

## UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS MESTRADO EM ENGENHARIA MECÂNICA

# MODELAGEM NUMÉRICA DE SISTEMAS DE ÁUDIO EM HABITÁCULO VEICULAR

**RAFAEL MORAIS CUNHA** 

### RAFAEL MORAIS CUNHA

# MODELAGEM NUMÉRICA DE SISTEMAS DE ÁUDIO EM HABITÁCULO VEICULAR

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de concentração: Projetos e Sistemas

Orientador: Prof<sup>o</sup> Dr<sup>o</sup> Eduardo Bauzer Medeiros

Belo Horizonte Escola de Engenharia da UFMG 2018

#### RAFAEL MORAIS CUNHA

# MODELAGEM NUMÉRICA DE SISTEMAS DE ÁUDIO EM HABITÁCULO VEICULAR

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de concentração: Projetos e Sistemas

Comissão Avaliadora:

Prof<sup>o</sup>. Dr<sup>o</sup>. Eduardo Bauzer Medeiros Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG

Prof<sup>o</sup>. Dr<sup>o</sup>. Christian Gonçalves Herrera Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - CEFET-MG

\_\_\_\_\_\_

Prof<sup>o</sup>. Dr<sup>o</sup>. Guilherme de Souza Papini Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG

> Belo Horizonte Escola de Engenharia da UFMG 2018

## **DEDICATÓRIA**

Dedico este trabalho aos meus pais pelo apoio e incentivo durante todos os momentos da minha vida. Sem eles eu não chegaria até aqui.

#### **AGRADECIMENTOS**

Em primeiro lugar eu agradeço a Deus, pois só Ele foi capaz de fornecer diariamente o item primordial para minha pesquisa, o dom da vida. É a Deus também que eu agradeço por ter colocado no meu caminho os professores Eduardo e Alexander, duas pessoas incríveis e extremamente competentes que sempre acreditaram em mim e que juntos me orientaram e me conduziram em direção aos resultados que hoje eu apresento. Serei eternamente grato a vocês por me aceitarem como orientando.

Eu também agradeço a Fiat Chrysler Automobiles – FCA pelo apoio financeiro e por incentivar o desenvolvimento tecnológico automotivo no Brasil por meio do Programa Inovar FCA – Universidades - Residência Tecnológica para Engenheiros. O sucesso dessa iniciativa se deve ao esforço e trabalho de várias pessoas, em especial do professor Alexandre e do Gilmar. Juntos eles lutaram e conseguiram criar um estreitamento inédito entre a indústria automobilística e grupos de pesquisa.

À Siemens meu muito obrigado por ter provido as licenças do *software* Virutal.Lab e Test.Lab. Sem essas aplicações e sem os constantes suportes do Emerson no uso das mesmas seria muito mais difícil ter chegado até aqui.

Obrigado também a todos do setor de Engenharia de Produto-Inovação, pois foram vocês (sem exceções) os primeiros que me acolheram na FCA. O tempo em que passamos juntos me fez ser uma pessoa melhor, pois carrego as experiências vividas com os meus amigos Adelson, João, Moisés, Gislaine, Toshi e Rafael. Esse trabalho foi escrito por muitas mãos, e faço questão de lembrá-los disso.

Não vou me esquecer jamais dos meus amigos e tutores Douglas, Frederico e Wagner. A vocês eu agradeço pela orientação, apoio, incentivo, conselhos... enfim, assim como disse um dia Isaac Newton eu também digo que "se enxerguei mais longe foi por estar apoiado em ombros de gigantes".

E é claro que tenho que citar meus amigos (e hoje colegas) Marcelo e Bruno. A vontade de ajudar de vocês, gratuita e espontânea, me serve de inspiração e me incentiva a fazer o mesmo.

Dedico esta, bem como todas as minhas demais conquistas aos meus pais Edmilson e Ediane, e a minha irmã Iara. E o que dizer a você Emillie? Obrigada pela paciência, pelo incentivo, pela força e principalmente pelo carinho. Valeu a pena todo esforço, e toda a dedicação. Hoje colho os frutos do meu empenho.

## **SUMÁRIO**

LISTA DE SIMBOLOS	V1
LISTA DE FIGURAS	X
LISTA DE TABELAS	xiii
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	xiv
RESUMO	XV
ABSTRACT	. xvii
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Justificativas e problema	2
1.2 Objetivos	3
1.2.1 Objetivos gerais	3
1.2.2 Objetivos específicos	3
1.3 Estrutura da dissertação	3
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
3 REVISÃO TEÓRICA	14
3.1 Conceitos fundamentais de acústica	14
3.1.1 Equação de onda para ondas livres	14
3.1.2 Equação de onda para ondas forçadas	20
3.1.3 Soluções da equação de onda	21
3.1.4 Níveis sonoros	22
3.1.5 Fontes sonoras	23
3.2 Acústica de salas	26
3.2.1 Modos próprios de uma sala	26
3.2.2 Absorção sonora e impedância acústica	30
3.2.2.1 Quantidades fundamentais	30
3.2.2.2 Medição da impedância específica em um tubo de impedância	33
3.2.3 Ondas forçadas em uma sala	34
3.3 Teoria básica de alto-falantes eletrodinâmicos	37
3.3.1 Circuito eletroacústico	38

3.3.2 Parâmetros de Thiele-Small	39
3.4 Método dos Elementos Finitos	40
4 MÉTODO	44
4.1 Caracterização do habitáculo	44
4.1.1 Condição de contorno para os materiais no veículo	47
4.2 Caracterização do alto-falante	53
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES	59
5.1 Resultados preliminares com acoplamento vibro-acústico	66
6 CONCLUSÕES	69
7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	71

## LISTA DE SÍMBOLOS

 $\rho_0$  Densidade de equilíbrio.

P<sub>0</sub> Pressão de equilíbrio.

P Pressão total.

δP Pressão acústica.

ρ Densidade total.

δρ Incremento de densidade devido a pressão sonora.

x Posição.

t Tempo.

u(x,t) Deslocamento, em função da posição e do tempo.

A Área.

V<sub>np</sub> Volume de um fluído não perturbado.

m Massa de um fluido não perturbado.

V<sub>p</sub> Volume de um fluido perturbado.

F Força resultante.

 $F_{\rm e}$  Força atuando sobre a face esquerda de um cilindro.

 $F_d$  Força atuando sobre a face direita de um cilindro.

c Velocidade de propagação do som no ar.

Q Velocidade de volume.

ω Velocidade angular.

k Número de onda.

v(x, t) Velocidade de partícula.

Função que representa a onda sonora se deslocando na direção +x.

G Função que representa a onda sonora se deslocando na direção -x.

k Vetor de propagação.

r Vetor de posição.

I Intensidade sonora.

L<sub>I</sub> Nível de intensidade sonora.

 $I_0$  Valor de referência para o nível de intensidade sonora, igual a  $10^{-12}$  W/m<sup>2</sup>.

L<sub>P</sub> Nível de pressão sonora.

 $\delta P_0$  Pressão sonora no limiar da audibilidade, igual a  $2.\,10^{-5}$  Pa.

W Potência.

L<sub>W</sub> Nível de energia.

 $W_0$  Valor de referência para o nível de energia, igual a  $10^{-12}$  W.

R Raio de um monopólio acústico.

r Coordenada radial.

v<sub>0</sub> Velocidade de superfície de uma fonte ideal.

D Função de direcionalidade.

Z<sub>s</sub> Impedância de radiação.

δS Elemento infinitesimal de área.

f Força agindo sobre a fonte elementar pistão em um "baffle infinito".

Largura de uma sala acústica idealizada.

L<sub>v</sub> Comprimento de uma sala acústica idealizada.

L<sub>z</sub> Altura de uma sala acústica idealizada.

 $n_x$ ,  $n_v$  e  $n_z$  Números inteiros positivos.

 $f_{n_x n_y n_z}$  Frequência de ressonância de uma sala retangular.

α Coeficiente de absorção.

W<sub>inc</sub> Taxa de energia sonora incidente.W<sub>abs</sub> Taxa de energia sonora absorvida.

R Fator de reflexão.A Área de absorção.

S Área de um material absorvedor.

Z Impedância acústica específica.

z Impedância acústica normalizada para a impedância do ar  $\rho_0 c$ .

Z<sub>0</sub> Impedância característica do ar.

θ Ângulo em relação à direção normal de um material absorvedor.

 $\alpha_R$  Coeficiente de absorção para uma incidência sonora aleatória.

T<sub>60</sub> Tempo de decaimento para uma diminuição do NPS de 60 dB.

V<sub>R</sub> Volume de uma sala.

v<sub>inc</sub> Velocidade de partícula de uma onda incidente.

v<sub>refl</sub> Velocidade de partícula de uma onda refletida.

Q Função de velocidade de volume

r Coordenada do campo em que a pressão sonora é calculada.

 $r_0$  Posição da fonte no espaço.

 $k_{N}$  Número de onda do modo N.

 $\psi_N$  Autofunção para uma sala retangular com paredes rígidas.

V Volume de uma sala retangular.

 $\omega_N$  Frequência angular do modo N.

 $\delta_N$  Fator de amortecimento no modo N.

L<sub>E</sub> Indutância da bobina de um alto-falante.

R<sub>E</sub> Resistência elétrica da bobina de um alto-falante.

M<sub>MD</sub> Massa do diafragma e termais da bobina.

C<sub>MS</sub> Compliância mecânica do diafragma de um alto-falante.

R<sub>MS</sub> Resistência mecânica do diafragma de um alto-falante.

Z<sub>MR</sub> Impedância mecânica de radiação.

R<sub>MR</sub> Parcela resistiva da impedância mecânica de radiação.

X<sub>MR</sub> Parcela reativa da impedância mecânica de radiação.

e<sub>g</sub> Tensão elétrica do amplificador.

R<sub>g</sub> Resistência elétrica do amplificador.

 $\tilde{f}_c$  Força agindo no cone de um alto-falante.

 $\tilde{f}_R$  Força de radiação.

 $\tilde{u}_c$  Velocidade do cone de um alto-falante.

Bl Fator de força de uma bobina.

 $\tilde{a}_c$  Aceleração do cone de um alto-falante.

f<sub>s</sub> Frequência de ressonância da suspensão.

Q<sub>ES</sub> Fator de qualidade elétrico da suspensão.

Q<sub>TS</sub> Fator de qualidade total da suspensão.

Q<sub>MS</sub> Fator de qualidade mecânico da suspensão.

S<sub>D</sub> Área útil do diafragma.

 $V_{AS}$  Volume equivalente da suspensão.

 $\Omega$  Campo sonoro tridimensional.

T Energia cinética.

U Energia potencial.

Γ Fronteira de superfície.

u<sub>n</sub> Velocidade normal à fronteira de superfície.

Π Energia total dos elementos do campo sonoro tridimensional.

K Matriz global de rigidez.

M Matriz global de massa.

W Matriz global de energia.

 $\Gamma'$  Fronteira com propriedades dissipativas.

 $Z_n$  Impedância nominal.

C Matriz global de amortecimento.

λ Comprimento de onda.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	NPS para o modelo flexível de painel de porta.	5	
Figura 2.2	Valores da MAC entre simulação (eixo inferior) e modos reais (eixo esquerdo). Da esquerda para a direita foi-se aumentando o número de referências.	7	
Figura 2.3	Confronto numérico-experimental do NPS na posição de escuta do motorista, gerado pela excitação de um alto-falante.	9	
Figura 2.4	Diafragma do alto-falante (esquerda), e pontos medidos (em amarelo na direita), mapeados na face de uma malha FE.	10	
Figura 2.5	Comparação entre o método experimental e a abordagem analítica para a estimação das impedâncias específicas e coeficientes de absorção para diferentes revestimentos de assentos.	11	
Figura 2.6	Figura 2.6 Comparação entre o NPS simulado e o experimental para dois modelos de alto-falantes distintos, um "woofer" e um "low-midrange".		
Figura 3.1	Relação de densidade e pressão.	15	
Figura 3.2	Movimento de um fluido perturbado por uma onda.	17	
Figura 3.3	Fluido em movimento em um tubo cilíndrico.	19	
Figura 3.4	Geometria de um pistão rígido em um "baffle infinito".	25	
Figura 3.5	Dimensões de uma sala retangular.	27	
Figura 3.6	Distribuição de pressão sonora em diferentes regiões de uma seção de uma sala retangular. Os diferentes números na imagem indicam a amplitude relativa da pressão sonora.	29	
Figura 3.7	Propagação local e não local da onda sonora em um material acusticamente absorvedor.		
Figura 3.8	Tubo de impedância com uma amostra posicionada em uma de suas extremidades.	33	
Figura 3.9	Contribuição modal para a resposta acústica de uma sala.	36	
Figura 3.10	Componentes de um alto-falante.	37	
Figura 3.11	Circuito de analogia de impedância com quantidades elétricas representando o lado mecânico do circuito.	38	
Figura 3.12	Campo sonoro tridimensional $\Omega$ .	41	
Figura 4.1	Esquemático dos sistemas alto-falante e habitáculo.	<b>4</b> 4	
Figura 4.2	Malha 2D do compartimento de passageiros do veículo padrão, feita com elementos "TRIA3" de dimensões máximas iguais a 20 mm		

Figura 4.3	Posição dos pontos de medição	46
Figura 4.4	Malha de cavidade com elementos "TETRA4" de dimensões máximas iguais a 57 mm.	47
Figura 4.5	Tubo de impedância 4206 e amostras utilizadas durante os experimentos	48
Figura 4.6	Equipamentos utilizados para o ensaio da impedância acústica de superfície dos materiais porosos.	49
Figura 4.7	Impedâncias acústicas específicas calculadas para os materiais porosos em habitáculo.	50
Figura 4.8	Parcela real da impedância acústica específicas calculada para os materiais plásticos em habitáculo.	51
Figura 4.9	Zonas de impedância no modelo numérico de cavidade.	52
Figura 4.10	Tabela de impedância acústica específica criada para o componente forro de teto	52
Figura 4.11	Resposta eletromecânica analítica do alto-falante.	53
Figura 4.12	Mapeamento do diafragma do alto-falante por meio de um vibrômetro laser de efeito Doppler.	54
Figura 4.13	Deslocamento máximo (acima) e mínimo (abaixo) do diafragma.	55
Figura 4.14	Padrão de deslocamento do cone em 2.000 Hz.	55
Figura 4.15	Comparação entre os resultados numérico e experimental da resposta eletromecânica do alto-falante.	56
Figura 4.16	Elementos (em vermelho) com aceleração unitária nas posições dos altofalantes montados nos painéis das portas anteriores.	57
Figura 4.17	Tabela com valores unitários de aceleração.	58
Figura 5.1	Distribuição de pressão sonora nos quatro primeiros modos (parte imaginária) do habitáculo.	60
Figura 5.2	Relatório de qualidade da malha da cavidade acústica.	61
Figura 5.3	Função de resposta em frequência do campo sonoro sintetizado em habitáculo.	62
Figura 5.4	Comparação entre os resultados numérico e experimental da função de resposta em frequência do campo sonoro sintetizado em habitáculo para o ponto P1	64
Figura 5.5	Comparação entre os resultados numérico e experimental da função de resposta em frequência do campo sonoro sintetizado em habitáculo para o ponto P2	64
Figura 5.6	Experimento para a caracterização do sistema de som do veículo padrão.	65
Figura 5.7	Modelo FE dos painéis que revestem o compartimento de passageiros.	66
Figura 5.8	Comparação entre as FRFs do modelo sem acoplamento fluido-estrutura e com acoplamento fluido-estrutura para o ponto P1.	67

Comparação entre as FRFs do modelo sem acoplamento fluido-estrutura e com acoplamento fluido-estrutura para o ponto P2. Figura 5.9

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1	Cálculos analíticos e numéricos para a Pickup.	8
Tabela 4.1	Componentes em habitáculo.	48
Tabela 4.2	Parâmetros de Thiele-Small dos alto-falantes em cavidade.	53
Tabela 5.1	Modos e frequências naturais do habitáculo do veículo padrão.	59

### LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

FRF Função de Resposta em Frequência.

FEM Método dos Elementos Finitos. Do inglês Finite Element Method.

BEM Método dos Elementos de Contorno. Do inglês *Boundary Element Method*.

FDTD Diferenças finitas no domínio do tempo. Do inglês *Finite Difference Time Domain*.

CAD Desenho assistido por computador. Do inglês *Computer Aided Design*.

FE Elementos Finitos. Do inglês Finite Elements.

FCA Fiat Chrysler Automobiles.

NPS Nível de Pressão Sonora.

MAC Critério de Confiança Modal. Do inglês *Maximum Assurance Criterion*.

NVH Ruído, Vibração e Aspereza. Do inglês *Noise, Vibration and Harshness*.

QMR Residual Quase-Mínimo. Do inglês, *Quasi-Minimum Residual*.

#### **RESUMO**

Devido à necessidade crescente em se obter sistemas de som automotivo de alto desempenho em um curto ciclo de desenvolvimento, métodos preditivos para a caracterização da resposta acústica em habitáculos veiculares vêm sendo cada vez mais empregados pela engenharia de veículos, com o intuito principal de se estimar o campo sonoro em pontos de interesse da cavidade. Uma possível solução para isso é através da modelagem computacional de um modelo geométrico discretizado e pré-processado do volume de ar interno ao compartimento de passageiros. Com a devida representação matemática das condições de contorno passivas (materiais em habitáculo) e das condições de contorno ativas (fontes de radiação sonora) é possível empregar o método numérico dos elementos finitos para simular as reflexões e radiações sonoras na cabine, a fim de se estimar a resposta acústica de sistemas de som até a frequência limite do método, que está atrelada ao hardware utilizado nas simulações. Com base nisso, o presente trabalho teve o intuito de modelar numericamente um sistema de som automotivo constituído de alto-falantes "midrange" montados nos painéis das portas anteriores de um veículo padrão da categoria hatch médio, a fim de se estimar a resposta acústica desses sistemas nos pontos de escuta do motorista, até a frequência máxima de 1.000 Hz. Para isso foi inicialmente criado uma representação em elementos finitos do compartimento de passageiros do automóvel analisado, levando-se em consideração a geometria e posições exatas dos alto-falantes "mid-range" frontais, além de uma representação geométrica discretizada da cabeça e tronco do motorista, necessária para incluir o fenômeno de difração das ondas sonoras nas regiões próximas aos ouvidos do ocupante. Após isso os materiais acusticamente absorvedores em habitáculo foram ensaiados para se estimar o parâmetro impedância acústica específica, o que foi feito por um tubo de impedância da B&K. Em seguida foi medida a resposta eletromecânica dos alto-falantes por meio de um vibrômetro laser de efeito Doppler, o que resultou em uma função de resposta em frequência entre a aceleração no centro desses transdutores e a tensão de entrada nas bobinas, avaliada enquanto o cone do alto-falante estava em seu primeiro modo de vibrar. Com as condições de contorno devidamente representadas, elas foram aplicadas no modelo discretizado da cavidade do compartimento de passageiros, e o modelo foi executado e configurado no software LMS Virtual.Lab 13.7, o que de fato resultou na resposta acústica do sistema de som analisado nos pontos de escuta do motorista. Esses resultados foram confrontados com curvas experimentais de mesma natureza e foi constatada boa correlação em frequência. Contudo o fator de amortecimento modal foi subestimado em razão fundamental da negligência dos acoplamentos vibro acústicos que contribuem, em especial abaixo de 200 Hz, na dinâmica das reflexões sonoras nos contornos do habitáculo. Além disso, o ensaio da resposta eletromecânica dos alto-falantes validou o modelo matemático de pistão em um "baffle infinito". Tal constatação mostra que até a primeira frequência de ressonância das membranas as fontes dos sistemas de som automotivo podem ser simuladas pelo modelo em elementos finitos sem a necessidade de se caracterizar experimentalmente a resposta eletromecânica das mesmas.

Palavras Chaves: sistemas de som automotivo; método numérico dos elementos finitos; impedância acústica; alto-falantes.

#### **ABSTRACT**

Due to the growing need to obtain high performance automotive sound systems in a short development cycle, predictive methods for the characterization of the acoustic response in vehicle passenger compartments have been increasingly used by vehicle engineering, with the main purpose of estimating the sound field at points of interest of the cavity. A possible solution to this is through the computational modeling of a discrete and pre-processed geometric model of the internal air volume of the passenger compartment. With the proper mathematical representation of the passive boundary conditions (interior materials) and the active boundary conditions (sound radiation sources), it is possible to use the numerical method of finite elements to simulate sound reflections and radiations in the cabin in order to estimate the acoustic response of sound systems up to the frequency limit of the method, which is linked to the hardware used in the simulations. Based on this, the present work aimed to numerically model an automotive sound system consisting of mid-range loudspeakers mounted on the front door panels of a medium hatch category standard vehicle in order to estimate the acoustics response of these systems at the listening points of the driver, up to the maximum frequency of 1.000 Hz. In order to do that, a passenger compartment finite element model of the analyzed car was created, taking into account the geometry and exact positions of the speakers mid-range, in addition to a discretized geometric representation of the driver's torso and head, necessary to include the phenomenon of diffraction of sound waves in the region near the ears of the occupant. After that, the acoustically absorbent materials in cabin were tested to estimate the specific acoustic impedance parameter, which was done by a B&K impedance tube. Then the electromechanical response of the speakers was measured by means of a Doppler laser vibrometer, which resulted in a frequency response function between the acceleration in the center of these transducers and the input voltage in the coils, evaluated while the cone of the loudspeaker was in its first vibrating mode. With the boundary conditions properly represented, they were applied in the discretized model of the passenger compartment cavity, and the model was executed and configured in the software LMS Virtual.Lab 13.7, which in fact resulted in the acoustic response of the sound system analyzed in the listening points. These results were confronted with experimental curves of the same nature and a good frequency correlation was found. However, the modal damping factor was

underestimated due to the negligence of the acoustic vibro-couplings that contribute, especially below 200 Hz, in the dynamics of sound reflections in the boundaries of the passenger compartment. In addition, the electromechanical response of the speakers validated the mathematical model of piston in a infinity baffle. Such a finding shows that up to the first resonance frequency of the membranes, the sources of automotive sound systems can be simulated by the finite element model without the need to characterize its electromechanical response.

**Key Words:** automotive sound systems; numerical method of finite elements; acoustic impedance; loudspeakers.

## 1 INTRODUÇÃO

As exigências dos ocupantes de veículos por novas experiências em matéria de qualidade e percepção acústica aliadas a natural competição entre as montadoras, faz com que métodos numéricos para otimizar a velocidade e qualidade no desenvolvimento de sistemas de som automotivos sejam cada vez mais empregados pela engenharia de veículos, que preferem o uso de abordagens preditivas ao risco de se identificar falhas de dimensionamento em etapas avançadas de projeto. Nesse sentido, através de simulações virtuais é possível prever a resposta acústica em pontos de interesse do compartimento de passageiros, e assim otimizar a posição de fontes e a disposição de materiais acusticamente absorvedores, sem a necessidade de protótipos físicos para tal.

Embora existam muitos métodos para o cálculo de funções de resposta em frequência (FRFs) genéricas, dos quais pode-se citar o método dos elementos finitos (FEM, do inglês *Finite Element Method*), o método dos elementos de contorno (BEM, do inglês *Boundary Element Method*) ou mesmo o método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD, do inglês *Finite Difference Time Domain*), apenas o primeiro tornou-se suficientemente simples e barato para ser implementado em *software* comercial. De qualquer forma, independentemente do tipo de simulação acústica, todas precisam que se estabeleçam um modelo geométrico do ambiente que se pretende simular, e modelos adequados para a representação matemática da radiação sonora e das reflexões sonoras.

No que diz respeito ao primeiro requisito, os recentes avanços nas ferramentas CAD (*Computer Aided Design*) tornaram a modelagem computacional de salas acústicas uma tarefa factível. Portanto, para uma solução realista da propagação de som em um habitáculo veicular, uma ênfase ainda maior deve ser dada à representação das condições de contorno, em especial ao acoplamento acústico entre o fluido da cavidade e os materiais em seu interior e em suas extremidades.

De modo geral, a relação entre as reflexões acústicas no compartimento de passageiros pode ser atribuída ao acoplamento entre o fluido e os elementos estruturais do veículo. Todavia, para tornar a complexidade dos modelos em elementos finitos (FE, do inglês *Finite Elements*) em um nível aceitável, o presente estudo empregou a impedância acústica de

superfície para retratar o comportamento dos materiais no compartimento de passageiros. Já as fontes tiveram suas respostas eletromecânicas calculadas e então correlacionadas com dados experimentais. Desse modo, o intuito principal do presente estudo foi o de apresentar as bases teóricas e os procedimentos físicos para a obtenção dos parâmetros necessários à representação das condições de contorno passivas e ativas no interior de um habitáculo veicular padrão. Ao final do trabalho, foi feito um comparativo numérico-experimental a fim de se identificar as limitações da abordagem empregada.

#### 1.1 Justificativas e problema

A exemplo da montadora de veículos FCA (Fiat Chrysler Automobiles), empresa em que foram feitos os estudos aqui evidenciados, muitas outras ainda não desenvolveram procedimentos adequados para a síntese do campo sonoro em habitáculos veiculares, na situação em que os mesmos são excitados pelos elementos acusticamente ativos de seus sistemas de som. Portanto, todas as etapas de projeção de componentes acústicos são realizadas sem o conhecimento prévio das melhores posições para a instalação dos alto-falantes, ou mesmo dos melhores materiais que insiram nas curvas de resposta em frequência um fator de amortecimento adequado, em especial nas baixas frequências, a fim de se evitar respostas subjetivamente "coloridas". Além disso, como a prática virtual para a modelagem numérica de sistemas de áudio em habitáculo veicular ainda não é bastante difundida, a avaliação experimental da qualidade de sistemas de som é um dos últimos procedimentos no desenvolvimento de veículos, em um momento tardio no qual pouco se pode fazer para reverter algum erro de dimensionamento. Portanto, partindo da necessidade identificada na FCA, surgiu a iniciativa de levar à engenharia de veículos dessa empresa os procedimentos numéricos para a modelagem computacional de sistemas de som veicular, através do presente trabalho de mestrado. Utilizando dos recursos técnicos da própria FCA, equipamentos e software, serão apresentados os procedimentos físicos para a representação pertinente das condições de contorno passivas e ativas em um habitáculo veicular padrão. Em um último momento o método virtual será confrontado com medições experimentais, a fim de se discutir as limitações e vantagem da abordagem aqui empregada.

#### 1.2 Objetivos

#### 1.2.1 Objetivos gerais

Caracterizar computacionalmente a resposta acústica de um sistema de áudio em habitáculo veicular padrão, através da representação em um modelo em elementos finitos das reflexões e radiações sonoras.

#### 1.2.2 Objetivos específicos

- Discretizar um modelo geométrico do compartimento de passageiros de um veículo padrão, para a obtenção de uma malha útil para ser utilizada no cálculo numérico pelo método dos elementos finitos;
- Ensaiar os materiais de revestimento interno ao habitáculo de um veículo padrão em um tubo de impedância e então estimar o parâmetro impedância acústica específica;
- Caracterizar a resposta eletromecânica dos alto-falantes "mid-range" montados nos painéis das portas anteriores de um veículo padrão, pelo uso de um vibrômetro laser de efeito Doppler;
- Modelar os alto-falantes pelo modelo de pistão rígido em um "baffle infinito" e comparar os resultados com a abordagem experimental;
- Simular a resposta acústica nos pontos de escuta do motorista, utilizando como condições de contorno os modelos de fonte de radiação sonora e de materiais absorvedores;
- Validar o modelo numérico com dados experimentais.

#### 1.3 Estrutura da dissertação

O trabalho foi dividido em seis capítulos, com o intuito de propiciar de forma gradativa ao leitor o conhecimento teórico e prático para aplicar o método dos elementos finitos

na simulação da resposta acústica de sistemas de som automotivo. Nesse primeiro capítulo é feito uma introdução ao tema, de modo a destacar a motivações para o estudo aqui realizado, o objetivo do trabalho e os passos para que o mesmo seja alcançado.

No segundo capítulo são investigadas publicações que trataram da representação de fontes e materiais na modelagem computacional de salas acústicas. Por meio da análise dos objetivos e resultados desses trabalhos, é possível distinguir os parâmetros físicos que devem ser modelados quando o intuito é a representação virtual de condições de contorno passivas e ativas.

No terceiro capítulo desenvolve-se o modelo teórico de geração e propagação de ondas sonoras. Em um primeiro momento foram abordados os princípios fundamentais de acústica. Em seguida foi tratado o tema acústica de salas, fornecendo ao leitor os conceitos fundamentais para compreender o comportamento modal de recintos, assim como a representação matemática das características acústicas de materiais absorvedores que introduzem o fator de amortecimento à reposta em frequência calculada em salas acústicas. Ainda no capítulo 3 é apresentada a equação para o cálculo da resposta eletromecânica de alto-falantes eletrodinâmicos e a teoria básica para o cálculo numérico utilizando o método dos elementos finitos.

No quarto capítulo são expostos os métodos para a representação em um modelo FE, tanto das propriedades acústicas dos materiais em habitáculo quanto da resposta eletromecânica dos alto-falantes montados nos painéis das portas anteriores. Essa última condição de contorno é estimada pelo recurso analítico e, em seguida, é validada com experimentos.

No capítulo cinco são apresentados os resultados da simulação, configurada e executada pelo *software* Virtual.Lab 13.7 da Siemens. A resposta acústica do sistema de áudio modelado é confrontada com curvas experimentais, e então os resultados são discutidos.

No capítulo seis, estão destacadas as principais conclusões do trabalho referentes a modelagem numérica de áudio em habitáculo veicular.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Devido à necessidade crescente em se obter sistemas de som automotivos de alto desempenho em um curto ciclo de desenvolvimento, métodos preditivos para a caracterização da resposta acústica em habitáculos veiculares vêm sendo cada vez mais empregados pela engenharia de veículos, com o intuito principal de se estimar o campo sonoro em pontos de interesse da cavidade. Uma possível solução para isso é através da modelagem computacional de um modelo pré-processado de cavidade, o qual reproduza as propriedades físicas do meio.

Um trabalho nesse sentido foi realizado por PAIK (2011), que explorou o fenômeno vibro-acústico em habitáculo por meio de um estudo numérico em que o método dos elementos finitos foi utilizado para modelar a radiação sonora de alto-falantes instalados em painéis de porta. Nessa publicação foram analisados vários modelos, dentre os quais pode-se citar o "ideal", em que a porta foi tratada como um plano rígido e infinito, até um mais realista em que se considerou a porta e o painel de porta como componentes flexíveis acoplados ao volume de ar da cavidade em que o alto-falante estava montado. Todos os modelos foram submetidos a uma mesma excitação de entrada, uma força normal ao centro do cone do alto-falante e constante para todas as frequências simuladas, e para todos foi calculado o nível de pressão sonora (NPS). Como resultado desse trabalho foi verificado que na simulação com componentes flexíveis o alto-falante induziu vibrações no painel de porta, Figura 2.1, o que criou zonas de radiação em baixas frequências com potencial de distorcer o som gerado pelas fontes.

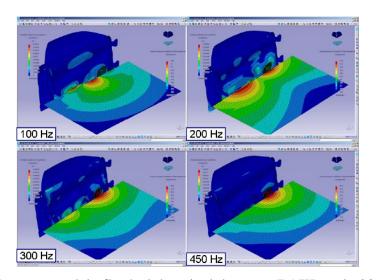


Figura 2.1: NPS para o modelo flexível de painel de porta (PAIK et al., 2011).

Durante a modelagem do problema discutido acima foi visto a importância em se considerar o local onde os transdutores acústicos encontram-se instalados, tendo em vista os acoplamentos vibro-acústicos que modificam o campo de pressão radiada em baixas frequências. Contudo, PAIK (2011) evidenciou outros fatores físicos que também influenciam o campo sonoro no ambiente analisado e que, portanto, devem ser considerados em abordagens numéricas. Dentre os que foram citados, destacam-se os modos acústicos da cabine, a modelagem dos transdutores eletrodinâmicos e também as reflexões sonoras nos contornos do recinto.

Com relação ao primeiro parâmetro, o fenômeno da ressonância em habitáculos foi abordado em algumas publicações, a exemplo da de PEETERS et al. (2014), que conseguiram por meio de simulação obter formas modais bastante similares às reais, medidas em um compartimento de passageiros de um veículo padrão. Nesse estudo foi realizada uma análise modal virtual a fim de se decompor o comportamento do sistema em uma série de fenômenos individuais de ressonância, cada qual caracterizado por uma frequência de ressonância, uma taxa de amortecimento, um fator de participação e uma forma modal. Para tanto foi utilizado um modelo de cavidade com paredes rígidas e com taxas de amortecimento modal variando entre 5 % a 20 %, valores esses considerados "realísticos" pelos autores.

Foram então simuladas pelo método dos elementos finitos FRF's pela seleção de 8 entradas e 611 saídas virtuais. Após isso foi utilizado o método *Polymax*, da ferramenta Test.Lab da Siemens, para se estimar os parâmetros modais e compará-los com os valores reais pelo critério de confiança modal (MAC, do inglês *Modal Assurance Criterion*). Pela Figura 2.2 pode-se ver que quanto maior o número de referências maior foi a semelhança entre os modos virtuais e os reais, o que é totalmente plausível, já que na medida em que se aumenta o número de entradas, maior a chance de se excitar um ponto em fase com uma determinada ressonância. Além disso é importante salientar que os resultados alcançados pela pesquisa aqui discutida fazem parte de uma etapa imprescindível à representação computacional de sistemas de áudio em habitáculo veicular, já que não é possível esperar resultados coerentes das simulações caso o comportamento acústico intrínseco ao sistema não estiver matematicamente descrito pelos autovalores e autovetores que o representam.

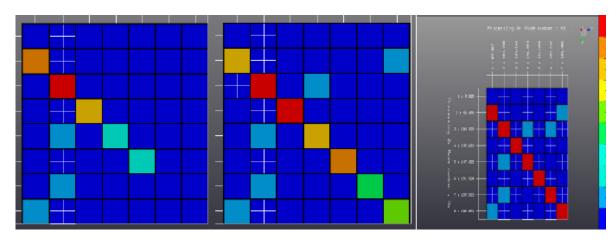


Figura 2.2: Valores da MAC entre simulação (eixo inferior) e modos reais (eixo esquerdo). Da esquerda para a direita foi-se aumentando o número de referências (PEETERS et al., 2014).

Seguindo uma linha de pesquisa semelhante, CHERNG et al. (2002) estimaram os modos acústicas de dois veículos, uma *Pickup* de 4 portas e uma *Van*, utilizando tanto o método numérico FE quanto a abordagem analítica fazendo-se uso da solução da equação de onda para uma sala retangular, tendo como condição de contorno a velocidade nula nas extremidades dos modelos. Os resultados mostraram a forte dependência geométrica das ressonâncias em frequências abaixo de aproximadamente 200 Hz, uma vez que a resposta calculada se distanciou da simulação em apenas 6 %, o que pode ser visto pelas frequências listadas na Tabela 2.1 para a *Pickup* de 4 portas.

Dando um passo além os autores criaram um modelo físico em escala de um habitáculo padrão, para analisarem a influência de materiais absorvedores e dos bancos na taxa de amortecimento associada a cada um dos fenômenos individuais de ressonância. Para isso, os modos do compartimento de passageiro foram excitados por alto-falantes eletrodinâmicos e então foi medido o NPS em algumas posições. Com essa prática ficou evidente em um primeiro momento a alteração em amplitude e o deslocamento em frequência das curvas experimentais com e sem os bancos. Essa última observação foi causada, segundo o que se constatou nas conclusões desse trabalho, pelo acoplamento da massa fluídica da cavidade com a dos bancos, o que deslocou as frequências de ressonância. Contudo os autores salientaram que abaixo de 200 Hz pouca influência exerceu os materiais absorvedores nos NPS's, ou seja, as reflexões acústicas não foram grandemente influenciadas pela absorção. Em contrapartida, acima desse valor a absorção dos materiais em cavidade pode ser bastante eficiente.

Tabela 2.1: Cálculos analíticos e numéricos para a *Pickup* (adaptado de CHERNG et al., 2002).

Modo	Forma Modal	Cálculo analítico	FEM
1º Modo	1, 0, 0	69,8 Hz	69,9 Hz
2º Modo	0, 1, 0	104,7 Hz	99,9 Hz
3° Modo	1, 1, 0	125,8 Hz	123,4 Hz
4º Modo	0, 0, 1	130,7 Hz	134,9 Hz
5° Modo	2, 0, 0	139,6 Hz	138,0 Hz
6° Modo	1, 0, 1	149,7 Hz	166,7 Hz
7° Modo	0, 1, 1	167,5 Hz	179,9 Hz
8° Modo	2, 1, 0	171,5 Hz	170,7 Hz
9º Modo	1, 1, 1	181,5 Hz	187,6 Hz
10° Modo	2, 1, 1	218,0 Hz	199,9 Hz

Como mostraram os resultados da publicação acima, não apenas o entendimento e observação das frequências de ressonâncias são o bastante para se caracterizar a resposta acústica de recintos. Embora métodos analíticos para o cálculo da resposta acústica de salas usem convenientemente modelos ideais com contornos rígidos, em sistemas reais é impossível estimar o campo sonoro em pontos de interesse sem a devida compreensão dos elementos que introduzem o fator de amortecimento, independentemente do método empregado. Essa afirmação justifica o interesse de CHERNG et al. (2002) em estudar as reflexões sonoras e representá-las nos contornos dos modelos por eles construídos, já que esse entendimento é essencial para determinar o amortecimento modal. De acordo com ARETZ e VORLÄNDER (2014), as reflexões acústicas no compartimento de passageiros podem ser atribuídas ao acoplamento entre o fluido e os elementos estruturais do veículo. Todavia, para tornar a complexidade dos modelos FE em um nível aceitável, algumas publicações empregaram a impedância acústica de superfície para retratar o comportamento dos materiais em salas pequenas.

Em especial pode-se citar o trabalho de MALBOS et al. (2015), que dividiram as superfícies internas da cavidade em zonas, de acordo com os diferentes componentes (forro de teto, tapetes, etc.). Nelas foram aplicadas as impedâncias acústicas específicas reais calculadas com os coeficientes de absorção difusos disponibilizados por COX e D'ANTONIO (2004), parâmetro esse inerente aos materiais porosos em habitáculo veicular. Essa prática é

especialmente necessária em análises acima de 200 Hz, uma vez que a partir desse valor os modos serão amortecidos, alterando a função de resposta em frequência. Nessa publicação os autores conseguiram simular o NPS em pontos do compartimento de passageiro quando a cavidade foi excitada por um alto-falante eletrodinâmico. Após a otimização dos coeficientes de absorção adquiridos na literatura, foi possível a obtenção de resultados coerentes com as curvas experimentais, a exemplo do indicado pela Figura 2.3.

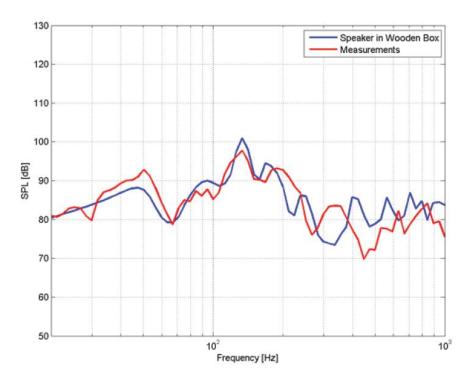


Figura 2.3: Confronto numérico-experimental do NPS na posição de escuta do motorista, gerado pela excitação de um alto-falante (MALBOS et al., 2015).

Até esse momento foram apresentadas publicações que conseguiram com sucesso representar pela modelagem numérica o comportamento modal de habitáculos veiculares e que foram capazes de simular as reflexões sonoras internas ao compartimento de passageiros, descrevendo-as pela propriedade impedância acústica específica, que está associada aos materiais absorvedores presentes no interior da cabine. Contudo o fato é que não existe campo sonoro em um ambiente acústico caso esse não seja perturbado pela ação de uma fonte, que "force" o surgimento de ondas sonoras pelo volume de ar. Portanto, na modelagem de sistemas de áudio

em habitáculo veicular as fontes sonoras têm de ser representadas de maneira pertinente, já que elas são as responsáveis por excitarem os modos e propagarem energia pelo volume da cavidade.

Uma maneira de inserir as perturbações dos alto-falantes eletrodinâmicos em modelos numéricos que empregam o método dos elementos finitos foi demonstrada por BOSMANS e et al. (2014). Nessa publicação os autores afirmaram que a potência e a direcionalidade de um alto-falante podem ser descritas de maneira completa pelo padrão de deslocamento do seu diafragma e, portanto, eles utilizaram um vibrômetro laser de efeito Doppler a fim de medirem o deslocamento do alto-falante que se desejava modelar. Após isso, eles aplicaram os valores obtidos nos nós de uma malha FE, como se observa pela Figura 2.4.

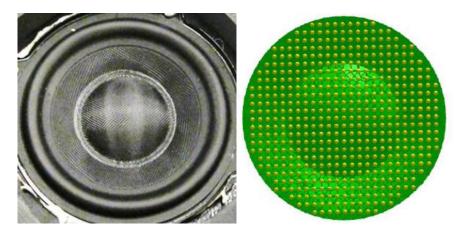


Figura 2.4: Diafragma do alto-falante (esquerda), e pontos medidos (em amarelo na direita), mapeados na face de uma malha FE (BOSMANS et al., 2014).

Uma outra alternativa ao uso do recurso experimental, que para a engenharia de veículos está sempre associado a custos operacionais, é através do uso de modelos matemáticos que consigam estimar o comportamento em frequência de alto-falantes eletrodinâmicos, comuns em habitáculos de veículos. BERANEK e MELLOW (2012) expõe um modelo analítico em que alto-falantes eletrodinâmicos são tratados matematicamente como um modelo de pistão rígido em um plano infinitamente extenso, o que resulta numa representação analítica aproximada da resposta eletromecânica desses transdutores, válida enquanto o cone estiver em seu primeiro modo de vibração.

Pelo estudo e análise detalhada de todas as publicações aqui discutidas, ficou evidente que para se sintetizar o campo sonoro de sistemas de som automotivo em um recinto, deve-se em

um modelo discretizado da geometria do mesmo inserir a representação matemática adequada, tanto para as fontes de radiação sonora quanto para as reflexões nas extremidades do modelo virtual, para que assim possam ser calculadas, pela soma das contribuições modais, as FRF's nos nós da malha FE em que a resposta acústica estiver sendo requisitada. A junção das condições de contorno passivas (materiais em habitáculo) e condições de contorno ativas (transdutores eletrodinâmicos) para a simulação do campo sonoro em habitáculo veicular foi muito bem realizada nos trabalhos de ARETZ e VORLÄNDER (2014), que modelaram um sistema de áudio de um veículo e apresentaram a pesquisa em duas partes: a primeira tratou da representação numérica do sistema, enquanto que a segunda mostrou a comparação dos resultados com curvas experimentais. Com relação às condições de contornos passivas, foram utilizados modelos matemáticos para o cálculo das impedâncias acústicas específicas dos materiais que compões os contornos do habitáculo, e assim os resultados foram comparados com medições em tubo de impedância, passo esse necessário para a validação dos dados calculados. A Figura 2.5 apresenta tal prática para diferentes versões de assentos.

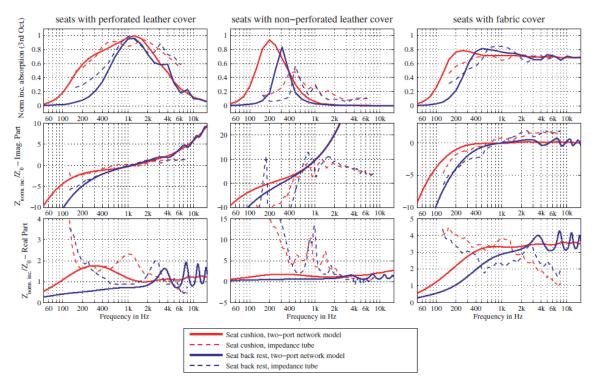


Figura 2.5: Comparação entre o método experimental e a abordagem analítica para a estimação das impedâncias específicas e coeficientes de absorção para diferentes revestimentos de assentos (ARETZ e VORLÄNDER, 2014).

Já as fontes foram ensaiadas em câmara semi-anecoica para a obtenção de sua resposta eletromecânica pelo uso de um vibrômetro laser de efeito Doppler. As medições foram tomadas no ponto central do cone dos alto-falantes analisados. Como a simulação foi planejada para a frequência máxima de 1.125 Hz os autores assumiram ser suficiente o uso de apenas um ponto do diafragma, já que até esse valor o mesmo encontrava-se em seu primeiro modo de vibração, aproximando-se do modelo ideal de pistão.

Estando definidas as condições de contorno passivas e ativas, a segunda etapa do trabalho foi orientada a apresentação dos resultados da simulação e comparação dos mesmos com dados experimentais. A Figura 2.6 a seguir mostra duas curvas de NPS calculadas nas posições de escuta do motorista pela excitação de duas categorias distintas de transdutor eletromecânico, um "woofer" e um "low-midrange", ambos devidamente caracterizados e inseridos no modelo FE.

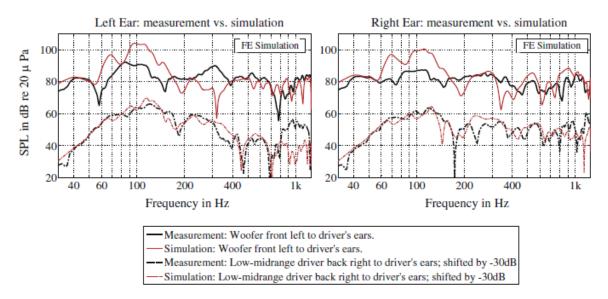


Figura 2.6: Comparação entre o NPS simulado e o experimental para dois modelos de altofalantes distintos, um "woofer" e um "low-midrange" (ARETZ e VORLÄNDER, 2014).

Por fim os autores concluem que uma representação realista das características modais em baixas frequências do campo sonoro do habitáculo veicular analisado só pode ser alcançada pela representação de alta qualidade das reflexões sonoras nos contornos do recinto, que sofrem grande influência dos materiais acusticamente absorvedores, mas também das vibrações de painéis, que só podem ser analisadas através de um estudo do acoplamento fluido-

estrutura. Quanto à representação das fontes, os autores sugeriram que a caracterização eletromecânica dos alto-falantes fosse feita com eles *in-situ*, levando em consideração à influência do painel de porta e do volume de ar anterior a esses componentes.

De modo semelhante ao trabalho de ARETZ e VORLÄNDER (2014), o presente trabalho de mestrado almeja caracterizar a resposta acústica de um sistema de áudio em habitáculo veicular através de duas etapas principais: modelagem das condições de contorno passivas e representação matemática das fontes de radiação sonora. A seção subsequente sumariza a teoria utilizada para formular as condições de contorno passivas e ativas.

### 3 REVISÃO TEÓRICA

O fenômeno do som em um fluido envolve variações temporais de densidade, associadas a variações de pressão, temperatura e posição das partículas do fluido. Quando excitadas por uma fonte acústicas, tais partículas se propagam através de ondas longitudinais, conhecidas como ondas sonoras. Em ambientes fechados, a exemplo dos habitáculos de veículos, as reflexões das ondas sonoras acabam gerando ondas estacionárias, que fisicamente podem ser descritas como fenômenos de ressonância caracterizados por uma frequência natural, forma modal e fator de amortecimento. Esses parâmetros são intrínsecos e únicos para cada recinto, e compreendê-los é a chave para a modelagem numérica de salas acústicas. Sendo assim, o presente capítulo irá apresentar as bases teóricas para a representação em um modelo FE dos elementos acústicos responsáveis tanto pela radiação quanto pelas reflexões sonoras. O conjunto de equações e conceitos aqui apresentados será a base para que uma abordagem numérica preditiva de fato seja capaz de descrever o comportamento modal do compartimento de passageiros, a fim de se sintetizar o campo sonoro em posições de interesse da cavidade.

#### 3.1 Conceitos fundamentais de acústica

#### 3.1.1 Equação de onda para ondas livres

Como conceituam VÉR e BERANEK (2006), uma onda sonora é qualquer distúrbio que se propaga em um meio elástico, com velocidade que depende das propriedades físicas desse meio. Este fenômeno pode ser representado de forma conveniente pela conhecida equação de onda, cuja essência se baseia na dependência temporal e espacial da variação das quantidades físicas envolvidas. Segundo FAHY (2001) o fenômeno do som envolve a variação temporal da densidade local do ambiente. Conforme apresenta ROQUE, o processo físico em questão pode ser resumido nas seguintes etapas:

- O fluido se movimenta e isso aumenta a densidade;
- A mudança de densidade provoca aumento da pressão;
- As diferenças de pressão geram deslocamento do fluido.

Cada um desses três processos será considerado separadamente para o melhor detalhamento da teoria quantitativa que será desenvolvida. É necessário salientar que todo o raciocínio construído abaixo foi conceituado no material disponibilizado por ROQUE.

#### 3.1.1.1 Relação entre densidade e pressão

Antes que uma onda sonora se propague em um dado meio material, esse se encontra inicialmente em equilíbrio, com valores de densidade e pressão denotados por  $\rho_0$  e  $P_0$  respectivamente. Contudo, mudanças na densidade provocam o aumento não linear da pressão de acordo com o ilustrado pela Figura 3.1.

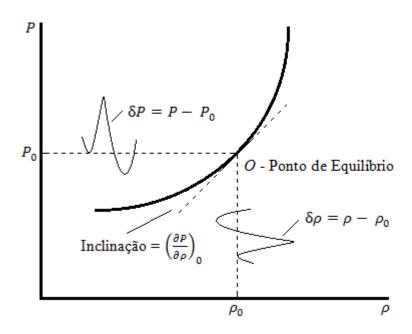


Figura 3.1: Relação de densidade e pressão (adaptado de FAHY, 2001).

Ainda de acordo com FAHY (2001) as mudanças fracionais de densidade e pressão associadas aos limites toleráveis pelos seres-humanos são tão pequenas que a não linearidade da relação tem efeitos desprezíveis, de tal forma que a inclinação da curva indicada na figura acima é suficiente para descrever o comportamento entre densidade e pressão no ponto de equilíbrio. Com efeito, pode-se escrever que:

$$P = P_0 + \delta P$$
 3.1

em que:

- P é a pressão total;
- P<sub>0</sub> é a pressão de equilíbrio;
- δP é a pressão sonora, e

$$\rho = \rho_0 + \delta \rho \tag{3.2}$$

em que:

- ρ é a densidade total;
- $\rho_0$  é a densidade de equilíbrio;
- δρ é o incremento de densidade devido a pressão sonora.

Visto que a pressão é função da densidade, ou seja,  $P = f(\rho)$ , é plausível manipular as expressões acima para formular que:

$$P_0 + \delta P = f(\rho_0 + \delta \rho). \tag{3.3}$$

Além disso, usando-se do fato de que  $\delta\rho$  é muito pequeno, a simplificação do lado direito da Equação 3.3 é realizada pela expansão em série de Taylor em torno de  $\rho_0$ , até a primeira ordem em  $\delta\rho$ . Isso resulta em:

$$P_0 + \delta P = f(\rho_0) + \delta \rho \left(\frac{dP}{d\rho}\right)_0.$$
 3.4

Como  $P_0 = f(\rho_0)$  tem-se por fim que:

$$\delta P = \delta \rho \left(\frac{dP}{d\rho}\right)_0.$$
 3.5

A relação obtida mostra que a variação de densidade é proporcional a variação de pressão, com constante de proporcionalidade igual a  $\left(\frac{dP}{d\rho}\right)_0$ .

# 3.1.1.2 Relação entre deslocamento e variação de densidade

Para a próxima relação, será considerada a Figura 3.2 a seguir:

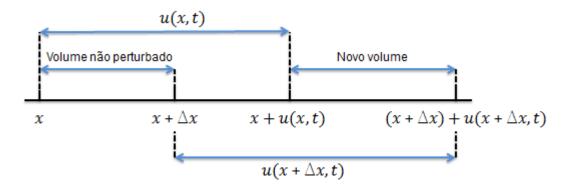


Figura 3.2: Movimento de um fluido perturbado por uma onda (adaptado de ROQUE).

Nela está representado uma camada não perturbada de fluido na posição x. Após a ação de uma onda no meio analisado no instante t, o deslocamento passa a ser u(x,t). Com isso, a camada de fluido é deslocada para o ponto x + u(x,t). Foi considerado também a posição de uma camada vizinha de fluido não perturbado, igual  $x + \Delta x$ , e sua nova localização no instante t, igual a  $(x + \Delta x) + u(x + \Delta x,t)$ . Para o cálculo dos volumes deslocados, foi definido que o fluído em movimento está confinado em um volume de área A. O volume inicial do meio antes de ser perturbado pela ação da onda é:

$$V_{np} = A[(x + \Delta x) - x] = A\Delta x.$$
 3.6

Como a densidade do meio em equilíbrio é igual a  $\rho_0$ , a massa de fluido dentro de  $V_{np}$  é:

$$m = \rho_0 V_{np} = \rho_0 A \Delta x. \qquad 3.7$$

Essa massa de fluido depois de ser deslocada por uma onda, passa a ocupar um novo volume  $V_{\text{p}}$ , equacionado como:

$$V_{p} = A\{[(x + \Delta x) + u(x + \Delta x, t)] - [x + u(x, t)]\}.$$
 3.8

Após manipulada, essa expressão assume o formato indicado abaixo:

$$V_{p} = A\Delta x \left\{ 1 + \left[ \frac{u(x + \Delta x, t) - u(x, t)}{\Delta x} \right] \right\}.$$
 3.9

Já que  $\Delta x$  é muito pequeno, a Equação 3.9 pode ser simplificada de tal modo que:

$$\frac{\mathbf{u}(\mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}, \mathbf{t}) - \mathbf{u}(\mathbf{x}, \mathbf{t})}{\Delta \mathbf{x}} \approx \frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{x}, \mathbf{t})}{\partial \mathbf{x}}.$$

E assim, combinando a Equação 3.10 na Equação 3.9 é finalmente obtido que:

$$V_{p} = A\Delta x \left[ 1 + \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right].$$
 3.11

Posto que a massa do volume não perturbado deve ser igual à do volume perturbado, uma vez que não houve perda de fluido durante o deslocamento, uma relação plausível é descrita como:

$$m = \rho A \Delta x \left[ 1 + \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right].$$
 3.12

Igualando as Equações 3.7 e 3.12, tem-se que:

$$\rho_0 = \rho \left[ 1 + \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right]. \tag{3.13}$$

Substituindo  $\rho$  por  $\rho_0 + \delta \rho$  na Equação 3.13 e efetuando as manipulações necessárias, a relação entre deslocamento e densidade é estabelecida e está matematicamente representada pela Equação 3.14.

$$\partial \rho = -\rho_0 \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} - \partial \rho \frac{\partial u(x,t)}{\partial x}.$$
3.14

Contudo, já que estão sendo consideradas variações pequenas na densidade, o termo de segunda ordem da expressão acima,  $\partial \rho \frac{\partial u(x,t)}{\partial x}$ , pode ser desprezado, culminando na simplificação da Equação 3.14, indicada abaixo:

$$\partial \rho = -\rho_0 \frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{x}, \mathbf{t})}{\partial \mathbf{x}}.$$
 3.15

## 3.1.1.3 Relação entre pressão e deslocamento

Conforme mencionado por FAHY (2001), gradientes de pressão causam a aceleração dos elementos de um fluido, o que é essencial para o deslocamento de uma onda. Isso sugere que a terceira relação almejada pode ser alcançada com base na Segunda Lei de Newton, que relaciona movimento e força. Para determinar a equação de movimento, primeiro devem ser consideradas tanto a massa do fluido que se descola, matematicamente expressa pela Equação 3.7, quanto a aceleração da mesma descrita pela expressão  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ . A força F resultante é dada por:

$$F = m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}.$$
 3.16

Para a determinação da força acima descrita será considerada a Figura 3.3 abaixo, que representa um fluido se movimentando em um tubo cilíndrico de área da seção transversal igual a A.

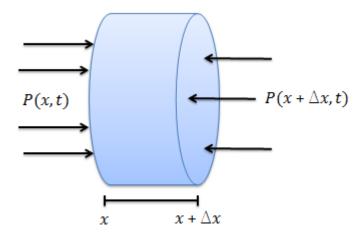


Figura 3.3: Fluido em movimento em um tubo cilíndrico (adaptado de ROQUE).

As forças atuando sobre as faces da direita e da esquerda do cilindro são respectivamente:

$$F_e = AP(x, t), e 3.17$$

$$F_{d} = -AP(x + \Delta x, t). \qquad 3.18$$

A força resultante é igual a soma das Equações 3.17 e 3.18, o que corresponde a:

$$F = F_e + F_d = A[P(x,t) - P(x + \Delta x, t)].$$
 3.19

Como

$$\frac{\partial P}{\partial x} \approx \frac{P(x,t) - P(x + \Delta x,t)}{\Delta x},$$
 3.20

a Equação 3.19 pode ser expressa da seguinte maneira:

$$F = -A\Delta x \frac{\partial P}{\partial x}.$$
 3.21

Uma vez que  $P = P_0 + \delta P$ , Equação 3.1, a Equação 3.21 pode ser manipulada para expressar F como sendo:

$$F = -A\Delta x \frac{\partial (\delta P)}{\partial x}.$$
 3.22

Portanto, a Segunda Lei de Newton aplicada a massa m (Equação 3.16) é:

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial \mathbf{t}^2} = -\frac{\partial (\delta P)}{\partial \mathbf{x}}.$$

Com isso, as três relações que descrevem o comportamento das ondas planas estão completamente definidas pelas Equações 3.5, 3.15 e 3.23. Combinando essas três expressões e

utilizando as manipulações matemáticas necessárias, chega-se na equação de onda para ondas livres, matematicamente representada pela Equação 3.24.

$$\frac{\partial^2(\delta P)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2(\delta P)}{\partial t^2},$$
 3.24

em que c é a velocidade de propagação do som no fluido, igual a  $\sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0}$ .

A Equação 3.24 foi derivada para uma onda propagando em uma única dimensão. Para três dimensões, KLEINER e TICHY (2014) apontam que o termo  $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$  deve ser substituído pelo operador de Laplace  $\Delta$  para um sistema de coordenadas desejado. Sendo assim, para coordenadas cartesianas o operador  $\Delta$  tem a seguinte forma:

$$\Delta(\delta P) = \frac{\partial^2(\delta P)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\delta P)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2(\delta P)}{\partial z^2}.$$
 3.25

Substituindo-o na Equação 3.24 resulta na equação de onda para ondas livres em três dimensões, igual ao apresentado abaixo:

$$\Delta(\delta P) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2(\delta P)}{\partial t^2}.$$
 3.26

## 3.1.2 Equação de onda para ondas forçadas

O tópico anterior apresentou os aspectos físicos e matemáticos da conhecida equação de onda para ondas livres. Nele foi abordada a interação de forças e a propagação de flutuações da densidade no campo sonoro através das propriedades elásticas do meio. Para ondas forçadas, no entanto, deve ser analisado como flutuações são externamente geradas. De acordo com KLEINER e TICHY (2014), elas podem ser advindas de forças externas, injeção adicional de massa, ou outras causas que agem no meio. De qualquer forma, a fonte deve agir permanentemente no tempo forçando a ação das ondas.

Para incluir o efeito de uma fonte, um alto-falante por exemplo, a equação da continuidade, Equação 3.15, tem de ser acrescida do termo  $\rho_0 Q$ , que expressa a geração de massa por velocidade de volume Q. Após as devidas modificações é obtido que:

$$\rho_0 \operatorname{div}(\mathbf{u}) = -\frac{\partial (\delta P)}{\partial t} + \rho_0 Q, \qquad 3.27$$

em que div(u) =  $\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}$ .

Além disso, na relação entre pressão e deslocamento que faz referência a equação de Euler (Equação 3.23) o termo u é isolado e substituído na Equação 3.26, e isso resulta na equação de onda para ondas forçadas, Equação 3.28.

$$\Delta(\delta P) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2(\delta P)}{\partial t^2} = -\rho_0 \frac{dQ}{dt}.$$
 3.28

O lado direito da expressão acima representa a velocidade de volume da fonte, o que é aplicado nas que apresentam superfícies vibrantes.

## 3.1.3 Soluções da equação de onda

A equação de onda deduzida anteriormente é classificada como uma equação diferencial parcial de segunda ordem. Portanto, pelo princípio de d'Alembert a solução para tais expressões devem conter a variável (x - ct) e/ou (x + ct). Portanto, a pressão sonora pode ser formulada como:

$$\delta P(x,t) = F(x-ct) + G(x+ct)$$
3.29

Mas conforme explica FAHY (2001), a forma matemática mais conveniente para expressar a solução acima é através da representação exponencial complexa. KINSLER et al. (2000) também apresentam a solução de pressão para uma onda harmônica livre exponencialmente

$$\delta P(x,t) = Fe^{j(\omega t - kx)} + Ge^{j(\omega t + kx)}$$
3.30

e a velocidade de partícula

$$v(x,t) = (F/\rho_0 c)e^{j(\omega t - kx)} + (G/\rho_0 c)e^{j(\omega t + kx)}$$
3.31

em que:

- ω é a velocidade angular;
- k é o número de onda:
- A função F representa a onda sonora se propagando na direção +x;
- A função G representa a onda sonora se propagando na direção x.

Ainda seguindo a convenção de KINSLER et al. (2000), o subscrito "+" é utilizado para designar a onda se deslocando na direção positiva, enquanto que o "-" para ondas se deslocando na direção negativa. Em vista disso, pode-se escrever que:

$$\delta P(x,t)_{+} = F e^{j(\omega t - kx)}, e \qquad 3.32$$

$$\delta P(x,t)_{-} = Ge^{j(\omega t + kx)}. \qquad 3.33$$

Para uma direção arbitrária, a Equação 3.30 torna-se:

$$\delta P(x,t) = Fe^{j(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z)}.$$
3.34

Ao substituir essa solução na Equação 2.26 tem-se que a mesma só é aceitável se

$$(\omega/c)^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2.$$
 3.35

Por definição, o vetor de propagação k é

$$\vec{k} = k_x \hat{x} + k_y \hat{y} + k_z \hat{z}, \qquad 3.36$$

o qual tem magnitude  $\omega/c$  e um vetor posição  $\vec{r}$ , igual a

$$\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}.$$
 3.37

Dessa forma, uma representação alternativa para a solução da equação de onda levando em consideração o disposto acima é dado como:

$$\delta P(x,t) = Fe^{j(\omega t - \vec{k}\vec{r})}.$$
 3.38

#### 3.1.4 Níveis sonoros

A taxa de pressão sonora entre o som de menor amplitude que podemos escutar e o de maior, que pode inclusive causar dor, é extremamente alta e dependendo da frequência pode alcançar a ordem de aproximadamente  $10^{10}$ . Sendo assim, é mais conveniente expressar a maioria das quantidades acústicas como uma taxa em escala logarítmica entre a quantidade descrita e uma quantidade de referência (KLEINER e TICHY, 2014, tradução nossa).

A intensidade sonora, I, que é a energia sonora por unidade de área que é propagada em uma onda plana, é expressa em decibel (dB) como nível de intensidade  $L_I$ , utilizando a referência padrão  $I_0=10^{-12}~\text{W/m}^2$ , conforme mostra a Equação 3.39.

$$L_{\rm I} = 10 \log \left(\frac{\rm I}{\rm I_0}\right). \tag{3.39}$$

Como  $I=\delta P^2/\rho_0 c$ , a expressão para o NPS  $L_P$  pode ser inferida manipulando a Equação 3.39, de forma que:

$$L_{P} = 20 \log \left( \frac{\delta P}{\delta P_{0}} \right), \qquad 3.40$$

em que:

•  $\delta P_0$  é a pressão sonora no limiar da audibilidade, igual a  $2.\,10^{-5}$  Pa.

Já a potência total dissipada por uma fonte, W, é representada pelo nível de energia  $L_W$  usando o valor de referência  $W_0$ , igual a  $10^{-12}$  W, o que resulta em:

$$L_{W} = 10 \log \left(\frac{W}{W_{0}}\right). \tag{3.41}$$

#### 3.1.5 Fontes sonoras

O estudo de fontes idealizadas é útil para a modelagem de fontes reais, a exemplo dos alto-falantes eletrodinâmicos que serão estudados nesse trabalho. Para criar uma base teórica útil para o melhor entendimento desses transdutores, esse subcapítulo irá investigar as relações matemáticas que retratam a radiação sonora de algumas fontes ideais, tais como a esfera pulsante, o monopolo acústico e o pistão circular em um "baffle infinito".

# 3.1.5.1 Esfera pulsante e monopolo acústico

Uma das fontes ideais mais simples de ser analisada é a esfera pulsante, muito embora ela seja difícil de ser implementada na prática. Por meio de sua simetria rotacional ela pode ser tratada como um problema em uma única dimensão com apenas uma ordenada radial R. De acordo com Beranek e Mellow (2012), uma esfera pulsante é essencialmente uma esfera com raio harmonicamente oscilante, cujo campo de pressão é dado pela Equação 3.42 (o sobrescrito "~" será utilizado para representar uma variável no domínio da frequência).

$$\delta \widetilde{P}(r) = jk\rho_0 c \widetilde{Q} \frac{e^{-jk(r-R)}}{4\pi r} D$$
2.42

em que:

- R é o raio da fonte;
- $\delta \widetilde{P}(r)$  é o campo de pressão sonora;
- $\widetilde{Q}$  representa a velocidade de volume, que por usa vez é igual ao produto da velocidade superficial da esfera pela sua área, ou seja,  $4\pi R^2 \widetilde{v}_0$ ;
- D é uma função de direcionalidade, igual a  $\frac{1}{1+jkR}$ .

A velocidade de partícula no campo sonoro,  $\tilde{v}(r)$ , é obtida substituindo-se a Equação 3.42 na Equação 3.23, de modo que:

$$\tilde{\mathbf{v}}(\mathbf{r}) = (1 + \mathbf{j}\mathbf{k}\mathbf{r})\tilde{\mathbf{Q}}\frac{e^{-\mathbf{j}\mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{R})}}{4\pi\mathbf{r}^2}\mathbf{D},$$
3.43

e a impedância de radiação  $Z_r$  é calculada dividindo-se a pressão em r=R (Equação 3.42) pela velocidade na superfície da fonte,  $\tilde{v}_0$ , ou seja:

$$Z_{r} = \frac{\delta \widetilde{P}(r)}{\widetilde{v}_{0}} = \rho_{0} c \frac{jkR}{1 + jkR}.$$
3.44

Fazendo-se o raio R da esfera pulsante tender a zero as equações que descrevem a velocidade e a pressão sonora de um monopolo acústico são encontradas. Essa condição é verdadeira em análises em baixas frequências, em que o raio da esfera pulsante é muito menor que o comprimento de onda radiado. Com isso, fazendo-se  $R \rightarrow 0$  nas Equações 3.42 e 3.43 chega-se nas seguintes expressões para um monopolo acústico:

$$\delta \widetilde{P}(r) = jk\rho_0 c\widetilde{Q} \frac{e^{-jkr}}{4\pi r}, e$$
 3.45

$$\tilde{\mathbf{v}}(\mathbf{r}) = (1 + \mathbf{j}\mathbf{k}\mathbf{r})\tilde{\mathbf{Q}}\frac{e^{-\mathbf{j}\mathbf{k}\mathbf{r}}}{4\pi\mathbf{r}^2}.$$

# 3.1.5.2 Pistão circular em um "baffle infinito"

A fonte planar ideal mais simples é um pistão circular oscilante montado em um "baffle infinito", que tem de ser considerado rígido para que todos seus elementos superficiais vibrem em fase e sejam independentes das cargas acústicas ou mecânicas ao qual ele está submetido. Como apontam BERANEK e MELLOW (2012), o termo "baffle infinito" se refere a um plano rígido infinitamente extenso que rodeia o pistão. Tal modelo é especialmente útil na modelagem de alto-falantes eletrodinâmicos posicionados próximos ou em uma parede, e é válido enquanto o diafragma desses transdutores estiver em seu primeiro modo de vibrar. A limitação dessa representação, contudo, está no fato dela não levar em conta as reflexões nos contornos de um recinto finito real. Além disso, os espaços antes e após a superfície de radiação são abertos, de forma que os efeitos de carga no interior de ambientes fechados reais, tais como compliância acústica, ondas estacionárias, absorção e vibração das paredes, são ignorados pelo modelo.

A fim de se estabelecer as equações para a radiação sonora dessa representação, a Figura 3.4 será utilizada. Nela está representado um pistão circular rígido de velocidade  $v_0$ , que

tem em sua superfície dois elementos infinitesimais de área destacados,  $\delta S$  e  $\delta S'$ , distantes um do outro por uma distância r. A pressão produzida em  $\delta S'$  devido a vibração de  $\delta S$  é dado pela expressão a seguir:

$$\delta(\delta \widetilde{P}) = jk\rho_0 c\delta \widetilde{Q} \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} 2,$$
3.47

em que:

- $\delta \widetilde{Q}$  é a velocidade de volume produzida pela vibração de  $\delta S$ , igual a  $v_0 \delta S$ ;
- O número 2 ao final da expressão mostra que a radiação ocorre em ambos os lados do "baffle infinito" (fonte imagem).

Integrando a equação acima em relação ao elemento de área  $\delta S$  é obtido a pressão  $\delta \widetilde{P}$  radiada pelo pistão, o que é dado pela Equação 3.48:

$$\delta \widetilde{P} = \frac{2jk\rho_0 c\widetilde{Q}}{4\pi} \iint \frac{e^{-jkr}}{r} dS.$$
 3.48

A força agindo sobre o pistão,  $\tilde{f}$ , é encontrada integrando a pressão acústica  $\delta \widetilde{P}$  em relação a  $\delta S$ , ou seja:

$$\tilde{f} = \iint \delta \tilde{P} dS,$$
 3.49

e a impedância de radiação é:

$$Z_{r} = \frac{\tilde{f}}{v_{0}}.$$
3.50

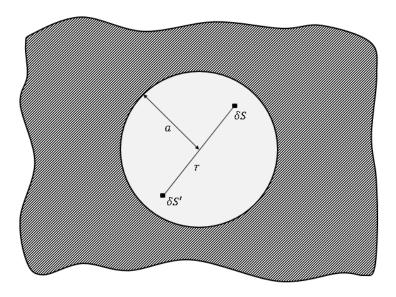


Figura 3.4: Geometria de um pistão rígido em um "baffle infinito" (autor, 2018).

#### 3.2 Acústica de salas

Um habitáculo veicular nada mais é do que um compartimento fechado destinado ao condutor e aos ocupantes de veículos. Em acústica esse ambiente faz parte da categoria salas pequenas, que é definida por KLEINER e TICHY (2014) como pequenos espaços fechados nos quais as ressonâncias individuais devem ser levadas em consideração em baixas frequências. E são justamente as ressonâncias, comumente chamadas de modos acústicos, que necessitam de ser compreendidas fisicamente e então avaliadas quando o intuito é criar uma representação numérica pertinente do campo sonoro em tais ambientes. Com base nisso, o intuito desse subcapítulo será o de construir uma base teórica para a compreensão de como os materiais e as características geométricas de salas pequenas influenciam na construção da resposta acústica no interior desses recintos, conhecimento tal fundamental para a etapa prática desse trabalho, que é a criação de um modelo numérico para a caracterização de sistemas de som automotivo.

### 3.2.1 Modos próprios de uma sala

Os gases no interior de recintos fechados se comportam de acordo com o mesmo princípio físico de corpos sólidos. Após um impulso excitar as ondas sonoras, elas irão existir apenas em determinadas frequências e frentes de onda, que dependem do formato da sala, propriedades acústicas das paredes, amortecimento, etc. Em salas pequenas, a exemplo do habitáculo veicular que será considerado, esse fenômeno é particularmente importante em baixas frequências, já que nessa condição os modos são bastante espaçados. Portanto, antes de submeter tais ambientes às excitações forçadas a formação de ondas livres deve ser examinada. A fim de facilitar a compreensão da formação de ondas estacionárias, será considerado um modelo idealizado de sala, com paredes rígidas e perfeitamente paralelas, Figura 3.5. Deve-se assumir que essa sala se estende de x=0 a  $x=L_x$  na direção x, de y=0 a  $y=L_y$  na direção y e de z=0 a  $z=L_z$  na direção z.

O ponto de partida para a representação teórica do campo sonoro em uma sala é a conhecida equação de onda, Equação 3.26, que será usada nesse contexto em uma forma independente do tempo, conhecida como Equação de Helmholtz, conforme se vê abaixo.

$$\Delta(\delta P) + k^2 \delta P = 0. 3.51$$

Em coordenadas cartesianas, a Equação 3.51 é escrita como:

$$\frac{\partial^2(\delta P)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\delta P)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2(\delta P)}{\partial z^2} + k^2 \delta P = 0.$$
 3.52

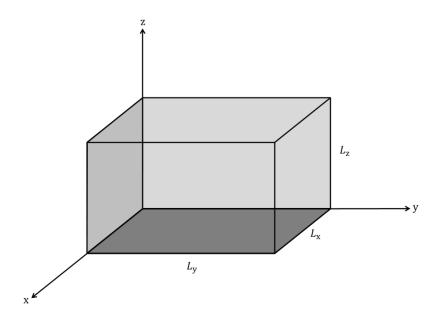


Figura 3.5: Dimensões de uma sala retangular (autor, 2018).

Conforme explica KUTTRUFF (2009) a variável δP presente na Equação 3.51 pode ser decomposta em três fatores, de acordo com a Equação 3.52:

$$\delta P(x, y, z) = \delta P_1(x) \cdot \delta P_2(y) \delta P_3(z), \qquad 3.53$$

os quais dependem apenas de x y e z respectivamente. Se esse produto é inserido na Equação 3.52, são obtidas três equações diferenciais, Equações 3.54 a 3.56

$$\frac{d^2(\delta P_1)}{dx^2} + k_x^2 \delta P_1 = 0,$$
 3.54

$$\frac{d^2(\delta P_2)}{dy^2} + k_y^2 \delta P_2 = 0, e$$
 3.55

$$\frac{d^2(\delta P_3)}{dz^2} + k_z^2 \delta P_3 = 0$$
 3.56

nas quais  $\delta P_1$ ,  $\delta P_2$  e  $\delta P_3$  devem satisfazer a Equação de Helmholtz junto com as condições de contorno estabelecidas para a sala em questão. Como foi dito anteriormente o recinto analisado é

composto de paredes rígidas, que dessa forma não têm velocidade normal em suas superfícies.

Usando como exemplo a componente  $\delta P_1$  tem-se pela afirmação anterior que

$$\frac{d(\delta P_1)}{dx} = 0 \text{ para } x = 0 \text{ e } x = L_x,$$
3.57

condição essa análoga às componentes .  $\delta P_2$  e  $\delta P_3$ . As constantes introduzidas,  $k_x$ ,  $k_y$  e  $k_z$  se relacionam da seguinte maneira:

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2. 3.58$$

Ainda utilizando como exemplo  $\delta P_1$ , a Equação 3.54 tem a seguinte solução geral:

$$\delta P_1(x) = A_1 \cos(k_x x) + B_1 \sin(k_x x), \qquad 3.59$$

que é satisfeita para a condição de contorno indicada pela Equação 3.57 apenas para os seguintes valores de k:

$$k_{x} = \frac{n_{x}\pi}{L_{x}},$$
3.60

$$k_{y} = \frac{n_{y}\pi}{L_{v}},$$
3.61

$$k_z = \frac{n_z \pi}{L_z},$$
 3.62

em que n<sub>x</sub>, n<sub>y</sub> e n<sub>z</sub> são números interiorc positivos.

Inserindo esses valores na Equação 3.58 chega-se nos alto-valores da equação da onda:

$$k_{n_x n_y n_z} = \pi \left[ \left( \frac{n_x}{L_x} \right)^2 + \left( \frac{n_y}{L_y} \right)^2 + \left( \frac{n_z}{L_z} \right)^2 \right]^{1/2}.$$
 3.63

As três alto-funções associadas a esses três alto-valores são obtidas pela multiplicação das três funções cossenos, Equação 3.64, que conforme indica KUTTRUFF (2009) cada qual representa a dependência da pressão em um único sistema de coordenadas.

$$\delta P_{n_x n_y n_z}(x, y, z) = C \cos\left(\frac{n_x \pi x}{L_x}\right) \cos\left(\frac{n_y \pi y}{L_y}\right) \cos\left(\frac{n_z \pi z}{L_z}\right),$$
3.64

em que C é uma constante arbitrária.

A Figura 3.6 abaixo mostra a distribuição de pressão em uma sala retangular a exemplo da representada pela Figura 3.5, em uma seção do plano xy para três modos, cada um dos quais com valores característicos de  $n_x$ ,  $n_y$  e  $n_z$ .

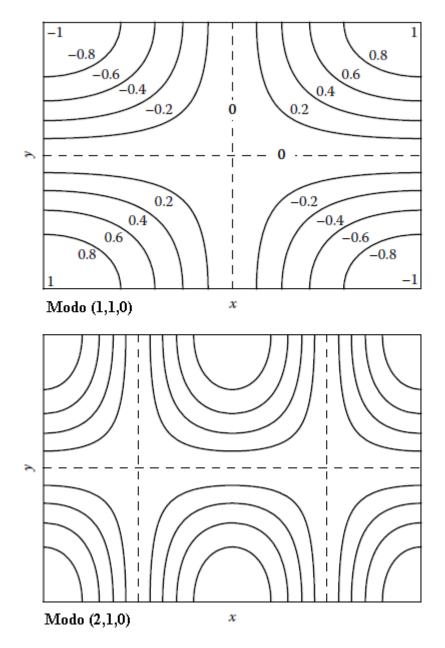


Figura 3.6: Distribuição de pressão sonora em diferentes regiões de uma seção de uma sala retangular. Os diferentes números na imagem indicam a amplitude relativa da pressão sonora (adaptado de KLEINER e TICHY, 2014).

Uma forma de representar a frequência em que as ressonâncias ocorrem é modificando a Equação 3.63, de maneira que:

$$f_{n_x n_y n_z} = \frac{c}{2} \left[ \left( \frac{n_x}{L_x} \right)^2 + \left( \frac{n_y}{L_y} \right)^2 + \left( \frac{n_z}{L_z} \right)^2 \right]^{1/2}.$$
 3.65

## 3.2.2 Absorção sonora e impedância acústica

Quando o intuito é modelar o campo sonoro em salas acústicas, os mecanismos de perdas devem ser devidamente entendidos e considerados. De modo geral, eles se traduzem pela redução de energia das ondas sonoras quando elas são refletidas pelos limites do recinto, ou mesmo durante a propagação do som pelo ar. Por consequência, os mecanismos de perdas influenciam a intensidade da onda incidente, assim como todas as componentes refletidas da mesma, ou seja, todas as propriedades acústicas do ambiente que está sendo modelado.

Quanto às perdas causadas pela propagação livre das ondas sonoras pelo meio, KUTTRUFF (2009) diz que a atenuação nesse caso é importante apenas para salas de grandes dimensões e quando se está avaliando altas frequências. De maneira análoga, KLEINER e TICHY (2014) salientam que em salas pequenas o amortecimento interno pode ser negligenciado, já que as perdas pela propagação no ar são bem menores que qualquer outra perda. Sendo assim, para modelar um ambiente acústico é necessário entender o processo físico de absorção de energia quando uma onda incidente é refletida pelos contornos do mesmo.

## 3.2.2.1 Quantidades fundamentais

A diminuição de energia de uma onda é frequentemente gerada pela conversão parcial de um movimento molecular organizado em um movimento aleatório no qual calor é gerado. Esse movimento ocorre nas camadas de contorno nas quais a onda sonora toca uma superfície sólida (KLEINER e TICHY, 2014, tradução nossa).

A grandeza física que representa a queda de energia, mencionada pelos autores, durante o processo de reflexão da onda sonora em superfícies absorvedoras planas é o coeficiente  $\alpha$ , definido como a taxa de energia sonora absorvida  $W_{abs}$  pela taxa de energia sonora incidente  $W_{inc}$ , ou seja:

$$\alpha = \frac{W_{abs}}{W_{inc}}.$$
 3.66

As superfícies absorvedoras também refletem uma parcela da onda incidente, o que é expresso pelo fator de reflexão R. Ele é caracterizado pela taxa complexa entre a pressão incidente  $\delta P_{\rm inc}$  e a refletida  $\delta P_{\rm refl}$ . A relação entre  $\alpha$  e R está indicada pela Equação 3.67.

$$\alpha = 1 - \left| \frac{\delta P_{\text{refl}}}{\delta P_{\text{inc}}} \right|^2 = 1 - |R|^2.$$
 3.67

Já a energia absorvida total, frequentemente chamada de área absorção A, é igual a área do absorvedor S pelo coeficiente  $\alpha$ , conforme mostra a Equação 3.68.

$$A = S. \alpha$$
. 3.68

Outra forma conveniente de se expressar a absorção sonora é por meio da impedância Z da superfície absorvedora. Ela deve ser considerada tendo uma parte real e uma parte imaginária, conforme indica a Equação 3.69

$$z = \frac{1}{\rho_0 c} Z = \frac{1}{\rho_0 c} \frac{p}{v} = \frac{Re(Z) + jIm(Z)}{\rho_0 c},$$
 3.69

em que:

- Z é a impedância acústica específica;
- z é a impedância acústica normalizada para a impedância do ar  $\rho_0$ c.

O coeficiente de reflexão se relaciona à impedância acústica de superfície pela seguinte expressão:

$$R = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0},$$
3.70

em que:

• 
$$Z_0 = \rho_0 c$$
.

E o coeficiente α pode ser representado como:

$$\alpha = \frac{4\text{Re}(Z)Z_0}{[\text{Re}(Z) + Z_0]^2 + [\text{Im}(Z)]^2}.$$
3.71

As Equações 3.70 e 3.71 são aplicáveis para as incidências sonoras normais ao absorvedor. Contudo, se a onda sonora plana incide com um ângulo  $\theta$  em relação à direção normal do absorvedor, Figura 3.7, a componente normal da velocidade de partícula deve ser multiplicada por  $\cos(\theta)$ , de modo que:

$$R(\theta) = \frac{Z\cos(\theta) - Z_0}{Z\cos(\theta) + Z_0}, e$$
3.72

$$\alpha(\theta) = \frac{4\text{Re}(Z\cos(\theta))Z_0}{[\text{Re}(Z\cos(\theta)) + Z_0]^2 + [\text{Im}(Z\cos(\theta))]^2}.$$
3.73

O coeficiente de absorção também pode ser formulado para uma incidência aleatória, em que as ondas sonoras atingem o absorvedor em todas as direções com mesma intensidade. Na prática esse coeficiente, aqui chamado de  $\alpha_R$ , pode ser calculado pelo tempo de reverberação, cuja definição é o tempo  $T_{60}$  para que a densidade de energia do som decaia para um milionésimo do seu valor original, ou seja, 60 dB. Assim, através da equação de Sabine o coeficiente  $\alpha_R$  pode ser encontrado pela relação que indica a Equação 3.74.

$$\alpha_{\rm R} = 0.161 \frac{V_{\rm R}}{T_{60} S'}$$
 3.74

em que:

- T<sub>60</sub> é o tempo de decaimento para uma diminuição do NPS de 60 dB;
- V<sub>R</sub> é o volume da sala;
- 0,161 é uma constante que se aplica ao ar à temperatura igual a 20 °C.

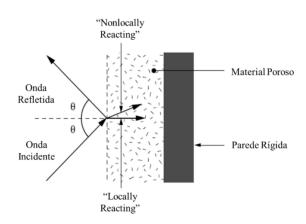


Figura 3.7: Propagação local e não local da onda sonora em um material acusticamente absorvedor (adaptado de KLEINER e TICHY, 2014).

Como se vê na Figura 3.7 existem duas definições de condições de contorno passivas: as "locally reacting" e as "nonlocally reacting", que estão associadas a direção de propagação da

onda sonora em um material em relação à direção normal a sua superfície. Sendo assim, assumindo que a onda sonora só pode se propagar na direção normal em relação a superfície do material, o comportamento acústico de tal fronteira pode ser descrito unicamente por Z, e então ele é independente das ondas incidentes. Conforme mostra MECHEL (1989), tais contornos são chamados de "locally reacting", uma vez que a velocidade normal em um ponto qualquer desse contorno depende apenas da pressão sonora nesse mesmo ponto, e é independente da distribuição de pressão nos pontos adjacentes.

Embora essa condição seja válida para materiais em habitáculo, ela não se aplica a painéis metálicos, como é o caso dos que estão em contato com o ar do compartimento de passageiros de veículos. Essas condições de contorno são consideradas "nonlocally reacting", já que seus elementos adjacentes estão acoplados por suas rigidezes e flexões. Contudo para esse trabalho a impedância Z será utilizada para modelar as condições de contorno passivas dos materiais porosos e peças plásticas no interior da cavidade do veículo analisado, uma vez que os possíveis acoplamentos causados pelas vibrações dos componentes estruturais do veículo com o ar no interior do habitáculo serão negligenciados, tendo em vista a simplificação do modelo FE.

## 3.2.2.2 Medição da impedância específica em um tubo de impedância

Pela publicação de BRANDÃO, LENZI e PAUL (2015), é possível ver que existem um grande número de técnicas que podem ser utilizadas quando o interesse é quantificar o comportamento acústico de materiais. Contudo, muitas vezes a determinação experimental de propriedades absorvedoras é realizada em um tubo de ondas estacionárias, já que essa técnica trata de um problema matemático em uma única dimensão. Para entender como essa medição é feita, será considerada a Figura 3.8 abaixo.

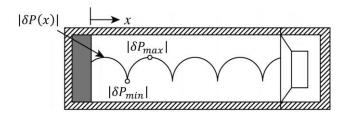


Figura 3.8: Tubo de impedância com uma amostra posicionada em uma de suas extremidades (adaptado de KIM, 2010).

Nela é assumida que uma amostra está posicionada em uma das extremidades do tubo, em uma terminação rígida, com um alto-falante do lado oposto para insonificar o corpo de prova. Como explica KIM (2010), quando um harmônico é produzido pela fonte, a pressão sonora atinge um estado estacionário pela superposição da onda incidente  $\delta P_{inc}$  e da onda refletida  $\delta P_{refl}$ . Em outras palavras o som medido em x é dado por:

$$\delta P(x) = \delta P_{inc}(x) + \delta P_{refl}(x)$$
 3.75

em que:

- $\delta P_{inc}(x) = \delta P e^{-jkx}$ ;
- $\delta P_{ref}(x) = R \delta P e^{jkx}$  (ver Equação 3.70).

A velocidade de partícula da onda incidente e refletida são respectivamente  $v_{inc}(x)$  e  $v_{ref}(x)$ . Representando essa variável em termos da impedância acústica específica chega-se na Equação 3.76 para a velocidade total no regime estacionário.

$$v(x) = \frac{\delta P_{\text{inc}}(x)e^{-jkx}}{\rho_0 c} + \frac{\delta P_{\text{refl}}(x)e^{-jkx}}{\rho_0 c}.$$
 3.76

Combinando as equações 3.75 e 3.76 é encontrada a impedância acústica específica, também conhecida como impedância acústica de superfície, para qualquer posição x do tubo, o que pode ser visto pela Equação 3.77.

$$Z(x) = \rho_0 c \frac{\delta P e^{-jkx} + R \delta P e^{jkx}}{\delta P e^{-jkx} - R \delta P e^{jkx}} = Z_0 \frac{1 + R e^{j\theta} e^{jkx}}{1 - R e^{j\theta} e^{jkx}}.$$
3.77

A impedância específica do corpo de prova é encontrada fazendo-se x da equação acima igual a zero, ou seja:

$$Z = Z_0 \frac{1+R}{1-R}.$$
 3.78

# 3.2.3 Ondas forçadas em uma sala

Como já foi explicado anteriormente, ondas sonoras livres em um recinto são constituídas de modos, ou seja, ondas estacionárias que só existem em certas frequências. Se uma fonte for posicionada em um determinado ponto de uma sala, ondas sonoras serão forçadas pelo volume de ar através da excitação desses modos. No capítulo "Equação de onda para ondas forçadas" foi abordado a formulação matemática que resultou na equação diferencial para ondas planas forçadas por uma fonte de velocidade de volume Q (ver Equação 3.28). Essa mesma

equação pode ser representada no domínio da frequência, Equação 3.79, para a condição em que se considera uma fonte harmônica cuja função de velocidade de volume é  $q(r_0,t) = q(r_0)e^{j\omega}$ .

$$\Delta \delta P(r) + k^2 \delta P(r) = -j\omega \rho_0 q(r_0), \qquad 3.79$$

em que:

- r é a coordenada do campo em que a pressão sonora é calculada;
- $r_0$  é a posição no espaço da fonte sonora.

A solução da Equação 3.78 é apresentada por KLEINER e TICHY (2014) assim como mostra a Equação 3.80, e representa a pressão  $\Delta\delta P(r)$  em uma sala com paredes rígidas na qual está posicionado um monopolo de velocidade de volume Q, localizado no ponto  $r_0$ .

$$\Delta \delta P(r, k) = -jk\rho_0 c \frac{Q}{V} \sum_{N=0}^{\infty} \frac{\psi_N(r_0)\psi_N(r)}{\Lambda_N(k^2 - k_N^2)},$$
3.80

em que:

- k<sub>N</sub> é o número de onda do modo N;
- k é o número de onda da fonte;
- $\psi_N(r_0)$  é a autofunção avaliada no ponto  $r_0$ ;
- $\psi_N(r)$  é a autofunção avaliada no ponto r;
- V é o volume da sala;
- $\Lambda_N$  é uma constante, de tal forma que  $V\Lambda_N = \iiint_V \psi_N(r)^2 dV$ .

Quanto ao efeito do amortecimento, os autores dizem que ele pode ser visualizada pela relação  $k^2-k_N^2$ , indicada na Equação 3.80. Se o valor numérico de k for se aproximando de  $k_N$ , a pressão sonora vai aumentando e a transmissão sonora tem então um pico, em especial nas baixas frequências, situação essa em que os modos são bastante separados. O valor complexo de  $k_N$  pode ser expresso como:

$$k_{N} = \frac{\omega_{N}}{c} + j \frac{\delta_{N}}{c'},$$
3.81

em que:

- $\omega_N$  é a frequência angular no modo N;
- $\delta_N$  é o fator de amortecimento no modo N.

Então, o termo no denominador da Equação 3.79 torna-se:

$$k^{2} - k_{N}^{2} = k^{2} - \left(\frac{\omega_{N}}{c}\right)^{2} - 2j\frac{\omega_{N}}{c}\frac{\delta_{N}}{c} - \left(\frac{\delta_{N}}{c}\right)^{2}.$$
3.82

Se o amortecimento, expresso por  $\delta_N/c$ , é pequeno, o termo à direita da equação acima pode ser negligenciado, de modo que a Equação 3.80 torna-se:

$$\Delta \delta P(r, \mathbf{k}) = -j \mathbf{k} \rho_0 c \frac{\mathbf{Q}}{\mathbf{V}} \sum_{N=0}^{\infty} \frac{\psi_N(r_0) \psi_N(r)}{\Lambda_N \left( \mathbf{k}^2 - \mathbf{k}_N^2 - j 2 \mathbf{k}_N \frac{\delta_N}{c} \right)}.$$
 3.83

A Equação 3.83 fornece a informação da condição de estado estacionário e permite a análise da transmissão do som de uma fonte pontual para uma posição de escuta. Já que a resposta de um único modo varia de ponto para ponto em uma sala, a resposta total será diferente de maneira similar, e será igual à soma dos modos excitados pela fonte na posição  $r_0$ , avaliada na posição de interesse r. A Figura 3.9 mostra um esquemático de uma resposta em frequência constituída pela participação modal em baixa frequência.

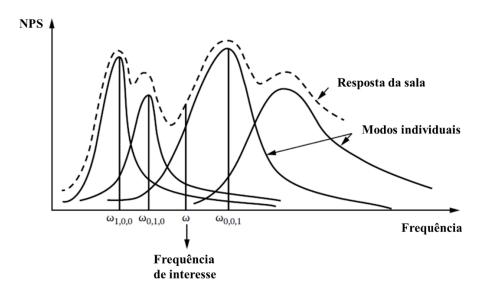


Figura 3.9: Contribuição modal para a resposta acústica de uma sala (adaptado de KLEINER e TICHY, 2014).

Por fim, analisando a Equação 3.82 é possível identificar matematicamente tudo aquilo que foi verificado pelos trabalhos e publicações citados no capítulo "Revisão Bibliográfica". A radiação sonora em uma sala acústica dependente basicamente da fonte de radiação, sua força (Q) e localizações  $(r_0)$ , das propriedades construtivas da sala  $(\psi_N(r_0))$  e  $\psi_N(r)$ , e da absorção sonora  $(\delta_N/c)$ .

#### 3.3 Teoria básica de alto-falantes eletrodinâmicos

Como conceituam BERANEK e MELLOW (2012), um alto-falante eletrodinâmico é um transdutor eletromagnético capaz de converter energia elétrica em som. Os autores evidenciam que existem dois tipos básicos de alto-falantes: aqueles em que uma superfície vibrante, também chamada de diafragma, radia som diretamente no ar, e aqueles em que uma corneta é colocada entre o diafragma e o ar. O radiador direto é o mais utilizado em sistemas de entretenimento, a exemplo dos sistemas de som veiculares, e os componentes de uma unidade típica estão identificados na Figura 3.10.

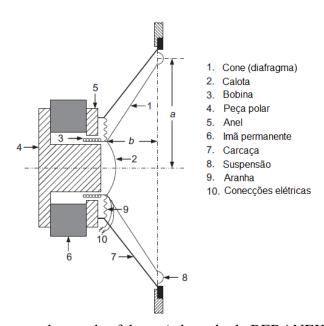


Figura 3.10: Componentes de um alto-falante (adaptado de BERANEK e MELLOW, 2012).

O diafragma (1) é um cone feito de material leve e relativamente rígido. No centro desse transdutor encontra-se uma calota (2), que protege a bobina (3) de poeira metálica que pode ser atraída a esse elemento em razão da força eletromagnética. Essa bobina fica localizada no centro da peça polar (4) e anel (5), que juntos formam um caminho para que o fluxo eletromagnético flua, gerado por um imã permanente (6), que é fixo em sua posição pela carcaça (7). O diafragma é fixo em um aro pela suspensão (8), e próximo à bobina pela aranha (9).

#### 3.3.1 Circuito eletroacústico

Para caracterizar a resposta acústica de alto-falantes eletrodinâmicos, BERANEK e MELLOW (2012) empregam uma analogia eletroacústica que descreve a dinâmica desses componentes. Porém, antes de apresentar o diagrama de circuito sugerido pelos autores, serão identificados os vários elementos envolvidos.

A bobina possui indutância e resistência, que aqui serão chamados de  $L_E$  e  $R_E$  respectivamente. O diafragma e os terminais elétricos da bobina tem uma massa total  $M_{MD}$ . Para questões de simplificação não será desconsiderada nesse total a massa de ar deslocado, uma vez que seu valor é pequeno comparado aos outros dois. O diafragma é montado em uma suspensão flexível, cujo efeito total será representado por uma compliância mecânica  $C_{MS}$  e uma resistência mecânica  $R_{MS}$ . Ambos os lados do diafragma do alto-falante radiam som através do ar, e essa radiação será representada por uma impedância mecânica de radiação  $Z_{MR} = R_{MR} + jX_{MR}$ .

A Figura 3.11 abaixo mostra a representação pela analogia de impedância de um circuito que contém os componentes elétricos de um alto-falante eletrodinâmico, assim como seus elementos mecânicos e acústicos convertidos em analogias elétricas. Nela, os símbolos  $e_g$  e  $R_g$  são respectivamente a tensão e a resistência elétrica do amplificador,  $\tilde{f}_c$  é a força agindo no cone,  $\tilde{f}_R$  é a força de radiação,  $\tilde{u}_c$  é a velocidade do cone e Bl é o fator de força da bobina.

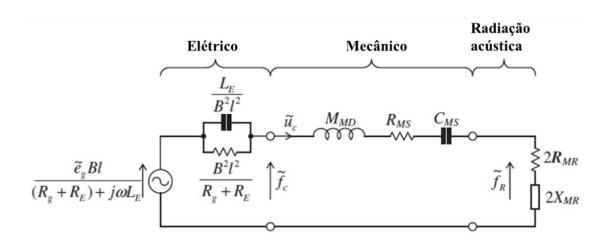


Figura 3.11: Circuito de analogia de impedância com quantidades elétricas representando o lado mecânico do circuito (adaptado de BERANEK e MELLOW, 2012).

O circuito acima pode ser resolvido para a velocidade do cone  $\tilde{u}_c$ , o que resulta em:

$$\tilde{u}_{c} = \left(\frac{Bl}{R_{g} + R_{E}} e_{g}\right) \left(\frac{1}{\frac{(Bl)^{2}}{R_{g} + R_{E}} + R_{MS} + j\omega M_{MD} + \frac{1}{jC_{MS}}}\right).$$
3.84

Integrando a Equação 3.84 e fazendo as devidas simplificações, a seguinte expressão é obtida para a aceleração do cone  $\tilde{a}_c$ :

$$\tilde{a}_{c} = \frac{2\pi f_{s}}{BlQ_{ES}} e_{g} \left( \frac{-(f/f_{s})^{2}}{1 - \left(\frac{f}{f_{s}}\right)^{2} + \frac{j}{Q_{TS}} \frac{f}{f_{s}}} \right),$$
3.85

em que:

- $f_s$  é a frequência de ressonância da suspensão, igual a  $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{M_{MD}C_{MS}}}$ ;
- $Q_{ES}$  é o fator de qualidade elétrica, igual a  $\frac{R_g + R_E}{(Bl)^2} \sqrt{\frac{M_{MD}}{C_{MS}}}$ ;
- $Q_{TS}$  é o fator de qualidade total, igual a  $\frac{1}{R_{MS} + \frac{(Bl)^2}{R_g + R_E}} \sqrt{\frac{M_{MD}}{C_{MS}}}$ .

#### 3.3.2 Parâmetros de Thiele-Small

Como mostra SMALL (1972), existem seis parâmetros básicos que descrevem completamente o comportamento em baixa frequência de alto-falantes eletrodinâmicos. Esses parâmetros ficaram conhecidos como parâmetros de Thiele-Small, e são: R<sub>E</sub>, Q<sub>ES</sub>, Q<sub>MS</sub>, f<sub>S</sub>, S<sub>D</sub> e V<sub>AS</sub>. Alguns deles já foram discutidos anteriormente, a exceção de Q<sub>MS</sub>, que é o fator de qualidade mecânica, S<sub>D</sub> que é a área do diafragma, e V<sub>AS</sub> que é o volume equivalente da suspensão. Com esses seis parâmetros é possível fornecer ao circuito representado pela Figura 3.11 todos os valores necessários para encontrar a aceleração do diafragma. As Equações 3.86, 3.87, 3.88 e 3.89 mostram como são calculados os elementos do circuito em questão com base nos parâmetros de Thiele-Small.

$$C_{MS} = \frac{V_{AS}}{S_D^2 \rho_0 c^2}$$
 3.86

$$M_{MD} = \frac{1}{(2\pi f_S)^2 C_{MS}}$$
3.87

$$R_{MS} = \frac{1}{Q_{MS}} \sqrt{\frac{M_{MD}}{C_{MS}}}$$
 3.88

$$Bl = \sqrt{\frac{R_E}{2\pi f_S Q_{ES} C_{MS}}}.$$

#### 3.4 Método dos Elementos Finitos

Para o cálculo de funções de transferência, KLEINER e TICHY (2014) afirmam que software baseado em FEM, BEM ou FDTD pode ser utilizado. Esses métodos são atrativos para a solução de equações diferenciais parciais devido à precisão dos mesmos e devido a capacidade de resolverem o campo sonoro para diferentes formas geométricas de salas, e propriedades de superfície. Contudo, conforme explicam os autores, apenas software que implementa o método dos elementos finitos tem tornado-se comercialmente viável para aplicações práticas em salas acústicas.

A ideia fundamental do FEM é o de dividir um sistema com formas e condições de contorno complexas em elementos discretizados, fáceis de serem tratados por um computador digital. Dessa forma, a pressão sonora em um ponto arbitrário em um elemento é interpolada usando os potenciais de pontos discretizados (nós) multiplicados por uma função de interpolação. Como explica SAKUMA e SAKAMOTO (2014), para um campo tridimensional  $\Omega$  com distribuição de pressão  $\delta P(x,y,z)$ , Figura 3.12, a energia cinética T e potencial U do som em uma frequência angular  $\omega$  é igual a:

$$T = \frac{1}{2} \frac{1}{\rho_0 \omega^2} \int_{\Omega} (\nabla \delta P. \nabla \delta P) dV,$$
 3.90

$$U = \frac{1}{2} \frac{1}{\rho_0 c^2} \int_{\Omega} \delta P^2 dV.$$
 3.91

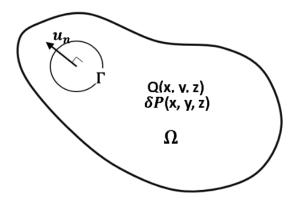


Figura 3.12: Campo sonoro tridimensional  $\Omega$  (adaptado de SAKUMA e SAKAMT, 2014).

Além disso, o trabalho realizado por uma força externa W em uma área da superfície  $\Gamma$  é obtido por:

$$W = \int_{\Gamma} u_n \delta P dS, \qquad 3.92$$

em que:

•  $u_n$  representa a velocidade normal em  $\Gamma$ .

A energia total do sistema, Π, torna-se então:

$$\Pi = U - T - W, \qquad 3.93$$

e baseado no princípio do mínimo potencial de energia é possível calcular o campo sonoro.

Agora, dividindo o campo sonoro  $\Omega$  em um número finito de elementos, a pressão sonora  $\delta P(x,y,z)$  em um ponto arbitrário Q(x,y,z) de um único elemento "e" pode ser calculado através da seguinte equação:

$$\delta P(x, y, z) = \psi_N(x, y, z)^T \delta P_e,$$
3.94

em que:

- $\psi_N(x, y, z)$  é uma função de forma, e
- $\delta P_e$  é o vetor de pressão nodal.

Com a relação matemática acima, as Equações 3.90, 3.91 e 3.92 podem ser reescritas como:

$$T = \sum_{e} \left( \frac{1}{2} \frac{1}{\rho_0 \omega^2} \int_{\Omega} \left( \left( \frac{\partial \psi_N^T \delta P_e}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \psi_N^T \delta P_e}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \psi_N^T \delta P_e}{\partial z} \right)^2 \right) dV \right), \qquad 3.95$$

$$U = \sum_{e} \left( \delta P_e^T \frac{1}{2} \frac{1}{\rho_0 c^2} \int_{\Omega} (\psi_N \psi_N^T) dV \, \delta P_e \right), \qquad 3.96$$

$$W = \sum_{e} \left( \delta P_e^{T} u_n \int_{\Gamma_e} \psi_N dS \right), \qquad 3.97$$

e assim a Equação 3.93 pode ser reescrita para cada elemento da malha discretizada.

$$\Pi_{e} = \frac{1}{2\rho_{0}\omega^{2}} \delta P_{e}^{T} K_{e} \delta P_{e} - \frac{1}{2\rho_{0}} \delta P_{e}^{T} M_{e} \delta P_{e} - \delta P_{e}^{T} u_{n} W_{e}.$$
3.98

Nessa equação, as matrizes  $K_{\rm e},\,M_{\rm e}$  e  $W_{\rm e}$  são respectivamente:

$$K_{e} = \int_{e}^{\infty} \frac{\partial \psi_{N}}{\partial x} \frac{\partial \psi_{N}^{T}}{\partial x} + \frac{\partial \psi_{N}}{\partial y} \frac{\partial \psi_{N}^{T}}{\partial y} + \frac{\partial \psi_{N}}{\partial z} \frac{\partial \psi_{N}^{T}}{\partial z} dV,$$
3.99

$$M_{e} = \frac{1}{c^{2}} \int_{e} \psi_{N} \psi_{N}^{T} dV$$
, e 3.100

$$W_{e} = \int_{\Gamma_{e}} \psi_{N} dS. \qquad 3.101$$

A energia total do sistema  $\Pi$  do campo  $\Omega$  é igual a soma da energia de todos os elementos. Pelo princípio da energia potencial mínima,  $\delta\Pi=0$ , é possível derivar a equação do movimento para as matrizes globais, K, M e W como:

$$(K - \omega^2 M)\delta P = \rho_0 \omega^2 u_n W. \qquad 3.102$$

Quando  $\Omega$  contém uma parede com propriedades dissipativas  $\Gamma'$ , que possui uma impedância nominal  $Z_n$ , a Equação 3.102 pode ser modificada de forma que:

$$(K + j\omega C - \omega^2 M)\delta P = \rho_0 \omega^2 u_n W.$$
 3.103

Nessa equação C representa a matriz global de dissipação que é construída utilizando os elementos de dissipação  $C_e$  em  $\Omega$ . A matriz  $C_e$  para o elemento em  $\Omega$  com propriedades dissipativas  $\Gamma'$  é dada por:

$$C_{e} = \frac{1}{c} \int_{\Gamma'} \frac{1}{Z_{n}} \psi_{N} \psi_{N}^{T} dS.$$
 3.104

Com as Equações 3.103 e 3.104 é possível resolver computacionalmente o campo sonoro para pontos arbitrários de uma sala acústica tanto pelo método direto quanto pelo interativo, com impedância de superfície como condição de contorno.

# 4 MÉTODO

O sistema objeto da presente proposta está representado na Figura 4.1, que pode ser resolvido para o campo sonoro em pontos de interesse do compartimento de passageiros. Como se observa pelo esquemático abaixo, o interesse do estudo aqui apresentado é a simulação da pressão sonora,  $\delta P$ , em pontos estratégicos do compartimento de passageiros, quando os altofalantes eletrodinâmicos montados nos painéis das portas anteriores são excitados por uma tensão  $e(\omega)$ . Para esse fim, o método computacional aqui proposto foi dividido em duas frentes: caracterização da resposta acústica em habitáculo veicular  $(H_h(\omega))$  e caracterização da resposta eletromecânica dos alto-falantes em seu interior  $(H_{af}(\omega))$ .

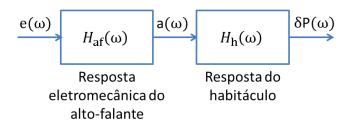


Figura 4.1: Esquemático dos sistemas alto-falante e habitáculo (autor, 2018).

Esta proposta está resolvida nos itens seguintes deste texto com o uso do método dos elementos finitos, levando-se em consideração as condições de contorno passivas e ativas estabelecidas anteriormente.

# 4.1 Caracterização do habitáculo

A primeira etapa para a representação numérica do sistema  $H_h(\omega)$  foi a aplicação de malha em um modelo computacional de cavidade, utilizando-se para isso a plataforma HyperMesh 14.0 da Altair. Para tanto, nas superfícies da geometria do veículo padrão foram criados elementos de primeira ordem com três nós, nomeados no *software* em questão de "TRIA3", com dimensões máximas iguais a 15 mm. Tal valor foi empregado para destacar os limites geométricos do habitáculo nos quais serão aplicadas as condições de contorno passivas e

ativas. Além disso, tal prática segue o procedimento interno da FCA, FCA GROUP LP.C0213 (2015), que sugere a utilização de elementos de interface entre fluido-fluido e fluido-estrutura com dimensões médias de 15 mm. Essa ação resultou na malha em duas dimensões, conforme apresenta a Figura 4.2.

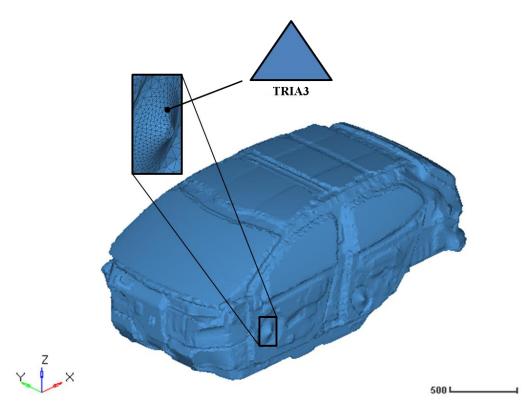


Figura 4.2: Malha 2D do compartimento de passageiros do veículo padrão, feita com elementos "TRIA3" de dimensões máximas iguais a 15 mm (autor, 2018).

Para gerar resultados FE binaurais mais realistas, um modelo de cabeça e tronco foi incluído na malha FE bidimensional, posicionado no assento do motorista do veículo padrão. Como nos experimentos de validação um modelo semelhante foi usado, o que adiciona o fenômeno da difração nas medições, foi necessário incluir o mesmo em FE para a melhor comparabilidade com os resultados experimentais. A imagem a seguir, Figura 4.3, mostra a representação discretizada do motorista (sem os membros), assim como os pontos de resposta, chamados nesse trabalho de P1 e P2.

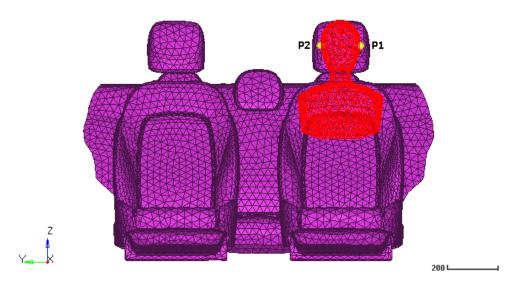


Figura 4.3: Posição dos pontos de medição (autor, 2018).

Em seguida, foi gerada uma malha na cavidade com elementos tridimensionais de primeira ordem com quatro nós, nomeados no HyperMesh 14.0 de "TETRA4", delimitados pelas fronteiras da discretização em duas dimensões. Essa tarefa foi executada levando-se em conta o limite máximo das análises, até 1.000 Hz.

Na proposta atual de verificação de eficiência do método, optou-se por um limite prático para se reduzir o tempo de processamento tendo em vistas as limitações de *hardware*. Com isso, seguindo-se a recomendação da LMS NUMERICAL TECHNOLOGIES (1997) corroborada pelo trabalho de THOMPSON e PINSKY (1994) de que os elementos da cavidade sejam no mínimo seis vezes menores que o menor comprimento de onda, as dimensões máximas dos mesmos foram calculadas pela expressão seguinte:

$$\dim = \frac{\lambda}{6} = \frac{0.34}{6} = 57,17.10^{-3} \text{m}$$
 (4.1)

em que λ é o comprimento de onda atrelado à frequência de 1.000 Hz.

Dessa forma, a malha na cavidade foi criada e está evidenciada pela Figura 4.4. À mesma foram atribuídas as propriedades do ar: velocidade de propagação da onda sonora e densidade, respectivamente iguais a 343,21 m/s e 1,2041 kg/m³, associadas à temperatura de 20,0 °C, conforme indica o procedimento FCA GROUP LP.C0213 (2015).

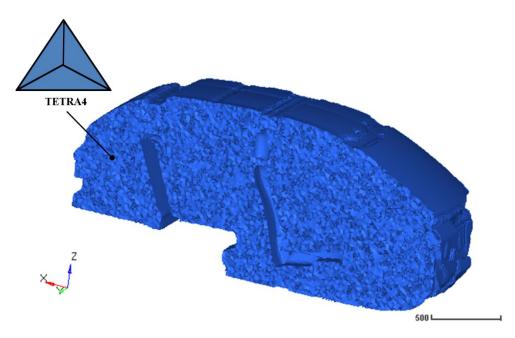


Figura 4.4: Malha de cavidade com elementos "TETRA4" de dimensões máximas iguais a 57 mm (autor, 2018).

# 4.1.1 Condição de contorno para os materiais no veículo

Com o intuito de inserir no modelo virtual o amortecimento adequado na simulação das curvas de resposta em frequência, os materiais presentes no compartimento de passageiros do veículo estudado tiveram de ser ensaiados para a determinação do parâmetro impedância acústica de superfície, tendo em vista que as condições de contorno são ditas como "locally reacting" (ver subseção 3.2.2.1). Os procedimentos aqui relatados foram feitos no módulo "Sound Absorption Testing using impedance tube" do software Test.Lab Acoustc 17 da Siemens, seguindo as recomendações da norma ASTM E1050 (2012).

Para as medições foram selecionadas 6 regiões da cavidade, que de modo geral são constituídas de um mesmo componente, como se vê na Tabela 4.1. Das categorias compostas de materiais porosos (categorias de 1 a 5) foram coletadas cinco amostras de materiais com diferentes espessuras, preparadas com um diâmetro igual a 100 mm cada. Em seguida, uma após a outra elas foram posicionadas com a face encostada na terminação rígida do instrumento de medição, um tubo de impedância 4206, BRÜEL & KJÆR (2016). As únicas exceções durante a execução dessa prática foram os corpos de prova do componente forro de teto. Como ele está montado no veículo a uma distância média de 20 mm do painel do teto, as amostras do mesmo

foram inseridas no tubo com a face também a 20 mm do plano rígido, a fim de se inserir nas medições o efeito absorvedor da camada de ar posterior a esse componente. Pela Figura 4.5 é possível ver todas as amostras devidamente identificadas, assim como o tubo de impedância utilizado.

Tabela 4.1: Componentes em habitáculo (autor, 2018).

Categorias	Componentes
Categoria 1	Tapete e isolamentos do pavimento
Categoria 2	Tapete e isolamento do vão de cargas
Categoria 3	Tapete da caixa de roda
Categoria 4	Assentos e encostos de cabeça
Categoria 5	Forro de teto
Categoria 6	Peças plásticas



Figura 4.5: Tubo de impedância 4206 e amostras utilizadas durante os experimentos (autor, 2018).

Na outra extremidade do tubo estava um alto-falante conectado a um amplificador, cuja função foi a de excitar ondas planas até os corpos de prova. Isso foi realizado por meio da aplicação nos terminais desse transdutor de um ruído branco de 50,0 Hz a 1.500,0 Hz, respeitando os limites especificados no manual do instrumento, 50,0 Hz a 6.400,0 Hz. Tanto a onda incidente quanto a refletida foram medidas por microfones presentes no tubo, previamente calibrados, para que fosse então calculado o parâmetro impedância acústica de superfície (ver Equação 3.76).

Na Figura 4.6 estão identificados cada um dos aparelhos utilizados durante o experimento em questão. O instrumento de interface entre os equipamentos montados no tubo e o Test.Lab Acoustic 17 foi um LMS SCADAS Mobile. A impedância acústica específica de cada um dos componentes listados na Tabela 4.1 foi a média das medições de suas 5 amostras. Já na Figura 4.7 estão os valores em magnitude e fase das impedâncias acústicas específicas ensaiadas para os cinco primeiros componentes apresentados na Tabela 4.1.

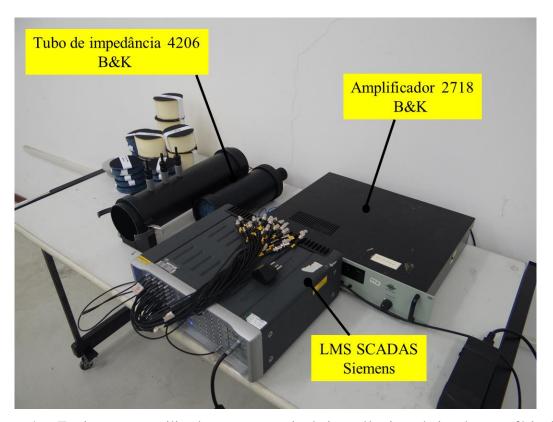


Figura 4.6: Equipamentos utilizados para o ensaio da impedância acústica de superfície dos materiais porosos (autor, 2018).

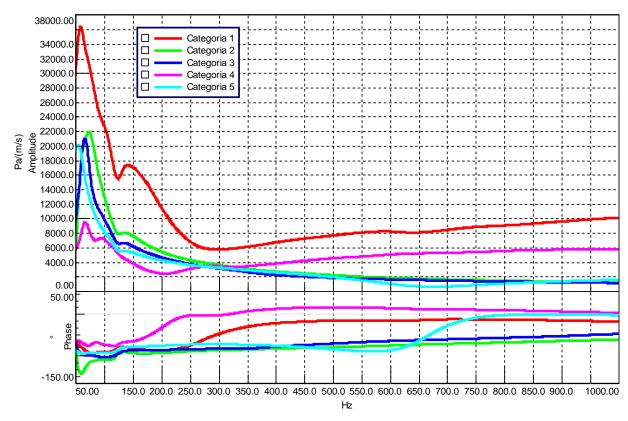


Figura 4.7: Impedâncias acústicas específicas calculadas para os materiais porosos em habitáculo (autor, 2018).

Para caracterizar as peças plásticas, categoria 6, presentes majoritariamente nos forros de porta, painel de instrumentos e no túnel central do veículo padrão, foi utilizado um estudo realizado pela equipe de NVH (Ruído, Vibração e Aspereza. Do inglês *Noise Vibration and Harshness*) experimental da FCA Betim-MG, OZELAME et al. (2013), em que foi medido o tempo de reverberação quando esses componentes foram ensaiados seguindo para isso as recomendações da norma ISO 354 (2003). Com base nesse estudo foi encontrado o coeficiente de absorção difuso em bandas de terços de oitava pela equação de Sabine (Equação 3.74), e após isso foi calculada a parcela real da impedância acústica específica dos componentes plásticos através das Equações 3.67 e 3.70. Pela Figura 4.8 é possível ver o valor real desse parâmetro.

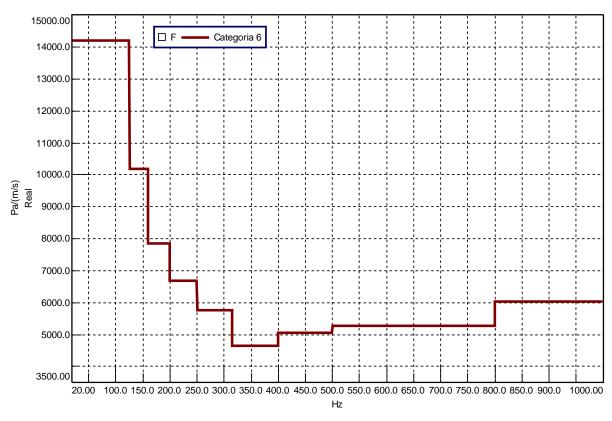


Figura 4.8: Parcela real da impedância acústica específica calculada para os materiais plásticos em habitáculo (autor, 2018).

Partindo do pressuposto de que o valor de magnitude da propriedade impedância acústica específica é inversamente proporcional ao coeficiente de absorção, é plausível afirmar que são os assentos e encostos de cabeça os componentes que mais dissipam energia quando expostos a ondas sonoras planas até a frequência de aproximadamente 270,0 Hz. Além desse valor, são os tapete e isolamento do vão de carga, tapete da caixa de roda e forro de teto os maiores responsáveis pelo amortecimento da resposta acústica no veículo analisado. Além disso, como era esperado as peças plásticas pouco absorveram energia sonora, já que as mesmas refletiram grande parte das ondas incidentes.

Os procedimentos virtuais subsequentes foram realizados utilizando-se o módulo "Acoustic Harmonic FEM" do software LMS Virtual.Lab 13.7 da Siemens. Nessa plataforma foram gerados elementos bidimensionais do tipo "TRIA3" nas superfícies da malha 3D em que estavam os componentes acusticamente descritos pelo parâmetro impedância acústica específica.

A Figura 4.9 mostra o modelo computacional com seus limites divididos em zonas de impedância.

Para cada uma dessas zonas foram criadas as propriedades virtuais para painéis absorvedores. Como tipo de condição de contorno foi selecionado "impedância", cujos valores foram os obtidos experimentalmente. A Figura 4.10 mostra a tabela criada para o componente forro de teto. Na imagem é possível ver os valores reais e imaginários de sua impedância acústica específica média, devidamente inseridos no *software*. No caso das peças plásticas, a coluna com valores imaginários foi preenchida com zeros.

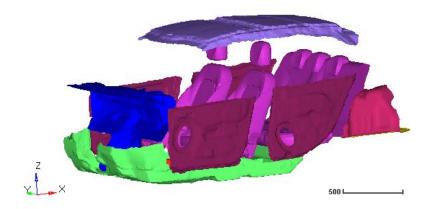


Figura 4.9: Zonas de impedância no modelo numérico de cavidade (autor, 2018).

		lessages Recorder	
isible Stack Leve	l: 🥑 L1 ○ L2 ○ L3 ○	L4 < >	L1±L2 L1←L2 L1→L2 L1≒L2 Undo Redo
Freq [Hz]	Re [kg/m2/s]	Im [kg/m2/s]	Ampl [k Phase [r Ampl Ampl Ampl Ampl Ampl Ampl Ampl Ampl
20 Hz	-13,3365577	-6947,206793	6947,2191,57
20,625 Hz	34,11349153	-6998,055561	6998,1381,57 const scale arg zero clear
21,25 Hz	92,13156299	-7064,477661	7065,0781,56
21,875 Hz	161,9707442	-7142,079111	7143,9151,55
22,5 Hz	245,3684729	-7229,557077	7233,7191,54
23,125 Hz	343,88179	-7328,230327	7336,2941,52
23,75 Hz	458,080249	-7435,358617	7449,4561,51 sin cos tg
24,375 Hz	587,9616338	-7553,943946	7576,7911,49
25 Hz	735,1021953	-7696,163891	//31.1901.48
25,625 Hz	900,1036304	-7849,249745	7900,6901,46
26,25 Hz	1081,651672	-8020,693284	8093,2991,44
26,875 Hz	1278,524269	-8209,33826	8093,2991,44 8308,3001,42
27,5 Hz	1489,492835	-8421,851516	8552,5531,4
28,125 Hz	1713,261664	-8655,132244	8823,0701,38
28,75 Hz	1947,824855	-8913,510117	9123,8521,36
29,375 Hz	2190,540154	-9198,239797	9455,4781,34
30 Hz	2438,155915	-9516,98468	9824,3371,32
20 €25 H~	7605 00N67	0067 074716	10226.06 1.21
0 Hz	0 kg/m2/s	0 kg/m2/s	Enter Delete Select All Invert Selection
isplay Values as	Real/Imaginary	▼	

Figura 4.10: Tabela de impedância acústica específica criada para o componente forro de teto (autor, 2018).

### 4.2 Caracterização do alto-falante

Seguindo a modelagem proposta pela literatura, os alto-falantes eletrodinâmicos presentes nos painéis de porta foram tratados como pistões rígidos montados em um "baffle infinito". Em vista disso, para o cálculo do sistema que descreve a resposta eletromecânica dos elementos acústicos ativos ( $H_{af}(\omega)$ ), a Equação 3.85 foi empregada aplicando-se como entrada os parâmetros de Thiele-Small do transdutor acústico em questão, conforme Tabela 4.2, disponibilizados pelo fabricante ASK do Brasil. A caracterização do transdutor analisado está graficamente representada pela curva que faz referência a Figura 4.11.

Tabela 4.2: Parâmetros de Thiele-Small dos alto-falantes em cavidade (autor, 2018).

R <sub>e</sub>	Qes	Q <sub>ms</sub>	$f_s$	$S_d$	V <sub>AS</sub>
4 Ω	1,37	3,12	70 Hz	$0.0187.10^{-4} \text{ m}^2$	$30,09.10^{-3} \text{ m}^3$

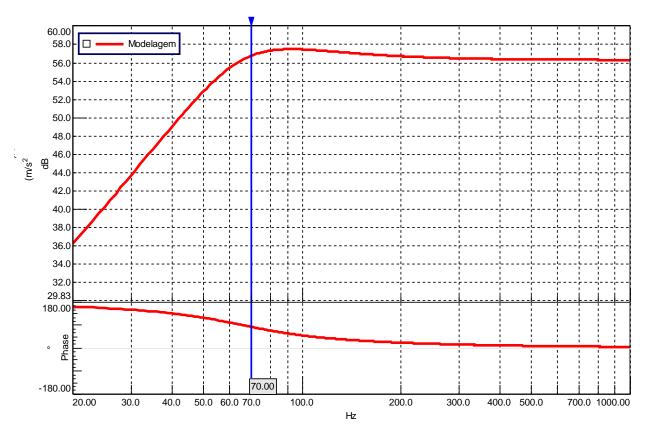


Figura 4.11: Resposta eletromecânica analítica do alto-falante (autor 2018).

A abordagem analítica utilizada idealiza um alto-falante pelo modelo de pistão rígido em um "baffle infinito", e por esse motivo é teoricamente válida enquanto o cone estiver em seu primeiro modo de vibrar. A fim de se verificar a frequência em que essa condição é de fato observada no transdutor modelado, o mesmo teve seu diafragma mapeado por um vibrômetro laser de efeito Doppler, enquanto um ruído branco de 20 Hz a 15.000 Hz foi aplicado em seus terminais elétricos. Para isso, no diafragma do alto-falante foram posicionados refletores nas regiões em que os feixes de raios laser iriam incidir, e então foi medida a aceleração da membrana ponto a ponto. Seguindo as recomendações de ARETZ e VORLÄNDER (2014), os procedimentos experimentais aqui citados foram executados com os alto-falantes montados no painel de porta do veículo padrão, Figura 4.12, o que insere nas medições os acoplamentos vibracionais entre esse elemento e os elementos que compõe o veículo.



Figura 4.12: Mapeamento do diafragma do alto-falante por meio de um vibrômetro laser de efeito Doppler (autor 2018).

Com essa prática foi constatado que em até aproximadamente 1.000 Hz o cone estava em seu primeiro modo de vibrar. Conforme pode ser visto pela Figura 4.13, seu

deslocamento nessa condição foi uniforme, com regiões de deslocamento máximo e mínimo bem definidas. Além dessa frequência o padrão de deslocamento do cone passou a apresentar outro comportamento a exemplo do que faz referência a Figura 4.14 e, portanto, o modelo analítico não mais pôde ser utilizado.

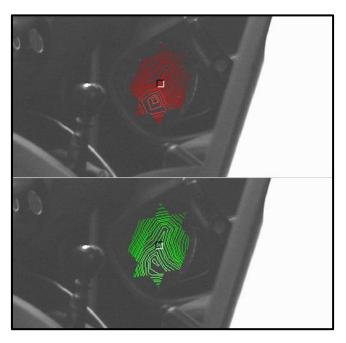


Figura 4.13: Deslocamento máximo (acima) e mínimo (abaixo) do diafragma (autor, 2018).

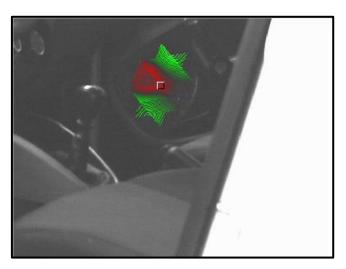


Figura 4.14: Padrão de deslocamento do cone em 2.000 Hz (autor, 2018).

Por fim a resposta eletromecânica avaliada no centro da calota foi medida pelo vibrômetro laser, e processada pelo *software* Test.Lab Signature 17, módulo *Signature Acquisition*. Para as medições, foi utilizado um passo em frequência de 1,0 Hz, dentro de um intervalo de 20 Hz a 2.000 Hz. A FRF resultante foi a média de 60 outras, e essa foi então comparada com a abordagem analítica, conforme mostra a Figura 4.15.

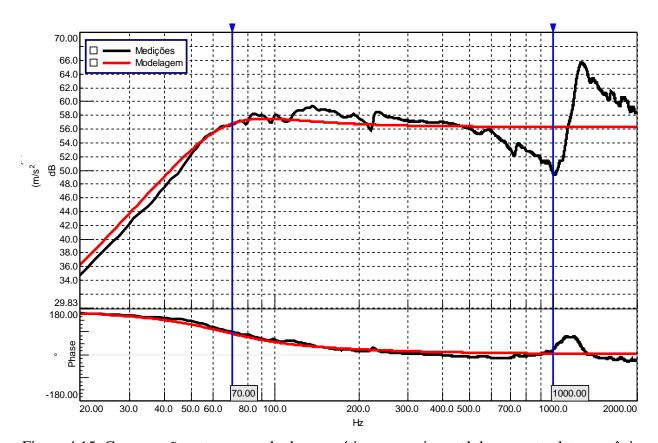


Figura 4.15: Comparação entre os resultados numérico e experimental da resposta eletromecânica do alto-falante (autor 2018).

Analisando os resultados que mostram a figura acima, pode-se constatar que o modelo analítico apresenta uma diferença máxima de 2 dB abaixo da frequência de ressonância da suspensão, 70 Hz. Embora seja uma diferença considerável, ela está localizada abaixo da resposta útil do alto-falante, e pode estar associada às aproximações dos parâmetros de Thiele-Small que foram disponibilizados pelo fabricante do mesmo. Além disso, conforme era esperado, na região próxima a 1.000 Hz a função de resposta em frequência analítica não mais acompanhou a experimental, o que se deve aos modos de vibrar do cone que os distanciam de um modelo ideal

de pistão rígido. De qualquer forma, para ser aplicada como condição de contorno ativa em modelos numéricos que empregam elementos finitos ou mesmo elementos de contorno a Equação 3.85 é recomendada, tendo em vista que a discretização de modelos geométricos de habitáculos veiculares gera limitações de processamento associadas ao número dos elementos na malha.

Para se incluir o efeito das fontes de radiação no modelo FE que representa a cavidade do compartimento de passageiros do veículo padrão, no módulo "Acoustic Harmonic FEM" do software Virtual.Lab 13.7 foram criadas as condições de contorno "Panel Acelerations" nas posições exatas dos alto-falantes anteriores montados nos painéis de porta, Figura 4.16. Como excitação foi inserida a aceleração unitária na direção normal aos elementos da malha, para que a resposta do sistema  $H_h(\omega)$  pudesse ser posteriomente simulada. A Figura 4.17 mostra a tabela com aceleração unitária de 20 Hz a 1.000 Hz.

Com as propriedades do ar atribuídas à malha, e as condições de contorno ativas e passivas devidamente representadas, pôde-se dar início aos cálculos propriamente ditos.

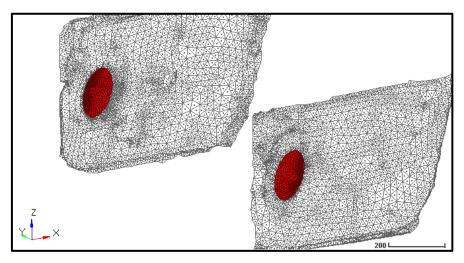


Figura 4.16: Elementos (em vermelho) com aceleração unitária nas posições dos alto-falantes montados nos painéis das portas anteriores (autor, 2018).

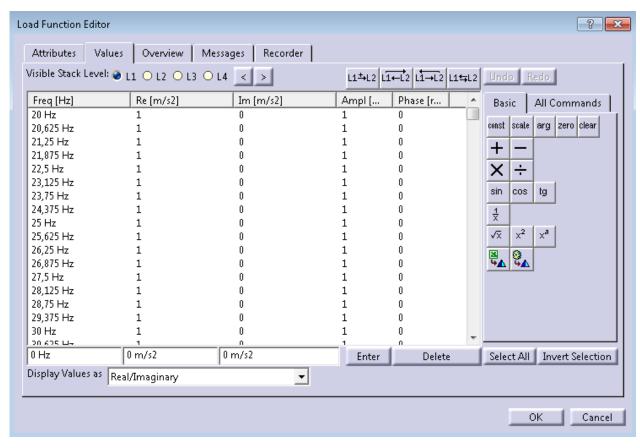


Figura 4.17: Tabela com valores unitários de aceleração (autor, 2018).

## **5 RESULTADOS E DISCUSSÕES**

Com o modelo já configurado, foram inicialmente executados os cálculos para a determinação do comportamento modal do volume de ar do compartimento de passageiros. Como método para solução do problema, foi utilizado o algoritmo de Lanczoz para a extração dos altovalores e alto-vetores da equação de elementos finitos apresentada no subcapítulo 3.4. Para isso, no *software* Virtual.Lab 13.7 foi inserida a análise "Acoustic Modes Case", e nela foram requisitados os treze primeiros modos da cavidade acústica. Na Tabela 5.1 estão listadas as frequências naturais dos mesmos. Já a Figura 5.1 mostra a forma modal dos 4 primeiros fenômenos de ressonância.

Tabela 5.1: Modos e frequências naturais do habitáculo do veículo padrão (autor, 2018).

	Enganôncias		
Modos	Frequências		
1120405	(Hz)		
1	52,1		
2	79,8		
3	110		
4	117,9		
5	141,4		
6	146,7		
7	166,4		
8	174,9		
9	187,8		
10	191,3		
11	194,1		
12	223,1		
13	229,5		

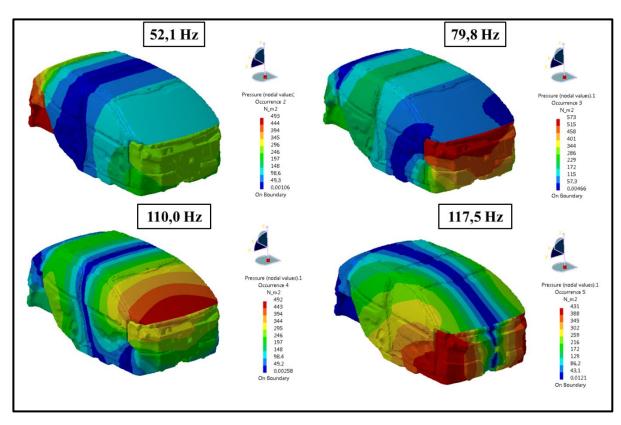


Figura 5.1: Distribuição de pressão sonora nos quatro primeiros modos (resposta em módulo) do habitáculo (autor, 2018).

Pela Figura 5.1 é possível ver que o comportamento modal da cavidade, assim como discutido por CHERNG et al. (2002) e PEETERS et al. (2014), é bastante "colorido", ou seja, os modos são espaçados em frequências com regiões de máxima e mínima energia bastante distintas, englobando extensas áreas da cavidade. Embora seja apenas uma análise preliminar, para a etapa de projeção de sistemas de som automotivo ela é fundamental, uma vez que dependendo da região da figura modal que estiver sendo excitada e do ponto receptor da resposta acústica, as FRFs serão modificada tendo em vista o fator de participação dos fenômenos individuais de ressonância, o que por si só é um bom indicativo para o posicionamento de transdutores acústicos.

Além disso, a disposição de materiais acusticamente absorvedores, quando feita em zonas de alta energia modal, gera um maior amortecimento em especial na frequência que faz referência a figura modal avaliada. Isso é desejado para salas acústicas pequenas, sobretudo para sons de baixa frequência.

Após a solução da análise "Acoustic Modes Case" do Virutal.Lab 13.7, é possível solicitar o que dentro do software é chamado de "Maximum Frequency Report". Essa ação cria um relatório que mostra até qual frequência os elementos da malha são válidos para problemas acústicos. Como se vê no relatório solicitado para a malha em questão (Figura 4.2), todos os elementos são válidos para simulações cuja solução seja calculada até 1.000 Hz. Porém, isso já era esperado uma vez que às dimensões máximas dos "TETRA 4" foram limitadas a 57 mm. Além disso, esse mesmo relatório aponta que existem elementos na malha que permitem análises até a frequência máxima de 1.450 Hz, resultado do refinamento dos contornos que criaram os elementos "TRIA 3".

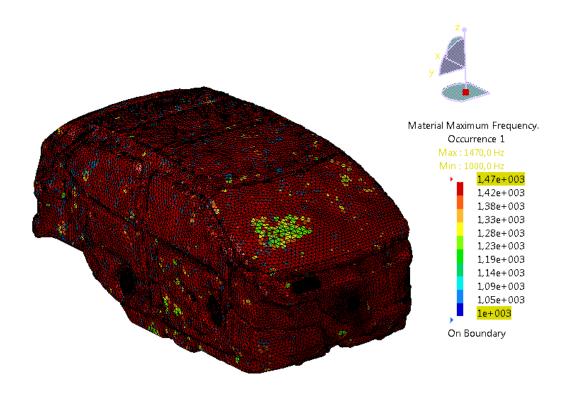


Figura 5.2: Relatório de qualidade da malha da cavidade acústica (autor, 2018).

Após isso, no domínio FE foi definido o passo em frequência de 1,0 Hz para o cálculo da resposta entre a pressão sonora na cavidade  $\delta P(\omega)$  e a aceleração dos alto-falantes a( $\omega$ ) de 20,0 Hz a 1.000,0 Hz. Após alguns testes foi constatado que o *hardware* não era capaz de executar cálculos com um passo menor em frequência, devido a limitações de memória.

Como solução para o problema, foi utilizado o método iterativo QMR (Residual Quase-Mínimo. Do inglês, *Quasi-Minimum Residual*) e foi configurado um número máximo de

30.000,0 iterações, e uma tolerância máxima de  $10^{-6}$ . Com esses valores, nenhum problema de estabilidade ou convergência foi encontrado para o cenário de simulação considerado, como mostrou o arquivo "log" gerado ao final da simulação.

Na Figura 5.3 estão representadas as respostas do sistema  $H_h(\omega)$  nos pontos de escuta do motorista, P1 e P2. Comparando esses gráficos com os dados da Tabela 4.1 é possível ver a alta contribuição modal na composição da função de resposta em frequência no habitáculo em baixas frequências, em especial abaixo de 200 Hz. De fato, nessa faixa de frequência é esperado uma baixa densidade e amortecimento modal, CHERNG et al. (2002). Contudo, na medida em que se aumenta a frequência aumenta-se também a proximidade entre as ressonâncias e o efeito absorvedor dos materiais de revestimento interno que compõe os contornos do compartimento de passageiros, gerando assim superposição modal e consequentemente uma "suavização" das funções de resposta em frequência.

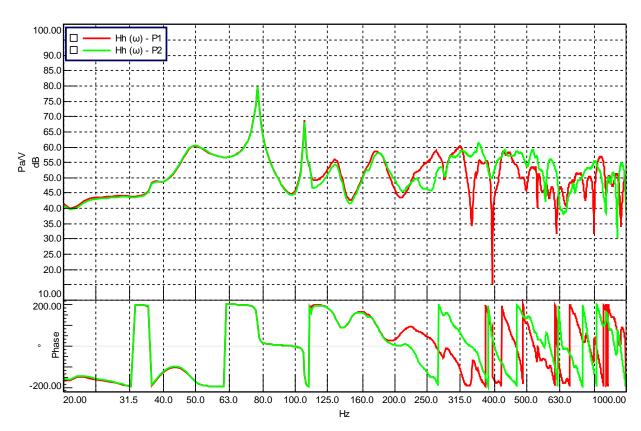


Figura 5.3: Função de resposta em frequência do campo sonoro sintetizado em habitáculo (autor, 2018).

Finalmente o campo sonoro em habitáculo foi calculado para os pontos receptores na cavidade do veículo padrão. Isso ocorreu pela multiplicação no domínio da frequência da resposta dos sistemas  $H_{af}(\omega)$  e  $H_h(\omega)$ , cálculo esse que insere a função de resposta das fontes sonoras na resposta acústica da cavidade, conforme mostram as Figuras 5.4 e 5.5. Essas curvas representam a distribuição de pressão nos pontos P1 e P2 a um sinal qualquer de tensão aplicada às bobinas dos transdutores acústicos ( $H_{tot}(\omega)$ ). Elas são o resultado final da modelagem até aqui desenvolvida, e podem ser utilizadas para estudos objetivos preliminares de qualidade acústica.

Dados experimentais corroboram para a validade desta proposição. Nos experimentos foi utilizado um modelo de cabeça e tronco na posição do motorista, Figura 5.6. Próximos aos ouvidos do modelo estavam dois microfones, previamente calibrados, ligados a um LMS SCADAS Mobile. Na saída desse instrumento ligou-se um amplificador, conectado aos altofalantes anteriores. Para as medições, foram feitas 60 médias utilizado um passo de 1 Hz dentro do intervalo de 20 Hz a 1.000 Hz. De forma similar às simulações foram obtidas as curvas de resposta em frequência entre a tensão aplicada no alto-falante e a pressão acústica medida pelos microfones nos pontos P1 e P2. Entretanto, está claro pela comparação que se refere às Figuras 5.4 e 5.5 que o fator de amortecimento do sistema foi subestimado, em razão fundamental da negligência dos acoplamentos vibro-acústicos que contribuem, em especial em baixas frequências, na dinâmica das reflexões sonoras nos contornos do habitáculo.

Além disso, conforme era esperado, na região próxima a 1.000 Hz a função de resposta em frequência numérica não mais acompanhou a experimental, o que se deve entre outros motivos aos modos de vibrar do cone que os distanciam de um modelo ideal de pistão em um "baffle infinito". De qualquer forma, o modelo pode ser melhorado desde que a simulação leve em conta o comportamento modal dos painéis em que os materiais de revestimento da cabine encontram-se apoiados, e desde que as membranas dos alto-falantes analisados sejam mapeadas e não apenas caracterizadas em suas posições centrais.

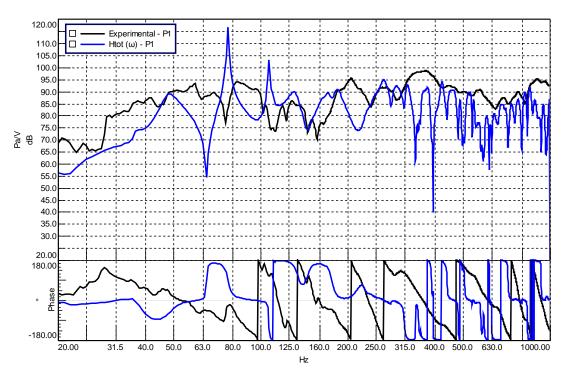


Figura 5.4: Comparação entre os resultados numérico e experimental da função de resposta em frequência do campo sonoro sintetizado em habitáculo para o ponto P1 (autor, 2018).

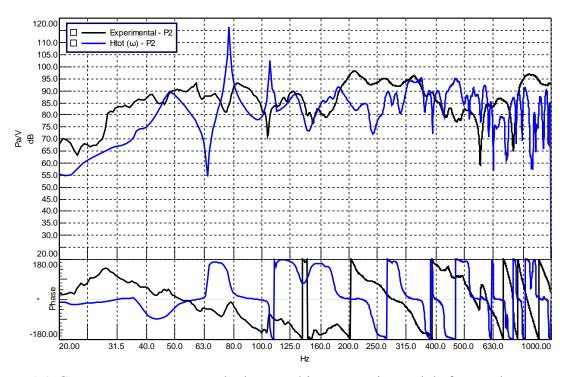


Figura 5.5: Comparação entre os resultados numérico e experimental da função de resposta em frequência do campo sonoro sintetizado em habitáculo para o ponto P2 (autor, 2018).



Figura 5.6: Experimento para a caracterização do sistema de som do veículo padrão (autor, 2018).

Analisando os resultados até aqui apresentados percebe-se o quão importante pode ser o método numérico, quando o interesse é o dimensionamento de sistemas de áudio em habitáculo veicular. No que se refere ao sistema  $H_{af}(\omega)$ , foi demonstrado que apenas com os parâmetros de Thiele-Small de alto-falantes eletrodinâmicos, a engenharia de veículos pode conhecer e então analisar o comportamento eletromecânico desses transdutores, através de um modelo analítico que se demonstrou bem correlacionado com dados experimentais, até o primeiro modo de vibrar do diafragma da fonte. Além disso, multiplicando-se essa resposta pela da simulação que representa o sistema  $H_h(\omega)$ , a curva objetivo dessa pesquisa foi estimada, e sua análise permite que intervenções em etapas iniciais de projeto sejam praticadas a fim de se alcançar os objetivos de qualidade desejados para o sistema de som em desenvolvimento.

Para a engenharia de veículos da FCA, a pesquisa praticada expôs um método numérico até então não utilizado pela montadora, que pode se tornar uma ferramenta bastante eficaz no que se refere ao dimensionamento de materiais de revestimento interno do compartimento de passageiros, além de também ser útil na escolha de melhores alto-falantes em posições ótimas dentro do veículo. O próximo passo dessa pesquisa é naturalmente a melhor representação das reflexões sonoras nos contornos da cavidade, através do acréscimo no modelo

FE dos acoplamentos vibro-acústicos entre o volume de ar do habitáculo e dos painéis que a circundam. Após uma melhor representação do amortecimento modal, os sons advindos de sistemas de áudio veicular poderão ser auralizados, o que tornará viável escutar em um veículo virtual áudios com espectro semelhante aos que serão reproduzidos no veículo físico.

#### 5.1 Resultados preliminares com acoplamento vibro-acústico

Como a pesquisa aqui apresentada não tratou dos acoplamentos vibro-acústicos entre o volume de ar da cavidade e os painéis que a circunda, o que foi estrategicamente pensado para diminuir as complexidades das análises FEM, as Figuras 5.4 e 5.5 acabaram revelando que o amortecimento das FRFs simuladas não conseguiram representar totalmente o amortecimento real das curvas obtidas experimentalmente. Isso motivou um estudo de caráter preliminar para se verificar o efeito introduzido pelas reflexões acústicas no compartimento de passageiros quando existe o acoplamento entre o fluido e os elementos estruturais do veículo.

Para isso foi utilizado um modelo estrutural do veículo padrão, Figura 5.7, cedido pela equipe de NVH virtual da FCA Betim-MG, e nele foi posicionado o volume de ar do compartimento de passageiros com as impedâncias acústicas de superfície como condições de contorno. Com isso foi calculado pelo *software* OptiStruct da Altair a resposta acústica nos pontos P1 e P2 quando a cavidade foi excitada pelos alto-falantes eletrodinâmicos frontais, levando-se em conta os acoplamentos entre o fluido e os elementos estruturais do veículo.

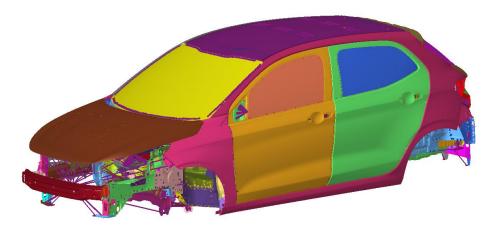


Figura 5.7: Modelo FE dos painéis que revestem o compartimento de passageiros (autor, 2018).

Tendo em vista a complexidade dos cálculos para o *hardware* disponível, ele teve de ser realizado de 20,0 Hz a 400,0 Hz, com um passo de 1,0 Hz. Pelas Figura 5.8 e 5.9 é possível ver as diferenças do amortecimento nas curvas com e sem acoplamentos do fluído com a estrutura. Confirmando o que era esperado, o modelo com acoplamentos vibro-acústicos apresentou uma melhor correlação em frequência além de um amortecimento melhor representado, se comparado com as curvas experimentais.

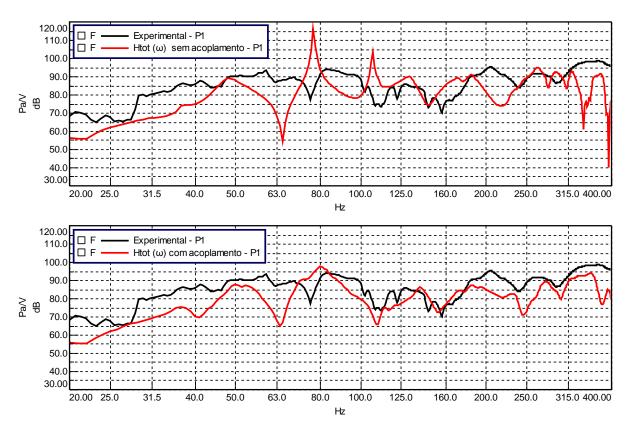


Figura 5.8: Comparação entre as FRFs do modelo sem acoplamento fluido-estrutura e com acoplamento fluido-estrutura para o ponto P1 (autor, 2018).

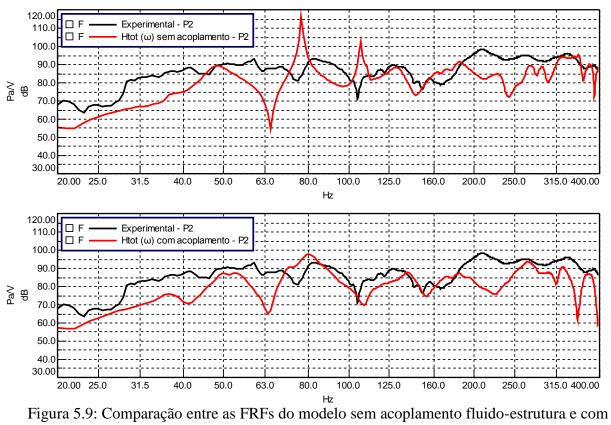


Figura 5.9: Comparação entre as FRFs do modelo sem acoplamento fluido-estrutura e com acoplamento fluido-estrutura para o ponto P1 (autor, 2018).

### 6 CONCLUSÕES

O objetivo do presente estudo foi o de criar um modelo virtual para o cálculo da resposta acústica de sistemas de som em habitáculo veicular. O principal risco desse projeto relacionou-se à representação que foi empregada das reflexões sonoras nos contornos do compartimento de passageiros. Após a validação das curvas numéricas, foi observado que modelar os materiais no interior da cavidade pelo parâmetro impedância acústica de superfície não foi uma prática suficiente para descrever o amortecimento do sistema, já que os acoplamentos vibro-acústicos entre os painéis que compõe a estrutura do veículo e o volume de ar interno ao habitáculo também absorvem parte da energia radiada pelos alto-falantes e, portanto, devem ser representados no modelo.

De fato, as amostras posicionadas no tubo de impedância foram apoiadas em uma terminação rígida, o que não é capaz de retratar a condição *in-situ* na qual os materiais porosos e plásticos têm contato com painéis metálicos flexíveis. Para contornar a limitação desse artifício de medição sem elevar a complexidade de modelos FE, pode-se optar pela medição do tempo de reverberação para se estimar a impedância acústica. Nesse caso não seria considerada a insonificação idealizada por ondas planas, mas sim o campo difuso, em teoria mais representativo.

Já o modelo analítico para o cálculo da resposta eletromecânica dos alto-falantes eletrodinâmicos presentes nos painéis das portas anteriores do veículo padrão, mostrou-se bem coerente com os dados experimentais de mesma natureza até o primeiro modo de vibrar do diafragma. Pelos resultados alcançados constatou-se que o meio empregado para modelar as fontes pode ser utilizado em uma malha FE para simular a radiação sonora no interior da cavidade, enquanto o diafragma apresentar uma forma modal semelhante à de um pistão oscilante. Entretanto, para frequências mais elevadas é recomendado que se insira nos nós da representação virtual da fonte as respostas eletromecânicas experimentais em diferentes regiões do diafragma.

De qualquer forma, a maior vantagem para a engenharia de veículos da FCA em se utilizar uma metodologia analítica para se estimar a resposta eletromecânica das fontes é a possibilidade de se trocar um transdutor eletrodinâmico do sistema de som em projeção apenas

em posse de novos parâmetros de Thiele-Small de um alto-falante. Essa forma de representar os elementos acusticamente ativos de sistemas de som automotivo é inédita nessa montadora, e está intimamente relacionada com redução de custos operacionais e de ciclo de projeto.

Com tudo o que foi apresentado pode-se concluir que o presente estudo estabeleceu as bases teóricas para o cálculo das funções  $H_{af}(\omega)$  e  $H_h(\omega)$ , e em seguida detalhou modelos numéricos e analíticos que convergiram para os seguintes resultados:

- Simulação da função de transferência que descreve o comportamento acústico em pontos de interesse do habitáculo veicular do veículo padrão.
- Cálculo da resposta eletromecânica dos transdutores acústicos instalados nas portas anteriores do veículo padrão.
- Síntese do campo sonoro pela multiplicação das funções de resposta em frequência estimadas.

Para contornar o fato das análises terem sido pensadas para a situação ideal em que os acoplamentos vibro-acústicos são negligenciados, foi realizado também um estudo preliminar em que o fluido da cavidade foi acoplado com os elementos estruturais do veículo padrão. Assim como era esperado pelos estudos discutidos no capítulo "Revisão Bibliográfica", o amortecimento das FRFs calculadas com a interação entre o fluido e a estrutura representou melhor o amortecimento das curvas experimentais, e isso acabou por criar uma melhor correlação em amplitude e em frequência com os dados de validação.

Por fim é plausível afirmar que esse trabalho conseguiu cumprir com o proposto, na medida em que o método estudado tratou de um modelo numérico para a projeção computacional de sistemas de som automotivos, em que fontes e materiais em cavidade puderam ser testados sem a necessidade de um protótipo físico. Quando aplicada, essa abordagem poderá contribuir para que a engenharia de veículos da FCA atenda às demandas de desempenho em sistemas de som, em um curto ciclo de desenvolvimento.

# 7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASTM E1050-12. Standard Test Method for Impedance and Absorption of Acoustical Materials Using a Tube, Two Microphones and a Digital Frequency Analysis System. 2012.

ARETZ, Marc; VORLÄNDER, Michael. Combined Wave and Ray Based Room Acoustic Simulation of Audio Systems in a Car Passenger Compartments, Part I: Boundary and Source Data. Elsevier, Applied Acoustics, 2014.

ARETZ, Marc; VORLÄNDER, Michael. Combined Wave and Ray Based Room Acoustic Simulation of Audio Systems in a Car Passenger Compartments, Part II: Comparison of Simulations and Measurements. Elsevier, Applied Acoustics, 2014.

BERANEK, Leo L.; MELLOW, Tim J. **Acoustics: Sound Fields and Transducers**. 1. ed. Elsevier: Waltham, 2012, 704 p.

BOSMANS, Ivan. et al. Acoustic simulation for evaluating loudspeaker location for pedestrian warning systems in EV/HEV. 26th International Conference in Noise and Vibration Engineering, 2014, Leuven, Bélgica.

BRANDÃO, Eric; LENZI, Arcanjo; PAUL, Stephan. A Review of The In Situ Impedance and Sound Absorption Measurement Techniques. Acta Acust. Acust., 101(3), 44363 (2015).

BRÜEL & KJÆR. **Product Data – Impedance Tube Kit (50 Hz – 6.4 kHz) Type 4206**. 2016. Disponível em: https://www.bksv.com/media/doc/Bp1039.pdf. Acesso em: 14 de abr. 2017.

CHERNG, John G. et al. Characterization and Validation of Acoustic Cavities of Automotive Vehicles. Michigan Experts, 2002. Disponível em: https://experts.umich.edu/en/publications/characterization-and-validation-of-acoustic-cavities-of-automotiv. Acesso em: 18 de abr. 2017.

COX, Trevor J.; D'ANTONIO, Peter. **Acoustic Absorber and Diffusers: Theory, Design and Application**. 1. ed. Spon Press: Londres, 2004, 405 p.

FAHY, Frank. **Foundations of Engineering Acoustics**. 1. ed. Elsevier: San Diego, 2001, 443 p.

FCA GROUP. LP.C0213: NVH CAE – Air Cavity Modeling. 2015.

ISO 354. Acoustics: **Measurement of Sound Absorption in a Reverberation Room**. Genebra, 2003.

KIM, Yang H. **Sound Propagation – An impedance Based Approach**. 1. Ed. John Wiley & Sons. República da Coreia, 2010, 341 p.

KINSLER, Lawrence. E. et al. **Fundamentals of Acoustics**. 4. ed. John Wiley & Sons: Nova York, 2000, 548 p.

KLEINER, Mendel; TICKY, .Jiri. **Acoustics of Small Rooms**. Taylor & Fancis Group: Nova York, 2014, 452 p.

KUTTRUFF, Heinrich. Room Acoustics. 5. ed. Spon Press: Nova York, 2009, 374 p.

LMS NUMERICAL TECHNOLOGIES, Leuven, SYSNOISE User's Manual, Rev. 5.4, 1997.

MALBOS, François; BOGDANSKI, Mchal; STRAUSS, Mchael. Loudspeaker Simulations in a Car Cabin. COMSOL Conference, 2015, Grenoble, França.

MECHEL, Fridolin P. Schallabsorber Band. I. Aüßere Schallfelder - Wechselwirkungen. Stuttgart: S. Hirzel Verlag; 1989.

OZELAME, Acir et al. Coeficiente de Absorção – Medições em câmara reverberante e no interior do UNO. FCA GROUP, Joinville, 2013.

PAIK, Soonkwon. **Interior Acoustic Simulation for In-Car Audio Design**. 44th International Congress and Expo on Noise Control Engineering, 2011, Osaka, Japão.

PEETERS, Bart et al. Automotive Cabin Characterization by Acoustic modal Analysis. Inter.Noise, 2014, Melbourne, Austrália.

ROQUE, Antônio C., **Ondas Sonoras**, Notas de Aula de Física II, Ondas Fluidos e Termodinâmica (aula 20), Curso de Física Médica, Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo. http://sisne.org/Disciplinas/Grad/Fisica2FisMed/aula20.pdf (acessada em 08/06/2017).

SAKUMA, Tetsuya; SAKAMOTO, Shinichi. Computational Simulation in Architectural and Environmental Acoustics – Methods and Applications of Wave-Based Computation. 1. ed. Springer: Tokyo, 2014, 324 p.

SMALL Richard H. **Direct Radiator Loudspeaker System Analysis**. J Audio Eng Soc 1972;20(5):383–95.

THOMPSON L, PINSKY P. Complex Wavenumber Fourier Analysis of The P-Version Finite Element Method. Comput Mech 1994;13:255–75.

VÉR, István L.; Beranek, Leo L. Noise and Vibration Control Engineering. Principles and Aplications. 2. ed. John Wiley & Sons, Hoboken, 2006, 943 p.