



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM**  
**ENGENHARIA MECÂNICA**

**“DETERMINAÇÃO DE CARACTERÍSTICAS DE  
DESEMPENHO DE MANCAIS RADIAIS ELÍPTICOS  
UTILIZANDO O MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS”**

**Fernando de Assis Gonçalves Correia**

**Belo Horizonte, 30 de novembro de 2007**

**DETERMINAÇÃO DE CARACTERÍSTICAS DE DESEMPENHO  
DE MANCAIS RADIAIS ELÍPTICOS UTILIZANDO O  
MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS**

**FERNANDO DE ASSIS GONÇALVES CORREIA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica, na área de concentração de Projeto Mecânico.

Orientador: Prof. Marco Túlio Corrêa de Faria, Dr.

Universidade Federal de Minas Gerais

Belo Horizonte

Escola de Engenharia da UFMG

2007

Universidade Federal de Minas Gerais

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica

Av. Antônio Carlos, 6627 – Pampulha – CEP 31.270-901 – Belo Horizonte – MG

Tel.: +55 31 34995145 - Fax.: +55 31 3443-3783

[www.demec.ufmg.br](http://www.demec.ufmg.br) - e-mail: [cpgmec@demec.ufmg.br](mailto:cpgmec@demec.ufmg.br)

**DETERMINAÇÃO DE CARACTERÍSTICAS DE DESEMPENHO DE  
MANCAIS RADIAIS ELÍPTICOS UTILIZANDO O MÉTODO DE  
ELEMENTOS FINITOS**

FERNANDO DE ASSIS GONÇALVES CORREIA

Dissertação submetida à Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de “**Mestre em Engenharia Mecânica**”, na área de concentração de “**Projeto Mecânico**”.

---

Prof. Marco Túlio Corrêa de Faria, Dr. – Universidade Federal de Minas Gerais – Orientador

---

Prof. Horácio Valadares Duarte, Dr. – Universidade Federal de Minas Gerais - Examinador

---

Prof. Perrin Smith Neto, Dr. – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais - Examinador

“Palavras não pagam dívidas” como disse Shakespeare, mas palavras, assim espero, são capazes de comunicar sentimentos de gratidão. É por isso que dedico este trabalho à minha família. Pelo apoio e compreensão a minha ausência durante as longas horas de estudo, análise e pesquisa necessárias à conquista do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

## AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Marco Túlio Corrêa de Faria pelos seus ensinamentos, competência, profissionalismo, interesse, ajuda e muita paciência em todos estes anos.

À minha família, principalmente à minha esposa e filha, pela paciência, compreensão e ajuda.

À minha mãe pelas suas orações e torcida.

À Zollern, na pessoa do seu diretor Eng. Ronaldo Fraga, pela oportunidade de poder conciliar o desenvolvimento do mestrado com minhas atividades da empresa.

Aos colegas de trabalho da Zollern pelo apoio e esforço em tornar o meu tempo fora da empresa o mais despercebido possível e especialmente ao estudante de engenharia Carlos Magno.

Aos colegas do Grupo de Dinâmica de Rotores, Luiz Felipe Silva, Maurício Figueiredo, Olair Paulino, Fernando Oliveira, Wederley Miranda e Luiz Henrique Jorge Machado pela acolhida, apoio, explicações e troca de experiências.

A Deus, por tudo e muito mais.

“Preocupação não é a doença que a moderna psicologia acredita ser. É o molho forte e picante da vida.”

Max Gunther in Os Axiomas de Zurique

“Experiência é aquilo que lhe permite reconhecer um erro quando você o comete de novo”

Earl Wilson em Ensaios e Teorias

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>21</b>
<b>2</b>	<b>ESCOPO</b>	<b>24</b>
<b>3</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>25</b>
<b>4</b>	<b>MODELAGEM DE ELEMENTOS FINITOS DE MANCAIS RADIAIS ELÍPTICOS</b>	<b>37</b>
<b>4.1</b>	<b>DEFINIÇÃO DO PROBLEMA</b>	<b>37</b>
4.1.1	Descrição do problema de mancal radial elíptico	37
<b>4.2</b>	<b>EQUAÇÕES GOVERNANTES</b>	<b>39</b>
<b>4.3</b>	<b>EQUAÇÕES DO PROBLEMA DE LUBRIFICAÇÃO</b>	<b>40</b>
<b>4.4</b>	<b>EQUAÇÕES DE ELEMENTOS FINITOS</b>	<b>42</b>
4.4.1	. Discretização do campo de pressão de ordem zero	42
4.4.2	. Discretização do campo de pressão de primeira ordem	45
4.4.3	. Determinação das Características de Desempenho	47
<b>5</b>	<b>RESULTADOS E ANÁLISES</b>	<b>49</b>
<b>5.1</b>	<b>ANÁLISE NUMÉRICA DA SENSIBILIDADE DA MALHA E VALIDAÇÃO</b>	<b>49</b>
5.1.1	. Teste de sensibilidade de malha	50
5.1.2	Validação	53
<b>5.2</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>56</b>
5.2.1	Influência da geometria do mancal e da taxa de excentricidade no número de Sommerfeld	57
5.2.2	Influência da geometria do mancal e do número de Sommerfeld na espessura do filme de óleo	62
5.2.3	Influência da geometria do mancal e da razão de excentricidade na capacidade de carga	66
5.2.4	Influência da geometria do mancal e da capacidade de carga na espessura do filme de óleo	69
5.2.5	Influência da geometria do mancal e da capacidade de carga na espessura do filme de óleo com o aumento da velocidade de rotação do eixo.	73
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>101</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 3.2 - Distribuição do campo de pressão hidrodinâmica em um mancal de filme fluido (Lang e Steinhilper, 1978)	28
Figura 3.3 - Desenho esquemático dos coeficientes de força dinâmica dos mancais.	29
Figura 3.4 - Mancal radial de sapatas oscilantes. Fonte: Zollern Brasil	30
Figura 3.5 - Desenho esquemático dos principais parâmetros geométricos e operacionais de um mancal elíptico.	32
Figura 3.6 - Distribuição da pressão hidrodinâmica dentro do mancal de perfil cilíndrico. (Lang e Steinhilper, 1978)	33
Figura 3.7 - Detalhes geométricos e distribuição da pressão hidrodinâmica dentro do mancal elíptico	33
Figura 4.1 - Desenho esquemático de um mancal radial elíptico com sua geometria básica	38
Figura 4.2 - Posicionamento do eixo dentro do mancal e sistemas de coordenadas.	39
Figura 4.3 - Representação esquemática dos nós no elemento finito	43
Figura 4.4 - Representação esquemática dos campos discretos de pressão no domínio $\Omega^e$ de um elemento finito.	43
Figura 5.1 – Variação da Capacidade de carga em relação ao número de elementos.	51
Figura 5.2 - Variação da Capacidade de rigidez em relação ao número de elementos.	51
Figura 5.3 - Variação do coeficiente de amortecimento em relação ao número de elementos.	52
Figura 5.4 - Curvas da razão de excentricidade do eixo pelo o número de Sommerfeld ( $L/D = 0,25$ )	54
Figura 5.5 - Curvas da razão de excentricidade do eixo pelo o número de Sommerfeld ( $L/D = 1,0$ )	54
Figura 5.6 - Curvas da capacidade de carga adimensional pelo o número de Sommerfeld para uma razão de esbeltez ( $L/D$ ) de 1,0	55
Figura 5.7 - Curvas da capacidade de carga adimensional pela razão de excentricidade do eixo para uma razão de esbeltez ( $L/D$ ) de 1,0.	56
Figura 5.8 - Gráfico do número de Sommerfeld pela Razão de Excentricidade para	



taxa MP de 0,1	58
Figura 5.9 - Gráfico do número de Sommerfeld pela Razão de Excentricidade para taxa MP de 0,3	58
Figura 5.10 - Gráfico do número de Sommerfeld pela Razão de Excentricidade para taxa MP de 0,5	59
Figura 5.11 - Gráfico do número de Sommerfeld pela Razão de Excentricidade para taxa MP de 0,7	59
Figura 5.12 - Gráfico do número de Sommerfeld pela Razão de Excentricidade para razão L/D de 0,5	60
Figura 5.13 - Gráfico do número de Sommerfeld pela Razão de Excentricidade para razão L/D de 0,75	61
Figura 5.14 - Gráfico do número de Sommerfeld pela Razão de Excentricidade para razão L/D de 1,0	61
Figura 5.15 - Gráfico da Espessura Mínima do Filme pelo número de Sommerfeld para L/D de 0,25	63
Figura 5.16 - Gráfico da Espessura Mínima do Filme pelo número de Sommerfeld para L/D de 0,5	64
Figura 5.17 - Gráfico da Espessura Mínima do Filme pelo número de Sommerfeld para L/D de 0,75	64
Figura 5.18 - Gráfico da Espessura Mínima do Filme pelo número de Sommerfeld para L/D de 1,0	65
Figura 5.19 - Gráfico da Capacidade de Carga pela Taxa de Excentricidade para L/D de 0,25	67
Figura 5.20 - Gráfico da Capacidade de Carga pela Taxa de Excentricidade para L/D de 0,50	67
Figura 5.21 - Gráfico da Capacidade de Carga pela Taxa de Excentricidade para L/D de 0,75	68
Figura 5.22 - Gráfico da Capacidade de Carga pela Taxa de Excentricidade para L/D de 1,0	68
Figura 5.23 - Gráfico da capacidade de carga adimensional pela altura do filme mínimo para L/D de 0,25.	70
Figura 5.24 - Gráfico da capacidade de carga adimensional pela altura do filme	

mínimo para L/D de 0,75.	70
Figura 5.25 - Gráfico da capacidade de carga adimensional pela altura do filme mínimo para L/D de 1,0.	71
Figura 5.26 Gráfico da capacidade de carga adimensional pela altura do filme para MP de 0,1.	72
Figura 5.27 - Gráfico da capacidade de carga adimensional pela altura do filme para MP de 0,3.	72
Figura 5.28 - Gráfico da capacidade de carga adimensional pela altura do filme para MP de 0,5.	73
Figura 5.29 - Gráfico capacidade de carga pela alt. do filme para MP de 0,1 e veloc. periférica do eixo de 26,2 m/s	74
Figura 5.30 - Gráfico do Coef. de Amortecimento $C_{YY}$ pelo número de Sommerfeld para MP de 0,1	76
Figura 5.31 - Gráfico do Coef. de Amortecimento $C_{YY}$ pelo número de Sommerfeld para MP de 0,3	76
Figura 5.32 - Gráfico do Coef. de Amortecimento $C_{YY}$ pelo número de Sommerfeld para MP de 0,5	77
Figura 5.33 - Gráfico do Coef. de Amortecimento $C_{YY}$ pelo número de Sommerfeld para MP de 0,7	77
Figura 5.34 - Gráfico do Coef. de Rigidez Cruzada $K_{XY}$ pelo número de Sommerfeld para MP de 0,1	79
Figura 5.35 - Gráfico do Coef. de Rigidez Cruzada $K_{XY}$ pelo número de Sommerfeld para MP de 0,3	79
Figura 5.36 - Gráfico do Coef. de Rigidez Cruzada $K_{XY}$ pelo número de Sommerfeld para MP de 0,5	80
Figura 5.37 - Gráfico do Coef. de Rigidez Cruzada $K_{XY}$ pelo número de Sommerfeld para MP de 0,7	80
Figura 5.38 - Gráfico do Coef. de Amortecimento Cruzado $C_{XY}$ pelo número de Sommerfeld para MP de 0,1	82
Figura 5.39 - Gráfico do Coef. de Amortecimento Cruzado $C_{XY}$ pelo número de Sommerfeld para MP de 0,3	82
Figura 5.40 - Gráfico do Coef. de Amortecimento Cruzado $C_{XY}$ pelo número de	

Sommerfeld para MP de 0,5	83
Figura 5.41 - Gráfico do Coef. de Amortecimento Cruzado $C_{XY}$ pelo número de Sommerfeld para MP de 0,7	83
Figura 5.42 - Gráfico do Coef. de Amortecimento Cruzado $C_{YX}$ pelo número de Sommerfeld para MP de 0,1	85
Figura 5.43 - Gráfico do Coef. de Amortecimento Cruzado $C_{YX}$ pelo número de Sommerfeld para MP de 0,3	85
Figura 5.44 - Gráfico do Coef. de Amortecimento Cruzado $C_{YX}$ pelo número de Sommerfeld para MP de 0,5	86
Figura 5.45 - Gráfico do Coef. de Amortecimento Cruzado $C_{YX}$ pelo número de Sommerfeld para MP de 0,7	86
Figura 5.46 - Gráfico do Coef. de Rigidez Direta $K_{XX}$ pelo número de Sommerfeld para MP de 0,1	88
Figura 5.47 - Gráfico do Coef. de Rigidez Direta $K_{XX}$ pelo número de Sommerfeld para MP de 0,3	88
Figura 5.48 - Gráfico do Coef. de Rigidez Direta $K_{XX}$ pelo número de Sommerfeld para MP de 0,5	89
Figura 5.49 - Gráfico do Coef. de Rigidez Direta $K_{XX}$ pelo número de Sommerfeld para MP de 0,7	89
Figura 5.50 - Gráfico do Coef. de Rigidez Direta $K_{YY}$ pelo número de Sommerfeld para MP de 0,1	91
Figura 5.51 - Gráfico do Coef. de Rigidez Direta $K_{YY}$ pelo número de Sommerfeld para MP de 0,3	91
Figura 5.52 - Gráfico do Coef. de Rigidez Direta $K_{YY}$ pelo número de Sommerfeld para MP de 0,5	92
Figura 5.53 - Gráfico do Coef. de Rigidez Direta $K_{YY}$ pelo número de Sommerfeld para MP de 0,7	92
Figura 5.54 - Gráfico do Coef. de Amortecimento $C_{XX}$ pelo número de Sommerfeld para MP de 0,1	94
Figura 5.55 - Gráfico do Coef. de Amortecimento $C_{XX}$ pelo número de Sommerfeld para MP de 0,3	95
Figura 5.56 - Gráfico do Coef. de Amortecimento $C_{XX}$ pelo número de Sommerfeld	

para MP de 0,5	95
Figura 5.57 - Gráfico do Coef. de Amortecimento $C_{XX}$ pelo número de Sommerfeld para MP de 0,7	96
Figura 5.58 - Gráfico do Coef. de Rigidez Cruzada $K_{YX}$ pelo número de Sommerfeld para MP de 0,1	97
Figura 5.59 - Gráfico do Coef. de Rigidez Cruzada $K_{YX}$ pelo número de Sommerfeld para MP de 0,3	98
Figura 5.60 - Gráfico do Coef. de Rigidez Cruzada $K_{YX}$ pelo número de Sommerfeld para MP de 0,5	98
Figura 5.61. - Gráfico do Coef. de Rigidez Cruzada $K_{YX}$ pelo número de Sommerfeld para MP de 0,7	99

## LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 - Resultados da análise de sensibilidade em mancais elípticos.	52
---	----

## LISTA DE QUADROS

Quadro 5.1 – Método de adimensionalização das variáveis	49
Quadro 5.2 - Dados do mancal para estudo da sensibilidade da malha.	50
Quadro 5.3 - Influência dos parâmetros geométricos e operacionais nas características de desempenho estáticas e dinâmicas.	57
Quadro 5.4 - Dados usados para gerar os gráficos mostrados nas figuras 5.8 a 5.14	57
Quadro 5.5 – Visualização simplificada dos efeitos observados com a variação dos parâmetros geométricos e operacionais do mancal relativa aos gráficos das figuras 5.8 a 5.14.	62
Quadro 5.6 - Dados usados para gerar os gráficos mostrados nas figuras 5.15, 5.16, 5.17 e 5.18	63
Quadro 5.7 – Visualização simplificada dos efeitos observados com a variação dos parâmetros geométricos e operacionais do mancal relativa aos gráficos das figuras 5.15 a 5.18.	66
Quadro 5.8 - Dados usados para gerar os gráficos mostrados nas figuras 5.19, 5.20, 5.21 e 5.22	66
Quadro 5.9 - Dados usados para gerar os gráficos mostrados nas figuras 5.23, 5.24; 5.25; 5.26; 5.27; 5.28 e 5.29	69
Quadro 5.10 – Visualização simplificada dos efeitos observados com a variação dos parâmetros geométricos e operacionais do mancal relativa aos gráficos das figuras 5.26 a 5.29.	74
Quadro 5.11 - Dados usados para gerar os gráficos mostrados nas figuras 5.30 até 5.61.	75
Quadro 5.12 – Visualização simplificada dos efeitos observados com a variação dos parâmetros geométricos e operacionais do mancal para os gráficos dos grupos 1 e 2	93
Quadro 5.13 – Visualização simplificada dos efeitos observados com a variação dos parâmetros geométricos e operacionais do mancal para os gráficos do grupo 3	100

## NOMENCLATURA

Símbolos em letras latinas

C	Folga radial ( $C = R - R_e$ ) [m]
$C_b$	Comprimento do semi-eixo maior da elipse
$C_M$	Folga radial maior
$C_{XX}, C_{YY}$	Coeficientes de amortecimento direto adimensionais
$C_{XY}, C_{YX}$	Coeficientes de amortecimento cruzados adimensionais
$c_{XX}, c_{YY}$	Coeficientes de amortecimento direto (N.s/m)
$c_{XY}, c_{YX}$	Coeficientes de amortecimento cruzado (N.s/m)
D	Diâmetro interno do mancal [m]
$D_e$	Diâmetro externo do eixo [m]
$e$	Excentricidade de posicionamento do eixo no mancal (distância entre centros do mancal e do eixo, quando o eixo está na posição de equilíbrio)
[e]	Elemento finito
$e_{x_0}, e_{y_0}$	Projeções vertical e horizontal de “e”
$f_i$	Valores de $f^e(x_i)$ nos nós
$f_{\sigma_j}^e$	Coeficientes do vetor carregamento de primeira ordem
$F_x$ e $F_y$	Componente vertical e horizontal da força de reação do mancal
$\{f_j^e\}$	Vetor de fluxo no domínio
$h_0$	Espessura mínima do filme lubrificante estacionário[m] ou de ordem zero
$h_{\min}$	Espessura mínima do filme lubrificante adimensional
i	$\sqrt{-1}$
$K_{XX}, K_{YY}$	Coeficientes de rigidez direta adimensional vertical e horizontal respectivamente
$K_{XY}, K_{YX}$	Coeficientes de rigidez cruzadas adimensionais
$k_{XX}, k_{YY}$	Coeficientes de rigidez direta vertical e horizontal (N/m)
$k_{XY}, k_{YX}$	Coeficientes de rigidez cruzadas (N/m)
$[Kp_{ji}^e]$	Matriz fluídica de ordem zero
L	Comprimento do mancal

$L_e$	Comprimento do elemento
$\dot{m}_\theta$	Razão do fluxo mássico na direção circunferencial
$\dot{m}_n$	Razão do fluxo de lubrificante cruzando a fronteira do domínio do elemento finito
$\dot{m}_z$	Razão do fluxo mássico na direção axial
$\dot{m}_{\sigma_n}$	Fluxo de lubrificante de primeira ordem através do contorno $\Gamma^e$ de um elemento finito
MP	Pré-carga MP (medida da não cilíndricidade do mancal)
N	Velocidade do eixo em Hertz
$\vec{n}$	Valor normal unitário direcionado para fora do contorno $\Gamma^e$ do elemento finito
Ni(x)	Funções lineares de interpolação no elemento ( $e$ )
NNx	Número de nós circunferenciais
NNy	Número de nós axiais
$O_s$	Posição do centro do mancal
$O_w$	Posição do centro do eixo
O	Posição de origem do eixo de coordenadas
$p, P$	Pressão apresentada pelo filme lubrificante [Pa]; $P = p/p_{ref}$
$p_a$	Pressão ambiente [Pa]
$p_o$	Pressão estacionária de ordem zero [Pa]
$p_\sigma$	Campo de pressão hidrodinâmica de primeira ordem
$p_o^e$	Campo de pressão discreto de ordem zero no domínio $\Omega^e$ de um elemento finito
$p_x, p_y$	Campo de pressão hidrodinâmica de primeira ordem.
$p_i^e$	Valores de pressão nodal, no nó $i$ do elemento $\Omega_e$ [Pa]
$\{q_j^e\}$	Vetor de fluxo devido ao escoamento de fluido através do contorno do elemento “ $e$ ”
R	Raio menor do mancal (entre as bolsas de óleo)
[R]	Resíduo da função
$R_e$	Raio do munhão ou raio do eixo
$R_L$	Raio do lóbulo do mancal
$S_o$	Número de Sommerfeld; $S_o = \frac{R^2}{c^2} \cdot \mu \cdot \frac{N}{P}$
U	Velocidade superficial do eixo ( $U = \omega R$ ); [m/s]
W*	Capacidade de carga adimensional do mancal



$W$	Carga atuante no mancal [N]
$X, Y, Z$	Sistema de referência inercial
$x, y, z$	Sistema rotativo solidário ao eixo
$x_i$ e $y_i$	Coordenadas nodais do elemento (e)
$\theta, z$	Coordenadas circunferencial e axial, respectivamente

#### Símbolo em letras gregas

$\varepsilon$	Razão de excentricidade, $\varepsilon = e/C$
$\Gamma^e$	Contorno do elemento “e”
$\eta, \psi$	Coordenadas no domínio do elemento
$\theta$	Ângulo da posição da espessura desejada a partir do ponto de maior espessura dentro do mancal (rad)
$\mu$	Viscosidade absoluta do filme lubrificante [Pa.s]
$\rho$	Massa específica do filme lubrificante [kg/m <sup>3</sup> ]
$\Phi$	Ângulo de posição do eixo dentro do mancal
$\Psi_j^e$	Função de interpolação para o elemento “e”
$\omega$	Rotação do eixo em relação ao mancal [rad/s]
$\varpi$	Frequência de perturbação
$\Omega^e$	Domínio do elemento (e)

#### Subscritos

av	Médio
e	Relativo ao elemento “e”
0, 1	Ordem zero e primeira ordem; instante de tempo anterior e atual

#### Sobrescritos

e	Relativo ao elemento “e”
---	--------------------------

**LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

DIN	Deutsches Institut für Normung (Instituto Alemão para Normalização)
MEF	Método de Elementos Finitos
FEM	Finite Element Method (Método de Elementos Finitos)
UVA	Universidade da Virgínia

## RESUMO

Esse trabalho apresenta a determinação das características de desempenho de mancais radiais hidrodinâmicos de geometria fixa, com perfil elíptico, lubrificadas a óleo, usando-se o método de elementos finitos. A partir da equação clássica de Reynolds para fluidos incompressíveis, desenvolve-se uma formulação de elementos finitos com base no método de Galerkin, para a solução das equações de lubrificação de ordem zero e de primeira ordem para mancais radiais elípticos. Obtém-se a distribuição de pressão hidrodinâmica no filme lubrificante do mancal e a partir daí a sua capacidade de carga. Um procedimento baseado no método de perturbação linear aplicado sobre a solução estacionária da Equação de Reynolds é implementado para a obtenção dos coeficientes dinâmicos dos mancais. Utilizam-se elementos isoparamétricos de quatro nós na modelagem da película do lubrificante. Estimam-se a força de reação, os coeficientes de rigidez e os coeficientes de amortecimento de mancais elípticos para diversas condições de trabalho. Curvas de características de desempenho estático e dinâmico, tais como capacidade de carga e coeficientes dinâmicos de força, são obtidas em função de parâmetros operacionais e do número de Sommerfeld. Os resultados obtidos nesse trabalho mostram que os mancais radiais elípticos apresentam rigidez superior à dos mancais cilíndricos sob baixa carga, indicando que a não cilíndricidade tem influência positiva sobre a estabilidade do mancal.

Palavras Chaves: Mancal elíptico

Mancal radial

Lubrificação hidrodinâmica

Elementos finitos

## ABSTRACT

This work presents the determination of the performance characteristics of hydrodynamic oil lubricated journal bearings of fixed geometry, with elliptical profile using the finite element method. A finite element procedure based on the Galerkin weighted residual method is developed from the classical Reynolds Equation for incompressible fluids. A linearized perturbation scheme is applied on the governing equation to render the zero-th and first-order lubrication equations, which permit to determine the bearing steady-state and dynamic performance characteristics of interest. The hydrodynamic pressure distribution on the fluid film is obtained by solving the zero-th order lubrication and is integrated over the fluid domain to render the bearing carrying-load capacity. The fluid film domain is modeled using four-node isoparametric finite elements. The fluid film reaction force and stiffness and damping coefficients are evaluated for elliptical journal bearings at several operating conditions. Performance characteristic curves, such as bearing load capacity and dynamic force coefficients, are obtained in relation to operating parameters and Sommerfeld number. The finite element predictions for elliptical journal bearing behavior show that non-cylindrical journal bearings present higher direct stiffness than that produced by cylindrical journal bearings, indicating that elliptical bearings are slightly more stable than cylindrical bearings.

**Key words:** Elliptical bearing

Journal bearing

Hydrodynamic lubrication

Finite element method

# 1 INTRODUÇÃO

Mancais desempenham três funções principais: suportam carga (dinâmica e estática), fornecem rigidez e amortecimento e controlam a posição do rotor (Sternlicht e Lewis, 1968). O movimento relativo entre as superfícies do eixo e do mancal gera uma pressão hidrodinâmica no filme fluido, dando ao mancal a capacidade de suportar o carregamento imposto pelo eixo e pode também produzir vibrações orbitais de alta amplitude.

A crescente tendência de se projetarem máquinas de menor peso e com maior potência tem levado a projetos de rotores mais rápidos e eixos mais flexíveis, os quais apresentam maiores chances de ter problemas de vibração.

Diversos estudos e testes realizados sobre o comportamento de eixos rotativos mostraram que há uma forte influência dos mancais no equilíbrio dinâmico das máquinas e na atenuação das vibrações excessivas (Gunter, 1966).

Milhares de pesquisas vêm sendo feitas desde então para atender à demanda das indústrias por mancais com maior capacidade de carga e que ajudem na estabilidade das máquinas.

Os mancais hidrodinâmicos têm sido a melhor resposta para esta demanda, pois apresentam baixo custo, boa capacidade de sustentação do eixo, vida útil longa e capacidade de amortecimento. O aprofundamento dos estudos mostrou que detalhes construtivos e características de lubrificação dos mancais (perfil, folga diametral, viscosidade do lubrificante, número de bolsas de óleo, pressão e temperatura do lubrificante, relação comprimento/diâmetro, etc.) provocam variações no desempenho das máquinas conforme suas condições de trabalho.

A aplicação de mancais hidrodinâmicos em turbinas, geradores, redutores e multiplicadores de velocidade, turbo-redutores, ventiladores/exaustores, motores, bombas e compressores exigem cada vez mais dados, com maior precisão e estudos de novos perfis que tragam soluções econômicas para os novos limites alcançados pela indústria.

Uma maneira eficiente de contra atacar a instabilidade é levantar a velocidade crítica mais baixa do sistema através da redução da distância entre mancais ou pela mudança no tipo do mancal (Knöss, 1980).

Os mancais mais amplamente usados são os de geometria fixa com perfil cilíndrico.

Este modelo apresenta baixa estabilidade, mas boa capacidade de carga. Mancais de geometria móvel são usados quando se quer estabilidade do equipamento sujeito a vibrações subsíncronas. As forças produzidas pelo filme não são capazes de levar o eixo/rotor a um modo instável, uma vez que as sapatas estão livres para seguir o movimento do eixo.

Mancais com geometria móvel, comparativamente aos de geometria fixa, apresentam custos de fabricação, montagem e manutenção muito mais altos, demandam vazão de óleo lubrificante em maior volume, têm maior perda de carga, menor amortecimento e menor capacidade de carga. Por estas razões, a busca por perfis de geometria fixa que atendam às exigências cada vez mais elevadas dos equipamentos e a otimização dos parâmetros de trabalho dos mancais continuam a nortear as pesquisas.

Na década de 1970, pode ser observada uma tendência de se trocarem os mancais hidrodinâmicos de geometria fixa de diversas máquinas por mancais de geometria móvel, em diversos segmentos das indústrias, devido às suas vantagens em relação à estabilidade. Contudo, já no final da década de 1980, observa-se um movimento contrário, mostrando que os mancais de geometria móvel nem sempre representam a solução ideal para tubomáquinas de alta velocidade (Zeidan, 1992).

Recentemente, máquinas programáveis têm simplificado consideravelmente a fabricação de mancais multilobulares. Como resultado, o uso destes mancais tem aumentado, particularmente na Europa (Lanes et al., 1981).

A maior fonte de amortecimento na maioria dos casos são os mancais. Sem este amortecimento do mancal seria muito difícil passar através da velocidade crítica (Sternlicht e Lewis, 1968). O papel crítico do amortecimento é a redução da resposta vibratória do eixo quando sua rotação passa pelas velocidades críticas (Vance, 1988).

O amortecimento em mancais hidrodinâmicos permite a diminuição das forças transmitidas do sistema eixo/rotor aos mancais, a redução do nível de ruído, a diminuição do nível de vibração não síncrona, o aumento do campo de estabilidade do rotor e o aumento de vida útil do mancal (Engwall, 1991).

Há muita literatura disponível e experimentos relacionados a mancais de perfil cilíndrico, mas há ainda grande carência com relação a outros perfis (Singh e Gupta, 1982). Para exemplificar esta lacuna de informação, o Instituto para Normalização Alemão - Deutsches Institut für Normung (DIN), somente em 2007, publicou material sobre mancais hidrodinâmicos multilobulares, enquanto que há vinte anos existe informação para dimensionamento de mancais

com perfil cilíndrico.

Diversos procedimentos computacionais vêm sendo desenvolvidos para a análise de mancais hidrodinâmicos. Contudo, apesar dos constantes desenvolvimentos e da disponibilidade cada vez maior desses procedimentos, grande parte da literatura clássica de projetos mecânicos ainda se baseia em dados obtidos por meio de soluções simplificadas da equação de Reynolds (Juvinal e Marshek, 1991). Ainda mais raras são informações sobre as características dinâmicas de mancais, como os coeficientes de amortecimento e rigidez.

Com o intuito de analisar o comportamento de mancais de geometria fixa, esse trabalho apresenta o desenvolvimento de um procedimento computacional baseado no método de elementos finitos (MEF) para a análise de mancais radiais elípticos lubrificados a óleo. Emprega-se um procedimento de perturbação linearizado (Lund, 1987) sobre a equação clássica de Reynolds para fluidos incompressíveis para se obterem as equações de lubrificação de ordem zero e de primeira ordem associadas a mancais elípticos. A solução dessas equações permite obter as características estáticas e dinâmicas desses mancais.

A análise apresentada nesse trabalho considera que os mancais de deslizamento operam em regime de lubrificação hidrodinâmica, com a presença contínua de um filme fluido separando totalmente as superfícies durante o funcionamento do mancal. A escolha do perfil de dois lóbulos (elíptico), para o desenvolvimento desse trabalho, está baseada em duas principais razões: *i.* os custos de fabricação de mancais elípticos podem ser considerados baixos em relação aos custos de outros mancais radiais não cilíndricos; *ii.* todo mancal radial perfeitamente cilíndrico sofre mudanças geométricas em seu perfil devido ao desgaste natural em operação, a deformações produzidas ao longo do tempo pelas condições adversas de carregamento e às deformações geradas durante as montagens nos equipamentos. A análise do comportamento e desempenho de mancais radiais elípticos pode trazer dados importantes para a avaliação criteriosa de seus limites operacionais e de suas potencialidades para diversas aplicações industriais. Esse trabalho faz uma contribuição para o dimensionamento de mancais hidrodinâmicos para uma grande faixa de equipamentos industriais que funcionam com rotações e cargas que inviabilizem a utilização de mancais com perfil cilíndrico, usando a opção de perfil de melhor custo/benefício de grande abrangência em termos de aplicação.

## 2 ESCOPO

O objetivo deste trabalho é a análise das características de desempenho estáticas e dinâmicas de mancais radiais elípticos lubrificados a óleo. Foi desenvolvido especialmente para este trabalho um procedimento computacional baseado no método de elementos finitos para cálculo destas características, as quais são estimadas para várias condições de operação e para diversas configurações dentro da geometria do mancal elíptico.

Os resultados obtidos permitem a análise de qual geometria de mancal é mais adequada para uma dada aplicação que podem auxiliar na escolha do sistema de suporte de uma máquina rotativa.

Esta dissertação está dividida em seis capítulos. O primeiro capítulo apresenta uma breve introdução da motivação e o segundo os objetivos para o seu desenvolvimento.

O terceiro capítulo fornece a revisão bibliográfica de publicações na área de análise e projeto de mancais radiais cilíndricos e não cilíndricos e na aplicação e desenvolvimento de procedimentos computacionais para análise de mancais de filme fluido.

O desenvolvimento do procedimento de elementos finitos implementado nesse trabalho para a determinação das características de desempenho de mancais radiais elípticos é apresentado no quarto capítulo.

No quinto capítulo são mostrados os resultados obtidos para as características estáticas e dinâmicas de mancais elípticos sob diversas condições de operação e, por fim, as conclusões mais relevantes tiradas a partir dos resultados obtidos neste trabalho são apresentadas no sexto e último capítulo.



### 3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Os mancais devem poder suportar a carga aplicada através do eixo e permitir que as máquinas rotativas trabalhem estáveis e seguras. A seleção apropriada do mancal é imperativa para a operação segura de uma máquina.

Máquinas rotativas apoiadas em mancais hidrodinâmicos estão frequentemente submetidas a vibrações devido ao desbalanceamento e outras fontes, tal como a instabilidade do filme fluido. Normalmente a modificação mais barata que pode ser feita em uma máquina é a substituição do mancal. Assim, uma grande variedade de mancais tem sido desenvolvida para combater alguns dos diferentes tipos de problemas de vibração e instabilidade.

Mancais de rolamento fornecem a rigidez necessária para suportar o peso da máquina, mas não tem praticamente amortecimento ou capacidade de absorver choque (Allaire e Flack, 1989). Assim, mancais hidrodinâmicos têm tido uma larga aplicação nas indústrias e usinas geradoras de energia, em máquinas rotativas, devido à sua capacidade de funcionamento em altas velocidades, à sua resistência a operar submetido a grandes cargas e a uma vida útil longa (Hamrock 1994, Childs 1993).

A lubrificação hidrodinâmica requer filme lubrificante espesso, que separa totalmente as duas superfícies uma da outra (mancal e eixo). Este filme é formado mediante uma fonte contínua de lubrificante. Nos mancais hidrodinâmicos, a pressão de suporte do fluido é produzida internamente a partir do movimento do eixo e depende diretamente da viscosidade do fluido, da velocidade de rotação do eixo, da geometria do mancal e da força exercida pelo eixo.

O problema de vibração em rotores apoiados em mancais tornou-se ainda mais sério com o crescimento constante das velocidades dos eixos. Hoje, há turbinas mais esbeltas e rápidas, que tornam os mancais peças fundamentais para o bom desempenho geral do equipamento. Há uma tendência no desenvolvimento de projetos com a relação potência/peso de turbo máquinas cada vez maior, levando-se a rotores cada vez mais flexíveis e rápidos.

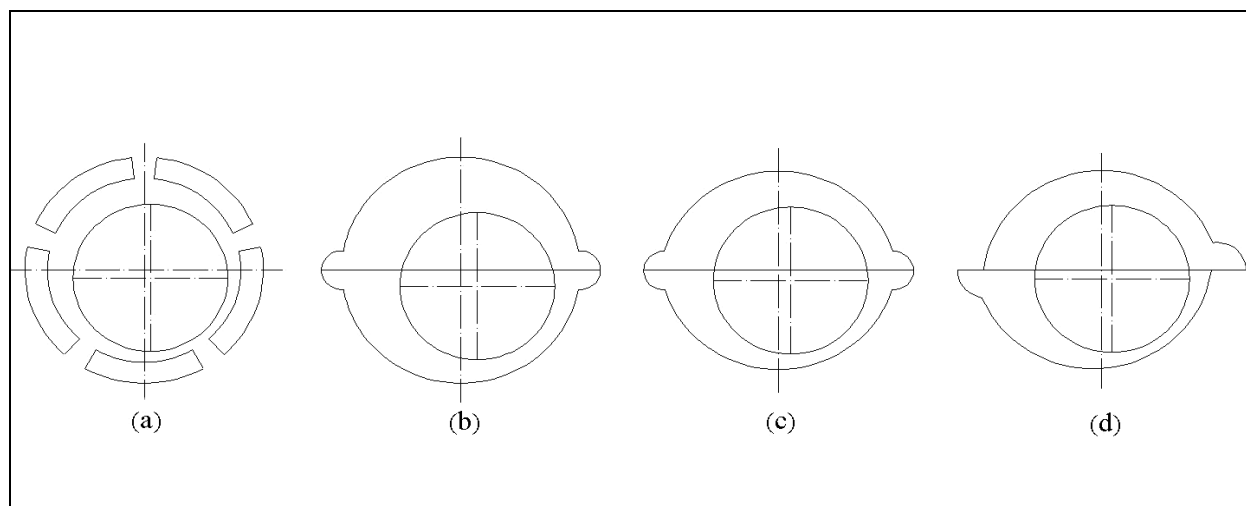
Um problema grave em mancais cilíndricos de filme fluido é o aparecimento de vibrações auto-excitáveis em altas velocidades (Childs, 1993). Essas vibrações são provocadas pela ação hidrodinâmica do filme lubrificante e podem atingir altos níveis de amplitude. O problema é encontrado tanto em eixos verticais levemente carregados como em eixos

horizontais pesadamente carregados. Quando levemente carregados, é possível postular que o eixo vibra em uma órbita aproximadamente circular cujo centro coincide com o centro do mancal (Parszewski e Cameron, 1962).

Os mancais de suporte respondem aos diversos tipos de excitação do eixo, tais como desbalanceamento, desalinhamento e assimetrias elásticas. Perkins (1979) mostra que rotores rígidos de alta velocidade, apoiados em mancais hidrodinâmicos, podem estar sujeitos a vibrações auto-excitadas geradas pelo filme fluido em velocidades de rotação próximas de duas vezes a primeira velocidade crítica do rotor. As trajetórias do centro do munhão, em regime instável, consistem em movimentos de precessão violentos.

A melhoria constante dos projetos de mancais hidrodinâmicos vem contribuindo para o desenvolvimento de turbo máquinas industriais e de máquinas rotativas em geral, que trabalham com margens de segurança cada vez menores e cada vez mais próximas da admissibilidade.

Na figura 3.1 pode ser visto no item “a” um desenho esquemático de um mancal de sapatas oscilantes radiais (geometria móvel). No item “b”, “c” e “d”, apresentam-se desenhos esquemáticos de mancais de geometria fixa, de perfil cilíndrico, elíptico e elíptico de lóbulos deslocados (off-set), respectivamente.



3.1 – Numeração ficou agora trocada. Configuração da geometria dos mancais (móvel e fixa) e alguns perfis de geometria fixa

(a) Sapata móvel; (b) cilíndrico; (c) elíptico; (d) elíptico com lóbulos deslocados (off-set)

Mancais hidrodinâmicos das mais diversas geometrias são projetados para responder

às solicitações oriundas da parte rotativa da máquina, buscando otimizar a relação custo/benefício, uma vez que mudanças no perfil interno e na geometria do mancal alteram a distribuição do filme fluido dentro do mancal, mudando as suas características de comportamento.

A amplitude da vibração síncrona de um sistema rotativo é conhecida por depender pesadamente do tipo e do projeto dos mancais. Assim, mancais de projeto mal elaborado podem levar à instabilidade de um sistema devido ao chicoteamento do óleo (Oil Whip), como mostrado teoricamente e experimentalmente por diversos autores (Lanes e Flack, 1982). Este chicoteamento é uma vigorosa forma de movimentação do eixo associada aos rotores, levemente carregados, suportados por mancais hidrodinâmicos cilíndricos. Este fenômeno ocorre quando a taxa de rotação do rotor alcança aproximadamente duas vezes a primeira velocidade crítica do sistema rotor/mancal e permanece em rotações maiores (Busse et al., 1980). Nessas condições, o filme do óleo causa uma transferência de energia do movimento rotacional da linha de centro do eixo para o movimento de translação dos eixos. A distribuição de pressão varia largamente com o tempo (Hashimoto et al., 1995).

A análise de estabilidade de eixos rotativos apoiados em mancais de filme fluido depende da determinação dos coeficientes dinâmicos desses mancais (Vance, 1988). A seleção adequada destes coeficientes poderá diminuir as forças dinâmicas transmitidas através dos mancais para as estruturas fixas da máquina, prolongando a vida útil dos equipamentos mecânicos, reduzindo os problemas oriundos da vibração estrutural e diminuindo os efeitos da ação hidrodinâmica do filme lubrificante. O problema básico na análise está em se determinar a distribuição do campo de pressão do filme fluido para uma dada geometria de mancal e em se obterem os valores precisos dos coeficientes de amortecimento e rigidez e capacidade de carga dos mancais (Tonnesen e Lund, 1978). Assim, o bom desempenho do conjunto rotativo está intimamente ligado às propriedades do filme lubrificante. Ele é fonte de amortecimento, podendo inibir vibrações, entretanto pode gerar um mecanismo de precessão auto-excitável do rotor (Shapiro, 1987).

A Figura 3.2 mostra o desenho esquemático da distribuição tridimensional do campo da pressão hidrodinâmica na superfície interna explodida de um mancal radial de filme fluido.

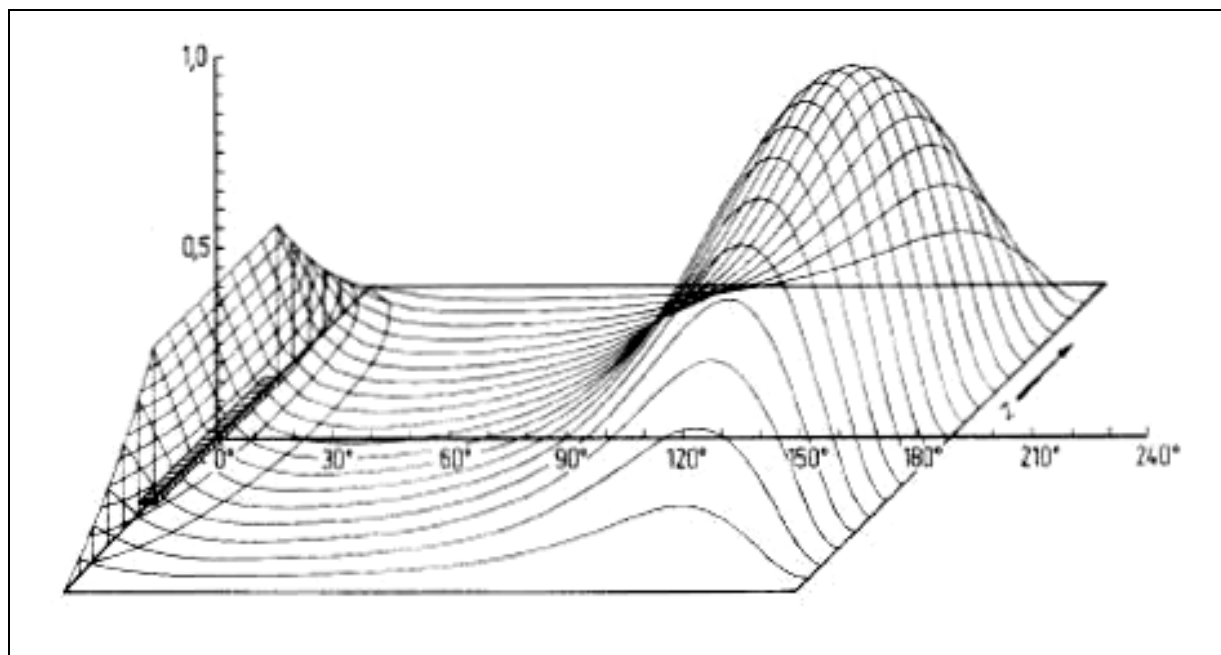


Figura 3.1 - Distribuição do campo de pressão hidrodinâmica em um mancal de filme fluido (Lang e Steinhilper, 1978)

Qualquer mancal de filme fluido operando a uma dada razão de excentricidade (relação entre a distância do centro do eixo ao centro do mancal pela folga radial do mancal) estável tem um único jogo de coeficientes descrevendo sua resistência à mudança de estado (McHugh, 1986). O filme fluido representa um importante componente para as máquinas rotativas, porque ele se comporta como um arranjo de molas e amortecedores, que influenciam fortemente a velocidade crítica do eixo (Mongkolwongroj et al., 1995).

A figura 3.3 mostra os oito coeficientes de rigidez e de amortecimento associados ao filme fluido do mancal para eixos perfeitamente alinhados. Os coeficientes de rigidez estão representados por  $K_{ij}$  e os coeficientes de amortecimento por  $C_{ij}$ . Esses coeficientes são dependentes da velocidade de rotação (frequência). Os coeficientes com índices iguais,  $K_{xx}$ ,  $K_{yy}$ ,  $C_{xx}$ ,  $C_{yy}$ , representam os coeficientes diretos de rigidez e de amortecimento. Os coeficientes com índices diferentes representam os coeficientes cruzados.

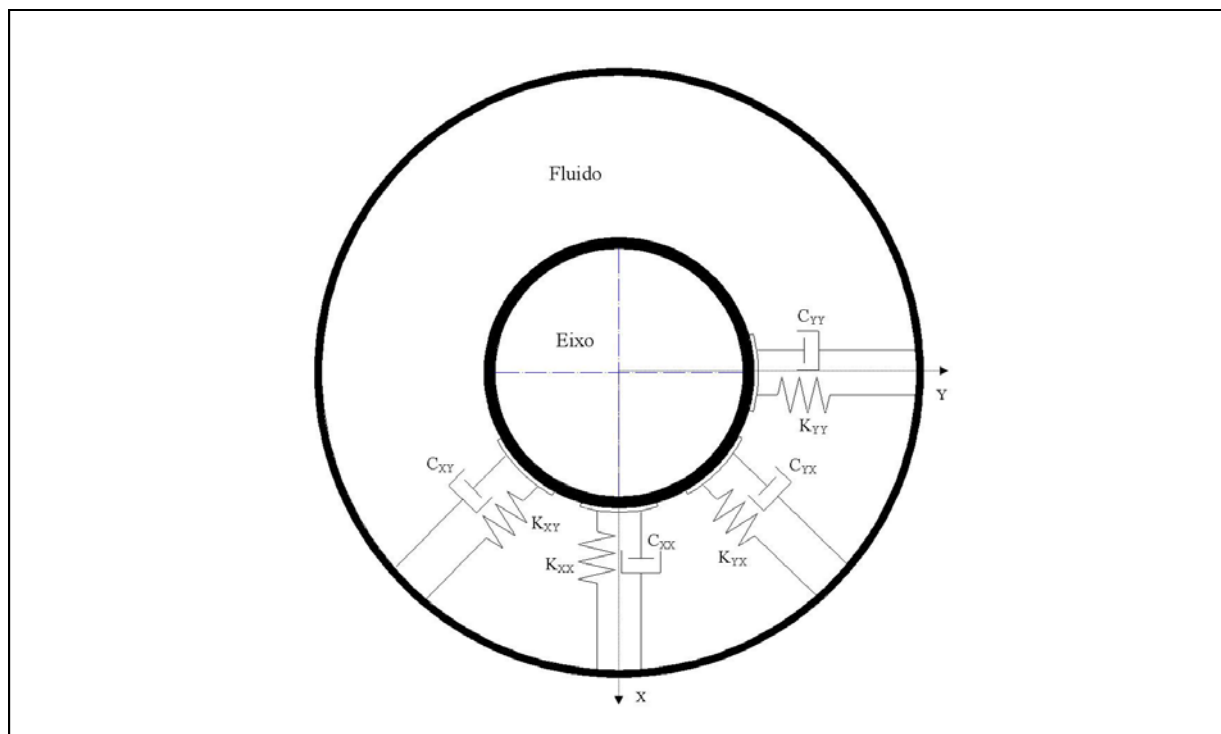


Figura 3.2 - Desenho esquemático dos coeficientes de força dinâmica dos mancais.

As características dinâmicas dos mancais radiais são componentes importantes na análise de vibração em rotores. Elas sempre afetam a estabilidade do rotor, estando atuando ou não outro tipo de excitação (Smith, 1980).

O amortecimento gerado pelos mancais controla a amplitude da vibração bem como a sensibilidade da máquina ao desbalanceamento. A rigidez e/ou o amortecimento viscoso dado pelos mancais podem aumentar a velocidade inicial de instabilidade. A interação entre amortecimento dentro do mancal e as influências desestabilizadoras, tal como rigidez cruzada, determina se o rotor será estável dinamicamente. Descobriu-se que variações pequenas tanto nos coeficientes de rigidez quanto no amortecimento produzem grandes variações na velocidade inicial de instabilidade do eixo (Adams e Padovan, 1981).

Desde os primeiros experimentos de Newkirk (1924; 1930), que analisaram a instabilidade de rotores suportados em mancais de perfil cilíndrico, constata-se que esse tipo de mancal é freqüentemente inadequado para aplicações em altas velocidades, por causa da instabilidade. Essa instabilidade pode ser eliminada por uma mudança na configuração dos mancais para perfis mais estáveis como o elíptico ou como o elíptico com lóbulos deslocados (off-set) (Lifson e Simmons, 1990).

A indústria exige equipamentos cada vez mais velozes onde mancais com perfil

cilíndrico são inadequados. Um exemplo atual é o caso dos redutores de velocidade, que para acompanhar o aumento da produção de álcool e biodiesel, trabalham cada vez com maiores velocidades e com variação maior de carregamento. Outro exemplo é a interligação das usinas de geração de energia elétrica, que faz com que a quantidade de energia produzida tenha de variar durante o dia conforme normas do órgão regulador. A variação na potência gerada pelo equipamento, varia também o valor do carregamento sobre os mancais. Eixos com pouco carregamento operando com mancais cilíndricos tendem a trabalhar centrados (instáveis).

Muitos esforços têm sido gastos no desenvolvimento de outras formas de mancais de modo a aprimorar a capacidade estabilizadora dos mesmos. Na atualidade, têm-se mancais divididos basicamente em duas categorias. A primeira é formada pelos mancais de sapatas oscilantes, os quais são excepcionalmente estáveis, mas complexos. Esses mancais são compostos por várias peças e estão sujeitos a danos e desgastes na superfície do pivô de oscilação. Estes desgastes geram aumento da folga radial, provocando perda na rigidez do mancal e conseqüente diminuição na eficiência da máquina. Vide figura 3.4.

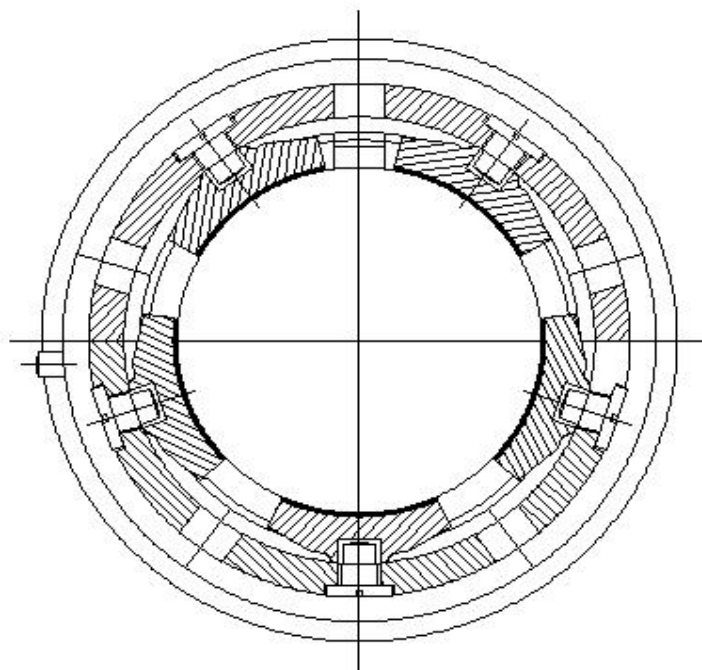


Figura 3.3 - Mancal radial de sapatas oscilantes. Fonte: Zollern Brasil

A segunda é formada pelos mancais de geometria fixa, vide figura 3.1 acima, os quais são relativamente simples, mas não são tão estáveis como os de sapatas oscilantes (Abdul-

Wahed et al., 1982). Mancais com pré-carga de geometria fixa (não cilíndricos) alcançam características dinâmicas melhores do que os mancais cilíndricos e com a vantagem de ter o custo muito menor do que os de geometria móvel.

Mancais de sapatas oscilantes radiais não causam instabilidade das máquinas, como o fazem mancais de geometria fixa. Entretanto, o amortecimento em mancais de sapatas oscilantes podem ser menos eficientes na supressão de vibrações próximas a velocidade crítica da máquina do que mancais de geometria fixa e têm maior perda de carga do que estes (Allaire e Flack, 1989).

Diversos autores (Pinkus, 1956; Glineicke, 1966; Li e Allaire, 1979) têm estudado as propriedades estáticas e dinâmicas de mancais radiais de geometria fixa. A maioria ficou preocupada com a determinação dos efeitos dos parâmetros que acreditavam ou sabiam afetar a estabilidade. Dentre estes parâmetros, têm-se a pré-carga, a excentricidade e a extensão da bolsa.

A figura 3.5 mostra os principais parâmetros geométricos e operacionais de um mancal elíptico. Os parâmetros geométricos são: o comprimento do mancal “L”, o raio do mancal “R”, a folga radial “C”, sendo  $C = R - D/2$ , onde “D” é o diâmetro externo do eixo, a pré-carga “MP”, definida como sendo  $MP = (C_b - D) / D$ , onde “C<sub>b</sub>” é o maior semi-eixo da elipse e o comprimento da bolsa de óleo “b”.

Os parâmetros operacionais são: a rotação do eixo ( $\omega$ ), espessura mínima do filme de óleo ( $h_0$ ) e a razão de excentricidade ( $\epsilon$ ), que é definida como sendo  $\epsilon = e / C$ , onde “e” é a distância do centro do eixo ao centro do mancal. A espessura do filme de óleo mínima ( $h_0$ ) é a menor distancia entre o mancal e o eixo, quando este está em movimento.

O ângulo da posição da espessura desejada a partir do ponto de maior espessura dentro do mancal (rad) é definido como  $\theta$  e o ângulo de posição do eixo dentro do mancal por  $\Phi$ .

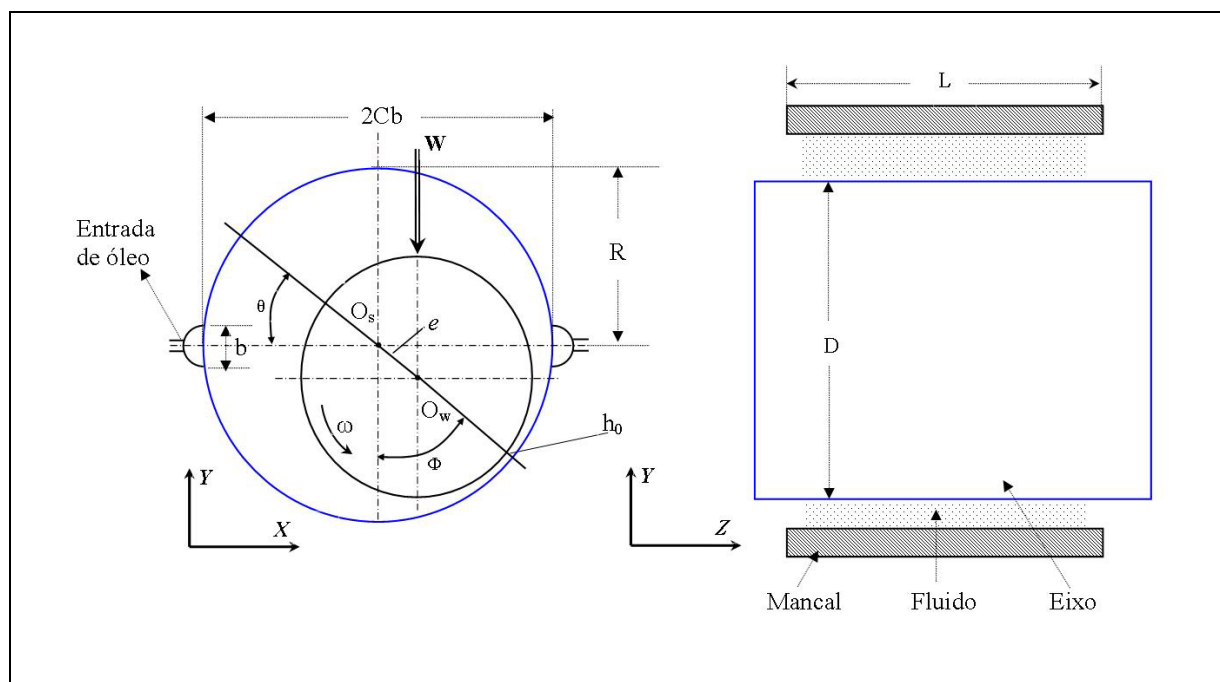


Figura 3.4 - Desenho esquemático dos principais parâmetros geométricos e operacionais de um mancal elíptico.

Os mancais elípticos são os mais amplamente usados em turbinas e provavelmente entre os mancais não cilíndricos são os de fabricação mais fácil (Glineicke, 1966; Smith, 1969). Enquanto o mancal off-set é superior em estabilidade para operação de baixo carregamento, o mancal elíptico aparenta ser o mais estável para uma larga faixa de aplicações de carregamentos meio pesados à relativamente leves (Allaire e Flack, 1989). Assim, pela escassez de informações na literatura técnica disponível, por apresentar custo de fabricação relativamente baixo e por atender a uma larga faixa de aplicações, optamos pela análise deste perfil em particular neste trabalho. Esta análise mostrará como as variações geométricas possíveis dentro deste perfil, para uma mesma condição de trabalho, altera o desempenho do mancal. Esse estudo visa a obtenção de informações importantes para a melhor compreensão dos seus limites e de sua adequação para inúmeras aplicações. Pode se tornar uma ferramenta para engenheiros projetistas e de campo para um pré-dimensionamento ou na avaliação do comportamento geral do equipamento relacionado aos mancais.

As figuras 3.6 e 3.7 mostram o campo de pressão formado no interior do mancal hidrodinâmico de perfil cilíndrico e elíptico respectivamente. Na figura 3.7 pode ser visto que ocorre a formação do campo de pressão também na metade superior do mancal, enquanto que no perfil cilíndrico (figura 3.6) o campo está presente somente na metade inferior. A pressão na parte superior do mancal com perfil elíptico embora de valor relativamente pequeno se



comparado com a gerada na parte inferior, ajuda no equilíbrio hidrodinâmico.

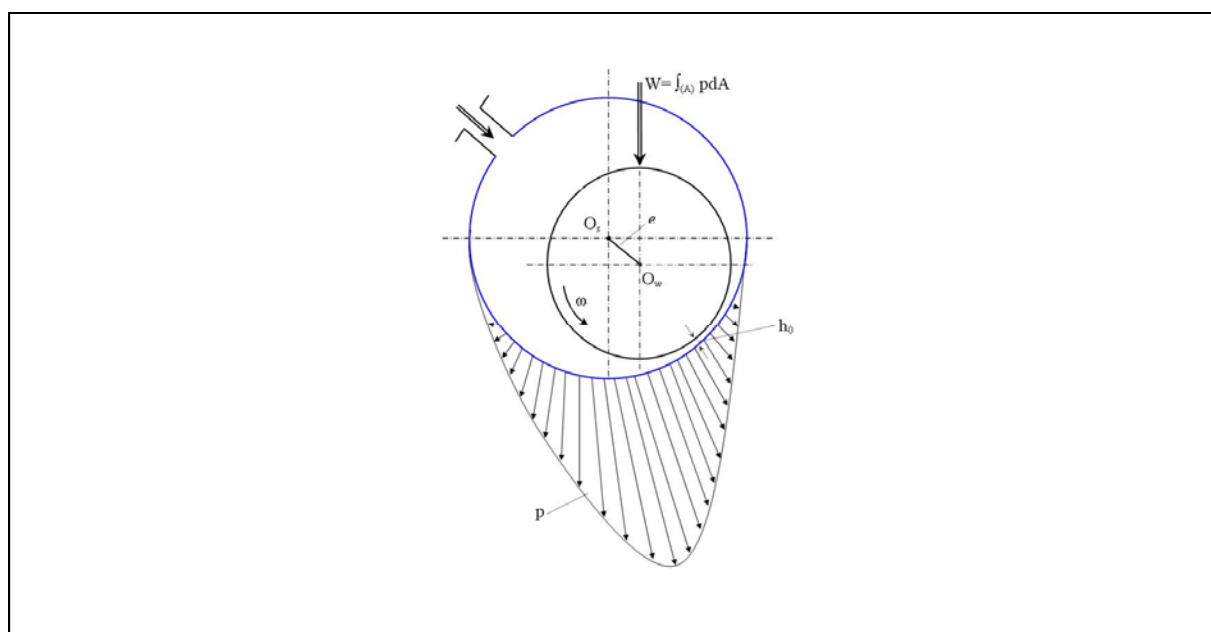


Figura 3.5 - Distribuição da pressão hidrodinâmica dentro do mancal de perfil cilíndrico. (Lang e Steinhilper, 1978)

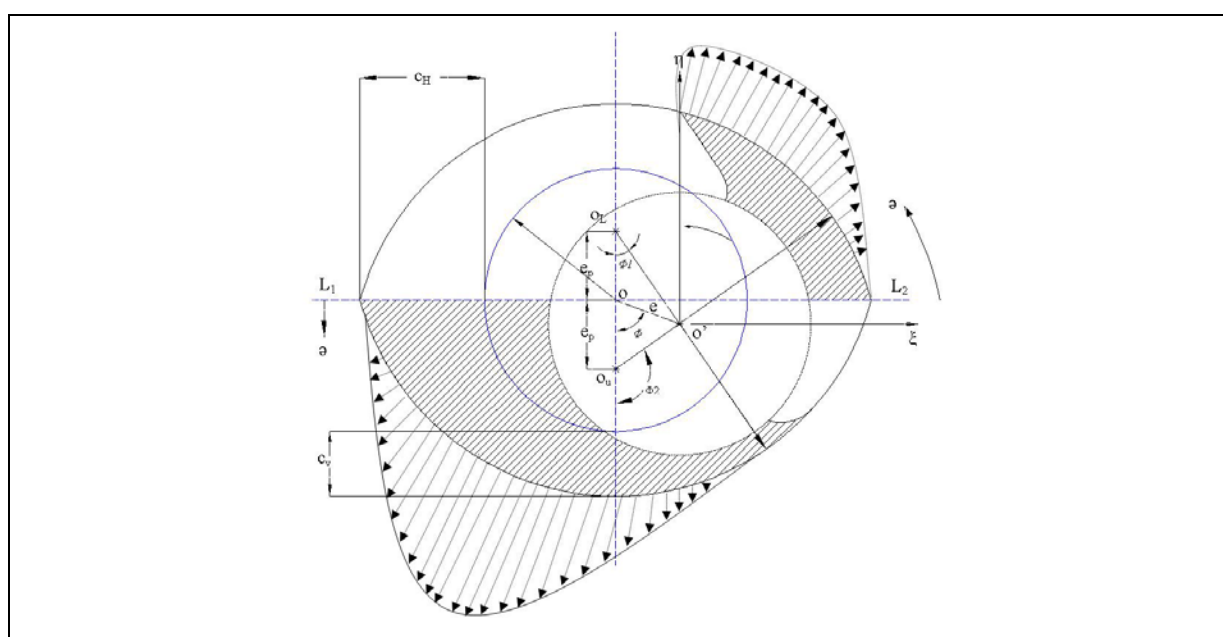


Figura 3.6 - Detalhes geométricos e distribuição da pressão hidrodinâmica dentro do mancal elíptico

Pinkus (1956) estimou algumas características estáticas, tais como capacidade de carga, coeficientes de atrito e parâmetros de fluxo, para diversos valores de razão de excentricidade e elipticidade, e razões entre comprimento/diâmetro ( $L/D$ ). Nele foi verificado

que em mancais elípticos, o centro do eixo freqüentemente se posiciona acima da linha de centro do mancal e que quanto maior a pré-carga, maior é a capacidade do mancal de trabalhar com carregamento menores e manter o centro do eixo deslocado em relação ao centro do mancal, ou seja estável.

Sternlicht (1964) obteve características estáticas e os coeficientes de amortecimento e rigidez de mancais elípticos, com razões de elipticidade iguais a 0,25 e 0,50 e razões de esbeltez  $L/D$  iguais a 0,5 e 1,0.

Middleton (1973) apresentou gráficos das características estáticas e dinâmicas de mancais elípticos para razões de elipticidade de 0,6 e  $L/D$  de 0,5. Singh et al. (1977) incluíram características dinâmicas dos mancais elípticos com uma razão de elipticidade de 0,5 e de  $L/D$  de 1,0.

Gardner et al. (1980) apresentam um estudo sobre o comportamento de mancais elípticos e sugerem como valor ótimo uma pré-carga máxima de 0,6. Contudo pré-cargas de até 0,7 são bastante comuns para aumentar a estabilidade, embora prejudiquem os coeficientes horizontais e exigem uma vazão de óleo elevada.

Singh e Gupta (1981) fornecem relações entre a flexibilidade do eixo, a razão de excentricidade, razão de elipticidade e  $L/D$  com a estabilidade em mancais com perfil elíptico.

Para analisar e checar o desempenho de mancais, várias técnicas estão disponíveis na literatura. Essas técnicas podem ser extremamente complexas, devido a variáveis hidrodinâmicas, ou podem estar baseadas em procedimentos bastante simples. No tratamento clássico do fluxo nos mancais, Reynolds (1886) descreveu através de uma equação diferencial, o fenômeno de lubrificação hidrodinâmica, considerando fluxo laminar de um fluido newtoniano. Essa equação define o campo de pressão do mancal em função do movimento e, desse campo de pressão, são obtidas as forças desenvolvidas no mancal e atuantes no rotor (Childs 1993). As previsões de tal aproximação se mostraram muito úteis. Entretanto, há uma necessidade pela expansão da teoria clássica em diversas outras direções (Szeri et al., 1987).

A forma analítica mais simples é baseada em mancais curtos ( $L/D$  menor do que 0,25) ou longos ( $L/D$  maior do que 2,0), os quais não se encaixam em uma larga faixa de uso comum nos projetos (0,4 a 1,0).

Diversos estudos têm sido feitos para melhorar a precisão da solução de mancais. Warner (1963) usou um fator para o vazamento do fluxo lateral, argumentando que o erro na aproximação é pequeno se comparado aos erros introduzidos por considerar-se a viscosidade

constante e mancais alinhados. De maneira similar, Ritchie (1975) para melhorar a precisão no cálculo dos mancais curtos introduziu a solução do mancal curto otimizado através do método de Galerkin.

A chegada de novas técnicas permitiu uma nova arrancada no desenvolvimento do estudo de mancais hidrodinâmicos. Dentre elas, destaca-se especialmente o método de elementos finitos (MEF). Desde os primeiros trabalhos de Reddi (1969), Fujino (1969), Argyris (1969), Wada e Mijita (1971), Wada e Hayashi (1971), Booker e Huebner (1972), passando por Allaire et al. (1977), o MEF vem sendo usado freqüentemente para a construção de procedimentos mais precisos e eficazes para a análise de diferentes tipos de mancais hidrodinâmicos das mais diversas geometrias. No trabalho pioneiro de Reddi (1969), apresenta-se uma metodologia baseada no método de elementos finitos para a solução da Equação de Reynolds para mancais radiais de deslizamento, com escoamento de fluidos incompressíveis, tanto para condições de contorno de fluxo quanto de pressão.

A melhoria na capacidade de prever os problemas de vibração do equipamento induzido pelos mancais e a solução destes problemas ainda na fase de projeto mostra a importância que tem conquistado a modelagem computacional nesta aplicação.

O MEF, quando comparado a outros métodos numéricos, tem diversas vantagens. Ele cobre as variações geométricas e as condições de contorno de pressão ou vazão sem maiores dificuldades (Reddi, 1969). Contudo, modelos teóricos atuais ainda não geram boas estimativas da evolução da temperatura no lóbulo descarregado do mancal. Dificuldades na modelagem teórica são maiores nos cálculos de vazão e temperatura próximas às bolsas de óleo (Fillon, 2007).

Nesse trabalho, utiliza-se o MEF para a análise do problema de lubrificação hidrodinâmica em mancais elípticos lubrificadas a óleo. Um procedimento de perturbação é empregado sobre a equação clássica de Reynolds para a obtenção das equações necessárias para a predição das características de desempenho de mancais. De maneira parecida, o trabalho de Faria et al. (2006) apresenta um procedimento de elementos finitos para o cálculo destes coeficientes dinâmicos para mancais radiais cilíndricos. São usados elementos isoparamétricos lineares para a formulação dos elementos finitos, utilizando-se o método de Galerkin para se obter o sistema de equações de elementos finitos para as equações de lubrificação.

Este trabalho tem como objetivo a análise das características de desempenho estáticas e dinâmicas de mancais elípticos lubrificadas a óleo. Essas características são

estimadas para diversas condições de operação do mancal com perfil elíptico e para diversas geometrias. Um procedimento computacional baseado no método de elementos finitos, para cálculo das características desejadas do mancal elíptico, é especialmente desenvolvido para esse trabalho, fornecendo dados técnicos (capacidade de carga, espessura do filme de óleo, coeficientes dinâmicos) que auxiliarão na escolha mais apropriada dos suportes de máquinas rotativas.

## 4 MODELAGEM DE ELEMENTOS FINITOS DE MANCAIS RADIAIS ELÍPTICOS

Nesse capítulo, são apresentados as equações governantes do comportamento de mancais radiais elípticos e todos os passos de derivação das equações algébricas de elementos finitos para determinação de suas características estáticas e dinâmicas de desempenho.

### 4.1 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

#### 4.1.1 Descrição do problema de mancal radial elíptico

As figuras 4.1 e 4.2 representam desenhos esquemáticos de um mancal radial elíptico. Na figura 4.1 o centro geométrico do eixo está posicionado sobre o centro geométrico do mancal, enquanto que na figura 4.2 o centro do eixo está deslocado, semelhante ao que ocorre durante o funcionamento da máquina após o eixo encontrar a sua posição de equilíbrio dentro do mancal.

A geometria básica desse tipo de mancal é definida pelos seguintes parâmetros:

- Diâmetro externo do eixo:  $D$
- Comprimento do mancal:  $L$
- Pré carga:  $MP$  (medida da não cilindricidade do mancal) que é dada por:

$$MP = (C_b - D) / D \text{ onde } C_b \text{ é o comprimento do semi-eixo maior da elipse.}$$

- Velocidade de rotação do eixo em relação ao mancal:  $\omega$
- Velocidade superficial do eixo:  $U$  onde  $U = \omega R$
- Excentricidade do mancal (distância entre centros do mancal e do eixo):

Projeções vertical e horizontal de “e”:  $e_x$  e  $e_y$ .

- Carga atuante no mancal:  $W$
- Excentricidade do lóbulo:  $\varepsilon$
- Folga radial menor:  $C$
- Folga radial maior:  $C_M/2$
- Excentricidade de posicionamento do eixo no mancal (distância entre centros do mancal e do eixo, quando o eixo está na posição de equilíbrio):  $e$

- Força de reação do mancal, gerada pela ação hidrodinâmica do fluido:  $F$
- Componente vertical e horizontal da força de reação do mancal:  $F_x$  e  $F_y$ .
- Ângulo de posição do mancal:  $\Phi$  onde  $\Phi = \tan^{-1}(-F_y / F_x)$
- Sistema de referência inercial:  $X, Y, Z$
- Sistema rotativo solidário aos eixos:  $x, y, z$
- Raio do mancal:  $R$
- Raio do eixo:  $R_e$
- Raio do lóbulo:  $R_L$
- Rotação do eixo em relação ao mancal:  $\omega$  (rad)

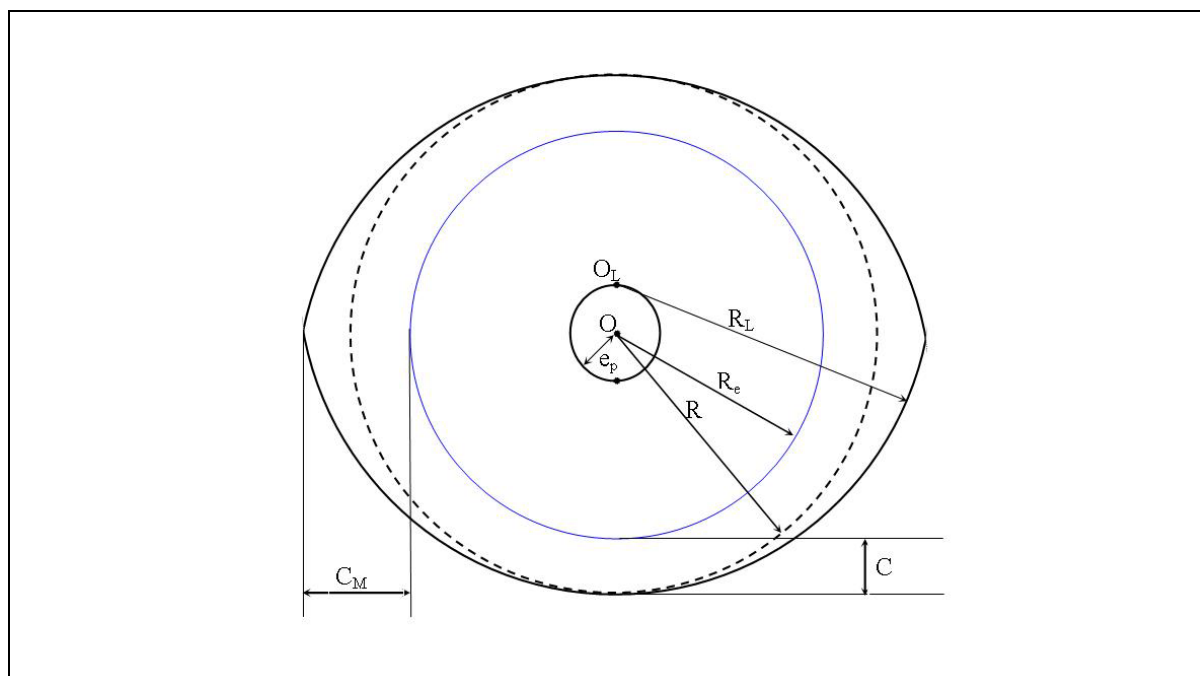


Figura 4.1 - Desenho esquemático de um mancal radial elíptico com sua geometria básica

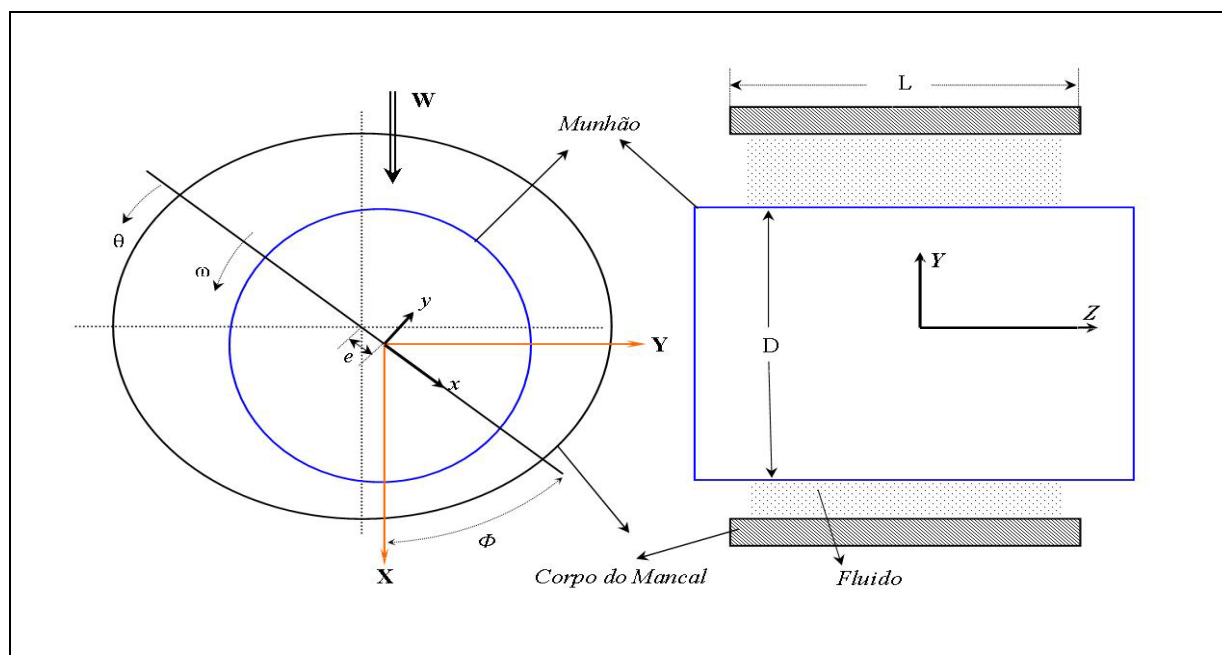


Figura 4.2 - Posicionamento do eixo dentro do mancal e sistemas de coordenadas.

## 4.2 EQUAÇÕES GOVERNANTES

A equação de clássica de Reynolds que descreve o escoamento de um filme fluido incompressível, isotérmico e isoviscoso pode ser escrita no sistema de coordenadas cilíndricas da seguinte forma (Hamrock, 1994):

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{1}{2} \frac{U}{R} \frac{\partial(\rho h)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho h)}{\partial t} \quad (4.1)$$

Onde:

- R = raio do eixo;
- p = pressão hidrodinâmica;
- $\rho$  = massa específica do filme fluido;
- h = espessura do filme fluido;
- $\mu$  = viscosidade;
- U = velocidade superficial do eixo ( $U = \omega R$ );

O domínio do escoamento do filme fluido é descrito por  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  e  $-L/2 \leq z \leq L/2$ . A viscosidade dinâmica, a pressão hidrodinâmica e a massa específica do fluido são representadas, por  $\mu$ ,  $p$  e  $\rho$ , respectivamente. A distribuição de pressão hidrodinâmica é periódica ao longo da direção circunferencial,  $p(\theta, z, t) = p(\theta + 2\pi, z, t)$ . As laterais do mancal estão à pressão atmosférica  $p_a$ ,  $p(\theta, L/2, t) = p(\theta, -L/2, t) = p_a$ . A condição de Meio Sommerfeld é utilizada no cálculo do campo de pressão (Hamrock, 1994). Condição Meio Sommerfeld é o uso somente do intervalo de  $0 \leq \theta \leq \pi$ , concentrando-se a análise da pressão na região convergente, ou seja, não considerando a área de cavitação ou pressão negativa.

A expressão que representa a espessura do filme fluido “h” é dada pela equação 4.2, onde  $c$  representa a folga radial,  $e_x$  e  $e_y$  representam as excentricidades do mancal e MP a pré-carga.

$$h = c + e_x(t)\cos(\theta) + e_y(t)\text{sen}(\theta) + c.MP\|\text{sen}\theta\| \quad (4.2)$$

### 4.3 EQUAÇÕES DO PROBLEMA DE LUBRIFICAÇÃO

Para o cálculo da capacidade de carga e dos coeficientes dinâmicos de força do mancal são utilizadas as equações de lubrificação de ordem zero e de primeira ordem, obtidas através da análise de perturbação do sistema (Lund, 1987). A posição de equilíbrio do eixo ( $e_{x_0}, e_{y_0}$ ) é perturbada por movimentos de pequena amplitude ( $\Delta e_x, \Delta e_y$ ) com uma frequência de excitação (Faria et al., 2006). Desta forma, a espessura do filme é dada por:

$$h = h_0 + (\Delta e_x h_x + \Delta e_y h_y) e^{i\omega t} = h_0 + \Delta e_\sigma h_\sigma e^{i\omega t}; \quad \sigma = x, y \quad (4.3)$$

onde:

- $h_0$  = espessura do filme estacionário ou de ordem zero
- $h_x = \cos(\theta)$ ;
- $h_y = \text{sen}(\theta)$ ;



- $\sigma = x, y$ ;
- $i = \sqrt{-1}$ .

Pequenas variações na espessura do filme causam alterações no campo de pressão hidrodinâmica. Este campo perturbado de pressão hidrodinâmica pode ser representado pela equação 3.4, se considerarmos uma análise linear de perturbação.

$$p(\theta, t) = p_o(\theta, t) + (\Delta e_x p_x + \Delta e_y p_y) e^{i\omega t} = p_o + \Delta e_\sigma p_\sigma e^{i\omega t} \quad (4.4)$$

onde:

- $p_o$  = pressão estacionária, campo de pressão de ordem zero;
- $p_x$  e  $p_y$  = campo de pressão de primeira ordem.

Substituindo as equações 4.3 e 4.4 na equação 4.1, obtêm-se as equações de lubrificação de ordem zero e de primeira ordem, conforme representado pelas equações 4.5 e 4.6, respectivamente.

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\rho h_0^3}{12\mu} \frac{\partial p_o}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\rho h_0^3}{12\mu} \frac{\partial p_o}{\partial z} \right) = \frac{1}{2} \frac{U}{R} \frac{\partial(\rho h_0)}{\partial \theta} \quad (4.5)$$

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{3\rho h_0^2 h_\sigma}{12\mu} \frac{\partial p_o}{\partial \theta} + \frac{\rho h_0^3}{12\mu} \frac{\partial p_\sigma}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{3\rho h_0^2 h_\sigma}{12\mu} \frac{\partial p_o}{\partial z} + \frac{\rho h_0^3}{12\mu} \frac{\partial p_\sigma}{\partial z} \right) = \frac{1}{2} \frac{U}{R} \frac{\partial(\rho h_\sigma)}{\partial \theta} + i\omega \rho h_\sigma \quad (4.6)$$

A equação 4.5 é a equação clássica de Reynolds para regime estacionário. Esta equação permite a determinação do campo de pressão hidrodinâmica bidimensional no interior dos mancais radiais lubrificados a óleo. Não existe solução analítica em forma fechada para a grande maioria dos mancais radiais de uso industrial.

Os coeficientes dinâmicos dos mancais são obtidos através da solução das equações de lubrificação de ordem zero e de primeira ordem via procedimento de elementos finitos.

#### 4.4 EQUAÇÕES DE ELEMENTOS FINITOS

As equações de lubrificação de ordem zero e de primeira ordem podem ser escritas na forma de balanço de massa, utilizando-se o conceito de fluxo mássico. Dessa forma, a equação (3.5) pode ser reescrita na seguinte forma:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \dot{m}_\theta \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \dot{m}_z \right) = \vec{\nabla} \cdot \dot{\mathbf{m}} = 0 \quad (4.7)$$

sendo que  $\dot{m}_\theta = -\frac{1}{R} \frac{\rho h_0^3}{12\mu} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} + R \frac{\Omega}{2} \rho h_0$  representa o fluxo mássico na direção circunferencial e

$$\dot{m}_z = -\frac{\rho h_0^3}{12\mu} \frac{\partial p_0}{\partial z} \quad \text{o fluxo mássico na direção axial.}$$

A equação (4.6) pode, da mesma forma, ser reescrita na forma de balanço de fluxo, na seguinte maneira:

$$\vec{\nabla} \cdot \dot{\mathbf{m}}_1 = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \dot{m}_{1\theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \dot{m}_{1z} \right) = i\omega \rho h_\sigma \quad (4.8)$$

sendo que os fluxos mássicos mostrados na equação (3.8) podem ser expressos na seguinte forma:

$$\dot{m}_{1\theta} = \frac{1}{R} \frac{3\rho h_0^2 h_\sigma}{12\mu} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} + \frac{1}{R} \frac{\rho h_0^3}{12\mu} \frac{\partial p_\sigma}{\partial \theta} - \frac{\Omega R}{2} \rho h_\sigma \quad (4.9)$$

$$\dot{m}_{1z} = \frac{3\rho h_0^2 h_\sigma}{12\mu} \frac{\partial p_0}{\partial z} + \frac{\rho h_0^3}{12\mu} \frac{\partial p_\sigma}{\partial z} \quad (4.10)$$

##### 4.4.1 . Discretização do campo de pressão de ordem zero

Elementos isoparamétricos planos de quatro nós são utilizados na discretização do domínio do filme fluido. Funções de interpolação bilineares,  $\Psi_j^e$ ,  $j=1,2,3,4$ , são empregadas na descrição do campo de pressão hidrodinâmica de ordem zero no domínio  $\Omega^e$  de um elemento

finito.

A figura 4.3 mostra um desenho esquemático dos quatro nós no elemento finito usados na discretização do domínio do filme fluido e a figura 4.4 a representação esquemática dos campos discretos de pressão no domínio  $\Omega^e$  de um elemento finito.

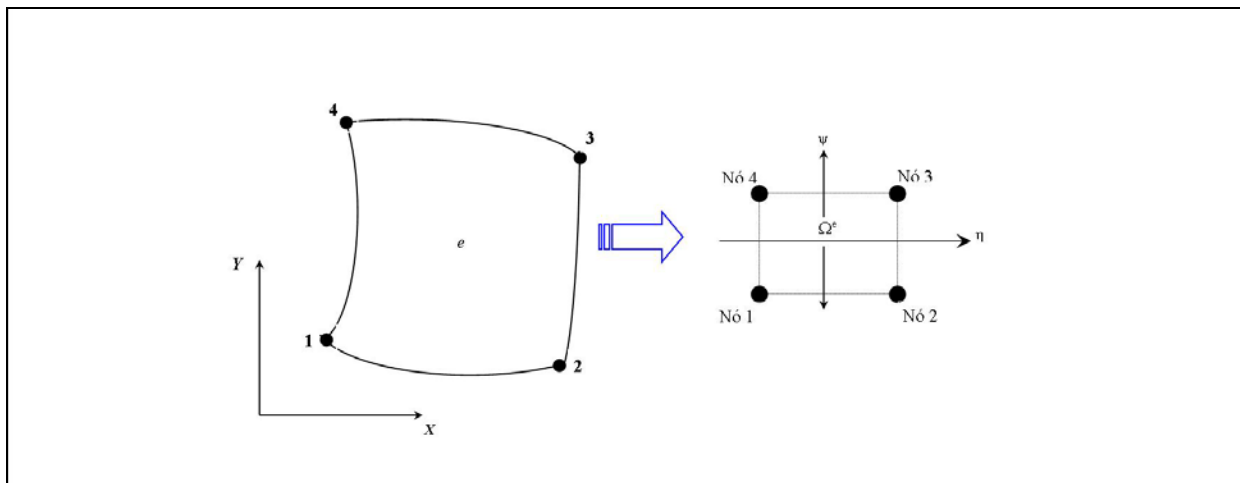


Figura 4.3 - Representação esquemática dos nós no elemento finito

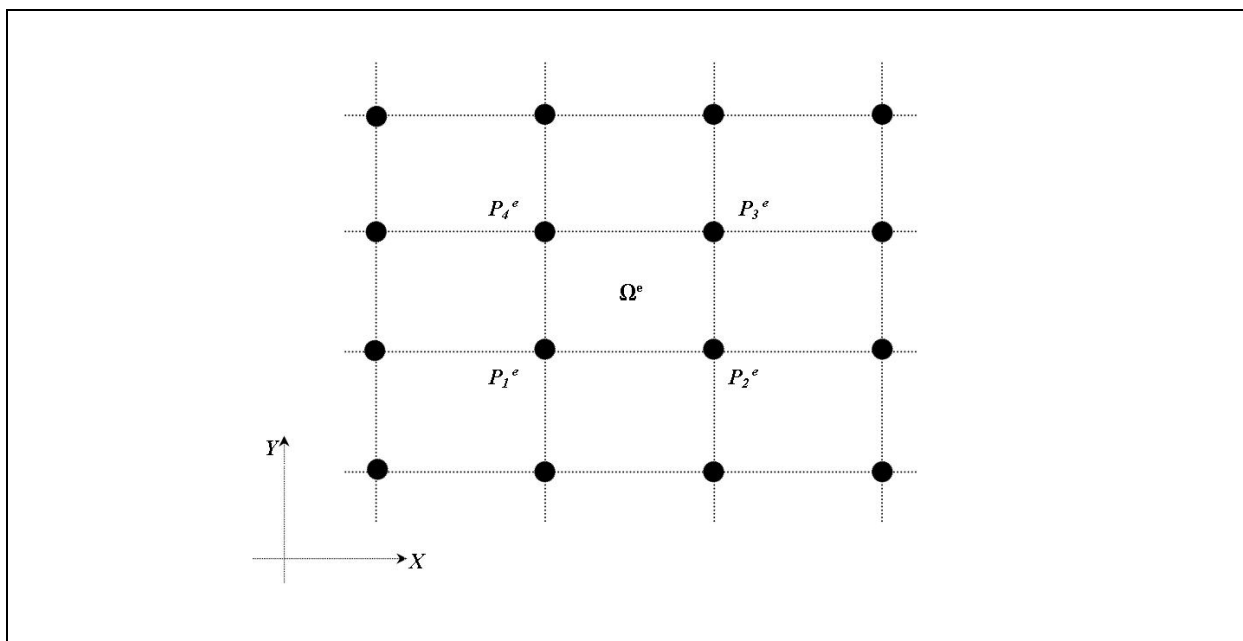


Figura 4.4 - Representação esquemática dos campos discretos de pressão no domínio  $\Omega^e$  de um elemento finito.

Os campos discretos de pressão de ordem zero e de primeira ordem, no domínio  $\Omega^e$  de um elemento finito, são escritos na seguinte forma:

$$p_0^e = \Psi_i^e p_{0i}^e; i=1,2,3,4 \quad (4.11)$$

$$p_\sigma^e = \Psi_i^e p_{\sigma i}^e; i=1,2,3,4 (\sigma = X,Y) \quad (4.12)$$

Sobre um elemento finito do domínio  $\Omega^e$ , o método de Galerkin é utilizado para a obtenção da equação do campo de pressão de ordem zero. A equação (3.7) é pré-multiplicada pelas funções de interpolação  $\Psi_j^e$  e o produto é integrado sobre o domínio  $\Omega^e$ .

$$\iint_{\Omega^e} \Psi_j^e \left( \vec{\nabla} \cdot \dot{\vec{m}} \right) d\Omega^e = \oint_{\Gamma^e} \Psi_j^e \left( \dot{\vec{m}} \cdot \vec{n} \right) d\Gamma^e - \iint_{\Omega^e} \dot{\vec{m}} \cdot \vec{\nabla} \Psi_j^e d\Omega^e = 0 \quad (4.13)$$

onde  $\vec{n}$  representa o valor normal unitário direcionado para o lado de fora do contorno  $\Gamma^e$  do elemento finito. Pode-se escrever que:

$$\vec{\nabla} \Psi_j^e = \frac{\partial \Psi_j^e}{\partial z} \vec{e}_z + \frac{1}{R} \frac{\partial \Psi_j^e}{\partial \theta} \vec{e}_\theta \quad (4.14)$$

$$\dot{\vec{m}} = \dot{m}_\theta \vec{e}_\theta + \dot{m}_z \vec{e}_z \quad (4.15)$$

A segunda integral do lado direito da equação (4.13) pode ser expandida na seguinte forma.

$$\begin{aligned} & \iint_{\Omega^e} \left\{ \left( \frac{-1}{R} \frac{\rho h_0^3}{12\mu} \frac{\partial \Psi_i^e}{\partial \theta} p_{0i}^e + \frac{R\Omega}{z} \right) \vec{e}_\theta + \left( \frac{-\rho h_0^3}{12\mu} \frac{\partial \Psi_i^e}{\partial z} p_{0i}^e \right) \vec{e}_z \right\} \cdot \left\{ \frac{\partial \Psi_j^e}{\partial z} \vec{e}_z + \frac{1}{R} \frac{\partial \Psi_j^e}{\partial \theta} \vec{e}_\theta \right\} d\Omega^e \\ & = - \iint_{\Omega^e} \frac{\rho h_0^3}{12\mu} \left( \frac{1}{R^2} \frac{\partial \Psi_i^e}{\partial \theta} \frac{\partial \Psi_j^e}{\partial \theta} + \frac{\partial \Psi_i^e}{\partial z} \frac{\partial \Psi_j^e}{\partial z} \right) d\Omega^e \cdot p_{0i}^e + \iint_{\Omega^e} \frac{\Omega}{2} \rho h_0 \frac{\partial \Psi_j^e}{\partial \theta} d\Omega^e \end{aligned} \quad (4.15.1)$$

Então, a equação (4.13) pode ser reescrita na forma a seguir:

$$\left\{ \iint_{\Omega^e} \frac{\rho h_0^3}{12\mu} \left( \frac{1}{R^2} \frac{\partial \Psi_i^e}{\partial \theta} \frac{\partial \Psi_j^e}{\partial \theta} + \frac{\partial \Psi_i^e}{\partial z} \frac{\partial \Psi_j^e}{\partial z} \right) d\Omega^e \right\} \cdot p_{0i}^e = - \iint_{\Omega^e} \frac{\Omega}{2} \rho h_0 \frac{\partial \Psi_j^e}{\partial \theta} d\Omega^e + \oint_{\Gamma^e} \Psi_j^e \cdot \dot{m}_n d\Gamma^e \quad (4.16)$$

onde  $\dot{m}_n$  representa o fluxo de lubrificante cruzando a fronteira do elemento finito  $\Omega^e$ .

A equação (4.16) pode ser representada por um sistema de equações algébricas, que

representa a forma estacionária da equação de Reynolds, para um elemento finito  $\Omega^e$ , na seguinte forma:

$$K_{ji}^e P_{0i}^e = f_j^e + q_j^e \quad (4.17)$$

onde a matriz fluídica  $K_{ji}^e$  pode ser obtida por meio de procedimento de integração baseado no método da quadratura de Gauss (Bathe, 1982), utilizando-se quatro pontos de integração. Essa

matriz é dada pela seguinte expressão  $K_{ji}^e = \iint_{\Omega^e} \frac{\rho h_0^3}{12\mu} \left( \frac{1}{R^2} \frac{\partial \Psi_i^e}{\partial \theta} \frac{\partial \Psi_j^e}{\partial \theta} + \frac{\partial \Psi_i^e}{\partial z} \frac{\partial \Psi_j^e}{\partial z} \right) d\Omega^e$ .

O vetor de fluxo, no domínio de um elemento finito, é determinado por

$f_j^e = \iint_{\Omega^e} \left( -\frac{\Omega}{2} \right) \rho h_0 \frac{\partial \Psi_j^e}{\partial \theta} d\Omega^e$ . O balanço de fluxo, através do contorno do domínio, é dado por

$q_j^e = \oint_{\Gamma^e} \Psi_j^e \dot{m}_n d\Gamma^e$ . O contorno de um elemento finito qualquer é representado por  $\Gamma^e$  e o fluxo de

lubrificante de ordem zero através dessa fronteira por  $\dot{m}_n$ .

#### 4.4.2 . Discretização do campo de pressão de primeira ordem

O método de Galerkin é empregado novamente para a obtenção da equação de elementos finitos para determinação do campo de pressão perturbada de primeira ordem. A equação (4.8) é pré-multiplicada pelas funções de interpolação e o produto é integrado sobre o domínio  $\Omega^e$  do elemento finito, produzindo a seguinte equação integral.

$$\iint_{\Omega^e} \Psi_j^e \left( \vec{\nabla} \cdot \vec{m}_1 \right) d\Omega^e = \oint_{\Gamma^e} \Psi_j^e \dot{m}_1 \cdot \vec{n} d\Gamma^e - \iint_{\Omega^e} \dot{m}_1 \cdot \vec{\nabla} \Psi_j^e d\Omega^e = i \iint_{\Omega^e} \Psi_j^e \omega \rho h_\sigma d\Omega^e \quad (4.18)$$

O segundo termo do lado direito da equação (4.18) pode ser reescrito na forma seguinte:

$$\begin{aligned}
\iint_{\Omega^e} \dot{\bar{m}}_1 \bar{\nabla} \Psi_j^e d\Omega^e &= \iint_{\Omega^e} \left[ \dot{m}_{1\theta} \frac{1}{R} \frac{\partial \Psi_j^e}{\partial \theta} + \dot{m}_{1z} \frac{\partial \Psi_j^e}{\partial z} \right] d\Omega^e = \\
\iint_{\Omega^e} \left\{ \frac{3\rho h_0^2 h_\sigma}{12\mu} \frac{1}{R^2} \frac{\partial p_o}{\partial \theta} \frac{\partial \Psi_j^e}{\partial \theta} + \frac{\rho h_0^3}{12\mu} \frac{1}{R^2} \frac{\partial \Psi_i^e}{\partial \theta} \frac{\partial \Psi_j^e}{\partial \theta} P_{\sigma i}^e - \frac{\Omega R}{2} \rho \frac{h_\sigma}{R} \frac{\partial \Psi_j^e}{\partial \theta} \right\} d\Omega^e + \\
\iint_{\Omega^e} \left\{ \frac{3\rho h_0^2 h_\sigma}{12\mu} \frac{\partial p_0}{\partial z} \frac{\partial \Psi_j^e}{\partial z} + \frac{\rho h_0^3}{12\mu} \frac{\partial \Psi_i^e}{\partial z} \frac{\partial \Psi_j^e}{\partial z} P_{\sigma i}^e \right\} d\Omega^e
\end{aligned} \tag{4.19}$$

A equação (4.19) pode, então, ser reescrita na forma de um sistema de equações algébricas na seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
\left\{ \iint_{\Omega^e} \frac{\rho h_0^3}{12\mu} \left[ \frac{1}{R^2} \frac{\partial \Psi_i^e}{\partial \theta} \frac{\partial \Psi_j^e}{\partial \theta} + \frac{\partial \Psi_i^e}{\partial z} \frac{\partial \Psi_j^e}{\partial z} \right] d\Omega^e \right\} \cdot P_{\sigma i}^e &= \oint_{\Gamma^e} \Psi_j^e \cdot \dot{m}_{1n} d\Gamma^e \\
- \iint_{\Omega^e} \left\{ \frac{3\rho h_0^2 h_\sigma}{12\mu} \left[ \frac{1}{R^2} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} \frac{\partial \Psi_j^e}{\partial \theta} + \frac{\partial p_0}{\partial z} \frac{\partial \Psi_j^e}{\partial z} \right] - \frac{\Omega}{2} \rho h_\sigma \frac{\partial \Psi_j^e}{\partial \theta} + i\bar{\omega} \rho h_\sigma \Psi_j^e \right\} d\Omega^e
\end{aligned} \tag{4.20}$$

Para facilitar a representação da equação algébrica (4.20), pode-se reescrevê-la na forma matricial como segue.

$$K_{\sigma ji}^e \cdot P_{\sigma i}^e = q_{\sigma j}^e + f_{\sigma j}^e \quad ; \quad \sigma = x, y, \tag{4.21}$$

A matriz fluídica de primeira ordem, o balanço do fluxo através do contorno e o vetor de fluxo no domínio são determinados respectivamente por:

$$K_{\sigma ji}^e = \iint_{\Omega^e} \frac{\rho h_0^3}{12\mu} \left[ \frac{1}{R^2} \frac{\partial \Psi_j^e}{\partial \theta} \frac{\partial \Psi_i^e}{\partial \theta} + \frac{\partial \Psi_j^e}{\partial z} \frac{\partial \Psi_i^e}{\partial z} \right] d\Omega^e \tag{4.21.1}$$

$$q_{\sigma j}^e = \oint_{\Gamma^e} \Psi_j^e \cdot \dot{m}_{\sigma n} d\Gamma^e \tag{4.21.2}$$

$$f_{\sigma j}^e = \iint_{\Omega^e} \left\{ -\frac{3\rho h_0^2 h_\sigma}{12\mu} \left[ \frac{1}{R^2} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} \frac{\partial \Psi_j^e}{\partial \theta} + \frac{\partial p_0}{\partial z} \frac{\partial \Psi_j^e}{\partial z} \right] + \frac{\Omega \rho}{2} h_\sigma \frac{\partial \Psi_j^e}{\partial \theta} - i\bar{\omega} \rho h_\sigma \Psi_j^e \right\} d\Omega^e \tag{4.21.3}$$

O fluxo de lubrificante de primeira ordem através do contorno  $\Gamma^e$  de um elemento

finito é representado por  $\dot{m}_{oi}$ .

O sistema de equações algébricas complexas dado pela equação (4.21) permite determinar o campo complexo de pressão hidrodinâmica de primeira ordem. Os coeficientes do vetor carregamento de primeira ordem,  $f_{\sigma j}^e$ , dependem do campo de pressão de ordem zero. Por conseguinte, primeiramente resolve-se o sistema de equações de ordem zero (equação (4.17)) para a determinação do campo de pressão estacionária  $p_0$ . Então, determina-se o campo de pressão perturbada por meio do sistema de equações dado pela equação (4.21).

As características estáticas de desempenho de mancais, tais como capacidade de carga, torque de atrito e vazão de óleo, são determinadas a partir da equação de lubrificação de ordem zero. Já as características dinâmicas de desempenho, tais como os coeficientes de rigidez e de amortecimento, são estimadas a partir da solução da equação de lubrificação de primeira ordem.

As equações de elementos finitos são superpostas para todo o domínio do filme fluido  $\Omega$ .

#### 4.4.3 . Determinação das Características de Desempenho

A solução do sistema de equações algébricas lineares é obtida por meio de um procedimento baseado no método da decomposição LU (Chapra e Canale, 2002). Um programa computacional foi desenvolvido especialmente para determinar a solução das equações de ordem zero e de primeira ordem utilizando o método de elementos finitos (Faria et al., 2006). As forças de reação do filme lubrificante podem, então, ser estimadas a partir da seguinte expressão, na qual  $p_a$  representa a pressão atmosférica.

$$F_{\sigma o} = \int_0^L \int_0^{2\pi} (p_o - p_a) h_{\sigma} R. d\theta. dz; \quad \sigma = X, Y. \quad (4.22)$$

A determinação do campo perturbado, ou de primeira ordem, de pressão hidrodinâmica para o mancal é realizada por meio do sistema de equações complexas de primeira ordem, obtido pela superposição para todo o domínio do fluido das equações dadas pela equação (4.21). A integração do campo de pressão de primeira ordem sobre o domínio do filme

fluido leva à estimativa das impedâncias complexas  $\{Z_{\sigma\beta_o}\}_{\beta,\sigma=X,Y}$ . Os coeficientes linearizados de rigidez,  $\{K_{\sigma\beta}\}_{\beta,\sigma=X,Y}$ , e de amortecimento,  $\{C_{\sigma\beta}\}_{\beta,\sigma=X,Y}$ , associados à ação hidrodinâmica do filme fluido, podem ser calculados na seguinte forma.

$$Z_{\sigma\beta} = K_{\sigma\beta} + i\omega C_{\sigma\beta} = -\int_0^L \int_0^{2\pi} p_{\beta} h_{\sigma} R. d\theta. dz, \quad \beta, \sigma = X, Y \quad (4.23)$$

ou

$$\begin{bmatrix} K_{XX} & K_{XY} \\ K_{YX} & K_{YY} \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} C_{XX} & C_{XY} \\ C_{YX} & C_{YY} \end{bmatrix} = -\int_0^L \int_0^{2\pi} \begin{bmatrix} p_X h_X & p_Y h_X \\ p_X h_Y & p_Y h_Y \end{bmatrix} \cdot R. d\theta. dz. \quad (4.24)$$



## 5 RESULTADOS E ANÁLISES

### 5.1 ANÁLISE NUMÉRICA DA SENSIBILIDADE DA MALHA E VALIDAÇÃO

Alguns exemplos de mancais radiais hidrodinâmicos são selecionados para a realização da análise de sensibilidade de malha e a validação do procedimento de elementos finitos. Primeiramente, são apresentados os resultados obtidos nos testes de sensibilidade malha, que têm por objetivo avaliar a dimensão ideal da malha de elementos finitos para os cálculos das características de desempenho. Em seguida, apresentam-se os resultados obtidos pelo procedimento desenvolvido nesse trabalho em comparação com dados disponíveis na literatura técnica.

Os resultados são apresentados em variáveis adimensionais. Os métodos usados na adimensionalização estão descritos no quadro 5.1 abaixo.

Quadro 5.1 – Método de adimensionalização das variáveis

Nomenclatura	Representação da Variável Adimensional	Método Usado na Adimensionalização
Capacidade de carga	$W^*$	$1 / S_o$
Coefficiente de rigidez	$K_{ij}$	$C.k_{ij} / W$
Coefficiente de amortecimento	$C_{ij}$	$C.c_{ij}.\omega / W$
Razão de excentricidade	$\varepsilon$	$e / C$
Altura do filme de óleo min.	$h_{min}$	$h_o / C$

O número de Sommerfeld ( $S_o$ ) é um parâmetro adimensional que conjuga condições de trabalho e geométricas do mancal e é expresso por:

$$S_o = \frac{R^2}{c^2} \cdot \mu \cdot \frac{N}{P} \quad (5.1)$$

Onde “N” representa a velocidade do eixo em Hertz, “P” a pressão específica ( $P = F / (L/D)$ ), “c” a folga radial, “R” o raio menor do mancal e “ $\mu$ ” a viscosidade absoluta do filme lubrificante.

### 5.1.1 . Teste de sensibilidade de malha

Quadro 5.2 - Dados do mancal para estudo da sensibilidade da malha.

$C = 75,0 \times 10^{-6} \text{ m}$	$MP = 0,30$	$D = 0,100 \text{ m}$
$\rho = 892,0 \text{ kg/m}^3$	$L/D = 0,75$	$L = 0,075 \text{ m}$
$\mu = 8,4 \times 10^{-3}$	$\omega = 2000 \text{ rpm}$	$U = 10,47 \text{ m/s}$

Nas figuras 5.1, 5.2 e 5.3, são apresentados os valores obtidos para a capacidade de carga, coeficientes de rigidez e de amortecimento respectivamente, para diversos tamanhos de malha, considerando-se a razão entre o número de elementos finitos na direção radial e axial igual a 4. Esta consideração tem como base que o número de nós na direção axial deve ser próximo ao número de nós na direção radial. Assim, ao se usar uma razão  $L/D$  de 0,75, o quociente entre o número de nós radiais pelo número de axiais pode ser aproximadamente 4 ( $3,1415 / 0,75$ ), para se ter uma malha praticamente uniforme.

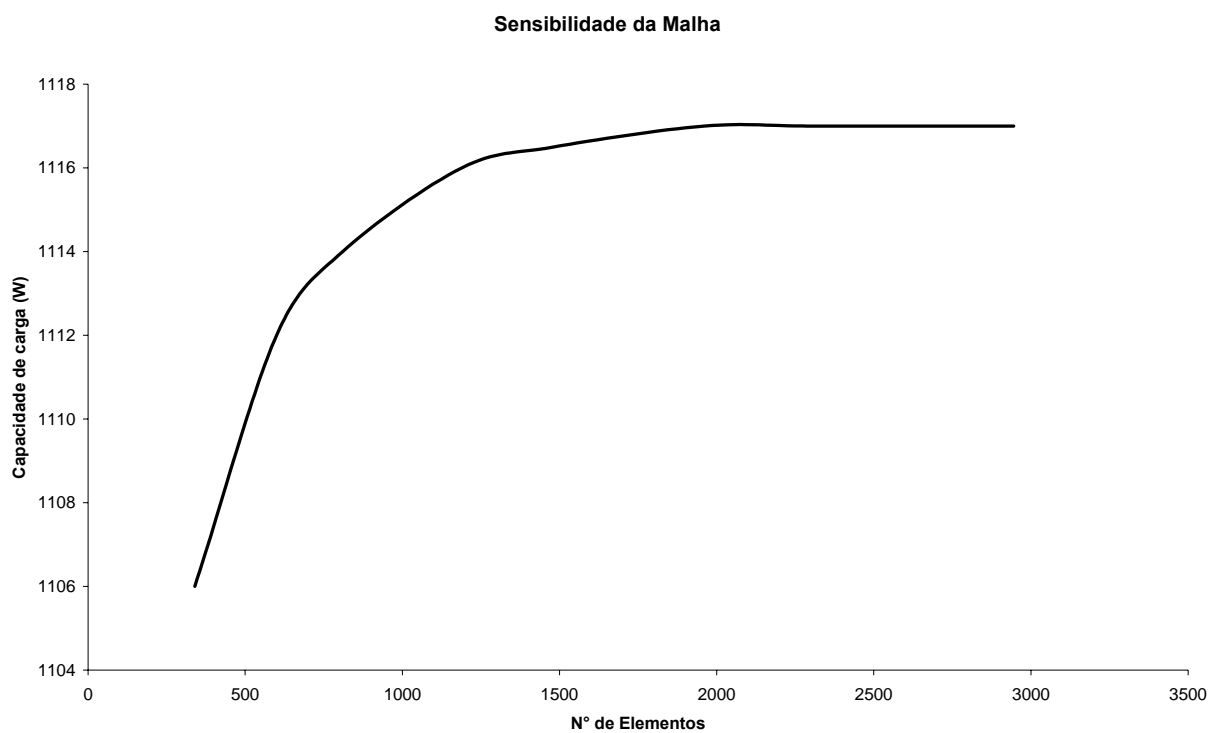


Figura 5.1 – Variação da Capacidade de carga em relação ao número de elementos.

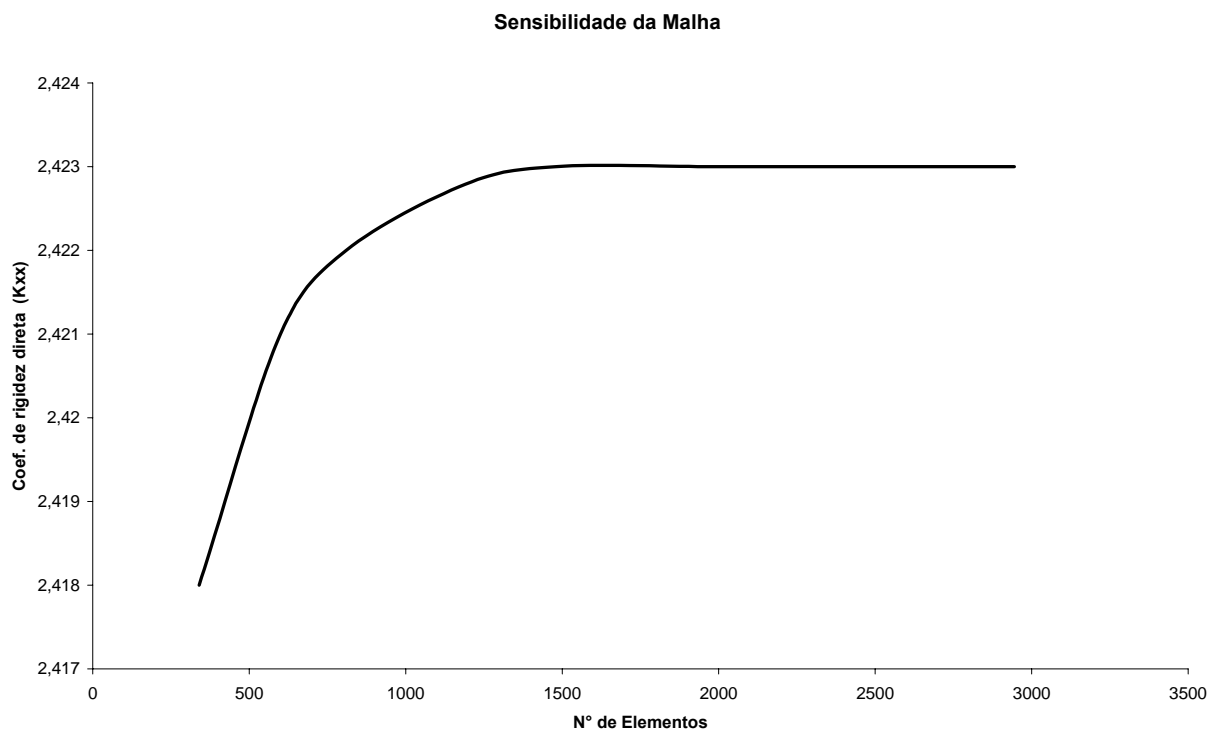


Figura 5.2 - Variação da Capacidade de rigidez em relação ao número de elementos.

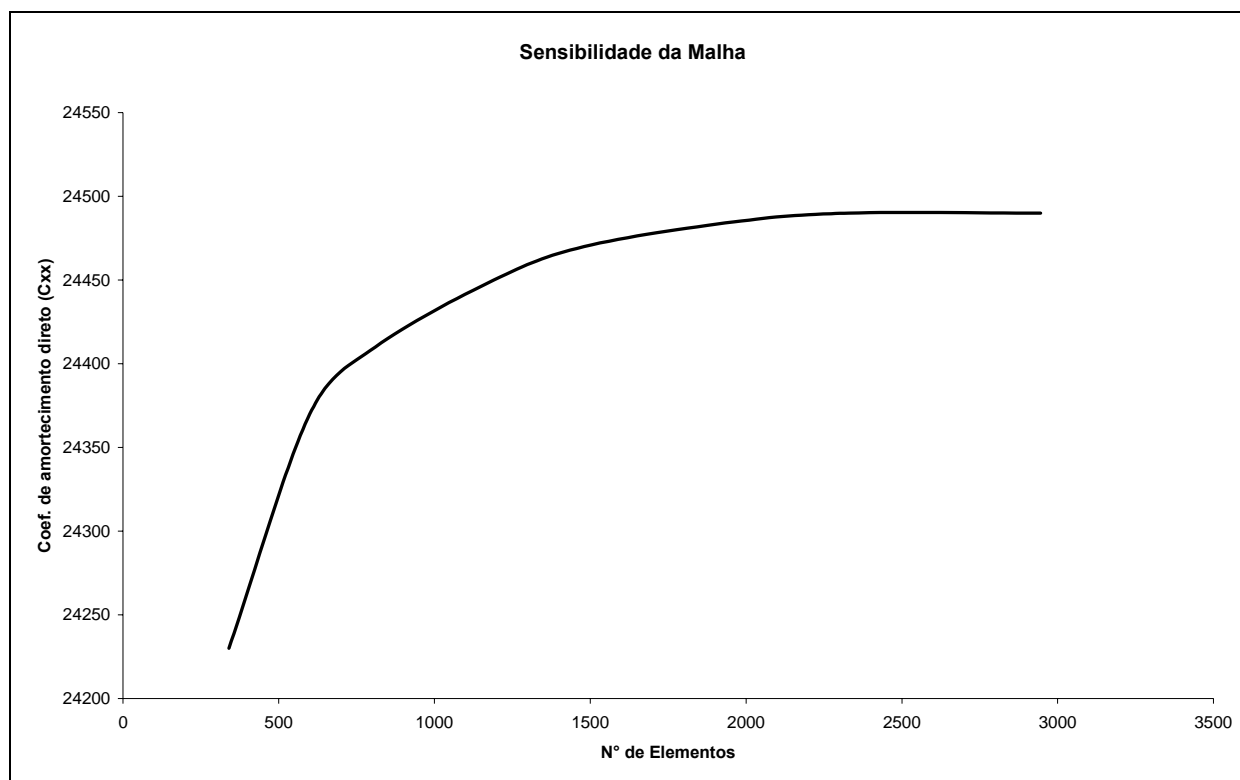


Figura 5.3 - Variação do coeficiente de amortecimento em relação ao número de elementos.

Os valores usados na confecção dos gráficos das figuras são mostrados na Tabela 5.1 e indicam que praticamente não ocorrem variações expressivas nas características de desempenho do mancal quando se utilizam malhas com mais de 600 elementos. Na análise de mancais elípticos, apresentada nesse trabalho, por precisosismo são utilizadas malhas com mais de 2300 elementos.

Tabela 5.1 - Resultados da análise de sensibilidade em mancais elípticos.

Nós radiais [NNX]	Nós axiais [NNY]	Número de elementos	Carga [N]	Percentual de variação [%]	Kxx [MN/m]	Percentual de variação [%]	Cxx [kN.s/m]	Percentual de variação [%]
39	10	340	1106,0		2,418		24230,0	
51	13	600	1112,0	0,5425	2,421	0,1241	24370,0	0,5778
59	15	810	1114,0	0,1798	2,422	0,0413	24410,0	0,1641
71	18	1190	1116,0	0,1795	2,423	0,0326	24450,0	0,1639
79	20	1480	1116,5	0,0448	2,423	0,0087	24470,0	0,0818
90	23	1960	1117,0	0,0447	2,423	0,0000	24484,7	0,0601
98	25	2330	1117,0	0,0000	2,423	0,0000	24490,0	0,0216
110	28	2945	1117,0	0,0000	2,423	0,0000	24490,0	0,0000

### 5.1.2 Validação

Primeiramente, como exemplos de validação, apresentam-se gráficos mostrando curvas da variação da razão de excentricidade do eixo ( $\epsilon$ ) em função do número de Sommerfeld para mancais radiais cilíndricos. Estas curvas mostram a comparação dos resultados obtidos pela teoria de mancais curtos cilíndricos (Vance, 1988) com as previsões do procedimento de elementos finitos (MEF). Estas curvas usam razões de comprimento/diâmetro ( $L/D$ ) de 0,25 e 1,0, pois conforme cita a literatura (San Andrés, 1997; Szeri, 1987), da teoria clássica de lubrificação, a razão de  $L/D$  de 0,25 é recomendada como o limite superior do coeficiente de esbeltez do mancal pela teoria de mancais curtos.

A figura 5.4 mostra curvas comparativas dos valores de excentricidade do eixo versus o número de Sommerfeld para uma razão de esbeltez ( $L/D$ ) de 0,25. Os valores relativos à teoria de mancais curtos estão indicados com linha tracejada com triângulos, aqueles relativos ao método por elementos finitos com linha tracejada com quadrados, os quais são comparados com valores disponíveis na literatura técnica indicados com linha cheia.

Para se obter os valores indicados nas figuras 5.4 e 5.5 (mancais cilíndricos) usando o procedimento MEF, foram usados 1080 elementos finitos para modelar o filme fluido. Pode ser visto que o padrão da curva obtida pela teoria de mancais curtos para  $L/D = 0,25$  não segue o padrão mostrado pelas outras duas curvas. Já as curvas de MEF e as da literatura técnica apresentam uma tendência igual e valores bem próximos, com um desvio médio de aproximadamente 8,5%.

Também foram levantados valores comparativos entre as diferentes metodologias de cálculo para uma razão de esbeltez ( $L/D$ ) de 1,0. A figura 5.5 mostra as curvas traçadas com os valores obtidos com o método por elementos finitos (linha tracejada com quadrados) e pela teoria de mancais curtos (linha tracejada com triângulos), comparando com valores disponíveis na literatura técnica (linha cheia). Novamente os valores da razão de excentricidade previstos pela teoria de mancais curtos estão distantes daqueles apresentados pela literatura técnica (Shigley et al., 2003; Norton, 2000; Juvinal e Marshek, 1995), exceto para números de Sommerfeld muito altos. Por outro lado, o desvio médio relativo entre os valores calculados pelo procedimento MEF e da literatura técnica está próximo a 11,8%. Já as curvas MEF e da literatura técnica apresentam uma tendência relativamente próxima.

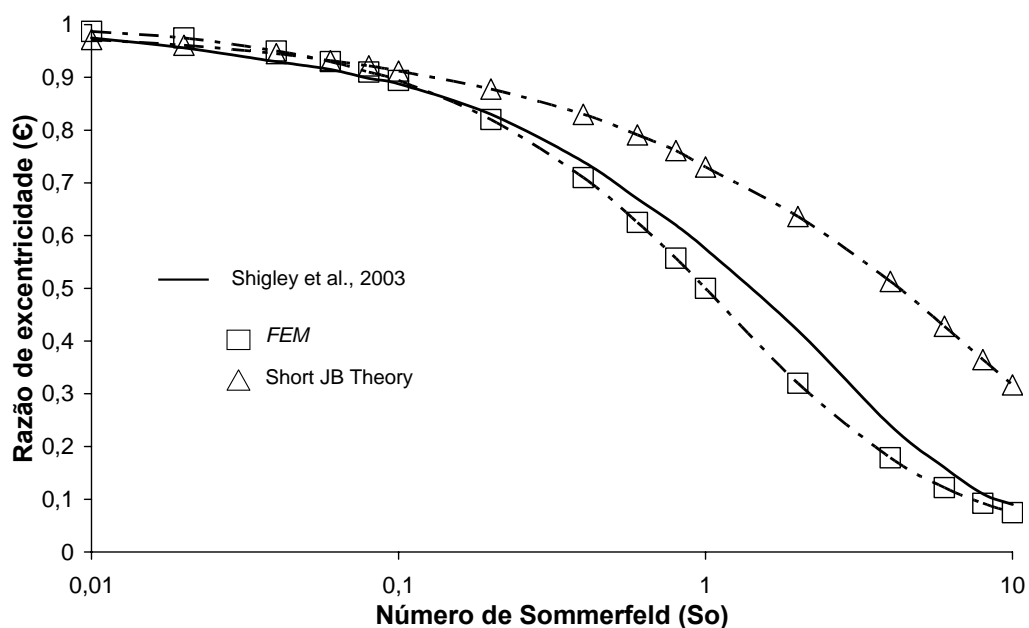


Figura 5.4 - Curvas da razão de excentricidade do eixo pelo o número de Sommerfeld ( $L/D = 0,25$ )

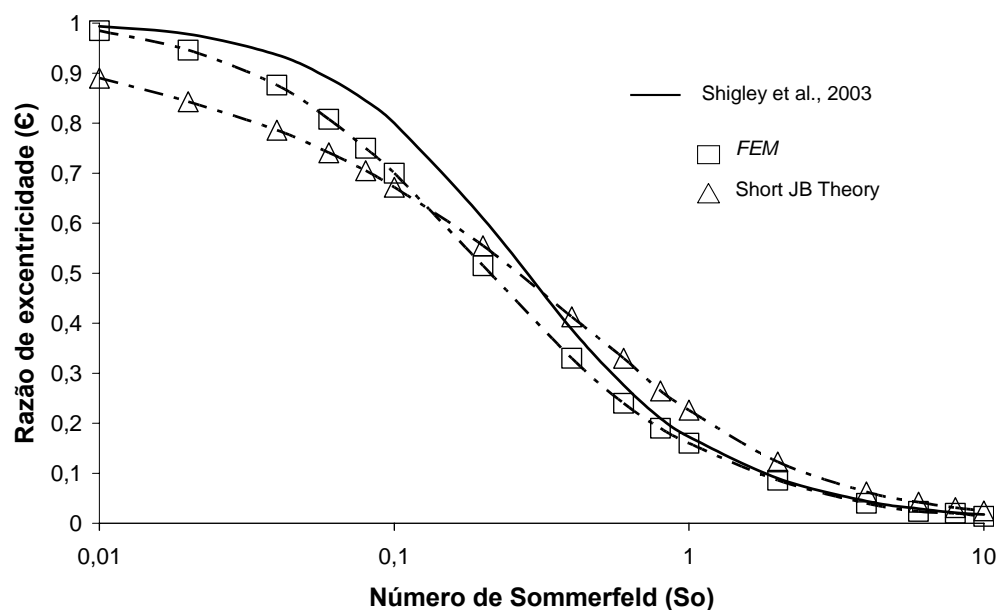


Figura 5.5 - Curvas da razão de excentricidade do eixo pelo o número de Sommerfeld ( $L/D = 1,0$ )

A validação dos resultados, agora se utilizando mancais elípticos, é feita através dos gráficos das figuras 5.6 e 5.7 onde são mostradas as curvas da razão da excentricidade e da capacidade de carga adimensional do mancal em função do número de Sommerfeld respectivamente. Nelas pode-se ver a comparação do procedimento usando Método de Elementos Finitos (MEF) desenvolvido nesse trabalho com os resultados obtidos em publicações

técnicas renomadas especificamente para mancais elípticos.

Na figura 5.6 temos as curvas comparativas para mancais elípticos com razão de esbeltez ( $L/D$ ) de 1,0. Nela a linha com marcações em quadrados representa os valores apresentados no trabalho da Universidade de Virgínia – Report No. UVA/643092/MAE82/188. A linha com marcações com triângulos representa os valores apresentados pelo Journal Bearing Databook (Tanaka et al. 1989), já a linha com marcações em círculo representa os prognósticos obtidos usando-se o procedimento de MEF desenvolvido neste trabalho.

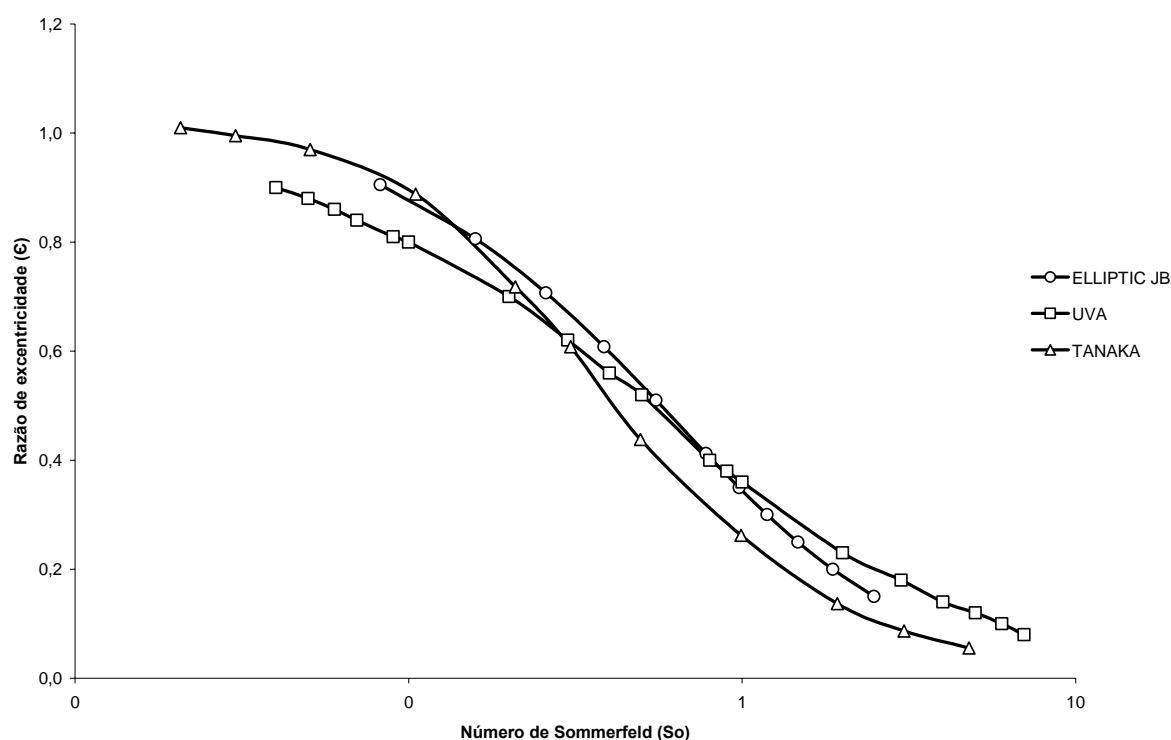


Figura 5.6 - Curvas da capacidade de carga adimensional pelo o número de Sommerfeld para uma razão de esbeltez ( $L/D$ ) de 1,0

Na figura 5.7 temos as curvas comparativas para mancais elípticos da capacidade de carga adimensional pela razão de excentricidade do eixo para uma razão de esbeltez ( $L/D$ ) de 1,0. Nela a linha com marcações em quadrados representa os valores apresentados por Singh e Gupta (1981) e a linha com marcações em círculos representa os prognósticos obtidos usando-se o procedimento de MEF desenvolvido neste trabalho.

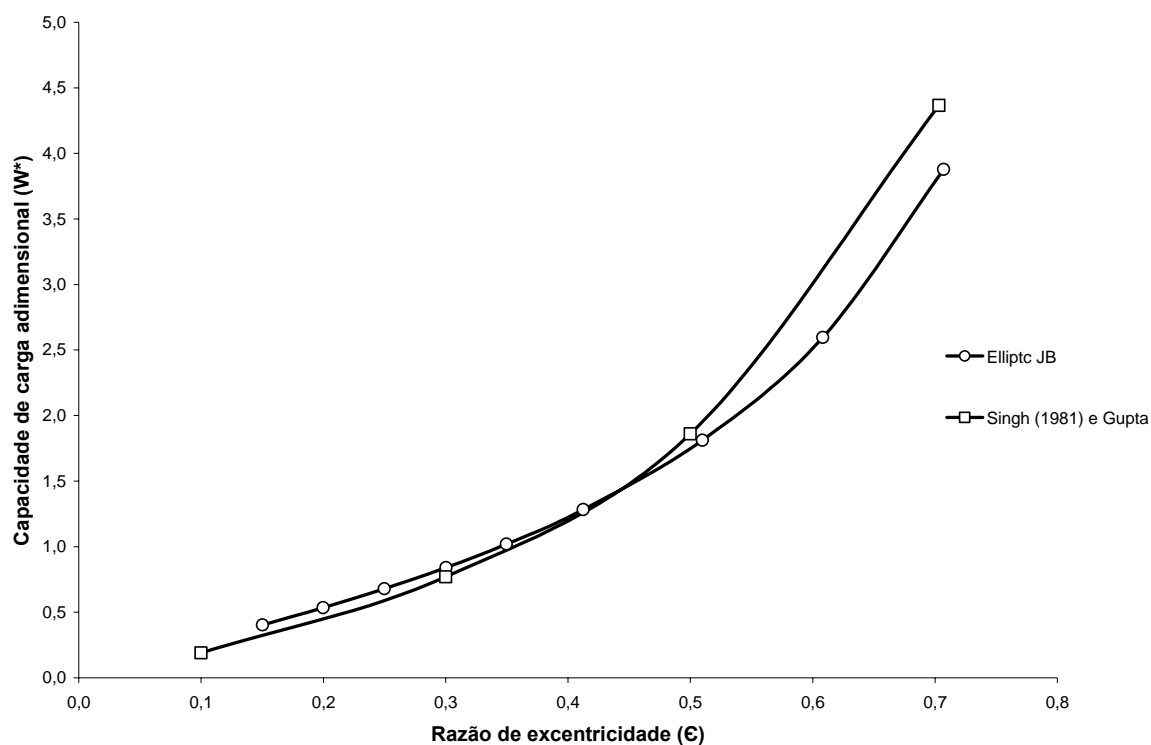


Figura 5.7 - Curvas da capacidade de carga adimensional pela razão de excentricidade do eixo para uma razão de esbeltez ( $L/D$ ) de 1,0.

No procedimento desenvolvido nesse trabalho para se obterem os valores usados nas curvas das duas figuras acima, foram usados 2350 elementos finitos para modelar o filme fluido. Pode-se notar que as curvas relativas aos valores obtidos com o procedimento de MEF deste trabalho e as das publicações técnicas apresentam uma mesma tendência e valores próximos.

## 5.2 RESULTADOS

A seguir apresentam-se resultados alcançados através do procedimento de elementos finitos, e a partir destes montam-se gráficos que mostram as curvas da capacidade de carga, altura mínima do filme de óleo e coeficientes dinâmicos para diversas características geométricas para várias razões de MP e  $L/D$ . A partir destes gráficos é possível analisar essas características no projeto dos mancais, adequando a melhor geometria às condições de trabalho



existentes.

Quadro 5.3 - Influência dos parâmetros geométricos e operacionais nas características de desempenho estáticas e dinâmicas.

Parâmetros	→	Características de Desempenho
Geométricos		Estáticas
L, D e MP		$S_o$ , $h_{min}$ e $W^*$
Operacionais		Dinâmicas
$\varepsilon$ , $\omega$		$K_{ij}$ e $C_{ij}$

### 5.2.1 Influência da geometria do mancal e da taxa de excentricidade no número de Sommerfeld

As figuras de número 5.8, 5.9, 5.10 e 5.11 mostram gráficos com a variação do número de Sommerfeld ( $S_o$ ) pela Razão de Excentricidade ( $\varepsilon$ ) para três razões L/D (0,5; 0,75 e 1,0). Varia-se a taxa MP de 0,1 a 0,7, mantendo-se a velocidade do eixo constante (2000 rpm).

A figura 5.8 mostra o gráfico dos valores com taxa MP de 0,1; a figura 5.9 com taxa MP de 0,3; a figura 5.10 com taxa MP de 0,5 e a figura 5.11 com taxa MP de 0,7. Nelas a linha com marcações em losangos representa os valores obtidos para a razão L/D de 0,5. A linha com marcações em quadrados os valores obtidos para a razão L/D de 0,75 e a linha com marcações em triângulos os valores obtidos para a razão L/D de 1,0.

Os dados utilizados na obtenção dos resultados representados nos gráficos das figuras de número 5.8 a 5.14 estão listados no quadro 5.4.

Quadro 5.4 - Dados usados para gerar os gráficos mostrados nas figuras 5.8 a 5.14

D = 0,10 m	MP = 0,1; 0,3; 0,5 e 0,7	C = 75,0x10 <sup>-6</sup> m
$\omega$ = 2000 rpm	L = 0,05 m; 0,075 m; 0,1 m	$\rho$ = 892,0 kg/m <sup>3</sup>
$\mu$ = 8,4 x 10 <sup>-3</sup> Pa.s	L/D = 0,5; 0,75; 1,0	U = 10,47 m/s

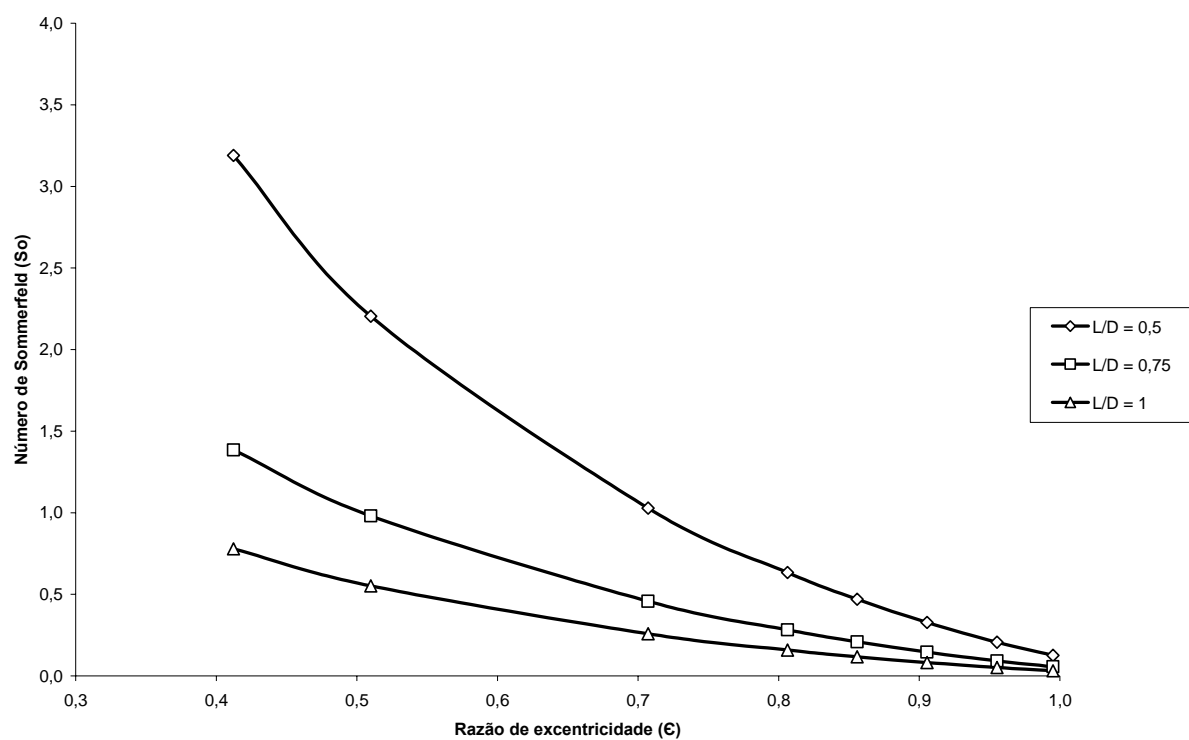


Figura 5.8 - Gráfico do número de Sommerfeld pela Razão de Excentricidade para taxa MP de 0,1

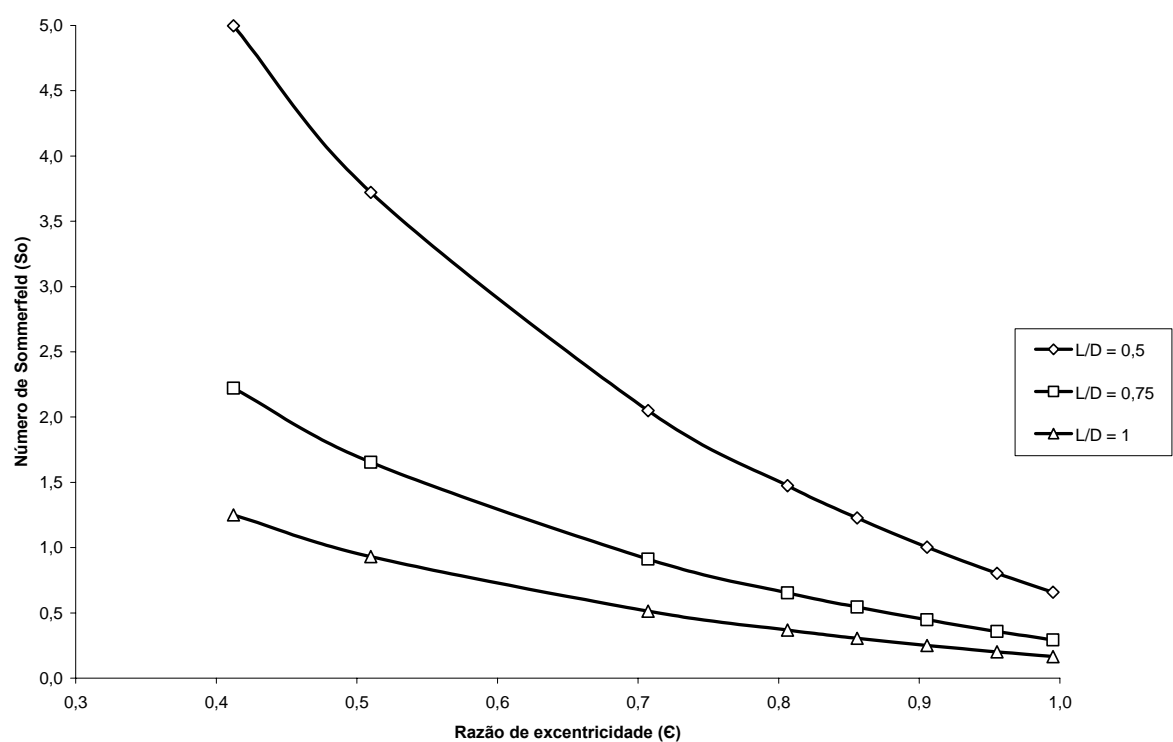


Figura 5.9 - Gráfico do número de Sommerfeld pela Razão de Excentricidade para taxa MP de 0,3

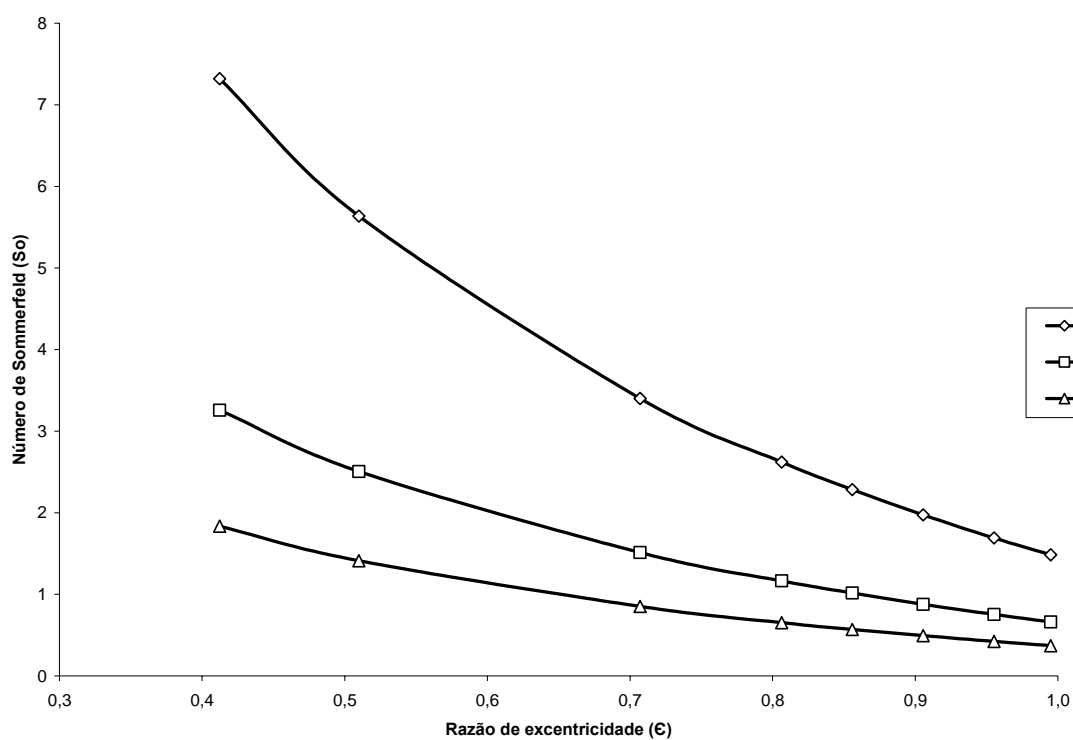


Figura 5.10 - Gráfico do número de Sommerfeld pela Razão de Excentricidade para taxa MP de 0,5

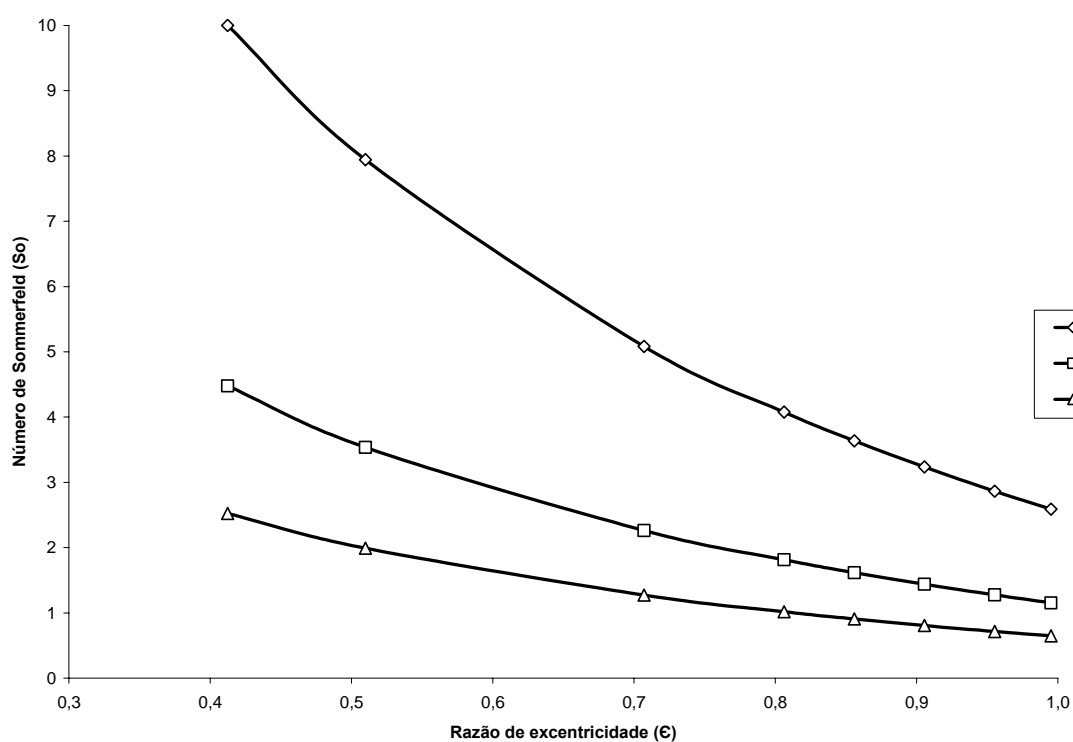


Figura 5.11 - Gráfico do número de Sommerfeld pela Razão de Excentricidade para taxa MP de 0,7

Analisando os gráficos mostrados nas figuras 5.8 a 5.11, vê-se que com o aumento

da razão de MP ou a diminuição da razão L/D se alcançam valores mais elevados do número de Sommerfeld, mas o aumento do valor deste número ocorre de maneira bem mais significativa com o aumento da razão de MP do que com a diminuição de L/D. Sendo a recíproca verdadeira, ou seja, é possível alcançar números de Sommerfeld baixos usando-se razões de MP menores e maiores razões de L/D. Nota-se ainda que a tendência das curvas indica que valores baixos do número de Sommerfeld não serão alcançados usando-se Razão de Excentricidade baixa, pois a centragem do eixo no mancal (“e”  $\rightarrow 0$ ) implicará a falta de capacidade de carga ( $W^* = 1/S_o$ ).

As figuras de número 5.12, 5.13 e 5.14 mostram gráficos dos resultados obtidos da variação do número de Sommerfeld ( $S_o$ ) pela Razão de Excentricidade ( $\epsilon$ ) para quatro razões de MP diferentes (0,1; 0,3; 0,5 e 0,7). Varia-se a razão L/D de 0,5 a 1,0, mantendo-se a velocidade do eixo constante (2000 rpm). A figura 5.12 mostra o gráfico dos valores com a razão L/D de 0,5; a figura 5.13 com a razão L/D de 0,75 e a figura 5.14 com a razão L/D de 1,0. Nelas a linha com marcações em losangos representa os valores obtidos para a razão MP de 0,1. A linha com marcações em quadrados os valores obtidos para a razão MP de 0,3; a linha com marcações em triângulos os valores obtidos para a razão MP de 0,5 e a linha com marcações em círculo os valores obtidos para a razão MP de 0,7.

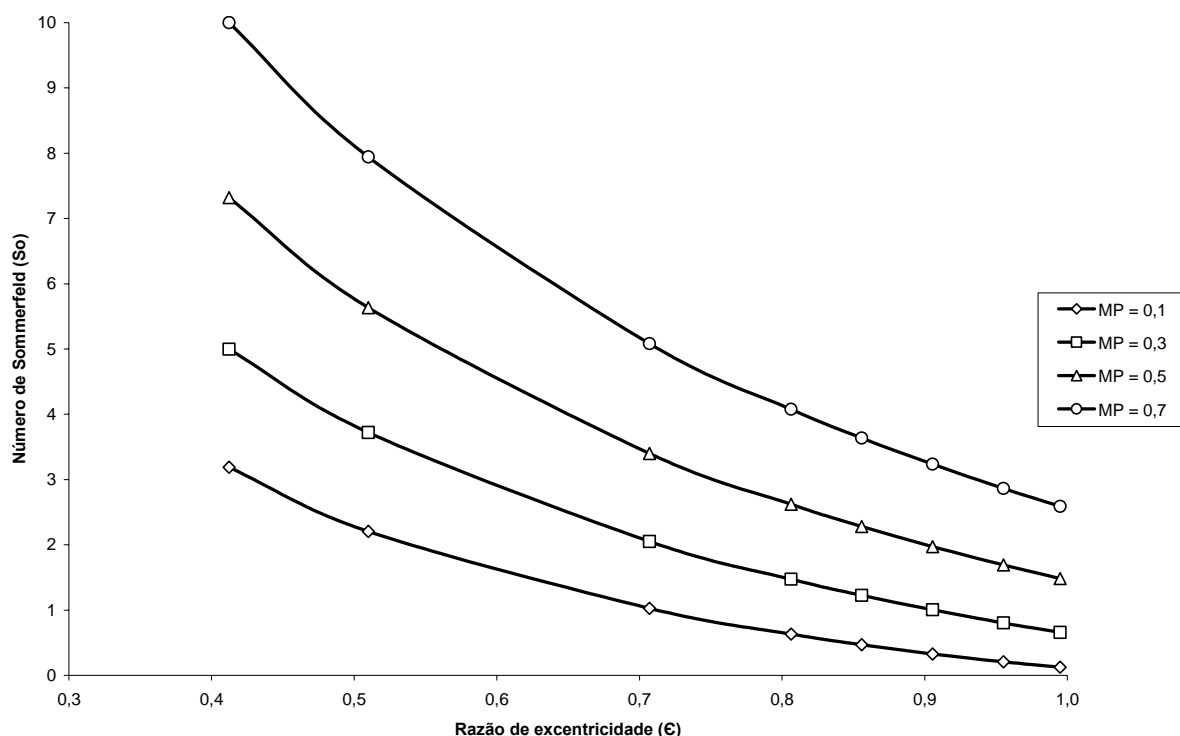


Figura 5.12 - Gráfico do número de Sommerfeld pela Razão de Excentricidade para razão L/D de 0,5

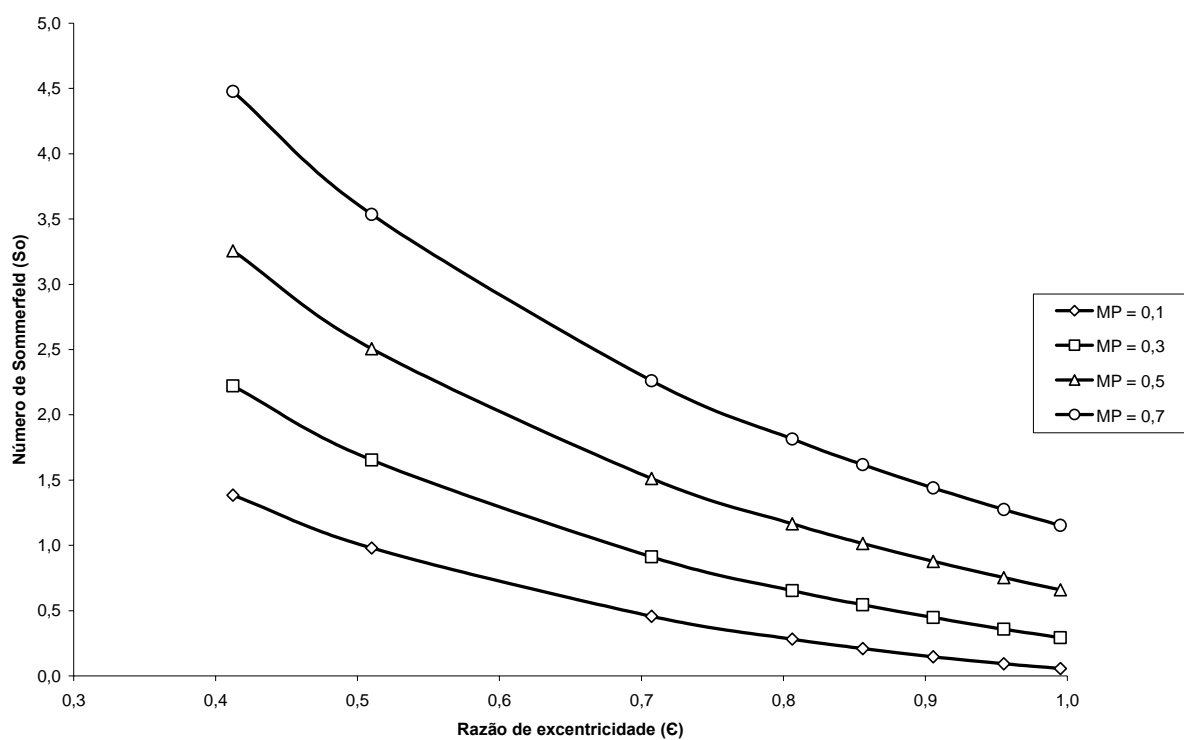


Figura 5.13 - Gráfico do número de Sommerfeld pela Razão de Excentricidade para razão  $L/D$  de 0,75

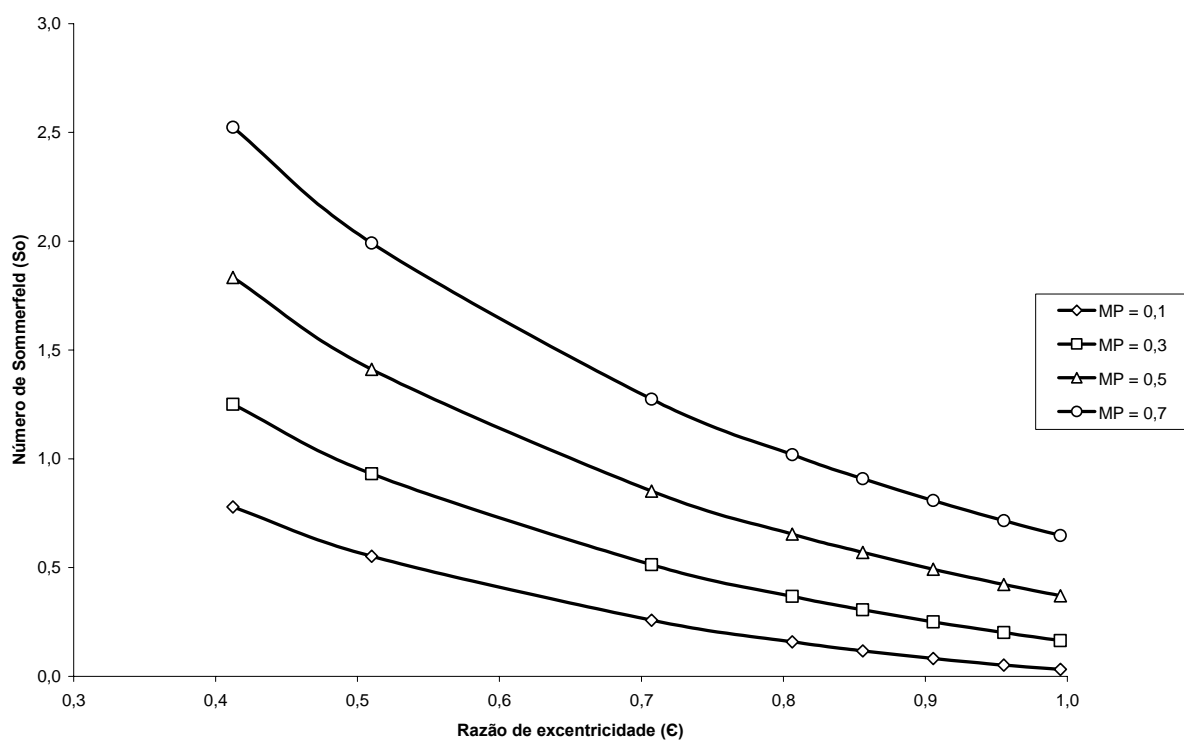


Figura 5.14 - Gráfico do número de Sommerfeld pela Razão de Excentricidade para razão  $L/D$  de 1,0

Analisando os gráficos mostrados nas figuras 5.12, 5.13 e 5.14, podem-se tirar as mesmas conclusões daquelas citadas para as figuras 5.8 a 5.11, mas também pode-se ver naquelas com mais clareza agora, que dentro de uma mesma razão de L/D, quanto menor a razão de MP menor o número de Sommerfeld que se poderá alcançar.

Quadro 5.5 – Visualização simplificada dos efeitos observados com a variação dos parâmetros geométricos e operacionais do mancal relativa aos gráficos das figuras 5.8 a 5.14.

Parâmetro do Mancal		Efeito Observado
L/D e $\varepsilon =$	MP $\uparrow$	So $\uparrow\uparrow$ (*)
L/D e $\varepsilon =$	MP $\downarrow$	So $\downarrow\downarrow$ (*)
MP e $\varepsilon =$	L/D $\uparrow$	So $\downarrow$
MP e $\varepsilon =$	L/D $\downarrow$	So $\uparrow$
L/D e MP =	$\varepsilon \uparrow$	So $\downarrow$
MP e L/D =	$\varepsilon \downarrow$	So $\uparrow$

(\*)Duas setas ao invés de uma representam que a variação é abrupta

### 5.2.2 Influência da geometria do mancal e do número de Sommerfeld na espessura do filme de óleo

As figuras de número 5.15, 5.16, 5.17 e 5.18 mostram gráficos dos resultados obtidos da variação da altura mínima adimensional do filme de óleo pelo número de Sommerfeld ( $S_0$ ) para cinco diferentes razões de MP (0,01; 0,1; 0,3; 0,5 e 0,7). Varia-se a razão L/D de 0,25 a 1,0, mantendo-se a velocidade do eixo constante (2000 rpm). A figura 5.15 mostra o gráfico dos valores com a razão L/D de 0,25; a figura 5.16 com a razão L/D de 0,5; a figura 5.17 com a razão L/D de 0,75 e a figura 5.18 com a razão L/D de 1,0. Nelas a linha com marcações em losangos representa os valores obtidos para a razão MP de 0,01. A linha com marcações em círculos os valores obtidos para a razão MP de 0,1; a linha com marcações em triângulos os valores obtidos para a razão MP de 0,3; a linha com marcações em quadrados os valores obtidos para a razão MP de 0,5 e a linha com marcações em asterisco os valores obtidos para a razão MP de 0,7.

Os dados utilizados na obtenção dos resultados representados nos gráficos das figuras de número 5.15, 5.16, 5.17 e 5.18 estão listados no quadro 5.6.

Quadro 5.6 - Dados usados para gerar os gráficos mostrados nas figuras 5.15, 5.16, 5.17 e 5.18

$D = 0,10 \text{ m}$	$MP = 0,01; 0,1; 0,3; 0,5 \text{ e } 0,7$	$C = 70,0 \times 10^{-6} \text{ m}$
$\omega = 2000 \text{ rpm}$	$L = 0,025; 0,05; 0,075; 1,0 \text{ m}$	$\rho = 892,0 \text{ Kg/m}^3$
$\mu = 8,4 \times 10^{-3} \text{ Pa.s}$	$L/D = 0,25; 0,50; 0,75; 1,0$	$U = 10,47 \text{ m/s}$

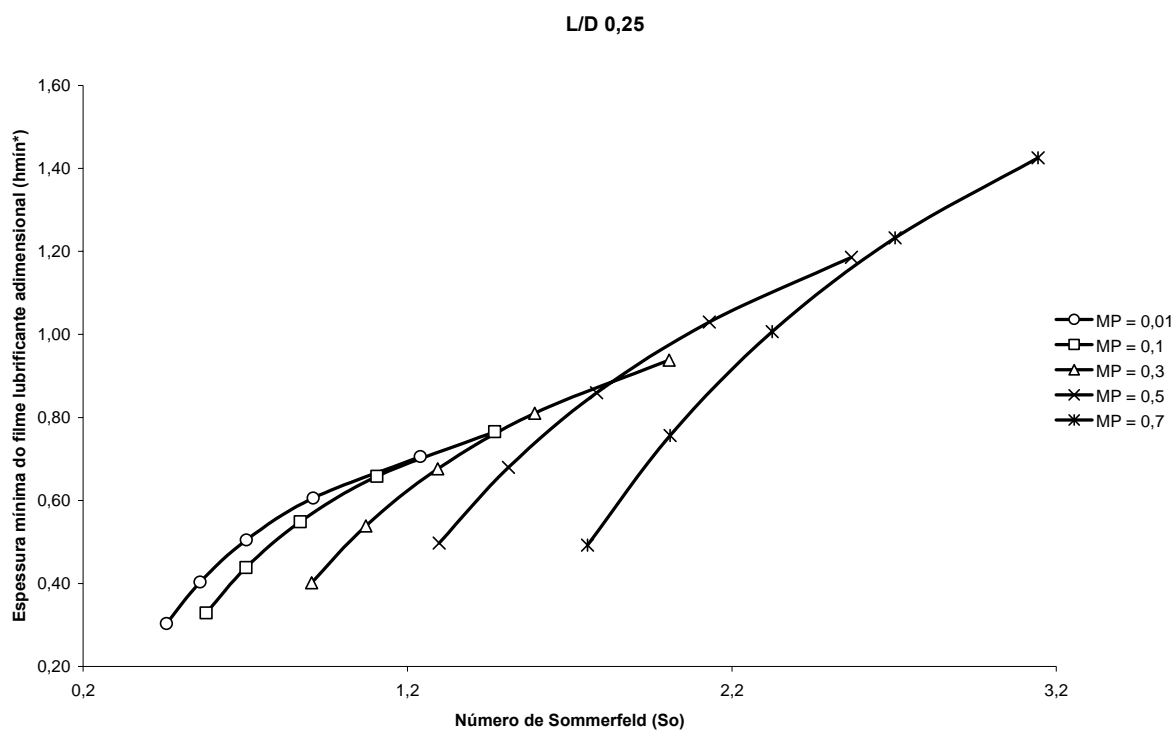


Figura 5.15 - Gráfico da Espessura Mínima do Filme pelo número de Sommerfeld para L/D de 0,25

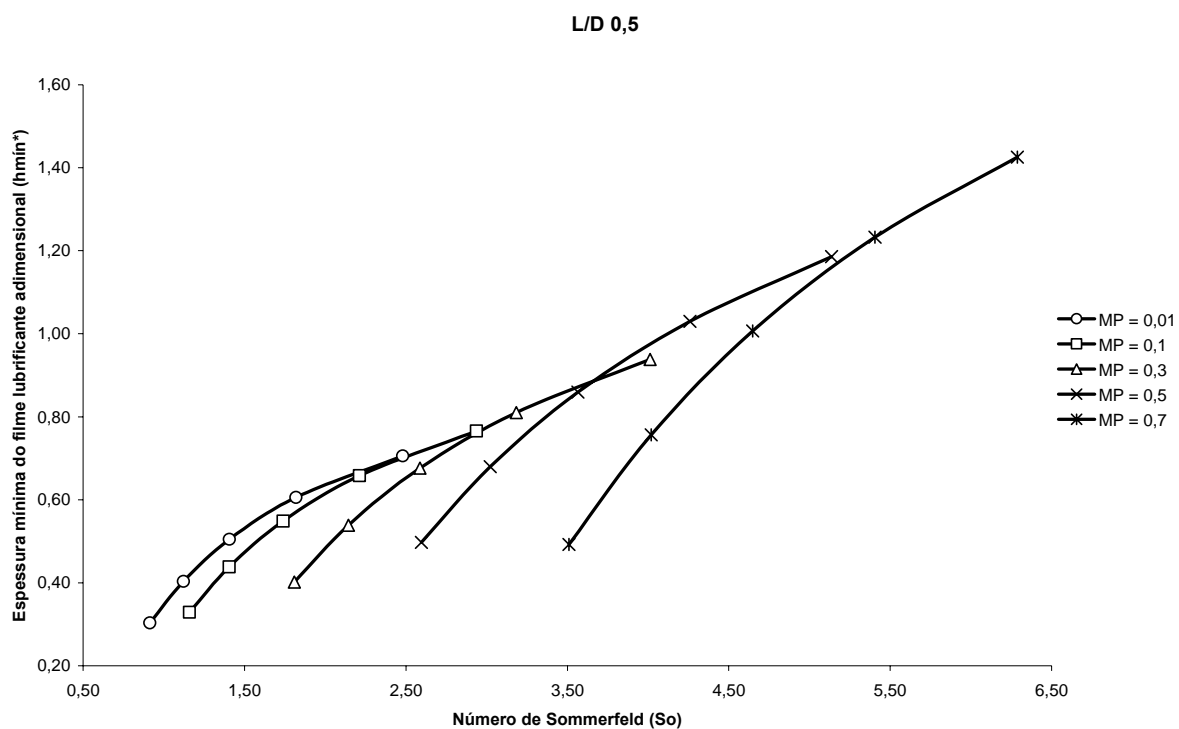


Figura 5.16 - Gráfico da Espessura Mínima do Filme pelo número de Sommerfeld para L/D de 0,5

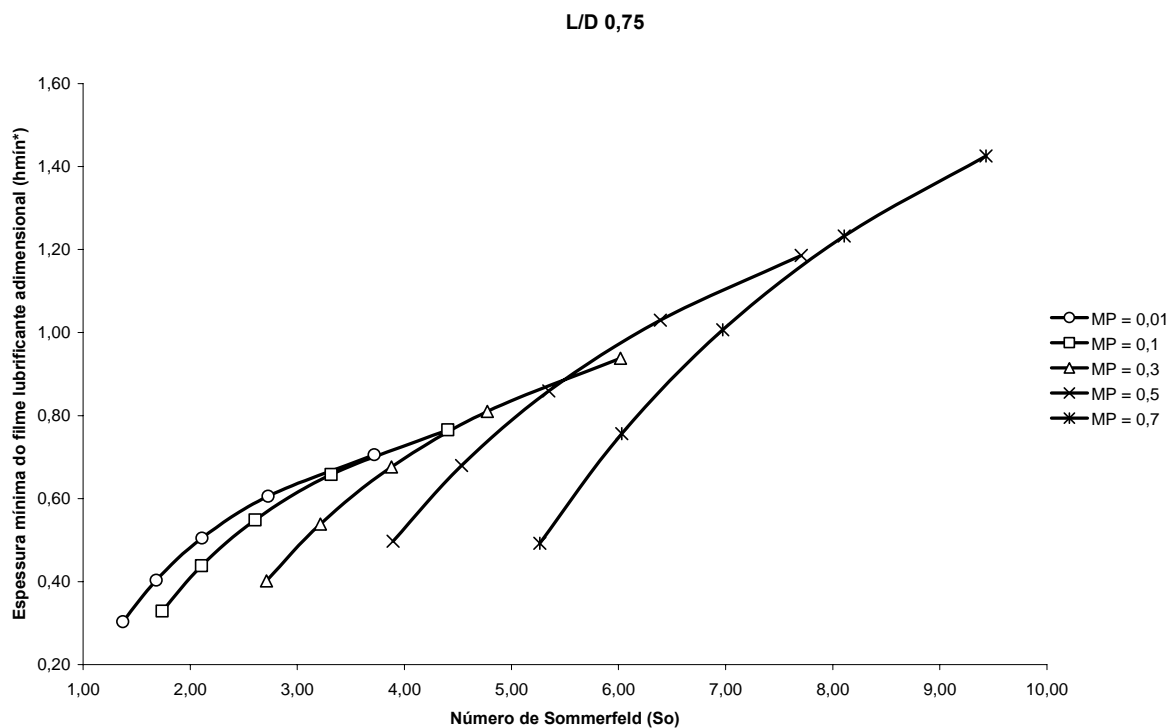


Figura 5.17 - Gráfico da Espessura Mínima do Filme pelo número de Sommerfeld para L/D de 0,75



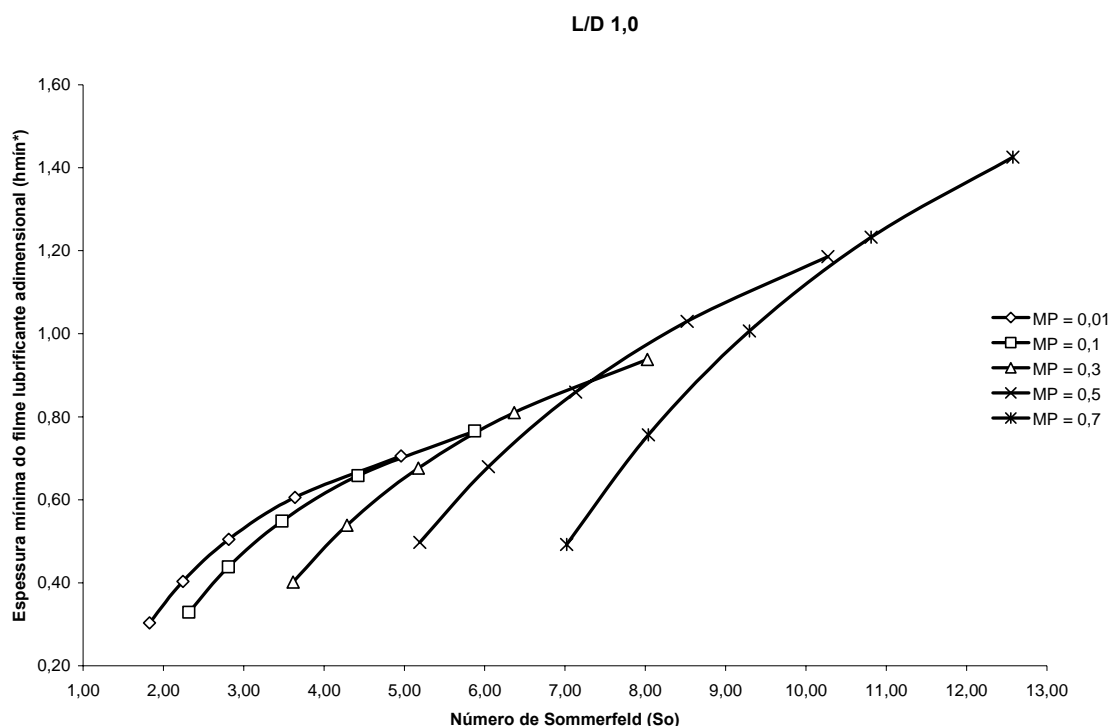


Figura 5.18 - Gráfico da Espessura Mínima do Filme pelo número de Sommerfeld para L/D de 1,0

Analisando os gráficos mostrados nas figuras 5.15, 5.16, 5.17 e 5.18 vê-se que para um mesmo número de Sommerfeld ( $S_o$ ), a espessura do filme de óleo será maior, quanto menor for a razão de MP e que para uma mesma razão de MP, quanto maior o  $S_o$  maior será o filme de óleo. Pode ser observado também que embora o mancal de menor razão de MP tenha maior capacidade de formar filme para valores de  $S_o$  muito baixos, só haverá formação de filme com  $S_o$  alto, quando a razão de MP for elevada. Assim sendo, se define a MP dependendo do valor do  $S_o$  que se tenha. Para valores de  $S_o$  baixos a MP deverá ser pequena e à medida que  $S_o$  aumenta deve-se usar MP maiores para que haja formação de filme. Aqui já pode ser visto a inadequação dos mancais cilíndricos (MP = 0) para  $S_o$  altos (falta de carregamento no mancal). O número de Sommerfeld limita o valor a ser usado para a razão de MP, pois a partir de certo valor do  $S_o$ , não haverá formação de filme para razões de MP's de baixo valor.

Para alguns valores de  $S_o$ , na região onde as curvas de diferentes MP's se sobrepõem, há uma inversão nas regras descritas acima.. Nestas condições, onde as linhas de MP inferior cruzam com a adjacente superior, a altura do filme será maior para os valores de MP maiores. Quanto menor a razão de MP, menor fica a capacidade de se formar filme com o aumento do  $S_o$ .

As regras acima não se alteram com a variação da razão  $L/D$ .

Quadro 5.7 – Visualização simplificada dos efeitos observados com a variação dos parâmetros geométricos e operacionais do mancal relativa aos gráficos das figuras 5.15 a 5.18.

Parâmetro do Mancal		Efeito Observado	
$L/D =$	$MP \downarrow$	$h_{min} \uparrow$	$So =$
$L/D =$	$MP =$	$h_{min} \uparrow$	$So \uparrow$
$L/D =$	$MP \downarrow$	$h_{min} =$	$So \downarrow$
$L/D \uparrow$	$MP =$	$h_{min} =$	$So \uparrow$

### 5.2.3 Influência da geometria do mancal e da razão de excentricidade na capacidade de carga

As figuras de número 5.19, 5.20, 5.21 e 5.22 mostram gráficos dos resultados obtidos da variação da Capacidade de Carga Adimensional ( $W^*$ ) do mancal pela taxa de Excentricidade ( $\epsilon$ ), para cinco diferentes razões de MP (0,01; 0,1; 0,3; 0,5 e 0,7). Varia-se a razão  $L/D$  de 0,25 a 1,0, mantendo-se a velocidade do eixo constante (2000 rpm). A figura 5.19 mostra o gráfico dos valores com a razão  $L/D$  de 0,25; a figura 5.20 com a razão  $L/D$  de 0,5; a figura 5.21 com a razão  $L/D$  de 0,75 e a figura 5.22 com a razão  $L/D$  de 1,0. Nelas a linha com marcações em quadrados representa os valores obtidos para a razão MP de 0,01. A linha com marcações em losango os valores obtidos para a razão MP de 0,1; a linha com marcações em triângulos os valores obtidos para a razão MP de 0,3; a linha com marcações em “x” os valores obtidos para a razão MP de 0,5 e a linha com marcações em círculo os valores obtidos para a razão MP de 0,7 .

Os dados utilizados na obtenção dos resultados representados nos gráficos das figuras de número 5.19, 5.20, 5.21 e 5.22 estão listados no quadro 5.8.

Quadro 5.8 - Dados usados para gerar os gráficos mostrados nas figuras 5.19, 5.20, 5.21 e 5.22

$D = 0,10 \text{ m}$	$MP = 0,01; 0,1; 0,3; 0,5 \text{ e } 0,7$	$C = 70,0 \times 10^{-6} \text{ m}$
$\omega = 2000 \text{ rpm}$	$L = 0,050 \text{ m}; 0,075 \text{ m}; 0,100 \text{ m}$	$\rho = 892,0 \text{ kg/m}^3$
$\mu = 8,4 \times 10^{-3} \text{ Pa.s}$	$L/D = 0,50; 0,75; 1,0$	$U = 10,47 \text{ m/s}$

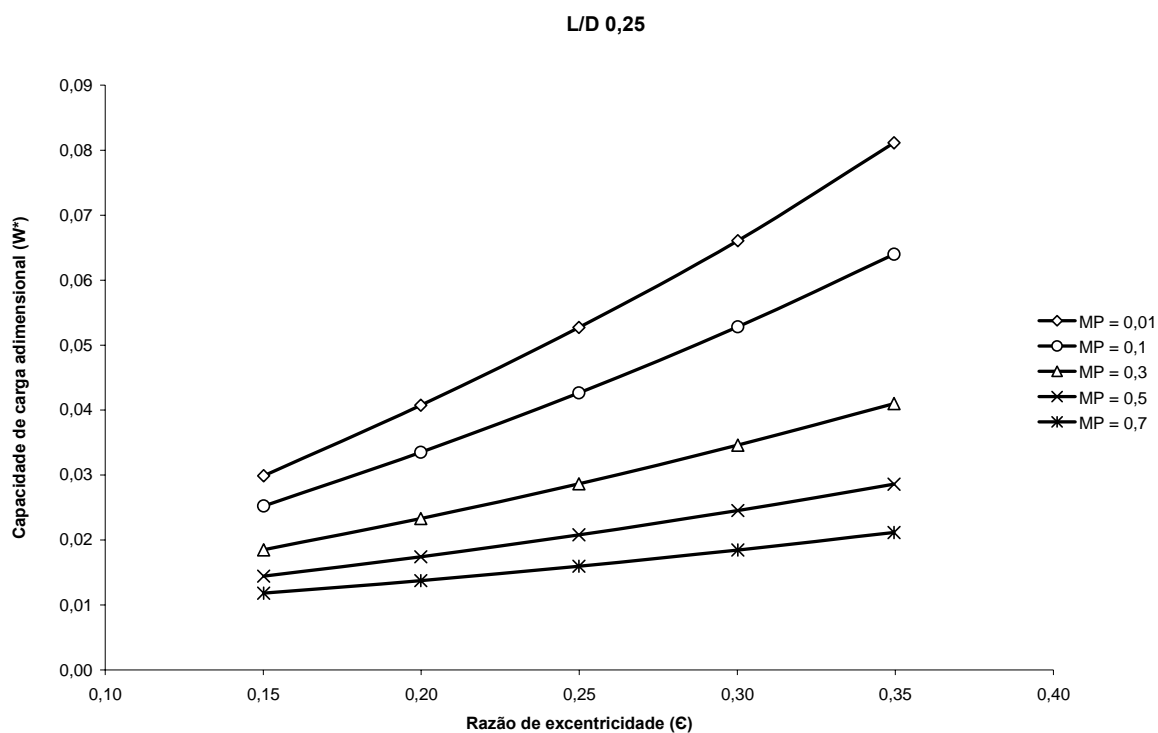


Figura 5.19 - Gráfico da Capacidade de Carga pela Taxa de Excentricidade para L/D de 0,25

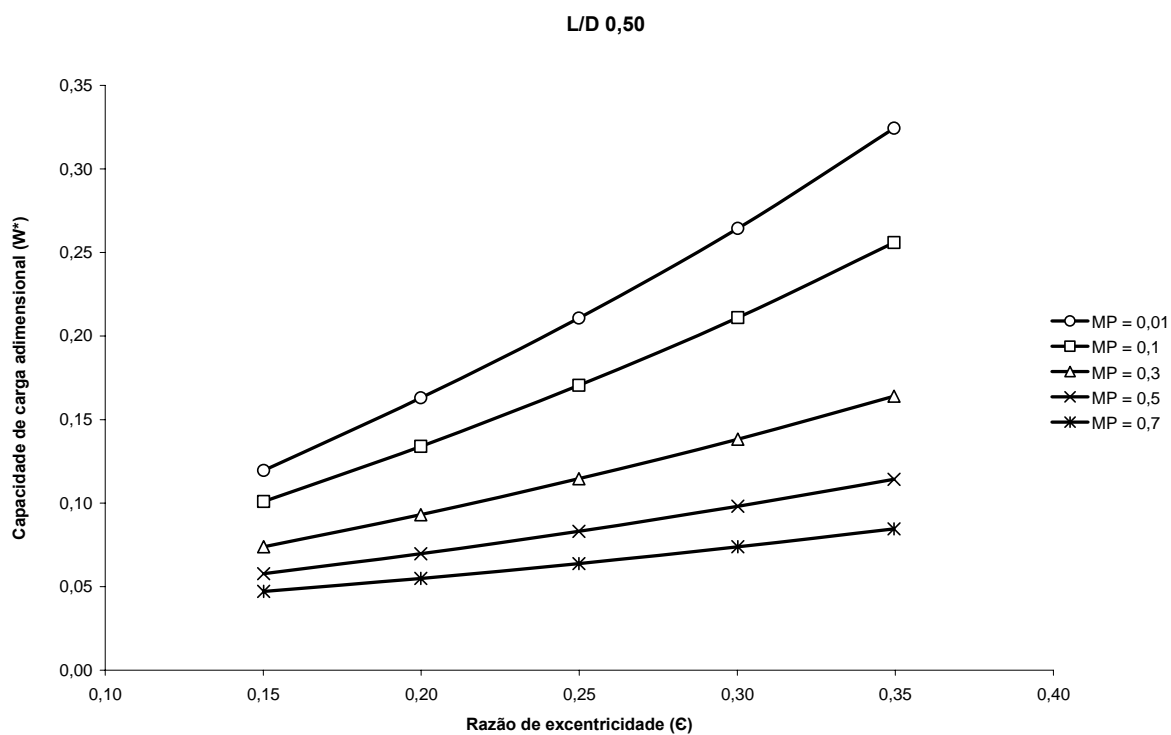


Figura 5.20 - Gráfico da Capacidade de Carga pela Taxa de Excentricidade para L/D de 0,50

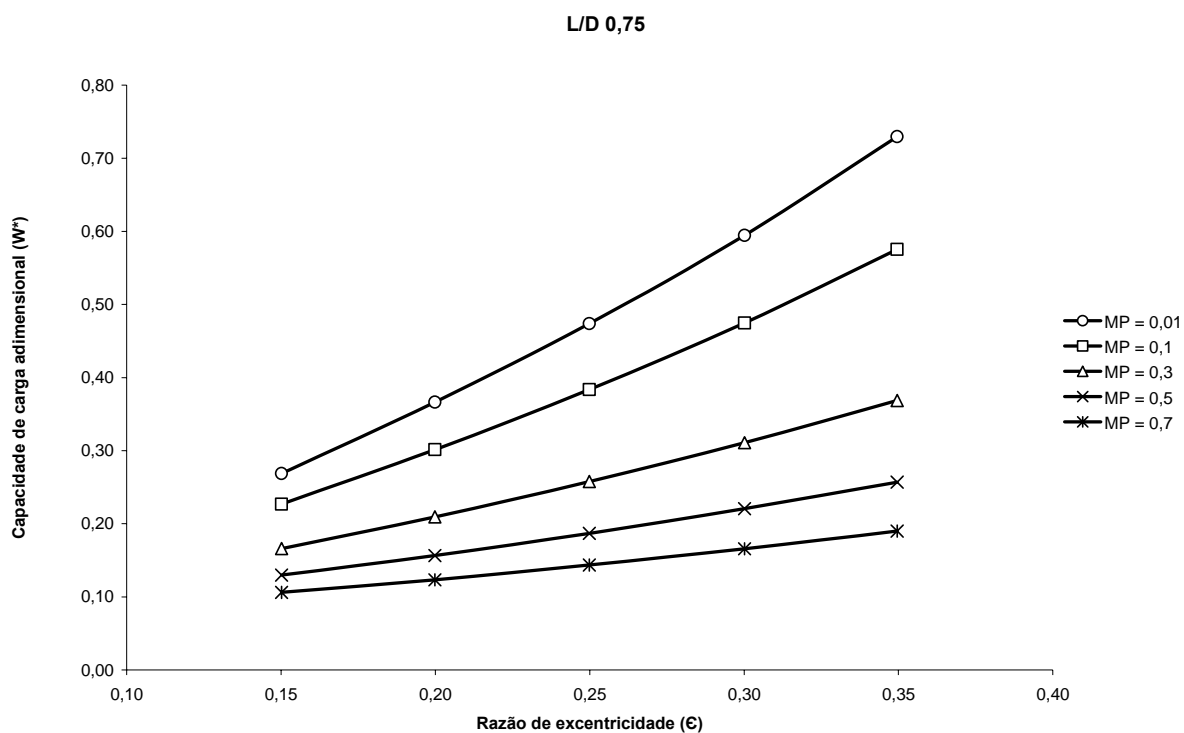


Figura 5.21 - Gráfico da Capacidade de Carga pela Taxa de Excentricidade para L/D de 0,75

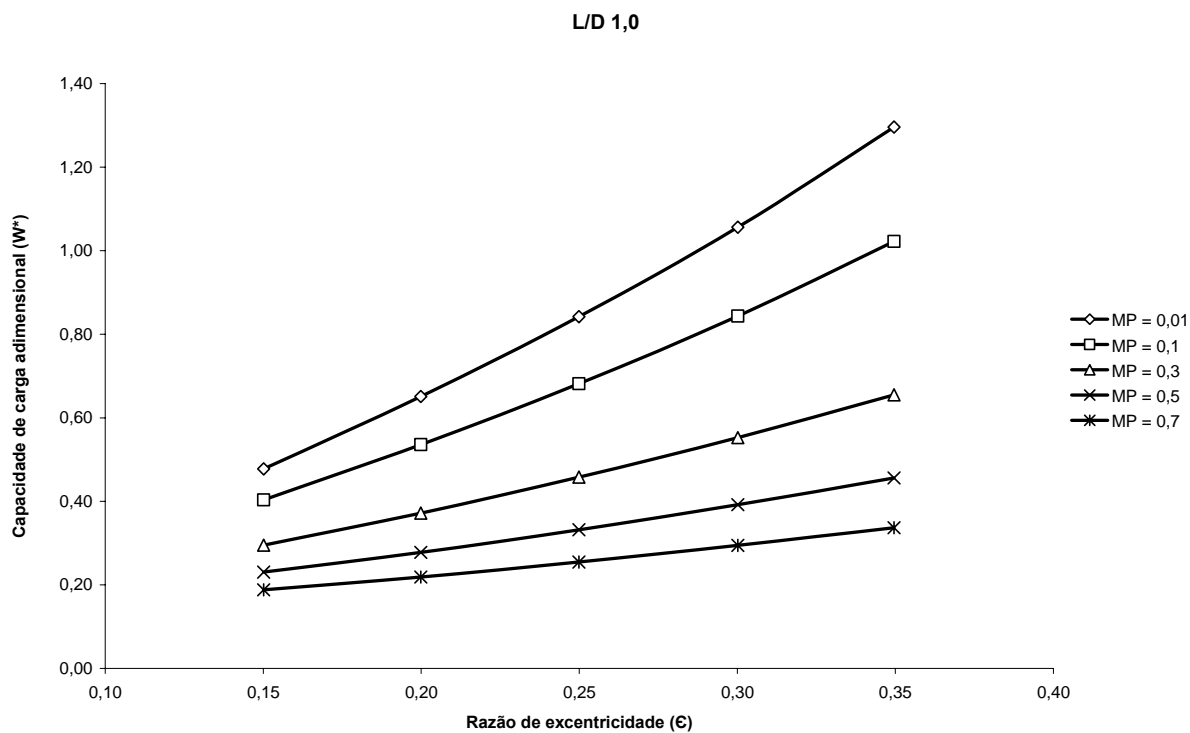


Figura 5.22 - Gráfico da Capacidade de Carga pela Taxa de Excentricidade para L/D de 1,0

Analisando os gráficos mostrados nas figuras 5.19, 5.20, 5.21 e 5.22 vê-se que para uma mesma razão  $L/D$ , quanto menor for o valor de MP maior será a capacidade de carga e à medida que se aumenta o valor da razão  $L/D$ , se aumenta a capacidade de carga para um dado valor de MP.

A capacidade de carga aumenta pouco com a elevação da Razão de Excentricidade ( $\epsilon$ ) para altos valores de razão de MP.

Para uma mesma razão de  $L/D$ , em valores muito baixos de  $\epsilon$ , a capacidade de carga tende a ficar sem variação significativa, para diversos valores de razão de MP's.

Mantendo-se a mesma razão de MP e a mesma  $\epsilon$ , a variação de  $L/D$  leva a um aumento bastante significativo da capacidade de carga.

#### 5.2.4 Influência da geometria do mancal e da capacidade de carga na espessura do filme de óleo

As figuras de número 5.23, 5.24 e 5.25 mostram gráficos dos resultados obtidos da variação da Capacidade de Carga Adimensional ( $W^*$ ) do mancal pela altura mínima do filme de óleo adimensional, para quatro diferentes razões de MP (0,01; 0,1; 0,3 e 0,7). Varia-se a razão  $L/D$  de 0,25 a 1,0, mantendo-se a velocidade do eixo constante (2000 rpm). A figura 5.23 mostra o gráfico dos valores com a razão  $L/D$  de 0,25; a figura 5.24 com a razão  $L/D$  de 0,75 e a figura 5.25 com a razão  $L/D$  de 1,0. Nelas a linha com marcações em círculos representa os valores obtidos para a razão MP de 0,01. A linha com marcações em triângulos os valores obtidos para a razão MP de 0,1; a linha com marcações em quadrados os valores obtidos para a razão MP de 0,3 e a linha com marcações em "x" os valores obtidos para a razão MP de 0,7

Os dados utilizados na obtenção dos resultados representados nos gráficos das figuras 5.23, 5.24; 5.25; 5.26; 5.27; 5.28 e 5.29 estão listados no quadro 4.9.

Quadro 5.9 - Dados usados para gerar os gráficos mostrados nas figuras 5.23, 5.24; 5.25; 5.26; 5.27; 5.28 e 5.29

$D = 0,01 \text{ m}$	MP = 0,01; 0,1; 0,3 e 0,7	$C = 70,0 \times 10^{-6} \text{ m}$
$\omega = 2000 \text{ rpm e } 5000 \text{ rpm}$	$L = 0,025 \text{ m; } 0,075 \text{ m; } 0,10 \text{ m}$	$\rho = 892,0 \text{ kg/m}^3$
$\mu = 8,4 \times 10^{-3} \text{ Pa.s}$	$L/D = 0,25; 0,75$	$U = 10,47 \text{ e } 26,2 \text{ m/s}$

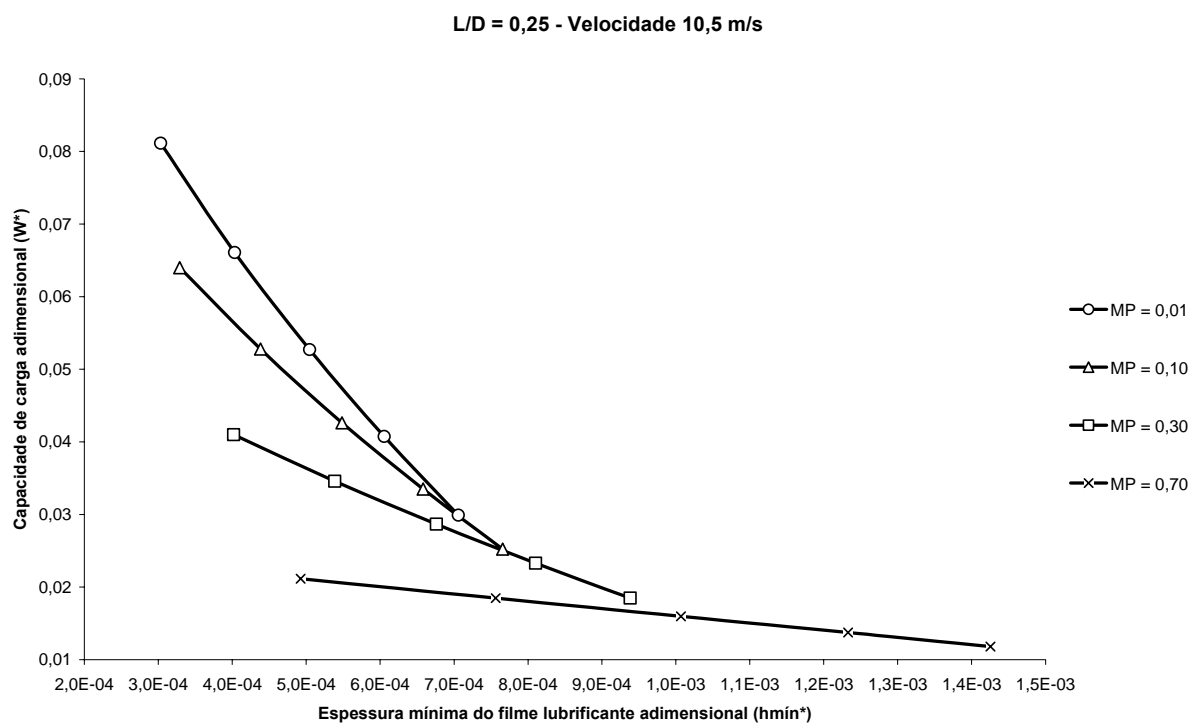


Figura 5.23 - Gráfico da capacidade de carga adimensional pela altura do filme mínimo para L/D de 0,25.

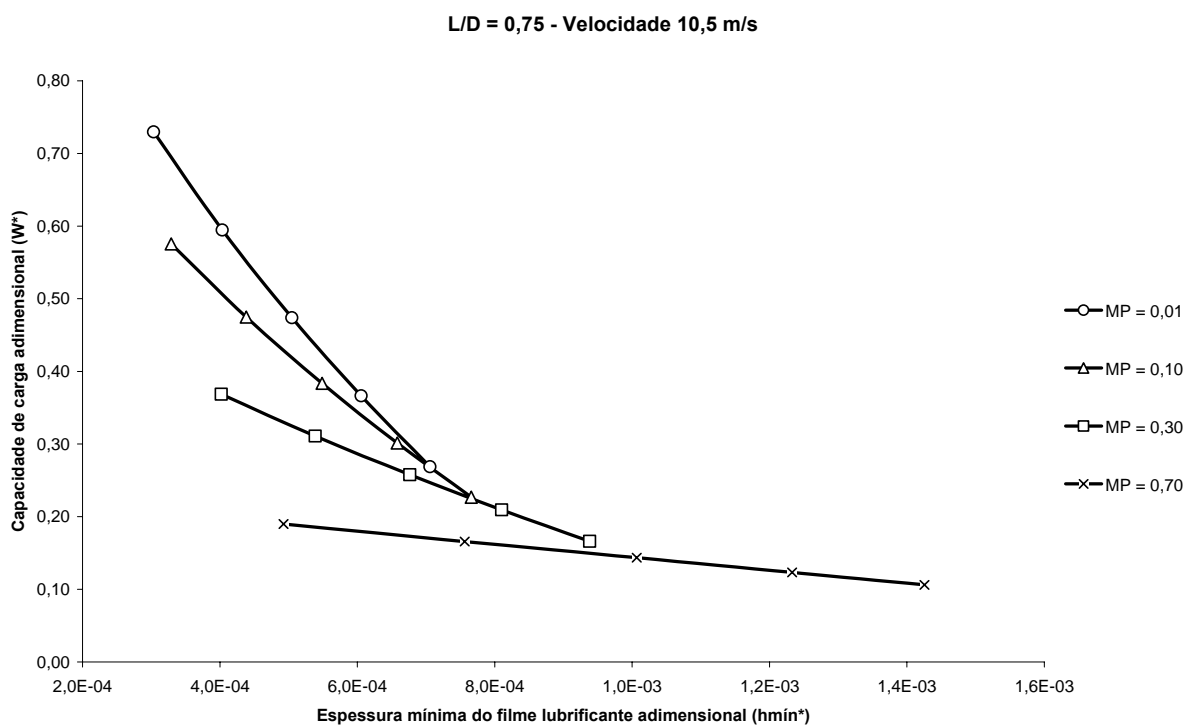


Figura 5.24 - Gráfico da capacidade de carga adimensional pela altura do filme mínimo para L/D de 0,75.

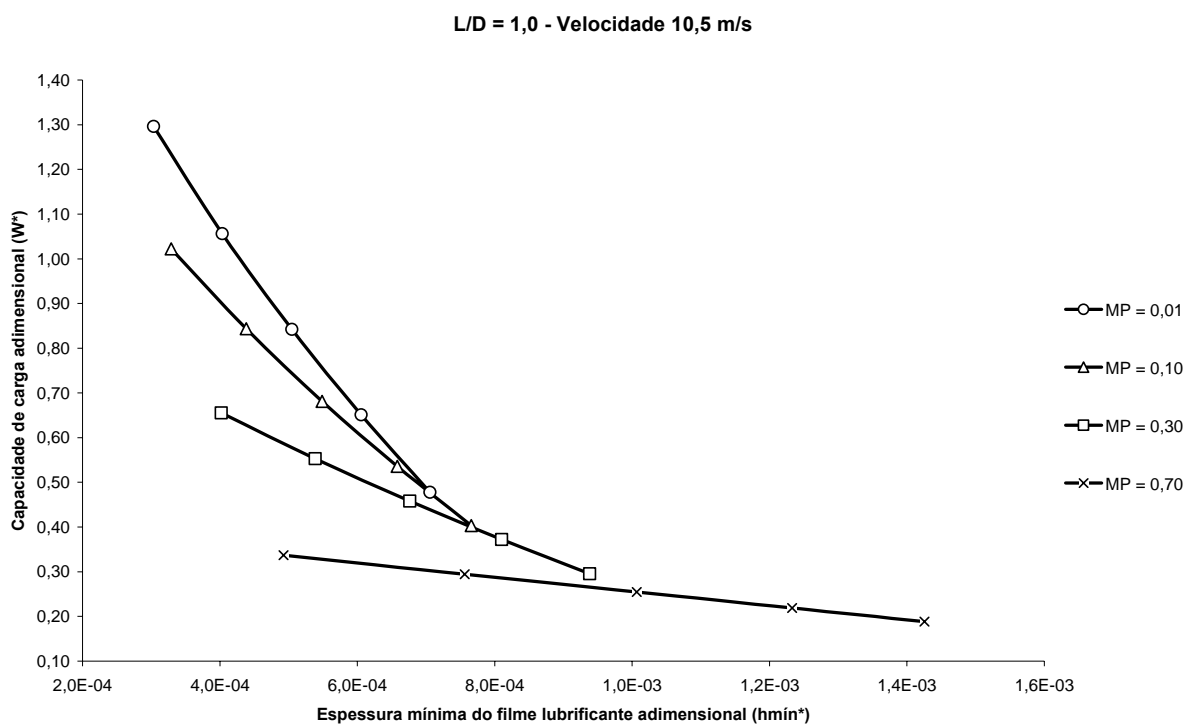


Figura 5.25 - Gráfico da capacidade de carga adimensional pela altura do filme mínimo para L/D de 1,0.

Analisando os gráficos das figuras 5.23; 5.24 e 5.25, vê-se que para uma mesma velocidade, com o aumento da razão L/D, há um esperado aumento da capacidade de carga ( $W^*$ ), porém a perda desta capacidade é menos significativa quanto maior for a taxa de MP e mais relevante quanto menor for a MP. Observa-se também que para uma mesma velocidade, o aumento da capacidade de carga é mais sensível a diminuição da razão de MP em taxas L/D mais altas.

As figuras de número 5.26, 5.27 e 5.28 mostram gráficos dos resultados obtidos da variação da capacidade de carga adimensional ( $W^*$ ) do mancal pela altura mínima adimensional do filme de óleo, para três diferentes razões de L/D (0,25; 0,75 e 1,0). As razões de MP variam de 0,1; 0,3 e 0,5; mantendo-se a velocidade do eixo constante (2000 rpm). A figura 5.26 mostra o gráfico dos valores para a razão de MP de 0,1; a figura 5.27 para a razão de MP de 0,3 e a figura 5.28 para a razão de MP de 0,5. Nelas a linha com marcações em círculos representa os valores obtidos para a razão L/D de 0,25. A linha com marcações em triângulos os valores obtidos para a razão L/D de 0,75 e a linha com marcações em quadrados os valores obtidos para a razão L/D de 1,0.

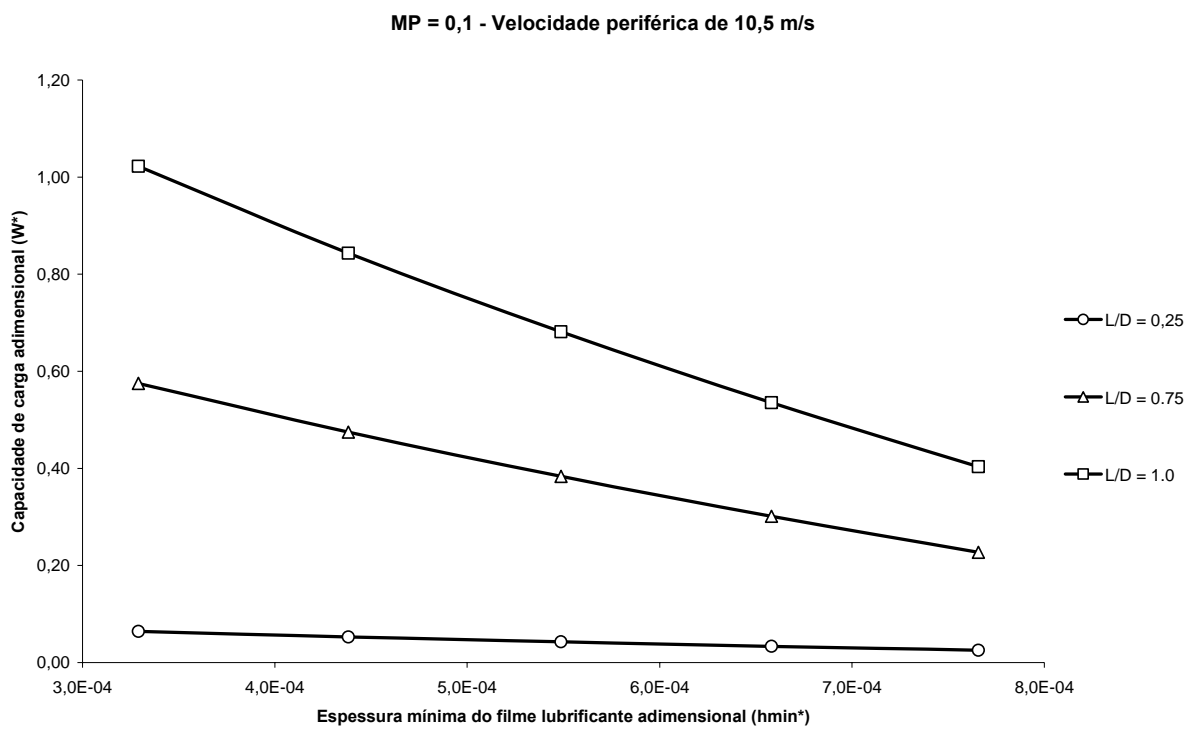


Figura 5.26 Gráfico da capacidade de carga adimensional pela altura do filme para MP de 0,1.

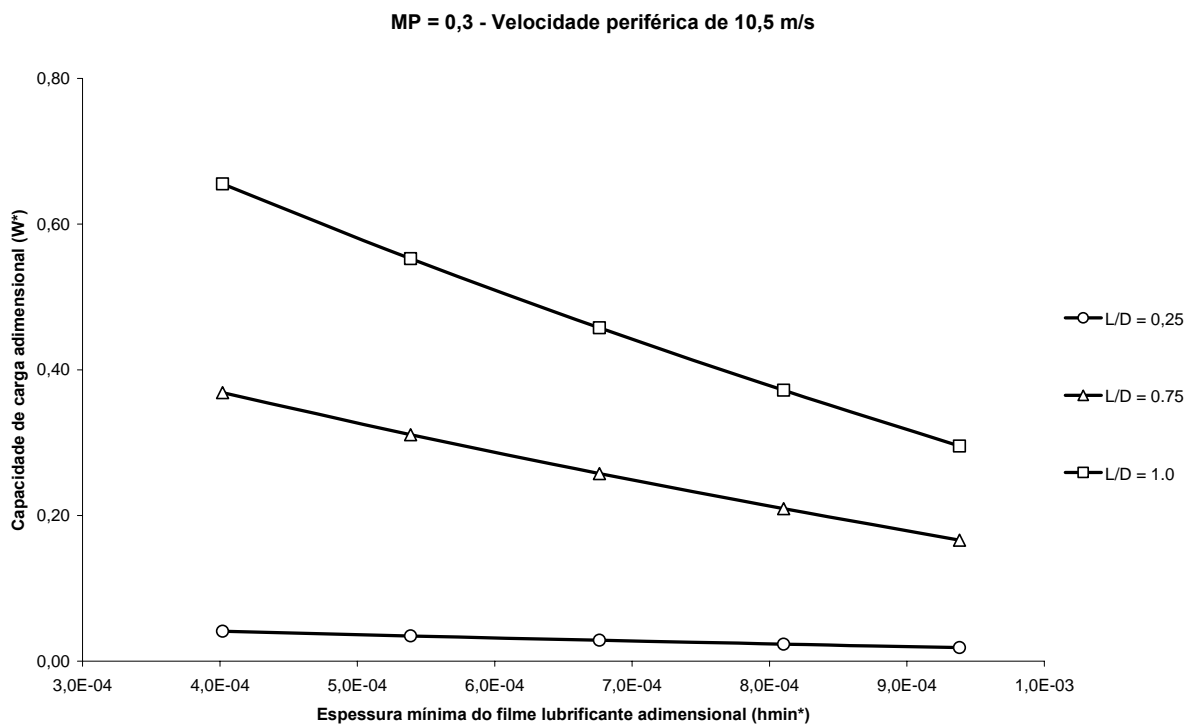


Figura 5.27 - Gráfico da capacidade de carga adimensional pela altura do filme para MP de 0,3.



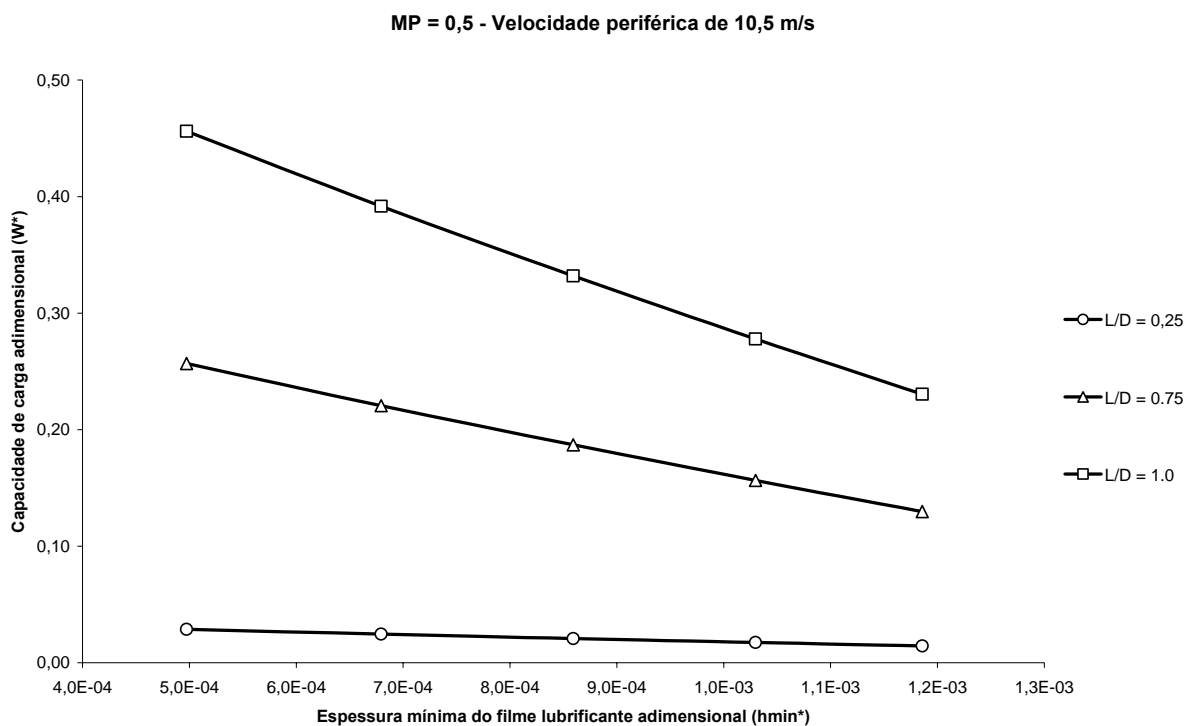


Figura 5.28 - Gráfico da capacidade de carga adimensional pela altura do filme para MP de 0,5.

Analisando os gráficos das figuras 5.26, 5.27 e 5.28 entre si, pode-se ver que se mantendo a velocidade do eixo constante, com o aumento da taxa de MP, há uma perda da capacidade de carga ( $W^*$ ) bem mais significativa quando temos a razão L/D maiores. Além disso, a altura do filme de óleo mínima ( $h_{min}$ ) aumenta linearmente para todas as razões L/D, com o aumento da taxa da MP.

#### 5.2.5 Influência da geometria do mancal e da capacidade de carga na espessura do filme de óleo com o aumento da velocidade de rotação do eixo.

A figura de número 5.29 mostra o gráfico dos resultados obtidos da variação da capacidade de carga adimensional do mancal pela altura mínima adimensional do filme de óleo, para três diferentes razões de L/D (0,25; 0,75 e 1,0) e razão de MP de 0,1; mantendo-se a velocidade do eixo constante (5000 rpm). Nela a linha com marcações em círculos representa os valores obtidos para a razão L/D de 0,25. A linha com marcações em triângulos os valores obtidos para a razão L/D de 0,75 e a linha com marcações em quadrados os valores obtidos para a razão L/D de 1,0.

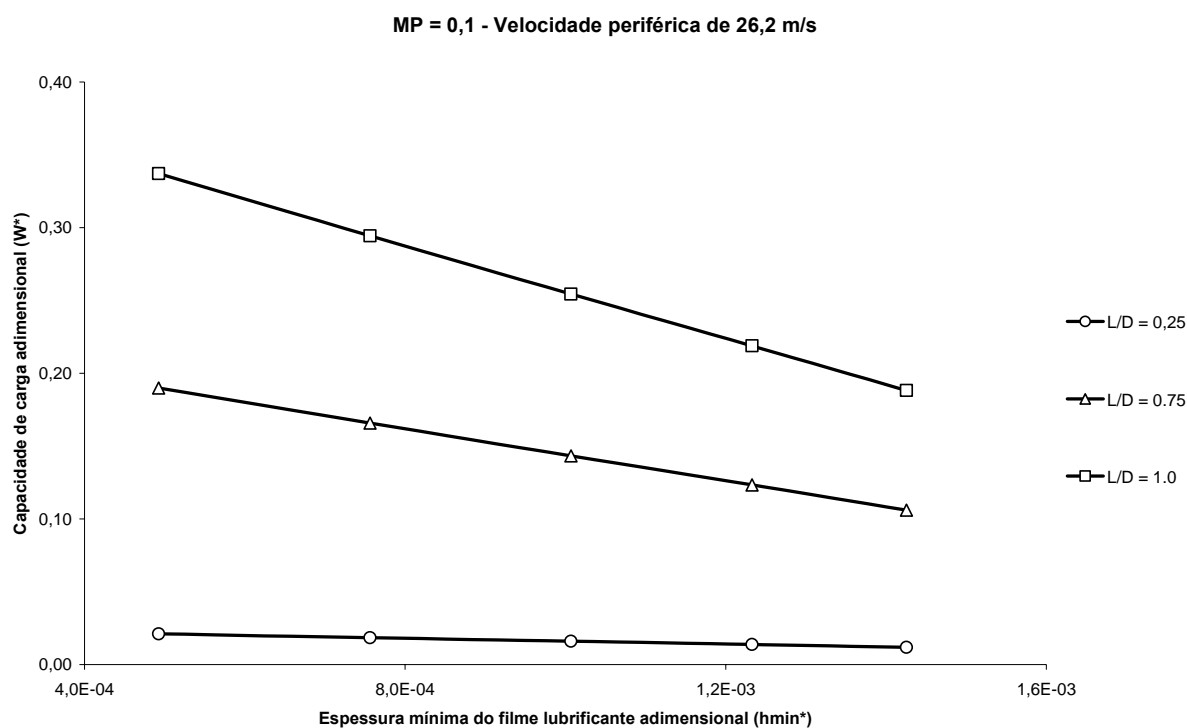


Figura 5.29 - Gráfico capacidade de carga pela alt. do filme para MP de 0,1 e veloc. periférica do eixo de 26,2 m/s

Analisando os gráficos das figuras 5.26 e 5.29 observa-se que para valores fixos de MP e L/D, com o aumento da velocidade do eixo, há uma perda na capacidade de carga, enquanto que a espessura do filme de óleo mínima aumenta. Esta variação na capacidade de carga e na espessura mínima do filme de óleo é pouco sensível para baixos valores de razão L/D. O aumento da espessura do filme de óleo já era previsível, pois quanto mais rápido o eixo gira, mais óleo ele consegue arrastar, aumentando sua altura. Entretanto o aumento da velocidade do eixo provocará uma centralização do mesmo em relação ao mancal, ou seja, uma diminuição de “e” que está diretamente ligada com o carregamento suportado pelo mancal.

Quadro 5.10 – Visualização simplificada dos efeitos observados com a variação dos parâmetros geométricos e operacionais do mancal relativa aos gráficos das figuras 5.26 a 5.29.

Parâmetro do Mancal		Efeito Observado	
L/D e MP =	$\omega \downarrow$	$h_{min} \uparrow$	$W^* \downarrow$

4.2.6 Influência da geometria do mancal e da capacidade de carga nos coeficientes de amortecimento e de rigidez.

Os resultados abaixo foram agrupados em 3 partes, conforme a semelhança na tendência apresentada entre as curvas de seus gráficos.

Os dados utilizados na obtenção dos resultados representados nos gráficos das figuras 5.30 até 5.61 estão listados no quadro 5.11.

Quadro 5.11 - Dados usados para gerar os gráficos mostrados nas figuras 5.30 até 5.61.

D = 0,1 m	MP = 0,1; 0,3; 0,5 e 0,7	C = 75,0 x 10 <sup>-6</sup> m
n = 2000 rpm	L = 0,050 m; 0,075 m; 0,10 m	$\rho = 892,0 \text{ kg/m}^3$
$\mu = 8,4 \times 10^{-3} \text{ Pa.s}$	L/D = 0,50; 0,75; 1,0	U = 10,47 m/s

5.2.6.1 Grupo 1: Coeficientes de amortecimento direto horizontal ( $C_{YY}$ ) e de rigidez cruzada ( $K_{XY}$ ) pelo número de Sommerfeld ( $S_o$ ),

As figuras de número 5.30, 5.31, 5.32 e 5.33 mostram gráficos dos resultados obtidos da variação dos coeficientes de amortecimento diretos horizontais ( $C_{YY}$ ) pelo número de Sommerfeld ( $S_o$ ), para três diferentes razões de L/D (0,50; 0,75 e 1,0). As razões de MP variam de 0,1; 0,3; 0,5 e 0,7; mantendo-se a velocidade do eixo constante (2000 rpm). A figura 4.30 mostra o gráfico dos valores para a razão de MP de 0,1; a figura 4.31 para a razão de MP de 0,3; a figura 4.32 para a razão de MP de 0,5 e a figura 4.33 para a razão de MP de 0,7. Nelas a linha com marcações em losangos representa os valores obtidos para a razão L/D de 0,50. A linha com marcações em quadrados os valores obtidos para a razão L/D de 0,75 e a linha com marcações em triângulos os valores obtidos para a razão L/D de 1,0.

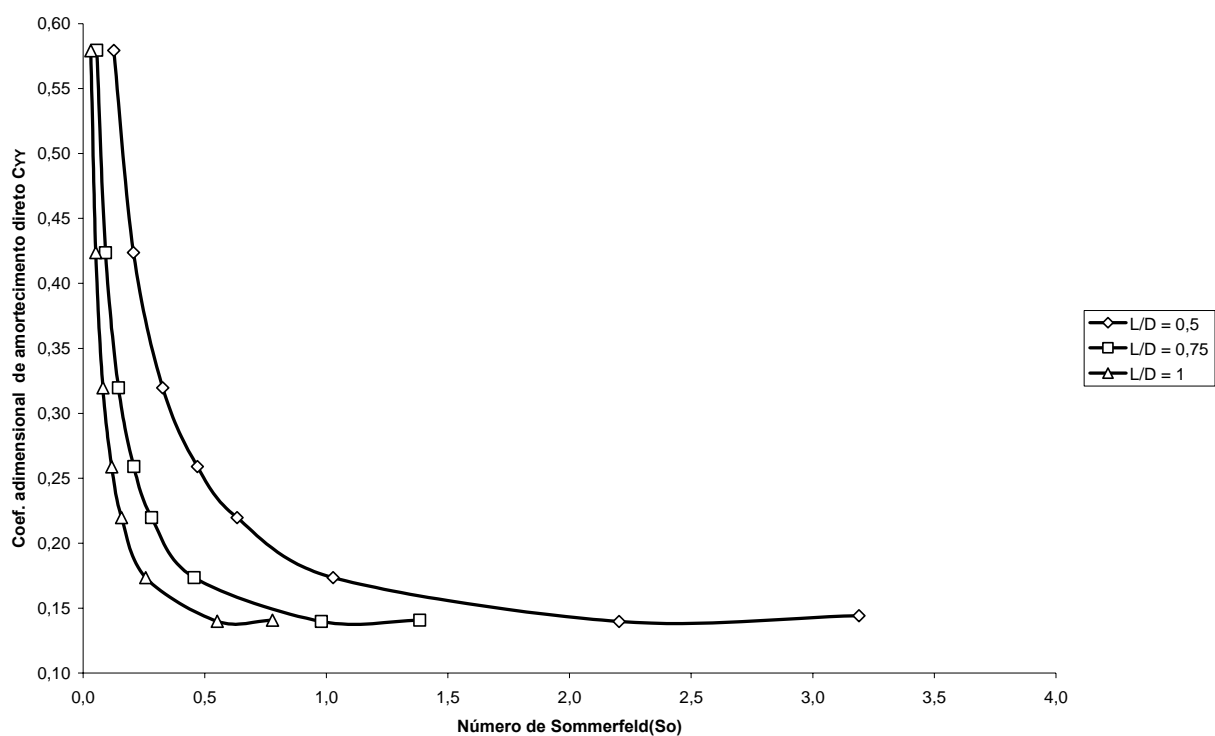


Figura 5.30 - Gráfico do Coef. de Amortecimento  $C_{YY}$  pelo número de Sommerfeld para MP de 0,1

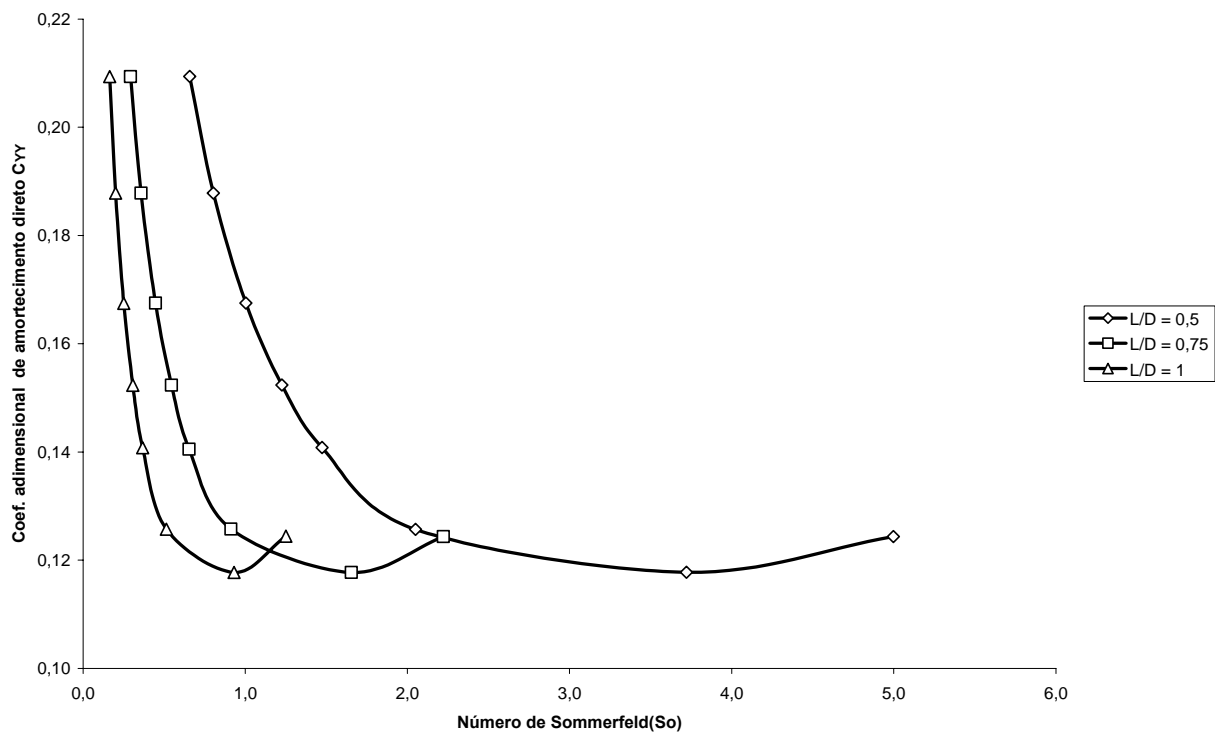


Figura 5.31 - Gráfico do Coef. de Amortecimento  $C_{YY}$  pelo número de Sommerfeld para MP de 0,3

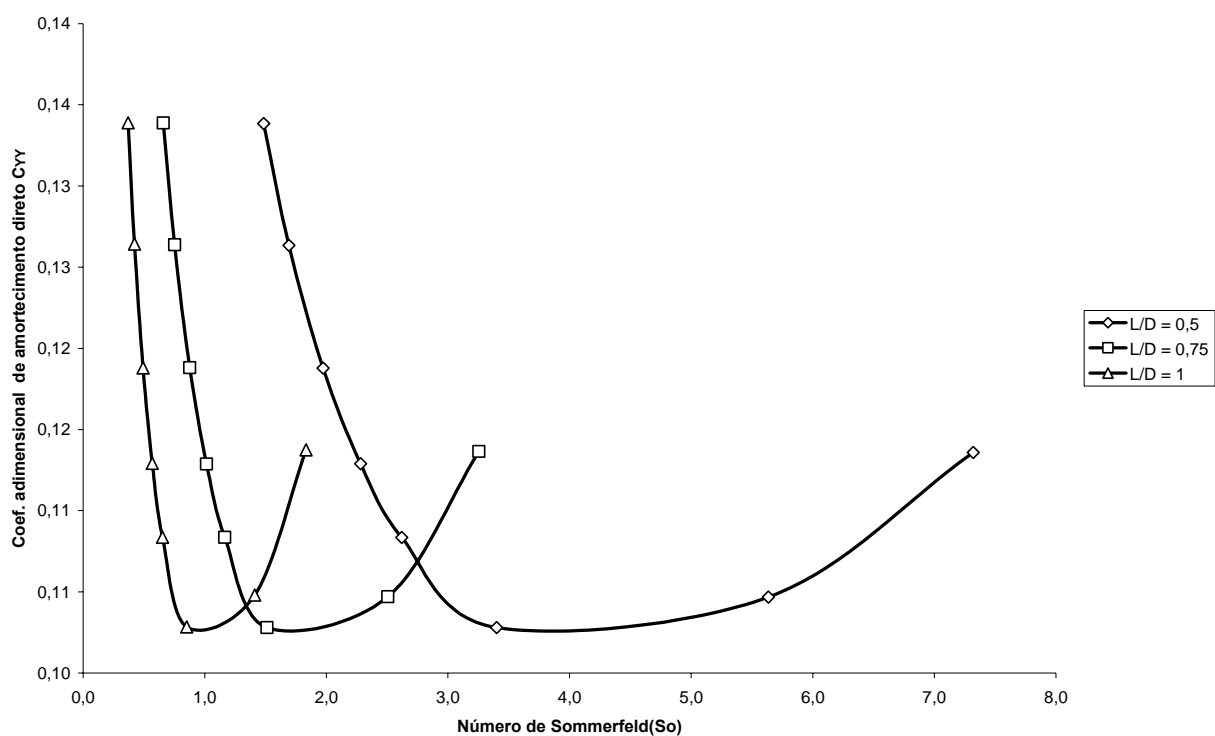


Figura 5.32 - Gráfico do Coef. de Amortecimento  $C_{YY}$  pelo número de Sommerfeld para MP de 0,5

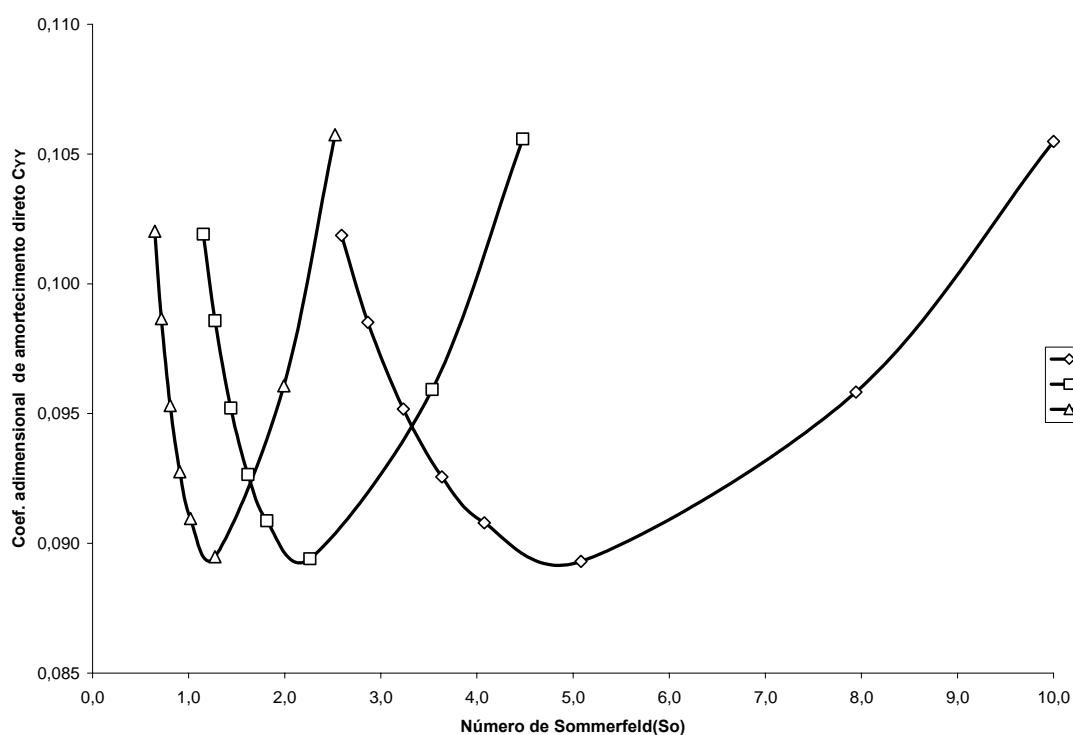


Figura 5.33 - Gráfico do Coef. de Amortecimento  $C_{YY}$  pelo número de Sommerfeld para MP de 0,7

Analisando os gráficos das figuras 5.30 a 5.33, observa-se que para valores do

número de Sommerfeld ( $S_o$ ) próximos a zero e baixa razão MP (0,1), os valores do amortecimento direto  $C_{YY}$  serão elevados e não serão afetados pela razão L/D. Vê-se também que estes valores ( $C_{YY}$ ) em baixa razão MP (0,1) decrescem rapidamente com o aumento do número de  $S_o$ . Pode ser observado que para altos valores da razão MP, os valores do amortecimento direto  $C_{YY}$  serão baixos, para qualquer razão L/D e número de Sommerfeld e nesta situação o valor do amortecimento direto decresce ligeiramente com o aumento do  $S_o$ , mas volta a crescer se o  $S_o$  continua a aumentar. Em casos com razão de MP elevada e valores de  $S_o$  altos, só se tem amortecimento  $C_{YY}$  para razão de L/D pequena.

Comparando-se os gráficos das figuras 5.30 a 5.33 entre si, vê-se que o aumento da razão MP faz os valores de amortecimento direto  $C_{YY}$  diminuir rapidamente.

As figuras de número 5.34, 5.35, 5.36 e 5.37 mostram gráficos dos resultados obtidos da variação dos coeficientes de rigidez cruzada ( $K_{XY}$ ) pelo número de Sommerfeld ( $S_o$ ), para três diferentes razões de L/D (0,50; 0,75 e 1,0). As razões de MP variam de 0,1; 0,3; 0,5 e 0,7; mantendo-se a velocidade do eixo constante (2000 rpm). A figura 5.34 mostra o gráfico dos valores para a razão de MP de 0,1; a figura 5.35 para a razão de MP de 0,3; a figura 5.36 para a razão de MP de 0,5 e a figura 5.37 para a razão de MP de 0,7. Nelas a linha com marcações em losangos representa os valores obtidos para a razão L/D de 0,50. A linha com marcações em quadrados os valores obtidos para a razão L/D de 0,75 e a linha com marcações em triângulos os valores obtidos para a razão L/D de 1,0.

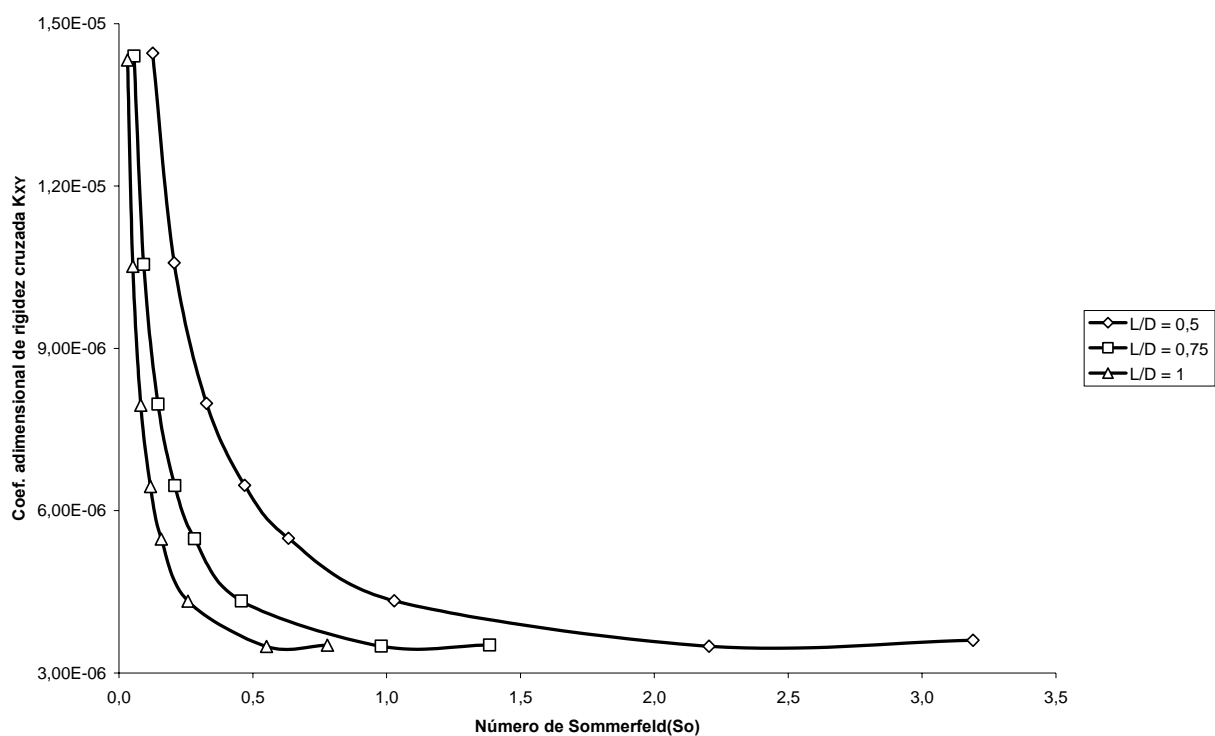


Figura 5.34 - Gráfico do Coef. de Rigidez Cruzada  $K_{XY}$  pelo número de Sommerfeld para MP de 0,1

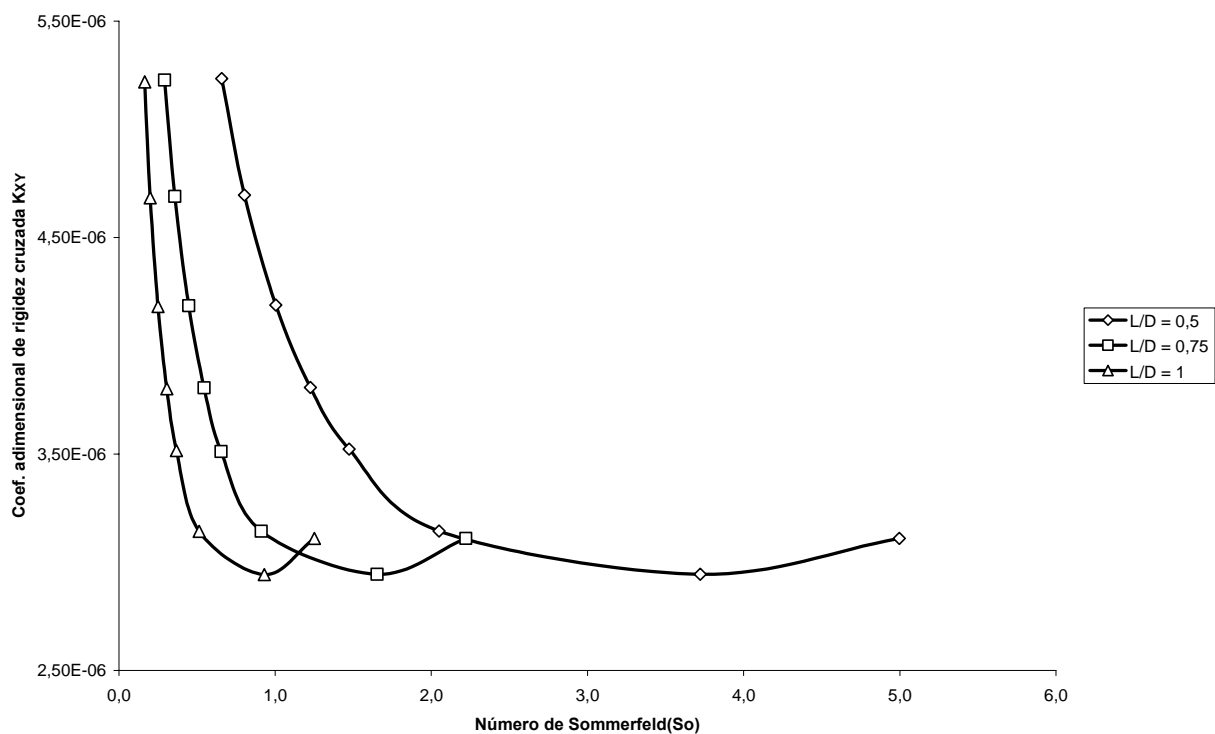


Figura 5.35 - Gráfico do Coef. de Rigidez Cruzada  $K_{XY}$  pelo número de Sommerfeld para MP de 0,3

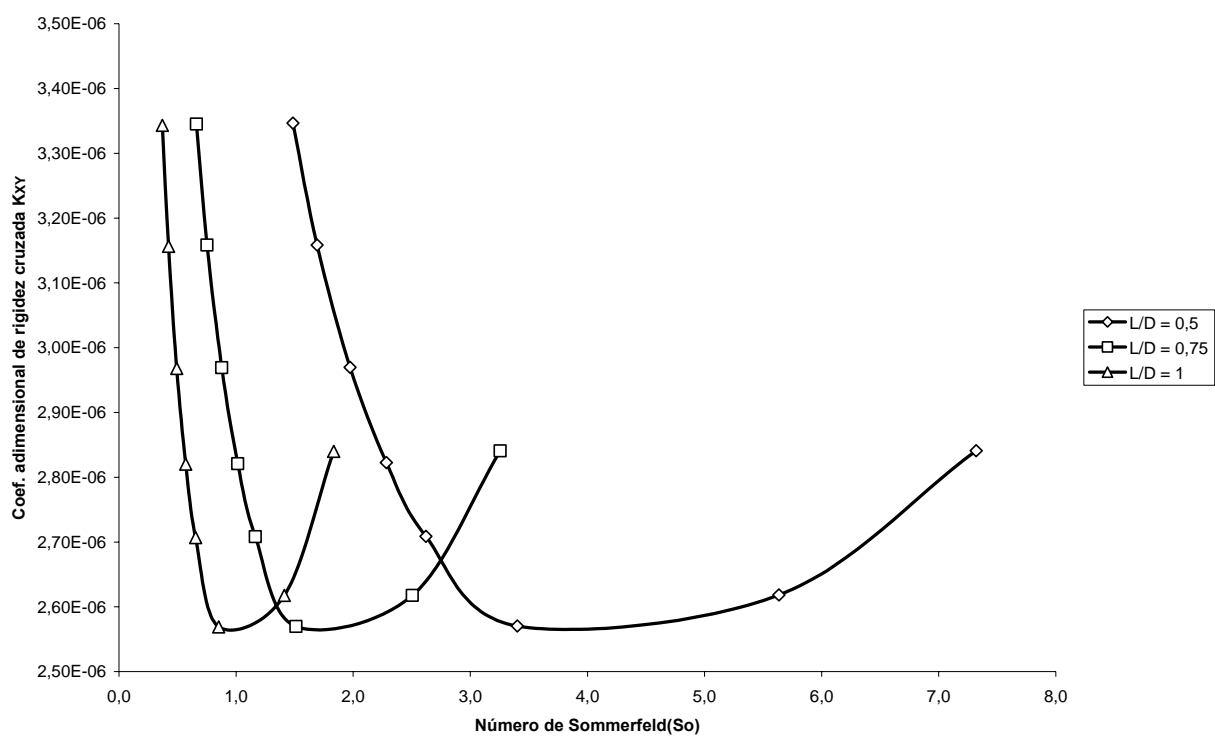


Figura 5.36 - Gráfico do Coef. de Rigidez Cruzada  $K_{XY}$  pelo número de Sommerfeld para MP de 0,5

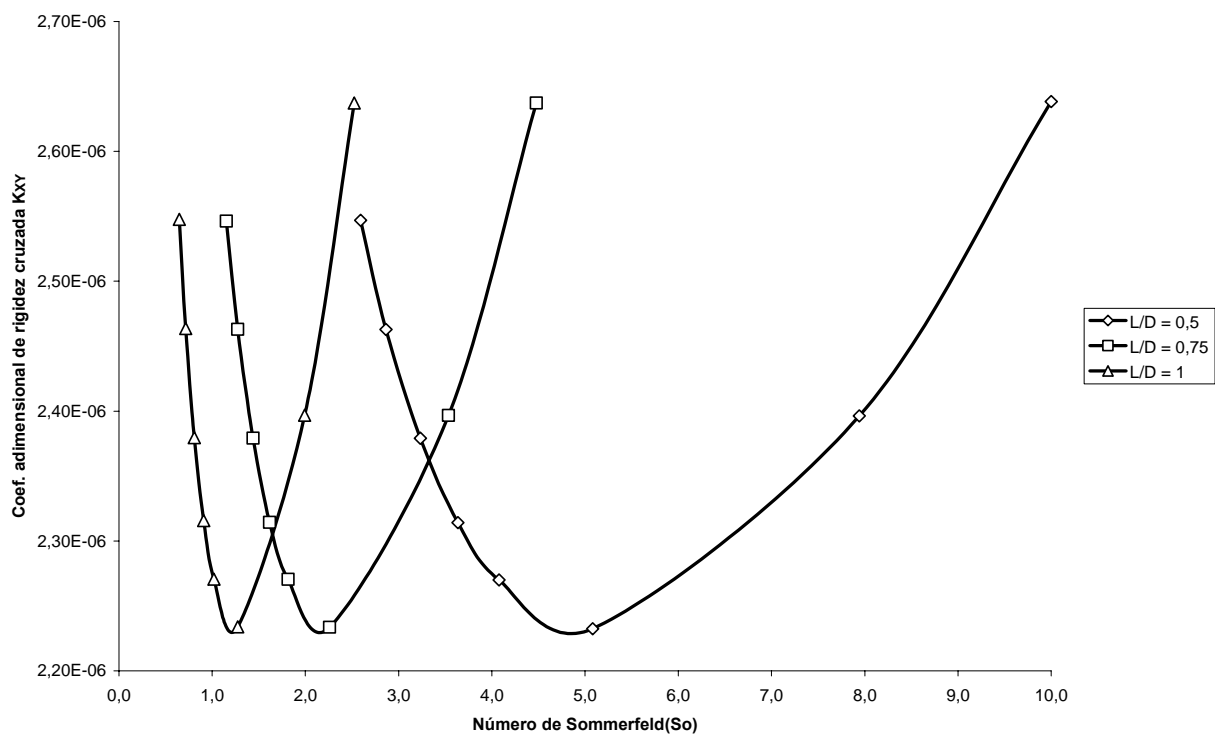


Figura 5.37 - Gráfico do Coef. de Rigidez Cruzada  $K_{XY}$  pelo número de Sommerfeld para MP de 0,7



Os gráficos das figuras 5.34, 5.35, 5.36 e 5.37 (coeficiente de rigidez cruzada,  $K_{xy}$ ) mostram curvas que se comportam da mesma maneira que as referentes aos coeficientes de amortecimento direto horizontal,  $C_{yy}$ , (figuras 5.30 a 5.33), assim a análise daquelas segue o que já foi dito para estas.

Analisando os gráficos das figuras 5.34 a 5.37, observa-se que para valores do número de Sommerfeld ( $S_o$ ) próximos a zero e baixa razão de MP (0,1), os valores de rigidez cruzada  $K_{xy}$  serão elevados e não serão afetados pela razão L/D. Vê-se também que estes valores em baixa razão de MP (0,1) decrescem rapidamente com o aumento do  $S_o$ . Pode ser observado que para altos valores da razão de MP, os valores de rigidez cruzada  $K_{xy}$  serão baixos, para qualquer razão L/D e  $S_o$ , e nesta situação o valor da rigidez decresce ligeiramente com o aumento do  $S_o$ , mas volta a crescer se o  $S_o$  continua a aumentar. Em casos com razão de MP elevada e valores de  $S_o$  altos, só se tem rigidez  $K_{xy}$  para razão L/D pequena. Vê-se aqui novamente a inadequação dos mancais cilíndricos ( $MP \approx 0$ ) para as condições de baixa carga ( $S_o$  altos). Somente com o uso de mancais elípticos com valores altos de MP é que se obtém rigidez cruzada  $K_{xy}$ .

Comparando-se os gráficos das figuras 5.34, 5.35, 5.36 e 5.37 entre si, vê-se que o aumento da razão MP faz os valores de rigidez cruzada  $K_{xy}$  diminuírem rapidamente.

#### 5.2.6.2 Grupo 2: Coeficientes de amortecimento cruzados ( $C_{xy}$ e $C_{yx}$ ) e de rigidez direta vertical ( $K_{xx}$ ) e horizontal ( $K_{yy}$ ) pelo número de Sommerfeld ( $S_o$ )

As figuras de número 5.38, 5.39, 5.40 e 5.41 mostram gráficos dos resultados obtidos da variação dos coeficientes de amortecimento cruzado ( $C_{xy}$ ) pelo número de Sommerfeld ( $S_o$ ), para três diferentes razões L/D (0,50; 0,75 e 1,0). As razões de MP variam de 0,1; 0,3; 0,5 e 0,7; mantendo-se a velocidade do eixo constante (2000 rpm). A figura 5.38 mostra o gráfico dos valores para a razão de MP de 0,1; a figura 5.39 para a razão de MP de 0,3; a figura 5.40 para a razão de MP de 0,5 e a figura 5.41 para a razão de MP de 0,7. Nelas a linha com marcações em losangos representa os valores obtidos para a razão L/D de 0,50. A linha com marcações em quadrados os valores obtidos para a razão L/D de 0,75 e a linha com marcações em triângulos os valores obtidos para a razão L/D de 1,0.

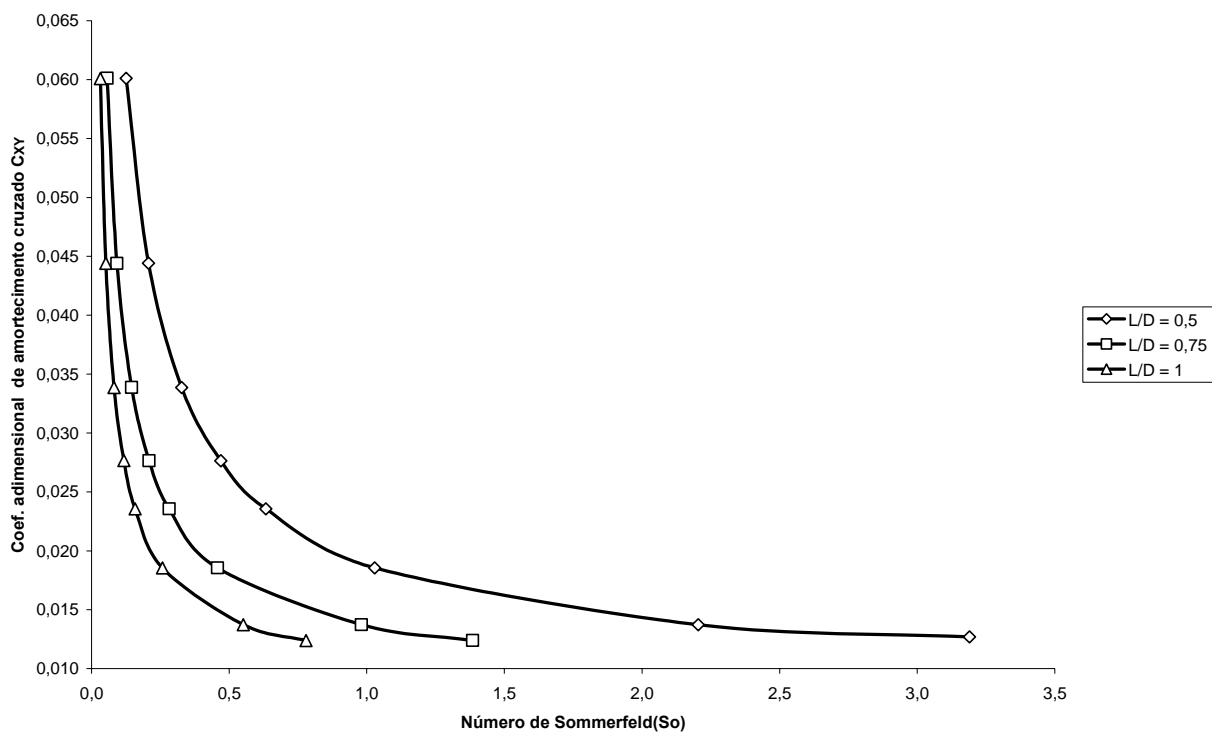


Figura 5.38 - Gráfico do Coef. de Amortecimento Cruzado  $C_{XY}$  pelo número de Sommerfeld para MP de 0,1

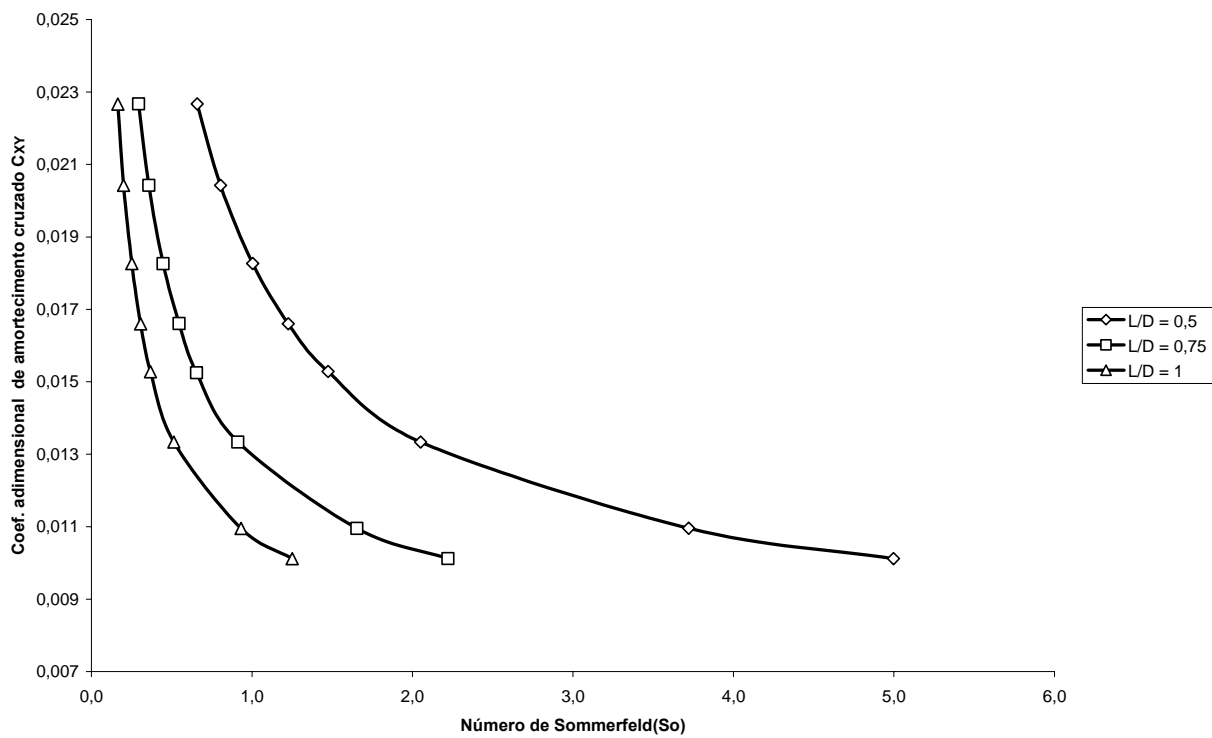


Figura 5.39 – Gráfico do Coef. de Amortecimento Cruzado  $C_{XY}$  pelo número de Sommerfeld para MP de 0,3

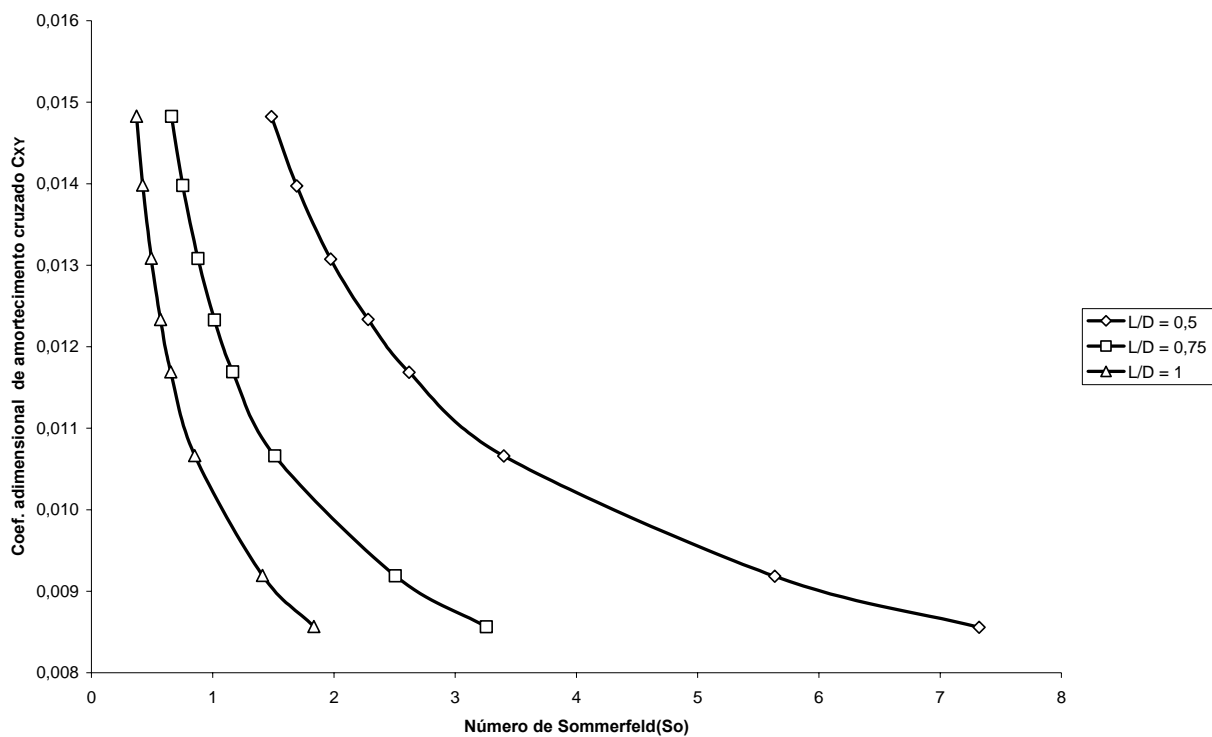


Figura 5.40 - Gráfico do Coef. de Amortecimento Cruzado  $C_{XY}$  pelo número de Sommerfeld para MP de 0,5

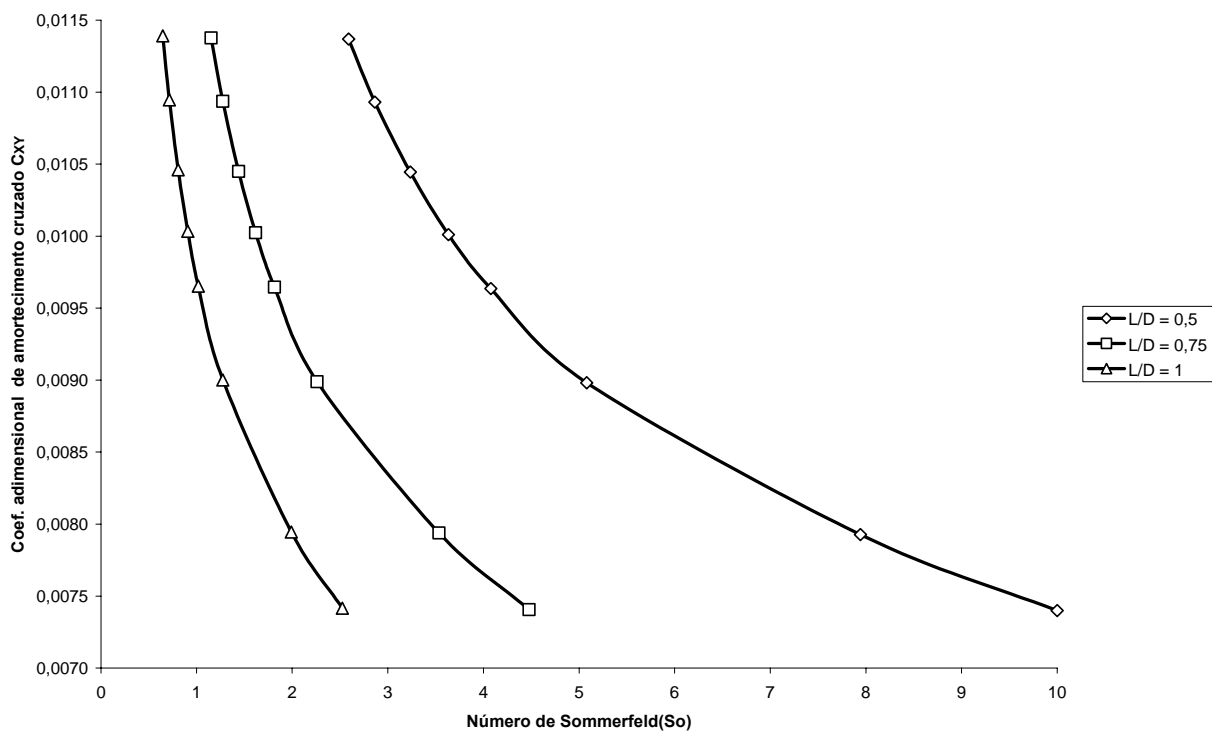


Figura 5.41 - Gráfico do Coef. de Amortecimento Cruzado  $C_{XY}$  pelo número de Sommerfeld para MP de 0,7

Analisando os gráficos das figuras 5.38, 5.39, 5.40 e 5.41, observa-se que para valores do Número de Sommerfeld ( $S_o$ ) próximos a zero e baixa razão MP (0,1), os valores do amortecimento cruzado  $C_{XY}$  serão elevados e não serão afetados pela razão L/D. Vê-se também que estes valores ( $C_{XY}$ ) em baixa razão MP (0,1) decrescem rapidamente com o aumento do número de  $S_o$ . Pode ser observado ainda que para altos valores da razão MP, os valores do amortecimento cruzado  $C_{XY}$  serão relativamente baixos, para qualquer razão L/D e número de Sommerfeld. Em casos com razão de MP elevada e valores de  $S_o$  altos, só se tem amortecimento  $C_{XY}$  para razão L/D pequena.

Comparando-se os gráficos das figuras 5.38 a 5.41 entre si, vê-se que o aumento da razão MP faz os valores de amortecimento cruzado  $C_{XY}$  diminuir rapidamente.

As figuras de número 5.42, 5.43, 5.44 e 5.45 mostram gráficos dos resultados obtidos da variação dos coeficientes de amortecimento cruzado ( $C_{YX}$ ) pelo número de Sommerfeld ( $S_o$ ), para três diferentes razões L/D (0,50; 0,75 e 1,0). As razões de MP variam de 0,1; 0,3; 0,5 e 0,7; mantendo-se a velocidade do eixo constante (2000 rpm). A figura 5.42 mostra o gráfico dos valores para a razão de MP de 0,1; a figura 5.43 para a razão de MP de 0,3; a figura 5.44 para a razão de MP de 0,5 e a figura 5.45 para a razão de MP de 0,7. Nelas a linha com marcações em losangos representa os valores obtidos para a razão L/D de 0,50. A linha com marcações em quadrados os valores obtidos para a razão L/D de 0,75 e a linha com marcações em triângulos os valores obtidos para a razão L/D de 1,0.

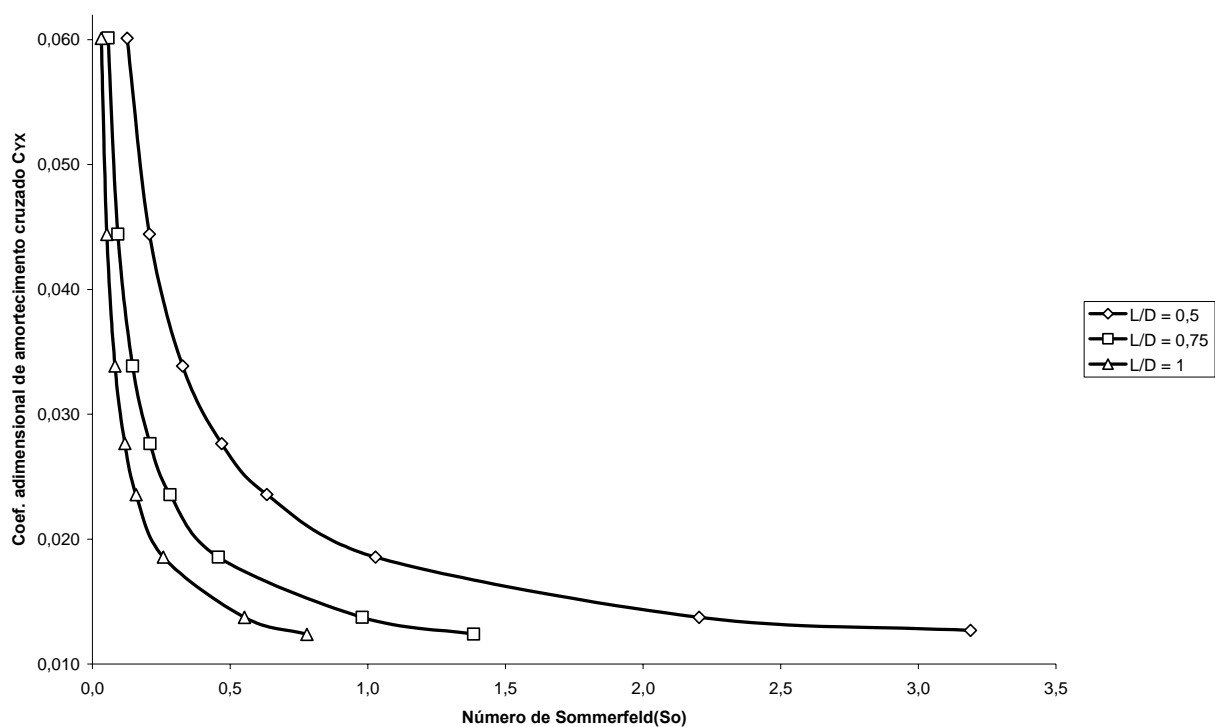


Figura 5.42 - Gráfico do Coef. de Amortecimento Cruzado  $C_{YX}$  pelo número de Sommerfeld para MP de 0,1

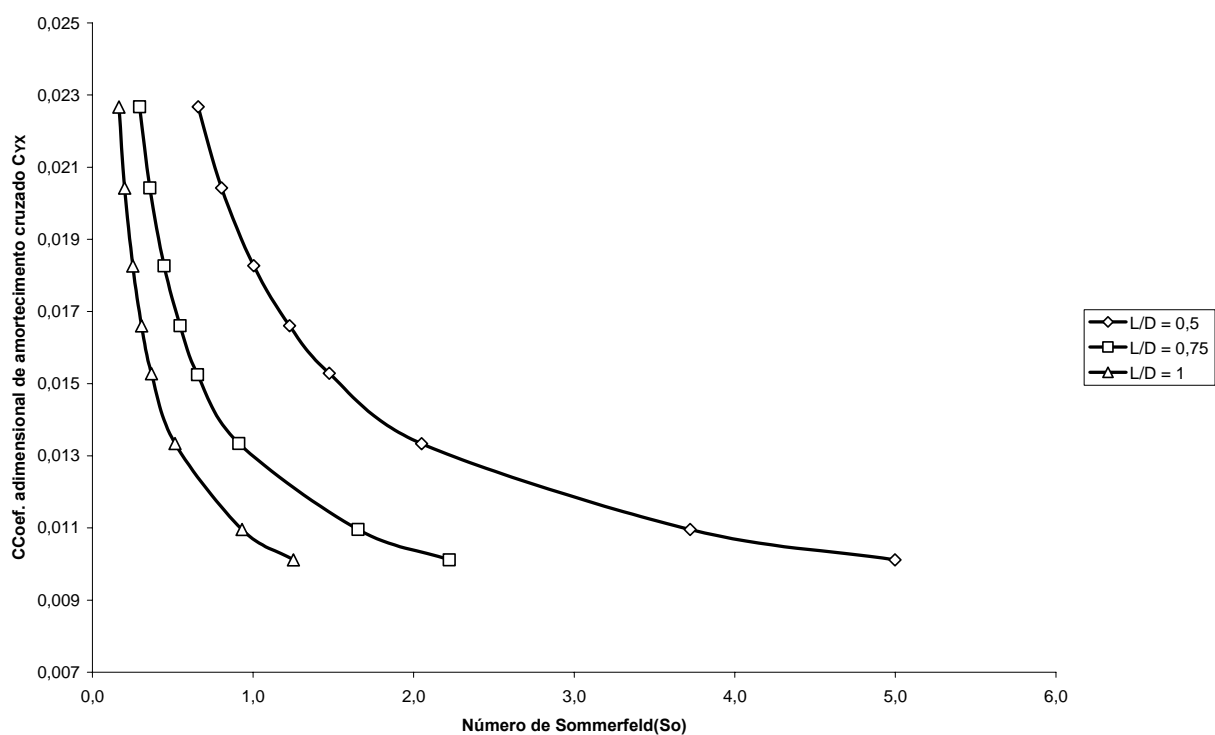


Figura 5.43 - Gráfico do Coef. de Amortecimento Cruzado  $C_{YX}$  pelo número de Sommerfeld para MP de 0,3

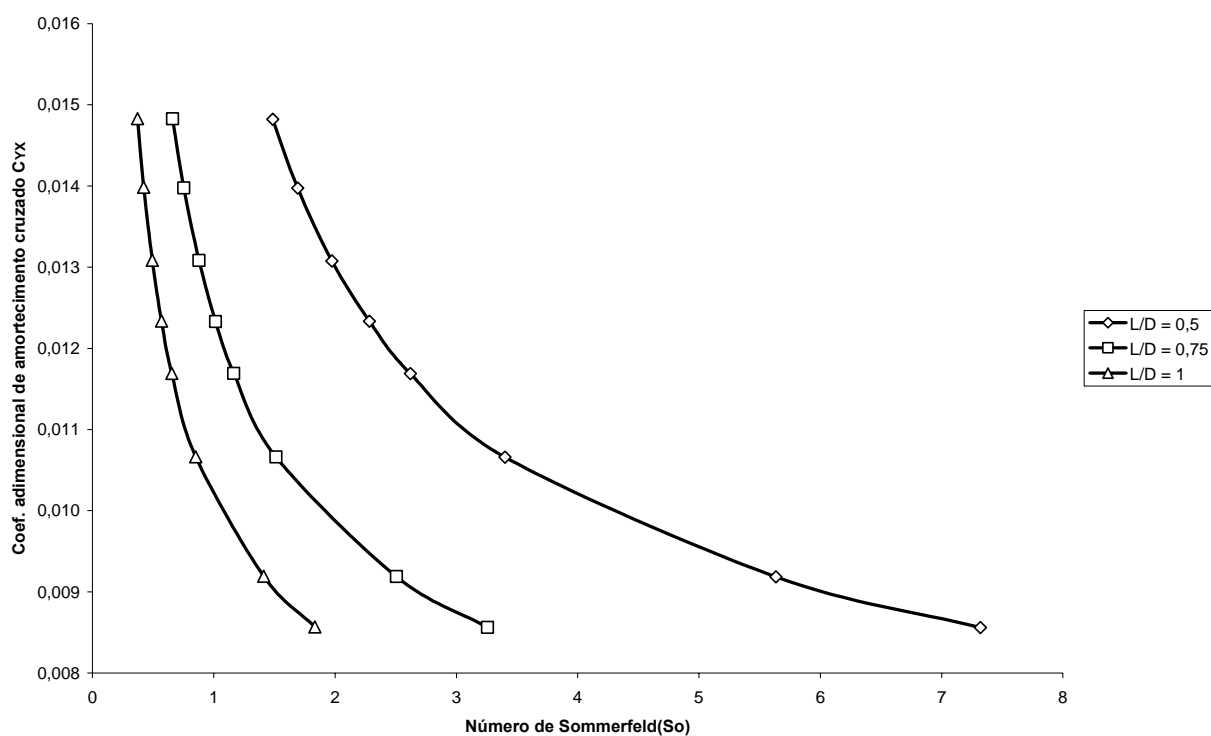


Figura 5.44 - Gráfico do Coef. de Amortecimento Cruzado  $C_{YX}$  pelo número de Sommerfeld para MP de 0,5

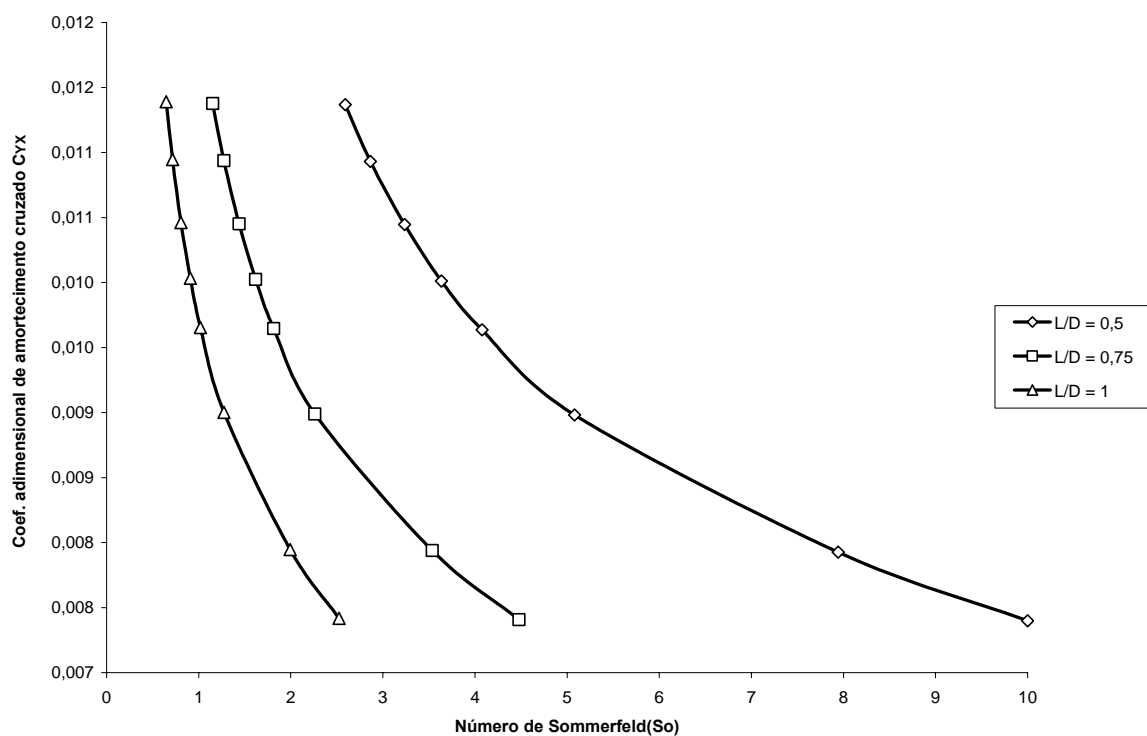


Figura 5.45 - Gráfico do Coef. de Amortecimento Cruzado  $C_{YX}$  pelo número de Sommerfeld para MP de 0,7

Analisando os gráficos das figuras 5.42, 5.43, 5.44 e 5.45, observa-se que para valores do número de Sommerfeld ( $S_0$ ) próximos a zero e baixa razão MP (0,1), os valores do amortecimento cruzado  $C_{YX}$  serão elevados e não serão afetados pela razão L/D. Vê-se também que estes valores ( $C_{YX}$ ) em baixa razão MP (0,1) decrescem rapidamente com o aumento do  $S_0$ . Pode ser observado ainda que para altos valores da razão MP, os valores do amortecimento  $C_{YX}$  serão relativamente baixos, para qualquer razão L/D e número de Sommerfeld. Em casos com razão de MP elevada e valores de  $S_0$  altos, só se tem amortecimento  $C_{YX}$  para razão de L/D pequena.

Comparando-se os gráficos das figuras 5.42, 5.43, 5.44 e 5.45 entre si, vê-se que o aumento da razão MP faz os valores de amortecimento  $C_{YX}$  diminuir rapidamente.

As figuras de número 5.46, 5.47, 5.48 e 5.49 mostram gráficos dos resultados obtidos da variação dos coeficientes de rigidez direta vertical ( $K_{XX}$ ) pelo número de Sommerfeld ( $S_0$ ), para três diferentes razões de L/D (0,50; 0,75 e 1,0). As razões de MP variam de 0,1; 0,3; 0,5 e 0,7; mantendo-se a velocidade do eixo constante (2000 rpm). A figura 5.46 mostra o gráfico dos valores para a razão de MP de 0,1; a figura 5.47 para a razão de MP de 0,3; a figura 5.48 para a razão de MP de 0,5 e a figura 5.49 para a razão de MP de 0,7. Nelas a linha com marcações em losangos representa os valores obtidos para a razão L/D de 0,50. A linha com marcações em quadrados os valores obtidos para a razão L/D de 0,75 e a linha com marcações em triângulos os valores obtidos para a razão L/D de 1,0.

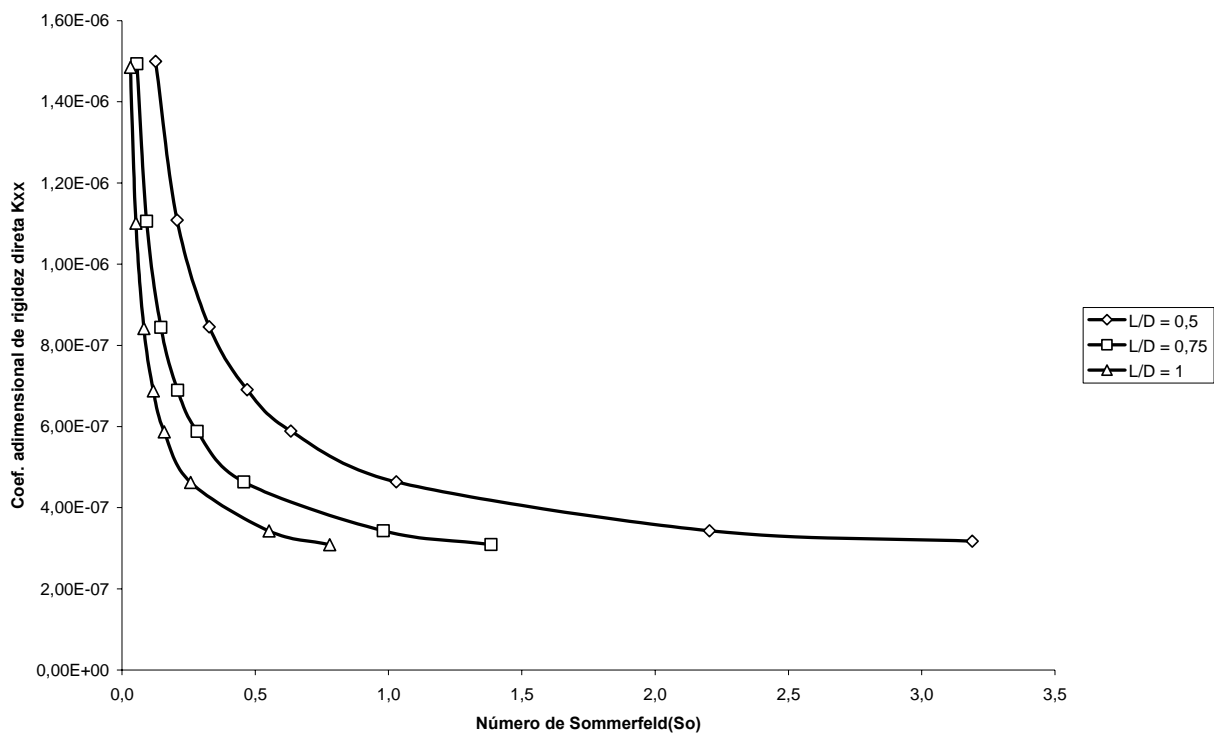


Figura 5.46 - Gráfico do Coef. de Rigidez Direta  $K_{xx}$  pelo número de Sommerfeld para MP de 0,1

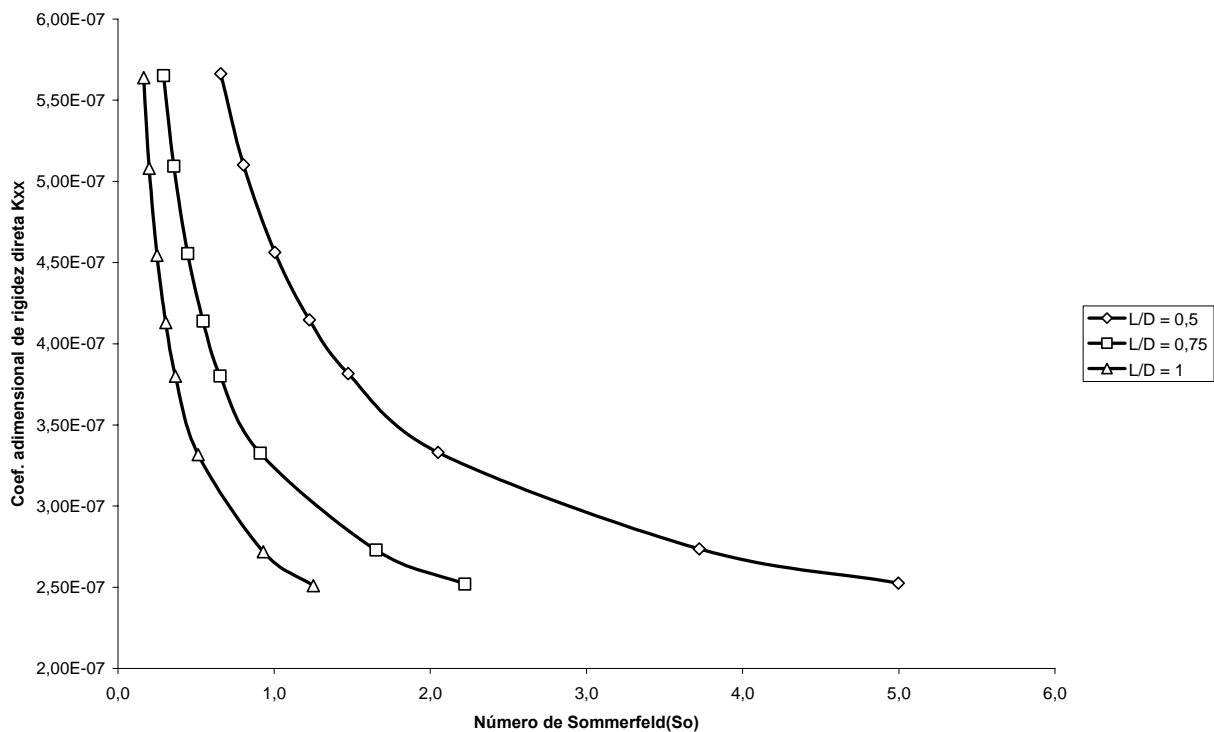


Figura 5.47 - Gráfico do Coef. de Rigidez Direta  $K_{xx}$  pelo número de Sommerfeld para MP de 0,3



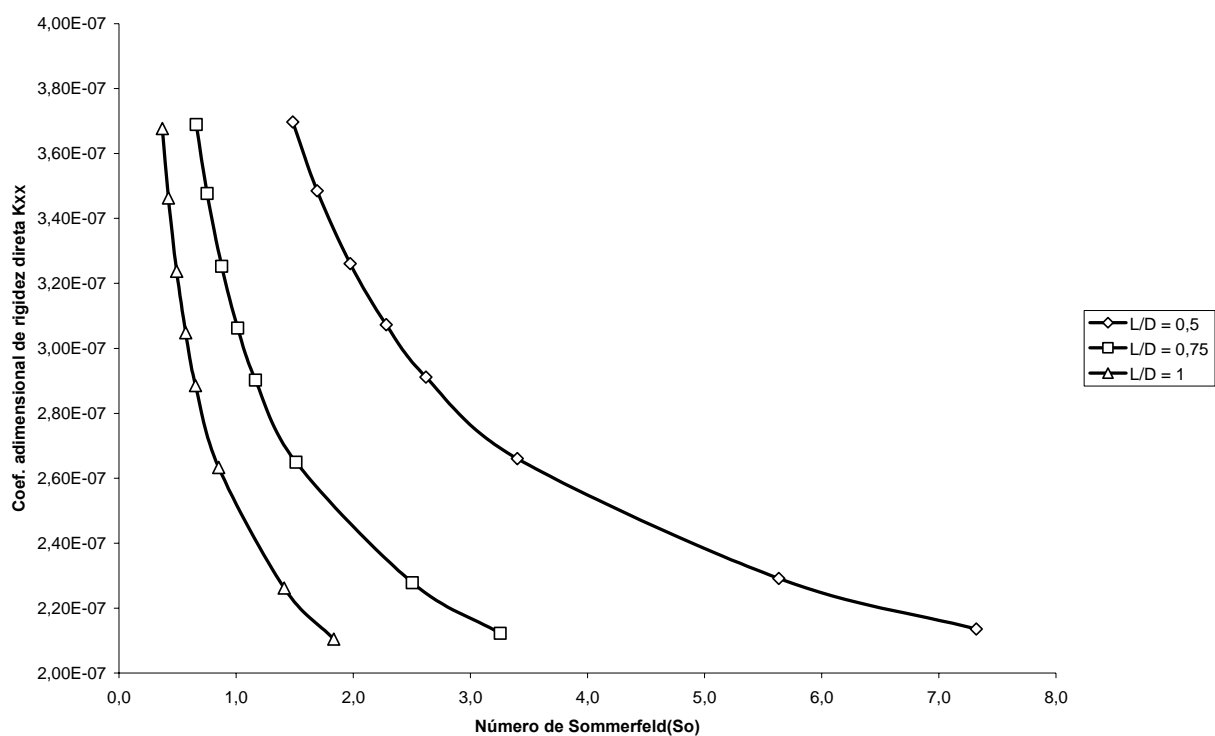


Figura 5.48 - Gráfico do Coef. de Rigidez Direta  $K_{xx}$  pelo número de Sommerfeld para MP de 0,5

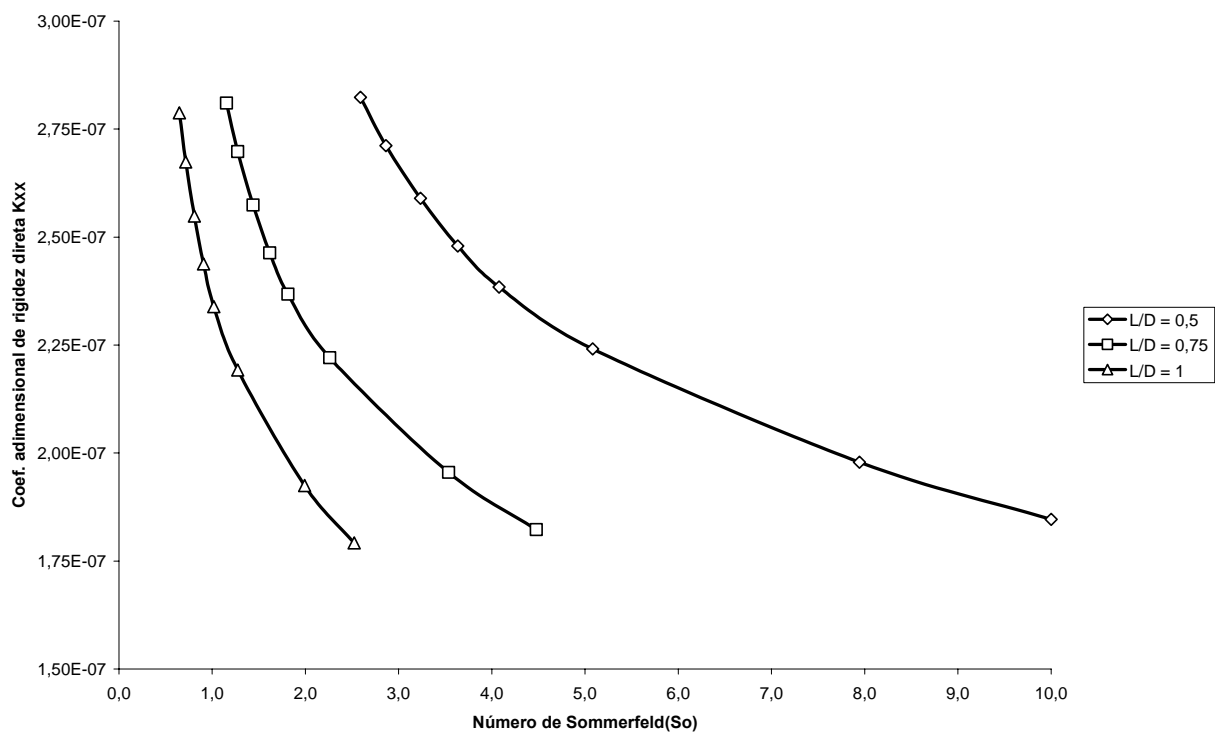


Figura 5.49 - Gráfico do Coef. de Rigidez Direta  $K_{xx}$  pelo número de Sommerfeld para MP de 0,7

Os gráficos das figuras 5.46, 5.47, 5.48 e 5.49 (coeficientes de rigidez direta vertical  $K_{XX}$ ) mostram curvas que se comportam da mesma maneira que as referentes aos coeficientes de amortecimento cruzado,  $C_{XY}$ , (figuras 5.38, 5.39, 5.40 e 5.41), assim a análise daquelas segue o que já foi dito para estas.

Analisando os gráficos das figuras 5.46, 5.47, 5.48 e 5.49, observa-se que para valores do número de Sommerfeld ( $S_o$ ) próximos a zero e baixa razão MP (0,1), os valores de rigidez  $K_{XX}$  serão elevados e não serão afetados pela razão L/D. Vê-se também que estes valores ( $K_{XX}$ ) em baixa razão MP (0,1) decrescem rapidamente com o aumento do número de  $S_o$ . Pode ser observado ainda que para altos valores da razão MP, os valores de rigidez  $K_{XX}$  serão relativamente baixos, para qualquer razão L/D e número de Sommerfeld. Em casos com razão de MP elevada e valores de  $S_o$  altos, só se tem rigidez  $K_{XX}$  para razão de L/D pequena.

Comparando-se os gráficos das figuras 5.46 a 5.49 entre si, vê-se que o aumento da razão de MP faz os valores de rigidez  $K_{XX}$  diminuir rapidamente.

As figuras de número 5.50, 5.51, 5.52 e 5.53 mostram gráficos dos resultados obtidos da variação dos coeficientes de rigidez direta horizontal ( $K_{YY}$ ) pelo número de Sommerfeld ( $S_o$ ), para três diferentes razões de L/D (0,50; 0,75 e 1,0). As razões de MP variam de 0,1; 0,3; 0,5 e 0,7; mantendo-se a velocidade do eixo constante (2000 rpm).

A figura 5.50 mostra o gráfico dos valores para a razão de MP de 0,1; a figura 5.51 para a razão de MP de 0,3; a figura 5.52 para a razão de MP de 0,5 e a figura 5.53 para a razão de MP de 0,7. Nelas a linha com marcações em losangos representa os valores obtidos para a razão L/D de 0,50. A linha com marcações em quadrados os valores obtidos para a razão L/D de 0,75 e a linha com marcações em triângulos os valores obtidos para a razão L/D de 1,0.

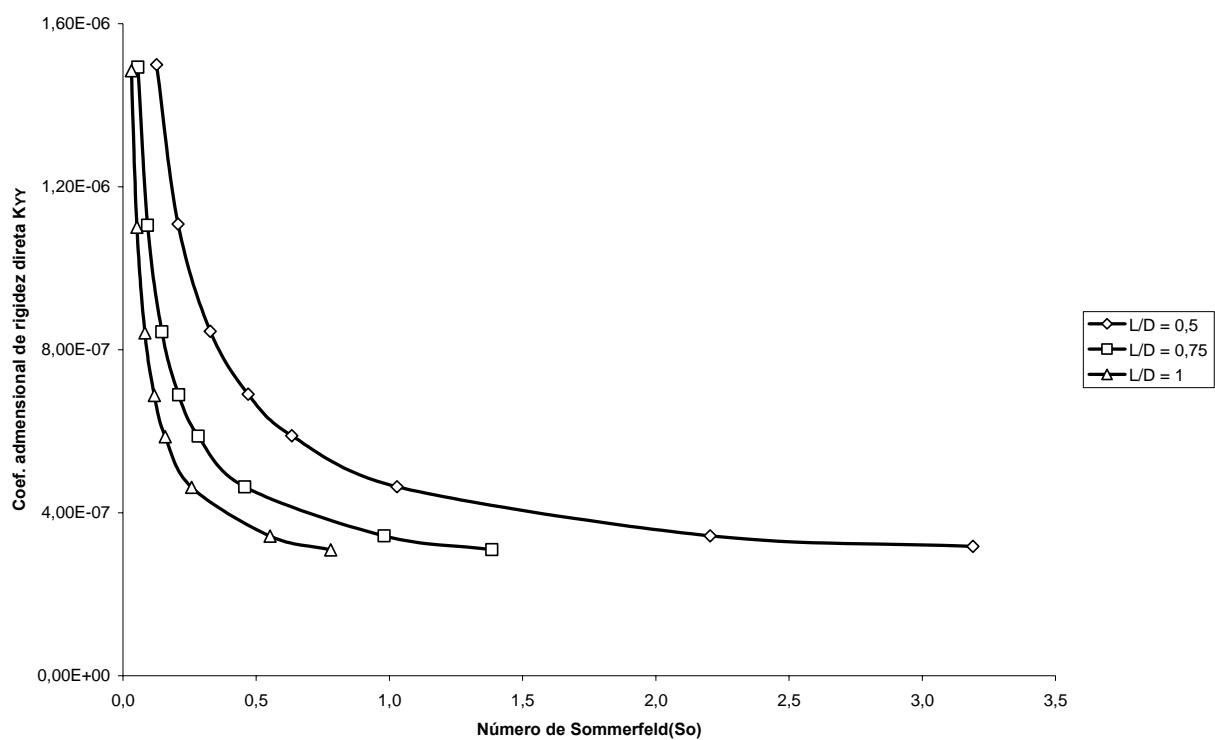


Figura 5.50 - Gráfico do Coef. de Rigidez Direta  $K_{YY}$  pelo número de Sommerfeld para MP de 0,1

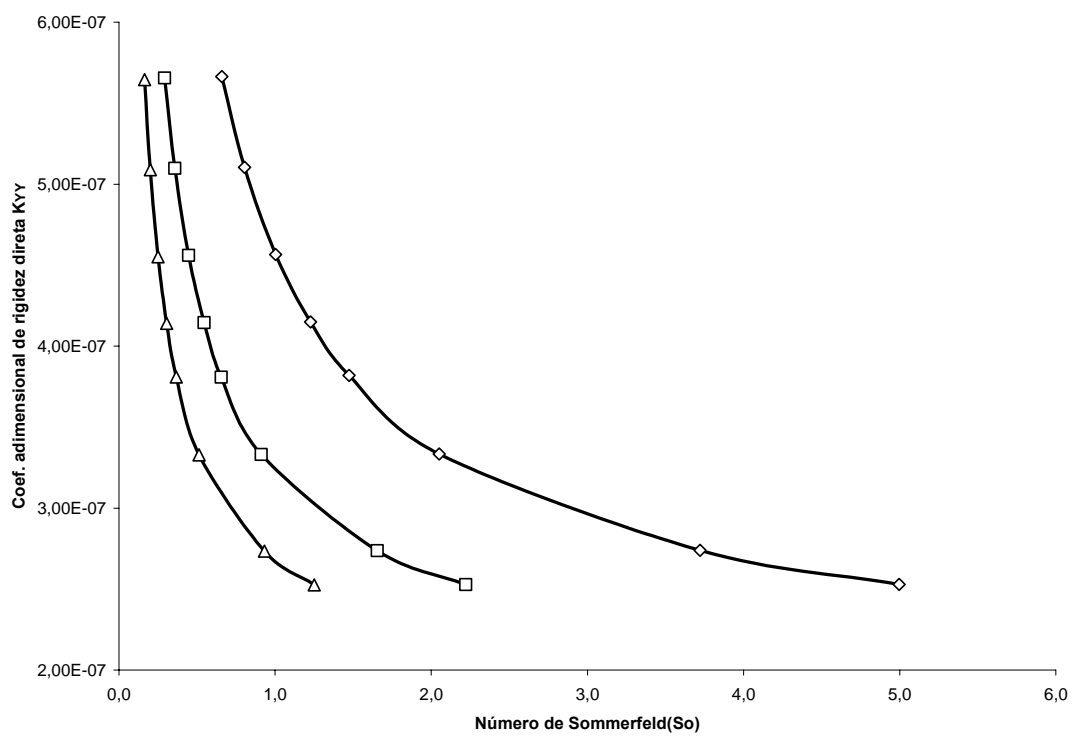


Figura 5.51 - Gráfico do Coef. de Rigidez Direta  $K_{YY}$  pelo número de Sommerfeld para MP de 0,3

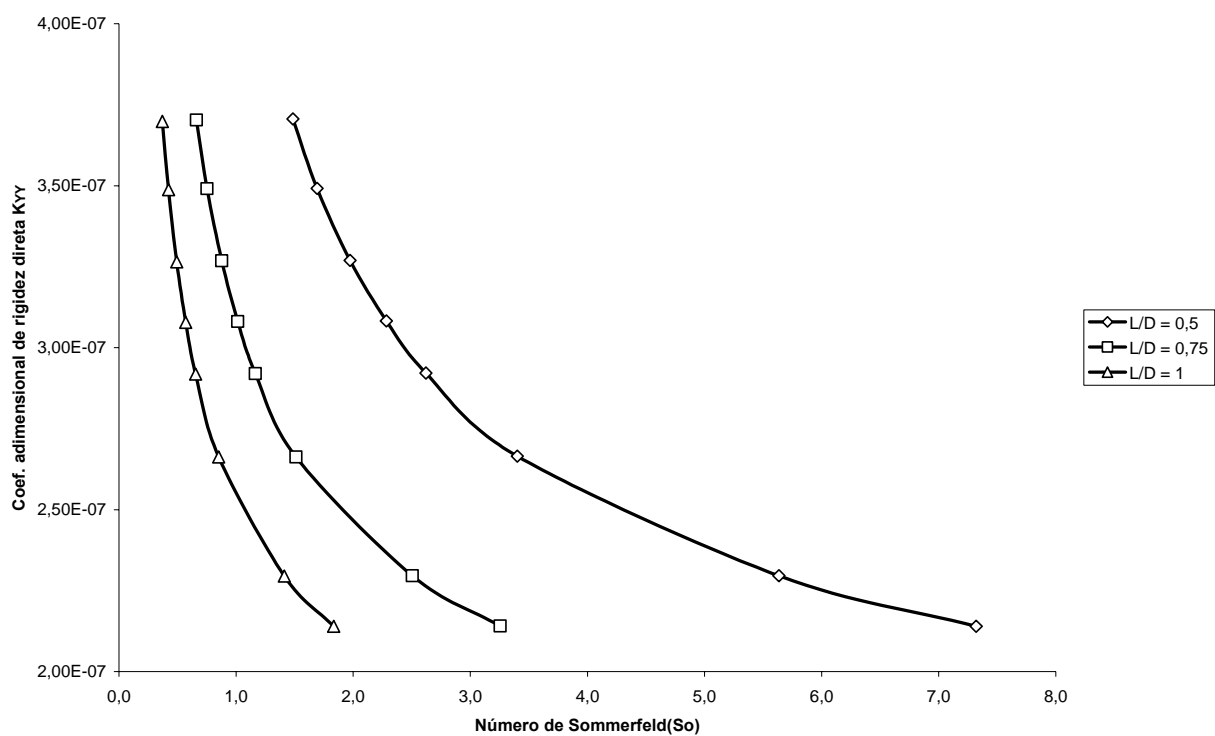


Figura 5.52 - Gráfico do Coef. de Rigidez Direta  $K_{YY}$  pelo número de Sommerfeld para MP de 0,5

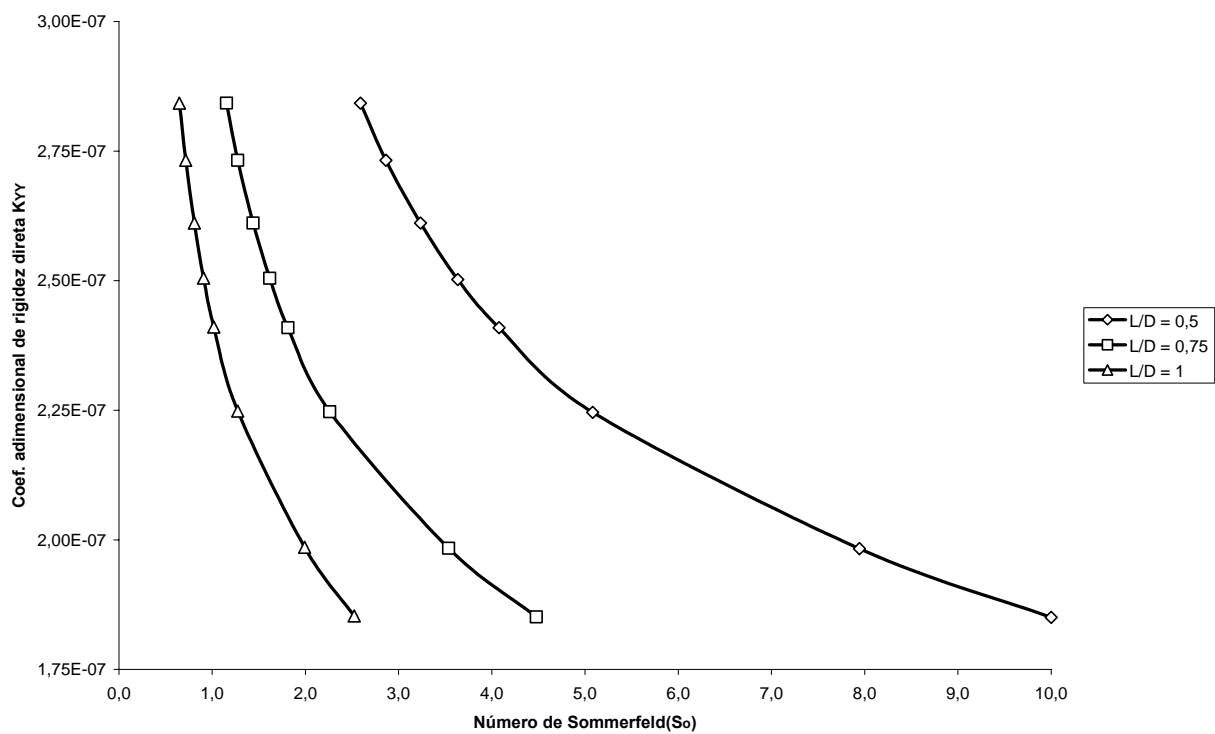


Figura 5.53 - Gráfico do Coef. de Rigidez Direta  $K_{YY}$  pelo número de Sommerfeld para MP de 0,7

Os gráficos das figuras 5.50, 5.51, 5.52 e 5.53 (coeficiente de rigidez direta  $K_{YY}$ ) mostram curvas que se comportam da mesma maneira que as referentes aos coeficientes de amortecimento cruzado  $C_{YX}$  (figuras 5.42, 5.43, 5.44 e 5.45), assim a análise daquelas segue o que já foi dito para estas. Analisando os gráficos das figuras 5.50, 5.51, 5.52 e 5.53, observa-se que para valores do número de Sommerfeld ( $S_o$ ) próximos a zero e baixa razão MP (0,1), os valores do coeficiente de rigidez direta  $K_{YY}$  serão elevados e não serão afetados pela razão L/D. Vê-se também que estes valores ( $K_{YY}$ ) em baixa razão MP (0,1) decrescem rapidamente com o aumento do  $S_o$ . Pode ser observado ainda que para altos valores da razão MP, os valores do coeficiente de rigidez direta  $K_{YY}$  serão relativamente baixos, para qualquer razão L/D e número de Sommerfeld. Em casos com razão de MP elevada e valores de  $S_o$  altos, só se tem coeficiente de rigidez direta  $K_{YY}$  para razão de L/D pequena.

Comparando-se os gráficos das figuras 5.50, 5.51, 5.52 e 5.53 entre si, vê-se que o aumento da razão MP faz os valores dos coeficientes de rigidez direta  $K_{YY}$  diminuir rapidamente.

Quadro 5.12 – Visualização simplificada dos efeitos observados com a variação dos parâmetros geométricos e operacionais do mancal para os gráficos dos grupos 1 e 2

Parâmetro do Mancal		Efeito Observado	
L/D ↓ ou ↑	MP → 0	$C_{YY}, C_{XY}, C_{YX}, K_{XX}, K_{XY}$ e $K_{YY} ↑$	$S_o → 0$
L/D → 1	MP → 0	Não Existe	$S_o → ∞$
L/D ↓	MP ↑	$C_{YY}, C_{XY}, C_{YX}, K_{XX}, K_{XY}$ e $K_{YY} ↓$	$S_o ↑$
L/D =	MP → 0	$C_{YY}, C_{XY}, C_{YX}, K_{XX}, K_{XY}$ e $K_{YY} ↓↓$ (*)	$S_o ↑$

(\*)Duas setas ao invés de uma representam que a variação é abrupta

5.2.6.3 Grupo 3: Coeficientes de amortecimento direto vertical ( $C_{XX}$ ) e de rigidez cruzada ( $K_{YX}$ ) pelo número de Sommerfeld ( $S_o$ )

As figuras de número 5.54, 5.55, 5.56 e 5.57 mostram gráficos dos resultados obtidos da variação dos coeficientes de amortecimento diretos verticais ( $C_{XX}$ ) pelo número de Sommerfeld ( $S_o$ ), para três diferentes razões de L/D (0,50; 0,75 e 1,0). As razões de MP variam de 0,1; 0,3; 0,5 e 0,7; mantendo-se a velocidade do eixo constante (2000 rpm). A figura 5.54 mostra o gráfico dos valores para a razão de MP de 0,1; a figura 5.55 para a razão de MP de 0,3;

a figura 5.56 para a razão de MP de 0,5 e a figura 5.57 para a razão de MP de 0,7. Nelas a linha com marcações em losangos representa os valores obtidos para a razão L/D de 0,50. A linha com marcações em quadrados os valores obtidos para a razão L/D de 0,75 e a linha com marcações em triângulos os valores obtidos para a razão L/D de 1,0.

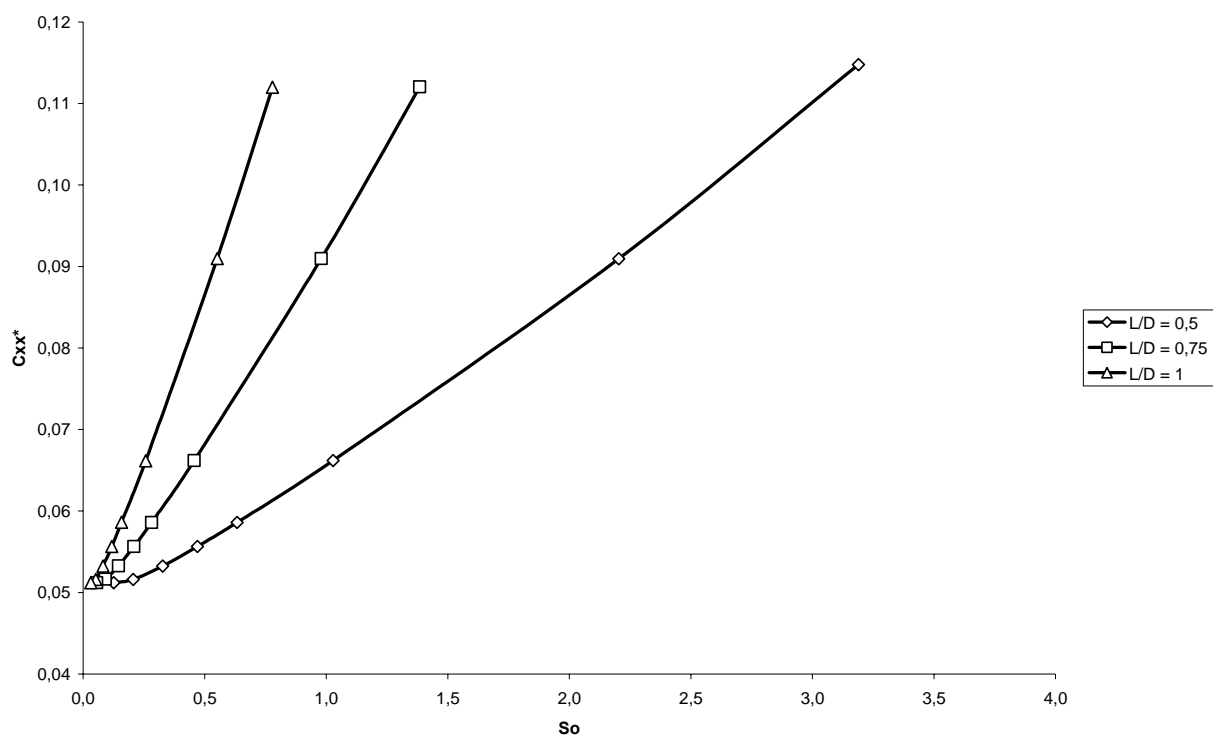


Figura 5.54 - Gráfico do Coef. de Amortecimento  $C_{xx}$  pelo número de Sommerfeld para MP de 0,1

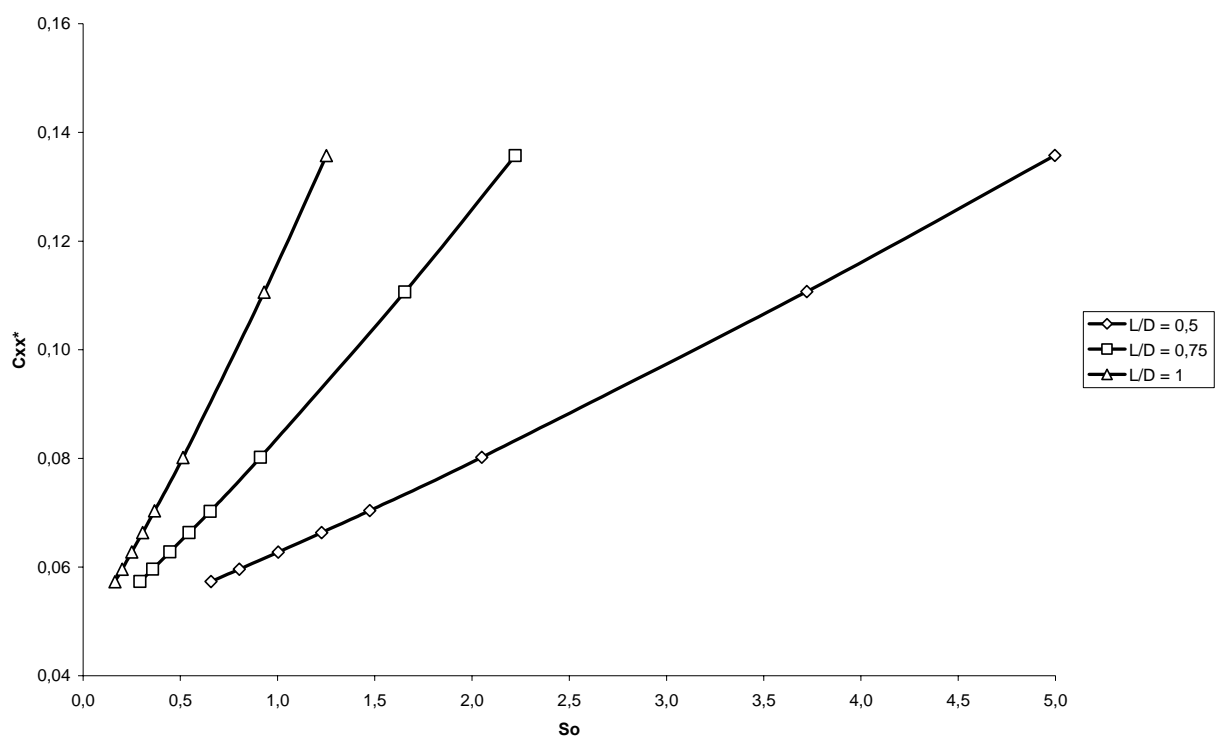


Figura 5.55 - Gráfico do Coef. de Amortecimento  $C_{XX}$  pelo número de Sommerfeld para MP de 0,3

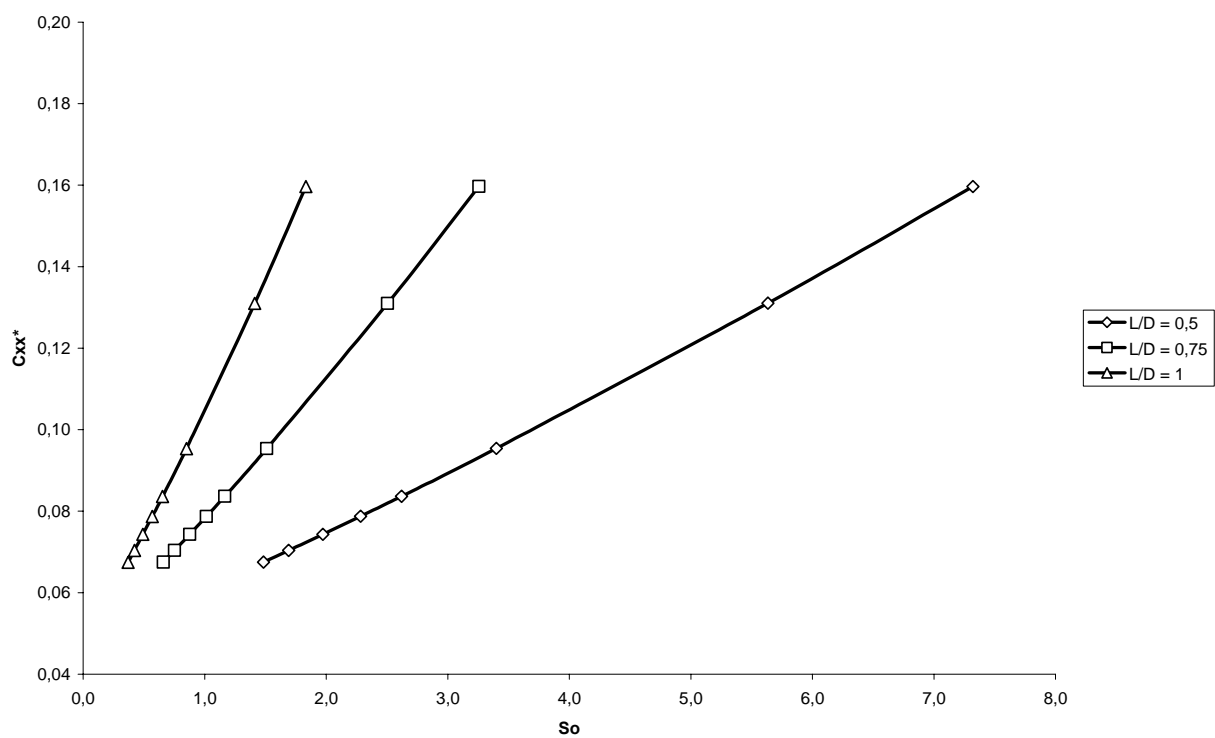


Figura 5.56 - Gráfico do Coef. de Amortecimento  $C_{XX}$  pelo número de Sommerfeld para MP de 0,5

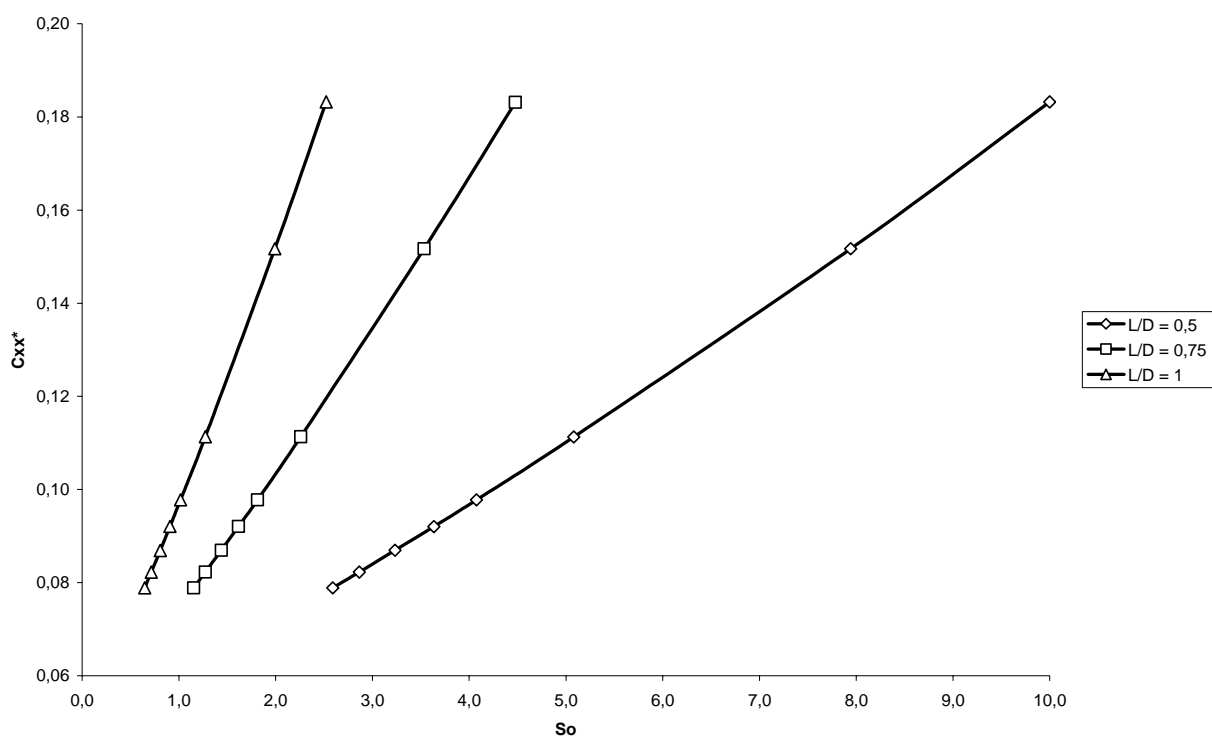


Figura 5.57 - Gráfico do Coef. de Amortecimento  $C_{XX}$  pelo número de Sommerfeld para MP de 0,7

Nos gráficos das figuras 5.54 a 5.57 o amortecimento direto vertical ( $C_{XX}$ ) vê-se que para um mesmo número de Sommerfeld ( $S_o$ ) e razão de MP, o valor do amortecimento  $C_{XX}$  será maior quanto menor for a razão  $L/D$ . Observa-se também que à medida que  $S_o$  cresce só haverá amortecimento  $C_{XX}$  para baixos valores da razão  $L/D$  e isto se torna mais significativo quanto maior for a razão de MP. Já para valores de  $S_o$  próximos a zero e baixa razão de MP (0,1), o valor do amortecimento  $C_{XX}$  independe da razão  $L/D$ .

Comparando-se os gráficos das figuras 5.54 a 5.57 entre si, vê-se que para um mesmo  $S_o$ , com o aumento da razão MP, aumenta-se o valor do amortecimento  $C_{XX}$  e que um mesmo valor de amortecimento  $C_{XX}$  pode ser obtido para vários  $S_o$ , bastando-se aumentar a razão  $L/D$ .

As figuras de número 5.58, 5.59, 5.60 e 5.61 mostram gráficos dos resultados obtidos da variação dos coeficientes de rigidez cruzada ( $K_{YX}$ ) pelo número de Sommerfeld ( $S_o$ ), para três diferentes razões de  $L/D$  (0,50; 0,75 e 1,0). As razões de MP variam de 0,1; 0,3; 0,5 e 0,7; mantendo-se a velocidade do eixo constante (2000 rpm). A figura 5.58 mostra o gráfico dos valores para a razão de MP de 0,1; a figura 5.59 para a razão de MP de 0,3; a figura 5.60 para a razão de MP de 0,5 e a figura 5.61 para a razão de MP de 0,7. Nelas a linha com marcações em



losangos representa os valores obtidos para a razão  $L/D$  de 0,50. A linha com marcações em quadrados os valores obtidos para a razão  $L/D$  de 0,75 e a linha com marcações em triângulos os valores obtidos para a razão  $L/D$  de 1,0.

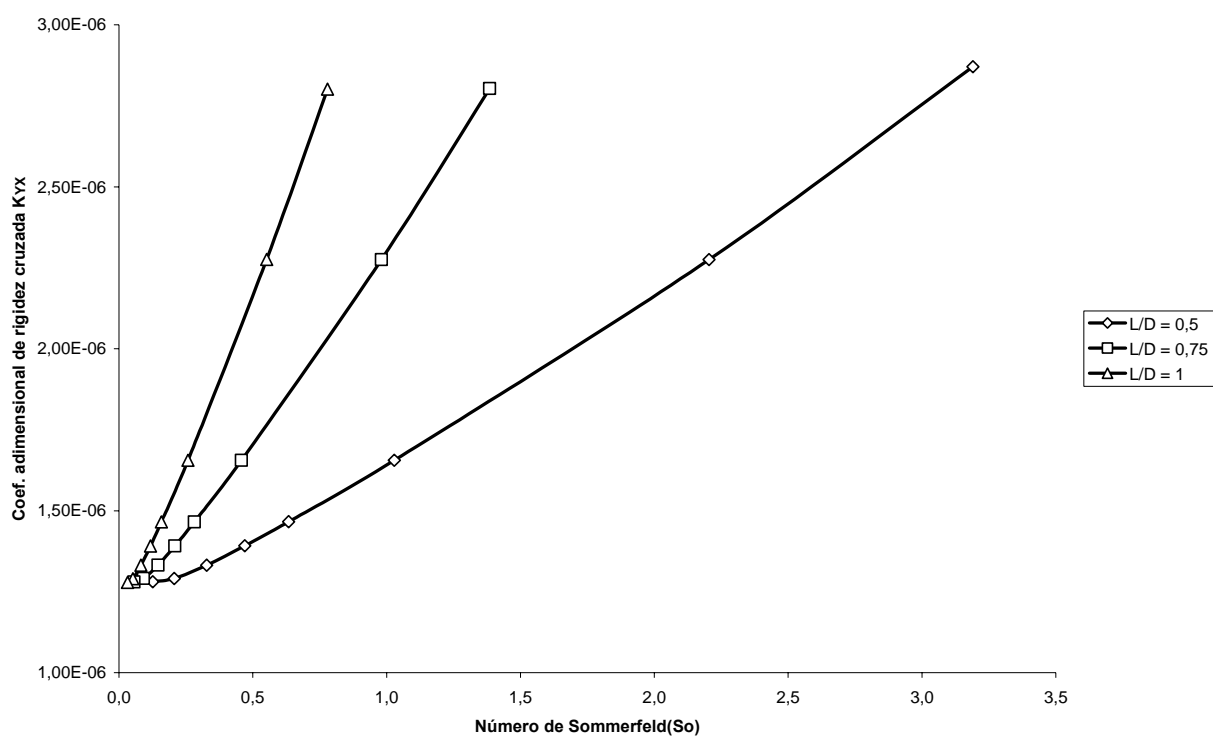


Figura 5.58 - Gráfico do Coef. de Rigidez Cruzada  $K_{YX}$  pelo número de Sommerfeld para MP de 0,1

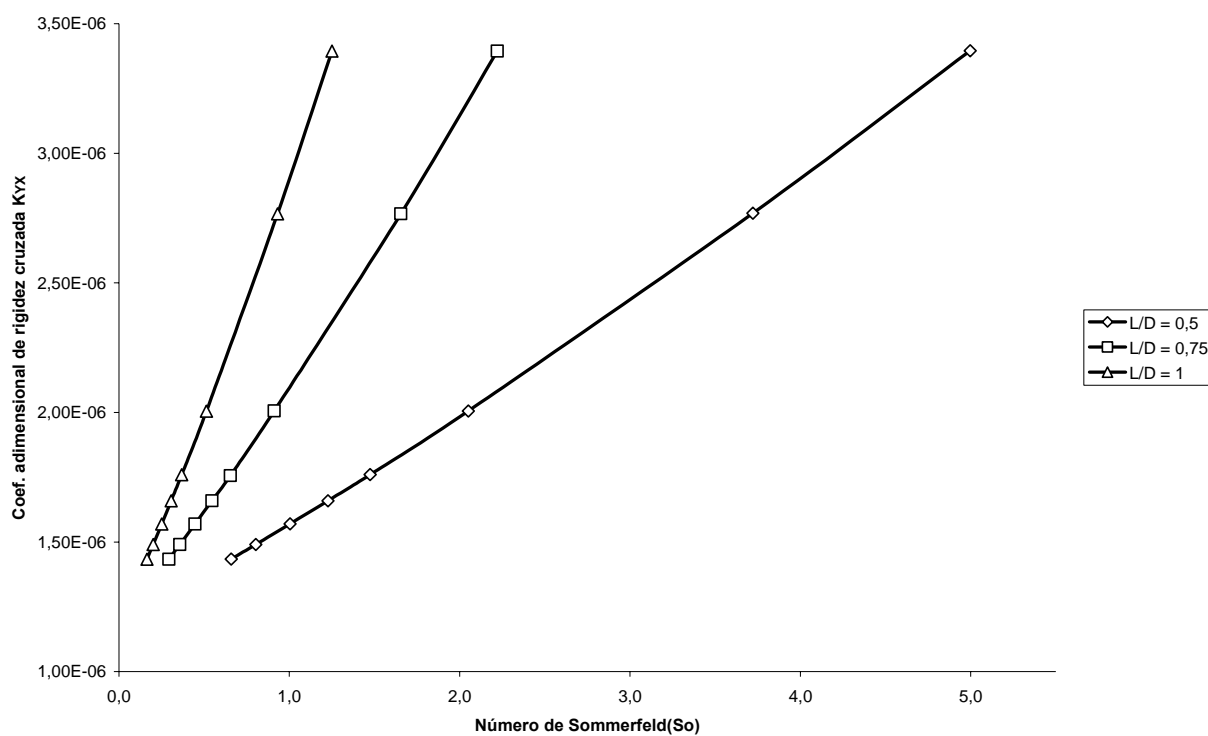


Figura 5.59 - Gráfico do Coef. de Rigidez Cruzada  $K_{YX}$  pelo número de Sommerfeld para  $MP$  de 0,3

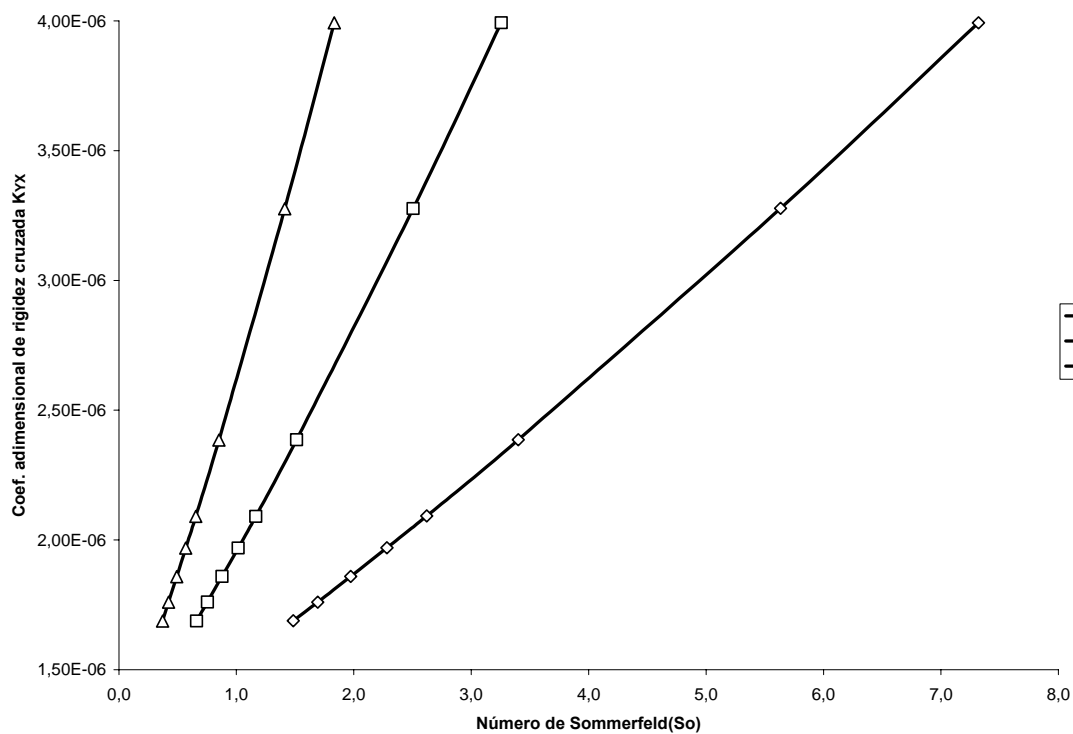


Figura 5.60 - Gráfico do Coef. de Rigidez Cruzada  $K_{YX}$  pelo número de Sommerfeld para  $MP$  de 0,5

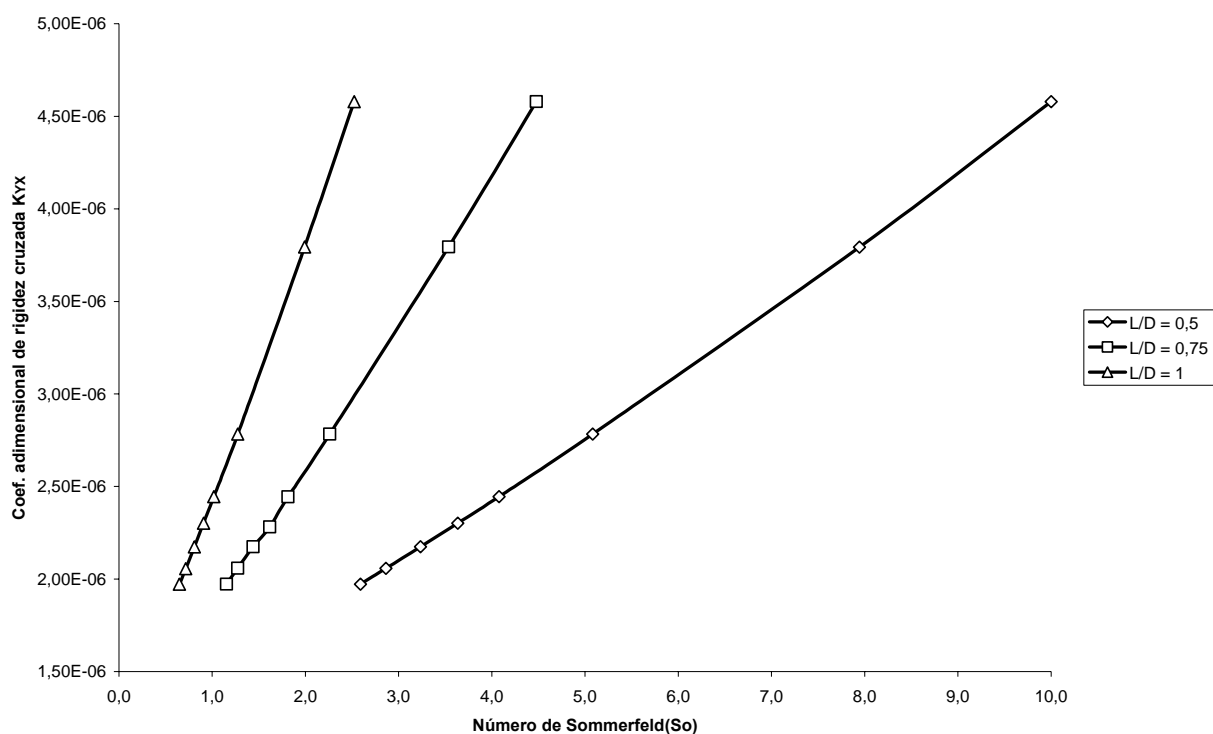


Figura 5.61. - Gráfico do Coef. de Rigidez Cruzada  $K_{YX}$  pelo número de Sommerfeld para MP de 0,7

Os gráficos das figuras 5.58 a 5.61 (coeficiente de rigidez cruzada,  $K_{YX}$ ) mostram curvas que se comportam da mesma maneira que as referentes aos coeficientes de amortecimento direto vertical (figuras 5.54 a 5.57), assim a análise daquelas segue o que já foi dito para estas.

Nos gráficos das figuras 5.58 a 5.61, vê-se que para um mesmo número de Sommerfeld ( $S_0$ ) e razão de MP, o valor do coeficiente de rigidez cruzada ( $K_{YX}$ ) será maior quanto menor for a razão  $L/D$  e este aumento varia linearmente. Observa-se também que à medida que  $S_0$  cresce só haverá rigidez cruzada  $K_{YX}$  para baixos valores da razão  $L/D$  e isto se torna mais significativo quanto maior for a razão de MP. Já para valores de  $S_0$  próximos a zero e baixa razão de MP (0,1), o valor da rigidez cruzada  $K_{YX}$  independe da razão  $L/D$ .

Comparando-se os gráficos das figuras 5.58, 5.59, 5.60 e 5.61 entre si, vê-se que para um mesmo  $S_0$ , com o aumento da razão MP, aumenta-se o valor da rigidez cruzada  $K_{YX}$  e que um mesmo valor de rigidez cruzada  $K_{YX}$  pode ser obtido para vários  $S_0$ , bastando-se aumentar a razão  $L/D$ .

Quadro 5.13 – Visualização simplificada dos efeitos observados com a variação dos parâmetros geométricos e operacionais do mancal para os gráficos do grupo 3

Parâmetro do Mancal		Efeito Observado	
$L/D \downarrow$	$MP =$	$C_{XX}$ e $K_{YX} \downarrow$	$So = 0$
$L/D =$	$MP \uparrow$	$C_{XX}$ e $K_{YX} \downarrow$	$So = 0$
$L/D \rightarrow 1$	$MP \rightarrow 0$	Não Existe $C_{XX}$ e $K_{YX}$	$So \rightarrow \infty$
$L/D =$	$MP \rightarrow 0$	$C_{XX}$ e $K_{YX} \uparrow$	$So \uparrow$
$L/D =$	$MP \uparrow$	$C_{XX}$ e $K_{YX} \uparrow$	$So \uparrow$

## 6 CONCLUSÕES

Esse trabalho mostra os resultados obtidos com o desenvolvimento de um procedimento computacional com uma formulação numérica de elementos finitos para a análise de mancais radiais elípticos hidrodinâmicos, feita com base na teoria da lubrificação, através da equação de Reynolds. Nesta formulação, foram utilizados elementos isoparamétricos lineares, utilizando-se do método de Galerkin para se chegar ao sistema de equações de elementos finitos para as equações de lubrificação.

Com os resultados alcançados através do procedimento de elementos finitos, geraram-se gráficos que mostram as curvas da capacidade de carga, altura mínima do filme de óleo e coeficientes dinâmicos para diversas características geométricas relativas a várias razões de MP e L/D. A partir dos resultados obtidos é possível analisar estas características no projeto dos mancais, adequando a melhor geometria às condições de trabalho existentes e a estimar de maneira satisfatória a altura mínima do filme de óleo, a capacidade de carga e os coeficientes dinâmicos destas condições.

Esta orientação para a escolha da geometria mais apropriada é tão importante para o projetista de mancais na especificação preliminar de mancais mais adequados e eficientes, quanto na compreensão dos efeitos desta geometria no comportamento dos mancais na análise de casos em funcionamento por engenheiros de campo, podendo assim tornar-se uma ferramenta útil para ambos.

Este trabalho mostrou como varia o desempenho dos mancais com relação as principais características geométricas no perfil elíptico e comparou este perfil com o cilíndrico ( $MP \rightarrow 0$ ) em diversos parâmetros. Ficou claro na comparação entre os dois perfis, como dito nos comentários dos gráficos 5.15 a 5.18 e 5.34 a 5.37 nas páginas 65 e 81 respectivamente, que com o aumento da velocidade de rotação do eixo e para carregamentos menores, o perfil cilíndrico passa a não ser o mais adequado. Mostra-se também que dentro do perfil elíptico, há configurações geométricas mais apropriadas a uma dada condição de trabalho do mancal do que outras. Como citado no primeiro capítulo, a continuidade natural deste trabalho é ampliar a análise para mancais com perfil offset e offset duplo.

Viu-se que com o aumento da razão de MP ou a diminuição da razão L/D se

alcançam valores mais elevados do  $S_0$ . Contudo, chega-se a estes valores mais altos do  $S_0$  de maneira bem mais eficiente com o aumento da razão de MP do que com a diminuição de L/D.

Observou-se que só haverá formação de filme com  $S_0$  alto, quando a razão de MP for elevada. Assim sendo, a definição da MP depende do valor do  $S_0$  que se tenha ou que se deseja alcançar, mostrando-se a inadequação de mancais cilíndricos ( $MP \rightarrow 0$ ) para valores de  $S_0$  altos (falta de carregamento no mancal).

Pode ser visto que para uma mesma velocidade, com o aumento da razão L/D, há um esperado aumento da capacidade de carga do mancal ( $W^*$ ), porém a perda desta capacidade é menos significativa quanto maior for a taxa de MP e mais relevante quanto menor for.

Observou-se que se mantendo a velocidade constante, com o aumento da taxa de MP, há uma perda da capacidade de carga ( $W^*$ ) bem mais significativa quando temos razões de L/D maiores. Bem como, para uma mesma razão de MP e L/D, com o aumento da velocidade do eixo, há uma perda na  $W^*$ , enquanto que a altura mínima do filme de óleo aumenta. Estas variações na capacidade de carga e na altura mínima do filme de óleo são pouco sensíveis para baixos valores de razão L/D.

Viu-se que para valores do  $S_0$  próximos a zero e baixa razão MP (0,1), os valores de amortecimento  $C_{YY}$ ,  $C_{XY}$  e  $C_{YX}$  e de rigidez  $K_{XX}$ ,  $K_{XY}$  e  $K_{YY}$  serão elevados e não serão afetados pela razão L/D. Vê-se também que estes mesmos valores ( $C_{YY}$ ,  $C_{XY}$ ,  $C_{YX}$ ,  $K_{XX}$ ,  $K_{XY}$  e  $K_{YY}$ ) em baixa razão MP (0,1) decrescem rapidamente com o aumento do número de  $S_0$ . Novamente mostrando-se a inadequação de mancais cilíndricos ( $MP \rightarrow 0$ ) para valores de  $S_0$  altos. Em casos com razão de MP elevada e valores de  $S_0$  altos, só se tem amortecimento  $C_{YY}$ ,  $C_{XY}$  e  $C_{YX}$  e rigidez  $K_{XX}$ ,  $K_{XY}$  e  $K_{YY}$  para razão L/D pequena.

Os resultados obtidos para os valores dos coeficientes de amortecimento direto vertical,  $C_{XX}$ , e de rigidez cruzada,  $K_{YX}$ , estão incoerentes com os demais apresentados neste trabalho desta forma não serão comentados aqui. Precisam de uma melhor avaliação de sua metodologia de cálculo.

Como descrito no capítulo 2, o objetivo deste trabalho é a análise das características de desempenho estáticas e dinâmicas de mancais radiais elípticos lubrificadas a óleo para várias condições de operação e para diversas configurações de geometria, a fim de se analisar qual geometria de mancal elíptico é mais adequada para uma dada aplicação.

Os resultados obtidos permitem esta análise e mostram que para um número de Sommerfeld alto mancais cilíndricos são inadequados.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Abdul-Wahed, N., Nicolas D. e Pascal, M. T., Stability and Unbalance Response of Large Turbine Bearings, *Transactions of the ASME*, Vol. 104, p. 66-75, January, 1982.
2. Adams, M. L. e Padovan, J., Insights Into Linearized Rotor Dynamics, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 76, p. 129-142, 1981.
3. Allaire, P. E., Nicholas, J. C. e Gunter, E. J., Systems of Finite Elements for Finite Bearings, *ASME, Journal of Lubrication Technology*, Vol. 99, p. 187-197, 1977.
4. Allaire, P. E. e Flack R. D., Design of Journal Bearings for Rotating Machinery , *Proceedings of the Tenth Turbomachinery Symposium*, 1981.
5. Argyris, J. H. e Scharpf, D. W., The Incompressible Lubrication Problem, 12<sup>th</sup>. Lanchester Memorial Lecture, Appendix IV, *The Aeronautical Journal of the Royal Aeronautic Society*, Vol. 73, p. 1044-1046, Dec. 1969.
6. Bathe, K.J., *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, USA, 1982.
7. Barwell, F.T. e Lingard, S., The Thermal Equilibrium of Plain Journal Bearings, Thermal Effects in Tribology. In *Proceeding of the 6<sup>th</sup> Leeds-Lyon Symposium on Tribology. Institution of Mechanical Engineers*, p. 24-32, 1980.
8. Booker, J. F. e Huebner, K. H., Application of Finite Element Methods to Lubrication: in Engineering Approach, *ASME, Journal of Lubrication Technology*, Vol. 94, p. 313-323, 1972.
9. Busse, L. e Heilberger, D., Aspects of Shaft Dynamics for Industrial Turbines, *Brown Boveri, Review 5*, Vol. 67, p. 292-299, May 1980.

10. Chapra, S.C. e Canale, R.P., *Numerical Methods for Engineers*, McGraw-Hill, 4<sup>th</sup> Ed., New York, EUA, 2002.
11. Childs, D.W., *Turbomachinery Rotordynamics*, John Wiley & Sons, New York, USA, 1993.
12. Engwall, M. A., *Squeeze Film Bearing Damper Supporting a Rigid Rotor: Analysis, Experiments, Dynamic Simulation and Design Study*. Ph. D. Dissertation, Department of Mechanical Engineering, Stanford University, p. 418, 1991.
13. Faria, M.T.C, Correia, F.A.G. e Diniz, D.L.E., Procedimento de Elementos Finitos para a Análise de Mancais Radiais Cilíndricos Lubrificados a Óleo, *Proceedings of the XXVII Iberian Latin American Congress and Computational Methods in Engineering*, Belém-PA, Brasil, p.15, 2006.
14. Fillon, M., Brito, F. P., Miranda, A. S., Bouyer, J., Experimental Investigation of the Influence of Supply Temperature and Supply Pressure on the Performance of a Two-Axial Groove Hydrodynamic Journal Bearing, *Journal of Tribology, ASME* Vol. 129, p. 98-105, January 2007.
15. Fujino, T., Analyses of Hydrodynamic Problems by the Finite Element Method, Paper No. J5-4, *Japan-US Seminar on Matrix Methods of Structural Analysis and Design*, August, 1969.
16. Garner, D.R., Lee C.S., Martin, F.A, Stability of Profile Bore Bearings: Influence of Bearing Type Selection, *Tribology International*, Vol.13, n.5, p. 204-210, Oct 1980.
17. Gleitlager 2, Wekstoffe, Prufung, Berechnung, Begriffe Normen, *Stand der abgedruckten Normen*, DIN-Taschenbuch, Herausgeber: DIN Institut fur Normung, Feb, 2007
18. Gliencke, J., Experimental Investigation of the Stiffness and Damping Coefficients of Turbine Bearings and Their Application to Instability Prediction, *Proc. Inst. Mech. Engineering*, Paper 13, 1966-67.



19. Gunter, E. J. Jr., Dynamic Stability of Rotor Bearing Systems, *NASA SP-113*, Vol. 29, 1966.
20. Hamrock, B. J., *Fundamentals of Fluid Film Lubrication*, McGraw-Hill, New York, USA, 1994.
21. Hashimoto H., Wada S. e Ito J., An Application of Short Bearing Theory to Dynamic Characteristic Problems of Turbulent Journal Bearings, *Trans. ASME, Journal of Tribology.*, Vol. 109, N°.2 , p. 307-314, 1987.
22. Hirani H., Rao T.V.V.L.N., Athere K. e Biswas S, Rapid Performance Evaluation of Journal Bearings, *Tribology International*, Vol. 30, n.11, p. 825-834, 1997.
23. Hirsch, C., Numerical Computation of Internal and External Flows, John Wiley & Sons Ltd., 1988.
24. Huebner K.H., Thornton, E.A. e Byrom, T.G., *The Finite Element Method for Engineers*, John Wiley & Sons, 3<sup>rd</sup>., New York, EUA, 1995.
25. Juvinall, R.C. e Marshek, K.M., *Fundamentals of Machine Component Design*, John Wiley & Sons, 2<sup>nd</sup> Ed., New York, EUA, 1991.
26. Kacou A., Rajagopal K. R. e Szeri A. Z., Flow of a Fluid of the Differential Type in a Journal Bearing, *ASME Journal of Tribology*, Vol. 109, p. 100-106, January 1987.
27. Knöss, K, Journal Bearings for Industrial Turbosets, *Brown Boveri Review* 5, Vol. 67, p. 300-308, May 1980.
28. Klit, P. e Lund, J.W., Calculation of the Dynamic Coefficients of a Journal Bearing, Using a Variational Approach, *ASME Journal of Tribology*, Vol. 108, p. 421-425, 1986.

29. Knight, J.D. e Barret, L.E., *An Approximate Solution Technique for Multilobe Journal Bearings with Thermal and Turbulence Effects*, Report No. UVA/643092/MAE82/188, Department of Mechanical and Aerospace Engineering University of Virginia, Charlottesville, Virginia 22901, February 1982.
30. Lanes R.F., Flack R. D. e Lewis D.W., Experiments on the Stability and Response of a Flexible Rotor in Three Types of Journal Bearings, *ASLE Transactions*, Vol. 25, 3, 289-298, 1981.
31. Lang, O.R. e Steinhilper, W., *Gleitlager Konstruktionsbücher*, Springer-Verlag, 2a. Ed., Berlim, p. 132 e 153, 1978.
32. Li, D.F, Choy, K. C. e Allaire, P.E, Stability and Transient Characteristics of Four Multilobe Journal Bearing Configurations, *ASME Journal of Lubrication Technology*, Vol. 102, p.291, 1979.
33. Lifson, A. e Simmons, H. R., Vibration Monitoring of Turbomachinery, *Proceeding of The Nineteenth Turbo machinery Symposium*, 1990.
34. Lund, J. W., Review of the Concept of Dynamic Coefficients for Fluid Film Journal Bearings, *ASME Journal of Tribology*, Vol. 109, p. 37-41, Jan. 1987.
35. Ma, M. T. e Taylor, C. M., Prediction of Temperature Fade in the Capitation Region of Two Lobe Journal Bearings. *In Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, Vol. 208, p.133-139. 1994.
36. McHugh, JD, Estimating the Severity of Sub Synchronomous Shaft Vibrations Within Fluid, *General Electric Co*, Schenectady, NY, Vol. 108, Abril 1986.
37. Middleton V, Radial Stiffness of Bearings., M. J. Neal (ed), *Tribology Handbook*, Butterworths, London, p. 21, 1973.

38. Mistry, K., Biswas, S. e Athre, K., Study of Thermal Profile and Cavitation in a Circular Journal Bearing, *Wear*, 159, p.79-87, 1992.
39. Mongkolwongrojn, M., Prabkaew, C., Hashimoto, H., Theoretical Prediction of Journal Center Motion Trajectory In Two-Lobe Hydrodynamic Journal Bearings, *JSME International Journal*, series C, Vol. 38, n 2, p. 319-325, 1995.
40. Newkirk, B. L., Shaft Whipping, *G. E. Rev.*, Vol. 27, p. 169-78, 1924.
41. Newkirk, B. L., Whirling Balanced Shafts, *Third ICAM*, Stockholm, Proc. 3, p. 105-10, 1930.
42. Norton, R., 2000, *Machine Design – An Integrated Approach*, Prentice-Hall, 2<sup>nd</sup> Ed., New York, USA.
43. Parkins, D.W., Theoretical and Experimental Determination of the Dynamic Characteristics of a Hydrodynamic Journal Bearing, *ASME Journal of Lubrication Technology*, Vol. 101, p.129-139,1979.
44. Parszewski, Z. e Cameron, A., Oil Whirl of Flexible Rotors - *Proc Inst. Mech. Engineering*, Vol. 176, n° 22, 1962.
45. Pinkus O., Analysis Of Journal Bearing With Arbitrary Load Vector, In: *Proceedings of the ASLE lubrication Conference*, p. 1213–1217, 1956.
46. Pinkus, O, The Reynolds Centennial: A Brief History of the Theory of Hydrodynamic Lubrication , *ASME, Journal of Tribology*, Vol. 109, p. 2-20, 1987.
47. Reddi, M. M., Finite-element Solution of the Incompressible Lubrication Problem, *ASME, Journal of Lubrication Technology*, Vol. 91, n°3, p. 524-533, 1969.
48. Ritchie, G. S., The Prediction of Journal Loci in Dynamically Loaded Internal Combustion

Engine Bearing, *Wear*, 35, p. 291-297, 1975.

49. Shapiro W., Impact on Reynolds Theory on Bearing and Seal Design, *Transactions of The ASME*, Jan, 1987.

50. Shigley, J.E., Mischke, C.R. e Budynas, R.G., *Projeto de Engenharia Mecânica*, Bookmam, 7a. Ed., São Paulo, Brasil, 2004.

51. Singh, A., Gupta, B.K., Stability Limits of Elliptical Journal Bearing Supporting Flexible Rotors, *Wear*, Vol. 77, n.2, p. 159-170, 1982.

52. Singh A., Gupta, B.K., Stability Limits of Elliptical Journal Bearings Supporting Flexible Rotors, *Wear*, 77, p. 159-170, 1981.

53. Singh, D.V., Sinhasan and Kumar, A., A Variational Solution of Two Lobe Bearings, *Mech. Mach. Theory*, 12, p. 323-330, 1977.

54. Smith, D. M., *Journal Bearing in Turbomachinery*, Chapman and Hall Ltd, 1969.

55. Smith, D. M., Recognition of the Causes of Rotor Vibration in Turbo Machinery, *Second International Conference Vibrations in Rotating Machinery, I Mech. E. Conference Publications*, Cambridge, London, 1980.

56. Sternlicht B. e Lewis P., Vibration Problems With High Speed Turbomachinery, *Transactions of the ASME*, Feb.1968

57. Tanaka, M., Someya, T., Hisa, S., Saito, S., Mitsui, J. e Esaki, J., *Journal-Bearing Databook*, 1989.

58. Tonnesen, J. e Lund, J. W, Some Experiments on Instability of Rotors Supported in Fluid-Film Bearings, *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 100, 1978.

59. Vance, J. M., *Rotordynamics of Turbomachinery*, A Wiley-Interscience Publication, New York, USA, 1988.
60. Wada, S., e Hayashi, H, Application of Finite-Element Method to Hydrodynamic Lubrication Problems, (Part 2, Finite-Width Bearings), *Bulletin of the Japan Society of Mechanical Engineers*, Vol. 14, no. 77, p. 1234., Nov. 1971.
61. Wada, S., Hayashi, H e Migita, M., Application of Finite-Element Method to Hydrodynamic Lubrication Problems (Part 1, Infinite-Width Bearings), *Bulletin of the Japan Society of Mechanical Engineers*, Vol. 14, no. 77, p. 1222., Nov. 1971.
62. Warner, P. C., Static and Dynamic Properties of Partial Journal Bearings, *Trans. ASME, Journal of Basic Engineering*, 247-257, 1963.
63. Zeidan, F. Y., Developments in Fluid Film Bearing Technology, *Turbomachinery International*, September/October, p.1-8, 1992.