

Marcos Antonio Alves

**Proposta de Agregação Robusta de Múltiplos  
Métodos com Incertezas em Problemas de  
Tomada de Decisão Multicritério**

Belo Horizonte - MG

14 de Maio de 2018

# Proposta de Agregação Robusta de Múltiplos Métodos com Incertezas em Problemas de Tomada de Decisão Multicritério

Marcos Antonio Alves  
Universidade Federal de Minas Gerais

**Orientador:** Frederico Gadelha Guimarães

Dissertação de Mestrado submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Belo Horizonte - MG

Maio de 2018

## Resumo

Tomar decisões é uma tarefa difícil que consiste em reunir as informações disponíveis sobre o problema e escolher a melhor alternativa em termos de resultados esperados. Muitas incertezas estão envolvidas neste processo, sendo ontológicas ou epistêmicas. Essa última, redutível, é frequentemente tratada em problemas de tomada de decisão multicritério com a criação de cenários e uso de diferentes métodos com a lógica clássica ou fuzzy. Entretanto, diferentes ordenações podem ser dispostas ao decisor com diferentes rankings para cada alternativa. Este trabalho propõe um modelo de agregação robusta de múltiplos métodos de tomada de decisão multicritério considerando incertezas. Para avaliação da proposta, utilizou-se um problema prático de planejamento de geração de energia considerando despacho hidrotérmico. A solução deste problema envolveu a combinação do algoritmo genético especializado de Chu-Beasley e programação linear. Diferentes cenários foram criados, do mais pessimista ao mais otimista, variando os parâmetros de hidrologia e demanda de energia. Quatro estudos de caso foram realizados com diferentes cenários e múltiplos métodos multicritério com a lógica clássica e fuzzy. As soluções robustas encontradas indicavam um pequeno aumento nos custos quando comparadas com aquelas de menor custo em cada cenário. Entretanto, elas minimizavam os efeitos das incertezas no processo decisório, como vagueza e alterações de cenário futuro. Esta proposta pode auxiliar o decisor a tomar decisões complexas de forma mais assertiva e minimizando os erros.

**Palavras Chave:** Agregação Robusta, Métodos de Tomada de Decisão Multicritério, Lógica Fuzzy, Incertezas, Análise de Cenários



## Abstract

Making decisions is a difficult task that consists in gathering the available information about the problem and choosing the best alternative in terms of expected results. Many uncertainties are involved in this process, being either ontological or epistemic. The latter, reducible, is often treated in multicriteria decision-making problems with the creation of scenarios and the use of different methods with classical or fuzzy logic. However, different ordinations can be provided to the decision maker with different rankings for each alternative. This dissertation proposes a robust aggregation model of multiple multicriteria decision making methods considering uncertainties. In order to evaluate the proposal, a practical problem of energy generation planning considering hydrothermal dispatch was used. The solution to this problem involved the combination of specialized genetic algorithm of Chu-Beasley and linear programming. Different scenarios were created, from the most pessimistic to the most optimistic, varying the parameters of hydrology and energy demand. Four study cases were performed with different scenarios and multiple multicriteria methods with classical and fuzzy logic. The robust solutions found indicated a small increase in costs when compared to those of lower cost in each scenario. However, they minimized the effects of uncertainties in the decision-making process, as vagueness and changes in the future scenario. This proposal may help decision-makers to make complex decisions more assertively and minimizing errors.

**Keywords:** Robust Aggregation, Multicriteria Decision Making Methods, Fuzzy Logic, Uncertainties, Scenario Analysis.



# Declaração

Esta dissertação é resultado do meu próprio trabalho, exceto quando explicitamente referenciado. Este trabalho não está submetido a nenhuma outra Instituição.





# Agradecimentos

Bom mesmo é agradecer, do fundo do coração e de peito bem apertado, àqueles que nos fazem coisas boas.

Agradeço a Deus, por me permitir viver esta experiência.

À minha família, pelo constante apoio com palavras e gestos que deram doses adicionais de energia e coragem.

Aos amigos mais próximos, por viverem comigo esta experiência fantástica. Agradeço àqueles que me ajudaram direta ou indiretamente, pois foram muitos os desafios. E agradeço aos que não me ajudaram, pois me fizeram tornar uma pessoa melhor.

A todos do laboratório MINDS, pela rica troca de experiências, amizade e colaboração durante este tempo de pesquisa.

Agradeço ao meu orientador Prof. Frederico Gadelha Guimarães. Ainda não encontrei palavras que expressem a gratidão e admiração que tenho por você. Se um dia elas me vierem, eu o direi.

Por fim, agradeço a toda equipe do programa de pós-graduação da Universidade Federal de Minas Gerais pela oportunidade de desenvolver esse trabalho e a CAPES pelo apoio financeiro.

*Glória in excélsis Deo!*



# Prefácio

*“Enquanto as vitórias se acumulam, eu penso no resultado  
O tempo passou e eu mudei. Mudei porque amadureci, mudei porque  
passei por tantas experiências, que consegui aprender com meus próprios  
erros. Mudei porque me decepcionei com amigos e pessoas, mudei porque  
me decepcionei com amores, mudei porque conheci pessoas tão especiais,  
que fui capaz de me inspirar nelas para me tornar uma pessoa diferente,  
talvez uma pessoa melhor. O tempo passou eu mudei, e nem tudo, e  
nem todos me acompanharam, mas está valendo muito a pena.”*

---



# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>xvii</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xix</b>
<b>Nomenclatura</b>	<b>xxi</b>
<b>1. Introdução</b>	<b>1</b>
1.1. Considerações Iniciais . . . . .	1
1.2. Tomada de Decisão . . . . .	2
1.3. Aplicações em Energia Elétrica . . . . .	4
1.4. Objetivos . . . . .	5
1.5. Organização do trabalho . . . . .	5
<b>2. Métodos de Tomada de Decisão Multicritério</b>	<b>7</b>
2.1. Introdução . . . . .	7
2.2. Revisão da Literatura . . . . .	10
2.3. Análise Hierárquica de Processos (AHP) . . . . .	13
2.4. Técnica de Ordem de Preferência por Semelhança a uma Solução Ideal (TOPSIS) . . . . .	17
2.5. Otimização Multicritério e Solução de Compromisso (VIKOR) . . . . .	19
2.6. Tomada de Decisão Interativa Multicritério (TODIM) . . . . .	21
2.7. Avaliação de Produto de Soma Agregada Ponderada (WASPAS) . . . . .	23
2.8. Considerações Finais . . . . .	24
2.8.1. Limitações deste Capítulo . . . . .	26
2.8.2. Pesquisas Futuras . . . . .	26
<b>3. Incertezas em Tomada de Decisão Multicritério</b>	<b>29</b>
3.1. Introdução . . . . .	29
3.2. Representação de Incertezas . . . . .	31

3.3.	Tipos de Incertezas e Modelagens Alternativas . . . . .	32
3.3.1.	Incertezas Calculadas por Função Matemática ou Modelo Computacional . . . . .	33
3.3.2.	Incertezas Calculadas por Função Abstrata ou Modelo Subjetivo . . . . .	35
3.3.3.	Incertezas mais gerais . . . . .	39
3.4.	Considerações Finais . . . . .	40
3.4.1.	Limitações deste Capítulo . . . . .	41
3.4.2.	Pesquisas Futuras . . . . .	41
<b>4.</b>	<b>Teoria da Decisão Multicritério Fuzzy</b>	<b>43</b>
4.1.	Introdução . . . . .	43
4.2.	Conceitos Preliminares . . . . .	45
4.3.	Revisão da Literatura . . . . .	48
4.4.	Fuzzy-MULTIMOORA . . . . .	50
4.5.	Fuzzy-TOPSIS Linear e Vetor . . . . .	52
4.6.	Fuzzy-Vikor . . . . .	54
4.7.	Fuzzy-Waspas . . . . .	56
4.8.	Conjuntos Fuzzy Intuicionistas, Pitagóricos e Z-Números . . . . .	58
4.8.1.	Conjuntos Fuzzy Intuicionistas . . . . .	59
4.8.2.	Conjuntos Fuzzy Pitagóricos . . . . .	60
4.8.3.	Z-Números . . . . .	62
4.8.4.	Considerações Conclusivas sobre IFS, PFS e Z-números . . . . .	63
4.9.	Conjuntos Fuzzy Tipo-2 . . . . .	64
4.10.	Conjuntos Fuzzy Não-Estacionários . . . . .	66
4.11.	Considerações Finais . . . . .	68
4.11.1.	Limitações deste Capítulo . . . . .	69
4.11.2.	Pesquisas Futuras . . . . .	70
<b>5.</b>	<b>Problema de Planejamento de Manutenção de Unidades Geradoras e Despacho Hidrotérmico</b>	<b>71</b>
5.1.	Considerações Iniciais . . . . .	71
5.2.	Modelo Matemático . . . . .	72
5.3.	Algoritmo Genético de Chu-Beasley . . . . .	76
5.3.1.	Configurações do Sistema de Teste . . . . .	78
5.3.2.	Codificação das Soluções Candidatas do GACB . . . . .	78
5.3.3.	Especificações do Computador de Teste e Execuções do Algoritmo . . . . .	82

---

<b>6. Metodologia</b>	<b>83</b>
6.1. Tomada de Decisão Multicritério com Cenários de Incertezas . . . . .	83
6.1.1. Contextualização . . . . .	83
6.1.2. Breve Revisão da Literatura . . . . .	84
6.1.3. Criação dos Cenários . . . . .	85
6.2. Agregação dos Múltiplos Métodos Multicritério e Múltiplos Cenários . . .	87
6.2.1. Contextualização . . . . .	87
6.2.2. Agregação de Métodos Multicritério e Cenários Futuros . . . . .	88
6.2.3. Procedimento de Agregação . . . . .	88
6.2.4. Considerações Finais . . . . .	91
<b>7. Resultados</b>	<b>95</b>
7.1. Incertezas em Tomada de Decisão Multicritério . . . . .	96
7.2. Resultados da Criação dos Cenários Futuros . . . . .	96
7.3. Agregação de Múltiplos Métodos Multicritério Crisp e Múltiplos Cenários	97
7.3.1. Resultado da Agregação de 3 Cenários com 5 Métodos Multicritério Crisp . . . . .	97
7.3.2. Discussão dos Resultados . . . . .	100
7.4. Agregação de Múltiplos Fuzzy-Métodos Multicritério e Múltiplos Cenários	103
7.4.1. Resultados da Agregação de 5 Cenários e 5 Métodos Multicritério Fuzzy . . . . .	103
7.4.2. Discussão dos Resultados . . . . .	107
7.5. Combinação de Métodos Multicritério e Múltiplos Cenários . . . . .	108
7.5.1. Resultados da Combinação dos Métodos AHP e TOPSIS e 5 Cenários	109
7.5.2. Discussão dos Resultados . . . . .	110
7.6. Decisão Tomada Sob Incerteza: Critérios de Wald, MaxiMax, Laplace, Hurwitz e Mínimo Arrependimento . . . . .	112
7.6.1. Resultados da Aplicação dos Critérios de DTSI . . . . .	112
7.6.2. Discussão dos Resultados . . . . .	113
7.7. Considerações Finais . . . . .	115
<b>8. Conclusão e Propostas Futuras</b>	<b>117</b>
8.1. Limitações da Pesquisa . . . . .	119
8.2. Futuras Investigações . . . . .	120
8.3. Publicações e Submissões . . . . .	121

---

<b>A. Apêndices</b>	<b>123</b>
A.1. Valores Alcançados pelas 80 Soluções Alternativas nos 5 Cenários pela Aplicação do GACB . . . . .	123
A.2. Ranking Completo das 80 Soluções Alternativas nos 3 Cenários pela Aplicação dos MCDM Crisp . . . . .	127
A.3. Ranking das 80 Soluções Alternativas nos 5 Cenários pela Aplicação dos Fuzzy-MCDM . . . . .	133
A.4. Ranking Completo das 80 Soluções Alternativas nos 5 Cenários pela Aplicação dos Critérios de DTSI . . . . .	139
<b>Referências</b>	<b>147</b>
<b>Índice Remissivo</b>	<b>162</b>



# Lista de Figuras

4.1. Número Fuzzy Triangular . . . . .	46
4.2. Um exemplo de $\alpha$ -cut . . . . .	46
4.3. Representação dos Termos Linguísticos . . . . .	48
4.4. Função de pertinência sigmoidal Tipo-2 intervalar obtida por variação no centro, variação na largura e ruído branco . . . . .	65
4.5. <i>Footprint of Uncertainty</i> (FOU) de um IT2FS e NSFS . . . . .	67
5.1. Fluxograma do GACB . . . . .	77
5.2. Plano de Manutenção Base . . . . .	79
6.1. Parâmetros adotados para a criação dos cenários. Variação em hidrologia e demanda de energia. . . . .	86
6.2. Esquema da Agregação de Múltiplos Métodos e Múltiplos Cenários . . . . .	92



# Lista de Tabelas

2.1. Escala Fundamental de Comparações . . . . .	16
2.2. Índice Aleatório (RI) . . . . .	16
4.1. Termos Linguísticos para Avaliação das Alternativas . . . . .	47
5.1. Vetores de semana de início e duração dos planos de manutenção . . . . .	80
7.1. Relação entre os Cenários Utilizados para os Métodos Crisp e os Demais Cenários Propostos . . . . .	98
7.2. Ranking das 15 Primeiras Alternativas Obtidas pela Aplicação dos Métodos Multicritério Crisp em cada Cenário . . . . .	99
7.3. Distância <i>Kendall tau</i> entre os Métodos Multicritério Crisp . . . . .	100
7.4. Pesos Adotados para os Métodos Multicritério em cada Cenário . . . . .	100
7.5. Resultado Final Agregado para Múltiplos Métodos Multicritério Crisp e 3 Cenários . . . . .	101
7.6. Diferenças entre as Três Alternativas Mais Robustas Considerando Métodos Multicritério Crisp em Relação Àquela de Menor Custo nos 3 Cenários . . . . .	101
7.7. Variáveis Linguísticas para Avaliação de Importância dos Critérios e seus Respectivos Números Fuzzy Triangulares . . . . .	104
7.8. Avaliação de Importância dos Critérios pelos Decisores e Agregação destes Valores . . . . .	104
7.9. Ranking das 15 Primeiras Alternativas Obtidas pela Aplicação dos Métodos Multicritério Fuzzy em cada Cenário . . . . .	105

7.10. Distância Kendall <i>tau</i> entre os Métodos Multicritério Fuzzy . . . . .	105
7.11. Pesos Adotados para os FMCDM Baseados na Distância <i>Kendall tau</i> . .	106
7.12. Resultado Final Agregado para Múltiplos Métodos Multicritério Fuzzy e 5 Cenários . . . . .	106
7.13. Diferenças entre as Três Alternativas Mais Robustas Considerando Métodos Multicritério Fuzzy em Relação Àquela de Menor Custo nos 5 Cenários .	107
7.14. Ranking das Soluções Alternativas em cada Cenário Obtidas pela Aplicação dos Métodos Multicritério AHP e TOPSIS . . . . .	110
7.15. Resultado Final Agregado para a Combinação dos Métodos AHP e TOPSIS	111
7.16. Diferença entre os Valores da Melhor Alternativa Classificada pela Agra- gação dos Cenários com a Alternativa de Menor Custo em cada Cenário .	111
7.17. 15 Melhores Alternativas Obtidas com os Critérios de DSTI . . . . .	113
7.18. Diferenças entre as Três Melhores Alternativas Obtidas pelos Critérios DTSI Wald em Relação Aquela de Menor Custo nos 5 Cenários . . . . .	114
7.19. Diferenças entre as Três Melhores Alternativas Obtidas pelos Critérios DTSI MaxiMax, Hurwitz, Laplace e Savage em Relação Àquela de Menor Custo nos 5 Cenários . . . . .	115
A.1. Valores Alcançados pelas 80 Soluções Alternativas nos 5 Cenários pela Aplicação do GACB . . . . .	124
A.2. Ranking das Soluções Alternativas em cada Cenário Obtidos pela Aplicação dos MCDM Crisp . . . . .	128
A.3. Ranking das Soluções Alternativas em cada Cenário Obtidos pela Aplicação dos Fuzzy-MCDM . . . . .	134
A.4. Ranking Completo das 80 Soluções Alternativas nos 5 Cenários pela Aplicação dos Critérios de DTSI . . . . .	140

# Nomenclatura

## Acrônimos

AHP	Analytic Hierarchy Process
CCi	Closeness Coefficient index
CCS	Closeness Coefficient Similarity
CWW	Computing With Words
DM	Decision Makers
DTSC	Decisão Tomada Sob Certeza
DTSI	Decisão Tomada Sob Incerteza
DTSR	Decisão Tomada Sob Risco
FDM	Fuzzy Decision Matrix
FMCDM	Fuzzy Multicriteria Decision Making
FST	Fuzzy Sets Theory
FWA	Fuzzy Weighted Average
GA	Algoritmo Genético
GAGB	Algoritmo Genético de Chu-Beasley
GAP	Generalized Assignment Problem
gaussMF	Gaussian Membership Function
GENCO	Companhia Geradora
GMSP	Problema de Agendamento de Manutenção de Unidades Geradoras de Energia
GPFEOWA	Generalized Pythagorean Fuzzy Einstein Ordered Weighted Averaging
GPFEWA	Generalized Pythagorean Fuzzy Einstein Weighted Averaging
HTD	Despacho Hidrotérmico
IF-AHP	Intuitionistic Fuzzy Analytic Hierarchy Process

---

IF-TOPSIS	Intuitionistic Fuzzy TOPSIS
IFN	Intuitionistic Fuzzy Number
IFS	Intuitionistic Fuzzy Sets
IFWA	Intuitionistic Fuzzy Weighted Averaging
IT2FS	Interval Type-2 Fuzzy Sets
IVIF	Interval Valued Intuitionistic Fuzzy
LP ou PL	Programação Linear
MADM	Multiple Attribute Decision Making
MCDA	Multicriteria Decision Analysis
MCDM	Multicriteria Decision Making
MCGDM	Multicriteria Group Decision Making
MF	Membership Function
MILP	Programação Linear Inteira Mista
MODM	MultiObjective Decision Making
MOORA	Multi-Objective Optimization by Ratio Analysis
MULTIMOORA	MOORA plus the full Multiplicative Form
NSFS	Nonstationary Fuzzy Sets
OWA	Ordered Weighted Averaging
PFN	Pythagorean Fuzzy Number
PFOAWAD	Pythagorean Fuzzy OWA Weighted Average Distance
PFS	Pythagorean Fuzzy Sets
PFWA	Pythagorean Fuzzy Weighted Average
PFWG	Pythagorean Fuzzy Weighted Geometric Average
PFWPA	Pythagorean Fuzzy Weighted Power Average
PFWPG	Pythagorean Fuzzy Weighted Power Geometric
PO	Pesquisa Operacional
PROMETHEE	Preference Ranking Organization Method for Enrichment Evaluation
T-ODA	Trade-Off Decision Analysis
T1FS	Type-1 Fuzzy Sets

---

T2FS	Type-2 Fuzzy Sets
TFN	Triangular Fuzzy Number
TODIM	Tomada de Decisão Interativa Multicritério
TOPSIS	Technique for Order Performance by Similarity to Ideal Solution
UoD	Universe of Discourse
UPME	Agência de Planejamento de Minas e Energia
VIKOR	ViseKriterijumska Optimizacija i KompromisnoResenje
WA	Weighted Averaging
WASPAS	Weighted Aggregated Sum Product Assessment

### Símbolos

$\delta$	Variabilidade em torno da avaliação de uma alternativa $i$
$\epsilon$	Incerteza na modelagem da função utilizada como critério
$\mu$	Função de pertinência fuzzy com um formato arbitrário, podendo ser triangular, trapezoidal, gaussiano etc.
$\tilde{a}_i$	Alternativa $i$ representada por uma função de pertinência $\mu$ fuzzy arbitrária
$\tilde{C}_j$	Critério $j$ representado por uma função de pertinência $\mu$ fuzzy arbitrária.
$\tilde{D}$	Matriz de Decisão Fuzzy.
$\tilde{x}_{ij}$	Número fuzzy que representa o desempenho da alternativa $i$ sob o critério $j$
$a_i$	$i$ -ésima alternativa
$C_j$	$j$ -ésimo critério
$D$	Matriz de Decisão
$W$	Vetor de pesos dos critérios
$x_{ij}$	Desempenho da alternativa $i$ sob o critério $j$





*“Rapadura é doce, mas não é mole não”*

—



# Capítulo 1.

## Introdução

*“A tomada de decisões, embora siga um roteiro prescritivo, está sujeita a cognição do responsável pela mesma que varia da extroversão à introversão, da sensação à intuição, do raciocínio lógico à sensação e do julgamento à percepção”*

— K. Jung

### 1.1. Considerações Iniciais

Teoria da decisão é uma poderosa abordagem para fornecer aconselhamento ao decisor na escolha da solução de melhor qualidade, bem como a desejabilidade dos resultados em termos de custo e benefício. A dificuldade na escolha de uma alternativa aumenta proporcionalmente à complexidade do problema, levando em consideração os riscos e incertezas associadas.

Diferentes etapas estão envolvidas na tomada de decisão, tais como a identificação do problema e dos critérios, escolha do método, análise e avaliação das alternativas e verificação da eficácia da solução preferida. O processo envolve ainda a combinação do que é possível e conhecido, o que é possível, mas desconhecido, somados aos julgamentos sobre os benefícios líquidos dos diferentes critérios e conhecimento sobre estados futuros (Polasky et al.; 2011). Assim, quanto mais informações disponíveis, mais assertivo e menos moroso pode ser essa etapa. O time que acompanha o projeto usualmente tem

uma visão geral dos processos correntes e isso pode ser uma grande vantagem em nível gerencial.

Dois tipos de incertezas estão envolvidas nos problemas de decisão: incertezas ontológicas e incertezas epistêmicas (Georgescu; 2014). A primeira é intrínseca ao processo, sendo esta aleatória, objetiva e irreduzível. Por decorrer da estocasticidade natural do problema, ela é normalmente tratada pela teoria das probabilidades. A incerteza epistêmica decorre de um processo determinístico, de natureza subjetiva e redutível. Ela está intimamente associada ao conhecimento que se tem do problema. Logo, relaciona-se com incertezas de medição, tamanho amostral e imprecisão, vagueza ou subjetividade humana (Zadeh; 1965; Russell e Fortes; 2017). Sua minimização depende, principalmente, de informações adicionais, seja através de simulações ou julgamentos humanos. A modelagem considera especialmente a teoria dos conjuntos fuzzy (Zadeh; 1965) e análise de cenários (Durbach e Stewart; 2012b; Hashemkhani Zolfani et al.; 2016).

A maioria dos problemas da vida real, especialmente aqueles ligados a área da Pesquisa Operacional (PO), são complexos e envolvem um número grande de alternativas e critérios, sendo estes muitas vezes conflitantes entre si. Estes critérios podem ser calculados diretamente por uma função matemática objetiva ou introduzidos adicionalmente em um problema de decisão, sendo calculados por uma função abstrata ou subjetiva e avaliada por um decisor. Técnicas de otimização robusta vêm sendo utilizadas para lidar com estas incertezas e garantir que a solução encontrada seja insensível à incertezas e ruídos presentes no processo (Jin e Branke; 2005).

## 1.2. Tomada de Decisão

A tomada de decisão tem sua natureza enfatizada no nível gerencial, onde os especialistas têm o poder de aceitar ou rejeitar uma solução proposta pelo processo de otimização (Opricovic e Tzeng; 2004; Moreira; 2011). Porém, o processo de tomada de decisão se torna complexo devido aos riscos e incertezas associados. Diferentes abordagens e técnicas foram propostas a fim de tornar o processo decisório mais racional e robusto.

O processo de tomada de decisão robusta envolve conhecer as incertezas envolvidas e integrá-las ao problema de decisão. A robustez de uma solução é classificada de acordo com sua formulação. Assim, dentro da teoria da decisão multicritério, o decisor

pode recorrer aos vários métodos disponíveis, vide Saaty (2008); Stefano et al. (2015); Govindan e Jepsen (2016); Chakraborty e Zavadskas (2014); Shih et al. (2007); Olson (2004); Behzadian et al. (2010); Ho et al. (2010); Gomes et al. (2009); Opricovic e Tzeng (2004). O ponto em comum da formulação destes métodos é que todos eles constroem uma matriz de decisão  $D$  considerando um conjunto de soluções alternativas  $a_i$  provenientes ou não de um problema de otimização e as preferências do decisor em relação a diferentes critérios  $C_j$ , ou seja,  $[D]_{ij} = C_j(a_i)$ .

Métodos de Tomada de Decisão Multicritério (MCDM, do inglês *Multicriteria Decision Making*) têm sido aplicados para resolver inúmeros problemas da PO nos últimos anos, tais como: seleção de materiais (Chatterjee et al.; 2011), problemas na engenharia civil (Opricovic; 1998), geração de energia (Momoh e Zhu; 2003; Lin et al.; 2006; Alomoush; 2004; Kumar Yadav et al.; 2012) combinado com despacho hidrotérmico (Martínez et al.; 2014; Alves et al.; 2017), desenvolvimento sustentável/renovável (Pisani e Villacci; 2011; Abu Taha e Daim; 2013; San Cristóbal; 2011; Vučijak et al.; 2013; Freitas; 2003; Hashemkhani Zolfani e Saporauskas; 2013), avaliação de impactos ambientais (Gomes e Lima; 1992b), exploração de gás natural (Gomes e Maranhão; 2008), avaliação de insumos em indústria têxtil (Keunecke et al.; 2015), escolha de sistema operacional de smartphones (Alves e Souza; 2017), escolha de um novo carro (Srikrishna et al.; 2014), decisões gerenciais em órgãos públicos (Marins et al.; 2009), planos de internet de banda larga (Rangel et al.; 2011), escolha de melhor local de instalação ou expansão de uma organização (Athawale e Chakraborty; 2010), dentre outros.

A lógica fuzzy proposta por Zadeh (1965) foi estendida a praticamente todos esses métodos MCDM a fim de incorporar a subjetividade humana ao problema, o que envolve uma incerteza epistêmica inerente. Esta combinação tem sido empregada para os mais diversos problemas, como: escolha de local de construção (Turskis et al.; 2015), planejamento de recursos hídricos (Opricovic; 2011), seleção de pessoal (Baležentis et al.; 2012), avaliação de células fotovoltaicas (García-Cascales et al.; 2012), cadeia de fornecedores (Chen et al.; 2006; Luukka; 2011), problema de portfólio de compras hospitalares (Medeiros e Ferreira; 2016), seleção de material (Gul et al.; 2016), economia de energia em hotéis (Mardani, Zavadskas, Streimikiene, Jusoh, Nor e Khoshnoudi; 2016), avaliação e seleção de projetos (Ramadan; 2004; Chang e Ishii; 2013), dentre outros.

Extensões da lógica fuzzy têm sido propostas para lidar com outros tipos de incerteza referentes ao julgamento do decisor. Apesar de possuírem a mesma fonte de imprecisão, o tipo de incerteza pode ser diferente. Por exemplo, conjuntos fuzzy não-estacionários (NSFS) (Garibaldi et al.; 2008) para lidar com a variação na avaliação do especialista

(ou um grupo deles) ao longo do tempo; conjuntos fuzzy tipo-2 (T2FS) (Zadeh; 1975; Mendel et al.; 2006; Garibaldi et al.; 2008), incluindo sua forma intervalar (IT2FS), para lidar com incertezas em relação as funções de pertinência ou no formato e nos parâmetros destas funções de pertinência; conjuntos fuzzy intuicionistas (Atanassov; 1986), pitagóricos (Yager; 2014) e z-números (Zadeh; 2011) para mensurar um grau de pertinência e não-pertinência (i.e. confiança e hesitação) no julgamento das alternativas.

Outra perspectiva está no contexto da Decisão Tomada Sob Incerteza (DTSI) (Moreira; 2011). Há diferentes critérios na DTSI para auxílio a decisão, tais como: Wald (ou MaxMin), MaxMax (ou Máxima Ganância), Hurwitz (ou Realismo), Laplace (ou Razão Insuficiente) e Savage (ou Mínimo Arrependimento) (Ekel et al.; 2008, 2011; Pazek e Rozman; 2009; Moreira; 2011). Eles permitem escolher a melhor alternativa dadas as preferências entre alternativas e cenários, porém não levam em consideração ordenações de métodos multicritério ou pesos associados aos cenários.

### 1.3. Aplicações em Energia Elétrica

Conforme explicitações anteriores, estes métodos têm sido aplicados em muitas áreas, incluindo a de energia. Um destes problemas é o de planejamento de unidades geradoras de energia (GMSP, do inglês *Generation Maintenance Scheduling Problem*) combinado com o despacho hidrotérmico (HTD, do inglês *Hydrothermal Dispatch*). O objetivo é determinar níveis operacionais e períodos de manutenção de usinas térmicas e hidráulicas a fim de suprir a demanda de eletricidade (Suresh e Kumarappan; 2006; Martínez et al.; 2014; Alves et al.; 2017; Singh e Singal; 2017).

A complexidade dos problemas desta área tem sido o fator motivador para muitas pesquisas. Esta dissertação se insere neste contexto. Um problema prático que combina GMSP e HTD é investigado e proposições são feitas tanto para a solução do problema de otimização, quanto para a tomada de decisão incluindo diferentes tipos de incertezas. O estudo de caso é inspirado na pesquisa proposta por Martínez et al. (2014), Ramirez et al. (2016) e Ramírez-Martínez et al. (2017). Os dados foram obtidos a partir da GENCO colombiana *UPME - Unidad de Planeación Minero Energética*, ou Agência de Planejamento de Minas e Energia.

A maior parte das pesquisas que se dedicam a investigar GMSP, HTD e outros problemas complexos de otimização entregam ao decisor um conjunto de soluções alternativas. O caso anterior de Martínez et al. (2014) e Ramírez-Martínez et al. (2017) é um exemplo disto. Um conjunto de 80 soluções, i.e. cronogramas de manutenção de unidades geradoras, foi obtido através de um processo de otimização e cabe ao decisor escolher uma delas para ser implementada. Mesmo que muitas incertezas tenham sido implementadas visando uma otimização robusta, certamente houveram simplificações no modelo para torná-lo factível e implementável computacionalmente. Portanto, a tomada de decisão torna-se fundamental nesta etapa. Ela permite a adoção de critérios adicionais e a inclusão de mais informações ao modelo. Esta dissertação se insere neste contexto e os objetivos principais são descritos a seguir.

## 1.4. Objetivos

O principal objetivo desta pesquisa foi propor um método para agregação robusta de múltiplos métodos de multicritério para mitigar riscos e incertezas em problemas de tomada de decisão. A partir desse objetivo geral, pode-se detalhar os objetivos específicos a seguir.

- (a) Identificar e categorizar as incertezas presentes nos processos de tomada de decisão multicritério;
- (b) Investigar o estado-da-arte dos métodos de tomada de decisão multicritério que utilizam a lógica clássica e a lógica fuzzy;
- (c) Propor soluções alternativas para problemas que lidam com incertezas vislumbrando a tomada de decisão robusta;
- (d) Identificar lacunas na literatura que dão oportunidades de novas pesquisas;
- (e) Aplicar a metodologia proposta em um problema prático em engenharia elétrica.

## 1.5. Organização do trabalho

Esta dissertação é organizada da seguinte forma:

- **Capítulo 2 - Métodos de Tomada de Decisão Multicritério** apresenta os conceitos de matriz de decisão, cita vários métodos multicritério existentes na literatura, detalha, revisa e descreve alguns deles;
- **Capítulo 3 - Incertezas em Tomada de Decisão Multicritério** investiga e apresenta as incertezas presentes no processo de tomada de decisão multicritério;
- **Capítulo 4 - Teoria da Decisão Multicritério Fuzzy** revisa a literatura sobre os métodos fuzzy, descreve alguns deles e aponta as principais extensões deste campo de pesquisa;
- **Capítulo 5 - Problema de Planejamento de Manutenção de Unidades Geradoras e Despacho Hidrotérmico** apresenta o estudo de caso prático utilizado nesta pesquisa, incluindo o modelo matemático e o método de solução.
- **Capítulo 6 - Metodologia** apresenta uma breve revisão sobre incertezas em problemas de tomada de decisão multicritério e apresenta, também, a metodologia utilizada nesta pesquisa.
- **Capítulo 7 - Resultados** apresenta os resultados obtidos para as diferentes aplicações realizadas através da abordagem proposta.
- **Capítulo 8 - Conclusão e Propostas Futuras** fornece as considerações conclusivas, algumas limitações e indica oportunidades de novas pesquisas.



## Capítulo 2.

# Métodos de Tomada de Decisão Multicritério

*“Toda decisão envolve perdas e ganhos. Quando você escolhe uma alternativa, está abrindo mão do que as outras poderiam te oferecer.”*

— Heloísa Rodrigues - Psicóloga

### 2.1. Introdução

As tarefas de avaliação e escolha de uma única solução envolvendo múltiplos critérios no processo decisório são tarefas inerentes de um problema de decisão multicritério. Este problema envolve a avaliação de especialistas (*decision-makers*, DM) no que tange a critérios qualitativos ou quantitativos e requer métodos multicritério para interpretação do problema e entendimento da situação (Guarnieri; 2015). Com o problema identificado, define-se as alternativas que são avaliadas em termos de objetivos específicos. Por definição, cada solução factível pode ser uma alternativa e os fatores que levam em consideração para a escolha da alternativa são os critérios.

Os métodos MCDM visam indicar ao decisor qual a melhor alternativa possível de acordo com critérios estabelecidos (Saaty; 2008; Opricovic e Tzeng; 2004). Eles têm recebido especial atenção na literatura especializada. Conforme afirmado por Mardani, Jusoh, Nor, Khalifah, Zakwan e Valipour (2015), “centenas de pesquisas têm sido publicadas para fornecer informação sobre métodos MCDM, seus desenvolvimentos e

aplicações em diferentes campos”. Estas pesquisas vêm com o objetivo de direcionar especialistas na análise estratégica ajudando a clarificar o impacto de cada alternativa nos problemas de decisão.

Baseando-se no proposto por Opricovic e Tzeng (2004) e Jahanshahloo, Hosseinzadeh Lotfi e Izadikhah (2006) os passos que compõem a tomada de decisão multicritério são:

- (a) Identificar o problema de decisão;
- (b) Estabelecer os critérios  $C_j$  de avaliação;
- (c) Elencar possíveis soluções, i.e. alternativas  $a_i$ , para o problema. Elas podem ser obtidas, inclusive, por meio da resolução de um problema de otimização com um ou mais objetivos;
- (d) Avaliar as alternativas em termos dos critérios;
- (e) Determinar os pesos dos critérios;
- (f) Aplicar um método multicritério;
- (g) Aceitar a solução preferida ou retornar ao passo (b) ou (e).

Esses passos representam subjetivamente todo o processo de tomada de decisão utilizando métodos MCDM. Identifica-se, primeiramente, qual é o problema a ser resolvido. Então estabelece os critérios e as soluções alternativas. Dá-se pesos aos critérios de forma a representar a importância de cada um para o problema a ser resolvido. Aplica-se, então, um método multicritério e obtém-se o ranking das alternativas. Com este objetivo atingido, o decisor pode aceitar ou rejeitar a ordenação proposta. No primeiro caso, implementa-se a alternativa melhor classificada pelo método. Caso contrário, é sugerido ou retornar ao passo (b) e checar os critérios adotados e alternativas disponíveis ou ao passo (e) verificando se os pesos de cada critério satisfazem as preferências dos decisores.

Seja  $C_j$  o  $j$ -ésimo critério e  $a_i$  a  $i$ -ésima alternativa. Em um problema de tomada de decisão determinístico, o julgamento da alternativa  $a_i$  pelo critério  $C_j$  é dado por  $C_j(a_i)$ . Os julgamentos de todas as alternativas por todos os critérios, passos (b) a (d), podem ser armazenados em uma estrutura de matriz, denominada matriz de decisão, ou  $[D]_{ij} = C_j(a_i)$  (Opricovic e Tzeng; 2004; Jahanshahloo, Hosseinzadeh Lotfi e Izadikhah; 2006; Zhang e Xu; 2016), conforme representado a seguir em (2.1):

$$D = \begin{matrix} & C_1 & C_2 & \dots & C_j & \dots & C_m \\ \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{matrix} & \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1j} & \dots & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2j} & \dots & x_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nj} & \dots & x_{nm} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (2.1)$$

onde  $a_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  representam as alternativas viáveis,  $C_j$ ,  $j = 1, \dots, m$  representam os critérios de decisão,  $x_{ij}$  indica o desempenho da alternativa  $a_i$  segundo o critério  $C_j$ .

O passo (e) diz respeito ao vetor de pesos  $W = w_1, \dots, w_m$ . Ele contém os pesos individuais de cada critério, sendo  $w_j \geq 0$  e  $\sum_{i=1}^m w_j = 1$ , mandatório para avaliação dos critérios. Quanto maior o peso do critério, maior a importância daquele item para o decisor. A expressão (2.2) a seguir representa este vetor de pesos:

$$W = \left( w_1 \quad w_2 \quad \dots \quad w_m \right) \quad (2.2)$$

Dadas a matriz de decisão  $[D]_{ij}$  e o vetor de pesos  $W$ , aplica-se um ou mais métodos de tomada de decisão multicritério, conforme passo (f). À sua maneira, cada método vai classificar as alternativas disponíveis. Os pontos fortes e fracos de cada solução  $a_i$  se tornam evidentes quando são comparados com os critérios e pesos estabelecidos. No final do processo o decisor pode selecionar a mais viável entre elas, ou seja, aquela que obteve a melhor nota final.

Contudo, vale ressaltar neste ponto que o decisor tem o poder de aceitar ou rejeitar uma solução, mesmo esta tendo sido indicada por um método de decisão. Em caso de rejeição da alternativa, é sugerido retornar ao passo (b). A grande importância de estudos relacionados a tomada de decisão multicritério deve-se ao fato de que todas as alternativas disponíveis, independente de qual delas seja a escolhida para ser implementada, ela tem efeitos econômicos, ambientais e/ou sociais. Portanto, a melhor alternativa deve ser aquela que represente as preferências do decisor e tenha menor impacto negativo no processo decisório.

Nestas condições, o decisor tem à sua disposição uma diversidade de métodos que podem ser utilizados para resolver inúmeros problemas de decisão. Entre eles estão:

AHP (Thomas L. Saaty; 1980), ANP (Momoh e Zhu; 2003), TOPSIS e suas extensões (Behzadian et al.; 2012), VIKOR (Mardani, Zavadskas, Govindan, Senin e Jusoh; 2016), TODIM (Gomes e Lima; 1992b,a), WASPAS (Zavadskas et al.; 2012), MOORA (Brauers e Zavadskas; 2006), MULTIMOORA (Brauers e Zavadskas; 2010), COPRAS (Stefano et al.; 2015), SWARA (Kersulienė et al.; 2010), Família ELECTRE (Govindan e Jepsen; 2016), Família PROMETHEE (Behzadian et al.; 2010), Best-Worst (BWM) (Rezaei; 2015), STEM (Benayoun et al.; 1971), TRIMAP (Clímaco e Antunes; 1987), Factor Relationship (FARE) (Hashemkhani Zolfani e Saparauskas; 2013), FITradeoff (de Almeida et al.; 2016), T-ODA (Rossoni e Meireles; 2011), entre outros.

Nas próximas seções é fornecida uma revisão da literatura e alguns métodos são detalhados. Limitou-se à descrição apenas daqueles métodos que foram utilizados para resolução de problemas práticos e apresentados nesta dissertação. Todavia, sempre que outros métodos forem mencionados, tomou-se o cuidado de sempre referenciar a pesquisa original que lançou aquele método e/ou outros trabalhos relacionados. Assim, o leitor interessado é facilmente encaminhado para as pesquisas que detalharam esses métodos.

O restante deste capítulo está organizado da seguinte forma: Seção 2.2 fornece uma revisão da literatura quanto aos métodos MCDM e suas classificações e algumas aplicações. As seções 2.3, 2.4, 2.5, 2.6, 2.7 descrevem mais profundamente os métodos AHP, TODIM, TOPSIS, VIKOR e WASPAS, respectivamente, e apresenta, também, algumas pesquisas relacionadas. Por fim, as considerações finais deste capítulo são dispostas na Seção 2.8

## 2.2. Revisão da Literatura

A Pesquisa Operacional, da qual a tomada de decisão multicritério é uma sub-disciplina, inclui diversos métodos e problemas em diferentes campos (Keshavarz Ghorabae et al.; 2017). Estes métodos são comumente classificados na literatura em duas categorias principais: Tomada de Decisão Multi-Atributo (MADM) e Tomada de Decisão Multi-Objetivo (MODM) (Hashemkhani Zolfani e Saparauskas; 2013; Guarnieri; 2015; Keshavarz Ghorabae et al.; 2017). A primeira consiste de um número finito de alternativas conhecidas no início do processo de tomada de decisão e cada uma é representada por seu desempenho sob múltiplos critérios. A segunda é aquela onde uma solução pode ser encontrada pela resolução de um modelo matemático (Keshavarz Ghorabae et al.; 2017).

Os métodos da classe MADM são divididos em três diferentes abordagens: a) Teoria da Utilidade Multiatributo, b) Sobreclassificação e c) Métodos Interativos (Guarnieri; 2015).

Para os métodos da teoria da utilidade multiatributo, o decisor atribui preferências por determinada alternativa e no final é gerada uma classificação das alternativas, dado um *score*, baseada no desempenho de cada solução em cada critério. Esta abordagem refere-se àquele pensamento da Escola Americana. Alguns métodos desta escola são: Análise Hierárquica de Processos (AHP) (Thomas L. Saaty; 1980), Processo de Rede Analítica (ANP) (Saaty; 1996), Técnica de Ordem de Preferência por Semelhança a uma Solução Ideal (TOPSIS) (Tzeng e Huang; 1981) e suas várias extensões, entre elas TOPSIS-Linear e TOPSIS-Vetor (Shih et al.; 2007), Otimização Multicritério e Solução de Compromisso (VIKOR) (Opricovic; 1998), Tomada de Decisão Interativa e Multicritério (TODIM) (Gomes e Lima; 1992a,b), Avaliação de Produto de Soma Agregada Ponderada (WASPAS) (Zavadskas et al.; 2012), Otimização Multi-Objetivo por Análise de Razão mais a sua forma multiplicativa (MULTIMOORA) (Brauers e Zavadskas; 2010), Avaliação Proporcional Complexa (COPRAS) (Zavadskas et al.; 2008; Stefano et al.; 2015), Análise de Taxa de Avaliação de Peso Passo a Passo (SWARA) (Kersulienė et al.; 2010), Ponderação Aditiva Simples (SAW) (MacCrimmon; 1968) e Análise de Decisão Conflitantes (T-ODA) (Meireles e Sanches; 2009).

Os métodos baseados em sobreclassificação constroem relações que representem as preferências do decisor com base na informação disponível. No final, a melhor avaliada é aquela que apresentar superioridade ou “dominância” na maioria dos critérios. Estes métodos remetem aos conceitos da Escola Francesa. Fazem parte os métodos Eliminação e Escolha Expressando a Realidade (ELECTRE) (Roy; 1968) e sua família (I, II, III, IV (ordenação), TRI (classificação), IS (escolha e ordenação)) e Método de Organização de Ranking de Preferência (PROMETHEE) (Brans e Vincke; 1985) e sua família (II (ordenação), III e IV (ordenação), V (ordenação), VI (ordenação), PROMSORT (classificação)).

Por fim, os métodos interativos consideram aqueles no âmbito de Programação Linear Multiobjetivo (MOLP) e possuem passos computacionais interativos e sucessivos. O objetivo é encontrar uma alternativa dominante dadas as agregações das preferências dos decisores e cálculos matemáticos visando uma solução de compromisso aceitável entre as funções objetivo (Guarnieri; 2015). São exemplos de métodos que fazem parte desta abordagem: Método de Etapa (STEM) (Benayoun et al.; 1971) e Programação Linear Interativa de Três Critérios (TRIMAP) (Clímaco e Antunes; 1987).

A saber, conforme apontado por Baležentis e Baležentis (2014) há também outras classificações para os métodos MCDM. Há autores que dividem os métodos MCDM em duas categorias: a) técnicas completas de agregação e b) técnicas parciais de agregação, sendo a primeira com os métodos que levam em consideração todos os objetivos simultaneamente e o segundo com os métodos baseados em comparações pareadas. Outras categorias possíveis são: a) modelos de medição de valor, b) modelos de nível de referência, aspiração e objetivo e c) modelos de sobreclassificação. Modelos de medição de valor e modelos de nível de referência, aspiração e objetivo referem-se, basicamente, aos métodos baseados em técnicas completas de agregação e, conseqüentemente, aqueles da teoria da utilidade multiatributo. Os modelos de sobreclassificação indicados aqui são aqueles mesmos modelos descritos anteriormente, que também correspondem às técnicas parciais de agregação.

Dadas as categorizações e classificações possíveis, fica claro que cada um dos métodos MCDM adotam diferentes estratégias de resolução de forma que ofereçam ao decisor uma classificação final das soluções elencadas no problema. Dada a flexibilidade de cada modelo, torna-se facilmente perceptível que eles possam ser aplicados a uma vasta gama de problemas em inúmeros campos de pesquisa. Exemplos: indicar o melhor plano base de manutenção de unidades geradoras de energia em um problema de agendamento de manutenção considerando despacho hidrotérmico (Alves et al.; 2017), avaliação de cenários para o setor de geração de energia (Ribeiro et al.; 2013), seleção da melhor opção para destinação das reservas de gás natural (Gomes e Maranhão; 2008), apontar a melhor opção de despacho dos mercados de energia (Alomoush; 2004), indicar diretivas de fontes de energia renováveis, baseados em critérios econômicos e ambientais (Vučijak et al.; 2013) e (San Cristóbal; 2011), avaliação de insumos em indústria têxtil (Keunecke et al.; 2015), indicar o melhor sistema de informação gerencial para um órgão do setor público (Marins et al.; 2009), avaliação de planos de Internet de banda larga (Rangel et al.; 2011), indicar qual o melhor sistema operacional de *smartphones* (Alves e Souza; 2017), entre vários outros.

Sendo menos específico, na literatura foram recuperados alguns artigos de revisão sobre métodos MCDM. Estes artigos podem dar uma visão mais generalista de cada método, porém são capazes de representar as diversas aplicações destes métodos. O leitor interessado nestas investigações é encaminhado a pesquisa de Zavadskas et al. (2014) para levantamento do estado da arte de MCDM/MADM; Baležentis e Baležentis (2014) para desenvolvimento e aplicações do MULTIMOORA; Mardani, Zavadskas, Govindan, Senin e Jusoh (2016) para revisão sistemática do estado da arte do método VIKOR;

Vaidya e Kumar (2006) e Ho (2008) para o AHP e suas aplicações conjuntas com outros métodos; Stefano et al. (2015) para aplicações e estado da arte do COPRAS; Mardani, Jusoh, Nor, Khalifah, Zakwan e Valipour (2015) para aplicações de métodos MCDM no período de 2000 a 2014; Abu Taha e Daim (2013) para aplicações multicritério em problemas de energia renovável; Behzadian et al. (2012) para revisão do método TOPSIS; e por fim, Belaid e Razmak (2013) apontaram para o histórico glorioso e futuro promissor da tomada de decisão que empregam estes métodos.

### 2.3. Análise Hierárquica de Processos (AHP)

O método AHP, ou Análise Hierárquica de Processos, do inglês *Analytic Hierarchy Process* foi desenvolvido por Thomas L. Saaty (1980) nos anos de 1980. Esta metodologia pode ser considerada como a mais popular entre os métodos multicritério utilizados, vide a quantidade de trabalhos relacionados a este (Mardani, Jusoh e Zavadskas; 2015). O modelo é baseado em três etapas do pensamento analítico: construção de hierarquias, definição de prioridades e verificação da consistência lógica (Thomas L. Saaty; 1980; Saaty; 2008; Marins et al.; 2009). Para isto, leva-se em consideração os julgamentos dos decisores (DM, *Decision Makers*, em inglês) para decompor o problema em hierarquias. As alternativas e critérios são julgados par a par através de notas baseadas em uma escala fundamental, comumente encontrada na literatura como “Escala Fundamental de Saaty”. Então os elementos são comparados em cada grupo e verifica-se se a consistência dos mesmos é satisfatória. Em caso positivo, as alternativas são ordenadas em ordem decrescente. Caso contrário, cabe ao DM refazer os julgamentos das alternativas e pesos e executar novamente as análises.

O AHP determina prioridades em relação aos critérios e aos objetivos. O modelo busca dividir o problema em partes menores, solucionando-as individualmente e depois soma as partes. As combinações e comparações pareadas destes dados geram a prioridade global. Segundo o autor, Thomas L. Saaty (1980), através das comparações entre os dados hierarquizados, as prioridades calculadas no método são capazes de capturar medidas baseadas em experiência, intuição e em dados físicos para solução do problema.

Se por um lado o modelo é capaz de subdividir o problema e tratá-lo por partes, por outro torna-o complexo quando o número de comparações e avaliações for elevado. É moroso ao DM realizar julgamentos de grande número de critérios e alternativas e

também mais fácil das avaliações gerarem inconsistências. Saaty (2008) sugeriu que quando o número de alternativas for demasiadamente grande, pode-se particionar o problema e utilizar os melhores resultados de cada um deles para nova aplicação do método. Esta é uma forma encontrada para não se perder entre as avaliações pareadas e manter o método robusto a um elevado número de comparações. Como modelo da realidade, uma hierarquia bem construída pode trazer vantagens. Do oposto, o modelo tende a gerar inconsistências nos julgamentos e volta novamente para avaliação pelo especialista. Outras críticas ao método são dispostas em Bhushan e Rai (2004), tais como escala de razão inacurada, reversão na classificação e inconsistência.

Apesar das críticas, Vaidya e Kumar (2006), Saaty (2008) e Ho et al. (2010) destacaram que esta abordagem tem sido aplicada com sucesso em várias áreas de decisão. Os procedimentos sistemáticos resultam em uma ordem final cardinal utilizada para ranquear as alternativas.

Uma grande vantagem deste método é que ele é capaz de calcular o peso dos critérios em sua formulação e checar a inconsistência dos julgamentos. Estas vantagens, aliadas à simplicidade matemática do método, tornam-o o método mais popular da literatura com a maior variedade de aplicações (Mardani, Jusoh e Zavadskas; 2015). Inclui-se neste aspecto os modelos híbridos (ou uso conjunto de métodos) no qual os pesquisadores utilizam esse método para obter os pesos dos critérios e depois aplicam outro método para classificar as alternativas (Vaidya e Kumar; 2006).

Ho (2008) e Vaidya e Kumar (2006) propuseram duas pesquisas com o AHP e suas aplicações. O primeiro investigou 66 artigos publicados entre 1997 e 2006 com as combinações do AHP e outros métodos de otimização e tomada de decisão da literatura. No segundo os autores revisaram 150 artigos, sendo 27 deles criticamente analisados. Em ambas as pesquisas é possível identificar que boa parte das citações investigadas combinam o método com outras abordagens, especialmente no que diz respeito ao emprego do AHP para obtenção dos pesos dos critérios. Marins et al. (2009) empregaram o AHP para decisão de compra e implantação de um software em uma prefeitura do Rio de Janeiro. AHP e ANP foram utilizados por Momoh e Zhu (2003) para melhorar a seleção de unidades geradoras de energia para alocação adequada de preços em indústria de energia desregulamentada. Também na área de energia, Pisani e Villacci (2011) desenvolveram um *framework* para ser combinado com o AHP para melhorar a tomada de decisões no que se refere ao desenvolvimento de sistemas elétricos sustentáveis. AHP foi comparado ao método T-ODA por Rossoni e Meireles (2011) com o objetivo de mostrar a simplicidade deste segundo. 11 casos foram documentados e os resultados mostraram que eles não



se diferem significativamente. Alves et al. (2017) recorreram ao AHP e TOPSIS para classificar planos de manutenção em um problema de agendamento de manutenção em usinas hidroelétricas. Os pesos do primeiro foram *input* para o segundo método. Alternativas foram agrupadas de forma que oferecesse ao DM a melhor delas. Kamalinia et al. (2007) utilizaram AHP e DEA para auxílio na seleção da melhor capacidade e local de unidades de geração distribuída. Ainda sobre o emprego do método AHP em sistemas de energia, especialmente em planejamento sustentável, Vassoney et al. (2017) apontaram o AHP e suas combinações com outros MCDM como as abordagens mais utilizadas pelos pesquisadores.

De acordo com o seu propositor, Prof. Saaty (2008), os seguintes passos compõem o método AHP:

1. Construir a matriz de decisão  $[D]_{ij}$  conforme (2.1). Para isso é necessário decompor o problema em hierarquias, do objetivo geral aos específicos. A matriz é construída comparando os elementos do nível inferior com os de nível imediatamente acima. Todas estas são julgadas par a par entre os seus elementos.
2. Usar a escala de comparações apresentada na Tabela 2.1 para estabelecer as preferências dos  $n(n - 1)/2$  julgamentos de uma matriz  $n \times n$ . Esta escala representa quantas vezes mais importante um elemento da matriz é em relação a outro ao qual ele é comparado. Para interpretar e dar os pesos relativos a cada critério, é necessário normalizar a matriz comparativa anterior. A determinação da contribuição é calculada a partir do vetor de prioridade ou vetor de Eigen. Este vetor representa a participação ou o peso daquele critério no resultado total da meta. Ele é obtido através da média aritmética dos valores de cada um dos critérios.
3. Calcular a inconsistência dos dados. A verificação visa captar se os tomadores de decisão foram consistentes nas suas opiniões para a tomada de decisão. O índice de inconsistência tem como base o número principal de Eigen ( $\lambda_{max}$ ). Ele é calculado através do somatório do produto de cada elemento do vetor de Eigen pelo total da respectiva coluna da matriz comparativa original. O cálculo do índice de consistência é dado pela equação (2.3).

$$CI = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1} \quad (2.3)$$

onde  $CI$  é o índice de consistência e  $n$  é o número de critérios avaliados.

**Tabela 2.1.:** Escala Fundamental de Comparações

Importância	Definição	Recíproco
1	Importâncias iguais entre as duas alternativas	1 (1.000)
2	Importâncias iguais a moderada	1/2 (0.500)
3	Importância moderada a favor de uma alternativa sobre a outra	1/3 (0.333)
4	Importância moderada a forte	1/4 (0.250)
5	Importância forte a favor de uma alternativa sobre a outra	1/5 (0.200)
6	Importância forte a muito forte	1/6 (0.167)
7	Importância muito forte a favor de uma alternativa sobre a outra	1/7 (0.143)
8	Importância muito forte a absoluta	1/8 (0.125)
9	Importância absoluta de uma alternativa sobre a outra	1/9 (0.111)

Fonte: Adaptado de Thomas L. Saaty (1980)

4. Verificar a adequação do valor de  $CI$  encontrado. A taxa de consistência ( $CR$ ), conforme Equação (2.4). Ela é calculada pela razão entre o  $CI$  e o índice de consistência aleatória ( $RI$ ). Valores menores que 10% são considerados satisfatórios.

$$CR = \frac{CI}{RI} \quad (2.4)$$

onde  $RI$  é um valor fixo dado de acordo com o número de critérios. Os valores do  $RI$  indicados por T. Saaty estão apresentados na Tabela (2.2).

**Tabela 2.2.:** Índice Aleatório (RI)

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
RI	0.00	0.00	0.58	0.90	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45	1.49	1.51	1.48	1.56	1.57	1.59

Fonte: Thomas L. Saaty (1980)

5. Analisar as matrizes ordenando as prioridades e escolher a alternativa mais bem classificada.

## 2.4. Técnica de Ordem de Preferência por Semelhança a uma Solução Ideal (TOPSIS)

O método TOPSIS, ou Técnica de Ordem de Preferência por Semelhança a uma Solução Ideal, do inglês *Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution* foi desenvolvido por Tzeng e Huang (1981). O princípio básico deste método é escolher uma alternativa que esteja o mais próximo possível da solução ideal positiva (PIS) e o mais distante possível da solução ideal negativa (NIS). A primeira almeja como referência os melhores valores alcançados pelas alternativas, enquanto o NIS considera os piores valores (Tzeng e Huang; 1981; Opricovic e Tzeng; 2004). PIS visa a maximização dos benefícios e minimização dos custos, enquanto que NIS é o oposto. Isto quer dizer que cada critério requer ser maximizado ou minimizado. Na implementação/execução do método, o DM deve informar, para cada critério, se dizem respeito a custo ou benefício.

Este método é, possivelmente, o segundo método multicritério mais empregado na literatura e o primeiro em número de extensões. O estado da arte deste método foi apresentado por Behzadian et al. (2012). Os autores recuperaram 266 artigos de 103 diferentes periódicos desde o ano 2000. Eles propuseram 8 classificações para os problemas aos quais o método foi utilizado para resolução. Foi evidenciado que a área com maior quantidade de aplicações foi logística e gerenciamento de cadeia de fornecedores (27.5% dos artigos). Mardani, Jusoh, Nor, Khalifah, Zakwan e Valipour (2015) revisaram métodos MCDM e suas aplicações de 2000 a 2014. Dos 393 artigos recuperados, aplicações com o método TOPSIS ficaram em segundo lugar com 45 deles (11.4%). Extensões de métodos e modelos híbridos (uso conjuntos de métodos) foram categorizados separadamente. Além destas aplicações cobertas pelo artigo de Behzadian et al. (2012), há também uma revisão proposta por Abu Taha e Daim (2013), especialmente para problemas que lidam com energia renovável.

Em sua formulação, o método parte da construção de uma matriz de decisão, como em (2.1), e um vetor de pesos, (2.2). A partir desta notação os seguintes passos são utilizados para o método TOPSIS (adaptado de Opricovic e Tzeng (2004); Behzadian et al. (2012)):

1. Determinar a matriz de decisão normalizada (NDM) a partir da matriz (2.1) que vai representar a pontuação das alternativas geradas. O valor normalizado  $r_{ij}$  é calculado como

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_{ij}^2}} \quad (2.5)$$

com  $i = 1, \dots, n$  e  $j = 1, \dots, m$ .

2. Determinar a matriz de decisão normalizada ponderada (WNDM). O valor normalizado ponderado  $v_{ij}$  é obtido pela multiplicação de cada elemento de cada coluna da matriz de decisão normalizada (NDM) pelos pesos dos critérios.

$$v_{ij} = w_j r_{ij} \quad (2.6)$$

onde  $w_j$  é o peso do  $j$ -ésimo critério e  $\sum_j^m w_j = 1$  e  $i = 1, \dots, n$  e  $j = 1, \dots, m$ .

3. Determinar a Solução Ideal Positiva (PIS,  $A^+$ ) e a Solução Ideal Negativa (NIS,  $A^-$ ) pelas equações a seguir:

$$A^+ = \{v_1^*, \dots, v_n^*\} = \{\max_i v_{ij} | i \in J'\}; (\min_i v_{ij} | i \in J'') \quad (2.7)$$

$$A^- = \{v_1^-, \dots, v_n^-\} = \{(\min_i v_{ij} | i \in J'); (\max_i v_{ij} | i \in J'')\} \quad (2.8)$$

onde  $J'$  é associado com critério de benefício e  $J''$  é associado com critério de custo.

4. Para cada alternativa avaliada, calcular a distância  $D_i^+$  pelo método vértex entre os valores de desempenho normalizados e ponderados da matriz (2.6) e os valores da PIS e a distância  $D_i^-$  e os valores da NIS.

$$D_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^m (v_{ij} - v_i^*)^2} \quad (2.9)$$

com  $i = 1, \dots, n$ .

$$D_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^m (v_{ij} - v_i^-)^2} \quad (2.10)$$

com  $i = 1, \dots, n$ .

5. Calcular o coeficiente de aproximação (*Closeness Coefficient*,  $CC_i$ ) de acordo com (2.11), o qual corresponde ao desempenho global das alternativas.

$$CC_i = \frac{D_i^-}{D_i^+ + D_i^-} \quad (2.11)$$

6. Classificar em ordem decrescente as alternativas. A alternativa com  $CC_i$  mais próximo de 1 é a melhor ranqueada.

## 2.5. Otimização Multicritério e Solução de Compromisso (VIKOR)

O VIKOR, ou Otimização Multicritério e Solução de Compromisso, originalmente *Višekriterijumska Optimizacija I Kompromisno Rešenje*, foi desenvolvido por Opricovic (1998). O método consiste na determinação de um ranking de compromisso baseado em uma medida particular de proximidade com a solução ideal (Opricovic e Tzeng; 2004). Basicamente a norma de solução é introduzida como uma combinação linear das métricas de distância Manhattan e distância Tchebychev. A primeira representa a “utilidade máxima do grupo” (regra majoritária) e a segunda representa o peso individual mínimo do “oponente” (Tzimopoulos et al.; 2013).

Muitas aplicações deste método foram dispostas na literatura. Mardani, Zavadskas, Govindan, Senin e Jusoh (2016) conduziram uma sistemática revisão da literatura com o estado da arte do método VIKOR e suas aplicações. Os autores recuperaram 176 artigos de 83 periódicos publicados entre 2004 e 2015. Eles foram classificados em 15 áreas, sendo que as mais significativas foram manufatura (18 artigos, 10.23%) e seleção de material (17 artigos, 9.66%). Em outras duas pesquisas de revisão propostas por Mardani, Jusoh, Nor, Khalifah, Zakwan e Valipour (2015) e Zavadskas et al. (2014), que incluem métodos MADM/MODM, é possível perceber que o VIKOR possui muitas aplicações e está entre os métodos conhecidos e populares na literatura. Além destas, o VIKOR também foi aplicado em pesquisas direcionadas a energias renováveis em San Cristóbal (2011) e (Vučijak et al.; 2013), aplicação em redes de irrigação (Tzimopoulos et al.; 2013) e avaliação de insumos (Keunecke et al.; 2015)

De acordo com Opricovic e Tzeng (2004) e Tzimopoulos et al. (2013) os seguintes passos compõem o método VIKOR:

1. A partir da matriz de decisão e do vetor de pesos, (2.1) e (2.2) respectivamente, determinar o melhor valor  $f_j^*$  e o pior valor  $f_j^-$  de cada critério, conforme as equações (2.12) e (2.13), respectivamente.

$$f_j^* = \max_i f_{ij} \quad (2.12)$$

$$f_j^- = \min_i f_{ij} \quad (2.13)$$

2. Compute os valores  $S_i$  e  $R_i$ , conforme as equações (2.14) e (2.15), respectivamente.

$$S_i = \sum_{j=1}^m w_j \frac{f_j^* - f_{ij}}{f_j^* - f_j^-}, \quad (2.14)$$

$$R_i = \max_j \left[ w_j \frac{f_j^* - f_{ij}}{f_j^* - f_j^-} \right], \quad (2.15)$$

onde  $w_j$  é o peso do critério.

3. Calcular  $Q_i$   $i = 1, \dots, n$ , dado pela equação (2.16)

$$Q_i = v \left[ \frac{(S_i - S^*)}{(S^- - S^*)} \right] + (1 - v) \left[ \frac{(R_i - R^*)}{(R^- - R^*)} \right] \quad (2.16)$$

onde  $S^* = \min_i S_i$ ,  $S^- = \max_i S_i$ ,  $R^* = \min_i R_i$ ,  $R^- = \max_i R_i$  e  $v$  é introduzido como o peso da estratégia de “utilidade do grupo” máxima (“*maximum group utility*”, em inglês). Padrão:  $v = 0.5$ .

4. Ordene  $S_i$ ,  $R_i$  e  $Q_i$  em ordem decrescente se as duas condições abaixo forem satisfeitas:

- (i)  $Q(a_2) - Q(a_1) \geq (1/(n - 1))$

- (ii)  $Q(a_m) - Q(a_1) < (1/(n - 1))$

5. Classificar as alternativas.

## 2.6. Tomada de Decisão Interativa Multicritério (TODIM)

O método TODIM, ou Tomada de Decisão Interativa e Multicritério, foi desenvolvido pelos brasileiros Gomes e Lima (1992a) e Gomes e Lima (1992b). Enquanto a maioria dos MCDM partem da premissa de que o tomador de decisão decide buscando sempre a solução correspondente ao máximo de alguma medida global de valor, o TODIM faz uso da noção de uma medida global de valor calculável pela aplicação do paradigma em que consiste a Teoria dos Prospectos (Gomes e Lima; 1992b; Gomes e Maranhão; 2008).

Gomes e Maranhão (2008) e Gomes et al. (2009), em pesquisas muito similares, utilizaram o TODIM para seleção do melhor destino das reservas de gás natural da bacia de Santos, Brasil. Os autores destacaram em ambas as pesquisas que a aplicação do método mostrou-se bastante útil por ter sido capaz de identificar claramente as alternativas mais importantes, em face aos cenários testados e em relação aos critérios explicitados. Rangel et al. (2011) propuseram uma aplicação desse método para avaliação de planos de internet banda larga para uma pequena companhia localizada em Volta Redonda, Rio de Janeiro, Brasil. A solução encontrada possuía maior custo inicial, porém oferecia baixo custo mensal e o melhor pacote de internet.

Segundo o proposto por Gomes e Lima (1992b) e Rangel et al. (2011), os passos a seguir compõem o método TODIM:

1. Dada a matriz de decisão (2.1) e o vetor de pesos dos critérios a serem avaliados (2.2), os valores são normalizados para cada critério obtendo a “matriz de desejabilidades parciais”  $P = [P_{nm}]$ .
2. Calcular as matrizes de dominância parcial e a matriz de dominância final. A medida de dominância de cada alternativa  $i$  sobre cada alternativa  $k$ , incorporada à Teoria de Prospecto, é dada pela Equação (2.17):

$$\delta(a_i, a_k) = \sum_{j=1}^m \phi_j(a_i, a_k), \quad \forall(i, k) \quad (2.17)$$

$$\phi_j(a_i, a_k) = \begin{cases} \sqrt{\frac{w_{rj}(x_{ij}-x_{kj})}{\sum_{j=1}^m w_{rj}}}, & \text{se } (x_{ij} - x_{kj}) > 0, \\ 0, & \text{se } (x_{ij} - x_{kj}) = 0, \\ -\frac{1}{\theta} \sqrt{\frac{\left(\sum_{j=1}^m w_{rj}\right)(x_{kj}-x_{ij})}{w_{rj}}}, & \text{se } (x_{ij} - x_{kj}) < 0, \end{cases} \quad (2.18)$$

sendo  $w_{rj} = w_j/w_r$ , onde  $r$  é um critério de referência, ou seja, aquele com o maior valor de importância para o DM;  $\delta(a_i, a_k)$  a medida de dominância da alternativa  $i$  sobre a alternativa  $k$ ;  $x_{ij}$  e  $x_{kj}$  os desempenhos das alternativas  $i$  e  $k$  em relação a aos critérios;  $\theta$  é o fator de atenuação das perdas.

3. Normalizar a matriz de dominância final  $\delta(a_i, a_k)$  conforme equação (2.19) para obter o valor global de cada alternativa.

$$\xi_i = \frac{\sum_{k=1}^n \delta(a_i, a_k) - \min_{k=1}^n \sum_{k=1}^n \delta(a_i, a_k)}{\max_{k=1}^n \sum_{k=1}^n \delta(a_i, a_k) - \min_{k=1}^n \sum_{k=1}^n \delta(a_i, a_k)} \quad (2.19)$$

4. Ranquear as alternativas originadas da ordenação de seus respectivos valores.

Peculiarmente, embora seja capaz de fornecer um ordenamento e seleção de alternativas, nota-se pelas pesquisas de Mardani, Jusoh, Nor, Khalifah, Zakwan e Valipour (2015) e Abu Taha e Daim (2013) que este método tem sido pouco citado na literatura. Isto pode ser devido ao formato do método ou porque em alguns casos a ordem obtida por este método não tenha correlação significativa com outros métodos multicritério, tais como TOPSIS, PROMETHEE II e SAW (Leoneti; 2016). Além disso, o criador e principal divulgador do método, Gomes et al. (2009), sugere que uma análise de sensibilidade seja aplicada para verificar a estabilidade dos resultados, podendo ser realizada sobre o valor de  $\theta$  bem como sobre os pesos dados aos critérios, a escolha do critério de referência ou as avaliações de desempenho.



## 2.7. Avaliação de Produto de Soma Agregada Ponderada (WASPAS)

O método WASPAS, do inglês *Weighted Aggregated Sum Product Assessment* é um método recente, proposto em 2012 por Zavadskas et al. (2012). Os autores combinaram dois outros métodos com o objetivo de aumentar a precisão na ordenação das soluções: Método da Soma Ponderada (WSM - *Weighted Sum Method*) e Método do Produto Ponderado (WPM - *Weighted Product Method*). Segundo os autores, é provado que a acurácia de métodos agregados era maior comparada à acurácia de um único método, razão pela qual justificaram a criação da nova abordagem.

Hashemkhani Zolfani et al. (2016) apresentaram a tomada de decisão multi-atributo (MADM) baseada em cenários. Os autores propuseram três diferentes cenários e os solucionaram com o método multicritério WASPAS. A efetividade das alternativas e dos critérios foi investigada em cada cenário. Os autores concluíram que a tomada de decisão multi-atributos pode oferecer diferentes soluções dependendo do cenário proposto, pois o processo pode ser alterado dinamicamente.

Aplicações do método WASPAS em tomada de decisão industrial foram propostas por Chakraborty e Zavadskas (2014) para resolução de oito problemas de manufatura, tais como seleção de fluido de corte, sistema de galvanoplastia, condição de forjamento, processo de soldagem a arco, robô industrial, condição de moagem, maquinabilidade de materiais e parâmetros de processo de micro-usinagem por descarga elétrica. O método trouxe resultados satisfatórios e um dos parâmetros deste modelo,  $\lambda$ , foi investigado. Basicamente, podem haver inversões de índices com alterações no  $\lambda$  entre  $[0, 1]$  a cada 0.1.

De acordo com Zavadskas et al. (2012) os passos a seguir caracterizam o método:

1. Dada a matriz de decisão (2.1) e o vetor de pesos dos critérios (2.2) após a decomposição do problema, calcular a importância relativa das alternativas  $a_i$ , denominada  $Q_i$  conforme Equação (2.20) que se segue

$$Q_i^{(1)} = \sum_{j=1}^m \bar{x}_{ij} w_j \quad (2.20)$$

sendo  $\bar{x}_{ij}$  o valor normalizado de  $x_{ij}$ , o que requer a normalização linear dos valores dos critérios iniciais. Isto é,  $\bar{x}_{ij} = x_{ij}/\max_i x_{ij}$  se o valor  $\max_i x_{ij}$  é preferido, ou  $\bar{x}_{ij} = \min_i x_{ij}/x_{ij}$  se o valor  $\min_i x_{ij}$  é preferido.

2. Pelo método WPM, calcular a importância relativa da  $i$ -ésima alternativa através da Equação (2.21)

$$Q_i^{(2)} = \prod_{j=1}^m (\bar{x}_{ij})^{w_j} \quad (2.21)$$

3. Calcular o critério generalizado de agregação ponderada dos métodos utilizando a Equação (2.22)

$$Q_i = 0.5Q_i^{(1)} + 0.5Q_i^{(2)} = 0.5 \sum_{j=1}^m \bar{x}_{ij} w_j + 0.5 \prod_{j=1}^m (\bar{x}_{ij})^{w_j} \quad (2.22)$$

4. A fim de aumentar a precisão de classificação e a eficácia do processo decisório, foi generalizada a Equação (2.23) para determinar a importância relativa da  $i$ -ésima alternativa

$$Q_i = \lambda Q_i^{(1)} + (1 - \lambda) Q_i^{(2)} = \lambda \sum_{j=1}^m \bar{x}_{ij} w_j + (1 - \lambda) \prod_{j=1}^m (\bar{x}_{ij})^{w_j} \quad (2.23)$$

5. Ranquear as alternativas em ordem decrescente. As melhores alternativas são as que possuem maior  $Q$ .

## 2.8. Considerações Finais

A tomada de decisão multicritério tem sua natureza enfatizada no nível gerencial, onde os especialistas têm o poder de aceitar ou rejeitar uma solução proposta no processo de otimização (Opricovic e Tzeng; 2004). Muitos métodos estão dispostos na literatura a fim de auxiliar o DM neste processo decisório. As soluções são avaliadas em termos de critérios e o desempenho de cada uma é levado em consideração. No final do processo, seja baseado em uma função de utilidade, ou sobreclassificação ou por interações sucessivas, cada método auxilia o decisor na escolha da melhor alternativa.

Este capítulo revisou as classificações para MCDM em MADM/MODM segundo o proposto por Hashemkhani Zolfani e Saparauskas (2013); Guarnieri (2015); Keshtarz Ghorabae et al. (2017). Além disso, três abordagens foram mencionadas: teoria da utilidade multiatributo, métodos baseados em sobreclassificação e métodos interativos. Posteriormente, métodos desta primeira abordagem foram revisados e descritos. São eles: Análise Hierárquica de Processos (AHP), Técnica de Ordem de Preferência por Semelhança a uma Solução Ideal (TOPSIS), Otimização Multicritério e Solução de Compromisso (VIKOR), Tomada de Decisão Interativa e Multicritério (TODIM) e Avaliação de Produto de Soma Agregada Ponderada (WASPAS). Além destes, diversos outros métodos foram citados e referenciados: ANP, MOORA e sua forma multiplicativa MULTIMOORA, COPRAS, SWARA, SAW, T-ODA, família ELECTRE, família PROMETHEE, STEM, TRIMAP, PARETO RACE, MAUT, SMART, ICW, FARE, MUSA, AKUTA.

Além das classificações e categorizações de boa parte dos atuais métodos disponíveis na literatura e da revisão de alguns deles, este capítulo reforça a variedade de aplicações em inúmeros problemas de Pesquisa Operacional. Alguns exemplos estão nos artigos de revisão propostos por Bhushan e Rai (2004); Vaidya e Kumar (2006); Ho (2008); Abu Taha e Daim (2013); Belaid e Razmak (2013); Zavadskas et al. (2014); Mardani, Jusoh, Nor, Khalifah, Zakwan e Valipour (2015); Stefano et al. (2015); Mardani, Zavadskas, Govindan, Senin e Jusoh (2016). Todavia, vale ressaltar as observações feitas por Leoneti (2016) a respeito da escolha do método de decisão. O autor mostrou que há diferenças significativas nas classificações feitas pelos métodos, o que sugere uma análise de sensibilidade visando uma tomada de decisão robusta. Outra solução alternativa foi proposta por Alves e Guimarães (2017) e Alves et al. (2017) que propuseram agregação dos rankings obtidos pelos métodos, contornando assim possíveis variações.

Principais destaques deste capítulo:

- (a) Classificação e categorização dos métodos MCDM em diferentes abordagens;
- (b) Revisão da literatura acerca dos métodos MCDM disponíveis;
- (c) Descrição de cinco métodos da literatura. São eles: AHP, TODIM, TOPSIS, VIKOR e WASPAS.
- (d) Indica como ponto de atenção a importância para a análise de sensibilidade dos métodos e sugere solução alternativa, como agregação das alternativas.

### 2.8.1. Limitações deste Capítulo

Este capítulo não objetivou prover uma revisão sistemática da literatura. Portanto, ele não cobre todos os métodos multicritério MADM ou MODM disponíveis na literatura. Tampouco cobre todos os métodos que foram apresentados no início do capítulo. Conforme argumentado anteriormente, buscou-se referenciar os métodos sempre que possível ou indicar em qual pesquisa da literatura o mesmo foi citado. Assim, este capítulo consegue indicar ao leitor interessado a pesquisa relacionada.

Há bastantes pesquisas de revisão referenciadas neste trabalho. Considerou-se que elas atingem de forma mais abrangente as aplicações destes métodos, também orientando o leitor tanto quanto as aplicações, bem como quais os principais campos de pesquisa operacional que cada método é mais empregado.

Por fim, este método focou apenas nos métodos da lógica clássica. Não foi escopo deste abordar ou cobrir a literatura referente aos métodos utilizando lógica fuzzy e suas inúmeras aplicações. A saber, esta abordagem é tratada no capítulo 3.

### 2.8.2. Pesquisas Futuras

Baseado nas observações realizadas ao longo da revisão da literatura para este capítulo, acredita-se que os seguintes caminhos podem ser explorados:

- (a) Investigações que adotem os métodos MCDM mais recentes, pois todo o seu potencial pode não ter sido descoberto. Exemplos disto são as pesquisas de Hashemkhani Zolfani et al. (2016); Chakraborty e Zavadskas (2014) sobre o método WASPAS, proposto em 2012. Outro método recente e que tem ganhado considerável número de publicações é o FITradeoff (de Almeida et al.; 2016). Ele foi proposto em 2016 e já possui mais de 40 artigos<sup>1</sup> sobre este método. Inclusive houve em 2017 uma sessão especial no SBPO (Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional) exclusiva deste método<sup>2</sup>.
- (b) Investigar métodos pouco utilizados na literatura, como é o caso do TODIM, seja vislumbrando melhoria no método ou novas extensões. Exemplos deste caso estão presentes em Gomes e Maranhão (2008); Gomes et al. (2009); Rangel et al. (2011);

---

<sup>1</sup><http://fitradeoff.org/publications/>

<sup>2</sup><http://www.sbp2017.iltc.br/sessoes-especiais-sesp2.html>

- (c) Revisão sistemática da literatura cobrindo todos os métodos multicritério existentes até o momento;
- (d) Revisão da literatura dando continuidade às pesquisas anteriores, como aquelas propostas por Zavadskas et al. (2014); Vaidya e Kumar (2006); Ho (2008); San Cristóbal (2011), incluindo àquelas para áreas específicas como energias renováveis. Vide exemplos em Abu Taha e Daim (2013);
- (e) Pesquisas em análise de sensibilidade, como Leoneti (2016) ou agregação de classificações de Alves et al. (2017).



## Capítulo 3.

# Incertezas em Tomada de Decisão Multicritério

*“É a incerteza que nos fascina. Tudo é maravilhoso entre brumas.”*

— Oscar Wilde

### 3.1. Introdução

A tomada de decisão faz parte da natureza humana. Decisões gerenciais ou tecnológicas são efetuadas ao longo de todo o processo de resolução de problemas de natureza prática. O estudo sobre análise de decisão baseia-se em abordagens que dão suporte ao especialista nesse processo. O papel principal consiste em destacar as melhores soluções alternativas em relação a diferentes critérios. A modelagem destes problemas é uma preocupação constante na Pesquisa Operacional e depende diretamente das informações que o decisor tem sobre o problema.

A modelagem de um sistema para a tomada de decisão robusta que melhor satisfaça o especialista deve adotar mecanismos adequados para tirar proveito do maior número de informações possível do problema. Porém, conforme apontado por Bracarense et al. (2013), em muitos problemas reais essa hipótese torna-se questionável, pois as probabilidades consideradas são mal conhecidas, incompletas e estimadas com pouca precisão.

Bergman et al. (2009) descreveu que as incertezas têm sua origem em erros humanos, efeitos físicos desconhecidos, eventos extremos não previstos, variações aleatórias no uso

ou nas características do produto. Uma significativa parte da PO tem buscado propor algoritmos voltados para otimização que apresentem maior robustez na presença de incertezas. Isso tem sido muito explorado no contexto de tomada de decisão multicritério, a qual busca oferecer ao decisor uma ordenação final das soluções alternativas disponíveis. Contudo, para se aplicar métodos MCDM faz-se necessário, primeiramente, identificar as incertezas que estão relacionadas ao problema.

Dentre as diversas fontes de origem das incertezas e a natureza dos processos aos quais elas se relacionam, as incertezas podem ser divididas entre ontológicas e epistêmicas Georgescu (2014). Baseando-se nas definições propostas por Georgescu (2014), a primeira é também chamada de aleatoriedade, variabilidade ou incerteza aleatória, objetiva, irreduzível. Ela decorre da estocasticidade natural sendo naturalmente intrínseca ao problema no espaço ou ao longo do tempo. Usualmente sua modelagem envolve a teoria das probabilidades, não sendo possível, portanto, garantir sua redução. A incerteza epistêmica decorre de um processo determinístico, mas que o decisor não é capaz de mensurá-la com exatidão. Ela é também chamada de incerteza subjetiva ou redutível, uma vez que está associada diretamente ao conhecimento incompleto sobre o problema. Fontes de incerteza epistêmica incluem incerteza de medição, tamanho de amostra, limites de detecção e censura de dados, imprecisão ou vagueza sobre os detalhes e processos envolvidos e outras inexatidões. O próprio processo de mensuração já introduz incertezas nos dados. A redução deste tipo de incerteza depende principalmente da quantidade e qualidade das informações que se tem sobre o problema. Sua modelagem pode envolver a teoria fuzzy e avaliação de cenários, e é sobre este tipo de incerteza que é focado deste ponto em diante.

Problemas de tomada de decisão quase sempre se baseiam em avaliações humanas, seja na avaliação das alternativas, seleção de critérios, construção de cenários, escolha do método de decisão. Por si só este fato já deixa claro a presença de incertezas no processo, uma vez que a vagueza e imprecisão humana são incertezas conhecidas. Uma discussão filosófica e muito interessante sobre vagueza pode ser encontrada em Russell e Fortes (2017). Além disso, outras incertezas estão ligadas à tomada de decisão uma vez que pode ter envolvimento fatores temporais, construção de modelos de otimização e quantidade de informações disponíveis.

Outras classificações para estas incertezas podem ser encontradas na literatura, destacando-se a separação entre incertezas internas e externas (Durbach e Stewart; 2012b; Pereira et al.; 2015). Essencialmente todas essas classificações fundamentam-se na origem das incertezas e sua relação com o problema de pesquisa. Perceba também



que todas as incertezas presentes nos dados são de natureza ou ontológica ou epistêmica. Dado o caráter aleatório e imprevisível dos ruídos e incertezas torna-se impossível a sua eliminação. Aquele ambiente que não considera estas características é muito pouco preciso, restritivo e oneroso. Logo, a confiabilidade em uma solução alternativa aumenta quando esta retorna a resposta esperada nos mais diversos e imprevisíveis cenários.

No contexto de otimização, o *design* robusto é um desafio constante na indústria. Ele consiste em otimizar produtos ou processos de forma que sejam insensíveis à presença de incertezas e ruídos. Como apontado por Taguchi et al. (2005) a robustez de um produto está na capacidade de se avaliar funções em condições conhecidas e desconhecidas. Conseqüentemente, a grande importância de estudos em tomada de decisão deve-se ao fato de que qualquer que seja a alternativa escolhida para ser implementada, ela comumente tem muitos efeitos, sejam eles econômicos, ambientais e/ou sociais. Elas podem possuir elevada diferença entre valores de custo, ainda ter relação com impactos no meio ambiente e quiçá longos efeitos sobre a vida de muitas pessoas. Entende-se, portanto, que toda decisão consiste em ganhos e perdas. Ao escolher uma alternativa, perde-se o que todas as outras poderiam oferecer. Assim, o papel da modelagem de incertezas em tomada de decisão é apresentar ao decisor qual a alternativa que oferece os melhores ganhos na maioria dos aspectos avaliados.

O restante deste capítulo foi organizado de forma que o leitor interessado possa entender quais as incertezas estão relacionadas com a tomada de decisão. Este capítulo reconhece e trata as incertezas intrínsecas e extrínsecas, com foco na última. Elas são introduzidas na subseção 3.2 e categorizadas na subseção 3.3. Por último, a subseção 3.4 faz considerações finais e apontamentos de futuras pesquisas sobre o tema deste capítulo.

## 3.2. Representação de Incertezas

Sabe-se que as incertezas têm muitas origens e podem ser mensuradas de diferentes formas, seja *a priori* com otimização robusta ou *a posteriori*. Segundo o proposto por Jin e Branke (2005), cuja formulação propõe uma categorização de incertezas em problemas de otimização de acordo com a maneira que estas afetam o processo de otimização, nesta dissertação esta formulação foi contextualizada para ambiente de tomada de decisão com incertezas. Assim, considere  $C_j$  o  $j$ -ésimo critério e  $a_i$  a  $i$ -ésima alternativa. Em um problema de tomada de decisão determinístico, o julgamento da alternativa  $a_i$  pelo

critério  $C_j$  é dado por  $C_j(a_i)$ . O julgamento de todas as alternativas por todos os critérios pode ser armazenado numa estrutura de matriz, denominada matriz de decisão:

$$[D]_{ij} = C_j(a_i) \quad (3.1)$$

No caso de um problema de tomada de decisão com incertezas, tem-se a seguinte equação geral

$$[D]_{ij} = C_j(a_i + \delta) + \epsilon \quad (3.2)$$

onde  $\delta$  representa uma variabilidade em torno da alternativa  $a_i$ , sendo um erro inerente ao processo de otimização e  $\epsilon$  uma incerteza na modelagem da função utilizada como critério, seja ela uma função matemática ou uma função abstrata. Essa equação sintetiza quase todas as formas possíveis de incerteza que podem surgir em um problema de tomada de decisão com funções critério do tipo numéricas (computacionais e computáveis).

### 3.3. Tipos de Incertezas e Modelagens Alternativas

Esta seção apresenta as incertezas presentes no processo de tomada de decisão, as categorias e tipos propostos de incerteza e suas modelagens alternativas. A categorização das incertezas em otimização proposta por Jin e Branke (2005) foi aqui estendida para os problemas de tomada de decisão multicritério, de acordo com a forma que estas incertezas afetam o processo decisório.

As incertezas foram agrupadas em três categorias, a saber: 1) incertezas calculadas por função matemática ou modelo computacional - subseção 3.3.1; 2) incertezas calculadas por função abstrata ou modelo subjetivo - subseção 3.3.2; 3) incertezas mais gerais - subseção 3.3.3. A primeira é análoga à otimização numérica. A segunda diz respeito aos modelos abstratos e frequentemente relacionada com as avaliações humanas - que por sua vez lidam com vagueza, imprecisão e subjetividade. Por último, incertezas ligadas diretamente à escolha de qual método MCDM deve ser empregado.

### 3.3.1. Incertezas Calculadas por Função Matemática ou Modelo Computacional

Esta categoria diz respeito às incertezas que surgem quando os valores dos critérios são calculados por meio de uma função matemática ou modelo computacional, sendo análogas aos tipos de incertezas encontradas em problemas de otimização numérica. Ela pode estar relacionada às variáveis de decisão, simplificações feitas no modelo matemático para diminuir a complexidade ou aumentar a factibilidade, variações temporais e incertezas futuras.

#### Incertezas nas Variáveis de Decisão

Incerteza nas variáveis é um tipo de incerteza relacionada com a avaliação das variáveis de decisão no modelo objetivo. Ela representa os desvios nas variáveis que não podem ser controlados. Por exemplo, seja a alternativa  $a_i$  representada por um vetor de variáveis  $x$ . A implementação dessa solução na prática (construção de um equipamento, por exemplo, parametrizado pelos valores em  $x$ ) está sujeita a erros do processo de manufatura. Portanto, na prática, pode não ser possível implementar  $x$ , mas  $x + \delta$ , onde  $\delta$  é um erro inerente ao processo de implementação. Portanto, tem-se

$$[D]_{ij} = C_j(x + \delta) \quad (3.3)$$

Assim, pode-se querer buscar alternativas que sejam robustas em relação ao critério, isto é, que apresentem pouca variabilidade nos valores  $C_j(x + \delta)$  em torno de  $x$ . Esse tipo de incerteza pode ser tratado com o uso de critérios adicionais: valor nominal do critério, medidas de robustez, variância do critério e pior caso do critério. Muitas vezes esse tipo de incerteza é tratado *a priori* no processo de decisão, já no processo de otimização, utilizando técnicas de otimização robusta. Portanto, as alternativas que estão disponíveis para o problema de MCDM podem já ser robustas (obtidas por meio de um processo de otimização robusta) ou pode-se incorporar critérios adicionais que consideram a robustez de cada alternativa.

### Incertezas na Modelagem por Simplificações do Modelo

Incertezas na modelagem ocorrem devido às simplificações feitas na representação matemática do problema real por um modelo matemático. Essas simplificações em muitos casos são necessárias, pois modelos de alta precisão ou de alta fidelidade são usualmente inviáveis devido à complexidade computacional. Portanto, tem-se

$$[D]_{ij} = C_j(a_i) + \epsilon(a_i) \quad (3.4)$$

onde  $\epsilon(a_i)$  representa a parcela não modelada do modelo matemático, a qual toma o resultado como diferente do esperado. Não há aleatoriedade no modelo, ele é determinístico. A fonte de incerteza está na modelagem da função utilizada como critério. Também surge quando o critério é avaliado por funções de aproximação ou metamodelos.

### Incertezas Devido à Variação Temporal

Incertezas devido à variação temporal estão relacionadas aos modelos variantes no tempo ou dinâmicos. São aqueles cuja a saída varia com o tempo  $t$ . Geralmente, a variação temporal se reflete na alteração de um ou mais parâmetros do modelo ao longo do tempo, que afeta o valor do critério

$$[D]_{ij} = C_j(a_i, p(t)) \quad (3.5)$$

onde dada uma solução alternativa  $a_i$ , os resultados são diferentes para diferentes conjuntos de parâmetros variantes no tempo  $p(t)$ . Em problemas de otimização, esse tipo de incerteza é tratado por algoritmos de otimização dinâmica. É, também, um modelo determinístico, uma vez que para uma mesma alternativa  $a_i$  e um mesmo tempo  $t$ , a resposta vai ser sempre a mesma.

### Incertezas em Relação ao Futuro

Um dado critério  $C_j$  pode depender de predições de valores, conjecturas, probabilidades e projeções de séries temporais. Portanto, o valor futuro do critério para a alternativa  $a_i$  é conhecido com algum grau de incerteza, pois é determinado a partir de projeções ou expectativas sobre o futuro. Esse tipo de incerteza pode ser modelado por diferentes cenários  $S_k$ .

$$\begin{aligned}
 \text{Cenário 1} &\Rightarrow [D]_{ij(1)} = C_j^1(a_i) \\
 \text{Cenário 2} &\Rightarrow [D]_{ij(2)} = C_j^2(a_i) \\
 &\vdots \\
 \text{Cenário k} &\Rightarrow [D]_{ij(k)} = C_j^k(a_i)
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

A análise de cenários foi uma das cinco maneiras que Durbach e Stewart (2012b) indicaram para a modelagem de incertezas em relação ao futuro. Ela ajuda a clarificar os efeitos que decisões têm sobre a probabilidade desejável de resultados em termos de estados objetivos em cada cenário  $S_k$ . Por exemplo, Hashemkhani Zolfani et al. (2016) apresentaram um método de tomada de decisão multiatributo baseado em cenários. Os autores propuseram três diferentes cenários e o solucionaram com o método WASPAS. A efetividade das alternativas e dos critérios foi investigada em cada cenário. Os autores concluíram que os métodos podem oferecer diferentes soluções dependendo do cenário proposto, pois o processo pode ser alterado dinamicamente. Os autores destacaram ainda a importância de comparar e agregar resultados no final do processo.

### 3.3.2. Incertezas Calculadas por Função Abstrata ou Modelo Subjetivo

Diferente da categoria anterior, os problemas de decisão permitem um tipo adicional de critério, que não é dado por uma função matemática, mas sim por uma função abstrata ou subjetiva. Essa característica por si só produz outros tipos de incertezas, relacionadas a vagueza, imprecisão e subjetividade do julgamento do decisor, que não estão presentes

em problemas de otimização.

### Incerteza no Julgamento das Alternativas

Incerteza no julgamento das alternativas acontece devido à subjetividade do decisor, pois pode ser mais fácil para ele fornecer um intervalo ou um valor linguístico associado a uma função de pertinência ao invés de um número exato. Este é o tipo mais comum de incerteza e está presente inerentemente nas avaliações humanas. Para lidar com esta incerteza epistêmica inerente foi proposta a Teoria dos Conjuntos Fuzzy (FST, em inglês). A flexibilidade desta técnica aliada aos métodos MCDM, Fuzzy-MCDM (ou simplesmente FMCDM), tem sido refletida na literatura, considerando o elevado crescimento dos trabalhos publicados (Mardani, Jusoh e Zavadskas; 2015). O julgamento das alternativas é realizado por um único decisor ou um grupo deles, utilizando um valor linguístico ou um valor intervalar. As avaliações subjetivas são convertidas em valores numéricos e tratados matematicamente pelos métodos MCDM. Logo, tem-se

$$[\tilde{D}]_{ij} = \tilde{C}_j(\tilde{a}_i) \quad (3.7)$$

onde  $\tilde{a}_i$  representa um número fuzzy com uma pertinência arbitrária.

Pode haver casos em que os valores da função são numéricos, precisos e bem definidos. Porém, os valores dos critérios representam importâncias de caráter subjetivo. Neste caso, pode-se optar por fuzzificar os valores crisp e trabalhar com todo o modelo em ambiente fuzzy (Jahanshahloo, Lotfi e Izadikhah; 2006). O conceito de  $\alpha$ -cuts foi proposto por Zadeh (1965) e utilizado por Jahanshahloo, Lotfi e Izadikhah (2006) para conversão de números crisp em números fuzzy.

Muitas extensões de FST foram propostas. Uma incerteza, digamos, dúbia, que o decisor pode ter em termos de avaliação de alternativas está relacionada ao grau de confiança que ele possui daquela avaliação. Conjuntos fuzzy intuicionistas (Atanassov; 1986), conjuntos fuzzy pitagóricos (Yager; 2014) e z-números (Zadeh; 2011) foram modelagens alternativas propostas para tratar estas incertezas quanto ao julgamento das alternativas. As duas primeiras tratam de hesitação e falta de confiança na avaliação de uma alternativa  $a_i$  com respeito a um critério  $C_j$ , enquanto z-números diz respeito a um

conjunto de valores que  $a_i$  pode representar juntamente com uma possível medida de confiabilidade desta primeira avaliação. Portanto, tem-se

$$[\tilde{D}]_{ij} = \tilde{C}_j(\tilde{a}_i) = \langle \tilde{x}, \tilde{y} \rangle \quad (3.8)$$

onde  $\langle \tilde{x}, \tilde{y} \rangle$  representa, respectivamente, o grau de confiança e hesitação no julgamento de uma alternativa  $\tilde{a}_i$ .

Observe que estas abordagens tratam o mesmo tipo de incerteza e todas dependem de conjuntos fuzzy, podendo inclusive ser tratado de forma intervalar. Uma descrição completa de conjuntos fuzzy, suas extensões e aplicações é disposta no Capítulo 4.

### **Incerteza em Relação a Extração e Modelagem das Preferências do Decisor**

Esta incerteza diz respeito aos formatos de extração de preferências do decisor em relação ao julgamento dos critérios e como modelar estas preferências, incerteza em relação a parâmetros que representam preferências (limiares e metas), incerteza na comparação par a par entre critérios e alternativas.

Uma modelagem alternativa utilizada na literatura para lidar com esta questão é utilizar o método Análise Hierárquica de Processos (AHP) (2.3) para extração dos pesos dos critérios e comparações pareadas. Além de ser o método MCDM mais popular da literatura (Ho; 2008), ele também é conhecido pela sua capacidade de fornecer o peso de cada critério utilizado na modelagem a partir das preferências do decisor.

Muitos autores invocam tal método para extrair os pesos dos critérios e posteriormente empregam um outro método para classificar as alternativas. De acordo com Ho (2008) esta modelagem torna o processo decisório mais assertivo e com menor viés, pois a saída do AHP (i.e. pesos dos critérios) pode ser utilizado nele ou em outro método multicritério. Jahanshahloo, Lotfi e Izadikhah (2006) destacaram que os pesos em MCDM não têm um significado econômico claro, porém eles fornecem a oportunidade de modelar os atuais aspectos da tomada de decisão. Assim, ao associar elevados pesos para um determinado critério, o decisor está implicitamente dando preferência às alternativas daquele critério. Por outro lado, também está desfavorecendo outros critérios. Esta é uma clara relação de *trade-off*. Nestas circunstâncias, nem sempre o decisor sabe precisamente qual o valor

de importância de cada critério.

### Incerteza em Relação ao Julgamento do Especialista

Esta incerteza diz respeito à consistência do julgamento dado pelo especialista ao longo do tempo ou em relação à saída dada pela função de pertinência adotada. De acordo com Garibaldi et al. (2008) as avaliações humanas sofrem variação ao longo do tempo. Podem ocorrer variações entre as decisões de um conjunto de especialistas (“*interexpert variation*”), bem como as decisões de um único especialista ao longo do tempo (“*intraexpert variation*”). Para isto, eles propuseram os conjuntos fuzzy não estacionários (NSFS), capazes de lidar com a incerteza temporal no julgamento e mensurar a consistência dos julgamentos.

Para lidar com a incerteza em relação aos graus de pertinência, incerteza no formato ou nos parâmetros destas funções de pertinência, foram propostos os conjuntos fuzzy tipo-2 (T2FS - *Type-2 Fuzzy Sets*) (Garibaldi et al.; 2008). T2FS são conjuntos fuzzy cujos graus de pertinência são conjuntos fuzzy do tipo-1 (Zadeh; 1975; Mendel et al.; 2006; Garibaldi et al.; 2008). Fuzzy Tipo-2 Intervalar (IT2FS - *Interval Type-2 Fuzzy Sets*), por sua vez, são um tipo especial de T2FS que têm tido elevado crescimento nos últimos anos (Keshavarz Ghorabae et al.; 2017). IT2FS são úteis em circunstâncias onde é difícil determinar a função de pertinência exata para um conjunto fuzzy. Entretanto, T2MF são fuzzy no sentido de que há incerteza na função de pertinência (Garibaldi e Ozen; 2007). T2FS e IT2FS são mais flexíveis que T1FS na modelagem de incerteza, uma vez que o resultado na defuzzificação não é apenas um valor crisp, mas sim uma função de pertinência.

Conforme destacaram Garibaldi et al. (2008), NSFS e IT2FS são abordagens diferentes. Essencialmente, T2FS são “conjuntos fuzzy com funções de pertinência fuzzy”, enquanto NSFS são coleções ou conjuntos fuzzy relacionados. Perceba, portanto, que NSFS não correspondem a IT2FS. São, basicamente, gerados a partir de um número  $x$  de repetições com alterações nas MF de T1FS. Conseqüentemente, eles modelam coisas diferentes: NSFS modela variabilidade temporal em funções de pertinência fuzzy Tipo-1, enquanto T2FS modela incerteza nas funções de pertinência.

A principal diferença entre as incertezas em relação ao julgamento do especialista e as incertezas nos julgamentos das alternativas (subseção 3.3.2) é que para uma mesma alter-



nativa  $a_i$  um especialista pode fornecer uma avaliação imprecisa e que pode variar para ele mesmo (no tempo) ou entre um grupo deles. Em comum, elas são fonte do mesmo problema e podem ser modeladas por intervalos, NSFS, T2FS/IT2FS, ou simplesmente fuzzy.

### 3.3.3. Incertezas mais gerais

#### **Incerteza na Escolha do Método ou em Relação à Classificação Obtida**

O capítulo anterior apontou a grande variedade de métodos MCDM disponíveis na literatura. Logo, não existe uma metodologia única e bem definida que se possa seguir passo a passo desde o início até o fim de um processo de ajuda à decisão (Mardani, Jusoh, Nor, Khalifah, Zakwan e Valipour; 2015).

A escolha pelo método de decisão também pode causar dúvidas ao decisor, uma vez que dependendo da dimensão do problema, os métodos podem classificar as alternativas em diferentes índices. Neste caso, o decisor tem pelo menos duas possibilidades: comparar os resultados de diferentes métodos quando aplicados ao mesmo problema (Rossoni e Meireles; 2011; Lima Junior; 2013; Lima Junior et al.; 2014) e combinar diferentes métodos (Ho; 2008; Mardani, Zavadskas, Streimikiene, Jusoh, Nor e Khoshnoudi; 2016; Alves et al.; 2017).

A comparação de diferentes métodos serve fundamentalmente para analisar o comportamento das alternativas diante de tais métodos. Ela testa a robustez de uma determinada alternativa  $a_i$ , independente do método.

Já a combinação de métodos, comumente referenciado como técnicas híbridas, utiliza a combinação de diferentes métodos para o mesmo problema. O objetivo é extrair os pontos positivos de cada método a fim de obter uma ordenação final robusta, garantindo que a incerteza na escolha do método seja minimizada. Vale destacar, também, que estas estratégias podem ser empregadas tanto em métodos com a lógica clássica/crisp quanto para a lógica fuzzy.

### 3.4. Considerações Finais

A teoria da decisão multicritério tem crescido como parte da Pesquisa Operacional com o objetivo de fornecer ferramentas de suporte matemático e computacional para avaliação de critérios de desempenho por especialistas (Zavadskas et al.; 2014). O objetivo principal dos diversos métodos de tomada de decisão multicritério existentes na literatura é guiar o decisor na escolha pela melhor solução alternativa a ser implementada.

Todavia, muitas incertezas estão associadas neste processo. A tomada de decisão robusta procura caracterizar um fator presente no processo de tomada de decisão, que é a presença de incerteza e do ruído nos elementos que constituem o problema alvo. O caráter aleatório e imprevisível das incertezas tornam impossíveis a sua eliminação, mas dependendo da modelagem utilizada e das informações disponíveis sobre o problema é possível obter considerável minimização. Uma solução robusta é aquela que é insensível a perturbações provocadas no ambiente de busca.

As incertezas presentes foram classificadas de acordo com o que estas afetam o processo decisório. Elas podem ser calculadas por uma função matemática sendo análogas às incertezas da otimização numérica (3.3.1), por uma função abstrata de forma a mensurar as avaliações subjetivas dadas pelo decisor ou mais genéricas (3.3.2), como a incerteza pela escolha do método multicritério (3.3.3). A equação (3.2) sintetiza quase todas as formas computacionais e computáveis de incertezas, permitindo extensões e variações a partir da mesma.

A teoria dos conjuntos fuzzy tem se mostrado altamente capaz de lidar com problemas MCDM calculados a partir de funções abstratas ou modelos subjetivos, uma vez que mensura o julgamento do decisor que é uma incerteza epistêmica inerente em uma variável numérica. Esta teoria viabilizou a construção de modelagem alternativa destes problemas, incluindo a conversão de valores numéricos, precisos e bem definidos em números fuzzy. A hesitação ou a confiança no julgamento das avaliações também são possíveis com a lógica fuzzy, uma vez que compartilham a mesma fonte de imprecisão.

Principais destaques deste capítulo:

- (a) Revisão sobre incertezas e algumas de suas diversas formas de entendimento na literatura;
- (b) Foi proposta uma equação geral para problemas de tomada de decisão com incertezas, vide Equação (3.2);

- (c) Classificação e categorização dos tipos de incertezas presentes no processo decisório;
- (d) Provê modelagens alternativas e faz apontamentos do estado da arte do tema.

### 3.4.1. Limitações deste Capítulo

Este capítulo teve um foco maior em incertezas calculadas por função abstrata e modelos subjetivos (subseção 3.3.2). Incertezas em relação ao futuro também foram cobertas (subseção 3.3.1), bem como incertezas mais gerais, como aquela em relação a escolha do método multicritério (subseção 3.3.3). Incertezas voltadas à otimização robusta foram brevemente mencionadas, pois não é o foco principal desta pesquisa.

Incertezas relacionadas ao julgamento do decisor são melhor apresentadas e discutidas no Capítulo 4, incluindo a descrição de alguns métodos e uma revisão atualizada da literatura. Neste capítulo, a preocupação maior foi em classificar e categorizar as incertezas.

### 3.4.2. Pesquisas Futuras

Baseado nas observações realizadas ao longo da pesquisa deste capítulo, as seguintes direções de pesquisa parecem promissoras:

- (a) Pesquisas voltadas a incerteza em relação ao julgamento do especialista, com foco em conjuntos fuzzy tipo-2 (incluindo intervalares) e conjuntos fuzzy não estacionários;
- (b) Estudo de implicações de incertezas em relação ao futuro e a variações temporais.



## Capítulo 4.

# Teoria da Decisão Multicritério Fuzzy

### 4.1. Introdução

A teoria dos conjuntos fuzzy (FST) proposta pelo Prof. Zadeh (1965) revolucionou a forma de tratamento das incertezas provenientes das avaliações humanas em problemas de decisão. Aliada aos métodos MCDM, Fuzzy-MCDM ou simplesmente FMCDM, a FST continua com elevado crescimento em número de publicações. Somente o artigo original de Zadeh (1965) já possui milhares de citações (mais de 70.000 na época da escrita desta dissertação) e apresenta um número cada vez maior de extensões.

FST permite interpretar a vagueza e imprecisão linguística e transformá-las em escala numérica. Na teoria da decisão, Kahraman et al. (2015) explicaram que os métodos FMCDM são utilizados por um único decisor ou um comitê deles para avaliar um conjunto de soluções em relação a critérios predeterminados utilizando variáveis linguísticas. Os julgamentos de importâncias são representados por números fuzzy ou valores intervalares com diferentes funções de pertinência. Por exemplo, um número fuzzy  $\tilde{x}$  pode representar uma variável linguística cujos valores são palavras ou frases, representando, portanto, termos subjetivos (Zadeh; 1975). É possível, inclusive, transformar valores exatos, crisp, em números fuzzy, conforme proposto por Jahanshahloo, Lotfi e Izadikhah (2006).

Logo, similar aos métodos MCDM clássicos descritos no Capítulo 2, os FMCDM utilizam as avaliações das alternativas  $\tilde{a}_i, i = 1, \dots, n$  com respeito ao critério  $\tilde{C}_j, j = 1, \dots, m$  para construir uma matriz de decisão  $[\tilde{D}]_{ij}$ . Como resultado tem-se  $[\tilde{D}]_{ij} = \tilde{C}_j(\tilde{a}_i)$ . Esta matriz é similar à (2.1). A diferença é que os critérios e alternativas podem ser fuzzy ou convertidos de crisp para fuzzy. Assim sendo, o desempenho da  $i$ -ésima

alternativa em relação ao  $j$ -ésimo critério é dado por um número fuzzy  $\tilde{x}_{ij}$  com uma função de pertinência  $\mu$  arbitrária.

Contudo, a lógica fuzzy ainda não tinha sido capaz de solucionar o problema presente na confiabilidade da informação. Diferentes extensões para FST foram propostas. Dentre elas destacam-se: Conjuntos Fuzzy Intuicionistas (Atanassov; 1986) (IFS), Conjuntos Fuzzy Pitagóricos (Yager; 2014) (PFS) e Z-números (Zadeh; 2011). As duas primeiras tratam a hesitação e falta de confiança do(s) decisor(es) na avaliação de uma alternativa  $\tilde{a}_i$  com respeito a um critério  $\tilde{C}_j$ . Já z-números envolve restrição sobre os valores que uma variável pode ter e uma medida de confiança no julgamento dessa primeira avaliação.

Há autores que consideravam que esses conjuntos fuzzy eram muito restritivos (até este ponto referenciados como conjuntos fuzzy tipo-1 ou T1FS), não sendo capazes de modelar as incertezas em relação aos graus de pertinência, incerteza no formato ou nos parâmetros das funções de pertinência. Assim, os Conjuntos Fuzzy Tipo-2 (T2FS) (Zadeh; 1975) e sua posterior forma intervalar (IT2FS) vieram para cobrir esta lacuna. O resultado da sua defuzzificação deixava de ser apenas um valor crisp como em T1FS e passava a ser dado por uma função de pertinência.

Mais tarde, Garibaldi et al. (2008) percebeu que tanto T1FS quanto T2FS/IT2FS não eram capazes de mensurar as variações entre as decisões de um conjunto de especialistas (“*interexpert variation*”), tampouco as decisões de um único especialista ao longo do tempo (“*intraexpert variation*”). Motivados por isso, eles propuseram os Conjuntos Fuzzy Não Estacionários (NSFS) capazes de lidar com a incerteza temporal e mensurar a consistência dos julgamentos.

Observe, portanto, que as avaliações de critérios e alternativas capturadas pela lógica fuzzy possuem essencialmente a mesma fonte de incerteza dada pela vagueza e imprecisão humana. Elas podem ser calculadas por função abstrata ou modelo subjetivo e foram tipificadas na subseção 3.3.2.

Este capítulo visa cobrir a literatura relacionada a conjuntos fuzzy e suas extensões que se relacionam com a teoria da decisão multicritério. Para que ele não seja demasiadamente longo e cansativo ao leitor, foi proposto a seguinte estrutura: Uma revisão sobre os conceitos preliminares de fuzzy na Seção 4.2 que cobre os conceitos de  $\alpha$ -cuts que permite converter números crisp em fuzzy. Uma breve revisão da literatura com apontamentos de estado da arte na Seção 4.3. Optou-se por descrever cinco diferentes fuzzy-métodos que foram utilizados ao longo desta pesquisa. São eles: Fuzzy-MultiMoora (Baležentis et al.; 2012; Baležentis e Baležentis; 2014) - 4.4, Fuzzy-Topsis Linear (Chen;

2000; Tzeng e Huang; 1981) e Fuzzy-Topsis Vector (García-Cascales et al.; 2012; Shih et al.; 2007) - 4.5, Fuzzy-VIKOR (Opricovic; 2011) - 4.6 e Fuzzy-Waspas (Turskis et al.; 2015) - 4.7. A seguir, conjuntos fuzzy intuicionistas, pitagóricos e z-números - 4.8. Fuzzy Tipo-2 na Seção 4.9. Conjuntos fuzzy não-estacionários na Seção 4.10. Finalmente, as considerações finais, limitações e direções futuras na Seção 4.11.

## 4.2. Conceitos Preliminares

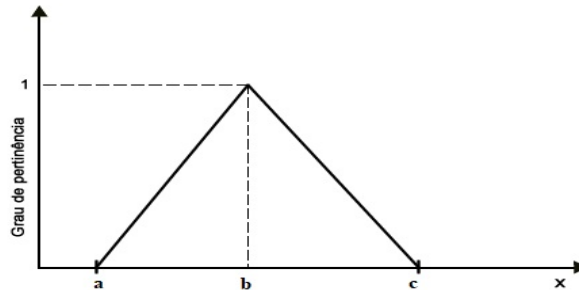
- *Definição 1 (Dados fuzzy):* Seja  $X$  um conjunto clássico de números, chamado de Universo, com elementos genéricos denotados por  $x$ . A pertinência de um subconjunto crisp de  $X$  é sempre visto como uma função característica  $\mu_A$  de  $X$  para  $\{0, 1\}$  tal que

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{se e somente se } x \in A \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.1)$$

onde  $\{0, 1\}$  é chamado de conjunto de avaliação. Se a avaliação é um intervalo real  $[0, 1]$ ,  $A$  é chamado de conjunto fuzzy e denotado por  $\tilde{A}$  e  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  é o grau de pertinência de  $x$  em  $\tilde{A}$  (Jahanshahloo, Lotfi e Izadikhah; 2006).

- *Definição 2 (Conjuntos Fuzzy):* Se  $\tilde{A}$  é um conjunto fuzzy, então  $\tilde{A}$  é completamente caracterizado pelo conjunto de pares ordenados  $\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) | x \in X\}$  (Jahanshahloo, Lotfi e Izadikhah; 2006; Chu e Lin; 2009).
- *Definição 3 (Números Fuzzy Triangulares (TFN)):* Um número fuzzy triangular  $\tilde{a}$  é definido pela tripla  $\tilde{a} = (a, b, c)$  como mostra a Figura 4.1 (Baležentis et al.; 2012) Para determinar o grau de pertinência para qualquer valor de  $x$  utiliza-se

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < a, \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{se } a \leq x \leq b, \\ \frac{x-c}{b-c}, & \text{se } b \leq x \leq c, \\ 0, & \text{se } x > c, \end{cases} \quad (4.2)$$

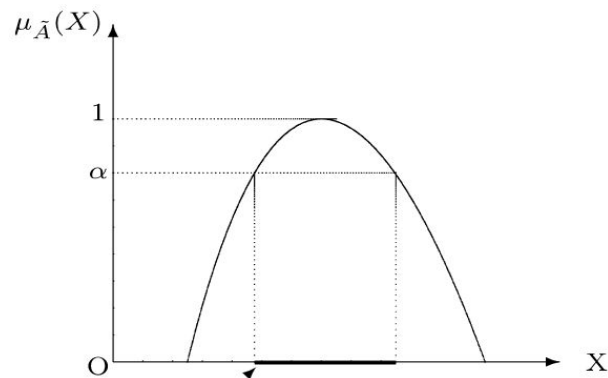
**Figura 4.1.:** Número Fuzzy Triangular

Fonte: Baležentis et al. (2012)

- *Definição 4 (Operações Aritméticas com TFN):* Dados dois números fuzzy triangulares  $\tilde{a} = (a, b, c)$  e  $\tilde{b} = (d, e, f)$ , as seguintes operações algébricas podem ser realizadas entre eles (Chu e Lin; 2009; Baležentis et al.; 2012):

1.  $\tilde{a} \oplus \tilde{b} = (a, b, c) \oplus (d, e, f) = (a + d, b + e, c + f)$
2.  $\tilde{a} \ominus \tilde{b} = (a, b, c) \ominus (d, e, f) = (a - f, b - e, c - d)$
3.  $\tilde{a} \otimes \tilde{b} = (a, b, c) \otimes (d, e, f) = (a * d, b * e, c * f)$
4.  $\tilde{a} \oslash \tilde{b} = (a, b, c) \oslash (d, e, f) = (a / f, b / e, c / d)$
5.  $k\tilde{a} = k(a, b, c) = (ka, kb, kc)$

- *Definição 5 ( $\alpha$ -cuts):* Um  $\alpha$ -cut de um conjunto fuzzy  $\tilde{A}$  é um subconjunto crisp de  $X$  representado pela Figura 4.2. A linha em destaque em  $X$  representa este conceito e é denotada como  $[\tilde{A}]_{\alpha} = \{x | \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\}$  onde  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  é a função de pertinência (MF, *membership function*, em inglês) de  $\tilde{A}$  e  $\alpha \in [0, 1]$  (Jahanshahloo, Lotfi e Izadikhah; 2006).

**Figura 4.2.:** Um exemplo de  $\alpha$ -cut

Fonte: Jahanshahloo, Lotfi e Izadikhah (2006)



1.  $\tilde{A}_\alpha$  é um intervalo fechado não-vazio e pode ser expresso por  $\tilde{A}_\alpha = [[\tilde{A}]_\alpha^L, [\tilde{A}]_\alpha^U]$ , onde  $[\tilde{A}]_\alpha^L$  e  $[\tilde{A}]_\alpha^U$  são seus limites inferior e superior, respectivamente.
  2. Se  $\tilde{A} = [[\tilde{A}]_\alpha^L, [\tilde{A}]_\alpha^U]$ , então tornando  $\alpha = 1$  é possível identificar o valor central de  $\tilde{A}$ , e por  $\alpha > 0$  a extensão esquerda e direita de  $\tilde{A}$ .
  3. Se  $\tilde{A}$  é um TFN e  $[\tilde{A}]_\alpha^L > 0$  e  $[\tilde{A}]_\alpha^U \leq 1$  para  $\alpha \in [0, 1]$ , então  $\tilde{A}$  é chamado de TFN normalizado positivo.
- *Definição 6 (Valores Linguísticos)*: Uma variável linguística é uma variável cujos valores são expressos em termos linguísticos. Por exemplo, “importância” pode ser uma variável linguística cujos valores estão sumarizados na Tabela (4.1) e representados pela Figura (4.3) (Zadeh; 1965, 1975).

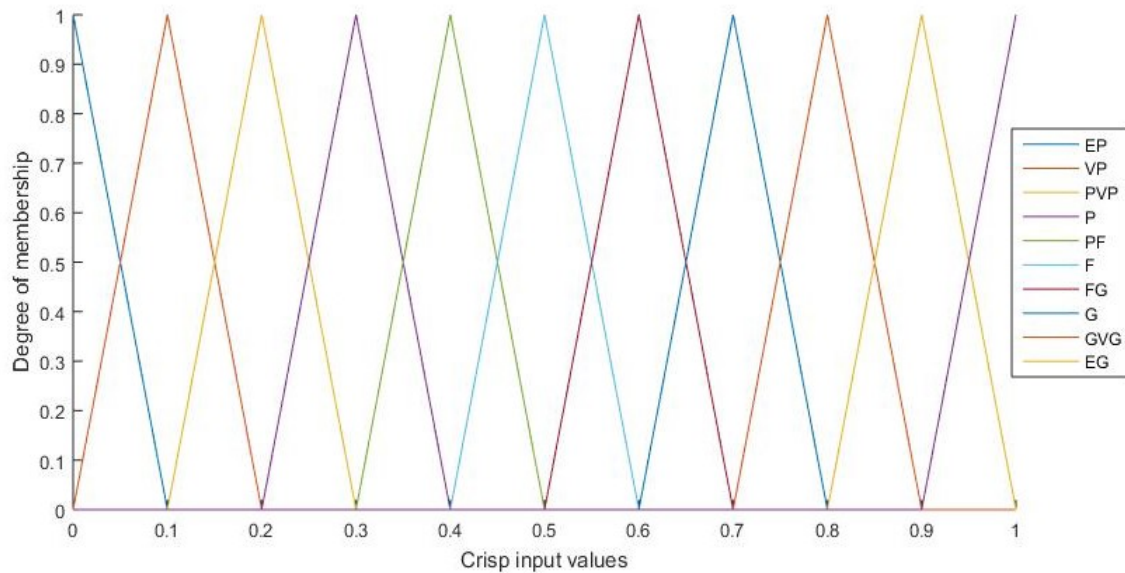
**Tabela 4.1.:** Termos Linguísticos para Avaliação das Alternativas

Sigla	Termo Linguístico	Fuzzy Number
EP	Extremamente Pobre	(0.0, 0.0, 0.1)
VP	Muito Pobre	(0.0, 0.1, 0.2)
PVP	Pobre a Muito Pobre	(0.1, 0.2, 0.3)
P	Pobre	(0.2, 0.3, 0.4)
PF	Pobre a Fraco	(0.3, 0.4, 0.5)
F	Fraco	(0.4, 0.5, 0.6)
FG	Fraco a Bom	(0.5, 0.6, 0.7)
G	Bom	(0.6, 0.7, 0.8)
GVG	Bom a Muito Bom	(0.7, 0.8, 0.9)
VG	Muito Bom	(0.8, 0.9, 1.0)
EG	Extremamente Bom	(0.9, 1.0, 1.0)

Fonte: Autor, 2018

O número fuzzy de cada termo linguístico está representado na Tabela 4.1. Para as avaliações dos critérios a ideia é a mesma. Utiliza-se uma tabela com termos linguísticos e seus respectivos números fuzzy. Normalmente se utiliza a mesma escala para todos os critérios, portanto todos os critérios são transformados para essa mesma escala (normalização).

**Figura 4.3.:** Representação dos Termos Linguísticos



Fonte: Autor, 2018

### 4.3. Revisão da Literatura

Métodos de Tomada de Decisão Multicritério Fuzzy revelaram-se como uma maneira eficaz para tratar a incerteza presente na avaliação humana. A flexibilidade destes métodos tem sido refletida na literatura especializada considerando o grande número de trabalhos publicados, incluindo suas diversas extensões. Kahraman et al. (2015) propuseram um levantamento do estado da arte sobre FMCDM. Esta revisão apontou mais de 20 métodos FMCDM existentes na literatura e classificou-os entre MADM e MODM (ver categorizações na seção 2.2). F-AHP e F-TOPSIS foram os dois métodos mais utilizados entre os autores. Quanto as áreas, as cinco primeiras foram: engenharia (29%), computação (19%), ciência da decisão (16%), matemática e negócios (11%) e gerenciamento e finanças (5%). Mardani, Jusoh e Zavadskas (2015) revisaram 403 artigos científicos de periódicos publicados entre 1994 e 2014. Quatro campos de pesquisas foram utilizados para agrupar estes trabalhos: engenharia (54%), gerenciamento e negócios (30%), ciências e tecnologia (16% estas duas últimas).

Gul et al. (2016) conduziram uma revisão da literatura sobre o método VIKOR (Opricovic; 1998) e suas extensões. Eles sumarizaram 343 artigos, classificando-os em 13 categorias. Fuzzy-VIKOR obteve grande relevância, especialmente nas áreas de

*design*, mecânica, engenharia e manufatura. Adicionalmente em outra pesquisa, Mardani, Zavadskas, Govindan, Senin e Jusoh (2016) propuseram uma sistemática revisão desse método. Técnicas integradas/combinadas com VIKOR e F-VIKOR foram destacadas pela grande quantidade de utilizações.

Behzadian et al. (2012) revisaram o método TOPSIS e suas aplicações. 266 artigos foram sumarizados. Conjuntos fuzzy combinados com este método e tomada de decisão em grupo (MCGDM) foram as duas abordagens mais utilizadas. Os autores ressaltaram a grande variedade de extensões deste método, originalmente proposto por Tzeng e Huang (1981). Esses estudos incluem, inclusive, adaptações sobre a normalização. Assim, TOPSIS Vetor (García-Cascales et al.; 2012; Shih et al.; 2007) seguiu este conceito. As diferenças entre TOPSIS Vetor e TOPSIS Linear podem ser facilmente observadas em Shih et al. (2007). Por simplicidade, foram consideradas nesta pesquisa as duas abordagens como diferentes métodos. Eles foram utilizados em pesquisas experimentais e são melhor descritos a seguir, na seção 4.5. Caso não seja citado o tipo de normalização, por exemplo, TOPSIS ou F-TOPSIS Linear ou Vetor, considere o primeiro. Para uma revisão sobre o método TOPSIS (i.e. normalização linear e lógica crisp) o leitor pode obter mais informações na seção 2.4. Jahanshahloo, Lotfi e Izadikhah (2006) desenvolveram uma extensão do método TOPSIS para lidar com dados de intervalo. A lógica por trás do algoritmo é a mesma do F-TOPSIS, porém utilizando os conceitos de números fuzzy normalizados com valor desconhecido, representados pelos limites inferior e superior do número fuzzificado. Isto quer dizer que na construção da matriz de decisão, a avaliação da alternativa  $a_1$  em relação ao critério  $C_2$  poderia ser representada por  $\tilde{x}_{12}$ . Com a abordagem  $\alpha$ -cut a representação dos limites inferior e superior deste número seriam  $[x_{12}^L, x_{12}^U]$ .

Constantemente novos métodos têm sido criados como alternativas para problemas da teoria da decisão multicritério. Entre eles estão Avaliação de Produto de Soma Agregada Ponderada (WASPAS) (Zavadskas et al.; 2012) e Otimização Multi-Objetivo por Análise de Razão (MOORA) (Brauers e Zavadskas; 2006) mais a sua forma multiplicativa (MULTIMOORA) (Brauers e Zavadskas; 2010). Conforme descrito por Baležentis e Baležentis (2014) (ver também seção 2.7), enquanto WASPAS é baseado em medida de valor, o MULTIMOORA é uma técnica baseada em um ponto de referência. Por serem métodos relativamente recentes, eles possuem menos publicações quando comparados a alguns outros, como AHP, TOPSIS e VIKOR. F-WASPAS e F-MULTIMOORA foram utilizados por Alves e Guimarães (2017) para classificação de planos de manutenção em um problema de geração de energia. F-MULTIMOORA foi empregado por Baležentis

et al. (2012) para seleção de pessoal. Os autores estenderam o método para grupo de decisores, i.e. MCGDM, e utilizaram operadores FWA para agregar as avaliações dadas.

Esses métodos são descritos nas seções seguintes. Vale lembrar que, assim como os métodos crisp, eles partem de uma matriz de decisão  $D$  e utilizam termos linguísticos ou valores fuzzificados para avaliação das alternativas e critérios, ou seja,  $[\tilde{D}]_{ij} = \tilde{C}_j(\tilde{a}_i)$ .

#### 4.4. Fuzzy-MULTIMOORA

Otimização Multi-Objetivo por Análise de Razão (MOORA), como dito anteriormente, foi introduzido por Brauers e Zavadskas (2006) e estendido para uma forma mais robusta como MULTIMOORA (MOORA mais a sua forma multiplicativa) (Brauers e Zavadskas; 2010). Estes métodos têm sido aplicados na literatura em muitos estudos. Brauers e Zavadskas (2006, 2010); Baležentis et al. (2012) focaram em estudos econômicos e seleção de pessoal, respectivamente. Além disso, Baležentis e Baležentis (2014) fizeram um levantamento sobre o desenvolvimento e aplicações sobre o método.

O MultiMoorra inclui normalização interna e trata originalmente todos os objetivos como igualmente importantes (Baležentis et al.; 2012). F-MultiMoorra, por sua vez, inclui avaliações de um ou mais especialistas no julgamento das alternativas e critérios para construção da matriz de decisão  $\tilde{D}$ , exposta em (2.1). A construção dessa matriz é feita utilizando-se operadores de agregação. Os seguintes passos compõem o método F-MULTIMOORA (adaptado de Brauers e Zavadskas (2010); Baležentis et al. (2012)).

1. As avaliações  $\tilde{x}_{ij}$  da  $i$ -ésima alternativa em relação aos critérios  $\tilde{C}_j$  são agregadas utilizando o operador FWA, conforme Equação (4.3) que se segue

$$\tilde{x}_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^K \tilde{w}_k \tilde{x}_{ij}^k}{\sum_{k=1}^K \tilde{w}_k} \quad (4.3)$$

onde  $\tilde{w}_k$  é o coeficiente de significância fuzzy para o  $k$ -ésimo decisor. Assim, constrói-se a matriz de decisão  $\tilde{D}$  com  $\tilde{x}_{ij} = (x_{ij1}, x_{ij2}, x_{ij3})$  sendo as respostas agregadas de alternativas sobre os objetivos.

2. O sistema de razão (*fuzzy ratio system*, em inglês) define a normalização dos números fuzzy  $\tilde{x}_{ij}$  e é dado pela Equação (4.4) que se segue

$$\tilde{x}_{ij}^* = (\tilde{x}_{ij1}^*, \tilde{x}_{ij2}^*, \tilde{x}_{ij3}^*) = \begin{cases} \tilde{x}_{ij1}^* = \tilde{x}_{ij1} / \sqrt{\sum_{i=1}^n [(x_{ij1})^2 + (x_{ij2})^2 + (x_{ij3})^2]} \\ \tilde{x}_{ij2}^* = \tilde{x}_{ij2} / \sqrt{\sum_{i=1}^n [(x_{ij1})^2 + (x_{ij2})^2 + (x_{ij3})^2]} \\ \tilde{x}_{ij3}^* = \tilde{x}_{ij3} / \sqrt{\sum_{i=1}^n [(x_{ij1})^2 + (x_{ij2})^2 + (x_{ij3})^2]} \end{cases} \quad (4.4)$$

3. Calcular a razão normalizada conforme (4.5)

$$\tilde{y}_i^* = \sum_{j=1}^g \tilde{x}_{ij}^* \ominus \sum_{j=g+1}^n \tilde{x}_{ij}^* \quad (4.5)$$

onde  $g = 1, \dots, m$  significa o número de objetivos a ser maximizado.

4. Calcular o melhor desempenho não-fuzzy (*best nonfuzzy performance - BNP*) de cada  $i$ -ésima alternativa conforme (4.6). Cada razão  $\tilde{y}_i^* = (\tilde{y}_{i1}^*, \tilde{y}_{i2}^*, \tilde{y}_{i3}^*)$  é defuzzificado.

$$BNP_i = \frac{(\tilde{y}_{i3}^* - \tilde{y}_{i1}^*) + (\tilde{y}_{i2}^* - \tilde{y}_{i1}^*)}{3} + \tilde{y}_{i1}^* \quad (4.6)$$

5. Calcular o ponto de referência fuzzy de acordo com (4.7)

$$\tilde{r}_j = \begin{cases} \tilde{x}_j^+ = (\max_i x_{ij1}^*, \max_i x_{ij2}^*, \max_i x_{ij3}^*), & \text{se } j \leq g, \\ \tilde{x}_j^+ = (\min_i x_{ij1}^*, \min_i x_{ij2}^*, \min_i x_{ij3}^*), & \text{se } j > g, \end{cases} \quad (4.7)$$

6. Por fim, cada elemento da matriz é recalculado e uma classificação final é dada de acordo com o desvio do ponto de referência (4.7) e a métrica min-max de Tchebycheff (4.8).

$$\min_i (\max_j d(\tilde{r}_j, \tilde{x}_{ij}^*)) \quad (4.8)$$

## 4.5. Fuzzy-TOPSIS Linear e Vetor

O método Fuzzy-TOPSIS foi proposto por Chen (2000). Este é um dos métodos mais populares da literatura (Behzadian et al.; 2012; Kahraman et al.; 2015; Mardani, Jusoh, Nor, Khalifah, Zakwan e Valipour; 2015). Assim como sua versão crisp, o método é baseado em uma distância de proximidade com a solução ideal positiva (PIS) e negativa (NIS). Porém, a versão fuzzy utiliza como FPIS os valores (1, 1, 1) e como FNIS (0, 0, 0).

O que difere o F-TOPSIS Linear do F-TOPSIS Vetor é, basicamente, a forma de normalização das avaliações das alternativas para a construção da matriz de decisão normalizada. Shih et al. (2007) forneceram uma clara explicação sobre esta diferença e ainda indicaram outras duas possibilidades de normalizações lineares e uma normalização não-monotônica.

Os seguintes passos compõem este método (adaptado de Chen (2000); Behzadian et al. (2012)):

1. As avaliações para os pesos dos critérios e das alternativas dadas pelo k-ésimo decisor são agregadas utilizando as Equações (4.9) e (4.10), respectivamente, para construir a matriz de decisão fuzzy  $\tilde{D}$ .

$$\tilde{w}_j = \frac{1}{k} [\tilde{w}_j^1 \oplus \dots \oplus \tilde{w}_j^k] \quad (4.9)$$

$$\tilde{x}_{ij} = \frac{1}{k} [\tilde{x}_{ij}^1 \oplus \dots \oplus \tilde{x}_{ij}^k] \quad (4.10)$$

2. Obter a  $\tilde{D}$  normalizada, denominada  $\tilde{R} = [\tilde{r}_{ij}]_{mn}$ .

- a) No caso do método Fuzzy-TOPSIS Linear use a escala de transformação linear dada pelas Equações (4.11) e (4.12).

$$\tilde{r}_{ij} = \left( \frac{a_{ij}}{c_j^*}, \frac{b_{ij}}{c_j^*}, \frac{c_{ij}}{c_j^*} \right) \quad (4.11)$$

onde  $c_j^* = \max_j c_{ij}$  e  $j \in \text{Benefício}$ .

$$\tilde{r}_{ij} = \left( \frac{a_j^-}{c_{ij}}, \frac{a_j^-}{b_{ij}}, \frac{a_j^-}{a_{ij}} \right) \quad (4.12)$$

onde  $a_j^- = \min_j a_{ij}$  e  $j \in \text{Custo}$ .

b) No caso do Fuzzy-TOPSIS Vetor use a Equação (4.13).

$$\tilde{r}_{ij} = \frac{\tilde{x}_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_{ij}^2}} \quad (4.13)$$

3. Calcular a matriz fuzzy  $\tilde{D}$  normalizada ponderada conforme Equação (4.14)

$$[\tilde{v}_{ij}] = [\tilde{r}_{ij}] \otimes \tilde{w}_j \quad (4.14)$$

onde  $i = 1, \dots, n$  e  $j = 1, \dots, m$ .

4. Definir FPIS ( $A^+$ ) e FNIS ( $A^-$ ) de acordo com as Equações (4.15) e (4.16)

$$A^+ = \tilde{v}_1^*, \dots, \tilde{v}_n^* \quad (4.15)$$

onde  $\tilde{v}_i^* = (1, 1, 1)$  com  $i = 1, \dots, n$ .

$$A^- = \tilde{v}_1^-, \dots, \tilde{v}_n^- \quad (4.16)$$

onde  $\tilde{v}_i^- = (0, 0, 0)$  com  $i = 1, \dots, n$ .

5. A distância de cada alternativa  $d_j^+$  e  $d_j^-$  pode ser calculada pelas Equações (4.17) e (4.18)

$$d_i^+ = \sum_{j=1}^n d_v(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^*) \quad (4.17)$$

com  $i = 1, \dots, n$ .

$$d_i^- = \sum_{i=1}^n d_v(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^-) \quad (4.18)$$

com  $i = 1, \dots, n$ ,  $d(\cdot, \cdot)$  representa a distância entre dois números fuzzy utilizando o método vértex (Chen; 2000). Neste caso, trata-se de números fuzzy triangulares, portanto a distância por este método pode ser calculada conforme Equação (4.19)

$$d(\tilde{a}, \tilde{b}) = \sqrt{\frac{1}{3}[(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 + (a_3 - b_3)^2]} \quad (4.19)$$

Em caso de número fuzzy trapezoidal, considere, por exemplo,  $\tilde{a} = (a_1, a_2, a_3, a_4)$  e  $\tilde{b} = (b_1, b_2, b_3, b_4)$ , a distância entre estes dois números utilizando-se o método vértex é dado pela Equação (4.20) (Chen et al.; 2006)

$$d(\tilde{a}, \tilde{b}) = \sqrt{\frac{1}{4}[(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 + (a_3 - b_3)^2 + ((a_4 - b_4)^2)]} \quad (4.20)$$

6. Calcule o coeficiente de proximidade  $CC_i$  de acordo com a Equação (4.21)

$$CC_i = \frac{d_i^-}{d_i^+ + d_i^-} \quad (4.21)$$

7. Definir a classificação das soluções em ordem decrescente de  $CC_i$ .

## 4.6. Fuzzy-Vikor

O método F-VIKOR tem tido grande relevância na literatura, especialmente no que tange a *design*, mecânica, engenharia e manufatura (Gul et al.; 2016; Mardani, Zavadskas, Govindan, Senin e Jusoh; 2016). Ele é um método versátil e possui algumas similaridades com o TOPSIS, vide a comparação feita por Opricovic e Tzeng (2004). Ambos baseiam-se em uma medida particular de proximidade com a solução ideal (Opricovic e Tzeng; 2004), porém o VIKOR utiliza uma norma de solução combinando as métricas de distância Manhattan e distância Tchebychev. F-VIKOR permite mensurar a subjetividade humana e auxilia o decisor na escolha da melhor solução.



A versão fuzzy deste método é similar à crisp, descrita anteriormente na Seção 2.5. A diferença é que este considera termos linguísticos ou valores fuzzificados em sua lógica. Os passos a seguir compõem o método F-VIKOR.

1. A matriz de desempenho é construída a partir da agregação das alternativas conforme Equação (4.22) e dos critérios, vide Equação (4.23).

$$\tilde{x}_{ij} = \frac{1}{k} [\tilde{x}_{ij}^1 \oplus \dots \oplus \tilde{x}_{ij}^k] \quad (4.22)$$

onde  $\tilde{x}_{ij} = (l_{ij}^k, m_{ij}^k, u_{ij}^k)$ .

$$\tilde{w}_j = \frac{1}{k} [\tilde{x}_j^1 \oplus \dots \oplus \tilde{x}_j^k] \quad (4.23)$$

2. A partir de  $\tilde{D}$ , determinar o melhor valor  $f_i^*$  e o pior valor  $f_i^-$  de cada critério dados pelas Equações (4.24) e (4.25), respectivamente.

$$\tilde{f}_i^* = \max_i \tilde{x}_{ij}, \quad \tilde{f}_i^- = \min_i \tilde{x}_{ij}, \quad i \in \text{Benefício} \quad (4.24)$$

$$\tilde{f}_i^* = \min_i \tilde{x}_{ij}, \quad \tilde{f}_i^- = \max_i \tilde{x}_{ij}, \quad i \in \text{Custo} \quad (4.25)$$

3. Calcular a diferença fuzzy normalizada conforme Equações (4.26) e (4.27)

$$\tilde{d}_{ij} = \frac{(\tilde{f}_i^* - \tilde{x}_{ij})}{u_i^* - l_i^-}, \quad i \in \text{Benefício} \quad (4.26)$$

$$\tilde{d}_{ij} = \frac{(\tilde{x}_{ij} - \tilde{f}_i^*)}{u_i^- - l_i^*}, \quad i \in \text{Custo} \quad (4.27)$$

4. Computar os valores  $\tilde{S}_i$  e  $\tilde{R}_i$ , conforme equações (4.28) e (4.29), respectivamente.

$$\tilde{S}_i = \sum_{j=1}^n (\tilde{w}_j \otimes \tilde{d}_{ij}) \quad (4.28)$$

$$\tilde{R}_i = \max_j (\tilde{w}_j \otimes \tilde{d}_{ij}) \quad (4.29)$$

5. Calcular  $Q_i$  dado pela Equação (4.30) a seguir

$$\tilde{Q}_i = v \left[ \frac{(\tilde{S}_i - \tilde{S}^*)}{(\tilde{S}^- - \tilde{S}^*)} \right] + (1 - v) \left[ \frac{R_i - R^*}{R^- - R^*} \right] \quad (4.30)$$

onde  $\tilde{S}^* = \min_i \tilde{S}_i$ ,  $\tilde{S}^- = \max_i \tilde{S}_i$ ,  $\tilde{R}^* = \min_i R_i$ ,  $R^- = \max_i R_i$  e  $v$  é o peso da estratégia de “utilidade máxima do grupo”.

6. Ordene  $\tilde{S}_j$ ,  $\tilde{R}_j$  e  $\tilde{Q}_j$  em ordem decrescente conforme as duas condições abaixo:

- (i)  $\tilde{Q}(a_2) - \tilde{Q}(a_1) \geq (1/(n-1))$
- (ii)  $\tilde{Q}(a_n) - \tilde{Q}(a_1) < (1/(n-1))$

## 4.7. Fuzzy-Waspas

O método F-WASPAS é um método recente e baseado em uma medida de valor (Zavadskas et al.; 2012; Baležentis e Baležentis; 2014). Assim como sua versão crisp descrita anteriormente na seção 2.7, ele combina os dois outros métodos WSM e WPM a fim de obter melhores resultados. Uma técnica híbrida combinando F-AHP e F-WASPAS foi proposta por Turskis et al. (2015) para indicar a melhor opção de local de construção de um shopping center em Vilnius, Lituânia. A abordagem foi considerada eficiente para resolver o problema e o método F-WASPAS foi apontado como satisfatório para problemas em larga escala.

Os seguintes passos descrevem o método F-WASPAS (adaptado de (Turskis et al.; 2015)):

1. Dada a matriz de decisão fuzzy  $\tilde{D}$ , calcula-se a importância relativa das alternativas, denominada  $Q_i$  conforme Equação (4.31)

$$\tilde{x}_{ij} = \begin{cases} \frac{\tilde{x}_{ij}}{\max_i \tilde{x}_{ij}}, & \text{se } \max_i \tilde{x}_{ij} \text{ é preferido} \\ \frac{\min_i \tilde{x}_{ij}}{\tilde{x}_{ij}}, & \text{se } \min_i \tilde{x}_{ij} \text{ é preferido} \end{cases} \quad (4.31)$$

2. Calcular  $\tilde{D}$  normalizada ponderada  $\tilde{D}_q$  e  $\tilde{D}_p$  conforme Equações (4.32) e (4.33)

$$[\tilde{D}]_q = C_j(\tilde{x}_{ij}) \Rightarrow \tilde{x}_{ij} = \tilde{x}_{ij} \tilde{w}_j \quad (4.32)$$

$$[\tilde{D}]_p = C_j(\bar{x}_{ij}) \Rightarrow \bar{x}_{ij} = \bar{x}_{ij} \bar{w}_j \quad (4.33)$$

3. Calcule os valores da função de otimalidade de acordo com o método WSM, (4.34), e WPM, (4.35).

$$\tilde{Q}_i = \sum_{j=1}^n \tilde{x}_{ij} \quad (4.34)$$

$$\tilde{P}_i = \prod_{j=1}^n \tilde{x}_{ij} \quad (4.35)$$

Os resultados das medidas de desempenho fuzzy para cada alternativa são números fuzzy  $\tilde{Q}_i$  e  $\tilde{P}_i$ . O centro da área é o mais prático para aplicar a defuzzificação, conforme Equações (4.36) e (4.37)

$$Q_i = \frac{1}{3} (Q_{i\alpha} + Q_{i\beta} + Q_{i\gamma}) \quad (4.36)$$

$$P_i = \frac{1}{3} (P_{i\alpha} + P_{i\beta} + P_{i\gamma}) \quad (4.37)$$

4. O valor da função de utilidade integrada para uma alternativa pode ser determinado conforme Equação (4.38)

$$K_i = \lambda \sum_{i=1}^n Q_i + (1 - \lambda) \sum_{i=1}^n P_i \quad (4.38)$$

onde  $\lambda$  é determinado conforme Equação (4.39) baseado no pressuposto de que o total de todas as pontuações de WSM de alternativas deve ser igual ao total de pontuações de WPM

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^n P_i}{\sum_{i=1}^n Q_i + \sum_{i=1}^n P_i} \quad (4.39)$$

5. Ranquear as soluções em ordem decrescente.

## 4.8. Conjuntos Fuzzy Intuicionistas, Pitagóricos e Z-Números

É sabido que os conjuntos fuzzy permitiram outra forma de processar as informações. Esta motivação para a tomada de decisões foi devido às várias incertezas que os especialistas lidam nos problemas práticos da vida real (Chen et al.; 2006). Entretanto, a lógica fuzzy ainda não tinha sido capaz de solucionar o problema presente na confiabilidade da informação. Usualmente, o decisor é capaz de fornecer o grau ao qual a alternativa  $a_i$  satisfaz o critério  $C_j$ , o grau em que  $a_i$  não satisfaz  $C_j$  e ainda pode mostrar insegurança se aquela avaliação foi correta, sugerindo implicitamente ou explicitamente hesitação na avaliação.

Nesse contexto, em vez de utilizar números fuzzy clássicos, pelo menos duas estratégias podem ser adotadas: 1) Conjuntos fuzzy intuicionistas e pitagóricos (“*intuitionistic fuzzy sets*” e “*pythagorean fuzzy sets*”, respectivamente) quando se trata de hesitação e falta de confiança na avaliação de uma alternativa com respeito a um critério; e 2) Z-números (*z-numbers*) quando diz respeito a um conjunto de valores que uma alternativa pode representar juntamente com uma possível medida de confiabilidade desta avaliação. Ambas as estratégias são detalhadas a seguir.

### 4.8.1. Conjuntos Fuzzy Intuicionistas

Para lidar com hesitação e falta de confiança na avaliação de alternativas, Atanassov (1986) apresentou o conceito de Conjuntos Fuzzy Intuicionistas (IFS) que é caracterizado por um grau de pertinência e um grau de não-pertinência da avaliação de uma alternativa. Mais tarde, Yager (2014) apresentou os Conjuntos Fuzzy Pitagóricos (PFS), sendo uma generalização do anterior. Ambas as abordagens foram estendidas para tomada de decisão multicritério a fim de auxiliar a mensurar o grau de confiança do decisor. Elas são capazes de atribuir tanto o grau de certeza, quanto o de incerteza do decisor na avaliação de uma alternativa.

Um IFS parte da noção dos conjuntos fuzzy. Sendo  $A$  em um conjunto finito  $X$ , um IFS pode ser escrito como  $A = \{\langle x, \mu_A(x), \nu_A(x) \rangle \mid x \in X\}$  onde  $\mu_A(x), \nu_A(x) : X \rightarrow [0, 1]$  são as funções de pertinência e não-pertinência, respectivamente, tal que  $0 < \mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1$ . Um terceiro parâmetro do IFS é  $\pi_A(x)$ , conhecido como índice fuzzy intuicionista (“*intuitionistic fuzzy index*”) ou grau de hesitação se  $x \in A$  ou  $x \notin A$ . Assim,  $\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - \nu_A(x)$ ,  $\forall x \in X: 0 \leq \pi_A(x) \leq 1$  (Atanassov; 1986). Boran et al. (2009) destacaram que se o  $\pi_A(x)$  é um valor baixo, o conhecimento sobre  $x$  é mais certo. Se o  $\pi_A(x)$  é alto, o conhecimento sobre  $x$  é mais incerto. Obviamente, quando  $\pi_A(x) = 1 - \nu_A(x)$  para todos os elementos do conjunto universo, o conceito de conjunto fuzzy ordinário é recuperado. As propriedades, incluindo teoremas e provas, e operações de IFS podem ser encontradas em Atanassov (1986).

Muitas extensões de IFS surgiram posteriormente, incluindo combinações de IFS e MCDM. Boran et al. (2009) propuseram uma combinação do método TOPSIS com IFS para selecionar o fornecedor apropriado no ambiente de tomada de decisão em grupo. Para tal, os autores propuseram um operador de média ponderada, denominado “*Intuitionistic Fuzzy Weighted Averaging (IFWA)*” para agregar as opiniões individuais de cada decisor no julgamento da importância de critérios e alternativas. A agregação da opinião dos especialistas com o IFWA se mostrou de fácil implementação e com resultados satisfatórios, uma vez que a abordagem proposta era capaz de mensurar a percepção de vagueza de um grupo de decisores.

Lourenzutti e Krohling (2014) propuseram uma generalização do TOPSIS, chamada IF-RTOPSIS. A abordagem proposta utilizou três diferentes simplificações do IF-RTOPSIS, sendo IF-RTOPSIS-1, IF-RTOPSIS-2 e IF-RTOPSIS-3, para considerar vetores aleatórios no ambiente de decisão. Os autores concluíram que a tomada de decisão se torna muito

mais realística quando o método utilizado é capaz de ponderar o grau de hesitação das avaliações.

Büyüközkan e Güteryüz (2016) propuseram a combinação de IFS para tomada de decisão em grupo. A estratégia foi utilizar os pesos obtidos por uma variação do método AHP combinado com IFS, “*Intuitionistic Fuzzy Analytic Hierarchy Process (IF-AHP)*” para aplicação no método TOPSIS combinado com IFS “*Intuitionistic Fuzzy Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution (IF-TOPSIS)*”. Um ponto interessante desta pesquisa é que ela além de envolver IF-AHP e IF-TOPSIS, ela também utilizou os operadores de agregação IFWA para agrupar as diferentes avaliações dos especialistas. A aplicação foi direcionada a indústrias que lidam com desenvolvimento de novos produtos. Note que esta estratégia de utilizar os pesos do AHP para aplicação em outro método foi por nós classificada como um tipo de incerteza, vide descrição na subseção 3.3.2.

MCGDM também foi tema de pesquisa de Dügenci (2016). O autor propôs uma nova medida de distância para valor de intervalo IFS. Uma extensão do TOPSIS foi proposta considerando uma medida de distância generalizada que leva em consideração valor de intervalo com IFS (“*Interval Valued Intuitionistic Fuzzy (IVIF)*”). A nova abordagem se mostrou satisfatória em dois exemplos ilustrativos e, segundo o autor, pode ser empregada para seleção de projetos, seleção de sistemas de fabricação, seleção de fornecedores, decisão de investimento e muitos outros campos de problemas de decisão.

#### 4.8.2. Conjuntos Fuzzy Pitagóricos

Posteriormente, Yager (2014) introduziu o conceito de Conjuntos Fuzzy Pitagóricos (PFS), sendo uma generalização do anterior, IFS, também caracterizado por um grau de pertinência e não-pertinência, porém satisfazendo a condição de que a soma de seus quadrados dos graus de pertinência e não-pertinência deve ser igual ou menor que 1. Conforme apontado por Zhang e Xu (2016), em processos de decisão na vida real, a soma do grau de pertinência e o grau de não-pertinência para o qual uma alternativa satisfaça um critério fornecido pelo decisor pode ser maior que 1, mas a soma de seus quadrados é igual ou inferior a 1. De acordo com os autores, esta estratégia deu ao PFS uma capacidade muito maior de modelar a incerteza comparado ao IFS.

Dado  $P$  em um conjunto finito  $X$ , um PFS  $P$  é um objeto que pode ser escrito como  $P = \{\langle x, \mu_P(x), \nu_P(x) \rangle \mid x \in X\}$  onde  $\mu_P(x), \nu_P(x) : X \rightarrow [0, 1]$  denotam os graus

de pertinência e não-pertinência, respectivamente, com a condição que  $0 \leq (\mu_P(x))^2 + (\nu_P(x))^2 \leq 1$ . O terceiro parâmetro do PFS é  $\pi_P(x)$ , também considerado um grau de hesitação/indeterminação (“*degree of indeterminacy*”) (Garg; 2016; Peng e Yang; 2015) pode ser denotado como  $\pi_P(x) = \sqrt{1 - (\mu_P(x))^2 + (\nu_P(x))^2}$ . As propriedades, incluindo teoremas e provas, e operações de IFS podem ser encontradas em Peng e Yang (2015) e Zhang e Xu (2016). Porém, leitores encaminhados ao artigo proposto por Zhang e Xu (2016) devem estar atentos de que a prova proposta para o teorema 3.4 “*Let  $\beta_j = P(\mu_{B_j}, \nu_{B_j})$  ( $j = 1, 2, 3$ ) be three PFNs, if  $\beta_1 \leq \beta_2 \leq \beta_3$ , then  $d(\beta_1, \beta_2) \leq d(\beta_1, \beta_3)$  and  $d(\beta_2, \beta_3) \leq d(\beta_1, \beta_3)$* ” foi rebatida por Yang et al. (2016). Yang et al. (2016) fizeram uma contraprova e apresentaram uma versão revisada para o teorema.

A medida da distância é comumente discutida e muitas extensões foram apresentadas na literatura. Motivados pela constante aplicação de diferentes medidas de distância entre PFN (números) e PFS (conjuntos), Li e Zeng (2017) propuseram uma variedade de medidas de distância para PFS e PFN que levam em conta os parâmetros fundamentais do PFS.

Yager (2014) havia proposto os seguintes operadores considerando PFS: “*Pythagorean fuzzy weighted average (PFWA)*”, “*Pythagorean fuzzy weighted geometric average (PFWG)*”, “*Pythagorean fuzzy weighted power average (PFWPA)*” e “*Pythagorean fuzzy weighted power geometric (PFWPG)*”, porém os autores não indicaram operações com estes operadores de agregação. Assim, Peng e Yang (2015) propuseram os operadores de divisão e subtração baseados naqueles operadores de agregação nos operadores de agregação de Yager (2014) e suas propriedades de delimitação, idempotência e monotonicidade. Os autores então desenvolveram um método de classificação denominado “*Pythagorean fuzzy superiority*” e “*Pythagorean fuzzy inferiority*” para resolução de problemas de tomada de decisão multicritério. Um exemplo ilustrativo foi dado a fim de demonstrar a praticidade e efetividade da proposta.

Com a estratégia de unir operadores de agregação com medidas de distância entre PFNs, Zeng et al. (2016) propuseram um novo operador, denominado “*Pythagorean fuzzy ordered weighted averaging weighted average distance (PFOWAWAD)*” que unifica a medida de distância entre outros dois operadores, “*ordered weighted averaging (OWA)*” e “*weighted average (WA)*”. Desta forma, é sugerido que o PFOWAWAD considera o grau de importância de cada conceito na agregação. Algumas propriedades fundamentais desse operador foram estendidas posteriormente no método TOPSIS, “*PFOWAWAD-TOPSIS*”, sob o contexto de FPS e MCDM. Operadores Einstein (“*Einstein operators*”) sob o

contexto de PFS foi apresentado por Garg (2016). O autor apresentou os operadores “*Generalized Pythagorean fuzzy Einstein weighted averaging (GPFWEA)*” e “*generalized Pythagorean fuzzy Einstein ordered weighted averaging (GPFEOWA)*” e algumas de suas características e operações. Um estudo de caso sobre decisão de investimento foi dado para exemplificar a proposta. A tomada de decisão se mostrou de natureza conservadora, conforme outras abordagens propostas na literatura. O autor argumentou que estes operadores podem ser estendidos para outros campos, como reconhecimento de padrões, *fuzzy cluster analysis* e programação com incertezas.

Apesar de haver aplicações de outros MCDM levando em consideração o PFS, como o TODIM (Ren et al.; 2016), note que a maioria dos trabalhos mencionados nesta pesquisa utilizam o método TOPSIS para suas aplicações, seja com IFS ou PFS (Lourenzutti e Krohling; 2014; Joshi e Kumar; 2014; Dügenci; 2016; Zhang e Xu; 2016). Esta observação é importante, pois esse método mostra aplicabilidade em uma larga margem de problemas e possibilita extensões e aplicações em outros diversos campos. A respeito disto, Zavadskas et al. (2016) revisaram sistematicamente 105 artigos de importantes periódicos que utilizaram o método TOPSIS e suas variações para problemas complexos em tomada de decisão multicritério. Este artigo contempla, especialmente, abordagens IFS e PFS e incertezas quanto à confiança na avaliação das alternativas.

### 4.8.3. Z-Números

Computação com z-números está no ambiente da Computação com Palavras ou “*Computing With Words (CWW)*” (Zadeh; 2011). Z-números possui várias aplicações, dentre elas a teoria da decisão e avaliação de riscos. Esta abordagem visa capturar um maior grau de confiabilidade em ambiente de imprecisão linguística. Para Naim et al. (2017) e Kang et al. (2012b) z-números é capaz de fornecer uma base para a computação com números que não são completamente confiáveis e é mais inteligente para descrever o conhecimento dos seres humanos como também de fornecer informações incertas.

Um z-número é um par ordenado de dois números fuzzy denotados como  $(\tilde{A}, \tilde{R})$ . Sendo  $Z = (\tilde{A}, \tilde{R})$ , a primeira componente,  $\tilde{A}$ , é uma restrição fuzzy sobre os valores que uma variável de valor real pode tomar. A segunda,  $\tilde{R}$ , é uma medida de confiabilidade para a primeira componente (Kang et al.; 2012a). Por exemplo, uma ‘z-avaliação’, ou *z-evaluation*, de uma alternativa  $a_i$  é “muito baixa”, com uma confiança de “pouco provável”, que pode ser escrito como “ $Z = (\text{muito baixo}, \text{pouco provável})$ ”. De acordo



com Bhanu e Velammal (2015) e Kang et al. (2012b), comumente uma *z-evaluation* segue o formato de uma tripla ordenada  $(X, A, B)$  onde  $A$  e  $B$  são números fuzzy. Esta avaliação é equivalente a uma declaração de atribuição “ $X$  é  $(A, B)$ ”, onde  $X$  é uma variável imprecisa,  $A$  é uma restrição sobre os valores que  $X$  pode tomar e  $B$  é a certeza. Algumas propriedades de z-números podem ser encontradas em Zadeh (2011), enquanto as operações foram discutidas e apresentadas por Bhanu e Velammal (2015).

Kang et al. (2012a) apresentaram um método para transformar z-números em números fuzzy clássicos de acordo com a Expectativa Fuzzy (“*Fuzzy Expectation*”) de conjuntos FST. Em seguida, no mesmo ano, Kang et al. (2012b) propuseram um novo método MCDM baseado em z-números. Para os autores, um z-número é mais assertivo para descrever e capturar a imprecisão humana nos julgamentos. A estratégia lida com a construção da matriz de decisão utilizando os z-números e posterior conversão destes números em números fuzzy. Finalmente, determina-se o peso prioritário de cada alternativa como “prioridade =  $\sum w(Z_a)w(Z_f)$ ”, onde  $w$  são os pesos,  $Z_a$  é o peso e  $Z_f$  o valor de cada critério. Um exemplo ilustrativo de seleção de veículo para viagem foi dado para corroborar a efetividade da abordagem.

Como argumentado anteriormente, grande parte destas abordagens fazem extensões aos conhecidos métodos multicritério. Foi dito também que o método TOPSIS é, possivelmente, o mais utilizado para estes fins. Exemplo disto é que recentemente Naim et al. (2017) apresentaram uma extensão do TOPSIS baseado em função de similaridade utilizando z-números. Esta função de similaridade consiste, basicamente, em utilizar a média das similaridades como medida de classificação ao invés do coeficiente de aproximação. O exemplo numérico consistiu em avaliar 25 empresas na Malásia por capital de mercado. Os resultados foram comparados a outras duas abordagens que integravam MCDM e z-números: “Z-AHP” e “Z-TOPSIS” (este último refere-se ao método clássico que baseia-se em classificar as alternativas com coeficiente de aproximação). Os resultados se mostraram satisfatórios e, de acordo com os autores, o método proposto foi capaz de capturar vagueza da avaliação linguística melhor que os métodos fuzzy propriamente ditos.

#### 4.8.4. Considerações Conclusivas sobre IFS, PFS e Z-números

Algumas vertentes da teoria fuzzy surgiram, também com o objetivo de dar maior precisão à subjetividade. Dentre elas destacou-se: Conjuntos Fuzzy Intuicionistas, Conjuntos Fuzzy Pitagóricos e Z-Números. As duas primeiras são muito similares entre si, tanto que

a segunda é uma generalização da primeira. Ambas se configuram na representação de um grau de pertinência e um grau de não-pertinência na avaliação de uma alternativa  $a_i$  em relação ao critério  $C_j$  por um decisor  $D_k$ . Z-números por sua vez segue a representação de duas componentes,  $(\tilde{A}, \tilde{R})$ , onde a primeira é uma restrição sobre os valores que uma variável de valor real pode tomar e a segunda é uma medida de confiabilidade dessa primeira. De acordo com Zadeh (2011) a computação com z-números é uma mudança para território inexplorado. Ainda há várias questões a serem respondidas e, portanto, pode gerar muitas outras pesquisas científicas.

## 4.9. Conjuntos Fuzzy Tipo-2

Existem autores que consideram que os conjuntos fuzzy tipo-1 (T1FS) são muito restritivos, não sendo capazes de modelar grande parte da vagueza humana no processo decisório. Para isto, conjuntos fuzzy tipo-2 (T2FS - *Type-2 Fuzzy Sets*) foram propostos a fim de modelar incerteza em relação aos graus de pertinência, incerteza no formato ou nos parâmetros destas funções de pertinência (Garibaldi et al.; 2008). T2FS são conjuntos fuzzy cujos graus de pertinência são conjuntos fuzzy do tipo-1 (Zadeh; 1975; Mendel et al.; 2006; Garibaldi et al.; 2008). T2FS são mais flexíveis que T1FS na modelagem de incerteza, uma vez que o resultado na defuzzificação não é apenas um valor crisp, mas sim uma função de pertinência.

Na introdução do conceito de T2FS, Zadeh (1975) destacou que em “um conjunto fuzzy do tipo  $n$ ,  $n = 2, 3, \dots$ , sua função de pertinência varia sobre conjuntos fuzzy tipo-1. A função de pertinência do conjunto fuzzy tipo-1 varia no intervalo  $[0, 1]$ ”. Assim, operações com T2FS como complemento, união e interseção abordaria o uso do “princípio da extensão”<sup>1</sup>. O princípio da extensão permite que o domínio da função de um mapeamento ou uma relação seja estendida de pontos  $U$  para subconjuntos fuzzy de  $U$ . Assim, suponha que  $f$  é um mapeamento de  $U$  para  $V$  e  $A$  é um subconjunto fuzzy de  $U$  expresso como  $A = \mu_1 u_1 + \dots + \mu_n u_n$ . Então o princípio da extensão garante que  $f(A) = f(\mu_1 u_1 + \dots + \mu_n u_n) \equiv \mu_1 f(u_1) + \dots + \mu_n f(u_n)$ . De acordo com Zadeh (1975), se o suporte de  $A$  é contínuo, isto é,  $A = \int_U \mu_A(u)/u$ , então pelo princípio da extensão tem-se a forma  $f(A) = f(\int_U \mu_A(u)/u) \equiv \int_V \mu_A(u)/f(u)$ , com o entendimento que  $f(u)$  é

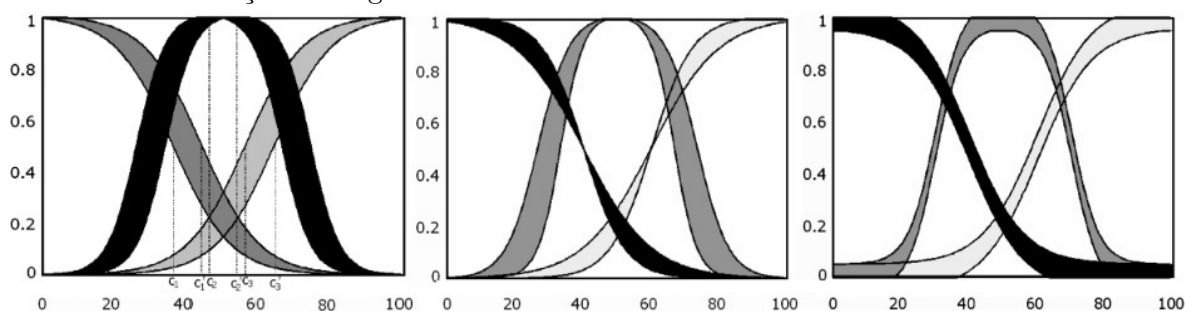
<sup>1</sup>Na teoria da probabilidade, o princípio de extensão é análogo à expressão para a distribuição de probabilidade induzida por um mapeamento. No caso de intervalos, os resultados da aplicação do princípio de extensão reduzem-se à análise de intervalo (Zadeh; 1975)

um ponto em  $V$  e  $\mu_A(u)$  é o grau de pertinência em  $f(A)$  que é um subconjunto de  $V$ . Portanto, este princípio estende o domínio da definição de  $f$  de subconjunto não-fuzzy (*nonfuzzy subsets*) de  $U$  para subconjuntos fuzzy de  $U$ .

Fuzzy Tipo-2 Intervalar (IT2FS - *Interval Type-2 Fuzzy Sets*) são um tipo especial de T2FS que têm tido elevado crescimento nos últimos anos (Keshavarz Ghorabae et al.; 2017). IT2FS são úteis em circunstâncias onde é difícil determinar a função de pertinência exata para um conjunto fuzzy. Entretanto, T2MF são fuzzy no sentido de que há incerteza na função de pertinência (Garibaldi e Ozen; 2007). Um software capaz de computar a saída de um IT2FS foi disponibilizado por Karnik et al. (2001) sendo capaz de estabelecer resultados para determinar as fronteiras inferior e superior do centroide de um IT2FS.

Garibaldi e Ozen (2007) indicaram três meios de determinar as fronteiras inferior e superior de IT2FS: variação central, variação de largura e ruído branco (originalmente *center variation*, *width variation* e *white noise*, respectivamente). A Figura 4.4 ilustra estes três casos. Considere em todos os casos um UoD em um intervalo  $[0, 100]$  e funções de pertinência sigmoidal Tipo-2 intervalar. Na primeira subfigura, a borda esquerda tem centro  $c_1 = 45 \pm 5$  com uma largura 8, o conjunto do meio tem centro  $c_2 = 55 \pm 5$  com uma largura 4, e o conjunto da direita tem centro  $c_3 = 65 \pm 5$  com uma largura 8, ou seja,  $\Delta = 5\%$  em cada caso. A segunda subfigura foi obtida variando a largura das funções de pertinência primárias. Os três centros estão em 40, 50 e 60, as larguras 8, 4 e 8, respectivamente, e novamente  $\Delta = 5\%$  em cada caso. A terceira e última subfigura tem centros em 40, 50 e 60, larguras de 8, 4 e 8, respectivamente, e todos com  $\Delta = 0.05$ .

**Figura 4.4.:** Função de pertinência sigmoidal Tipo-2 intervalar obtida por variação no centro, variação na largura e ruído branco



Fonte: Garibaldi e Ozen (2007)

Observe, portanto, que os conjuntos fuzzy Tipo-2 intervalar são caracterizados por uma função de pertinência secundária que fornece um grau de liberdade adicional para representar incertezas quanto aos graus de pertinência, no formato ou nos parâmetros das funções de pertinência. Uma das aplicações possíveis da lógica fuzzy Tipo-2, incluindo a intervalar, está na tomada de decisões ou previsão de comportamento, a partir de informações de um especialista ou de um grupo deles. Estas pesquisas relatam, a grosso modo, extensões de métodos multicritério para ambientes IT2FS (Keshavarz Ghorabae et al.; 2017; Madi et al.; 2017), modelar avaliação de especialistas quanto aos julgamentos (John et al.; 2001), seleção de alternativas considerando critérios objetivos e subjetivos (Liu et al.; 2013), entre outras.

## 4.10. Conjuntos Fuzzy Não-Estacionários

De acordo com Garibaldi et al. (2008) a habilidade dos conjuntos fuzzy para modelar e minimizar os efeitos de incerteza é restrito, uma vez que todos os humanos, incluindo os tomadores de decisão, exibem variação na tomada de decisões ao longo do tempo. Podem ocorrer variações entre as decisões de um conjunto de especialistas (“*interexpert variation*”), bem como as decisões de um único especialista ao longo do tempo (“*intraexpert variation*”). Assim, eles propuseram que através de diferentes tipos de perturbação nas funções de pertinência dos conjuntos fuzzy Tipo-1, os conjuntos fuzzy não estacionários (NSFS) seriam capazes de mensurar esta incerteza e auxiliar no processo de decisão.

NSFS são capazes de modelar a variabilidade nas decisões humanas a partir de alterações aleatórias nos parâmetros das funções de pertinência. Conforme destacaram Garibaldi et al. (2008), note que NSFS e T2FS/IT2FS são abordagens diferentes. Essencialmente, T2FS são “conjuntos fuzzy com funções de pertinência fuzzy”, enquanto NSFS são coleções ou conjuntos fuzzy relacionados. De um ponto de vista formal e visual, conforme ilustrado na Figura 4.5, ambos têm propriedades distintas. A incerteza de um IT2FS pode ser representada como uma região delimitada (*bounded region*), correspondendo à área cinza da primeira subfigura. O limite inferior foi gerado por uma sigmoideal com centro 0.5 e desvio padrão 0.45 e o limite superior também foi gerado por um centro 0.5 e desvio padrão 0.55. Em relação aos NSFS ilustrados na segunda subfigura foram obtidos por 30 repetições de uma MF sigmoideal (*sigmoidMF*) com centro 0.5 e desvio padrão variando entre 0.45 e 0.55. Perceba, portanto, que NSFS não correspondem a

IT2FS. São, basicamente, gerados a partir de um número  $x$  de repetições com alterações nas MF de T1FS. Conseqüentemente, eles modelam coisas diferentes: NSFS modela variabilidade temporal em funções de pertinência fuzzy Tipo-1, enquanto T2FS modela incerteza nas funções de pertinência.

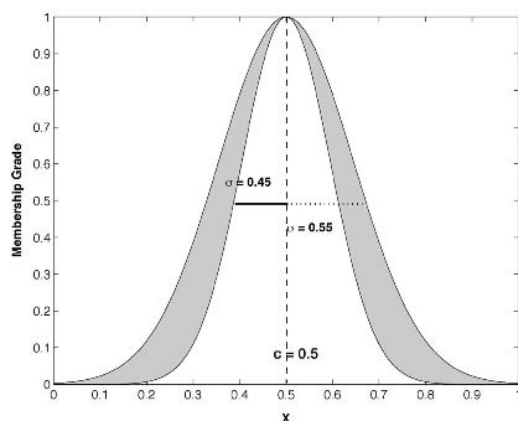


Fig. 1. Illustration of the FOU of a Gaussian interval type-2 fuzzy set generated by varying the standard deviation of the Gaussian.

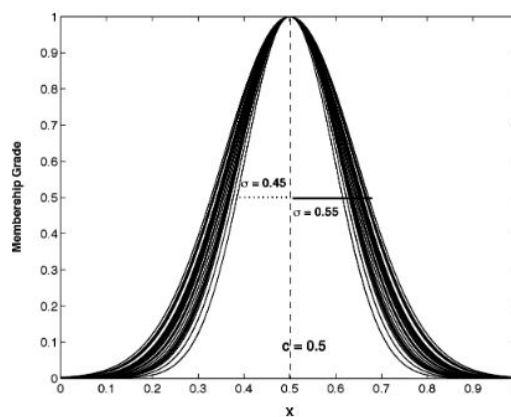


Fig. 2. Illustration of a Gaussian nonstationary fuzzy set featuring variation in standard deviation and instantiated 30 times.

**Figura 4.5.:** *Footprint of Uncertainty* (FOU) de um IT2FS e NSFS

Fonte: Garibaldi et al. (2008)

Seja  $A$  um conjunto fuzzy do universo de discurso  $X$  caracterizado por uma função de pertinência  $\mu_A$ . Seja  $T$  um conjunto de pontos de tempo  $t_i$  e  $f : T \rightarrow \mathfrak{R}$  denota a “função de perturbação” (Garibaldi et al.; 2008). Um conjunto fuzzy não-estacionário  $\dot{A}$  é denotado por  $\dot{A} = \int_{t \in T} \int_{x \in X} \mu_{\dot{A}}(t, x)/x/t$ . Uma restrição adicional é imposta sobre  $\mu_{\dot{A}}$ . Para formular  $\mu_{\dot{A}}$  de uma maneira correta e precisa, note que  $\mu_A$  pode ser expresso como  $\mu_A(x, p_1, \dots, p_m)$ , onde  $p_1, \dots, p_m$  denotam os parâmetros de  $\mu_A(x)$ . Logo, é requerido que  $\mu_{\dot{A}}(t, x) = \mu_A(x, p_1(t), \dots, p_m(t))$  onde  $p_i(t) = p_i + k_i f_i(t)$   $i = 1, \dots, m$ . Desta maneira, cada parâmetro pode sofrer variação no tempo por uma função de perturbação multiplicado por uma constante.

Três formas de variação foram descritas por Garibaldi et al. (2008): variação na localização, variação na largura, variação de ruído (originalmente “*variation in location*”, “*variation in width*” e “*noise variation*”, respectivamente). A intenção original por trás do NFS é capturar pequenas variações das MF correspondendo às sutis diferenças de julgamento ao longo do tempo. Assim, a função de perturbação tende a representar pequenas e temporárias alterações na  $\mu_a(x)$ . Além disso, Garibaldi et al. (2008) destacaram três famílias de funções de perturbação: periódicas, pseudo-aleatórias e séries temporais

diferenciais.

## 4.11. Considerações Finais

Os métodos de decisão que lidam com a teoria fuzzy têm como objetivo principal lidar com a incerteza epistêmica inerente nas avaliações humanas, uma vez que permite mensurar vagueza e imprecisão. Conforme indicado no capítulo 3 há muitas incertezas presentes neste processo, mesmo que a fonte seja a mesma. Bem como os métodos MCDM crisp revisados no capítulo 2, no final do processo de decisão, cada fuzzy-método dispõe ao decisor a melhor alternativa de acordo com suas preferências.

Dadas as diferentes incertezas, muitas vertentes da lógica fuzzy foram propostas e algumas foram indicadas neste capítulo. Conjuntos fuzzy intuicionistas, pitagóricos e z-números vão de encontro com esta lacuna. Conjuntos fuzzy tipo-2 e conjuntos fuzzy não estacionários idem. Aqueles lidam especialmente com a hesitação do decisor quanto a avaliação de uma alternativa. Z-números envolve restrição que os valores de uma variável pode tomar e uma medida de confiança no julgamento da primeira. Conjuntos fuzzy tipo-2, incluindo IT2FS, por sua vez, foram menos restritivos que o primeiro, i.e. T1FS, e permitiram modelar a incerteza em relação aos graus de pertinência, incerteza no formato ou nos parâmetros destas funções de pertinência (Garibaldi et al.; 2008). Observe também que a função de pertinência secundária fornece um grau de liberdade adicional para representar incertezas quanto aos graus de pertinência. Por fim, os conjuntos fuzzy não-estacionários propostos por Garibaldi et al. (2008) se mostraram capazes de modelar a incerteza temporal, ou seja, as variações nos julgamentos das soluções que o decisor fornece ao longo do tempo.

Assim, este capítulo passou por muitas notações e revisou uma grande parte da literatura que está envolvida com tomada de decisão e lógica fuzzy. Inicialmente abordou-se todos estes tópicos na Introdução - 4.1; Uma contextualização sobre lógica fuzzy foi dada em Conceitos Preliminares - 4.2; Revisão da Literatura foi proposta em 4.3; Alguns métodos FMCDM foram descritos como Fuzzy-MULTIMOORA - 4.4, Fuzzy-TOPSIS Linear e Vetor - 4.5, Fuzzy-Vikor - 4.6 e Fuzzy-Waspas - 4.7; Depois foram revisados Conjuntos Fuzzy Intuicionistas, Pitagóricos e Z-Números indicados na Seção 4.8; Inclui-se também uma revisão sobre Conjuntos Fuzzy Tipo-2 - 4.9 e Conjuntos Fuzzy Não-Estacionários - 4.10.

A revisão feita neste capítulo reforça a versatilidade dos FMCDM em inúmeros problemas da PO. Alguns exemplos estão nos artigos de Mardani, Jusoh e Zavadskas (2015); Mardani, Zavadskas, Govindan, Senin e Jusoh (2016); Mardani, Zavadskas, Streimikiene, Jusoh, Nor e Khoshnoudi (2016); Keshavarz Ghorabae et al. (2017); Luukka (2011); Chen et al. (2006); Vaidya e Kumar (2006); Ho (2008); Behzadian et al. (2012); Garibaldi e Ozen (2007); Baležentis et al. (2012); Naim et al. (2017); Kang et al. (2012b); Jahanshahloo, Lotfi e Izadikhah (2006). Todas estas pesquisas indicaram muitas outras possibilidades de exploração no ambiente fuzzy. Inclusive há poucas pesquisas voltadas para fuzzy tipo-2, fuzzy tipo-2 intervalar, z-números e conjuntos fuzzy não estacionários.

Principais destaques deste capítulo:

- (a) Revisão da literatura sobre alguns métodos FMCDM disponíveis na literatura;
- (b) Ao mesmo tempo que revisa FMCDM clássicos como F-VIKOR e F-TOPSIS, aborda também métodos mais recentes como F-WASPAS e F-MULTIMOORA;
- (c) Revisa a literatura acerca de conjuntos fuzzy intuicionistas, pitagóricos e z-números. Inclusive faz apontamentos do estado da arte destes métodos.
- (d) Revisa a literatura acerca dos conjuntos fuzzy tipo-2 e conjuntos fuzzy não-estacionários. Aponta, também, o estado da arte sobre o tema.

#### 4.11.1. Limitações deste Capítulo

Este capítulo tentou cobrir boa parte da literatura sobre fuzzy e suas relações com a teoria da decisão multicritério. Foi difícil ser sucinto no capítulo devido à variedade de assuntos tratados. Ainda assim a revisão pode ter sido muito breve, tendo o leitor interessado que buscar as referências listadas ou alguma outra complementar.

Cinco métodos FMCDM foram descritos. A motivação para descrever apenas estes métodos é por que eles foram utilizados ao longo da dissertação, com a proposta de agregação de múltiplos métodos e múltiplos cenários. Logo, como foi indicado ao longo dessa pesquisa, praticamente todos os outros possuem versões fuzzy e eles podem ser encontrados na literatura indicada ou complementar.

Acredita-se que as pesquisas sobre conjuntos fuzzy intuicionistas, pitagóricos, z-números, tipo-2 e não-estacionários é apenas o início de muitas outras pesquisas. Estas possibilidades podem, possivelmente, ser vistas nas entrelinhas deste capítulo. Caso

contrário, foram omissas. As pesquisas futuras são indicadas a seguir, na subseção 4.11.2.

#### 4.11.2. Pesquisas Futuras

Além daquelas indicações que foram feitas ao longo do capítulo, acredita-se que esses outros caminhos são possíveis caminhos para continuação.

- (a) Revisão da literatura sobre alguns métodos FMCDM disponíveis na literatura, especialmente aqueles mais recentes;
- (b) Investigações que tratem z-números e computação com palavras (CWW);
- (c) Pesquisas voltadas para T2FS, IT2FS e NSFS;
- (d) Extrapolar mais a relação entre os métodos FMCDM e suas variações com os tipos de incertezas descritas no Capítulo 3.



## Capítulo 5.

# Problema de Planejamento de Manutenção de Unidades Geradoras e Despacho Hidrotérmico

### 5.1. Considerações Iniciais

O planejamento de manutenção de unidades geradoras de energia elétrica (GMSP, do inglês *Generation Maintenance Scheduling Problem*) é um problema combinatorial complexo que visa definir o momento ideal de intervir nos equipamentos para fazer correções e analisar desgastes que impliquem na queda de rendimento (Silva et al.; 2006; Martínez et al.; 2014). Tradicionalmente, em sistemas hidrotérmicos, a manutenção preventiva deve ser realizada em várias unidades de energia dentro de um prazo de planejamento fixo, ao mesmo tempo em que minimiza os custos e proporciona a capacidade de energia para atender a demanda esperada.

O despacho hidrotérmico (HTD, do inglês *Hydrothermal Dispatch*), também conhecido como agendamento, coordenação ou planejamento, busca determinar o uso de recursos hídricos e de combustível em usinas hidrelétricas e térmicas, respectivamente. Algumas premissas de despacho hidrotérmico foram apresentadas por Martínez et al. (2014). As restrições quanto a natureza dinâmica e estocástica do HTD aliadas à necessidade de suprir a energia do sistema motivaram muitas outras discussões na literatura. Elas têm focado em propor soluções tanto para o problema de planejamento de manutenção de geração de energia (Yamamoto et al.; 2001; Silva et al.; 2006; Manbachi et al.; 2010), para despacho hidrotérmico (Gil et al.; 2003; Chattopadhyay; 2004; Suresh e Kumarappan;

2006; Street et al.; 2008; Martínez et al.; 2014) quanto para a combinação dos dois (Martínez; 2014; Alves et al.; 2017; Ramírez-Martínez et al.; 2017).

É bastante comum que a resolução de problemas complexos como esses que combinam GMSP e HTD deem margem àquelas incertezas encontradas em problemas de otimização numérica, tais como simplificações no modelo, variação temporal e incertezas em relação à cenários futuros (ver capítulo 3, subseção 3.3.1). Logo, é fortemente sugerido a aplicação de métodos multicritério que contemplem critérios adicionais que não foram modelados anteriormente, tais como os propostos por Momoh e Zhu (1998); Yamamoto et al. (2001); Momoh e Zhu (2003); Kamalinia et al. (2007); Vassoney et al. (2017). Além disso, cenários podem ser criados por variações em parâmetros do modelo e as soluções podem ser submetidas a eles. O objetivo é entender o comportamento de cada alternativa ao longo de diferentes estados da natureza. Isso ajuda a clarificar o efeito e desejabilidade dos resultados em termos de objetivos esperados, conforme apresentaram Street et al. (2008).

Dado este contexto apresentou-se um modelo matemático ao problema de GMSP considerando HTD, descrito em 5.2. O método de solução foi uma meta-heurística que combinou um algoritmo genético (GA) especializado baseado em Chu e Beasley (1997) e programação linear (PL). O modelo foi inspirado nas pesquisas anteriores de Jimenez e Paucar (2007); Bisht (2012) e continuação das pesquisas de Martínez et al. (2014); Ramírez-Martínez et al. (2017).

## 5.2. Modelo Matemático

O modelo matemático foi inspirado em pesquisas anteriores (Bisht; 2012; Jimenez e Paucar; 2007) e é uma continuação (e também variação) da pesquisa proposta por Martínez et al. (2014) e Ramírez-Martínez et al. (2017). Além disso, optou-se por apresentar um modelo geral de programação linear para o despacho hidrotérmico. Em seguida abordou-se as estratégias para solução por meio do algoritmo genético combinado com a programação linear.

O modelo apresentado de HTD avalia os planos de manutenção e tem as seguintes restrições: balanço de energia, balanço hídrico, geração térmica e hidrelétrica máxima, produtividade das usinas hidrelétricas, limites mínimos e máximos de descarga de água, volume mínimo e máximo da usina hidrelétrica para os reservatórios de água, arma-

zenamento mínimo de energia. Como limitações, o modelo não inclui os custos dos planos de manutenção, buscando otimizar os recursos energéticos disponíveis. O modelo matemático é descrito abaixo seguido da descrição de suas notações.

$$\text{minimize } Custo_{total} = \sum_{i=1}^{nt} \sum_{j=1}^t cost_{ij} g_{i,j} + \alpha \sum_{j=1}^t cr_j gr_j + \beta \sum_{i=1}^{nh} \sum_{j=1}^t cs_j s_{i,j} \quad (5.1)$$

sujeito a

$$\sum_{i=1}^{nt} g_{i,j} + \sum_{i=1}^{nh} gh_{i,j} + gr_j = d_j \quad \forall j = 1, \dots, t \quad (5.2)$$

$$v_{i,j} = v_{i,j-1} + a_{i,j} - u_{i,j} - s_{i,j} \quad \forall i, \forall j \quad (5.3)$$

$$\underline{gh}_{i,j} \leq gh_{i,j} \leq \overline{gh}_{i,j} \quad \forall i, \forall j \quad (5.4)$$

$$\underline{g}_{i,j} \leq g_{i,j} \leq \overline{g}_{i,j} \quad \forall i, \forall j \quad (5.5)$$

$$gh_{i,j} = fto_{i,j} u_{i,j} \quad \forall i, \forall j \quad (5.6)$$

$$\underline{u}_i \leq u_{i,j} \leq \overline{u}_i \quad \forall i, \forall j \quad (5.7)$$

$$\underline{v}_i \leq v_{i,j} \leq \overline{v}_i \quad \forall i, \forall j \quad (5.8)$$

$$v_{i,fp} = v_{fi} \quad (5.9)$$

$$gh_{i,j}, gt_{i,j}, u_{i,j}, v_{i,j} \in \mathbb{R}^+ \quad (5.10)$$

$$i = 1 \dots nh, \quad j = 1 \dots t \quad (5.11)$$

### Notação

$nt$  número de usinas térmicas

$nh$  número de usinas hidráulicas

$t$  número de períodos de tempo

$cost_{ij}$  custo de operação da usina térmica  $i$  no período  $j$

$g_{i,j}$  geração térmica da usina  $i$  no período  $j$

$gh_{i,j}$  geração hidráulica da usina  $i$  no período  $j$

$cr_j$  custo do déficit no período  $j$

$gr_j$  déficit no período  $j$

- $cs_j$  custo do desperdício por derramamento no período  $j$   
 $s_{i,j}$  desperdício por derramamento da usina hidráulica  $i$  no período  $j$   
 $d_j$  demanda de energia no período  $j$   
 $v_{i,j}$  armazenamento de água da usina hidráulica  $i$  no período  $j$   
 $a_{i,j}$  afluência de água da usina hidráulica  $i$  no período  $j$   
 $v_{i,pf}$  armazenamento da usina hidráulica  $i$  no período final  $pf$   
 $vf_i$  armazenamento final desejado da usina  $i$   
 $\underline{gh}_i, \overline{gh}_i$  limite mínimo e máximo da usina hidráulica  $i$   
 $\underline{g}_i, \overline{g}_i$  limite mínimo e máximo da usina térmica  $i$   
 $fto_{i,j}$  constante de vazão turbinada da usina hidráulica  $i$   
 $u_{i,j}$  vazão turbinada da usina hidráulica  $i$  no período  $j$   
 $\underline{u}_i, \overline{u}_i$  limite mínimo e máximo de vazão turbinada na usina hidráulica  $i$   
 $\underline{v}_i, \overline{v}_i$  armazenamento mínimo e máximo da usina hidráulica  $i$   
 $\alpha$  fator de ponderação de racionamento  
 $\beta$  fator de ponderação de derramamento

Cada equação em sua ordem representa:

- (5.1) Função objetivo: resultado do somatório do custo operativo das usinas térmicas, o custo do déficit e o custo de desperdício por derramamento.
- (5.2) Balanço de energia: em cada período e para cada usina a demanda deve ser igual a soma da geração de todas as usinas mais o racionamento.
- (5.3) Balanço hídrico: O armazenamento de água em cada período de tempo é igual ao armazenamento do período anterior mais a afluência do período atual, subtraído da vazão turbinada no período e do desperdício no período atual.
- (5.4) Limite de geração hidráulica: a geração das usinas hidráulicas devem estar dentro da capacidade instalada.
- (5.5) Limite de geração térmica: limites de geração das usinas térmicas dentro da capacidade instalada.
- (5.6) Geração hidráulica: a geração em cada período é igual a vazão turbinada multiplicada pela constante de vazão turbinada da respectiva usina hidráulica.
- (5.7) Limite de vazão turbinada: limites de vazão turbinada obedecendo a capacidade instalada.
- (5.8) Restrição de armazenamento: o armazenamento do reservatório em cada período não pode estar acima ou abaixo do armazenamento do reservatório.
- (5.9) Meta de geração: representa o armazenamento em que o reservatório deve ser entregue no último período do horizonte de planejamento.

Conforme indicado anteriormente, as soluções são propostas através de um método híbrido que combina GA e PL. O GA propõe os planos de manutenção e a PL avalia aquela solução proposta em termos de custo térmico, déficit e distância ao plano base.

Para a avaliação dos planos de manutenção, este trabalho subtrai a capacidade de energia da unidade a ser mantida a partir da capacidade total de sua respectiva usina. Assim, ele busca pelo cronograma de manutenção que minimiza a função de custo que cumpra os três critérios antes mencionados. As modificações com respeito ao modelo (5.1) estão nas restrições (5.2), (5.4), (5.5) e acrescentada a nova restrição.

- Restrição (5.2) é substituída por (5.12).

$$\sum_{i=1}^{nt} g_{i,j} + \sum_{i=1}^{nh} gh_{i,j} + gr_j - \sum_{k=1}^{nm} gmax_{k,j} = d_j \quad \forall j \quad (5.12)$$

- Restrição (5.4) é substituída por (5.13).

$$gh_{i,j} \leq \overline{gh_{i,j}} - gmax_{nm,t} \quad \forall i \forall j \quad (5.13)$$

- Restrição (5.5) é substituída por (5.14).

$$g_{i,j} \leq \overline{g_{i,j}} - gmax_{nm,t} \quad \forall i \forall j \quad (5.14)$$

- Restrição (5.15) acrescentada.

$$gen_{nm,t} \leq gmax_{nm,t} \quad (5.15)$$

### Notação

$nm$  número de máquinas em manutenção

$gen_{ij}$  geração hidráulica ou térmica da máquina  $i$  no período  $j$

$gmax_{ij}$  capacidade máxima da máquina em manutenção  $i$  no período  $j$

.

Estas novas restrições, em sua ordem, representam

(5.12) Balanço de energia: em cada período a demanda deve ser igual a soma da geração

de todas as plantas mais o déficit. O déficit é modelado como um gerador fictício.

(5.13) Limite de geração hidráulica: a geração das usinas hidráulicas não pode ultrapassar sua capacidade máxima instalada.

(5.14) Limite de geração térmica: a geração das usinas térmicas não pode ultrapassar sua máxima capacidade instalada.

(5.15) Limite de geração por máquina: a geração das máquinas que integram cada planta hidráulica não pode ultrapassar sua capacidade máxima instalada.

### 5.3. Algoritmo Genético de Chu-Beasley

Algoritmo Genético (GA) é uma técnica de solução muito utilizada para resolver problemas complexos como o problema de manutenção de unidades geradoras de energia elétrica. O GA proposto por Chu e Beasley (1997) (GACB) é uma variação do GA clássico inicialmente destinado ao problema generalizado de atribuição (“*Generalized Assignment Problem*” (GAP)). GACB foi adaptado para outros problemas, inclusive aqueles relacionados a geração de energia (Wang e Edmund Handschin; 1999; Gil et al.; 2003; Suresh e Kumarappan; 2006; Silva et al.; 2006; Oh et al.; 2011; Samuel e Rajan; 2012; Bisht; 2012; Kim e Geem; 2015; Ramírez-Martínez et al.; 2017). Um fluxograma do GACB é apresentado na Figura 5.1. Outros detalhes sobre este método podem ser facilmente encontradas em Chu e Beasley (1997); Silva et al. (2006); Martínez et al. (2014); Ramírez-Martínez et al. (2017), bem como uma descrição das configurações do modelo para aplicação ao problema de GMSP e HTD em Martínez et al. (2014).

No processo de otimização numérica o GACB busca pelas melhores propostas para o planejamento de manutenção das unidades geradoras. No final do processo evolutivo as soluções são dispostas ao decisor. Se a escolha fosse baseada apenas no critério de custo, a decisão seria simples: bastava ordenar todas as soluções e escolher aquela com o menor valor. Porém, sabe-se que na prática isso nem sempre é tão usual. Comumente o decisor se depara com vários critérios e diversificada informação sobre o problema em estudo. Este contexto configura-se, inerentemente, a um problema de tomada de decisão multicritério.

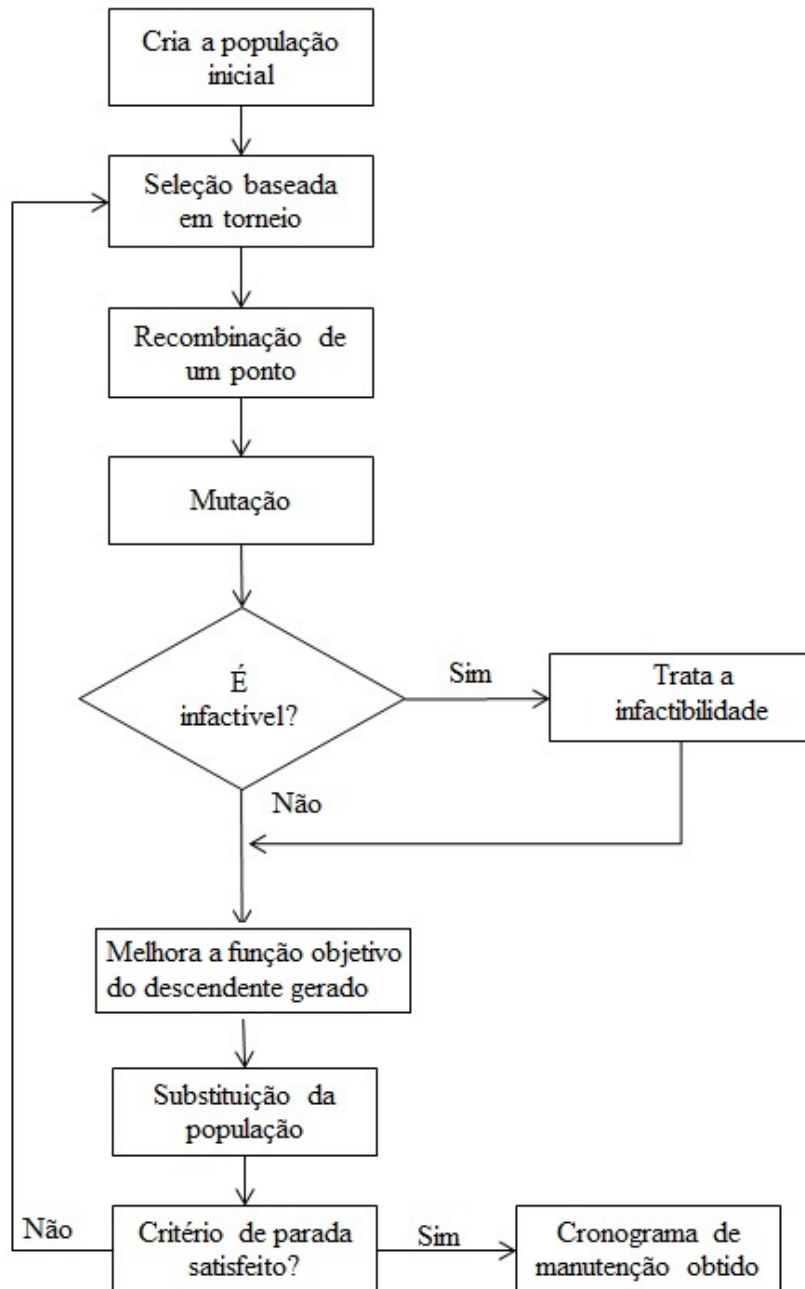


Figura 5.1.: Fluxograma do GACB

Fonte: Adaptado de Silva et al. (2006)

### 5.3.1. Configurações do Sistema de Teste

Os dados utilizados nesta pesquisa são realísticos e foram obtidos da Agência de Planejamento de Minas e Energia (*Unidad de Planificación Minero Energética - UPME*)<sup>1</sup> da Colômbia. O horizonte de planejamento foi de 52 semanas (1 ano). Ele é usualmente tratado como *middle term*. Há outros dois conceitos bastante conhecidos quanto ao horizonte de planejamento: *short term* e *long-term*. Em boa parte da literatura, o primeiro horizonte compreende planos curtos, de horas a 1 semana. O segundo compreende períodos maiores, por exemplo, 5 anos ou mais. Há também as notações para períodos intermediários como *short-middle term* e *middle-long term*. Estas variações de período podem variar, especialmente, de país para país.

### 5.3.2. Codificação das Soluções Candidatas do GACB

Para efeitos de melhor entendimento descreveu-se aqui a codificação de uma solução do GACB. Como mencionado anteriormente, uma solução candidata é, neste trabalho, uma proposta de manutenção. Assim, cada plano pode ser representado por uma matriz cujas dimensões são dadas pelo número de máquinas/unidades geradoras e pelo número de períodos do horizonte de planejamento. A Figura 5.2 ilustra um exemplo de plano de manutenção.

A primeira linha indica o número da central e utiliza uma numeração para as usinas hidráulicas: H1, H2 e H3 e para as usinas térmicas: T1 e T2. A segunda linha indica as máquinas (unidades) geradoras. Por exemplo, a usina hidráulica H1 tem três unidades geradoras: M1, M2 e M3. A terceira linha renomeia as máquinas de diferentes plantas para diferenciar as máquinas de diferentes centrais. Assim, por exemplo, a unidade geradora M3 da central hidráulica H1 é renomeada para máquina 3. A quarta linha representa a capacidade produtiva, em megawatts, de cada unidade geradora. Por exemplo, a máquina 3 do sistema possui capacidade de 180MW.

Da 5a. até a 56a. linha da figura são as semanas do ano e mostram a proposta de manutenção associada a um indivíduo do algoritmo genético. Por exemplo, durante as semanas 3, 4 e 5 se propõe parar para manutenção a unidade 3 da central hidráulica H1, retirando 180MW da capacidade produtiva da central H1.

---

<sup>1</sup>Disponível em [www.upme.gov.co/](http://www.upme.gov.co/)



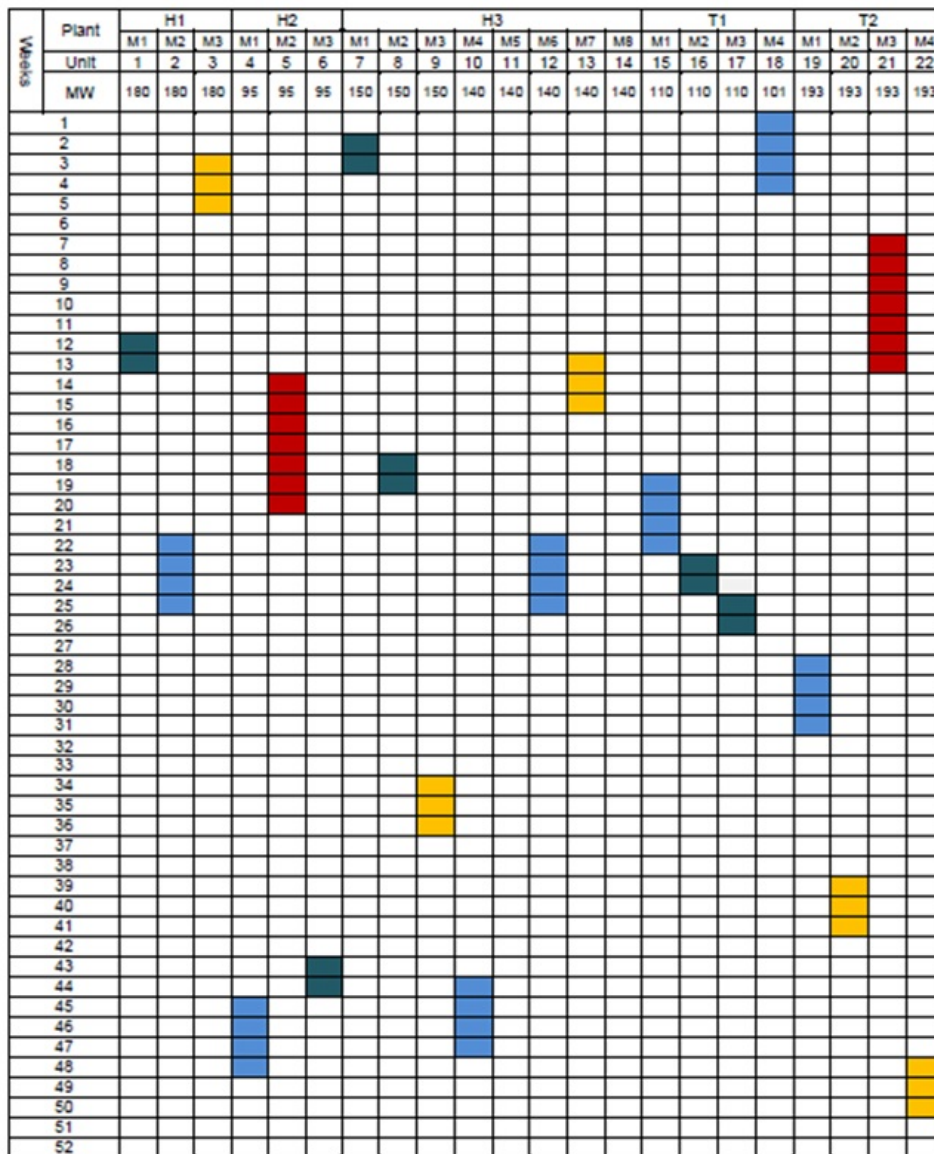


Figura 5.2.: Plano de Manutenção Base

Fonte: Martínez et al. (2014)

Observe através da figura que todas as unidades de geração de energia, exceto as de número 11 e 14, possuem manutenções durante o ano. Na implementação do código este vetor foi construído com o mesmo número das unidades de geração disponíveis (22 posições). Em cada posição um número de 0 a 52 indicava o início da semana de manutenção daquela unidade.

No entanto, na codificação do programa, as soluções são armazenadas como vetor contendo apenas a semana de início de manutenção da máquina - *início* - e um segundo

vetor com a duração da manutenção de cada máquina - *duração*. A Tabela 5.1 mostra a representação destes vetores.

**Tabela 5.1.:** Vetores de semana de início e duração dos planos de manutenção

Máquina	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Início	12	22	3	45	14	43	2	18	34	44	0	22	13	0	19	22	25	1	28	39	7	48
Duração	2	4	3	4	7	2	2	2	3	4	0	4	3	0	4	2	2	4	4	3	7	3

Fonte: Autores, 2018

Para construir a população inicial, as soluções são testadas em três quesitos principais: 1) espaço: não pode haver períodos concorrentes de manutenção de máquinas de mesma usina. Por exemplo, a máquina 2 não pode iniciar manutenção na semana 12, visto que a máquina 1 já está programada para este período e ambas pertencem a usina H1. 2) pessoal: não são permitidos mais que três cruzamentos entre máquinas de diferentes plantas. Esta restrição está relacionada ao pessoal (recursos humanos) disponíveis para manutenção. Por exemplo, na semana 25 há três máquinas programadas para manutenção, porém são de usinas diferentes. 3) continuidade: toda a manutenção deve ser feita durante o período de análise e sem interrupções até completar a tarefa (não se divide/particiona as manutenções).

**Geração da População Inicial:** Geração aleatória das soluções com distribuição uniforme, com o objetivo de que todos os valores de início de semana de manutenção tenham a mesma probabilidade de ocorrência. Para isso, se percorre cada máquina de 1 a 22 e seleciona aleatoriamente o número da semana de início da sua respectiva manutenção, obedecendo, claro, os três itens antes mencionados (espaço, pessoal e continuidade). No final, a solução aleatória passa pela etapa de factibilidade para definir se vai ou não fazer parte da população inicial.

**Diversidade:** Ao comparar uma a uma, todas as soluções se diferem em pelo menos 1 posição ao longo do vetor. Durante o processo evolutivo, quando uma solução aspirar substituir outra da população, ela também deverá cumprir os requisitos de diversidade com todas as outras soluções da população desta geração.

**Função de Aptidão e Inaptidão:**

Nesse passo é realizado o cálculo da função de aptidão e armazenado em um vetor *fitness*, bem como é realizado o cálculo das infactibilidades e seus dados armazenados no vetor *unfitness*.

**Seleção:** A seleção de um indivíduo para entrar na população é baseada em torneio. Ou seja, em cada jogo participam duas topologias da população corrente. O torneio consiste em escolher aleatoriamente  $k$  indivíduos com os menores valores da função de aptidão. No Algoritmo de Chu-Beasley é usado o valor de  $k = 2$ .

**Recombinação:** Existem diferentes técnicas de cruzamento (ou recombinação), como cruzamento de um ponto, cruzamento de dois pontos, uniforme, entre outros Bisht (2012). Neste trabalho considerou a recombinação de um ponto. Ou seja, escolhe-se aleatoriamente um número de máquinas e seleciona um ponto de recombinação. No algoritmo genético tradicional geralmente são gerados dois descendentes. No GACB gera-se apenas um descendente. Assim, aleatoriamente e com a mesma probabilidade, é escolhido apenas um descendente, portanto, o outro é eliminado.

**Mutação:** O descendente é submetido a uma mutação, a qual consiste em escolher aleatoriamente  $p$  máquinas e altera-se a semana de início de manutenção delas. O GACB ainda considera um processo de busca local para melhorar a qualidade do descendente gerado. Assim, é implementada uma fase de melhoria da inactibilidade do descendente e outra fase de melhoria da função de aptidão do descendente.

**Tratando a Inactibilidade:** O descendente é submetido a uma mutação, a qual consiste em escolher aleatoriamente  $p$  máquinas e altera-se a semana de início de manutenção delas.

**Substituição:** Nesta etapa do processo evolutivo se tem uma solução candidata que aspira substituir um solução da população. O êxito depende, inclusive, se ela cumpre diversidade ou não. Três possibilidades. 1) Se a aspirante é inactível e existem soluções inactíveis dentro da população, esta substitui a mais inactível de todas. 2) Se a aspirante é factível e existem soluções inactíveis dentro da população, ela substitui a mais inactível. 3) Se a solução é factível e toda a população é factível, ela substitui a solução de maior custo.

Um ciclo seleção-recombinação-mutação constitui uma geração. Este ciclo se repete a um número  $g$  de gerações. O processo finaliza quando se encontra soluções ótimas e/ou o critério de parada é satisfeito (normalmente número de gerações).

### 5.3.3. Especificações do Computador de Teste e Execuções do Algoritmo

**Linguagens de Programação:** A solução corrente para o processo de otimização foi construída na linguagem C++. CPLEX foi invocado para a parte linear da solução.

**Especificações da Máquina:** Os testes foram executados em uma máquina Intel (R) Core (TM) i7 4770, com processador 3.40 GHz, 16GB RAM, Windows 7 64-bits. Nenhuma paralelização foi feita.

**Tempo médio de execução:** O tempo médio da execução do algoritmo foi de 16810174ms (4.67 horas) para 1.000 iterações. Isso significa que cada iteração demandou aproximadamente 16.81 segundos.

# Capítulo 6.

## Metodologia

Este capítulo contém os procedimentos metodológicos adotados nesta pesquisa. Um conjunto de soluções iniciais foi obtido de um problema de despacho hidrotérmico e aplicou-se diferentes métodos multicritério, incorporando diferentes tipos de incertezas. Diferentes cenários foram criados, pessimistas e otimistas. As soluções foram testadas em cada um destes cenários. Por fim, propôs-se a agregação dos rankings das alternativas de forma que levasse em consideração as preferências do decisor, os cenários futuros e as incertezas associadas.

O restante do capítulo é organizado como se segue. A Seção 6.1 descreve como se dá a tomada de decisão baseada em cenários que visa, principalmente, mitigar riscos futuros. A Seção 6.2 apresenta um modelo para agregação de múltiplos métodos multicritérios e múltiplos cenários, considerando diferentes incertezas.

### 6.1. Tomada de Decisão Multicritério com Cenários de Incertezas

#### 6.1.1. Contextualização

Dentro da Pesquisa Operacional, a teoria da decisão engloba três possibilidades que o decisor se depara usualmente: Decisão Tomada Sob Certeza (DTSC), Decisão Tomada Sob Risco (DTSR) e Decisão Tomada Sob Incerteza (DTSI) (Moreira; 2011). Elas se diferem, especialmente, sobre o conhecimento do decisor em relação ao cenário. De

acordo com Moreira (2011), DTSC ocorre quando sabemos exatamente qual cenário vai ocorrer ou, de alguma forma, conhecemos os dados do problema. DTSR é quando não sabemos qual cenário (o autor chama de “estado da natureza”) irá ocorrer, mas podemos associar a cada um deles uma probabilidade de ocorrência. Por último, DTSI é quando não sabemos nem o cenário, tampouco associar a eles uma probabilidade de ocorrência.

Este trabalho está envolvido em boa parte na DTSR, uma vez que considerou-se a criação de variados cenários futuros e associou-se a cada um deles possíveis probabilidades de ocorrências. Além disso, esta pesquisa foi direcionada para a tomada de decisão multicritério robusta. Ou seja, os riscos de cada cenário foram incorporados na avaliação e ainda foi considerado investigar como tomar a decisão mais acertada frente a múltiplos cenários de incertezas e diferentes métodos de tomada de decisão multicritério.

Na DTSI é possível trabalhar com agregação de diferentes cenários, conforme proposto em Ekel et al. (2008, 2011). Critérios como MaxiMax (ou máxima ganância), MaxMin (ou Wald), Laplace, Hurwitz (ou realismo) e Mínimo Arrependimento (Pazek e Rozman; 2009; Moreira; 2011) podem ser levados em consideração, porém eles não consideram a utilização de métodos multicritérios de apoio a decisão e não permitem associar pesos seja aos métodos ou aos cenários.

### 6.1.2. Breve Revisão da Literatura

A tomada de decisão considerando cenários de incertezas lida com “conjuntos de histórias plausíveis, apoiadas com dados e simulações, sobre como o futuro pode se desdobrar das condições atuais sob escolhas alternativas de humanos” (Polasky et al.; 2011). Para Moreira (2011) as incertezas em relação ao futuro são representadas quando se assume possíveis parâmetros do sistema com uma conhecida probabilidade de ocorrência de cada um deles. Polasky et al. (2011) destacou ainda que em problemas que lidam com fatores climáticos, tais como o HTD mencionado anteriormente, é difícil mensurar todos os parâmetros necessários uma vez que requer mais informações para serem implementadas nos modelos de otimização do que as que realmente existem.

A análise de cenários foi uma das cinco maneiras que Durbach e Stewart (2012b) indicaram para lidar com incertezas em análise multicritério. Os autores destacaram a importância de comparar e agregar resultados de diferentes cenários. Este processo leva em consideração a utilização de pesos relativos no desempenho do cenário. Modelos

que avaliam análise de cenários são uma das três simplificações que Durbach e Stewart (2012a) forneceram quanto às formas de tratamento de incertezas em análise multicritério. A avaliação das alternativas em cenários de incerteza foi dada pela Equação (6.1) que se segue

$$U_i^{(scen)} = \sum_{k=1}^{N_s} \left[ w_{s_k} \sum_{j=1}^J w_j u_j(x_{ij}^{(s_k)}) \right] \quad (6.1)$$

onde  $s_k$  se refere a um cenário específico,  $x_{ij}^{(s_k)}$  é a avaliação da alternativa  $a_i$  sobre o critério  $C_j$  no cenário  $s_k$ ,  $u_j$  é a função de utilidade marginal,  $w_j$  é o peso do de importância do critério que indica a importância relativa de uma mudança de uma unidade no critério  $C_j$ ,  $w_{s_k}$  é o peso associado ao cenário  $s_k$  e  $N_s$  o número de cenários utilizados.

Outras pesquisas investigaram a análise com múltiplos cenários, tais como a proposta de um método de decisão multiatributo com incertezas em cada cenário feita por Hashemkhani Zolfani et al. (2016) e incertezas no fornecimento de gás para indústrias, considerando a oferta e perfil de risco dos potenciais clientes de Street et al. (2008). Nota-se, portanto, que o processo de decisão envolvendo incertezas em relação ao futuro permite observar antecipadamente a efetividade de cada alternativa se ela for a escolhida.

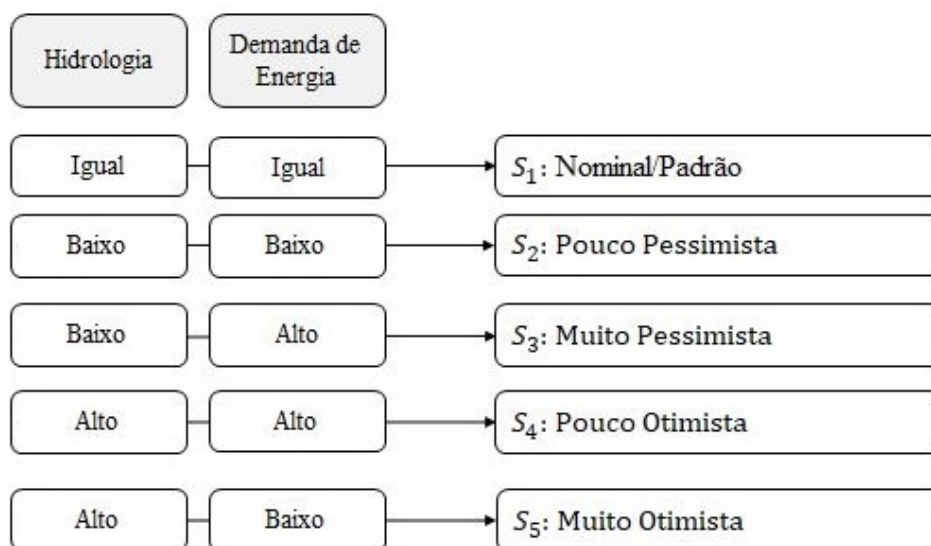
### 6.1.3. Criação dos Cenários

Diferentes cenários foram criados variando os parâmetros de hidrologia e demanda de energia. Estes fatores são muito importantes em problemas que envolvem a produção de energia. Em períodos mais secos as usinas têm que lidar com a baixa hidrologia. Este cenário deixa em estado de alerta as companhias geradoras, pois sem previsão de melhoras de estação elas têm que aproveitar o máximo possível a água disponível nos reservatórios, gerenciar a distribuição da energia e evitar déficit. Este último, por exemplo, resulta em pesadas multas às companhias.

A alta hidrologia é um período mais confortável, porém ainda assim é preciso estar alerta. Um dos motivos é a constante necessidade de evitar o desperdício da água. Outro é fazer os cronogramas de manutenções em períodos que não afetem as demais unidades.

A demanda de energia, por sua vez, é outro fator muito importante para as companhias. A alta demanda está atrelada a alta necessidade de produção de energia e vice-versa. Em longos períodos de manutenção de uma ou mais máquinas a alta demanda pode ser problema, uma vez que isso pode sobrecarregar as outras máquinas e atrapalhar o correto gerenciamento da distribuição de energia.

Para a criação dos cenários nós variamos os dois parâmetros antes mencionados: hidrologia e demanda de energia. 10% para mais ou para menos foram modificados dos valores padrão de forma que situações mais críticas pudessem ser simuladas. A Figura 6.1 ilustra estes casos. Entende-se por cenário padrão ou nominal aquele cenário refletido pelo modelo matemático. O cenário pouco pessimista e pouco otimista possuem baixa e alta hidrologia e demanda de energia, respectivamente. O cenário muito pessimista, pior de todos os casos, ocorre quando há baixa hidrologia e alta demanda de energia. Já o muito otimista, oposto deste, ocorre quando há alta hidrologia e baixa demanda de energia.



**Figura 6.1.:** Parâmetros adotados para a criação dos cenários. Variação em hidrologia e demanda de energia.



## 6.2. Agregação dos Múltiplos Métodos Multicritério e Múltiplos Cenários

### 6.2.1. Contextualização

A aplicação de múltiplos métodos multicritério em um mesmo problema é uma estratégia já adotada na literatura. Os autores destas pesquisas buscam extrair o melhor de cada método através da ordenação obtida por cada um. Uma vez que se emprega dois ou mais métodos em um problema com muitas alternativas e critérios, muito possivelmente vai resultar em diferentes rankings. Como a maioria dos problemas da vida real, ele vai precisar decidir qual destas soluções alternativas implementar.

A dificuldade aumenta caso tenham sido criados cenários que incorporam a previsibilidade de cada alternativa e incertezas associadas. Neste caso, opta-se por critérios adicionais e cada alternativa sofre diferentes variações dos parâmetros. Assim, o índice da alternativa melhor classificada em um cenário padrão (ou nominal ou de referência - diz respeito àquele cenário que vai ocorrer de acordo com as informações modeladas no problema de otimização numérica) pode mudar completamente em outro cenário.

Estas variações são passíveis (e muito prováveis) de acontecer dados os diversos riscos associados e a imprevisibilidade futura. Isto pode ser um problema à parte que o decisor vai ter que lidar. Ele precisa escolher qual das alternativas implementar sendo que (possivelmente) alcançou diferentes posições na classificação. Por exemplo, considere um problema de decisão com 80 soluções alternativas e 3 critérios. Se o decisor utiliza 5 diferentes métodos, no final ele vai ter 5 diferentes ordenações e a posição 1 do ranking pode ter sido ocupada por diferentes alternativas. Caso ele tenha considerado 4 cenários, no final ele vai ter 25 ordenações diferentes, sendo 5 do cenário nominal (uma de cada método) e 5 de cada um dos outros cenários (também uma de cada método).

Por toda esta complexidade, propôs-se nesta dissertação uma forma de agregar todos estes rankings visando a tomada de decisão robusta e de forma a facilitar o processo de escolha pelo decisor. Ao final deste processo ele vai ter apenas um único ranking final agregado. Ao longo de todo o processo de otimização e tomada de decisão várias incertezas podem ser sido associadas e modeladas. Portanto, seja por comparação de métodos ou modelos híbridos, a escolha da “melhor” alternativa (i.e. a mais robusta) deve minimizar os riscos do problema e refletir as preferências do(s) decisor(es) ao longo de todo o processo.

### 6.2.2. Agregação de Métodos Multicritério e Cenários Futuros

A ideia aqui é reunir todas as informações disponíveis que foram modeladas no processo de otimização, na criação dos cenários e na tomada de decisão com a aplicação dos métodos multicritério em uma ordenação única que auxilie o decisor na escolha da alternativa mais robusta. Conforme discutido ao longo deste e outros capítulos, face a diversos métodos e muitas possibilidades de diferentes rankings, torna-se interessante uma maneira de agregá-los em apenas um.

A utilidade dos cenários foi avaliada por Durbach e Stewart (2012b). Observe que a avaliação proposta é baseada na atribuição de pesos para cada cenário, uma função de utilidade para cada critério e a avaliação das alternativas em relação aos critérios. Entretanto, a formulação geral fornecida não considera a aplicação de diferentes métodos multicritério que resultam em diferentes rankings.

Por isso, nesta pesquisa foi considerado a aplicação de diferentes métodos MCDM para avaliação de diferentes cenários. A agregação das ordenações foi proposta baseada na atribuição de pesos aos cenários e também aos métodos multicritério. Neste caso, os pesos dos cenários podem ser obtidos através da avaliação de especialistas ou modelagem matemática, como predição de series temporais ou simulação. Os pesos dos métodos também podem ser obtidos via especialistas, ou por avaliação de outros métodos MCDM que fornecem os pesos aos decisor como o AHP ou mesmo via métrica de sensibilidade/correlação, como distância Kendall  $\tau$  (Kendall; 1938) ou correlação de Spearman (Spearman; 1904).

### 6.2.3. Procedimento de Agregação

Os seguintes passos foram adotados para a agregação de múltiplos métodos e múltiplos cenários.

1. **Cenários:** Um conjunto de 80 soluções iniciais foi obtido diretamente pela resolução do modelo matemático proposto em 5.2. As soluções iniciais foram preferidas, pois possuíam maior variabilidade em termos de custo e déficit. Variou-se os parâmetros de hidrologia e demanda de energia (ver Figura 6.1) e criou-se diferentes cenários, do mais pessimista ao mais otimista.
2. **Métodos Multicritério:** Diferentes métodos multicritério foram utilizados a fim de classificar as soluções alternativas obtidas pela criação dos cenários. Nesta

pesquisa, aplicou-se os métodos em duas diferentes abordagens, clássica (crisp) e fuzzy.

- a) Crisp:  $M_1$ : AHP,  $M_2$ : TODIM,  $M_3$ : TOPSIS,  $M_4$ : VIKOR e  $M_5$ : WASPAS. Estes métodos estão descritos no Capítulo 2;
  - b) Fuzzy:  $M_1$ : Fuzzy-MULTIMOORA,  $M_2$ : Fuzzy-TOPSIS Linear,  $M_3$ : Fuzzy-TOPSIS Vetor,  $M_4$ : Fuzzy-VIKOR e  $M_5$ : Fuzzy-WASPAS. Eles estão descritos no capítulo 4.
3. **Critérios:** Três diferentes critérios foram considerados para avaliação das alternativas:  $C_1$ : custo operacional - refere-se ao custo da função objetivo do problema de otimização.  $C_2$ : déficit - uma penalidade de custo por energia não fornecida, e  $C_3$ : distância - refere-se a distância entre o plano de manutenção obtido e o plano base divulgado pelas companhias geradoras.
4. **Pesos associados aos critérios:**
- a) Crisp: 0.4, 0.5, 0.1 para os critérios  $C_1, C_2, C_3$ , respectivamente;
  - b) Fuzzy: foram dados utilizando variáveis linguísticas por dois decisores, denominados  $DM_1$  e  $DM_2$ , conforme ilustrado na seção 4.2;
  - c) Combinação de métodos: utilizou-se os pesos obtidos pelo AHP como valores de entrada do TOPSIS.
5. **Avaliação das Alternativas**
- a) Crisp: a avaliação das alternativas foi obtida pelo processo de otimização numérica;
  - b) Fuzzy: elas podem ser obtidas via julgamento do decisor através das variáveis linguísticas ou via fuzzificação, como por  $\alpha$ -cuts (ver subseção 4.2). Neste trabalho utilizou-se  $\alpha$ -cuts.
6. **Pesos associados aos métodos multicritério:** Nesta pesquisa utilizou-se a métrica Kendall  $\tau$  (Kendall; 1938) para obter tais valores. Esta medida contabiliza o número de pares diferentes (ou divergências) entre duas listas. Ela está representada na Equação (6.2)

$$K(\tau_1, \tau_2) = |(i, j) : i < j, (\tau_1(i) < \tau_1(j) \wedge \tau_2(i) > \tau_2(j)) \vee (\tau_1(i) > \tau_1(j) \wedge \tau_2(i) < \tau_2(j))| \quad (6.2)$$

onde  $\tau_1(i)$  e  $\tau_2(i)$  é o índice do elemento  $i$  em  $\tau_1$  e  $\tau_2$ , respectivamente.  $K(\tau_1, \tau_2)$  é igual a 0 se as duas listas forem idênticas e igual a 1 se uma lista é o inverso da outra. A distância  $\tau$  normalizada é um intervalo entre  $[0, 1]$ .

7. **Pesos associados aos cenários:** Uma posição mais conservadora foi adotada para atribuir pesos aos cenários. Isto quer dizer que deu-se uma preferência maior ao cenário nominal e menor aos cenários menos extremos.

- a) Crisp: 0.6851, 0.1790, 0.1360 para os cenários  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$ , respectivamente. Neste caso os pesos foram obtidos através do método AHP (*Consistency Ratio* (CR) = 0.0703).
- b) Fuzzy: 0.4, 0.2, 0.1, 0.2, 0.1 para os cenários  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ ,  $S_4$  e  $S_5$ , respectivamente;;
- c) Combinação de métodos: idem fuzzy.

8. **Obtenção da ordenação final:** Para agregar as alternativas é sugerido mensurar o valor esperado de cada cenário. Este procedimento é similar ao proposto por Durbach e Stewart (2012a,b), embora foram considerados neste trabalho a adoção de múltiplos métodos e múltiplos cenários. Para cada cenário avaliado, o peso de cada método é multiplicado pelos *rankings* destes métodos. Por exemplo, considere o cenário 1: o peso do método  $M_1$  no cenário  $S_1$  é multiplicado pelo *ranking* obtido por este método neste cenário. O resultado é então somado ao peso do método  $M_2$  no cenário  $S_2$  (que é o resultado da multiplicação do *ranking* do método  $M_2$  no cenário  $S_1$  e assim por diante). Estes valores são então multiplicados pelo peso do respectivo cenário obtido pelo método AHP. No final, como foram considerados múltiplos cenários, os resultados destes cenários devem ser somados, reordenados e o resultado final agregado é obtido. A Equação (6.3) representa esta notação.

Note que a equação proposta leva em consideração os rankings de cada método para um conjunto de alternativas em diferentes cenários. Ela pode ser adaptada para outras situações como, por exemplo, a utilização de apenas um método (neste caso o peso do método será igual a 1, i.e. pode-se desconsiderar a variável  $w_p^{(k)}$  do modelo) e ela também admite pesos para os métodos e cenários obtidos de diferentes abordagens, como simulação, outros métodos.

$$S_{agg} = \sum_{k=1}^K \left[ w_k \sum_{p=1}^M w_p^{(k)} v_{ip}^{(k)} \right] \quad (6.3)$$

sendo  $w_p^{(k)}$  o peso do método  $p$  no cenário  $k$ ,  $w_k$  o peso do cenário  $k$ ,  $v_{ip}^{(k)}$  o ranking da  $i$ -ésima alternativa no cenário  $k$  pelo método  $p$ ,  $M$  o número total de métodos,  $K$  o número total de cenários,  $(k)$  indica o cenário avaliado.

A Figura 6.2 representa um fluxograma geral para o passo a passo da agregação de múltiplos métodos MCDM e múltiplos cenários.

## Especificações da Linguagem de Programação

**Métodos Crisp:** Matlab v. R2015a.

**Métodos Fuzzy:** R utilizando-se RStudio v. 1.1.383. As funções do pacote FuzzyMCDM<sup>1</sup> foram modificadas para lidar com os conceitos de  $\alpha$ -cuts.

**Agregação:** Matlab v. R2015a.

**Crítérios da Decisão Tomada Sob Incerteza:** Python utilizando-se Spyder 3.

### 6.2.4. Considerações Finais

Observe, portanto, que há muitas incertezas associadas no processo decisório. A tomada de decisão robusta lida com todas estas incertezas. Ela deve ser capaz de tirar proveito do máximo de informações disponíveis e modelá-las de acordo com a fonte das incertezas, seja uma função matemática, função abstrata ou na escolha do método.

Contudo, ao trabalhar com múltiplos métodos ou múltiplos cenários é altamente sugerido fazer a agregação das ordenações finais. O decisor pode ficar confuso em ter que escolher uma alternativa de um método ou cenário específico, especialmente se esta alternativa não foi a melhor classificada em todos eles (o que é muito comum dependendo da variedade dos métodos utilizados e/ou da quantidade de alternativas e critérios avaliados). Para contornar esta situação, além do decisor basear-se apenas no desempenho de cada cenário conforme representado em (6.1), ele pode também dar peso ao método multicritério arbitrariamente ou baseando-se em alguma métrica.

Este trabalho se insere neste contexto. Um modelo matemático foi proposto para um problema de despacho hidrotérmico e um conjunto de soluções foi obtido deste. Diferentes métodos multicritério crisp (capítulo 2) e fuzzy (capítulo 4) foram empregados para indicar a melhor alternativa. Diferentes incertezas (capítulo 3) foram modeladas e incluídas na construção de diferentes cenários, do mais pessimista ao mais otimista.

<sup>1</sup>Disponível em <https://cran.r-project.org/web/packages/FuzzyMCDM/FuzzyMCDM.pdf>

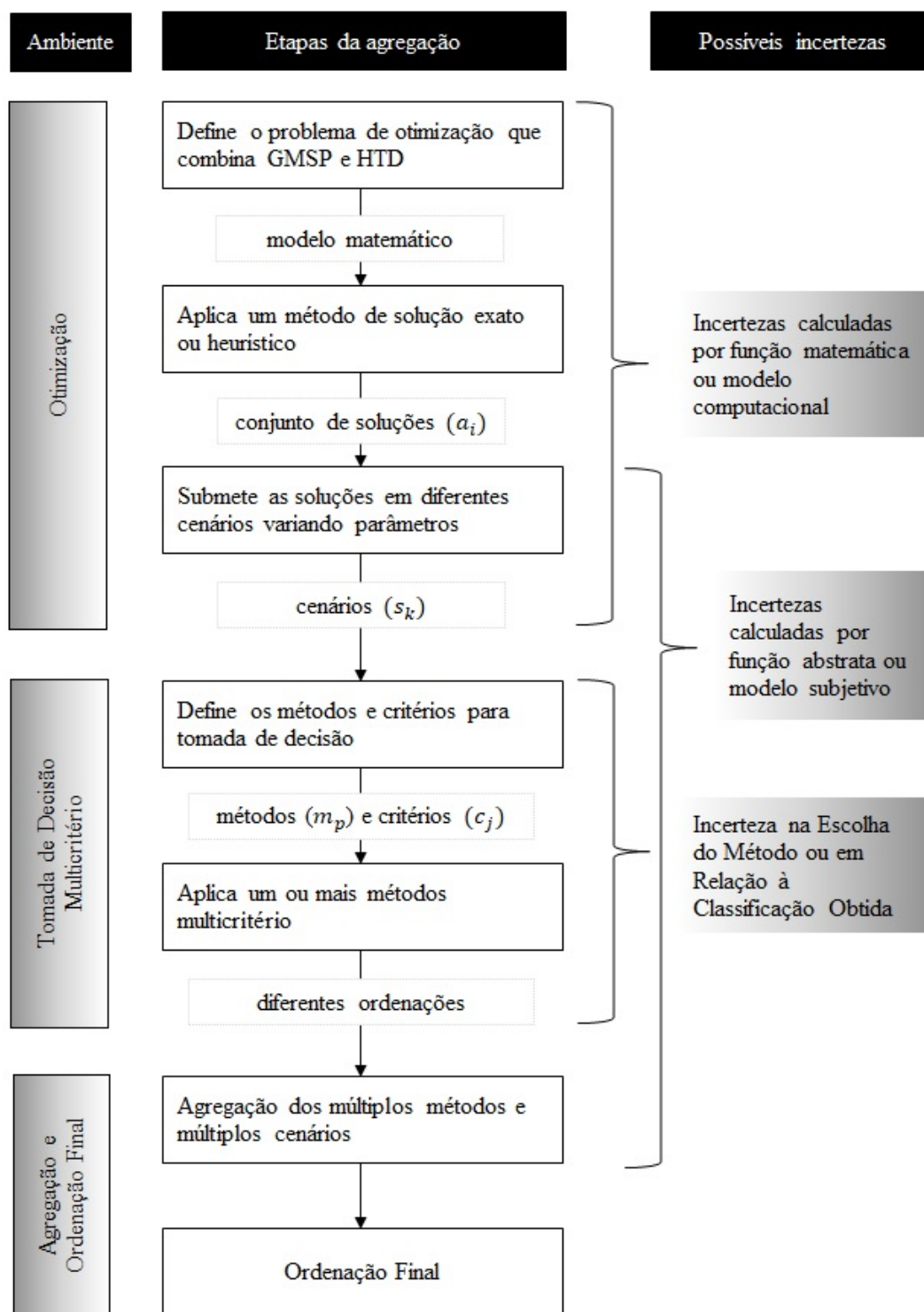


Figura 6.2.: Esquema da Agregação de Múltiplos Métodos e Múltiplos Cenários

Fonte: Autor, 2018

Estas ordenações foram agregadas e fez-se uma comparação com o resultado final obtido com aqueles obtidos com apenas a aplicação dos métodos. Os resultados desta pesquisa considerando a abordagem clássica, fuzzy, combinação de diferentes métodos e critérios de DTSI é disposta no Capítulo 7 a seguir.





# Capítulo 7.

## Resultados

Este capítulo apresenta os resultados obtidos por meio da proposta de agregação dos resultados obtidos por múltiplos métodos multicritério e múltiplos cenários futuros. Além disso, foram (re)apresentadas na Seção 7.1 de forma bem simplificada os tipos de incertezas presentes na tomada de decisão multicritério. Esta também foi uma contribuição deste trabalho visto que até o presente momento não foram encontradas pesquisas científicas que propuseram classificar os tipos de incertezas presentes na tomada de decisão.

Os resultados obtidos através da simulação de cenários futuros são apresentados na Seção 7.2. Conforme apontado por Durbach e Stewart (2012a) estes cenários são considerados narrativas consistentes de previsões futuras. As soluções alternativas obtidas pela meta-heurística para o modelo matemático sofreram variações em seus parâmetros de hidrologia e demanda de energia. Assim, além do cenário padrão, outros quatro cenários foram criados.

Os resultados do processo de agregação das alternativas foram separados em três partes principais. A primeira é descrita na Seção 7.3 e diz respeito a agregação de três cenários e cinco métodos multicritério com a lógica clássica. A segunda parte descrita na Seção 7.4 refere-se a agregação de cinco cenários e cinco fuzzy-métodos MCDM. A terceira parte descrita na Seção 7.5 diz respeito aos resultados obtidos pela combinação dos métodos AHP e TOPSIS e cinco cenários. A quarta parte consiste na escolha da melhor alternativa baseado nos critérios de Decisão Tomada Sob Incerteza. Eles estão descritos na Seção 7.6. Por fim, algumas considerações finais foram feitas na Seção 7.7.

## 7.1. Incertezas em Tomada de Decisão Multicritério

Incertezas em problemas de decisão são provenientes, especialmente, pelas poucas informações que se têm sobre o problema e/ou pela imprecisão humana na escolha e preferência das soluções alternativas. Muitas pesquisas tiveram como objetivo investigar a otimização numérica robusta. A tomada de decisão robusta, por sua vez, vai além deste processo. Ela agrega boa parte das incertezas inerentes à otimização numérica e também aquelas relacionadas a escolha do método multicritério e as preferências por cada alternativa.

Neste contexto, dado que todo problema de decisão multicritério pode ser decomposto em uma matriz de decisão  $D$  conforme exposto em (3.1), a tomada de decisão robusta deve considerar além da avaliação das alternativas  $a_i$  sob o conjunto de critérios  $C_j$ , pelo menos dois parâmetros adicionais  $\delta$  e  $\epsilon$  conforme indicado na Equação (3.2). O primeiro representa uma variabilidade em torno da avaliação da alternativa e o segundo uma incerteza na modelagem da função utilizada como critério.

Também como resultado desta pesquisa, a seção 3.3 apresentou os tipos de incertezas e as modelagens alternativas para problemas de tomada de decisão com incertezas. São eles: Incertezas Calculadas por Função Matemática ou Modelo Computacional - 3.3.1 que inclui as Incertezas nas Variáveis de Decisão, Incertezas na Modelagem por Simplificações do Modelo, Incertezas Devido à Variação Temporal e Incertezas em Relação ao Futuro. Quando os problemas de decisão permitem um tipo adicional de critério que não é dado por uma função matemática tem-se as Incertezas Calculadas por Função Abstrata ou Modelo Subjetivo - 3.3.2 que inclui Incerteza no Julgamento das Alternativas, Incerteza em Relação a Extração e Modelagem das Preferências do Decisor e Incerteza em Relação ao Julgamento do Especialista. Por fim, tem-se as Incertezas mais gerais - 3.3.3 que inclui as Incerteza na Escolha do Método ou em Relação à Classificação Obtida.

## 7.2. Resultados da Criação dos Cenários Futuros

Um conjunto de 80 soluções foi obtido através do modelo matemático proposto na subseção 5.2. Estas soluções são os indivíduos provenientes do GACB. Elas representam o cronograma de manutenção com a semana de início e de término de cada unidade

geradora. Cada uma dessas máquinas teve sua programação agendada dentro de um período de 52 semanas (1 ano).

As 80 soluções alternativas foram avaliadas em termos dos critérios  $C_1$ : Custo,  $C_2$ : Déficit de energia e  $C_3$ : Distância ao plano de manutenção base. Os parâmetros de hidrologia e demanda de energia sofreram variações otimistas e pessimistas para a criação dos cenários. Incorporou-se, portanto, incertezas em relação ao futuro.

O cenário proveniente do resultado obtido pelo modelo matemático foi denominado Nominal  $S_1$  e outros quatro cenários foram criados. São eles:  $S_2$ : Pouco Pessimista com baixa hidrologia e baixa demanda;  $S_3$ : Muito Pessimista com baixa hidrologia e alta demanda;  $S_4$ : Pouco Otimista com alta hidrologia e alta demanda;  $S_5$ : Muito Otimista com alta hidrologia e baixa demanda.

Por motivos de organização, os valores alcançados por cada uma das 80 soluções alternativas em cada um dos cinco cenários são apresentados no Apêndice A.1.

### 7.3. Agregação de Múltiplos Métodos Multicritério Crisp e Múltiplos Cenários

Esta seção consistiu na proposta inicial de agregação de múltiplos métodos e múltiplos cenários. Diferentes métodos MCDM foram implementados e aplicados em três diferentes cenários. Estes cenários correspondem aos dados apresentados no Apêndice A.1. Observe que o número de cenários utilizados nesta seção e aqueles dispostos no apêndice são diferentes. A Tabela 7.1 apresenta a relação entre estes cenários. O cenário Nominal  $S_1$  é o mesmo nesta seção e no apêndice. O cenário Pessimista  $S_2$  desta seção corresponde ao cenário Muito Pessimista  $S_3$  do apêndice. Por fim, o cenário Otimista  $S_3$  desta seção corresponde ao cenário Muito Otimista  $S_5$  do apêndice.

#### 7.3.1. Resultado da Agregação de 3 Cenários com 5 Métodos Multicritério Crisp

Três cenários foram utilizados nesta etapa. São eles:  $S_1$ : Nominal,  $S_2$ : Pessimista e  $S_3$ : Otimista. Eles representam narrativas futuras em relação aos parâmetros de hidrologia e

**Tabela 7.1.:** Relação entre os Cenários Utilizados para os Métodos Crisp e os Demais Cenários Propostos

Cenários Utilizados Nesta Seção		Cenário Respectivo no Apêndice A.1	
$S_k$	Descrição	$S_k$	Descrição
$S_1$	Nominal	$S_1$	Nominal
$S_2$	Pessimista	$S_3$	Muito Pessimista
$S_3$	Otimista	$S_5$	Muito Otimista

Fonte: Autor, 2018

demanda de energia, variados para menos e para mais. O cenário  $S_1$  é o mesmo obtido pelo GACB no processo de otimização. O cenário  $S_2$  corresponde a baixa hidrologia e elevada demanda de energia. E  $S_3$  alta hidrologia e baixa demanda.

Os métodos descritos no capítulo 2 foram utilizados nesta parte. São eles:  $M_1$ : AHP (seção 2.3),  $M_2$ : TODIM (seção 2.6),  $M_3$ : TOPSIS (seção 2.4),  $M_4$ : VIKOR (seção 2.5) e  $M_5$ : WASPAS (seção 2.7). Os pesos que representam a importância de cada critério foram: Custo  $C_1 = 0.4$ , Déficit  $C_2 = 0.5$  e Distância  $C_3 = 0.1$ . Então, os 5 métodos multicritério crisp foram executados para cada um dos três cenários. Os resultados foram 15 diferentes ordenações. Por questões de simplicidade e organização, o ranking das 15 primeiras alternativas obtidas por cada método em cada cenário são apresentados na Tabela 7.2. O ranking completo com as 80 posições é apresentado no Apêndice A.2.

O peso dos métodos foi obtido através da aplicação da métrica de distância *Kendall tau* (Kendall; 1938) representada pela Equação (6.2). Esta métrica calcula a discordância entre os pares de listas de classificação. A distância normalizada é um valor entre  $[0, 1]$ . Neste exemplo dado,  $\tau_1(i)$  e  $\tau_2(i)$  correspondiam ao índice dos  $i$  indivíduos nas listas obtidas pelos métodos. É fácil perceber que  $K(\tau_1, \tau_2)$  é igual a 0 se as listas forem idênticas e 1 se elas forem exatamente opostas. Isto significa dizer que quanto maior a distância Kendall *tau*, mais divergente era a ordenação de cada método. As distâncias obtidas pelos cinco métodos nos cenários  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$  são sumarizadas na Tabela 7.3.

A fim de considerar os métodos com as classificações mais similares entre si, optou-se por utilizar o inverso desta medida. Esta estratégia permitiu a atribuição de maiores pesos aos métodos com as ordenações mais similares entre si. Por questões de normalização e simplicidade, obedeceu-se que o somatório destes pesos fosse igual a 1. Valores elevados nos pesos significam que estes métodos tiveram ordenações muito distintas entre si. Para

**Tabela 7.2.:** Ranking das 15 Primeiras Alternativas Obtidas pela Aplicação dos Métodos Multicritério Crisp em cada Cenário

$A_n$	$M_1$			$M_2$			$M_3$			$M_4$			$M_5$		
	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_1$	$S_2$	$S_3$
1	43	54	50	23	35	38	67	71	71	40	59	44	39	70	72
2	21	39	20	8	22	11	34	23	23	16	39	21	18	29	25
3	19	5	2	35	59	37	72	74	73	13	7	12	41	73	69
4	13	29	9	14	12	15	37	25	26	8	29	7	20	31	26
5	18	51	51	33	45	53	8	2	2	28	53	56	5	9	9
6	2	2	1	44	65	76	3	6	6	1	2	1	4	8	8
7	20	1	18	3	70	9	39	37	35	12	1	20	22	34	34
8	12	68	7	20	66	13	46	47	46	7	68	5	26	48	40
9	14	79	15	7	78	4	36	28	27	10	78	15	21	38	28
10	28	73	6	28	73	17	65	70	69	14	73	10	38	71	64
11	1	66	5	40	63	42	1	8	8	2	66	4	3	7	7
12	3	78	4	29	79	50	17	9	9	4	79	2	10	18	14
13	40	60	55	38	48	64	76	31	30	3	41	48	1	4	4
14	52	56	72	53	46	75	78	32	32	50	35	71	48	3	3
15	64	38	68	66	43	79	79	34	34	64	32	77	61	2	2

Fonte: Autor, 2018

atribuição dos pesos dos métodos, conforme representado na Tabela 7.4, calculou-se a diferença entre a distância de um método com a soma dos demais. O inverso desta medida, normalizado em uma unidade, foi o peso de cada método. Observe através da tabela 7.3 que as distâncias do método TOPSIS para os demais no cenário  $S_1$  foram as maiores, entre  $[0.3177, 0.5158]$ . Portanto, o peso deste método neste cenário foi menor que os demais. Em contrapartida a similaridade entre as ordenações do método AHP com os demais no cenário  $S_3$  foram as maiores, logo o peso atribuído foi o maior.

A Equação (6.3) foi utilizada para o processo de agregação dos múltiplos métodos e múltiplos cenários. Conforme informado anteriormente, os pesos dos cenários, obtidos através do AHP, foram  $w_{s_k} = 0.6851, 0.1790, 0.1360$  para os cenários nominal  $S_1$ , pessimista  $S_2$  e otimista  $S_3$ , respectivamente. Os pesos destes cenários foram multiplicados pela soma dos pesos dos métodos com os índices de cada alternativa. Depois eles foram

**Tabela 7.3.:** Distância *Kendall tau* entre os Métodos Multicritério Crisp

Métodos		Cenários		
$M_1$	$M_2$	$S_1$	$S_2$	$S_3$
AHP	Todim	0.1674	0.2607	0.2363
	Topsis	0.4420	0.3974	0.4555
	Vikor	0.0968	0.1142	0.0560
	Waspas	0.0838	0.4041	0.4607
Todim	Topsis	0.3177	0.5069	0.5898
	Vikor	0.1414	0.2743	0.2037
	Waspas	0.2088	0.5243	0.6104
Topsis	Vikor	0.3819	0.4262	0.5006
	Waspas	0.5158	0.0832	0.1022
Vikor	Waspas	0.1452	0.3997	0.4920

Fonte: Autor, 2018

**Tabela 7.4.:** Pesos Adotados para os Métodos Multicritério em cada Cenário

		Cenários		
Métodos		$S_1$	$S_2$	$S_3$
AHP	$M_1$	0.2335	0.2280	0.2403
Todim	$M_2$	0.2208	0.1713	0.1771
Topsis	$M_3$	0.1113	0.1897	0.1762
Vikor	$M_4$	0.2410	0.2209	0.2319
Waspas	$M_5$	0.1934	0.1901	0.1744

Fonte: Autor, 2018

reordenados e o resultado final com o ranking e as alternativas é apresentado na Tabela 7.5.

### 7.3.2. Discussão dos Resultados

Os resultados das três primeiras alternativas obtidas através da agregação dos 5 métodos multicritério crisp e 3 cenários são discutidos nesta subseção. Conforme apresentado na Tabela 7.5, as três melhores alternativas foram  $A_6$ ,  $A_{27}$  e  $A_{66}$ , respectivamente. Ao

**Tabela 7.5.:** Resultado Final Agregado para Múltiplos Métodos Multicritério Crisp e 3 Cenários

Ranking	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$A_n$	6	27	66	11	4	55	65	7	12	2	17	34	64	9	25	5	69	8	75	78
Ranking	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
$A_n$	41	30	61	23	80	13	3	70	71	18	40	54	26	47	28	36	10	68	50	60
Ranking	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
$A_n$	24	56	48	57	19	20	53	1	31	52	51	22	79	73	62	29	35	14	46	49
Ranking	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
$A_n$	72	32	58	44	43	63	15	21	16	76	33	77	38	59	39	67	42	37	45	74

Fonte: Autor, 2018

comparar os valores destas alternativas com aquelas de menor custo da função objetivo ( $A_3$ ,  $A_{31}$  e  $A_6$  para os cenários de 1 a 3, respectivamente) é possível observar que elas foram bem classificadas. A Tabela 7.6 sumariza os resultados desta comparação.

**Tabela 7.6.:** Diferenças entre as Três Alternativas Mais Robustas Considerando Métodos Multicritério Crisp em Relação Àquela de Menor Custo nos 3 Cenários

Alternativas	Critérios	Cenários		
		$S_1$	$S_2$	$S_3$
$A_6$	$C_1$	+0.13%	+0.01%	na
	$C_2$	0%	0%	na
	$C_3$	-42.75%	-31.47%	na
$A_{27}$	$C_1$	+0.42%	+0.16%	+0.21%
	$C_2$	0%	0%	0%
	$C_3$	-25.55%	-10.88%	+30.04%
$A_{66}$	$C_1$	+0.78%	+0.19%	+1.00%
	$C_2$	0%	0%	0%
	$C_3$	-24.82%	-10.00%	+31.33%

na = não aplicável. Neste caso, a alternativa de comparação no cenário  $S_3$  é a própria  $A_6$ .

Fonte: Autor, 2018

A alternativa mais robusta foi a  $A_6$ . Ela é a 2ª alternativa de mais baixo custo no cenário  $S_1$ . Considerando a ocorrência deste cenário, a implementação desta solução eleva os custos em 0.13% em relação à alternativa de menor custo,  $A_3$ . Em contrapartida, ambas não apresentam taxas de déficit de energia e  $A_6$  apresentou uma distância ao plano base 42.75% menor que  $A_3$ . No cenário  $S_2$  a  $A_6$  novamente é a 2ª alternativa com menor custo, superior em 0.01% a solução  $A_{31}$ . Ambas não apresentaram déficit de energia.  $A_6$  possui ainda uma distância 31.47% menor que  $A_{31}$  em relação ao plano base. Por fim, no cenário  $S_3$  ela é a melhor classificada.

A solução  $A_{27}$  ocupa a 8ª posição em termos do critério custo, superior em 0.42% a  $A_3$  no cenário  $S_1$ . Ambas não apresentaram déficit de energia.  $A_{27}$  apresentou uma distância ao plano base 25.55% menor que  $A_3$ . No cenário  $S_2$  a alternativa com menor custo é a  $A_{31}$ .  $A_{27}$  é a 21ª. Isto representa um aumento equivalente a 0.16% neste critério.  $A_{27}$  e  $A_{31}$  são iguais em termos de déficit.  $A_{27}$  possui uma distância 10.88% menor que a outra. Já no cenário  $S_3$  a melhor alternativa em termos de custo é  $A_6$ , que no processo de agregação proposto ela foi a melhor classificada.  $A_{27}$  é a 3ª em termos de custo. Ambas não apresentaram déficit.  $A_{27}$  possui uma distância ao plano de manutenção base 30.04% maior que  $A_6$ .

A terceira melhor alternativa foi  $A_{66}$ . Comparando-a com  $A_3$  no cenário  $S_1$ , ela possui um custo da função objetivo 0.78% superior. Em contrapartida, apresentou um ganho de 24.84% na distância ao plano base. Ambas não apresentaram déficit de energia. No cenário  $S_2$ ,  $A_{66}$  apresentou um custo superior em 0.19% que  $A_{31}$  e 10.00% a menos na distância. Não houve taxas de déficit de energia neste cenário. Por fim, no cenário  $S_3$ ,  $A_{66}$  possuiu uma taxa de 1.00% superior a  $A_6$  (o que corresponde a \$8.580,750). Ambas não apresentaram déficit de energia e houve um ganho de 31.33% na distância.

Outras análises podem ser feitas para as demais alternativas. Apesar que mesmo na população inicial do algoritmo genético terem sido recuperados muitos indivíduos sem custos de racionamento (por déficit de energia), vale dizer que as soluções encontradas no processo proposto de agregação sempre destacou estas alternativas nas primeiras posições. Além disso, ao longo de todo o processo de tomada de decisão, criação dos cenários e agregação, diferentes pesos de importância foram dados. Por exemplo, os cenários  $S_2$  e  $S_3$  possuíram um peso menor comparado ao cenário padrão. Logo, em outras propostas uma maior variabilidade destes pesos pode ser proposta e investigada.

Por fim, os resultados se mostraram consistentes. A alternativa  $A_6$ , por exemplo, foi a melhor alternativa disposta ao decisor. Esta mesma alternativa já havia sido classificada



em primeira posição no cenário  $S_3$ , mesmo este cenário tendo um peso menor que o padrão  $S_1$ . Outras análises e observações podem ser realizadas através do índice fornecido no apêndice A.2.

## 7.4. Agregação de Múltiplos Fuzzy-Métodos Multicritério e Múltiplos Cenários

O conteúdo desta seção refere-se ao processo de agregação de diferentes métodos de tomada de decisão sob a lógica fuzzy e múltiplos cenários. Os 5 cenários descritos no Apêndice A.1 foram utilizados nesta parte. Os valores de cada alternativa foram fuzzificados utilizando o conceito de  $\alpha$ -cuts conforme proposto por Jahanshahloo, Lotfi e Izadikhah (2006). Os pesos dos critérios foram obtidos através dos julgamentos de decisores. As avaliações dos métodos e dos cenários foram realizadas, bem como a proposta de agregação em uma ordenação final única. Os resultados são descritos a seguir.

### 7.4.1. Resultados da Agregação de 5 Cenários e 5 Métodos Multicritério Fuzzy

Todos os cenários apresentados foram considerados para análise. Eles representam discursos de possíveis variações futuras em termos de hidrologia e demanda de energia. Cenários otimistas representam alta hidrologia e baixa demanda de energia. Cenários pessimistas representam baixa hidrologia e demanda elevada. O cenário nominal foi representado pelo conjunto de 80 soluções obtidas no processo de otimização.

Em relação ao processo de agregação, foi aplicado um diferente FMCDM  $M_1, \dots, M_5$  para cada um desses cenários  $S_1, \dots, S_5$  considerando os três critérios  $C_1, \dots, C_3$ . A avaliação de importância dos critérios deu-se através do julgamento de especialistas. Dois decisores  $DM_1$  e  $DM_2$  utilizaram o conjunto de variáveis linguísticas descritas na Tabela 7.7 para esta etapa.

A importância destes critérios foi representada por números fuzzy com funções de pertinência triangulares. Além de permitir capturar a incerteza presente no julgamento

**Tabela 7.7.:** Variáveis Linguísticas para Avaliação de Importância dos Critérios e seus Respetivos Números Fuzzy Triangulares

Abbr.	Variáveis Linguísticas	Fuzzy Numbers
EL	Extremamente Baixo	(0.0, 0.0, 0.2)
VL	Muito Baixo	(0.0, 0.2, 0.4)
L	Baixo	(0.2, 0.4, 0.6)
H	Alto	(0.4, 0.6, 0.8)
VH	Muito Alto	(0.6, 0.8, 1.0)
EH	Extremamente Alto	(0.8, 1.0, 1.0)

Fonte: Autor, 2018

do decisor, TFN são os números fuzzy mais utilizados em tomada de decisão pelo formato intuitivo de sua função de pertinência e pela simplicidade computacional (Madi et al.; 2017). As avaliações fornecidas pelos decisores quanto ao peso de importância dos critérios de decisão em formato linguístico, sua representação em formato de TFN e seus valores agregados são apresentadas na Tabela 7.8.

**Tabela 7.8.:** Avaliação de Importância dos Critérios pelos Decisores e Agregação destes Valores

$C_j$	Avaliação Linguística		Valor Fuzzy		Valor Agregado
	$DM_1$	$DM_2$	$DM_1$	$DM_2$	$DM_{agreg}$
$C_1$	L	L	(0.2, 0.4, 0.6)	(0.2, 0.4, 0.6)	(0.2, 0.4, 0.6)
$C_2$	L	H	(0.2, 0.4, 0.6)	(0.4, 0.6, 0.8)	(0.2, 0.5, 0.8)
$C_3$	EL	VL	(0.0, 0.0, 0.2)	(0.0, 0.2, 0.4)	(0.0, 0.1, 0.4)

Fonte: Autor, 2018

Os conceitos de  $\alpha$ -cuts e a transformação de números crisp em números fuzzy triangulares para a construção da matriz de decisão fuzzy  $\tilde{D}$  foram utilizados. No final desta etapa foram obtidas 25 ordenações distintas. Elas são resultantes da aplicação de cada um dos 5 FMCDM em cada um dos 5 cenários. Por motivos de simplificação e organização somente as 15 primeiras alternativas são apresentadas na Tabela 7.9. O índice completo é apresentado no Apêndice A.3.

**Tabela 7.9.:** Ranking das 15 Primeiras Alternativas Obtidas pela Aplicação dos Métodos Multicritério Fuzzy em cada Cenário

$A_n$	$M_1$					$M_2$					$M_3$					$M_4$					$M_5$				
	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$
1	51	51	51	24	50	45	56	53	13	48	45	42	41	12	42	43	52	54	7	47	51	51	52	17	50
2	12	16	22	2	20	16	24	20	1	14	8	18	15	2	20	16	25	20	1	13	13	19	28	3	20
3	29	15	14	1	4	51	17	51	2	20	21	7	4	1	2	48	10	42	2	16	37	12	5	1	5
4	9	8	28	10	8	18	11	28	6	6	5	9	28	8	7	17	16	29	6	6	11	11	34	14	8
5	24	14	61	34	46	8	33	31	18	47	31	25	64	41	50	7	38	40	19	50	21	21	60	37	47
6	2	18	1	3	1	6	2	6	3	1	2	19	1	3	1	5	2	6	4	1	5	14	3	6	1
7	20	3	16	68	22	31	13	1	68	22	14	4	65	68	22	30	8	1	73	21	22	1	1	71	23
8	13	6	67	49	13	24	10	66	41	12	11	8	67	42	15	24	11	66	31	10	15	8	67	27	13
9	10	11	78	46	9	49	14	78	32	7	6	14	78	48	10	18	17	77	21	7	12	13	77	43	9
10	21	9	73	53	6	38	6	73	44	13	16	5	72	55	5	37	5	74	40	14	28	10	73	57	6
11	1	1	65	4	5	3	1	47	4	2	1	1	68	4	6	3	1	52	3	2	2	4	65	5	4
12	6	2	79	41	3	15	3	79	25	4	4	3	79	44	3	15	3	79	22	4	8	5	79	42	3
13	3	26	33	13	31	1	39	7	30	38	28	47	59	36	47	1	39	7	39	38	1	31	22	13	29
14	25	24	5	16	54	5	31	3	21	62	52	48	25	37	60	6	35	3	28	63	6	26	17	19	53
15	63	32	3	15	64	63	66	2	17	74	67	51	18	34	66	64	63	2	15	73	58	35	16	15	63

Fonte: Autor, 2018

Como na seção anterior, para o peso dos métodos utilizou-se a métrica de distância *Kendall tau* (Kendall; 1938). A Tabela 7.10 apresenta as distâncias entre os FMCDM e a Tabela 7.11 apresenta os pesos utilizados para cada método.

**Tabela 7.10.:** Distância *Kendall tau* entre os Métodos Multicritério Fuzzy

Fuzzy-Métodos		Cenários				
$M_1$	$M_2$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$
Fuzzy-MMoora	Fuzzy-Topsis Linear	0.1076	0.2013	0.1127	0.1636	0.0348
	Fuzzy-Topsis Vetor	0.0684	0.0823	0.1415	0.0962	0.0418
	Fuzzy-Vikor	0.1051	0.1759	0.0861	0.2595	0.0427
	Fuzzy-Waspas	0.0699	0.0532	0.0696	0.1095	0.0291
Fuzzy-Topsis Linear	Fuzzy-Topsis Vetor	0.1570	0.2203	0.2541	0.1642	0.0532
	Fuzzy-Vikor	0.0127	0.0570	0.0285	0.0997	0.0180
	Fuzzy-Waspas	0.0927	0.2259	0.1348	0.1649	0.0519
Fuzzy-Topsis Vetor	Fuzzy-Vikor	0.1481	0.1810	0.2275	0.2468	0.0446
	Fuzzy-Waspas	0.0668	0.1158	0.1801	0.1304	0.1304
Fuzzy-Vikor	Fuzzy-Waspas	0.0851	0.2070	0.1177	0.2222	0.0604

Fonte: Autor, 2018

**Tabela 7.11.:** Pesos Adotados para os FMCDM Baseados na Distância *Kendall tau*

Métodos		Cenários				
		$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$
Fuzzy-MMooraa	$M_1$	0.2057	0.2347	0.2505	0.2079	0.2449
Fuzzy-Topsis Linear	$M_2$	0.1951	0.1708	0.1937	0.2207	0.2301
Fuzzy-Topsis Vetor	$M_3$	0.1640	0.2008	0.1279	0.2057	0.1346
Fuzzy-Vikor	$M_4$	0.2057	0.1938	0.2234	0.1579	0.2193
Fuzzy-Waspas	$M_5$	0.2296	0.1999	0.2045	0.2085	0.1712

Fonte: Autor, 2018

Para os pesos dos cenários atribuiu-se valores arbitrários entre eles, de tal forma que o cenário  $S_1$  tivesse o maior peso, depois os cenários intermediários  $S_2$  e  $S_4$  e por fim os extremos  $S_3$  e  $S_5$ . Os pesos foram:  $w_{s_k} = 0.4, 0.2, 0.1, 0.2, 0.1$  para os cenários de 1 a 5, respectivamente. Finalmente a ordenação final agregada foi calculada de acordo com a Equação (6.3). Após a reordenação do ranking, a classificação final obtida está sumarizada na Tabela 7.12.

**Tabela 7.12.:** Resultado Final Agregado para Múltiplos Métodos Multicritério Fuzzy e 5 Cenários

Ranking	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$A_n$	6	11	4	2	12	80	13	3	19	69	26	8	14	23	78	64	61	9	18	36
Ranking	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
$A_n$	7	5	25	75	10	34	27	55	65	70	17	66	47	57	40	30	28	52	71	31
Ranking	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
$A_n$	49	1	41	20	24	54	16	60	29	48	22	15	72	56	50	53	62	68	58	59
Ranking	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
$A_n$	51	21	46	63	79	35	38	67	73	33	32	76	45	39	74	44	43	42	77	37

Fonte: Autor, 2018

### 7.4.2. Discussão dos Resultados

Observando os resultados obtidos através da proposta de agregação dos fuzzy-MCDM e 5 cenários descritos na Tabela 7.12 e os índices que eles apresentaram anteriormente na aplicação dos FMCDM (Tabela 7.9) é possível perceber que estas alternativas atingiram boas pontuações nos cenários avaliados.

Em termos de ganhos considerando as incertezas em cenários futuros e a vagueza do decisor no julgamento das alternativas, fez-se uma análise com as três primeiras alternativas obtidas com a proposta de agregação:  $A_6$ ,  $A_{11}$  e  $A_4$ . Elas serão comparadas com as alternativas de menor custo da função objetivo em cada cenário. Estas alternativas são:  $A_3$ ,  $A_{27}$ ,  $A_{31}$ ,  $A_{38}$  e  $A_6$ , para os cenários de  $1, \dots, 5$ , respectivamente. Os dados para esta análise foram representados na Tabela 7.13.

**Tabela 7.13.:** Diferenças entre as Três Alternativas Mais Robustas Considerando Métodos Multicritério Fuzzy em Relação Àquela de Menor Custo nos 5 Cenários

Alternativas	Critérios	Cenários				
		$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$
$A_6$	$C_1$	+0.13%	+2.83%	+0.01%	+2.67%	na
	$C_2$	0%	+0.00%	0%	-9.24%	na
	$C_3$	-42.75%	-23.10%	-31.47%	-35.81%	na
$A_{11}$	$C_1$	+0.28%	+3.34%	+0.72%	+5.54%	+0.41%
	$C_2$	0%	+0.00%	0%	-12.60%	0%
	$C_3$	-45.95%	-27.39%	-35.29%	-39.39%	-5.58%
$A_4$	$C_1$	+0.62%	+3.83%	+0.21%	+4.89%	+0.45%
	$C_2$	0%	0%	0%	-9.05%	0%
	$C_3$	-22.85%	+3.63%	-7.65%	-13.50%	+34.76%

na = não aplicável. Neste caso, a alternativa de comparação no cenário  $S_5$  é a própria  $A_6$ .

Fonte: Autor, 2018

A alternativa mais robusta é a  $A_6$ . Ela possui custos superiores entre 0.01% e 2.83% comparados às alternativas de menor custo nos 5 cenários. Este valor pode ser aceitável, uma vez que não representa taxas muito elevadas. Na ocorrência do cenário  $S_2$ , por exemplo, a concessionária vai ter um custo superior em 2.83% (equivalente a \$39.894, 625)

e ganhos de 23.10% na distância. E vale lembrar que o peso do cenário  $S_2$  foi baixo. Possivelmente, se maior importância for dada a este cenário dada a probabilidade de sua ocorrência, estes valores podem alterar (bem como a posição da alternativa dentro do ranking). Além disso, esta alternativa foi a melhor classificada no cenário  $S_5$ . Na ocorrência deste cenário, esta alternativa é a melhor em todos os critérios avaliados.

A solução  $A_{11}$  possui custos que variam entre 0.28% e 5.54% em relação às alternativas de menor custo em cada cenário. É interessante observar que na ocorrência do cenário  $S_4$ , onde esta alternativa possui maior custo, a companhia geradora vai pagar uma taxa de custo 5.54% superior à alternativa  $A_{38}$  (menor custo), mas vai ter um ganho de 12.60% no déficit de energia e 39.39% na distância ao plano de manutenção base. O peso de importância deste cenário foi relativamente baixo, igual a 0.2.

Por fim, a alternativa  $A_4$ , terceira melhor classificada pela proposta de agregação, possui custos que variam entre 0.21% e 4.89%. Similar à alternativa anterior,  $A_4$  pode representar ganhos em déficit de energia e distância no cenário  $S_4$ . E ganhos em distância nos cenários  $S_1$  e  $S_3$ . O pior cenário para esta alternativa é o  $S_5$ , onde ela apresentaria elevação nos custos de 0.45% e maior distância ao plano base em 34.76%. Apesar de a importância de  $S_5$  ter sido 0.1, o decisor pode analisar outras alternativas ou mesmo executar novos testes na iminência da ocorrência deste cenário.

## 7.5. Combinação de Métodos Multicritério e Múltiplos Cenários

Esta seção aborda a combinação de métodos multicritério e a utilização de cenários futuros. Inclui-se, portanto, pelo menos dois tipos essenciais de incertezas: incertezas na escolha do método e incertezas em relação ao futuro.

A combinação de métodos, ou técnicas híbridas, reúne a aplicação de diferentes métodos multicritérios crisp ou fuzzy para o mesmo problema. Neste caso, os pesos extraídos de cada critério utilizando o método AHP foram aplicados no método TOPSIS a fim de obter uma ordenação final robusta. A utilização dos cenários permitiu incluir as incertezas sobre eventos futuros, dados pela variação dos parâmetros de hidrologia e demanda de energia. Para esta seção, os dados dos cenários são os mesmos utilizados na seção anterior. Considere, portanto, que os cenários utilizados são aqueles apresentados

no Apêndice A.1.

### 7.5.1. Resultados da Combinação dos Métodos AHP e TOPSIS e 5 Cenários

O método AHP descrito na seção 2.3 foi utilizado para obtenção dos pesos dos três critérios. Os resultados obtidos foram:  $C_1$ : 0.4660,  $C_2$ : 0.4328 e  $C_3$ : 0.1012. Conforme informado, uma das vantagens deste método é a capacidade de calcular o peso de cada critério dadas as preferências do decisor em cada alternativa a partir de uma escala fundamental. Então, estes pesos foram inseridos em outro método, o TOPSIS, descrito na seção 2.4. Este método, por sua vez, foi executado para cada um dos 5 cenários. O resultado foi composto de 5 diferentes ordenações. O ranking de cada alternativa em cada um dos 5 cenários é apresentado na Tabela 7.14.

Subsequentemente, de acordo com Durbach e Stewart (2012a), para a tomada de decisão robusta considerando a avaliação das incertezas é sugerido a agregação dos cenários. A avaliação esperada de uma alternativa  $a_i$  leva em consideração o peso associado com um cenário específico, o número de cenários utilizados e uma avaliação da alternativa  $a_i$  em relação ao critério  $C_j$ . É sabido que um bom método MCDM é aquele que reflete as preferências do decisor. Ao adicionar diferentes cenários estas preferências devem ser consideradas. Assim, adotando uma atitude mais conservadora, os seguintes pesos foram utilizados para cada cenário:  $S_1$ : 0.4,  $S_2$ : 0.2,  $S_3$ : 0.1,  $S_4$ : 0.2,  $S_5$ : 0.1. Estes pesos foram escolhidos de maneira a favorecer o cenário nominal, visto a maior esperança de sua ocorrência. Depois, um peso um pouco menor para os cenários intermediários, pouco otimista e pouco pessimista, e um menor ainda para os cenários extremos, muito otimista e muito pessimista.

A equação (6.3) foi empregada para obter a ordenação final que agregasse os 5 cenários. Neste caso, como utilizou-se apenas um único método para obtenção da ordenação final, a variável  $w_p^{(k)}$  foi igual a 1 (ou pode ser removida do modelo). Depois as alternativas foram reordenadas e o resultado final é apresentado na Tabela 7.15 e discutido a seguir.

**Tabela 7.14.:** Ranking das Soluções Alternativas em cada Cenário Obtidas pela Aplicação dos Métodos Multicritério AHP e TOPSIS

$A_n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$S_1$	40	17	42	18	5	4	22	24	20	39	3	9	1	48	63	62	8	2	32	51
$S_2$	70	27	73	29	9	8	35	50	45	72	7	24	4	3	2	1	13	6	5	38
$S_3$	75	33	73	32	14	8	37	44	28	66	7	15	5	4	2	1	19	6	3	29
$S_4$	52	10	26	20	9	8	54	27	28	72	7	12	4	3	2	1	33	6	5	41
$S_5$	73	26	69	25	10	8	34	40	27	66	7	13	4	3	2	1	15	6	5	32
$A_n$	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
$S_1$	64	60	25	44	28	36	14	50	49	10	57	56	65	12	47	55	68	79	76	19
$S_2$	63	33	42	76	51	69	19	39	75	20	47	32	60	15	44	21	67	55	58	23
$S_3$	67	31	49	76	48	64	9	40	78	18	43	27	60	22	42	24	59	63	65	36
$S_4$	63	35	29	69	57	49	40	25	61	17	56	44	65	22	50	19	73	71	64	23
$S_5$	63	35	42	74	45	61	19	37	76	14	48	39	64	17	50	20	71	59	65	31
$A_n$	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
$S_1$	6	54	77	73	80	71	58	31	72	34	27	59	46	45	11	37	52	61	78	43
$S_2$	10	80	17	18	68	16	11	52	34	56	40	25	78	77	14	64	61	31	54	74
$S_3$	12	80	11	17	61	21	13	54	38	56	50	34	77	71	20	68	58	26	55	72
$S_4$	18	80	46	58	74	37	15	42	39	68	43	13	78	75	14	59	55	47	34	77
$S_5$	11	80	28	33	70	21	9	49	36	55	51	29	78	77	16	62	58	24	56	75
$A_n$	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
$S_1$	35	38	70	13	7	15	69	16	29	41	33	66	53	67	21	75	74	26	30	23
$S_2$	62	65	43	28	12	22	66	26	49	71	57	37	59	79	30	48	36	46	53	41
$S_3$	62	70	46	23	10	16	69	30	51	74	57	45	52	79	25	53	39	47	35	41
$S_4$	66	60	48	16	11	38	51	30	31	70	67	36	76	79	32	45	53	21	62	24
$S_5$	57	68	44	18	12	23	67	22	46	72	54	41	60	79	30	53	47	43	52	38

Fonte: Autor, 2018

### 7.5.2. Discussão dos Resultados

Ao comparar os resultados da melhor alternativa classificada ( $A_{13}$ ) com a alternativa de menor custo de cada cenário é possível perceber que esta alternativa apresentou um aumento médio de 2.48% sobre o critério Custo ( $C_1$ ). Entretanto, esta mesma alternativa oferece ganhos quando é comparada com os outros critérios, Déficit de energia ( $C_2$ ) e Distância ( $C_3$ ). Os ganhos sobre  $C_2$  são pouco expressivos, mas há um ganho significativo sobre o critério  $C_3$ , mesmo que esse critério tenha obtido o menor peso pelo método AHP.



**Tabela 7.15.:** Resultado Final Agregado para a Combinação dos Métodos AHP e TOPSIS

Ranking	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$A_n$	13	18	11	6	5	65	41	12	55	30	19	17	34	64	2	27	14	66	4	68
Ranking	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
$A_n$	40	16	75	15	9	80	47	78	23	8	7	36	69	51	52	28	48	25	20	46
Ranking	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
$A_n$	79	22	32	58	35	43	71	44	50	72	26	3	49	61	56	31	62	1	63	57
Ranking	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
$A_n$	77	10	70	76	73	59	24	60	29	54	33	21	67	53	39	37	38	42	45	74

Fonte: Autor, 2018

Estes resultados são apresentados na Tabela 7.16. A saber, as alternativas com o menor custo em cada cenário foram:  $S_1 = A_3$ ,  $S_2 = A_{27}$ ,  $S_3 = A_{31}$ ,  $S_4 = A_{38}$  e  $S_5 = A_6$ .

Além disso, o cenário com o peso maior em importância foi o cenário  $S_1$ . Isto pode justificar o porquê nos demais cenários o critério  $C_1$  foi um pouco superior que os demais. Por fim, outras alternativas como  $A_{11}$  e  $A_6$  também aparecem muito bem classificadas. Estas alternativas já haviam aparecido em outras avaliações, como na agregação dos cenários utilizando métodos MCDM crisp e fuzzy. Logo, considerando que o problema reflete dados realísticos, estas alternativas poderiam ser consideradas para implementação.

**Tabela 7.16.:** Diferença entre os Valores da Melhor Alternativa Classificada pela Agregação dos Cenários com a Alternativa de Menor Custo em cada Cenário

Critérios	Cenários				
	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$
$C_1$	+1.91%	+4.80%	+0.41%	+3.94%	+1.34%
$C_2$	0%	0%	0%	-4.09%	0%
$C_3$	-75.68%	-67.33%	-70.88%	-72.73%	+57.51%

Fonte: Autor, 2018

O processo de agregação demonstrou que embora o custo permaneça como o principal critério para a tomada de decisões, outros impactos não podem ser negligenciados em um problema de energia que envolve GMSP e HTD. A estratégia de combinar métodos, adotar diferentes cenários e adotar pesos para cada cenário dada a sua esperança de

ocorrência podem melhorar o processo de tomada de decisão e fazê-lo mais robusto. Isto permite avaliar diferentes tipos de incertezas e fornece maior auxílio ao decisor na minimização de perdas em casos de mudanças nos acontecimentos futuros.

## 7.6. Decisão Tomada Sob Incerteza: Critérios de Wald, MaxiMax, Laplace, Hurwitz e Mínimo Arrependimento

Esta seção apresenta os resultados da aplicação dos critérios Wald (ou MinMax), MaxiMax, Laplace, Hurwitz (ou Realismo) e Mínimo Arrependimento que fazem parte da DTSI (Moreira; 2011).

### 7.6.1. Resultados da Aplicação dos Critérios de DTSI

Nesta parte foram consideradas as 80 soluções provenientes do GACB. Os 5 cenários considerados foram: Nominal ( $S_1$ ), Pouco Pessimista ( $S_2$ ), Muito Pessimista ( $S_3$ ), Pouco Otimista ( $S_4$ ) e Muito Otimista ( $S_5$ ). Foram considerados para avaliação os valores de Custo ( $C_1$ ) e Déficit de energia ( $C_2$ ). Estes dados estão contidos no Apêndice A.1.

A estratégia de agregação de múltiplos cenários apresentada por Ekel et al. (2008, 2011) foi seguida para obtenção do ranking final em cada critério de DTSI. Utilizou-se os cinco critérios apresentados em Moreira (2011): Wald, Laplace, Hurwitz ( $\alpha = 0.75$  conforme proposto em Ekel et al. (2008, 2011)), Mínimo Arrependimento e MaxiMax. Este último não havia sido incluído nas pesquisas de Ekel et al. (2008, 2011). Como dito anteriormente, basicamente este critério representa a máxima ganância em relação às alternativas e cenários.

As 15 melhores alternativas obtidas pela aplicação dos critérios de DTSI estão sumarizadas na Tabela 7.17 e o ranking completo no Apêndice A.4.

**Tabela 7.17.:** 15 Melhores Alternativas Obtidas com os Critérios de DSTI

Ranking	Wald	MaxiMax	Hurwitz	Laplace	Savage
1	49	16	16	16	16
2	72	15	15	15	15
3	61	14	14	14	14
4	54	13	13	13	13
5	57	19	19	19	19
6	76	18	18	18	18
7	73	11	11	65	65
8	70	6	6	11	11
9	80	41	5	6	55
10	55	5	41	55	6
11	69	47	47	64	64
12	66	65	65	68	68
13	59	17	17	5	58
14	78	30	30	41	66
15	77	12	55	58	5

Fonte: Autor, 2018

### 7.6.2. Discussão dos Resultados

Os resultados da aplicação dos critérios de DSTI trouxeram alternativas bem diferentes daquelas vistas anteriormente nas aplicações de agregação anteriores. As 6 melhores alternativas para os critérios de MaxiMax, Hurwitz, Laplace e Savage foram as mesmas:  $A_{16}$ ,  $A_{15}$ ,  $A_{14}$ ,  $A_{13}$ ,  $A_{19}$  e  $A_{18}$ , respectivamente. Para o critério de Wald (ou MaxMin) foram as alternativas  $A_{49}$ ,  $A_{72}$ ,  $A_{61}$ ,  $A_{54}$ ,  $A_{57}$  e  $A_{76}$ , respectivamente. É comum que o ranking obtido pelo critério de Wald seja diferente dos demais, uma vez que esse critério busca o maior valor normalizado entre os menores em cada alternativa. Ele é oposto ao MaxiMax que busca ganho total, ou seja, o maior valor entre as maiores alternativas. Hurwitz, por sua vez, utiliza um valor para  $\alpha$  como fator de ponderação que é multiplicado com o maior valor e depois ranqueia do maior para o menor. Esse maior valor nada mais é do que o mesmo valor utilizado para MaxiMax. Laplace lida com iguais probabilidades para cada cenário, i.e.  $\frac{1}{n}$  onde  $n$  é o número de cenários. Savage com o mínimo arrependimento, ou seja, o menor valor da alternativa depois da escolha do máximo valor de cada critério.

As três melhores alternativas obtidas pela aplicação dos critérios de DTISI foram comparadas com aquelas de menor custo em cada um dos 5 cenários avaliados. O critério Wald indicou uma ordenação diferente dos demais. Por isso optou-se por separar as tabelas a fim de melhor comparação. A comparação entre as alternativas ranqueadas pelo critério Wald com as três melhores de cada cenário é apresentada na Tabela 7.18. Já os critérios MaxiMax, Hurwitz, Laplace e Savage indicaram um ranking idêntico entre as primeiras alternativas, vide a Tabela 7.17. A comparação das três melhores, i.e.  $A_{16}$ ,  $A_{15}$  e  $A_{14}$  com aquelas de menor custo nos 5 cenários é apresentada na Tabela 7.19.

**Tabela 7.18.:** Diferenças entre as Três Melhores Alternativas Obtidas pelos Critérios DTISI Wald em Relação Aquela de Menor Custo nos 5 Cenários

Alternativas	Critérios	Cenários				
		$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$
$A_{49}$	$C_1$	+13.93%	+3.65%	+0.03%	+2.00%	+0.94%
	$C_2$	+100%	0%	0%	-4.08%	0%
$A_{72}$	$C_1$	+9.90%	+3.95%	+0.04%	+3.34%	+1.13%
	$C_2$	+100%	0%	0%	-6.24%	0%
$A_{61}$	$C_1$	+0.48%	+3.23%	+0.05%	+1.99%	+0.43%
	$C_2$	0%	0%	0%	-4.04%	0%

Fonte: Autor, 2018

Observe pelas comparações realizadas que a adoção da agregação proposta por Ekel et al. (2008, 2011) é capaz de contornar a dificuldade em lidar com múltiplos cenários, uma vez que permite o decisor vislumbrar quais as melhores alternativas de acordo com cada critério de DTISI. Todavia, na replicação da abordagem no contexto desta pesquisa, os resultados não foram tão atraentes, uma vez que as alternativas melhores classificadas possuíam elevado custo na função objetivo e ainda classificou bem algumas alternativas que apresentaram custos de déficit de energia (em MW).

Em uma análise preliminar, percebeu-se que com a adição do critério de distância ao plano de manutenção base ( $C_3$ ) os resultados pioraram. Os critérios DTISI sempre ranqueiam muito bem aquelas alternativas com os menores valores para  $C_3$ , independente do custo da função objetivo ( $C_1$ ) e déficit de energia ( $C_2$ ). Esta análise carece de mais

**Tabela 7.19.:** Diferenças entre as Três Melhores Alternativas Obtidas pelos Critérios DTSI MaxiMax, Hurwitz, Laplace e Savage em Relação Àquela de Menor Custo nos 5 Cenários

Alternativas	Critérios	Cenários				
		$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$
$A_{16}$	$C_1$	+10.22%	+4.88%	+0.43%	+3.81%	+2.01%
	$C_2$	+100%	0%	0%	-2.68%	0%
$A_{15}$	$C_1$	+10.24%	+5.01%	+0.36%	+5.31%	+2.05%
	$C_2$	+100%	0%	0%	-7.28%	0%
$A_{14}$	$C_1$	+4.34%	+4.85%	+0.38%	+4.83%	+1.86%
	$C_2$	+100%	0%	0%	-6.68%	0%

Fonte: Autor, 2018

simulações e comparações e está como proposta de estudos futuros, bem como algumas outras sugestões que foram propostas ao final de cada capítulo desta dissertação.

## 7.7. Considerações Finais

São muitas as incertezas presentes no processo decisório. Quanto mais alternativas e critérios, mais complexa é a escolha pela melhor alternativa. Os resultados apresentados ao longo deste capítulo permitem entender que não há uma metodologia única que pode ser empregada para obtenção de um resultado ótimo. A tomada de decisão robusta implica em um processo contínuo onde diferentes critérios, métodos e incertezas podem ser associados. No final é esperado que a correta modelagem das informações disponíveis deem destaque para a melhor alternativa, dentro do cenário esperado. Como apontado anteriormente, toda escolha implica em ganhos e perdas. O que se espera, neste caso, é que as perdas sejam as menores possíveis independente dos cenários futuros (de acordo com os critérios modelados e informações disponíveis, claro).

A tomada de decisão utilizando os métodos MCDM crisp permitem avaliar aqueles problemas numéricos (exatos) e indicam ao decisor as melhores alternativas. Quando estes problemas não são exatos ou lidam com a imprecisão humana, os conjuntos fuzzy

podem ser utilizados. Os fuzzy-métodos permitem transformar variáveis linguísticas ou números exatos em valores computáveis. O objetivo é o mesmo que dos crisp métodos: apoio ao decisor. Já as abordagens híbridas, com o mesmo objetivo que as anteriores, lidam com a combinação de métodos. Assim, de acordo com a preferência do decisor, complexidade do ambiente organizacional envolvido e disponibilidade de tempo para avaliar as alternativas, diferentes propostas podem ser empregadas. Mais sucintamente abordou-se o processo de agregação de múltiplos cenários, contemplando os critérios de DTSI MaxMin/Wald, MaxiMax/Máxima Ganância, Hurwitz/Realismo, Laplace ou Savage/Mínimo Arrependimento. Eles permitem lidar com a agregação de múltiplos cenários, mas, pelo menos preliminarmente, indicaram resultados piores que as abordagens anteriores.

## Capítulo 8.

# Conclusão e Propostas Futuras

*“That’s all Folks!”*

— Warner Bros

Todos nós somos tomadores de decisão. A todo momento estamos envolvidos com inúmeros problemas da vida real que demandam a escolha de uma solução que seja a mais vantajosa dentro daquele contexto. Toda escolha envolve perdas e ganhos. Ao escolher uma alternativa, deixa-se de lado o que as outras poderiam oferecer. Logo, é necessário pesar as vantagens e desvantagens das soluções alternativas em relação aos critérios para escolher a que vai trazer melhor benefício.

A teoria da decisão é uma abordagem que utiliza a informação disponível para auxiliar o decisor na escolha da melhor alternativa sob as condições de incerteza. São muitas as fontes de incerteza, seja na otimização numérica ou na tomada de decisão. Em otimização, Jin e Branke (2005) forneceram uma categorização para elas. Nesta dissertação, estendeu-se os conceitos para o contexto da tomada de decisão multicritério.

Alguns métodos que auxiliam à tomada de decisão multicritério foram revisados e descritos no capítulo 2. Há mais de uma dezena de métodos MCDM disponíveis na literatura. Propor um novo método multicritério não pareceu ser o caminho mais promissor. Os métodos existentes são facilmente implementáveis, simples e podem ser adaptados para inúmeras classes de problemas (inclusive projetos pessoais). Porém, dependendo da complexidade do problema, em número de alternativas e critérios, percebeu-se tanto na literatura quanto nos experimentos realizados que eles não classificam as alternativas

de forma muito similar. Para contornar este problema, muitas pesquisas têm focado em metodologias híbridas ou melhorias para os métodos existentes.

Sabe-se também que há muitas incertezas associadas no processo decisório. Elas foram identificadas e detalhadas no capítulo 3. Foi possível entender, principalmente, que as fontes destas incertezas variam especialmente pela participação, ou não, de decisores (como figura humana) no processo. Por um lado há as incertezas presentes na modelagem matemática exata/crisp ou modelo computacional. De outro, há as incertezas provenientes do ser humano na exposição das suas preferências. Por fim, dada a grande variedade de métodos, pode haver as incertezas mais gerais relacionadas a preferência por um método ou pela ordenação obtida.

Os conjuntos fuzzy propostos por Zadeh (1965) permitiram mensurar a incerteza epistêmica envolvida no processo decisório. FST e várias de suas extensões foram revisadas no capítulo 4. Conjuntos fuzzy não estacionários e conjuntos fuzzy tipo-2 se mostraram um promissor caminho para pesquisas, especialmente no que tange a avaliação e mensuração de avaliações de grupos de tomadores de decisão.

Estes métodos MCDM, crisp ou fuzzy, podem ser aplicados a uma vasta gama de problemas da Pesquisa Operacional. Dentre estes, deu-se destaque para os problemas de planejamento de manutenção de máquinas geradoras de energia combinados com despacho hidrotérmico. As investigações desta área visam otimizar o uso de recursos naturais para produção de energia. Mais de 400 artigos já foram publicados a este respeito Martínez et al. (2014). Esta classe de problemas é apresentada no capítulo 6. Também neste capítulo foram apresentadas as estratégias utilizadas para criar cenários futuros, cujos dados representam narrativas ou discursos de como o futuro pode variar. Por fim, propôs-se uma maneira de agregar as ordenações de múltiplos métodos MCDM e múltiplos cenários, de forma que incorpore o máximo de informação disponível sobre o problema e minimize as incertezas associadas.

A efetividade da proposta é apresentada através dos seus resultados e discussões no capítulo 7. Os resultados revelaram que diferentes métodos MCDM fornecem ao decisor diferentes ordenações. Isso pode gerar muita dúvida, caso não tivesse uma forma de agregar todos estes resultados. A alternativa indicada pelo processo de agregação não correspondeu, necessariamente, à primeira alternativa indicada pelos métodos MCDM. Porém, ela representou bons resultados comparados à alternativa de menor custo. Estas constatações permitiram vislumbrar uma nova perspectiva para aplicação de múltiplos métodos e múltiplos cenários: através da agregação dos rankings. Esta estratégia ainda



dá possibilidades de se trabalhar melhor os cenários, variar os parâmetros que sejam interessantes para as companhias geradoras, incluir novos critérios adicionais ou alterar o peso de importância dos mesmos.

Entendeu-se que há muitas limitações nesta pesquisa, bem como muitos caminhos promissores de pesquisa. Estes tópicos são descritos a seguir em 8.1 e 8.2.

## 8.1. Limitações da Pesquisa

Algumas limitações foram indicadas anteriormente no final dos capítulos, conforme disposto em 2.8.1, 3.4.1 e 4.11.1. Além disso, outras considerações se fazem importantes.

Os resultados apresentados indicam algumas limitações. Por um lado, eles simulam um problema realístico de uma companhia de energia colombiana. O modelo matemático proposto contempla a combinação de problema de planejamento de máquinas geradoras de energia combinados com despacho hidrotérmico. É indubitável a necessidade de boa utilização dos recursos naturais nos dias de hoje. Assim, alguns cenários foram modelados de forma que representassem narrações ou discursos de acontecimentos futuros, dadas as variações destes parâmetros. Porém, mesmo considerando a população inicial do algoritmo genético e interrompendo a execução do algoritmo antes da convergência, os dados não possuíam grande variação. Por isso, entendeu-se que os cenários possuem muitos dados em comum (especialmente no critério déficit de energia). Contudo, o autor defende que, mesmo assim, os resultados apontaram para as melhores alternativas em todos os cenários. Isto foi claro nas comparações finais, onde os ganhos das melhores alternativas se sobressaíram em praticamente todos os cenários.

Foi visto que há muitos métodos multicritério disponíveis. Limitou-se ao uso de apenas alguns deles, tanto sobre descrição, na revisão da literatura, quanto no emprego deles nos experimentos realizados. Outros métodos poderiam ter sido utilizados, como os da categoria de sobreclassificação: Família Electre e Família Promethee.

Considerou-se que o universo dos conjuntos fuzzy, especialmente suas extensões e variações, foram muito pouco explorados nesta dissertação. Aplicações com conjuntos fuzzy intuicionistas e pitagóricos, conjuntos fuzzy tipo-2, especialmente intervalares e conjuntos fuzzy não-estacionários ainda não foram realizadas (embora alguns implementados). O autor defendem que o processo de pesquisa é contínuo. Logo, aplicações

mais complexas como essas antes mencionadas demandam mais tempo para análise vislumbrando possíveis contribuições para a sociedade, as quais serão feitas. A propósito, caminhos para pesquisas futuras são dispostos a seguir na seção 8.2.

## 8.2. Futuras Investigações

Algumas direções de pesquisa já foram apontadas anteriormente, como nos itens 2.8.2, 3.4.2 e 4.11.2.

Boa parte da literatura especializada tem focado em metodologias híbridas e/ou considerando a lógica fuzzy. Como visto, fuzzy possui inúmeras extensões e sua aplicabilidade cresce a cada dia. Além disso, a relação com as incertezas em teoria da decisão é um caminho promissor a se seguir, uma vez que os problemas práticos da vida real encontram-se em complexos contextos.

Acredita-se que pontos que lidam com a lógica fuzzy podem ser explorados: relação da tomada de decisão multicritério e incertezas em cenários futuros com a “computação com palavras - CWW”, aplicações em redes inteligentes (*smart grids*), z-números, lógica neutrosófica etc.

Além disso, acredita-se que há investigações no que tange as incertezas peculiares de cada cenário, como as indicações feitas recentemente por Hashemkhani Zolfani et al. (2016). Há caminhos, talvez promissores, em tomada de decisão em grupo. E há caminhos, talvez promissores também, em investigações de sensibilidade dos métodos como indicado por Leoneti (2016).

### 8.3. Publicações e Submissões

Os seguintes artigos foram publicados ao longo do Mestrado:

#### Publicações

1. **Alves, M. A.**; Guimarães, F. G.; Ramirez, M. V.; Escobar, A. H.. Linear Programming and Genetic Algorithm for Generation Maintenance Scheduling and Hydrothermal Dispatch considering Uncertainties in Multicriteria Decision Making. **XLIX Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional**. Blumenau/Santa Catarina, 2017.
2. **Alves, M. A.**; Guimarães, F. G.. Fuzzy Multi-Criteria Decision Making Methods with Uncertainty Scenarios. **XIII Congresso Brasileiro de Inteligência Computacional**, 2017, Rio de Janeiro/RJ.
3. Silva, P. C. L. E.; **Alves, M. A.**; Severiano Junior, C. A.; Vieira, G. L.; Guimarães, F. G.; Sadaei, H. J.. Probabilistic Forecasting with Seasonal Ensemble Fuzzy Time-Series. **XIII Congresso Brasileiro de Inteligência Computacional**, 2017, Rio de Janeiro/RJ.
4. **Alves, M. A.**; Silva, P. C. L.; Severiano Junior, C. A.; Vieira, G. L.; Guimaraes, F. G.; Javedani Sadaei, H.. An extension of nonstationary fuzzy sets to heteroskedastic fuzzy time series. In: **26th European Symposium on Artificial Neural Networks, Computational Intelligence and Machine Learning (ESANN)**, 2018, Bruges. Proceedings of ESANN 2018. Bruges, 2018. v. 1. p. 591-596.



# Apêndice A.

## Apêndices

### A.1. Valores Alcançados pelas 80 Soluções Alternativas nos 5 Cenários pela Aplicação do GACB

**Tabela A.1.:** Valores Alcançados pelas 80 Soluções Alternativas nos 5 Cenários pela Aplicação do GACB

$A_n$	$S_1$		$S_2$		$S_3$		$S_4$		$S_5$		$S_{all}$
	$C_1$	$C_2$	$C_1$	$C_2$	$C_1$	$C_2$	$C_1$	$C_2$	$C_1$	$C_2$	$C_3$
1	1.224.734,500	0,000	7.132.964,500	22.044,988	1.472.930,000	81.328,208	1.366.934,625	18.763,250	865.804,250	0,000	393
2	1.218.879,625	0,000	7.127.141,000	22.044,988	1.470.220,750	81.328,056	1.346.907,250	18.327,938	860.956,625	0,000	311
3	1.207.353,875	0,000	7.107.905,500	22.044,988	1.452.651,250	81.328,096	1.344.908,875	17.608,250	855.194,625	0,000	407
4	1.214.833,125	0,000	7.122.344,000	22.044,988	1.464.998,000	81.328,072	1.354.278,875	19.061,750	858.985,313	0,000	314
5	1.229.980,000	0,000	7.136.893,500	22.044,988	1.481.960,375	81.328,072	1.378.913,500	19.040,938	867.781,188	0,000	253
6	1.208.956,875	0,000	7.107.905,000	22.044,988	1.450.806,625	81.328,160	1.325.575,625	19.021,750	855.137,250	0,000	233
7	1.216.797,375	0,000	7.181.284,000	21.852,488	1.465.072,375	81.327,912	1.344.680,625	20.471,875	860.618,375	0,000	323
8	1.212.314,250	0,000	7.166.965,000	22.044,98,	1.461.382,125	81.327,992	1.400.632,500	18.432,063	858.281,688	0,000	336
9	1.215.905,500	0,000	7.254.401,000	22.044,988	1.461.303,750	81.328,000	1.382.543,750	19.132,438	860.111,438	0,000	314
10	1.209.599,875	0,000	7.197.456,500	22.044,988	1.453.385,750	81.328,064	1.352.896,250	19.806,000	857.891,250	0,000	389
11	1.210.706,000	0,000	7.158.482,000	22.044,988	1.458.036,375	81.327,992	1.362.728,500	18.316,750	858.671,000	0,000	220
12	1.212.147,375	0,000	7.280.093,500	22.044,988	1.453.689,750	81.327,992	1.374.622,125	19.025,000	857.306,188	0,000	282
13	1.230.436,125	0,000	7.136.581,500	22.044,988	1.478.693,125	81.328,192	1.342.081,250	20.100,938	866.613,688	0,000	99
14	1.262.074,750	145,812	7.134.753,000	22.044,988	1.482.783,750	81.328,208	1.356.627,000	19.645,250	871.319,500	0,000	89
15	1.345.104,375	546,200	7.133.113,500	22.044,988	1.485.346,750	81.328,208	1.363.557,250	19.534,438	873.010,938	0,000	76
16	1.344.828,500	546,200	7.138.065,500	22.044,988	1.483.253,625	81.328,264	1.342.268,875	20.411,000	872.713,750	0,000	37
17	1.226.997,625	0,000	7.131.915,000	22.044,988	1.479.117,750	81.328,072	1.322.145,125	20.890,938	866.779,625	0,000	270
18	1.232.896,000	0,000	7.141.098,500	22.044,988	1.475.232,875	81.328,344	1.349.348,500	19.743,250	868.236,875	0,000	125
19	1.245.466,875	104,773	7.129.450,000	22.044,988	1.461.435,125	81.328,464	1.344.848,750	20.106,000	866.215,563	0,000	106
20	1.245.538,250	142,200	7.174.294,500	22.044,988	1.456.089,625	81.328,168	1.365.367,625	19.759,938	860.311,438	0,000	320
21	1.313.536,375	436,200	7.123.121,000	22.044,988	1.473.121,250	81.328,264	1.324.159,500	19.984,500	866.779,625	0,000	373
22	1.294.402,125	362,200	7.116.458,000	22.044,988	1.460.433,375	81.328,352	1.320.307,500	20.076,750	866.860,438	0,000	318
23	1.222.163,000	0,000	7.120.572,000	22.044,988	1.473.013,625	81.328,096	1.323.404,375	19.430,750	864.724,188	0,000	333
24	1.219.707,875	0,000	7.141.621,000	22.044,988	1.467.771,125	81.328,112	1.380.188,250	19.108,438	861.294,813	0,000	406
25	1.216.893,875	0,000	7.122.354,500	22.044,988	1.460.370,375	81.328,288	1.345.540,125	20.107,875	860.290,000	0,000	344
26	1.209.193,500	0,000	7.164.563,000	22.044,988	1.458.108,625	81.327,968	1.371.698,250	18.795,750	859.092,125	0,000	381

*Continua na próxima página*

Tabela A.1 – *Continua na página anterior*

27	1.212.471,625	0,000	7.119.163,500	22.044,988	1.410.912,000	81.329,328	1.340.830,500	20.340,438	856.928,125	0,000	303
28	1.236.651,250	109,433	7.117.939,000	22.044,988	1.455.844,625	81.328,328	1.382.632,125	18.563,438	859.433,813	0,000	333
29	1.229.980,250	35,812	7.128.264,500	22.044,988	1.475.122,125	81.328,104	1.379.416,625	18.621,250	863.324,438	0,000	408
30	1.233.171,250	0,000	7.297.733,000	22.044,988	1.473.768,625	81.328,104	1.385.957,500	19.458,750	862.693,750	0,000	274
31	1.277.572,250	305,773	7.107.513,500	22.044,988	1.451.595,000	81.328,416	1.318.498,500	20.447,750	864.280,938	0,000	340
32	1.291.960,000	297,273	7.129.818,000	22.044,988	1.461.216,750	81.328,696	1.378.140,875	19.899,500	872.618,438	0,000	314
33	1.335.558,750	540,933	7.131.198,500	22.044,988	1.462.752,375	81.328,448	1.341.256,500	19.970,750	869.391,750	0,000	370
34	1.224.581,250	0,000	7.128.997,500	22.044,988	1.476.878,500	81.328,072	1.312.966,250	20.138,938	866.820,375	0,000	285
35	1.240.402,750	32,200	7.134.701,500	22.044,988	1.456.674,000	81.328,824	1.384.956,625	19.602,438	870.497,938	0,000	333
36	1.267.142,125	278,273	7.115.355,500	22.044,988	1.454.740,250	81.328,264	1.312.614,250	19.650,250	858.835,313	0,000	306
37	1.355.295,750	599,773	7.124.395,000	22.044,988	1.453.867,000	81.328,880	1.370.754,500	20.113,250	875.884,125	0,000	377
38	1.507.216,250	1.379,700	7.110.827,500	22.044,988	1.471.748,125	81.328,256	1.291.146,125	20.957,375	869.493,375	0,000	363
39	1.464.693,375	1.163,312	7.117.130,500	22.044,988	1.473.458,750	81.328,160	1.349.956,875	19.860,500	871.843,625	0,000	367
40	1.230.385,375	0,000	7.134.530,000	22.044,988	1.480.385,250	81.328,208	1.343.704,375	19.448,250	870.128,438	0,000	305
41	1.230.132,000	0,000	7.138.558,000	22.044,988	1.471.613,750	81.328,440	1.358.797,125	20.183,250	871.637,438	0,000	253
42	1.269.169,375	169,700	7.228.598,500	22.044,988	1.470.918,000	81.328,336	1.375.183,875	20.026,250	870.196,500	0,000	470
43	1.475.337,625	1.206,200	7.122.365,000	22.044,988	1.420.334,250	81.329,544	1.344.300,500	20.608,750	869.990,000	0,000	299
44	1.427.354,500	984,273	7.108.152,000	22.044,988	1.439.545,750	81.329,016	1.322.645,250	21.168,188	871.705,813	0,000	304
45	1.506.774,375	1.379,700	7.116.365,000	22.044,988	1.446.016,250	81.328,776	1.346.260,625	20.259,000	868.979,563	0,000	386
46	1.407.018,375	910,773	7.123.315,000	22.044,988	1.461.956,625	81.328,384	1.341.561,625	20.320,250	867.310,250	0,000	297
47	1.292.894,875	362,200	7.118.069,000	22.044,988	1.472.097,875	81.328,096	1.316.648,500	20.274,938	861.865,500	0,000	262
48	1.231.375,500	0,000	7.175.786,500	22.044,988	1.478.090,625	81.328,016	1.383.418,750	19.219,438	864.662,938	0,000	341
49	1.402.725,375	912,200	7.109.858,000	22.044,988	1.464.297,875	81.327,968	1.317.465,750	20.135,750	863.277,125	0,000	324
50	1.224.680,375	0,000	7.149.243,000	22.044,988	1.467.770,875	81.328,256	1.313.248,625	20.635,938	865.135,875	0,000	358
51	1.234.930,750	0,000	7.142.967,500	22.044,988	1.477.751,875	81.328,352	1.345.543,125	19.940,250	873.703,875	0,000	329
52	1.294.844,750	362,200	7.132.807,000	22.044,988	1.474.571,625	81.327,912	1.378.704,500	18.501,000	864.204,688	0,000	309
53	1.222.157,250	0,000	7.133.832,000	22.044,988	1.463.580,125	81.328,296	1.370.394,250	19.810,750	863.760,000	0,000	412
54	1.213.756,625	0,000	7.110.978,000	22.044,988	1.439.882,375	81.328,696	1.329.272,625	19.964,250	860.544,563	0,000	413

*Continua na próxima página*

Tabela A.1 – *Continua na página anterior*

55	1.222.636,750	0,000	7.119.234,000	22.044,988	1.468.221,750	81.328,296	1.340.769,250	19.433,438	866.785,000	0,000	285
56	1.225.449,125	0,000	7.133.594,500	22.044,988	1.473.614,250	81.328,208	1.350.973,375	19.514,125	866.773,875	0,000	373
57	1.242.870,375	156,950	7.112.150,000	22.044,988	1.455.879,250	81.328,168	1.330.960,375	19.625,750	859.595,500	0,000	374
58	1.301.184,500	373,111	7.190.827,000	22.044,988	1.469.171,875	81.328,072	1.335.662,250	20.627,438	865.208,188	0,000	304
59	1.472.485,500	1.213,272	7.121.245,000	22.044,988	1.468.110,875	81.328,296	1.349.141,750	18.981,938	869.527,938	0,000	357
60	1.220.985,875	0,000	7.127.296,000	22.044,988	1.451.388,000	81.328,656	1.329.265,000	20.272,250	862.696,813	0,000	405
61	1.213.162,875	0,000	7.110.888,000	22.044,988	1.457.998,500	81.328,248	1.317.397,000	20.143,438	858.789,250	0,000	375
62	1.228.248,500	0,000	7.133.669,000	22.044,988	1.476.594,000	81.328,160	1.329.512,500	19.753,938	871.092,938	0,000	375
63	1.367.729,000	709,773	7.128.727,000	22.044,988	1.469.157,125	81.328,352	1.334.160,375	20.085,938	866.413,563	0,000	333
64	1.221.365,750	0,000	7.234.229,000	22.044,988	1.467.217,250	81.328,056	1.335.568,250	19.611,750	862.602,500	0,000	294
65	1.224.877,000	0,000	7.132.943,500	22.044,988	1.451.371,000	81.328,728	1.368.067,625	19.310,938	865.528,063	0,000	266
66	1.216.715,375	0,000	7.121.195,000	22.044,988	1.436.611,250	81.328,872	1.332.110,375	20.284,125	863.718,000	0,000	306
67	1.353.118,375	609,700	7.134.387,500	22.044,988	1.474.470,125	81.328,336	1.371.139,125	19.038,250	868.540,313	0,000	375
68	1.241.308,375	0,000	7.221.122,000	22.044,988	1.485.169,000	81.328,160	1.399.106,375	19.403,438	869.825,000	0,000	295
69	1.218.602,625	0,000	7.120.950,000	22.044,988	1.463.530,000	81.328,208	1.358.758,000	18.928,750	861.073,625	0,000	343
70	1.216.392,750	0,000	7.118.469,000	22.044,988	1.463.449,750	81.328,208	1.325.712,000	19.813,438	860.307,063	0,000	401
71	1.217.057,000	0,000	7.142.073,000	22.044,988	1.465.754,000	81.328,104	1.357.414,125	20.006,063	861.693,688	0,000	362
72	1.340.026,625	582,200	7.110.368,000	22.044,988	1.469.002,125	81.328,208	1.335.803,250	19.726,938	864.934,813	0,000	330
73	1.256.578,625	173,312	7.118.167,500	22.044,988	1.434.958,625	81.328,992	1.318.665,875	20.957,750	866.092,375	0,000	370
74	1.339.468,375	540,933	7.245.782,000	22.044,988	1.432.377,375	81.328,936	1.416.001,000	18.593,188	864.620,250	0,000	451
75	1.220.795,500	0,000	7.135.768,500	22.044,988	1.459.734,500	81.328,360	1.369.179,750	19.513,250	863.764,188	0,000	312
76	1.451.859,250	1.105,322	7.117.457,000	22.044,988	1.468.741,875	81.328,264	1.384.659,875	19.298,750	871.312,875	0,000	342
77	1.440.636,375	1.022,200	7.126.701,500	22.044,988	1.465.075,125	81.328,648	1.315.911,875	20.730,250	873.751,063	0,000	324
78	1.219.239,750	0,000	7.122.881,000	22.044,988	1.467.219,625	81.328,208	1.358.710,625	18.588,250	862.533,750	0,000	337
79	1.234.292,250	0,000	7.194.046,500	22.044,988	1.443.201,500	81.328,952	1.362.462,625	20.192,438	869.759,000	0,000	339
80	1.216.115,125	0,000	7.118.994,500	22.044,988	1.456.124,000	81.328,304	1.347.721,500	18.936,938	859.634,813	0,000	333



## A.2. Ranking Completo das 80 Soluções Alternativas nos 3 Cenários pela Aplicação dos MCDM Crisp

**Tabela A.2.:** Ranking das Soluções Alternativas em cada Cenário Obtidos pela Aplicação dos MCDM Crisp

$A_n$	$M_1$			$M_2$			$M_3$			$M_4$			$M_5$		
	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_1$	$S_2$	$S_3$
1	43	54	50	23	35	38	67	71	71	40	59	44	39	70	72
2	21	39	20	8	22	11	34	23	23	16	39	21	18	29	25
3	19	5	2	35	59	37	72	74	73	13	7	12	41	73	69
4	13	29	9	14	12	15	37	25	26	8	29	7	20	31	26
5	18	51	51	33	45	53	8	2	2	28	53	56	5	9	9
6	2	2	1	44	65	76	3	6	6	1	2	1	4	8	8
7	20	1	18	3	70	9	39	37	35	12	1	20	22	34	34
8	12	68	7	20	66	13	46	47	46	7	68	5	26	48	40
9	14	79	15	7	78	4	36	28	27	10	78	15	21	38	28
10	28	73	6	28	73	17	65	70	69	14	73	10	38	71	64
11	1	66	5	40	63	42	1	8	8	2	66	4	3	7	7
12	3	78	4	29	79	50	17	9	9	4	79	2	10	18	14
13	40	60	55	38	48	64	76	31	30	3	41	48	1	4	4
14	52	56	72	53	46	75	78	32	32	50	35	71	48	3	3
15	64	38	68	66	43	79	79	34	34	64	32	77	61	2	2
16	63	46	60	67	52	80	80	38	36	63	37	76	58	1	1
17	4	26	42	27	30	49	11	5	5	26	45	50	8	13	15

*Continua na próxima página*

Tabela A.2 – *Continua na página anterior*

18	45	62	63	43	53	68	64	27	25	6	50	57	2	6	6
19	49	44	52	51	29	59	77	30	29	48	24	46	47	5	5
20	51	69	17	50	68	5	38	33	33	51	69	18	51	37	32
21	62	34	54	62	17	45	55	61	64	62	36	51	64	62	63
22	60	14	56	59	23	43	30	29	31	60	14	54	62	33	35
23	27	28	38	16	7	31	44	43	43	30	25	39	25	43	42
24	41	63	24	10	55	14	70	75	75	36	64	23	43	75	74
25	16	32	16	2	15	6	54	53	53	21	33	16	30	51	45
26	26	67	12	30	64	3	63	68	68	11	67	9	37	69	60
27	5	17	3	26	1	46	32	16	16	5	17	3	14	21	19
28	48	19	11	46	5	2	43	41	41	49	18	11	50	41	37
29	47	47	33	37	27	25	71	76	76	46	48	31	49	76	77
30	15	77	26	39	80	24	12	7	7	33	80	28	9	16	13
31	56	4	36	56	60	30	41	48	49	56	4	36	57	47	48
32	57	42	77	57	28	71	28	26	28	57	44	75	56	32	39
33	65	43	64	63	31	55	52	60	60	65	51	60	65	60	65
34	9	27	46	22	25	48	18	11	11	23	42	53	12	15	17
35	46	55	70	48	40	63	42	45	45	47	54	68	46	45	50
36	55	13	8	54	33	18	27	20	19	55	11	6	55	22	20

*Continua na próxima página*

Tabela A.2 – *Continua na página anterior*

37	69	36	80	69	19	77	50	67	67	68	38	80	68	67	73
38	79	8	67	79	51	56	13	56	57	79	8	61	79	56	59
39	76	16	75	76	13	70	22	58	58	76	19	74	77	58	66
40	31	49	62	32	36	62	31	18	20	34	52	66	17	26	31
41	17	52	61	34	47	72	7	1	1	29	57	72	6	10	11
42	54	76	76	55	75	65	75	80	80	54	76	67	54	80	80
43	77	20	58	78	11	61	2	15	15	77	26	65	76	19	27
44	73	3	71	73	62	69	6	17	18	73	3	73	73	20	33
45	80	21	66	80	18	54	20	69	70	80	20	59	80	68	71
46	71	22	49	72	14	51	5	14	14	72	30	55	71	17	21
47	58	11	23	58	20	20	4	3	3	58	13	25	59	11	10
48	36	70	39	36	69	32	51	51	50	41	70	38	31	52	49
49	72	6	30	71	58	23	15	35	37	71	5	30	72	35	36
50	35	65	44	21	61	35	56	55	55	35	65	41	32	55	55
51	42	64	78	42	54	73	40	39	39	43	62	78	24	40	51
52	59	45	35	60	32	29	24	22	22	59	49	35	60	27	29
53	37	58	34	17	39	28	73	78	78	39	61	33	45	78	78
54	30	12	21	13	49	10	74	77	77	31	12	19	44	77	76
55	8	15	45	19	2	47	19	10	10	18	15	52	11	14	16

*Continua na próxima página*

Tabela A.2 – *Continua na página anterior*

56	34	50	53	25	37	44	60	63	63	38	56	49	35	64	62
57	50	10	14	49	44	1	59	62	61	52	10	13	52	61	58
58	61	71	40	61	71	36	21	19	17	61	71	42	63	28	24
59	78	33	69	77	10	57	16	54	54	78	31	62	78	54	57
60	44	48	29	12	24	21	69	73	74	37	47	29	42	74	75
61	22	9	10	18	50	8	62	64	62	20	9	8	34	63	56
62	38	53	74	31	38	66	61	65	66	42	58	69	36	65	68
63	70	40	48	70	26	41	26	44	44	70	43	47	70	44	44
64	10	75	27	15	76	22	25	12	12	17	75	27	13	25	18
65	6	35	37	24	34	40	10	4	4	19	46	43	7	12	12
66	7	25	31	5	6	27	33	21	21	9	23	32	16	24	23
67	68	57	59	68	41	52	49	66	65	69	60	58	69	66	67
68	32	74	57	47	74	60	23	13	13	45	74	64	15	23	22
69	23	30	22	6	8	12	53	52	51	25	28	22	28	50	46
70	33	37	19	1	3	7	68	72	72	32	27	17	40	72	70
71	24	61	25	4	56	16	57	57	56	27	63	24	33	57	54
72	67	7	41	64	57	33	29	40	40	67	6	40	66	39	41
73	53	23	47	52	4	39	58	59	59	53	22	45	53	59	61
74	66	80	43	65	77	34	66	79	79	66	77	37	67	79	79

*Continua na próxima página*

Tabela A.2 – *Continua na página anterior*

75	29	59	32	11	42	26	35	24	24	22	55	34	19	30	30
76	75	18	73	75	9	67	14	50	52	75	16	70	75	49	53
77	74	41	79	74	21	74	9	36	38	74	40	79	74	36	47
78	25	31	28	9	16	19	48	46	47	24	34	26	27	46	43
79	39	72	65	41	72	58	47	49	48	44	72	63	29	53	52
80	11	24	13	45	67	78	45	42	42	15	21	14	23	42	38

### A.3. Ranking das 80 Soluções Alternativas nos 5 Cenários pela Aplicação dos Fuzzy-MCDM

**Tabela A.3.:** Ranking das Soluções Alternativas em cada Cenário Obtidos pela Aplicação dos Fuzzy-MCDM

$A_n$	$M_1$					$M_2$					$M_3$					$M_4$					$M_5$				
	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$
1	51	51	51	24	50	45	56	53	13	48	45	42	41	12	42	43	52	54	7	47	51	51	52	17	50
2	12	16	22	2	20	16	24	20	1	14	8	18	15	2	20	16	25	20	1	13	13	19	28	3	20
3	29	15	14	1	4	51	17	51	2	20	21	7	4	1	2	48	10	42	2	16	37	12	5	1	5
4	9	8	28	10	8	18	11	28	6	6	5	9	28	8	7	17	16	29	6	6	11	11	34	14	8
5	24	14	61	34	46	8	33	31	18	47	31	25	64	41	50	7	38	40	19	50	21	21	60	37	47
6	2	18	1	3	1	6	2	6	3	1	2	19	1	3	1	5	2	6	4	1	5	14	3	6	1
7	20	3	16	68	22	31	13	1	68	22	14	4	65	68	22	30	8	1	73	21	22	1	1	71	23
8	13	6	67	49	13	24	10	66	41	12	11	8	67	42	15	24	11	66	31	10	15	8	67	27	13
9	10	11	78	46	9	49	14	78	32	7	6	14	78	48	10	18	17	77	21	7	12	13	77	43	9
10	21	9	73	53	6	38	6	73	44	13	16	5	72	55	5	37	5	74	40	14	28	10	73	57	6
11	1	1	65	4	5	3	1	47	4	2	1	1	68	4	6	3	1	52	3	2	2	4	65	5	4
12	6	2	79	41	3	15	3	79	25	4	4	3	79	44	3	15	3	79	22	4	8	5	79	42	3
13	3	26	33	13	31	1	39	7	30	38	28	47	59	36	47	1	39	7	39	38	1	31	22	13	29
14	25	24	5	16	54	5	31	3	21	62	52	48	25	37	60	6	35	3	28	63	6	26	17	19	53
15	63	32	3	15	64	63	66	2	17	74	67	51	18	34	66	64	63	2	15	73	58	35	16	15	63
16	62	19	18	25	48	62	27	5	48	63	66	46	57	47	59	63	30	4	62	59	55	9	15	4	48
17	32	20	19	42	49	11	43	14	69	49	33	23	30	52	51	10	44	17	76	51	26	23	21	36	49

*Continua na próxima página*



Tabela A.3 – *Continua na página anterior*

18	4	56	35	18	34	2	65	8	20	37	29	62	56	40	49	2	62	9	29	42	3	61	57	31	32
19	7	37	6	22	23	4	18	4	37	24	48	56	14	43	37	4	19	5	43	28	4	37	18	30	22
20	46	30	71	65	15	40	9	71	50	15	49	28	71	66	17	46	13	71	46	15	46	30	70	70	15
21	66	50	49	43	59	64	58	50	47	56	62	39	29	39	56	62	53	50	53	56	66	52	54	44	59
22	60	58	10	14	57	61	36	11	36	55	61	58	12	23	55	61	33	11	45	55	62	60	13	12	57
23	22	22	41	7	45	29	34	40	7	43	20	17	38	6	43	29	32	41	14	45	23	22	40	9	44
24	37	31	66	63	30	52	53	67	43	34	26	21	63	51	24	50	41	67	26	36	45	27	66	54	31
25	16	35	39	51	12	27	23	36	46	11	13	32	31	57	14	25	23	36	56	9	16	39	42	55	12
26	19	4	68	27	16	36	4	68	15	16	15	2	66	15	12	36	4	68	11	18	27	6	68	18	16
27	5	79	30	62	2	13	79	23	64	3	3	79	40	61	4	12	79	24	69	3	7	3	25	63	2
28	40	54	46	35	10	37	19	45	19	9	50	55	50	26	9	45	18	47	16	11	40	48	36	28	10
29	52	36	58	45	40	53	68	63	28	45	47	27	24	25	33	53	66	62	20	44	53	34	59	35	40
30	30	13	80	70	24	10	26	80	57	23	32	16	80	74	26	11	24	80	38	23	24	16	80	69	24
31	54	39	4	33	35	54	7	15	53	31	56	45	3	31	32	56	6	12	66	30	54	38	2	34	34
32	61	72	26	73	73	56	69	26	60	72	57	70	23	75	74	54	67	25	48	74	61	77	33	74	73
33	65	61	50	57	69	66	45	55	58	67	63	59	34	56	69	66	37	53	61	67	65	64	55	58	70
34	39	25	25	12	55	22	52	21	34	53	37	24	19	21	53	23	50	21	44	53	35	24	31	11	55
35	43	77	45	79	68	33	76	44	77	66	46	76	47	79	67	34	75	46	57	66	42	79	37	79	68
36	53	23	7	5	7	47	5	10	14	5	55	22	11	7	8	51	7	10	27	5	52	25	10	7	7

*Continua na próxima página*

Tabela A.3 – *Continua na página anterior*

37	69	76	47	77	80	68	77	48	74	80	68	75	22	78	80	68	76	49	67	80	69	80	53	78	80
38	80	49	13	30	71	80	55	42	73	70	80	36	8	24	68	80	51	31	75	68	80	50	9	2	71
39	79	55	57	58	76	76	61	60	45	76	76	49	55	59	76	76	55	60	42	76	79	54	46	60	76
40	36	48	32	11	63	21	67	24	9	61	36	50	43	10	63	21	65	27	18	62	32	55	24	21	64
41	26	59	60	55	67	7	48	30	54	68	30	60	62	65	72	8	49	38	58	70	20	63	61	61	67
42	57	65	75	80	75	57	72	76	79	75	54	63	75	80	71	57	68	76	74	71	63	74	76	80	75
43	77	80	24	64	62	77	80	19	66	60	77	80	26	63	62	77	80	19	71	61	76	57	27	67	62
44	72	75	2	72	72	71	71	9	80	71	71	78	2	73	73	71	77	8	80	72	72	75	4	72	72
45	76	69	15	59	70	79	54	33	59	69	79	68	13	60	70	79	58	32	63	69	77	71	14	59	69
46	51	53	23	61	52	72	28	17	65	51	72	53	21	62	52	72	29	18	70	52	71	58	23	64	52
47	56	10	21	8	14	58	21	12	35	8	59	15	42	16	19	58	22	16	41	8	56	15	19	10	14
48	44	28	70	69	42	32	59	70	51	40	41	33	70	70	44	31	57	70	30	43	41	28	71	66	42
49	73	5	9	17	33	73	12	18	39	30	73	6	5	20	29	73	9	14	47	32	73	7	6	16	35
50	47	44	63	56	44	35	49	62	76	42	42	35	60	49	40	35	47	63	78	39	47	46	63	49	45
51	45	63	62	54	78	34	73	61	56	78	40	64	58	58	78	33	73	61	60	78	43	73	62	56	78
52	59	7	29	31	29	60	46	25	16	28	60	11	37	28	31	60	36	28	12	27	60	2	32	23	30
53	38	46	59	74	41	50	38	64	62	44	27	34	48	72	35	49	31	64	50	40	44	42	58	75	41
54	33	67	17	48	32	49	42	49	55	35	25	67	9	35	25	47	56	45	59	33	39	67	12	50	33
55	42	40	31	9	56	23	40	27	8	54	38	43	39	9	54	22	40	30	17	54	36	41	29	20	56

*Continua na próxima página*

Tabela A.3 – *Continua na página anterior*

56	50	52	53	40	60	46	60	56	31	57	44	40	45	29	57	44	54	57	24	57	50	53	50	48	60
57	48	34	12	28	17	48	16	34	27	17	51	29	10	18	13	52	14	26	35	20	48	33	11	33	17
58	58	12	69	66	38	58	25	69	70	36	58	12	69	69	39	59	26	69	72	37	59	18	69	68	38
59	78	47	42	19	66	78	50	46	10	65	78	44	35	11	65	78	48	48	8	65	78	47	45	24	66
60	31	70	48	44	39	43	63	57	52	39	24	69	17	30	36	41	61	51	54	34	34	72	56	45	39
61	23	29	11	26	18	39	15	32	40	18	19	20	7	22	16	38	15	22	49	19	29	32	8	22	18
62	49	60	52	23	77	44	70	52	23	77	43	52	46	17	77	42	70	55	33	77	49	62	49	29	77
63	68	62	36	37	47	70	64	37	42	46	70	61	20	38	45	70	60	35	51	46	68	68	43	39	46
64	11	17	76	32	28	12	29	75	29	27	9	13	76	33	30	13	28	75	36	26	10	20	75	38	27
65	34	64	20	38	37	9	32	13	24	33	34	66	33	46	38	9	42	15	23	35	25	65	20	47	37
66	8	68	27	50	26	14	37	22	61	25	7	72	32	53	27	14	64	23	68	24	9	56	30	52	26
67	70	66	54	39	61	69	78	54	22	58	69	65	49	27	58	69	74	56	13	58	70	76	47	40	61
68	35	45	74	78	58	20	51	74	71	59	35	54	74	76	61	20	59	73	52	60	30	49	74	76	58
69	17	33	40	20	21	25	20	38	11	19	17	30	36	13	21	26	21	37	9	17	18	36	39	25	21
70	24	38	56	29	19	41	30	59	26	21	22	31	52	19	18	39	27	59	34	22	31	40	51	32	19
71	28	21	64	71	25	42	22	65	63	29	23	10	61	71	23	40	20	65	64	29	33	17	64	73	25
72	64	42	8	36	43	65	44	16	33	41	65	41	6	32	41	65	45	13	37	41	64	44	7	41	43
73	55	78	55	60	51	55	74	58	78	50	53	77	53	50	46	55	78	58	79	48	57	70	48	51	51
74	67	71	77	76	53	67	57	77	67	52	64	73	77	64	48	67	71	78	55	49	67	66	78	62	54

*Continua na próxima página*

Tabela A.3 – *Continua na página anterior*

75	14	57	37	47	27	17	35	29	38	26	10	57	51	54	28	19	34	33	25	25	14	59	26	53	28
76	74	41	44	67	74	75	41	39	49	73	75	38	54	67	75	75	43	43	32	75	74	43	35	65	74
77	75	74	34	52	79	74	75	41	75	79	74	71	16	45	79	74	69	39	77	79	75	78	44	46	79
78	18	43	38	6	36	26	47	35	5	32	18	37	27	5	34	27	46	34	5	31	19	45	41	8	36
79	41	73	72	75	65	30	62	72	72	64	39	74	73	77	63	32	72	72	65	64	38	69	72	77	65
80	15	27	43	21	11	28	8	43	12	10	12	26	44	14	11	28	1	44	10	12	17	29	38	26	11

#### A.4. Ranking Completo das 80 Soluções Alternativas nos 5 Cenários pela Aplicação dos Critérios de DTSI

**Tabela A.4.:** Ranking Completo das 80 Soluções Alternativas nos 5 Cenários pela Aplicação dos Critérios de DTSI

Ranking	Wald	MaxiMax	Hurwitz	Laplace	Savage
1	49	16	16	16	16
2	72	15	15	15	15
3	61	14	14	14	14
4	54	13	13	13	13
5	57	19	19	19	19
6	76	18	18	18	18
7	73	11	11	65	65
8	70	6	6	11	11
9	80	41	5	6	55
10	55	5	41	55	6
11	69	47	47	64	64
12	66	65	65	68	68
13	59	17	17	5	58
14	78	30	30	41	66
15	77	12	55	58	5
16	60	34	12	47	41
17	63	55	34	66	52
18	52	64	64	52	75

*Continua na próxima página*

Tabela A.4 – *Continua na página anterior*

19	65	68	68	75	47
20	56	46	46	17	17
21	62	43	43	30	49
22	53	27	58	49	77
23	67	44	66	12	30
24	75	58	27	77	51
25	71	40	44	34	72
26	51	36	40	51	34
27	50	66	52	72	12
28	58	52	36	80	80
29	79	2	75	63	63
30	68	75	2	46	78
31	64	32	9	43	79
32	74	4	4	78	46
33	7	9	32	27	43
34	26	22	22	44	76
35	12	20	49	40	69
36	11	7	20	79	27
37	8	49	77	36	44

*Continua na próxima página*

Tabela A.4 – *Continua na página anterior*

38	9	77	7	76	40
39	48	51	51	69	36
40	2	72	72	2	2
41	10	28	80	4	4
42	17	23	63	32	32
43	34	35	23	9	9
44	5	80	28	22	22
45	4	63	35	20	59
46	3	8	78	7	20
47	47	78	8	59	50
48	23	79	79	50	7
49	29	31	76	71	71
50	24	48	69	28	28
51	39	76	31	23	23
52	6	69	48	35	35
53	20	25	25	8	73
54	13	59	59	31	8
55	14	50	50	48	31
56	15	71	71	73	56

*Continua na próxima página*



Tabela A.4 – *Continua na página anterior*

57	40	38	38	25	57
58	1	39	73	56	48
59	38	73	39	57	61
60	16	33	56	61	62
61	21	21	57	62	67
62	36	56	33	67	25
63	25	57	61	38	38
64	28	67	62	39	39
65	18	62	67	33	33
66	22	61	21	21	21
67	46	37	37	37	37
68	31	26	26	70	70
69	41	45	45	26	26
70	33	10	10	45	60
71	19	1	1	60	45
72	32	70	70	10	10
73	45	60	60	1	53
74	35	24	24	53	1
75	37	3	3	54	54

*Continua na próxima página*

Tabela A.4 – *Continua na página anterior*

---

76	44	29	29	24	24
77	27	53	53	3	3
78	42	54	54	29	29
79	43	74	74	74	74
80	30	42	42	42	42

---





# Referências

- Abu Taha, R. e Daim, T. (2013). Multi-Criteria Applications in Renewable Energy Analysis, a Literature Review, in T. U. Daim, T. Oliver e J. Kim (eds), *Research and Technology Management in the Electricity Industry*, Springer, London, p. 359p.
- Alomoush, M. b. (2004). Using performance indices and analytic hierarchy process to select best dispatch option of energy markets, *39th International Universities Power Engineering Conference, UPEC 2004 - Conference Proceedings*.
- Alves, M. A. e Guimarães, F. G. (2017). Fuzzy Multi-Criteria Decision Making Methods with Uncertainty Scenarios, *XIII Brazilian Congress on Computational Intelligence, ABRICOM*, Rio de Janeiro/RJ.
- Alves, M. A., Ramírez, M. V., Guimarães, F. G. e Escobar, A. H. (2017). Linear Programming and Genetic Algorithm for Generation Maintenance Scheduling and Hydrothermal Dispatch considering Uncertainties in Multicriteria Decision Making, *XLIX Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, Blumenau/Santa Catarina.
- Alves, M. A. e Souza, L. T. F. (2017). Método Multicritério TOPSIS Aplicado à Satisfação de Usuários de Smartphones com os Sistemas Operacionais Android, iOS e Windows Phone, *Revista de Sistemas de Informação da FSMA* **20**: 2–9.  
**URL:** <http://www.fsma.edu.br/si/sistemas.html>
- Atanassov, K. T. (1986). Intuitionistic Fuzzy Sets, *Fuzzy Sets and Systems* **20**: 87–96.
- Athawale, V. M. e Chakraborty, S. (2010). Facility Location Selection using PROMETHEE II Method, *International Conference on Industrial Engineering and Operations Management Dhaka*, IEOM, Bangladesh.
- Baležentis, A., Baležentis, T. e Brauers, W. K. (2012). Personnel selection based on computing with words and fuzzy MULTIMOORA, *Expert Systems with Applications* **39**: 7961–7967.

- Baležentis, T. e Baležentis, A. (2014). A Survey on Development and Applications of the Multi-criteria Decision Making Method MULTIMOORA, *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis* **21**: 209–222.
- Behzadian, M., Kazemzadeh, R. B., Albadvi, A. e Aghdasi, M. (2010). PROMETHEE: A comprehensive literature review on methodologies and applications, *European Journal of Operational Research* **200**(1): 198–215.
- Behzadian, M., Khanmohammadi Otaghsara, S., Yazdani, M. e Ignatius, J. (2012). A state-of-the-art survey of TOPSIS applications, *Expert Systems with Applications* **39**(17): 13051–13069.
- Belaid, A. e Razmak, J. (2013). Multi-Criteria Decision Support Systems: A Glorious History and a Promising Future, *5th International Conference on Modeling, Simulation and Applied Optimization (ICMSAO), 2013*, IEEE, Hammamet, Tunisia, pp. 2–9.  
**URL:** <http://ieeexplore.ieee.org/document/6552678/>
- Benayoun, R., Montgolfier, J., Tergny, J. e Laritchev, O. (1971). Linear programming with multiple objective functions: Step Method (STEM), *Mathematical Programming* **1**: 366–375.
- Bergman, B., deMaré, J., Lorén, S. e Svensson, T. (2009). *Robust Design Methodology for Reliability: Exploring the Effects of Variation and Uncertainty*, John Wiley & Sons.
- Bhanu, M. S. e Velammal, G. (2015). Operations on Zadeh's Z-numbers, *IOSR Journal of Mathematics* **11**(3): 88–94.  
**URL:** [www.iosrjournals.org](http://www.iosrjournals.org)
- Bhushan, N. e Rai, K. (2004). *Strategic Decision Making: Applying the Analytic Hierarchy Process*, 1 edn, Springer-Verlag London.
- Bisht, V. S. (2012). Genetic algorithm solution for a convex hydro-thermal generation scheduling, *4th International Conference on Computational Intelligence and Communication Networks, CICN*, IEEE, pp. 1–6.
- Boran, F. E., Genç, S., Kurt, M. e Akay, D. (2009). A multi-criteria intuitionistic fuzzy group decision making for supplier selection with TOPSIS method, *Expert Systems with Applications* **36**: 11363–11368.
- Bracarense, J. C., Santos, C. V. d. e Mayerle, S. F. (2013). Tomada de decisão sob condições de risco e incerteza: uma aplicação da lógica fuzzy à bovinocultura de corte

- da região Serrana de Santa Catarina, *Teoria e Evidência Econômica* **19**(41): 73–101.
- Brans, J.-P. e Vincke, P. (1985). Note – A Preference Ranking Organisation Method: (The PROMETHEE Method for Multiple Criteria Decision-Making), *Management Science* **31**(6): 647–656.
- Brauers, W. K. M. e Zavadskas, E. K. (2006). The MOORA method and its application to privatization in a transition economy, *Control and Cybernetics* **35**: 445–469.
- Brauers, W. K. M. e Zavadskas, E. K. (2010). Project management by MULTIMOORA as an instrument for transition economies, *Technological and Economic Development of Economy* **16**(1): 5–24.
- Büyüközkan, G. e Güteryüz, S. (2016). A new integrated intuitionistic fuzzy group decision making approach for product development partner selection, *Computers & Industrial Engineering* **102**: 383–395.  
**URL:** <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0360835216301917>
- Chakraborty, S. e Zavadskas, E. K. (2014). Applications of WASPAS Method in Manufacturing Decision Making, *Informatica* **25**(1): 1–20.  
**URL:** <http://www.mii.vu.lt/informatica/pdf/INFO1022.pdf>
- Chang, Y.-F. e Ishii, H. (2013). Fuzzy Multiple Criteria Decision Making Approach to Assess the Project Quality Management in Project, *Procedia Computer Science* **22**: 928–936.  
**URL:** <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877050913009691>
- Chatterjee, P., Athawale, V. M. e Chakraborty, S. (2011). Materials selection using complex proportional assessment and evaluation of mixed data methods, *Materials & Design* **32**(2): 851–860.  
**URL:** <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0261306910004450>
- Chattopadhyay, D. (2004). A game theoretic model for strategic maintenance and dispatch decisions, *IEEE Transactions on Power Systems* **19**(4): 2014–2021.
- Chen, C.-T. (2000). Extensions of the TOPSIS for group decision-making under fuzzy environment, *Fuzzy Sets and Systems* **114**(1): 1–9.
- Chen, C. T., Lin, C. T. e Huang, S. F. (2006). A fuzzy approach for supplier evaluation and selection in supply chain management, *International Journal of Production Economics* **102**(2): 289–301.

- Chu, P. e Beasley, J. (1997). A genetic algorithm for the generalised assignment problem, *Computers and Operations Research* **24**(1): 17–23.
- Chu, T. C. e Lin, Y. (2009). An extension to fuzzy MCDM, *Computers and Mathematics with Applications* **57**(3): 445–454.
- Clímaco, J. C. N. e Antunes, C. H. (1987). TRIMAP- an interactive tricriteria linear programming package, *Found. Control Eng.* **12**(3): 101–119.
- de Almeida, A. T., de Almeida, J. A., Costa, A. P. C. S. e de Almeida-Filho, A. T. (2016). A new method for elicitation of criteria weights in additive models: Flexible and interactive tradeoff, *European Journal of Operational Research* **250**(1): 179–191.
- Düğenci, M. (2016). A new distance measure for interval valued intuitionistic fuzzy sets and its application to group decision making problems with incomplete weights information, *Applied Soft Computing Journal* **41**: 120–134.
- Durbach, I. N. e Stewart, T. J. (2012a). A comparison of simplified value function approaches for treating uncertainty in multi-criteria decision analysis, *Omega* **40**(4): 456–464.
- Durbach, I. N. e Stewart, T. J. (2012b). Modeling uncertainty in multi-criteria decision analysis, *European Journal of Operational Research* **223**(1): 1–14.
- Ekel, P., Kokshenev, I., Palhares, R., Parreiras, R. e Schuffner Neto, F. (2011). Multicriteria analysis based on constructing payoff matrices and applying methods of decision making in fuzzy environment, *Optimization and Engineering* **12**: 5–29.
- Ekel, P., Martini, J. e Palhares, R. (2008). Multicriteria analysis in decision making under information uncertainty, *Applied Mathematics and Computation* **200**: 501–516.
- Freitas, M. A. d. S. (2003). Análise de risco e incerteza na tomada de decisão na gestão hidroambiental, *XV Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos*, Agência FAPESP, Curitiba/PR.
- García-Cascales, M. S., Lamata, M. T. e Sánchez-Lozano, J. M. (2012). Evaluation of photovoltaic cells in a multi-criteria decision making process, *Annals of Operations Research*, Vol. 199, pp. 373–391.
- Garg, H. (2016). A New Generalized Pythagorean Fuzzy Information Aggregation Using Einstein Operations and Its Application to Decision Making, *International Journal of Intelligent Systems* **31**(9): 886–920.



- Garibaldi, J. M., Jaroszewski, M. e Musikasuwan, S. (2008). Nonstationary Fuzzy Sets, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **16**(4): 1072–1086.
- Garibaldi, J. M. e Ozen, T. (2007). Uncertain Fuzzy Reasoning: A Case Study in Modelling Expert Decision Making, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **15**(1): 16–30.
- Georgescu, V. (2014). Joint propagation of ontological and epistemic uncertainty across risk assessment and fuzzy time series models, *Computer Science and Information Systems* **11**(2): 881–904.
- Gil, E., Bustos, J. e Rudnick, H. (2003). Short-Term Hydrothermal Generation Scheduling Model Using a Genetic Algorithm, *IEEE Transactions on Power Systems* **18**(4): 1256–1264.
- Gomes, L. F. A. M. e Lima, M. M. P. P. (1992a). From modeling individual preferences to multicriteria ranking of discrete alternatives: a look at Prospect Theory and the additive difference model, *Foundations of Computing and Decision Sciences* **17**(3): 171–184.
- Gomes, L. F. A. M. e Lima, M. M. P. P. (1992b). TODIM: basics and application to multicriteria ranking of projects with environmental impacts, *Foundations of Computing and Decision Sciences* **16**(4): 113–127.
- Gomes, L. F. A. M. e Maranhão, F. J. C. (2008). A Exploração de Gas Natural em Mexilhão: Análise Multicritério pelo Método TODIM, *Pesquisa Operacional* **28**(3): 491–509.
- Gomes, L. F. A. M., Rangel, L. A. D. e Maranhão, F. J. C. (2009). Multicriteria analysis of natural gas destination in Brazil: An application of the TODIM method, *Mathematical and Computer Modelling* **50**: 92–100.  
**URL:** <http://dx.doi.org/10.1016/j.mcm.2009.02.013>
- Govindan, K. e Jepsen, M. B. (2016). ELECTRE: A comprehensive literature review on methodologies and applications, *European Journal of Operational Research* **250**(1): 1–29.
- Guarnieri, P. (2015). Síntese dos Principais Critérios, Métodos e Subproblemas da Seleção de Fornecedores, *RAC - Revista de Administração Contemporânea* **19**(1): 1–25.  
**URL:** <http://www.anpad.org.br/rac> <http://www.anpad.org.br/rac>  
<http://www.anpad.org.br/rac>

- Gul, M., Celik, E., Aydin, N., Taskin Gumus, A. e Guneri, A. F. (2016). A state of the art literature review of VIKOR and its fuzzy extensions on applications, *Applied Soft Computing Journal* **46**: 60–89.
- Hashemkhani Zolfani, S., Maknoon, R. e Zavadskas, E. K. (2016). Multiple attribute decision making ( MADM ) based scenarios, *International Journal of Strategic Property Management* **20**(1): 101–111.
- Hashemkhani Zolfani, S. e Saparauskas, J. (2013). New Application of SWARA Method in Prioritizing Sustainability Assessment Indicators of Energy System, *Inzinerine Ekonomika-Engineering Economics*, **24**(5): 408–414.
- Ho, W. (2008). Integrated analytic hierarchy process and its applications - A literature review, *European Journal of Operational Research* **186**(1): 211–228.
- Ho, W., Xu, X. e Dey, P. K. (2010). Multi-criteria decision making approaches for supplier evaluation and selection: A literature review, *European Journal of Operational Research* **202**(1): 16–24.  
**URL:** <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2009.05.009>
- Jahanshahloo, G. R., Hosseinzadeh Lotfi, F. e Izadikhah, M. (2006). An algorithmic method to extend TOPSIS for decision-making problems with interval data, *Applied Mathematics and Computation* **175**: 1375–1384.
- Jahanshahloo, G. R., Lotfi, F. H. e Izadikhah, M. (2006). Extension of the TOPSIS method for decision-making problems with fuzzy data, *Applied Mathematics and Computation* **181**(2): 1544–1551.
- Jimenez, R. W. e Paucar, V. L. (2007). Long Term Hydrothermal Scheduling Linear Programming Model for Large Scale Power Systems, *Large Engineering Systems Conference on Power Engineering*, IEEE, pp. 96–100.
- Jin, Y. e Branke, J. (2005). Evolutionary optimization in uncertain environments - a survey, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* **9**(3): 303–317.
- John, R., Lake, S. e Hospitai, N. (2001). Type-2 fuzzy sets for modelling nursing intuition, *Joint 9th IFSA World Congress and 20th NAFIPS International Conference*, IEEE, Vancouver, BC, Canada, Canada, pp. 1920–1925.
- Joshi, D. e Kumar, S. (2014). Intuitionistic fuzzy entropy and distance measure based TOPSIS method for multi-criteria decision making, *Egyptian Informatics Journal*

- 15(2): 97–104.
- Kahraman, C., Onar, S. C., Oztaysi, B., Kahraman, C., Onar, S. C. e Oztaysi, B. (2015). Fuzzy Multicriteria Decision-Making: A Literature Review, *International Journal of Computational Intelligence Systems* **8**(4): 637–666.
- Kamalinia, S., Afsharnia, S., Khodayar, M. E., Rahimikian, A. e Sharbafi, M. A. (2007). A combination of MADM and genetic algorithm for optimal DG allocation in power systems, *Proceedings of the Universities Power Engineering Conference*.
- Kang, B., Wei, D., Li, Y. e Deng, Y. (2012a). A Method of Converting Z-number to Classical Fuzzy Number, *Journal of Information and Computational Science* **9**(3): 703–709.
- Kang, B., Wei, D., Li, Y. e Deng, Y. (2012b). Decision Making Using Z-numbers under Uncertain Environment, *Journal of Computational Information Systems* **8**(7): 2807–2814.
- Karnik, N. N., Liang, Q. e Mendel, J. M. (2001). Type-2 Fuzzy Logic Software.  
**URL:** <http://sipi.usc.edu/mendel/>
- Kendall, M. G. (1938). A New Measure of Rank Correlation, *Biometrika* **30**: 81–93.
- Kersulienė, V., Zavadskas, E. K. e Turskis, Z. (2010). Selection of rational dispute resolution method by applying new step - wise weight assessment ratio analysis (SWARA), *Journal of Business Economics and Management* **11**(2): 243–258.
- Keshavarz Ghorabae, M., Amiri, M., Zavadskas, E. K. e Turskis, Z. (2017). Multi-Criteria Group Decision-Making using an Extended EDAS Method with Interval Type-2 Fuzzy Sets, *Ekonomie a Management* **20**(1): 48–68.
- Keunecke, L., Hein, N. e Kroenke, A. (2015). Avaliação de Insumos por meio do Método VIKOR – Um Estudo Multicriterial na Indústria Têxtil, *XLVII SBPO - Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, Pernambuco - PE, pp. 290–299.
- Kim, J. e Geem, Z. W. (2015). Optimal scheduling for maintenance period of generating units using a hybrid scatter-genetic algorithm, *IET Generation, Transmission & Distribution* **9**(1): 22–30.
- Kumar Yadav, V., Kumar Jha, D. e Kumar Chauhan, Y. (2012). A Multi Criteria DEA approach to performance evaluation of Indian thermal power plants, *IEEE International Conference on Power System Technology (POWERCON), 2012*, IEEE,

- Auckland, New Zealand, pp. 1–5.  
**URL:** <http://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/6401451/>
- Leoneti, A. B. (2016). Considerations Regarding the Choice of Ranking Multiple Criteria Decision Making Methods, *Pesquisa Operacional* **36**(2): 259–277.
- Li, D. e Zeng, W. (2017). Distance Measure of Pythagorean Fuzzy Sets, *International Journal of Intelligent Systems* **32**(9): 1–14.
- Lima Junior, F. R. (2013). *Comparação entre os métodos Fuzzy TOPSIS e Fuzzy AHP no apoio à tomada de decisão para seleção de fornecedores*, PhD thesis, Universidade de São Paulo.  
**URL:** <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18156/tde-12092013-103003/en.php>
- Lima Junior, F. R., Osiro, L. e Carpinetti, L. C. R. (2014). A comparison between Fuzzy AHP and Fuzzy TOPSIS methods to supplier selection, *Applied Soft Computing Journal* **21**: 194–209.  
**URL:** <http://dx.doi.org/10.1016/j.asoc.2014.03.014>
- Lin, Z., Gao, L., Zhang, D., Ren, P. e Li, Y. (2006). Application of analytic hierarchy process in power lines maintenance, *Proceedings of the World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA)*, Dalian, China, pp. 7596–7599.
- Liu, H. C., Liu, L. e Wu, J. (2013). Material selection using an interval 2-tuple linguistic VIKOR method considering subjective and objective weights, *Materials and Design* **52**: 158–167.
- Lourenzutti, R. e Krohling, R. A. (2014). O método TOPSIS com Informação Fuzzy Intuicionista para Tomada de Decisão Multi-Critério em Ambientes Estocásticos, *XLVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, SOBRAPO, Salvador/BA, pp. 513–524.
- Luukka, P. (2011). Fuzzy Similarity in Multicriteria Decision-Making Problem Applied to Supplier Evaluation and Selection in Supply Chain Management, *Advances in Artificial Intelligence* **2011**: 1–9.  
**URL:** <http://www.hindawi.com/journals/aai/2011/353509/>
- MacCrimmon, K. R. (1968). Decision making among multiple-attribute alternatives: a survey and consolidated approach, *Technical report*, Advanced Research Projects Agency, Santa Monica/CA.  
**URL:** <http://www.dtic.mil/get-tr-doc/pdf?AD=AD0681005>

- Madi, E. N., Garibaldi, J. M. e Wagner, C. (2017). Exploring the Use of Type-2 Fuzzy Sets in Multi-criteria Decision Making based on TOPSIS, *2017 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE 2017)*, IEEE, Naples, Italy.
- Manbachi, M., Mahdloo, F. e Haghifam, M. R. (2010). A new solution for maintenance scheduling in deregulated environment applying genetic algorithm and Monte-Carlo Simulation, *2010 IEEE 11th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, PMAPS 2010*, IEEE, pp. 378–384.
- Mardani, A., Jusoh, A., Nor, K. M., Khalifah, Z., Zakwan, N. e Valipour, A. (2015). Multiple criteria decision-making techniques and their applications - a review of the literature from 2000 to 2014, *Economic Research-Ekonomiska Istrazivanja* **28**(1): 516–571.
- Mardani, A., Jusoh, A. e Zavadskas, E. K. (2015). Fuzzy multiple criteria decision-making techniques and applications - Two decades review from 1994 to 2014, *Expert Systems with Applications* **42**(8): 4126–4148.
- Mardani, A., Zavadskas, E. K., Govindan, K., Senin, A. A. e Jusoh, A. (2016). VIKOR technique: A systematic review of the state of the art literature on methodologies and applications, *Sustainability (Switzerland)* **8**(1): 37.
- Mardani, A., Zavadskas, E. K., Streimikiene, D., Jusoh, A., Nor, K. M. D. e Khoshnoudi, M. (2016). Using fuzzy multiple criteria decision making approaches for evaluating energy saving technologies and solutions in five star hotels: A new hierarchical framework, *Energy* **117**: 131–148.
- Marins, C. S., Souza, D. d. O. e Barros, M. d. S. (2009). O Uso do Método de Análise Hierárquica (AHP) na Tomada de Decisões Gerenciais - Um Estudo de Caso, *XLI SBPO - Pesquisa Operacional na Gestão do Conhecimento*, pp. 1778–1788.
- Martínez, A. M., Ramírez, M. V. e Escobar, A. H. (2014). Middle Termed Hydrothermal Dispatch Considering Maintenance Outages Using Heuristics, *Transmission & Distribution Conference and Exposition-Latin America (PES T&D-LA), 2014 IEEE PES*, IEEE, pp. 1–7.
- Martínez, M. V. R. (2014). *Despacho Hidrotérmico Anual Considerando Mantenimiento de las Unidades de Generación usando Algoritmo Genético de Chu-Beasley*, PhD thesis, Universidad Tecnológica de Pereira.

- Medeiros, M. e Ferreira, L. (2016). Aplicação do Método Fuzzy-TOPSIS no Problema de Portfólio de Compras Hospitalares, *Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Anais do XLVIII SBPO*, Vitória-ES, pp. 25–36.
- Meireles, M. e Sanches, C. (2009). *ST-ODA – Strategic trade-off decision analysis*, São Paulo.
- Mendel, J. M., John, R. I. e Liu, F. (2006). Interval Type-2 Fuzzy Logic Systems Made Simple, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **14**(6): 808–821.
- Momoh, J. A. e Zhu, J. (2003). Optimal generation scheduling based on AHP/ANP, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics* .
- Momoh, J. A. e Zhu, J. Z. (1998). Application of AHP/ANP to Unit Commitment in the Deregulated Power Industry, *1998 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, IEEE, San Diego, CA, USA, pp. 817–822.
- Moreira, D. A. (2011). *Pesquisa Operacional - Curso Introductório*, 2a edn, Cengage Learning, São Paulo.
- Naim, K. M., Khalif, K., Gegov, A., Syafadhli, A. e Bakar, A. (2017). Z-TOPSIS Approach for Performance Assessment using Fuzzy Similarity, *IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, IEEE, Naples, Italy.
- Oh, T., Park, J., Cho, K., Choi, J., Baek, U. e El-Keib, A. (2011). Generators Maintenance Scheduling Using Combined Fuzzy Set Theory and GA, *Journal of International Council on Electrical Engineering* **1**(4): 452–458.
- Olson, D. L. (2004). Comparison of weights in TOPSIS models, *Mathematical and Computer Modelling* **40**(7-8): 721–727.
- Opricovic, S. (1998). Multicriteria optimization of civil engineering systems, *Faculty of Civil Engineering, Belgrade* **2**(1): 5–21.
- Opricovic, S. (2011). Fuzzy VIKOR with an application to water resources planning, *Expert Systems with Applications* **38**(10): 12983–12990.
- Opricovic, S. e Tzeng, G. H. (2004). Compromise solution by MCDM methods: A comparative analysis of VIKOR and TOPSIS, *European Journal of Operational Research* **156**(2): 445–455.

- Pazek, K. e Rozman, C. (2009). Decision Making Under Conditions of Uncertainty in Agriculture: A Case Study of Oil Crops, *Poljoprivreda* **15**(1): 45–50.
- Peng, X. e Yang, Y. (2015). Some Results for Pythagorean Fuzzy Sets, *International Journal of Intelligent Systems* **30**: 1133–1160.
- Pereira, J. G., Ekel, P. Y., Palhares, R. M. e Parreiras, R. O. (2015). On multicriteria decision making under conditions of uncertainty, *Information Sciences* **324**: 44–59.
- Pisani, C. e Villacci, D. (2011). A novel AHP framework for Decision Making in Power Systems sustainable development, **21**: 6–9.
- Polasky, S., Carpenter, S. R., Folke, C. e Keeler, B. (2011). Decision-making under great uncertainty: Environmental management in an era of global change, *Trends in Ecology and Evolution* **26**(8): 398–404.
- Ramadan, M. Z. (2004). A Fuzzy Model for R & D Project Selection with Multi-Criteria Decision Making, *Proceedings of the 2nd IIEC-2004*, Riyadh, Kingdom of Saudi Arabia, pp. 1–11.
- Ramirez, M. V., Martínez, A. M., Escobar, A. H. e Guimarães, F. G. (2016). Maintenance of Generation Units Coordinated with Annual Hydrothermal Scheduling using a Hybrid Technique, *non published*.
- Ramírez-Martínez, M. V., Martínez-Sánchez, A. M., Escobar-Zuluaga, A. H. e Guimarães, F. G. (2017). Maintenance of generation units coordinated with annual hydrothermal scheduling using a hybrid technique, *Revista Facultad de Ingeniería* (85): 18–32.
- Rangel, L. A. D., Gomes, L. F. A. M. e Cardoso, F. P. (2011). An Application of the TODIM Method to the Evaluation of Broadband Internet Plans, *Pesquisa Operacional* **31**(2): 235–249.  
**URL:** [www.scielo.br/pope](http://www.scielo.br/pope)
- Ren, P., Xu, Z. e Gou, X. (2016). Pythagorean fuzzy TODIM approach to multi-criteria decision making, *Applied Soft Computing* **42**: 246–259.
- Rezaei, J. (2015). Best-worst multi-criteria decision-making method, *Omega (United Kingdom)* **53**: 49–57.
- Ribeiro, F., Ferreira, P. e Araújo, M. (2013). Evaluating future scenarios for the power generation sector using a Multi-Criteria Decision Analysis (MCDA) tool: The Portuguese case, *Energy* **52**: 126–136.

- Rossoni, C. e Meireles, M. (2011). Decisão multicritério: Uma análise dos resultados obtidos pelos métodos T-ODA e AHP, *XIV Simpósio de Administração da Produção, Logística e Operações Internacionais*, FGV-EAESP, São Paulo, pp. 1–16.
- Roy, B. (1968). Classement et choix en présence de points de vue multiples, *Revue française d'informatique et de recherche opérationnelle* **2**(8): 57–75.
- Russell, B. e Fortes, F. P. (2017). Vagueza, *Problemata: Revista Internacional de Filosofia* **8**(2): 263–271.
- Saaty, T. L. (1996). *Decision making with dependence and feedback: The analytic network process*, RWS publications Pittsburgh, Pittsburgh.
- Saaty, T. L. (2008). Decision Making with the Analytic Hierarchy Process, *International Journal of Services Sciences* **1**(1): 83–98.
- Samuel, G. G. e Rajan, C. C. A. (2012). A modified genetic approach to long-term generation maintenance scheduling to enhance the reliability of the units, *International Conference on Advances in Engineering, Science and Management (ICAESM)*, IEEE, pp. 789–793.
- San Cristóbal, J. R. (2011). Multi-criteria decision-making in the selection of a renewable energy project in Spain: The VIKOR method, *Renewable Energy* **36**(2): 498–502.
- Shih, H. S., Shyur, H. J. e Lee, E. S. (2007). An extension of TOPSIS for group decision making, *Mathematical and Computer Modelling* **45**(7-8): 801–813.
- Silva, I. d. J., Rider, M. J., Romero, R. e Murari, C. A. (2006). Genetic Algorithm of Chu and Beasley for Static and Multistage Transmission Expansion Planning, *Power Engineering Society General Meeting*, IEEE, pp. 1–7.
- Singh, V. K. e Singal, S. K. (2017). Operation of hydro power plants—a review, *Renewable and Sustainable Energy Reviews* **69**: 610–619.
- Spearman, C. (1904). The Proof and Measurement of Association between Two Things, *The American Journal of Psychology* **15**(1): 72–101.  
**URL:** <http://www.jstor.org/stable/1412159>
- Srikrishna, S., Sreenivasulu, R. A. e Vani, S. (2014). A New Car Selection in the Market using TOPSIS Technique, *International Journal of Engineering Research and General Science* **2**(4): 177–181.



- Stefano, N. M., Casarotto Filho, N., Vergara, L. G. L. e Rocha, R. U. G. d. (2015). COPRAS (Complex Proportional Assessment): State of the Art Research and its Applications, *IEEE Latin America Transactions* **13**(12): 3899–3906.
- Street, A., Barroso, L. A., Chabar, R., Mendes, A. T. S. e Pereira, M. V. (2008). Pricing Flexible Natural Gas Supply Contracts Under Uncertainty in Hydrothermal Markets, *IEEE Transactions on Power Systems* **23**(3): 1009–1017.
- Suresh, K. e Kumarappan, N. (2006). Combined Genetic Algorithm and Simulated Annealing for Preventive Unit Maintenance Scheduling in Power System, *Power Engineering Society General Meeting*, IEEE.
- Taguchi, G., Chowdhury, S. e Wu, Y. (2005). *Taguchi's quality engineering handbook*, Wiley Online Library.
- Thomas L. Saaty (1980). *The Analytic Hierarchy Process*, New York.
- Turskis, Z., Zavadskas, E. K., Antucheviciene, J. e Kosareva, N. (2015). A hybrid model based on fuzzy AHP and fuzzy WASPAS for construction site selection, *International Journal of Computers Communications and Control* **10**(6): 113–128.
- Tzeng, G.-H. e Huang, J.-J. (1981). *Multiple attribute decision making*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Tzimopoulos, C., Zormpa, D. e Evangelides, C. (2013). Multiple Criteria Decision Making using VIKOR Method. Application in Irrigation Networks in the Thessaloniki Plain, *Proceedings of the 13th International Conference on Environmental Science and Technology*, CEST 2013, Athens, Greece.
- Vaidya, O. S. e Kumar, S. (2006). Analytic hierarchy process: An overview of applications, *European Journal of Operational Research* **169**(1): 1–29.
- Vassoney, E., Mammoliti Mochet, A. e Comoglio, C. (2017). Use of multicriteria analysis (MCA) for sustainable hydropower planning and management.
- Vučijak, B., Kupusović, T., Midžić-Kurtagić, S. e Ćerić, A. (2013). Applicability of multicriteria decision aid to sustainable hydropower, *Applied Energy* .
- Wang, Y. e Edmund Handschin, F. (1999). Unit Maintenance Scheduling in Open Systems Using Genetic Algorithm, *Transmission and Distribution Conference*, IEEE, pp. 334–339.

- Yager, R. R. (2014). Pythagorean membership grades in multicriteria decision making, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* .
- Yamamoto, M., Zaier, R., Chen, P. e Toyota, T. (2001). Decision-making method of optimum inspection interval for plant maintenance by genetic algorithms, *2nd International Symposium on Environmentally Conscious Design and Inverse Manufacturing*, IEEE, pp. 466–469.
- Yang, Y., Ding, H., Chen, Z. S. e Li, Y. L. (2016). A Note on Extension of TOPSIS to Multiple Criteria Decision Making with Pythagorean Fuzzy Sets, *International Journal of Intelligent Systems* **31**: 68–72.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy Sets, *Information and Control* **8**(3): 338–353.
- Zadeh, L. A. (1975). The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning - I, *Information Sciences* **8**: 199–249.
- Zadeh, L. A. (2011). A Note on Z-numbers, *Information Sciences* **181**: 2923–2932.
- Zavadskas, E. K., Kaklauskas, A., Turskis, Z. e Tamošaitiene, J. (2008). Selection of the effective dwelling house walls by applying attributes values determined at intervals, *Journal of Civil Engineering and Management* **14**(2): 85–93.
- Zavadskas, E. K., Mardani, A., Turskis, Z., Jusoh, A. e Nor, K. M. (2016). Development of TOPSIS Method to Solve Complicated Decision-Making Problems — An Overview on Developments from 2000 to 2015, *International Journal of Information Technology & Decision Making* **15**(3): 645–682.
- Zavadskas, E. K., Turskis, Z., Antucheviciene, J. e Zakarevicius, A. (2012). Optimization of weighted aggregated sum product assessment, *Elektronika ir Elektrotechnika* **122**(6): 3–6.
- Zavadskas, E. K., Turskis, Z. e Kildienė, S. (2014). State of art surveys of overviews on MCDM/MADM methods, *Technological and Economic Development of Economy* **20**(1): 165–179.
- Zeng, S., Chen, J. e Li, X. (2016). A Hybrid Method for Pythagorean Fuzzy Multiple-Criteria Decision Making, *International Journal of Information Technology & Decision Making* **15**(2).
- Zhang, X. e Xu, Z. (2016). Extension of TOPSIS to Multiple Criteria Decision Making with Pythagorean Fuzzy Sets, *International Journal of Intelligent Systems* **29**(12): 1061–

1078.

# Índice Remissivo

Apêndices, 123

Conclusão e Propostas Futuras, 117

Incertezas em Tomada de Decisão Multicritério, 29

Introdução, 1

Métodos de Tomada de Decisão Multicritério, 7

Metodologia, 83

Prefácio, xi

Problema de Planejamento de Manutenção de Unidades Geradoras e Despacho Hidrotérmico, 71

Resultados, 95

Teoria da Decisão Multicritério Fuzzy, 43