

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS – UFMG

**As estratégias didáticas abordadas para o ensino de
semelhança de triângulo em alguns livros didáticos do
Programa Nacional do Livro Didático, do Ensino Fundamental**

BELO HORIZONTE

2013

TABATA CHAVES FAGUNDES LELES

**As estratégias didáticas abordadas para o ensino de
semelhança de triângulo em alguns livros didáticos do
Programa Nacional do Livro Didático, do Ensino Fundamental**

Monografia apresentada ao programa de Pós-graduação em Matemática do Departamento de matemática da UFMG como parte dos requisitos para a obtenção do título de Especialista em Matemática para Professores do Ensino Básico.

Orientador: Warley Correia

BELO HORIZONTE

2013

BANCA EXAMINADORA

Data: ____/____/____

Dedico este trabalho à minha família, que sempre me ajudou nesta jornada, e aos professores, que sempre acreditaram no meu potencial.

Agradeço ao professor Warley Correia, pelo apoio e à minha família pela paciência durante todo o tempo de pesquisa.

“Educação não transforma o mundo.
Educação muda pessoas.
Pessoas transformam o mundo”.
(Paulo Freire)

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo analisar três livros didáticos de matemática, recomendados pelo PNLD de 2011 para analisar e compreender as estratégias de ensino e de aprendizagem do tema Semelhança de Triângulos. O livro didático é um importante aliado do professor na sala de aula e a semelhança de triângulos é um tópico da Geometria com aplicação em diversas áreas. Para o desenvolvimento do mesmo nos respaldamos, principalmente, nos seguintes documentos e teóricos: Chevallard, no âmbito da Didática da Matemática, Polya e Onuchiq na Resolução de Problemas e, principalmente os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, principal norteador do professor. Além disso, notamos também uma mudança gradual de ações que demonstram uma preocupação com a qualidade pedagógica dos livros. Essa evolução do sistema de avaliação dos livros-texto de Matemática pelo PNLD/2011 para adoção nas escolas públicas do ensino fundamental também é discutida. Ao final do trabalho é feito um quadro comparativo que nos relata quais obras respondem positivamente e negativamente às questões levantadas e analisadas.

Palavras – Chave: Livros didáticos, PNLD, Semelhança de Triângulos.

ABSTRACT

This study aims to analyze three mathematics textbooks recommended by the PNLD 2011 to analyze and understand the teaching strategies and learning theme similar triangles. The textbook is an important ally of the teacher in the classroom and similar triangles is a topic of Geometry with various application areas. For its development we support in the mainly theoretical and the following documents: Chevallard within the didactics of mathematics, Polya and Onuchiq in Troubleshooting and especially the National Curricular Parameters of Mathematics, main guiding teacher. Moreover, we also noticed a gradual change in actions that demonstrate a concern with the quality of educational books. This evolution of the evaluation of mathematics textbooks for adoption by PNLD/2011 in public elementary schools system is also discussed. At the end of the work done is a comparison chart that tells us what works respond positively and negatively to the issues raised and analyzed.

Key - Words : Textbooks, PNLD Likeness of Triangles .

SUMÁRIO

ÍNDICE DE FIGURAS	10
INTRODUÇÃO	11
CAPÍTULO II: O LIVRO DIDÁTICO.....	14
2.1) História do livro didático e sua importância.....	14
2.2) Um pouco de Semelhança de Triângulos e a história de Tales de Mileto.....	18
2.3) Quando dois triângulos são semelhantes	20
CAPÍTULO III: REFERENCIAL TEÓRICO	21
CAPÍTULO IV: METODOLOGIA: OS LIVROS DIDÁTICOS DA PESQUISA	24
CAPÍTULO V: ANÁLISE DE DADOS: ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS	27
5.1) A Conquista da Matemática.....	27
5.2) Matemática.....	33
5.3) Tudo é Matemática.....	40
5.4) Quadro comparativo das obras analisadas	46
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	47
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	49

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 01. Pirâmide e sua sombra	18
FIGURA 02. Esquema do Cálculo da altura da Pirâmide através de Semelhança de Triângulos	18
FIGURA 03: Início do capítulo do livro A Conquista da Matemática	27
FIGURA 04: Mapas em escalas diferentes para mostrar o conceito de figuras semelhantes	28
FIGURA 05. Verificação de dois quadriláteros semelhantes	29
FIGURA 06. Introdução ao tópico de triângulos semelhantes	30
FIGURA 07. Construção por homotetia	31
FIGURA 08. Introdução ao capítulo de Semelhança do livro Matemática	34
FIGURA 09. Materiais feitos de madeira	34
FIGURA 10. Introdução de símbolos Matemáticos	35
FIGURA 11. Exemplificação de uma máquina que copia por homotetia	36
FIGURA 12. Aplicação da teoria de Semelhança de Triângulos	37
FIGURA 13. Algumas atividades	38
FIGURA 14. Algumas atividades	38
FIGURA 15. Introdução do capítulo do livro Tudo é Matemática	40
FIGURA 16. Introdução do capítulo do livro Tudo é Matemática	40
FIGURA 17. Ampliação e Redução de figuras	40
FIGURA 18. Figuras semelhantes e congruentes e diagramas	41

INTRODUÇÃO

Definimos como nossos objetivos para este trabalho: analisar como o tema Semelhança de Triângulos é abordado em diferentes livros didáticos, identificando se o livro introduz o conteúdo a partir de uma situação problema, se há figuras que facilitem a resolução dos problemas contidos na obra, se os problemas apresentados estão relacionados ao cotidiano de alguns alunos e se a abordagem do conteúdo atende as orientações propostas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

Escolhi ser educadora por achar que podemos mudar um pouco a vida das pessoas. Pois, penso que podemos contribuir para que nossos alunos enxerguem o mundo de uma forma diferente.

Estudei todo o Ensino Fundamental e Médio no Colégio Tiradentes da Polícia Militar de Minas Gerais. Nessa etapa da minha carreira estudantil, já me despertava o interesse em ajudar os colegas que apresentavam dificuldades no conteúdo de matemática.

Durante a graduação no Centro Universitário de Belo Horizonte (UNI-BH), já ministrava algumas aulas, em escolas públicas, projetos sociais e escolas de reforço. Cada aula era um momento de aprendizagem, não apenas para os alunos, mas para a minha formação docente, pois aprendia não somente o conteúdo que deveria ensinar, mas também desenvolvia novas metodologias de trabalho. Procurava escutar e entender as dúvidas apresentadas pelos alunos, para que a cada dia pudesse aprender novas técnicas do ensino de matemática.

Trabalho, atualmente, em duas escolas. Na parte da manhã, trabalho na rede municipal de Belo Horizonte, e no turno da tarde, leciono na rede estadual de ensino de Minas Gerais.

No município trabalho em uma escola que recebe inúmeros recursos didáticos da Prefeitura de Belo Horizonte (PBH). O que favorece o desenvolvimento das atividades com os alunos. O fato de a escola estar situada em área de risco social, dificulta o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem dos alunos. Percebo também que vários outros professores, se sentem desmotivados pela falta de interesse dos alunos.

Na rede estadual, ao contrário, não se encontra em uma área de risco social, além de possuir exame de admissão para o preenchimento das vagas. Talvez por isso, há uma

maior facilidade no desenvolvimento da atividade docente. Os professores aparentemente demonstram maior interesse pelos problemas e discussões da escola.

Com intuito de aprender mais sobre a profissão docente, o conteúdo matemático e sua metodologia, resolvi iniciar um curso de especialização na área de matemática. Interessei-me muito pelo curso oferecido pela Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), que aconteceria no Instituto de Ciências Exatas (ICEX). O curso aborda diversos conteúdos pertinentes para a atividade docente, e principalmente como ensiná-los. Aprendi muito com a Especialização para Professores do Ensino Básico, revendo e aprendendo conteúdos pouco abordados durante a graduação e trabalhos na Educação Básica.

Durante o curso pensava em qual tema abordar quando chegasse a hora de produzir minha monografia. Em uma das aulas no Ensino Médio, enquanto apagava o quadro, observei que os alunos tinham acabado de ter aula de Biologia. Neste instante, dialoguei com os alunos, dizendo que uma das matérias que poderia associar Matemática com Biologia, era o cálculo do tamanho das árvores.

Neste momento, toda a turma me perguntou como fazer tal medição. Disse-lhes que poderíamos realizar tal medida através de proporção e, conseqüentemente, de semelhança de triângulos. Fiquei surpresa, pois a maioria dos alunos, nunca tinha trabalhado tal conteúdo (semelhança), ou não se lembrava, e poucos recordavam sobre proporção. Com isso, comecei a estudar sobre o tema, e diferentes formas de abordá-lo em sala de aula.

Quando fomos escolher o tema que seria estudado na monografia, sabia que queria escrever sobre algo relacionado à Semelhança de Triângulos, mas não sabia exatamente o que seria interessante e que, ao mesmo tempo, trouxesse alguma contribuição para o campo da Educação Matemática. Então, como professora, notei que talvez fosse interessante pesquisar sobre o livro didático, que vem sendo utilizado por muitos professores como o principal material de suporte pedagógico, auxiliando nas atividades de ensino e aprendizagem dos alunos.

Tenho por hábito e gosto pesquisar em vários livros o conteúdo que será dado em sala, e como abordá-lo. Conseguir trazer para o processo de ensino, as aplicações práticas de cada conteúdo, considero como um motivador para os alunos. Por este motivo, decidimos que nosso trabalho teria como questão principal:

Quais as estratégias didáticas são abordadas para o ensino de semelhança de triângulo, em alguns livros didáticos dos Parâmetros Nacionais do Livro Didático (PNLD) do Ensino Fundamental?

Assim, pretendo após estes estudos contribuir de alguma maneira sobre a abordagem desse conteúdo de matemática em alguns livros didáticos e verificar como seus autores exploram o assunto e se é possível para o aluno compreensão do conteúdo com o auxílio do livro didático.

CAPÍTULO II

O LIVRO DIDÁTICO

2.1) HISTÓRIA DO LIVRO DIDÁTICO E SUA IMPORTÂNCIA

O livro didático assumiu, nos últimos anos, certa importância dentro da prática de ensino. Isso é notável, pois percebemos a cada dia que passa que o mesmo se torna para muitos profissionais da docência a única ou a mais utilizada ferramenta de ensino-aprendizagem.

Nessa perspectiva, Dante (1996) apresenta várias razões para justificar a importância do livro didático.

[...] - em geral, só a aula do professor não consegue fornecer todos os elementos necessários para a aprendizagem do aluno, uma parte deles como problemas, atividades e exercícios pode ser coberta recorrendo-se ao livro didático;

- o professor tem muitos alunos, afazeres e atividades extracurriculares que o impedem de planejar e escrever textos, problemas interessantes e questões desafiadoras, sem a ajuda do livro didático;

- a matemática é essencialmente sequencial, um assunto depende do outro, e o livro didático fornece uma ajuda útil para essa abordagem;

- para professores com formação insuficiente em matemática, um livro didático correto e com enfoque adequado pode ajudar a suprir essa deficiência;

- muitas escolas são limitadas em recursos como bibliotecas, materiais pedagógicos, equipamento de duplicação, vídeos, computadores, de modo que o livro didático constitui o básico, senão o único recurso didático do professor;

- a aprendizagem da matemática depende do domínio de conceitos e habilidades. O aluno pode melhorar esse domínio resolvendo os problemas, executando as atividades e os exercícios sugeridos pelos livros didáticos;

- o livro didático de matemática é tão necessário quanto um dicionário ou uma enciclopédia, pois ele contém definições, propriedades, tabelas e explicações, cujas referências são frequentemente feitas pelo professor. (DANTE, 1996. p.52-53).

As funções mais importantes do livro didático na relação com o aluno, tomando como base Gérard & Roegiers (1998), são:

[...] favorecer a aquisição de conhecimentos socialmente relevantes; propiciar o desenvolvimento de competências cognitivas, que contribuam para aumentar a autonomia; consolidar, ampliar, aprofundar e integrar os conhecimentos adquiridos; auxiliar na auto avaliação da aprendizagem; contribuir para a formação social e cultural e desenvolver a capacidade de convivência e de exercício da cidadania [...].

Em algumas ocasiões, os livros didáticos são as únicas fontes de informação de muitos estudantes. Nele:

O aprendizado pode se tornar mais significativo, quando diferentes formas de representação são contempladas no livro didático. Além de valorizar uma abordagem interdisciplinar com diferentes textos, espera-se que o livro apresente números, equações, figuras, tabelas, gráficos, símbolos, desenhos, fotos entre outros elementos que contribuam nas estratégias de articulação entre conteúdos e disciplinas. Quanto mais intensas forem a interatividade e a articulação mais significativo será o aprendizado. (PAIS, 2006, p. 52)

De acordo com Brasil (1998), “não tendo oportunidade e condições para aprimorar sua formação e não dispondo de outros recursos para desenvolver as práticas da sala de aula, os professores apoiam-se quase exclusivamente nos livros didáticos”, que, muitas vezes, são de qualidade insatisfatória.

Para Machado (1996), no mercado existem livros didáticos de má qualidade e de boa qualidade; alguns livros de qualidade indiscutível deixaram de circular porque professores não os adotam; por outro lado, diversas comissões de avaliação de livros didáticos, em diferentes ocasiões, afirmam que muitos livros didáticos utilizados apresentariam erros teóricos, isto é, seriam de má qualidade.

Lopes e Moran (1999) entendem que o livro didático no Brasil está inserido em uma problemática bastante complexa, que envolve formação de professores, propostas curriculares regionais bastante distintas, questões comerciais das editoras e as avaliações do Ministério de Educação e Cultura (MEC).

Concordamos com Carvalho (2007) ao afirmar que um dos pontos positivos da avaliação do livro didático é tornar o livro didático um assunto de pesquisa.

[...] Tem aumentado muito a produção de trabalhos acadêmicos sobre livros didáticos, inclusive na área de Matemática. Quando a avaliação foi delegada pelo MEC a universidades, ela se aproximou das faculdades de Educação, e têm surgido pesquisas, dissertações de mestrado e teses de doutorado interessantes e que abordam vários tópicos, como o uso do livro didático e as concepções de Matemática de seus autores, entre outros. Particularmente ativa vem se mostrando a linha da análise histórica de livros didáticos de Matemática, estudando como eles abordam, ao longo dos anos, tópicos do programa de matemática, e quais as razões para suas escolhas. [...] (CARVALHO, 2007)

Chevallard (1998) em sua obra reforça que só podemos mudar nossa prática educativa em sala e os objetos de ensino, tais como o livro didático, através de pesquisas, para que falhas contidas nos mesmos sejam supridas, melhorando, assim, o resultado final do processo ensino aprendizagem.

Um conteúdo do saber que tem sido designado como saber a ensinar, sofre a partir de então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto para ocupar um lugar entre os objetos de ensino. (Chevallard, 1998, p. 16).

A preocupação com os livros didáticos no Brasil iniciou-se com a legislação do Livro Didático, criada em 1938 por meio do Decreto-Lei nº 1.006, que instituiu a Comissão Nacional do Livro Didático (CNLD), estabelecendo sua primeira política de legislação e controle de produção e circulação do livro didático no País. Nesse período o livro já era considerado uma forte ferramenta da educação política e ideológica no país.

Em 1985, criou-se o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), que vem ao longo dos anos se aperfeiçoando para atingir seu principal objetivo, que de acordo com o Ministério da Educação é a educação de qualidade.

Porém, somente no início dos anos 90 o Ministério da Educação (MEC) deu os primeiros passos para participar diretamente das discussões sobre a qualidade do livro escolar.

Foi uma iniciativa do Governo Federal que consistiu em uma ação mais ampla do MEC para avaliar o livro didático, pois até então, não havia ações concretas acerca do controle da qualidade dos livros, o que passou a vigorar a partir de 1993, quando o MEC criou uma comissão de especialistas encarregada de duas tarefas principais: avaliar a qualidade dos livros mais solicitados ao Ministério e estabelecer critérios para a avaliação das próximas obras.

No ano de 1995, de forma gradativa, aconteceu a universalização da distribuição do livro didático no Ensino Fundamental. Neste ano foram contempladas as disciplinas de Matemática e Língua Portuguesa. E em 1996, a de Ciências e, em 1997, os conteúdos de Geografia e História.

No Ensino Médio, em 2005, ocorreu a distribuição parcial das disciplinas de Matemática e Português, acontecendo sua complementação nos anos subsequentes.

O PNLD tem representado, ao longo de todos esses anos, um importante instrumento de apoio ao processo de ensino/aprendizagem, ajustando-se, continuamente, às mudanças e às novas demandas colocadas para atendimento aos objetivos tanto do Ensino Fundamental como do ensino médio.

Um avanço promissor é a expectativa de o Ministério passar a distribuir, nos futuros PNLD, não somente livros, mas outros materiais didáticos, para o trabalho dos alunos e professores em sala de aula.

Atualmente, o PNLD é voltado para a Educação Básica Brasileira, tendo como única exceção os alunos da Educação Infantil.

Os professores das escolas públicas fazem as escolhas dos livros didáticos que serão utilizados durante os próximos três anos letivos a partir de uma lista pré-determinada e aprovada pelo PNLD. O exame de um livro principia por se verificar seu enquadramento em algum dos critérios eliminatórios expostos no Edital do PNLD, tais critérios eliminatórios, comuns ou específicos, referem-se a requisitos indispensáveis de qualidade didático-pedagógica. A não observância desses requisitos implica na exclusão da coleção do PNLD e concomitantemente da escolha feita pelas escolas.

Dessa maneira, os professores têm que indicar para uso em sala de aula com seus alunos, os livros que estejam de acordo com as orientações dos PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais), a fim de que:

Ao final do ensino médio, espera-se que os alunos saibam usar a matemática para resolver problemas práticos do cotidiano; para modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento; compreender que a matemática é uma ciência com características próprias, que se organiza via teoremas e demonstrações; percebam a matemática como um conhecimento social e historicamente construído; saibam apreciar a importância da matemática no desenvolvimento científico e tecnológico. (BRASIL, 1998, p.69)

No ano de 2010 aconteceram as escolhas dos livros didáticos destinados aos anos finais do Ensino Fundamental (6º, 7º, 8º e 9º anos) que seriam usados durante os anos de 2011, 2012 e 2013. O PNLD 2011 ampliou a oferta de livros didáticos, incluindo, pela primeira vez, o componente curricular Língua Estrangeira Moderna (LEM): Espanhol e Inglês. Todas as coleções têm, entre suas características básicas, a preocupação com a formação integral dos alunos, buscando aliar aos conteúdos didáticos elementos para o debate e a reflexão, contribuindo para a formação cidadã dos educandos.

No ano de 2012, foram feitas escolhas das coleções didáticas que serão utilizadas nos anos iniciais do Ensino Fundamental de nove anos. As coleções inscritas no PNLD 2013 foram organizadas considerando o ciclo de três anos para alfabetização. A avaliação das obras didáticas submetidas à inscrição no PNLD busca garantir a qualidade do material a ser encaminhado à escola, incentivando a produção de materiais cada vez mais adequados às necessidades da educação pública brasileira.

Espera-se, sobretudo, que o livro didático viabilize o acesso de professores, alunos e famílias a fatos, conceitos, saberes, práticas, valores e possibilidades de compreender, transformar e ampliar o modo de ver a sociedade e a educação.

2.2) UM POUCO DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS E A HISTÓRIA DE TALES DE MILETO

O que sabemos sobre Tales é baseado em antigas referências gregas à história da matemática que atribuem a ele um bom número de descobertas matemáticas definidas. Sabe-se que cerca de seiscentos anos antes de Cristo, no Egito, foi que se teve a primeira aplicação da Semelhança de Triângulos.

A pedido de um mensageiro do faraó, Tales de Mileto - considerado um dos sete sábios da antiguidade clássica – calculou a altura da pirâmide de Quéops. Segundo obras de César Polcino, 1999 e de Howard Eves, 1994, para desenvolver tal cálculo, Tales fincou uma vara verticalmente no chão e aguardou até o momento em que a sombra e a própria vara tivessem a mesma medida. Quando o esperado ocorreu, Tales disse “Vá, mede depressa a sombra: o seu comprimento é igual à altura da pirâmide”.

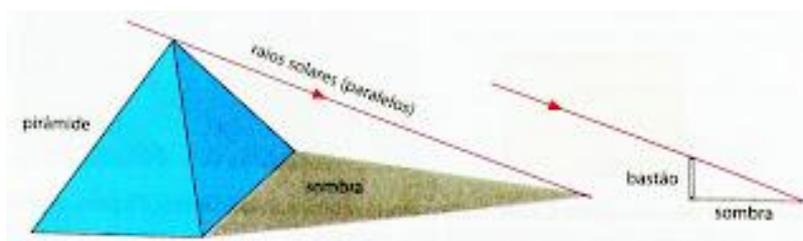


Figura 1. Disponível em <http://www.matematica.br/historia/tales.html>

Ainda de acordo com os autores, para se obter o valor exato da altura da pirâmide, Tales deveria ainda ter pedido que se somasse metade do lado da base da pirâmide à sombra da mesma, uma vez que, tendo uma base larga, uma parte da sombra da pirâmide não estava ao chão. Tales imaginou os dois triângulos imaginários demonstrados abaixo para efetuar seu cálculo.



Figura 2. Disponível em <http://www.matematica.br/historia/tales.html>

Desse modo, o ângulo $B \cong$ com o ângulo S (retos) e o ângulo $C \cong$ com o ângulo T (ângulos de inclinação dos raios solares). A conclusão que se chega é que os

triângulos são semelhantes ($\triangle ABC \triangle RST$), por terem dois ângulos congruentes. Então, para achar o valor da altura da pirâmide, fez-se a seguinte proporção:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{RS}{ST}$$

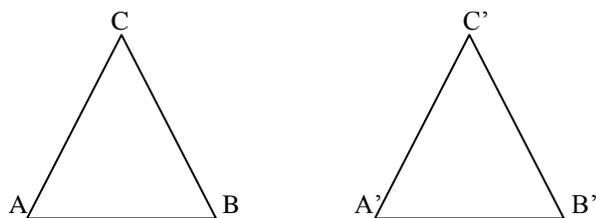
Com esse feito matemático, Tales ganhou grande apreciação em sua época e ainda hoje, pelo mesmo motivo somado a outras tantas contribuições, Tales é considerado um dos grandes nomes da matemática.

2.3) QUANDO DOIS TRIÂNGULOS SÃO SEMELHANTES

Sabemos que triângulos são polígonos. Sendo assim, o estudo que é feito para identificar a semelhança de figuras poligonais será válido para o estudo da semelhança de triângulos. Com isso, de acordo com os autores Enio Silveira e Claudio Marques, 2011, dois triângulos serão semelhantes se satisfizerem duas condições simultaneamente: se seus lados correspondentes possuírem medidas proporcionais e se os ângulos correspondentes forem iguais (congruentes).

De acordo com os autores e professores se invertermos a afirmação feita acima, teremos um fato verdadeiro: as condições são satisfeitas somente quando os triângulos são semelhantes.

Vejamus um desenho para que possamos compreender melhor:



Antes, os autores nos remetem que temos que determinar a correspondência dos vértices de cada triângulo, para assim determinar a correspondência dos lados e dos ângulos entre estes dois triângulos (lados homólogos).

Os vértices A, B, C correspondem, respectivamente, aos vértices A', B', C'. Sendo assim, são montadas as razões de proporcionalidade entre os lados correspondentes.

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC} = K$$

Uma das condições é que todos os lados correspondentes possuam uma proporcionalidade, que chamaremos neste caso de k. Ressaltando que essa razão foi construída pela divisão de cada lado correspondente: veja que o lado A'B' do segundo triângulo corresponde ao lado AB do primeiro triângulo. Por este fato, a divisão foi feita entre eles, e de mesmo modo com os outros lados.

Entretanto, apenas a condição de proporcionalidade dos lados não é suficiente para afirmarmos a semelhança entre os dois triângulos. Necessitamos que seus ângulos correspondentes sejam iguais, ou seja:

$$M(\hat{A}) = M(\hat{A}'), M(\hat{B}) = M(\hat{B}'), M(\hat{C}) = M(\hat{C}')$$

CAPÍTULO III

REFERENCIAL TEÓRICO

O objetivo deste capítulo é obtermos sustentação teórica para a posterior análise dos livros didáticos. Utilizaremos como referencial teórico os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (1998), pois é um dos principais norteadores didáticos do professor; e os trabalhos de Chevallard (1991) sobre a noção de transposição didática e as questões acerca de resolução de problemas desenvolvidas por Polya (1975) e Onuchiq (1999).

O Francês Yves Chevallard - professor no IUFM d'Aix-Marseille - publicou resultados de vários estudos sobre os fenômenos relacionados ao ensino aprendizagem, e é particularmente conhecido por seus trabalhos sobre a noção de transposição didática, pelo desenvolvimento da teoria antropológica do didático (TAD) e pela proposição da organização e praxeologia matemática.

Chevallard (1991) examina que o saber não chega à sala de aula tal qual ele foi produzido no contexto científico. Ele passa por um processo de transformação, que implica em lhe dar uma “roupagem didática” para que ele possa ser ensinado. Nesse processo de comunicação dos saberes, existem aqueles que são selecionados como saberes que devem ser ensinados, que devem adentrar a sala de aula e serem socializados naquela instituição. Estes têm por objetivo, como diz Brousseau (1986), fazer com que os alunos se apropriem de saberes constituídos ou em vias de constituição. É então que entra em cena a Transposição Didática.

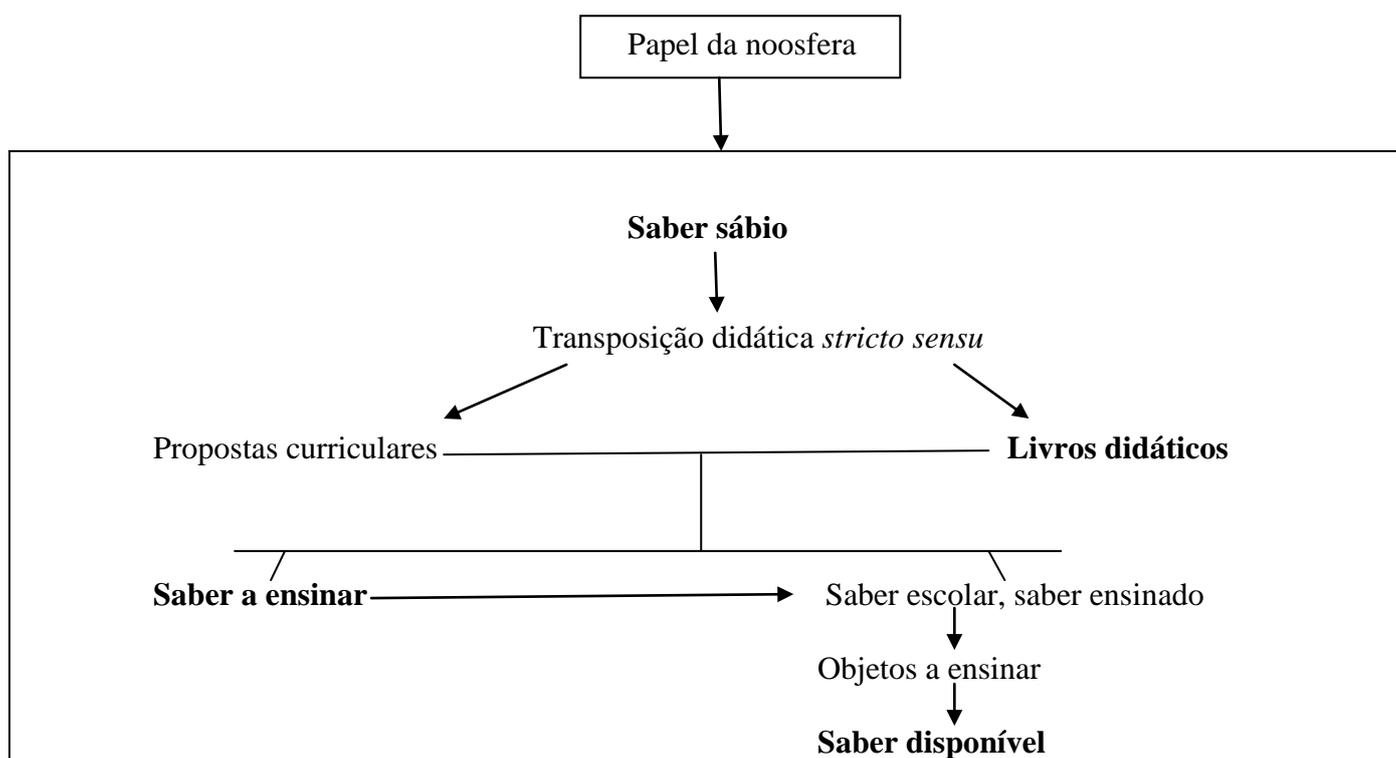
Os mecanismos gerais que possibilitam a passagem de um objeto de saber a um objeto de ensino são agrupados sob o nome de transposição didática, segundo Chevallard (1991).

Em sua dissertação, Friolani (2007), define alguns termos necessários para a compreensão do conceito de transposição didática.

Saber sábio: é a produção científica resultante de uma pesquisa, porém, sem expor o processo de desenvolvimento do conceito em questão, nem problema que gerou a pesquisa. Saber a ensinar: é aquele que o professor escolhe para ensinar e está presente no currículo e nos manuais escolares. É geralmente adaptado pelos professores em aula, de modo que exista uma transposição (interna à instituição) entre o saber a ensinar e o saber efetivamente ensinado em aula. Saber disponível: é o saber aprendido, construído pelo aluno e que pode ser usado como ferramenta para novas aprendizagens. (FRIOLANI, 2007, p.52)

A transposição didática pode ser concebida como um conjunto de ações transformadoras que tornam um saber sábio em saber a ensinar. O local onde o saber sábio é manipulado para fins de ensino, segundo Chevallard (1991), recebe o nome de Noosfera.

Para Friolani (2007), a transposição didática pode ser ilustrada por um esquema:



(FRIOLANI. 2007, p. 51)

Chevallard (1991) explica que um conhecimento científico sofre diversas modificações desde produzido na academia até chegar à escola e ao educando. Segundo ele as modificações começam a ocorrer, ainda no meio acadêmico, na fase de registros e comunicações dos conhecimentos produzidos pelos pesquisadores, chamada de textualização do saber.

Assim, o saber sábio é transformado em saber a ensinar por meio de uma transposição didática. Depois, este saber é apresentado nos livros didáticos, para que juntamente com a interferência dos professores, seja adaptado e transformado em saber disponível.

Na perspectiva da transposição didática, entendemos que o livro didático, juntamente com as ações educativas do professor tornam-se fatores importantes no resultado final do processo ensino aprendizagem. Assim, a análise dos livros realizada

pelos Programas Nacionais de Livros Didáticos, que por sua vez seguem as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais, tem o objetivo de verificar se os livros oferecem condições para que ocorra de forma adequada a transformação do saber disponível em saber aprendido.

Autores como George Polya e Lourdes Onuchic, responsáveis por trabalhos voltados para resolução de problemas, são usados por analisarmos se as obras introduzem o conteúdo a partir de uma situação problema.

De acordo com George Polya, para ser um bom professor de Matemática, você tem que vibrar com a sua matéria, conhecer bem o que vai ensinar, ter um bom relacionamento com os alunos para entender os problemas deles e dar a esses alunos a oportunidade de (pelo menos algumas vezes) descobrir as coisas por si mesmos. Deve ainda entender que “saber fazer” é mais importante do que informação.

Para resolver um problema, Polya (1975), nos sugere seguir quatro etapas fundamentais:

1ª etapa: Compreender o problema: Nesta etapa é importante fazer perguntas, identificar qual é a incógnita do problema, verificar quais são os dados e quais são as condições, entre outros.

2ª etapa: Construção de uma estratégia de resolução: Nesta etapa devemos encontrar as conexões entre os dados e a incógnita, caso seja necessário considerando problemas auxiliares ou particulares.

3ª etapa: Execução da estratégia: Frequentemente, esta é a etapa mais fácil do processo de resolução de um problema. Contudo, a maioria dos principiantes tende a pular esta etapa prematuramente e acabam se dando mal.

4ª etapa: Revisando a solução: Exame da solução obtida e verificação dos resultados e dos argumentos utilizados.

As ideias de Onuchic e Polya vão ao encontro, pois ela enfatiza que, “além de ponto de partida, um problema é também orientação para a aprendizagem, e a construção do conhecimento far-se-á através de sua resolução”. Essa autora também destaca que a resolução de problemas é um trabalho que deve ser realizado por professores e alunos, de modo colaborativo.

Lourdes Onuchic completa que, sem dúvida, ensinar matemática por meio da resolução de problemas é a abordagem mais significativa e fundamentada com as recomendações dos NCTM - National Council of Teachers of Mathematics e dos Parâmetros Curriculares Nacionais, pois conceitos e habilidades matemáticas são aprendidos no contexto da resolução de problemas.

CAPÍTULO IV

METODOLOGIA: OS LIVROS DIDÁTICOS DA PESQUISA

O livro didático tem sido um apoio importante para o trabalho do professor e uma fonte permanente para aprendizagem do aluno. Na matemática, o livro é considerado um grande apoio para os profissionais da docência e seu corpo discente, pois contribui para o processo de ensino aprendizagem como um interlocutor que dialoga com o professor e com o aluno.

A análise de livros didáticos de matemática é tema frequente nos trabalhos em Educação Matemática. Por ser o livro didático um dos importantes componentes do cotidiano escolar em todos os níveis de ensino, acredita-se que sua análise pode contribuir para a compreensão de uma parte do complexo sistema escolar.

O presente trabalho trata-se de uma pesquisa qualitativa, onde foram analisadas três coleções de livros de Matemática que foram aprovadas no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD 2011), sendo todas escritas por autores diferentes. Uma vez que a pesquisa envolveu três coleções de dez que foram aprovadas no PNLD, a escolha foi feita a partir das resenhas contidas no PNLD, que apresentam pontos positivos e negativos em relação às mesmas. Outro motivo levado em consideração para a escolha é o fato de serem livros utilizados em várias escolas em que o pesquisador já lecionou.

Os livros foram analisados buscando atender as seguintes questões: Se o livro pesquisado introduz o conteúdo a partir de uma situação problema; se há figuras que facilitem a resolução dos problemas contidos na obra; se os problemas contidos estão relacionados ao cotidiano do aluno e se a abordagem do conteúdo atende as orientações propostas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

Para realização da pesquisa decidimos que a mesma fosse feita em etapas, sendo que a primeira foi a leitura das resenhas das coleções de livros didáticos de Matemática que foram aprovadas no PNLD/2011; logo após foi feita a seleção de três obras para análise, tendo como critério as resenhas apresentarem aspectos positivos sobre as mesmas; a análise de cada obra e considerações gerais e específicas das mesmas foi feita posteriormente, sendo por fim elaborado um quadro comparativo de acordo com as questões levantadas acima.

As coleções analisadas foram:

A Conquista da Matemática (9º ano): Esta obra contém 368 páginas, sendo dividida em 12 capítulos, tendo com autores José Ruy Giovanni Jr, e Benedicto Castrucci e distribuída pela editora FTD. De acordo com o guia do PNLD, na introdução e no desenvolvimento dos conceitos, a obra recorre a diversos textos, favorecendo a contextualização dos conteúdos e a construção da cidadania. Observa-se a ocorrência de demonstrações de propriedades geométricas, com encadeamento lógico adequado. No entanto, ocorrem generalizações, sem que sejam dadas as justificativas necessárias, há também exagero em nomenclatura. Na obra, privilegia-se a apresentação formal dos conteúdos e é dada ênfase à habilidade de cálculo. Um ponto forte da coleção são as informações que relacionam a Matemática a outras áreas do conhecimento, especialmente nas seções denominada pelos autores de *Brasil real*, há textos que focalizam os problemas sociais da população brasileira e buscam valorizar a formação da cidadania. O manual oferece sugestões complementares para o trabalho em sala de aula, com comentários para o desenvolvimento de boa parte das atividades, sugestões de brincadeiras e de jogos. . Há indicações de leitura para os alunos e para o docente, complementadas com referências a *sites* e a entidades ligadas à pesquisa em Educação Matemática.

Matemática (9º ano): Produzido pela editora Moderna, contém 360 páginas e é repartido em 14 blocos. Elaborado pelos autores Luiz Márcio Imenes e Marcelo Lellis, sendo a obra caracterizada por membros do PNLD “pela abordagem equilibrada de conceitos, algoritmos e procedimentos e por favorecer o desenvolvimento da autonomia intelectual do aluno”, observa-se que a mesma contém uma linguagem clara e a apresentação dos conteúdos é acompanhada por justificativas podem entendidas claramente pelos alunos. A introdução dos novos conceitos é feita por meio de textos que focalizam conteúdos já explorados, situações do cotidiano dos alunos ou de outras áreas do saber. O cálculo mental, tanto aritmético quanto algébrico, é bastante valorizado e a calculadora e os instrumentos de desenho são fartamente utilizados, como recursos didáticos. Percebe-se a ligação da Matemática com outras áreas, particularmente com as Artes. Há inúmeras oportunidades de discussão de questões importantes para a construção da cidadania e o manual do professor traz orientações que contribuem para seu bom aproveitamento em sala de aula. As ilustrações são outro importante fator de enriquecimento da obra e trazem contribuições relevantes para a compreensão do conteúdo.

Tudo é Matemática (9º ano): Redigido por Luiz Roberto Dante e fornecido pela editora Ática, contém 320 páginas e 10 capítulos. A metodologia adotada na coleção valoriza a resolução de problemas, porém, na apresentação dos conceitos, definições e procedimentos nem sempre a iniciativa do aluno é favorecida, de acordo com o guia PNLD. As contextualizações realizadas contribuem para dar mais significado aos conteúdos e a indicação de trabalhos em duplas e de projetos em equipe possibilita a interação entre alunos, além disso, os temas abordados colaboram para construção da cidadania e as atividades envolvendo cálculo mental e por estimativas, o uso de materiais concretos, da calculadora e de recursos tecnológicos também são valorizados. A obra retoma os vários conceitos trabalhados anteriormente na coleção e busca levar o aluno a refletir sobre os conhecimentos já construídos. A metodologia de resolução de problemas é valorizada; no entanto, nem sempre são dadas oportunidades ao aluno para experimentar, refletir, conjecturar e fazer inferências, pois os conceitos, definições e procedimentos são apresentados precocemente.

CAPÍTULO V

ANÁLISE DE DADOS: ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICO

5.1) A CONQUISTA DA MATEMÁTICA (GIOVANNI E CASTRUCCI)

O livro **A Conquista da Matemática**, escrito pelos autores José Ruy Giovanni Jr. E Benedicto Castrucci inicia o tema Semelhança apresentando algumas figuras (tais como maquetes e edifício em construção, fotografias e paisagens reais,...) para que o aluno pense se as mesmas são semelhantes. Ao final da primeira página, que segue, já é afirmado para o aluno que “... *dois ou mais objetos que apresentam a mesma forma, com tamanhos diferentes ou não, representam figuras semelhantes*”.



Figura 3: Início do capítulo. A Conquista da Matemática, página 216.

Logo em seguida, os autores começam a falar sobre as semelhanças que são encontradas no nosso cotidiano, dando exemplos de mapas em escalas diferentes. O texto se inicia com a mesma frase da página anterior (que duas figuras são semelhantes

quando tem a mesma forma), levando os alunos a compreender, através de dois mapas em escalas diferentes, o que significa “ter a mesma forma”.

O interessante desta introdução é que, paulatinamente, na verificação de semelhança dos mapas, o livro já inicia a abordagem de polígonos semelhantes. Ele traça um quadrilátero com vértices nas cidades de Curitiba, Londrina, Maringá e Cascavel e compara os mapas mostrando que os ângulos correspondentes dos quadriláteros são congruentes e as razões entre as distâncias correspondentes são iguais; fazendo com que o aluno conclua juntamente com a obra o conceito de figuras semelhantes : “*Em geometria, duas figuras são semelhantes quando todos os ângulos correspondentes têm medidas iguais e quando todas as distâncias correspondentes são proporcionais*”, que se aproxima muito do conceito de polígonos semelhantes, próximo tópico abordado.

Nota-se que além de mostrar com os mapas, os autores reforçam ainda mais a ideia de proporcionalidade através da tabela abaixo. Eles anotam as distâncias das respectivas cidades de ambos os mapas, mostrando que existe certa proporcionalidade entre as correspondentes distâncias.

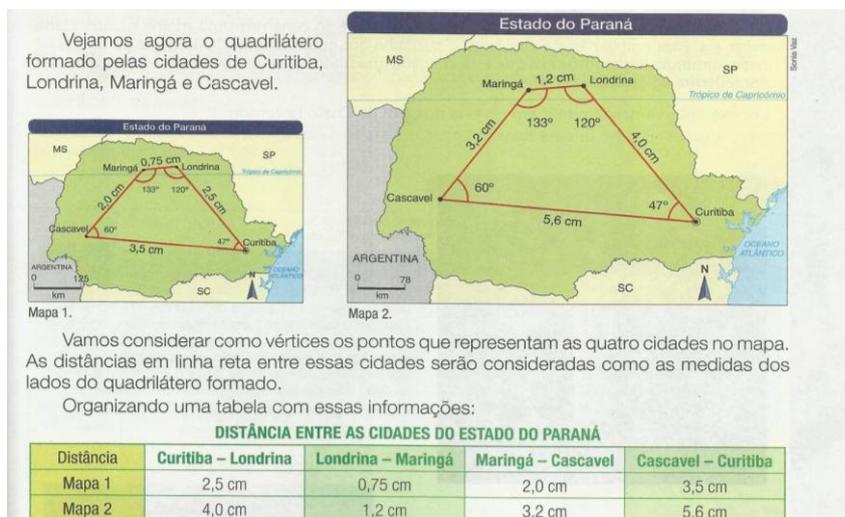


Figura 4: Mapas em escalas diferentes para mostrar o conceito de figuras semelhantes. A Conquista da Matemática, página 219.

Ao explicar semelhança entre os polígonos, percebe-se que a todo o momento os autores repetem a definição de polígonos semelhantes, em pequenos quadros ou em tópicos, na tentativa de que o aluno memorize a definição e condição para que dois polígonos sejam semelhantes.

No início do tópico, os autores verificam que dois quadriláteros (Figura 5) que possuem ângulos correspondentes de mesma medida e lados correspondentes proporcionais são semelhantes, reforçando, novamente, o conceito de semelhança.

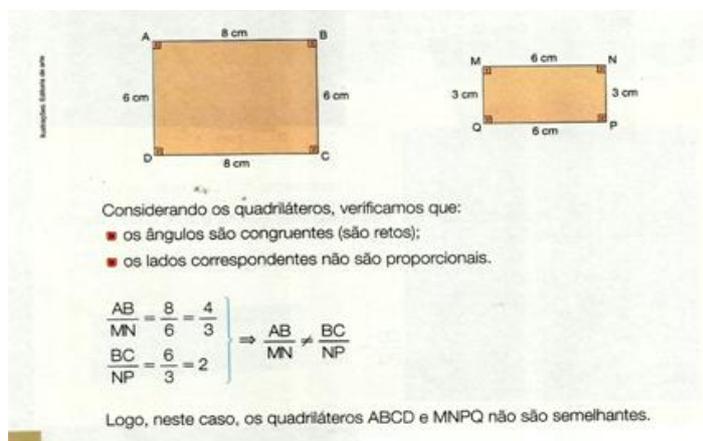


Figura 5. A Conquista da Matemática, página 222.

No mesmo tópico, o mesmo conceito é repetido duas vezes, além de exemplos repetitivos que pedem ao aluno para que identifique quando dois polígonos são semelhantes, utilizando o mesmo conceito como resposta em todos os casos. Parece que tal fato ocorre para que os alunos apreendam o conceito mais rapidamente ou memorizem.

Nota-se que os mesmos são muito rigorosos quando se trata de definições e propriedades, destacando-as sempre que possível, assim como foi feito com a propriedade dos perímetros dos polígonos semelhantes, quando dois polígonos são semelhantes, os perímetros desses polígonos são proporcionais às medidas de dois lados correspondentes quaisquer, que foi concluída a partir de um exemplo em que dois pentágonos eram semelhantes e a razão entre seus perímetros era igual à razão entre os lados correspondentes.

Em Semelhança de Triângulos, é dado o mesmo exemplo dos mapas que estão em diferentes escalas só que é feita uma abordagem diferente das demais obras (Figura 6).



Figura 6: Introdução ao tópico de triângulos semelhantes. A Conquista da Matemática, página 228.

Os autores destacam três pontos em cada mapa (cidades de Maringá, Curitiba e Cascavel), liga-os e forma dois triângulos. A partir daí, eles já começam a trabalhar a propriedade fundamental da semelhança: ângulos internos congruentes e lados proporcionais. Ainda conclui-se que se vale uma das afirmações acima, a semelhança é verificada.

Logo após, é demonstrada uma propriedade que auxilia na resolução de alguns problemas: Se dois triângulos são semelhantes, então os lados de um são proporcionais aos lados homólogos do outro. Os exemplos que sucedem a propriedade são interessantes e fazem relação com o cotidiano, relacionando alturas com respectivas sombras.

As pessoas, frequentemente, encontram, em seu meio imediato e em seus estudos de ciências naturais e, mesmo, em fenômenos sociais que requerem o conhecimento de ampliação, escala projeção, crescimento de áreas, medida indireta e outros conceitos relacionados com semelhança. (CEDRO e JACINTO, 2007, p.11).

Em relação às atividades, a obra referida se destaca, pois há uma grande quantidade de exercícios, que levam o aluno a identificar quando os triângulos são semelhantes, alguns desafios que são uma ótima oportunidade para o trabalho em grupo ou em dupla e há, também, problemas que envolvem o cotidiano do aluno, levando-o a contextualizar as situações informadas e aplicar em outras ocasiões, indo de acordo com o pensamento de Onuchiq, que nos diz que:

“a resolução de problemas consiste em permitir que os alunos utilizem seus conhecimentos e desenvolvam a capacidade de administrar as informações ao seu redor. Dessa forma, os alunos adquirem a oportunidade de ampliar seu conhecimento, desenvolver seu raciocínio lógico, enfrentar novas situações e conhecer as aplicações da matemática”. (Onuchiq, 1999)

Polya reforça Onuchiq, quando diz que “na resolução de problemas o estudante aprende a perseverar a despeito de insucessos, a apreciar pequenos progressos, a esperar pela ideia essencial e a concentrar todo o seu potencial quando esta aparece”.

No encerramento do capítulo é dada a definição de homotetia e ensinado, de maneira objetiva e atendendo às referências do PCN, como ampliar uma figura usando a homotetia (figura 7), havendo, logo após, algumas atividades para que o aluno pratique a construção de figuras homotéticas.

É preciso ficar claro para o aluno como e em que circunstâncias são produzidas figuras semelhantes. Para tanto, é preciso compreender a ideia de razão de semelhança (a razão k que existe entre dois de seus lados homólogos.), por meio de ampliações e reduções que podem ser feitas numa figura pela transformação conhecida como homotetia”. (Brasil, 1998,p.195)

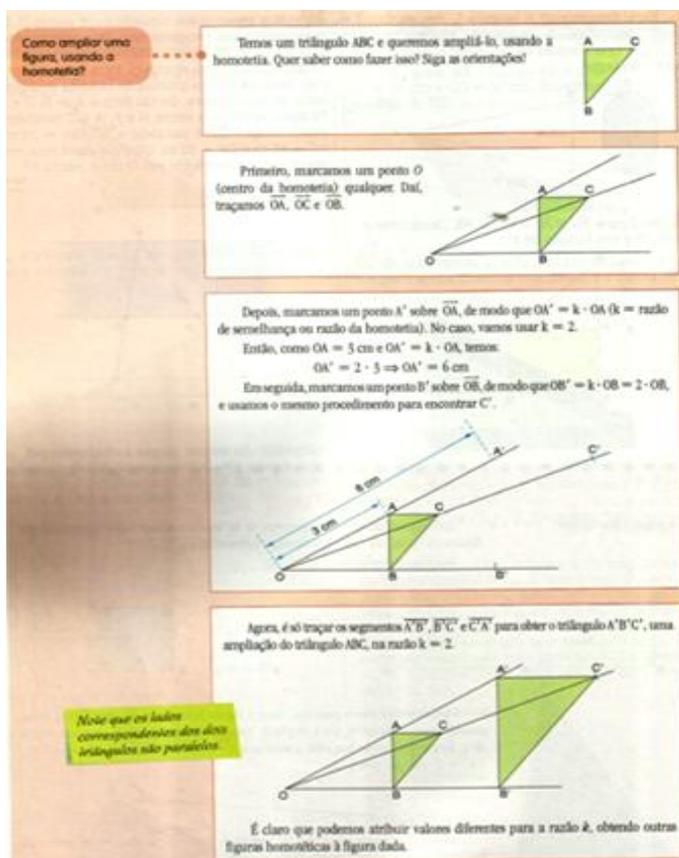


Figura 7: Construção por homotetia. A Conquista da Matemática, página 238.

Podemos verificar que a referida obra não introduz o conteúdo a partir de uma situação problema, pois de acordo com George Polya, “situação problema é aquela que leva o aluno a fazer indagações e reflexões acerca do que lhe é exposto”; e, na introdução do capítulo, ao invés dos autores deixarem que os alunos verifiquem se as figuras apresentadas são semelhantes, os mesmos já fazem essa afirmação. Percebemos,

ainda, que a maioria das figuras que fazem relação à semelhança são exemplificadas a partir de mapas, fazendo com que o aluno tenha uma única visão de onde encontrar semelhança.

De acordo com Brasil (1998), “outra distorção perceptível refere-se a uma interpretação equivocada da ideia de contexto, ao se trabalhar apenas com o que se supõe fazer parte do dia-a-dia do aluno”. E, percebemos que no livro de Giovanni e Castrucci contém, além de problemas que envolvem o cotidiano do aluno, questões que são aplicadas somente no contexto matemático, fazendo com que a obra atenda às recomendações dos Parâmetros de Matemática.

5.2) MATEMÁTICA (IMENES E LELLIS)

Muitos investigadores como Luengo (1990), Pavanello (1993), Perez (1995), Lorenzato (1995), Nascimento et al (2004) e Itzcovich (2005) afirmam que a geometria está abandonada pelos professores em função de sua colocação no final do livro didático.

E, de acordo com os Parâmetros de Matemática, os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no Ensino Fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.

No livro **Matemática**, dos autores Luiz Márcio Imenes e Marcelo Lellis, a abordagem do tema Semelhança é feita de forma diferenciada das outras obras pesquisadas. Neste livro didático, o tema é introduzido logo no primeiro capítulo, enquanto nos outros é um dos últimos assuntos a serem abordados.

Os autores iniciam o conceito de Semelhança relacionando ampliações e reduções com o conceito geométrico de semelhança, conforme podemos perceber na Figura 8, que segue. Primeiramente, mostram-se ao aluno duas figuras desenhadas no papel quadriculado, indicando que em uma delas houve uma redução no comprimento em relação a outra. Levando assim, o aluno a relacionar conceito geométrico de semelhança com reduções e ampliações.

No quarto ciclo (8º e 9º anos) deve-se ter: desenvolvimento da noção de semelhança de figuras planas a partir de ampliações ou reduções, identificando as medidas que não se alteram (ângulos) e as que se modificam (dos lados, da superfície e perímetro. (Brasil, 1998,p.125).

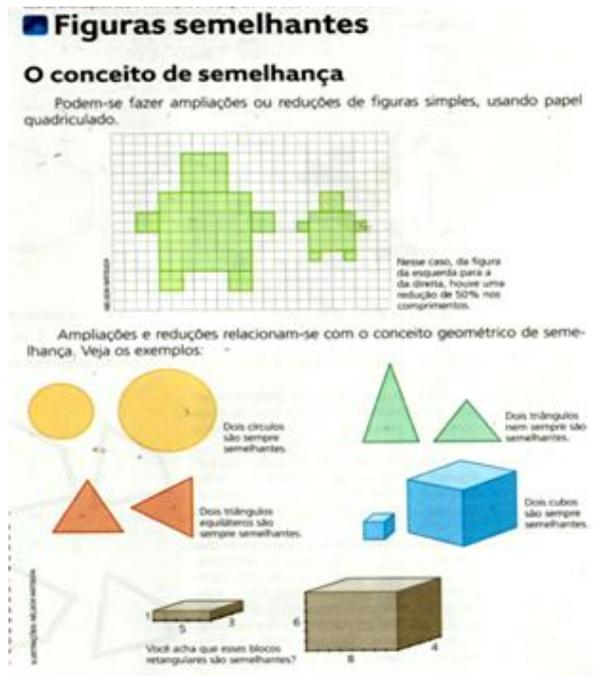


Figura 8: Introdução ao capítulo de Semelhança. Matemática, página 11.

A definição de polígonos semelhantes é dada de tal forma que o aluno reveja um pouco o conceito de proporcionalidade, usando materiais concretos (ripas de madeira e parafusos nos vértices) para mostrar a semelhança (como nos mostra a Figura 9). Isto é feito para que os alunos possam entender que é possível deformar apenas um dos polígonos sem alterar a relação de proporcionalidade entre os lados dos dois ajudando a entender por que a definição de polígonos semelhantes contém duas exigências. De acordo com a figura abaixo se percebe, após movimentações nos materiais, que apenas o polígono da direita foi deformado; como não houve alteração nos comprimentos dos polígonos, suas medidas continuam respectivamente proporcionais, porém não há mais a igualdade dos ângulos, desaparecendo, portanto, a semelhança entre eles.

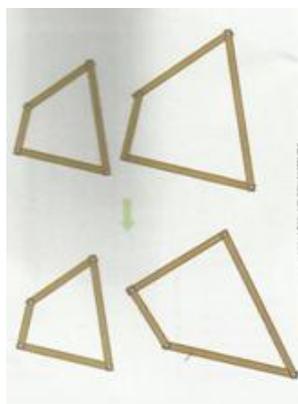


Figura 9: Materiais feitos de madeira. Matemática, página 12.

Os autores enunciam a definição básica de polígonos semelhantes dizendo que “dois polígonos são semelhantes quando satisfazem, simultaneamente, duas condições: as medidas dos lados que se correspondem são proporcionais e as medidas dos ângulos que se correspondem são iguais”.

Nessa definição, destaque a presença de duas exigências. Num primeiro momento, pode parecer que a proporcionalidade dos lados é suficiente para garantir a semelhança. Logo adiante, é indicada a questão dos ângulos. . Note que neste tópico já são introduzidos alguns símbolos matemáticos (Figura 10), começando pelo símbolo de semelhança (\sim). De acordo com George Polya, “em problemas de todos os tipos, a notação adequada e as figuras geométricas constituem grandes e indispensáveis auxílios”.

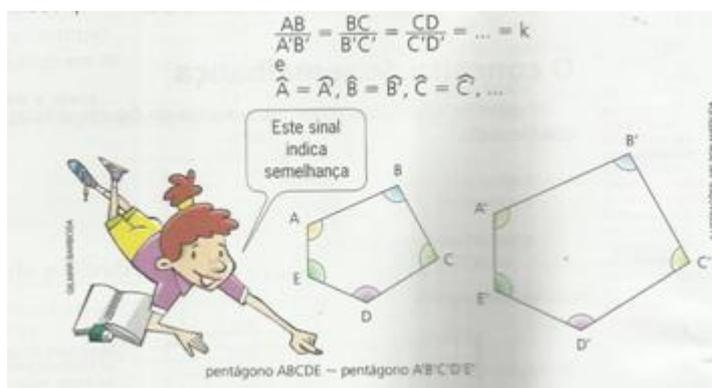


Figura 10. Matemática, página 12.

Em relação às transformações geométricas, Brasil (1998) nos esclarece que deve destacar-se na geometria, a importância das transformações geométricas (isometrias, homotetias), de modo que “permita o desenvolvimento de habilidades de percepção espacial e como recurso para induzir de forma experimental a descoberta, por exemplo, das condições para que duas figuras sejam congruentes ou semelhantes”.

A obra estudada vai de acordo com as ideias dos Parâmetros Curriculares, relacionando o conceito de Homotetia com o de semelhança, fazendo com que o aluno entenda perfeitamente o que são figuras homotéticas. Os autores relacionam o conceito de homotetia com o funcionamento de uma máquina de Xerox que amplia por homotetia (Figura 11), procurando fazer com que o aluno entenda na prática, como construir tais figuras.



Figura 11: Exemplificação de uma máquina que copia por homotetia. Matemática, página 15.

Acreditamos que os livros didáticos devem proporcionar aos alunos possibilidades de utilização de recursos, buscando proporcionar uma maior aprendizagem. Dessa forma, a incorporação de questões contextualizadas em situações próximas do cotidiano do aluno nos livros didáticos, é uma forma de contornar o que afirmam Maciel e Almouloud (2007) “no ensino atual, geralmente para o aluno, o conceito de semelhança surge como conteúdo sem sentido, uma vez que é introduzido sem nenhuma ligação com a vida cotidiana”.

Percebe-se que a obra estudada contém uma boa quantidade de atividades, sendo que os problemas e exercícios contidos podem levar o aluno a raciocinar e refletir sobre a usualidade cotidiana do tema semelhança. As atividades são interessantes, pois contêm textos variados para que o aluno crie o hábito de leitura em obras matemáticas.

Em contrapartida à simples reprodução de procedimentos e ao acúmulo de informações, educadores matemáticos apontam a resolução de problemas como ponto de partida da atividade matemática. Essa opção traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução. (Brasil, 1998, P. 40)

Ao se falar de Semelhança de triângulos, os autores procuram criar condições para que os alunos percebam visualmente, de modo intuitivo e dedutivo, que “basta que dois triângulos tenham os ângulos respectivamente iguais para serem semelhantes”.

Em relação ao pensamento dedutivo no ambiente escolar, Brasil (1998) nos esclarece que:

O acervo de conhecimento matemático tem sido preservado e exposto pela via da dedução lógica, no âmbito de um sistema de axiomas. A comunicação do saber matemático, seja nos periódicos especializados e nos livros, seja nos vários ambientes escolares, tem, tradicionalmente, seguido esse caminho. (P.26)

A obra nos mostra que essa propriedade dos triângulos tem inúmeras aplicações, dentre várias está o cálculo de distâncias e a elaboração de plantas e mapas, mostrando a utilização de aparelhos como os teodolitos, como pode ser observado na figura 12.

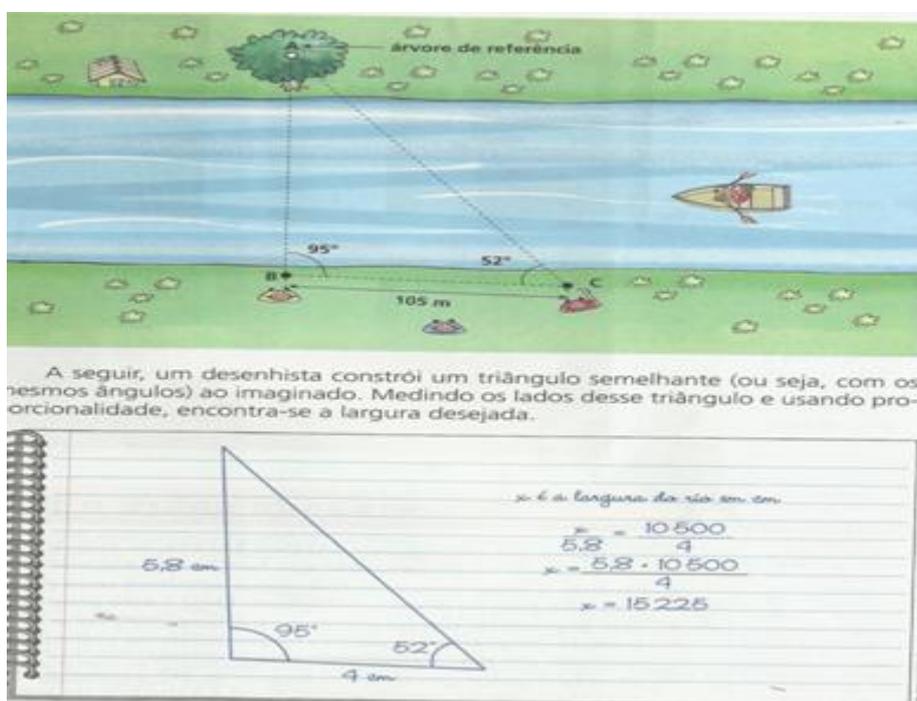


Figura 12: Aplicação da teoria de Semelhança de Triângulos. Matemática, página 21.

Verificamos na Figura 12, que o aluno constrói uma figura para ilustrar a utilização da propriedade.

Podemos observar que os autores não priorizam os casos de semelhança, sendo a explicação do tema feita de forma objetiva e clara, priorizando a relação do mesmo com a prática do cotidiano e sua aplicação, o que é um ponto positivo, pois evita a “decoreba” de propriedades. Outro ponto positivo são as figuras contidas na obra, que facilitam a compreensão do conteúdo.

As necessidades cotidianas fazem com que os alunos desenvolvam capacidades de natureza prática para lidar com a atividade matemática, o que lhes permite reconhecer problemas, buscar e selecionar informações, tomar decisões. Quando essa capacidade é potencializada pela escola, a aprendizagem apresenta melhor resultado. (Brasil, 1998, p. 38)

Figuras são, não apenas o objeto dos problemas geométricos, como também um importante auxílio para problemas de todos os tipos, que nada apresentam de geométrico na sua origem. Temos, assim, dois bons motivos para considerar a função das figuras na resolução de problemas. (Polya, 1944, P. 83).

As atividades propostas são interessantes, levando à utilização do dicionário e a exploração do raciocínio dedutivo; fazendo com que os alunos não só encontrem resultados para as questões propostas, mas compreendam o que é pedido e realizem provas e pequenas demonstrações relacionadas ao conteúdo (Figura 13). Outro ponto interessante são as atividades que proporcionam debates enriquecedores e a construção de instrumentos que demonstram onde utilizamos a semelhança de triângulos, conforme podemos perceber na figura 14.

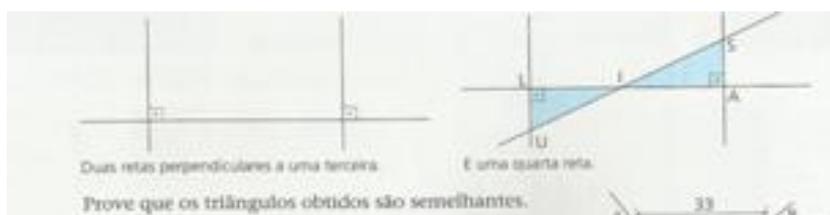


Figura 13. Matemática, página 24.

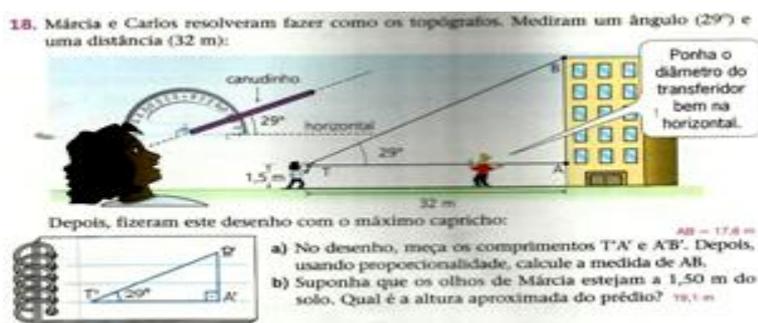


Figura 14. Matemática, página 24.

De acordo com Onuchic, o foco central do ensino da matemática não deveria estar em se encontrar a solução dos problemas propostos. O papel da resolução de problemas no currículo de matemática seria um caminho de aquisição para novos conhecimentos, ou seja, compreender deveria ser o principal objetivo do ensino, para

adquirir um novo conhecimento ou um processo no qual pode ser aplicado tudo aquilo que previamente havia sido construído.

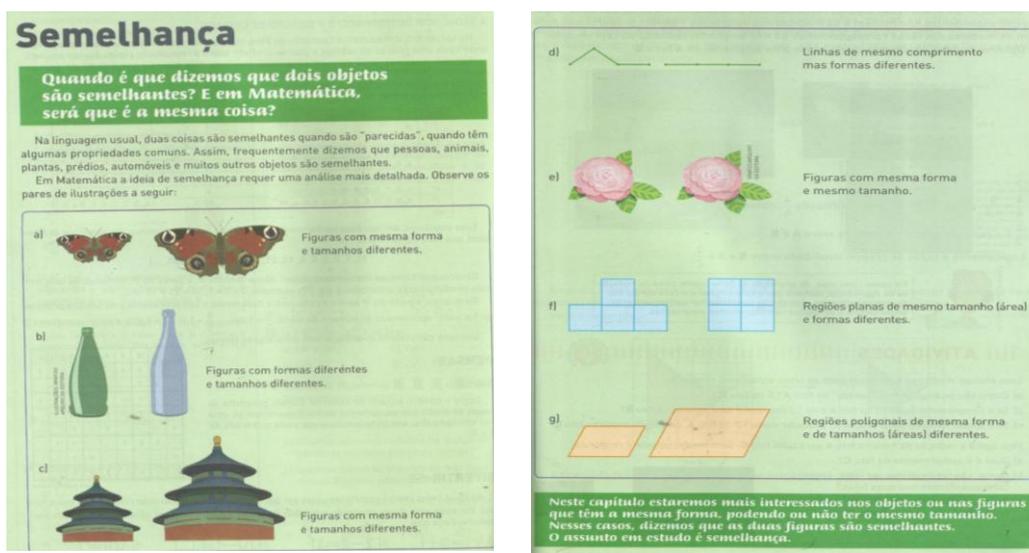
Ainda de acordo com o PCN, nesse aspecto, a Matemática pode dar sua contribuição à formação do cidadão ao desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios.

O livro didático acima não possui um capítulo específico para o tema Teorema de Pitágoras e as relações métricas no triângulo retângulo; ele interliga ao final do capítulo de Semelhança o Teorema de Pitágoras e suas relações.

O que mais nos chama atenção na obra analisada são as figuras, pois elas são uma ótima ferramenta para a compreensão do conteúdo e facilitadoras na resolução dos problemas. E, de acordo com George Polya, *“uma figura inexata pode ocasionalmente indicar uma falsa conclusão”*, o que não acontece neste caso. Os problemas contidos é outro ponto positivo, pois além de promoverem a compreensão do conteúdo, eles levam o aluno a realizarem demonstrações e aplicarem seus conhecimentos adquiridos em algumas situações do cotidiano. Após análise, verificamos ainda que a obra acima atende ao que pede o PCN, pois de acordo com os Parâmetros de Matemática, *“um bom recurso didático é aquele que leva o aluno ao exercício da análise e reflexão”*, e o livro de Imenes e Lellis faz isso a todo momento.

5.3) TUDO É MATEMÁTICA (DANTE)

No livro **Tudo é Matemática**, Dante, em seu livro, introduz o tema Semelhança fazendo uma pergunta para os alunos (leitores): “*Quando é que dizemos que dois objetos são semelhantes? E em Matemática, será que é a mesma coisa?*”. Após essa indagação o autor diferencia o uso da palavra semelhança no cotidiano e em matemática, apresentando alguns pares de ilustrações, conforme Figuras 15 e 16 para que o aluno reflita quando as mesmas são semelhantes ou não.



Figuras 15 e 16: Introdução do capítulo. Tudo é Matemática, página 140 e 141.

Podemos percebermos que o autor coloca as figuras numa ordem não aleatória, pois as primeiras figuras são desenhos, encontrados no cotidiano, como borboletas, garrafas e prédios. Logo após, o autor apresenta figuras geométricas (segmentos, regiões planas e regiões poligonais) para que o aluno reconheça a semelhança em figuras que estão relacionadas ao estudo da Matemática.

Com o intuito de apresentar a ideia de semelhança, são dados exemplos de ampliação e redução de figuras, apresentando de modo intuitivo a proporcionalidade, conforme figura 17.



Figura 17. Tudo é Matemática, página 142.

Utilizando-se da ampliação/redução da foto, Dante (2009), apresenta o conceito de figuras semelhantes, “que são aquelas que têm os comprimentos correspondentes proporcionais e os ângulos correspondentes congruentes.”.

Segundo Brasil (1998) a metodologia utilizada pelo autor, esta ligada ao cotidiano das pessoas, pois;

O conceito de semelhança está presente no estudo de escalas, plantas, mapas, ampliações de fotos, fotocópias como também quando se verifica, por exemplo, se as medidas das partes do corpo humano se mantêm proporcionais entre um representante jovem e um representante adulto. (P.125).

Segundo os PCN's, Brasil(1998), no quarto ciclo (8º e 9º anos), o ensino de Matemática deve buscar atingir alguns objetivo: “como produzir e analisar transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, desenvolvendo o conceito de congruência e semelhança”

Na continuação da obra, o autor, ilustra o conceito de semelhança, utilizando uma malha quadriculada, apresentando as diferenças entre figuras semelhantes e congruentes. Chegando a uma conclusão interessante, que todas as figuras congruentes entre si, isto é, figuras que têm a mesma forma e o mesmo tamanho, são também semelhantes, sendo a congruência um caso particular de semelhança.

Para melhor entendimento dos alunos são expostos dois diagramas exemplificando a situação anterior, conforme podemos perceber na figura 16.

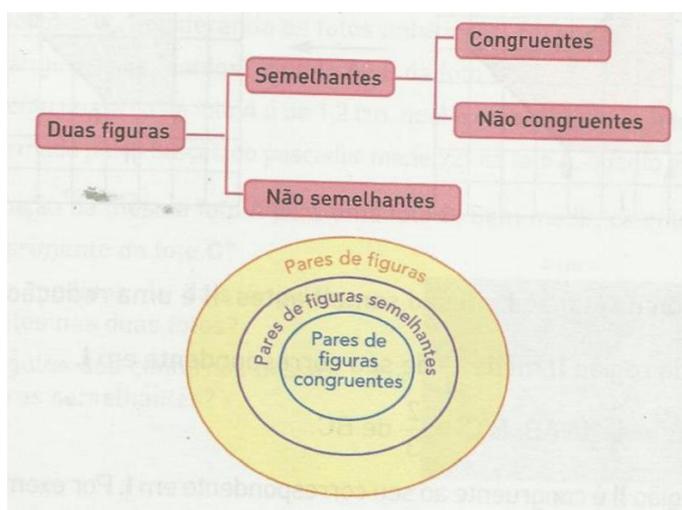


Figura 18: Figuras semelhantes e congruentes e diagramas. Tudo é Matemática, página 144.

O diagrama anterior é interessante para que o aluno perceba que figuras congruentes são casos específicos de figuras semelhantes, pois os mesmos confundem muito esses dois conceitos, e a partir daí pode-se concluir que todas as figuras congruentes são semelhantes, mas a recíproca não é verdadeira.

Antes do início do tópico de Semelhança de Polígonos o autor explica para os leitores a existência do pantógrafo, instrumento usado tanto em Geografia quanto em Engenharia para reduzir e ampliar mapas, plantas de casas ou edifícios; após essa explicação há algumas questões sobre o tema.

O próximo assunto, dentro do tópico de semelhança de polígonos, é *Razão entre Perímetros e Áreas de polígonos Semelhantes*. Este assunto é tratado somente no livro deste autor, não sendo abordado nos demais. Percebo a importância que o autor dá ao abordar primeiramente semelhança de polígonos para depois se falar em semelhança de triângulos, pois se o aluno entende a noção de semelhança em um polígono, facilitará o seu aprendizado de Semelhança de Triângulos, já que triângulos são polígonos.

Ao se falar de Semelhança de Triângulos, Dante é muito formal, dizendo de imediato a definição de semelhança nos triângulos e como identificar se os mesmos são semelhantes. Percebo o constante uso da simbologia matemática pelo autor ao falar sobre o assunto.

E, de acordo com Polya (1975), um passo importante na resolução de um problema é a escolha da notação. Ela deve ser feita cuidadosamente. O tempo inicialmente despendido em escolher a notação pode muito bem ser compensado mais tarde, pois evitamos com isto hesitações e confusões. Além do mais, ao escolhermos cuidadosamente a notação, teremos de pensar detidamente nos elementos que precisam ser denotados. Assim, pela escolha de uma notação adequada, podemos dar uma contribuição essencial à compreensão do próprio problema.

Em relação às atividades propostas, percebo que a obra analisada deixa a desejar, pois não há uma grande quantidade de questões para que o aluno aplique e/ou contextualize o conteúdo, há poucos problemas que fazem o aluno resolve-los relacionando o tema com o enunciado, e alguns exercícios de fixação.

Onuchic (1999) recorda que, sem dúvida, ensinar matemática por meio da resolução de problemas é a abordagem mais significativa e fundamentada, pois conceitos e habilidades matemáticas são aprendidos no contexto da resolução de problemas.

O autor, logo após a definição de Semelhança introduz a propriedade fundamental da semelhança de triângulos: “*Se traçarmos um segmento de reta paralelo a qualquer um dos lados de um triângulo e ficar determinado outro triângulo, este será semelhante ao primeiro*”, demonstrando- a de uma forma simples, pelo Teorema de Tales, que a meu ver, os alunos que estão no 9º ano entenderão facilmente sua demonstração.

Logo após, é mostrado e demonstrado todos os casos de semelhança de triângulos (AA, LAL, LLL), sendo as atividades, na sua maioria relacionadas a esses casos, devendo o aluno a todo momento identificar o caso de semelhança que ocorre nos triângulos propostos. Percebo que os problemas e atividades que envolvem a aplicação do conteúdo e sua contextualização são deixados de lado, dando lugar a exercícios que pedem aos alunos que apliquem somente os casos de semelhança, aprendidos anteriormente.

É perceptível a grande quantidade de textos no livro didático analisado, influenciando assim a prática de leitura de obras e artigos matemáticos; sendo que no capítulo de Semelhança há um texto muito interessante sobre *Tales e a altura de uma pirâmide*, relacionando o conteúdo com a história da matemática. Logo após, Dante interliga a leitura com um tópico muito importante: “*Uso da semelhança para medir distâncias inacessíveis*”, que mostra aos alunos a importância e aplicação do conteúdo Semelhança de Triângulos.

De acordo com o PCN, a História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento.

Ainda de acordo com os Parâmetros Curriculares, conceito de semelhança poderá ser desenvolvido e/ou aprofundado também pela análise de alguns problemas históricos, como os procedimentos utilizados pelos antigos egípcios para determinar a altura de suas pirâmides. Outras fontes interessantes de problemas são as que envolvem a noção de semelhança de triângulos e as medidas de distâncias inacessíveis.

Diferente das outras obras analisadas, o autor dedica um tópico para discutir as transformações geométricas (translação, reflexão, rotação e homotetia), em especial a

Homotetia; enfatizando a construção de figuras homotéticas e suas propriedades. Nesta obra, o tópico sobre homotetia é mais extenso e detalhado e há uma quantidade suficiente de atividades para entendimento do conteúdo.

De acordo com os Parâmetros Curriculares de Matemática, construindo figuras a partir da reflexão, por translação, por rotação de outra figura, os alunos vão percebendo que as medidas dos lados e dos ângulos, da figura dada e da figura transformada são as mesmas. As atividades de transformação são fundamentais para que o aluno desenvolva habilidades de percepção espacial e podem favorecer a construção da noção de congruência de figuras planas (isometrias). De forma análoga, o trabalho de ampliação e redução de figuras permite a construção da noção de semelhança de figuras planas (homotetias).

Para finalizar o capítulo, são disponibilizadas mais algumas questões com situações que envolvem Semelhança. É sugerido pelo autor que as mesmas sejam feitas em dupla ou em grupo, com a utilização de ferramentas matemáticas, tais como a calculadora.

De uma maneira geral, sobre recursos didáticos, afirma Brasil (1998):

Recursos didáticos como livros, vídeos, televisão, rádio, calculadoras, computadores, jogos e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão. (p.57).

Sem dúvida, em relação à introdução do conteúdo a obra de Dante é o que mais se destaca, pois é feita a partir de uma situação problema em que o autor não expõe para o aluno nenhuma definição, mas o indaga sobre várias questões, fazendo ele próprio concluir as definições preliminares de semelhança. Em relação às figuras, elas exemplificam bem o conteúdo e, a meu ver, mesmo contendo poucas atividades para aplicação e entendimento do tema, elas ajudam na compreensão e resolução das mesmas, pois são de ótima qualidade e pertinentes com o que a obra quer explicar no momento.

Mesmo não contendo muitos problemas relacionados ao cotidiano dos alunos, os textos matemáticos têm grande destaque na obra, fazendo com que o aluno se interesse

mais pela história da matemática e pratique o conteúdo através destas intervenções, pois como nos expõe Brasil (1998):

“Embora as situações do cotidiano sejam fundamentais para conferir significados a muitos conteúdos a serem estudados, é importante considerar que esses significados podem ser explorados em outros contextos como as questões internas da própria Matemática e dos problemas históricos. Caso contrário, muitos conteúdos importantes serão descartados por serem julgados, sem uma análise adequada, que não são de interesse para os alunos porque não fazem parte de sua realidade ou não têm uma aplicação prática imediata” (P.43).

5.4) QUADRO COMPARATIVO DAS OBRAS ANALISADAS

Após análise acima, resolvemos fazer um quadro acerca das questões analisadas para que possamos comparar se as obras respondem positivamente às mesmas.

O quadro abaixo contém as questões que foram levantadas e os livros analisados, sendo nomeados pelos seus respectivos autores.

LIVOS DIDÁTICOS	Introduz o conteúdo a partir de uma situação problema?	Há figuras que facilitem a resolução dos problemas contidos na obra?	Os problemas contidos estão relacionados ao cotidiano do aluno?	A abordagem do conteúdo atende as orientações propostas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)?
GIOVANNI E CASTRUCCI	Não	Não	Sim	Sim
IMENES E LELLIS	Sim	Sim	Sim	Sim
DANTE	Sim	Sim	Não	Sim

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O livro didático apresenta-se com destaque no cenário educacional, ou seja, desempenha um papel relevante no desenvolvimento das atividades de sala de aula, realizadas pelos professores com seus alunos. Trata-se, portanto, de importante instrumento utilizado pelos professores para o desenvolvimento de suas atividades como docentes.

Devido a esse fato, é de notória importância pesquisas acerca dos livros didáticos, pois concordamos com Chevallard quando nos diz que transformações nos objetos de ensino só ocorrerão através de pesquisas.

Quantificamos em dois, os principais motivos que nos levam essa pesquisa:

- 1) Um deles é porque acreditamos que o conteúdo Semelhança de Triângulos é um tema importante a ser abordado, pois através dele conseguimos solucionar problemas de matemática e do cotidiano.
- 2) O outro motivo é porque entendemos que o livro didático é uma ferramenta poderosa no processo ensino-aprendizagem; e sendo assim, é de grande relevância analisar coleções de livros didáticos aprovadas em avaliações como o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), para verificar se os textos dessas coleções atendem as orientações propostas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e se permitem melhorar o processo de ensino-aprendizagem.

Diante dos motivos apresentados, elaboramos a seguinte questão de pesquisa: *Quais as estratégias didáticas são abordadas para o ensino de semelhança de triângulo, em alguns livros didáticos dos Parâmetros Nacionais do Livro Didático (PNLD) do Ensino Fundamental?*

Para responder a essa questão, analisamos os livros didáticos:

- A Conquista da Matemática (9º ano), escrita por José Ruy Giovanni Jr, e Benedicto Castrucci e distribuída pela editora FTD.
- Matemática (9º ano), produzido pela editora Moderna, elaborado pelos autores Luiz Márcio Imenes e Marcelo Lellis
- Tudo é Matemática (9º ano), redigido por Luiz Roberto Dante e fornecido pela editora Ática.

Conforme já dito anteriormente, tínhamos os seguintes objetivos a saber:

- 1) O livro pesquisado introduz o conteúdo a partir de uma situação problema?
- 2) Há figuras que facilitem a resolução dos problemas contidos na obra?
- 3) Os problemas contidos estão relacionados ao cotidiano do aluno?
- 4) A abordagem do conteúdo atende as orientações propostas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

Diante de nossos objetivos, verificamos que o único livro que atende a todas as questões é o livro dos autores Luiz Márcio Imenes e Marcelo Lellis, denominado Matemática, mas percebemos que os outros dois atendem parcialmente a análise, sendo que em Tudo é Matemática (elaborado por Roberto Dante), a única questão que recebe uma resposta negativa é relativo à relação dos problemas com o cotidiano. Já o livro didático que mais teria que se adequar, seria A Conquista da Matemática, escrito por José Ruy Giovanni Jr e Benedicto Castrucci, pois das quatro questões levantadas, a obra responde negativamente à cinquenta por cento das mesmas.

É importante ressaltar em nossas considerações finais que concordamos com as afirmações feitas no Guia do livro didático 2011 sobre o papel do livro didático no processo ensino-aprendizagem:

Não é demais insistir que, apesar de toda sua importância, o livro didático não deve ser o único suporte do trabalho pedagógico do professor. É sempre desejável buscar complementá-lo, seja para ampliar suas informações e as atividades nele propostas ou contornar suas deficiências, seja para adequá-lo ao grupo de alunos que o utilizam. (Guia do livro didático 2011: Matemática Brasília: Secretaria de Educação Básica, p.9).

Na perspectiva da transposição didática de Yves Chevallard, concluímos que o livro didático, juntamente com as ações educativas do professor tornam-se fatores importantes no resultado final do processo ensino aprendizagem. Entendemos também que, o seu efeito real, positivo ou negativo, não está apenas no seu conteúdo, mas também no modo de utilizá-lo. As condições de ensino, a formação do professor, a integração entre as várias disciplinas, enfim, todos os elementos do processo de ensino-aprendizagem conjugam-se para dar um ou outro sentido ao livro didático.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL Secretaria de Educação Básica. Guia do livro didático: Matemática. Brasília: MEC/SEB, 2008.

BRASIL. Ministério de Educação, Secretaria de Educação Básica. Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN): Ensino Fundamental. Brasília, 1998.

CHEVALLARD, Yves. La Transposition Didactique – Del saber sabio al saber enseñado. AIQUE Grupo Editor, 1998. Disponível em <<http://www.ehistoria.cl/cursosudla/EDU414/recursosdeapoyo/La%20Trasposicion%20Did%C3%Actica%20%20Del%20Saber%20Sabio%20al%20Saber%20Ense%C3%B1ado%20-20Yves%20Chevallard.pdf>>

CHEVALLARD, Yves; Joshua, M. La transposition didactique, Gerenooble; La Penseé Sarvage, 1991.

CORREIA, Gerson, LOBO, Rogério. Teorema de Thales: uma análise dos livros didáticos.

DANTE, L. R. Tudo é Matemática, 9º ano. São Paulo. Editora Ática, 2009.

EVES, Howard, Introdução à História da Matemática, Unicamp, Campinas, 1994.

FRIOLANI, L. C. O pensamento estocástico nos livros didáticos do Ensino Fundamental. Dissertação de Mestrado (Mestrado Profissional em , PUC-SP, São Paulo, 2007.

GÉRARD, François-Marie & ROEGIERS, Xavier. Conceber e avaliar manuais escolares. Porto, Ed. Porto, 1998

GIOVANNI, J. R; CASTRUCCI B. A conquista da Matemática. 9º ano. São Paulo. Editora FTD.

IMENES, L. M; LELLIS, M. Matemática. 9º ano. São Paulo. Editora Moderna.

LEITE, Miriam Soares. Contribuições de Basil Bernstein e Yves Chevallard para a discussão do Conhecimento Escolar. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Educação). Departamento de Educação, PUC/RJ, Rio de Janeiro, 2004. Disponível em: <www2.dbd.puc-rio.br/pergamum/tesesabertas/0212105_04_cap_03.pdf>

MORAES, Mauricio; JESUS, Dineusa. A contextualização no ensino de semelhança nos livros didáticos recomendados pelo PNLEM 2009-2011.

ONUCHIC. Lourdes de La Rosa. Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo. Unesp. São Paulo, 1999, S/D. Disponível em: <www2.rc.unesp.br/gterp/sites/default/files/artigos/lourdes.pdf>

PITOMBEIRA, João Bosco. Políticas públicas e o Livro Didático de Matemática.

POLCINO, César M. & Bussab, José Hugo O., A Geometria na Antigüidade Clássica, FTD, São Paulo, 1999.

POLYA, George. A arte de resolver problema, 1994.