBY, R. Pressure Loss Equations For Laminar and Turbulent Non-Newtonian Pipe Flow . *Journal of Hydraulic Engineering*, Nova Iorque, EUA, v. 124, n. 5, p. 522 – 529, maio 1998. ISSN 0733-9429. Disponível em: <[http://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(1998\)124:5\(522\)](http://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/(ASCE)0733-9429(1998)124:5(522))>. Citado 13 vezes nas páginas 8, 9, 10, 65, 68, 69, 73, 76, 101, 106, 124, 125 e 130.
- CHURCHILL, S. Friction factor equation spans all fluid-flow regimes. *Chemical Engineering*, p. 91 – 92, Novembro 1977. Citado 7 vezes nas páginas 9, 35, 74, 105, 106, 128 e 129.
- COOLEBROOK, C. F. TURBULENT FLOW IN PIPES, WITH PARTICULAR REFERENCE TO THE TRANSITION REGION BETWEEN THE SMOOTH AND ROUGH PIPE LAWS. *Journal of the Institution of Civil Engineers*, v. 11, n. 4, p. 133 – 156, Fevereiro 1939. Disponível em: <<http://www.icevirtuallibrary.com/doi/10.1680/ijoti.1939.13150>>. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 88.
- DARBY, R. et al. Prediction friction loss in slurry pipes. *Chemical Engineering*, Setembro 1992. Citado 4 vezes nas páginas 9, 74, 128 e 141.
- DODGE, D. W.; METZNER, A. B. Turbulent Flow of Non-Newtonian Systems. *AIChE Journal*, v. 5, n. 2, p. 189 – 204, Junho 1959. Disponível em: <<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/aic.690050214/abstract>>. Citado 9 vezes nas páginas 8, 10, 62, 72, 74, 75, 106, 130 e 141.
- DURAND, R.; CONDOLIOS, E. Hydraulic Transport of Coal and Solid Material in Pipes. *Colloq. on Hydraulic Transportation*, Londres, UK, Novembro 1952. Citado 8 vezes nas páginas 9, 70, 83, 101, 105, 124, 125 e 128.
- GILLIES, R. G.; SHOOK, C. A. A Deposition Velocity Correlation for Water Slurries. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, Ottawa, Canadá, v. 69, n. 5, p. 1225 – 1227, Outubro 1991. ISSN 0008-4034. Disponível em: <<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/cjce.5450690525/abstract>>. Citado 5 vezes nas páginas 80, 83, 106, 126 e 127.
- GILLIES, R. G.; SHOOK, C. A. Concentration Distributions of Sand Slurries in Horizontal Pipe Flow. *Particulate Science and Technology: An International Journal*, Abingdon, UK, v. 12, n. 1, p. 45 – 69, Fevereiro 1994. ISSN 0272-6351. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1080/02726359408906641>>. Citado na página 97.

- GILLIES, R. G.; SHOOK, C. A. Modelling high concentration settling slurry flows. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, Ottawa, Canadá, v. 78, n. 4, p. 709 – 716, agosto 2000. ISSN 0008-4034. Disponível em: <<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/cjce.5450780413/abstract>>. Citado na página 84.
- GILLIES, R. G. et al. An Improved Two Layer Model for Horizontal Slurry Pipeline Flow. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, Ottawa, Canadá, v. 69, n. 1, p. 173 – 178, Fevereiro 1991. ISSN 0008-4034. Disponível em: <<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/cjce.5450690120/abstract>>. Citado 11 vezes nas páginas 8, 85, 87, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 101 e 143.
- GOVIER, G. W.; AZIZ, K. *The Flow of Complex Mixtures in Pipes*. Primeira. [S.l.]: Van Nostrand Reinolds, 1972. ISBN 978-1-55563-139-0. Citado 3 vezes nas páginas 75, 105 e 106.
- HANKS, R. W.; DADIA, B. H. Theoretical analysis of the turbulent flow of non-Newtonian slurries in pipes. *AIChE Journal*, v. 17, n. 3, p. 554 – 557, Maio 1971. Disponível em: <[10.1002/aic.690170314](http://dx.doi.org/10.1002/aic.690170314)>. Citado 2 vezes nas páginas 101 e 105.
- HANKS, R. W.; PRATT, D. R. On the Flow of Bingham Plastic Slurries in Pipes and Between Parallel Plates. *Society of Petroleum Engineers Journal*, EUA, v. 7, n. 4, p. 342 – 346, Dezembro 1967. Disponível em: <<https://www.onepetro.org/journal-paper/SPE-1682-PA>>. Citado 2 vezes nas páginas 70 e 71.
- HEDSTROM, B. O. A. Flow of plastic materials in pipes. *Industrial & Engineering Chemistry*, v. 44, n. 3, p. 651 – 654, Março 1952. Disponível em: <<http://pubs.acs.org/doi/abs/10.1021/ie50507a056>>. Citado 4 vezes nas páginas 9, 101, 105 e 128.
- HEYWOOD, N. I. Pipeline design for non-settling slurries. In: \_\_\_\_\_. *Slurry Handling*. 1. ed. [S.l.]: Elsevier Applied Sciences, 1991. cap. 7, p. 125 – 167. ISBN 1-85166-645-1. Citado 4 vezes nas páginas 61, 65, 101 e 105.
- HOLLAND, R. B. F. *Fluid Flow for Chemical Engineers*. 1. ed. Londres, Inglaterra: Edward Arnold Publishers Ltd - Hodder Headline Group, 1995. ISBN 0 340 61058 1. Citado 7 vezes nas páginas 7, 27, 28, 29, 30, 32 e 34.
- HU, S. Multiphase Flow Handbook. In: \_\_\_\_\_. 1. ed. Boca Raton, USA: Taylor & Francis Group, 2006. cap. 4, p. 50 – 101. ISBN 0-8493-1280-9. Citado 13 vezes nas páginas 7, 8, 48, 52, 53, 54, 61, 75, 77, 78, 106, 122 e 124.
- IRVINE. Experimental measurements of isobaric thermal expansion coefficients of Non-Newtonian fluids. *Heat Transfer*, n. 1, p. 155 – 163, 1988. Citado 2 vezes nas páginas 75 e 105.
- KARABELAS, A. J. Vertical Distribution of Dilute Suspensions in Turbulent Pipe Flow. *AIChE Journal*, Nova Iorque, EUA, v. 23, n. 4, p. 426 – 434, Julho 1977. ISSN 1547-5905. Disponível em: <<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/aic.690230404/full>>. Citado 7 vezes nas páginas 87, 97, 98, 99, 101, 103 e 123.

- KÁRMÁN, T. V. Progress in the Statistical Theory of Turbulence. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, Washington, EUA, v. 34, n. 11, p. 530 – 539, Novembro 1948. ISSN 0027-8424. Disponível em: <<http://resolver.caltech.edu/CaltechAUTHORS:KARpnas48>>. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 86.
- KAUSHAL, D.; TOMITA, Y. Solids concentration profiles and pressure drop in pipeline flow of multisized particulate slurries. *International Journal of Multiphase Flow*, Oxford, Inglaterra, v. 28, n. 10, p. 1697 – 1717, Outubro 2002. ISSN 0301-9322. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301932202000472>>. Citado 7 vezes nas páginas 8, 87, 88, 89, 103, 123 e 141.
- KAUSHAL, D. et al. Concentration at the pipe bottom at deposition velocity for transportation of commercial slurries through pipeline. *Powder Technology*, Lausana, Suíça, v. 125, n. 1, p. 89 – 101, Maio 2002. ISSN 0032-5910. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0032591002000311>>. Citado 5 vezes nas páginas 86, 89, 97, 99 e 101.
- KAUSHAL, D. R.; TOMITA, Y. An Improved Method for Predicting Pressure Drop along Slurry Pipeline. *Particulate Science and Technology: An International Journal*, Abingdon, UK, v. 20, n. 4, p. 305 – 324, 2002. ISSN 0272-6351. Disponível em: <<http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/02726350216190>>. Citado 2 vezes nas páginas 101 e 103.
- KAUSHAL, D. R.; TOMITA, Y. Prediction of Concentration Distribution in Pipeline Flow of Highly Concentrated Slurry. *Particulate Science and Technology: An International Journal*, Abingdon, UK, v. 31, n. 1, p. 28 – 34, 2013. ISSN 0272-6351. Disponível em: <<http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/02726351.2011.639045>>. Citado na página 97.
- MALIN, M. The Turbulent Flow of Bingham Plastic Fluids in Smooth Circular Pipes. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Oxford, Inglaterra, v. 24, n. 6, p. 793 – 804, Outubro 1997. ISSN 0735-1933. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0735193397000663>>. Citado 3 vezes nas páginas 70, 73 e 74.
- MALIN, M. Turbulent pipe flow of Herschel-Bulkley fluids. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Oxford, Inglaterra, v. 25, n. 3, p. 321 – 330, Abril 1998. ISSN 0735-1933. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0735193398000190>>. Citado 11 vezes nas páginas 8, 9, 65, 74, 75, 76, 101, 105, 106, 129 e 130.
- MATOUSEC, V. *Flow Mechanism of Sand-Water Mixtures in Pipelines*. 1. ed. Holanda: Delft University Press, 1997. ISBN 90-407-1602-1. Citado na página 83.
- METZNER, A. B.; REED, J. C. Flow of Non-Newtonian Fluids-Correlation of the Laminar, Transition, and Turbulent-flow Regions. *AIChE Journal*, Nova Iorque, EUA, v. 1, n. 4, p. 434 – 440, Dezembro 1955. ISSN 1547-5905. Disponível em: <<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/aic.690010409/abstract>>. Citado na página 63.

MOODY, L. F. Friction Factor for Pipe Flow. *Transactions of the ASME*, Pittsburgh, Pa, v. 66, n. 8, p. 671 – 684, Junho 1944. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 69.

NIAKAN, L. *5000-Year-Old Water Pipeline Discovered in Western Iran*. 2014. Acesso em Abril de 2016. Disponível em: <<http://iranfrontpage.com/news/homeland/cultural-heritage/2014/06/5000-year-old-water-pipeline-discovered-western-iran/>>. Citado na página 22.

OROSKAR, A. R.; TURIAN, R. M. The Critical Velocity in Pipeline Flow of Slurries. *AIChE Journal*, Nova Iorque, EUA, v. 26, n. 4, p. 550 – 558, Julho 1980. ISSN 1547-5905. Disponível em: <<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/aic.690260405/abstract>>. Citado 5 vezes nas páginas 80, 82, 106, 126 e 127.

PEKER, S. M.; HELVACI, S. S. *Solid-Liquid Two Phase Flow*. 1. ed. Amsterdam, Holanda: Elsevier, 2008. ISBN 978-0-444-52237-5. Citado 15 vezes nas páginas 7, 8, 12, 33, 35, 36, 49, 50, 57, 59, 63, 64, 66, 67 e 74.

PERRY, R. H.; GREEN, D. W. *Perry's Chemical Engineers handbook*. 8th. ed. New York: McGraw-Hill, 2008. ISBN 9781281182098. Citado na página 28.

PINTO, T. C. de S. *Modelagem da Velocidade Crítica de Transporte de Polpas Mineraias Contendo Partículas Grossas*. 2012. Tese (Doutorado) — USP - Escola Politécnica, São Paulo, Brasil. Citado 7 vezes nas páginas 12, 81, 82, 101, 107, 126 e 127.

ROSIN, P.; RAMMLER, E. The law governing the fineness of powdered coal. *Journal of the Institute of Fuel*, v. 7, p. 29 – 36, 1933. Citado 3 vezes nas páginas 87, 103 e 104.

RYAN, N. W.; JOHNSON, M. M. Transition from Laminar to Turbulent Flow in Pipes. *AIChE Journal*, Nova Iorque, EUA, v. 5, n. 4, p. 433 – 435, Dezembro 1959. ISSN 1547-5905. Disponível em: <<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/aic.690050407/abstract>>. Citado 3 vezes nas páginas 72, 101 e 105.

SWAMEE, P. K.; AGGARWAL, N. Explicit equations for laminar flow of Bingham plastic fluids. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 76, n. 3-4, p. 178 – 184, Março 2011. Citado 6 vezes nas páginas 9, 71, 101, 105, 124 e 125.

TAYLOR, R. Torrent or Trickle? The Aqua Alsietina, the Naumachia Augusti, and the Transtiberim. *American Journal of Archaeology*, Nova Iorque, EUA, v. 101, n. 3, p. 465 – 492, Julho 1997. ISSN 0002-9114. Disponível em: <[http://www.jstor.org/stable/507107?origin=crossref&seq=1#page\\_scan\\_tab\\_contents](http://www.jstor.org/stable/507107?origin=crossref&seq=1#page_scan_tab_contents)>. Citado na página 22.

THOMAS, A. Predicting the deposit velocity for horizontal turbulent pipe flow of slurries. *International Journal of Multiphase Flow*, Oxford, Inglaterra, v. 5, n. 2, p. 113 – 129, Abril 1979. ISSN 0301-9322. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0301932279900405>>. Citado na página 80.

THOMAS, D. G. Transport characteristics of suspensions VII. Relation of hindered-settling floc characteristics to rheological parameters. *AIChE Journal*, v. 9, n. 3, p. 310 – 316, Maio 1963. Disponível em: <<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/aic.690090308/abstract>>. Citado 2 vezes nas páginas 42 e 103.

THOMAS, D. G. Transport characteristics of suspension: VIII. A note on the viscosity of Newtonian suspensions of uniform spherical particles. *Journal of Colloid Science*, Orlando, EUA, v. 20, n. 3, p. 267 – 277, Março 1965. ISSN 0021-9797. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0095852265900164>>. Citado na página 47.

TORRANCE, B. M. Friction factors for turbulent non-Newtonian fluid flow in circular pipes. *South African Mechanical Engineer*, v. 13, n. 4, p. 89 – 91, 1963. Citado 6 vezes nas páginas 9, 75, 101, 106, 129 e 141.

TURIAN, R. M. et al. Estimation of the Critical Velocity in Pipeline Flow of Slurries. *Powder Technology*, Lausana, Suíça, v. 51, n. 1, p. 35 – 47, Junho 1987. ISSN 0032-5910. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0032591087800384>>. Citado 6 vezes nas páginas 12, 80, 81, 82, 101 e 106.

TURTON, R.; LEVENSPIEL, O. A short note on the drag correlation for spheres. *Powder Technology*, v. 41, n. 1, p. 83 – 86, Março 1986. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0032591086800122>>. Citado 4 vezes nas páginas 7, 40, 41 e 103.

WASP, E. J. et al. Series of Bulk Materials Handling. *Trans Tech Publications*, v. 1, n. 3 ed., p. 1 – 224, 1977. Citado 34 vezes nas páginas 7, 8, 22, 23, 30, 31, 32, 34, 35, 37, 38, 39, 40, 41, 43, 45, 46, 47, 48, 50, 54, 55, 57, 60, 70, 71, 72, 80, 85, 86, 89, 101, 122 e 124.

WEIR MINERALS. *Catálogo da bomba GEHO modelo ZPM*. 2017. Disponível em: <<https://www.global.weir/products/product-catalogue/geho-zpm>>. Acesso em: 25/06/2017. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 111.

WILSON, K. C.; TSE, J. K. P. Deposition Limit for coarse -particle transport in inclined pipes. *9th International Conference on Hydraulic Transport of Solids in Pipes*, Roma, p. 17 – 19, 1984. Citado 4 vezes nas páginas 8, 83, 84 e 126.

WOOD, D. J. An explicit friction factor relationship. *Civil Engineering ASCE*, n. 36, p. 60 – 61, 1966. Citado 2 vezes nas páginas 89 e 103.

## **Apêndices**

**Tabela 8 – Resultados de cálculo para fatores de atrito de modelagens homogêneas, perdas de carga para modelagens heterogêneas e dados medidos do mineroduto**

Número Amostra	U (m/s)	$C_v$	He $\times 10^4$	Re $\times 10^3$	Re <sup>a</sup>	$f_{Darby}$	$f_{Torrance}$	$f_{Dodge}$	$f_{Medido}$	$\Delta P_{Wasp}$ (m/km)	$\Delta P_{Medido}$ (m/km)
1	1,94	29,8%	718,3	122	12943	0,0037	0,0036	0,0041	0,0036	6,12	5,26
2	1,79	30,8%	636,9	101	10274	0,0040	0,0037	0,0042	0,0039	5,33	4,87
3	1,85	31,9%	541,5	91	9857	0,0041	0,0037	0,0042	0,0036	5,75	4,83
4	1,90	30,8%	632,3	107	11444	0,0039	0,0036	0,0041	0,0039	5,98	5,47
5	1,89	31,3%	587,3	99	10795	0,0040	0,0037	0,0041	0,0037	5,95	5,23
6	1,89	30,3%	673,8	112	11850	0,0038	0,0036	0,0042	0,0039	5,90	5,40
7	1,66	30,9%	625,5	92	8757	0,0041	0,0039	0,0043	0,0038	4,60	4,12
8	2,00	31,1%	602,9	107	12117	0,0039	0,0036	0,0041	0,0038	6,57	5,86
9	1,90	29,7%	732,5	122	12692	0,0038	0,0036	0,0042	0,0040	5,90	5,59
10	1,82	30,3%	680,8	109	11124	0,0039	0,0037	0,0042	0,0039	5,48	5,10
11	1,77	30,4%	666,8	104	10411	0,0039	0,0037	0,0042	0,0038	5,21	4,71
12	1,69	30,3%	676,1	101	9603	0,0040	0,0038	0,0043	0,0039	4,75	4,40
13	1,82	28,8%	816,2	130	12727	0,0037	0,0036	0,0042	0,0041	5,36	5,29
14	1,80	29,5%	746,8	117	11607	0,0038	0,0037	0,0042	0,0037	5,29	4,61

Número Amostra	U (m/s)	$C_v$	He $\times 10^4$	Re $\times 10^3$	Re <sup>“</sup>	$f_{Darby}$	$f_{Torrance}$	$f_{Dodge}$	$f_{Medido}$	$\Delta P_{Wasp}$ (m/km)	$\Delta P_{Medido}$ (m/km)
15	1,89	29,5%	746,8	123	12702	0,0037	0,0036	0,0042	0,0037	5,80	5,10
16	1,96	31,2%	598,5	104	11635	0,0039	0,0036	0,0041	0,0036	6,33	5,36
17	1,95	30,9%	623,2	108	11864	0,0039	0,0036	0,0041	0,0036	6,27	5,42
18	1,97	30,1%	699,5	121	13101	0,0037	0,0036	0,0041	0,0036	6,33	5,41
19	1,89	30,3%	680,8	113	11854	0,0038	0,0036	0,0042	0,0038	5,85	5,29
20	1,97	30,9%	623,2	109	12037	0,0038	0,0036	0,0041	0,0037	6,36	5,63
21	1,70	31,3%	587,3	89	8855	0,0041	0,0038	0,0042	0,0039	4,88	4,38
22	1,99	29,7%	730,2	127	13812	0,0037	0,0036	0,0041	0,0039	6,45	5,97
23	1,70	30,5%	657,6	98	9492	0,0040	0,0038	0,0042	0,0038	4,80	4,29
24	1,70	31,8%	550,1	84	8489	0,0042	0,0039	0,0042	0,0038	4,90	4,25
25	1,73	29,8%	718,3	109	10482	0,0039	0,0037	0,0042	0,0037	4,94	4,33
26	1,70	30,6%	652,9	98	9499	0,0040	0,0038	0,0042	0,0036	4,83	4,11
27	1,81	31,1%	609,7	98	10153	0,0040	0,0037	0,0042	0,0038	5,45	4,79
28	1,77	32,7%	475,1	78	8428	0,0043	0,0039	0,0042	0,0037	5,36	4,53
29	1,76	33,1%	443,5	73	7961	0,0043	0,0039	0,0042	0,0039	5,28	4,72
30	1,70	31,5%	574,1	87	8724	0,0042	0,0039	0,0042	0,0040	4,88	4,55
31	1,75	29,4%	758,7	116	11235	0,0038	0,0037	0,0042	0,0037	5,05	4,47
32	1,94	28,9%	806,6	137	14296	0,0036	0,0035	0,0042	0,0038	6,10	5,66

Número Amostra	U (m/s)	$C_v$	He $\times 10^4$	Re $\times 10^3$	Re <sup>u</sup>	$f_{Darby}$	$f_{Torrance}$	$f_{Dodge}$	$f_{Medido}$	$\Delta P_{Wasp}$ (m/km)	$\Delta P_{Medido}$ (m/km)
33	1,69	29,5%	749,2	110	10317	0,0039	0,0037	0,0043	0,0039	4,68	4,32
34	1,70	28,3%	861,8	129	11869	0,0037	0,0037	0,0043	0,0041	4,72	4,61
35	1,70	29,5%	753,9	112	10580	0,0039	0,0037	0,0043	0,0040	4,78	4,54
36	1,70	29,5%	749,2	112	10526	0,0039	0,0037	0,0043	0,0040	4,78	4,57
37	1,70	30,6%	646,0	97	9433	0,0040	0,0038	0,0042	0,0040	4,84	4,49
38	1,71	28,8%	816,2	122	11422	0,0038	0,0037	0,0043	0,0042	4,80	4,78
39	1,79	27,7%	911,9	144	13760	0,0036	0,0036	0,0042	0,0043	5,17	5,36
40	1,75	26,1%	1060,6	168	15632	0,0035	0,0036	0,0043	0,0043	-	-
41	1,68	29,2%	773,1	114	10547	0,0039	0,0037	0,0043	0,0036	4,66	4,00
42	1,69	29,6%	742,0	109	10234	0,0039	0,0037	0,0043	0,0032	4,69	3,58
43	1,70	28,4%	854,6	127	11771	0,0038	0,0037	0,0043	0,0042	4,72	4,77
44	1,70	30,3%	673,8	101	9714	0,0040	0,0038	0,0042	0,0041	4,82	4,63
45	1,70	31,5%	571,9	87	8703	0,0042	0,0039	0,0042	0,0041	4,89	4,62
46	1,71	32,0%	528,8	82	8349	0,0042	0,0039	0,0042	0,0041	4,95	4,69
47	1,73	31,3%	591,8	91	9152	0,0041	0,0038	0,0042	0,0042	5,01	4,96
48	1,89	29,6%	744,4	123	12677	0,0037	0,0036	0,0042	0,0043	5,81	5,96
49	1,94	31,9%	539,4	94	10721	0,0040	0,0037	0,0041	0,0040	6,27	5,93
50	1,79	32,4%	499,5	82	8820	0,0042	0,0038	0,0042	0,0041	5,43	5,09

Número Amostra	U (m/s)	$C_v$	He $\times 10^4$	Re $\times 10^3$	Re <sup>“</sup>	$f_{Darby}$	$f_{Torrance}$	$f_{Dodge}$	$f_{Medido}$	$\Delta P_{Wasp}$ (m/km)	$\Delta P_{Medido}$ (m/km)
51	1,83	29,8%	725,4	116	11408	0,0038	0,0037	0,0044	0,0042	5,48	5,49
52	1,70	31,1%	605,2	92	8595	0,0041	0,0039	0,0046	0,0040	4,86	4,54
53	1,74	31,3%	591,8	92	8742	0,0041	0,0039	0,0046	0,0040	5,04	4,66
54	1,86	30,8%	636,9	104	10486	0,0039	0,0038	0,0045	0,0040	5,70	5,34
55	1,87	31,5%	569,7	95	9715	0,0040	0,0038	0,0045	0,0039	5,80	5,35
56	1,83	31,2%	598,5	98	9775	0,0040	0,0038	0,0045	0,0040	5,60	5,28
57	1,73	30,5%	655,2	100	9375	0,0040	0,0038	0,0045	0,0040	4,95	4,67
58	1,73	30,6%	652,9	99	9350	0,0040	0,0038	0,0045	0,0034	4,95	3,93
59	1,78	31,3%	585,1	93	9106	0,0041	0,0039	0,0046	0,0041	5,31	5,04
60	1,70	30,2%	687,8	103	9540	0,0040	0,0038	0,0045	0,0041	4,81	4,69
61	1,84	30,7%	641,5	104	10422	0,0039	0,0038	0,0045	0,0041	5,62	5,41
62	1,78	32,0%	528,8	85	8461	0,0042	0,0039	0,0046	0,0041	5,36	5,12
63	1,78	31,5%	571,9	91	8948	0,0041	0,0039	0,0046	0,0040	5,32	4,99
64	1,92	31,7%	556,6	96	10091	0,0040	0,0038	0,0045	0,0039	6,15	5,67
65	1,92	33,2%	433,8	78	8491	0,0042	0,0039	0,0047	0,0039	6,24	5,62
66	1,76	30,8%	632,3	98	9403	0,0040	0,0038	0,0045	0,0041	5,13	4,93
67	1,81	31,0%	611,9	98	9728	0,0040	0,0038	0,0045	0,0040	5,47	5,14
68	1,74	31,2%	596,2	92	8797	0,0041	0,0039	0,0046	0,0041	5,05	4,81

Número Amostra	U (m/s)	$C_v$	He $\times 10^4$	Re $\times 10^3$	Re <sup>“</sup>	$f_{Darby}$	$f_{Torrance}$	$f_{Dodge}$	$f_{Medido}$	$\Delta P_{Wasp}$ (m/km)	$\Delta P_{Medido}$ (m/km)
69	1,70	31,5%	574,1	88	8264	0,0042	0,0039	0,0046	0,0040	4,89	4,58
70	1,69	29,6%	737,3	109	10055	0,0039	0,0038	0,0044	0,0041	4,74	4,65
71	1,97	29,9%	716,0	124	12922	0,0037	0,0036	0,0043	0,0040	6,31	5,99
72	1,76	31,2%	596,2	93	9021	0,0041	0,0039	0,0046	0,0040	5,18	4,88
73	1,80	31,6%	565,3	91	9042	0,0041	0,0039	0,0046	0,0040	5,43	5,00
74	1,86	31,0%	616,4	102	10281	0,0039	0,0038	0,0045	0,0040	5,75	5,38
75	1,78	30,8%	632,3	100	9677	0,0040	0,0038	0,0045	0,0040	5,28	4,90
76	1,70	29,7%	732,5	109	10101	0,0039	0,0038	0,0044	0,0040	4,79	4,53
77	1,70	29,7%	732,5	109	10101	0,0039	0,0038	0,0044	0,0040	4,79	4,51
78	1,82	32,1%	522,4	86	8747	0,0041	0,0039	0,0046	0,0041	5,59	5,27
79	1,81	30,9%	623,2	100	9875	0,0040	0,0038	0,0045	0,0041	5,46	5,32
80	1,78	31,4%	582,9	93	9082	0,0041	0,0039	0,0046	0,0041	5,31	5,03
81	1,86	31,0%	614,2	101	10241	0,0039	0,0038	0,0045	0,0041	5,61	5,27
82	1,73	30,5%	662,2	101	9514	0,0040	0,0038	0,0045	0,0047	4,97	5,50
83	1,77	30,5%	657,6	103	9888	0,0040	0,0038	0,0045	0,0042	5,21	5,16
84	1,70	30,7%	643,7	97	9028	0,0040	0,0039	0,0045	0,0043	4,84	4,89
85	1,79	30,1%	697,1	110	10594	0,0039	0,0037	0,0044	0,0043	5,29	5,32
86	1,71	31,3%	587,3	90	8450	0,0041	0,0039	0,0046	0,0042	4,90	4,79



Erro	Curva Normal				Histograma			
-28%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
-27%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
-26%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
-25%	0,0%	0,0%	0,1%	0,0%	0,0%	0,0%	2,0%	0,0%
-24%	0,0%	0,0%	0,2%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	1,0%
-23%	0,0%	0,0%	0,3%	0,1%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
-22%	0,1%	0,0%	0,4%	0,2%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
-21%	0,1%	0,0%	0,7%	0,3%	0,0%	0,0%	1,0%	1,0%
-20%	0,1%	0,0%	1,0%	0,4%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
-19%	0,2%	0,0%	1,5%	0,7%	0,0%	0,0%	2,0%	0,0%
-18%	0,3%	0,0%	2,1%	1,0%	1,0%	0,0%	1,0%	0,0%
-17%	0,4%	0,0%	2,8%	1,4%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
-16%	0,5%	0,0%	3,6%	2,0%	1,0%	0,0%	1,0%	3,0%
-15%	0,7%	0,0%	4,5%	2,7%	1,0%	0,0%	2,0%	3,0%
-14%	0,9%	0,1%	5,4%	3,5%	1,0%	1,0%	8,0%	3,0%
-13%	1,2%	0,1%	6,2%	4,3%	0,0%	0,0%	10,0%	6,1%
-12%	1,5%	0,2%	6,9%	5,2%	1,0%	1,0%	12,0%	2,0%
-11%	1,8%	0,3%	7,4%	6,1%	2,0%	0,0%	6,0%	8,1%
-10%	2,2%	0,4%	7,7%	6,8%	3,0%	0,0%	7,0%	2,0%
-9%	2,7%	0,6%	7,7%	7,3%	0,0%	1,0%	10,0%	4,0%
-8%	3,2%	0,8%	7,4%	7,7%	1,0%	0,0%	7,0%	13,1%
-7%	3,6%	1,1%	6,8%	7,7%	5,0%	0,0%	7,0%	9,1%
-6%	4,1%	1,4%	6,1%	7,4%	4,0%	0,0%	4,0%	15,2%

Erro	Curva Normal				Histograma			
-5%	4,5%	1,9%	5,2%	7,0%	4,0%	3,0%	4,0%	5,1%
-4%	4,9%	2,4%	4,3%	6,3%	4,0%	2,0%	4,0%	6,1%
-3%	5,2%	2,9%	3,4%	5,4%	10,0%	2,0%	4,0%	4,0%
-2%	5,4%	3,5%	2,6%	4,5%	6,0%	1,0%	2,0%	4,0%
-1%	5,6%	4,1%	1,9%	3,7%	8,0%	5,0%	0,0%	1,0%
0%	5,6%	4,7%	1,4%	2,8%	8,0%	6,0%	3,0%	3,0%
1%	5,5%	5,3%	0,9%	2,1%	8,0%	5,0%	1,0%	2,0%
2%	5,3%	5,8%	0,6%	1,5%	3,0%	3,0%	1,0%	1,0%
3%	5,0%	6,1%	0,4%	1,1%	5,0%	6,0%	0,0%	2,0%
4%	4,6%	6,3%	0,2%	0,7%	5,0%	10,0%	1,0%	0,0%
5%	4,2%	6,4%	0,1%	0,5%	3,0%	15,0%	0,0%	0,0%
6%	3,8%	6,3%	0,1%	0,3%	4,0%	5,0%	0,0%	0,0%
7%	3,3%	6,0%	0,0%	0,2%	1,0%	4,0%	0,0%	0,0%
8%	2,8%	5,6%	0,0%	0,1%	1,0%	7,0%	0,0%	0,0%
9%	2,4%	5,1%	0,0%	0,1%	2,0%	6,0%	0,0%	0,0%
10%	2,0%	4,5%	0,0%	0,0%	2,0%	3,0%	0,0%	1,0%
11%	1,6%	3,9%	0,0%	0,0%	0,0%	3,0%	0,0%	0,0%
12%	1,3%	3,3%	0,0%	0,0%	1,0%	1,0%	0,0%	0,0%
13%	1,0%	2,7%	0,0%	0,0%	0,0%	3,0%	0,0%	0,0%
14%	0,7%	2,2%	0,0%	0,0%	1,0%	1,0%	0,0%	0,0%
15%	0,6%	1,7%	0,0%	0,0%	0,0%	1,0%	0,0%	0,0%
16%	0,4%	1,3%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
17%	0,3%	1,0%	0,0%	0,0%	2,0%	0,0%	0,0%	0,0%

Erro	Curva Normal				Histograma			
18%	0,2%	0,7%	0,0%	0,0%	1,0%	1,0%	0,0%	0,0%
19%	0,1%	0,5%	0,0%	0,0%	0,0%	1,0%	0,0%	0,0%
20%	0,1%	0,3%	0,0%	0,0%	0,0%	1,0%	0,0%	0,0%
21%	0,1%	0,2%	0,0%	0,0%	0,0%	1,0%	0,0%	0,0%
22%	0,0%	0,1%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
23%	0,0%	0,1%	0,0%	0,0%	0,0%	1,0%	0,0%	0,0%
24%	0,0%	0,1%	0,0%	0,0%	1,0%	0,0%	0,0%	0,0%
25%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
26%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
27%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
28%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
29%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
30%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%

**Tabela 10 – Fatores de atrito para múltiplos Hedstrom para fluidos Bingham - Chilton/Dodge**

Re	$f_{Dodge}$	$f_{Dodge}$	$f_{Dodge}$	$f_{Dodge}$
	He = $10^4$	He = $10^5$	He = $10^6$	He = $10^7$
62	6,1355	54,6894	528,1897	5224,9270
6202	0,0033	0,0092	0,0614	0,5469
9304	0,0079	0,0047	0,0284	0,2459
12405	0,0073	0,0073	0,0165	0,1397

---

Re	$f_{Dodge}$ He = $10^4$	$f_{Dodge}$ He = $10^5$	$f_{Dodge}$ He = $10^6$	$f_{Dodge}$ He = $10^7$
15506	0,0069	0,0069	0,0109	0,0902
18607	0,0066	0,0066	0,0078	0,0631
21708	0,0063	0,0063	0,0059	0,0467
24810	0,0061	0,0061	0,0046	0,0360
27911	0,0060	0,0060	0,0037	0,0286
31012	0,0058	0,0058	0,0058	0,0233
34113	0,0057	0,0057	0,0057	0,0194
37214	0,0056	0,0056	0,0056	0,0164
40315	0,0055	0,0055	0,0055	0,0140
43417	0,0054	0,0054	0,0054	0,0122
46518	0,0053	0,0053	0,0053	0,0107
49619	0,0052	0,0052	0,0052	0,0094
52720	0,0052	0,0052	0,0052	0,0084
55821	0,0051	0,0051	0,0051	0,0075
58923	0,0050	0,0050	0,0050	0,0068
62024	0,0050	0,0050	0,0050	0,0061
65125	0,0049	0,0049	0,0049	0,0056
68226	0,0049	0,0049	0,0049	0,0051

---

---

Re	$f_{Dodge}$ He = $10^4$	$f_{Dodge}$ He = $10^5$	$f_{Dodge}$ He = $10^6$	$f_{Dodge}$ He = $10^7$
71327	0,0048	0,0048	0,0048	0,0047
74429	0,0048	0,0048	0,0048	0,0043
77530	0,0047	0,0047	0,0047	0,0040
80631	0,0047	0,0047	0,0047	0,0037
83732	0,0047	0,0047	0,0047	0,0035
86833	0,0046	0,0046	0,0046	0,0032
89934	0,0046	0,0046	0,0046	0,0046
93036	0,0046	0,0046	0,0046	0,0046
96137	0,0045	0,0045	0,0045	0,0045
99238	0,0045	0,0045	0,0045	0,0045
102339	0,0045	0,0045	0,0045	0,0045
105440	0,0045	0,0045	0,0045	0,0045
108542	0,0044	0,0044	0,0044	0,0044
111643	0,0044	0,0044	0,0044	0,0044
114744	0,0044	0,0044	0,0044	0,0044
117845	0,0043	0,0043	0,0043	0,0043
120946	0,0043	0,0043	0,0043	0,0043
124048	0,0043	0,0043	0,0043	0,0043

---

Re	$f_{Dodge}$	$f_{Dodge}$	$f_{Dodge}$	$f_{Dodge}$
	He = $10^4$	He = $10^5$	He = $10^6$	He = $10^7$
127149	0,0043	0,0043	0,0043	0,0043
620238	0,0032	0,0032	0,0032	0,0032

**Tabela 11 – Fatores de atrito para múltiplos Hedstrom para fluidos Bingham - Malin/Torrance**

Re	$f_{Torrance}$	$f_{Torrance}$	$f_{Torrance}$	$f_{Torrance}$	$f_{Torrance}$
	He = $10^3$	He = $10^4$	He = $10^5$	He = $10^6$	He = $10^7$
500	0,0426	0,1328	0,9276	8,3715	81,1448
1000	0,0187	0,0419	0,2475	2,1334	20,4067
2000	0,0087	0,0146	0,0681	0,5482	5,1448
3000	0,0057	0,0083	0,0326	0,2489	2,3015
4000	0,0048	0,0057	0,0196	0,1426	1,3017
5000	0,0047	0,0048	0,0133	0,0928	0,8371
6000	0,0046	0,0046	0,0097	0,0654	0,5839
7000	0,0045	0,0045	0,0075	0,0487	0,4307
8000	0,0044	0,0044	0,0061	0,0378	0,3310
9000	0,0044	0,0044	0,0053	0,0302	0,2625
10000	0,0043	0,0043	0,0048	0,0247	0,2133

---

Re	$f_{Torrance}$ He = $10^3$	$f_{Torrance}$ He = $10^4$	$f_{Torrance}$ He = $10^5$	$f_{Torrance}$ He = $10^6$	$f_{Torrance}$ He = $10^7$
20000	0,0040	0,0041	0,0041	0,0071	0,0548
30000	0,0039	0,0039	0,0039	0,0045	0,0249
40000	0,0038	0,0038	0,0038	0,0040	0,0144
50000	0,0037	0,0037	0,0037	0,0038	0,0096
60000	0,0036	0,0036	0,0037	0,0037	0,0072
70000	0,0036	0,0036	0,0036	0,0036	0,0058
80000	0,0036	0,0036	0,0036	0,0036	0,0050
90000	0,0035	0,0035	0,0035	0,0035	0,0045
100000	0,0035	0,0035	0,0035	0,0035	0,0042
200000	0,0033	0,0033	0,0033	0,0033	0,0034
300000	0,0032	0,0032	0,0032	0,0032	0,0032
400000	0,0031	0,0031	0,0031	0,0031	0,0031
500000	0,0030	0,0030	0,0030	0,0030	0,0030
600000	0,0030	0,0030	0,0030	0,0030	0,0030
700000	0,0029	0,0029	0,0029	0,0029	0,0029
800000	0,0029	0,0029	0,0029	0,0029	0,0029
900000	0,0029	0,0029	0,0029	0,0029	0,0029
1000000	0,0029	0,0029	0,0029	0,0029	0,0029

---

Re	$f_{Torrance}$ He = $10^3$	$f_{Torrance}$ He = $10^4$	$f_{Torrance}$ He = $10^5$	$f_{Torrance}$ He = $10^6$	$f_{Torrance}$ He = $10^7$
1100000	0,0028	0,0028	0,0028	0,0028	0,0028
5000000	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003

Tabela 12 – Fatores de atrito para múltiplos Hedstrom para fluidos Bingham - Hedstrom/Darby

Re	Água	$f_{Darby}$ He = $10^3$	$f_{Darby}$ He = $10^4$	$f_{Darby}$ He = $10^5$	$f_{Darby}$ He = $10^6$	$f_{Darby}$ He = $10^7$
500	0,0320	0,0426	0,1328	0,9276	7,6552	78,8819
1000	0,0160	0,0187	0,0419	0,2475	2,1334	19,6066
2000	0,0080	0,0087	0,0146	0,0681	0,5482	5,1448
3000	0,0091	0,0056	0,0083	0,0326	0,2489	2,3015
4000	0,0085	0,0045	0,0057	0,0196	0,1426	1,3017
5000	0,0094	0,0041	0,0047	0,0133	0,0928	0,8371
6000	0,0089	0,0039	0,0044	0,0098	0,0654	0,5839
7000	0,0085	0,0038	0,0043	0,0077	0,0487	0,4307
8000	0,0082	0,0037	0,0041	0,0066	0,0378	0,3310
9000	0,0080	0,0036	0,0041	0,0060	0,0302	0,2625
10000	0,0078	0,0036	0,0040	0,0058	0,0247	0,2133

---

Re	Água	$f_{Darby}$ He = $10^3$	$f_{Darby}$ He = $10^4$	$f_{Darby}$ He = $10^5$	$f_{Darby}$ He = $10^6$	$f_{Darby}$ He = $10^7$
20000	0,0065	0,0031	0,0035	0,0049	0,0073	0,0548
30000	0,0059	0,0029	0,0032	0,0045	0,0051	0,0249
40000	0,0056	0,0027	0,0030	0,0043	0,0046	0,0145
50000	0,0053	0,0026	0,0029	0,0041	0,0043	0,0098
60000	0,0051	0,0025	0,0028	0,0039	0,0041	0,0074
70000	0,0050	0,0024	0,0027	0,0038	0,0040	0,0060
80000	0,0048	0,0024	0,0027	0,0037	0,0039	0,0052
90000	0,0047	0,0023	0,0026	0,0037	0,0038	0,0047
100000	0,0046	0,0023	0,0025	0,0036	0,0037	0,0044
200000	0,0041	0,0020	0,0022	0,0031	0,0032	0,0033
300000	0,0038	0,0018	0,0021	0,0029	0,0030	0,0030
400000	0,0037	0,0017	0,0019	0,0027	0,0028	0,0028
500000	0,0036	0,0017	0,0019	0,0026	0,0027	0,0027
600000	0,0035	0,0016	0,0018	0,0025	0,0026	0,0026
700000	0,0035	0,0016	0,0017	0,0025	0,0025	0,0025
800000	0,0034	0,0015	0,0017	0,0024	0,0025	0,0025
900000	0,0034	0,0015	0,0017	0,0023	0,0024	0,0024
1000000	0,0033	0,0015	0,0016	0,0023	0,0024	0,0024

---

---

		$f_{Darby}$	$f_{Darby}$	$f_{Darby}$	$f_{Darby}$	$f_{Darby}$
Re	Água	He = $10^3$	He = $10^4$	He = $10^5$	He = $10^6$	He = $10^7$
1100000	0,0033	0,0014	0,0016	0,0023	0,0023	0,0023

---

**Tabela 13 – Perda de carga para concentrações máximas e mínimas de sólidos - Wasp/Tomita**

U (m/s)	$C_v = 26\%$	$C_v = 34\%$	Água
	$\Delta P$ (m/km)	$\Delta P$ (m/km)	$\Delta P$ (m/km)
0,2	3,18	0,57	0,07
0,3	1,63	0,37	0,15
0,4	1,14	0,39	0,25
0,5	1,01	0,49	0,38
0,6	1,03	0,63	0,53
0,7	1,16	0,81	0,71
0,8	1,34	1,02	0,91
0,9	1,58	1,26	1,14
1,0	1,86	1,53	1,39
1,5	3,77	3,26	2,99
2,0	6,46	5,61	5,18
2,5	9,86	8,57	7,95
3,0	13,96	12,14	11,30
3,5	18,77	16,31	15,23
4,0	24,26	21,08	19,74
4,5	30,44	26,44	24,83
5,0	37,30	32,39	30,49
5,5	44,84	38,93	36,74
6,0	53,06	46,06	43,56
6,5	61,96	53,77	50,96
7,0	71,54	62,07	58,94

**Tabela 14 – Velocidade crítica (deposição) para múltiplos diâmetros de partículas**

Diâmetro Partícula ( $\mu\text{m}$ )	$U_c$ (m/s)		
	Gillies-Shook	Oroskar	Pinto
10	0,56	5,25	4,38
20	0,56	5,48	4,38
30	0,56	5,61	4,38
40	0,56	5,71	4,38
50	0,59	5,78	4,38
60	0,73	5,85	4,38
70	1,01	5,90	4,38
80	1,36	5,95	4,38
90	1,72	5,99	4,38
100	2,03	6,03	4,38
200	3,41	6,28	4,38
300	3,74	6,44	4,38
350	3,82	6,50	4,38

**Tabela 15 – Reynolds de transição para equações de Swamee e Durand**

---

He	$Re_T$ Swamee	$Re_T$ Durand
18	2504	2503
177	2535	2529
1773	2818	2767
17728	4414	4242
177279	9230	9935
1772788	20506	28457
17727880	45871	87205
177278802	91596	273036

---

## **Anexos**

**Tabela 16 – Amostras de granulometria por peneiramento passante acumulado - Mesh (Tyler)**

#42	#65	#100	#150	#200	#270	#325	<#325
100	99,94	99,77	99,30	97,94	93,36	91,70	8,30
100	99,90	99,59	98,78	96,82	91,20	89,10	10,90
100	99,95	99,77	99,26	97,90	93,44	91,86	8,14
100	99,94	99,76	99,23	97,78	93,02	91,22	8,78
100	99,91	99,64	98,92	97,10	91,71	89,97	10,03
100	99,95	99,75	99,15	97,32	91,15	88,86	11,14
100	99,93	99,67	98,90	96,59	89,65	87,18	12,82
100	99,93	99,69	98,94	96,74	90,21	87,89	12,11
100	99,91	99,55	98,47	95,66	88,43	85,93	14,07
100	99,94	99,70	98,99	96,95	90,76	88,69	11,31
100	99,94	99,76	99,17	97,36	91,32	89,05	10,95
100	99,94	99,73	99,08	97,11	90,81	88,41	11,59
100	99,94	99,73	99,10	97,20	91,12	88,85	11,15
100	99,95	99,76	99,15	97,32	91,41	89,07	10,93
100	99,96	99,80	99,27	97,68	92,53	90,65	9,35
100	99,94	99,74	99,11	97,20	91,17	89,06	10,94
100	99,95	99,77	99,12	97,09	90,67	88,35	11,65
100	99,96	99,82	99,30	97,67	92,55	90,89	9,11
100	99,96	99,80	99,25	97,58	92,38	90,62	9,38
100	99,95	99,77	99,25	97,62	92,27	90,38	9,62

#42	#65	#100	#150	#200	#270	#325	<#325
100	99,96	99,82	99,36	97,84	92,68	91,07	8,93
100	99,97	99,87	99,51	98,25	93,51	91,76	8,24
100	99,97	99,85	99,47	98,15	93,43	91,73	8,27
100	99,97	99,83	99,36	97,87	92,94	91,26	8,74
100	99,97	99,86	99,48	98,24	93,81	92,29	7,71
100	99,92	99,66	99,01	97,25	91,92	90,08	9,92
100	99,93	99,69	99,01	97,10	91,28	88,88	11,12
100	99,92	99,67	98,99	97,11	91,51	89,35	10,65
100	99,93	99,70	99,08	97,32	91,98	90,19	9,81
100	99,96	99,79	99,25	97,50	91,74	89,33	10,67
100	99,94	99,71	99,00	97,06	91,34	89,05	10,95

**Tabela 17 – Alguns dos testes reológicos utilizados para definição de tipo de fluido (Bingham)**

Teste 1	Teste 1	Teste 2	Teste 2	Teste 3	Teste 3	Teste 4	Teste 4
$\gamma_t$ (s <sup>-1</sup> )	$\tau_0$ (Pa)						
200,04	10,88	200,06	11,02	200,04	11,55	200,04	10,16
196,62	10,20	196,63	9,79	196,63	10,78	196,63	9,29
193,26	10,03	193,25	9,60	193,26	10,62	193,25	9,09
189,88	9,90	189,89	9,45	189,88	10,47	189,88	8,96
186,51	9,80	186,50	9,38	186,51	10,38	186,51	8,82

Teste 1	Teste 1	Teste 2	Teste 2	Teste 3	Teste 3	Teste 4	Teste 4
$\gamma_t$ (s <sup>-1</sup> )	$\tau_0$ (Pa)						
183,14	9,66	183,14	9,30	183,14	10,22	183,13	8,72
179,76	9,61	179,77	9,19	179,76	10,14	179,77	8,67
176,39	9,50	176,38	9,16	176,39	10,07	176,39	8,55
173,02	9,39	173,02	9,09	173,02	9,94	173,01	8,48
169,64	9,32	169,65	8,99	169,65	9,83	169,64	8,42
166,27	9,28	166,28	8,90	166,27	9,75	166,27	8,35
162,90	9,20	162,90	8,83	162,89	9,70	162,90	8,24
159,53	9,12	159,52	8,78	159,52	9,61	159,53	8,19
156,16	9,04	156,15	8,85	156,15	9,52	156,16	8,11
152,78	8,97	152,77	8,64	152,78	9,44	152,78	8,04
149,41	8,91	149,39	8,61	149,40	9,35	149,41	7,98
146,03	8,81	146,03	8,50	146,03	9,26	146,04	7,92
142,66	8,72	142,66	8,44	142,66	9,16	142,66	7,86
139,29	8,64	139,29	8,48	139,29	9,06	139,29	7,79
135,92	8,55	135,91	8,36	135,92	9,01	135,91	7,71
132,55	8,51	132,54	8,28	132,54	8,95	132,55	7,62
129,17	8,43	129,17	8,22	129,17	8,85	129,17	7,59
125,80	8,34	125,79	8,19	125,80	8,75	125,79	7,52
122,42	8,30	122,42	8,10	122,42	8,70	122,43	7,45

---

Teste 1	Teste 1	Teste 2	Teste 2	Teste 3	Teste 3	Teste 4	Teste 4
$\gamma_t$ (s <sup>-1</sup> )	$\tau_0$ (Pa)						
119,05	8,22	119,05	8,04	119,05	8,61	119,05	7,41
115,68	8,16	115,68	7,98	115,68	8,55	115,68	7,32
112,31	8,07	112,31	7,93	112,31	8,45	112,31	7,27
108,93	8,00	108,93	7,87	108,93	8,38	108,93	7,21
105,56	7,94	105,56	7,80	105,56	8,31	105,56	7,15
102,19	7,86	102,19	7,75	102,19	8,24	102,19	7,06
98,81	7,78	98,81	7,69	98,82	8,15	98,81	7,02
95,44	7,72	95,44	7,63	95,44	8,08	95,44	6,97
92,07	7,64	92,07	7,56	92,07	8,03	92,07	6,88
88,70	7,54	88,69	7,54	88,70	7,93	88,70	6,80
85,32	7,46	85,32	7,49	85,32	7,85	85,32	6,73
81,95	7,38	81,95	7,42	81,95	7,76	81,95	6,66
78,58	7,29	78,58	7,35	78,58	7,67	78,57	6,60
75,20	7,21	75,21	7,30	75,21	7,62	75,20	6,53
71,83	7,12	71,83	7,26	71,83	7,55	71,83	6,45
68,46	7,06	68,46	7,19	68,46	7,48	68,46	6,38
65,09	7,01	65,08	7,11	65,08	7,43	65,09	6,32
61,71	6,97	61,71	7,01	61,71	7,35	61,71	6,29
58,34	6,84	58,34	6,92	58,34	7,22	58,34	6,26

---

Teste 1	Teste 1	Teste 2	Teste 2	Teste 3	Teste 3	Teste 4	Teste 4
$\gamma_t$ (s <sup>-1</sup> )	$\tau_0$ (Pa)						
54,97	6,69	54,97	6,96	54,97	7,10	54,96	6,13
51,60	6,64	51,59	6,88	51,59	7,09	51,59	6,03
48,22	6,59	48,22	6,74	48,22	6,96	48,22	6,03
44,85	6,39	44,85	6,77	44,85	6,82	44,85	5,90
41,47	6,39	41,47	6,63	41,47	6,80	41,48	5,85
38,10	6,22	38,10	6,63	38,10	6,61	38,10	5,75
34,73	6,18	34,73	6,50	34,73	6,58	34,73	5,68
31,35	5,96	31,35	6,51	31,36	6,39	31,36	5,52
27,98	5,91	27,98	6,31	27,98	6,29	27,98	5,53
24,61	5,77	24,61	6,30	24,61	6,19	24,61	5,35
21,23	5,56	21,24	6,25	21,24	5,96	21,23	5,31
17,86	5,48	17,87	6,04	17,86	5,84	17,86	5,26
14,49	5,34	14,49	5,94	14,49	5,77	14,49	5,17
11,12	5,16	11,12	5,85	11,12	5,56	11,12	4,91
7,74	4,69	7,74	5,48	7,74	5,22	7,74	4,47
4,37	3,91	4,38	4,55	4,37	4,41	4,38	3,67
1,00	2,47	1,00	3,13	1,00	2,99	1,00	2,35

**Tabela 18 – Valores de constantes reológicas disponibilizados e valores calculados conforme modelos propostos**

---

$\Phi_v$	Tensão de Escoamento (Dina/cm <sup>2</sup> )	Coefficiente Rigidez (cP)	Modelo - Limite escoamento (Dina/cm <sup>2</sup> )	Modelo - Coeficiente Rigidez (cP)
0,279	22,60	16,94	29,85	13,84
0,287	33,26	-	33,23	15,32
0,303	40,81	-	41,46	19,24
0,304	74,50	-	42,03	19,53
0,307	27,63	16,27	43,70	20,39
0,309	75,60	-	44,59	20,85
0,310	55,73	24,04	45,04	21,09
0,310	42,00	-	45,15	21,15
0,310	38,56	20,23	45,32	21,24
0,312	66,38	-	46,30	21,76
0,313	48,75	-	46,76	22,01
0,313	36,53	21,29	46,82	22,04
0,313	41,39	-	46,94	22,11
0,313	43,44	-	47,00	22,14
0,314	46,04	-	47,47	22,40
0,314	57,85	26,93	47,65	22,49
0,315	56,20	26,44	47,83	22,59
0,315	42,36	21,47	47,95	22,66
0,316	47,00	21,26	48,56	22,99

---

---

$\Phi_v$	Tensão de Escoamento (Dina/cm <sup>2</sup> )	Coefficiente Rigidez (cP)	Modelo - Limite escoamento (Dina/cm <sup>2</sup> )	Modelo - Coeficiente Rigidez (cP)
0,316	53,04	25,36	48,62	23,03
0,317	52,96	25,37	49,05	23,27
0,319	48,82	24,15	50,24	23,93
0,319	51,92	24,30	50,43	24,04
0,319	44,59	23,60	50,49	24,08
0,319	44,63	-	50,56	24,11
0,320	48,77	-	51,00	24,37
0,320	43,19	-	51,00	24,37
0,320	58,21	18,78	51,13	24,44
0,320	56,31	23,53	51,26	24,52
0,321	52,07	22,30	51,58	24,70
0,321	52,36	23,20	51,71	24,78
0,321	67,13	23,20	51,71	24,78
0,321	40,11	20,51	52,04	24,97
0,322	47,44	22,12	52,30	25,12
0,322	51,99	23,74	52,37	25,16
0,322	61,53	-	52,70	25,35
0,323	42,53	19,21	52,83	25,43
0,323	46,60	21,53	52,83	25,43

---

---

$\Phi_v$	Tensão de Escoamento (Dina/cm <sup>2</sup> )	Coefficiente Rigidez (cP)	Modelo - Limite escoamento (Dina/cm <sup>2</sup> )	Modelo - Coeficiente Rigidez (cP)
0,323	63,84	27,82	53,24	25,67
0,323	61,25	-	53,30	25,71
0,323	58,90	27,01	53,30	25,71
0,324	49,19	20,93	53,37	25,75
0,324	54,22	-	53,77	25,99
0,325	44,19	24,08	54,05	26,15
0,326	45,27	-	54,87	26,64
0,326	52,04	22,40	55,08	26,77
0,326	73,51	24,27	55,15	26,81
0,326	48,66	-	55,29	26,89
0,327	47,90	-	55,92	27,28
0,328	58,23	24,14	56,34	27,54
0,329	46,40	-	57,28	28,12
0,334	62,20	-	60,17	29,96

---