Universidade Federal de Minas Gerais
Instituto de Ciências Exatas – ICEX
Departamento de Matemática

Leonardo Pereira Barcelos

Ensino de Geometria com o Software GeoGebra: Aplicações em Sala de Aula

Belo Horizonte
2013

Leonardo Pereira Barcelos

Ensino de Geometria com o Software GeoGebra: Aplicações em Sala de Aula

Monografia Apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática para Professores com Ênfase em Matemática do Ensino Básico da Universidade Federal de Minas Gerais como Requisito Parcial à Obtenção do Título de Especialista em Matemática

Orientador: Prof. Dr. Paulo Antônio Fonseca Machado

Belo Horizonte

2013

Agradecimentos

Agradeço a Deus por me guiar e me abençoar em todos os momentos de minha vida e me fizesse enxergar que sempre é possível realizar nossos sonhos.

Agradeço a meus pais pelo incentivo e carinho em todas as horas.

Agradeço a minha namorada Ana Cristina pelo incentivo, carinho e compreensão em todos os momentos.

Agradeço aos colegas de trabalho por todo o suporte antes, durante e depois da realização das atividades.

Agradeço ao Professor Paulo Antônio pela dedicação que me deu enquanto orientado.

Resumo

Este trabalho visa mostrar o ensino da Geometria no Ensino Fundamental, em especial, o uso do software de geometria dinâmica *GeoGebra* nas aulas de matemática.

Serão apresentadas atividades que foram aplicadas em alunos do 6º e 9º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública do município de Vespasiano – MG.

As atividades foram criadas para serem utilizadas no laboratório de informática da escola e todas possuem roteiros para a orientação de alunos e professores.

Palavras-chave: Ensino Fundamental, Geometria, *GeoGebra.*

Abstract

This work aims to show the teaching of geometry in elementary education, in particular the use of dynamic geometry software GeoGebra in math classes.

Will be presented activities that were applied to students in the 6th and 9th grade of elementary school in a public school in the city of Vespasian - MG.

The activities are designed for use in the computer lab of the school and all have roadmaps to guide students and teachers.

Keywords: Elementary Education, Geometry, *GeoGebra*.

Sumário

Introdução

Em 2007 iniciei o curso de Licenciatura em Matemática no Centro Universitário de Belo Horizonte – UNI-BH e comecei a lecionar, por opção, em maio 2011, apesar de ter concluído a graduação em julho de 2010.

Atualmente sou professor efetivo da rede pública estadual de ensino de Minas Gerais, lecionando em Belo Horizonte, e professor designado da rede pública municipal de Vespasiano. Nos dois cargos, leciono para turmas do ensino fundamental.

Durante todo o Curso de Licenciatura fiz uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC's) para auxiliar-me na resolução de problemas e na aprendizagem da matemática. Em especial usava softwares matemáticos para construção de gráficos, como, por exemplo, o *Winplot*.

As Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) podem ser definidas como a integração de métodos e processos de produção, com o objetivo de proporcionar o processamento, a disseminação, a visualização e a utilização de informação, no interesse dos seus utilizadores. São tecnologias necessárias para o processamento da informação ou, mais especificamente, para converter, armazenar, proteger, tratar, transmitir e recuperar a informação, a partir de qualquer lugar e em qualquer momento.

Enquanto cursava a graduação, fiz um trabalho de conclusão de curso que tinha por objetivo mostrar como os professores de matemática da rede pública estadual de Belo Horizonte utilizavam a ferramenta "computador" juntamente com a tecnologia informática no ensino da matemática. Esse trabalho foi feito em algumas escolas localizadas no vetor norte da capital mineira e que possuíam laboratórios de informática.

Entretanto, não foi possível mostrar como era o desenvolvimento de atividades com os recursos computacionais, pois os professores das escolas pesquisadas não utilizavam os recursos em razão de fatores, dentre eles a falta de conhecimento em informática, o acomodamento por parte de alguns profissionais e a não permissão, por parte da direção de algumas escolas, da utilização do laboratório de informática.

Mediante os fatos acima decidi propor um trabalho no Programa de Especialização em Matemática para Professores com Ênfase em Matemática do Ensino Básico da Universidade Federal de Minas Gerais, que visasse mostrar como os recursos computacionais podem ser utilizados no contexto do ensino da matemática.

O uso da tecnologia da informática no contexto escolar tornou-se, em geral, tema de grandes debates nas mesas de discussões sobre educação e, em particular, sobre educação matemática. Ainda é possível ler em alguns periódicos falas sobre o “perigo” que a utilização da informática poderia trazer para a aprendizagem dos alunos. O medo seria que o computador realizaria todas as tarefas do aluno e esse por sua vez não faria nada. De modo prático, o computador seria a parte intelectual do aluno.

Mas, a intenção não é discutir se o computador deve ou não ser considerado na realidade escolar, pois como afirma Machado (2000:233)

> não faz mais qualquer sentido a discussão sobre a conveniência de se utilizar computadores na escola. Usar ou não já não é a questão. O computador está aí, cada vez mais presente fora da escola, insinuando-se como instrumento básico para muitas das tarefas escolares. A escola pode até fechar os olhos para ele, mas estará deixando de lado aspectos significativos da realidade extraescolar, da sociedade como um todo.

Borba (2001:12) ainda sugere que

> parece mais relevante analisar o novo cenário educacional que se constitui a partir da entrada desse “novo ator”, a tecnologia informática. E o interessante são as possibilidades e dificuldades que se apresentam, sem comparar se são melhores ou piores do que aquelas nas quais essa tecnologia não é utilizada.

Discussões sobre a forma como a tecnologia de informática (TI) têm sido utilizadas e a implicação desse uso para a organização da sociedade atual é presença constante na literatura. Nas escolas, tal discussão surge como fruto de uma maior disseminação de programas educacionais que envolvem o uso de informática.

Um desses programas educacionais foi implantado, em 2011, pela Prefeitura Municipal de Vespasiano, através da Coordenação de Matemática da Secretaria Municipal de Educação (SME). O programa consiste em capacitar todos os professores de matemática a manusear um software de geometria dinâmica, para que os mesmo sejam capazes de produzir materiais relacionados principalmente a geometria, que possam ser utilizados pelos alunos e por outros professores dentro do laboratório de informática das escolas.

O software de geometria dinâmica escolhido pela SME foi o *GeoGebra,* pois é um software gratuito e de código aberto.

O *GeoGebra*, foi criado por Criado por Markus Hohenwarter, o *GeoGebra* é um software de matemática dinâmica gratuito e de multiplataforma para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo em um único sistema.

Ainda que seja um sistema de multiplataforma, neste trabalho darei foco ao uso do *GeoGebra* para a geometria.

Apesar de todo o esforço da Coordenação de Matemática da Secretaria Municipal de Educação de Vespasiano para treinar e capacitar todos os professores de matemática existem casos de professores que entraram na rede após essa capacitação e tiveram que aprender o software *GeoGebra* por si mesmo.

Isto foi o que aconteceu comigo. Entrei na rede de educação de Vespasiano em maio de 2011, duas semanas após a capacitação, então tive que procurar aprender o programa através de apostilas e vídeos.

A internet foi minha aliada para resolver esse problema. Pesquisei em um site de buscas, vídeos que mostrassem como manusear o software GeoGebra e então encontrei os vídeos do Professor Luiz Cláudio Mesquita de Aquino. São 24 vídeos que ensinam como manusear o programa. Esses vídeos estão disponíveis no servidor do *Youtube*[1]. Fiz o *download* dos vídeos e comecei a praticar e a manusear constantemente o software *GeoGebra*. Foi o manuseio constante e a curiosidade que me fizeram aprender o pouco que sei sobre este software.

Nos capítulos seguintes dissertarei sobre como foram planejadas as aulas, como são os ambientes das escolas em que foram aplicadas as atividades, os arquivos e os roteiros para o preenchimento e o orientação dos alunos, e ainda, a dinâmica das aulas no laboratório de informática. Acredito que com um bom planejamento é possível dar uma boa aula em um laboratório de informática e com um bom aproveitamento do ensino e aprendizagem por parte dos alunos.

1 http://www.youtube.com/user/LCMAquino/videos

Capítulo 1

Neste capítulo, abordo como se deu a preparação das aulas no laboratório de informática com o software *GeoGebra*, a infraestrutura das escolas onde foram aplicadas as aulas com os recursos informatizados e a preparação dos arquivos a serem utilizados no laboratório.

1.1 - A preparação da aula

Como qualquer aula, seja ela com recursos informatizados ou não, é necessário todo um planejamento, até nos seus mínimos detalhes, para que tudo saia da melhor maneira possível. Mesmo assim, ainda corremos o risco de alguma coisa fluir diferentemente do planejado.

Primeiramente é necessário que todos os arquivos do GeoGebra estejam instalados nas máquinas a serem utilizadas. Depois é necessário que todos os alunos tenham em mãos um roteiro para orientá-los na dinâmica das atividades. Sobre o roteiro falarei mais especificamente à frente.

No meu caso, não preciso me preocupar em verificar o funcionamento dos computadores, uma vez que, na escola, onde leciono há tem um profissional específico para isto. Entretanto, caso algum professor queira aplicar atividades semelhantes, é necessário fazer tal verificação antes de prosseguir para o laboratório.

1.2 - As escolas

As escolas em que foram aplicadas as atividades são de responsabilidade do município de Vespasiano e estão localizadas em bairros afastados do centro urbano da cidade, ou seja, estão na periferia do município. Apesar de estarem na periferia do município, as escolas são bem equipadas e bem estruturadas, possuem equipamentos de áudio e vídeo diversificados que estão sempre disponíveis e em bom funcionamento para serem utilizados.

As escolas ainda possuem laboratórios de informática equipados com quinze computadores e nesses computadores estão instalados alguns softwares educativos, dentre eles o GeoGebra. O sistema operacional dos computadores do laboratório é o Linux. Os laboratórios têm um bom sistema de refrigeração, o que ajuda e muito nos dias quentes.

As escolas também possuem um profissional responsável para zelar pelos laboratórios e os mesmos auxiliam os professores durante as aulas com os recursos informatizados. Esse profissional é de grande valia para os professores, uma vez que não precisamos nos preocupar em ligar ou desligar as máquinas, abrir ou fechar o laboratório. Isto gera uma economia de tempo, cerca de dez minutos, ou seja, um quinto de uma aula normal.

Quinze computadores suportam a quantidade de alunos, uma vez que as turmas dessas escolas têm, no máximo, trinta e três alunos. Assim, para cada computador, temos uma dupla de alunos. Um ou dois computadores, no máximo, ficam com três alunos. Essa formação de duplas é interessante, já que nem todos têm acesso a um computador, pois se tratam, na maioria, de alunos com baixo poder aquisitivo, sem condições financeiras de ter acesso a tal tecnologia. Assim, os alunos que têm um conhecimento básico de informática ajudam os colegas que não têm conhecimento algum.

1.3 - Os arquivos

Nesse trabalho de monografia foram inseridos oito arquivos. Todos eles, criados no *GeoGebra*.

Antes de realizar o trabalho de monografia, eu já havia feito seis desses arquivos, que por sua vez, só foram aperfeiçoados. Inclusive, desses seis arquivos, eu já havia aplicado cinco deles em sala de aula.

Os arquivos que eu já havia feito foram os de áreas de figuras planas (área do quadrado, área do triângulo, área do retângulo e área do paralelogramo) e o arquivos de ângulos (relógio e transferidor).

Durante o transcorrer da elaboração do trabalho de monografia, o meu orientador, o Professor Doutor Paulo Antônio Fonseca Machado, sugeriu a construção dos outros dois arquivos, um arquivo referente ao número π (pi) e outro arquivo referente ao cálculo da área do círculo pela soma de Riemann.

Todos os arquivos criados são de própria autoria, porém tive um suporte da Coordenação de Matemática da Secretaria Municipal de Educação de Vespasiano e do meu orientador da monografia, para a finalização e acerto de detalhes em todos os arquivos.

Os arquivos referentes à área de figuras planas foram criados com o rigor matemático, ou seja, as propriedades contidas nas figuras planas supracitadas permanecem independentemente do movimento que o aluno fizer. Com isso, o aluno não conseguirá, por exemplo, deformar ou transformar o quadrado ou o retângulo em um quadrilátero qualquer.

Abaixo segue o layout dos arquivos de áreas quando se abre a janela do software GeoGebra.

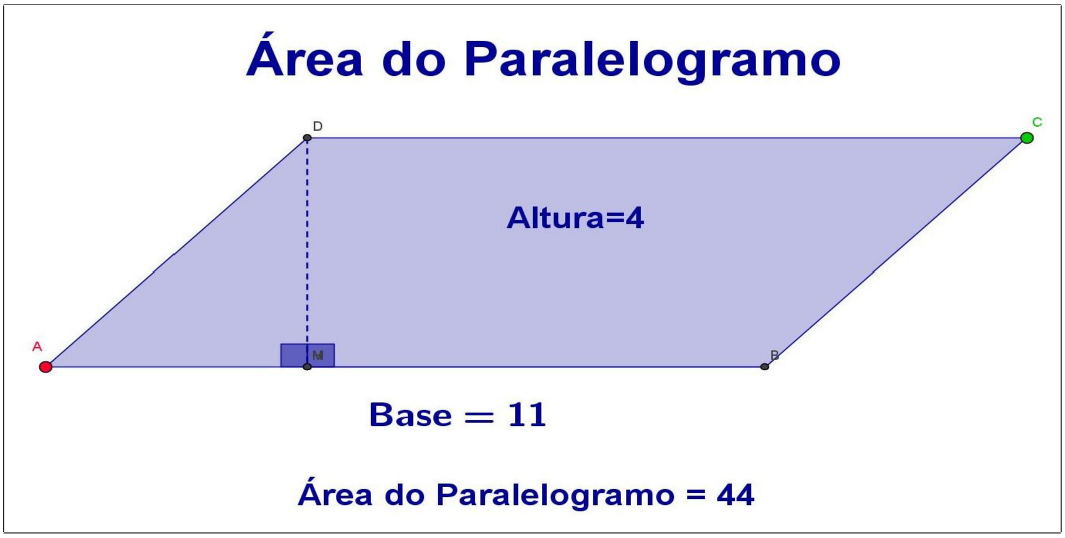


Figura 1. Layout do arquivo de área do paralelogramo

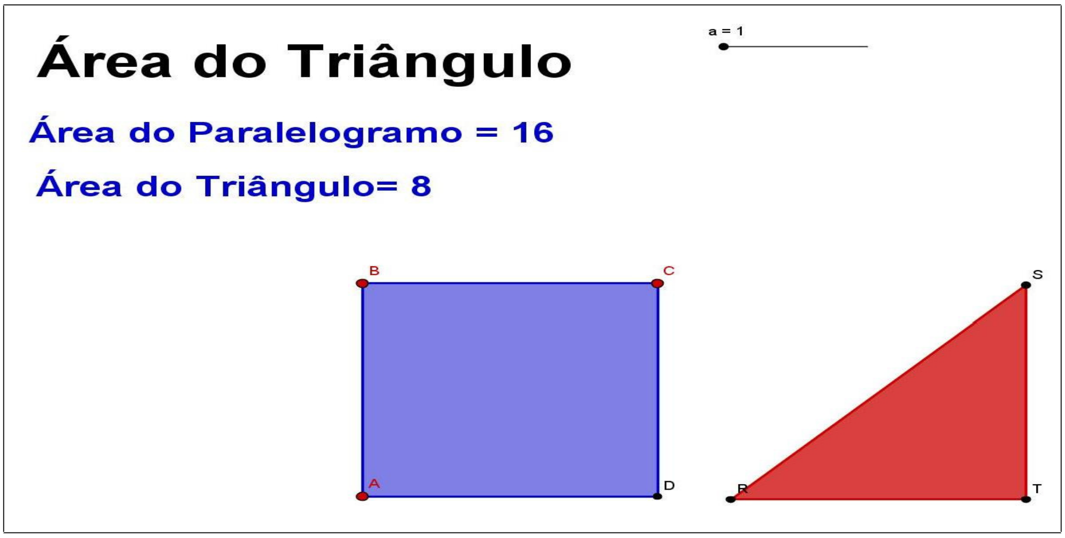


Figura 2. Layout do arquivo de área do triângulo

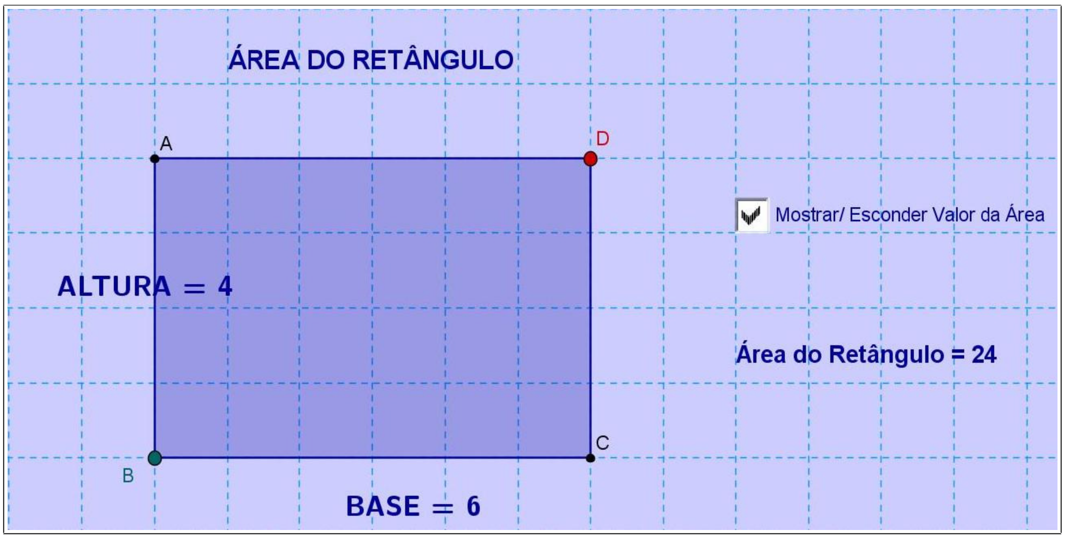


Figura 3. Layout do arquivo de área do retângulo

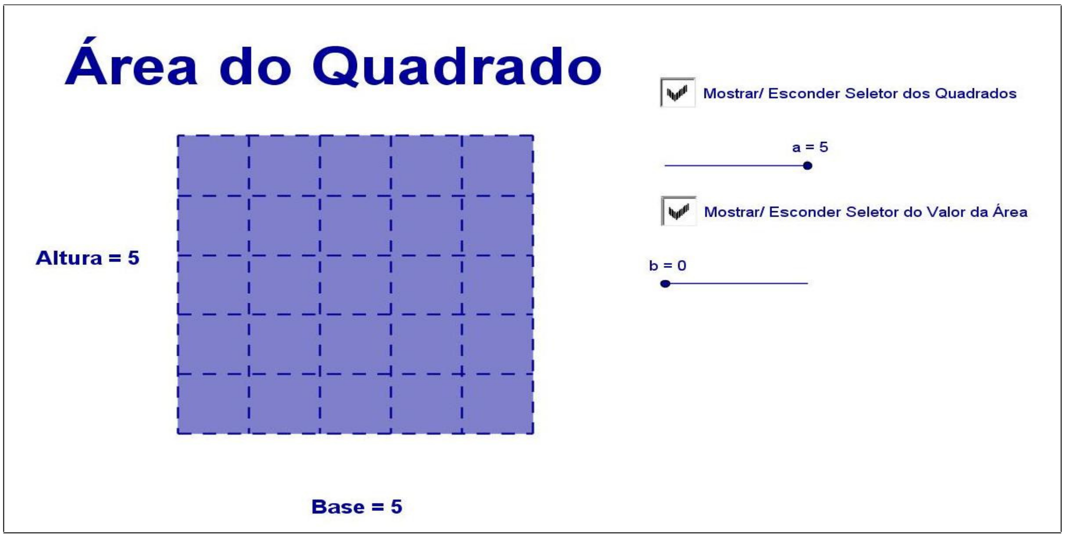


Figura 4. Layout do arquivo de área do quadrado.

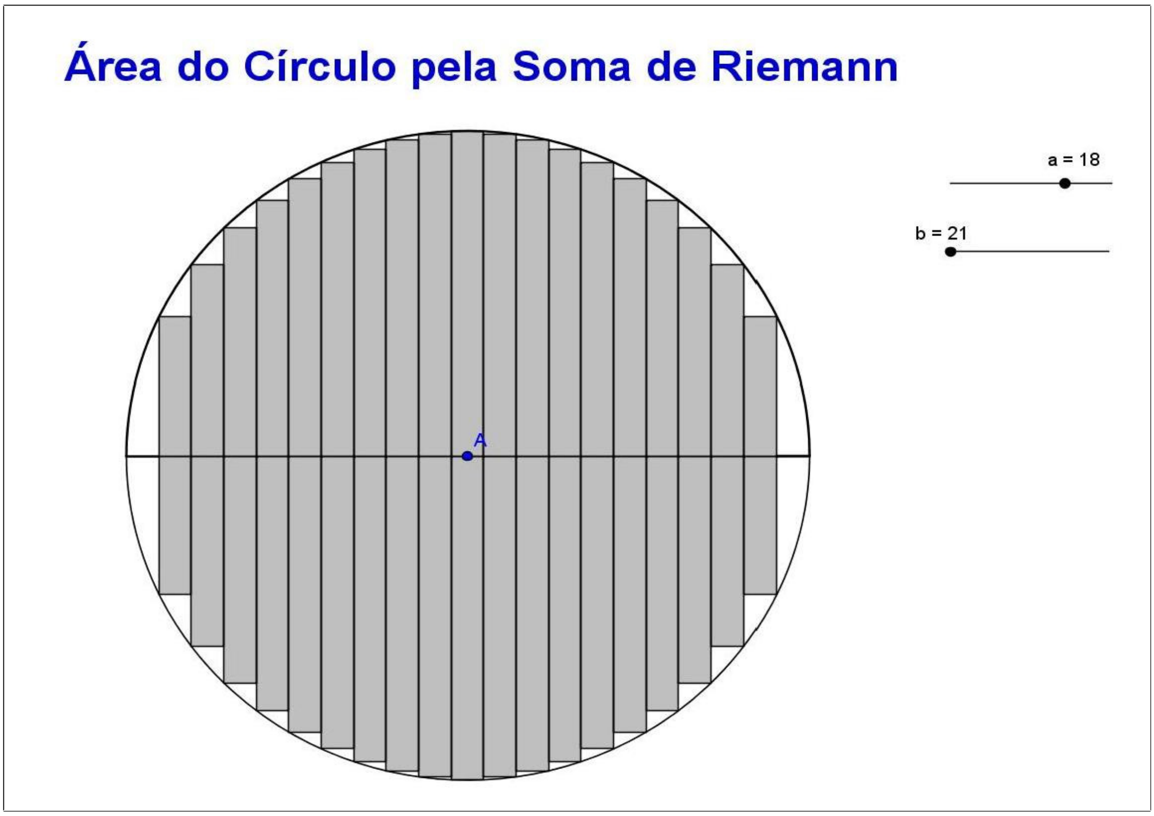


Figura 5. Layout do arquivo de área do círculo

Para a construção dos arquivos referentes ao estudo de ângulos utilizei de bastante criatividade e imaginação.

Geralmente, os livros de matemática do 6º e 7º ano vêm com atividades referentes aos ângulos entre os ponteiros do relógio e atividades de como aferir ângulos utilizando um transferido. Então, criei um relógio em que os alunos pudessem mover os seus ponteiros e verificar qual é o ângulo formado entre os ponteiros e um transferidor em que os alunos pudessem verificar a abertura dos ângulos entre 0º e 180º.

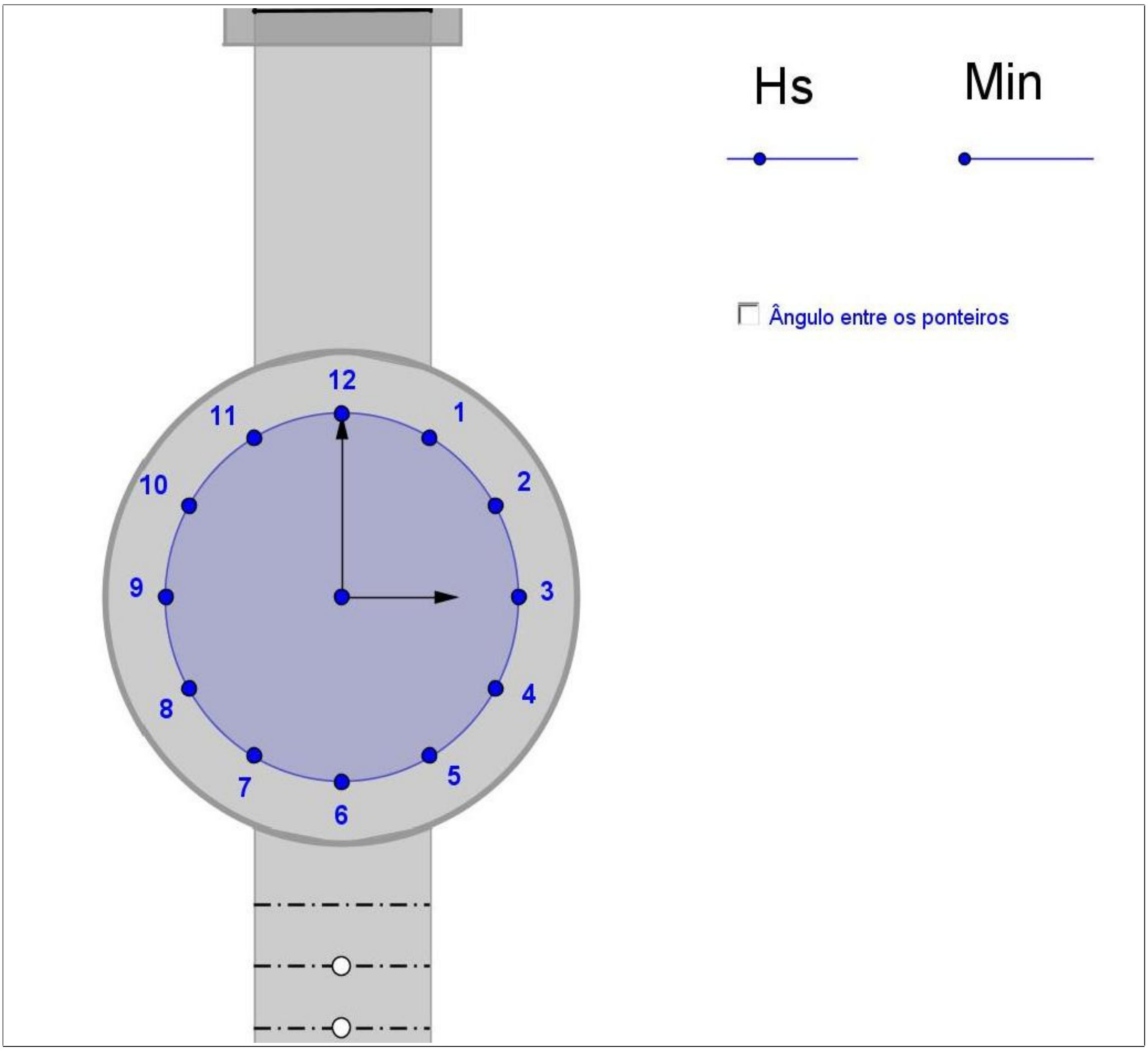


Figura 6. Layout do arquivo sobre ângulos - Relógio.

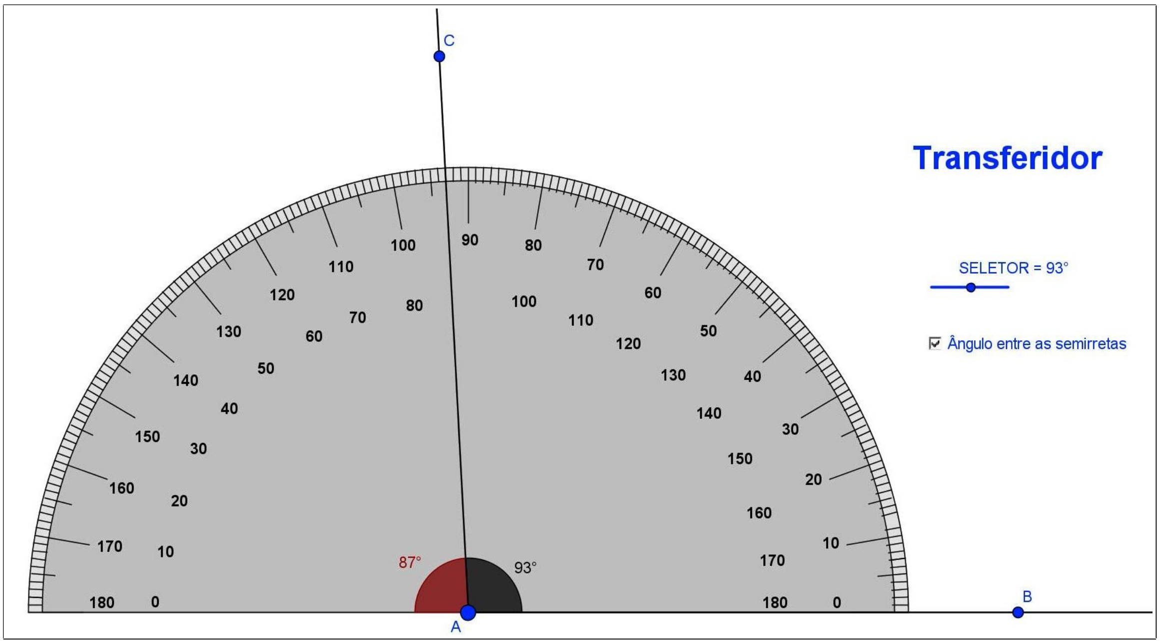


Figura 7. Layout do arquivo sobre ângulos - Transferidor.

Para a criação do arquivo do arquivo do número π tive muita ajuda do meu orientador, foi ele que forneceu as ideias iniciais para a construção do arquivo. Ele sugeriu que fizéssemos o calculo de π utilizando o método de Arquimedes, que consiste em inscrever e circunscrever polígonos regulares em uma circunferência e dividir o valor do perímetro dos polígonos pelo diâmetro da circunferência. No arquivo feito, apenas inscrevemos polígonos regulares. Abaixo segue o layout do arquivo.

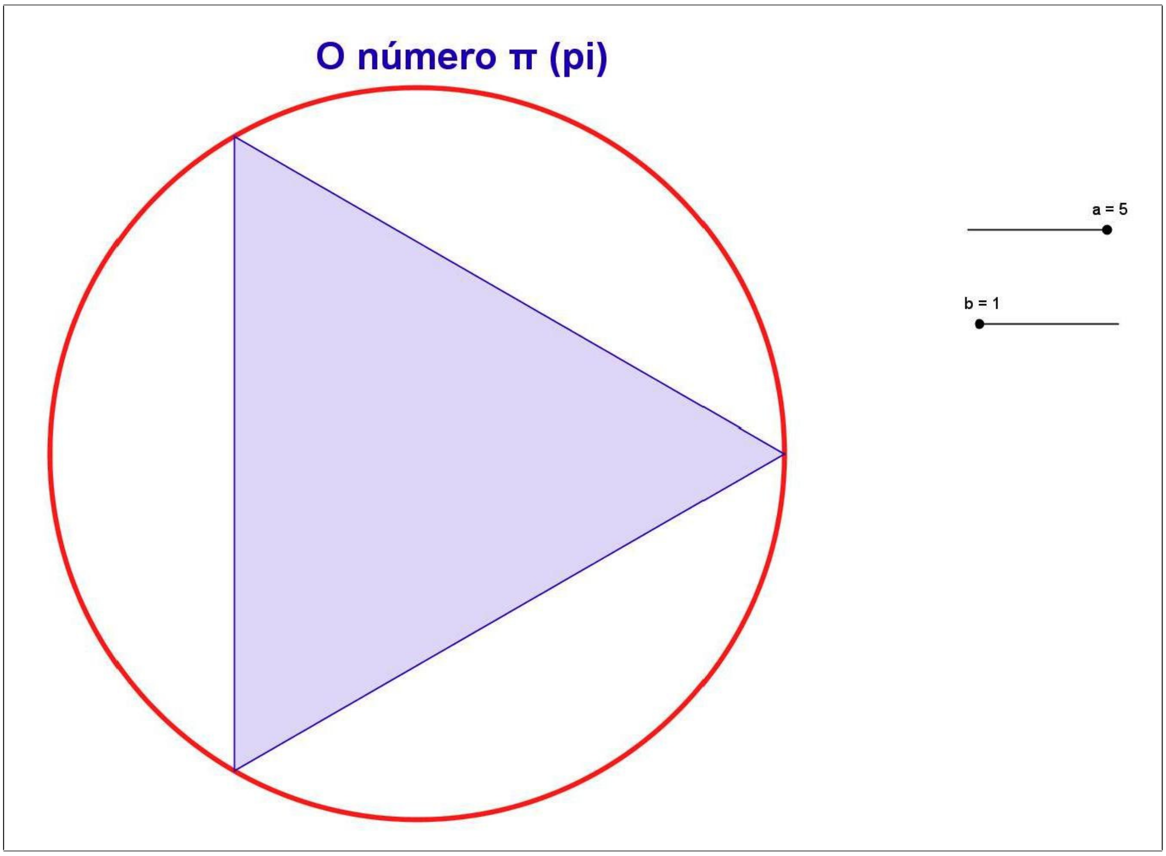


Figura 8. Layout do arquivo sobre o número π (pi)

Não vou relatar passo a passo como construir os arquivos, pois este trabalho não tem a intenção de ensinar a manusear o software *GeoGebra* e sim apresentar as oportunidades e desafios que aparecem quando é utilizada tal ferramenta no ensino para aprendizagem da matemática. Entretanto, quem ler este trabalho e tiver interesse nos arquivos e nos roteiros poderá solicitá-los pelo e-mail leo.pbarcelos@yahoo.com.br, e no assunto da mensagem colocar “Arquivos GeoGebra Monografia de Especialização”.

Como o *GeoGebra* é um software dinâmico, ou seja, permite a mudança, deformação e alteração dos arquivos instantaneamente, os arquivos utilizados neste trabalho permitem ao usuário movimentar as figuras sem que as mesmas percam a finalidade que é o ensino da matemática.

É importante salientar que o conteúdo que será utilizado neste trabalho pode muito bem ser aplicado com outras tecnologias, mas através do software de Geometria Dinâmica existe uma facilidade no fazer e desfazer. No quadro, por exemplo, o professor teria que apagar e refazer as figuras a cada vez que mudasse o exemplo, o que demandaria certo tempo, o que já não acontece nestes arquivos, uma vez que através de um clique do mouse, o aluno ou o professor muda rapidamente o exemplo desejado.

Capítulo 2

Este capítulo abordará os roteiros das atividades que são desenvolvidas no laboratório de informática, se foram aplicados e para qual nível essas atividades devem ser aplicadas.

2.1 - Os roteiros

Para cada arquivo criado existe um roteiro que precisa ser preenchido pelo aluno. Este roteiro tem a finalidade de auxiliar o aluno na compreensão do conteúdo que está sendo ensinado com os recursos informatizados.

Os roteiros foram elaborados de acordo com os arquivos produzidos, para assim contemplar todas as propriedades que devem ser aprendidas pelos alunos durante a aula.

Os arquivos e os roteiros podem ser utilizados tanto no laboratório de informática quanto em sala de aula com um computador e um projetor multimídia. Se for utilizado o projetor multimídia o professor deve sempre fazer perguntas-chave, o que a princípio não é necessário no laboratório de informática, uma vez que o aluno é quem está manuseando o arquivo e consequentemente o computador.

Entretanto, o mais interessante é que o aluno mesmo manuseie o arquivo e faça as suas próprias conjecturas e tire suas próprias conclusões.

A seguir temos os roteiros para cada um dos arquivos.

2.2 - Roteiro da Atividade de Ângulos - Relógio

Este roteiro foi elaborado de acordo com o arquivo que contem o relógio. A escrita desse roteiro foi pensada de forma que os alunos do 6º ano do ensino fundamental compreenderiam o seu conteúdo e o objetivo proposto . Esta atividade foi elaborada para os alunos do 6º ano do ensino fundamental. Entretanto, pode ser aplicada para as séries seguintes.

O roteiro e o arquivo contemplam o conteúdo de ângulos e é utilizado para identificar os ângulos entre os ponteiros do relógio e classificá-los em retos, agudos, obtusos e rasos.

Esta atividade foi aplicada em 2012 nos alunos do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal da cidade de Vespasiano.

Abaixo segue o roteiro da atividade:

Dentro de sala de aula vimos que um giro completo corresponde a um ângulo de 360º. Vimos também que a abertura entre os ponteiros do relógio formam um ângulo.
Com base nas informações acima e em seu conhecimento faça o que se pede a seguir:

- Abra o arquivo “Ângulos.ggb” que se encontra na área de trabalho;
- Mova o seletor “Hs” que corresponde ao ponteiro das horas;
- Mova o seletor “Min” que corresponde ao ponteiro dos minutos;

1. Movendo os seletores, coloque os ponteiros na posição de uma hora. Qual o menor ângulo formado entre os ponteiros? Esse ângulo é agúdo, obtuso ou reto?
2. Mova os seletores e coloque os ponteiros do relógio formando um ângulo obtuso. Que hora você marcou no seu relógio? Existe outro horário que essa situação pode ocorrer?
3. Mova os seletores e coloque os ponteiros do relógio formando um ângulo de 90º. Qual hora você marcou? Existe outras situações em que isso ocorre?
4. Qual o menor ângulo formado entre os ponteiros quando o relógio está marcando cinco horas?
5. Movendo os seletores, coloque seu relógio marcando quatro horas. Marque a caixinha “Ângulo entre os ponteiros”. Qual ângulo apareceu no seu relógio? Se o giro completo tem 360º qual é o outro ângulo que é formado pelos ponteiros do relógio quando são quatro horas?
6. Mova os seletores e forme com os ponteiros do relógio um ângulo raso. Qual hora você marcou?
7. Se o ponteiro das horas do relógio varre um ângulo de 30º a cada hora, quanto tempo esse ponteiro gasta para percorre um ângulo de 1º?

2.3 - Roteiro da Atividade de Ângulos - Transferidor

Este roteiro foi elaborado de acordo com o arquivo que contem o transferidor. A linguagem em que ele foi elaborado este roteiro foi pensada de forma que os alunos do 7º ano do ensino fundamental compreenderiam o seu conteúdo e o objetivo proposto. Esta atividade foi elaborada para os alunos do 7º ano do ensino fundamental, mas acredito que pode ser aplicada no 6º ano do ensino fundamental e nos anos subsequentes ao 7º.

O roteiro e o arquivo contemplam o conteúdo de ângulos e é utilizado para identificar e classificar os ângulos entre duas semirretas que estão no arquivo do *GeoGebra*. O intuito também é trabalhar com complemento e suplemento de ângulos.

Esta atividade foi aplicada em 2012 para alunos do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal da cidade de Vespasiano. Entretanto, elaborei esta atividade a pedido de uma colega de trabalho. Então foi ela quem aplicou e não poderei dizer como se deu o seu desenvolvimento no laboratório de informática.

A seguir o roteiro da atividade:

Em sala de aula vimos que o transferidor é usado para medir ângulos. Na atividade que faremos a seguir iremos medir alguns ângulos com o auxílio de um transferidor feito no GeoGebra. Mediremos o ângulo formado entre as semirretas AB e AC.

Com base nas informações acima e em seu conhecimento faça o que se pede a seguir:

- Abra o arquivo “Transferidor.ggb” que se encontra na área de trabalho;
- Mexa o “Seletor” e veja que a semirreta AB se deslocará no sentido anti-horário.

1. Posicione o seletor formando um ângulo de 60º. Esse ângulo é reto, agudo ou obtuso?
2. Posicione o seletor formando um ângulo de 135º. Esse ângulo é reto, agudo ou obtuso?
3. Posicione o seletor formando um ângulo de 90º. Esse ângulo é reto, agudo ou obtuso?
4. Posicione o seletor formando um ângulo de agudo. Qual ângulo você marcou? Existem outras opções de ângulos agudos? Quais?
5. Posicione o seletor formando um ângulo reto. Qual ângulo você marcou? Existem outras opções de ângulos retos? Quais?
6. Posicione o seletor formando um ângulo obtuso. Qual ângulo você marcou? Existem outras opções de ângulos obtusos. Quais?

7. Posicione o seletor formando um ângulo raso. Qual ângulo você marcou? Existem outras opções de ângulos rasos. Quais?

8. Posicione o seletor formando um ângulo de 30º. Qual é o complemento desse ângulo?

9. Posicione o seletor formando um ângulo de 68º. Qual é o complemento desse ângulo?

10. Posicione o seletor formando um ângulo de 90º. Qual é o complemento desse ângulo?

11. Posicione o seletor formando os mesmos ângulos dos itens 8, 9 e 10 e diga qual é o suplemento desses ângulos.

12. Qual é o ângulo cujo seu complemento é igual a ele mesmo?

13. Qual é o ângulo cujo seu suplemento é igual a ele mesmo?

2.4 - Área do Paralelogramo

Este roteiro foi elaborado de acordo com o arquivo de área do paralelogramo. O roteiro contem perguntas que induzem o aluno a verificar que o produto do valor da base pela altura de qualquer paralelogramo lhe fornecerá o valor número da área desta figura.

Esta atividade foi elaborada para os alunos do 6º ano do ensino fundamental e pode ser aplicada nas séries subsequentes.

Esta atividade foi aplicada em 2012 nos alunos do 6º ano do ensino fundamental de uma escola pública municipal da cidade de Vespasiano.

A seguir o roteiro da atividade:

- Abra o arquivo "Paralelogramo.ggb" que encontra-se na área de trabalho do seu computador;
- Mova o ponto C (colorido de verde) para cima ou para baixo, assim você aumentará e/ou diminuirá o valor da altura do retângulo;
- Mova o ponto A (colorido de vermelho) à esquerda ou à direita, assim você aumentará e/ou diminuirá o valor da base do paralelogramo;

A figura que está no seu monitor representa um paralelogramo. Leia as questões abaixo, mova os pontos C (verde) e A (vermelho) e anote o resultado obtido.

1. Mova o ponto C (verde) de forma que a altura do paralelogramo seja igual a dois, e mova o ponto A (vermelho) de forma que a base seja igual a cinco. Qual é o valor da área do paralelogramo que apareceu na tela?

2. Mova o ponto C (verde) de forma que a altura do paralelogramo seja igual a dois, e mova o ponto A (vermelho) de forma que a base seja igual a sete. Qual é o valor da área do paralelogramo que apareceu na tela?

3. Mova o ponto C (verde) de forma que a altura do paralelogramo seja igual a três, e mova o ponto A (vermelho) de forma que a base seja igual a cinco. Qual é o valor da área do paralelogramo que apareceu na tela?

4. Mova o ponto C (verde) de forma que a altura do paralelogramo seja igual a quatro, e mova o ponto A (vermelho) de forma que a base seja igual a oito. Qual é o valor da área do paralelogramo que apareceu na tela?

5. Mova o ponto C (verde) de forma que a altura do paralelogramo seja igual a sete, e mova o ponto A (vermelho) de forma que a base seja igual a dez. Qual é o valor da área do paralelogramo que apareceu na tela?

6. Agora, faça o produto entre o valor numérico da base pelo valor numérico da altura do paralelogramo, conforme os cinco itens acima. Verifique se o valor numérico do produto da base pela altura corresponde ou não ao valor numérico da área do paralelogramo.

7. O produto do valor numérico da base pela altura do paralelogramo corresponde ao valor numérico da área?

8. Imagine se o valor da altura de um paralelogramo qualquer medisse “X” e o valor da base desse paralelogramo medisse “Y”, qual seria o valor numérico da área desse paralelogramo?

9. O que podemos dizer sobre a forma para calcular a área de um paralelogramo qualquer?

2.5 - *Área do Círculo Pela Soma de Riemann*

Este roteiro foi elaborado de acordo com o arquivo da área do círculo pela soma de Riemman. Este roteiro juntamente com o seu arquivo do GeoGebra correspondente também não estava nos meus planos quando comecei a esboçar este trabalho de conclusão de curso. Mas, meu orientador, sugeriu que fizéssemos um arquivo diferenciado, então solicitou que eu usasse o método de soma de retângulos para calcular a área do círculo.

Após algumas reflexões, concluí que tal arquivo seria muito bom para mostrar aos alunos do ensino básico como são feitas as medições de áreas circulares na prática. Muitas vezes eles nos perguntam como são feitas as medições das áreas dos terrenos que não se assemelham a quadrados, retângulos, triângulos, ou outros polígonos. Nós sabemos a resposta, mas sem o auxílio de um software matemático fica difícil explicá-lo.

Para tal realização, fiz uso de um método muito usado por nós, bacharéis ou licenciados em matemáticos enquanto estamos fazendo nosso curso de graduação: A Soma de Riemann.

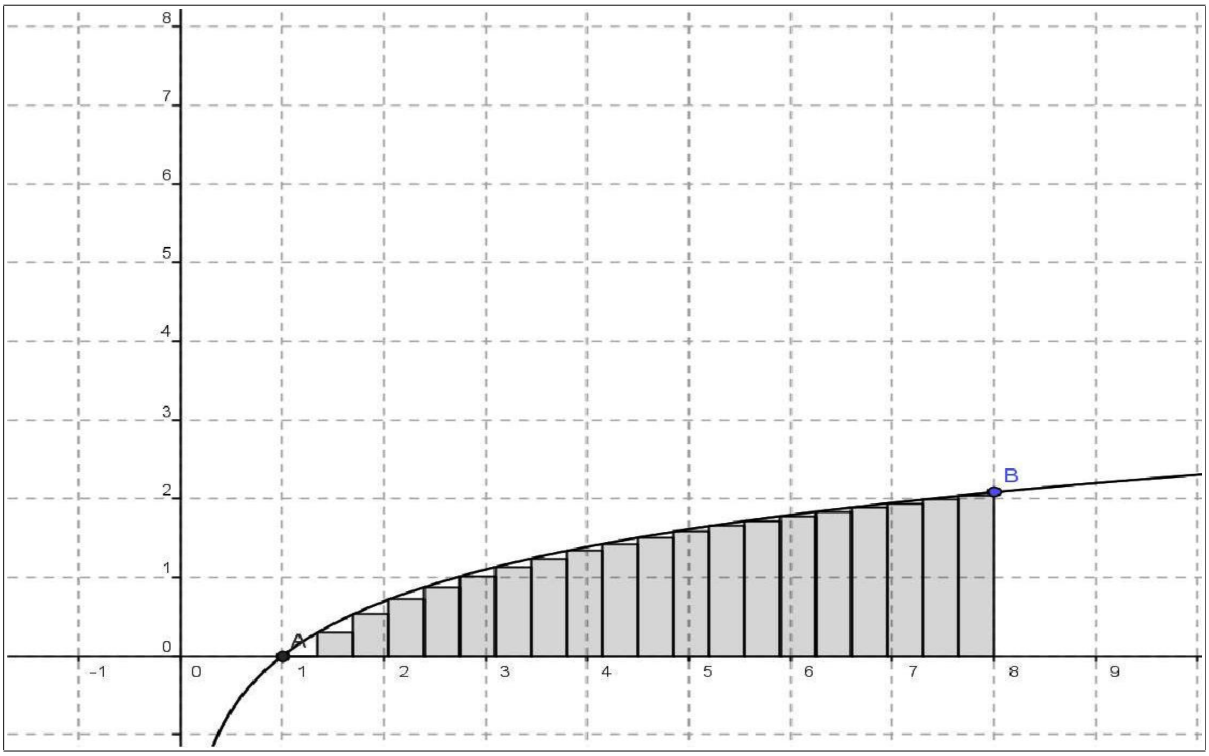


Figura 9. Método da Soma de Riemann para cálculo de área sob um curva.

Não quero me aprofundar na definição da Soma de Riemann, por isso vou descrevê-la como um método que consiste na aproximação da área inferior ou superior de uma curva em um gráfico. Esse método consiste em somar as áreas de retângulos que são postos sobre ou sob as curvas. E quantos mais retângulos tivermos melhor será a aproximação da área dessas curvas.

Por ser de fácil construção, propus no roteiro que o próprio aluno construísse o arquivo no GeoGebra, no roteiro há todos os passos para a construção. Após a construção existem algumas perguntas no roteiro que leva o aluno a concluir que quanto maior o número de retângulos sob ou sobre a curva maior é aproximação do valor, digamos exato, da área da circunferência.

Por ser um arquivo mais elaborado e mais complexo acredito que esta atividade poderá ser aplicada nos alunos do 9º ano do ensino fundamental e nos anos subsequentes.

Esta atividade foi aplicada em maio de 2013 para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola da Rede Pública Municipal de Vespasiano.

A seguir o roteiro:

1. Crie um controle deslizante “a”, variando 1 a 25 e incremento 1;

2. Crie um controle deslizante “b”, variando de 1 a 200 e incremento 1;

3. Crie um ponto A. Na caixa de entrada digite “A=(0,0)”;

4. Crie uma circunferência, mas utilizando a caixa de entrada. O centro da circunferência será o ponto A e o seu raio será a raiz quadrada do controle deslizante “a”. Digite o seguinte na caixa de entrada: “e: x^2 + y^2 = a”;

5. Clique na ferramenta área e clique na circunferência. Aparecerá o valor da área da circunferência. Clique com o botão direito do mouse sobre o texto com o valor da área e desmarque a opção “exibir objeto”. Note que na janela algébrica no lado esquerdo da tela aparecerá um objeto escrito “áreae=”.

6. Clique com o botão direito do mouse sobre a circunferência e desmarque a opção “exibir objeto”. A circunferência desaparecerá.

7. Digite na caixa de entrada a função “f(x) = sqrt (a-x^2)”. Aparecerá a “parte de cima” da circunferência.

8. Digite na caixa de entrada a função “g(x) = - sqrt (a-x^2)”. Aparecerá a “parte de baixo” da circunferência.

9. Digite no campo de entrada o seguinte comando: “SomaDeRiemannInferior [f(x),

-sqrt(a), sqrt(a), b]”

10. Digite no campo de entrada o seguinte comando: “SomaDeRiemannSuperior [g(x), -sqrt(a), sqrt(a), b]”

11. Vá ao menu em exibir e clique em planilha. Abrirá do lado esquerdo da tela uma planilha eletrônica.

12. Na célula A1 digite: Área Acima

13. Na célula A2 digite: Área Abaixo

14. Na célula A4 digite: Soma das Áreas

15. Na célula A6 digite: Área da Circunferência

16. Na célula A8 digite: Diferença

17. Na célula B1 digite: =c

18. Na célula B2 digite: =abs(d)

19. Na célula B4 digite: =B1+B2

20. Na célula B6 digite: =áreae

21. Na célula B8 digite: =B6-B4

Após a conclusão dos passos acima, chame seu professor para verificar se o seu arquivo está pronto para o prosseguimento da atividade.

Com base no arquivo que você acabou de construir responda as perguntas abaixo:

1. Coloque seu seletor “a” na posição “a = 1” e o seu seletor “b” também na posição “b = 1”. Movimente o seu seletor “b” até ele chegar à posição 200 e observe o que acontece com o valor na planilha da soma das áreas e da diferença.

A) Na medida em que o valor do seletor “b” aumentou o que você observou com relação ao valor da soma das áreas? Explique com suas palavras qual a razão disto acontecer.

B) Na medida em que o valor do seletor “b” aumentou o que você observou com relação ao valor da diferença? Explique com suas palavras qual a razão disto acontecer.

2. Coloque o seletor “a” na posição 4 e o seletor “b” na posição 1. Movimente o seletor “b” até chegar à posição 200 e observe novamente o que acontece com o valor na planilha da soma das áreas e da diferença.

A) Na medida em que o valor do seletor “b” aumentou o que você observou com relação ao valor da soma das áreas? Explique com suas palavras qual a razão disto acontecer.

B) Na medida em que o valor do seletor “b” aumentou o que você observou com relação ao valor da diferença? Explique com suas palavras qual a razão disto acontecer.

3. Coloque o seletor “a” na posição 25 e o seletor “b” na posição 1. Movimente o seletor “b” até chegar à posição 200 e observe novamente o que acontece com o valor na planilha da soma das áreas e da diferença.

A) Na medida em que o valor do seletor “b” aumentou o que você observou com relação ao valor da soma das áreas? Explique com suas palavras qual a razão disto acontecer.

B) Na medida em que o valor do seletor “b” aumentou o que você observou com relação ao valor da diferença? Explique com suas palavras qual a razão disto acontecer.

4. Os valores da diferença encontrados nos itens 1, 2 e 3 são os mesmos ou são distintos? Caso forem distintos, diga se esses valores são próximos ou distantes entre si.

5. O que você acha que aconteceria com o valor da diferença caso o número de retângulos internos a circunferência aumentasse infinitamente?

6. Você acha o método que utilizamos é bom ou ruim para o cálculo da área da círculo? Leve em consideração que não utilizamos o valor de π para o cálculo da área.

2.6 - O número π (pi)

Este roteiro foi elaborado de acordo com o arquivo do número π. A princípio este arquivo não fazia parte do meu roteiro para a monografia, mas meu orientador sugeriu a construção de um arquivo capaz de mostrar aos alunos como foi feita a aproximação do número π pelo matemático grego Arquimedes (Século III A.C).

Lembrando que o número π é a relação entre o comprimento de uma circunferência e o seu diâmetro. É um número irracional e uma das constantes matemáticas mais importantes. É empregada na matemática, física e engenharias. O valor de π aproximado, em duas casas decimais, é de 3,14.

O método de Arquimedes consiste em inscrever polígonos regulares de n-lados em circunferências e dividir o perímetro desses polígonos pelo diâmetro da circunferência ao qual eles estão inscritos ou circunscritos.

O método de Arquimedes foi tentar aproximar o valor da apótema (segmento de reta que parte do centro geométrico do polígono e é perpendicular a um dos seus lados) do polígono inscrito e circunscrito do valor do raio da circunferência que contem os polígonos. Já que, por definição, o raio é a metade do diâmetro de uma circunferência. Quanto mais se aproxima o valor da apótema do valor do raio, mais precisão temos do valor de π.

Arquimedes conseguiu fazer a sua aproximação com o polígono regular de 96 lados. A aproximação de Arquimedes ficou entre $3\frac{10}{71}$ e $3\frac{1}{7}$; o que dá aproximadamente, em quatros casas decimais, 3,1408 e 3,1428.

Só por curiosidade, apenas alguns polígonos podem ser construídos com régua e compasso, que foram as ferramentas utilizadas por Arquimedes na sua época. Os polígonos que utilizamos neste trabalho foram os de três, quatro, cinco, seis, oito, dez, doze, dezesseis, vinte e quatro, trinta e dois, quarenta e oito, sessenta e quatro e noventa e seis lados. Quem tiver maior interesse pode pesquisar quais polígonos podem ser construídos com o auxílio apenas da régua e compasso. Basta procurar pelo Teorema de Gauss-Wantzel.

Mais um detalhe curioso, Gauss conseguiu desenvolver um método para construir um polígono de 17 lados, apenas utilizando régua e compasso. Na época, ele fez isso quando tinha apenas 19 anos.

A notação deste número com a letra grega π foi usada pela primeira vez pelo matemático Willian Jones em 1706 e popularizada em uma obra de Leonhard Euler em 1748.

Por ser um roteiro com um vocabulário mais complexo e por necessitar de um conhecimento mais avançado, acredito que esta atividade pode ser aplicada no 9º ano do ensino fundamental.

Esta atividade foi aplicada em 2013 nos alunos do 9º ano do ensino fundamental de uma escola pública municipal da cidade de Vespasiano.

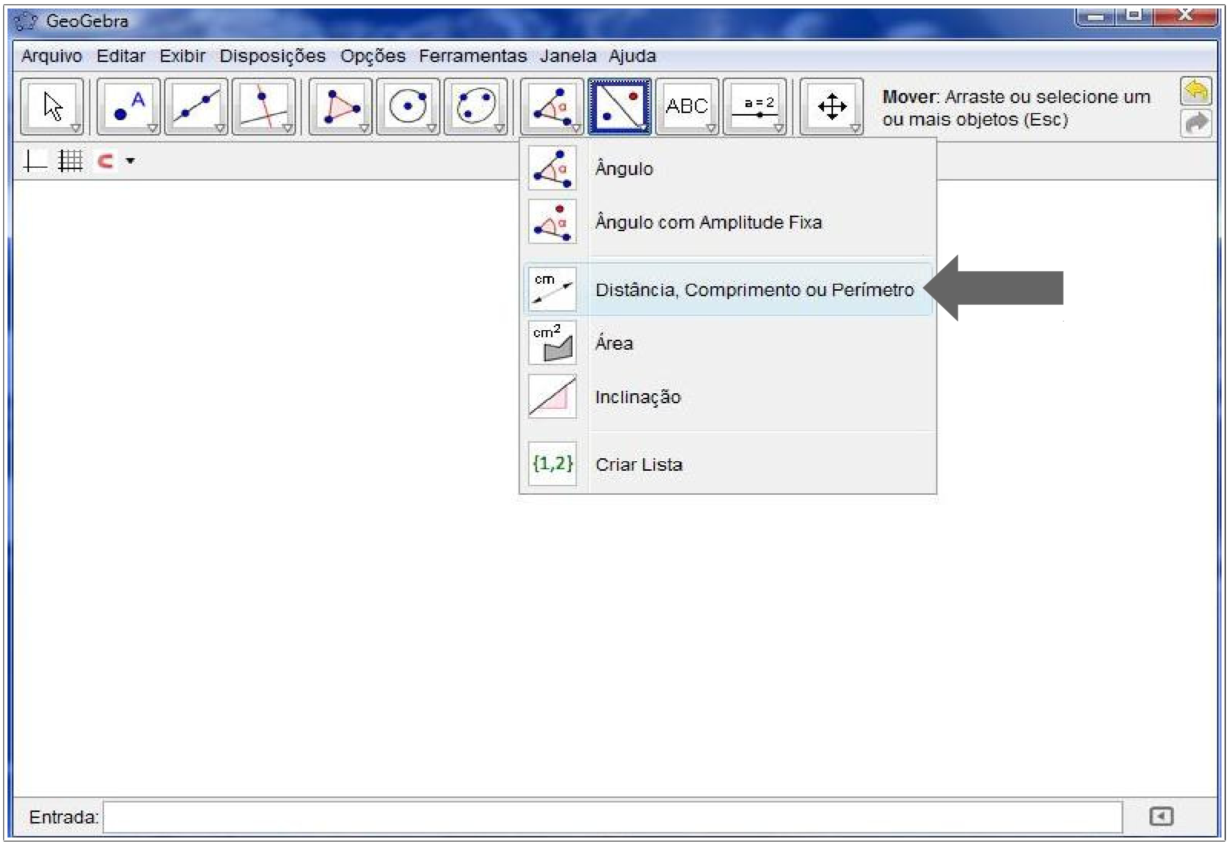
A seguir vem o roteiro:

- Abra o arquivo "Pi.ggb" que encontra-se na área de trabalho;
- Mova o seletor "a" para aumentar ou diminuir o raio da circunferência;
- Mova o seletor "b" para aumentar ou diminuir o número de lados do polígono inscrito na circunferência.

1. Construa a tabela abaixo no GeoGebra ou no software de planilha eletrônica que esteja instalado em seu computador.

Nº de Lados do Polígono	**Medida do Perímetro do Polígono**	**Diâmetro (2r)**	**Perímetro/ Diâmetro**
6			
8			
10			
12			
16			
24			
32			
48			
64			
96			

2. Selecione a ferramenta "Distância, Comprimento ou Perímetro" para medir o perímetro dos polígonos inscritos (conforme mostra a figura abaixo). Meça o perímetro dos polígonos e anote o valor na tabela construída no item anterior.



3. Lembre-se que o diâmetro de uma circunferência é duas vezes a medida do seu raio.

4. Para calcular a razão perímetro/ diâmetro deve-se digitar o símbolo de igual antes de começar a digitar o valor, e o símbolo / significa dividir.

Exemplo:

Se digitarmos “=30/5” o software dará o resultado 6. Sem a barra e sem o símbolo de igual o software não entenderá que é uma operação.

5. Construa uma tabela para cada valor do raio existente no arquivo. Como temos cinco valores para o raio, devemos construir cinco tabelas.

6. Após o preenchimento das tabelas responda as seguintes perguntas:

A) A medida que o número de lados do polígono aumenta o que acontece com o valor da razão entre o perímetro e o diâmetro?

B) Para qual valor o resultado da razão entre o perímetro e o diâmetro converge quando se aumenta o número de lados do polígono?

C) Se selecionarmos um polígono qualquer e aumentarmos o diâmetro, a razão entre o perímetro e o diâmetro aumenta? Comente sua resposta.

D) Podemos concluir que o valor do diâmetro não influi, ou influi pouco no resultado da razão? Comente sua resposta

E) Podemos concluir que o valor do perímetro é o que influi diretamente no resultado da razão? Comente sua resposta

2.7 - Área do Quadrado

Este roteiro foi elaborado de acordo com o arquivo de área do quadrado. É um roteiro simples, que consistem, assim como na área do retângulo, em contar quadradinhos para determinar a área do quadrado. Após algumas perguntas, o roteiro leva o aluno a conjecturar que se multiplicado o valor do lado do quadrado por ele mesmo, pode encontrar o valor da área sem precisar contar os quadradinhos.

Esta atividade foi elaborada para os alunos do 6º ano do ensino fundamental e pode ser aplicada nas séries subsequentes.

Esta atividade foi aplicada em 2012 nos alunos do 6º ano do ensino fundamental de uma escola pública municipal da cidade de Vespasiano.

A seguir o roteiro do aluno:

- Abra o arquivo “Quadrado.ggb” que encontra-se na área de trabalho do seu computador;
- Mova o seletor “a” e note que ele aumenta e/ ou diminui o tamanho do quadrado;
- Mova o seletor “b” e note que ele mostra o valor da área do quadrado. Entretanto ele está condicionado ao seletor “a”. Então o seletor “b” só mostra o valor da área se o valor do seletor “b” for igual ao valor do seletor “a”. Inicialmente, deixe o seletor “b” na posição “b = 0”

A figura que está no seu monitor representa um quadrado. Leia as questões abaixo, mova o seletor e anote o resultado obtido.

1. Se a altura do quadrado for igual a um e a base igual a um (seletor “a” = 1), temos quantos quadradinhos internos a figura?
2. Se a altura do quadrado for igual a dois e a base igual a dois (seletor “a” = 2), temos quantos quadradinhos internos a figura?
3. Se a altura do quadrado for igual a três e a base igual a três (seletor “a” = 3), temos quantos quadradinhos internos a figura?
4. Se a altura do quadrado for igual a quatro e a base igual a quatro (seletor “a” = 4), temos quantos quadradinhos internos a figura?
5. Se a altura do quadrado for igual a cinco e a base igual a cinco (seletor “a” = 5, temos

quantos quadradinhos internos a figura?

6. Mova o seletor “b” e verifique se o valor numérico da área corresponde ou não ao número de quadradinhos que você anotou nas perguntas acima. Lembre-se da informação supracitada com relação ao seletor “b”.

7. O número de quadrinhos internos ao quadrado maior é igual ao valor numérico da área?

8. Imagine se o valor da altura de um quadrado qualquer medisse “X” e o valor da base desse quadrado medisse “X”, quantos quadradinhos teríamos internos a essa figura?

9. O que podemos dizer sobre a forma para calcular a área de um quadrado qualquer?

2.8 - Área do Retângulo

Este roteiro foi elaborado de acordo com o arquivo de área do retângulo. É um roteiro muito simples, que consiste na contagem de quadradinhos para determinar a área do retângulo. Após algumas perguntas o roteiro leva o aluno a conjecturar que se multiplicado o valor numérico da base, pelo valor numérico da altura pode encontrar o valor da área sem precisar contar os quadradinhos.

Esta atividade foi elaborada para alunos do 6º ano do ensino fundamental, mas pode ser aplicada nas séries subsequentes.

Esta atividade foi aplicada em 2012 nos alunos do 6º ano do ensino fundamental de uma escola pública municipal da cidade de Vespasiano.

A seguir temos o roteiro do aluno:

- Abra o arquivo “Retângulo.ggb” que encontra-se na área de trabalho do seu computador;
- Mova o ponto B (colorido de verde) para cima ou para baixo, assim você aumentará e/ou diminuirá o valor da altura do retângulo;
- Mova o ponto D (colorido de vermelho) à esquerda ou à direita, assim você aumentará e/ou diminuirá o valor da base do retângulo;
- A caixinha “Mostrar/ Esconder Valor da Área”, se selecionada indica o valor numérico da área da figura formada na tela. Inicialmente, deixe a caixinha desmarcada.

A figura que está no seu monitor representa um retângulo. Leia as questões abaixo, mova os pontos B (verde) e D (vermelho) e anote o resultado obtido.

1. Esta atividade tem por objetivo descobrir uma forma para calcular a área de um retângulo. Mas, o que você entende por área de uma figura ou uma forma qualquer?
2. Mova o ponto B (verde) de forma que a altura do retângulo seja igual a um, e mova o ponto D (vermelho) de forma que a base seja igual a um. Temos quantos quadradinhos internos a figura?
3. Mova o ponto B (verde) de forma que a altura do retângulo seja igual a dois, e mova o ponto D (vermelho) de forma que a base seja igual a um. Temos quantos quadradinhos internos a figura?
4. Mova o ponto B (verde) de forma que a altura do retângulo seja igual a dois, e mova o ponto D (vermelho) de forma que a base seja igual a dois. Temos quantos quadradinhos internos a figura?
5. Mova o ponto B (verde) de forma que a altura do retângulo seja igual a quatro, e mova o ponto D (vermelho) de forma que a base seja igual a seis. Temos quantos quadradinhos internos a figura?
6. Mova o ponto B (verde) de forma que a altura do retângulo seja igual a sete, e mova o ponto D (vermelho) de forma que a base seja igual a cinco. Temos quantos quadradinhos internos a figura?
7. Marque a caixinha "Mostrar/ Esconder Valor da Área" e veja se o valor numérico da área do retângulo corresponde ou não ao número de quadradinhos internos ao retângulo que você anotou nas perguntas acima.
8. O número de quadradinhos internos ao retângulo corresponde ao valor numérico da área do retângulo?
9. Imagine se o valor da altura de um retângulo qualquer medisse "X" e o valor da base desse retângulo medisse "Y", quantos quadradinhos teríamos internos a esse retângulo?
10. O que podemos dizer sobre a forma para calcular a área de um retângulo qualquer?

2.9 - Área do Triângulo

Este roteiro foi elaborado de acordo com o arquivo de área do triângulo. O roteiro contem perguntas que induzem o aluno a verificar que área de qualquer triângulo é a metade da área de qualquer paralelogramo. É possível, ainda no arquivo, verificar que dois triângulos congruentes formam um paralelogramo com o dobro da área de um triângulo.

Esta atividade é aplicada após a atividade de área do paralelogramo, pois o aluno necessita saber qual é a maneira de calcular a área do paralelogramo.

Esta atividade foi elaborada para os alunos do 6º ano do ensino fundamental e pode ser aplicada nas séries subsequentes.

Esta atividade foi aplicada em 2012 nos alunos do 6º ano do ensino fundamental de uma escola pública municipal da cidade de Vespasiano.

A seguir o roteiro dos alunos:

- Abra o arquivo “Triângulo.ggb” que encontra-se na área de trabalho do seu computador;
- Mova os pontos A, B e C (todos em vermelho) para alterar a medida dos lados do paralelogramo (colorido de azul). Note que ao mover qualquer um dos pontos indicados os lados opostos da figura continuam paralelos. Ou seja, as propriedades do paralelogramo não se alteram;
- Vá ao menu do software, clique em “Exibir” e marque a opção “Malha” para facilitar a resolução da atividade;
- O triângulo (colorido em vermelho) só se move livremente (não altera a media dos lados) se o seletor “a” estive na posição “a = 2”. E este triângulo move-se através do ponto G (Azul) para qualquer direção.

Temos no monitor duas figuras: Um paralelogramo (ABCD) e um triângulo RST (colorido de vermelho). Leia os itens abaixo e mova os pontos A, B e C (todos em vermelho) e o seletor “a” quando pedido observe o que acontece e anote os resultados obtidos.

1. Posicione o seletor “a” na posição “a = 2. Aparecerá na sua tela dois pontos G e H (coloridos de azul) e outro triângulo MNP (colorido de rosa) sobreposto ao paralelogramo. Movimente os pontos G e H livremente pela tela e veja que os triângulos em rosa e em vermelho se movimentam livremente também. Entretanto, note que os lados dos triângulos não se alteram, ou seja, os tamanhos dos triângulos continuam o mesmo.

2. Posicione os dois triângulos, movendo os pontos G e H (em azul), de forma que eles fiquem sobrepostos ao paralelogramo ABCD. Note que os dois triângulos sobrepõem-se completamente ao paralelogramo.

3. Posicione os dois triângulos, movendo os pontos G e H (em azul), de forma que eles fiquem um apoiado sobre o outro, ou seja, o lado PM do triângulo rosa fique apoiado sobre o lado RS do triângulo vermelho. Agora, movimente os pontos A, B e C (em vermelho) e veja que os triângulos alteram suas formas.

4. Volte o seletor “a” para posição “a = 1”. Mova os pontos A, B e C (vermelhos) de forma que lhe for mais conveniente (use a malha quadriculada para facilitar a sua construção) de tal forma que o valor numérico da área do paralelogramo seja igual a doze. Qual o valor numérico da área do triângulo?

5. Mova os pontos A, B e C (vermelhos) de forma que lhe for mais conveniente (use a malha quadriculada para facilitar a sua construção) de tal forma que o valor numérico da área do paralelogramo seja igual a dezesseis. Qual o valor numérico da área do triângulo?

6. Mova os pontos A, B e C (vermelhos) de forma que lhe for mais conveniente (use a malha quadriculada para facilitar a sua construção) de tal forma que o valor numérico da área do paralelogramo seja igual a dezoito. Qual o valor numérico da área do triângulo?

7. Mova os pontos A, B e C (vermelhos) de forma que lhe for mais conveniente (use a malha quadriculada para facilitar a sua construção) de tal forma que o valor numérico da área do paralelogramo seja igual a vinte. Qual o valor numérico da área do triângulo?

8. Mova os pontos A, B e C (vermelhos) de forma que lhe for mais conveniente (use a malha quadriculada para facilitar a sua construção) de tal forma que o valor numérico da área do paralelogramo seja igual a vinte e quatro. Qual o valor numérico da área do triângulo?

9. Com base nos itens anteriores e nas observações feitas, que relação pode-se estabelecer entre a área de um paralelogramo qualquer e a área de um triângulo qualquer?

10. Considerando que o cálculo da área do paralelogramo faz-se o produto da base pela altura, descreva uma maneira de calcular a área de qualquer triângulo usando esses dois elementos.

Capítulo 3

Este capítulo abordará como se dá aula no laboratório de informática, a dinâmica da aula, as dúvidas surgidas nos dias das atividades e alguns roteiros preenchidos pelos alunos.

3.1 - A aula

As atividades apresentadas nos roteiros foram aplicadas em alunos do 6º ano do ensino fundamental, mas podem ser aplicadas em turmas dos anos subsequentes a esse.

Esses alunos do 6º ano gostam muito de utilizar computadores, mas não estão acostumados a manusear um software matemático.

Para estimular os alunos a manusear e ter interesse pelo software GeoGebra eu apresento alguns arquivos de animação para tentar despertar seu interesse. Geralmente costuma dar certo.

A seguir apresento imagens do layout de dois arquivos que costumo mostrar aos alunos. Os dois arquivos são feitos no GeoGebra e são animações.

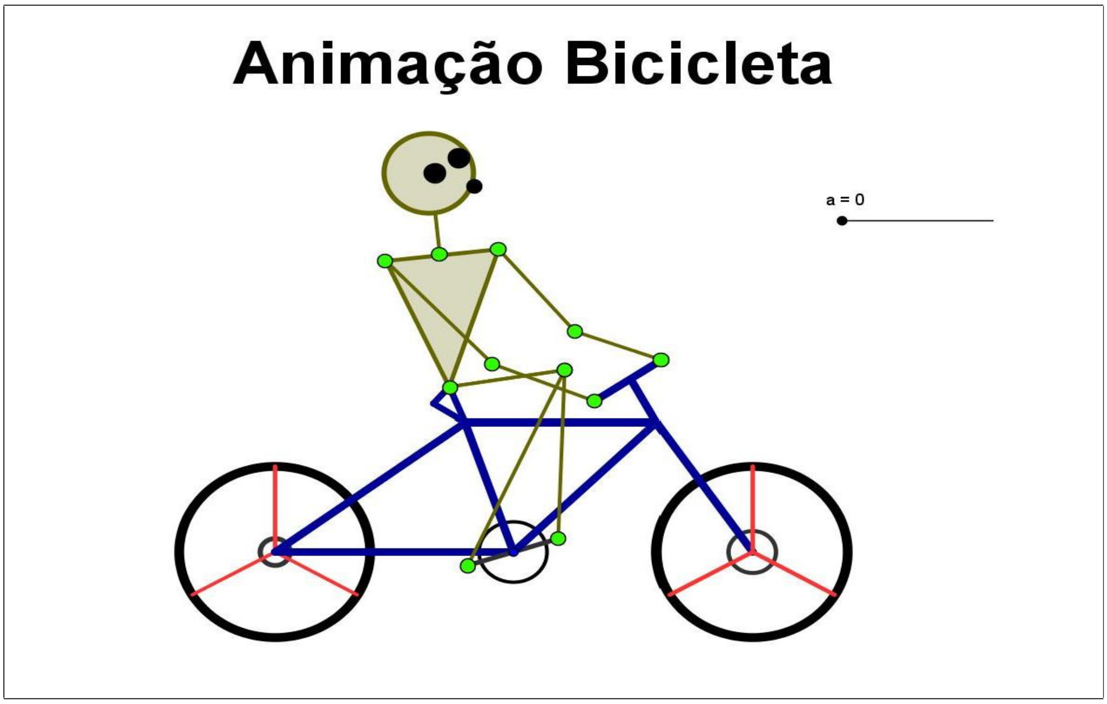


Figura 10. Arquivo de animação do GeoGebra.

No arquivo da bicicleta acima, ao acionar o seletor “a”, a bicicleta começa a se mover.

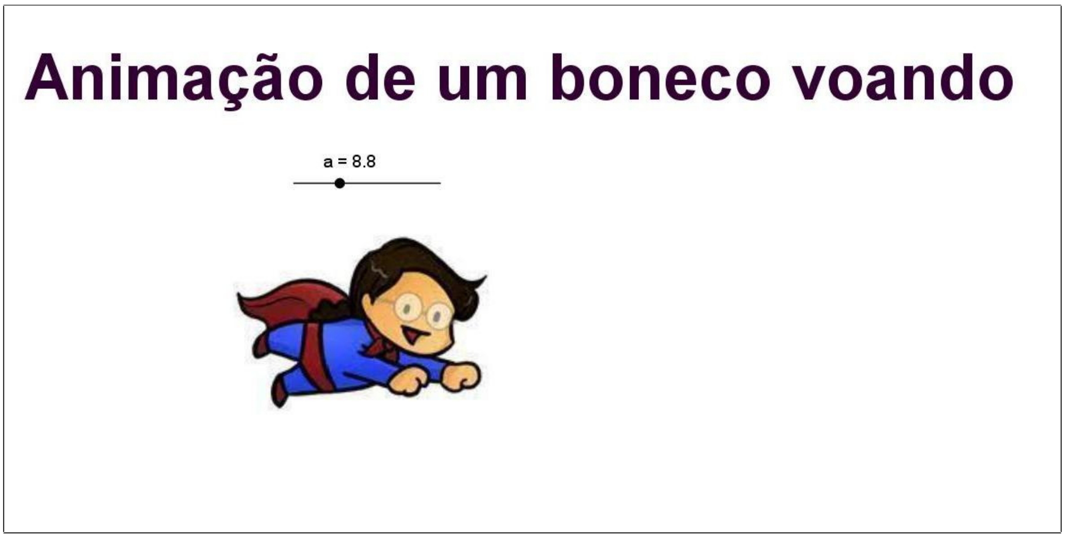


Figura 11. Arquivo de animação do GeoGebra

No arquivo do boneco da imagem acima, ao acionar o seletor “a”, o boneco começa a voar.

Esses arquivos de animação são apresentados em uma aula de ambientação do software GeoGebra. Antes de realizar uma atividade com roteiro e com um objetivo definido, eu levo os alunos ao laboratório e deixo-os à vontade para manusear o GeoGebra. Isto serve para deixar os alunos familiarizados com o programa. Assim eles aprendem também a fazer retas, segmentos, polígonos, ângulos, entre outras ferramentas disponíveis no software.

3.2 - O dia da atividade

Um dia antes da realização das atividades eu já peço ao monitor do laboratório para deixar copiados os arquivos do GeoGebra nos computadores. Entretanto, eu levo comigo, uma unidade de armazenamento móvel que contém os arquivos, caso haja algum contratempo. Também levo meu computador pessoal, por garantia e para me sentir mais seguro realizando a atividade.

Vale ressaltar que as aulas que ocorrem no primeiro e no quarto horário têm seu tempo reduzido. A aula do primeiro horário tem o problema de chegada dos alunos e a do quarto horário é a hora em que os alunos voltam do recreio. Então, deve-se levar em consideração o controle do tempo para esses dois horários.

O traslado da sala de aula para o laboratório de informática pode ser um problema, então é importante organizar os alunos para que não haja uma perda de tempo excessivo. Quanto mais tempo se demora a chegar ao laboratório, menos tempo se terá para a realização das atividades.

No meu caso, não tenho problemas com isto, pois organizo os alunos em fila para que o traslado seja o mais rápido possível.

3.3 - Dinâmica da Aula

Ao chegar ao laboratório de informática organizo os alunos em duplas e um ou dois trios, pois como já relatado anteriormente, o número de máquinas não comporta o número de alunos para se assentarem em duplas.

A escolha das duplas ou trios fica a cargo dos próprios alunos, que geralmente se distribuem de acordo com a afinidade.

Quando se sentam em frente às máquinas, estas por sua vez já estão ligadas e no monitor está visível a área de trabalho com o ícone do GeoGebra.

Peço aos alunos para abrirem o software GeoGebra enquanto vou distribuindo os roteiros.

Após distribuir os roteiros, explico aos alunos que iremos realizar uma atividade no GeoGebra, seguindo o que está pedindo o roteiro e que eles devem fazer o registro de acordo com o que eles constatarem ao resolver cada item e podem perguntar quando houver dúvida ou em qualquer falha que possa ocorrer ao manusear o software.

Os alunos abrem os arquivos e começam a preencher o roteiro.

Interessante que nesse momento as duplas costumam a trabalhar por igual, ou seja, os parceiros discutem se o resultado está certo ou errado.

As turmas em que realizei o trabalho com GeoGebra tiveram um comportamento bom, não fizeram nenhum tipo de bagunça e nem baderna. Ficaram empenhados em manusear os arquivos e preencherem o GeoGebra.

Enquanto estavam realizando as atividades, eles sempre perguntavam se o que responderam estava certo. Porém, respondo com a seguinte pergunta: “Você testou o que você está me perguntando? Anote o resultado que apareceu para você, não se preocupe se está certo ou errado”.

Os alunos costumam questionar muito com relação a alguma falha que ocorre durante o manuseio do arquivo do GeoGebra. Na maioria das vezes esta falha é devida a alguma configuração que foi alterada pelo próprio aluno. Quando não percebo de imediato qual foi a alteração, deleto o arquivo e copio novamente na máquina através do dispositivo de armazenamento móvel que carrego comigo. Assim o problema é resolvido rapidamente.

A transição de um arquivo para o outro é um problema que pode surgir durante a realização das atividades. Os alunos podem abrir várias janelas de uma vez só, deixando o sistema operacional lento. O professor deve ficar atento a isto.

O preenchimento dos roteiros é feito de modo simples e rápido, pois o dinamismo do software permite que os alunos façam as alterações rapidamente. Esta eu considero com a principal vantagem de ensinar certos conceitos de geometria com o software de geometria dinâmica. As transformações são rápidas e podem ser feitas e desfeitas em segundos.

Quando os alunos terminam a atividade, deixo-os brincar com os computadores, assim não ficam atrapalhando os colegas que não terminaram. Os alunos brincam com jogos educativos que estão instalados nas máquinas, ao mesmo tempo em que se divertem enriquecem o seu conhecimento, o que também é um incentivo para completarem a atividade.

A seguir temos algumas imagens de roteiros preenchidos e da aula no laboratório de informática. As imagens dos roteiros não terão o cabeçalho, pois contém o nome dos alunos e estes serão preservados.

As imagens dos roteiros abaixo não são idênticas aos roteiros acimas, mas possuem os mesmos objetivos. As atividades foram aplicadas antes da confecção deste trabalho de monografia. E durante o trabalho, os roteiros foram aperfeiçoados.

Aluno 1

Dentro de sala de aula vimos que um giro completo corresponde a um ângulo de 360º e que a abertura entre os ponteiros do relógio formam um ângulo.
Com base nas informações acima e em seu conhecimento faça o que se pede a seguir:

- Abra o arquivo "Ângulos.ggb" que se encontra na área de trabalho;
- Mexa o seletor "Hs" que corresponde ao ponteiro das horas;
- Mexa o seletor "Min" que corresponde ao ponteiro dos minutos;

1 – Mexendo os seletores, coloque os ponteiros na posição de uma hora. Qual o menor ângulo formado entre os ponteiros? Esse ângulo é agúdo, obtuso ou reto? O ângulo é de 30º esse ângulo é agudo

2 – Mexa os seletores e coloque os ponteiros do relógio formando um ângulo obtuso. Que hora você marcou no seu relógio? Existe outro horário que essa situação pode ocorrer? 4 horas. Existe 5 horas

3 – Mexa os seletores e coloque os ponteiros do relógio formando um ângulo de 90º. Qual hora você marcou? Existe outras situações em que isso ocorre? 3 horas. 9 horas

4 – Qual o menor ângulo formado entre os ponteiros quando o relógio está marcando cinco horas? O menor ângulo é de 150°

5 – Mexendo os seletores, coloque seu relógio marcando quatro horas. Marque a caixinha "Ângulo entre os ponteiros". Qual o ângulo que apareceu no seu relógio? Se o giro completo tem 360º qual é o outro ângulo que é formado pelos ponteiros do relógio quando é quatro horas? Apareceu o ângulo de 120°. O outro ângulo é de 240º

6 – Mexa os seletores e forme com os ponteiros do relógio um ângulo raso. Qual hora você marcou? Marquei 6 horas

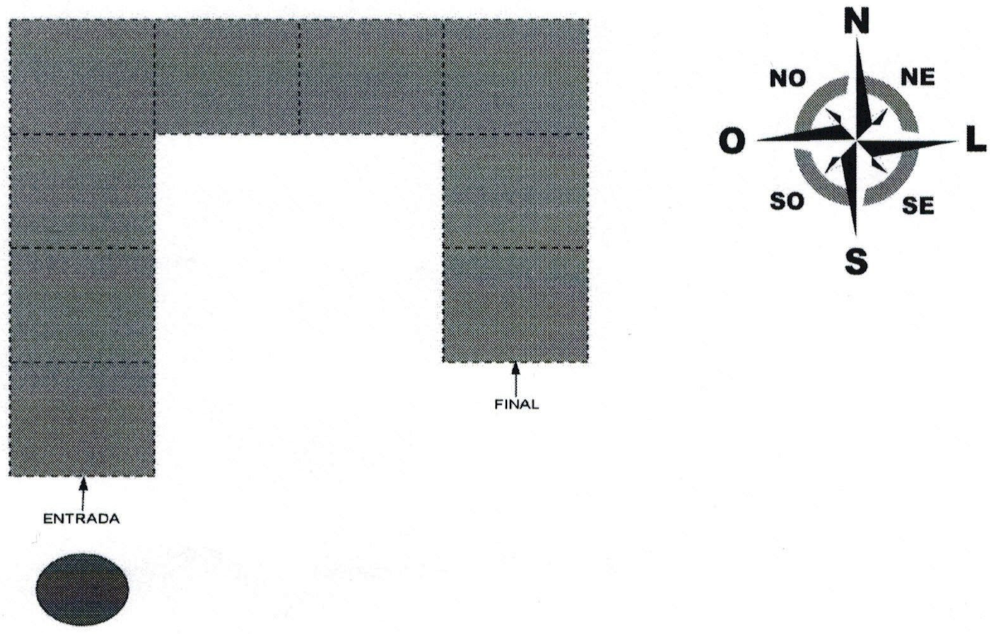
Figura 12. Imagem do Roteiro de Ângulos – Relógio – Página 1

7 – Se o ponteiro das horas do relógio varre um ângulo de 30º a cada hora, quanto tempo esse ponteiro gasta para percorre um ângulo de 1º? ____________________

30 Segundo.

- Abra o arquivo "Atividade Ângulo.ggb" que se encontra na área de trabalho;

8 – Veja a imagem abaixo e o arquivo que encontra-se aberto em seu monitor. Imagine que você tem uma bolinha e quer fazê-la andar num corredor sem que ele bata nas paredes. A sua bolinha pode mover-se para o Norte, para o Sul, para o Leste e para o Oeste. Descreva o procedimento que deve ser feito para que a bolinha chegue até o final.
Se necessário, utilize o relógio para ver quais ângulos a bolinha deve fazer para chegar até o final.

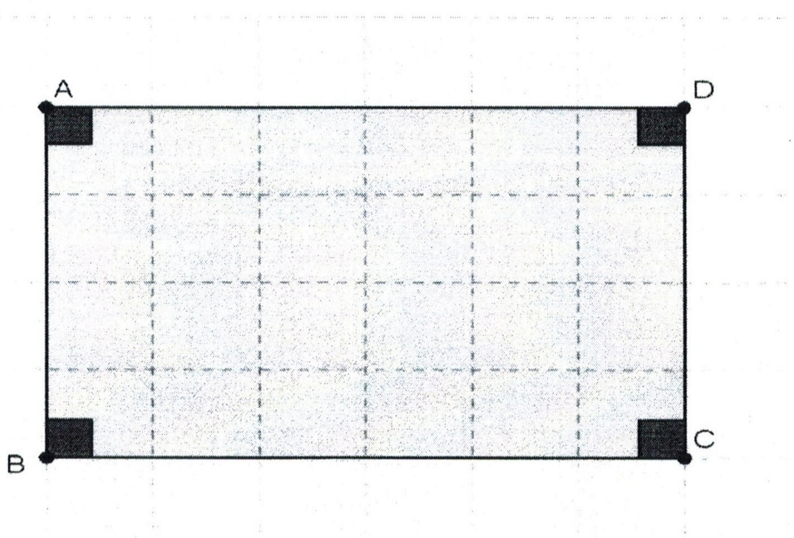


4 Casas para o norte, vira 90° para leste
3 Casas para o leste, vira 90° para o sul
2 Casas para o sul até o final

Figura 13. Imagem do Roteiro de Ângulos – Relógio – Página 2

Aluno 2

Área do Retângulo



1. A figura acima representa um retângulo. Queremos descobrir como faremos para encontrar área da figura acima. Porém, o que você entende por área?

Um espaço determinado

2. Observe a movimentação na tela de projeção dos lados e anote a quantidade de quadradinhos que teremos internos ao retângulo ABCD. Se a altura for igual a um e a base igual a um, quantos quadradinhos temos?

Um quadradinho

3. Se a altura for igual a dois e a base igual a um, temos quantos quadradinhos?

Dois quadradinhos.

4. Se a altura for igual a dois e a base igual a dois, temos quantos quadradinhos?

Quatro quadradinhos

5. Se a altura for igual a quatro e a base igual a seis, temos quantos quadradinhos?

24 quadradinhos

Figura 14. Roteiro das Atividades de Áreas – Página 1.

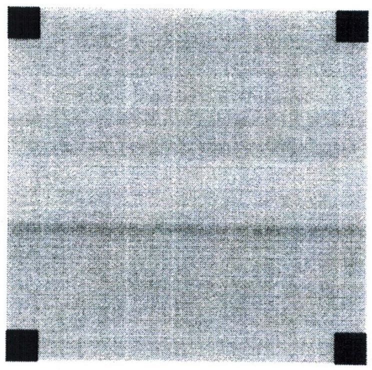
6. Se a altura for igual a sete e a base igual a cinco, temos quantos quadradinhos?

35 quadradinhos

7. Se a altura mede X e a base mede Y, o que podemos concluir sobre a superfície desta figura plana, ou seja, o que podemos dizer sobre a forma para encontrar a área do retângulo?

$X \cdot Y$

Área do Quadrado



1. A figura acima representa um quadrado. Observe a movimentação que será feita na tela de projeção e anote o que for perguntado e o que você concluiu.

2. Se a altura for igual a um e a base igual a um, temos quantos quadradinhos?

1 (um)

3. Se a altura for igual a dois e a base igual a dois, temos quantos quadradinhos?

4

4. Se a altura for igual a três e a base igual a três, temos quantos quadradinhos?

9

5. Se a altura for igual a quatro e a base igual a quatro, temos quantos quadradinhos?

16

6. Se a altura for igual a cinco e a base igual a cinco, temos quantos quadradinhos?

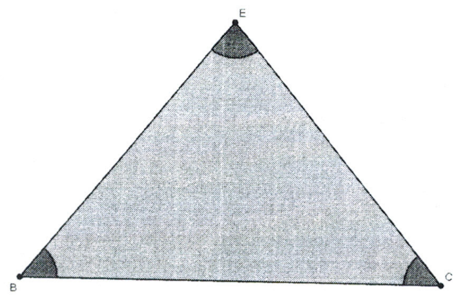
25

Figura 15. Roteiro da Atividades de Áreas – Página 2.

7. Se a altura mede X e a base mede X, o que podemos concluir sobre a superfície desta figura plana, ou seja, o que podemos dizer sobre a forma para encontrar a área do quadrado?

$x \cdot x = x^2$

Área do Triângulo



1. A figura acima representa um triângulo. Observe a movimentação que será feita na tela de projeção e anote o que for perguntado e o que você concluiu.

2. Ao movimentar o seletor para a posição "um" temos um retângulo de base BC = 8 e altura CD = 5. Qual é a área deste retângulo?

40

3. No lado AD marcamos o ponto E, e construímos o triângulo BCE. Agora iremos movimentar o ponto E até que o mesmo fique sobreposto ao ponto D. Quando o ponto E está sobreposto ao ponto D você percebeu alguma coisa sobre a área deste triângulo?

dividiu o retangulo em duas partes iguais

4. Qual é a medida da base e da altura deste triângulo quando o ponto E está sobreposto ao ponto D?

basa = 8 altura = 5

5. Agora, iremos sobrepor o ponto E no ponto A. Existe alguma diferença com relação a observação que você fez no item 3? Qual é a medida da base e da altura do triângulo?

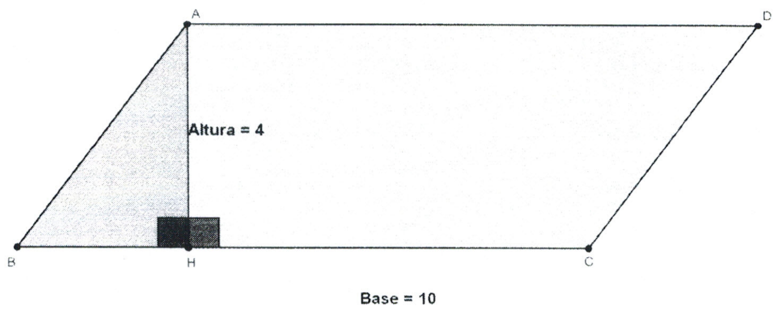
não existe diferência base 8 altura 5

6. Qual relação pode-se estabelecer entre a área do retângulo e a área do triângulo?

Área do triângulo é a metade da área do retângulo.

Figura 16. Roteiro das Atividades de Áreas – Página 3.

Área do Paralelogramo



1. A figura acima representa um paralelogramo. Observe a movimentação que será feita na tela de projeção e anote o que for perguntado e o que você concluiu.

2. Temos um paralelogramo de altura igual a quatro e base igual a dez. Faça o produto destes dois números e anote o resultado que você obteve.

4 x 10 = 40

3. Faremos um "recorte" na figura, formando o triângulo ABH e deslocaremos este triângulo de tal forma que o ponto B coincida com o ponto C, ou seja, o ponto B ficará em cima do ponto C.

4. Quando o ponto B ficou sobre o ponto C, que figura foi formada?

retângulo

5. Qual é o valor da base e da altura desta figura?

4 x 10 = 40 base = 10 altura 4

6. Faça o produto entre o valor da base e da altura do item anterior?

4 x 10 = 40

7. Temos quantos quadradinhos internos a esta nova figura formada?

40 quadradinhos

8. O que podemos dizer sobres os valores encontrados nos itens 2 e 6?

Os valores encontrados são iguais

Figura 17. Roteiro das Atividades de Área – Página 4.

9. O que podemos concluir sobre a área do paralelogramo inicial e a área da nova figura formada?

é a mesma forma de calcular

Figura 18. Roteiro das Atividades de Área – Página 5.

Aluno 3

O número π (pi) é a relação entre o comprimento de uma circunferência e o seu diâmetro. É um número irracional e uma das constantes matemáticas mais importantes. É empregada na matemática, física e engenharias. O valor de π aproximado é de 3,14159265358979323846....

No arquivo do *GeoGebra* iremos "encontrar" uma aproximação do valor de π através do método de Arquimedes. O método de Arquimedes consiste em circunscrever ("desenhar um polígono por fora de uma circunferência") e inscrever ("desenhar polígonos dentro de uma circunferência") polígonos regulares de n-lados em circunferências e dividir o perímetro desses polígonos pelo diâmetro da circunferência ao qual eles estão inscritos ou circunscritos. Arquimedes conseguiu fazer a sua aproximação com o polígono regular de 96 lados. A aproximação de Arquimedes ficou entre 3,1408 e 3,1428.

A notação deste número com a letra grega π (pi) foi usada pela primeira vez pelo matemático Willian Jones em 1706 e popularizada em uma obra de Leonhard Euler em 1748.

No arquivo do *GeoGebra* em questão trabalharemos apenas com os polígonos regulares inscritos.

- Abra o arquivo "Pi.ggb" que encontra-se na área de trabalho;
- Mexa o seletor "a" para aumentar ou diminuir o raio da circunferência;
- Mexa o seletor "b" para aumentar ou diminuir o número de lados do polígono inscrito na circunferência.

1. Construa a tabela abaixo no GeoGebra ou no software de planilha eletrônica que esteja instalado em seu computador.

Nº de Lados do Polígono	Medida do Perímetro do Polígono	Diâmetro (2r)	Razão Perímetro/ Diâmetro
6			
8			
10			
12			
16			
24			
32			
48			
64			
96			

2. Selecione a ferramenta "Distância, Comprimento ou Perímetro" para medir o perímetro dos polígonos inscritos. Meça o perímetro dos polígonos e anote o valor na tabela construída no item anterior.
3. Lembre-se que o diâmetro de uma circunferência é duas vezes a medida do seu raio.

Figura 19. Roteiro da Atividade do Número π – Página 1

4. Para calcular a razão perímetro/ diâmetro deve-se digitar o símbolo de igual antes de começar a digitar o valor, e o símbolo / significa dividir. **Exemplo: Se digitarmos "=30/5" o software dará o resultado 6. Sem a barra e sem o símbolo de igual o software não entenderá que é uma operação.**

5. Construa uma tabela para cada valor do raio existente no arquivo. Como temos cinco valores para o raio, devemos construir cinco tabelas.

6. Após o preenchimento das tabelas responda as seguintes perguntas:

A) A medida que o número de lados do polígono aumenta o que acontece com o valor da razão entre o perímetro e o diâmetro? A razão aumentando o seu valor e se aproximando do número 3.14.

B) Para qual valor o resultado da razão entre o perímetro e o diâmetro converge quando se aumenta o número de lados do polígono? A razão converge para o número 3.14.

C) Se selecionarmos um polígono qualquer e aumentarmos o diâmetro, a razão entre o perímetro e o diâmetro aumenta? Comente sua resposta. A razão aumenta, mas aumenta pouco, após a segunda casa decimal.

D) Podemos concluir que o valor do diâmetro não influi, ou influi pouco no resultado da razão? Comente sua resposta. O valor do diâmetro da circunferência influi bem pouco no resultado, uma vez que a diferença das razões, praticamente em todas as respostas, surge após a segunda *

E) Podemos concluir que o valor do perímetro é o que influi diretamente no resultado da razão? Comente sua resposta. Sim, o valor do perímetro do polígono é o que influi no resultado da razão. Quanto mais lados o polígono tem, mais perto a gente chega da aproximação de Arquimedes.

*casa decimal

Figura 20. Roteiro da Atividade do Número π – Página 2

Aluno 4

Calcular a área de figuras não quadráticas ou irregulares é um problema que remonta a Antiguidade do nosso tempo. Por séculos e séculos muitos matemáticos, físicos e astrônomos tentaram calcular essas áreas até chegar a um método consistente e confiável. A área que iremos calcular é a do círculo. A fórmula para calculo da área do círculo é $\boldsymbol{\pi . r^2}$, onde r é o raio da circunferência e π é a razão entre o comprimento da circunferência pelo seu diâmetro (como já vimos em outra aula com o *GeoGebra*).

Entretanto não iremos utilizar a fórmula acima para o cálculo da circunferência, iremos utilizar o método que é conhecido como Soma de Riemann, em homenagem ao matemático alemão Georg Friedrich Bernhard Riemann, que é claro, foi quem o "inventou". Esse método consiste na aproximação da área inferior ou superior de uma curva em um gráfico. Esse método realiza somas de áreas de retângulos que são postos abaixo ou acima de uma curva.

1. Coloque seu seletor "a" na posição 1 e o seu seletor "b" também na posição 1. Movimente o seu seletor "b", em b=2, b=3, b=4, até ele chegar à posição 200 e observe o que acontece com o valor na planilha da soma das áreas e da diferença.

Na medida em que o valor do seletor "b" aumentou o que você observou com relação ao valor da soma das áreas? Explique com suas palavras qual a razão disto acontecer. Vai almentando
isso acontece porque o soma do riemamm
faz com que aumente

Na medida em que o valor do seletor "b" aumentou o que você observou com relação ao valor da diferença? Explique com suas palavras qual a razão disto acontecer. Vai diminuindo
isso acontece porque a diferença do riemamm
faz com que diminua.

2. Coloque o seletor "a" na posição 4 e o seletor "b" na posição 1. Movimente o seletor "b", em b=2, b=3, b=4, até chegar à posição 200 e observe novamente o que acontece com o valor na planilha da soma das áreas e da diferença.

Na medida em que o valor do seletor "b" aumentou o que você observou com relação ao valor da soma das áreas? Explique com suas palavras qual a razão disto acontecer. A soma
dessas áreas aumentou.

Figura 21. Roteiro da Atividade da Soma de Riemann – Página 1

Na medida em que o valor do seletor "b" aumentou o que você observou com relação ao valor da diferença? Explique com suas palavras qual a razão disto acontecer. A diferença diminuiu

3. Coloque o seletor "a" na posição 25 e o seletor "b" na posição 1. Movimente o seletor "b" até chegar à posição 200 e observe novamente o que acontece com o valor na planilha da soma das áreas e da diferença.

Na medida em que o valor do seletor "b" aumentou o que você observou com relação ao valor da soma das áreas? Explique com suas palavras qual a razão disto acontecer. A cada investida do seletor "b" a soma das areas foram aumentando.

Na medida em que o valor do seletor "b" aumentou o que você observou com relação ao valor da diferença? Explique com suas palavras qual a razão disto acontecer. A cada investida para aumenta o seletor "b" a diferença diminuia mais e mais.

4. Os valores da diferença encontrados nos itens 1, 2 e 3 são os mesmos ou são distintos? Caso forem distintos, diga se esses valores são próximos ou distantes entre si. Distintos São valores próximos pois ha pequenas diferenças de um numero para outro.

5. O que você acha que aconteceria com o valor da diferença caso o número de retângulos internos a circunferência aumentasse cada vez mais, ou até infinitamente? Iria diminuir totalmente até chegar ao zero

6. Você acha o método que utilizamos é bom ou ruim para o cálculo da área da circunferência? Leve em consideração que não utilizamos o valor de π para o cálculo da área. Este método é otimo pois com ele conseguimos somar facilmente.

Guarde esse roteiro preenchido em seu portefólio!

Figura 22. Roteiro da Atividade da Soma de Riemann – Página 2

Após o preenchimento dos roteiros e consequentemente o término das atividades eu dou um retorno aos alunos.

Com o auxílio de um notebook e um projetor multimídia eu explico aos alunos o que eu queria que eles fizessem, ou seja, o objetivo das atividades. Neste momento o roteiro dos alunos estão comigo.

Manuseio os mesmos arquivos que eles fizeram e vou perguntando a eles o que eles responderam em cada item do roteiro. Desta forma consigo consolidar o conteúdo aprendido.

Para por em prática o que foi aprendido passo uma lista de exercícios com atividades contextualizadas para perceber se eles realmente entenderam o conteúdo e conseguem aplicá-lo.

Conclusão

Acredito que o uso da tecnologia informática dentro de sala de aula pode proporcionar aulas mais dinâmicas, prazerosas e significativas para alunos e professores, favorecendo a discussão de propriedades matemáticas que com o uso das tecnologias tradicionais (quadro e giz) não seriam possíveis ou demandariam muito tempo.

O rosto dos alunos ao realizar uma atividade diferenciada, dentro do laboratório de informática, é de muita alegria e isso me faz cada vez mais querer aprender para poder passar o conhecimento adiante. Eles ficam muito contentes em fazer uma atividade extraclasse, mas dentro da escola.

O interessante em atividades, deste tipo, em que se faz o uso da tecnologia informática é analisar as possibilidades e dificuldades que se apresentam, sem comparar se são melhores ou piores do que as atividades em que essa tecnologia não é utilizada.

As atividades propostas nesse trabalho são voltadas as escolas que possuem recursos em informática. Acredito que se a escola possui um laboratório de informática será mais proveitoso para o aluno, pois ele terá a possibilidade de manusear os arquivos do GeoGebra. Já as escolas que não possuem um laboratório de informática, mas têm um projetor multimídia e um computador, o professor pode aplicá-las sendo o intermediador de todo o processo. Tudo dependerá da vontade do professor de matemática.

Gostaria de ressaltar que o professor é a peça fundamental para a realização desta atividade, o material por si só não promove a aprendizagem. As intervenções, estímulos e questionamentos feitos pelo professor motivarão as descobertas dos alunos.

Enfim, com planejamento, objetivos e roteiro, as atividades em que são utilizados softwares de Geometria Dinâmica, segundo Gravina (2006) constituem ferramentas poderosas na superação dos obstáculos inerentes ao aprendizado. Nestes ambientes, conceitos geométricos são construídos com equilíbrio conceitual e figural; a habilidade em perceber representações diferentes de uma mesma configuração se desenvolve; controle sobre configurações geométricas levam à descoberta de propriedades novas e interessantes. Quanto às atitudes dos alunos frente ao processo de aprender: experimentam; criam estratégias; fazem conjecturas; argumentam e deduzem propriedades matemáticas. A partir de manipulação concreta, “o desenho em movimento”, passa para manipulação abstrata, atingindo níveis mentais superiores da dedução e rigor e desta forma entendem a natureza do raciocínio matemático.

Ao produzir este trabalho, refleti constantemente sobre as inquietações em relação à prática no ensino de geometria, que é deixada sempre para trás na hora do planejamento, e procurei instrumentos que contribuíssem para a melhoria das aulas.

Referências Bibliográficas

BORBA, M. C. & PENTEADO, M. G. Informática e Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2001, 2ª Edição.

GRAVINA, Maria Alice. Geometria Dinâmica. Uma nova abordagem para o aprendizado de Geometria. In: Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, p. 1-13. Belo Horizonte, 1996.

MACHADO, José Nilson. Epistemologia e Didática: As concepções de conhecimento, inteligência e a prática docente. São Paulo: Cortez, 2000, 4ª Edição.