

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas

Tese de Doutorado

**Sequenciamento Direto de Blocos com Ênfase em Custos de
Transporte**

AUTOR: FELIPE RIBEIRO SOUZA
ORIENTADOR: ROBERTO GALÉRY
COORIENTADOR: ALIZEIBEK NADER

Outubro 2018

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas

Felipe Ribeiro Souza

Sequenciamento Direto de Blocos com Ênfase em Custos de Transporte

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas da escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito para obtenção do Grau de Doutor em Engenharia Metalúrgica, Materiais e de Minas.

Área de Concentração: Tecnologia Mineral.

Orientador: Prof. Roberto Galéry

Coorientador: Prof. Alizeibek Nader

Belo Horizonte

2018

S729s Souza, Felipe Ribeiro.
Sequenciamento direto de blocos com ênfase em custos de transporte [manuscrito]
/ Felipe Ribeiro Souza. – 2018.
197 f., enc.: il.

Orientador: Roberto Galéry.
Coorientador: Alizeibek Nader.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Minas Gerais,
Escola de Engenharia.

Anexos: f. 184-197.

Bibliografia: f. 176-183.

1. Engenharia de minas - Teses. 2. Tecnologia mineral - Teses. 3.
Sequenciamento direto de blocos. I. Galery, Roberto. II. Nader, Alizeibek Saleimen.
III. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia.
IV. Título.

CDU: 622(043)

*“Se cheguei até aqui foi porque me
apoei no ombro de gigantes.”*

Isaac Newton

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, a Deus, meu eterno agradecimento, por seu infinito amor, sua bondade e por abrir meu caminho pessoas em que confio, e as quais hoje gostaria de agradecer.

Agradecimentos sinceros aos meus pais Márcia e Maurino pelos ensinamentos e amor que sempre recebi. A meu irmão Matheus por fazer parte da minha caminhada mesmo longe ou perto, entretanto sempre presente. Todos vocês sempre foram e serão minha base e fonte de admiração. A todos os demais familiares que sempre contribuíram para minha formação humana.

Aos professores e orientadores, Roberto Galéry e Alizeibek Nader, pelo tempo dedicado a mim. Por fazerem grandes esforços para que minha carreira como estudante e professor prosperasse.

Ao professor Cláudio Pinto, a quem admiro e agradeço por me acompanhar durante minha jornada acadêmica.

Ao meu amigo e ex-professor Michel Melo, que me ensinou que toda aula deve ter conteúdo e alegria.

Especialmente a Taís Renata, que em vários momentos apresentou-se como peça fundamental para os artigos que surgiram desta tese.

Ao amigo Ângelo Quintiliano, que se tornou um conselheiro extremamente importante da minha carreira acadêmica.

A minha amada Carol, por todo apoio e carinho. Pela fé depositada em mim maior do que eu mesmo poderia depositar. A todos aqueles que cruzaram meu caminho de modo determinante para que eu continuasse nessa jornada.

A CAPES, ITV (Instituto Tecnológico Vale), CNPQ, FAPEMIG e UFMG por todo suporte fornecido para que este trabalho pudesse ser concluído.

SUMÁRIO

RESUMO.....	4
ABSTRACT	5
1. INTRODUÇÃO	6
2. OBJETIVOS	9
3. MOTIVAÇÃO E IMPORTÂNCIA DO TEMA	10
4. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	11
4.1. PLANEJAMENTO DE LONGO PRAZO	11
4.1.1. PARÂMETROS DE PLANEJAMENTO DE LONGO PRAZO	13
4.1.2. METODOLOGIA CLÁSSICA – LERCHS GROSSMANN.....	15
4.1.3. CONCEITO DE SEQUENCIAMENTO DIRETO	21
4.1.4. CONSTRUÇÃO DE FASES DE LAVRA.....	23
4.1.4.1. AVANÇO DE LAVRA E PRODUTIVIDADE.....	26
4.1.4.2. LACUNAS DAS FASES DE LAVRA	27
4.1.4.3. FATORES QUE INFLUENCIAM O TAMANHO MÍNIMO.....	30
4.1.4.4. METODOLOGIA DE CONSTRUÇÃO MANUAL.....	32
4.1.4.5. METODOLOGIA DE CONSTRUÇÃO BASEADO EM LERCHS- GROSSMANN	35
4.2. CONSTRUÇÃO E LIMITAÇÃO ESPACIAL DO PROBLEMA	36
4.2.1. GRAFOS	36
4.2.2. SUPERFÍCIES	40
4.3. FORMULAÇÃO GERAL DO SEQUENCIAMENTO	42
4.3.1. FORMULAÇÃO GERAL DO SEQUENCIAMENTO DIRETO DE BLOCOS	43
4.4. SOLUÇÃO EXATA.....	45
4.5. CONCEITOS DE HEURÍSTICA.....	47
4.6. META HEURÍSTICA	48
4.7. RELAXAÇÃO LAGRANGEANA.....	49
4.8. FRONTEIRA DO CONHECIMENTO	50
4.9. RESTRIÇÕES PARA A FORMULAÇÃO DO SEQUENCIAMENTO DIRETO DE BLOCOS	51

4.9.1. MINIMIZAÇÃO DOS CUSTOS	52
4.9.2. RESTRIÇÕES DE PRECEDÊNCIA	52
4.9.3. RESTRIÇÃO DE CAPACIDADE DE PRODUÇÃO	55
4.9.4. RESTRIÇÃO DE CAPACIDADE DE PROCESSAMENTO	55
4.9.5. RESTRIÇÃO DE PILHA DE ESTOQUE	56
4.9.6. RESTRIÇÃO DE TEOR PARA A PLANTA.....	56
4.10. APROXIMAÇÕES PARA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA	57
4.10.1. BLOCOS ACESSÍVEIS	57
4.10.2. CONSTRUÇÃO DE PRÉ CANDIDATOS	58
4.10.3. METAHEURÍSTICA APLICADA AO PROBLEMA	59
4.10.4. RECOZIMENTO SIMULADO	60
4.11. CONCEITOS ECONÔMICOS	62
4.11.1. LEI DA OFERTA E DEMANDA.....	62
4.11.2. CUSTO MARGINAL E ELASTICIDADE	63
4.11.3. PONTO ÓTIMO DE PRODUÇÃO	64
4.11.4. CUSTO DE BENEFICAMENTO	69
4.11.5. CUSTO DE LAVRA	71
4.11.5.1. SIMULAÇÃO DISCRETA E TEORIA DAS FILAS.....	72
4.12. OTIMIZAÇÃO DA PRODUÇÃO	73
4.12.1. DETERMINAÇÃO DA TAXA DE PRODUÇÃO.....	74
4.12.2. LUCRO MARGINAL	76
4.13. TEOR DE CORTE	77
4.13.1. BREAK EVEN	77
4.13.1.1. LIMITE ECONÔMICO DA USINA	78
4.13.1.2. LIMITE ECONÔMICO DA MINA	80
4.13.2. FORMULAÇÃO DE LANE	80
4.13.2.1. IMPACTO DO FATOR TEMPO.....	82
4.13.2.2. IMPACTO DOS CUSTOS DE OPORTUNIDADE	84
4.13.2.3. BALANCEAMENTO DOS TEORES DE CORTE.....	85
4.14. CLUSTERIZAÇÃO DE DADOS	94
4.14.1. LIMITAÇÕES DA CLUSTERIZAÇÃO	95
4.14.2. MEDIDAS DE SIMILARIDADE.....	96
4.14.3. MÉTODOS HIERARQUICOS	97

4.15. CONSTRUÇÃO OTIMIZADA DE ACESSO DE LAVRA.....	99
4.15.1. CONCEITOS ESPACIAIS	101
4.15.2. BUSCA ESPACIAL – ÁRVORE KD	104
4.15.3. DIJKSTRA	105
4.15.4. SUAVIZAÇÃO/PARAMETRIZAÇÃO DA CURVA	108
5. METODOLOGIA.....	110
5.1. OTIMIZAÇÃO DA PRODUÇÃO	110
5.1.1.1. CUSTO DE PROCESSAMENTO	112
5.1.1.2. CUSTO DE TRANSPORTE.....	114
5.2. SIMULAÇÃO DE PREÇOS	121
5.3. PRODUÇÃO OTIMIZADA	122
5.3.1. PRODUÇÃO INDIVIDUAL OTIMIZADA.....	122
5.3.2. PRODUÇÃO ÓTIMA SIMULADA.....	123
5.3.3. PREÇO DE VENDA E R.E.M VS TAXA OTIMIZADA	124
5.4. ROTAS DE TRANSPORTE OTIMIZADAS	127
5.4.1. CÁLCULO DA VELOCIDADE.....	127
5.4.2. CLUSTERIZAÇÃO	130
5.4.3. DETERMINAÇÃO DE ROTA ENTRE DOIS PONTOS	133
5.4.4. IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORÍTMO DE DJISKTRA	135
5.4.5. RELAÇÃO ENTRE CÁLCULO POR DISTÂNCIA VS VELOCIDADE	136
5.4.6. ROTAS POR APRENDIZADO DE MÁQUINA	142
5.5. SEQUENCIAMENTO DIRETO.....	144
5.5.1. ALGORÍTMO	144
5.5.1.1. PRECEDÊNCIA.....	144
5.5.1.2. CENÁRIOS ANALISADOS.....	149
5.5.2. CENÁRIO BASE	149
5.5.3. CUSTO CONSTANTE VS CUSTO DE TRANSPORTE VARIÁVEL	155
5.5.1. PREÇO CONSTANTE VS PREÇO SIMULADO	159
5.5.2. TAXA CONSTANTE VS TAXA VARIÁVEL.....	162
5.5.1. TAXA VARIÁVEL, PREÇO SIMULADO E CUSTO OTIMIZADO	166
6. RESULTADOS E DISCURSSÃO.....	169
7. CONCLUSÃO.....	171

8. CONTRIBUIÇÕES ORIGINAIS AO CONHECIMENTO	172
9. RELEVÂNCIA DOS RESULTADOS.....	173
10. TRABALHOS FUTUROS	174
11. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	175
ANEXO A – FLUXOGRAMA DO SOFTWARE.....	185
ANEXO B – ESTRUTURA DO SOFTWARE.....	189

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2-3-1 - Balanço do Setor Mineral (DNPM (2015)).....	10
Figura 3-2 - Cadeia de Valor Mineral (NADER, 2012).....	11
Figura 4-1 - Fluxo Clássico de Planejamento de Longo Prazo	13
Figura 4-2 - Fluxo de Sequenciamento Direto para Planejamento de Longo Prazo	13
Figura 4-3 - Modelo de blocos bidimensional (KHALOKAKAIE, 1999).....	16
Figura 4-4 - Diagrama de árvore para o primeiro nível (KHALOKAKAIE, 1999).....	17
Figura 4-5 - Diagrama de árvore com a poda do primeiro nível (KHALOKAKAIE, 1999) .17	
Figura 4-6 - Diagrama de árvore para o segundo nível (KHALOKAKAIE, 1999)	17
Figura 4-7 - Diagrama de ligação ao vértice 1 (KHALOKAKAIE, 1999)	18
Figura 4-8 - Varredura no nó 2. (KHALOKAKAIE, 1999).....	18
Figura 4-9 - Diagrama de árvore para o nó 12. (KHALOKAKAIE, 1999)	19
Figura 4-10 - Verificação do Vértice 17 (KHALOKAKAIE, 1999).....	20
Figura 4-11 - Adição do vértice 17(Khalokakaie (1999))	20
Figura 4-12 - Galho Forte (Fonte: Contribuição do autor).....	21
Figura 4-13 - Grafo em Seção Vertical (Souza (2014))	25
Figura 4-14 - Blocos Agrupados (Manual de treinamento wittle (2016)).....	26
Figura 4-15 - Planejamento da Produção por avanço de lavra (CHICOISNE et al., 2012) ..27	
Figura 4-16 – Problema de corte cego (TORRES et al., 2018).....	28
Figura 4-17 - Efeito Gap no Espaço (TORRES et al., 2018)	29
Figura 4-18 - Efeito Gap, considerando os múltiplos fases de lavras possíveis. (TORRES et al., 2018).....	30
Figura 4-19 - Seções vertical e horizontal de um fases de lavra (HISTRULID, 1995).....	35
Figura 4-20 - Exemplo de Grafo orientado (Khalokakaie (1999)).....	37
Figura 4-21 - Diagrama de árvore com raiz (Khalokakaie (1999)).....	38
Figura 4-22 – Closures 2D (Khalokakaie (1999))	39
Figura 4-23 - Diagrama de árvore com arcos classificados (Khalokakaie (1999)).....	40
Figura 4-24 - DTM Representação (GFDRR, 2016).....	41
Figura 4-25 - Construção de superfície pela cota dos pontos (Souza F. , 2017).	41

Figura 4-26 - Determinação do período de acordo com a elevação (MARINHO, 2013)	42
Figura 4-27 - Modelo de Blocos não simplificado (NOGHOLI, 2015)	47
Figura 4-28 - Modelo de Blocos simplificado por faixa de teor (NOGHOLI, 2015).....	47
Figura 4-29 - Precedência de blocos por grafo (Souza F. , 2017).	53
Figura 4-30 - Precedência de blocos por superfície (Souza F. , 2017).....	53
Figura 4-31 - Bloco de precedência vertical (Souza F. , 2017).	54
Figura 4-32 - Frente liberada para ataque frontal (Souza F. , 2017).	54
Figura 4-33 - Blocos Originais (NOGHOLI, 2015).	58
Figura 4-34 - Blocos Lavráveis de Amarelo (NOGHOLI, 2015).....	58
Figura 4-35 - Blocos liberados de Verde (NOGHOLI, 2015).....	58
Figura 4-36 - Bloco Acessível e Liberado após a Lavra do Bloco 10(NOGHOLI, 2015).....	58
Figura 4-37 - Algoritmo de genérico de <i>Simulated Annealing</i> (LUZIA; RODRIGUES, 2009).	61
Figura 4-38 – Relação preço e demanda	62
Figura 4-39 –Alteração da demanda.....	63
Figura 4-40 - Elasticidade.....	64
Figura 4-41 – Taxa Ótima de Produção (LELAND, 2008).....	66
Figura 4-42 - Produção no Curto Prazo (LELAND, 2008)	67
Figura 4-43 – Produtividade Média e Marginal (LELAND, 2008).....	68
Figura 4-44 - Elasticidade do Lucro	77
Figura 4-45 - Curva de valor vs teor de corte para os estágios de lavra e tratamento (HALL, 2014).....	90
Figura 4-46 - Determinação do teor de corte de equilíbrio (HALL, 2014).....	90
Figura 4-47 - Determinação gráfica do teor de corte intermediário. Adaptado: Hall, 2014 .	92
Figura 4-48 - Determinação gráfica do teor de corte intermediário (HALL, 2014).....	93
Figura 4-49 - Determinação gráfica do teor de corte intermediário para o caso em que as curvas de valor não se intersectam (HALL, 2014).....	93
Figura 4-50 - Matriz de Dados	96
Figura 4-51 - Matriz de Dissimilaridade	97
Figura 4-52 - Dendograma de Clusterização (Fonte: https://stackoverflow.com/questions/16883412/how-do-i-get-the-subtrees-of-dendrogram-made-by-scipy-cluster-hierarchy)	98
Figura 4-53 - Modelo Principal	102

Figura 4-54 - Blocos e Nós.....	103
Figura 4-55 – Blocos de Precedência (SOUZA; MELO, 2014).....	103
Figura 4-56 - Árvore KD (Fonte: Autor).....	105
Figura 4-57 - Resultado do Caminho de Dijkstra Fonte.....	108
Figura 4-58 - Ajuste Basic spline (Fonte: Autor)	110
Figura 5-1 - Custo de Processamento	113
Figura 5-2 - Metal Contido Recuperado.....	114
Figura 5-3 - Distância Incremental.....	116
Figura 5-4 - Fluxo de determinação do Custo de Lavra.....	117
Figura 5-5 - Blocos Próximos a Usina.....	117
Figura 5-6 - Simulação de Fila	119
Figura 5-7 - Distribuição das Simulações de Descarga.....	119
Figura 5-8 - Tempo das Simulações de Carregamento.....	120
Figura 5-9 - Simulação do Tempo Total de Transporte	120
Figura 5-10 - Custo de Lavra.....	121
Figura 5-11 - Simulação de Preços.....	122
Figura 5-12 - Receita baseada no Preço de Venda de 1200\$/Oz.....	123
Figura 5-13 – Distribuição probabilística da taxa ótima de produção simulada	124
Figura 5-14 - Análise de Sensibilidade da Produção por Preço de Venda	125
Figura 5-15 – Análise de Sensibilidade da Produção por Relação Estéril/Minério	125
Figura 5-16 - Gráfico de Tornado Utilidade Marginal	126
Figura 5-17 - R.E.M Simuladas.....	127
Figura 5-18 - Ajuste por Soma de Seno	129
Figura 5-19 - Regressão das Velocidades Baseado no Caminhão 769D Carregado (Fonte: Autor)	130
Figura 5-20 - Utilização dos Clusters para estimar frente de lavra, vista de topo	131
Figura 5-21 - Acessos para cada bloco, não suavizado	132
Figura 5-22 - Modelo Marvin e Clusters	133
Figura 5-23 - Marvin Mineralização	133
Figura 5-24 - Centroeide dos Blocos do Modelo Marvin	134
Figura 5-25 - Modelo de Blocos Resultado de Distância e Inclinação 11% (Fonte: Autor).	137
Figura 5-26 – QQPLOT: Comparativo de distância percorrida (Fonte: Autor).....	138

Figura 5-27 - Histograma das Distâncias percorridas limitados a 9% de inclinação	139
Figura 5-28 - Histograma das Distâncias percorridas limitados a 11% de inclinação	139
Figura 5-29 - Análise de Custo por Profundidade (Fonte: Autor).....	140
Figura 5-30 - Distância e Tempo de Transporte.....	140
Figura 5-31 - Comparativo entre as metodologias de cálculo	142
Figura 5-32 - Trecho de Segmento assinalado com o custo	144
Figura 5-33 - Precedência por arcos(KHALOKAKAIE, 1999)	145
Figura 5-34 - Tronco de Precedência(KHALOKAKAIE, 1999)	146
Figura 5-35 - Sistema de Indexação de Blocos(KHALOKAKAIE, 1999)	147
Figura 5-36 - Estrutura da lista de adjacência (Fonte: Autor)	147
Figura 5-37 - Grafo representado através da lista de adjacência (Fonte: Autor).....	148
Figura 5-38 - Cenário Base Movimentação de Minério	151
Figura 5-39 - Cenário Base Valor Presente Líquido	151
Figura 5-40 - Cava Final Sequenciada por Lerchs-Grossmann.....	152
Figura 5-41 - Cava Final e Sequenciamento utilizando Sequenciamento Direto.....	153
Figura 5-42 - Valor Presente Líquido para Sequenciamento Direto - Cenário Base	153
Figura 5-43 - Movimentação de Minério e Metal Contido	154
Figura 5-44 - Teor de Ouro e Metal Acumulado - Cenário Base	154
Figura 5-45 – Fluxo de Estimativa de custo variável de acordo com a rota otimizada.....	155
Figura 5-46 - Superfície Custo Total de Lavra.....	156
Figura 5-47 - Cenário Base e Superfície de Custo	156
Figura 5-48 - Valor Presente Líquido Custo Variável.....	157
Figura 5-49 - Teor de AU - Custo Variável.....	157
Figura 5-50 - Blocos sequenciados diretamente com custo variável.....	158
Figura 5-51 – Cenário de Custo Variável e Superfície de Custo.....	158
Figura 5-52 - Preço Simulado 15 Períodos.....	159
Figura 5-53 - Preço Médio Simulado	160
Figura 5-54 - Valor Presente Líquido - Preço Simulado	161
Figura 5-55 - Teor de Ouro e Metal Contido - Preço Simulado.....	161
Figura 5-56 - Visualização do Sequenciamento Direto com Preços Simulados	162
Figura 5-57 - Taxa Ótima de Produção 15 Períodos	163
Figura 5-58 - Taxa de Produção Média Simulada.....	164
Figura 5-59 - Valor Presente Líquido - Preço e Taxa Simulado	165

Figura 5-60 - Teor de Ouro e Metal Contido - Preço e Taxa Simulado	165
Figura 5-61 - Visualização do Sequenciamento do Cenário de Preço e Taxa Simulados....	166
Figura 5-62 - Valor Presente Líquido - Cenário Completo	167
Figura 5-63 - Teor de Ouro e Metal Contido - Cenário Completo.....	167
Figura 5-64 - Sequenciamento Direto cenário completo.....	168
Figura 125 - Fluxograma Acesso Otimizado – Módulo de Caminho Otimizado.....	184
Figura 126 - Fluxograma da Otimização da Produção – Módulo de Produção Otimizada.	185
Figura 127 - Módulo de Sequenciamento Direto de Blocos	186

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 4-I - Nomenclatura de arcos	39
Tabela 5-I – Parâmetros Utilizados	118
Tabela 5-II - Estimativas Adotadas	118
Tabela 5-III - Tempo de Carregamento	119
Tabela 5-IV - Parâmetros de Movimento	128
Tabela 5-V - Cenários Analisados	135
Tabela 5-VI - Parâmetros Otimização Cenário Base.....	149
Tabela 5-VII - Preço Simulado 15 anos	160
Tabela 5-VIII - Incremento no VPL por Cenário	168

Lista de Abreviaturas e Siglas

ΔP	Varição do Preço (\$)
ΔQ	Varição da Produção (Tonelada)
μ	Volatilidade (%)
a	Teor do minério (%)
b	Tonelada do Bloco (t)
c	Teor do concentrado (%)
C	Custo total (\$)
C_{comp}	Custo Combustível (\$/l)
C_d	Combustível Descida (\$/h)
C_{dep}	Custo Depreciação (\$/h)
C_L	Custo de Lavra do Bloco (\$/t)
C_{lab}	Custo de Mão de obra (\$/t)
C_m	Custo Manutenção (\$/h)
C_o	Custo Operador (\$/h)
C_p	Custo de Processo (\$/t)
C_{pc}	Combustível Plano Carregado (\$/h)
C_{pd}	Combustível Plano descarregado (\$/h)
C_{Rep}	Custos de Reparo (\$/h)
C_s	Combustível Subida (\$/h)
C_{sup}	Custo de suprimento energético (/h)
C_t	Combustível Total (\$/h)
C_v	Custo de Venda do Bloco (\$/t)
d	Taxa de Desconto (%)
D	Destino
$d(i,k)$	Unidade da Matriz de Dissimilaridade entre os elementos i e k
D_c	Custo do Diesel;
e	Elasticidade
E_r	Reparo de Equipamento (\$/t)
E_t	Eficiência da Transmissão (%)
F_c	Fator de Custo (\$/h.t)
G	Grafo
g	Teor do Bloco (PPM)
G	Inclinação (%)
g^i_α	Fração do atributo α no bloco i
g_L	Teor Mínimo do Processo (%)
g_m	Teor Máximo do Processo (%)

H	Capacidade de processo máxima (unidade de minério/período de tempo)
h	Custo de processo (\$/t(Minério))
I	Quantidade de Blocos no Modelo
I	Investimento (\$)
i	Inclinação (%)
K	Capacidade de mercado (unidade de produto/período de tempo)
k	Custo de mercado (\$/t(Produto))
L_s	Limite Superior da Pilha (Toneladas)
L_{sp}	Limite Inferior da Pilha (Toneladas)
M	Capacidade de lavra máxima (unidade de rocha/período de tempo)
M_L	Demanda Mínima do Processo (unidade de rocha/período de tempo)
M_m	Capacidade de Produção (unidade de rocha/período de tempo)
M_o	Custo de Lavra associado ao produto (unidade de rocha/período de tempo)
M_p	Capacidade Máxima de Produção de Lavra (unidade de rocha/período de tempo)
M_w	Custo de Lavra associado ao estéril (unidade de rocha/período de tempo)
N_s	Quantidade de Caminhões
O	Conjunto de Blocos de Minério
O_o	Custo Fixo por tonelada de minério (\$/t)
O_w	Custo Fixo por tonelada de estéril (\$/t)
P	Preço de venda do minério (\$)
p	preço do produto (\$/t(Produto));
$P_0(T_{c+})$	Custo de processo por tonelada de ouro processado acima de T_{c+}
Pdt	Produtividade (t/h)
Pcg	Peso da Carga (t)
Peq	Peso do Equipamento (t)
PIM	Programação Inteira Mista
Pm	Potência do Motor (Kw)
P_{m0}	Custo de Transporte (\$/t)
P_{me}	Preço Médio (\$)
P_{mg}	Preço Marginal (\$)
P_o	Custo de processo associado ao produto (\$/t)
Pr	Produtividade (t/h)
P_w	Custo de processo associado ao estéril (\$/t)
Q_{c+}	Quantidade de minério processada (t)
QFr	Quantidade de Material por frente de lavra (t)
R	Receita do bloco (\$)
R	Custos associados ao produto (\$/t)
$R(T_{c+})$	Recuperação do processo acima de T_{c+}
r_c	Recuperação de lavra percentual do bloco (%)
REM	Relação Estéril Minério
Rr	Resistência ao Rolamento (%)

Rr	Coeficiente de Rolamento
Sp	Pilha
S	Comprimento do Segmento
SDB	Sequenciamento Direto de Blocos
St	Solução Simulada
t	Período de Tempo
t _c	Tempo de Ciclo
U	Utilidade
U(T _{c+})	Utilidade da atividade da planta acima do teor T _{c+}
U _m	Demanda Máxima do Processo
V	Velocidade (m/s)
VAL	Valor Atual Líquido (\$)
V _i	Valor econômico do Bloco i
VPL	Valor Presente Líquido (\$)
V _u	Vida útil estimada (h)
Wt	Variável de Wiener
X	Variável Binária de Decisão de Bloco
y	recuperação metalúrgica ou mássica (%)
ΔV	Variação da Velocidade
λ	Intervalo de Chegada
ω	Ponderador de Atributo
σ	Deriva
φ _{αρ} ^{min}	Mínimo do atributo α requerido pelo processamento ρ

RESUMO

Determinar o sequenciamento de lavra é um importante procedimento do planejamento de lavra para determinar qual material será lavrado, a quantidade, e em qual período. O sequenciamento é dependente dos modelos geológico, econômico e operacional. Estas variáveis influenciam o sequenciamento dos blocos e conseqüentemente podem conduzir um empreendimento ao sucesso ou ao fracasso. O planejamento de lavra normalmente define a taxa de produção e custo de produção de modo estático e baseado em valores empíricos, são utilizados valores constantes para todo empreendimento. Utilizando a metodologia de Lerchs-Grossmann não haveria como propor que a taxa de produção e custo de lavra sejam otimizados durante o processo devido a estrutura do método. Para suprimir as inconsistências desta metodologia esta tese propõe unir o Sequenciamento Direto de Blocos (SDB) as metodologias de otimização da taxa de produção e custo de lavra. O objetivo desta metodologia é considerar os fatores econômicos de curto prazo no sequenciamento de lavra para o longo prazo. A cada ano de funcionamento do empreendimento ocorre a diminuição da reserva, alteração dos custos e receitas. Deste modo, pode-se afirmar que o custo de lavra e a taxa de produção ideal são alterados a cada ano, porém a metodologia atual não é capaz de considerar estas alterações. Caso não seja considerada a otimização da produção e o custo de produção, o empreendimento pode ser dimensionado em um valor presente líquido de baixa probabilidade. Assim, a escala de produção adotada pode ser antieconômica, a taxa de produção pode não gerar a economia de escala esperada para empreendimentos de mineração. Este trabalho não busca o maior valor presente líquido como única meta, será determinado o valor presente líquido com a taxa ideal de produção e custo de lavra otimizado. O resultado será um sequenciamento de lavra para o curto prazo capaz de considerar a taxa de produção ótima para os custos operacionais.

Palavras-Chave: Custo de Transporte; Dijkstra; Caminho Otimizado, Taxa Otimizada, Sequenciamento Direto de Blocos.

ABSTRACT

Determining mining sequencing is an important mining planning procedure to determine which material will be mined, the quantity and period of the time. Sequencing is dependent on geological, cost and operational models. These variables influence the sequencing of the blocks and consequently can lead an enterprise to success or failure. Mining planning normally defines the production and cost rates in a static manner and based on empirical values, the same values are used throughout the enterprise development. The Lerchs-Grossmann methodology does not allow the production cost rates to be optimized during the process due to the structure of the method. The need to suppress the inconsistencies of this methodology, this thesis proposes to join Block Sequencing (SB) the methodologies for production rate and mining cost of optimization. The objective of this methodology is to consider the economic factors used in short-term planning in the mining sequencing for the long term. For each year of operation of the enterprise occurs the decrease costs and sale price. In this way can affirm that the mining cost and ideal production rate are changed every year, but the current methodology is not able to consider these changes. If production and production cost optimization is not considered, the enterprise can be sized in a low probability net present value. Because the production scale adopted may be uneconomical, the production rate may not generate the economies of scale expected for mining enterprises. This work does not seek the highest net present value as the only goal, the net present value will be determined with the optimum production rate and optimized mining cost. The result will be a short term mining sequencing capable of considering the optimal production rate for operating costs.

Keywords: Transport Costs; Dijkstra; Optimized Path, Optimized Ratio, Direct Block Scheduling

1. INTRODUÇÃO

A análise da viabilidade econômica de um projeto é tópico importante para decidir sobre a implementação de um empreendimento mineral. A análise econômica depende da quantidade de mineral lavrado, custos, receitas e taxa de produção (HUSTRULID, 1995). A capacidade de alimentar a planta de beneficiamento é limitada pelo sequenciamento de lavra e o sucesso financeiro é resultado da programação de produção da usina de beneficiamento. A taxa de lavra é resultado do equilíbrio entre a economia de escala e deseconomia de escala. Deseconomia de escala ocorre quando os custos de produção crescem mais do que a receita de produção devido ao aumento da escala. Economia de escala é a economia gerada devido ao aumento da taxa de produção. Para planejamento da produção seja aderente a realidade é necessária considerar a taxa de desconto financeiro e custo adequado ao período de operação. Outro aspecto importante a ser observado é o teor de corte adequado a estrutura de lavra, depósito mineral e preço de venda. O teor de corte econômico ou *Breakeven* está relacionado ao teor de elemento útil capaz de garantir que não ocorra lucro ou prejuízo na extração e beneficiamento de uma unidade de lavra (LANE, 1988).

Importante ressaltar que os custos utilizados no teor de corte contemplam apenas os custos diretos devido a lavra e processamento dos blocos (HARTMAN, 1987). Sequenciamento de lavra qual as restrições operacionais e econômicas não sejam respeitadas podem conduzir a cenários capazes de viabilizar erroneamente empreendimentos economicamente inexequíveis. Para correta aplicação dos custos é necessário utilizar uma metodologia robusta para corretamente estimar o custo de lavra de cada unidade de lavra. Idealmente o custo para o processamento mineral deve ser estimado considerando a rota de beneficiamento de lavra proposta. O ciclo das operações de lavra deve ser considerado para estimar os custos, neste trabalho de acordo com a posição do bloco, será estimado o custo adequado de transporte. A metodologia de planejamento de lavra adotada pela indústria utiliza como padrão o algoritmo de determinação da cava final proposto por Lerchs-Grossmann (LERCHS; GROSSMANN, 1965). Para definição da programação da produção, são realizadas duas etapas diferentes:

1. Determinação do limite final de lavra;
2. Utilização do limite final de lavra definido como fronteira para o sequenciamento de produção.

Esta metodologia apresenta algumas considerações nocivas ao planejamento da produção. Para determinar o limite de escavação, definido como cava final, é considerado que todo o minério será lavrado instantaneamente no momento da abertura da mina (LERCHS; GROSSMANN, 1965). Esta consideração deixa de penalizar economicamente todos os blocos a serem lavrados em tempos futuros por não lhes aplicar, corretamente, um fator de desconto. Considere um bloco de receita de 100 US\$ e uma taxa de juros entre 8% a 12% ao ano em média. Devido a premissa do algoritmo proposto por Lerchs-Grossmann de considerar que o bloco é lavrado instantaneamente a taxa de desconto aplicada a esse bloco será de 0%. Em um empreendimento de 20 anos, por exemplo, em que esse bloco fosse lavrado no último ano, dever-se-ia considerar uma taxa de desconto de 772%, admitindo-se 10% ao ano, conduzindo o valor do bloco de 100 US\$ para 14,86 US\$. Essa estimativa é válida quando não há descontinuidade brusca na economia dos bens minerais. Esta diferença permite ao algoritmo proposto selecionar blocos que não seriam viáveis economicamente ao final do empreendimento.

Para melhor aderência entre o planejamento de lavra e a operação a metodologia de sequenciamento direto de blocos apresenta um mecanismo de construção capaz de diminuir as aproximações utilizadas pela metodologia clássica. O sequenciamento direto de blocos é capaz de obter um resultado de planejamento de lavra em um processo de otimização global de todos os períodos simultaneamente, diferentemente da metodologia tradicional, executada em etapas sob direção de um Engenheiro de Minas experiente (NADER, 2015).

O sistema é capaz de tratar cada bloco de maneira independente e definir seu envio para cada um dos destinos possíveis, entre os quais: planta de processamento, pilha de estéril, pilha de estoque ou mantê-lo *in situ* (MARINHO, 2013). A metodologia tradicionalmente utilizada no mercado determina primeiro o destino do bloco e depois determina o período em que será lavrado (HUSTRULID, 1995). Este processo clássico não espelha a ordem natural das operações de lavra, pois primeiro são lavrados os blocos mais superficiais e sucessivamente os demais até atingir o limite de escavação (MARINHO, 2013).

A atividade no sequenciamento direto é reduzida em uma etapa única em que o algoritmo é capaz de definir em uma otimização global o destino do bloco e o período de sua lavra simultaneamente, sem a necessidade de retroalimentação do sistema (GOODFELLOW; DIMITRAKOPOULOS, 2013).

A metodologia tradicional possui limitações como a dificuldade para ajustar parâmetros de lavra diferentes aos períodos de produção no sequenciamento, determinação de uma taxa

de lavra e teor de corte incorretos, fator de desconto independente do período de lavra, utilização de modelos puramente determinísticos, predefinição de destino dos blocos, incapacidade de incorporação de restrições aditivas (MEAGHER; DIMITRAKOPOULOS; AVIS, 2014).

Essa nova metodologia possibilita a aplicação da taxa correta de desconto financeiro em cada unidade lavrada, contribuindo para o aumento de confiabilidade do Valor Presente Líquido definido pelo algoritmo (FARMER, 2016). Como o destino do bloco será decidido individualmente é possível redefinir o destino de um bloco que apresente maior benefício financeiro ao ser combinado com outro. Um bloco com elevado teor de contaminante, não lavrável pela metodologia clássica, pode ser considerado minério se combinado com um bloco lavrado no mesmo período avaliando proporcionando a diluição do contaminante a níveis aceitáveis (RAMAZAN, 2006).

Os resultados apresentados pelo Laboratório Cosmos da Universidade *McGill* e o projeto *Delphos* da Universidade do Chile apresentam claras vantagens na aplicação desta nova tecnologia quanto ao valor financeiro estimado para o projeto (MORALES et al., 2015). Algumas das principais mineradoras como Vale, BHP e Rio Tinto estão patrocinando grupos de estudo em diferentes países para desenvolvimento desta metodologia de maior assertividade. O DEMIN-UFMG faz parte do grupo de pesquisa constituído pelo Instituto Tecnológico Vale (ITV) que apresenta como uma das suas missões, particularmente esse grupo de pesquisa, determinar a viabilidade operacional do Sequenciamento Direto de Blocos (SDB).

Ainda não há estudos suficientes para garantir que os resultados financeiros determinados pelo sequenciamento direto de blocos possuam aplicabilidade operacional. É objetivo do estudo é determinar a viabilidade operacional da metodologia para que a metodologia possa ser aplicada a novos empreendimentos minerais.

Como o objetivo desta tese é testar o impacto da utilização do Sequenciamento Direto de Blocos associado a correta taxa de produção e custo de lavra adequado, será utilizado um algoritmo próprio desenvolvido para este trabalho. O objetivo deste algoritmo é resolver o problema da formulação proposta, sem compromisso de tornar-se um software comercial.

Para o trabalho será utilizado um modelo geológico de domínio público conhecido como Marvin. Para os parâmetros econômicos serão utilizadas metodologias de estimativa de custos propostas neste trabalho.

2. OBJETIVOS

A metodologia clássica de planejamento possui uma sequência de trabalho bem conhecida: determinação de cava final, avanço de lavra e sequenciamento dos blocos. Este fluxo de trabalho não está focado na aderência entre as variáveis econômicas e operacionais presentes na operação mineira. A metodologia de sequenciamento direto de blocos (SDB) utilizada está baseada em fluxo único de trabalho para determinar o sequenciamento de lavra. A formulação do SDB favorece o ajuste de variáveis importantes ao sequenciamento para um usuário com conhecimento da formulação de otimização linear. O objetivo principal deste trabalho é construir um algoritmo capaz de adicionar ao sequenciamento direto de blocos a taxa ótima de produção e otimização do custo de lavra.

Como objetivos secundários destacam-se:

- Determinar a taxa ótima de produção;
- Determinar os custos de transporte otimizados;
- Sequenciar a lavra de acordo com parâmetros de taxa de produção, teor de corte otimizados, preço simulado e taxa de desconto simulada para cada período.

3. MOTIVAÇÃO E IMPORTÂNCIA DO TEMA

O Brasil possui em sua economia o impacto relevante de diversas substâncias minerais. A quantidade de recursos minerais Brasileiros é mundialmente expressiva. A Figura 2-3-1 apresenta o saldo da balança comercial brasileira focada no setor mineral. O gráfico mostra que o saldo do setor mineral brasileiro nos últimos períodos vem sendo positivo em favor da economia brasileira.

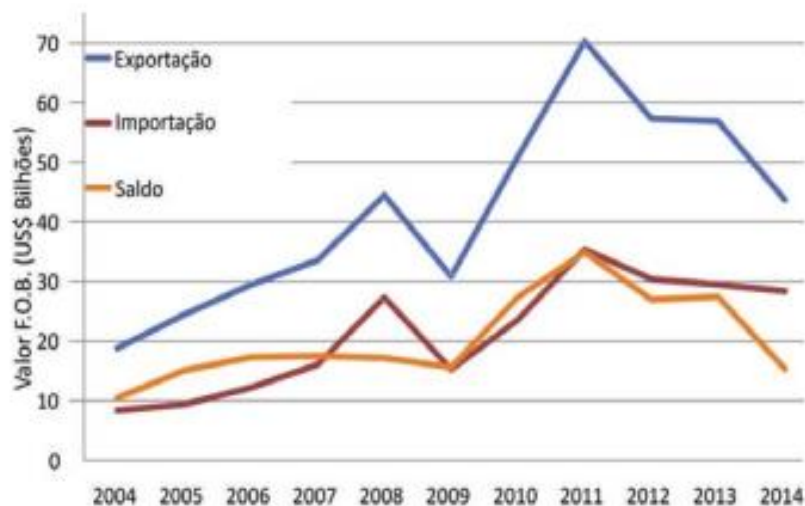


Figura 2-3-1 - Balanço do Setor Mineral (DNPM (2015))

O produto interno bruto (PIB) gerado pela mineração é significativo se comparado ao valor absoluto do PIB brasileiro, pois o saldo brasileiro seria deficitário caso não ocorresse a contribuição da mineração (DNPM, 2015). A Tabela III-1 confirma esta análise capaz de apresentar a importância no saldo comercial.

Tabela III-1 – Saldo da Balança Comercial Brasileira 2015 (DNPM (2015))

	Mineração 2015	Todo Brasil 2015
	US\$ milhões (x10 ³)	US\$ milhões (x10 ³)
Exportação	43.690	225.101
Importação	28.353	229.031
Saldo	15.337	-3.930

A Figura 3-2 mostra que para atender a demanda do mercado por minerais é necessário lavar, processar e entregar o produto ao destino final. Essa cadeia de operações necessárias a comercialização do bem mineral é chamada de cadeia de valor mineral (NADER, 2012).

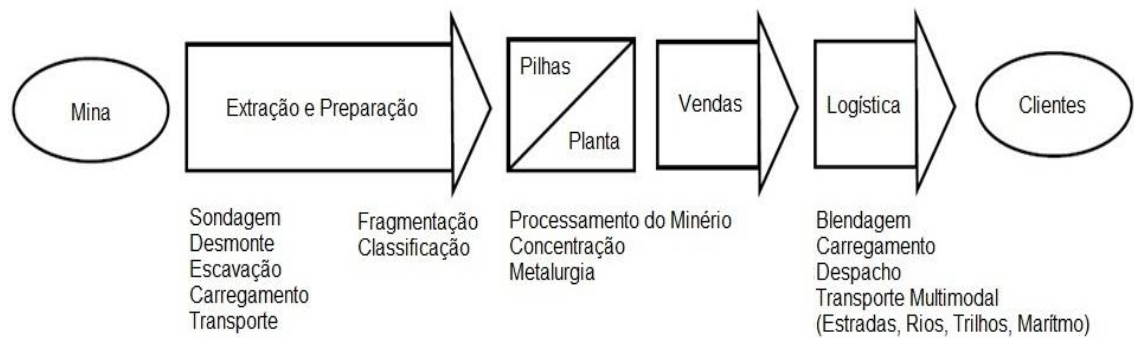


Figura 3-2 - Cadeia de Valor Mineral (NADER, 2012)

A atividade de lavra conforme representado na Figura 3-2 como o segundo elo do fluxograma é um processo de extrema importância para a cadeia produtiva da mineração. Este trabalho discute a metodologia de planejamento de longo prazo dessa importante atividade. O planejamento de lavra é responsável por planejar a quantidade de minério lavrado em cada período. Desta forma, o planejamento de lavra determina qual produto será vendido em cada período de atividade.

4. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

4.1. PLANEJAMENTO DE LONGO PRAZO

Empresas mineradoras demandam reservas minerais para garantir o lastro econômico com objetivo de atrair investidores interessados em retornos financeiros e sociais. O valor do empreendimento pode ser associado com a possibilidade de mudanças na estratégia da empresa e seus parceiros no mercado (LANE, 1988). O tipo de mineralização, distribuição dos teores, resistência mecânica e contaminantes são fatores fixos imutáveis com o tempo. Entretanto, o empreendimento está localizado sobre um lugar no espaço e tempo que podem ser alterados. A população circundante ao empreendimento e o preço do bem mineral são exemplos de mudança no tempo e espaço do empreendimento. Devido as variáveis que podem alterar o retorno esperado da empresa é comum investir em um conjunto diferente de operações que pode ser nomeada como portfólio (BEKIROUS et al., 2015). A valoração dos depósitos que irão compor o empreendimento é conduzida principalmente pelo conteúdo do depósito (porte, teor, profundidade), demanda do bem mineral, nível de risco do empreendimento, preço do bem mineral, custo operacional. O único item da valoração do depósito não influenciado por mudanças de curto prazo são as características físicas do depósito, todos os demais podem sofrer alterações. Para este trabalho serão utilizados os

conceitos de curto prazo da contabilidade e administração da produção, em que o curto prazo é abrangido pelo conjunto de atividades dentro do mesmo ano fiscal.

Combinar as incertezas espaciais, legislação, economia, mercado e operacionalidade conduzem a uma grande variabilidade de cenários estratégicos possíveis que conduzem a um conjunto de possibilidades que podem ser realizadas. Existem esforços de centros de pesquisa como da Universidade McGill especializados em matemática computacional com objetivo de contabilizar a incerteza proveniente destes diversos cenários. Os principais riscos simuláveis para um empreendimento mineral são geológico, mercadológico e operacional (DIMITRAKOPOULOS, 2011). Os trabalhos fundamentados na incerteza geológica, constante no tempo, já atingiram uma maturidade incrível e conseguem quantificar o risco geológico (ABBAS et al., 2017). Trabalhos para quantificar a incerteza mercadológica são extremamente complicados devido as incertezas macroeconômicas que podem alterar a todo instante (RUNGE, 1998). Entretanto, as incertezas operacionais podem ser estimadas através da determinação das propriedades das rochas durante o beneficiamento, carregamento e transporte.

O planejamento de longo prazo é bastante simples, pois consiste na integração da logística de movimentação de material, processamento mineral, liberação de frentes de lavra e restrições econômicas (NOGHOLI, 2015). Como ferramenta de integração dessas restrições, é classicamente adotado a via maximizante, esta estratégia objetiva a maximização do valor presente líquido para o longo prazo (LANE, 1988). A aplicação da estratégia maximizante é adotada como normativo para construção da função utilidade de cada bloco utilizado nos algoritmos de cava final, em que será selecionado o conjunto de blocos lavráveis capaz de retornar o maior valor presente líquido. Após a determinação da fronteira final de escavação são determinados os avanços de lavra de cada ano de operação. A determinação da fronteira de lavra antes do sequenciamento anual é adotada quando utilizado as chamadas metodologias clássicas. Algoritmos de cava final que utilizam as metodologias de cones flutuantes, Lerchs-Grossmann e demais sistemas baseados em avanço de lavra são denominados metodologias clássicas. A Figura 4-1 apresenta o fluxograma do processo de planejamento de longo prazo explicado anteriormente. A metodologia proposta neste trabalho é realizada em etapa única, o sequenciamento de lavra e o limite de escavação serão determinados simultaneamente.

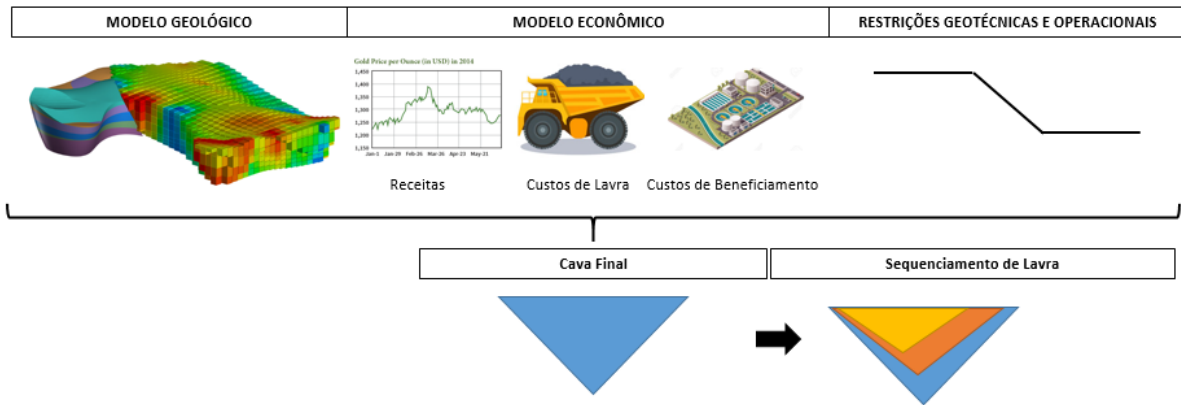


Figura 4-1 - Fluxo Clássico de Planejamento de Longo Prazo

O fluxo de trabalho apresentado na Figura 4-2 é resultado da metodologia inicialmente desenvolvida por Johnson (1968) em que foi utilizado conceitos de programação inteira mista para resolução do problema. O trabalho de Johnson (1968) cedeu espaço para o algoritmo de Lerchs-Grossmann devido à baixa velocidade do algoritmo resultante deste trabalho, apesar do maior poder técnico. Pois o sistema de sequenciamento direto proposto por Johnson permite que cada bloco seja analisado individualmente quanto aos possíveis adjetivos que compõem sua economicidade (JOHNSON, 1968).

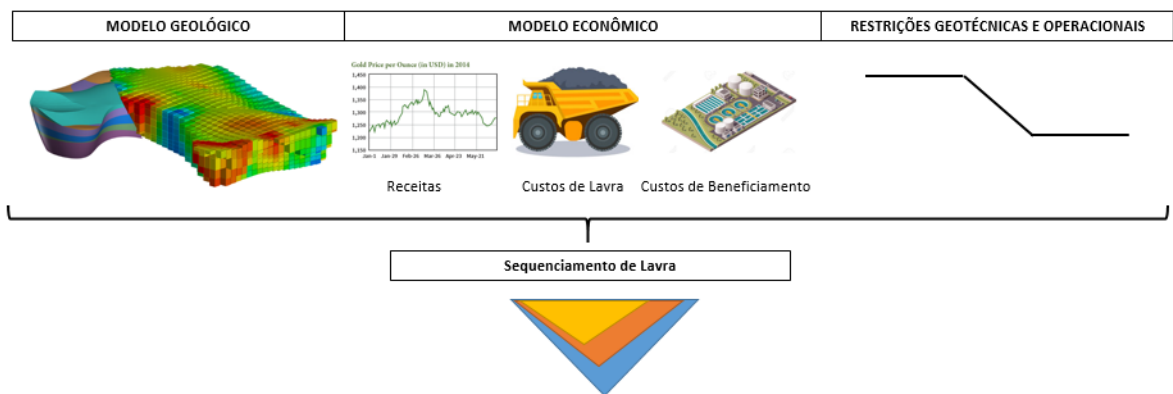


Figura 4-2 - Fluxo de Sequenciamento Direto para Planejamento de Longo Prazo

4.1.1. PARÂMETROS DE PLANEJAMENTO DE LONGO PRAZO

Para estimar o retorno esperado por um empreendimento mineral é necessário utilizar o fluxo de caixa descontado. O fluxo de caixa descontado aplica um fator de desconto financeiro para que o minério lavrado em um período após o início do empreendimento tenha seu valor levado para o ano zero. Deste modo, é possível que todos os blocos lavrados sejam comparados pois estão na mesma base de tempo. Considerando que os blocos estão na mesma base de tempo, estes são somados para determinar o valor presente líquido do empreendimento. Para determinar o lucro de cada bloco é necessário conhecer as receitas e os custos associados a lavra do bloco. Grande parte do tempo investido nos estudos de viabilidade econômica estão relacionados com a estimativa de custos, entretanto a metodologia de estimativa de custo costuma gerar valores constantes no tempo independentemente da posição no espaço ou período em que será lavrado.

Segundo Smith (2012), as principais variáveis que deveriam ter a variabilidade considerada individualmente para correta valoração dos custos são variabilidade geológica, preço de venda, taxa de produção, taxa de desconto, porte da operação (SMITH, 2012). Neste trabalho a única variável não aprimorada será a variabilidade geológica, foram concentrados esforços para simulação do preço de venda, determinação da taxa de produção, taxa de desconto, porte da operação foram otimizados.

Com intuito de compensar a utilização dos parâmetros constantes são utilizados cenários com diferentes valores para os parâmetros. Normalmente, os cenários são divididos no caso otimista, pessimista e mais provável. Para o cenário pessimista as variáveis são configuradas de acordo com o cenário em que o custo é o mais elevado possível, contrariamente é determinado o cenário mais otimista. Entretanto, essa metodologia pode gerar cenários irreais, por exemplo, o preço baixo durante um período muito grande. Preços muito baixos favorecem a sobrevivência de empresas com custo baixo, quando as empresas de maior custo saírem do mercado ocorre diminuição da oferta de minério que faz com que o preço aumente novamente. Se o preço do minério está subindo no momento da implementação do empreendimento o sequenciamento deve absorver este movimento utilizando uma simulação condicional de preços para que não aceite que o preço irá subir incondicionalmente. As variáveis estão conectadas diretamente, a taxa ótima de produção é dependente do preço e custo do bem mineral, o custo de operação e dependente do avanço de lavra. A metodologia de planejamento de longo prazo deveria ser capaz de contemplar as variações e ajustar automaticamente o planejamento para o período seguinte.

4.1.2. METODOLOGIA CLÁSSICA – LERCHS GROSSMANN

A metodologia de trabalho proposta por Lerchs-Grossmann (1965) é um mecanismo para encontrar a cava capaz de fornecer o lucro máximo de acordo com as restrições do problema. Usando a técnica de Programação Dinâmica de Lerchs-Grossman (MEAGHER; DIMITRAKOPOULOS; AVIS, 2014) introduzem, juntamente com um algoritmo de otimização bidimensional de cavas, o tratamento algébrico para a discretização da jazida em blocos tecnológicos. Lerchs e Grossmann propuseram um algoritmo matemático que permite desenhar o contorno de uma exploração a céu aberto de tal forma que se maximize a diferença entre o valor total da mineralização explorada e o custo total da extração do minério e estéril. Este trabalho foi o começo das aplicações da informática na otimização de explorações a céu aberto, sendo o artigo que tem tido maior incidência nesta temática aplicada à indústria mineira. Contudo, seu uso não é universalmente aceito provavelmente pelas seguintes razões:

- a) Complexidade do método em termos de compreensão e programação.
- b) Tempo requerido, em termos de ordenação para obtenção do desenho. Este fato tem gerado a criação de um grande número de algoritmos alternativos que reduz o tempo necessário para a otimização do desenho. Este problema aumenta se existe a necessidade de realizar uma análise de sensibilidade que gera múltiplos desenhos em função de mudanças nas variáveis tais como custos, preços de venda e teores mínimos de lavra. Contudo, a chegada, nos últimos anos, de equipamentos de informática potentes a baixo custo tem minimizado, notavelmente, este problema.
- c) Dificuldade para incorporar mudanças nos ângulos de taludes da cava de exploração.
- d) O critério de otimização se baseia no benefício total, enquanto deveria ser baseado no Valor Atual Líquido (VAL). Esta dificuldade é comum na maior parte dos algoritmos existentes e tem uma solução difícil (PINTO; DUTRA, 2008).

O método bidimensional proposto foi estendido para três dimensões pelos programadores das empresas do setor, devido às limitações naturais do método foram obrigados a adotarem soluções que afastam da solução ótima. O mecanismo de aproximação dos ângulos de talude baseada em taludes é uma aproximação com precisão relativa, mas sem exatidão.

Lerchs-Grossman (1965) no mesmo trabalho apresenta um algoritmo que modela o problema segundo a teoria dos grafos. O problema passa a ser estudado para determinar o fechamento máximo de um grafo associado. O benefício (B) associado a lavra do bloco *i* passa a ser

formulado como a busca combinatória de blocos que maximizam $\sum_i B_i$, respeitando as restrições operacionais e lógicas do problema. O contorno que respeita as restrições geométricas impostas pela operação de lavra é representado pelo fecho do grafo $G=(X,v)$ que pode atingir o objetivo desejado com um número finito de interações.

Segundo Pinto (2008) a grande vantagem obtida com a introdução dos conceitos de Programação Dinâmica na resolução dos problemas da cava final ótima, sem dúvida, está relacionada com a rapidez na obtenção da solução, particularmente interessante para a avaliação de alternativas na programação da produção.

A teoria de grafos para aplicação segundo a metodologia de Lerchs-Grossmann pode ser melhor compreendida com o domínio da formulação matemática. Para esta tarefa será utilizado um modelo de blocos bidimensional e utilizar a metodologia passo a passo (SOUZA; MELO, 2014).

No modelo de blocos bidimensional mostrado na Figura 4-3 cada bloco possui dois valores onde o superior indica o número do bloco, e o inferior indica o valor da função benefício. Os ângulos do talude serão considerados de 45° e blocos quadrados para simplificação deste exemplo.

1 -1	2 -1	3 +1	4 +1	5 -1	6 -1	7 -1
8 -2	9 +2	10 +1	11 -2	12 +3	13 -2	14 -2
15 -3	16 -3	17 +3	18 -3	19 +1	20 -3	21 -3

Figura 4-3 - Modelo de blocos bidimensional (KHALOKAKAIE, 1999)

- Passo 1:
O procedimento inicia-se no primeiro nível, a árvore primitiva é construída adicionando arcos à raiz imaginária, vértice X_0 , para todos os vértices representados nos blocos da superfície ou

primeira linha. Estes arcos devem ser classificados em forte e fraco assim como ilustrado na Figura 4-4.

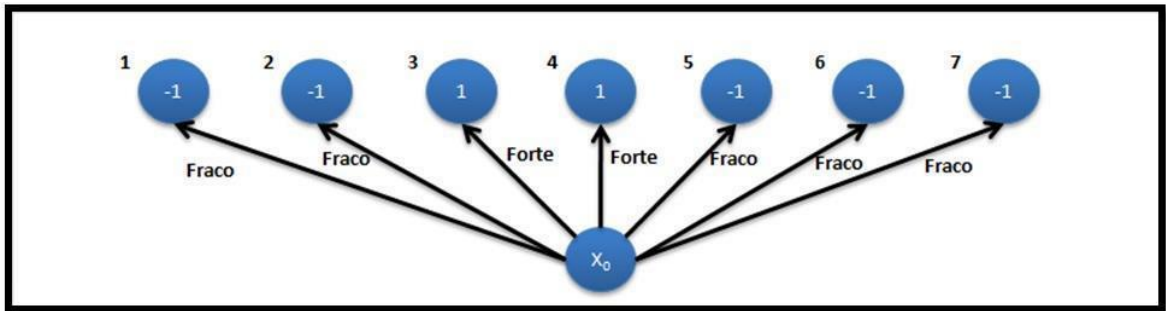


Figura 4-4 - Diagrama de árvore para o primeiro nível (KHALOKAKAIE, 1999)

- Passo 2:

Na árvore não pode haver vértices fracos sobrepondo-se a arcos fortes ou vértices. Esta árvore é consolidada ao apagar os vértices 3 e 4 como mostrado na Figura 4-5, os blocos no segundo nível são adicionados.

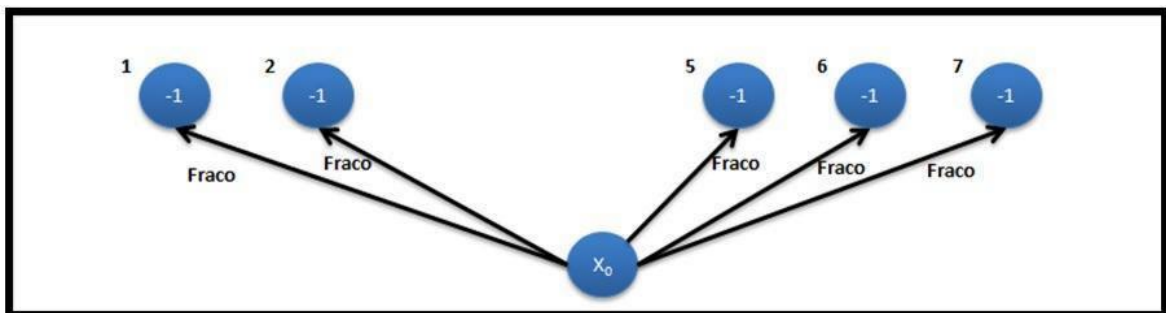


Figura 4-5 - Diagrama de árvore com a poda do primeiro nível (KHALOKAKAIE, 1999)

- Passo 3:

Novamente arcos serão adicionados ao galho, todos os vértices do segundo nível. Devem ser classificados como Fortes ou Fracos, assim como demonstrado no passo 1.

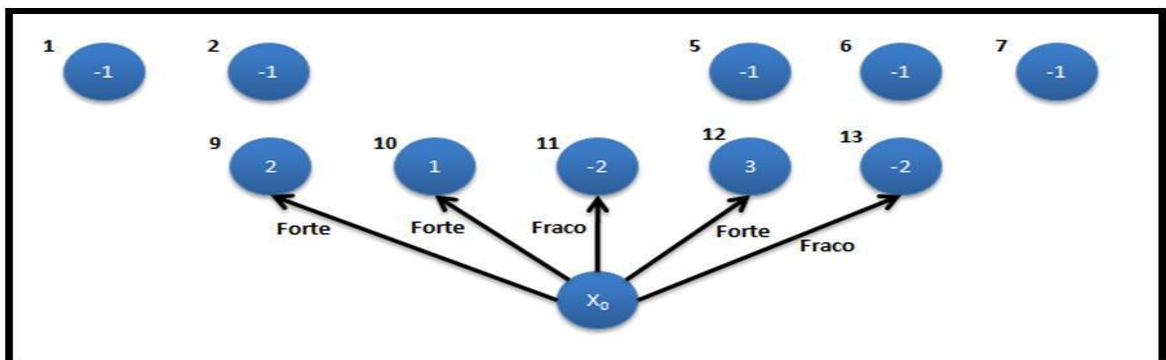


Figura 4-6 - Diagrama de árvore para o segundo nível (KHALOKAKAIE, 1999)

- Passo 4:

O passo 4 é um ponto de inflexão pois temos massas negativas sobrescrevendo nós fortes. Os nós fracos não são mais descartados devido a massa negativa. A aresta direcionada do nó 9 para o nó 1 uma passagem fraca, assim não seria adicionada ao sistema. O galho como um todo temos uma massa positiva que faz com que o galho direcionado do nó X_0 para 1 seja classificada como forte. Este galho é classificado como forte devido a soma das massas $2+(-1) = +1$, assim assumirá uma conexão direta a raiz.

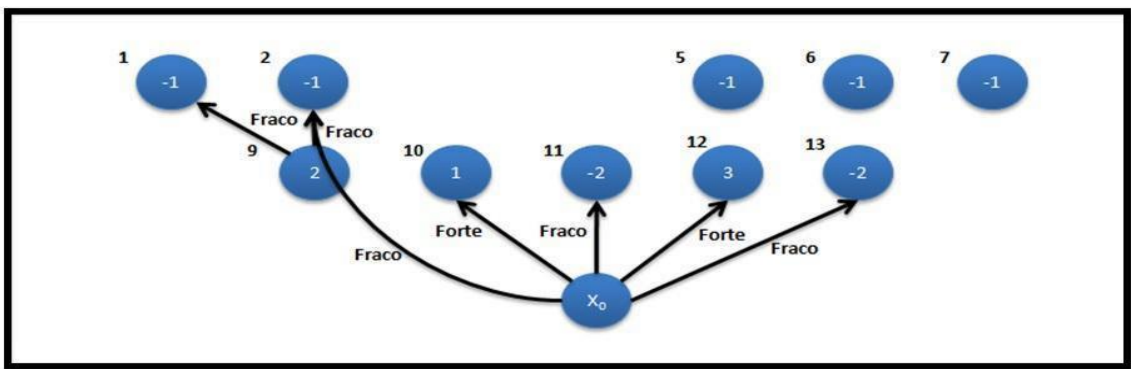


Figura 4-7 - Diagrama de ligação ao vértice 1 (KHALOKAKAIE, 1999)

O vértice fraco 2 sobrepõe o vértice forte 9, então a conexão do vértice 9 será realizada adicionando um arco da raiz até o vértice 2. O arco da raiz até o vértice 2 será eliminado. A investigação irá continuar com o arco do vértice x_0 para o vértice 10. Como para retirar o bloco 9 será viabilizada a retirada do bloco negativo na posição superior, verificar o arco do bloco acima. Como a soma das massas é $-1+2-1 = 0$ o resultado será um arco fraco neste momento.

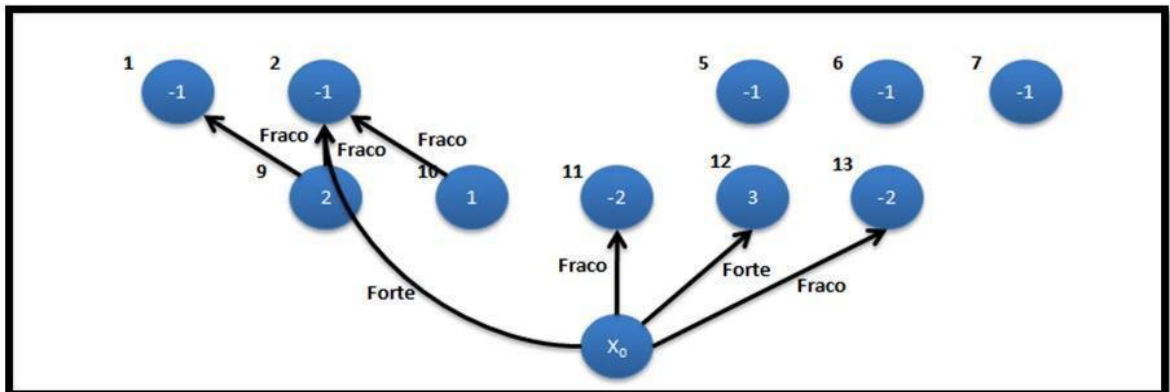


Figura 4-8 - Varredura no nó 2. (KHALOKAKAIE, 1999)

O vértice fraco 2 sobrepõe o vértice 10, mas como o vértice 2 está associado ao galho necessário a sua retirada todo o galho deve ser contabilizado para sua retirada. Assim a soma das massas torna-se $-1+2-1+1 = 1$, os blocos que não estavam sendo retirados passaram a ser lavrados devido a formação de um galho forte. Com este exemplo está também demonstrado como a teoria dos Grafos consegue unir galhos deficitários formando um galho positivo.

O fraco vértice 5 sobrepõe ao vértice forte 12, o arco se conecta a raiz do sistema. Este arco é forte devido a soma das massas $-1+3=+2$. Similarmente o vértice 6 sobrepõe ao vértice forte 12, dando origem a soma de massas $-1+3-1=+1$. Assim temos um arco forte conectando o arco forte da raiz até o vértice 6, assim como mostrado Figura 4-9.

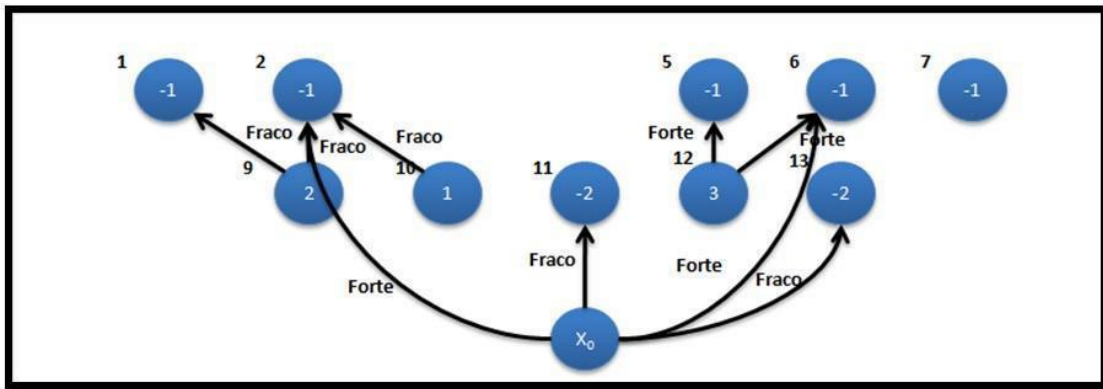


Figura 4-9 - Diagrama de árvore para o nó 12. (KHALOKAKAIE, 1999)

Finalmente os blocos do terceiro nível foram varridos e adicionados aos Grafos de força comprovada (Passo 1). Os arcos foram classificados do terceiro nível até a raiz momentânea (Passo 2), existem dois arcos fortes e um fraco no terceiro nível.

Existe apenas um nó fraco sobrepondo o vértice forte 17, o nó 11. A soma das massas para a retirada do bloco 11 é positiva, $-2+3 = 1$. Assim o arco ligando o vértice 17 ao 11 é eliminado surgindo assim um arco conectando a raiz ao vértice 17.

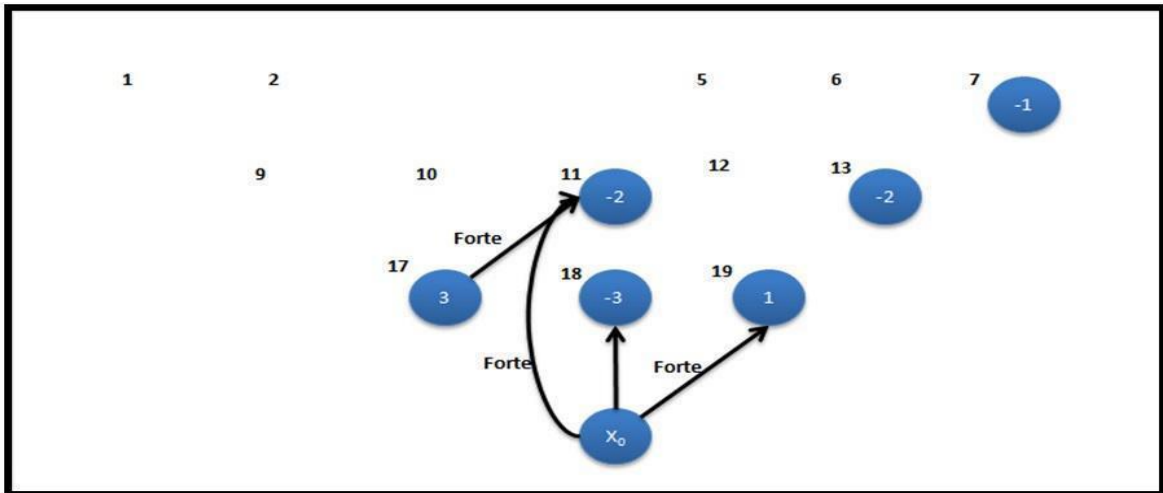


Figura 4-10 - Verificação do Vértice 17 (KHALOKAKAIE, 1999)

O vértice fraco 13 está sobrepondo o vértice forte 19. O arco do vértice 19 para o vértice 13 tem sua massa calculada para verificar se a sua adição contribui positivamente ou não ao sistema. Como a soma é $-2+1 = -1$, o arco será descartado do sistema e classificado como fraco.

Não havendo massa negativa sobrepondo vértices positivos a estrutura foi normalizada conforme os passos 3 e 4, assim o algoritmo está completo. Temos apenas a união do arco pertencente aos vértices 11 e 17 para ser adicionado nesta etapa.

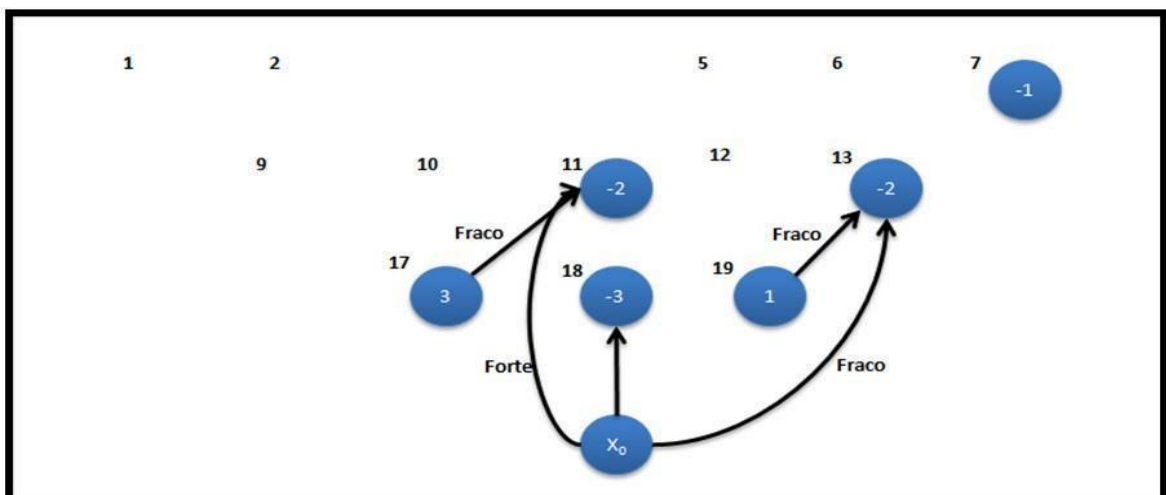


Figura 4-11 - Adição do vértice 17(Khalokakaie (1999))

Este é um exemplo do processo de tomada de decisão dentro de um sistema de grafos com decisão global. Este processo foi citado apenas por Lerchs e Grossmann em seu primeiro

trabalho, mas sem detalhamento de cada etapa. Figura 4-12 apresenta o resultado da sequência de interações em que os blocos selecionados estão presentes na cava final (KHALOKAKAIE, 1999).

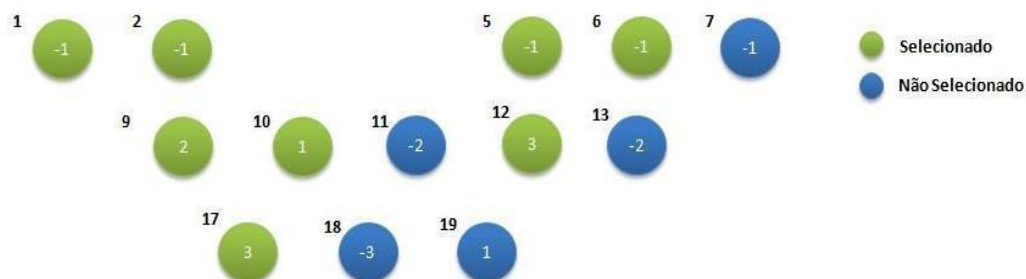


Figura 4-12 - Galho Forte (Fonte: Contribuição do autor)

4.1.3. CONCEITO DE SEQUENCIAMENTO DIRETO

O sequenciamento direto de blocos (SDB) é uma metodologia de planejamento de lavra diferente da metodologia clássica, composta pelo encadeamento da determinação da cava final, fases de lavra e sequenciamento. As metodologias clássicas não aplicam o desconto financeiro relativo ao período de lavra corretamente, considerando que todos os blocos são lavrados no tempo zero. Podem ocorrer variações significativas dos blocos selecionados entre essas diferentes metodologias devido a aplicação incorreta da taxa de desconto na metodologia clássica (NADER, 2015). O SDB é capaz de resolver este problema tratando cada bloco individualmente no sequenciamento de cava. Essa metodologia trata o conceito de cava final e sequenciamento como um resultado natural da lavra de cada bloco assim como ocorre em um empreendimento.

O problema global é resolvido com maior eficiência, pois é dividido em subproblemas, associados a um período. Os subproblemas são resolvidos sequencialmente em ordem crescente de modo a gerar uma solução global do empreendimento (GOODFELLOW; DIMITRAKOPOULOS, 2016).

O sequenciamento dos blocos e as restrições operacionais associadas a cada período começaram a ser resolvidos pelo controle do desvio de produção e metas (LAMGHARI; DIMITRAKOPOULOS, 2016). A solução desenvolvida por Goodfellow baseia-se nos estudos de Programação Inteira Mista (P.I.M) estocástica inicialmente desenvolvidos por

Dimitrakopoulus em 2005. Desta forma o sistema proposto por Goodfellow & Dimitrakopoulus (2016) atingiu capacidade de controlar a produção utilizando variáveis binárias para decidir se o bloco seria lavrado e o período, com base em todos os períodos do sequenciamento.

Para determinação do resultado com maior aderência a realidade operacional Marinho (2013) introduz o conceito de superfície de controle. Essas superfícies funcionam como barreiras capazes de separar os blocos em diferentes períodos e dividir o problema principal em problemas menores (MARINHO, 2013).

Os problemas resolvidos por Almeida (2013) e Goodfellow (2016) são de grande complexibilidade computacional. Modelos de blocos industriais possuem, facilmente, mais de 5.000 blocos, considerando cada bloco como uma variável de decisão é possível estimar o tamanho do problema computacional.

O problema de sequenciamento direto se for resolvido considerando apenas programação inteira mista (P.I.M) é impraticável a modelos reais e devido ao consumo de tempo computacional requerido (NOGHOLI, 2015). Ramazan (2004) propõe simplificar o depósito ao considerar os blocos de estéril como uma variável contínua, considerando o valor do bloco como um valor negativo. Esta adaptação força o sistema a investigar somente os blocos a serem retirados compulsoriamente devido a lavra de blocos lucrativos (MARINHO, 2013).

Boland(BOLAND; DUMITRESCU; FROYLAND, 2008) e Stone (STONE, 2005) propuseram simplificações relacionadas ao teor de corte para aglomerar teores semelhantes e mecanismos de agrupamento de blocos com intuito de diminuir a quantidade de variáveis do sistema. Os autores também discutem o tamanho de praça de trabalho, posteriormente retomado por Farmer (FARMER, 2016). Leite (LEITE; DIMITRAKOPOULOS, 2009) apresenta um importante trabalho que contribui para a diminuição do tamanho do problema e para a determinação da operacionalidade do talude adotando uma metodologia denominada "*simulated annealing*".

A solução do problema começa a parecer promissora para modelos de larga escala com os trabalhos de Lamghari (LAMGHARI; DIMITRAKOPOULOS, 2012) e Asad (ASAD; DIMITRAKOPOULOS, 2013). A procura hierárquica do espaço de busca pode substituir a solução do sistema de programação inteira estocástica como uma estratégia mais eficiente computacionalmente(LAMGHARI; DIMITRAKOPOULOS, 2012). A utilização de metodologia proposta por Lamghari (LAMGHARI; DIMITRAKOPOULOS, 2012) pode ser

utilizada em um algoritmo de parametrização de fluxo máximo com intuito de apresentar uma metodologia capaz de utilizar as superfícies somente nas regiões de fronteira e controlar as unidades de lavra por meio de mecanismos de precedência de blocos. Inicialmente, a teoria dos grafos demonstra como construir o arranjo espacial dos blocos, desta forma o sistema é capaz de localizar as unidades de tomada de decisão. Para restrição espacial será utilizada uma proposição capaz de limitar o avanço do sequenciamento em regiões em que a busca por solução está proibida temporariamente.

Um importante fator que diferencia o Sequenciamento Direto de Blocos da metodologia clássica é a construção da função benefício. O SDB é capaz de abrigar mais do que apenas a variável binária presente na programação inteira mista (P.I.M). Há a possibilidade de considerar mecanismos de convergência como heurísticas, metaheurísticas e relaxação lagrangeana para facilitar a convergência da solução. Os conceitos de heurística, metaheurísticas e relaxação lagrangeana será explicada nos tópicos 4.6, 4.5 e 4.7.

4.1.4. CONSTRUÇÃO DE FASES DE LAVRA

Fases de lavra podem ser definidos como cavas intermediárias criadas a partir da cava final. As fases de lavra normalmente são geradas por dois motivos (NOGHOLI, 2015):

- Para guiar o sequenciamento da produção;
- Para melhorar a operacionalidade das soluções encontradas.

Definir o sequenciamento da produção pode ser um problema complexo, pois normalmente existe um grande número de blocos dentro do limite da cava final. Ao se restringir este sequenciamento as fases de lavra, ocorre uma diminuição da complexidade do problema, permitindo se encontrar soluções satisfatórias. Além disto, pode-se controlar algumas restrições operacionais na criação das fases, o que facilita a obtenção de soluções operacionalmente viáveis para o sequenciamento de produção.

O método clássico para geração das fases de lavra é a utilização das Cavas Aninhadas, que são um conjunto de cavas menores que a cava final, geradas através da variação do preço de venda da commodity (de maneira crescente), de modo a definir um limite de cava para cada um desses preços (ELKINGTON & DURHAM, 2011). Estas Cavas Aninhadas são geradas a partir da maximização do fluxo de caixa não-descontado, sendo que a taxa de desconto somente é aplicada na geração da sequência de produção.

Um problema relacionado as Cavas Aninhadas, e que uma pequena variação do preço de venda pode ocasionar um grande aumento de volume de material entre as cavas. Da mesma forma, grandes variações do preço de venda podem gerar cavas praticamente iguais. Esse problema é chamado de efeito *Gap* (ALBOR & DIMITRAKOPOULOS, 2010), e pode ocasionar problemas operacionais durante a geração da sequência de produção.

WHITTLE (2011) sugeriu duas metodologias para aplicação das Cavas Aninhadas na geração da sequência de produção, chamados de Pior e Melhor caso. No Melhor Caso, a sequência é definida seguindo a ordem natural das Cavas Aninhadas. Desta forma, inicialmente será lavrado a primeira cava gerada, em seguida será lavrado a segunda, assim consecutivamente. Como preços de vendas menores (utilizado na geração das primeiras Cavas Aninhadas) forçam a lavra do material com maior valor econômico, este método tende a maximizar o fluxo de caixa da sequência de produção. O problema com a metodologia está relacionado ao Efeito *Gap*, pois muitas vezes estes resultados obtidos não são viáveis do ponto de vista operacional.

O Pior Caso considera que a cava final será lavrada banco a banco, ou seja, todo o primeiro banco deverá ser retirado para que se possa acessar o segundo banco, e assim consecutivamente. Esta metodologia garante a operacionalidade da sequência de produção, mas desfavorece o fluxo de caixa, pois normalmente os primeiros bancos da cava final possuem uma grande quantidade de estéril, adicionando custos aos primeiros períodos do empreendimento.

Foram propostas algumas alternativas entre o Melhor e o Pior caso, como por exemplo o sistema de Avanço Constante. Neste método, a sequência é definida seguindo a ordem natural das Cavas Aninhadas, mas existe uma restrição relativa ao número de bancos que podem ser lavrados em uma mesma cava. Este número de bancos é um input do sistema. Por exemplo, para um valor de 4, após serem lavrados 4 bancos de uma mesma cava, o sistema automaticamente irá avançar para a próxima. Este método é uma tentativa de garantir a operacionalidade da sequência de produção gerada.

A utilização das Cavas Aninhadas como fases de lavras é amplamente utilizada na indústria mineral. Mas existem outras metodologias para geração dessas fases, como por exemplo em ASKARI-NASAB ((ASKARI-NASAB; MIETH; MOHAMMAD TABESH, 2013)) e Bazy ((BAZZAZI; OSANLOO; SOLTANMOHAMMADI, 2008)).

A descrição da metodologia para gerar as fases de lavra citada neste trabalho é baseada em fatores econômicos e espaciais simultaneamente. O algoritmo para construir o avanço é um somatório de todos os blocos presentes na lavra, entretanto somente os blocos selecionados para compor são contabilizados nas fases de lavra. No primeiro trabalho de Lerchs e Grossmann (1964) foi introduzido pela primeira vez o conceito de estruturação espacial conhecido como grafo. A Figura 4-13 mostra que para determinar quais blocos estão hierarquicamente superiores ou vizinhos a estrutura de dados utilizada é o grafo, qual possui comportamento semelhante a um vetor para indicar posicionamento espacial. O formato do fases de lavra é consequência direta do formato da árvore de precedência, caso a árvore de precedência tenha formato preferencial o avanço irá acompanhar este formato (SOUZA; MELO, 2014).

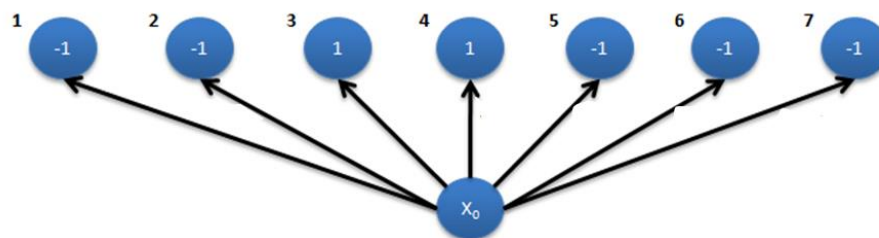


Figura 4-13 - Grafo em Seção Vertical (Souza (2014))

Diminuir a quantidade de nós na árvore do grafo significa diminuir a quantidade de variáveis a ser analisada no sequenciamento de lavra. Os softwares comerciais utilizam o conceito de “Blocos Agrupados”, baseado em uma tradução livre do termo *Blend Bins*. Os blocos são classificados de acordo com o teor e litologia, pois ao analisar estes parâmetros é possível prever o destino que o bloco possui potencialmente. Os blocos que possuem destino semelhante serão aglomerados de modo a resolver o problema significativamente sem impactar significativamente o resultado (OLGA ABDRAHITOVA, 2017).

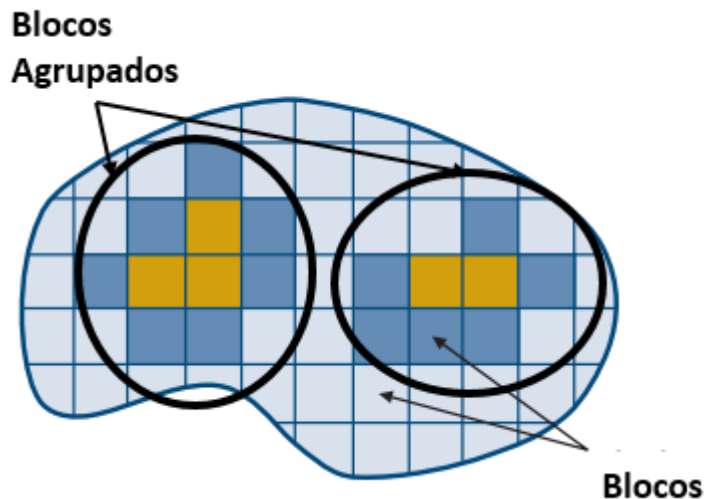


Figura 4-14 - Blocos Agrupados (Manual de treinamento wittle (2016))

Em alguns sistemas o agrupamento dos blocos é definido por um algoritmo padrão de configuração indisponível para o usuário. Pois, caso o usuário determine uma aglomeração incorreta pode ocorrer um grande impacto no sequenciamento de lavra. No caso de um sistema de lavra que permita manipular os teores de agrupamento pode ser verificado as classificações de teor capazes de classificar os blocos mais aderentes dentro do mesmo grupo (WHITTLE, 2016). É indicado que o usuário inicie a escolha dos agrupamentos com a maior quantidade de categorias possíveis, assim que for analisando as regiões de minério e estéril é possível ir diminuindo as categorias. Uma boa medida também consiste na análise dos agrupamentos direcionados para a usina de beneficiamento, enviado para o estéril e pilha de homogeneização (CAMUS, 2002).

Uma vez agregado os blocos o procedimento de otimização é igual ao utilizado no algoritmo sem agrupamento. São determinados a cava final, avanço de lavra e painéis de lavra em sequência respeitando as restrições operacionais impostas ao modelo.

4.1.4.1. AVANÇO DE LAVRA E PRODUTIVIDADE

O avanço de lavra é importante para a produção da mina pois é o arranjo espacial que permite atingir o limite final de cava. A taxa de crescimento está relacionado a capacidade de processamento da usina de beneficiamento, quanto maior a capacidade de processamento mais veloz é a taxa de avanço de lavra. Os blocos de decisão de lavra compoem o avanço de lavra, o sequenciamento de lavra é a atividade para sequenciar o avanço de lavra (WHITTLE, 2016).

Esta atividade determina a sequencia de atividades operacionais capaz de garantir a lavra de uma quantidade de material capaz de produzir o minério para venda considerando desde a liberação de frente de lavra até o desenvolvimento. O processo de agendamento do avanço de lavra é uma atividade complexa que envolve o ajuste de parâmetros baseados em:

- Quantidades de minério e estéril;
- Teor médio do minério;
- Quantidade de horas de máquina e trabalhadores necessárias por mês;
- Tempo de ciclo dos equipamentos;
- Localização de minério e estéril nas frentes de lavra.

A Figura 4-15 é um esquema do planejamento por fases de lavra, a sequência de cavas aninhadas é definido em (a) e (b) quais mostram os fases de lavra definidos por múltiplos das cavas. A fase das bancadas é definida em (c) para posteriormente serem definidos os períodos de extração em (d).

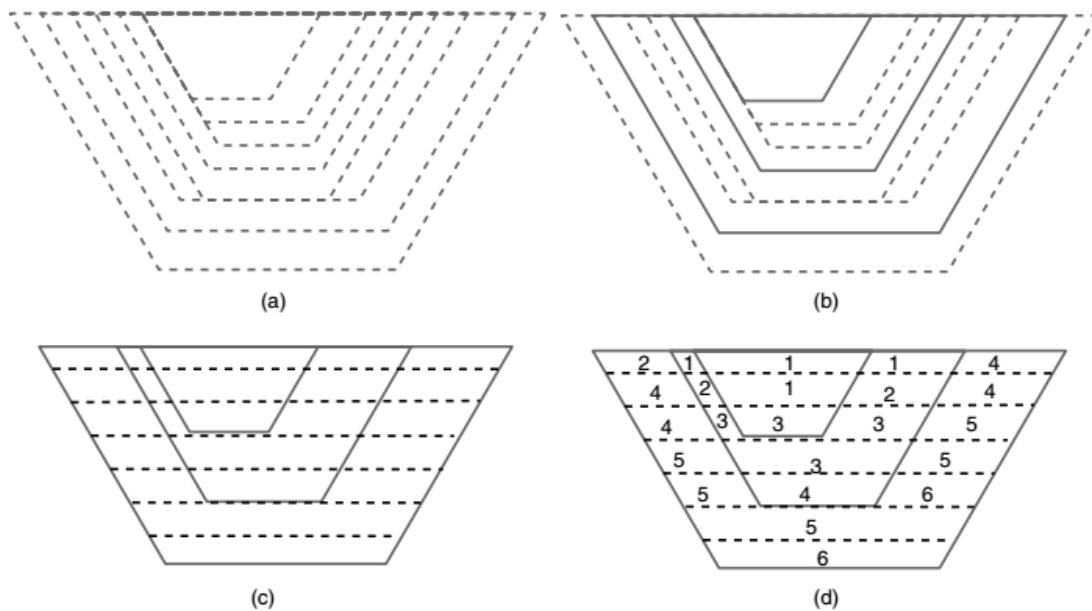


Figura 4-15 - Planejamento da Produção por avanço de lavra (CHICOISNE et al., 2012)

4.1.4.2. LACUNAS DAS FASES DE LAVRA

Na maioria dos casos as fases de lavra são determinadas com a base superior bem mais larga do que a base e construídos de cima para baixo. Na maioria dos casos não são capazes de entregar a tonelagem e qualidade dos produtos adequadas as necessidades da usina. A fase de lavra pode ser caracterizada como uma série de pits aninhados conforme demonstrado na Figura 4-15. Cada unidade possui uma quantidade limitada de minério e qualidade determinada. Dentro de cada fase é possível encontrar diferentes litotipos os quais são selecionados de acordo com os parâmetros econômicos. A cava final é a região do espaço correspondente ao valor de venda do minério considerando 100% do valor definido pelo mercado. As cavas aninhadas são resultado da otimização baseada em uma fração do preço original da tonelada do minério processado. Essas frações do preço original geram cavas menores que estão localizadas espacialmente dentro da cava final, podendo ser concêntricas ou não. O fundo da cava ou ponto inicial de um fases de lavra deve respeitar a largura mínima de lavra. Mesquita(2014) conclui que existem 2 metodologias que definição de cava mínima: Corte de Fundo e Determinação Matemática. A determinação matemática trabalha conforme definido em Souza(2016) em que os blocos são aglomerados na região de fundo de cava e os blocos de precedência destes blocos são considerados para calcular a viabilidade econômica dos blocos precedentes. O processo de construção do fundo mínimo baseado na definição matemática desconsidera que fundo da fase é selecionado devido a viabilidade econômica dos minérios localizados na parte inferior. O corte de fundo pode gerar o problema representado na Figura 4-16, pois este sistema encontra o fundo de cava com o tamanho selecionado e realiza o corte na região determinada. Esta metodologia pode gerar regiões de lavra sem viabilidade econômica comprovada.

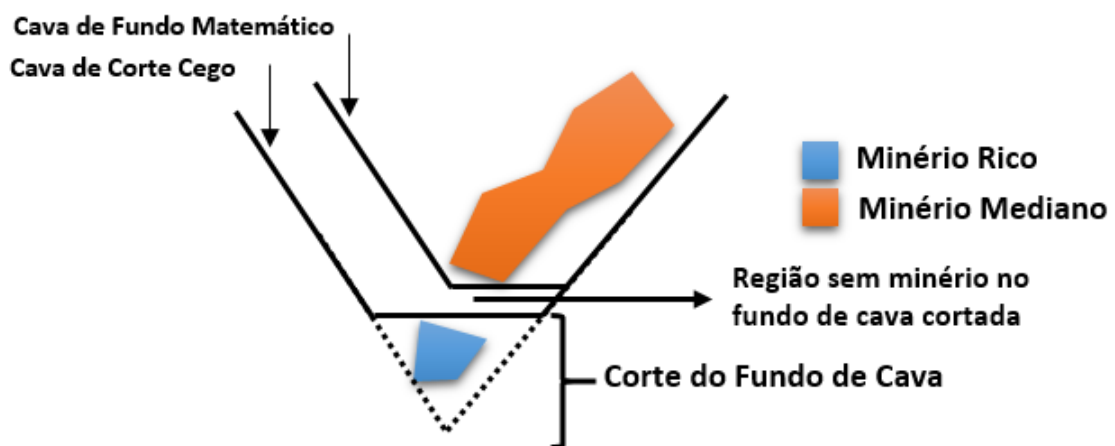


Figura 4-16 – Problema de corte cego (TORRES et al., 2018)

A metodologia de parametrização de reservas permite a visualização de todas as cavas possíveis assim como os fases de lavras que podem ser desenvolvidos durante este processo (MEAGHER; DIMITRAKOPOULOS; AVIS, 2014). Originalmente o trabalho de Lerchs-Grossman utilizou a aplicação de fatores financeiros de desconto para gerar os múltiplos de cava, entretanto esta metodologia não permite que múltiplos da cava final fossem distribuídos uniformemente em termos de massa de material a ser movimentado. Na Figura 4-17 que existe uma região qual a aplicação do fator de desconto é favorável, normalmente está associado a regiões de retorno financeiro facilitado. Entretanto quando temos um aumento de custo sem aumento financeiro considerável um pequeno incremento no fator de desconto não favorece a criação da fase de lavra (TORRES et al., 2018).

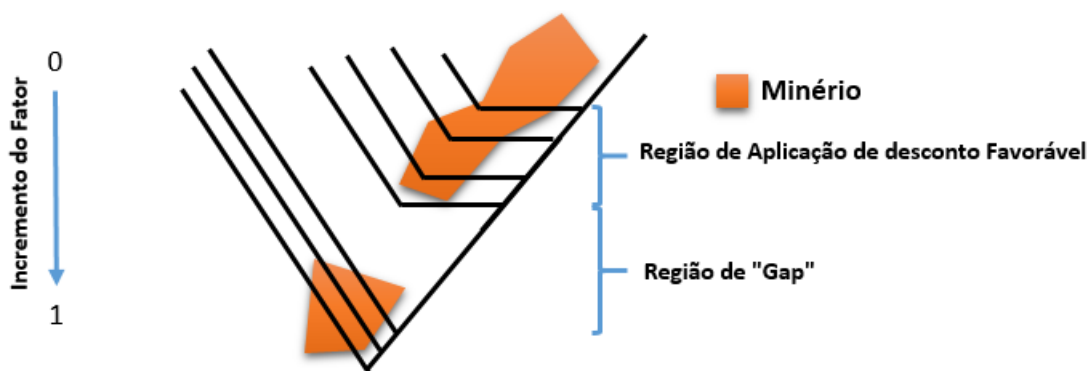


Figura 4-17 - Efeito *Gap* no Espaço (TORRES et al., 2018)

Para construir a metodologia de fator de desconto baseado nos avanços de cava incrementais com objetivo de gerar transições mais suaves foram implementados mecanismos heurísticos. Millawa foi o primeiro a formular um sistema preocupado com a suavização das transições, inicialmente este algoritmo foi implementado no sistema Whittle (MEAGHER; DIMITRAKOPOULOS; VIDAL, 2014). A proposta utiliza de mecanismos de pós processamento para ajuste de fases de lavra intermediário. A suavização da transição propõe um novo sequenciamento, Figura 4-18, com cavas de valores intermediários para melhor aproveitamento do sequenciamento de lavra.

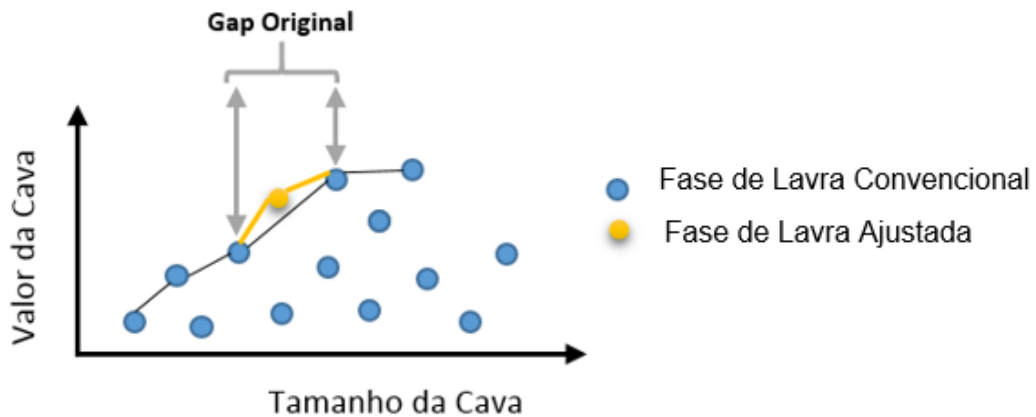


Figura 4-18 - Efeito *Gap*, considerando os múltiplos fases de lavras possíveis. (TORRES et al., 2018)

4.1.4.3. FATORES QUE INFLUENCIAM O TAMANHO MÍNIMO

Flexibilidade operacional do equipamento normalmente favorece as frentes de lavra mais estreitas operacionalmente. Considerando que alguns aglomerados de frentes de lavras estreitas podem ser utilizados para fornecer material para a usina com maior confiabilidade. Pois mais frentes de lavra são mais confiáveis operacionalmente que uma frente única, devido a menor probabilidade da falha de um equipamento afetar a produção. Grande quantidades de frentes de lavra torna a operação mais complexa, entretanto apresenta maior facilidade para compor os minérios de diferentes frentes de lavra para alimentar a usina de beneficiamento (SONGOLO, 2015).

De acordo com a potência do corpo mineralizado ocorre alteração do sistema de desmonte e carregamento na frente de lavra. Corpos mais estreitos necessitam de equipamentos de menor porte e maior seletividade (WILLIAM A. HUSTRULID; MARK KUCHTA; RANDALL K. MARTIN, 2013). A maior seletividade pode afetar a produtividade devido à baixa produtividade do equipamento, ou devido a quantidade de frentes de lavra para determinar a conformação do avanço de lavra. A produtividade dos equipamentos é mais elevada em faces mais longas, na maioria dos casos, resultando em custos operacionais mais baixos. Os primeiros avanços na operação de lavra podem ser construídos em faces mais longas para diminuir o custo operacional de lavra.

A estabilidade de talude deve ser considerada, pois os avanços tipicamente mais estreitos não permitem um avanço vertical muito profundo. A cada diminuição do nível ocorre a diminuição da praça de serviço, até o limite operacional do equipamento de lavra. Quanto maior o ângulo de talude suportado pela rocha ou solo maior é o aprofundamento permitido para um mesmo avanço (CAMUS, 2002). Por este motivo é comum verificar que fases de lavras mais largas são frequentemente desenvolvidos em cavas finais ou mais no final do projeto de lavra.

Existe uma relação estreita entre a geometria do depósito e a relação entre estéril e minério (R.E.M). De acordo com Crawford (2011), depósitos orientados perpendicularmente a superfície apresentam um aumento da R.E.M mais acentuada do que depósitos com mergulho mais suave em relação a superfície. Quanto maior a R.E.M maior deve ser o valor unitário de venda do mineral para pagar o maior custo de estéril associado. Quanto maior a quantidade de estéril necessário para lavar uma fração de minério maior é o tempo de espera para entrada de receita no fluxo de caixa (RUNGE, 1998). Caso o mineral de interesse tenha baixo valor agregado, construir as fases de lavra largo pode ser um problema, caso aumente o tempo de latência para lavar o mineral de interesse.

As mineradoras costumam ponderar as decisões operacionais baseado em parâmetros econômicos, caso o corpo mineral esteja localizado em um empreendimento de elevado custo de capital, os avanços costumam ser estreitos e disseminados. Primeiro é lavrado o minério superficial e o desenvolvimento procura liberar as mineralizações mais ricas o mais breve possível. Caso uma estimativa sólida do comportamento do preço das *comodities* fosse adotada estratégias diferentes, durante períodos de menor preço as fases de lavras poderiam ser localizadas em região de maior abundância de minério e com tamanho mais curto. Quando o preço subir seria localizado em regiões de maior R.E.M para realizar um desenvolvimento mais agressivo (SONGOLO, 2015).

Fases de lavra são uma sequência de cavas limitadas por cenários econômicos alternativos. Podem ser melhor detalhados como uma cava que irá expandir baseado no aumento de minerais recuperados ou benefício econômico. São avanços de lavra dentro da cava final, apresentam uma sequência de construção da menor cava para a maior de acordo com o benefício econômico. Os avanços podem ser divididos em dois grupos: matemáticos e operacionais. O operacional deve apresentar estruturas como bancadas, taludes e acessos para transito dos equipamentos entre os níveis de operação de lavra (HUSTRULID, 1995).

Devido às incertezas dos parâmetros utilizados na construção da cava final e fases de lavras estas estruturas ainda apresentam desafios para a indústria mineral. Todos os métodos disponíveis objetivam encontrar o limite da cava final capaz de otimizar o valor econômico dos blocos contidos no modelo de blocos. Este modelo é uma representação do modelo geológico através de uma matriz tridimensional, esta estrutura de dados é capaz de armazenar informações quantitativas e qualitativas do depósito que representam.

Diferentes metodologias tentaram determinar uma lista de blocos capaz de determinar os blocos que maximizam o valor econômico recuperado respeitando restrições espaciais como o ângulo de talude, largura mínima de trabalho e altura de bancada. Os processos podem ser executados manualmente, utilizando sistemas computacionais e técnicas analítica (SONGOLO, 2015). Metodologias computacionais são baseadas na decisão de retirar os blocos contidos no modelo geológico que alimenta o sistema que toma a decisão com base no programa capaz de calcular o limite econômico. O resultado destes algoritmos são superfícies tridimensionais em que o potencial econômico seja semelhante. Cada superfície de ser suficientemente espaçada para permitir o avanço de lavra adequado entre as superfícies. O produto dos softwares comerciais são superfícies matemáticas que necessitam de adição de estruturas operacionais, deste modo as superfícies não representam com fidelidade absoluta os limites econômicos reais. A adição de parâmetros operacionais é extremamente dependente do corpo geológico, porte dos equipamentos, taxa de lavra, quantidade de pistas de rolagem, largura e altura de bancada.

4.1.4.4. METODOLOGIA DE CONSTRUÇÃO MANUAL

Os métodos de construção das fases de lavra manual dependem bastante da experiência do engenheiro para analisar a bancada de topo e seção que será inserida na reserva. Ao observar as características do depósito o engenheiro deve ser capaz de selecionar frações de minério capaz de atingir as metas de produção, teor, contaminantes, R.E.M. As metodologias manuais podem ser importantes para evitar aceitar soluções matemáticas inviáveis operacionalmente dos algoritmos computacionais. Sistemas computacionais podem sugerir que nos primeiros períodos de lavra sejam lavrados corpos de elevado conteúdo metálico independentemente da quantidade de estéril que deve ser liberado para lavar este minério. O método de construção manual pode ser utilizado como entrada nos algoritmos computacionais para selecionar áreas em que seja mais adequado a lavra em um determinado período por

razões técnicas ou legais para operação. Considere que os métodos manuais são importantes para identificar e evitar situações inviáveis operacionalmente em termos de localização espacial. Esta intervenção é necessária pois muitos sistemas otimizadores não são capazes de evitar problemas operacionais.

Os passos a seguir foram apresentados na obra de Hustrulid (1995) para determinação das fases de lavra de modo manual. Entender o procedimento manual é importante para compreender as restrições que os algoritmos desenvolvidos de modo computacional devem obedecer.

1. Obtenha a cava final. Desenvolva um estudo detalhado da distribuição dos teores e litologias considerando diferentes teores de corte dentro da região limitada pela cava final. O estudo pode ser baseado em seções manuais ou modelo de blocos. Limitar a fração superior do modelo geológico com uma topografia precisa e atualizada. O banco de dados gerado será produto do estudo de variabilidade das propriedades dos corpos geológicos com intuito de determinar as zonas de elevado e baixo teor.
2. Determinar os objetivos que direcionam o planejamento desta lavra. Normalmente os objetivos obedecem a seguinte ordem:
 - a. Valor Presente Líquido Máximo;
 - b. Promover um fluxo de caixa estável;
 - c. Uniformidade do teor de minério e minimização do teor dos contaminantes.
Normalmente os teores mais elevados são utilizados durante os primeiros períodos de lavra com intuito de diminuir o tempo de retorno do capital investido.
 - d. Definir a política da relação entre estéril e minério. Podendo ser constante, crescente ou decrescente de acordo com objetivo do empreendimento.
 - e. Estabilizar a quantidade de produto gerado.
3. Determinar os critérios operacionais para as fases de lavra. Aspectos operacionais básicos como largura da bancada, ângulo de talude entre níveis, largura dos acessos, ângulo geral de talude, inclinação dos acessos e altura de bancada. Alguns valores são tipicamente utilizados como largura de bancada de cava final da mesma altura da bancada. Tipicamente utilizam o avanço de fases de lavra de 60 a 150 metros dependendo das características da cava e corpo mineral. A largura mínima das fases

de lavra é de aproximadamente 24 metros para pequenos equipamentos chegando ao tamanho de 45 metros para equipamentos de porte médio. A inclinação máxima dos acessos normalmente está entre 8 e 12% de inclinação.

4. Posicionamento das fases de lavras. Avaliar se o posicionamento ajustado satisfaz os objetivos individuais ou todos eles simultaneamente. Normalmente são realizados pequenos aumentos ou diminuições do tamanho do avanço em certas áreas com objetivo de aumentar ou diminuir a quantidade de minério ou contaminante. Normalmente a localização e o formato são utilizados de acordo com critérios operacionais visualizados em projeção vertical. A Figura 4-19 é um bom exemplo sobre como as vistas são importantes para determinar o posicionamento correto dos pés e cristas que compõem o avanço de cava.
5. Atenção a progressão dos níveis de bancada incluído os pés e cristas da cava final. O avanço do fases de lavra gera novos níveis a medida que a cava aprofunda, o fundo de cava deve seguir as restrições operacionais adequadas. Para que um novo fundo de cava seja adicionado deve possuir uma quantidade de metal que suporte a retirada de maior quantidade de material acima. Em alguns casos o aprofundamento da cava é necessário devido a necessidade de manter a relação entre estéril e minério determinada no início do empreendimento. Os limites entre o material classificado como minério é função do teor de corte adotado, muitas vezes o teor de corte determina o formato do fundo de cava selecionado.
6. Limitações de volume de minério e estéril são utilizados pela equipe de planejamento de lavra para limitar o avanço de acordo com a capacidade operacional implantada no empreendimento mineral. O volume de material removido de cada nível é baseado na média das áreas contidas entre a crista da bancada e o pé. O teor médio de minério em uma bancada é a média dos blocos de um nível em modelo de blocos que possuem tamanho regular. Os fases de lavras superiores servem como base para o avanço da bancada inferior.

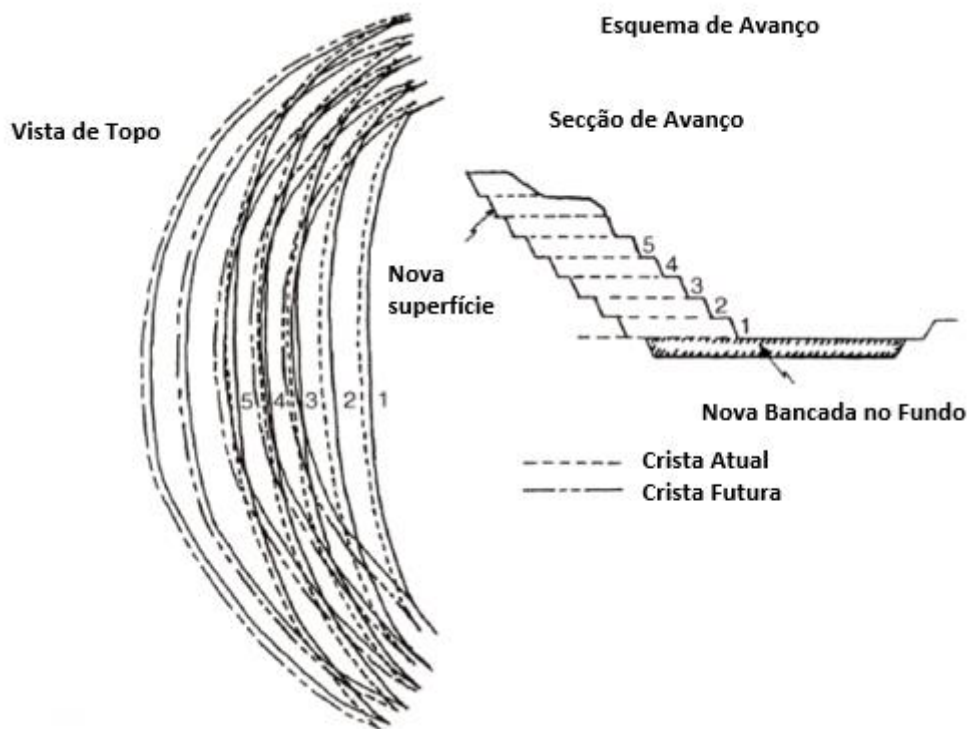


Figura 4-19 - Seções vertical e horizontal de um fases de lavra (HUSTRULID, 1995)

4.1.4.5. METODOLOGIA DE CONSTRUÇÃO BASEADO EM LERCHS-GROSSMANN

O planejamento de lavra tradicional é baseado em definição de cava ótima, definição dos avanços (fases de lavras) e sequenciamento da produção. A definição da cava ótima e das fases de extração geralmente é baseada no algoritmo de Lerchs-Grossmann e utilização de fluxos de caixa. Apesar de ser o método empregado com mais frequência e estar consolidado, apresenta algumas questões a serem discutidas. A primeira delas é o fato de ignorar o valor do dinheiro no tempo, pois os avanços são definidos a partir do design inicial; outra questão a ser apontada é que nesta definição dos avanços também são ignoradas a produção e a capacidade de processo da usina. Importante considerar o fato de que o valor do bloco e seu destino são decididos antes da otimização. Meagher et al. (2014) apontam mais uma limitação importante dos métodos tradicionais, que eles dependem de utilizar uma política de teor de corte predeterminado e atribuem a cada bloco lavrado um carimbo de minério ou estéril antes do estágio de otimização. Esta abordagem essencialmente determina teores de corte que são independentes das sequências de extração, capacidades do sistema e outras restrições operacionais.

De acordo com Ramazan (2005), o sequenciamento de produção anual é um problema de decisão onde é preciso determinar quais blocos dentro da cava ótima serão extraídos em qual ano, sujeito a determinadas restrições, para que o VPL seja maximizado. Os blocos são agrupados em grandes volumes, para que cada um destes volumes seja lavrado em determinado período. O problema é encontrar qual a melhor maneira de agrupar estes blocos para que o VPL seja maximizado quando desta extração. Em 2001, Ramazan na sua tese de doutorado apresentou uma metodologia para determinar sequenciamentos ótimos de produção para um depósito. Este sequenciamento visava à maximização do VPL, enquanto atendia às restrições de lavra, usina, capacidade de refino, teores e variações no ângulo de talude, através de um modelo matemático de programação.

4.2. CONSTRUÇÃO E LIMITAÇÃO ESPACIAL DO PROBLEMA

A primeira etapa do problema consiste em determinar o posicionamento espacial dos blocos. Esta etapa é responsável por determinar quais blocos são vizinhos laterais ou superiores. Estas informações são utilizadas para determinar a precedência vertical e horizontal dos blocos e definir as restrições geométricas (ângulo de talude e tamanho de praça). Os grafos e as superfícies de controle são ferramentas capazes de realizar orientação espacial com facilidade de processamento e simplicidade.

4.2.1. GRAFOS

O método dos grafos e grafo direcionado são utilizados na resolução de problemas em áreas como engenharia elétrica e civil, redes de comunicação, gerenciamento de indústrias, pesquisa operacional e ciência da computação. Em sua forma mais simples são representados por um diagrama composto de nós interligados por linhas, estas linhas indicam quais “nós” estão relacionados (DANZIG, 1967). Na resolução do problema de cava final ou sequenciamento, os grafos são utilizados para definir a precedência dos blocos e assim definir qual a sua vizinhança. Podem ser representados por meio de uma matriz de adjacência ou de vetor de vizinhança. Alguns conceitos básicos relativos a esta teoria são:

- O Grafo $G = (X, E)$ consiste em um conjunto de elementos denominados de nós (X), conectados por linhas (E), chamadas arestas de tal forma que cada aresta conecta dois vértices (KHALOKAKAIE, 1999).

- O Grafo Orientado é o grafo em que as arestas possuem direção denominadas arcos. O Grafo orientado é representado por $G = (X, A)$; X é o conjunto de vértices e A o conjunto de arcos (KHALOKAKAIE, 1999). A Figura 4-20, é composta pelos seguintes conjuntos: Vértices: $\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$ e Arcos: $\{(x_2, x_1), (x_2, x_3), (x_3, x_4), (x_4, x_5), (x_5, x_6), (x_6, x_4), (x_6, x_3)\}$, exemplificam um Grafo Orientado.

Cada arco é utilizado para conectar dois vértices. Para um arco, $a_i = (X, Y)$, o vértice x define o seu ponto inicial e o vértice y o seu ponto final. O vértice y é o sucessor do vértice x e caso exista um arco entre eles, ele estará apontado para o vértice X (Figura 4-20).

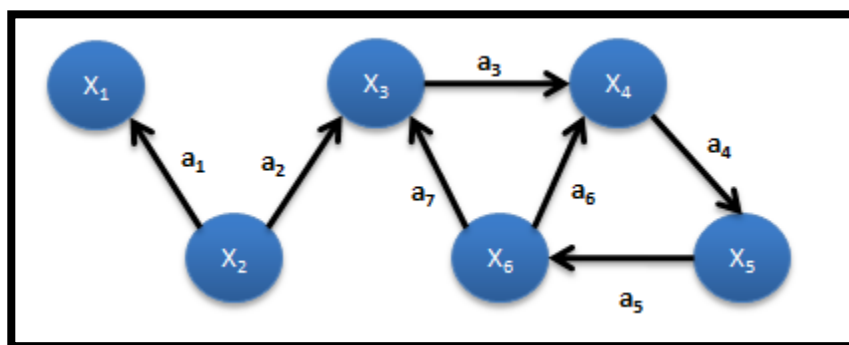


Figura 4-20 - Exemplo de Grafo orientado (Khalokakaie (1999))

- Uma sequência de arcos é denominada caminho, de modo que o final de cada vértice corresponde ao início do próximo arco (DANZIG, 1967). O conjunto formado pelos arcos a_2, a_3, a_4, a_5 na Figura 4-20constituem um caminho.
- Um circuito é definido por um caminho fechado. Em outras palavras, o caminho deve possuir o vértice inicial coincidente ao vértice terminal. Por exemplo, os arcos a_4, a_5, a_6 , na Figura 3-21, constituem um circuito.
- Uma corrente é uma sequência de arestas, em que cada extremidade tem um vértice comum com uma ponta adjacente (DANZIG, 1967).

De acordo com Danzig (1967) o fechamento de um Grafo direcionado $G (X, A)$ é um Sub-Grafo $G (Y)$ em que o Y pertence a X , ou seja, a clusura é um sub Grafo de um Grafo orientado. Este estado de clusura representa um bloco ou conjunto de blocos, indica sua viabilidade de lavra. Neste gráfico o valor dentro das esferas representa o valor do bloco, no nó este valor é chamado de massa. O valor da clusura é a soma das massas de todos os vértices compreendidos dentro dela. Acima da esfera está assinalado um valor de sequência, este

número indica a localização dentro do modelo de blocos. Os vértices determinam as possíveis conexões, estas limitações se devem a fatores de acessibilidade e/ou lavra.

Para construção dos arcos que representam as relações entre blocos regulares, temos arcos com precedência que representam o ângulo de talude de 45°. A limitação para lavra do bloco 11 deve-se a retirada anterior dos blocos superiores 4,5 e 6. Para esta clusura temos um valor acumulado de +2, obtido somando-se os valores dos vértices. A clusura $G(Y)$, do Grafo orientado $G(X, A)$, representa o máximo valor chamado de clusura máxima de $G(X, A)$ e representa o limite ótimo de uma cava (KHALOKAKAIE, 1999).

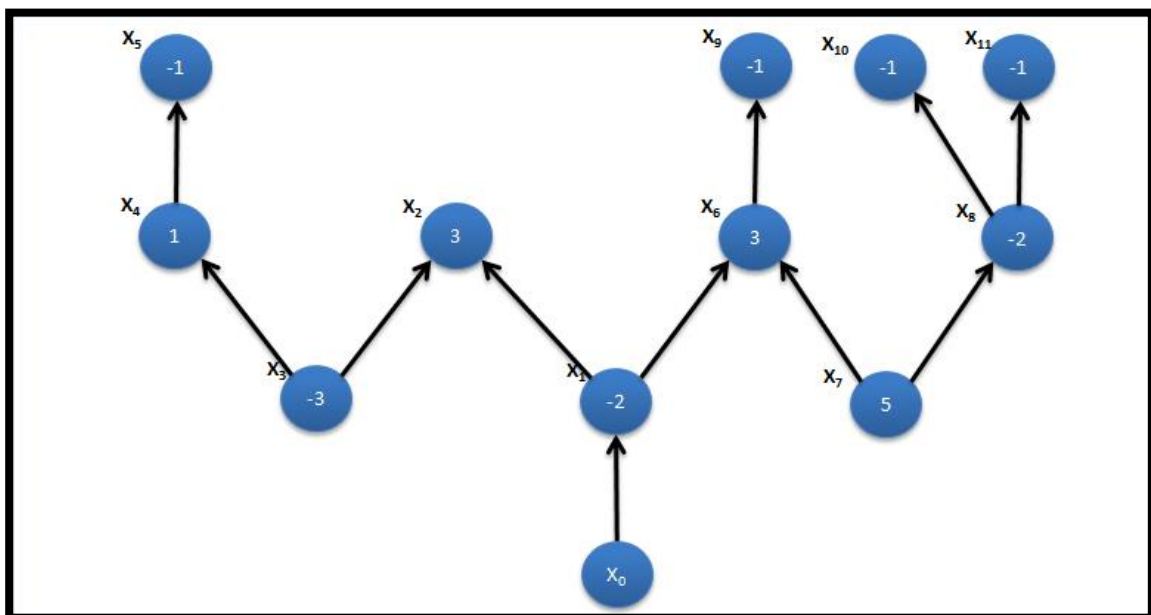


Figura 4-21 - Diagrama de árvore com raiz (Khalokakaie (1999))

Árvore com raiz é uma árvore que contém um vértice único chamado raiz, qualquer vértice pode ser designado como raiz dependendo do propósito a 5 é um exemplo. Cada arco a_i de uma árvore T define um galho, com a notação $T_i = (X_i, A_i)$. Se valores numéricos são determinados aos vértices, para obter a massa do galho deve somar as massas. Por exemplo, as massas do galho proveniente da poda do arco (X_1, X_6) na Figura 4-22 é $+3+5-2-1-1-1 = +3$.

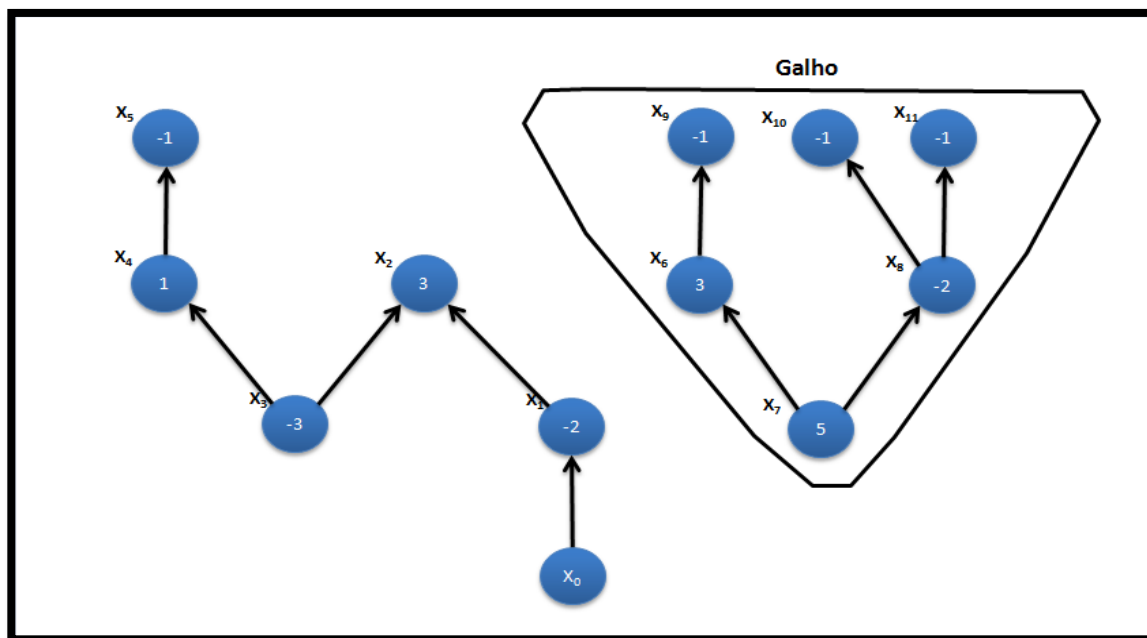


Figura 4-22 – Fechamento ou Closures 2D (Khalokakaie (1999))

Em um arco a_i , os pontos do galho podem ser classificados em galhos fortes. São galhos em que a soma dos vértices gera valores positivos, assim como mostrado no galho proveniente da poda do arco (X_1, X_6) da Figura 4-23. Caso a soma das massas seja negativa ou nula temos um galho fraco, por exemplo, consideremos o galho da poda do arco (X_3, X_5) .

Os arcos podem ser classificados como forte ou fraco de acordo com a direção e a soma das massas, assim como mostrado na Tabela 4-I:

Tabela 4-I - Nomenclatura de arcos

Caso	Direção	Suporte	Classificação
1	Incremento	Positivo	Forte
2	Incremento	Nulo ou negativo	Fraco
3	Subtração	Positivo	Fraco
4	Subtração	Nulo ou negativo	Forte

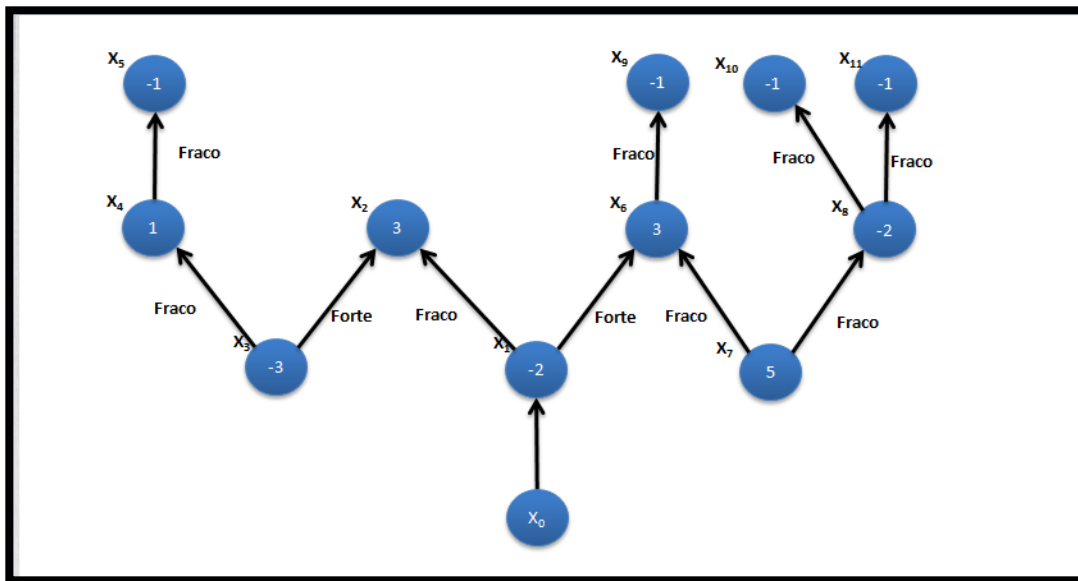


Figura 4-23 - Diagrama de árvore com arcos classificados (Khalokakaie (1999))

Em termos de teoria de Grafos o problema da cava ótima é encontrar o fechamento máximo, ou seja, encontrar os galhos fortes e podar do sistema os galhos fracos. A árvore representa o corpo de minério no formato de modelo de blocos, os vértices representam os blocos. Em que a massa (m_i) representa o valor do bloco. O pit ótimo resume em encontrar o $\sum_{i=0}^n m_i$ qual maximize o somatório dos blocos, respeitando as restrições impostas (DANZIG, 1967).

4.2.2. SUPERFÍCIES

O conceito mais comum de superfície tridimensional é baseado em uma área contínua. Entretanto, a sua representação computacional pode ser associada a variáveis discretas. Uma das metodologias mais utilizadas - *Digital Elevation Model* (DTM) - é um modelo tridimensional baseado na representação da elevação da superfície (MARINHO, 2013). Os pontos da superfície em diferentes localizações de Longitude e Latitude são interpolados com objetivo de construir a superfície desejada.

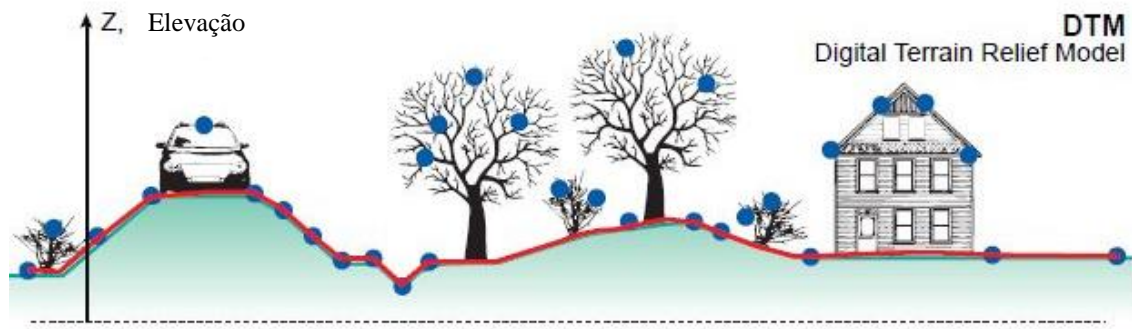


Figura 4-24 - DTM Representação (GFDRR, 2016)

A metodologia de construção de DTM pode ser adaptada para determinação de limite para superfícies de lavra, ângulo de talude, sequenciamento de lavra. Um aspecto central desta adaptação é associar os blocos de lavra e nó dos grafos às elevações no espaço. Os centroides dos blocos comportam-se como os pontos medidos de uma topografia convencional (MARINHO, 2013). Desse modo, a superfície passa a controlar a elevação em cada coluna de blocos, assim como exemplificado na Figura 4-25.

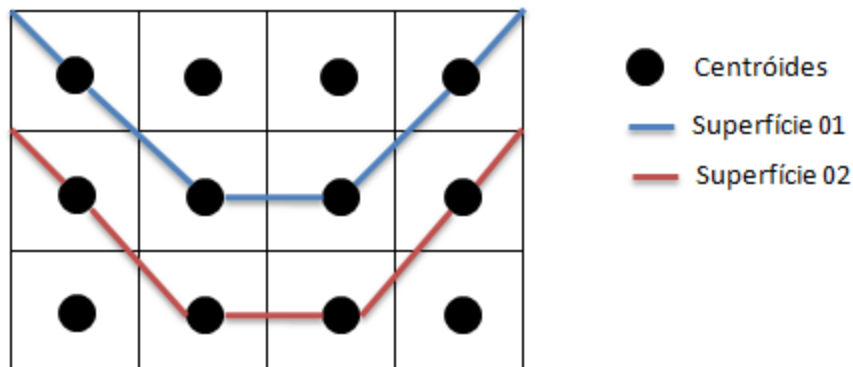


Figura 4-25 - Construção de superfície pela cota dos pontos (Souza F. , 2017).

Ao considerar o problema do sequenciamento deve ser observado que cada coluna de blocos, com coordenadas de longitude e latitude fixas, pode dividir o espaço por T superfícies em T+1 grupos de blocos. Cada superfície (T) representa um período de lavra em que os blocos acima da superfície serão lavrados no período T e os blocos abaixo em períodos posteriores.

A definição das superfícies pode ser refinada com a utilização de um vetor de variáveis binárias, em que $X_{i,t} = 1$, se o bloco i será lavrado na etapa t e valor zero caso contrário. Outra

notação $X^z_{c,t}$, em que c corresponde a coluna e z a cota do bloco, como exemplificado na Figura 4-26, apresenta-se mais eficiente computacionalmente (MARINHO, 2013).

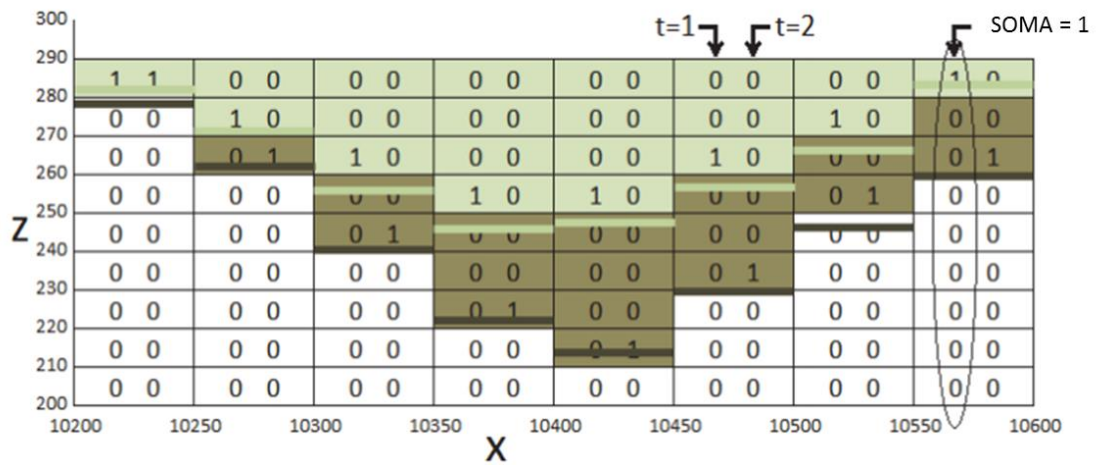


Figura 4-26 - Determinação do período de acordo com a elevação (MARINHO, 2013)

4.3. FORMULAÇÃO GERAL DO SEQUENCIAMENTO

O sequenciamento de lavra é uma tentativa de determinar a ordem de remoção dos blocos em determinados períodos (HARTMAN, 1987). Contrariamente ao sequenciamento direto, os métodos clássicos de determinação de cava final não se preocupam com o período em que o bloco será lavrado. O foco da metodologia é somente determinar se o bloco será lavrado (HUSTRULID, 1995). A solução proposta pelo sequenciamento direto de blocos determina simultaneamente se o bloco será lavrado e qual o período mais adequado para lavrá-lo (NOGHOLI, 2015).

Esta metodologia resolve importantes questões da engenharia de minas: definição da reserva e sequenciamento de maior valor presente líquido.

Para a tomada de decisão de lavra de um bloco deve ser contabilizando todas as receitas e despesas associadas diretamente a lavra do bloco (HUSTRULID, 1995). Para calcular este valor são necessários alguns conceitos:

- Receita (R): valor econômico obtido com a venda de uma unidade do produto;
- Custo de Lavra (C_L): quantidade financeira gasta para lavar uma unidade do material;
- Custo de Venda (C_V): valor econômico despendido para colocar o produto no mercado, como transporte, taxas portuárias, etc;

- Custo de Processo (C_P): valor financeiro gasto para processar o material (Classificação, fragmentação, concentração), por unidade de material que alimenta a planta;
- Recuperação (r): representação, em percentual, da quantidade de minério que pode ser recuperada na lavra (r_M) ou processamento (r_P);
- Preço (P): valor pago por cada unidade do produto;
- Teor (g): valor percentual da substância de interesse;
- Tonelada (T): quantidade de material bruto no bloco.

A Receita (R) e o valor econômico (V) podem ser determinados segundo Nogholi (2015):

r : recuperação mássica.

g : teor de metal contido.

$$R = (P - C_V) rg \quad (4.1)$$

$$V = -T \cdot C_L, \text{ se estéril.} \quad (4.2)$$

$$V = T \cdot (R - C_P - C_L), \text{ se minério.} \quad (4.3)$$

$$V = \begin{cases} -T \cdot C_L & \text{se estéril} \\ T \cdot (R - C_L - C_P) & \text{se minério} \end{cases} \quad (4.4)$$

A soma dos valores econômicos de todos os blocos considerados é denominada valor presente líquido. Para determinar o valor presente líquido de cada bloco, a seu valor econômico deve-se aplicar uma taxa de desconto referente ao período de sua lavra. Considerando d como a taxa de desconto e n como o período podemos calcular da seguinte forma (HARTMAN, 1987):

$$NPV = \frac{V}{(1+d)^n} \quad (4.5)$$

4.3.1. FORMULAÇÃO GERAL DO SEQUENCIAMENTO DIRETO DE BLOCOS

A formulação do sequenciamento direto de blocos é solucionada simultaneamente em diferentes horizontes de tempo além de considerar diferentes funções objetivo e restrições. Os princípios desta formulação foram discutidos por Johnson (1968). Porém, não havia como resolver o problema em tempo computacionalmente hábil. Serão apresentados nos capítulos

seguintes desse trabalho algumas simplificações e estratégias que transformaram a formulação de Johnson (1968) na metodologia utilizada atualmente.

O sequenciamento direto de blocos, assim como a sua formulação geral, reflete o valor do dinheiro no tempo, os valores descontados dos blocos devem ser considerados no modelo. Uma formulação geral presente na literatura pode ser descrita a seguir:

- t: Período de tempo, $t=1, \dots, T$;
- I: Quantidade total de blocos no modelo;
- M_m : Capacidade de produção;
- M_p : Capacidade máxima de produção da lavra;
- M_L : Demanda mínima do processo;
- M_U : Demanda máxima do processo;
- g_L : Teor mínimo do processo;
- g_U : Teor máximo do processo;
- b_i ; Tonelada do bloco i ;
- g_i : Teor do bloco i ;
- T_i : Conjunto de blocos que deve ser lavrado antes do bloco b_i ;
- V_i : Valor econômico do bloco i ;
- d : Taxa de desconto;
- O: Conjunto de blocos de minério;
- $X_i^t = 0$; Caso o bloco i , não seja lavrado no período t ;
- $X_i^t = 1$; Caso o bloco i , seja lavrado no período t .

O objetivo da formulação é maximizar o valor presente líquido definindo-se o fator $X_i^t = 1$ em um arranjo de blocos de forma a contribuir com aumento do somatório do valor presente dos blocos, direcionando a lavra do bloco para o período t capaz de contribuir mais significativamente. Matematicamente pode-se definir:

Maximize:

$$\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I \frac{V_i}{(1+d)^t} X_i^t \quad (4.6)$$

Sujeito a:

$$\sum_{r=1}^t (x_j^r - x_i^r) \geq 0 \quad \forall i, j \in i; t = 1, 2, \dots, T; j \in T_i \quad (4.7)$$

$$\sum_{i=1}^I (b_i x_i^t) \leq M_m \quad \forall t = 1, \dots, T \quad (4.8)$$

$$M_l \leq \sum_{i=1}^I b_i x_i^t \leq M_u \quad \forall t = 1, \dots, T \quad (4.9)$$

$$\sum_{i=0}^0 (g_i - g_l) x_i^t b_i \geq 0 \quad \forall t = 1, \dots, T \quad (4.10)$$

$$\sum_{i=0}^0 (g_i - g_{lu}) x_i^t b_i \geq 0 \quad \forall t = 1, \dots, T \quad (4.11)$$

$$\sum_{t=1}^T x_i^t \leq 1 \quad \forall t = 1, \dots, T \quad (4.12)$$

$$x_i^t \in \{0, 1\} \quad \forall t = 1, \dots, T; i = 1, \dots, I \quad (4.13)$$

A equação 4.7 é responsável por definir a precedência dos blocos garantindo que se um bloco de posição inferior for lavrado, devido a decisão binária, o bloco superior deve ser lavrado anteriormente. Além de garantir uma meta em massa de material produzido, devem ser considerados também máximos e mínimos de teor alimentado na usina, controlados pelas desigualdades 4.10 e 4.11. A restrição 4.12 garante que o bloco será lavrado apenas em um período. A restrição 4.13 que garante que a variável de decisão possui comportamento binário (WHITTLE, 2009).

4.4. SOLUÇÃO EXATA

Conforme discutido nas sessões anteriores, a formulação do Sequenciamento Direto de Blocos não é um problema de difícil entendimento e a construção do seu modelo básico também não apresenta grandes desafios (NOGHOLI, 2015). Porém, esse problema é muito grande para ser resolvido computacionalmente por Programação Inteira Mista (P.I.M). Por este motivo diversos pesquisadores se dedicam a modificar a estrutura básica da PIM buscando utilizar simplificações para diminuir a quantidade de variáveis e momentos de decisão (RAMAZAN, 2006).

Um mecanismo simples para reduzir a quantidade de variáveis de decisão consiste no agrupamento de blocos padrão com objetivo de criar agrupamento de blocos. A combinação de blocos é capaz de agregar/simplificar os grafos de diferentes blocos em um arco único, tornando a decisão dependente de apenas um arco para representar um galho maior.

Ramazan (2007) propôs um mecanismo denominado “Algoritmo de Árvore Fundamental” com objetivo de reduzir o tamanho da PIM. O mecanismo proposto combina os blocos presentes no mesmo avanço de lavra em conjuntos de galhos agregados, reduzindo a quantidade de variáveis de decisão e possibilitando resolver o problema em sua formulação geral (DIMITRAKOPOULOS; MARTINEZ; RAMAZAN, 2007).

Weintraub (2008) descreve a possibilidade de dois métodos serem utilizados para simplificação do problema inicial. A primeira proposição consiste em um mecanismo de agregação para blocos com valor de benefício e localização semelhantes. A segunda alternativa consiste em agrupar os blocos de uma mesma coluna em um processo de agregação posterior. Segundo o mesmo autor o processo de agregação posterior é de difícil formulação (WEINTRAUB; PEREIRA; SCHULTZ, 2008).

Ramazan e Dimitrakopoulos (2006) propuseram um mecanismo de Programação Inteira Mista (P.I.M) com menor número de variáveis binárias. Na formulação apresentada pelos autores, somente os blocos de minério são considerados como variável binária de decisão, os blocos de estéril são considerados como variáveis contínuas na decisão. Um ponto fraco dessa simplificação refere-se à tendência de maximizar da PIM. O sistema encontra problemas para buscar soluções que estejam limitadas por esses grupos de estéril. Outro problema está relacionado a geometria do agrupamento que pode conduzir a uma lavra com baixa aderência operacional (RAMAZAN, 2006).

O mecanismo de agregação é uma ferramenta importante para diminuir o tamanho do problema assim como a complexibilidade dos grafos e precedências. A agregação tende a gerar um volume de frente de lavra liberada considerável para a solução do problema, porém pode reduzir consideravelmente a exatidão da solução. A exatidão dos teores dos blocos agregados é reduzida comprometendo a confiabilidade em um material que potencialmente poderia alimentar uma pilha de homogeneização no futuro (CULLENBINE; WOOD; NEWMAN, 2011).

Nas Figura 4-27 e Figura 4-28 é possível observar um modelo de blocos bidimensional, em que as faixas de cores correspondem a teores. A codificação diferente de cor não está relacionada a teores específicos, é apenas uma representação gráfica de faixas teóricas. Na Figura 4-28, em que foi aplicado um mecanismo de agregação segundo a faixa de teor, é possível observar que, devido a simplificação, o teor médio dos blocos, possivelmente, não é respeitado. Assim como a faixa de teor foi alterada causando prejuízo ao sistema se considerar que o destino dos blocos também sofria alterações (NOGHOLI, 2015).

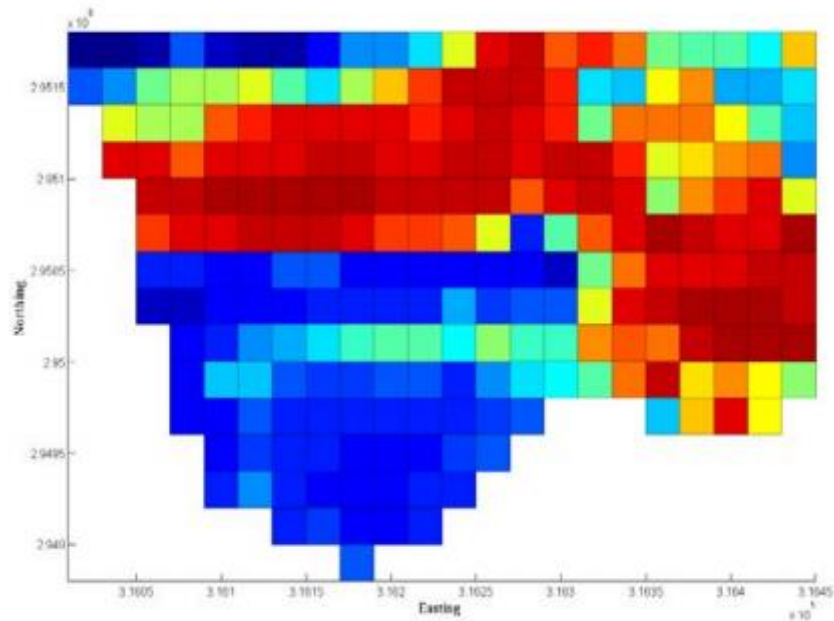


Figura 4-27 - Modelo de Blocos não simplificado (NOGHOLI, 2015)

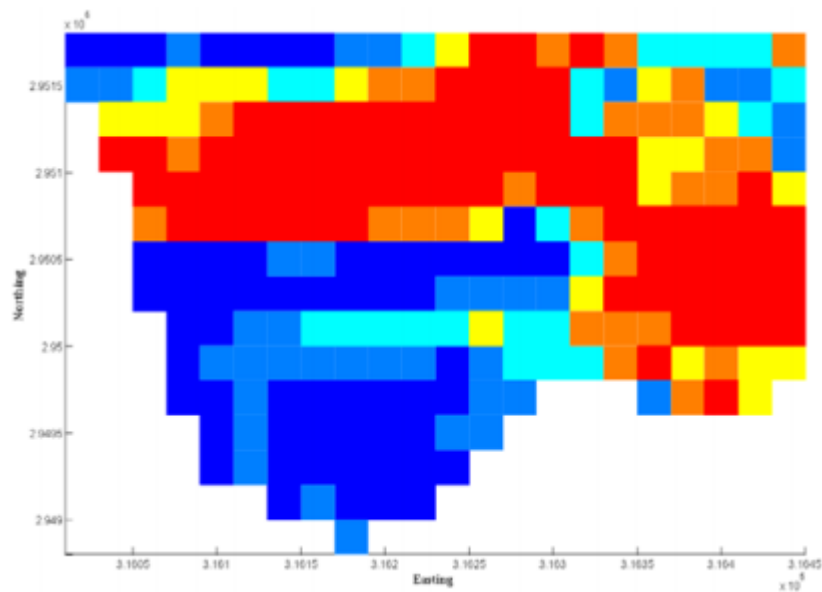


Figura 4-28 - Modelo de Blocos simplificado por faixa de teor (NOGHOLI, 2015)

4.5. CONCEITOS DE HEURÍSTICA

Os mecanismos heurísticos possuem a vantagem de conseguir tratar problemas de elevada complexibilidade computacional, porém as simplificações da realidade não conseguem garantir a solução ótima (LAMBERT et al., 2014a).

Gerson (1987) propôs utilizar o valor econômico do bloco não descontado para criar um mecanismo de classificação dos blocos de modo a determinar maior prioridade aos blocos mais rentáveis. A classificação determina prioridade no algoritmo de busca de forma que os blocos de maiores valores sempre vão para o topo do vetor de busca da solução (GERSHON, 1987).

Moreno (2010) utilizou o conceito de programação inteira mista (PIM) baseado no problema da mochila de modo a considerar cada período de tempo separadamente. No método proposto há um mecanismo de relaxação linear do modelo e uma pré-classificação dos blocos de acordo com a posição topográfica que facilitaria o processo de busca. O mecanismo de hierarquia topográfica contribui para a viabilidade operacional da solução, uma vez que os blocos mais superficiais são posicionados na fração superior do vetor de busca. Uma técnica semelhante à adotada por Lambert (2014) em que há uma construção dos blocos viáveis tecnicamente antes do início da otimização.

O processo heurístico consiste em adotar um mecanismo de redução do tamanho do problema de modo a torná-lo mais simples do ponto de vista computacional.

4.6. META HEURÍSTICA

A Meta Heurística é um mecanismo Heurístico utilizado para resolver de maneira aproximada problemas de otimização de difícil solução. É um sistema de otimização combinatória para solução de problemas por meio de mecanismos aleatórios e conhecimento histórico do problema. O conhecimento histórico deve ser determinado simultaneamente à resolução do problema, o espaço de pesquisa previamente explorado gera informações para a busca de solução. O histórico do processo de busca auxilia para escapar de zonas de atratividade que podem causar paradas prematuras em regiões de máximo local (Blum & Roli, 2003).

Uma abordagem interessante sobre o aprendizado durante a solução do problema foi apresentada por Lamghari (2012) utilizando o mecanismo de busca baseada em tabu, denominado *Tabu Search* (TS). As soluções menos significativas são ranqueadas durante o processo de busca, definindo que os novos elementos e soluções mais significativas, previamente verificadas, sejam priorizadas durante a busca. O trabalho conjuga o mecanismo de memória de longo prazo e variável vizinha, assim as soluções mais próximas, considerando distância euclidiana, e mais significativas pela classificação são priorizadas. A solução inicial

é submetida a um refinamento da fronteira por meio do mecanismo de troca dos blocos utilizando um algoritmo de *Simulated Annealing* (LAMGHARI; DIMITRAKOPOULOS, 2012).

Sattarvand (2009) utilizou uma estratégia diferente baseada em *Ant Colony Optimisation*. Nessa aplicação as regiões de maior retorno são utilizadas para guiar a solução do problema. Regiões promissoras tornam-se zonas de atração para o mecanismo de busca. Assim como as formigas tendem a seguir o feromônio do companheiro de colônia, o sistema segue as soluções de maior valor já determinadas. O trabalho do autor demonstra a capacidade de resolver problema dessa natureza, mesmo com grande quantidade de blocos (SATTARVAND, 2009).

4.7. RELAXAÇÃO LAGRANGEANA

Existe uma outra abordagem capaz de fornecer uma solução para sistemas que apresentem dificuldades de convergir para uma solução exata. A estratégia do coeficiente de Lagrange consiste em relaxar/afrouxar o sistema ao remover algumas restrições do sistema (MARINHO, 2013). As restrições laterais para a resolução do problema são retiradas das equações restritivas e inseridas na função objetivo. O fator inserido na função objetivo com o intuito de substituir a restrição é denominado Multiplicador de Lagrange (BLUM; ROLI, 2003). Essa substituição facilita a resolução do sistema devido à natureza proibitiva das equações restritivas. O coeficiente de Lagrange força o cumprimento da restrição, porém não impede que ocorra a convergência da solução.

A cada bloco selecionado que transgredir uma restrição o coeficiente de Lagrange diminui o valor da função benefício, de modo que o sistema tende a utilizar a menor quantidade de unidades fora das restrições possível para maximizar o sistema. Alguns trabalhos utilizaram desta metodologia com sucesso no sequenciamento direto de blocos.

Caccetta (2003) em seu trabalho comprovou o potencial de convergência deste método ao comparar um mecanismo otimizador por programação inteira mista (PIM) com um mecanismo com Multiplicadores de Lagrange. O trabalho mostra a maior capacidade de processamento em termos de tempo e uma diferença de valor de convergência da ordem de 5% (CACETTA; HILL, 2003).

Bienstock (2010) utilizou o multiplicador de Lagrange em uma etapa de "pré otimização" com objetivo de definir uma solução prévia, que não representa a solução ótima.

A solução prévia da primeira etapa é utilizada como ponto de partida na segunda etapa (BIENSTOCK; ZUCKERBERG, 2010).

A relaxação de Lagrange é um mecanismo importante que pode ser aplicado em uma etapa inicial para selecionar os blocos viáveis, candidatos iniciais em uma etapa posterior que utilizaria, por exemplo, um algoritmo heurístico para refinar a solução do sistema.

4.8. FRONTEIRA DO CONHECIMENTO

Para aproximar o modelo proposto ao executado na operação de lavra, de acordo com metodologia clássica, devem ser resolvidos subproblemas relacionados a cava final, *fases de lavras* e sequenciamento de blocos. A resolução deste problema por meio da metodologia de Lerchs-Grossmann e Fluxo Máximo tem sido plenamente discutida nos meios acadêmico e industrial. Esses métodos maximizam o VPL sem o desconto financeiro adequado para determinação da cava final. As restrições operacionais são as únicas restrições contempladas durante a execução do algoritmo clássico. Para obedecer às condições operacionais são inseridos mecanismos de pós processamento. O pós-processamento acaba por limitar o universo de soluções possíveis.

Com objetivo de maximizar o Valor Presente Líquido e criar locais de operação a cava final é dividida em zonas de trabalho denominadas *fases de lavras*. As *fases de lavras* são geradas pelo mecanismo de parametrização em que o preço de venda é ajustado para criar cavas intermediárias que estão contidas espacialmente na cava final. A determinação das *fases de lavra* ideal baseia-se em duas aproximações: Cavas Aninhadas e PIM/Heurísticas. As cavas aninhadas são produto da parametrização de reservas e são mecanismos que alimentam o processo heurístico.

Após determinação das fases de lavra ideal é realizado o sequenciamento dos blocos dentro de cada zona de trabalho com objetivos operacionais, de obedecer às metas de produção e maximizar o valor presente líquido. Como nessa etapa já foram determinados quais blocos devem ser lavrados e dividido em avanços, o sistema de otimização apresenta maior facilidade para resolver o problema. Apesar das simplificações a solução do problema ainda é computacionalmente complicada.

O sequenciamento direto de blocos é uma tentativa de substituir as aproximações provenientes da sequência de trabalho apresentada acima utilizando simplificações no modelo e técnicas heurísticas para solução dos problemas simultaneamente.

Para atender as necessidades operacionais é importante considerar, primeiramente, fatores importantes como tamanho mínimo de praça, quantidade de frentes lavradas, número de níveis lavrados, alocação e disponibilidade de equipamentos, liberação de frentes de lavras, etc.

Posteriormente, devem ser considerados os destinos para os blocos que não devem ser estáticos. É necessário considerar as opções de mistura de minérios com outros blocos com intuito de maximizar o aproveitamento da reserva e as opções de estocar os blocos para serem retomados em um período posterior. As pilhas devem ser construídas também com intuito de regularizar a alimentação da planta em períodos de baixa produção de minério.

Idealmente o problema de sequenciamento direto de blocos deve resolver o sistema considerando o tamanho original dos blocos, porém os pacotes comerciais existentes não resolvem este problema com todas as restrições necessárias sem alterar o tamanho do problema ou agrupar blocos.

A fronteira do conhecimento está associada a determinação de soluções capazes de atender as restrições sem que seja necessário utilizar simplificações que causem prejuízos a solução.

4.9. RESTRIÇÕES PARA A FORMULAÇÃO DO SEQUENCIAMENTO DIRETO DE BLOCOS

No item 4.3.1 foi apresentado a formulação geral para o Sequenciamento Direto de Blocos contendo restrições gerais relacionados a maximização da função benefício. As restrições apresentadas até o momento são capazes de controlar apenas as necessidades de produção e alimentação da usina. Caso fosse implementada apenas a formulação geral o resultado do algoritmo iria convergir para uma lavra de pouca aderência operacional, já que não estão contemplados tamanhos mínimos de praça e de fundo de cava, pilha de regularização de teor, pilha pulmão para usina, quantidade e tempo de equipamentos de lavra, quantidade de bancadas lavradas.

Neste tópico serão abordadas as restrições necessárias para aproximar a lavra planejada à lavra executada contribuindo para a maior aderência do planejamento.

4.9.1. MINIMIZAÇÃO DOS CUSTOS

Um dos conceitos mais importantes utilizados em programação é o da dualidade. Os problemas que possuem um outro problema associado são classificados como Duais. O problema original é denominado Primal, que nesse contexto é a maximização do valor presente líquido de blocos, como objetivo principal. Objetivo secundário pode ser determinado como a minimização dos custos, a possibilidade de um problema ser minimizado e maximizado simultaneamente é definido como Dual (SOUZA; MELO, 2014). O sequenciamento direto de blocos obedece este esquema de restrição em que a formulação geral objetiva maximizar o fluxo de material processado de modo a obter o maior retorno financeiro com objetivo secundário de minimizar as restrições de várias ordens. Custos de carregamento e de transporte, abertura de frentes de lavras, retomada da pilha, estocagem da pilha são restrições importantes não só para correta contabilidade dos custos, mas são capazes de aumentar a aderência do problema a realidade.

Caso o sequenciamento direto de blocos não resulte em um sistema operacional viável, custos adicionais seriam necessários para torná-lo operacional garantindo o gerenciamento das variáveis que não foram corretamente inseridas no sistema.

4.9.2. RESTRIÇÕES DE PRECEDÊNCIA

A precedência de blocos está relacionada a dois diferentes tipos de restrição: Horizontal e Vertical. A restrição horizontal ou *Top/Down* afeta diretamente a inclinação do talude geral e da face. O controle da precedência é realizado pelo centroide do bloco e o cálculo do ângulo entre os blocos pode ser realizado de duas formas distintas:

- Precedência entre blocos.
- Superfície de controle.

A precedência entre blocos é definida ao considerarmos o vetor entre os centroides dos blocos vizinhos, determinado com referência a um plano horizontal, como mostra a Figura 4-29 (BERETTA; MARINHO, 2015).

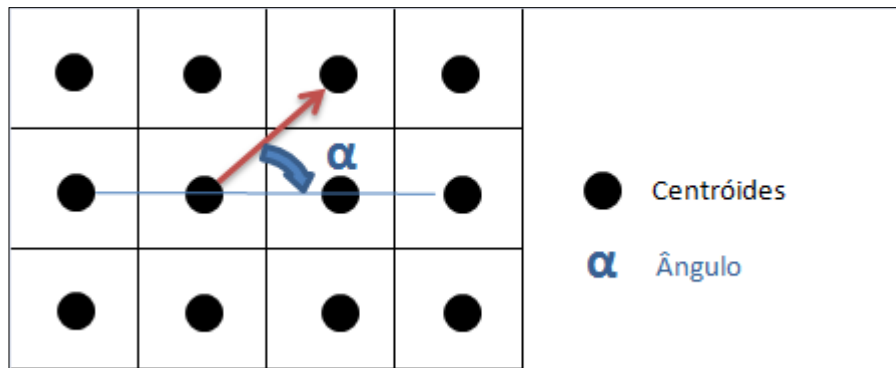


Figura 4-29 - Precedência de blocos por grafo (Souza F. , 2017).

Com objetivo de se evitar os problemas de aproximação dos ângulos em blocos profundos Marinho (2013) propõe a utilização de superfícies de controle para construção da precedência entre os blocos. Este mecanismo funciona como um "gabarito" capaz de selecionar os blocos que devem compor a face, evitando, assim, erros de aproximação em maiores profundidades (Figura 4-30).

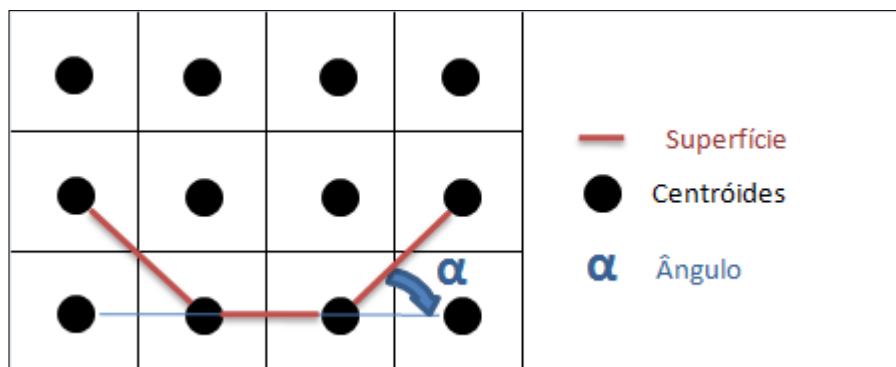


Figura 4-30 - Precedência de blocos por superfície (Souza F. , 2017).

Além da precedência Horizontal deve-se analisar a restrição Vertical. Essa restrição é de extrema importância para avaliar os blocos que devem ser retirados acima do bloco analisado. O conjunto (bloco analisado mais blocos precedentes) deve apresentar receita favorável para ser lavrado, exemplificado na Figura 4-31 (NOGHOLI, 2015).

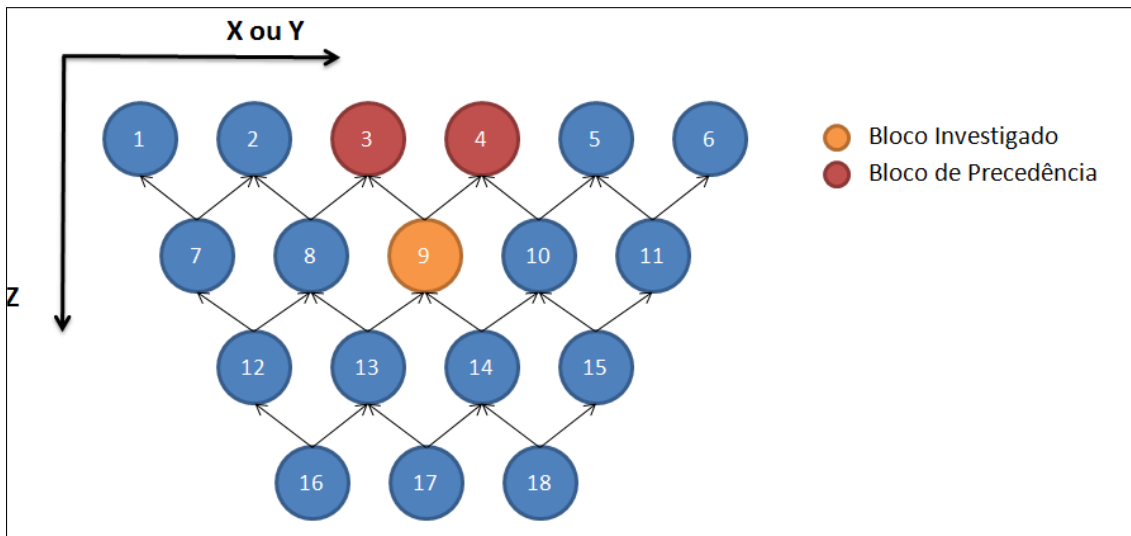


Figura 4-31 - Bloco de precedência vertical (Souza F. , 2017).

A restrição horizontal está associada a definição de frentes de trabalho abertas para liberação de um determinado bloco (Figura 4-32). Caso não existam frentes disponíveis a lavra será realizada a partir de um banco superior. Este procedimento possui um custo maior devido as dificuldades operacionais e ao tempo maior necessário para realizar este avanço (FARMER, 2016).

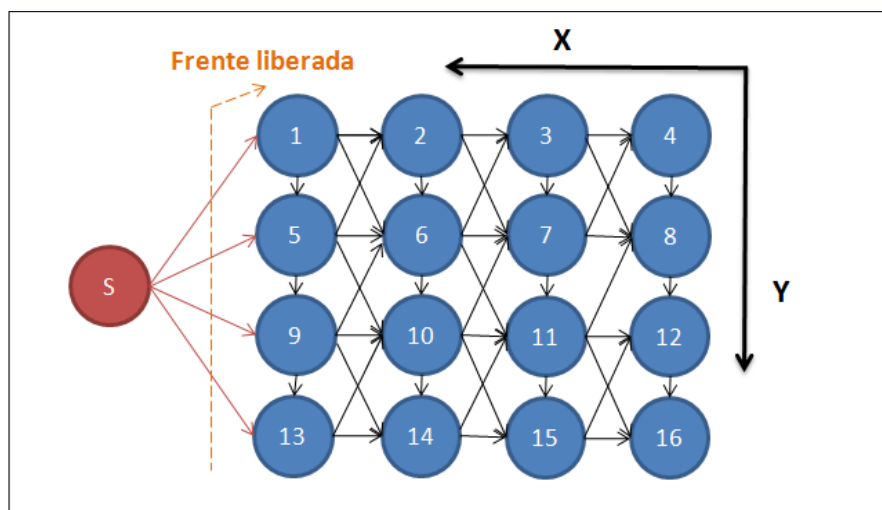


Figura 4-32 - Frente liberada para ataque frontal (Souza F. , 2017).

Para desencorajar o sistema a abrir frentes de lavra a partir de acessos superiores considere uma restrição capaz de favorecer a lavra dos blocos liberados garantindo que a adjacência lateral sobreponha-se a precedência vertical. Esta restrição pode ser descrita matematicamente por Nogholi (2015):

$$\sum_{r=1}^t \sum_{m=1}^M \sum_{d=1}^D x_{jmd}^r - \sum_{m=1}^M \sum_{d=1}^D x_{imd}^t \geq 0 \quad \forall \{i, j \in I \mid j \neq i \in \tau_{pi}\}, t = 1, \dots, T \quad (4.14)$$

Quando o sistema decidir por um avanço a partir de um acesso superior será necessário contabilizar os blocos adicionais que serão lavrados por esta decisão garantindo um tamanho mínimo de praça para operação dos equipamentos de lavra. Como solução para este problema podem-se clusterizar os blocos candidatos, de modo que a investigação avalie somente grupo de blocos em que os custos contabilizem os agrupamentos adequados (FARMER, 2016).

4.9.3. RESTRIÇÃO DE CAPACIDADE DE PRODUÇÃO

Para garantir que a produção mínima seja de acordo com a taxa de utilização física dos equipamentos de lavra e que a aderência entre utilização planejada e a executada seja satisfatória, devemos utilizar restrições de mínimo e máximo (LAMBERT et al., 2014b). As restrições de mínimo e máximo são utilizadas concomitantemente a relaxação Lagrangeana para minimizar os possíveis desvios do sistema entre os máximos e mínimos, de modo que a meta de produção seja atinja (LAMGHARI; DIMITRAKOPOULOS, 2012).

$$\sum_{i=1}^I \sum_{m=1}^M \sum_{d=1}^D b_i x_{imd}^t \geq M_m^t \quad \forall t = 1, \dots, T \quad (4.15)$$

4.9.4. RESTRIÇÃO DE CAPACIDADE DE PROCESSAMENTO

A quantidade de material lavrado e destinada a planta de processamento deve ser limitada pela capacidade instalada da usina. De modo a não ultrapassar os limites superiores e inferiores de alimentação da usina a seguinte formulação deve ser respeitada (NOGHOLI, 2015):

$$\sum_{i=1}^I \sum_{m=1}^M x_{imp}^t b_i + \sum_{s=1}^{Sp} Z_{sp}^t \leq M_p^{max} \quad \forall t = 1, 2, \dots, T; p = 1, 2, \dots, P \quad (4.16)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{m=1}^M x_{imp}^t b_i + \sum_{s=1}^{Sp} Z_{sp}^t \geq M_p^{min} \quad \forall t = 1, 2, \dots, T; p = 1, 2, \dots, P \quad (4.17)$$

4.9.5. RESTRIÇÃO DE PILHA DE ESTOQUE

Assim como realizado para a usina de processamento, valores mínimo e máximo devem ser aplicados para garantir que as pilhas operem entre as capacidades mínimas e máximas. A tomada de decisão sobre quais blocos deverão alimentar a pilha não é satisfeita somente pelas restrições de máximo e de mínimo. Idealmente um bloco que não irá alimentar a usina de beneficiamento no período de sua lavra deveria ser analisado como possibilidade de estoque e processamento posterior devido o processo de teor de corte dinâmico. Simultaneamente esse processo deve avaliar a possibilidade de combinar este bloco com outro com intuito de obedecer a especificação da planta, além de verificar qual a melhor oportunidade de sua retomada da pilha, caso seja este seu destino, em relação ao tempo (GOODFELLOW; DIMITRAKOPOULOS, 2013).

$$I_s^t \leq M_s \quad \forall t = 1, 2 \dots T; s = 1, 2 \dots Sp \quad (4.18)$$

$$Z_{sp}^t \leq I_s^{t-1} - \phi_s \quad \forall t = 2, 3 \dots T; Sp = 1, 2 \dots S; p = 1, 2 \dots P \quad (4.19)$$

$$Z_{sp}^1 \leq I_s^0 + \sum_{i=1}^l \sum_{m=1}^M x_{ims}^1 b_i - \phi_s \quad \forall s = 1, 2 \dots S; p = 1, 2 \dots P \quad (4.20)$$

Sujeito a

$$I_s^t = I_s^0 + \sum_{r=1}^t \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^l x_{ims}^r b_i - \sum_{r=1}^t \sum_{p=1}^P Z_{sp}^r \quad \forall t = 2, 3 \dots T; s = 1, 2 \dots Sp \quad (4.21)$$

4.9.6. RESTRIÇÃO DE TEOR PARA A PLANTA

Para que o sistema possa ser completamente aproveitado deve ser considerado o sistema de teor de corte dinâmico, qual é capaz de avaliar o melhor destino: usina ou pilha de estoque de acordo com a decisão do melhor período para retomada deste bloco. Considerando este sistema dinâmico podemos observar que na equação 4.22 que o teor da pilha (g_s^a) influencia diretamente o teor a ser alimentado na usina, em que é parte do controle de teor de corte dinâmico (NOGHOLI, 2015).

$$\sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^L (g_i^\alpha - g_{\alpha p}^{max}) x_{imp}^t b_i + \sum_{s=1}^{Sp} (g_s^\alpha - g_{\alpha p}^{max}) z_{sp}^t \leq 0 \quad \forall t = 1, \dots T; \quad (4.22)$$

$$p = 1, \dots P; \alpha = 1, \dots A$$

$$\sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^L (g_i^\alpha - g_{\alpha p}^{max}) x_{imp}^t b_i + \sum_{s=1}^{Sp} (g_s^\alpha - g_{\alpha p}^{max}) z_{sp}^t \geq 0 \quad \forall t = 1, \dots, T; \quad (4.23)$$

$$p = 1, \dots, P; \quad \alpha = 1, \dots, A$$

4.10. APROXIMAÇÕES PARA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Problemas de otimização de grande complexidade podem utilizar mecanismos aproximativos para determinar uma solução viável frente a grande quantidade de restrições (BIENSTOCK; ZUCKERBERG, 2010). Os mecanismos para construção da vizinhança, simplificações, aproximações para a convergência de solução são amplamente utilizadas no sequenciamento direto.

Os mecanismos aproximativos basicamente aperfeiçoam a solução inicial que se comporta como um rascunho, por meio de sucessivas tentativas de melhora a partir da utilização de um conjunto de modificações candidatas. O algoritmo aproximativo ou heurístico interrompe o processo quando encontra uma solução aceitável de acordo com as restrições impostas (SATTARVAND, 2009).

4.10.1. BLOCOS ACESSÍVEIS

Os blocos acessíveis são blocos que estão liberados na superfície e podem ser removidos diretamente sem a necessidade de retirada de blocos intermediários. Estes são os blocos candidatos a serem contabilizados na lista de possível solução durante a resolução do problema (NADER, 2015). Além da precedência vertical, deverá ser verificado, para cada bloco lavrado, se a praça de trabalho apresenta dimensões suficientes para a operação dos equipamentos. Esse problema pode ser resolvido de diferentes maneiras. Farmer (2015) indica um processo de clusterização dos blocos candidatos de forma que sejam aglomerados em grupos com o tamanho mínimo da praça de trabalho. Nogholi (2015) indica a construção de uma restrição espacial utilizando-se uma desigualdade, exemplificada nas Figura 4-33, Figura 4-43 a Figura 4-36. É importante considerar que blocos acessíveis apresentam liberação vertical e horizontal.

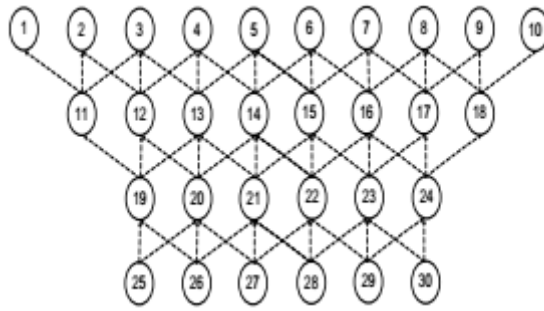


Figura 4-33 - Blocos Originais (NOGHOLI, 2015).

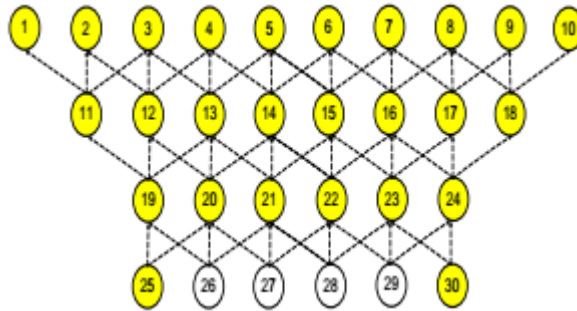


Figura 4-34 - Blocos Lavráveis de Amarelo (NOGHOLI, 2015).

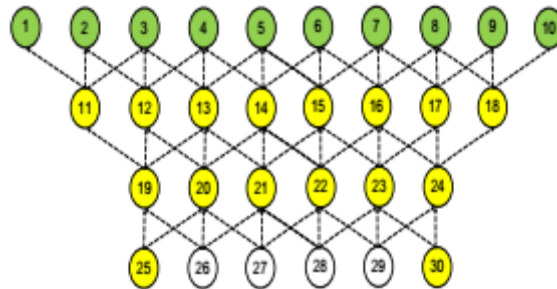


Figura 4-35 - Blocos liberados de Verde (NOGHOLI, 2015).

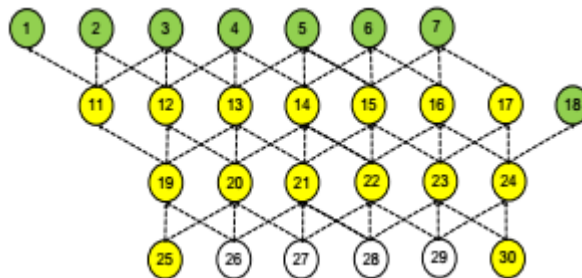


Figura 4-36 - Bloco Acessível e Liberado após a Lavra do Bloco 10(NOGHOLI, 2015).

4.10.2. CONSTRUÇÃO DE PRÉ CANDIDATOS

Existem diversos mecanismos capazes de construir um conjunto de blocos pré-candidatos de modo a tornar o algoritmo mais eficiente. Pois o sistema irá passear somente por regiões do universo de solução em que os blocos obedeçam às restrições. Caso seja utilizado algum mecanismo de simplificação como demonstrado no capítulo 4.4 será parte integrante do

candidato a solução. Um mecanismo interessante de simplificação foi apresentado por Nogholi (2015) em que é construído um vetor de busca semelhante a uma pilha em que a cada interação capaz de resolver um período a lista seja atualizada com blocos candidatos com uma hierarquia determinada.

Durante a execução deve ser construída uma matriz capaz de armazenar as informações de restrições e meta de teor que podem ser alimentadas no sistema, de modo que seja priorizado os blocos capazes de atender as necessidades da usina. O peso capaz de contabilizar a prioridade do bloco é determinado com base no desvio em relação ao valor considerado objetivo (LAMGHARI; DIMITRAKOPOULOS, 2012). Para elementos contaminantes pode ser aplicado a formulação geral proposta por Nogholi (2015) representada pela equação 4.24.

$$Pr_i = \sum_{\alpha=1; \alpha \neq \vartheta}^A \varpi_{\alpha} |\varphi_{\alpha\rho}^{min} - g_i^{\alpha}| \quad (4.24)$$

em que:

ϖ_{α} : Ponderador do atributo α .

g_i^{α} : Fração do atributo α no bloco i .

$\varphi_{\alpha\rho}^{min}$: Mínimo do atributo α requerido pelo processamento ρ .

O processo deve continuar até que a combinação de blocos satisfaça a necessidade do processamento e restrições alimentadas ao sistema. O material estocado na pilha de estéril deve ser utilizado se o sistema de hierarquia no vetor de busca não for capaz de suprir a demanda necessária a solução do sistema.

4.10.3. METAHEURÍSTICA APLICADA AO PROBLEMA

A metaheurística é considerada uma extensão importante da área de otimização para sistemas estocásticos. São estratégias capazes de resolução dos problemas de difícil solução não contemplados pelos sistemas lineares (LUZIA; RODRIGUES, 2009).

Os sistemas metaheurísticos são capazes de adotar procedimentos de busca local com a habilidade de escapar de zonas de atratividade local, mínima ou máxima. Os avanços matemáticos dos principais centros de pesquisa resultaram no aprimoramento das estratégias capazes de realizar busca em espaços complexos, além da capacidade de fugir de mínimos locais. Para evitar estas zonas de mínimo foram incorporados conceitos de vizinhança com

intuito de mapear possibilidades de fugir de zonas capazes de conduzir a atração de uma solução não ótima (GLOVER, 2003).

A metaheurística é um mecanismo capaz de produzir um resultado ótimo satisfatório de problemas de difícil solução com respeito as restrições sem garantir a otimalidade do sistema.

São normalmente aplicadas para encontrar respostas a problemas sobre os quais há poucas informações: não se sabe como é a aparência de uma solução ótima, há pouca informação heurística disponível e força-bruta é desconsiderada devido ao espaço de solução ser muito grande. Porém, dada uma solução candidata ao problema, esta pode ser testada e sua otimalidade, averiguada (LUZIA; RODRIGUES, 2009).

4.10.4. RECOZIMENTO SIMULADO

O recozimento simulado ou *Simulated Annealing* é uma estratégia metaheurísticas de solução de problemas de difícil convergência. O algoritmo compõe a etapa de busca local de soluções baseado no conceito de recozimento ("*annealing*"). O recozimento metalúrgico é uma metodologia de trabalho em que o metal é aquecido até o ponto de fusão, posteriormente de forma lenta deve ser resfriado. Este processo objetiva ajustar a estrutura do metal de modo a diminuir as imperfeições (GLOVER, 2003). No sistema a ser otimizado este processo busca ajustar o sistema de modo a garantir o melhor ótimo global possível dentro das restrições ajustadas.

Assim como no ciclo de recozimento metalúrgico há a verificação da estrutura a cada interação no processo de recozimento simulado deve ser comparado a nova solução com a solução anterior. Cada interação ocorre um ajuste das variáveis em que há duas soluções: anterior e a nova. Sempre que o sistema encontrar uma nova solução ela deve ser aceita como a ideal momentânea(LUZIA; RODRIGUES, 2009).

O processo deve evitar que o recozimento permaneça próximo a mínimos/máximos locais. É de extrema importância permitir movimentos ascendentes mesmo em regiões que pioram a solução local na esperança de encontrar um máximo global além da zona de piora de solução. Podemos fazer um paralelo com o problema de sequenciamento de lavra em que é importante investigar se a liberação de um grupo de blocos de estéril pode conduzir a um minério capaz de pagar os blocos de estéril e incrementar a função objetivo.

O tempo em que o sistema permanece na tentativa de aprimorar a solução é baseado na probabilidade de encontrar uma solução promissora. Glover (2003) propõe uma formulação

inspirada na temperatura do processo de recozimento, em que probabilidade de se aceitar uma solução R de qualidade inferior à solução atual S é dada pela fórmula 3.25 (T é um parâmetro chamado temperatura, em analogia ao recozimento, e é tipicamente decrementado a cada iteração do algoritmo).

$$P(R, S, T) = \frac{e^{(Qualidade(R)-Qualidade(S))}}{T} \quad (3.25)$$

Em cada interação há a tendência de diminuição da temperatura devido a estabilização da solução, o que diminui a probabilidade de escolha de uma solução menos promissora e aumenta a tendência de se melhorar a solução atual.

O comportamento deste algoritmo pode ser resumido através de 6 passos:

1. Solução inicial criada;
2. Determinação dos vizinhos disponíveis e determinação de hierarquia entre os vizinhos;
3. Nova solução viável é criada;
4. Caso o valor da solução objetivo nova é melhor que a anterior será substituída pela nova solução de acordo com a probabilidade determinada na equação 3.25;
5. Após uma quantidade de interações o sistema deve ser capaz de não evitar buscas apenas em regiões de menor temperatura com objetivo de não ficar preso em regiões de mínimo/máximo local;
6. O processo termina quando os critérios de parada forem atingidos Noghli (2015).

```

01: T ← temperatura com valor elevado
02: S ← solução candidata inicial qualquer
03: Melhor ← S
04: repita
05:   R ← GerarVizinho( S )
06:   se Qualidade(R) > Qualidade(S) ou se Aleatorio() < P(R,S,T) então
07:     S ← R
08:   T ← NovaTemperatura(T)
09:   se Qualidade(S) > Qualidade(Melhor) então
10:     Melhor ← S
11: até que Melhor seja a solução ideal, ou o tempo tenha esgotado, ou T < 0
12: devolva Melhor

```

Figura 4-37 - Algoritmo de genérico de *Simulated Annealing* (LUZIA; RODRIGUES, 2009).

4.11. CONCEITOS ECONÔMICOS

4.11.1. LEI DA OFERTA E DEMANDA

O conceito básico no estudo da demanda (procura) e oferta de produtos é que há uma relação inversa entre o preço e a quantidade consumida, supondo que as outras variáveis que influenciam o processo sejam constantes. Essas variáveis são compostas por preços de outros bens e serviços (P_n), renda (I) e as preferências dos consumidores (P_r). Deste modo a função de demanda pode ser descrita genericamente conforme descrito na equação 4.26 e Figura 4-38.

$$Q = f(P_n, I, P_r) \quad (4.26)$$

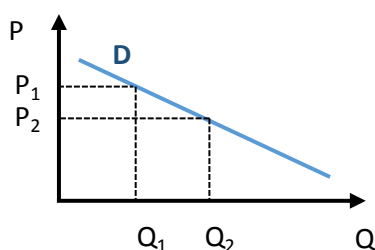


Figura 4-38 – Relação preço e demanda

A utilização da variável demanda (Q) localizada no eixo das abscissas é uma tradição em documentos sobre economia. A função de conversão entre as variáveis é determinada pela reta D para diferentes níveis de preço. O preço P_1 ao rebater sobre a reta D indica a quantidade de produto demandado Q_1 . Caso o preço diminua até o nível P_2 a quantidade aumenta para Q_2 , deste modo podemos perceber uma regra de deslocamento entre preço e quantidade demandada.

Quando ocorre alteração nas outras variáveis presentes na equação 1 que afetam a demanda ocorre o deslocamento da regra, a reta D será deslocada. A direção do movimento depende da variável alterada e quantidade alterada. Caso o preço do cobre venha a aumentar, naturalmente haverá uma tendência a reduzir seu consumo. Como o alumínio pode ser considerado um substituto de algumas aplicações, pode ocorrer um aumento na procura. Deste modo a curva demanda do alumínio na Figura 4-39 irá ser deslocada para direita.

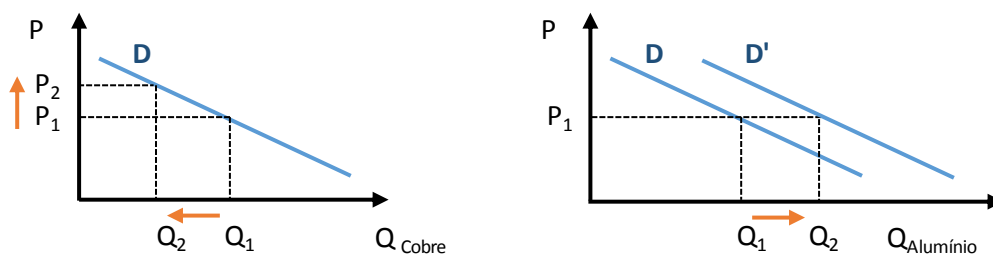


Figura 4-39 –Alteração da demanda

Quando os produtos possuem relação complementar, quando o consumo entre os dois bens possui uma relação direta ocorre efeito inverso. O aumento no preço de um produto desencadeia a diminuição do seu consumo, conseqüentemente o consumo do bem complementar é diminuído. Caso o preço do fosfato aumente, ocorre redução do seu consumo e também na demanda de ácido sulfúrico, um bem complementar na produção de fertilizante agrícola.

Um reflexo mais geral pode ser determinado através da renda média dos trabalhadores. O aumento de renda ocasiona o deslocamento da curva de procura para a direita, quando considerado que não haverá aumento de preço do bem. Bens de consumo como derivados de petróleo tendem a aumentar seu preço quando ocorre aumento de renda.

4.11.2. CUSTO MARGINAL E ELASTICIDADE

Frequentemente é importante identificar o impacto sobre uma variável dependente quando ocorre uma variação percentual em uma variável independente. Este questionamento é modelado por um conceito definido como variável de elasticidade. A definição clássica de elasticidade é razão entre a variação percentual na variável dependente e a variação percentual da variável independente. A elasticidade do preço da demanda, na equação 4.27, determina como os consumidores reagem a variação nos preços, ou seja, de quanto cai o consumo quando os preços sobem.

$$e = \frac{\Delta Q/Q}{\Delta P/P} \quad (4.27)$$

Caso a elasticidade, representado na Figura 4-40 e equação 4.28, atinja uma demanda maior que 1 é classificada como elástica, se a demanda seja menor que 1 é classificada como inelástica. A expressão acima mostra a possibilidade de variação da elasticidade no comprimento da curva de demanda, cada ponto da curva possui uma elasticidade diferenciada.

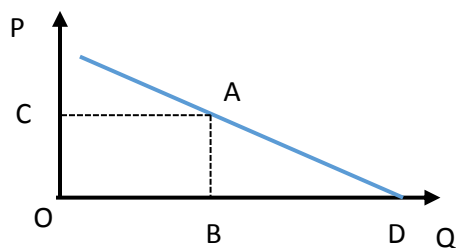


Figura 4-40 - Elasticidade

A elasticidade no ponto A pode ser definida como:

$$e = \frac{OP}{OB} \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta P} \quad (4.28)$$

Fácil perceber que $\frac{\Delta Q}{\Delta P}$ é o inverso da declividade da curva de demanda, conseqüentemente é igual a relação $\frac{AB}{BD}$, podemos substituir $\frac{\Delta Q}{\Delta P}$ por $\frac{AB}{BD}$ na expressão da elasticidade para o ponto A. Deste modo a expressão reestruturada é:

$$e = \frac{AB}{OB} \cdot \frac{BD}{AB} = \frac{BD}{OB} \quad (4.29)$$

A região em que BD é maior que OB é elástica, quando BD for menor que OB é inelástica. Quanto maior for a declividade da curva de demanda maior será o fator de não elasticidade, ou seja, menor será a interferência no consumo causada pela mudança nos preços.

4.11.3. PONTO ÓTIMO DE PRODUÇÃO

A decisão da quantidade de material produzido por uma lavra, utiliza o princípio econômico de lucratividade. O objetivo é determinar a quantidade de material capaz de maximizar o lucro da empresa. Uma visão simplista pode apontar para que a empresa objetive aumentar a produção constantemente, pois aumento de produção significa maior quantidade de material vendido. O aumento de venda aumenta a receita da empresa e o custo acompanha este crescimento. O desafio das mineradoras consiste em determinar a quantidade de material vendido que maximiza a receita.

A incerteza sobre a produção é uma das principais diferenças da indústria da mineração em relação as demais empresas de insumos que possuem características uniforme. Uma montadora de carros consegue estimar a qualidade dos insumos necessários para produzir uma certa quantidade de automóveis. Uma mineradora não consegue garantir que irá lavrar a quantidade de material necessária para produzir a tonelagem de concentrado esperada. Essas incertezas conduzem as mineradoras a realizar estimativas para seu planejamento estratégico e operacional.

O custo pode ser dividido em custo fixo e variável, para determinação da taxa ótima de produção será considerado apenas os custos variáveis. Os custos fixos não variam com a taxa de produção da operação. Tipicamente os custos podem ser representados por compra de equipamentos, salários e custos administrativos gerais.

Os custos variáveis podem ser caracterizados como os custos que flutuam de acordo com o consumo de insumos, quantidade de trabalho, etc. Os custos variáveis podem ser estimados de acordo com a taxa de produção proposta ao empreendimento.

Para calcular o ponto ótimo de produção deve ser considerado além dos custos associados a receita associada a taxa de produção. Geralmente deve ser identificado o porte do empreendimento, três cenários são possíveis:

- “Seguidor de Preço”: Empresa cujo o volume de produção não é suficiente para alterar o equilíbrio do mercado. As estimativas de oferta e demanda não são alteradas por esta empresa.
- “Formador de Preço”: O volume produzido afeta o comportamento do preço das *comodities*.
- Monopólio: Não existe nenhum outro concorrente no mercado.

Para as estimativas de produção realizadas neste trabalho será considerado que a empresa analisada é uma seguidora de preço, deste modo a quantidade de material lavrado não irá alterar a dinâmica do mercado. Outra característica importante é que a receita é diretamente proporcional ao nível de produção. O lucro máximo corresponde a taxa de produção capaz de garantir a maior diferença entre a receita e custo, o ponto A da Figura 4-41 mostra este ponto. O ponto A corresponde a taxa de produção cujo custo marginal e receita marginal são iguais. As decisões estratégicas tomadas neste trabalho e na maioria das decisões operacionais tomadas por empresas mineradoras está baseado na teoria da firma. Este trabalho absorve maior influência de um tópico da teoria da firma: A teoria dos rendimentos, qual foca na minimização dos custos para um dado nível de produção.

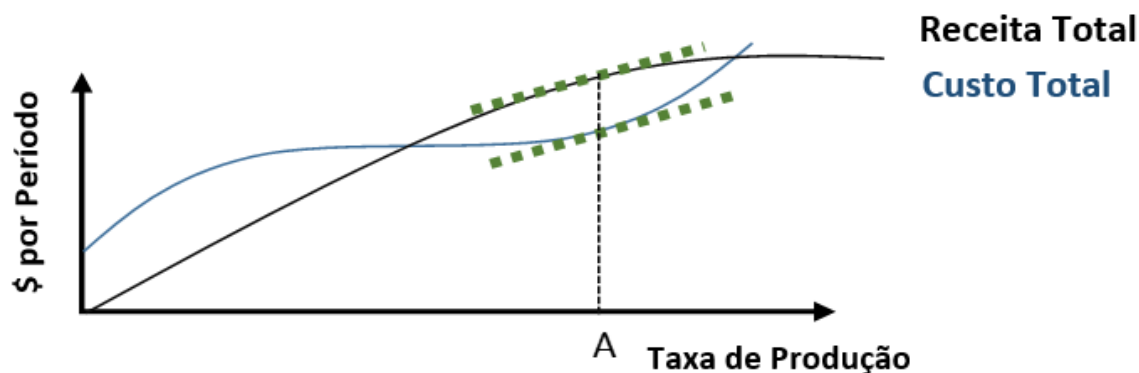


Figura 4-41 – Taxa Ótima de Produção (LELAND, 2008)

A utilização da metodologia acima expõe a necessidade da construção das curvas de custo e receita de acordo com a taxa de produção sempre que for possível determinar. O estudo da teoria da firma pode conduzir a um problema: acreditar que a redução de custo é a única solução para aumentar o lucro. Paralelamente ao desenvolvimento de estratégias de custo reduzido deve ser adotado estratégias para aumentar o valor do produto no mercado. Estratégias como a da Companhia Brasileira de Metalurgia e Mineração (CBMM) podem ser utilizadas, são desenvolvidos usos nobres para o minério de nióbio para aumentar a demanda no mercado. Vale ressaltar que a CBMM exerce um monopólio em termos de reservas, fato que facilita as estratégias de mercado.

Para determinar a taxa ótima de produção é necessário entender as características das curvas de função de produção. As análises de custo e produção realizadas neste trabalho consideram o curto prazo de produção, pois é menos difícil manter várias variáveis que interferem na produtividade constante em um intervalo mais curto de tempo. As curvas de custo e produtividade possuem como característica intrínseca que as várias variáveis foram caracterizadas com valores constantes. Deste modo vamos supor a simplicidade do sistema: a produtividade depende exclusivamente do insumo minério para produzir o concentrado. A função de produção pode ser representada por $y=f(X_1, X_2)$, admitindo que X_2 seja insumo fixo e que esteja restrito ao nível $X_2=X_2^0$, deste modo podemos descrever a produção:

$$y = f(X_1, X_2^0) = F(X_1) \tag{4.30}$$

A Figura 4-42 exibe o gráfico da função de produção para dois níveis distintos de produção de concentrado para mesmo ritmo de lavra, considerando que os ritmos de lavra geram excedente para pilha de estoque. Observando a curva tracejada, quando comparada a curva

contínua, gera maior utilização dos insumos fixos. Concluimos que quanto maior o nível de utilização do insumo variável maior será a utilização do insumo fixo, maior também será a sua produção. Quanto maior for a utilização do insumo Minério Lavrado a produção continua aumentando até o ponto M e M', após este ponto começa a decrescer. Esta inflexão ocorre devido a Lei dos Rendimentos Decrescentes. Esta lei postula que ao se aumentar gradativamente a utilização de um fator de produção e mantendo os demais constantes, a produção aumenta inicialmente. Isso é válido até atingir o ponto de inflexão, quando começa a decrescer continuamente.

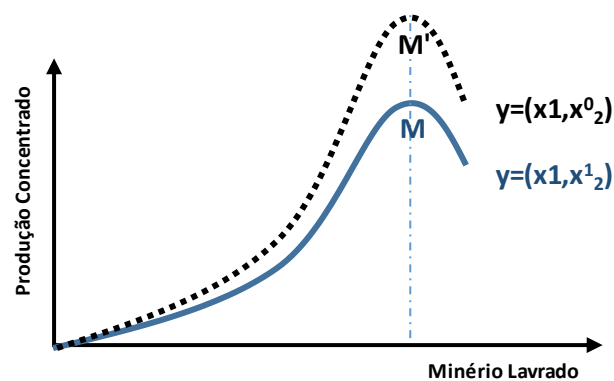


Figura 4-42 - Produção no Curto Prazo (LELAND, 2008)

O fenômeno do decrescimento ocorre devido a diminuição da produtividade marginal e produtividade média. A perda de produtividade pode ser relacionada a ineficiência dos equipamentos e processos de grande escala. Para suavizar o efeito da perda de eficiência aumenta-se o controle sobre o processo, entretanto acarreta aumento de custo. Este fenômeno de perda de eficiência e aumento de custo é chamado de “deseconomia” de escala.

A produtividade média do insumo variável pode ser definida pela razão entre a produção total e o nível de utilização deste insumo:

$$P_{me1} = y/x_1 \quad (4.31)$$

Geometricamente considere que a curva de produtividade média é a região em que todos os pontos formados pelas inclinações de um raio de origem a outro ponto da curva. Deste modo considere que a produtividade média é um fator variável entre as regiões. A correspondência entre as curvas de produtividade média e produtividade total pode ser observada na Figura 4-43. A produtividade média atinge o máximo no ponto A, qual representa o ponto de maior

inclinação da curva de produtividade total. Para caracteriza a produtividade marginal do insumo variável ou minério lavrado podemos definir pela variação na produção proporcionada por uma variação deste insumo.

$$Pmg_1 = \frac{dy}{dx_1} \quad (4.32)$$

Para identificar a produtividade marginal no gráfico deve ser observado a tangente a curva de produção total. Na Figura 4-43 podemos observar que a produtividade marginal atinge seu máximo no ponto I', que corresponde ao ponto de inflexão da curva de produtividade total I.

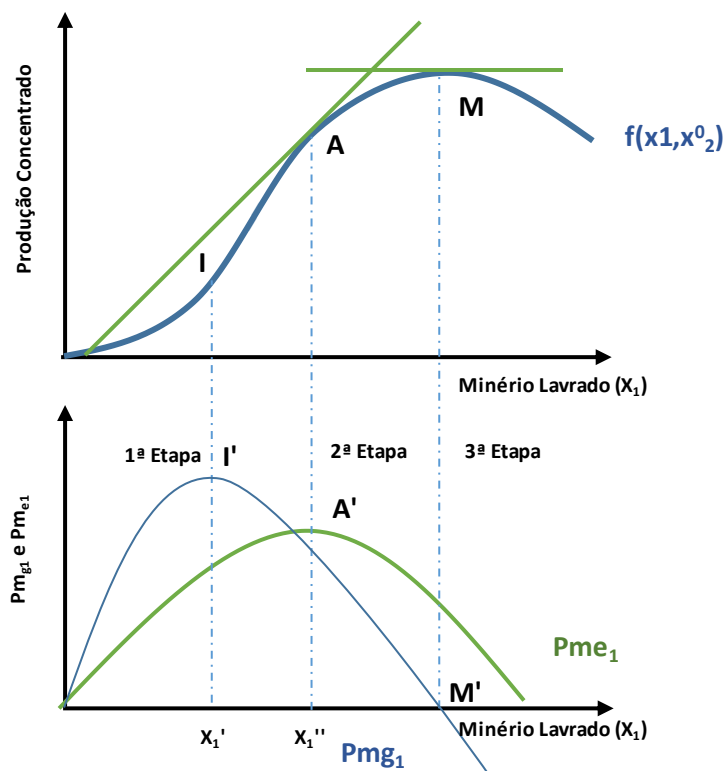


Figura 4-43 – Produtividade Média e Marginal (LELAND, 2008)

Para aprofundar a compreensão sobre as curvas de produtividade média e marginal será aplicado a regra do quociente de derivadas parciais na equação 4.32, em que resulta em:

$$\frac{\partial Pme_1}{\partial x_1} = \frac{1}{x_1} \left(\frac{\partial y}{\partial x_1} - \frac{y}{x_1} \right) = \frac{1}{x_1} (Pmg_1 - Pme_1) \quad (4.33)$$

Podemos observar no ponto I quando a curva de produtividade média cresce ($\frac{\partial Pme}{\partial x} > 0$) a produtividade marginal é maior que a produtividade média. O ponto II indica o ponto de

máximo da produtividade média ($\partial Pme/\partial x = 0$). As medidas de produtividade média e marginal são medidas absolutas relativas a contribuição da unidade de minério adicional. Para uma medida relativa podemos utilizar o conceito de elasticidade do produto em relação a unidade de minério lavrado. A unidade do produto em relação ao minério lavrado X é definido pela relação entre a variação proporcional do produto final pela variação proporcional na lavra:

$$\varepsilon_{yi} = \frac{(\partial y/y)}{(\partial x_i/x_i)} = \frac{(\partial y/\partial x_i)}{(x_i/y)} = \frac{Pmg_i}{Pme_i} \quad (4.34)$$

A elasticidade do produto em relação a um insumo mede a sensibilidade do nível de produção frente a uma variação na quantidade desse insumo e pode ser avaliada pela relação entre as suas produtividades marginal e média deste insumo. Importante não confundir a região em que a elasticidade é menor do que zero, ou seja negativa, com retornos negativos. A região de elasticidade negativa está relacionada com a lei dos rendimentos decrescentes e não com prejuízo econômico.

Para melhor caracterização das possíveis faixas produtivas é importante dividir o entendimento da Figura 4-43 em 3 regiões com diferentes características. A primeira etapa inicia-se na produção nula até o ponto que a produtividade marginal é crescente, até o ponto que se inicia a ação da lei dos rendimentos decrescentes. A segunda região está entre A e M, região em que o custo médio é maior que o marginal. O terceiro estágio de produção está além dos limites do ponto M', região em que a produtividade marginal é negativa. No terceiro estágio não é aconselhado que nenhuma operação trabalhe, pois estaria sendo gasto uma quantidade de minério para diminuir o lucro marginal da operação de lavra. Importante ressaltar que nas duas primeiras etapas temos elasticidade positiva do produto em relação a lavra.

4.11.4. CUSTO DE BENEFICAMENTO

O beneficiamento mineral é composto por um conjunto de operações que iniciam na amostragem mineral e estende até etapas de concentração química do produto. Todas estas etapas possuem um custo associado para início do processo, compra de equipamentos por exemplo, e operação. Os custos associados ao início do processo são classificados como

CAPEX, esta é uma sigla inglesa para *capital expenditure*. Normalmente, está associada ao montante financeiro gasto para aquisição ou melhoria dos bens de capital (CAMUS, 2002). Os custos operacionais são representados por outra sigla inglesa, OPEX, associado a manutenção de equipamentos, custo de pessoal, suprimentos e outras despesas operacionais. Para este trabalho não há a necessidade de determinação do CAPEX, pois a ordem de grandeza do investimento está associada ao porte do empreendimento. O porte do empreendimento é função da taxa de produção determinada ao final do processo que calcula a taxa ótima de produção. Dependendo da taxa de produção são dimensionados os equipamentos de beneficiamento e lavra. Os orçamentos de compra destes equipamentos serão parte considerável do CAPEX (RUNGE, 1998).

Os custos operacionais de uma usina de beneficiamento são extremamente dependentes do corpo mineral a ser beneficiado (CHAVES; PERES, 2003). Simplificadamente duas operações são fundamentais para o tratamento de minérios: Liberação e Concentração (WILLS; NAPIER-MUNN, 2006). A liberação consiste em separar os materiais economicamente importantes da ganga. Este processo utiliza principalmente a etapa de redução ou cominuição. Dependendo das propriedades físicas e restrições econômicas o processo de separação das partículas reduzidas pode ser executado utilizando fenômenos químicos ou físicos.

A rota de beneficiamento é dimensionada exclusivamente de acordo com a especificação do concentrado esperado e o minério alimentado. Os processos físicos ocorrem sem que a estrutura dos minerais seja afetada, processos químicos podem alterar estas estruturas (CAMUS, 2002).

Cominuição é uma etapa primordial para liberação do mineral de interesse, pode incluir etapas de britagem e moagem. Sendo o objetivo da fragmentação liberar a substância de interesse das demais partículas, este processo deve desenvolver até o tamanho mais grosseiro em que seja possível distinguir as partículas. Fragmentar é a etapa que necessita de maior esforço financeiro inicial e operacional, sendo responsável por até 50% do consumo de energia.

O processo de tratamento é realizado sobre o material previamente liberado e com classificação granulométrica adequada. Independentemente do método de classificação o objetivo está sempre relacionado a recuperação máxima da substância de interesse no menor tempo possível. A recuperação mineral mais eficiente eleva o custo energético e maior tempo de residência no processo. Por vezes é necessário maior investimento financeiro para recuperar a maior quantidade de partículas de interesse. Entretanto em alguns casos não é

necessário que o tempo e o custo ideais estejam associados a recuperação máxima. Existem casos em que é mais vantajoso recuperar uma quantidade menor de metal contido e processar uma maior quantidade de minério. Neste caso o ganho será na escala e não no benefício marginal unitário. Determinar este ponto de equilíbrio será de extrema importância para determinar a taxa ideal de produção. De acordo com a Teoria da Firma abordado no Capítulo 4.11.1 o ponto ótimo de produção será determinado com base no somatório da receita bruta subtraído o somatório dos custos de lavra e beneficiamento. A correta estimativa dos custos será de extrema importância. Idealmente para determinar os custos de beneficiamento deve ser identificado todas as etapas de processamento mineral, cada etapa deve ter seu custo estimado de acordo com o minério do depósito. Ensaio devem ser realizados para cada etapa de beneficiamento. Entretanto, neste trabalho não serão abordados as metodologias e ensaio capazes de dimensionar os custos de uma usina de beneficiamento mineral. A metodologia adotada estará focada em estimar custo para 3 principais operações comumente empregadas: Britagem, Moagem e Flotação (CPRM, 2014). Esta estimativa será realizada com base nos trabalhos do instituto *Bureau of Mines* do governo norte americano.

4.11.5. CUSTO DE TRANSPORTE E LAVRA

Antes do início de um empreendimento mineiro os custos de operação de lavra devem ser estimados de acordo com o corpo mineral, sequenciamento da lavra, porte dos equipamentos, operações unitárias envolvidas (RUNGE, 1998). O custo pode ser estimado através de um banco de dados baseado em operações similares ou estimado com base na simulação das operações unitárias. A simulação de operação de lavra deve ser realizada com cautela, pois pode gerar cenários fora da realidade. Deve ser adicionado restrições ao sistema de simulação para evitar cenários fora da realidade. Este trabalho irá optar por simular o funcionamento das operações unitárias desenvolvidas em um empreendimento hipotético devido a maior flexibilidade e robustez da metodologia. A utilização de dados de operações similares pode acarretar grande risco e incerteza, pois pequenas diferenças operacionais podem inviabilizar o empreendimento. Caso os custos sejam maiores que as receitas o empreendimento não será viável (SCHATZ; NIETO; LVOV, 2017).

Antes de determinar os custos operacionais deve ser determinado as operações unitárias e conseqüentemente os equipamentos necessários a operação. Para estimar o custo operacional

do empreendimento será utilizado apenas um ciclo de desmonte mecânico sem necessidade de explosivos. Neste ciclo será considerado apenas o par caminhão e escavadeira.

Considerar o ciclo baseado em caminhão e escavadeira permite a utilização de elementos de teoria das filas. Essa teoria surgiu para o modelamento de uma fila de atendimento de um caixa, porém o seu uso vem sendo estendido para diversas operações industriais (COOPER, 1981).

4.11.5.1. SIMULAÇÃO DISCRETA E TEORIA DAS FILAS

A teoria das filas é capaz de modelar sistemas em que temos um conjunto de clientes (caminhões) chegando, esperando por um serviço se o atendente (escavadeira) estiver ocupado. A entidade caminhão deve ser liberada do sistema após o atendimento ser finalizado. A teoria das filas foi desenvolvida para prever o comportamento de modelos que a demanda e o atendimento alterem o tempo de execução de acordo com uma função matemática definida previamente (PRADO, 2014). Para caracterizar um processo modelado pela teoria das filas seguintes características devem ser modeladas:

- Padrão de Chegada dos Clientes;
- Padrão de Serviço dos Servidores;
- Disciplina de Fila;
- Capacidade do Sistema;
- Número de canais de serviço.

Na operação de mina, o processo de chegada dos caminhões a frente de lavra pode ser caracterizado como estocástico. Processos estocásticos são conjuntos de variáveis aleatórias que são utilizadas para caracterizar o comportamento de um fenômeno ao longo de uma dimensão que pode ser o tempo (FRANCO-SEPULVEDA; CAMPUZANO; PINEDA, 2017). Para determinar o comportamento do intervalo de chegada dos equipamentos é necessário conhecer o ciclo que este equipamento percorre da frente de lavra até o britador. Para correta determinação do tempo de ciclo é importante considerar os tempos de manobra, carregamento e descarregamento (TULCANAZA, 2015a). Importante considerar a probabilidade de chegada de dois equipamentos ao mesmo tempo na fila, além de considerar que o caminhão não tem o direito de desistir da fila. Idealmente o padrão de comportamento de chegada e

atendimento deve ser estacionário, ou seja, constante ao longo do tempo. Entretanto os diferentes turnos de qualquer processo industrial possuem desempenho heterogêneo.

O processo de atendimento possui características semelhantes as relatadas acima sobre o processo de chegada. Uma diferença importante está relacionada a possibilidade do atendimento ser acelerado ou retardado de acordo com a necessidade. Caso o ritmo de chegada seja aumento pode ser necessário aumentar a velocidade de atendimento. Para aumentar a velocidade de atendimento pode ser adicionado mais um equipamento de carregamento a frente de lavra ou aumentar a velocidade individual (RUNGE, 1998). O aumento da velocidade de trabalho pode levar o equipamento a um desgaste prematuro e diminuição da disponibilidade deste equipamento (DHILLON, 2008).

A disciplina de uma fila está relacionada com o mecanismo de formação. No caso de transporte de material em uma mineradora o primeiro equipamento que chegar a fila será atendido. Em termos de nomenclatura este regime é caracterizado como FIFO (*Fist In First Out*) (PRADO, 2014).

Normalmente em uma frente de lavra não é possível aumentar o tamanho da fila indefinidamente. O principal motivo é o custo de espera, pois é consumido uma quantidade de combustível e mão de obra de modo improdutivo. Segundo o espaço físico das frentes de lavra são limitados, não há condição de ocupar espaço de pista com caminhões parados. Deste modo podemos limitar a capacidade do sistema de acordo com o espaço disponível para fila. Com intuito de aumentar a capacidade produtiva de um sistema de lavra são adicionadas mais de uma frente de lavra. A quantidade de canais de serviços ou frentes de lavra necessitam que o sistema de serviço ou atendimento sejam iguais para que possam ser modeladas conjuntamente (COOPER, 1981). As relações matemáticas que regimentam os comportamentos serão desenvolvidas apropriadamente no Capítulo 4.3.

4.12. OTIMIZAÇÃO DA PRODUÇÃO

A taxa de produção de uma operação mineira possui um efeito importante sobre o ciclo operacional e sua receita bruta, sendo o ritmo produtivo frequentemente determinado com base no conhecimento prático do engenheiro. A avaliação da performance econômica de um empreendimento mineiro é de grande importância, pois equívocos na taxa de produção podem resultar em perdas financeiras. A taxa de produção será composta por duas bases: a estimativa de custo e estimativa de preço. Estudos realizados pelo instituto Bureau of Mines utilizando

operações norte americanas indicam que o custo de beneficiamento pode ser estimado com base na taxa de produção. Este trabalho propõe unir o modelo proposto pelo Bureau of Mines e a teoria das filas para descrever os custos operacionais, os quais serão utilizados para desenvolver uma metodologia de otimização de produção. A composição de custos proposta descreveu o sistema de produção capaz de verificar a lei dos rendimentos decrescentes e a economia de escala. Entre estas regiões da curva de produção foi possível determinar o ponto ótimo com precisão matemática.

4.12.1. DETERMINAÇÃO DA TAXA DE PRODUÇÃO

Os custos associados a empreendimentos mineiros são elevados na fase de desenvolvimento e operação, por isso é muito importante que suas estimativas sejam realizadas de uma maneira bastante realista, utilizando dados robustos. Outro fator muito importante para uma boa estimativa dos custos é a taxa de produção, a qual deve ser definida antes do início das operações, porém deve ser recalculada sempre que necessário. A taxa ótima de produção acompanha as variações do preço de venda e custos e não é influenciada somente pela demanda do mercado (RUNGE, 2003), como também por diversos fatores relacionados às características próprias da operação. O planejamento estratégico de uma mina deve ser refeito periodicamente para se adequar às possíveis novas configurações do mercado, acompanhando o movimento dos preços da commodity em questão e, se necessário, mudar a taxa de produção ao longo da vida útil da mesma.

A regra de Taylor vem sendo utilizada desde 1977 para estimar a taxa de produção de uma mina, porém apresenta alguns *gaps* por não considerar parâmetros operacionais e financeiros para esta estimativa, baseando-se principalmente na reserva total esperada. Taylor (1986) demonstra que a formulação empírica foi realizada com base em um estudo que analisou 30 projetos. A partir da regra de Taylor, o USBM (1998) realizou análises mais detalhadas utilizando técnicas de regressão que incluíam custos de capital e de operação, à formulação. Abdel Sabour (2002) apresenta em seu trabalho uma revisão dos diversos métodos para propor a taxa correta de produção a ser utilizada no empreendimento. Dowd (1976) abordou o tema através de programação dinâmica, assumindo como premissa que tanto os custos quanto os preços poderiam ser previstos com precisão. Em 1982, Lizotte e Elbrond revisaram esta teoria, porém demonstrando que existiam diferenças fundamentais entre o modelo de programação dinâmica e os processos reais. Wells (1978) propôs sua metodologia de otimização da taxa de

produção com base na maximização da relação PVR, ou seja, buscando a maior relação entre o valor presente positivo do fluxo de caixa dividido pelo valor presente negativo do fluxo de caixa.

Cavender (1992) propôs uma teoria para encontrar a taxa de produção ótima através da otimização do VPL, considerando o fluxo de caixa, modelamento estocástico e preços, porém como seu modelo não era composto por restrições reais da operação, não foi amplamente aplicado. Smith (1997 apud. Abdel Sabour, 2002) propôs em seu trabalho uma faixa ótima de taxas de produção, sendo que o maior valor é o correspondente ao maior VPL e o menor, à taxa que pagou os custos de capital.

A proposta de Abdel Sabour (2002) foi desenvolver um modelo com base na análise marginal, assumindo que a taxa de produção ideal é aquela em que o valor atual dos custos marginais é igual ao valor presente das receitas marginais. Kizilkale e Dimitrakopoulos (2014) apresentam uma estrutura de programação dinâmica com o objetivo de estimar a taxa de produção ótima de um complexo mineiro considerando incertezas financeiras (KIZILKALE; DIMITRAKOPOULOS, 2014). Os autores propõem em seu trabalho encontrar a taxa de produção ótima do complexo utilizando formulação não linear, pois nem sempre sistemas mineiros complexos podem ser modelados por equações lineares. O trabalho apresenta formulação interativa e não linear para contabilizar a diminuição da reserva a cada novo período de operação.

O principal propósito deste estudo é determinar uma formulação matemática para otimizar a taxa de produção de um empreendimento mineiro, visando alcançar o lucro máximo baseado nos custos e receitas. Entretanto, a diferença na abordagem se dá no modelamento do problema. Pois a formulação proposta não é capaz de correlacionar os custos de produção à taxa de lavra adotada diretamente.

A metodologia investigada considera os processos de beneficiamento individualmente e operações de lavra. Para contabilizar cada processo individual é importante conhecer a rota provável e aplicar as equações de custo corretamente. O custo total do processo é soma dos custos individuais como britagem, classificação e concentração.

A teoria das filas é um ramo da probabilidade que preocupa em modelar a formação de filas. Em operações de lavra a formação de fila será representada pelo equipamento de transporte e o atendente será o equipamento de carregamento. O trabalho de Kappas & Yegulalp(2007) indica a metodologia para modelar o comportamento do ciclo produtivo de lavra através do conhecimento prévio dos modelos de atendimento e chegada (KAPPAS; YEGULALP, 1991).

Sabendo que o sistema possui comportamento markoviano, eventos linearmente encadeados, utilizamos as formulações clássicas presentes no trabalho de Chiwf (2015) para determinar a quantidade ideal de equipamentos para o ciclo produtivo (CHIWF, 2015).

Baseado no conceito de receita marginal da teoria desenvolvida pela engenharia econômica, a formulação desenvolvida determina quanto a unidade lavrada aumenta o lucro. O mecanismo conduz a aumentar a capacidade produtiva enquanto a receita crescer (RENDU, 2008). O aumento de produção na planta leva à diminuição do custo de produzir uma unidade de minério devido à economia de escala, o mesmo raciocínio pode ser considerado a lavra. Este estudo apresenta uma formulação adaptável a cada operação, capaz de definir a taxa de produção de acordo com mudanças mercadológicas. Em cenário de crescimento ou diminuição dos preços, a produção ajusta-se para alcançar a receita marginal máxima. Foram desenvolvidos 100 cenários de preços simulados utilizando o movimento browniano geométrico, representando 10 anos de operação, objetivando determinar o cenário mais provável de produção.

4.12.2. LUCRO MARGINAL

Lucro marginal pode ser definido como a diferença entre receita marginal e custo marginal. Utilizar o sistema marginal para maximização do lucro, para otimizar a lucratividade, a produção deve ser ajustada no ponto em que o lucro marginal é zero. Pois após este ponto o aumento da produção gera um aumento negativo no fluxo de caixa.

Os resultados serão interpretados em relação à receita marginal do lucro proposto pela equação e preço simulado. Um conceito que pode ser aplicado para analisar a relação entre a produção de minério e o preço de venda é a elasticidade, a qual é definida como a razão entre a variação percentual de uma variável dependente em relação a variação de uma variável independente. Neste caso, a elasticidade mostra a reação da produção (Q) caso o preço (P) cresça ou decresça (Hildenbrand, 1994). A equação 4.35 resume o conceito de elasticidade ao apresentar a razão entre a variação percentual do preço e variação percentual da quantidade produzida.

$$e = \frac{\frac{\Delta P}{P}}{\frac{\Delta Q}{Q}} \quad (4.35)$$

A elasticidade do preço influencia a taxa de produção e a política da empresa. A Figura 4-44 mostra o incremento da produção quando a elasticidade é maior que 1, onde pode ser visto

que a redução do preço provoca um aumento de demanda e, conseqüentemente, um aumento do lucro. Esta análise também pode ser realizada quando a elasticidade é menor que 1, demonstrando que o crescimento da produção é insuficiente para superar o decréscimo do preço. O lucro marginal está relacionado ao incremento do benefício financeiro quando submetido a mudança do nível de produção (CAMUS, 2002). O ponto de produção ótima é o local cuja a elasticidade é zero.

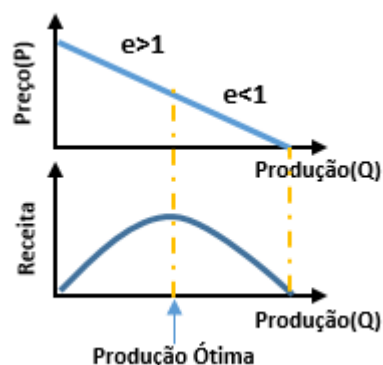


Figura 4-44 - Elasticidade do Lucro

4.13. TEOR DE CORTE

4.13.1. BREAK EVEN

Breakeven é o teor qual a receita gerada pela venda do produto é igual aos custos de produção diretamente associado ao produto. Teores acima do valor deste valor geram uma receita superior ao custo de produção do produto beneficiado. Hall (2014) considera adequado adotar este teor como o teor de corte, ou seja, qualquer material com teor acima do *breakeven* deve ser classificado como minério (HALL, 2014).

Importante observar que esta classificação é limitada, pois este teor de corte determina o teor que a receita supera os custos de produção não considerando custos de outras naturezas. Desta forma a utilização do conceito de *breakeven* como teor de corte é limitado (LANE, 1988). Hall (2014) defende que é apenas um método de determinação dos teores de corte, e não que os teores de corte são os *breakeven*. Este método é de fácil entendimento e aplicação, porém não considera a variabilidade geológica do depósito e as capacidades dos estágios produtivos.

A utilização do *breakeven* é mais adequada se objetiva uma utilização baseada apenas em parâmetros financeiros. Compara-se custos, e preços ajustados a uma recuperação metalúrgica (CAMUS, 2002). A formulação básica para determinar o *breakeven* pode ser observada na equação 4.36:

$$breakeven \left(\frac{\text{unidades}}{\text{ton}} \right) = \frac{\text{custos} \left(\frac{\$}{\text{ton}} \right)}{\text{preço do produto} \left(\frac{\$}{\text{unidades}} \right) \times \text{recuperação}} \quad (4.36)$$

Na literatura de engenharia de minas e engenharia econômica consenso sobre quais custos devem ser contabilizados obrigatoriamente. Este conceito pode ser facilmente manipulado de acordo com os custos selecionados para o cálculo, estes devem estar relacionados à escolha que se pretende tomar como ponto limite. Por exemplo: para determinar o limite entre minério e estéril deve-se considerar os custos de lavra e processo para ambos os materiais. Por isso é essencial definir um padrão de custos que será incluído no cálculo do *breakeven*, alocando os custos à cada atividade física considerada.

Rendu (2008) adota um vocabulário mais preciso para definir o *breakeven*. Adoção do termo “utilidade direta” para determinar a quantidade de benefício direto que pode se obter é mais adequado. A equação 4.37 exemplifica a comparação entre duas rotas alternativas diferentes desconsiderando restrições de capacidade.

$$U_1 \text{ dir}(x_c) = U_2 \text{ dir}(x_c) \quad (4.37)$$

Em que $U_1 \text{ dir}(x_c)$ é o benefício direto em função considerando o material pela alternativa 1 e $U_2 \text{ dir}(x_c)$ é o benefício direto em função do *breakeven* de tratar o material pela alternativa 2. Assim pode-se definir inúmeros *breakeven*, basta apenas igualar o benefício obtido entre duas alternativas.

4.13.1.1. LIMITE ECONÔMICO DA USINA

O limite econômico entre minério e estéril pode ser calculado igualando-se o benefício direto de tratar material como minério com o benefício direto de tratar material como estéril.

A equação 12 é o resultado da reestruturação da equação 4.38 considerando que as únicas opções para o material são transformação em minério ou estéril.

$$U_{ore} \text{ dir}(x_c) = U_{waste} \text{ dir}(x_c) \quad (4.38)$$

Pode-se calcular benefício o direto de tratar material como minério:

$$U_{ore}(x) = x * r * (V - R) - (M_o + P_o + O_o) \quad (4.39)$$

Em que:

- x = teor médio;
- r = recuperação;
- V = valor unitário do produto;
- R = custos de transporte, refino e outros associados ao produto;
- M_o = custo de lavra por tonelada de minério;
- P_o = custo de processo por tonelada de minério;
- O_o = custo fixos por tonelada de minério.

Alternativamente, calcula-se o benefício direto de tratar material como estéril

$$U_{waste}(x) = -(M_w + P_w + O_w) \quad (3.40)$$

Em que:

- M_w = custo de lavra por tonelada de estéril;
- P_w = custo de processo por tonelada de estéril;
- O_w = custo fixos por tonelada de estéril.

Para determinar o breakeven entre minério e estéril deve se igualar as equações 4.39 e 4.40, para obter o termo independente X_c , qual representa o teor de corte que limita o valor econômico maior que 0.

$$x_c = \frac{(M_o - M_w) + (P_o - P_w) + (O_o - O_w)}{r(V - R)} \quad (4.41)$$

A função determinada pela equação 4.41 separa os teores que serão lavrados e direcionados para a usina. A decisão a se tomar é de enviá-lo para a pilha de estéril ou para a usina. Se os custos de lavra entre estéril e minério forem iguais, se não houver custo de processo do estéril e considerando os custos fixos de estéril iguais a zero, a equação será reduzida:

$$x_c = \frac{P_o + O_o}{r(V-R)} \quad (4.42)$$

A função 4.42 determina o breakeven da usina, que é independente dos custos de lavra. Futuramente discutiremos o conceito de *limiting cut-off* da usina proposto por Lane. Este é comumente chamado de teor de corte marginal, pois o valor do metal recuperável é igual ao custo de processá-lo.

4.13.1.2. LIMITE ECONÔMICO DA MINA

O *breakeven* da mina é usado para determinar o teor limite do depósito em que uma tonelada de minério gera de receita. O valor encontrado é utilizado para decidir entre lavar ou não o material. A utilidade direta de não lavar o material é zero, ou $U_{\text{waste dir}}(x_c) = 0$. Porém um material com valor negativo ou nulo pode ser lavado, desde que em uma posição física abaixo o material seja rico o suficiente para pagar a lavra dos dois blocos. Portanto em uma avaliação individual o material deve ser lavado apenas se puder ser lavado e processado com lucro, ou seja, $U_{\text{ore dir}}(x_c) = 0$.

$$U_{\text{ore}}(x) = 0 \quad (4.43)$$

Portanto, para determinação do teor correspondente ao *breakeven*, deve-se isolar a variável de teor na equação 4.44.

$$U_{\text{ore}}(x) = x * r * (V - R) - (M_o + P_o + O_o) \quad (4.44)$$

$$x_c = \frac{M_o + P_o + O_o}{r(V-R)} \quad (4.45)$$

4.13.2. FORMULAÇÃO DE LANE

Lane (1988) desenvolveu baseado na teoria da firma uma formulação capaz de otimizar os teores de corte. Esta metodologia considera fatores econômicos, geológicos, capacidade de produção. A produção é fragmentada de acordo com os estágios de um empreendimento (lavra, tratamento e mercado). A teoria da firma associa o valor do recurso mineral ao valor econômico que é possível recuperar deste Leland (LELAND, 2008). Lane (1988) consegue formular de modo que o valor de uma operação é função da reserva remanescente, do tempo e das estratégias adotadas ao longo da sua vida útil. Utilizando estas variáveis Lane apresenta seu objetivo que é de maximizar o valor presente do empreendimento mineiro.

A estratégia de lavra ideal deve considerar diversos aspectos como determinação da cava ótima, sequenciamento de lavra, determinação das capacidades dos estágios do empreendimento, teores de corte, entre outros. Por este motivo Hall (2014) afirma que a quantidade de variáveis consideradas pode tornar a tarefa tão complicada quanto a “equação de Deus” procurada pelos físicos. Análise de deriva é uma maneira de determinar o valor ótimo de uma operação, considerando mais variáveis que apenas de teores de corte. Para a determinação do teor de corte ótimo o autor sugere simplificar o problema ao considerar as taxas de produção fixa. A produção de mina é fixada somente durante o processo de deriva da usina e o oposto também é válido. Hall (2014) classifica esta metodologia como Lane Simples, uma vez que ela tenta encontrar uma política de teor de corte que maximiza o valor do empreendimento não variando outros parâmetros. Uma análise completa, e muito mais complexa é chamada por Hall de Lane Complexo, e considera a variação dessas outras decisões estratégicas. Para entendimento do processo de otimização é necessário compreender os seguintes conceitos:

- Teor de corte ótimo: Teor de corte que atinge o maior valor presente líquido;
- Política de teor de corte: Estratégia de adequação dos teores de corte durante o avanço de lavra. São promovidas alterações para maximizar o valor do empreendimento em resposta a alteração das propriedades.
- Teor de corte de equilíbrio (*Balancing cut-off*): teor de corte que garante que dois ou três sistemas de produção estão operando em sintonia com a capacidade ótima de produção ajustada ao teor adequado. Este teor de corte é uma função da geologia do depósito e da capacidade da planta e não está relacionado a custos e preços.

As metodologias de lavra subterrânea e céu aberto possuem significativas diferenças operacionais, a aplicação em cada contexto necessita de ajuste adequado. A otimização abordada neste trabalho está relacionada diretamente com a lavra em *Open Pit*. Como já foi dito, a teoria de Lane simples assume todas as decisões estratégicas, exceto o teor de corte, como predeterminadas e fixas. O processo de otimização tenta determinar os teores de corte que maximizam o VPL dentro destas restrições.

Lane incorpora os dados financeiros, geológicos e as capacidades de lavra, processo e de mercado para gerar seis teores de corte que são valores potenciais a maximizar o valor do empreendimento. Esses valores são reduzidos a três e posteriormente um deles é considerado ótimo. Para utilizar a teoria de Lane Simples são necessários os seguintes parâmetros operacionais e econômicos:

Parâmetros Operacionais

- M = capacidade de lavra máxima (unidade de rocha/período de tempo)
- H = capacidade de processo máxima (unidade de minério/período de tempo)
- K = capacidade de mercado (unidade de produto/período de tempo)
- y = recuperação metalúrgica ou mássica
- g = cada um dos seis possíveis teores de cortes identificados inicialmente
- G = os três teores de corte intermediários e um final

Parâmetros Econômicos

- m = custo de lavra variável (por unidade de rocha)
- h = custo de processo variável (por unidade de minério)
- k = custo de mercado variável (por unidade de produto)
- f = custos fixos (por período de tempo)
- p = preço de venda do produto (por unidade de produto)
- F = custo de oportunidade (por período de tempo)

4.13.2.1. IMPACTO DO FATOR TEMPO

Para o setor financeiro o conceito de valor do dinheiro no tempo está associado à recompensa recebida ao aplicar um recurso financeiro. Existe uma recompensa financeira devido a privação do gasto do dinheiro, normalmente representada pelo juro recebido. A quantidade de dinheiro remunerado deve ser maior que a taxa de juros e ao tempo de

investimento. Naturalmente o dinheiro perde valor de compra com o tempo, segundo Albert Einstein: “os juros compostos são a força mais poderosa do universo e a maior invenção da humanidade”. Conseqüentemente o valor de uma moeda agora certamente é maior que a qualquer tempo futuro. Rendu (2008) quantifica o custo de oportunidade baseado na perda de valor devido a um atraso no transporte de minério para o processamento de um material, sendo possível determinar a perda financeira decorrente. Lane considera que o valor do recurso está intrinsecamente associado ao valor do dinheiro gerado pela venda do minério (HALL, 2014). Como o valor do minério está diretamente associado a receita de venda, caso ocorra um atraso de produção este material terá seu valor financeiro reduzido. Portanto atrasos de produção diminuem o valor de reserva de um empreendimento. Antes de iniciar um projeto de mineração o sequenciamento de lavra é realizado, significa que a ordem de extração dos blocos está definida. Os blocos classificados como minério devem ser direcionados a usina para serem beneficiados e gerar receita. A base do planejamento de lavra consiste em determinar o sequenciamento de lavra capaz de maximizar a extração dos blocos de lavra. Os esforços realizados pelo Laboratório Cosmos, Laboratório Delphos e ITV-VALE que o conceito de cava final não é mais tão significativo. Pois a metodologia clássica avalia o depósito através da cava final e não através do sequenciamento dos blocos a priori (BURGARELLI et al., 2018). O planejamento de lavra deve ser construído de modo que os anos futuros garantam o maior valor presente líquido possível (TULCANAZA, 2015a). O material lavrado no período planejado deve ser considerado como uma diminuição da reserva atual, ou seja, haverá menos material para os períodos futuros (LANE, 1988). Contabilizar a diminuição da reserva não é uma estratégia comum, pois a maioria dos planos de longo prazo são realizados como estudos provisórios. Qualquer atraso de processamento e venda do minério é realizado um novo plano de lavra para contabilizar a perda gerada. Caso fosse contabilizado anteriormente não haveria necessidade de refazer.

Caso seja necessário aumentar a produção na lavra de minério o fluxo de material processado na usina e venda serão aumentados. Naturalmente será necessário maior tempo de processamento, se não houver capacidade ociosa na usina, qual pode acarretar um tempo de espera do material alimentado e enchimento das pilhas pulmão. Caso as pilas atinjam a capacidade máxima a lavra deve ser atrasada. Como consequência direta o aumento da produtividade na lavra não irá gerar o retorno financeiro esperado. O aumento da capacidade de lavra pode gerar um efeito contrário: Diminuição da receita. Pois o aumento de material lavrado não gera aumento de receita, mas ociosidade do equipamento que está aguardando a

diminuição da pilha para continuar o trabalho (FRANCO-SEPULVEDA; CAMPUZANO; PINEDA, 2017).

Lane (1988) apresenta uma discussão extensa e fácil de compreender sobre os custos de oportunidade. Define que uma aproximação destes custos (F) pode ser obtida pela seguinte formulação.

$$F = rV - \frac{dV}{dt} \quad (4.46)$$

Em que:

r = taxa de desconto;

V = valor presente líquido (VPL);

dV/dt = derivação do VPL.

A equação 4.46 trata do custo de oportunidade, a taxa de desconto multiplicada pelo valor presente líquido contabiliza a perda de valor financeiro devido atraso por não entrega de produto. Esta componente considera que a perda de valor é independente do tempo, este processo não está correto. Pois o impacto de um atraso nos períodos iniciais é mais significativo. Para corrigir a formulação a segunda componente subtrai do valor à deriva do valor relacionado ao período. Consequentemente a formula induz a redução do valor presente líquido do projeto caso o projeto sofra um atraso devido à baixa no preço. Caso o preço aumente e o projeto seja atrasado ocorre um aumento do valor presente líquido. O custo de oportunidade está relacionado a restrição de capacidade da mina ou usina, a capacidade planejada é fixa. Importante considerar esta alternativa pois o aumento ou diminuição do material lavrado altera o fluxo de caixa analisado (RUNGE, 1998). O custo será contabilizado em cima do processo dotado de restrição operacional. Caso a produção da mina for limitada devido a capacidade de produção este custo será imputado ao custo de lavra, caso a restrição seja aplicada a usina deve utilizar o mesmo raciocínio. As etapas de refino e venda também estão sujeitas a aplicação desse conceito.

4.13.2.2. IMPACTO DOS CUSTOS DE OPORTUNIDADE

Pela metodologia de planejamento de lavra sempre que o teor de corte do bloco é maior que o limite econômico (*breakeven*) deve ser lavrado. Essa decisão está fundamentada no fato receita do superar os custos. Porém devemos analisar separadamente o material em que o teor

está abaixo do limite econômico completo (teor que considera todos os custos operacionais, não apenas lavra e beneficiamento) e acima do limite econômico. Caso este material esteja acima de um bloco cujo o valor seja muito acima do limite econômico completo o bloco mais pobre deve ser lavrado certamente. Pois caso contrário será desperdício de custo, pois o custo de lavra já foi pago ao remover o bloco, porém o impacto de lavar uma tonelada a mais deve ser avaliado para não sobrecarregar o beneficiamento mineral (HALL, 2014).

Este material gera grande indecisão no planejamento de lavra. Pois a escolha do teor de corte entre o limite econômico completo e o limite econômico, chamado de teor marginal, determina qual fração da reserva será esterilizada. Caso o aumento de reserva atrase o processamento mineral do material mais rico, fato comum em usina com capacidade restrita, o valor obtido por utilizar um minério com teor de corte menor pode ser negativo. Este valor negativo está diretamente associado ao custo de oportunidade discutido, pois é capaz de gerar atrasos no fluxo de caixa (RUNGE, 1998).

4.13.2.3. BALANCEAMENTO DOS TEORES DE CORTE

O conceito de teor de corte deve ser desmembrado para melhor entendimento das possíveis situações de avaliação de teor dos blocos. Para facilitar a divisão, Hall (2014) propôs as seguintes categorias:

- Teores de corte limitantes;
- Limitado pela mina;
- Limitado pela usina;
- Limitado pelo volume de vendas;
- Equilíbrio.

Todos os teores de corte são consequências diretas da função benefício e teoria da firma, as três fases produtivas são representadas pelos teores limitados por lavra, beneficiamento e venda. Os demais são classificados como teores de corte de equilíbrio (*Balancing Cut-offs*), são resultados da combinação de uma ou mais operações de lavra quando dotados de capacidade máxima. Para aplicação da teoria denominada Lane Simple é necessária determinação de um planejamento de lavra prévio. O sequenciamento de lavra base fornece a quantidade de rocha a ser lavrada a cada incremento de período a ser analisado.

Importante considerar que por efeito de simplificação a teoria de Lane (1988) considera que o material lavrado em um avanço de lavra é homogêneo independente do litotipo e localização. O trabalho será encontrar o melhor teor de corte para todo material contido na cava simultaneamente. A máxima capacidade de processamento da usina e lavra determina o tempo mínimo para processar o produto da mina, dependendo do avanço de lavra o tempo necessário pode ser maior. Porém o aumento de tempo será determinado apenas quando a otimização do teor de corte for concluída.

O objetivo da otimização de teor de corte é de maximizar o valor de cada avanço de lavra, considerando o seu impacto no valor restante da reserva o que, em suma, maximiza o valor de todos os passos. Para melhor entendimento dos teores de corte serão determinados individualmente os conceitos necessários.

Teores de corte limitantes – *limiting cut-offs*

A limitação imposta pelos teores de corte limitantes são consequência natural da interpretação da função benefício a realidade de um empreendimento mineral. As etapas principais de lavra, beneficiamento e venda devem ser analisadas como potenciais limitadores da produção. Não considerar a limitação física conduz a um cenário de baixa probabilidade, em que a capacidade produtiva pode ser considerada infinita.

O trabalho de Lane e Hall são complementares, porém com abordagens diferentes. Lane desenvolveu seu trabalho baseado no rigor matemático necessário a formulação do problema. Hall simplifica as deduções desenvolvidas através do uso de lógica para interpretar as formulações propostas anteriormente por Lane.

Limitação de Lavra

Hall (2014) propõe considerar que os custos de lavra devem ser aplicados dependente do material ser classificado como minério ou estéril, pois depende do destino a aplicação deste custo. Na análise de custo estudada se a produção de uma etapa é mantida constante os custos também serão constantes, portanto não precisam ser analisados nesta etapa. Durante a avaliação são contabilizados somente os custos variáveis devido à ausência de influência de custos fixos. No presente estudo o custo de lavra deve ser ignorado para determinação do teor de corte.

Considerando o plano de lavra previamente executado, deve ser utilizado a massa a ser lavrada e a capacidade de lavra definida. Devido à restrição de capacidade a duração do avanço de lavra é independente do teor de corte calculado, portanto não deve ser adicionado ao custo de oportunidade nesta etapa. Porém os custos fixos devem ser considerados independente da classificação do material. A receita do minério deve então cobrir apenas os custos de tratamento e de mercado associados ao minério e ao produto respectivamente para que não haja lucro ou prejuízo na decisão tomada. Lane (1988) desenvolveu a formulação para o cálculo do teor de corte considerando a mina como fator limitante do processo produtivo. Esta formulação é bem similar ao cálculo derivado pela função benefício e indica o menor teor de material a ser tratado quando a mina não é capaz de suprir a usina.

$$g_m = \frac{h}{(p-k)y} \quad (4.47)$$

h = custo de processo (\$/t(Minério));

p = preço do produto (\$/t(Produto));

k = custo de mercado (\$/t(Produto));

y = recuperação metalúrgica.

Limitação do Processamento

Lane (1988) constrói a formulação com base na premissa de que os custos variáveis de lavra devem ser aplicados a qualquer material na mina. Não aplica diferenciação de custo de lavra entre minério e estéril, por este motivo podemos novamente excluir estes custos do cálculo. A capacidade da usina é o limitador de capacidade produtiva, o montante de rocha classificada como minério e capacidade máxima de processamento determinam o tempo necessário para lavar todo o material dentro do avanço de lavra. A teoria determina que a duração do avanço de lavra é dependente do teor de corte, pois determina a quantidade de material definido como minério. Consequentemente custos fixos são atribuídos à uma janela de tempo cuja duração depende do teor de corte e, portanto, deve ser considerado no cálculo. Para aplicação correta deve-se considerar os custos de oportunidade causados pelo atraso do recebimento de fluxos de caixa futuros como consequência do tempo necessário para lavar

todo o passo de lavra (Hall, 2014). De acordo com Lane (1988) para calcular o teor de corte limitado pela usina a equação 4.48 deve ser utilizada:

$$g_h = \frac{h + \frac{f+F}{H}}{(p-k)y} \quad (4.48)$$

f = custo fixo (\$/ano);

F = custo de oportunidade (\$/ano);

H = restrição de capacidade da usina (t/ano);

p = preço do produto (\$/t(produtos));

k = custo de mercado (\$/t(produtos));

y = recuperação metalúrgica.

Limitação de Venda

A exaustão do avanço de lavra é a principal consequência da quantidade de minério recuperável e o volume máximo de produto produzido. A primeira é determinada pelo teor de corte, portanto, os custos fixos e de oportunidade associados à duração do avanço de lavra devem ser incluídos na formulação. A receita do produto deve então cobrir os custos de processo, venda, fixos e oportunidade (HALL, 2014). De acordo com Lane (1988) calcula-se o teor de corte limitado pelo volume de vendas como segue:

$$g_k = \frac{h}{\left(p-k-\left(\frac{f+F}{K}\right)\right)y} \quad (4.49)$$

h = custo de processo (\$/t(minério));

f = custo fixo (\$/ano);

F = custo de oportunidade (\$/ano);

K = restrição do volume de vendas (t(produtos)/ano);

p = preço do produto (\$/t(produtos));

k = custo de mercado (\$/t(produtos));

y = recuperação metalúrgica.

Esta fórmula apresenta estrutura similar a restrição devido a usina, porém como a restrição está no volume de vendas, os custos fixos e de oportunidade associados a ela devem

ser descontados do preço do produto e não devem ser tratados como custos marginais como no caso anterior.

Equilíbrio dos Teores de Corte

Para formulação das restrições por lavra, beneficiamento e venda a respectiva etapa foi considerada como limitante para elaboração da formulação. Os teores de corte foram consequência exclusiva do teor de corte devido ao conceito de breakeven. Como as etapas abordadas ocorrem em série, torna-se necessário balancear as restrições devido ao fluxo de material (RENDU, 2008). Os principais fatores capazes de determinar a utilização das capacidades de cada estágio: a distribuição de teor do material lavrado e o teor de corte aplicado a este mesmo material. Um baixo teor de corte significa que grande parte do material foi considerado como minério, aumentando a quantidade de material recuperável, porém reduzindo o teor médio do minério (LANE, 1988).

Hall (2014) diz que não se deve classificar todo o material marginal como minério caso haja uma maior capacidade em um determinado estágio de produção quando comparado a outro. A diminuição no teor de corte feita para atingir o limite de produção do estágio com maior capacidade requer que o limite de produção do estágio com menor capacidade seja aumentado para suprir o novo fluxo de material. Isso normalmente não ocorre. Inversamente, caso o teor de corte escolhido seja o teor de corte limitante calculado para o estágio de menor capacidade, o fluxo de material resultante fará com que o estágio com maior capacidade seja subutilizado. A formulação proposta inicialmente por Lane (1988) está baseada no equilíbrio entre os estágios, considerando que sempre existe um valor de teor de corte ótimo capaz de estabelecer o equilíbrio entre as etapas. Hall (2014) utiliza o trabalho de Lane (1988) para construir uma curva de valor versus teor de corte para cada estágio de operação separadamente, que representam o valor máximo gerado por cada teor de corte considerando a operação de cada estágio na sua respectiva capacidade de produção. Cada estágio pode operar abaixo da sua capacidade, entretanto, o potencial de valor deste estágio não será atingido. Pode ser visto na Figura 4-45 exemplos de curvas de valor versus teor de corte e de subutilização dos sistemas.

Ao analisar dois estágios, que ocorrem simultaneamente, o valor potencial se restringe à área abaixo de ambas as curvas. O valor gerado para o sistema será dado sempre pelo estágio

que restringe a operação (Rendu, 2008). O ponto em que as curvas se encontram determina o fisicamente o ponto em que ambos os estágios estão operando em capacidade máxima ou, em outras palavras, estão em equilíbrio e, portanto, define o teor de corte de equilíbrio (HALL, 2014).

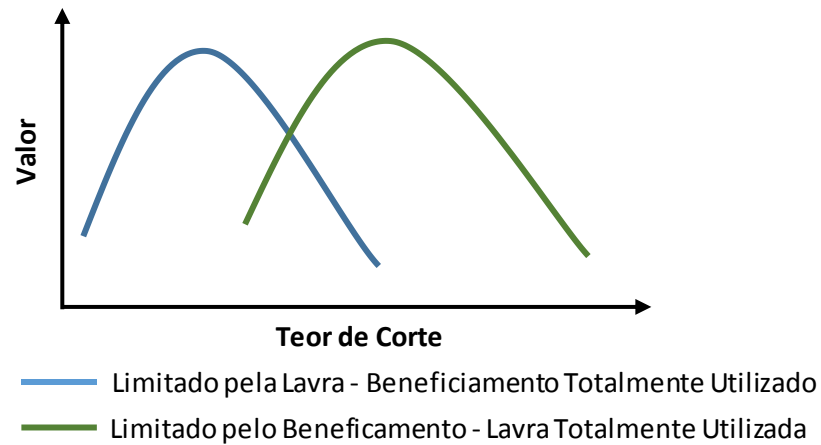


Figura 4-45 - Curva de valor vs teor de corte para os estágios de lavra e tratamento (HALL, 2014)

Os teores de corte de equilíbrio são consequência de parâmetros operacionais e parâmetros financeiros. São dependentes das capacidades produtivas dos estágios avaliados e da distribuição de teor/massa. O teor de corte para cada avanço de lavra analisado provavelmente é alterado, pois os custos sofrem variação no tempo assim como há incremento na distância média de transporte (HALL, 2014).

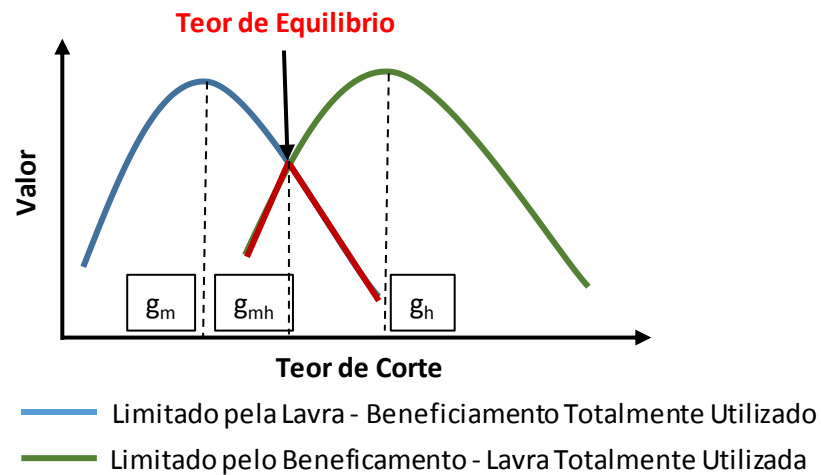


Figura 4-46 - Determinação do teor de corte de equilíbrio (HALL, 2014).

Para melhor determinação do teor de corte o empreendimento deverá ser dividido em 3 etapas de acordo com Lane (1988), para o balanceamento do teor podemos definir três pares de capacidades:

- Lavra e tratamento, gerando o teor de corte de equilíbrio entre lavra e tratamento (g_{mh});
- Tratamento e mercado, gerando o teor de corte de equilíbrio entre tratamento e mercado (g_{hk});
- Lavra e mercado, gerando o teor de corte de equilíbrio entre lavra e mercado (g_{mk}).

O teor de corte está associado a curvas de tonelagem que permitem a visualização de conceitos importantes para análise de um empreendimento mineral. Os parâmetros analisáveis estão listados abaixo.

- Massa de minério acima de cada teor de corte;
- Teor médio do material acima de cada teor de corte;
- Teor médio recuperável do material acima de cada teor de corte;
- Razão de material acima de cada teor de corte em relação à massa total;
- Quantidade de produto recuperável contido no material acima de cada teor de corte;
- Razão de produto recuperável em relação à massa total.

Devido a relação entre teor de corte e operação de lavra deve ser calculado com objetivo de permitir os estágios de lavra e tratamento operem, concomitantemente, nas suas respectivas capacidades máximas. É o teor cuja a razão de minério em relação à massa total é igual à razão da capacidade de tratamento (H) em relação à capacidade de lavra (M).

$$\frac{H}{M} \quad (4.50)$$

Teor de corte deve ser composto de modo que permita os estágios de tratamento e mercado operem simultaneamente nas suas respectivas capacidades máximas. É o teor para o qual a razão de produto recuperável em relação à massa de minério iguala-se à razão da capacidade de mercado (K) em relação à capacidade de tratamento (K).

$$\frac{K}{H} \quad (4.51)$$

Teor que permite que os estágios de lavra e mercado operem, concomitantemente, nas suas respectivas capacidades máximas. É o teor para o qual a razão de produto recuperável em relação à massa total iguala-se à razão da capacidade de mercado (K) em relação à capacidade de lavra (M).

$$\frac{K}{M} \tag{4.52}$$

A primeira análise de teor de corte representado na Figura 4-47 é possível observar os teores de corte limitantes e os de equilíbrio de cada par de estágios de produção. O teor de corte ótimo para cada par de estágio considerado será o teor com o valor intermediário entre os três. Lane (1988) teorizou que essas curvas são sempre convexas para cima e possuem apenas um valor máximo, que corresponde ao teor de corte limitante para cada caso estudado. A intercessão das curvas demonstra que existe três teores de corte, dois teores de corte limitantes e um de equilíbrio quando os dois processos estão operando em sua respectiva capacidade máxima. O valor da operação considerando os dois estágios simultaneamente não pode ser maior do que menor valor das duas curvas para cada teor de corte, caso seja maior isso implica que um dos estágios está operando acima da sua capacidade. As relações geométricas entre essas curvas determinam que o valor intermediário entre os três possíveis teores de corte entrega o maior valor para a operação dos dois estágios considerados.

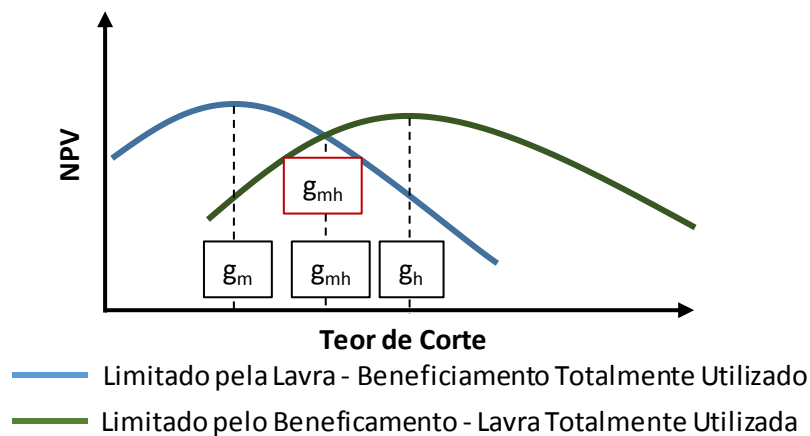


Figura 4-47 - Determinação gráfica do teor de corte intermediário. Adaptado: Hall, 2014

Em situações extremas podem ocorrer que o teor de corte de equilíbrio seja maior que ambos os teores de corte limitantes. Neste caso as relações geométricas ainda determinam que o teor de corte que gera o maior valor é aquele que possui o valor intermediário dos três.

Ainda, há a possibilidade de que as curvas de valor não se tocam. Deste modo é fácil afirmar que um dos estágios é realmente a restrição do processo produtivo, mesmo se diminuir o teor de corte até o valor de zero ainda assim não haveria material suficiente para preencher a capacidade do outro estágio. Neste caso o teor de corte de equilíbrio será zero, e as mesmas relações geométricas se aplicam, ou seja, o teor de corte que retornará o maior valor será aquele de valor intermediário entre os três (HALL, 2014).

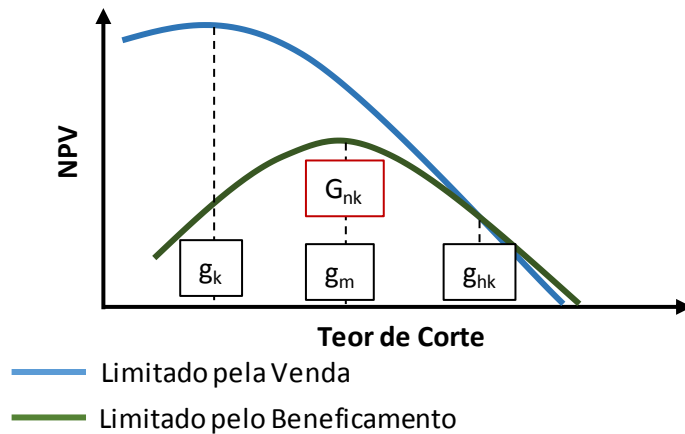


Figura 4-48 - Determinação gráfica do teor de corte intermediário (HALL, 2014).

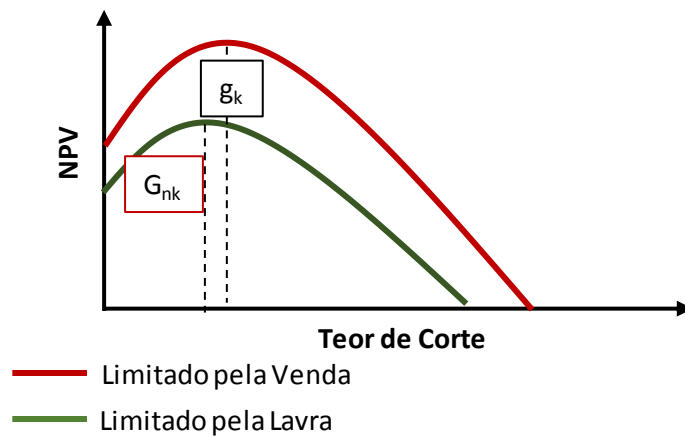


Figura 4-49 - Determinação gráfica do teor de corte intermediário para o caso em que as curvas de valor não se intersectam (HALL, 2014).

Pode-se reduzir então os teores de cortes iniciais à três teores de corte intermediários, que retornam o valor máximo para cada combinação de estágios analisados. O teor de corte ótimo será aquele que possui o maior valor intermediário entre os teores de corte intermediários, o qual, segundo Lane (1988) retorna o maior valor para a operação.

- Lavra e tratamento: G_{mh} = valor intermediário entre g_m , g_h e g_{mh} ;
- Tratamento e mercado: G_{hk} = valor intermediário entre g_h , g_k e g_{hk} ;
- Lavra e mercado: G_{mk} = valor intermediário entre g_m , g_k e g_{mk} ;
- Todos os três estágios de produção: G_{mh} = valor intermediário entre G_{mh} , G_{hk} e G_{mk} .

Segundo Hall (2014) é possível desenvolver uma política ótima de teor de corte de maneira similar ao que foi demonstrado na teoria de Lane simples conduzida para um avanço de lavra. Importante ressaltar que a teoria de Lane considera que a sequência de lavra já foi determinada e os incrementos de rocha são lavrados sucessivamente sem sobreposição. Portanto o cálculo para cada passo de lavra requer as mesmas informações que foram discutidas anteriormente. São necessários custos, preços e capacidades que podem variar ao longo do tempo, mas não dentro de um passo de lavra.

Com o plano de lavra inicial obtém-se um VPL inicial que será utilizado para determinar os custos de oportunidade para cada passo de lavra. Entretanto, a determinação do teor de corte ótimo para cada passo de lavra determina também a sua nova duração e também o VPL de cada passo de lavra remanescente. Faz-se necessário então utilizar um processo iterativo, otimizando cada passo de lavra em cada iteração considerando o VPL da iteração anterior para gerar os custos de oportunidade até que a série de teor de corte convirja para um ponto estável. Em suma, o processo iterativo é utilizado para considerar o fato de que a mudança nas durações dos passos de lavra muda o VPL remanescente, alterando também o custo de oportunidade em cada passo.

4.14. CLUSTERIZAÇÃO DE DADOS

A clusterização de dados é uma técnica de um ramo da matemática computacional chamado de mineração de dados. Clusterizar significa agrupar dados multivariados através da utilização de métodos numéricos sobre dados apresentados. Essa técnica tem por objetivo agrupar automaticamente, por aprendizado sem supervisão, os n grupos da base de dados em k grupos, normalmente nomeados de *clusters* ou agrupamentos. O conceito de clusterização não deve ser confundido com classificação, pois é uma técnica mais primitiva qual não deve ser aplicado nenhuma suposição sobre os agrupamentos. A classificação necessita de classes pré-definidas e espelhos de treinamento das classes rotuladas, desta forma realizando uma espécie de treinamento não supervisionado.

A ideia fundamental desta metodologia é que os elementos que compõem o cluster devem apresentar elevada similaridade entre si e elevada dissimilaridade entre os objetos de outros agrupamentos. Em outras palavras, a clusterização objetiva determinar indivíduos com máxima homogeneidade dentro do agrupamento e maximizar a heterogeneidade entre os grupos.

Importante ressaltar que a grande vantagem do uso das técnicas de clusterização é a capacidade de agrupar dados similares, tornando possível determinar com confiança as características dos grupos correlacionados. Sendo possível maior entendimento dos dados originais, além de permitir o agrupamento dos dados de acordo com a propriedade de interesse. Conjunto de dados muito grande torna-se muito confuso o agrupamento de dados com propriedades semelhantes.

Uma definição objetiva do problema pode ser encontrada no trabalho de Hruschka (HRUSCHKA; EBECKEN, 2001), em que deve ser considerado um conjunto n de objetos $X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ onde cada $X_i \in R^p$ é um vetor de p medidas que limita o comportamento do objeto que deve ser clusterizado em K clusters distintos $C = \{C_1, C_2, \dots, C_k\}$ de forma que tenhamos as seguintes condições respeitadas:

1. $C_1 \cup C_2 \cup \dots \cup C_k = X$
2. $C_i \neq \emptyset, \forall i, 1 \leq i \leq k;$
3. $C_i \cap C_j = \emptyset, \forall i \neq j, 1 \leq i \leq k, 1 \leq j \leq k.$

Sobre essas condições que é garantido que um mesmo objeto não pode pertencer a mais de um cluster e cada um deve possuir pelo menos um objeto. Caso o valor de k seja conhecido devemos considerar um problema de k -clusterização.

4.14.1. LIMITAÇÕES DA CLUSTERIZAÇÃO

Determinar o melhor agrupamento é uma tarefa extremamente complexa computacionalmente, o problema é classificado como NP-Completo. Um problema NP é um problema que a medida que é diminuído o número de entidades a complexibilidade do problema decresce obedecendo uma equação polinomial. Os problemas NP-Completo não possuem um mecanismo de decaimento modelável. Deste modo, é necessário determinar o número de objetos e k número de clusters, visto que o número de partições distintas em que podemos dividir n objetos em k clusters aumentam aproximadamente como $\frac{k^n}{n!}$.

Os algoritmos de clusterização requerem valores para os parâmetros de entrada que são difíceis de modelar matematicamente, especialmente quando reproduzem dados do mundo real com muitos atributos. Possuem elevada sensibilidade a valores dos parâmetros, frequentemente produzindo partições muito diferentes do conjunto de dados mesmo para ajuste de parâmetros similares. Quando o conjunto de dados possuem elevada dimensão e com uma dimensão muito ampla é necessário utilizar somente um ajuste de parâmetro global.

4.14.2. MEDIDAS DE SIMILARIDADE

Conforme argumentado nos tópicos anteriores a clusterização consegue agrupar objetos de elevada similaridade entre si e baixa similaridade com outros grupos. Para agrupar é necessário determinar a medida de similaridade entre os objetos. Para os algoritmos de clusterização conseguirem realizar o objetivo proposto a estrutura de dados utilizada deve ser capaz de armazenar as medidas que contenha a similaridade. Normalmente as medidas de similaridade são armazenadas em estruturas chamadas de matriz de dados, em que as linhas representam cada um dos objetos a serem clusterizados e as colunas representam os atributos ou características de cada objeto. A Figura 4-50 apresenta uma matriz típica com n objetos em que cada um possui p atributos.

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & \cdots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & \cdots & x_{2p} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & \cdots & x_{3p} \\ x_{41} & x_{42} & x_{43} & \cdots & x_{4p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & x_{n3} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix}$$

Figura 4-50 - Matriz de Dados

Neste trabalho, não foi adotado a matriz de dados para armazenar os dados, pois esta metodologia não é capaz de armazenar com eficiência a similaridade entre diversas entidades. Uma estrutura chamada de matriz de dissimilaridade em que cada elemento da matriz representa a distância entre os pares de objetos aqui considerados. Onde está representado os n objetos a serem clusterizados e a distância ou medida de dissimilaridade $D_{n \times m}$ na Figura 4-51.

$$\begin{bmatrix} 0 & d(1,2) & d(1,3) & \dots & d(1,n) \\ d(2,1) & 0 & d(2,3) & \dots & d(2,n) \\ d(3,1) & d(3,2) & 0 & \dots & d(3,n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d(n,1) & d(n,2) & d(n,3) & \dots & 0 \end{bmatrix} = D$$

Figura 4-51 - Matriz de Dissimilaridade

As medidas de dissimilaridade são números positivos que expressam a distância entre dois objetos, quanto menor a distância menor será o valor de $d(i,j)$ e conseqüentemente mais semelhante serão. Podemos realizar um raciocínio similar em que quanto maior a distância menor será a similaridade. No trabalho proposto serão construídos duas medidas de dissimilaridade baseadas em distância euclidiana e tempo de transporte.

Para clusterizar objetos de acordo com dissimilaridade será utilizado a medida da proximidade de acordo com a distância e tempo, as medidas devem ser classificadas de acordo com a seguinte nomenclatura:

- Positividade: $d(i,j) \geq 0$;
- Simetria: $d(i,j) = d(j,i)$;
- Reflexiva: $d(i,i) = 0$; $i=j$;
- Desigualdade triangular: $d(i,j) \leq d(i,h) + d(h,j)$

Os tipos de medidas são utilizados para computar os tipos de distância mais utilizadas: Euclidiana, Manhattan, Minkowski e Mahalanobis. Para este trabalho serão utilizados e desenvolvidos dois tipos de distância Euclidiana e Tempo de Deslocamento.

4.14.3. MÉTODOS HIERARQUICOS

Os algoritmos baseados no método hierárquico (HC) organizam um conjunto de dados em uma estrutura hierárquica de acordo com a proximidade entre os indivíduos, fato que é extremamente interessante para agrupar blocos regionalmente próximos. Os resultados de alguns algoritmos HC são normalmente mostrados como uma árvore binária ou dendograma, que é uma árvore que interativamente divide a base de dados em subconjuntos menores, assim como demonstrado na Figura 4-52.

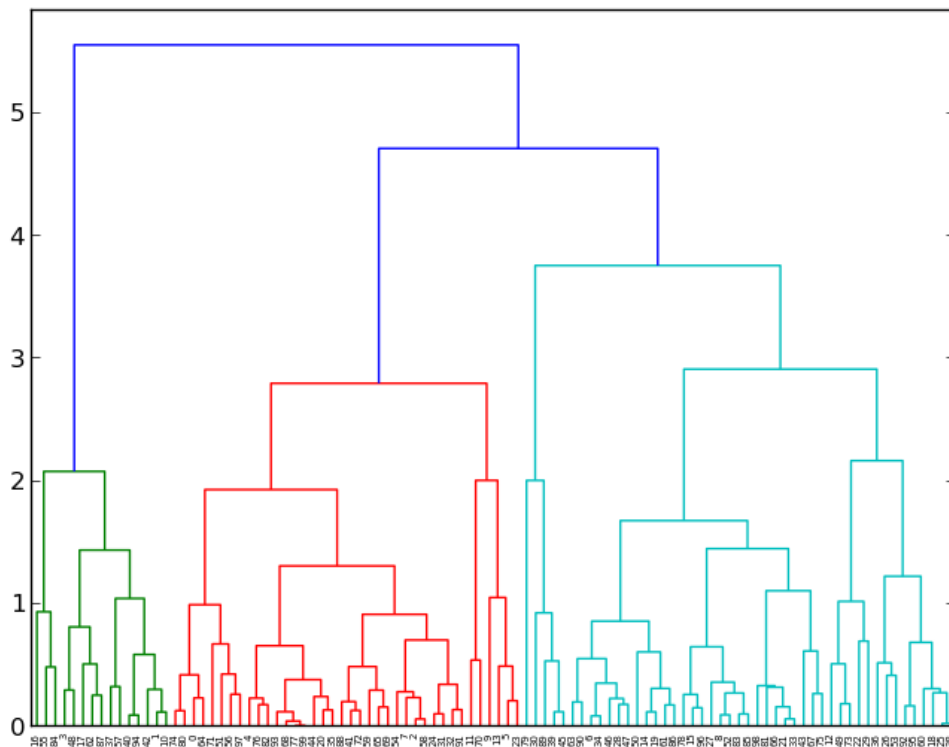


Figura 4-52 - Dendrograma de Clusterização (Fonte:<https://stackoverflow.com/questions/16883412/how-do-i-get-the-subtrees-of-dendrogram-made-by-scipy-cluster-hierarchy>)

O resultado da clusterização pode ser obtido no corte do dendrograma em diferentes níveis de acordo com o valor de k esperado. Essa forma de representação fornece descrições informativas para visualização de estruturas e grupos em potencial, especialmente quando é possível determinar relações hierárquicas entre os grupos. Na Figura 4-52 foi possível perceber que os grupos similares foram coloridos com cores iguais para marcar os objetos agrupados.

A metodologia de construção adotada é chamada de abordagem aglomerativa, em que primeiro são agrupados os dados chamados de folhas. Durante o processo a aglomeração vai subindo em direção as raízes. No início cada objeto é um cluster, calcula-se a distância entre dois clusters com distância mínima e une-os. Após a união a matriz de distância é atualizada, este processo continua até que tenhamos um único cluster, ou até outra condição de parada.

4.15. CONSTRUÇÃO OTIMIZADA DE ACESSO DE LAVRA

As operações de lavra a céu aberto se caracterizam por poderem atingir grandes dimensões, onde as movimentações de minério e estéril podem chegar a milhões de toneladas. Os custos associados a estas movimentações estão relacionados aos custos de lavra, os quais podem atingir de 10% a 50% do custo de operação (THOMPSON; VISSER, 2000). Outro dado muito importante é que cerca de 6% a 20% do custo de lavra é custo direto de transporte de minério.

Um fator que influencia diretamente os custos de transporte são os acessos dos equipamentos, os quais têm impacto significativo nos custos de infraestrutura e manutenção. Inclinações e distâncias elevadas contribuem para o aumento do tempo de ciclo e a diminuição da disponibilidade dos equipamentos de transporte de ciclo discreto.

Aprimorar a metodologia de estimativa de custo é de extrema importância para a operação de lavra, pois o aumento da assertividade operacional pode diminuir a diferença entre o custo estimado e o realizado operacionalmente. O trabalho de Runge (RUNGE, 1998) apresenta diversos erros de dimensionamento operacional que levaram empresas de mineração à falência. Richardson (RICHARDSON; NICHOLLS, 2011) narra em seu livro o trabalho de Frederick Winslow Taylor, o pai do Taylorismo, sobre o impacto do carregamento em uma operação de lavra na Inglaterra do século XX. O trabalho de Taylor objetivou dimensionar a compatibilidade das unidades escavadoras e transportadoras de minério e coque, visando que o movimento dos equipamentos fosse o menor possível. Atualmente, ainda é um grande desafio determinar o arranjo dos equipamentos de modo a determinar o menor custo operacional com precisão.

Após a introdução do sistema de controle de tempos e movimentos iniciado por Taylor (RICHARDSON; NICHOLLS, 2011), a indústria mineral iniciou a busca por métodos de trabalhos para reduzir os custos operacionais. Nos anos 70, os sistemas de despacho começaram a ser implementados com objetivo de direcionar os equipamentos às tarefas mais imediatas para cumprir as metas de produção (MUNIRATHINARN; YINGLING, 1994). Devido ao elevado custo de implementação e poucos resultados publicados, os sistemas de despacho automatizados foram preteridos até a década de 70, quando o trabalho da Tyrone Mine e Chino Mine foram publicados, e a comunidade mineradora aceitou os seus benefícios (MUNIRATHINARN; YINGLING, 1994).

As pesquisas dos sistemas de despacho estão baseadas no sistema de alocação, comportamento das entidades, minimização de custos e maximização da produção

(RODRIGUES; PINTO, 2012). Os trabalhos de controle da produção ou sistema de despacho estão preocupados em otimizar um acesso produtivo elaborado de modo artesanal. Entretanto, existem trabalhos da Engenharia de Transportes objetivando encontrar o caminho de menor custo operacional deste o primeiro trabalho de Dijkstra (DIJKSTRA, 1959a), o qual desenvolveu uma metodologia para determinar o caminho de menor custo em uma rede de nós.

Para transformar o caminho percorrido por um equipamento (ou informação) em uma rede de dados, é necessário adicionar restrições operacionais como raio de curvatura e desnível entre os nós. O trabalho de Filder (FIDLER; EINHOFF, 2000) discute a aplicação do conceito de curvas para sistemas de comunicação e sequenciamento de atividades em paralelo, nesse trabalho o conceito de curvas a teoria do caminho mínimo será adicionado a uma rede de nós. Em um movimento semelhante, Alarie (ALARIE; GAMACHE, 2002) une o sequenciamento de atividades a uma rede de nós, porém sem considerar restrições operacionais.

Os mecanismos de estimativa do trajeto de um equipamento podem ser divididos em dois métodos: artesanal e matemático. A metodologia artesanal consiste no desenho manual do trajeto que o equipamento deve percorrer obedecendo a restrições de inclinação, grade, velocidade e transição de nível (COMMUNICATION, 2000). Este método fornece a trajetória real a ser percorrida pelo equipamento de transporte, entretanto não é capaz de selecionar o melhor caminho possível em termos de custo. Atualmente há um esforço em desenvolver uma metodologia capaz de determinar o melhor caminho através de uma rede de nós utilizando solução exata ou heurística (JULA et al., 2003).

A solução matemática não apresenta correta transição entre curvas, transição de inclinação e raio de curvatura operacional. A maior parte dos esforços estão concentrados em desenvolver o roteamento, o ajuste das condições operacionais deve ser refinado por mecanismos heurístico (BOGNA MRÓWCZYŃSKA, 2011). Os acessos serão resultado de retas ou curvas entre os nós, devido à distância e o arranjo entre os nós não ser constante não é possível determinar uma equação paramétrica para construir todas as curvas. Para determinar a curva entre os nós será proposta a utilização de equações não paramétricas (KANATANI, 1997)

A indústria apresenta diversas soluções para o problema de definição de rotas de veículos, por exemplo, porém atais abordagens focam o problema no macro espaço. As soluções visam a determinação dos nós que devem ser visitados, e não em questões operacionais como raio

de curvatura ou inclinação da pista, uma vez que a distância é a variável mais influente nos custos de macro espaço (FIDLER; EINHOFF, 2000) (TAKAO et al., [s.d.]).

Este trabalho objetiva utilizar a teoria do caminho mínimo para determinar o caminho ideal, ou custo mínimo, para cada bloco do modelo. A decisão sobre qual bloco será lavrado irá contabilizar o custo de transporte do bloco até a usina de beneficiamento. A metodologia de construção de precedência entre os nós irá selecionar apenas arcos capazes de atender às restrições operacionais. Após a determinação do caminho ótimo será aplicado um pós processamento, para ajustar a operacionalidade do resultado e para que as transições de curva e grade sejam corretamente executadas no espaço. A correta identificação do caminho ótimo para o transporte de cada bloco de lavra permitirá a estimativa do custo de lavra para cada posição espacial do bloco. A maioria dos trabalhos utiliza apenas o posicionamento espacial do bloco para estimativa deste custo (JULA et al., 2003), entretanto, sabe-se que caminhos diferentes, inclinação e curvatura diferentes, podem possuir distância semelhantes (PEURIFOY; LEDBETTER, 1985), o que pode resultar em estimativas errôneas. O trabalho também pretende verificar qual das duas abordagens proposta é a mais eficaz: utilizar apenas a distância/posição do bloco ou se a variável tempo de transporte é mais adequada.

4.15.1. CONCEITOS ESPACIAIS

Para representar o problema espacial capaz de estimar o acesso de menor custo para transportar o bloco de lavra é necessário considerar três modelos importantes: precedência, euclidiano e custos (**Figura 4-55**). O modelo de precedência é o responsável por informar quais blocos devem ser liberados antes de lavar um bloco determinado, de acordo com a sua localização espacial. Para determinar a distância entre os blocos o modelo de distância é o mais adequado, devido ao controle bloco a bloco. O modelo de custos informa qual o custo associado ao posicionamento do trecho de acesso entre dois nós da rede, tempo e distância serão as variáveis alimentadas nesse modelo. O modelo de custo informa a distância ou tempo gasto pelo equipamento para deslocar do ponto A até o ponto B. Quando utilizados simultaneamente, estes modelos serão capazes de fornecer informações para que o modelo matemático forneça uma solução lógica capaz de apresentar um resultado de custo mínimo e visualmente compatível com a realidade.

A utilização desta estrutura baseada em múltiplos modelos possibilita a identificação do caminho a ser percorrido, já que o modelo de distância é capaz de armazenar a posição espacial

entre os blocos. A soma do custo de transporte e distância serão as variáveis utilizadas para definir o caminho de custo mínimo para cada bloco. O conceito de caminho envolve ponto de saída e o ponto de destino, para uma operação de lavra com o destino fixo. O destino será representado pela usina de beneficiamento, a rota determinada pelo algoritmo consiste em determinar o caminho de menor custo de cada bloco até a usina de beneficiamento.

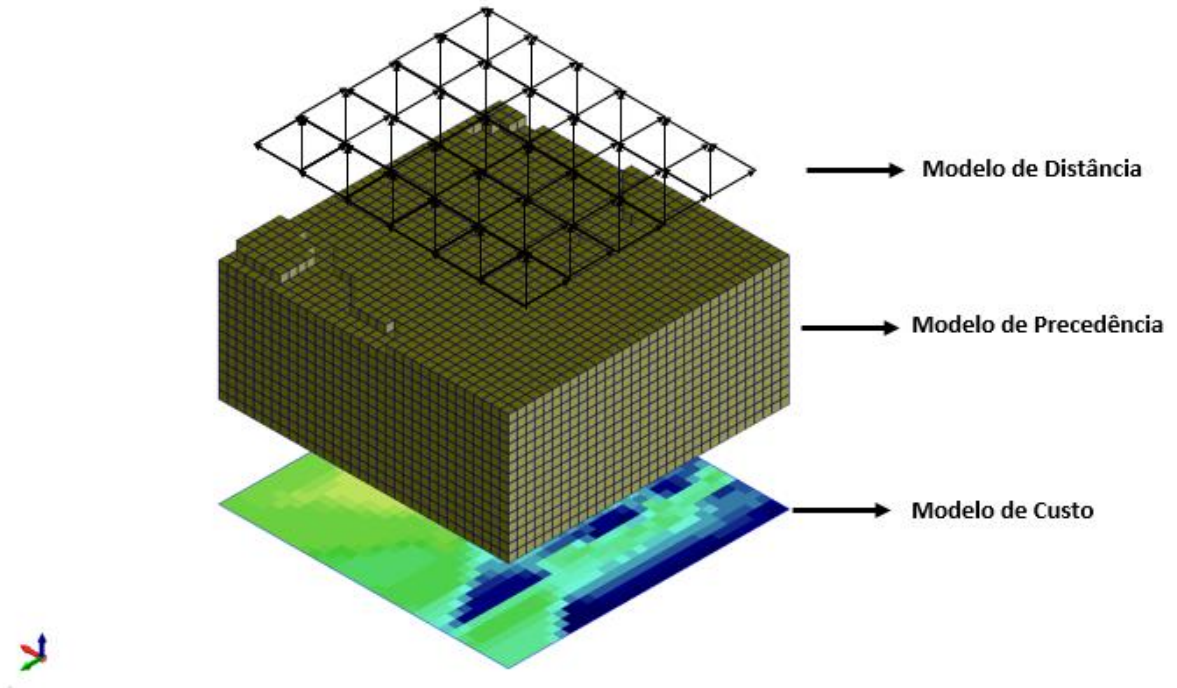
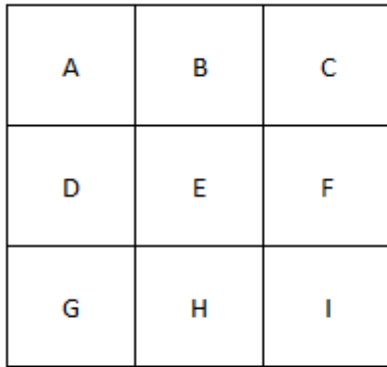
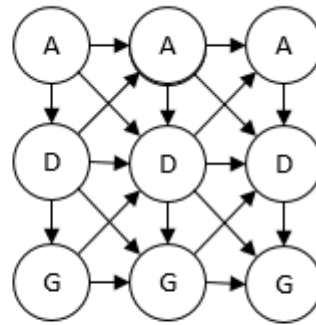


Figura 4-53 - Modelo Principal

O modelo de precedência é baseado em um grid tridimensional chamado modelo de blocos. O grid tridimensional gera um conjunto de cubos chamados blocos, onde cada bloco representa uma fração do depósito mineral e é representado pelo centro de massa, Figura 4-54-a. Esse modelo pode ser representado também por um conjunto de nós vizinhos (Figura 4-54-b) em que o centro de massa de cada bloco é representado por um nó.



(a) Grade de Pontos | Modelo

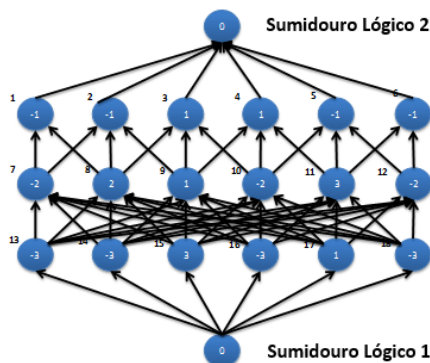


(b) Grafo Direcionado desenvolvido para representar o arranjo espacial.

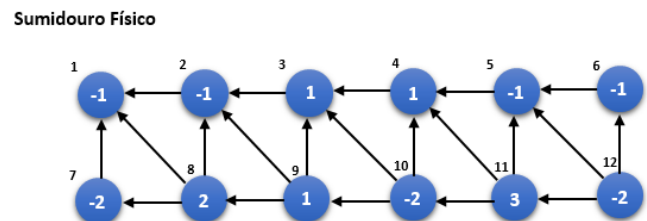
Figura 4-54 - Blocos e Nós

Uma abordagem muito semelhante à apresentada neste trabalho, é o problema de otimização de cava final, pois este problema também utiliza um modelamento horizontal e vertical de grafos. Entretanto para modelar as precedências dos blocos para determinação de rotas será necessário considerar que o modelamento vertical será diferente devido a diferença entre as raízes ou sumidouros. No problema de otimização de cava o sumidouro dos vetores está localizado na fração inferior do modelo de blocos devido a inserção de uma raiz imaginária, Figura 4-54- a. No modelamento de rotas será necessário adotar um modelamento com sumidouro físico assim como demonstrado na Figura 4-54- b.

Sumidouro é o nó cujo todos os vértices convergem em sua direção, que no caso do problema modelado neste artigo (transporte de minério) todos os nós devem ser direcionados para a usina. A Figura 4-54- b mostra o sumidouro físico (localização da suína) representado pelo nó 1. O direcionamento dos grafos aponta para o caminho a ser percorrido por todos os nós até o nó 1.



(a) Precedência de Otimização de Cava



(b) Precedência para Transporte

Figura 4-55 – Blocos de Precedência (SOUZA; MELO, 2014)

O grafo ligado a dois nós é apenas é apenas uma representação de vizinhança, a inclinação e o tamanho destes vetores na Figura 4-55 não representa a inclinação e a distância entre os blocos, para esta representação deve ser utilizado o modelo euclidiano, o qual controla a distância e a inclinação entre os nós. Buscando uma maior acuracidade, não foi adotado o sistema de precedência baseado no índice do bloco como utilizado por (KANG; LEE; KIM, 2008) e (CHICOISNE et al., 2012), mas sim um sistema de busca de vizinhos próximos com base na proximidade espacial dos nós, processo que é computacionalmente mais demorado que o adotado por (KANG; LEE; KIM, 2008) e (CHICOISNE et al., 2012).

4.15.2. BUSCA ESPACIAL – ÁRVORE KD

Para determinar a distribuição espacial dos blocos é necessário utilizar os centroides dos blocos para quantificar o posicionamento dos blocos. A estrutura de dados chamada Árvore KD é um sistema de busca espacial adequado para aplicações que exigem pesquisa eficiente pelos vizinhos com pequena distância euclidiana utilizando restrições espaciais (CHIANG; MITCHELL, 1999). Cada nó do modelo pode ser considerado como um gerador de hiperplano capaz de dividir o espaço em semi-planos menores para facilitar a busca espacial. A metodologia de divisão sucessiva de planos é montada conforme Figura 4-53. Os pontos a direita e a esquerda do nó analisado são divididos até a exaustão, conforme apresentado. Inicialmente, plano cartesiano X deve ser analisado e os planos resultantes são nomeados como filhos desta análise, são determinados com base no valor da mediana das coordenadas (PANIGRAHY, 2008). O espaço é dividido em regiões para facilitar a análise, ao iniciar a fragmentação cada plano da divisão espacial é localizado com base na mediana das coordenadas. Esta metodologia consiste em identificar quantos planos de divisão e qual é a posição destes planos, a quantidade de dimensões (Dim) ou coordenadas que localizam este ponto no espaço influencia a quantidade de divisões necessárias. A quantidade de divisões realizadas (Div) deve ser determinada a cada etapa obedecendo a quantidade de divisões da dimensão (Dim) respeitando a restrição da equação 3.52. A posição do plano de corte (p_e) é definida pela relação em função dos valores máximos (V_{max}) e mínimos (V_{min}) dos hiperplanos representado pela equação 4.53.

$$Div = (Dim + 1) \text{ mod } (3) \quad (4.52)$$

$$p_e = (V_{min} + V_{max})/2 \quad (4.53)$$

O processo de divisão do espaço continua até atingir a quantidade de vizinhos desejada para cada nó dentro do raio de busca determinado. Para este trabalho foram utilizados 100 vizinhos dentro do raio de 100 metros. Como a distância entre o centroide dos blocos é 1 metro, pode-se afirmar que é possível determinar 100 blocos vizinhos com facilidade. O processo de busca em Árvore KD determina os vizinhos em todas as direções dentro do raio de busca, não está limitado ao direcionamento dos grafos apresentados na Figura 4-56. A Figura 4-56 mostra o processo de classificação dos blocos de acordo com o hiperplano, em que os valores dentro dos nós são as coordenadas considerando X, Y e Z. Os valores de custo (C_n) são representados pela distância euclidiana e a inclinação entre os nós, logo os blocos próximos podem ser representados pelos menores valores de custo.

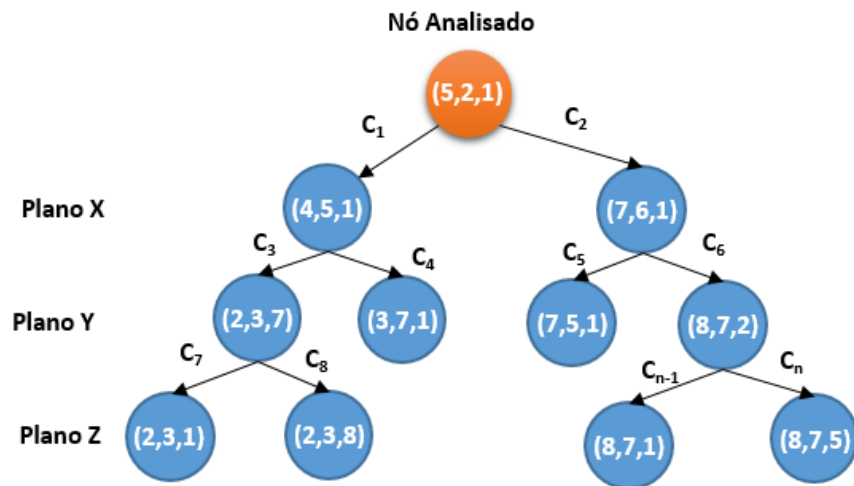


Figura 4-56 - Árvore KD (Fonte: Autor)

4.15.3. DIJKSTRA

O algoritmo de Dijkstra propõe encontrar o caminho mais curto entre dois pontos, matematicamente estes pontos devem ser representados por nós em uma rede de grafos. O trabalho inicial de Dijkstra é simplificado e aborda somente o caminho mais curto entre dois pontos (DIJKSTRA, 1959b). O trabalho de Bellman-Ford (BELLMANN, 1958) implementou a possibilidade de fixar um ponto e determinar o caminho mais curto para todos os outros pontos do grafo. Uma aplicação prática comum é utilizar este algoritmo para determinar o caminho de menor distância entre duas cidades considerando as ruas e rodovias até o destino (PAUL, 2011). Paul comprovou que o peso dado a aresta do grafo pode representar o custo de transitar entre dois pontos baseado em: distância, tempo, consumo de

combustível, consumo de pneu. O sistema de Dijkstra determina o caminho de menor custo entre dois pontos, apoiado no trabalho de Paul que utiliza grafos para representar um sistema de transporte será utilizado distância e tempo de transporte como custo a ser minimizado. Os custos serão implementados nos arcos entre os nós quais representam os segmentos que compõem os acessos de uma mina. Sniedovich (SNIEDOVICH, 2006) propõe uma divisão clara e estruturada dos passos que devem ser executados para determinação do caminho mínimo entre dois pontos em uma rede de nós, conforme segue.

1. Criar uma matriz de visitação. Esta matriz deve contabilizar todos os nós visitados.
2. Assinalar o nó atual como o início do vértice, determinar a todos os arcos possíveis e cálculo do custo.
3. Localizar todos os vizinhos não visitados. A metodologia proposta por Sniedovich (SNIEDOVICH, 2006) recomendou calcular os custos nesta etapa, entretanto a metodologia aplicada neste trabalho calcula os custos na etapa anterior, devido à economia computacional de calcular a matriz de distância e precedência simultaneamente.
4. Localizar todos os vizinhos do nó atual e marcar na matriz de visitação todos os nós como não visitados.
5. Verificar se o nó de destino é o planejado para finalizar a busca.
6. Caso não tenha encontrado o destino, voltar ao passo 3.

Para aplicar a metodologia de Dijkstra para determinar o acesso de menor custo devemos determinar um conjunto de nós para construir os arcos. Os centroides dos blocos serão utilizados para construção dos nós da rede de grafos. A usina de beneficiamento será representada por um bloco artificial inserido ao modelo, pois o local de destino dos acessos necessita de coordenadas geográficas. O modelo de blocos (C) deve possuir comportamento acíclico, pois em caso de ciclo fechado o algoritmo fica em loop infinito dependendo do arranjo dos nós. Conforme resumido acima, o custo de um caminho pode ser determinado pelo somatório dos arcos predecessores ($F(i)$) somado o custo do nó analisado ($D(i,j)$) para todos os nós do sistema(n). O modelo pode ser expressado matematicamente para todos os blocos do modelo (B).

Condição:

$$D(i,j) = \forall i,j \in C, i \geq j \quad (4.54)$$

Inicialização:

$$F(1)=0 \quad (4.55)$$

Interação:

For j=2,...,n Do:

$$F(j)= \text{MINIMIZE } \{F(i) + D(i,j)\} \quad (4.56)$$

$$i \in (B(j)) \quad (4.57)$$

Para tornar a solução do problema coerente com a realidade espacial na construção dos custos de cada nó foram aplicadas restrições de Grade ($G(i,j)$) e curvatura($R(i,j)$). O custo ($Cost(i,j)$) foi aplicado considerando a distância euclidiana do caminho e o tempo para percorrer em diferentes matrizes de custo.

Criar matriz de custo:

$$\text{For } j=1,\dots,n \text{ Do:} \quad (4.58)$$

$$\text{If } G(i,j) \leq 10 \text{ And } R(i,j): \quad (4.59)$$

$$D(i,j) = Cost(i,j) \quad (4.60)$$

Figura 4-57 mostra o resultado do algoritmo para 3 diferentes rotas, onde o resultado apresenta os valores de grade e curvatura de acordo com a restrição de 10% de inclinação e raio mínimo de curvatura de 15 metros. A vista de topo da Figura 4-57 apesar de apresentar o raio de curvatura matematicamente coerente não é operacional, pois a restrição de curvatura inicial foi determinada com base nas distâncias lineares dos pontos pivôs da curva. Para corrigir esta não operacionalidade, será aplicado um pós-processamento, visando o aumento da aderência à realidade do resultado.

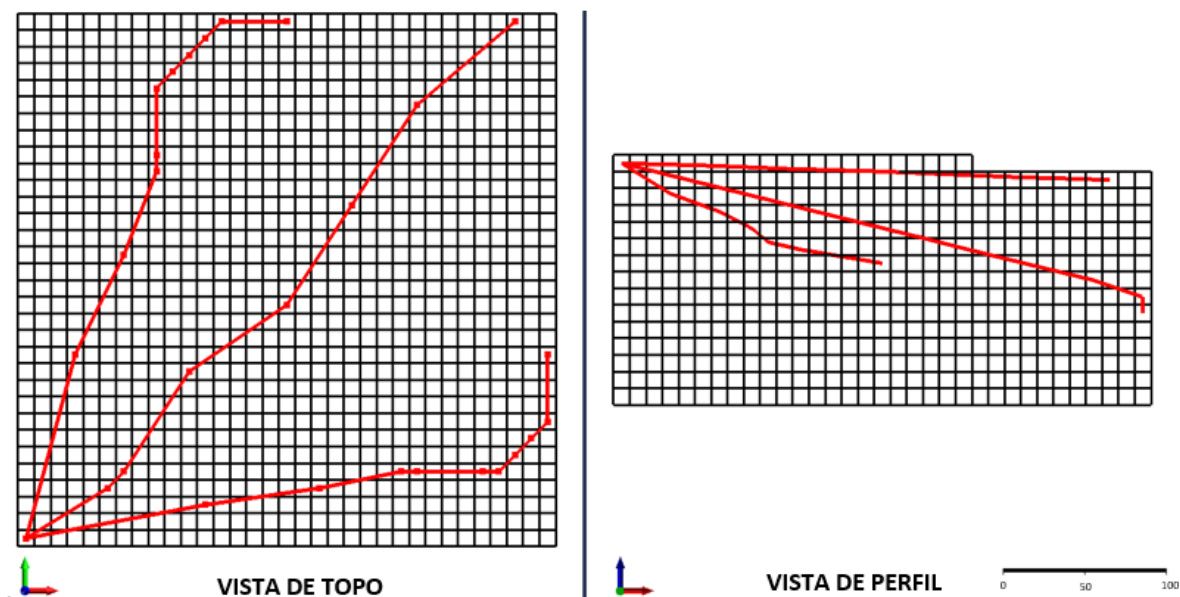


Figura 4-57 - Resultado do Caminho de Dijkstra Fonte

4.15.4. SUAVIZAÇÃO/PARAMETRIZAÇÃO DA CURVA

A metodologia utilizada para corrigir o aspecto pontiagudo nos vértices dos grafos é chamada de basic splines. O nome splines é derivado da régua utilizada para construção de rampas pela engenharia civil, naval e aeronáutica. Este processo surgiu com Wegman (WEGMAN; WRIGHT, 1983) com objetivo de determinar uma curva de regressão não paramétrica para dados estatísticos. Esta técnica é capaz de determinar a curva de regressão de uma nuvem de pontos, por meio de interpolação. Os pontos utilizados para interpolação podem ser escolhidos de acordo com a necessidade do problema, e são nomeados progressivamente, onde $i=1,2,\dots,n$. Os pontos de corte denominados $\varepsilon_{i,j}=0,1,\dots,k$, são pontos utilizados para redução quadrática da função de regressão. Segundo Silverman (B . W . SILVERMAN, 2008) o método possui dois objetivos: fornecer dados sobre a relação entre as variáveis e fornecer predição sobre valores ainda não observados. Para o primeiro propósito o método não paramétrico é mais indicado, pois permite que o modelo seja versátil e com bom ajuste para os dados.

Será utilizada uma variante chamada de *spline básica*, onde a parametrização é aplicada em uma transformação na variável x anterior ao início do processo. O ajuste é realizado sobre um polinômio de grau “ n ” definido para cada variável x , que representa a coordenada do plano analisado. O ponto de encontro entre a curva e o ponto do polinômio é definido como nó, e é

definido sobre a curva suavizada. À medida que aumenta o valor da variável analisada x , novos termos são adicionados à função de parametrização. Caso $x < \varepsilon_1$, pode-se afirmar que a equação será configurada no intervalo entre o menor valor de x disponível e o primeiro nó ε_1 . A equação resultante é:

$$f(x) = \beta_0 + \beta_1 X_1 \quad (4.61)$$

Os demais coeficientes $\beta_2, \beta_3, \beta_4$ serão multiplicados por zero.

Quando x a ser inserido na equação estiver entre o primeiro e segundo nó, a equação será a seguinte:

$$f(x) = \beta_0 + \beta_1 X_{1+} + \beta_2 (X - \varepsilon_1) \quad (4.62)$$

Deste modo, existem diferentes comportamentos de acordo com o posicionamento dos nós. Este fato é extremamente relevante para o modelamento do problema analisado, pois desta forma é possível manter trechos retilíneos inalterados e inserir curvatura somente no trecho de curva. Considerando a operacionalidade do trecho de transporte suavizar segmentos de reta com mudança de trajetória muito pequenas pode causar prejuízo, pois suavizar significa transformar um trecho retilíneo em trajetória curvilínea de menor velocidade de transporte. A Figura 4-58 mostra o resultado da parametrização de um trecho em que a suavização foi aplicada entre segmentos cujo a deflexão entre os nós é maior do que 35° e a quantidade de nós utilizada é de 4 unidades, é possível perceber os nós circulados. Antes de aplicar a metodologia de suavização por *basic Spline* foram testadas outras metodologias de parametrização com equações paramétricas clássicas como gaussiana, soma de senos e polinomial. A utilização de equações paramétricas não gerou resultado coerente com a realidade, pois não apresentou geometria com a conformação esperada para receber equipamentos de transporte.

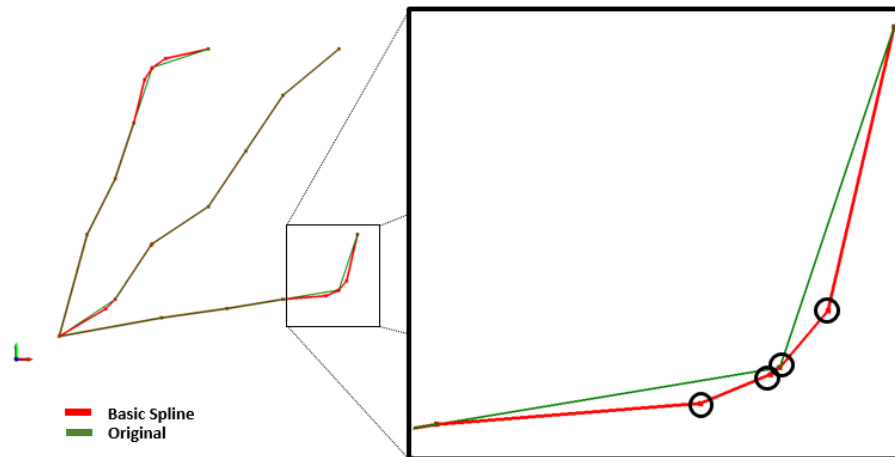


Figura 4-58 - Ajuste Basic spline (Fonte: Autor)

5. METODOLOGIA

5.1. OTIMIZAÇÃO DA PRODUÇÃO

O termo utilidade é usado na teoria da decisão para representar o resultado positivo obtido por seguir um determinado curso de ação. A utilidade de uma estratégia de teor de corte é uma medida da extensão em que essa estratégia atinge os objetivos da empresa de mineração. É importante entender a correlação entre lucro e produção desenvolvido por Rendu (2008), que para determinar a função capaz de calcular o lucro, baseia-se na formulação de Lane (1997). Ambos estão fundamentados na teoria da firma que formula o lucro pela subtração entre receita e custo. A receita é função do metal contido no minério e os custos são contabilizados em relação a quantidade de minério movimentado. Para determinação dos custos o processo deve ser dividido em duas etapas: primeiro, as taxas de operação da mina são fixas; segundo, as taxas de operação da planta são fixas. Exemplificando-se com uma operação de minério, a função utilidade considerando as taxas de operação de lavra fixas, pode ser expressa como:

$$U(T_{c+}) = Q_{c+} \cdot r(T_{c+}) \cdot V - T_{c+} \cdot P_0(T_{c+}) \quad (5.1)$$

r = Recuperação do processo;

V = valor do minério;

P_0 = Custo;

X_c = Teor de Corte;

T_{c+} = Tonelagem acima do teor de corte;

$U(T_{c+})$ = Utilidade da atividade da planta acima do teor T_{c+} ;

$R(T_{c+})$ = Recuperação do processo acima de T_{c+} ;

Q_{c+} = Quantidade de minério processada;

A capacidade ótima da planta é atingida quando o valor máximo iguala ao valor da derivada primeira da utilidade igual a zero.

$$\frac{dU(T_{c+})}{dT_{c+}} = 0 \quad (5.2)$$

Aplicando o conceito (3.63) na primeira equação (3.64).

$$\frac{dU(T_{c+})}{dT_{c+}} = \frac{dQ_{c+}}{dT_{c+}} \cdot r(T_{c+}) \cdot V - P_0(T_{c+}) + Q_{c+} \frac{dr(T_{c+})}{dT_{c+}} \cdot V - T_{c+} \cdot dP_0(T_{c+})/dT_{c+} \quad (5.3)$$

r = Recuperação do processo;

V = valor do minério;

P_0 = Custo;

X_c = Teor de Corte;

T_{c+} = Tonelagem acima do teor de corte;

Q_{c+} = Quantidade de minério processada;

X_{c+} = Média do teor acima do teor de corte.

$U(T_{c+})$ = Utilidade da atividade da planta acima do teor T_{c+} ;

$R(T_{c+})$ = Recuperação do processo acima de T_{c+} ;

c = Teor do concentrado;

a = Teor do minério.

Considerando uma pequena mudança no teor de corte o montante de material processado será alterado. O conteúdo metálico será incrementado seguindo a equação:

$$Q_{c+} = T_{c+} \cdot X_{c+} \quad (5.4)$$

$$Q_{c+} + dQ_{c+} = T_{c+} \cdot X_{c+} + dT_{c+} \cdot X_{c+} \quad (5.5)$$

Unindo (4.3) e (4.5):

$$U(T_{c+}) = X_c \cdot r(T_{c+}) \cdot a/c \cdot V - P_0(T_{c+}) + Q_{c+} \cdot \frac{dr(T_{c+})}{dT_{c+}} \cdot V - T_{c+} \cdot \frac{dP_0(T_{c+})}{dT_{c+}} \quad (5.6)$$

Importante considerar que a recuperação e custo de processo são dependentes da variável T_{c+} . O primeiro passo é caracterizar a utilidade de acordo com a taxa de produção será necessário para determinar uma equação para recuperação e custo de processo. Para determinar a relação

entre taxa de produção e recuperação ajustado a curva proposta por Rendu (2008). Idealmente esta função deve ser determinada através de testes em uma planta piloto, testando o minério presente no depósito analisado.

$$r(T_{c+}) = -0.000006x_{c+}^2 - 0.021x_{c+} + 0.9328 \quad (5.7)$$

5.1.1.1. CUSTO DE PROCESSAMENTO

O Segundo passo, relacionar custo a rota de processo. O livro Bureau of Mines Cost Estimation apresenta equações para estimar o custo de processo de cada etapa de acordo com a taxa de processo. Para possibilitar a utilização dos valores nos dias atuais foi aplicado um fator baseado na taxa de inflação presente no Instituto Index Mundi.

Para estimar os custos de beneficiamento foram utilizadas apenas 3 operações: Moagem, Britador de Impacto e Flotação. Foram adotadas estas 3 etapas para simplificar o processo, pois para projetos de minério são as etapas que apresentam maiores custos operacionais.

C_{lab} = Custo de Mão de obra;

C_{Rep} = Custos de Reparo;

C_{sup} = Custo de suprimento energético;

Britagem

Custo Mão de Obra (C_{lab}):

$$C_{lab} = 17.126(X_d)^{0.585} \quad (4.11)$$

Custo Energia (C_{sup}):

$$C_{sup} = 0.649(X_d)^{0.843} \quad (4.12)$$

Reparo de Equipamento (C_{Rep}):

$$C_{Rep} = 8.460(X_d)^{0.581} \quad (4.13)$$

Moagem

Custo Mão de Obra (C_{lab}):

$$C_{lab} = 187.200(X_d)^{0.297} \quad (4.8)$$

Custo Energia (C_{sup}):

$$C_{sup} = 0.315(X_d)^{0.840} \quad (4.9)$$

Reparo de Equipamento (C_{Rep}):

$$C_{Rep} = 1.093(X_d)^{0.775} \quad (4.10)$$

Flotação

Custo Mão de Obra (C_{lab}):

$$C_{lab} = 483.344 + 0.26X_d \quad (4.14)$$

Custo Energia (C_{sup}):

$$C_{sup} = 0.832(X_d)^1 \quad (4.15)$$

Reparo de Equipamento (C_{Rep}):

$$C_{Rep} = 4.13 + 0.149(X_d)^1 \quad (4.16)$$

A Figura 5-1 apresenta o resultado dos custos totais representados das equações 4.8 até 4.16 para cada taxa de produção. Assim como esperado o custo de produção diminui a medida que é aumentada a taxa de produção.

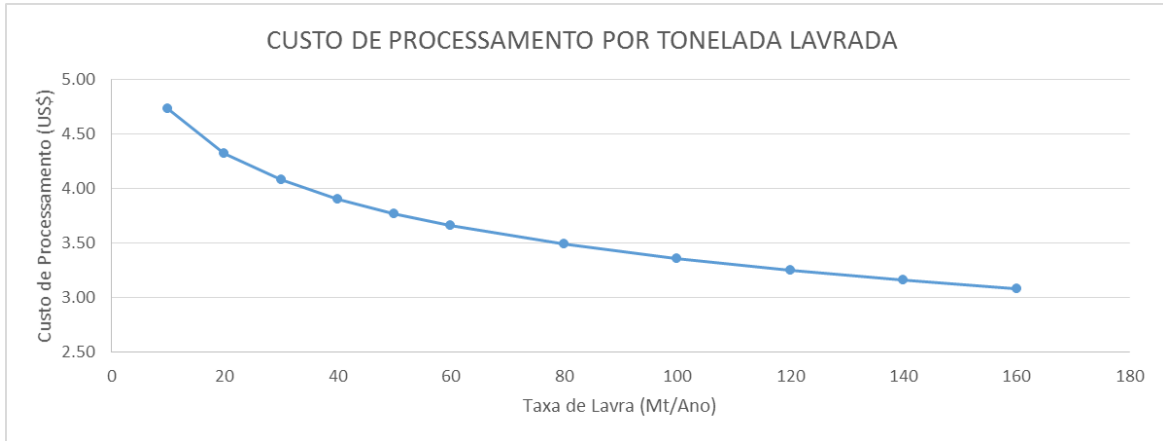


Figura 5-1 - Custo de Processamento

Importante considerar que nesta etapa os custos de beneficiamento são constantes e os custos de lavra são variáveis para determinação da função de utilidade utilizada na otimização:

$$U(T_{c+}) = Q_{c+} \cdot r(T_{c+}) \cdot a/c \cdot V - T_{c+} \cdot P_0(T_{c+}) \quad (5.17)$$

A Figura 5-2 mostra o resultado da quantidade de Metal Contido no minério analisado que foi recuperado por custo de processamento. Esse gráfico possui grande influência na otimização do custo, pois gasta maior quantidade por tonelada não significa maior recuperação metálica. Pois maior custo está associado ao maior volume de material processado, esse aumento de capacidade diminui a eficiência do processo de beneficiamento.

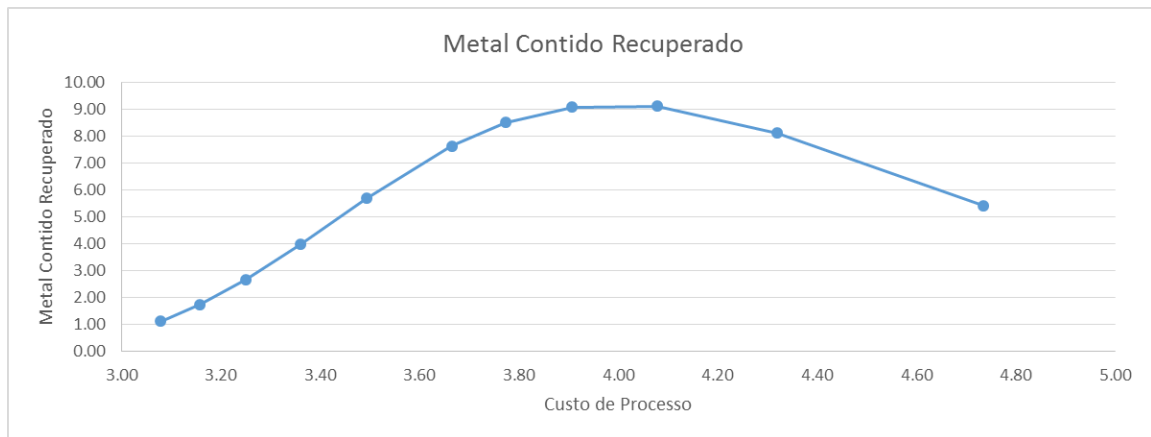


Figura 5-2 - Metal Contido Recuperado

5.1.1.2. CUSTO DE TRANSPORTE

A variabilidade do custo de lavra em função da variável independente tonelada será baseada na teoria das filas, uma vez que a operação de lavra baseada no sistema composto por caminhão e escavadeira é perfeitamente modelada por esta teoria. A teoria das filas modela os problemas utilizando dois eventos: chegada e atendimento (KAPPAS; YEGULALP, 1991).

Para o sistema estudado nesta tese será considerado que o custo de transporte possui ordem de grandeza muito maior do que as demais operações unitárias de desmonte. Como o custo de desmonte será considerado muito pequeno adotará o status de desprezível para melhor interpretação do impacto do custo de transporte no sistema proposto.

Geralmente a chegada é modelada pela taxa média de clientes no sistema, assim como atendimento é determinado pela quantidade média de atendimentos realizados por intervalo de tempo (CHIWF, 2015). Em uma operação de lavra o atendente é representado pelo equipamento de carregamento e o indivíduo na fila é representado pelo equipamento de transporte.

Q_{Fr} = Quantidade de Material por frente de lavra; λ = Intervalo de Chegada;

N_s = Quantidade de Caminhões; t_c = tempo de ciclo;

D_c = Custo do Diesel; S = Segmento;

E_r = Reparo de Equipamento; S_d = Comprimento do Segmento;

V = Velocidade;

P_{m0} = Custo de Transporte;

$$P_{m0}(T_{c+}) = Q_{Fr} \cdot N_s(T_{c+}) \cdot (D_c(T_{c+}) + E_r) \quad (5.18)$$

$$N_s = \lambda / t_c(T_{c+}) \quad (5.19)$$

$$\lambda = 1 / t_c(T_{c+}) \quad (5.20)$$

$$t_c(T_{c+}) = \int_0^S \frac{S_d(T_{c+})}{v} ds \quad (5.21)$$

Dentre as variáveis que influenciam os custos de lavra, o custo de transporte pode ser citado como uma variável de grande impacto. A localização de cada bloco dentro do depósito a ser lavrado terá um peso diferente em relação ao seu custo de transporte. O incremento da distância é a distância média do centro de massa dos blocos lavrados até a planta. Para determinar o ritmo de chegada do equipamento de transporte foi utilizado um conceito em função do tempo de ciclo para sistemas *markovianos* para escavadeira e caminhões na equação 5.19 (CHIWF, 2015).

O gráfico da Figura 5-3 mostra os incrementos de distância e a quantidade de equipamentos necessários de acordo com o aumento da taxa de produção, considerando uma cava hipotética. Para cada taxa de produção, foram medidos os tamanhos médios dos avanços. Os valores medidos representam a soma dos segmentos $S_d(T_{c+})$ que devem ser utilizados para a determinação do tempo de ciclo $t_c(T_{c+})$. A Figura 5-3 mostra que para volumes de produção mais baixos, é necessária uma maior quantidade de equipamentos, pois são utilizados equipamentos de menor porte. Equipamentos menores devem ser utilizados em maior quantidade para que a utilização do sistema se mantenha na recomendação de 85% (COOPER, 1981).

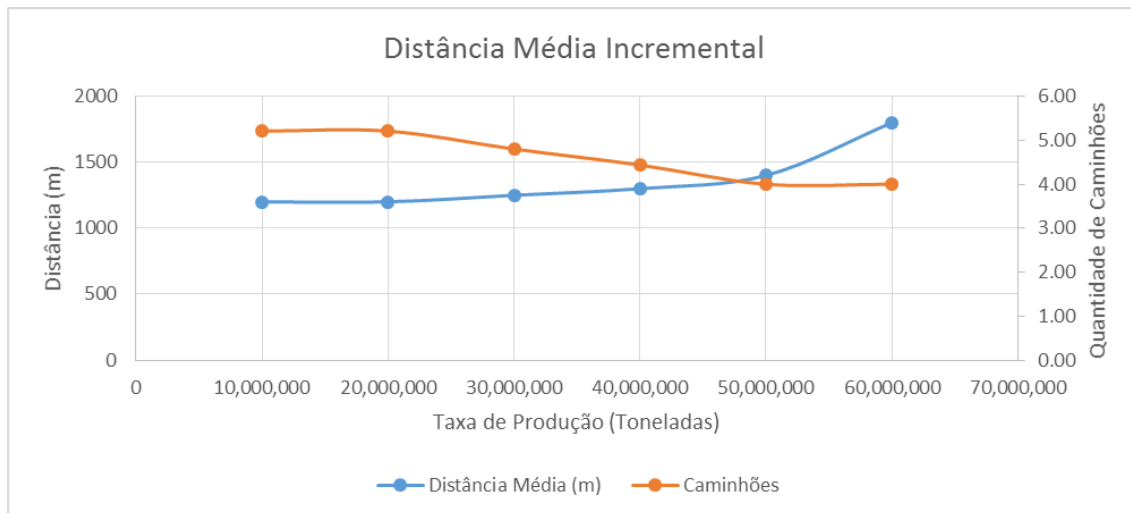


Figura 5-3 - Distância Incremental

A Figura 5-10 mostra a relação do custo de lavra versus a capacidade de produção, onde pode ser visto que para taxas de produção baixas o custo de lavra por tonelada é mais elevado. Este fato está relacionado à maior quantidade de equipamentos de menor escala de produção, pois, geralmente, empreendimentos menores não conseguem realizar investimentos iniciais maiores para diminuir o custo de produção.

O tempo de ciclo dos equipamentos foi desenvolvido com base nas rotas de transporte otimizadas desenvolvidas no tópico 5.4, deste modo foi possível estimar o custo de lavra com base na frota necessária para atingir a produção solicitada. Foi determinado como ponto fixo a localização da usina de beneficiamento, foram determinados os blocos mais próximos da usina de beneficiamento capaz de gerar 10 milhões de toneladas de alimentação seguido pelos blocos capazes de gerar de 20 até 160 milhões de toneladas. O processo de determinação dos blocos que irão compor as taxas de produção e construção do caminho otimizado está melhor detalhado no Capítulo 5.4. A Figura 5-4 representa o fluxograma para determinação do custo de lavra para cada taxa de produção. A Figura 5-5 exibe os blocos que serão contabilizados de acordo com a taxa de produção, importante determinar a localização dos blocos pois as rotas otimizadas determinarão os caminhos ótimos para lavra desses blocos. Considerando as rotas determinadas é possível calcular o tempo que um caminhão demora para percorrer este trecho. Para este estudo foi utilizado o caminhão 769D da Caterpillar, pois é um modelo que não é fabricado. Desse modo o estudo não está realizando promoção do equipamento testado. A retroescavadeira adotada possui uma capacidade de 40 toneladas aproximadamente, sendo do modelo R9400.



Figura 5-4 - Fluxo de determinação do Custo de Lavra

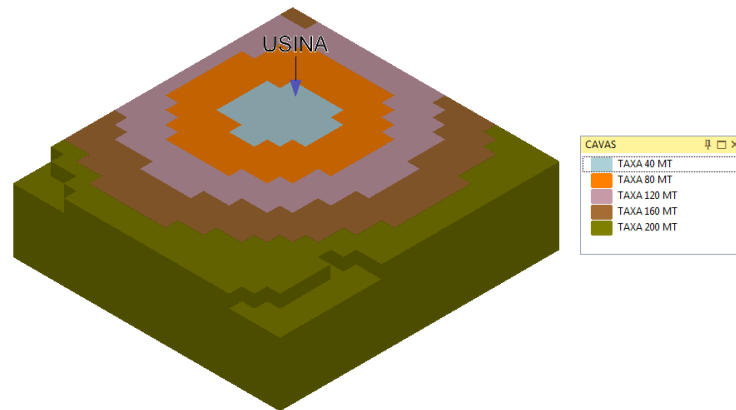


Figura 5-5 - Blocos Próximos a Usina

P_m = Potência do Motor (Kw)

P_{eq} = Peso do Equipamento (t)

P_{cg} = Peso da Carga (t)

V = Velocidade (m/s)

E_t = Eficiência da Transmissão (%)

C = Custo total (\$/t)

C_m = Custo Manutenção (\$/h)

C_o = Custo Operador (\$/h)

C_{dep} = Custo Depreciação (\$/h)

Pr = Produtividade (t/h)

C_{comb} = Custo Combustível (\$/l)

R_r = Resistência ao Rolamento (%)

G = Inclinação (%)

C_s = Combustível Subida (\$/h)

C_d = Combustível Descida (\$/h)

C_{pc} = Combustível Plano Carregado (\$/h)

C_{pd} = Combustível Plano descarregado (\$/h)

C_t = Combustível Total (\$/h)

I = Investimento (\$)

V_u = Vida útil estimada (h)

F_c = Fator de Custo (\$/h.t)

Pdt = Produtividade Horária (t/h)

$$C = \frac{(C_t + C_m + C_o + C_d)}{Pdt} \quad (5.22)$$

$$C_{dep} = \frac{I}{V_u} \quad (5.23)$$

$$C_m = F_c \cdot (P_{eq} + P_c) \quad (5.24)$$

$$C_t = C_d x \frac{T_d}{T_t} + C_s x \frac{T_s}{T_t} + C_{pc} x \frac{T_{pc}}{T_t} + C_{pd} x \frac{T_{pd}}{T_t} \quad (5.25)$$

$$C_d = C_{comb} \cdot 0.233 \cdot P_m \cdot 0.04 \quad (5.26)$$

$$C_s = C_{comb} \cdot 0.233 \cdot P_m \cdot \left(\frac{V \cdot (P_{eq} + P_c) \cdot 9.81 \cdot (R_r + G)}{3.6 \cdot P_m \cdot E_t \cdot \sqrt{(1+G^2)^2}} \cdot 0.96 + 0.04 \right) \quad (5.27)$$

$$C_{pc} = C_{comb} \cdot 0.233 \cdot P_m \cdot \left(\frac{V \cdot (P_{eq} + P_c) \cdot 9.81 \cdot (R_r)}{3.6 \cdot P_m \cdot E_t \cdot \sqrt{(1+G^2)^2}} \cdot 0.96 + 0.04 \right) \quad (5.28)$$

$$C_{pd} = C_{comb} \cdot 0.233 \cdot P_m \cdot \left(\frac{V \cdot (P_{eq}) \cdot 9.81 \cdot (R_r)}{3.6 \cdot P_m \cdot E_t \cdot \sqrt{(1+G^2)^2}} \cdot 0.96 + 0.04 \right) \quad (5.29)$$

O custo determinado na equação 5.25 é dependente da velocidade do equipamento de transporte. A velocidade é dependente da inclinação da via que o equipamento está trafegando, podemos concluir que para estimar com precisão o custo de transporte é necessário conhecer a via de transporte. Para determinar a velocidade da via de transporte será utilizado uma metodologia capaz de construir o acesso de menor custo possível chamado de caminho de Dijkstra. Cada segmento de reta deste caminho terá seu custo e velocidade calculados, a explicação sobre o cálculo da velocidade e caminho ótimo será realizada no Capítulo 5.4. O custo de lavra calculado através da equação 5.25 é referente a tonelada de minério, pois será construído um acesso da entrada da planta de beneficiamento até o bloco a ser lavrado. Caso a relação entre a quantidade de estéril e minério for de 1 bloco de estéril para lavar 1 bloco de minério o custo de lavra do bloco será dobrado, pois para lavar cada tonelada de minério será necessário transportar também uma tonelada de estéril.

Tabela 5-I – Parâmetros Utilizados

Parâmetros	Valor
Preço Diesel (\$/L)	1
Resistência ao Rolamento (%)	3%
Inclinação (%)	Por Segmento de trecho do transporte
Custo de Manutenção (Fator)	1,06
Custo do Operador (\$/h)	138,60
Velocidade Limite no Plano (km/h)	50
Velocidade Limite em Rampa (km/h)	30

Tabela 5-II - Estimativas Adotadas

Estimativas	Valor
Distância Carregado/Descarregado (km)	Por Segmento de trecho do transporte
Trecho em Rampa	Por Segmento de trecho do transporte
Velocidade	Por Segmento de trecho do transporte
Disponibilidade (%)	90%
Utilização (%)	85%

Fator de Eficiência (%)	83%
Eficiência de Retardo (%)	135%
Eficiência de Transmissão (%)	80%

Tabela 5-III - Tempo de Carregamento

Tempo	Valor
Descarga (min)*	Distribuição Triangular com Média 2.0
Fila e Manobra (min)	Simulado por frente de lavra
Carregamento (min)*	Distribuição LogNormal com Média 2.0
Total (min)	Simulado por frente de lavra

* Comportamento da população foi escolhido com base nas sugestões de Tulcanaza(TULCANAZA, 2015b).

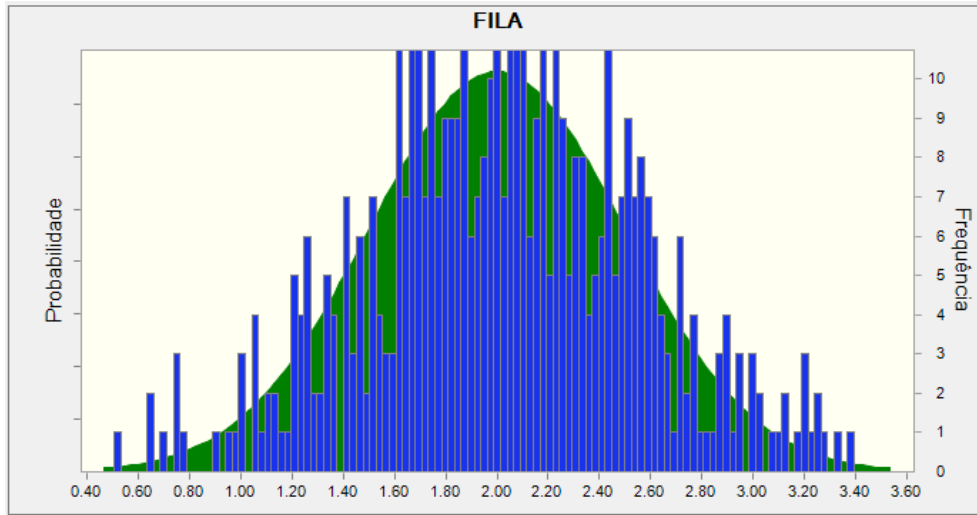


Figura 5-6 - Simulação de Fila

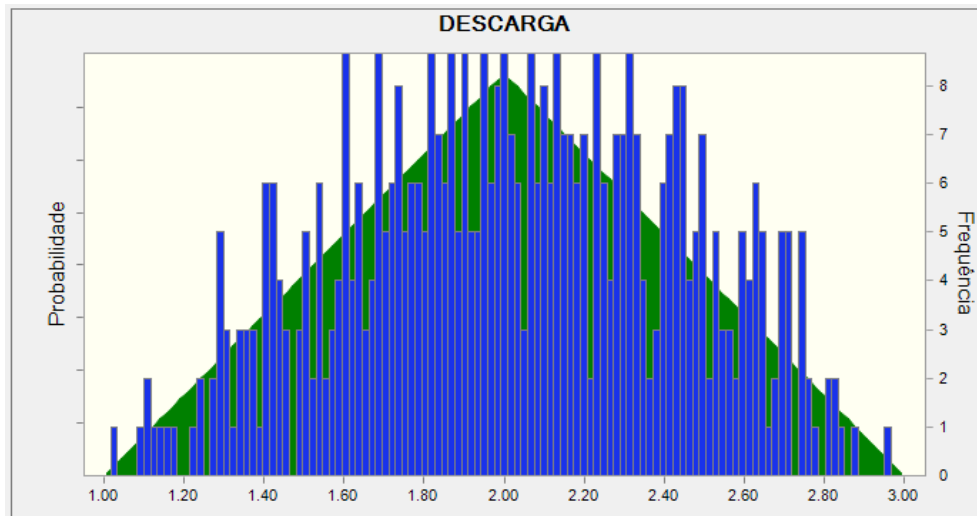


Figura 5-7 - Distribuição das Simulações de Descarga

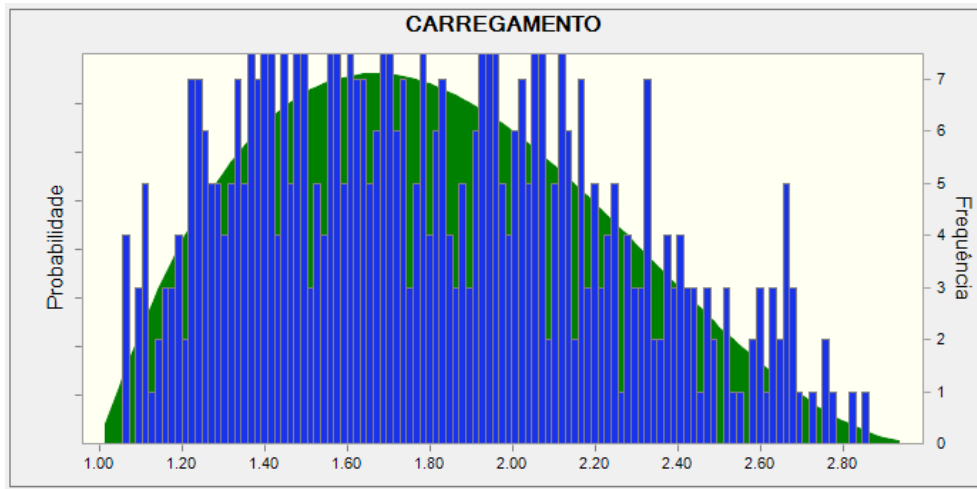


Figura 5-8 - Tempo das Simulações de Carregamento

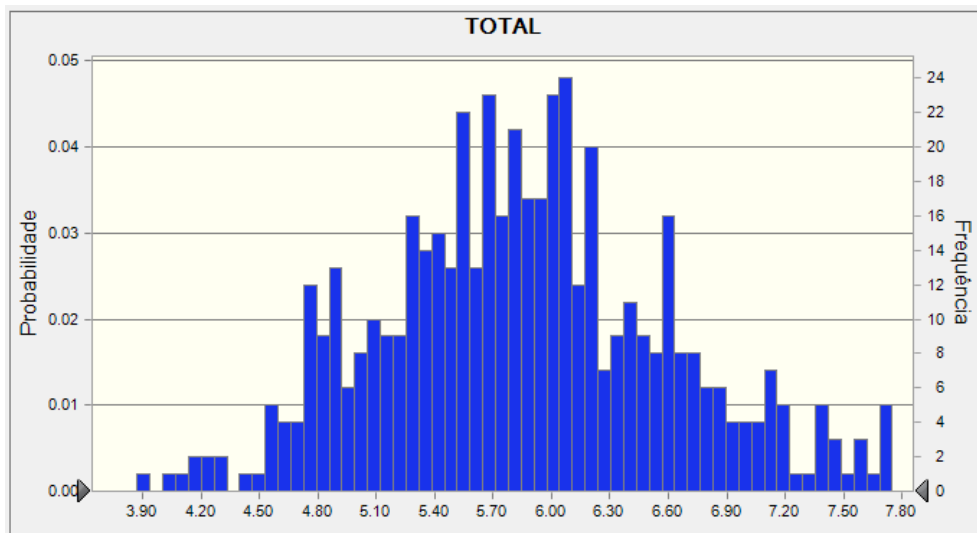


Figura 5-9 - Simulação do Tempo Total de Transporte

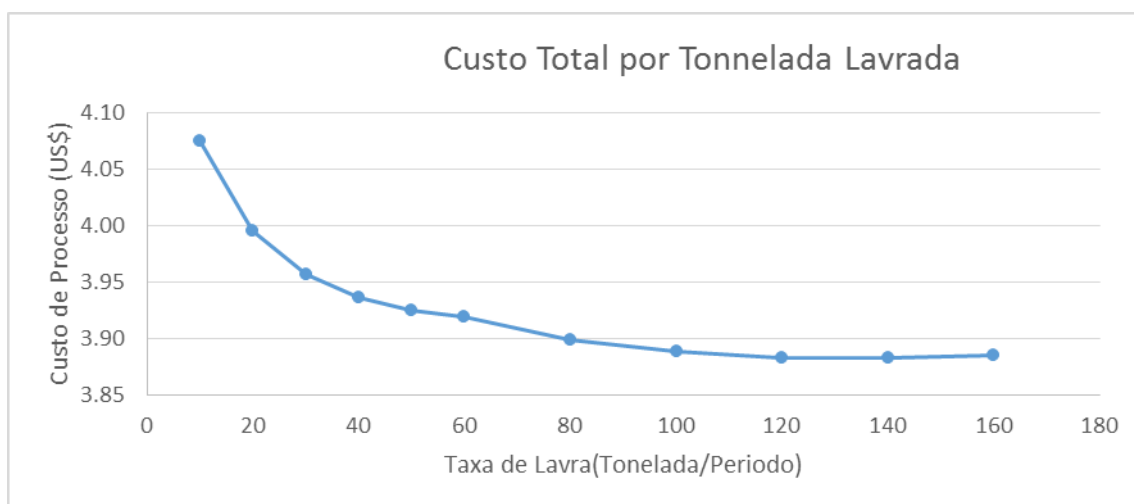


Figura 5-10 - Custo de Lavra

5.2. SIMULAÇÃO DE PREÇOS

As equações 5.2 e 5.6 utilizam o valor do minério para determinar a utilidade. O preço do minério e a utilidade possuem valor diretamente proporcional, se o preço aumentar a utilidade também aumenta. A simulação de preços realizada neste trabalho influenciará a taxa de produção prevista para os períodos seguintes. O minério de ouro é melhor modelado pelo Movimento Browniano Geométrico devido à capacidade de replicar a volatilidade e tendência observada na janela de análise (RAHMANPOUR; OSANLOO, 2016). A volatilidade confere uma grande quantidade de caminhos erráticos com probabilidade equivalente segundo Cortez (2017) (TAPIA CORTEZ et al., 2017).

S_t = Solução Simulada; μ = Volatilidade; σ = deriva; W_t = Variável de Wiener

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t \quad (5.30)$$

Para determinação da deriva e volatilidade foram analisados os preços de minério de ouro entre Dezembro de 2015 e Dezembro de 2017 obtido no Instituto Index Mundi. Para deriva foi utilizado o valor de 2% e volatilidade 5%, como base o valor inicial foi de 1200 US\$/oz no tempo zero. O valor positivo 2% de deriva significa que a tendência da média dos preços simulados existe uma leve tendência de decrescimento dos preços no longo prazo. A volatilidade de 5% expressa a tendência de volatilidade em torno da média, quanto maior a volatilidade maior a possibilidade de cenários dispersos. Rahmanpour e Osanloo (2015) não

recomendam que a simulação seja extrapolada por longos períodos. Neste trabalho o horizonte do empreendimento será de aproximadamente 15 anos, entretanto neste capítulo será mostrado resultado para os 10 primeiros anos para melhor detalhamento do gráfico. No capítulo 5.5 será apresentado os resultados para 15 anos.

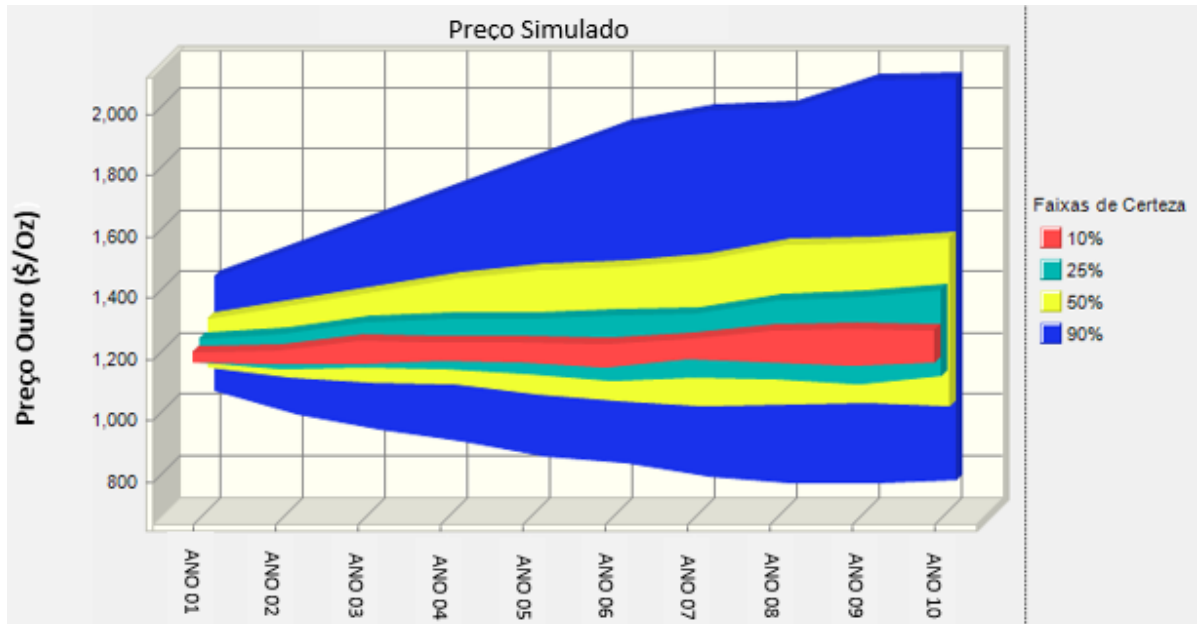


Figura 5-11 - Simulação de Preços

5.3. PRODUÇÃO OTIMIZADA

5.3.1. PRODUÇÃO INDIVIDUAL OTIMIZADA

Para determinar a taxa ótima de produção as utilidades que representam os benefícios operacionais das atividades de beneficiamento e lavra (apresentadas nas equações 5.8 e 5.16) serão somadas. Os custos de beneficiamento e lavra estão relacionados à taxa de produção, porém é importante lembrar que a recuperação metalúrgica foi correlacionada com a taxa de produção de acordo com o trabalho de Rendu (2008). A equação 5.31 representa a formulação a ser otimizada para determinação da taxa ótima de produção.

$$U(T_{c+}) = Q_{c+} \cdot r(T_{c+}) \cdot a/c \cdot V - T_{c+} \cdot P_0(T_{c+}) - T_{c+} \cdot P_{m0}(T_{c+}) \quad (5.31)$$

Neste tópico será exemplificado o mecanismo para determinar a taxa ótima considerando preço de venda de 1200 \$/Oz aplicado a equação 5.6. A Figura 5-12 mostra o lucro para as diferentes taxas de produção, onde pode ser observado que o maior lucro está na região entre 20 e 40 milhões de toneladas. O ponto ótimo de produção pode ser determinado através da

curva de lucro que está demonstrado na Figura 5-12. Para determinar o lucro máximo deve ser determinado o ponto em que a primeira derivada é nula. Para o cenário apresentado abaixo a resolução da equação 5.32 mostra que o ponto ótimo corresponde a produção de 26.8 Mt.

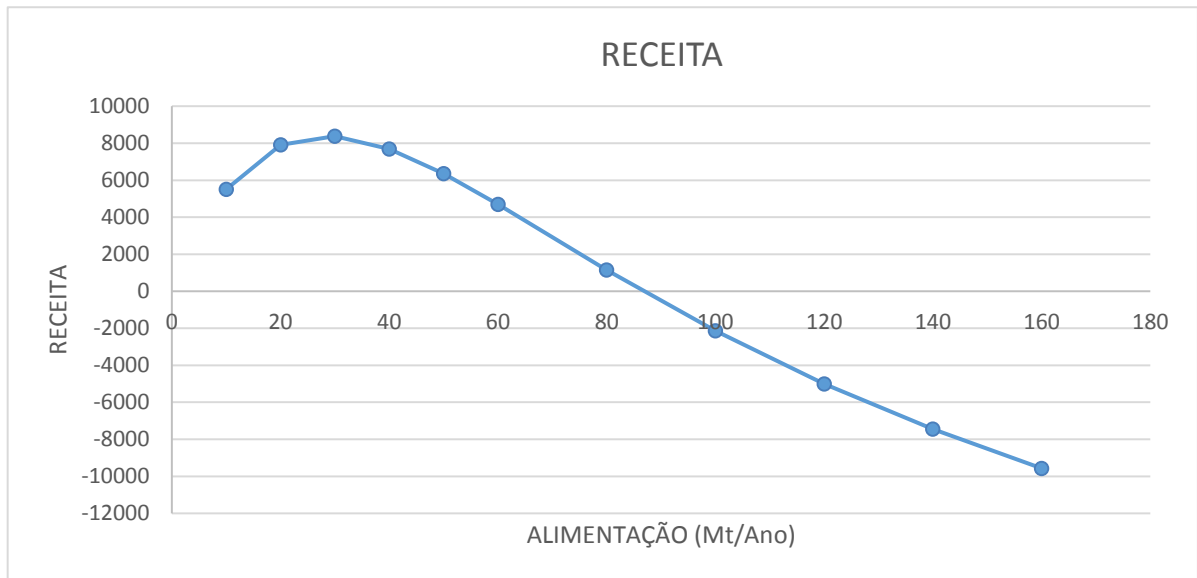


Figura 5-12 - Receita baseada no Preço de Venda de 1200\$/Oz

$$\frac{dU(T_{c+})}{dT_{c+}} = 0; T_{c+} = 26,8 \text{ Mt} \quad (5.32)$$

O item 5.3.2 exhibe a determinação de diversos cenários de preços simulados que aplicados à formulação desenvolvida mudam o valor da utilidade de modo a deslocar o ponto ótimo. Caso o preço do minério aumente, a utilidade tende a aumentar (HILDENBRAND, 2014). O próximo tópico irá calcular a solução ótima considerando os 500 cenários de preço simulado para os 10 períodos, deste modo teremos uma solução probabilística de acordo com os preços simulados.

5.3.2. PRODUÇÃO ÓTIMA SIMULADA

Os conceitos presentes no tópico 5.3.1 serão extrapolados para os cenários de preço simulados. A solução determinada na equação 4.22 é baseada em valor determinístico, porém é sabido que o valor de utilidade é fortemente influenciado pelo preço do minério e metal contido (LEITE; DIMITRAKOPOULOS, 2009).

A função de utilidade representada pela equação 4.21 também foi utilizada para otimização dos cenários baseados em preços simulados. Para cada ano de produção foram geradas 500 taxas otimizadas, a Figura 6 representa a distribuição probabilística das taxas.

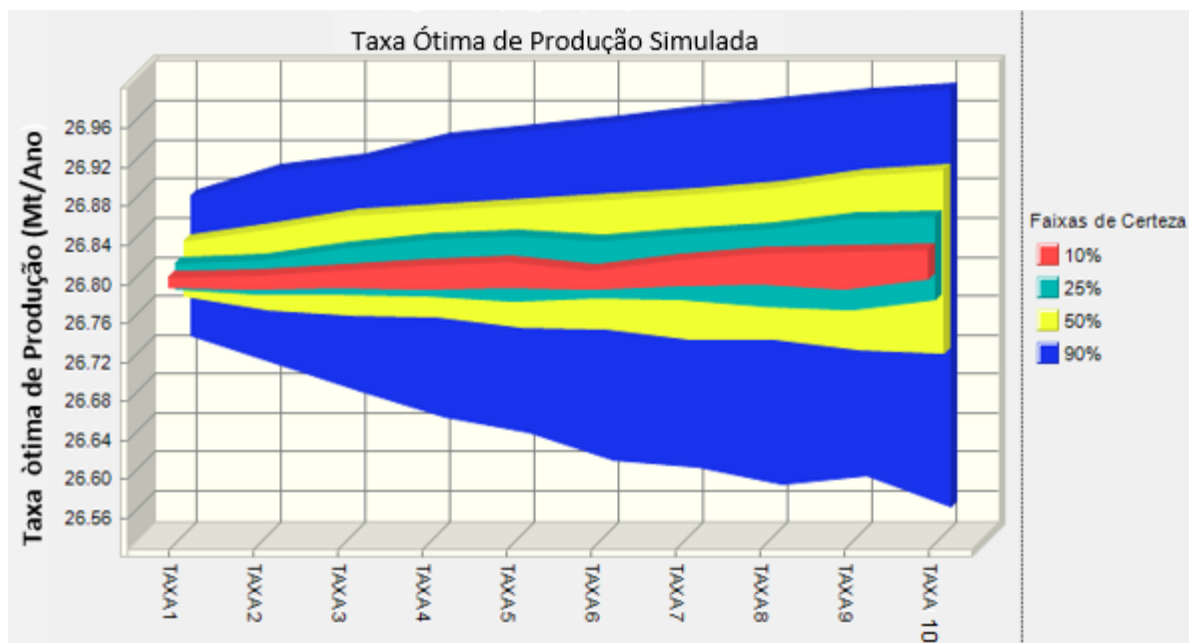


Figura 5-13 – Distribuição probabilística da taxa ótima de produção simulada

5.3.3. PREÇO DE VENDA E R.E.M VS TAXA OTIMIZADA

Após apresentar o cálculo sobre as taxas ótimas de produção baseada em simulação, é importante analisar o comportamento da formulação em um cenário de análise de sensibilidade. A Figura 5-14 demonstra que o crescimento da taxa de produção não é limitado na parte superior. Aparentemente o aumento de preço de venda irá aumentar indefinidamente a taxa de produção, assim como esperado teoricamente. O comportamento apresentado é semelhante a uma curva logarítmica em que preços muito elevados apresentam uma taxa de aumento da taxa ótima de produção cada vez menos vigoroso.

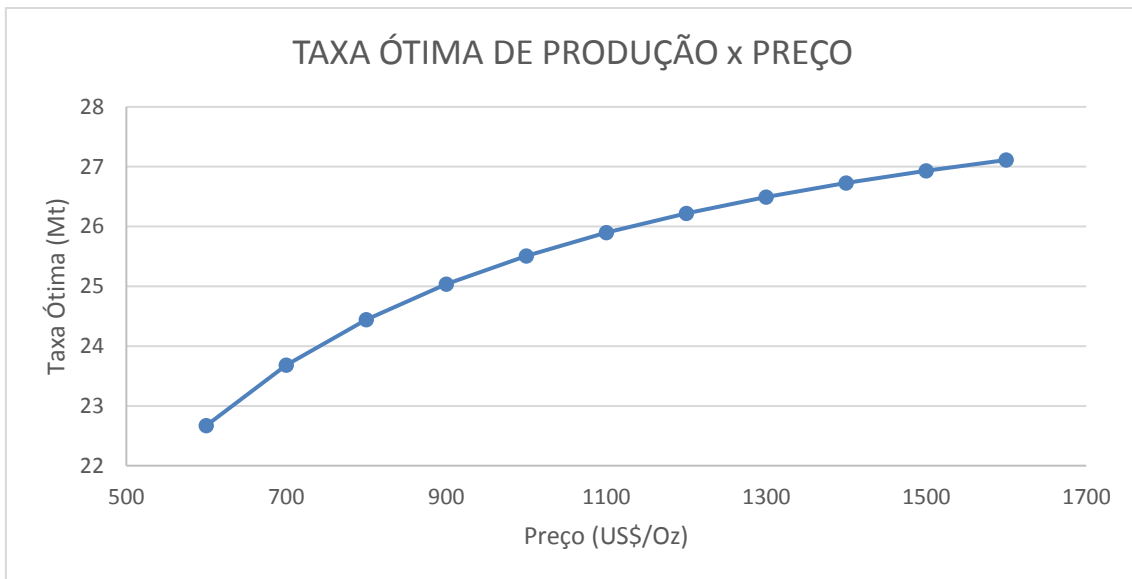


Figura 5-14 - Análise de Sensibilidade da Produção por Preço de Venda

Podemos observar na **Figura 5-15** que o comportamento da taxa ótima de produção à medida que é variado a relação entre minério e estéril (R.E.M) é o inverso ao ocorrido com o preço. Pois o aumento da R.E.M provoca uma diminuição da taxa de produção devido ao aumento de custo da operação de lavra.

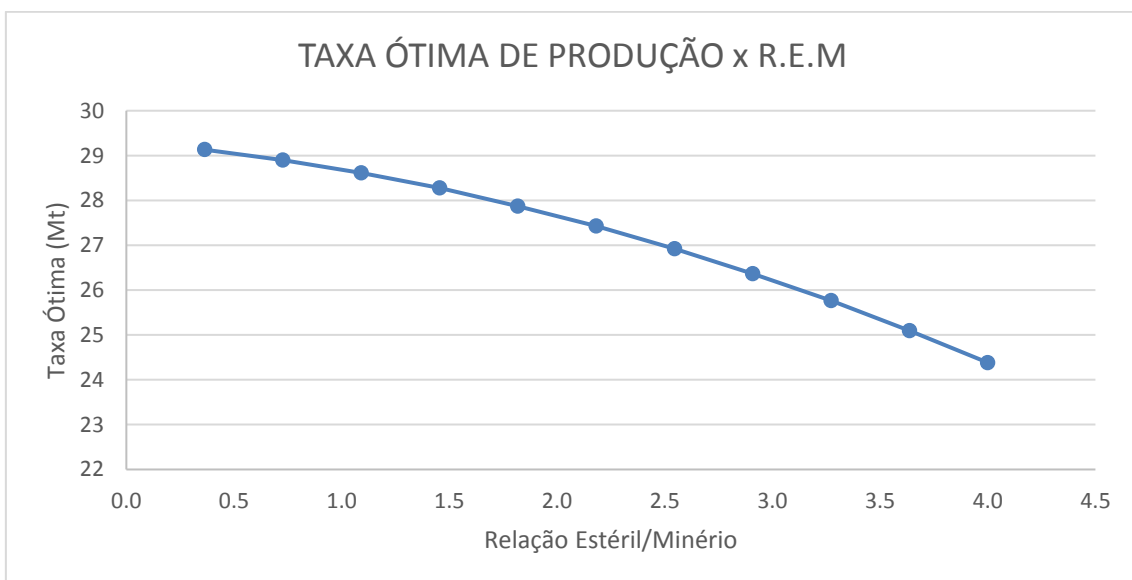


Figura 5-15 – Análise de Sensibilidade da Produção por Relação Estéril/Minério

Para comparar a sensibilidade das variáveis preço de venda e relação estéril/minério foi utilizado o gráfico de tornado representado na Figura 5-16. Neste gráfico é possível perceber que a utilidade marginal é muito mais influenciada pelo preço de venda do que pela relação

entre estéril e minério. Desta forma podemos concluir que para o planejamento de lavra de longo prazo o preço da *commodity* é muito mais impactante do que a condição geológica determinada pela relação entre minério e estéril.

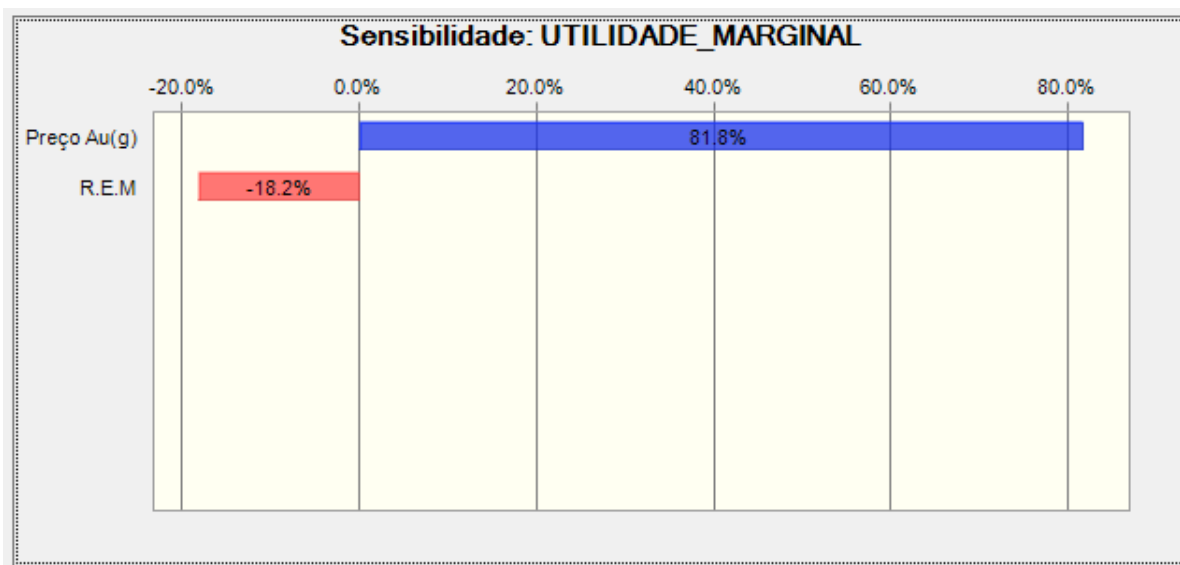


Figura 5-16 - Gráfico de Tornado Utilidade Marginal

O conceito de elasticidade abordado na equação 5.2 pode ter seu uso estendido para análise da **Figura 5-15** e Figura 5-14, é possível concluir que a elasticidade não é constante para toda curva, conforme o previsto teoricamente por Tulcanaza (2015). Importante considerar que o preço simulado não pode ser menor que o “Break Even”, pois podem ser gerados cenários simulados não correspondentes a realidade (Neary, 2001). O preço determinístico de 1200 \$/Oz utilizado inicialmente para determinar a taxa de produção, ao ser analisado considerando-se as probabilidades descritas no item 5.3.2, indicaria a probabilidade deste cenário ocorrer. Inicialmente para a taxa de produção de 26.80 Mt a confiabilidade é de até 10% no primeiro ano e aumenta para a faixa de 25% no último período.

A correlação entre preço e produção demonstra a necessidade de grande atenção a simulação dos preços (FRANCO-SEPULVEDA; CAMPUZANO; PINEDA, 2017), pois uma simulação realizada com poucos critérios pode conduzir a um cenário de aumento ou diminuição da produção de modo equivocado. A análise das variáveis de deriva e volatilidade devem obedecer às necessidades de cada minério (RAHMANPOUR; OSANLOO, 2016).

As estimativas de custo de lavra e beneficiamento mostraram capacidade de representar a economia de escala esperada para taxas de produção maiores. A relação entre as quantidades de estéril e minério utilizadas na simulação podem ser avaliadas na Figura 5-17. A simulação

utilizada utilizou a população normal devido a distribuição dos teores do modelo de blocos utilizado obedecer esta mesma distribuição. Caso o depósito possua uma distribuição específica deve ser ajustado a distribuição utilizada para simular.

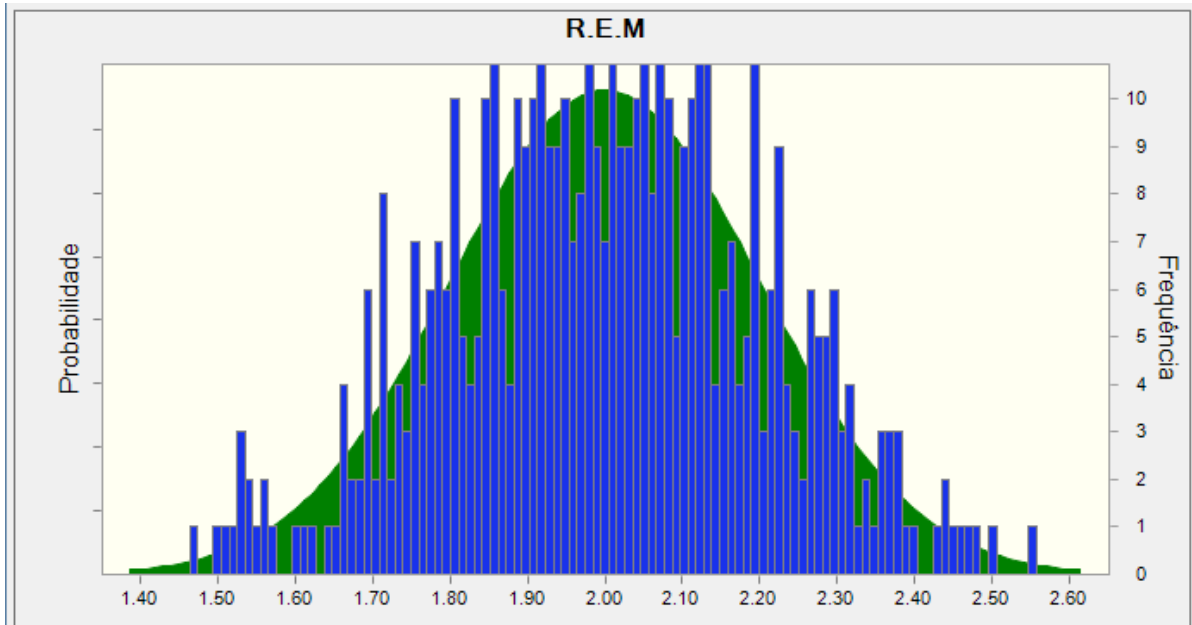


Figura 5-17 - R.E.M Simuladas

5.4. ROTAS DE TRANSPORTE OTIMIZADAS

5.4.1. CÁLCULO DA VELOCIDADE

Neste trabalho o significado de custo é diferente do aplicado no cotidiano das aplicações industriais, pois não é um valor financeiro devido. O custo significa a penalidade entre os nós da rede de grafos construída, o que por associação significa o valor entre os nós da linha que compõe o caminho percorrido pelo equipamento. Conforme descrito no item 4.15, o algoritmo proposto por Dijkstra encontra o caminho de menor custo entre dois pontos em uma rede de grafos. Neste trabalho foram comparados os resultados de duas redes de grafos com custos diferentes: custo baseado em distância euclidiana e custo baseado em tempo de transporte. A distância euclidiana é calculada utilizando as coordenadas dos nós que compõem o segmento. Para calcular o tempo de transporte é necessário utilizar as condições de movimento para corpos pontuais, apesar da metodologia ser uma simplificação da mecânica dos corpos apresenta boa confiabilidade. Para cada segmento é possível determinar a velocidade para o trecho seguindo os ábacos do fabricante de caminhão, os quais neste trabalho foram retirados da Caterpillar. Para o trabalho foram adotadas as premissas presentes na Tabela 5-IV, e as

equações de 5.33 até 5.36 para determinação da resistência total baseiam-se no trabalho de Ricardo (RICARDO, 2007).

Tabela 5-IV - Parâmetros de Movimento

Parâmetro	Valor	Unidade
Caminhão	769D Caterpillar	Unidade
Peso Bruto + Carga (P)	71400	Kg
Coefficiente de Rolamento (K)	30	Kg/t
Inclinação (i)	Função do Trecho de Transporte	%
Velocidade (ΔV)	Ábaco Caterpillar	Km/h

Resistência ao Rolamento:

$$R_r = K.P \quad (5.33)$$

Resistência de Rampa:

$$R_{rr} = \pm 10.P.i \quad (5.34)$$

Resistência de Inércia:

$$R_t = \pm 28,3.P.\Delta V/t \quad (5.35)$$

Resistência Total:

$$\Sigma R = R_r + R_{rr} + R_t \quad (5.36)$$

Para aplicação da resistência total foi utilizada a curva característica do equipamento 769D, de acordo com o manual do fabricante do equipamento. Como este manual não apresenta uma função matemática explícita capaz de representar a curva, foi necessário determinar a função matemática para utilizar no programa desenvolvido. Para determinação da curva presente na Figura 5-18 foi utilizado o método chamado de soma de senos, e o resultado pode ser observado na curva representada de azul.

O ajuste resultou em uma curva composta por 3 frações, pois foi determinado por um sistema de soma de senos de grau 3. A equação 5.37 apresenta a Resistência Total em função da velocidade (X).

$$F(x) = a_1*\sin(b_1*x) + a_2*\sin(b_2*x) + a_3*\sin(b_3*x) \quad (5.37)$$

$$a_1=214,8$$

$$b_1=0,007246$$

$$c_1=2,786$$

$$a_2=44,19$$

$$b_2=0,04337$$

$$c_2=4,235$$

$$a_3=4,384$$

$$b_3=0,1142$$

$$c_3=4,17$$

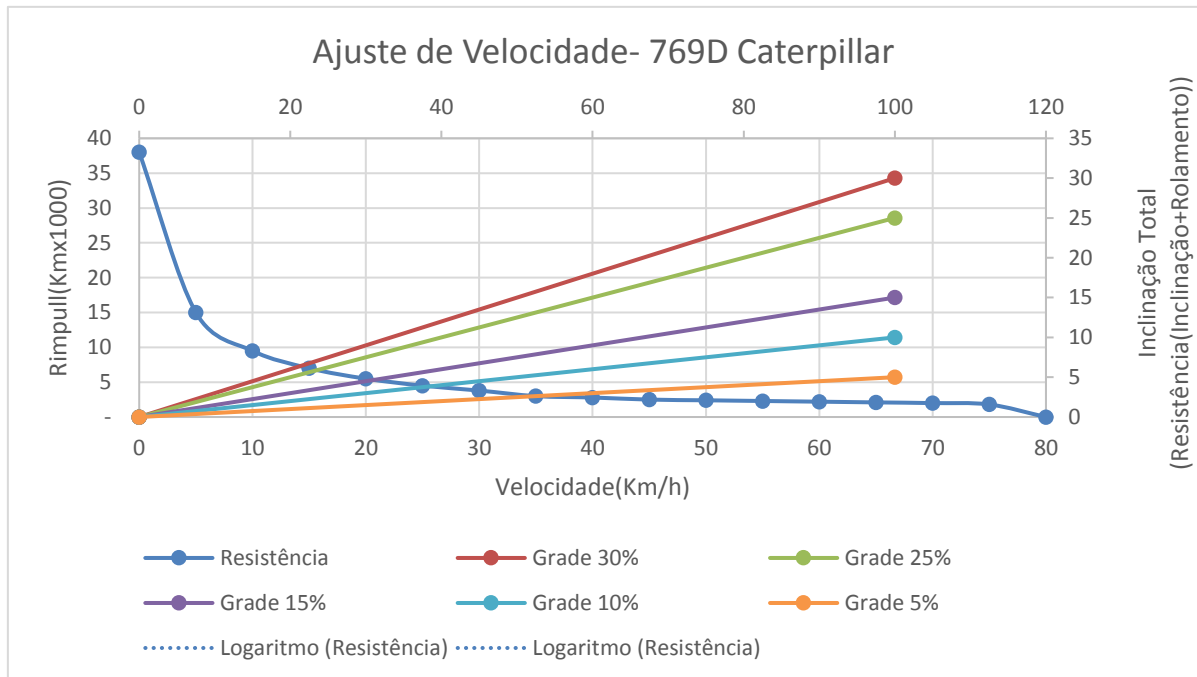


Figura 5-18 - Ajuste por Soma de Seno

Entretanto a equação 5.37 não apresenta uma relação direta entre grade, inclinação e velocidade do equipamento de transporte. Os pontos de encontro da curva característica do motor com as diferentes inclinações da pista, exibidos na Figura 5-18 e Figura 5-19, possibilitam determinar a velocidade do equipamento de acordo com a inclinação. Utilizando essas intercessões foi possível determinar os pontos de intercessão mostrados na Figura 5-19, para modelar o comportamento a regressão foi aplicada da inclinação de 0% até 30%.

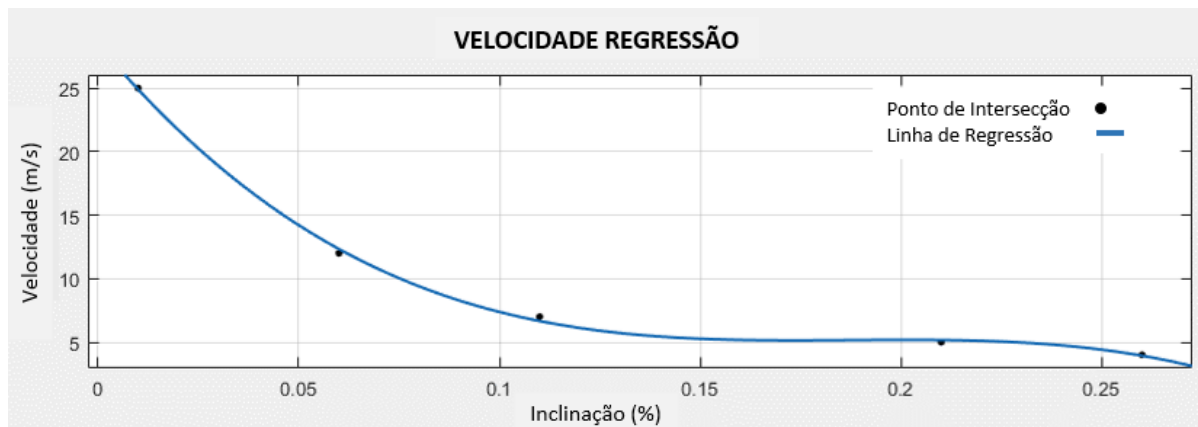


Figura 5-19 - Regressão das Velocidades Baseado no Caminhão 769D Carregado (Fonte: Autor)

Para representação da curva de regressão da Figura 5-19 foi utilizado um polinômio de grau 3, qual é capaz de determinar a velocidade (V) do equipamento no segmento com base na inclinação (G) do trecho entre 2 nós da rede de grafos. A equação 4.28 determina a velocidade do equipamento analisado caso esteja carregado com 100% da capacidade, caso o sistema de carregamento varie significativamente o carregamento no equipamento a equação não representará a operação nesses casos.

$$V(i) = -3608i^3 + 2028i^2 - 377.7i + 28.48 \quad (4.28)$$

5.4.2. CLUSTERIZAÇÃO

A clusterização ou técnica de agrupamento objetiva separar o modelo de blocos em regiões separadas com a máxima distância entre si, para que seja utilizado pelo algoritmo de construção de rotas otimizadas cujo a base teórica foi explicada no Capítulo 4.15 e os resultados estão apresentados no Capítulo 5.4. A Figura 5-20 é um exemplo do trabalho que será desenvolvido com os agrupamentos, os agrupamentos servirão de base para construção dos acessos entre as frentes de lavra estimados e a usina de beneficiamento.

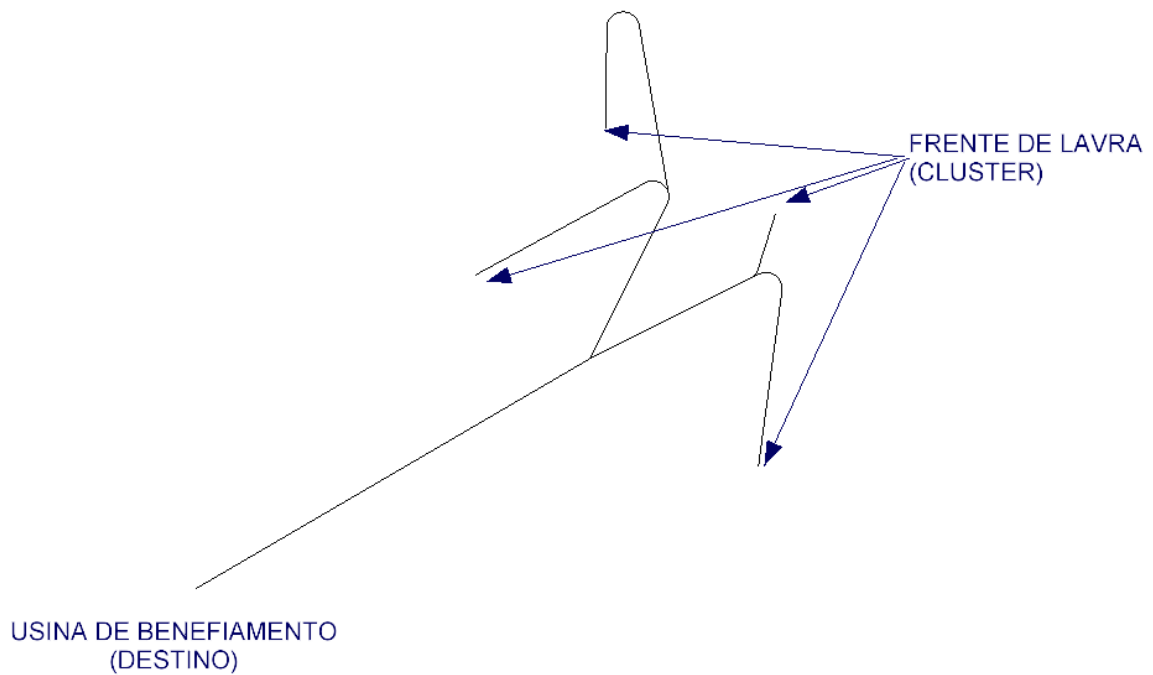


Figura 5-20 - Utilização dos Clusters para estimar frente de lavra, vista de topo .

A técnica de agrupamento foi uma estratégia adotada para estimar o agrupamento de blocos capaz de compor matematicamente possíveis regiões que poderiam compor as frentes de lavra. Interessante ressaltar que temos 2 situações principais em que teríamos formação de frente de lavra: Pré-Cava Final e Sequenciamento, Pós Cava Final e Sequenciamento. Inicialmente foi utilizado o centroide de cada bloco como frente de lavra, como se fosse possível construir uma rampa específica para lavar cada bloco. Notório perceber na Figura 5-20 que as rampas compõem frentes de lavra, que são agrupamentos de blocos que possuem semelhante bancada de acesso. Caso seja considerado a opção de um acesso para cada bloco o custo de desenvolvimento seria inviável, gerando um custo não suportável para o empreendimento. A Figura 5-21 mostra que a opção de construir o acesso para cada bloco apresenta baixa convergência entre os acessos. O algoritmo de construção de acessos constrói o caminho de menor custo entre a usina e o ponto de partida, pequenas mudanças na posição conduzem a mudanças significativas no trecho percorrido.

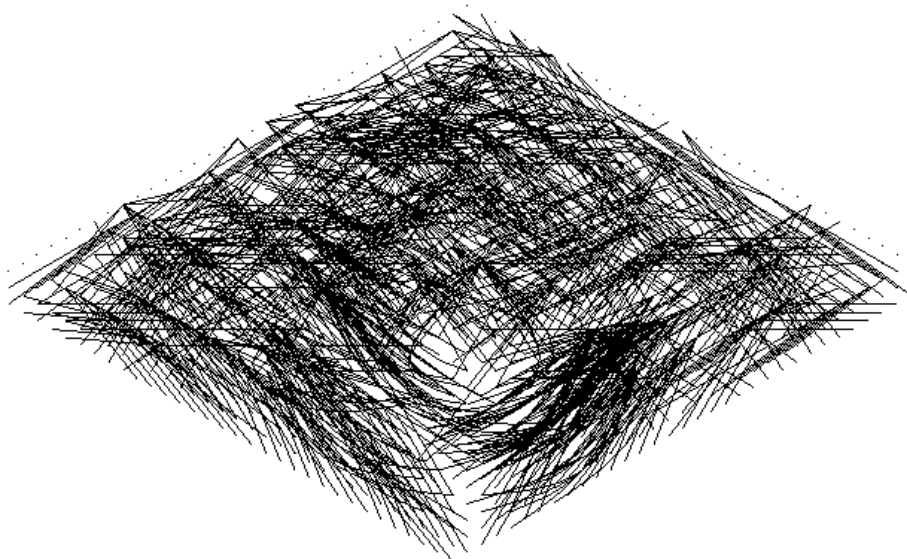


Figura 5-21 - Acessos para cada bloco, não suavizado .

Devido à baixa operacionalidade do resultado demonstrado pela metodologia de construção de acesso para cada bloco, foi adotado a estratégia de agrupamento em frentes de lavra. O primeiro passo para agrupar as frentes de lavra foi utilizar o teor de corte da usina quando não há sequenciamento de lavra ou cava final estabelecido para evitar que seja considerado blocos de regiões que não sejam candidatos a entrar na cava final. A Figura 5-22 apresenta os pontos de agrupamento resultantes do sistema de clusterização hierárquica marcados pelos pontos pretos. Estes pontos serão utilizados como base para estimar regiões em que serão construídos acessos para lavar os blocos. Importante ressaltar que esta metodologia é um método para estimar as regiões em que podem ser localizados as frentes de lavra para que possam ser determinados os acessos e conseqüentemente o custo de lavra do bloco seja determinado com maior assertividade. No Capítulo 4.14 foi citado a dificuldade de determinar matematicamente a quantidade de clusters em algoritmos de clusterização, normalmente deve ser uma decisão baseada no problema modelado pelo algoritmo. No presente caso foram escolhidas 8 frentes de lavras principais, pois estamos dividindo o corpo geológico em 8 regiões igualmente distribuídas devido ao corpo geológico possuir distribuição regular no espaço, Figura 5-23.

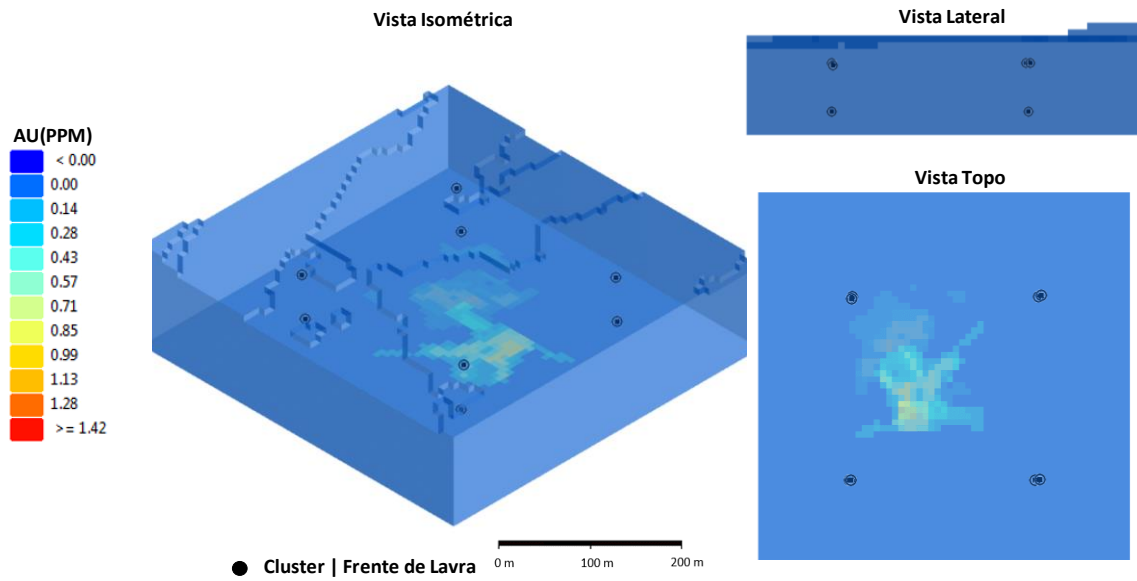


Figura 5-22 - Modelo Marvin e Clusters

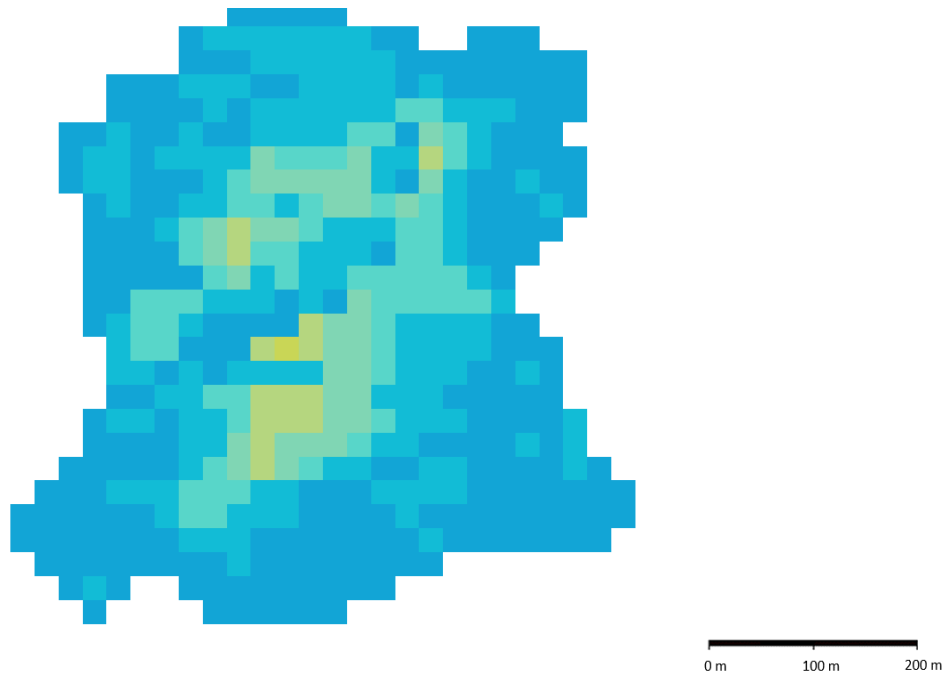


Figura 5-23 - Marvin Mineralização

5.4.3. DETERMINAÇÃO DE ROTA ENTRE DOIS PONTOS

O algoritmo de Dijkstra foi a ferramenta matemática adotada para construção do acesso que conduz da frente de lavra até a usina de beneficiamento. A coordenada da usina de beneficiamento é a única posição constante do sistema, pois os blocos a serem lavrados ou

clusters variam. Uma análise mais atenta do algoritmo de Dijkstra indica a necessidade de que seja fornecido os pontos que compõem os segmentos de retas para que o algoritmo construa os acessos. O algoritmo é responsável por indicar quais pontos devem ser conectados para construção do acesso de lavra. Como suporte para fornecimento dos nós que constituem os acessos foram utilizados os centroides dos modelos de blocos, na Figura 5-24 é possível identificar os centroides dos blocos utilizados para construção dos acessos.

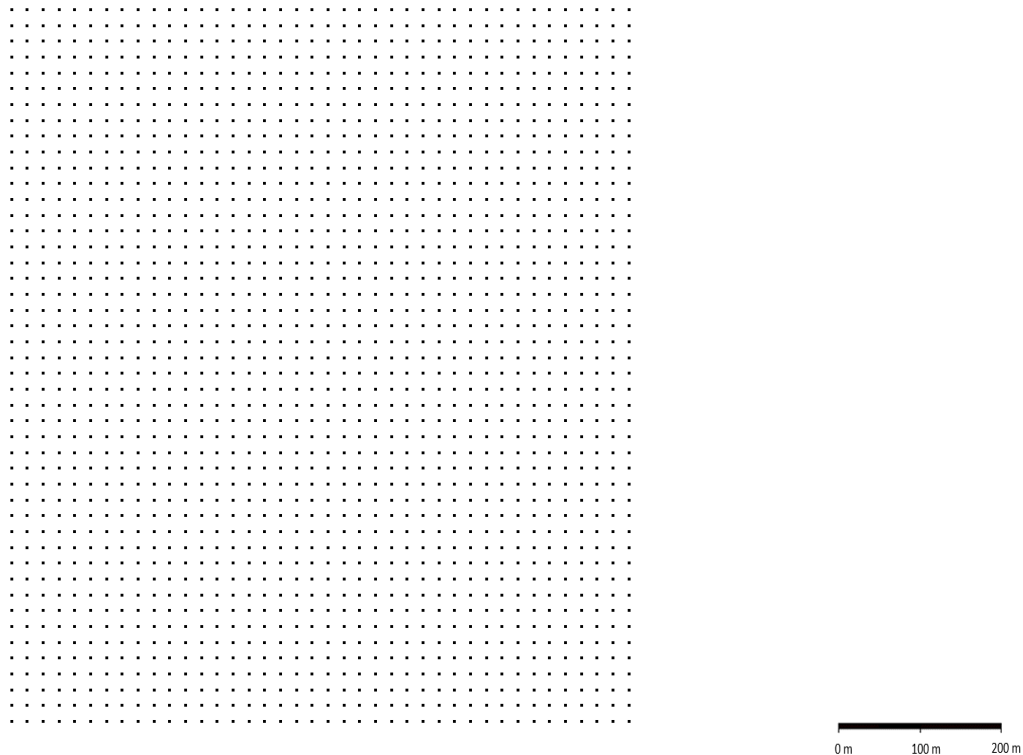


Figura 5-24 - Centroide dos Blocos do Modelo Marvin

O processo de seleção sobre quais dois nós serão conectados para construção do acesso leva em conta o custo para o segmento. O termo custo pode ser representado pelo tempo necessário para percorrer o trecho, distância, consumo de diesel, gasto financeiro.

Para esse estudo foram comparadas duas variáveis: Distância Euclidiana e Tempo de Ciclo. Foi analisado o comportamento dessas duas variáveis considerando a possibilidade de construir uma rota exclusiva para cada bloco para que tivesse uma quantidade massiva de dados para analisar o comportamento dessas duas variáveis. Pois as estimativas de custo de lavra normalmente baseiam-se em distância, entretanto acreditamos que pode ser prejudicial

adotar esta estratégia para segmentos mais íngremes. Foram testados os cenários na Tabela 5-V para comparar os diferentes efeitos destas variáveis.

Tabela 5-V - Cenários Analisados

Cenário	Propriedade
1	Custo Baseado em Distância, inclinação 9%
2	Custo Baseado em Distância, inclinação 10%
3	Custo Baseado em Distância, inclinação 11%
4	Custo Baseado em Tempo, inclinação 9%
5	Custo Baseado em Tempo, inclinação 10%
6	Custo Baseado em Tempo, inclinação 11%

5.4.4. IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORÍTMO DE DJISKTRA

A implementação baseada no Algoritmo de Dijkstra foi implementada em uma rotina em Python utilizando a biblioteca grátis “Networkx”. Para utilização desta biblioteca é necessário fornecer uma rede de grafos direcionados, conforme explicado no Capítulo 4.15. Para construção desta rede de grafos é necessário a construção de uma matriz de vizinhança, essa matriz é responsável por indicar quais nós são vizinhos entre si. Para determinar a vizinhança pode ser utilizado um sistema de varredura espacial, para cada ponto da nuvem de nos é localizado os pontos mais próximos do objeto analisado. Inicialmente ocorre a leitura do modelo de blocos em (1) para fornecer as coordenadas dos pontos analisados. Os pontos analisados irão receber a determinação dos vizinhos mais próximos (2), nesta etapa são calculados os 100 vizinhos mais próximos a uma distância de 200 metros em todas as direções. Entretanto neste sistema não são todos os vizinhos que são operacionalmente viáveis, pois devem ser eliminados os vizinhos com inclinação inadequados e raio de curvatura (3). Após a eliminação dos vizinhos inadequados a matriz vizinhança com vizinhos operacionalmente adequados é determinada (4). O mecanismo de cálculo do caminho de Dijkstra se realizado sequencialmente é extremamente demorado, a biblioteca “joblib” fornece instrumentos para paralelizar o processo de cálculo (6). Para este trabalho o processo de paralelização utilizou 15 processos paralelizados por iteração.

- (1) **SEJA:** Leitura dos Dados do Modelo de Blocos;
 - (2) **SEJA:** Varrer o modelo para determinar a matriz vizinhança;
 - (3) **REPITA:** Selecionar somente os vizinhos que atendam às restrições de grade e curvatura.
 - (4) SE: Grade e Curvatura adequados, Matriz Vizinhança Ajustada \leftarrow Matriz Vizinhança
 - (5) **REPITA:** Determinar os caminhos dos blocos até a Usina ou Descarga;
 - (6) **PARALELIZADO:** Cálculo do Caminho de Dijkstra;
 - (7) **SEJA:** Caminho \leftarrow Custo (Caminho de Dijkstra para o destino)
-

O resultado do presente algoritmo pode ser observado na Figura 5-21, em que é possível perceber que para cada bloco existe uma linha representando o acesso desde o ponto de descarga, comum a todos os acessos, até o bloco de origem.

5.4.5. RELAÇÃO ENTRE CÁLCULO POR DISTÂNCIA VS VELOCIDADE

O algoritmo desenvolvido determina o caminho de menor custo baseado na teoria de Dijkstra para o tempo e distância para todos os blocos no modelo Marvin. É importante ressaltar que os valores analisados correspondem ao movimento do caminhão carregado em direção à usina de beneficiamento. Para validar o algoritmo proposto foram construídos cenários com 9%, 10% e 11% de inclinação máxima do acesso. Importante ponderar que a inclinação é limitada o valor máximo permitido, não significa que todos os acessos irão possuir a inclinação limite, existem segmentos com inclinação de 0% até o limite proposto em cada cenário.

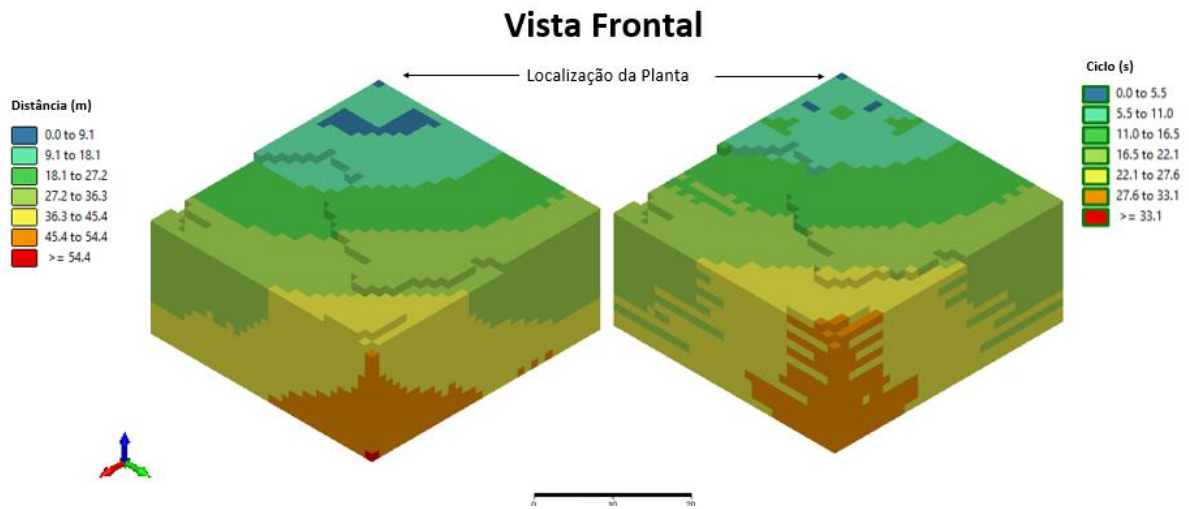


Figura 5-25 - Modelo de Blocos Resultado de Distância e Inclinação 11% (Fonte: Autor).

O modelo de blocos a direita apresenta o cenário de 11% de inclinação com a codificação de cores pelo tempo, podemos perceber que as distribuições de valores não são iguais. A mudança das variáveis de controle distância e tempo provoca a mudança do acesso, para cada variável de controle e restrição de inclinação e raio de curvatura teremos um novo caminho de custo mínimo diferente. Cada bloco do modelo será analisado separadamente, o algoritmo irá determinar o melhor caminho com objetivo de minimizar a variável de controle. A Figura 5-25 o resultado baseado na inclinação de 11%, a esquerda temos os blocos carimbados com a variável de controle distância com base no caminho ótimo determinado. Para validar os resultados podemos perceber no QQPlot apresentado na Figura 5-26 que a medida que a o

bloco afasta da usina a distância percorrida pela inclinação de 9% é maior, pois é necessário percorrer maior distância horizontal para superar uma mesma diferença de nível.

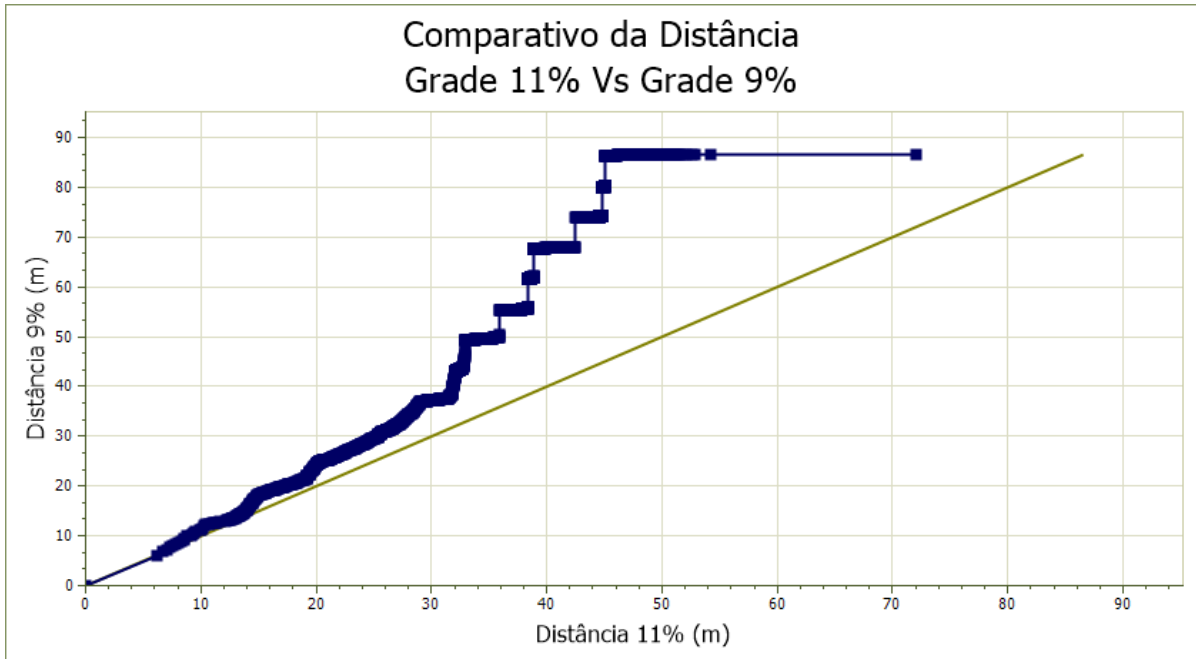


Figura 5-26 – QQPLOT: Comparativo de distância percorrida (Fonte: Autor).

Foram construídos histogramas para comparar a distribuição de resultado para os extremos de gradiente analisados, a Figura 5-27 representa a inclinação de 9% como máxima utilizada e a Figura 5-28 representa a inclinação de 11% como máxima utilizada. Podemos confirmar o resultado apresentado no QQPlot analisando os histogramas, pois é possível perceber que com a limitação do gradiente a 9% é preciso percorrer uma maior distância, tal fato também gera uma maior variabilidade de distribuição de distâncias.

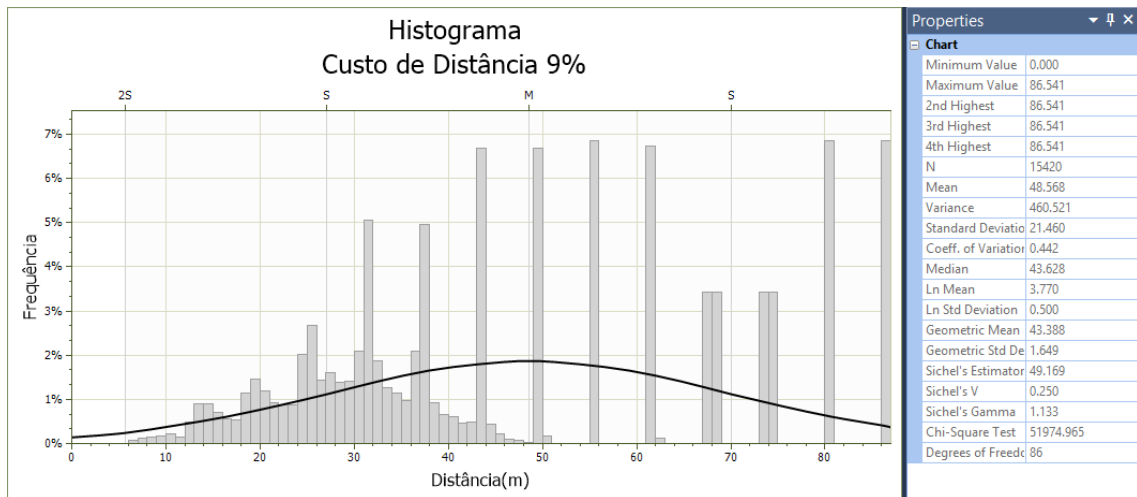


Figura 5-27 - Histograma das Distâncias percorridas limitados a 9% de inclinação

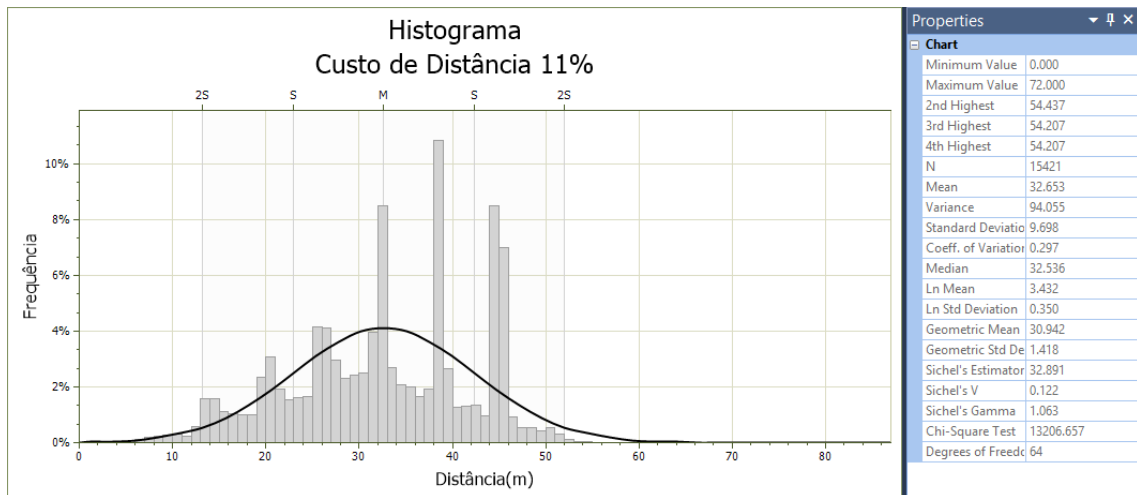


Figura 5-28 - Histograma das Distâncias percorridas limitados a 11% de inclinação

Para construção dos caminhos de custo mínimo foram utilizados como restrição as condições de movimento do equipamento, gradiente de inclinação de 9 até 11% e raio de curvatura de 6 metros. O raio de curvatura pode ser considerado adequado se observarmos que o modelo de blocos Marvin possui blocos de 1 metro de comprimento e largura, pois a largura do acesso será compatível com 6 blocos de distância. Naturalmente uma operação de lavra aprofunda o nível da praça de trabalho com o avanço do tempo. A Figura 5-29 apresenta no eixo x o Nível de Referência que representa a quantidade em metros que foi escavado (m) abaixo da topografia e os valores de distância e tempo encontrados para o nível de aprofundamento realizado. Podemos observar que a partir no nível 8 há um incremento do tempo e distância de transporte mais acentuado para a inclinação mais restritiva de 9%.

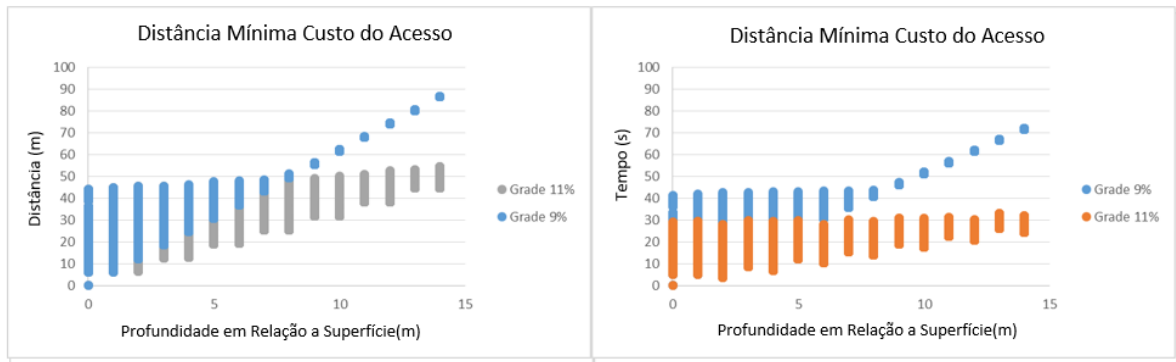


Figura 5-29 - Análise de Custo por Profundidade (Fonte: Autor)

A relação entre o comprimento do acesso e o tempo necessário para percorrer deve ser diretamente proporcional, entretanto entender como o tempo de ciclo é afetado pelo aumento da distância é de fundamental importância para dimensionar as operações de carregamento e transporte. A Figura 5-30 mostra que quanto menor a inclinação mais próxima da bissetriz está o tempo de transporte, assim como significa maior distância percorrida e maior velocidade. A maior velocidade não foi suficiente para garantir menor tempo de transporte, a maior inclinação gera menor distância efetiva percorrida que não foi suficiente para diminuição do tempo de ciclo. Segundo a Figura 5-30 há uma mudança de apenas 2% na inclinação aumentou de aproximadamente 62% a distância máxima de transporte de menor custo.

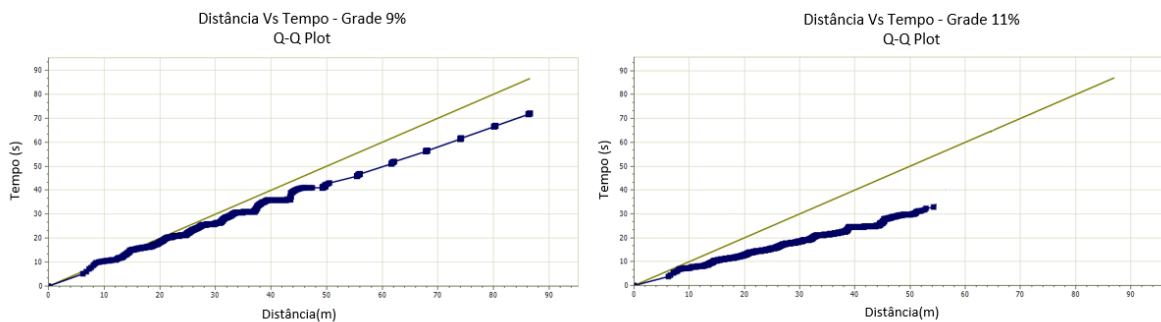


Figura 5-30 - Distância e Tempo de Transporte

O algoritmo de Dijkstra demonstrou ser uma interessante ferramenta para guiar a estimativa de custo de transporte, apresentando um resultado visualmente coerente quando utilizado em conjunto com a técnica de suavização das curvas. Devido à facilidade em inserir os dados em cada bloco, pode ser utilizado como uma ferramenta interessante para estimativa de custos em

cava final e sequenciamento de lavra, tornando tais metodologias mais flexíveis à detalhes específicos de cada bloco. As metodologias convencionais para estimar custo de lavra consideram distância euclidiana ou posição espacial como fator para penalização dos custos, porém este estudo demonstra que esta relação não é tão satisfatória à medida que a distância do ponto de carga aumenta.

Importante considerar que como o mecanismo proposto é baseado nos centroides dos blocos o modelo geológico pode influenciar negativamente a metodologia caso a dimensão dos blocos for grande demais, pois não será possível controlar o raio de curvatura do equipamento com qualidade. O modelo de blocos deve ser ajustado para que a dimensão dos blocos na altura seja compatível com a altura de bancada planejada e da mesma ordem de grandeza das inclinações analisadas. Neste estudo foi analisado o modelo de blocos de domínio público Marvin, as dimensões são de 1 metro em todas as direções do bloco. Esta dimensão de bloco facilita a análise em profundidade e permite um ajuste adequado do raio de curvatura.

A análise da Figura 5-29 permite identificar até qual nível de lavra o custo operacional sofre um aumento significativo. A distância e o tempo de transporte do nível 1 até 7 possui um aumento suave, após esta faixa ocorre um aumento significativo. Até o nível 7 a distância de transporte é menor do que 50 metros no nível 14 a distância subiu para quase 90 metros. Essa informação pode ser utilizada no planejamento e sequenciamento de cava que tenderá a lavar as regiões de maior benefício econômico primeiro, como o aumento de custo é uma variável importante para determinar o benefício o caminho de Dijkstra pode ser utilizado para identificar o melhor benefício econômico. A metodologia é capaz de determinar o crescimento do custo de movimento do equipamento de transporte de acordo com as condições operacionais e espaciais de cada empreendimento mineral, evitando a utilização de regras empíricas e custos fixos não reais.

A Figura 5-30 permite identificar uma relação linear entre a distância mínima e o tempo mínimo de transporte, entretanto não significa que todos empreendimentos irão apresentar o mesmo comportamento linear. Provavelmente em um modelo geológico com corpos com distância variável entre os corpos mineralizados a distância mínima não apresente crescimento linear. Menor valor de inclinação do acesso leva a menor necessidade de percorrer uma distância horizontal para variar a cota vertical. A velocidade desenvolvida em um acesso mais íngreme é menor, a análise deste modelo leva a escolha de uma inclinação maior pois apesar da maior distância percorrida pela inclinação de 11%, aproximadamente 62%, a maior velocidade contribuiu para que o tempo de ciclo fosse reduzido. Realizar a análise de

sensibilidade das possíveis inclinações utilizando o caminho de custo mínimo de Dijkstra possibilita determinar a inclinação máxima otimizada para as condições operacionais e modelo analisado.

Para a determinação dos acessos que irão compor o custo de transporte, será utilizado os acessos baseados em tempo de ciclo com inclinação máxima de 11% devido a menor variabilidade dos tempos de ciclo encontrado. Como tempo de ciclo está associado diretamente a produtividade o cenário escolhido será capaz de desenvolver menores tempos de ciclo em uma maior quantidade de níveis de operação conforme demonstrado na Figura 5-29.

Esse capítulo demonstra que é possível calcular e aplicar os custos de transporte de acordo com as restrições operacionais para cada bloco do depósito. Alterações nos custos de lavra promovem alterações nos blocos lavrados e sequenciamento de lavra. Essa metodologia de estimativa de custo de transporte provavelmente contribui para o aumento de aderência entre os custos planejado e realizado, contribuindo significativamente para diminuição entre o plano de lavra determinado antes da abertura do empreendimento e o realizado durante a operação de lavra.

5.4.6. ROTAS POR APRENDIZADO DE MÁQUINA

Os acessos gerados pela implementação do algoritmo presente no Capítulo 5.4.4 fornece o menor caminho possível para implementação de uma rota de transporte. A metodologia capaz de calcular a menor distância entre o bloco e o destino não fornece um resultado operacionalmente viável conforme apresentado na Figura 5-31. Pois não há viabilidade econômica em construir rotas exclusivas para cada bloco de lavra.

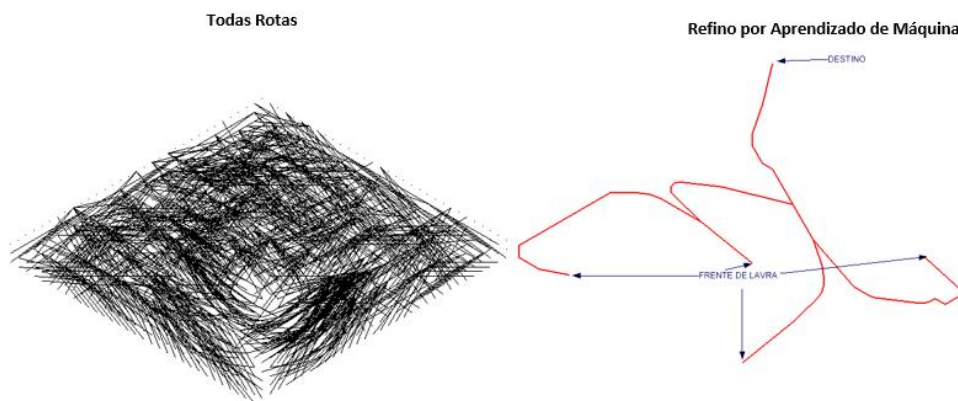


Figura 5-31 - Comparativo entre as metodologias de cálculo

O mecanismo inicial de construção do algoritmo necessita dos passos iniciais de 1 até 7 apresentados inicialmente. Para refinar o mecanismo de construção de rotas foi implementado um mecanismo adicional capaz de determinar o eixo de acesso com menor distância em termos de custo para os blocos lavrados (8). O caminho selecionado será a base do processo pois será determinado o caminho do ponto mais próximo ao cluster, de modo a unir com o caminho inicialmente escolhido (9-12). Deste modo temos um processo recursivo capaz de construir acessos viáveis para os blocos agrupados.

ALGORITMO DE CAMINHO MÍNIMO REFINADO COM APRENDIZADO DE MÁQUINA

- (1) **SEJA:** Leitura dos Dados do Modelo de Blocos;
- (2) **SEJA:** Varrer o modelo para determinar a matriz vizinhança;
- (3) **REPITA:** Selecionar somente os vizinhos que atendam às restrições de grade e curvatura.
- (4) **SE:** Grade e Curvatura adequados, Matriz Vizinhança Ajustada \leftarrow Matriz Vizinhança
- (5) **REPITA:** Determinar os caminhos dos blocos até a Usina ou Descarga;
- (6) **PARALELIZADO:** Cálculo do Caminho de Dijkstra;
- (7) **SEJA:** Caminho \leftarrow Custo(Caminho de Dijkstra para o destino)
- (8) **SEJA:** Determinar o acesso de menor distância média para com os blocos
- (9) **SEJA:** Adicionar o menor acesso no conjunto solução
- (10) **SEJA:** Determinar os Clusters ou Agrupamentos
- (11) **REPITA:** Para todos os agrupamentos:
- (12) **SEJA:** Calcular o Caminho de Dijkstra do Cluster até o ponto mais próximo do conjunto solução
- (13) **SEJA:** Adicionar Caminho criado ao conjunto solução

Como resultado temos os caminhos determinados assim como o custo para percorrer este caminho representados através de uma linha. Esta linha é formada por segmentos de reta em que é possível determinar armazenar e utilizar o custo para o equipamento percorrer este trecho. A Figura 5-32 representa com destaque um conjunto segmentos, é possível perceber que está representado o tempo necessário para atingir o trecho exibido.

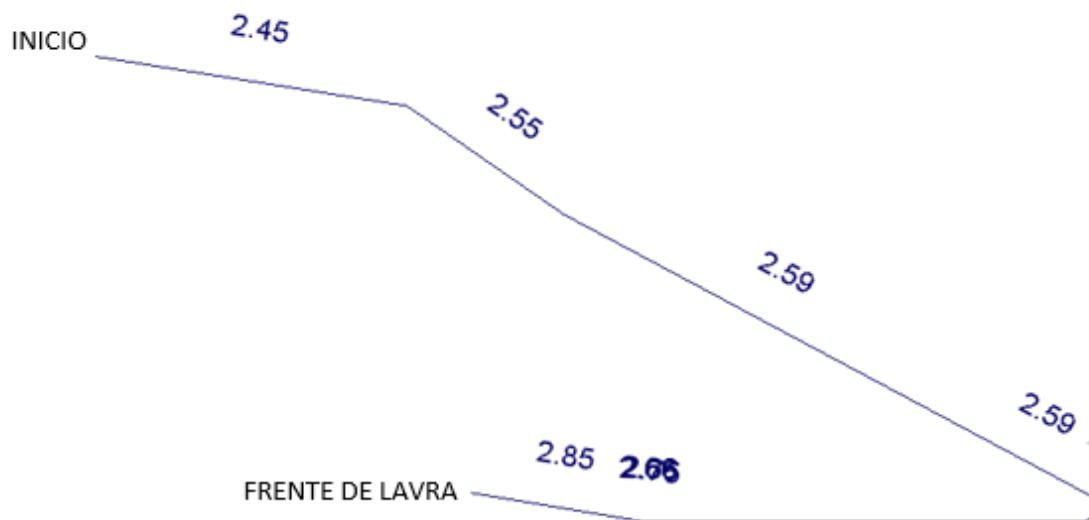


Figura 5-32 - Trecho de Segmento assinalado com o custo

O centro geométrico de cada segmento pode ser determinado por um ponto este ponto irá receber o valor do custo necessário para trafegar até aquele segmento. Este centro geométrico será utilizado para estimar o custo necessário para lavar os blocos vizinhos ao acesso. Foi utilizado a técnica do inverso da potência da distância com raio de busca com o valor de 10 metros e limitado a quantidade de 3 amostras ou centros geométricos. A Figura 5-25 demonstra a aplicação desta metodologia no modelo de blocos Marvin, este modelo será utilizado na otimização de lavra. Esta metodologia para estimar o custo de transporte é muito mais refinada que a metodologia baseada em valores fixos de ciclo de equipamento. Pois é possível determinar o custo de acordo com o equipamento utilizado.

5.5. SEQUENCIAMENTO DIRETO

5.5.1. ALGORÍTMO

5.5.1.1. PRECEDÊNCIA

O modelo de blocos é a base para determinação da receita proveniente da lavra de uma unidade do depósito. O ângulo de talude é a materialização da precedência superior da lavra de um determinado bloco, pois determina quais os blocos devem ser lavrados acima do bloco desejado para manter a estabilidade do talude. Quanto menor o ângulo que o talude faz com a

horizontal maior é a quantidade de material lavrado acima do bloco de interesse. A Figura 5-33 apresenta dois sistemas de precedência, são apresentados cenários com 5 e 9 blocos acima do bloco analisado. Segundo Khalokaie (KHALOKAKAIE, 1999) a maior quantidade de blocos de precedência aumenta a precisão do ângulo de talude. Para o ângulo de talude de 45° dependendo da seção analisada no modelo de blocos o ângulo resultante para 5 blocos de precedência pode atingir 35° , ou seja 10° a menos. O erro máximo praticado utilizando 9 blocos de precedência é bem menor, atingindo 43° (KHALOKAKAIE, 1999). Para transformar esta restrição espacial em um fenômeno modelado computacionalmente normalmente é utilizado o conceito de grafo, conforme explicado no capítulo 4.2.1.

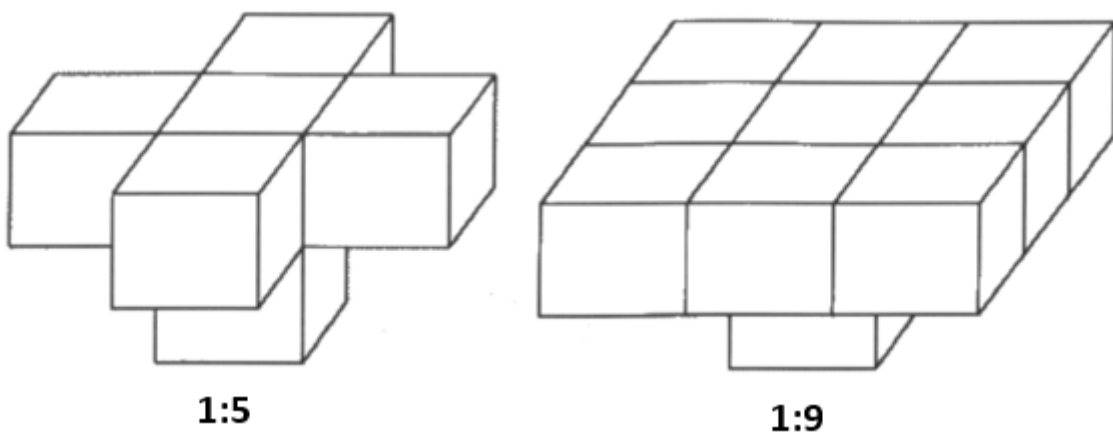


Figura 5-33 - Precedência por arcos(KHALOKAKAIE, 1999)

O sistema de precedência baseado em arcos é limitado quanto a modelos com ângulo de talude variável, pois não é possível implementar esta metodologia considerando ângulos variáveis. Existe uma proposta alternativa chamada de cone variável em que é construído uma superfície em que todos os blocos dentro da superfície são classificados como precedente Figura 5-34.

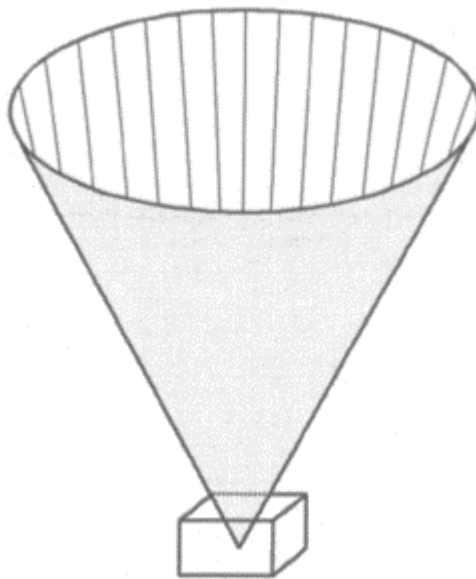


Figura 5-34 - Tronco de Precedência(KHALOKAKAIE, 1999)

Existe a possibilidade de que o cone de precedência seja construído com diferentes ângulos, formando um espaço de busca irregular(MARINHO, 2013). Apesar de menos precisa a precedência por arcos é muito mais simples de implementar, por este motivo foi adotada com 9 blocos de precedência como metodologia do algoritmo construído.

Para determinar os blocos precedentes foi necessário classificar os blocos com utilização de um índice para os blocos de acordo com sua posição no modelo de blocos. O bloco assinalado de cinza na Figura 5-35 é o primeiro bloco do sistema recebe a codificação (1,1,1), pois é o primeiro bloco no eixo x, y e z. Com a utilização desta codificação fica fácil supor que o vizinho no eixo y possuirá a codificação (1,2,1), pois o primeiro valor corresponde ao eixo x, segundo corresponde ao eixo y e o último ao eixo z.

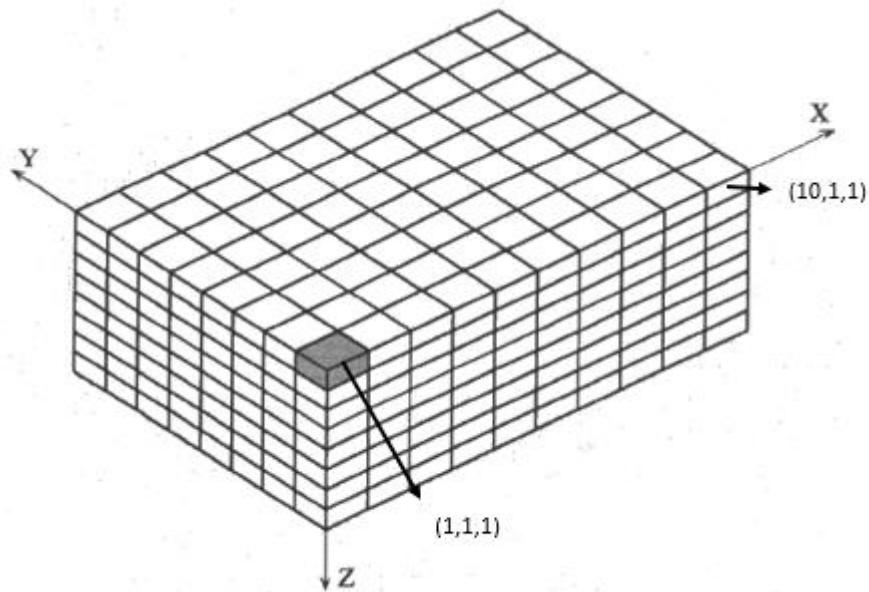


Figura 5-35 - Sistema de Indexação de Blocos(KHALOKAKAIE, 1999)

Informações sobre os índices de precedência foram armazenadas sob a forma de lista de adjacências. As listas de adjacências são estruturas de dados em que os objetos apontam para o seu sucessor na lista, organizados linearmente, diferente da matriz adjacência bidimensional. Em uma estrutura de matriz o ponteiro capaz de determinar a ordem é determinado pelo índice da estrutura, por exemplo, para verificar se os elementos 2 e 3 são vizinhos basta investigar os valores das colunas e linhas com respectivos valores. Fato não contemplado pelas listas que devem ser compostas por ponteiros que direcionam a sequência. Cada elemento da lista é representado pelo respectivo valor e o ponteiro capaz de direcionar para o nó seguinte no grafo através da aresta, como mostrado na Figura 5-36.

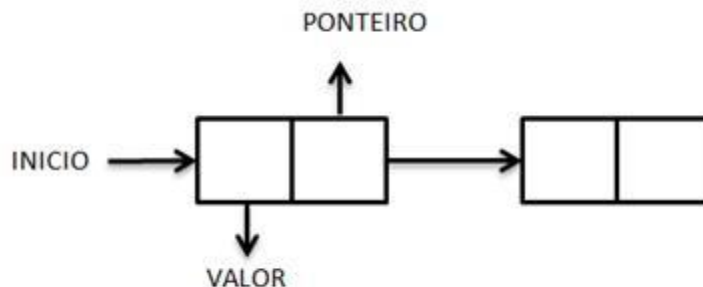


Figura 5-36 - Estrutura da lista de adjacência (Fonte: Autor)

A metodologia apresenta vantagens relativas a alocação de memória, pois são alocados recursos somente para informações realmente utilizadas pelo sistema. Uma vez que não há endereços cuja alocação não seja utilizada. Fato contrário ao presente na matriz adjacência, pois os valores representados como “zero” não são utilizados pelo sistema e ocupam grande parte dos recursos. Mas como desvantagem a necessidade de percorrer o vetor para acessar o valor de um vértice, na matriz adjacência basta informar os índices da matriz para acessar o valor requerido. Na Figura 5-37 está representado o sistema de representação de grafos por listas de adjacências.

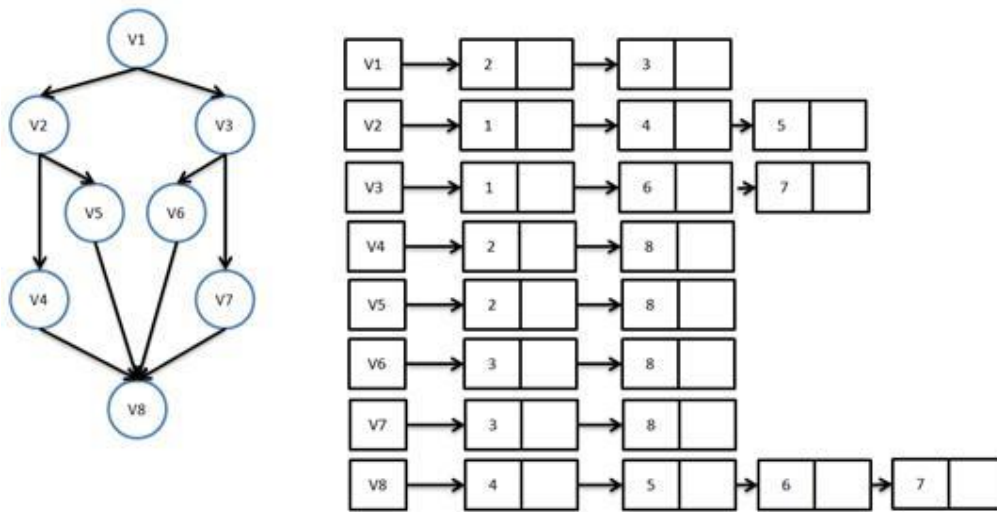


Figura 5-37 - Grafo representado através da lista de adjacência (Fonte: Autor)

ALGORITMO DE PRECEDÊNCIA DE BLOCOS

- (1) **SEJA:** Gerar os índices dos Blocos;
 - (2) **FUNÇÃO VIZINHOS:** Determina a lista de Vizinhos do nó analisado
 - (3) **REPITA:** Para todos os blocos do modelo.
 - (4) REPITA: POSIÇÃO DE 1 ATÉ 9:
 - (5) SEJA: VIZINHOS \leftarrow FUNÇÃO VIZINHOS
 - (6) **SEJA:** Compilação Da Matriz Vizinhaça;
-

5.5.1.2. CENÁRIOS ANALISADOS

O objetivo final deste trabalho é analisar o impacto da aplicação correta dos custos e taxa ótima de produção no sequenciamento de lavra determinado pelo sequenciamento direto dos blocos de lavra. O trabalho será composto por 4 cenários diferentes comparados a um cenário base. Será avaliado o impacto do custo de transporte variável determinado pelo caminho de Dijkstra comparado com o cenário base analisado. Após determinar o impacto do custo de transporte será analisado o impacto da taxa ótima de produção no sequenciamento dos blocos de lavra. Devido a taxa ótima de produção está intimamente ligada ao preço de venda do minério serão analisados cenários em que será avaliado o preço constante ao preço variável e taxa ótima de produção. O último cenário analisado será uma comparação do cenário básico com as técnicas de simulação de preço, taxa ótima de produção e custo de lavra adotadas neste trabalho. O objetivo destes cenários não estará limitado a investigação do valor econômico gerado pelos métodos de estimativa, será avaliado as mudanças de período de lavra dos blocos de acordo com a mudança proposta na metodologia de cálculo de custos ou receita para determinação dos blocos lavrados.

5.5.2. CENÁRIO BASE

Para avaliação de todo processo de Sequenciamento Direto considerando produção otimizada e estimativa adequada de custos foi elaborado um cenário baseado na metodologia clássica de Lerchs-Grossmann.

O objetivo da construção de um cenário base é avaliar a aderência do modelo proposto com o algoritmo construído neste trabalho. Como a metodologia proposta por Lerchs-Grossmann é amplamente reconhecida e aceita pelo meio acadêmico e mercado de trabalho foi utilizado como parâmetro para os resultados atingidos pelo algoritmo proposto neste trabalho. Os parâmetros utilizados na otimização podem ser analisados na Tabela 5-VI.

Tabela 5-VI - Parâmetros Otimização Cenário Base

Parâmetro	Valor
Preço de Venda (\$/Oz)	1200
Custo de Lavra (\$/t)	16,4
Custo de Processamento (\$/t)	4,3

Recuperação Metalúrgica (%)	90
Teor de Au Mínimo do Minério (%)	0,3
Produção de Minério (Mt/ano)	26,8

O valor do preço de venda foi baseado no valor inicial utilizado na simulação de preços. Pois no cenário em que serão utilizados preços simulados será possível comparar o primeiro período do cenário base e cenário de preços simulados, devido a igual base de preço inicial. A taxa de produção utilizada no sequenciamento é consequência direta do preço simulado, conforme explicado no capítulo 5.3.1. Portanto ao consultar este capítulo será possível compreender que considerando o preço de minério de 1.200 \$/Oz a taxa ideal de produção será de aproximadamente 26.8 Mt.

Os custos de lavra e beneficiamento foram determinados com base na taxa ótima de produção de 26.8 Mt. Nos capítulos 5.1.1.1 e 5.1.1.2 foi possível estimar os custos de Lavra e Beneficiamento considerando uma determinada taxa de produção. Importante ressaltar que o método construtivo presente nestes capítulos necessitou que fosse determinado os equipamentos de beneficiamento utilizados e o perfil de transporte e equipamentos utilizados na lavra.

Ao analisar a Figura 5-38 que o algoritmo de Lerchs-Grossmann foi capaz de obedecer a taxa proposta de produção em todos os períodos. O teor de ouro não foi inserido no sistema como uma restrição, pois é objetivo deste trabalho analisar a capacidade do algoritmo alcançar zonas mais ricas. O primeiro período de produção apresenta o teor mais baixo de todo sequenciamento de lavra, deste modo a habilidade de antecipar os minérios mais ricos foi restrita utilizando esta técnica. A Figura 5-40 demonstra que o primeiro período de lavra não foi capaz de aprofundar na superfície. Considerando que os maiores teores estão em camadas intermediárias do modelo de blocos, o algoritmo de Lerchs-Grossmann não foi capaz de avaliar o custo de oportunidade de aprofundar mais a lavra.

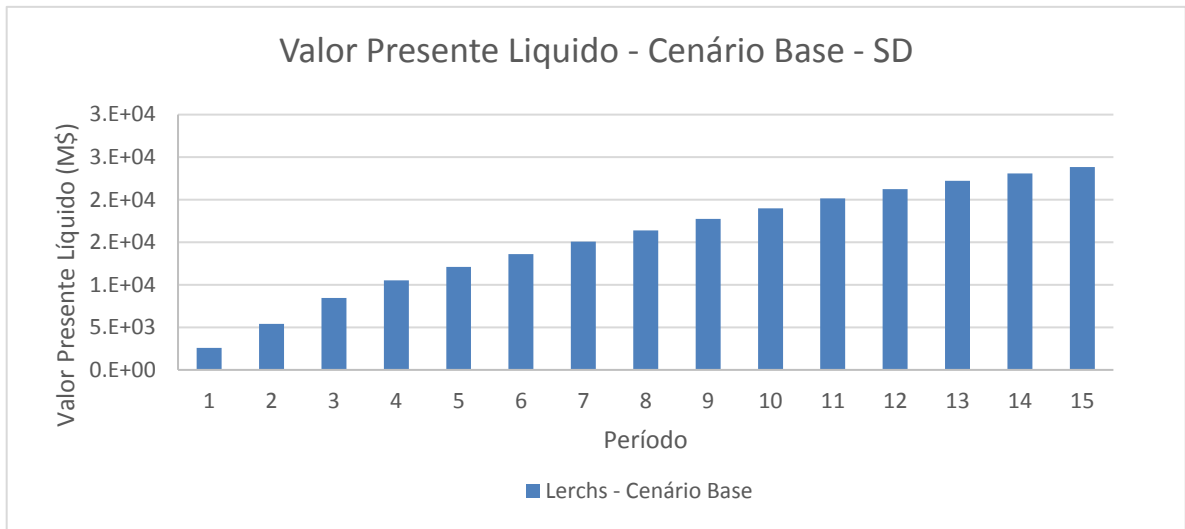


Figura 5-38 - Cenário Base Movimentação de Minério

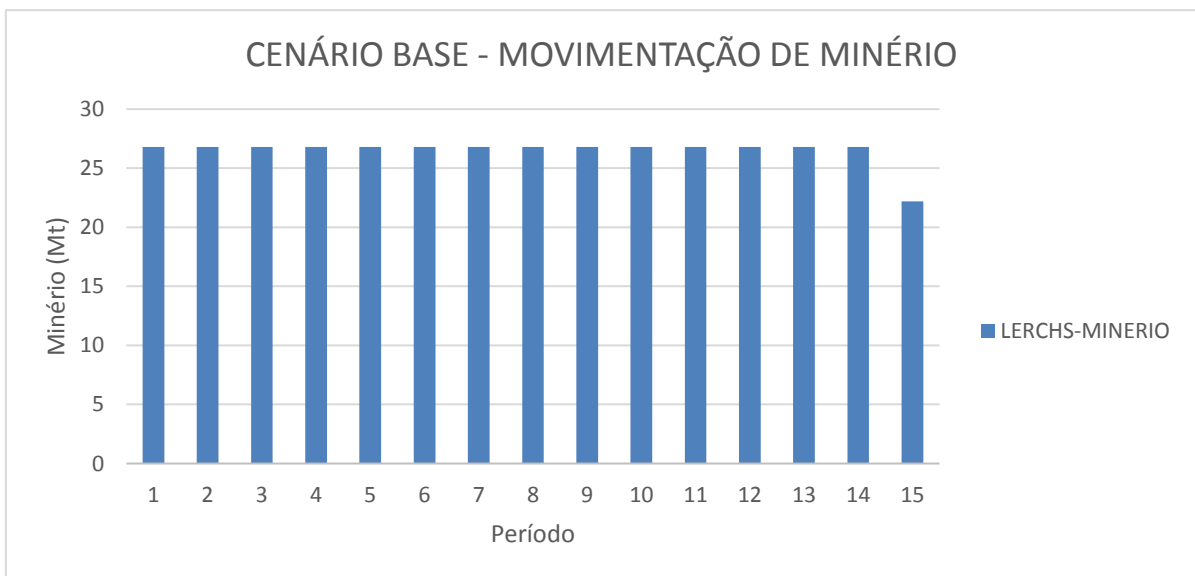


Figura 5-39 - Cenário Base Valor Presente Líquido

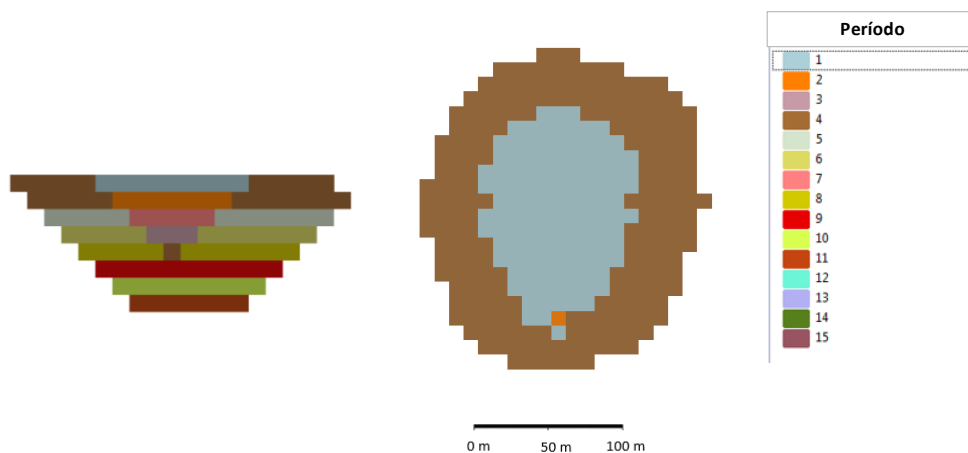


Figura 5-40 - Cava Final Sequenciada por Lerchs-Grossmann

A Figura 5-41 exibe o resultado do Sequenciamento Direto (SD) utilizando os mesmos parâmetros do resultado de Lerchs-Grossmann. O Sequenciamento Direto apresentou maior aprofundamento e maior custo de decapeamento inicial se realizarmos uma análise visual da Figura 5-41. Apesar do maior custo inicial o SD foi capaz de atingir o maior valor de cava devido a capacidade de avaliar o custo de oportunidade contido no aprofundamento de cava. A Figura 5-42 mostra o resultado de valor presente líquido (VPL) para o sequenciamento direto nesse cenário. É possível perceber que o maior decapeamento inicial resultou em um VPL menor nos anos iniciais, entretanto devido a liberação das frentes de lavra fez com que no ano 10 o valor de VPL ultrapassasse o Lerchs-Grossmann. O resultado apresentado na Figura 5-42 é resultado da inabilidade da metodologia de *fases de lavra* em não avaliar os custos de oportunidades. Esse resultado é a exemplificação do problema chamado de *Nasty Pit* que pode ser traduzido de forma livre como Cava Desagradável.

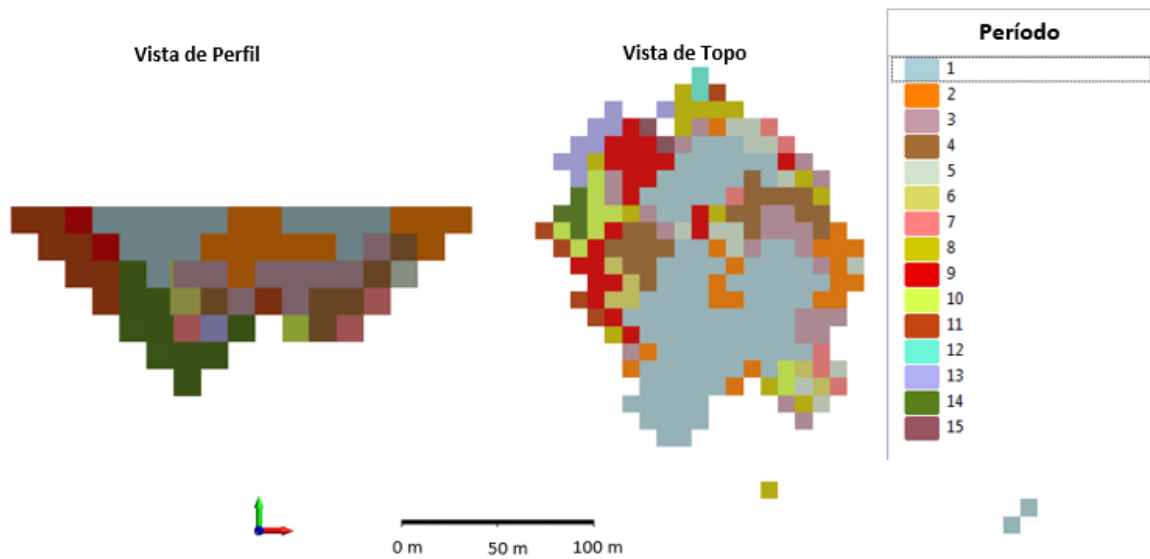


Figura 5-41 - Cava Final e Sequenciamento utilizando Sequenciamento Direto

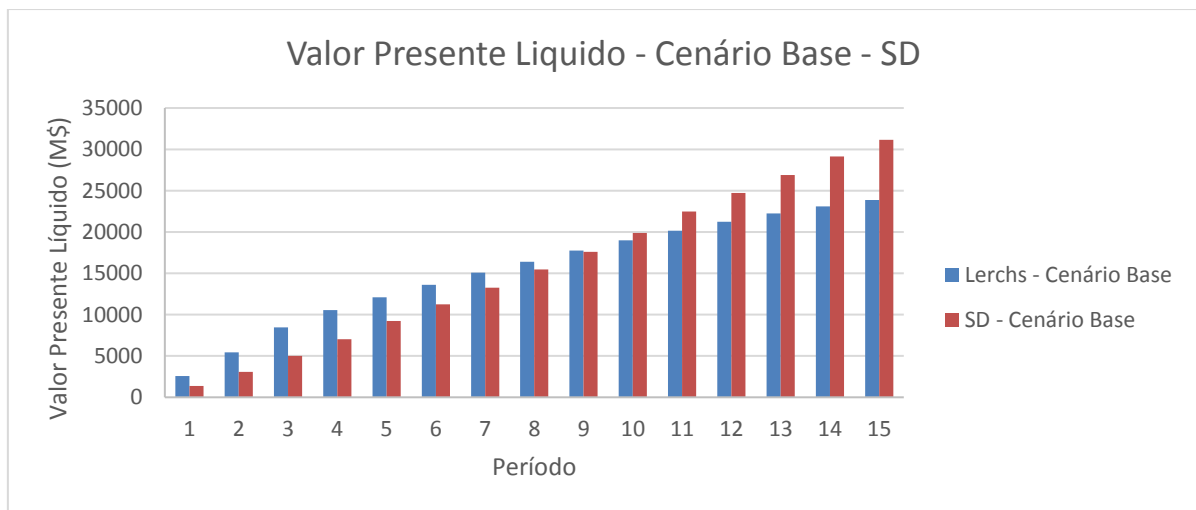


Figura 5-42 - Valor Presente Líquido para Sequenciamento Direto - Cenário Base

A análise da Figura 5-43 e Figura 5-44 permite avaliar a movimentação de material, a quantidade de minério de ouro movimentado foi praticamente a mesma nos dois cenários. Entretanto o material lavrado pelo algoritmo de Sequenciamento Direto construído foi capaz de lavar o material mais rico segundo a Figura 5-44 e conseqüentemente a receita do empreendimento tende a ser maior devido a maior quantidade de produto vendido.

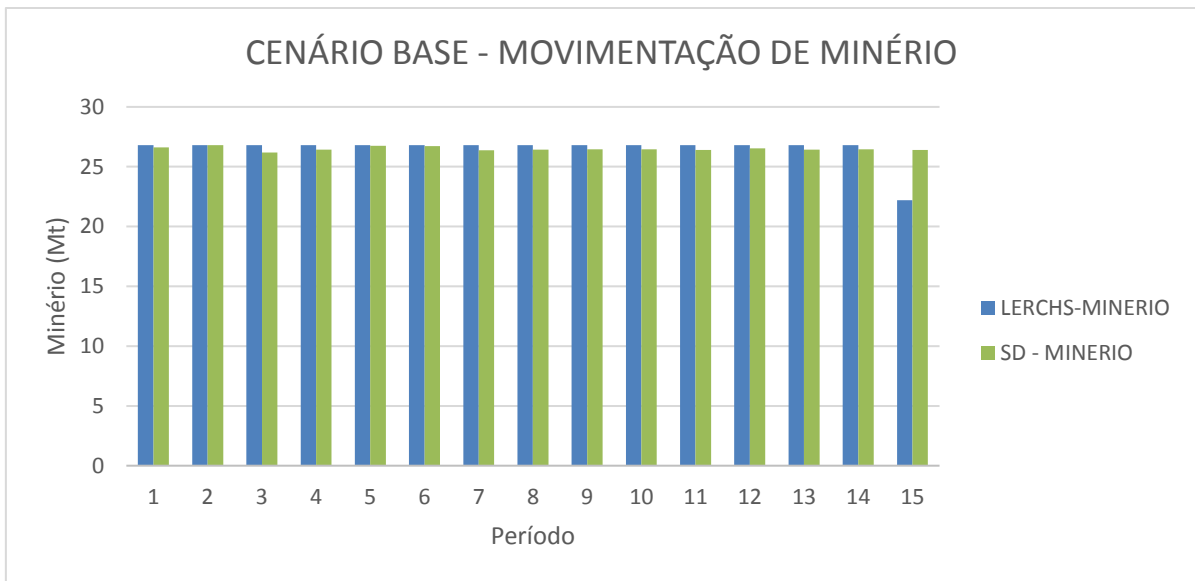


Figura 5-43 - Movimentação de Minério e Metal Contido

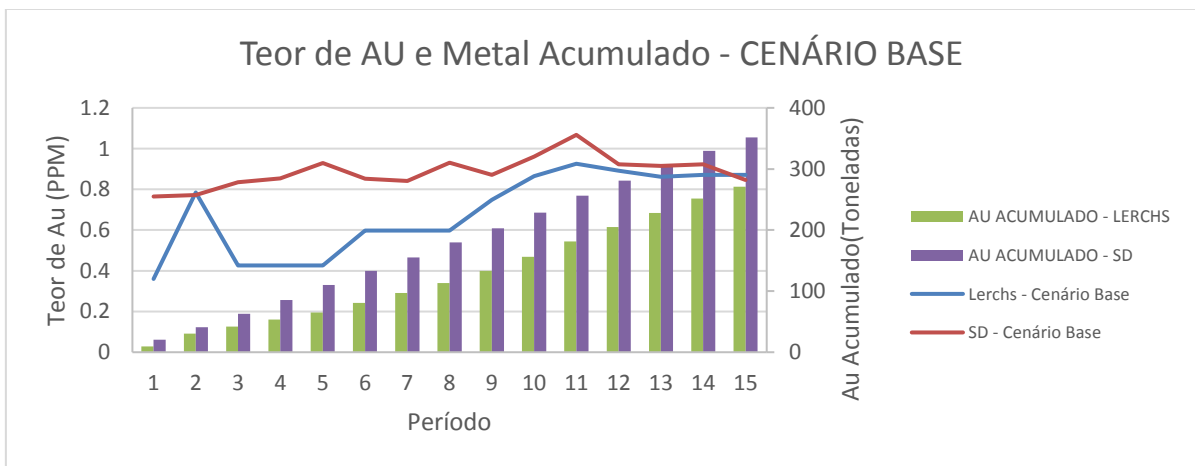


Figura 5-44 - Teor de Ouro e Metal Acumulado - Cenário Base

A análise do cenário base tem como objetivo validar o algoritmo construído. Os resultados apontam para uma movimentação de material semelhante, entretanto apresenta a capacidade de lavar os materiais mais ricos de modo a desenvolver um VPL do empreendimento 26.13% maior. Entretanto há um aprofundamento antecipado da cava que pode gerar maior dificuldade operacional. Visto os resultados acima acredito que o sistema proposto foi aprovado devido ao comportamento apresentado ser semelhante a previsão teórica.

5.5.3. CUSTO CONSTANTE VS CUSTO DE TRANSPORTE VARIÁVEL

O custo de transporte é importante variável no planejamento de lavra, pois existem operações de lavra em que o custo pode representar até mais de 50% do custo total de lavra. A variabilidade do custo foi determinada conforme demonstrado no Capítulo 5.4, em que foram construídas rotas otimizadas para cada frente de lavra. Importante ressaltar que cada frente de lavra foi estimada por clusterização hierárquica. Na Figura 5-45 o fluxo utilizado iniciou no passo 1 e finalizou no passo 4.

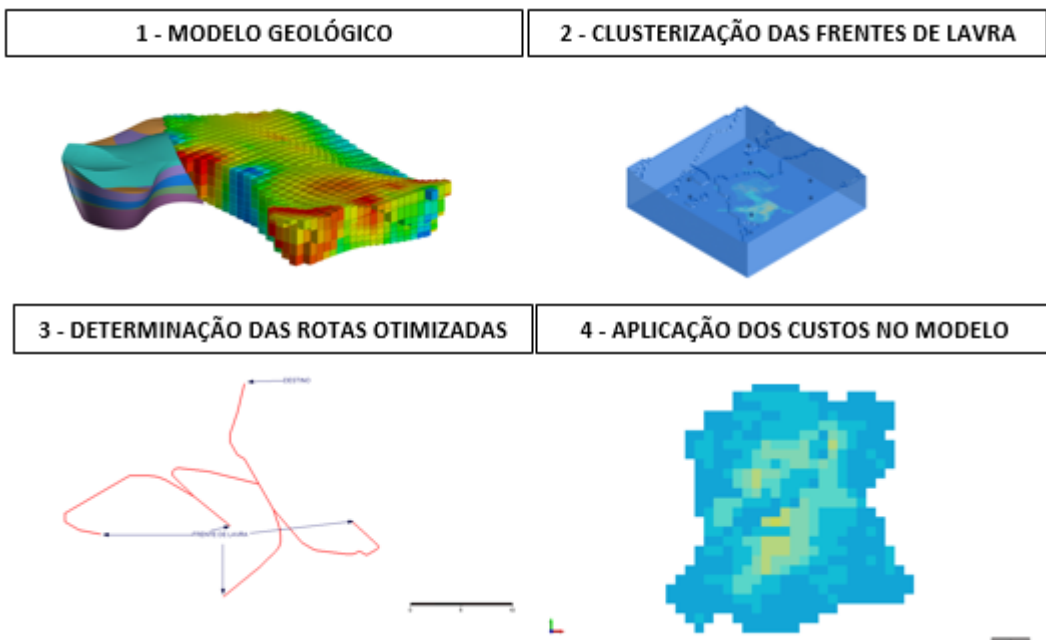


Figura 5-45 – Fluxo de Estimativa de custo variável de acordo com a rota otimizada

Para melhor compreender o comportamento do custo foi criada uma superfície que representa os custos totais de lavra de minério, Figura 5-46. A parte inferior da Figura 5-46 a representação da localização da usina de beneficiamento, importante ressaltar que as regiões mais próximas a usina de beneficiamento apresentam menor custo associado quando comparado as regiões mais distantes.

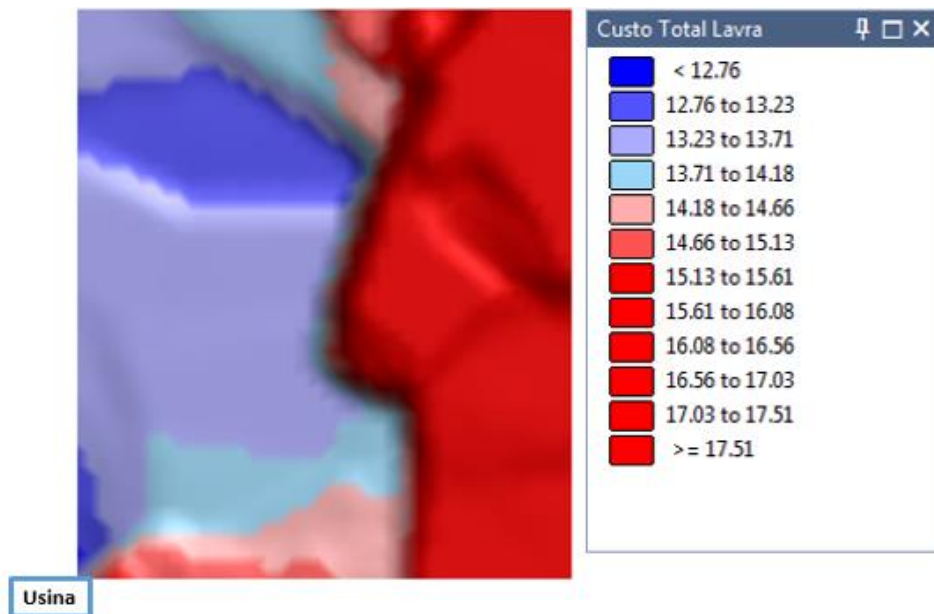


Figura 5-46 - Superfície Custo Total de Lavra

Para avaliar o comportamento do custo variável foi comparado com o cenário base executado baseado no algoritmo de Lerchs-Grossmann. Na Figura 5-47 os blocos lavrados pelo cenário base estão localizados em uma região de maior custo de lavra, tal fato é possível devido a utilização do custo de lavra constante.



Figura 5-47 - Cenário Base e Superfície de Custo

Para construção do cenário em que o preço é variável foi atribuído valores individuais a cada bloco de lavra, de modo que a função benefício que irá comandar o sequenciamento e cava final irá utilizar estes fatores diretamente. O resultado do sequenciamento direto considerando diretamente os custos de lavra é bastante diferente do apresentado no cenário base. Temos um

incremento de valor presente líquido no empreendimento da ordem de 28.57% no período de lavra final, Figura 5-48. A Figura 5-49 apresenta maior valor médio de teor de ouro lavrado nos anos iniciais do empreendimento, este fato explica o maior valor recuperado. Pois nos anos iniciais o fator de desconto financeiro é menor, deste modo uma menor diminuição no desconto do valor de receita. Como a Figura 5-50 demonstra o Sequenciamento Direto (SD) é capaz de aprofundar a cava mais rapidamente, de modo a justificar a capacidade de alcançar teores mais elevados antecipadamente.

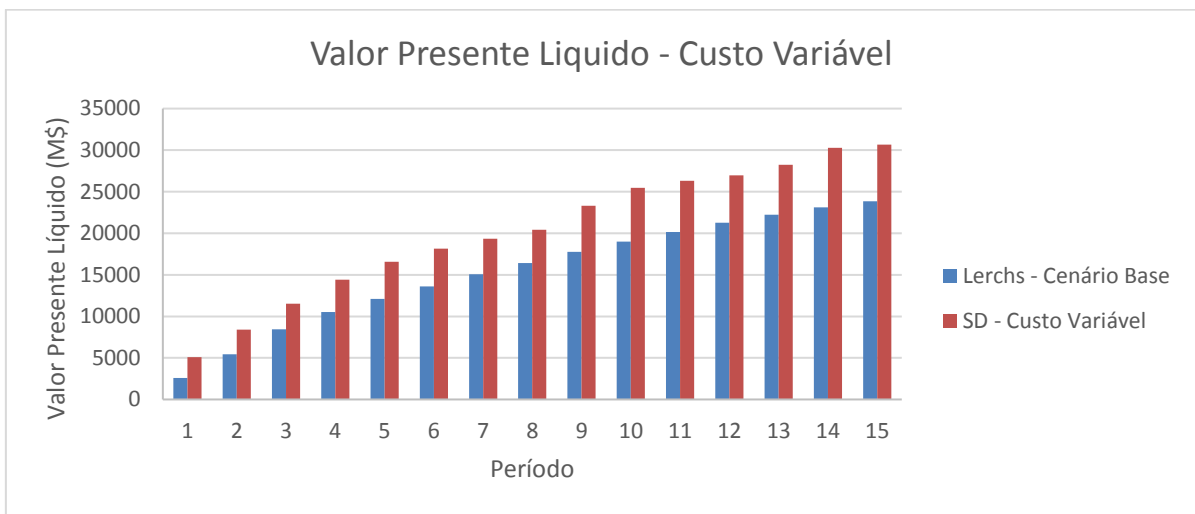


Figura 5-48 - Valor Presente Líquido Custo Variável

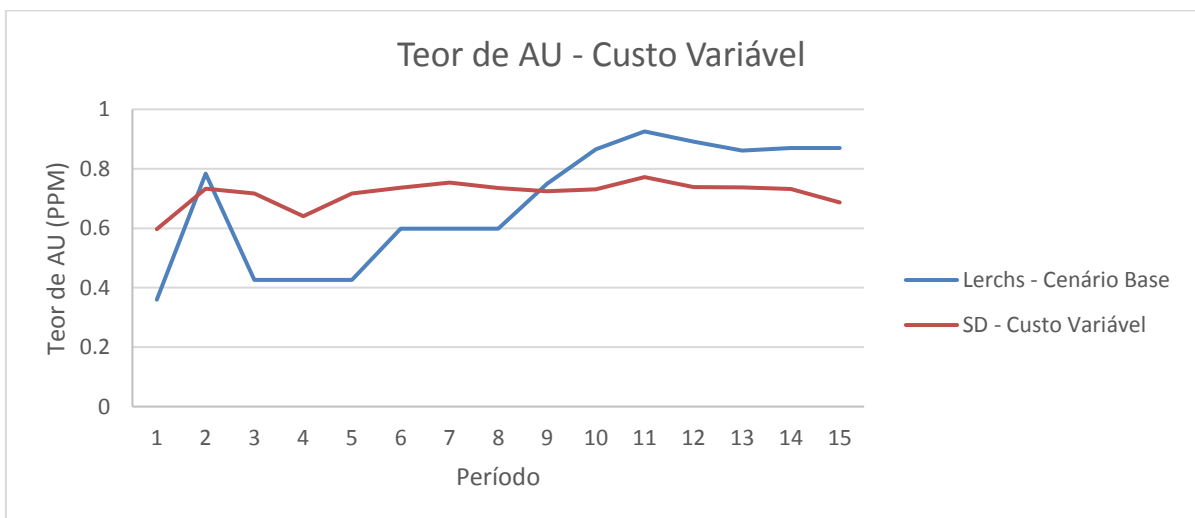


Figura 5-49 - Teor de AU - Custo Variável

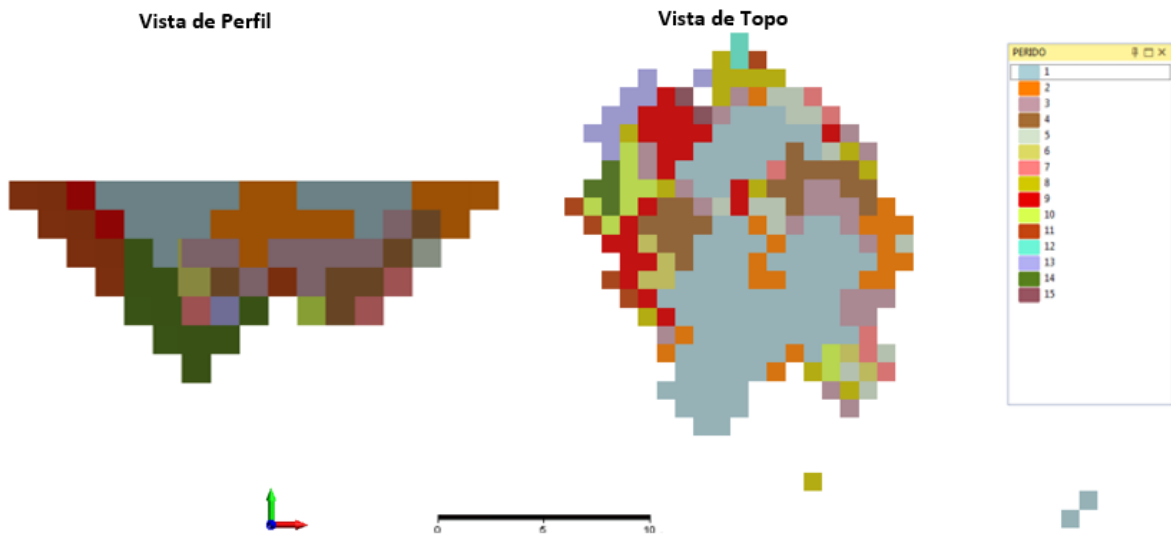


Figura 5-50 - Blocos sequenciados diretamente com custo variável

A análise da Figura 5-51 conduz a conclusão de que o algoritmo implementado foi capaz de lavar em região de menor custo de lavra. A associação de menor custo de lavra e antecipação de receita foram os fatores que justificam o aumento de 28.57% de valor presente líquido.

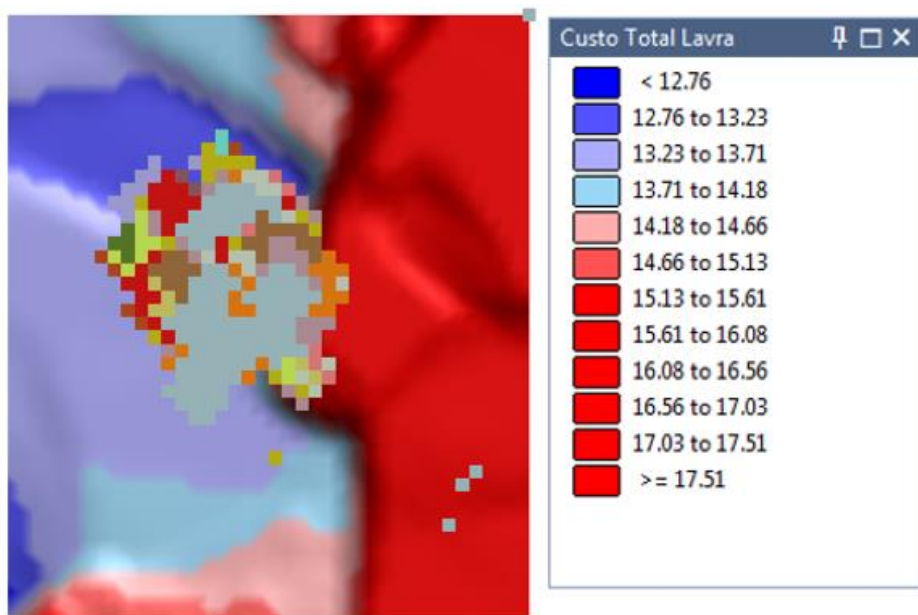


Figura 5-51 – Cenário de Custo Variável e Superfície de Custo

5.5.1. PREÇO CONSTANTE VS PREÇO SIMULADO

A taxa de produção é dependente dos custos de lavra e receita obtida com a venda do minério, neste caso temos o ouro. Conforme demonstrado nos capítulos 4.12 e 5.3 existe uma correlação direta entre preço de venda e taxa de produção se considerarmos as demais variáveis próximas a um valor constante. Neste trabalho foi avaliado o comportamento do minério de ouro e construído uma simulação dos preços com base no movimento browniano geométrico. A simulação executada foi condizente com o comportamento esperado do minério de ouro. Historicamente o ouro possui um crescimento médio contínuo, entretanto é possível identificar oscilações no curto prazo. Entretanto existe a tendência de crescimento no longo prazo, conforme demonstrado na Figura 5-11 a simulação realizada também reflete a tendência esperada. A Figura 5-52 apresenta a mesma simulação presente na Figura 5-11 entretanto o horizonte apresentado é diferente. Devido ao maior grau de detalhamento da imagem apresentado na Figura 5-11 foi apresentado durante a revisão teórica da metodologia.

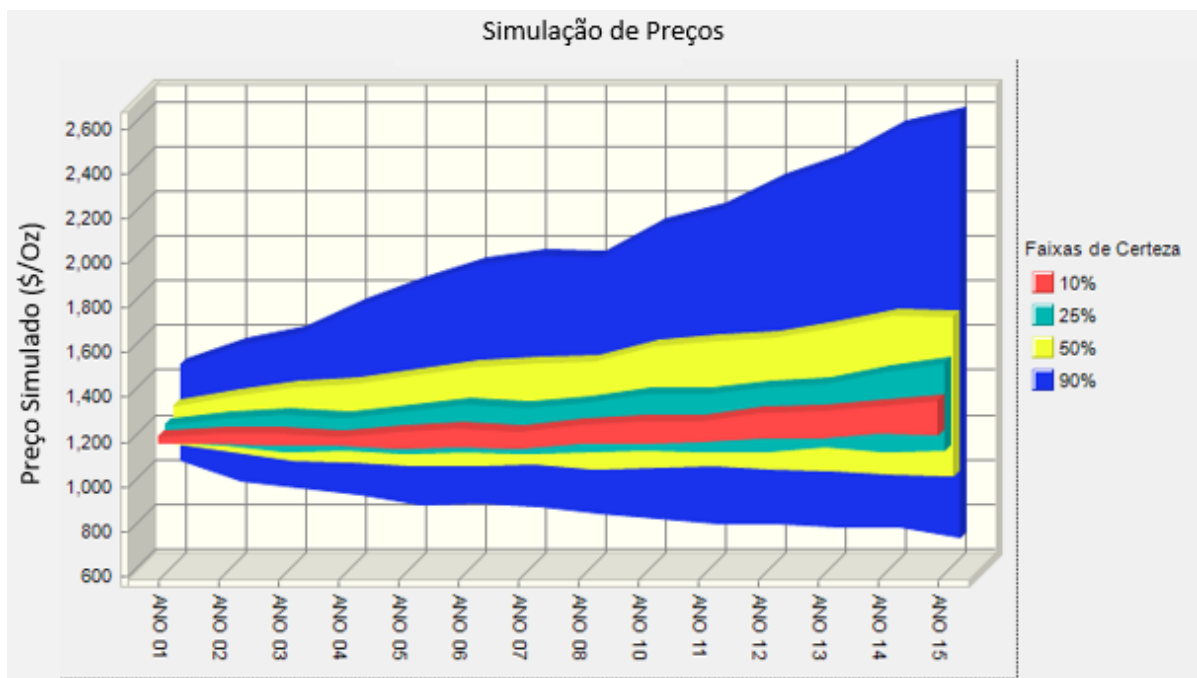


Figura 5-52 - Preço Simulado 15 Períodos

Entretanto no algoritmo de sequenciamento de blocos criado não foi implementado a possibilidade de adicionar ao sistema uma nuvem de valores de probabilidade. Devem ser adicionados valores determinísticos para os preços simulados, a média dos valores simulados foi adicionado como parâmetro de entrada no sistema. Na Figura 5-53 o resultado dos preços

médios simulados, em que é possível verificar que a média dos preços simulados também possui uma média crescente de valores.

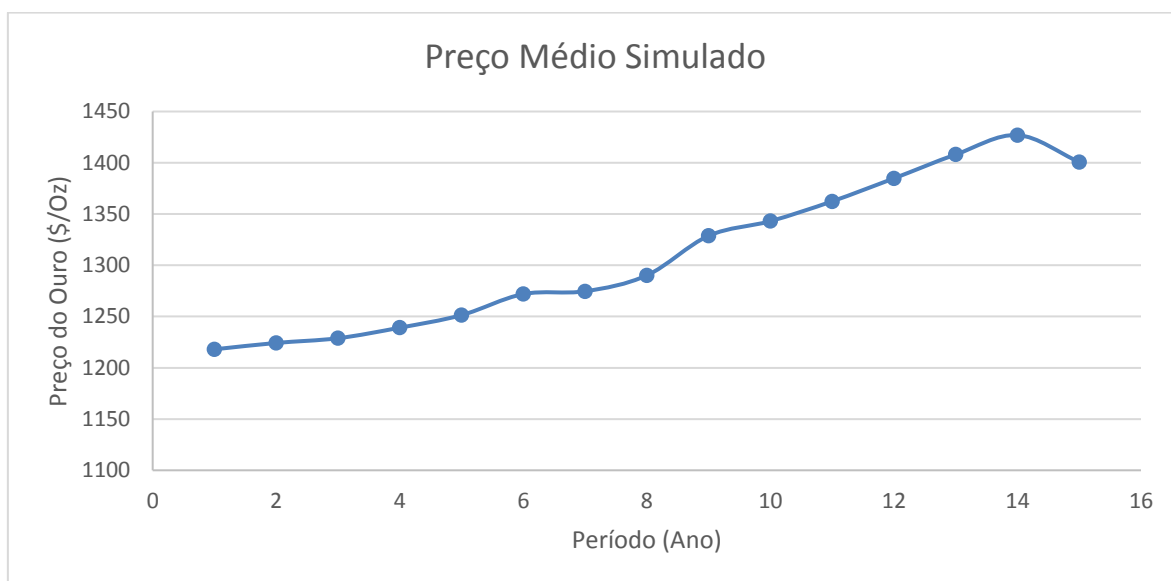


Figura 5-53 - Preço Médio Simulado

Tabela 5-VII - Preço Simulado 15 anos

Au	Ano 01	Ano 02	Ano 03	Ano 04	Ano 05	Ano 06	Ano 07	Ano 08	Ano 09	Ano 10	Ano 11	Ano 12	Ano 13	Ano 14	Ano 15
PREÇO (\$/Oz)	1218	1224	1229	1239	1251	1272	1275	1290	1329	1343	1362	1385	1408	1427	1401
VARIAÇÃO (%)		0,51	0,38	0,84	0,99	1,64	0,21	1,22	2,99	1,07	1,44	1,65	1,68	1,35	1,84

A construção deste cenário obedece aos mesmos custos e restrições apresentadas no cenário base. O preço de venda do minério foi determinado com base na simulação apresentada no capítulo 5.2, o objetivo desse ensaio é compreender o comportamento do sequenciamento da lavra de acordo com a flutuação que pode ocorrer com preço dos minérios. A previsão teórica aponta para uma maior capacidade do algoritmo de Sequenciamento Direto para encontrar minérios mais ricos quanto maior o valor do minério. Pois na avaliação do custo de oportunidade será mais rentável investir nas operações de lavra para decapear os minérios ricos e obter um maior retorno econômico. A Figura 5-54 confirma a aderência do resultado obtido a previsão teórica, pois o valor presente líquido (VPL) determinado em cada período é extremamente semelhante ao cenário base. Entretanto o preço simulado contribuiu para que o VPL para que esse cenário resultasse em um valor econômico 28.27% maior do que o cenário base utilizando Lerchs-Grossmann. Enquanto o cenário utilizando o sequenciamento direto

com preço constante resultou em um ganho econômico de 26.13%. O ganho econômico de 2.14% a mais no valor presente líquido do empreendimento.

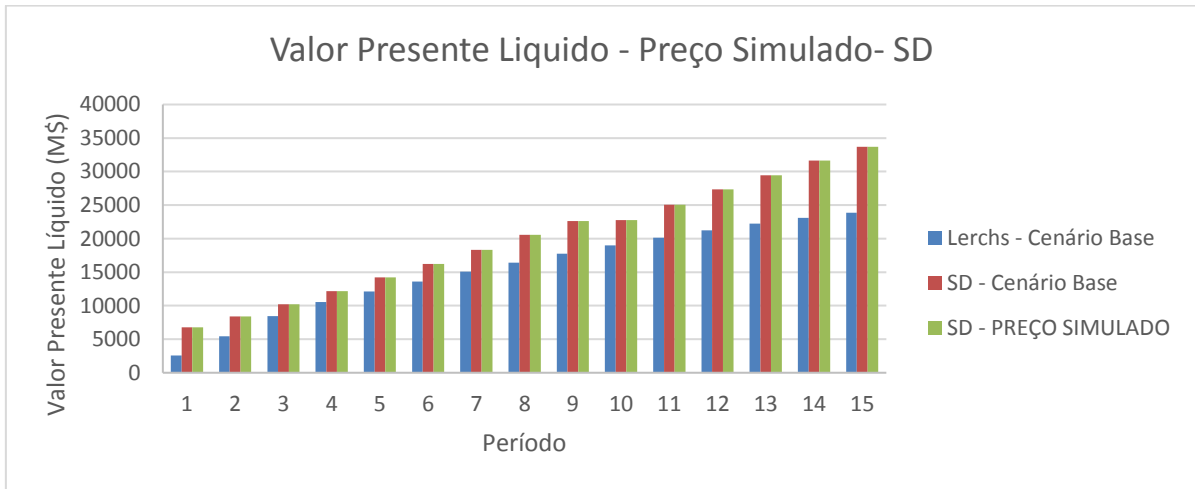


Figura 5-54 - Valor Presente Líquido - Preço Simulado

O teor médio de ouro lavrado pelo cenário baseado em preço simulado foi superior ao cenário base em quase todos os períodos. Importante observar na Figura 5-55 que o primeiro período é o que apresenta maior diferença entre o teor nos três cenários analisados. O maior teor apresenta-se representado na maior quantidade de metal contido no cenário de preço simulado. A observação da Figura 5-53 permite observar que os cenários simulados estão acima do valor constante de 1200\$/Oz adotado no cenário base. O maior valor é um fator que contribui significativamente para o maior teor médio e metal contido no cenário apresentado.

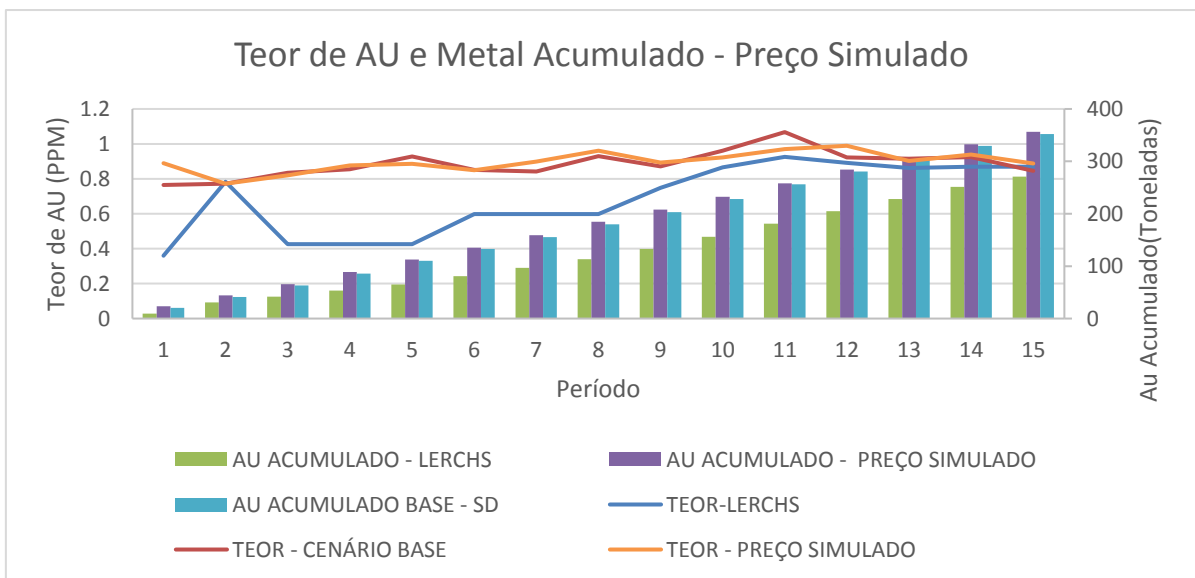


Figura 5-55 - Teor de Ouro e Metal Contido - Preço Simulado

A Figura 5-56 exibe o resultado do sequenciamento direto considerando o preço do minério simulado, pois o problema dos blocos não agrupados pode ser observado neste ensaio. A tendência ao aprofundamento acelerado da cava pode ser percebida ao analisar o período 1, em que é possível verificar um aprofundamento da cava nos primeiros períodos. Uma análise comparativa da distribuição dos blocos sequenciados entre o cenário base e o utilizando preço simulado demonstra uma diminuição do espalhamento de blocos a sudeste da vista de topo. A diminuição do espalhamento ocorreu devido ao aprofundamento da cava mais rapidamente no cenário que utiliza preços simulados. Como a movimentação de minério é limitada uma maior produção em zonas profundas diminui a movimentação na superfície.

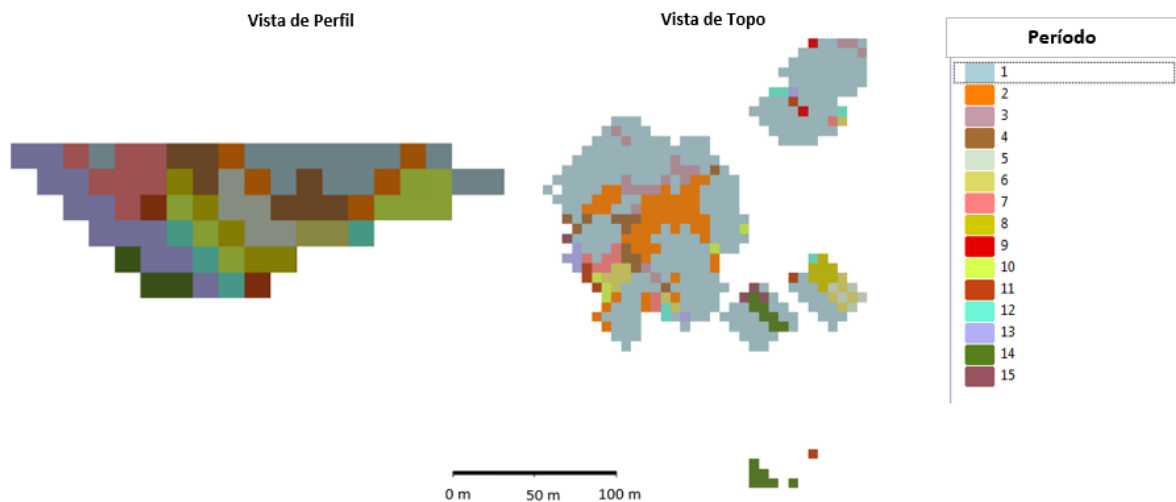


Figura 5-56 - Visualização do Sequenciamento Direto com Preços Simulados

5.5.2. TAXA CONSTANTE VS TAXA VARIÁVEL

O cenário desenvolvido no capítulo 5.5.1 tratou do impacto do preço simulado no sequenciamento direto. Essa tese já esclareceu sobre a correlação entre preço e taxa ótima de produção. A taxa ótima de produção é função da quantidade produzida pelo empreendimento até atingir o lucro marginal nulo, ou seja, quando a lavra de uma tonelada a mais de minério aponta para o custo marginal igual a receita marginal.

Para o desenvolvimento desse cenário utilizamos os preceitos presentes no Capítulo 5.3 em que foi demonstrado todo processo para transformação do preço simulado em taxa ótima de produção. Importante ressaltar que para determinar a taxa ótima de produção foi necessário

estimar todos os custos relacionados a lavra e beneficiamento mineral. A metodologia de construção dos acessos de menor custo é um dos fatores mais importantes deste trabalho pois permite uma estimativa do custo de lavra mais aderente a realidade. O algoritmo desenvolvido para determinação da taxa ótima de produção recebe como entrada os cenários de preço simulados para determinação da taxa de produção de acordo com o modelamento abordado no Capítulo 5.3. A Figura 5-57 apresenta os cenários simulados de produção para os períodos de 1 até 15, a dispersão de resultados aumenta nos períodos finais. O aumento de dispersão dos cenários de taxa ótima de produção é devido a variabilidade dos preços simulados presentes na Figura 5-52 nos períodos finais de atividade. Quanto mais distante for o período simulado maior é a quantidade de cenários possíveis e consequentemente a variabilidade dos cenários prováveis.

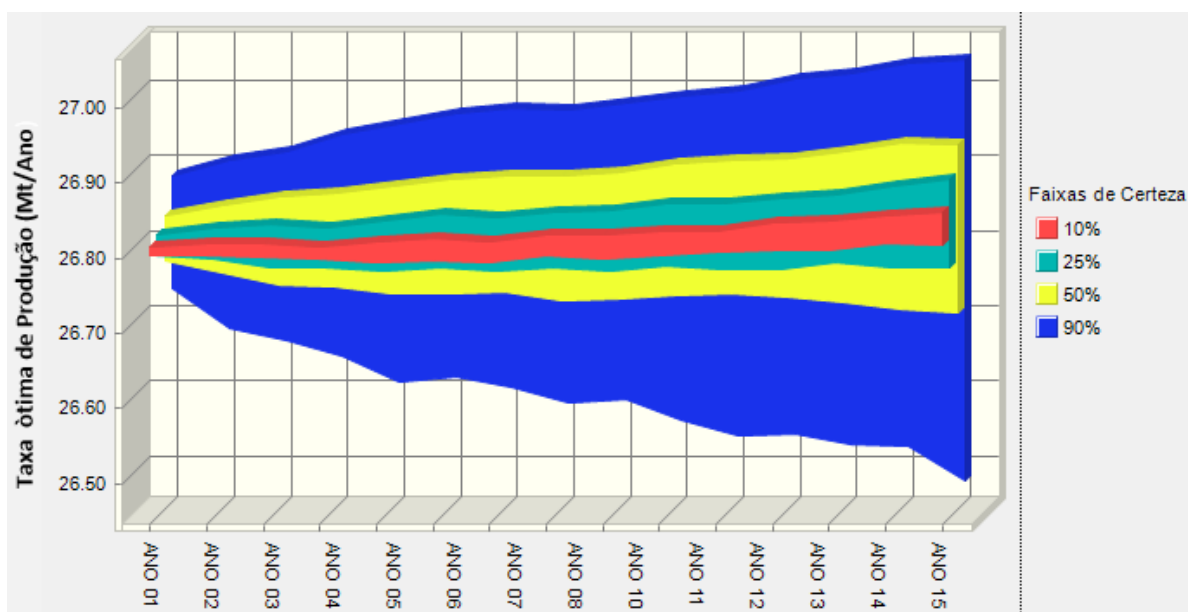


Figura 5-57 - Taxa Ótima de Produção 15 Períodos

O algoritmo proposto não é capaz de processar os diversos cenários simulados de preço e taxa de produção. A taxa de produção alimentada no sistema será a média para as simulações de cada período de lavra, deste modo cada período será representado por um valor médio. A representa a média das taxas de produção simulada com uma leve tendência de crescimento nos períodos finais.

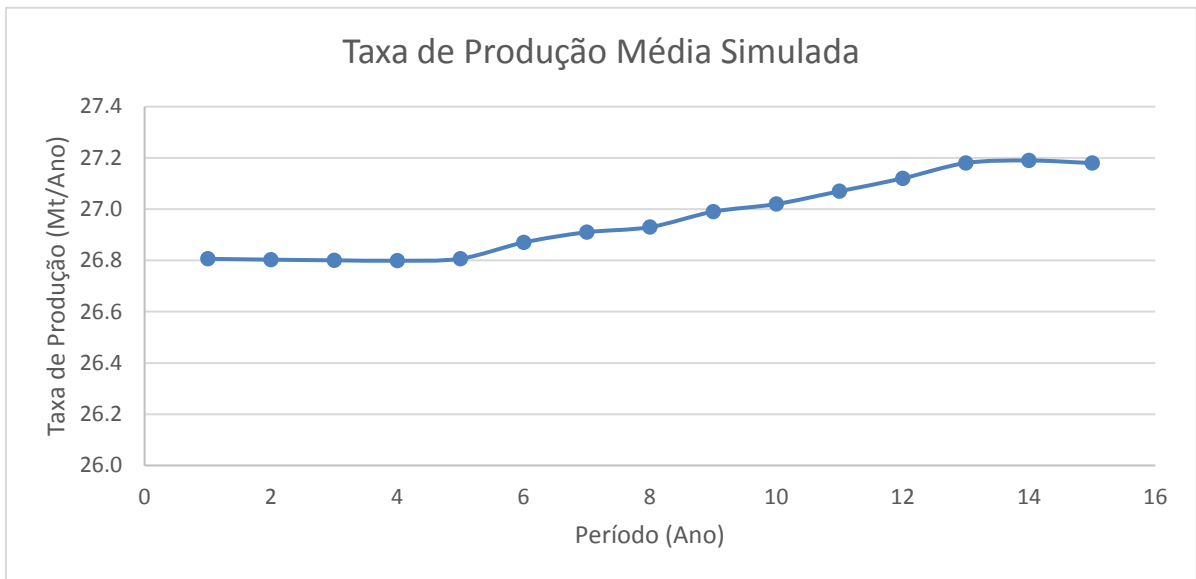


Figura 5-58 - Taxa de Produção Média Simulada

O aumento da taxa de produção significa lavar maior quantidade de minério nos primeiros períodos de lavra. Como a taxa simulada apresenta um ganho muito tímido na quantidade de minério lavrada a cada período não pode ser esperado um ganho significativo no valor presente líquido do empreendimento. Entretanto em cenários em que a volatilidade da commodity é grande a taxa irá impactar mais significativamente.

Assim como esperado a Figura 5-59 demonstra um crescimento tímido do valor do empreendimento em relação ao cenário em que apenas o preço foi simulado. Nos primeiros anos do empreendimento o valor presente líquido apresentado pelo cenário com preços e taxa simulada apresentou valor semelhante ao Lerchs-Grossmann. A Figura 5-60 demonstra que os primeiros períodos de lavra o teor do minério lavado é menor do que o lavado no cenário de preço simulado apenas. Como consequência a quantidade de metal contido diminui, apenas nos períodos finais temos uma equivalência de metal contido entre o cenário de preço simulado e cenário de preço e taxa simulado.

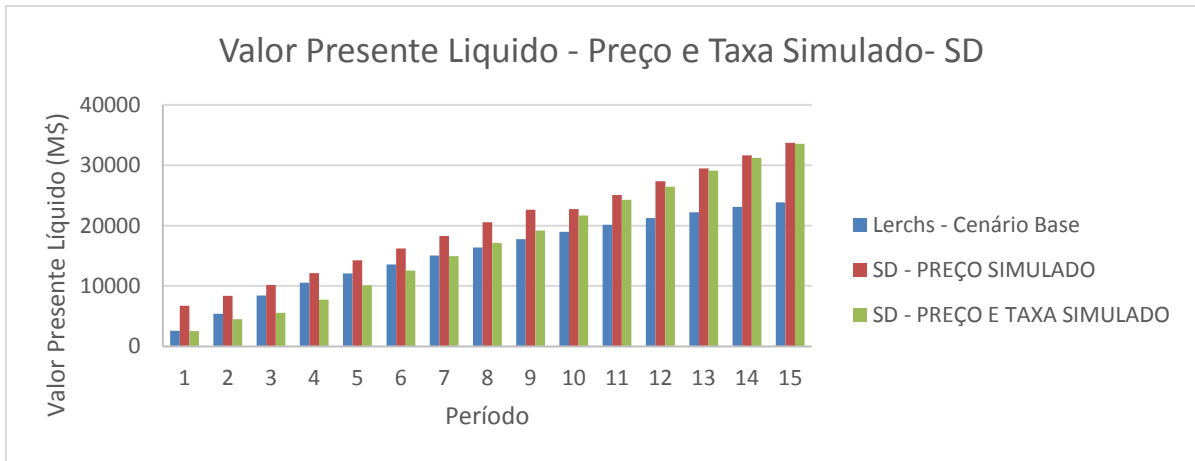


Figura 5-59 - Valor Presente Líquido - Preço e Taxa Simulado

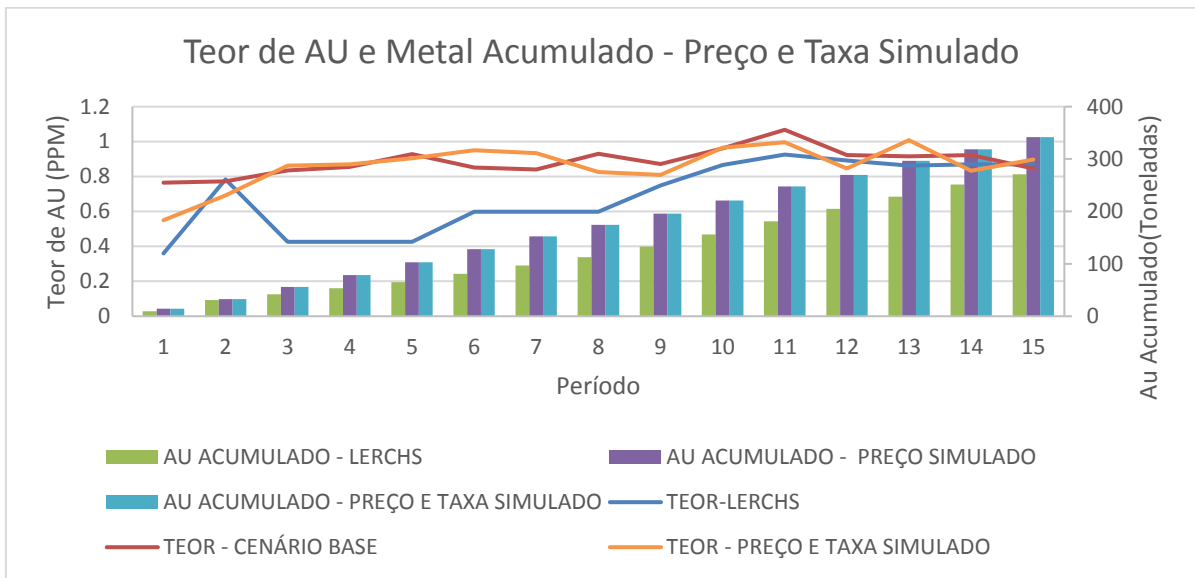


Figura 5-60 - Teor de Ouro e Metal Contido - Preço e Taxa Simulado

O potencial do sistema para a avaliação do custo de oportunidade é notório, pois é sacrificado o valor presente líquido no início para que no final da vida do empreendimento tenhamos um incremento da ordem de 1.93% no valor presente líquido. O incremento do valor presente líquido seria maior se a taxa de produção simulada tivesse atingido um patamar maior, devido a simulação do preço do ouro apresentar um incremento da ordem de 1% não foi possível aumentar mais o valor presente líquido.

Visualmente os cenários dos capítulos 5.5.1e 5.5.2 não apresentam grandes diferença, pois apresentam o problema dos blocos isolados e lavram regiões próximas durante o sequenciamento da lavra.

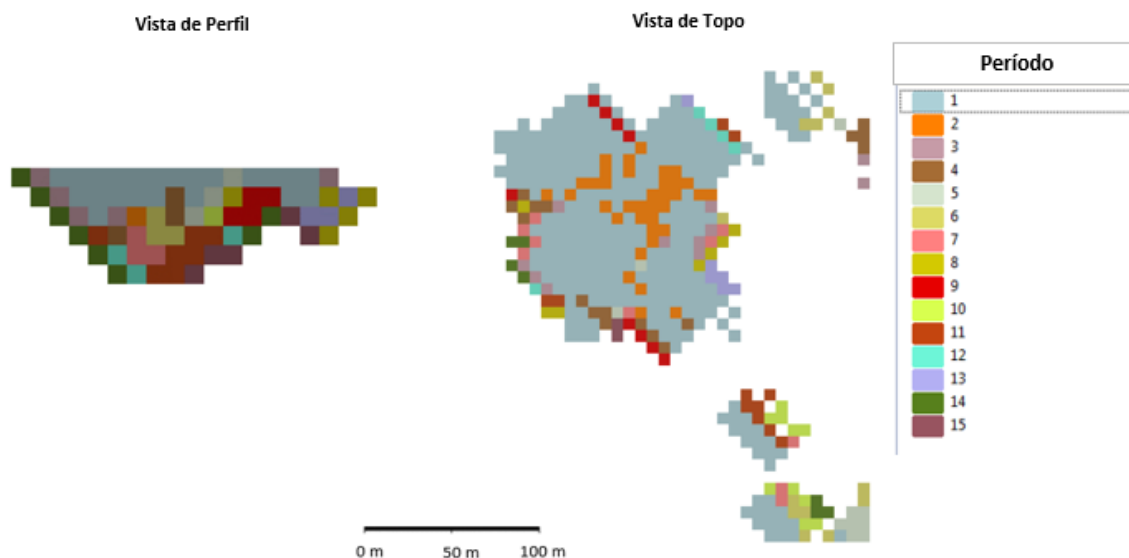


Figura 5-61 - Visualização do Sequenciamento do Cenário de Preço e Taxa Simulados

5.5.1. TAXA VARIÁVEL, PREÇO SIMULADO E CUSTO OTIMIZADO

O último cenário proposto consiste na união de todos os parâmetros analisados neste projeto. Será avaliado o potencial do sequenciamento direto de blocos ao utilizar o custo de lavra discreto para cada bloco do sistema utilizando os acessos de custo mínimo demonstrados no capítulo 5.4. A taxa de produção utilizada será calculada de acordo com o preço de minério simulado assim como utilizado no capítulo 5.5.2. Devido a utilização de todos os recursos desenvolvidos nessa tese será nomeado como “Teste Completo”.

A expectativa ao gerar esse ensaio é que o algoritmo determine o maior valor presente entre todos os cenários, pois deverá ser capaz de lavar na região de menor custo os blocos mais ricos.

A análise de custo de oportunidade realizada pelo sequenciamento direto conforme demonstrado na Figura 5-62 apresentou capacidade de determinar o maior ganho de valor presente líquido entre todos os cenários 28.64%. A explicação sobre a capacidade de atingir os blocos mais ricos é a capacidade de lavar os blocos de maior retorno financeiro primeiro. Na otimização linear e convexa o termo adequado é voracidade, termo que indica a habilidade de um algoritmo para atingir o maior valor global. Na Figura 5-63 existe uma correlação direta entre blocos ricos e retorno financeiro quando trabalhamos com minérios de metal contido. Pois o aumento de teor se transforma em aumento de receita na proporção direta.

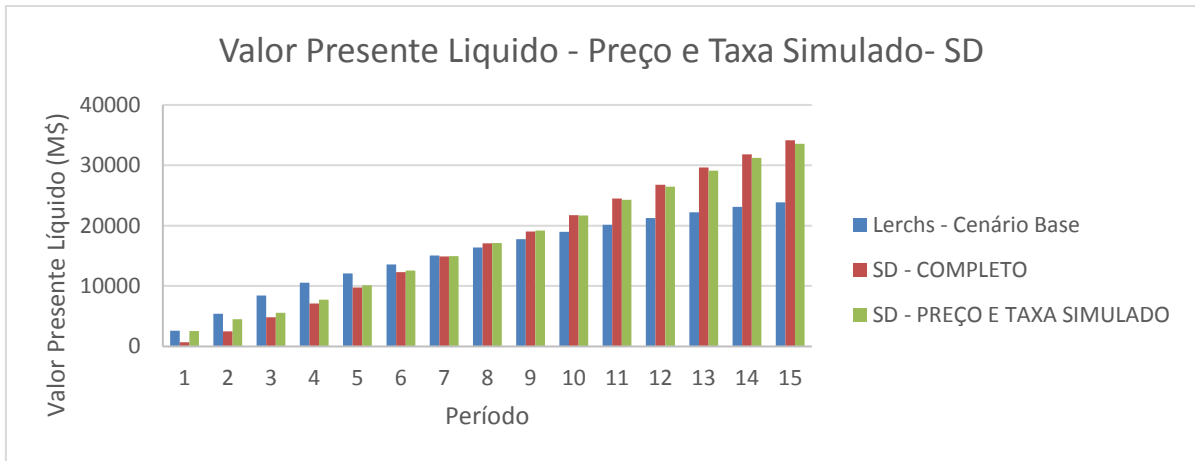


Figura 5-62 - Valor Presente Líquido - Cenário Completo

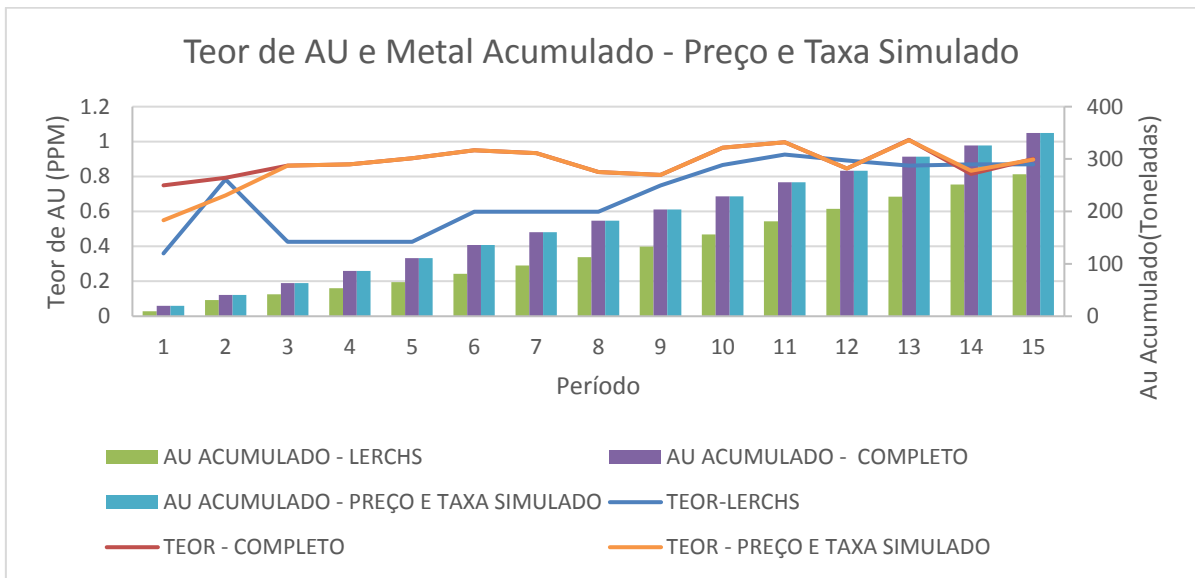


Figura 5-63 - Teor de Ouro e Metal Contido - Cenário Completo

A distribuição espacial dos blocos de superfície dos cenários baseado em preço e taxa simulado e o analisado neste tópico são muito semelhantes, conforme a Figura 5-64. Entretanto não há um aprofundamento tão vigoroso da cava, pois o custo de lavra no fundo é maior. Como consequência o cenário completo apresenta o menor valor presente nos primeiros períodos como demonstra a Figura 5-62, de modo a forçar a lavra de uma menor quantidade de blocos ricos na superfície.

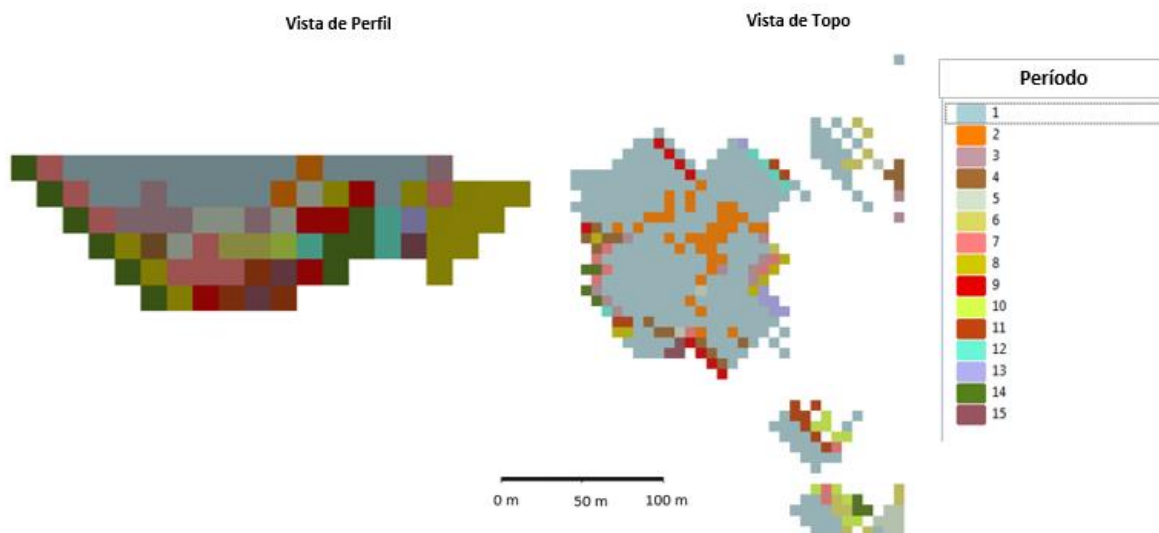


Figura 5-64 - Sequenciamento Direto cenário completo

Todos os cenários estudados apresentaram aumento do valor presente líquido em relação ao cenário base utilizando a metodologia de Lerchs-Grossmann. Na Tabela 5-VIII estão apresentados os incrementos gerados por cada um dos cenários executados, em média temos um aumento de 27,79%.

Tabela 5-VIII - Incremento no VPL por Cenário

CENÁRIO	Incremento de VPL
Cenário Base	28,57%
Custo Variável	26,13%
Preço Simulado	28,27%
Preço e Taxa simulado	28,13%
Completo	28,64%

6. RESULTADOS E DISCURSSÃO

A tese apresentada objetiva inserir a metodologia de sequenciamento direto dos blocos de lavra a taxa de produção otimizada e uma metodologia mais precisa para estimativa dos custos de lavra.

Como a simulação executada utilizou o movimento browniano geométrico foi necessário utilizar o comportamento histórico do preço do ouro. Como a deriva histórica é menor do que 5% a simulação dos preços não poderia resultar em desvios muito maiores que este valor entre os períodos ou anos. A maior deriva média encontrada foi determinada no ano 9 em que a deriva foi de 2,99%, em que a deriva média de todos os períodos registrada foi de 1,01%. Devido ao comportamento registrado na simulação coincidir com a expectativa da realidade estimo a confiabilidade dos resultados.

O algoritmo de Dijkstra demonstrou ser uma interessante ferramenta para guiar a estimativa de custo de transporte, apresentando um resultado visualmente coerente quando utilizado em conjunto com a técnica de suavização das curvas. Devido à facilidade em inserir os dados em cada bloco, pode ser utilizado como uma ferramenta interessante para estimativa de custos em cava final e sequenciamento de lavra, tornando tais metodologias mais flexíveis à detalhes específicos de cada bloco.

A análise da Figura 5-29 permite identificar até qual nível de lavra o custo operacional sofre um aumento significativo. A distância e o tempo de transporte do nível 1 até 7 possui um aumento suave, após esta faixa ocorre um aumento significativo. Até o nível 7 a distância de transporte é menor do que 50 metros no nível 14 a distância subiu para quase 90 metros. Essa informação pode ser utilizada no planejamento e sequenciamento de cava que tenderá a lavar as regiões de maior benefício econômico primeiro, como o aumento de custo é uma variável importante para determinar o benefício o caminho de Dijkstra pode ser utilizado para identificar o melhor benefício econômico. A metodologia é capaz de determinar o crescimento do custo de movimento do equipamento de transporte de acordo com as condições operacionais e espaciais de cada empreendimento mineral, evitando a utilização de regras empíricas e custos fixos não reais.

A Figura 5-30 permite identificar uma relação linear entre a distância mínima e o tempo mínimo de transporte, entretanto não significa que todos empreendimentos irão apresentar o mesmo comportamento linear. Provavelmente em um modelo geológico com corpos com distância variável entre os corpos mineralizados a distância mínima não apresente crescimento

linear. Menor valor de inclinação do acesso leva a menor necessidade de percorrer uma distância horizontal para variar a cota vertical. A velocidade desenvolvida em um acesso mais íngreme é menor, a análise deste modelo leva a escolha de uma inclinação maior pois apesar da maior distância percorrida pela inclinação de 11%, aproximadamente 62%, a maior velocidade contribuiu para que o tempo de ciclo fosse reduzido. Realizar a análise de sensibilidade das possíveis inclinações utilizando o caminho de custo mínimo de Dijkstra possibilita determinar a inclinação máxima otimizada para as condições operacionais e modelo analisado.

Para validar a construção do algoritmo de sequenciamento direto implementado nessa tese foi construído um cenário base. Nesse cenário foram configurados os mesmos parâmetros e modelo utilizando a metodologia de Lerchs-Grossmann e o algoritmo proposto. O resultado encontrado resultou em um valor presente líquido 28.57% maior em relação a metodologia de Lerchs-Grossmann. Esse valor é esperado para depósitos de ouro, pois os depósitos de metal contido favorecem a utilização do sequenciamento direto. Devido a paridade entre o resultado teoricamente encontrado e a realidade acreditamos no potencial do algoritmo implementado.

O algoritmo foi extremamente hábil ao tratar o sequenciamento baseado em custos diferenciados. Pois foi capaz de fugir da zona de maior custo operacional conforme comprova a Figura 5-51. Importante ressaltar que mesmo com a alteração nos custos operacionais ainda foi possível alcançar um custo de 26,13% maior que o cenário base de Lerchs-Grossmann.

Os cenários baseados em preço simulados foram capazes de ressaltar a habilidade do sequenciamento de avaliar o custo de oportunidade presente no sequenciamento de lavra. Esses exemplos foram capazes de exemplificar o problema de cava desagradável, em que pode não ser viável lavar todo minério mais rico nos primeiros períodos. As Figura 5-55 e Figura 5-60 demonstram a habilidade de retirar maior quantidade de minério de ouro do sistema quando utilizados os preços simulados, pois neste caso o preço apresentou um crescimento. O aumento do preço favoreceu a retirada de maior quantidade de ouro, caso tivesse ocorrido uma queda do preço provavelmente o cenário seria bem diferente. Devido ao aumento no preço simulado o valor presente líquido nesses cenários aumentou aproximadamente 28%.

7. CONCLUSÃO

A formulação proposta para otimização da taxa de produção foi capaz de representar a economia de escala prevista teoricamente, pois o aumento de produção diminuiu o custo unitário. Para o cenário determinístico a taxa ótima de produção determinada foi de 26,8 Mt. Devido à diminuição da eficiência da operação, a recuperação da substância de interesse tende a diminuir. O ponto de equilíbrio entre estes sistemas é representado pelo custo marginal zero, taxa de produção capaz de fornecer a maior utilidade marginal. A correlação entre taxa de produção e preço de venda foi comprovada, porém os limites superior e inferior do preço simulado devem ser observados. Pois caso o preço simulado esteja abaixo do *Break Even* torna o empreendimento inviável e preços muito elevados não afetam significativamente a taxa de produção. A formulação mostrou capacidade para considerar os parâmetros operacionais e financeiros não contemplados nas regras de Taylor.

Como a taxa de produção ideal é calculada em função do preço simulado do minério de ouro, o comportamento crescente com baixa oscilação no longo prazo não provocou grandes oscilações na taxa produtiva. Entretanto esse resultado está condicionado ao comportamento desse bem mineral, caso o depósito estudado tivesse outro minério de maior oscilação o resultado das taxas de produção iria apresentar variabilidade considerável.

Apesar do resultado financeiro ser extremamente favorável deve ser considerado os problemas operacionais apresentados por essa técnica. Na maioria das imagens de sequenciamento apresentadas é possível perceber o espalhamento de alguns blocos fora da cava. Este evento faz com que não seja um cenário totalmente operacional, a metodologia necessita de implementação de mecanismos de controle para evitar esse comportamento. Provavelmente a implementação de restrição operacional irá reduzir parte do aumento do valor presente líquido encontrado nesse trabalho.

8. CONTRIBUIÇÕES ORIGINAIS AO CONHECIMENTO

A academia e o mercado de trabalho determinam a localização dos acessos em cavas de lavra a céu aberto e galerias de acessos de minas subterrâneas com um processo extremamente manual. Durante o processo de pesquisa deste trabalho não foi possível identificar trabalhos na área de mineração capazes de determinar metodologias automáticas para construção dos acessos. A pesquisa realizada teve que ser direcionada exclusivamente para modelos matemáticos capazes de resolver os problemas de roteamento. Como estrutura de dados utiliza o modelo de grafos por ser de fácil representatividade, além de ser possível utilizar os centroides dos blocos como elementos do sistema. Devido os arcos dos grafos serem semelhantes a vetores foi possível determinar inclinação e distância entre os blocos, conseqüentemente velocidade para o equipamento percorrer este sistema. O algoritmo de Dijkstra foi escolhido pela capacidade de determinar o caminho de menor custo entre os nós de uma rede de grafos respeitando as restrições impostas. A metodologia foi capaz de propor a construção dos acessos considerando a otimização do ciclo produtivo de lavra, pois podem ser minimizados os custos de transporte entre dois pontos.

A taxa de produção de um empreendimento mineiro é determinada de acordo com a regra de Taylor. Esta regra foi elaborada com a coleta da taxa de produção e tamanho de reserva de diversas minas realizadas por Taylor no século passado. Com a nuvem de pontos coletados foi possível determinar uma regressão de maior aderência a estes pontos. Essa curva de regressão recebeu o nome de regra de Taylor. Essa regra não leva em conta os custos, receitas e produtividade do empreendimento. A adoção do ponto de receita marginal é possível determinar a quantidade ideal de material lavrado de acordo com a estrutura presente no empreendimento.

O sequenciamento direto dos blocos de lavra facilita o estudo do custo de oportunidade de cada bloco de lavra. Pois é possível determinar a receita e os custos relativos a lavra deste bloco de acordo com sua posição no espaço e período lavrado. A determinação do custo de lavra com custo de transporte minimizado e taxa de produção ótima é uma metodologia capaz de aproximar o planejamento de longo prazo ao planejamento de curto prazo.

9. RELEVÂNCIA DOS RESULTADOS

As alocações dos acessos influenciam o ciclo de transporte e economicidade do empreendimento. Analisar a profundidade de lavra que o custo de transporte sofre crescimento vertiginoso. Determinação automática da localização dos acessos com parâmetros mínimos de distância ou tempo de ciclo.

Equação constitutiva capaz de determinar a velocidade do equipamento no trecho de acordo com a inclinação da via para cada equipamento de transporte.

Utilização de aprendizado de máquina para determinação do conjunto de acessos com menor distância média entre os blocos.

Comprovação de que a clusterização hierárquica é capaz de selecionar regiões candidatas a tornarem-se frentes de lavra.

Estimativa da taxa de produção baseado nos acessos e rota de processamento mineral estimada.

Maior impacto dos fatores de custo na taxa ótima de produção do que a relação entre estéril e minério.

Capacidade avaliar os diversos cenários de sequenciamento, mesmo que seja necessário postergar a lavra de algum minério.

10. TRABALHOS FUTUROS

A metodologia de cálculo da taxa ótima de produção para cada período de lavra é atualizada apenas pelo preço simulado. Desenvolver uma metodologia capaz de estimar a variação do custo das operações de lavra pode provocar um aumento da aderência a realidade dos empreendimentos minerais.

O processo de simulação de preços integrada a otimização da taxa ótima de produção não adota técnicas de otimização condicional. A taxa possui a liberdade para oscilar bruscamente entre diferentes períodos, oscilações vigorosas são evitadas na prática operacional. Pois diminuir a taxa de produção significa diminuir a utilização de equipamentos e demitir mão de obra. O ideal é buscar mudanças graduais na taxa de produção. Como o ouro possui transição suave entre os diferentes períodos de lavra não ocorreu mudanças bruscas neste trabalho, entretanto existem *comodities* de comportamento errático.

Propor mecanismos para estimar a aceleração e desaceleração dos equipamentos na via de transporte. A metodologia adotada considera a velocidade do equipamento constante durante o traslado do equipamento.

Considerar a alocação de equipamentos durante o sequenciamento dos blocos de lavra. A metodologia proposta não considera a utilização dos equipamentos durante o sequenciamento. Considerar a presença de equipamentos iria diminuir a movimentação dos equipamentos de lavra durante diferentes períodos de produção.

Implementar metodologias computacionais capazes de reduzir o tamanho do problema para aumentar a velocidade de trabalho do algoritmo. Implementar mecanismos para aumentar a operacionalidade do resultado apresentado, pois o espalhamento dos blocos é prejudicial a operação de lavra.

Possibilidade de integração do planejamento de lavra e rotas de transporte dos equipamentos. Potencialmente todos os custos associados as operações unitárias e restrições de ordem técnica ou operacional podem ser adicionados ao problema de modo a integrar todas as áreas.

11. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABBAS, Amir et al. A New High-order , Non-stationary and Transformation Invariant Spatial Simulation Approach. **Geostatistics Valencia 2016**, [s. l.], p. 1–15, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-46819-8_6>
- ALARIE, Stephane; GAMACHE, Michel. Overview of Solution Strategies Used in Truck Dispatching Systems for Open Pit Mines. **International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment**, [s. l.], v. 16, n. 1, p. 59–76, 2002. Disponível em: <<http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1076/ijsm.16.1.59.3408>>
- ASAD, M. W. A.; DIMITRAKOPOULOS, R. Implementing a parametric maximum flow algorithm for optimal open pit mine design under uncertain supply and demand. **Journal of the Operational Research Society**, [s. l.], v. 64, n. 2, p. 185–197, 2013. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1057/jors.2012.26>>
- ASKARI-NASAB, Hooman; MIETH, Clemens; MOHAMMAD TABESH. A hybrid local search/mixed integer programming approach to open pit controlled phase-design. **36th Applications of Computers and Operations Research in Mineral Industry**, [s. l.], v. 1, n. 780, p. 502–514, 2013.
- B . W . SILVERMAN. Some Aspects of the Spline Smoothing Approach to Non-Parametric Regression Curve Fitting. **Journal of the Royal Statistical Society**, [s. l.], v. 47, n. 1, p. 1–52, 2008.
- BAZZAZI, A Aghajani; OSANLOO, M.; SOLTANMOHAMMADI, H. {Loading-Haulage} {Equipment} {Selection} {in} {Open} {Pit} {Mines} {Based} {on} {Fuzzy-Topsis} {Method}. {Gospodarka} {Surowcami} {Mineralnymi-Mineral} {Resources} {Management}, [s. l.], v. 24, n. 4, Part 3, p. 87–102, 2008.
- BEKIROU, Stelios et al. Multivariate dependence risk and portfolio optimization: An application to mining stock portfolios. **Resources Policy**, [s. l.], v. 46, n. P2, p. 1–11, 2015. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.resourpol.2015.07.003>>
- BELLMANN, R. E. On a routing problem. **Appl. Math.**, [s. l.], v. 16, p. 87–90, 1958.
- BERETTA, Filipe; MARINHO, Alexandre. The Impacts of Slope Angle Approximations on Pit Optimization. **Apcom**, [s. l.], n. July, p. 153–160, 2015. Disponível em: <http://www.cbmina.org.br/media/trab/arq_52>
- BIENSTOCK, D.; ZUCKERBERG, M. **Solving LP relaxations of large-scale**. [s.l.] : In F. Eisenbrand & F. B. Shepherd (Eds.), (pp. 1-14): Springer, 2010.

BLUM, C.; ROLI, A. Metaheuristics in combinatorial optimization: overview and conceptual comparison. **ACM Computing Surveys**, [s. l.], v. 35, n. 3, p. 189–213, 2003.

BOGNA MRÓWCZYŃSKA. Optimal Routes Scheduling for Municipal Waste Disposal Garbage Trucks Using Evolutionary Algorithm and. **TRANSPORT PROBLEMS**, [s. l.], v. 6, n. 4, 2011.

BOLAND, Natasha; DUMITRESCU, Irina; FROYLAND, Gary. A Multistage Stochastic Programming Approach to Open Pit Mine Production Scheduling with Uncertain Geology. **Optimization Online**, [s. l.], p. 1–33, 2008.

BURGARELLI, Hudson Rodrigues et al. Direct block scheduling under marketing uncertainties. **REM**, [s. l.], v. 71, n. 2, p. 275–280, 2018.

CACCETTA, Louis; HILL, Stephen P. Atlas: An Application of Branch and Cut to Open Pit Mine Scheduling by Louis Caccetta. [s. l.], p. 349–365, 2003. Disponível em: <<http://atlas-conferences.com/c/a/h/q/19.htm>>

CAMUS, Juan Pablo. **Management of Mineral Resources - Creating Value in the Mining Business**. [s.l.] : Society for Mining, Metallurgy & Exploration (SME), 2002. Disponível em: <https://app.knovel.com/web/toc.v/cid:kpMMRCVMB1/viewerType:toc/root_slug:management-mineral-resources/url_slug:management-mineral-resources?b-q=concrete&b-group-by=true>

CHAVES, A. P.; PERES, A. E. C. **Teoria e Prática do Tratamento de Minérios**. Volume 3. ed. [s.l.] : Signus Editora/Brasil Minera, 2003.

CHIANG, YJ; MITCHELL, JSB. Two-point Euclidean shortest path queries in the plane. **Proceedings of the tenth annual ACM-SIAM ...**, [s. l.], n. Section 5, p. 215–224, 1999. Disponível em: <<http://dl.acm.org/citation.cfm?id=314560>>

CHICOISNE, Renaud et al. A New Algorithm for the Open-Pit Mine Production Scheduling Problem. **Operations Research**, [s. l.], v. 60, n. 3, p. 517–528, 2012. Disponível em: <<http://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/opre.1120.1050>>

CHIWF, Leonardo. **Modelagem e simulação de eventos discretos, Teoria & Aplicações**. Rio de Janeiro: Elsevier, 4ª Ed., 2015.

COMMUNICATION, Ministry of. Geometric Design Standards for Roads & Highways Department. **Government of the People's Republic of Bangladesh Ministry of Communications Roads and Railways Division**, [s. l.], n. October, 2000.

COOPER, Robert B. **Introduction to Queueing Theory**. Second ed. New York, NY: North Holland, 1981.

- CULLENBINE, Christopher; WOOD, R. Kevin; NEWMAN, Alexandra. A sliding time window heuristic for open pit mine block sequencing. **Optimization Letters**, [s. l.], v. 5, n. 3, p. 365–377, 2011.
- DANZIG, G. **All shortest routes from j fixex origin in a graph, in: Theory of graphs**. New York, NY.
- DHILLON, B. S. **Mining Equipment Reliability, Maintainability and Safety**. Ottawa, Canadá: Springer, Fist Edition, 2008.
- DIJKSTRA, E. W. A note on two problems in connexion with graphs. **Numerische Mathematik**, [s. l.], v. 1, n. 1, p. 269–271, 1959. a.
- DIJKSTRA, E. W. A Note on Two Probles in Connexion with Graphs. **Numerische Mathematik**, [s. l.], v. 1, n. 1, p. 269–271, 1959. b.
- DIMITRAKOPOULOS, R. Stochastic optimization for strategic mine planning: A decade of developments. **Journal of Mining Science**, [s. l.], v. 47, n. 2, p. 138–150, 2011. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1134/S1062739147020018>>
- DIMITRAKOPOULOS, R.; MARTINEZ, L.; RAMAZAN, S. A maximum upside / minimum downside approach to the traditional optimization of open pit mine design. **Journal of Mining Science**, [s. l.], v. 43, n. 1, p. 73–82, 2007.
- DNPM. **Sumário Mineral 2015**. Brasília: Imprensa Oficial Nacional, 2015.
- FARMER, Iain Wesley. Stochastic Mining Supply Chain Optimization : A Study of Integrated Capacity Decisions and Pushback Design Under Uncertainty. [s. l.], p. 1, 2016.
- FIDLER, Markus; EINHOFF, Gerrit. Routing in Turn-Prohibition Based Feed-Forward Networks. **Proceedings of IEEE INFOCOM**, [s. l.], v. 2, p. 884–893, 2000.
- FRANCO-SEPULVEDA, Giovanni; CAMPUZANO, Carlos; PINEDA, Cindy. NPV risk simulation of an open pit gold mine project under the O’Hara cost model by using GAs. **International Journal of Mining Science and Technology**, [s. l.], v. 27, n. 3, p. 557–565, 2017. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ijmst.2017.03.004>>
- GERSHON, Mark. Heuristic approaches for mine planning and production scheduling. **International Journal of Mining and Geological Engineering**, [s. l.], v. 5, n. 1, p. 1–13, 1987.
- GFDRR. **Data Management**. 2016. Disponível em: <<http://www.charim.net/>>.
- GLOVER, Fred. **Handbook of Metaheuristics**. [s.l: s.n.].
- GOODFELLOW, R.; DIMITRAKOPOULOS, R. Algorithmic integration of geological uncertainty in pushback designs for complex multiprocess open pit mines. **Mining**

Technology, [s. l.], v. 122, n. 2, p. 67–77, 2013. Disponível em: <<http://www.tandfonline.com/doi/full/10.1179/147490013X13639459465736>>

GOODFELLOW, Ryan C.; DIMITRAKOPOULOS, Roussos. Global optimization of open pit mining complexes with uncertainty. **Applied Soft Computing Journal**, [s. l.], v. 40, p. 292–304, 2016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.asoc.2015.11.038>>

HALL, Brian. Cut-off Grades and Optimising the Strategic Mine Plan Cut-off Grades and Optimising the Strategic Mine Plan. [s. l.], 2014.

HARTMAN, H. L. **Introductory Mining Engineering**. New York, NY.

HILDENBRAND, Werner. **Market demand: Theory and empirical evidence**. [s.l.] : Princeton University Press, 2014.

HRUSCHKA, E. R.; EBECKEN, N. F. F. A Genetic algorithm for cluster analysis. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, [s. l.], n. January, 2001.

HUSTRULID, W. **Open pit mine – Planning & design**. Rotterdam: Balkema, 1995.

JOHNSON, Thys. **Thesis**. 1968. UNIVERSITY OF CALIFORNIA - BERKELEY, [s. l.], 1968.

JULA, Hossein et al. Full-truck-load assignment and route planning in deterministic and stochastic environments 1. **NSF Design and Manufacturing Grantees Conference**, [s. l.], p. 2957–2971, 2003.

KANATANI, Kenichi. Comments on “nonparametric segmentation of curves into various representations”. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, [s. l.], v. 19, n. 12, p. 1391–1392, 1997.

KANG, Hwan Il; LEE, Byunghee; KIM, Kabil. Path Planning Algorithm Using the Particle Swarm Optimization and the Improved Dijkstra Algorithm. **2008 IEEE Pacific-Asia Workshop on Computational Intelligence and Industrial Application**, [s. l.], p. 1002–1004, 2008. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/4756927/>>

KAPPAS, George; YEGULALP, Tunce M. An application of closed queueing networks theory in truck-shovel systems. **International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment**, [s. l.], v. 5, n. 1, p. 45–51, 1991.

KHALOKAKAIE, Reza. Computer-Aided Optimal Open Pit Design With Variable Slope Angles by. [s. l.], n. September, 1999.

KIZILKALE, Arman C.; DIMITRAKOPOULOS, Roussos. Optimizing mining rates under financial uncertainty in global mining complexes. **International Journal of Production Economics**, [s. l.], v. 158, p. 359–365, 2014. Disponível em:

<<http://dx.doi.org/10.1016/j.ijpe.2014.08.009>>

LAMBERT, W. Brian et al. Open-Pit Block-Sequencing Formulations: A Tutorial. [s. l.], n. July 2016, 2014. a.

LAMBERT, W. Brian et al. Open-pit block-sequencing formulations: A tutorial. **Interfaces**, [s. l.], v. 44, n. 2, p. 127–142, 2014. b. Disponível em: <<http://pubsonline.informs.orghttp://www.informs.org>>

LAMGHARI, Amina; DIMITRAKOPOULOS, Roussos. A diversified Tabu search approach for the open-pit mine production scheduling problem with metal uncertainty.pdf. **European Journal of Operational Research**, [s. l.], v. 222, p. 642–652, 2012.

LAMGHARI, Amina; DIMITRAKOPOULOS, Roussos. Network-flow based algorithms for scheduling production in multi-processor open-pit mines accounting for metal uncertainty. **European Journal of Operational Research**, [s. l.], v. 250, n. 1, p. 273–290, 2016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2015.08.051>>

LANE, Kenneth F. **The Economic Definition of Ore**, 1988.

LEITE, A.; DIMITRAKOPOULOS, Roussos. Production scheduling under metal uncertainty; application of stochastic mathematical programming at an open pit copper mine and comparison to conventional scheduling. **Publication Series - Australasian Institute of Mining and Metallurgy**, [s. l.], v. 2/2009, n. December, p. 27–31, 2009.

LELAND, P. E. Blank. **Engineering Economy**. [s.l.] : McGraw-Hill, 2008.

LERCHS, H.; GROSSMANN, L. F. Optimum design of open pit mines. **Canadian Mining and Metallurgical Bulletin**, [s. l.], v. v. LXVIII, p. 17–24., 1965.

LUZIA, L.; RODRIGUES, M. **Introdução ao Escalonamento e Aplicações - Estudo sobre as Metaheurísticas**. São Paulo, Brasil: IME - Insituto Militar de Engenharia, 2009.

MARINHO, Alexandre De Almeida. **Surface Constrained Stochastic Life-of-Mine Production Scheduling**. 2013. McGill University, [s. l.], 2013.

MEAGHER, C.; DIMITRAKOPOULOS, R.; AVIS, D. Optimized open pit mine design, pushbacks and the gap problem—a review. **Journal of Mining Science**, [s. l.], v. 50, n. 3, p. 508–526, 2014. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1134/S1062739114030132>>

MEAGHER, C.; DIMITRAKOPOULOS, R.; VIDAL, V. A new approach to constrained open pit pushback design using dynamic cut-off grades. **Journal of Mining Science**, [s. l.], v. 50, n. 4, p. 733–744, 2014. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1134/S1062739114040140>>

MORALES, N. et al. A comparison of conventional and direct block scheduling methods for

open pit mine production scheduling. **Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry - Proceedings of the 37th International Symposium, APCOM 2015**, [s. l.], v. 56, n. 2, p. 1040–1051, 2015.

MUNIRATHINARN, Mohan; YINGLING, Jon C. A review of computer-based truck dispatching strategies for surface mining operations. **International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment**, [s. l.], v. 8, n. 1, p. 1–15, 1994.

NADER, A. **Monitoramento de taludes via radar SSR como indicador chave de desempenho geotécnico integrado às atividades primárias da cadeia de valor mineral**. 2012. USP - Universidade de São Paulo, [s. l.], 2012.

NADER, A. Et All. **ESTADO DA ARTE E MODELAMENTO MATEMÁTICO PARA O SEQUENCIAMENTO DIRETO DE BLOCOS**. Belo Horizonte.

NOGHOLI, Amin Alah. Optimisation of open pit mine block sequencing. [s. l.], 2015. Disponível em: <<http://eprints.qut.edu.au/86697/>>

OLGA ABDRAHITOVA. **Using Mining Direction for Pushback Generation in GEOVIA Whittle**. [s.l: s.n.].

PANIGRAHY, Rina. An improved algorithm finding nearest neighbor using Kd-trees. **Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)**, [s. l.], v. 4957 LNCS, p. 387–398, 2008.

PAUL, Abraham. Data Mining Analytics to Minimize Logistics Cost. **International Journal of Advances in Science and Technology**, [s. l.], v. 2, n. 3, p. 89–107, 2011. Disponível em: <http://www.researchgate.net/publication/233857554_Data_Mining_Analytics_to_Minimize_Logistics_Cost/file/9fcfd50c382502e4cf.pdf>

PEURIFOY, Robert Leroy; LEDBETTER, William Burl. **Construction planning, equipment, and methods**. 4. ed. New York, NY: McGraw-Hill, 1985.

PINTO, Cláudio;; DUTRA, José. **INTRODUÇÃO AO PLANEJAMENTO E OPERAÇÃO DE LAVRA**. 1ª ed. Belo Horizonte: Universidade Corporativa Chemtech, 2008.

PRADO, Darci Santos. **Teoria das Filas e Simulação**. [s.l.] : Editora Falconi, 5ª Ed, 2014.

RAHMANPOUR, M.; OSANLOO, M. Determination of value at risk for long- term production planning in open pit mines in the presence of price uncertainty. **Journal of the Southern African Institute**, [s. l.], n. November 2015, p. 8–11, 2016.

RAMAZAN, Salih. The new Fundamental Tree Algorithm for production scheduling of open pit mines. **European Journal of Operational Research**, [s. l.], v. 177, n. 2, p. 1153–1166, 2006.

RENDU, Jean-michel. **An Introduction to Cut-off Grade Estimation**. Littleton: Society for Mining, Metallurgy, And Exploration, Inc. (SME), 2008.

RICARDO, Helio de Souza /. Guilherme Caralani. **Manual Prático de Escavação - Terraplenagem e Escavação de Rocha**. 3ª ed. [s.l.] : Pini, 2007.

RICHARDSON, Mike; NICHOLLS, Peter. **A Business and Labour History of Britain**. [s.l.] : Palgrave MacMillan, 2011.

RODRIGUES, Lásara Fabrícia; PINTO, Luiz Ricardo. Análise comparativa de metodologias utilizadas no despacho de caminhões em minas a céu aberto. **Rem: Revista Escola de Minas**, [s. l.], v. 65, n. 3, p. 377–384, 2012. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0370-44672012000300015&lng=pt&tlng=pt>

RUNGE, Ian C. **Mining economics and strategy**. [s.l.] : SME, 1998.

SATTARVAND, Javad. Long-term Open pit Planning by Ant Colony Optimization. [s. l.], p. 125, 2009. Disponível em: <<http://publications.rwth-aachen.de/record/62878/files/3906.pdf>>

SCHATZ, Richard S.; NIETO, Antonio; LVOV, Serguei N. Long-term economic sensitivity analysis of light duty underground mining vehicles by power source. **International Journal of Mining Science and Technology**, [s. l.], v. 27, n. 3, p. 567–571, 2017. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ijmst.2017.03.016>>

SMITH, G. L. Strategic long term planning in mining. **Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy**, [s. l.], v. 112, n. 9, p. 761–774, 2012.

SNIEDOVICH, M. Dijkstra’s algorithm revisited: the dynamic programming connexion. **Journal of Control and Cybernetics**, [s. l.], v. 35, n. 3, p. 599–620, 2006.

SONGOLO, Mwiya. Pushback Design using Genetic Algorithms Western Australian School of Mines Pushback Design using Genetic Algorithms. [s. l.], n. August, 2015.

SOUZA, Felipe Ribeiro; MELO, Michel. Mining. **REM**, [s. l.], v. 67, n. 4, p. 389–395, 2014.

STONE, Merab Menabde; Gary Froyland; Peter. **MINING SCHEDULE OPTIMISATION FOR CONDITIONALLY SIMULATED OREBODIES**, 2005.

TAKAO, Kazutaka et al. Network Representation and Shortest Path Reflecting the Ramp Entry or Exit Direction. **Transportation**, [s. l.], p. 1–8, [s.d.].

TAPIA CORTEZ, C. A. et al. Alternative techniques for forecasting mineral commodity prices. **International Journal of Mining Science and Technology**, [s. l.], 2017.

THOMPSON, R. J.; VISSER, A. T. The functional design of surface mine haul roads. **The Journal of The South African Institute of Mining and Metallurgy**, [s. l.], v. 100, n. 3, p.

169–180, 2000.

TORRES, Vidal et al. **Relatório Científico: Determinação de Push Back por Meio da Metodologia Clássica**. Ouro Preto.

TULCANAZA, Edmundo. **Evaluación de recursos y negocios mineros**. [s.l.] : Oficina dos Textos, 1ª Ed., 2015. a.

TULCANAZA, Edmundo. **Avaliação de empreendimentos e recursos minerais**. São Paulo, Brasil: Oficina de textos, 2015. b.

WEGMAN, Edward J.; WRIGHT, Ian W. Splines in statistics. **Journal of the American Statistical Association**, [s. l.], v. 78, n. 382, p. 351–365, 1983.

WEINTRAUB, Andres; PEREIRA, Marianela; SCHULTZ, Ximena. A Priori and A Posteriori Aggregation Procedures to Reduce Model Size in MIP Mine Planning Models. **Electronic Notes in Discrete Mathematics**, [s. l.], v. 30, n. C, p. 297–302, 2008.

WHITTLE, David. **GEOVIA WHITTLE SIMULTANEOUS OPTIMIZATION**. [s.l: s.n.].

WHITTLE, Gerald. Misguided Objectives that Destroy Value. **The Orebody Modelling & Strategic Mine Planning Conference**, [s. l.], n. March, p. 97–101, 2009.

WILLIAM A. HUSTRULID; MARK KUCHTA; RANDALL K. MARTIN. **Open Pit Mine Planning and Design**. 3º Edition ed. [s.l.] : CRC Press, 2013.

WILLS, Barry A.; NAPIER-MUNN, Tim. **An Introduction to the Practical Aspects of Ore Treatment and Mineral**. [s.l.] : Elsevier Science & Technology Books, 2006.

ANEXO A – FLUXOGRAMA DO SOFTWARE

O software proposto é dividido em 3 diferentes módulos: construção de caminho otimizado, otimização da produção e sequenciamento direto de blocos. O sistema de caminho otimizado recebe como entrada o modelo de blocos completos ou fases de lavra, a resposta do software serão as coordenadas que compõem o acesso. O produto do caminho otimizado fornece os custos de transporte para cada bloco necessários a otimização e o somatório de custos utilizado pelo módulo de otimização da produção. O módulo de otimização da produção além do cálculo da taxa ótima de produção fornece ao módulo de sequenciamento os preços simulados e taxas ótimas de produção simulado. Os fluxogramas que representam o processo podem ser observados das Figuras 125 até 127.

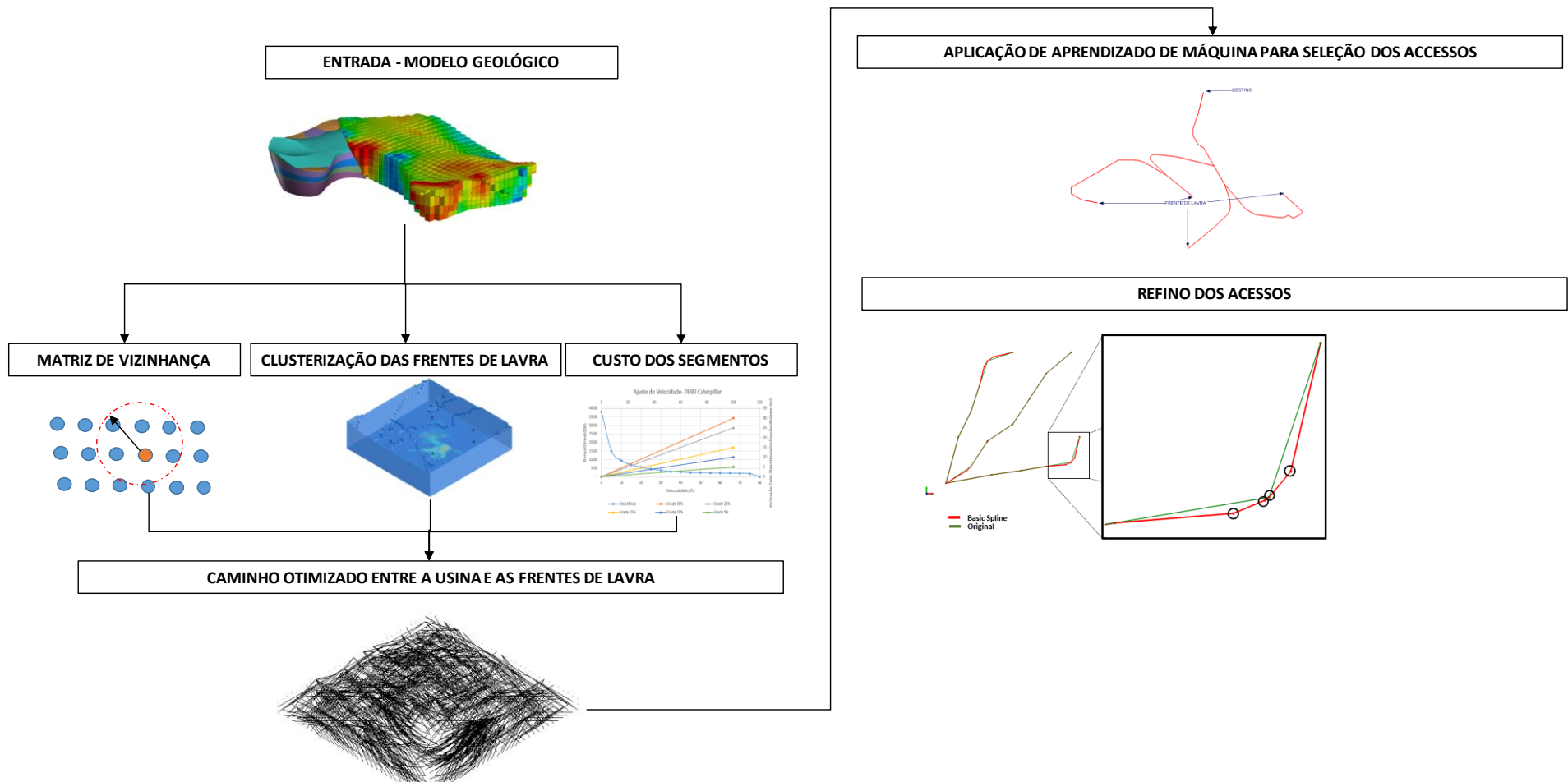


Figura 65 - Fluxograma Acesso Otimizado – Módulo de Caminho Otimizado

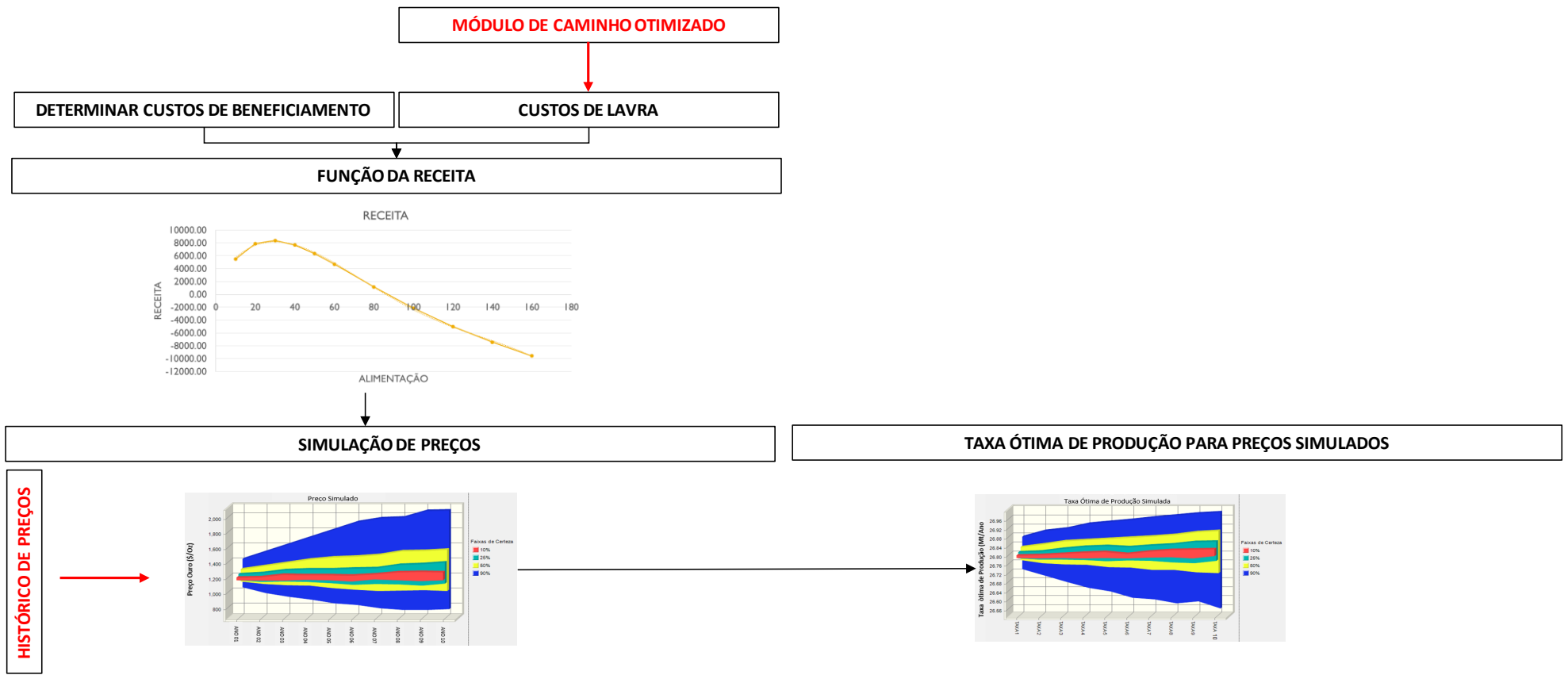


Figura 66 - Fluxograma da Otimização da Produção – Módulo de Produção Otimizada

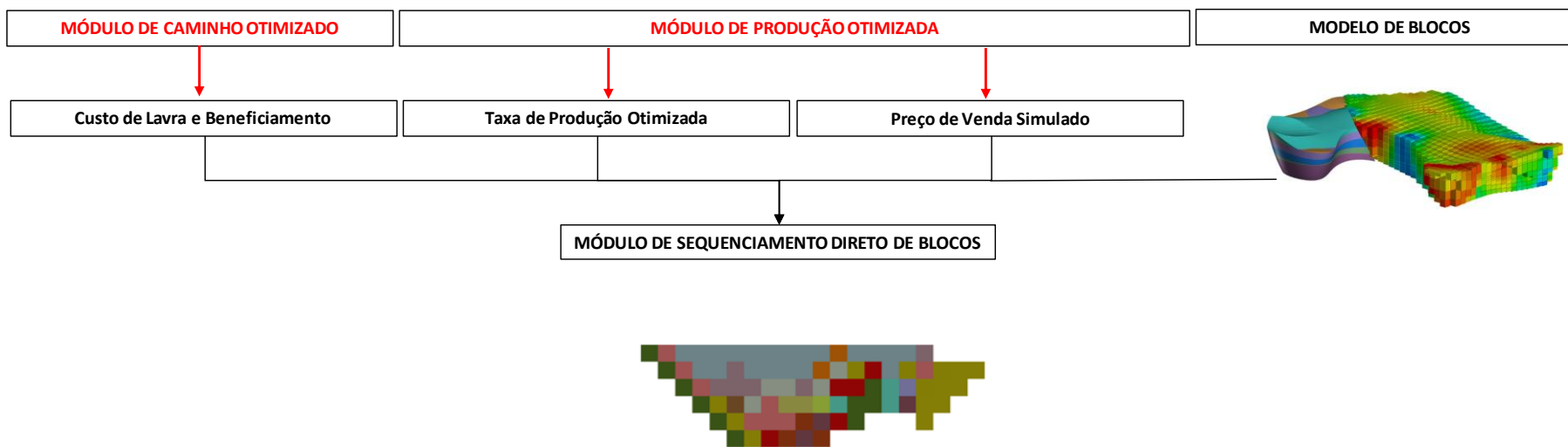


Figura 67 - Módulo de Sequenciamento Direto de Blocos

ANEXO B – ESTRUTURA DO SOFTWARE

Os módulos de otimização de acessos e otimização da produção foram desenvolvidos utilizando a linguagem python. Conforme descrito abaixo temos o modulo de otimização de rotas descrito.

```
from scipy.spatial import distance_matrix
import numpy as np
from scipy.cluster.vq import vq,kmeans
from numpy import genfromtxt
import pandas as pd
import os
os.chdir("F:\\[PASTA]")
from sklearn.neighbors import NearestNeighbors
from scipy.spatial import distance
import networkx as nx

# _____
# _____CLUSTERIZAÇÃO_____
# _____

print(" Identificando Culsters")
mb =genfromtxt('MARVIN_MM.csv', delimiter=',')
linhas=mb.shape[0]-1
mb =mb[:,1:4]
my_df = pd.DataFrame(mb)
my_df.to_csv('MB_Menor.csv', index=False, header=False,float_format='% 3f')

data = genfromtxt('MB_Menor.csv', delimiter=',')
#Concatena dois arrays
#print(class1,class2)

#Obtem os centroides e a variancia
```

```

centroides , variancia = kmeans(data,20)

#Obtêm a matriz de classificação

codico,distancia=vq(data,centroides)

my_df = pd.DataFrame(centroides)
my_df.to_csv('centroides.csv', index=False, header=False,float_format='% 3f')
#_____
#_____BUSCA IDENTIFICAR OS CAMINHOS_____
#_____

Modelo_Blocos = genfromtxt('MARVIN_MM.csv', delimiter=',')
Pontos_Modelo= Modelo_Blocos[:,4]
CENTROIDES=centroides.astype(int)

LISTA = []
DISTANCIA =[]
print("Identificando Blocos Proximos aos Centroides")
#-----
# FUNCAO DA DISTANCIA
def Distancia(xa,ya,za,pontob):
    xb=Pontos_Modelo[pontob,1]
    yb=Pontos_Modelo[pontob,2]
    zb=Pontos_Modelo[pontob,3]
    return (distance.euclidean((xa,ya,za),(xb,yb,zb)))

for cont1 in range(centroides.shape[0]):
    for cont in range(Modelo_Blocos.shape[0]-1):
        XA=centroides[cont1,0]
        XB=centroides[cont1,1]
        XC=centroides[cont1,2]
        PONTOB=cont
        DISTANCIA.append(Distancia(XA, XB, XC, PONTOB))

```

```

DISTANCIA_ARRAY=np.asarray(DISTANCIA)
LISTA.append(np.argmin(DISTANCIA_ARRAY))
#print(np.argmin(DISTANCIA_ARRAY),np.min(DISTANCIA_ARRAY),"-", cont1)
DISTANCIA =[]

# LISTA - Contem os pontos mais proximos dos clusters
LISTA=np.asarray(LISTA)
print(LISTA)
my_df = pd.DataFrame(LISTA)
my_df.to_csv('LISTA.csv', index=False, header=False,float_format='%i')

# _____
# _____ CALCULAR OS CAMINHOS FALTANTES _____
# _____

#IMPORTAR MODELO
Posicao=list(np.array(Pontos_Modelo))
Pontos=np.delete(Posicao, 0,1)
#permuta das colunas
permuta=[1,2,0]
i = np.argsort(permuta)
# CALCULAR VIZINHOS
nbrs = NearestNeighbors(n_neighbors=1000,radius=200,metric='minkowski', p=2,
algorithm='ball_tree').fit(Pontos[:,i])
distances, M_Vizinhanca = nbrs.kneighbors(Pontos[:,i])
# Forma da Matriz Vizinhanca
Forma=M_Vizinhanca.shape
numero=Forma[0]
Quant_Linhas = numero-1
Vizinho=Forma[1]
print("Inicio Matriz Vizinhanca")

# FUNCAO DA DISTANCIA2

```

```

def Distancia2(PontoA,PontoB):
    xa=Pontos_Modelo[PontoA,1]
    ya=Pontos_Modelo[PontoA,2]
    za=Pontos_Modelo[PontoA,3]
    xb=Pontos_Modelo[PontoB,1]
    yb=Pontos_Modelo[PontoB,2]
    zb=Pontos_Modelo[PontoB,3]
    return (distance.euclidean((xa,ya,za),(xb,yb,zb)))

# MATRIZ DE ADJACENCIA - FILTRADA PELO GRADE - Filtrar pelo zero
adjacencia=[]
for linha in range(numero):
    for coluna in range(1,Vizinho):
        ponto0=M_Vizinhanca[linha,0]
        ponto1= M_Vizinhanca[linha,coluna]
        xdif = abs(Pontos_Modelo[ponto0,1]- Pontos_Modelo[ponto1,1])
        ydif = abs(Pontos_Modelo[ponto0,2]- Pontos_Modelo[ponto1,2])
        zdif = abs(Pontos_Modelo[ponto0,3]- Pontos_Modelo[ponto1,3])
        if ((abs(xdif) >=6) or (abs(ydif) >= 6)) and (zdif <= 2) :
            if ((Pontos_Modelo[ponto0,1] != Pontos_Modelo[ponto1,1]) and
(Pontos_Modelo[ponto0,2] != Pontos_Modelo[ponto1,2]) ) :
                adjacencia.append((ponto0, ponto1,Distancia2(ponto0,ponto1)))

print("Matriz Finalizada.")

Rotas=[]
Comprimento=[]
#-----
# GERARA CAMINHOS
def CAMINHOS(FINAL):
    Rota_Temp = nx.dijkstra_path(DG,inicial,FINAL)
    for posicao in range(len(Rota_Temp)):

```

```
Rotas.append((FINAL,Pontos_Modelo[Rota_Temp[posicao],1],Pontos_Modelo[Rota_Temp
[posicao],2], Pontos_Modelo[Rota_Temp[posicao],3]))
```

```
#CRIAR GRAFO
```

```
DG = nx.DiGraph()
```

```
DG.add_weighted_edges_from(adjacencia)
```

```
inicial = 15
```

```
print("Inicio Dijkstra.")
```

```
#CALCULAR DIJSKTRA
```

```
for cont in range(len(LISTA)):
```

```
    CAMINHOS(LISTA[cont])
```

```
my_df = pd.DataFrame(Rotas)
```

```
my_df.to_csv('ROTAS.csv', index=False, header=False,float_format='%3f')
```

```
# _____
```

```
# _____CALCULAR MENOR DISTANCIA MÉDIA_____
```

```
# _____
```

```
print("Calculando a Menor Distância Média")
```

```
Rotas=np.asarray(Rotas)
```

```
Rota_Array=Rotas[:,1:4]
```

```
# Matriz de Distancia entre Pontos das Rotas e Centroides
```

```
Matriz_Distancia = (distance_matrix(Rota_Array,centroides))
```

```
# Determinar distancia media dos pontos aos centroides
```

```
auxiliar = np.array(Matriz_Distancia)
```

```
media=auxiliar.mean(axis=1)
```

```

# CRIAR A MATRIZ COM ID DE ROTA E DISTANCIA PARA CENTROIDE POR
PONTO
Dist_Media=[]
for cont in range(len(media)):
    Dist_Media.append((Rotas[cont,0],media[cont]))

Dist_Media=np.asarray(Dist_Media)

Rota_Quant=Rotas[:,1]
Rota_Quant=np.array(Rota_Quant)
my_sum=[]
for cont in range(len(LISTA)):
    my_sum.append((LISTA[cont],sum(v[1] for v in Dist_Media if
v[0]==LISTA[cont])/np.sum(Rota_Quant == LISTA[cont])))

my_sum=np.asarray(my_sum)

order_sum = sorted(my_sum, key=lambda a_entry: a_entry[1])
order_sum=np.asarray(order_sum)

# _____
#CALCULAR CAMINHOS A PARTIR DA RETA MINIMA_____
# _____

Rota_Temp=0
Rota_Unida=[]
# GERARA CAMINHOS
def CAMINHOS2(FINAL):
    Rota_Temp = nx.dijkstra_path(DG,inicial,FINAL)
    for posicao in range(len(Rota_Temp)):

Rota_Unida.append((FINAL,Pontos_Modelo[Rota_Temp[posicao],1],Pontos_Modelo[Rota
_Unid[posicao],2], Pontos_Modelo[Rota_Temp[posicao],3]))

```



```

#LIMITE=len(order_sum)
LIMITE=3
# CRIAR A PRIMEIRA ROTA PARA INICIAR O PROCESSO | O CAMINHO É
ADICIONADO NA VARIAVEL "ROTAS"
CAMINHOS(order_sum[0,0])
for centroide in range(1,LIMITE):
    Matriz_Distancia =[]
    media=[]
    Proximo=np.asarray(Rota_Unida)
    Proximo2=Proximo[:,1:4]
    Matriz_Distancia = (distance_matrix(Proximo2,centroides))
    # Determinar distancia media dos pontos aos centroides
    auxiliar = np.array(Matriz_Distancia)
    media=auxiliar.mean(axis=1)
    # CRIAR A MATRIZ COM ID DE ROTA E DISTANCIA PARA CENTROIDE POR
PONTO
    Dist_Media=[]
    for cont in range(len(media)):
        Dist_Media.append((Proximo[cont,0],media[cont]))
    Dist_Media=np.asarray(Dist_Media)

    Rota_Quant=Proximo2[:,1]
    Rota_Quant=np.array(Rota_Quant)
    my_sum=[]
    for cont in range(len(LISTA)):
        my_sum.append((LISTA[cont],sum(v[1] for v in Dist_Media if
v[0]==LISTA[cont])/np.sum(Rota_Quant == LISTA[cont])))

    my_sum=np.asarray(my_sum)
    order_sum_interno = sorted(my_sum, key=lambda a_entry: a_entry[1])

```

```
inicial=(order_sum[0,0])
```

```
CAMINHOS2(order_sum[centroide,0])
```

O processo de otimização foi desenvolvido no Sistema CPLEX da IBM, os parâmetros do modelo foram compartilhados pelos módulos de otimização de rotas e otimização da produção utilizando arquivos de dados.

```
/* *****  
 * OPL 12.7.1.0 Data  
 * Author: Felipe PC  
 * Creation Date: 09/08/2017 at 19:40:36  
 * *****/  
//Valores das variaveis  
Massa_Sup = [ARQUIVO DAT];  
Preco = [ARQUIVO DAT];  
Massa_Inf = [ARQUIVO DAT];  
Teor_Sup = [ARQUIVO DAT];  
Teor_Inf = [ARQUIVO DAT];  
Taxa_Var = [ARQUIVO DAT];  
  
SheetConnection sheet("MODELO.XLSX");  
  
idbloco from SheetRead(sheet,"Marvin_Prec"!a2:a13873");  
AU from SheetRead(sheet,"Marvin_Prec"!i2:i13873");  
DENSIDADE from SheetRead(sheet,"Marvin_Prec"!j2:j13873");  
Prec1 from SheetRead(sheet,"Marvin_Prec"!k2:k13873");  
Prec2 from SheetRead(sheet,"Marvin_Prec"!l2:l13873");  
Prec3 from SheetRead(sheet,"Marvin_Prec"!m2:m13873");  
Prec4 from SheetRead(sheet,"Marvin_Prec"!n2:n13873");  
Prec5 from SheetRead(sheet,"Marvin_Prec"!o2:o13873");  
Receita from SheetRead(sheet,"Marvin_Prec"!q2:q13873");  
Custo from SheetRead(sheet,"Marvin_Prec"!r2:r13873");  
x to SheetWrite(sheet,"Marvin_Prec"!t2:ah13873");  
  
// *****  
//Massa Lavrada  
int limite=15;  
float Massa_Sup[1..limite]=...;  
int Preco[1..limite]=...;  
float Massa_Inf[1..limite]=...;  
float Teor_Sup[1..limite]=...;  
float Teor_Inf[1..limite]=...;  
float Taxa_Var[1..limite]=...;  
// Vetor tempo  
range VetorTempo=1..limite;  
//{string} tempo=...;  
//{string} TempoReduzido=...;  
  
// Taxa de Desconto  
float Taxa = 1.1;
```

```

// *****
// Nome do Objeto
{string} idbloco=...;
// Buscar dados
string Prec1[idbloco] =...;
string Prec2[idbloco] =...;
string Prec3[idbloco] =...;
string Prec4[idbloco] =...;
string Prec5[idbloco] =...;
float DENSIDADE[idbloco]=...;
float AU[idbloco]=...;
float Receita[idbloco]=...;
float Custo[idbloco]=...;

// *****
// Variáveis de Decisão
dvar boolean x[idbloco][VetorTempo];

// *****
// Objetivo

maximize
// sum(t in VetorTempo) sum (i in idbloco) (x[i][t]*(Receita[i]*Preco[t]-
(Custo[i]))/pow(Taxa,t) ;
sum(t in VetorTempo) sum (i in idbloco) (x[i][t]*(Receita[i]*Preco[t]-
(5)))/pow(Taxa,t) ;
// *****
// Restrições

subject to
{

// Precedencia superior
Precedencia_Superior:
forall (i in idbloco)
forall (t in VetorTempo)
x[i][t] <= sum (rt in 1..(t))x[Prec1[i]][rt];

Restricao_Periodos_Lavrados:
forall(i in idbloco)
sum(t in VetorTempo) x[i][t]<=1;

Precedencia_Lateral_2:
forall (i in idbloco)
forall (t in VetorTempo)
x[i][t] <= sum (rt in 1..(t))x[Prec2[i]][rt];

Precedencia_Lateral_3:
forall (i in idbloco)
forall (t in VetorTempo)
x[i][t] <= sum (rt in 1..(t))x[Prec3[i]][rt];

Precedencia_Lateral_4:
forall (i in idbloco)
forall (t in VetorTempo)
x[i][t] <= sum (rt in 1..(t))x[Prec4[i]][rt];

```

```

Precedencia_Lateral_5:
forall (i in idbloco)
  forall (t in VetorTempo)
    x[i][t] <= sum (rt in 1..(t))x[Prec5[i]][rt];

// Restricao de Massa para Lavra
Restricao_Massa_Superior:
forall (t in VetorTempo)
  sum(i in idbloco:Receita[i]>0.01) x[i][t]*1*DENSIDADE[i] <=
Massa_Sup[t];

Restricao_Massa_Inferior:
forall (t in VetorTempo)
  sum(i in idbloco:Receita[i]>0.01) x[i][t]*1*DENSIDADE[i] >=
Massa_Inf[t];

// Restricao de Massa de minerio
Restricao_SUPERIOR:
forall (t in VetorTempo)
  sum(i in idbloco)
    x[i][t]*1*DENSIDADE[i] <= LIMITE;

// Restricao de Teor para Lavra
Restricao_Teor_Sup:
forall (t in VetorTempo)
  sum(i in idbloco:Receita[i]>0.01) (x[i][t]*1*DENSIDADE[i]*AU[i]) -
sum (i in idbloco)(Teor_Sup[t]*x[i][t]*1*DENSIDADE[i])<=0;

// Restricao_Teor_Inf:
Restricao_Teor_Inf:
forall (t in VetorTempo)
  sum(i in idbloco:Receita[i]>0.01) (x[i][t]*1*DENSIDADE[i]*AU[i]) -
sum (i in idbloco)(Teor_Inf[t]*x[i][t]*1*DENSIDADE[i])>=0;

// Restricao_FB:
forall (t in VetorTempo)
  sum(i in idbloco) (x[i][t]*(Receita[i]*Preco[t]-Custo[i]))>=-LIMITE;

}

```