

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
Curso de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica e de Minas

Dissertação de Mestrado

“Propriedades visuais de espuma para  
predição dos teores da flotação em coluna  
do segundo concentrador da SAMARCO”

Autor: Flávio Thimotio da Silva  
Orientador: Roberto Galéry  
Maio/2012

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
Curso de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica e de Minas

Flávio Thimotio da Silva

PROPRIEDADES VISUAIS DE ESPUMA PARA  
PREDIÇÃO DOS TEORES DA FLOTAÇÃO EM COLUNA  
DO SEGUNDO CONCENTRADOR DA SAMARCO

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia  
Metalúrgica e de Minas da Universidade Federal de Minas Gerais

Área de concentração: Tecnologia Mineral

Orientador: Prof. Roberto Galéry

Belo Horizonte  
Escola de Engenharia da UFMG

2012

## DEDICATÓRIA

*À minha esposa Viviane, meus pais Alcyr e Eliane e à irmã Flaviane.*

*À memória do querido primo Rafael Faria.*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a todos que, direta ou indiretamente, colaboraram na execução desse trabalho, em especial:

À Diretoria da Samarco Mineração S.A., por incentivar o estudo e o desenvolvimento pessoal e profissional de seus empregados.

Aos professores Roberto Galery e Antônio Eduardo Clark Peres, pela orientação e por acreditarem que este trabalho era possível.

A João Pedro da Silva, Sergio Vasconcelos e Mauro Carvalho, por todo o incentivo e por terem propiciado condições para a realização deste trabalho.

A Adilson Jorge, Luiz Nunes, Edgar Mantilla, Alexandre Camilo e Itamar Delbem, que compartilharam seus conhecimentos de processo e tratamento de imagens, colaborando sobremaneira com os resultados alcançados.

A Cristiane Targa pela ajuda na revisão do texto.

**SUMÁRIO**

1	Introdução .....	21
2	Objetivo .....	23
3	Revisão bibliográfica .....	24
3.1	<i>Processo produtivo da Samarco</i> .....	24
3.2	<i>Processo de flotação catiônica reversa de minério de ferro</i> .....	32
3.2.1	Espuma.....	36
3.2.2	Flotação verdadeira .....	38
3.2.3	Arraste .....	39
3.2.4	Drenagem .....	40
3.2.5	Deslocamento da fase espuma.....	41
3.3	<i>Características observáveis da espuma e controle de processo</i> .....	45
3.3.1	Tamanho de bolhas .....	47
3.3.1.1	Influência da concentração de sólidos .....	47
3.3.1.2	Influência da vazão de ar .....	48
3.3.1.3	Influência de parâmetros químicos.....	48
3.3.1.4	Influência da viscosidade da espuma .....	49
3.3.2	Forma das bolhas .....	49
3.3.3	Estabilidade da espuma.....	50
3.3.4	Mobilidade da espuma .....	51
3.4	<i>Máquinas de visão de espuma e imagens digitais</i> .....	52
3.4.1	Textura.....	54
3.4.1.1	Matriz de Co-ocorrência .....	55
3.4.1.2	Matriz de dependência do vizinho .....	61
3.4.2	Cor da espuma .....	64
3.4.3	Deslocamento .....	66
3.4.3.1	Rastreamento de bolha .....	67
3.4.3.2	Rastreamento de blocos.....	67
3.4.3.3	Correlação de fase .....	68
3.4.4	Tamanho de bolhas .....	69
3.5	<i>Modelo auto regressivo</i> .....	71
4	Materiais e métodos .....	75

4.1	<i>Aquisição de imagens da espuma da coluna de flotação 08FC004</i> .....	76
4.2	<i>Tratamento de imagem e obtenção de características</i> .....	80
4.3	<i>Coleta de dados de processo</i> .....	81
4.4	<i>Análise de dados</i> .....	81
5	<i>Resultados e discussões</i> .....	83
5.1	<i>Análise de características</i> .....	83
5.1.1	<i>Deslocamento</i> .....	86
5.1.2	<i>Texturas</i> .....	87
5.1.2.1	<i>Análise das texturas versus média de intensidade de cinza</i> .....	88
5.1.2.2	<i>Análise das texturas e desvio padrão</i> .....	91
5.1.3	<i>Tamanho de bolhas</i> .....	94
5.2	<i>Influência do tamanho de bolhas</i> .....	95
5.3	<i>Textura e teores</i> .....	98
5.4	<i>Deslocamento e teores</i> .....	99
5.5	<i>Modelos para estimação dos teores</i> .....	101
5.5.1	<i>Modelo ARX para sílica no concentrado</i> .....	103
6	<i>Conclusões</i> .....	111
7	<i>Sugestões para trabalhos futuros</i> .....	113
8	<i>BIBLIOGRAFIA</i> .....	114
	<i>ANEXO I</i> .....	124
9	<i>Banco de imagens</i> .....	124
	<i>ANEXO II</i> .....	125
10	<i>Análise das características visuais de espuma de flotação</i> .....	125
10.1	<i>Detecção de overflow</i> .....	125
10.2	<i>Comparação dos algoritmos de deslocamento</i> .....	126
10.2.1	<i>Rastreamento de bolha</i> .....	127
10.2.2	<i>Rastreamento de blocos</i> .....	128

10.2.3	Correlação de fase.....	129
10.2.4	Comparação dos resultados.....	132

## LISTA DE FIGURAS

Figura 3-1: Fluxograma de processo da flotação convencional .....	29
Figura 3-2: Fluxograma de processo da etapa de flotação de finos.....	30
Figura 3-3: Fluxograma de processo da etapa de flotação em colunas.....	31
Figura 3-4: <i>Design</i> conceitual de flotação (a) com duas operações (Finch et al., 1995) e (b) com três operações.....	35
Figura 3-5: Processos de transferência de massa dentro de uma célula de flotação. (1) Flotação verdadeira, (2) Arraste, (3) Drenagem e (4) Deslocamento da espuma (Laplante et al., 1989).....	36
Figura 3-6: Estrutura conceitual da espuma (Cilliers et al., 1998).....	37
Figura 3-7: Componentes principais da estrutura da espuma e seus canais de drenagem (Ventura-Medina e Cilliers, 2002). .....	38
Figura 3-8: Mecanismo de arraste mecânico de polpa pelas bolhas que adentram a fase espuma. (a) ascensão das bolhas, (b) formação da nova interface polpa-espuma, (c) arraste mecânico da polpa. ....	40
Figura 3-9: Quatro regiões em que as partículas podem estar em uma máquina de flotação (King, 2001). .....	41
Figura 3-10: Modelo simplificado de deslocamento de espuma (Moys, 1984). 42	
Figura 3-11: Balanço entre a espuma que ascende na camada de espuma e o fluxo horizontal da espuma (Zheng et al., 2004). .....	44
Figura 3-12: Aplicação de sistemas visões da máquina nas indústrias. As percentagens são indicadas na figura (Aldrich et al., 2010).....	46
Figura 3-13: (a) Espuma de banco de flotação <i>cleaner</i> , com baixa concentração de sólidos, destacando as janelas transparentes no topo, (b) espuma de coluna <i>cleaner</i> , sem a presença de janelas e totalmente mineralizadas. .	48
Figura 3-14: Abordagens de tratamento de imagens e propriedades de espuma exploradas (Aldrich et al., 2010). .....	53
Figura 3-15: Orientações para obtenção da GLCM (Haralick et al., 1973). ....	57
Figura 3-16: Exemplo de cálculo da matriz GLCM (MathWorks, 2012). .....	57
Figura 3-17: Exemplo de construção das matrizes GLCM e NGLDM. (a) nível de cinza de uma imagem; (b) matrizes GLCM obtidas de (a), para $d=1$ ; (c)	



matriz <i>NGLDM</i> obtida a partir de (a), para $d=1$ e $T=0$ (Zheng et al., 2006). .....	58
Figura 3-18: Máscara de análise de textura e o processo de escaneamento da imagem (Holtham e Nguyen, 2002). .....	70
Figura 3-19: Espumas de flotação e seu respectivo espectro de textura. ....	71
Figura 3-20: Representação esquemática do modelo <i>ARX</i> , que é um modelo de erro na equação (Aguirre, 2004). .....	73
Figura 4-1: Visão geral das etapas de aquisição, tratamento e análise de dados. ....	75
Figura 4-2: Câmera JAI TMC-1405GE instalada sobre a coluna de flotação e o detalhe da iluminação .....	76
Figura 4-3: Caixa de condicionamento da câmera e uma foto do vidro da caixa com material da espuma projetado no fundo. ....	77
Figura 4-4: Estrutura da instalação das câmeras e seus componentes. ....	78
Figura 4-5: Painel de interface do servidor com a câmera. ....	79
Figura 4-6: Interface do programa de aquisição de imagens. ....	80
Figura 4-7: Janela para execução das análises em batelada. ....	81
Figura 5-1: Regressão do vetor deslocamento e deslocamento no eixo vertical. com $R^2=91,4\%$ . ....	86
Figura 5-2: Regressão quadrática entre o vetor deslocamento e o deslocamento horizontal com $R^2$ de $3,4\%$ . ....	87
Figura 5-3: Regressão entre o deslocamento no eixo vertical e a textura elipse, com $R^2=65,0\%$ . ....	88
Figura 5-4: Regressão linear e semilog da energia e homogeneidade, com $R^2$ de $87,3\%$ e $88,6\%$ , respectivamente. ....	89
Figura 5-5: Regressão linear e semilog da energia e entropia, com $R^2$ de $88,2\%$ e $92,1\%$ , respectivamente. ....	89
Figura 5-6: Regressão linear e semilog da energia e segundo momento, com $R^2$ de $82,2\%$ e $80,9\%$ , respectivamente. ....	90
Figura 5-7: Regressão linear e semilog da energia e não-uniformidade, com $R^2$ de $82,4\%$ , e $80,9\%$ , respectivamente. ....	90

Figura 5-8: Regressão semilog entre energia e a média de cinza, com $R^2$ 93,4%.....	91
Figura 5-9: Regressão linear e logarítmica do contraste e variância, com $R^2$ de 83,0% e 88,1%, respectivamente. ....	92
Figura 5-10: Regressão linear e logarítmica do contraste e correlação, com $R^2$ de 77,5% e 96,7%, respectivamente. ....	93
Figura 5-11: Regressão do contraste e entropia, com $R^2$ de 72,7% e 75,7%, respectivamente.....	93
Figura 5-12: Regressão linear log-log do contraste e do desvio padrão de cinza, em base horária, com $R^2$ de 88,2%. ....	94
Figura 5-13: Regressão linear entre Mid_TU e a textura segundo momento e entre Mid_TU e o número de não uniformidade.....	95
Figura 5-14: ANOVA - sílica versus tamanho de bolhas. ....	96
Figura 5-15: Kruskal-Wallis - sílica versus tamanho de bolhas. ....	96
Figura 5-16: <i>Boxplot</i> do teor de sílica versus tamanho de bolhas.....	97
Figura 5-17: <i>Boxplot</i> do teor de ferro no rejeito versus tamanho de bolhas.....	97
Figura 5-18: Regressão entre teor de sílica no concentrado e o descritor de textura Elipse. ....	98
Figura 5-19: Regressão entre teor de sílica no concentrado e o deslocamento no eixo vertical.....	99
Figura 5-20: Regressão entre o deslocamento horizontal e vertical com o teor de sílica , com $R^2$ de 11,9% e 49,7%, respectivamente.....	99
Figura 5-21: Regressão entre o módulo do vetor deslocamento e o teor de sílica , com $R^2$ de 46,6%. ....	100
Figura 5-22: Regressão entre o deslocamento horizontal e vertical com teor de ferro no rejeito, com $R^2$ de 1,1% e 3,8%, respectivamente.....	100
Figura 5-23: Regressão entre o módulo do vetor deslocamento e o teor de ferro no rejeito, com $R^2$ de 6,7%. ....	101
Figura 5-24: Auto correlação e auto correlação parcial do teor de sílica no concentrado. ....	102
Figura 5-25: Auto correlação e auto correlação parcial do teor de ferro no rejeito.....	102

Figura 5-26: Modelo ARX para predição de teor de sílica no concentrado. ...	105
Figura 5-27: Análise dos resíduos do modelo ARX.....	106
Figura 5-28: Teste de normalidade dos resíduos.....	106
Figura 5-29: Auto correlação e auto correlação parcial dos resíduos do modelo ARX .....	107
Figura 5-30: Correlação entre as variáveis do modelo e os resíduos. ....	107
Figura 5-31: Série temporal do modelo versus dados real.....	108
Figura 5-32: Dados para validação do modelo.....	108
Figura 5-33: Teste de hipótese para os valores preditos e os valores reais. .	109
Figura 5-34: Série temporal dos valores preditos e valores reais. ....	109
Figura 9-1: Sequência de imagens amostradas a cada 1 hora, iniciando às 00:13 do dia 16/01/2011 e terminando às 01:13 do dia 17/01/2011. ....	124
Figura 10-1: Sequência de captura de imagens com diferentes características, com intervalo de nove minutos. Os valores Dx e Dy correspondem ao deslocamento horizontal e vertical, respectivamente, medido em pixels.	126
Figura 10-2: Obtenção do <i>template</i> (a) e o mecanismo de busca por similaridade (b). ....	128
Figura 10-3: Pico de correlação obtida pelo algoritmo de correlação de fase entre duas imagens deslocadas -40 pixels no eixo vertical e 40 pixels no eixo horizontal.....	129
Figura 10-4: Quadrantes (I), (II), (III) e (IV) e as respectivas mudança de eixos para cálculo do deslocamento pela correlação de fase. O ponto branco representa a máxima correlação.....	130
Figura 10-5: Correlação de fase entre duas imagens para diversos filtros passa faixa. (a) 0 a 50; (b) 0 a 100; (c) 0 a 150; (d) 0 a 200; (e) 0 a 250; (f) 0 a 300.....	131
Figura 10-6: Série temporal dos deslocamentos calculados pelo rastreamento de blocos antes e depois da eliminação dos <i>outliers</i> . ....	132
Figura 10-7: Série temporal dos deslocamentos calculados pelo rastreamento de bolhas antes e depois da eliminação dos <i>outliers</i> . ....	133
Figura 10-8: Série temporal dos deslocamentos calculados pelo algoritmo de deslocamento de fase.....	133

Figura 10-9: Boxplot dos deslocamentos no eixo vertical com as médias de cada algoritmo. ....	134
Figura 10-10: ANOVA - Análise de média dos algoritmos .....	134
Figura 10-11: Análise de mediana dos algoritmos .....	135
Figura 10-12: Análise de variância dos deslocamentos verticais calculados pelos algoritmos.....	135
Figura 10-13: <i>Boxplot</i> dos tempos de execução dos algoritmos, em segundos. ....	136
Figura 10-14: Análise de mediana dos tempos de execução dos algoritmos	136
Figura 10-15: Análise de média dos algoritmos de correlação de fase e rastreamento de bolhas. ....	137
Figura 10-16: Análise de variância dos algoritmos de correlação de fase e rastreamento de bolhas. ....	138

**LISTA DE TABELAS**

Tabela 3-I: Resumo de técnicas de extração de propriedades visuais de espuma de flotação (Aldrich et al., 2010). .....	54
Tabela 5-I: Matriz de correlações das características visuais da espuma.....	85
Tabela 5-II: Características visuais de espuma consolidadas.....	103
Tabela 10-I: Faixas de frequência e deslocamentos calculados por faixa .....	131

**LISTA DE NOTAÇÕES**

$\text{Al}_2\text{O}_3$	Alumina
ANOVA	Análise de variância
ARX	Auto regressivo com estrada exógena
$\text{CuSO}_4$	Sulfato cúprico
C#	Linguagem de programação desenvolvida pela <i>Microsoft</i> <sup>™</sup>
CB	Cromatância azul
CCD	Dispositivos de carga acoplada
CIE	Comissão Internacional da Iluminação
CLS	Campanha de sílica baixa
CR	Cromatância vermelha
D	Amplitude do vetor deslocamento
$D_f$	Função mecanismo de descolamento de partículas da espuma
DTB	Distribuição de tamanho de bolhas
Dx	Deslocamento no eixo horizontal
Dy	Deslocamento no eixo vertical
$E(\tau_f)$	Função de distribuição do tempo de residência da espuma
FFT	<i>Fast Fourier transform</i>
GLCM	<i>Gray level co-occurrence matrices</i>
GLP	<i>General Public License</i>

$h_f$	Altura da camada de espuma acima do nível do transbordo
HSB	<i>Hue, saturation e brightness</i> , similar a HSV.
HSV	<i>Hue, saturation e value</i>
HSI	<i>Hue, saturation e intensity</i>
IPLAB	<i>Image Process Lab</i>
ICP-OES	Espectrômetro de emissão óptica com plasma acoplado indutivamente
$J_g$	Velocidade superficial do gás
'Lab'	Modelo colorimétrico L*a*b* definido pela CIE
LGPL	<i>Lesser General Public License</i>
LNE	<i>Large number emphasis</i>
NGLDM	<i>Neighborhood gray level dependence matrices</i>
MnO	Óxido de manganês
NUN	Número de não-uniformidade
$N_{UT}$	Número de unidade de textura
P	Fósforo
p-valor	Menor nível de significância para rejeitar a hipótese nula
PIMS	Plant information management system
RGB	<i>Red, green e blue.</i>
$R^2$	Coeficiente de determinação
$R_f$	Recuperação da fase espuma

ROM	<i>Run of Mine</i>
SDK	<i>Software Development Kit</i>
SiO <sub>2</sub>	Mineral quartzo
SM	Segundo momento
SNE	Small number emphasis
UT	Unidade de Textura
VIF	<i>Variance inflation factors</i>
VNIR	Visible and near-infrared
$v_a$	Vetor angular de cor
$v_{fv}$	Velocidade ascendente da polpa

### *Letras Gregas*

$\mu$	Média
$\tau_f$	Tempo de residência da espuma
$\beta$	Fator de estabilidade da espuma
$\varepsilon_f$	<i>Hold-up</i> do ar na fase espuma
$\varepsilon_N$	Entropia
$\sigma^2$	Variância
$\sigma$	Desvio padrão



## PONTOS DE AMOSTRAGEM

Ponto	Local	Variável	Amostragem
1	Alimentação da flotação convencional	Vazão mássica	A cada segundo
		Teor de ferro	Composto diário
		Teor de sílica	Composto diário
2	Rejeito da flotação convencional	Teor de ferro	Composto diário
		Teor de sílica	Composto diário
		Teor de ferro	Composto horário
3	Concentrado da flotação convencional	Vazão mássica	A cada segundo
		Teor de ferro	Composto diário
		Teor de sílica	Composto diário
		Teor de sílica	Composto horário
4	Alimentação da flotação de finos	Vazão mássica	A cada segundo
		Teor de ferro	Composto diário
		Teor de sílica	Composto diário
5	Rejeito da flotação de finos	Teor de ferro	Composto diário
		Teor de sílica	Composto diário
		Teor de ferro	Composto horário
6	Concentrado da flotação de finos	Teor de ferro	Composto diário
		Teor de sílica	Composto diário
		Teor de sílica	Composto horário
7	Alimentação da flotação colunas	Vazão mássica	A cada segundo
8	Rejeito da flotação colunas	Teor de ferro	Composto diário
		Teor de sílica	Composto diário
		Teor de ferro	Composto horário
9	Concentrado da flotação colunas	Teor de ferro	Composto diário
		Teor de sílica	Composto diário
		Teor de ferro	Composto bi horário
		Teor de sílica	Composto horário

## RESUMO

Este trabalho analisou as relações entre as propriedades visuais da espuma de flotação catiônica reversa de minério de ferro em colunas e os teores de sílica no concentrado e ferro no rejeito.

Na prática diária, operadores experientes dos circuitos de flotação utilizam as características denominadas “aspecto” visual da espuma para a tomada de decisões e parametrização do processo. Este aspecto é descrito frequentemente como características visuais da espuma.

Tentando explorar essas características visuais, visando melhorias no processo, foi instalado um sistema para coleta de imagens digitais no circuito de flotação em colunas da Samarco. Por meio desse sistema, foram amostradas 32.400 imagens em diversas condições operacionais e selecionado um conjunto contínuo de 72 horas de operação para a realização dos testes. O conjunto de imagens foi processado através de rotinas, desenvolvidas especialmente para este fim, utilizando a plataforma AForge e interface de usuário IPLAB, em linguagem C#.

As principais características analisadas nas informações obtidas das imagens digitais foram as estatísticas de primeira ordem, média e desvio padrão, os deslocamentos horizontal e vertical da espuma e as texturas descritas pelas matrizes GLCM e NGLDM, totalizando 11 descritores.

Foi proposto um novo algoritmo de cálculo para o deslocamento da espuma baseado na propriedade de translação da Transformada de Fourier denominado correlação de fase, e seu desempenho e resultado foram comparados a algoritmos padrão da literatura. Esse algoritmo apresentou uma boa performance e confiabilidade em diversas condições de iluminação e características da espuma.

Por fim, foi possível construir um modelo linear ARX capaz de prever o teor de sílica no concentrado da flotação em coluna a partir dos dados de análise química e das propriedades visuais da espuma. Isso demonstra que os aspectos descritos pelos operadores podem ser extraídos pelas técnicas de tratamento de imagens e podem vir a ser utilizados como ferramentas na tomada de decisões ou controle operacional.

## ABSTRACT

This work studied the relationship between visual properties of the reverse cationic froth flotation of iron ore in columns and the silica concentrate grade and iron tailings grade.

In daily practice, experienced operators use flotation circuit characteristics called "aspect" of froth for visual decision-making process and parameterization. This is often described as visual characteristics of the froth.

Trying to exploit these visual features, for improvements in the process, was installed a system to collect digital images from the column flotation circuit at Samarco. Through this system, 32,400 images were obtained under various operating conditions and a set of 72 continuous hours of operation was selected for the tests.

The image database was processed using routines developed especially for this purpose, using the platform and user interface AForge IPLAB in C#. The main characteristics analyzed were first-order statistics, mean and standard deviation, the horizontal and vertical displacements of the froth and the textures described by matrices GLCM and NGLDM, totaling 11 descriptors. A new algorithm for displacement of the froth based on the translation property of Fourier transform, called phase correlation, was proposed, and its performance and results were compared with standard algorithms in the literature. This algorithm showed good performance and reliability in various lighting conditions and characteristics of the froth.

Finally, it was possible to build an ARX mathematical model to predict the silica concentrate grade based on chemical analyses and visual properties of the froth, demonstrating that the aspect, described by operators, can be extracted by digital images system and may be used as a tool in decision-making or operational control.

## 1 INTRODUÇÃO

A flotação catiônica reversa de quartzo é o método de concentração de minérios de ferro itabiríticos mais utilizado para a produção de *pellet feed*. O quartzo é flotado com eteraminas parcialmente neutralizadas com ácido acético e os minerais de ferro são deprimidos por amidos não modificados.

Apesar de amplamente utilizado, este método possui alta complexidade e o domínio de conhecimento atual está consolidado nas propriedades interfaciais que governam sua dinâmica e nos modelos fenomenológicos experimentados na prática industrial.

Diversas são as características minerais e variáveis de processo que interferem no comportamento dinâmico da flotação, e parte deste conhecimento não está completamente elucidado. Isto se deve principalmente à falta de meios de mensurar propriedades específicas que possam explicar de forma mais clara seu comportamento diante das diversas interferências a que está sujeito. Esta lacuna dificulta sobremaneira a definição de modelos mais abrangentes e que possam representar de forma geral os diversos processos de flotação.

É amplamente reconhecido que a flotação envolve a recuperação de minerais em duas fases distintas. A fase polpa, composta principalmente por uma mistura de partículas minerais e ganga em meio aquoso, pode ser adequadamente descrita por uma cinética de primeira ordem. A fase espuma é composta principalmente por bolhas e suas lamelas, sendo que nenhum modelo adequado geral existe para descrever essa fase. Como resultado, o modelo cinético de primeira ordem é usualmente imposto sobre todo o processo de flotação (Mathe et al., 1998).

A demanda crescente por de minério de ferro observada nos últimos anos tem obrigado os grandes produtores a aumentar significativamente o seu volume de produção. Esse aumento deve ser conseguido de forma a não impactar negativamente a qualidade do produto. Neste processo existem dois caminhos.

No primeiro, opta-se para a ampliação das instalações adquirindo novos equipamentos. No segundo opta-se pela otimização dos processos existentes, principalmente daqueles que influenciam diretamente a recuperação metálica.

Na etapa de concentração do minério de ferro, muitas variáveis afetam o desempenho operacional do processo de flotação. Na operação diária, as variações na composição do minério enviados para as usinas trazem embutidos diversos fatores que nem sempre explicam de forma satisfatória o comportamento observado na prática industrial. Essas variações uma assinatura visual na superfície da espuma, modificando sua aparência e permitindo sua classificação pelas diferenças observadas visualmente. Nesta fase surge o conhecimento qualitativo acumulado pela experiência operacional. Estes julgamentos são utilizados para modificar os parâmetros quantitativos de controle. Operadores experientes conseguem prever várias características do processo com um nível alto de precisão (Morar et al., 2005).

De forma geral, propriedades visuais da espuma de flotação como mobilidade, cor, tamanho de bolhas e texturas são as relatadas com frequência pelos operadores como informações extraídas da observação da espuma, e não por coincidência, são as propriedades mais estudadas pelas técnicas de tratamento de imagens. O uso de técnicas de processamento de imagens digitais tem sido utilizado para classificar e determinar a performance da fase espuma em diversas aplicações de flotação direta de minerais diferentes do minério de ferro, em especial cobre, platina e zinco e carvão (Bothat et al., 1999; Holtham e Nguyen, 2002; Kaartinen e Koivo, 2002; Heinrich, 2003; Kaartinen et al., 2006; Morar et al., 2005).

## **2 OBJETIVO**

O objetivo deste trabalho é caracterizar as propriedades visuais da espuma de flotação catiônica reversa de minério de ferro da SAMARCO por meio da análise de imagens digitais, estudar suas relações com o comportamento dinâmico dos teores de sílica no concentrado e ferro no rejeito. Com isso, busca-se construir um modelo capaz de estimar o comportamento dos teores baseado nas características da espuma.

### 3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo é apresentada uma descrição do processo produtivo da Samarco, em especial, do segundo concentrador, a revisão dos aspectos relevantes sobre flotação, estudos sobre propriedades visuais de espuma de flotação e técnicas de tratamento de imagem.

#### 3.1 PROCESSO PRODUTIVO DA SAMARCO

Conforme descrito por Vieira (2008), o tratamento de minérios de ferro da SAMARCO foi iniciado em 1977, com a lavra da Mina de Germano. A SAMARCO foi pioneira no Brasil no beneficiamento do itabirito especularítico friável pobre, com teores médios de ferro na faixa de 49%. A tecnologia utilizada na concentração também foi pioneira para minérios de ferro: a utilização de flotação catiônica reversa em células mecânicas de sub-aeração.

A SAMARCO possui unidades industriais em dois estados brasileiros, com operações realizadas de forma integrada e simultânea.

Em Minas Gerais, localiza-se a unidade industrial de Germano, situada no município de Mariana, onde são feitas as operações de extração do minério, beneficiamento e o início do transporte do concentrado de minério de ferro.

No Espírito Santo, está instalada a unidade industrial de Ponta Ubu, no município de Anchieta, que possui operações de preparação da polpa, pelotização, estocagem e embarque de pelotas de minério de ferro e *pellet feed*. O transporte é feito por um mineroduto de 398km entre as duas unidades.

O embarque é efetuado em porto próprio e escoia a produção para clientes na Europa, Ásia, África, Oriente Médio e Américas.

Com a exaustão da Mina de Germano, foi iniciada a lavra da Mina de Alegria em 1991. Os minérios desta nova mina apresentavam uma cinética de flotação



mais desfavorável se comparada àquela dos minérios da Mina de Germano, exigindo assim um maior tempo de residência. Nesse período foi instalado o primeiro circuito de colunas de flotação para minérios de ferro no Brasil, o que proporcionou o aumento do tempo de residência adequado à flotação desses minérios.

Em complemento às adequações realizadas para o tratamento do minério da Mina de Alegria, foram instalados dois moinhos anteriores à moagem primária, denominados pré-moinhos. O objetivo era fornecer mais energia de moagem para o correto grau de liberação do quartzo. Conjuntamente a essa ação foi instalada a terceira etapa de deslamagem, uma vez que a quantidade de ultrafinos desse minério é bem maior que o minério de Germano.

Em 2005 foram instaladas no concentrador de Germano as primeiras células de grande volume (*Tank Cell*<sup>®</sup>) para concentração de minérios de ferro, possibilitando um aumento de capacidade de 15,5 para 16,5 milhões de toneladas de concentrado por ano.

A SAMARCO teve um aumento de capacidade de 16,5 para 24,0 milhões de toneladas de concentrado por ano em 2008, com a construção de mais um concentrador e da terceira usina de pelotização.

Em 2011 foram instalados os circuitos de flotação de finos e um novo moinho secundário vertical no novo concentrador, amentando a capacidade de produção de concentrado em 1 milhão de toneladas anuais. Esse aumento se fez necessário devido à redução do consumo de concentrado adquirido da Vale e à perda de performance do primeiro concentrador com a diminuição da qualidade do ROM alimentado, principalmente quanto a redução do teor de ferro.

Atualmente a capacidade de produção dos dois Concentradores é de 23,2 milhões ao ano.

Devido a características de instalação física favorável à instalação de câmeras digitais diretamente sobre os equipamentos industriais, o novo concentrador foi

selecionado como local do estudo, especificamente na etapa de flotação em colunas.

As operações de beneficiamento no segundo concentrador ocorrem em cinco etapas, sendo estas ordenadas conforme indicado:

- Peneiramento
- Britagem
- Moagem Primária
- Deslamagem
- Flotação Convencional
- Flotação de Finos
- Moagem Secundária
- Flotação Coluna
- Espessamento

A etapa de flotação convencional recebe o produto da deslamagem adequado ao processo, sendo retirado o material passante em 10 $\mu$ m. Esse material é enviado à barragem de rejeito, sendo antes espessado para recuperação de água.

A flotação convencional acontece em um circuito com 13 máquinas de flotação tipo *Tank Cell*<sup>®</sup>, de 70m<sup>3</sup>, todos providos de agitadores, sendo elas:

- 3 unidades *rougher*;
- 3 unidades *cleaner*;
- 2 unidades *re-cleaner*;
- 2 unidades *scavenger* da *rougher*;

- 2 unidades *scavenger* da *cleaner*;
- 1 unidades *cleaner* da *scavenger*.

O material proveniente dos condicionadores alimenta o estágio *rougher* (unidades 1, 2 e 3). O *overflow* da terceira unidade *rougher* é encaminhado para a *scavenger* da *rougher* (unidades 7 e 8) e o *underflow* segue para o estágio *cleaner* (unidades 4, 5 e 6).

O *overflow* da etapa *scavenger* da *rougher* é o rejeito final do circuito, e o *underflow* segue para a *cleaner* da *scavenger* (unidade 13), que por sua vez tem seu *underflow* retornado ao primeiro estágio *rougher* e o *overflow* direcionado às unidades *scavenger* da *cleaner*.

Nas unidades *cleaner*, o *overflow* é direcionado para o estágio *scavenger* da *cleaner* (unidades 11 e 12), e o *underflow* segue para a etapa *re-cleaner* (unidades 9 e 10).

No estágio *re-cleaner*, o *underflow* é o concentrado da flotação convencional e segue para a moagem secundária, enquanto seu *overflow* é enviado para a caixa 07CX001, sendo então enviada para o estágio *cleaner da scavenger*. O fluxograma da flotação convencional pode ser visualizado na Figura 3-1

A etapa de flotação de finos recebe o *underflow* dos ciclones deslamadores com diâmetro médio das partículas de 30 $\mu$ m. O circuito é composto por 3 colunas de 223m<sup>3</sup> nas etapas *rougher* e *cleaner* e 1 coluna de 207 m<sup>3</sup> na etapa *scavenger*.

O *underflow* do estágio *rougher* alimenta uma coluna *cleaner*. O *underflow* da *cleaner* é o concentrado final da flotação de finos, e o *overflow* alimenta a coluna *scavenger*. O *underflow* da *scavenger* é enviado para a alimentação das colunas *rougher*, sendo esta a carga circulante do circuito.

O *overflow* das colunas *rougher* e da coluna *scavenger* compõem o rejeito final desta etapa. O fluxograma da flotação de finos pode ser visualizado na figura 3-2.

O concentrado da flotação convencional e da flotação de finos alimenta o circuito de moagem secundária cujo objetivo é adequar a granulometria à necessária para a próxima etapa de flotação em coluna, composto por quatro colunas de 207m<sup>3</sup> e duas unidades *Tank Cell*<sup>®</sup> de 40m<sup>3</sup>. A câmera de aquisição de imagens foi instalada sobre a coluna *cleaner* 04.

O material 87,2% passante em 44µm alimenta duas colunas *rougher*. O *underflow* destas colunas é direcionado a uma caixa de polpa de onde o mesmo é bombeado para as duas colunas *cleaner*. O *underflow* destas colunas é o concentrado final do segundo concentrador e o mesmo é enviado para os espessadores de concentrado.

O overflow das colunas *rougher* alimenta duas unidades *scavenger* dispostas de forma sequencial e interligadas de forma direta. O *underflow* destes tanques é transferido para a caixa 07CX003 na etapa de flotação convencional, junto com o *overflow* das colunas *cleaner*, como carga circulante. O *overflow* dos tanques *scavenger* é rejeito final, sendo enviado para o espessador de rejeito.

O fluxograma da flotação em colunas pode ser visualizado na Figura 3-3.

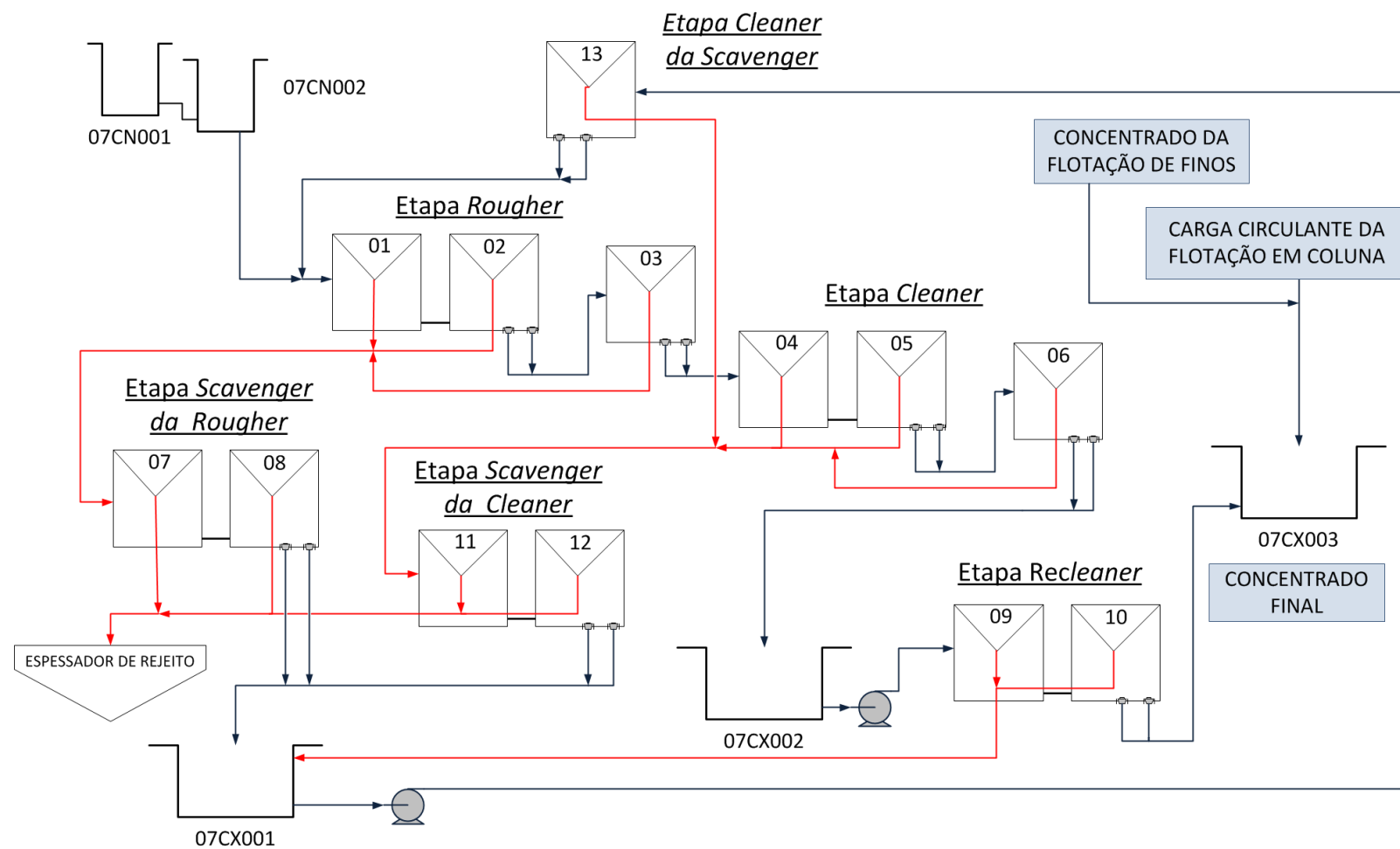


Figura 3-1: Fluxograma de processo da flotação convencional

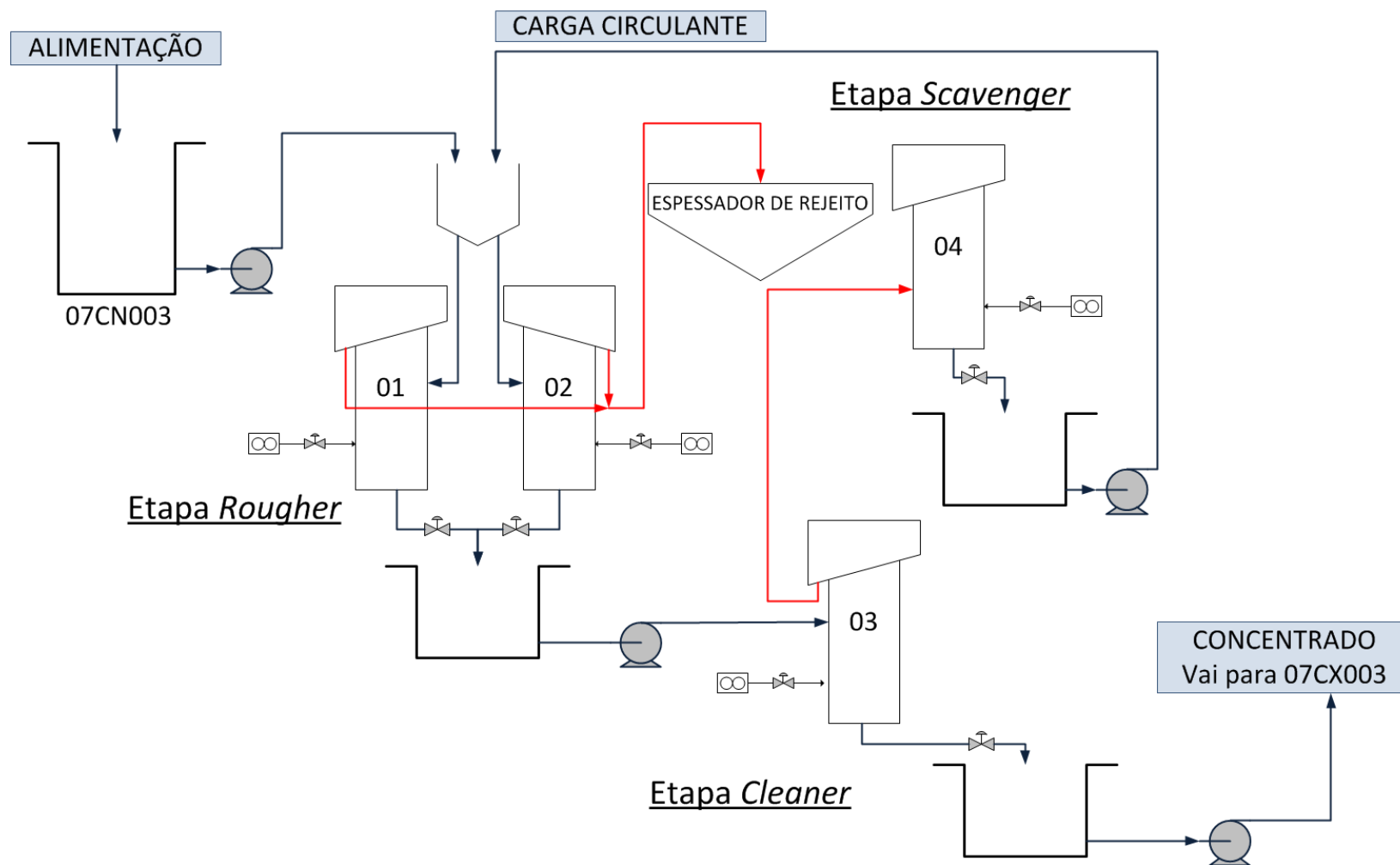


Figura 3-2: Fluxograma de processo da etapa de flotação de finos.

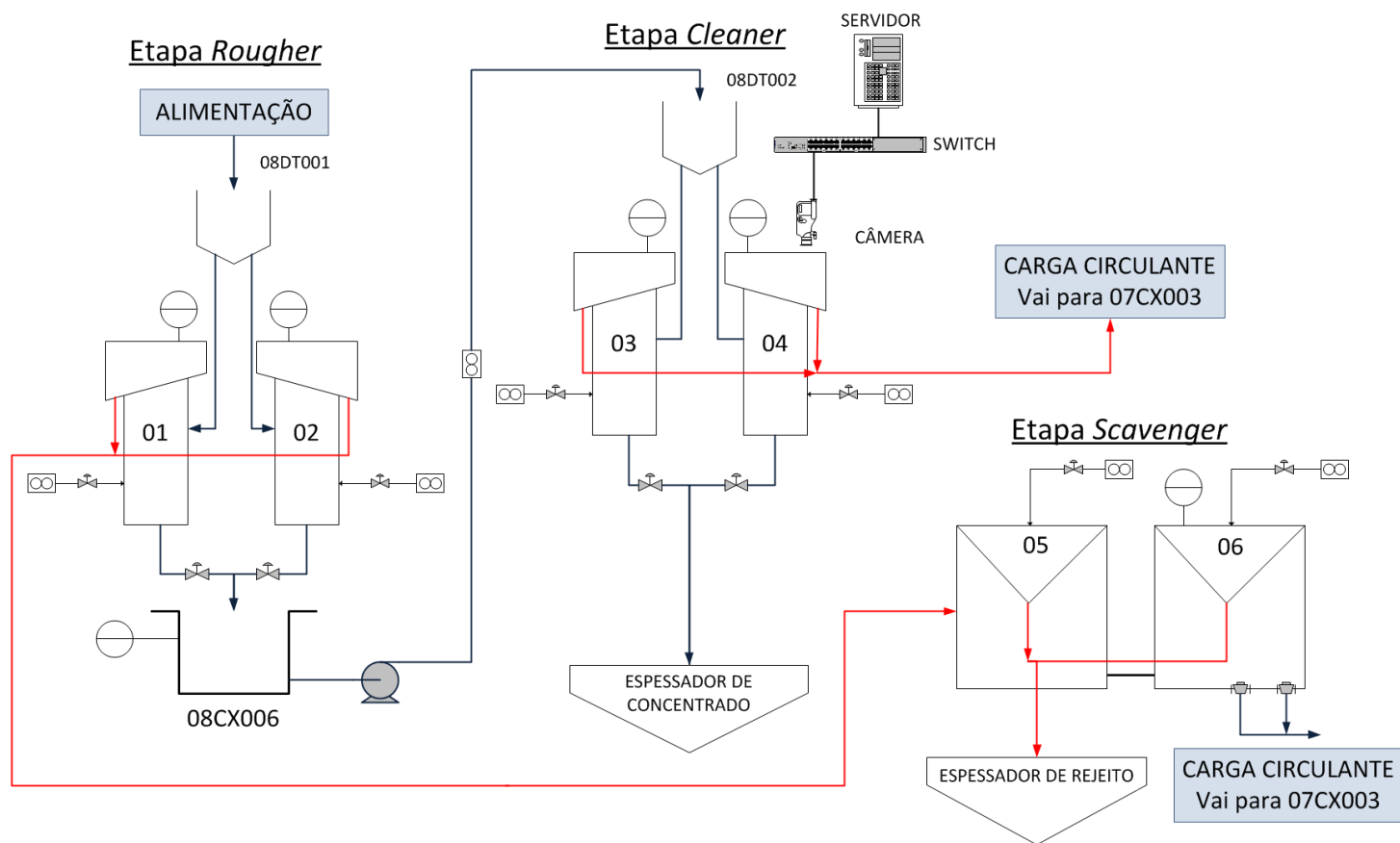


Figura 3-3: Fluxograma de processo da etapa de flotação em colunas.

As principais variáveis de controle de processo são obtidas pelas análises das amostras incrementais dos fluxos de concentrado e rejeito das etapas de flotação. As análises químicas são realizadas no Laboratório Químico da SAMARCO, conforme procedimentos internos. Os teores de  $Al_2O_3$ , P e MnO foram determinados por um espectrômetro de emissão óptica com plasma acoplado indutivamente (ICP-OES), da marca VARIAN, modelo 725-ES.

Os teores de ferro são determinados por dicromatometria (método  $TiCl_3$ ) e os teores de sílica são determinados via ICP-OES caso sejam menores ou iguais a 7,00%. Caso sejam superiores, são determinados por diferença.

Os dados das análises de teores de ferro e sílica são publicados a cada hora, enquanto os outros dados possuem frequência bi horária.

O controle do processo é também realizado através dos resultados de análise de fluorescência de raio-x, com resultados a cada sete minutos. Na flotação convencional, os pontos de análise estão na alimentação, rejeito e concentrado. Na flotação em colunas as amostragens são realizadas no concentrado e no rejeito.

### **3.2 PROCESSO DE FLOTAÇÃO CATIÔNICA REVERSA DE MINÉRIO DE FERRO**

A flotação em espuma, ou simplesmente flotação, é um processo de separação aplicado a partículas sólidas que explora diferenças nas características de superfície entre as várias espécies presentes, tratando misturas heterogêneas de partículas suspensas em fase aquosa, nas quais se introduz uma fase gasosa (Peres et al., 1980)

A flotação catiônica reversa de minério de ferro tem este nome por ocorrer de forma inversa, sendo a ganga o espécime flotado. Essa ganga é constituída principalmente por partículas de sílica com características hidrofóbicas induzidas. De forma prática, pode-se considerá-la como uma flotação direta de sílica .



O mecanismo envolvido na separação dos minerais minério e a ganga é possível graças às diferentes propriedades das superfícies minerais envolvidos quando em meio aquoso, em determinado pH. A adição de reagentes com características fisicoquímicas capazes de modificar seletivamente as propriedades de superfície dos minerais em relação à solução, bem como a introdução da fase gasosa no sistema, cria condições para que ocorra a separação dos minerais.

A concentração de minerais por flotação requer três condições básicas:

- liberabilidade: a liberação dos grãos dos diferentes minerais é obtida através de operações de fragmentação (britagem e moagem), intercaladas com etapas de separação por tamanho;
- diferenciabilidade: a diferenciabilidade é a base da seletividade do método. A seletividade do processo de flotação baseia-se no fato de que a superfície de diferentes espécies minerais pode apresentar distintos graus de hidrofobicidade;
- separabilidade dinâmica: está diretamente ligada aos equipamentos empregados. As máquinas de flotação caracterizam-se por possuírem mecanismos capazes de manter as partículas em suspensão e possibilitarem a aeração da polpa.

A liberabilidade dos materiais é controlada pela fragmentação e classificação, etapas rotineiras da preparação de um minério para flotação, que têm por objetivo a liberação dos minerais e a produção de partículas de tamanho adequado ao processo, através da fragmentação dos cristais que compõem a rocha. O processo de fragmentação causa interrupção da periodicidade regular da rede cristalina dos minerais, através da quebra de ligações químicas entre os átomos que a constituem. Em comparação com os átomos do interior do cristal, aqueles da camada mais externa apresentam ligações insaturadas e forte tendência de interação com outras espécies iônicas naturalmente presentes na polpa (Oliveira, 2007).

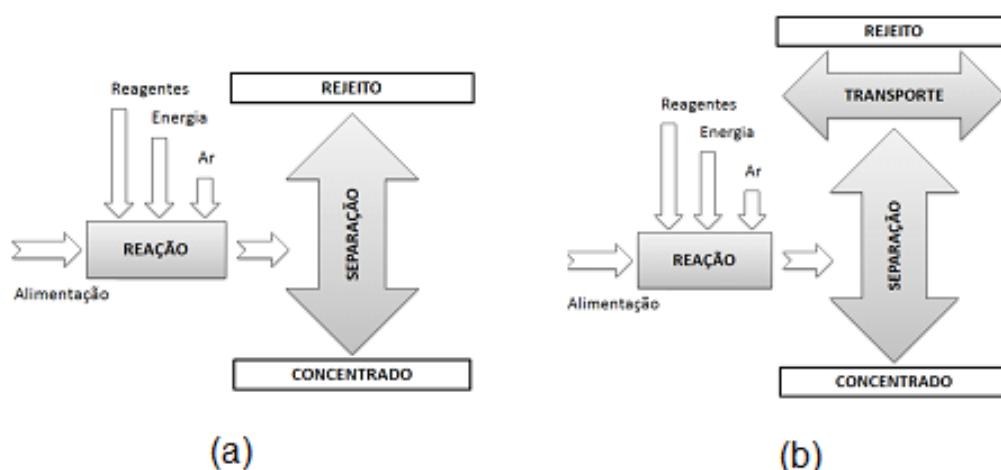
O processo de flotação atua, então, na diferenciabilidade e na separabilidade dinâmica. O primeiro é realizado principalmente pela adição de reagentes coletores, espumantes e modificadores; sendo o segundo realizado pelo controle de nível de camada de espuma, balanço de polpa no circuito de flotação, vazão de ar, agitação mecânica, entre outros parâmetros que possam ser mensurados e controlados.

Porém, revela-se extremamente desafiadora a construção de modelos quantitativos que permitam prever e simular a dinâmica de flotação para circuitos industriais, dada a complexidade dos micro processos que se combinam para formar o processo global (King, 2001).

Recentemente o entendimento e a exploração de modelos matemáticos de flotação bifásicos apresentam-se como um caminho viável para se aprofundar no entendimento quantitativo das diferentes cinéticas de flotação e da importância da fase espuma em circuitos industriais de flotação. O estudo das diferentes recuperações e tempos de residência leva a novas interpretações dos mecanismos envolvidos na flotação.

Sob o ponto de vista conceitual, Finch et al. (1995) descrevem a flotação como uma sequência de duas operações: reação e separação. Considerando a fase espuma e sua importância na recuperação global do processo pode-se estender este conceito para três operações: reação, separação e transporte, enfatizando a importância da fase espuma para o resultado global, conforme a Figura 3-4.

O reator é alimentado com a polpa que contém os minerais a serem separados. Reagentes químicos são adicionados para induzir a diferenças nas propriedades superficiais das partículas, a fim de promover a agregação seletiva de partículas com as bolhas de ar. A energia é necessária para manter os sólidos em suspensão.



**Figura 3-4: Design conceitual de flotação (a) com duas operações (Finch et al., 1995) e (b) com três operações.**

Uma abordagem clássica destaca os subprocessos de flotação como processos de transferência de massa (Laplante et al., 1989). É uma visão geralmente aceita que a flotação é composta por quatro mecanismos distintos. Estes mecanismos podem ser visualizados na Figura 3-5.

Quase todos os modelos de sucesso do processo de flotação foram baseados na premissa de que a flotação é um processo cinético (King, 2001). As formulações de modelos quantitativos partem da premissa de que os minerais apresentam diversos graus de hidrofobicidade por força da fragmentação, do condicionamento físico-químico e das propriedades interfaciais da superfície sólida do mineral, possibilitando a separação das partículas por suas propriedades diferenciadoras. Deste modo, uma camada criticamente estável e fluida de espuma deve ser formada na superfície da polpa e, por escoamento, deve ser removida da máquina de flotação carregando os minerais hidrofóbicos capturados no interior da polpa, justificando o estudo do processo de transporte.

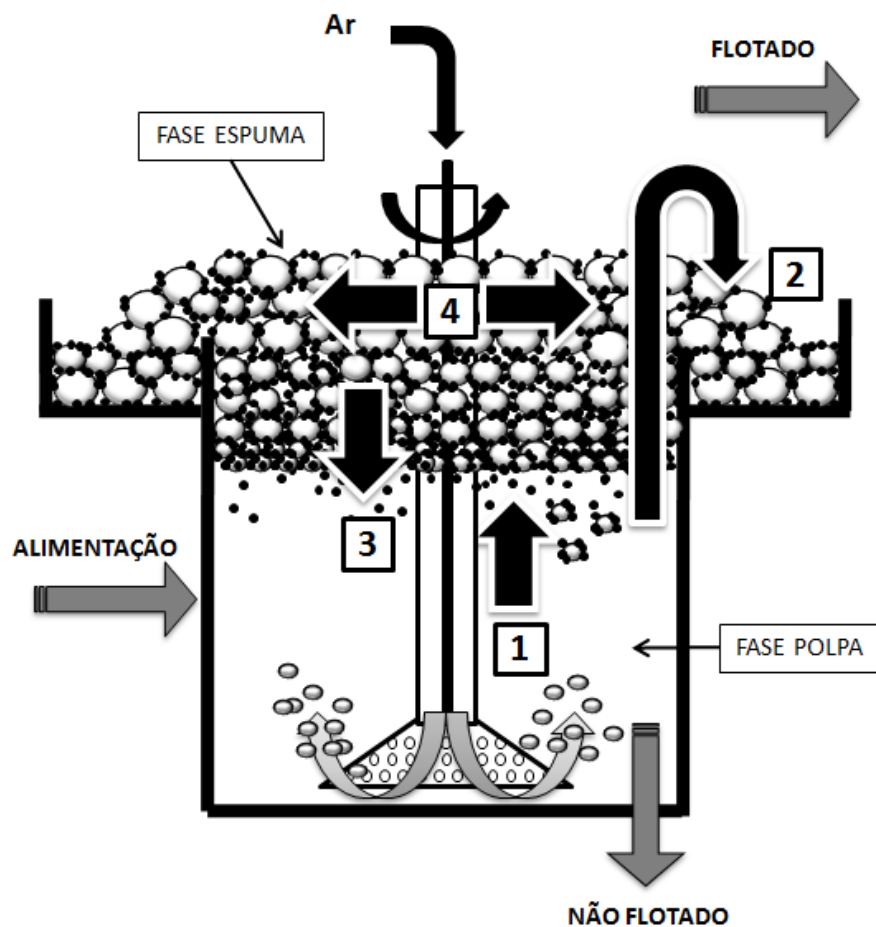


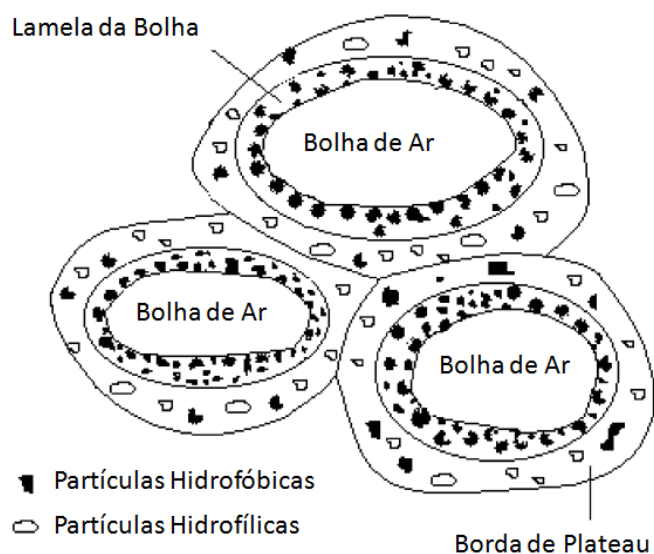
Figura 3-5: Processos de transferência de massa dentro de uma célula de flotação. (1) Flotação verdadeira, (2) Arraste, (3) Drenagem e (4) Deslocamento da espuma (Laplante et al., 1989).

O processo de flotação em escala industrial usualmente é constituído de diversas unidades de flotação operando de modo contínuo e interconectados formando o circuito de flotação. Frequentemente este circuito contém fluxos de recirculação, o que dificulta consideravelmente a tarefa de modelar a flotação em escala industrial considerando todas as interações não lineares das diversas unidades (Cutting et al., 1986).

### 3.2.1 Espuma

As bolhas na fase espuma estão separadas por finas lamelas. As interseções das lamelas são chamadas de bordas de Plateau, onde três lamelas se

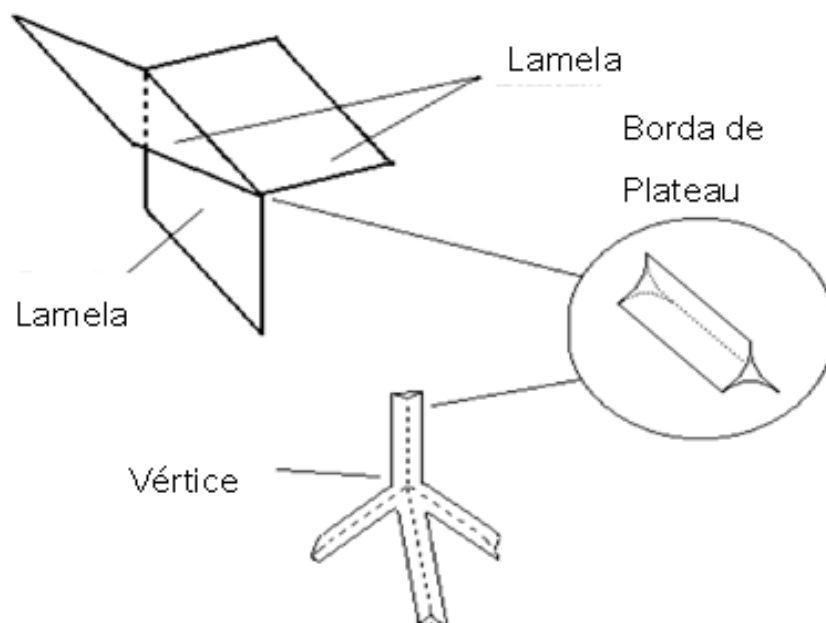
encontram. Quatro bordas de Plateau se encontram em um vértice. As bordas de Plateau e vértices contêm praticamente todo o líquido em uma espuma. Como a curvatura da interface e a tensão superficial exercem uma pressão negativa que drena o líquido das lamelas, só uma fração muito pequena do líquido em uma espuma reside nelas (Figura 3-6).



**Figura 3-6: Estrutura conceitual da espuma (Cilliers et al., 1998).**

Bordas de Plateau e vértices formam uma rede interconectada de canais ao longo do qual ocorre a drenagem do líquido contido na espuma (Neethling et al., 2003), conforme Figura 3-7.

Em uma espuma de 3 fases (ar, líquido e sólido), as lamelas contêm partículas hidrofóbicas aderidas às bolhas. O fenômeno de coalescência na espuma ou explosão das bolhas na superfície, ambas devido à ruptura de lamelas, resulta na liberação de partículas inseridas dentro das bordas de Plateau. Partículas não ligadas às lamelas movem-se livremente através das bordas de Plateau e podem ser drenadas de volta para a polpa.



**Figura 3-7: Componentes principais da estrutura da espuma e seus canais de drenagem (Ventura-Medina & Cilliers, 2002).**

Os termos “*foams*” e “*froths*” são muitas vezes usados para definir a espuma, mas é mais apropriado se referir ao sistema gás-líquido como “*foams*”, onde a quebra da estrutura conduz a uma fase líquida homogênea. Os “*froths*”, em processamento mineral, geralmente contêm partículas sólidas dispersas que conduz a uma estrutura de 3 fases e, quando quebrada, reduz-se a um sistema de 2 fases (Silva, 2008). Em ambos os sistemas, a drenagem conduz a coalescência através da redução da espessura dos filmes aumentando a probabilidade de instabilidade (Pugh, 2005).

### 3.2.2 Flotação verdadeira

Partículas de mineral hidrofóbico, seja esta característica natural ou de forma induzida, são transportadas por processos físico-químicos e mecânicos da fase polpa para a fase espuma. O grau de separação depende de características físico-químicas da superfície mineral em contato com os reagentes e a polpa, da recuperação de água, bem como de muitas outras variáveis do processo.

Sua dinâmica está intimamente ligada à colisão eficiente das partículas minerais às bolhas e à adesão das mesmas à sua lamela (Leja, 1982).

Leja (1982) afirma que "a adesão seletiva de uma partícula hidrofóbica a uma bolha de ar em uma célula de flotação constitui a ação mais importante do processo de flotação e é seu objetivo primário".

### **3.2.3 Arraste**

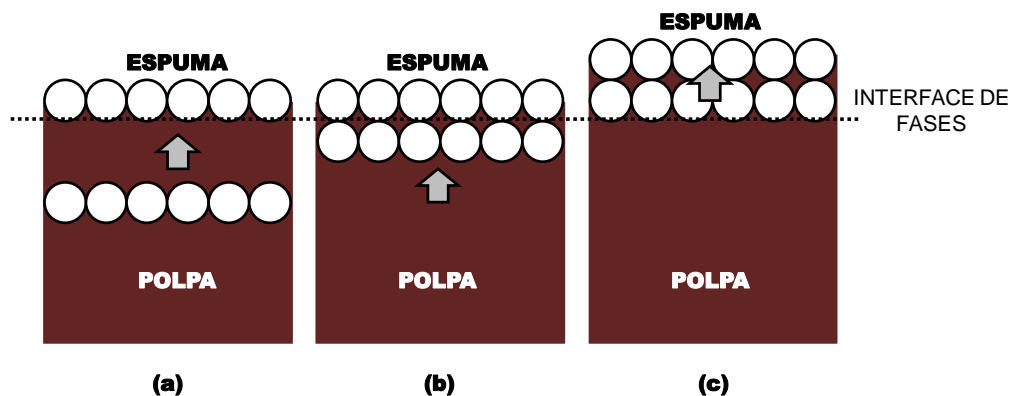
A fase polpa consiste de uma mistura heterogênea de partículas minerais de diversas composições, propriedades e tamanhos. Durante o mecanismo de flotação, partículas hidrofílicas e hidrofóbicas são carregadas pelas bolhas para fase de espuma. Estes mecanismos são conhecidos como transferência seletiva e não seletiva.

A flotação seletiva ocorre exclusivamente através do processo de adesão partícula-bolha e corresponde à flotação verdadeira. A flotação não seletiva ocorre por processos de arraste mecânico e hidráulico (Moys, 1978; Trahar, 1981; Warren, 1985; Ross, 1988; Laplante et al., 1989).

Desta forma, a composição final da espuma, em termo de teores de minerais de minério e da ganga, é heterogênea e dependente do grau de arraste apresentado pela máquina de flotação bem como da eficiência da flotação verdadeira.

Tem sido demonstrado que o conteúdo total de água presente na espuma não pode ser explicado unicamente pela água presente na lamela das bolhas. Outra constatação é que a concentração de sólidos na fase espuma é similar à da fase polpa (Yianatos et al., 1986). Este processo pode ser explicado pelo mecanismo de arraste mecânico da polpa para a fase espuma pelas bolhas que adentram a fase por ascensão. Este fluxo ascendente de bolhas empurra parte da polpa entre os interstícios enquanto as novas bolhas formam a nova

interface das duas fases (Smith & Warren, 1989), como pode ser visualizado na Figura 3-8.



**Figura 3-8: Mecanismo de arraste mecânico de polpa pelas bolhas que adentram a fase espuma. (a) ascensão das bolhas, (b) formação da nova interface polpa-espuma, (c) arraste mecânico da polpa.**

Devido ao fluxo ascendente de bolhas, a água e partículas arrastadas na base da espuma estão na mesma proporção que no nível superior da região de polpa (Bisshop, 1974; White, 1974).

Correlações entre as recuperações de minerais e água têm sido estudadas, demonstrando a relação entre o tamanho de partícula, percentual de sólidos, tamanho de bolhas e a taxa de recuperação de água como fatores que influenciam no arraste (Smith & Warren, 1989; Kirjavainen, 1996).

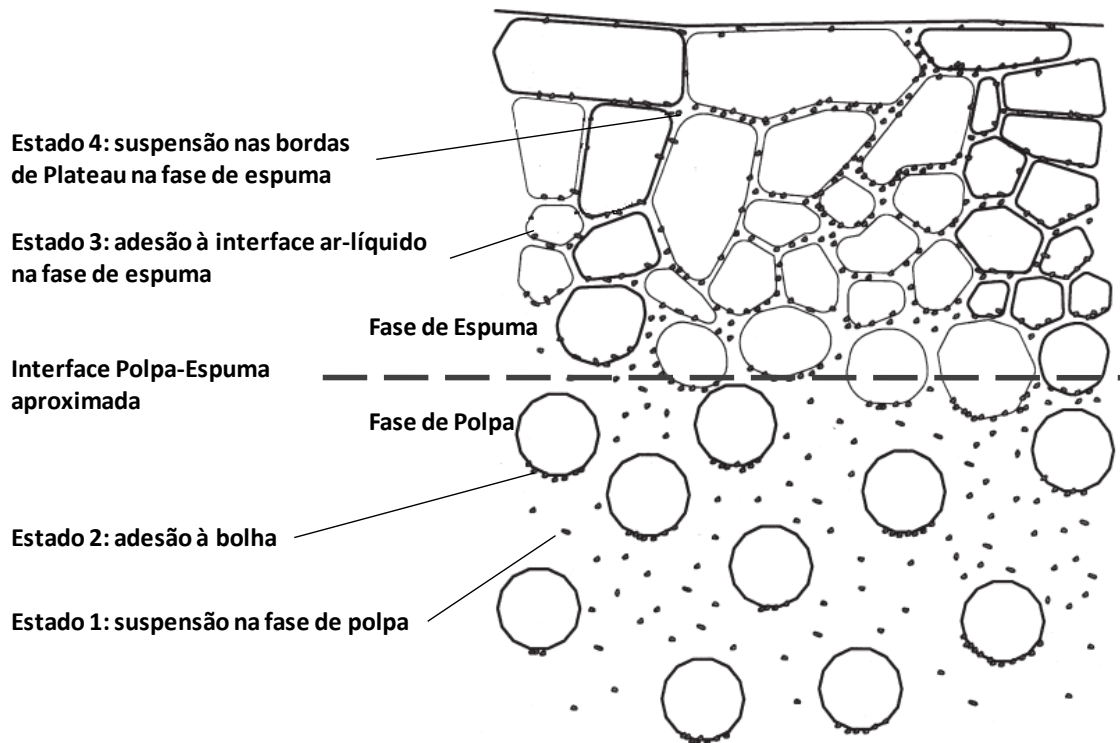
### 3.2.4 Drenagem

A presença da fase espuma em uma célula de flotação permite à água e às partículas arrastadas certo tempo para que possam ser drenadas de volta à fase polpa pelos interstícios das bolhas. Este fenômeno de drenagem contribui significativamente para aumentar a recuperação de mineral minério presente na fase espuma, para flotação direta.

Fica evidente que o processo de drenagem carrega consigo não só o líquido presente na lamela como também as partículas aderidas à bolha e partículas



arrastadas. Uma partícula pode então estar em quatro diferentes regiões dentro de uma máquina de flotação, como pode ser visto na Figura 3-9.



**Figura 3-9: Quatro regiões em que as partículas podem estar em uma máquina de flotação (King, 2001).**

A presença de diferentes concentrações de minerais na espuma de acordo com os teores de cada elemento flotado por flotação verdadeira ou por mecanismos de arraste, em cada instante, propicia à espuma uma cor característica que pode ser utilizada para estimar estas concentrações e por consequência atuar nos parâmetros de controle de forma a otimizar o desempenho da flotação (Oestreich et al., 1995; Hargrave & Hall, 1997; Wright, 1999).

### 3.2.5 Deslocamento da fase espuma

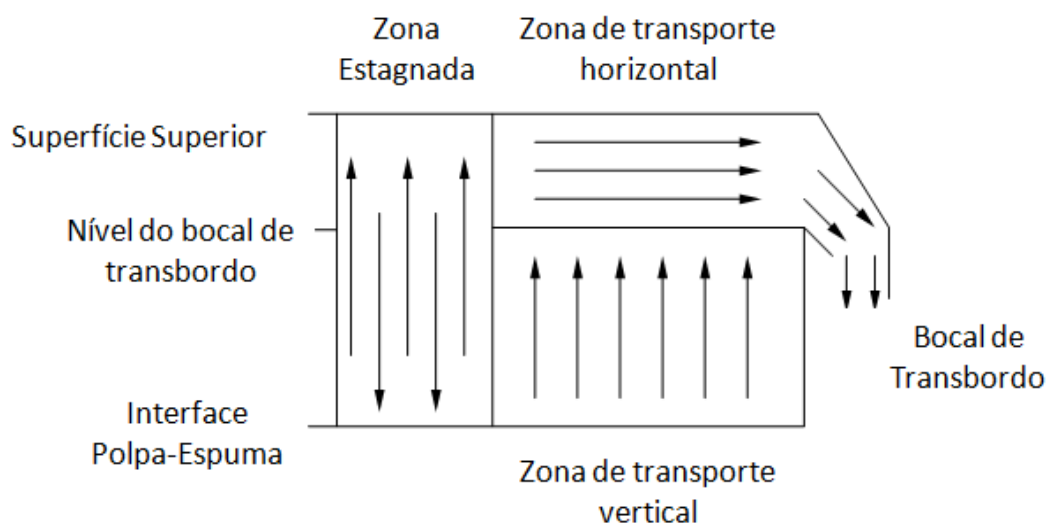
O deslocamento da fase espuma, segundo Zheng et al. (2004), está intimamente ligado a seu tempo de residência. Sob o ponto de vista de um

modelo matemático, a recuperação da fase espuma pode ser descrita pela Equação 3.1:

$$R_f = \int D_f(\beta, \tau_f) \cdot E(\tau_f) d\tau_f \quad (3.1)$$

onde  $R_f$  é a recuperação da fase espuma.  $D_f$  é definido como o mecanismo de descolamento partícula-bolha em função de  $\tau_f$  e  $\beta$ , sendo que  $\tau_f$  é o tempo de residência da espuma,  $\beta$  é o fator de estabilidade da espuma.  $E(\tau_f)$  é a função de distribuição do tempo de residência da espuma.

Na prática esta equação tem pouca utilidade devido a dificuldade em se medir os tempos de residência da fase espuma. O tempo de residência possui uma distribuição não uniforme devido às diferentes trajetórias da bolha. As variações ao longo da superfície superior da camada de espuma ficam mais evidentes em células de grande capacidade. Considerando uma máquina de flotação no formato cilíndrico, de forma simplificada, observam-se três zonas distintas de deslocamento, sendo elas a zona estagnada, a zona de deslocamento vertical e a zona de deslocamento horizontal (Moys, 1984), conforme apresentado na Figura 3-10.



**Figura 3-10: Modelo simplificado de deslocamento de espuma (Moys, 1984).**

A zona estagnada ocorre próxima ao centro da célula. A resistência imposta pela camada de espuma adjacente tende a conter o deslocamento horizontal, saturar a espuma, o que causa um aumento no fenômeno de drenagem e descolamento de partículas das bolhas. Este fenômeno ocorre frequentemente quando há uma camada de espuma espessa, uma baixa vazão de ar e uma distância do centro até a borda de transbordo da célula elevada. Para células industriais em regime constante a transferência bidirecional de material entre a espuma e a polpa está em equilíbrio, porém, o tempo de residência das partículas que entram nesta região será maior (Zheng et al., 2004).

Na zona de transporte vertical assume-se que ocorra regime de fluxo pistão. O fenômeno de coalescência diminui a área superficial das bolhas e por consequência parte das partículas aderidas às bolhas se desprende e retorna para a fase polpa, junto com partículas arrastadas e água. A recuperação desta zona dependerá do grau de coalescência e da drenagem (Zheng et al., 2004).

Matematicamente a velocidade de deslocamento vertical pode ser definida pela Equação 3.2:

$$v_{fv} = \frac{J_g}{\varepsilon_f} \quad (3.2)$$

onde  $v_{fv}$  é a velocidade ascendente da polpa,  $J_g$  é a velocidade superficial do gás na espuma e  $\varepsilon_f$  é o *hold-up* do ar na fase espuma.

O *hold-up* (relação volumétrica ar/líquido) na fase espuma aumenta gradualmente ao longo da espessura da espuma. A velocidade superficial do gás é constante ao longo da camada de espuma, a menos que haja uma variação na seção transversal. Porém, quando ocorre estouro de bolhas na superfície, a cavidade criada é preenchida pela espuma subjacente, causando uma redução na velocidade superficial do gás. Até que a fração do volume da espuma que colapsa possa ser medida, a utilização da Equação 3.2 é limitada (Zheng et al., 2004).

Na zona de transporte horizontal ocorre a transferência da espuma para o transbordo da máquina de flotação. Em regime permanente a quantidade de espuma que transborda na superfície da máquina é igual à da espuma que entra na zona de transporte vertical menos as bolhas que estouram na superfície (Zheng et al., 2004).

Considerando como zero a taxa de colapso de bolhas é possível, por meio de um balanço de massa, determinar os fluxos ascendente e horizontal da espuma. Considerando máquinas de flotação com formato cilíndrico e raio  $R$ , conforme apresentado na Figura 3-11, tem-se as Equações 3.3, 3.4 e 3.5.

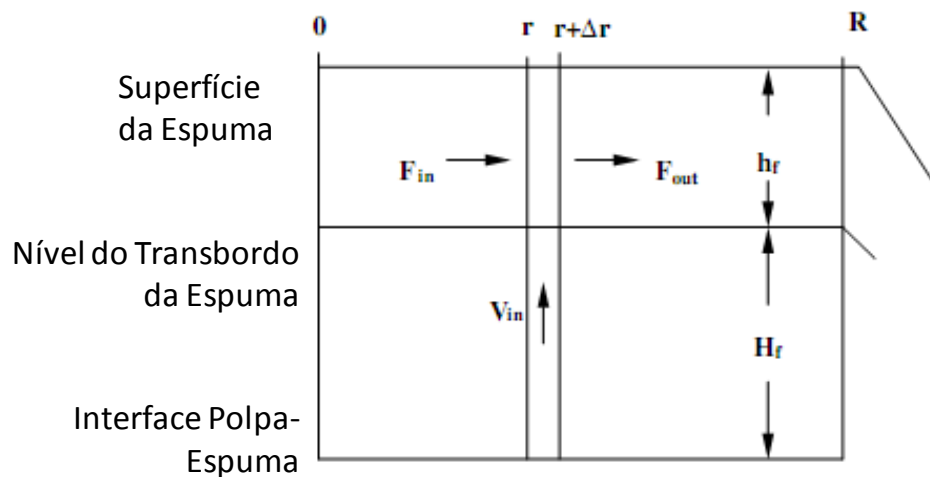


Figura 3-11: Balanço entre a espuma que ascende na camada de espuma e o fluxo horizontal da espuma (Zheng et al., 2004).

$$V(r) = \pi \cdot r^2 \cdot \varepsilon_f \cdot v_{fv} \quad (3.3)$$

$$F(r) = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h_f \cdot \varepsilon_f \cdot v_{fh} \quad (3.4)$$

$$V(r) = F(r) \quad (3.5)$$

Onde  $V(r)$  representa o volume ascendente de espuma a uma distância  $r$  do centro,  $F(r)$  representa o volume que se desloca horizontalmente a uma mesma

distância  $r$ ,  $\varepsilon_f$  é o *hold-up* (considerado constante) e  $h_f$  é a altura da camada de espuma acima do nível do transbordo.

A partir das equações 3.2, 3.3, 3.4 e 3.5 a velocidade de deslocamento horizontal da espuma pode ser definida pela equação 3-6:

$$v_{fh} = \frac{r \cdot J_g}{2 \cdot h_f \cdot \varepsilon_f} \quad (3.6)$$

onde  $r$  representa a distância do ponto  $r$  até o centro da máquina de flotação.

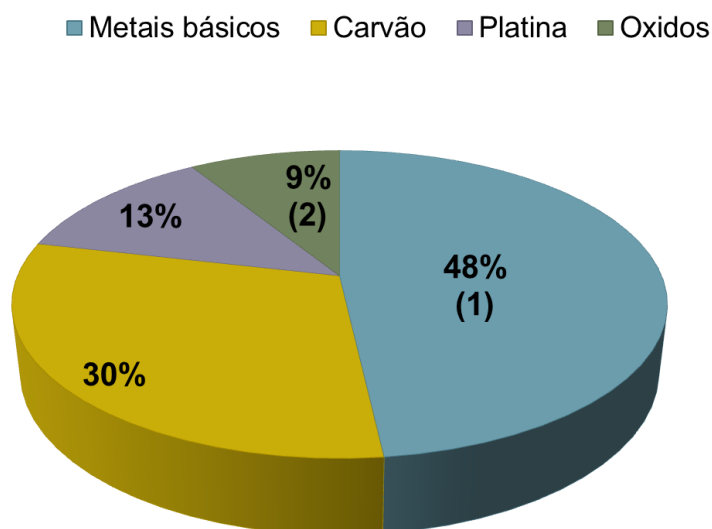
A velocidade de deslocamento horizontal pode ser obtida através de técnicas de tratamento de imagem, sendo utilizada na indústria como parâmetro de controle de processo, como pode ser visto em Botha (1999), Botha et al. (1999), Francis e De Jager (2001), Holtham e Nguyen (2002), Forbes e De Jager (2007) e Barbian et al. (2007).

### 3.3 CARACTERÍSTICAS OBSERVÁVEIS DA ESPUMA E CONTROLE DE PROCESSO

Estabelecer relações entre os dados obtidos por máquinas de visão computacional aplicada à espuma de flotação e variáveis de controle de processo não é uma tarefa trivial. Alguns exemplos industriais de controle com base em características da espuma podem ser encontrados na literatura (Aldrich et al., 2010).

Aldrich *et al.* (2010) apresentam um estudo da aplicação de sistemas de imagem aplicado a espuma de flotação na indústria de processamento mineral, com base numa análise da literatura aberta realizada pelos autores (Figura 3-12). A maior parte das aplicações (aproximadamente 48,2%) foi relacionada aos metais básicos, os quais na maior parte da indústria incluem minerais portadores de chumbo, cobre e zinco, com alguns artigos relacionados com magnésio, níquel e estanho. Aplicação nas indústrias de carvão (30,4%),

especialmente na China, é o segundo, seguido da aplicação (12,5%) no grupo de indústria metal platina (PGM), a maioria na África do Sul. O restante das aplicações descritas na literatura (8,9%) está associado a óxidos, tais como  $P_2O_5$ ,  $SiO_2$  e  $CaO$ .



**Figura 3-12: Aplicação de sistemas visões da máquina nas indústrias. As percentagens são indicadas na figura (Aldrich et al., 2010).**

O tamanho da bolha foi relatado como variável de controle para dosagem de coletor por Ylinen et al. (2000). Este indicador também foi utilizado no controle de dosagem de sulfato de cobre (ativador de esfalerita) por Hyötyniemi et al. (2001). A mobilidade da espuma, ou velocidade, foi relatada por Brown et al. (2001) como variável a ser utilizada no controle de células *rougher*. Existem também controles mistos que utilizam outras características da espuma, como o controlador de adição de sulfato cúprico em flotação de esfalerita, que baseia suas ações em velocidade da espuma, transparência da bolha e tamanho médio das bolhas (Kartinen & Koivo, 2002).

Moolman et al. (1996) concluíram que a estabilidade e a mobilidade da espuma são as principais propriedades para avaliação da viscosidade, seguidas pelo tamanho de bolhas e pela forma, relacionadas aos subprocessos da fase espuma.

Hatfield e Bradshaw (2003) e van Schalkwyk (2002) mostraram como as medições obtidas por uma máquina de visão podem ser utilizadas para controle da vazão de ar baseado na taxa de alimentação de concentrado em um banco de células *rougher* em um concentrador de mineral portador de platina.

A partir dessas experiências, pode-se concluir que cada planta de flotação vai encontrar as suas dificuldades específicas, visto que a identificação de textura da espuma (avaliação da relação entre as variáveis manipuladas e da aparência) apresenta particularidades de uma planta para outra.

Quatro características observáveis de espuma de flotação são geralmente adotadas pelos operadores para definição de um parâmetro subjetivo, comumente chamado de “aspecto da espuma”, porém, este conhecimento não é catalogado nem organizado de forma a criar uma base confiável de conhecimento empírico.

### **3.3.1 Tamanho de bolhas**

Glembotskii (1972) correlacionou o tamanho de bolhas na fase polpa com o tamanho de bolhas na fase espuma, assumindo que os processos que ocorrem na fase polpa registram uma característica visual na superfície da espuma. O desempenho de flotação está intimamente ligado com o tamanho de bolhas geradas na máquina de flotação, em particular devido ao aumento da taxa de colisão e da eficiência de adesão das bolhas menores (Dobby & Finch, 1986).

#### **3.3.1.1 Influência da concentração de sólidos**

Os efeitos de concentrações altas e baixas de sólidos na espuma afetam a estrutura de espuma de formas diferentes. Altas concentrações de sólidos produzem bolhas grandes, totalmente mineralizadas e sem a presença de topos transparentes (janelas). Esta característica pode ser observada na Figura 3-13. Esta espuma pode, portanto, se tornar estável e excessivamente viscosa.

A presença de partículas pode retardar ou acelerar a coalescência, dependendo da sua forma, tamanho e densidade, e está intimamente ligada ao mecanismo de drenagem e ao descolamento de partículas da bolha (Deventer et al., 2001).

### 3.3.1.2 Influência da vazão de ar

Segundo Moolman et al (1996), há uma estreita relação entre a vazão de ar e o tamanho de bolha na superfície da espuma. A vazão de ar influencia a recuperação e os teores da flotação (Mehrotra & Kapur, 1974) (Engelbrecht & Woodburn, 1975) (Laplante et al., 1983a) (Laplante et al., 1983b).

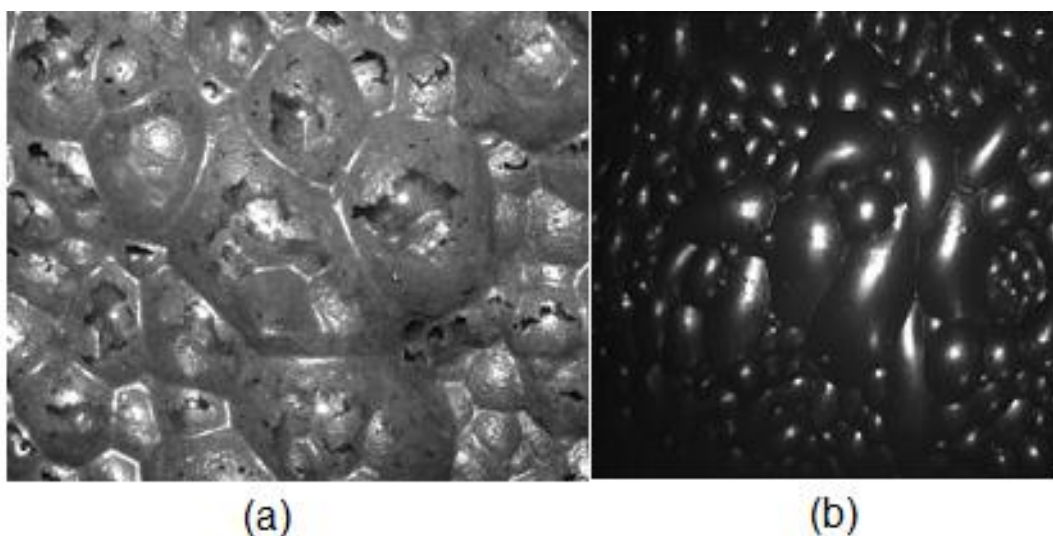


Figura 3-13: (a) Espuma de banco de flotação *cleaner*, com baixa concentração de sólidos, destacando as janelas transparentes no topo, (b) espuma de coluna *cleaner*, sem a presença de janelas e totalmente mineralizadas.

Cutting (1989) demonstrou que mudanças consideráveis ocorrem na estrutura da espuma a altas vazões de ar, resultando principalmente em uma elevação na concentração de sólidos na espuma.

### 3.3.1.3 Influência de parâmetros químicos



Em flotação reversa de minério de ferro o agente coletor mais utilizado, as eteraminas, também apresentam propriedades espumantes, dispensando a utilização de espumantes específicos. A flotação é realizada em uma faixa de pH que estabiliza tanto a porção molecular quanto a iônica da amina. Credita-se o efeito coletor à porção iônica e o efeito espumante à porção molecular (Araujo et al., 2005).

Desta forma, o controle de pH apresenta uma característica a mais nestes sistemas de flotação de minério de ferro. Além de determinar a carga superficial nos sólidos em solução, permitindo a adsorção específica, ele determina a concentração de porções espumantes e coletoras da amina.

Finch e Dobby (1990) observaram que o tamanho médio de bolhas decresce com o aumento da concentração de espumante. Uma redução no diâmetro médio das bolhas implica em uma redução na velocidade de ascensão e conseqüentemente o *hold-up* é aumentado.

#### **3.3.1.4 Influência da viscosidade da espuma**

Grandes bolhas são formadas com o aumento da viscosidade da espuma. Isto pode ser o resultado da velocidade de formação de bolhas, ocasionando menor aprisionamento de ar, reduzindo suas dimensões. Dobby e Finch (1986) demonstraram que a bolha aumenta de tamanho com a viscosidade do líquido de acordo com uma lei de potência.

#### **3.3.2 Forma das bolhas**

Segundo Leja (1982), a forma das bolhas também apresenta algumas informações úteis em relação ao desempenho da flotação. Quando a espuma estiver seca, bem drenada, as bolhas são agrupadas e apresentam uma forma poliédrica. Com a drenagem da espuma, a água escoar de volta para a fase polpa, conseqüentemente as bolhas são forçadas a se unir, causando

coalescência e deformação em uma estrutura poliédrica. Nesta fase, a coalescência de drenagem é contraposta pelo revestimento de partículas finas na parte externa das bolhas.

Na forma de poliedros a drenagem da espuma ocorre de tal forma que bolhas adjacentes são forçadas a se unirem por forças capilares e, finalmente, drenam para as bordas de Plateau. Em contrapartida, a presença de bolhas esféricas é uma indicação de uma espuma desmineralizada, rasa, com escoamento rápido e com mineralização pobre (Leja, 1982).

### **3.3.3 Estabilidade da espuma**

A estabilidade da espuma é uma das propriedades cruciais na flotação seletiva de minerais. A estabilidade deve ser tal que permita a separação do material flotado seletivamente do material arrastado. Segundo Harris (1982), não há uma transição abrupta entre uma espuma instável e uma espuma firme, porém, é possível distinguir os extremos de uma espuma instável ou transitória de uma persistente ou metaestável.

Os reagentes são os principais responsáveis por modificar a estabilidade da espuma de flotação, alterando a estrutura e a composição das camadas de adsorção na superfície da bolha e a natureza do recobrimento na superfície do mineral (Glembotskii, 1972). Reagentes que aumentam a força de fixação partícula-bolha aumentam também a estabilidade da espuma.

Em espumas insuficientemente estáveis, as bolhas entram em colapso antes de serem extravasadas pelo transbordo da máquina de flotação. Deste modo, as partículas aderidas às bolhas são desprendidas e são drenadas para a polpa. Neste tipo de espuma, as bolhas tendem a ser esféricas até se tocarem e coalescerem (Moolman et al., 1996).

Por outro lado, uma espuma muito estável pode arrastar uma grande quantidade de mineral minério e por consequência empobrecer o concentrado. Espuma excessivamente estável gera problemas de remoção pelo transbordo.

De acordo com Harris (1982), a estabilidade correta cria uma taxa de coalescência que permite a aglomeração de partículas na interface líquido-ar, expulsando as partículas menos hidrofóbicas e por consequência aumentando a recuperação metálica do processo.

### **3.3.4 Mobilidade da espuma**

Uma relação que pode ser observada na flotação é a dependência da recuperação de metálica sobre a recuperação de água. Para uma taxa de aeração e altura da espuma constante, a recuperação de água vai depender da estabilidade e mobilidade da espuma (Engelbrecht & Woodburn, 1975).

Da observação da espuma pode-se identificar um movimento gradual em toda a superfície em direção ao transbordo da máquina de flotação. Trabalhos no sentido de modelar o deslocamento na fase espuma mostram a dificuldade de se obter um modelo de regime único, sendo então definidos dois modelos: o de regime móvel e o imóvel (Ellis et al., 1993). Cutting (1989) demonstrou que a espuma é mais complexa do que se esperava, com um alto grau de mistura nos níveis inferiores. O quadro geral se apresenta com um nível de quase mistura perfeita até regime de fluxo pistão nos níveis superiores.

No entanto, ocorrem consideráveis variações laterais de estrutura ao longo da espuma de flotação. Observações da espuma realizadas por Cutting et al., (1986) e Cutting (1989) apontam algumas considerações:

- a variação de padrão de escoamento da espuma ao longo da superfície perpendicular ao transbordo é evidente;
- a textura da espuma na borda da máquina de flotação é diferente daquela no centro, indicando que o material do transbordo é

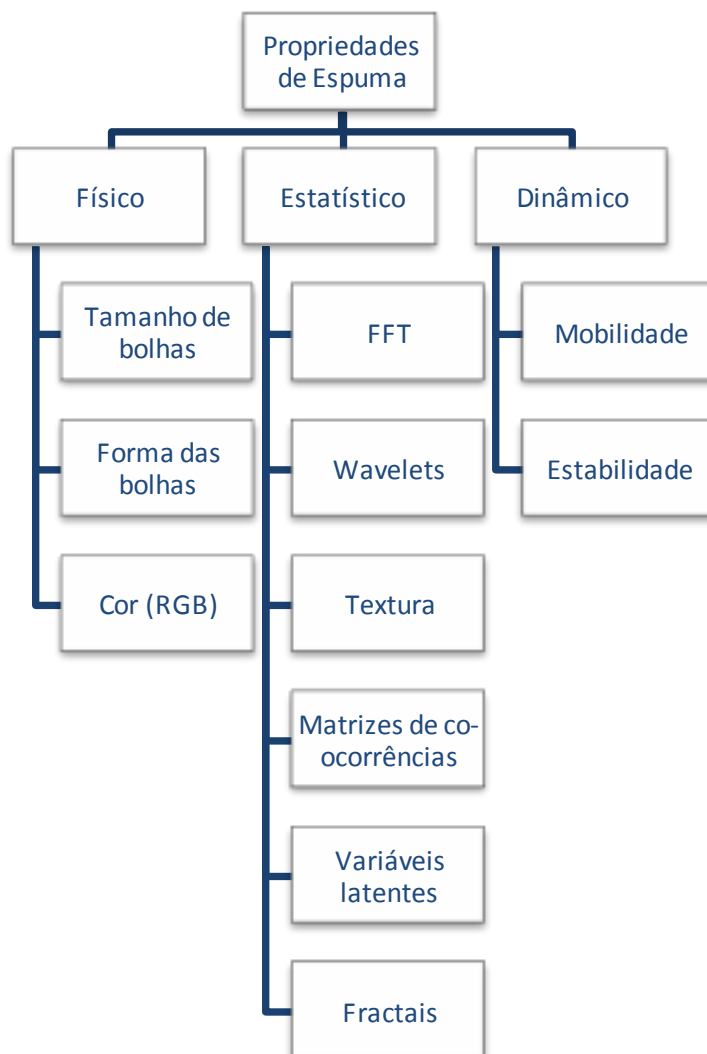
composto pela espuma que sobe adjacente à parede da máquina mais o material que se desloca para o transbordo devido ao gradiente hidráulico;

- os efeitos citados acima são mais evidentes em células *cleaner*, sendo observada uma progressão nas velocidades em operações *cleaner*, *rougher* e *scavenger*, para o caso de flotação direta.

### 3.4 MÁQUINAS DE VISÃO DE ESPUMA E IMAGENS DIGITAIS

As técnicas de tratamento de imagem para processamento de propriedades visuais de espumas de flotação dividem-se em três grandes categorias que definem o tipo de propriedade a ser mensurada e qual a técnica a ser adotada, conforme Figura 3-14, sendo estas categorias:

- física: analisa propriedades visuais acessíveis ao olho humano e que possibilitem adquirir conhecimentos relativos a forma da bolha, tamanho de bolha e cor da espuma, além de outras características observáveis como taxa de carregamento (mineralização) da bolha.
- estatística: analisa variáveis latentes à espuma e inacessíveis a análise humana de forma direta, porém, sua relação com o desempenho operacional é notável. Esta abordagem é a que apresenta o maior número de trabalhos e de técnicas utilizadas.
- dinâmica: analisa variáveis baseada na comparação entre diferentes instantes de captura da imagem da espuma. Comumente se obtêm duas imagens consecutivas e se realiza a análise baseada nas mudanças ocorridas entre os instantes  $k$  e  $k+1$ , analisando a mobilidade (velocidade e direção), estabilidade (taxa de colapso de bolhas e variações na aparência da espuma).



**Figura 3-14: Abordagens de tratamento de imagens e propriedades de espuma exploradas (Aldrich et al., 2010).**

A Tabela 3-1 apresenta um resumo das principais variáveis exploradas na literatura e as diversas técnicas disponíveis para cada abordagem.

Uma revisão detalhada sobre as diferentes abordagens e algoritmos utilizados para obtenção das propriedades visuais de espumas de flotação pode ser encontrada em Aldrich et al. (2010).

**Tabela 3-I: Resumo de técnicas de extração de propriedades visuais de espuma de flotação (Aldrich et al., 2010).**

<i>Tipo</i>	<i>Variáveis Estudadas</i>	<i>Método</i>
Físico	Tamanho de Bolhas e Forma	Detecção de Bordas
		Watershed
	Cor	Espectro de Cores (RGB)
Estatístico (Textura)	Coeficientes FFT	Transformada Rápida de Fourier
	Coeficientes Wavelet	Análise de Wavelets
	Variáveis de Textura	Espectro de Textura
	Co-ocorrência	Métodos de co-matriz
	Descritores de Fractais	Análise de Fractais
	Variáveis Latentes	Componentes Principais
Redes Neurais Artificiais		
Dinâmico	Mobilidade	Rastreamento de Bolhas
		Rastreamento de Blocos
	Estabilidade	Traçador de Pixel
		Média dos Pixels
		Dinâmica de Bolhas

### 3.4.1 Textura

Não existe uma definição formal para textura em imagens, mas este descritor intuitivamente fornece medidas de propriedades como suavidade, rugosidade e regularidade, entre outras (Gonzalez & Woods, 2000).

A textura de uma imagem pode ser descrita como um conjunto de métricas calculadas do processamento digital projetada para quantificar propriedades qualitativas de uma imagem.

As texturas são usadas naturalmente pela percepção humana no reconhecimento de objetos e de padrões e, portanto, são características importantes na análise de imagens. Uma alternativa para visualizar a textura como distribuição de frequência espacial é visualizá-la como uma medida da quantidade de borda por unidade de área. Texturas grosseiras têm um

pequeno número de bordas por unidade de área. Texturas finas têm um elevado número de bordas por unidade de área.

Bartolacci et al. (2006) compararam as matrizes de co-ocorrência (*GLCM*) e medidas de textura baseadas em transformada *wavelet* para determinar qual é o método mais adequado para predição de teor em uma operação industrial de flotação de mineral portador de zinco. Os métodos baseados na *GLCM* forneceram resultados melhores quando comparados os coeficientes de determinação obtidos por mínimos quadrados parciais do que a abordagem *wavelet*, embora ambos apresentassem resultados adequados para a tarefa de classificação da classe de espuma.

Similar a matriz de co-ocorrência se apresenta a matriz de dependência da escala de cinza do vizinho (*NGLDM*). Moolman et al. (1995b) demonstraram que ambas as técnicas estatísticas de descritores de textura (*GLMC* e *NGLDM*) podem ser utilizadas em conjunto a uma rede neural artificial para identificar cinco classes de espuma diferentes a partir de imagens de células industriais de flotação de cobre.

#### **3.4.1.1 Matriz de Co-ocorrência**

Matriz de co-ocorrência é um dos métodos estatísticos utilizado para caracterizar texturas. O uso principal da Matriz de co-ocorrência é caracterizar texturas em uma imagem por meio de um conjunto de estatísticas para as ocorrências de cada nível de cinza em pixels diferentes ao longo de diferentes direções.

Haralick et al. (1973) propuseram um método para extração de características de texturas baseado na relação espacial existentes entre os níveis de cinza da imagem, calculando as matrizes de co-ocorrência e, a partir delas, determinaram 14 descritores estatísticos que caracterizam a textura.

Algumas das abordagens estatísticas para a classificação de textura são unidimensionais, como espectro de potência de Fourier, estatísticas da diferença de nível de cinza, de segunda ordem, de comprimento de execução de nível de cinza, e as matrizes de co-ocorrência genéricas. Elas são baseadas em características dependentes do ângulo de análise (Sun & Wee, 1983).

Haralick et al. (1973) extrapolaram o conceito de textura e transformaram em uma definição geral de matriz de co-ocorrência bidimensional, que não tem necessariamente uma dependência angular.

Matrizes de co-ocorrência de níveis de cinza (*Gray Level Cooccurrence Matrices* – GLCM) são funções de distribuição de probabilidades conjuntas de ocorrência dos atributos de pares de pixels separados por uma determinada distância em uma direção fixa sobre uma imagem em tons de cinza (Sabino et al., 2004).

Os elementos de uma matriz de co-ocorrência descrevem a frequência com que ocorrem transições nos níveis de cinza em uma imagem (Haralick et al., 1973). Ou seja, um elemento na linha  $i$  e coluna  $j$  com valor  $p$  nessa matriz indica que houve  $p$  variações do nível de cinza  $i$  para o nível de cinza  $j$ . Portanto, o número de linhas e colunas dessa matriz é proporcional à quantidade de níveis de cinza e independe das dimensões da imagem em análise.

A co-ocorrência, na sua forma geral, pode ser especificada por uma matriz de frequências relativas  $P(i, j; d, \theta)$ , na qual dois elementos de textura vizinhos, separados por uma distância  $d$  em uma orientação  $\theta$  ocorrem na imagem, um com propriedade  $i$  e o outro com propriedade  $j$ . Instanciando essa definição para co-ocorrência de níveis de cinza, os elementos de textura são pixels e as propriedades são os níveis de cinza. Os valores de  $\theta$  usuais são  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  e  $135^\circ$ , conforme a Figura 3-15.



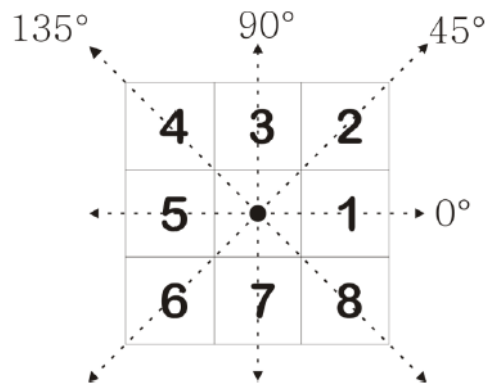


Figura 3-15: Orientações para obtenção da GLCM (Haralick et al., 1973).

Geralmente, o parâmetro distância  $d$  é fixo para todas as análises, sendo então obtidas 4 matrizes *GLCM* calculadas para as 4 orientações. Essas devem ser normalizadas e a partir delas podem-se extrair informações estatísticas de segunda ordem que descrevem componentes de textura. Um exemplo de cálculo da matriz *GLCM*, com  $d$  igual a uma unidade e  $\theta$  igual a  $0^\circ$  pode ser visualizado na Figura 3-16.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1	5	6	8			
2	2	3	5	7	1			
4	4	5	7	1	2			
8	8	5	1	2	5			

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	2	0	0	1	0	0	0
2	0	0	1	0	1	0	0	0
3	0	0	0	0	1	0	0	0
4	0	0	0	0	1	0	0	0
5	1	0	0	0	0	1	2	0
6	0	0	0	0	0	0	0	1
7	2	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	1	0	0	0

Figura 3-16: Exemplo de cálculo da matriz *GLCM* (MathWorks, 2012).

Haralick et al. (1973) enfatizam que as matrizes *GLCM* são funções dos dois parâmetros, distância e orientação, sendo as matrizes sensíveis à rotação da imagem. Para contornar esta dependência, pode-se calcular a média das quatro orientações a fim de minimizar o efeito da rotação.

Para otimizar a execução do algoritmo pode-se restringir a quantidade de níveis de cinza da imagem, que normalmente possui uma resolução de 8 *bits*

*per-pixel* (faixa de  $2^8$  níveis). Algumas aplicações não apresentam perda sensível de informação reduzindo o número de níveis de cinza (Baraldi & Parmiggiani, 1995; Aldrich et al., 2010).

Segundo Baraldi e Parmiggiani (1995) e Hall-Beyer (2007), dentre as 14 medidas estatísticas propostas originalmente, as seis seguintes apresentam maior relevância: a energia, a entropia, o contraste, a variância, a correlação e a homogeneidade.

De modo comparativo, pode-se observar as diferenças nas formas das matrizes *GLCM* e *NGLDM* na Figura 3-17.

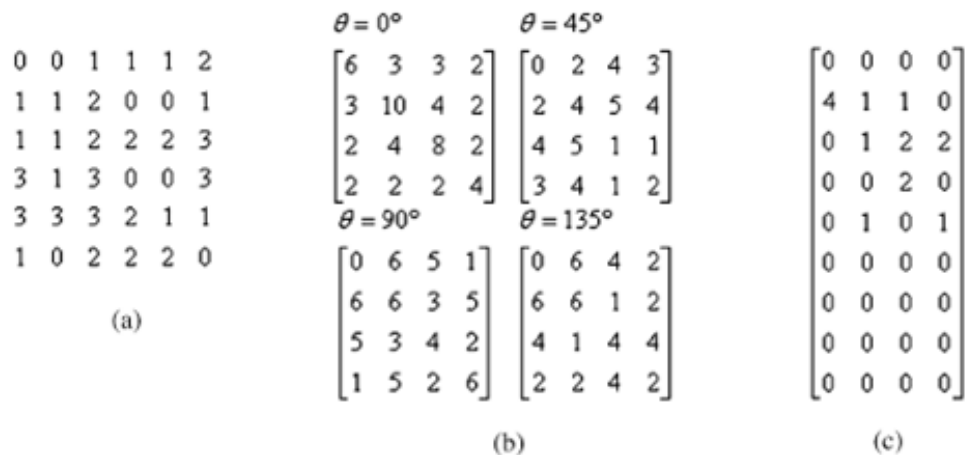


Figura 3-17: Exemplo de construção das matrizes *GLCM* e *NGLDM*. (a) nível de cinza de uma imagem; (b) matrizes *GLCM* obtidas de (a), para  $d=1$ ; (c) matriz *NGLDM* obtida a partir de (a), para  $d=1$  e  $T=0$  (Zheng et al., 2006).

### 3.4.1.1.1 Energia

A energia também é conhecida como Segundo Momento Angular ou Uniformidade. Segundo Baraldi e Parmiggiani (1995), este descritor mede o quão uniforme é a textura da imagem, i.e, repetições de pares de *pixels*. Valores altos de energia ocorrem quando a distribuição de níveis de cinza na imagem é constante ou periódica (Shokr, 1991). Este descritor pode ser calculado pela Equação 3.7, sendo  $N$  o número de níveis de cinza da imagem.

$$f_1 = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} (p(i, j))^2 \quad (3.7)$$

### 3.4.1.1.2 Entropia

Este descritor mede a desordem de uma imagem. Quando uma imagem não é texturalmente uniforme, muitos elementos da matriz *GLCM* possuem valores pequenos, implicando em um alto valor de entropia (Baraldi & Parmiggiani, 1995). Considerando uma imagem gerada por valores aleatórios, o histograma é uma função constante e a entropia é máxima (Shokr, 1991). Este descritor pode ser calculado pela Equação 3.8.

$$f_2 = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} p(i, j) \cdot \log(p(i, j)) \quad (3.8)$$

### 3.4.1.1.3 Contraste

Segundo Baraldi e Parmiggiani (1995), a frequência espacial é a diferença entre o maior e o menor valor de um conjunto de pixels. Esta definição é válida também para o contraste *GLCM*. Um baixo valor de contraste representa uma concentração de valores próximos à diagonal principal da matriz *GLCM*. É uma estimativa das variações locais ao quadrado dos níveis de cinza entre pares de pixels. Esta medida é também chamada de soma do quadrado da variância. O contraste *GLCM* é altamente correlacionado com o contraste de primeira ordem. Este descritor pode ser calculado pela Equação 3.9.

$$f_3 = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} (i - j)^2 \cdot p(i, j) \quad (3.9)$$

#### 3.4.1.1.4 Variância

Segundo Baraldi e Parmiggiani (1995), a variância *GLCM* é uma medida da heterogeneidade da imagem. Este descritor pode ser calculado pela Equação 3.11, sendo que a Equação 3.10 permite determinar a média da matriz *GLCM*.

$$\mu = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} i \cdot p(i, j) \quad (3.10)$$

$$f_4 = \sigma^2 = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} (i - \mu)^2 \cdot p(i, j) \quad (3.11)$$

#### 3.4.1.1.5 Correlação

A correlação *GLCM* é uma medida da dependência linear em escala de cinza da imagem, em uma determinada direção. Uma alta correlação (próxima da unidade) implica em uma dependência linear entre os níveis de cinza de pares de pixels. Segundo Baraldi e Parmiggiani (1995), a variância é uma medida da heterogeneidade da imagem. Este descritor pode ser calculado pela Equação 3.12, sendo que a variância  $\sigma^2$  é determinada pela Equação 3.11.

$$f_5 = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} (i - \mu) \cdot (j - \mu) \cdot \frac{p(i, j)}{\sigma^2} \quad (3.12)$$

#### 3.4.1.1.6 Homogeneidade

Este descritor foi originalmente descrito por Haralick et al. (1973) como o Momento da Diferença Inversa. A homogeneidade *GLCM* é uma medida da homogeneidade da imagem em escala de cinza e ela assume valores altos para pequenas diferenças em níveis de cinza entre pares de elementos

(Baraldi & Parmiggiani, 1995). Este descritor pode ser calculado pela Equação 3.13.

$$f_5 = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} \frac{1}{1 + (i - j)^2} \cdot p(i, j) \quad (3.13)$$

#### 3.4.1.1.7 Elipse

Este descritor foi proposto por Moolman et al. (1995b) como uma forma de medir a excentricidade das bolhas de forma indireta, sendo chamado por eles de razão. A Elipse é uma medida da razão entre a energia medida com  $\theta$  igual a  $90^\circ$  pela energia medida com  $\theta$  igual a  $0^\circ$ . Este descritor pode ser calculado pela Equação 3.14.

$$f_6 = \frac{f_1^{\theta=90}}{f_1^{\theta=0}} \quad (3.14)$$

#### 3.4.1.2 Matriz de dependência do vizinho

As características de textura de uma imagem são definidas pelo relacionamento espacial entre os tons de cinza de um pixel com os seus vizinhos. Sun e Wee (1983) propuseram uma abordagem utilizando informações angularmente independentes, por considerar a relação entre um *pixel* e todos os seus vizinhos ao mesmo tempo a certa distância, em contraponto às relações em uma direção de cada vez, reduzindo o cálculo exigido para processar a imagem. Estas estatísticas foram chamadas de matriz de dependência da escala de cinza do vizinho (*NGLDM*).

As matrizes *NGLDM* partem do pressuposto de que todas as informações texturais da espuma estão contidas na matriz de dependência da escala de

cinza do vizinho  $Q$ . Essa matriz tem a forma de uma matriz bidimensional, onde  $Q(r, s)$  pode ser entendida como a contagem da frequência de variação da escala de cinza de uma imagem. As dimensões da matriz são  $r \times s$ , onde  $r$  representa o número de níveis de cinza e  $s$  é o número de possíveis vizinhos de um pixel em uma imagem. A matriz  $Q$  pode ser calculada (para números inteiros positivos  $d$  e  $T$ ) contando o número de vezes que a diferença entre cada elemento da imagem  $f(i, j)$  e os seus vizinhos é igual ou inferior a um nível de cinza  $T$  a certa distância  $d$ .

Moolman et al. (1995b) enfatiza a dificuldade de expressar estas propriedades em termos físicos mas destaca sua utilização como conhecimento encapsulado e variável útil para a classificação tipológica de espumas via redes neurais artificiais.

A ineficiência da computação destes valores pode ser elevada considerando a análise de todos os níveis de cinza em uma imagem de alta resolução. O problema pode ser amenizado considerando faixas de intensidade de cinza, muitas vezes sem a perda de informação relativa ao estado da espuma (Aldrich et al., 2010), do mesmo modo como proposto nas matrizes *GLCM*.

Da matriz *NGLDM* podem ser extraídas cinco propriedades, sendo elas a ênfase de pequenos números (*SNE*), ênfase de grandes números (*LNE*), número de não-uniformidade (*NUM*), segundo momento (*SM*) e entropia ( $\epsilon_N$ ). Todos os descritores acima são normalizados por um fator calculado pela Equação 3.15.

$$R = \sum_r \sum_s Q(r, s) \quad (3.15)$$

#### 3.4.1.2.1 Ênfase de Pequenos Números

A ênfase de pequenos números fornece uma medida da fineza de uma imagem (Sun & Wee, 1983), e pode ser calculado pela Equação 3.16.

$$SNE = \frac{\sum_r \sum_s \left( \frac{Q(r,s)}{s^2} \right)}{R} \quad (3.16)$$

#### 3.4.1.2.2 Ênfase de Grandes Números

A ênfase de grandes números fornece uma medida da suavidade de uma imagem (Sun & Wee, 1983), e pode ser calculado pela Equação 3.17.

$$LNE = \frac{\sum_r \sum_s (s^2 \cdot Q(r,s))}{R} \quad (3.17)$$

#### 3.4.1.2.3 Segundo Momento

A ênfase de grandes números fornece uma medida da homogeneidade de uma imagem (Sun & Wee, 1983), e pode ser calculado pela Equação 3.18.

$$SM = \frac{\sum_r \sum_s (Q^2(r,s))}{R} \quad (3.18)$$

#### 3.4.1.2.4 Número de Não-Uniformidade e Entropia

O número de não-uniformidade e a entropia provêm informações a respeito da homogeneidade em relação à distribuição das entradas da matriz  $Q$ . Ambos estão relacionados com suavidade, porém, segundo os próprios autores, é complicado explicar qual característica específica de textura eles representam (Sun & Wee, 1983).

A não-uniformidade e a entropia são calculados conforme as equações 3.19 e 3.20, respectivamente.

$$NUN = \frac{\sum_s \left( \sum_r Q(r,s) \right)^2}{R} \quad (3.19)$$

$$\varepsilon_N = \frac{-\sum_r \sum_s [Q(r,s)] \cdot \log(Q(r,s))}{R} \quad (3.20)$$

### 3.4.2 Cor da espuma

A medida exata da cor de espuma de flotação é um problema complexo. Há duas variáveis externas que influenciam a cor observada na superfície da espuma. Esses fatores são a variação diária e sazonal da luz ambiente e da degradação, a longo prazo, no sinal devido à iluminação e instalação da câmera (Morar et al., 2005).

Heinrich (2003) estabeleceu a necessidade de isolamento da imagem de interferências da luz ambiente que incide na espuma e a calibração de cores. Foi proposta a utilização de um sistema de cor que separa a iluminação da cor verdadeira, reduzindo a interferência da luz ambiente. Foram avaliados diferentes espaços de cor e foi concluído que o espaço de cor CIE 'Lab' é o mais adequado para a espuma de flotação da *Kennecott Utah Copper Corporation*.

Um sistema composto por uma capa para isolar a imagem da luz ambiente e um objeto de calibração, que está constantemente exposto para a câmera, foi patenteado para proporcionar uma medição da cor exata e robusta da espuma (de Jager et al., 2004).



Oestreich et al. (1995) analisaram a correlação entre um componente de cor calculado a partir do espaço de cor RGB e o teor de calcopirita-molibdenita. Eles definiram três parâmetros chamados cromatância vermelha (Equação 3.21), cromatância azul (Equação 3.22) e o vetor angular de cor  $v_a$  (Equação 3.23), sendo que o vetor angular de cor apresentou uma boa correlação na predição do teor dos minerais analisados.

$$C_R = 0.877 * (0.701 * \text{Red} - 0.587 * \text{Green} - 0.114 * \text{Blue}) \quad (3.21)$$

$$C_B = -0.493 * (-0.299 * \text{Red} - 0.587 * \text{Green} + 0.886 * \text{Blue}) \quad (3.22)$$

$$v_a = \arctan\left(\frac{C_R}{C_B}\right) \quad (3.23)$$

Hargrave e Hall (1997) investigaram o uso de medição de cor na flotação de mineral portador de estanho. Eles descobriram que um parâmetro, definido como vermelhidão relativa, derivado do espaço de cor RGB está relacionada ao grau de estanho no concentrado. Eles observaram uma variação da  $C_R$  através do circuito de flotação e propuseram um modelo de redes neurais que apresentou uma alta correlação com o teor de concentrado quando avaliado juntamente com a textura.

Bonifazi et al. (1999) computaram a cor da espuma calculando a média e o desvio padrão dos três espaços de cor RGB, HSV e IHS, não observando diferenças na análise de todo o frame ou de somente bolhas com diâmetro maior do que quinze pixels.

Hargrave e Hall (1997) e Bonifazi et al. (1999) deixaram de mencionar o efeito da iluminação sobre medição da cor. Hargrave e Hall (1997) não utilizaram um espaço de cores de iluminação independente, enquanto Bonifazi et al. (1999) fizeram uso de espaços de cores com iluminação independente, porém os parâmetros de seu modelo incluíram o componente de intensidade.

Reddick et al. (2009) avaliaram diversos fatores que influenciam a obtenção das cores de espuma de flotação, destacando o efeito do arraste na cor da espuma. Apesar dos esforços para isolar a interferência externa adotando uma cobertura e um objeto de calibração, os autores relatam que estes esforços não foram suficientes para concluir que a cor é um preditor adequado para o teor.

Morar et al. (2005) utilizaram informações da cor da espuma, juntamente com a velocidade e a estabilidade para modelar o teor de concentrado de flotação de minério portador de cobre. Eles concluíram que a cor não é um parâmetro suficiente para determinação de teores em espuma de flotação, mas utilizada em conjunto com a velocidade de deslocamento e a estabilidade de espuma as correlações aumentam significativamente.

Haavisto (2009) utilizou a espectroscopia de reflexão VNIR em paralelo a uma câmera RGB para determinar os teores de zinco e cobre nas operações da Pyhäsalmi Mine, da Inmet Mining Corporation. Os resultados foram promissores para regressões com os teores de concentrado, porém, o efeito da variações nas propriedades da polpa sobre os espectros VNIR dificultou a análise e diminuiu o desempenho a longo prazo. No entanto, com uma calibração adaptativa, os espectros podem ser interpretados corretamente para produzir uma predição precisa das alterações nos teores (Haavisto, 2009).

### **3.4.3 Deslocamento**

Diversas técnicas de medição de velocidade de escoamento de espuma de flotação estão relatadas na literatura. Entre elas, destacam-se o método de rastreamento de bolhas e o rastreamento de blocos. O aspecto principal na análise de mobilidade é a aquisição de duas imagens consecutivas, com tempo de amostragem definido, de forma a possibilitar a estimação do deslocamento da imagem e daí obterem-se as velocidades de deslocamento vertical e horizontal.

### 3.4.3.1 Rastreamento de bolha

O rastreamento de bolha, ou rastreamento de pixels, desenvolvido por Nguyen e Thornton (1995), envolve combinar um bloco tomado a partir do centro da imagem com os blocos em várias posições na imagem subsequente. O algoritmo procede da seguinte forma:

- Uma região quadrada de cerca de 50 pixels de largura é selecionada a partir do centro de um *frame*;
- No *frame* seguinte são selecionadas, a partir do centro, regiões de busca nas oito direções: norte, sul, leste, oeste, nordeste, noroeste, sudeste e sudoeste. O número de pixels pesquisados ao longo de cada direção é de vinte a trinta pixels, mas pode ser definido conforme a aplicação;
- A posição de melhor correspondência é definida por um critério de minimização de erro, geralmente a soma dos erros quadráticos entre a região original e a analisada;
- O vetor de movimento é então a diferença entre as duas posições; início e melhor correspondência.

Este algoritmo foi utilizado por Nguyen e Holtam (1997) e está implementado no software JKFrothCam<sup>®</sup>, produzido pela JKTech.

Uma abordagem alternativa é realizar a busca em todos os pontos da região de busca definida. Desta forma, pode-se minimizar o erro de aproximação para velocidades de escoamento elevadas, pois quanto maior a região de busca, maior será a distância entre as 8 direções definidas anteriormente.

### 3.4.3.2 Rastreamento de blocos

O rastreamento de blocos é uma técnica utilizada extensivamente na compressão de dados de vídeo conhecida como H.261 e no padrão MPEG-2. O algoritmo de estimação de movimento por rastreamento de blocos utilizado é o de Eliminação Sucessiva, desenvolvido por Li e Salari (1995). A essência da correspondência entre bloco é de que imagens dividem-se em uma série de blocos sobrepostos. O movimento do pixel centrado dentro de um bloco é o vetor posição entre os pixels e os pixels centrais do bloco de melhor correspondência na próxima imagem. A escolha dos pontos centrais é determinada a partir de um critério de máxima ou mínima, ou outro critério de seleção que permita explorar alguma característica específica, i.e., os topos das bolhas da espuma onde normalmente se encontra um *spot* de luz devido à reflexão da iluminação.

A melhor correspondência dos blocos pode ser definida pelo erro médio quadrático (MSE), máxima correlação cruzada (MCC) ou média das diferenças absolutas (MDA). O espaço de busca pode ser feito para variar de uma vizinhança pequena em torno do bloco de interesse, à imagem inteira.

#### **3.4.3.3 Correlação de fase**

O método original de correlação de fase (Kuglin & Hines, 1975) é conhecido por identificar o deslocamento de *pixels* entre pares de imagens, sendo amplamente aplicado para enquadramento de imagens amostradas para fusão e alinhamento de padrões (Yan & Liu, 2008).

A correlação de fase proporciona uma relação simples e direta para a estimativa de deslocamento entre duas imagens baseado na propriedade de translação da Transformada de Fourier: um deslocamento no domínio espacial resulta em uma diferença de fase linear no domínio da frequência (Kuglin & Hines, 1975).

Dada duas funções bidimensionais  $g(x,y)$  e  $h(x,y)$  representando duas imagens cuja diferença entre elas é caracterizada por uma simples mudança

por translação  $a$  no eixo horizontal e  $b$  no eixo vertical (Equação 3.24), e as suas correspondentes transformadas de Fourier definidas por  $G(u,v)$  e  $H(u,v)$  (Equação 3.25), a correlação de fase entre  $G(u,v)$  e  $H(u,v)$  é definida pela normalização do espectro de potência cruzado, conforme Equação 3.26.

$$h(x, y) = g(x - a, y - b) \quad (3.24)$$

$$H(u, v) = G(u, v) \cdot e^{-j(au+bv)} \quad (3.25)$$

$$Q(u, v) = \frac{G(u, v) \cdot H(u, v)^*}{|G(u, v) \cdot H(u, v)^*|} = e^{-j(au+bv)} \quad (3.26)$$

Se  $G(u,v)$  e  $H(u,v)$  são funções contínuas, então a inversa da função  $Q(u,v)$  será a função delta. O pico da função delta identifica a magnitude do deslocamento entre os pares de imagem em valores inteiros (Kuglin & Hines, 1975).

Existem técnicas adequadas para cálculo do deslocamento considerando a magnitude como um valor real (*sub-pixel*), porém, para a aplicação de cálculo de velocidade de deslocamento de espuma de flotação, a abordagem original satisfaz os critérios de precisão na escala mínima de um pixel.

Abordagem similar foi proposta por Hätönen (1999) e empregada por Kaartinen et al. (2006) para determinar o deslocamento da espuma de flotação de minério portador de zinco, porém, por falta de maiores detalhes, não é possível determinar as semelhanças entre os algoritmos.

#### 3.4.4 Tamanho de bolhas

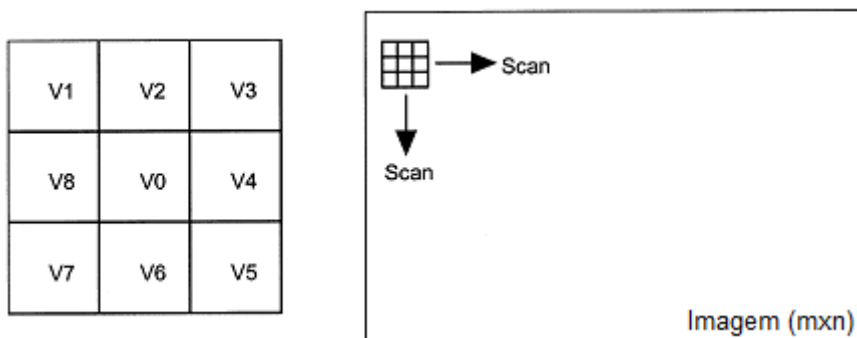
Um grande número de métodos são propostos na literatura para a tarefa de determinar o tamanho de bolhas através da análise de imagens, destacando-se

os algoritmos de detecção de bordas, segmentação e espectro de textura (Aldrich et al., 2010).

A abordagem por espectro de textura se apresenta como um método menos susceptível a variações da iluminação na imagem, e esta característica é interessante para o caso da SAMARCO, visto que as operações ocorrem em espaço aberto e estão sujeitas a iluminação ambiente.

O algoritmo foi originalmente proposto por He e Wang (1990). Hargrave e Hall (1997), Holtham e Nguyen (2002) e Lin et al. (2008) aplicaram a análise espectral da textura para classificação tipológica em espumas de flotação.

A análise espectral consiste de um histograma calculado pela aplicação de uma máscara 3x3 deslocada *pixel a pixel* sobre a imagem analisada, conforme apresentado na Figura 3-18.



**Figura 3-18: Máscara de análise de textura e o processo de escaneamento da imagem (Holtham & Nguyen, 2002).**

$$V_i \quad (i = 1, 2, \dots, 8)$$

Essa matriz é denominada unidade de textura (UT), sendo a intensidade de cinza do pixel central definido como  $V_0$  e de seus vizinhos  $V_i$  ( $i=1,2,\dots,8$ ).  $V_i$  pode ser menor, igual ou maior que  $V_0$ , podendo assumir um destes estados. A combinação de todas as UT's possíveis é igual a  $3^8 = 6561$ . Cada UT pode ser representada por um número de 0 a 6560, chamado Número da Unidade de Textura ( $N_{UT}$ ).

O espectro de textura é disposto na forma de um histograma de frequência de todos os UT's, sendo a abscissa os valores dos  $N_{UT}$  e a ordenada representando a frequência de ocorrência.

O centro do histograma, denominado de Mid\_TU, é definido pela  $UT=3280$  e ocorre quando todos os valores dentro da máscara  $3 \times 3$  são iguais. Bolhas grandes tendem a possuir um Mid\_TU grande, dada a menor quantidade de bordas na imagem (Holtham & Nguyen, 2002).

Observa-se na Figura 3-19 a diferença dos espectros para duas espumas com tamanho de bolhas diferentes, destacando o pico central no histograma.

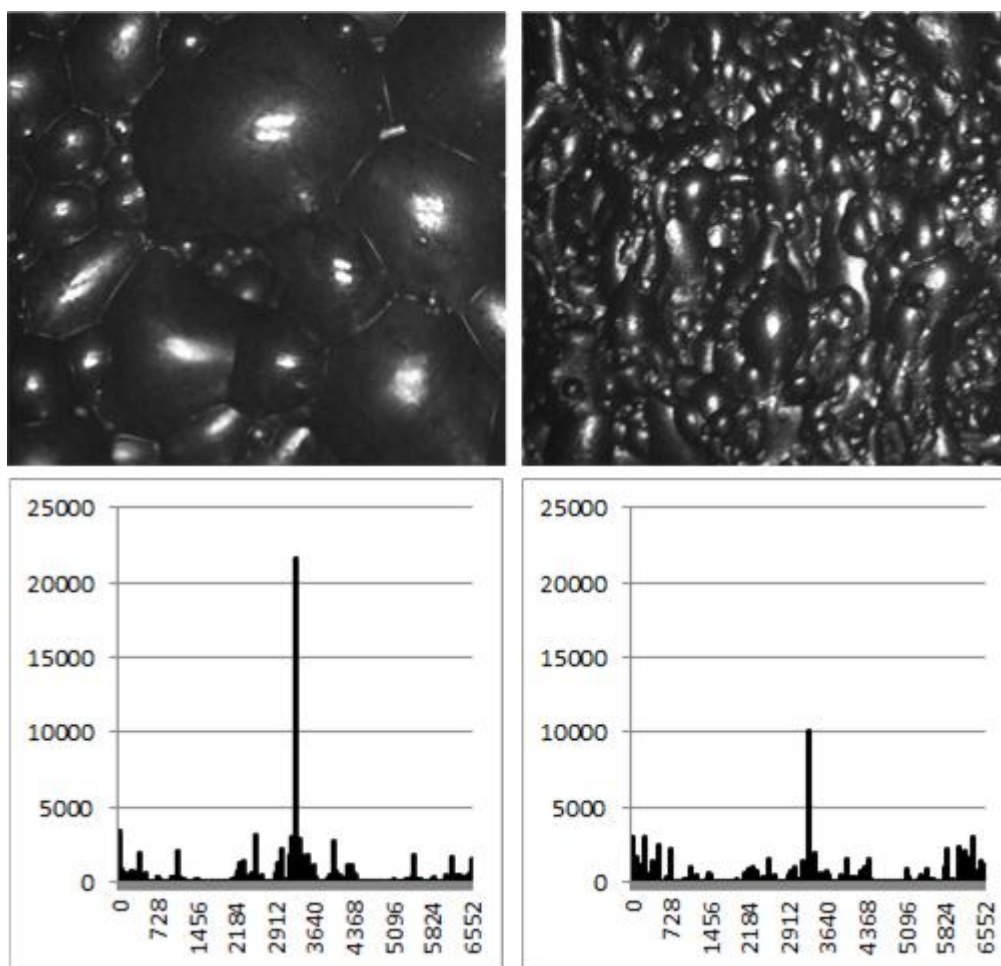


Figura 3-19: Espumas de flotação e seu respectivo espectro de textura.

### 3.5 MODELO AUTO REGRESSIVO

Segundo Aguirre (2004), um modelo auto regressivo pode ser obtido partindo-se do modelo geral para representação de sistemas lineares discretos definido pelas Equações 3.27 a 3.29:

$$A(q)y(k) = \frac{B(q)}{F(q)}u(k) + \frac{C(q)}{D(q)}v(k) \quad (3.27)$$

$$y(k) = \frac{B(q)}{F(q)A(q)}u(k) + \frac{C(q)}{D(q)A(q)}v(k) \quad (3.28)$$

$$y(k) = H(q) \cdot u(k) + G(q) \cdot v(k) \quad (3.29)$$

onde  $A(q)$ ,  $B(q)$ ,  $C(q)$ ,  $F(q)$  e  $D(q)$ , são polinômios arbitrários,  $y(k)$  é vetor de saída do modelo,  $u(k)$  é o vetor de entradas e  $v(k)$  o ruído.

Definindo  $q^{-1}$  como o operador atraso de tempo, de forma que  $y(k)q^{-1} = y(k - 1)$ , os polinômios  $A(q)$ ,  $B(q)$ ,  $C(q)$ ,  $F(q)$  e  $D(q)$  podem ser definidos como:

$$\begin{aligned} A(q) &= 1 - a_1 \cdot q^{-1} - \dots - a_{n_y} \cdot q^{-n_y} \\ B(q) &= 1 - b_1 \cdot q^{-1} - \dots - b_{n_u} \cdot q^{-n_u} \\ C(q) &= 1 - c_1 \cdot q^{-1} - \dots - c_{n_v} \cdot q^{-n_v} \\ D(q) &= 1 - d_1 \cdot q^{-1} - \dots - d_{n_d} \cdot q^{-n_d} \\ F(q) &= 1 - f_1 \cdot q^{-1} - \dots - f_{n_f} \cdot q^{-n_f} \end{aligned} \quad (3.30)$$

As funções  $H(q)$  e  $G(q)$  são definidas como funções de transferência do processo e do ruído, respectivamente, ou seja,  $H(q)$  é o resultado da substituição  $q^{-1} = z^{-1}$  na transformada unilateral Z da resposta ao impulso do processo  $h(k)$ . A rigor,  $H(z)$  é uma representação no domínio da frequência, ao passo que  $H(q)$  é representada no domínio do tempo. Além disso,  $q^{-1}$  é um operador de atraso de tempo, ao passo que  $z^{-1}$  não é um operador, mas o inverso de uma variável complexa (Aguirre, 2004)



O modelo auto regressivo com entrada exógena (ARX) pode ser obtido do modelo geral dado pela Equação 3.27, fazendo  $C(q) = F(q) = D(q) = 1$ , resultando em:

$$y(k) = \frac{B(q)}{A(q)}u(k) + \frac{1}{A(q)}v(k) \quad (3.31)$$

O ruído que aparece adicionado à saída  $e(k) = v(k)/A(q)$  na Equação 3.32 não é um ruído branco.

Desta forma, a partir da Equação 3.32, pode-se formalizar o modelo ARX multivariável como:

$$\mathbf{A}(q) \cdot \mathbf{y}(k) = \mathbf{B}(q) \cdot \mathbf{u}(k) + \mathbf{e}(k) \quad (3.32)$$

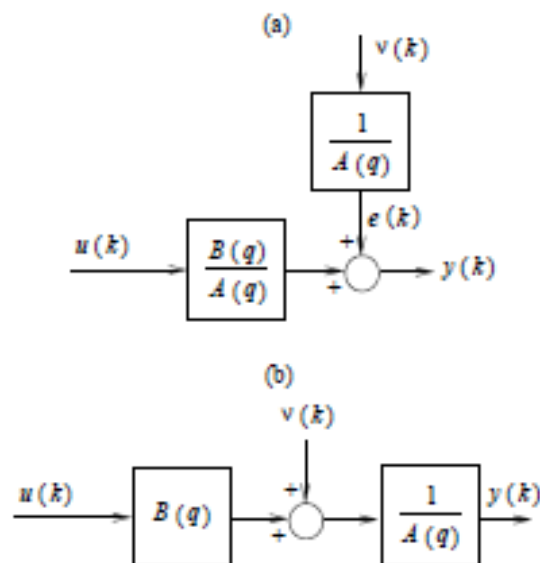


Figura 3-20: Representação esquemática do modelo ARX, que é um modelo de erro na equação (Aguirre, 2004).

Nota-se que  $\mathbf{A}(q)$  e  $\mathbf{B}(q)$  são matrizes de polinômios, sendo  $A_i \in \mathfrak{R}^{p \times p}$  e  $B_i \in \mathfrak{R}^{p \times r}$  e:

$$\mathbf{y}(k) = [y_1(k) \quad y_2(k) \quad \cdots \quad y_p(k)]^T \quad (3.33)$$

$$\mathbf{u}(k) = [u_1(k) \quad u_2(k) \quad \cdots \quad u_r(k)]^T \quad (3.34)$$

$$\mathbf{e}(k) = [e_1(k) \quad e_2(k) \quad \cdots \quad e_r(k)]^T \quad (3.35)$$

$$\mathbf{A}(q) = I - A_1 \cdot q^{-1} - \cdots - A_{n_y} \cdot q^{-n_y} \quad (3.36)$$

$$\mathbf{B}(q) = B_1 \cdot q^{-1} - \cdots - B_{n_u} \cdot q^{-n_u} \quad (3.37)$$

É comum representar a Equação (3.32) da forma:

$$\mathbf{y}(k) = \Theta^T \cdot \psi(k-1) + \mathbf{e}(k) \quad (3.38)$$

$$\Theta = [A_1 \quad A_2 \quad \cdots \quad A_{n_y} \quad B_1 \quad B_2 \quad \cdots \quad B_{n_u}]^T \quad (3.39)$$

$$\psi(k-1) = \begin{bmatrix} \mathbf{y}^T(k-1) & \cdots & \mathbf{y}^T(k-n_y) \\ \mathbf{u}^T(k-1) & \cdots & \mathbf{u}^T(k-n_u) \end{bmatrix}^T \quad (3.40)$$

Das Equações 3.38 a 3.40 conclui-se que  $y(k)$  é linear nos parâmetros, sendo definido  $\theta$  como o vetor de parâmetros e  $\psi(k-1)$  o vetor de regressores.

## 4 MATERIAIS E MÉTODOS

A metodologia utilizada neste estudo envolveu 4 etapas:

- aquisição de imagens da espuma da coluna de flotação 08FC004,
- tratamento de imagem e obtenção de características,
- coleta de dados de processo,
- análise de dados.

De forma geral, as imagens da espuma de flotação de uma das colunas *cleaner* são coletadas pelas câmeras e enviadas a um banco de dados de imagens. Deste banco, as imagens são analisadas e as propriedades são extraídas e um banco de dados de propriedades de espuma foi gerado. Os dados de processo são armazenados no Sistema de Gerenciamento de Dados da Planta (PIMS – *Plant Information Management System*), de onde são extraídos e, juntamente com as propriedades de imagens, compõem o conjunto o conjunto de análise. A Figura 4-1 apresenta uma visão geral desses passos.

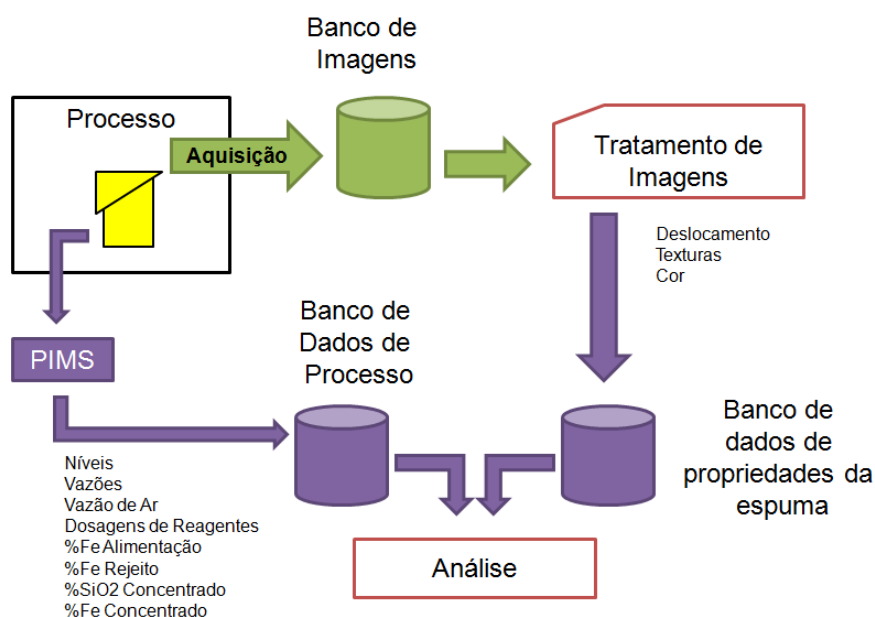


Figura 4-1: Visão geral das etapas de aquisição, tratamento e análise de dados.

#### 4.1 AQUISIÇÃO DE IMAGENS DA ESPUMA DA COLUNA DE FLOTAÇÃO 08FC004

Para a aquisição das imagens da espuma de flotação do circuito de colunas do segundo concentrador da Samarco foi utilizado uma câmera modelo TM-1405GE produzida pela JAI.

A TM-1405GE possui uma interface de saída *Ethernet Gigabit 10-bit/8-bit por pixel* e uma saída analógica 714mV pp vídeo composto (75  $\Omega$ ).

A iluminação foi acoplada junto à câmera sendo composta por seis conjuntos de quinze *leds*, com potência individual de 1W, possibilitando uma iluminação adequada mesmo em condições noturnas. Na Figura 4-2 pode-se visualizar a câmera instalada e o sistema de iluminação.



**Figura 4-2: Câmera JAI TMC-1405GE instalada sobre a coluna de flotação e o detalhe da iluminação**

Apesar de a câmera permitir resoluções de até 1392x1040 *pixels*, foram adquiridas imagens de 1024x1024 *pixels* devido à otimização do algoritmo de transformada rápida de Fourier para a resolução da imagem como um múltiplo de dois, o que facilita o tratamento posterior.

Esse conjunto de câmera e iluminação foi enclausurado em uma caixa de proteção e posicionado a 50cm da camada de espuma, garantindo uma boa visualização, porém, a projeção de material sobre o vidro no fundo da caixa impedia a aquisição constante de imagens, pois bloqueava todo o vidro do

fundo da caixa. Esta projeção de material ocorre quando a bolha estoura na superfície.

A distância da caixa foi modificada para 70cm, eliminando o problema de bloqueio da visibilidade da espuma, porém, prejudicando a iluminação com uma distribuição não uniforme de luz sobre a espuma. Uma compensação a esta má distribuição foi realizada na etapa de tratamento das imagens. A Figura 4-3 apresenta a caixa de proteção e uma visualização interna com o vidro sujo com o material projetado pela espuma.



**Figura 4-3: Caixa de condicionamento da câmera e uma foto do vidro da caixa com material da espuma projetado no fundo.**

Por fim, devido à interferência da luz ambiente, foi desenvolvida uma estrutura modular com uma saia metálica que cobre a área de aquisição da imagem, reduzindo a interferência da luz ambiente, como pode ser visualizado na Figura 4-4.

A coleta das imagens foi realizada através de um servidor dedicado conectado à câmera pelo painel de conexão instalado próximo à coluna de flotação. Nesse painel há um *switch* para conexão de até oito câmeras simultâneas e quatro interfaces de fibra óptica para conversão de sinal e envio até a sala de servidores. O painel de interface pode ser visualizado na Figura 4-5.



**Figura 4-4: Estrutura da instalação das câmeras e seus componentes.**

A câmera foi posicionada sobre uma das colunas *cleaner* da etapa de flotação em colunas sendo este um ponto de controle importante do processo, pois essa coluna é responsável pela ultima etapa de concentração. Após a coluna *cleaner*, a polpa deve possuir a especificação fisicoquímica final para envio à próxima etapa de produção na usina de pelletização. Esta escolha também foi influenciada pela impossibilidade de instalação do conjunto da câmera sobre as outras colunas sem uma grande intervenção.





**Figura 4-5: Painel de interface do servidor com a câmera.**

Foi construído um banco de dados de imagens em período de nove dias de operação, com intervalo de amostragem de um minuto, sendo coletadas quatro imagens sequenciais com intervalo de amostragem de 0,03s (30fps), totalizando 32400 imagens.

As imagens coletadas foram arquivadas para posterior análise, sendo que para a execução desta tarefa foi desenvolvido um programa específico com o auxílio do *SDK* fornecido pelo fabricante da câmera, em linguagem C#. Nesse programa é possível configurar parâmetros como resolução da imagem, tempo de exposição do *CCD* e ganho da câmera, além de permitir a realização ou não de balanço de branco da imagem adquirida. A interface do software pode ser visualizada na Figura 4-6.

As imagens foram agrupadas em pastas segregadas nomeadas pelo horário da aquisição, permitindo o rastreamento da imagem e das variáveis de processo no momento da aquisição.

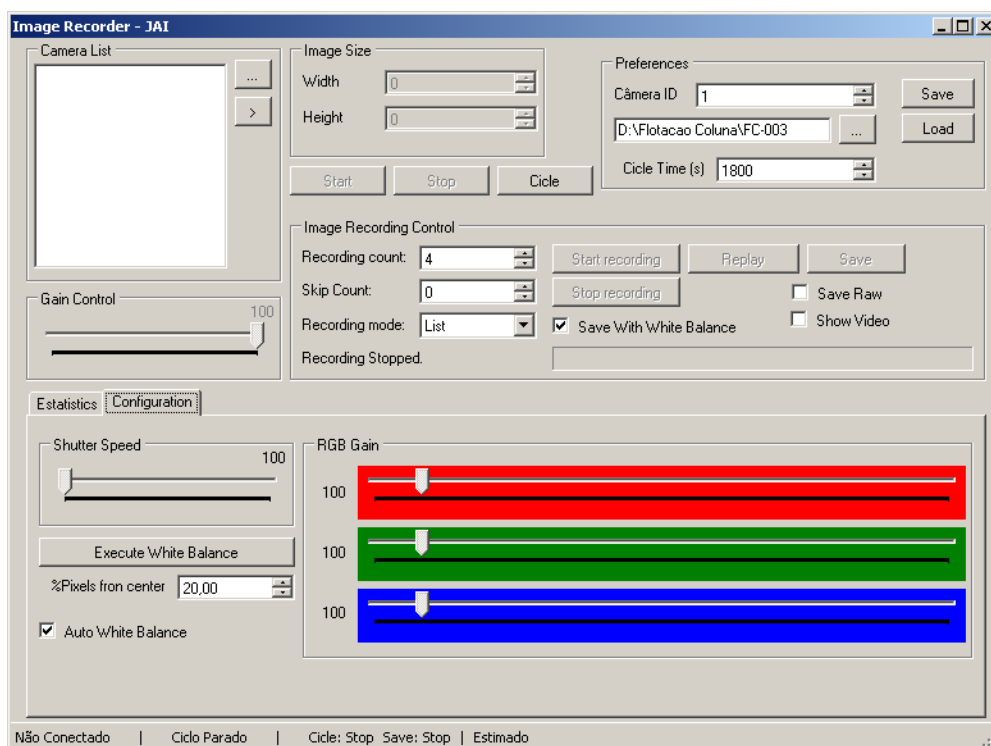


Figura 4-6: Interface do programa de aquisição de imagens.

## 4.2 TRATAMENTO DE IMAGEM E OBTENÇÃO DE CARACTERÍSTICAS

Neste estudo o tratamento das imagens foi realizado através de um software desenvolvido em linguagem de programação C#, utilizando a ferramenta de programação Microsoft Visual C# 2008 e o framework de programação de código livre *AForge.Net* (Kirillov, 2007), juntamente à interface de usuário *IPLAB*, versão 2.6 (Kirillov, 2007) distribuída sobre o contrato *LGLP* 3.0 e desenvolvido por Andrew Kirillov.

*AForge.NET* é uma framework de código fonte aberto, escrito em C#, projetada para desenvolvedores e pesquisadores nas áreas de Visão Computacional e Inteligência Computacional - processamento de imagens, redes neurais, algoritmos genéticos, lógica *fuzzy*, aprendizado de máquina e robótica.

O *IPLAB* é uma ferramenta de processamento de imagens baseada no *AForge.Net* que possui diversos filtros que auxiliam a tarefa de obtenção de características da espuma de flotação, porém, nenhum especificamente



desenvolvido para este fim. Para tanto, foram desenvolvidos códigos específicos para calcular as informações desejadas.

Devido ao grande número de imagens a serem tratados, foi gerada uma rotina que permite executar o processamento das imagens de forma automática em uma lista de imagens definida, sendo gerado ao final um arquivo com os resultados. A interface desta aplicação pode ser visualizada na Figura 4-7.

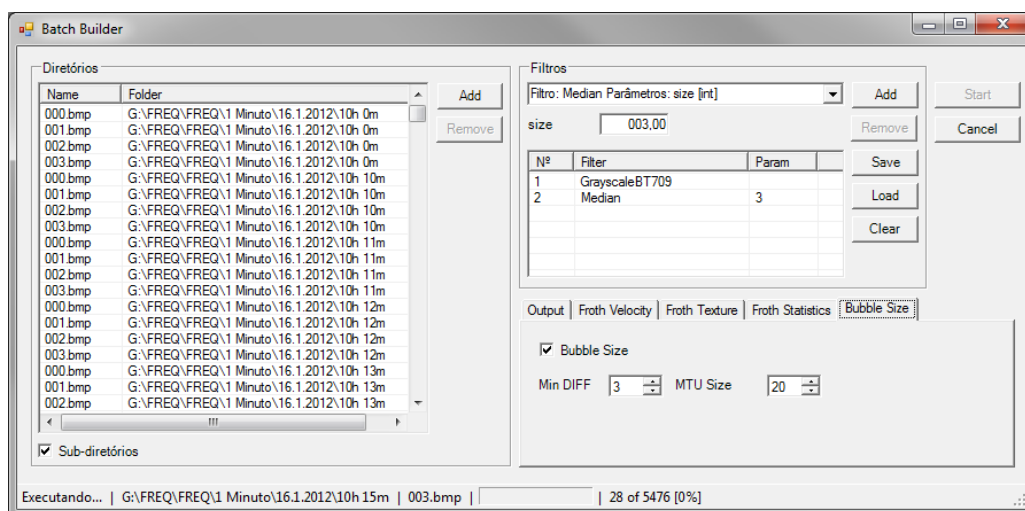


Figura 4-7: Janela para execução das análises em batelada.

### 4.3 COLETA DE DADOS DE PROCESSO

A SAMARCO possui um sistema de aquisição, armazenamento e gerenciamento de dados de processos industriais. Esses sistemas são conhecidos como *PIMS*, e as informações do processo podem ser extraídas de consultas à base de dados, com intervalo de coleta especificado pelo usuário, porém, com dados interpolados devido a algoritmos de compactação.

Como o intervalo de coleta necessário para a análise de dados deste trabalho é muito maior do que o período de amostragem do *PIMS*, a interferência da interpolação é minimizada.

### 4.4 ANÁLISE DE DADOS

A análise dos dados obtidos pelo tratamento das imagens e do processo passa por 4 etapas, a saber:

- agrupamento de amostras: os dados das imagens são apresentados como um conjunto de informações cuja consolidação deve ser realizada pela média dos valores obtidos em cada imagem, em um mesmo instante de coleta.
- validação: em um processo industrial de concentração de minério as condições operacionais são dinâmicas e impõem à flotação diversas perturbações que são refletidas na aparência da espuma da flotação em coluna. Algumas destas condições impedem a análise das imagens, sendo a falta de *overflow* a mais crítica.
- consolidação: os dados de processo e de imagem são agrupados e validados em intervalos de um minuto, porém, os dados de laboratório são publicados em base horária. Para esta consolidação o conjunto é padronizado em médias para base horária.
- análise: foi utilizado o software MiniTab, versão 15, para o tratamento estatístico dos dados. As principais análises utilizadas foram regressão múltipla, regressão simples e testes de hipótese.

## **5 RESULTADOS E DISCUSSÕES**

Os resultados serão apresentados em duas partes. A primeira trata da análise estatística dos teores de sílica no concentrado e ferro no rejeito. A segunda apresenta os modelos preditivos construídos a partir dos dados.

Com o objetivo de minimizar a interferência da taxa de alimentação da usina de concentração devido a manutenções ou desarmes por defeito dos moinhos primários ou secundários, foi selecionado um período no qual a alimentação da usina era maior do que 1800t/h, indicando operação em plena carga.

O conjunto final de imagens é composto por três dias consecutivos amostrados a cada minuto e consolidados em médias horárias para os cálculos das regressões, totalizando 70 horas de operação e 17.000 imagens.

O Anexo II apresenta diversas análises e conclusões a respeito das características visuais de espuma de flotação e suas relações com os teores e variáveis de processo. Essas conclusões embasam os resultados apresentados na próxima seção.

### **5.1 ANÁLISE DE CARACTERÍSTICAS VISUAIS**

O banco de dados de imagens foi construído com amostras coletadas a cada minuto, porém, os dados de análise química do processo possuem período de amostragem de uma hora. Foram analisadas as características das imagens nas duas bases de tempo para determinar a relevância do período de amostragem.

Quase todas as relações apresentadas nas próximas seções são confirmadas nos dados da base em minutos. Logo, somente as análises na base horária serão apresentadas. Quando esta relação não for verdadeira, será explicitamente mencionado.

As características de textura EPN e EGN calculadas pela *NGLDM* apresentaram um valor constante para todas as imagens, logo, não foram analisadas neste trabalho.

Os coeficientes de correlação entre as diversas variáveis de textura, deslocamento e estatísticas de primeira ordem das imagens (média e desvio padrão) podem ser vistos na Tabela 5-I.




































Foi considerada uma alta correlação valores maiores que  $\pm 0,8$  (marcadas com setas verdes e vermelhas, dependendo do sinal), sendo que entre  $\pm 0,7$  e  $\pm 0,8$  o coeficiente de correlação é considerado relevante (marcadas com setas amarelas inclinadas).

O período dos dados é de aproximadamente 3 dias, com dados amostrados a cada minuto, totalizando 4316 amostras. Desses foram calculadas as médias horárias para a construção da Tabela 5-I.

As legendas indicadas na tabela são:

- D, Dx e Dy: amplitude do vetor deslocamento, deslocamento no eixo horizontal e deslocamento no eixo vertical, respectivamente, em *pixels*;
- Energia, Contraste, Correlação, Variância, Homogeneidade, Entropia e Elipse: estatísticas de segunda ordem obtidas pela matriz *GLCM*;
- SE, SMT e Ent: estatísticas de segunda ordem obtidas pela matriz *NGLDM*;
- Gray Media e Gray StdDev: media e desvio padrão da intensidade de cinza da imagem;

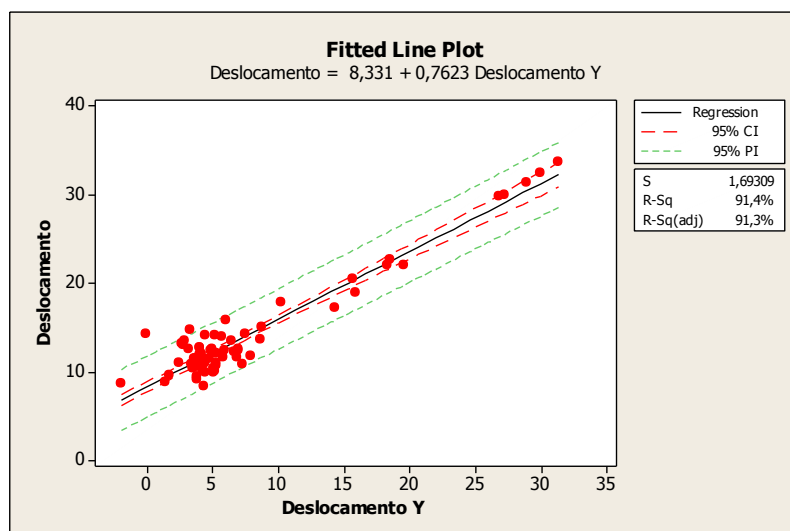
Tabela 5-I: Matriz de correlações das características visuais da espuma

	D	Dx	Dy	Energia	Contraste	Correlacao	Variancia	Homog.	Entropia	ELIPSE	EPN	SM	SMT	Ent.	Gray Media
Dx	0,18														
Dy	 0,96	0,25													
Energia	- 0,20	0,01	- 0,29												
Contraste	- 0,01	- 0,16	0,06	- 0,52											
Correlacao	- 0,07	0,23	- 0,13	0,60	 - 0,88										
Variancia	0,08	- 0,18	0,12	- 0,54	 0,91	 - 0,87									
Homog.	- 0,24	0,04	- 0,29	 0,93	- 0,57	0,58	- 0,53								
Entropia	0,18	- 0,12	0,23	 - 0,94	0,66	- 0,68	0,69	 - 0,95							
ELIPSE	 0,72	0,31	 0,81	- 0,24	0,13	- 0,15	0,06	- 0,37	0,22						
EPN	0,12	0,14	0,14	- 0,17	0,23	- 0,21	0,20	- 0,15	0,12	0,33					
SM	- 0,21	0,09	- 0,26	 0,91	- 0,66	0,68	- 0,62	 0,99	 - 0,96	- 0,36	- 0,18				
SMT	- 0,22	0,08	- 0,27	 0,91	- 0,66	0,68	- 0,61	 0,99	 - 0,96	- 0,38	- 0,18	 1,00			
Ent.	0,15	- 0,14	0,20	 - 0,79	 0,85	 - 0,83	 0,79	 - 0,91	 0,92	0,31	0,21	 - 0,95	 - 0,95		
Gray Media	0,26	- 0,02	0,31	 - 0,92	0,54	- 0,54	0,61	 - 0,90	 0,95	0,21	0,17	 - 0,87	 - 0,87	 0,81	
Gray StdDev	0,06	- 0,19	0,11	- 0,57	 0,92	 - 0,92	 0,99	- 0,55	 0,71	0,06	0,19	- 0,64	- 0,64	 0,81	0,62

Algumas relações podem ser obtidas a partir da Tabela 5-I e serão discutidas nas próximas seções.

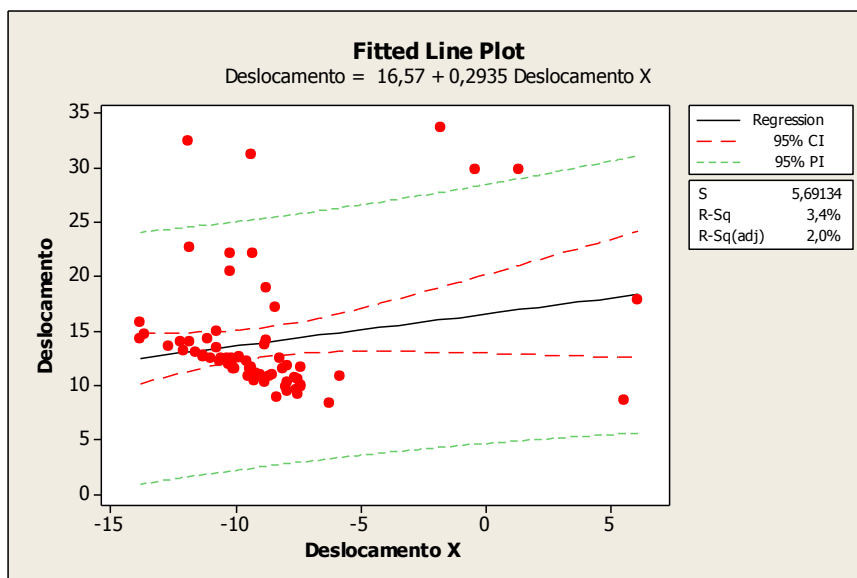
### 5.1.1 Deslocamento

A amplitude do vetor deslocamento possui uma forte correlação com o deslocamento no eixo vertical, indicando que o fluxo da espuma é preferencialmente no sentido do transbordo. O coeficiente de determinação da regressão linear é de 91,4%, como pode ser observado na Figura 5-1.



**Figura 5-1: Regressão do vetor deslocamento e deslocamento no eixo vertical. com  $R^2=91,4\%$ .**

Analisando o deslocamento horizontal, o módulo do vetor deslocamento apresenta uma baixa correlação com o a horizontal, com coeficiente de determinação igual a 3,45%. Porém, na base de minutos, este coeficiente é de 26,4% (Figura 5-2).



**Figura 5-2: Regressão quadrática entre o vetor deslocamento e o deslocamento horizontal com  $R^2$  de 3,4%.**

Observa-se que sempre há esse deslocamento no eixo horizontal no sentido negativo. Isto se explica pela orientação da câmara em relação ao transbordo.

Quando se apresenta uma alta velocidade de escoamento, espera-se que haja uma deformação das bolhas devido ao fluxo da espuma, forçando uma geometria elíptica. Tabela 5-1 observa-se que há um coeficiente de correlação elevado entre o deslocamento no eixo vertical e a característica de textura elipse, reforçando a utilização desta característica para detectar o grau de excentricidade das bolhas.

Uma regressão linear entre o deslocamento no eixo vertical e a textura elipse apresenta um coeficiente de determinação igual 65% (Figura 5-3).

### 5.1.2 Texturas

As características de textura apresentam correlações entre si e, principalmente, com estatísticas de primeira ordem como média e desvio padrão. Considerando as duas propostas de cálculo das texturas (*GLCM* e *NGLDM*)

foram analisadas as correlações e os coeficientes de determinação entre elas, bem como as estatísticas de primeira ordem.

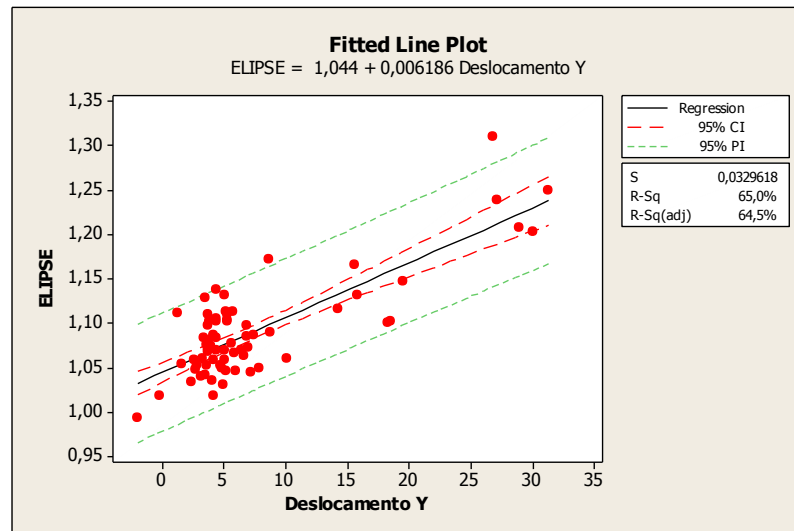


Figura 5-3: Regressão entre o deslocamento no eixo vertical e a textura elipse, com  $R^2=65,0\%$ .

### 5.1.2.1 Análise das texturas versus média de intensidade de cinza

Da Tabela 5-1, conclui-se que a característica de textura energia da imagem apresenta forte correlação com a homogeneidade e a entropia, obtidas pela matriz *GLCM*, e para algumas características obtidas a partir das matrizes *NGLDM*.

As análises posteriores serão consideradas sempre em relação à energia, exceto quando for explicitamente citado.

Em relação à homogeneidade, uma regressão linear apresenta um  $R^2=87,3\%$ , enquanto que uma regressão linear semilog eleva o  $R^2$  para  $88,6\%$ , (Figura 5-4).



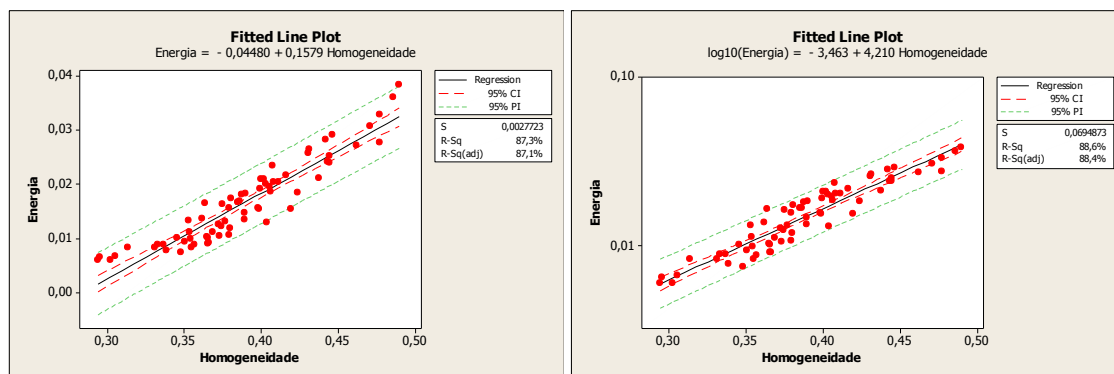


Figura 5-4: Regressão linear e semilog da energia e homogeneidade, com  $R^2$  de 87,3% e 88,6%, respectivamente.

Em relação à entropia, uma regressão linear apresenta um  $R^2= 88,2\%$ , enquanto que uma regressão linear semilog eleva o  $R^2$  para 92,1%, (Figura 5-5).

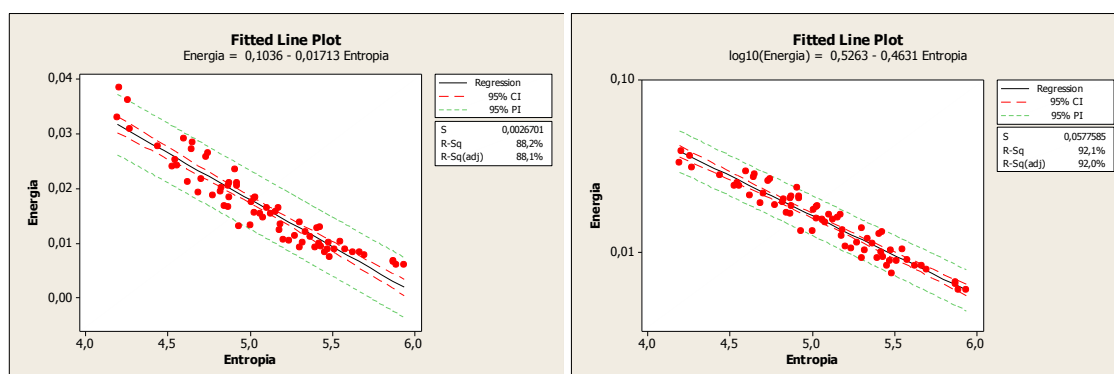
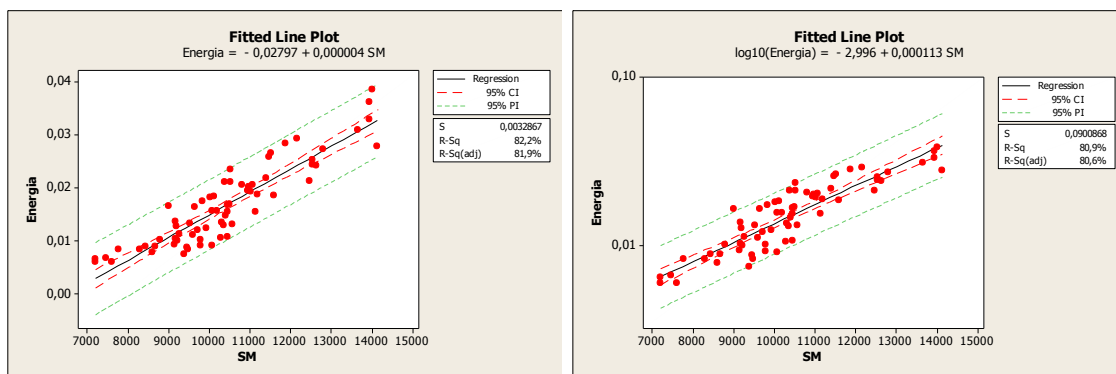


Figura 5-5: Regressão linear e semilog da energia e entropia, com  $R^2$  de 88,2% e 92,1%, respectivamente.

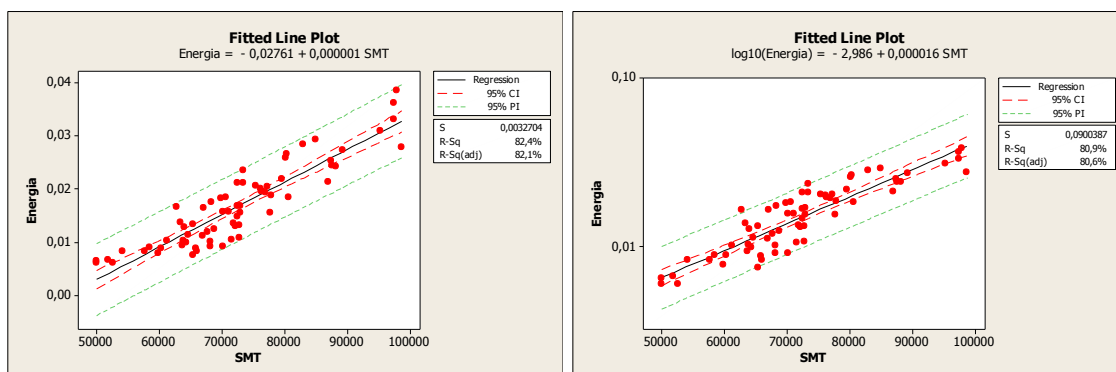
Considerando as estatísticas de segunda ordem obtidas pela matriz *NGLDM*, o segundo momento e o número de não-uniformidade apresentam uma alta correlação com a energia.

Considerando o segundo momento, a regressão linear apresenta um  $R^2=82,2\%$ , enquanto uma regressão semilog reduz o  $R^2$  para 80,9% (Figura 5-6).



**Figura 5-6: Regressão linear e semilog da energia e segundo momento, com  $R^2$  de 82,2% e 80,9%, respectivamente.**

Em relação ao número de não-uniformidade, uma regressão linear apresenta um  $R^2=82,4\%$ , enquanto que uma regressão linear semilog reduz o  $R^2$  para 80,9% (Figura 5-7).



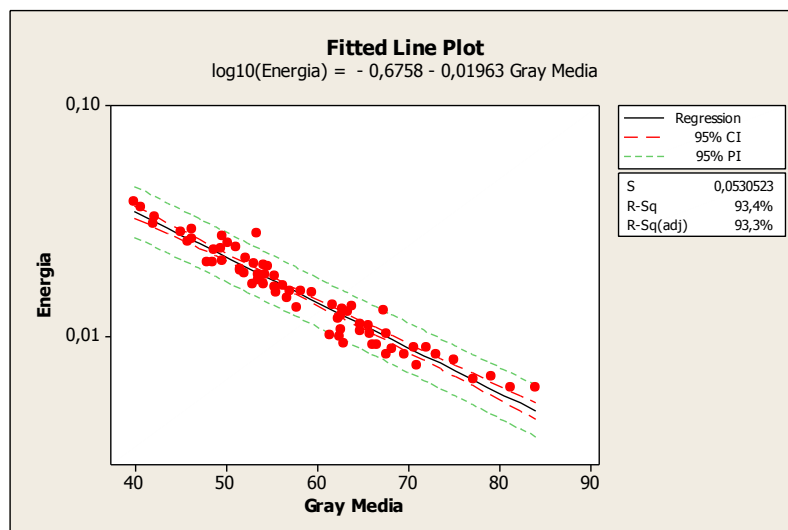
**Figura 5-7: Regressão linear e semilog da energia e não-uniformidade, com  $R^2$  de 82,4%, e 80,9%, respectivamente.**

O segundo momento e o número de não-uniformidade apresentam uma correlação alta entre si, com  $R^2=100\%$ , o que explica os dois resultados idênticos apresentados anteriormente.

Em todos os casos, a energia se apresenta com bons coeficientes de determinação quando inserida como uma componente logarítmica nas análises.

O esforço computacional envolvido no cálculo da matriz GLCM e da NGLDM é superior ao esforço para o cálculo da média do nível de cinza de uma imagem.

Ao se observar o coeficiente de correlação entre estas variáveis, nota-se uma alta correlação e um coeficiente de determinação da regressão semilog de  $R^2=0,93$  (Figura 5-8).



**Figura 5-8: Regressão semilog entre energia e a média de cinza, com  $R^2$  93,4%.**

Esse resultado é um indicativo de que a utilização das características de textura discutidas anteriormente pode ser substituída por uma simples média de intensidade de cinza com um bom grau de determinação, porém, esta evidência não elimina a aplicação destas texturas visto que existe uma componente de variabilidade que a média não explica em sua totalidade.

Desta forma, conclui-se que a aplicação das texturas energia, homogeneidade, entropia, segundo momento ou a não-uniformidade somente se justificam caso a média não apresente um resultado satisfatório. Além disso, quando pertinente, a textura energia apresentou uma relação com maior coeficiente de determinação em escala logarítmica, sendo recomendado utilizá-la como tal.

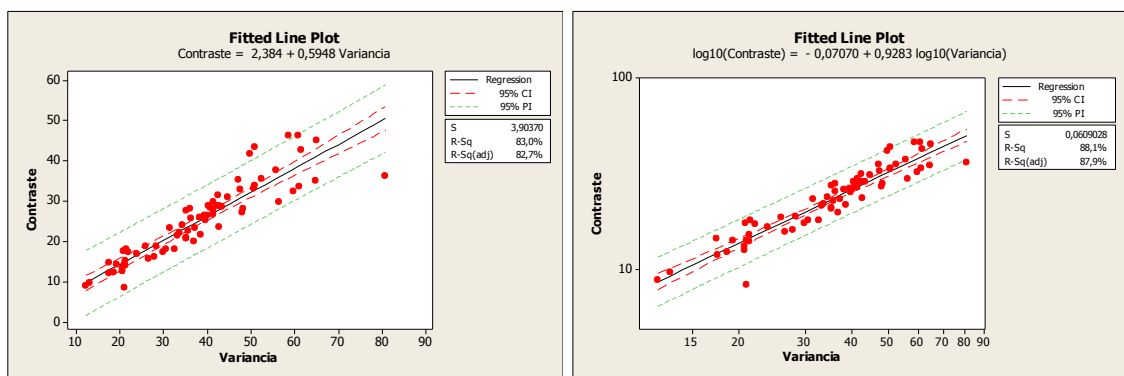
### 5.1.2.2 Análise das texturas e desvio padrão

Da Tabela 5-I conclui-se que a característica de textura contraste apresenta forte correlação com a correlação e a variância obtida a partir das matrizes

*GLCM* e a entropia obtida a partir da matriz *NGLDM*. As análises posteriores serão consideradas sempre em relação ao contraste, exceto quando for explicitamente citado.

Em todos os casos, a variância, o contraste e a correlação se apresentam altos coeficientes de determinação quando inseridas como uma componente logarítmica nas análises.

Em relação à variância, uma regressão linear com o contraste apresenta um  $R^2=83,0\%$ . Uma regressão logarítmica apresenta um  $R^2=88,1\%$  (Figura 5-9).



**Figura 5-9: Regressão linear e logarítmica do contraste e variância, com  $R^2$  de 83,0% e 88,1%, respectivamente.**

Em relação à correlação, uma regressão linear com o contraste apresenta um  $R^2=77,5\%$ . Uma regressão logarítmica apresenta um  $R^2=96,7\%$  (Figura 5-10).

Em relação à entropia obtida pela matriz *NGLDM*, uma regressão linear com o contraste apresenta um  $R^2=72,7\%$ . Uma regressão logarítmica apresenta um  $R^2=75,7\%$  (Figura 5-11).

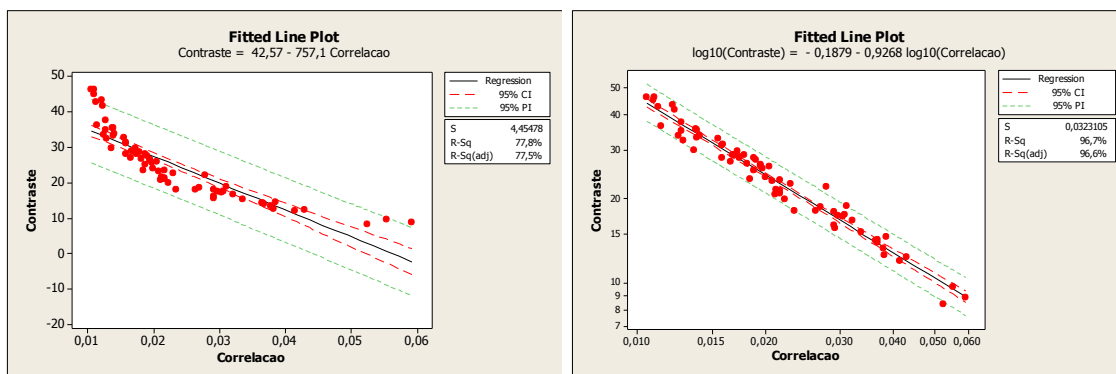


Figura 5-10: Regressão linear e logarítmica do contraste e correlação, com  $R^2$  de 77,5% e 96,7%, respectivamente.

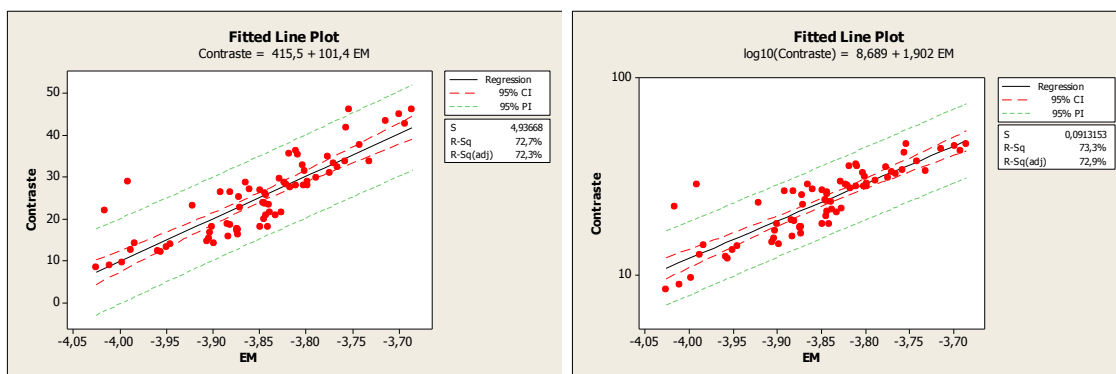


Figura 5-11: Regressão do contraste e entropia, com  $R^2$  de 72,7% e 75,7%, respectivamente.

Assim como ocorreu com a média, o esforço computacional envolvido no cálculo da matriz *GLCM* e da *NGLDM* é superior ao esforço para o cálculo do desvio padrão do nível de cinza de uma imagem. Nota-se uma alta correlação e um coeficiente de determinação obtido por uma regressão logarítmica (Figura 5-12).

Esse resultado mostra que a utilização das características de textura podem ser substituída pelo logaritmo do desvio padrão da intensidade de cinza. A aplicação das texturas contraste, correlação, variância ou entropia *NGLDM* somente se justificam caso o desvio padrão não apresente um resultado satisfatório

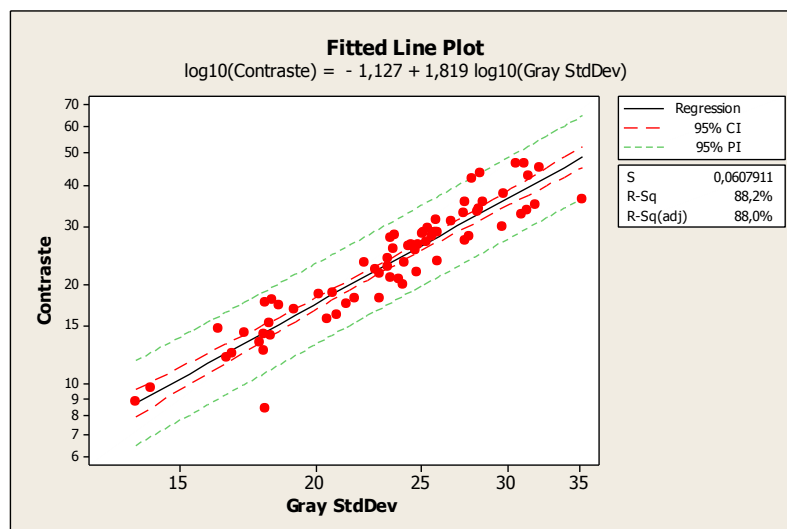


Figura 5-12: Regressão linear log-log do contraste e do desvio padrão de cinza, em base horária, com  $R^2$  de 88,2%.

### 5.1.3 Tamanho de bolhas

O tamanho de bolhas obtido através do espectro de textura é determinado a partir do valor da frequência de ocorrência de 9 pixels iguais dentro da máscara 3x3 que percorre a imagem para gerar o histograma do espectro de textura, sendo que o menor valor do Mid\_TU obtido na análise corresponde às menores bolhas, e o maior valor às maiores bolhas.

Analisando as relações entre o Mid\_TU e as outras características da espuma, uma relação que se apresenta é a forte correlação (0,91) entre o pico central do histograma e o descritor de textura segundo momento. Como o segundo momento e o número de não uniformidade são correlacionados, este descritor também apresenta a mesma correlação.

Uma regressão linear entre o Mid\_TU e o segundo momento possui coeficiente de determinação igual a 82,9% e com o número de não uniformidade 83,1% (Figura 5-13). Este resultado aponta estes descritores de textura como uma medida indireta do tamanho de bolha.

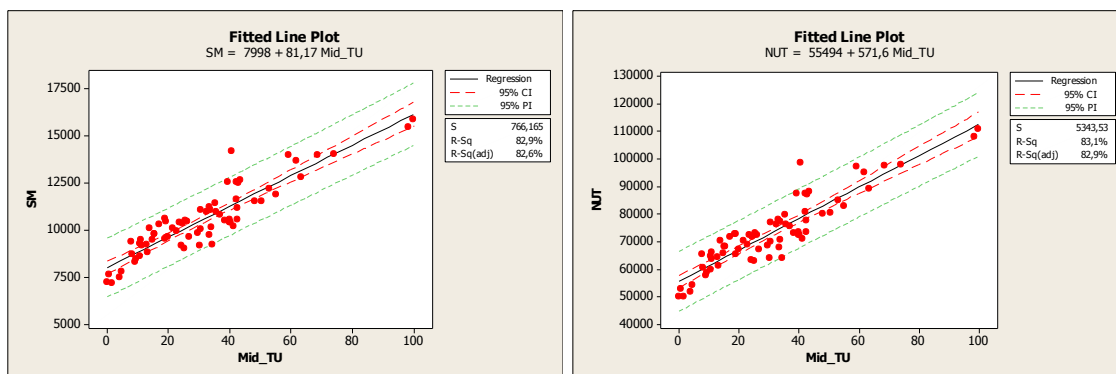


Figura 5-13: Regressão linear entre Mid\_TU e a textura segundo momento e entre Mid\_TU e o número de não uniformidade.

## 5.2 INFLUÊNCIA DO TAMANHO DE BOLHAS

Considerando que para uma dada amostra, normalizando o Mid\_TU para valores entre 0 a 100, pode-se definir quatro faixas de valores, a saber:

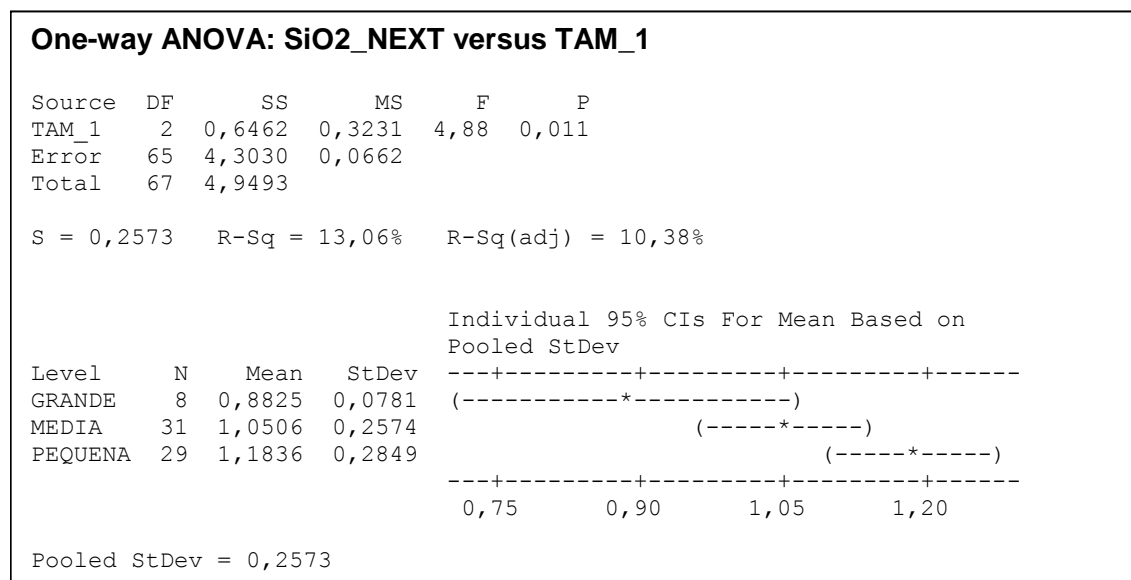
- pequenas: valores entre 0 a 24;
- médias: valores entre 25 e 49;
- grandes: valores entre 50 e 74;
- muito grandes: valores entre 75 e 100.

Da análise dos dados, o conjunto “muito grande” apresentou apenas dois valores, e foi descartado.

Deve ser ressaltado que este conjunto classifica como grande a maior bolha encontrada no conjunto de dados da amostra, não significando que em tamanho absoluto esta seja realmente a maior bolha possível. O mesmo é válido para as outras classificações.

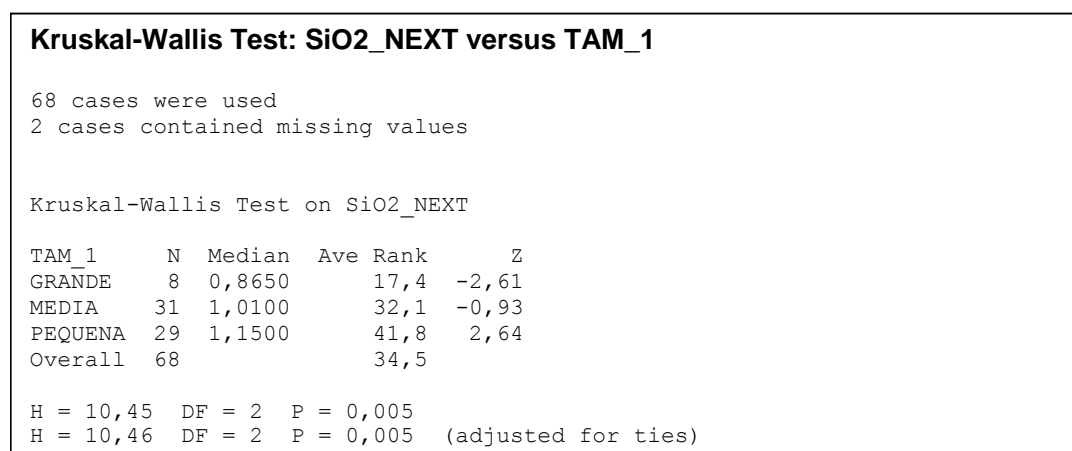
Aplicando os testes ANOVA (Figura 5-14) e Kruskal-Wallis (Figura 5-15) em relação ao teor de sílica no concentrado, chega-se a conclusão que os

intervalos não possuem médias nem medianas iguais, o que aponta esta propriedade como um bom classificador de teores.



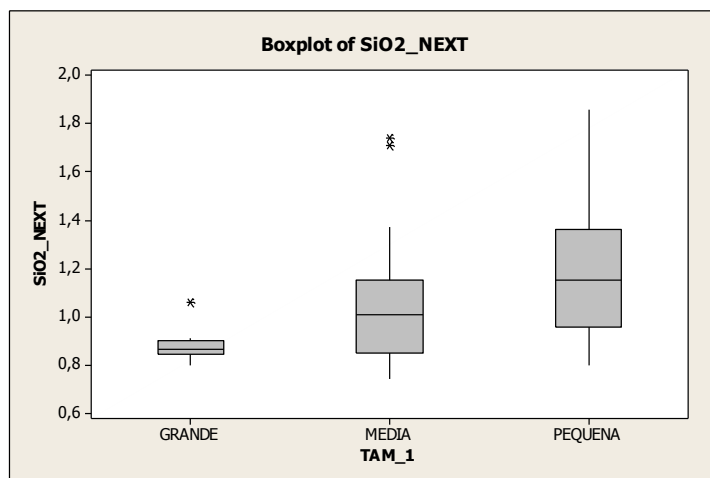
**Figura 5-14: ANOVA - sílica versus tamanho de bolhas.**

Da análise visual do *Boxplot* fica evidente que o tamanho de bolhas influencia tanto a média dos resultados de sílica no concentrado quanto o desvio padrão dos mesmos (Figura 5-16). Desta forma, bolhas maiores são consideravelmente melhores que bolhas menores quanto ao resultado de teor de sílica no concentrado.



**Figura 5-15: Kruskal-Wallis - sílica versus tamanho de bolhas.**

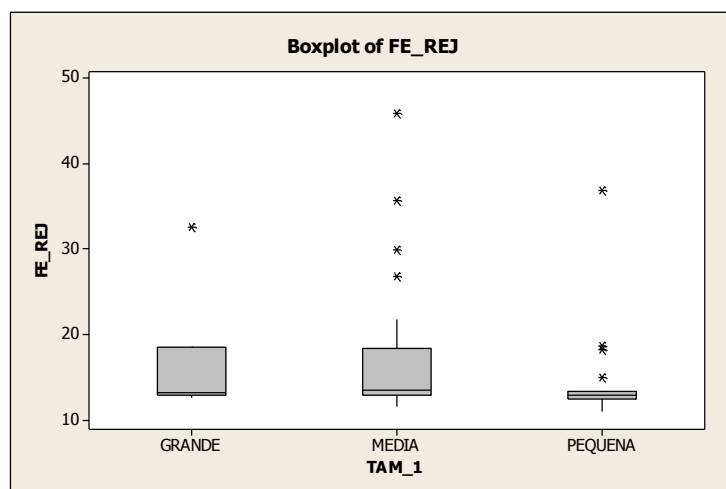




**Figura 5-16: Boxplot do teor de sílica versus tamanho de bolhas.**

O tamanho de bolha medido pelo método de espectro de textura não permite estimar o tamanho médio de forma quantitativa, porém, é possível afirmar que, dentro do intervalo de tamanho de bolhas capturado nas 70 horas de operação, quanto maior a bolha menor o teor de sílica no concentrado. A mesma afirmação pode ser feita a respeito da variabilidade do teor.

Esta mesma análise aplicada ao teor de ferro no rejeito apresentou um resultado semelhante, apontando que as medianas são diferentes e que bolhas menores possuem menor desvio padrão e média. Porém, este resultado não pode ser levado adiante devido à inexistência de relação direta entre a espuma da coluna *cleaner* e a espuma da etapa *scavenger*.



**Figura 5-17: Boxplot do teor de ferro no rejeito versus tamanho de bolhas.**

### 5.3 TEXTURA E TEORES

Dos descritores de textura calculados pelas matrizes *GLCM* e *NGLDM*, foi constatado que as estatísticas de primeira ordem média e desvio padrão são correlacionadas com quase todos os descritores. A única exceção é para o descritor elipse. Esse descritor está relacionado com o deslocamento no eixo vertical da espuma, conforme apresentado no Anexo II.

Analisando a regressão entre o teor de sílica no concentrado versus o descritor elipse, obtém-se um  $R^2=44,1\%$ , o que indica que esta propriedade é um bom candidato a preditor de sílica (Figura 5-18)

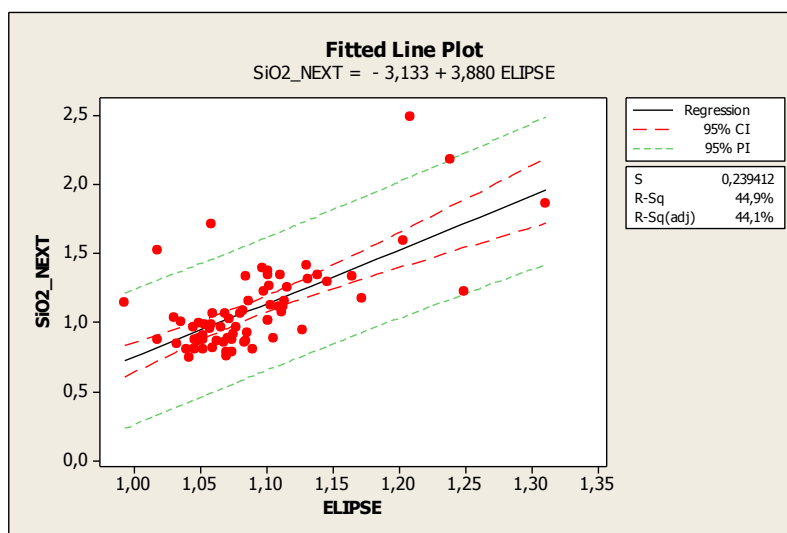


Figura 5-18: Regressão entre teor de sílica no concentrado e o descritor de textura Elipse.

Da mesma forma, o deslocamento no eixo vertical apresenta um coeficiente de determinação igual a 34,6%,

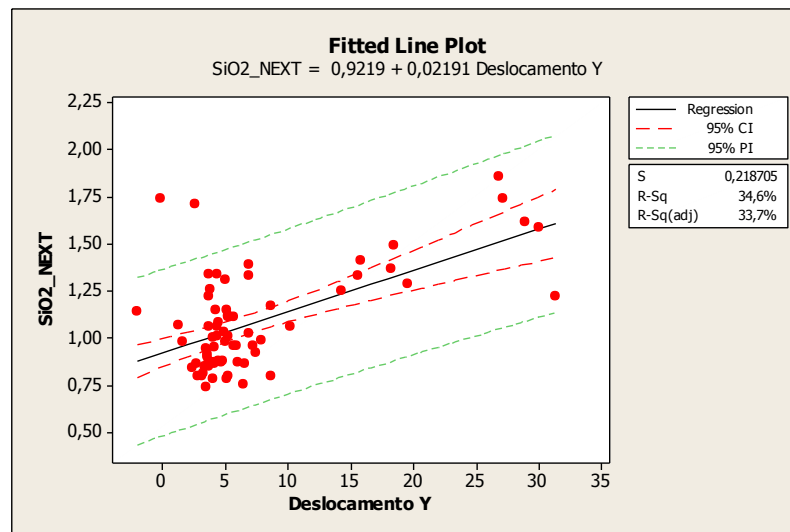


Figura 5-19: Regressão entre teor de sílica no concentrado e o deslocamento no eixo vertical.

#### 5.4 DESLOCAMENTO E TEORES

Uma análise de regressão entre os deslocamentos nos eixos horizontal e vertical com o teor de sílica no concentrado apresenta um  $R^2=11,9\%$  e  $49,7\%$ , respectivamente (Figura 5-20), enquanto que o  $R^2$  para o vetor deslocamento é igual a  $46,7\%$  (Figura 5-21).

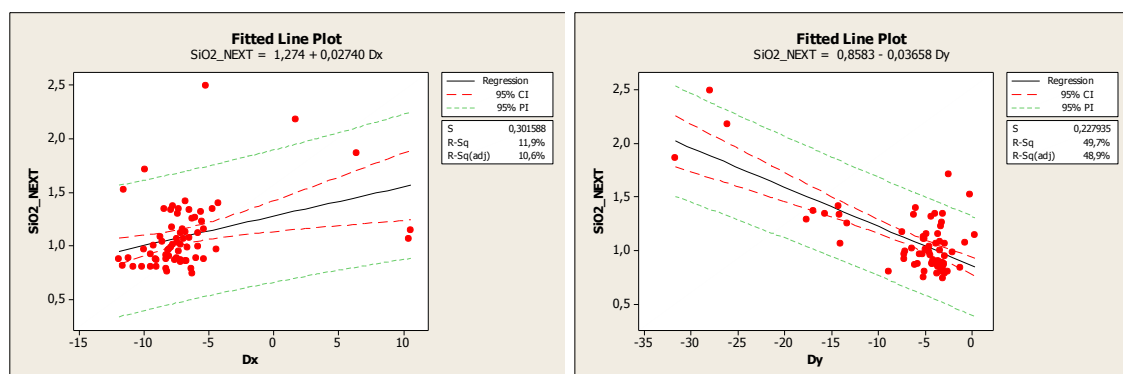


Figura 5-20: Regressão entre o deslocamento horizontal e vertical com o teor de sílica, com  $R^2$  de  $11,9\%$  e  $49,7\%$ , respectivamente.

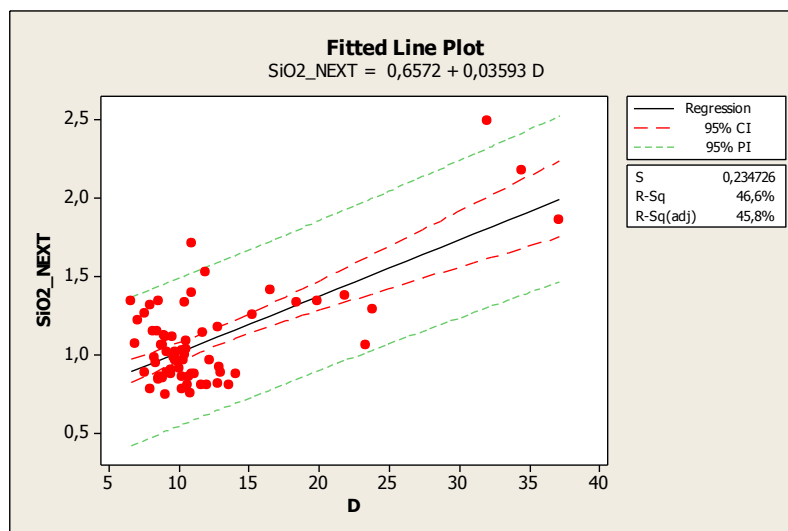


Figura 5-21: Regressão entre o módulo do vetor deslocamento e o teor de sílica , com  $R^2$  de 46,6%.

Uma análise de regressão entre os deslocamentos nos eixos horizontal e vertical com o teor de ferro no rejeito mostra que existe um  $R^2=1,1\%$  e  $3,8\%$  respectivamente (Figura 5-22), enquanto que o  $R^2$  para o vetor deslocamento é igual a  $6,7\%$  (Figura 5-23).

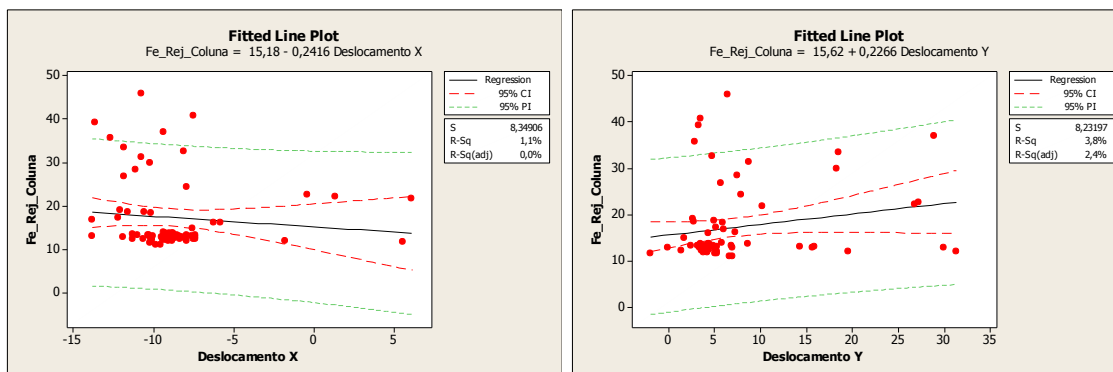
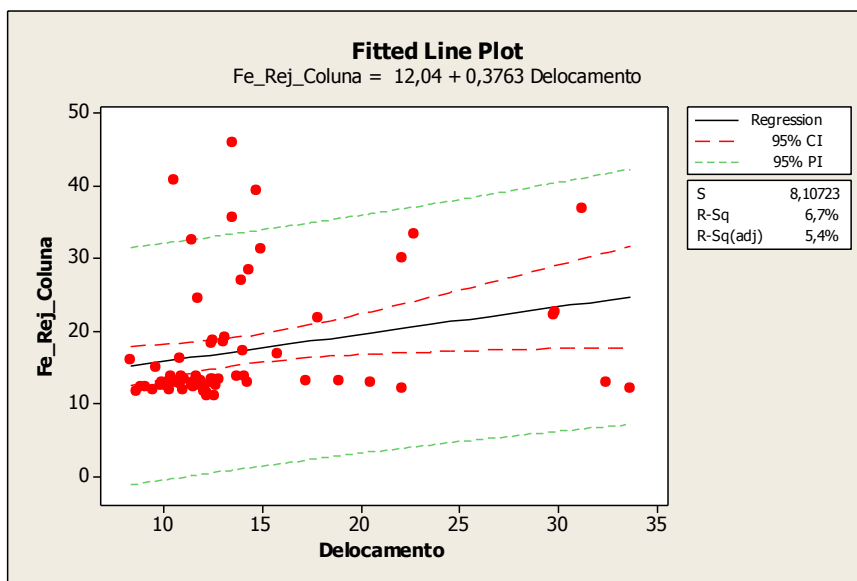


Figura 5-22: Regressão entre o deslocamento horizontal e vertical com teor de ferro no rejeito, com  $R^2$  de 1,1% e 3,8%, respectivamente.



**Figura 5-23: Regressão entre o módulo do vetor deslocamento e o teor de ferro no rejeito, com  $R^2$  de 6,7%.**

Estes resultados deixam claro que existe uma boa correlação entre o teor de sílica no concentrado e o vetor deslocamento, fato este que não se apresenta em relação ao ferro no rejeito.

Este resultado não surpreende visto que a coluna cleaner não é a responsável direta pelo transbordo do material onde será analisado o teor de ferro. A etapa *scavenger* executará mais uma flotação antes deste rejeito ser descartado.

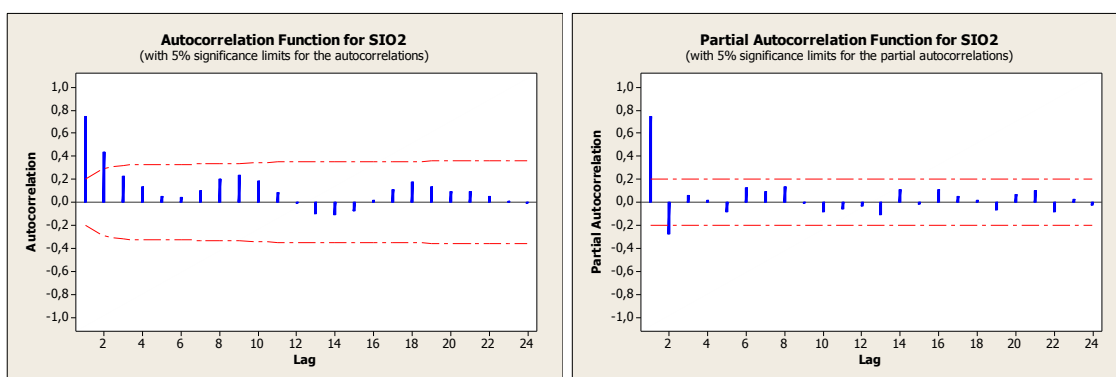
## 5.5 MODELOS PARA ESTIMAÇÃO DOS TEORES

O teor de sílica no concentrado final da usina de concentração de minério de ferro bem como o teor de ferro no rejeito da flotação coluna são um dos principais indicadores da qualidade do produto e do desempenho operacional.

Um fato importante no resultado de laboratório é que o valor representa a média da última hora de operação, obtido através da composição de amostras incrementais do fluxo de polpa. Sendo assim, o atual resultado de laboratório,

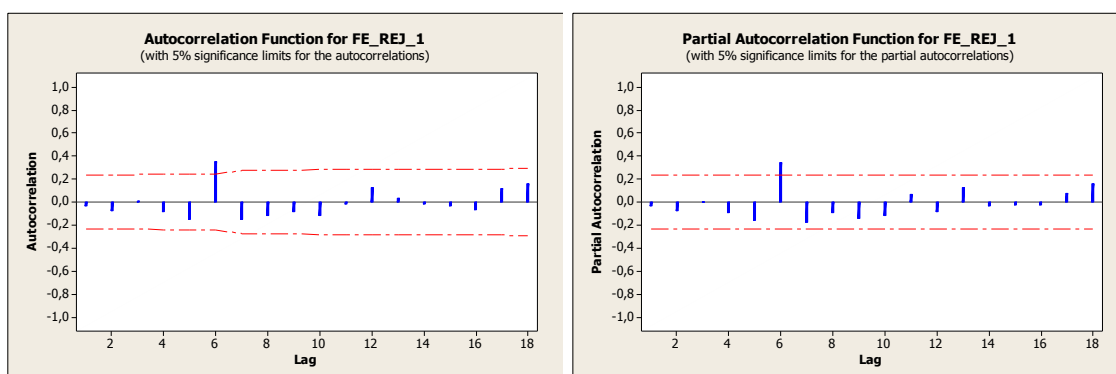
seja para o teor de sílica no concentrado ou de ferro no rejeito, diz respeito ao resultado obtido pela operação da hora anterior, logo, o resultado no instante  $k+1$  está adiantado de uma unidade de tempo em relação às variáveis de processo, e deve ser defasado.

Da análise da auto correlação e da auto correlação parcial do teor de sílica no concentrado conclui-se que o modelo auto regressivo é o mais indicado, visto que há um pico nos dois primeiros atrasos iniciais na função de auto correlação e um grande pico inicial na auto correlação parcial, conforme Figura 5-24.



**Figura 5-24: Auto correlação e auto correlação parcial do teor de sílica no concentrado.**

O mesmo não pode ser afirmado em relação ao percentual de ferro no rejeito, pois nenhuma das funções de auto correlação apresentam picos evidentes, conforme Figura 5-25.



**Figura 5-25: Auto correlação e auto correlação parcial do teor de ferro no rejeito.**

Desta forma, pela equação 3.67 define-se o preditor de teor como um modelo ARX conforme Equações 5.1 a 5.3, considerando o processo auto regressivo com um atraso de tempo:

$$\mathbf{y}(k) = \Theta^T \cdot \psi(k-1) + \mathbf{e}(k) \quad (5.1)$$

$$\Theta = [a_1 \quad b_1 \quad \dots \quad b_r]^T \quad (5.2)$$

$$\psi(k-1) = \begin{bmatrix} y(k-1) \\ u_1(k-1) \\ \vdots \\ u_r(k-1) \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

onde  $r$  é o número de variáveis de entrada exógenas do modelo.

### 5.5.1 Modelo ARX para sílica no concentrado

Considerando o banco de dados obtido das 70 horas de operação contínua, foi selecionado um conjunto de 60 horas para construção do modelo e as 10 horas restantes foram utilizadas para validação do modelo.

Das características visuais de espuma de flotação, o estudo presente no Anexo II destacou 5 delas como sendo propriedades com potencial de predição para os teores da flotação. A lista dessas características está na Tabela 5-II.

**Tabela 5-II: Características visuais de espuma consolidadas.**

<i>Variável</i>	<i>Descrição</i>
Deslocamento	Vetor Deslocamento da espuma em pixel
Elipse	Descritor de textura elipse
Gray Media	Média da intensidade de cinza da imagem
Log_Gray StdDev	Log do desvio padrão da intensidade de cinza da imagem
Mid_TU	Tamanho de bolha

Considerando os resultados da auto correlação, um dos regressores do modelo será o valor atual da análise de laboratório do teor de sílica no concentrado.

A solução do problema foi obtida por meio de regressão múltipla por mínimos quadrados (MQ). Na regressão MQ, a equação estimada é calculada determinando a equação que minimiza a distância da soma de quadrados entre os pontos da amostra e os valores preditos pela equação.

A regressão MQ irá fornecer as estimativas mais precisas e sem vícios somente quando as seguintes suposições forem satisfeitas:

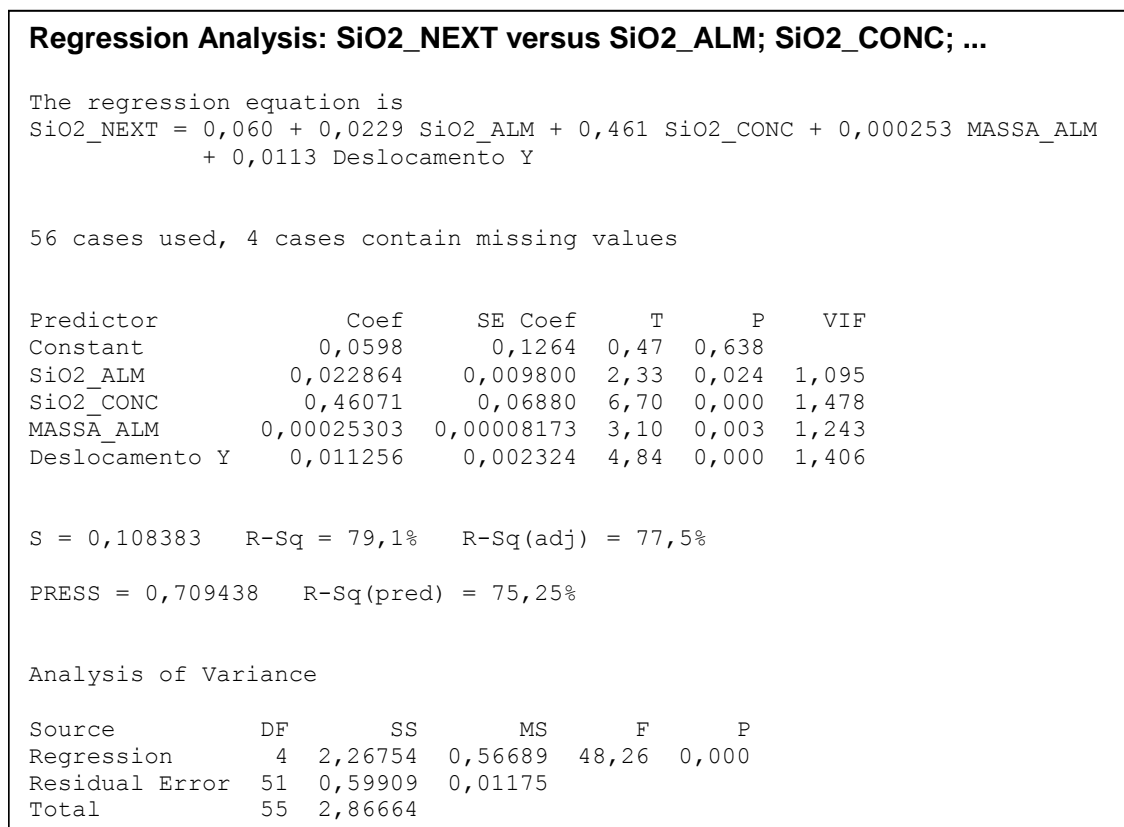
1. O modelo de regressão é linear nos coeficientes. Os mínimos quadrados podem modelar curvaturas pela transformação das variáveis (no lugar dos coeficientes). Para tal, deve-se especificar a forma funcional adequada para modelar as propriedades de alguma curvatura.
2. Os resíduos deverão ter média igual a zero. A inclusão de uma constante no modelo faz com que a média seja igual a zero.
3. Todos os preditores não são correlacionados com os resíduos.
4. Os resíduos não são correlacionados entre si (correlação serial).
5. Os resíduos possuem uma variância constante.
6. Nenhum preditor é perfeitamente correlacionado ( $r=1$ ) com outro preditor. Também é aconselhável evitar altas correlações (multicolinearidade).
7. Os resíduos são normalmente distribuídos.

Pelo fato da regressão MQ fornecer os melhores estimadores somente quando estas suposições forem satisfeitas, é extremamente importante verificá-las. Métodos comuns de verificação incluem análise de gráficos de resíduos,



utilização de estatísticas de ajuste e verificação da correlação entre os preditores usando o VIF (Fator de Inflação da Variância).

A partir dos dados de processo e das características visuais, foi gerado o modelo apresentado na Figura 5-26.



**Figura 5-26: Modelo ARX para predição de teor de sílica no concentrado.**

A análise dos resíduos apresentada na Figura 5-27 mostra que a variância dos resíduos está igualmente distribuída, satisfazendo a condição 5 para validação do modelo.

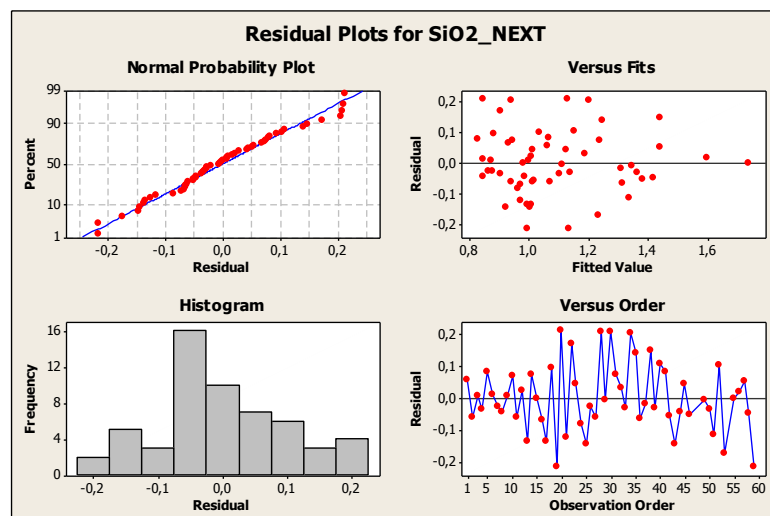


Figura 5-27: Análise dos resíduos do modelo ARX.

A Figura 5-28 apresenta as estatísticas dos resíduos e o teste de normalidade, apontando que os resíduos possuem média nula e sua distribuição pode ser considerada normal ( $p\text{-valor} > 0,05$  segundo o teste de Anderson-Darling), satisfazendo as condições 2 e 4.

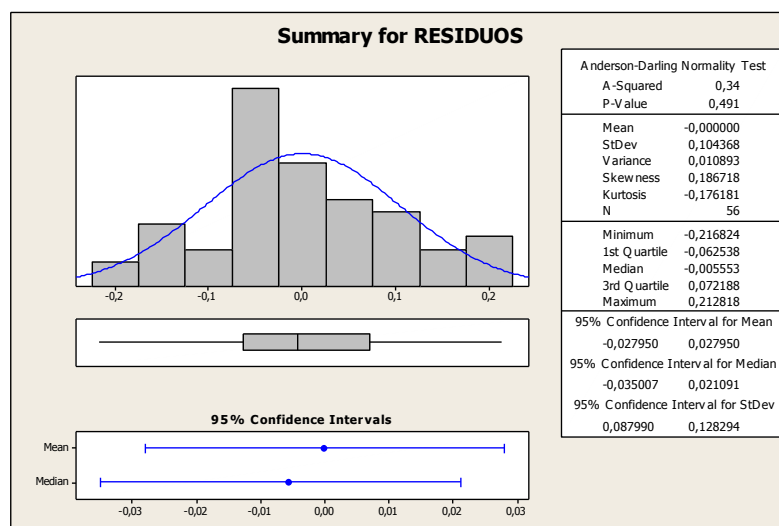
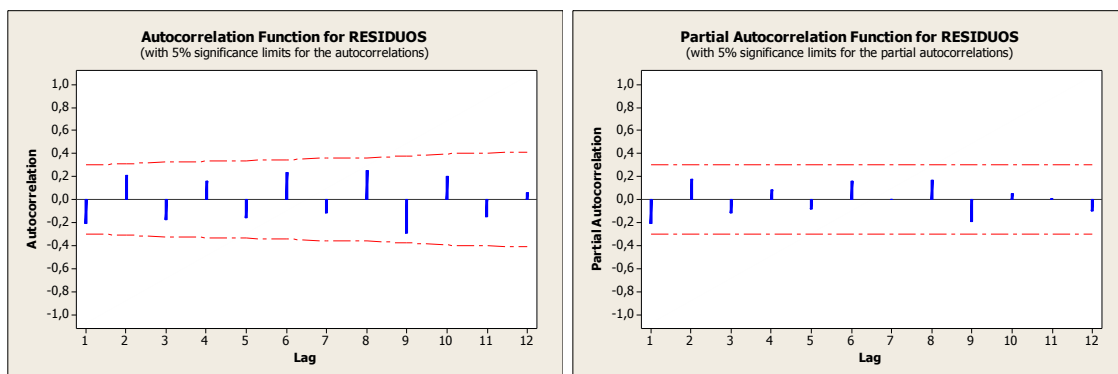


Figura 5-28: Teste de normalidade dos resíduos.

A Figura 5-29 apresenta as auto correlações e auto correlações parciais dos resíduos, de onde se pode concluir que os resíduos não são correlacionados, satisfazendo a condição 4.



**Figura 5-29: Auto correlação e auto correlação parcial dos resíduos do modelo ARX**

Por fim, a Figura 5-31 apresenta a análise das correlações entre as variáveis preditoras e os resíduos, de onde se conclui que os preditores não são correlacionados com os resíduos, satisfazendo as condições 3 e 6.

<b>Correlations: RESI; SiO2_CONC; SiO2_ALM; MASSA_ALM; Deslocamento Y</b>				
	RESIDUOS	SiO2_CONC	SiO2_ALM	MASSA_ALM
SiO2_CONC	0,000			
SiO2_ALM	-0,000	0,029		
MASSA_ALM	0,000	0,335	-0,190	
Deslocamento Y	0,000	0,417	0,009	0,227

Cell Contents: Pearson correlation

**Figura 5-30: Correlação entre as variáveis do modelo e os resíduos.**

Todas estas características garantem ao modelo robustez quanto à predição dos valores de laboratório. A normalidade dos resíduos com média zero bem como a análise da auto correlação demonstram que o estimador não é polarizado.

A comparação do valor predito e do valor real pode ser visualizada na Figura 5-31. O valor predito é obtido através do modelo apresentado na Figura 5-13.

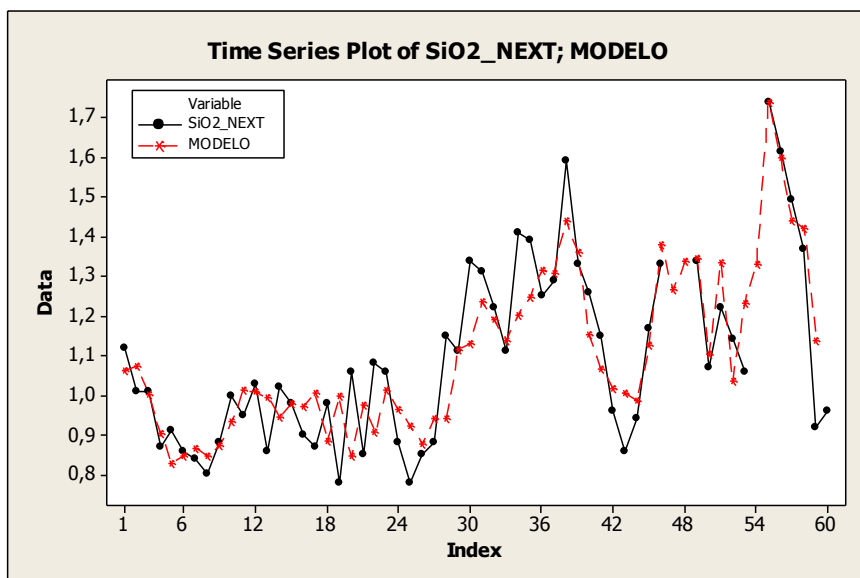


Figura 5-31: Série temporal do modelo versus dados real.

Extrapolando o modelo para as próximas 10 horas de operação, foram gerados os resultados apresentados na Figura 5-32.

Predicted Values for New Observations					
New Obs	Fit	SE Fit	95% CI	95% PI	
1	0,9439	0,0402	(0,8632; 1,0245)	(0,7118; 1,1759)	
2	0,7435	0,0462	(0,6507; 0,8362)	(0,5069; 0,9800)	
3	0,9078	0,0365	(0,8346; 0,9810)	(0,6782; 1,1373)	
4	0,9865	0,0597	(0,8667; 1,1063)	(0,7381; 1,2349) X	
5	0,7293	0,0479	(0,6331; 0,8254)	(0,4914; 0,9672)	
6	0,8569	0,0359	(0,7847; 0,9291)	(0,6277; 1,0862)	
7	0,9486	0,0329	(0,8826; 1,0146)	(0,7212; 1,1759)	
8	0,9945	0,0374	(0,9195; 1,0696)	(0,7644; 1,2247)	
9	0,9059	0,0332	(0,8394; 0,9725)	(0,6784; 1,1335)	
10	0,9450	0,0222	(0,9005; 0,9896)	(0,7229; 1,1671)	

X denotes a point that is an outlier in the predictors.

Values of Predictors for New Observations					
New Obs	SiO2_ALM	SiO2_CONC	MASSA_ALM	Deslocamento Y	
1	1,7	0,960	1206	8,74	
2	2,2	0,800	918	2,89	
3	8,2	0,800	995	3,51	
4	10,8	0,740	1048	6,46	
5	1,8	0,750	973	3,33	
6	2,3	0,810	1254	4,77	
7	2,7	0,870	1330	7,89	
8	1,8	0,990	1408	7,25	
9	2,9	0,960	1069	6,00	
10	6,2	0,870	1121	5,22	

Figura 5-32: Dados para validação do modelo.

Um teste estatístico mostra que os valores previstos pelo modelo e os valores reais são estatisticamente iguais (Figura 5-33). O gráfico pode ser observado na Figura 5-34, onde os valores PLIM1 e PLIM2 definem os limites de predição.

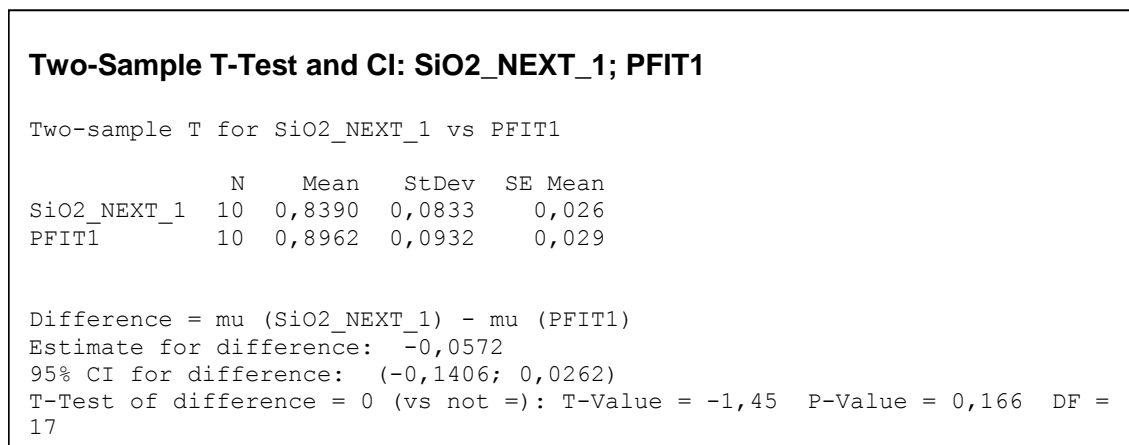


Figura 5-33: Teste de hipótese para os valores preditos e os valores reais.

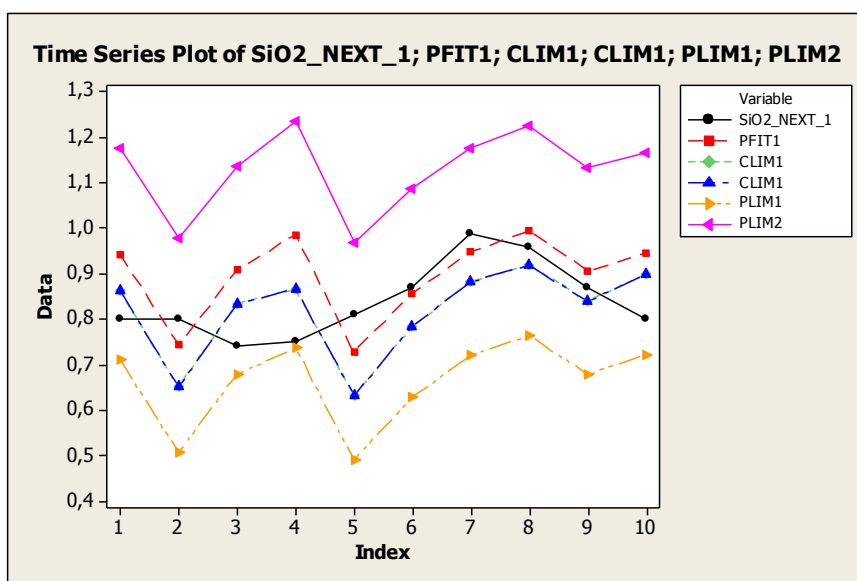


Figura 5-34: Série temporal dos valores preditos e valores reais.

Desta forma, o modelo ARX para predição do teor de sílica no concentrado obtido pode ser representado pelas Equações 5.4 a 5.6.

$$\mathbf{y}(k) = \Theta^T \cdot \boldsymbol{\psi}(k-1) + \mathbf{e}(k) \quad (5.4)$$

$$\Theta = [0,0229 \quad 0,06 \quad 0,461 \quad 0,000253 \quad 0,0113]^T \quad (5.5)$$

$$\psi(k-1) = \begin{bmatrix} SiO2\_ALM \\ 1 \\ SiO2\_CONC \\ MASSA\_ALM \\ Dy \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

## 6 CONCLUSÕES

Este trabalho demonstrou que existe uma relação mensurável entre as propriedades visuais de espuma de flotação obtidas através da análise de imagens e o desempenho operacional das colunas de flotação do segundo concentrador da Samarco Mineração.

Devido a limitação de instalação de somente uma câmera na unidade industrial, a escolha da coluna *cleaner* se mostrou assertiva para a determinação dos teores de sílica no concentrado. Duas propriedades visuais se mostraram correlacionadas com este teor, o deslocamento em direção ao transbordo e a textura elipse. Essas duas propriedades também são correlacionadas entre si. Desta forma, a utilização em conjunto pode impactar nas regressões por causa da multicolinearidade.

O algoritmo de correlação de fase proposto neste trabalho para determinação do deslocamento da espuma se mostrou uma alternativa rápida e robusta para este trabalho, com tempo de execução e variabilidade melhores do que os algoritmos da literatura.

De todas as propriedades visuais da espuma, a que se mostrou mais adequada para a predição do teor de sílica no concentrado foi o deslocamento no sentido do transbordo.

A análise do espectro de textura da imagem demonstrou que o pico central no histograma das unidades de textura serve como um bom classificador para o teor de sílica no concentrado. É possível concluir que na flotação em colunas do segundo concentrador da SAMARCO, bolhas maiores resultam em um concentrado com menor teor de sílica e com uma menor variabilidade. Este resultado apresenta uma nova perspectiva para análise e controle do tamanho de bolhas e sua relação com a recuperação do processo de flotação.

Não é possível determinar quantitativamente o tamanho das bolhas através do método de espectro de textura. Para tal tarefa, outra abordagem deve ser utilizada. Dentro do intervalo de tamanho de bolhas analisado nas 70 horas de operação a espuma apresentou-se estável, indicando que a mesma estava adequada para o processo.

Não é possível concluir que o contínuo aumento do tamanho das bolhas acarretaria na diminuição no teor de sílica no concentrado, pois o fenômeno de coalescência e instabilidade da espuma, esperado para espumas com bolhas muito grandes, influenciariam negativamente o resultado.

Das 12 características de textura exploradas no trabalho, obtidas das duas matrizes *GLCM* e *NGLDM*, a textura elipse se mostrou a mais promissora para a predição dos teores. As outras 11 texturas possuem alto coeficiente de determinação se comparadas às estatísticas de primeira ordem, cujo esforço computacional para obtenção é inferior às matrizes de textura.

As variáveis de processo disponíveis no *PIMS* foram coletadas em instantes de operação contínua sem a execução de planejamento de experimento. Desta forma, não foram explorados os pontos de operação necessários para se estudar as relações entre as variáveis de processo e as propriedades visuais. Esta análise se faz necessária em qualquer esforço com objetivo de controle através das propriedades visuais da espuma.

As relações analisadas entre o teor de ferro no rejeito e as propriedades da espuma da coluna *cleaner* não foram consideráveis. Este resultado era esperado em virtude à não relação direta entre *overflow* da coluna *cleaner* e o rejeito final da etapa de flotação em coluna. Para explorar estas relações, faz-se necessário um estudo específico com a espuma da etapa *scavenger* da coluna e da etapa *rougher*, visto que o *overflow* dessas colunas é a alimentação das *scavengers*.



## 7 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para complementação desse estudo, recomenda-se para trabalhos futuros:

- Implantar os algoritmos de análise de espumas de flotação para análise em tempo real;
- Desenvolver um algoritmo para quantificar o tamanho de bolhas;
- Análise de imagens das unidades *scavenger* da coluna objetivando determinar os teores de ferro no rejeito;
- Aplicar a análise de imagens do circuito de flotação convencional;
- Executar um planejamento de experimentos para análise das relações de variáveis de processo e propriedades visuais de espuma.
- Estudar a utilização de espumantes específicos para o controle do tamanho de bolhas de forma mais eficaz.

## 8 BIBLIOGRAFIA

Aguirre, L.A., 2004. Introdução à Identificação de Sistemas - Técnicas Lineares e Não Lineares Aplicadas a Sistemas Reais. Belo Horizonte: UFMG, 2nd. edição.

Aldrich, C., Marais, C., Shean, B.J. e Cilliers, J.J., 2010. Online monitoring and control of froth flotation systems with machine vision: a review. *International Journal of Mineral Processing*, p.1–13.

Araujo, A.C., Viana, P.R.M. e Peres, A.E.C., 2005. Reagents in iron ores flotation. *Minerals Engineering*, 18, p.219–224.

Baraldi, A. e Parmiggiani, F., 1995. An Investigation of the Textural Characteristics Associated with Gray Level Co-occurrence Matrix Statistical Parameters. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*.

Barbian, N., Cilliers, J.J., Morar, S.H. e Bradshaw, D.J., 2007. Froth imaging, air recovery and bubble loading to describe flotation bank performance. *International Journal of Mineral Processing* 84 (1-4), pp.81-88.

Bartolacci, G., Pelletier, P., Tessier, J., Duchesne, C., Bossé, P.A., Fournier, J., 2006. Application of numerical image analysis to process diagnosis and physical parameter measurement in mineral processes - Part I: Flotation control based on froth textural characteristics. In *Centenary of Flotation Symposium*. Brisbane, Queensland.

Bisshop, J.P., 1974. A study of particle entrainment in flotation froths. *Dissertação de Mestrado*. Queensland, Australis: University of Queensland.

Bonifazi, G., Serranti, S., Volpe, F. e Zuco, R., 1999. A Combined Morphological and Color Based Approach to Characterize Flotation Froth Bubbles. In *Second International Conference on IPMM '99*. Honolulu, USA , 1999.

Botha, C.P., 1999. An On-Line Machine Vision Flotation Froth Analysis Platform. Dissertação de Mestrado. Stellenbosch, Africa do Sul: University of Stellenbosch.

Botha, C.P., Webert, D.M., Olst, M.v. e Moolmant, D.W., 1999. A practical system for realtime on-plant flotation froth visual parameter extraction. In Proceedings of IEEE Africon., 1999.

Brown, N., Bourke, P., Ronkainen, S. e Van Olst, M., 2001. Improving flotation plant performance at Cadia by controlling and optimizing the rate of froth recovery using Outokumpu FrothMaster(TM). In 33rd Annual Meeting of the Canadian Mineral Processors. Ottawa, Ontario, 2001.

Cilliers, J.J., Asplin, R.A. e Woodburn, E.T., 1998. Kinetic flotation modelling using froth imaging data. In Laskowski, J.S. e Woodburn, E.T. Frothing in Flotation II. The Netherlands: Gordon and Breach Science Publishers. p.309–336.

Cutting, G.W., 1989. Effect of froth structure and mobility on plant performance. Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review, 5, pp.169-201.

Cutting, G.W., Barber, S.P. e Newton, S., 1986. Effects of froth structure and mobility on the Performance and simulation of continuously operated Flotation cells. International Journal of Mineral Processing, 16 , pp.43--61.

de Jager, G., Francis, J. J., Hatfield, D. P., Oostendorp, B. G., Bradshaw, D. J., Morar, S. H., Nicholls, F. C., Forbes, G. R., Heinrich, G. S., Markham, H. W., 2004. The Extraction of Valuable Minerals from Mined Ore. "Smartfroth 4". Patente REF: 2004/6157. No. V16402. Pretoria: Adams e Adams Patent Attorneys Pretoria AeA.

Deventer, J.S.J.v., Feng, D. e Burger, A.J., 2001. The use of bubble loads to interpret transport phenomena at the pulp–froth interface in a flotation column. Chemical Engineering Science 56, pp.6313-19.

Dobby, G.S. e Finch, J.A., 1986. Particle collection in columns - gas rate and bubble size effects. *Canadian Metallurgical Quarterly* 25 (1), pp.9-13.

Ellis, R.N., Homsby, D.T., Walker, D. e Clarkson, C., 1993. An assessment of froth behaviour in full scale coarse flotation cells. *International Journal of Coal Preparation and Utilization* 12, pp.27-39.

Engelbrecht, J.A. e Woodburn, E.T., 1975. The effects of froth height, aeration rate and gas precipitation on flotation. *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, pp.125-31.

Finch, J.A. e Dobby, G.S., 1990. *Column Flotation*. London, UK: Pergamon Press.

Finch, J.A., Uribe-Salas, A. e Xu, M., 1995. Column flotation. In Matis, K.A. e Marcel, D. *Flotation Sciences and Engineering*. New York. p.291–330.

Forbes, G. e de Jager, G., 2007. Unsupervised classification of dynamic froths. *SAIEE Africa Research Journal* 98, pp.38-44.

Francis, J.J. e De Jager, G., 2001. An investigation into the suitability of various motion estimation algorithms for froth imaging. In *Proceedings of the 1998 South African Symposium on Communications and Signal Processing (COMSIG '98)*., 2001.

Glembotskii, V.A., 1972. *Flotation*. New York.

Gonzalez, R. C. e Woods, R. E., 2000. *Processamento de imagens digitais*. São Paulo: Editora Blucher.

Haavisto, O., 2009. *Reflectance Spectrum Analysis of Mineral Flotation Froths and Slurries*. Tese de Doutorado. Helsinki University of Technology Control Engineering.

Hall-Beyer, M., 2007. The GLCM Tutorial Home Page. [Online] (2.10) Available at: <http://www.fp.ucalgary.ca/mhallbey/tutorial.htm> [Accessado em Janeiro 2012].

Haralick, R.M., Shanmugam, K. e Dinstein, I., 1973. Textural Features for Image Classification. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, pp.610-21.

Hargrave, J.M. e Hall, S.T., 1997. Diagnosis of concentrate grade and mass flowrate in tin flotation from color and surface texture analysis. Minerals Engineering, Vol 10, Nº 6, pp.613-21.

Harris, P.J., 1982. Frothing phenomena and frothers. In Principles of Flotation. Johannesburg: The South African Institute of Mining and Metallurgy, Vacation School, University of the Witwatersrand. pp.237-51.

Hatfield, D.P. e Bradshaw., D.J., 2003. The relationship between concentrate yield and descriptors from a machine vision system in a platinum flotation application. In International Mineral Processing Congress XXII. Cape Town, 2003.

Hätönen, J., 1999. Image analysis in mineral flotation. Research Report. Helsinki: Helsinki University of Technology Control Engineering Laboratory.

Heinrich, G., 2003. An Investigation into the Use of Froth Colour as Sensor for Metallurgical Grade in Copper System. Dissertação de Mestrado. Cape Town: University of Cape Town.

He, D.C. e Wang, L., 1990. Texture feature extraction from texture. IEEE Transactions on Geosciences and Remote Sensing 28, p.509–512.

Holtham, P.N. e Nguyen, K.K., 2002. On-line analysis of froth surface in coal and mineral flotation using JKFrothCam. International Journal of Mineral Processing 64, p.163–180.

- Hyötyniemi, H., Ylinen, R. e Miettunen, J., 2001. Soft computing at a flotation plant. In Leiviskä, K. Industrial Applications of Soft Computing - Paper, Mineral and Metal Processing Industries. Physica-Verlag, pp. 133–143.
- Kaartinen, J., Hätönen, J. e H. Hyötyniemi, J.M., 2006. Machine-vision-based control of zinc flotation—A case study. *Control Engineering Practice* 14, pp.1455-66.
- Kaartinen, J. e Koivo, H., 2002. Machine vision based measurement and control of zinc flotation circuit. *Studies in Informatics and Control* 11 (1), pp.97-105.
- King, R.P., 2001. Modeling and Simulation of Mineral Processing System. Utah: Butterworth-Heinemann.
- Kirillov, A., 2007. AForge.NET Framework's site. [Online] Available at: <http://code.google.com/p/aforge/> [Accessado em 10 Março 2011].
- Kirillov, A., 2007. Image Processing Lab. [Online] Available at: <http://code.google.com/p/iplab/> [Accessado em 10 Março 2011].
- Kirjavainen, V.M., 1996. Review and analysis of factors controlling the mechanical flotation of gangue minerals. *International Journal of Mineral Processing*, 46, pp.21-34.
- Kuglin, C.D. e Hines, D.C., 1975. The phase correlation image alignment method. In IEEE International Conference on Cybernetics and Society, pp 163-165. New York, 1975.
- Laplante, A.R., Kaya, M. e Smith, H.W., 1989. The effect of froth on flotation kinetics -- a mass transfer approach. In Laskowski, J.S. Frothing in Flotation. Glasgow: Gordon and Breach. pp.147-68.
- Laplante, A.R., Smith, H.W. e Toguri, J.M., 1983a. The effect of air flow rate on the kinetics of flotation. Part 1: The transfer of material from the slurry to the froth. *International Journal of Mineral Processing*, 11-3, pp.203-19.

- Laplante, A. R., Smith, H. W. e Toguri, J. M., 1983b. The effect of air flow rate on the kinetics of flotation. Part 2: The transfer of material from the froth over the cell lip. *International Journal of Mineral Processing*, 11-3, pp.221-34.
- Leja, J., 1982. *Surface Chemistry of Froth Flotation*. New York: Plenum Press.
- Lin, B., Recke, B., Knudsen, J. K. H. e Jørgensen, S. B., 2008. Bubble size estimation for flotation processes. *Minerals Engineering* 21, pp.539-48.
- Li, W. e Salari, E., 1995. Successive elimination algorithm for motion estimation. *IEEE Transactions On Image Processing*, 4, Janeiro. p.105–107.
- Mathe, Z. T., Harris, M.C., O'Connor, C. T. e Franzidis, J. P., 1998. Review of froth modeling in steady state flotation systems. *Minerals Engineering*, p.11(5):397–421.
- MathWorks, 2012. Create gray-level co-occurrence matrix from image - MATLAB. [Online] Disponível em: <http://www.mathworks.com/help/toolbox/images/ref/graycomatrix.html> [Acessado em Janeiro de 2012].
- Mehrotra, S. P. e Kapur, P.C., 1974. The effects of aeration rate, particle size and pulp density on the flotation rate distributions. *Powder Technology*, 9, pp.213-19.
- Moolman, D. W., Aldrich, C., Van Deventer, J. S. J. e Stange, W. W., 1995b. The classification of froth structures in a copper flotation plant by means of a neural net. *International Journal of Mineral Processing* 43, p.193–208.
- Moolman, D.W., Eksteen, J. J., Aldrich, c. e van Deventer, J. S. J., 1996. The significance of flotation froth appearance for machine vision control. *International Journal of Mineral Processing*, 48, pp.135-58.
- Morar, S. H. et al., 2005. The Use of a Colour Parameter in a Machine Vision System, SmartFroth, to Evaluate Copper Flotation Performance at Rio Tinto's

Kennecott Copper Concentrator. In Centenary of Flotation Symposium. Brisbane, 2005. Australasian Institute of Mining and Metallurgy.

Moys, M. H., 1978. A study of a plug flow model for flotation froth behaviour. *International Journal of Mineral Processing*, 5, pp.221-38.

Moys, M. H., 1984. Residence time distribution and mass transport in the froth phase of the flotation process. *International Journal of Mineral Processing*, 13, p.117–142.

Neethling, S. J., Lee, H. T. e Cilliers, J.J., 2003. Simple relationships for predicting the recovery of liquid from flowing foams and froths. *Minerals Engineering*, 16, p.1123–1130.

Nguyen, K. K. e Holtham, P., 1997. The application of pixel tracing techniques in the flotation process. In proceedings of the first joint Australian and New Zealand biennial conference on Digital Imaging and Vision Computing and Applications., 1997.

Nguyen, K. K. e Thornton, A. J., 1995. The application of texture based image analysis techniques in froth flotation. In Proceedings of the DICTA-95, the 3rd Conference on Digital Imaging Computing Techniques and Applications. Brisbane, Australia, 1995. Anthony Maeder e Brian Lovell.

Oestreich, J. M., Tolley, W. K. e Rice, D.A., 1995. The development of a color sensor system to measure mineral compositions. *Minerals Engineering*, Vol. 8, Nos 1/2, 31-39, pp.31-39.

Oliveira, J.F., 2007. Capítulo 3 - FLOTAÇÃO (Tendências Tecnológicas). In Fernandes, F.R.C., Matos, G.M.M.d. e Luz, Z.C.C.e.A.B.d. *Tendências Tecnológicas Brasil 2015*. Rio de Janeiro: CETEM. pp.p. 03-351.

Peres, A.E.C., Coelho, E.M. e Araujo, A.C., 1980. Flotação, espessamento, deslamagem e floculação seletiva. In Coelho, E.M. *Tratamento de Minérios e Hidrometalurgia*.



Pugh, R. J., 2005. Experimental Techniques for studying the Structure of Foams and Froths. *Advances in Colloid and Interface Science*, p.239 – 251.

Reddick, J. F., Hesketh, A.H., Morar, S.H. e Bradshaw, D.J., 2009. An evaluation of factors affecting the robustness of colour measurement and its potential to predict the grade of flotation concentrate. *Minerals Engineering* 22, pp.64-69.

Ross, V.E., 1988. Mass transport in flotation froths. Stellenbosch: Tese de Phd, University of Stellenbosch.

Sabino, D.M.U., Costa, L.F., Rizzati, E.G.I. e Zago, M.A., 2004. A texture approach to Leukocyte Recognition. *Real-Time Imaging*, 10, pp.205-16.

Shokr, M.E., 1991. Evaluation of Second-Order Texture Parameters for Sea Ice Classification From Radar Images. *Journal of geophysical research*, 96 (C6), pp 10625–10640.

Silva, R. R. R., 2008. Interação entre Surfatantes na Flotação de Minérios de Ferro. Tese de Doutorado. Belo Horizonte: Curso de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica e de Minas da Universidade Federal de Minas Gerais Universidade Federal de Minas Gerais.

Smith, P.G. e Warren, L.J., 1989. Entrainment of particles into flotation froths. In Breach, G.a. *Frothing in Flotation*. New York. pp.123-45.

Sun, C. e Wee, W.G., 1983. Neighboring gray level dependence matrix for texture classification. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 23, pp 341-352.

Trahar, W.J., 1981. A rational interpretation of the role of particle size in flotation. *International Journal of Mineral Processing*, 8, pp.289-327.

van Schalkwyk, T., 2002. Multivariable control of a rougher flotation cell. *Dissertação de Mestrado*. Cape Town: University of Cape Town.

- Ventura-Medina, E. e Cilliers, J.J., 2002. A model to describe flotation performance based on physics of foams and froth image analysis. *International Journal of Mineral Processing*, 67, pp.79-99.
- Vieira, M. G. Produção de um pellet feed a partir da concentração do rejeito da flotação mecânica da SAMARCO. Dissertação de Mestrado. Belo Horizonte: Curso de Pós-Graduação em Engenharia Metalúrgica e de Minas, Universidade Federal de Minas Gerais, 2008.
- Warren, L.J., 1985. Determination of the contributions of true flotation and entrainment in batch flotation tests. *International Journal of Mineral Processing*, 14, pp.33-44.
- White, M.E., 1974. Drainage models for mineral components in flotation froths, Monografia de Graduação. University of Queensland.
- Wright, B., 1999. The development of a vision-based flotation froth analysis system. Cape Town: Dissertação de Mestrado, University of Cape Town.
- Yan, H. e Liu, J.G., 2008. Robust phase correlation based feature matching for image co-registration and DEM generation. In *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*. Pequin, 2008.
- Yianatos, J.B., Finch, J.A. e Laplante, A.R., 1986. Apparant hindered settling in a gas-liquid-slurry counter-current column. *International Journal of Mineral Processing*, pp.18:155-165.
- Ylinen, R., Miettunen, J., Molander, M. e Siliämaa, E.R., 2000. Vision and model-based control of flotation. In *Future trends in automation in mineral and metal processing*. Finland, 2000. IFAC MM'2000.
- Zheng, X., Franzidis, J.-P. e Manlapig, E., 2004. Modelling of froth transportation in industrial flotation cells Part I. Development of froth

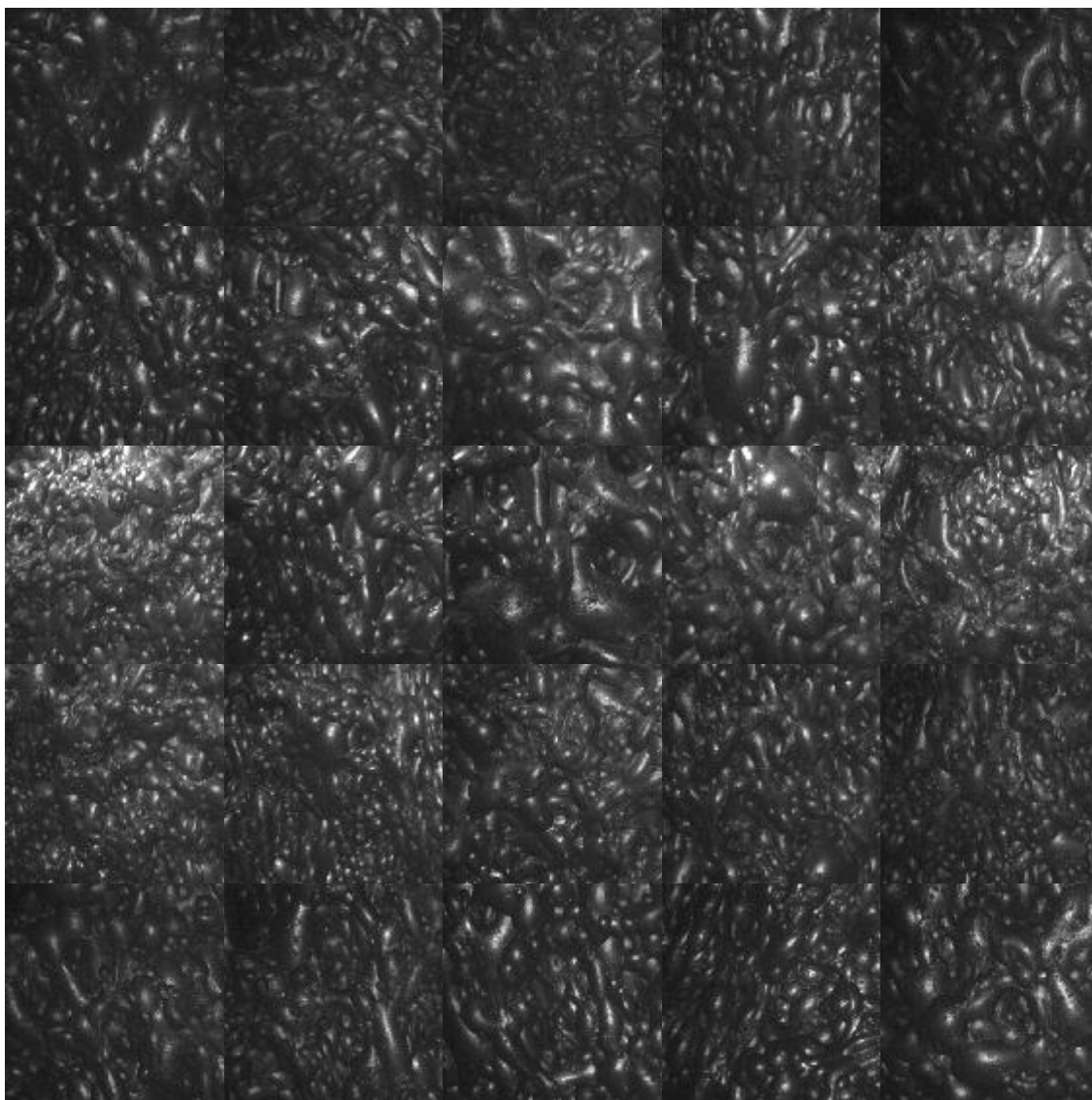
transportation models for attached particles. *Minerals Engineering*, 17, p.981–988.

Zheng, C., Sun, D. e Zheng, L., 2006. Recent applications of image texture for evaluation of food qualities—a review. *Trends in Food Science e Technology* 17, p.113–128.

## ANEXO I

### 9 BANCO DE IMAGENS

A sequência de imagens adquiridas ao longo de um dia de operação apresenta uma gama de variações de iluminação, texturas, cores e tamanhos. A **Figura 9-1** apresenta uma sequência, considerando 25 horas de operação amostradas a cada hora.



**Figura 9-1:** Sequência de imagens amostradas a cada 1 hora, iniciando às 00:13 do dia 16/01/2011 e terminando às 01:13 do dia 17/01/2011.

## ANEXO II

### 10 ANÁLISE DAS CARACTERÍSTICAS VISUAIS DE ESPUMA DE FLOTAÇÃO

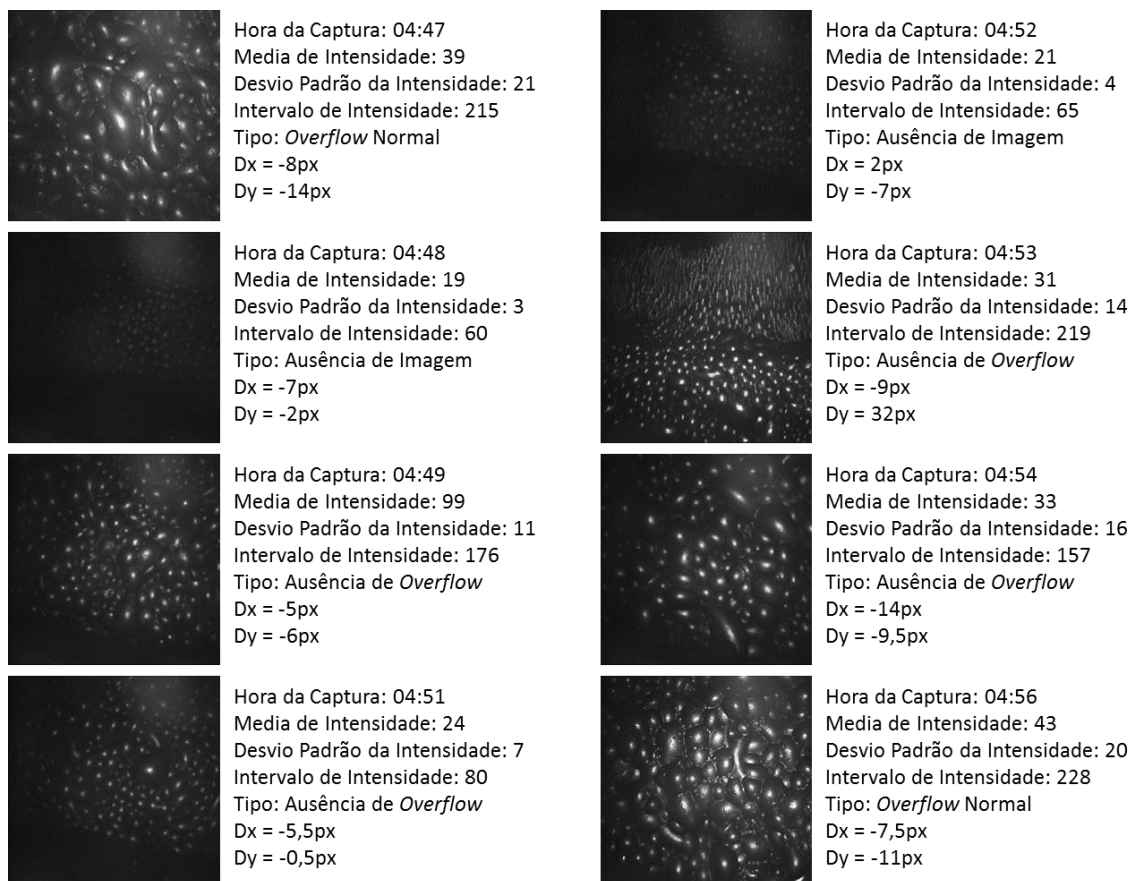
#### 10.1 DETECÇÃO DE *OVERFLOW*

Durante a operação contínua de colunas de flotação, nem sempre há um fluxo pelo transbordo da coluna. Neste momento, a análise de velocidade de deslocamento não pode ser considerada.

Existem três situações a considerar, sendo que a característica denominada *intervalo de intensidade* refere-se à diferença entre o maior e o menor valor de intensidade de cinza da imagem:

- ausência de imagem: nessa situação a espuma não aparece na imagem. Sendo assim, a imagem é completamente inútil para a análise. Nesse caso, observa-se que a intervalo de intensidade de cinza na imagem é menor do que 80;
- ausência de overflow: nessa situação a espuma aparece na imagem, porém, não há um fluxo em direção ao transbordo. Sendo assim, a espuma apenas se move dentro da coluna de flotação de forma aleatória. Nesse caso, observa-se que a intervalo de intensidade de cinza na imagem é maior ou igual a 80, porém, devido a diferentes aspectos da espuma, não é possível definir uma limiar superior que possa ser adotado como classificador;
- overflow normal: nessa situação a espuma apresenta um deslocamento em direção ao transbordo da coluna que pode ser estimado pelos algoritmos.

A Figura 10-1 apresenta uma sequência de imagens para demonstrar os três tipos de overflow e as respectivas características da imagem.



**Figura 10-1: Sequência de captura de imagens com diferentes características, com intervalo de nove minutos. Os valores Dx e Dy correspondem ao deslocamento horizontal e vertical, respectivamente, medido em pixels.**

Desta forma, foram desconsideradas das análises posteriores as imagens cujo intervalo de intensidade fosse menor do que 80 unidades.

## 10.2 COMPARAÇÃO DOS ALGORITMOS DE DESLOCAMENTO

Os algoritmos de computação do deslocamento entre imagens de espuma de flotação mais adotados para cálculo da velocidade de escoamento são o rastreamento de bolhas e o rastreamento de blocos. O algoritmo de correlação de fase é usualmente empregado em geoprocessamento com o objetivo de

enquadrar imagens aéreas, porém, sua aplicação em computação de deslocamento entre imagens foi avaliada e os resultados são apresentados nos próximos tópicos, bem como uma breve descrição dos parâmetros dos algoritmos adotados.

Em termos de processo, é mais natural descrever esta característica como velocidade de espuma, porém, do valor do deslocamento em pixel chega-se ao valor da velocidade efetuando transformações lineares para escalonamento, o que não interfere nas análises deste trabalho.

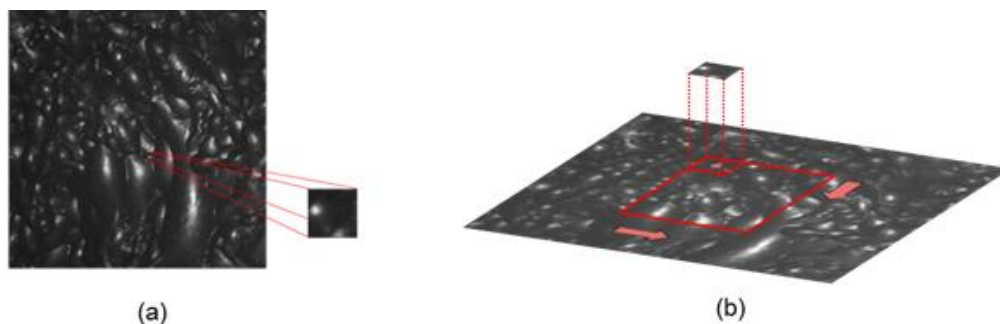
### 10.2.1 Rastreamento de bolha

O algoritmo de rastreamento de bolha utilizado foi o *Exhaustive Template Match* inserido dentro do framework AForge.

Nesse algoritmo, definem-se duas imagens, uma subsequente à outra, denominadas imagem *A* e *B*. Define-se uma região da imagem *A* denominada *template* e uma região de busca na imagem *B*, concêntrico ao *template*.

O algoritmo procede percorrendo, *pixel a pixels*, o *template* sobre a área de busca na imagem subsequente, calculando a diferença absoluta entre ambos, e a somatória desta diferença é comparada com um índice de similaridade. Caso seja maior ou igual ao índice, o centro da região sob o *template* neste instante é armazenada e definida com um ponto de similaridade e a distância deste ponto até o centro da região de busca é o módulo do vetor deslocamento, conforme Figura 10-2.

O critério para seleção do *template* utilizado neste trabalho foi o centro da imagem *A*, sendo definido como uma área quadrada de  $50 \times 50$  pixels e a região de busca com  $256 \times 256$  pixels na imagem *B*. O critério de similaridade utilizado foi a soma da diferença absoluta, sendo selecionada a posição com valores maiores do que 97%;



**Figura 10-2: Obtenção do *template* (a) e o mecanismo de busca por similaridade (b).**

É possível encontrar mais de um ponto de similaridade na análise da região de busca, sendo então calculada a média de todos os pontos para se determinar o deslocamento.

### 10.2.2 Rastreamento de blocos

O algoritmo de rastreamento de bolha utilizado foi o *Exhaustive Block Match* inserido dentro do framework AForge.

A base do algoritmo de rastreamento de blocos é a mesma do rastreamento de bolhas, porém, mais de um *template* são obtidos, sendo o critério de seleção dos *templates* os pontos máximos após a aplicação de um filtro de derivada de primeira ordem com *threshold* igual a 60 unidades. Cada ponto de máximo dá origem a um *template* diferente para a busca. O algoritmo foi limitado a 20 blocos para não haver processamento excessivo.

Após a seleção dos blocos, o algoritmo realiza a mesma operação do algoritmo de rastreamento de bolha, porém, para cada um dos *templates* selecionados. Para o algoritmo são fornecidas as duas imagens sequenciais, os pontos centrais dos blocos, o tamanho dos blocos e o tamanho da área de busca.

Foi definido um bloco de  $25 \times 25$  pixels e uma região quadrada de busca de  $256 \times 256$  pixels em torno de cada *template*. O critério de similaridade também é de 97%, e o resultado final é a média dos deslocamentos calculados para cada

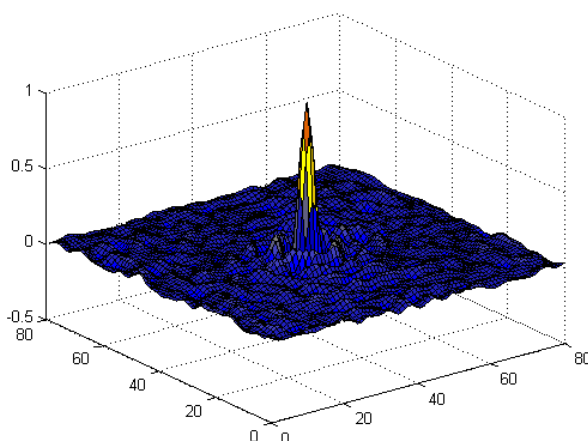


bloco, sendo que somente o ponto de maior similaridade em cada bloco é adotado para o cálculo da média global.

### 10.2.3 Correlação de fase

O algoritmo de correlação de fase recebe duas imagens como parâmetro e uma frequência que definem um filtro passa baixa a ser aplicado na imagem para eliminar ruídos e destacar componentes essenciais para o algoritmo.

O algoritmo procede transformando as imagens para o espaço de frequência via transformada rápida de Fourier e aplicando o filtro passa baixa definido pelo parâmetro. Das imagens filtradas é calculada a correlação de fase conforme Equação 3.55. O resultado é uma matriz que, após a normalização, indica o coeficiente de correlação das imagens, com um pico indicando o ponto de máxima, conforme Figura 10-3, onde pode-se observar o resultado da correlação de fase entre duas imagens idênticas deslocadas de  $-40$  pixels no eixo vertical e  $40$  pixels no eixo horizontal.



**Figura 10-3: Pico de correlação obtida pelo algoritmo de correlação de fase entre duas imagens deslocadas  $-40$  pixels no eixo vertical e  $40$  pixels no eixo horizontal.**

O ponto de correlação máxima aponta o deslocamento, em pixels, em cada eixo, em relação ao quadrante em que está localizado. São quatro quadrantes,

conforme Figura 10-5, onde se pode observar o deslocamento do eixo de referência para o quadrante específico bem como o deslocamento calculado a partir desta referência.

A definição do filtro passa baixa ideal foi realizada conforme a Tabela 10-I: Faixas de frequência e deslocamentos calculados por faixa, sendo adotada a faixa de 0-300 unidades, pois abaixo de 250 unidades há uma suavização excessiva, comprometendo os resultados pela perda de informações de baixa frequência, como pode ser observado na Figura 10-5.

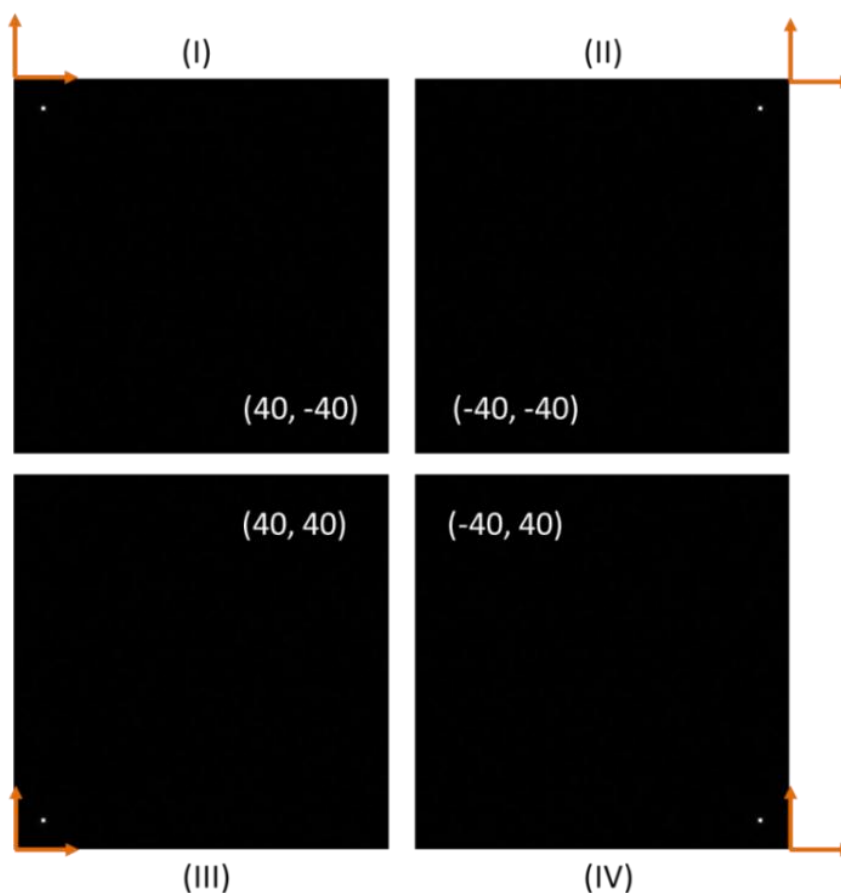
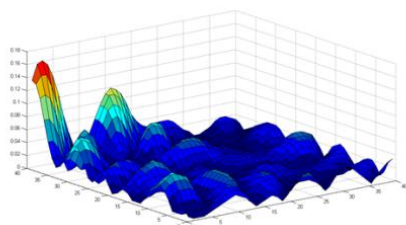


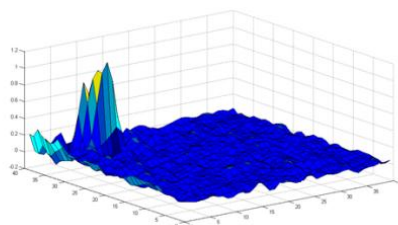
Figura 10-4: Quadrantes (I), (II), (III) e (IV) e as respectivas mudança de eixos para cálculo do deslocamento pela correlação de fase. O ponto branco representa a máxima correlação.

Tabela 10-I: Faixas de frequência e deslocamentos calculados por faixa

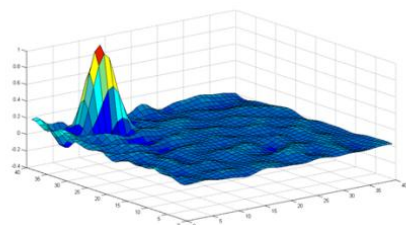
<i>Freq. Min</i>	<i>Freq. Max</i>	<i>Dx</i>	<i>Dy</i>	<i>D</i>
0	50	0,00	0,00	0,00
0	100	0,00	0,00	0,00
0	150	-5,00	-10,00	11,18
0	200	0,00	0,00	0,00
0	250	-6,00	-10,00	11,66
0	300	-6,00	-10,00	11,66
0	350	-6,00	-10,00	11,66
0	400	-6,00	-10,00	11,66



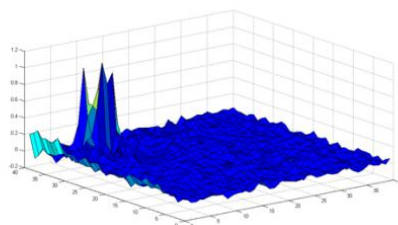
(a)



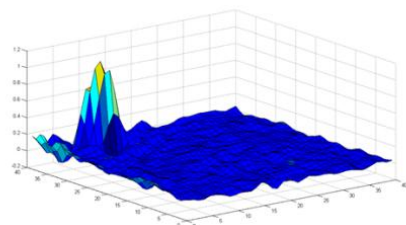
(d)



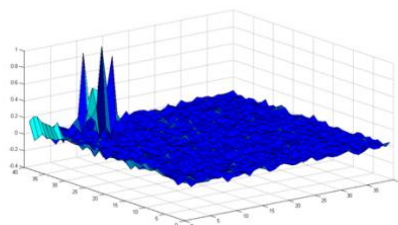
(b)



(e)



(c)



(f)

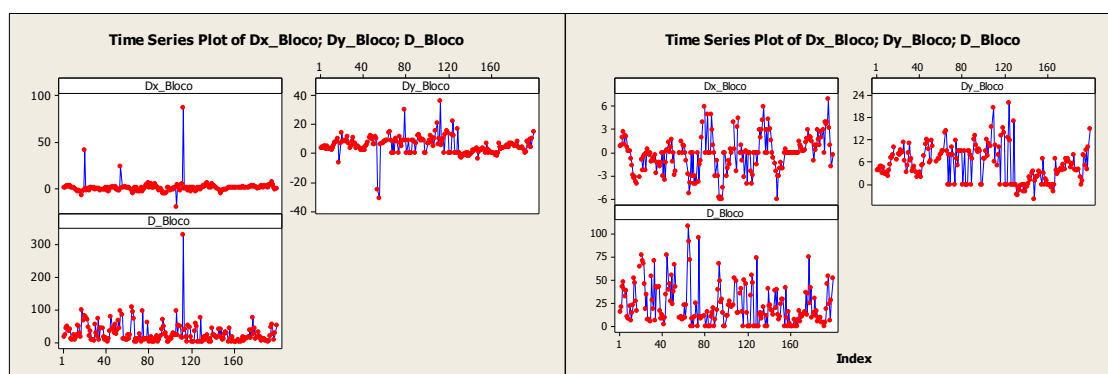
Figura 10-5: Correlação de fase entre duas imagens para diversos filtros passa faixa. (a) 0 a 50; (b) 0 a 100; (c) 0 a 150; (d) 0 a 200; (e) 0 a 250; (f) 0 a 300.

### 10.2.4 Comparação dos resultados

Para a comparação, as imagens foram obtidas no formato  $1024 \times 1024 \text{ pixels}$  sendo extraída a parte central de  $512 \times 512 \text{ pixels}$ . As imagens passam por um filtro de mediana  $3 \times 3$  e são convertidos para escala de cinza antes do processamento.

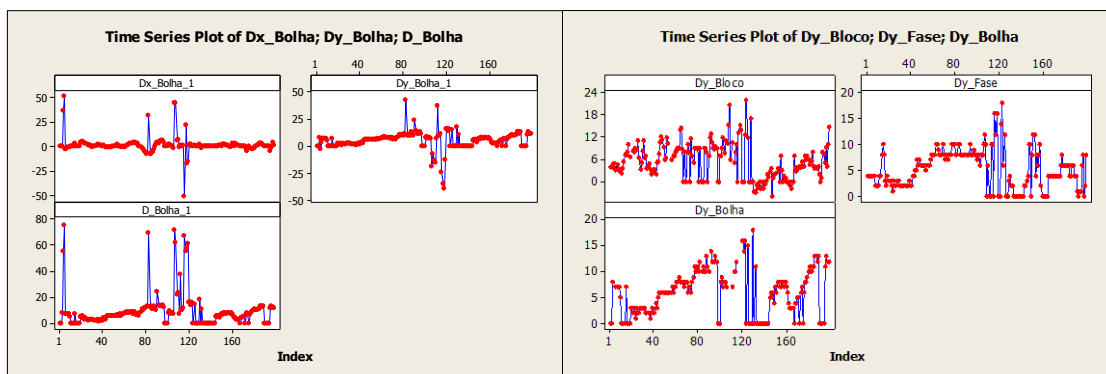
Foram adquiridas 200 imagens sequencias com intervalo de captura de  $1/30\text{s}$  e esse conjunto foi submetido aos algoritmos de estimação de deslocamento.

O algoritmo de rastreamento de blocos apresentou pontos discrepantes tanto no deslocamento horizontal quanto vertical. A série temporal obtida é apresentada na Figura 10-6, junto à série após a eliminação dos *outliers*.



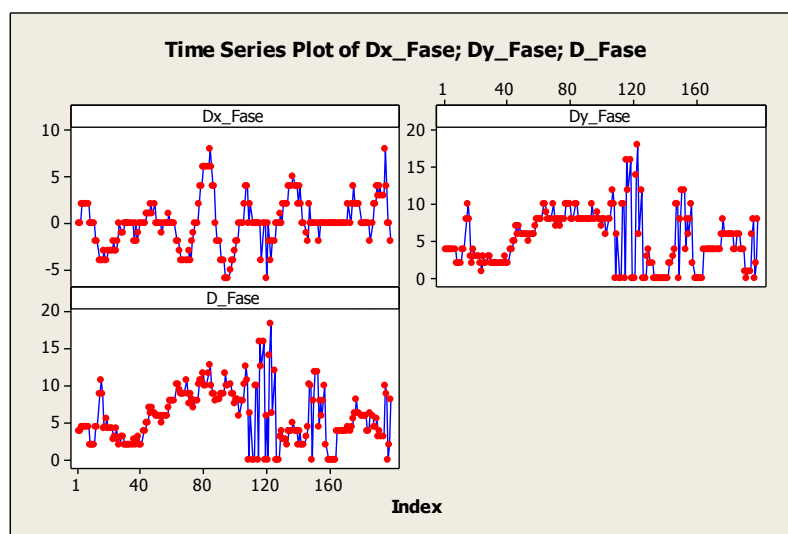
**Figura 10-6:** Série temporal dos deslocamentos calculados pelo rastreamento de blocos antes e depois da eliminação dos *outliers*.

O algoritmo de rastreamento de bolhas também apresentou pontos discrepantes tanto no deslocamento horizontal quanto vertical. A série temporal obtida é apresentada na Figura 10-7, junto à série após a eliminação dos *outliers*.



**Figura 10-7:** Série temporal dos deslocamentos calculados pelo rastreamento de bolhas antes e depois da eliminação dos *outliers*.

O algoritmo de correlação de fase não apresentou pontos discrepantes. A série temporal obtida é apresentada na Figura 10-8.



**Figura 10-8:** Série temporal dos deslocamentos calculados pelo algoritmo de deslocamento de fase.

Deste ponto em diante serão analisados os resultados com base no deslocamento no eixo vertical, visto que esse resultado está fisicamente associado ao transbordo da espuma pela coluna de flotação.

A análise de médias e desvios mostra que todos os três algoritmos apresentam média estatisticamente iguais, conforme Figura 10-9 e comprovado pelo teste ANOVA apresentado na Figura 10-10, com  $p\text{-valor}=0,232$ .

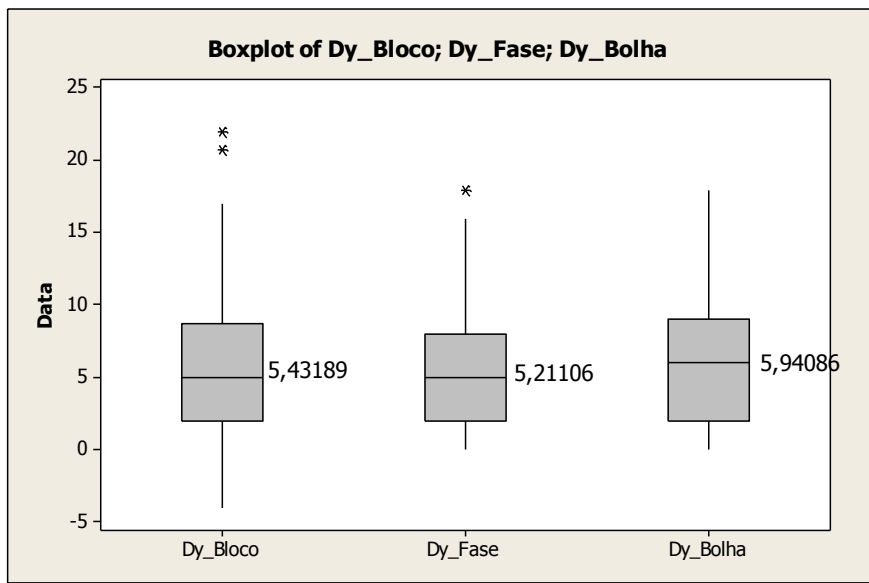


Figura 10-9: Boxplot dos deslocamentos no eixo vertical com as médias de cada algoritmo.

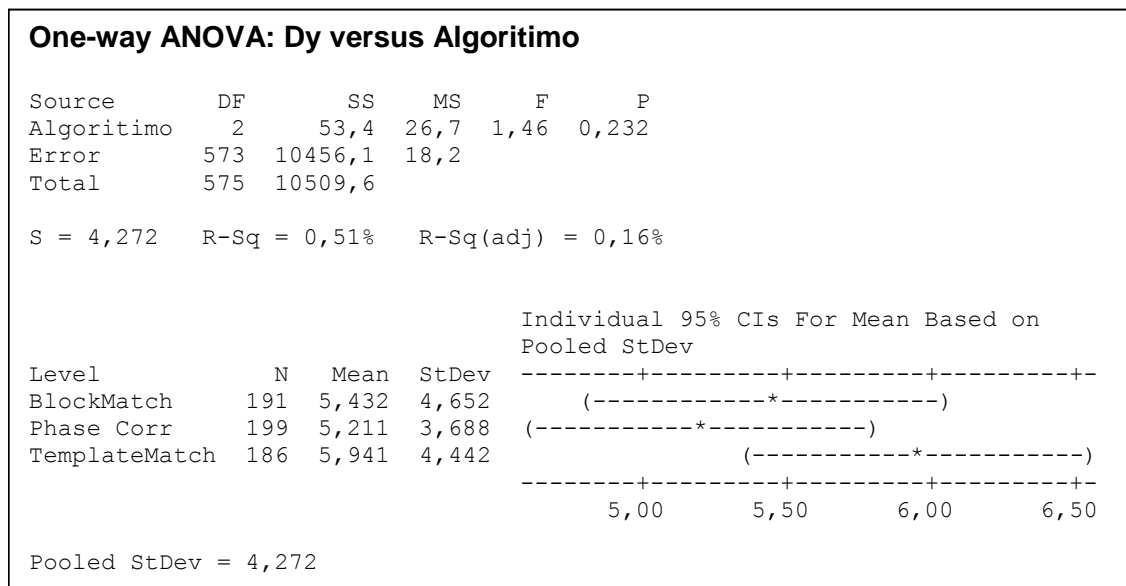
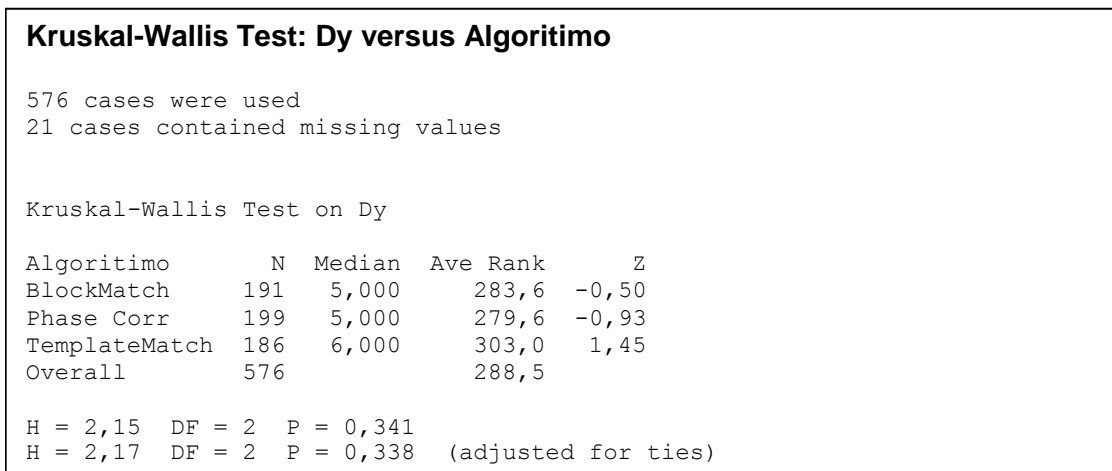


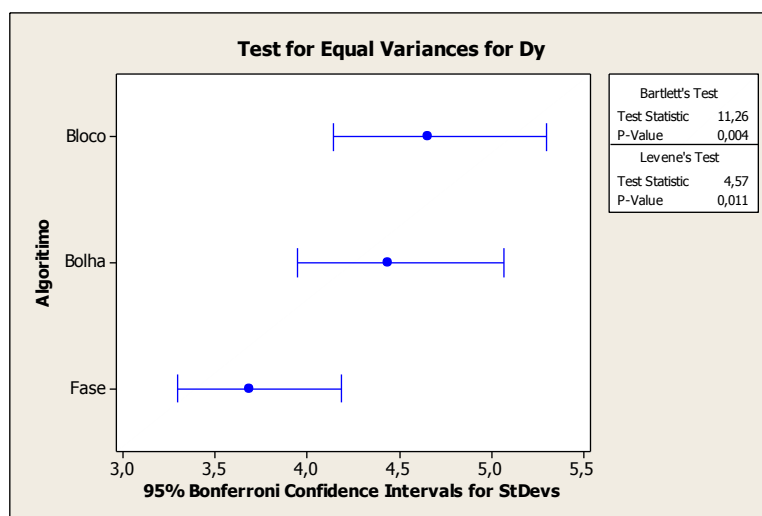
Figura 10-10: ANOVA - Análise de média dos algoritmos

A análise de medianas aponta que os três resultados possuem medianas estatisticamente equivalentes, conforme teste de Kruskal-Wallis com p-valor=0,341 (Figura 10-11).



**Figura 10-11: Análise de mediana dos algoritmos**

A análise de variâncias mostra que os algoritmos não possuem variâncias equivalentes e que a correlação de fase apresenta o menor valor entre os três algoritmos avaliados (Figura 10-12).



**Figura 10-12: Análise de variância dos deslocamentos verticais calculados pelos algoritmos**

A análise dos tempos de execução dos algoritmos mostra que os algoritmos não possuem medianas equivalentes e que o algoritmo de rastreamento de blocos possui média de tempo de execução dezessete vezes maior do que os outros dois algoritmos, conforme Figura 10-13 e Figura 10-14.

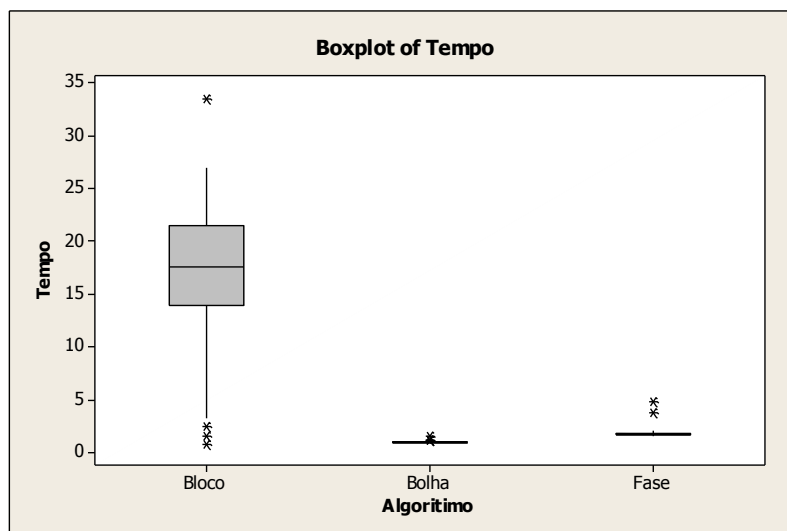


Figura 10-13: *Boxplot* dos tempos de execução dos algoritmos, em segundos.

**Kruskal-Wallis Test: Tempo versus Algoritmo**

583 cases were used  
14 cases contained missing values

Kruskal-Wallis Test on Tempo

Algoritmo	N	Median	Ave Rank	Z
BlockMatch	198	0,000175839	481,5	19,48
Phase Corr	199	0,000017014	288,0	-0,41
TemplateMatch	186	0,000009375	94,5	-19,38
Overall	583		292,0	

H = 506,42 DF = 2 P = 0,000  
H = 506,42 DF = 2 P = 0,000 (adjusted for ties)

Figura 10-14: Análise de mediana dos tempos de execução dos algoritmos

Considerando o resultado anterior que prova a ineficiência do algoritmo de rastreamento de blocos em relação aos outros, foi realizada mais uma coleta para análise comparativa entre o rastreamento de blocos e o deslocamento de fase, desta vez, com duração maior a fim de incluir efeitos sazonais na análise.

Foram coletadas 10 imagens sequenciais com intervalo de amostragem de 1/30s, sendo que essa amostragem se repetia a cada minuto, durante dois dias consecutivos, totalizando 11722 amostras. Para esta comparação, serão mantidos os *outliers*.



A análise dos deslocamentos no eixo vertical entre os dois algoritmos mostra que as médias são diferentes, conforme teste ANOVA com p-valor = 0 (

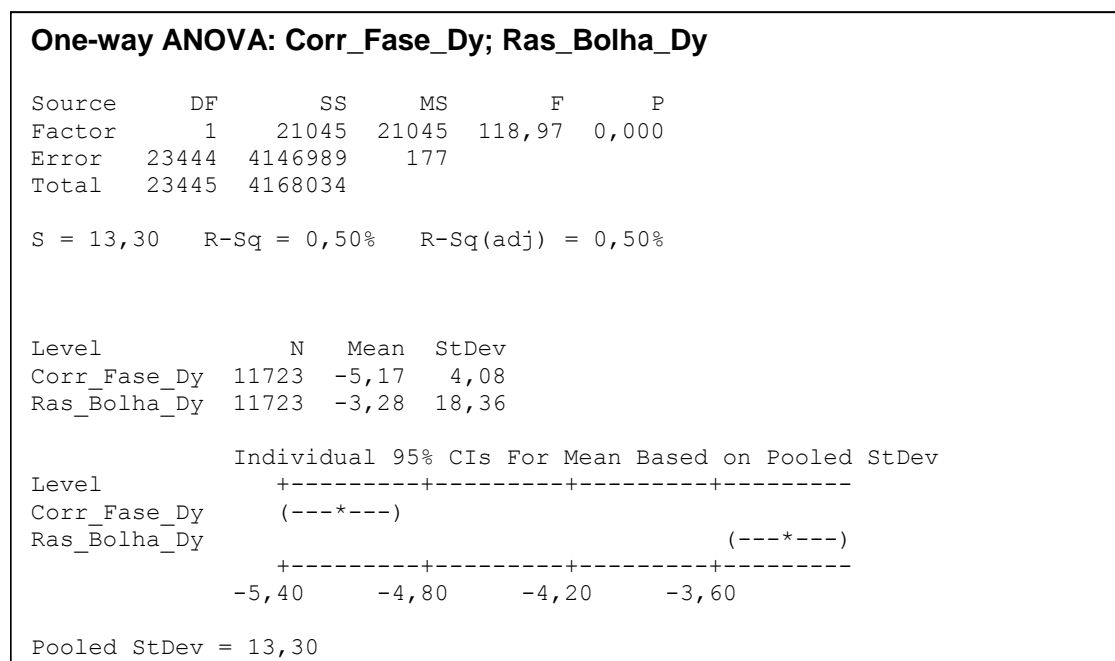
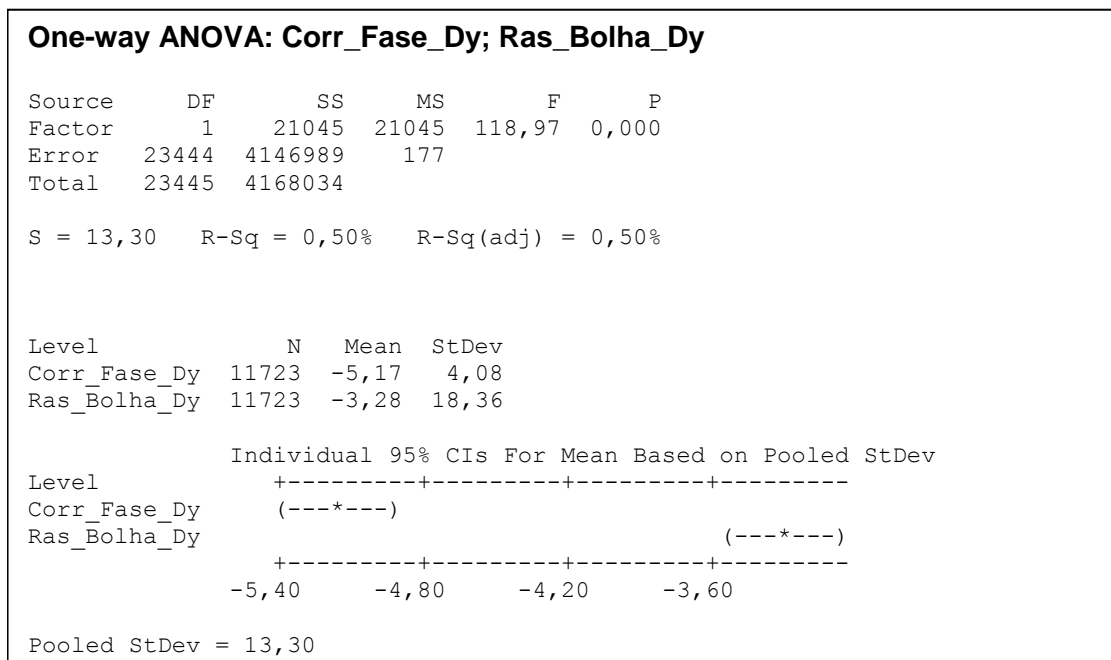
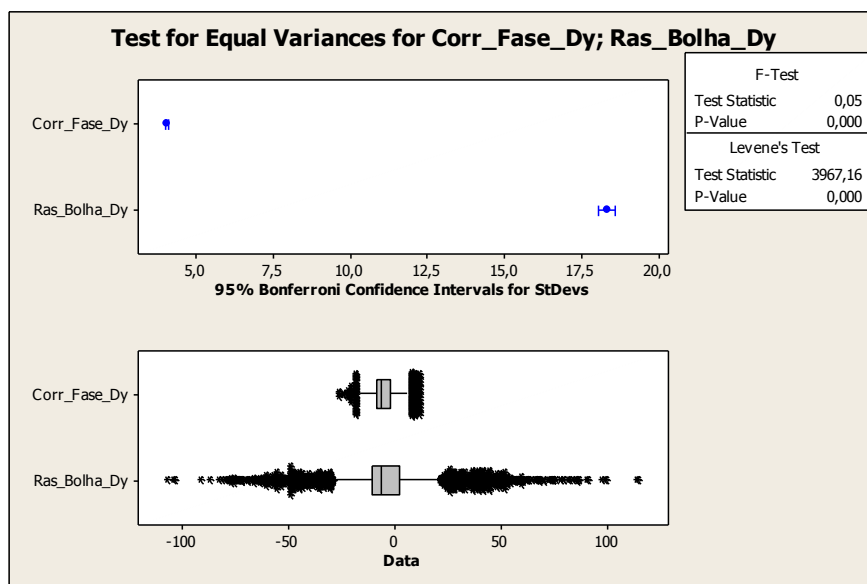


Figura 10-15).

O teste de variância mostra que o algoritmo de correlação de fase possui menor variância se comparado ao deslocamento de bolhas, conforme Figura 10-16.



**Figura 10-15: Análise de média dos algoritmos de correlação de fase e rastreamento de bolhas.**



**Figura 10-16: Análise de variância dos algoritmos de correlação de fase e rastreamento de bolhas.**

Com base nestes resultados, será adotado o algoritmo de correlação de fase como base para as próximas análises, visto que o mesmo apresentou menor variabilidade quando comparado aos outros algoritmos, a performance do

cálculo foi satisfatória e o algoritmo se mostrou menos susceptível a variações de imagem visto que a existência de pontos discrepantes foi menor quando comparado aos outros algoritmos.